

# Identification de sources électromagnétiques multipolaires équivalentes par filtrage spatial : Application à la CEM rayonnée pour les convertisseurs d'électronique de puissance

Benjamin Vincent

▶ **To cite this version:**

Benjamin Vincent. Identification de sources électromagnétiques multipolaires équivalentes par filtrage spatial : Application à la CEM rayonnée pour les convertisseurs d'électronique de puissance. Sciences de l'ingénieur [physics]. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2009. Français. NNT : . tel-00473780v2

**HAL Id: tel-00473780**

**https://theses.hal.science/tel-00473780v2**

Submitted on 17 Apr 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

***INSTITUT POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE***

***N° attribué par la bibliothèque***
|__|__|__|__|__|__|__|__|__|__|

***T H E S E***

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'Institut polytechnique de Grenoble**

***Spécialité : « Génie Electrique »***

préparée au laboratoire de Génie Electrique de Grenoble (G2Elab)

dans le cadre de **l'Ecole Doctorale « Electronique, Electrotechnique, Automatique et Traitement du signal »**

présentée et soutenue publiquement

par

**Benjamin Vincent**

Le 04 décembre 2009

# Identification de sources électromagnétiques multipolaires équivalentes par filtrage spatial : Application à la CEM rayonnée pour les convertisseurs d'électronique de puissance

***Directeur de thèse*** **: Jean-Luc Schanen**

***Co-encadrant*** **: Olivier Chadebec**

**JURY**

| | |
|---|---|
| M. Nadir Idir | , Rapporteur |
| M. Lionel Pichon | , Rapporteur |
| M. Jean-Luc Schanen | , Directeur de thèse |
| M. Olivier Chadebec | , Co-encadrant |
| M. Jean-Charles Bolomey | , Examinateur |
| M. François Costa | , Examinateur |
| M. Ronan Perrussel | , Examinateur |

# Merci beaucoup…

… à James Roudet, directeur du G2Elab pour la confiance qu'il m'a accordé en me donnant la chance de travailler sur ce sujet. Il a su convaincre le laboratoire de soutenir financièrement l'aventure qui n'aurait pas commencée sans cela. A travers sa personne, c'est aussi tout ce formidable univers de la recherche que je tiens à remercier. Plus qu'un lieu de travail, le G2Elab est un lieu de vie, d'épanouissement individuel et collectif. Alternant des moments agréables et d'autres plus difficiles, il y est toujours possible d'adapter son organisation afin de répondre aux besoins exprimés.

… aux membres de mon jury de thèse qui, par l'intérêt porté sur mon travail, ont permis une soutenance dynamique. Le précieux travail de mes deux rapporteurs a largement contribué à l'amélioration de l'ensemble.

… à Jean-Luc Schanen et Olivier Chadebec, mes deux encadrants, qui ont su, dès le début, installer entre nous une ambiance de travail basée sur l'échange et le respect des envies de chacun. Ils vont laisser durablement leur empreinte dans ma façon de travailler par la suite.

… à Laurent Krähenbühl, Ronan Perrussel et Kévin Berger, mes collaborateurs du laboratoire Ampère, pour leurs apports dans les améliorations théoriques de ce travail. Les liens créés permettent aujourd'hui de continuer l'aventure à leurs cotés avec Christian Vollaire et Carlos Sartori.

… à Claude Brun (Djidji) et Florent Dumas pour avoir construit le prototype du capteur. Ils ont su répondre à ma demande avec enthousiasme et pertinence.

… à tous les membres du « LMN » qui ont bien voulu m'accueillir dans leurs murs pour la dernière ligne droite de la thèse ; en particulier, à Laure-Line Rouve et Gilles Cauffet pour leurs conseils et apports sur les aspects de mise en œuvre de la chaîne de mesure du prototype.

…à mes collègues de l'UFR de Physique ET de Génie Electrique, qui m'ont accueilli dans leur équipe d'enseignement et avec qui j'ai travaillé pendant deux ans.

…à tous les gens que j'ai pu rencontrer au laboratoire et à la fac pendant ces trois années. Que les discussions aient été à caractère scientifique, pédagogique, politique ou même sportif, elles étaient toujours passionnantes. J'espère que les liens d'amitié créés vont perdurer par la suite.

…à mes pote(e)s pour leur soutien sous toutes les formes possibles et inimaginables…

… à ma famille, attentive depuis Paris ou de plus près, à Grenoble, pour son intérêt porté sur ce travail, son aide pour le pot et ses encouragements pendant ces trois années.

… à ma Laurence, sans qui rien mais alors absolument rien de tout cela n'aurait été possible.

# Sommaire des chapitres

**INTRODUCTION GENERALE.....23**

**CHAPITRE I : contextes et objectifs de l'étude.....31**

**CHAPITRE II : le développement multipolaire.....81**

**CHAPITRE III : méthode de construction des capteurs de flux.....139**

**CHAPITRE IV : validation expérimentale.....171**

**CONCLUSION GENERALE .....209**

**REFERENCES.....213**

**ANNEXES.....225**

# Sommaire détaillé

**INTRODUCTION GENERALE.....23**

**CHAPITRE I : contextes et objectifs de l'étude.....31**

I.1. Introduction – le problème inverse ..... 31

I.2. Contexte de la norme CEM rayonnée ..... 33

I.2.1. CEM conduite et rayonnée..... 33

I.2.1.1. CEM conduite ..... 33

I.2.1.2. CEM rayonnée ..... 34

I.2.2. Définition des zones champ proche/ champ lointain ..... 34

I.2.2.1. Rayonnement des dipôles électrique et magnétique ..... 35

I.2.2.2. L'impédance d'onde ..... 37

I.2.2.3. Puissance totale rayonnée ..... 38

I.2.2.4. Zones de champ proche et champ lointain..... 39

I.2.3. Les différents modes de couplage..... 40

I.2.3.1. Les couplages en champ proche..... 40

I.2.3.2. Les couplages en champ lointain ..... 41

I.2.3.3. Conclusion sur les couplages ..... 41

I.2.4. Première remarque sur la CEM rayonnée en électronique de puissance ..... 42

I.2.5. Les moyens d'essais pour la mesure des émissions rayonnées..... 43

I.3. Résolution d'un problème inverse ..... 44

I.3.1. Introduction..... 44

I.3.2. Choix du modèle : le développement multipolaire ..... 46

I.3.2.1. Introduction..... 46

I.3.2.2. Limites de validité..... 46

I.3.2.3. Présentation et organisation du développement..... 47

I.3.2.4. Lien avec les sources multipolaires et représentation équivalente ..... 48

I.3.2.5. La hiérarchie des ordres : compacité du modèle..... 49

I.3.2.6. Conclusion sur le modèle du développement multipolaire..... 50

I.3.3. Problème direct : analyse générique des sources électromagnétiques des convertisseurs statiques ..... 51
I.3.3.1. Le type de sources électromagnétiques ..... 51
I.3.3.1.1. Sources hautes impédances ..... 51
I.3.3.1.2. Sources bases impédances ..... 51
I.3.3.1.3. Importance de la topologie des boucles ..... 53
I.3.3.1.4. Bilan sur les sources ..... 53
I.3.3.2. Effet du plan de masse ..... 53
I.3.3.2.1. Cas des boucles latérales ..... 53
I.3.3.2.2. Cas des boucles horizontales ..... 53
I.3.3.3. Conclusion de l'analyse générique : seconde remarque sur la CEM rayonnée en électronique de puissance ..... 54
I.3.4. Résolution comparée d'un problème inverse ..... 55
I.3.4.1. Introduction ..... 55
I.3.4.2. Champs de distribution de dipôles élémentaires ..... 55
I.3.4.2.1. Position du problème ..... 55
I.3.4.2.2. Méthode d'inversion : cas non linéaire ..... 58
I.3.4.2.3. Localisation des sources ..... 59
I.3.4.2.4. Méthode d'inversion : cas linéaire ..... 60
I.3.4.2.5. Conclusion sur le modèle du champ de dipôles ..... 62
I.3.4.3. Le développement multipolaire ..... 62
I.3.4.3.1. Présentation ..... 62
I.3.4.3.2. Comparaison physiques des deux modèles ..... 63
I.3.4.3.3. Problème du choix du centre ..... 63
I.3.4.3.4. Problème du nombre et de la position des points de mesure ..... 64
I.3.4.4. Conclusion sur le choix du modèle ..... 64
I.4. Présentation du système LLA ..... 65
I.4.1. Description ..... 65
I.4.2. Principe de fonctionnement ..... 66
I.4.2.1. Représentation du dipôle magnétique ..... 66
I.4.2.2. Couplage inductif – Modèle du transformateur ..... 67
I.4.2.3. Identification complète des trois composantes dipolaires ..... 68
I.4.2.4. Champ magnétique équivalent ..... 69
I.4.2.5. Champ électrique comme perturbation ..... 71
I.4.2.6. Premier bilan ..... 72

I.4.3. Limites et précautions d'emploi ..... 73
I.4.4. Les améliorations proposées ..... 75
I.4.4.1. Amélioration/évolution de la forme des antennes cadres ..... 75
I.4.4.2. Amélioration/évolution des possibilités de mesure ..... 75
I.4.4.3. Bilan des améliorations ..... 76
I.5. Bilan et conclusion ..... 76

**CHAPITRE II : le développement multipolaire ..... 81**
II.1. Introduction ..... 81
II.2. Présentation du développement multipolaire ..... 82
II.2.1. Introduction ..... 82
II.2.2. Les équations d'Helmholtz et de Laplace ..... 83
II.2.3. L'Approximation des Régimes Quasi Statiques (ARQS) ..... 85
II.2.3.1. Introduction : ambiguïté entre les causes et les effets ..... 85
II.2.3.1.1. Approche classique ..... 85
II.2.3.1.2. Mise en évidence d'une ambiguïté ..... 88
II.2.3.1.3. Les origines du problème ..... 88
II.2.3.2. L'ARQS complétée ..... 89
II.2.3.2.1. Première étape ..... 89
II.2.3.2.2. Seconde étape ..... 90
II.2.3.2.3. Bilan ..... 90
II.2.3.3. Conséquence de l'ARQS sur notre étude ..... 91
II.2.3.3.1. Zone de validité ..... 91
II.2.3.3.2. Liens entre les sources, les champs et les modèles ..... 91
II.2.3.3.3. Retour sur l'analyse générique des sources ..... 92
II.2.3.4. Conclusion et limites de l'étude ..... 93
II.2.4. La résolution des équations d'Helmholtz et de Laplace ..... 94
II.2.5. Le potentiel scalaire magnétique ..... 96
II.2.5.1. Cas du dipôle ..... 96
II.2.5.2. Cas de deux z-dipôles tête bêche : le z-quadripôle ..... 97
II.2.6. Le développement multipolaire scalaire ..... 100
II.2.6.1. Définition ..... 100
II.2.6.2. Les fonctions harmoniques sphériques ..... 102
II.2.6.3. Lien avec les expressions issues des développements limités ..... 104

II.2.7. Le développement multipolaire vectoriel appliqué au potentiel vecteur A .... 105
II.2.8. Deux propriétés remarquables ..... 106
II.2.8.1. Un jeu de composantes uniques ..... 106
II.2.8.2. Un multipôle équivalent intrinsèque aux sources ..... 107
II.2.8.2.1. Sources densité de charges et de courants ..... 107
II.2.8.2.2. Origine du multipôle électrique ..... 108
II.2.8.2.3. Origine du multipôle magnétique ..... 108
II.2.8.2.4. Conclusion sur les sources ..... 108
II.2.9. Conclusion ..... 110
II.3. Utilisation du développement multipolaire ..... 110
II.3.1. Le décentrage du dipôle ..... 111
II.3.1.1. Expression du nouveau multipôle équivalent ..... 111
II.3.1.2. Conséquences du décentrage du dipôle ..... 112
II.3.1.2.1. La question des quadripôles ..... 112
II.3.1.2.2. Problème du choix du centre ..... 113
II.3.2. Le développement multipolaire de la boucle de courant ..... 113
II.3.2.1. Expressions ..... 113
II.3.2.2. Vérification de l'approximation boucle = dipôle ..... 115
II.3.3. Conclusion ..... 116
II.4. Choix du système et la stratégie de mesure ..... 117
II.4.1. Mesures ponctuelles ou à intégration ? ..... 117
II.4.1.1. Systèmes de mesures ponctuelles ..... 117
II.4.1.2. Systèmes de mesures à intégration ..... 118
II.4.2. Analyse des erreurs sur l'identification du dipôle par le système LLA ..... 119
II.4.2.1. Expérience numérique ..... 119
II.4.2.2. Retour sur les erreurs du système LLA ..... 122
II.4.2.3. Principe de notre solution ..... 123
II.4.3. Conclusion ..... 124
II.5. Application au prototypage virtuel ..... 124
II.5.1. Expression du besoin et position du problème ..... 124
II.5.2. Identification par projection ..... 125
II.5.2.1. Méthode ..... 125
II.5.2.2. Choix de la fonction électromagnétique ..... 126
II.5.2.3. Développements ..... 126

II.5.2.4. Choix du pas spatial de calcul ..... 128
II.5.2.5. Déroulement du programme ..... 128
II.5.3. Validations ..... 129
II.5.3.1. Validation 1 : Cas du décentrage du dipôle ..... 129
II.5.3.1.1. Résultats ..... 129
II.5.3.1.2. Influence du pas angulaire ..... 131
II.5.3.2. Validation 2 : Cas de la boucle de courant ..... 132
II.5.3.3. Validation 3 : Cas d'une source complexe ..... 132
II.5.3.3.1. Présentation ..... 132
II.5.3.3.2. Identification et validation ..... 133
II.5.3.3.3. Conclusion sur l'outil ..... 135
II.6. Conclusion du chapitre II ..... 135

**CHAPITRE III : méthode de construction des capteurs de flux ..... 139**
III.1. Introduction ..... 139
III.2. Méthode de constructions des capteurs de flux ..... 140
III.2.1. Préliminaires ..... 140
III.2.1.1. Définitions et notations ..... 140
III.2.1.2. Analogie avec la modulation en largeur d'impulsions ..... 143
III.2.1.3. Conclusion ..... 144
III.2.1.4. Retour sur fonctions harmoniques sphériques ..... 145
III.2.2. Premier jeu de solution ..... 147
III.2.2.1. Introduction ..... 147
III.2.2.2. Première étape ..... 148
III.2.2.2.1. Caractéristiques de $\Theta_{n',m'}$ ..... 148
III.2.2.2.2. Caractéristiques de $\Phi_{m'}$ ..... 149
III.2.2.2.3. Bilan : influences résiduelles ..... 150
III.2.2.3. Seconde étape ..... 151
III.2.2.3.1. Réduction selon $\varphi_s$ ..... 151
III.2.2.3.2. Réduction selon $\theta_s$ ..... 151
III.2.2.4. Exemple du capteur $C^{21}$ ..... 152
III.2.2.5. Conclusion sur le premier jeu ..... 152
III.2.3. Deuxième jeu de solution ..... 154
III.2.3.1. Principe ..... 154

III.2.3.2. Conventions prises pour la description d'une rotation ..... 155
III.2.3.3. Rotation des harmoniques sphériques ..... 156
III.2.3.4. Effet des rotations sur la mesure ..... 157
III.2.3.5. Exemple de réalisation du capteur $C^{21}$ ..... 158
III.2.3.6. Présentation de l'ensemble des contours ..... 158
III.3. Expériences numériques par MEF ..... 160
III.3.1. Objectifs ..... 160
III.3.1.1. Objectif 1 ..... 160
III.3.1.2. Objectif 2 ..... 160
III.3.1.3. Objectif 3 ..... 161
III.3.2. Méthode de calcul adoptée ..... 161
III.3.2.1. Problématique ..... 161
III.3.2.2. Déroulement du programme ..... 162
III.3.3. Résultats ..... 163
III.3.3.1. Objectif 1 ..... 163
III.3.3.2. Objectif 2 ..... 164
III.3.3.3. Objectif 3 ..... 166
III.4. Conclusion du chapitre ..... 167

**CHAPITRE IV : validation expérimentale ..... 171**
IV.1. Introduction : objectifs du prototype ..... 171
IV.2. Modélisation de l'antenne boucle ..... 172
IV.2.1. Limites du modèle ..... 172
IV.2.2. Modèle magnétique ..... 173
IV.2.2.1. Source de tension ..... 173
IV.2.2.2. Impédance de la boucle ..... 174
IV.2.2.2.1. Partie résistive ..... 174
IV.2.2.2.2. Partie inductive ..... 176
IV.2.2.2.3. Conclusion sur l'impédance de la boucle ..... 176
IV.2.3. Exploitation du modèle ..... 177
IV.2.3.1. Choix de la charge $Z_c$ : boucle impédante ou en court circuit ? ..... 177
IV.2.3.2. Couplage entre boucles ..... 179
IV.2.3.2.1. Expression de l'inductance mutuelle ..... 179
IV.2.3.2.2. Couplage entre la source et la fonction capteur $C^{10}$ ..... 181

IV.2.3.2.3. Couplage dans la fonction capteur $C^{10}$ ..... 183
IV.2.3.2.4. Comment diminuer le couplage magnétique dans $C^{10}$ ? ..... 184
IV.2.3.3. Conclusion ..... 185
IV.3. Validation expérimentale ..... 185
IV.3.1. Présentation du prototype ..... 185
IV.3.2. Calibration des fonctions capteurs ..... 187
IV.3.2.1. Méthode adoptée ..... 187
IV.3.2.2. Choix de la source de calibration ..... 188
IV.3.2.3. Description de la manipulation ..... 191
IV.3.2.4. Précautions de montages ..... 192
IV.3.2.5. Résultats de la calibration ..... 193
IV.3.3. Identification et étude de la robustesse ..... 194
IV.3.3.1. Choix des sources à identifier ..... 194
IV.3.3.2. Etude de la capacité de filtrage ..... 195
IV.3.3.3. Etude de la robustesse ..... 196
IV.3.4. Conclusion ..... 199
IV.4. Perspectives : extension de la bande de fréquence et identification du multipôle électrique ..... 200
IV.4.1. Limite basse ..... 200
IV.4.2. Limite haute ..... 200
IV.4.2.1. Résonance de l'antenne boucle ..... 200
IV.4.2.2. Champ électrique comme perturbation ..... 201
IV.4.2.3. Champ électrique comme information ..... 201
IV.4.2.3.1. Principe de la boucle électromagnétique ..... 201
IV.4.2.3.1.1. Couplage électrique ..... 202
IV.4.2.3.1.2. Couplage magnétique ..... 202
IV.4.2.3.1.3. Couplage électromagnétique ..... 202
IV.4.2.4. Le système TLA (Three Loop Antennas) [NOV 93] ..... 203
IV.4.3. Conséquences sur l'extrapolation des champs ..... 204
IV.5. Conclusion du chapitre ..... 206

**CONCLUSION GENERALE ..... 209**

**REFERENCES ..... 213**

**ANNEXES ..... 225**
VI.1. Annexes du chapitre I : les moyens d'essais ..... 225
VI.1.1. Mesure sur site en champ libre ..... 225
VI.1.2. Mesure en cage de Faraday munie d'absorbant ..... 226
VI.1.3. Mesure en Chambre Réverbérante à Brassage de Mode (C.R.B.M.) ..... 227
VI.1.4. Bilan ..... 227
VI.1.5. Mesure en Cellule Transverse ElectroMagnétique (TEM) ..... 228
VI.1.6. Mesure avec le système LLA ..... 229
VI.2. Annexes du chapitre II : rappels sur la définition des harmoniques sphériques .. 232
VI.2.1. Définitions des fonctions harmoniques sphériques scalaires ..... 232
VI.2.1.1. Cas complexe ..... 232
VI.2.1.2. Cas réel ..... 232
VI.2.1.3. Passage d'une base à l'autre ..... 233
VI.2.2. Calcul symbolique des harmoniques sphériques par récurrence ..... 234
VI.2.3. Expressions en coordonnées cartésiennes ..... 234
VI.2.4. Définitions des fonctions harmoniques sphériques vectorielles ..... 237
VI.3. Annexes du chapitre III ..... 238
VI.3.1. Expressions des composantes $A_{10}$ et $A_{20}$ en fonction des flux mesurés ..... 238
VI.3.2. Expressions de la composante $A_{21}$ en fonction des flux mesurés par le capteur $C^{21}$ ..... 239
VI.4. Annexes du chapitre IV ..... 241
VI.4.1. Sonde de courant ..... 241
VI.4.1.1. Description ..... 241
VI.4.1.2. Impédance d'insertion ..... 241
VI.4.1.3. Blindage des sondes ..... 241
VI.4.2. Système TLA ..... 242

# Liste des figures

Figure I.1. Méthode de résolution d'un problème inverse ..... 31

Figure I.2. Schéma de la problématique de la CEM ..... 33

Figure I.3. Présentation des sources élémentaires. (a). Le brin électrique. (b). La boucle magnétique ..... 35

Figure I.4. Impédance de l'onde du dipôle électrique ($Z_E$), du dipôle magnétique ($Z_H$) et les différentes asymptotes à la fréquence $f$ = 30MHz ($\lambda$ = 10m) ..... 39

Figure I.5. Bandes de fréquence de travail des différents moyens d'essais. ..... 44

Figure I.6. Processus de résolution du problème inverse pour notre application ..... 45

Figure I.7. (a) Définition du repère et de la sphère de validité du développement multipolaire. (b) Un variateur de vitesse type ..... 47

Figure I.8. Exemple de composition de dipôles pour la formation d'un quadripôle et d'un octopôle. Ces composantes sont les sources des $\mathbf{B}_{nm}$ ..... 48

Figure I.9. Définition des sources des deux premiers ordres (dipôles et quadripôles) du développement multipolaire à l'aide des dipôles ..... 49

Figure I.10. Exemple des domaines d'influence des ordres de la source en fonction de la distance au centre 50

Figure I.11. Les courants de mode commun et différentiel et leur propagation dans la structure [AIM 09] ... 52

Figure I.12. Le radiateur est assimilable à un plan de masse ..... 52

Figure I.13. Rôle du plan de masse dans la création d'une boucle de courant perpendiculaire ..... 53

Figure I.14. Effet d'un plan de masse sur une boucle de courant coplanaire ..... 54

Figure I.15. (a) L'objet à modéliser (hacheur) et la position de son circuit imprimé en $z^i$. (b) le plan regroupant les dipôles magnétiques. (c). Définition des paramètres définissant le dipôle magnétique et la géométrie ..... 57

Figure I.16. Le champ obtenu par la mesure (a) et son modèle (b) ..... 58

Figure I.17. Le hacheur étudié (a), la composante Hz à $f$ = 20 kHz sur un plan distant de 8 cm du hacheur et (c) la composante $H_z$ reconstruite à l'aide de la boucle de courant identifiée [AOU 08] ..... 59

Figure I.18. Les trois composantes du champ **H** généré par un brin de courant [VIV 07] ..... 60

Figure I.19. Notion de compactage des sources d'un modèle à l'autre. A gauche, le plan des dipôles équivalents et, à droite, les sources du développement multipolaire (ordre 1 uniquement ici). ..... 63

Figure I.20. Système d'antennes cadres issu de la norme CISPR16.1 ..... 65

Figure I.21. Définition de la boucle magnétique et sa représentation équivalente en dipôle, valable à partir d'une certaine distance ..... 66

Figure I.22. Principe du capteur de champ : le transformateur à air. (a) La boucle de courant source est entourée par une boucle de courant antenne. (b) Le schéma électrique équivalent ..... 68

Figure I.23. Détection complète du dipôle grâce au système de trois boucles perpendiculaires entre elles .... 69

Figure I.24. Diagrammes de la norme :(a) Facteur de conversion $C_{dA}$ pour les deux distances de mesure normalisées à 3m et 10m ; (b) Sensibilité $S_D$ d'une antenne cadre de diamètre D par rapport à une antenne cadre de 2m de diamètre ..... 70

Figure I.25. Processus de mesure complet ..... 71

Figure I.26. Système LLA construit au laboratoire de l'université polytechnique de Sao Paulo au Brésil [SAV 04] ..... 72

Figure I.27. Schéma montrant le cheminement de plusieurs câbles de l'appareil en essai afin de s'assurer qu'il n'y a pas de couplage capacitif entre ces câbles et les antennes cadres [CIS 02] ..... 73

Figure I.28. Sensibilité de la mesure à un décentrage de la boucle de courant source sur le plan (x,y) (L), selon l'axe z (H) et à une augmentation de son diamètre (D) [BER 09]. ..... 74

Figure I.29. Configuration des antennes boucles (Bobines d'Helmholtz) et la boucle de courant au centre. .. 75

Figure II.1. Définition du repère de coordonnées et de la sphère de validité ..... 83

Figure II.2. Spectres mesurés des champs magnétiques et électriques au dessus d'un hacheur à commutation forcée [PUZ 92]. ..... 93

Figure II.3. Géométries pour le z-dipôle (à gauche) et le z-quadripôle (à droite) ..... 96

Figure II.4. Exemples de représentations de fonctions harmoniques sphériques. ..... 104

Figure II.5. Schéma de représentation des courants radiaux et orthoradiaux dans la structure. ..... 109

Figure II.6. Erreurs relatives (en %) des fonctions $\psi_{135}$ et $\psi_{13}$ par rapport à la fonction $\psi_1$, en fonction de la distance *r*, multiple du rayon *a* de la boucle. ..... 116

Figure II.7. Système de mesure simple : 4 capteurs triaxiaux ponctuels de champ **B** autour de l'EST permettent d'identifier les composantes $A_{1m}$ et $A_{2m}$ ..... 118

Figure II.8. Détecteur à intégration de $A_{21}$ proposé par [KIL 97] ..... 119

Figure II.9. Configuration de l'expérience numérique. L'antenne boucle est déplacée le long de son axe *z*. 121

Figure II.10. Flux créés par la source de référence à travers une antenne boucle d'axe *z* pour différentes positions sur *z*. ..... 122

Figure II.11. Description d'une situation de prototypage virtuel par une approche classique. ..... 125

Figure II.12. Description d'une situation de prototypage virtuel à l'aide de notre outil. Elle permet une exploitation équivalente à celle de la situation décrite figure II.11 ..... 128

Figure II.13. Configuration de la simulation dans l'environnement Flux. ..... 129

Figure II.14. Erreur relative (en %) aux valeurs théoriques des composantes identifiées pour les deux décalages du dipôle par rapport au centre de la décomposition. ..... 131

Figure II.15. Erreur relative (en % et en échelle logarithmique) aux valeurs théoriques des composantes identifiées en fonction du pas angulaire de discrétisation de la sphère de projection. ..... 131

Figure II.16. (a) Inductance torique à air. (b) Illustration de l'utilisation de ce composant dans une structure: un variateur de vitesse monophasé. ..... 133

Figure II.17. (a) Source complexe dans la sphère de mesure. (b) L'ensemble dans la boite infinie avec le chemin de points de calcul du champ **B** (en jaune). ..... 133

Figure II.18. Comparaison des modules de **B** en fonction de la distance. ..... 134

Figure II.19. Comparaison des erreurs relatives à la solution MEF en fonction de la distance au centre. ..... 135

Figure III.1. Un exemple de capteur de composante constitué de bobines définies par $(\theta_S, \varphi_S)$ et dessinées sur $S_M$, centrée sur l'EST. ..... 141

Figure III.2. Variations distinctes de la fonction $S_{22}$ selon l'élévation $\theta$ et l'azimut $\varphi$. ..... 143

Figure III.3. Principe de la MLI ..... 144

Figure III.4. En haut, représentation des fonctions harmoniques sphériques réelles de la source de référence pour les cas où $m \geq \mathbf{0}$. Les couleurs sur la sphère correspondent à la valeur de la fonction harmonique. En bas, en plus, le rayon de la sphère est modulé par la valeur absolue de la fonction harmonique. ..... 147

Figure III.5. Composante $S_{21}$ et la forme de base de son contour de détection $C^{21}$ ..... 149

Figure III.6. Fonctions créneaux $C_{\varphi}^{nm}$, pour les cas $m$ = 1 et $m$ = 2 ..... 150

Figure III.7. Processus complet de création de la fonction capteur $C^{21}$. ..... 152

Figure III.8. Jeu complet des 8 capteurs ..... 153

Figure III.9. Similitudes entre les formes des harmoniques sphériques ..... 155

Figure III.10. Description d'une rotation à l'aide des angles d'Euler ($\alpha$, $\beta$, $\gamma$) ..... 155

Figure III.11. Détails de la création du capteur $C^{21}$ ..... 158

Figure III.12. Jeu des 8 nouveaux capteurs ..... 159

Figure III.13. En haut, processus de calcul des $A_{nm}$ issu de la méthode de projection. En bas, pour l'exemple de $A_{10}$, la démarche équivalente adaptée à la situation. ..... 162

Figure III.14. Configuration sous Flux pour identifier le dipôle. En violet, la surface de calcul de flux de **B** s'appuyant sur le contour de l'antenne boucle de $A_{10}$; en bleu (à l'intérieur), celles s'appuyant sur les contours de notre solution. ..... 163

Figure III.15. Erreur relative à la valeur du module du dipôle identifiée au centre pour différents rayons de la sphère de mesure. Il est exprimé en multiple du rayon de la sphère de validité ($r_V$). ..... 164

Figure III.16. Impact de certaines erreurs de constructions sur l'identification, exemple de $A_{10}$ ..... 167

Figure IV.1. Schéma de l'antenne boucle, son schéma électrique équivalent et les valeurs de ses éléments pour différents rayons. ..... 174

Figure IV.2. Gain des fonctions de transfert pour la bande de fréquence 9 kHz – 30 MHz pour le cas d'une boucle de la fonction capteur $C^{10}$. Gain du rapport entre $I_b$ et le flux pour la boucle en court-circuit ($R_c$ = 0 Ω) et Gain du rapport entre $V_c$ et le flux pour la boucle impédante ($R_c$ = 1 kΩ). ..... 178

Figure IV.3. A gauche, les deux boucles coplanaires et coaxiales. A droite, le schéma électrique équivalent : cellule en T pour modéliser le couplage entre deux antennes boucles. ..... 179

Figure IV.4. Notation pour l'estimation de l'influence de $C^{10}$ sur la source. ..... 182

Figure IV.5. Variation du courant $I_S$ dans la boucle source en situation de mesure par $C^{10}$ en fonction de sa position par rapport au centre et pour différents rayons de la boucle source (de 5 à 10 cm). ..... 183

Figure IV.6. A gauche, les deux boucles coplanaires et coaxiales de la fonction capteur $C^{10}$. A droite, le schéma électrique équivalent. ..... 184

Figure IV.7. Prototype de mesure avec toutes ses antennes boucles et une source z-dipolaire au centre. ..... 186

Figure IV.8. Processus de calibration des antennes boucles ..... 188

Figure IV.9. Sources dipolaire à gauche : le z-dipôle ; quadripolaire à droite : le z-quadripôle. ..... 189

Figure IV.10. Module (en Ω) et phase (en °) de l'impédance de la boucle source mesurée au pont d'impédance. ..... 190

Figure IV.11. Schéma du montage de calibration ..... 191

Figure IV.12. Photographie du montage permettant la mesure des fonctions de transfert des antennes boucles. ..... 192

Figure IV.13. Schéma de montage faisant apparaitre les boucles de mode commun (en rouge) et les inductances permettant de le bloquer (en vert). ..... 193

Figure IV.14. Fonctions de Transfert de $C^{10}$ issues de la mesure, de la modélisation et compensées. ..... 194

