

Fluctuations quantiques de courant dans les nanotubes de carbone

Thomas Delattre

▶ **To cite this version:**

Thomas Delattre. Fluctuations quantiques de courant dans les nanotubes de carbone. Matière Condensée [cond-mat]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT : . tel-00528936

HAL Id: tel-00528936

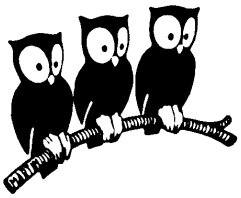
https://theses.hal.science/tel-00528936

Submitted on 22 Oct 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École Normale Supérieure
Département de Physique **Laboratoire Pierre Aigrain**



THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Thomas Delattre

pour obtenir le titre de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS VI

Fluctuations quantiques de courant dans les nanotubes de carbone

Soutenue le 25 Septembre 2009
devant le jury composé de :

M.	**Laurent Saminadayar**	Rapporteur
M.	**Pascal Simon**	Rapporteur
M.	**Francesco Mauri**	Président
M.	**Cristian Urbina**	Examinateur
M.	**Silvano De Franceschi**	Examinateur
M.	**Takis Kontos**	Directeur de thèse

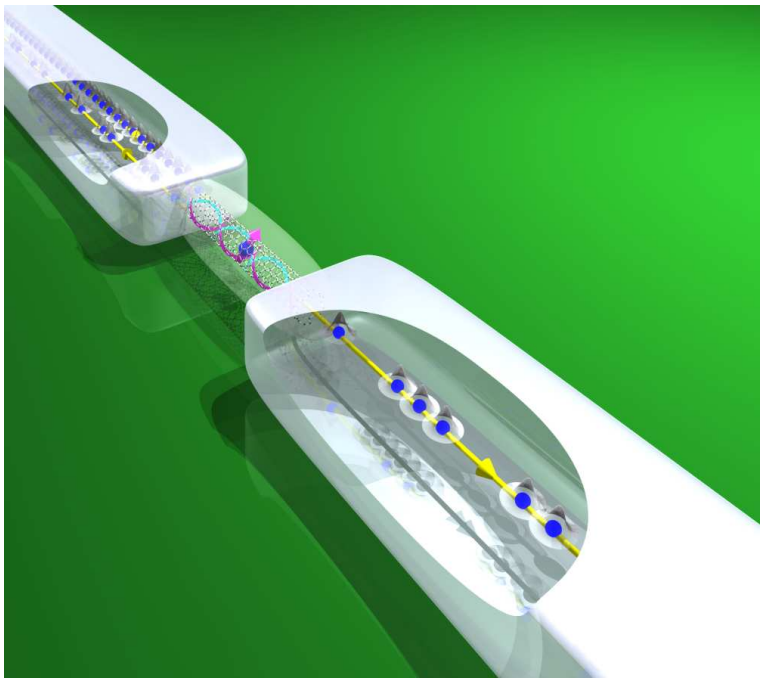


FIGURE 1 – Couverture : Illustration de l'effet Kondo dans les nanoconducteurs - Passage aléatoire des électrons des électrodes métalliques diffusés par l'impureté Kondo localisée sur le nanotube de carbone : Des impuretés Kondo bruyantes [1]

Laboratoire

Laboratoire Pierre Aigrain, CNRS UMR 8551, Ecole Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

Resumé

Cette thèse a pour objet l'étude du transport électronique dans les nanotubes de carbone monoparois par l'intermédiaire des fluctuations du courant. L'étude se place dans le cadre de la physique mésoscopique dans des conducteurs balistiques. Dans ce type de conducteur, plusieurs régimes différents peuvent apparaître : blocage de Coulomb, transport modulé par les interférences quantiques, effet Kondo. Nous avons étudié les fluctuations du courant dans un régime d'interféromètre de type Fabry-Pérot électronique qui se présente comme une situation idéale afin de sonder le régime où l'effet des interactions est faible. Les fluctuations du courant ont été analysées dans le formalisme de Landauer-Büttiker et nous obtenons une bonne correspondance entre la théorie et l'expérience. Nous avons ainsi observé la suppression du bruit dans les régimes de transmission unitaire et, par le biais des données combinées de la conductance et du bruit, nous avons pu déterminer les transmissions pour des canaux de conduction non dégénérés. Par ailleurs, le régime de l'effet Kondo a fait l'objet d'une étude dans laquelle nous avons observé des comportements universels dans la conductance et le bruit. Nous avons ajusté ces différentes grandeurs avec une théorie de bosons esclaves de champ moyen. Finalement, nous avons étudié une configuration de type Hanbury Brown et Twiss : un nanotube monoparoi sur lequel nous avons déposé un multiparoi qui nous sert de sonde afin d'injecter des électrons sur le conducteur.

Mots Clés

Physique mésoscopique, Nanotube de carbone monoparoi (SWNT), Transport électronique, Fluctuations du courant, Bruit de Grenaille, Bruit Johnson-Nyquist, Fabry-Pérot électronique, Effet Kondo, Théorie des bosons esclaves en champ moyen (SBMF), Hanbury Brown et Twiss (HBT)

Laboratory

Laboratoire Pierre Aigrain, CNRS UMR 8551, Ecole Normale Supérieure, 24, rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France

Abstract

This thesis is devoted to the study of electronic transport in single wall carbon nanotubes through current fluctuations. The framework of the thesis is mesoscopic physics in ballistic conductors. Many different regimes can be observed in this type of conductors : Coulomb blockade oscillations, Fabry-Perot interferences, Kondo effect. We have studied current fluctuations in a Fabry-Perot like interfeormeter which is very well suited to study the weakly interacting regime. Using the Landauer-Büttiker formalism, we find a good agreement with the theory. In particular, we observe the noise suppression in the unitary limit. The combination of conductance and noise measurements is found to be a powerful means to probe non-degenerate conduction channel. The Kondo effect is also studied. We find a universality in the conductance and in the noise. These experimental findings are analysed with a slave boson mean field theory. The data are found to be well accounted for by this approach. Finally, we analyse a situation in an Hanbury Brown and Twiss setup with a multiwall as an injector of electrons in the single wall carbon nanotube.

Keywords

Mesoscopic phycis, Single wall carbon nanotube, Electronic transport, Current fluctuations, Shot noise, Johnson-Nyquist noise, Electronic Fabry-Perot interferometer, Slave Boson Mean Field Theory, Hanbury Brown and Twiss

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Claude Delalande et Jean-Marc Berroir, directeur successifs du LPA pour m'avoir accueilli au sein du Laboratoire pendant ces quatre années du DEA et de la thèse. Je suis très reconnaissant envers Laurent Saminadayar, Pascal Simon, Francesco Mauri, Cristian Urbina et Silvano De Franceschi d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse et pour le temps qu'ils y ont consacré.

Cette thèse s'est effectuée au sein du groupe de physique mésosocopique et je tiens remercier l'équipe de permanents, formée de Jean-Marc Berroir, Gwendal Fève, Christian Glattli, Takis Kontos et Bernard Plaçais pour les conditions de travail particulièrement bonnes dont j'ai pu bénéficier. Je tiens à souligner la gratitude que j'ai envers Takis Kontos pour l'encadrement quotidienne de cette thèse, pour sa proximité avec le travail expérimental qui a instauré une très bonne dynamique, pour son accompagnement de tous les instants dans l'analyse des résultats et pour ses encouragements qui n'ont pas faibli en trois ans. Je remercie aussi particulièrement Christian Glattli qui a préalablement dirigé cette thèse et Bernard Plaçais pour les nombreuses aides administratives, techniques et scientifique qu'il y a apporté.

Ma reconnaissance et mes remerciements vont spécialement aux différents membres qui effectuent ou ont effectué leurs thèses en P13, Adrien Mahé, Chéryl Feuillet Palma, François Parmentier, Gwendal Fève et Julien Chastes ainsi qu'à ceux qui y séjournent ou y ont séjourné, Andreas Betz, Emiliano Pallecchi, Erwan Bocquillon, Jean-françois Rupprecht, Lorentz Herrmann et Matthieu Delbecq et finalement à ses visiteurs plus ou moins réguliers, qui ont su faire reigner pendant ces années de thèse une excellente ambiance. Ma gratitude va tout particulièrement à Chéryl Feuillet-Palma pour cette fructueuse collaboration qui dure depuis plus de trois ans maintenant et à Lorenz Herrmann qui a participé au montage de l'expérience et pour sa préparation d'échantillons, de très bonne qualité, que nous avons pu étudier.

Ce travail expérimental n'aurait été possible sans l'aide de Mickael Rosticher pour les nombreux problèmes rencontrés dans la salle blanche, de François René Ladan, de Pascal Morfin pour, entre autres choses, la conception du porte échantillon, de David Darson, Anne Denis et Philippe Pace dont le soutien technique a souvent été d'une grande aide et de Sylvain Pledel pour son aide et son efficacité. La pérennité des expériences n'auraient été possible sans l'approvisionnement assidu et les dépannages d'urgence en bidon d'hélium de la part d'Olivier Andrieux, toujours fourni avec son accompagnement de discussions très sympathiques. Je remercie également Anne Matignon et Fabienne Rénia pour leur gentillesse et leur efficacité dans la gestion des questions administratives. La création de nos échantillons a nécessité l'usage d'évaporateurs de métaux, ce qui été rendu possible avec la mise à disposition de

l'équipement de dépôt du LPS par Marco Aprili pendant la période du stage de DEA et par la collaboration avec Jérôme Lesueur de l'ESPCI pour la période de la thèse.

Je suis aussi très reconnaissant envers Christophe Mora et Mahn-Soo Choi pour leurs collaborations dans l'étude du régime Kondo.

Je tiens finalement à remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à cette thèse (la liste serait trop longue pour être écrite ici) et surtout ma famille, pour leur soutien inconditionnel.

Table des matières

Grandeurs physiques et Conventions **v**

Introduction **1**

1 Transport dans les nanotubes de carbone **9**
1.1 Transport zero/unidimensionnel 9
1.1.1 De la feuille de graphène au transport dans les nanotubes 9
1.1.2 Transport dans les nanoconducteurs 12
1.1.3 Transport dans les nanotubes monoparois 14
1.2 Transport Cohérent 15
1.2.1 Transport dans le formalisme de Landauer-Büttiker 15
1.2.2 Transport à travers un interféromètre de type Fabry-Pérot électronique 19
1.2.3 Transport à travers un état discret 24

2 Bruit classique et quantique **27**
2.1 Fluctuations de courant dans les conducteurs 27
2.1.1 Autocorrélation du courant 27
2.1.2 Fluctuations de courant intrinsèques 28
2.2 Formalisme de Landauer-Büttiker 30
2.2.1 Formule du bruit 30
2.2.2 Application au cas à trois terminaux 31
2.2.3 Détermination du bruit pour une transmission lorentzienne 33
2.3 Effet de la décohérence sur le bruit 35
2.3.1 Décohérence dans les systèmes mésoscopiques 35
2.3.2 Modélisation de la décohérence 35
2.3.3 Effet sur le bruit 36

3 Techniques expérimentales **41**
3.1 Nanofabrication 41
3.1.1 Des nanotubes obtenus par croissance chimique 42
3.1.2 Connexion des nanotubes de carbone 44
3.1.3 Systèmes complexes à base de nanotubes de carbone 46
3.2 Description de la mesure 48
3.2.1 Dispositif expérimental 48
3.2.2 Détermination de la conductance et du bruit dans la configuration à deux terminaux 51

3.2.3 Détermination de la conductance et du bruit dans la configuration à trois terminaux . . . 54
3.2.4 Etalonnage de la mesure de bruit . . . 56

4 Bruit d'un conducteur dans le régime de Fabry-Pérot 63
4.1 Le nanotube de carbone comme interferomètre Fabry-Pérot électronique . . . 63
4.1.1 Oscillations Fabry-Pérot de la conductance . . . 63
4.1.2 Bruit quantique d'un conducteur sans interactions . . . 66
4.1.3 Détermination des transmissions du conducteur . . . 70
4.2 Le régime de faible rétrodiffusion . . . 73
4.2.1 Le bruit dans le régime de faible rétrodiffusion . . . 73
4.2.2 Décohérence . . . 74
4.2.3 Le bruit pour une transmission dépendante de l'énergie . . . 76
4.3 Echantillons mesurés . . . 81

5 Des impuretés Kondo bruyantes 83
5.1 Le régime Kondo . . . 83
5.1.1 L'effet Kondo dans les conducteurs . . . 83
5.1.2 Transport dans le régime Kondo . . . 85
5.2 Traitement du régime Kondo dans des situations hors de l'équilibre . . . 91
5.2.1 Généralités . . . 91
5.2.2 Résolution du problème dans le cadre de la SBMFT . . . 94
5.3 Etudes complémentaires . . . 100
5.4 Echantillons mesurés . . . 101

6 Une expérience de type Hanbury Brown et Twiss dans les nanotubes de carbone 103
6.1 Spectroscopies du système . . . 104
6.1.1 Etude des transmissions du système . . . 104
6.1.2 Elargissement des résonances à haute tension V_M . . . 105
6.2 Etude des fluctuations du courant . . . 106
6.2.1 Configuration dipolaire . . . 106
6.2.2 Configuration de type HBT . . . 108
6.3 Conclusion et perspectives . . . 110

Conclusion 111

Bibliographie 113

Table des figures 121

A Matrices de diffusion 127
A.1 Matrice de couplage entre les orbitales K et K' . . . 127
A.2 Formulation en termes de matrices de transfert . . . 128

B Transport pour une transmission lorentzienne **131**
B.1 Calcul du courant pour une transmission lorentzienne . . . 131
B.2 Calcul de charge pour une transmission lorentzienne . . . 132
B.3 Calcul du bruit pour une transmission lorentzienne . . . 133
B.3.1 Calcul du terme de Johnson . . . 133
B.3.2 Calcul du bruit de grenaille . . . 134

C Corrélations-croisées du courant **135**
C.1 Détermination générale de S_{LR} . . . 135
C.2 Détermination de S_{LR} en polarisant suivant le contact L . . . 135
C.3 Détermination de S_{LR} en polarisant suivant le contact M . . . 136
C.4 Détermination des autocorrélations du courant . . . 136

D Dispositif de mesure **139**
D.1 Configuration à deux terminaux . . . 139
D.1.1 Mesure de la conductance et calibration des gains des amplificateurs . 139
D.1.2 Détermination exacte du bruit . . . 140
D.2 Configuration à trois terminaux . . . 141

E Fabry-Pérot **143**
E.1 Détermination des transmissions D_1 et D_2 . . . 143

F Kondo **145**
F.1 Intégration du système . . . 145
F.1.1 Première équation du système autocohérent . . . 145
F.1.2 Deuxième équation du système autocohérent . . . 146
F.1.3 Résolution du système . . . 146
F.1.4 Développement du système en température . . . 147
F.2 Développement du courant et du bruit en température . . . 150
F.3 Ajustement des mesures avec la SBMF . . . 151
F.3.1 Cas non symétrique . . . 151
F.3.2 Ajustement de la situation $SU(4)$ à la situation $SU(2)$ . . . 151

Grandeurs physiques et Conventions

Grandeurs physiques

$a_0 = 1.42\mathring{A}$	Distance entre deux atomes de carbone dans le graphène
$a = 2.46\mathring{A}$	Distance de maille dans le graphène
$e = 1,6 \times 10^{-19}C$	Charge électrique d'un électron (en valeur absolue)
$G_0 = 38.74\mu S = (25.8k\Omega)^{-1}$	Quantum de conductance
$h = 6.626069 \times 10^{-34}J.s$	Constante de Planck
$\hbar = h/2\pi = 1.054571 \times 10^{-34}J.s$	Constante de Planck réduite
$k_B = 1.380650 \times 10^{-23}J.K^{-1}$	Constante de Boltzman
$\mu_B = 0.058meV/T$	Magneton de Bohr
$v_F \approx 8 \times 10^5 m/s$	Vitesse de Fermi dans les SW

Abréviations

AFM	Microscope à force atomique
CVD	Dépôt chimique en phase vapeur
HBT	Hanbury Brown et Twiss ([2, 3])
IPA	Isopropanol (propan-2-ol)
MEB	Microscope électronique à balayage
MIBK	Méthyl isobutyl cétone
MWNT (ou MW)	Nanotube de carbone multiparois
PMMA	Polyméthacrylate de méthyl
SWNT (ou SW)	Nanotube de carbone monoparoi

Opérations et symboles mathématiques

Symboles utilisés

Soit $X \in \mathbb{C}$, $\Re(X)$ et $\Im(X)$ correspondent respectivement à la partie réelle et la partie imaginaire de X. X^* correspond au complexe conjugué de X.

Par défaut, les sommes sont définies de la manière suivante :

$$\int dx \equiv \int_{-\infty}^{\infty} dx, \ \sum_n \equiv \sum_{n=0}^{\infty} \text{ et } \sum_\sigma \equiv \sum_{\sigma=+/-}$$

Transformée de Fourier

Soit, f, une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{C}$, de carré sommable. Sa transformée de Fourier, $\hat{f}$, est définie de la manière suivante :

$$\hat{f}(\omega) = \int dt f(t) e^{i\omega t} \tag{1}$$

D'où, la transformation inverse :

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \hat{f}(\omega) e^{-i\omega t} \tag{2}$$

Fonction digamma

La fonction digamma, Ψ, est définie par :

$$\Psi(x) = \frac{\Gamma'(x)}{\Gamma(x)}$$

où Γ est la fonction gamma d'Euler ($\Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt$). La fonction digamma suit le développement suivant :

$$\Psi(z+1) = -\gamma - \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{z+n} - \frac{1}{n}\right)$$

Introduction

En 1991, Sumio Iijima fit la découverte d'une nouvelle structure pour les composés carbonés [4], une forme allotropique du carbone constituée de tubes creux enroulés concentriquement. Ces nouveaux composés, les nanotubes de carbone monoparois (SW) ou multiparois (MW), furent dès lors l'objet d'une recherche intensive [1]. Leurs propriétés physico-chimiques en font des objets très prometteurs dans un large spectre de domaines, que ce soit dans l'électronique (voir *e.g.* [5, 6, 7, 8, 9]), la mécanique (voir *e.g.* [10, 11, 12, 13, 14]) ou encore la médecine (voir *e.g.* [15]). Ils apparaissent ainsi comme les emblèmes de la révolution nanotechnologique.

Cette montée des nanotechnologies est portée par les progrès de la nanoélectronique. La réduction de la taille des composants électroniques nous rapproche de plus en plus de l'échelle quantique. Une question légitime posée par cette réduction est celle de la frontière entre le domaine microscopique, régi par les lois de la mécanique quantique, et le domaine macroscopique caractérisé par un grand nombre de degrés de liberté. C'est le champ de la physique mésoscopique qui, en mélangeant ces deux aspects, permet d'allier l'ordre à la modularité et fait de ces objets les éléments d'un grand « légo » quantique [16].

La structure fondamentalement unidimensionnelle des nanotubes de carbone en fait un objet physique particulièrement intéressant. Une multitude de systèmes hydrides ont été développés autour de ces composants, basés sur des systèmes à plusieurs réservoirs et de différents types (métalliques, supraconducteurs, ferromagnétiques), à plusieurs nanotubes croisés (voir *e.g.* [17, 18, 19, 20, 21]). Par ailleurs, il est aisé d'y confiner des états électroniques réalisant ainsi des « atomes artificiels ». comme des objets de référence afin de sonder la physique du transport quantique électronique.

Le développement de la physique mésoscopique a été possible grâce aux progrès réalisés dans les techniques de nanofabrication depuis l'avènement de la lithographie électronique dans les années 60. Cela a ainsi permis de créer des systèmes de « grande taille [2] » dans lesquels il est possible de manipuler les propriétés quantiques des électrons [22]. Un phénomène particulièrement marquant de ce domaine est la quantification de la conductance, observée expérimentalement en 1988 par B. J. van Wees *et al.* [23] et D. A. Wharam *et al.* [24]. Le courant électrique dans des fils quantiques parfaits soumis à une différence de potentiels, V, prend alors la forme $I = N[e^2/h]V$ où N est le nombre de canaux de conduction. Dans un conducteur quantique réel, la mesure du courant électrique peut alors être reliée aux propriétés de diffusion des ondes électroniques [25].

Les fluctuations du courant permettent quant à elles de remonter plus en détails dans le

1. Le nombre d'articles sur les nanotubes dans la revue *Physical Review* a connu une croissance exponentielle entre 1994 et 2005 avec approximativement un doublement du nombre de publications tous les deux ans

2. contenant un grand nombre d'atomes et d'électrons

comportement individuels des porteurs de charges.

Si l'étude du courant moyen constitue une étape importante pour la compréhension des conducteurs quantiques, il est apparu récemment particulièrement intéressant d'étudier ses fluctuations autour de sa valeur moyenne, communément appelé bruit de courant. Dès 1918, Schottky mit en évidence la possibilité d'accéder à la charge des électrons via cette grandeur [26]. Dans cet esprit, des expériences dans les gaz bidimensionnels d'électrons en régime d'effet hall quantique fractionnaire ont permis [27, 28] de mesurer la charge des quasiparticules de Laughlin [29] : $e/3$. De manière générale, l'étude des fluctuations du courant se présente comme un outil puissant afin de sonder la physique du transport quantique électronique. Nous avons appliqué ce principe à l'étude des SW qui nous place a priori dans le cadre d'un fluide fermionique fortement corrélé du fait de leur basse dimensionnalité (0 ou 1).

Les deux premiers chapitres sont consacrés à la présentation du transport électronique. Dans le chapitre 1, les propriétés électroniques des SW et les caractéristiques du transport dans le formalisme de Landauer-Büttiker sont étudiées [25]. Nous nous intéressons au cas particuliers du transport dans un interféromètre de type Fabry-Pérot électronique et à travers un état discret qui constituent les deux régimes principaux étudiés dans cette thèse. Dans le chapitre 2, nous introduisons les outils théoriques nécessaires afin de comprendre les mesures effectuées dans cette thèse. Les fluctuations du courant sont également étudiées dans le formalisme de Landauer-Büttiker qui permet, entre autres, de simuler l'effet de la décohérence sur le bruit.

Dans le chapitre 3, nous présentons les principales techniques de nanofabrication : la croissance des nanotubes, la lithographie des contacts électriques par faisceaux d'électrons et la micromanipulation par microscope à force atomique (AFM). Nous présentons également le dispositif expérimental qui permet de mesurer à la fois la conductance différentielle et les fluctuations du courant de nos échantillons, et détaillons la méthode d'étalonnage du système.

Le chapitre 4 est dédié à l'étude d'un interféromètre de type Fabry-Pérot électronique, ce qui nous place dans une situation idéale où l'effet des interactions est faible. Nous détaillons les mesures de bruit pour des conducteurs ayant de canaux dégénérés et non-dégénérés. Dans le premier cas, nous obtenons un nouvel exemple de suppression du bruit pour un conducteur quantiquement cohérent. Dans le second, les données combinées de conductance et de bruit nous donnent accès aux transmissions des canaux propres de conduction.

Nous étudions, dans le chapitre 5, le bruit dans le régime Kondo. L'effet Kondo hors d'équilibre se présente à l'heure actuelle comme un problème majeur de la physique de la matière condensée. Nous mettons en évidence une exaltation du bruit qui est décrite quantitativement par une théorie de bosons esclaves en champ moyen dans la symétrie $SU(4)$, développée au début du chapitre. Par ailleurs, nous présentons le caractère universel de la conductance et du bruit dans ce régime.

Finalement, dans le chapitre 6, nous présentons une configuration expérimentale qui implémente un analogue fermionique à l'expérience d'Hanbury-Brown et Twiss [2] où le gaz de fermions considéré présente a priori des interactions. Cette structure est réalisée à l'aide d'un MW, utilisé comme injecteur d'électrons, déposé sur le SW. Nous présentons des résultats expérimentaux préliminaires ainsi que les difficultés rencontrées pour l'interprétation des données.

Nous résumons ci-après les principaux résultats obtenus pendant cette thèse.

Observation de la suppression du bruit dans un nanotube de carbone

A basse température, les nanotubes de carbone peuvent présenter un comportement de type Fabry-Pérot électronique [36] se traduisant par des oscillations de la conductance modulées par les interférences quantique [3]. Dans ces régimes de faibles interactions, nous avons étudié le courant et ses fluctuations pour des températures de l'ordre de $1,5K$ et pour des différences de potentiels : $V_{SD} \lesssim 1mV$. Les séparations des niveaux sont, par ces ilots quantiques, de l'ordre de plusieurs milliélectronvolts, plaçant ainsi le système dans un régime de faibles excitations.

Suivant les valeurs prises par la transmission moyenne (D) du système, différentes situations caractéristiques apparaissent : le régime séquentiel ($D \ll 1$), le régime intermédiaire et la limite unitaire ($1-D \ll 1$). Dans le régime de faibles transmissions, le passage des électrons est régi par une loi poissonnienne. Le bruit en courant mesuré a présenté une dépendance de la forme : $S_I = 2e|I|$, correspondant à la formule du bruit de Schottky [26]. Cependant, dans des régimes de plus fortes transmissions, nous avons observé une nette diminution du bruit par rapport à la valeur de référence donnée par la formule de Schottky. La figure 2 représente la conductance et le bruit observés sur l'échantillon $U4NT1$ pour deux tensions de grille différentes.

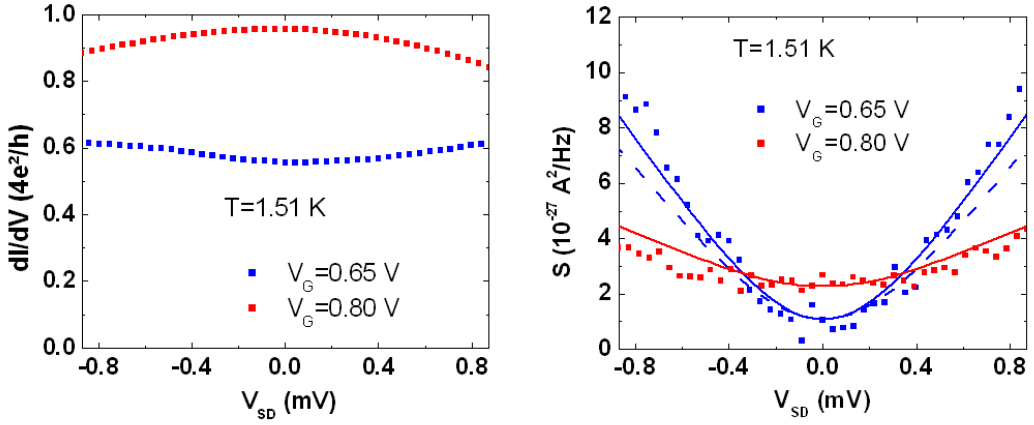


FIGURE 2 – Conductance et bruit (S) pour $V_G = 0.65V$ (bleu) et $V_G = 0.8V$ (rouge) en fonction de V_{SD} à $T = 1.5K$. Les courbes correspondent aux ajustements tirés de la formule théorique du bruit obtenus avec $\delta D = 0$ pour les traits pleins (dégénérescence totale) et $\delta D = 0.2$ pour la courbe en pontillé (faible levée de la dégénérescence)

Les données du bruit sont ajustées par la formule de Landauer-Büttiker (2.3) obtenue pour un système à deux canaux de conduction doublement dégénérés et à transmissions

3. Pour plus de détails, se référer au chapitre 4

constantes [4] :

$$S_I^{th} = 4k_BTD\frac{4e^2}{h} + 2eV\frac{4e^2}{h}\big(D(1-D) - \delta D^2\big)\chi(V_{SD},T) \quad (3)$$

avec $\chi(V_{SD},T) = \coth(\frac{eV_{SD}}{2k_BT}) - \frac{2k_BT}{eV_{SD}}$, D la moyenne des transmissions des deux canaux de conduction et δD leurs différences de transmissions. Ces deux ajustements sont obtenus sans autres paramètres que la donnée de la conductance mesurée sur le système. Le facteur de Fano (F), correspondant à la valeur du bruit normalisée par $2e|I|$, tend donc vers $1-D$ dans la limite $e|V_{SD}| \gg k_BT$.

La formulation (3) laisse envisager une forte modulation des fluctuations du courant en fonction des modulations de la conductance. La spectroscopie de l'échantillon $U4NT1$ permet de sonder une telle dépendance [5], la conductance évoluant entre $0.3 \times \frac{4e^2}{h}$ et $0.95 \times \frac{4e^2}{h}$. Le bruit [6], mesuré à tension V_{SD} fixée, et représenté sur la figure 3, suit de telles oscillations.

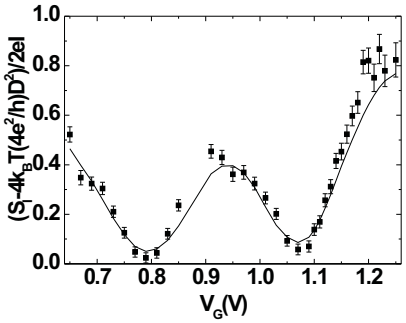


FIGURE 3 – Facteur de Fano (bruit normalisé par $2e|I|$) en fonction de la tension de grille pour les échantillons U4NT1 à $V_{SD} = -0.61mV$ ainsi que la courbe $F = 1 - D$

Une conséquence de cette dépendance est la suppression du bruit [7] dans la limite de transmission quasi unitaire, ainsi obtenue autour de $V_G = 0,8V$ et $V_G = 1,07V$.

Des comprtements s'écartant de ce type de situation modèle ont été étudiées. Tout d'abord, pour des canaux de conduction fortement non dégénérées, la mesure de la conductance différentielle et des fluctuations du courant a permis de fournir des informations complémentaires afin de sonder la transmission des canaux de conduction [8]. Ensuite, nous nous sommes placés dans un régime où l'effet des interactions est a priori plus important : le régime de faible rétrodiffusion. Dans ce régime, le bruit a présenté des divergences par rapport à la « situation idéale ». Ces écarts ont été analysés en prenant en compte des possibles effets de décohérence et en consdiérant la dépendance de la transmission en énergie.

4. comme on peut le constater sur la figure 2, la conductance différentielle est, sur l'échelle de tensions considérées, faiblement dépendante de l'énergie

5. se reporter à la figure 4.5

6. le bruit est ici représenté à travers le facteur de Fano dont la forme utilisée pour la représentation est décrite par la formule (**??**)

7. Pour plus de détails, se référer à **??**

8. Se reporter au paragraphe **??**

Exaltation du bruit dans une impureté Kondo artificielle

Le régime Kondo se manifeste par le déblocage de la conductance lorsque la température est réduite en dessous d'une valeur caractéristique ($T \sim T_K$). Dans une situation idéale, la conductance sature [9] à une valeur de $\frac{2e^2}{h}$. En effet, la transmission des deux canaux de conduction mis en jeu dans le transport à travers une impureté Kondo de spin 1/2 tend alors vers la limite unitaire. Dans le formalisme de Landauer-Büttiker [10], cela engendre une suppression des fluctuations du courant. Un tel comportement n'a pas été observé, les mesures présentant ainsi une exaltation du bruit.

Dans un premier temps, la transport moyen à travers les résonances Kondo étudiées [11] a présenté un comportement universel. Cette universalité s'est présentés sur les mesures de la conductance en fonction de la température ou de la tension Source-Drain (comme représenté sur la figure 4). Une seule énergie gouverne, à ce stade, la dynamique du problème : $k_B T_K$.

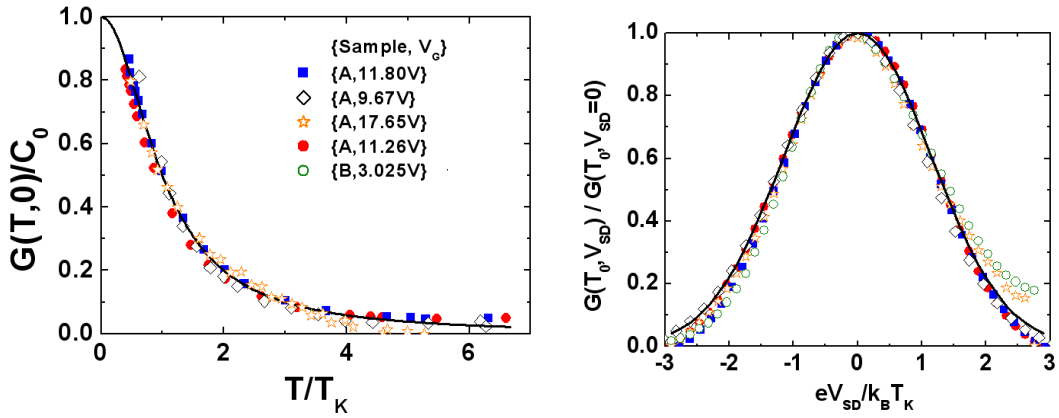


FIGURE 4 – Relation d'échelle pour la conductance en fonction de la température (à tension nulle) et de la tension source-drain (mesurée à la température $T_0 \approx 1.5K$, voir section 5.4)

Un modèle, se basant sur la théorie des bosons esclaves en champ moyen (SBMFT), a permis de déterminer la dépendance des paramètres de la dynamique en fonction de cette énergie caractéristique. Les transmissions prennent alors les formes suivantes :

$$D_{SBMF}(\epsilon, V_{SD}) = \frac{\tilde{\Gamma}^2}{(\epsilon - \tilde{\epsilon}_0)^2 + \tilde{\Gamma}^2} \quad (4)$$

où $\tilde{\Gamma}^2 \approx -\frac{t^2}{6} - \frac{x^2}{8} + \sqrt{1 + (\frac{t^2}{6} + \frac{x^2}{8})^2}$ et $\tilde{\epsilon}_0^2 \approx \frac{t^2}{6} + \frac{x^2}{8} + \sqrt{1 + (\frac{t^2}{6} + \frac{x^2}{8})^2}$ avec $x = \frac{eV_{SD}}{k_B T_K}$ et $t = \frac{\pi T}{T_K}$.

Pour les différentes résonances, $k_B T_K$ a été déterminé à partir d'ajustements de la conductance différentielle, obtenue depuis la formule (4) de la transmission. En particulier, deux résonances Kondo ont été étudiées en détails, ces dernières présentant des conductances saturant autour de $\frac{2e^2}{h}$ et des formes symétriques en fonction de la tension. Les conductances différentielles et les fluctuations du courant ainsi obtenues par le modèle SBMFT ont été représentées sur la figure 5.

9. valeur obtenue pour un effet Kondo mettant en jeu 2 (voire 4) degrés de liberté quantiques dégénérés
10. dans une situation sans interactions
11. détaillées dans le paragraphe 5.4

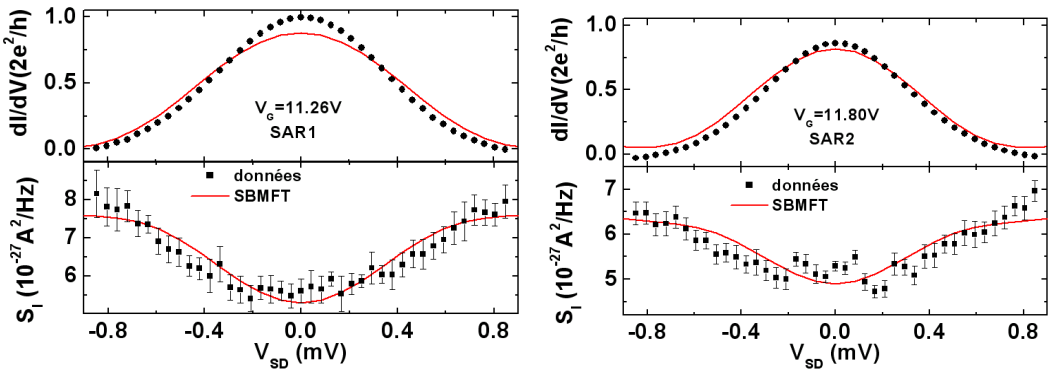


FIGURE 5 – Conductance et bruit des résonances $SAR1$ et $SAR2$ ajustés avec la SBMFT

L'accord est quantitatif entre les données mesurées et les ajustements obtenues par la SBMFT, avec $k_B T_K$ comme seul paramètre d'ajustement.

Une loi d'échelle est, par ailleurs, obtenue sur les fluctuations du courant. Un facteur de Fano particulier est ainsi ressorti de cette étude, s'écrivant sous la forme : $\frac{\Delta S}{2e|\Delta I|}$ où ΔI et ΔS sont respectivement obtenus en retirant au courant et à ses fluctuations leurs valeurs obtenues dans le cas d'une température Kondo infinie.

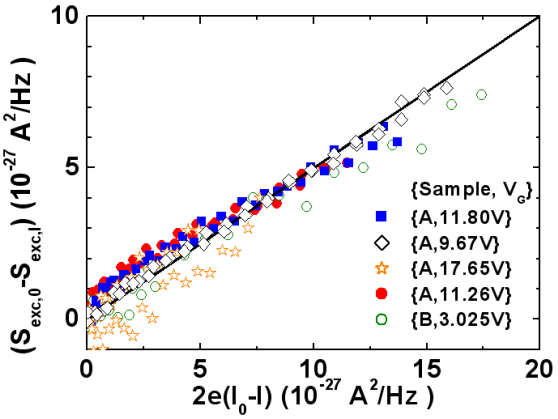


FIGURE 6 – $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ pour les différentes résonances Kondo

La dépendance linéaire, représentée sur la figure 6, entre le bruit et le courant permet de présenter un invariant pour le bruit. Cela nous offre un banc d'essai pour l'étude d'un système fortement correlé dans une situation hors de l'équilibre.

Vers une expérience de type Hanbury-Brown and Twiss avec des fermions fortement correlés.

Le chapitre 6 présente des études préliminaires autour d'une expérience de type Hanbury-Brown and Twiss dans les nanotubes de carbone (sur un dispositif dont un exemple est

représenté sur la figure 7). Le faible couplage entre le MW et le SW permet d'étudier les fluctations du courant dans un régime de plus fortes excitations.

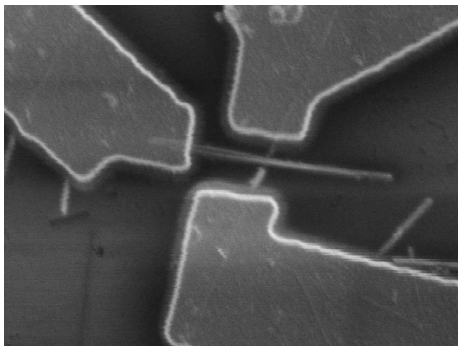


FIGURE 7 – Images MEB de la configuration en « Y » de l'échantillon $T5INT1$

Les mesures de la conductance différentielle depuis les différents terminaux sont riches en information : structure des excitations, couplages des électrodes, effet de chauffage induisant des élargissements des résonances... Ce dernier effet, le chauffage des électrons est à l'origine d'une augmentation de la contribution de type Johnson dans les fluctuations du courant, rendant leur analyse plus complexe.

Afin de sonder plus précisement ces fluctuations du courant, un soin tout particulier doit être accordé à la calibration du systèmeet à l'identification des phénomènes parasitaires. Cependant, afin de présenter des élements de comparaison, les fluctuations du courant ont été confrontés à différents ajustements tirés des déterminations théoriques du bruit (comme l'illustre la figure 8 où le bruit mesuré est mis en regard du terme de type grenaille des fluctuations).

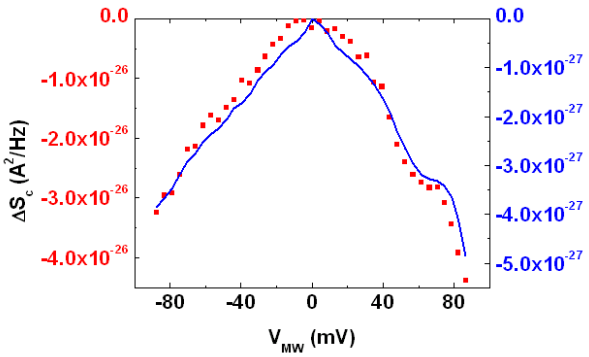


FIGURE 8 – Correlations croisées aux bornes du SW de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en polarisant suivant le MW (avec V_M) : $\Delta S_c = S_c - S_c(V_M = 0)$ et courbe du bruit de grenaille (représentés sur des échelles différentes)

Cet analogue fermionique de l'expérience HBT [2, 3] ouvre des perspectives intéressantes pour les mesures de statistiques quantiques [73, 77, 78] dans les nanotubes de carbone.

Chapitre 1

Transport dans les nanotubes de carbone

1.1 Transport zero/unidimensionnel

Dans le domaine du transport électronique, le vif intérêt rencontré pour les nanotubes de carbone est poussé par la combinaison des potentialités technologiques (voir *e.g.* [30]) que ces conducteurs offrent (*e.g.* dans la spintronique [31], les transistors [7, 8, 32], les circuits logiques [9], la détection ultrasensible [33],...) et l'usage comme banc d'essai afin de sonder les propriétés fondamentales des électrons (voir *e.g.* [34, 35]).

Dans cette partie consacrée au transport, nous étudierons les propriétés électroniques des SW, régissant le transport des électrons. Cette étude a pour cadre la physique mésoscopique, pour laquelle nous allons présenter le formalisme de Landauer-Büttiker afin de traiter le problème du transport. Nous appliquerons ce formalisme à l'étude d'un interféromètre de type Fabry-Pérot électronique [36]. Finalement, nous étudierons le cas d'un état discret couplé à un continuum, donnant ainsi des formulations analytiques pour les paramètres du transport.

1.1.1 De la feuille de graphène au transport dans les nanotubes

Les composés carbonés

La diversité des configurations électroniques pour l'atome de carbone mène à différents composés, différents allotropes. Dans sa configuration de base, l'atome de carbone prend la forme $1s^2 2s^2 2p^2$. La faible différence d'énergie entre les niveaux $2s$ et $2p$ comparée à l'énergie de liaison covalente conduit à une structure $2s^1 2p^3$ pour l'atome de carbone. La possibilité pour ces orbitales de s'hybrider est à l'origine de différentes structures. A l'état naturel, les composés que nous rencontrons sont issus d'une hybridation sp^2 menant au graphite et sp^3 pour le diamant [37].

La découverte, en 1985, de composés macromoléculaires pour le carbone, les fullerènes comme le C_{60}, [38] a été suivie par une recherche très vivace sur les nanoparticules de carbone. Cette découverte qui valut le prix Nobel de chimie à Harold Kroto, Robert Curl et Richard Smalley en 1996 fut suivie par la découverte de structures tubulaires pour les fullerènes [4] : les nanotubes de carbone. Plus récemment, des structures bidimensionnelles ont été isolées [39], correspondant à des plans graphitiques : le graphène.

Les nanotubes de carbone sont basés sur la structure du graphène et se présentent comme

des enroulements concentriques de telles feuilles. Les SW sont, par définition, formés d'une unique paroi et présentent des comportements différents suivant la manière dont l'enroulement est effectué.

De la feuille de graphène au nanotube de carbone

Dans le graphène, les électrons se distinguent entre ceux hybridés dans la configuration sp^2 (orbitale σ) et ceux dans la configuration $2p_z$ (orbitale π). Cette dernière orbitale est pertinente pour le transport. Décrite par P. R. Wallace en 1947 [40], en se basant sur l'approximation des liaisons fortes [41], la relation de dispersion s'écrit [1] :

$$E(\overrightarrow{k}) = \pm t\sqrt{1 + 4\cos(\frac{\sqrt{3}k_y a}{2})\cos(\frac{k_x a}{2}) + 4\cos^2(\frac{k_x a}{2})}$$

où $t = -3.033eV$ et a, la distance de maille ($= \sqrt{3} \times a_0$ où a_0 est la distance entre deux atomes de carbone [2]), vaut $2.46\mathring{A}$ (voir *e. g.* [37]) et est représentée figure 1.1.

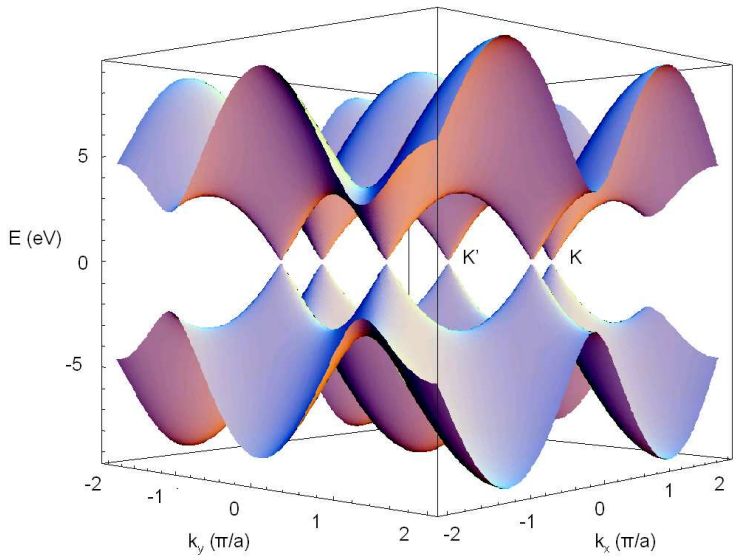


FIGURE 1.1 – Relation de dispersion du graphène et points K et K' de la zone de Brillouin

Le niveau d'énergie $E = 0$ correspond au niveau de Fermi. Le graphène présente une structure métallique pour laquelle la densité d'états au niveau de Fermi tend vers 0 : c'est un semimétal. La structure électronique d'un nanotube est déduite de celle du graphène et les différents types de comportements électroniques trouvent leurs origines dans la manière dont la feuille de graphène est découpée et enroulée afin de former la structure tubulaire du nanotube. Le découpage de la feuille de graphène est illustrée figure 1.2, pour un nanotube fauteuil (ou « chaise ») $(4, 4)$ [3], où les vecteurs $\overrightarrow{T}$ et $\overrightarrow{L}$ correspondent respectivement au vecteur selon lequel le nanotube est enroulé et le vecteur de base de la maille $1D$ du nanotube.

1. le repère considéré est celui représenté figure 1.2
2. a_0 vaut $1.42\mathring{A}$ [37]
3. la configuration (n,m) du nanotube correspond à un enroulement selon le vecteur $\overrightarrow{T} = n\overrightarrow{a_1} + m\overrightarrow{a_2}$. Les vecteurs $\overrightarrow{a_1}$ et $\overrightarrow{a_2}$ sont les vecteurs de base de la maille du graphène, représentés figure 1.2

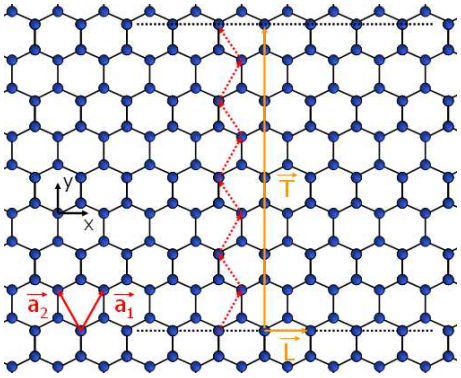


FIGURE 1.2 – Caractéristique de l'enroulement d'une feuille de graphène : exemple d'un nanotube fauteuil $(4, 4)$

Structure électronique d'un SW

L'enroulement de la feuille de graphène formant le nanotube de carbone impose des conditions de symétrie à la fonction d'onde des électrons. En notant $k_{\parallel}$ et $k_{\perp}$ les composantes parallèles et transverses à l'axe du tube du vecteur d'onde, nous obtenons, avec une condition de bord périodique :

$$\overrightarrow{k_{\perp}}.\overrightarrow{T} \quad = \quad 2\pi p$$

où $p \in \mathbb{N}$. Dès lors, la composante transverse du vecteur d'onde est quantifiée [4] : $\Delta k_{\perp} = 2\pi / \parallel \overrightarrow{T} \parallel$. De plus, la première zone de Brillouin du nanotube est définie par : $|\overrightarrow{k_{\parallel}}.\overrightarrow{L}| \leq \pi$. De la structure électronique du graphène représentée figure 1.1, nous pouvons en déduire la structure électronique des différentes orbitales pour le nanotube de carbone, comme représentée figure 1.3.

Cette dernière figure présente deux comportements distincts pour les nanotubes : un comportement métallique (pour lequel la densité d'état n'est pas nulle à l'énergie de Fermi), pour le nanotube fauteuil, et un comportement semiconducteur qui présente l'ouverture d'une bande interdite entre la bande de valence et la bande de conduction (« gap »), pour cette configuration zig-zag. Le nanotube métallique est obtenu lorsque le découpage de la zone de Brillouin passe par les points K et K' [5]. Dans la répresentation de la structure de bande, figure 1.3, il existe une symétrie $(k_{\perp}) \longleftrightarrow (-k_{\perp})$ qui induit une dégénérescence orbitale d'ordre 2 (aussi appelée dégénérescence $K - K'$).

La relation de dispersion des états de plus faibles énergies dans les SW, mesurée à proximité des points de Dirac (points K et K' sur la figure 1.3), s'écrit [42] :

$$E_i(k) \equiv \pm\sqrt{(\hbar v_F k)^2 + (\frac{E_g^i}{2})^2} \tag{1.1}$$

où k est mesuré depuis le minimum de la bande de valence, E_g^i est l'énergie de séparation pour chaque sous-bande (et correspond à la bande interdite pour $i = 1$) et v_F est la vitesse

4. La norme du vecteur $\overrightarrow{T}$ est donnée par : $a\sqrt{n^2 + m^2 + nm}$
5. Une telle condition géométrique est remplie lorsque $m - n$ est multiple de 3

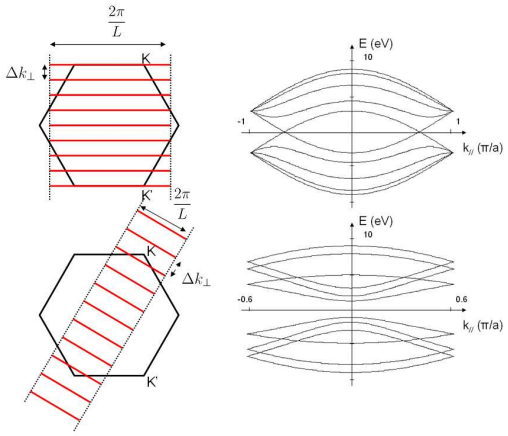


FIGURE 1.3 – Découpage de la zone de Brillouin du graphène et caractéristique des niveaux électroniques pour un nanotube fauteuil (4,4) (haut) et un zigzag (5,0) (bas)

de Fermi ($v_F \approx 8 \times 10^5 m/s$). La densité d'état est alors donnée par :

$$g(E) = \sum_i g_i(E) \text{ où } g_i(E) = 4 \times \frac{2}{hv_F} \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{E_g^i}{2E})^2}}$$

où le facteur 4 correspond à la dégénérescence de spin et du niveau orbital (K, K').

Pour un nanotube semiconducteur, $E_g \approx 0.7eV/d(nm)$ où $d(nm)$ est le diamètre en nanomètre du tube. Cette énergie est donc typiquement de l'ordre de l'électronvolt. Pour un nanotube métallique (comme un nanotube fauteuil par exemple), E_g est nul. Cependant, obtenir un nanotube parfaitement métallique est chose rare car la présence de défauts ou de perturbations (torsion, contraintes,...) dans la structure du nanotube induit l'ouverture d'une petite bande interdite (typiquement de l'ordre de $100meV$).

1.1.2 Transport dans les nanoconducteurs

Conducteur mésoscopique

L'étude que nous effectuons sur les nanotubes de carbone se place dans le cadre du transport mésoscopique. Ce domaine de la physique vise à étudier le transport dans des structures de faibles dimensions et à basse température. Dans le cas classique, la résistance d'un conducteur est donnée par la loi d'Ohm pour laquelle : $R = \rho L/S$ où ρ est la résistivité du conducteur, L, sa longueur et S, sa section. Pour des électrons sans interactions, nous pouvons supposer que les collisions avec des diffuseurs se déroulent avec un taux $1/\tau$ et que les électrons sont alors diffusés aléatoirement dans l'espace [6]. Dans ce cas, la résistivité est donnée par la formule de Drude : $\rho^{-1} = ne^2\tau/m$ (où n est la densité électronique et m la masse électronique). Cette description met uniquement en oeuvre le caractère corpusculaire des électrons.

6. Lorsque le conducteur est placé dans un champ électrostatique, $\overrightarrow{E}$, la vitesse moyenne des électrons est alors $\langle v \rangle = eE\tau/m$

L'échelle mésoscopique apparaît comme la limite à partir de laquelle la cohérence de phase des électrons doit être prise en compte afin de traiter le problème du transport. A l'approche de cette limite, la conductivité moyenne, dans les milieux faiblement désordonnés, peut se voir modifiée par des corrections quantiques dues, par exemple, au phénomène de localisation faible (voir *e. g.* [43]).

Différentes longueurs caractéristiques dans les NTs

Le nanotube de carbone est caractérisé par son diamètre et sa longueur. Ces différentes grandeurs sont à comparer aux longueurs caractéristiques : la longueur d'onde de Fermi, λ_F, le libre parcours moyen, l_e, et la longueur de relaxation de phase, l_ϕ. La comparaison entre la longueur d'onde de Fermi et le diamètre du tube, d, permet de justifier du comportement unidimensionnel du conducteur [7]. La longueur de cohérence de phase est la dimension pertinente afin de délimiter le caractère mésoscopique du conducteur (voir *e.g.* [45]). Le domaine du transport quantique est limité à $L \lesssim l_\phi$, cette longueur étant, à basse température, de l'ordre de plusieurs microns dans les SW (voir *e. g.* [46]).

Le libre parcours moyen caractérise la distance moyenne entre deux chocs élastiques. Ce type de collisions ne brise pas la cohérence de phase. Des effets cohérents peuvent ainsi apparaître dans des milieux désordonnés [22], induisant une correction à la conductivité classique. Cela correspond à des conducteurs diffusifs, pour lesquels $l_e \ll L$, à la différence des conducteurs balistiques pour lesquels $L < l_e$. Lorsque des systèmes de faibles dimensions sont étudiés, faisant intervenir un faible nombre de canaux de conduction, les corrections de la conductance dues aux effets quantiques deviennent importantes, voire dominantes.

Différentes énergies caractéristiques dans les SW

A basse énergie, le nanotube de carbone se présente comme un îlot quantique dont le transport est régi par son spectre d'addition [47], d'énergie caractéristique ΔE_F [48]. Cette énergie se sépare, dans le cas simple, en une composante due aux interactions coulombiennes, l'énergie de charge [8] : e^2/C où C est la capacité entre le nanotube et les contacts, et une composante due à la quantification des niveaux d'énergie sur l'ilôt unidimensionnel [9] : $\Delta E \sim hv_F/2L$. Le taux de transmission, $\Gamma/\hbar$, à travers le système, introduit une nouvelle énergie caractéristique [10] : Γ. Dans le cas du transport cohérent, $k_BT \lesssim \Gamma$, les interférences quantiques doivent être prises en compte, comme nous le verrons dans la section 1.2.2.

Une autre échelle d'énergie apparaît, associée à l'effet Kondo, lorsque $k_BT \ll \Gamma \ll \Delta E$. Cet effet est dû au couplage entre des états isolés sur l'ilôt quantique et les électrons de la mer de Fermi et apparaît, dans sa version la plus simple, lorsque l'ilôt est occupé par un unique électron. Cet effet s'exprime par l'augmentation de la conductance pour des températures inférieures à la température Kondo, T_K, la conductance pouvant alors saturer jusque $2e^2/h$. L'énergie caractéristique de ce phénomène est la température Kondo : k_BT_K. Ce phénomène sera étudié en détails dans les chapitres 2 et 5.

7. Le nombre de sous-bandes dans la structure de bande du graphène est proportionnelle, pour une configuration fauteuil, à d/λ_F. Remarquons que pour un tel nanotube : $\lambda_F = 3a_0 = 0.74nm$ [44]

8. e^2/C donne, pour une capacité caractéristique de $10aF$, $16meV$

9. ΔE donne, avec $v_F = 8 \times 10^5 m/s$ et $L = 100nm$, $17meV$

10. Comme nous le verrons dans la section 1.2.2, $\Gamma \equiv T\hbar v_F/2L$ où T est la probabilité pour un électron de traverser le diffuseur, correspondant à l'ilôt quantique

1.1.3 Transport dans les nanotubes monoparois

Mesure du transport dans les transistors à base de nanotubes

La configuration que nous utilisons pour mesurer le transport dans les SW consiste à connecter le nanotube à deux électrodes : Source et Drain et à le coupler capacitivement à une grille. Le schéma représentatif d'une telle configuration est représenté figure 1.4. Les mesures sont effectuées en polarisant l'échantillon avec une tension continue et une faible excitation sinusoïdale, cette dernière permettant de déterminer la conductance différentielle $\partial_V I(V)$ (voir section 3.2.2). La tension de grille permet quant à elle de modifier le potentiel chimique sur le conducteur.

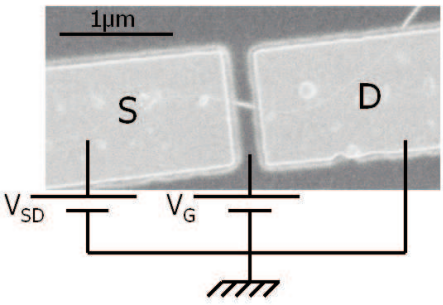


FIGURE 1.4 – Connexion typique d'un transitor à base de SW : le nanotube de carbone est connecté à deux électrodes de Pd (S et D) et couplé capacitivement à une grille

Les premières mesures de la conductance, en 1997, effectuées sur des cordes de nanotubes par Marc Bockrath *et al.* [5] et sur des nanotubes individuels par Sander J. Tans *et al.* [6] ont permis de mettre en évidence cette physique de boite par le chargement d'un unique électron et la mise en évidence de la quantification des niveaux d'énergie sur le conducteur dû à l'effet tunnel résonnant. La plupart de nos mesures sont effectuées dans cette configuration. Nous avons aussi adopté une configuration à trois terminaux que nous développerons dans le chapitre 6.

Les différents régimes observés dans les nanotubes

Dans les conducteurs unidimensionnels, le comportement électronique attendu est bien différent de celui en dimension plus élevée [49]. L'effet des interactions coulombiennes est amplifié à faible dimension et induit des écarts à la physique des fermions sans interactions : c'est la physique des liquides de Luttinger [50, 51]. Le facteur g, $g = 1/\sqrt{1 + 2e^2/C\Delta E}^{-1/2}$, caractérise la force des interactions et vaut 1 pour les liquides de Fermi.

Dans les SW, le comportement de liquides de Luttinger a fait l'objet de nombreuses études [17, 34, 52, 53]. Dans le régime cohérent, cet effet apparaît pour des énergies supérieures [11] à $\hbar/2gt_F$ où $t_F = L/v_F$ [53]. Cependant, ce type de comportement est assez similaire à celui du blocage de Coulomb dynamique [54]. Dans le chapitre 6, nous présenterons une configuration de mesure qui doit en principe nous permettre de sonder plus précisement cette physique.

11. Pour une longueur $L = 500nm$, $v_F = 8 \times 10^5 m/s$, nous obtenons $t_F = 0.625ps$ et $\hbar/2gt_F \sim 2meV$ avec $g \sim 0.3$

Par ailleurs, les différentes énergies caractéristiques conduisent à différents régimes de conduction dans le système [55]. Nous pouvons rencontrer le régime de blocage de Coulomb [12] ($\Gamma \ll k_BT, \Delta E \ll e^2/C$), la structure périodique à quatre électrons ($\Gamma \ll k_BT \ll \Delta E, e^2/C$) et l'effet tunnel résonnant présentant des oscillations de type Fabry-Pérot ($k_BT \lesssim \Gamma \ll \Delta E$). Ces différents cas de figure sont illustrés figure 1.5.

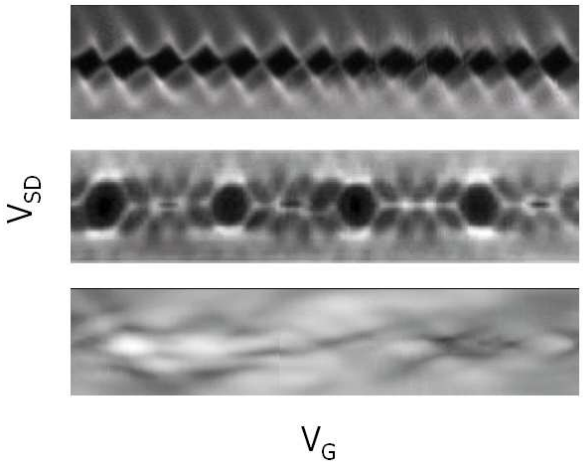


FIGURE 1.5 – Spectroscopies de SW dans différents régimes. De haut en bas, le graphe de la conductance différentielle en fonction de la tension Source-Drain et de la tension de Grille pour le blocage de Coulomb (données fournies par L.G. Herrmann et T. Kontos), la structure périodique à quatre électrons (tiré de [42]) et le régime de Fabry-Pérot électronique (échantillon $T5IIINT1$). L'ordre de grandeur de variation de V_{SD} est : $[-10mV, 10mV]$

Remarquons qu'un même échantillon peut présenter, pour différentes tensions de grille, différents régimes de conduction comme illustré pour l'échantillon $U4NT1$ (figure 1.6). Le bruit dans les SW sera étudié dans le régime de type Fabry-Pérot (chapitre 4) et dans le régime Kondo (chapitre 5).

1.2 Transport Cohérent

1.2.1 Transport dans le formalisme de Landauer-Büttiker

Dans cette partie, nous allons présenter le formalisme de Landauer-Büttiker, afin de définir le cadre théorique et le vocabulaire avec lequel nous travaillerons. Nous allons aussi introduire les outils qui nous serviront à ajuster les résultats expérimentaux.

Le système mésoscopique

Dans le domaine du transport quantique dans les nanostructures, de nombreuses formulations théoriques s'inscrivent dans le formalisme de Landauer-Büttiker [25] dans lequel les

12. Le régime de blocage de Coulomb se présente comme particulièrement intéressant afin d'étudier le spectre des excitations électroniques dans les SW [47, 56, 57], ce qui est indispensable afin d'étudier le transport dans ces conducteurs

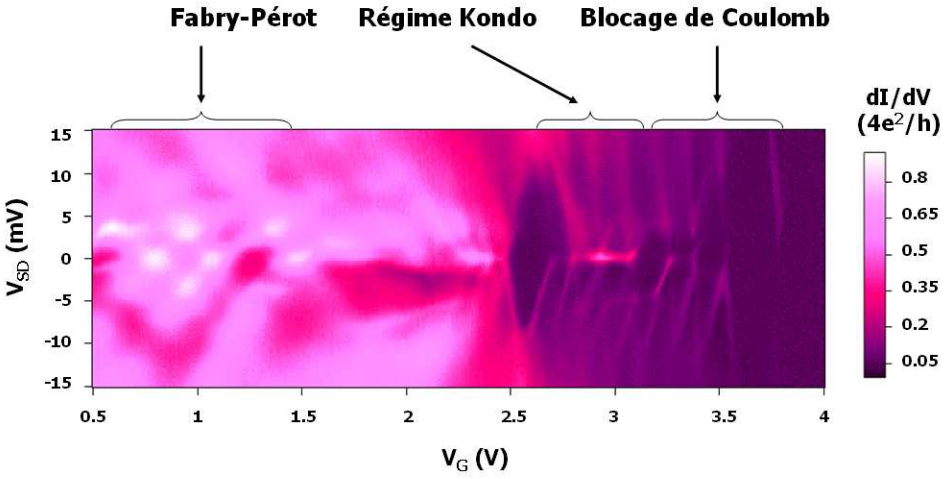


FIGURE 1.6 – Spectroscopie de l'échantillon $U4NT1$ présentant trois régimes de conduction distincts : le blocage de Coulomb, le régime de Fabry-Pérot électronique, l'effet Kondo

propriétés du transport sont reliées à celles de la diffusion. Son champ d'application comprend le transport électronique dans des conducteurs quantiquement cohérents connectés à des électrodes métalliques. Dans cette formulation, les contacts métalliques sont considérés comme des réservoirs de fermions, définis par une température T et un potentiel chimique μ qui permettent de maintenir un régime stationnaire. Nous allons considérer comme système de référence un nanotube de carbone connecté à des électrodes *Drain* (R, anode) et *Source* (L, cathode), comme illustré sur la figure 1.4. Le remplissage des états électroniques en fonction de l'énergie (E) est défini par la fonction de distribution de Fermi-Dirac :

$$f_{L/R}(E) = \frac{1}{1+e^{(E-\mu_{L/R})/k_BT}}$$

où la température, T, est considérée comme identique dans les deux contacts et les potentiels chimiques sont déterminés par $\mu_{L/R} = \mu_0 + eV_{L/R}$. La référence des énergies sera prise au niveau de Fermi *i.e.* $\mu_0 = 0$. Afin de mettre un premier pied dans ce formalisme du transport quantique, nous allons déterminer l'effet d'un diffuseur sur la conduction des électrons dans un fil unidimensionnel.

