Caractérisation du comportement non-linéaire des matériaux à partir d'essais statiquement indéterminés et de champs de déformation fortement hétérogènes

Samuel Blanchard

▶ **To cite this version:**

Samuel Blanchard. Caractérisation du comportement non-linéaire des matériaux à partir d'essais statiquement indéterminés et de champs de déformation fortement hétérogènes. Matériaux. Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambresis, 2009. Français. NNT : . tel-00508989

HAL Id: tel-00508989

https://theses.hal.science/tel-00508989

Submitted on 9 Aug 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N°d'Ordre : 09–32

ACADEMIE DE LILLE
UNIVERSITE DE VALENCIENNES ET DU HAINAUT-CAMBRESIS

Thèse

Présentée à l'Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis
pour obtenir le diplôme de Doctorat en Génie Mécanique

CARACTERISATION DU COMPORTEMENT NON-LINEAIRE DES MATERIAUX A PARTIR D'ESSAIS STATIQUEMENT INDETERMINES ET DE CHAMPS DE DEFORMATION FORTEMENT HETEROGENES

par
Samuel BLANCHARD

Soutenue publiquement le 17 décembre 2009, devant le jury composé de :

MM.	Han Zhao, Professeur du LMT de Cachan	Rapporteur
	Alexis Rusinek, Professeur de l'Université de Metz	Rapporteur
	Fabrice Pierron, Professeur de l'ENSAM de Châlons-en-Champagne	Président du jury
	Eric Markiewicz, Professeur de l'Université de Valenciennes	Directeur de thèse
	Jacky Fabis, Ingénieur de recherche de l'Onéra	Co-encadrant
	Bertrand Langrand, Maître de recherche de l'Onéra	Examinateur
	Eric Deletombe, Maître de recherche de l'Onéra	Invité
	François Lambert, GOM-France	Invité

« La théorie, c'est quand on sait tout et que rien ne fonctionne. La pratique, c'est quand tout fonctionne et que personne ne sait pourquoi. Ici, nous avons réuni théorie et pratique. Rien ne fonctionne et personne ne sait pourquoi ! »
Albert Einstein (1879-1955)

A mon amie et à mes proches,

REMERCIEMENTS

Les recherches présentées dans cette thèse de doctorat ont été menées à l'Onéra Centre de Lille dans l'unité de recherche de Conception et de Résistance Dynamique du département d'Aéroélasticité et de Dynamique des Structures. A cette occasion, je tiens à commencer ce mémoire par quelques remerciements.

Tout d'abord, je remercie la région Nord Pas-de-Calais et l'Onéra pour le financement de ces recherches, me permettant ainsi de travailler dans d'excellentes conditions.

Je remercie les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont manifesté pour ce travail, Monsieur Han Zhao, Professeur du LMT de Cachant, et Monsieur Alexis Rusinek Professeur de l'université Paul Verlaine de Metz, qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir être rapporteurs, et Monsieur Fabrice Pierron, Professeur de l'ENSAM de Châlons-en Champagne qui a accepté de juger ce travail.

Je remercie aussi mon directeur de thèse, le professeur Eric Markiewicz, pour la confiance qu'il m'a accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral, pour la liberté qu'il m'a octroyée sur ce sujet passionnant et enfin pour le partage de son expérience.

Je remercie mon encadrant à l'Onéra, Jacky Fabis, pour m'avoir fait bénéficier de son expérience, pour le temps qu'il m'a consacré chaque fois que j'en ai exprimé le besoin, pour son soutien et ses encouragements, et enfin pour la passion qu'il transmet lors de discussions techniques.

Je souhaite également exprimer mes remerciements à Bertrand Langrand pour le temps qu'il m'a consacré, l'aspect pédagogique de ses explications et sa curiosité scientifique.

Je souhaite remercier aussi Eric Deletombe pour le temps qu'il a su me consacrer, ses conseils et son sens aigu de la synthèse. Je remercie aussi François Lambert, responsable de la société GOM-France, pour ses nombreux conseils et nos échanges sur le logiciel de corrélation d'images numériques ARAMIS.

Je remercie mes nombreux collègues de l'Onéra, que ce soit le personnel administratif, le personnel informatique, le service de documentation et le personnel scientifique pour l'aide qu'ils ont pu m'apporter à un moment ou à un autre ainsi que la très bonne ambiance que j'ai toujours trouvée au centre de Lille. Pour finir, je souhaite témoigner mon amitié aux collègues avec qui j'ai passé de très agréables moments au centre et en dehors: Nicolas, Jean-Michel, Pauline, Sarah, David, Cédric, Alain, Jean-François et Léon.

RESUME

Cette étude consiste à développer des outils permettant de mieux caractériser le comportement de matériaux ayant subi des transformations lors du procédé de fabrication d'une structure (mise en forme, assemblage). Pour cela, la démarche mise en place s'organise autour de quatre chapitres. Dans le premier, une étude bibliographique permet de faire l'état de l'art des différentes méthodes d'identification de loi de comportement non linéaires. A la suite de cette étude, la Méthode des Champs Virtuels, couplée à des mesures par stéréo corrélation d'images, est mise en œuvre pour identifier les paramètres d'une loi de comportement (élastoplastique) à partir de champs de déformation fortement hétérogènes. Le but de cette étude est de mieux comprendre quels sont les facteurs expérimentaux et numériques pouvant corrompre les résultats de l'identification. Le second chapitre est consacré au développement et à la validation des outils numériques qui seront utilisés pour caractériser le comportement du matériau. Le troisième porte sur l'étude des conséquences de l'utilisation de données expérimentales (imparfaites) sur le calcul de l'équation d'équilibre à la base de la procédure d'identification. Enfin, dans le dernier chapitre, les paramètres du modèle de comportement matériau sont identifiés à partir d'essais fortement hétérogènes (essais Arcan 0°, 45° et 90°). Les résultats obtenus mettent en évidence l'importance des hypothèses utilisées pour modéliser le comportement du matériau ainsi que le fort potentiel de la Méthode des Champs Virtuels pour caractériser le comportement de matériau. Fort potentiel qui peut d'ailleurs être un inconvénient si le problème est mal défini.

Mots-clés : Méthode des Champs Virtuels, méthode inverse, corrélation d'images, comportement élastoplastique.

ABSTRACT

In this study, tools are developed in order to characterise materials behaviour which are transformed during the structure manufacturing process (forming, assembly). For this goal, four chapters organise the approach. In the first chapter, the literature survey allows to present all methods used to characterise material non linear behaviour. After this survey, the Virtual Fields Method coupled with digitals images correlation measures, is developed to characterise material behaviour from strongly heterogeneous strain fields. The aim of this study is to better understand experimental and numerical factors which have bad impacts on identified results. The second chapter is dedicated to the development and the validation of numerical tools to characterise material behaviour. The third chapter highlights consequences caused by the used of experimental data to compute the equilibrium equation which is the base of identification method. To finish, in the last chapter, behaviour parameters are identified from strongly heterogeneous tests (0°, 45° and 90° Arcan tests). Results obtained highlight importance of hypothesis used to model the material behaviour and all advantages of the Virtuals Fields Method to characterise transformed material. However, these advantages can become disadvantages if the problem is not defined carefully.

Keywords: Virtual Field Method, inverse method, digital image correlation, elastoplastic behaviour.

TABLE DES MATIERES

TABLE DES NOTATIONS 1

INTRODUCTION 5

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE 11

1.1. CONCEPT GENERAL DE LA LOI DE COMPORTEMENT 13
1.2. METHODE N°1: CONSIDERER L'ESSAI COMME ETANT STATIQUEMENT DETERMINE 15
1.2.1. Notion d'essai statiquement déterminé 15
1.2.2. Importance des hypothèses de staticité pour la caractérisation du comportement matériau – Application à l'essai de traction uni-axiale 16
1.2.3. Avantages et limites de cette méthode de caractérisation 21
1.3. METHODE N°2: UTILISER UN ESSAI CONSIDERE COMME STATIQUEMENT INDETERMINE 23
1.3.1. Notion de statiquement indéterminé 23
1.3.2. La méthode du recalage d'un modèle numérique 24
1.3.3. La Méthode des Champs Virtuels (MCV) 28
1.3.4. Comparaison des deux outils de résolution de l'équilibre 35
1.4. DESCRIPTION DES TECHNIQUES DE MESURE DE CHAMP 36
1.4.1. Techniques issues de lois optiques 37
1.4.2. Techniques issues de l'analyse d'images 40
1.5. CONCLUSION 43

FORMULATION DU PROBLEME 47

2.1. INTRODUCTION 49
2.2. MODELISATION DE LA LOI DE COMPORTEMENT 49
2.2.1. Calcul des champs de déformation 49
2.2.2. Calcul des champs de contrainte 51
2.2.3. Implémentation de la loi de comportement 56
2.2.4. Tests du modèle de comportement implémenté 58
2.3. LA METHODE DES CHAMPS VIRTUELS (MCV) 64
2.3.1. Cas du comportement élastique linéaire 65
2.3.2. Cas du comportement non-linéaire 67
2.4. CONCLUSION 72

ANALYSE DES CONSEQUENCES DE L'UTILISATION DE DONNEES EXPERIMENTALES SUR LE CALCUL DE L'EQUILIBRE MECANIQUE 73

3.1. INTRODUCTION 75
3.2. MISE EN ŒUVRE EXPERIMENTALE – APPLICATION DE L'EQUATION D'EQUILIBRE 76

3.2.1. Choix des essais ... *76*
3.2.2. Application de l'équation d'équilibre sur l'essai Arcan 0° ... *77*
3.3. ERREUR D'INTEGRATION SPATIALE LIEE A LA TECHNIQUE DE CORRELATION D'IMAGES ... 79
3.3.1. Estimation de l'épaisseur de l'éprouvette en chaque point ... *80*
3.3.2. Estimation de la somme des surfaces élémentaires ... *80*
3.4. PRECISION DES CHAMPS DE DEFORMATION MESURES ... 84
3.4.1. Facteurs influants sur l'acquisition des images ... *85*
3.4.2. Facteurs influants lors du post traitement des images ... *86*
3.4.3. Discussion concernant le choix des paramètres de corrélation ... *92*
3.5. CONCLUSION ... 92

CARACTERISATION DU COMPORTEMENT MATERIAU A PARTIR DE LA MCV ET DES ESSAIS ARCAN ... 95

4.1. INTRODUCTION ... 96
4.2. DEFINITION DU MODELE DE COMPORTEMENT DE REFERENCE ET DES FONCTIONS COUTS ... 96
4.2.1. Identification du comportement matériau à partir d'un essai statiquement déterminé ... *96*
4.2.2. Construction des fonctions coûts pour l'identification du comportement matériau à partir des essais statiquement indéterminés ... *98*
4.3. PRESENTATION DES RESULTATS DE CARACTERISATION - ANALYSE ET DISCUSSION ... 101
4.3.1. Résultats pour les trois configurations d'essai ... *101*
4.3.2. Discussion sur les résultats obtenus ... *103*
4.4. ETUDE DE LA PERTINENCE DU MODELE DE REFERENCE PAR RAPPORT AUX CONFIGURATIONS D'ESSAI ARCAN UTILISEES ... 103
4.4.1. Constat sur cette adéquation ... *103*
4.4.2. Définition des nouvelles configurations d'essai ... *106*
4.4.3. Résultats des nouveaux cas d'étude ... *107*
4.4.4. Discussion ... *114*
4.4.5. Conclusion ... *117*

CONCLUSION ET PERSPECTIVES ... 119

BIBLIOGRAPHIE ... 125

TABLE DES NOTATIONS

Notations Latines

a_p	Paramètre d'un modèle de comportement
$\vec{a}$	Vecteur quantité d'accélération
A_k	k^{ième} variable forces thermodynamique
b_p	Paramètre d'un modèle de comportement
C	Fonction coût
C_p	Paramètre d'un modèle de comportement
$\overline{\overline{C}}$	Tenseur des dilatations
D_r	Incrément de discrétisation radial
D_{theta}	Incrément de discrétisation angulaire
e	Déformation conventionnelle
e_i	Epaisseur courante au point i
$e_{initiale}$	Epaisseur initiale de l'éprouvette
$\overline{\overline{e}}$	Tenseur des déformations de Green Lagrange
E	Module de Young
f	Surface de charge
$\vec{f}$	Vecteur des forces de volume
f_p	Période de la grille
F	Effort
$\overline{\overline{F}}$	Tenseur gradient de la transformation
H	Module tangent
I	Intensité lumineuse
K	Module d'écrouissage

L	Hauteur du champ pris en compte
L_0	Longueur initiale
L_t	Longueur courante
n	Nombre de point de mesure
n_p	Paramètre d'un modèle de comportement
p	Déformation plastique cumulée
$\vec{q}$	Vecteur courant de chaleur
Q	Matrice des raideurs
R	Scalaire compris entre 0 et 1
$R(p)$	Modèle d'écrouissage
s	Densité d'entropie spécifique
S	Surface du solide
S_0	Section initiale
S_t	Section courante
S_{th}	Surface théorique
t	Le temps
T	Température
$\vec{\mathrm{T}}$	Vecteur des forces de surface
$\vec{u}^*$	Vecteur des déplacements virtuels
$U(A)$	Déplacement du point A
V	Volume du solide
V_k	k$^{\text{ième}}$ variable interne
$\overline{v}$ et $\overline{w}$	Vecteurs transportés
$\overline{V}$ et $\overline{W}$	Vecteurs initiaux
W_{int}	Energie interne
W_{int}	Energie extérieure

Z	Ensemble des paramètres à identifier
$\bar{\bar{1}}$	Tenseur unité du second ordre

Notations Grecques

α	Angle de sollicitation
β	Coefficient correcteur
$\bar{\bar{\varepsilon}}$	Tenseur des déformations rationnelles
$\bar{\bar{\varepsilon}}^*$	Tenseur des déformations virtuelles
$\bar{\bar{\varepsilon}}_e$	Tenseur des déformations élastiques
$\bar{\bar{\varepsilon}}_p$	Tenseur des déformations plastiques
$\Delta\varepsilon_{ij}$	Incrément de déformation totale
ε_{eff}	Déformation effective
ϕ	Déphasage
γ	Contraste
λ	Multiplicateur plastique
ρ	Masse volumique
$\bar{\bar{\sigma}}$	Tenseur des contraintes
σ_{eq}	Contrainte équivalente issue du critère de von Mises
σ_0	Contrainte à la limite d'élasticité
σ_s	Contrainte seuil
σ_{ij}^T	Contrainte test
σ_{ij}^C	Contrainte de contact
ν	Coefficient de Poisson
ψ	Energie libre spécifique
$\bar{\xi}$	Vecteur déplacement

INTRODUCTION

L'amélioration de la sécurité des passagers dans les transports aériens est depuis quelques années un thème de recherche et de développement privilégié par les constructeurs et les organismes de recherche. Pour cela, l'un des sujets développés est l'amélioration du comportement des structures lorsque celles-ci sont soumises à des chargements de dynamiques rapides voire extrêmes (crash, impact ou encore explosion). Le but des recherches dans ce domaine est d'accroître l'intégrité de la structure et la survivabilité des passagers face à de telles situations. A titre d'illustration, voici deux exemples de situation où les conséquences auraient pu être beaucoup plus graves, si la structure n'était pas restée intègre.

Le premier exemple est celui d'un Boeing 747-400 de la compagnie Australienne Quantas Airways. Lors de ce vol entre Londres et Melbourne en juillet 2008, une explosion au niveau de la soute à bagages a entraîné une dépressurisation de l'appareil à 6000 mètres d'altitude. Cette explosion a généré une ouverture dans le fuselage de trois mètres de diamètre (Figure I. 1), le trou était si important qu'une partie des bagages a été perdue en vol. Cependant et malgré cette faiblesse dans la structure de l'aéronef, celle-ci ne s'est pas disloquée en plein vol et l'appareil a pu être posé en urgence sur l'aéroport le plus proche laissant saufs les 346 passagers et les 19 membres d'équipage.

Figure I. 1 : Trou produit par une explosion sur le fuselage d'un Boeing 747-400

Le deuxième exemple, plus récent, est celui d'un l'Airbus A320 au départ de l'aéroport La Guardia de New York en janvier 2009. Une minute après le décollage, l'avion entre en collision avec un nuage d'oiseaux, ce qui a pour conséquence de bloquer les deux réacteurs. Ne pouvant rejoindre l'aéroport le plus proche, le pilote a décidé d'amerrir sur l'Hudson. Ce fut le premier amerrissage réussi d'un avion civil de cette taille et les 155 passagers ont tous survécu. Pendant les cinq minutes du vol, la structure de l'aéronef a été fortement sollicitée par les impacts provoqués par les oiseaux et par

l'impact avec le fleuve. Là aussi, sa résistance à ces cas de chargement a été un des éléments clefs dans la réussite de la manœuvre (Figure I. 2) et c'est parce que la structure est restée intègre que les procédures d'évacuation ont pu être mises en œuvre.

Figure I. 2 : Amerrissage d'un A320 sur le fleuve l'Hudson à New York

Il est malheureusement exceptionnel qu'une structure aéronautique reste intègre sous sollicitation dynamique. Pour continuer à améliorer la conception des structures face à ce type de chargement, les ingénieurs et les chercheurs du secteur des transports développent des modèles numériques de plus en plus complexes. Ils sont utilisés pour simuler et prévoir le comportement des structures face à ces situations extrêmes. Cependant, pour que ces modèles restituent le plus fidèlement possible les comportements réels d'une structure, il est nécessaire que les lois de comportement qui les composent le soient aussi. Ces lois permettent de modéliser l'évolution du comportement non linéaire et parfois viscoplastique jusqu'à rupture du matériau. Lorsque celui-ci est exempt de transformation (à l'occasion du procédé de fabrication : mise en forme, assemblage), des méthodes usuelles (parfois normalisées comme l'utilisation d'essais de traction uni-axial) permettent de définir la loi de comportement. Si au contraire, le matériau est sujet à un traitement (une transformation locale lors du procédé de fabrication de la structure), alors il devient très délicat de caractériser sa loi de comportement.

Dans ce cas, une première méthode consiste à essayer, lorsque c'est possible, d'utiliser les outils usuels. C'est la solution choisie par C. Gallais [Gallais 2005] pour modéliser le comportement

élastoplastique d'un cordon soudé par friction malaxage[1]. Dans sa recherche, l'auteur s'est appuyé sur des analyses microstructurales du cordon qui lui ont permis d'assimiler le cordon de soudure à un multi-matériaux. Une fois les différentes zones localisées avec précision dans le cordon, C. Gallais a extrait dans chacune d'entre elles des mini-éprouvettes de traction (0,8 mm d'épaisseur, 6 mm de largueur et 75 mm de longueur totale). Elles ont ensuite été testées de manière classique (en considérant l'essai de traction comme un essai statiquement déterminé) pour identifier les paramètres d'un modèle de comportement élastoplastique. Bien que cette méthode soit délicate et fastidieuse à mettre en œuvre, les résultats obtenus ont été satisfaisants. Cependant, cette méthode a des limites [Blanchard 2007a] pour caractériser des modèles de comportement plus complexes.

Une autre méthode de caractérisation est la méthode de recalage d'un modèle éléments finis. Le principe de cette méthode est de faire varier les paramètres de comportement d'un modèle (souvent un modèle éléments finis) afin de minimiser l'(les) écart(s) entre une(des) grandeur(s) mesurée(s) et numérique(s). Un des avantages de cette méthode est le vaste domaine d'application grâce à l'accès à une importante bibliothèque de comportement matériaux déjà existante dans les codes de calcul. Par contre, cette méthode a elle aussi, des inconvénients. La première est la difficulté à prendre en compte des dispersions expérimentales (glissements dans les mors ou des imperfections de l'éprouvette). La seconde est la difficulté à obtenir une loi de comportement intrinsèque au matériau, surtout pour les comportements non-linéaires et la rupture (celle-ci dépend souvent des paramètres propres aux codes de calcul comme le type d'éléments utilisés ou la taille de ces éléments). De plus, il est difficile de concevoir des outils de recalage efficaces surtout quand le nombre de grandeurs à recaler devient conséquent. On peut par exemple citer les travaux de Kajberg et al. [Kajberg 2004] où les auteurs ont identifié les cinq paramètres d'un modèle d'écrouissage à partir d'environ 600 points de mesure (points obtenus à partir de mesures de champs de déformation par interférométrie de Speckle).

Cependant, il existe une méthode alternative aux méthodes de recalage pour l'identification du comportement non-linéaire : la Méthode des Champs Virtuels (MCV). Cette méthode a été utilisée par Pannier [Pannier 2006a-2006b] pour identifier les paramètres d'un modèle de comportement élastoplastique. Les principaux avantages de cette méthode est qu'elle peut être utilisée à partir de n'importe quel type d'éprouvettes (en théorie), et son utilisation ne nécessite pas le développement d'outils complexes. De plus, aucune hypothèse n'est utilisée sur l'homogénéité des champs de

[1] Le soudage par friction malaxage (Friction Stir Welding, FSW en anglais) est un procédé récent qui permet de souder des alliages considérés comme insoudables. Ce procédé d'assemblage intéresse entre autre l'industrie aéronautique pour la problématique de réduction de masse des aéronefs.

contrainte ou sur la distribution des forces aux conditions limites. Néanmoins, cette méthode a aussi ses inconvénients. Ils concernent l'influence sur les paramètres identifiés, du choix du(des) champ(s) virtuel(s), ou encore l'influence de l'hétérogénéité des champs de déformation pris en compte dans le processus d'identification. Cette méthode est encore très récente pour l'identification des comportements non linéaires, Grédiac l'a initié en 2006 pour les petites déformations [Grédiac 2006]. Aucun travail n'a pour l'instant été réalisé pour identifier le comportement en grandes déformations et à rupture à partir de la MCV. Pour conclure, les dernières études montrent qu'il est encore très difficile de caractériser le comportement non linéaire et la rupture de matériaux hétérogènes en grandes déformations comme ceux présents dans les zones d'assemblage, c'est ce qui justifie ce travail de thèse.

Les travaux consistent dans un premier temps à répertorier et comparer les différentes méthodes et outils permettant de caractériser l'évolution du comportement d'un matériau. Cette synthèse, présentée au chapitre 1, permet de choisir les outils les plus appropriés pour répondre à la problématique posée. Ces outils de caractérisation reposent sur une méthode de caractérisation basée sur des essais statiquement indéterminés ; la Méthode des Champs Virtuels. Cette méthode sera utilisée à partir de mesures de champs de déformation obtenues par la technique de stéréo-corrélation d'images.

Le second chapitre présente l'implémentation et la validation d'un modèle de comportement. Ce modèle permet de calculer les champs de contrainte à partir des champs de déformation mesurés. A la suite, une procédure itérative d'identification basée sur la Méthode des Champs Virtuels est implémentée et validée.

La suite de la démarche, qui correspond au chapitre trois, aborde l'influence des sources de perturbation ; dues à l'utilisation de données expérimentales, sur le calcul de l'équilibre mécanique. Une fois ces sources analysées, des outils sont développés pour limiter leurs effets sur les paramètres de comportement identifiés.

Enfin, le chapitre 4 est dédié à la caractérisation du comportement non-linéaire d'un matériau à partir de différents essais. Ces essais permettent de faire varier les niveaux d'hétérogénéité des champs de déformation considérés dans l'identification. Les résultats de ces identifications apportent des éléments de réponse sur la stabilité et la performance de la méthode des champs virtuels. Les perspectives sont dressées quant à l'extension avec la méthode des champs virtuels à l'identification de modèle de comportement plus complexes.

CHAPITRE I

SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE

METHODES ET OUTILS PERMETTANT D'ETUDIER ET DE CARACTERISER LA REPONSE NON-LINEAIRE D'UN MATERIAU

Résumé – Ce premier chapitre constitue une synthèse des méthodes utilisées pour identifier l'évolution du comportement des matériaux. Ces méthodes sont classées en deux catégories. La première regroupe les méthodes basées sur des essais considérés comme statiquement déterminés. Le principe de cette méthode d'identification est décrit ainsi que ses avantages et ses limites. La seconde catégorie regroupe les méthodes basées sur des essais statiquement indéterminés. Deux de ces méthodes sont détaillées et comparées car elles sont potentiellement applicables au problème posé : la méthode de recalage d'un modèle numérique et la Méthode des Champs Virtuels. A la suite de quoi une synthèse permet de définir les outils les mieux adaptés pour ces travaux de recherche. Ainsi, la Méthode des Champs Virtuels est retenue. Elle sera associée à des mesures de champ obtenues grâce à la technique de stéréo-corrélation d'images.

1.1. Concept général de la loi de comportement

De part leurs natures et leurs modes de fabrication, tous les matériaux ne réagissent pas de la même façon aux sollicitations extérieures. Pour simuler le comportement de structures, il est donc nécessaire de définir l'évolution du comportement du matériau face à ces sollicitations (mécaniques et thermiques).

Pour cela, on postule que l'état thermomécanique du matériau est complètement défini, en un point et pour un instant donné, par la connaissance de la valeur de certaines variables en ce point. Ces variables sont appelées variables d'état. Elles sont régies par le principe de l'état local, qui considère que le comportement en un point M ne dépend que des variables définies en ce point et à cet instant. La finesse des phénomènes physiques décrits dépend donc du nombre et de la nature des variables d'état choisies. Les variables d'état, appelées aussi variables thermodynamiques ou variables indépendantes sont composées de variables observables et de variables internes. Les variables observables sont imposées par le formalisme de la mécanique des milieux continus. Il s'agit de la température T et de la déformation totale ε. Pour les phénomènes dissipatifs, l'état actuel dépend aussi de l'histoire passée qui est représentée par les variables internes. Pour la description de la plasticité, ces variables internes sont la déformation élastique ε_e et la déformation plastique ε_p. Dans le cadre des petites transformations, la somme de ces deux variables permet d'obtenir la déformation totale. D'autres phénomènes tels que l'écrouissage, l'endommagement, la rupture, sont représentés par l'intermédiaire d'autres variables internes notées V_k.

L'ensemble de ces variables est représenté localement par un potentiel thermodynamique (qui est en général l'énergie libre spécifique ψ, équation 1.1). Ce potentiel est admissible si, à chaque instant l'inégalité de Clausius-Duhem est satisfaite (équation 1.2).

$$\psi = \psi\left(\varepsilon, T, \varepsilon_e, \varepsilon_p, V_k\right) \tag{1.1}$$

$$\sigma : \dot{\varepsilon} - \rho\left(\dot{\psi} + s\dot{T}\right) - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{grad\, T}}{T} \geq 0 \tag{1.2}$$

Avec σ le tenseur des contraintes[2], s la densité d'entropie spécifique, $\vec{q}$ le vecteur courant de chaleur et ρ la masse volumique.

De cette façon, on obtient des lois d'état (équation 1.3) qui permettent d'écrire les relations entre les variables d'état et leurs variables associées (Tableau 1.1).

$$\sigma = \rho \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_e}, \quad s = -\frac{\partial \psi}{\partial T}, \quad A_k = \rho \frac{\partial \psi}{\partial V_k} \qquad 1.3$$

Variables d'état		Variables associées
Observables	Internes	
ε …….	……..…….....	…… σ
T …….	……..…….....	…… s
	ε_e …….....	…… σ
	ε_p ……..	…… σ
	V_k ……..	…… A_k

Tableau 1.1: Variables thermodynamiques

Par contre, ces lois d'état ne permettent pas de décrire l'évolution de ces variables au cours d'une transformation. Cette évolution sera donnée par une loi complémentaire : la loi de comportement du matériau. La loi de comportement est principalement basée sur l'existence d'un potentiel de dissipation qui permet de définir l'évolution des variables internes. Une fois définies, des modèles de comportement permettent de les représenter mathématiquement. Les lois de comportement sont définies de manière générale et paramétrable en fonction du matériau étudié.

En pratique, ces paramètres qui pilotent la loi de comportement sont obtenus à partir d'essais/tests mécaniques. On distingue deux méthodes pour exploiter ces essais. La première consiste à simplifier

[2] En théorie, l'état de contrainte σ_{ij} est défini à partir des efforts internes s'exerçant dans la direction e_i rapportés à une surface orientée dans la direction e_j.

les conditions de l'essai afin que celui-ci puisse être considéré comme étant statiquement déterminé (isostatique[3]), contrairement à la seconde où l'essai est considéré comme statiquement indéterminé (hyperstatique). Ces deux méthodes de caractérisation sont très différentes et s'inscrivent dans des cadres et des hypothèses différentes, c'est pourquoi elles sont présentées séparément dans les paragraphes suivants.

1.2. Méthode n°1: considérer l'essai comme étant statiquement déterminé

1.2.1. Notion d'essai statiquement déterminé

Les grandeurs physiques directement mesurées lors d'essais sont des efforts (mesurés à l'aide de dynamomètre ou de cellule d'effort), des allongements (jauge de déformation), des déplacements (extensomètres optiques ou mécaniques), des températures (thermocouples) et le temps (horloge). Pour notre problème de caractérisation de lois de comportement, l'état de déformation peut être obtenu directement à partir de mesures de déplacement (différents outils de mesure peuvent être utilisés : extensomètre, jauge de déformation, technique de corrélation d'images). Par contre, il est très difficile d'obtenir une information sur l'état de contrainte à partir de mesures. Pour que ce soit possible, il faut mettre en œuvre des essais considérés comme « statiquement déterminés », c'est-à-dire des essais pour lesquels il y a unicité de la solution/réponse en terme de distribution spatiale des contraintes (relativement au chargement), et ce dans une partie au moins de l'éprouvette. Cette distribution est supposée connue a priori (à l'inverse d'un problème hyperstatique). De ce fait et en utilisant un essai dont le champ de contrainte est supposé homogène et uniforme, l'état de contrainte peut être déterminé à partir des mesures d'efforts appliqués aux conditions limites. Les hypothèses faites sur ce champ de contraintes sont appelées hypothèses de staticité.

Les essais considérés comme statiquement déterminés peuvent être classés en deux catégories en fonction du type de sollicitation appliquée. Les choix effectués sur la sollicitation et sur la géométrie de l'éprouvette conditionnent le domaine de validité de la loi de comportement obtenue.

La première catégorie concerne les essais dont la sollicitation est uni-axiale. L'essai le plus connu et le plus pratiqué est l'essai de traction uni-axiale: ses atouts et ses limites sont présentés dans le paragraphe suivant par l'intermédiaire d'un exemple. Un autre essai est l'essai de compression sur des

[3] Il s'agit d'une simplification car tous les essais expérimentaux sont par nature des problèmes hyperstatiques.

éprouvettes cylindriques. Il permet de caractériser le comportement en compression si celui-ci est différent du comportement en traction. Notons que quelques normes sont disponibles pour décrire la démarche à suivre en fonction du matériau utilisé car les sources de perturbation du champ de contrainte sont nombreuses. En effet, ces perturbations peuvent être produites par un mauvais parallélisme des surfaces de compression ou encore par les conditions de frottement de ces mêmes surfaces sur la machine d'essai. Un autre essai qui entre dans cette catégorie est l'essai de torsion. Il peut être mené sur des tubes minces mais il est très difficile de garantir un champ de contrainte homogène dans la durée à cause de la localisation des déformations plastiques [Gavrus 1996]. On peut citer aussi l'essai de flexion qui permet aussi de calculer analytiquement le champ de contrainte dans l'éprouvette en fonction des réactions aux limites.

La deuxième catégorie d'essais statiquement déterminés concerne les essais dont les sollicitations sont multi-axiales. Ces essais sont le plus souvent difficiles à interpréter. Ils permettent de tester l'influence de la direction de sollicitation sur le comportement du matériau étudié. Le plus connu est l'essai de traction multi-axiale. Cependant, en pratique, il est difficile de trouver les conditions d'essai (géométrie de l'éprouvette et conditions de chargement) qui permettront de vérifier des champs de contrainte modélisables par une relation analytique simple. Les montages conçus rivalisent donc d'ingéniosité et de complexité pour satisfaire les conditions de staticité ([Kuwabara 2000, 2002]; [Pijlman 2001] ; [Perie 2002]).

1.2.2. Importance des hypothèses de staticité pour la caractérisation du comportement matériau – Application à l'essai de traction uni-axiale

Cette analyse permet de rappeler les hypothèses utilisées lorsqu'un essai de traction uni-axiale est considéré comme statiquement déterminé. Notamment en quoi ces hypothèses permettent de simplifier l'interprétation des mesures pour caractériser l'évolution du comportement matériau, mais aussi en quoi ces mêmes hypothèses limitent le domaine d'utilisation de cette loi.

L'essai de traction uni-axiale est l'essai le plus connu pour caractériser le comportement des matériaux en traction, que ce comportement soit linéaire ou non. Pour cela, une partie de l'éprouvette est soumise à un champ de contrainte supposé uniforme et uni-axial ; cette partie est appelée partie utile. Avec ce type de champ, on peut connaître l'état mécanique du matériau en tous points de la partie utile en utilisant des techniques de mesures ponctuelles et/ou globales. Pour cet essai, il existe des normes décrivant les conditions d'essais à respecter pour satisfaire les hypothèses de staticité (Normes françaises AFNOR NF EN 10002-1 à 10002-5, américaine ASTM E8M-96 et internationale ISO 6892). Ces conditions portent principalement sur la géométrie de l'éprouvette, sur l'implantation des dispositifs de mesure et sur l'application des conditions limites. Concernant les conditions limites, la première remarque porte sur la vitesse de sollicitation. Elle doit être constante afin que l'évolution

du comportement puisse être définie pour une vitesse de déformation donnée (en effet, le comportement mécanique de certains matériaux évolue en fonction de la vitesse de sollicitation). De plus, elles doivent aussi être appliquées de façon uniforme au niveau des mors (en prenant garde à éviter tout glissement de l'éprouvette).

Une fois ces conditions d'essai vérifiées, on peut considérer que les hypothèses de staticité sont vérifiées. De cette façon, l'évolution du comportement du matériau peut être caractérisée à partir d'une mesure d'allongement dans la partie utile et d'une mesure des efforts appliqués. L'association de ces hypothèses avec ces mesures va permettre de décrire un état de contrainte et de déformation du matériau.

L'état de déformation est défini par la déformation conventionnelle e qui est calculée à partir de la longueur courante L_t et de la longueur initiale L_0 par la relation (1.4).

$$e_{0\to t} = \frac{L_t - L_0}{L_0} \qquad 1.4$$

L'état de contrainte est défini par la contrainte conventionnelle σ obtenue en divisant l'effort mesuré par la section résistante de l'éprouvette. L'évolution de comportement obtenue (état de contrainte en fonction de l'état de déformation) est appelée courbe de comportement conventionnelle (Figure 1.1). Cette évolution est une première estimation de la loi de comportement du matériau en traction. Cependant, plusieurs corrections doivent lui être apportées pour l'améliorer.

La première concerne le domaine de validité de la loi de comportement. En effet, pour pouvoir exploiter facilement les mesures d'efforts aux conditions limites et obtenir l'état de contrainte dans la partie utile, il faut que les hypothèses de staticité soient vérifiées. Or, elles ne le sont plus dès que le phénomène de striction[4] apparaît. Sachant que cette striction se manifeste par une diminution de la contrainte conventionnelle, l'évolution de la courbe de comportement conventionnelle est utilisée pour définir le domaine de validité des hypothèses de staticité, et donc le domaine d'exploitation des mesures (Figure 1.1).

Cependant (et dans certains cas), des méthodes permettent de prendre en compte la striction de l'éprouvette dans l'exploitation des mesures et ainsi de prolonger un peu la définition de la loi de comportement. La plus connue est la méthode de Bridgman qui date de 1952 [Bridgman 1952]. Elle

[4] La striction se manifeste par une réduction localisée des dimensions transversales de l'éprouvette et entraîne des hétérogénéités dans les champs de déformation et de contrainte.

s'applique aux essais de traction sur éprouvettes cylindriques. Avec cette méthode, la valeur de contrainte est corrigée dans la zone de striction en faisant intervenir un « facteur de triaxialité ». Celui-ci ne dépend, en première approximation, que du rayon de courbure dans la zone de striction. Pour utiliser cette méthode, il faut donc prévoir un dispositif de mesure pour accéder à l'évolution de ce rayon de courbure pendant l'essai. D'autres travaux plus récents, [Zhang 1999] et [Zhang 2001], proposent aussi une méthode pour prendre en compte le phénomène de striction dans la définition de la loi de comportement, mais cette fois pour des éprouvettes de section rectangulaire.

Une autre correction apportée pour améliorer la définition du comportement du matériau concerne le calcul de la déformation. En effet, l'utilisation de la relation (1.4) ne permet pas d'additionner les déformations pendant l'essai (équation 1.5, en supposant que la longueur évolue de L_0 à L_1 puis de L_1 à L_2).

$$e_{0\to 2} \neq e_{0\to 1} + e_{1\to 2} \qquad 1.5$$

Pour pallier cette restriction, les mécaniciens ont défini une autre expression permettant de calculer la déformation vraie, encore appelée déformation rationnelle, $\varepsilon_{0\to t}$ (équation1.6).

$$\varepsilon_{0\to t} = \int_{L_0}^{L_t} \frac{dL}{L} = \ln\left(\frac{L_t}{L_0}\right) = \ln\left(1 + e_{0\to t}\right) \qquad 1.6$$

Enfin, la dernière correction porte sur le calcul de l'état de contrainte. La contrainte peut être obtenue de manière plus précise[5] en prenant en compte la variation de la section pendant l'essai. Cependant, mesurer directement l'évolution de la section est difficile. Cette évolution est donc obtenue en supposant que les déformations plastiques se produisent sans entraîner de variation du volume[6] (équation1.7).

$$S_0.L_0 = S_t.L_t \qquad 1.7$$

On peut ainsi calculer l'évolution de l'état de contrainte rationnel (contrainte vraie) par la relation suivante :

---

[5] L'erreur est d'autant plus grande quand les déformations sont importantes.

[6] Lors de déformation plastique, on suppose que les transformations sont dues aux déplacements de dislocations déjà existantes, et donc que la variation de volume est négligeable.

$$\sigma = \frac{F}{S_t} = \frac{F}{S_0}(1+e) \qquad 1.8$$

Grâce à ces trois corrections, on obtient la loi de comportement rationnelle du matériau (Figure 1.1). Il s'agit de la loi de comportement qui représente au mieux le comportement physique du matériau.

Dans la pratique, certains paramètres de la loi de comportement conventionnelle sont utilisés comme par exemple l'allongement pourcent[7] [Blanchard 2006]. Mais il est connu aujourd'hui que ce type de paramètre n'est pas intrinsèque au comportement matériau. Cependant, il peut par exemple quantifier la qualité du matériau en termes de dispersions, ou comparer des matériaux de différentes natures entre eux dans un cadre normalisé.

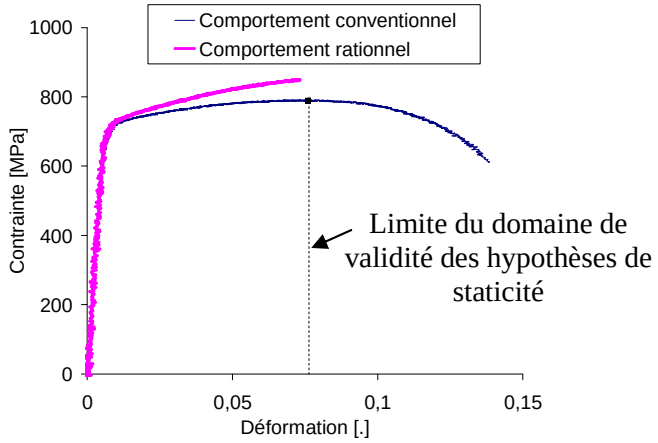


Figure 1.1: Evolution des réponses conventionnelle et rationnelle du matériau

Un paramètre matériau important déterminé à partir de la loi de comportement rationnelle est la contrainte à la limite d'élasticité (caractéristique du franchissement du domaine linéaire élastique). Cependant, déceler cette limite est un problème expérimental difficile, puisqu'elle dépend de la précision du capteur ou de l'appréciation de l'expérimentateur. Pour ces raisons, elle est déterminée par convention, sauf dans le cas d'un développement de bandes de Piobert-Lüders[8]. La convention la

[7] Il s'agit de la déformation conventionnelle relevée à la rupture.

[8] Il s'agit d'un phénomène d'instabilité qui apparait lorsque les dislocations sont bloquées par des atomes d'impuretés (par exemple des atomes d'azote ou de carbone). Pour provoquer la déformation plastique, il est alors nécessaire d'activer d'autres dislocations ce qui se traduit par une augmentation de la contrainte. L'avalanche des dislocations qui suit se traduit dans un premier temps par une

plus utilisée pour les matériaux métalliques consiste à définir cette limite comme étant la contrainte pour laquelle la déformation permanente est égale à 0.2%.

L'essai de traction uni-axiale peut être utilisé pour déterminer des comportements plus complexes comme par exemple lorsque celui-ci est dépendant de la température ou de la vitesse de déformation. Pour cela, il suffit d'utiliser les lois de comportement rationnelles issues de plusieurs essais dont les conditions limites sont différentes. Prenons par exemple le cas d'un comportement matériau non-linéaire dépendant de la vitesse de déformation : il suffit de réaliser plusieurs essais pour des vitesses de sollicitation différentes données. De cette façon, on obtient un faisceau de courbes représentant l'évolution du comportement pour des vitesses de déformation $\dot{\varepsilon}$ particulières (Figure 1.2).