Figure IV.15. Décalage de la source sur les axes z et x. Le pas de décalage est de 30 mm. ..... 197

Figure IV.16. Comparaison entre le capteur $C^{10}$ et LLA. Erreur relative à la valeur de $A_{10}$ théorique, pour différents décalages sur l'axe *x* (en haut) et sur l'axe *z* (en bas). ..... 198

Figure IV.17. Comparaison entre le capteur $C^{10}$ et LLA en mesure et en simulation. Erreur relative à la valeur de $A_{10}$ donnée par chaque méthode, pour différents décalages sur l'axe *x* (en haut) et sur l'axe *z* (en bas) ..... 199

Figure IV.18. Principe de fonctionnement de l'antenne boucle à double impédance [QUI 99] soumise à deux sources de nature distincte en (a) et (b), et à leur superposition en (c). ..... 202

Figure IV.19. Courants induits dans l'antenne boucle lors d'un couplage avec un champ électrique quasi statique ..... 203

Figure IV.20. Antenne boucle à double charge excitée par les dipôles électrique et magnétique. ..... 204

Figure IV.21. Mise en évidence des zones d'identification et d'extrapolation du modèle de sources équivalente dans le cas d'un capteur de $A_E$ et $A_B$ ..... 205

Figure V.1. Deux suggestions de réalisation de capteur. (a) Un premier exemple entièrement statique se limite à l'identification complète du dipôle équivalent. (b) L'identification complète du dipôle et du quadripôle est possible ici. Les rotations des antennes boucles et de l'EST sont alors nécessaires. .... 212

Figure VI.1. Zone libre d'obstacles d'un emplacement d'essais en champ libre ..... 226

Figure VI.2. Configuration classique d'une chambre semi anéchoïque ..... 227

Figure VI.3. Mesure de puissance rayonnée en C.R.B.M. ..... 228

Figure VI.4. En haut à gauche, en transparence, la cellule TEM ; en haut à droite, organisation des lignes de champs **E** et **B** dans l'enceinte ; en bas, selon une coupe longitudinale, son principe de fonctionnement ..... 229

Figure VI.5. Deux améliorations de la Cellule TEM. En haut, une photographie de la cellule GTEM. En bas, une représentation du prototype de la cellule TEM 3D [DEN 03] ..... 230

Figure VI.6. Caractérisation de luminaires avec le système « Large Loop Antennas » ..... 230

Figure VI.7. Bandes de fréquence de travail des différents moyens d'essais ..... 231

Figure VI.8. Récurrence à partir de $Y_{nn}$ pour le calcul des expressions des autres $Y_{nm}$ (pour un même ordre *n*) ..... 234

Figure VI.9. Impédance d'insertion de la sonde de courant ..... 241

Figure VI.10. Photographie de la mesure différentielle avec des sondes de courants en situation de fort champ magnétique ..... 242

Figure VI.11. Antenne boucle à double charge excitée par les dipôles électrique et magnétique ..... 243

# Liste des tableaux

Tableau II.1. Récapitulatif des hypothèses et conséquence des ARQS électrique et magnétique ..... 92

Tableau II.2. Fonctions harmoniques sphériques réelles (en coordonnées sphériques et cartésiennes) pour les ordres 1 et 2. ..... 103

Tableau II.3. Complément au tableau II.2 ..... 110

Tableau II.4. Expressions en cartésien des composantes (ordres 1 et 2) du multipôle magnétique équivalent à un dipôle décentré. ..... 112

Tableau II.5. Résultats sur l'identification des composantes d'ordres 1 et 2 du dipôle décalé. ..... 130

Tableau II.6. Résultats de l'identification du multipôle magnétique de la boucle de courant ..... 132

Tableau III.1. Tableau des influences pour les 5 formes différentes ..... 151

Tableau III.2. Géométrie des capteurs et relation d'identification associée. ..... 154

Tableau III.3. Résultats d'identification pour la source complexe. ..... 165

Tableau III.4. Flux (en Weber) mesurés par MEF pour la source complexe ..... 166

Tableau IV.1. Résultats de l'identification ..... 195

Tableau VI.1. Expressions des fonctions harmoniques sphériques réelles exprimées dans le repère de coordonnées cartésiennes. ..... 235

# Introduction générale

# INTRODUCTION GENERALE

Les systèmes d'électronique de puissance sont très répandus dans nos sociétés tant dans les applications domestiques qu'industrielles. Largement présents dans le domaine des transports et de la distribution électrique, ils équipent maintenant l'essentiel des solutions motorisées à vitesse variable. Dans le futur, cette tendance ira en s'affirmant avec l'avènement du « tout électrique », concept maintenant totalement généralisé pour le ferroviaire et en devenir pour le transport maritime, automobile ou aéronautique. Par exemple, des projets comme le « drive-by-wire » pour les prochaines applications automobiles visent à remplacer les traditionnels actionneurs mécaniques ou hydrauliques par des systèmes électriques. Des évolutions similaires dans le domaine de l'aéronautique sont actuellement est cours, l'intérêt de ces solutions résidant dans la réduction des coûts et des volumes, tout en assurant une meilleure efficacité énergétique. Par contre, dans le même temps, ces nouvelles approches ajoutent de nouvelles contraintes sur la conception des systèmes électriques qui deviennent plus complexes. En particulier, une des difficultés est de faire cohabiter des systèmes électriques de niveaux de puissance très différents (des actionneurs électriques, leurs modules de puissance, des capteurs, des calculateurs ainsi que les connectiques de puissances et de données associées) dans un espace limité. A ces ambitions s'ajoute le recours aux matériaux composites et plastiques : intéressants pour leurs propriétés mécaniques, ils se traduisent néanmoins par une nette diminution de l'effet de blindage des boîtiers. La sécurité étant une contrainte industrielle très forte, il est nécessaire d'assurer la fiabilité de cette difficile cohabitation. C'est l'objet de la Compatibilité ElectroMagnétique (CEM).

La CEM est le fait, pour des équipements de supporter mutuellement leurs effets électromagnétiques. Quand le dispositif concerné est « victime » de ces perturbations, on lui fait correspondre la notion d'immunité (ou de susceptibilité). A l'inverse, lorsqu'il en est la source, on parle d'émission (ou de mutisme). Selon que l'énergie électromagnétique perturbatrice est véhiculée par des conducteurs ou par des ondes dans l'air, la CEM est dite

conduite ou rayonnée. C'est dans cette dernière thématique que s'inscrit ce travail et pour le cas de l'émission. La CEM rayonnée à l'émission est régit par un cadre normatif rigoureux, définit par le Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques (CISPR). Ainsi, avant la mise sur le marché, les systèmes doivent respecter certains niveaux de mutisme. Les normes décrivent les moyens d'essais permettant la mesure des niveaux de puissance émis par les dispositifs. Ces moyens sont utilisés en fin de processus de conception par les constructeurs. Mais, en règle générale, ils ne renseignent que sur le niveau de puissance émis à une distance donnée et non pas sur la structure du champ proprement dite, c'est-à-dire son comportement dans tout l'espace entourant le dispositif. En effet, la CEM normative n'interroge pas le mécanisme des sources mais permet seulement de valider ou non des systèmes électriques avant leur commercialisation. Il est donc nécessaire, pour assurer une meilleure fiabilité des dispositifs, de dépasser le cadre normatif et de comprendre les mécanismes qui régissent les rayonnements afin de les maîtriser et éventuellement ainsi de pouvoir les réduire.

Les difficultés pour répondre aux enjeux importants de la CEM en électronique de puissance ont rapproché les acteurs français concernés (laboratoires de recherche et industriels). Ce rapprochement s'est concrétisé entre autres par la création d'un groupe de travail dans le cadre d'ECRIN [ECR] et du Groupe de Recherche (GdR) SEEDS-ISP3D [SEE] et le montage d'un projet commun MCEM (sous-projet du projet O2M). Son objectif est la création d'une plate-forme logicielle dédiée à la modélisation CEM des systèmes électriques. L'idée principale est de mutualiser les modèles CEM de composants de l'électronique et de l'électronique de puissance et de proposer un environnement de simulation dédié et unique. En effet, à la complexité et à la multitude des structures, une autre difficulté s'ajoute : afin de limiter les surcoûts liés à la non homologation CEM des produits en fin de production, l'industrie cherche à prendre en compte les contraintes de la CEM dès les premières phases de conception. C'est la notion maintenant classique de prototypage virtuel.

Aujourd'hui, si les modèles de CEM conduite de systèmes électriques complets sont déjà bien avancés, ceux de la CEM rayonnée sont moins finalisés. De plus, la modélisation d'un dispositif seul semble aujourd'hui accessible (une démarche de prototypage complète d'un variateur de vitesse vient d'être mené au G2Elab / SATIE / Mines de Douai [AIM 09]), par contre celle d'un système complet de complexité industrielle est encore problématique et se heurte à de nombreux verrous en particulier la détermination précise des champs rayonnés.

Pour accéder à une modélisation système incluant la CEM rayonnée, une démarche envisageable peut être la suivante : isoler les sous-éléments d'un système complexe et, pour chacun d'entre eux, identifier les paramètres d'un modèle de sources équivalentes. Ainsi, il devient possible d'étudier les interactions au sein d'un même module, entre composants élémentaires (étude du couplage entre une inductance de filtrage et le circuit imprimé par exemple). A une autre échelle, l'identification peut porter sur le système complet. Nous sommes alors en mesure de prévenir les couplages entre les différents modules cohabitant dans une même armoire électrique ou un cockpit.

La difficulté est donc qu'il est nécessaire de disposer de modèles de rayonnement de dispositifs compacts (donc légers) et précis qui permettent d'évaluer le champ en tout point de l'espace et de quantifier ainsi l'influence de la présence d'un dispositif sur le système global. Remarquons que ces modèles peuvent être obtenus par simulation, toutefois la complexité des structures des dispositifs, la diversité des matériaux employés ainsi que la

mauvaise maîtrise des géométries rend la modélisation parfois difficile et souvent très différente de la réalité. Il est donc nécessaire de la compléter par l'expérimentation. L'objectif de ce travail de thèse est ainsi de développer un système permettant de renseigner les paramètres d'un modèle de champ rayonné de dispositif d'électronique de puissance. Il faudra évidemment assurer une identification robuste et précise de ces paramètres. Cette identification consiste à résoudre un problème inverse, à savoir déterminer les causes (ici les sources de champ) en fonction des effets (ici les champs mesurés). Même si certains outils développés dans ce travail peuvent être utilisés en modélisation, nos développements auront principalement pour but une utilisation expérimentale.

Dans le domaine du génie électrique, différents laboratoires de recherche comme le G2ELab ont déjà travaillé sur les modèles rayonnés de champs électromagnétiques basses fréquences. Par exemple, des travaux conséquents ont déjà été réalisés sur les champs de fuites générés par les moteurs électriques (DC-1kHz) [BUI 07]. Des travaux récents, plus spécifiques à l'électronique de puissance, ont également été menés [LOR 01], permettant d'acquérir une compétence sur l'étude de phénomènes allant jusqu'au MHz. En basses fréquences, les phénomènes étudiés sont exclusivement limités à la zone de champ proche, c'est-à-dire une zone où les champs sont quasi-stationnaires, oscillent harmoniquement mais sont pour le reste essentiellement statiques. En particulier, les phénomènes de propagations sont traditionnellement négligés. Pour les communautés scientifiques travaillant en hautes fréquences (à partir de 500 MHz), les comportements étudiés sont tout autres. Dévolus à la zone de champ lointain, c'est la propagation des champs électromagnétiques qui gouverne les phénomènes. Ainsi, les modèles utilisés diffèrent donc largement de ceux de notre domaine du génie électrique. Ce sont ceux, par exemple, utilisés dans le cas de l'étude des antennes. Entre ces domaines applicatifs encore très distincts se situe une bande de fréquence encore peu étudiée : une zone parfois appelée la zone des fréquences intermédiaires. Pour fixer les idées, elle s'étend du mégahertz au gigahertz. La difficulté d'exploration de cette bande intermédiaire réside dans le fait que les phénomènes électromagnétiques sont complexes, les effets inductifs et capacitifs étant largement mêlés et ne pouvant être découplés. De plus, ce domaine d'étude est à cheval entre deux communautés possédant des méthodologies et des outils différents.

Remarquons qu'une des tendances actuelles des systèmes d'électronique de puissance consiste en une augmentation des fréquences de fonctionnement. Cette tendance rend les modèles traditionnellement utilisés par la communauté du génie électrique de moins en moins à même de modéliser fidèlement le comportement électromagnétique de ces nouveaux systèmes. Il est à noter que des efforts devront certainement être faits pour partager les outils et la compréhension des phénomènes développés par les deux communautés citées ci-dessus. Le domaine de l'électronique de puissance pourrait certainement être à moyen terme un lieu d'échanges entre elles.

Toutefois, dans ces travaux de thèse nous resterons dans les approximations usuelles du génie électrique, les possibilités de montée en fréquence n'étant qu'évoquées dans le document. Dans ce cadre, les sources de champ électromagnétiques de l'électronique de puissance ont certaines spécificités que nous rappelons ici :

- Les champs générés sont 3D ; toutes les directions de l'espace sont à prendre en compte dans les modèles,
- Ils sont à spectre large ; depuis les fréquences de travail des interrupteurs de puissance (de l'ordre de la dizaine de kHz) jusqu'à la centaine de MHz. Au-delà,

les modules électroniques, intégrés à la commande des convertisseurs statiques, prennent le relais mais leurs effets ne sont pas prépondérants.

- La présence des boucles de commutation (donc basse fréquence) implique que le champ est majoritairement magnétique, et ceci jusqu'à au moins quelques dizaines de mégahertz. Ce point sera justifié plus précisément dans la suite du document.

Parmi les modèles possibles, la représentation multipolaire possède de nombreux avantages adaptés à notre problématique. Elle est compacte et permet l'évaluation précise des interactions à distance. En outre, le nombre de paramètres inconnus est lié à la complexité du dispositif à modéliser et à la précision requise et non à la taille du dispositif. Autre atout d'importance, la communauté du génie électrique a déjà travaillé sur ce modèle. C'est le cas du laboratoire Ampère de Lyon [SCO 03] mais notamment aussi au G2Elab [LEG 96]-[LOR 01]-[SCH 06]. En haute fréquence également, il fait écho, par exemple, à l'IETR de Rennes [SER 07] et à Supélec [BOL 01] avec la valorisation de l'équipement Stargate® par l'entreprise SATIMO [SAT], basé sur l'identification de paramètres multipolaires au delà de quelques centaine de Mégahertz.

Si le choix du modèle semble naturel, celui de la méthode de mesure est plus délicat. Au laboratoire, un système de mesure des paramètres de ce modèle a été construit [LOR 01]. Il allie la précision et une relative simplicité d'utilisation. Par contre, sa mise en œuvre a été délicate et il nécessite un temps de mesure important. L'objectif principal visé est ici de développer un banc d'identification de source de champ équivalente plus simple et plus robuste. La bande de fréquence doit être la plus large possible, jusqu'à un maximum d'environ 100 MHz. Le modèle à renseigner est celui du développement multipolaire de l'induction magnétique **B**. La méthode à suivre nous est fournie par la résolution d'un problème inverse. Néanmoins, comme déjà évoqué, nous tenons à rendre le processus le plus simple possible. Or, les techniques d'inversion classiques restent difficiles à manipuler (troncature du spectre, régularisation de Tikhonov,…) si bien que le traitement des données de la mesure nécessite un arbitrage éclairé.

Comment répondre à l'ensemble de ces exigences ? Le contexte de la CEM rayonnée normative nous fournit un début de solution. En effet, dans l'ensemble des moyens d'essais à la disposition des opérateurs pour caractériser le rayonnement d'un système, il en est un qui répond partiellement à notre demande. C'est le système LLA (Large Loop Antennas). Celui-ci repose sur l'utilisation de trois bobines circulaires, orthogonales, concentriques et entourant le système. Le champ rayonné, par l'intermédiaire de la loi de Lenz, crée dans ces boucles un courant directement proportionnel au flux vu par celle-ci. L'agencement géométrique des bobines permet de dédier chacune d'entres-elles à la mesure de l'une des trois composantes dipolaires équivalentes du système. La mesure des courants dans les bobines permet donc de revenir à la mesure du dipôle. Bien qu'intégré à la famille des bancs de mesure depuis les années 90, il reste peu évoqué dans la littérature. Pourtant, il permet de répondre en partie, à l'ensemble de nos contraintes :

- il est simple de construction et de mise en œuvre,
- il mesure les premiers termes du modèle choisi pour cette étude,
- il est dédié à la mesure du champ **B** dans toutes les directions,
- sa bande de fréquence de travail est comprise entre 9kHz et 30MHz.

- Enfin et surtout, de par son principe de mesure, il permet d'accéder directement aux grandeurs recherchées. Aucun traitement des données propre à l'inversion n'est plus nécessaire.

Ce système est donc au cœur de ce travail. Ou plutôt, il l'inspire dans le sens où on va chercher à l'améliorer, à augmenter ses capacités actuelles d'identification du modèle. Pour cela, le travail de [KIL 97] a aussi été une grande source d'inspiration où l'application concerne l'identification par des moyens analogues des paramètres du multipôle équivalent d'un satellite (dans cette application, les paramètres dipolaire mais aussi multipolaires sont mesurés). L'idée directrice est la suivante : de grandes boucles conductrices entourent le système source. Si leurs formes particulières permettent de n'être sensibles qu'à certaines composantes du développement multipolaire du champ magnétique généré, la mesure du flux les traversant nous renseigne alors sur les valeurs de ces composantes. Dans ce travail, nous proposons donc de partir des contours de bobines du système LLA et de les faire évoluer pour identifier précisément et simplement les paramètres du multipôle magnétique.

Le premier chapitre s'accorde à préciser les contextes auxquels se rattache cette étude. La méthodologie de résolution d'un problème inverse structure cette présentation. Ainsi, dans un premier temps, certaines notions propres à la CEM rayonnée sont rappelées. Elles permettent de préciser les besoins et les limites de ce travail. Notre approche étant expérimentale, un tour d'horizon des moyens d'essais à disposition est proposé. Puis, dans un second temps, la méthode de résolution d'un problème inverse est décrite. Pour cela, il est nécessaire d'exposer les premières bases du modèle choisi : le développement multipolaire. Cette première présentation se veut simple et physique. De plus, l'application de la résolution d'un problème inverse est vaine si elle reste naïve : elle doit donc s'enrichir des connaissances que l'on a des sources questionnées. Profitant de l'expérience sur ce sujet à disposition au sein de notre laboratoire [AIM 09], une analyse générique des sources est alors proposée. Elle va enrichir les limites données à ce travail. Puis, une étude comparée entre deux modèles de sources équivalentes est exposée. Elle donne l'occasion de préciser, entre autres, les difficultés mathématiques inhérentes à cette méthode indépendamment du modèle choisi. Enfin, un moyen d'essais semble compatible avec l'ensemble des besoins énoncés dans ce chapitre, tout en permettant de contourner les difficultés annoncées du problème inverse. C'est le système LLA. Il prend donc une place centrale dans notre travail. A ce titre, le chapitre se termine sur sa description, rappelant son principe, ses atouts et ses limites.

Les outils mathématiques nécessaires à la manipulation du développement multipolaire équivalent sont donnés en début de chapitre II. Ceux-ci pouvant être forts complexes, nous nous limiterons au strict nécessaire pour mener ce travail. De plus, nous tenons à garder une description au plus proche de la physique et du champ de connaissances de notre communauté. Deux utilisations de ces propriétés sont alors exposées. D'une part, elles vont permettre d'arbitrer le choix de la technique de mesure la plus adaptée à notre problématique (mesure ponctuelle ou à intégration). D'autre part, nous proposons une application directe des propriétés du modèle pour le prototypage virtuel. L'outil exposé peut être intéressant pour la plateforme logicielle du projet MCEM. Il s'intègre dans le logiciel Flux®, logiciel basé sur la Méthode des Eléments Finis conjointement développé par le G2Elab et la société CEDRAT [CED].

Fort de ces outils et du cadre de travail précisé, nous pouvons aborder le cœur du sujet. C'est l'objet du troisième chapitre. Il décrit une méthode rigoureuse permettant de construire des bobines de flux de champ magnétique dédiées à l'identification des

paramètres du modèle. L'approche se fait en deux temps. Une première version est construite. Elle démontre la faisabilité du nouveau capteur. Mais, en l'état, sa réalisation pratique n'est pas compatible avec nos exigences de simplicité. C'est pourquoi une version toute aussi précise mais de configuration simplifiée est ensuite proposée. Le chapitre se termine par des expériences numériques menées à l'aide de Flux®. Elles ont pour but de valider les propositions et de discuter des paramètres à utiliser en vue d'une réalisation.

La construction et la validation expérimentale d'un premier prototype sont l'objet du dernier chapitre. Le modèle magnétique d'une antenne boucle circulaire est détaillé. Il permet de faire des choix de conception important pour la chaîne de mesure. La validation expérimentale suit ce premier point. Une première phase indispensable de calibration est abordée. Elle permet alors de mettre en place une mesure d'identification de source et de valider les améliorations attendues par rapport au dispositif LLA connu. Cette partie se termine sur des perspectives de travaux futurs. Entre autres, sans remettre en cause le principe même du capteur, il est proposé d'étendre la bande de fréquence du capteur.

# Chapitre I :

# Contextes et objectifs de l’étude

# CHAPITRE I : contextes et objectifs de l'étude

## *I.1. Introduction – le problème inverse*

Ce premier chapitre a pour objectif de préciser l'ensemble des contextes dans lesquels s'inscrivent ces travaux. La difficulté actuelle pour modéliser les comportements électromagnétiques des dispositifs de l'électronique de puissance nous amène à envisager une stratégie basée sur la résolution d'un problème inverse. Elle s'accorde à déterminer les causes (les sources d'un phénomène) en fonction de la mesure de ses effets. La méthode très générale suivie par cette approche est illustrée sur la Figure I.1. Le plan proposé pour ce chapitre est en accord avec les différentes étapes de son cheminement.

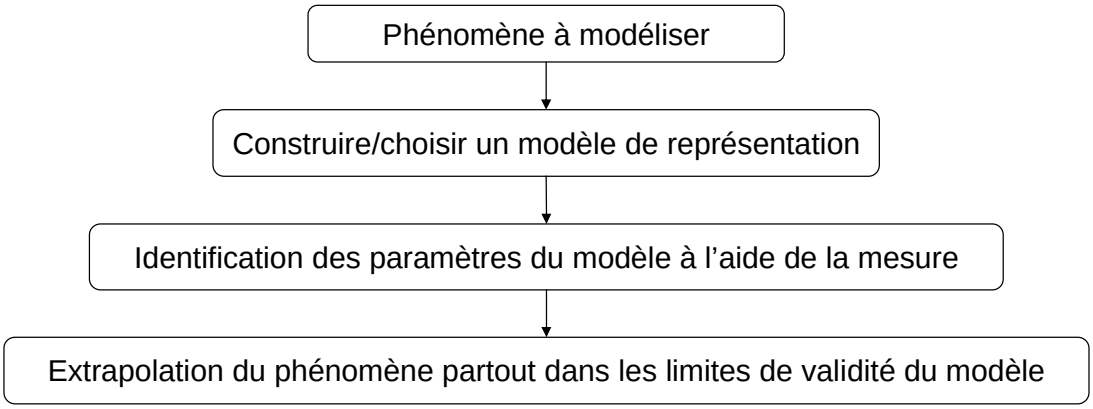



Figure I.1. Méthode de résolution d'un problème inverse

Ainsi, tout d'abord, l'objectif de l'approche est de modéliser un phénomène : le rayonnement des convertisseurs statiques dans un contexte de CEM. La première partie

sera donc l'occasion de préciser ce contexte. Les notions indispensables de sources élémentaires de champ et les limites des approximations en champ proche (CP) et en champ lointain (CL) sont rappelées. Les caractéristiques très différentes des champs d'une zone à l'autre permettent de comprendre l'existence des communautés basses fréquences (BF) et hautes fréquences (HF). Il sera aussi nécessaire de rappeler les différents types de couplages électromagnétiques pouvant exister entre deux appareils. En effet, d'une part, nous verrons que la mesure en champ proche va s'appuyer sur un de ces phénomènes de couplage, et, d'autre part, l'objectif de la caractérisation CEM est de travailler à comprendre puis réduire ces interactions entre systèmes. Enfin, la méthode s'appuyant sur la mesure des champs générés par les systèmes, nous passons rapidement en revue les moyens d'essais normatifs à disposition.

La résolution d'un problème inverse demande de faire un choix pertinent de modèle équivalent de représentation des sources. La seconde partie de ce chapitre expose donc les caractéristiques du modèle proposé et les conséquences de ce choix sur la résolution du problème inverse.

Nous commençons par présenter de manière très générale le développement multipolaire et sa source associée : le multipôle. Ce formalisme permet une description compacte des champs électromagnétiques. L'exposé reste ici simple, les précisions mathématiques étant réservées pour le second chapitre.

Cette présentation succincte est nécessaire pour deux raisons.

D'une part, il n'est pas envisageable de résoudre un problème inverse sans une certaine connaissance du comportement des sources à modéliser. En général, ce type de méthode commence par la résolution du problème direct : calculer les effets (les champs générés) à partir des sources en connaissant l'ensemble de leurs données géométriques et physiques. Cette approche est très complexe et fastidieuse puisqu'elle demande la modélisation complète d'un convertisseur statique. D'autres travaux menés dans notre laboratoire se sont déjà penchés sur ce problème : [AIM 09] a par exemple modélisé un variateur de vitesse industriel afin, entre autres, de dégager des règles de conception visant à réduire l'intensité de la perturbation électromagnétique générée. Sur la base de ces résultats, une analyse du comportement générique des convertisseurs statiques est proposée. Elle permet d'estimer les caractéristiques du multipôle équivalent.

D'autre part, ces notions sur le modèle vont nous permettre d'argumenter son choix. Pour cela, une résolution comparée du problème inverse à l'aide de deux modèles différents est proposée. Une première résolution s'appuie sur un modèle constitué par un ou des plans de dipôles ; la seconde fait appel à notre multipôle équivalent. Cette analyse est l'occasion de discuter également du choix des degrés de liberté consentis par l'utilisateur et de leurs conséquences dans le processus de résolution des problèmes inverses.

L'approche du problème inverse étant expérimentale, le choix du moyen de mesure y est essentiel. Or, dans l'ensemble des moyens d'essais présentés à notre disposition, le système normatif de mesure « Large Loop Antennas » (LLA) fait largement échos à nos différents besoins. En effet, il permet de manière simple, efficace et rapide l'identification des paramètres du dipôle magnétique équivalent, premier ordre du multipôle magnétique. Il va devenir la pierre angulaire de ce travail. Une description du système et ses limites actuelles sont présentées.

Le chapitre se termine alors par une synthèse des points abordés. Elle permet de préciser la stratégie globale adoptée dans ce travail.

## *I.2. Contexte de la norme CEM rayonnée*

La normalisation CEM inclut les tests sur les équipements ainsi que l'ensemble de leurs protocoles. Avant leur mise sur le marché, l'évaluation des systèmes en émission et en immunité permet de vérifier que des seuils critiques ne sont pas atteints. Ils sont définis par des normes émanant d'organismes tels que, au niveau internationale, le CISPR (Comité International Spécial des Perturbations Radioélectriques), relayé au niveau européen par le CENELEC (Comité Européen de Normalisation ELECtrotechnique). Ainsi, les moyens d'essais pour la mesure des perturbations rayonnées (construction et mise en œuvre) sont décrits dans le document CISPR 16-1 [CIS 02], et, au niveau national, par les textes NF EN 016-1-4 [NFE1 07] et 2-3 [NFE2 07]. Ce seront nos documents de référence dans cette partie.

### I.2.1. CEM conduite et rayonnée

La problématique CEM met en scène 3 éléments (Figure I.2):

- Le système perturbateur, la source
- Le système perturbé, la victime
- Un mécanisme de couplage qui correspond à un transfert d'énergie entre la source et la victime.

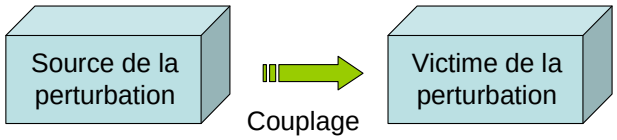



Figure I.2. Schéma de la problématique de la CEM

La distinction entre CEM conduite et rayonnée est faite sur le medium d'échange de la perturbation. On distingue deux canaux :

- par conducteurs électriques, c'est alors le couplage par conduction,
- par ondes électromagnétiques dans l'air, c'est la situation du couplage par rayonnement.

Nous examinons ces deux aspects dans la suite.

#### I.2.1.1. CEM conduite

Dans le cadre de la CEM conduite, les perturbations suivent les conducteurs. Son étude, tant sur les mécanismes donnant naissance aux perturbations que sur leur mode de propagation est maintenant arrivée à une certaine maturité dans le milieu industriel. Des outils performants de modélisation permettent une bonne maîtrise des phénomènes lors de l'élaboration des systèmes [AIM 09]. Le filtre de mode commun, présent à l'entrée de la plupart des variateurs de vitesse est un exemple de solution aboutie. Il permet de contenir les courants de mode commun au sein du système et d'éviter ainsi leur propagation dans le réseau amont. De plus, des outils performants de modélisation permettent désormais

d'envisager une bonne évaluation des phénomènes lors de la conception des dispositifs [AIM 09]. Néanmoins, le travail de recherche à réaliser est encore important. En effet, il existe toujours des verrous conséquents concernant les modèles de sources de perturbations et leur couplage via le réseau en présence de plusieurs convertisseurs par exemple [FOI 09].

### I.2.1.2. CEM rayonnée

Dans le cadre de la CEM rayonnée, les perturbations traversent l'espace sous formes de champs électriques, magnétiques ou même électromagnétiques. C'est cette problématique qui nous préoccupe dans cette étude. En effet, les moyens de modélisation du rayonnement électromagnétique en électronique de puissance sont encore dans une phase de recherche active.

La demande industrielle sur ces problématiques concerne essentiellement deux niveaux distincts dans la phase de conception d'un produit :

- En post production : c'est la phase de validation d'un produit avant sa commercialisation. Il faut vérifier par la mesure que les niveaux générés par le matériel sont bien en dessous des valeurs normatives. Pour cela, nous disposons de moyens d'essais brièvement décrits par la suite. La répétabilité de la mesure quelque soit le lieu où elle est réalisée est particulièrement importante.
- En phase de conception, il est nécessaire, comme cela a été le cas pour la CEM conduite, de disposer d'outils performants de prototypage virtuel. Comme déjà évoqué, des travaux récents ont permis de valider cette approche au sein d'une plateforme logicielle. Dans la continuité de ces travaux, nous proposerons un nouvel outil dans le second chapitre de ce manuscrit.

Le besoin de modèles dédiés à l'étude de phénomène de CEM rayonnée pour l'électronique de puissance est donc actuellement très important. En particulier, il est nécessaire de fournir des moyens d'essais permettant de construire des modèles de sources équivalents en vue de les utiliser dans une plate-forme de prototypage. C'est l'objectif principal de ces travaux.

## I.2.2. Définition des zones champ proche/ champ lointain

Le comportement des champs émis est dépendant de la nature et de la fréquence des sources qui les génère. A ce stade du mémoire, Il est utile de faire un rappel concernant les définitions de limites Champ Proche (CP) / Champ Lointain (CL), car elles sont importantes dans ce travail pour délimiter les zones d'action des modèles de sources équivalentes. Les résultats rappelés ci-dessous sont très classiques. Nous choisissons de les appliquer pour une fréquence maximum de 30 MHz, cette valeur va devenir la limite haute de la bande de fréquence de notre travail dans la suite. Ceci permet de fixer les ordres de grandeurs propres à notre application. Les développements complémentaires liés à la limite des 100 MHz visées sont abordés en perspective de ce manuscrit.