Diffusion par une impureté dans un conducteur unidimensionnel

Considérons un fil idéal, quantiquement cohérent. Ce système peut être considéré comme une boite quantique unidimensionnelle dont la taille tendrait vers l'infini. La densité d'états, pour des électrons sans spin, par unité de longueur et d'énergie est : $\frac{2}{hv(E)}$. Le nombre d'électrons traversant le conducteur, dans un sens, par unité de temps et d'énergie est alors : $2/hv(E) \times 1/2 \times v(E) = \frac{1}{h}$. La polarisation du système induit un courant électrique, I, valant :

$$I = e \times \frac{1}{h} \times (\mu_L - \mu_R) = \frac{e^2}{h} V$$

où $V = V_L - V_R$. La conductance pour un tel dispositif parfait vaut donc $G = \frac{I}{V} = \frac{e^2}{h}$. En considérant N dégénérescence quantique (spin, orbite,...), la conductance G vaut NG_0 où G_0 est le quantum de conductance ($G_0 = \frac{e^2}{h} \approx 38.74\mu S \approx (25.8k\Omega)^{-1}$).

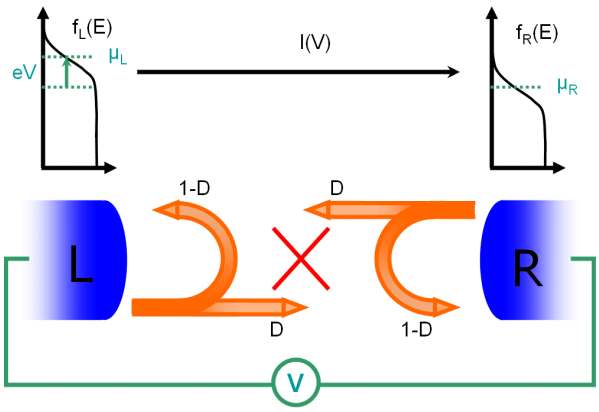


FIGURE 1.7 – Transport à travers un diffuseur. En haut : Remplissage des électrodes L et R et convention pour le sens du courant électrique (sens positif du courant dans l'électrode de gauche). En bas : Illustration de l'effet d'un diffuseur sur le transport

Ce dernier résultat sur le transport peut être interprété par l'image suivante : les électrons incidents arrivent individuellement avec un taux [13] $\Delta t = h/eV$. Le courant alors produit est : $I = e/\Delta t = e \times eV/h$. Cette image s'avèrera très utile lors de l'étude du bruit, menant à une vision simple de la statistique de passage des électrons [14].

La situation précédente prend explicitement en compte le principe d'exclusion de Pauli, chaque état disponible étant rempli. Lorsqu'un diffuseur est introduit dans le conducteur des changements sont induits sur le transport [58]. Soit $D(E)$ la probabilité pour un électron d'énergie E de traverser le diffuseur. Un électron venant du réservoir de gauche a une probabilité $D(E)f_L(E)(1 - f_R(E))$ de passer dans le réservoir de droite et inversement, la probabilité pour un électron de passer de l'électrode de droite à celle de gauche est : $D(E)f_R(E)(1 - f_L(E))$. Dès lors, le courant traversant l'impureté (illustrée sur la figure 1.7) s'écrit avec la formule de Landauer :

$$\begin{aligned} I &= \frac{e}{h}\int \Big(D(\epsilon)f_L(\epsilon)(1 - f_R(\epsilon)) - D(\epsilon)f_R(\epsilon)(1 - f_L(\epsilon))\Big)d\epsilon \\ &= \frac{e}{h}\int D(\epsilon)(f_L(\epsilon) - f_R(\epsilon))d\epsilon \end{aligned} \tag{1.2}$$

La diffusion d'électrons par plusieurs impuretés peut être traitée en s'intéressant à la probabilité pour qu'un électron issu d'une électrode soit réfléchi ou transmis à travers l'ensemble du système d'impuretés. Cette relation peut être généralisée dans le formalisme de la seconde quantification qui s'avère particulièrement pratique pour traiter les problèmes à N corps.

13. Cette relation pouvant être « reliée » au principe d'incertitude d'Heisenberg pour lequel $\Delta E \Delta t \sim h$ où $\Delta E \equiv eV$

14. La figure 1 apparaissant sur le troisième de couverture illustre ce passage séquentiel des électrons à travers le système

Etude du transport dans le formalisme des matrices de diffusion

La matrice de diffusion est un outil qui permet de relier les ondes incidentes au diffuseur aux ondes réfléchies ou transmises. Dans les contacts métalliques, nous supposons la décomposition des modes de propagation en modes longitudinaux (circulant suivant l'axe du conducteur) et transverses (indexés par n). Les amplitudes de probabilité des ondes électroniques longitudinales émises depuis le réservoir L (ou Source, S)/R (ou Drain, D) (resp. transmises vers le réservoir L/R) sont notées $a_{L/R,n}$ (resp. $b_{L/R,n}$). La matrice de diffusion (ou matrice s) relie ces différentes grandeurs de la manière suivante :

$$\begin{pmatrix} b_{L,1} \\ ... \\ b_{L,n} \\ b_{R,1} \\ ... \\ b_{R,n} \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} a_{L,1} \\ ... \\ a_{L,n} \\ a_{R,1} \\ ... \\ a_{R,n} \end{pmatrix}$$

Par principe de conservation du courant, la matrice s est unitaire. De plus, elle est symétrique si le système est invariant par renversement du temps. En traduisant le flux d'électrons dans le formalisme de la seconde quantification, l'opérateur courant électrique (circulant dans l'électrode de gauche) s'écrit sous la forme suivante [25] :

$$\hat{I}_L(t) = \frac{e}{h} \sum_n \int e^{i(\epsilon-\epsilon')t/\hbar} \big(\hat{a}^\dagger_{Ln}(\epsilon)\hat{a}_{Ln}(\epsilon') - \hat{b}^\dagger_{Ln}(\epsilon)\hat{b}_{Ln}(\epsilon')\big) d\epsilon d\epsilon' \tag{1.3}$$

En généralisant la matrice s à un problème dans lequel notre conducteur serait connecté à plusieurs électrodes métalliques (ou terminaux), le courant circulant dans une électrode α est déterminé par :

$$\hat{I}_\alpha(t) = \frac{e}{h} \sum_{n,m} \sum_{\beta,\gamma} \int e^{i(\epsilon-\epsilon')t/\hbar} \hat{a}^\dagger_{\beta m}(\epsilon) A^{mn}_{\beta\gamma}(\alpha,\epsilon,\epsilon') \hat{a}_{\gamma n}(\epsilon') d\epsilon d\epsilon' \tag{1.4}$$

où $A^{mn}_{\beta\gamma}(\alpha,\epsilon,\epsilon') = \delta_{mn}\delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha\gamma} - \sum_k s^\dagger_{\alpha\beta,mk} s_{\alpha\gamma,kn}$, ce qui donne comme courant moyen :

$$\langle I_\alpha \rangle = \frac{e}{h} \sum_n \sum_\beta \int d\epsilon f_\beta(\epsilon) (\delta_{\alpha\beta} - \sum_k s^\dagger_{\alpha\beta,nk} s_{\alpha\beta,kn}) \tag{1.5}$$

Cette relation se présentera utile lorsque l'étude sera étendue à une configuration à trois terminaux (voir chapitre 6). Dans une configuration à deux terminaux, le courant moyen s'écrit :

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{h} \int Tr(s^\dagger_{RL} s_{RL})(f_L(\epsilon) - f_R(\epsilon)) d\epsilon$$

où s_{RL} est la matrice bloc tirée de la matrice s et est définie par : $\hat{b}_L = s_{LL}\hat{a}_L + s_{RL}\hat{a}_R$ où $(\hat{a}/\hat{b})_{L/R} \equiv ((\hat{a}/\hat{b})_{L/R})_n$. Cette formulation en terme de matrices de diffusion ne s'applique pas forcément au régime en interactions [59]. Dans le cas sans interactions, le courant moyen peut alors se réécrire :

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{h} \sum_n \int D_n(\epsilon)(f_L(\epsilon) - f_R(\epsilon)) d\epsilon \tag{1.6}$$

où les D_n sont les valeurs propres de $s_{RL}^{\dagger} s_{RL}$, ce qui donne comme conductance différentielle à température nulle :

$$G = \frac{\partial \langle I_L \rangle}{\partial V}\Big|_{V=0,T=0} = \frac{e^2}{h} \sum_n D_n$$

En prenant en compte les interactions électroniques, l'existence de processus inélastiques rend la formulation (1.6) inadéquate. C'est le cas dans le régime Kondo que nous présenterons chapitre 5 pour lequel nous introduirons des transmissions effectives, permettant de rendre compte des interactions électroniques de manière autocohérente.

Le problème du transport dans les nanostrucutres peut ainsi se réduire à l'étude des modes propres de propagation du système d'impuretés. Ces modes propres ont été définis comme des modes longitudinaux de transport. Dans les nanotubes, la base naturelle des modes de propagations donne deux modes avec une composante transverse opposée, faisant circuler les électrons dans un sens « horaire » et « anti-horaire ». Ces modes peuvent être couplés, les états propres de propagation, notés 1 et 2, sont alors déduits de cette base naturelle.

1.2.2 Transport à travers un interféromètre de type Fabry-Pérot électronique

Le régime d'effet tunnel résonnant exhibant un comportement de type Fabry-Pérot électronique est particulièrement intéressant pour cette étude car il s'inscrit dans un régime où l'effet des interactions est faible. Ce comportement va ainsi nous permettre d'étudier le courant moyen et les fluctuations du courant dans une situation modèle (voir chapitre 4).

Dans le système mésoscopique, le transport est modulé par la transmission d'une impureté (ou d'un système d'impuretés), l'électron étant alors transmis à travers le diffuseur avec une probabilité D. Dans un conducteur cohérent, la diffusion des électrons induit une modulation du transport par les interférences quantiques. Pour le dispositif présenté figure 1.4, nous obtenons deux impuretés correspondant aux jonctions électrode-nanotube.

Modèle de diffusion

Nous pouvons modéliser la diffusion par une impureté dans le formalisme de la matrice s introduit section 1.2.1. En ne considérant qu'un unique canal de conduction, cette matrice peut prendre la forme :

$$s = \begin{pmatrix} i\sqrt{1-D}e^{i\delta} & \sqrt{D} \\ \sqrt{D} & i\sqrt{1-D}e^{-i\delta} \end{pmatrix} \tag{1.7}$$

Cette matrice générique respecte la propriété d'unitarité et de symétrie (cette forme est dérivable à partir d'une description hamiltonienne du problème [60], en introduisant un potentiel diffuseur localisé sur l'électrode : $V(x) = \hbar v_F \lambda \delta(x)$ [15]). Dans les nanotubes de carbone, le transport est dégénéré sur les états de spin [16], seuls les deux canaux orbitaux ne possèdant pas forcément le même comportement énergétique sont de manière générale non dégénérés. Un couplage entre les états K et K' [62] impose, en général, de travailler avec une matrice

15. Le même type de matrice serait obtenu en considérant la paramétrisation $\delta = 0$, $D = \cos^2(\arctan(\lambda))$ et à une phase globale $(-\arctan(\lambda))$ près [61]

16. En fait, il existe un léger couplage entre les états de spin et les états orbitaux mais ce couplage peut, pour cette étude, être négligé [57]

s de dimension 4. En supposant un faible potentiel V, associé à un diffuseur, la matrice s correspondante peut être déterminée en utilisant l'approximation de Born [36] :

$$s_{\alpha\beta ij} \approx \delta_{\alpha\beta ij} + \frac{i}{\hbar v_F}\langle\psi_{\alpha i}|V|\psi_{\beta j}\rangle$$

où $\alpha, \beta \in \{L, R\}$, $i, j \in \{1, 2\}$. Nous allons considérer une diffusion localisée, induite par les jonctions électrode-nanotube : $\langle\psi_{\alpha i}|V|\psi_{\beta j}\rangle = \delta_{\alpha\beta}V_{\alpha ij}$. Dès lors, la matrice s caractérisant la diffusion par le contact peut s'écrire sous la forme :

$$s \approx \underbrace{\begin{pmatrix} (0) & \mathbb{I}_2 \\ \mathbb{I}_2 & (0) \end{pmatrix}}_{\widetilde{\mathbb{I}}_4} + i\begin{pmatrix} R & (0) \\ (0) & R \end{pmatrix} \text{ où } R = \begin{pmatrix} r & \rho e^{-i\kappa} \\ \rho e^{-i\kappa} & re^{-i\delta} \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

où $\mathbb{I}_n$ est la matrice identité de rang n. Afin de rendre s unitaire, nous allons considérer l'ansatz suivant :

$$s = \widetilde{\mathbb{I}_4} \times e^{i\begin{pmatrix} (0) & R \\ R & (0) \end{pmatrix}} \tag{1.9}$$

Cette forme matricielle permet de modéliser le couplage entre les canaux K et K'. Nous pouvons remarquer (voir annexe A.1) que dans la limite de canaux dégénérés, la matrice s se réécrit sous la forme de l'équation (1.7).

Transmission du système diffuseur

Nous pouvons maintenant considérer le système global de diffusion, en considérant des canaux dégénérés de conduction (afin d'avoir des formes simplifiées pour les résultats analytiques, les calculs se basant sur la matrice (1.9) ne seront faits que de façon numérique). Les matrices de diffusion des contacts, $s_{L/R}$, sont déterminées par l'équation (1.7). Pour le transport dans le nanotube, nous allons considérer une propagation libre :

$$s_\phi = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\phi} \\ e^{i\phi} & 0 \end{pmatrix}$$

où ϕ est la phase acquise lors du parcours à travers le conducteur (soit $\phi = kL$). Le système global se présente ainsi sous la forme suivante :

$$\begin{matrix} a_L & \rightarrow \\ b_L & \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} \\ s_L \\ \\ \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} \\ s_\phi \\ \\ \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \begin{pmatrix} \\ s_R \\ \\ \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow & b_R \\ \leftarrow & a_R \end{matrix} \tag{1.10}$$

Le calcul de la matrice s du système complet est développé en annexe (voir annexe A.2) et fait intervenir des matrices de transmission, m, qui se conjuguent plus facilement que des matrices de diffusion ($m_{sys} = m_R m_\phi m_L$). Nous obtenons une transmission, en se référant à l'équation (A.1), qui vaut :

$$D = \left|\frac{\sqrt{D_R}\sqrt{D_L}e^{i\phi}}{1 + e^{i(2\phi+\delta_R-\delta_L)}\sqrt{1-D_L}\sqrt{1-D_R}}\right|^2 \tag{1.11}$$

Cette relation est aisément réobtenue en considérant la probabilité, D, comme module au carré de la somme des amplitudes de probabilité des différents trajets possibles [17] :

$$\begin{aligned} D &= \big|\sqrt{D_L}e^{i\phi}\sqrt{D_R} + \sqrt{D_L}e^{i\phi}i\sqrt{1-D_R}e^{i\delta_R}e^{i\phi}i\sqrt{1-D_L}e^{-i\delta_L}e^{i\phi}\sqrt{D_R} \\ &\quad + \sqrt{D_L}e^{i\phi}i\sqrt{1-D_R}e^{i\delta_R}e^{i\phi}i\sqrt{1-D_L}e^{-i\delta_L}e^{i\phi}i\sqrt{1-D_R}e^{i\delta_R}e^{i\phi}i\sqrt{1-D_L}e^{-i\delta_L}e^{i\phi}\sqrt{D_R} + ... \big|^2 \end{aligned} \tag{1.12}$$

car, d'après l'équation (1.7), l'amplitude de probabilité de transmission à travers (resp. réflexion sur) les contacts est $\sqrt{D_{L/R}}$ (resp. $i\sqrt{1-D_{L/R}}e^{\pm i\delta_{L/R}}$). Cette équation conduit à la forme (1.11) de la transmission. Ce phénomène, particulièrement générique, permet de se placer « in situ » dans un régime de transmission proche de 1 (lorsque $D_L \sim D_R$), indispensable pour atteindre le régime de faible rétrodiffusion (ce que nous verrons chapitre 4). En développant autour de $\phi_0 = \frac{\delta_L - \delta_R}{2} + \frac{\pi}{2} + n_0\pi$, $n_0 \in \mathbb{N}$, nous obtenons :

$$D(\phi) \approx \frac{D_0\omega^2}{\omega^2 + (\phi-\phi_0)^2}, \text{ avec } \left\{ \begin{array}{rcl} \omega &=& \frac{1-\sqrt{1-D_R}\sqrt{1-D_L}}{2\sqrt[4]{(1-D_R)(1-D_L)}} \\ D_0 &=& \frac{D_L D_R}{(1-\sqrt{1-D_R}\sqrt{1-D_L})^2} \end{array} \right. \tag{1.13}$$

La transmission prend alors une forme lorentzienne dont le maximum peut atteindre 1 dans le cas parfaitement symétrique ($D_L = D_R$). Dans le régime de faibles transmissions, nous obtenons $\omega \sim \frac{D_L+D_R}{4}$ et $D_0 \sim D_L D_R \times (\frac{D_L+D_R}{2})^{-2}$. Cette transmission décrit le transport dans un système ayant un canal de conduction dans le régime d'effet tunnel résonnant. Cependant, dans les nanotubes de carbone, les canaux de conduction ne sont pas forcément dégénérés : les phases $\delta_{L/R}$ pouvant dépendre de l'orbitale, les états de spin et orbitaux pouvant être couplés [57],...

L'effet tunnel résonnant dans les nanotubes de carbone

Nous allons adapter cette situation au cas d'un SW. La formule (1.1) donne la relation de dispersion pour les modes K et K' de conduction. Nous nous plaçons dans un rapport $\frac{\hbar v_F|k-k_0|}{E_g}$ suffisamment grand où k_0 est le lieu du minimum de la bande de valence [18]. L'énergie cinétique vaut alors : $E \approx \pm\hbar v_F(k-k_0)$, et la phase, $\phi_\pm$, dépendante de l'orbitale (les signes $+$ et $-$ correspondent respectivement aux orbitales K et K') s'écrit alors : $\phi_\pm = k_0 L \pm \frac{E}{\hbar v_F}$. Nous obtenons :

$$\phi_\pm = k_0 L \pm \left(\frac{\epsilon}{\hbar v_F}L + \frac{\pi}{4}\frac{C_G V_G}{e}\right) \tag{1.14}$$

où ϵ est l'énergie d'un électron incident et C_G est la capacité entre le tube et la grille (l'effet de la grille est défini de manière autocohérente [36]). Nous pouvons écrire :

$$(\phi-\phi_0)_\pm = \pm\frac{L}{\hbar v_F}((\epsilon + aV_G) - \epsilon_{0,\pm})$$

avec $\frac{a}{e} = \frac{\pi C_G}{4e^2} \times \frac{\hbar v_F}{L}$, $\epsilon_{0,\pm} = \pm(\epsilon_{\delta,\pm} + \frac{hv_F}{2L}(\frac{1}{2} + (n_{0,\pm} - N)))$ et $\epsilon_{\delta,\pm} = \frac{\hbar v_F}{L}\frac{\delta_{L,\pm}-\delta_{R,\pm}}{2}$, en utilisant la notation $k_0 L = \pi N$ ($N \in \mathbb{R}$). Ainsi, lorsque les différences de décalage de phase

17. Pour lequel la sommation correspond à : une transmission directe à travers le deux impuretés, une transmission après un aller-retour entre les deux impuretés, une transmission après deux aller-retours entre les deux impuretés,...

18. k_0 est mesuré suivant l'axe du tube et vaut, d'après (1.1), $2\pi/3a_0$ pour un nanotube fauteuil

$\delta_{L,\sigma} - \delta_{R,\sigma}$ sont nuls et N entier, les énergies de résonances, $\epsilon_{0,\sigma}$ sont identiques (modulo $\hbar v_F \pi / L$). Lorsque les orbitales K et K' ne sont pas couplées, la somme des transmissions se réécrit :

$$D(\phi_+) + D(\phi_-) \equiv \sum_{\sigma=+/-} D_{BW,\sigma}(\epsilon + aV_G)$$

où D_{BW} est donnée par la formule de Breit-Wigner :

$$D_{BW,\sigma}(\epsilon) \equiv \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\left(\frac{\Gamma_L+\Gamma_R}{2}\right)^2 + (\epsilon - \epsilon_{0,\sigma})^2} \tag{1.15}$$

avec $\Gamma_\alpha = D_\alpha \frac{\hbar v_F}{2L}$, dans la limite des faibles transmissions [19]. Nous obtenons un phénomène d'oscillation en énergie de la transmission, avec une période correspondant à l'écartement entre niveau d'une boite quantique de taille L et un maximum pouvant atteindre 1 lorsque les contacts L et R sont symétriques. La transmission prend autour des maxima une forme simple, lorentzienne, à partir de laquelle nous pourrons déterminer de manière analytique le courant et le bruit. La correspondance de la transmission [20] lorentzienne, donnée par la formule (1.13), déterminée à partir de la matrice de diffusion (1.9) est représentée figure 1.9 pour les termes [21] de couplage $r_L = 0.3$ et $r_R = 0.7$.

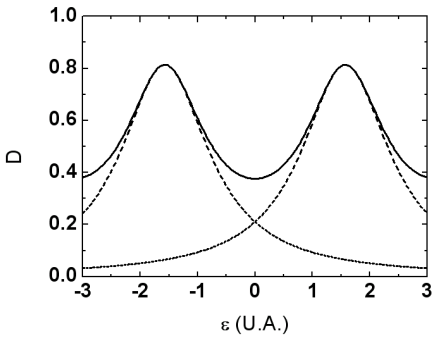


FIGURE 1.8 – La transmission D dans le cas dégénéré : Détermination numérique à partir du modèle (1.10) et des matrices de diffusion (1.9) (trait plein) et Correspondances lorentziennes (Pointillé) centrées en $hv_F/4L$ et $-hv_F/4L$, avec $r_L = 0.3$, $r_R = 0.7$ comme paramètres de la matrice de diffusion (1.9)

L'approximation lorentzienne s'adapte tout particulièrement à l'étude locale de la transmission et particulièrement autour des maxima. Nous avons poussé l'étude numérique à l'effet d'un couplage entre les orbitales K et K' ($\rho \neq 0$ dans (1.9)).

Nous avons représenté sur la figure 1.9 les courbes des transmissions D_1 et D_2, des états propres de conduction, en fonction de l'énergie dans les cas : (Noir) dégénéré ($r_L = 0.3$ et $r_R = 0.7$), (Rouge) déphasé (nous ajoutons un déphasage, $\delta_{L/R} = \pm 0.7$) et (Bleu) couplé (nous rajoutons une constante de couplage entre les orbitales K et K' : $\rho_{L/R} = 0.2$). L'approximation

19. les formes de $\Gamma_{L/R}$ obtenues dans le cas de transmissions arbitraires dépendent chacunes à la fois de D_L et D_R

20. D'après l'annexe A.1, la correspondance $r \leftrightarrow D$ entre les équations (1.9) et (1.13) est $\cos^2(r) \equiv D$

21. Les autres éléments des matrices $s_{L/R}$ étant nuls

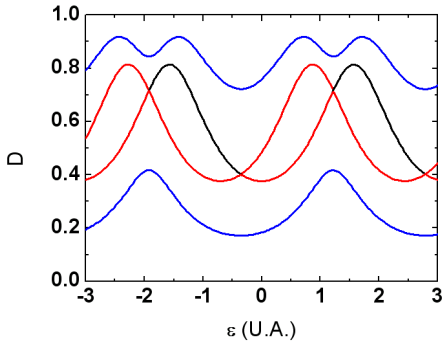


FIGURE 1.9 – Les transmissions D_1 and D_2 déterminées à partir du modèle (1.10) et des matrices de diffusion (1.9) : Cas dégénéré - noir - $r_L = 0.3$, $r_R = 0.7$, Cas déphasé - rouge - avec un déphasage, $\delta_{L/R} = \pm 0.7$; Cas couplé - bleu - avec un couplage $\rho_{L/R} = 0.2$

lorentzienne, telle qu'elle est définie équation (1.15), ne s'adapte pas au cas couplé. Cependant, il est possible de faire des approximations lorentziennes locales afin d'étudier analytiquement le courant et le bruit.

Détermination de la conductance différentielle

La transmission permet de moduler le courant traversant le système diffuseur. Dans le cas idéal où le potentiel chimique sur le nanotube s'équilibre parfaitement avec celui des contacts, l'énergie (cinétique) des électrons sur le conducteur est décalée de $-\frac{eV}{2}$. Dans le cas plus général où une asymétrie est prise en compte par le paramètre η, en s'appuyant sur l'expression (1.6), le courant s'écrit :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e}{h} \sum_i \int D_i(\epsilon - \frac{1+\eta}{2} eV)(f(\epsilon - eV) - f(\epsilon)) d\epsilon \tag{1.16}$$

en intégrant V_G dans le terme ϵ (ϵ correspond à $\epsilon + aV_G$ dans le terme de la transmission). $\frac{1+\eta}{2}eV$ est le décalage du potentiel chimique sur le nanotube dû à la polarisation V. Le terme η est lié à l'asymétrie de l'effet d'écran de la charge sur l'ilôt dû à la différence des couplages avec les électrodes L/R. Nous déterminerons de manière autocohérente, dans la section 1.2.3, ce terme de décalage en fonction des couplages avec les contacts. Nous pouvons réécrire le courant sous la forme :

$$\langle I_L \rangle = \frac{2e}{h} \sum_i \int D_i(\epsilon)(f_L(\epsilon) - f_R(\epsilon)) d\epsilon \tag{1.17}$$

où $f_{L/R} = f(\epsilon - eV_{L/R})$ et $V_{L/R} = \frac{\pm 1 - \eta}{2} V$. Dans la limite des basse température, les dérivées des fonctions de Fermi s'écrivent : $\partial_V f_\alpha(\epsilon) = e\partial_V(V_\alpha)\delta(\epsilon - eV_\alpha)$. La conductance différentielle est alors donnée par :

$$\frac{\partial I}{\partial V} = \frac{2e^2}{h} \sum_i \frac{1-\eta}{2} D_i(\frac{1-\eta}{2} eV) + \frac{1+\eta}{2} D_i(-\frac{1+\eta}{2} eV) \tag{1.18}$$

La conductance différentielle s'écrit comme la somme des transmissions aux énergies des potentiels chimiques des électrodes, pondérée par un terme dépendant de l'asymétrie. Cette dernière formule nous montre que la transmission n'est pas directement proportionnelle à la conductance et que les mesures de la conductance différentielle, que nous effectuerons par la suite, ne donnent qu'une information partielle menant à la transmission du système.

1.2.3 Transport à travers un état discret

Le traitement en terme d'état discret s'avère justifié pour les régimes que nous allons étudier, bien que leurs comportements soient fondamentalement différents. En effet, l'effet Kondo présente un état discret habillé par les interactions. Le Fabry-Pérot correspond approximativement à un état discret sans interactions. Nous avons vu précédemment que l'effet tunnel résonnant imposait une forme de type Breit-Wigner pour la transmission. La forme lorentzienne, décrivant le transport à travers un état discret, se présente généralement comme un bon ansatz pour la transmission, les maxima de la conductance que nous allons étudier en détails se présentant localement comme des lorentziennes et cette forme étant intégrable à haute énergie.

Traitement de l'impureté

Nous allons maintenant considérer le problème d'une impureté localisée, d'énergie ϵ_0 et de temps de vie $\frac{\hbar}{\Gamma}$ où $\Gamma = \frac{\Gamma_L+\Gamma_R}{2}$. L'opérateur $d^\dagger$ (resp. d) correspond à la création (resp. d'annihilation) d'une charge sur cette impureté. Cette approche sera réutilisée lorsque nous étudierons le problème de la résonance Kondo avec le modèle d'Anderson [63].

Nous allons étudier le problème du transport dans le régime sans interaction. Les résultats seront similaires dans le régime en interaction en considérant que les taux de transition $\frac{\Gamma_{L/R}}{\hbar}$ sont peu dépendants de l'énergie [64]. La densité spectrale sur l'ilôt quantique est définie par : $A(\epsilon) = -\frac{1}{\pi}\Im(G^r(E))$ où $G^r(E)$ est la fonction de Green retardée de l'état discret sur le nanotube de carbone ($G^r(t) = -i\theta(t)\langle d^\dagger(t)d(0) + d(t)d^\dagger(0)\rangle$). Dans le cas d'un état d'énergie ϵ_0 n'interagissant pas avec l'extérieur, nous avons [65] : $G^r(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon-\epsilon_0+i0^+}$. En considérant un couplage avec l'extérieur, nous pouvons écrire la fonction de Green de la manière suivante :

$$G^r(\epsilon) \quad = \quad \frac{1}{\epsilon - \tilde{\epsilon}_0 + i\Gamma}$$

où $\tilde{\epsilon}_0$ est l'énergie renormalisée par la présence des contacts (à laquelle s'ajoute un terme de self-energy) et $\Gamma = \frac{\Gamma_L+\Gamma_R}{2}$. La densité d'états occupés (resp. vides) sur le nanotube, n_o (resp. n_e), s'écrit $A(\epsilon)f^{eff}(\epsilon)$ (resp. $A(\epsilon)(1-f^{eff})(\epsilon)$). f^{eff} correspond à une fonction d'occupation effective et est définie par [64] :

$$f^{eff} \quad = \quad \frac{\Gamma_L f_L + \Gamma_R f_R}{\Gamma_L + \Gamma_R}$$

Cette forme suppose une répartition des fonctions d'occupation des électrodes sur le conducteur et ne prend pas en compte les effets liés au chauffage. Une telle forme pour la fonction de distribution a été mesurée très récemment par Yung-Fu Chen *et al.* [66] ainsi que les modifications dues aux effets de chauffage menant à une fonction de Fermi avec une température effective.

Le courant dans l'électrode de gauche par unité d'énergie peut se calculer comme le taux de sortie (soit $\frac{\Gamma_L}{\hbar} \times n_e \times f_L$) moins le taux d'entrée des électrons du nanotube vers l'électrode (soit $\frac{\Gamma_L}{\hbar} \times n_o \times (1 - f_L)$), dès lors :

$$I_L = \frac{e}{\hbar} \int d\epsilon \Gamma_L \big(n_e f_L(\epsilon) - n_o(\epsilon)(1 - f_L(\epsilon)) \big)$$

Nous obtenons alors le résultat démontré par Meir et Wingreen [59] :

$$I_L = \frac{e}{\hbar} \int d\epsilon A(\epsilon) \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} (f_L(\epsilon) - f_R(\epsilon))$$

Un tel résultat reste, dans une certaine mesure, valable dans le cas en interaction. Pour une impureté résonnante, $A(\epsilon) = -\frac{1}{\pi} \Im(\frac{1}{\epsilon - \tilde{\epsilon}_0 + i\Gamma})$, d'où il apparait une transmission de type « Breit-Wigner » :

$$D(\epsilon, V, T) = \frac{\alpha \Gamma^2}{(\epsilon - \tilde{\epsilon}_0)^2 + \Gamma^2} \tag{1.19}$$

où $\alpha = \frac{4\Gamma_L \Gamma_R}{(\Gamma_L + \Gamma_R)^2}$. Par ailleurs, la charge présente sur le système, Q, s'écrit :

$$Q = e \int d\epsilon A(\epsilon) f^{eff}(\epsilon) \tag{1.20}$$

Cette dernière forme va s'avérer très utile pour déterminer le décalage du potentiel chimique sur le conducteur suite à la polarisation pour une tension V.

Détermination du courant et de la charge

Nous allons déterminer la forme du courant pour une transmission donnée par la formule (1.19). Considérons les fonctions de Fermi : $f_L = f(\epsilon - \frac{1-\eta}{2} eV)$ et $f_R = f(\epsilon + \frac{1+\eta}{2} eV)$ qui rendent compte du décalage du potentiel chimique décrit par l'équation (1.16). Nous obtenons alors (voir annexe B.1) :

$$I(V) = \frac{e}{h} \pi \alpha \Gamma \sum_{\sigma = \pm 1} \sigma \Lambda(\alpha_\sigma, t) \tag{1.21}$$

où,

$$\Lambda(\alpha, t) = \frac{i}{2\pi} \big(\Psi(\frac{1}{2} + i\alpha + t) - \Psi(\frac{1}{2} - i\alpha + t) \big) \tag{1.22}$$

avec Ψ, la fonction digamma, $t = \frac{\Gamma}{2\pi k_B T}$ et $\alpha_\sigma = \big(\tilde{\epsilon}_0 - \frac{\sigma - \eta}{2} eV \big) \big(2\pi k_B T \big)^{-1}$. De la même manière, nous pouvons déterminer, d'après l'équation (1.20), la charge moyenne (comprise entre 0 et 1 pour un seul état) :

$$Q = \frac{e}{2\pi \alpha \Gamma^2} \int d\epsilon D(\epsilon) (\Gamma_L f_L(\epsilon) + \Gamma_R f_R(\epsilon))$$

Cela nous donne (voir annexe B.2) :

$$Q = \frac{e}{2\Gamma} \sum_\sigma \Gamma_\sigma \big(\frac{1}{2} + \Lambda(\alpha_\sigma, t) \big) = \frac{e}{2} + \frac{e}{2\Gamma} \sum_\sigma \Gamma_\sigma \Lambda(\alpha_\sigma, t) \tag{1.23}$$

Le régime de faible température est donné par la condition : $k_BT \ll \tilde{\epsilon}_0, \Gamma$. En remarquant que $\Psi(z) \sim \ln(z)$ pour $z \gg 1$, nous obtenons $\Lambda(\alpha, t) \sim -\frac{1}{\pi}\arctan(\frac{\alpha}{t})$. Dès lors,

$$\left\{ \begin{array}{rcl} I & = & \frac{e}{h}\pi\alpha\Gamma \arctan(\frac{2V\Gamma}{\Gamma^2+(\tilde{\epsilon}_0+\eta\frac{V}{2})^2-(\frac{eV}{2})^2}) \\ Q & = & \frac{e}{2} - \frac{e}{2\Gamma}\sum_\sigma \Gamma_\sigma \frac{1}{\pi}\arctan(\frac{\alpha_\sigma}{t}) \end{array} \right. \tag{1.24}$$

En supposant que la charge est conservée entre l'état à l'équilibre et l'état hors de l'équilibre (mise sous tension V), l'équation qui lie les couplages entre les électrodes et le décalage du potentiel chimique s'écrit sous la forme obtenue par T. Christen et M. Büttiker [67] :

$$\Gamma_L \arctan(\frac{\tilde{\epsilon}_0 - \frac{1-\eta}{2}eV}{\Gamma}) + \Gamma_R \arctan(\frac{\tilde{\epsilon}_0 + \frac{1+\eta}{2}eV}{\Gamma}) = 2\Gamma \arctan(\frac{\tilde{\epsilon}_0}{\Gamma})$$

Une équation similaire sera obtenue pour l'effet Kondo (équation (5.5)), ce qui nous permettra de déterminer de manière autocohérente les paramètres de l'état discret : $\tilde{\epsilon}_0$ et Γ. En développant pour de faibles tensions, nous obtenons :

$$\eta = \frac{\Gamma_L - \Gamma_R}{\Gamma_R + \Gamma_L} \tag{1.25}$$

Le cas parfaitement symétrique donne un décalage, η, nul alors que le cas fortement asymétrique fait tendre ce paramètre vers 1 (ou -1). La valeur de la transmission maximale, $\alpha = \frac{4\Gamma_L\Gamma_R}{(\Gamma_L+\Gamma_R)^2}$, s'écrit :

$$\alpha = 1 - \eta^2 \tag{1.26}$$

Cette dernière formulation donne de manière autocohérente une relation entre l'asymétrie des couplages avec les électrodes et le décalage du potentiel chimique sur le conducteur. Elle sera utile afin d'ajuster les resultats expérimentaux dans le régime de rétrodiffusion faible.

De plus, nous pouvons remarquer qu'en développant la formule du courant (1.21), pour une résonance ($\tilde{\epsilon}_0 = 0$) et à de faibles tensions ($eV \ll \Gamma$), nous obtenons : $I(V) \approx \frac{e^2}{h}\alpha V$, ce qui donne comme constante différentielle : $G = G_0 D_0$ où $D_0 = \alpha$.

Chapitre 2

Bruit classique et quantique

2.1 Fluctuations de courant dans les conducteurs

2.1.1 Autocorrélation du courant

Généralités

Le courant électrique se présente comme un processus stochastique (comme imagé sur la figure 2.1) dont les caractéristiques statistiques nous renseignent sur le transport électronique. Une première source d'information est la valeur moyenne du courant, notée I_0 (mesurée par le biais de la conductance différentielle moyenne), traduisant la réponse électronique moyenne à une excitation.

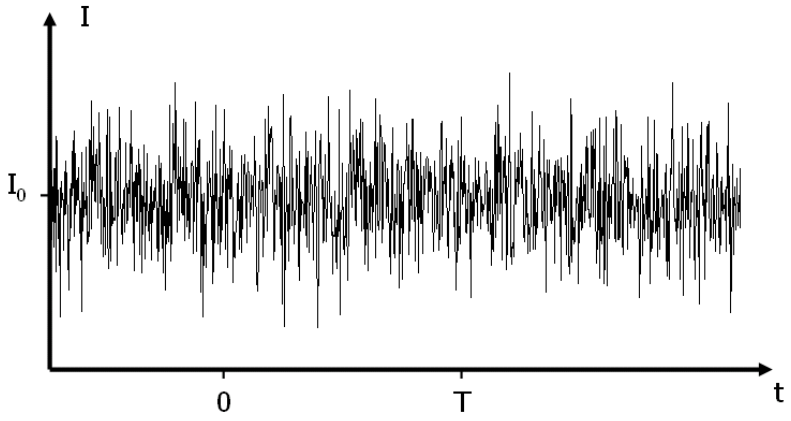


FIGURE 2.1 – Courant électrique en fonction du temps

Les fluctuations du courant sont, quant à elles, beaucoup plus sensibles aux interactions électroniques et permettent entre autres de sonder la granularité des porteurs de charge. Nous avons étudié, dans le chapitre précédent, le transport par le biais du courant moyen. Nous allons maintenant introduire les outils nécessaires à l'étude des fluctuations.

Description des fluctuations du courant

Nous considérons le courant comme un processus stochastique, stationnaire dont la valeur moyenne temporelle, I_0, est définie par :

$$I_0 \equiv \overline{I} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} I(t)dt$$

Les fluctuations du courant définies par $\delta I(t) = I(t) - I_0$ permettent d'introduire la densité spectrale de bruit, $S_I(f)$, définie par :

$$S_I(f) = 2\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \langle \delta I(t)\delta I(t+\tau)\rangle e^{2i\pi f\tau} \tag{2.1}$$

ce qui est indépendant de t pour un tel processus. $\langle I\rangle$ correspond à la moyenne d'ensemble du courant (sur les résultats que l'on obtiendrait en répétant un grand nombre de fois la mesure du courant dans les mêmes conditions).

Finalement, le théorème de Wiener-Khinchin nous permet d'écrire [1] :

$$S_I(f) = \langle |\hat{\delta I}(f)|^2\rangle \tag{2.2}$$

Cette dernière relation sera utilisée afin d'étudier expérimentalement les fluctuations du courant.

Différents types de bruit

De nombreux phénomènes sont à l'origine de fluctuations du courant électrique. Dans les circuits électroniques, ces fluctuations sont généralement dues à des phénomènes parasitaires que l'on tente de supprimer. Le bruit en $1/f$ (ou bruit de scintillation [2], « flicker noise ») en est un exemple fréquemment rencontré [68]. Par contre, des propriétés intrinsèques à la physique du transport électronique sont à l'origine de fluctuations incompressibles du courant.

Le bruit de Johnson-Nyquist, induit par la fluctuation de l'occupation des états due à l'agitation thermique, et le bruit de grenaille, dû au passage aléatoire des porteurs de charge, correspondent à ces deux bruits fondamentaux.

2.1.2 Fluctuations de courant intrinsèques

Bruit de Johnson-Nyquist

Le bruit en courant dû à l'agitation thermique des porteurs de charge fut mesuré pour la première fois en 1928, par J. B. Johnson [69], puis formalisée par H. Nyquist [70]. A l'équilibre thermique, la puissance dissipée par une résistance R, par unité de fréquence, vérifie :

$$\frac{\langle V^2\rangle_{f\to 0}}{R} \quad = \quad 4k_BT$$

où V est la force électromotrice aux bornes de la résistance et $\langle V^2\rangle_f$ la densité spectrale des fluctuations de tension (cela donne, avec $V = RI$: $S_I(f) = 4k_BT/R$ pour le bruit en courant).

1. la définition exacte de $S_I(f)$ est donnée par $\lim_{T\to\infty}\langle|\widehat{\delta_T I}(f)|^2\rangle/T$ où $\delta_T I = \mathbb{I}_{[0,T]} \times \delta I$

2. Le bruit en $1/f$ est décrit avec une densité spectrale en $1/f^\alpha$ où α donne des valeurs expérimentales comprises entre 0.8 et 1.3 [68]

Cette relation est en fait généralisable pour tout système dissipatif et permet de relier une propriété du système à l'équilibre (les fluctuations de sa « force généralisée », V) et un paramètre de dissipation (la résistance R) [71]. Elle correspond au théorème de fluctuation-dissipation.

Bruit de grenaille

Le bruit de grenaille est une conséquence directe de la granularité de la charge : le courant est généré par des porteurs de charge dont le passage est aléatoire. Lorsque les électrons sont émis avec une distribution poissonienne en temps, les fluctuations du courant prennent la forme [26] :

$$S_I(f) = 2e|I|$$

qui est la valeur de Schottky du bruit [72]. Ce type de bruit est indépendant de la fréquence (bruit blanc).

Cette relation est d'une importance majeure pour l'étude des interactions électroniques car elle permet de mesurer directement la charge électronique e.

Cependant, dans un conducteur quantique, la distribution de probabilité de passage des électrons ne suit pas forcément une forme poissonienne. Comme nous le verrons par la suite, la statistique de passage des électrons est régie par le principe d'exclusion de Pauli. La forme suivie par les fluctuations du courant doit donc respecter cette contrainte sur l'occupation des états.

Corrélations croisées

L'expérience d'Hanbury Brown et Twiss a ouvert la voie des mesures de statistiques quantiques [2, 3]. Dans sa version fermionique, les corrélations croisées d'un faisceau d'électrons dégénérés séparé par un lame semi-réfléchissante mène à des corrélations négatives, dues à l'anti-groupement des électrons [25, 73]. Dans les structures submicroniques, la suppression du bruit a été mesurée pour un tel faisceau d'électrons dégénérés, marquant l'absence de fluctuations dues au principe de Pauli [74, 75, 76]. La séparation d'un tel faisceau mène à des corrélations croisées prenant la forme suivante [77, 78] :

$$\langle I_1 I_2 \rangle = -2e|I|D(1-D)$$

où D est la transmission de la lame et I le courant d'électrons dégénérés ($I = Ne^2V/h$). Si la statistique des électrons incidents est poissonienne, les corrélations croisées tendent alors vers 0 [78]. Le comportement bosonique des excitations élémentaires des liquides de Luttinger semble favoriser l'apparition de corrélations croisées positives [79]. Cependant, la présence de contacts fermioniques sur le liquide de Luttinger ramène ces corrélations à 0 [79]. Dans le chapitre 6, nous allons étudier les corrélations croisées afin de sonder la statistique des électrons pour un tel dispositif et à des énergies élevées ($eV \gg \hbar v_F/L$).

2.2 Formalisme de Landauer-Büttiker

2.2.1 Formule du bruit

Nous allons nous intéresser, dans un système sans interactions, au bruit de Johnson-Nyquist et au bruit de grenaille, l'un décrivant un système à l'équilibre thermodynamique, le second placé hors de l'équilibre par la polarisation par une tension.

Argument heuristique

Dans un premier temps, nous allons considérer un conducteur mésoscopique à deux réservoirs (gauche et droit respectivement désignés par L et R), à une température T. La densité spectrale du courant peut ainsi être déterminée à partir de la forme du courant donnée par l'équation (1.3). Cette formalisation permet de prendre en compte à la fois l'effet de la température et le principe de Pauli [25]. Nous allons ici déterminer le bruit à partir d'une approche prenant en compte les différents processus électroniques. Considérons un conducteur défini par une probabilité de transmission D, les mécanismes qui contribuent au bruit sont [80] :

1. un électron venant du réservoir de gauche passe dans le réservoir de droite (avec une probabilité $P_{gd} \sim D(E)f_L(E)(1-f_R(E)))$
2. un électron venant du réservoir de droite passe dans le réservoir de gauche (avec une probabilité : $P_{dg} \sim D(E)f_R(E)(1-f_L(E)))$

Les fluctuations du courant, par unité d'énergie, vérifient : $\langle I(\epsilon)^2\rangle - \langle I(\epsilon)\rangle^2 \propto P_{gd} + P_{dg} - (P_{dg}-P_{gd})^2$ et le bruit prend donc la forme :

$$\begin{aligned} S_I(\epsilon) \quad \propto \quad & D(\epsilon)f_L(\epsilon)(1-f_R(\epsilon)) + D(\epsilon)f_R(\epsilon)(1-f_L(\epsilon)) \\ & -\big(D(\epsilon)f_R(\epsilon)(1-f_L(\epsilon)) - D(\epsilon)f_L(\epsilon)(1-f_R(\epsilon))\big)^2 \end{aligned}$$

Les fluctuations du courant à l'équilibre doivent respecter le théorème de fluctuation-dissipation : $S_I(V=0) = 4k_BT\frac{2e^2}{h}D$ pour un canal de conduction dégénéré en spin (dont la transmission, D, est supposée constante). En imposant cette contrainte et en intégrant sur l'énergie, nous obtenons [81, 82] :

$$\begin{aligned} S_I \quad = \quad & \frac{4e^2}{h}\int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon)\Big(f_L(\epsilon)(1-f_L(\epsilon)) + f_R(\epsilon)(1-f_R(\epsilon))\Big) \\ & +D(\epsilon)(1-D(\epsilon))\big(f_R(\epsilon)-f_L(\epsilon)\big)^2 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Lorsque la transmission est indépendante de l'énergie, nous obtenons [83, 84] :

$$S_I \quad = \quad 4k_BTD\frac{2e^2}{h} + 2eV\frac{2e^2}{h}D(1-D)\big(\coth(\frac{eV_{SD}}{2k_BT}) - \frac{2k_BT}{eV_{SD}}\big) \tag{2.4}$$

Dans la situation avec différents canaux de conduction, la formule décrivant le bruit se présente comme la somme de la précédente (définie équation (2.3)) pour les différentes transmissions considérées. Nous pouvons ainsi étudier différents cas limites. A tension d'excitation nulle, le bruit de Johnson-Nyquist est, par définition, bien retrouvé : $S_I(V=0) = 4k_BT/R$

où $R = (4e^2D/h)^{-1}$ et D la transmission moyenne. Dans la limite de faible température ($k_BT \ll eV_{SD}$) le bruit vaut :

$$S_I = 2e|I| \underbrace{\frac{\sum_i D_i(1-D_i)}{\sum_i D_i}}_{F} \tag{2.5}$$

où F est le facteur de Fano du bruit (défini par le rapport $S_I/2e|I|$). Ainsi, lorsque le conducteur possède N canaux de conduction dégénérés $S_I = 2e(2e^2/h)N \times D(1-D)$ où $D(1-D)$ est la variance pour une loi binomiale de probabilité D (qui correspond ici au processus de passage d'un électron à travers le diffuseur). Ces formules seront réutilisées lors de l'étude du bruit dans le régime de type Fabry-Pérot électronique, chapitre 4.

Dans la limite de faibles transmissions, $D \ll 1$, nous réobtenons la valeur poissonienne pour le bruit : $S_I = 2e|I|$. Dans la limite de faible rétrodiffsuion $1-D \ll 1$, nous obtenons une forme similaire : $S_I = 2e|I_B|$ où I_B est la courant de retrodiffusion défini par $I_B = I(1-D)$. Dans cette limite, M. P. A. Fisher et C. L. Kane ont prédit une charge fractionnaire e^* pour la mesure du bruit de grenaille dans le régime d'effet Hall quantique fractionnaire : $S_I = 2e^*|I_B|$ où e^* est la charge des quasiparticules véhiculant le courant [85]. Cette valeur a été vérifiée expérimentalement [27, 28] dans le Points Quantiques Ponctuels (QPC) dans le régime de l'effet Hall Quantique Fractionnaire, menant à une charge effective correspond à la charge des quasiparticules de Laughlin [86], $e^* = e/3$. Nous allons étudier, au chapitre 4, le régime de faible rétrodiffusion dans les nanotubes de carbone pouvant présenter un comportement de liquide de Luttinger [17, 53] et dans lequel nous allons pouvoir utiliser une approche similaire.

Formulation générale

Le formalisme de la diffusion quantique permet d'obtenir rigoureusement les formules ci-dessus. Les fluctuations du courant, dans un cas à plusieurs terminaux (plusieurs réservoirs $\{\alpha\}$) et avec un seul canal de conduction, se déterminent à partir de la formulation (1.4) du courant [25, 87] :

$$\begin{aligned} S_{\alpha,\beta} &= \frac{e^2}{h}\sum_{\gamma,\delta}\int d\epsilon Tr((\delta_{\alpha\gamma}\delta_{\alpha\delta} - s^\dagger_{\alpha\delta}s_{\alpha\gamma})(\delta_{\beta\delta}\delta_{\beta\gamma} - s^\dagger_{\beta\gamma}s_{\beta\delta}))(\epsilon) \\ &\quad \times\big(f_\gamma(\epsilon)(1-f_\delta(\epsilon)) + f_\delta(\epsilon)(1-f_\gamma(\epsilon))\big) \end{aligned} \tag{2.6}$$

où $S_{\alpha,\beta}$ est la transformée de Fourier de $2\langle\delta I_\alpha(0)\delta I_\beta(\tau)\rangle$ et s, la matrice de diffusion du système.

Remarquons qu'à température nulle, les termes du type $f_\gamma(1-f_\delta)$ s'annulent dès que $\gamma = \delta$. La formule générale du bruit se réécrit alors sous la forme :

$$S_{\alpha,\beta}(T=0) = \frac{e^2}{h}\sum_{\gamma\neq\delta}\int d\epsilon Tr(s^\dagger_{\alpha\delta}s_{\alpha\gamma}s^\dagger_{\beta\gamma}s_{\beta\delta})(\epsilon) \times \big(f_\gamma(\epsilon)(1-f_\delta(\epsilon)) + f_\delta(\epsilon)(1-f_\gamma(\epsilon))\big) \tag{2.7}$$

Cette formalisation va se présenter utile lorsque nous étudierons l'effet d'un troisième contact (virtuel pour l'étude de la décohérence ou réel pour l'étude d'une configuration en Y).

2.2.2 Application au cas à trois terminaux

Nous considérons ici le cas particulier d'un conducteur connecté à trois électrodes.

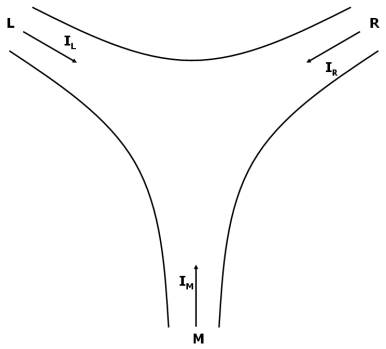


FIGURE 2.2 – Schéma d'une configuration à trois terminaux, en Y (une image d'un échantillon dans une telle configuration est présentée figure 3.8)

Etude à température nulle

Dans un premier temps, l'étude se place à température nulle afin de décrire le comportement général du courant moyen et des fluctuations de courant pour une telle structure en Y. D'après la formulation (1.5), nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} I_L & = & \frac{e^2}{h} \sum_n \big((D_{LR,n} + D_{LM,n}) V_L - D_{LR,n} V_R - D_{LM,n} V_M \big) \\ -I_R & = & \frac{e^2}{h} \sum_n \big(-(D_{LR,n} + D_{LM,n}) V_R + D_{LR,n} V_L + D_{LM,n} V_M \big) \end{array} \right. \tag{2.8}$$

obtenu lorsque les transmissions sont indépendantes de la tension. En polarisant suivant le contact L (tel que $|V_L| > |V_M| > |V_R|$), le bruit s'écrit, d'après par la formule (2.6) :

$$S_{LR} = -\frac{2e^2}{h} \sum_n \Big((1 - D_{LR,n} - D_{LM,n}) D_{LR,n} |V_L - V_M| + (1 - D_{LR,n} - D_{RM,n}) D_{LR,n} |V_M - V_R| \Big)$$

obtenu lorsque le système est invariant par renversement du temps ($S^T = S$). Dans la situation où le contact M n'est pas lié au système (*i.e.* $D_{LM,n} = D_{RM,n} = 0$), nous retrouvons la formule (2.5) du bruit : $S_{LL} = -S_{LR} = 2e|I_L| \sum_n D_{LR,n}(1 - D_{LR,n}) / \sum_n D_{LR,n}$. En polarisant suivant le contact M et en considérant la contrainte $V_R = V_L = 0$, le bruit s'écrit :

$$S_{LR} = -\frac{2e^2}{h} \sum_n D_{LM,n} D_{RM,n} |V_M|$$

Cette dernière formulation peut être réécrite de la même manière que l'équation (2.5), faisant intervenir « un facteur de Fano » : $S_{LR} = -2e|I_M| \sum_n D_{LM,n} D_{RM,n} / \sum_n (D_{LM,n} + D_{RM,n})$. Ce résultat a été confirmé expérimentalement par M. Henny *et al.* [77] et Oliver *et al.* [78] en 1999 pour une expérience de type Hanbury Brown et Twiss respectivement réalisée dans un gaz bidimensionnel d'électrons en régime d'effet Hall quantique et sur un faisceau d'électrons généré dans un gaz bidimensionnel d'électrons.

Ces résultats permettent de donner une idée des ordres de grandeurs et des dépendances des courants et des bruits dans cette configuration en Y. Cependant, afin de traiter les résultats du chapitre 6, nous allons étudier ces formules dans le cas d'une température non nulle et pour des transmissions dépendantes de l'énergie.

Etude à température non nulle

Le traitement à température non nulle se présente plus délicat que précédemment. Une étude complète en fonction des éléments de la matrice de diffusion nécessiterait un traitement numérique. Afin de présenter une analyse du courant et du bruit, nous allons faire l'approximation de faible température (l'échelle d'évolution des éléments de la matrice de diffusion est grand devant la température), la température étant supposée constante dans tout le système. Le courant à travers un contact α se réécrit, d'après l'équation (1.5) :

$$\langle I_\alpha \rangle = \frac{e}{h}\sum_n \Big(\int_{eV_\alpha}^{eV_L} d\epsilon D_{\alpha L,n}(\epsilon) + \int_{eV_\alpha}^{eV_R} d\epsilon D_{\alpha R,n}(\epsilon) + \int_{eV_\alpha}^{eV_M} d\epsilon D_{\alpha M,n}(\epsilon)\Big)$$

D'après l'équation (2.6), la formule du bruit à trois terminaux dépend explicitement des termes de la matrices de diffusion. Pour simplifier les calculs, nous considérons le cas parfaitement symétrique : $V_L = -V_R = V/2$ et $V_M = 0$. Dès lors, $f_L(1-f_R) + f_R(1-f_L) = \big(f_L(1-f_M) + f_M(1-f_L) + f_M(1-f_R) + f_R(1-f_M)\big)\cosh(eV/2k_BT)/(1+\cosh(eV/2k_BT))$. Le bruit [3] s'écrit alors (voir annexe C.2) :

$$\begin{aligned} S_{LR} \approx -\frac{2e^2}{h}\sum_n \Big(& eV\coth(\frac{eV}{2k_BT})\big(\langle(1-D_{LR,n})D_{LR,n}\rangle - \frac{1}{2}\langle(D_{RM,n}+D_{LM,n})D_{LR,n}\rangle\big) \\ & + k_BT\big((D_{LR,n}+D_{LM,n})D_{LR,n}(\frac{eV}{2}) + (D_{LR,n}+D_{RM,n})D_{LR,n}(\frac{-eV}{2})\big)\Big) \end{aligned} \quad (2.9)$$

où les termes en $D_{LR,n}$ sont moyennés sur des énergies comprises entre $-eV/2$ et $eV/2$, $D_{LM,n}$ entre 0 et $eV/2$ et $D_{RM,n}$ entre $-eV/2$ et 0. En polarisant suivant $V_M = V$, les autres potentiels étant nuls, la formule du bruit devient (voir annexe C.3) :

$$S_{LR} = -\frac{2e^2}{h}\sum_n \Big(\big(eV\coth(\frac{eV}{2k_BT}) - 2k_BT\big)\langle D_{LM,n}D_{RM,n}\rangle + 2k_BTD_{LR,n}(0)\Big) \quad (2.10)$$

où, de la même manière, la moyenne $\langle D_{LM,n}D_{RM,n}\rangle$ est effectuée entre 0 et V. Nous obtenons ainsi, dans la limite de température nulle, les mêmes résultats que précédemment. Ces résultats vont se présenter utiles lorsque nous étudierons au chapitre 6 la configuration en Y avec un MW croisant un SW.

2.2.3 Détermination du bruit pour une transmission lorentzienne

Dans la configuration à deux terminaux, nous avons présenté différents régimes de transport pouvant faire apparaître une transmission lorentzienne (*e.g.* l'interféromètre de type Fabry-Pérot électronique, l'effet Kondo). La détermination du bruit pour une telle forme de la transmission (définie par l'équation (1.19)) va nous fournir des outils pour l'analyse des mesures des fluctuations du courant dans ces régimes. D'après la formulation (2.3) du bruit, nous pouvons écrire (en ne considérant qu'un unique canal de conduction de transmission

3. En posant le développement plus loin, le bruit possède comme terme supplémentaire : $2e^2/h\big(k_BTD_{RM,n}D_{LM,n}(0) - \langle D_{RM,n}D_{LM,n}\rangle eV/2\coth(eV/4k_BT)/(1+\cosh(eV/2k_BT))\big)$. Ce reste est exact si les termes de la matrices de diffusion sont des fonctions paires de l'énergie

D) :

$$\begin{aligned} S_I &= \frac{2e^2}{h}\int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon \underbrace{D(\epsilon,V,T)\big(f_L(1-f_L)+f_R(1-f_R)\big)}_{S_J} \\ &\quad + \underbrace{D(\epsilon,V,T)(1-D(\epsilon,V,T))(f_L-f_R)^2}_{S_S} d\epsilon \end{aligned} \tag{2.11}$$

où un terme de type bruit de grenaille S_S et de type Johnson-Nyquist S_J peuvent être distingués. Les calculs détaillés du bruit de Johnson-Nyquist, effectués annexe B.3.1, donnent :

$$\begin{aligned} S_J &= \frac{e^2}{h}\alpha\Gamma\sum_{\sigma,\sigma'}\frac{1}{2\pi}\Psi'(\frac{1}{2}+\sigma' i\alpha_\sigma+t) \\ &= \frac{2e^2}{h}(-\alpha\frac{\Gamma}{2})\sum_\sigma \partial_{\alpha_\sigma}\Lambda(\alpha_\sigma,t) \end{aligned} \tag{2.12}$$

où les différents termes de l'équation ont été définis dans le paragraphe 1.2.3 avec entre autres l'équation (1.22). Cela correspond, à l'équilibre, au bruit Johnson-Nyquist. De même, dans la situation parfaitement symétrique (pour laquelle $\eta = 0$) :

$$S_J(V) = 4k_BT\partial_V I(\tilde{\epsilon}_0,\Gamma,V)$$

La forme : $S_J = 4k_BT/R$ est alors retrouvée avec $R \equiv (\partial_V I)^{-1}$ (et nous retrouvons $R^{-1}|_{V\to 0} = d_V I|_{V\to 0} = (\partial_V I)^{-1}|_{V\to 0}$). De la même manière, le calcul du terme de type grenaille mène au résultat suivant (voir l'annexe B.3.2) :

$$\begin{aligned} S_S &= (\frac{2e^2}{h})2i\pi\Big(-\alpha(1-\frac{\alpha}{2})\frac{\Gamma}{2i}\frac{1}{(2\pi)^2}\sum_{\sigma,\sigma'}\Psi'(\frac{1}{2}+i\sigma'\alpha_\sigma+t) - 2i\pi\sigma'\sigma\coth(\frac{\beta V}{2})\Psi(\frac{1}{2}+i\sigma'\alpha_\sigma+t) \\ &\quad +\alpha^2\frac{\Gamma^2}{4}\frac{i}{(2\pi)^3k_BT}\sum_{\sigma,\sigma'}\Psi''(\frac{1}{2}+i\sigma'\alpha_\sigma+t) - 2i\pi\sigma'\sigma\coth(\frac{\beta V}{2})\Psi'(\frac{1}{2}+i\sigma'\alpha_\sigma+t)\Big) \end{aligned} \tag{2.13}$$

Ce qui se réduit à :

$$S_S = (\frac{2e^2}{h})\alpha\frac{\Gamma}{2}\sum_\sigma(2\pi\sigma\coth(\frac{\beta V}{2})+\partial_{\alpha_\sigma})\big((1-\frac{\alpha}{2})+\frac{\alpha}{2}t\partial_t\big)\Lambda(\alpha_\sigma,t) \tag{2.14}$$

La forme générale du bruit est alors la suivante :

$$S = (\frac{2e^2}{h})\alpha\frac{\Gamma}{2}\sum_\sigma\Big(-\partial_{\alpha_\sigma}+(2\pi\sigma\coth(\frac{\beta V}{2})+\partial_{\alpha_\sigma})\big((1-\frac{\alpha}{2})+\frac{\alpha}{2}t\partial_t\big)\Big)\Lambda(\alpha_\sigma,t)$$

ce qui se réécrit, dans le cas symétrique :

$$S = \Big(4k_BT\partial_V + 2e\big((1-\alpha)+\frac{\alpha}{2}\Gamma\partial_\Gamma\big)\big(\coth(\frac{\beta V}{2})-\frac{2k_BT}{e}\partial_V\big)\Big)\Big(I(\tilde{\epsilon}_0,\Gamma,V)\Big) \tag{2.15}$$

Nous retrouvons dans cette dernière formule, le terme de Johnson-Nyquist : $4k_BT\partial_V I(\tilde{\epsilon}_0,\Gamma,V)$ et le terme de bruit de grenaille. Ce dernier terme, dans la limite des faibles énérgies, $eV \ll \Gamma$,

se réduit à $2e\big(\coth(\frac{\beta V}{2}) - \frac{2k_BT}{e}\partial_V\big)(1-D(V_G))I(V_G,V)$ et dans la limite de faible retrodiffusion, $\alpha \to 1$ et $|eV - \tilde{\epsilon}_0| \ll \Gamma$, nous donne : $2e\big(\coth(\frac{\beta V}{2}) - \frac{2k_BT}{e}\partial_V\big)I_B(V_G,V)$. Cette dernière relation est d'une importance fondamentale pour l'analyse expérimentale car elle permet de relier deux grandeurs directement mesurables : le courant moyen et les fluctuations du courant (cette situation dans le régime de faible retrodiffusion sera développée plus en détails section 4.2.3).