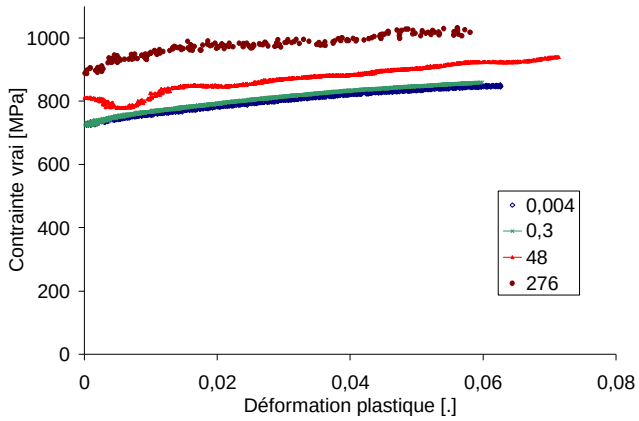


Figure 1.2: Comportement rationnel pour différentes vitesses de déformation

Ces courbes peuvent être utilisées comme des courbes de comportement tabulées dans des codes de calcul. On peut aussi essayer d'identifier les paramètres d'un modèle mathématique permettant de toutes les décrire en fonction de paramètres. Pour le cas présent, un modèle de comportement visqueux de Johnson-Cook ([Johnson-Cook 1983], équation 1.9) et une loi d'écrouissage de type Ludwick peuvent être utilisés. Avec ce modèle, tous les paramètres sont identifiés de manière directe. Les paramètres a_p, b_p et n_p sont identifiés à partir de la courbe de comportement « statique » et les paramètres C_p et ε_{ref} sont identifiés à partir des trois autres courbes. Les résultats de l'identification de ce modèle sont représentés dans la Figure 1.3, et permettent pour cet exemple de valider le choix du modèle. Il existe bien évidemment plusieurs techniques d'identification et modèles permettant de

---

diminution brutale de la contrainte, et ensuite par la diffusion non homogène d'ondes plastiques (sous la forme de bandes). Pendant cette diffusion, la déformation augmente mais la contrainte reste stable. Une fois que ces bandes ont envahi toute l'éprouvette, l'écrouissage reprend normalement.

représenter un comportement viscoplastique, le choix étant principalement lié à la nature du matériau [Langrand 1999].

$$\sigma = \left(a_p + b_p \cdot \varepsilon^{n_p}\right) \cdot \left(1 + C_p \cdot \ln\left(\dot{\varepsilon} / \dot{\varepsilon}_{ref}\right)\right) \qquad 1.9$$

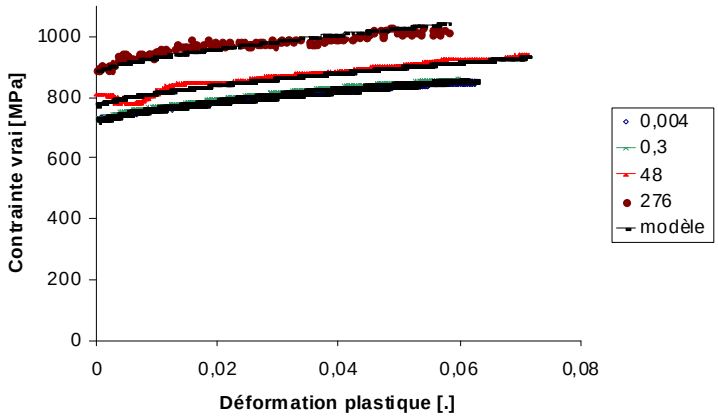


Figure 1.3: Résultats de l'identification du modèle de Johnson-Cook

Cette méthode de caractérisation de comportement viscoplastique est fondée sur les hypothèses de staticité, en supposant que la vitesse de déformation en tous points de la partie utile est identique et constante pendant l'essai. Notons qu'en général, cette hypothèse n'est pas totalement satisfaite pour des vitesses de déformation élevées.

1.2.3. Avantages et limites de cette méthode de caractérisation

L'utilisation d'essais statiquement déterminés est la méthode la plus diffusée pour caractériser le comportement des matériaux. Elle permet, lorsque les hypothèses de staticité sont vérifiées, d'exploiter simplement et rapidement les mesures ponctuelles et/ou globales pour définir le comportement du matériau. De plus, la réponse peut être établie a priori indépendamment de tout modèle de comportement.

Cependant, cette méthode ne permet pas de caractériser le comportement du matériau en grande déformation et proche de la rupture. En effet, dans le cadre d'un essai statiquement déterminé, les mesures utilisées pour caractériser le comportement du matériau se limitent aux mesures faites lorsque les hypothèses de staticité sont satisfaites (champ homogène et uniforme). De cette façon, les mesures faites lorsque les déformations se localisent, c'est-à-dire peu avant la rupture, ne sont pas utilisées pour caractériser la loi de comportement du matériau (Figure 1.4).

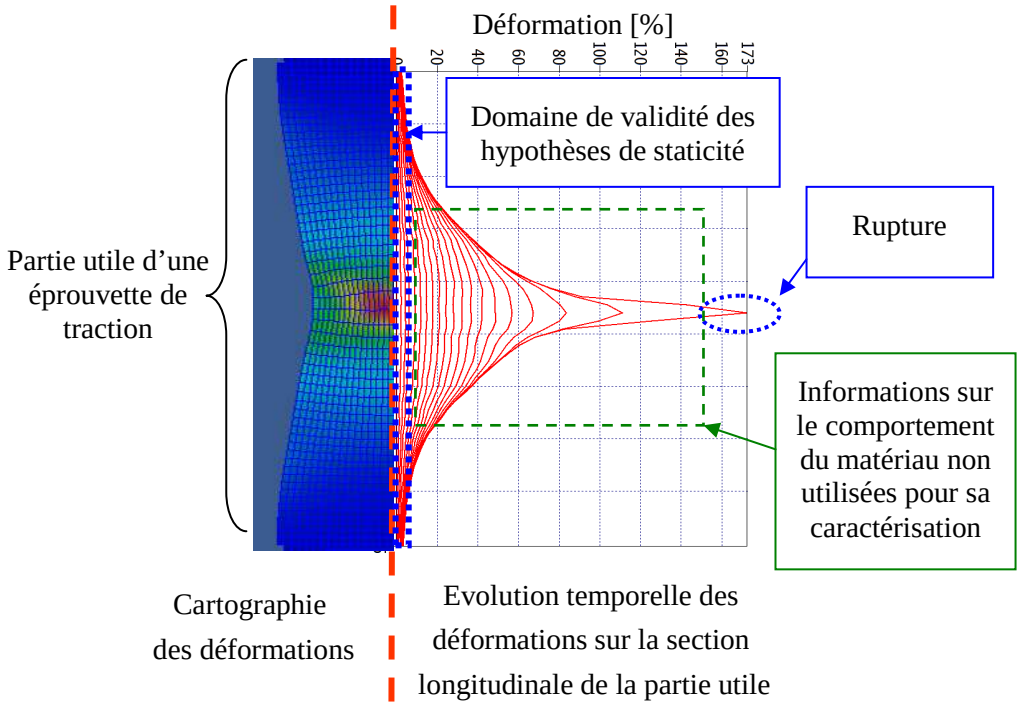


Figure 1.4: Illustration du domaine de validité des hypothèses de staticité sur un essai de traction uni-axiale à partir de mesures de champ

De plus, d'autres difficultés viennent s'ajouter pour la caractérisation de comportements complexes, comme par exemple lorsqu'il est anisotrope, ou encore dépendant de phénomènes physiques (température, vitesse de déformation…). En effet, il est alors impossible d'identifier le comportement matériau à partir d'un seul essai (une seule éprouvette), et il faut donc les multiplier. Cette augmentation du nombre d'essais a pour effet d'augmenter le temps et le coût nécessaires à l'identification du comportement, en posant la question de l'influence des dispersions dans les résultats obtenus. D'autres questions peuvent aussi se poser, comme par exemple lors de la caractérisation d'un comportement viscoplastique: est-ce que le champ de contrainte obtenu est homogène pour une vitesse de déformation élevée? Comment peut-on s'en assurer d'autant qu'il n'existe pas de normes pour la caractérisation du comportement en dynamique des matériaux?

La dernière limite de cette méthode concerne la caractérisation du comportement de matériaux hétérogènes, par exemple pour la caractérisation de zones d'assemblage. Les techniques mises en œuvre, quand c'est possible, sont souvent délicates et fastidieuses. Les deux exemples suivants illustrent ces propos. Le premier exemple concerne la caractérisation du comportement dynamique d'un point soudé [Mahelle 2007]. Pour ces travaux, l'auteur a dans un premier temps identifié numériquement les cycles thermiques subis par le matériau de base dans différentes zones du point soudé. Il a dans un deuxième temps affecté thermiquement des éprouvettes de traction uni-axiale en respectant au mieux ces cycles thermiques, pour caractériser ensuite le comportement statique puis

dynamique du matériau dans les différentes zones du point. Un autre exemple est fourni par C. Gallais et concerne la caractérisation du comportement d'un cordon soudé par Friction Malaxage [Gallais 2005]. Pour ce type de soudure, la transformation du matériau de base est à la fois thermique et mécanique; il est donc très difficile de simuler le procédé de soudage dans certaines zones sur des éprouvettes. Ces difficultés ont amené C. Gallais à découper dans chacune des zones du cordon, des mini-éprouvettes de traction d'une épaisseur de 0.8mm (Figure 1.5). Ces mini-éprouvettes ont ensuite été utilisées pour réaliser des essais statiquement déterminés et identifier les paramètres d'une loi de comportement pour chaque zone du cordon. Finalement, ces lois de comportement ont alimenté un modèle du cordon sollicité à 0°, 45° et 90°. On remarque alors que les résultats obtenus numériquement ne corrélaient pas toujours les résultats expérimentaux [Blanchard 2007b].

Pour toutes ces raisons, certains auteurs ont utilisé une méthode alternative de caractérisation basée sur l'utilisation d'essais statiquement indéterminés. Cette méthode fait l'objet des paragraphes suivants.

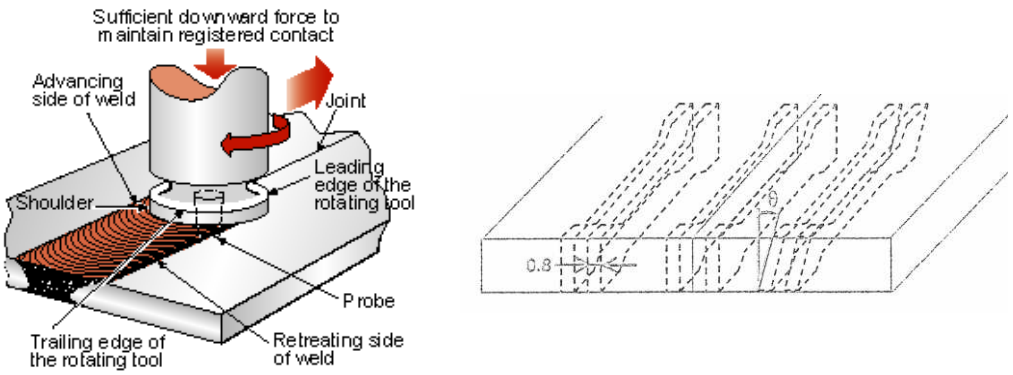


Figure 1.5: Extraction de mini-éprouvettes de traction dans les différentes zones d'un cordon soudé (Gallais 2005)

1.3. Méthode n°2: utiliser un essai considéré comme statiquement indéterminé

1.3.1. Notion de statiquement indéterminé

Un essai est dit « statiquement indéterminé » (problème hyperstatique) quand la solution théorique en termes de distribution des contraintes dans l'éprouvette n'est pas unique et est donc considérée comme inconnue. Il peut s'agir d'essais classiques (comme ceux décrits dans la partie précédente) dont les hypothèses de staticité ne sont plus vérifiées, par exemple lorsque le champ de contrainte est perturbé par un glissement de l'éprouvette dans les mors. Mais il peut aussi s'agir, par extension, de n'importe quel essai produisant un champ de contrainte quelconque. Par rapport aux

essais statiquement déterminés, la grande différence se situe dans la forme du champ de contrainte utilisé pour la caractérisation, celui-ci n'étant plus nécessairement homogène et uniforme.

La première conséquence de l'utilisation de champs hétérogènes est qu'on ne peut plus utiliser directement les mesures d'effort aux conditions limites pour déterminer l'état de contrainte de l'éprouvette. Le problème à résoudre est donc un problème inverse où les données connues concernent les conditions aux limites cinématiques et statiques et des observables cinématiques, tandis que les inconnues sont les paramètres pilotant une loi de comportement et les variables « cachées » (glissement, distribution d'efforts…). Trois éléments sont nécessaires pour résoudre ce problème inverse. Le premier est un outil (analytique ou numérique) capable de calculer l'équilibre mécanique du système. Le second élément permet de collecter des informations sur l'état du système (ce sont des outils de mesure plus ou moins denses). Enfin, le dernier est un modèle intégrant l'influence des paramètres matériaux et des paramètres cachés.

Pour calculer l'équilibre mécanique d'un système présentant un champ de contrainte hétérogène, les premiers outils utilisés ont été les codes de calcul aux Eléments Finis. Les paramètres de comportement sont alors identifiés en recalant le modèle numérique de l'essai, pour que celui-ci vérifie les mesures expérimentales. Cette méthode largement diffusée a principalement été utilisée pour identifier des comportements non-linéaires. Cependant d'autres méthodes alternatives ont été développées, principalement pour les comportements élastiques linéaires [Bonnet 2003-a], comme la méthode de l'écart à la réciprocité [Bonnet 2003-b], [Bui 1995], la méthode de l'erreur en relation de comportement [Geymonat 2003], [Constentinescu 1995], [Bui 2000], [Ladevèze 1994], la méthode de l'écart à l'équilibre [Claire 2003] ou encore la Méthode de Champs Virtuels [Grédiac 1989], [Grédiac 2002a]. Parmi toutes ces méthodes alternatives, seuls la Méthode des Champs Virtuels s'est étendue au cas des comportements non-linéaires [Grédiac 2006].

Etant donné que nous nous intéressons ici aux comportements non-linéaires, seule la méthode de recalage d'un modèle numérique et la Méthode des Champs Virtuels sont détaillées dans les paragraphes suivants.

1.3.2. La méthode du recalage d'un modèle numérique

La méthode de recalage est une méthode d'identification itérative où chaque itération est un calcul direct. Avec cette méthode, l'outil capable de représenter l'équilibre mécanique est le code de calcul éléments finis. L'outil permettant de prendre en compte les paramètres de comportement et les paramètres cachés est le modèle numérique, tandis que les informations sur le comportement du

système sont issues de mesures ponctuelles ou de mesures de champ[9]. Cette méthode est basée sur la minimisation d'un écart entre les grandeurs mesurées et les mêmes grandeurs calculées à partir de la modélisation numérique de l'essai. Les paramètres de comportement utilisés dans la modélisation sont corrigés à chaque itération pour réduire cet écart. Les paramètres permettant de réduire au maximum cet écart par rapport à un critère d'arrêt sont considérés comme étant les paramètres de comportement du matériau.

Dans un premier temps, cette méthode d'identification a été utilisée à partir d'essais pouvant être considérés comme statiquement déterminés (voir paragraphe 1.2.1). Dans ces études, les auteurs ont étendu le domaine de validité de la loi de comportement identifiée en prenant en compte les hétérogénéités dans les champs. C'est le cas par exemple des travaux de Mahnken et Stein [Mahnken 1997] avec la prise en compte de la striction d'une éprouvette de traction[10], des travaux de Gelin et al. [Gelin 1994] avec la prise en compte du bombage d'une éprouvette de compression[11], des travaux de

[9] Il est important de signaler que les techniques de mesure de champ permettent de fournir des matrices de données expérimentales réparties densément sur un domaine d'intérêt. L'expression "mesure de champ" est donc abusive mais étant utilisée par l'ensemble de la communauté scientifique, elle sera utilisée dans ce document. Une mesure de champ est donc constituée d'un nombre fini et dense de mesures ponctuelles.

[10] Dans ces travaux [Mahnken 1997], les auteurs ont identifié une loi de comportement élastoplastique en grandes déformations (trois paramètres) en utilisant des mesures locales autour de la zone de striction. Cette démarche a été utilisée par la suite dans plusieurs travaux ([Tillier 1998], [Ghouati 2001]).

[11] Gelin et al. [Gelin 1994] identifient à partir d'un essai de compression uni-axiale le comportement viscoplastique en grandes déformations. Pour cela, ils intègrent des mesures du bombage de l'éprouvette.

Gavrus et al. [Gavrus 1994] pour la localisation des déformations sur un essai de torsion[12], et encore des travaux de Yohida et al. [Yohida 1998] sur les essais cycliques[13].

Dans ces travaux, les mesures utilisées pour le recalage du modèle éléments finis sont faites avec des techniques de mesure classiques permettant d'obtenir des informations globales (mesure de déplacement ou d'effort), ou ponctuelles (mesure de déformation par jauge). Ces approches nécessitent donc une modélisation fidèle de l'essai car le recalage est fait à partir d'un nombre très limité d'informations. Il s'agit donc d'une méthode qui reste délicate à maîtriser car les sources d'erreurs pouvant polluer les paramètres identifiés sont nombreuses, comme par exemple des conditions aux limites mal maîtrisées.

C'est donc naturellement que les chercheurs ont voulu par la suite utiliser les méthodes de mesures de champ pour étendre les méthodes de recalage. Ces méthodes de mesure permettent, entre autres, de s'assurer que les conditions aux limites de l'essai sont proches de celles simulées, mais surtout elles permettent d'élargir l'éventail des essais qui peut être utilisés. En effet, on peut ainsi essayer d'optimiser la forme de l'éprouvette pour identifier plusieurs paramètres de comportement à la fois (comme des comportements anisotrope ou orthotrope). Les différents travaux se distinguent par le type de comportement identifié (et donc le nombre de paramètres), le type d'essai utilisé et enfin la méthode d'optimisation permettant de minimiser l'écart entre les mesures et les résultats de simulation. En effet, la méthode d'optimisation devient un élément important car les temps de calcul augmentent avec la prise en compte de mesures de champ. Les algorithmes de recherche directe sont maintenant à exclure en raison du nombre important d'itération bien qu'ils soient stables et efficaces. Beaucoup de travaux utilisent des algorithmes du premier ordre avec un calcul du gradient pour

---

[12] Gavrus et al. [Gavrus 1996], [Gavrus 1994] ont utilisé plusieurs essais de torsion sur éprouvettes pleines pour identifier les paramètres de modèles thermoviscoplastiques en grandes déformations grâce à l'intégration des informations issues des zones de localisation. Par la suite, Lam et al. [Lam 1998] ont réduit le nombre d'essais nécessaires à un seul essai, et ce en changeant la nature des mesures utilisées pour le recalage.

[13] Yohida et al. [Yohida 1998] ont dans un premier temps utilisé un essai de flexion cyclique afin d'identifier les huit paramètres d'un modèle élastoplastique. Ensuite [Yohida 2001], ils ont utilisé un essai cyclique de traction compression en grandes déformations pour identifier les paramètres d'un modèle de Chaboche-Rousselier en utilisant un dispositif prévenant le flambage. Enfin [Yohida 2003], ils ont étendu cette méthode d'identification pour caractériser les deux comportements élastoplastiques sur une tôle bi-métallique en combinant les deux essais précédents et en diminuant les temps de calcul.

minimiser la fonction coût. Ces algorithmes sont plus rapides mais sensibles aux points de départ et aux bruits de mesure (minimum locaux). Ils sont donc le plus souvent associés à d'autres techniques permettant de les rendre plus robustes. Certains auteurs réduisent aussi les temps de calcul en jouant sur le nombre d'itération du calcul du problème direct grâce à des schémas d'intégration optimisés.

Les premiers travaux utilisant des mesures de champ pour recaler un modèle numérique sont ceux de Mahnken et al. ([Mahnken 1996-a] qui utilisent des éprouvettes entaillées sollicitées en traction. Par la suite, cette méthode leur permettra d'identifier les six paramètres d'un modèle couplant plasticité et endommagement[14]. Ensuite, on peut citer les travaux de Aoki et al. [Aoki 1997] où les auteurs ont mis en place des outils d'optimisation particuliers pour vérifier l'identifiabilité des paramètres d'un modèle de Gurson à partir des champs simulés de deux essais. Citons aussi Meuwissen et al. ([Meuwissen 1998-a], [Meuwissen 1998-b]) qui ont identifié les paramètres de critères de plasticité isotrope et orthotrope, ou encore les paramètres de lois d'écrouissages cinématiques à partir de champs fortement hétérogènes. Quant aux travaux de Kajberg et Lindkvist, ils ont permis en 2004 [Kajberg 2004] d'identifier deux modèles d'écrouissage, un par morceaux à cinq paramètres et un modèle parabolique à trois paramètres, à partir de mesures faites par interférométrie de speckle. Dans cette étude, les champs de déformation utilisés pour le recalage du modèle sont assez denses avec des cartographies de 600 à 700 points.

Dans tous ces travaux, les auteurs ont utilisé la méthode de recalage d'un modèle numérique pour identifier des lois de comportement non-linéaires, à partir d'essais considérés comme statiquement indéterminés. Le principal avantage de cette méthode est le vaste domaine d'applications. En effet, l'utilisation des codes de calcul éléments finis permet d'accéder à des bibliothèques de lois de comportements très riches. Par contre, il est très difficile de prendre en compte les dispersions expérimentales lors de la modélisation de l'essai comme par exemple, des glissements ou des défauts géométriques. Une autre limite est la difficulté à obtenir des lois de comportement intrinsèques au matériau. En effet, celles-ci dépendent souvent des paramètres éléments finis (comme par exemple la taille des éléments, le type d'élément,…) surtout pour les mécanismes non-linéaires, et en particulier

[14] Dans les premiers travaux de Mahnken et al. ([Mahnken 1996-a], [Mahnken 1996-b]), les auteurs utilisent des mesures par corrélation d'images sur une éprouvette entaillée en son milieu et sollicitée en traction, pour identifier les paramètres de modèles élastoplastiques. Ensuite en 2000 [Mahnken 2000], ce sont des mesures de champ par technique de grille sur une éprouvette bi-entaillée qui permettent d'identifier les paramètres d'un modèle couplant plasticité et endommagement.

la rupture. Enfin, lorsque le nombre de paramètres de comportement à identifier augmente, les outils de recalage deviennent très complexes (en particulier les méthodes d'optimisation), et les temps de calcul très longs.

Cependant, une méthode alternative aux méthodes de recalage de modèle éléments finis existe. Longtemps utilisée pour identifier des comportements linéaires élastiques, elle a récemment été adaptée aux comportements non-linéaires à partir de champs simulés [Grédiac 2006]. Il s'agit de la Méthode des Champs Virtuels, qui fait l'objet du paragraphe suivant.

1.3.3. La Méthode des Champs Virtuels (MCV)

La Méthode des Champs Virtuels a été établie à la fin des années 1980 par M. Grédiac [Grédiac 1989]. Elle repose sur la forme faible de l'équation d'équilibre à la base de la mécanique des milieux continus, le Principe des Travaux Virtuels (équation 1.10). Dans cette équation, l'équilibre énergétique est satisfait pour une infinité de champs de déplacement virtuels, la seule condition étant que ces champs soient cinématiquement admissibles[15]. Cette méthode permet de résoudre un problème inverse où l'outil capable de représenter l'équilibre mécanique est le principe des travaux virtuels. Les informations sur le système sont obtenues à partir de mesures de champs tandis que le champ virtuel permet de faire intervenir les paramètres de comportement et les variables cachées.

$$\int_V \overline{\overline{\sigma}} : \overline{\overline{\varepsilon}}^* dV + \int_V \rho.\vec{a}.\vec{u}^* dV = \int_S \vec{T}.\vec{u}^* dS + \int_V \vec{f}.\vec{u}^* dV \qquad 1.10$$

Dans cette équation, l'énergie interne d'un solide de volume V est calculée à partir de l'énergie issue des forces de déformation et celle issue des forces d'accélération. On retrouve donc le tenseur des contraintes $\overline{\overline{\sigma}}$, le tenseur des déformations virtuelles $\overline{\overline{\varepsilon}}^*$ associé au vecteur des déplacements virtuels $\vec{u}^*$, la masse volumique ρ et les quantités d'accélération $\vec{a}$. L'énergie externe quant à elle est calculée à partir des forces de surface $\vec{T}$ appliquées sur *S* et des forces de volume $\vec{f}$ appliquées au solide.

De part la forme globale de l'équation, l'énergie interne est principalement calculée à partir du tenseur des contraintes défini pour tous les points du volume. La seule façon d'exprimer ce tenseur est

[15] Un champ de déplacement est cinématiquement admissible s'il satisfait les conditions imposées en déplacement aux limites du domaine et s'il est dérivable au moins une fois pour permettre de définir le champ de déformation associé.

de le calculer avec le tenseur des déformations et un modèle de comportement. Cependant, la détermination du tenseur des déformations en tout point du solide n'est pas facile à cause de la complexité des moyens de mesure à utiliser. Dans la plupart des cas, des mesures de champ en surface sont mises en œuvre avec l'hypothèse que les propriétés mécaniques du matériau ne varient pas dans la troisième direction et en supposant un état de contraintes planes. De ce fait, l'intégrale sur le volume est transformée en une somme discrète (voir note 9 page 25) qui sera multipliée par la valeur de l'épaisseur. L'énergie interne est donc calculée directement à partir de grandeurs cinématiques mesurées et de la loi de comportement. Un point fort de cette méthode concerne la prise en compte des conditions aux limites. En effet, l'énergie externe, causée par les forces de surfaces, n'est calculée qu'à partir de la norme et la direction de la résultante des efforts. Il s'agit exactement des informations fournies par une cellule d'effort classique. Ceci permet de ne pas faire d'hypothèses sur la distribution des efforts aux conditions limites[16], distribution qui est généralement inconnue ou difficilement appréhendable (par exemple lors de glissements dans les mors).

Grédiac et Pierron [Grédiac 2006] ont illustré cette indépendance à la distribution des conditions aux limites sur les paramètres identifiés. Ils ont utilisé deux simulations de la même éprouvette avec des distributions aux limites différentes. L'utilisation de simulations a permis de maîtriser parfaitement ces distributions, et ils ont montré qu'elles n'avaient pas d'influence sur les paramètres obtenus.

La MCV a été utilisée et adaptée pour identifier divers comportements matériaux. Pour les comportements élastiques linéaires, elle est utilisée comme méthode d'identification directe alors que pour les comportements anélastiques, elle est utilisée dans un processus itératif.

Une méthode d'identification directe

La MCV est une méthode d'identification directe pour les comportements linéaires car il est possible de faire apparaître explicitement les paramètres du comportement à identifier dans l'équation

[16] Contrairement aux méthodes de recalage de modèles numériques où les conditions aux limites doivent être parfaitement définies (le plus souvent supposées comme parfaites avec une distribution homogène).

(1.10)[17]. Pour que le système à résoudre puisse être résolu, le nombre d'équations d'équilibre à vérifier doit être au minimum identique au nombre de paramètres. Il suffit pour cela d'écrire ces équations d'équilibre pour différents champs virtuels. De cette façon et en supposant que les champs virtuels soient suffisamment indépendants les uns des autres, les paramètres sont identifiés en résolvant un système linéaire.

Le premier domaine d'application de la méthode concerne l'étude du comportement statique de matériaux composites avec comme premiers travaux ceux de M. Grédiac et al. [Grédiac 1994]. Dans cette étude, les auteurs ont utilisé la MCV pour identifier le comportement en cisaillement d'un matériau plastique renforcé de fibres. L'essai utilisé est celui de Iosipescu sur éprouvette entaillée et les champs sont obtenus par la technique de Moiré. Le résultat a été comparé aux paramètres de référence identifiés de manière classique sur le même essai, c'est-à-dire à partir d'une formule analytique obtenue en considérant l'essai comme statiquement déterminé.

L'étape suivante a été l'application de la MCV à partir d'un essai pour lequel il n'existe aucune solution analytique [Grédiac 1998a – Grédiac 1999]. Les champs sont mesurés par la méthode des grilles à la surface d'une éprouvette en forme de « T » (voir Figure 1.6). A partir de ce seul essai, les quatre paramètres pilotant le comportement élastique orthotrope d'un matériau composite ont été identifiés. Ces travaux permettent de mettre en évidence que tous les paramètres de comportement ne sont pas identifiés avec la même précision et la même stabilité. En fait, le champ de déformation obtenu ne fait pas intervenir de façon équilibrée les différents mécanismes physiques pilotés par les différents paramètres du modèle. Se pose alors la question du choix de l'essai et des niveaux d'hétérogénéité nécessaires pour identifier tous les paramètres avec la même précision.

[17] Par exemple, pour un comportement élastique linéaire, il existe une relation explicite (loi de Hooke) entre le champ de déformation mesuré (considéré comme étant totalement élastique) et le champ de contrainte. Cette relation permet de faire apparaître les paramètres de comportement à identifier dans l'équation (1.10).

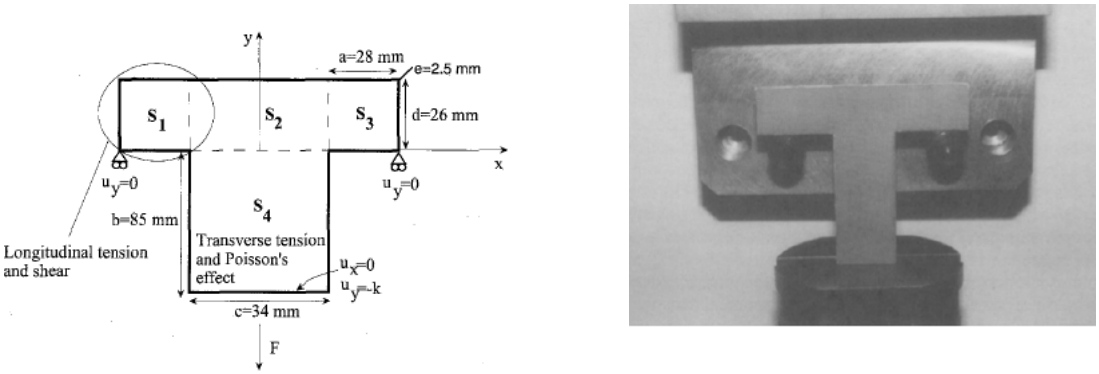


Figure 1.6: Caractéristiques et photo de l'éprouvette en « T » utilisée dans [Grédiac 1998-1999]

Suite à ces travaux, des études ont été faites à partir de champs de déformation simulés pour analyser la stabilité de la méthode. On peut citer les travaux de Pierron et al. [Pierron 2000b] sur l'analyse de l'impact d'erreurs ou de bruit dans les champs de déformation utilisés, ou encore ceux de [Grédiac 2001] sur l'influence du choix des champs virtuels et du choix des états de chargement. Il ressort de ces derniers travaux que tous les champs virtuels cinématiquement admissibles ne permettent pas d'identifier avec précision les paramètres de comportement. Concrètement, les différents champs virtuels permettent de favoriser des zones différentes du champ de déformation pour l'identification. Etant donné que le champ de déformation n'est pas homogène, il arrive que pour certains champs virtuels, certains paramètres de comportement ne soient pas identifiables.

Ce problème lié au choix des champs virtuels a été résolu en 2002 avec les travaux de Grédiac et al. [Grédiac 2002b]. Dans cette étude, les auteurs énoncent le principe d'une méthode pour définir des champs virtuels optimum totalement découplés les uns des autres. Ces champs permettent d'identifier au mieux les paramètres de comportement et sont appelés champs virtuels spéciaux. Ces champs virtuels spéciaux ont ensuite été utilisés pour identifier des paramètres de comportement d'un matériau orthotrope [Grédiac 2002c], ou encore pour l'identification des propriétés en flexion d'une plaque fine au comportement anisotrope [Grédiac 2003]. Plus tard, Avril et al [Avril 2004] proposeront d'intégrer une analyse statistique lors de la sélection des champs virtuels afin de choisir ceux qui minimisent l'effet du bruit de mesure.

Une autre application intéressante de cette méthode sur des matériaux composites est celle de Moulard et al. [Moulard 2006]. Elle consiste à identifier des paramètres de raideur à travers l'épaisseur

d'un tube épais[18] sollicité en compression. Les difficultés rencontrées dans cette étude portent sur la qualité des champs de déformation obtenus. Notons que les auteurs ont dû prendre des précautions en minimisant le bruit des mesures[19] pour identifier les différents paramètres avec précision (Figure 1.7).

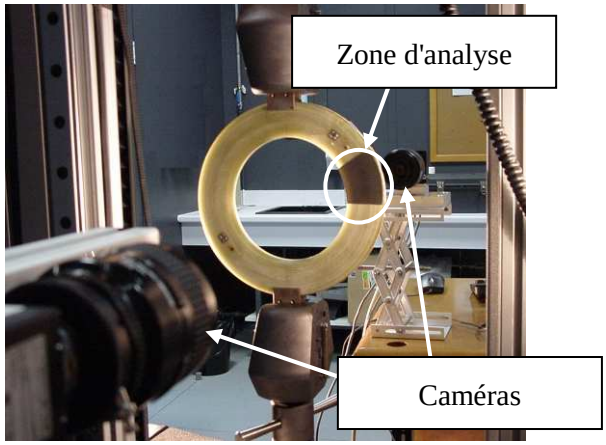


Figure 1.7: Dispositif utilisé pour s'affranchir des déplacements hors plan pendant la phase de compression de l'anneau [Moulard 2006]

Les dernières applications concernent les comportements élastiques de matériaux orthotropes avec la définition d'un essai optimum qui permettrait d'identifier tous les paramètres avec la même précision. Il s'agit des travaux de Chalal et al. ([Chalal 2004] et [Chalal 2006]) où les auteurs ont essayé de définir sur la base d'un essai de Iosipescu une géométrie d'éprouvette optimum. Cependant, avec cette géométrie optimale, les erreurs faites sur l'identification des paramètres d'allongement restent importantes. Récemment, Pierron et al. [Pierron 2007] ont poursuivi ces travaux en 2007 en changeant l'orientation des fibres du matériau et la technique de mesures de champs. Les résultats ainsi obtenus sont très satisfaisants et il s'agit là des premiers travaux concluants vers la conception d'un essai optimisé pour l'identification des paramètres de comportement élastique orthotrope. Les auteurs parlent d'ailleurs de « premier pas vers la définition d'une norme ».

Pour terminer sur l'identification des comportements linéaires élastiques, Avril et al. [Avril 2007a] ont comparé plusieurs méthodes d'identification utilisant des mesures de champs. Les auteurs

---

[18] La méthode ayant déjà été validée sur ce type d'essais et pour ce type de lois de comportement par Pierron et al. [Pierron 2000a] à partir de champs de déformation simulés et des champs virtuels empiriques.

[19] Utilisation de deux caméras pour prendre en compte les déplacements hors plan de l'éprouvette (Figure 1.7) et utilisation de fonction polynomiales pour lisser les champs de déformation.

montrent alors que toutes les méthodes étudiées sont des cas particuliers de la MCV qui utilisent des champs virtuels particuliers, et non optimum au sens des champs virtuels spéciaux.

Notons que la MCV a aussi été utilisée comme méthode d'identification directe pour caractériser le comportement vibratoire de plaques. Les premières identifications[20] sur ce sujet sont celles de [Grédiac 1998b]. Les résultats obtenus s'avèrent très précis et la méthode robuste.

Par la suite, Giraudeau et al. [Giraudeau 2006] ont identifié simultanément les propriétés de raideur et d'amortissement d'un matériau isotrope sur une plaque en vibration forcée à partir de mesures de champs par déflectométrie[21].

Les travaux présentés ci-dessus utilisent la MCV pour caractériser des lois de comportement linéaires à partir de mesures de champs en considérant des essais statiquement indéterminés. Pour ce type de lois, les paramètres de comportement sont obtenus directement en résolvant un système linéaire d'équations d'équilibre.

Une méthode d'identification itérative

La MCV devient une méthode d'identification itérative pour les lois de comportement non-linéaires, car il devient impossible de faire apparaître les paramètres à identifier de façon explicite dans l'équation d'équilibre. En effet, dans le cas d'un comportement élasto-plastique, il faut au préalable calculer la déformation plastique cumulée à partir du tenseur des déformations totales mesurées. Une fois les déformations plastiques calculées en utilisant un jeu de paramètres de comportement initial, le tenseur des contraintes peut être à son tour calculé pour être utilisé dans une fonction coût, basée sur l'équation d'équilibre. Cette fonction coût représente l'écart entre l'énergie interne et l'énergie externe de l'éprouvette qui est minimisé par un processus itératif. Les paramètres de comportement permettant de minimiser au mieux la fonction coût seront retenus comme étant les paramètres de comportement du matériau.

Les premiers travaux avec ce type de comportement matériau sont ceux de Grédiac et al. en 2006 [Grédiac 2006]. Ces travaux permettent de valider l'utilisation de la MCV pour identifier un modèle de comportement élastoplastique à partir de champs de déformation numériques[22]. Le modèle

[20] La validation théorique et numérique ayant été faite deux ans plus tôt dans les travaux de Grédiac et al. [Grédiac 1996].

[21] La validation numérique ayant été faite quelques années auparavant [Giraudeau 2003-2005].

[22] Les champs de déformation utilisés sont issus de la modélisation d'un essai de traction sur une éprouvette bi-entaillée non symétrique.

d'écrouissage utilisé est un modèle d'écrouissage linéaire. Dans ces travaux, une des réflexions porte sur la construction de la fonction coût. En effet, on peut multiplier le nombre d'équations d'équilibre à satisfaire dans la fonction coût, ce qui permet de baser le processus de minimisation sur un critère multi objectifs. Pour cela, les auteurs proposent dans un premier temps d'utiliser tous les états de chargement enregistrés pendant l'essai. C'est une façon efficace d'enrichir la fonction coût car les champs de contrainte varient fortement au cours du temps (ces variations proviennent de l'utilisation d'un champ hétérogène et d'un comportement matériau non-linéaire). Dans un deuxième temps, l'écriture de ces états d'équilibre est définie pour différents champs virtuels. Les paramètres de comportement ont ainsi pu être identifiés mais le choix du (des) champ(s) virtuel(s) est délicat car la précision des paramètres identifiés en dépend. De plus, il semble difficile de trouver automatiquement des champs virtuels optimaux comme cela le fut pour les comportements élastiques avec les champs virtuels spéciaux. A la fin de cet article, les auteurs s'interrogent sur l'existence et l'unicité d'une solution au problème. Outre le choix du champ virtuel, cela dépend aussi du type d'essai qui est utilisé, et donc du niveau d'hétérogénéité optimal.

La validation expérimentale de la MCV pour les comportements non-linéaires a été faite par Pannier en 2006 [Pannier 2006a-2006b]. Pour cela, les mesures des champs de déplacement sont faites en utilisant la méthode des grilles. Afin de limiter le bruit sur les champs de déformation, ceux-ci sont obtenus en dérivant analytiquement des fonctions polynomiales. Ces fonctions sont construites en interpolant les champs de déplacement mesurés. Le comportement matériau identifié est un comportement élastoplastique avec écrouissage non-linéaire à trois paramètres[23]. Ce comportement est identifié pour des déformations plastiques faibles de l'ordre de 2% maximum. Cette limite est due aux performances propres à la méthode de mesure utilisée. L'étude de Pannier peut être décomposée en deux parties. Dans la première, il utilise un essai de traction avec une section lentement variable. Cet essai est utilisé avec l'hypothèse d'un état de contrainte uni-axial pour faciliter le traitement. Il lui permet dans un premier temps de valider la méthode de mesure mais aussi la stabilité de la solution par rapport au degré du polynôme utilisé lors du filtrage. Au final, les paramètres identifiés sont fidèles aux paramètres de référence. Dans la seconde partie, l'essai utilisé est un essai de traction sur une éprouvette symétrique avec deux entailles circulaires. Cet essai est donc traité avec un état de contrainte multi-axial. Les résultats d'identification montrent qu'une partie des paramètres identifiés présente des écarts importants par rapport aux paramètres de référence. Il s'agit des paramètres permettant de décrire la transition élastique/plastique de la loi de comportement du matériau. Plusieurs

[23] Il s'agit d'un modèle de Voce avec un écrouissage type puissance. Les paramètres de comportement élastique sont identifiés de manière directe avec la MCV et des champs virtuels empiriques.

pistes ont été étudiées pour expliquer ces différences comme le changement des champs virtuels, l'utilisation d'un modèle d'écrouissage linéaire ou encore l'utilisation d'une autre technique de lissage. Cependant, ces études n'ont pas permis de résoudre totalement le problème. L'auteur propose alors d'autres pistes de réflexion pour expliquer cet écart. La première est la définition d'un champ virtuel distinct pour les différents états de chargement afin de mieux prendre en compte la diffusion de la plasticité. D'un autre côté, les écarts peuvent aussi être dus à la fréquence d'acquisition trop faible des images ne permettant pas de capter suffisamment la diffusion de la plasticité. Enfin, une autre possibilité est que le modèle d'écrouissage utilisé n'est pas approprié au matériau et qu'un modèle d'écrouissage cinématique est peut-être préférable.

La méthode des champs virtuels permet donc d'identifier des lois de comportement à partir d'essais considérés comme statiquement indéterminés. Il s'agit d'une méthode d'identification directe pour les comportements élastiques linéaires. Beaucoup d'études ont été faites sur ce sujet et elles ont permis de définir des outils performants comme des champs virtuels spéciaux. Des réflexions ont été menées pour définir un essai optimum pour l'identification du comportement élastique de matériaux orthotropes. Ces études sont directement liées à la problématique de l'activation des paramètres recherchés dans le champ hétérogène. Enfin, on remarque aussi que les applications expérimentales ont nécessité des précautions particulières pour limiter les bruits de mesures et les phénomènes parasites. Concernant l'identification de comportements non-linéaires, la MCV devient une méthode d'identification itérative basée sur la minimisation de l'écart entre les énergies internes et externes de l'éprouvette. Cependant, le temps nécessaire à l'identification des paramètres est de l'ordre de quelques minutes sur un ordinateur standard au lieu de plusieurs heures pour le recalage EF. Pour ce type de comportement, les questions sont nombreuses comme par exemple l'influence du champ virtuel, le niveau d'hétérogénéité du champ optimum et donc le type d'essai à utiliser, la construction de la fonction coût ou encore l'influence du nombre de points utilisé pour la mesure du champ.