## I.2.2.1. Rayonnement des dipôles électrique et magnétique

En CEM rayonnée, afin de définir ces limites de CP/CL, on s'appuie sur la notion d'impédance de l'onde électromagnétique. On examine son évolution en fonction de la distance à la source, considérée comme ponctuelle et centrée dans le repère de référence. Le rayonnement de deux types de sources est examiné. Elles constituent les modèles élémentaires des sources de rayonnement à la base de tous les phénomènes : les dipôles électrique et magnétique (Figure I.3). Elémentaires car, bien souvent, on superpose ces éléments pour constituer le modèle équivalent d'un système complexe : on peut, par exemple, les placer côte à côte sur un plan, ou même juxtaposer plusieurs plans [VIV 07].

On prendra garde aux faits que les développements présentés ici sont des approximations : ils ne deviennent vrais qu'à partir d'une certaine distance des sources (typiquement entre deux et cinq fois leur dimensions). Pour la boucle de courant, ce point sera discuté au cours du chapitre II. Ici, on confond donc la boucle de courant avec le dipôle magnétique, le brin avec le dipôle électrique. Enfin, il faut aussi préciser que ces expressions sont d'autant plus vraies que les dimensions de ces sources sont faibles vis-à-vis de la longueur d'onde $\lambda$. On parle alors de sources de dimensions électriquement faibles (ici, *h*, longueur du brin et *a* rayon de la boucle sont très petits vis-à-vis de la longueur d'onde la plus courte).

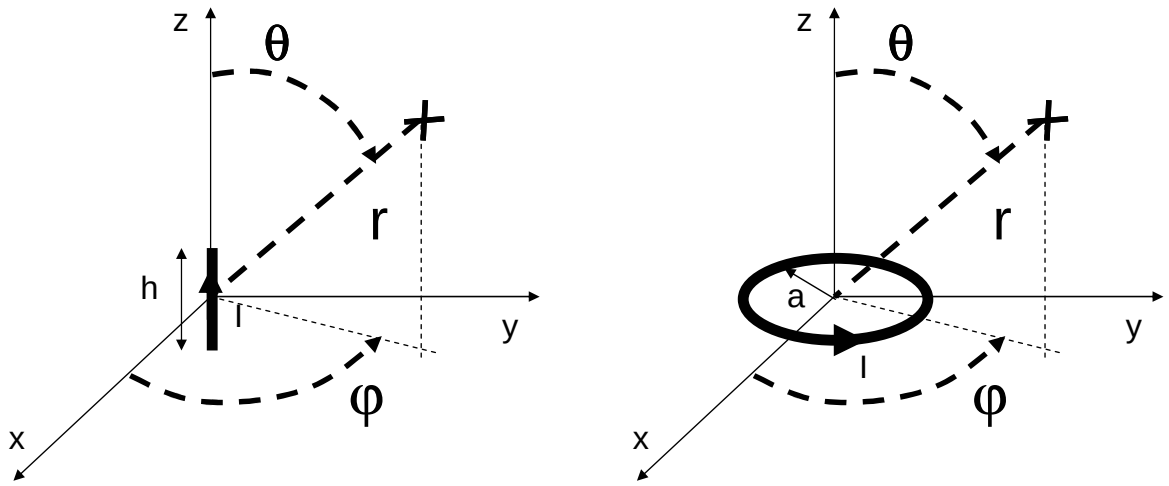



Figure I.3. Présentation des sources élémentaires. (a). Le brin électrique. (b). La boucle magnétique

Les composantes générées par ces sources sont données par (I.1) et (I.2). On note l'exacte dualité des comportements des deux sources. Pour le dipôle électrique, on a [BAL 05] :

$$\begin{cases} E_r = \dfrac{Ih}{2\pi r^2}\cos(\theta)\cdot\left(1+\dfrac{1}{jkr}\right)\cdot e^{-j(kr-\omega t)} \\ E_\theta = jZ_0\cdot\dfrac{kIh}{4\pi r}\sin(\theta)\cdot\left(1+\dfrac{1}{jkr}-\dfrac{1}{(kr)^2}\right)\cdot e^{-j(kr-\omega t)} \\ E_\varphi = 0 \\ H_r = 0 \\ H_\theta = 0 \\ H_\varphi = j\cdot\dfrac{kIh}{4\pi r}\sin(\theta)\cdot\left(1+\dfrac{1}{jkr}\right)\cdot e^{-j(kr-\omega t)} \end{cases}, \tag{I.1}$$

et, concernant le dipôle magnétique :

$$\begin{cases} E_r = 0 \\ E_\theta = 0 \\ E_\varphi = Z_0\cdot\dfrac{(ka)^2 I}{4r}\sin(\theta)\cdot\left(1+\dfrac{1}{jkr}\right)\cdot e^{-j(kr-\omega t)} \\ H_r = j\cdot\dfrac{ka^2 I}{2r^2}\cos(\theta)\cdot\left(1+\dfrac{1}{jkr}\right)\cdot e^{-j(kr-\omega t)} \\ H_\theta = -\dfrac{(ka)^2 I}{4r}\sin(\theta)\cdot\left(1+\dfrac{1}{jkr}-\dfrac{1}{(kr)^2}\right)\cdot e^{-j(kr-\omega t)} \\ H_\varphi = 0 \end{cases} \tag{I.2}$$

où $I$ est le module du courant harmonique de pulsation $\omega$, $Z_0 = 377\Omega$ est l'impédance du vide et $k = 2\pi/\lambda$ est le nombre d'onde. On a :

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = c\mu_0 = \frac{1}{c\varepsilon_0}, \tag{I.3}$$

avec :

- $c$ est la vitesse de l'onde dans le vide : $3.10^8$ m/s,
- $\mu_0$, la perméabilité du vide : $4\pi.10^{-7}$ H/m,
- $\varepsilon_0$, la permittivité du vide d'environ $8{,}85.10^{-12}$ F/m.

## I.2.2.2. L'impédance d'onde

L'impédance d'onde est définie par le rapport entre les composantes transverses électrique et magnétique générées par une même source. Ainsi, on a pour le dipôle électrique :

$$Z_E = \frac{E_\theta}{H_\varphi} = Z_0 \frac{\left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2}\right)}{\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)} \tag{I.4}$$

Et pour le dipôle magnétique :

$$Z_H = \frac{E_\varphi}{H_\theta} = Z_0 \frac{\left(1 + \frac{1}{jkr}\right)}{\left(1 + \frac{1}{jkr} - \frac{1}{(kr)^2}\right)} \tag{I.5}$$

On examine alors les comportements de ces grandeurs pour les cas où le produit $kr << 1$ et $kr >> 1$. Il est important de ne pas interroger la distance $r$ seule mais relative à la longueur d'onde de la source. On a donc :

$$\begin{cases} Si\ kr << 1 \Rightarrow Z_E = \dfrac{Z_0}{kr} \\ Si\ kr >> 1 \Rightarrow Z_E = Z_0 \end{cases} \tag{I.6}$$

$$\begin{cases} Si\ kr << 1 \Rightarrow Z_H = Z_0 kr \\ Si\ kr >> 1 \Rightarrow Z_H = Z_0 \end{cases} \tag{I.7}$$

Pour les deux sources, les asymptotes se rejoignent pour $kr = 1 \Rightarrow r = \lambda/2\pi$. Ces fonctions et leurs asymptotes associées sont représentées sur la Figure I.4. Avant de la commenter, il faut aussi préciser la notion de puissance rayonnée par ces sources.

### I.2.2.3. Puissance totale rayonnée

La puissance totale rayonnée par une source est obtenue en calculant le flux du vecteur de Poynting, noté **Π**, à travers une sphère de rayon *r* et dont le centre coïncide avec celui de la source [BOU 06]:

$$P = \iint_{Sphere} \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{dS} = \iint_{Sphere} \frac{1}{2}\left(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^{*}\right) \cdot \overrightarrow{ds} \tag{I.8}$$

Les comportements étant symétriques entre le dipôle électrique et le dipôle magnétique, on ne travaille qu'avec ce dernier ici. Ainsi, pour la boucle de courant, on obtient :

$$P_H = \iint_{Sphere} \frac{1}{2} E_\varphi H_\theta^{*} ds = -Z_0 \frac{\pi}{3}\left(\frac{2\pi(\pi a^2 I)}{\lambda^2}\right)^2 \left(1 + \frac{j}{(kr)^3}\right) = P_{Ha} + jP_{Hr} \tag{I.9}$$

La puissance rayonnée est complexe, sa partie réelle est la puissance active $P_{Ha}$, qui va être rayonnée puisqu'elle n'est pas dépendante de la distance *r*, et d'une partie réactive $P_{Hr}$ possédant un rayon d'action limitée (décroissance en $1/r^3$).

Si on examine le rapport entre ces deux puissances, on s'aperçoit qu'il est identique pour les deux types de sources élémentaires étudiées ; on a donc, indifféremment :

$$\frac{P_a}{P_r} = \frac{1}{(kr)^3} \tag{I.10}$$

L'égalité entre ces deux flux radiaux ($r = 2\pi/\lambda$) coïncide bien avec la valeur trouvée au croisement des asymptotes de l'impédance d'onde.

## I.2.2.4. Zones de champ proche et champ lointain

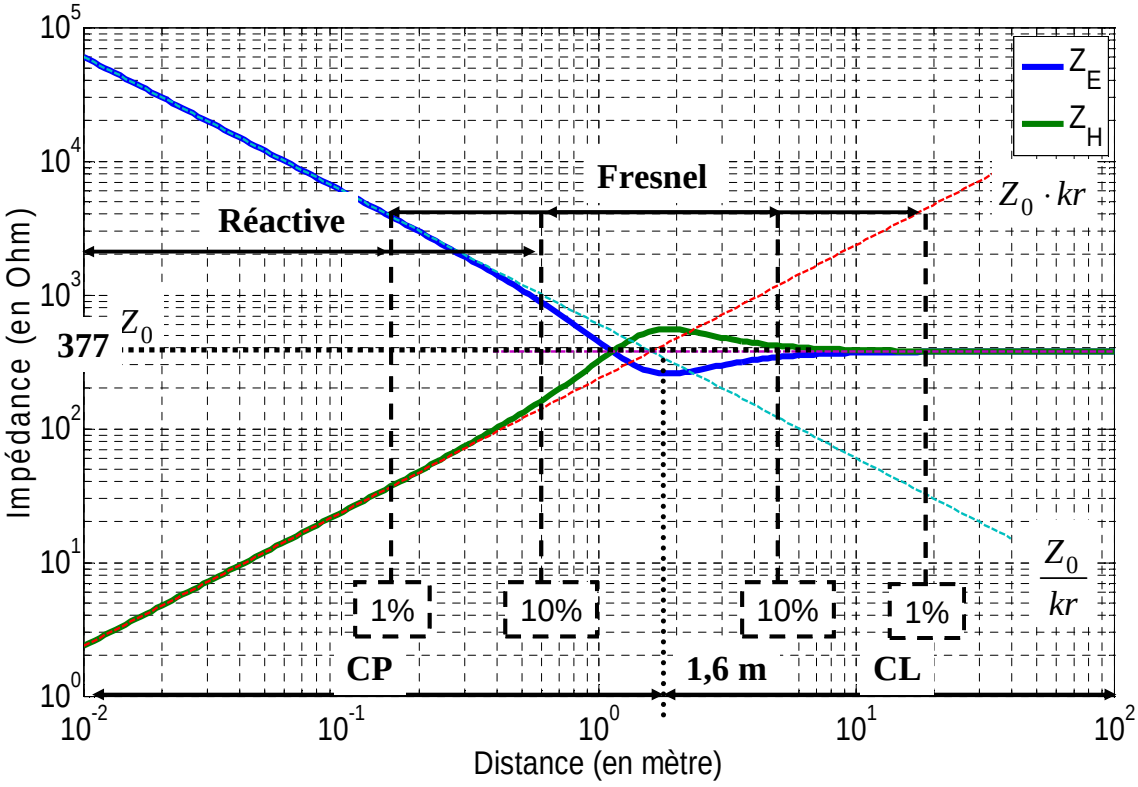



Figure I.4. Impédance de l'onde du dipôle électrique ($Z_E$), du dipôle magnétique ($Z_H$) et les différentes asymptotes à la fréquence $f$ = 30MHz ($\lambda$ = 10m)

Sur la Figure I.4, un premier niveau de lecture, au niveau asymptotique, permet de définir deux zones distinctes :

- une zone de *champ proche* pour $r < 1{,}6$ m (correspond à $\lambda/2\pi$ à $f$ = 30MHz) : $Z_H$ y est faible si bien que le dipôle magnétique est dit « source de basse impédance » (« source de haute impédance » pour le dipôle électrique). Dans le cas d'une source complexe, c'est une zone où les champs **E** et **B** produits sont considérés comme indépendants l'un de l'autre dans la mesure où leur lien est compliqué. La représentation à l'aide des ces deux sources élémentaires permet de trier les phénomènes. Pour une boucle magnétique, par exemple, on observe que la composante transverse du champ électrique ($\mathbf{E_\varphi}$ dans (I.2)) est négligeable vis-à-vis de son homologue du champ magnétique ($\mathbf{H_\theta}$ dans (I.2)). Pour chaque source, cette zone est caractérisée par la prépondérance des termes en $1/r^2$ et $1/r^3$ vis-à-vis de ceux en $1/r$. On peut noter également que les composantes radiales n'ont pas de décroissance en $1/r$ : elles seront négligeables par rapport aux autres composantes hors de la zone de champ proche. Or, seules ces composantes radiales permettent de différentier la nature de la source : si la source est un dipôle magnétique, il n'existe qu'une composante radiale pour le champ magnétique (et inversement pour le dipôle électrique). Pour résumer, le type de champ prépondérant dans cette zone est de la même nature que la source qui lui a donné naissance. Ainsi, un dipôle magnétique fournit ici essentiellement un champ de nature magnétique. Ce lien fort

s'affirme également dans la présence ou non d'une composante radiale. Toutes ces distinctions prennent fin lorsque l'on s'éloigne de la source au delà de la limite CP/CL. Enfin, l'examen de la puissance rayonnée (I.9) et de sa répartition (I.10) nous montre que cette zone est majoritairement le siège d'une énergie réactive.

- une zone de *champ lointain* (dite de Fraunhofer) pour $r > 1{,}6$ m : les modules des champs y sont très simplement reliés par l'impédance de l'onde dans le vide $Z_0$. Seules, les composantes transverses en $1/r$ dominent : c'est le régime d'onde quasi plane. Ici, le lien avec la nature du dipôle source est perdu, si bien que si l'on cherche à identifier le comportement électrique ou magnétique d'une source, cela ne pourra pas se faire dans cette zone. Enfin, en général, la mesure dans cette zone s'attache plutôt à la détection de la composante transverse électrique puisqu'elle est $Z_0$ fois plus intense que la composante magnétique. Enfin, cette zone est aussi caractérisée par la prépondérance d'une puissance active rayonnée.

Un second niveau de lecture permet d'affiner ces limites, voir d'en faire apparaître de nouvelles. Ainsi, on distingue, en réalité, trois zones. En effet, la zone de champ proche peut être divisée en deux zones. Ce nouveau découpage discute de l'importance relative entre :

- une zone dite « de champ réactif » (ou zone de Rayleigh). C'est la zone qui entoure immédiatement la source. Elle se termine lorsque les impédances d'onde quittent leur asymptote. On voit sur la Figure I.4 que selon le critère choisi (erreur à 1% ou 10% par rapport à l'asymptote), cette limite peut évoluer d'une demi-décade. Cette zone est caractérisée par une prédominance d'énergie réactive, d'où son nom. On l'appelle aussi « zone évanescente » dans le sens où les composantes qui majorent le champ ici voient leur amplitude décloître rapidement, ne se propagent pas. Cela est cohérent avec le sens de l'énergie réactive plutôt définie comme une énergie de transfert.
- une zone intermédiaire, de « rayonnement proche » (ou zone de Fresnel). Elle s'étend de part et d'autre de la rencontre des asymptotes. L'onde transverse n'est pas encore formée car les composantes radiales sont encore majoritaires. De la même façon que pour les limites de la zone radiative, ses limites fluctuent légèrement en fonction du critère adopté [BOU 06].

## I.2.3. Les différents modes de couplage

Les différents modes de couplages possibles entre les sources et les victimes sont rappelés. Couplage ici ne questionne pas la nature du médium mais celle de l'onde de champ et la géométrie des structures (source ou victime). Dans le cadre de la CEM rayonnée, on dénombre 4 modes de transfert de l'énergie entre la source et la victime.

### I.2.3.1. Les couplages en champ proche

Il existe tout d'abord deux couplages en zone de champ proche, i.e. la source et la victime sont suffisamment proches l'une de l'autre pour s'échanger de l'énergie réactive. Ceci est particulièrement important car cela signifie que les deux systèmes interagissent l'un avec l'autre si bien que la perturbation peut ne pas être unidirectionnelle. On parle alors de couplage potentiellement fort : son intensité va être dépendante des structures électriques

des sources et des victimes. On ne peut alors pas trancher de manière générale de l'effet de ces couplages. On distingue :

- Le couplage par diaphonie capacitive : il existe toujours une capacité entre deux objets voisins. Une différence de potentiel variable entre les deux objets conduit à l'apparition d'un courant dans cette capacité et donc à travers les objets eux-mêmes. Ces phénomènes sont complexes. A titre d'exemple, ce sont eux qui permettent de véhiculer les courants de mode commun dans les convertisseurs statiques à travers des capacités parasites entre le potentiel flottant et le plan de masse. S'il est difficile de déterminer les valeurs capacitives de ces condensateurs, il l'est encore plus de les localiser précisément.
- Le couplage par diaphonie inductive : il existe toujours une inductance mutuelle entre deux circuits voisins. Ainsi, un courant variable dans un circuit induit un courant parasite dans l'autre. Il se traduit par le modèle de l'inductance mutuelle.

### I.2.3.2. Les couplages en champ lointain

Les deux derniers couplages concernent la zone de champ lointain, traduisant par cela le fait qu'il n'existe pas de perturbation mutuelle possible. Le transfert d'énergie est donc unidirectionnel, de la source vers la victime. Cela n'interdit pas des allers-retours entre les systèmes (par réflexions multiples comme dans le cas d'un radar par exemple) mais les effets ne sont alors pas « instantanés ». On retrouve :

- le couplage champ à fil : l'onde électromagnétique illumine un brin de conducteur et crée à sa surface un courant. Le caractère haute impédance du circuit permet de récupérer une tension à l'image de ce courant. C'est sur ce principe que sont réalisées les antennes fouet. La mesure s'appuie sur les propriétés de couplage de la composante électrique du champ.
- le couplage champ à boucle : c'est la même chose sauf que cette fois, la victime est une boucle de conducteur. Le courant induit est proportionnel à la surface de la boucle et à la fréquence. Selon que la boucle est en court-circuit ou impédante, on récupère un courant ou une tension variable. Dans ce cas, la composante magnétique du champ entre en jeu.

### I.2.3.3. Conclusion sur les couplages

Ainsi, dans les couplages diaphoniques, l'accent est mis sur la nature du champ d'interaction. Un champ électrique est à l'origine d'une diaphonie capacitive, un champ magnétique, inductive. Pour la seconde famille de couplages, par contre, c'est la structure de la victime qui est à l'origine de la distinction, l'onde étant électromagnétique. Tout cela est bien en accord avec les propriétés des champs liées à la nature de leur source énoncées dans l'étude de la limite CP/CL précédente. On retiendra que ce n'est que dans le cas des diaphonies qu'un couplage peut modifier la source et que ce sont les structures qui permettent de départager le cas d'un couplage fort ou faible.

## I.2.4. Première remarque sur la CEM rayonnée en électronique de puissance

Cette présentation du contexte de la CEM rayonnée a permis de préciser certaines propriétés des champs électromagnétiques. Entre autres, on comprend mieux maintenant pourquoi les communautés « haute fréquence » et « basse fréquence » existent et se distinguent à travers le découpage champ proche / champ lointain.

En conséquence, les outils développés sont naturellement différents à l'instar de la structure des champs qui s'y déploient, si bien que les préoccupations se distinguent. Les uns, en basse fréquence, vont plutôt traiter des problèmes d'échange d'énergie aux travers des couplages inductifs. Les sources de champ magnétique étant plus simples à réaliser (lié à la conduction des porteurs de charge libres dans les conducteurs), le couplage capacitif y est plutôt traité comme une perturbation dont il faut se prémunir. Les autres, en HF, du fait de la nature ondulatoire des champs électromagnétiques en propagation, vont plutôt échanger des signaux d'information. La structure des ondes leur permet même parfois de réutiliser les outils de l'optique géométrique [CON 05].

Ce distinguo est avant tout une question d'espace. En basse fréquence, nous sommes pratiquement toujours en zone de champ proche. En effet, la longueur d'onde est inversement proportionnelle à la fréquence :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{300}{F} \tag{I.11}$$

où :

- $\lambda$ est la longueur d'onde en mètre,
- $c$, la vitesse de la lumière
- $f$, la fréquence en Hz et $F$, en MHz.

Ainsi, pour fixer les idées, la longueur d'onde à 1 MHz est de 300 mètres, mettant la limite champ proche / champ lointain à environ 50 mètres, ce qui rend les phénomènes de propagation souvent non significatifs en génie électrique. Cette fréquence a longtemps représentée une limite maximale dans notre domaine des courants forts. Néanmoins, la difficulté que rencontre actuellement notre communauté réside dans le fait que les techniques modernes de conversion d'énergie font appellent à la commutation d'interrupteurs de puissance. Les fréquences typiques de hachage sont de l'ordre de la dizaine de KHz. Les progrès techniques aidant, la raideur des fronts ainsi que la puissance commutée va en augmentant. Ainsi les perturbations électromagnétiques accompagnent ce mouvement : leur spectre s'étend plus haut en fréquence et leur niveau plus haut en intensité. Aussi, aujourd'hui, on considère que les perturbations liées à la commutation de la puissance s'étendent jusqu'à la centaine de mégahertz. La longueur d'onde n'est alors plus que de 3 mètres et rend donc la zone de champ lointain à portée de main (0,5 m). Il devient alors impératif de comprendre et traiter ces nouveaux phénomènes, à la frontière entre le CP et le CL.

Du point de vue des sources, dans cet exposé, nous avons supposé explicitement qu'elles étaient ponctuelles par rapport à la longueur d'onde. Or, il existe des contextes où les

dimensions de l'objet rayonnant ne sont pas négligeables vis-à-vis de λ. C'est le cas typique du domaine des antennes mais aussi, dans nos applications, lors de l'association variateur de vitesse et câble de la charge [AIM 09]. Qu'en est-il dans le cas où nous limitons notre étude aux systèmes de l'électronique de puissance seuls ? Dans la gamme des fréquences visées, la plus courte longueur d'onde est de 3 mètres (à 100 MHz). L'objet à caractériser doit donc avoir sa dimension la plus grande inférieure à 0,5 m. Cette condition devrait être réalisée. A titre d'exemple, un variateur de vitesse de 3 kVA a typiquement sa plus grande dimension autour de 0,3 m. Nous nous baserons sur cette dimension caractéristique de la source dans tout le reste du manuscrit. Ainsi, nous considérerons que l'approximation en champ proche est suffisante pour décrire les phénomènes intervenant dans les structures. La plupart des résultats de ce travail repose sur cette approximation, même si, à l'évidence, les structures qui nous intéressent ont certainement des comportements en émission beaucoup plus complexe.

Enfin, concernant nos besoins de caractérisation, deux arguments vont dans le sens de la mesure en champ proche. D'une part, pour des raisons de bon sens : la limite CP/CL varie entre 5 km et 0,5 m (pour la bande 9 kHz – 100 MHz). La mesure en CL n'est donc pas à notre portée. Le second argument provient de l'information contenu dans les champs : les composantes présentes dans la zone réactive sont responsables des interactions à l'étude (couplage inductif et capacitif entre convertisseurs statiques). Or, l'expression des champs en zones CP/CL a montré que la nature de la source n'était plus disponible en CL. Etant indispensable pour déterminer la nature des couplages, la mesure doit donc être faite en CP, à l'endroit où l'on dispose de ces informations. La difficulté réside dans le fait que, justement, les couplages peuvent être importants dans cette zone. La promiscuité avec un système de mesure peut perturber l'Equipement Sous Test (EST) et donc modifier notablement la source à caractériser. Il faudra donc regarder précisément ce point. Cela ne pourra être abordé que lorsque la géométrie du capteur sera déterminée, au chapitre IV (page 171).

## I.2.5. Les moyens d'essais pour la mesure des émissions rayonnées

La méthode de résolution d'un problème inverse s'appuyant sur la mesure des champs générés par les systèmes, il peut être intéressant de regarder les moyens d'essais normatifs à disposition même si ceux-ci n'ont généralement pas vocation à résoudre le dit problème.

Il en existe une grande diversité. Ils sont mis à la disposition des manipulateurs pour caractériser le champ généré par les appareils électriques à homologuer. L'idée directrice est de maîtriser l'environnement électromagnétique de l'appareil. La norme ([NFE1 07] et [NFE2 07]) les décrit pour des mesures dans la bande allant de 9 KHz à 1 GHz. Ces environnements maîtrisés doivent permettre d'assurer des résultats de mesures valides et reproductibles du champ perturbateur produit par le dispositif. Nous n'allons pas présenter ici l'ensemble de ces dispositifs, cette présentation étant reportée en dans les annexes du chapitre I (page 225). Nous pouvons simplement citer les différents principes:

- Mesure sur site en champ libre
- Mesure en cage de faraday munie d'absorbant (ou chambre anéchoïque)
- Mesure en Chambre Réverbérante à Brassage de Mode (CRBM)
- Mesure en Cellule Transverse ElectroMagnétique (Cellule TEM)

- Mesure avec le système LLA (Large Loop Antennas)

Un tableau indiquant les bandes de fréquence de travail des différents moyens d'essais est présenté en Figure I.5. A la vue de ce tableau, plusieurs remarques s'imposent : les systèmes en champ libre et en chambre anéchoïque ne sont pas réellement dédiés à la mesure des phénomènes basse fréquence (sous 1 Mhz), or, comme exposé précédemment, nos préoccupations portent aussi sur la bande de fréquence basse, à partir de 9 kHz. Même si évidemment de telles techniques peuvent quand même être utilisées, elles n'en demeurent pas moins certainement surdimensionnées par rapport à notre problématique. Le moyen d'essais cellule TEM semble convenir. Malheureusement comme expliqué en annexe, il ne donne accès qu'à la densité de puissance généré par l'EST, ce qui demeure insuffisant pour atteindre nos objectifs. Par contre, sur le tableau apparaît le moyen d'essais LLA. Nous remarquons qu'il possède une bande de fréquence de fonctionnement allant de 9kHz à 30MHz qui est donc bien adaptée à l'électronique de puissance. Et, en effet, ce capteur va devenir la pierre angulaire de ce travail. La dernière partie de ce chapitre lui étant consacré, nous ne donnerons pas de détails supplémentaires pour le moment.

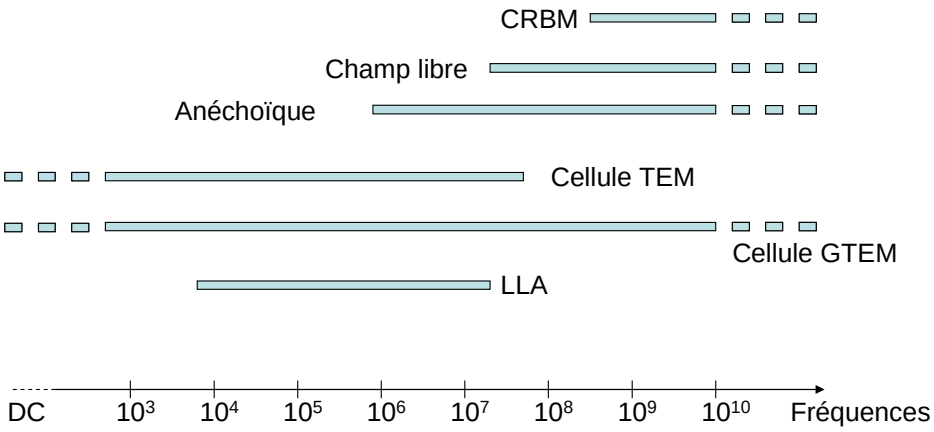



Figure I.5. Bandes de fréquence de travail des différents moyens d'essais.

Le contexte de résolution de notre problème inverse étant précisé, la suite s'attache à décrire son cheminement. S'il propose une alternative pertinente aux difficultés liées à la résolution d'un problème direct (des structures de source, on en déduit les champs), il en introduit néanmoins de nouvelles, que nous allons détailler.

## *I.3. Résolution d'un problème inverse*

### I.3.1. Introduction

Les différentes étapes de la résolution d'un problème inverse sont rappelées sur la Figure I.6; description adaptée maintenant à notre problématique. Tout d'abord, il demande la mise en place d'une démarche expérimentale complète pour obtenir les signatures des champs électromagnétiques étudiés. C'est l'étape d'expérimentation. Ensuite, des outils mathématiques divers sont nécessaires afin d'extraire les informations issues de la mesure et de déterminer les paramètres d'un modèle. C'est l'étape d'identification. Enfin, l'étape d'extrapolation va permettre de donner une image des champs que l'on cherche à

caractériser, bien au delà des endroits où sa mesure a été faite, dans la limite de validité du modèle utilisé. Pour cela, on réinjecte les paramètres identifiés dans le modèle de source équivalente. En amont de ces trois étapes, car il les conditionne, le choix d'un modèle adapté à la problématique fait appel à la compréhension physique des phénomènes en jeu. C'est l'étape primordiale de la modélisation.