2.3 Effet de la décohérence sur le bruit

2.3.1 Décohérence dans les systèmes mésoscopiques

Le formalisme que nous avons utilisé jusqu'ici s'appuie sur l'hypothèse d'électrons sans interactions avec une cohérence de phase qui s'applique à l'ensemble du conducteur mésoscopique. Cette propriété sur un conducteur balistique permet l'apparition d'un régime de transport modulé par les interférences quantiques [36, 88]. La longueur de cohérence de phase a été mesurée à des valeurs de l'ordre du micromètre par Shea *et al.* par le biais de corrections de la conductance dues à la localisation faible [89].

La décohérence est due, par exemple, à des collisions électrons-électrons ou électrons-phonons qui induit des processus inélastiques ou du brouillage de phase. Une électrode virtuelle permet de modéliser la décohérence au sein du conducteur, tout en conservant le formalisme de diffusion quantique que nous avons introduit [25].

2.3.2 Modélisation de la décohérence

Formalisation du problème

Nous ajoutons un troisième contact, virtuel, au système à deux terminaux et nous allons considérer que le courant total circulant à travers cette électrode virtuelle est constamment nul ce qui induit de la diffusion inélastique (les processus quasiélastiques pourraient être considérés en supposant la conservation du courant par unité d'énergie).

Cette électrode virtuelle (indicée M) a un potentiel chimique fluctuant, afin de s'adapter à tout moment aux fluctuations du système et ainsi avoir un courant moyen nul. Les équations définissant les courants sont, à température nulle et pour un canal de conduction sans spin, d'après (2.8) :

$$\begin{aligned} I_L &= \frac{e^2}{h}(D_{LR}eV + D_{LM}(eV-\mu_M)) + \delta I_L \\ I_R &= \frac{e^2}{h}(-D_{LR}eV - D_{RM}\mu_M) + \delta I_R \\ I_M &= \frac{e^2}{h}(-D_{LM}(eV-\mu_M) + D_{RM}\mu_M) + \delta I_M = 0 \end{aligned}$$

où la conservation du courant impose :

$$\delta I_L + \delta I_R + \delta I_M = 0$$

et où les trois contacts sont schématisés sur la figure 2.2. Le potentiel chimique μ_M vérifie alors l'équation suivante :

$$\mu_M = \frac{D_{LM}}{D_{LM}+D_{RM}}eV + \frac{2\pi\hbar}{e^2}\frac{\delta I_L + \delta I_R}{D_{LM}+D_{RM}} \tag{2.16}$$

Dès lors, la transmission D du système étant définie par : $D = \frac{h}{4e^2}\frac{I_L}{V}$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} D &= \Big(D_{LR} + \frac{D_{RM}D_{LM}}{D_{RM}+D_{LM}}\Big) \\ &= \frac{D_{LR}D_{LM} + D_{LR}D_{RM} + D_{LM}D_{RM}}{D_{LM}+D_{RM}} \end{aligned} \tag{2.17}$$

Lorsque l'électrode virtuelle est faiblement couplée avec le reste du système (ce qui est le cas lorsque la décohérence est faible), nous obtenons les relations : $D_{LM}, D_{RM} \ll D_{LR}$ et donc la transmission du système est quasiment inchangée : $D \approx D_{LR}$.

Détermination des fluctuations du courant

Les fluctuations globales du courant sont dues aux fluctuations intrinsèques δI et les fluctuations générées par la fluctuation du potentiel chimique μ_M. Cependant, ce dernier terme de fluctuations, d'après l'équation (2.16), s'exprime en fonction de $\delta I_{L/R}$. Les fluctuations du courant sur l'électrode de gauche s'écrivent alors :

$$\Delta I_L = \delta I_L - \frac{D_{LM}}{D_{LM}+D_{RM}}(\delta I_L + \delta I_R)$$

Dès lors, les autocorrélations du courant, $S_{LL} = \langle \Delta I_L \Delta I_L \rangle$, s'écrivent :

$$S_{LL} = \Big(\frac{D_{RM}}{D_{LM}+D_{RM}}\Big)^2 \langle \delta I_L^2 \rangle + \Big(\frac{D_{LM}}{D_{LM}+D_{RM}}\Big)^2 \langle \delta I_R^2 \rangle - 2\frac{D_{LM}D_{RM}}{(D_{LM}+D_{RM})^2}\langle \delta I_L \delta I_R \rangle$$

Les termes $\langle \delta I_L^2 \rangle$ et de $\langle \delta I_R^2 \rangle$ s'expriment, d'après la formule (2.7) par :

$$\begin{aligned} \langle \delta I_L^2 \rangle &= \frac{e^3|V|}{\pi\hbar}\Big((D_{LR}D_{LM} + D_{LR}D_{RM} + D_{LM}D_{RM})D_{LL} + D_{LR}D_{LM}^2\Big)\frac{1}{D_{LM}+D_{RM}} \\ \langle \delta I_R^2 \rangle &= \frac{e^3|V|}{\pi\hbar}\Big((D_{LR}D_{LM} + D_{LR}D_{RM} + D_{LM}D_{RM})D_{RR} + D_{LR}D_{RM}^2\Big)\frac{1}{D_{LM}+D_{RM}} \end{aligned}$$

Les corrélations croisées valent quant à elles :

$$\begin{aligned} \langle \delta I_L \delta I_R \rangle = \frac{e^3|V|}{\pi\hbar}\Big(&\Re(s_{LL}^* s_{LR} s_{RR}^* s_{RL}) + \Re(s_{LL}^* s_{LM} s_{RM}^* s_{RL})\frac{D_{RM}}{D_{LM}+D_{RM}} \\ &+\Re(s_{LR}^* s_{LM} s_{RM}^* s_{RR})\frac{D_{LM}}{D_{LM}+D_{RM}}\Big) \end{aligned}$$

Nous obtenons finalement une expression des corrélations du courant qui va nous permettre une étude (entre autres numérique) de l'effet de la décohérence sur le bruit. Pour cela, nous allons introduire des matrices de diffusion permettant de décrire le système.

2.3.3 Effet sur le bruit

Le modèle de diffusion du problème

La matrice de diffusion la plus simple, permettant de caractériser la troisième électrode, est celle d'une lame semi-réfléchissante et s'écrit [90] :

$$s_M = \begin{pmatrix} a & b & \sqrt{\epsilon} \\ b & a & \sqrt{\epsilon} \\ \sqrt{\epsilon} & \sqrt{\epsilon} & -(a+b) \end{pmatrix} \tag{2.18}$$

où $a = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon}-1)$ et $b = \frac{1}{2}(\sqrt{1-2\epsilon}+1)$. Le facteur ϵ permet de faire varier le couplage entre l'électrode virtuelle et le conducteur. Ainsi, lorsque $\epsilon = 0$, la sonde virtuelle n'a aucun effet sur le transport et lorsque $\epsilon = 1/2$, le couplage est maximum. Le système de diffusion se modélise sous la forme suivante :

$$\begin{array}{ccccccccccccccc} & & & & & & & & b_M & a_M & & & & & \\ & & & & & & & & \uparrow & \downarrow & & & & & \\ a_L & \rightarrow & \left(\right. & & \left. \right) & \rightarrow & \left(s_{x\phi} \right) & \rightarrow & \left(\right. & & \left. \right) & \rightarrow & \left(s_{(1-x)\phi} \right) & \rightarrow & \left(\right. & & \left. \right) & \rightarrow & b_R \\ b_L & \leftarrow & & s_L & & \leftarrow & & \leftarrow & & s_M & & \leftarrow & & \leftarrow & & s_R & & \leftarrow & a_R \end{array}$$

où $x = \frac{l}{L}$ et l la distance entre l'électrode virtuelle et l'électrode de gauche. Les matrices s_L, s_R et $s_{x\phi/(1-x)\phi}$ correspondent quant à elles aux matrices définies dans les sections 1.2.2.

Nous allons compléter cette approche en modélisant cette électrode virtuelle comme un diffuseur réel (qui pourrait correspondre à l'effet d'un MW posé sur un SW) pour laquelle, si $\epsilon = 0$, nous obtenons une matrice de diffusion similaire à $s_{L/R}$. Pour cela, nous introduisons la matrice suivante :

$$s_M(\epsilon,\xi) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(z\Omega - z^*) & \frac{1}{2}(z^* + z\Omega) & \sqrt{z\epsilon} \\ \frac{1}{2}(z^* + z\Omega) & \frac{1}{2}(z\Omega - z^*) & \sqrt{z\epsilon} \\ \sqrt{z\epsilon} & \sqrt{z\epsilon} & -\Omega \end{pmatrix}$$

avec $\Omega = \sqrt{1-2\epsilon}$ et $z = e^{2i\xi}$. La matrice $s_M(\epsilon,\xi)$ est obtenue en combinant la matrice définie dans l'équation (2.18) à deux matrices de rotation agissant sur les opérateurs des contacts réels. Cette matrice n'a donc pas la forme générale d'une matrice 3×3 unitaire [91] mais permet de combiner deux comportements distincts. Lorsque $\xi = 0$, cela nous ramène à la matrice définie dans l'équation (2.18). De plus, lorsque $\epsilon = 0$, nous retrouvons la matrice de diffusion générique que nous avons introduite dans l'équation (1.7), pour laquelle $T = \cos^2(2\xi)$ et $\delta = 0$. Cette expression générale va s'avérer utile afin d'ajuster la conductance de nos échantillons [4].

Introduction de la charge effective

Les expressions générales de la transmissions et du bruit étant trop lourde analytiquement, nous présentons ici une analyse numérique des résultats de ce modèle. Pour cela, nous allons quantifier la réduction du bruit que nous obtenons en introduisant une « charge effective » :

$$e^* = \frac{S_{LL}}{2\frac{e^2}{h}VD(1-D)} \tag{2.19}$$

Lorsque $\epsilon = \xi = 0$, nous obtenons, dans la limite des faibles tensions ($eV \ll \Gamma$, où Γ est défini section 1.2.2), $e = e^*$, ce qui correspond à un bruit quantique d'un conducteur avec un canal de transmission constante D. Nous allons analyser la variation de la charge effective en fonction de la variation des paramètres du modèle.

La charge effective (en unité de e) est représentée sur la figure 2.3, dans la limite des faibles tensions, en parcourant l'espace des phases pour les paramètres D_L, D_R, δ_L, δ_R, x et

4. cela va permettre un ajustement de la transmission pour l'échantillon $U4NT1$ et une analyse du bruit pour la tension de grille $V_G = 0.8V$, pour laquelle la limite quasi-unitare est atteinte, avec $D = 0.95$

ϕ [5] et pour différents paramètres ϵ et ξ. Les différents paramètres ξ choisis ($\xi = 0,\ 0.1,\ 0.2$) donnent qualitativement les mêmes résultats et ont ainsi été représentés de la même couleur. Les nuages de points noirs, rouges, bleus, verts et gris correspondent respectivement aux valeurs $\epsilon = 0,\ 0.005,\ 0.01,\ 0.1,\ 0.5$.

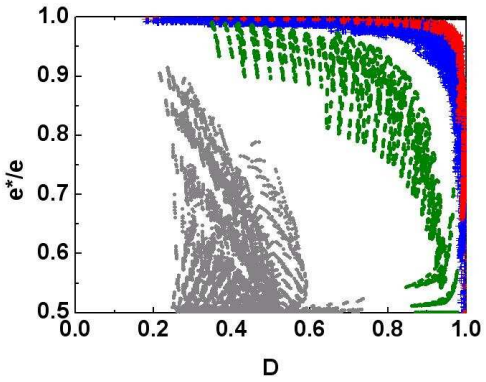


FIGURE 2.3 – Echantillon de valeurs possibles pour la charge effective en fonction de la transmission du système et suivant l'importance de la décohérence (les différentes couleurs des nuages de points correspondent à : noir - $\epsilon = 0$, rouge - $\epsilon = 0.005$, bleu - $\epsilon = 0.01$, vert - $\epsilon = 0.1$ et gris - $\epsilon = 0.5$

Pour de faibles valeurs de couplage avec l'électrode centrale ($\epsilon \leq 0.01$), la charge effective reste proche de e mais se réduit fortement dès que la transmission se rapproche de 1. De plus, en augmentant les valeurs de ϵ, la charge effective se réduit fortement et se rapporche de $e/2$, sa valeur minimale, atteinte dans le cas d'un découplage de deux parties du tube ($\epsilon = 1/2$).

Etude de la charge effective pour une résonnance

Afin d'étudier plus précisement comment varie la charge effective en fonction du terme de couplage ϵ, nous nous plaçons à une résonnance $\phi = \frac{\pi}{2}$, $\delta_R = \delta_L = 0$ (avec $l = \frac{L}{2}$) pour différents termes de transmissions D_L et D_R. Nous remarquons que dans le cas symétrique ($D_L = D_R$), $e^* = e/2$ dès que $\epsilon \neq 0$. Afin d'illustrer la dépendance en D_L et D_R, la charge effective est représentée figure 2.4 pour $\epsilon \in [0, 1/2]$ et pour D_R/D_L valant respectivement 0.8/0.8, 0.8/0.85, 0.8/0.9, 0.8/0.95 pour les courbes grise, verte, bleue, rouge. En croix, nous avons représenté les différents cas : $\epsilon = 0.1/0.05/0.02/0.01/0.005/0$ (D_L et D_R variant de 0 à 1, $x = \frac{1}{2}$, les phases étant nulles) respectivement représentés en orange/violet/vert/bleu/rouge/noir.

Cette analyse numérique nous montre que la charge effective se réduit avec la symétrisation des transmissions et l'augmentation du terme de couplage (ϵ). La présence d'un électrode virtuelle simulant la décohérence des électrons affecte d'autant plus le bruit que la transmission est grande, jusqu'à lui faire perdre la moitié de sa valeur. Par la suite, nous allons évaluer cette réduction du bruit due à la perte de cohérence pour les mesures dans le régime de transmission quasi-unitaire.

5. avec, comme parcours de l'espace des phases, $D_L = \cos(r)$, $D_R = \cos(r + \delta r)$, $r \in [0, \pi/4]$, $\delta r \in [-\pi/8, \pi/8]$, $x \in [0, 1]$, $\delta_L \in [0, 2\pi]$, $\delta_R \in [0, 2\pi]$ et $\phi \in [0, 2\pi]$ où tout intervalle est parcouru de bout en bout par 5 points équidistants. Nous avons fixé $\rho = 0$, afin de simplifier le modèle

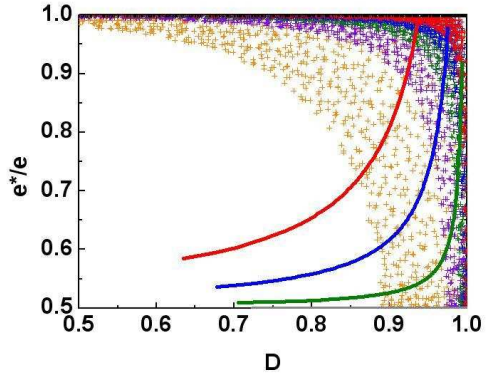


FIGURE 2.4 – Echantillon de valeurs possibles pour la charge effective en fonction de la transmission du système et au niveau d'une résonance. Les différentes couleurs des courbes correspondent à différentes valeurs de D_R/D_L : gris - 0.8/0.8, vert - 0.8/0.85, bleu - 0.8/0.9, rouge - 0.8/0.95 ; les différentes couleurs des nuages de points correspondent à différentes valeurs de ϵ : orange - $\epsilon = 0.1$, violet - $\epsilon = 0.05$, vert - $\epsilon = 0.02$, bleu - $\epsilon = 0.01$, rouge - $\epsilon = 0.005$, noir - $\epsilon = 0$

Chapitre 3

Techniques expérimentales

3.1 Nanofabrication

Le type de nanotubes, leurs qualités, la géométrie et la nature des contacts sont des éléments fondamentaux dans le processus d'élaboration de nos échantillons. Idéalement, la croissance doit mener à des nanotubes monoparois (SW), sans défauts structurels et obtenus dans un environnement sans impuretés. Les contacts électriques sont réalisés de manière à présenter un comportement adiabatique et une forte transparence permettant d'atteindre des régimes de type Fabry-Pérot électronique ou d'effet Kondo. Le processus menant aux échantillons suit les étapes de croissance des nanotubes de carbone et de leurs connexions à des électrodes métalliques (aboutissant à une puce de silice comportant plusieurs échantillons comme représenté figure 3.1). Une fois connectés au reste du dispositif électronique, les nanotubes sont caractérisés électriquement (ce qui sera développé dans la partie 3.2).

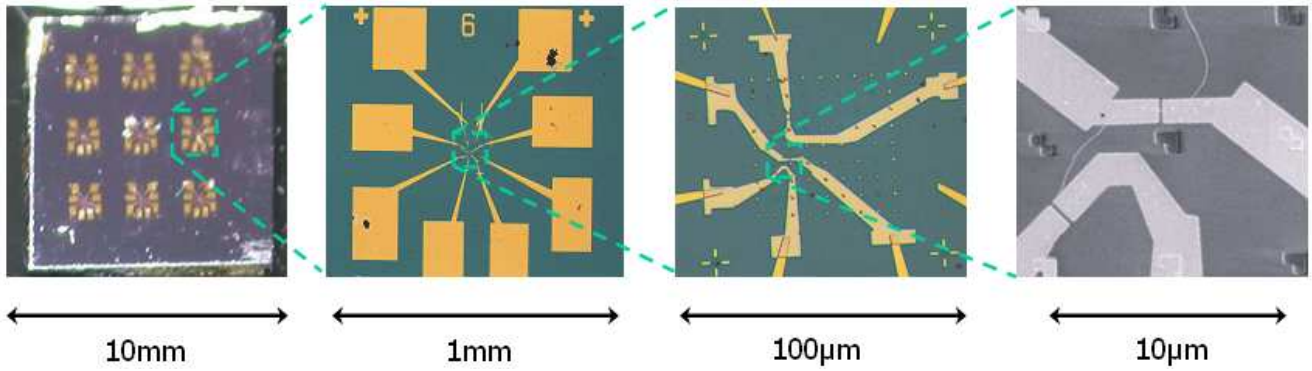


FIGURE 3.1 – Images à différentes échelles de la structure typique de nos échantillons : la puce de silice et ses neufs zones (photographie numérique) - une zone de la puce et sa partie centrale (photographies au microscope optique) - un nanotube connecté aux électrodes de Pd (Image obtenue au microscope électronique à balayage (MEB))

3.1.1 Des nanotubes obtenus par croissance chimique

L'obtention de nanotubes de carbone suit plusieurs étapes qui commencent par la préparation de la surface du substrat, le dépôt de catalyseur et la croissance chimique des nanotubes.

Préparation des substrats

Nos substrats sont découpés avec une pointe diamant sous forme de carré de 8 à $9mm$ de côté (tel représenté sur la première image de la figure 3.1) à partir d'une plaque de silicium. L'épaisseur du substrat est de $525 \pm 25\mu m$ et est constitué d'une couche inférieure de silicium dopé et une couche supérieure, d'une épaisseur de $500nm$ d'oxyde de silicium (tel schématisé sur la figure 3.2). Les puces sont alors placées dans un plasma d'oxygène (pendant $10min$) et sont ensuite nettoyées à l'acétone dans un bain à ultrasons (pendant $10min$) puis rincées à l'isopropanol (IPA) dans ce bain (pendant $10min$).

Une fois la surface de notre substrat nettoyée, nous déposons de manière localisée du catalyseur à partir duquel pourra croître le nanotube de carbone. Le substrat est alors virtuellement divisé en neuf zones (qui donneront les neuf structures visibles sur la première image de la figure 3.1) et le catalyseur est déposé au centre de chacune de ces zones.

Dépôt localisé de catalyseur sur les substrats

Les caractéristiques du dépôt du catalyseur influence de manière décisive la densité des nanotubes qui croîtront sur le substrat. Le catalyseur est déposé en un réseau de seize carrés de $1\mu m$ de côté distants de $30\mu m$. Le dépôt de catalyseur est obtenu par une technique générique qui sera utilisée pour les dépôts de métal à la surface de notre substrat.

Les substrats sont d'abord recouverts d'une résine électrosensible positive, le polyméthacrylate de méthyl (PMMA) [1], dans laquelle nous ouvrons des fenêtres à l'aide du microscope électronique et dans lesquelles nous déposons le catalyseur [2].

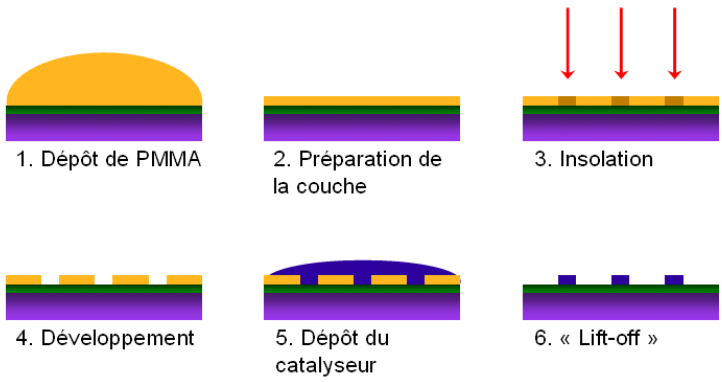


FIGURE 3.2 – Différentes étapes du dépôt du catalyseur

1. la résine suit la description : *A6 PMMA 950k*
2. Un autre protocole passe par la cuisson de deux couches de résines : la première cuite pendant $10min$, la seconde pendant $20min$. La lithographie est alors effectuée de la même manière mais avec un facteur de dose de 1.4

Plusieurs gouttes de PMMA sont déposées à la surface du substrat de manière à mouiller au maximum sa surface. Le substrat est alors soumis à une rotation de $30s$ à une vitesse de $4000tours/min$ et une accélération de $4000tours/min/s$ qui ne laisse qu'une fine couche à sa surface. Il est ensuite placé sur une plaque chauffante maintenue à $165^{\circ}C$ pendant une durée de $20min$. La caractérisation de l'épaisseur de la couche au profilomètre donne des valeurs autour de $600nm$.

Les fenêtres sont ensuite ouvertes au MEB : un faisceau d'électron vient frapper la surface du substrat à des endroits présélectionnés à partir de masques dessinés sous le logiciel *Raith eLine*. La tension de travail du MEB est, pour cette étape de lithographie, de $20kV$, pour une ouverture de $10\mu m$ et une distance de travail de $7.7mm$ (le courant est alors de l'ordre de $30pA$) [3]. Les paramètres d'écriture sont :

Pas	$0.024\mu m$
Dose	$300\mu As/cm^2$
facteur de dose	1.2

Le développement se fait ensuite au méthyl isobutyl cétone [4] (MIBK) pendant une durée de $2min$ suivi d'un rinçage à l'IPA. Le résultat du développement est visible sur la deuxième image de la figure 3.5 (pour la lithographie des contacts de Pd). Le catalyseur est ensuite déposé à la surface de la puce [5] (nous déposons deux gouttes, l'excédent étant aussitôt retiré par un flux de N_2). Le reste de PPMA est alors dilué dans l'acétone (pendant environ $5min$) puis la puce est rincée à l'IPA. Il ne reste sur le substrat, après cette étape de « lift-off », que les plots de catalyseur. Les différentes étapes sont décrites sur la figure 3.2.

Croissance par dépôt chimique en phase vapeur (CVD)

La recette du catalyseur communément utilisée pour la croissance de nanotubes monoparois est [92] :

$Fe(N0_3)_3 - 9H_20$	*39mg*
MoO_2	*7.9mg*
Al_20_3	*32mg*
Méthanol	*30mL*

Les substrats sont alors placés dans un four à $900^{\circ}C$. La montée en température se fait sous atmosphère de Ar (sous un flux de $1500ml/min$). Puis pendant $8min$, nous plaçons le système sous un flux de H_2 ($200ml/min$) et vient la croissance pendant $10min$ en additionnant un flux de CH_4 ($1080ml/min$). Les flux de H_2 et de CH_4 sont finalement coupés pour la redescente en température qui se fait sous atmosphère de Ar.

Nous pouvons alors imager la surface afin de vérifer la bonne densité de nanotubes au MEB (cette fois à une tension de travail de $1kV$) comme illustré figure 3.3 ou au microscope à force atomique (AFM) [6].

3. Le stigmatisme et le focus sont d'abord réglés directement sur l'échantillon en insolant localement la résine jusqu'à obtenir une zone insolée circulaire avec un diamètre de l'ordre de 20 à $30nm$.

4. La solution de développeur est obtenue à partir d'une solution mère de MIBK-IPA : 1 : 2 diluée dans l'IPA afin d'obtenir une dilution : 1 : 3, soit une concentration de 25% en MIBK

5. La solution de catalyseur a été précédemment placée au bain à ultrasons pendant une heure et laissée ensuite au repos pendant une durée identique. Les gouttes de catalyseur que nous déposons ensuite sur la puce sont tiréesdans la partie surnageante de la solution.

6. nous utilisons préférentiellement la visualisation au MEB qui permet de couvrir plus rapidement de grandes surfaces

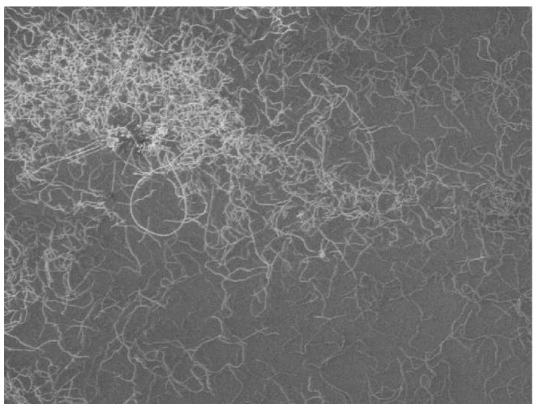


FIGURE 3.3 – Evaluation de la densité en nanotubes : exemple de densité trop importante (la largeur typique de cette image MEB est de $100\mu m$)

La CVD permet de produire de longs tubes essentiellement monoparoi (le caractère monoparoi peut être identifié par imagerie AFM qui est sensible à la hauteur et permet donc de sélectionner les nanotubes de diamètre $\lesssim 1nm$). Cette technique conduit à des nanotubes de bonne qualité (les échantillons subissent une post-sélection : une fois connectés, leur comportement est évalué). Le dépôt contrôlé de catalyseur mène aussi à une densité maîtrisée de nanotubes.

3.1.2 Connexion des nanotubes de carbone

Repérage des nanotubes

Une fois les nanotubes obtenus, nous préparons la structure électronique qui va accueillir nos échantillons. Elle consiste en des précontacts d'or (apparaissant sur la deuxième image de la figure 3.1) et une structure centrale d'alignement (apparaissant sur la troisième image de la figure 3.1). Les précontacts commencent par des plots de $200\mu m$ par $200\mu m$ qui vont nous servir de base pour la microsoudure et qui vont se poursuivre en fil finissant avec une largeur d'environ $2\mu m$ au bord de la zone centrale. La zone centrale est constituée d'un réseau de plots d'alignement de $1\mu m$ de large, distants chacun de $6\mu m$, le tout s'étalant sur un carré d'environ $60\mu m$ de côté. Cette zone est visible sur les différentes images de la figure 3.4.

Ces précontacts d'Au sont obtenus par la même méthode de lithographie électronique que celle utilisée pour le dépôt du catalyseur et dont les étapes sont présentées sur la figure 3.2. Seule la phase de dépôt est différente. Le dépôt d'Au est obtenu par évaporation [7]. Nous évaporons sur le substrat une couche de $4nm$ de Cr, permettant une meilleure accroche de l'Au, suivie d'une couche d'Au d'une épaisseur de $50nm$. La phase de « lift-off » se fait alors à l'acétone chauffé à $40^{\circ}C$.

La structure d'alignement permet une détermination univoque de la position des nanotubes. Nous effectuons une imagerie MEB [8] (voire AFM) afin de repérer les nanotubes (comme

7. Les pressions caractéristiques pour l'évaporation de l'Au sont : $P_{Base} \sim 10^{-6}mbar$ et $P_{evap} \sim 10^{-5}mbar$ à un taux de $0.25nm/s$

8. à une tension de travail de $1kV$ et à un grossissement d'environ $1000\times$ pour éviter de trop insoler les nanotubes

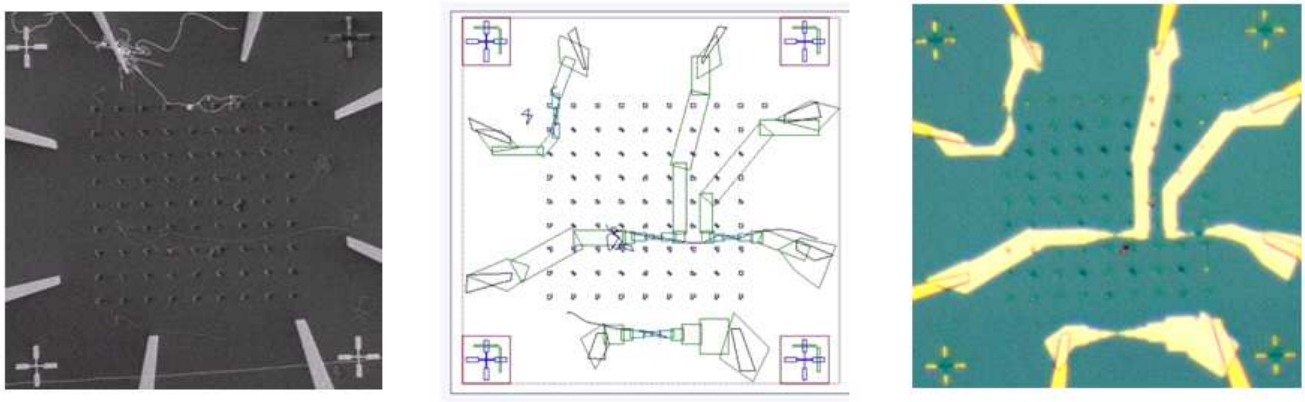


FIGURE 3.4 – Repérage des nanotubes : la zone centrale d'alignement avec les précontacts et les croix d'alignement (Au) (image MEB) - Dessin des contacts sous *eLine* - Résultat après lithographie et évaporation de Pd (image au microscope optique)

représenté sur la première image de la figure 3.4). Nous dessinons ensuite sous le logiciel *Raith eLine* les contacts que nous souhaitons obtenir relativement à cette structure d'alignement (deuxième image de la figure 3.4). Vient alors l'étape de lithographie des contacts qui mènera aux contacts visibles sur la troisième image de la figure 3.4.

Connexion du nanotube

Pour cette dernière étape de lithographie, l'alignement précis se fait par le biais des quatre croix situées aux coins de la zone centrale (visible sur la figure 3.4). En effet, ces quatre croix sont visibles au MEB malgré la couche de PMMA et ont été placées telles que l'alignement pourra être précis tout en évitant d'insoler les zones à lithographier.

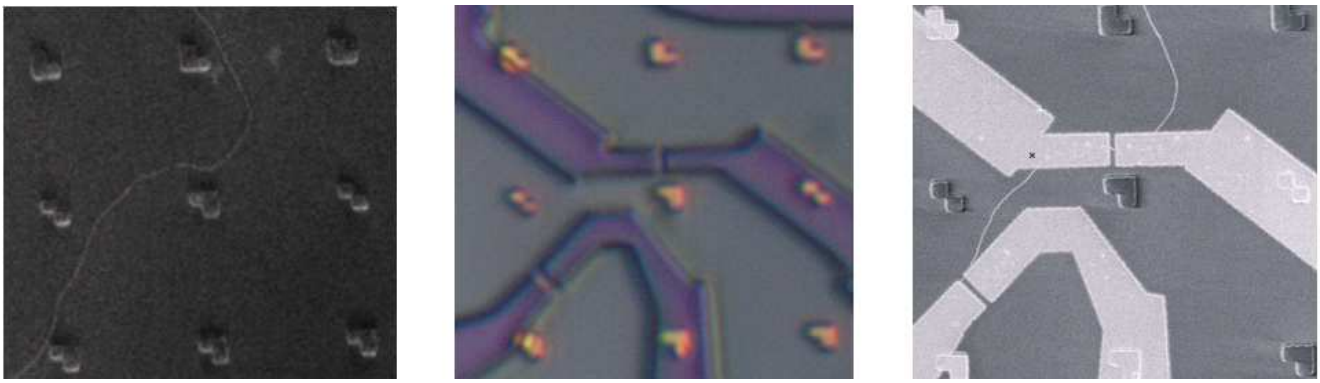


FIGURE 3.5 – Connexion des nanotubes : nanotube entre les plots d'alignement (image MEB) - résultat après lithographie et développement (image au microscope optique) - nanotube connecté aux électrodes de Pd (image MEB)

Viennent ensuite la lithographie, le développement (deuxième image de la figure 3.5), l'évaporation d'une couche de Pd et le « lift-off » (troisième image de la figure 3.5). L'étape

d'évaporation se fait dans un évaporateur à ultravide[9]. Cette évaporation est d'autant plus délicate que la qualité des contacts joue un rôle fondamental dans le comportement électronique futur du dispositif. La couche de Pd déposée est de $70nm$.

La puce est collée sur le porte échantillon (à la laque à l'argent). La microsoudure est ensuite effectuée entre les pistes d'or du porte échantillon et les plots d'or avec un fil d'aluminium de $25\mu m$ de diamètre. L'échantillon est ainsi connecté électriquement au circuit de mesure (comme illustré figure 3.9).

3.1.3 Systèmes complexes à base de nanotubes de carbone

Description du système

Jusqu'à maintenant, nous avons adopté la structure la plus simple pour nos échantillons. Les systèmes ainsi obtenus sont dipolaires. Nous pouvons cependant complexifier ces structures avec l'emploi de nanotubes multiparois (MW). Ces éléments sont en fait suffisamment robustes pour subir les contraintes mécaniques inhérentes à leurs micromanipulations [17, 18].

L'étape qui suit est la réalisation d'un tripôle. Nous utilisons comme support de base le SW et nous plaçons dessus un MW (voir figure 3.6).

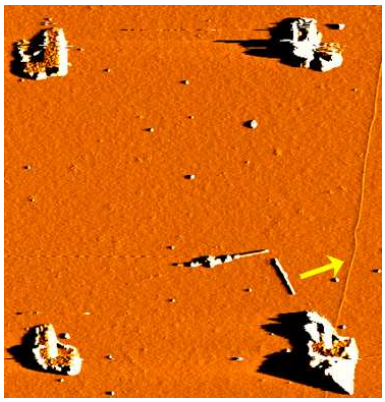


FIGURE 3.6 – Image AFM d'un MW à proximité d'un SW. L'opération de déplacement va mener le MW sur le SW (flèche)

Déplacement des MW

Nous pouvons reprendre les étapes de préparation d'un échantillon jusqu'à l'étape précédant la connexion des nanotubes aux contacts de palladium (les étapes qui précèdent la section 3.1.2). Nous commençons tout d'abord par le dépôt des MW. Les MW, en solution, sont placés dans un bain à ultrasons pendant une heure puis laissés au repos passant une dizaine de minutes. Une dizaine de gouttes sont alors successivement déposées sur l'échantillon, l'excédent étant au fur et à mesure retiré (par rotation rapide de l'échantillon combinée à un flux d'N_2). Nous disposons alors d'un substrat sur lesquels se cotoient des nanotubes SW et MW.

9. Nous avons pour cette étape d'évaporation : $P_{base} = 10^{-9}mbar$, $P_{evap} = 5 \times 10^{-8}/10^{-7}mbar$

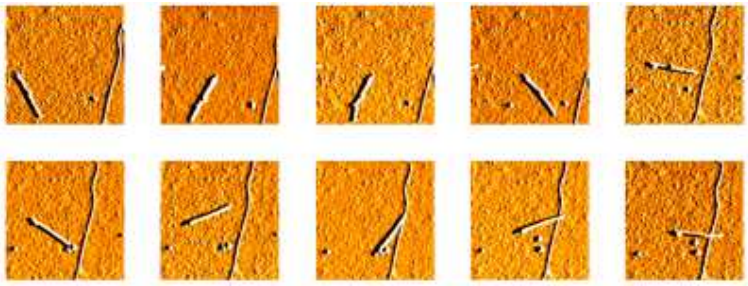


FIGURE 3.7 – Etapes de déplacement d'un MW sur un SW par pointe AFM (les étapes se succèdent de gauche à droite et de haut en bas - les images AFM sont d'une taille caractéristique de $2\mu m$)

Les MW sont déplacés, tel qu'il est représenté sur l'image 3.6, sur des SW. Cette nanomanipulation doit être effectuée à l'aide d'un microscope à force atomique en mode « contact ». Nous pouvons successivement imager les zones en mode « tapping » qui nous intéressent puis nous placer à un endroit précis, descendre la pointe de l'AFM à proximité d'un MW et la déplacer sur plusieurs centaines de nanomètres (entrainant le MW sur son passage). Les différentes étapes qui permettent le déplacement d'un MW sur le SW sont représentées sur la figure 3.7.

Lithographie des structures fines

Les étapes qui suivent dans la réalisation de ce système complexe reprennent celles décrites dans la section 3.1.2. Après que les contacts ont été dessinés sur le logiciel *Raith eLine*, nous effectuons la lithographie, le développement, l'évaporation et le « lift-off ». Le résultat final est illustré par la figure 3.8.

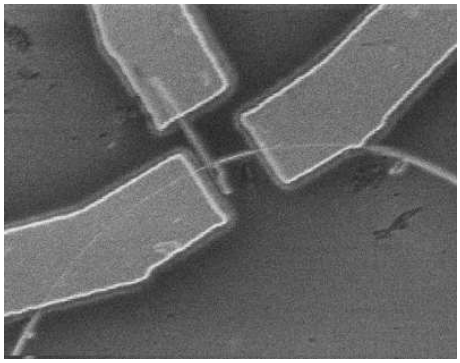


FIGURE 3.8 – « Beam-splitter » contacté avec les électrodes de palladium (image MEB)

Nous avons ajouté une nouvelle électrode à notre système. Cette électrode peut alors se présenter comme une sonde non invasive [93] ou comme un injecteur d'électrons pouvant mener à des expériences de type Hanbury Brown et Twiss [3] (ce qui sera développé dans le chapitre 6).

3.2 Description de la mesure

3.2.1 Dispositif expérimental

Support matériel

Le porte échantillon connecté aux dispostifs à base de nanotubes de la puce de silice par des fils d'Al est représenté figure 3.9 (où les différents éléments électroniques relatifs à la mesure ont été redessinés, faisant référence au schéma de la structure électronique représenté figure 3.10). Les fils noirs pleins ou en pointillés correspondent respectivement aux microsoudures pour une structure dipolaires et pour une structure tripolaire.

Nous pouvons de plus remarquer que la structure du porte échantillon est symétrique : la voie 1 est assimilable à la voie 4 et la voie 3 à la voie 2.

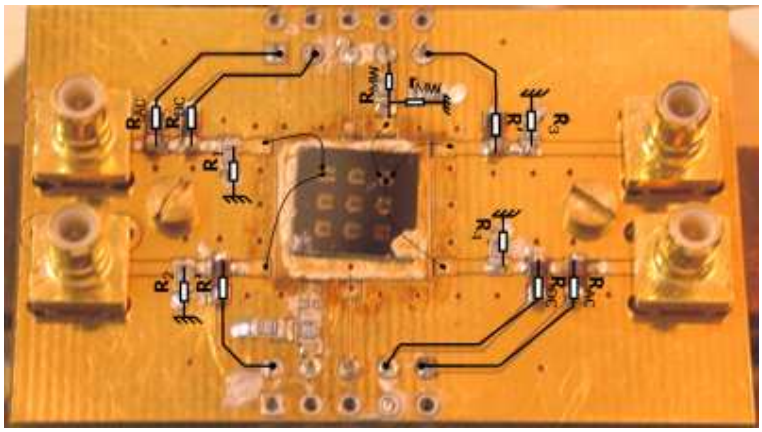


FIGURE 3.9 – Photographie du porte échantillon couplé à un dessin de la structure électronique de la mesure

Ce porte échantillon est ensuite vissé à la canne de mesure, les connexions étant assurées par des câbles coaxiaux semirigides connectés aux prises SMB et par des câbles coaxiaux dissipatifs connectés à des broches placées sous le porte échantillon. Finalement, l'extrémité de la canne est protégée par un capot de cuivre avant d'être placée dans le cryostat.

Description générale de la mesure

L'architecture électronique est présentée sur la figure 3.10. Le coeur de l'expérience est situé dans la partie centrale caractérisé par une image AFM d'un échantillon sur lequel se trouve les nanotubes connectés aux électrodes de Palladium (ici placé dans la configuration $\ll$ HBT $\gg$ *i.e.* lorsqu'un MW a été placé sur le SW [10]). La puce de silice sur laquelle se trouvent les nanotubes est collée à un porte échantillon (zone encadrée par les pointillés bleus et placée à basse température, soit généralement à $1.5K$). L'échantillon est polarisé par des générateurs de tension associé à un système de diviseurs de tensions (représentés dans la partie supérieure de l'encadré). En aval, le système est relié à deux chaînes d'amplification (formées chacunes de deux amplificateurs *NF SA-220F5* placés en série) et au système de détection. Cette structure expérimentale permet à la fois de mesurer le courant (par l'intermédiaire de la

10. Parmi nos échantillons, seul $LC2VNT1$ étudié dans le régime Kondo n'est constitué que d'un SW

conductance différentielle) et ses fluctuations pour un échantillon placé dans une situation hors de l'équilibre.

Nous pouvons polariser les contacts source (S), drain (D), central (M) ou la grille par des câbles coaxiaux dissipatifs présentés en pointillés sur la figure 3.10, qui descendent le long de la canne. Les contacts S, D et M sont connectés, sur le porte échantillon, à des diviseurs de tension ayant un facteur d'environ 1/100. Les potentiels sont fixés par des générateurs de tension [11] par l'intermédiaire de nouveaux diviseurs (en amont des disques noirs, sur la figure 3.10, d'un facteur 1/10). La tension appliquée sur l'échantillon est donc d'environ 1/1000 de la tension appliquée en amont (sur le contact M, le facteur de division peut être 1/500 suivant la configuration adoptée).

La conductance différentielle est mesurée en appliquant une faible tension sinusoïdale V_{AC}. Nous étudions alors la variation correspondante du courant : nous mesurons sur la détection synchrone qui a généré la tension alternative, la tension sur le contact D, directement proportionnelle au courant alternatif circulant dans le nanotube. La résistance R_2 se voit ainsi confier le rôle de transformateur courant-tension.

C'est sur ce principe que sont mesurées les fluctuations du courant. Les deux électrodes S et D sont reliées à la masse par des résistances R_1 et R_2 (environ 200Ω). Dans la configuration à deux terminaux, une fluctuation i du courant sur le nanotube de carbone, engendre des fluctuations de tension $\delta V_S = R_1 i$ et $\delta V_D = -R_2 i$ sur les électrodes. Dès lors, une mesure de corrélations croisées des potentiels V_S et V_D permet de remonter aux fluctuations de courant.

Description de la mesure de la conductance différentielle

Le système de détection synchrone est constitué de deux amplificateurs (ou « Lock-In »). Le premier génère la tension sinusoïdale U_{AC} (ou $U_{MW,AC}$, suivant la configuration) et utilise sa sortie de tension en créneaux pour vérrouiller en fréquence le second. Ces deux appareils mesurent respectivement les tensions sur les contacts D et S. Afin de déterminer précisément la conductance différentielle, il faut avoir une bonne connaissance des paramètres du circuit.

Les résistances R_1, R_2 valent 200Ω et R_{AC}, R_{DC} ou R', $20k\Omega$. Ces valeurs ont été affinées, à $T = 1.5K$, en retirant les diviseurs de tensions $1/10^{eme}$ (nous retirons la partie en aval des disques noirs sur la figure 3.10) et en caractérisant avec la détection synchrone les diviseurs formés de R_1 et R_{AC}, R_1 et R_{DC} ou R_2 et R', ainsi que des configurations où les résistances R_{AC}, R_{DC} et R' sont mises en séries de résistances plus importantes ($\sim qqM\Omega$). Les résistances de même type ont montré des valeurs similaires. Nous avons ainsi obtenu : $R_{AC} \approx R_{DC} \approx R' = 20180(\pm 20)\Omega$ et $R_1 \approx R_2 = 200.7(\pm 0.2)\Omega$. Sur le contact M , r_{MW} et R_{MW} sont respectivement des résistances de $1k\Omega$ et $100k\Omega$.

Ces déterminations des résistances sont effectuées à des fréquences comprises entre $1kHz$ et $10kHz$. Il s'avère aussi indispensable de déterminer le gain des amplificateurs à ces fréquences. Pour cela, nous plaçons à l'entrée de chaque amplificateur, un diviseur de tension (dont le facteur de division a été déterminé précédemment) et nous mesurons ainsi sur la détection synchrone le facteur de multiplication de la chaîne d'amplification (cette dernière est placée dans la même configuration que pour la mesure de la conductance). Cela nous donne une première bonne estimation de la valeur de ce gain. Ces valeurs sont affinées de manière autocohérente en utilisant les formules de détermination de la tension source-drain et de la conductance, comme décrit dans l'annexe D.1.1. Nous avons mesuré pour l'échantillon $U4$, à une fréquence de $2.764kHz$, des gains des chaînes 1 et 2 de respectivement 7200 ± 25 et

11. deux générateurs qui permettent de fixer la tension DC (U_{DC} ou $U_{MW,DC}$) et la tension de grille

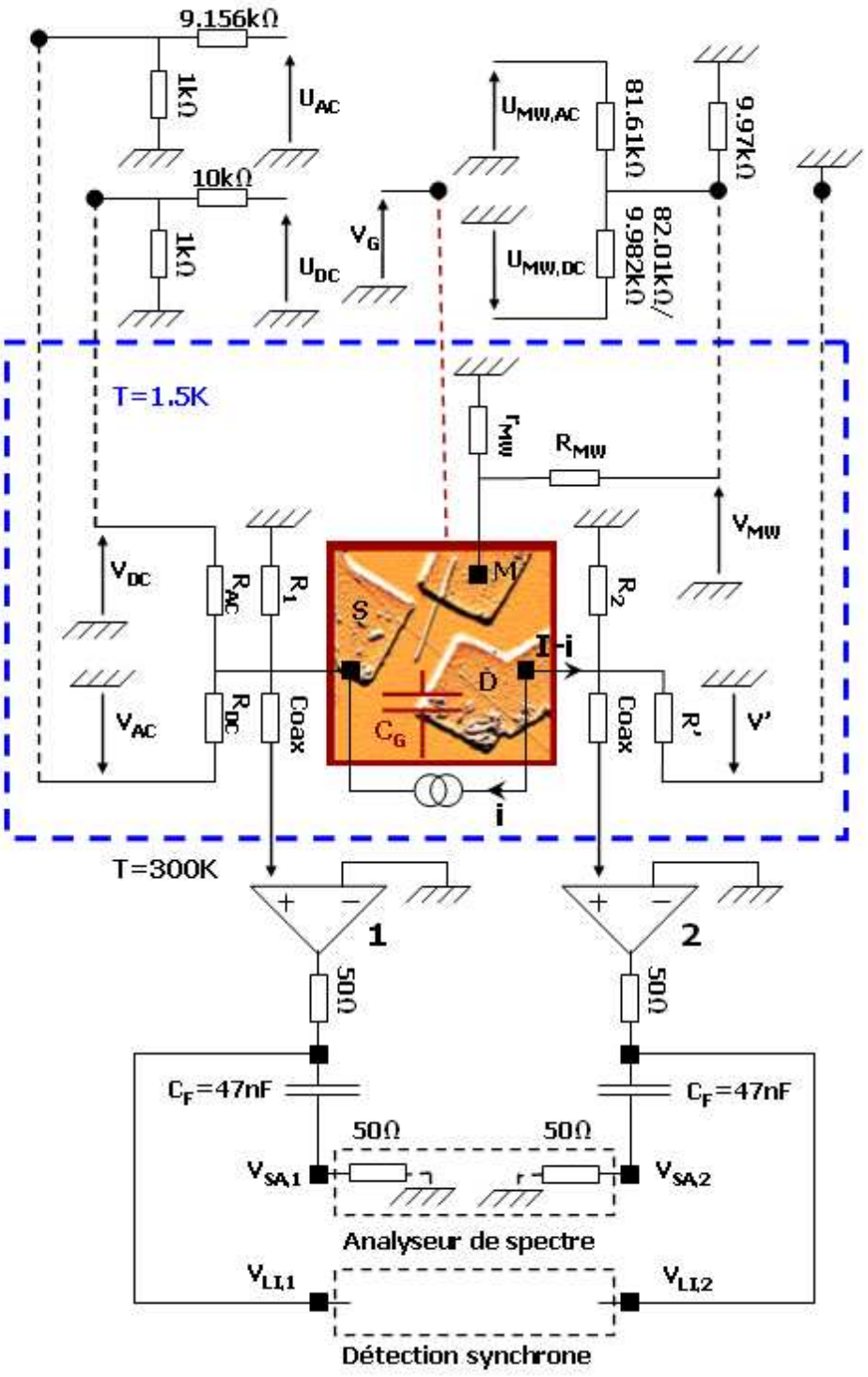


FIGURE 3.10 – Représentation schématisée de la structure électronique de mesure

5234 ± 25 (pour la configuration de mesure de l'échantillon $LC2VNT1$, à une fréquence de $f = 10.777kHz$, les gains sont respectivement de 15505 ± 50 et 15142 ± 30).

Description de la mesure des fluctuations du courant

Comme nous l'avons décrit précédemment, les fluctuations du courant sur le nanotube se traduisent en fluctuations de tension des électrodes S et D. Les corrélations croisées sont calculées, à partir de ces tensions amplifiées, à l'aide de l'analyseur de spectre [12], devant lequel nous avons placé des condensateurs (de capacité de $47nF$, afin de filtrer les basses fréquences). L'opération suivante est effectuée :

$$S_{cross}(f) = \overline{\delta\hat{V}_1(f)}\ \overline{\delta\hat{V}_2(f)}^* \tag{3.1}$$

Nous nous intéressons plus précisément à la partie réelle de S_{cross}. Ces correlations croisées sont mesurées autour d'une fréquence moyenne, f_c (comprise entre $1MHz$ et $10MHz$), sur un intervalle (≪ span frequency ≫) de $78.125kHz$ pour un total de $N = 1601$ points (soit un écart entre les points de $\Delta f \approx 50Hz$). Nous effectuons alors une moyenne de 40000 à 60000 de ces spectres (pour une durée totale de 15 à 20 minutes).

L'ordre de grandeur du bruit en tension [13] que nous voulons mesurer est de $10^{-22}V^2/Hz$. Nous effectuons alors un échantillonnage [14] des valeurs renvoyées entre $\pm 4 \times 10^{-21}V^2/Hz$ avec un comptage sur 50 intervalles. Cet échantillonnage tend, d'après le théorème de la limite centrale, vers une répartition gaussienne. Ces résultats sont ainsi ajustés avec une distribution gaussienne dont la valeur centrale nous donne la valeur moyenne du bruit. La largeur de cette gaussienne vaut approximativement $1.5 \times 10^{-21}V^2/Hz$ (pour une moyenne sur 40000 spectres) soit une erreur pour le bruit en courant d'environ $\frac{1.5\times10^{-21}}{R_1R_2\sqrt{N}}$ soit $10^{-27}A^2/Hz$. Nous pouvons comparer cette valeur au bruit à l'équilibre d'un nanotube de carbone totalement ouvert, $S_I = 4k_BT(4e^2/h)$, soit $1.3\times10^{-26}A^2/Hz$ à une température de $1.5K$. Cette méthode de détermination du bruit semble suffisamment sensible pour effectuer des mesures sur notre nanotube. L'ajustement de la distribution du bruit mesuré par une fonction gaussienne permet d'éviter les erreurs que pourrait donner une simple moyenne des mesures de corrélations croisées où des évènements rares pourraient décaler la moyenne du bruit de manière non négligeable.

Ce principe de mesure des autocorrélations du courant par les corrélations croisées des tensions a de plus l'avantage qu'il découple partiellement les fluctuations de courant de part et d'autre du nanotube de carbone (ce qui, par exemple, a pour effet de limiter l'influence du bruit en courant des amplificateurs).

3.2.2 Détermination de la conductance et du bruit dans la configuration à deux terminaux

Nous allons déterminer dans cette partie les valeurs de la conductance différentielle et des fluctuations du courant pour le dispositif simplifié présenté figure 3.11, similaire au dispositif général présenté figure 3.10. Les formulations de la conductance et du bruit sont développées,

12. Cet analyseur de spectre est le modèle *Vector Signal Analyser - 98410A* de la marque *Agilent* fonctionnant dans le domaine $DC - 10MHz$

13. après division par les gains des amplificateurs

14. la taille de l'échantillonnage est d'autant plus grande que le nombre de spectre sur lequel on moyenne est faible

dans le cas général, dans l'annexe D et mènent à des équations similaires à celles présentées ici.

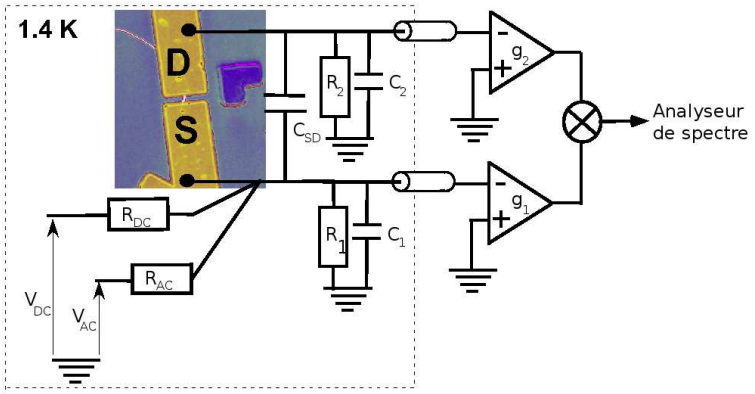


FIGURE 3.11 – Circuit électrique simplifié dans la configuration dipolaire associé à l'image MEB de l'échantillon $LC2VNT1$

Détermination de la conductance différentielle

En négligeant les fluctuations, les potentiels électriques vérifient, par conservation du courant, les équations suivantes :

$$\begin{cases} V_S &= -I(V_{SD})\widetilde{Z_1} + \widetilde{V}_{AC} + \widetilde{V}_{DC} \\ V_D &= Z_2 I(V_{SD}) \end{cases} \tag{3.2}$$

où $V_{SD} = V_S - V_D$, $\tilde{Z}_1 = Z_1 \times (1 + Z_1(R_{AC}+R_{DC})/R_{AC}R_{DC})^{-1}$ et $\tilde{V}_{AC/DC} = V_{AC/DC}\tilde{Z}_1/R_{AC/DC}$. De plus, Z_1 et Z_2 sont les associations en parallèle des résistances R_1 et R_2 et des capacités des lignes coaxiales, C_1 et C_2, d'où $Z_{1/2} = R_{1/2}/(1 + i\omega' R_{1/2}C_{1/2})$ où ω' est la pulsation à laquelle cette mesure est effectuée.

La conductance différentielle se calcule alors en considérant la réponse à une faible variation des potentiels électriques. Expérimentalement, cela s'opère avec une faible excitation sinusoïdale : $V_{AC}(t) = V_{AC}\cos(\omega' t)$, avec $V_{AC} \sim 0.01V$ et $\omega'/2\pi \sim 1/10kHz$. En considérant le système (3.2), la réponse sinusoïdale du courant, de fréquence $\omega'/2\pi$, vérifie :

$$g(V_{SD}) = \frac{\partial I(\omega')}{\partial V_{SD}(\omega')} = \frac{g^0}{1 - (\tilde{Z}_1 + Z_2)g^0} \tag{3.3}$$

où $g^0 = I(\omega')/\tilde{V}_{AC} = V_D(\omega')/Z_2\tilde{V}_{AC}$, ce qui est directement accessible par les mesures par détection synchrone.

Calcul des fluctuations du courant

En pratique, nous mesurons les corrélations des potentiels électriques V_S et V_D. Nous allons ici relier ces fluctuations de tension aux fluctuations du courant. En intégrant les

fluctuations du courant, le système (3.2) se réécrit :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} V_S & = & \widetilde{Z_1}(i_S - I + i) + \widetilde{V} \\ V_D & = & Z_2(I - i + i_D) \end{array} \right.$$

où $\widetilde{V} \equiv \tilde{V}_{AC} + \tilde{V}_{DC}$, i_S est le courant fluctuant issu des résistances R_1, R_{AC} et R_{DC} et de l'amplificateur 1 allant vers le contact S et parallèlement, i_D est le courant fluctuant sur le contact D issu de l'amplificateur 2 et de la résistance R_2. De plus, au premier ordre en tension, le courant s'écrit : $I(V_{SD}) = I(\langle V_{SD}\rangle) + (\delta V_S - \delta V_D)g(V)$. Nous obtenons alors :

$$I(V_{SD}) = I(\langle V_{SD}\rangle) + g(V_{SD})((\widetilde{Z_1} + Z_2)(i - g(V_{SD})(\delta V_S - \delta V_D)) + \widetilde{Z_1} i_S - Z_2 i_D)$$

Remarquons que dans le cas où il existe un couplage capacitif entre les contacts S et D, la conductance différentielle prend alors la forme : $g = g_{NT} + i\omega C_{SD}$ où g_{NT} est la conductance intrinsèque du nanotube et C_{SD} la capacité entre les contacts S et D. Le calcul précédant donne, en considérant la notation : $\alpha = g(V)(\widetilde{Z_1} + Z_2)$,

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \delta V_S - (\delta V_S - \delta V_D)\alpha g(V)\widetilde{Z_1} & = & \widetilde{Z_1}\Big(i(1-\alpha) + (1 - g(V)\widetilde{Z_1})i_S + Z_2 g(V) i_D\Big) \\ \delta V_D + (\delta V_S - \delta V_D)\alpha g(V) Z_2 & = & Z_2\Big(- i(1-\alpha) + (1 - g(V)Z_2)i_D + g(V)\widetilde{Z_1} i_S\Big) \end{array} \right.$$

Soit :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \delta V_S(1 - g(V)(\widetilde{Z_1} + Z_2)^2 g(V)) & = & \widetilde{Z_1}\Big(i(1-\alpha) + (1 - g(V)(\widetilde{Z_1} + Z_2\alpha)i_S + g(V)Z_2(1-\alpha))i_D\Big) \\ \delta V_D(1 - g(V)(\widetilde{Z_1} + Z_2)^2 g(V)) & = & Z_2\Big(- i(1-\alpha) + (1 - g(V)(Z_2 + \widetilde{Z_1}\alpha))i_D + g(V)(1-\alpha)\widetilde{Z_1} i_S\Big) \end{array} \right.$$

Les corrélateurs prennent alors la forme :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \langle \delta V_S \delta V_D^* \rangle & = & \gamma\Big(- \langle i^2\rangle + \langle i_S^2\rangle(1 + g(V)Z_2)\widetilde{Z_1}^* g(V)^* + \langle i_D^2\rangle Z_2 g(V)(1 + g(V)\widetilde{Z_1})^*\Big) \\ \langle \delta V_S \delta V_S^* \rangle & = & \gamma_S\Big(\langle i^2\rangle + \langle i_S^2\rangle|1 + g(V)Z_2|^2 + \langle i_D^2\rangle |Z_2 g(V)|^2\Big) \\ \langle \delta V_D \delta V_D^* \rangle & = & \gamma_D\Big(\langle i^2\rangle + \langle i_S^2\rangle|\widetilde{Z_1} g(V)|^2 + \langle i_D^2\rangle |1 + g(V)\widetilde{Z_1}|^2\Big) \end{array} \right. \quad (3.4)$$

où $\gamma = \widetilde{Z_1} Z_2^* |1+\alpha|^{-2}$, $\gamma_S = |\widetilde{Z_1}|^2 |1+\alpha|^{-2}$, $\gamma_D = |Z_2|^2 |1+\alpha|^{-2}$.

Le bruit intrinsèque, $\langle i^2\rangle$, va pouvoir être déterminé à partir des corrélations de la tension : $\langle \delta V_S \delta V_D^* \rangle$. Cette formulation met aussi en évidence l'existence d'un fond du bruit qui correspond aux termes de fluctuations de courants : $\langle i_S^2\rangle$ et $\langle i_D^2\rangle$ pondérés par des facteurs du type $Z_i \times g$ (qui induisent ainsi une réduction de ces fluctuations parasitaires dans les corrélations croisées).

Les deux dernières relations du système (3.4) sont utiles pour l'étalonnage du système d'amplification. Ces relations mettent en jeu les fluctuations des courants $\langle i_S^2\rangle$ et $\langle i_D^2\rangle$ qui, dans une situation à l'équilibre, sont déterminées par la formule du bruit de Johnson-Nyquist.

Calcul du bruit

Les corrélations croisées mesurées, définies par l'équation (3.1), sont issues des potentiels V_S et V_D et vérifient la relation :

$$S_{cross} = g_1 g_2 \Re\big(\langle \delta V_S \delta V_D^* \rangle_f\big) \quad (3.5)$$

où g_1 et g_2 sont les gains des chaînes d'amplification 1 et 2. Nous allons définir les gains « effectifs » G_1 et G_2 sous la forme : $G_1 = g_1\frac{|\widetilde{Z_1}|}{R_1^0}$, $G_2 = g_2\frac{|Z_2|}{R_2^0}$ avec $R_1^0 = R_2^0 = 200\Omega$. Cela va nous permettre de mettre les relations sous une forme réduite, indépendante de la fréquence. Soit S définie par :

$$S = -\frac{S_{cross}}{R_1^0 R_2^0 G_1 G_2 |1+\alpha|^2} \tag{3.6}$$

Nous obtenons alors :

$$S = \underbrace{\langle i^2\rangle}_{S_I} - \Big(\underbrace{\Re\big((1+Z_2\widetilde{g})(\widetilde{Z_1}\widetilde{g})^*\big)\langle i_S^2\rangle + \Re\big(Z_2\widetilde{g}(1+\widetilde{Z_1}\widetilde{g})^*\big)\langle i_D^2\rangle}_{S_{off}}\Big) \tag{3.7}$$

où nous avons fait l'approximation $\tilde{Z}_1 Z_2^* = |\tilde{Z}_1||Z_2|$, ce qui est justifié du fait de la symétrie du dispositif de mesure ($Z_1 \equiv Z_2$) et étant donné la relation : $Z_1 \ll R_{AC,DC}$. Le fond est donc une fonction de la température et de la transmission, D (où $D = \Re\big(\frac{dI}{dV}\big) \times (\frac{4e^2}{h})^{-1}$). Remarquons que dans le cas simple où les fluctuations de courant i_S et i_D sont données par le bruit thermique des résistances R_1 et R_2, nous pouvons écrire : $\langle i_{S/D}^2\rangle = 4k_BTR_{1/2}^{-1}$ et donc, comme $Z_{1/2} \approx R_{1/2}$, le fond du bruit correspond à deux fois le bruit d'équilibre du nanotube de carbone $S_{off} \sim 2 \times 4k_BTg_{NT}$. Afin d'accéder aux fluctuations intrinsèques de courant, il nous faut alors déterminer les gains G_1 et G_2 des chaînes d'amplification et le fond S_{off}, ce qui sera développé dans la section 3.2.4.