1.3.4. Comparaison des deux outils de résolution de l'équilibre

Deux méthodes ont été décrites pour identifier le comportement non-linéaire de matériaux à partir d'essais considérés comme statiquement indéterminés, la méthode de recalage d'un modèle numérique et la Méthode des Champs Virtuels. Ces deux méthodes sont des méthodes d'identification itératives pour les comportements non-linéaires mais plusieurs points les distinguent.

Le premier est le temps de calcul. En effet le recalage d'un modèle aux éléments finis à partir d'une mesure de champs nécessite beaucoup d'itérations contrairement à la MCV[24]. Le second est la prise en compte des conditions aux limites. En effet, le caractère énergétique avec la MCV permet de s'affranchir de la distribution des efforts aux conditions aux limites, alors que celle-ci doit être représentée fidèlement dans le modèle numérique éléments finis utilisé pour le recalage. Ce point peut poser des problèmes lors d'une procédure de recalage si les conditions limites sont mal connues (par exemple en présence de glissements).

Pour ces deux raisons, nous avons choisi d'utiliser la MCV dans cette étude malgré que les paramètres identifiés semblent plus sensibles à la qualité des mesures de champ utilisées. Certains travaux montrent que le choix de la méthode de mesure de champ est important et doit être adapté au besoin [Chalal 2006], [Pierron 2007].

C'est pourquoi les différentes techniques permettant de mesurer des champs cinématiques sont présentées et approfondies dans la partie suivante.

1.4. Description des techniques de mesure de champ

La plupart des techniques de mesure de champs cinématiques permettent de relever des déplacements. Seules les méthodes de shearography et de photoélasticimétrie permettent d'obtenir directement des déformations. Dans le cas où la méthode permet de mesurer des déplacements, les champs de déformation sont obtenus indirectement en dérivant numériquement les champs de déplacement. Par contre, la même hypothèse est faite pour toutes les méthodes de mesures de champs. Les déformations subies au cœur du matériau sont communes par hypothèse aux mesures faites sur le plan de chargement (hypothèse de contrainte plane ou de déformation plane).

Il existe plusieurs critères pour classer les méthodes de mesures de champ, par ordre chronologique [Ronchi 1964], par type de codage [Surrel 2004], par domaine d'application [Knauss 2000], par nature du mesurande [Surrel 2004] ou encore en fonction des principes physiques utilisés [Triconnet 2007]. C'est le dernier type de classement qui est utilisé ici avec deux principes physiques: les méthodes basées sur des lois optiques et celles sur des analyses d'images.

[24] Par exemple, Kajberg et al. [Kajberg 2004] mentionnent un temps de calcul de 23 heures pour l'identification d'un modèle plastique par la méthode de recalage contre quelques minutes avec la MCV [Grédiac 2006], [Avril 2007b].

1.4.1. Techniques issues de lois optiques

- LA PHOTOELASTICIMETRIE

La photoélasticimétrie est une méthode expérimentale permettant de visualiser une répartition des contraintes dans un matériau photoélastique (transparent). Elle est basée sur le phénomène de biréfringence provoqué par ces matériaux. Le milieu transparent et optiquement isotrope devient anisotrope s'il est soumis à une contrainte.

Ce phénomène a été développé et exploité au début du XXe siècle par les travaux de E.G. Coker et L.N.G Filon en 1931 [Coker 1931], puis ceux de Frocht en 1941 [Frocht 1941]. Les travaux récents sur la photoélasticité concernent son application aux fibres optiques [Bruno 2006].

Avec cette méthode, la biréfringence est étudiée en analysant la façon dont la polarisation de la lumière est transformée après le passage à travers le matériau. Par exemple, une onde lumineuse polarisée rectilignement pourra ressortir polarisée elliptiquement. Cela s'explique par le fait que les deux composantes de l'onde subissent un retard l'une par rapport à l'autre. Ce retard est directement relié aux contraintes présentes dans le matériau. On peut donc mesurer les contraintes grâce à cette modification de la polarisation. Le retard entre les deux composantes de l'onde correspond à un déphasage qui dépend de la longueur d'onde, c'est-à-dire de la couleur. C'est pourquoi les images obtenues avec de la lumière blanche présentent des irisations colorées (Figure 1.8).

Cette méthode permet donc d'obtenir les directions principales des contraintes et la valeur de la contrainte maximale dans le matériau biréfringent. Comme les propriétés de ce matériau sont connues et que ses déformations sont les mêmes que celles subies par le matériau à étudier, on obtient les déformations du matériau à étudier. Notons qu'il existe plusieurs techniques pour coller le matériau photoélastique[25], mais dans tous les cas, il faut que son épaisseur soit rigoureusement constante pour ne pas fausser les mesures. Les échelles balayées s'échelonnent de un à plusieurs dizaines de centimètres et la résolution de la mesure dépend principalement des caméras utilisées.

[25] Il existe différentes techniques d'application de ces films en fonction de la géométrie de la structure à étudier. On peut citer par exemple les films à coller (couche rigide) sur les surfaces planes. Ceux produits par le dépôt d'un film polymérique pâteux, qui polymérise en place, pour les surfaces courbes. Cependant, cette dernière technique difficile et fastidieuse à mettre en place est maintenant remplaçable par une méthode utilisant un vaporisateur pour pulvériser une couche photoélastique.

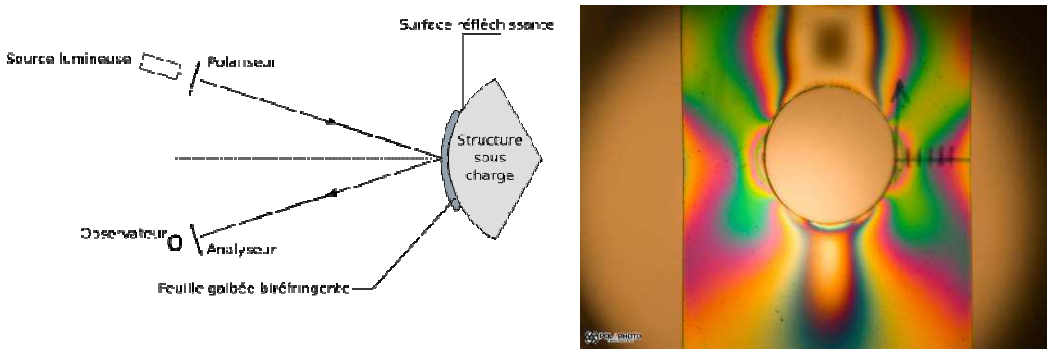


Figure 1.8: Schéma de principe de la photoélasticimétrie et exemple sur une éprouvette perforée sollicitée en traction

- LES TECHNIQUES INTERFEROMETRIQUES

L'interférométrie est une technique pour mesurer la déviation entre deux champs d'onde avec une très grande sensibilité. Le principe général consiste à faire interférer des faisceaux de lumière monochromatique ayant suivi des chemins différents. Un des faisceaux est en général le faisceau de référence et l'autre celui qui éclaire la surface dont on veut étudier les mouvements.

Pour que les deux ondes puissent interférer, il faut qu'elles soient émises par la même source. Il faut savoir que la phase des ondes lumineuses varie de 2π sur des distances de quelques centaines de nanomètres, ce qui rend la méthode très sensible aux vibrations, en contrepartie d'une mesure très performante pour des petits déplacements. La méthode est aussi sensible aux rugosités de la surface (sauf pour l'interférométrique de speckle). Enfin, l'utilisation d'ondes fait intervenir un problème d'ambiguïté lorsque la différence de phase entre les deux pixels voisins est supérieure à 2π.

De nombreux phénomènes physiques peuvent être associés à la technique d'interférométrie pour augmenter les performances: l'holographie, le moiré, le speckle, etc.

L'interférométrie holographique

L'holographie n'est pas une méthode de mesure, c'est une méthode d'enregistrement. Cette technique permet d'enregistrer une surface d'onde électromagnétique, et de la restituer par la suite.

L'interférométrie holographique [Smigielski 1998a-1998b] consiste à enregistrer l'onde électromagnétique diffusée par un objet, et de la restituer ultérieurement pour faire interférer avec l'onde diffusée par le même objet modifié.

L'utilisation de l'holographie avec la technique d'interférométrie a permis d'étendre les mesures d'interférométrie à des objets tridimensionnels diffusants. Le frein majeur de cette technique a longtemps été la procédure d'exploitation des résultats. En effet, le seul support capable d'enregistrer et de restituer un hologramme était une plaque holographique. Chaque mesure nécessitait donc une phase d'enregistrement puis une phase de développement du support holographique, induisant des

coûts d'exploitation importants tant au niveau des consommables que du temps de traitement. Cependant, comme de nombreuses techniques optiques, l'holographie a bénéficié du développement des capteurs CCD et de l'augmentation de la puissance des outils de calcul pour améliorer considérablement la procédure d'exploitation des mesures. Mais l'utilisation de capteurs CCD ne permet pas d'obtenir le même niveau de précision que les plaques holographiques en raison de leur résolution. Les plaques holographiques permettent d'obtenir des mesures, en terme de déplacement, inférieures au micromètre alors que les performances de l'holographie numérique sont de l'ordre de quelques micromètres.

L'interférométrie de Moiré

Cette technique de mesure combine la technique du moiré à l'interférométrie. L'atout majeur de cette technique est sa capacité à mesurer des déplacements dans un plan avec une très bonne résolution et un excellent rapport signal sur bruit. C'est une méthode de mesure optique connue pour sa haute sensibilité [Patorski 1993], qui avec des équipements adaptés, peut atteindre une résolution de quelques nanomètres [Miller1999]. Ces performances en font une méthode adaptée pour mesurer des petits déplacements. Cependant, la maîtrise de cette technique de mesure est difficile à cause de sa sensibilité aux bruits optiques, des perturbations expérimentales, de la qualité de la grille de diffraction et de la qualité d'alignement des faisceaux lumineux.

L'interférométrie de Speckle

A la différence des méthodes interférométriques classiques où des faisceaux spéculaires et des surfaces polies doivent être employés, les interféromètres de speckle [Smigielski 2001] peuvent être utilisés sur des surfaces rugueuses (non polies) qui dispersent la lumière.

L'interférométrie de speckle permet une grande souplesse dans le choix des directions d'éclairage et d'observation. Il existe une multitude de types de montage permettant de nombreuses applications comme par exemple; hors plan, dans le plan (en double éclairage ou en double observation) EPSI, comparatif, différentiel (shearography), de vélocimétrie, contourning. Ces méthodes sont basées sur l'addition de la lumière dispersée par la surface et celle issue d'un faisceau de référence. Les changements de phase sont codés par le faisceau de référence avec l'hypothèse que l'objet soit modifié. Le déplacement de l'objet est obtenu en corrélant deux taches, prisent avant et après le déplacement.

L'interférométrie de speckle possède les avantages d'être plus robuste que l'holographie et plus flexible que l'interférométrie de réseau. Par contre, les signaux sont grandement bruités et le montage est complexe.

1.4.2. Techniques issues de l'analyse d'images

Les méthodes de mesure de champs basées sur l'analyse d'images permettent de mesurer des déplacements en analysant deux images successives. Ces déplacements sont obtenus en évaluant le mouvement de repères liés à la surface étudiée. Ce type de méthode de mesure permet des applications multiples, en particulier à toutes les échelles. Pour cela, il suffit d'adapter le système d'observation (objectif de caméra, …) et la finesse du repère appliquée sur la surface d'étude. Ces méthodes se sont développées et démocratisées dans les années 1990 avec d'une part l'amélioration des performances des caméras numériques et d'autre part l'augmentation des capacités de traitement informatique. Les performances de ces méthodes de mesure sont directement liées au système d'observation et au marquage utilisé.

- LA METHODE DE LA GRILLE

La méthode de la grille [Surrel 1994 - 2005] est une technique de mesure de champs de déplacement dans le plan en lumière blanche. Elle est basée sur l'analyse des images d'une grille solidaire à la surface à analyser. Cette technique a été utilisée avec des grilles de 1200 traits par millimètre observées sous microscope à haute résolution, jusqu'à des grilles de moins d'un trait par millimètre, observées avec un objectif photographique. Plusieurs techniques existent pour dupliquer une grille sur une éprouvette. Le choix de l'une ou l'autre dépend du matériau étudié et du pas de grille souhaité. Elles peuvent être gravées, transférées, imprimées ou encore collées sur la surface [Parks 1993], [Post 1982].

Le principe de cette méthode est basé sur l'hypothèse que la grille suit fidèlement les déplacements et les déformations de l'éprouvette sur laquelle elle est collée. La grille est illuminée puis son évolution est observée par une caméra CCD. Si ces lignes sont perpendiculaires à la direction x, l'intensité lumineuse réfléchie par un point $A(x_A, y_A)$ de la surface dans l'état initial s'exprime par :

$$I_i(x_A, y_A) = I_i\left[1 + \gamma\cos\left(\frac{2\pi x_A}{f_p}\right)\right] \qquad 1.11$$

avec γ le contraste et f_p la période de la grille. Avec la déformation de la grille, le point A se déplace au point $a(x_a, y_a) = A(x_A, y_A) + U(A)$ et son intensité lumineuse est identique. La phase de cette intensité dans l'état final est donc une superposition de phase linéaire liée à la porteuse et de la modulation de la phase due au déplacement. Ce déphasage ϕ s'écrit :

$$\phi(a) = \frac{2\pi}{p} U(a) \qquad 1.12$$

Cette équation établit la relation entre la modulation de la phase et le déplacement, ce qui permet par analyse des variations de phase, d'obtenir le champ de déplacement. Un avantage de cette méthode réside donc dans la simplicité de sa programmation.

Expérimentalement, la principale difficulté rencontrée avec la méthode de la grille est de garder le plan du capteur CCD et le plan de la grille parallèle durant l'essai. En effet, les mouvements hors plan de l'éprouvette affectent particulièrement les mesures. Mais une alternative existe pour pallier ce problème. En effet, Moulard et al. [Moulard 2006] utilisent pour cela les mesures faites de part et d'autre de l'éprouvette (Figure 1.7 page 32). Pour terminer, notons que la méthode de la grille n'est valable que pour des petits déplacements et des petites déformations (de l'ordre de quelques pourcents), mais avec une bonne résolution de l'ordre du centième du pas de la grille. Notons aussi que la faible luminosité rend son application difficile en dynamique.

- LA CORRELATION D'IMAGES

La corrélation d'images est une méthode qui date des années 1980. Cependant cette technique de mesure s'est démocratisée au début des années 2000 dans les laboratoires de mécanique. Elle y est principalement utilisée pour faire des analyses macroscopiques sur éprouvettes [Bayard 2005]. Néanmoins, en adaptant le système d'observation, on peut réduire la zone d'analyse à l'échelle millimétrique. C'est le cas des travaux de Lecomte-Grosbras et al. [Lecomte-Grosbras 2009] avec l'analyse des déformations entre les plis d'un matériau composite en fibre de carbone. Cette technique de mesure est utilisée sur beaucoup de matériaux comme par exemple: les métaux, les polymères, les composites, les céramiques, les matériaux biologiques [Coutand 2004], les élastomères, la laine de verre [Bergonnier 2003], etc.

La méthode de corrélation d'images est basée sur l'analyse de l'évolution d'un mouchetis. Le mouchetis est un motif aléatoire en niveau de gris représenté à la surface de l'éprouvette. Il peut être obtenu de différentes manières, la technique la plus utilisée étant le dépôt de peinture. Elle consiste à pulvériser une peinture en niveau de gris (comme les peintures à effet marbré), ou à pulvériser successivement des peintures noires et blanches. C'est une méthode rapide à mettre en œuvre mais qui nécessite un peu de pratique. L'inconvénient principal est la maîtrise de la taille du mouchetis[26]

[26] En effet, elle doit être fonction de la taille du champ de mesure pour que la taille d'une tache dans le mouchetis soit adaptée à la taille d'un pixel sur le CCD.

[Lecompte 2006]. Le mouchetis peut aussi être obtenu par la texture naturelle du matériau. En effet, pour une analyse à l'échelle millimétrique, l'état de surface du matériau peut représenter un motif en niveau de gris suffisamment riche pour pouvoir être post-traité.

Une fois l'évolution du mouchetis enregistrée pendant la sollicitation du matériau, l'utilisation d'un logiciel[27] de corrélation permet de traiter les images et de calculer les champs de déplacement. Dans un premier temps, ce logiciel échantillonne la zone d'étude de l'état initial en facettes de quelques pixels de coté. Chacune de ces facettes est signée par une distribution spatiale unique de niveau de gris. Dans un second temps, les algorithmes de corrélation recherchent dans l'image enregistrée à l'état de chargement suivant, une facette avec la même signature (Figure 1.9). De cette façon, le logiciel est capable de suivre le même point de l'éprouvette pendant la sollicitation et donc de calculer les déplacements sur toute la zone d'analyse. Ce post traitement s'effectue après calibration de l'ensemble du système optique (objectif, caméras, éclairage, …) grâce à des plaques de calibration raccordée.

Dans les travaux de H. Haddadi et al. [Haddadi 2008], les auteurs listent et évaluent l'influence des éléments pouvant perturber les résultats obtenus par corrélation d'images. On peut dans un premier temps citer les éléments liés à la qualité des images enregistrées. Il y a l'éclairage ; il doit être stable durant tout l'enregistrement pour ne pas perturber l'algorithme de corrélation par des variations de niveau de gris ou des saturations. L'objectif de la caméra peut perturber aussi un peu les résultats à cause de ses distorsions. Il faut aussi veiller à ce que l'éprouvette ne subisse pas des mouvements hors plan, car la méthode y est sensible. Cependant, l'utilisation de deux caméras (stéréo-corrélation d'images) permet de s'affranchir des problèmes de déplacements hors plan (mesure des déplacements 3D) et des problèmes liés aux défauts des objectifs. Il faut toutefois les étalonner au préalable. Les

[27] Il existe beaucoup de logiciels de corrélation d'images pouvant être classés en deux groupes. D'un côté les logiciels universitaires (Correli de l'ENS Cachan, 7D du LMéCa d'Annecy, Correla du LMS de Poitiers, CorrelManuV du LMS et de l'Ecole Polytechnique, Kelkins du LMGC à Montpellier, Icasoft de l'INSA de Lyon, etc) où les utilisateurs ont accès aux sources et peuvent les adapter à leurs besoins. Par contre, les outils d'analyse et de post-traitement sont très limités. D'un autre côté, les logiciels commerciaux (Aramis de Gom et Vic de Correlated Solution) où les outils de post-traitement et d'analyse sont assez complets. Le Groupe De Recherche (GDR/CNRS 2519) "Mesure de champs et identification en mécanique des solides" travaille à la conception d'un benchmark afin d'évaluer les différents logiciels pour différentes sollicitations [GDR-2519 2007].

autres sources d'erreurs proviennent des paramètres de corrélation (taille des facettes, pas de la grille de mesure,…), de la qualité du mouchetis et de l'algorithme de corrélation utilisé[28].

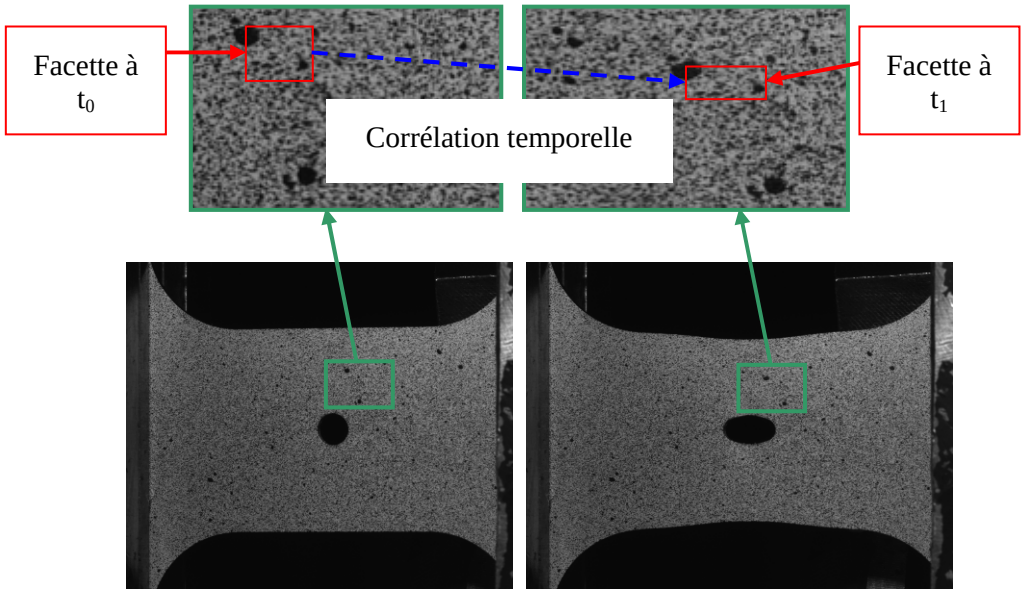


Figure 1.9: Principe de corrélation entre deux images

Les avantages de cette technique de mesure sont nombreux et à l'origine de sa diffusion. Le premier est la précision des mesures avec une résolution sub-pixelique. Le second est les nombreux domaines d'applications adaptés aux comportements dynamiques [Grégoire 2007]. Les moyens expérimentaux sont simples et rapides à mettre en œuvre (caméra, éclairage en lumière blanche, mouchetis), en comparaison aux autres techniques de mesure de champs. Pour finir, on obtient des mesures de champs avec un nombre de points important, le nombre de points utilisés pour l'exploitation étant choisi lors du post-traitement. Cependant, l'inconvénient majeur de cette technique est l'absence de mesure sur les bords libres de l'échantillon.

1.5. Conclusion

Il existe deux méthodes pour caractériser le comportement non linéaire des matériaux. La première utilise un essai considéré comme statiquement déterminé. Cette méthode est largement

[28] Selon le logiciel de corrélation, l'utilisateur a la possibilité d'adapter le choix de l'algorithme de corrélation à son problème et plus ou moins de possibilités de réglage sur les paramètres de corrélation.

utilisée car simple. Elle permet d'obtenir rapidement et facilement la réponse du matériau sans utiliser a priori un modèle de comportement. Cependant, la définition du comportement obtenu est restreinte et ne permet pas de définir le comportement non-linéaire complet du matériau (incluant toutes les transformations). Etant donné que nous voulons caractériser le comportement dynamique en grande déformation et à rupture d'un matériau hétérogène complexe, il est préférable d'utiliser la seconde méthode d'identification qui considère l'essai comme statiquement indéterminé.

Cette méthode permet de s'affranchir des hypothèses de staticité et d'exploiter des mesures au plus proche du comportement à rupture. Cette méthode doit être couplée à un outil permettant d'exploiter les conditions d'équilibre mécanique du système. Pour les comportements non-linéaires, ces outils sont le recalage d'un modèle numérique ou la Méthode des Champs Virtuels. Concernant la méthode de recalage d'un modèle numérique, le domaine d'application est très vaste en raison de l'utilisation d'un outil très développé (les éléments finis). Cependant, cette méthode présente des limites. La première est l'influence, sur le comportement identifié, des paramètres propres aux méthodes éléments finis (taille de maille, type d'élément,…). La seconde est la difficulté à prendre en compte les conditions réelles de l'essai (éventuels défauts de l'éprouvette, conditions limites imparfaites,…). Et pour finir, pour l'identification de comportements non-linéaire complexes, le principal problème devient le temps de calcul et la stratégie d'optimisation. Pour toutes ces raisons, nous avons choisi d'utiliser la Méthode des Champs Virtuels, qui bien que récente pour les comportements non-linéaires, semble présenter un potentiel plus important. Ce potentiel est dû à une représentation plus souple des conditions limites mais aussi aux temps de calcul beaucoup moins importants. Par contre, il faut développer les outils et beaucoup de questions restent ouvertes. Par exemple, quelle est l'influence du choix des champs virtuels sur les paramètres de comportement identifiés? Les questions portent aussi sur la définition de l'essai optimal, celui qui permettra d'identifier tous les paramètres avec la même précision. Pour tenter d'éclaircir ces points et de mieux connaître la sensibilité de cette méthode, nous allons analyser les résultats issus de différents essais, c'est-à-dire en faisant varier le type de sollicitation (traction, cisaillement,…) et le niveau d'hétérogénéité des champs mécaniques obtenus sur l'éprouvette.

La technique retenue pour mesurer les champs de déplacement est la technique de stéréo-corrélation d'images. Son principal avantage par rapport aux autres techniques est son domaine d'application, en particulier sa capacité à mesurer des grandes déformations (contrairement à la méthode des grilles). De plus, cette méthode est peu sensible aux vibrations par rapport aux méthodes interférométriques et l'utilisation de deux caméras permettra de mesurer les déplacements dans les trois directions, à la surface de l'éprouvette.

Le chapitre suivant porte sur la formulation du problème avec la description et la validation des outils utilisés. Nous évaluons ensuite l'influence, dans le chapitre 3, de la technique de mesure de

champs sur le calcul de l'équilibre mécanique. Dans le chapitre 4, le comportement d'un alliage d'aluminium sera identifié avec la MCV à partir de champs faiblement hétérogènes en traction avant d'utiliser des champs fortement hétérogènes avec des sollicitations en cisaillement et en mode mixte. Enfin, nous finissons par une discussion sur les résultats obtenus et les perspectives de ce travail.

CHAPITRE II

FORMULATION DU PROBLEME

Résumé – Ce chapitre est consacré au développement et à la validation des outils numériques qui seront utilisés pour caractériser le comportement élastoplastique d'un matériau. Le premier développement concerne l'implémentation d'un modèle de comportement permettant de construire des champs de contrainte à la surface d'une éprouvette à partir des champs de déformation mesurés. Cet outil est ensuite validé en comparant les résultats obtenus à ceux issus du code de calcul éléments finis Zébulon. Cette étude comparative est menée sur plusieurs cas tests. Le deuxième développement concerne le processus d'identification basé sur la Méthode des Champs Virtuels. Ce processus est itératif étant donné que le comportement matériau à identifier est non-linéaire. La validation de cette partie du développement est faite à partir d'un modèle théorique pour la partie réversible du comportement matériau et à partir de différents modèles éléments finis pour l'identification des paramètres de comportement pilotant la partie irréversible du modèle de comportement.

2.1. Introduction

L'étude bibliographique précédente a permis de retenir la Méthode des Champs Virtuels pour caractériser le comportement non-linéaire d'un matériau jusqu'à rupture. Pour utiliser cette méthode, des outils doivent être élaborés. Le premier vise à calculer les champs de contrainte à partir des champs de déformation mesurés, grâce à l'application d'un modèle de comportement capable de calculer des états de contrainte multi-axiaux. Ces champs de contrainte seront utilisés pour calculer le terme correspondant à l'énergie interne du système dans l'équation du principe des travaux virtuels (PTV). Par ailleurs, le second outil permet d'identifier les paramètres du modèle de comportement à partir des champs de déformation mesurés avec la MCV. Finalement, ces outils sont validés à partir de solutions numériques et théoriques.

2.2. Modélisation de la loi de comportement

Dans cette partie des travaux, nous utilisons l'hypothèse des petites déformations et des petits déplacements pour exprimer le tenseur des déformations et pour formuler la loi de comportement. Cette hypothèse permet de confondre les variables d'Euler et de Lagrange, ce qui revient à négliger les termes du second ordre dans les développements. De ce fait, elle permet aussi d'alléger considérablement les expressions utilisées pour expliciter la relation de comportement[29].

2.2.1. Calcul des champs de déformation

Dans les chapitres suivants, on utilisera la technique de corrélation d'images pour mesurer les transformations à la surface d'une éprouvette. Ces transformations sont définies par le tenseur gradient de la transformation $\overline{\overline{F}}$ [Malvern 1969]. Ce sont les termes de ce tenseur qui seront extraits du logiciel commercial de corrélation d'images utilisé[30] puis traités par des programmes utilisateurs [Langrand 2006].

Ce tenseur gradient de la transformation est utilisé pour définir le tenseur des dilatations $\overline{\overline{C}}$. Celui-ci permet d'étudier les déformations subies pour une transformation homogène entre deux

[29] Si cette hypothèse n'était pas vérifiée, le tenseur des déformations devrait être exprimé à partir du tenseur de Green Lagrange, et l'état de contrainte devrait être exprimé par le tenseur de Piola-Kirchhoff, tenseur plus difficile à manipuler que le tenseur des contraintes de Cauchy [Lemaitre 1985].

[30] Il s'agit du logiciel Aramis de chez GOM [GOM 2005].

configurations. De cette façon, il permet d'exprimer le produit scalaire des vecteurs transportés $\bar{v}$ et $\bar{w}$ en fonction des vecteurs initiaux $\bar{V}$ et $\bar{W}$ (équation 2.1).

$$\bar{v} \cdot \bar{w} = \bar{V} \cdot \bar{\bar{C}} \cdot \bar{W} \tag{2.1}$$

Ce tenseur des dilatations recèle donc toutes les informations concernant la différence de métrique entre les deux états, et s'exprime par la relation suivante :

$$\bar{\bar{C}} = {}^{t}\bar{\bar{F}} \cdot \bar{\bar{F}} \tag{2.2}$$

De cette façon, on peut exprimer le tenseur des déformations de Green-Lagrange $\bar{\bar{e}}$ en comparant le produit scalaire $\bar{v} \cdot \bar{w}$ à sa valeur dans la configuration de référence (équation 2.3).

$$\bar{v} \cdot \bar{w} - \bar{V} \cdot \bar{W} = \bar{V} \cdot \left({}^{t}\bar{\bar{F}} \cdot \bar{\bar{F}} - \bar{\bar{1}} \right) \cdot \bar{W} = 2\bar{V} \cdot \bar{\bar{e}} \cdot \bar{W} \tag{2.3}$$

$$\bar{\bar{e}} = \frac{1}{2} \cdot \left({}^{t}\bar{\bar{F}} \cdot \bar{\bar{F}} - \bar{\bar{1}} \right) \tag{2.4}$$

Avec $\bar{\bar{1}}$ la matrice identité. Cependant, pour exprimer ce tenseur des déformations, il est commode d'introduire le vecteur déplacement $\bar{\xi}$ (obtenu par: $\bar{\xi} = \bar{x} - \bar{X}$ avec $\bar{x}$ le vecteur des coordonnées actuelles d'une particule, et $\bar{X}$ le vecteur des coordonnées initiales). Le tenseur gradient des déplacements $\bar{\bar{\nabla}}\xi$ peut être déterminé à partir du tenseur gradient de la transformation par la relation 2.5.

$$\bar{\bar{\nabla}}\xi = \bar{\bar{F}} - \bar{\bar{1}} \tag{2.5}$$

Ceci permet de déduire le tenseur de Green-Lagrange et de faire apparaître le caractère non-linéaire de sa relation avec le champ de déplacement (équation 2.6).

$$\bar{\bar{e}} = \frac{1}{2}\left(\bar{\bar{\nabla}}\xi + {}^{t}\bar{\bar{\nabla}}\xi + {}^{t}\bar{\bar{\nabla}}\xi \cdot \bar{\bar{\nabla}}\xi \right) \tag{2.6}$$

En utilisant l'hypothèse des petites transformations[31] (ou transformations infinitésimales, équation 2.7), le tenseur de Green-Lagrange se réduit au premier ordre pour obtenir le tenseur des déformations linéarisées $\bar{\bar{\varepsilon}}$ (équation 2.8).

$$\left\| \bar{\bar{\nabla}} \xi \right\| << 1 \qquad 2.7$$

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \frac{1}{2}\left(\bar{\bar{\nabla}} \xi + {}^{t}\bar{\bar{\nabla}} \xi \right) \qquad 2.8$$

Cette définition du tenseur des déformations permet aussi d'exprimer les déformations totales $\bar{\bar{\varepsilon}}$ (équation 2.9) comme étant la somme des déformations réversibles $\bar{\bar{\varepsilon}}_e$ (déformations élastiques) et des déformations irréversibles $\bar{\bar{\varepsilon}}_p$ (déformations plastiques). Cette relation permet dans notre étude de relier la variable d'état observable aux deux variables d'état internes pour calculer les variables associées (Tableau 1.1 page 14).

$$\bar{\bar{\varepsilon}} = \bar{\bar{\varepsilon}}_e + \bar{\bar{\varepsilon}}_p \qquad 2.9$$

2.2.2. Calcul des champs de contrainte

Pour calculer l'état de contrainte du matériau à partir des champs de déformation, nous allons dans un premier temps utiliser plusieurs hypothèses:

- les états de déformation enregistrés représentent une succession d'états d'équilibre,
- aucune dépendance au temps n'est prise en compte dans la loi de comportement et nous supposons que le système est en équilibre statique,
- le comportement élastique est découplé du comportement plastique (module de Young (E) et coefficient de Poisson (ν) indépendants de l'écrouissage),
- le comportement du matériau est isotrope. Cette hypothèse nous permet dans un premier temps de simplifier la loi de comportement,

[31] En pratique et pour utiliser cette hypothèse, il faut que le carré du module de la déformation reste inférieur à l'ordre de grandeur de la précision des calculs envisagés [Lemaitre 1985].

- un état plan est supposé pour les contraintes (équation 2.10). Cette hypothèse nous permet d'utiliser les mesures de champs de déformation sur la surface de l'éprouvette.

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad 2.10$$

La **transformation élastique** du matériau est caractérisée par la relation de Hooke. Elle permet d'exprimer les contraintes en fonction des déformations élastiques et de la matrice des raideurs. Dans le cas d'un matériau isotrope, la matrice des raideurs s'exprime par la relation 2.11, dont les termes dépendent des deux constantes élastiques.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{xx} - Q_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^e_{xx} \\ \varepsilon^e_{yy} \\ \varepsilon^e_{xy} \end{Bmatrix} \qquad 2.11$$

$$\text{avec } Q_{xx} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \text{ et } Q_{xy} = \frac{\nu E}{(1-\nu^2)}$$

En considérant un état de contrainte plan, l'allongement dans la direction transverse se calcule explicitement grâce à la relation de Hooke par la relation suivante :

$$\varepsilon_{zz} = -\frac{\nu}{1-\nu}\left(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}\right) \qquad 2.12$$

Concernant la **transformation plastique**, il faut utiliser la théorie de la plasticité pour décrire l'apparition et l'évolution des déformations plastiques. Dans notre cas d'étude (chargement quasi-statique), cette théorie repose sur trois notions.

1. La surface de charge (ou surface d'écoulement) qui est utilisée pour définir une frontière dans l'espace des contraintes. Cette frontière permet de séparer le domaine des transformations élastiques de celui des transformations plastiques. L'expression de cette frontière est basée sur un critère de plasticité.
2. La relation d'écrouissage qui permet de décrire l'évolution de la surface d'écoulement pendant la transformation.
3. Pour finir, le modèle d'écoulement permet quant à lui de définir la direction et l'amplitude des déformations plastiques.

La **surface de charge** f est basée sur l'expression d'un critère de plasticité qui définit une frontière dans l'espace des contraintes. Ici c'est le critère de von Mises[32] qui est utilisé. La contrainte équivalente σ_{eq} du critère de von Mises est calculée à partir du second invariant du déviateur des contraintes $\overline{\overline{\sigma}}'$ (équation 2.13).

$$\sigma_{eq} = J_2(\overline{\overline{\sigma}}) = \sqrt{\frac{3}{2}\overline{\overline{\sigma}}' : \overline{\overline{\sigma}}'} \qquad 2.13$$

Le déviateur des contraintes représentant le tenseur des contraintes privé de sa composante hydrostatique (équation 2.14).

$$\overline{\overline{\sigma}}' = \overline{\overline{\sigma}} - \frac{1}{3} Tr(\overline{\overline{\sigma}})\overline{\overline{1}} \qquad 2.14$$

Avec $Tr(\overline{\overline{\sigma}})$ la trace du tenseur des contraintes et $\overline{\overline{1}}$ le tenseur unité du second ordre.

La surface de charge f est ainsi exprimée à partir de tous les termes du tenseur des contraintes. Et le critère d'élasticité s'écrit :

$$f(\overline{\overline{\sigma}}) \leq \sigma_0 \qquad 2.15$$

avec σ_0 la limite d'élasticité du matériau.

Le **modèle d'écrouissage** permet de décrire la modification de la surface d'écoulement en fonction de la déformation plastique. Etant donné que le modèle d'écrouissage utilisé pour l'instant est isotrope, cette dilatation est identique quelle que soit la direction dans l'espace des contraintes. La variable qui pilote l'écrouissage est la déformation plastique cumulée p . Elle est calculée à partir du taux de déformations plastiques et la relation 2.16.

---

[32] Dans ce critère, on considère que le seuil de plasticité est lié à l'énergie élastique de cisaillement. De ce fait, il correspond assez bien au comportement des matériaux métalliques car leurs déformations plastiques sont le résultat de glissements et de cisaillements intracristallins gouvernés par les contraintes tangentielles.

$$p = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\overline{\overline{\varepsilon}}}^p : \dot{\overline{\overline{\varepsilon}}}^p} \, dt \qquad 2.16$$

La surface de charge évolue donc au cours de la transformation plastique, phénomène que l'on décrit dans la relation 2.17.

$$f(\overline{\overline{\sigma}}, p) = \sigma_{eq} - \sigma_s(p) \qquad 2.17$$

La contrainte seuil σ_s qui intervient dans l'expression de la surface de charge dépend donc de la déformation plastique cumulée. Lorsque celle-ci est nulle, la contrainte seuil est égale à σ_0 qui représente le rayon initial de la surface de charge. Une formulation de la contrainte seuil est donnée par l'équation (2.18).

$$\sigma_s(p) = \sigma_0 + R(p) \qquad 2.18$$

Avec $R(p)$ le modèle d'écrouissage. Dans notre étude, nous utilisons un modèle d'écrouissage isotrope linéaire (cf. paragraphe 2.2 page 49) piloté par le paramètre K (Figure 2.1).

$$R(p) = K\,p \qquad 2.19$$

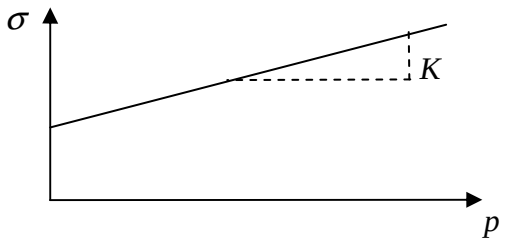


Figure 2.1: Représentation du modèle d'écrouissage

La **relation d'écoulement** permet de définir l'amplitude et la direction de l'écoulement dans l'espace des contraintes. Avant de déterminer son amplitude et sa direction, il faut déterminer s'il y a écoulement. Pour cela, il faut calculer la valeur de la surface de charge. Si $f < 0$, il n'y a pas écoulement, les déformations sont purement élastiques (Figure 2.2). Dans le cas d'un comportement matériau quasi-statique, le point figuratif de l'état de contrainte ne peut pas « sortir » de la surface de charge ($f > 0$ est donc impossible). Il y a écoulement lorsque cet état de contrainte mène à la

condition $f = 0$. Mais celle-ci n'est pas suffisante pour un écoulement continu, il faut aussi vérifier la condition de consistance qui se traduit par $df = 0$ (équation 2.20).

$$df = \frac{\partial f}{\partial \overline{\overline{\sigma}}} : d\overline{\overline{\sigma}} + \frac{\partial f}{\partial p} : dp = 0 \qquad 2.20$$

Dans le cas ou $f = 0$ et $df < 0$, il y a décharge élastique (Figure 2.2).

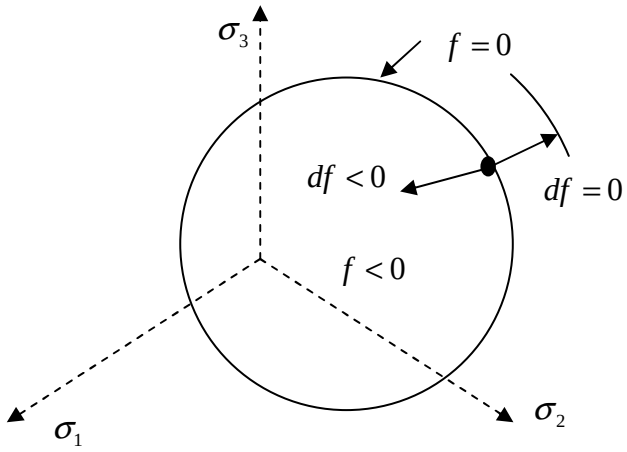


Figure 2.2: Représentation de la surface de charge et de la condition de consistance

La loi d'écoulement utilisée dans ces travaux s'inscrit dans le cadre de la plasticité associée. Contrairement au cadre plus général de la plasticité non associée, la surface de charge est ici assimilée à une surface équipotentielle[33]. De plus, la direction du taux des déformations plastiques est supposée être perpendiculaire à la surface de charge (loi de normalité due à l'hypothèse du travail maximal). De cette façon, la loi d'écoulement est définie par la relation ci-dessous.

$$\overline{\overline{\dot{\varepsilon}^p}} = \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \overline{\overline{\sigma}}} \qquad 2.21$$

Avec $\dot{\lambda}$ le multiplicateur plastique, défini à partir de la condition de consistance et des relations de Kuhn-Tucker. Ce multiplicateur plastique est positif si l'écrouissage est positif, nul sinon.

[33] Le cas plus général de la plasticité non associée est utile pour décrire certains matériaux ou phénomènes, et pratiquement indispensable en mécanique de sols.