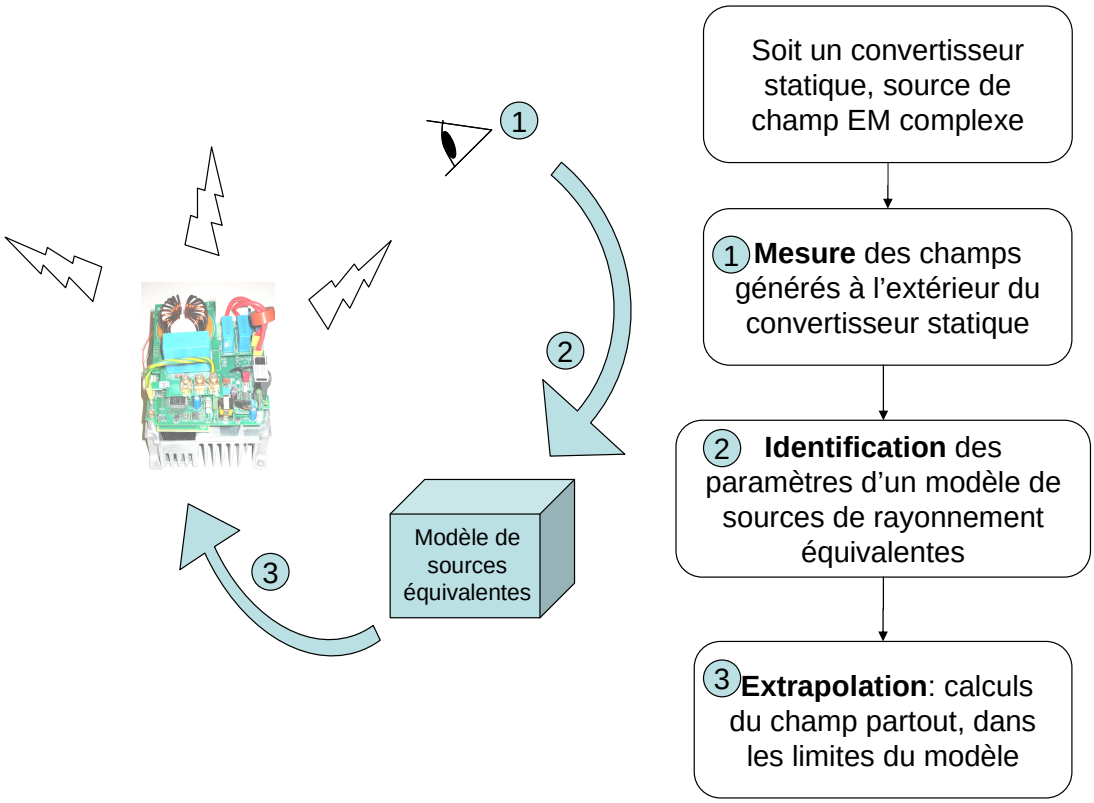



Figure I.6. Processus de résolution du problème inverse pour notre application

Nous commençons donc par préciser le modèle sur lequel va s'appuyer toute notre étude : le développement multipolaire. Nous verrons qu'il possède de nombreux avantages adaptés à notre problématique. Cette représentation est compacte et permet l'évaluation précise des interactions à distance. En outre, le nombre de paramètres inconnus est directement lié à la complexité du dispositif à modéliser et à la précision requise et non à la taille du dispositif. Autre atout d'importance, la communauté du génie électrique a déjà travaillé sur ce modèle, comme précisé dans l'introduction générale.

Le choix du modèle et l'étape d'inversion ne peuvent pas être totalement déconnectés de la réalité de la source à l'étude. En effet, l'approche « boîte noire » intégrale (on ne sait rien de la source en question) rend plus difficile la résolution du problème. Nous avons besoin de quelques informations sur la source (issues de l'analyse du problème direct) pour préciser les caractéristiques du modèle choisi. Par contre, ces informations doivent rester génériques à l'ensemble des sources que sont les convertisseurs statiques afin de ne pas trop particulariser l'objet étudié. Nous présentons donc une brève analyse générique des sources de champ magnétique générées par ces modules de l'électronique de puissance.

Enfin, nous présentons la démarche complète de résolution d'un problème inverse. C'est l'occasion de rappeler quelques outils mathématiques utilisés au moment de l'identification des paramètres du modèle de source équivalente. Nous comparons deux modèles couramment utilisés dans la communauté du Génie électrique. L'objectif ici est de montrer l'intérêt de traiter le problème avec un modèle plutôt qu'un autre. En outre, la comparaison permet également de montrer que quelque soit le modèle, la résolution et les outils mathématiques associés restent complexes à manipuler. Ce point apparaissant comme contradictoire avec nos objectifs de simplicité recherchés, nous verrons en conclusion comment on peut l'éviter.

## I.3.2. Choix du modèle : le développement multipolaire

### I.3.2.1. Introduction

Lors de l'étude du rayonnement de la boucle de courant, nous avons précisé qu'il fallait se placer à une certaine distance de la source pour valider les développements des champs proposés, et, ainsi, confondre la boucle avec le dipôle magnétique. Des éléments ont été négligés, provenant du fait que, en réalité, ce dipôle n'est que le premier échelon d'un modèle plus global : celui du multipôle magnétique. Il est la source du développement multipolaire de **B**. Ce dernier correspond à un développement en série du champ magnétique. Le cas du brin de courant est analogue ; il possède un équivalent électrique, le multipôle électrique, dont le développement multipolaire associé a globalement la même structure que dans le cas magnétique [JAC 98]. Nous n'abordons dans ce manuscrit que la description du multipôle magnétique. Des allusions à son homologue électrique apparaîtront dans les chapitres II et IV, sous forme de perspective de travail à ce moment là. Ce choix de source sera justifié immédiatement après par l'analyse des phénomènes électromagnétiques intervenant dans un convertisseur statique d'électronique de puissance.

La présentation suivante n'est qu'une première étape, une introduction permettant de donner une image physique de ce modèle. Néanmoins, cette description est déjà particularisée au cas de la zone de champ proche même si les écritures ne l'explicitent pas. Pas ou peu de descriptions mathématiques du modèle ne sont détaillées. Ces détails seront abordés dans le chapitre II (page 100).

### I.3.2.2. Limites de validité

Le développement multipolaire correspond à un développement en série pour décrire la répartition du champ dans l'espace. Ce développement est valide dès que l'on a besoin d'exprimer le champ créé par des sources dans une zone qui ne les contient pas. La Figure I.7.a décrit cette situation. Dans un repère de coordonnées sphériques, les sources, au centre du repère, sont toutes contenues à l'intérieur d'une sphère limite dite sphère de validité. La convergence de la série décrivant le champ est assurée si son point d'expression est à l'extérieur de cette sphère. Or, notre problématique se prête très bien à cette contrainte puisque toutes les sources sont localisées dans le volume limité du convertisseur de puissance. Le rayon de la sphère correspond donc à la moitié de la plus grande dimension de l'objet à l'étude si celui-ci est centré dans le repère.

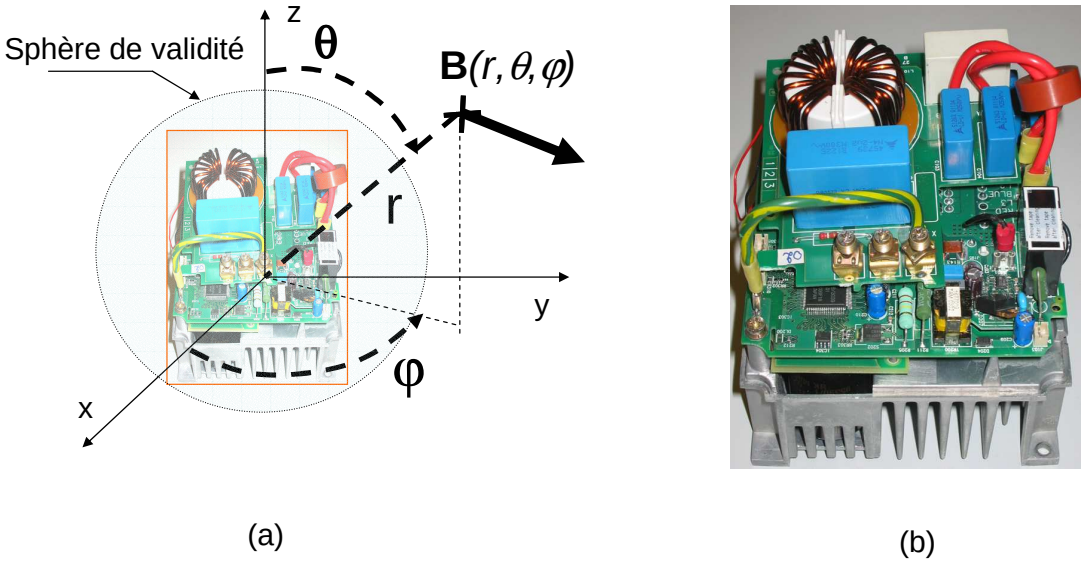



Figure I.7. (a) Définition du repère et de la sphère de validité du développement multipolaire. (b) Un variateur de vitesse type

### I.3.2.3. Présentation et organisation du développement

Ainsi, le champ magnétique **B** généré par le variateur de vitesse sur la Figure I.7.b aussi complexe soit il, peut être décrit comme la somme de composantes élémentaires $\mathbf{B}_{nm}$ telles que :

$$\begin{aligned}\mathbf{B} = {} & \mathbf{B}_{10} + \mathbf{B}_{11} + \mathbf{B}_{1-1} \\ & \mathbf{B}_{20} + \mathbf{B}_{21} + \mathbf{B}_{2-1} + \mathbf{B}_{22} + \mathbf{B}_{2-2} \\ & \mathbf{B}_{30} + \mathbf{B}_{31} + \mathbf{B}_{3-1} + \mathbf{B}_{32} + \mathbf{B}_{3-2} + \mathbf{B}_{33} + \mathbf{B}_{3-3} \\ & + \ldots + \mathbf{B}_{nm} + \ldots\end{aligned} \qquad \text{(I.12)}$$

Le développement peut comporter une infinité d'ordre $n$ (il existe des descriptions qui nomment $n$, le degré et $m$, l'ordre). Dans (I.12), ils correspondent au premier indice de chaque composante vectorielle. Ici, seuls les trois premiers ordres apparaissent, regroupés par ligne. Chaque ordre contient $2n+1$ degrés ou composantes. Ils sont repérés à l'aide de l'indice $m$. La façon dont on les numérote tient du fait que les degrés sont, pour chaque ordre $n$, contenus dans l'intervalle $[-n ; +n]$.

Par exemple, l'ordre $n = 1$ est complètement décrit par les trois composantes $\mathbf{B}_{1m}$ qui sont exactement générées par les trois dipôles classiques dirigés selon les axes $x$, $y$ et $z$ (une représentation est proposée Figure I.23, page 69) : la première ligne décrit donc le comportement dipolaire de la source de champ **B**. Pour cet ordre seulement, la description des degrés reste simple. Le degré $m = 0$ coïncide avec la composante $m_z$ du dipôle. Le degré $m = 1$ correspond quant à lui à $m_x$ et $m = -1$ à $m_y$.

L'ordre $n = 2$, la seconde ligne dans (I.12), caractérise le comportement quadripolaire du champ. Les sources lui correspondant sont des quadripôles.

La troisième ligne ($n = 3$) décrit les composantes octopolaires du champ, créées par des octopôles, etc.

## I.3.2.4. Lien avec les sources multipolaires et représentation équivalente

Le lien entre les développements mathématiques et le sens physique que l'on a de ces sources est aisé avec le premier ordre. Au delà d'une certaine distance (classiquement estimée à environ deux à cinq fois son rayon ; nous y reviendrons dans le chapitre II), la boucle de courant est assimilable à un dipôle qui génère le premier ordre du développement multipolaire. Cette image pratique est plus délicate à faire avec les ordres supérieurs : comment donner des images physiques équivalentes et simples de ces sources quadripolaires et octopolaires ? Un travail remarquable [WIK 85] propose une extension de l'analogie graphique entre le dipôle et la boucle de courant aux ordres supérieurs. Elle reste simple puisque n'introduit pas de nouveaux objets physiques mais se contente de composer ensemble des boucles de courant. Sur la Figure I.8 (2ième et 3ième lignes) sont exposés deux exemples types. Un des quadripôles (celui dirigé selon l'axe z) qui génère la composante $\mathbf{B}_{20}$ peut être vu comme l'association de deux dipôles $\mathbf{m}_z$ tête bêche et équidistants du centre. Le décalage entre ces dipôles est d'axe *z* et de valeur *d*. Pour l'octopôle correspondant à $\mathbf{B}_{30}$, on a besoin d'un dipôle $\mathbf{m}_z$ centré et d'intensité double de deux autres dipôles axiaux, de même sens mais opposés à celui du centre. Il est clair que cette approche est intéressante mais peut difficilement rendre compte des sources d'ordre supérieur à $n = 3$, vue la complexité croissante des configurations.

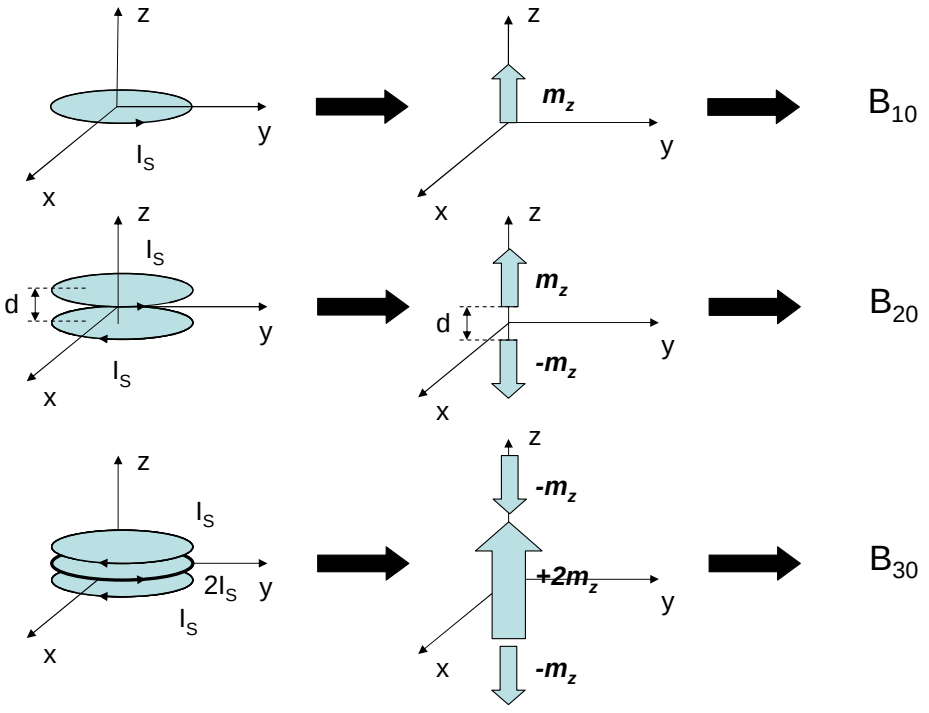



Figure I.8. Exemple de composition de dipôles pour la formation d'un quadripôle et d'un octopôle. Ces composantes sont les sources des $\mathbf{B}_{nm}$

On donne, sur la Figure I.9, toutes les sources permettant de générer complètement l'ordre 1 et 2 du développement multipolaire. Ainsi, cette construction graphique précise efficacement la nature multipolaire d'une source, en tout cas pour ses trois premiers ordres, à l'aide des seuls dipôles.

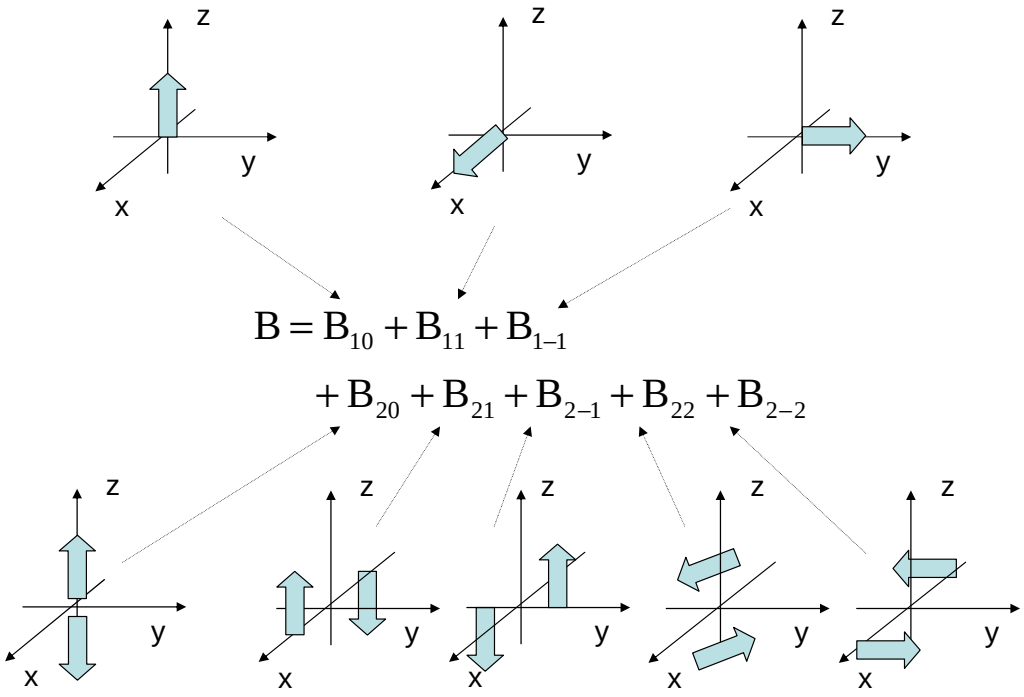



Figure I.9. Définition des sources des deux premiers ordres (dipôles et quadripôles) du développement multipolaire à l'aide des dipôles

## I.3.2.5. La hiérarchie des ordres : compacité du modèle

Une propriété importante de ce modèle en zone de champ proche est ce qu'on peut appeler « la hiérarchie des ordres ». En effet, dans l'expression du champ **B**, les composantes à l'ordre *n* décroissent comme $1/r^{(n+2)}$. Cette caractéristique est masquée ici du fait qu'on n'a pas détaillé l'écriture du développement, mais cela ne devrait pas affecter le propos. Au fur et à mesure qu'on s'éloigne de la source, l'influence relative des ordres décroît. Suffisamment loin de la sphère de validité mais toujours dans la zone de champ proche, les trois composantes dipolaires suffisent à caractériser le comportement de la source. Cette propriété du modèle est particulièrement intéressante puisqu'elle induit une certaine compacité. Au plus loin de la source, trois paramètres vont suffire à rendre compte de son comportement magnétique ; un peu plus près, les cinq composantes de l'ordre 2 vont devenir nécessaires…Nous pouvons alors parler de « source d'ordre *N* », l'ordre étant l'indice *N* du dernier terme de la série non négligeable. Ceci est symbolisé sur la Figure I.10 par des zones d'influences concentriques à la source.

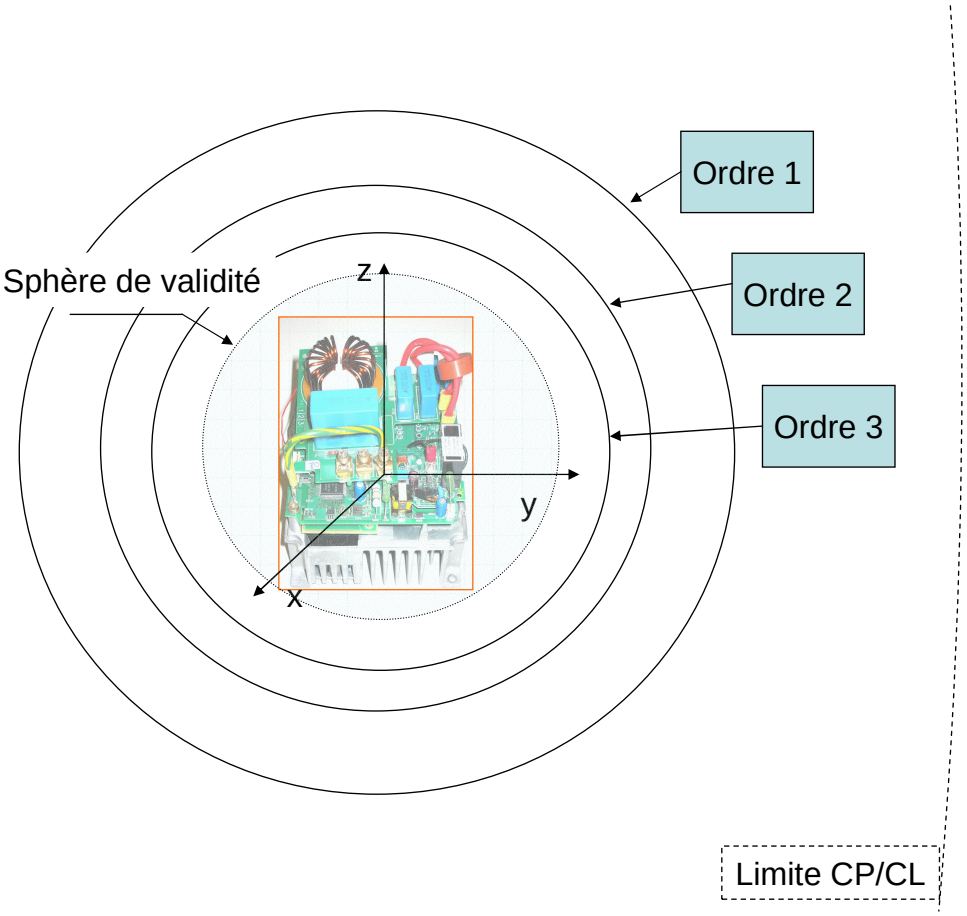



Figure I.10. Exemple des domaines d'influence des ordres de la source en fonction de la distance au centre

### I.3.2.6. Conclusion sur le modèle du développement multipolaire

Cette description rapide permet d'appréhender l'approximation faite sur la boucle de courant. En réalité, son multipôle magnétique équivalent est riche en ordre. Par contre, dès que l'on s'éloigne un peu de cette source, les ordres d'indice les plus importants voient leur participation à la construction du champ **B** diminuer fortement. Ainsi, très vite, l'approximation du champ magnétique de la boucle par sa seule composante dipolaire devient correcte. Néanmoins, les boucles de courants abritées par les convertisseurs statiques peuvent être de dimension importante, si bien qu'il est difficile de placer un dispositif de mesure à une distance suffisante pour remplir cette condition d'approximation. Il est alors nécessaire pour mieux décrire le phénomène, de prendre en compte des composantes d'ordre plus élevé, de passer d'un modèle d'ordre 1 à un modèle d'ordre 2 ou même 3 si besoin. Cette idée est emblématique de la stratégie adoptée dans ce travail.

D'autres avantages de ce modèle vont être mis en valeur dans la suite de cette présentation.

## I.3.3. Problème direct : analyse générique des sources électromagnétiques des convertisseurs statiques

La modélisation du rayonnement des convertisseurs statiques reste du domaine de la recherche. Dans le détail, les modes de fonctionnement différents des convertisseurs statiques peuvent engendrer des perturbations d'intensité variée selon les types de convertisseurs. Néanmoins, nous nous contentons ici d'observer les caractéristiques communes de structures de ces systèmes. Leur fonctionnement est basé sur la commutation d'interrupteurs permettant de moduler la puissance. Dans la bande de fréquence étudiée, c'est principalement ce phénomène d'ouverture et de fermeture des interrupteurs et leurs conséquences qui sont la source des champs électromagnétiques.

### I.3.3.1. Le type de sources électromagnétiques

Quel type de source, haute ou basse impédance, domine dans la structure ?

#### *I.3.3.1.1. Sources hautes impédances*

L'émission en champ électrique est principalement issue de tous les conducteurs rattachés aux semi-conducteurs de commutation, non reliés à la masse, et excités par des variations temporelles de tension. Cette structure de source peut alors s'apparenter au rayonnement du dipôle élémentaire électrique [PUZ 92]. Néanmoins, la quantification de ces phénomènes est loin d'être évidente, d'autant plus que nous manquons d'outils pour le faire. En effet, la communauté du Génie Electrique travaillant le plus souvent dans un contexte de fort courant, maîtrise bien mieux les phénomènes magnétiques liés à la circulation des courants de charge. Ainsi, en règle générale, l'attitude adoptée est de négliger ces sources à haute impédance vis-à-vis des sources de basse impédance. En ce sens, la corrélation forte entre le spectre du courant de mode commun et celui du champ électrique lointain [AIM 09] semble confirmer que nous sommes essentiellement en présence de ce type de sources. En conséquence, dans un premier temps, nous faisons l'hypothèse forte du caractère négligeable des sources de hautes impédances. Mais nous reviendrons sur cette question au chapitre II, section II.2.2.3 (page 91).

#### *I.3.3.1.2. Sources bases impédances*

L'émission en champ magnétique provient de toutes les boucles de courant. Elles sont excitées par des courants évoluant dans la structure. Ils sont de deux types distincts : les courants de mode commun et différentiel, schématisés sur la Figure I.11. Leur nature, bien différente, implique qu'ils n'empruntent pas les mêmes chemins dans le convertisseur.

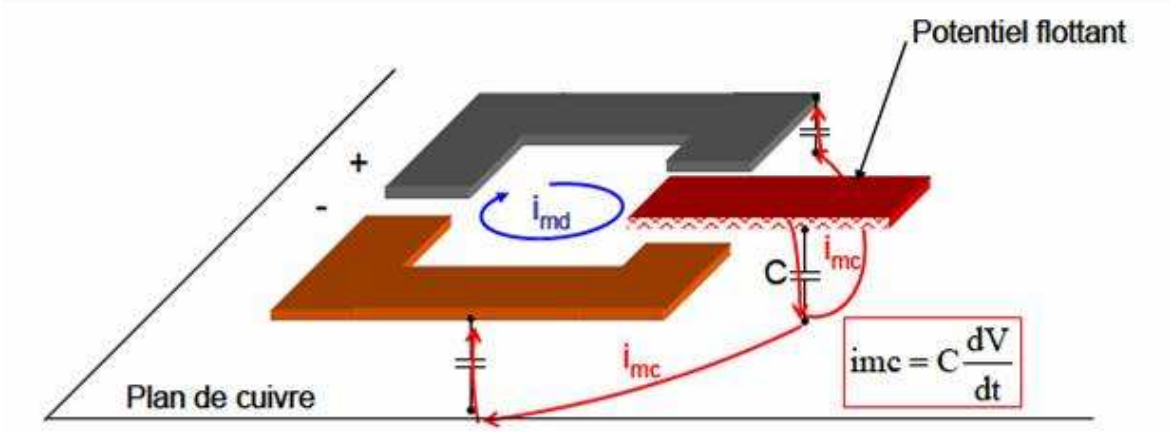



Figure I.11. Les courants de mode commun et différentiel et leur propagation dans la structure [AIM 09]

Le courant de mode différentiel, $i_{md}$, est restreint aux conducteurs, pistes de cuivre du circuit imprimé généralement placé à la surface du parallélépipède (en bleu sur la Figure I.11). Il est donc facile d'identifier les boucles empruntées par ces courants, dessinées par la topologie du circuit.

Pour les courants de mode commun (en rouge sur la Figure I.11), la situation est plus compliquée. Ils prennent leur source au niveau des potentiels flottants de la structure. Par application d'une variation temporelle de la tension aux bornes de la capacité parasite réalisée entre les pistes de cuivre et le plan de masse de la structure. Ce sont donc des boucles qui se forment plutôt dans la profondeur du dispositif, perpendiculairement au plan de masse.

Ce dernier est systématiquement présent dans les modules (Figure I.12). Sa fonction est multiple : semelle rigide dans un boîtier plastique, il permet la tenue mécanique de l'ensemble de la structure ; conducteur thermique présent sur toute une face du produit, il tient aussi le rôle de radiateur. Dans le cadre normatif, la maîtrise des phénomènes impose systématiquement la présence d'un plan de cuivre (plan de référence) sous la structure lors de la caractérisation. Enfin, c'est justement pour réduire le champ généré par ces appareils qu'il est utilisé, quelque soit les autres fonctions qu'on lui assigne [FES 96].

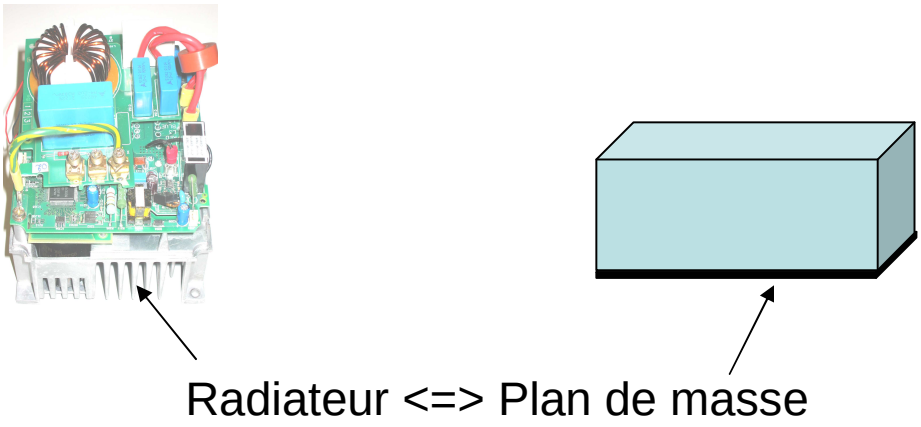



Figure I.12. Le radiateur est assimilable à un plan de masse

#### *I.3.3.1.3. Importance de la topologie des boucles*

Les topologies de boucles dans les structures sont principalement de formes carrée ou rectangulaire. Quel lien, dans le sens de source de champ magnétique, peut être établi entre la boucle de rayonnement élémentaire et l'ensemble des ces topologies ?

La référence [COC 02] compare le champ magnétique crée par ces topologies de boucles et celui généré par le dipôle magnétique élémentaire. Pour une boucle carrée, il montre très clairement qu'à une distance supérieure à deux fois le coté, les amplitudes du champ **B** sont identiques à 10% près. Dans le même ordre d'idée, l'équivalence avec les boucles rectangulaires est aussi montrée, sachant qu'en général, les dimensions largeur/longueur sont assez équilibrées sur les circuits imprimés.

En fait, cela rejoint une remarque précédente : l'équivalence entre le champ magnétique du dipôle et une boucle de courant est correcte au-delà d'une certaine distance, et ce quelle que soit la forme de la boucle.

#### *I.3.3.1.4. Bilan sur les sources*

Nous faisons donc l'hypothèse forte que l'on peut assimiler le rayonnement principal des convertisseurs statiques à des sources de champs magnétiques. Elles sont différemment agencées dans la structure, mais on a vu qu'elles suivaient surtout deux tendances : des distributions sur le circuit imprimé (dans le plan du système, placé généralement en haut), et perpendiculaires au plan de masse. Nous précisons ces tendances dans la suite.

### I.3.3.2. Effet du plan de masse

La présence du plan de masse a une conséquence importante sur la structure des boucles de courant. Cette étude permet d'anticiper l'ordre de la source de notre multipôle équivalent de la structure.

#### *I.3.3.2.1. Cas des boucles latérales*

Tout d'abord, sur la Figure I.13, on voit que le plan de masse permet la création de boucles perpendiculaires au plan. Elles sont propres au mode commun, constituées par les capacités parasites entre les pistes et ce plan conducteur. Ainsi, un dipôle latéral est constitué.

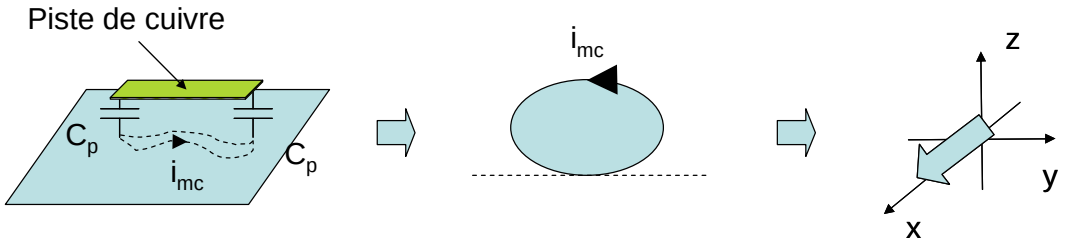



Figure I.13. Rôle du plan de masse dans la création d'une boucle de courant perpendiculaire

#### *I.3.3.2.2. Cas des boucles horizontales*

Ensuite, on étudie le cas des boucles horizontales, parcouru par les courants de mode différentiel. Dans ce cas, il est intéressant d'appliquer le théorème des images. Le plan de masse est censé être de dimension infinie, plan et parfaitement conducteur pour valider

rigoureusement l'application de ce théorème. Néanmoins, sa présence sur l'ensemble de la structure permet de donner une idée de son effet sur les sources [ROUD 04].