3.2.3 Détermination de la conductance et du bruit dans la configuration à trois terminaux

Dans la configuration à trois terminaux, la détermination des transmissions est plus délicate que précédemment, les courants I_L et I_R dépendants explicitement de D_{LM}, D_{RM}, D_{LR}. Nous allons dans cette partie développer la méthode de détermination les transmissions sans développer tous les calculs (présentés annexe D.2).

Détermination des différentes transmissions du système

Les échantillons étudiés dans cette configuration à trois terminaux correspondent à $T5INT1$ et $T5IIINT1$ et sont mesurés avec des chaînes d'amplification présentant des gains à $2764Hz$ de 7200 et 5234 (respectivement pour les chaînes 1 et 2). Nous allons utiliser les notations D_{LR}^0, D_{LM}^0 et D_{RM}^0 pour désigner les transmissions à l'ordre 0, directement mesurables :

$$\left\{\begin{array}{rcl} D_{LR}^0 &=& V_R/(U_{AC}\times 10^{-3}\times 200\times 4e^2/h) \\ D_{LM}^0 &=& V_L/(U_{AC,MW}\times(10^{-3}/5\times 10^{-2})\times 200\times 4e^2/h) \\ D_{LR}^0 &=& V_R/(U_{AC,MW}\times(10^{-3}/5\times 10^{-3})\times 200\times 4e^2/h) \end{array}\right. \tag{3.8}$$

où $U_{AC,\emptyset/MW}$ est la tension imposée sur la voie menant au contact L/M (soit $U_{AC}\times 10^{-3}$ ou $U_{AC,MW}\times(10^{-3}/5\times 10^{-2})$ et vaut $100\mu V$ pour toutes les mesures effectuées) tel qu'elle est représentée figure 3.10. Le facteur 200 correspond à la résistance, typiquement de 200Ω, sur le contact R ou L et $(10^{-3}/5\times 10^{-2})$ correspond à l'ordre de grandeur du diviseur de tension. Finalement, $V_{L/R}$ correspond à la tension mesurée sur le Lock-In pour la voie L/R (soit 1/2), divisée par le gain associé.

La détermination exacte des transmissions moyennes est effectuée en utilisant le système reliant les courants aux différentes transmissions, définis équation (2.8), et en résolvant le même type de système sur les potentiels électriques que dans la situation dipolaire. Nous pouvons ainsi relier les termes D^0_{LR}, D^0_{LM} et D^0_{RM} aux transmissions du système, comme développé en annexe D.2.

Détermination des corrélations croisées pour le système

Dans la configuration à deux terminaux, la conservation du courant permettait de calculer directement les autocorrélations du courant du conducteur mésoscopique par les corrélations croisées des tensions V_L et V_R. Cette situation est différente dans la configuration à trois terminaux pour laquelle $\langle \delta V_L \delta V_R \rangle$ dépend explicitement de S_{LL}, S_{LR} et S_{RR}. En effet, les équations liant les fluctuations sont :

$$\begin{cases} \Delta I_L &= -G(D_{LM}\delta V_M + D_{LR}\delta V_R - (D_{LM}+D_{LR})\delta V_L) + \delta I_L \\ \Delta I_R &= -G(D_{RM}\delta V_M + D_{LR}\delta V_L - (D_{LR}+D_{RM})\delta V_R) + \delta I_R \\ \delta V_L &= (i_L - \Delta I_L) r_L \\ \delta V_R &= (i_R - \Delta I_R) r_R \\ \delta V_M &= (i_M - \Delta I_M) r_M \\ \Delta I_M &= -\Delta I_L - \Delta I_R \\ \delta I_M &= -\delta I_L - \delta I_R \end{cases}$$

où G est le nombre de canaux dégénérés multiplié par le quantum de conductance (typiquement de $154.96\mu S$), δI correspond aux fluctuations intrinsèques du conducteur et ΔI aux fluctuations du courant sur l'électrode. Les conventions pour les courants et les résistances sont définis figure 3.12.

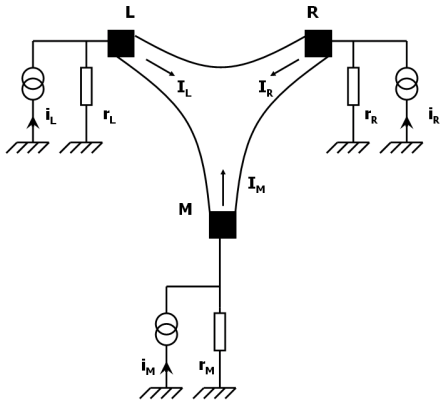


FIGURE 3.12 – Schéma représentatif de la situation à trois terminaux

La résolution du système d'équations donne :

$$\begin{cases} \delta V_L &= \gamma_L((i_L - \delta I_L)(1+\alpha_L) + \delta I_R \beta_L + G_0(i_L(\xi_L + r_M D_{LM}) + i_R(\xi_L + r_R D_{LR}) + i_M(\xi_L + r_M D_{LM})) \\ \delta V_R &= \gamma_R((i_R - \delta I_R)(1+\alpha_R) + \delta I_L \beta_R + G(i_R(\xi_R + r_M D_{RM}) + i_L(\xi_R + r_L D_{LR}) + i_M(\xi_L + r_M D_{RM})) \end{cases}$$

où,

$$\left\{\begin{array}{lcc} \xi_L & = & Gr_Rr_M\sum_{D\neq D'}DD' \\ \xi_R & = & Gr_Lr_M\sum_{D\neq D'}DD' \\ \alpha_L & = & G(r_RD_{LR}+r_RD_{RM}+r_MD_{RM}) \\ \alpha_R & = & G(r_LD_{LR}+r_LD_{LM}+r_MD_{LM}) \\ \beta_L & = & G(r_MD_{LM}-r_RD_{LR}) \\ \beta_R & = & G(r_MD_{RM}-r_LD_{LR}) \\ \alpha & = & G\sum_{\beta\neq\gamma}r_\beta D_{\beta\gamma}+(G)^2\sum_{\{r,r'\},r\neq r'}rr'\sum_{\{D,D'\},D\neq D'}DD' \\ \gamma_L & = & r_L/(1+\alpha) \\ \gamma_R & = & r_R/(1+\alpha) \end{array}\right.$$

Ces équations redonnent celles obtenues dans la configuration à deux terminaux (*i.e.* lorsque $D_{LM}=D_{RM}=0$). Dès lors, en ne tenant pas compte des fluctuations de courant i, nous obtenons :

$$\langle\delta V_L\delta V_R^*\rangle=\gamma_L\gamma_R^*\big(\langle\delta I_L\delta I_R^*\rangle((1+\alpha_L)(1+\alpha_R)^*+\beta_L\beta_R^*)+\langle|\delta I_L|^2\rangle(-(1+\alpha_L)\beta_R^*)+\langle|\delta I_R|^2\rangle(-(1+\alpha_R)^*\beta_L)\big)$$

Pour les termes de fluctuations des courants i_L, i_R et i_M avec $\langle|i_L|^2\rangle=4k_BT/r_L$, $\langle|i_R|^2\rangle=4k_BT/r_R$ et $\langle|i_M|^2\rangle=4k_BT/r_M$, les corrélations croisées sont evaluées à :

$$\langle\delta V_L\delta V_R^*\rangle\sim 1/(1+\alpha)^2\times 4k_BT\big(Gr_M\sum_{\{D,D'\},D\neq D'}DD'(3+\alpha+G\sum_{\beta\neq\gamma}r_\beta D_{\beta\gamma})+D_{LR}(2+G\sum_{\beta\neq\gamma}r_\beta D_{\beta\gamma})\big)$$

La relation précédente est exacte si les résistances r_α sont réelles [15]. Etant donné qu'à l'équilibre, d'après les relations (2.9), (2.10) et les résultats en annexe C : $S_{LL}(0)=4k_BTG(D_{LR}+D_{LM})$, $S_{RR}(0)=4k_BTG(D_{LR}+D_{RM})$ et $S_{LR}(0)=-4k_BTGD_{LR}$, nous obtenons pour les corrélations croisées de la tension, pour $V_L=V_R=V_M=0$:

$$\langle\delta V_L\delta V_R^*\rangle \sim 4k_BTr_Lr_RG(D_{LR}+Gr_M\sum_{\{D,D'\},D\neq D'}DD')/|1+\alpha|$$

Nous retrouvons la situation à deux terminaux lorsque $r_M\to 0$ avec : $\langle\delta V_L\delta V_R^*\rangle\sim 4k_BTr_L(\equiv\tilde{Z}_1)r_R(\equiv Z_2^*)GD_{LR}/|1+\alpha|$.

Ces résultats donnent donc une détermination précise des corrélations croisées de la tenion en fonction des paramètres du circuit. Il est donc particulièrement important de bien étalonner le système afin d'analyser les mesures de bruit dans cette configuration.

Pour l'étude des corrélations croisées, nous étudierons la grandeur :

$$S_c=\frac{S_{cross}}{R_1^0R_2^0G_1G_2|1+\alpha|^2} \tag{3.9}$$

qui correspond à la grandeur : $-S$ que nous avons introduite dans la situation dipolaire.

3.2.4 Etalonnage de la mesure de bruit

Domaine d'étude du bruit

Les domaines dans lesquels nous pouvons étudier le bruit en courant sont définis par la fréquence de mesure des fluctuations et l'intervalle de tensions de polarisation de l'échantillon.

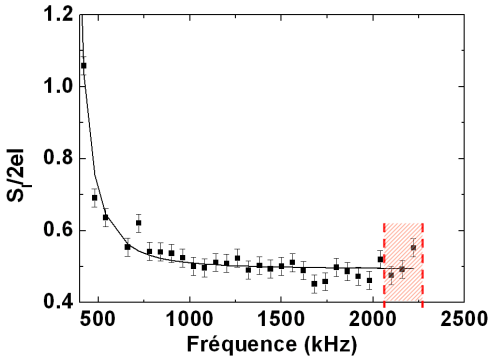


FIGURE 3.13 – Bruit en fonction de la fréquence. Nous nous plaçons dans un régime de bruit blanc (*i.e.* où le bruit dépend pas de la fréquence et plus exactement dans la zone hachurée). La courbe est trait continu correspond à la fonction $f \mapsto 0.5+11.75\times 25^2/((f-307\times 10^3)^2+25^2)$

Les variations en fréquence ont été étudiées sur l'échantillon $U4NT1$, pour des tensions : $V_{SD} = 1mV$ et $V_G = 0.65V$, sur un intervalle allant d'environ $500kHz$ à plus de $2MHz$.

Le bruit, ramené à $2eI$, est représenté figure 3.13. Nous obtenons une décroissance du bruit en fonction de la fréquence jusqu'à une « stabilisation ». L'ajustement lorentzien, représenté par la courbe noire sur la figure 3.13 (donné à titre indicatif) est décrit par la fonction : $0.5 + 11.75 \times 25^2/((f - 307 \times 10^3)^2 + 25^2)$. Cette forme fonctionnelle semble indiquer la présence de peu de fluctuateurs couplés au nanotube. Nous nous plaçons dans un régime où le bruit est blanc *i.e.* où la trace du bruit en fonction de la fréquence est plate afin de sortir du régime de bruit en $1/f$.

Pour le domaine de tension, nous restons dans un régime de faibles excitations soit une énergie, eV, faible devant la séparation des niveaux d'énergie de la boite quantique unidimensionnelle (de l'ordre de quelques milliélectron-volts). Nous allons étudier le bruit essentiellement dans la fenêtre de tension de $-1mV$ à $+1mV$.

Sur la figure 3.14, une mesure de bruit est représentée en fonction de la tension source-drain dans le domaine $[-10mV, 10mV]$. Nous avons représenté, à titre indicatif, par la courbe rouge le bruit de Schottky multiplié par le terme d'arrondi thermique : $(\coth(eV/2k_BT) - 2k_BT\partial_{V\to 0}) \times 2eI$. Les deux pics observés au voisinage de $V_{SD} = \pm 5mV$ ont probablement une origine extrinsèque liée aux fluctuateurs décrits précédemment. Il apparait donc essentiel d'effectuer nos mesures de bruit à basse énergie ($|V_{SD}| \lesssim 1mV$) pour en déterminer la partie intrinsèque. Ces brusques variations des fluctuations apparaissent parfois à plus faibles excitations (comme nous le verrons lors dans l'étude du bruit des deux prochains chapitres), pour des tensions de grille et source-drain précises. Ces anomalies sont mises de côté lors de l'étude des fluctuations de courant.

Etalonnage des gains des chaînes d'amplification

Le bruit à l'équilibre des résistances, correspondant au bruit de Johnson-Nyquist, se présente comme une référence qui nous permet d'étalonner la chaîne d'amplification de tension. Cet étalonnage des gains des amplificateurs est effectué lorsque le courant ne peut pas

15. Nous considérons l'approximation $|r_\alpha| \to r_\alpha$

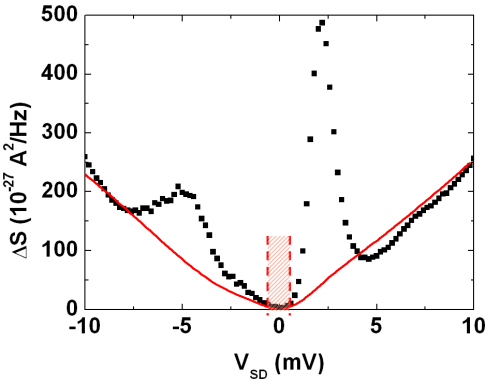


FIGURE 3.14 – Bruit en excès, $\Delta S = S - S(V=0)$, en fonction de la tension. La courbe rouge correspond à $(\coth(eV/2k_BT) - 2k_BT\partial_{V\to 0})2eI$. Nos expériences sont effectuées dans un régime de faibles excitations (*i.e* dans la zone hachurée)

circuler entre les électrodes source et drain (lorsque que le nanotube n'est pas passant ou en l'abscence d'échantillon). Nous nous intéressons alors aux autocorrélations des potentiels V_S et V_D. D'après les calculs donnés par l'équation (3.4), dans la limite où $g = 0$, nous pouvons écrire :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \langle \delta V_S \delta V_S^* \rangle & = & |\tilde{Z}_1|^2 \langle i_S^2 \rangle \\ \langle \delta V_D \delta V_D^* \rangle & = & |Z_2|^2 \langle i_D^2 \rangle \end{array} \right.$$

Or, les fluctuations des courants i_S et i_D vérifient :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \langle i_S^2 \rangle & = & 4k_BT(R_1^{-1} + R_{AC}^{-1} + R_{DC}^{-1}) + S_{n,1} \\ \langle i_D^2 \rangle & = & 4k_BTR_2^{-1} + S_{n,2} \end{array} \right.$$

où $S_{n,1/2}$ sont les fluctuations de courant des amplificateurs 1/2 (de l'ordre de $4\times10^{-26} A^2/Hz$). Dès lors, nous remarquons que les fluctuations de potentiels sont des fonctions linéaires de la température. En ne considérant que la partie linéaire en la température, nous obtenons comme gains G_1 et G_2 :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} G_1 & = & \sqrt{\frac{S_{V_1}}{4k_BT(R_1^{-1}+R_{AC}^{-1}+R_{DC}^{-1})}} \times \frac{1}{R_1^0} \equiv g_1 \frac{|\tilde{Z}_1|}{R_1^0} \\ G_2 & = & \sqrt{\frac{S_{V_2}}{4k_BTR_2^{-1}}} \times \frac{1}{R_2^0} \equiv g_2 \frac{|Z_2|}{R_2^0} \end{array} \right.$$

où $S_{V_1} = \langle \delta V_1 \delta V_1^* \rangle = g_1^2 \langle \delta V_S \delta V_S^* \rangle$ et $S_{V_2} = \langle \delta V_2 \delta V_2^* \rangle = g_2^2 \langle \delta V_D \delta V_D^* \rangle$. Les gains sont étalonnés pour chaque échantillon et pour chaque fréquence de mesure. Pour les échantillons $U4NT1/2$ [16], les mesures des fluctuations des tensions amplifiées par les deux amplificateurs, S_{V_1} et S_{V_2}, sont présentées figure 3.15.

Nous obtenons comme ajustements linéaires :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} S_{V_S} & = & \big((2.578 \pm 0.003) \times 10^{-12} + T \times (1.059 \pm 0.004) \times 10^{-13}\big) V^2/Hz \\ S_{V_D} & = & \big((1.328 \pm 0.002) \times 10^{-12} + T \times (0.5361 \pm 0.002) \times 10^{-13}\big) V^2/Hz \end{array} \right.$$

16. Les échantillons de type $U4$ sont décrits chapitre 4

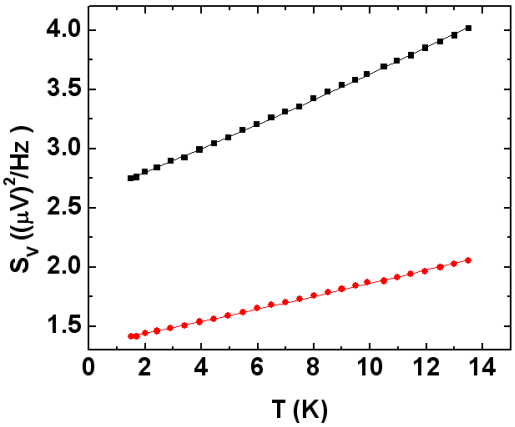


FIGURE 3.15 – Bruit à l'équilibre sur les électrodes S (noir) et D (rouge), après amplification, pour les échantillons de type $U4$ autour de la fréquence : $f_c = 2.221MHz$

Nous obtenons [17] : $G_1 = 3068 \pm 6$ et $G_2 = 2196 \pm 4$. Ces gains correspondent ainsi à l'intégralité de la chaîne d'amplification [18] d'où un facteur 0.5 que nous rencontrons par rapport au gain de la conductance [19].

Pour l'échantillon $LC2VNT1$ [20], ces mêmes densités spectrales de bruit sont représentées figure 3.16 autour de $f_c = 1.221MHz$.

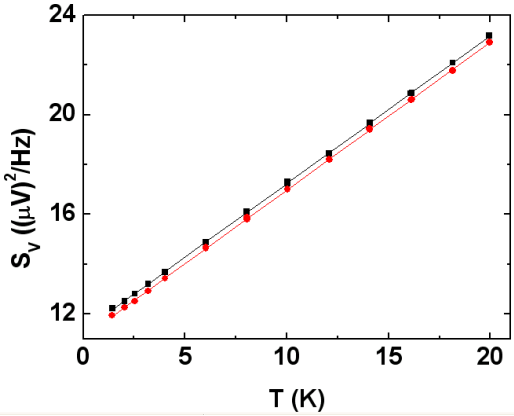


FIGURE 3.16 – Bruit à l'équilibre sur les électrodes S (noir) et D (rouge), après amplification, pour l'échantillon $LC2VNT1$ autour de la fréquence : $f_c = 1.221MHz$

17. le gain 2 est en fait calculé pour un bruit en courant : $\langle i_D^2 \rangle = 4k_BT(R_1^{-1} + R'^{-1})$ où R' est la résistance de polarisation de 20180Ω, présentée figure 3.10

18. dans la référence [93], les gains correspondent à ceux des amplificateurs uniquement (d'où un facteur 0.5, voir note de bas de page (19)) et ne sont pas exactement définis de la même manière

19. ce facteur 0.5 est dû à la coexistance des résistances 50Ω de sortie des amplificateurs et 50Ω d'entrée de l'analyseur de spectre ce qui génère un diviseur de tension d'un facteur 2

20. L'échantillon $LC2VNT1$ est décrit dans le chapitre 5

Les ajustements linéaires de ces grandeurs donnent alors :

$$\begin{cases} S_{V_S} &= \big((1.131 \pm 0.001) \times 10^{-11} + T \times (5.93 \pm 0.01) \times 10^{-13}\big) V^2/Hz \\ S_{V_D} &= \big((1.106 \pm 0.001) \times 10^{-11} + T \times (5.926 \pm 0.01) \times 10^{-13}\big) V^2/Hz \end{cases}$$

Les gains[21] sont donc : $G_1 = 7268 \pm 10$ et $G_2 = 7302 \pm 10$ (ces dernières valeurs étant différentes de celles obtenues pour les échantillons $U4$, les systèmes préamplificateurs-atténuateurs-amplificateurs ayant été modifiés entre les deux échantillons).

Etalonnage du fond

Un point déterminant pour extraire le bruit intrinsèque du bruit mesuré est la bonne connaissance du fond du bruit. Ce fond est étalonné pour chaque nouvel échantillon. Nous allons présenter ici, sur la base de l'échantillon $LC2VNT1$, les détails de cette détermination.

L'essentiel de cette détermination passe par l'ajustement de la dépendance du bruit en fonction de la transmission de l'échantillon à la température de base des mesures ($T = 1.4K$ et $f_c = 1.221MHz$ pour $LC2VNT1$). Pour ce faire, le bruit a été mesuré à tension source-drain nulle, pour des tensions de grille allant de $V_G = 10.8$ à $V_G = 11.5$ et pour un pas de $\Delta V_G = 0.005$. Les mesures sont représentées figure 3.17a., comme fonction de la conductance différentielle. Chaque point correspond à la moyenne du bruit, S, défini par l'équation (3.6), sur environ 10 mesures (au total 692 points ont été mesurés). L'erreur affichée sur chaque

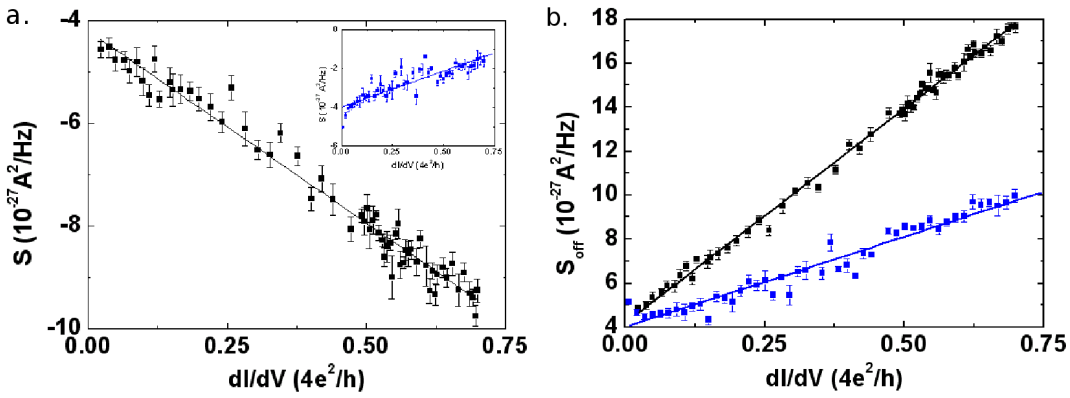


FIGURE 3.17 – Bruit, S, mesuré sur $LC2VNT1$ à $V_{SD} = 0V$ et $T = 1.4K$ pour des tensions de grille allant de $V_G = 10.8$ à $V_G = 11.5$ à une fréquence de $f_c = 1.221MHz$ (et à $f_c = 2.221MHz$ pour l'encart) (a.) et S_{off} représenté pour ces deux fréquences (b.)

point de la figure 3.17 est l'écart quadratique moyen sur les différentes mesures. Un ajustement linéaire sur ces données conduit à : $S(D, T = 1.4K) = -(4.2(\pm 0.1) + 7.5(\pm 0.2)D)10^{-27}$ (où D est défini par $D = dI/dV(4e^2/h)^{-1}$).

Dans l'encart, la même mesure a été effectuée à une fréquence centrale, f_c, de $2.221MHz$. La part du fond est alors beaucoup plus faible d'où une croissance de S, ce dernier étant dominé par les fluctuations thermique sur le nanotube (la droite présentée suit l'équation : $(-4+3.75D)\times 10^{-27}$). Cette diminution du fond est en partie expliquée par la forme théorique du fond du bruit, décrite par la formule (3.7), pour laquelle le fond est propotionnel aux parties

21. Les gains obtenus autour de $f_c = 2.221MHz$ donnent $G_1 = 6532 \pm 10$ et $G_2 = 6564 \pm 10$

réelles de $\tilde{Z}_1$ et Z_2. Or, pour des capacités $C_{1/2}$ de l'ordre de quelques centaines de picofarad (nous avons étalonné la valeur des capactiés à environ $220pF$), la partie réelle de $\tilde{Z}_1$ ou de Z_2 est réduite entre les fréquences de $2.221MHz$ et de $1.221MHz$ d'où une réduction du fond pour ces fréquences (la réduction obtenue pour une telle capacité donne un facteur 1.2).

D'après la formule (3.7), le fond du bruit s'écrit comme une fonction de la température et de la transmission, D :

$$S_{off}(T, D) = -S(V_{SD} = 0, V_G, T) + S_I(V_{SD} = 0, V_G, T) \tag{3.10}$$

où $S_I(V_{SD} = 0, V_G, T) = 4k_BT\frac{4e^2}{h}D$. Dès lors, le fond à $T = 1.4K$ s'écrit :

$$S_{off}(T = 1.4K, D) \quad = \quad (4.2(\pm 0.1) + 19.5(\pm 0.2)D)10^{-27}$$

Cela nous donne donc une formule suffisante pour décrire le bruit. Cependant, nous avons aussi effectué des mesures complémentaires, en fonction de la température, afin d'avoir un ajustement plus précis du bruit.

Nous avons ainsi mesuré les fluctuations de tension pour des températures allant de 1.4 à $20K$, dans la limite des faibles transmissions ($D \ll 1$). L'ajustement linéaire sur ces données s'écrit $-S(T, D = 0) = S_{off}(T, D = 0) = (2.5(\pm 0.6) + 0.35(\pm 0.1)T)10^{-27}$. En considérant la forme donnée par l'équation (3.7), le fond prend la forme suivante :

$$S_{off} \quad \approx \quad \alpha(f)(\delta + 17.23T)(D + \beta(C_{sd}, f)) \times 10^{-27} + \gamma$$

L'estimation pour les paramètres du dispositif donne $\alpha(1.221MHz) \sim 0.9$, $\beta(1pF, 1.221MHz) \sim 0.02$, $\delta \sim 2.47$ and $\gamma \sim 0$. Le fond peut alors être ajusté de la manière suivante :

$$S_{off} = \Big(0.86(\pm 0.04) \times (-1.44(\pm 0.94) + 17.23T) \times (D + 0.024(\pm 0.008)) + 3.74(\pm 0.2)\Big)10^{-27}$$

Le bruit en courant sur le nanotube de carbone, comme décrit par l'équation (3.7), est ainsi défini par l'équation :

$$S_I(V_{SD}, V_G, T) = S(V_{SD}, V_G, T) + S_{off}(D(V_{SD}, V_G), T) \tag{3.11}$$

Ce schéma de l'étalonnage est corroboré par la mesure du bruit à l'équilibre pour l'échantillon $LC2VNT1$ sur une large gamme de tension de grille et de températures. Sur la figure 3.18, le bruit défini par l'équation (3.11) est représenté en fonction $4k_BT\frac{dI}{dV}$. Comme attendu, nous obtenons une dépendance linéaire avec une pente ajustée de $1.01(\pm 0.03)$, confirmant notre méthode d'étalonnage.

Le même étalonnage a été effectué sur l'échantillon $U4NT1/2$, pour une fréquence centrale, f_c, de $1.221MHz$ et nous avons obtenu à $T = 1.5K$:

$$S_{off} = \big(0.05 \pm 1.01 + (10.44 \pm 1.27)D\big) \times 10^{-27}$$

La pente de S_{off} est ici du même ordre que ce qui a été mesuré pour l'échantillon $LC2VNT1$ à la même fréquence centrale.

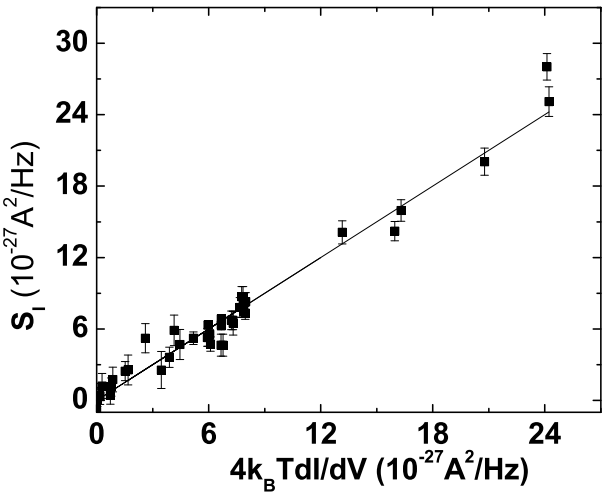


FIGURE 3.18 – Bruit S_I à l'équilibre ($V_{SD} = 0$) mesuré pour l'échantillon $LC2VNT1$ pour des tensions de grille allant de $V_G = 10.8V$ à $V_G = 11.24V$ et des températures allant de $T = 1.4K$ à $20K$. La droite correspond au bruit de Johnson-Nyquist : $S_J(T, D) = 4k_BT(\frac{4e^2}{h}D)$

Chapitre 4

Bruit d'un conducteur dans le régime de Fabry-Pérot

A basse température ($T < 10K$), les nanotubes monoparois peuvent présenter un comportement cohérent sur des échelles de plusieurs micromètres de long [6]. Une telle propriété est à l'origine de phénomènes d'oscillation de la conductance générée par les interférences quantiques [36]. Ce régime de type Fabry-Pérot électronique est caractérisé par les transmissions D_1 et D_2, le transport étant dégénéré en spin. Dans ce chapitre, l'étude des fluctuations du courant va se présenter comme un outil efficace afin d'acquérir une connaissance précise du transport dans les nanotubes. La combinaison des données de la conductance et du bruit permet ainsi de sonder les différents modes de conduction. Par ailleurs, ce type de régime de transport est particulièrement riche du fait de la large gamme de transmissions qu'il exhibe. Des régimes de faible rétrodiffusion, proches de la limite unitaire (pour lesquels $D_i \sim 1$), sont ainsi accessibles, ce qui s'avère particulièrement intéressant pour l'étude des interactions électroniques [27, 28].

4.1 Le nanotube de carbone comme interferomètre Fabry-Pérot électronique

4.1.1 Oscillations Fabry-Pérot de la conductance

Deux modes de conduction résonants

Dans le chapitre 2, nous avons modélisé le nanotube de carbone par un fil unidimensionnel dans lequel des oscillations de la conductance peuvent apparaître sur les deux canaux de conduction (désignés par 1 et 2 et dégénérés en spin). Ces canaux correspondent aux orbitales K et K' lorsqu'il n'y a pas de couplage ($\kappa = 0$ dans l'équation (1.8)) et le cas échéant, peuvent être dégénérées lorsque les différences de phase entre les deux canaux (δ dans l'équation (1.8)) sont nulles. Une telle dégénérescence, sur les quatre dégrés de liberté quantique, peut être atteinte en pratique comme vont le confirmer les mesures de la conductance et du bruit. Dans un premier temps, nous allons illustrer ces différents régimes de conduction par une étude numérique de la conductance, en utilisant le modèle de matrice de diffusion introduit dans le paragraphe 1.2.2.

Le transport est étudié dans la limite de faible température [1] ($k_BT \ll \frac{\hbar v_F}{2L}$) et pour un couplage symétrique (soit, d'après l'équation (1.16), $\eta = 0$). Dès lors, la conductance différentielle est directement proportionnelle à la transmission du système. Nous obtenons, d'après l'équation (1.18) :

$$G(V_{SD}, V_G, T = 0) \quad = \quad \frac{e^2}{h} \sum_i (D_i(\frac{eV_{SD}}{2} + aV_G) + D_i(-\frac{eV_{SD}}{2} + aV_G))$$

Le graphe de la conductance en fonction de V_{SD} et V_G, illustré figure 4.1, est caractérisé par une structure en damier. La distance pic à pic est alors donnée par : $e\Delta V_{SD} = 2\Delta E_n = \frac{\hbar v_F}{L}$ où nous obtenons $e\Delta V_{SD} \times L = 3.31meV \times \mu m$. La figure 4.1 présente également la forme de la conductance obtenue pour différents paramètres de la matrice s de couplage des modes K et K' (définie équation (1.9)).

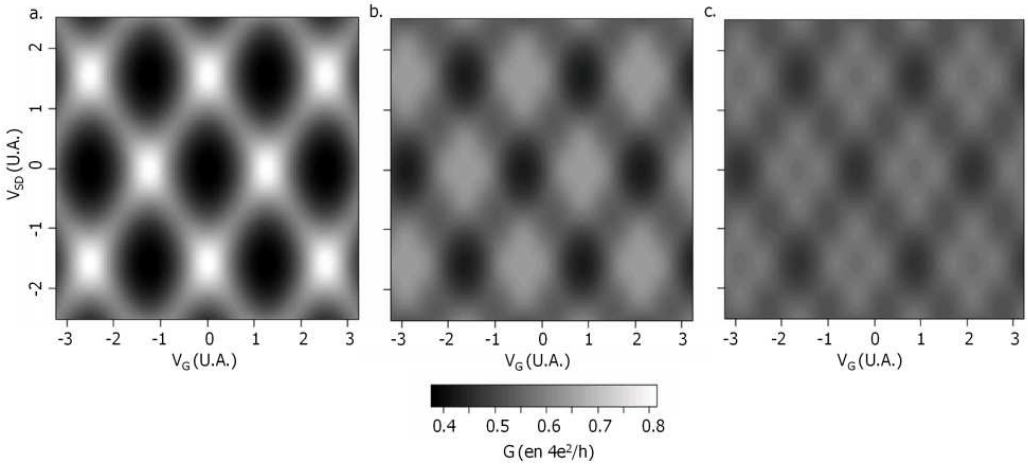


FIGURE 4.1 – Conductance différentielle (en unité de $\frac{4e^2}{h}$) en fonction de V_{SD} et V_G (unités arbitraires) obtenue avec la matrice s définie équation (1.9) dans la limite de faible température et dans la situation symétrique dans les cas de deux canaux : (a.) parfaitement dégénérés : $r_L = 0.3$ et $r_R = 0.7$, (b.) légèrement déphasés : $\delta_{L/R} = \pm 1$ et (c.) couplés : $\rho_{L/R} = 0.2$

Le graphe (a.) correspond au cas découplé, sans différences de phase ($r_L = 0.3$ et $r_R = 0.7$ [2]), le (b.) au cas déphasé (en considérant un déphasage, $\delta_{L/R} = \pm 1$) et le (c.) au cas couplé (en ajoutant à cela une constante de couplage entre les orbitales K et K' : $\rho_{L/R} = 0.2$). La levée de dégénérescence de deux canaux de conduction induit ainsi une diminution de l'amplitude des oscillations et produit un brouillage des interférences. Ces résultats illustrent le comportement caractéristique de la conductance dans ces différents régimes.

En relaxant les contraintes que nous avons imposées sur la symétrie des couplages et la valeur de la température, nous obtenons des comportements similaires à ceux présentés ci-dessus. La levée de l'hypothèse $\eta = 0$ (afin de respecter l'équation (1.25)) a comme effet de dissymmétriser [3] les graphes présentés ci-dessus. L'augmentation de la température a, quant à elle, pour effet de lisser les oscillations de la conductance.

1. En partique, l'ordre de grandeur de k_BT est de $0.1meV$ alors que celui de $\frac{\hbar v_F}{2L}$ est $1meV$
2. Les autres éléments des matrices $s_{L/R}$ étant nuls
3. Les lignes observées sur le graphe 4.1 (a.) devant suivre les équations $\frac{\pm 1 - \eta}{2}\Delta V_{SD} + a\Delta V_G = 0$

Spectroscopie d'un échantillon dans le régime Fabry-Pérot

Les échantillons que nous avons étudiés et dont nous avons mesuré les fluctuations de courant, dans ce régime de type Fabry-Pérot, présentent des comportements reproduisant les cas de figure illustrés figure 4.1. Nous avons ainsi rencontré un régime de faibles transmissions (dû à une forte asymétrie des contacts), un régime de fortes transmissions (dans lequel la limite unitaire peut être atteinte et qui laisse supposer que les canaux K et K' sont quasi-dégénérés dans cette limite) et un régime non dégénéré (pour lequel plusieurs résonances différentes se superposent comme cela est illustré sur la figure 4.1c). Les différents échantillons sont présentés dans la section 4.3.

Nous étudierons ici la spectroscopie de l'échantillon $U4NT1$, correspondant à la situation (a.) présentée figure 4.1. Sur la figure 4.2 est représenté le graphe de la conductance mesurée à $T = 1.5K$. Le système présente des oscillations de la conductance de forte amplitude avec un écart entre les pics de résonances de $6.8meV$ (ceci correspond à la séparation des niveaux pour un nanotube de $500nm$ de long). La structure présente un comportement légèrement désordonné, ce qui est peut-être dû à une faible rétrodiffusion sur le SW induite par la présence d'un MW sur l'échantillon(voir image AFM de l'échantillon $U4NT1$, section 4.3).

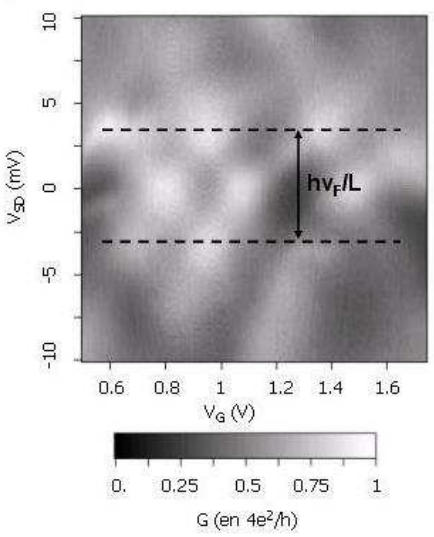


FIGURE 4.2 – Conductance différentielle de l'échantillon U4NT1 à $T = 1.5K$ en fonction de V_{SD} et V_G dans le régime de Fabry-Pérot

L'étude de la position des pics (situés sur les droites $\pm\frac{eV_{SD}}{2} + aV_G = Cte$) permet de déterminer le facteur de conversion a [48] (introduit dans l'équation (1.14)) : $\frac{a}{e} = \frac{\Delta V_{SD}}{2\Delta V_G} \approx 0.014$. Cela donne une valeur de la capacité de grille de l'ordre de $3aF$ [4]. La largeur moyenne des pics de conductance donne environ $1 - 2meV$ ($1.33meV$ pour $V_G = 0.8V$, pour un ajustement lorentzien entre $V_{SD} = -1mV$ et $V_{SD} = 1mV$). En utilisant l'équation (1.15), l'ordre de grandeur de la valeur moyenne des transmissions des électrodes ($D = \frac{D_L+D_R}{2}$) peut être estimé. D'après la relation (1.13), la largeur de la résonance vérifie : $\frac{D}{\sqrt{1-D}} \equiv$

4. ce qui comparable à d'autres déterminations de a ou de la capacité de grille (voir *e.g.* [36, 47])

$\Gamma \times \left(\frac{\hbar v_F}{2L}\right)^{-1} \approx 3$, ce qui donne[5] : $D \approx 0.9$. L'estimation de la transmission moyenne des contacts donne donc une valeur proche de 1. Des résultats similaires associés aux autres échantillons sont rassemblés dans la section 4.3.

L'étude du transport par la mesure de la conductance différentielle ne permet pas de distinguer les différents modes de conduction. La mesure des fluctuations du courant va alors nous permettre de faire un pas en avant dans l'exploration des propriétés de transport.

4.1.2 Bruit quantique d'un conducteur sans interactions

Bruit dans la limite poissonienne

Dans la limite de faible température et de faible transmission, la loi qui régie le passage des électrons à travers un diffuseur devient poissonienne. Le bruit en courant correspondant est donné par le bruit de Schottky [26] : $S_I = 2e|I|$. Le régime des faibles transmissions est justement atteint pour l'échantillon $S6$ (comme l'indique sa spectroscopie représentée sur la figure 4.3). La transmission moyenne de l'échantillon est de l'ordre de $0.01/0.05 \times \frac{4e^2}{h}$ dans la région de grille étudiée. Cette faible valeur de la transmission moyenne peut tout de même mener à un régime de type Fabry-Pérot tant qu'une électrode reste bien couplée avec le nanotube (les couplages étant alors fortement asymétriques).

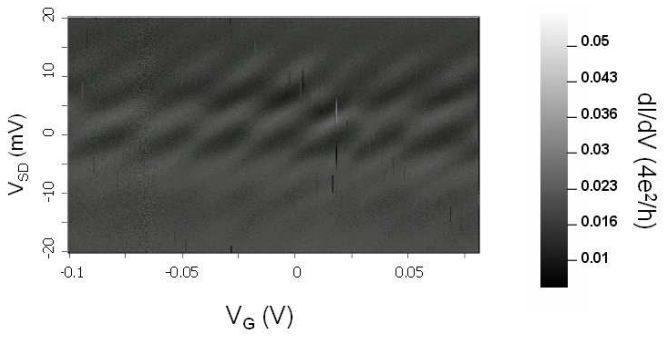


FIGURE 4.3 – Conductance différentielle de l'échantillon S6 (en unité de $4e^2/h$) à $T = 1.75K$ en fonction de V_{SD} et V_G

Nous avons mesuré le bruit (pour $V_G = 0V$) autour d'une fréquence moyenne de $581kHz$ et pour une tension V_{SD} variant de $-10mV$ à $10mV$, comme représenté sur la figure 4.4. Dans cet intervalle de tension, le courant se comporte globalement comme une fonction linéaire de la tension (au-delà de $\pm 2mV$, la variation de la conductance, $\frac{I}{V}$, autour de sa valeur moyenne de $0.026 \times \frac{4e^2}{h}$ est inférieure à 10%).

Nous obtenons des données de bruit présentant un comportement régulier. L'ajustement du bruit donne : $S_I - S_I(0mV) = 2e|I|(1.052 \pm 0.05)$. Cela correspond effectivement, d'après l'équation (2.5), à sa valeur dans la limite des faibles transmissions et qui correspond au régime poissonien. Cette propriété est commune parmi les systèmes formés d'une barrière tunnel [94, 95]. Cela permet en outre de valider notre dispositif de mesure du bruit et la calibration associée.

5. cela donne, plus précisement, en se rapportant à l'équation (1.13), pour $D_0 = 0.95$: $D_{L/R} = \cos^2(r_{L/R}) \approx 0.83/0.95$ soit $r_{L/R} \approx 0.42/0.22$

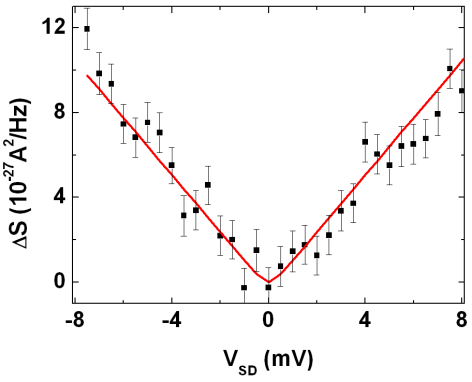


FIGURE 4.4 – Bruit en excès, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, en fonction de la tension V_{SD} en $V_G = 0V$ et à $T = 1.75K$. La courbe représente $2e|I|$

Cependant, le régime que nous avons étudié est trop restreint pour affirmer que le bruit mesuré correspond effectivement à un bruit quantique donné par la formule de Landauer-Büttiker (2.3). L'échantillon $U4NT1$ se présente comme un meilleur candidat pour la caractérisation du bruit dans ce régime quantique.

Régime quasidégénéré

Le caractère quantique se manifeste par la réduction du bruit de grenaille d'un facteur $1 - D$. Les échantillons $U4NT1$ et $U4NT2$ exhibent des transmissions s'étalant sur une large gamme de valeurs permettant de sonder cette nature quantique. Les structures en damier des graphes de la conductance des échantillons $U4NT1$ et $U4NT2$ sont visibles sur la figure 4.5 (respectivement à gauche et à droite).

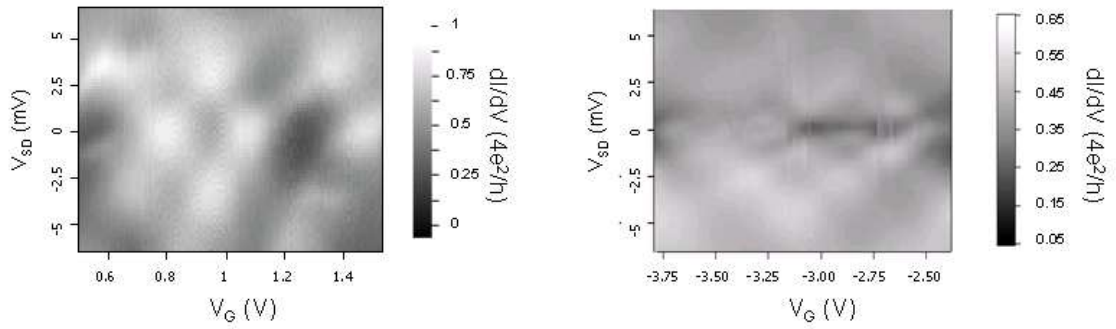


FIGURE 4.5 – Conductance différentielle en fonction de la tension de grille et de la tension source-drain pour les échantillons $U4NT1$ et $U4NT2$ (en $\frac{4e^2}{h}$)

Pour l'échantillon $U4NT1$, la conductance présente des oscillations entre $0.3 \times \frac{4e^2}{h}$ et $0.95 \times \frac{4e^2}{h}$. Le maximum de la transmission du système étant proche de 1, les canaux 1 et 2 doivent avoir une transmission maximale quasi unitaire et doivent résonner en même temps. Les canaux de conduction sont donc, dans ce régime, proche de la dégénérescence. De plus,

la large amplitude de variation de la conductance nous offre un terrain propice à l'étude du facteur de Fano $\ll 1-D \gg$ présent dans la forme du bruit donné par l'équation (2.3).

Le bruit a été étudié en détail pour deux tensions de grille particulières : $V_G = 0.65V$ et $V_G = 0.8V$, pour lesquelles les conductances à tension nulle valent respectivement $0.56 \times \frac{4e^2}{h}$ et $0.95 \times \frac{4e^2}{h}$. L'étude a porté sur la dépendance de la conductance différentielle et des fluctuations de courant comme fonction de la tension source-drain. Pour ces deux tensions de grille, les conductances, mesurées en fonction de V_{SD} (représentées sur la figure 4.6), présentent de faibles variations ($\leq 10\%$). Nos mesures de bruit, représentées figure 4.6, correspondent aux mesures brutes (i.e. S, d'après la formulation définie par l'équation (3.6), sans correction du fond). Ces données ont été obtenues après respectivement environ 25 et 35 balayages de la tension U_{DC} de $+1V$ à $-1V$ avec un pas de $50mV$ (la correspondance en tension source-drain est donnée approximativement par multiplication d'un facteur 0.847/1000, voir l'équation (D.4)).

Nous obtenons un bruit à l'équilibre de $(0.9 \pm 0.5) \times 10^{-27} A^2/Hz$ et $(2.4 \pm 0.2) \times 10^{-27} A^2/Hz$ respectivement en $V_G = 0.65V$ et $V_G = 0.8V$. Les bruits en excès ($S_{exc} = S - S(V_{SD} = 0V)$) à $V_{SD} = 0.88mV$ valent alors $(8.6 \pm 0.55) \times 10^{-27} A^2/Hz$ et $(1.9 \pm 0.4) \times 10^{-27} A^2/Hz$ pour ces deux tensions de grille, pour des courants respectivement de $79nA$ et $124nA$. Les rapports des bruits en excès sur les courants donnent, quant à eux, $(0.34 \pm 0.02) \times 2e$ et $(0.05 \pm 0.01) \times 2e$. Ce rapport est proche du facteur de Fano d'un conducteur quantique dégénéré de transmission constante et à température nulle : $F(V_{SD} = 0) = 1 - \frac{dI}{dV}(V_{SD} = 0V) \times (4e^2/h)^{-1}$ soit respectivement 0.44 et 0.05.

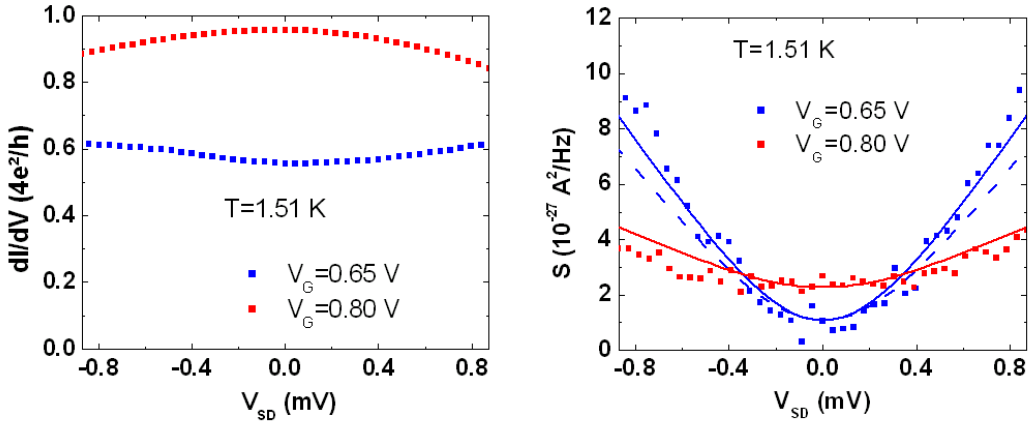


FIGURE 4.6 – Conductance et bruit (S) pour $V_G = 0.65V$ (bleu) et $V_G = 0.8V$ (rouge) en fonction de V_{SD} à $T = 1.5K$. Les courbes correspondent aux fits avec $\delta D = 0$ pour les traits pleins et $\delta D = 0.2$ pour la courbe en pontillé

Le bruit présente un comportement linéaire à tensions élevées et un arrondi autour de $V_{SD} = \pm 250\mu V$. La formule (2.4) rend compte de cet arrondi pour $eV_{SD} \approx 2k_BT$ ($258\mu eV$ à $1.5K$). Nous allons ainsi considérer la formulation du bruit théorique pour un système à transmission constante donnée par l'équation (2.4), pour des transmissions définies par $D(V_G) = \langle \frac{dI}{dV}(V_G) \rangle_{V_{SD}} \times (\frac{4e^2}{h})^{-1}$ (soit respectivement 0.583 et 0.922 pour $V_G = 0.65V$ et $V_G =$

$0.8V$ qui correspond à leurs valeurs moyennes calculées entre $-0.84mV$ et $0.84mV$). Nous pouvons de plus considérer une possible levée de dégénérescence, définie par les transmissions : $D_{1/2} = D \pm \delta D$. Dès lors, l'équation (2.4) s'écrit :

$$S_I^{th} = 4k_BTD\frac{4e^2}{h} + 2eV\frac{4e^2}{h}\big(D(1-D) - \delta D^2\big)\chi(V_{SD},T) \tag{4.1}$$

où $\chi(V_{SD},T) = \coth(\frac{eV_{SD}}{2k_BT}) - \frac{2k_BT}{eV_{SD}}$. L'évolution du bruit décrit par la formule (4.1), dans le cas $\delta D = 0$, permet de rendre compte de nos mesures de bruit, comme représenté sur la figure 4.6. Nous avons considéré comme ajustement théorique :

$$S^{fit} \equiv S_I^{th} - S_{off}(V_G)$$

où l'offset correspond à un décalage constant et a été ajusté à : $S_{off}(V_G = 0,65V) = 6.35 \times 10^{-27}A^2/Hz$ et $S_{off}(V_G = 0.8V) = 9.5 \times 10^{-27}A^2/Hz$ (cela correspond bien aux valeurs de l'offset déterminées sur cet échantillon, $S_{off}(D) = 0.05 \pm 1.01 + 10.44D \pm 1.27D$, comme décrit dans la section 3.2.4). En pointillé, nous avons représenté la courbe théorique pour $V_G = 0.65$ avec $\delta D = 0.2$. Nous remarquons que le cas totalement généré ($\delta D = 0$) donne, sans paramètre ajustable, le meilleur accord quantitatif avec nos mesures. Pour la deuxième tension de grille ($V_G = 0.8V$), la correspondance entre les mesures et l'ajustement théorique reste correcte. Cependant, l'ajustement présenté varie plus rapidement que la mesure du bruit. Dans ce régime particulier de transmission quasi unitaire, plusieurs phénomènes peuvent être à l'origine de la réduction du bruit, ce qui sera étudié en détails dans la section 4.2.

Pour ces deux tensions de grille étudiées, la formule théorique du bruit s'accorde quantitativement avec nos mesures des fluctuations. Nous allons étudier cette correspondance plus en détails avec une étude du facteur de Fano.

Etude du facteur de Fano

L'image de canaux dégénérés, soit un système caractérisé par une seule transmission D, explique nos premiers résultats expérimentaux pour les deux tensions de grille étudiées. La valeur du bruit de notre conducteur concorde quantitivement avec la formulation théorique (obtenue sans paramètres ajustables). Afin de confirmer cette propriété sur une plus large gamme de transmissions, nous avons étudié la variation du bruit en fonction de la tension de grille (à $V_{SD} \neq 0$).

Nous avons mesuré le bruit à $V_{SD} = -0.61mV$ et $T = 1.5K$. Le facteur $eV_{SD}/2k_BT$ vaut alors 2.4 (en valeur absolue) et nous obtenons : $|\coth(eV_{SD}/2k_BT)|(V_{SD} = -0.61mV, T = 1.5K) = 1.02$. Le bruit théorique, dans le cas totalement généré, prend la forme :

$$S_I(V_{SD} = -0.61mV, T = 1.5K) \approx 4k_BT\frac{4e^2}{h}D^2 + 2e|I(V_{SD} = -0.61mV, T = 1.5K)|(1-D)$$

où $D = dI/dV(V_{SD} = -0.61mV) \times (4e^2/h)^{-1}$. Le facteur de Fano (à température finie), défini par :

$$F(T) = \frac{S_I - 4k_BT\frac{4e^2}{h}D^2}{2e|I|} \tag{4.2}$$

est représenté sur la figure 4.7 (à $V_{SD} = -0.61mV$) comme fonction de la conductance différentielle. Le facteur de Fano suit la forme théorique ($F(T) \equiv 1 - D$) attendue pour un

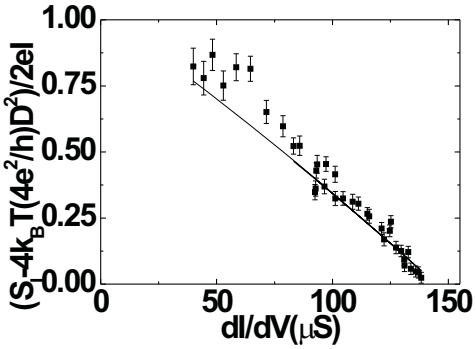


FIGURE 4.7 – Facteur de Fano pour l'échantillon $U4NT1$ représenté en fonction de dI/dV pour des mesures effectuées à $T = 1.5K$ et $V_{SD} = -0.61mV$

conducteur quantique avec quatre canaux de conduction dégénérés [93]. Nous obtenons ainsi un nouvel exemple de conducteur quantique non bruyant [75, 96] dans la limite des fortes transmissions. Le bruit dans ce régime de faible rétrodiffusion présente une situation idéale pour l'étude des interactions électroniques [27, 28].

Cependant, cette image du nanotube de carbone monoparoi défini comme un conducteur quantique régi par une unique transmission D n'est pas forcément générique. Le même facteur de Fano a été étudié pour l'échantillon $U4NT2$, pour $V_{SD} = 0.61mV$, et est représenté sur la figure 4.8 [6]. Les valeurs du facteur de Fano sont alors bien inférieures à la valeur $1 - D$ [7]. En effet, lorsque les canaux de conduction sont non dégénérés ($\delta D \neq 0$), le facteur de Fano se réduit à : $F \equiv 1 - D - \delta D^2/D$.

L'échantillon $U4NT1$ a donc démontré un comportement de conducteur quantique modèle, défini par une unique transmission D. Maintenant, la mesure du bruit en courant combinée à celle de la conductance différentielle vont se présenter comme de puissants outils afin de sonder les différents canaux de conduction de l'échantillon $U4NT2$.

4.1.3 Détermination des transmissions du conducteur

Système d'équations

Un couplage entre les orbitales K et K' ou un déphasage différent lors de la réflexion sur les électrodes métalliques peut être à l'origine d'une levée de dégénérescence des canaux de conduction. Dès lors, le bruit en courant devient un outil pour sonder les différents canaux de conduction. D'après la formule (2.3), le bruit dépend de manière quadratique des transmissions D_i. Lorsque les transmissions sont indépendantes de l'énergie, nous avons, d'après

6. Nous pouvons remarquer un point situé à $V_G = -3.325V$ sur la figure 4.8 pour lequel le bruit est bien plus important que chez ses proches voisins. Ces variations brusques peuvent être dues à une résurgence du bruit en $1/f$ due à la présence de fluctuateurs. Des points du même type (mais avec des écarts en bruit de plusieurs ordres de grandeur supérieurs) ont été supprimées entre $V_G = -2.725V$ et $V_G = -2.6V$. Les graphes du bruit de $U4NT1$ ont subi un même traitement pour $V_G = 0.87V$ et $V_G = 0.89V$

7. pour l'échantillon $U4NT2$, D correspond à la moyenne des conductances prises en $V_{SD} = 0mV$ et $V_{SD} = 0.61mV$ en unité de $\frac{4e^2}{h}$

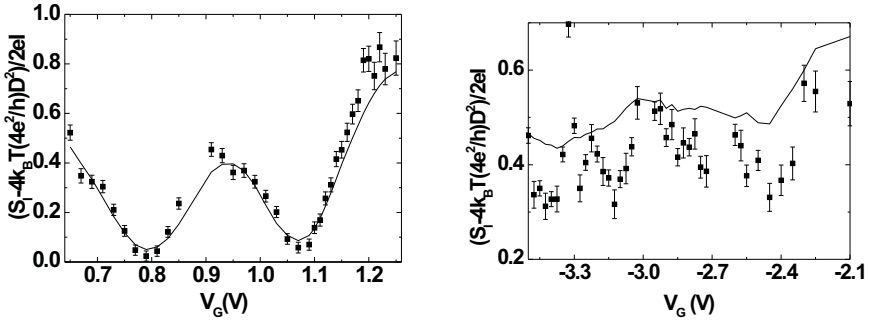


FIGURE 4.8 – Facteur de Fano en fonction de la tension de grille pour les échantillons U4NT1 à $V_{SD} = -0.61mV$ (gauche) et U4NT2 à $V_{SD} = 0.61mV$ (droite) ainsi que les courbes $F = 1 - D$ correspondantes (représentées en trait continu)

la formule (2.4) :

$$S_I(V_{SD}) = 4k_BT(D_1 + D_2)\frac{2e^2}{h} + 2eV_{SD}\frac{2e^2}{h}\big(D_1(1-D_1) + D_2(1-D_2)\big)\big(\coth(\frac{eV_{SD}}{2k_BT}) - \frac{2k_BT}{eV_{SD}}\big)$$

Afin de déterminer ces transmissions, nous avons mesuré le bruit à deux tensions V_{SD} différentes, $V_1 = 0mV$ et $V_2 = 0.61mV$, et déterminer la différence du bruit : $\Delta S = S(V_2) - S(V_1)$. Nous obtenons alors un système de deux équations à deux inconnues :

$$\begin{cases} \frac{dI}{dV} = \frac{2e^2}{h}(D_1 + D_2) \\ \Delta S = \Delta S_0\big(D_1(1-D_1) + D_2(1-D_2)\big) \end{cases}$$

où $\Delta S_0 = 2eV_2\frac{2e^2}{h}\big(\coth(\frac{eV_2}{2k_BT}) - \frac{2k_BT}{eV_2}\big)$. Tant que la dépendance en énergie des transmissions reste faible, le système précédent nous permet de déterminer D_1 et D_2. Si cette dépendance n'est plus négligeable, le traitement reste néanmoins similaire à ce qui est présenté ici (voir Annexe E.1). Les transmissions ainsi déterminées ont été représentées sur la figure 4.9 [8].

La donnée du bruit nous permet ainsi de discriminer la contribution des différents canaux de conduction dans le transport [93]. Nous allons maintenant considérer le modèle de matrice de diffusion avec couplage des orbitales K-K' afin d'illustrer ces derniers résultats.

Illustration avec la matrice s

Nous modélisons la levée de dégénérescence des modes de conduction en utilisant le modèle de matrice de diffusion introduit, section 1.2.2, pour décrire le couplage $K - K'$ (voir annexe A.1). Les transmissions, D_1 et D_2, que nous avons précédemment déterminées et représentées figure 4.9 oscillent de manière décalée (ce qui rend la transmission moyenne quasiment plate). Considérons que les phases δ des matrices de diffusion des contacts, $s_{R/L}$, définies dans l'équation (1.8), sont telles que $\delta_R - \delta_L \equiv \frac{\pi}{2}$. Après quelques ajustements, l'ensemble de paramètres suivant :

$$\begin{array}{llllllll} r_L = 0.1 & \rho_L = 0.25 & \kappa_L = 0 & \delta_L = 0 \\ r_R = 0.4 & \rho_R = 0.5 & \kappa_R = 0 & \delta_R = \frac{\pi}{2} \end{array}$$

8. les barres d'erreurs sont tirées par la formule (E.2), la zone vide autour de $V_G = -3.325V$ correspond à des valeurs du bruit pour lesquelles le système devient insoluble comme indiqué dans la section E.1

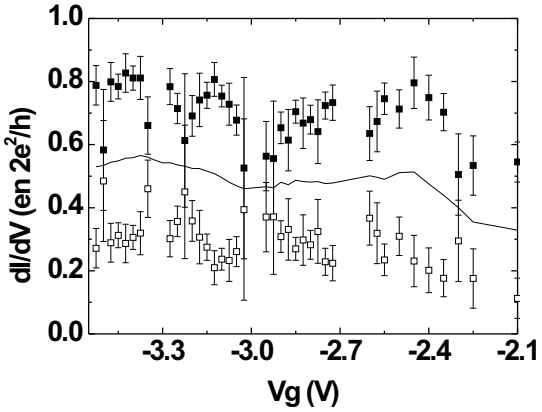


FIGURE 4.9 – Transmissions D_1 et D_2 déterminées pour l'échantillon $U4NT2$ à $T = 1.5K$ et transmission moyenne mesurée (trait continu)

permet de rendre compte de l'oscillation des transmissions D_1 et D_2 sur la portion de grille [9] comprise entre $V_G = -3.525V$ et $V_G = -3.0V$ (les transmissions correspondantes sont représentées sur la figure 4.10 pour $\phi_{1/2} = \frac{\pi C_G V_G}{4e}$ et $C_G = 4.62aF$, soit un rapport $\frac{a}{e} = 0.0227$, assez proche de celui obtenu pour l'échantillon $U4NT1$).