L'ensemble de ces hypothèses, utilisées pour modéliser la loi de comportement, est aussi appelé loi de Prandtl-Reuss.

2.2.3. Implémentation de la loi de comportement

L'implémentation numérique de cette loi de comportement s'est faite sous Matlab. L'algorithme utilisé est basé sur un prédicteur tangent et un retour radial [Sutton 1995]. Le retour radial est utilisé à la fin de l'algorithme pour corriger légèrement le nouvel état de contrainte et s'assurer qu'il soit exactement sur la nouvelle surface de charge.

De cette façon, l'incrément de déformation totale mesuré $\Delta\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}(t) - \varepsilon_{ij}(t-1)$ est utilisé pour calculer un état de contrainte test σ_{ij}^{T} basé sur une prédiction élastique (équation 2.22).

$$\sigma_{ij}^{T} = \sigma_{ij}(t-1) + Q_{ijkl}\ \Delta\varepsilon_{kl} \qquad 2.22$$

Etant donné que seul le tenseur des contraintes est plan, les déformations hors plan sont définies par la relation suivante.

$$\Delta\varepsilon_{zz} \approx -(\upsilon/1-\upsilon)(\Delta\varepsilon_{xx} + \Delta\varepsilon_{yy}) \qquad 2.23$$

Une fois cet état de contrainte test calculé, si $f(\sigma_{ij}^{T}, p) \le 0$, alors l'incrément de déformation mesuré est purement élastique et le nouvel état de contrainte $\sigma_{ij}(t)$ est défini par l'état de contrainte test. Sinon, le scalaire R $(0 < R \le 1)$ est défini pour calculer la contrainte de contact σ_{ij}^{C} qui vérifie exactement la condition $f = 0$ (équation 2.24).

$$\sigma_{ij}^{C} = \sigma_{ij}(t-1) + R\ \Delta\sigma_{ij}^{T} \qquad 2.24$$

On détermine ainsi la part des déformations purement élastiques. Le reste de l'incrément de contrainte $(1-R)\ \Delta\sigma_{ij}^{T}$ est utilisé pour calculer les déformations plastiques à partir de l'expression du multiplicateur plastique (équation 2.25).

$$\Delta\lambda = \frac{\frac{E}{(1-\upsilon^2)}\left[(\sigma'_{xx} + \upsilon\,\sigma'_{yy})\Delta\varepsilon_{xx} + (\sigma'_{yy} + \upsilon\,\sigma'_{xx})\Delta\varepsilon_{yy} + 2(1-\upsilon)\sigma'_{xy}\,\Delta\varepsilon_{xy}\right]}{\frac{E}{(1-\upsilon^2)}\left[\sigma'^{2}_{xx} + \sigma'^{2}_{yy} + 2\upsilon\sigma'_{xx}\,\sigma'_{yy} + 2(1-\upsilon)\sigma'^{2}_{xy}\right] + \frac{4}{9}\sigma_{eq}^{2}\frac{d\sigma_s}{dp}} \qquad 2.25$$

$$\text{avec} \quad \frac{d\sigma_s}{dp} = \frac{E \cdot H}{E - H} = K$$

Avec H le module tangent (Figure 2.3).

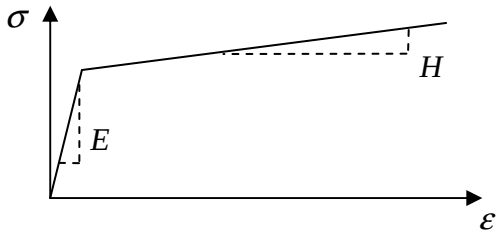


Figure 2.3: Représentation du module tangent

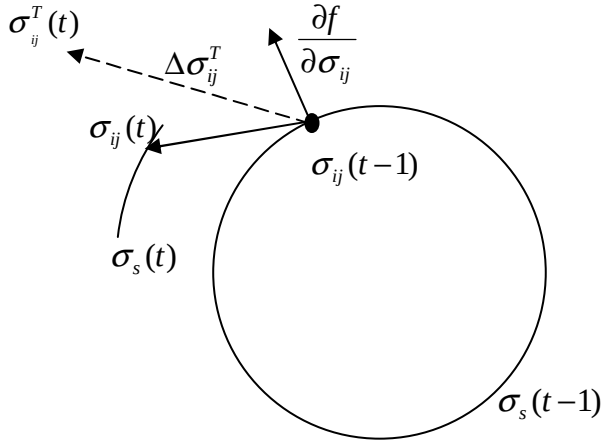
Par précaution, une méthode sous incrémentale est utilisée pour calculer le nouvel état de contrainte après écoulement plastique. Elle permet de minimiser l'erreur d'estimation de ce nouvel état de contrainte lorsque l'incrément de déformation totale mesuré est important. La deuxième particularité du programme permet d'assurer que le multiplicateur plastique est toujours positif lorsque le point de départ est sur la surface de charge. Pour cela, il faut que l'équation (2.26) soit satisfaite. Dans le cas contraire, une nouvelle contrainte de contact doit être définie (Figure 2.4).

$$\Delta\sigma^T : \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \geq 0 \qquad 2.26$$

Ce test sur l'écoulement plastique négatif est fait avant le calcul du multiplicateur plastique pour diminuer les temps de calcul. Dans la suite de ces travaux, les calculs issus de ce programme seront repérés par le nom « Andy ».

Cas n°1:

$$\Delta\sigma^T : \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \geq 0$$



Cas n°2:

$$\Delta\sigma^T : \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} < 0$$

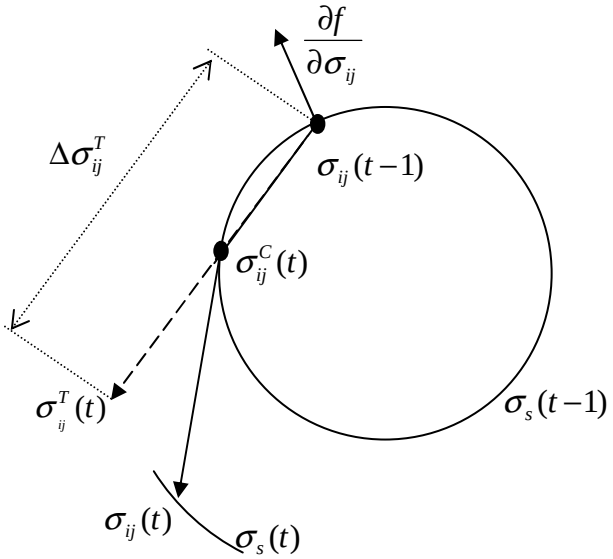


Figure 2.4: Représentation de la prise en compte d'un écoulement plastique négatif

2.2.4. Tests du modèle de comportement implémenté

Pour s'assurer que les champs de contrainte calculés par le programme Andy sont corrects, une série de tests est menée. Ils consistent à comparer, pour différentes configurations, les résultats issus du programme implémenté et ceux d'un code aux éléments finis. Le code utilisé est Zébulon [Feyel 2002]. La première série de tests concerne un modèle avec un seul élément, sollicité en traction puis en cisaillement simple (Figure 2.5). La deuxième série est réalisée avec deux modèles de forme carrée, comprenant 100 éléments, sollicités en cisaillement simple et en cisaillement Rosen (cisaillement pur). Les dernières simulations concernent un modèle d'une plaque perforée sollicitée en traction (440 éléments), et un modèle d'éprouvette de traction uni-axiale (891 éléments pour le quart de l'éprouvette). Ces derniers tests permettent de valider le programme à la fois pour des champs uni-axiaux, mais aussi pour des champs hétérogènes. Les simulations sont pilotées en déplacement pour toutes les configurations et le déplacement maximum est atteint après 300 pas de calcul. Les

paramètres du modèle de comportement utilisé sont : $E = 71000\ MPa$, $\nu = 0.3$, $\sigma_0 = 300\ MPa$ et $K = 747\ MPa$.

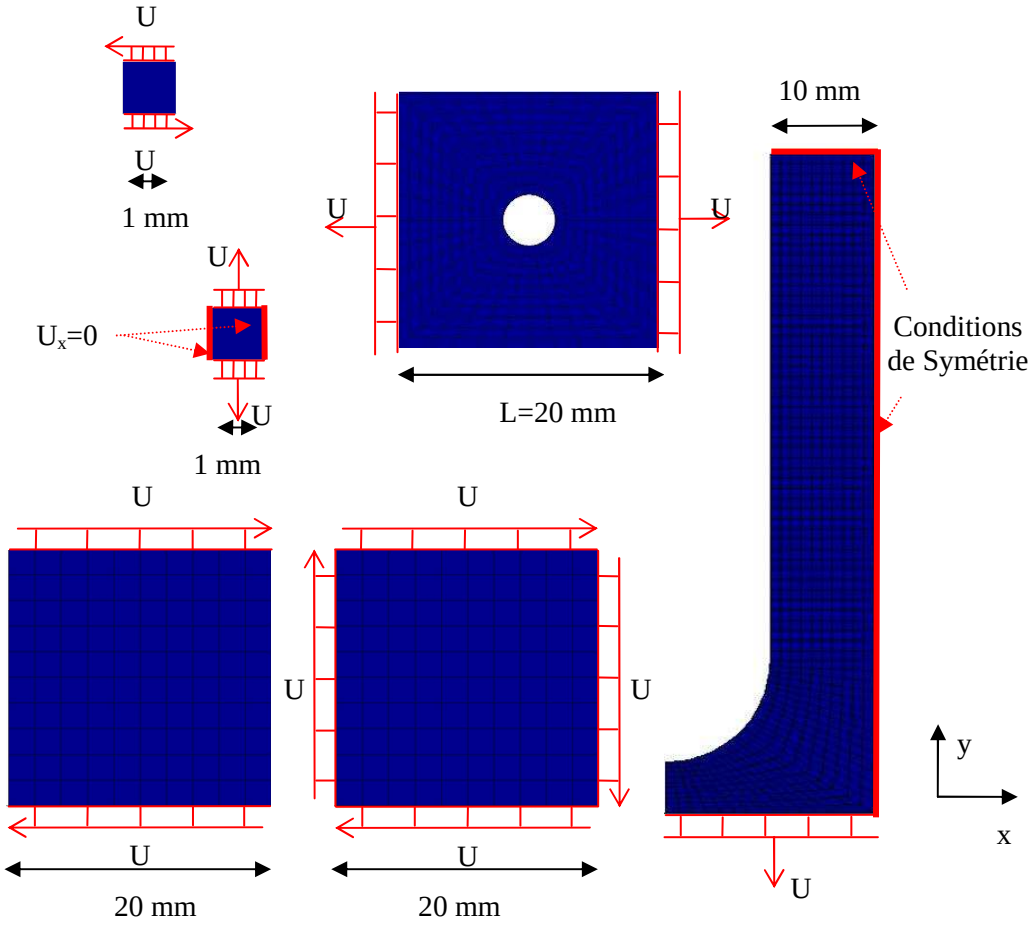
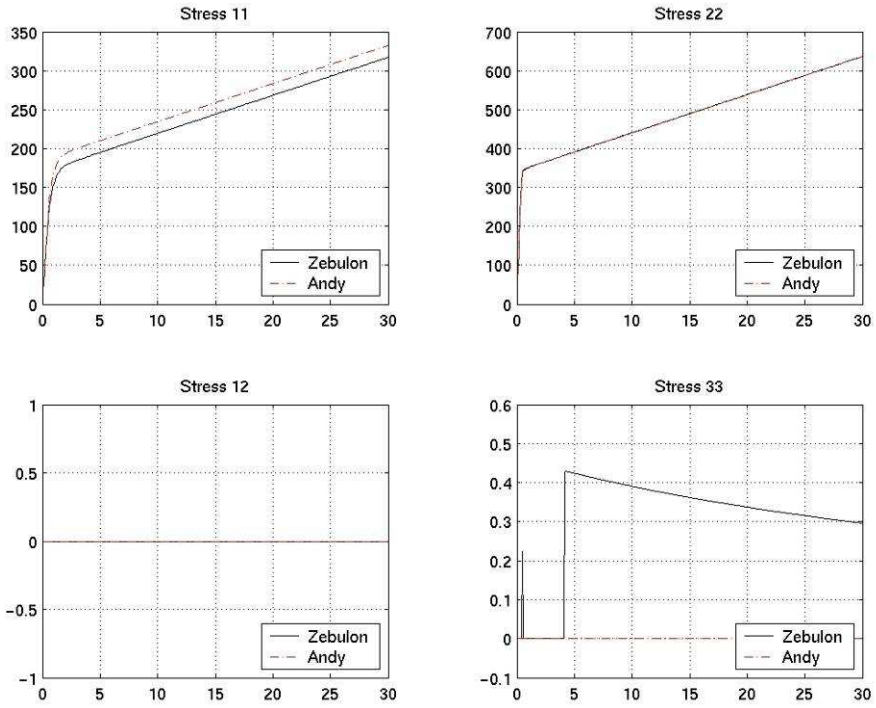


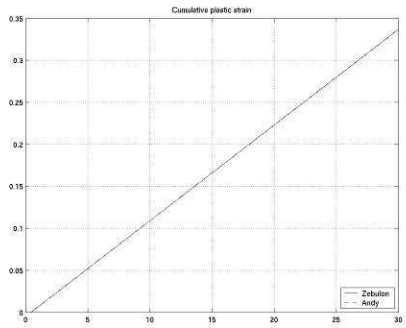
Figure 2.5: Représentation des modèles de validation

Seuls quelques exemples de ces tests de validation sont présentés ici, les résultats obtenus avec le programme Andy s'avérant similaires à ceux du code éléments finis.

Le premier exemple traité est celui de **traction sur un seul élément** (Figure 2.6). Dans ce cas, une légère différence entre les deux programmes est observée pour le calcul de la contrainte suivant l'axe x (perpendiculaire à la direction de chargement). Les évolutions des autres composantes du tenseur des contraintes ainsi que l'évolution de la déformation plastique cumulée sont identiques. La différence sur la contrainte dans la direction x représente environs six pourcents à la fin de la simulation. Cette différence est initiée dès l'apparition de déformation plastique. En fait la transition élastique/plastique est détectée un pas de temps plus tard dans le programme Andy. Malheureusement, la différence de programmation qui génère ce décalage n'a pas été identifiée.



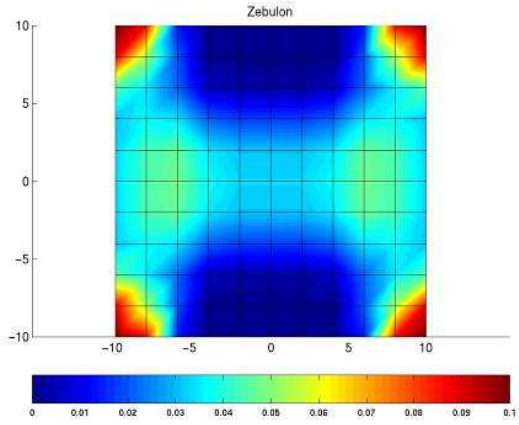
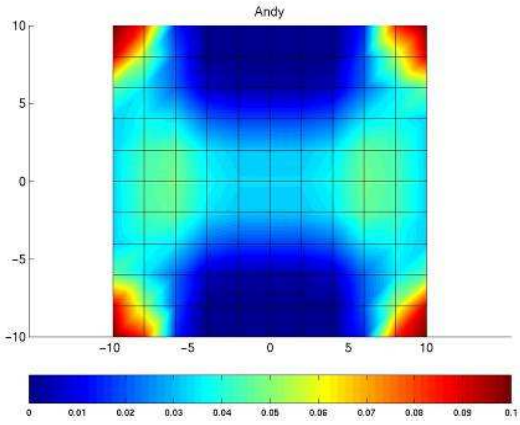
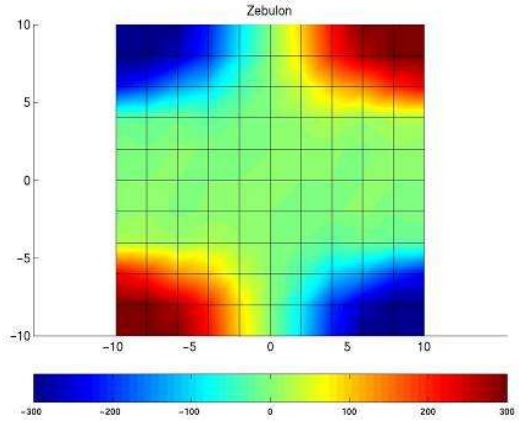
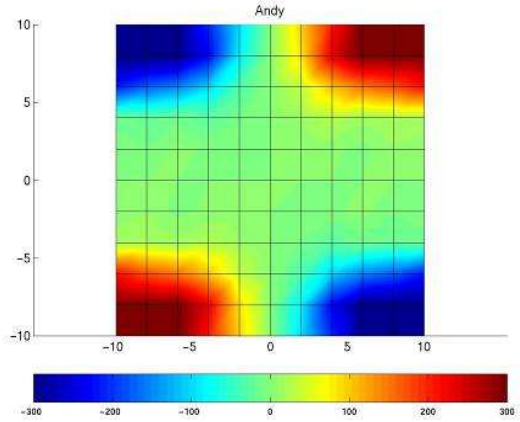
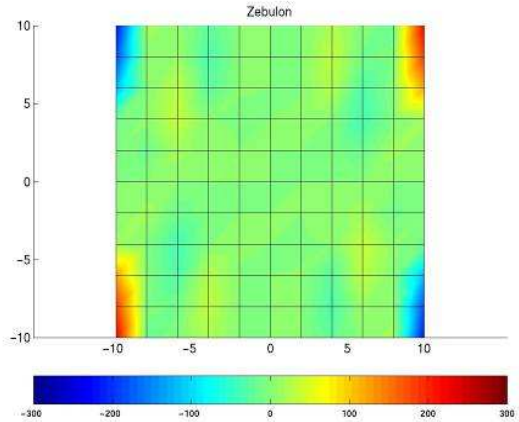
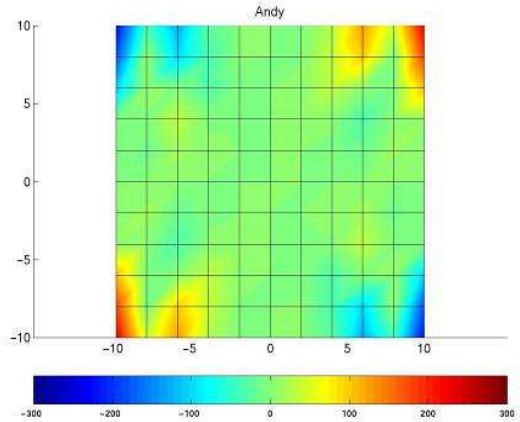
Contraintes au nœud (MPa)



Déformation plastique cumulée au nœud (.)

Figure 2.6: Résultats pour le cas de traction sur un élément

Le deuxième exemple présenté est celui du test de **cisaillement simple sur le modèle carré à 100 éléments**. Les cartographies obtenues par les deux codes sont comparées dans la Figure 2.7 pour le dernier état de chargement. Les résultats sont très proches pour l'ensemble des composantes du tenseur des contraintes et pour la variable d'écrouissage. Notons qu'une légère différence apparaît ponctuellement aux mêmes endroits sur toutes les cartographies (*cf.* le champ de contrainte σ_{yy} où elle est la plus visible). Comme précédemment, on remarque que les différences de comportement en ces points précis débutent en même temps que l'apparition des déformations plastiques.

Zébulon	Andy
	
p	p
	
σ_{xx}	σ_{xx}
	
σ_{yy}	σ_{yy}

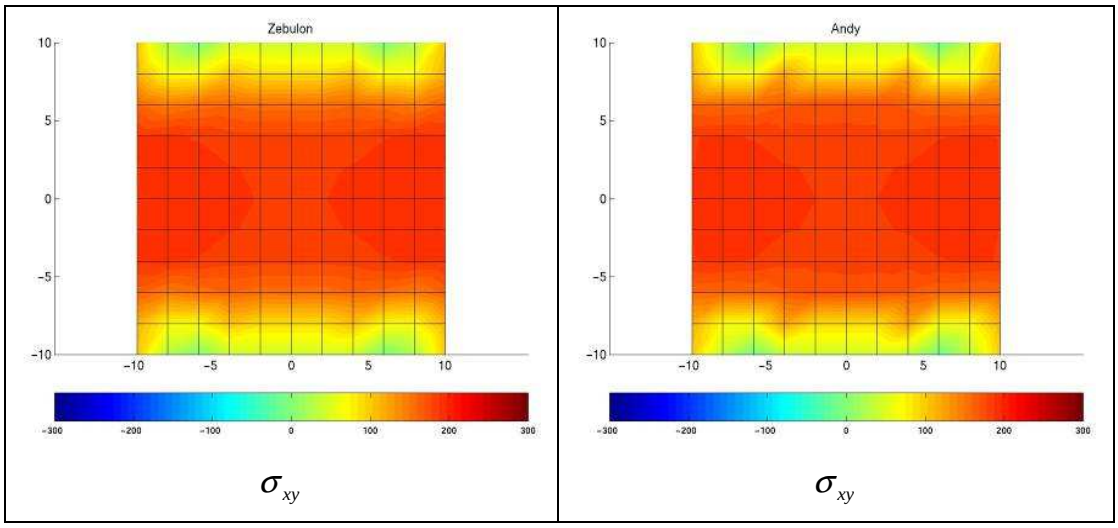
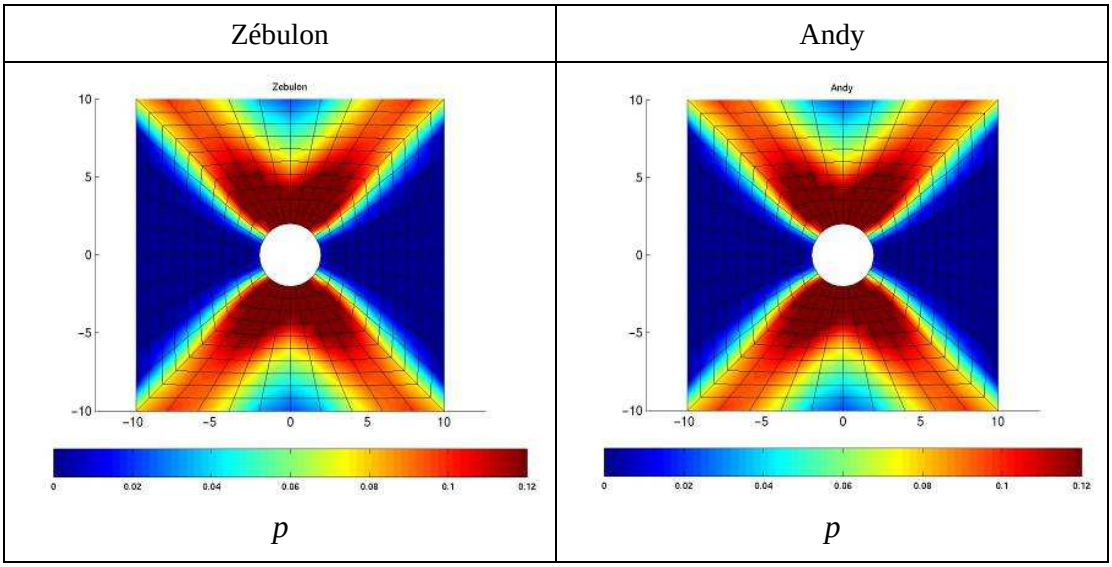


Figure 2.7: Cartographies obtenues pour le modèle de cisaillement à cent éléments

Enfin, le dernier exemple est celui du modèle d'une **plaque perforée sollicitée en traction**. Les cartographies obtenues pour le dernier état de chargement sont présentées dans la Figure 2.8. On peut remarquer quelques différences peu significatives entre les deux programmes et beaucoup moins marquées par rapport à l'exemple précédent. Ce test rend compte de la capacité du programme Andy pour simuler des champs de contrainte hétérogènes.



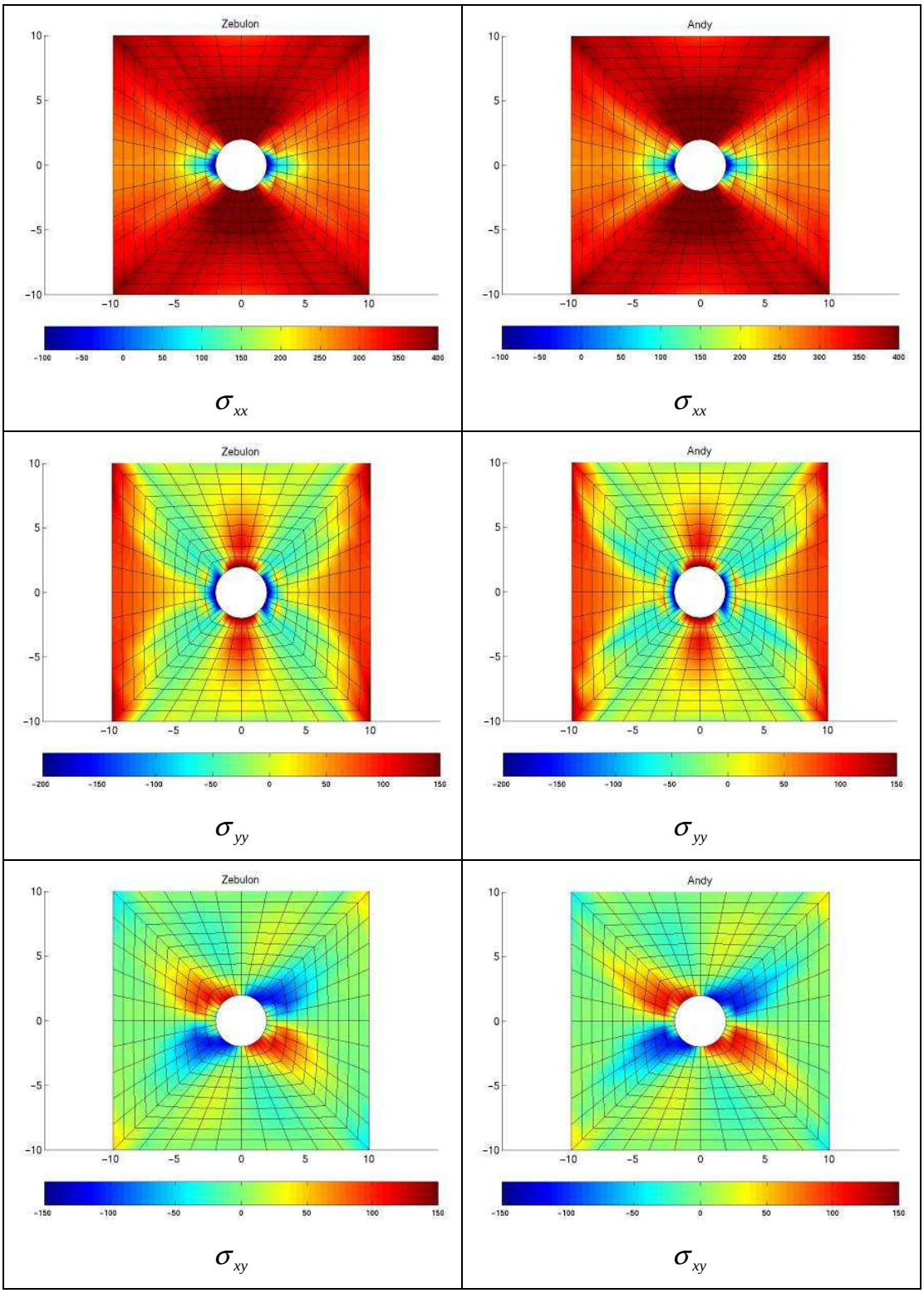


Figure 2.8: Cartographies obtenues pour le modèle de traction sur éprouvette perforée

En conclusion, ces tests valident le programme Andy qui permettra de calculer les champs de contrainte à partir des champs de déformation mesurés. Quelques différences ont été relevées sur certains tests avec les résultats issus du code aux éléments finis Zébulon. Elles sont très ponctuelles et

peuvent être considérées comme négligeables par rapport au nombre de points contenus dans les mesures de champs.

2.3. La Méthode des Champs Virtuels (MCV)

Cette partie du document permet dans un premier temps d'exposer les hypothèses permettant d'adapter la MCV à notre problème. Dans un second temps, un choix est fait concernant la stratégie d'utilisation de cette méthode, stratégie qui porte principalement sur le choix du (des) champ(s) virtuel(s) qui sera (seront) appliqué(s).

Dans un premier temps, l'équation générale du principe des travaux virtuels (équation 1.10 page 28) peut être réduite pour notre problème à l'équation (2.27). Pour cela, l'hypothèse faite est que toutes les forces d'accélération et les forces de volume sont supposées nulles. Nous obtenons ainsi une équation d'équilibre énergétique valable pour tous les champs de déplacement virtuels cinématiquement admissibles (note 15 page 28).

$$\int_V \overline{\overline{\sigma}} : \overline{\overline{\varepsilon}}^{*} \, dV = \int_S \vec{T}.\vec{u}^{*} \, dS \qquad 2.27$$

Dans cette équation, V représente le volume du solide, $\overline{\overline{\sigma}}$ le tenseur des contraintes, $\overline{\overline{\varepsilon}}^{*}$ est le champ de déformation virtuel dérivé du champ $\vec{u}^{*}$ de déplacement virtuel. Enfin, $\vec{T}$ représente les forces de surface appliquées sur S. Etant donné que dans cette équation l'énergie interne (W_{int}) est calculée à partir de mesures discrète de champs (hypothèse des contraintes planes), l'intégrale de volume est transformée en une somme discrète, avec n le nombre de points de mesure et e l'épaisseur (équation 2.28).

$$W_{\text{int}} = \sum_{i=1}^{n} \left(\overline{\sigma}_i : \overline{\varepsilon}_i^{*} \, e_i \, S_i \right) \qquad 2.28$$

Pour la caractérisation du comportement plastique, la variation d'épaisseur pendant l'essai est prise en compte pour chaque point[34]. Cette précaution est nécessaire pour exploiter des champs où les

[34] Cette variation est obtenue à partir du calcul des déformations dans la troisième direction (équation 2.12).

déformations sont importantes, la localisation des déformations introduisant potentiellement des variations non négligeables d'épaisseur.

2.3.1. Cas du comportement élastique linéaire

Pour le cas d'un comportement élastique linéaire, la MCV constitue un outil d'identification direct. En effet, le tenseur des contraintes peut être exprimé littéralement en fonction des paramètres à identifier et du champ de déformation (relation de Hooke[35], équation 2.11). Pour le cas présent (comportement d'un matériau isotrope), deux paramètres suffisent pour décrire le comportement : le module de Young E et le coefficient de Poisson υ.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{xx} - Q_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \qquad 2.29$$

$$\text{avec } Q_{xx} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \text{ et } Q_{xy} = \frac{\nu E}{(1-\nu^2)}$$

En introduisant cette loi de comportement dans l'équation (2.27), on obtient la relation suivante:

$$eQ_{xx}\int_S (\varepsilon_{xx}\varepsilon^*_{xx} + \varepsilon_{yy}\varepsilon^*_{yy})dS + eQ_{xy}\int_S (\varepsilon_{xx}\varepsilon^*_{yy} + \varepsilon_{yy}\varepsilon^*_{xx})dS + e(Q_{xx} - Q_{xy})\int_S \varepsilon_{xy}\varepsilon^*_{xy}dS = \int_{Sf} \vec{T}.\vec{u}^*\,dS \qquad 2.30$$

Cette relation d'équilibre énergétique peut être déclinée pour différents champs virtuels. Ici deux d'entre eux suffisent pour écrire un système de deux équations à deux inconnues. D'un point de vue mathématique, ces deux champs virtuels doivent être totalement indépendants l'un de l'autre pour que le système aux valeurs propres soit résolvable (éviter les combinaisons linéaires de paramètre et les problèmes de conditionnement de matrice lors de l'inversion du système). L'utilisation de champs virtuels spéciaux ([Grédiac 2002b] [Avril 2004]) permet de satisfaire cette condition, mais aussi et surtout de minimiser l'influence du bruit de mesure[36] sur les résultats de l'identification. Dans cette

[35] Il faut bien sûr vérifier que les déformations obtenues pour tous les points du champ soient totalement élastiques.

[36] Concrètement, les différents champs virtuels, solutions de l'équation 2.30, ont pour effet de favoriser ou non certaines zones du champ de déformation et certaines parties des conditions limites dans la résolution de l'équilibre.

étude, des champs virtuels empiriques sont utilisés. Ce choix est motivé par le nombre limité de paramètres à identifier. Il sera validé dans le paragraphe suivant sur une application numérique à partir d'un champ de déformation théorique.

Le modèle théorique utilisé reproduit le champ de déformation élastique hétérogène dans une plaque perforée sollicitée en traction uni-axiale (Figure 2.9). Le champ calculé correspond à celui d'un milieu dont les dimensions sont infinies, et dont le chargement (une contrainte à l'infini, σ_∞) est distribué de façon uniforme sur la largeur.

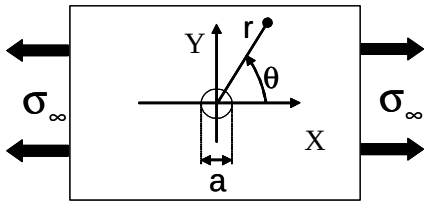


Figure 2.9: Modèle théorique d'éprouvette perforée

Dans le cas d'un état de contraintes planes, le tenseur des contraintes en tous points est exprimé dans le système de coordonnées polaires:

$$\overline{\overline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_r & \sigma_{r\theta} \\ \sigma_{r\theta} & \sigma_\theta \end{bmatrix} \qquad 2.31$$

avec

$$\sigma_r = \frac{\sigma_\infty}{2}\left(1-\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)+\frac{\sigma_\infty}{2}\left(1-4\left(\frac{a}{r}\right)^2+3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\cos 2\theta \qquad 2.32$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_\infty}{2}\left(1+\left(\frac{a}{r}\right)^2\right)-\frac{\sigma_\infty}{2}\left(1+3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\cos 2\theta \qquad 2.33$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{-\sigma_\infty}{2}\left(1+2\left(\frac{a}{r}\right)^2-3\left(\frac{a}{r}\right)^4\right)\sin 2\theta \qquad 2.34$$

En introduisant les paramètres matériaux, il est possible d'exprimer le tenseur des déformations à partir du tenseur des contraintes par l'équation inversée de Hooke :

$$\overline{\overline{\varepsilon}} = \left[\frac{-\nu}{E} tr(\overline{\overline{\sigma}})\right]\overline{\delta} + \frac{1+\upsilon}{E}\overline{\overline{\sigma}} \qquad 2.35$$

Avec $\bar{\delta}$ le symbole de Kronecker.

En pratique, le milieu est nécessairement borné spatialement : on retient une longueur L (la hauteur du champ pris en compte dans l'équation des travaux virtuels) suffisamment grande pour que la contrainte au bord du champ (σ_∞) puisse être considérée comme uniforme. Le champ de déformation est construit avec comme paramètres de comportement E =64000 MPa et υ =0.3. Pour faciliter la définition des champs virtuels, le champ de déformation utilisé est transporté dans le système de coordonnées cartésiennes. De cette façon, les deux champs de déplacement virtuels choisis empiriquement sont : $u_x^* = x, u_y^* = 0$ pour le premier et $u_x^* = 0, u_y^* = y$ pour le second. En écrivant l'équation (2.30) pour chacun de ces champs virtuels, on obtient le système de deux équations à deux inconnues suivant:

$$\begin{pmatrix} e\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_x^i S^i & e\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_y^i S^i \\ \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_y^i S^i & \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_x^i S^i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q_{xx} \\ Q_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} FL \\ 0 \end{pmatrix} \qquad 2.36$$

Dans ce système, e représente l'épaisseur de l'éprouvette, S la surface élémentaire associée à chaque point du champ et F représente les efforts de traction. La résolution du système permet de trouver les paramètres de comportement suivant: E =64322 MPa et υ =0.3. Ces paramètres sont presque identiques (avec une erreur d'environ 0.5% sur le module) aux paramètres utilisés pour construire les champs de déformation. La source de cette différence est identifiée dans la partie suivante. Ces résultats confortent le fait que l'utilisation de champs virtuels empiriques est suffisante pour identifier deux paramètres lorsque les champs sont numériquement parfaits et que le comportement du matériau est parfaitement modélisable.

2.3.2. Cas du comportement non-linéaire

Pour identifier les paramètres de comportement plastiques, la méthode d'identification est basée sur un processus itératif. De ce fait, un jeu de paramètres de comportement plastiques[37] initiaux est utilisé pour calculer dans une première itération des champs de contrainte à partir des champs de déformation. Ces champs de contrainte sont ensuite appliqués dans l'équation d'équilibre (équation

[37] Les paramètres de comportement plastique pour les modèles utilisés ici sont la limite élastique σ_0 et le module d'écrouissage K (cf. équations 2.18 et 2.19). Les paramètres de comportement élastique sont supposés connus et identifiés au préalable avec la MCV directe.

2.27). Cette équation d'équilibre est la base d'une fonction coût © qui représente un écart entre l'énergie interne et l'énergie externe du système mécanique. Lorsque cet écart est proche de zéro (avec la définition d'un critère d'arrêt), les paramètres du modèle utilisé sont réputés comme étant les paramètres pilotant au mieux la loi de comportement, à condition que le système soit bien posé en termes de processus d'optimisation. Cette procédure itérative est présentée sur la Figure 2.10.

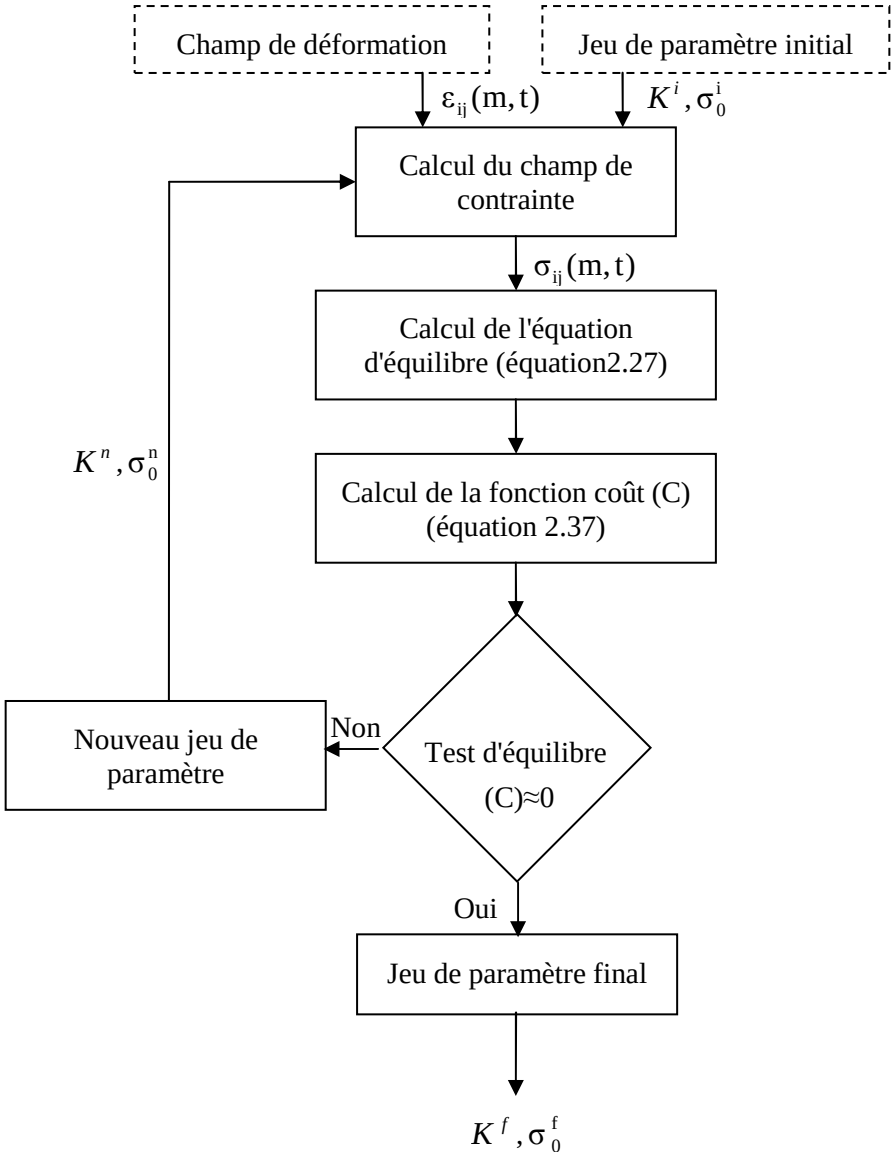


Figure 2.10: Procédure itérative d'identification des paramètres de comportement plastiques

Dans cette procédure, la fonction coût joue évidemment un rôle important sur la qualité des paramètres identifiés. Comme expliqué précédemment, elle est basée sur plusieurs équations aboutissant à la construction d'un critère multi objectifs. Ces équations peuvent considérer des champs virtuels différents et/ou plusieurs états d'équilibre (des états d'équilibre enregistrés à différents instants pendant l'essai). L'augmentation du nombre de ces équations prises en compte dans la fonction coût

permet potentiellement de tendre vers la description d'un problème pour lequel la solution serait unique et « exacte ». Dans cette étude, la fonction coût est construite à partir d'un seul champ virtuel et de plusieurs états d'équilibre. On suppose que l'hétérogénéité des champs de déformation utilisés permet de créer une fonction coût suffisamment riche. Cette fonction coût est représentée dans l'équation (2.37).

$$C(\sigma_0, K) = \sum_{t=T_0}^{T_f} \left(\int_V \overline{\overline{\sigma}}(\sigma_0, K, t) : \overline{\overline{\varepsilon}}^* \, dV - \int_S \vec{T}(t) \cdot \vec{u}^* \, dS \right)^2 \qquad 2.37$$

avec t le temps (instance de prise de vue).