Sur la Figure I.14 apparaît une boucle de mode différentiel au dessus du plan de masse. Le théorème des images permet très schématiquement d'identifier cette association comme étant équivalente à une composante du quadripôle.

Ceci reste très approximatif ; il se peut que la symétrie ne soit pas complètement assurée. Mais dans ce cas, on peut supposer que la conséquence consisterait en l'ajout une composante dipolaire résiduelle. Ainsi, l'association pistes de cuivre et plan de masse fournirait une composante dipolaire (résiduelle) et quadripolaire d'axe *z*.

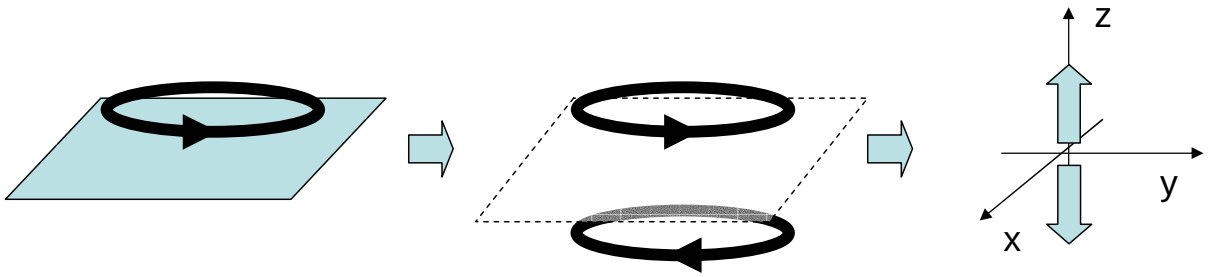



Figure I.14. Effet d'un plan de masse sur une boucle de courant coplanaire

### I.3.3.3. Conclusion de l'analyse générique : seconde remarque sur la CEM rayonnée en électronique de puissance

Nous avons vu que les sources de champ sont majoritairement de type basse impédance. De plus, l'étude de l'effet du plan de masse a permis de dégager une tendance sur les composantes du multipôle magnétique. Il semblerait qu'elles soient plutôt de type dipolaire et quadripolaire. Il est difficile d'aller plus loin dans l'estimation des ordres du multipôle équivalent, mais ces estimations constituent déjà une approche intéressante.

D'autres sources de champ peuvent être comptabilisées. Les circuits d'électroniques numériques (la commande du convertisseur) peuvent aussi être une source importante de rayonnement électromagnétique. Ils fonctionnent à des cadences égales ou multiple de celle des interrupteurs mais possède des fronts de tension beaucoup plus importants. Ils sont donc générateurs de courant de mode commun et on peut estimer qu'ils vont donc participer au moment dipolaire latéral. Les circuits d'horloge ont des cadences plus élevées, ils participent donc plutôt à des perturbations dont la fréquence sort de notre domaine d'étude, au-delà de la centaine de mégahertz.

Enfin, on peut aussi noter systématiquement la présence de composants analogiques remplissant une fonction de filtrage, comme des condensateurs et au moins un élément magnétique bobiné. En effet, le filtre de mode commun placé à l'entrée des convertisseurs est composé, entre autre, d'une forte inductance bobinée sur un tore magnétique. Elle peut être, elle aussi, assimilée à une source d'ordre 1 et 2. D'ailleurs, nous travaillerons avec un modèle numérique de cet élément en section II.5 (page 124).

Pour conclure, en zone de champ proche, on peut faire l'hypothèse que s'il existe des sources d'ordre supérieur à deux, de par la décroissance des ordres, elles participent peu au champ rayonné. D'après le modèle du développement multipolaire, la présence majoritaire

des ordres 1 et 2 implique donc le besoin de connaître 8 composantes du multipôle magnétique équivalent en tout (3 pour $n = 1$ et 5 pour $n = 2$).

## I.3.4. Résolution comparée d'un problème inverse

### I.3.4.1. Introduction

Le choix du modèle et celui de ses paramètres sont déterminants pour la conduite de la résolution du problème inverse. Afin de mettre en perspective celui du développement multipolaire, nous proposons de mener la discussion en nous appuyant sur deux types de modèles, a priori assez proches :

- champ(s) de dipôles élémentaires,
- Le multipôle magnétique équivalent.

Ces deux modèles sont couramment utilisés car, d'une part, le calcul du champ correspondant à ces sources est bien connu, et, d'autre part, ils permettent, grâce au théorème des images, de prendre en compte simplement la présence systématique d'un plan de masse dans les systèmes.

### I.3.4.2. Champs de distribution de dipôles élémentaires

#### *I.3.4.2.1. Position du problème*

Le premier modèle correspond à un champ de dipôles élémentaires (électriques et/ou magnétiques) disposés sur un plan ou même une superposition de plan. Le choix du support est suggéré par la topologie du système étudié. Ce type de modèle de sources équivalentes est d'usage courant. On l'utilise dans le domaine des antennes, afin, à partir de mesures en zone de champ proche, de déduire le diagramme de rayonnement des structures [SIJ 05]. Cela revient à réaliser une transformation du rayonnement en champ proche vers le champ lointain. Dans le contexte de la CEM, on l'utilise pour caractériser le rayonnement de cartes électroniques (objet 2D) avec un seul plan [VIV 07] ou de convertisseurs statiques (objets ayant plus de profondeur du fait, entre autre, de la présence d'un plan de masse qui leur confère une topologie 3D), à l'aide d'un ou plusieurs plans ([BEG 09] et [AOU 08]). Dans tous ces cas, le moyen de mesure est un système automatisé permettant de faire des cartographies 2D des champs sur des plans positionnés au-dessus des structures. Un seul capteur (sonde de mesure de champ électrique ou magnétique) est utilisé. Il est de dimension électrique faible par rapport à la longueur d'onde si bien que la mesure du champ est considérée comme ponctuelle [BAU 05]. On peut noter également des cas ou l'objet étudié n'est pas simplement de forme parallélépipédique. Quoi qu'il en soit, la surface de projection coïncide avec l'objet. L'auteur [VUI 08] projette un champ de dipôle magnétique à la surface d'un sous-marin double coque et les points de mesure ne sont plus placés sur un plan mais épousent la géométrie de la structure.

Détaillons le cas où l'on a recours aux seuls dipôles magnétiques [BEG 09]. Pour un dipôle *i*, on peut définir les paramètres suivants :

- Son moment : dans un système de coordonnées cartésiennes, les moments dans les directions x, y et z, sont donnés par les complexes $m_x^i$, $m_y^i$, $m_z^i$ (dans le cas très

général où les courants qui les définissent ne sont pas en phase). On peut limiter les difficultés, dans un premier temps, en considérant uniquement les cas où ils sont réels (on ne pourra alors décrire que l'enveloppe efficace du champ, qui est le cas de la caractérisation du rayonnement en CEM normative). Dans ces conditions, trois paramètres réels sont nécessaires.

- Sa position sur le plan : $x^i$, $y^i$, $z^i$ sont les coordonnées cartésiennes du centre du dipôle. La position $z^i$ sur l'axe $z$ du plan étant généralement connue car il coïncide avec le circuit imprimé du système étudié, deux paramètres réels sont nécessaires ici.

Au total, cinq paramètres permettent de décrire ce dipôle magnétique.

Le champ **H** qu'il génère dans toutes les directions et quelque soit la distance (valable, donc, dans toutes les zones définies précédemment), s'écrit alors en coordonnées cartésiennes (c'est la forme généralisée de l'équation de la boucle magnétique pour les composantes magnétiques (I.2)) :

$$\mathbf{H}(\mathbf{R}^{ij},k) = F(R^{ij},k)\mathbf{m}^i - G(\vec{R}^{ij},k)(\mathbf{m}^i \cdot \mathbf{R}^{ij}) \cdot \mathbf{R}^{ij}, \tag{I.13}$$

où :

$$F(R^{ij},k) = \frac{k^2}{4\pi}\left(1 + \frac{j}{kR^{ij}} - \frac{1}{\left(kR^{ij}\right)^2}\right)\frac{e^{jkR^{ij}}}{R^{ij}}, \tag{I.14}$$

et :

$$G(R^{ij},k) = \frac{k^2}{4\pi}\left(1 + \frac{3j}{kR^{ij}} - \frac{3}{\left(kR^{ij}\right)^2}\right)\frac{e^{jkR^{ij}}}{R^{ij\,3}}, \tag{I.15}$$

avec : $k$ est le vecteur d'onde et $\boldsymbol{R}^{ij}$, le vecteur ($R^{ij}$, sa norme) entre le centre du $i^{ième}$ dipôle considéré et le $j^{ième}$ point de calcul du champ (Figure I.15). La fréquence de travail des sources est une donnée connue.

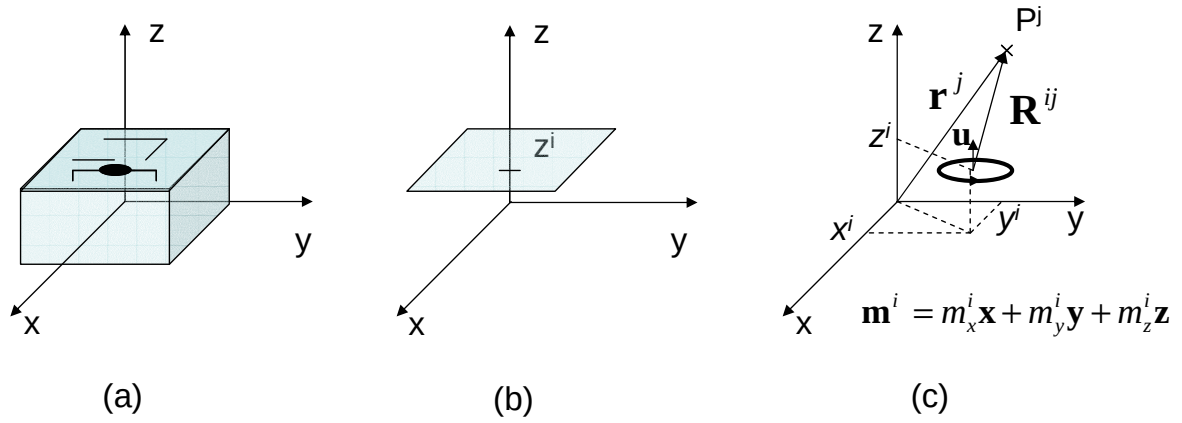



Figure I.15. (a) L'objet à modéliser (hacheur) et la position de son circuit imprimé en $z^i$. (b) le plan regroupant les dipôles magnétiques. (c). Définition des paramètres définissant le dipôle magnétique et la géométrie

Si la mesure est faite dans la zone de champ proche alors $kR^{ij} << 1$ et on peut simplifier par passage à la limite, les expressions de $F$ et $G$ en :

$$F(R^{ij}) = \frac{-1}{4\pi\left(R^{ij}\right)^3} \quad \text{et} \quad G(R^{ij}) = \frac{-3}{4\pi\left(R^{ij}\right)^5} \tag{I.16}$$

Nous somme donc capable d'exprimer au point $P^j$, le champ créé par l'ensemble des dipôles magnétiques situé sur le plan équivalent. Il faut noter que l'intérêt de la modélisation réside aussi dans le fait qu'il n'existe pas de couplage entre ces dipôles équivalents. Le champ $H_{mod}$ est issu de la somme des contributions des sources équivalentes telles qu'elles sont déterminées :

$$H_{\text{mod}}^{\,j} = \sum_{i=1}^{N} H_{\text{mod}}^{\,i}(P^j, k) \tag{I.17}$$

L'ensemble des paramètres à déterminer constitue un vecteur noté $X$ tel que :

$$X = \left(m_x^1, m_y^1, m_z^1, x_1, y_1, ..., m_x^N, m_y^N, m_z^N, x_N, y_N\right) \tag{I.18}$$

Il est de dimension 5 x $N$. Le choix du nombre de dipôles nécessaires ($N$) est bien sûr déterminant. Nous aborderons cette question dans les parties suivantes.

La démarche est résumée sur la Figure I.16 : il faut identifier toutes les composantes du vecteur $X$ de telle sorte que le champ reconstruit sur le plan de projection à l'aide des sources équivalentes soit le même que celui du plan de mesure. La sonde de champ magnétique est déplacée suivant les deux axes x et y. Le processus de mesure est généralement complètement automatisé (voir, par exemple, [BAU 05]). Le modèle est

valide pour une seule fréquence ; cette opération doit donc être réitérée pour chaque fréquence du spectre considéré.

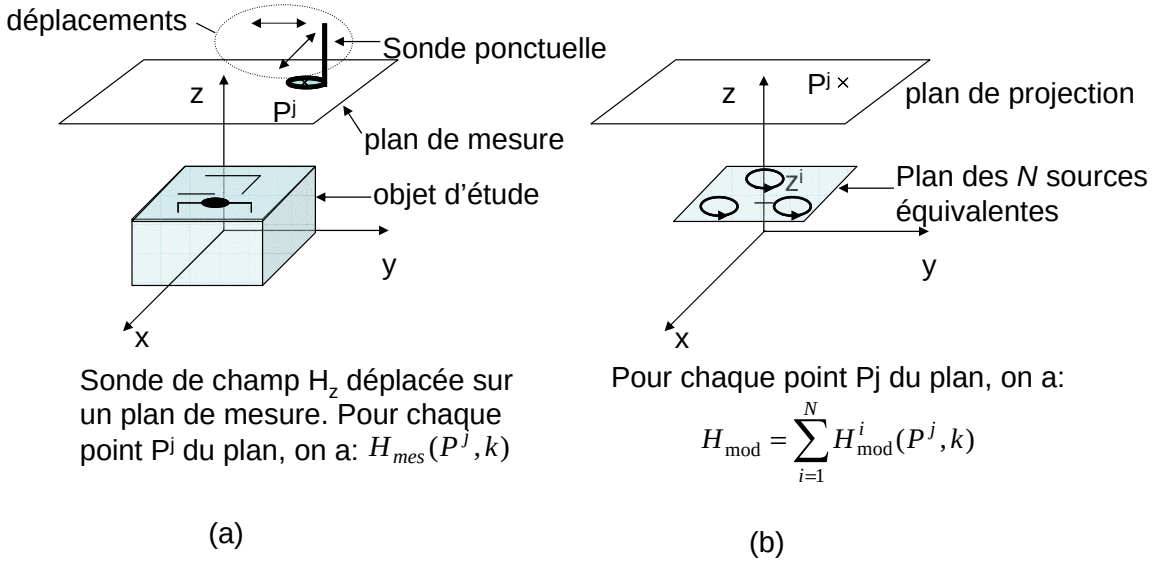



Figure I.16. Le champ obtenu par la mesure (a) et son modèle (b)

Le problème étant posé, le processus d'inversion peut commencer. Il reste néanmoins un point crucial à examiner : le choix de la position des sources équivalentes comme inconnue est déterminant dans la méthode d'inversion. En effet, l'équation (I.13) est une fonction non linéaire vis-à-vis de ce paramètre.

### *I.3.4.2.2. Méthode d'inversion : cas non linéaire*

Nous sommes alors devant un problème d'optimisation non linéaire. La résolution de ce problème peut être menée, par exemple, à l'aide d'un algorithme génétique. La fonction objectif *J* est définie comme :

$$J(X) = \sum_{j=1}^{L} \left\| \vec{H}^{\,j}_{mes} - \vec{H}^{\,j}_{\mathrm{mod}} \right\| \qquad \text{(I.19)}$$

où *L* est le nombre de points de mesure, $\vec{H}^{\,j}_{mes}$ est le champ mesuré en chaque point $P^j$, $\vec{H}^{\,j}_{\mathrm{mod}}$ le champ calculé avec (I.13), et *X*, le vecteur regroupant l'ensemble des paramètres recherchés.

L'utilisation de cet algorithme a donné de bons résultats dans [BEG 09], confirmé par la confrontation entre les sources équivalentes et la topologie des boucles de la structure étudiée (hacheur). Néanmoins, plusieurs aspects posent problème. Les algorithmes génétiques sont très gourmands en temps de calcul. Dans [REG 01], alors que le nombre *N* de dipôles équivalents était limité à 8, la résolution du problème a duré 4 heures. De plus, ce choix pour *N* n'est pas rigoureusement expliqué. Il semblerait que ce soit la bonne

maîtrise des algorithmes génétiques et des essais/erreurs de résolution qui permettent d'ajuster cette valeur. En outre, ce choix semble issu d'un compromis. D'une part, une valeur trop importante de dipôles coûte cher en temps de calcul et peut poser des problèmes de convergence de la solution (savoir-faire de l'utilisateur sur les problèmes d'optimisation). D'autre part, une valeur trop faible de dipôles peut poser problème pour rendre compte de la richesse des sources de rayonnement de l'EST. Ce dernier point est d'ailleurs contradictoire. Alors que cette méthode devrait permettre de localiser, quantifier et typer (dipôle électrique ou magnétique) les sources dans le système étudié tout en le considérant comme une authentique « boîte noire, » l'ajustement de $N$ demande une expertise du système afin d'estimer au mieux le nombre de sources nécessaires (savoir-faire de l'utilisateur sur la structure étudiée). Le manipulateur doit donc posséder des compétences variées.

### *I.3.4.2.3. Localisation des sources*

Comment localiser ces sources équivalentes tout en respectant la condition de boîte noire ?

Une première solution consiste à placer les dipôles à la main. Par exemple, dans [AOU 08], l'auteur réalise un relevé, à la fréquence de 20 kHz, de la composante $H_z$ du champ (Figure I.17.b) sur un plan distant de 8 cm à la verticale d'un hacheur (Figure I.17.a). Puis elle reconnaît la forme du champ rayonné par une boucle coplanaire. Le centre de cette boucle correspond au point de champ $H_z$ maximum, son diamètre est trouvé en mesurant la distance entre le maximum et le minimum de la composante $H_z$. Le modèle de champ rayonné par une boucle de courant permet alors de déduire le courant circulant dans le modèle. On peut dès lors reconstruire le champ et le comparer à la mesure (Figure I.17.c).

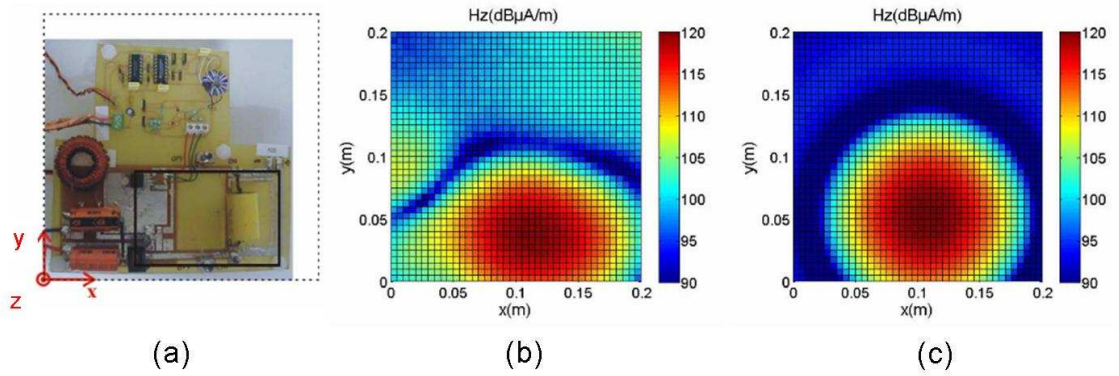



Figure I.17. Le hacheur étudié (a), la composante Hz à $f$ = 20 kHz sur un plan distant de 8 cm du hacheur et (c) la composante $H_z$ reconstruite à l'aide de la boucle de courant identifiée [AOU 08]

De manière plus générale, si on relève, sur un plan (x, y), la composante $H_z$ du champ rayonnée par un élément coplanaire, il est possible de placer les lignes de courant entre deux maxima de la mesure. De même, les lignes de courant d'un circuit peuvent être placées sur les maxima des composantes $H_x$ et $H_y$ (Figure I.18). Ce procédé ne permet pas de trouver la phase des courants circulant dans les boucles équivalentes. De plus, si la carte de champ est d'amplitude très variable, il faudrait automatiser la méthode. Ce travail a justement été réalisé par [VIV 07]. Le procédé automatique s'appuie sur les outils du traitement de l'image. L'application de filtres numériques sur les cartographies de champ permet d'identifier les zones susceptibles de correspondre à un dipôle élémentaire.

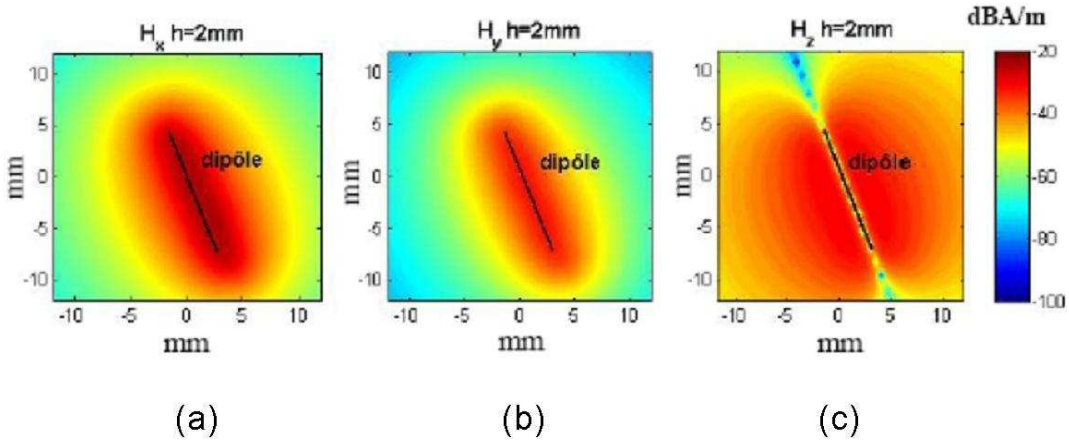



Figure I.18. Les trois composantes du champ **H** généré par un brin de courant [VIV 07]

Enfin, une autre approche consiste à mailler le plan ou la surface de l'objet étudié et de contraindre la position des dipôles à l'intérieur de chaque maille [VUI 08].

Toutes ces approches permettent de ne plus considérer la position des sources équivalente sur la surface de modélisation comme un paramètre inconnu à déterminer dans le processus d'inversion. Le problème devient alors linéaire.

### *I.3.4.2.4. Méthode d'inversion : cas linéaire*

Le champ ***H*** rayonné par un dipôle magnétique est donné par la relation (I.13). Si la position du $i^{ième}$ dipôle est connue, la relation peut être écrite sous la forme matricielle suivante :

$$H_{mes} = A \cdot X \,, \tag{I.20}$$

où :

- $H_{mes}$ est un vecteur colonne regroupant l'ensemble des $L$ points de mesure de ***H*** tel que :

$$H_{mes}^{T} = \left(H_{x_mes}^{1}, H_{y_mes}^{1}, H_{z_mes}^{1}, ..., H_{x_mes}^{L}, H_{y_mes}^{L}, H_{z_mes}^{L}\right), \tag{I.21}$$

Il est de dimension (3 x $L$) si on mesure les trois composantes du champ en chaque point.

- $X$ est le vecteur colonne regroupant tous les paramètres des $N$ dipôles équivalents recherchés lors de l'inversion :

$$X = \left(m_x^1, m_y^1, m_z^1, ..., m_x^N, m_y^N, m_z^N\right) \tag{I.22}$$

Il est de dimension (3 x $N$) si on ne cherche que la valeur efficace du champ ((6 x $N$) si on cherche aussi la phase des courants qui parcourent les boucles).

- $A$ est une matrice à (3 x $N$) lignes et (3 x $L$) colonnes telle que :

$$A = \begin{bmatrix} [a_{11}] & \cdots & [a_{1N}] \\ & \ddots & \\ \vdots & [a_{ii}] & \vdots \\ & \ddots & \\ [a_{L1}] & \cdots & [a_{LN}] \end{bmatrix}, \tag{I.23}$$

avec :

$$a_{ij} = \begin{bmatrix} F - G\left(R_x^{ij}\right)^2 & -GR_x^{ij}R_y^{ij} & -GR_x^{ij}R_z^{ij} \\ -GR_x^{ij}R_y^{ij} & F - G\left(R_y^{ij}\right)^2 & -GR_y^{ij}R_z^{ij} \\ -GR_x^{ij}R_z^{ij} & -GR_y^{ij}R_z^{ij} & F - G\left(R_z^{ij}\right)^2 \end{bmatrix} \tag{I.24}$$

Inverser rigoureusement le système (I.20) nécessite que $A$ soit une matrice carrée. Or, pour des raisons de résolution spatiale du champ, le nombre de points de mesure est souvent trop important. Par exemple, dans [VIV 07], la carte de champ $\boldsymbol{H}$ conduit à 51 x 51 points si bien que l'on a besoin de 2601 dipôles possédant des directions fixées pour assurer cette condition. L'usage est donc plutôt d'assurer une certaine robustesse vis-à-vis du bruit de mesure en choisissant un nombre de source dipolaire nettement moins important que le nombre de mesure. Le problème est alors surdimensionné ($L > N$). La matrice $A$ n'étant pas carrée, l'inversion mathématique n'est pas possible. On a alors recours, par exemple, à la méthode des moindres carrés. Elle fournit la solution :

$$X = \left(A^T A\right)^{-1} A^T H_{mes} \tag{I.25}$$

Elle correspond à la solution du système (I.20) minimisant :

$$\left\| AX - H_{mes} \right\|_2^2 \tag{I.26}$$

Malheureusement, la solution donnée par cette méthode peut s'avérer incorrecte à deux niveaux.

Tout d'abord, la solution peut être clairement non physique. En effet, souvent, le système (I.20) est instable dans le sens où certaines lignes de $A$ sont trop couplées, pas assez indépendantes les une des autres. Par exemple, le fait de recueillir des points très proches les uns des autres sur un plan favorise ces situations : pour deux points proches, les équations données par le modèle sont quasi identiques car $R^{ij} \approx R^{i(j+1)}$ alors que les seconds membres peuvent être différents (mesures entachées de bruit). On dit alors que la

matrice *A* est mal conditionnée. Or la méthode des moindres carrés accentue ce mauvais conditionnement car elle est tributaire, de par son écriture, du conditionnement de *A* à la puissance 2. Il est alors fréquent d'obtenir des solutions très oscillantes qui sont sans lien apparent avec la physique des phénomènes. Des méthodes existent pour contourner cette difficulté, la plus simple est d'avoir recours à la décomposition en valeurs singulières (SVD pour Singular Value Decomposition) de *A* et d'en tronquer le spectre [VUI 08]. On peut aussi utiliser des techniques de régularisation (comme, par exemple, la méthode de Tikhonov [SCO 03]).

De plus, dans le cas où une solution est obtenue, elle peut s'avérer impropre. Plus précisément, elle donnera des résultats corrects pour reconstruire la carte du champ à l'endroit de la mesure, mais le modèle identifié donnera de médiocres, voire de mauvais résultats, lors de l'extrapolation du champ ailleurs. Le problème est ici plus profond que la question de la méthode d'inversion puisqu'il provient du choix du modèle : le plan des dipôles équivalent constitue une base certainement incomplète si bien que les solutions qui répondent au problème (recréer la même carte de champ au point de mesure) peuvent être parfois incapable de reconstruire correctement le champ partout ailleurs. Lorsque le champ est essentiellement généré par les boucles réalisées avec les conducteurs en cuivre, l'opérateur peut encore arbitrer entre les solutions proposées à l'issue de l'inversion. Mais, d'une part, cela demande de nouveau des compétences précises sur la structure étudiée et on perd la notion de boîte noire générique, et, d'autre part, il devient très difficile de faire des choix lorsque les boucles, parcourues par des courants de fréquences élevés, font intervenir des éléments parasites dans la structure.

#### *I.3.4.2.5. Conclusion sur le modèle du champ de dipôles*

Finalement, la cartographie 2D est un outil très intéressant pour identifier et localiser des boucles et brins de courant afin de visualiser les couplages entre les composants dans un circuit d'électronique de puissance. Dans les applications « courants faibles », il permet aussi de trouver des zones de fort rayonnement dues à des problèmes d'adaptation d'impédance. Toutes ces informations sont précieuses lors de la phase de conception des systèmes [BAU 05].

Par contre, la modélisation par champ de dipôle ne répond pas à notre attente dans le sens où il nécessite lors de la mise en place du modèle et de l'inversion du système un arbitrage assez compliqué. Entre autres, la difficulté provenait du fait que plusieurs solutions étaient possibles. Il faut donc essayer d'appuyer la description des sources équivalentes sur un autre modèle. Il doit, pour donner un ensemble de solutions univoques, former une base la plus complète possible et possédant des caractéristiques comparables à l'orthogonalité. C'est justement le cas du modèle du multipôle équivalent.

### I.3.4.3. Le développement multipolaire

#### *I.3.4.3.1. Présentation*

Ce modèle a déjà été succinctement présenté. Il permet de lever l'approximation faite sur le champ magnétique généré par une boucle de courant en tenant compte de composantes multipolaires d'ordre supérieur au dipôle.

Or, ces composantes forment une base orthogonale dans une représentation en coordonnées sphériques. De plus, les objets à l'étude sont assez ramassés dans l'espace et de dimensions

équilibrées. Cette exigence correspond bien à notre situation. Pour des objets possédant une direction privilégiée cela pose des problèmes puisqu'une grande partie de l'espace entourant le dispositif ne sera pas caractérisable car appartenant à la sphère de validité. A ce titre, on peut noter que des bases ellipsoïdales ont été développées ([LEG 96] et [KIL 00] par exemple).

Dans la suite, nous analysons les différences entres les caractéristiques présentées par les deux modèles comparés. C'est aussi l'occasion de se rendre compte que le développement multipolaire peut également poser des difficultés.

### *I.3.4.3.2. Comparaison physiques des deux modèles*

Comment comparer les deux modélisations ? Le développement multipolaire réalise une sorte de « compactage » des sources. Le champ de dipôles magnétiques répartis sur un plan peut être vu, au premier ordre, comme un seul dipôle « moyen » placé au centre de la décomposition dans le sens où le champ crée par lui seul correspondra, à partir d'une certaine distance dans la limite de la zone de champ proche, au champ créé par tous les dipôles. L'intensité de ce dipôle correspond d'ailleurs à la somme de toutes les autres. Si on se rapproche un peu plus, l'ordre 2 sera nécessaire pour égaler les champs, etc. (Figure I.19).

Nous avons déjà abordé la question de la compacité de ce modèle de représentation : peu de paramètres (i.e. peu d'ordres) suffisent à rendre compte du champ généré par un objet complexe, indépendamment de sa taille. De plus, l'étude générique des convertisseurs statiques a montré une prédominance des dipôles et quadripôles dans la structure.

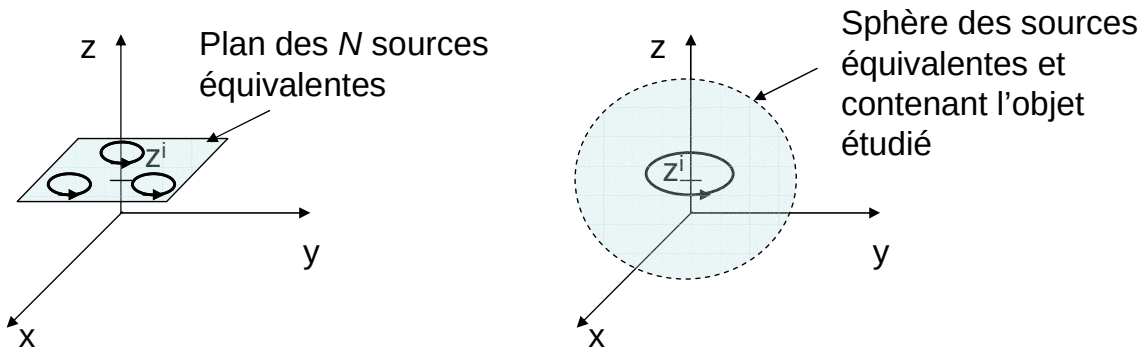



Figure I.19. Notion de compactage des sources d'un modèle à l'autre. A gauche, le plan des dipôles équivalents et, à droite, les sources du développement multipolaire (ordre 1 uniquement ici).