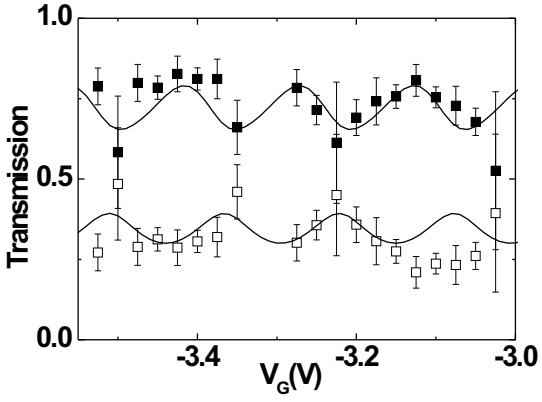


FIGURE 4.10 – Les transmissions D_1 et D_2 de l'échantillon $U4NT2$ déterminées par la résolution du système d'équations (points) et par le modèle avec couplage $K - K'$ (trait continu)

Dès lors, le facteur de Fano prend la forme : $F = \frac{\sum_i D_i(1-D_i)}{D_i}$ comme représenté sur la

9. La réduction du domaine de tension de grille est dû au caractère local des paramètres de couplage, ces derniers pouvant avoir une dépendance en énergie

figure 4.11.

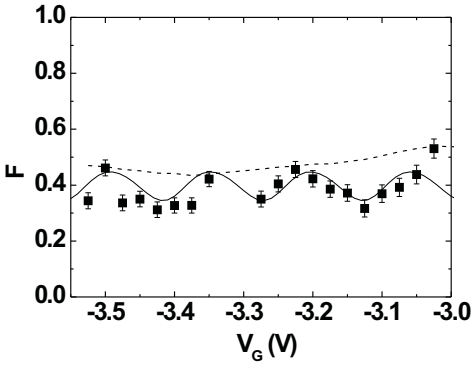


FIGURE 4.11 – Facteur de Fano expérimental (points) obtenu pour l'échantillon $U4NT2$ à $T = 1.5K$ et $V_{SD} = 0.61mV$, facteur $1 - D$ obtenu à partir de la mesure de la conductance différentielle (trait continu) et facteur $\langle 1 - D_i \rangle$ donné par le modèle (traits pointillés)

Cependant, ce modèle ne permet d'apporter qu'une explication qualitative à nos résultats, la procédure de détermination de D_1 et D_2 n'étant pas suffisamment précise (du fait de l'incertitude sur les mesures de bruit et des dépendances non triviales possibles des transmissions en énergie). Il n'en reste pas moins que la correspondance quantitative entre les transmissions déterminées par le modèle (dans le domaine de tensions de grille considéré) et les transmissions obtenues expérimentalement reste tout à fait convenable.

Dans cette première partie, nous avons ainsi caractérisé le comportement du nanotube de carbone dans le régime Fabry-Pérot comme celui d'un conducteur modèle défini par deux canaux de conduction de transmissions D_1 et D_2. Dans la situation non dégénérée, l'association des données de la conductance différentielle et des fluctuations de courant permet une évaluation de ces deux transmissions. Dorénavant, nous allons nous placer dans un régime où les interactions électroniques peuvent avoir a priori un effet plus important sur les fluctuations du courant : dans la limite de faible rétrodiffusion.

4.2 Le régime de faible rétrodiffusion

4.2.1 Le bruit dans le régime de faible rétrodiffusion

Le régime de faible rétrodiffusion a été étudié pour $U4NT1$ en $V_G = 0.8V$, pour lequel $dI/dV = 0.95 \times 4e^2/h$. L'écart à l'ajustement théorique du bruit que nous avons observé sur la figure 4.6 peut avoir par exemple comme origines les interactions électroniques via la présence de contacts non fermioniques [97, 98] ou la décohérence [25].

Dans le régime de faible rétrodiffusion, nous obtenons (dans le cas sans interaction, décrit de la formule (2.4)) que le bruit suit une forme similaire au bruit de Schottky : $S_I = 2e|I_{BS}|$ où $|I_{BS}|$ est le courant rétrodiffusé ($I_{BS} = 4e^2/hV - I$). La mesure du bruit de grenaille, dans la limite des faibles transmissions, permet de sonder la granularité des porteurs de charge qui véhiculent le courant électrique. Dans le cas où les quasiparticules ont une charge effective

e^* différente de e, le bruit prend alors la forme : $S_I = 2e^*|I_{BS}|$. Une réduction du bruit de grenaille a ainsi été observée dans les gaz bidimensionnels d'électrons en régime d'effet Hall quantique fractionnaire [27, 28], menant à une charge effective $e^* = e/3$ (correspondant aux quasiparticules proposées par Laughlin [29]).

Afin d'évaluer cette réduction du bruit dans la limite unitaire, nous avons représenté la densité spectrale de bruit, S (voir figure 4.12) en fonction de $2eI_{BS}\coth(eV_{SD}/2k_BT) - 4k_BT(1-D)h/4e^2$ où $I_{BS} = \int_0^{V_{SD}} dV(4e^2/h - dI/dV)$ et D correspond à la transmission à tension nulle (soit 0.95). Le bruit suit alors une pente donnée par $F_B = 0.59 \pm 0.15$ [93] au

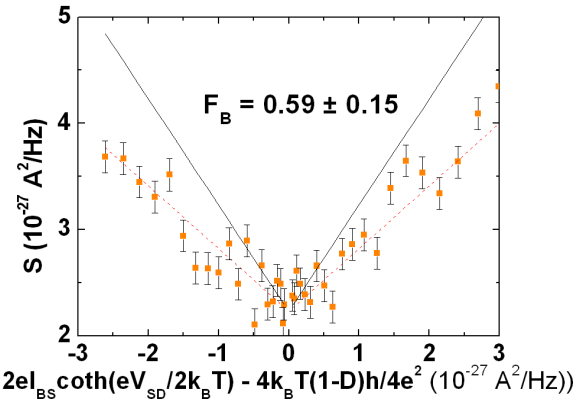


FIGURE 4.12 – Bruit dans le régime de faible rétrodiffusion (à $T = 1.5K$) comme fonction de $2eI_{BS}\coth(eV_{SD}/2k_BT) - 4k_BT(1-D)h/4e^2$. La droite en trait continu correspond à une pente de 1, celle en pointillés à une pente de 0.59

lieu de la valeur $F_B \approx D \approx 1$ (obtenue d'après la formule (2.4)).

Dans un premier temps, la décohérence va être étudiée, comme possible cause de cette réduction du facteur F_B. Nous étudierons ensuite une meilleure définition de ce facteur de Fano tirée du calcul du courant et du bruit pour une transmission non constante (lorentzienne).

4.2.2 Décohérence

La formulation décrite dans la section 2.3 permet de modéliser l'effet que peut avoir la décohérence sur la conductance et le bruit. Pour ce faire, nous considérons une électrode virtuelle, couplée à un nanotube et à travers laquelle ne circule aucun courant. Quand cette électrode absorbe un électron, elle en réinjecte un nouveau dans le système mais avec une phase et une énergie décorrélées de celles de l'électron entrant [25]. Cela permet ainsi de décrire la décohérence dans le formalisme de diffusion quantique.

Modification de la conductance

Considérons le modèle de diffusion developpé dans le paragraphe 2.3.3. Les paramètres du modèle ont été ajustés sur la transmission $(\frac{dI}{dV}(V_G) \times (\frac{4e^2}{h})^{-1})$ dans un domaine de tensions de grille allant de $0.7V$ à $1.225V$.

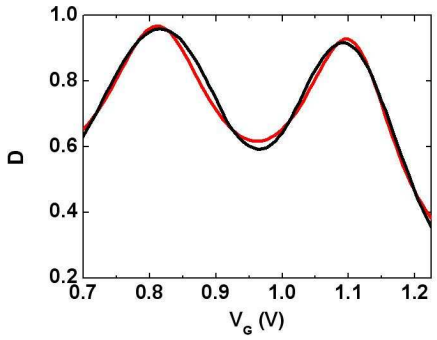


FIGURE 4.13 – Courbe de la conductance différentielle en unité de $\frac{4e^2}{h}$ de l'échantillon $U4NT1$ à $T = 1.5K$ en fonction de la tension de grille (en noir) et courbe théorique obtenu pour les paramètres : $D_L = 0.880$, $D_R = 0.612$, $\delta_L = -1.385$, $\delta_R = 2.2372$, $\xi = 0.248$, $x = 0.845$ et $\epsilon = 0.0111$ (en rouge)

Le meilleur ajustement théorique [10] est représenté sur la figure 4.13, pour les paramètres suivant : $D_L = 0.880$, $D_R = 0.612$, $\delta_L = -1.385$, $\delta_R = 2.2372$ et $\xi = 0.248$, $x = 0.845$, $\epsilon = 0.0111$ (les différentes paramètres ainsi déterminés sont donnés avec une erreur comprise entre ± 0.01 et ± 0.02) et donne $D|_{max} = 0.957$ pour un écart moyen en transmission de 0.0155 (soit 2.1% en erreur relative). En dépit du fait que les différents paramètres jouent conjointement sur les caractéristiques de la courbe (amplitudes des oscillations, modulation, largeurs des résonances,...), les meilleurs paramètres d'ajustement obtenus ont toujours des valeurs proches (*i.e.* $D_{L/R} \sim 0.9/0.65$, $x \sim 0.8$, $\xi \sim 0.25$, $\delta_L - \delta_R \sim -3.7$), seul ϵ a un taux de variation important mais reste compris entre 0 et 0.02.

La figure 4.14 présente, en niveaux de gris, l'évolution de la conductance différentielle (à température nulle) pour les paramètres précédents en regard de la mesure effectuée sur l'échantillon $U4NT1$, en fonction des tensions de grille et source-drain. La structure générale des oscillations est ainsi respectée, ce qui nous conforte dans le choix du type d'ajustement et dans la détermination de ces paramètres.

Réduction du bruit due aux processus inélastiques

Les résultats obtenus par les paramètres d'ajustement présente des valeurs de ϵ inférieures à 0.02 (avec des écarts entre l'ajsutement de la transmission et sa valeur expérimentale inférieurs à 2.1%). Compte tenu de l'étude de la réduction du bruit en fonction de ϵ illustré par le graphe 2.4, l'effet de la décohérence doit être faible sur le bruit. La charge effective, définie par l'équation (2.19), doit être supérieure à environ 0.9 pour $\epsilon \leq 0.01$ (ce qui est le cas de la plupart des paramètres d'ajustement obtenus) et à 0.85 pour $\epsilon \leq 0.02$. Pour les paramètres définis précédemment, la charge effective vaut : $\frac{e^*}{e} = 0.88$ [11].

10. les paramètres x, D_L, D_R, δ_L, δ_R, ξ, ϵ ont été déterminés par un programme fait maison de recherche aléatoire dans un espace des phases qui démarre par $D_L, D_R \in [0.65, 0.95]$, $\xi, \delta_L, \delta_R \in [-1.2, 1.2]$, $\epsilon \in [0, 0.3]$ et qui se recentre et se réduit à chaque fois qu'un point intéressant est trouvé. D'autres algorithmes, comme celui de Nelder-Mead, ont été testés sans se montrer plus performants

11. si on considère les dix meilleurs paramètres d'ajustement, nous obtenons $D_{max} = 0.965 \pm 0.01$ et $\frac{e^*}{e} = 0.92 \pm 0.04$ et la charge effective tend vers 1 lorsqu'ϵ tend vers 0, pour lequel l'ajustement reste tout à fait raisonnable

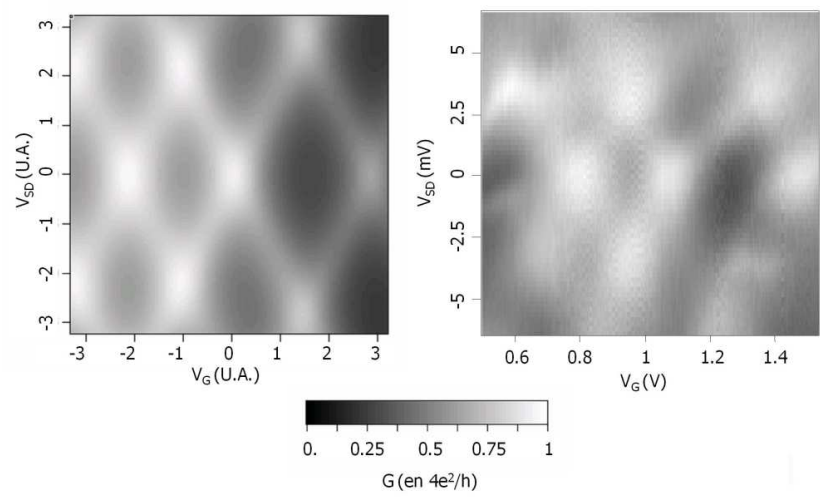


FIGURE 4.14 – Graphe de la conductance différentielle en unité de $\frac{4e^2}{h}$ de l'échantillon $U4NT1$ à $T = 1.5K$ comme fonction de V_G et V_{SD} (à gauche) et celui obtenu à partir des paramètres d'ajustement : $D_L = 0.880$, $D_R = 0.612$, $\delta_L = -1.385$, $\delta_R = 2.2372$ et $\xi = 0.248$, $x = 0.845$, $\epsilon = 0.0111$ (à droite)

Pour la matrice de « Beam Splitter », la phase ξ est importante pour ajuster nos mesures de la conductance (alors que le terme ϵ joue sur la modulation de la hauteur des pics et ne suit que la condition $\epsilon \leq 0.02$). La présence d'une impureté réelle sur notre système, comme le MW, pourrait alors expliquer la structure de la spectroscopie mesurée.

Ces études numériques nous poussent à penser que le phénomène de décohérence, tel que nous l'avons modélisé, intervient peu dans la réduction du bruit que nous observons sur notre échantillon. Nous allons donc passer à une étude plus précise de l'effet sur le bruit de la dépendance en énergie des transmissions de notre conducteur.

4.2.3 Le bruit pour une transmission dépendante de l'énergie

Le problème de la détermination du bruit à partir de la conductance différentielle

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré les transmissions comme des constantes dans les précédentes analyses du bruit en fonction de la tension V_{SD} (étant donné leurs faibles variations - inférieure à 5% pour $U4NT1$ à $V_G = 0.8V$ - dans le domaine d'étude $-0.84mV$, $0.84mV$). Cependant, dans la limite unitaire, la variation relative du terme $1 - D$ n'est plus négligeable (50% pour le cas précédent) et a priori, l'effet de courbure de la transmission peut se faire ressentir sur le bruit, ce qui pourrait expliquer le décalage entre la courbe théorique et la courbe expérimentale du bruit en $V_G = 0.8V$ sur l'échantillon $U4NT1$ (apparaissant sur la figure 4.6). Pour remédier à ce problème, il faudrait pouvoir intégrer ce terme « $1 - D$ ». Pour une faible courbure de la transmission, le terme de « bruit de grenaille », S_S, dans l'équation 2.3, s'écrit :

$$\frac{8e^2}{h}\int_{-\infty}^{\infty} d\epsilon D(\epsilon)(1-D(\epsilon))\big(f_R(\epsilon)-f_L(\epsilon)\big)^2 \;\approx\; 2e\langle D\rangle\int_0^{V_{SD}} dV\Big(\frac{4e^2}{h}-\frac{dI}{dV}\Big)\Big(\coth\Big(\frac{eV}{2k_BT}\Big)-\frac{2k_BT}{eV}\Big)$$

D'où un terme de bruit de grenaille de la forme : $S_S \sim \langle D\rangle(2eI_{BS}\coth(eV_{SD}/2k_BT) - 4k_BT\langle 1-D\rangle_V h/4e^2)$. Cela correspond aux résultats obtenus dans le paragraphe 4.2.1. Le bruit devrait alors avoir une dépendance linéaire en $2eI_{BS}\coth(eV_{SD}/2k_BT) - 4k_BT\langle 1-D\rangle_V h/4e^2$ avec un coefficient multiplicateur de l'ordre de $\langle D\rangle$. Cela donne un coefficient d'environ 0.9, bien au dessus du facteur 0.59 ± 0.15 déterminé.

Les inconvénients de cette analyse sont qu'elle assimile la conductance différentielle et la transmission (qui ne restent identiques que dans la limite d'un couplage parfaitement symétrique) et que l'on scinde dans l'intégration les termes D et $1-D$. Il faut donc pousser cette analyse à une détermination exacte de la conductance différentielle et des fluctuations du courant en s'appuyant par exemple sur les calculs du courant et du bruit introduits respectivement dans les sections 1.2.3 et 2.2.3.

Ajustement lorentzien des transmissions dans la limite unitaire

La forme lorentzienne s'adapte particulièrement à l'analyse de la transmission d'une résonance comme l'indique la forme de Breit-Wigner obtenue dans le régime de Fabry-Pérot. D'après l'équation (1.19), la transmission prend la forme :

$$D(\epsilon, V, T) \quad = \quad \frac{\alpha\Gamma^2}{(\epsilon-\epsilon_0)^2+\Gamma^2}$$

Les paramètres Γ, ϵ_0 ainsi que η (introduit dans l'équation (1.16)) vont nous permettre d'ajuster la conductance différentielle. D'après l'équation (1.26), α dépend de l'asymétrie des contacts et est relié à η par : $\alpha = 1-\eta^2$. L'ajustement à la conductance différentielle de l'échantillon $U4NT1$ à $V_G = 0.8V$ et à basse température, $T = 1.5K$, offre comme paramètres : $\epsilon_0 = 0.07mV$, $\Gamma = 1.34mV$ et $\eta = -0.15$ (ce qui donne $\alpha = 0.977$ et une erreur relative sur la conductance de 0.2%). Les allures de la conductance et du bruit sont alors représentés sur la figure 4.15.

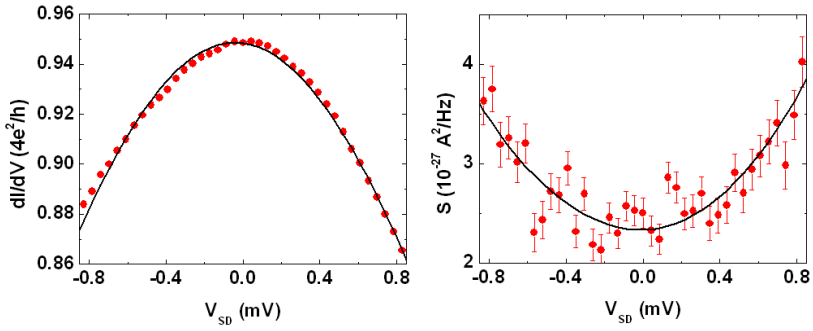


FIGURE 4.15 – Graphe des données expérimentales (points) et théoriques après ajustement des paramètres (trait) de la conductance en unité de $\frac{4e^2}{h}$ (gauche) et du bruit, S, (droite) pour $U4NT1$ en $V_G = 0.8V$ et à $T = 1.5K$. Les paramètres d'ajustement sont : $\epsilon_0 = 0.07mV$, $\Gamma = 1.34mV$ et $\eta = -0.15$

Cet ajustement théorique donne une très bonne corespondance quantitative. La prise en compte de la dépendance en énergie de la transmission et de la dissymétrie de la polarisation permet d'expliquer à la fois les mesures de la conductance et celles du bruit.

Cette approche est confirmée par l'analyse de la résonance en $V_G = 1.05V$ soit le deuxième pic que nous pouvons observé sur la spectroscopie l'échantillon $U4NT1$ (voir figure 4.5). Cette résonance présente une transmission maximale d'environ 0.88. L'ajustement de la conductance et la variation correspondante du bruit sont représentés figure 4.16. Cette formulation permet donc de rendre compte à la fois des variations du courant et de ses fluctuations [12].

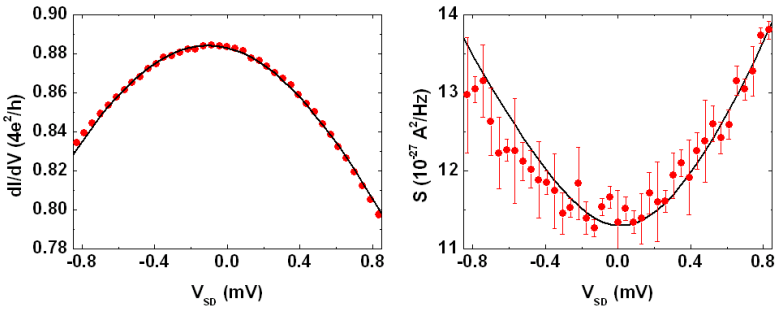


FIGURE 4.16 – Graphe des données expérimentales (points) et théoriques après ajustement des paramètres (trait) de la conductance en unité de $\frac{4e^2}{h}$ (gauche) et du bruit, S, (droite) pour $U4NT1$ en $V_G = 0.105V$ et à $T = 1.5K$. Les paramètres d'ajustement sont : $\epsilon_0 = -0.1mV$, $\Gamma = 1.61mV$, $\alpha = 0.9$ et $\eta = -0.37$

L'ensemble de cette étude présente des mesures du bruit qui correspondent à celles d'un conducteur sans interactions décrit par une transmission D. La dépendance en énergie de la transmission sous une forme lorentzienne est utilisée afin de rendre compte des mesures du bruit. Cette étude s'est attachée à des ajustements locaux des données de la conductance mais n'offre pas de cadre général à l'étude du bruit.

Détermination du bruit à partir du courant de rétrodiffusion

Nous allons, à partir des formules du courant (1.21) et du bruit ((2.12) et (2.14)), déterminer une relation entre le bruit et le courant de rétrodiffusion, sous la même forme que ce qui a été présenté figure 4.12. Ces dernières formules vont être développées dans le cas d'une résonance quasi-unitaire et faiblement dissymétrique. Considérons une transmission définie par l'équation (1.19), décrivant le transport pour quatre canaux dégénérés. Dès lors, à faibles $\frac{V}{\Gamma}, \delta = (1-\alpha), \eta, \epsilon_0$, le courant s'écrit :

$$I(V) \sim \frac{4e^2}{h}\Big(V(1-\delta-\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}-\frac{(\pi k_B T)^2}{3\Gamma^2}) - V^2\frac{\epsilon_0\eta}{\Gamma^2}\Big)$$

Le courant de rétrodiffusion I_{BS}, étant défini par : $I_{BS} = \frac{4e^2}{h}V - I$, s'écrit alors :

$$I_{BS}(V) \sim \frac{4e^2}{h}\Big(V(\delta+\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}+\frac{(\pi k_B T)^2}{3\Gamma^2}) + V^2\frac{\epsilon_0\eta}{\Gamma^2}\Big)$$

La conductance différentielle, que nous mesurons, prend quant à elle la forme :

$$\partial_V I(V) \sim \frac{4e^2}{h}\Big((1-\delta-\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}-\frac{(\pi k_B T)^2}{3\Gamma^2}) - 2V\frac{\epsilon_0\eta}{\Gamma^2}\Big)$$

12. les paramètres d'ajustement sont ici : $\epsilon_0 = -0.1mV$, $\Gamma = 1.61mV$, $\eta = -0.37$ et $\alpha = 0.9$, ce qui s'écarte de $1-\eta^2$ qui devrait donner 0.86

Les termes de bruit de Johnson et de grenaille se développent respectivement sous les formes :

$$\begin{aligned} S_J \times \big(\frac{4e^2}{h}\big)^{-1} &\sim 4k_BT\big((1-\delta-\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}-\frac{(\pi k_BT)^2}{3\Gamma^2})-\frac{1-\delta}{4\Gamma^2}V^2\big) \\ S_S \times \big(\frac{4e^2}{h}\big)^{-1} &\sim -4k_BT(\delta(1-\delta)+\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}+\frac{(\pi k_BT)^2}{3\Gamma^2})+2V\coth(\frac{\beta eV}{2})(\delta(1-\delta)+\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}+\frac{(\pi k_BT)^2}{3\Gamma^2}) \\ &\quad +\frac{V^2}{\Gamma^2}\big(2\epsilon_0\eta\coth(\frac{\beta eV}{2})-k_BT(1-3\delta)\big) \end{aligned}$$

Le bruit de Johnson correspond à $4k_BTdI/dV$ dans le cas de contacts symétriques. Cette grandeur est directement accessible à partir des mesures de la température et de la conductance différentielle. Cet intérêt pratique nous pousse à exprimer nos grandeurs par rapport à $S_I - 4k_BT\partial_V I$ qui dans le cas parfaitement symétrique correspond à S_S. Nous obtenons ainsi :

$$\begin{aligned} (S_I-4k_BT\partial_V I)\times\big(\frac{4e^2}{h}\big)^{-1} &\sim -4k_BT\big(\delta(1-\delta)+\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}+\frac{(\pi k_BT)^2}{3\Gamma^2}-2V\frac{\epsilon_0\eta}{\Gamma^2}\big)+2V\coth(\frac{\beta eV}{2})(\delta(1-\delta) \\ &\quad +\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}+\frac{(\pi k_BT)^2}{3\Gamma^2})+\frac{V^2}{\Gamma^2}\big(2\epsilon_0\eta\coth(\frac{\beta eV}{2})-k_BT(1-3\delta)\big) \end{aligned}$$

ce qui se réécrit :

$$S_I-4k_BT\partial_V I \sim 2e(\coth(\frac{\beta eV}{2})-\frac{2k_BT}{e}\partial_V)I_{BS}(1-\frac{\delta^2}{\delta+\frac{\epsilon_0^2}{\Gamma^2}+\frac{(\pi k_BT)^2}{3\Gamma^2}})$$

Afin de prendre en compte les variations de la transmission en fonction de l'énergie, il nous faut donc représenter le bruit (moins le bruit de Johnson « estimé » : $4k_BTdI/dV$) en fonction de $2e(\coth(\frac{\beta eV}{2})-\frac{2k_BT}{e}\partial_V)I_{BS}$.

Le bruit a ainsi été représenté figure 4.17 et est comparé à ce qui a été obtenu sur la figure 4.15. Nous pouvons remarquer que nous n'avons pas exactement considéré $S_I - 4k_BTdI/dV$ mais S (ce qui correspond à $S_I - S_{off}$ mais reste finalement presque équivalent à la formulation souhaitée du fait de la relation : $S_{off}(D) \approx 4k_BTdI/dV$ pour l'échantillon $U4NT1$). Nous

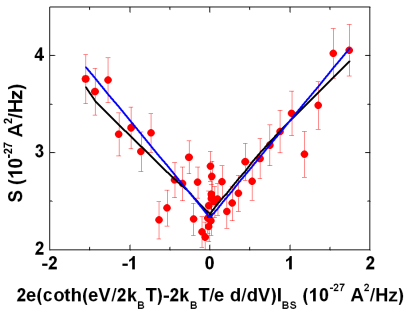
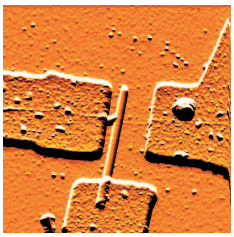
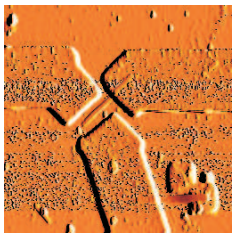


FIGURE 4.17 – Bruit expérimental à $T = 1.5K$ (points), ajustement du bruit tel qu'il est défini sur la figure 4.15 (trait noir) et $|2e(\coth(\frac{\beta eV}{2})-\frac{2k_BT}{e}\partial_V)I_{BS}|$ (trait bleu) pour $U4NT1$, $V_G = 0.8V$

avons donc trouvé une représentation qui semble plus robuste afin de prendre en compte la

courbure de la transmission du système. Le bruit que nous avons obtenu est donc cohérent avec celui d'un régime sans interactions défini par une transmission de type Breit-Wigner.

4.3 Echantillons mesurés

Nom de l'Echantillon	$S6$	$U4NT1$	$U4NT2$
Image au microscope à force atomique (AFM)			
Type	Métallique	Semi-conducteur	Métallique
Distance entre les électrodes (source et drain)	$600nm$	$500nm$	$500nm$
Résistance SW [a]	$100k\Omega$	$15k\Omega$	$15k\Omega$
Résistances MW-L/R [a]	$12k\Omega/10M\Omega$	$100k\Omega/1-10M\Omega$	$10M\Omega/10M\Omega$
Amplitude de la transmission [b]	0.01/0.05	0.3/0.96	0.2/0.65
Distance typique (en tension source-drain) entre les pics de résonance	7meV	7meV	3meV [c]
Valeurs minimales/maximales des largeurs des résonances	0.5/1meV	1/2meV	0.5/1meV

a. mesurée à température ambiante, $T \approx 300K$

b. dI/dV en unité de $\frac{4e^2}{h}$ et mesurée à froid, $T \approx 1.5K$ sur le domaine de tensions de V_G et V_{SD} correspondant à ce qui a été mesuré pour les différentes spectroscopies

c. comme on peut le voir sur la figure 4.1, l'écart entre niveaux apparent est fortement réduit lorsque les canaux orbitaux sont très couplés

Chapitre 5

Des impuretés Kondo bruyantes

5.1 Le régime Kondo

5.1.1 L'effet Kondo dans les conducteurs

Premières observations dans les métaux

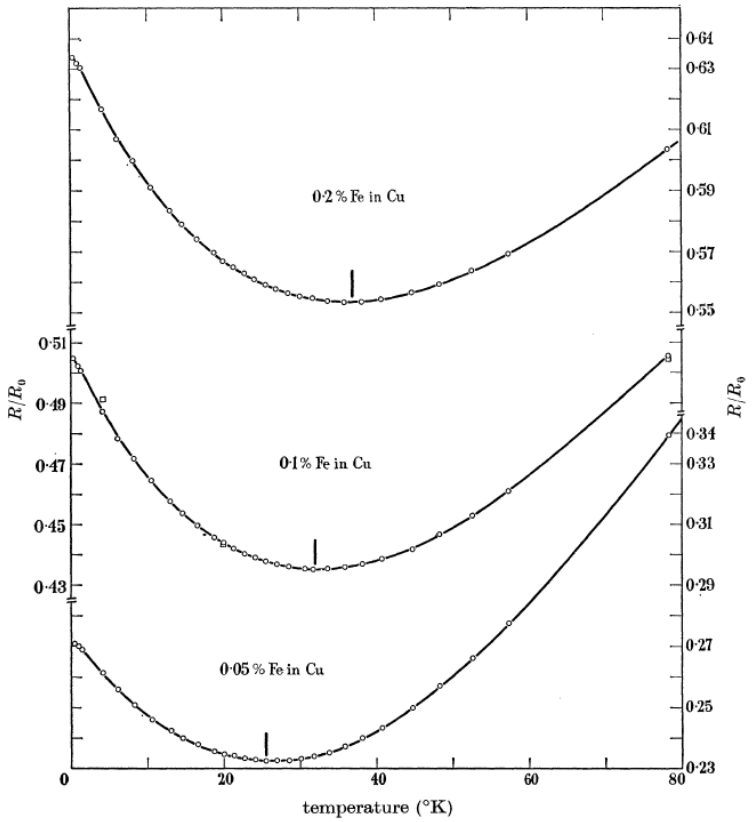


FIGURE 3. The electrical resistance of dilute copper + iron alloys. The bars indicate the point of minimum resistance. The points shown □ were taken after re-annealing the 0·1% alloy.

FIGURE 5.1 – Résistance électrique d'un alliage dilué de Cuivre+Fer en fonction de la température (image tirée de [99])

La liquéfaction de l'hélium, réalisée pour la première fois il y a un siècle (H. Kamerlingh Onnes, 1909), a ouvert la voie à la recherche sur la matière condensée à basse température, permettant l'observation de comportements particuliers des matériaux. Ainsi, ont été découverts la supraconductivité (H. Kamerlingh Onnes, 1911), la superfluidité (W.H. Keesom, 1928), l'augmentation de la résistance de certains métaux à basse température (De Haas, De Boer et Van den Berg, 1933). De Haas *et al.* ont observé ce dernier comportement [100] sur de l'or presque pur. Cependant, cet effet s'est présenté comme étant dû à la présence d'impuretés. Par la suite, un minimum dans la courbe résistivité-température a été observé pour un grand nombre d'alliages magnétiques dilués (voir *e.g.* [101]). Ce comportement est illustré par la courbe résistivité-température, figure 5.1, pour un alliage de Cuivre et de Fer (et pour différentes concentrations x de $Cu_{1-x}Be_x$).

Cet effet fut expliqué en 1964 par Jun Kondo [102] par le couplage antiferromagnétique entre le spin des électrons de conduction et le moment magnétique d'une impureté localisée. Les électrons écrantent ce moment magnétique localisé, ce qui produit une augmentation de la résitance de l'alliage. Le mécanisme de l'effet Kondo se rapporte à un grand nombre de problèmes de la physique des fermions fortement corrélés. Les techniques et les résultats autour de sa physique sont de large portée et en font un sujet de référence. Le groupe de renormalisation (RG), en physique statistique, a par exemple été introduit pour l'étude de l'effet Kondo par Kenneth G. Wilson [103, 104]. Cela place l'effet Kondo parmi les problèmes les plus importants de la physique de la matière condensée.

Les conducteurs nanométriques dans le régime Kondo

Les récents progrès effectués dans le champ de la nanofabrication ont ouvert la voie à l'étude de ce phénomène sur des impuretés magnétiques individuelles. L'effet Kondo a ainsi pu être observé sur une grande variété de systèmes comme des atomes magnétiques isolés sur des surfaces métalliques [105, 106], des ilôts quantiques dans des gaz bidimensionnels d'électrons [107, 108], des nanotubes de carbone [35] ou dans d'autres conducteurs moléculaires [109, 110, 111].

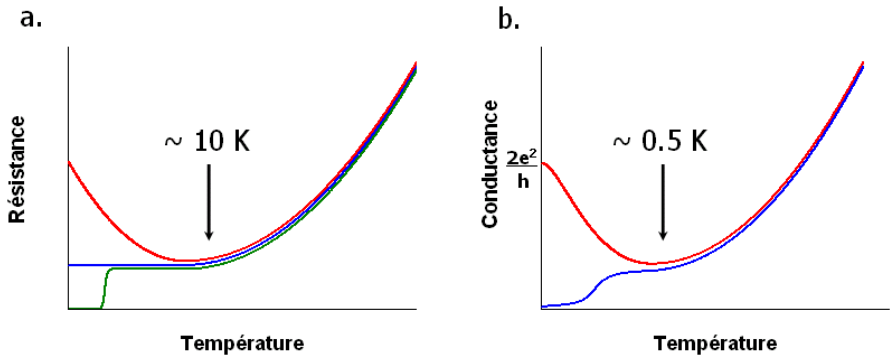


FIGURE 5.2 – Comportements caractéristiques de la résistance de composés massifs (a.) et de la conductance dans les nanostructures (b.) (en bleu, le comportement métallique ; en rouge, l'effet Kondo ; en vert, le comportement supraconducteur)

Dans ces conducteurs de basse dimensionnalité, le couplage avec les électrons des contacts métalliques altère les niveaux d'énergie discret de l'ilôt quantique, les transformant en des

états plus complexes à N corps. La possibilité de contrôler ces impuretés magnétiques a permis d'étudier ces états dans des situations inusuelles et en particulier dans des régimes hors d'équilibre [112, 113, 114].

En dépit du fait que l'origine de ce phénomène soit identique à celui observé dans les métaux, l'effet Kondo s'exprime, dans les ilôts quantiques en régime de blocage de Coulomb, de manière inverse, avec une augmentation de la conductance à basse température (comme illustré figure 5.2). L'effet Kondo peut être caractérisé par l'échange cohérent entre le spin de l'impureté localisée et des électrons délocalisés de la mer de Fermi. Ce phénomène est à l'origine de l'ouverture d'un canal de conduction dégénéré en spin, la conductance pouvant alors croître jusqu'à $\frac{2e^2}{h}$.

5.1.2 Transport dans le régime Kondo

Effet Kondo dans les nanotubes de carbone

Le régime Kondo se manifeste par le déblocage de la conductance lorsque l'on réduit la température en dessous d'une valeur caractéristique ($T \sim T_K$). L'augmentation de la différence de potentiel aux bornes de la nanostructure tend, quant à elle, à faire disparaître cette résonance. La caractéristique de la conductance en tensions V_G et V_{SD} fait apparaître un maximum de conductance à $V_{SD} = 0$. La figure 5.3 présente un tel comportement [1] sur au moins deux diamants successifs.

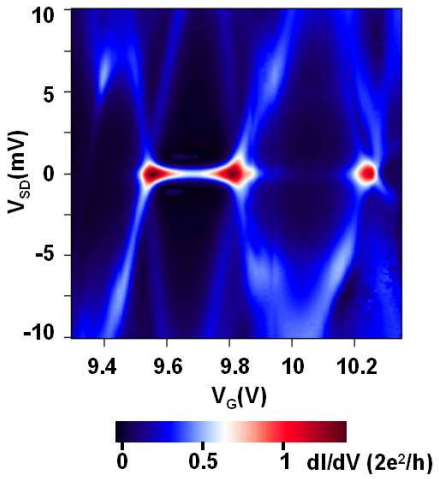


FIGURE 5.3 – Conductance différentielle de l'échantillon $LC2VNT1$ à $T = 1.4K$ en fonction de V_G et V_{SD}

L'effet Kondo peut aussi être mis en évidence par son comportement en température. Dans le régime de blocage de Coulomb, la conductance dans une vallée (correspondant aux lieux des flèches sur la figure 5.4) évolue de manière exponentielle : $G(T) = G_0 e^{-\frac{E_a}{k_B T}}$ où E_a est une « énergie d'activation » (qui correspond à la moitié de l'énergie de charge et

1. Dans le cas d'une impureté Kondo de spin 1/2, la théorie des liquides de Fermi donne la conductance suivante : $G(T) = G_0(1 - \frac{3}{2}(\frac{eV}{k_B T_K^*})^2)$ (où T_K^* correspond à un facteur près à la température Kondo que nous allons utiliser : $T_K^* \equiv \sqrt{6} T_K$) pour $eV \ll k_B T_K$ [115].

de l'écart entre les niveaux résonants $\frac{1}{2}(\frac{e^2}{C} + \Delta E)$ [55]). La conductance croit alors avec la température. Dans le régime Kondo, le comportement est inverse, la conductance se réduisant avec l'augmentation de la température [2] (pour $T \lesssim T_K$). La conductance de l'échantillon

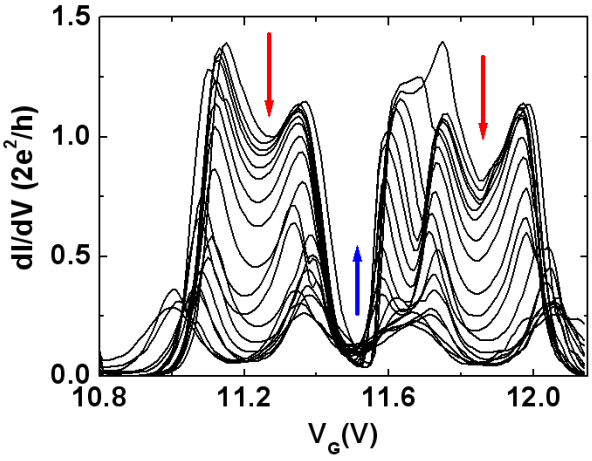


FIGURE 5.4 – Conductance différentielle de $1.4K$ à $20K$ (les flèches indiquent le sens des températures croissantes)

$LC2VNT1$ est représentée sur la figure 5.4, pour une autre région de tensions de grille. Pour les deux tensions de grille représentées par des flèches rouges ($V_G \sim 11.2V$ et $V_G \sim 11.8V$), nous retrouvons ce comportement caractéristique du régime Kondo pour lequel la conductance décroit avec l'augmentation de la température. La région centrale ($V_G \sim 11.5V$) se comporte comme en régime de blocage de Coulomb.

Deux échantillons différents sont étudiés pour un total de cinq résonances correspondant à des centres de diamants de Coulomb présentant ces arrêtes caractéristiques. Ces différentes résonances sont présentées dans la section 5.4. Nous allons par la suite étudier en détails ces différentes résonances qui vont présenter des comportements similaires en fonction de la tension et de la température et donc une physique sous-jacente identique.

Etude de la conductance différentielle

La mesure du courant électrique se présente comme le premier élément susceptible de nous renseigner sur la physique hors de l'équilibre du système. Cette physique, pour l'effet Kondo, est dominée par une énergie caractéristique, $k_B T_K$. Lorsque la température et la tension sont normalisées par cette énergie, la conductance est alors donnée par une fonction universelle [115]. Ces lois d'échelle ont fait très récemment l'objet d'études détaillées entre autres sur des îlots quantiques dans des gaz bidimensionnels d'électrons, pour une impureté de spin 1/2, par M. Grobis *et al.* [114] ou sur des transistors à molécules uniques par G. D. Scott *et al.* [116].

Les conductances différentielles en fonction de la tension source-drain sont représentées pour les différentes résonances Kondo dans la section 5.4. Ces dernières présentent de grandes

2. La conductance suit, d'après la théorie des liquides de Fermi appliquée à une impureté de spin 1/2, une forme similaire à celle en tension ($G(T) = G_0(1 - (\frac{\pi T}{T_K^*})^2)$ pour $T \ll T_K$ [115]).

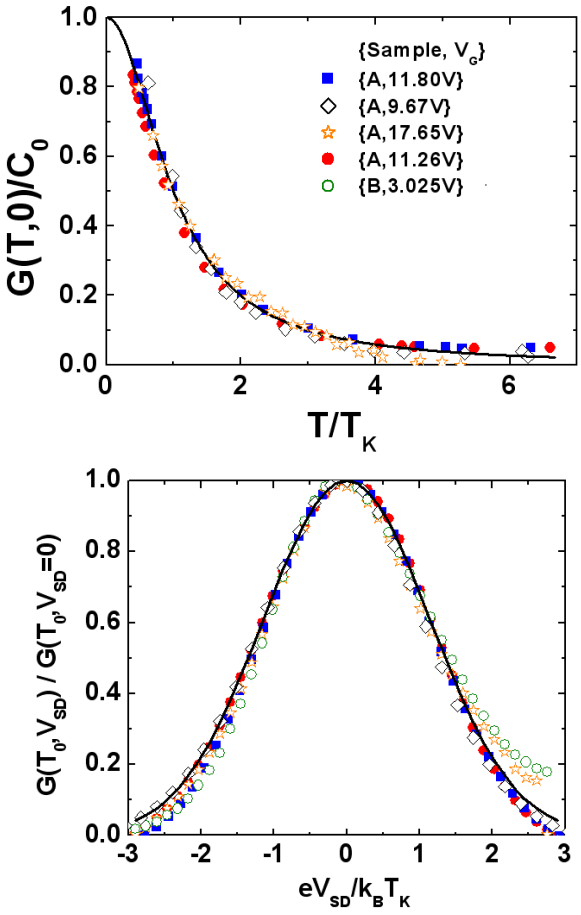


FIGURE 5.5 – Relation d'échelle pour la conductance en fonction de la température (à tension nulle) et de la tension source-drain (mesurée à la température $T_0 \approx 1.5K$, voir section 5.4)

disparités, que ce soit sur le maximum de conductance, variant de $0.6 \times \frac{2e^2}{h}$ à $1 \times \frac{2e^2}{h}$ ou sur la largeur des résonances, s'étalant de $0.5mV$ à $0.8mV$. Cependant, ces conductances, une fois normalisées en hauteur [3] et en largeur, suivent le même comportement, comme indiqué figure 5.5. La constante de normalisation sur l'axe des abscisses correspond ici à la température Kondo [4], T_K. La forme suivie pour la conductance est bien décrite par la fonction : $G(T_0, V_{SD}) = G(T_0, 0) \times \exp(-2(eV_{SD}/2.3k_BT_K)^2)$, représentée en trait plein sur la figure 5.5. Le comportement des différentes résonances Kondo, dans des situations hors de l'équilibre, est donc similaire.

Cette loi d'échelle est aussi présente pour les mesures de la conductance en température (figure 5.5). La formule empirique : $G(T) = C_0/(1 + (2^{1/s} - 1)(T/T_K)^2)^s$ a permis de décrire l'évolution de la conductance en température [117, 118] dans différentes situations avec $s = 0.21$ [5]. Nos ajustements, à partir de cette formule, ont donné : $s = 1.02 \pm 0.04$, ce qui proche

3. pour la résonance $SAR4$, le fond constant a été supprimé : $dI/dV \rightarrow dI/dV - 0.22 \times 2e^2/h$
4. la valeur de T_K est déterminée à partir des ajustements faits depuis la prédiction théorique de la SBMF, décrite au paragraphe 5.2.2
5. Cette forme est issue d'une ajustement à partir d'une courbe NRG pour une impureté de spin 1/2

de ce qui a été observé par Sasaki *et al.* dans des îlots quantiques verticaux, dégénérés en spin et orbitalement [119].

Seule une énergie, la température Kondo, gouverne à ce stade la dynamique du système électronique. Nous pouvons en attendre autant pour le bruit [120, 121, 122, 123, 124]. Nous allons donc étudier les fluctuations du courant, d'abord, dans une situation à l'équilibre puis sur les différentes résonances dans des situations hors d'équilibre.

Etude des fluctuations du courant

D'après le théorème de fluctuation-dissipation [70, 71], les fluctuations du courant à l'équilibre doivent suivre la forme : $S_I(T, V_{SD} = 0) = 4k_BTdI/dV$, celle du bruit de Johnson-Nyquist [70, 69]. La forme attendue pour ces fluctuations, d'après la dépendance lorentzienne de la conductance différentielle doit être de type : $T/(1 + (T/T_K)^2)$. Nous nous attendons donc à avoir une évolution non monotone du bruit, valant 0 en $T = 0$ ou $T = \infty$ et atteignant son maximum pour $T = T_K$.

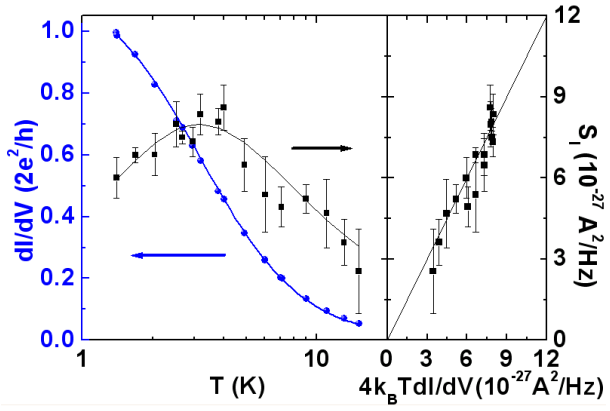


FIGURE 5.6 – Conductance différentielle et bruit à l'équilibre ($V_{SD} = 0$) pour la résonance $SAR1$, en fonction de la température (gauche) et du bruit de Johnson, $4k_BTdI/dV$ (droite). La courbe bleue correspond à $dI/dV|_{SAR1} = \frac{2e^2}{h}\frac{1.18}{1+(T/3.2)^2}$ et les courbes noires à $4k_BTdI/dV|_{SAR1}$

Ce comportement est suivi pour la résonance $SAR1$, comme représenté figure 5.6, avec un maximum d'environ $8 \times 10^{-27}A^2/Hz$ pour une température autour de $3K$. Les fluctuations du courant, représentées en fonction du bruit de Johnson-Nyquist ($4k_BTdI/dV$) sur la partie droite de la figure 5.6, respectent le théorème de fluctuation-dissipation.

Dans des situations hors d'équilibre, le bruit suit des comportements apparemment assez différents pour les résonances étudiées (figure 5.7). Les variations du bruit en excès ($S_{exc,I} = S_I(V_{SD}) - S_I(V_{SD} = 0mV)$) vont de 0 à $7 \times 10^{-27}A^2/Hz$ pour les résonances $SAR1 - 4$ et $SBR1$. Les valeurs du courant et du rapport du bruit $S_{exc,I}$ (ou S_I) sur $2e|I|$, en $V_{SD} = -0.84mV$, sont de :

- $-32.7nA$, 0.24 (ou 0.82) ± 0.02 pour $SAR1$
- $-24.4nA$, 0.17 (ou 0.82) ± 0.03 pour $SAR2$
- $-14.1nA$, 0.02 (ou 0.82) ± 0.02 pour $SAR3$

– $-25.4nA$, 0.7 (ou 1.2) ± 0.05 pour $SAR4$ [6]
– $-23.8nA$, 0.14 (ou 0.77) ± 0.04 pour $SBR1$ [7]

Le bruit que nous mesurons reste, pour la majorité des mesures, sous-poissonien. En reprenant

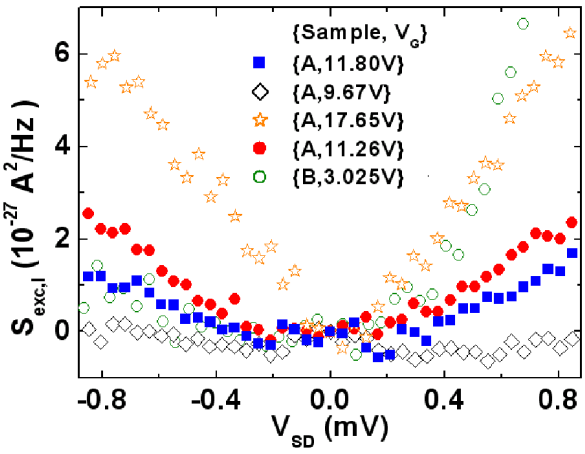


FIGURE 5.7 – Bruit en fonction de la tension V_{sd} à $T = T_0$ pour les cinq résonances Kondo

une analyse similaire à celle effectuée sur la conductance, les mesures de bruit, représentées figure 5.7, ne mènent pas à une loi d'échelle évidente. Nous pouvons cependant traiter individuellement chaque résonance Kondo avec le type de modèle sans interactions qui nous a permis de traiter avec succès les données de bruit dans le régime Fabry-Pérot.

Comparaison à la situation sans interactions

L'évolution de la conductance sur l'échelle de tension considérée impose de travailler, dans le régime sans interaction, avec la formule de Breit-Wigner (1.15) et non avec des transmissions constantes. Les formes du courant et du bruit ont été déterminées analytiquement pour des telles résonances lorentziennes (données par les équations (1.21) et (2.13)). En nous appuyant sur les courbes de la conductance que nous avons mesurées, nous déterminons les paramètres du modèle sur les résonances $SAR1$ et $SAR2$. Ce modèle va consister de deux canaux de conduction dégénérés en spin, de transmissions maximales respectivement d_1 et d_2, de mêmes largeurs [8] Γ et centrés [9] sur $\epsilon = 0$. Les résultats de ces ajustement sont présentés sur la figure 5.8.

Ces ajustements de la conductance sont gouvernés par une compétition entre la largeur et la hauteur de la résonance : la diminution de la largeur provoque, du fait de l'élargissement thermique, la diminution de la hauteur du pic. En effet, lorsque Γ est de l'ordre de $k_B T$, la

6. si l'on considère que la conductance différentielle, pour $SAR4$ se décompose sous la forme $dI/dV = dI/dV|_{Kondo} + dI/dV|_{Fabry-Perot}$ où $dI/dV|_{Fabry-Perot} = 0.11 \times \frac{4e^2}{h}$ et donc $S_{I,Kondo} = S_I - S_{I,Fabry-Perot}$, nous arrivons à des données : $-11.1nA$, 0.45 (ou 1.23) ± 0.11

7. les mesures de bruit de $SBR1$, pour $V_{SD} > 0.5mV$ seront exclues, dû à la brusque augmentation du bruit à partir de ces valeurs ne permettant pas de mesurer du bruit intrinsèque

8. le fait de prendre deux largeurs différentes pour ajuster la conductance et/ou le bruit ne change qualitativement pas les résultats

9. le centre de la résonance au niveau de Fermi permet d'avoir un maximum de conduction en $V_{SD} = 0$, ce que nous recherchons ici

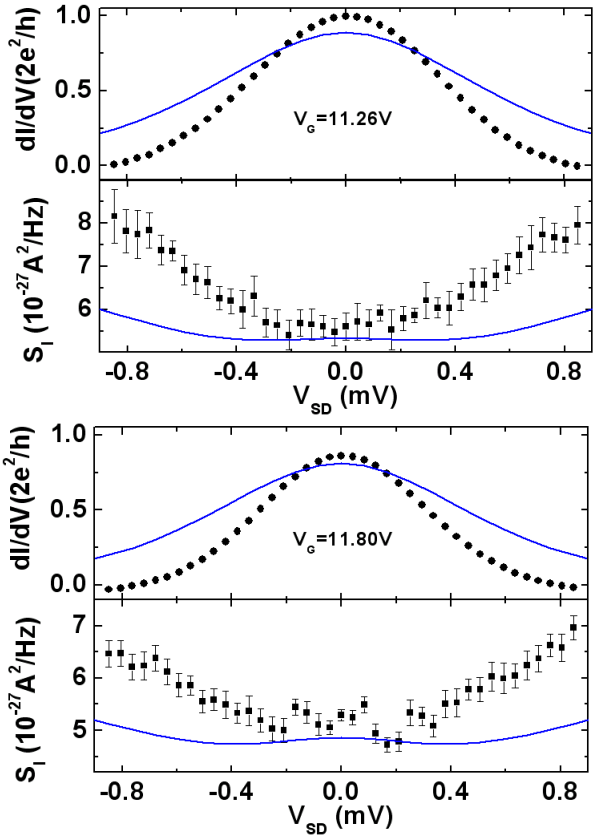


FIGURE 5.8 – Conductance et bruit pour les résonances $SAR1$ et $SAR2$. Les courbes bleues correspondent aux ajustements pour le modèle sans interaction

valeur de la conductance est diminuée de moitié par rapport à sa valeur dans la limite de basse température. Les paramètres d'ajustement ainsi retenus sont $d_1 = d_2 = 0.95$ et $\Gamma = 0.11meV$ pour $SAR1$ et $d_1 = d_2 = 0.99$ et $\Gamma = 0.09meV$ pour $SAR2$. Le bruit théorique calculé à partir de ces paramètres est représenté figure 5.8. Ainsi, une théorie simple sans interactions ne permet pas de rendre compte de nos mesures de conductance et de bruit. Nous allons par la suite nous intéresser à une formulation similaire du transport, par l'intermédiaire d'une transmission effective, de type Breit-Wigner, incorporant l'effet des interactions.

Le modèle sans interactions dans un nanotube de carbone a été traité avec deux canaux de conduction discernant les deux états possibles du degré de liberté orbital. L'effet Kondo réduit à une impureté de spin 1/2 n'intervient que lorsque le remplissage de l'îlot quantique est d'un électron (sur les deux états de spin), permettant ainsi une fluctuation du degré de liberté de spin. Notons que les échantillons mesurés présentent des résonances successives ainsi que des températures Kondo, T_K, supérieures à $2K$. Cela fait appel à une physique plus exotique que celle initialement observée par Nygard *et al.* [35], où des températures Kondo de l'ordre de $1K$ et une alternance des arêtes un diamant sur deux ont été observées.

5.2 Traitement du régime Kondo dans des situations hors de l'équilibre

5.2.1 Généralités

Règle de somme de Friedel

Dans le formalisme de Landauer-Büttiker, la matrice de diffusion permet de déterminer les propriétés de transport. D'après l'unitarité de la matrice de diffusion, les valeurs propres peuvent prendre les valeurs $\{1, e^{2i\delta(\epsilon)}\}$ [10]. Cela correspond, d'après la formulation (A.2) de la matrice de diffusion, dans le cadre de l'effet tunnel résonant, à :

$$e^{2i\delta(\epsilon)} = \frac{\epsilon - \epsilon_0 - i\Gamma}{\epsilon - \epsilon_0 + i\Gamma}$$

Soit une phase $\delta_F = \delta(0) = \arctan(\frac{\Gamma}{\epsilon_0})$. Cette phase est reliée au nombre d'électrons, M, déplacés par la présence du diffuseur et à l'ordre de la dégénérescence quantique, N, de cet état discret [11] de la manière suivante [125] :

$$\delta_F = \frac{\pi M}{N}$$

C'est la règle de somme de Friedel. Dans les cas que nous allons considérer M=1 *i.e.* seul un électron remplit la boite quantique. La transmission par canal du système (donnée par $|s_{12}|^2$ pour la matrice s définie par l'équation (A.2)) est alors $D = \sin^2(\delta_F)$ [12]. Si $N = 2$ (pour l'effet Kondo n'impliquant que le spin), la transmission du système est unitaire. Cela correspond au déblocage de la conductance, à tension nulle, caractéristique du régime Kondo dans les nanostructures.

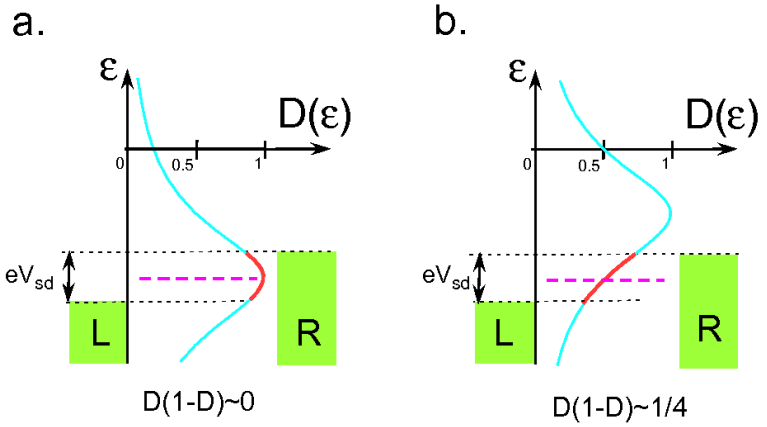


FIGURE 5.9 – Transmission, en fonction de l'énergie, pour l'effet Kondo où $N = 2$ (a.) et $N = 4$ (b.)

10. En considérant la matrice de diffusion définie par l'équation (1.7), avec une phase générale : $e^{i\delta(\epsilon)+i\pi/2}$, un terme de transmission : $D = \sin^2(\delta(\epsilon))$ et une phase $\delta = \pi$, nous retrouvons de telles valeurs propres

11. $N = 2^n$ où n est le nombre de degrés de liberté quantique dégénérés, conservé pendant le processus tunnel

12. nous obtenons dans le cas dégénéré, avec une impureté localisé ($M = 1$) : $\frac{dI}{dV} = \frac{Ne^2}{h}\sin^2(\frac{\pi}{N})$

Du fait de son lien avec la phase des valeurs propres de la matrice de diffusion, la règle de somme de Friedel impose un décalage de la résonance suivant le degré de dégénérescence quantique (voir figure 5.9). Dans le cas le plus simple d'une impureté de spin 1/2, la résonance est centrée au niveau de Fermi (trait rose sur la figure 5.9a.).

Dans le cas d'une dégénérescence des quatre canaux de conduction (du spin et du degré de liberté orbital), cette règle prédit un décalage de la résonance de la moitié de sa largeur (figure 5.9b.) [126]. La transmission unitaire dans le premier cas, passe à 1/2 dans le second, ce qui aura un effet important sur le bruit [13], passant du régime non-bruyant à un maximum du bruit de partition (le terme $D(1-D)$ dans l'équation (2.3)). La mesure des fluctuations du courant se présente ainsi comme un outil pertinent afin de sonder la physique de notre système et de discriminer les situations qui peuvent le régir.

Le traitement par la théorie des bosons esclaves

Il n'existe aucune théorie traitant exhaustivement le problème de l'effet Kondo dans des situations hors de l'équilibre. Il existe essentiellement trois voies traitant ce problème à faibles excitations : la théorie des liquides de Fermi, la théorie de champ moyen des bosons esclaves (SBMFT) [127] et l'approximation de « non-croisement » (NCA). Cependant, le régime dans lequel nous sommes ($T \sim T_K/3$ et $eV_{SD} \lesssim 3k_BT$) ne nous permet pas d'appliquer la théorie des liquides de Fermi, cette dernière donnant une description correcte du système à des énergies beaucoup plus faibles que celles de nos conditions expérimentales. La NCA et la SBMFT sont utilisables jusqu'à de telles énergies mais seule la SBMFT est valide dans tout le domaine d'énergie considéré ($eV, k_BT \leq k_BT_K$ [120]). Cette dernière introduit une prise en compte des interactions par une transmission effective (de type Breit-Wigner) dont la largeur et le centre sont dépendants de la tension source-drain et de la température, nous menant à une formulation analytique du courant et du bruit. Cette description va s'appliquer à l'effet Kondo dans différentes situations, pour un et deux degrés de liberté quantique dégénérés, *i.e.* pour des symétries $SU(2)$ et $SU(4)$ [14] [128, 126].