L'algorithme de minimisation utilisé dans le processus itératif est un algorithme de recherche direct basé sur la méthode du simplex de Nelder-Mead [Lagarias 1998]. Cette méthode implantée dans Matlab est suffisante pour minimiser un problème à deux paramètres. Une méthode de minimisation plus performante est conseillée pour identifier trois paramètres ou plus.

Cette procédure d'identification des paramètres de comportement plastiques est validée à partir de deux tests. Ces tests consistent à utiliser des champs de déformation issus de simulations numériques pour retrouver les paramètres de comportement qui en sont à l'origine. Le premier test est un test de traction sur un seul élément (Figure 2.5). Il permet d'évaluer la procédure sur un cas simple avec quatre mesures de déformation numériques (la déformation de l'élément est transportée aux nœuds). Le second test est celui de l'éprouvette perforée sollicitée en traction. Pour ce modèle, les champs sont plus hétérogènes et le nombre des mesures numériques est beaucoup plus important. Trois cent cartographies de champ de déformation (états) sont post-traitées de chaque modèle éléments finis. Les paramètres de référence sont : $\sigma_0 = 300\ MPa$ et $K = 747\ MPa$.

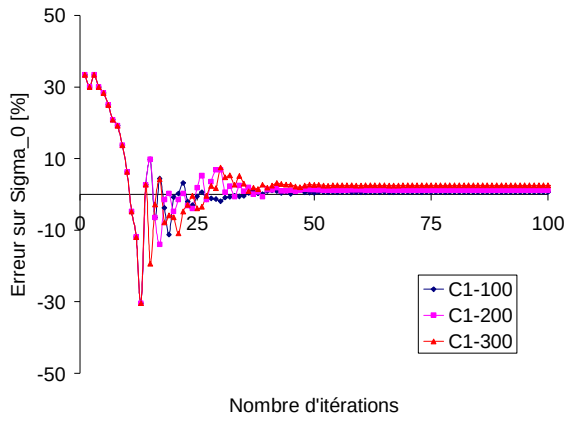
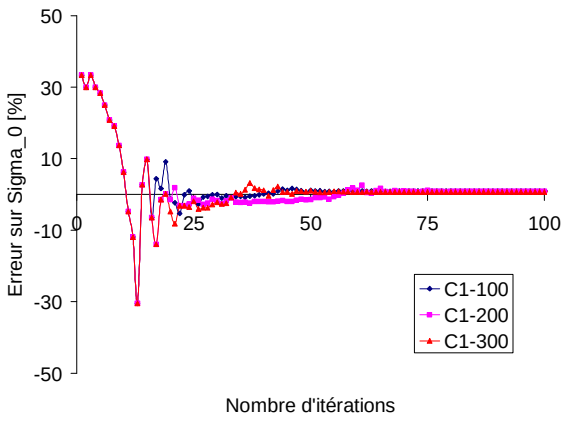
Plusieurs fonctions coûts ont été construites pour les deux tests. Elles sont toutes basées sur le même champ virtuel[38], car les sollicitations sont exercées dans la même direction. La seule différence concerne les états de chargement pris en compte. En effet, la première prend en compte les états compris entre un et cent, (équation 2.38), la deuxième les états un à deux cents et la dernière les états un à trois cents (soit la totalité des états de chargement calculés).

[38] Le champ de déplacement virtuel utilisé est $u_x^* = x$ et $u_y^* = 0$ avec x l'axe de sollicitation. Ce champ de déplacement virtuel a été choisi car il est cinématiquement admissible et le champ de déformation virtuel associé simplifie les équations.

$$C_{1-100}(\sigma_0, K) = \sum_{t=1}^{100} \left(e \sum_{i=1}^{n} \left[\sigma_{yy}^{i}(\sigma_0, K, t) S_i(t) e_i(t) \right] - F(t) L(t) \right)^2 \qquad 2.38$$

Dans cette équation, F représente les efforts appliqués sur le modèle et L la distance entre les deux points d'application de ces efforts.

La Figure 2.11 représente l'évolution pour chaque itération du processus d'identification, des deux paramètres plastiques pilotant les tests, pour toutes les fonctions coûts. Notons que pour ce processus itératif, plusieurs identifications ont été faites en changeant les valeurs des paramètres de départ. Il en ressort que quelle que soit la valeur initiale, les paramètres identifiés sont exactement les mêmes. On peut noter qu'en moyenne, le processus de minimisation atteint les valeurs convergées après environ cinquante itérations. Pour les deux tests, la procédure utilisée permet de retrouver de façon assez précise la limite élastique[39]. Par contre, les erreurs faites sur le module d'écrouissage sont plus importantes. Pour ce paramètre, l'erreur maximale est obtenue sur le test de l'éprouvette perforée (30%). Pour le test à un élément, l'erreur sur le module d'écrouissage est moins importante, mais elle varie fortement selon la fonction coût utilisée.

Test d'un élément sollicité en traction	Test d'une éprouvette perforée sollicitée en traction
	
Evolution de σ_0	Evolution de σ_0

[39] L'erreur maximum est de 2.5% pour le modèle à un élément et de 0.9% pour le modèle d'éprouvette perforée.

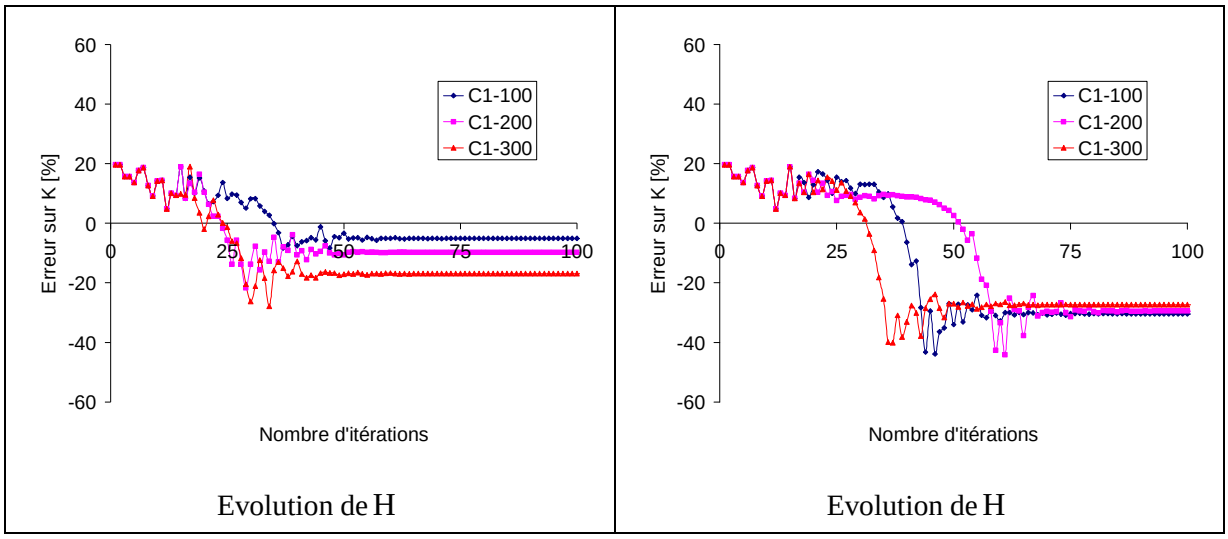


Figure 2.11: Evolution de la valeur des deux paramètres de comportement plastiques pendant le processus itératif

La Figure 2.12 présente les modèles de comportement identifiés. Elle permet de relativiser l'importance d'une erreur de 30% commise sur le module d'écrouissage. Globalement, les modèles de comportement identifiés sont proches du modèle de comportement de référence. Cela valide le processus itératif. Toutefois, les paramètres de référence ne sont pas exactement retrouvés et les erreurs varient en fonction du test et de la fonction coût considérés. Une analyse approfondie sur les sources d'erreur potentielles sera effectuée dans les chapitres suivants.

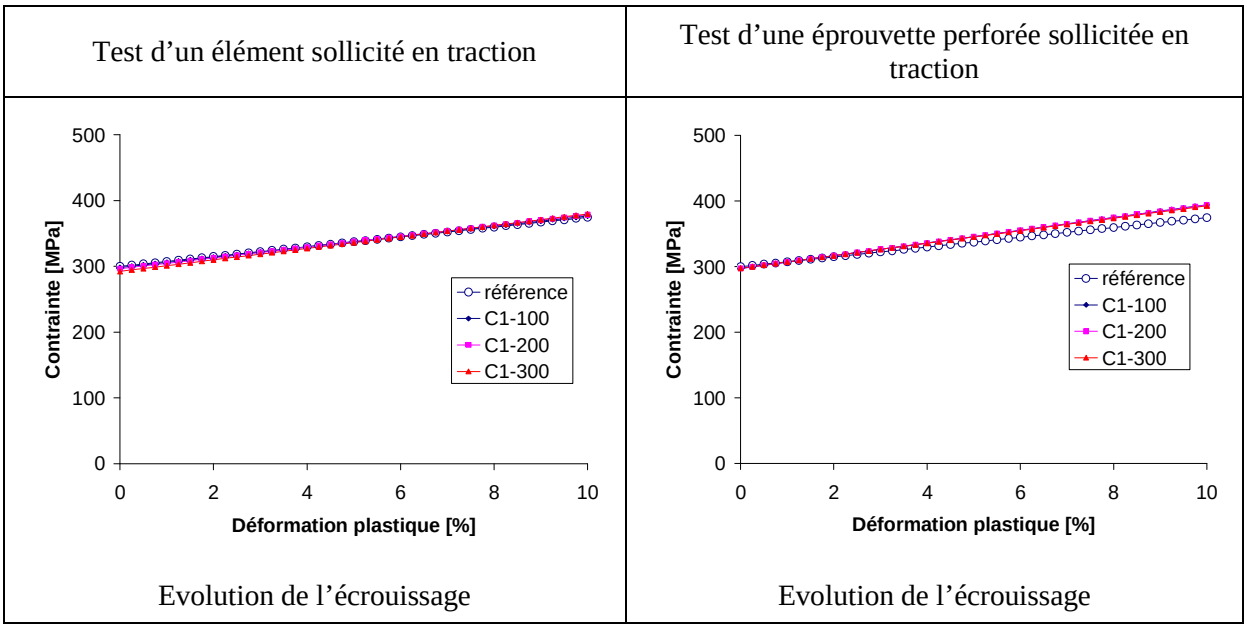


Figure 2.12: Représentation des modèles de comportement

2.4. Conclusion

Ce chapitre a permis dans un premier temps de définir les deux outils qui vont être utilisés pour caractériser le comportement de matériau. Le premier permet de calculer le champ de contrainte à partir des mesures de champ de déformation. Pour cela, la loi de comportement utilisée est décrite ainsi que les hypothèses qui en découlent. Le deuxième outil permet principalement de définir la stratégie d'utilisation de la MCV retenue pour traiter notre problème. Pour finir, ces deux outils sont validés à partir de problèmes/cas numériques et théoriques. La phase de validation du processus itératif permet d'ailleurs de montrer que les paramètres identifiés sont dépendants du type de test utilisé et du choix de la fonction coût.

Avant d'analyser de manière approfondie les sources de ces dépendances, le chapitre suivant sera consacré à l'analyse des erreurs qui peuvent être introduites systématiquement (ou non), par la technique de mesure de champ employée.

CHAPITRE III

ANALYSE DES CONSEQUENCES DE L'UTILISATION DE DONNEES EXPERIMENTALES SUR LE CALCUL DE L'EQUILIBRE MECANIQUE

Résumé – Ce chapitre est consacré aux conséquences de l'utilisation de données expérimentales, c'est-à-dire des données potentiellement imparfaites, sur le calcul de l'équation d'équilibre à la base de la procédure d'identification. Pour cela, l'équation d'équilibre est appliquée à un essai Arcan 0° pour évaluer quels termes de cette équation sont susceptibles d'être perturbés. Il en résulte que les principales perturbations concernent le calcul de l'énergie interne de l'éprouvette. La première source d'erreur est due à l'utilisation de la technique de corrélation d'images qui génère une erreur d'intégration spatiale. Cette erreur est limitée par le développement d'un outil de correction. La deuxième source de perturbation est quant à elle liée à la précision des champs de déformation obtenus. Les facteurs influant sur la qualité des mesures sont alors discutés et choisis de manière à obtenir une valeur de l'énergie interne qui soit la plus juste.

3.1. Introduction

Dans le chapitre précédent, des outils ont été implémentés et validés à partir de données théoriques et numériques. Ces outils permettent de caractériser le comportement d'un matériau à partir d'un essai statiquement indéterminé. Pour cela, la méthode utilisée est basée sur le principe des travaux virtuels et la recherche de l'équilibre entre l'énergie interne et externe d'un domaine d'étude.

Avant d'utiliser ces outils avec des données expérimentales, il est important et nécessaire de mettre en évidence les conséquences de l'utilisation de ces données potentiellement imparfaites dans le calcul de l'équilibre mécanique. L'équation d'équilibre utilisée dans les outils de caractérisation est rappelée ci-dessous.

$$\int_V \overline{\overline{\sigma}} : \overline{\overline{\varepsilon}}^* \, dV = \int_S \vec{T}.\vec{u}^* \, dS \qquad 3.1$$

Evidemment, l'utilisation de données expérimentales peut avoir des conséquences à la fois sur le calcul de l'énergie interne (terme de gauche) et sur le calcul de l'énergie externe (terme de droite).

Pour l'énergie externe, les efforts appliqués aux limites du domaine étudié sont mesurés à l'aide d'un capteur piézoélectrique. Ce capteur mesure la norme (et ou les composantes) des efforts appliqués. Comme cela a été mis en évidence précédemment, cette mesure est utilisée pour calculer l'énergie externe[40] en prenant un champ de déplacement virtuel colinéaire à la direction de sollicitation. De ce fait, seul le bruit de mesure et l'incertitude sur la sensibilité du capteur peuvent corrompre le calcul de l'énergie externe. Cependant, le bruit de mesure est considéré comme négligeable ici car les mesures sont utilisées pour des efforts importants, là où le rapport signal sur bruit est le plus grand. De plus, l'incertitude est maîtrisée par un étalonnage adéquat. Ainsi, les conséquences de l'utilisation de données expérimentales ne sont pas étudiées en ce qui concerne l'énergie externe.

Par contre, l'utilisation de la technique de stéréo-corrélation d'images a des conséquences sur le calcul de l'énergie interne. En effet, elle ne permet pas de faire des mesures sur les bords du domaine,

[40] Comme évoqué précédemment, l'expression obtenue pour calculer l'énergie externe est particulièrement intéressante car aucune hypothèse n'est faite sur la distribution des efforts aux conditions limites.

ce qui entraîne une erreur systématique pour déterminer le volume de la zone d'analyse. En plus, les champs de déformation obtenus par cette technique ne sont pas parfaits et la précision des valeurs obtenues dépend de plusieurs facteurs comme la qualité du mouchetis, la résolution des caméras, les paramètres de corrélation…

La première partie de ce chapitre permet d'abord de présenter les essais utilisés pour générer les champs de déformation hétérogènes. Dans la seconde partie, l'équation d'équilibre générale est adaptée à un de ces essais pour lister les paramètres expérimentaux pouvant corrompre le calcul des énergies internes et externes. Une fois identifiés, des choix sont faits pour limiter leurs impacts et ainsi réduire la marge d'incertitude sur les résultats de caractérisation.

3.2. Mise en œuvre expérimentale – Application de l'équation d'équilibre

3.2.1. Choix des essais

Dans ces travaux, nous souhaitons utiliser des champs de déformation hétérogènes[41] pour caractériser le comportement d'un matériau. Ils vont permettre d'évaluer l'influence de la configuration d'essai sur l'identification des paramètres pilotant la loi de comportement élastoplastique.

Les essais utilisés ici pour générer ces champs hétérogènes sont des essais de type Arcan (Figure 3.1). Initialement, ces essais ont été utilisés pour définir des paramètres d'endommagement pour différents modes de sollicitation, c'est-à-dire en mode I ($\alpha = 0°$ traction), en mode II ($\alpha = 90°$, cisaillement) ou encore en mode mixte ($0° < \alpha < 90°$) [Croix 2002]. Dans cette étude, ils sont exploités de par leurs capacités à générer différents cas (trajets) de chargement au matériau en utilisant la même géométrie d'éprouvette. Les trois configurations d'essai utilisées correspondent aux angles 0°, 45° et 90°. Notons aussi qu'il s'agit d'essais mécaniques à chargement monotone.

[41] Présentant à la fois une hétérogénéité spatiale (hétérogénéité de champ, hétérogénéité géométrique) et tensorielle (l'état de déformation du matériau est défini par plusieurs termes non nuls du tenseur des déformations)

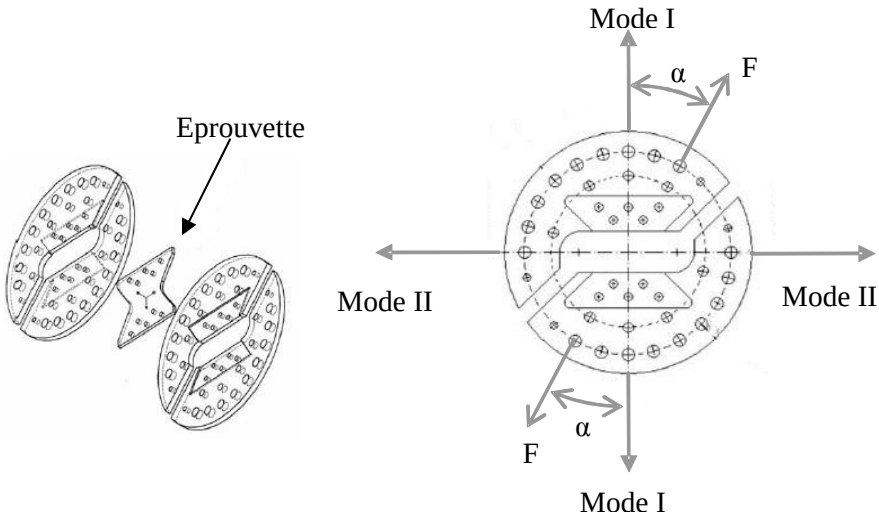


Figure 3.1: Eprouvette et montage Arcan

La géométrie des éprouvettes utilisées est celle définie par Sutton et al. [Sutton 2000] permettant d'étudier la propagation de fissures dans des matériaux métalliques.

3.2.2. Application de l'équation d'équilibre sur l'essai Arcan 0°

- VALIDATION DU COMPORTEMENT MATERIAU

Le matériau utilisé pour ces essais Arcan est un alliage d'aluminium 6056T78. Avant d'adapter l'équation d'équilibre pour un essai Arcan 0°, il est essentiel de s'assurer que l'hypothèse d'isotropie utilisée pour modéliser le comportement du matériau est acceptable. Pour cela, quatre éprouvettes sont testées dans la configuration Arcan 0° en changeant le repère matériau. Deux éprouvettes sont ainsi extraites pour que la direction de traction de l'éprouvette soit parallèle à la direction du laminage de la tôle (repéré parallèle n°1 et n°2 sur les courbes de la Figure 3.2). Les deux autres sont testées perpendiculairement à la direction du laminage (repéré perpendiculaire n°1 et n°2). Les courbes de l'évolution de l'effort en fonction du déplacement pour les quatre éprouvettes sont représentées sur la Figure 3.2.

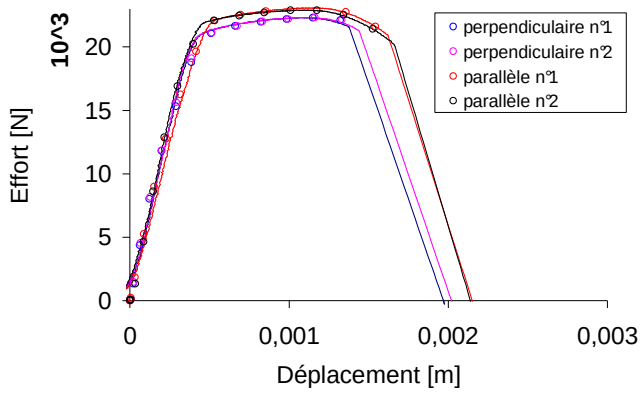


Figure 3.2: Courbes effort/déplacement des quatre tests Arcan 0°

Sur ces courbes, on remarque un léger effet d'anisotropie du matériau dû au laminage des tôles. Cependant, l'écart maximum relevé est de 2% sur la mesure de l'effort maximum, ce qui permet de supposer en première hypothèse un comportement isotrope pour cet alliage d'aluminium.

- APPLICATION DE L'EQUATION D'EQUILIBRE SUR L'ESSAI ARCAN 0°

L'équation d'équilibre (équation 3.1) va se simplifier une fois le champ de déplacement virtuel appliqué[42]. Pour la configuration Arcan à 0°, le champ de déplacement virtuel choisi est $u_x^* = 0$ et $u_y^* = y$ (cf. le repère sur la Figure 3.3). De façon rigoureuse, pour que ce champ de déplacement virtuel soit cinématiquement admissible, il faudrait que u_y^* soit de la forme $u_y^* = k \cdot y$ avec k un scalaire. Ce scalaire serait déterminé de manière à ce que u_y^* soit égal au déplacement imposé à l'éprouvette en $y = L$. Cependant, avec cette expression de champ virtuel, le scalaire k se simplifie dans les équations ce qui revient finalement à utiliser $u_y^* = y$. Cette remarque est valable pour toutes les configurations d'essai Arcan. Le champ de déplacement virtuel permet de calculer les champs de déformation virtuels qui prennent la forme suivante : $\varepsilon_{xx}^* = 0$, $\varepsilon_{yy}^* = 1$, $\varepsilon_{xy}^* = 0$.

Une fois ces champs virtuels appliqués à l'équation (3.1), l'équation d'équilibre associée à l'essai Arcan 0° s'écrit:

[42] On rappelle que le champ de déplacement virtuel doit satisfaire deux conditions. La première est qu'il doit être cinématiquement admissible. La deuxième condition (due au processus itératif d'identification) est que le champ de déplacement virtuel choisi ne doit pas annuler l'énergie externe.

$$\int_V \sigma_{yy}(t)\, dV = F(t) \cdot L(t) \qquad 3.2$$

Avec L la longueur de l'échantillon, (Figure 3.3) et *t* le temps. Notez qu'ici le temps est discrétisé. Il correspond aux instants pour lesquels l'enregistrement des images est synchronisé avec celui des efforts (pour mesurer les champs de déformation).

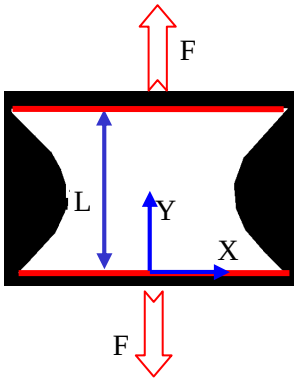


Figure 3.3: Représentation de la zone d'analyse pour l'essai Arcan 0°

L'utilisation de données expérimentales peut avoir des conséquences sur l'équilibre de l'équation (3.2). La première est liée à la possible erreur d'intégration spatiale (en effet, les champs de contrainte doivent être définis sur la totalité du volume de la zone d'analyse). La seconde est liée à la précision des mesures des champs de déformation utilisés pour calculer ces champs de contrainte. Ces deux possibilités vont faire l'objet d'une analyse détaillée ci-après.

3.3. Erreur d'intégration spatiale liée à la technique de corrélation d'images

Dans l'équation d'équilibre du principe des travaux virtuels, l'énergie interne W_{int} est intégrée sur le volume de la zone d'étude. En pratique, ce sont des mesures de champs en surface qui permettent d'accéder au calcul de l'énergie interne. De cette façon, l'intégrale sur le volume est transformée en une somme discrète.

$$W_{int} = \int_v \overline{\overline{\sigma}}(t) : \overline{\overline{\varepsilon}}^{*}\, dV(t) \approx \sum_{i=1}^{n} \left(\overline{\sigma}_i(t) : \overline{\varepsilon}_i^{*}\, e_i(t)\, S(t)_i \right) \qquad 3.3$$

Avec n le nombre de points de mesure, e l'épaisseur de l'éprouvette et S la surface élémentaire autour d'un point de mesure. Avec cette formulation de l'énergie interne, le volume de

l'éprouvette est calculé par une somme de volumes élémentaires, chacun d'entre eux étant caractérisés par une épaisseur et par une surface dépendante du temps.

3.3.1. Estimation de l'épaisseur de l'éprouvette en chaque point

Il n'est pas possible de mesurer l'épaisseur initiale de l'éprouvette en chaque point du champ et son évolution durant l'essai. On suppose alors que l'épaisseur initiale de l'éprouvette est uniforme sur toute la surface. Cette épaisseur initiale correspond à la moyenne de plusieurs relevés sur l'échantillon.

De plus, la variation de l'épaisseur est calculée en chaque point en fonction des déformations mesurées[43] dans le plan de l'éprouvette. De cette façon, la définition des volumes élémentaires est plus juste aux endroits où les déformations deviennent importantes.

3.3.2. Estimation de la somme des surfaces élémentaires

La surface de la zone d'analyse est la somme des surfaces élémentaires où sont mesurées les déformations[44]. Cependant, la technique de corrélation d'images ne permet pas d'obtenir des informations sur les bords (Figure 3.4). Ce manque d'information entraîne donc inévitablement une erreur sur le calcul de la surface totale et par voie de conséquence sur le calcul de l'énergie interne.

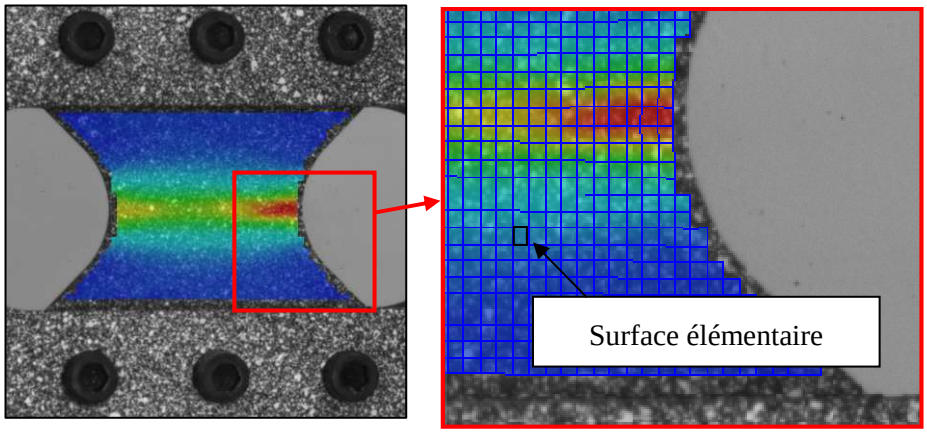


Figure 3.4: Illustration du manque d'informations sur les bords du domaine

[43] Cette variation est obtenue en calculant les déformations dans la troisième direction à partir de l'hypothèse de contraintes planes.

[44] Toujours dans le but d'être le plus représentatif possible, toutes les surfaces élémentaires ont la même taille au début de l'essai. Cette taille évolue ensuite dans le temps et dans l'espace en fonction des déformations mesurées.

Pour limiter l'influence de cette erreur sur le calcul de l'énergie interne, nous utilisons le modèle théorique élastique d'éprouvette perforée (page 66) pour définir un outil de correction.

La première étape consiste à construire des champs analytiques (éprouvette perforée) ayant le même défaut que les champs obtenus par la technique expérimentale de stéréo-corrélation d'images. Pour cela, le modèle d'éprouvette perforée est discrétisé de différentes façons en faisant varier les incréments de discrétisation radiale[45] D_r et angulaire[46] D_{theta} (Figure 3.5). Les combinaisons linéaires de ces différentes valeurs d'incrément permettent de définir 168 éprouvettes numériques où l'erreur sur la définition des contours de l'éprouvette est aléatoire (Figure 3.6).

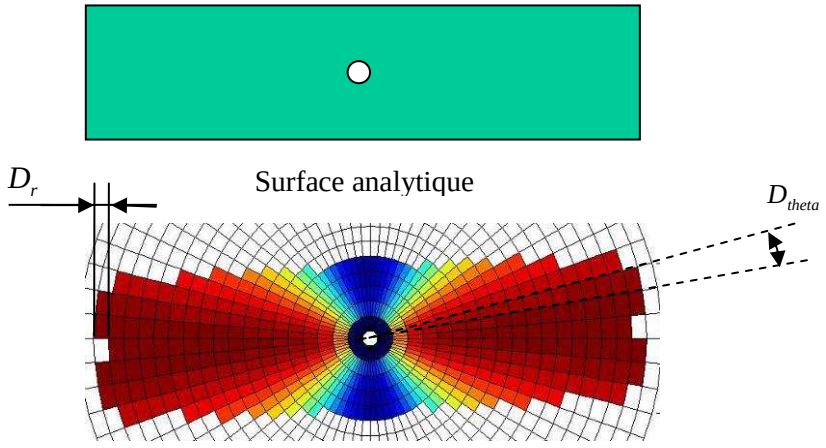
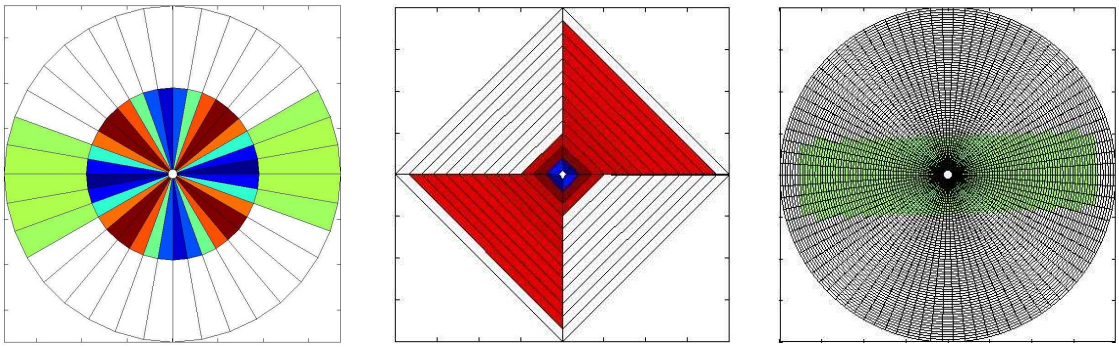


Figure 3.5: Exemple de dégradation de la surface analytique

[45] La longueur totale de l'éprouvette numérique étant de 400mm, l'incrément de discrétisation radiale D_r prend successivement les valeurs suivantes : 1, 2, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 75 et 100 mm.

[46] L'éprouvette numérique étant définie sur 360°, l'incrément de discrétisation angulaire D_{theta} prend successivement les valeurs suivantes : 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15, 20, 30, 40, 60 et 90°.



$D_r = 100\ mm$ $D_{theta} = 10°$ | $D_r = 20\ mm$ $D_{theta} = 90°$ | $D_r = 5\ mm$ $D_{theta} = 4°$

Figure 3.6: Exemples de discrétisation de l'éprouvette numérique

La Figure 3.7 représente les erreurs commises sur l'identification des deux paramètres de comportement élastique (module de Young et coefficient de Poisson) en fonction de la valeur des incréments de discrétisation. On remarque dans un premier temps que l'erreur faite sur l'identification du coefficient de Poisson est nulle, excepté pour les discrétisations extrêmement pauvres en points de mesure. Cette insensibilité parait assez logique étant donné que la description des champs reste symétrique autour de la perforation pour chaque discrétisation, et que les valeurs de déformation utilisées sont exactes. Par contre, le module de Young est sensible à la dégradation de la description de la surface de l'éprouvette. C'est donc son évolution qui est analysée par la suite pour définir l'outil de correction.

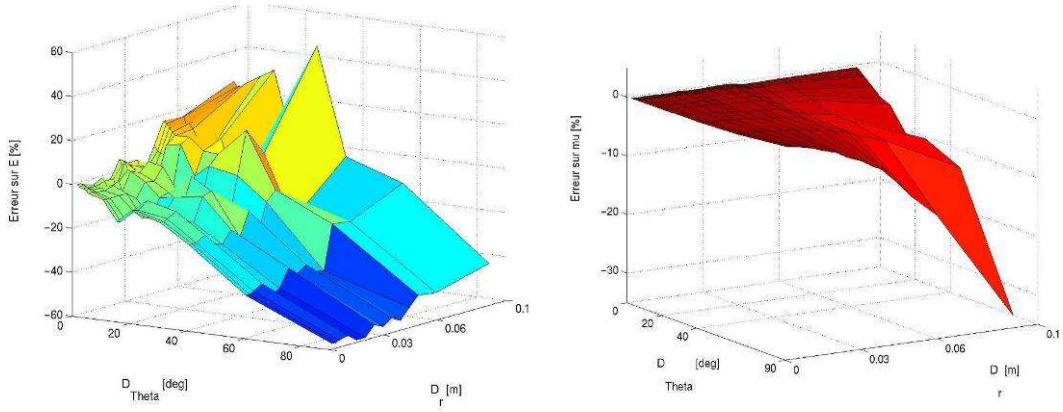


Figure 3.7: Résultats des différentes identifications en fonction de la discrétisation de l'éprouvette numérique

En changeant la discrétisation des éprouvettes numériques, deux paramètres ont varié et peuvent être la cause de la dispersion des résultats. Le premier est la surface totale, le second est le nombre de points utilisés pour définir le champ. Pour s'assurer qu'il s'agit de la définition de la surface totale qui

est la cause principale des écarts, les graphiques de la Figure 3.8 représentent l'évolution de l'erreur du module de Young en fonction de ces deux paramètres. Sur ces graphiques, les 168 éprouvettes numériques sont représentées chacune par un cercle bleu.

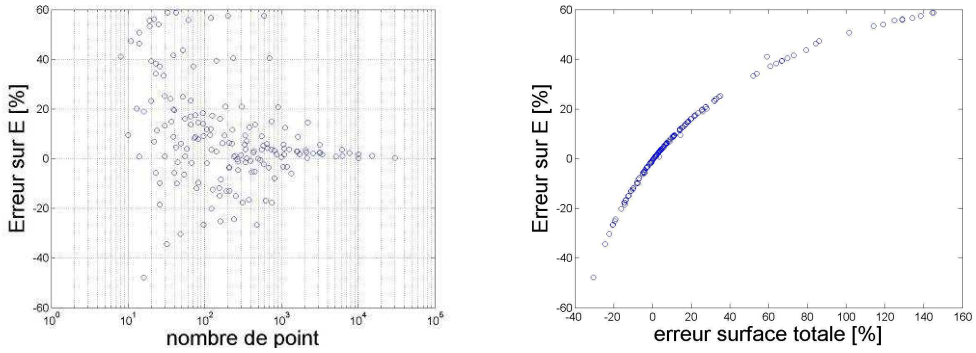


Figure 3.8: Sensibilité du module de Young au nombre de points et à l'erreur sur la surface totale de l'éprouvette numérique

Ces deux graphiques confirment le fait que l'erreur obtenue sur l'identification du module de Young est essentiellement due à l'erreur faite sur le calcul de la surface totale de l'éprouvette numérique. En effet, lorsque l'erreur sur la surface totale tend vers zéro, l'erreur sur l'identification du module de Young y tend aussi. Ici, le nombre de points utilisés pour définir les champs n'influe pas directement sur les paramètres identifiés.

Pour corriger ce problème issu d'une discrétisation approximative de la surface totale, causée par un manque d'information sur les bords, une méthode « palliative » est mise en place et testée. Cette méthode ne peut qu'être « palliative » dans la mesure où il est impossible de générer une information physique (en particulier des déformations) qui n'est pas connue a priori. On propose donc d'appliquer un coefficient de dilatation β à toutes les surfaces élémentaires de façon à ce que leur somme corresponde à la surface totale théorique de l'éprouvette S_{th}. Ce coefficient est identique pour toutes les surfaces élémentaires et vérifie la condition suivante:

$$\sum_{i=1}^{n} \beta \cdot dS_i = S_{th} \qquad 3.4$$

Ce type de correction est une possibilité parmi d'autres. Un autre choix aurait été d'élargir les surfaces élémentaires sur le bord du champ. Cette méthode plus longue à mettre en place offrirait

l'avantage de ne pas modifier toutes les surfaces élémentaires. Le choix ici fait permet de pallier le problème rapidement et reste pertinent tant que l'erreur à corriger est faible[47]. Cette méthode de correction a été appliquée sur toutes les éprouvettes numériques précédentes ; les résultats obtenus sont présentés dans la figure suivante.

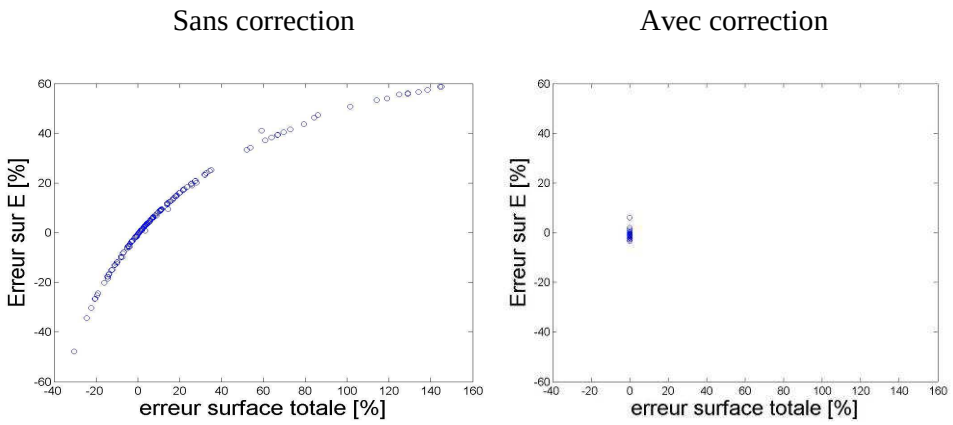


Figure 3.9: Application de la méthode de correction sur les surfaces

Ces graphiques permettent de valider la méthode de correction, car une fois qu'elle est appliquée, les erreurs faites sur l'identification du module de Young diminuent fortement (de 60% d'erreur maximum à 5%). Cette méthode de correction « palliative » sera donc appliquée sur tous les champs mesurés par la technique expérimentale de stéréo corrélation d'images.

3.4. Précision des champs de déformation mesurés

Les champs de déformation interviennent dans l'expression de l'énergie interne pour calculer les champs de contrainte. Ces champs sont obtenus par la technique expérimentale de stéréo corrélation d'images. L'inconvénient dans l'utilisation de ce type de technique, plus généralement avec les techniques optiques, est la difficulté à évaluer la précision des mesures. En effet, il n'existe pas de critère pour évaluer la mesure, en particulier pour déterminer les incertitudes. Cela est dû à la multiplication des facteurs pouvant faire varier la précision. Ces facteurs peuvent être regroupés en deux catégories. D'un côté les facteurs matériels et physiques agissant sur les propriétés des images enregistrées (résolution, distribution de niveau de gris, …). Ces facteurs interviennent dans la phase d'acquisition des images. Et d'un autre côté, les facteurs propres à la technique numérique de

[47] Surtout pour les comportements non-linéaires, des éléments de réponse à ce sujet seront apportés dans le dernier chapitre.

corrélation (algorithme de corrélation, taille des facettes d'analyse, …). Ces derniers facteurs interviennent dans la phase de post traitement des images.

3.4.1. Facteurs influants sur l'acquisition des images

Les images enregistrées pendant l'essai sont la base des analyses de corrélation qui vont permettre d'obtenir les champs de déformation. Ces images doivent donc être le reflet le plus fidèle possible de la scène observée. Pour déterminer les facteurs influant les propriétés d'une image, il suffit d'observer la scène d'essai (Figure 3.10).

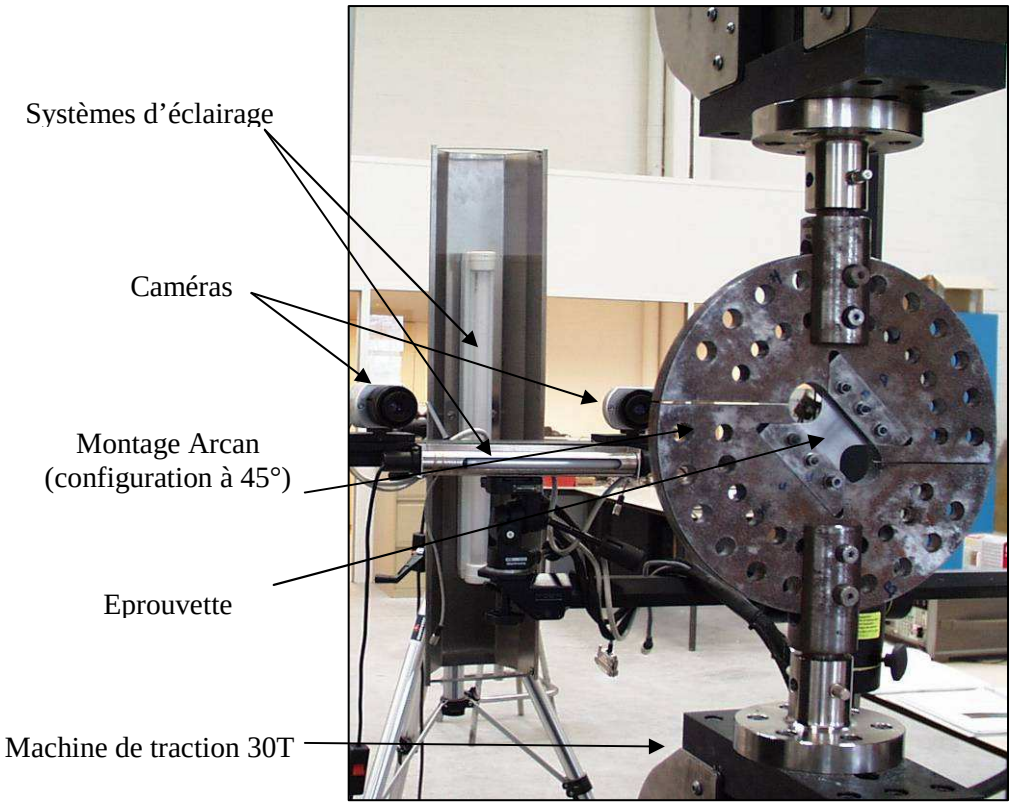


Figure 3.10: Description de la scène d'essais

Le premier facteur est l'observable, c'est-à-dire le mouchetis appliqué sur l'éprouvette. Le second facteur est le moyen d'observation, c'est-à-dire les objectifs et les caméras. Ils peuvent générer des déformations artificielles de l'image, des flous… Pour finir, le dernier facteur constitue le lien entre l'observable et le moyen d'observation, il s'agit des conditions d'éclairage.