### *I.3.4.3.3. Problème du choix du centre*

Néanmoins, il reste une question cruciale : comment choisir le centre de la décomposition ? Il est naturel dans un premier temps de le faire coïncider avec le centre géométrique de l'objet étudié. Mais cela n'a pas de rapport avec ce qu'on pourrait nommer son « barycentre magnétique » et cela peut poser des difficultés. En effet, on a vu que les sources qui caractérisent un ordre $n$ du multipôle sont au nombre de $2n+1$. La nécessité de rendre compte d'un multipôle d'ordre $n$ élevé peut donc demander très vite l'identification de beaucoup de paramètres jusqu'à relativiser la propriété de compacité avancée plus haut. Or, [SCO 03] montre que le développement multipolaire d'une simple boucle magnétique, si elle est placée au centre de la décomposition, est constitué essentiellement par des composantes dipolaires et octopolaires. Par contre, si on la décentre, son multipôle

équivalent va s'enrichir d'autres composantes à d'autres ordres et d'intensité d'autant plus élevée que le décentrage sera important. Il est donc « conseillé » de centrer au mieux le dipôle effectif de la source à modéliser afin de limiter l'intensité des « ordres parasites » de son multipôle équivalent.

On se retrouve alors dans le découpage des méthodes de résolution proposées pour le modèle du plan de dipôles équivalents. Si on cherche le multipôle et son meilleur centre dans la structure, le problème à résoudre devient à nouveau non linéaire. [SCO 03] propose de coupler deux algorithmes d'optimisation pour résoudre le problème. Un algorithme génétique pour amorcer la recherche en évitant de tomber dans un minimum local et ainsi guider un autre algorithme (du type Nelder-Mead), plus rapide. Il faut alors de nouveau solliciter les compétences du manipulateur sur ces questions.

On peut néanmoins occulter ce problème du meilleur choix de centre en remarquant que les dimensions de l'objet sont faibles, si bien que l'effet de ces composantes d'ordre élevé auront un champ d'action moindres (on a vu que les composantes élémentaires $\mathbf{B}_{nm}$ décroissaient en $1/r^{(n+2)}$). En contournant cette difficulté, on aboutit à l'écriture d'un système linéaire. Les outils d'inversion sont alors identiques aux précédents, les difficultés d'interprétation aussi, quoique moindres. En effet, la solution proposée par la méthode d'inversion peut être imprécise, elle restera unique du fait de l'orthogonalité du modèle.

#### *I.3.4.3.4. Problème du nombre et de la position des points de mesure*

Reste la difficulté suivante : comment garantir un bon conditionnement de la matrice *A* tout en limitant le nombre de points de mesure ? On l'a déjà dit, une certaine redondance du système est nécessaire pour garantir sa robustesse vis-à-vis du bruit de mesure. A titre d'exemple, [LOR 01] utilise 200 points de mesure pour identifier les 15 premiers paramètres (3 premiers ordres) du multipôle équivalent à une inductance torique. L'inversion est mise en œuvre à l'aide de la méthode des moindres carrés.

La question du placement et du nombre de points de mesure pour expliquer un mauvais conditionnement du système a déjà été abordée. D'ailleurs, sur le modèle du multipôle, [LOR 01] et [ROU 06] ont cherché à optimiser ce nombre de capteurs et/ou leur position autour de l'objet étudié. On peut donner une autre origine à ce problème de conditionnement : le fait que le « bruit » n'est pas pris en compte dans la modélisation du phénomène. Cette notion est un peu fourre tout, on peut y inclure l'ensemble des bruits issus de la mesure et de ses instruments, les perturbations extérieures ainsi que les erreurs (mauvais alignement des capteurs par exemple). Dans tous les cas, ces causes ne peuvent être interprétées et quantifiées qu'en termes probabilistes afin d'enrichir le modèle. C'est ce qu'a proposé de faire [SCH 07] avec une inversion bayésienne. Bien qu'elle offre de grandes possibilités, sa maîtrise et mise en œuvre demande encore une fois des compétences trop importantes pour un utilisateur moyen.

### I.3.4.4. Conclusion sur le choix du modèle

Le modèle du multipôle équivalent, de par sa compacité, demande moins de paramètre que celui du champ de dipôle. Par contre, sa description mathématique est plus compliquée, comme nous le verrons dans le chapitre II. Un de ses autres atouts réside dans l'orthogonalité de ses composantes : la solution fournie par le problème inverse peut manquer de précision, elle sera néanmoins unique. Cela évite alors un arbitrage souvent délicat pour estimer la vraisemblance d'un résultat plutôt qu'un autre.

Néanmoins, comme pour le champ de dipôles, il pose des difficultés lorsque l'on recherche le centre de la décomposition. De fait le système à résoudre devient non linéaire et impose alors de manipuler un algorithme d'optimisation adapté à ces problèmes.

Enfin, si les conditions sont réunies pour permettre de linéariser le processus, l'inversion du système matriciel et la précision des résultats restent encore fortement dépendantes des compétences du manipulateur. Mais ce dernier point bloquant peut être évité grâce au recours d'un moyen d'essais proposé par la norme : le système LLA. Nous le présentons en détail dans la prochaine partie.

## *I.4. Présentation du système LLA*

Ce système de grandes antennes boucles est présenté sur la Figure I.20. Il est conçu et utilisé pour mesurer le champ magnétique généré par un appareil placé en son centre. Il a été introduit par J.R. Bergervoet et H.V. Veen [BER 89] et intégré dans la norme CISPR au début des années 90 [CIS 02].

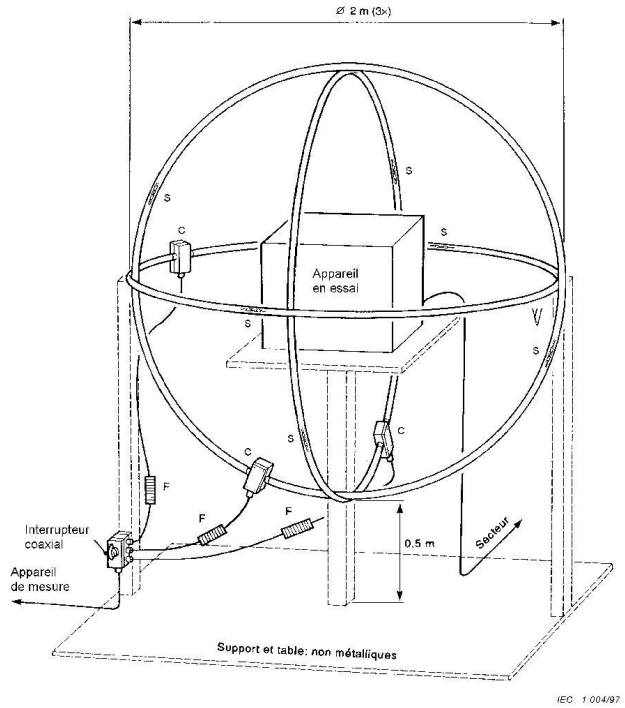



Figure I.20. Système d'antennes cadres issu de la norme CISPR16.1

### I.4.1. Description

Le système LLA est constitué de trois grandes antennes boucles mutuellement perpendiculaires (Figure I.20). Chacune mesure 2 mètres de diamètre. L'Equipement Sous Test (EST) est placé au milieu du dispositif, sur un support non métallique. Les antennes sont réalisées avec des conducteurs coaxiaux dont l'âme est en court-circuit. Le courant, image de la mesure, qui circule dedans est extrait grâce à des sondes de courant ((c) sur la

Figure I.20), placées dans des boîtiers métalliques reliés au blindage des câbles. Les signaux sont acheminés vers un appareil de mesure (analyseur de spectre) également par câble coaxial. Des ferrites ((f) sur la Figure I.20) permettent de limiter les couplages de mode commun avec l'extérieur. L'ensemble du dispositif fonctionne dans la bande normative de 9 KHz à 30 MHz.

## I.4.2. Principe de fonctionnement

Dans la suite, l'hypothèse du régime périodique est faite systématiquement. La décomposition en série de Fourier rend donc toujours possible l'écriture des grandeurs harmoniques sous la forme complexe. Le discours ne perd rien de sa généralité et les écritures en sont allégées. De plus, afin de simplifier le propos, les grandeurs sont ici toutes en phase. On les considère donc comme des réels.

Il est possible de décrire le fonctionnement du système LLA en utilisant le modèle simple du transformateur à air. L'hypothèse sous-entendue par cette modélisation est que les antennes boucles sont placées dans la zone de champ proche de la source étudiée. En accord avec le modèle du transformateur, c'est un phénomène de couplage inductif qui est au cœur de la mesure.

### I.4.2.1. Représentation du dipôle magnétique

Une boucle conductrice filiforme, de rayon $a$ (Figure I.21) est parcourue par un courant $I_S$, harmonique. Comme vu section I.2.2.1 (page 35), elle crée alors principalement un champ magnétique. A une certaine distance, cette source est équivalente à un dipôle magnétique de moment dipolaire **m**. Sa direction est donnée par l'axe de la boucle, son sens par la rotation du courant $I_S$ (en accord avec la règle du tire bouchon) et son intensité par le produit de la valeur efficace du courant et de la surface $S$ de la boucle :

$$m = \|\mathbf{m}\| = I_S \cdot S = I_S \cdot \left(\pi \cdot a^2\right) \tag{I.27}$$

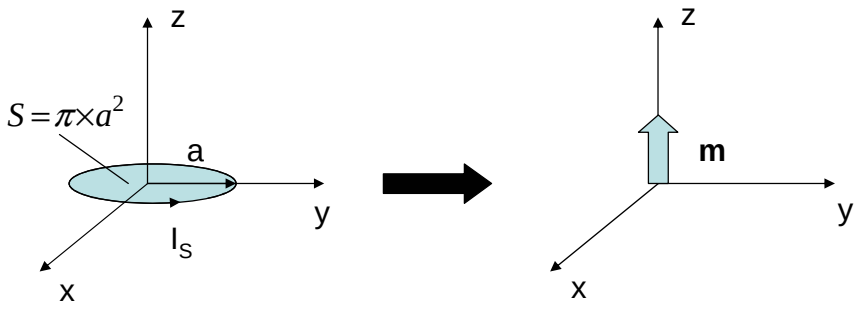



Figure I.21. Définition de la boucle magnétique et sa représentation équivalente en dipôle, valable à partir d'une certaine distance

La modélisation proposée se base sur la stricte équivalence, à partir d'une certaine distance, entre le champ généré par la boucle et celui que donnerait une boucle dont le moment dipolaire reste constant tandis que son rayon tend vers zéro et son courant vers

l'infini (afin de garder le produit constant d'après (I.27)). Ainsi, la topologie de la source importe peu tant qu'elle reste plane et que l'on connaît sa surface et son courant [JAC 98].

### I.4.2.2. Couplage inductif – Modèle du transformateur

Lorsque cette source est entourée par une autre boucle en court circuit, plus large et dans le même plan, un courant *I* y est induit suivant la loi de Lenz (Figure I.22.a).

Exprimons la relation entre *I* et *m*. Le modèle du transformateur utilisé est celui de la cellule en T, présenté Figure I.22.b. Les notations adoptées sont les suivantes : $L_S$ , $I_S$ et $a$ sont respectivement l'inductance propre, le courant et le rayon de la boucle source ; $L$, $I$ et $b$ pour la grande boucle. Pour une bobine réalisée à l'aide d'un conducteur massique et circulaire de rayon $r_c$, son inductance propre est donnée par la relation [JAC 98] :

$$L = \mu_0 b\left(\ln\left(\frac{8b}{r_c}\right) - \frac{7}{4}\right) \tag{I.28}$$

Avec ces notations, l'expression de l'inductance mutuelle *M* entre deux boucles (rayon $a$ et $b$) de même axe et séparées par une distance $d$ est donnée par (une démonstration est proposée en section IV.2.3.2, page 179) :

$$M(a,b,d) \cong \mu_0 \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a^2 \cdot b^2}{\left(d^2 + b^2\right)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \pi \cdot a^2}{2b} \quad \text{pour } d = 0 \text{ ici .} \tag{I.29}$$

De plus, le schéma électrique équivalent aux bobines couplées est donné Figure I.22.b. Nous avons choisi d'utiliser le schéma électrique en T pour représenter ce couplage magnétique. La résolution des équations du circuit permet d'exprimer le courant dans la grande boucle en fonction de $I_S$ et des éléments du montage, à savoir :

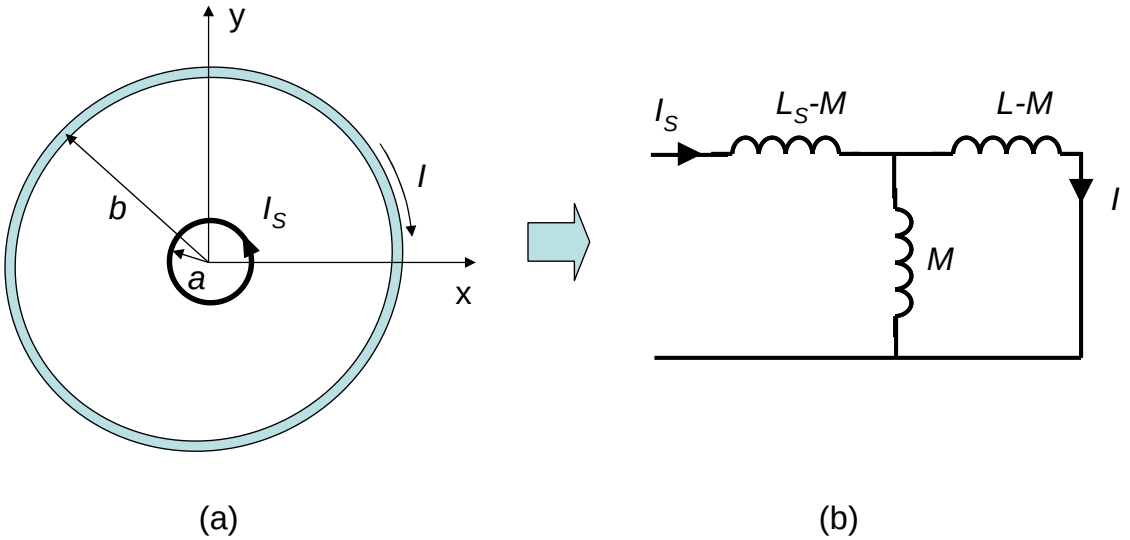
$$I = I_S \cdot \frac{M}{L} \tag{I.30}$$

En réunissant (I.27), (I.29) et (I.30), on exprime le courant induit dans la grande boucle en fonction du moment dipolaire *m* :

$$I = \frac{\mu_0 m}{2bL} \tag{I.31}$$

Dans cette approche simple, on néglige volontairement la partie résistive de l'antenne boucle (un modèle plus complet de la boucle est proposé en section IV.2 page 172**,** on y montre que la partie résistive, même avec l'effet de peau est négligeable dans la bande de travail vis-à-vis de l'inductance de la boucle). Comme la valeur de *L* varie très peu avec la

fréquence, on remarque que le rapport (I.31) entre *I* et *m* est constant dans la bande de fréquence de travail.




(a) (b)

Figure I.22. Principe du capteur de champ : le transformateur à air. (a) La boucle de courant source est entourée par une boucle de courant antenne. (b) Le schéma électrique équivalent

## I.4.2.3. Identification complète des trois composantes dipolaires

Pour le cas un peu plus général où la boucle source placée au centre n'est pas coplanaire à son antenne, la modélisation dipolaire nous montre facilement que les composantes rectangulaires de ***m*** vont chacune induire un courant dans le système des trois antennes boucles mutuellement perpendiculaires présentées Figure I.23.

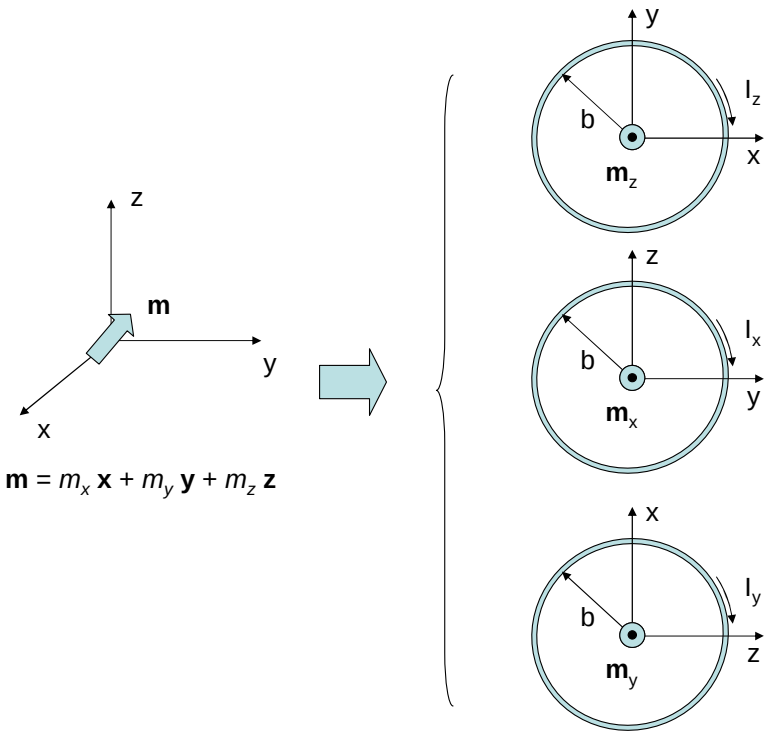



Figure I.23. Détection complète du dipôle grâce au système de trois boucles perpendiculaires entre elles

Ainsi, si la géométrie des antennes boucles ainsi que leurs caractéristiques électriques son connues, le dipôle magnétique centré quelconque est entièrement identifié par la mesure des courants dans les antennes boucles. En outre, la relation entre le dipôle équivalent (la source) et le courant dans les antennes boucles (la mesure) est indépendante de la fréquence sur toute la bande de travail.

## I.4.2.4. Champ magnétique équivalent

Les courants dans les antennes boucles représentent donc une image proportionnelle au dipôle. L'extrapolation du champ magnétique est réalisé à l'aide de l'expression classique du champ **B** avec la source dipolaire **m**. Cette relation est vraie dans tout l'espace sans limite de distance [BER 89] :

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[ k^2 (\mathbf{n}\times\mathbf{m})\times\mathbf{n}\cdot\frac{e^{jkr}}{r} + (3\mathbf{n}(\mathbf{n}\cdot\mathbf{m})-\mathbf{m})\left(\frac{1}{r^3}-\frac{jk}{r^2}\right)\cdot e^{jkr}\right], \tag{I.32}$$

où **n** est le vecteur unitaire dirigé du centre de la source vers le point d'expression du champ, *r* est la distance qui les sépare. La fréquence de travail des sources est une donnée connue.

Cette relation est une généralisation de (I.2) et présente une organisation différente de (I.13). Le dipôle magnétique a également ici une direction quelconque puisqu'il n'est pas écrit à l'aide de ses composantes scalaires.

Le texte de la norme ne fait pas allusion à cette relation (I.32) directement. Mais elle la traduit graphiquement à travers le coefficient $C_{dA}$, en fonction de la fréquence (Figure I.24.a). Il permet de convertir, pour chaque fréquence, la mesure de courant efficace en champ **H** efficace (= **B**/$\mu_0$ dans l'air) pour une distance de 3 ou 10 m (distances normalisées). Le résultat est exprimé en dBµA/m.

Enfin, il est possible de modifier le diamètre des antennes boucles afin d'adapter le volume utile accueillant l'EST. Pour cela, un spectre de sensibilité relative au cas du diamètre normé (2 mètres) est donné Figure I.24.b.

Finalement, la procédure complète de caractérisation du rayonnement est donnée sur la Figure I.25. Elle doit être faite pour chaque antenne boucle. On obtient alors 3 spectres (un par direction) d'intensité du champ **H** à 3 ou 10 m. Chacun doit rester inférieure aux niveaux d'émission spécifiés par la norme CEM du produit testé pour recevoir son homologation. L'exploitation de la mesure est ainsi simplifiée. En outre, la Figure I.24.a confirme que la fonction de transfert entre le courant mesuré par les antennes boucles et le champ est indépendante de la fréquence.

Toutefois, sur cette même Figure I.24.a, on note que la réponse varie dans la partie haute du spectre. Il semblerait que le modèle du transformateur adopté pose des difficultés avant la fin de la bande de travail. C'est une question complexe et importante. Son traitement, hors de propos ici, est reporté au chapitre IV.

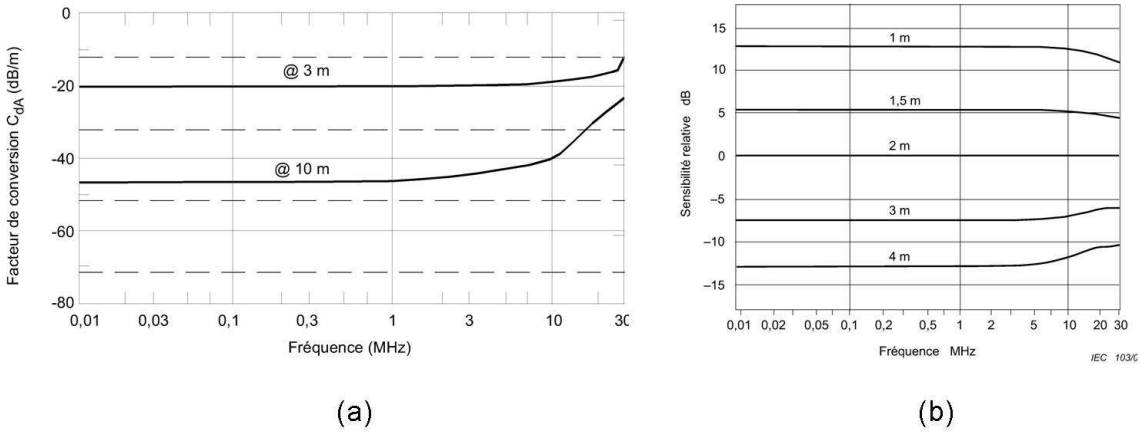



Figure I.24. Diagrammes de la norme :(a) Facteur de conversion $C_{dA}$ pour les deux distances de mesure normalisées à 3m et 10m ; (b) Sensibilité $S_D$ d'une antenne cadre de diamètre D par rapport à une antenne cadre de 2m de diamètre

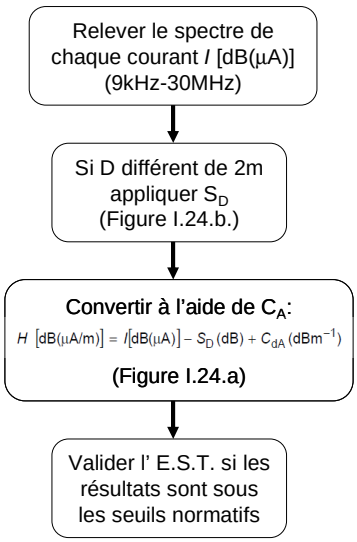



Figure I.25. Processus de mesure complet

## I.4.2.5. Champ électrique comme perturbation

Les antennes sont réalisées avec du câble coaxial permettant de limiter l'effet des perturbations liées à la présence d'un champ électrique. Il a deux origines. Il peut provenir de la pollution électromagnétique extérieure. Mais il peut également provenir de l'EST. Pour ce type de perturbations, deux fentes (ou « gap », (S) sur la Figure I.20) diamétralement opposées sont réalisées dans le blindage. Cette configuration permet de limiter et d'équilibrer la signature du dipôle électrique généré par l'EST [BER 89]. Nous reviendrons sur ces aspects en section IV.4.2.2 (page 201).

La mise en œuvre du capteur permet de se rendre compte des effets de ces perturbations sur la mesure. La construction, l'étalonnage et l'utilisation sur des ballasts du système LLA a donné lieu à une publication [SAV 04]. L'expérience a montré que le dispositif complet n'était que très faiblement sensible à l'environnement électromagnétique dans lequel il est placé. La mesure ne nécessite donc plus d'être faite dans un environnement spécifique, limitant les coûts. Une photographie de cette construction est proposée sur la Figure I.26. Ce travail a aussi été l'occasion de démontrer que des difficultés de mesure apparaissent au-delà de 5 MHz, provenant du champ électrique généré par la source. Cette remarque rejoint celle faite plus haut concernant le modèle adopté.

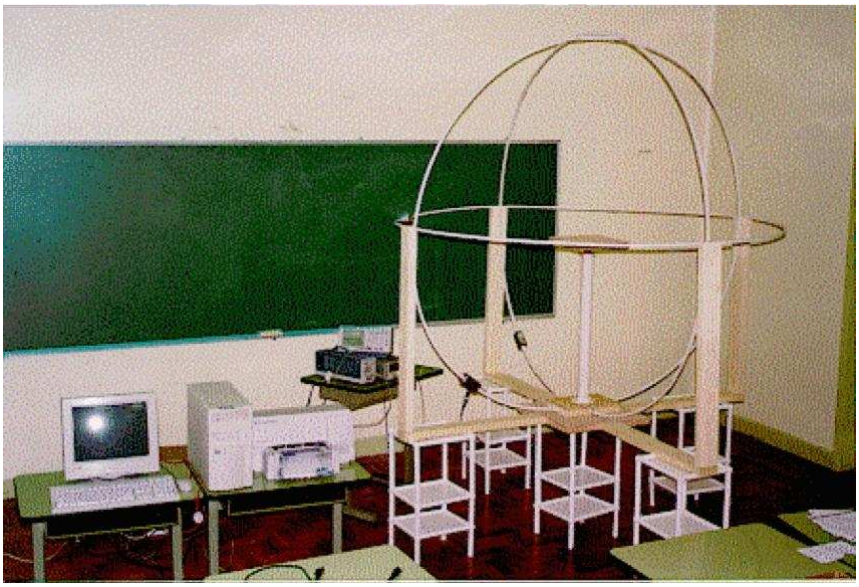


Figure I.26. Système LLA construit au laboratoire de l'université polytechnique de Sao Paulo au Brésil [SAV 04]

## I.4.2.6. Premier bilan

Ainsi, un premier bilan peut être fait : ce moyen de mesure est une alternative très pertinente aux mesures faites en chambre anéchoïque ou sur site de champ libre dans le cadre de la caractérisation du rayonnement des convertisseurs statiques. Sa construction et mise en œuvre sont simples, peu coûteuses, et le temps de mesure est court. De plus, en plaçant l'EST à l'intérieur de l'antenne, on est à même de mesurer la perturbation magnétique générée par cette source dans toutes les directions. Cela se traduit par l'identification complète de son dipôle magnétique équivalent.

En outre, la réponse est indépendante de la fréquence sur toute la bande de travail. Egalement, contrairement au mode opératoire décrit pour la cellule TEM (annexe VI.1.5 page 228), l'identification complète des trois composantes du dipôle équivalent est statique ; il n'est pas nécessaire ici de repositionner l'EST à chaque mesure.

Enfin, sa réponse plate sur une aussi grande plage de fréquence permet d'envisager une acquisition temporelle des signaux perturbateurs.

Bien sur, le système LLA a des limites. La première est que sa bande de fréquence de travail, bien que conséquente, ne couvre pas toute la bande questionnée (jusqu'à 100 MHz). Mais des travaux d'amélioration présentée ci-dessous, montrent qu'il est permis d'attendre des améliorations. D'autres limites existent ; certaines sont connues et présentées sous la forme de précautions d'utilisation par la norme, d'autres sont constatées mais pas toujours expliquées par [BER 89]. Dans la suite, nous exposons le premier aspect en précisant ces précautions d'emploi, le second point est abordé à travers l'exposé des évolutions qui ont été proposées à la suite de l'adoption de ce système par la norme. Cela est important dans le sens où ce travail de thèse propose aussi des évolutions du moyen d'essais, en tâchant d'expliquer ces phénomènes de manière rigoureuse.

## I.4.3. Limites et précautions d'emploi

- Distance entre l'EST et les antennes boucles :

Afin de limiter un éventuel couplage capacitif entre l'EST et le système LLA, la norme stipule : « Pour éviter les couplages capacitifs indésirables entre l'appareil en essai et le système d'antennes cadres, la distance entre cet appareil et l'une ou l'autre des antennes doit être d'au moins 0,10 fois le diamètre de l'antenne. » Ainsi, pour un diamètre d'antenne de 2 mètres, l'appareil en essai doit garder sa plus grande dimension inférieure à 1,5 m. Ceci reste bien supérieur aux dimensions classiques des convertisseurs statiques usuels (environ 0,3 m d'arrête maximum pour 3 kVA). Cette recommandation n'explique pas les phénomènes de couplages en jeu. Ils sont, en effet, complexes et spécifiques à chaque structure puisque dépendant de la géométrie de la source. Néanmoins, comme décrit plus haut, le principe de la mesure s'appuie sur le couplage inductif entre les antennes boucles et la source. Le couplage capacitif, propre au champ électrique, est exclu de la modélisation proposée. On donnera quelques pistes à ce sujet dans la dernière partie de ce manuscrit au moment de la modélisation électromagnétique de l'antenne boucle.

- Distance entre les câbles (mesure de courant et alimentation de l'EST) et les antennes boucles :

De même, on peut lire : « il convient de prêter une attention particulière à la disposition des câbles de l'appareil en essai. Il convient que les câbles cheminent ensemble et sortent du volume de la boucle dans le même octant de la cellule, et à une distance supérieure à 0,4 m de chacune des antennes cadres, » situation représentée sur la Figure I.27. La précaution permet ainsi, d'une part, de limiter les capacités parasites entre les cadres et les câbles de puissance et, d'autre part, de limiter la surface de la boucle de mode commun réalisée entre les câbles de puissance et le sol.

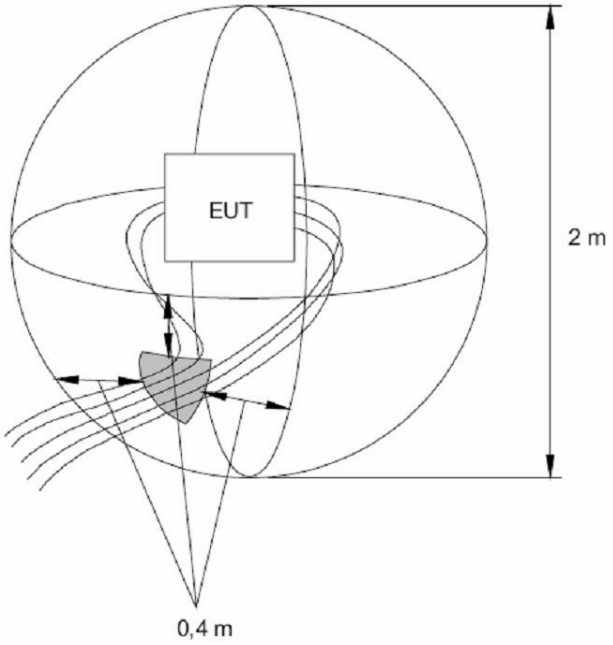



Figure I.27. Schéma montrant le cheminement de plusieurs câbles de l'appareil en essai afin de s'assurer qu'il n'y a pas de couplage capacitif entre ces câbles et les antennes cadres [CIS 02]

- Centrage de la source par rapport au centre des antennes boucles :

La remarque suivante apparaît : « si la position réelle d'une source de perturbations à l'intérieur d'un appareil en essai se trouve à moins de 0,5 m du centre du système d'antennes normalisées, les résultats de mesure s'écartent de moins de 3 dB de ceux obtenus lorsque cette source est centrée ». Ce problème n'est pas anodin, il a d'ailleurs été examiné en détail par [BER 09] et est résumé sur la Figure I.28 que nous lui empruntons. Plusieurs cas sont examinés (décentrage de la boucle magnétique source et augmentation de son diamètre) qui peuvent s'expliquer de la même façon : plus la mesure se rapproche de la boucle de courant et moins l'approximation à son seul comportement dipolaire est vraie.