Description autocohérente des paramètres du système

Le formalisme de la théorie des bosons esclaves que nous avons employé est similaire à celui utilisé par Jong-Soo Lim *et al.* [128]. Notre système est formé de deux électrodes de gaz de fermions sans interactions, d'une impureté [15] couplée à ces deux électrodes et possèdant deux états orbitaux (notés e et o) d'énergie dépendante du spin σ : $\epsilon_{0,\sigma}$ (< 0). L'interaction coulombienne au niveau de notre impureté est supposée grande devant les autres énergies caractéristiques, ce qui empêche l'occupation simultanée de deux états dans l'impureté. La technique des bosons esclaves se base sur la transformation de l'opérateur fermionique de destruction d'un état ν, σ sur l'impureté, $d_{\nu,\sigma}$, en une combinaison d'un opérateur pseudofermionique, $f_{\nu,\sigma}$, qui annihile un état occupé ν, σ et d'un opérateur bosonique, $b^\dagger$, qui crée un état vide : $d_{\nu,\sigma} = b^\dagger f_{\nu,\sigma}$. Dès lors, la contrainte d'occupation se réécrit :

$$\sum_{\nu=e,o,\sigma=\pm1} f^\dagger_{\nu,\sigma} f_{\nu,\sigma} + b^\dagger b \quad = \quad 1$$

13. la conductance sera insensible à tension nulle, passant respectivement de $1 \times \frac{2e^2}{h}$ et $0.5 \times \frac{4e^2}{h}$

14. dans ces deux cas, l'hamiltonien régissant le système doit être invariant par transformation pour ces deux groupes de symétrie

15. Le traitement d'une impureté localisée a été entamé section 1.2.3

Cette contrainte va être traitée par la méthode du multiplicateur de Lagrange. L'hamiltonien d'Anderson [63] prend la forme :

$$H_{SB} = \sum_{\sigma,\nu=e,o} \epsilon_{k_\nu} c^\dagger_{k_\nu,\sigma} c_{k_\nu,\sigma} + \sum_{\sigma,\nu=e,o} \epsilon_{0,\nu} f^\dagger_{\nu,\sigma} f_{\nu,\sigma} + \sum_{k,\sigma,\nu=e,o} V_\nu (c^\dagger_{k_\nu,\sigma} b^\dagger f_{\nu,\sigma} + h.c.) + \lambda\big(\sum_{\nu,\sigma} f^\dagger_{\nu,\sigma} f_{\nu,\sigma} + b^\dagger b - 1\big)$$

Dans cette approche, seul le spin peut fluctuer (ce qui est une bonne approximation lorsque l'interaction coulombienne est grande et à basse énergie devant $k_B T_K$). Dans l'approximation de champ moyen, nous allons remplacer $b(t)$ par sa valeur classique $\tilde{b}$. Dès lors, l'hamiltonien se réécrit :

$$H_{MF} = \sum_{\sigma,\nu=e,o} \epsilon_{k_\nu} c^\dagger_{k_\nu,\sigma} c_{k_\nu,\sigma} + \sum_{\sigma,\nu=e,o} \tilde{\epsilon}_{0,\nu} f^\dagger_{\nu,\sigma} f_{\nu,\sigma} + \sum_{k,\sigma,\nu=e,o} \tilde{V}_\nu (c^\dagger_{k_\nu,\sigma} f_{\nu,\sigma} + h.c.) + \lambda\big(|\tilde{b}|^2 - 1\big)$$

où $\tilde{\epsilon}_{0,\nu}$ est l'énergie renormalisée : $\epsilon_{0,\nu} + \lambda$ et $\tilde{V} \equiv V\tilde{b}$. L'équation du mouvement sur le champ bosonique permet d'écrire :

$$\sum_{k,\sigma,\nu=e,o} \tilde{V}_\nu c^\dagger_{k_\nu,\sigma} f_{\nu,\sigma} + \lambda |\tilde{b}|^2 = 0$$

Dès lors, nous avons le système autocohérent suivant :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \sum_{\nu,\sigma} \langle f^\dagger_{\nu,\sigma}(0) f_{\nu,\sigma}(0)\rangle + |\tilde{b}|^2 & = & 1 \\ \sum_{\nu,\sigma} \tilde{V}_\nu \langle c^\dagger_{k_\nu,\sigma}(0) f_{\nu,\sigma}(0)\rangle + \lambda |\tilde{b}|^2 & = & 0 \end{array} \right. \tag{5.1}$$

En considérant la fonction de Green : $\hat{G}^<_{\nu,\sigma}(t) = i\langle f^\dagger_{\nu,\sigma}(t) f_{\nu,\sigma}(0)\rangle$ avec $\hat{G}(t) = \frac{1}{2\pi\hbar}\int d\epsilon \hat{G}(\epsilon) e^{i\epsilon t/\hbar}$, nous avons, dans la représentation de Heisenberg :

$$i\hbar \frac{\partial f^\dagger_{\nu,\sigma}}{\partial t} = [f^\dagger_{\nu,\sigma}, H_{MF}]$$

Cela donne, après quelques manipulations (et en supposant : $\tilde{\epsilon}_{0,\nu} \equiv \tilde{\epsilon}_0$) :

$$\sum_{\nu,\sigma} \widetilde{V}_\nu \langle c^\dagger_{k_\nu,\sigma}(t) f_{\nu,\sigma}(0)\rangle = \sum_{\nu,\sigma} (-\widetilde{\epsilon}_0 - i\hbar \frac{\partial}{\partial t}) \langle f^\dagger_{\nu,\sigma}(t) f_{\nu,\sigma}(0)\rangle$$

d'où une réécriture du système autocohérent :

$$|\tilde{b}|^2 + \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} Tr \hat{G}^<(\varepsilon) = 1 \tag{5.2}$$

$$(\tilde{\varepsilon}_0 - \varepsilon_0)|\tilde{b}|^2 - \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} Tr \hat{G}^<(\varepsilon)(\tilde{\varepsilon}_0 - \varepsilon) = 0 \tag{5.3}$$

Ces dernières équations vont être directement intégrables. En effet, la fonction de Green $\hat{G}^<(\varepsilon)$ prend la forme [59] : $i\tilde{\Gamma}_\nu (f_L + f_R)/((\epsilon - \tilde{\epsilon}_0)^2 + \tilde{\Gamma}^2_\nu)$ où $\tilde{\Gamma}_\nu = (1 \pm \beta)\tilde{\Gamma}$, $\tilde{\Gamma} = |\tilde{b}|^2 \frac{\pi}{2}(V_e^2 + V_o^2)\rho$ et ρ la densité d'états des électrodes. Cette paramétrisation permet en outre de passer de la situation $SU(4)$ pour $\beta = 0$ à la situation $SU(2)$ pour $|\beta| = 1$. Les formes des transmissions sont alors [128] :

$$D_\pm(\epsilon) = \frac{(1 \pm \beta)^2 \tilde{\Gamma}^2}{(\epsilon - \tilde{\epsilon}_0)^2 + (1 \pm \beta)^2 \tilde{\Gamma}^2} \tag{5.4}$$

Ces équations ont été obtenues sous l'hypothèse de contacts parfaitement symétriques. Cependant, nous pouvons étendre les relations (5.2), (5.3) et (5.4) au cas général en remplaçant respectivement f_L et f_R par $f_L\frac{\Gamma_L}{\Gamma}$ et $f_R\frac{\Gamma_R}{\Gamma}$ avec $\Gamma_{L/R} = (1 \pm \cos(\phi))\Gamma$ et avec $D_\pm$ se transformant en $D_\pm \times \frac{4\Gamma_L\Gamma_R}{(\Gamma_L+\Gamma_R)^2} = D_\pm \times \sin^2(\phi)$ [59]. Dans la situation idéale, le système est décrit par deux seuls paramètres : la température Kondo (définie par $T_K = \tilde{\Gamma}(T \to 0, V_{SD} \to 0)/k_B$) et le facteur de symétrie β (permettant de décrire la levée de dégénérescence des deux canaux orbitaux).

5.2.2 Résolution du problème dans le cadre de la SBMFT

La résolution du système autocohérent, reliant $\tilde{\epsilon_0}$ et $\tilde{\Gamma}$, va nous amener à une description complète de la transmission effective pour le problème de cette impureté Kondo. Ce modèle va alors pouvoir être confronté à nos données expérimentales de la conductance différentielle et du bruit. Nous allons finalement nous appuyer sur une étude de la relation entre le courant et le bruit afin d'amener une relation sur ces deux grandeurs que nous allons vérifier expérimentalement.

Intégration des équations du système autocohérent

Le système défini par les équations autocohérentes (5.2) et (5.3) ne donne pas, dans le cas général, de formulations analytiques simples. Néanmoins, ces deux équations sont intégrables et il est alors possible de déterminer les deux inconnues $\tilde{\Gamma}$ et $\tilde{\epsilon_0}$ dans une certaine limite. En se référant à l'annexe F.1.1, la première équation du système s'intègre de la manière suivante :

$$\int \frac{d\varepsilon}{2i\pi} Tr\hat{G}^<(\varepsilon) = \sum_{j=L,R,\sigma} \frac{\Gamma_j}{\Gamma}(\frac{1}{2} + \Lambda(\alpha_j, (1+\sigma\beta)t_K))$$

où $\alpha_j = \frac{-eV_j+\tilde{\varepsilon}_0}{2\pi k_B T}$, $V_{L/R} = V_{+/-} = V\frac{\pm 1-\eta}{2}$, $t_K = \frac{T_K}{2\pi T}$, $T_K = \tilde{\Gamma}$ et où Λ est définie par l'équation (1.22). En supposant $1/N - |\tilde{b}|^2 \approx 1/N$, la première équation du système devient :

$$\sum_{j=L,R,\sigma} \frac{\Gamma_j}{\Gamma}\Lambda(\alpha_j, (1+\sigma\beta)t_K) = 1 - \frac{N}{2} \tag{5.5}$$

La relation : $\Lambda(\alpha, t)|_{\alpha,t\gg 1} \to \frac{i}{2\pi}\ln(\frac{t+i\alpha}{t-i\alpha}) = -\frac{1}{\pi}\arctan(\frac{\alpha}{t})$ nous permet d'écrire, à tension nulle ($V_{SD} = 0$), dans le cas symétrique ($\phi = \frac{\pi}{2}$) et dans la limite de faible température ($k_BT \ll \tilde{\Gamma}, \tilde{\epsilon_0}$) :

$$\tilde{\epsilon_0} = \tilde{\Gamma}\sqrt{1-\beta^2}$$

En ne s'intéressant qu'aux cas limites, nous obtenons :

$$\arctan(\frac{\tilde{\Gamma}}{\tilde{\epsilon_0}}) = \frac{\pi}{4} \text{ pour } \beta = 0 \quad \text{et} \quad \arctan(\frac{2\tilde{\Gamma}}{\epsilon_0}) = \frac{\pi}{2} \text{ pour } \beta \to \pm 1$$

ce qui correspond aux phases de Friedel obtenues respectivement dans les situations $SU(4)$ et $SU(2)$.

Pour intégrer la deuxième équation, la fonction est multipliée une coupure lorentzienne (de la forme : $D^2/(D^2+\epsilon^2)$). L'intégrale donne, d'après l'annexe F.1.2,

$$\sum_{j,\sigma'} \frac{\Gamma_j}{\Gamma}(1+\sigma\beta)\big(\Xi(\alpha_j,(1+\sigma\beta)t_K) - \ln(2(1+\sigma\beta)t_K^2(V=0))\big) \quad = \quad 0 \tag{5.6}$$

où $\Xi(\alpha,t) = \Psi(\frac{1}{2} - i\alpha + t) + \Psi(\frac{1}{2} + i\alpha + t)$.

Ces formulations des équations du système autocohérent ne sont analytiquement inversibles que dans la limite de température nulle pour laquelle les fonctions digamma se confondent avec des fonctions logarithmiques. Dans le cas parfaitement symétrique : $\eta = 0$, $\phi = \frac{\pi}{2}$, à température nulle, les solutions du système sont données par (voir annexe F.1.3) :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \tilde{\epsilon}_0(V) & = & \sqrt{\frac{(eV)^2}{8}(1+\beta^2) + (1-\beta^2)\sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4 + \frac{(eV)^4}{64}}} \\ \tilde{\Gamma}(V) & = & \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}_0^2 - (\frac{eV}{2})^2}{1-\beta^2}} = \sqrt{-\frac{(eV)^2}{8} + \sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4 + \frac{(eV)^4}{64}}} \end{array} \right. \tag{5.7}$$

Le centre $\tilde{\epsilon}_0$ et la largeur $\tilde{\Gamma}$ ne dépendent donc que de $\frac{eV}{\tilde{\Gamma}_0}$ où $\tilde{\Gamma}_0 \equiv k_B T_K$ est la valeur de la largeur de la résonance dans la limite de température nulle. Cela permet d'expliquer l'universalité que nous avons obtenue sur la conductance dans la section 5.1.2.

Ajustement sur les mesures

L'ajustement de la conductance par résolution numérique du système autocohérent mène à des valeurs de Γ_0 de l'ordre de la dizaine de milliélectronvolts (nous obtenons pour la plupart des résonances : $T \sim \frac{T_K}{3}$). Dès lors, la limite de basse température n'est pas valide et nous devons développer le système. Ses solutions $\tilde{\Gamma}$ et $\tilde{\epsilon}_0$, obtenues au deuxième ordre en $\frac{k_B T}{\tilde{\Gamma}_0}$, donnent des développements en tension (à tout ordre) et en température (au deuxième ordre) identiques à ceux des ansatz suivants (voir Annexe F.1.4) :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \tilde{\Gamma} & = & \sqrt{-(\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8}) + \sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4 + (\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8})^2}} \\ \tilde{\epsilon}_0 & = & \sqrt{(\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8})) + \sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4 + (\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8})^2}} \end{array} \right. \tag{5.8}$$

Les résonances $SAR1$ et $SAR2$ ont été ajustées à partir des formules précédentes avec un unique paramètre ajustable [16] $\tilde{\Gamma}_0$ (les résultats sont présentés sur la figure 5.10) et valent respectivement $0.305meV$ et $0.26meV$. Nous pouvons remarquer que la valeur de $\tilde{\Gamma}$ donnée par l'équation (5.8) tend vers 0 à haute tension, ce qui n'est pas physique. Afin de rendre compte du problème de la transition de phase du champ bosonique pour la SBMFT (voir *e.g.* [129]), nous avons interpolé la largeur de la résonance par :

$$\tilde{\Gamma} = \frac{\tilde{\Gamma}_{res}}{\big(\tanh(\frac{\tilde{\Gamma}_{res}^4}{\tilde{\Gamma}_{SBMF}^4})\big)^{1/4}}$$

Ces deux figures ont été obtenues pour $\tilde{\Gamma}_{res} = 0.14meV$ et $\tilde{\Gamma}_{res} = 0.17meV$, ce qui fait une interpolation de la largeur pour $|V_{SD}| > 0.7mV$. Le cas sans interpolation est présenté en annexe (figure F.2) ; l'interpolation corrige alors la rupture de pente du bruit et le passage dans les valeurs négatives de la valeur de la conductance différentielle.

16. nous avons considéré $\phi = \pi/2$, $\eta = 0$, $\beta = 0$

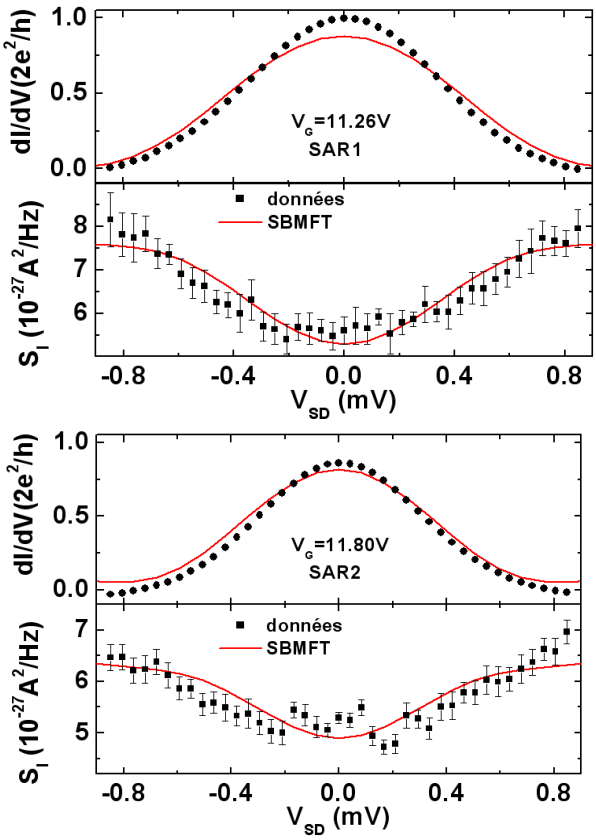


FIGURE 5.10 – Conductance et bruit des résonances $SAR1$ et $SAR2$ ajustés avec la SBMFT

Nos données de la conductance et du bruit correspondent aux résultats donnés par la SBMFT pour la situation $SU(4)$. Le cas $SU(2)$ est présenté en annexe (figure F.2) et cette situation ne permet pas d'expliquer nos mesures. Les ajustements des autres résonances présentent toutes de meilleures concordances avec les données expérimentales dans la situation $SU(4)$ que dans la situation $SU(2)$. L'ajustement de l'asymétrie et du maximum de la transmission nous a alors fait introduire un paramètre d'ajustement supplémentaire (voir Annexe F.3).

Les prédictions du modèle SBMFT conviennent à l'analyse de nos résonances Kondo [1]. Dans le même esprit que l'étude qui a été faite avec succès dans la limite unitaire du régime de Fabry-Pérot, nous allons examiner les résultats de ce modèle afin de trouver une relation entre courant et bruit.

Loi d'échelle sur les fluctations du courant

L'effet des interactions peut apparaître par l'intermédiaire d'une charge effective apparaissant dans la formule de Schottky sur le courant : $S = 2e^*|I|$. Cette méthode s'est appliquée avec succès pour les gaz bidimensionels d'électrons dans le régime d'effet Hall quantique [27, 28]. Dans le cadre de l'effet Kondo $SU(2)$, une charge effective $\frac{5e}{3}$ a été prédite pour le bruit de grenaille [122], dans la limite d'une transmission unitaire et pour un développement en deuxième ordre en tension. Dans nos expériences, cette interprétation n'est pas adaptée,

pour plusieurs raisons : nous sommes loin de la limite de la température nulle, la transmission n'est pas unitaire, notre développement en tension devrait dépasser le deuxième ordre [17]. Il nous faut donc considérer un autre facteur de Fano. Dans le même esprit que ce qui a été étudié par Christophe Mora *et al.* [124], nous allons examiner la valeur de $\tilde{F} = \delta S/(2e\delta I)$ où $\delta S = S_{exc,0} - S_{exc,I}$ et $\delta I = I_0 - I$ et les valeurs indicées par 0 (S_0/I_0) correspondent aux valeurs du bruit/courant dans la limite d'une température Kondo infinie. Pour l'effet Kondo $SU(2)$ et $SU(4)$, la théorie des liquides de Fermi donne pour ce facteur de Fano respectivement les valeurs de : $\tilde{F} = -5/3$ et $\tilde{F} = -0.3$ [124].

Dans un premier temps, nous allons travailler sur les expressions du courant et du bruit pour cette impureté Kondo, dans la limite de température nulle. Nous avons, d'après la formulation de l'équation (1.24) et en utilisant la paramétrisation : $\tilde{\Gamma}^{\pm} = T_K^{\pm} = (1 \pm \beta)T_K$:

$$I(V) = \frac{2e}{h}\sum_{\sigma} \underbrace{\tilde{\Gamma}^{\sigma} \arctan\left(\frac{\tilde{\Gamma}^{\sigma}(\epsilon_- - \epsilon_+)}{(\tilde{\Gamma}^{\sigma})^2 + \epsilon_+\epsilon_-}\right)}_{I^{\sigma}} = \frac{4e}{h}\tilde{\Gamma} \arctan\left(\frac{eV}{2\tilde{\Gamma}}\right) \tag{5.9}$$

où $\epsilon_\sigma = \tilde{\epsilon}_0 - eV_\sigma$. Ainsi, le courant est indépendant de la valeur de β (ce qui ne sera pas le cas du bruit). Pour $V > 0$, nous avons, d'après la formule (2.15) : $S = e\sum_\sigma \tilde{\Gamma}^\sigma \partial_{\tilde{\Gamma}^\sigma} I^\sigma$ où I^σ est donné dans l'équation (5.9) :

$$S = eI + \frac{2e^2}{h}\sum_{\sigma}(\tilde{\Gamma}^{\sigma})^2\Big(\frac{(\epsilon_- - \epsilon_+)(\epsilon_+\epsilon_- - (\tilde{\Gamma}^{\sigma})^2)}{(\epsilon_+^2 + (\tilde{\Gamma}^{\sigma})^2)(\epsilon_-^2 + (\tilde{\Gamma}^{\sigma})^2)}\Big) = eI - \frac{2e^2}{h}\beta^2(eV)\frac{\tilde{\Gamma}^4}{\tilde{\Gamma}_0^4}$$

Dans la limite $eV \ll \tilde{\Gamma}_0$, nous obtenons comme facteur de Fano : $F = \frac{S}{2eI} \sim \frac{\frac{2e^3}{h}V - \beta^2\frac{2e^3}{h}V}{2\frac{2e^3}{h}V}$ et donc $F = \frac{1-\beta^2}{2}$. Remarquons que F tend vers $\frac{1}{2}$ pour de fortes excitations (voir figure 5.11) [18]. Dans le cas $SU(4)$ ($\beta = 0$), le bruit vaut invariablement $S_I = eI$, ce qui donne un facteur de Fano exactement de 1/2.

Pour le facteur $\tilde{F}$, nous allons introduire la paramétrisation : $I_0 = \frac{2e^2}{h}V$ et $S_0 = \frac{2e^3}{h}V(1-\beta^2)$, nous obtenons alors :

$$\begin{cases} \tilde{F} = \frac{S_0 - S}{2e(I_0 - I)} = \frac{eI_0 - S}{2e(I_0 - I)} = \frac{1}{2} & \text{pour } \beta = 0 \text{ (symétrie SU(4))} \\ \tilde{F} = \frac{S_0 - S}{2e(I_0 - I)} = \frac{-S}{2e(I_0 - I)} = -1 & \text{pour } |\beta| = 1 \text{ et } eV_{sd} \ll k_B T_K \text{ (symétrie SU(2))} \end{cases}$$

Dans le cas général, d'un facteur β quelconque, nous obtenons $\tilde{F} = \frac{1-3\beta^2}{2}$ dans la limite $eV_{SD} \ll k_B T_K$.

Les développements à très faible température et tension des formules du courant et du bruit nous donnent des résultats similiares à ce qui a été déterminé précédemment (voir annexe F.2). Cependant, afin d'étudier plus précisément ces résutats sur des gammes de tensions et de températures plus étendues, nous avons résolu numériquement le système autocohérent pour déterminer $\tilde{\Gamma}(T, V_{SD})$ et $\tilde{\epsilon}_0(T, V_{SD})$. Afin d'étudier la dépendence linéaire de $S_0 - S$ en $I_0 - I$, nous avons représenté $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ (où S_{exc} correspond à $S - S(V_{SD} = 0)$).

17. dans les formules (5.8), le terme $eV/\sqrt{8}k_BT_K$ allant de 0 à environ 1 pour V_{SD} allant de 0 à $0.84mV$

18. il faut rappeler que notre approche n'est valide que pour des énergies inférieures ou de l'ordre de k_BT_K soit, $eV \lesssim \Gamma_0$

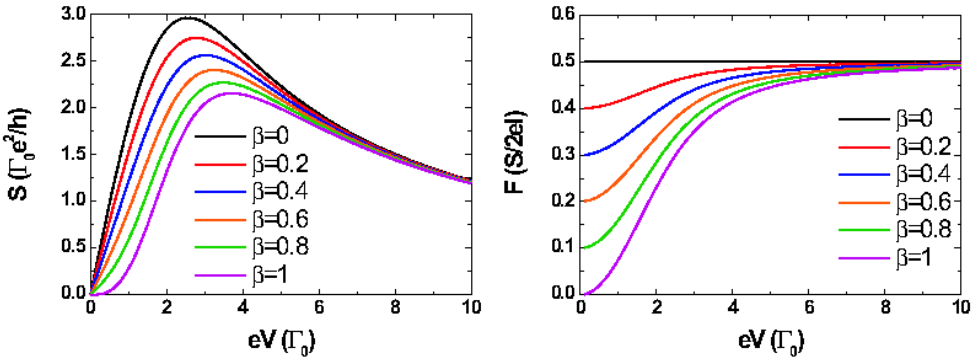


FIGURE 5.11 – Le bruit théorique, S, et le facteur de Fano, F, en fonction de la tension pour $T \to 0$ et différents facteur de symétrie β

Nous présentons sur la figure 5.12 la robustesse de l'invariant « $\frac{1}{2}$ » dans le cas $SU(4)$ pour des températures allant jusqu'à $T = \frac{1}{2}T_K$, obtenu dans le cas symétrique. Notons que le facteur de Fano, que nous avons parallèlement calculé, $F = \frac{S}{2eI}$, croit continuellement de $\frac{1}{2}$ à 1.2 quand la température passe de 0 à $\frac{1}{2}T_K$, pour $V_{SD} = \frac{k_B T_K}{e}$. Il ne se présente donc pas comme un paramètre pertinent pour la description du bruit dans de telles impuretés Kondo.

La dépendance de δS en fonction de $2e\delta I$ est représenté figure 5.13 pour les cinq résonances que nous avons étudiées. Les valeurs de S_0 et I_0 sont données par :

$$\begin{cases} S_0 &= (\frac{4e^2}{h})\big(4k_BTD_0^2 + 2eD_0(1-D_0)V_{SD}\coth(eV_{SD}/2k_BT)\big) \\ I_0 &= \frac{2e^2}{h}2D_0V_{SD} \end{cases}$$

où $D_0 = dI/dV(T=0,V=0) \times (4e^2/h)^{-1}$ obtenu par les ajustements avec la SBMFT [19]. Le facteur $\tilde{F}$ ($\tilde{F} = (S_{0,exc} - S_{I,exc})/(2e(I_0 - I))$) déterminable expérimentalement est donné à une très bonne approximation par $\frac{1}{2}$, comme l'indique la droite représentée d'équation $e(I_0 - I)$. L'ajustement linéaire appliqué à nos données donne : $\delta S = (0.45 \pm 0.05) \times 2e\delta I + 0.2 \pm 0.2$. Les mesures du bruit correspondent à la prédiction théorique faite par la SBMFT pour le cas $SU(4)$ pour des échantillons dont les valeurs de $2D_0$ et k_BT_K varient respectivement de 0.58 à 1 et $0.181meV$ à $0.305meV$. La relation $\tilde{F} = \frac{1}{2}$ est donc vérifiée sur une large gamme de transmissions et d'énergies caractéristiques.

Pour sortir des fluctuations thermiques, nous devons polariser notre échantillon à des tensions supérieures à $2k_BT$ (soit environ $0.25meV$). Cela limite beaucoup notre étude pour laquelle la description par la SBMFT est limitée en énergie ($eV_{SD} \lesssim \sqrt{8}k_BT_K$ où $k_BT_K \sim 0.3meV$). Il serait donc intéresant de poursuivre cette étude à plus basse température, nous permettant entre autres de nous placer dans le champ d'application de la théorie des liquides de Fermi. Néanmoins, le dernier résultat présente un invariant pour la mesure des fluctuations du courant. Cela nous offre un banc d'essai pour l'étude d'un système fortement correlé dans une situation hors d'équilibre [1].

19. pour la situation $SU(4)$, nous obtenons $D_0 = \alpha/2$ où α est définie par la forme de la transmission donnée par l'équation (1.19)

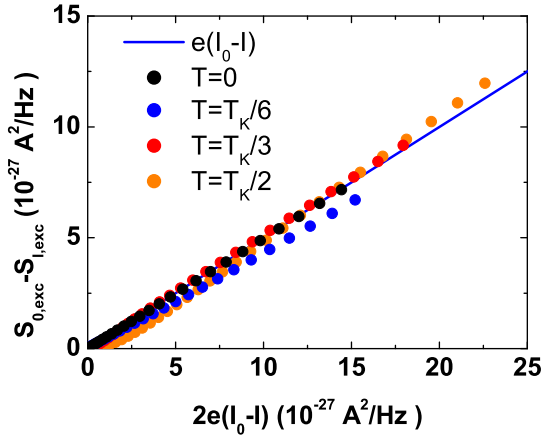


FIGURE 5.12 – $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ pour differentes températures et de $V_{SD} = 0$ à $V_{SD} = \frac{2k_BT_K}{e}$ (k_BT_K=1meV)

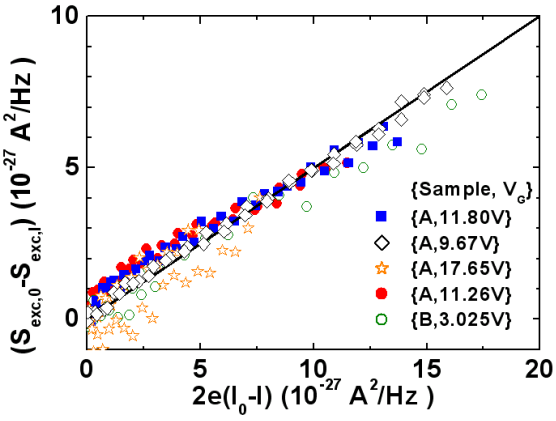


FIGURE 5.13 – $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ pour les différentes résonances Kondo

5.3 Etudes complémentaires

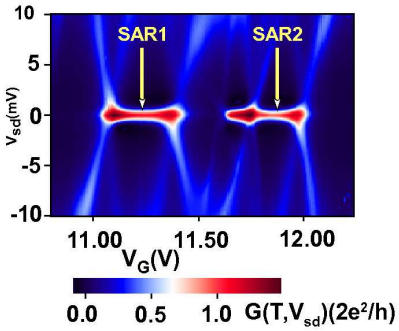
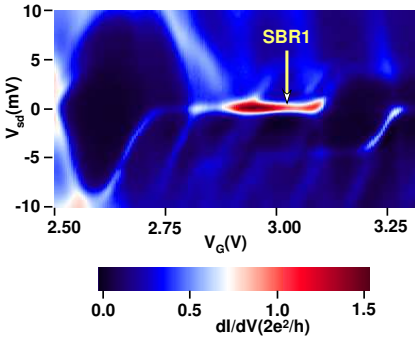
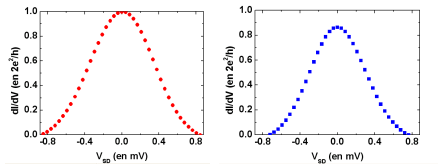
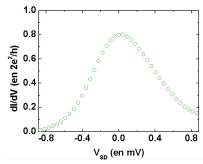
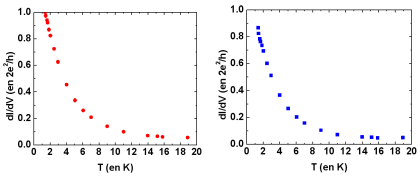
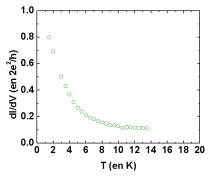
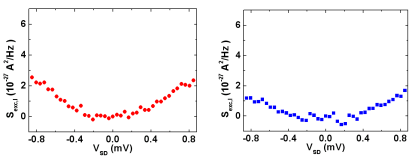
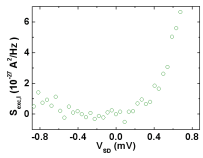
Des études complémentaires ont été effectuées sur ces impuretés Kondo mais n'ont pu mener à des résultats satisfaisants du fait de l'importance de l'incertitude sur les données et du manque de temps afin de sonder les échantillons dans différents environnements.

La première a consisté à étudier les échantillons sous champ magnétique. Nous avons étudié le caractère universel de la conductance en température et en tension $Source - Drain$. Cela peut être complété par l'étude de la dépendance en champ magnétique. De plus, la conductance différentielle et le bruit devraient être analysables avec la SBMFT en faisant varier le paramètre β, permettant de passer d'une symétrie $SU(4)$ à une symétrie $SU(2)$.

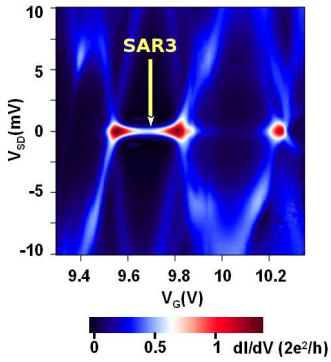
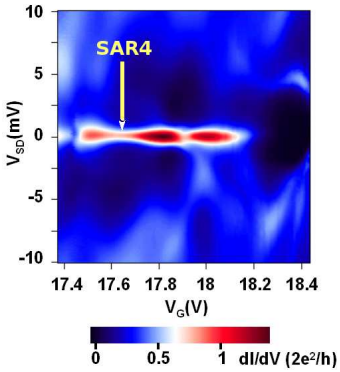
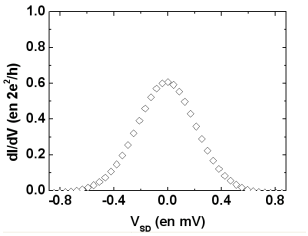
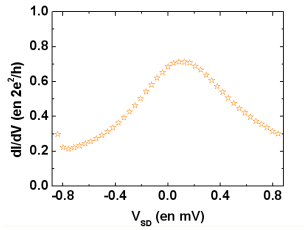
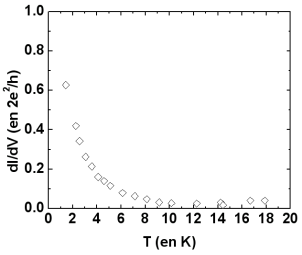
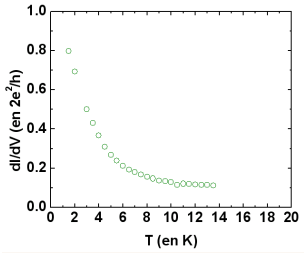
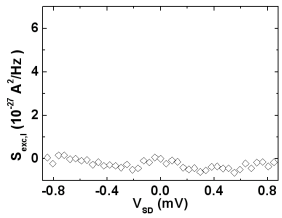
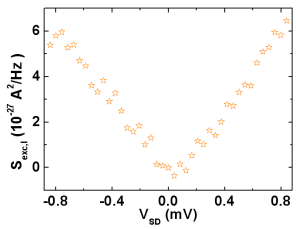
La SBMFT permet, avec des équations autocohérentes, de déterminer les paramètres $\tilde{\epsilon}_0$ et $\tilde{\Gamma}$ de la transmission effective du système. L'analyse réciproque consiste à évaluer ces deux paramètres à partir des données de la conductance différentielle et du bruit. La validité des équations autocohérentes peut alors être étudiée en évaluant les termes de droite des équations (5.1) (plus exactement $\int \frac{d\epsilon}{2i\pi} Tr\hat{G}^<(\epsilon)$ et $\int \frac{d\epsilon}{2i\pi}(\tilde{\epsilon}_0 - \epsilon) Tr\hat{G}^<(\epsilon)$). Pour les résonances $SAR1$ et $SAR2$, le premier terme a présenté une tendance universelle (du type $1 - \delta - \gamma(eV/\tilde{\Gamma})^2, |\delta| \ll 1, 0 < \gamma \ll 1$). Le deuxième a présenté de résultats divergeants suivant le type d'ajustement utilisé pour les paramètres $\tilde{\epsilon}_0$ et $\tilde{\Gamma}$.

Ces deux sujets pourraient faire l'objet d'intéressantes études, le premier étudiant le bruit pour la transition $SU(4)$ à $SU(2)$, le second permettant d'évaluer le terme $|\tilde{b}|^2$ que nous avons négligé dans les équations du système autocohérent et qui pourrait apporter des corrections à la détermination des termes $\tilde{\epsilon}_0$ et $\tilde{\Gamma}$.

5.4 Echantillons mesurés

Nom de l'Echantillon	$LC2VNT1$ (A)	$U4NT1$ (B)
Nom de la résonance Kondo	$SAR1$ et $SAR2$	$SBR1$
Spectroscopie		
V_G	$11.26V$ et $11.80V$	$3.025V$
T_0 [a]	$1.4K$	$1.5K$
$G(T_0, V_{SD})$		
$G(T, V_{SD} = 0V)$		
$S_{exc,I}(T_0, V_{SD})$ [b]		
$k_B T_K$ [c]	$0.305meV$ et $0.26meV$	$0.29meV$
$2D_0$ [c]	1 et 1	0.99

a. T_0 est la température de référence à laquelle nous mesurons le bruit en fonction de V_{SD}
b. où $S_{exc,I}$ est défini par $S_I(T_0, V_{SD}) - S_I(T_0, V_{SD} = 0V)$
c. déterminé à partir de l'ajustement de la conductance avec la SBMFT

Nom de l'Echantillon	$LC2VNT1$	$LC2VNT1$
Nom de la résonance Kondo	$SAR3$	$SAR4$
Spectroscopie		
V_G	$9.67V$	$17.65V$
T_0	$1.45K$	$1.45K$
$G(T_0, V_{SD})$		
$G(T, V_{SD} = 0V)$		
$S_{exc,I}(T_0, V_{SD})$		
$k_B T_K$	$0.181meV$	$0.26meV$
$2D_0$	0.94	0.58

Chapitre 6

Une expérience de type Hanbury Brown et Twiss dans les nanotubes de carbone

Ce chapitre se présente comme une étude préliminaire sur une expérience de type HBT. Nous allons présenter les mesures effectuées afin de donner les premiers éléments d'une étude plus complète. La configuration que nous avons adoptée est une configuration en « Y » où un MW croise un SW. Le SW est connecté à deux électrodes, de part et d'autre du MW, et nous plaçons un troisième contact sur le MW comme représenté sur la figure 3.10.

L'usage du MW afin d'injecter des électrons sur le système a l'avantage de ne pas créer un contact invasif sur le SW. Un contact métallique serait à l'origine de la séparation du SW en deux ilôts quantiques [130] et ne nous permetterait pas de sonder la statistique des électrons dans le SW [131].

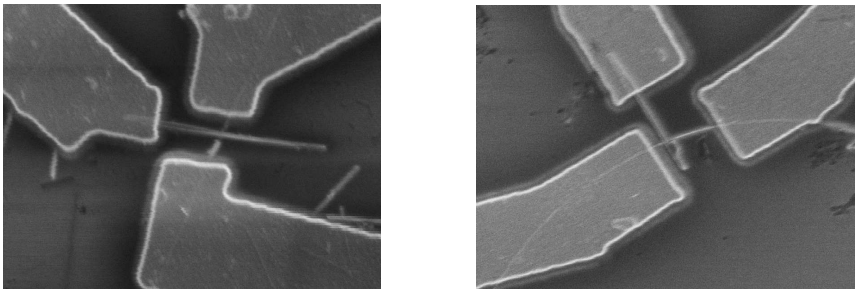


FIGURE 6.1 – Images MEB des échantillons $T5INT1$ (gauche) et $T5IIINT1$ (droite)

Nous allons présenter les différentes mesures effectuées : la spectroscopie du système dans différentes configurations, les corrélations du courant dans une configuration dipolaire (similaire à celle présentée chapitres 4 et 5) et dans la configuration HBT pour laquelle les électrons sont injectés par le MW. Deux échantillons [1] ($T5INT1$ et $T5IIINT1$, représentés figure 6.1) ont été étudiés.

1. Les mesures de bruit pour l'échantillon $T5INT1$ ont été effectuées dans une configuration sans grille (*i.e.* $V_G = 0$)

6.1 Spectroscopies du système

6.1.1 Etude des transmissions du système

Les deux échantillons que nous avons étudiés, métalliques, présentent des oscillations de la conductance de type Fabry-Pérot. Seul l'échantillon $T5IIINT1$ a fait l'objet d'une étude détaillée de la spectroscopie et du bruit. Dans le même esprit que pour la configuration dipolaire, la transmission du système dipolaire est représentée figure 6.2 (nous étudions plus exactement la conductance différentielle : $\partial I_R/\partial V_L$).

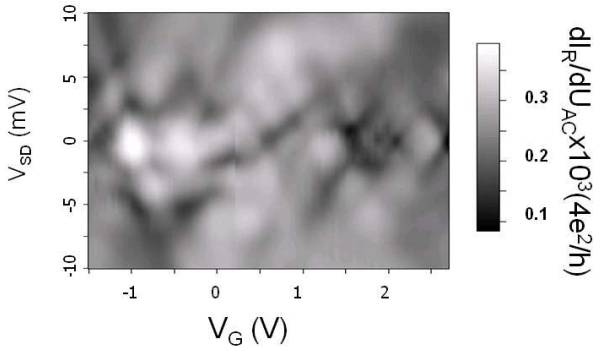


FIGURE 6.2 – Conductance différentielle ($\partial I_R/\partial U_{AC}/(10^{-3}(4e^2/h))$ soit D^0_{LR}, définie équation (3.8)) de l'échantillon $T5IIINT1$ en fonction de V_{SD} ($\approx U_{DC} \times 10^{-3}$) et V_G ($T = 1.45K$)

Nous obtenons une structure de type Fabry-Pérot rappelant la figure 4.1c obtenue dans une situation où les canaux orbitaux sont fortement couplés. L'excitation placée sur le contact M permet de déterminer les transmissions D_{LM} et D_{RM}.

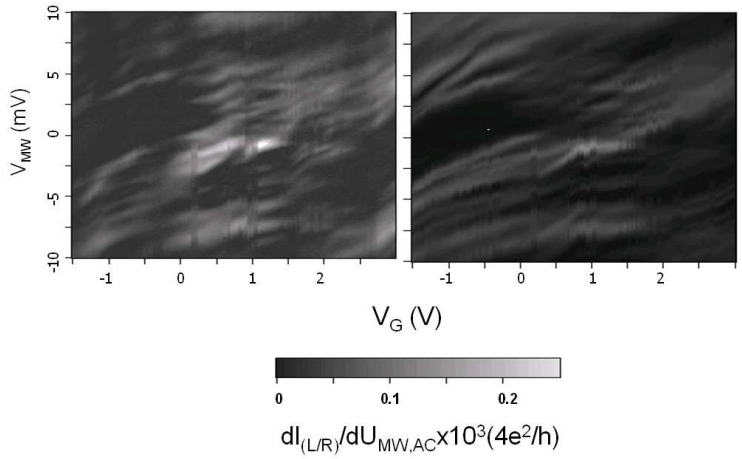


FIGURE 6.3 – Conductances différentielles ($\partial I_{(L/R)}/\partial U_{MW,AC}/(10^{-3}(4e^2/h))$ soit $D^0_{(L/R)M}$ (représenté à gauche/droite), définies équation (3.8)) de $T5IIINT1$ dans la configuration HBT en fonction de V_{MW} et V_G ($T = 1.45K$)

La figure 6.3 représente les conductances différentielles obtenues dans la configuration HBT dans laquelle nous polarisons le système par le MW et les courants sont mesurés sur les contacts L et R.

L'analyse de la transmission du SW (D^0_{LR}) en fonction de la tension de grille et de la tension V_M ne présente aucune structure particulière. Dans cette configuration, le MW agit comme une grille sur le SW et il apparaît que la tension V_M agit avec dix fois plus de poids que V_G (l'analyse de la résonance placée en $V_{SD} = 0V$ et $V_G = -0.45V$ présente une largeur de $0.58V$ en grille et $85mV$ en V_M soit un décalage du potentiel chimique sur le nanotube de l'ordre de $10^{-2}eV_M$). Cependant, l'analyse des transmissions D_{LM} et D_{RM} à haute tension V_M (jusque $100mV$) fait apparaître des résonances dont la largeur est d'autant plus grande que $|V_M|$ est grand. Cet élargissement, pouvant être dû à un effet de chauffage du système, va être analysé plus en détails.

6.1.2 Elargissement des résonances à haute tension V_M

L'analyse des fluctuations du courant dans le système est fortement dépendante de la température. Dans la situation dipolaire, nous avons séparé le bruit, donné par l'équation (2.11), en une composante de type grenaille qui présente un arrondi en fonction de la température (de la forme $eV\coth(eV/2k_BT) - 2k_BT$) et un terme de type Johnson qui correspond aux fluctuations à l'équilibre et qui est directement proportionnel à la température. La détermination de la température effective du système est donc importante pour l'étude ultérieure des fluctuations du courant.

Nous avons étudié la température effective sur le système par le biais de l'élargissement des résonances en fonction de la tension appliquée sur le MW. Remarquons que dans le cas limite d'une résonance isolée : $\Gamma \ll k_BT \ll \Delta$, la conductance différentielle évolue comme : $e^2/h \times 2\pi\Gamma k_BT/((eV_{SD}/2)^2 + (2k_BT)^2)$. La largeur de la résonance évolue donc linéairement avec k_BT. En polarisant suivant le contact L et en modifiant la température (en $V_G = -1.1V$), nous avons effectués des ajustements lorentziens sur la transmission comme fonction de la tension. La largeur obtenue en fonction de la température, T, vérifie : $\Delta\omega = 3.6(\pm 0.6)k_B\Delta T$ (ce qui correspond à ce que nous avons déterminé précédemment). En gardant la même configuration (à $T = 1.45K$) mais en ajoutant une tension sur le MW, un élargissement de la résonance en $V_{SD} = 0V$ et $V_G = -1.1V$ est aussi observé, avec $\Delta\omega = 0.08(\pm 0.025)|V_M|$.

La figure 6.4a. représente la transmission D^0_{LM} en fonction de la tension de grille et de la tension V_M. Plus $|V_M|$ est grand, plus les résonances apparaissent élargies. Nous avons programmé, pour chaque tension de grille, un script d'ajustement sous forme de lorentziennes multiples. Il apparait que la largeur de ces lorentziennes est une fonction croissance de $|V_M|$, faiblement dépendante de la tension de grille et que l'ajustement $\Delta\omega = 0.055(\pm 0.005)V_M$, représenté par la courbe rouge sur la figure 6.4b., permet de rendre compte de la variation de l'élargissement.

Cependant, nous pouvons de plus remarquer que les résonances sont de plus en plus éloignées lorsque $|V_M|$ est augmentée (voir figure 6.4c.). Cela peut être dû à un effet de courbure de la relation de dispersion à plus haute énergie et qui pourrait aussi partiellement expliqué l'élargissement des résonances.

La spectroscopie que nous obtenons pour cette configuration apparaît assez complexe et met déjà en évidence des phénomènes parasitaires comme le chauffage qui rendront l'analyse des données de bruit plus difficile.

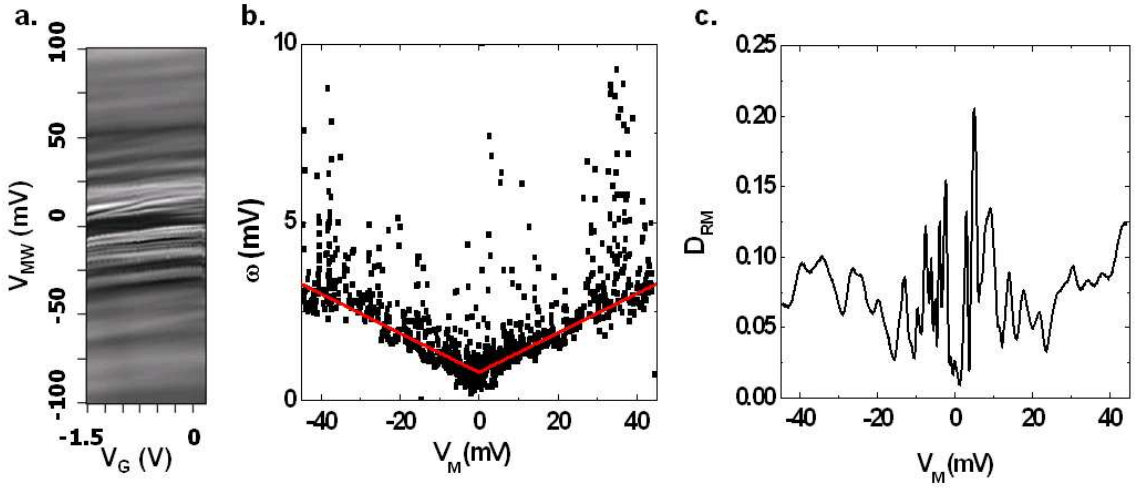


FIGURE 6.4 – (a.) Transmission D^0_{RM} de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en fonction de V_M et V_G - (b.) Largeur des résonances en fonction de la tension V_M pour différentes tensions V_G obtenu par un ajustement avec des lorentziennes multiples, la courbe en rouge représente : $\omega = 0.055V_M + 8 \times 10^{-4}$ - (c.) Transmission D^0_{RM} de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en fonction de V_M et en $V_G = -1.4V$

6.2 Etude des fluctuations du courant

Dans un premier temps, nous allons analyser une situation analogue à la situation dipolaire, étudiée dans le régime de type Fabry-Pérot dans le chapitre 4. Un contact entre le SW et le MW, non invasif et très faiblement couplé, ne doit pas induire de modification significative dans le bruit dans la configuration à trois terminaux [93].

6.2.1 Configuration dipolaire

L'étude des fluctuations à l'équilibre comme fonction de la tension de grille présente quasiment aucune dépendance en la transmission du système (D_{LR}). Cela implique que le bruit Johnson du système est proche de la valeur du fond. Dans l'étude qui suit, nous allons donc présenter les données du bruit : S (défini équations (3.6) et (3.7) et donc assimilable à $S_I - 4k_BT4e^2/hD_{LR}$). Le terme de type grenaille, qui va nous permettre d'évaluer le bruit, s'écrit :

$$S_S(V_{SD}) = 2e\Big(\coth(\frac{eV}{2k_BT}) - \frac{2k_BT}{e}\partial_V\Big)\Big(\int_0^{V_{SD}} dI_L/dV_{SD}(1 - dI_L/dV_{SD}\frac{h}{Ne^2})dV\Big) \quad (6.1)$$

où N est le degré de dégénérescence des canaux de conduction au niveau de Fermi.

Nous avons représenté figure 6.5 le bruit en fonction de la tension appliquée pour la tension de grille mesurée ($V_G = 0V$). Il est comparé au terme de grenaille défini équation (6.1) pour $N = 2$ et $N = 4$. Ces termes de grenaille correspondent qualitativement au bruit mesuré mais ce dernier s'affaiblit pour $|V_{SD}| > 1mV$. Des mesures similaires ont été effectuées sur l'échantillon $T5IIINT1$, représentées figure 6.6.

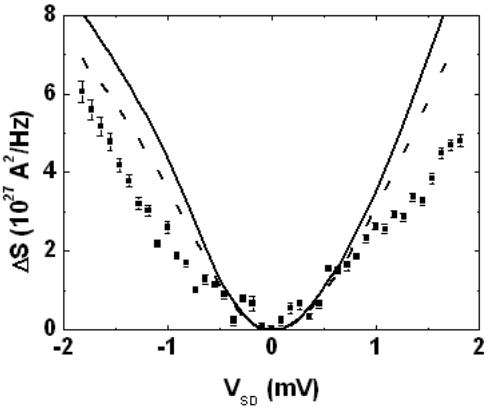


FIGURE 6.5 – Bruit de l'échantillon $T5INT1$ à $T = 1.45K$, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, pour la tension de grille $V_G = 0V$. Les courbes correspondent au bruit de grenaille donné par la formule (6.1) dans le cas de canaux de conduction dégénérés quatre fois ($N = 4$, trait plein) et deux fois ($N = 2$, en trait pointillé). Les barres d'erreur correspondent aux erreurs quadratiques moyennes sur les 42 balayages effectués

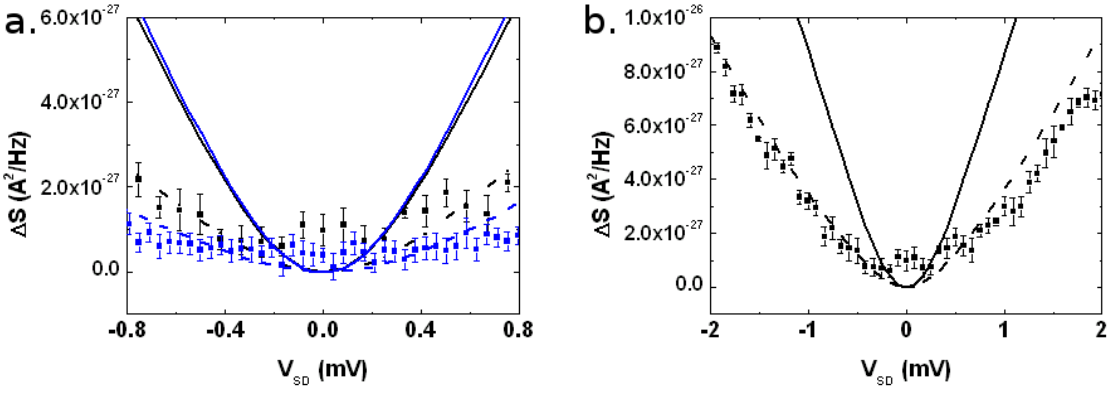


FIGURE 6.6 – (a.) Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, pour les tensions de grille $V_G = -1.1V$ (noir) et $V_G = -0.95V$ (bleu) à $T = 1.45K$. Les courbes correspondent au bruit de grenaille donné par la formule (6.1) dans le cas de canaux de conduction dégénérés quatre fois ($N = 4$, trait plein) et deux fois ($N = 2$, en trait pointillé) - (b.) Figure de bruit pour $V_{SD} \in [-2mV, 2mV]$ pour $V_G = -1.1V$. Les barres d'erreur correspondent aux erreurs quadratiques moyennes sur les 4/5 balayages effectués

La valeur expérimentale du bruit, pour l'échantillon $T5IIINT1$, correspond quantitativement à la situation doublement dégénérée [2]. Nous pouvons, de la même manière que précédemment, étudier l'effet de la température et de la polarisation par l'électrode V_M.

Sur la figure 6.7a., nous avons représenté les mesures de bruit pour différentes températures et tensions de polarisation sur le MW. Nous avons pu vérifier le bon ajustement des mesures de

2. Cela n'interdit pas l'existence de quatre canaux de conduction au niveau de Fermi mais deux d'entre eux doivent alors avoir une transmission quasi nulle

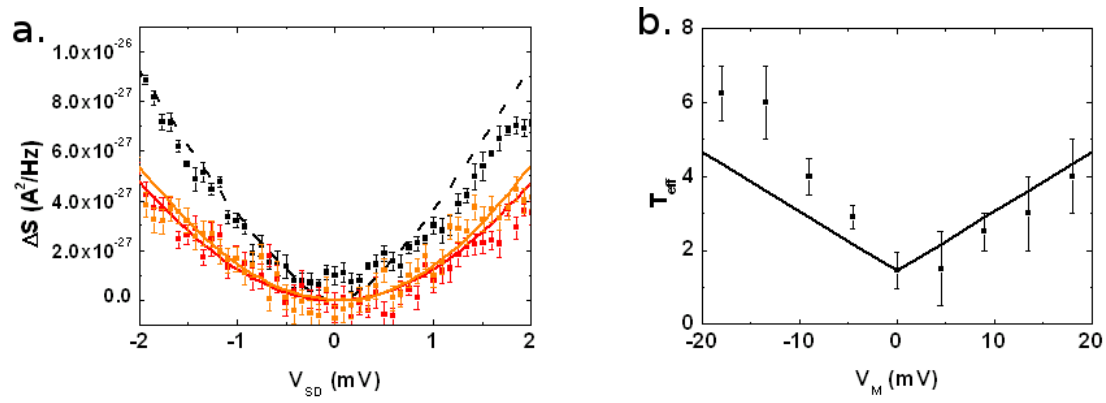


FIGURE 6.7 – (a.) Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, pour la tensions de grille $V_G = -1.1V$ pour $T = 1.45K$, $V_M = 0V$ (noir), $T = 8K$, $V_M = 0V$ (rouge) et $T = 1.45K$, $V_M = -18mV$ (orange). Les barres d'erreur correspondent aux erreurs quadratiques moyennes sur les 4/5 balayages effectués - (b.) Température effective en ajustant le bruit avec la formule de bruit de grenaille définie équation (6.1). La droite correspond à $T_{eff} = 0.055e/(4k_B)V_M$

bruit avec la formule (6.1) pour les différentes températures mesurées ($T = 1.45K$, $4K$, $8K$, $12K$) et ainsi ajuster la température effective obtenue en polarisant suivant le MW.

La température effective due à la polarisation supplémentaire sur l'électrode M est assez asymétrique en V_M (alors que ce n'est pas le cas des transmissions : D^0_{LR}, D^0_{LM} et D^0_{RM}).

Afin de compléter cette étude, il serait nécessaire de mesurer le bruit en fonction de la tension de grille afin d'utiliser la méthode développée chapitre 4 qui permet de déterminer les transmissions des canaux non dégénérés à partir des données combinées de la conductance différentielle et du bruit.

6.2.2 Configuration de type HBT

Nous avons mesuré les fluctuations du courant pour un large spectre de tensions de grille (entre $V_G = -1.5$ et $V_G = 3V$) et pour des tensions V_M entre $\pm 50mV$ et $\pm 100mV$. Il apparait que les données mesurées donnent quantitativement des résultats très similaires. Nous avons représenté sur la figure 6.8 un échantillon de mesures de bruit, S_c défini équation (3.9), pour trois tensions de grille différentes.

Nous pouvons comparer les données des fluctuations du courant à des éléments de référence comme le bruit Johnson-Nyquist. Nous avons représenté figure 6.9 une température effective définie par $T_{eff} = \Delta T_{eff} + T_0$, $T_0 = 1.45K$ et $\Delta T_{eff} = -\Delta S_c/4k_B(2e^2/h)D_{LR}$. L'évolution de cette température effective est proche de : $\sqrt{(4T_0)^2 + (0.075/4k_B)^2(eV_M)^2} - 4T_0^2$. Précédemment, nous avons obtenu un élargissement du même ordre de grandeur.

En supposant qu'il n'y a pas d'effet de chauffage, nous avons représenté sur la figure 6.10 le bruit et une forme théorique d'un terme de type de grenaille. Ce dernier terme est défini par la fonction :

$$S'_S = -2e\frac{2e^2}{h}\Big(\int_0^{V_M} D_{LM}(V)D_{RM}(V)dV\Big)\big(\coth(eV_M/2k_BT) - 2k_BT/eV_M\big) \quad (6.2)$$

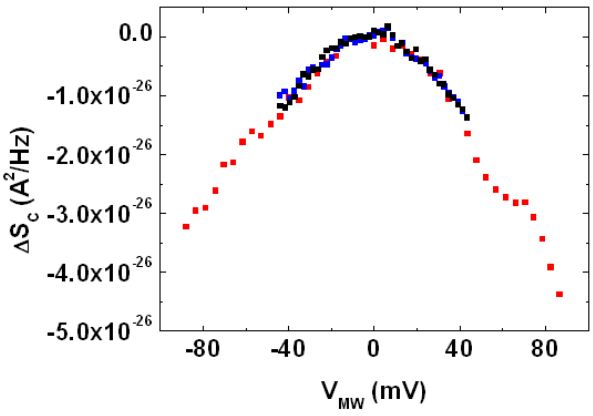


FIGURE 6.8 – Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$, $\Delta S_c = S_c - S_c(V_M = 0)$, en fonction de V_M pour les tensions de grille $V_G = -1.4V$ (noir), $V_G = 0.54V$ (bleu) et $V_G = 1V$ (rouge)

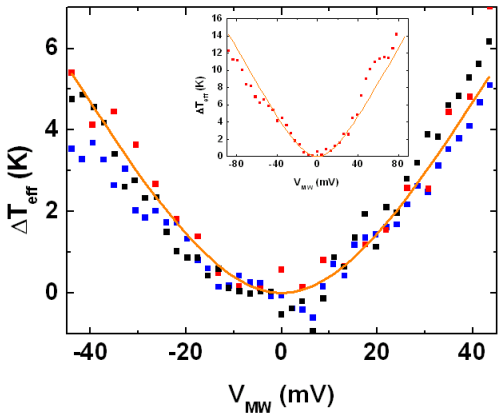


FIGURE 6.9 – Température de bruit ($\Delta T_{eff} = -\Delta S_c/4k_B(2e^2/h)D_{LR}$) de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en fonction de V_M pour les tensions de grille $V_G = -1.4V$ (noir), $V_G = 0.54V$ (bleu) et $V_G = 1V$ (bleu). La courbe représente la fonction : $\sqrt{(4T_0)^2 + (0.075/4k_B)^2(eV_M)^2} - 4T_0$. Dans l'encart, mesure pour $V_G = 1V$ et pour $V_M \in [-100mV, 100mV]$

où les termes de transmissions sont définis pour un système doublement dégénéré. Nous obtenons que le comportement des données de bruit correspond à environ 10 fois le terme S'_S. L'ajustement linéaire nous donne alors : $\Delta S_c = 9.4(\pm 0.2)S'_S$.

Etant donné la faible variation de la spectroscopie sur l'échelle $V_G \in [-1.5V, 3V]$, $V_M \in [-100mV, 100mV]$, le rapport de ΔS_c sur S'_S est sensiblement le même pour les mesures effectuées : 7.5 ± 1.5.

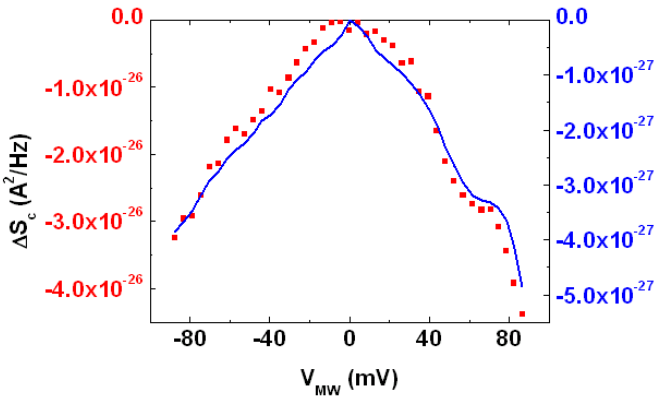


FIGURE 6.10 – Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$, $\Delta S_c = S_c - S_c(V_M = 0)$, en fonction de V_M et courbe de la fonction S'_S définie équation (6.2)

6.3 Conclusion et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons présenté les mesures de bruit sur deux échantillons dans une configuration en « Y ». Les mesures de bruit ont essentiellement pris deux formes : l'étude en polarisant suivant le contact L (configuration dipolaire) ou en polarisant suivant le contact M (configuration HBT). Nous avons observé un bruit similaire à ce qui a été obtenu chapitre 4 et correspondant au modèle sans interactions avec deux canaux de conduction dégénérés. La configuration HBT se présente plus difficile à analyser essentiellement à cause du chauffage électronique.

Cet analogue fermionique de l'expérience HBT [2, 3] ouvre des perspectives intéressantes pour les mesures de statistiques quantiques [73, 77, 78] dans les nanotubes de carbone qui se présentent comme des conducteurs unidimensionnels de référence. La complexité de l'analyse des mesures est liée au soin tout particulier qu'il faut prodiguer à l'étalonnage du système de mesure et à la difficulté qu'il y a à caractériser les phénomènes extrinsèques et parasitaires. Ainsi, les résultats que nous avons présentés forment une étude préliminaire sur cette configuration qui permettrait d'étudier les excitations à plus haute énergie dans les SW.

Conclusion

Nous présentons une étude du transport quantique dans les SW par l'intermédiaire des fluctuations du courant. Depuis la fin des années 90, les SW font l'objet d'une recherche active dans le domaine du transport mésoscopique, avec, depuis 2003, des travaux relatifs aux fluctuations du courant [132]. Notre étude se place à faible température ($T \sim 1.5K$, soit $0.13meV$ alors que la séparation caractéristique des niveaux est de l'ordre de plusieurs meV) et à faible excitation ($eV_{SD} \lesssim 1meV$). Dans un premier temps, l'étude de la conductance différentielle des échantillons permet de distinguer différents régimes de conduction : le blocage de Coulomb, le transport modulé par les interférences quantiques, l'effet Kondo. Nous nous sommes focalisés sur ces deux derniers régimes pour l'étude des fluctuations du courant.

Tout d'abord, le régime illustré par les oscillations de type Fabry-Pérot de la conductance a permis d'étudier une situation modèle dans laquelle l'effet des interactions est faible. Le passage des électrons à travers le système diffuseur, décrit par une loi binomiale de probabilité D, mène à un bruit de partition proportionnel à $D(1-D)$. Cette relation, vérifiée pour un conducteur dégénéré, a mené à deux résultats distincts. Tout d'abord, la limite de transmission unitaire a présenté une forte réduction du bruit, ce qui donne un nouvel exemple de conducteur non bruyant [75, 96]. Lorsque deux canaux de conduction non dégénérés transportent le courant, les données combinées de la conductance différentielle et du bruit sont suffisantes afin de déterminer leurs deux transmissions. Finalement, le régime de faible rétrodiffusion a été étudié. La non-linéarité du courant s'est présentée comme ayant un effet important sur les mesures de bruit dans ce régime. Ces non-linéarités au voisinage d'une résonance ont été décrites par une transmission lorentzienne qui a permis l'ajustement des données de la conductance et du bruit. Nous n'observons pas, dans le bruit, de signatures manifestes des interactions électroniques dans cette gamme d'énergie.

L'effet Kondo se présente comme un phénomène majeur de la physique de la matière condensée. Ce modèle est rencontré dans un large spectre de situations physiques et son analyse théorique a permis l'avènement d'outils et de méthodes de large portée. Nous montrons que les mesures de bruit se présentent comme un outil permettant de discriminer les différentes classes de symétries mises en jeu dans ce phénomène. Il y apparait que le comportement moyen du conducteur est universel et permet la mise en évidence d'une seule énergie caractéristique : la température Kondo (de l'ordre de $0.3meV$ sur nos résonances). La forme de la conductance différentielle comme fonction de eV/k_BT_K et de T/T_K est la même pour les différentes résonances étudiées. Les données de la conductance et du bruit de ces résonances Kondo sont ajustées avec succès avec la théorie des bosons esclaves, pour une symétrie $SU(4)$. Les fluctuations du courant présentent également un comportement universel ce qui permet de définir un invariant pour cette physique dans une situation hors d'équilibre et offre un banc d'essai pour des études ultérieures.