- LE MOUCHETIS

C'est l'élément à la base du principe de mesure par corrélation d'images. Le mouchetis utilisé ici est crée avec des bombes de peinture à partir d'un fond blanc ce qui permet d'utiliser une distribution plutôt claire de niveau de gris. Il est élaboré de façon à satisfaire les préconisations issues des travaux

de Lecompte et al. [Lecompte 2006]. De plus, il vérifie aussi ceux de Haddadi et al. a posteriori [Haddadi 2008].

- LES CAMERAS ET LES OBJECTIFS

Dans cette étude, nous faisons de la stéréo-vision, ce qui signifie que deux caméras sont utilisées pour enregistrer la scène. La finalité de ce dispositif est de mesurer les déplacements dans les trois directions de l'espace, contre deux lorsqu'une seule caméra est utilisée. L'autre avantage de ce montage est de corriger la plupart des aberrations optiques issues des objectifs[48].

- LES CONDITIONS D'ECLAIRAGE

De mauvaises conditions d'éclairage vont inévitablement entraîner des erreurs lors des analyses de corrélation. Ces mauvaises conditions peuvent être générées par un bref reflet de la lumière naturelle sur l'éprouvette, ce qui entraîne une variation parasite des niveaux de gris enregistrés et donc un biais dans le processus de corrélation. Pour cette étude, l'éclairage de l'éprouvette est obtenu par des néons (cf. la scène d'essai). En utilisant ce type de lumière, il est recommandé de multiplier les sources pour réduire l'effet de battement sur les enregistrements. Pour des fréquences d'acquisition élevées, il est préférable d'utiliser une source de lumière stable issue de projecteurs HMI (Halogen Metall Iodure).

En conclusion, il est important de prendre un soin particulier pour enregistrer les images utilisées par la suite pour la corrélation. Cependant, la précision des mesures obtenues dépend aussi des facteurs propres au traitement de corrélation.

3.4.2. Facteurs influants lors du post traitement des images

La précision des mesures obtenues dépend en grande partie des paramètres et des algorithmes utilisés dans le logiciel de corrélation. Par exemple, un choix inadapté peut générer des erreurs de corrélation ou du bruit sur les mesures. Le nombre de ces variables (paramètres et algorithmes) dépend du logiciel de corrélation utilisé. Dans notre cas, le logiciel Aramis [Gom 2005] permet de choisir entre deux algorithmes et de définir trois paramètres de corrélation. Le choix de ces variables est une histoire de compromis. Dans cette étude, ces variables sont déterminées de manière à satisfaire au mieux les deux objectifs suivants :

[48] Dans cette étude, les deux caméras CCD utilisées sont des VDS Vosskühler CCD-1300G avec une résolution de 1280*1024 pixels.

- obtenir des informations au plus près des bords de l'éprouvette. (Cela permettra de limiter l'ampleur des corrections à appliquer sur la surface totale),
- être précis sur la mesure des gradients et des extrema. (Ici la MCV est utilisée avec des champs fortement hétérogènes. Il est donc nécessaire que ces hétérogénéités soient correctement mesurées).

o CHOIX DE L'ALGORITHME DE CORRELATION

Le principe de corrélation est basé sur l'analyse des images enregistrées pendant l'essai. L'image enregistrée à un instant t_i est comparée à une image de référence pour calculer les transformations. Les deux algorithmes disponibles permettent de choisir quelle image est considérée comme image de référence. Soit il s'agit de la première image à l'instant t_0 (Lagrangien total), soit c'est l'image précédente à l'instant t_{i-1} (Lagrangien réactualisé).

L'algorithme choisi ici utilise l'image enregistrée à l'instant t_0 comme image de référence. Cela permet d'utiliser une image de référence sans transformation et donc d'éviter de cumuler les éventuelles erreurs et bruit de mesure (contrairement à l'autre algorithme). Cependant, pour que ce choix reste un avantage, il faut que les transformations soient correctement discrétisées pendant l'essai. Sinon, il y a risque de ne pas pouvoir corréler et donc de perdre (temporairement ou définitivement) des données sur la transformation. L'autre algorithme est moins sensible à ce phénomène étant donné que les transformations sont calculées sur une période de temps plus courte.

o CHOIX DES PARAMETRES DE CORRELATION

Les paramètres à définir sont au nombre de trois, la taille des facettes (en pixels), le pas de la grille des points de mesure (en pixel), et la taille de la zone d'influence (en points de mesure). Ils participent à la phase de « lecture » du mouchetis [Blanchard 2008a]. Ces paramètres sont représentés sur un mouchetis avant d'en justifier le choix (Figure 3.11).

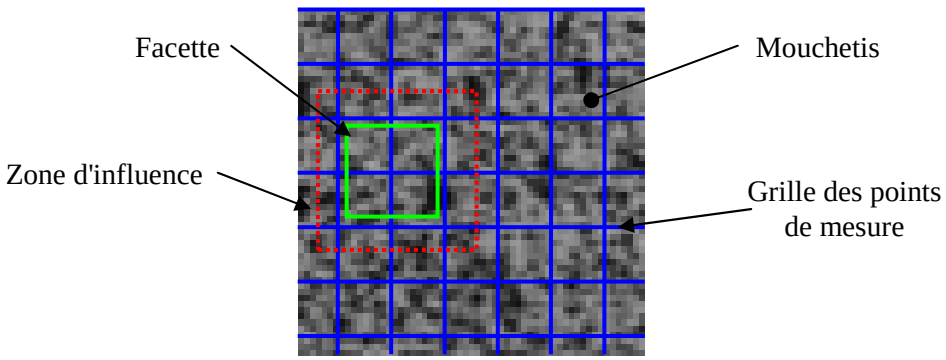


Figure 3.11: Représentation des paramètres de corrélation

Pas de la grille des points

Les mesures de champs sont définies par un ensemble fini de mesures ponctuelles. La densité de ces mesures ponctuelles est représentée spatialement sur une grille de points (Figure 3.11). Il est choisi ici de définir un pas de grille relativement fin[49] pour obtenir des mesures au plus proche des bords de l'éprouvette. De plus, cet ensemble dense permettra de mieux définir les gradients de déformation et les extrema (champs hétérogènes). L'inconvénient est qu'un nombre important de points entraîne une augmentation des temps de calcul nécessaires à la reconstruction des champs de déformation et à l'identification des paramètres de comportement. Cependant, les temps de calcul restent de l'ordre de la minute avec cette densité, ce qui est acceptable.

Taille des facettes

Spatialement, les facettes sont centrées sur chaque point de mesure (Figure 3.11). Leur taille doit être déterminée en fonction du mouchetis, de la résolution des caméras et des gradients de déformation qui vont être observés. Pour rappel, les facettes sont utilisées comme des signatures (en termes de distribution de niveaux de gris), et elles permettent de calculer les transformations en un point, en le localisant par sa signature. De ce fait, il faut que cette signature soit riche et unique. La taille minimale des facettes doit donc être adaptée à la taille des motifs dans le mouchetis au risque d'introduire des erreurs de mesure[50]. De plus, la taille maximale des facettes dépend des gradients observés et des zones d'analyse les plus importantes sur la surface. En effet, une grande facette permettra de diminuer le bruit de mesure dans les zones où les transformations sont homogènes et de faibles amplitudes[51]. Mais par contre, l'analyse des transformations dans les zones à fort gradient sera tronquée (moyennée par la taille de la jauge). Ici, la taille des facettes est fixée à onze pixels de manière à définir au mieux les gradients et les extrema. De plus, ce choix contribue à la réduction du manque d'informations sur les bords. L'inconvénient majeur est le bruit de mesure dans les zones de faible déformation. Cependant, le dernier paramètre peut permettre d'atténuer ce bruit.

---

[49] Le pas est défini à 9 pixels, ce qui correspond environ à 80 points de mesure par centimètre carré.

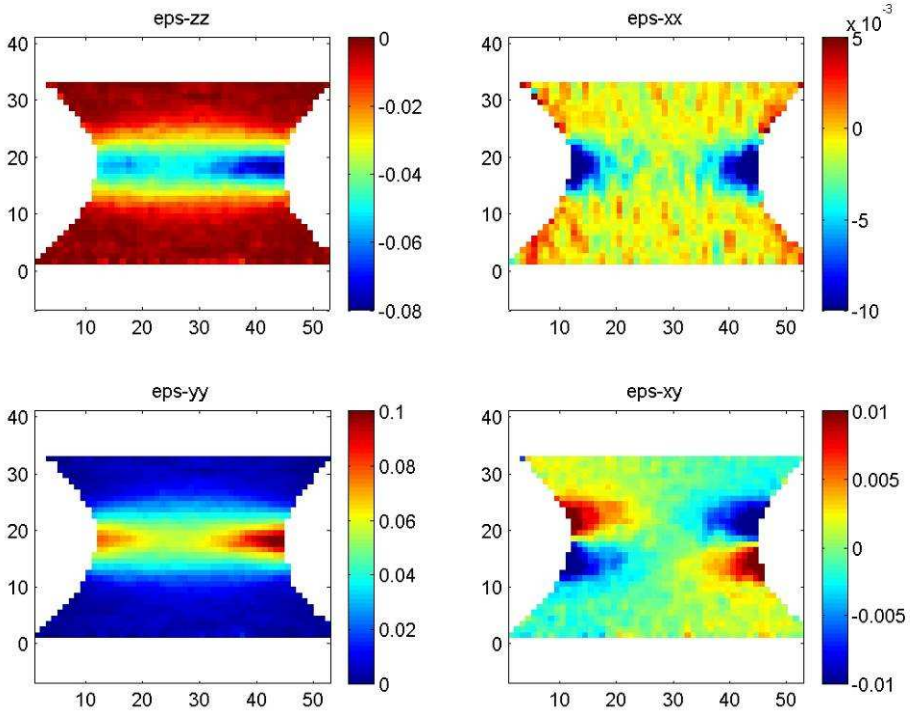
[50] Si la facette est trop petite, la distribution des niveaux de gris dans cette facette risque d'être très faible (voir un seul niveau de gris), ce qui entraînera des erreurs pour retrouver cette signature dans les images suivantes.

[51] On peut assimiler les conséquences de l'augmentation de la taille d'une facette à celles obtenues avec l'utilisation d'un extensomètre classique lors de l'augmentation de la longueur de référence.

Taille de la zone d'influence

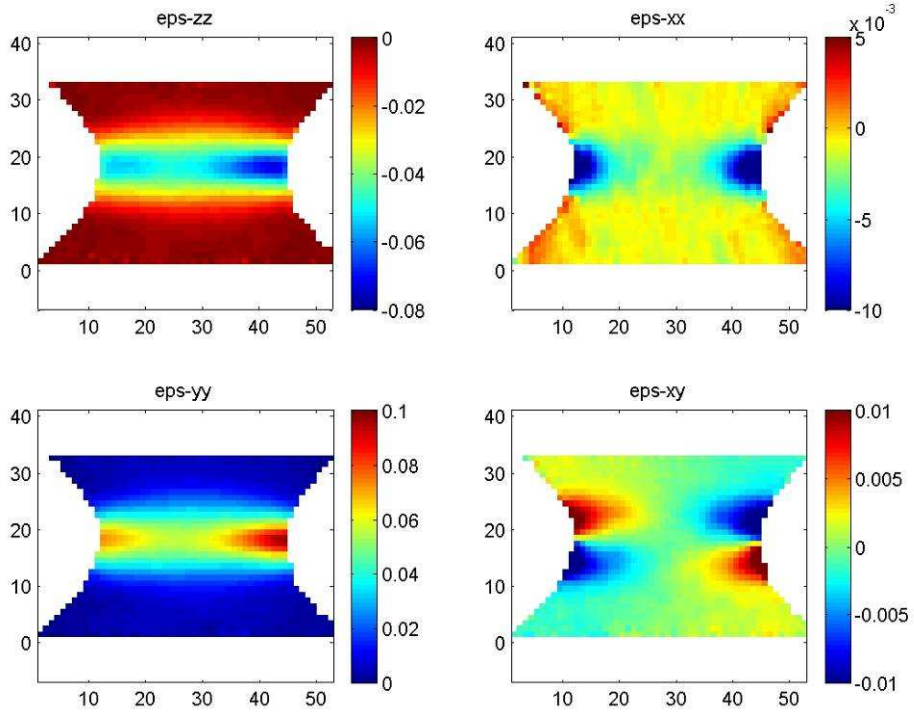
La valeur minimale de ce paramètre est de trois points (Figure 3.11). Cela signifie que les transformations calculées au point[52] P(x,y) sont influencées par celles calculées en tous les points Q(i,j) avec $x-3 \le i \le x+3$ et $y-3 \le j \le y+3$. Ce paramètre a donc pour effet de lisser les champs sur des zones plus ou moins grandes (méthode non locale). Pour fixer sa valeur, une étude est réalisée pour évaluer son influence sur les champs de déformation et sur le calcul de l'énergie interne.

Quatre valeurs différentes de la taille de la zone d'influence sont utilisées dans cette étude. Ces quatre configurations sont repérées dans la suite par les numéros 1 à 4, ce qui correspond respectivement à une zone d'influence de taille 3, 5, 7 et 9 points de côté (soit une zone d'influence de 3^2-1, 5^2-1, 7^2-1 et 9^2-1 points de mesure). Les cartographies de chacun des termes du tenseur des déformations sont représentées dans la Figure 3.12 pour chaque configuration. On peut y observer que la configuration n°2 permet de réduire significativement le bruit des mesures sans dégrader de façon importante la définition des gradients et des extrema.

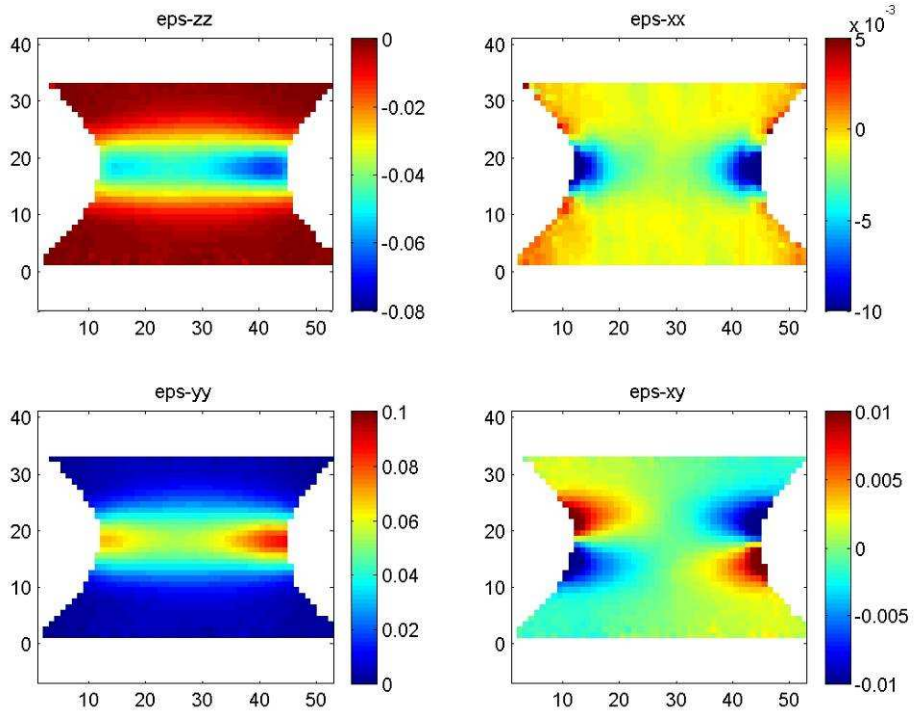


Configuration n°1

[52] x et y étant les coordonnées sur la grille de points de mesure.



Configuration n°2



Configuration n°3

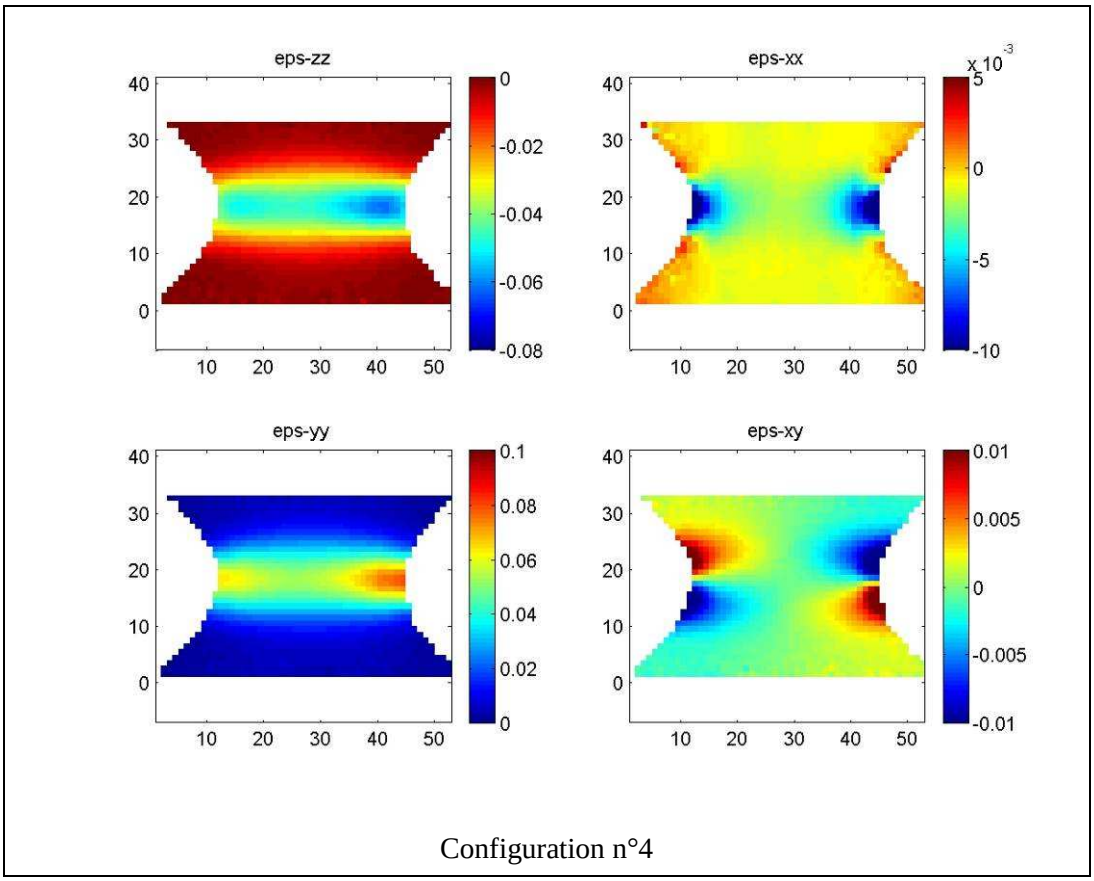


Figure 3.12: Cartographie des déformations pour chaque niveau de lissage sur l'essai Arcan 0°

Pour chaque taille de la zone d'influence, les champs de contrainte sont calculés à partir d'une loi de comportement de référence du matériau. De cette façon, l'évolution de l'énergie interne est comparée pour chaque configuration (Figure 3.13).

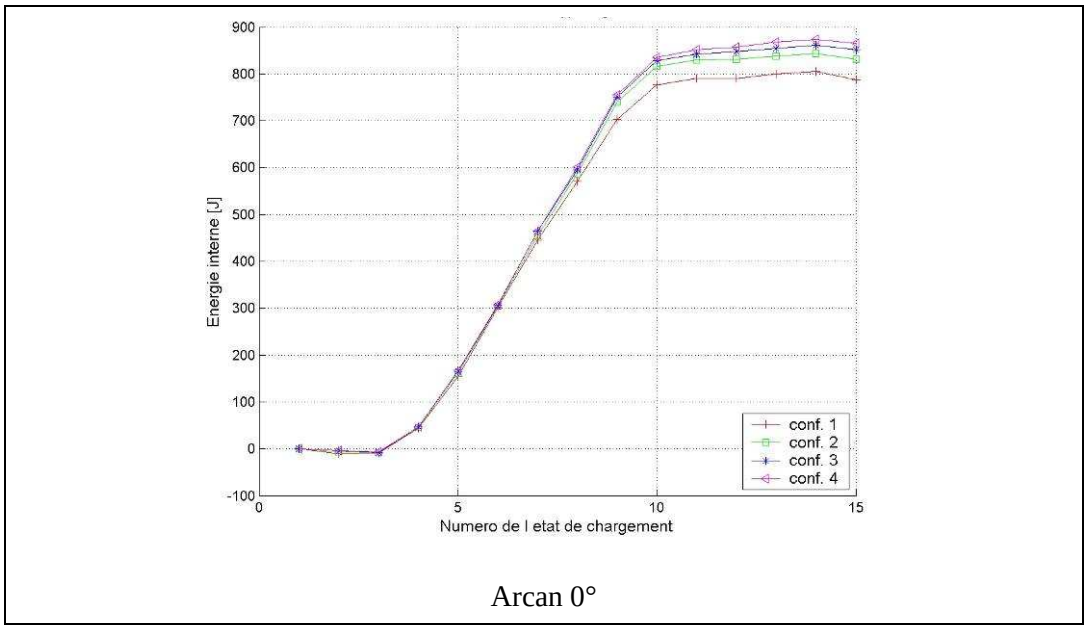


Figure 3.13: Evolution de l'énergie interne en fonction de la taille de la zone d'influence

Ces résultats permettent de quantifier sur un essai, l'influence non négligeable de la taille de la zone d'influence, en particulier pour les niveaux de déformation les plus élevés. La courbe représentant l'évolution de l'énergie pour la configuration n°1 (niveau de lissage le plus bas) est bien en dessous des autres avec un écart moyen de 6%. D'ailleurs, la différence de niveau d'énergie entre les configurations n°2, 3 et 4 est assez faible malgré des différences non négligeables sur les cartographies de déformation (réduction de la taille des zones où les déformations sont localisées). Ceci permet de montrer que le bruit des champs de déformation dénature fortement le calcul de l'énergie interne, plus qu'un niveau de lissage important. Pour ces raisons, le paramètre de corrélation représentant la taille de la zone d'influence est fixé à cinq points de côté (configuration n°2).

3.4.3. Discussion concernant le choix des paramètres de corrélation

Pour résumer, les deux premiers paramètres (pas de la grille et taille des facettes) sont choisis de manière à satisfaire deux objectifs, à savoir : obtenir des mesures au plus proche des bords de l'éprouvette et mesurer au mieux les gradients de déformation et leurs extrema. L'inconvénient est la création d'un bruit important dans les zones de faibles déformations. Ce bruit a été atténué par le biais du paramètre relatif à la taille de la zone d'influence qui a pour effet de lisser les champs.

Une autre solution pour diminuer le bruit des mesures de déformation aurait été d'utiliser une taille de facette un peu plus grande et une taille de la zone d'influence plus petite. Cependant, il a été choisi ici d'utiliser une taille de facette petite et une taille de zone d'influence plus grande car cette combinaison permet d'avoir un effet de lissage des déformations plus local et d'approcher des bords. De cette façon, l'effet de troncature des extrema est moins important.

Il existe d'autres manières de réduire le bruit des champs de déformation comme l'interpolation polynomiale. Plus récemment, une autre méthode a été développée par Avril et al. [Avril 2007b]. Elle a permis de résoudre les problèmes rencontrés par Pannier et al. [Pannier 2006a]. Elle consiste à reconstruire les champs de déformation mesurés en utilisant des fonctions de forme éléments finis. L'intérêt pour les auteurs est double, d'un part cela permet d'assurer la continuité numérique des champs et d'autre part de réduire le bruit.

3.5. Conclusion

Ce chapitre a permis de mettre en évidence les sources d'erreur dues à l'utilisation de données expérimentales dans le calcul de l'équation d'équilibre, équation qui est à la base de la procédure d'identification validée à partir de simulations dans le chapitre précédent [Blanchard 2009].

Au vu des techniques de mesure utilisées, c'est la définition des champs de déformation par la technique de corrélation d'images qui entraîne le plus de perturbations. La première est le manque d'informations sur les bords de l'éprouvette qui a pour effet de générer une erreur d'intégration de la

zone d'étude. Pour pallier cette erreur, un outil de correction a été développé à partir d'une éprouvette numérique dégradée artificiellement. Dans la dernière partie, la discussion a porté sur les nombreux facteurs influants sur la précision des mesures de déformation. Les choix réalisés permettent d'obtenir des mesures adaptées à la procédure d'identification par la méthode des champs virtuels.

Ces champs de déformation vont maintenant pouvoir être utilisés pour caractériser le comportement du matériau à partir des différentes configurations d'essai Arcan.

CHAPITRE IV

CARACTERISATION DU COMPORTEMENT MATERIAU A PARTIR DE LA MCV ET DES ESSAIS ARCAN

Résumé – Ce dernier chapitre est consacré à la caractérisation du modèle de comportement matériau à partir d'essais fortement hétérogènes (essai Arcan 0°, 45° et 90°). L'utilisation de ces différents essais permet de tester les performances de la MCV pour différents cas de chargement et de cibler les éléments influant sur les résultats d'identification. Dans la première partie du chapitre, le modèle de comportement de référence d'un alliage d'aluminium est déterminé à partir d'un essai statiquement déterminé. Ce modèle est ensuite utilisé pour comparer les résultats d'identification obtenus à partir des différentes configurations d'essai. Il en résulte des écarts importants entre les paramètres identifiés à partir des différents essais Arcan, et aussi entre les résultats issus des essais Arcan et du modèle de référence. Une analyse permet de démontrer que ces écarts sont la cause d'un modèle de comportement pas toujours adapté pour simuler le comportement matériau observé avec les essais Arcan. Enfin, la dernière partie du chapitre est une discussion sur les différents éléments influant sur les résultats d'identification.

4.1. Introduction

Dans ce chapitre, les outils développés précédemment sont utilisés pour caractériser le comportement élastoplastique d'un matériau à partir d'essais statiquement indéterminés (essais Arcan). Ces essais permettent de générer des champs de déformation fortement hétérogènes afin d'évaluer la stabilité de la MCV pour différentes configurations de chargement, mais aussi valider le modèle de comportement choisi[53].

Dans la première partie, l'accent est mis sur la définition du modèle de comportement de référence, et plus précisément sur les paramètres qui le pilotent. Dans la seconde partie, les différents champs de déplacement virtuel sont choisis pour chaque configuration d'essai (Arcan 0°, 45° et 90°). Ces champs virtuels permettent de définir les fonctions coûts utilisées dans le processus itératif d'identification. Dans la dernière partie, le résultat des identifications est analysé pour chaque configuration Arcan. Ces résultats seront finalement améliorés en faisant varier les niveaux d'hétérogénéité pris en compte.

4.2. Définition du modèle de comportement de référence et des fonctions coûts

4.2.1. Identification du comportement matériau à partir d'un essai statiquement déterminé

Le matériau utilisé dans cette étude est l'alliage d'aluminium 6056 T78 dont la composition chimique est donnée dans le Tableau 4.1 (avec Wt% la proportion massique). Ce matériau est principalement utilisé dans l'industrie aéronautique pour les pièces de fuselage. Il s'agit d'un alliage d'aluminium soudable par procédé de fusion (MIG, TIG, soudage laser,…), ou par friction malaxage. Le traitement T78 lui procure une bonne résistance à la corrosion. Les propriétés de ce matériau sont globalement les mêmes que l'alliage d'aluminium 2024 avec une densité plus faible. Pour ces raisons, ce matériau est utilisé dans l'industrie aéronautique pour réduire la masse des aéronefs.

[53] Pour rappel, le comportement du matériau est modélisé dans le cadre des petites perturbations et de la plasticité associée. L'incrément de déformation plastique est défini par la loi de normalité, le critère de plasticité est celui de von Mises et le modèle d'écrouissage est linéaire et isotrope.

Composants	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	autres
Wt %	0.7-1.3	0.5 max.	0.5-1.1	0.4-1.0	0.6-1.2	0.25 max.	0.10-0.7	0.15 max.

Tableau 4.1: Composition chimique de l'alliage d'aluminium 6056T78

La loi de comportement de référence du matériau est déterminée de manière classique à partir d'un essai de traction uni-axiale sur une éprouvette plate[54] (essai statiquement déterminé). Les mesures d'effort et de déplacement permettent de définir la loi de comportement rationnelle du matériau (§1.2.2 page 16). A partir de cette loi, les paramètres du modèle d'écrouissage sont identifiés. Les paramètres de ce modèle sont : 298 MPa pour la limite élastique (σ_0) et 877 MPa pour le module d'écrouissage (K). Le résultat de cette identification est présenté sur la Figure 4.1. Le modèle d'écrouissage isotrope linéaire est jugé satisfaisant pour représenter le comportement du matériau à partir d'une déformation plastique de l'ordre de 0.5%.

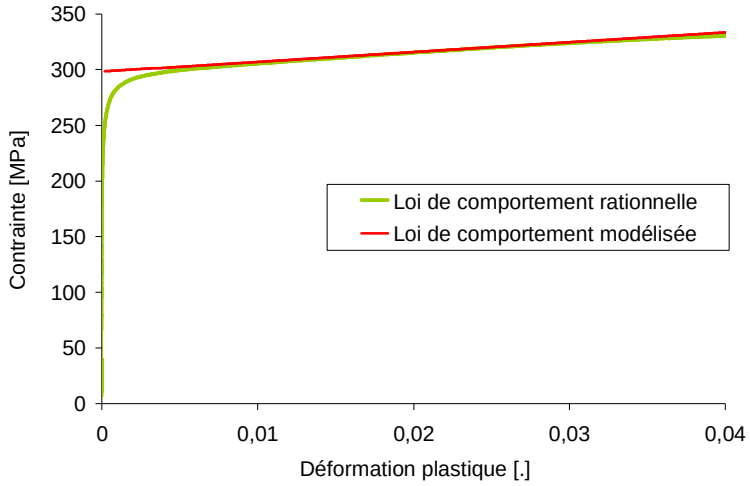


Figure 4.1: Modélisation de la loi de comportement

La loi de comportement rationnelle n'est représentée que jusqu'à 0.04 de déformation plastique. Cette limite est fixée par la limite de validité des hypothèses de staticité (en particulier l'apparition de la striction).

[54] Notons qu'il aurait été intéressant de disposer de plusieurs sens de prélèvement des éprouvettes de traction pour évaluer l'effet d'anisotropie du matériau sur les paramètres du modèle de comportement. De plus, cet essai ayant été réalisé lors des travaux de Gallais [Gallais 2005], le sens de prélèvement de l'éprouvette utilisée n'est pas connu.

4.2.2. Construction des fonctions coûts pour l'identification du comportement matériau à partir des essais statiquement indéterminés

Les fonctions coûts sont utilisées comme critère pour le processus itératif d'identification. Ces fonctions sont basées sur un ensemble d'équations d'équilibre défini à partir d'un champ de déplacement virtuel associé à chaque configuration d'essai.

Configuration Arcan 0° (traction pure)

L'équation d'équilibre associée à cette configuration d'essai a été utilisée comme exemple d'application dans le chapitre précédent (Figure 1.1 page 19). Cependant, il reste à déterminer à partir de quels états de chargement elle va être utilisée. Le premier état pris en compte est celui repéré « 11 » (Figure 4.2), car les déformations mesurées commencent à s'y développer de manière significative, et les déplacements aux limites vérifient les conditions cinématiques nécessaires à l'utilisation du champ de déplacement virtuel choisi[55].

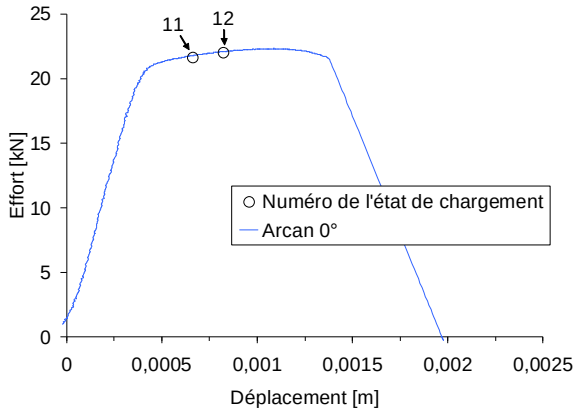


Figure 4.2: Localisation des états de chargement pris en compte pour l'essai Arcan 0°

Le dernier état de chargement pris en compte dans la fonction coût est fixé de manière à ce qu'aucun point du champ de déformation ne dépasse 5% (cette valeur correspond à la limite au-delà de laquelle la loi de comportement de référence n'est plus définie). Pour cela, les champs de déformation effective (ε_{eff} , équation 4.1) sont calculés, et il en ressort que le dernier état de chargement qui correspond à ce critère est l'état n°12. L'identification est menée sur deux cartographies comportant 1289 points chacune.

[55] En effet, pour les états de chargement précédents l'état n°11, les déplacements sont très faibles et la direction du vecteur déplacement aux limites de l'éprouvette n'est pas encore stabilisée.

$$\varepsilon_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}\overline{\overline{\varepsilon}} : \overline{\overline{\varepsilon}}} \qquad 4.1$$

La fonction coût quadratique obtenue pour cette configuration Arcan 0° (notée C_0) représente donc l'écart cumulé entre l'énergie interne et l'énergie externe pour les états de chargement 11 et 12 (équation 4.2).

$$C_0(z) = \sum_{t=11}^{12}\left(\sum_{p=1}^{1289}\left[\sigma_{yy}^{p}(z,t)\, e^{p}(t)\, S^{p}(t)\right] - F(t)\, L(t)\right)^2 \qquad 4.2$$

Avec $Z = (\sigma_0, K)$ l'ensemble des paramètres à identifier, t l'état de chargement et p les points de la mesure de champ (soit 1289 points pour cette configuration à 0°), L la hauteur de la zone d'analyse (Figure 4.3) et F l'effort mesuré.

Configuration Arcan 45° (mixte traction / cisaillement)

Pour cette configuration à 45°, le matériau est déformé par cisaillement mais aussi par allongement sur la zone centrale de l'éprouvette, contrairement à l'essai Arcan 0° où le matériau est principalement déformé en allongement dans la zone centrale.

Le champ de déplacement virtuel choisi pour cet essai est: $u_x^* = y$, $u_y^* = y$ (Figure 4.3). Ce champ de déplacement cinématiquement admissible permet d'obtenir les champ des déformations virtuels suivants: $\varepsilon_{xx}^* = 0$, $\varepsilon_{yy}^* = 1$ et $\varepsilon_{xy}^* = 1/2$. Les états de chargement pris en compte dans la fonction coût sont sélectionnés sur les mêmes critères que pour la configuration Arcan 0° et sont représentés sur la Figure 4.3. Il s'agit des états 10 à 13.

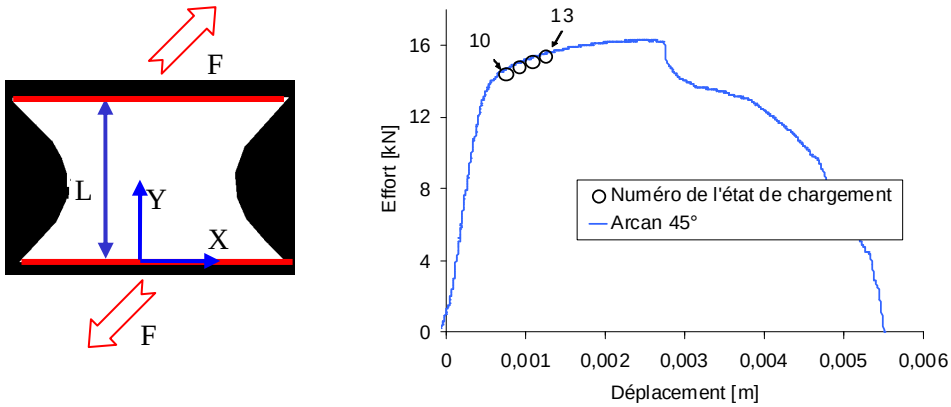


Figure 4.3: Représentation de la zone d'analyse et des états de chargement pris en compte dans la fonction coût

La définition du champ de déplacement virtuel et des états de chargement à prendre en compte permet de construire la fonction coût C_{45} (équation 4.3).

$$C_{45}(z) = \sum_{t=10}^{13}\left(\sum_{p=1}^{1135}\left[\left(\sigma_{xy}^{p}(z,t)+\sigma_{yy}^{p}(z,t)\right)e^{p}(t)\,S^{p}(t)\right]-W_{ext}\right)^{2} \quad \text{avec} \quad 4.3$$

$$W_{ext} = \sqrt{2}\,F(t)\,L(t)$$

Chaque cartographie est composée de 1135 points de mesure de déformation[56].

Configuration Arcan 90° (cisaillement pur)

Cette configuration d'essai permet de solliciter le matériau de deux façons différentes. Au début de l'essai, le matériau est déformé en cisaillement dans la partie centrale de l'éprouvette. Ensuite, il est sollicité en allongement dans les coins de l'éprouvette avant de rompre. Ici, les états de chargement pris en compte dans la fonction coût (états 12 à 16) sont tous dans la première partie de l'essai, car ils

[56] Etant donné que les éprouvettes sont identiques pour toutes les configurations d'essai, on serait en droit d'attendre que le nombre de points décrivant les champs de déformation le soit aussi. Or ce n'est pas le cas. Cette différence provient des zones d'ombre sur les éprouvettes, ces zones d'ombre sont provoquées par les mors de la machine de traction et sont différentes selon l'orientation de l'éprouvette, ce qui a pour effet de réduire légèrement la zone d'analyse.

sont choisis avec les mêmes critères que pour les configurations précédentes (Figure 4.4). A noter que pour cette configuration, chaque cartographie est composée de 1132 points de mesure e déformation.

Le champ de déplacement virtuel cinématiquement admissible retenu est : $u_x^* = y$, $u_y^* = 0$ (Figure 4.4). Le champ de déformation virtuel est déduit de ce champ de déplacement et prend la forme suivante: $\varepsilon_{xx}^* = 0$, $\varepsilon_{yy}^* = 0$ et $\varepsilon_{xy}^* = 1/2$.

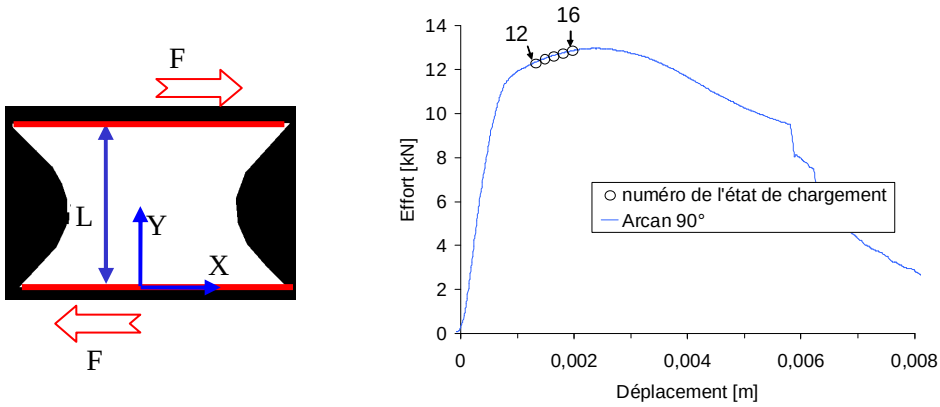


Figure 4.4: Représentation de la zone d'analyse et des états de chargement pris en compte dans la fonction coût

La définition des champs virtuels permet d'exprimer l'équation d'équilibre et de définir la fonction coût C_{90} qui est utilisée dans le processus de minimisation (équation 4.4).

$$C_{90}(z) = \sum_{t=12}^{16} \left(\sum_{p=1}^{1132} \left[\sigma_{xy}^{p}(z,t)\, e^{p}(t)\, S^{p}(t) \right] - F(t)\, L(t) \right)^2 \qquad 4.4$$

4.3. Présentation des résultats de caractérisation - Analyse et discussion

4.3.1. Résultats pour les trois configurations d'essai

Avant de présenter les résultats de caractérisation pour chaque essai, le Tableau 4.2 fait la synthèse des différents éléments utilisés pour faire ces caractérisations. On y trouve pour chaque configuration le nombre de points utilisé pour définir la zone d'analyse (n), la hauteur initiale de la zone d'analyse (L_0), le niveau de lissage, l'épaisseur initiale de l'éprouvette ($e_{initiale}$), les états de chargement pris en compte et le champ de déplacement virtuel (u^*) considéré.