La présentation succincte du développement multipolaire permet déjà de comprendre l'origine de ce phénomène. Les erreurs pointées par les auteurs proviennent justement du fait que le multipôle équivalent de la boucle magnétique possède également des composantes octopolaires et plus. Suffisamment loin de la source, la propriété de décroissance des ordres permet d'approcher la boucle par le seul dipôle, i.e. à l'ordre $n = 1$ de son modèle multipolaire équivalent. Dès lors qu'on s'en approche trop (ou que la taille de la boucle source augmente, ce qui revient au même), les autres composantes de la source jusque là négligeables, ne le sont plus et viennent également induire un courant dans les antennes boucles. L'identification du dipôle est alors erronée, la géométrie de l'antenne boucle ne permettant pas de faire « le tri ». C'est la raison pour laquelle les diamètres de ces antennes boucles sont si importants : cela permet au capteur de se situer dans la zone d'ordre $n = 1$ de la source identifiée (voir Figure I.10). Ce modèle apporte donc un éclairage nouveau sur ces erreurs.

Toutefois, si les auteurs n'apportent pas de précision sur l'origine de ces dérives, il démontre que son système possède une certaine robustesse vis-à-vis d'un décentrage du dipôle à l'intérieur de l'EST (Figure I.28). Ce fait est donc rappelé par la norme.

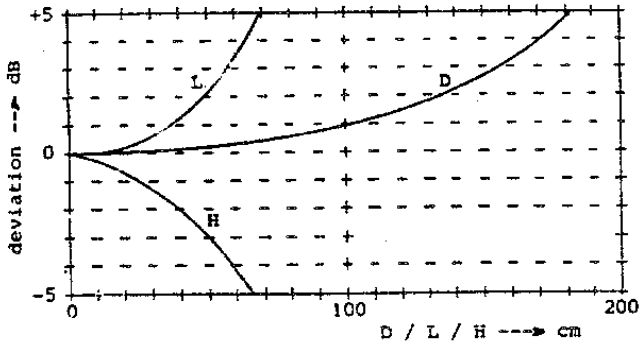



Figure I.28. Sensibilité de la mesure à un décentrage de la boucle de courant source sur le plan (x,y) (L), selon l'axe z (H) et à une augmentation de son diamètre (D) [BER 09].

Nous reviendrons en détail sur cette question cruciale plusieurs fois au cours du manuscrit. Si le modèle du multipôle équivalent est déjà en mesure d'éclairer les causes du phénomène, il va également permettre de faire des propositions d'évolutions de la structure du système LLA.

## I.4.4. Les améliorations proposées

Deux améliorations notables ont été proposées. Elles sont d'ordres différents.

### I.4.4.1. Amélioration/évolution de la forme des antennes cadres

L'auteur [PAS 92] propose de faire évoluer la forme des antennes boucles. Chacune est substituée pas une double bobine d'Helmholtz. Il s'agit de deux bobines coplanaires distantes de la valeur de leur rayon. L'EST est placé au milieu. Sur la Figure I.29 n'est représentée que la configuration selon l'axe *z*. Nous allons rejoindre cette proposition par la suite. La justification apportée par l'auteur s'appuie sur le fait que le champ crée à l'intérieur des bobines d'Helmholtz est d'amplitude constante. Ainsi, le volume d'essai abritant l'EST est baigné dans un champ très homogène. Par réciprocité (on permute source et antenne), les bobines d'Helmholtz vont capter l'ensemble de la signature induite par la source, ce qui est moins le cas pour la seule bobine du système LLA placée sur le même plan. Ainsi sont expliquées les dérives présentées Figure I.28 lorsque la source est décentrée ou de taille plus importante : le volume d'essai étant réduit, la signature induite dans l'antenne boucle est alors très affectée. Cette justification est exacte. Néanmoins, notre travail permettra d'apporter des précisions théoriques rigoureuses à ces propos.

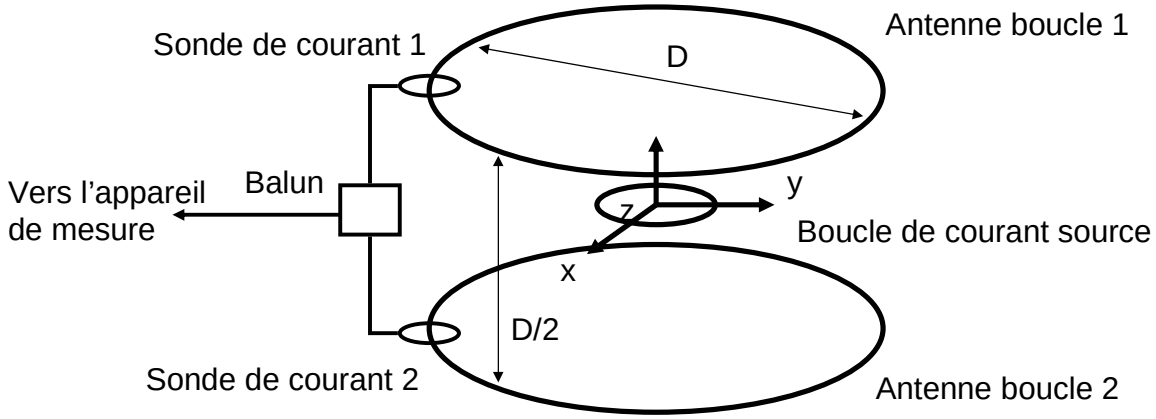



Figure I.29. Configuration des antennes boucles (Bobines d'Helmholtz) et la boucle de courant au centre.

### I.4.4.2. Amélioration/évolution des possibilités de mesure

Les auteurs [TOF 96] proposent plusieurs évolutions. Tout d'abord, à l'aide des mêmes géométries d'antennes boucles, ils démontrent la possibilité d'identifier également les trois composantes du dipôle électrique. Ceci était vu comme une perturbation à éliminer pour le système LLA. Nous ne détaillons pas ces questions ici pour les réserver à la partie modélisation de l'antenne boucle dans le chapitre IV (page 171). Ensuite, afin de limiter le couplage capacitif entre les câbles de mesure et les antennes, les signaux sont évacués du dispositif par fibre optique. Enfin, l'ensemble des ces améliorations permettent d'augmenter significativement la fréquence limite maximum de travail du système. Les essais présentés donnent une réponse du capteur exploitable entre 3 kHz et 100 MHz.

### I.4.4.3. Bilan des améliorations

Ces deux propositions sont importantes. La première modifie la géométrie des contours et change ainsi la qualité du couplage magnétique entre la source et le capteur. Cela permet de rendre plus robuste l'identification du dipôle dans le cas où il n'est pas au centre du dispositif. C'est un atout certain puisque, d'une part, on ne connaît pas la position du dipôle équivalent de l'EST à l'avance à l'intérieur du boîtier, et, d'autre part, cela résout notre problème de choix du centre dans la résolution du problème inverse. La seconde proposition ne change pas la géométrie de l'antenne boucle, mais travaille sur son modèle électromagnétique. Cette étude permet alors l'accroissement des possibilités du système tant par l'augmentation de sa bande de travail, que par ses capacités à identifier à la fois le dipôle magnétique et électrique.

Il sera largement question du premier point dans notre travail. Le second ne sera qu'évoqué en fin de manuscrit, présenté comme un prolongement.

Nous l'avons vu, ce capteur offre de grandes possibilités en adéquation avec nos exigences. En guise de conclusion, nous exposons une synthèse des points abordés au cours de ce chapitre introductif.

## *I.5. Bilan et conclusion*

La caractérisation du rayonnement des systèmes de l'électronique de puissance demande d'une part, une identification des sources dans la zone de champ proche. Il est en effet indispensable de connaître la nature, l'intensité et la répartition angulaire des champs afin de déterminer les couplages possibles avec l'environnement immédiat. D'autre part, les problèmes de modélisation des sources de champ amènent généralement à la résolution d'un problème inverse. Il s'appuie en premier lieu sur le choix d'un modèle de sources équivalentes. Parmi ceux classiquement utilisés [VIV 05], deux ont été retenus et discutés. Le fait que le modèle du multipôle forme une base orthogonale dans un système de coordonnées sphériques permet d'aboutir à une solution unique à l'issue du processus d'inversion. En cela, le modèle du multipôle possède les caractéristiques indispensables pour atteindre nos objectifs, nous le retenons donc.

Néanmoins, la résolution complète du problème inverse reste un exercice compliqué qui nécessite, dans tous les cas, des compétences doubles de l'utilisateur. D'une part, la maîtrise d'outils mathématiques qui peuvent être assez pointus afin d'extraire les paramètres du modèle. En effet, on a vu que les caractéristiques du multipôle ne garantissent pas forcement la précision des paramètres identifiés. Parmi les facteurs déterminants, le nombre et la position des points de mesures sont importants. Il est indispensable de trouver une technique qui simplifie la démarche tout en restant à la hauteur des résultats donnés par les techniques disponibles. D'autre part, une connaissance des phénomènes qui régissent le comportement électromagnétique des sources est également nécessaire. Nous avons vu qu'une analyse générique des convertisseurs statiques permettait de dégager des topologies communes quant à leur multipôle magnétique équivalent. Leur comportement électromagnétique est proche des caractéristiques de ses deux premiers ordres.

Dans l'ensemble des moyens d'essais disponibles actuellement (normatifs ou non), nous avons vu que le système LLA possède beaucoup d'atouts et peut être une source d'inspiration. Entre autre, il est peu coûteux, simple de construction et d'utilisation, peu encombrant vis-à-vis des autres moyens. Il est très proche de l'idée de départ dans ce

travail donnée par [KIL 97]. Dans cette étude, de grandes boucles inductives permettent l'identification du dipôle magnétique de satellites afin de les positionner dans l'espace à l'aide du champ magnétique terrestre. Dans notre champ applicatif, nous avons fait l'hypothèse forte de la prédominance des sources de type basse impédance au sein des convertisseurs. Ce type de moyen de mesure est donc tout à fait adapté à cette situation puisque majoritairement sensible au champ magnétique.

De plus, le système LLA est capable « d'identifier par la mesure » les trois composantes du dipôle équivalent de la structure. On entend par là qu'aucun outil mathématique de l'inversion n'est nécessaire pour identifier les paramètres recherchés. En quelque sorte, la forme du capteur porte déjà en lui tous ces aspects. On comprend alors l'intérêt ; si des compétences sont nécessaires pour dessiner ces formes et les construire, les utiliser reste simple, échappant ainsi aux difficultés inhérentes à la conduite d'un problème inverse réalisé avec des mesures ponctuelles. Nous examinerons dans la suite l'intérêt de cette solution, dite « mesure à intégration », par rapport aux mesures ponctuelles du point de vu de la sensibilité aux erreurs de positionnement des capteurs.

Il possède malgré tout quelques défauts. Certains sont connus et quantifiés, d'autres restent vagues. Il faut maintenant les comprendre. Le modèle du multipôle va le permettre. Ainsi, l'identification du dipôle va pouvoir devenir plus robuste, moins sensible au problème de décentrage de la source dipolaire par rapport au centre du dispositif de mesure. De plus, l'analyse des sources montre un besoin crucial d'identification de ses composantes quadripolaire. Pour cela, l'idée est déjà donné : il s'agit de trouver des formes aux antennes qui, tout en restant simple à construire, permettent d'identifier ces huit composantes (3 pour l'ordre 1 et 5 pour l'ordre 2). Une conséquence intéressante de la proposition est une éventuelle extension de la bande de fréquence du système. En effet, le gain en robustesse sur la détection des composantes va permettre de moins compter sur la hiérarchie de décroissance des ordres et, ainsi, de réduire le diamètre des antennes boucles. Le chapitre II sera l'occasion de préciser la structure mathématique du modèle adopté ainsi que ses propriétés. Elle est directement liée aux fonctions harmoniques sphériques.

# Chapitre II :

# Le développement multipolaire

# CHAPITRE II : le développement multipolaire

## *II.1. Introduction*

Cette partie est largement consacrée au développement multipolaire, rapidement présenté au chapitre I. Sa description s'appuie sur les fonctions harmoniques sphériques. Ce type de décomposition mathématique possède un champ d'application beaucoup plus large que le domaine de l'électromagnétisme. Par exemple, dans le domaine de l'acoustique (reconstitution de l'effet d'espace par plusieurs haut-parleurs [DAN 00]), de la mécanique quantique (développement d'une fonction d'onde [COH 97]). Deux conséquences en découlent :

- Les écritures diffèrent d'un domaine à l'autre. Cela peut entraîner de subtiles modifications entre les expressions. D'ailleurs, même chez les électromagnéticiens, un consensus n'a pas encore été trouvé. Il a donc fallu faire des choix : les écritures adoptées dans ce travail sont, en partie, cohérentes avec [LOR 01]. La base des harmoniques sphériques est réelle mais non normée. Deux versions, l'une scalaire et l'autre vectorielle, sont utilisées.
- Il existe différentes façons de montrer que les champs électromagnétiques peuvent se décomposer sur cette base. La plus rencontrée est certainement celle faisant appelle à la résolution de l'équation de Laplace avec la technique de séparation des variables [LOR 01]. Mais nous choisissons ici de considérer le développement multipolaire comme un outil à disposition. Il est donc admis et nous vérifions avec des exemples de sources simples (le z-dipôle et le z-quadripôle magnétiques) que les grandeurs générées (champ magnétique **B**, potentiel vecteur **A**, potentiel scalaire $\psi$) peuvent effectivement se présenter sous la forme d'un développement multipolaire.

Afin de faciliter la lecture, certains développements mathématiques concernant les harmoniques sphériques sont réunis dans l'annexe du chapitre II (page 232).

Dans une première partie, le modèle du développement multipolaire est présenté. Nous commençons par écrire les grandeurs électromagnétiques, dans le cadre général des champs rayonnés dans le vide, comme solution de l'équation d'Helmholtz (ou de propagation). Nous restreignons l'étude au cas des régimes quasi statiques. En effet, nous montrons que cette hypothèse de travail confère les mêmes propriétés aux grandeurs électromagnétiques que lorsqu'elles sont restreintes à la zone de champ proche. De plus, l'approximation des régimes quasi statiques permet de clarifier le lien entre les différents types de sources et la nature des champs associés : c'est alors l'occasion de revenir sur l'analyse générique des structures proposée au chapitre I. Enfin, cette hypothèse de travail permet également la déduction du champ **B** à l'aide de son potentiel scalaire magnétique $\psi$. C'est à ce moment là que le lien est fait avec le développement multipolaire : nous montrons qu'il permet une écriture efficace des grandeurs **B** et $\psi$ créées par un quadripôle équivalent magnétique, constitué par deux dipôles têtes bêches et d'axe *z*. Nous détaillons alors deux propriétés remarquables de cette base.

Dans une seconde partie, deux manipulations concrètes de ces développements sont proposées. Tout d'abord, le cas du décentrage du dipôle magnétique et ses conséquences sur le nouveau multipôle équivalent sont étudiés. Puis nous regardons l'expression du multipôle équivalent à la boucle de courant.

Dans une troisième partie, nous discutons de la technique de mesure la plus appropriée à la résolution de notre problème inverse. Nous sommes face à l'alternative suivante : système de mesure ponctuelle ou à intégration. Si cette dernière l'emporte, il faut revenir sur les dérives de l'identification du dipôle par le système LLA et présentées Figure I.28. Grâce aux outils développés dans la partie précédente, nous sommes maintenant en mesure de les comprendre et donc de proposer des améliorations. A ce titre, une expérience numérique simple est exposée : elle permet d'illustrer la stratégie que nous adoptons dans ce travail, stratégie détaillée dans le chapitre III.

Enfin, en clôture, est proposé un outil destiné au prototypage virtuel des convertisseurs statiques au sein des logiciels basés sur la Méthode des Eléments Finis (MEF). Il permet d'identifier le multipôle magnétique équivalent à partir d'une modélisation de source. Il s'appuie pour cela sur une des propriétés remarquables de la base formée par les harmoniques sphériques. L'objectif est de limiter la taille des systèmes matriciels obtenus lorsque l'on cherche à calculer le champ créé par une source complexe à grande distance de celle-ci.

## *II.2. Présentation du développement multipolaire*

### II.2.1. Introduction

Dans cette partie, dans un premier temps, nous décrivons le modèle du développement multipolaire et précisons ses limites d'application. D'un contexte de description des champs tout à fait général, précisé par les équations de Maxwell, nous aboutissons à une écriture simplifiée grâce à l'application de l'Approximation des Régimes Quasi Statiques (ARQS). Le modèle du développement multipolaire qui en découle est alors simplifié mais

n'est valide que dans la zone réactive des sources, définie au chapitre I (section I.2.2.3, page 38). Elle correspond à notre zone de travail.

Puis, dans un second temps, grâce aux équations de Maxwell simplifiées, des outils de représentations du champ magnétique sont explicités. Ainsi, d'une part, le potentiel scalaire magnétique (homologue du potentiel scalaire électrique) est défini et utilisé. Il permet de montrer que, sur les exemples concrets du z-dipôle et z-quadripôle magnétiques, le modèle du développement multipolaire permet bien de décrire le champ **B** de manière tout à fait équivalente. Mieux, la généralisation au multipôle magnétique est immédiate. Une première présentation des fonctions harmoniques sphériques est alors proposée.

D'autre part, il peut être intéressant d'utiliser également le potentiel vecteur. Il est donc également défini à l'aide des fonctions harmoniques sphériques vectorielles.

Cette partie se termine sur l'exposé de deux propriétés remarquables de cette représentation des sources par leur multipôle magnétique équivalent. Nous rappelons que ses composantes forment une base orthogonale et que ce jeu de composantes ne dépend que de la source à modéliser. Ainsi, en conclusion, nous pouvons garantir qu'à une source de champ magnétique quelconque, fixée dans un repère de coordonnées sphériques, il ne correspond qu'un seul et unique multipôle magnétique équivalent.

## II.2.2. Les équations d'Helmholtz et de Laplace

Notre problématique est caractérisée par deux aspects résumés sur la Figure II.1. D'une part, les sources sont toutes contenues dans le volume limité par le convertisseur statique et l'on cherche à décrire les phénomènes électromagnétiques à l'extérieur de cette limite. D'autre part, l'objet source épouse souvent une forme parallélépipédique, sans privilégier une dimension en particulier. Nous choisissons ainsi de décrire ces phénomènes dans un repère de coordonnées sphériques. Ainsi, les sources sont circonscrites à l'intérieur d'une sphère, nommée sphère de validité, de rayon $r_v$.

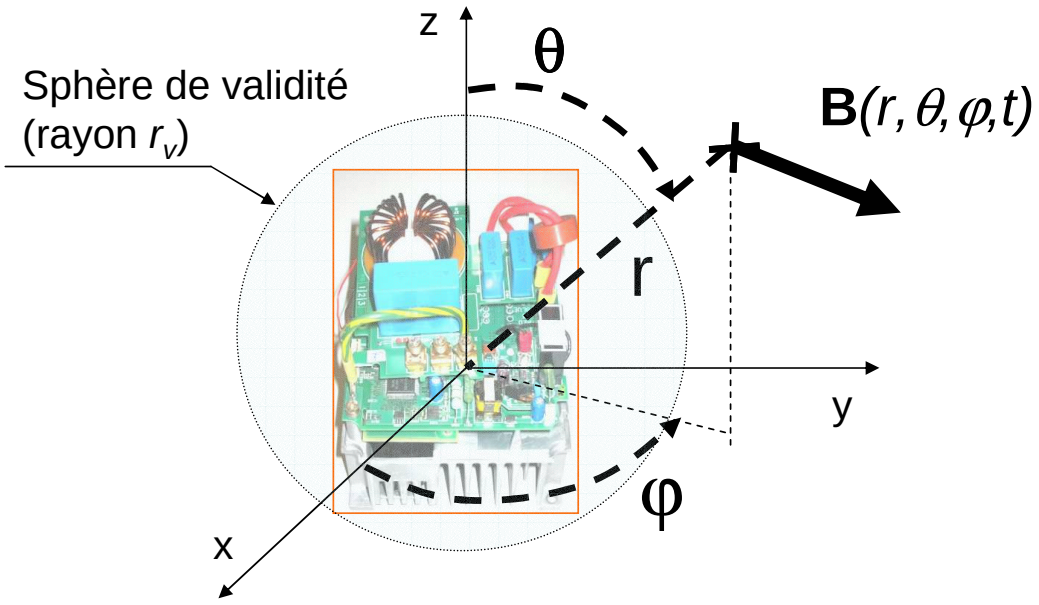



Figure II.1. Définition du repère de coordonnées et de la sphère de validité

Dans l'air, milieu considéré comme homogène, non dispersif et sans source, les équations de maxwell se réduisent à :

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{II.1}$$

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 0 \tag{II.2}$$

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{II.3}$$

$$\mathrm{div}\mathbf{B} = 0 \tag{II.4}$$

Les équations (II.1) et (II.3) traduisent un phénomène de propagation des champs : sans l'intervention des sources (densités de courant ***J*** ou de charges $\rho$), les champs **E** et **B** sont capables de se générer mutuellement. Le phénomène de propagation réside dans le fait qu'une variation temporelle d'un champ génère une variation spatiale de l'autre et réciproquement.

Cette impression se confirme lorsque l'on montre que ce système permet d'écrire l'équation de propagation, ou d'Helmholtz [JAC 98] :

$$\nabla^2 h(r,\theta,\varphi,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 h(r,\theta,\varphi,t)}{\partial t^2} = 0 \tag{II.5}$$

où *h* est une fonction scalaire, harmonique du temps, *c* est la célérité de l'onde dans le milieu (la vitesse de la lumière pour notre cas) et $\nabla^2$ est l'opérateur laplacien que l'on peut aussi rencontré sous l'écriture « $\Delta$ ». Dans notre configuration, on peut montrer que chaque composante scalaire de toutes les grandeurs vectorielles (**E**, **B** et **A**) satisfont à l'équation (II.5).

Le premier terme de (II.5) correspond aux variations liées à l'espace, le second, à celles liées au temps. Dans un système de cordonnées sphériques, une solution très générale de l'équation (II.5) prendra la forme [FEY 99] :

$$h(r,\theta,\varphi,t) = \frac{f(t - r/c)}{r} \tag{II.6}$$

où la quantité « $t - r / c$ » représente le retard de l'onde et où la fonction *f* est liée aux sources localisées dans la sphère de validité. Cette solution n'est pas définie pour $r = 0$, ce

qui est cohérent avec le fait qu'elle n'existe que pour $r > r_v$ (rayon de la sphère de validité). Ainsi, étant donnée la forme de la solution (II.6) pour un repère de coordonnées sphériques, lorsque l'on est près de la source, le premier terme de (II.5) est prépondérant par rapport au second dont les variations restent constantes. On peut alors approcher (II.5) par :

$$\nabla^2 h(r,\theta,\varphi,t) \approx 0 \qquad \text{(II.7)}$$

Sous cette forme, (II.7) prend le nom d'équation de Laplace. L'approximation qui a permis le passage de (II.5) à (II.7) est appelée l'approximation des régimes quasi statiques. « Quasi statique » est pris dans le sens où elle n'interdit pas les variations temporelles de la fonction *h*, mais considère que leurs contributions au second ordre dans (II.5) peuvent être négligées vis-à-vis de son laplacien (donc lié à ses variations spatiales). Nous allons regarder à quoi correspond cette approximation dans la suite et conclure sur le fait qu'elle revient à dire que les phénomènes sont décrits dans la zone de champ proche.

## II.2.3. L'Approximation des Régimes Quasi Statiques (ARQS)

Des auteurs ([DOM 03] et [DOM 04]) ont montré récemment qu'une confusion ancienne sur l'ARQS, tant dans sa formulation que dans ses conséquences, s'était largement répandue. Ce paragraphe propose, en détails, de clarifier ces points. Les conséquences seront pour nous importantes se traduisant par un retour sur l'analyse des sources dans les convertisseurs statiques abordée dans la section I.3.3 (page 51).

### II.2.3.1. Introduction : ambiguïté entre les causes et les effets

#### *II.2.3.1.1. Approche classique*

Dans un premier temps, l'ARQS signifie un régime dans lequel on peut négliger la vitesse finie de la lumière et traiter les champs comme s'ils se propageaient instantanément. Par conséquent, la solution générale (II.6) peut être approchée par :

$$h(r,\theta,\varphi,t) \approx \frac{f(t)}{r} \qquad \text{(II.8)}$$

La fonction *f*, associée aux sources circonscrites à la sphère de validité, influence l'espace environnant de manière instantanée, puisque le retard, lié au temps de propagation de l'onde, n'existe pas. Concrètement, cela permet de passer d'une écriture des potentiels (**A** et *V*) retardés dans le cas général, aux mêmes potentiels mais instantanés cette fois ci :

$$\begin{cases} V(\mathbf{r},t) = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \dfrac{\rho\left(\mathbf{r},t-\|\mathbf{r}\|/c\right)}{\|\mathbf{r}\|}\cdot dv \\ \mathbf{A}(\mathbf{r},t) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\iiint \dfrac{\mathbf{j}\left(\mathbf{r},t-\|\mathbf{r}\|/c\right)}{\|\mathbf{r}\|}\cdot dv \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V(\mathbf{r},t) \cong \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint \dfrac{\rho\left(\mathbf{r},t\right)}{\|\mathbf{r}\|}\cdot dv \\ \mathbf{A}(\mathbf{r},t) \cong \dfrac{\mu_0}{4\pi}\iiint \dfrac{\mathbf{j}\left(\mathbf{r},t\right)}{\|\mathbf{r}\|}\cdot dv \end{cases} \tag{II.9}$$

Leur calcul s'en trouve alors simplifié.

Dit autrement, l'ARQS décrit un régime dans lequel le système est petit comparé à la longueur d'onde électromagnétique caractéristique du problème. On note $T$ une durée caractéristique de variation temporelle des sources (en régime harmonique, on a $T = 2\pi/\omega$), et $L$, une distance caractéristique à laquelle on observe les champs crées par ces sources. Alors, le rapport $L/c$ représentant le temps de propagation du signal sur la distance caractéristique est négligeable vis-à-vis de la durée caractéristique des phénomènes dans notre système. L'ARQS se traduit donc comme :

$$L/c << T \Rightarrow L/cT << 1 \tag{II.10}$$

Classiquement, la conséquence de (II.10) est démontrée par une analyse d'ordre de grandeur. Cette approche est simple et efficace. L'ordre de grandeur d'une quantité physique $X$ est noté $\tilde{X}$ . L'analyse appliquée aux grandeurs de l'équation (II.1) donne :

$$\begin{cases} \|\mathbf{rot}\,\mathbf{E}\| \approx \dfrac{\tilde{E}}{L} \\ \left\|\dfrac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right\| \approx \dfrac{\tilde{B}}{T} \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{\tilde{E}}{L} \approx \frac{\tilde{B}}{T}, \tag{II.11}$$

et dans (II.3) :

$$\begin{cases} \|\mathbf{rot}\,\mathbf{B}\| \approx \dfrac{\tilde{B}}{L} \\ \left\|\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right\| \approx \dfrac{1}{c^2}\dfrac{\tilde{E}}{T} \end{cases}. \tag{II.12}$$

On en déduit l'ordre de grandeur de leur rapport :

$$\frac{\left\|\varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}\right\|}{\|\mathbf{rot}\,\mathbf{B}\|} \approx \frac{1}{c^2}\frac{\tilde{E}}{T}\frac{L}{\tilde{B}} = \left(\frac{1}{c}\frac{L}{T}\right)^2 << 1. \tag{II.13}$$

L'équation de Maxwell Ampère $\mathbf{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$ peut donc se réduire à $\mathbf{rot}\,\mathbf{B} \approx 0$. Le champ magnétique **B** présente les mêmes propriétés qu'en magnétostatique. Dans un espace libre de source, le système d'équation de Maxwell (II.1-4) peut alors se simplifier en :

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\ , \tag{II.14}$$

$$\mathrm{div}\mathbf{E} = 0\ , \tag{II.15}$$

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{B} \approx \mathbf{0}\ , \tag{II.16}$$

$$\mathrm{div}\mathbf{B} = 0\ , \tag{II.17}$$

où (II.3) a pu être annulée. Dans un premier temps, on constate donc que le phénomène de propagation engendré par la relation qu'entretenaient les champs **E** et **B** à travers (II.1) et (II.3) n'existe plus.

De plus, classiquement, on conclut que l'application de l'ARQS permet de dire que, hors des sources (**j** = **0**), mais près d'elles (dans la zone de champ réactif), les courants de déplacement peuvent être négligés dans l'équation de Maxwell-Ampère (II.3). On peut dès lors avantageusement réutiliser les outils de représentations simplifiées propres à ce cadre (son potentiel scalaire magnétique entre autres, ce que nous ferons dans la suite du manuscrit). Mais le caractère dynamique du champ n'est pas négligé : il permet ainsi de faire le lien avec le champ électrique **E** à travers l'équation de Maxwell-Faraday (II.14). Néanmoins, on constate alors que cette conséquence implique l'exclusivité de l'origine du champ **E** aux seules variations temporelles champ **B**. Le lien entre **E** et les charges est donc rompu. Ceci se traduit entre autres par :

$$\mathbf{E} = -\mathbf{grad}(V) - j\omega\mathbf{A} \tag{II.18}$$

$$\mathbf{E} \approx -j\omega\mathbf{A} \tag{II.19}$$

Ce qui est tout à fait vrai dans le cas d'un dipôle magnétique (ou de la boucle de courant) mais devient faux (ou plutôt incomplet) lorsque la source est quelconque. Nous y reviendrons.

A l'inverse, le champ **E**, quand à lui, perd ses propriétés électrostatiques. En effet, d'après

(II.19), sa circulation est maintenant non conservative et on ne peut donc plus négliger le terme $\partial\mathbf{B}/\partial t$ dans l'équation de Maxwell-Faraday.

Le cadre applicatif de cette simplification est typique des phénomènes d'induction. Le champ **B** est alors supposé de type magnétostatique lentement variable. A l'inverse, pour le champ électrique, c'est l'effet non statique qui est mis en valeur d'après

(II.19), notamment au travers de la force électromotrice induite (nous l'utiliserons lors de la modélisation de l'antenne boucle magnétique au chapitre IV).