Finalement, un analogue fermionique à l'expérience HBT a été étudié. La micromani-

pulation permet de créer des objets exotiques à partir des différents éléments de ce grand ≪ légo ≫ quantique [16]. Les électrons sont injectés sur le SW depuis un MW qui a été déplacé sur le système. Les premiers résultats de cette expérience forment une étude préliminaire des corrélations croisées dans cette configuration qui vise à étudier la statistique quantique sur les SW à des énergies élevées ($\sim 10/100meV$) et ainsi sonder le caractère éventuellement bosonique des excitations dans ces conducteurs unidimensionnels. Les études ultérieures devront s'attacher à la détermination précise des effets de chauffage électronique afin de déterminer la contribution des effets de partition dans le bruit mesuré.

Bibliographie

[1] T. Delattre, C. Feuillet-Palma, L. G. Herrmann, P. Morfin, J.-M. Berroir, G. Fève, B. Plaçais, D. C. Glattli, M.-S. Choi, C. Mora, and T. Kontos. Noisy kondo impurities. *Nature Physics*, 5 :208, 2009.

[2] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. A new type of interferometer for use in astronomy. *Phil. mag.*, 45 :663, 1954.

[3] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177 :27–29, 1956.

[4] S. Iijima. Helical microtubules od graphitic carbon. *Nature*, 354 :56–58, 1991.

[5] M. Bockrath, D. H. Cobden, P. L. McEuen, N. G. Chopra, A. Zettl, A. Thess, and R. E. Smalley. Single-electron transport in ropes of carbon nanotubes. *Science*, 275 :1922–1925, 1997.

[6] S. J. Tans, M. H. Devoret, H. Dai, A. Thess, R. E. Smalley, L. J. Geerligs, and C. Dekker. Individual single-wall nanotubes as quantum wires. *Nature*, 386 :474, 1997.

[7] Sander J. Tans, Alwin R. M. Verschueren, and Cees Dekker. Room-temperature transistor based on a single carbon nanotube. *Nature*, 393 :49–52, 1998.

[8] Henk W. Ch. Postma, Tijs Teepen, Zhen Yao, Milena Grifoni, and Cees Dekker. Carbon nanotube single-electron transistors at room temperature. *Science*, 293 :76, 2001.

[9] Adrian Bachtold, Peter Hadley, Takeshi Nakanishi, and Cees Dekker. Logic circuits with carbon nanotube transistors. *Science*, 294(5545) :1317–1320, 2001.

[10] J.Y. Huang, S. Chen, Z. Wang, K. Kempa, Y.M. Wang, S.H. Jo, G. Chen, M.S. Dresselhaus, and Z.F. Ren. Superplastic carbon nanotubes. *Nature*, 439, 2006.

[11] Jian Ping Lu. Elastic properties of carbon nanotubes and nanoropes. *Phys. Rev. Lett.*, 79(7) :1297–1300, Aug 1997.

[12] B. I. Yakobson, C. J. Brabec, and J. Bernholc. Nanomechanics of carbon tubes : Instabilities beyond linear response. *Phys. Rev. Lett.*, 76(14) :2511–2514, Apr 1996.

[13] A. Krishnan, E. Dujardin, T. W. Ebbesen, P. N. Yianilos, and M. M. J. Treacy. Young's modulus of single-walled nanotubes. *Phys. Rev. B*, 58(20) :14013–14019, Nov 1998.

[14] Min-Feng Yu, Bradley S. Files, Sivaram Arepalli, and Rodney S. Ruoff. Tensile loading of ropes of single wall carbon nanotubes and their mechanical properties. *Phys. Rev. Lett.*, 84(24) :5552–5555, Jun 2000.

[15] J.Y. Huang, S. Chen, Z. Wang, K. Kempa, Y.M. Wang, S.H. Jo, G. Chen, M.S. Dresselhaus, and Z.F. Ren. The emerging field of nanotube biotechnology. *Nature Reviews Drug Discovery*, 2, 2003.

[16] Michel Devoret. *Cours au collège de France : Chaire de physique mésoscopique : Leçon Inaugurale*. 31 mai 2007.

[17] B. Gao, A. Komnik, R. Egger, D. C. Glattli, and A. Bachtold. Evidence for luttinger-liquid behavior in crossed metallic single-wall nanotubes. *Physical Review Letters*, 92(21) :216804, 2004.

[18] B. Gao, Y. F. Chen, M. S. Fuhrer, D. C. Glattli, and A. Bachtold. Four-point resistance of individual single-wall carbon nanotubes. *Physical Review Letters*, 95(19) :196802, 2005.

[19] Jae-Ryoung Kim, Hye Mi So, Ju-Jin Kim, and Jinhee Kim. Spin-dependent transport properties in a single-walled carbon nanotube with mesoscopic co contacts. *Phys. Rev. B*, 66(23) :233401, Dec 2002.

[20] Sangeeta Sahoo, Takis Kontos, Jürg Furer, Christian Hoffman, Matthias Gräber, Audrey Cottet, and Christian Schönenberger. Electric field control of spin transport. *Nature Physics*, 1 :99, 2005.

[21] M. Kociak, A. Yu. Kasumov, S. Guéron, B. Reulet, I. I. Khodos, Yu. B. Gorbatov, V. T. Volkov, L. Vaccarini, and H. Bouchiat. Superconductivity in ropes of single-walled carbon nanotubes. *Phys. Rev. Lett.*, 86(11) :2416–2419, Mar 2001.

[22] Sean Washburn and Richard A. Webb. Aharonov-bohm effect in normal metal quantum coherence and transport. *Adv. Phys.*, 35(4) :375–422, 1986.

[23] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 60(9) :848–850, Feb 1988.

[24] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones. One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *J. Phys. C : Solid State Phy*, 21 :L209–L214, 1988.

[25] Ya. M. Blanter and M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.*, 336 :1, 2000.

[26] W. Schottky. über spontane stromschwankungen in verschiedenen elektrizitätsleitern (regarding spontaneous current fluctuation in different electricity conductors). *Annalen der Physik (Leipzig)*, 57(23) :541, 1918.

[27] L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne. Observation of the $e/3$ fractionally charged laughlin quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.*, 79(13) :2526–2529, Sep 1997.

[28] R. de Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin, and D. Mahalu. Direct observation of a fractional charge. *Nature (London)*, 389 :162, 1997.

[29] R. B. Laughlin. Anomalous quantum hall effect : An incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations. *Phys. Rev. Lett.*, 50(18) :1395–1398, May 1983.

[30] Ray H. Baughman, Anvar A. Zakhidov, and Walt A. de Heer. Carbon nanotubes–the route toward applications. *Science*, 297(5582) :787 – 792, 2002.

[31] Albert Fert. Origin, development, and future of spintronics (nobel lecture). *Angew. Chem. Int. Ed.*, 47 :5956 – 5967, 2008.

[32] Ali Javey, Jing Guo, Qian Wang, Mark Lundstrom, and Hongjie Dai. Ballistic carbon nanotube field-effect transistors. *Nature*, 424 :654–657, 2003.

[33] Julien Chaste, Lorentz Lechner, Pascal Morfin, Gwendal Fève, Takis Kontos, Jean-Marc Berroir, Christian Glattli, Henri Happy, Perti Hakonen, and Bernard Plaçais. Single carbon nanotube transistor at ghz frequency. *Nano letters*, 8 :525, 2008.

[34] R. Egger, A. Bachtold, M. Fuhrer, M. Bockrath, D. Cobden, and P. McEuen. Luttinger liquid behavior in metallic carbon nanotubes (interacting electrons in nanostructures, edited by r. haug, h. schoeller, lecture notes in physics, vol. 579, p.125). 2000.

[35] J. Nygard, D.H. Cobden, and P.E. Lindelof. Kondo physics in carbon nanotubes. *Physical Review Letter*, 408 :342, 2000.

[36] Wenjie Liang, Marc Bockrath, Dolores Bozovic, Jason H. Hafner, M. Tinkham, and Hongkun Park. Fabry-perot interference in a nanotube electron waveguide. *Nature*, 411 :665, 2001.

[37] R. Saito, G. Dresselhaus, and M. S. DresselHaus. *Physical properties of Carbon Nanotubes*. Imperial College Press (London), 1998.

[38] H. W. Kroto, J. R. Heath, S. C. O'Brien, R. F. Curl, and R. E. Smalley. c_{60} : Buckminsterfullerene. *Nature*, 318 :162–163, 1985.

[39] K. S. Novoselov, A. K. Geim, S. V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S. V. Dubonos, I. V. Grigorieva, and A. A. Firsov. Electric field effect in atomically thin carbon films. *Science*, 306 :666, 2004.

[40] P. R. Wallace. The band theory of graphite. *Phys. Rev.*, 71(9) :622–634, May 1947.

[41] N. W. Ashcroft and N. D. Mermin. *Solid states physics*. W. B. Saunders Company (Philadelphia), 1976.

[42] Michael J. Biercuk, Shahal Ilanie, Charles M. Marcus, and Paul L. McEuen. Electrical transport in single-wall carbon nanotubes. *A. Jorio, G. Dresselhaus, M. S. Dresselhaus (Eds.) : Carbon Nanotubes Topic Appl. physics [Springer-Verlag (Berlin Heidelberg 2008)]*, 111 :455–493, 2008.

[43] Eric Akkermans and Gilles Montambaux. *Physique mésoscopique des électrons et des photons*. EDP Sciences, 2004.

[44] Liesbeth C. Venema, Jeroen W. G. Wildöer, Jorg W. Janssen, Sander J. Tans, Hinne L. J. Temminck Tuinstra, Leo P. Kouwenhoven, and Cees Dekker. Imaging electron wave functions of quantized energy levels in carbon nanotubes. *Science*, 283 :5398, 1999.

[45] Supriyo Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, 1995.

[46] Bertrand Bourlon. *Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI, Physique interfeuillet dans les nanotubes de carbone multifeuillets*. 2005.

[47] S. Sapmaz, P. Jarillo-Herrero, J. Kong, C. Dekker, L. P. Kouwenhoven, and H. S. J. van der Zant. Electronic excitation spectrum of metallic carbon nanotubes. *Phys. Rev. B*, 71(15) :153402, Apr 2005.

[48] H. Van Houten, C. W. J. Beenakker, and A. A. M. Staring. Coulomb-blockade oscillations in semiconductor nanostructures. *In "Single Charge Tunneling", Edited by H. Grabert and M. H. Devoret, Plenum Press (New York)*, page 166, 1992.

[49] M. P. A. Fisher and L. Glazman. *A. Mesoscopic Electron Transport*. (Kluwer Academic Publishers (Boston), 1997.

[50] S. Tomonaga. Remarks on bloch's method of sound waves applied to many-fermion problems. *Progress in Theoretical Physics*, 5, 1950.

[51] J. M. Luttinger. An exactly soluble model of a many-fermion system. *Progress in Theoretical Physics*, 4, 1963.

[52] Marc Bockrath, David H. Cobden, Jia Lu, Andrew G. Rinzler, Richard E. Smalley, Leon Balents, and Paul L. McEuen. Luttinger-liquid behaviour in carbon nanotubes. *Nature*, 397, 1999.

[53] Na Young Kim, Patrik Recher, William D. Oliver, Yoshihisa Yamamoto, Jing Kong, and Hongjie Dai. Tomonaga-luttinger liquid features in ballistic single-walled carbon nanotubes : Conductance and shot noise. *Physical Review Letters*, 99(3) :036802, 2007.

[54] I. Safi and H. Saleur. One-channel conductor in an ohmic environment : Mapping to a tomonaga-luttinger liquid and full counting statistics. *Physical Review Letters*, 93(12) :126602, 2004.

[55] C. W. J. Beenakker. Theory of coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot. *Phys. Rev. B*, 44(4) :1646–1656, Jul 1991.

[56] Yuval Oreg, Krzysztof Byczuk, and Bertrand I. Halperin. Spin configurations of a carbon nanotube in a nonuniform external potential. *Phys. Rev. Lett.*, 85(2) :365–368, Jul 2000.

[57] F. Kuemmeth, S. Ilani, D. C. Ralph, and P. L. McEuen. Coupling of spin and orbital motion of electrons in carbon nanotubes. *Nature*, 452 :448–452, 2008.

[58] Supriyo Datta. Exclusion principle and the landauer-büttiker formalism. *Physical Review B*, 45(3) :1347, 1992.

[59] Yigal Meir and Ned S. Wingreen. Landauer formula for the current through an interacting electron region. *Phys. Rev. Lett.*, 68(16) :2512–2515, Apr 1992.

[60] M. Cahay, M. McLennan, and S. Datta. Conductance of an array of elastic scatterers : A scattering-matrix approach. *Phys. Rev. B*, 37(17) :10125–10136, Jun 1988.

[61] Stefano Pugnetti, Fabrizio Dolcini, Dario Bercioux, and Hermann Grabert. Electron tunneling into a quantum wire in the fabry-pérot regime. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 79(3) :035121, 2009.

[62] Paul L. McEuen, Marc Bockrath, David H. Cobden, Young-Gui Yoon, and Steven G. Louie. Disorder, pseudospins, and backscattering in carbon nanotubes. *Phys. Rev. Lett.*, 83(24) :5098–5101, Dec 1999.

[63] P. W. Anderson. Localized magnetic states in metals. *Phys. Rev.*, 124(1) :41–53, Oct 1961.

[64] Selman Hershfield, John H. Davies, and John W. Wilkins. Probing the kondo resonance by resonant tunneling through an anderson impurity. *Phys. Rev. Lett.*, 67(26) :3720–3723, Dec 1991.

[65] Gerald D. Mahan. *Many-Particle Physics (2nd edition)*. Plenum Press (New-York), 1990.

[66] Yung-Fu Chen, Travis Dirks, Gassem Al-Zoubi, Norman O. Birge, and Nadya Mason. Nonequilibrium tunneling spectroscopy in carbon nanotubes. *Physical Review Letters*, 102(3) :036804, 2009.

[67] T. Christen and M. Büttiker. Admittance and nonlinear transport in quantum wires, point contacts, and resonant tunneling barriers. *In "Mesoscopic Electron Transport", edited by L. Kowenhoven, G. Schoen and L. Sohn, NATO ASI Series E, Kluwer Academic (Dordrecht)*, page 259, 1997.

[68] Sh. Kogan. *Electronic noise and fluctuations in solids*. Cambridge University Press (Cambridge), 1996.

[69] J. B. Johnson. Thermal agitation of electricity in conductors. *Phys. Rev.*, 32(1) :97, Jul 1928.

[70] H. Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32(1) :110–113, Jul 1928.

[71] Herbert B. Callen and Theodore A. Welton. Irreversibility and generalized noise. *Phys. Rev.*, 83(1) :34–40, Jul 1951.

[72] J. J. Freeman. *Principles of noise*. John Wiley & Sons (New York), 1958.

[73] Harald Kiesel, Andreas Renz, and Franz Hasselbach. Observation of hanbury brown-twiss anticorrelations for free electrons. *Nature*, 418 :392–394, 2002.

[74] R. C. Liu, B. Odom, Y. Yamamoto, and S. Tarucha. Quantum interference in electron collision. *Nature*, 391 :263–265, 1998.

[75] A. Kumar, L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin, and B. Etienne. Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. *Phys. Rev. Lett.*, 76(15) :2778–2781, Apr 1996.

[76] M. Reznikov, M. Heiblum, Hadas Shtrikman, and D. Mahalu. Temporal correlation of electrons : Suppression of shot noise in a ballistic quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.*, 75(18) :3340–3343, Oct 1995.

[77] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland, and C. Schönenberger. The fermionic hanbury brown and twiss experiment. *Science*, 284(5412) :296–298, 1999.

[78] William D. Oliver, Jungsang Kim, Robert C. Liu, and Yoshihisa Yamamoto. Hanbury brown and twiss-type experiment with electrons. *Science*, 284(5412) :299–301, 1999.

[79] A. Crépieux, R. Guyon, P. Devillard, and T. Martin. Electron injection in a nanotube : Noise correlations and entanglement. *Phys. Rev. B*, 67(20) :205408, May 2003.

[80] C. Schönenberger, S. Oberholzer, E. V. Sukhorukov, and H. Grabert. Shot noise in schottky's vacuum tube. *Arxiv/cond-mat/0112504*, 2001.

[81] G. B. Lesovik. Excess quantum noise in 2d ballistic point contacts. *Pis'ma Zh. Éksp. Teor. Fiz.*, 49 :513, 1989, [JETP Lett. 49 :592, 1989].

[82] B. Yurke and G. P. Kochanski. Momentum noise in vacuum tunneling transducers. *Phys. Rev. B*, 41(12) :8184–8194, Apr 1990.

[83] V. A. Khlus. Current and voltage fluctuations in microjunctions between normal metals and superconductors. *Zh. Éksp. Teor. Fiz.*, 93 :2179, 1987, [Sov. Phys. JETP 66 :1243, 1987].

[84] Th. Martin and R. Landauer. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. *Phys. Rev. B*, 45(4) :1742–1755, Jan 1992.

[85] C. L. Kane and Matthew P. A. Fisher. Nonequilibrium noise and fractional charge in the quantum hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 72(5) :724–727, Jan 1994.

[86] R. B. Laughlin. Anomalous quantum hall effect : An incompressible quantum fluid with fractionally charged excitations. *Phys. Rev. Lett.*, 50(18) :1395–1398, May 1983.

[87] R. Landauer and Th. Martin. Equilibrium and shot noise in mesoscopic systems. *Physica B*, 175 :167, 1991, *ibid* 182 :288, 1992.

[88] Jing Kong, Erhan Yenilmez, Thomas W. Tombler, Woong Kim, Hongjie Dai, Robert B. Laughlin, Lei Liu, C. S. Jayanthi, and S. Y. Wu. Quantum interference and ballistic transmission in nanotube electron waveguides. *Phys. Rev. Lett.*, 87(10) :106801, Aug 2001.

[89] H. R. Shea, R. Martel, and Ph. Avouris. Electrical transport in rings of single-wall nanotubes : One-dimensional localization. *Phys. Rev. Lett.*, 84(19) :4441–4444, May 2000.

[90] M. Büttiker, Y. Imry, and M. Ya. Azbel. Quantum oscillations in one-dimensional normal-metal rings. *Phys. Rev. A*, 30(4) :1982–1989, Oct 1984.

[91] D. Kowal, U. Sivan, O. Entin-Wohlman, and Y. Imry. Transmission through multiply-connected wire systems. *Phys. Rev. B*, 42(14) :9009–9018, Nov 1990.

[92] Jien Cao, Qian Wang, and Hongjie Dai. Electron transport in very clean, as-grown suspended carbon nanotubes. *Nature Mat.*, 4 :745–749, 2005.

[93] L. G. Herrmann, T. Delattre, P. Morfin, J.-M. Berroir, B. Plaçais, D. C. Glattli, and T. Kontos. Shot noise in fabry-perot interferometers based on carbon nanotubes. *Physical Review Letters*, 99(15) :156804, 2007.

[94] S. T. Liu and A. van der Ziel. Noise in thin film al-al$_2$o$_3$-al diodes. *Physica*, 37(2) :241, 1967.

[95] H. Birk, M. J. M. de Jong, and C. Schönenberger. Shot-noise suppression in the single-electron tunneling regime. *Phys. Rev. Lett.*, 75(8) :1610–1613, Aug 1995.

[96] H. E. van den Brom and J. M. van Ruitenbeek. Quantum suppression of shot noise in atom-size metallic contacts. *Phys. Rev. Lett.*, 82(7) :1526–1529, Feb 1999.

[97] V. V. Ponomarenko and N. Nagaosa. Features of renormalization induced by interaction in one-dimensional transport. *Phys. Rev. B*, 60(24) :16865–16873, Dec 1999.

[98] B. Trauzettel, R. Egger, and H. Grabert. Coulomb drag shot noise in coupled luttinger liquids. *Phys. Rev. Lett.*, 88(11) :116401, Feb 2002.

[99] J. P. Franck, F. D. Manchester, and Douglas L. Martin. The specific heat of pure copper and of some dilute copper+iron alloys showing a minimum in the electrical resistance at low temperatures. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 263 :494, 1961.

[100] W. J. de Haas, J. de Boer, and G. J. van den Berg. The electrical resistance of gold, copper and lead at low temperatures. *Physica*, 1 :1115, 1933.

[101] G.J. Van den Berg and J. de Nobel. Les propriétés à basses températures des alliages des métaux " normaux " avec des solutés de transition. *Journal de Physique et le Radium*, 23(10) :665–671, 1962.

[102] Jun Kondo. Resistance minimum in dilute magnetic alloys. *Progress of Theoretical Physics*, 32(1) :37, 1964.

[103] Kenneth G. Wilson. Renormalization group and critical phenomena. i. renormalization group and the kadanoff scaling picture. *Phys. Rev. B*, 4(9) :3174–3183, Nov 1971.

[104] Kenneth G. Wilson. Renormalization group and critical phenomena. ii. phase-space cell analysis of critical behavior. *Phys. Rev. B*, 4(9) :3184–3205, Nov 1971.

[105] V. Madhavan, W. Chen, T. Jamneala, M.F. Crommie, and Wingreen N.S. Tunneling into a single magnetic atom : Spectroscopic evidence of the kondo resonance. *Science*, 280 :567, 1998.

[106] J. Li, W.-D. Schneider, R. Berndt, and B Delley. Kondo scattering observed at a single magnetic impurity. *Physical Review Letter*, 80 :2893, 1998.

[107] D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mahalu, D. Abusch-Magder, U. Meirav, and M. A. Kastner. Kondo effect in a single-electron transistor. *Nature*, 156 :391, 1998.

[108] Sara M. Cronenwett, Tjerk H. Oosterkamp, and Leo P. Kouwenhoven. A tunable kondo effect in quantum dots. *Science*, 281(5376) :540–544, July 1998.

[109] Jiwoong Park, Abhay N. Pasupathy, Jonas I. Goldsmith, Connie Chang, Yuval Yaish, Jason R. Petta, Marie Rinkoski, James P. Sethna, Héctor D. Abru na, Paul L. McEuen, and Daniel C. Ralph. Coulomb blockade and the kondo effect in single-atom transistors. *Nature*, 417 :722, 2002.

[110] W. Liang, M.P. Shores, M. Bockrath, J.R. Long, and Park H. Kondo resonance in a single-molecule transistor. *Nature*, 417 :725, 2002.

[111] Nicolas Roch, Serge Florens, Vincent Bouchiat, Wolfgang Wernsdorfer, and Franck Balestro. Quantum phase transition in a single-molecule quantum dot. *Nature (London)*, 453 :633, 2008.

[112] S. De Franceschi, R. Hanson, W. G. van der Wiel, J. M. Elzerman, J. J. Wijpkema, T. Fujisawa, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven. Out-of-equilibrium kondo effect in a mesoscopic device. *Phys. Rev. Lett.*, 89(15) :156801, Sep 2002.

[113] J. Paaske, A. Rosch, and P. Wölfle. Non-equilibrium singlet-triplet kondo effect in carbon nanotubes. *Nature Phys.*, 2 :460, 2006.

[114] M. Grobis, I. G. Rau, R. M. Potok, H. Shtrikman, and D. Goldhaber-Gordon. Universal scaling in nonequilibrium transport through a single channel kondo dot. *Physical Review Letters*, 100(24) :246601, 2008.

[115] L.I. Glazman and M. Pustilnik. Coulomb blockade and kondo effect in quantum dots. *New Directions in Mesoscopic Physics (Towards Nanoscience), eds. R. Fazio, V.F. Gantmakher, and Y. Imry (Kluwer, Dordrecht)*, pages 93–115, 2003.

[116] G. D. Scott, Z. K. Keane, J. W. Ciszek, J. M. Tour, and D. Natelson. Universal scaling of nonequilibrium transport in the kondo regime of single molecule devices. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 79(16) :165413, 2009.

[117] D. Goldhaber-Gordon, J. Göres, M. A. Kastner, Hadas Shtrikman, D. Mahalu, and U. Meirav. From the kondo regime to the mixed-valence regime in a single-electron transistor. *Phys. Rev. Lett.*, 81(23) :5225–5228, Dec 1998.

[118] Pablo Jarillo-Herrero, Jing Kong, Herre S.J. van der Zant, Cees Dekker, Leo P. Kouwenhoven, and Silvano De Franceschi. Orbital kondo effect in carbon nanotubes. *Nature*, 434 :484–488, 2005.

[119] S. Sasaki, S. Amaha, N. Asakawa, M. Eto, and S. Tarucha. Enhanced kondo effect via tuned orbital degeneracy in a spin 1/2 artificial atom. *Phys. Rev. Lett.*, 93(1) :017205, Jul 2004.

[120] Yigal Meir and Anatoly Golub. Shot noise through a quantum dot in the kondo regime. *Phys. Rev. Lett.*, 88(11) :116802, Mar 2002.

[121] A. O. Gogolin and A. Komnik. Full counting statistics for the kondo dot in the unitary limit. *Physical Review Letters*, 97(1) :016602, 2006.

[122] Eran Sela, Yuval Oreg, Felix von Oppen, and Jens Koch. Fractional shot noise in the kondo regime. *Physical Review Letters*, 97(8) :086601, 2006.

[123] P. Vitushinsky, A. A. Clerk, and K. Le Hur. Effects of fermi liquid interactions on the shot noise of an su(n) kondo quantum dot. *Physical Review Letters*, 100(3) :036603, 2008.

[124] Christophe Mora, Xavier Leyronas, and Nicolas Regnault. Current noise through a kondo quantum dot in a su(n) fermi liquid state. *Physical Review Letters*, 100(3) :036604, 2008.

[125] David C. Langreth. Friedel sum rule for anderson's model of localized impurity states. *Phys. Rev.*, 150(2) :516–518, Oct 1966.

[126] K. Le Hur, P. Simon, and D. Loss. Transport through a quantum dot with su(4) kondo entanglement. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 75(3) :035332, 2007.

[127] Piers Coleman. New approach to the mixed-valence problem. *Phys. Rev. B*, 29(6) :3035–3044, Mar 1984.

[128] Jong Soo Lim, Mahn-Soo Choi, M. Y. Choi, Rosa Lopez, and Ramon Aguado. Kondo effects in carbon nanotubes : From su(4) to su(2) symmetry. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, 74(20) :205119, 2006.

[129] Rosa López, Ramón Aguado, and Gloria Platero. Shot noise in strongly correlated double quantum dots. *Phys. Rev. B*, 69(23) :235305, Jun 2004.

[130] Harald Kiesel, Andreas Renz, and Franz Hasselbach. Local gate control of a carbon nanotube double quantum dot. *Science*, 303 :655–658, 2004.

[131] D. T. McClure, L. DiCarlo, Y. Zhang, H.-A. Engel, C. M. Marcus, M. P. Hanson, and A. C. Gossard. Tunable noise cross correlations in a double quantum dot. *Physical Review Letters*, 98(5) :056801, 2007.

[132] N. Y. Kim, W. D. Oliver, Y. Yamamoto, J. Kong, and H. Dai. Quantum shot noise suppression in single-walled carbon nanotubes. *arXiv :cond-mat/0311434*, 2003.

Table des figures

1 Couverture : Illustration de l'effet Kondo dans les nanoconducteurs - Passage aléatoire des électrons des électrodes métalliques diffusés par l'impureté Kondo localisée sur le nanotube de carbone : Des impuretés Kondo bruyantes [1] . . 3

2 Conductance et bruit (S) pour $V_G = 0.65V$ (bleu) et $V_G = 0.8V$ (rouge) en fonction de V_{SD} à $T = 1.5K$. Les courbes correspondent aux ajustements tirés de la formule théorique du bruit obtenus avec $\delta D = 0$ pour les traits pleins (dégénérescence totale) et $\delta D = 0.2$ pour la courbe en pontillé (faible levée de la dégénérescence) 3

3 Facteur de Fano (bruit normalisé par $2e|I|$) en fonction de la tension de grille pour les échantillons U4NT1 à $V_{SD} = -0.61mV$ ainsi que la courbe $F = 1 - D$ 4

4 Relation d'échelle pour la conductance en fonction de la température (à tension nulle) et de la tension source-drain (mesurée à la température $T_0 \approx 1.5K$, voir section 5.4) 5

5 Conductance et bruit des résonances $SAR1$ et $SAR2$ ajustés avec la SBMFT 6

6 $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ pour les différentes résonances Kondo 6

7 Images MEB de la configuration en « Y » de l'échantillon $T5INT1$ 7

8 Correlations croisées aux bornes du SW de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en polarisant suivant le MW (avec V_M) : $\Delta S_c = S_c - S_c(V_M = 0)$ et courbe du bruit de grenaille (représentés sur des échelles différentes) 7

1.1 Relation de dispersion du graphène et points K et K' de la zone de Brillouin 10

1.2 Caractéristique de l'enroulement d'une feuille de graphène : exemple d'un nanotube fauteuil $(4, 4)$ 11

1.3 Découpage de la zone de Brillouin du graphène et caractéristique des niveaux électroniques pour un nanotube fauteuil (4,4) (haut) et un zigzag (5,0) (bas) 12

1.4 Connexion typique d'un transitor à base de SW : le nanotube de carbone est connecté à deux électrodes de Pd (S et D) et couplé capacitivement à une grille 14

1.5 Spectroscopies de SW dans différents régimes. De haut en bas, le graphe de la conductance différentielle en fonction de la tension Source-Drain et de la tension de Grille pour le blocage de Coulomb (données fournies par L.G. Herrmann et T. Kontos), la structure périodique à quatre électrons (tiré de [42]) et le régime de Fabry-Pérot électronique (échantillon $T5IIINT1$). L'ordre de grandeur de variation de V_{SD} est : $[-10mV, 10mV]$ 15

1.6 Spectroscopie de l'échantillon $U4NT1$ présentant trois régimes de conduction distincts : le blocage de Coulomb, le régime de Fabry-Pérot électronique, l'effet Kondo 16

1.7 Transport à travers un diffuseur. En haut : Remplissage des électrodes L et R et convention pour le sens du courant électrique (sens positif du courant dans l'électrode de gauche). En bas : Illustration de l'effet d'un diffuseur sur le transport 17
1.8 La transmission D dans le cas dégénéré : Détermination numérique à partir du modèle (1.10) et des matrices de diffusion (1.9) (trait plein) et Correspondances lorentziennes (Pointillé) centrées en $hv_F/4L$ et $-hv_F/4L$, avec $r_L = 0.3$, $r_R = 0.7$ comme paramètres de la matrice de diffusion (1.9) 22
1.9 Les transmissions D_1 and D_2 déterminées à partir du modèle (1.10) et des matrices de diffusion (1.9) : Cas dégénéré - noir - $r_L = 0.3$, $r_R = 0.7$, Cas déphasé - rouge - avec un déphasage, $\delta_{L/R} = \pm 0.7$; Cas couplé - bleu - avec un couplage $\rho_{L/R} = 0.2$ 23

2.1 Courant électrique en fonction du temps 27
2.2 Schéma d'une configuration à trois terminaux, en Y (une image d'un échantillon dans une telle configuration est présentée figure 3.8) 32
2.3 Echantillon de valeurs possibles pour la charge effective en fonction de la transmission du système et suivant l'importance de la décohérence (les différentes couleurs des nuages de points correspondent à : noir - $\epsilon = 0$, rouge - $\epsilon = 0.005$, bleu - $\epsilon = 0.01$, vert - $\epsilon = 0.1$ et gris - $\epsilon = 0.5$ 38
2.4 Echantillon de valeurs possibles pour la charge effective en fonction de la transmission du système et au niveau d'une résonance. Les différentes couleurs des courbes correspondent à différentes valeurs de D_R/D_L : gris - 0.8/0.8, vert - 0.8/0.85, bleu - 0.8/0.9, rouge - 0.8/0.95 ; les différentes couleurs des nuages de points correspondent à différentes valeurs de ϵ : orange - $\epsilon = 0.1$, violet - $\epsilon = 0.05$, vert - $\epsilon = 0.02$, bleu - $\epsilon = 0.01$, rouge - $\epsilon = 0.005$, noir - $\epsilon = 0$ 39

3.1 Images à différentes échelles de la structure typique de nos échantillons : la puce de silice et ses neufs zones (photographie numérique) - une zone de la puce et sa partie centrale (photographies au microscope optique) - un nanotube connecté aux électrodes de Pd (Image obtenue au microscope électronique à balayage (MEB)) 41
3.2 Différentes étapes du dépôt du catalyseur 42
3.3 Evaluation de la densité en nanotubes : exemple de densité trop importante (la largeur typique de cette image MEB est de $100\mu m$) 44
3.4 Repérage des nanotubes : la zone centrale d'alignement avec les précontacts et les croix d'alignement (Au) (image MEB) - Dessin des contacts sous *eLine* - Résultat après lithographie et évaporation de Pd (image au microscope optique) 45
3.5 Connexion des nanotubes : nanotube entre les plots d'alignement (image MEB) - résultat après lithographie et développement (image au microscope optique) - nanotube connecté aux électrodes de Pd (image MEB) 45
3.6 Image AFM d'un MW à proximité d'un SW. L'opération de déplacement va mener le MW sur le SW (flèche) 46
3.7 Etapes de déplacement d'un MW sur un SW par pointe AFM (les étapes se succèdent de gauche à droite et de haut en bas - les images AFM sont d'une taille caractéristique de $2\mu m$) 47
3.8 « Beam-splitter » contacté avec les électrodes de palladium (image MEB) . . 47

3.9 Photographie du porte échantillon couplé à un dessin de la structure électronique de la mesure 48
3.10 Représentation schématisée de la structure électronique de mesure 50
3.11 Circuit électrique simplifié dans la configuration dipolaire associé à l'image MEB de l'échantillon $LC2VNT1$ 52
3.12 Schéma représentatif de la situation à trois terminaux 55
3.13 Bruit en fonction de la fréquence. Nous nous plaçons dans un régime de bruit blanc (*i.e.* où le bruit dépend pas de la fréquence et plus exactement dans la zone hachurée). La courbe est trait continu correspond à la fonction $f \mapsto 0.5 + 11.75 \times 25^2/((f - 307 \times 10^3)^2 + 25^2)$ 57
3.14 Bruit en excès, $\Delta S = S - S(V = 0)$, en fonction de la tension. La courbe rouge correspond à $(\coth(eV/2k_BT) - 2k_BT\partial_{V\to 0})2eI$. Nos expériences sont effectuées dans un régime de faibles excitations (*i.e* dans la zone hachurée) . 58
3.15 Bruit à l'équilibre sur les électrodes S (noir) et D (rouge), après amplification, pour les échantillons de type $U4$ autour de la fréquence : $f_c = 2.221MHz$ . . 59
3.16 Bruit à l'équilibre sur les électrodes S (noir) et D (rouge), après amplification, pour l'échantillon $LC2VNT1$ autour de la fréquence : $f_c = 1.221MHz$ 59
3.17 Bruit, S, mesuré sur $LC2VNT1$ à $V_{SD} = 0V$ et $T = 1.4K$ pour des tensions de grille allant de $V_G = 10.8$ à $V_G = 11.5$ à une fréquence de $f_c = 1.221MHz$ (et à $f_c = 2.221MHz$ pour l'encart) (a.) et S_{off} représenté pour ces deux fréquences (b.) 60
3.18 Bruit S_I à l'équilibre ($V_{SD} = 0$) mesuré pour l'échantillon $LC2VNT1$ pour des tensions de grille allant de $V_G = 10.8V$ à $V_G = 11.24V$ et des températures allant de $T = 1.4K$ à $20K$. La droite correspond au bruit de Johnson-Nyquist : $S_J(T, D) = 4k_BT(\frac{4e^2}{h}D)$ 62

4.1 Conductance différentielle (en unité de $\frac{4e^2}{h}$) en fonction de V_{SD} et V_G (unités arbitraires) obtenue avec la matrice s définie équation (1.9) dans la limite de faible température et dans la situation symétrique dans les cas de deux canaux : (a.) parfaitement dégénérés : $r_L = 0.3$ et $r_R = 0.7$, (b.) légèrement déphasés : $\delta_{L/R} = \pm 1$ et (c.) couplés : $\rho_{L/R} = 0.2$ 64
4.2 Conductance différentielle de l'échantillon U4NT1 à $T = 1.5K$ en fonction de V_{SD} et V_G dans le régime de Fabry-Pérot 65
4.3 Conductance différentielle de l'échantillon S6 (en unité de $4e^2/h$) à $T = 1.75K$ en fonction de V_{SD} et V_G 66
4.4 Bruit en excès, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, en fonction de la tension V_{SD} en $V_G = 0V$ et à $T = 1.75K$. La courbe représente $2e|I|$ 67
4.5 Conductance différentielle en fonction de la tension de grille et de la tension source-drain pour les échantillons $U4NT1$ et $U4NT2$ (en $\frac{4e^2}{h}$) 67
4.6 Conductance et bruit (S) pour $V_G = 0.65V$ (bleu) et $V_G = 0.8V$ (rouge) en fonction de V_{SD} à $T = 1.5K$. Les courbes correspondent aux fits avec $\delta D = 0$ pour les traits pleins et $\delta D = 0.2$ pour la courbe en pontillé 68
4.7 Facteur de Fano pour l'échantillon $U4NT1$ représenté en fonction de dI/dV pour des mesures effectuées à $T = 1.5K$ et $V_{SD} = -0.61mV$ 70
4.8 Facteur de Fano en fonction de la tension de grille pour les échantillons U4NT1 à $V_{SD} = -0.61mV$ (gauche) et U4NT2 à $V_{SD} = 0.61mV$ (droite) ainsi que les courbes $F = 1 - D$ correspondantes (représentées en trait continu) 71

4.9 Transmissions D_1 et D_2 déterminées pour l'échantillon $U4NT2$ à $T = 1.5K$ et transmission moyenne mesurée (trait continu) 72

4.10 Les transmissions D_1 et D_2 de l'échantillon $U4NT2$ déterminées par la résolution du système d'équations (points) et par le modèle avec couplage $K - K'$ (trait continu) 72

4.11 Facteur de Fano expérimental (points) obtenu pour l'échantillon $U4NT2$ à $T = 1.5K$ et $V_{SD} = 0.61mV$, facteur $1 - D$ obtenu à partir de la mesure de la conductance différentielle (trait continu) et facteur $\langle 1 - D_i \rangle$ donné par le modèle (traits pointillés) 73

4.12 Bruit dans le régime de faible rétrodiffusion (à $T = 1.5K$) comme fonction de $2eI_{BS} \coth(eV_{SD}/2k_BT) - 4k_BT(1 - D)h/4e^2$. La droite en trait continu correspond à une pente de 1, celle en pointillés à une pente de 0.59 74

4.13 Courbe de la conductance différentielle en unité de $\frac{4e^2}{h}$ de l'échantillon $U4NT1$ à $T = 1.5K$ en fonction de la tension de grille (en noir) et courbe théorique obtenu pour les paramètres : $D_L = 0.880$, $D_R = 0.612$, $\delta_L = -1.385$, $\delta_R = 2.2372$, $\xi = 0.248$, $x = 0.845$ et $\epsilon = 0.0111$ (en rouge) 75

4.14 Graphe de la conductance différentielle en unité de $\frac{4e^2}{h}$ de l'échantillon $U4NT1$ à $T = 1.5K$ comme fonction de V_G et V_{SD} (à gauche) et celui obtenu à partir des paramètres d'ajustement : $D_L = 0.880$, $D_R = 0.612$, $\delta_L = -1.385$, $\delta_R = 2.2372$ et $\xi = 0.248$, $x = 0.845$, $\epsilon = 0.0111$ (à droite) 76

4.15 Graphe des données expérimentales (points) et théoriques après ajustement des paramètres (trait) de la conductance en unité de $\frac{4e^2}{h}$ (gauche) et du bruit, S, (droite) pour $U4NT1$ en $V_G = 0.8V$ et à $T = 1.5K$. Les paramètres d'ajustement sont : $\epsilon_0 = 0.07mV$, $\Gamma = 1.34mV$ et $\eta = -0.15$ 77

4.16 Graphe des données expérimentales (points) et théoriques après ajustement des paramètres (trait) de la conductance en unité de $\frac{4e^2}{h}$ (gauche) et du bruit, S, (droite) pour $U4NT1$ en $V_G = 0.105V$ et à $T = 1.5K$. Les paramètres d'ajustement sont : $\epsilon_0 = -0.1mV$, $\Gamma = 1.61mV$, $\alpha = 0.9$ et $\eta = -0.37$ 78

4.17 Bruit expérimental à $T = 1.5K$ (points), ajustement du bruit tel qu'il est défini sur la figure 4.15 (trait noir) et $|2e(\coth(\frac{\beta eV}{2}) - \frac{2k_BT}{e}\partial_V)I_{BS}|$ (trait bleu) pour $U4NT1$, $V_G = 0.8V$ 79

5.1 Résistance électrique d'un alliage dilué de Cuivre+Fer en fonction de la température (image tirée de [99]) 83

5.2 Comportements caractéristiques de la résistance de composés massifs (a.) et de la conductance dans les nanostructures (b.) (en bleu, le comportement métallique ; en rouge, l'effet Kondo ; en vert, le comportement supraconducteur) 84

5.3 Conductance différentielle de l'échantillon $LC2VNT1$ à $T = 1.4K$ en fonction de V_G et V_{SD} 85

5.4 Conductance différentielle de $1.4K$ à $20K$ (les flêches indiquent le sens des températures croissantes) 86

5.5 Relation d'échelle pour la conductance en fonction de la température (à tension nulle) et de la tension source-drain (mesurée à la température $T_0 \approx 1.5K$, voir section 5.4) 87

5.6 Conductance différentielle et bruit à l'équilibre ($V_{SD} = 0$) pour la résonance $SAR1$, en fonction de la température (gauche) et du bruit de Johnson, $4k_BTdI/dV$ (droite). La courbe bleue correspond à $dI/dV|_{SAR1} = \frac{2e^2}{h}\frac{1.18}{1+(T/3.2)^2}$ et les courbes noires à $4k_BTdI/dV|_{SAR1}$ 88

5.7 Bruit en fonction de la tension V_{sd} à $T = T_0$ pour les cinq résonances Kondo . 89

5.8 Conductance et bruit pour les résonances $SAR1$ et $SAR2$. Les courbes bleues correspondent aux ajustements pour le modèle sans interaction 90

5.9 Transmission, en fonction de l'énergie, pour l'effet Kondo où $N = 2$ (a.) et $N = 4$ (b.) 91

5.10 Conductance et bruit des résonances $SAR1$ et $SAR2$ ajustés avec la SBMFT 96

5.11 Le bruit théorique, S, et le facteur de Fano, F, en fonction de la tension pour $T \to 0$ et différents facteur de symétrie β 98

5.12 $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ pour differentes températures et de $V_{SD} = 0$ à $V_{SD} = \frac{2k_BT_K}{e}$ (k_BT_K=1meV) 99

5.13 $S_{0,exc} - S_{I,exc}$ comme fonction de $2e(I_0 - I)$ pour les différentes résonances Kondo 99

6.1 Images MEB des échantillons $T5INT1$ (gauche) et $T5IIINT1$ (droite) . . . 103

6.2 Conductance différentielle ($\partial I_R/\partial U_{AC}/(10^{-3}(4e^2/h))$ soit D^0_{LR}, définie équation (3.8)) de l'échantillon $T5IIINT1$ en fonction de V_{SD} ($\approx U_{DC} \times 10^{-3}$) et V_G ($T = 1.45K$) 104

6.3 Conductances différentielles ($\partial I_{(L/R)}/\partial U_{MW,AC}/(10^{-3}(4e^2/h))$ soit $D^0_{(L/R)M}$ (représenté à gauche/droite), définies équation (3.8)) de $T5IIINT1$ dans la configuration HBT en fonction de V_{MW} et V_G ($T = 1.45K$) 104

6.4 (a.) Transmission D^0_{RM} de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en fonction de V_M et V_G - (b.) Largeur des résonances en fonction de la tension V_M pour différentes tensions V_G obtenu par un ajustement avec des lorentziennes multiples, la courbe en rouge représente : $\omega = 0.055V_M + 8 \times 10^{-4}$ - (c.) Transmission D^0_{RM} de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en fonction de V_M et en $V_G = -1.4V$ 106

6.5 Bruit de l'échantillon $T5INT1$ à $T = 1.45K$, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, pour la tension de grille $V_G = 0V$. Les courbes correspondent au bruit de grenaille donné par la formule (6.1) dans le cas de canaux de conduction dégénérés quatre fois ($N = 4$, trait plein) et deux fois ($N = 2$, en trait pointillé). Les barres d'erreur correspondent aux erreurs quadratiques moyennes sur les 42 balayages effectués 107

6.6 (a.) Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, pour les tensions de grille $V_G = -1.1V$ (noir) et $V_G = -0.95V$ (bleu) à $T = 1.45K$. Les courbes correspondent au bruit de grenaille donné par la formule (6.1) dans le cas de canaux de conduction dégénérés quatre fois ($N = 4$, trait plein) et deux fois ($N = 2$, en trait pointillé) - (b.) Figure de bruit pour $V_{SD} \in [-2mV, 2mV]$ pour $V_G = -1.1V$. Les barres d'erreur correspondent aux erreurs quadratiques moyennes sur les 4/5 balayages effectués 107

6.7 (a.) Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$, $\Delta S = S - S(V_{SD} = 0)$, pour la tensions de grille $V_G = -1.1V$ pour $T = 1.45K$, $V_M = 0V$ (noir), $T = 8K$, $V_M = 0V$ (rouge) et $T = 1.45K$, $V_M = -18mV$ (orange). Les barres d'erreur correspondent aux erreurs quadratiques moyennes sur les 4/5 balayages effectués - (b.) Température effective en ajustant le bruit avec la formule de bruit de grenaille définie équation (6.1). La droite correspond à $T_{eff} = 0.055e/(4k_B)V_M$ 108
6.8 Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$, $\Delta S_c = S_c - S_c(V_M = 0)$, en fonction de V_M pour les tensions de grille $V_G = -1.4V$ (noir), $V_G = 0.54V$ (bleu) et $V_G = 1V$ (rouge) 109
6.9 Température de bruit ($\Delta T_{eff} = -\Delta S_c/4k_B(2e^2/h)D_{LR}$) de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$ en fonction de V_M pour les tensions de grille $V_G = -1.4V$ (noir), $V_G = 0.54V$ (bleu) et $V_G = 1V$ (bleu). La courbe représente la fonction : $\sqrt{(4T_0)^2 + (0.075/4k_B)^2(eV_M)^2} - 4T_0$. Dans l'encart, mesure pour $V_G = 1V$ et pour $V_M \in [-100mV, 100mV]$ 109
6.10 Bruit de l'échantillon $T5IIINT1$ à $T = 1.45K$, $\Delta S_c = S_c - S_c(V_M = 0)$, en fonction de V_M et courbe de la fonction S'_S définie équation (6.2) 110

F.1 Ajustement de la conductance différentielle et bruit déterminé à partir des paramètres d'ajustement pour $SAR3$, $SAR4$ et $SBR1$ (pointillé) à partir des données expérimentales 152
F.2 $SAR1$ et $SAR2$ pour les différents ajustements testés 153

Annexe A

Matrices de diffusion

A.1 Matrice de couplage entre les orbitales K et K'

Considérons s sous la forme : $s = \widetilde{\mathbb{I}_4} \times \tilde{s}$ où $\mathbb{I}_4$ est définie équation (1.8) et où :

$$\tilde{s} = \exp\left(i \begin{pmatrix} 0 & R \\ R^\dagger & 0 \end{pmatrix}\right) \text{ et } R = \begin{pmatrix} r & \rho e^{-i\kappa} \\ \rho e^{-i\kappa} & r e^{-i\delta} \end{pmatrix}$$

En utilisant le développement de l'exponentielle, nous aboutissons à :

$$\tilde{s} = \begin{pmatrix} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(RR^\dagger)^n}{(2n)!}(-1)^n & i\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(RR^\dagger)^n R}{(2n+1)!}(-1)^n \\ i\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(R^\dagger R)^n R^\dagger}{(2n+1)!}(-1)^n & \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(R^\dagger R)^n}{(2n)!}(-1)^n \end{pmatrix}$$

La diagonalisation de $rr^\dagger$ donne $P\Upsilon P^{-1}$, avec :

$$\Upsilon = \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \gamma \end{pmatrix},\ P = \omega \begin{pmatrix} \omega & -\omega \\ \omega^* & \omega^* \end{pmatrix} \text{ et } P^{-1} = \frac{\omega^*}{2} \begin{pmatrix} \omega^* & \omega \\ -\omega^* & \omega \end{pmatrix}$$

où $\lambda = r^2 + \rho^2 + 2r\rho\cos(\kappa - \frac{\delta}{2})$, $\gamma = r^2 + \rho^2 - 2r\rho\cos(\kappa - \frac{\delta}{2})$ et $\omega = e^{i\frac{\delta}{4}}$

Dès lors,

$$\tilde{s} = \begin{pmatrix} P\cos(\sqrt{\Upsilon})P^{-1} & iP\sin(\sqrt{\Upsilon})\frac{1}{\sqrt{\Upsilon}}P^{-1}R \\ iR^*P\sin(\sqrt{\Upsilon})\frac{1}{\sqrt{\Upsilon}}P^{-1} & P^*\cos(\sqrt{\Upsilon})(P^*)^{-1} \end{pmatrix}$$

Ainsi, nous pouvons réécrire la matrice s sous la forme :

$$s = \widetilde{\mathbb{I}_4} \times \tilde{s} = \begin{pmatrix} iR^*P\sin(\sqrt{\Upsilon})\frac{1}{\sqrt{\Upsilon}}P^{-1} & P^*\cos(\sqrt{\Upsilon})(P^*)^{-1} \\ P\cos(\sqrt{\Upsilon})P^{-1} & iP\sin(\sqrt{\Upsilon})\frac{1}{\sqrt{\Upsilon}}P^{-1}R \end{pmatrix}$$

Le cas d'un couplage nul entre les orbitales K et K' ($\rho = 0$), donne :

$$s = \begin{pmatrix} i\sqrt{1-D}\mathbb{I'}_2 & \sqrt{D}\mathbb{I}_2 \\ \sqrt{D}\mathbb{I}_2 & i\sqrt{1-D}\mathbb{I'}^*_2 \end{pmatrix} \text{ où } \mathbb{I'}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

où $\sqrt{D} = \cos(r)$, ce qui correspond à la matrice définie équation (1.7), introduite dans le cas général.

A.2 Formulation en termes de matrices de transfert

Le formalisme de la matrice de transfert, m, permet de relier les termes de gauche du diffuseur a_L et b_L aux termes de droite a_R et b_R. Le cumul des effets des diffuseurs s'obtient par multiplication des matrices de transfert successives. Nous utilisons le modèle suivant pour la matrice de diffusion :

$$\begin{array}{ccccc} a_L & \rightarrow & \left(\quad s \quad \right) & \rightarrow & b_R \\ b_L & \leftarrow & & \leftarrow & a_R \end{array}$$

où la matrice de diffusion est définie par :

$$\begin{pmatrix} b_L \\ b_R \end{pmatrix} = s \begin{pmatrix} a_L \\ a_R \end{pmatrix}$$

La matrice de transfert est définie par :

$$\begin{pmatrix} a_L \\ b_L \end{pmatrix} = m \begin{pmatrix} b_R \\ a_R \end{pmatrix}$$

Le passage de la matrice s à la matrice m est donc donné par :

$$m = \begin{pmatrix} s_{21}^{-1} & -s_{21}^{-1} s_{22} \\ s_{11} s_{21}^{-1} & s_{12} - s_{11} s_{21}^{-1} s_{22} \end{pmatrix}$$

La matrice de diffusion du système global, s_{sys}, est obtenue par conjugaison des différentes matrices de diffusion du système : $s_{sys} = s_L \circ s_\Phi \circ s_R$ où :

$$s_{R/L} = \begin{pmatrix} ir_{R/L} & t_{R/L} \\ t'_{R/L} & ir'_{R/L} \end{pmatrix} \text{ et } s_\Phi = \begin{pmatrix} 0 & e^{i\Phi} \\ e^{i\Phi} & 0 \end{pmatrix}$$

où Φ est une matrice diagonale avec pour éléments diagonaux les différentes phases de propagation des n canaux de conduction et où les termes du type $\ll r \gg$ et $\ll t \gg$ sont des matrices de dimension n. Nous obtenons alors :

$$m_{sys} = \begin{pmatrix} (t'_L)^{-1} & -i(t'_L)^{-1} r'_L \\ i r_L (t'_L)^{-1} & t_L + r_L (t'_L)^{-1} r'_L \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} e^{-i\Phi} & 0 \\ 0 & e^{i\Phi} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} (t'_R)^{-1} & -i(t'_R)^{-1} t'_R \\ i r_R (t'_R)^{-1} & t_R + t_R (t'_R)^{-1} t'_R \end{pmatrix}$$

Par unitarité des différentes matrices de diffusion, nous obtenons :

$$m_{sys} = \begin{pmatrix} (t'_L)^{-1} e^{-i\Phi} \Big(1 + e^{i\Phi} r'_L e^{i\Phi} r_R\Big) (t'_R)^{-1} & -i(t'_L)^{-1} \Big(e^{-i\Phi} r'_R + r'_L e^{i\Phi}\Big) t_R^{-1} \\ i t_L^{-1} \Big(r_L e^{-i\Phi} + e^{i\Phi} r_R\Big) (t'_R)^{-1} & t_L^{-1} \Big(1 + r'_L e^{-i\Phi} r_R e^{-i\Phi}\Big) e^{i\Phi} t_R^{-1} \end{pmatrix}$$

La transformation inverse s'effectue de la manière suivante :

$$s = \begin{pmatrix} m_{21} m_{11}^{-1} & m_{22} - m_{21} m_{11}^{-1} m_{12} \\ m_{11}^{-1} & -m_{11}^{-1} m_{12} \end{pmatrix}$$

Le terme de transmission, $(s_{sys})_{21}$, est alors donné par :

$$(s_{sys})_{21} = (s_{sys})_{RL} = (m_{sys})_{11}^{-1} = t'_R\Big(1 + e^{i\Phi}r'_L e^{i\Phi}r_R\Big)^{-1} e^{i\Phi}t'_L \tag{A.1}$$

Si nous considérons les matrices $s_{L/R}$ sous la forme donnée par l'équation (1.7), nous obtenons :

$$s = \begin{pmatrix} \frac{i(\sqrt{1-D_L}e^{i\delta_L}+\sqrt{1-D_R}e^{i(2\phi+\delta_R)})}{1+e^{i(2\phi-\delta_L+\delta_R)}\sqrt{1-D_L}\sqrt{1-D_R}} & \frac{\sqrt{D_R}\sqrt{D_L}e^{i\phi}}{1+e^{i(2\phi-\delta_L+\delta_R)}\sqrt{1-D_L}\sqrt{1-D_R}} \\ \frac{\sqrt{D_R}\sqrt{D_L}e^{i\phi}}{1+e^{i(2\phi-\delta_L+\delta_R)}\sqrt{1-D_L}\sqrt{1-D_R}} & \frac{i(\sqrt{1-D_R}e^{-i\delta_R}+\sqrt{1-D_L}e^{i(2\phi-\delta_L)})}{1+e^{i(2\phi-\delta_L+\delta_R)}\sqrt{1-D_L}\sqrt{1-D_R}} \end{pmatrix}$$

En développant autour de $\phi_n \equiv \frac{\delta_L-\delta_R}{2} + \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$ et pour des faibles transmissions, nous obtenons : $1+e^{i(2\phi-\delta_L+\delta_R)}\sqrt{1-D_L}\sqrt{1-D_R} \approx D-2i\Delta\phi$ où $\Delta\phi = \phi-\phi_n$ et $D = \frac{D_L+D_R}{2}$. Avec les notations : $E - E_n = \frac{\hbar v_F}{L}(\phi - \phi_n)$ et $\Gamma_\alpha = D_\alpha\frac{\hbar v_F}{2L}$, la matrice précédente se réécrit :

$$s = \begin{pmatrix} ie^{i\delta_L}(1 - i\frac{\Gamma_L}{E-E_n+i\Gamma}) & \frac{-(-1)^n e^{i\frac{\delta_L-\delta_R}{2}}\sqrt{\Gamma_R\Gamma_L}}{E-E_n+i\Gamma} \\ \frac{-(-1)^n e^{i\frac{\delta_L-\delta_R}{2}}\sqrt{\Gamma_R\Gamma_L}}{E-E_n+i\Gamma} & ie^{-i\delta_R}(1 - i\frac{\Gamma_R}{E-E_n+i\Gamma}) \end{pmatrix}$$

Les éléments matriciels de s prennent donc une forme générique du type [67] :

$$s_{\alpha\beta} = e^{i(\phi_\alpha+\phi_\beta)}(\delta_{\alpha\beta} - i\frac{\sqrt{\Gamma_\alpha\Gamma_\beta}}{\Delta E}) \tag{A.2}$$

où $\Delta E = E - E_n + i\Gamma$, $\phi_L \equiv \frac{\delta_L}{2} + \frac{\pi}{4} + (n+1)\pi$ et $\phi_R \equiv -\frac{\delta_R}{2} + \frac{\pi}{4}$

Annexe B

Transport pour une transmission lorentzienne

B.1 Calcul du courant pour une transmission lorentzienne

Considérons la transmission donnée par l'équation (1.19) :

$$D(\epsilon, V, T) = \alpha \frac{\Gamma^2}{(\epsilon - \epsilon_0)^2 + \Gamma^2}$$

Nous pouvons décomposer la fonction D de manière à faire apparaître les différents pôles :

$$D(\epsilon, V, T) = \alpha \frac{\Gamma}{2i}\Big(\frac{1}{\epsilon - \epsilon_0 - i\Gamma} - \frac{1}{\epsilon - \epsilon_0 + i\Gamma}\Big) \tag{B.1}$$

A partir de la formule (1.6) du courant, nous allons effectuer l'intégration sur la courbe fermée Θ correspondant au demi cercle ayant pour base l'axe de réels et orientés vers les imaginaires positifis. Le calcul du courant donne alors :

$$\begin{aligned} I &= \frac{e}{h}\int_{-\infty}^{\infty} D(\epsilon, V, T)(f_L - f_R)d\epsilon \\ &= \frac{e}{h}\oint_{\Theta} D(\epsilon, V, T)(f_L - f_R)d\epsilon \end{aligned}$$

Nous pouvons remarquer que les singularités des fonctions de fermi : f_L et f_R sont les fréquences de Matsubara (translatées) : $\epsilon_{n,L/R} = (2n+1)i\pi k_B T + eV_{L/R}$ où $V_{L/R} = V_{+/-} = \frac{\pm 1 - \eta}{2}V$ (nous utiliserons la convention : $L \equiv +$ et $R \equiv -$) et leurs résidus sont $-k_B T$. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} I &= 2i\pi\frac{e}{h}\alpha\frac{\Gamma}{2i}\Big(\sum_{\sigma}\big(\sigma f_\sigma(\epsilon_0 + i\Gamma) + \sum_{n,\sigma'}\frac{-k_B T\sigma\sigma'}{\epsilon_{n,\sigma} - \epsilon_0 - i\sigma'\Gamma}\big)\Big) \\ &= \frac{e}{h}\pi\alpha\Gamma\sum_{\sigma}\sigma\Big(\widetilde{f}(2\pi(\alpha_\sigma + it)) + \frac{i}{2\pi}\sum_{n,\sigma'}\frac{\sigma'}{n + 1/2 + i\alpha_\sigma - \sigma' t}\Big) \end{aligned}$$

où la somme sur l'indice n se fait par défaut sur l'ensemble $\mathbb{N}$ et :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \widetilde{f}(z) & = & \big(1+e^z\big)^{-1} \\ \alpha_\sigma & = & \big(\epsilon_0 - \frac{\sigma-\eta}{2}eV\big)\big(2\pi k_B T\big)^{-1} \\ t & = & \Gamma\big(2\pi k_B T\big)^{-1} \end{array}\right.$$

Nous obtenons alors,

$$I = \frac{e}{h}\pi\alpha\Gamma\sum_\sigma \sigma\Big(\widetilde{f}(2\pi(\alpha_\sigma+it)) + \frac{i}{2\pi}\sum_{\sigma'}\sigma'\Psi(1/2+i\alpha_\sigma+\sigma' t)\Big) \tag{B.2}$$

où Ψ est la fonction Digamma (fonction polygamma d'ordre 1 qui est la dérivée logarithmique de la fonction gamma d'Euler). Ψ s'écrit : $\Psi(z) = -\gamma - \sum_n(\frac{1}{n+z} - \frac{1}{n+1})$. Une relation entre les fonctions digammas nous permet de simplifier la relation précédente. En effet :

$$\Psi(1-z) = \Psi(z) + \pi\tan^{-1}(\pi z)$$

nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \Psi(\frac{1}{2}+i\alpha+t) &= \Psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t) + \pi\tan^{-1}(\pi(\frac{1}{2}-i\alpha+t)) \\ &= \Psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t) + \pi\tan(\pi(i\alpha-t)) \\ &= \Psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t) + \pi i\tanh(\pi(\alpha+it)) \\ &= \Psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t) + \pi i - 2i\pi\tilde{f}(2\pi(\alpha+it)) \end{aligned} \tag{B.3}$$

La somme sur σ dans la formule (B.2) annule le terme constant et nous donne alors :

$$I(V) = \frac{e}{h}\pi\alpha\Gamma\sum_{\sigma,\sigma'}\sigma\sigma'\Big(\frac{i}{2\pi}\Psi(1/2+i\sigma'\alpha_\sigma+t)\Big) \tag{B.4}$$

où,

$$I(V) = \frac{e}{h}\pi\alpha\Gamma\sum_\sigma \sigma\Lambda(\alpha_\sigma,t) \tag{B.5}$$

avec,

$$\Lambda(\alpha_\sigma,t) = \frac{i}{2\pi}\big(\Psi(\frac{1}{2}+i\alpha+t) - \Psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t)\big)$$

B.2 Calcul de charge pour une transmission lorentzienne

Pour la détermination de la charge sur le système, nous allons considérer la formule :

$$Q = e\int d\epsilon\big(-\frac{1}{\pi}\Im(\frac{1}{\epsilon-\epsilon_0+i\Gamma})\big)\frac{\Gamma_L f_L(\epsilon)+\Gamma_R f_R(\epsilon)}{2\Gamma}$$

qui se réécrit :

$$Q = \frac{e}{2\pi\alpha\Gamma^2}\int d\epsilon D(\epsilon)\sum_\sigma \Gamma_\sigma f_\sigma(\epsilon)$$

En se basant sur le calcul du courant, nous aboutissons rapidement à une formule semblable à l'équation (B.2) :

$$Q = \frac{e}{2\Gamma}\sum_\sigma \Gamma_\sigma\Big(\widetilde{f}(2\pi(\alpha_\sigma+it)) + \frac{i}{2\pi}\sum_{\sigma'}\sigma'\Psi(1/2+i\alpha_\sigma+\sigma' t)\Big)$$

Après simplification, nous arrivons à :

$$Q = \frac{e}{2\Gamma}\sum_\sigma \Gamma_\sigma\big(\frac{1}{2}+\Lambda(\alpha_\sigma,t)\big) = \frac{e}{2}+\frac{e}{2\Gamma}\sum_\sigma\Gamma_\sigma\Lambda(\alpha_\sigma,t)$$

B.3 Calcul du bruit pour une transmission lorentzienne

Le bruit peut se décomposer en deux termes : S_S et S_J définis par :

$$\begin{aligned} S &= \frac{2e^2}{h}\int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{D(\epsilon,V,T)\big(f_L(1-f_L)+f_R(1-f_R)\big)}_{S_J} \\ &\quad + \underbrace{D(\epsilon,V,T)(1-D(\epsilon,V,T))(f_L-f_R)^2}_{S_S} d\epsilon \end{aligned}$$

B.3.1 Calcul du terme de Johnson

D'après le théorème des résidus :

$$S_J = \frac{2e^2}{h}\Big(\pi\alpha\Gamma\sum_\sigma \widetilde{f}(1-\widetilde{f})(2\pi(\alpha_\sigma+it)) + 2i\pi\sum_{n,\sigma}\partial_\epsilon(f_\sigma(1-f_\sigma))(\epsilon)(\epsilon-\epsilon_{n,\sigma})D(\epsilon,V,T)\Big|_{\epsilon\to\epsilon_{n,\sigma}}\Big)$$

Dès lors,

$$\begin{aligned} S_J &= \frac{2e^2}{h}\Big(\pi\alpha\Gamma\sum_\sigma \widetilde{f}(1-\widetilde{f})(2\pi(\alpha_\sigma+it)) + \pi(k_BT)^2\sum_{n,\sigma'}\big(\frac{-\sigma\alpha\Gamma}{(\epsilon_{n,\sigma'}-\epsilon_0-\sigma i\Gamma)^2}\big)\Big) \\ &= \frac{2e^2}{h}\pi\alpha\Gamma\Big(\sum_\sigma \widetilde{f}(1-\widetilde{f})(2\pi(\alpha_\sigma+it)) + \frac{1}{(2\pi)^2}\sum_{n,\sigma'}\frac{\sigma}{(n+\frac{1}{2}+i\alpha_{\sigma'}-\sigma t)^2}\Big) \\ &= \frac{2e^2}{h}\pi\alpha\Gamma\Big(\sum_\sigma\big(\widetilde{f}(1-\widetilde{f})(2\pi(\alpha_\sigma+it)) + \sum_{\sigma'}\frac{\sigma'}{(2\pi)^2}\Psi'(\frac{1}{2}+i\alpha_\sigma+\sigma' t)\big)\Big) \end{aligned}$$

Nous pouvons dériver la relation (B.3) sur les fonctions polygammas par rapport à la variable t :

$$-\Psi'(\frac{1}{2}+i\alpha-t) = \Psi'(\frac{1}{2}-i\alpha+t) - (2i\pi)^2(-\tilde{f}(1-\tilde{f}))(2\pi(\alpha+it)) \qquad \text{(B.6)}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} S_J &= \frac{2e^2}{h}\pi\alpha\Gamma\sum_{\sigma,\sigma'}\frac{1}{(2\pi)^2}\Psi'(\frac{1}{2}+\sigma' i\alpha_\sigma+t) \\ &= \frac{2e^2}{h}(-\alpha\frac{\Gamma}{2})\sum_{\sigma}\partial_{\alpha_\sigma}\Lambda(\alpha_\sigma,t) \end{aligned}$$

Dans la situation où Γ et ϵ_0 sont indépendants de la tension V : $\partial_{\alpha_\sigma} \equiv -\frac{4\pi k_B T}{\sigma(1-\sigma\eta)e}\partial_V$ et dans la situation symétrique ($\eta = 0$) : $S_J = 4k_BT\frac{e}{h}\sum_\sigma \sigma\partial_V\Lambda(\alpha_\sigma,t)$ soit : $S_J \equiv 4k_BT\frac{dI}{dV}$.