	Arcan 0°	Arcan 45°	Arcan 90°
n (point)	1289	1135	1132
L (mm)	35	32	31
Niveau de lissage	Conf. n°2	Conf. n°2	Conf. n°2
$e_{initiale}$ (mm)	1.73	1.76	1.75
Etats de chargement	11 et 12	10, 11, 12 et 13	12, 13, 14, 15 et 16
u^*	$u_x^* = 0$ $u_y^* = y$	$u_x^* = y$ $u_y^* = y$	$u_x^* = y$ $u_y^* = 0$

Tableau 4.2: Synthèse des éléments utilisés pour chaque configuration d'essai

Au terme du processus itératif d'identification, des paramètres de comportement différents sont identifiés pour chaque essai. La valeur de ces paramètres est présentée dans le Tableau 4.3 et la représentation graphique des lois de comportement est tracée sur la Figure 4.5.

	Référence	Arcan 0°	Arcan 45°	Arcan 90°
σ_0 (MPa)	298	270	278	289
K (MPa)	877	2022	1782	1844

Tableau 4.3: Paramètres identifiés pour chaque test

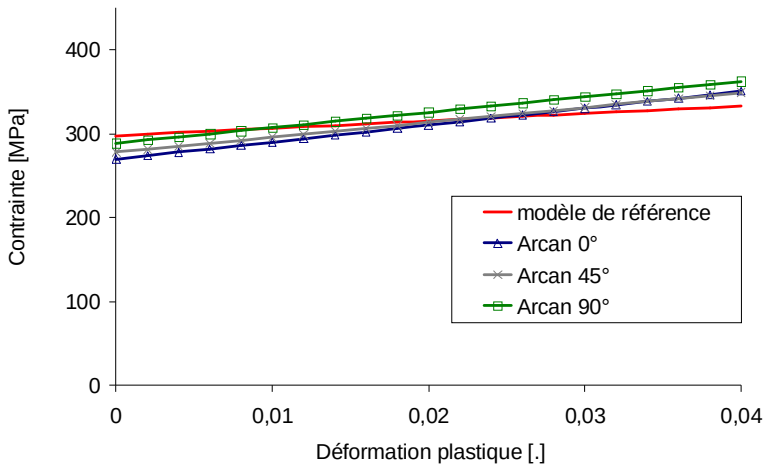


Figure 4.5: Représentation graphique des modèles de comportement identifiés

Ces résultats montrent que les valeurs des paramètres identifiés sont assez différentes des valeurs de référence, et ce, quelle que soit la configuration d'essai [Blanchard 2008b]. Les différences les plus

importantes concernent les valeurs des modules d'écrouissage, avec un rapport de presque trois par rapport à la valeur de référence. Néanmoins, il a été montré dans le chapitre précédent qu'il était plus difficile d'identifier avec précision la valeur du module d'écrouissage, étant donné que le calcul de l'énergie interne est moins sensible à ces variations qu'à celles de la valeur de contrainte à la limite élastique.

4.3.2. Discussion sur les résultats obtenus

Malgré une différence importante entre les lois identifiées et la loi de référence, on remarque que les résultats des trois identifications sont assez proches les uns des autres. La première question qui se pose est donc : le modèle de comportement choisi est-il adapté aux configurations d'essais utilisées? En effet, en analysant la Figure 4.1, on remarque que le modèle de comportement de référence ne satisfait pas le comportement rationnel du matériau pour des faibles valeurs de déformations plastiques. De ce fait, il est possible qu'une partie des points utilisés dans les essais Arcan ne satisfasse pas les hypothèses du modèle matériau, en particulier l'écrouissage isotrope linéaire. Si tel est le cas, comment s'affranchir de ce problème? Ces questions seront traitées dans la partie suivante.

Un autre point qui peut influer sur le résultat obtenu est le choix du champ de déplacement virtuel. Les champs virtuels choisis sont cinématiquement admissibles mais une infinité de champs peut satisfaire cette condition. Nous essayerons donc d'apporter des éléments de réponse dans la suite du chapitre.

4.4. Etude de la pertinence du modèle de référence par rapport aux configurations d'essai Arcan utilisées

4.4.1. Constat sur cette adéquation

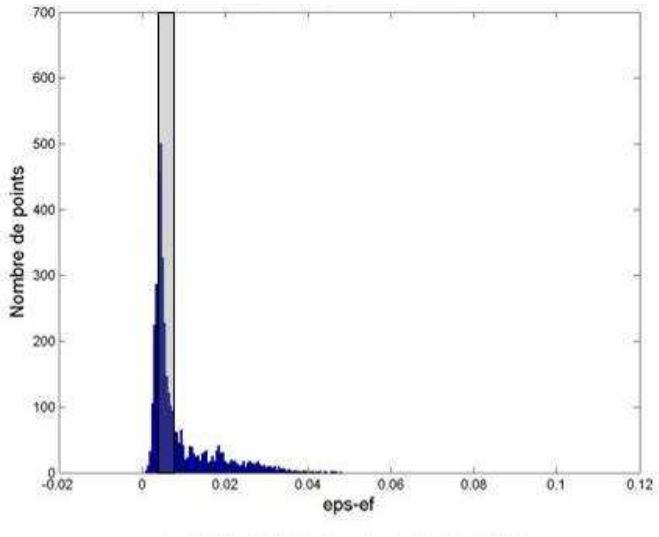
Dans un premier temps, il faut définir la plage pour laquelle, il n'y a pas adéquation (en terme de déformation totale) entre la modélisation du comportement et le comportement rationnel du matériau (comportement vrai). C'est ce que nous allons faire ci-après.

Pour la phase de comportement purement élastique, le modèle de comportement utilisé correspond au comportement « vrai » du matériau. La différence se situe lors de l'apparition des déformations plastiques, jusqu'à une valeur de 0.004 de déformation plastique (Figure 4.1). De plus, en première approximation[57], on peut estimer que la déformation élastique est au maximum de l'ordre

[57] C'est-à-dire en négligeant l'augmentation des déformations élastiques dans les déformations totales lors de la phase d'écrouissage.

de 0.004[58]. Le modèle d'écrouissage et le comportement vrai du matériau diffèrent sur une gamme de déformation totale comprise entre 0.004 et 0.008.

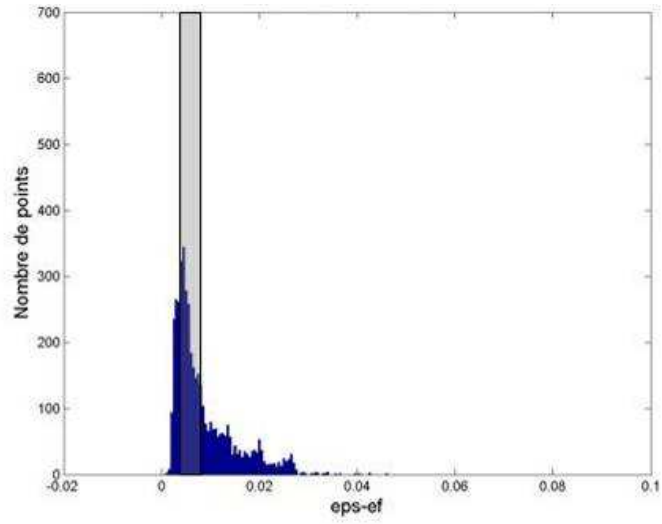
Les histogrammes de la Figure 4.6 représentent pour chaque configuration d'essai, la distribution des points utilisés dans le processus d'identification en fonction de leur valeur de déformation totale[59]. Sur ces histogrammes est représenté le domaine de déformation pour lequel il n'y a pas adéquation entre le modèle de comportement et le comportement vrai du matériau (cette zone est représentée par un rectangle grisé).



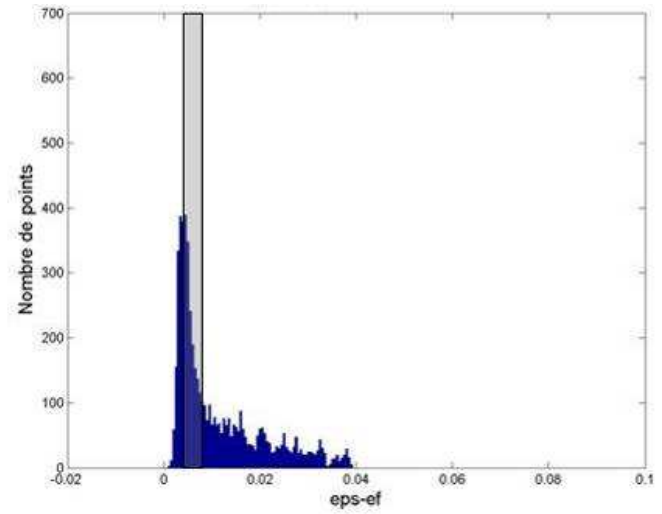
Arcan 0°

[58] Il s'agit de la déformation élastique maximum obtenue avant l'apparition des déformations plastiques. La contrainte à la limite élastique utilisée est σ_0 =292Mpa. Cette valeur est déterminée conformément aux normes utilisées pour exploiter un essai statiquement déterminé de traction uni-axiale.

[59] Cette déformation totale est appelée déformation effective et est calculée en fonction du tenseur des déformations comme ce fut le cas dans le chapitre précédent (équation 4.1 page 99).



Arcan 45°



Arcan 90°

Figure 4.6: Répartition des points utilisés pour l'identification pour chaque configuration

Ces histogrammes mettent en évidence qu'une partie non négligeable des points utilisés n'est pas adaptée pour identifier avec précision le modèle de comportement précédemment défini.

A ce stade, il y a deux possibilités pour améliorer la précision des résultats d'identification. La première est d'utiliser un modèle d'écrouissage isotrope non linéaire permettant de mieux modéliser le comportement vrai du matériau. Cependant, l'utilisation d'un modèle de comportement de ce type se traduit aussi par une augmentation des paramètres qui le pilotent. Il serait alors conseillé d'utiliser un autre outil pour minimiser la fonction coût, par exemple un outil basé sur la méthode de Newton-Raphson. La deuxième possibilité est de garder le même modèle de comportement mais de changer les bornes d'analyse des éprouvettes de façon à limiter l'utilisation de points défavorables en terme de déformation dans la fonction coût. Cette solution est retenue ici car elle permet de s'affranchir du

développement de nouveaux outils numériques et de tirer partie de la flexibilité de la méthode d'identification.

4.4.2. Définition des nouvelles configurations d'essai

Quelle que soit la configuration d'essai, les points qui ne sont pas adaptés pour identifier le modèle de comportement se situent dans les zones hautes et basses de l'éprouvette (zones proches des mors). De ce fait, pour analyser l'influence de ces points sur le modèle identifié, différentes études sont réalisées en faisant varier la hauteur L du champ de déformation (Figure 4.7). En réalisant ces nouvelles études, l'énergie dissipée dans les zones proches des mors est négligée car elle n'intervient plus dans le calcul de l'énergie interne (on commet donc une erreur sur le bilan des forces internes et externes). Cependant, les déformations dans ces zones sont purement élastiques ou faiblement déformées plastiquement. L'énergie générée dans ces zones est ici négligée par rapport à l'énergie dissipée dans le reste de l'éprouvette.

Ces nouvelles configurations permettent de générer neuf cas d'étude pour l'essai Arcan 0°, sept pour l'essai Arcan 45°, et onze pour l'essai Arcan 90°. Le nombre différent d'études entre les configurations est dû à la différence d'hétérogénéité des champs. En effet, le nouveau domaine pris en compte doit vérifier deux conditions. La première a été détaillée précédemment et concerne le fait qu'une partie de l'énergie interne est négligée. De plus, il faut aussi que les conditions de déplacement aux nouvelles frontières du domaine permettent d'utiliser les champs de déplacement virtuel déjà définis. Ces nouvelles études sont définies par des lettres : plus celle-ci est éloignée de « A » dans l'alphabet, plus le champ pris en compte est petit (Figure 4.7). La Figure 4.8 représente le nombre de points utilisés pour chaque étude.

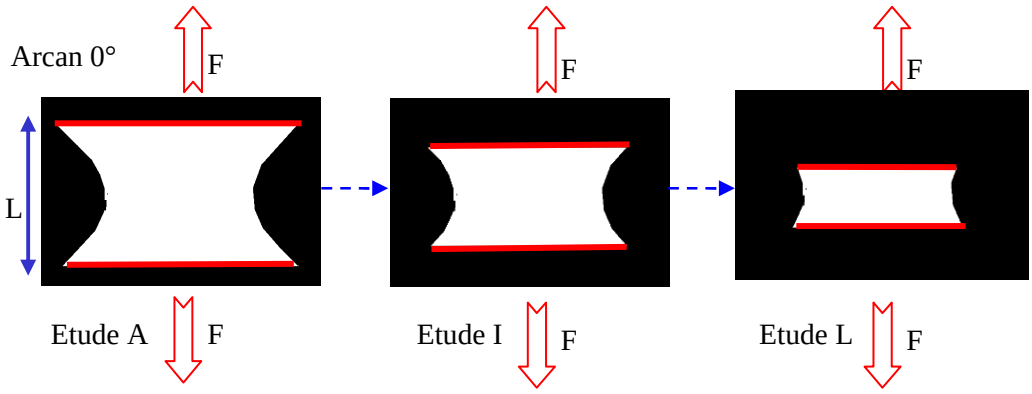


Figure 4.7: Représentation des champs utilisés pour trois cas d'étude

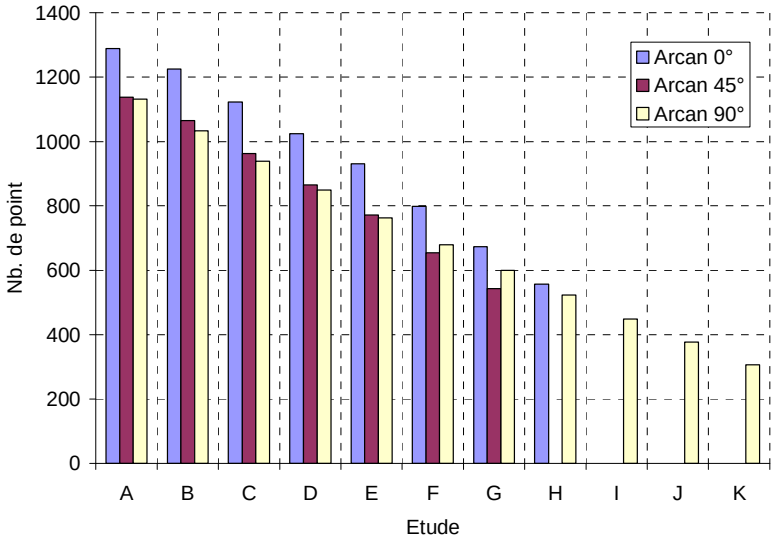


Figure 4.8: Nombre de points utilisés pour chaque étude

4.4.3. Résultats des nouveaux cas d'étude

Les résultats des identifications pour chaque configuration et chaque cas d'étude sont présentés et analysés. Dans un premier temps, cette analyse ne porte pas sur la valeur des paramètres identifiés, mais sur leurs évolutions en fonction des différents cas d'étude (c'est-à-dire l'évolution des paramètres identifiés en fonction de la taille des champs de déformation pris en compte). Afin de s'assurer de la répétitivité des résultats obtenus, ces cas d'étude ont été faits sur trois essais différents (z3, z4 et z6) pour chacune des trois configurations (0°, 45° et 90°). La Figure 4.9 représente les résultats obtenus[60] pour les trois essais Arcan 0°. On peut remarquer que l'évolution des paramètres identifiés est la même pour les trois essais. Cette remarque est valable pour les deux autres configurations d'essai (Arcan 45° et 90°).

[60] Sur ce graphique, les lignes pointillées représentent les valeurs des paramètres du modèle de référence.

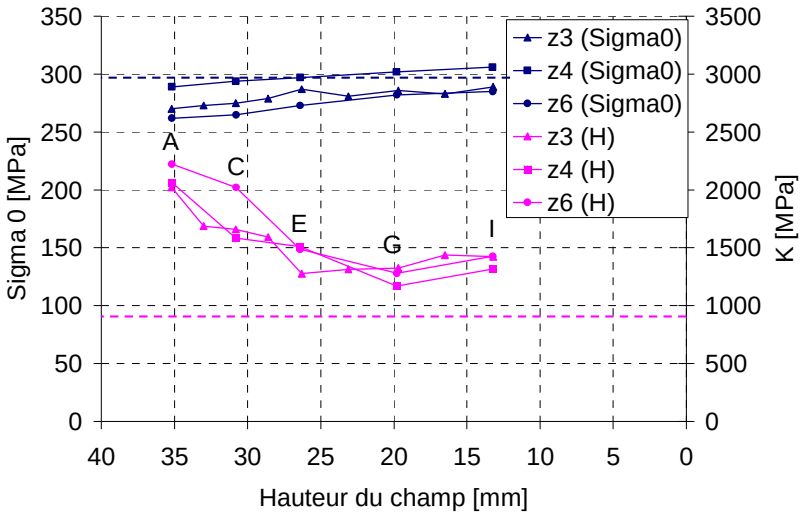


Figure 4.9: Résultats des différents cas d'étude pour trois essais Arcan 0°

Arcan 0°

L'analyse des résultats d'identification est faite à partir d'un seul essai Arcan 0° (Figure 4.10). L'évolution des paramètres identifiés peut être décrite en deux temps à mesure que la hauteur du champ diminue:

- dans le premier (des études A à E), la valeur des paramètres identifiés tend vers les valeurs de référence en même temps que la hauteur du champ pris en compte diminue,
- pour le second (des études E à I), on peut considérer que l'écart entre les paramètres identifiés et les paramètres de référence reste stable. Notons toutefois que cet écart augmente légèrement pour le module d'écrouissage lors des deux dernières études (études H et I). Cependant, cette variation n'est pas significative[61].

[61] Dans l'étude numérique faite au chapitre 2 page 71, nous avions remarqué qu'une variation de 30% sur le module d'écrouissage de ce modèle de comportement restait acceptable. Or c'est exactement la différence qu'il existe entre le module d'écrouissage identifié entre les études G et H.

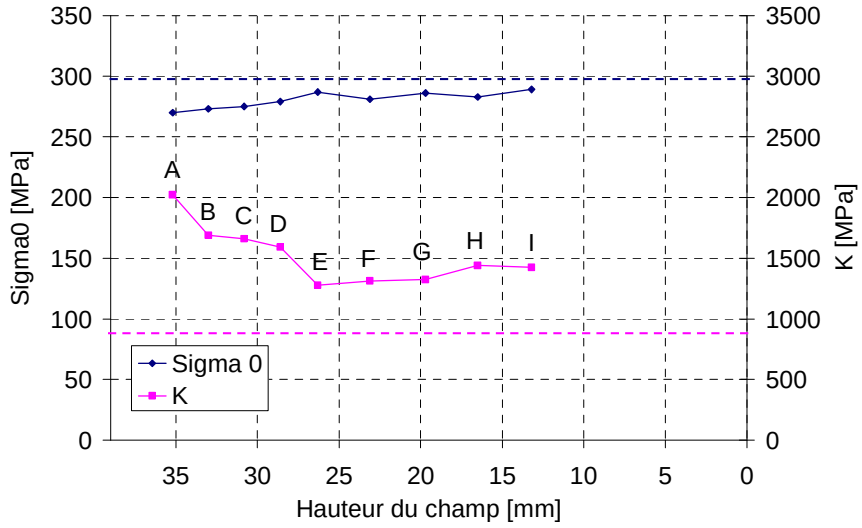


Figure 4.10: Résultats des différentes études pour la configuration Arcan 0°

Sur la Figure 4.11, seules les lois de comportement des études A, E et I sont représentées pour rendre la lecture plus facile. Cela permet de juger l'écart entre le modèle de comportement de référence et les modèles identifiés. Les modèles de comportement identifiés pour chaque cas d'étude ont tendance à pivoter autour d'un même point (à environ 2,5% de déformation) pour se rapprocher du modèle de comportement de référence.

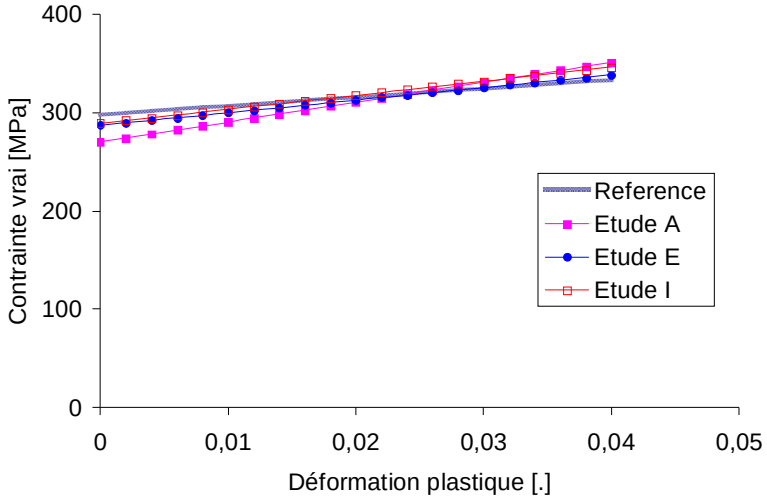


Figure 4.11: Représentation des lois de comportement pour les études A, E et I (Arcan 0°)

Pour essayer d'expliquer l'évolution des paramètres identifiés en fonction de la variation de la hauteur du champ pris en compte, une analyse est réalisée à partir d'histogrammes. Pour mieux les comprendre, ils sont représentés dans un premier temps à partir d'un « cas d'école » (Figure 4.12). Dans la partie gauche du tableau de la Figure 4.12, les histogrammes représentent la répartition des

points utilisés dans le processus d'identification pour les études A et B (les paramètres sont identifiés à partir de 15 points pour l'étude A, et 11 pour l'étude B à cause de la réduction de hauteur du champ). Cette répartition est donnée en fonction de gammes de déformation (par exemple, pour l'étude A, sur les 15 points utilisés, 5 sont compris entre 0% et 1% de déformation effective). L'histogramme de la partie droite du tableau (Figure 4.12) permet de mieux évaluer dans quelles gammes se situent les 4 points non utilisés dans l'étude B par rapport à l'étude A (il s'agit de la différence pour chaque gamme entre le nombre de points utilisés dans l'étude A et dans l'étude B).

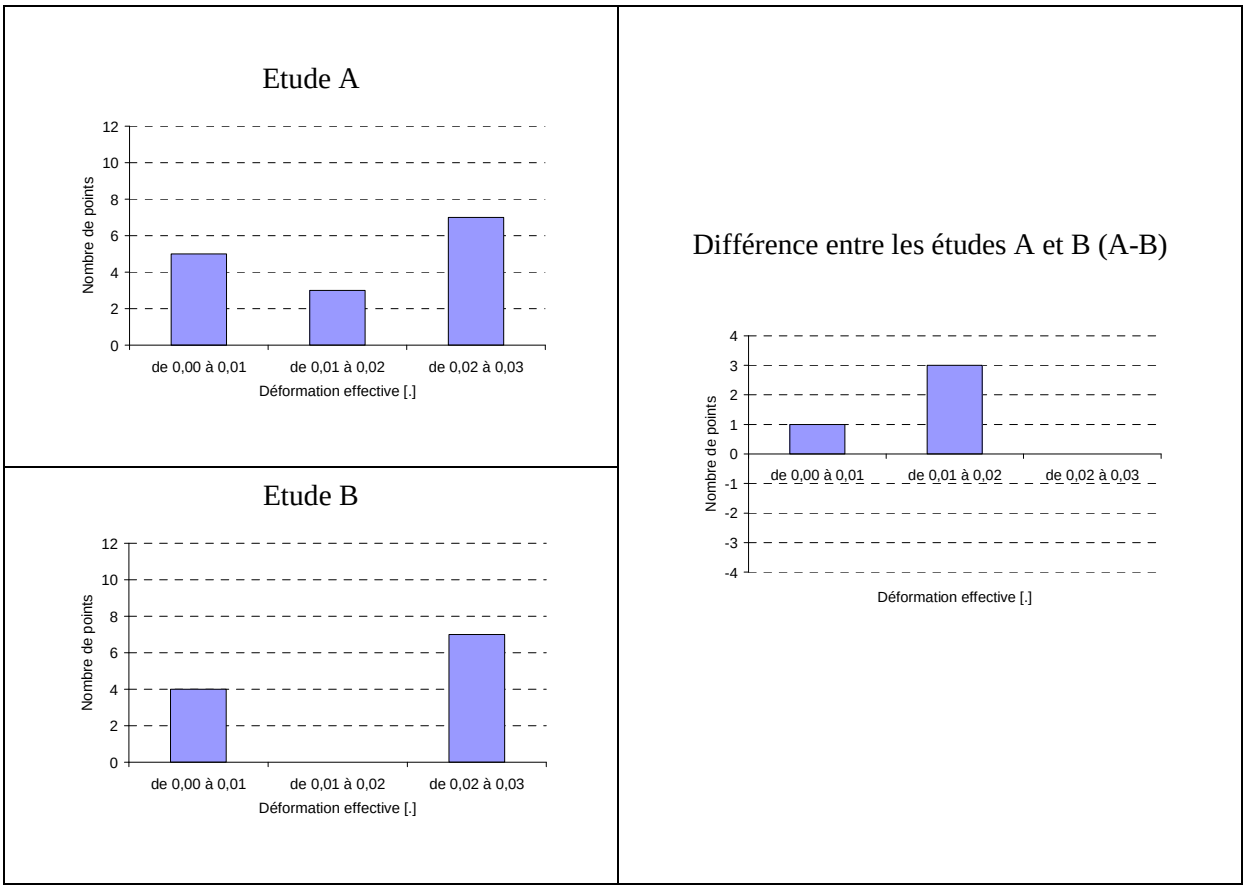


Figure 4.12:Représentation des histogrammes de répartition de points sur un cas d'école

Ces histogrammes sont maintenant appliqués sur les études de l'essai Arcan 0°. Comme précédemment, les zones grisées sur les histogrammes représentent la zone des déformations pour laquelle le modèle de comportement utilisé est différent du comportement « vrai » du matériau.

Pour la première phase d'évolution des résultats d'identification, c'est-à-dire des études A à E (Figure 4.10), les histogrammes de la Figure 4.13 permettent de montrer que les points non utilisés dans l'étude E par rapport à l'étude A étaient ; soit déformés élastiquement (à gauche de la bande grisée), soit faiblement déformés plastiquement (dans la bande grisée). De ce fait, ces résultats tendent à confirmer les remarques faites précédemment sur la corrélation entre le modèle de comportement et

le comportement vrai du matériau. En effet, l'absence de ces points dans l'étude E permet d'identifier des paramètres plus proches des paramètres de référence.

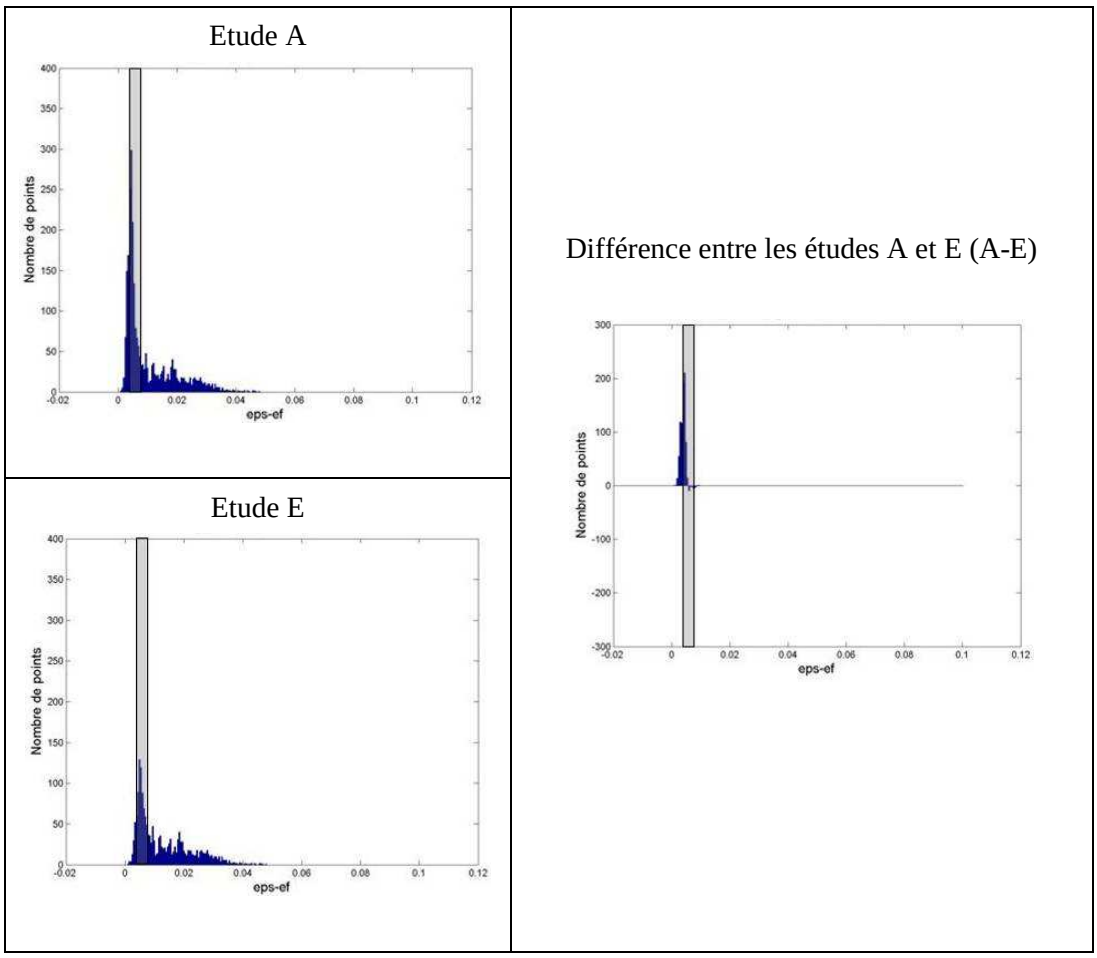


Figure 4.13: Différence de répartition des points utilisés entre les études A et E (Arcan 0°)

Dans la deuxième phase (entre les études E et I), la réduction de la hauteur du champ permet d'enlever des points dont les déformations sont comprises dans la gamme de déformation de la zone grisée (Figure 4.14), donc a priori des points parasitant l'identification des paramètres de référence. Cependant, l'écart entre les paramètres identifiés et les paramètres de référence ne s'est pas réduit entre ces études E et I (il est resté stable). Toutefois, on peut remarquer que les points présents dans la zone grisée pour les études E et I sont beaucoup moins nombreux que pour l'étude A. Il est donc envisageable que leurs suppressions aient moins d'influence sur les paramètres identifiés. Enfin, notons que sur l'histogramme représentant la différence des points entre les études E et I (Figure 4.14), des points ont été « créés » lors de la réduction de la hauteur du champ. Ces points sont représentés en dessous de l'axe des abscisses pour les plus grandes gammes de déformation. En fait, il s'agit de points sur le bord du domaine d'étude dont les valeurs de déformation ont légèrement changé, à cause du paramètre de lissage qui utilise une zone d'influence différente.

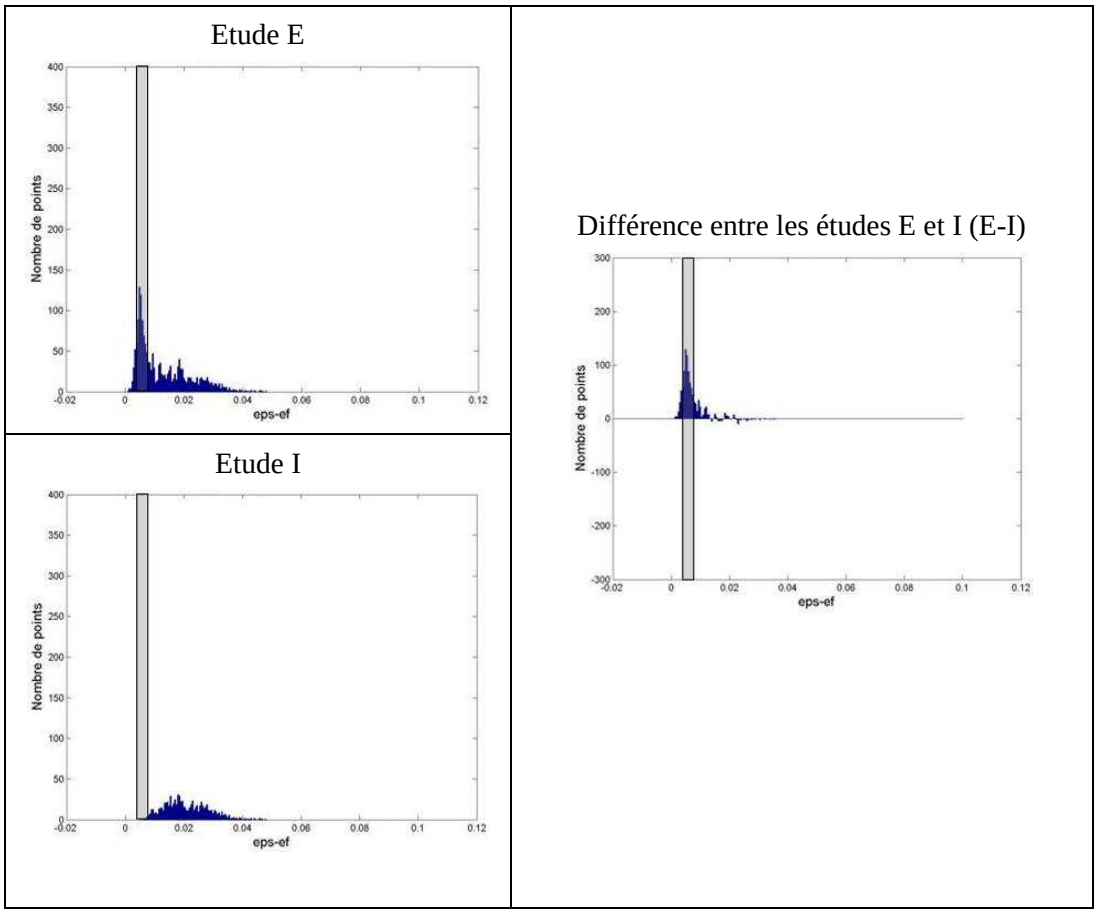


Figure 4.14: Différence de répartition des points utilisés entre les études E et I (Arcan 0°)

Arcan 45°

Le graphique de la Figure 4.15 représente les résultats obtenus pour toutes les études dans la configuration Arcan 45°. Ici, la réduction de la hauteur du champ, prise en compte pour l'identification, a pour effet de réduire l'écart entre les paramètres identifiés et les paramètres de référence. Ainsi, la loi de comportement obtenue pour la dernière étude est superposée au modèle de référence.

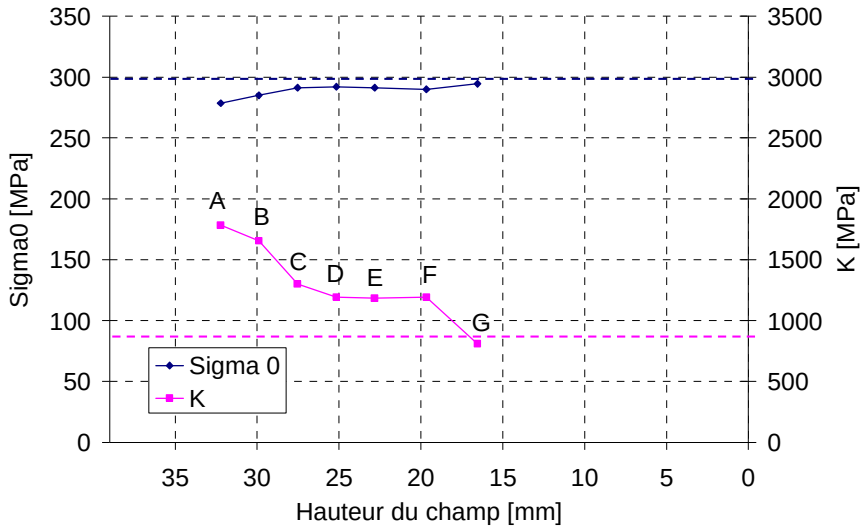


Figure 4.15: Résultats des différentes études pour la configuration Arcan 45°

Les histogrammes de répartition des points entre les études A et G (Figure 4.16) montrent que la diminution de la hauteur du champ permet de limiter considérablement le nombre de points dont les déformations étaient purement élastiques ou dans la zone grisée. Ces résultats confirment les remarques faites précédemment.

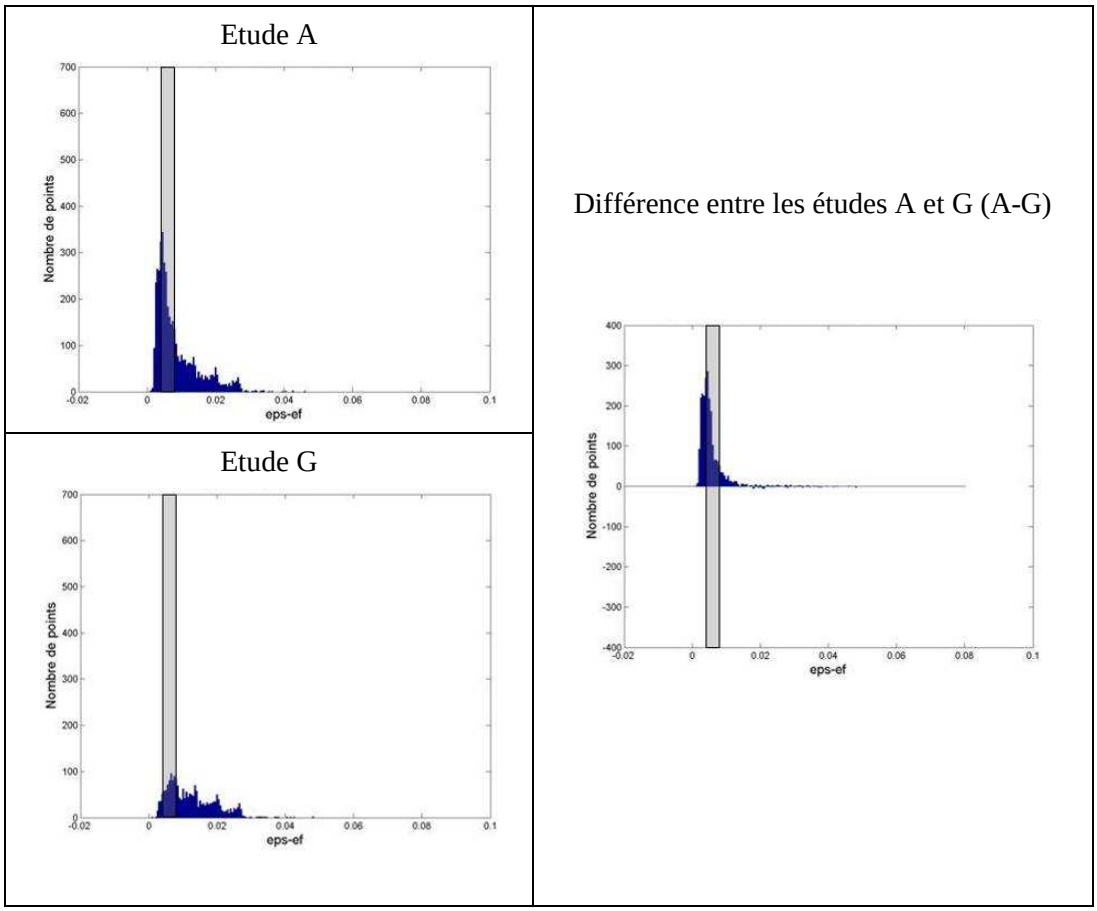


Figure 4.16: Différence de répartition des points utilisés entre les études A et G (Arcan 45°)

Arcan 90°

Comme pour la configuration Arcan à 45°, ici aussi la valeur des paramètres identifiés tend vers les paramètres de référence à mesure que la hauteur du champ diminue (Figure 4.17).

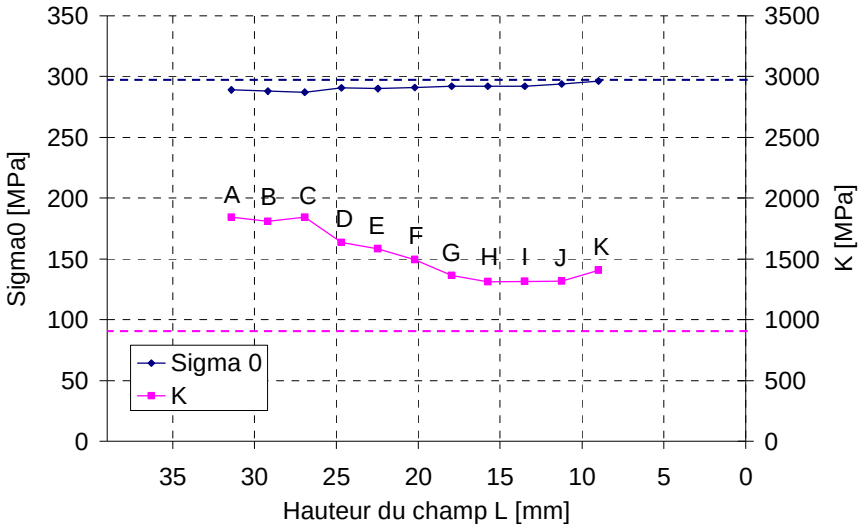


Figure 4.17: Résultats des différentes études pour la configuration Arcan 90°

Les histogrammes de répartition de points entre les études A et K (Figure 4.18) permettent de voir que tous les points dans la zone grisée ont été supprimés avec la réduction de la hauteur du champ. Cela permet d'identifier des paramètres proches des paramètres de référence. Cependant, d'autres points à droite de cette zone grisée ont aussi été supprimés, sans affecter l'évolution des paramètres identifiés.

Notons aussi que le champ de déformation utilisé pour l'étude K est presque homogène, ce qui se traduit sur l'histogramme par cinq raies presque identiques (partie gauche de la Figure 4.18). Elles correspondent aux cinq états de chargement pris en compte dans la fonction coût. On tend donc vers une distribution homogène avec une pondération identique de cinq niveaux de déformation.

4.4.4. Discussion

Ces nouvelles analyses ont permis de justifier l'évolution des valeurs des paramètres identifiés en fonction de la hauteur du champ pris en compte. Cette évolution est essentiellement due au bruit des mesures de déformation dans les zones dont les déformations sont purement élastiques ou aux points dont les déformations étaient dans la gamme où le modèle implémenté diffère du comportement physique du matériau. Cependant, un autre facteur peut également être à l'origine de l'évolution des paramètres identifiés : il s'agit du facteur de correction de la surface totale (§3.3.2 page 80). En effet, ce facteur de correction augmente pour chaque configuration d'essai à mesure que la hauteur du champ diminue (Figure 4.19).

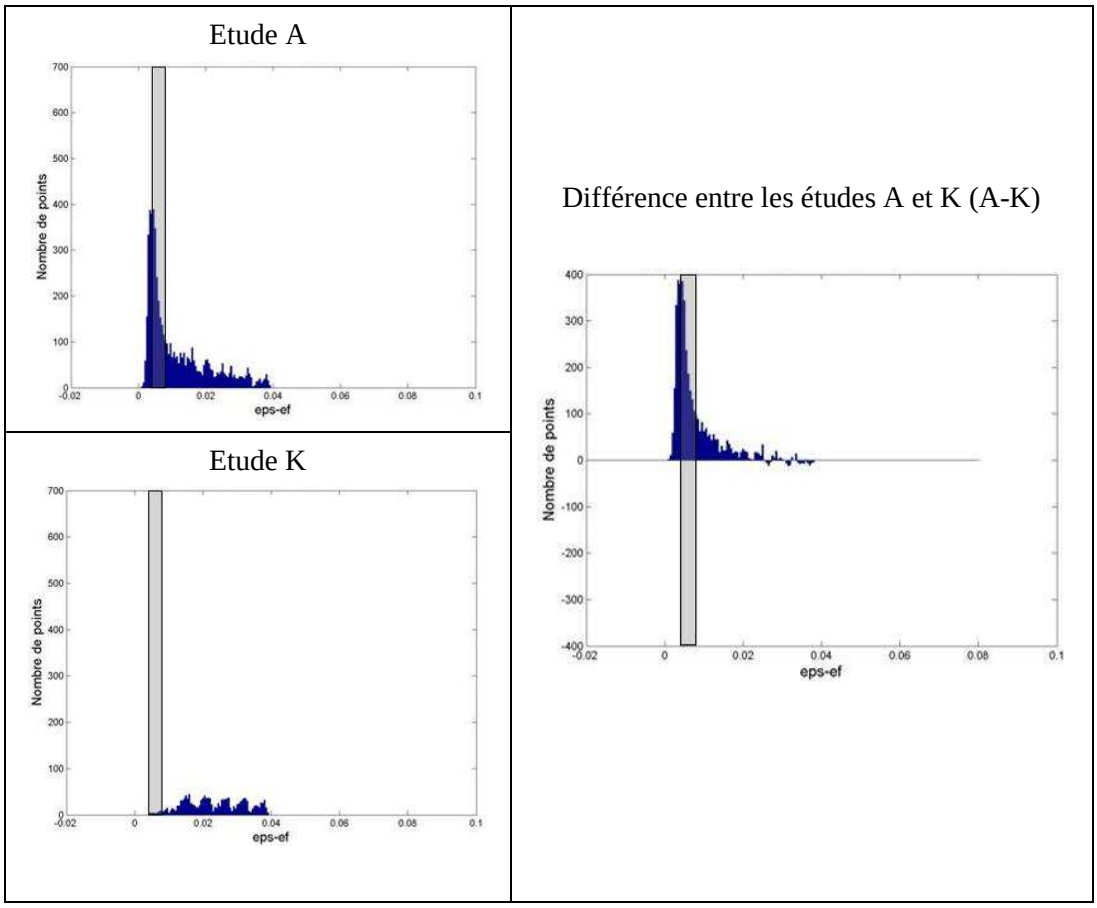


Figure 4.18: Différence de répartition des points utilisés entre les études A et K (Arcan 90°)

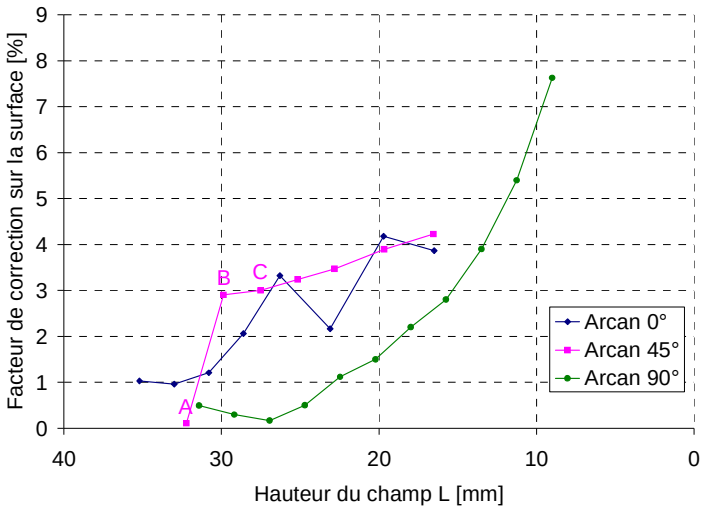


Figure 4.19: Evolution du facteur de correction appliqué sur la surface totale

L'effet de ce facteur sur l'évolution de la valeur des paramètres identifiés est toutefois limité car son évolution n'est généralement pas la même que celles des paramètres identifiés. Par exemple pour

la configuration Arcan à 45°, on peut remarquer dans un premier temps que le facteur de correction évolue fortement entre les cas A et B (passant de 0.1% à 2.9% de correction). Les variations sur les paramètres identifiés entre ces deux cas sont de 2.18% pour σ_0 et 15% pour K. Par opposition, on peut remarquer dans un second temps que le facteur de correction évolue très peu entre les cas B et C (passant de 2.9% à 3%). Les variations sur les paramètres identifiés entre ces deux cas sont alors de 2.13% pour σ_0 et 40% pour K. Donc, la correction apportée sur la surface totale n'a pas un effet direct sur la variation des paramètres identifiés pour les comportements non-linéaires, au moins jusque 8% de correction.

Maintenant que plusieurs éléments permettent d'expliquer l'évolution des paramètres identifiés en fonction de la hauteur du champ pris en compte, la discussion suivante porte sur les valeurs des paramètres identifiés pour chaque configuration. La Figure 4.20 permet de représenter les lois de comportement identifiées pour chaque configuration et pour la hauteur de champ la plus faible.

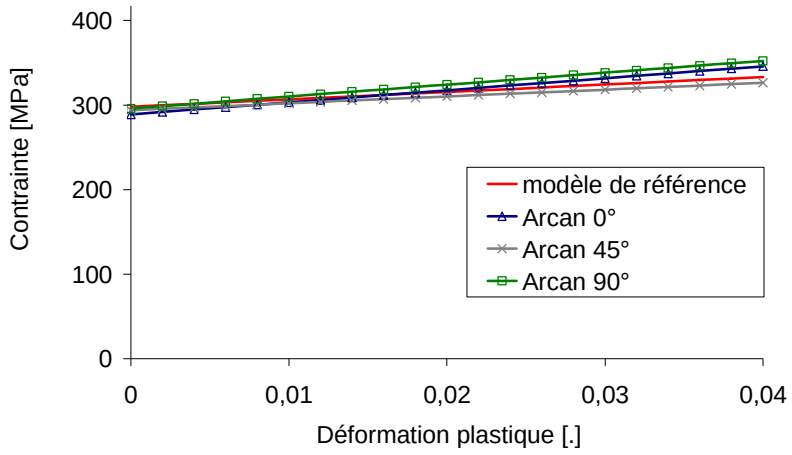


Figure 4.20: Lois identifiées après réduction de la hauteur du champ pour chaque configuration

Les écarts demeurant sur les valeurs des paramètres identifiés pour les trois configurations d'essai peuvent avoir plusieurs sources. La première peut être due à l'effet d'une autre hypothèse considérée pour modéliser le comportement matériau, comme par exemple l'hypothèse d'isotropie. Cependant, dans notre cas, la loi de comportement de référence a été déterminée à partir d'un seul essai, ce qui n'a pas permis d'évaluer rigoureusement l'influence de cette simplification sur la loi de comportement de référence.

Par ailleurs, on peut aussi penser que le choix des champs virtuels est la principale cause de la dispersion sur les valeurs des paramètres identifiés entre les trois configurations. Or, les champs virtuels utilisés n'ont pas un impact direct sur les paramètres identifiés. Ils permettent, entre autre, de formater (« pondérer ») les champs de déformation pour calculer l'énergie interne: c'est donc la qualité et les niveaux d'hétérogénéité des champs de déformation qui influent sur la dispersion des

paramètres identifiés via le champ virtuel. Ce constat est d'ailleurs illustré en partie par les dispersions obtenues sur les résultats d'identification à partir de plusieurs essais Arcan 0° (avec le même champ virtuel (Figure 4.9)). Tous les auteurs ayant travaillé avec la MCV sont d'accord sur le fait que la qualité des champs de déformation est un paramètre important pour la précision des paramètres identifiés. D'autre part, la notion d'hétérogénéité des champs de déformation est liée à la notion d'identifiabilité des paramètres. En effet, une combinaison arbitraire d'un essai et d'un champ virtuel ne permettra sans doute pas d'identifier avec précision les paramètres qui pilotent une loi de comportement. En fait, le choix de l'essai est important et il doit permettre de solliciter de la façon la plus complexe possible le matériau dans la phase de comportement concernée, de manière à obtenir un maximum d'informations par la mesure sur le comportement du matériau. Une fois l'essai défini, le choix du champ virtuel permet d'effectuer une pondération lors de l'identification de certaines zones des champs de déformation, de manière à éviter d'avoir des zones où la précision sur les mesures est moindre, et à favoriser les zones permettant d'identifier les paramètres du modèle. Pour les comportements non-linéaires, cette hétérogénéité peut aussi être définie dans le temps en utilisant plusieurs états de chargement.

4.4.5. Conclusion

Dans ce chapitre, la méthode des champs virtuels a été utilisée pour identifier les paramètres élastoplastiques d'un modèle de comportement à partir de données expérimentales. Trois configurations d'essais ont été utilisées (Arcan 0°, 45° et 90°), ce qui a permis d'identifier et de comparer les paramètres de comportement obtenus pour un même matériau à partir de différentes configurations de chargement.

Les résultats ont mis en évidence des écarts importants entre les paramètres identifiés et les paramètres de référence. De plus, les écarts entre les paramètres identifiés à partir des trois configurations de chargement sont eux aussi non négligeables. Des analyses ont permis de diminuer ces écarts en réduisant progressivement la hauteur des champs de déformation pris en compte. La réduction de la hauteur du champ a permis de ne plus prendre en compte des points dont les déformations étaient comprises dans une plage où le modèle de comportement utilisé ne pouvait pas simuler correctement le comportement physique du matériau. De plus, cette réduction de la hauteur du champ a permis de limiter le nombre de points dont les déformations étaient purement élastiques; ce qui est un plus étant donné que les paramètres de corrélation n'ont pas été choisis pour être précis là où les déformations sont faibles.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La recherche présentée dans le cadre de ce mémoire concerne l'identification de comportements matériaux non-linéaires à partir d'essais statiquement indéterminés et de champs de déformation fortement hétérogènes. Le but est à terme de pouvoir caractériser le comportement mécanique de structures au plus proche du comportement à rupture en utilisant les informations issues de mesures de champs de déformation. De cette façon, il serait envisageable de modéliser la rupture des matériaux et des structures pour en améliorer la conception.

La première partie du mémoire, de nature bibliographique, a permis de passer en revue et de choisir une méthode d'identification permettant de considérer l'essai comme statiquement indéterminé. L'avantage de ces méthodes par rapport aux méthodes classiques, qui considèrent l'essai comme statiquement déterminé, est l'absence des hypothèses de staticité qui limitent les perspectives d'identification. La méthode qui a été retenue est la Méthode des Champs Virtuels [Grédiac 2006][62] ; il s'agit d'une méthode alternative aux méthodes de recalage. Son principal avantage est que les paramètres identifiés ne sont pas basés sur la modélisation d'un essai, mais directement sur l'équation d'équilibre physique du problème et des données mesurées. Elle permet de s'affranchir des hypothèses et des simplifications faites lors de la modélisation de l'essai, notamment pour les méthodes de recalage. De plus, les temps de calcul nécessaires à l'identification de paramètres de comportement à partir de la Méthode des Champs Virtuels sont bien inférieurs à ceux engendrés par les méthodes de recalage[63]. Cette première partie a aussi permis de choisir la technique de mesure de champs de déformation qui permettait de renseigner sur l'état de déformation du matériau jusqu'à rupture. La technique retenue est la technique de stéréo-corrélation d'images car c'est une méthode robuste qui offre une certaine souplesse d'utilisation.

Le second chapitre a été dédié au développement et à la validation numérique des outils utilisés pour la caractérisation du comportement matériau. La première tâche a concerné l'implémentation d'un modèle de comportement permettant de calculer les champs de contraintes à partir des champs de déformations mesurés à la surface d'une éprouvette. Ce modèle de comportement élastoplastique repose sur l'hypothèse des contraintes planes et les déformations sont calculées dans le cadre des petites perturbations. Les paramètres de comportement qui le pilotent sont au nombre de quatre, deux pour définir la partie réversible des transformations et deux pour la partie irréversible (l'écrouissage du matériau est supposée isotrope et linéaire). Cette modélisation du comportement matériau a été validée

[62] Il s'agit des premiers travaux utilisant cette méthode et des comportements matériaux non-linéaires.

[63] Quelques minutes pour la MCV contre quelques dixaines d'heures pour le même type de loi de comportement avec une méthode de recalage.

en comparant les contraintes calculées par le code éléments finis Zébulon et celles calculées par l'outil implémenté. Ces comparaisons ont été faites en faisant varier le nombre d'éléments et les conditions de chargement pour différentes éprouvettes numériques. Le deuxième outil développé est l'outil d'identification basé sur la Méthode des Champs Virtuels. Le processus itératif d'identification ainsi mis en place a également été validé à partir de cas théoriques et numériques. Cependant, les résultats ont mis en évidence que l'identification du module d'écrouissage était moins précise. Pourtant, les résultats obtenus ont permis de valider le processus itératif sachant que les écarts relevés entre le paramètre d'écrouissage de référence et le paramètre identifié peuvent être causés par la sensibilité de la méthode d'identification pour le problème posé.

Le chapitre trois a été consacré aux conséquences de l'utilisation de données expérimentales, c'est-à-dire imparfaites, sur le calcul de l'équation d'équilibre à la base de la procédure de caractérisation. L'objectif est de minimiser ces conséquences sur les paramètres identifiés. Il ressort de ce chapitre que les plus grosses sources d'erreurs provenant de l'utilisation de données expérimentales sont répercutées sur le calcul de l'énergie interne par le biais des champs de déformation mesurés. La première de ces sources d'erreurs est causée par la technique de mesures par stéréo-corrélation d'images. En effet, elle ne permet pas de quantifier l'état de déformation du matériau sur les bords des éprouvettes. Ce manque d'information entraîne donc une erreur d'intégration spatiale sur le calcul de l'énergie interne. Pour pallier ce problème, un outil de correction de surface est mis en place et validé à partir d'une étude numérique. Cette étude numérique a été basée sur le modèle théorique de comportement élastique d'une éprouvette perforée. La deuxième source d'erreurs est issue de la précision des mesures de corrélation. L'ensemble des facteurs influant la qualité des mesures a été discutés et choisi de façon à satisfaire au mieux le compromis basé sur les deux critères suivants : obtenir des informations sur le comportement du matériau au plus proche des bords de l'éprouvette pour réduire le facteur artificiel de correction de surface, et obtenir des mesures permettant de quantifier avec précision les gradients et les extrema des champs fortement hétérogènes qui vont être utilisés.

La dernière partie du mémoire est consacrée à la caractérisation du comportement élastoplastique d'un alliage d'aluminium à partir d'essais fortement hétérogènes en utilisant la Méthode des Champs Virtuels. Ces champs de déformation fortement hétérogènes sont générés par des éprouvettes papillons sollicitées dans un montage de type Arcan. Ce montage permet de solliciter différemment le matériau en gardant la même géométrie d'éprouvette. De cette façon, le matériau est sollicité en traction pour les essais Arcan 0°, en traction/cisaillement pour les essais Arcan 45° et en cisaillement pour les essais Arcan 90°. Après avoir défini le modèle de comportement de référence du matériau étudié à partir d'un essai normalisé, il s'est avéré que les écarts entre le modèle de comportement de référence et ceux identifiés avec la MCV (à partir des trois configurations Arcan) étaient importants. Une étude complémentaire a permis de démontrer que ces écarts étaient dus à une différence conséquente entre le

comportement « vrai » du matériau et le modèle de comportement sur une plage de déformation bien définie (très faibles déformations plastiques). Or, beaucoup de points pris en compte initialement dans les champs de déformation se situaient dans cette plage critique qui rompt avec l'hypothèse d'un écrouissage linéaire. Au final, les modèles de comportements identifiés à partir des trois configurations différentes d'essai sont assez proches du modèle de référence.

En résumé, l'ensemble de ces travaux de recherche contribue à mieux cibler les éléments pouvant perturber la caractérisation de modèles de comportements matériaux, lorsqu'ils sont non linéaires et définis avec la Méthode des Champs Virtuels. Les deux principaux sont la qualité des mesures de champs de déformation et la pertinence du modèle de comportement dont on cherche à identifier les paramètres. Ces deux éléments sont de loin ceux qui perturbent le plus les résultats d'identification. D'autres paramètres comme le choix du(des) champ(s) virtuel(s), ou encore le nombre d'états de chargement à prendre en compte dans la fonction coût ont un impact indirect sur les résultats de caractérisation. Cet impact est simplement lié au fait que l'on doit utiliser dans la fonction coût, des informations qui permettront de renseigner au mieux la phase de transformation du matériau que l'on cherche à modéliser. On peut alors penser que cela revient à utiliser des essais considérés comme statiquement déterminés. Cependant, la MCV présente un véritable intérêt pour caractériser des comportements matériaux complexes, pour lesquels il n'existe pas de normes, et pour lesquels il est préférable de se baser sur une information vraie (issue de mesures de champ, avec tout le caractère imparfait que ça représente), et non sur une information supposée a priori ou modélisée. Dans ces cas, il s'agit bien d'une méthode alternative aux méthodes existantes.

Les perspectives de ce travail à court terme seraient dans un premier temps de définir un outil permettant de quantifier l'identifiabilité des paramètres d'un modèle en fonction des informations utilisées dans la fonction coût, de manière à être sûr que les paramètres que l'on cherche à identifier pilotent les transformations matériaux observées.

De plus, cette méthode serait intéressante pour caractériser le comportement de matériaux hétérogènes comme dans les zones d'assemblage. Si la zone hétérogène est définie comme un multi-matériaux, il faudrait au préalable définir un modèle de comportement qui intégrerait la notion de continuité des propriétés mécaniques entre les différentes zones. De plus, il faudrait s'assurer que les mesures soient suffisamment précises dans chacune des zones. L'ensemble de ces points représente quelques développements, d'autant que la procédure d'optimisation deviendrait elle aussi plus complexe à cause du nombre de paramètres à identifier.

A plus long terme, cette méthode est intéressante car elle permettrait de caractériser le comportement de matériaux et de structures in situ dans l'environnement naturel de sollicitations lorsque celui-ci est difficilement reproductible en laboratoire sur une éprouvette normalisée. En fait, beaucoup de choses peuvent être envisagées car le nombre d'hypothèses nécessaires à l'utilisation de cette méthode est faible et elle est basée sur des observations du comportement vrai du matériau, et ce quel que soit son niveau de complexité.

BIBLIOGRAPHIE

[Addadi 2008] H. Haddadi, S. Belhabib. Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique. *Optics and Lasers in Engineering*, 46: 185-196, 2008.

[Aoki 1997] S. Aoki, K. Amaya, M. Sahashi et T. Nakaumura. Identification of Gurson's material constants by using Kalman filter. *Computational Mechanics*, 19: 501-506, 1997.

[Avril 2004] S. Avril, M. Grédiac et F. Pierron. Sensitivity of the virtual fields method to noisy data. *Computational Mechanics*, 34(6): 439-452, 2004.

[Avril 2007a] S. Avril, F. Pierron. General framework for the identification of elastic constitutive parameters from full-field measurements. *International Journal of Solid and Structures*, vol. 44, pp. 4987-5002, 2007.

[Avril 2007b] S. Avril, F. Pierron, Y. Pannier, R. Rotinat. Stress reconstruction and constitutive parameter identification in elastoplasticity using measurements of deformation fields. *Experimental mechanics*. Sous presse, disponible en ligne (doi: 10.1016/j.compstruct,2007.10.021) 2007.

[Avril 2008] S. Avril, F. Pierron, J. Yan, M. Sutton. Identification of viscoplastic parameters and characterization of lüders behaviour using Digital Image Correlation and the Virtual Fields Method. Mechanics of Materials. Soumis, 2008.

[Bayard 2005] A.-S. Bayard. *Modélisation multi-échelle d'un assemblage riveté aéronautique – vers un modèle de fragilisation structurale*, thèse de doctorat de l'Université de Valenciennes, septembre 2005.

[Blanchard 2006] S. Blanchard, B. Langrand, J. Fabis, A. Denquin, Arcan test and strain field measurement to study material behaviour in 6056T78 FSW specimens. *6th International Symposium on Friction Stir Welding*, Saint-Sauveur, Octobre 2006.

[Blanchard 2007a] S. Blanchard. Soudage par friction-malaxage (FSW) – Intégration des paramètres procédés sur le comportement au crash des structures métalliques, rapport d'avancement (1er année). *Rapport technique Onera, RT 2/12514 DMSE* – Avril 2007.

[Blanchard 2007b] S. Blanchard, B. Langrand, E. Deletombe, E. Markiewicz. Characterisation of 6056T78 Friction Stir Welding joint with the Virtual Field Method and strain field measurement. *8th ONERA-DLR Aerospace Symposium*, October 2000, Göttingen 2007.

[Blanchard 2008a] S. Blanchard. Soudage par friction-malaxage (FSW) – Intégration des paramètres procédés sur le comportement au crash des structures métalliques, rapport d'avancement (2er année). *Rapport d'avancement Onera, RA 6/12514 DMSE* – Janvier 2008.

[Blanchard 2008b] S. Blanchard, B. Langrand, J. Fabis, E. Markiewicz. Identification of plastic behabiour parameters from strongly heterogeneous strain field. *SEM – XIth International Congress & Exposition on Experimental and Applied Mechanics, Orlando (USA),* 2008 (ISBN: 0-912053-99-2).

[Blanchard 2009] S. Blanchard, J. Fabis, B. Langrand. Soudage par friction-malaxage (FSW) – Intégration des paramètres procédés sur le comportement au crash des structures métalliques – Identification de lois de comportement par la méthode des champs virtuels. *Rapport technique Onera, RT 1/14372 DADS* – Janvier 2009.

[Bergonnier 2003] S. Bergonnier, F. Hild, S. Roux. Utilisation de la corrélation d'images lors d'un essai de compression sur laine de verre crêpée, AFM (eds.), *actes Progrès récents des méthodes optiques dans des conditions extrêmes –grandes déformations, fortes localisation – en mécanique expérimentale,* 2003.

[Bridgman 1952] P.W. Bridgman. *Studies in large plastic flow and Fracture*. McGraw Hill, New York, 1952

[Bonnet 2003-a] M. Bonnet, H.D. Bui, A. Constantinescu. Variational principles and exploitation of field measurements in elasticity. *Mécanique & Industries* 4 (2003) 687-697.

[Bonnet 2003-b] M. Bonnet, H. Bui, A. Constantinescu. Variational principles and exploitation of field measurements in elasticity. *Mécanique et Industries*, 4(6): 687-697, 2003.

[Bui 1995] H.D. Bui, Sr quelques problèmes inverses élastiques en mécanique de l'endommagement, *C.R. Colloq. Nat. Calc. Struct.* Hermes 1 (1995) 25-35.

[Bui 2000] H.D. Bui, A. Constantinescu, Spacial localization of error of constitutive law for the identification of defects in elastic solids, *Arch. Mech*. 52 (2000) 403-408.

[Bruno 2006] L. Bruno, L. Pagnotta et A. Poggialini. *A full-field method for measuring residual stresses in optical fiber,* Optics and Lasers in Engineering, 44(6), p. 577-588, 2006.

[Chalal 2004] Chalal H., Meraghni F., Pierron F., Grédiac M., Direct identification of the damage behaviour of composite materials using the virtual fields method, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, n° 7-8, pp. 841-848, 2004.

[Chalal 2006] Chalal H., Avril S., Pierron F., Meraghni F., Experimental identification of a nonlinear model for composites using the grid technique coupled to the virtual fields method, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, n° 2, pp. 315-325, 2006.

[Claire 2003] D. Claire, S. Roux et F. Hild. Identification of thermal conductivities and elastic properties by field analyses. *Mécanique et Industries*, 4(6): 655-665

[Constentinescu 1995] On the identification of elastic moduli from displascement-force boundary measurement, *Inverse Problems in Engineering* 1 (1995) 293-315.

[Cooker 1931] E.G. Cooker et L.N.G Filon. *A treaztise on photo-elasticity*, Cambridge University Press, New York, 1931, reprinted in 1957.

[Coutand 2004] C. Coutand, B.Marçon, E. Toussaint et P. Vacher. Mesures de déformations résiduelles de maturation de bois de peuplier par corrélation d'images, EMAC (eds.), *actes Photomécanique* 2004, p. 193-200, 2004.

[Croix 2002] P. Croix. *Endommagement et rupture des matériaux anisotropes pour la dynamique et le crash de véhicules*. Thèse de doctorat, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, mars 2002.

[Feyel 2002] F. Feyel. Some new techniques regarding the parallelisation of Zébulon, an object oriented finite element code for structural mechanics. *Mathematical modelling and numerical analysis*, 36, pp. 923-936, 2002.

[Frocht 1941] M.M. Frocht. *Photoelsticity*, John Wiley Sons, New York, 1941.

[Gallais 2005] C. Gallais. *Joints soudés par friction malaxage d'aluminium de la série 6xxx: caractéristiques et modélisation.* Thèse de doctorat, 2005.

[Gavrus 1996] A. Gavrus, E. Massoni et J.L. Chenot. An inverse analysis using finite element model for identification of rheoloical parameters. *Journal of materials Processing Technology*, 60(1-4): 447-454, 1996.

[Gavrus 1994] A. Gavrus, E. Massoni et J.L. Chenot. *Computer aided rheology for non linear large strain thermo-viscoplastic behaviour formulated as an inverse problem*, 123-130. A.A. Balkema, 1994.

[GDR-2519 2007] GDR CNRS 2519 (groupe de travail métrologie), présenté par M. Bornert. Evaluation métrologique d'algorithmes de corrélations d'images numériques, *18^{e} Congrès Français de Mécanique*, Grenoble 2007.

[Geymonat 2003] G. Geymonat et S. Pagano. Identification of mechanical properties by displacement field measurement: a variational approach. *Meccanica*, 38: 535-545.

[Gelin 1994] J.C. Gelin et O. Ghouti. An inverse solution procedure for material parameters identification in large plastic deformations. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 12: 164-173, 1996.

[Ghouati 2001] O. Ghouati et J.C. Gelin. A finite element-based identification method for complex metallic material behaviours. Computational Materials Science, 21 : 57-68, 2001.

[Giraudeau 2003] A. Giraudeau, F. Pierron. Simultaneous identification of stiffness and damping properties of isotropic materials from forced vibrating plates. *Comptes rendus Mécanique*, vol 331, n°4, pp. 259-264, 2003.

[Giraudeau 2005] Giraudeau A., Pierron F., Identification of stiffness and damping properties of thin isotropic vibrating plates using the Virtual Fields Method. Theory and simulations, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 284, n° 3-5, pp. 757-781, 2005.

[Giraudeau 2006] Giraudeau A., Guo B., Pierron F., Stiffness and Damping Identification from Full Field Measurements on Vibrating Plates, *Experimental Mechanics*, vol. 46, n°6, pp. 777-787, 2006.

[GOM 2005] Aramis V5.4 user manuel, revB, 2005.

[Grédiac 1989] M. Grédiac, Principe des travaux virtuels et identification, *C.R. Acad. Sci. Paris* Sér. II 309 (1989) 1-5.

[Grédiac 1994] M. Grédiac, F. Pierron, A. Vautrin. The Losipescu in-plane shear test applied to composites: a new approach based on displacement field processing. *Composites Science and Technology*, vol. 51, n°3, pp. 409-417, 1994.

[Grédiac 1996] M. Grédiac, P.-A. Paris. Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis: theoretical and numerical aspects. *Journal of sound and vibration*, vol. 195, pp. 401-415, 1996.

[Grédiac 1998a] M. Grédiac et F. Pierron, A T-shaped specimen for direct characterization of orthotropic materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 41: 293-309, 1998.

[Grédiac 1998b] M. Grédiac, N. Fournier, P.-A. Paris, Y. Surrel. Direct identification of elastic constants of anisotropic plates by modal analysis: experiments and results. *Journal of sound and vibration*, vol. 210, pp. 645-659, 1998.

[Grédiac 1999] M. Grédiac, F. Pierron et Y. Surrel, Novel procedure for complete in-plane composite characterizaion using a single T-shaped specimen. *Experimental Mechanics*, 39(2): 142-149, 1999.

[Grédiac 2001] M. Grédiac, F. Auslender, F. Pierron. Applying the virtual fields method to determine the through-thickness moduli of thick composites with nonlinear shear response. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 35, n° 7-8, pp. 1713-1725, 2001.

[Grédiac 2002a] M. Grédiac, E. Toussaint, F. Pierron, L'identification des propriétés mécaniques de matériaux avec la méthode des champs virtuels, une alternative au recalage par éléments finis, *C.R. Mécanique 330* (2002) 107-112.

[Grédiac 2002b] Grédiac M., Toussaint E., Pierron F., Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 1- Principle and definition, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, n° 10, pp. 2691-2705, 2002.

[Grédiac 2002c] Grédiac M., Toussaint E., Pierron F., Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 2- Application to in-plane properties, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, n° 10, pp. 2707-2730, 2002.

[Grédiac 2003] Grédiac M., Toussaint E., Pierron F., Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 3- Application to the bending rigidities of anisotropic plates, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 40, n° 10, pp. 2401-2419, 2003.

[Grédiac 2006] M. Grédiac et F. Pierron. Applying the virtual feld method to the identification of elasto-plastic constitutive parameters. *International Journal of Plasticity*, 22(4): 602-627, 2006.

[Grégoire 2007] Grégoire D., Maigre H., Rethore J., Combescure A. Dynamic crack propagation under mixed-mode loading – Comparison between experiments and X-FEM simulations. *International journal of solid and structures*, n°20-1, vol.44, p6517-6534, 2007.

[Haddadi 2008] H. Haddadi, S. Belhabib. Use of rigid-body motion for the investigation and estimation of the measurement errors related to digital image correlation technique, *Optics and Lasers in Engineering* 46,p 185-196, 2008.

[Johnson-Cook 1983] Johnson G.R., Cook W.H., A constitutive model and data for metal subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. *Proccedings 7th Symposium On Ballistics*. The Hague, The Netherlands, pp 541-547, 1983.

[Kajberg 2004] J. Kajberg, G. Lindkvist. Characterisation of materials subjected to large strains by inverse modelling based on in-plane displacement fields. *International Journal of Solids and Structures*, 41: 3439-3459, 2004.

[Knauss 2000] W.G. Knauss. Perspectives in experimental solid mechanics, *International Journal of Solids and Structures*, 37(1-2), p. 251-266

[Kuwabara 2000] T. Kuwabara, M. Kuroda, V. Tvergaard et K. Nomura. Use of abrupt strain path change for determining subsequent yield surface: experimental study with metal sheets. *Acta Materiala*, 48: 2071-2079, 2000.

[Kuwabara 2002] T. Kuwabara, A. Van Bael et E. lizuka. Measurement and analysis of yield locus and work hardening characteristics of sheets with different r values. *Acta Materiala*, 50: 3717-3729, 2002.

[Ladevèze 1994] P. Ladevèze, D. Nedjaar, M. Reynier, Updating of finite element models using vibration tests, *AIAA 32* (1994) 1485-1491.

[Lagarias 1998] J.C. Lagarias, J.A. Reeds, M.H. Wright et P.E. Wright. Convergance properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions. *SIAM Journal of Optimization*, 9(1): 112-147, 1998.

[Lam 1998] Y.C. Lam, S. Khoddam et P.F. Thomson. Inverse computational method for constitutive parameters obtained from torsion, plane-strain and axisymmetric compression tests. *Journal of Materials Processing Technology*, 83: 62-71, 1998.

[Langrand 1999] B. Langrand, P. Geoffroy, J-L. Petitniot, J. Fabis, E. Markiewicz, P. Drazetic. Identification technique of constitutive model parameters for crashworthiness modelling. *Aerospace Science and Technology*, no.4, 215-227, 1999.

[Langrand 2006] B. Langrand, S. Blanchard, A. Deudon et J. Fabis. *Mesure de tenseurs de deformations par technique de correlation d'images.* Rapport Technique Onera, RT5/11377DMSE, Novembre 2006.

[Lecompte 2006] D. Lecompte, A. Smits, Sven Bossuyt, H. Sol, J. Vantomme, D. Van Hemelrijck, A.M. Habraken. Quality assessment of speckle patterns for digital image correlation. *Optics and lasers in Engineering* 44, p. 1132-1145, 2006.

[Lecomte-Grosbras 2009] P. Lecomte-Grosbras, B. Paluch, M. Brieu, G. de Saxcé, L. Sabatier, Interlaminar shear strain measurement on angle-ply laminate free edge using Digital Image Correlation, *Composite Part A (accepté sous réserve de modifications).*

[Lemaitre 1985] J. Lemaitre et J. L. Chaboche. *Mécanique des matériaux solides*. Dunot 1985.

[Mahelle 2007] P. Mahelle. *Caractérisation expérimentale et numérique du comportement d'assemblages soudés soumis à des sollicitations quasi-statiques et dynamiques*. Thèse de doctorat, académie de Lille Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, 2007.

[Mahnken 1996-a] R. Mahnken et E. Stein. Parameter identification for viscoplastic models based on analytical derivatives of a least-squares functional and stability investigations. *International Journal of Plasticity*, Vol. 12, No. 4, pp 451-479, 1996.

[Mahnken 1996-b] R. Mahnken et E. Stein. A unified approach for parameter identification of inelastic material models in the frame of finite element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 136: 225-258, 1996.

[Mahnken 1997] Parameter identification for finite deformation elasto-plasticity in principal directions. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 147(1-2): 17-39, 1997

[Mahnken 2000] A Comprehensive study of a multiplicative elastoplasticity model coupled to damage including parameter identification. *Computers and Structures*, 74: 179-200, 2000.

[Malvern 1969] L.E. Malvern. *Introduction to the Mechanics of a Continious Medium*, Prenice Hall, 1969.

[Meuwissen 1998-a] *An inverse Method for the Mechanical Characterisation of Metals*. Thèse de Doctorat, Eindhoven University of Technology, 1998.

[Meuwissen 1998-b] M.H.H. Meuwissen, C.W.J. Oomens, F.P.T. Baaijens, R. Petterson, J.D. Janssen. Determination of elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical-experimental method. *Journal of Materials Procesing Technology* 75 204-211, 1998.

[Miller 1999] R. M. Miller, I. Mohammed et P. S. Ho. Analysis of flip-chip packages using high-resolution moiré interferometry, IEEE (eds.). *actes 49th IEEE-ECTC*, 1999.

[Moulard 2006] Moulart R., Avril S., Pierron F., Identification of the through-thickness rigidities of a thick laminated composite tube, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 37, n°2, pp. 326-336, 2006.

[Pannier 2006a] Y. Pannier. *Identification de paramètres élastoplastiques par des essais statiquement indéterminés: mise en œuvre expérimentale et validation de la méthode des champs virtuels*. Thèse de doctorat, 2006.

[Pannier 2006b] Pannier Y., Avril S., Rotinat R., Pierron F., Identification of elasto-plastic constitutive parameters from statically undetermined tests using the virtual fields method, *Experimental Mechanics*, vol. 46, n°6, pp. 735-755, 2006.

[Parks 1993] V.J. Parks. Geometric moiré. In A Kobayashi, editor, *Handbook on Experimental Mechanics*, chapitre 6, P. 267-296. Society for Experimental Mechanics, 2nd rev. edition, 1993.

[Patorski 1993] K. Patorski. *Handbook of the moiré fringe technique*, in, Elsevier, Amsterdam. 1993

[Perie 2002] Perie J., Calloch S., Cluzel C., Hild F.. Analysis of a multiaxial test on a C/C composite by using digital image correlation and a damage model, *Experimental Mechanics*, vol 42. Page 318-328, 2002.

[Pierron 2000a] Pierron F., Zhavoronok S., Grédiac M., Identification of the through-thickness properties of thick laminated tubes using the virtual fields method, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, n° 32, pp 4437-4453, 2000.

[Pierron 2000b] Pierron F., Grédiac M., Identification of the through-thickness moduli of thick composites from whole-field measurements using the Iosipescu fixture, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. 31, n° 4, pp 309-318, 2000.

[Pierron 2007] Pierron F., Vert G., Burguete R., Avril S., Rotinat R., Wisnom M., Identification of the orthotropic elastic stiffnesses of composites with the virtual fields method: sensitivity study and experimental validation, *Strain: an International Journal for Experimental Mechanics*, vol. 43, n° 3, pp. 250-259, 2007.

[Pijlman 2001] H. Pijlman. *Sheet material characterisation by multi-axial experiments*. Thèse de doctorat, University of Twente, The Netherlands, 2001.

[Post 1982] D. Post. Developments in moiré interferometry. *Optical Engineering*, 21(3):458-467, 1982.

[Ronchi 1964] V. Ronchi. Forty years of a history of a grating interferometer, *Applied optics*, 3, p.437-451, 1964.

[Smigielski 1998a] P. Smigielski. *Interférométrie holographique*. Techniques de l'ingénieur, 1998.

[Smigielski 1998b] P. Smigielski. *Holographie optique, interférométrie holographique*. Techniques de l'ingénieur, 1998.

[Smigielski 2001] P. Smigielski. *Intéférométrie de speckle*. Techniques de l'ingénieur, 2001.

[Surrel 1994] Y. Surrel. Moiré and grid methods: a signal processing approach. In Ryszard J. Pryputniewicz and Jack Stupnicki, editors, *Interferometry '94: Photomechanics*, volume 2342, p. 213-220. The International Society for optical Engineering, SPIE, 1994.

[Surrel 2004] Y. Surrel. Les techniques optiques de mesure de champ: essai de classification. *Instrumentation, Mesure, Métrologie,* 4 (3-4), p. 11-42, 2004.

[Surrel 2005] Y. Surrel. La technique de la grille et ses applications. *Instrumentation mesure et metrologie,* 4 (3-4): 193-216, 2005.

[Sutton 1995] M.A. Sutton, X. Deng, J. Liu and L. Yang. Determination of elastic-plastic stresses and strains from measured surface strain data. *Experimental Mechanics*, 1995.

[Sutton 2000] Sutton, M. A. and al. A combined modelling-experimental study of crack opening displacement fracture criterion for characterization of stable crack growth under mode I/II loading in thin sheet materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 66, 171-185.

[Sutton 2008] M.A. Sutton, J. Yan, S. Avril, F. Pierron, S.M. Adeeb. Identification of heterogeneous parameters in a welded specimen: constant stress and virtual fields method for material property estimation. *Experimental mechanics*. Soumis, 2008.

[Tillier 1998] Y. Tillier. *Identification par analyse inverse du comportement mécanique des polymères solides: applications aux sollicitations multi-axiales et rapides*. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 1998.

[Triconnet 2007] K. Triconnet. *Identification des propriétés mécaniques à partir de mesures de champs dans un matériau multi-phase*. Thèse de doctorat, ENSAM 2007.

[Yohida 1998] F. Yoshida, M. Urabe et V.V. Toropov. Identification of material parameters in constitutive model for sheet metals from cyclic bending tests. *International Journal of Mechanical Science*, 40(2-3): 327-349, 1998.

[Yohida 2001] F. Yoshida, T. Uemori et K. Fujiwara. Elastic-plastic behavior of steel sheets under in-plane cyclic tension-compression at large strain. *International Journal of Plasticity*, 18: 633-659, 2001.

[Yohida 2003] F. Yoshida, M. Urabe, R. Hinoa et V.V. Toropov. Inverse approach to identification of material parameters of cyclic elasto-plasticity for component layers of a bimetallic sheet. *International Journal of Plasticity*, 19: 2149-2170, 2003.

[Zhang 1999] Z.L. Zhang, M. Hauge, J. Ødegård et C. Thaulow. Determining material true stress-strain curve from tensile specimens with rectangular cross section. *Int. Journal of Solids and Structures*, 36 : 3497-3516, 1999

[Zhang 2001] Z.L. Zhang, J. Ødegård, O.P. Søvik et C. Thaulow. A study on determining true stress-strain curve for anisotropic materials with rectangular tensile bars. *Int. Journal of Solids and Structures*, 38 : 4489-4505, 2001