B.3.2 Calcul du bruit de grenaille

Pour calculer le terme de bruit de grenaille, tiré de la formule (2.11), nous allons commencer par décomposer le facteur $D(1-D)$. Nous obtenons la relation suivante :

$$\begin{aligned} D(1-D) &= \frac{\alpha\Gamma^2\big((\epsilon-\epsilon_0)^2+\Gamma^2-\alpha\Gamma^2\big)}{((\epsilon-\epsilon_0)^2+\Gamma^2)^2} \\ &= \big((1-\alpha)+\frac{\alpha}{2}\Gamma\partial_\Gamma\big)D(\epsilon_0,\Gamma,V) \end{aligned}$$

Dans le cas symétrique (la généralisation au cas asymétrique est assez immédiate), nous obtenons :

$$\begin{aligned} (f_L-f_R)^2 &= -f_L(1-f_L)-f_R(1-f_R)+f_L+f_R-2f_Lf_R \\ &= -\frac{2k_BT}{e}\partial_V(f_L-f_R)+\frac{\cosh(\frac{eV}{2k_BT})}{2\cosh(\frac{1}{k_BT}(\epsilon+\frac{eV}{2}))\cosh(\frac{1}{k_BT}(\epsilon+\frac{eV}{2}))} \\ &= \big(\coth(\frac{V}{2k_BT})-\frac{2k_BT}{e}\partial_V\big)(f_L-f_R) \end{aligned}$$

du fait de la relation : $f_L - f_R = \frac{\sinh(-\frac{V}{2k_BT})}{2\cosh(\frac{1}{k_BT}(\epsilon+\frac{eV}{2}))\cosh(\frac{1}{k_BT}(\epsilon+\frac{eV}{2}))}$. Dès lors :

$$S_S = 2e\big((1-\alpha)+\frac{\alpha}{2}\Gamma\partial_\Gamma\big)\big(\coth(\frac{V}{2k_BT})-\frac{2k_BT}{e}\partial_V\big)\Big(I(\epsilon_0,\Gamma,V)\Big)$$

Le cas asymétrique s'obtient en remplaçant la dérivée suivant V par $-\sigma(4\pi k_BT/e)^{-1}\partial_{\alpha_\sigma}$. La relation précédente se généralise alors sous la forme suivante :

$$S_S = \frac{2e^2}{h}\alpha\frac{\Gamma}{2}\sum_\sigma\big(2\pi\sigma\coth(\frac{V}{2k_BT})+\partial_{\alpha_\sigma}\big)\big((1-\frac{\alpha}{2})+\frac{\alpha}{2}t\partial_t\big)\Lambda(\alpha_\sigma,t)$$

La formule (2.13) dérive directement de cette relation.

Annexe C

Corrélations-croisées du courant

C.1 Détermination générale de S_{LR}

La formulation (2.6) du bruit permet d'écrire, à partir de la matrice de diffusion du système s et dans le cas d'une configuration à trois terminaux (L, R et M) :

$$\begin{aligned} S_{LR} &= \frac{e^2}{h}\int d\epsilon\Big(\underbrace{-(1-s^\dagger_{LL}s_{LL})s^\dagger_{RL}s_{RL}2x_L}_{S_{LR,1}} + \underbrace{-(1-s^\dagger_{RR}s_{RR})s^\dagger_{LR}s_{LR}2x_R}_{S_{LR,2}} \\ &+ \underbrace{(s^\dagger_{LL}s_{LR}s^\dagger_{RR}s_{RL}+s^\dagger_{LR}s_{LL}s^\dagger_{RL}s_{RR})Y_{LR}}_{S_{LR,3}} + \underbrace{(s^\dagger_{LL}s_{LM}s^\dagger_{RM}s_{RL}+s^\dagger_{LM}s_{LL}s^\dagger_{RL}s_{RM})Y_{LM}}_{S_{LR,4}} \\ &+ \underbrace{(s^\dagger_{LR}s_{LM}s^\dagger_{RM}s_{RR}+s^\dagger_{LM}s_{LR}s^\dagger_{RR}s_{RM})Y_{RM}}_{S_{LR,5}} + \underbrace{s^\dagger_{LM}s_{LM}s^\dagger_{RM}s_{RM}2x_M}_{S_{LR,6}}\Big) \end{aligned}$$

où $x_\alpha = f_\alpha(1-f_\alpha)$ et $Y_{\alpha\beta} = f_\alpha(1-f_\beta)+f_\beta(1-f_\alpha)$. Nous allons supposer pour les calculs qui suivent, la symétrie de la matrice de diffusion. L'unitarité de la matrice de diffusion implique les relations suivantes :

$$\left\{\begin{array}{rcl} s^\dagger_{LL}s_{LR}+s^\dagger_{RL}s_{RR}+s^\dagger_{ML}s_{MR} &=& 0 \\ s^\dagger_{LL}s_{LM}+s^\dagger_{RL}s_{RM}+s^\dagger_{ML}s_{MR} &=& 0 \\ s^\dagger_{LR}s_{LM}+s^\dagger_{RR}s_{RM}+s^\dagger_{MR}s_{MM} &=& 0 \end{array}\right.$$

L'échelle d'évolution des termes de la matrice de diffusion sont supposés grand devant la température (nous intègrerons alors séparément les termes de transmission et les fonctions de Fermi). Nous ne considérons ici d'un seul canal de conduction (l'extension à plusieurs canaux est effectuée en sommant la formule sur les canaux, n, de conduction).

C.2 Détermination de S_{LR} en polarisant suivant le contact L

Nous supposons pour ce calcul : $V_L = V/2$, $V_R = -V/2$ et $V_M = 0$. Dès lors, $Y_{LR} = (Y_{LM}+Y_{MR})\times\varpi$ où $\varpi = \cosh(eV/2k_BT)/(1+\cosh(eV/2k_BT))$. Les termes $S_{LR,1}$, $S_{LR,2}$ et $S_{LR,6}$ donnent, après intégration :

$$\left\{\begin{array}{rcl} S_{LR,1} &\rightarrow& -2k_BT(D_{LM}+D_{LR})D_{LM}\big|_{\epsilon=eV/2} \\ S_{LR,2} &\rightarrow& -2k_BT(D_{RM}+D_{LR})D_{LM}\big|_{\epsilon=-eV/2} \\ S_{LR,6} &\rightarrow& 2k_BTD_{RM}D_{LM}\big|_{\epsilon=0} \end{array}\right.$$

Nous allons maintenant considérer les termes $S_{LR,4/5}$ sous la forme $S_{LR,4/5}\varpi + (1-\varpi)S_{LR,4/5}$. Dès lors,

$$\begin{aligned} S_{LR,3} + S_{LR,4}\varpi + S_{LR,5}\varpi &= Y_{LM}\varpi(-2s^{\dagger}_{LL}s_{LL}s^{\dagger}_{LR}s_{LR}) + Y_{RM}\varpi(-2s^{\dagger}_{RR}s_{RR}s^{\dagger}_{LR}s_{LR}) \\ &= Y_{LM}\varpi(-2(1-D_{LM}-D_{LR})D_{LR}) + Y_{RM}\varpi(-2(1-D_{LR}-D_{RM})D_{LR}) \end{aligned}$$

Soit, après intégration,

$$\begin{aligned} S_{LR,3} + S_{LR,4}\varpi + S_{LR,5}\varpi \rightarrow\ & eV\coth(eV/2k_BT)\big(\langle(1-D_{LR}-D_{RM})D_{LR}\rangle_{[0,eV/2]} \\ & +\langle(1-D_{LR}-D_{LM})D_{LR}\rangle_{[-eV/2,0]}\big) \end{aligned}$$

car $\varpi eV\coth(eV/4k_BT)) = eV\coth(2eV/4k_BT)$. Ne restent plus que les termes $(1-\varpi)S_{LR,4/5}$. En supposant que les termes de la matrice de diffusion sont paires en énergie (*i.e.* en considérant $Y_{LM} \equiv Y_{RM}$), nous pouvons utiliser les relations liées à l'unitarité de la matrice de diffusion pour obtenir :

$$S_{LR,4}(1-\varpi) + S_{LR,5}(1-\varpi) \rightarrow 2(1-\varpi)\langle D_{LM}D_{RM}\rangle_{[0,eV/2]}eV/2\coth(eV/4k_BT)$$

La sommation des différents termes permet de retrouver l'équation (2.9).

C.3 Détermination de S_{LR} en polarisant suivant le contact M

Nous allons ici supposer que $V_M = V$ et $V_L = V_R = 0$. Dès lors, nous allons considérer la notation : $Y_{LM} = Y_{RM} = Z_M + x_L + x_M$ où $Z_M = (f_M - f_L)^2$, ce qui permet d'écrire :

$$S_{LR,4} + S_{LR,5} = -2D_{LM}D_{RM}\big(Z_M + (x_L + x_M)\big)$$

Nous pouvons alors sommer ce dernier terme $(-2D_{LM}D_{RM}(x_L + x_M))$ à $S_{LR,3}$ et nous obtenons alors :

$$S_{LR,3} - 2D_{LM}D_{RM}(x_L + x_M) = -2D_{LM}D_{RM}x_M - 2x_L((1-D_{LM}-D_{LR})D_{LR} + (1-D_{RM}-D_{LR})D_{LR})$$

Il ne reste plus que les termes $S_{LR,1}$, $S_{LR,2}$ et $S_{LR,6}$ qui donnent les mêmes contributions que précédemment. Dès lors, la somme de tous ces termes donne :

$$S_{LR} = \frac{e^2}{h}\int d\epsilon\Big(-2D_{LM}D_{RM}Z_M - 4x_LD_{LR}\Big)$$

ce qui nous donne finalement :

$$S_{LR} = -\frac{2e^2}{h}\Big(\big(eV\coth(\frac{eV}{2k_BT}) - 2k_BT\big)\langle D_{LM}D_{RM}\rangle_{[0,eV]} + 2k_BTD_{LR}(0)\Big)$$

C.4 Détermination des autocorrélations du courant

Pour le système expérimental que nous utilisons, les corrélations croisées de la tension mesurées dépendent explicitement des autocorrélations du courant. Nous allons donc déterminer

S_{LL} et S_{RR}. Le calcul de S_{LL}, à partir de la formule (2.6), donne :

$$\begin{aligned} S_{LL} &= \frac{e^2}{h}\Big(2k_BT\big((D_{LR}+D_{LM})^2\Big|_{V_L} + D_{LR}^2\Big|_{V_R} + D_{LM}^2\Big|_{V_M}\big) \\ &\quad +2e|x_1-x_2|\coth(\frac{e|x_1-x_2|}{2k_BT})\big(\langle(1-D_{LM}-D_{LR})D_{LR}\rangle\Big|_{[x_1=V_R,x_2=V_L]} \\ &\quad +\langle(1-D_{LM}-D_{LR})D_{LM}\rangle\Big|_{[x_1=V_M,x_2=V_L]} \\ &\quad +\langle D_{LM}D_{LR}\rangle\Big|_{[x_1=V_M,x_2=V_R]}\big)\Big) \end{aligned}$$

Nous obtenons aussi :

$$\begin{aligned} S_{RR} &= \frac{e^2}{h}\Big(2k_BT\big((D_{LR}+D_{RM})^2\Big|_{V_R} + D_{LR}^2\Big|_{V_L} + D_{RM}^2\Big|_{V_M}\big) \\ &\quad +2e|x_1-x_2|\coth(\frac{e|x_1-x_2|}{2k_BT})\big(\langle(1-D_{RM}-D_{LR})D_{LR}\rangle\Big|_{[x_1=V_R,x_2=V_L]} \\ &\quad +\langle(1-D_{RM}-D_{LR})D_{RM}\rangle\Big|_{[x_1=V_M,x_2=V_R]} \\ &\quad +\langle D_{RM}D_{LR}\rangle\Big|_{[x_1=V_M,x_2=V_L]}\big)\Big) \end{aligned}$$

Annexe D

Dispositif de mesure

D.1 Configuration à deux terminaux

D.1.1 Mesure de la conductance et calibration des gains des amplificateurs

Nous allons présenter dans cette partie la détermination de la conductance différentielle se basant sur le circuit électronique général, décrit par la figure 3.10. Expérimentalement, la conductance est déterminée par le courant circulant dans le nanotube, issu de l'excitation alternative, et donc par la tension sur le contact D. Nous introduisons ainsi la grandeur $\tilde{g}_0$, définie par :

$$\tilde{g}^0 = \frac{I^0_{AC}}{V^0_{SD}} = \frac{10^3 V_{D,AC}}{R^0_2 G^0_2 U_{AC}}$$

qui est l'estimation de la conductance différentielle. Les éléments de l'équation sont définis par : $R^0_2 = 200\Omega$, G^0_2, le gain d'amplification estimé ($G^0_2 = 14000$ pour $LC2VNT1$), U_{AC} est l'excitation alternative imposée (typiquement $0.1V$) et $V_{D,AC}$ est la tension de l'électrode D mesuré par le « Lock-In » (comme décrit sur la figure 3.10).

Nous allons déterminer la conductance différentielle exacte, g, à partir de $\tilde{g}^0$. Les câbles coaxiaux, présentés figure 3.10, sont supposés formés d'une résistance de 40Ω et d'une capacité, reliée à la masse, supposée négligeable pour les mesures de la conductance différentielle (la valeur caractéristique de la capacité, $200pF$, donne un facteur $RC\omega$ d'environ 10^{-3}, pour des fréquences de l'ordre du kiloHertz). Nous allons utiliser les notations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} R_S & = & \frac{R_1(909.1+40+R_{DC})}{R_1+909.1+40+R_{DC}} \\ R_D & = & \frac{R_2(40+R')}{R_2+R'+40} \\ Z & = & \frac{R_S(g^{-1}+R_D)}{R_S+g^{-1}+R_D} \\ Z' & = & \frac{1000(Z+R_{AC}+40)}{1000+Z+R_{AC}+40} \end{array} \right.$$

où les différentes résistances dans le système sont définies figure 3.10. Afin de déterminer g nous inversons la relation :

$$\tilde{g}^0 = \frac{10^3}{R^0_2 G^0_2 U_{AC}} V_{LI,2} = \frac{10^3}{R^0_2 G^0_2 U_{AC}} G_2 \frac{R_D}{R_D + g^{-1}} \frac{Z}{Z + R_{AC} + 40} \frac{Z'}{Z' + 9156}$$

Pour des résistances $R_{1,2}$ et $R_{AC,DC}$ respectivement de 200.7Ω et 20180Ω, un gain vérifiant $G_2 = G_2^0$, nous obtenons la relation :

$$g = \frac{1.096\tilde{g}_0}{1 - 0.067\tilde{g}_0 \times (4e^2/h)^{-1}} \tag{D.1}$$

Cela correspond à la formule obtenue pour le circuit réduit définie équation (3.3), étant donné que : $V_{AC} \approx 0.0094mV$ pour une excitation U_{AC} de $100mV$ et $\tilde{Z}_1/R_{AC} \approx 9.75 \times 10^{-3}$ d'où $\tilde{g} \approx 1.09\tilde{g}_0$ et $(\tilde{Z}_1 + Z_2) \times (4e^2/h)\tilde{g} \approx 0.067\tilde{g}_0$. De la même manière, les différences de tensions aux bornes de l'échantillon sont données par :

$$V_{SD}^{AC} = U_{DC}\frac{g^{-1}}{g^{-1} + R_D}\frac{Z}{Z + R_{DC} + 40}\frac{Z'}{Z' + 9156} \tag{D.2}$$

et,

$$V_{SD}^{DC} = U_{DC}\frac{g^{-1}}{g^{-1} + R_D}\frac{Z}{Z + R_{DC} + 40}\frac{Z'}{Z' + 10000} \tag{D.3}$$

où AC et DC correspondent aux composantes alternatives et continues de la tension V_{SD}. Ces formes sont obtenues du fait de la symétrie du système ($R_{AC} \equiv R_{DC}$). De même, pour $G_2 = G_2^0$, nous obtenons :

$$V_{SD}^{AC} = 0.847 \times 10^{-3} \times (1 - 0.0334(\frac{4e^2}{h})^{-1}\tilde{g}_0) \tag{D.4}$$

Les formulations (D.1) et (D.2) se montrent utiles afin de confirmer les gains obtenus pour les chaines d'amplification dans la mesure de la conductance. Ainsi, en considérant les relations :

$$\begin{cases} \frac{V_{LI,1}}{G_1} - \frac{V_{LI,2}}{G_2} &= U_{DC}\frac{g^{-1}}{g^{-1}+R_D}\frac{Z}{Z+R_{DC}+40}\frac{Z'}{Z'+9156} \\ \frac{V_{LI,2}}{G_2} &= \frac{R_D}{R_D+g^{-1}}\frac{Z}{Z+R_{AC}+40}\frac{Z'}{Z'+9156} \end{cases}$$

nous pouvons confirmer voire affiner les valeurs des gains des chaines 1 et 2.

D.1.2 Détermination exacte du bruit

En développant en détails la formule des fluctuations des potentiels V_S et V_D pour le circuit général, représenté figure 3.10, nous obtenons les même formules que celles obtenues pour le système (3.4) en considérant :

$$\begin{cases} Z_2 \rightarrow & \frac{Z_2R'}{Z_2+R'} \\ \langle i_S \rangle = & 4k_BT_0(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_{DC}} + \frac{1}{R_{AC}}) + 4k_BT_1(\frac{901.5}{R_{DC}^2} + \frac{909.1}{R_{AC}^2}) + S_{n,1} \\ \langle i_S \rangle = & 4k_BT_0(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R'}) + S_{n,2} \end{cases}$$

où 901.5Ω et 909.1 sont les résistances équivalentes des mises en parallèle des résistances (9156Ω et 1000Ω) et (10000Ω et 1000Ω) et $S_{n,1/2}$ sont les bruit en courant des amplificateurs des chaines 1 et 2. Les températures T_0 et T_1 sont respectivement les températures de mesure et du laboratoire (soit environ $1.5K$ et $300K$).

D.2 Configuration à trois terminaux

En polarisant suivant les contact L, nous pouvons déterminer une relation reliant le potentiel V_R (et donc D^0_{LR}) aux différentes résistances du circuit et donc aux transmissions du système. Ainsi, en inversant cette relation, nous obtenons :

$$D_{LR} \sim 1.0951D^0_{LR} + 0.033442D^0_{LR}(D_{LM} + D_{RM}) + 0.073589(D^0_{LR})^2$$

en utilisant les notations introduites pour l'équation (3.8) et en développant au deuxième ordre en D_{LR} (et en supposant que $D_{\alpha M} = \mathcal{O}((D_{LR})^{3/2})$). De même, nous obtenons :

$$\begin{aligned} V_L \sim\ & V_{AC,L} \times (0.9181 - 0.028037(D_{LR} + D_{LM}) + 0.00172(D_{LR})^2)) \times 10^{-3} \\ & + V_{DC,L} \times (0.847353 - 0.025876(D_{LR} + D_{LM}) + 0.00159(D_{LR})^2)) \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Les autres potentiels s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} V_R & \sim & V_L(0.0308D_{LR} - 0.00095(D_{LR} + D_{RM})D_{LR}) \\ V_M & \sim & V_L(0.1534D_{LM} + 0.00473D_{LR}D_{RM}) \end{array} \right.$$

En polarisant suivant le contact M (et en considérant la situation où la résistance dans le diviseur de tension devant $U_{MW,DC}$ est $82.01k\Omega$), nous pouvons déterminer les transmissions D_{RM} et D_{LM}. Dès lors, nous obtenons au premier ordre :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} D_{LM} & \sim & 1.1395D^0_{LM} \\ D_{RM} & \sim & 1.12935D^0_{LM} \end{array} \right.$$

En combinant les différentes équations au deuxième ordre, nous obtenons alors :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} D_{LR} & \sim & 1.0951D^0_{LR} + 0.0381D^0_{LR}(D^0_{LM} + D^0_{RM}) + 0.073589(D^0_{LR})^2 \\ D_{RM} & \sim & 1.1294D^0_{RM} + 0.0381D^0_{LR}(D^0_{RM} - D^0_{LM}) \\ D_{LM} & \sim & 1.1395D^0_{LM} + 0.0381D^0_{LR}(D^0_{LM} - D^0_{RM}) \end{array} \right.$$

De même, nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} V_M & \sim & (0.89 - 0.1367(D_{LM} + D_{RM})) \times 10^{-3} \times (U_{MW,AC} + U_{MW,DC}) \\ V_L & \sim & V_M(0.0306D_{LM} + 0.00094D_{LR}(D_{RM} - D_{LM})) \\ V_R & \sim & V_M(0.0308D_{RM} + 0.00095D_{LR}(D_{LM} - D_{RM})) \end{array} \right.$$

En considérant la situation où la résistance dans le diviseur de tension devant $U_{MW,DC}$ est $9.982k\Omega$, il suffit de remplacer $D^0_{\alpha M}$ par $0.82D^0_{\alpha M}$ dans les équations précédentes, $U_{MW,AC}$ par $U_{MW,AC} \times 0.609$ et $U_{MW,DC}$ par $U_{MW,DC} \times 4.98$.

Annexe E

Fabry-Pérot

E.1 Détermination des transmissions D_1 et D_2

Nous allons ici donner quelques détails sur la détermination des transmissions que nous avons effectuées. La formule du bruit s'écrit :

$$S_I = \frac{4e^2}{h}\int d\epsilon \sum_i \big(D_i(f_L(1-f_L)+f_R(1-f_R)) + D_i(1-D_i)(f_R-f_L)^2\big)$$

pour laquelle, le terme de Johnson peut être approximé par la relation :

$$\int d\epsilon \frac{4e^2}{h}\sum_i D_i(f_L(1-f_L)+f_R(1-f_R)) \approx 4k_BT\frac{dI}{dV}$$

qui est exacte dans la limite de basse température et pour des contacts symétriques. Dès lors, le bruit peut s'écrire sous la forme :

$$S_I(V) \approx \frac{2e^2}{h}\sum_i \big(\langle D_i\rangle(1-\langle D_i\rangle)\times(2eV\coth(\frac{eV}{2k_BT}) - 4k_BT)\big) + 4k_BT\frac{dI}{dV}\big|_V$$

où $\langle D_i\rangle$ est la moyenne de la transmission pour le canal i entre des tensions V_1 et V_2. Rappelons que le bruit en courant que nous mesurons est défini par :

$$S(V_{SD},V_G) = S_I(V_{SD},V_G) - S_{off}(V_{SD},V_G)$$

Dès lors, considérons l'offset mésuré sous la forme : $S_{off}(V_{SD},V_G) = \alpha D(V_{SD},V_G)+\beta$ et la différence de bruit : $\Delta S = S(V_2 = 0.7mV) - S(V_1 = 0mV) - (4k_BT - \frac{\alpha h}{4e^2})(\frac{dI}{dV}(V_2,V_G) - \frac{dI}{dV}(V_1,V_G))$. Nous obtenons alors :

$$\Delta S \;=\; 2eV\frac{2e^2}{h}\sum_i \langle D_i\rangle(1-\langle D_i\rangle)\chi(V_2,T)$$

où χ est défini équation (4.1). Le système se réécrit :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \sum_i\langle D_i\rangle & = & \big(\frac{4e^2}{h}\big)^{-1}\big(\frac{dI}{dV}(V_2)+\frac{dI}{dV}(V_1)\big) = D_\Sigma \\ \sum_i\langle D_i\rangle(1-\langle D_i\rangle) & = & \Delta S_{cross}\times\big(-2eV\frac{2e^2}{h}\chi(V_2,T)\big)^{-1} = D_{\mathcal{N}} \end{array}\right.$$

Ainsi, les solutions du système sont :

$$D_{1/2} = \frac{D_\Sigma \pm \sqrt{2D_\Sigma - D_\Sigma^2 - 2D_\mathcal{N}}}{2} \tag{E.1}$$

et ont une erreur sur leurs déterminations de :

$$\delta D = \frac{\delta D_\mathcal{N}}{2(2D - D_\Sigma)} \approx \frac{\delta S}{2eV\frac{2e^2}{h}2(2D - D_\Sigma)} \tag{E.2}$$

Cette erreur est d'autant plus grande que D devient proche de $\frac{D_\Sigma}{2}$ (c'est à dire, proche du cas « dégénéré », ce qui a pour effet d'annuler le terme sous la racine de l'équation (E.1), les fluctuations risquant alors de rendre la détermination des solutions impossible).

Annexe F

Kondo

F.1 Intégration du système

La détermination des transmissions effectives pour la SBMFT passe par l'évaluation de $\tilde{\Gamma}$ et $\tilde{\epsilon}_0$ tiré du système autocohérent (donné par les équations (5.2) et (5.3)) :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} |\tilde{b}|^2 + \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} Tr\hat{G}^<(\varepsilon) & = & 1 \\ (\tilde{\varepsilon}_0 - \varepsilon_0)|\tilde{b}|^2 - \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} Tr\hat{G}^<(\varepsilon)(\tilde{\varepsilon}_0 - \varepsilon) & = & 0 \end{array} \right. \tag{F.1}$$

F.1.1 Première équation du système autocohérent

Afin d'intégrer la première équation du système (F.1), nous pouvons décomposer la fonction $Tr(\hat{G}^<)(\varepsilon)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} Tr(\hat{G}^<)(\varepsilon) &= 2\sum_{\nu} \frac{i\tilde{\Gamma}_\nu (f_L + f_R)}{((\epsilon - \epsilon_0)^2 + \tilde{\Gamma}_\nu^2)} \\ &= 2i\tilde{\Gamma}(f_L + f_R)\Big(\frac{1-\beta}{(\epsilon-\epsilon_0)^2 + \tilde{\Gamma}^2(1-\beta)^2} + \frac{1+\beta}{(\epsilon-\epsilon_0)^2 + \tilde{\Gamma}^2(1+\beta)^2}\Big) \\ &= (f_L + f_R)\Big(\frac{1}{\epsilon - \epsilon_0 - i\tilde{\Gamma}(1-\beta)} - \frac{1}{\epsilon - \epsilon_0 + i\tilde{\Gamma}(1-\beta)} \\ &\quad + \frac{1}{\epsilon - \epsilon_0 - i\tilde{\Gamma}(1+\beta)} - \frac{1}{\epsilon - \epsilon_0 + i\tilde{\Gamma}(1+\beta)}\Big) \end{aligned}$$

Dès lors, nous obtenons :

$$\int \frac{d\varepsilon}{2i\pi} Tr\hat{G}^<(\varepsilon) = \sum_{j=L,R,\ \sigma=\pm 1} f_j(2\pi(\alpha_j + i(1+\sigma\beta)t_K)) - \frac{i}{2\pi}\xi(\alpha_j, (1+\sigma\beta)t_K)$$

où $\alpha_j = \frac{-eV_j + \tilde{\varepsilon}_0}{2\pi k_B T}$, $V_{L/R} = V_{+/-} = \frac{\pm 1 - \eta}{2} V$, $t_K = \frac{\tilde{\Gamma}}{2\pi k_B T}$ et $\xi(\alpha, t) = \Psi(\frac{1}{2} + i\alpha - t) - \Psi(\frac{1}{2} + i\alpha + t)$. Ainsi, en utilsant la relation (B.3), l'équation précédente se met sous la forme :

$$\int \frac{d\varepsilon}{2i\pi} Tr\hat{G}^<(\varepsilon) = \sum_{j=L,R,\ \sigma} \frac{1}{2} + \Lambda(\alpha_j, (1+\sigma\beta)t_K)$$

où Λ est définie par l'équation (1.22). Avec $1/N - |\tilde{b}|^2 \approx 1/N$, nous obtenons :

$$\sum_{j=L,R,\ \sigma} \Lambda(\alpha_j, (1+\sigma\beta)t_K) = 1 - \frac{N}{2}$$

Cela se généralise facilement dans le cas de contacts non symétriques (l'asymétrie caractérisée par le paramètre ϕ est introduite à la fin de la section 5.2.1) :

$$\sum_{\sigma,\sigma'}(1+\sigma\cos(\phi))\Lambda(\alpha_\sigma,(1+\sigma'\beta)t_K)=1-\frac{N}{2}$$

F.1.2 Deuxième équation du système autocohérent

La deuxième équation du système (F.1) va être intégrée avec la coupure lorentzienne $(D^2/(\epsilon^2+D^2))$. Le calcul donne alors (pour $D\gg\tilde{\epsilon}_0,\tilde{\Gamma}$) :

$$\begin{aligned}\int\frac{d\varepsilon}{2i\pi}Tr\hat{G}^<(\varepsilon)(\varepsilon-\tilde{\varepsilon}_0)\frac{D^2}{\epsilon^2+D^2}&=iT_K\sum_{j,\sigma}(1+\sigma\beta)\Big(\tilde{f}(2\pi(\alpha_j+i(1+\sigma\beta)t_K))-\tilde{f}(2\pi(\alpha_j^0+id))\Big)\\&+\frac{1}{2\pi}T_K\sum_{j,\sigma,\sigma'}(1+\sigma\beta)\Big(\Psi(\frac{1}{2}+i\alpha_j+\sigma'(1+\sigma\beta)t_K)-\Psi(\frac{1}{2}+i\alpha_j^0+\sigma'd)\Big)\end{aligned}$$

Remarquons que la relation (B.3) peut se réécrire :

$$i\tilde{f}(2\pi(\alpha+it)) \;=\; \frac{i}{2}+\frac{1}{2\pi}(\psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t)-\psi(\frac{1}{2}+i\alpha-t))$$

Dès lors, la deuxième équation du système autocohérent s'écrit :

$$\sum_{j,\sigma}(1+\sigma\beta)\big(\Xi(\alpha_j,(1+\sigma\beta)t_K)-\Xi(\alpha_0,d)\big) \;=\; Cte$$

où $\Xi(\alpha,t)=\Psi(\frac{1}{2}-i\alpha+t)+\Psi(\frac{1}{2}+i\alpha+t)$. Cela reste vrai à $T=0$ et $V=0$, pour lequel $\Xi(\alpha_j,(1+\sigma\beta)t_K)(T=0,V=0)=\ln(\alpha^2+((1+\sigma\beta)t_K)^2)=\ln(2(1+\sigma\beta)t_K^2)$. En effectuant la différence du terme précédemment calculé et celui à $T=0$ et $V=0$, nous obtenons :

$$\sum_{j,\sigma}(1+\sigma\beta)\big(\Xi(\alpha_j,(1+\sigma\beta)t_K)-\ln(2(1+\sigma\beta)t_K^2(V=0))\big) \;=\; 0$$

De la même manière, cette relation s'étend au cas non symétrique sous la forme :

$$\sum_{\sigma,\sigma'}(1+\sigma\cos(\phi))(1+\sigma'\beta)\big(\Xi(\alpha_j,(1+\sigma'\beta)t_K)-\ln(2(1+\sigma'\beta)t_K^2(V=0))\big) \;=\; 0$$

F.1.3 Résolution du système

Nous pouvons résoudre le système donné par les équations précédentes ((5.5) et (5.6)) dans la limite de température nulle et dans le cas parfaitement symétrique. A partir de l'équation

(5.5), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\pi}\sum_{\sigma,\sigma'}\arctan(\frac{\epsilon_{\sigma'}}{(1+\sigma\beta)\tilde{\Gamma}}) = 1 \\
\Leftrightarrow \quad & \sum_{\sigma'}\arctan(\frac{2\tilde{\Gamma}\epsilon_{\sigma'}}{-\epsilon_{\sigma'}^2+(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2}) = \pi \\
\Leftrightarrow \quad & \sum_{\sigma'}\frac{2\tilde{\Gamma}\epsilon_{\sigma'}}{-\epsilon_{\sigma'}^2+(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2} = 0 \\
\Leftrightarrow \quad & \epsilon_+(\epsilon_-^2-(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2)+\epsilon_-(\epsilon_+^2-(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2) = 0 \\
\Leftrightarrow \quad & \epsilon_+\epsilon_- = (1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2
\end{aligned}$$

De même, l'équation (5.6) nous donne :

$$\begin{aligned}
& \prod_{\sigma,\sigma'}\Big[\epsilon_{\sigma'}^2+(1+\sigma\beta)^2\tilde{\Gamma}^2\Big]^{1+\sigma\beta} = 16\tilde{\Gamma_0}^8\prod_{\sigma}\Big[(1+\sigma\beta)\Big]^{2(1+\sigma\beta)} \\
\Leftrightarrow \quad & \epsilon_+^2\epsilon_-^2\prod_{\sigma,\sigma'}\Big[\epsilon_{\sigma'}+\frac{1+\sigma\beta}{1-\sigma\beta}\epsilon_{-\sigma'}\Big]^{1+\sigma\beta} = 16\tilde{\Gamma_0}^8\prod_{\sigma}\Big[(1+\sigma\beta)\Big]^{2(1+\sigma\beta)} \\
\Leftrightarrow \quad & \epsilon_+^2\epsilon_-^2\prod_{\sigma,\sigma'}\Big[(1-\sigma\beta)\epsilon_{\sigma'}+(1+\sigma\beta)\epsilon_{-\sigma'}\Big]^{1+\sigma\beta} = 16\tilde{\Gamma_0}^8(1-\beta^2)^4 \\
\Leftrightarrow \quad & \epsilon_+^2\epsilon_-^2\prod_{\sigma,\sigma'}\Big[\tilde{\epsilon}_0-\sigma'\sigma\beta\frac{eV}{2}\Big]^{1+\sigma\beta} = \tilde{\Gamma_0}^8(1-\beta^2)^4 \\
\Leftrightarrow \quad & (\tilde{\epsilon}_0^2-(\frac{eV}{2})^2)^2(\tilde{\epsilon}_0^2-(\beta\frac{eV}{2})^2)^2 = \tilde{\Gamma_0}^8(1-\beta^2)^4 \\
\Leftrightarrow \quad & (\tilde{\epsilon}_0^2-(\frac{eV}{2})^2)(\tilde{\epsilon}_0^2-(\beta\frac{eV}{2})^2) = \tilde{\Gamma_0}^4(1-\beta^2)^2
\end{aligned}$$

ce qui peut se réécrire :

$$(\tilde{\epsilon}_+^2+(1+\sigma\beta)^2\tilde{\Gamma}^2)(\tilde{\epsilon}_-^2+(1+\sigma\beta)^2\tilde{\Gamma}^2) \quad = \quad 4\tilde{\Gamma_0}^4(1+\sigma\beta)^2$$

D'où :

$$\tilde{\epsilon}_0(V) \quad = \quad \sqrt{\frac{(eV)^2}{8}(1+\beta^2)+(1-\beta^2)\sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4+\frac{(eV)^4}{64}}}$$

et,

$$\tilde{\Gamma}(V) \quad = \quad \sqrt{\frac{\tilde{\epsilon}_0^2-(\frac{eV}{2})^2}{1-\beta^2}} = \sqrt{-\frac{(eV)^2}{8}+\sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4+\frac{(eV)^4}{64}}}$$

F.1.4 Développement du système en température

Nous allons maintenant étudier les équations du système autocohérent (F.1) en température (nous restons sous l'hypothèse de contacts parfaitement symétriques). Les équations (5.5) et

(5.6) s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \sum_{\sigma,\sigma'} \Lambda(\alpha_{\sigma'}, (1+\sigma\beta)t_K) & = & -1 \\ \sum_{\sigma,\sigma'}(1+\sigma\beta)\big(\Xi(\alpha_{\sigma'}, (1+\sigma\beta)t_K) - \ln(2(1+\sigma\beta)(t_K^0)^2)\big) & = & 0 \end{array} \right.$$

où $t_K^0 = \frac{\tilde{\Gamma}_0}{2\pi k_B T}$ et $\tilde{\Gamma}_0 = \tilde{\Gamma}(T=0, V=0)$. Nous considérons le développement asymptotique des fonctions digamma :

$$\Psi(z+1) \;=\; \ln(z) + \frac{1}{2z} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_{2n}}{2nz^{2n}}$$

où les B_i sont les nombres de Bernouilli ($B_2 = \frac{1}{6}$). Au second ordre, le développement donne :

$$\begin{array}{rcl} \Psi(\frac{1}{2}+z) & \sim & \ln(z-\frac{1}{2}) + \frac{1}{2(z-\frac{1}{2})} - \frac{1}{12(z-\frac{1}{2})^2} \\ & \sim & \ln(z) + \frac{1}{24z^2} \end{array} \qquad \text{(F.2)}$$

Dès lors, Λ s'écrit :

$$\begin{array}{rcl} \Lambda(a,b) & \sim & \frac{i}{2\pi}\Big(\sum_{\sigma} \sigma\Big(\ln(\sigma i a + b) + \frac{1}{24(\sigma i a + b)}\Big) \\ & \sim & -\frac{1}{\pi}\arctan(\frac{a}{b}) - \frac{ab}{12\pi(a^2+b^2)^2} \end{array}$$

et Ξ donne :

$$\begin{array}{rcl} \Xi(a,b) & \sim & \Big(\sum_{\sigma}\Big(\ln(\sigma i a + b) + \frac{1}{24(\sigma i a + b)}\Big)\Big) \\ & \sim & \ln(a^2+b^2) - \frac{a^2-b^2}{12(a^2+b^2)^2} \end{array}$$

A l'ordre 0, $\tilde{\Gamma} = \tilde{\Gamma}_0$ et $\tilde{\epsilon}_0 = \sqrt{1-\beta^2}\tilde{\Gamma}_0$, la première équation du système autocohérent s'écrit alors :

$$\begin{array}{rcl} \sum_{j,\sigma} \frac{1}{\pi}\arctan(\frac{\alpha_j}{(1+\sigma\beta)t_K}) & \sim & 1 - \sum_{j,\sigma} \frac{(2\pi kT)^2(1+\sigma\beta)\sqrt{1-\beta^2}}{12\pi\Gamma_0^2(1-\beta^2+(1+\sigma\beta)^2)^2} \\ \sum_{j} \arctan(\frac{2\alpha_j t_K}{t_K^2(1-\beta^2)-\alpha_j^2}) & \sim & \pi - \frac{(\pi kT)^2}{3\Gamma_0^2\sqrt{1-\beta^2}} \\ \arctan(\frac{4\tilde{\Gamma}\tilde{\epsilon}_0(-\tilde{\epsilon}_0^2 + (\frac{eV}{2})^2 + (1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2)}{(\epsilon_+^2 - (1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2)(\epsilon_-^2 - (1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2) - 4\tilde{\Gamma}^2\epsilon_+\epsilon_-}) & \sim & \pi - \frac{(\pi kT)^2}{3\Gamma_0^2\sqrt{1-\beta^2}} \\ \tilde{\epsilon}_0^2 - (\frac{eV}{2})^2 - (1-\beta^2)\tilde{\Gamma}^2 & \sim & \frac{(\pi kT)^2}{3} \end{array} \qquad \text{(F.3)}$$

Remarquons que le second terme du développement de Ξ donne une contribution nulle pour la deuxième équation :

$$\sum_{j,\sigma}(1+\sigma\beta)\frac{(1-\beta^2)-(1+\sigma\beta)^2}{(1-\beta^2+(1+\sigma\beta)^2)^2} \;=\; 0$$

Dès lors,

$$\begin{aligned}
\sum_{\sigma,\sigma'}(1+\sigma\beta)\big(\ln(\frac{\alpha_{\sigma'}^2+(1+\sigma\beta)^2t_K^2}{2(1+\sigma\beta)(t_K^0)^2})\big) &\sim 0\\
\prod_{\sigma,\sigma'}\Big(\frac{\alpha_{\sigma'}^2+\frac{1+\sigma\beta}{1-\sigma\beta}(\alpha_+\alpha_- -\frac{(\pi k_BT)^2}{3})}{2(1+\sigma\beta)(t_K^0)^2}\Big)^{(1+\sigma\beta)} &\sim 1\\
\prod_{\sigma,\sigma'}\Big(\frac{\alpha_{\sigma'}^2(1-\sigma\beta)+(1+\sigma\beta)(\alpha_+\alpha_- -\frac{(\pi k_BT)^2}{3})}{2(1-\beta^2)(t_K^0)^2}\Big)^{(1+\sigma\beta)} &\sim 1
\end{aligned}$$

Et ainsi,

$$\begin{aligned}
\prod_{\sigma,\sigma'}\Big(\epsilon_{\sigma'}^2(1-\sigma\beta)+(1+\sigma\beta)(\epsilon_+\epsilon_- -\frac{(\pi k_BT)^2}{3})\Big)^{(1+\sigma\beta)} &\sim (2(1-\beta^2)\tilde\Gamma_0^2)^4\\
2^4(\epsilon_+\epsilon_-)^2(\tilde\epsilon_0^2-(\beta\frac{eV}{2})^2)^2\Big(1+\sum_{\sigma,\sigma'}\frac{(1+\sigma\beta)^2(-\frac{(\pi k_BT)^2}{3})}{2\epsilon_{\sigma'}(\tilde\epsilon_0-\sigma\sigma'\beta\frac{eV}{2})}\Big) &\sim (2(1-\beta^2)\tilde\Gamma_0^2)^4\\
(\epsilon_+\epsilon_-)(\tilde\epsilon_0^2-(\beta\frac{eV}{2})^2)\Big(1-\frac{(1+\beta^2)(\pi k_BT)^2}{3\tilde\Gamma_0^2(1-\beta^2)^2}\Big) &\sim (1-\beta^2)^2\tilde\Gamma_0^4
\end{aligned}$$

Et donc,

$$(\epsilon_+\epsilon_-)(\tilde\epsilon_0^2-(\beta\frac{eV}{2})^2) \sim (1-\beta^2)^2\tilde\Gamma_0^2(\tilde\Gamma_0^2+\frac{(\pi k_BT)^2}{3}\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2}) \tag{F.4}$$

La résolution de ces deux équations, (F.3) et (F.4), donne :

$$\tilde\Gamma \sim \sqrt{-\frac{(\pi k_BT)^2}{3(1-\beta^2)}-\frac{(eV)^2}{8}+\sqrt{\tilde\Gamma_0^4+\tilde\Gamma_0^2\frac{(\pi k_BT)^2(1+\beta^2)}{3(1-\beta^2)}+\frac{(eV)^8}{64}}}$$

et,

$$\tilde\epsilon_0 \sim \sqrt{(1+\beta^2)\frac{(eV)^2}{8}+(1-\beta^2)\sqrt{\tilde\Gamma_0^4+\tilde\Gamma_0^2\frac{(\pi k_BT)^2(1+\beta^2)}{3(1-\beta^2)}+\frac{(eV)^8}{64}}}$$

Les deux précédentes équations se développent, à faible température et faible excitation, de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\tilde\Gamma &\sim \tilde\Gamma_0-\frac{(eV)^2}{16\tilde\Gamma_0}+\frac{(eV)^4}{512\tilde\Gamma_0^3}-\frac{(\pi k_BT)^2}{12\tilde\Gamma_0}-\frac{(\pi k_BT)^2(eV)^2}{192\tilde\Gamma_0^3} \qquad \text{(F.5)}\\
\tilde\epsilon_0 &\sim \sqrt{1-\beta^2}\tilde\Gamma_0-\frac{(1+\beta^2)(eV)^2}{16\sqrt{1-\beta^2}\tilde\Gamma_0}+\frac{(1-6\beta^2+\beta^4)(eV)^4}{512(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}\tilde\Gamma_0^3}\\
&\quad+\frac{(1+\beta^2)(\pi k_BT)^2}{12\sqrt{1-\beta^2}\tilde\Gamma_0}-\frac{(1+\beta^2)^2(\pi k_BT)^2(eV)^2}{192(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}\tilde\Gamma_0^3}
\end{aligned}$$

En se limitant au cas $SU(4)$ ($\beta = 0$), nous pouvons considérer ces deux ansatz :

$$\begin{cases} \tilde{\Gamma} &= \sqrt{-(\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8}) + \sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4 + (\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8})^2}} \\ \tilde{\epsilon}_0 &= \sqrt{(\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8})) + \sqrt{\tilde{\Gamma}_0^4 + (\frac{(\pi k_B T)^2}{6} + \frac{(eV)^2}{8})^2}} \end{cases}$$

Ces deux formes ont l'avantage d'être symétriques et donnent les mêmes développements que ceux donnés équation (F.5) (le développement restera juste en tension et seul nous intéresse le deuxième ordre en température).

De plus, remarquons que le paramètre η n'intervient pas en pratique (le fait de l'introduire génère un décalage de α_+ et α_- et donc de $\tilde{\epsilon}_0$ qui est compensé lors du calcul du courant ou du bruit). La dissymétrie des contacts, régie par le paramètre ϕ (introduit à la fin de la section 5.2.1), a aussi pour effet de décaler $\tilde{\epsilon}_0$. En développant les équations du système autocohérent pour une faible asymétrie, le centre de la résonance, $\tilde{\epsilon}_0$, suit le décalage suivant :

$$\tilde{\epsilon}_0 \to \tilde{\epsilon}_0 + \cos(\phi)\tilde{\Gamma}_0 \arctan(\frac{eV}{2\tilde{\Gamma}_0}) = \tilde{\epsilon}_0 \pm \sqrt{1-\alpha}\tilde{\Gamma}_0 \arctan(\frac{eV}{2\tilde{\Gamma}_0}) \tag{F.6}$$

F.2 Développement du courant et du bruit en température

A partir de la formule (B.4) du courant et des développements de $\tilde{\Gamma}$ et $\tilde{\epsilon}_0$ tirés de l'équation (5.8), nous obtenons :

$$I(V,T) \sim \frac{2e^2}{h} V\big(1 - \frac{V^2}{12\tilde{\Gamma}_0^2}(1 + \frac{(1-7\beta^2)(\pi k_B T)^2}{6(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}_0^2})\big)$$

A température non nulle, la conductance différentielle à l'équilibre ($V = 0$) est donc de la forme $\frac{2e^2}{h}(1 + o((\frac{k_B T}{\tilde{\Gamma}_0})^2))$. De plus, pour $k_B T \ll eV \ll \tilde{\Gamma}_0$ nous obtenons : $D(V) \sim \frac{2e^2}{h}(1 - \frac{(eV)^2}{4\tilde{\Gamma}_0^2})$ ce qui est le début du développement de $\frac{2e^2}{h}\exp(-\frac{(eV)^2}{4\tilde{\Gamma}_0^2})$. Le calcul du bruit donne :

$$\begin{aligned} S_I(V,T) &= e\sum_{\Gamma^\sigma, \epsilon_{\sigma'}} \sigma'\Big(4k_B T\partial_{eV} + e\Gamma\partial_\Gamma\big(\coth(\frac{\beta eV}{2}) - \frac{2k_B T}{e}\partial_V\big)\Big)\Big(-I(\epsilon,\Gamma,V)\Big) \\ &= \frac{2e^2}{h}\sum_{\sigma,\sigma'} \sigma'\Big(4k_B T\partial_{eV} + e\Gamma^\sigma\partial_{\Gamma^\sigma}\big(\coth(\frac{\beta eV}{2}) - 2k_B T\partial_{eV}\big)\Big) \\ &\quad \Big(-\Gamma^\sigma(\arctan(\frac{\Gamma^\sigma}{\epsilon + \sigma'\frac{eV}{2}})) + \frac{(\epsilon + \sigma'\frac{eV}{2})\Gamma^\sigma}{12((\epsilon + \sigma'\frac{eV}{2})^2(\Gamma^\sigma)^2)^2}\Big) \\ &= \frac{2e^2}{h}\sum_{\sigma,\sigma'} \sigma'\Big(4k_B T\partial_{eV} + e\Gamma\partial_\Gamma\big(\coth(\frac{\beta eV}{2}) - 2k_B T\partial_{eV}\big)\Big) \\ &\quad \Big(-\Gamma^\sigma(\arctan(\frac{\Gamma^\sigma}{\epsilon + \sigma'\frac{eV}{2}})) + \frac{(\epsilon + \sigma'\frac{eV}{2})\Gamma^\sigma}{12((\epsilon + \sigma'\frac{eV}{2})^2(\Gamma^\sigma)^2)^2}\Big) \\ &\sim \frac{2e^3}{h}\Big(2(1+\beta^2)k_B T(1 + \frac{1-3\beta^2}{4(1+\beta^2)\tilde{\Gamma}_0^2}V^2) \\ &\quad + \coth(\frac{eV}{2k_B T})V\big((1-\beta^2) - \frac{(1-3\beta^2)}{12\tilde{\Gamma}_0^2}((2\pi k_B T)^2 + V^2) + \frac{(1-19\beta^2+24\beta^4)V^2(\pi k_B T)^2}{36(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}_0^4}\big)\Big) \end{aligned}$$

En introduisant les grandeurs δS ($\delta S = S_I - S_0$, où $S_0 = S(\tilde{\Gamma}_0 \equiv \infty)$) et δI ($\delta I = I - I_0$, où $I_0 = I(\tilde{\Gamma}_0 \equiv \infty)$), nous obtenons :

$$\delta I = -\frac{2e^2}{h} V \Big(\frac{V^2}{12\tilde{\Gamma}_0^2} (1 + \frac{(1-7\beta^2)(\pi k_B T)^2}{6(1-\beta^2)\tilde{\Gamma}_0^2}) \Big)$$

et,

$$\delta S \sim \frac{2e^3}{h} \Big(k_B T \frac{1-3\beta^2}{2\tilde{\Gamma}_0^2} V^2 - \coth(\frac{eV}{2k_B T}) V \frac{(1-3\beta^2)}{12\tilde{\Gamma}_0^2} ((2\pi k_B T)^2 + V^2) \Big)$$

Donc, dans la limite $k_B T \ll eV \ll \tilde{\Gamma}_0$, le facteur de Fano, $\tilde{F}$, défini par $\tilde{F} = \delta S / 2e\delta I$, vaut $\frac{1-3\beta^2}{2}$. Ce facteur de Fano est $\frac{1}{2}$ pour le cas $SU(4)$ et donne donc -1 dans la limite de la symétrie $SU(2)$.

F.3 Ajustement des mesures avec la SBMF

F.3.1 Cas non symétrique

Dans le cas non symétrique, les résonances sont ajustées de la même manière que pour $SAR1$ et $SAR2$ mais avec un paramètre supplémentaire, ϕ, qui joue à la fois sur la hauteur de la conductance (nous obtenons alors comme maximum de la transmission $2D_0 = \sin^2(\phi)$ soit un maximum de la conductance à $T = 0K$ et $V_{SD} = 0V$ de $4e^2/hD_0 = 2e^2/h \times \sin^2(\phi)$ pour la situation $SU(4)$) et sur son asymétrie en fonction de la tension. Le rôle de ϕ est décrit à la fin de la section 5.2.1. Les résonances $SAR3$, $SAR4$ et $SBR1$ sont des exemples qui présentent un comportement asymétrique et non unitaire ($2D_0 \neq 1$).

Pour ces différentes résonances, nous avons considéré les paramètres d'ajustement suivant (notés sous la forme : $\{Resonance, V_G, k_B T_K, \phi, \Gamma_{res}\}$) : $\{SAR3, 0.181meV, 9.67V, \pi/2 - 0.25, 0.08meV\}$, $\{SAR4, 17.65V, 0.26meV, \pi/2 + 0.7, 0.15meV\}$ [1] et $\{SBR1, 3.025V, 0.29meV, \pi/2 + 0.32, 0.17meV\}$ [2]. Les conductances différentielles sont ainsi représentées figure F.3.1 pour les résonances $SAR3$, $SAR4$ et $SBR1$.

Les paramètres ainsi ajustés sur les mesures de la conductance différentielle mènent aux courbes des fluctuations du courant présentées sur la partie droite de la figure F.3.1. Les courbes théoriques du bruit correspondent bien aux mesures pour $SAR3$ et $SBR1$. En ce qui concerne la résonance $SAR4$, l'écart aux mesures peut être expliqué par la prise en compte du fond (nous avons considéré un bruit de grenaille supplémentaire, donné par l'équation (2.4), pour une transmission constante de 0.11) ou par le fait que l'asymétrie est trop importante pour être décrite par la simple équation (F.6).

F.3.2 Ajustement de la situation $SU(4)$ à la situation $SU(2)$

Les différents types d'ajustement pour la conductance différentielle et le bruit ont été étudiés dans cette partie : les résultats à partir des ansatz tirés de l'équation (5.8), avec et sans

1. Nous avons additionné à la transmission théorique une valeur constante de 0.11 soit un ajout de $0.22 \times 2e^2/h$ à la valeur de la conductance différentielle

2. Pour la résonance $SBR1$, nous avons considéré une phase : $\phi = \pi/2 + 0.32$ qui nous donnerait $2D_0 = 0.9$ ce qui est inférieur au résultat présenté dans la partie (5.4) ou dans l'article [1], cela se présentant comme un meilleur ajustement de la conductance différentielle et du bruit. Cependant, cela ne change pour ainsi dire rien dans l'étude de δS en fonction de δI, c'est pourquoi nous avons conservé dans le corps du texte $2D_0 = 0.99$ (qui donne de bons ajustements comme l'indique la figure 2 des informations complémentaires à l'article [1])

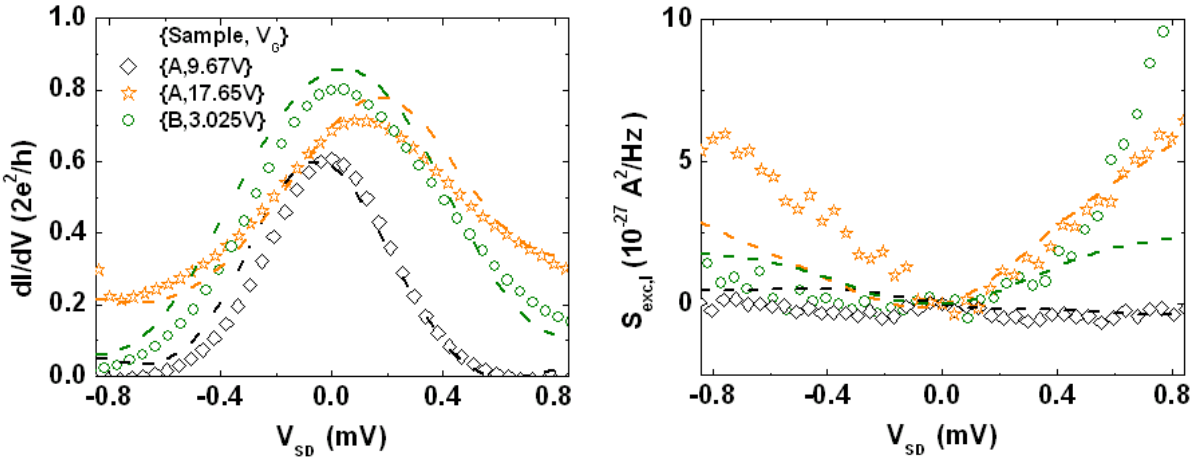


FIGURE F.1 – Ajustement de la conductance différentielle et bruit déterminé à partir des paramètres d'ajustement pour $SAR3$, $SAR4$ et $SBR1$ (pointillé) à partir des données expérimentales

interpolation de $\tilde{\Gamma}$ (la résolution numérique des équations (5.2) et (5.3) donne des résultats similaires), la résolution numérique du sytème pour $\beta \to 1$ (situation $SU(2)$) et la théorie sans interaction (obtenue pour un centre fixe et une largeur constante de la transmission). Nous présentons, sur la figure F.2, les résultats des ajustements de la conductance différentielle pour $SAR1$ et $SAR2$ et les formes de la courbe du bruit correspondantes pour ces différents cas.

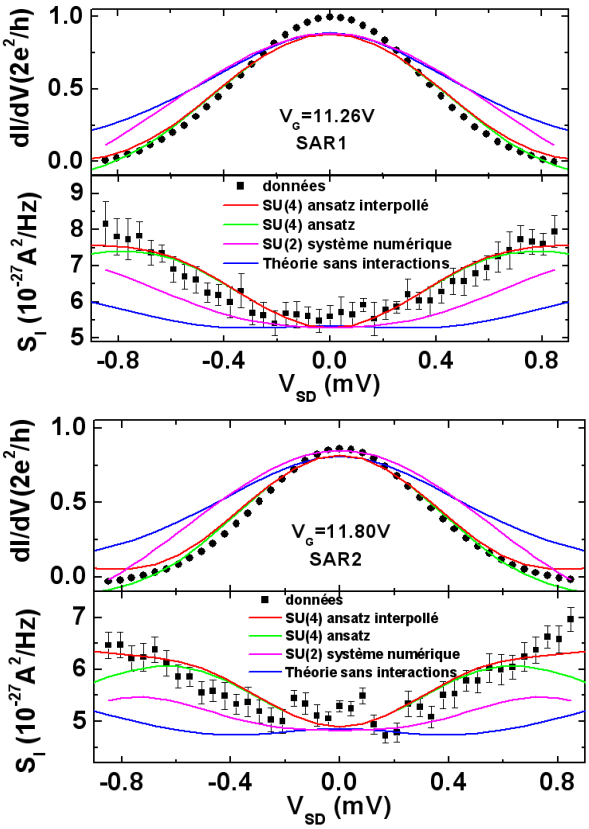


FIGURE F.2 – $SAR1$ et $SAR2$ pour les différents ajustements testés

Resumé

Cette thèse a pour objet l'étude du transport électronique dans les nanotubes de carbone monoparois par l'intermédiaire des fluctuations du courant. L'étude se place dans le cadre de la physique mésoscopique dans des conducteurs balistiques. Dans ce type de conducteur, plusieurs régimes différents peuvent apparaître : blocage de Coulomb, transport modulé par les interférences quantiques, effet Kondo. Nous avons étudié les fluctuations du courant dans un régime d'interféromètre de type Fabry-Pérot électronique qui se présente comme une situation idéale afin de sonder le régime où l'effet des interactions est faible. Les fluctuations du courant ont été analysées dans le formalisme de Landauer-Büttiker et nous obtenons une bonne correspondance entre la théorie et l'expérience. Nous avons ainsi observé la suppression du bruit dans les régimes de transmission unitaire et, par le biais des données combinées de la conductance et du bruit, nous avons pu déterminer les transmissions pour des canaux de conduction non dégénérés. Par ailleurs, le régime de l'effet Kondo a fait l'objet d'une étude dans laquelle nous avons observé des comportements universels dans la conductance et le bruit. Nous avons ajusté ces différentes grandeurs avec une théorie de bosons esclaves de champ moyen. Finalement, nous avons étudié une configuration de type Hanbury Brown et Twiss : un nanotube monoparoi sur lequel nous avons déposé un multiparoi qui nous sert de sonde afin d'injecter des électrons sur le conducteur.

Mots Clés : Physique mésoscopique, Nanotube de carbone monoparoi (SWNT), Transport électronique, Fluctuations du courant, Bruit de Grenaille, Bruit Johnson-Nyquist, Fabry-Pérot électronique, Effet Kondo, Théorie des bosons esclaves en champ moyen (SBMF), Hanbury Brown et Twiss (HBT)

Abstract

This thesis is devoted to the study of electronic transport in single wall carbon nanotubes through current fluctuations. The framework of the thesis is mesoscopic physics in ballistic conductors. Many different regimes can be observed in this type of conductors : Coulomb blockade oscillations, Fabry-Perot interferences, Kondo effect. We have studied current fluctuations in a Fabry-Perot like interfeormeter which is very well suited to study the weakly interacting regime. Using the Landauer-Büttiker formalism, we find a good agreement with the theory. In particular, we observe the noise suppression in the unitary limit. The combination of conductance and noise measurements is found to be a powerful means to probe non-degenerate conduction channel. The Kondo effect is also studied. We find a universality in the conductance and in the noise. These experimental findings are analysed with a slave boson mean field theory. The data are found to be well accounted for by this approach. Finally, we analyse a situation in an Hanbury Brown and Twiss setup with a multiwall as an injector of electrons in the single wall carbon nanotube.

Keywords : Mesoscopic phycis, Single wall carbon nanotube, Electronic transport, Current fluctuations, Shot noise, Johnson-Nyquist noise, Electronic Fabry-Perot interferometer, Slave Boson Mean Field Theory, Hanbury Brown and Twiss