### *II.2.3.1.2. Mise en évidence d'une ambiguïté*

Si le cadre décrit précédemment est tout à fait justifié et vrai, il pose toutefois des problèmes. En effet, nous connaissons deux types de régimes statiques : la magnétostatique et l'électrostatique. Ils sont obtenus lorsque $\partial/\partial t = 0$ dans les équations de Maxwell. Or, cette indépendance vis-à-vis du temps peut être aussi exprimée en considérant $L$ infinie. Ces deux approches se traduisent alors dans la condition de quasi-stationnarité (II.10). Et c'est là un fait étrange : de deux situations statiques distinctes, l'application de l'ARQS les réduirait à une seule situation ? On pourrait plutôt s'attendre à une conclusion qui permette l'extension en quasi statique d'une situation ou de l'autre ou même de la superposition des deux.

Pour s'en convaincre, on peut évoquer le cas du calcul du champ électrique dans un condensateur plan. Le champ **E** est perpendiculaire aux armatures et le champ **B** nul puisqu'il n'existe pas de densité volumique de courant entre elles. Si la situation devient lentement variable, les propriétés du champ **E** vont être issues du prolongement du calcul du cas électrostatique. Mais fait nouveau, cela fait apparaître un champ magnétique : il ne provient pas des densités de courant toujours nulles entre les armatures, mais du courant de déplacement, autrement dit de la nouvelle variation temporelle de **E**. C'est d'ailleurs ce phénomène qui nous permet de modéliser l'inductance parasite des condensateurs en CEM. On le voit donc bien, cette situation, partant du même constat (II.10), aboutit à un prolongement des propriétés électrostatiques de **E** (**rot E** = **0** et donc **E** = **-grad**(V)) mais pas pour **B** (**rot B** = $\mu_0 \mathbf{j}_D$ est donc différent de 0). Cette conclusion va à l'encontre de celle résumée par (II.13).

### *II.2.3.1.3. Les origines du problème*

Où s'est glissée l'erreur ? Elle se trouve dans l'analyse d'ordre de grandeur fondée sur l'équation de Maxwell-Faraday. L'estimation (II.11) est fausse, ou plus exactement, pas toujours vraie. D'ailleurs, l'électrostatique fournit un contre-exemple immédiat : **E** peut être très intense et posséder un rotationnel identiquement nul. Cela provient du fait qu'il fait intervenir des différences de dérivées partielles. Chaque terme est bien de l'ordre de grandeur donné mais la différence peut être d'un ordre de grandeur très faible voire complètement nulle à cause de la compensation des termes dominants. Dans le cas de notre contre-exemple, la bonne réponse serait plutôt de la forme :

$$\|\mathbf{rot}\,\mathbf{E}\| < \frac{\tilde{\tilde{E}}}{L} \quad \Rightarrow \quad \frac{\tilde{\tilde{B}}}{T} < \frac{\tilde{\tilde{E}}}{d} \tag{II.20}$$

Ce qui invalide la suite de la démonstration (II.13).

## II.2.3.2. L'ARQS complétée

### *II.2.3.2.1. Première étape*

Pour analyser précisément les phénomènes, il faut donc introduire des approximations supplémentaires en comparant des grandeurs de même dimension. Ainsi, quatre paires sont formées :

$$(cT, L);\ (c\mathbf{B}, \mathbf{E});\ (c\rho, \mathbf{j}) \text{ et } (c\mathbf{A}, V) \tag{II.21}$$

Le cadre de l'ARQS permet de préciser l'ordre de grandeur $\alpha$ pour le premier couple :

$$\frac{cT}{L} = \alpha << 1 \tag{II.22}$$

C'est en imposant une seconde condition sur l'un des trois autres couples de (II.21) que l'on peut obtenir des propriétés approximatives pour les champs et les relier à celles des champs statiques.

Ainsi, l'interrogation porte sur un des couples en accord avec le point de vue adopté : la résolution d'un problème direct s'intéressera au couple des sources ($c\rho$, **j**), le problème inverse, leur conséquences : ($c$**B**, **E**).

Plaçons nous dans le premier cas où les sources ($c\rho$, **j**) sont analysées. On introduit donc un paramètre $\beta$ supplémentaire :

$$\beta = \frac{\tilde{j}}{c\tilde{\rho}} \tag{II.23}$$

Dans une situation quasi stationnaire, ces ordres de grandeurs permettent d'exprimer ceux des potentiels. D'après (II.9), on a :

$$\begin{cases} \tilde{V} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\tilde{\rho} v}{L} \\ \tilde{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\tilde{j} v}{L} \end{cases} \tag{II.24}$$

Où $v$ est le volume occupé par les sources, celui de notre sphère de validité. On en déduit alors la comparaison des quantités de même dimension $cA$ et $V$ :

$$\frac{c\tilde{A}}{\tilde{V}} \approx \frac{c\varepsilon_0\mu_0\tilde{j}}{\tilde{\rho}} = \frac{\tilde{j}}{c\tilde{\rho}} = \beta \tag{II.25}$$

### *II.2.3.2.2. Seconde étape*

Dans une situation quasi-stationnaire définie par $\alpha << 1$ et où les charges harmoniques sont beaucoup plus importantes que les courants, i.e. $\beta << 1$, alors l'ordre de grandeur du champ **E** est donné, en utilisant (II.18), par la comparaison des ordres de grandeurs entre les deux termes :

$$\frac{\left\|\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right\|}{\|\mathbf{grad}(V)\|} \approx \frac{\tilde{A}/T}{\tilde{V}/L} = \frac{c\tilde{A}}{\tilde{V}}\frac{L}{cT} < \beta\cdot\alpha << 1 \tag{II.26}$$

On obtient alors :

$$\mathbf{E} \approx -\mathbf{grad}(V) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{rot}\,\mathbf{E} = \mathbf{0} \tag{II.27}$$

On pourra donc négliger le terme de Faraday dans les équations de Maxwell. Par contre, aucun type de courant (de charge ou de déplacement) ne peut être favorisé. Enfin, il est intéressant d'estimer le rapport des ordres de grandeurs des champs avec :

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \mathbf{rot}\mathbf{A} \\ \mathbf{E} \approx -\mathbf{grad}(V) \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{c\tilde{B}}{\tilde{E}} < \frac{c\tilde{A}}{L}\frac{L}{\tilde{V}} = \beta << 1 \tag{II.28}$$

Dans cette situation, l'interaction électrique est donc prépondérante sur l'interaction magnétique.

### *II.2.3.2.3. Bilan*

Dans un espace libre de sources, dans le cadre de l'ARQS où, de plus, les charges sont beaucoup plus fortes que les courants, le système d'équations de Maxwell peut être simplifié :

$$\begin{cases} \mathbf{rot}\,\mathbf{E} = \mathbf{0} \\ \mathbf{rot}\,\mathbf{B} = \mu_0\,\mathbf{j} + \mu_0\varepsilon_0\, j\omega\cdot\mathbf{E} \end{cases} \text{ et } \begin{cases} \mathrm{div}\mathbf{E} = 0 \\ \mathrm{div}\mathbf{B} = 0 \end{cases} \tag{II.29}$$

Il s'agit alors d'un prolongement des caractéristiques des propriétés électrostatiques des champs aux régimes lentement variables. La circulation du champ **E** est donc conservative. De plus, d'après (II.28), c'est une situation où l'ordre de grandeur du champ électrique est

prépondérant vis-à-vis de celle du champ magnétique. Enfin, dans les systèmes d'électrocinétiques de basse fréquence, cette situation se rencontre avec les condensateurs qui abritent de fortes densités de charges harmoniques. Ce régime peut donc être requalifié comme l'approximation quasi-stationnaire électrique, ou même « limite des condensateurs ».

Le régime quasi statique magnétique ayant déjà été explicité en introduction, on ne détaillera pas ce point. Il donne une situation tout à fait symétrique de l'ARQS électrique. Il correspond typiquement au cas d'étude des circuits faisant intervenir des inductances. On le comprend, la confusion est introduite par le fait que l'électronique de puissance met en jeu, de manière très générale, plutôt des circulations de courant. La nature des conducteurs électriques favorise cette situation puisque tout en assurant la neutralité de la matière (et donc $\rho = 0$), ils permettent la circulation du courant ($j$ non nul).

## II.2.3.3. Conséquence de l'ARQS sur notre étude

### *II.2.3.3.1. Zone de validité*

Puisque la zone propre à la propagation n'est pas prise en compte dans ce modèle, il nous faut vérifier que cela correspond bien à la limite champ proche donnée en section I.2.2.4 (page39). Or, d'après (II.10), l'ARQS se traduit par la condition :

$$L << \lambda \Rightarrow L_{\max} = \frac{\lambda_{\min}}{10} = \frac{30}{F_{\max}} \quad (F \text{ en MHz}). \tag{II.30}$$

Pour la bande de fréquence visée 9kHz-30MHz, on obtient donc une distance maximum de 1 mètre. Cette valeur est un peu plus faible que celle donnée au chapitre I pour la limite champ proche, champ lointain ($\lambda/2\pi$ = 1,6 m à 30 MHz). En tout cas elle englobe bien la zone de champ réactif.

### *II.2.3.3.2. Liens entre les sources, les champs et les modèles*

On aboutit donc à une situation tout à fait symétrique pour qualifier les sources, les champs et leurs représentations équivalentes dans le cadre de l'ARQS. La cohérence est ainsi retrouvée avec l'existence des deux régimes statiques et les deux natures de sources également. Un bilan est proposé dans le Tableau II.1.

En résumé, en zone de champ radiatif, le champ « principal » (ou champ « source ») est de même nature que la source, le champ secondaire n'est qu'une conséquence de la variation temporelle du premier. De plus, les comportements sont symétriques d'une situation à l'autre : le « champ source » est à circulation conservative, on peut alors le représenter efficacement à l'aide d'une grandeur scalaire. Le potentiel scalaire électrique V pour le champ quasi statique électrique ($V$ est donc une grandeur harmonique) et $\psi$ pour le champ quasi statique magnétique.

| Zone de champ réactif | |
|---|---|
| ARQS électrique | ARQS magnétique |
| Sources de type condensateur : | Sources de type bobine : |
| $c\tilde{\rho} >> \tilde{j} \Rightarrow \tilde{E} >> c\tilde{B}$ | $c\tilde{\rho} << \tilde{j} \Rightarrow \tilde{E} << c\tilde{B}$ |
| On néglige $\partial\mathbf{B}/\partial t$ dans Maxwell-Faraday | On néglige $\partial\mathbf{E}/\partial t$ dans Maxwell-Ampère |
| $\mathbf{E} \approx -\mathbf{grad}(V)$ | $\mathbf{B} \approx -\mu_0 \mathbf{grad}(\psi)$ |

Tableau II.1. Récapitulatif des hypothèses et conséquence des ARQS électrique et magnétique

Cette clarification apporte un regard nouveau sur l'analyse des sources que nous avons menée section I.3.3 (page 51). Il faut donc y revenir.

### *II.2.3.3.3. Retour sur l'analyse générique des sources*

Analyser la prédominance entre des charges et des courants dynamiques est du ressort du problème direct, requérant une expertise des sources. Démêler cette question est complexe. C'est justement la démarche adoptée ici, consistant à résoudre le problème inverse, de permettre de contourner ces difficultés. Mais, à l'instar de l'analyse générique des sources menée au chapitre I, nous pouvons apporter un regard global sur ces questions. Or, le Tableau II.1 permet de comprendre les erreurs d'analyse des sources qui s'y sont glissées. Le courant de mode commun qui circule dans les conducteurs de cuivre et dans les capacités parasites de la structure ne peut plus être considéré comme une source homogène de type multipôle magnétique. L'effet condensateur étant relié au multipôle électrique, la complexité du phénomène nous oblige à ne pas trancher sur la prédominance d'un multipôle sur l'autre.

Or, l'effet de l'ensemble des capacités parasites est notable avant même le mégahertz. Des auteurs [ARD 09] viennent récemment de mettre en évidence ce fait : un hacheur boost est modélisé par la méthode PEEC. Une matrice R-L est obtenue. Elle est complétée par la modélisation des capacités parasites [ARD 08]. Ce modèle très complet est comparé avec un autre moins précis. En effet, ce dernier ne prend en compte que la capacité entre le potentiel flottant et le plan de masse. Les simulations temporelles du potentiel flottant montrent alors très clairement que le modèle complet s'accorde très bien avec la mesure des fronts de tensions sur le potentiel flottant, tandis que le modèle incomplet n'est capable de rendre compte que d'un comportement approximatif de cette commutation. En outre, une analyse spectrale des signaux montre que la divergence entre ces deux solutions apparaît dès 100 kHz, alors que le modèle complet reste très proche de la mesure jusqu'à 50 MHz (limite de la simulation).

Néanmoins, il reste difficile de quantifier la part du multipôle électrique vis-à-vis du multipôle magnétique par cette analyse pour pouvoir arbitrer la prédominance de l'un sur l'autre, et à quelle fréquence. En tout cas, vu l'importance des capacités parasites dans la génération du courant de mode commun, il n'est plus possible d'écarter sans un argument rigoureux, le multipôle électrique équivalent. On peut, tout au plus pour le moment, faire l'hypothèse de leur superposition et considérer qu'ils sont d'intensité équivalente.

Mais alors comment quantifier ces phénomènes et leurs étendues fréquentielles ? Ici, c'est l'approche du problème inverse qui peut nous fournir une réponse : par la mesure. En zone de champ radiatif, comme indiqué dans le Tableau II.1, la source et le champ sont de même nature, et on vient de le rappeler clairement, l'autre champ est une conséquence de la variation temporelle du champ principal. La réponse de la prédominance d'une source sur l'autre peut donc être simplement renseignée par la mesure de ces champs, dans cette zone, et à des distances équivalentes. Or, [PUZ 92] nous propose des relevés de ces grandeurs pour toute une gamme de convertisseurs statiques. Ainsi, les spectres de champ électrique et magnétique d'un hacheur à commutation forcée sont reproduits sur la Figure II.2. D'autres spectres mesurés sont présentés dans son travail. Ils concernent un onduleur de tension et un hacheur quasi-résonnant. Ces mesures ont été faites à l'aide de sondes de champ électrique et magnétique sur un plan parallèle à 200 mm au dessus des structures.

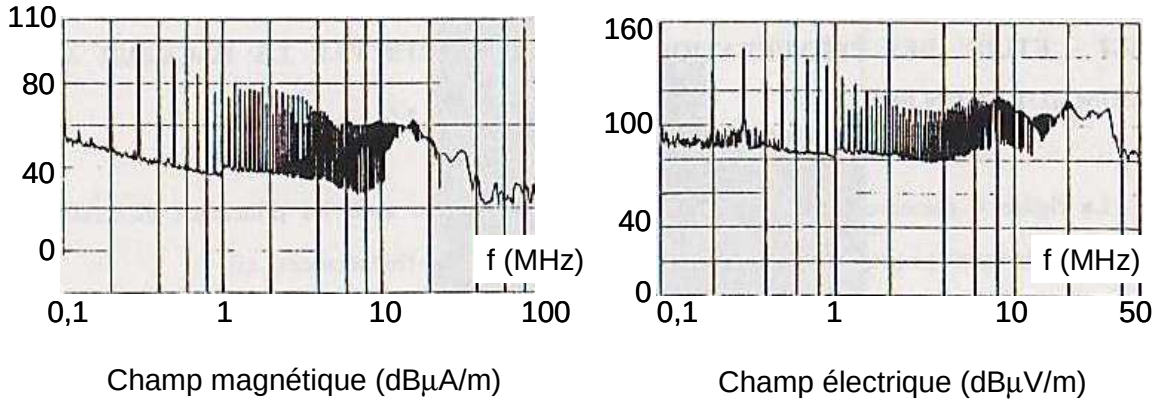



Figure II.2. Spectres mesurés des champs magnétiques et électriques au dessus d'un hacheur à commutation forcée [PUZ 92].

On constate alors que les champs ont des ordres de grandeurs identiques ($Z_0 \cdot \tilde{\tilde{H}} \approx \tilde{\tilde{E}} \approx 1$ V/m). On ne peut donc pas négliger le multipôle électrique équivalent vis-à-vis du multipôle magnétique équivalent de ces convertisseurs statiques et ce, on le voit, pour l'ensemble de la bande de fréquence investiguée. C'est donc la superposition des deux types de multipôle qui doit nous intéresser sans privilégier l'un ou l'autre selon la fréquence.

## II.2.3.4. Conclusion et limites de l'étude

Si les remarques précédentes montrent que la détermination des perturbations électromagnétiques générées par les dispositifs de l'électronique de puissance reste complexe, le Tableau II.1 nous indique clairement une méthode de résolution possible. En effet, la mesure en champ proche permet de découpler les phénomènes : la mesure du champ magnétique, associée à l'ARQS magnétique donne accès à l'identification des paramètres du multipôle magnétique (respectivement pour le multipôle électrique). La connaissance complète des perturbations électromagnétique s'obtient alors par la superposition des deux sources équivalentes de nature différente. Nous nous attacherons dans ce travail, à proposer un outil capable d'identifier une partie du multipôle magnétique. Un travail analogue devra donc se pencher sur la question du multipôle électrique. Mais,

encore une fois, le Tableau II.1, nous montre que la symétrie entre les deux situations permet de transposer les outils que nous développons ici d'une situation à l'autre.

Enfin, comme présenté au chapitre I, section I.4.4.2 (page 75), les améliorations apportées par [TOF 96] sur les antennes boucles du système LLA, leurs confèrent la possibilité d'être sensibles aux deux types de dipôles à la fois, en même temps et tout en les discriminant (la cellule TEM n'a pas cette possibilité de séparer l'identification des multipôles, voir annexes page 228). Cela indique donc une voie de résolution complète de notre problématique. Ces aspects seront abordés au moment de discuter des perspectives de ce travail.

L'approximation utilisée dans la suite est donc valide dans le cas de sources constituées essentiellement de boucle de courant et jusqu'à une distance de 1 m maximum pour notre bande fréquence de travail. C'est à partir du système simplifié de Maxwell (II.14-17) que nous allons construire notre modèle dans la suite. Ces limites correspondent donc à celles de notre modèle du développement multipolaire en champ proche.

## II.2.4. La résolution des équations d'Helmholtz et de Laplace

Les équations aux dérivées partielles (II.5) et (II.7) peuvent se résoudre par la méthode de séparation des variables. Nous restreignons la résolution dans le système de coordonnées sphériques. En régime harmonique, (II.5) devient :

$$\nabla^2 H(r,\theta,\varphi) + k^2 H(r,\theta,\varphi) = 0 \tag{II.31}$$

Nous obtenons donc, en système de coordonnées sphériques :

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial H}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial H}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2 H}{\partial\varphi^2} + k^2 H = 0 \tag{II.32}$$

Si la fonction $H$ s'écrit comme le produit de fonctions à variables séparées tel que:

$$H(r,\theta,\varphi) = R(r)\cdot\Theta(\theta)\cdot\Phi(\varphi) \tag{II.33}$$

Alors, on aboutit à trois équations scalaires :

$$\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[(kr)^2 - n(n+1)\right]\cdot R = 0 \tag{II.34}$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)+\left[n(n+1)-\left(\frac{m}{\sin\theta}\right)^2\right]\cdot\Theta=0 \qquad \text{(II.35)}$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+m^2\Phi=0 \qquad \text{(II.36)}$$

où $n$ et $m$ sont des entiers.

Nous ne détaillons pas la résolution de ce système, largement abordée dans la littérature classique (on peut lire par exemple, [STR 07] ou même [COH 97]). Par contre, une remarque importante doit être faite : seule l'équation différentielle (II.34) concernant la fonction radiale $R$ est modifiée lorsque l'on passe du cas général incluant la propagation au cas des régimes quasi statiques.

Ainsi, les solutions générales de ces trois équations (II.34-36) s'écrivent :

$$H(r,\theta,\varphi)=R(r)\cdot S(\theta,\varphi), \qquad \text{(II.37)}$$

où :

- $R$ est une fonction qui dépend, entre autre, des approximations avec lesquelles on travaille (ARQS ou cas général)
- $S$ sont des fonctions qui caractérisent le comportement angulaire des champs. Ces fonctions demeurent identiques que l'on considère l'approximation des régimes quasi statique ou le cas général incluant la propagation des champs. On les appelle les fonctions harmoniques sphériques. Une partie de leurs propriétés sont rappelées dans ce chapitre, le suivant ainsi que dans l'annexe du chapitre II, page 232.

En conclusion, on a vu ici que deux niveaux de modélisation peuvent être utilisés pour décrire le développement multipolaire. L'un est globale : il est valable partout, en zones de champ proche et de champ lointain. Ainsi, il permet de décrire les phénomènes de propagation, exprimées au travers de la fonction radiale $R$. Il modélise donc aussi des aspects qui ne nous intéressent pas directement dans ce travail. Le recours à l'ARQS permet de limiter cet outil à la seule zone de champ proche. Cette approximation appliquée au modèle du développement multipolaire revient à un passage à la limite du produit $kr$ vers zéro, comme expliqué au chapitre I lors de l'étude des sources élémentaires. Ce passage à la limite permet également une simplification formelle des écritures du modèle utilisé. Enfin, cette simplification ne concerne que la fonction radiale $R$ ; les fonctions harmoniques sphériques $S$ traduisent donc les comportements du champ selon des directions de l'espace de la même façon dans la zone de champ proche ou lointain. Or, puisque nous allons discuter de ces fonctions dans ce travail, il peut donc trouver également des prolongements dans la zone de champ lointain.

## II.2.5. Le potentiel scalaire magnétique

Comme dans le cas statique pour le champ électrique, l'ARQS permet d'écrire que le champ d'induction **B** dérive d'un potentiel scalaire magnétique $\psi$ :

$$\mathbf{rot}\,\mathbf{B} \approx 0 \Rightarrow \mathbf{B} = -\mu_0 \mathbf{grad}(\psi) \tag{II.38}$$

C'est un outil de représentation intéressant puisqu'il permet de transposer les résultats connus de l'électrostatique. Cette grandeur scalaire $\psi$ va ainsi nous permettre d'expliquer le modèle du développement multipolaire à l'aide de l'étude du z-dipôle et z-quadripôle magnétiques.

### II.2.5.1. Cas du dipôle

D'après la Figure II.3, le potentiel scalaire d'un dipôle magnétique en un point P est donné par [LORR 79]:

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{m_z} \cdot \mathbf{r}}{4\pi r^3} = \frac{m_z \cos\theta}{4\pi r^2}, \tag{II.39}$$

où :

- $\mathbf{m_z}$ est un vecteur, moment du dipôle centré dans le repère et dirigé selon l'axe *z*,
- **r** est le vecteur position du point P.

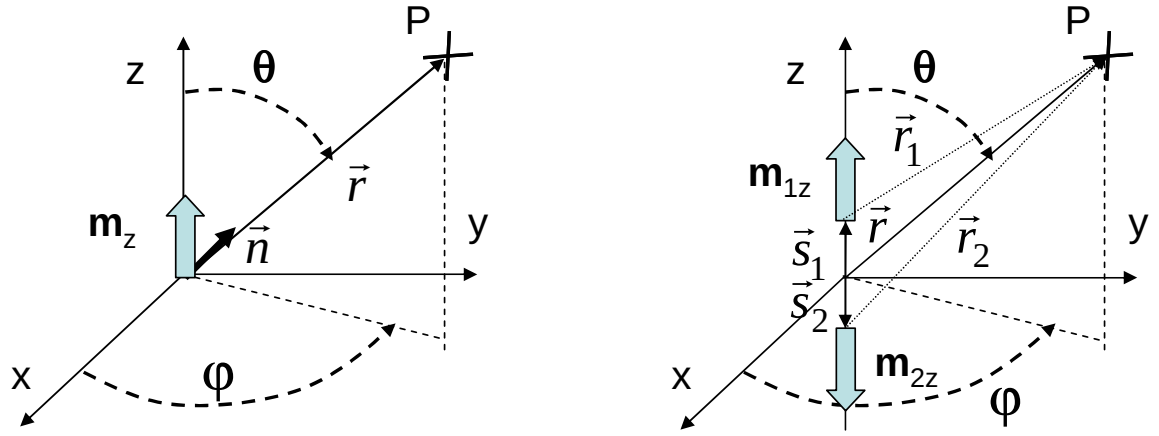



Figure II.3. Géométries pour le z-dipôle (à gauche) et le z-quadripôle (à droite)

Dans le système de coordonnées sphériques, d'après les expressions du gradient, on en déduit simplement le champ d'induction magnétique **B** comme :

$$\begin{cases} \mathbf{B}_r = -\mu_0 \dfrac{\partial \psi}{\partial r}\mathbf{u_r} = \dfrac{\mu_0 m_z \cos(\theta)}{2\pi r^3}\mathbf{u_r} \\ \mathbf{B}_\theta = -\dfrac{\mu_0}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta}\mathbf{u_\theta} = \dfrac{\mu_0 m_z \sin(\theta)}{4\pi r^3}\mathbf{u_\theta} \\ \mathbf{B}_\varphi = -\dfrac{\mu_0}{r\sin(\theta)}\dfrac{\partial \psi}{\partial \varphi}\mathbf{u}_\varphi = \mathbf{0} \end{cases} \quad \text{(II.40)}$$

On constate que les résultats sont bien identiques à ceux donnés dans le chapitre I pour la même composante dipolaire dans le cas de l'approximation de la zone proche, près des sources.

## II.2.5.2. Cas de deux z-dipôles tête bêche : le z-quadripôle

Une construction simple de la composante du quadripôle selon *z* a été proposée au chapitre I. Elle s'appuyait sur la superposition de deux dipôles tête bêche et décalés symétriquement sur l'axe *z* par rapport au centre du repère. Ce décalage noté *s* doit être tel que les dipôles restent dans la sphère de validité. On retrouve cette configuration sur la Figure II.3, à droite. D'après (II.39), on a :

$$\begin{cases} \psi_1(\mathbf{r}) = \dfrac{\mathbf{m_{1z}}\cdot\mathbf{r_1}}{4\pi r_1^3} = \dfrac{\mathbf{m_{1z}}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{s_1})}{4\pi r_1^3} \\ \psi_2(\mathbf{r}) = \dfrac{\mathbf{m_{2z}}\cdot\mathbf{r_2}}{4\pi r_2^3} = \dfrac{\mathbf{m_{2z}}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{s_2})}{4\pi r_2^3} \end{cases} \text{ avec } \begin{cases} \|\mathbf{m_{1z}}\| = \|\mathbf{m_{2z}}\| = m_z \\ \|\mathbf{s_1}\| = \|\mathbf{s_2}\| = s \end{cases} \quad \text{(II.41)}$$

Nous allons montrer par un développement limité que lorsque l'on exprime le potentiel scalaire magnétique de ces deux dipôles en dehors de la sphère de validité, ils sont équivalents à une nouvelle source : le z-quadripôle. Il appartient à l'ordre 2 du multipôle équivalent.

Le potentiel scalaire magnétique total en P est obtenu en sommant les contributions de chaque dipôle, et, ainsi, par rapport au centre du repère :

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r}) \quad \text{(II.42)}$$

Or, d'une part, on a :

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_{1z}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{s}_1) &= \mathbf{m}_{1z}\cdot\mathbf{r} - \mathbf{m}_{1z}\cdot\mathbf{s}_1 = m_z r\cos(\theta) - m_z s \\ \mathbf{m}_{2z}\cdot(\mathbf{r}-\mathbf{s}_2) &= \mathbf{m}_{2z}\cdot\mathbf{r} - \mathbf{m}_{2z}\cdot\mathbf{s}_1 = -m_z r\cos(\theta) - m_z s, \end{aligned} \quad \text{(II.43)}$$

d'où :

$$\begin{cases} \psi_1(\mathbf{r}) = \dfrac{\mathbf{m_{1z}} \cdot \mathbf{r_1}}{4\pi r_1^3} = \dfrac{m_z}{4\pi}\left(\dfrac{r\cos(\theta) - s}{r_1^3}\right) \\ \psi_2(\mathbf{r}) = \dfrac{\mathbf{m_{2z}} \cdot \mathbf{r_2}}{4\pi r_2^3} = \dfrac{m_z}{4\pi}\left(\dfrac{-r\cos(\theta) - s}{r_2^3}\right) \end{cases}, \tag{II.44}$$

et, d'autre part :

$$\begin{cases} r_1^2 = r^2 + s^2 - 2rs\cos(\theta) \\ r_2^2 = r^2 + s^2 + 2rs\cos(\theta) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{r_1^3} = \dfrac{1}{r^3}\left(\dfrac{1}{1 + \dfrac{s^2}{r^2} - \dfrac{2s}{r}\cos(\theta)}\right)^{3/2} \\ \dfrac{1}{r_2^3} = \dfrac{1}{r^3}\left(\dfrac{1}{1 + \dfrac{s^2}{r^2} + \dfrac{2s}{r}\cos(\theta)}\right)^{3/2} \end{cases} \tag{II.45}$$

Dans le cas où $s < r$ , donc dès que l'on exprime le champ en dehors de la sphère de validité, il existe un développement limité de ces expressions. Plus on se rapproche de la source et plus il est nécessaire d'écrire ce développement jusqu'à un ordre élevé. A la limite proche, la convergence de la série est toujours possible tant que $s_{max} < r$, ce qui exprime bien le fait que les sources doivent restées confinées à l'intérieur d'une sphère et le champ exprimé à l'extérieur. On a donc :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r_1^3} = \dfrac{1}{r^3}\left(\dfrac{1}{1 + \dfrac{s^2}{r^2} - \dfrac{2s}{r}\cos(\theta)}\right)^{3/2} = \dfrac{1}{r^3}\left(1 + 3\cos(\theta)\left(\dfrac{s}{r}\right) + \dfrac{1}{2}\left(-3 + 15\cos(\theta)^2\right)\left(\dfrac{s}{r}\right)^2 + \ldots\right) \\ \dfrac{1}{r_2^3} = \dfrac{1}{r^3}\left(\dfrac{1}{1 + \dfrac{s^2}{r^2} + \dfrac{2s}{r}\cos(\theta)}\right)^{3/2} = \dfrac{1}{r^3}\left(1 - 3\cos(\theta)\left(\dfrac{s}{r}\right) + \dfrac{1}{2}\left(-3 + 15\cos(\theta)^2\right)\left(\dfrac{s}{r}\right)^2 + \ldots\right) \end{cases} \tag{II.46}$$

A grande distance, si on se contente de l'ordre 0 de ce développement limité, on obtient :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r_1^3} \approx \dfrac{1}{r^3} \\ \dfrac{1}{r_2^3} \approx \dfrac{1}{r^3} \end{cases} \tag{II.47}$$

Si, de plus, on ne garde que les premiers termes (d'ordre 0 en s/r) du système (II.44), on obtient :

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r}) \approx \frac{m_z r\cos(\theta) - m_z r\cos(\theta)}{4\pi r^3} = \frac{0}{4\pi r^2} + O\left(\frac{1}{r^3}\right) \tag{II.48}$$

Cela confirme, qu'en effet, ce système de deux dipôles tête bêche n'a pas de comportement dipolaire (caractérisé par une décroissance du potentiel scalaire magnétique en $1/r^2$). Très loin de la source, les deux dipôles sont spatialement confondus et leurs champs dipolaires sont parfaitement compensés. Il y a toujours un effet en $1/r^3$.

Si on se rapproche un peu plus, on doit tenir compte des termes d'ordre 1 dans les expressions (II.44) et (II.46), si bien que :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{r_1^3} \approx \dfrac{1}{r^3}\left(1 + 3\dfrac{s}{r}\cos(\theta)\right) \\ \dfrac{1}{r_2^3} \approx \dfrac{1}{r^3}\left(1 - 3\dfrac{s}{r}\cos(\theta)\right) \end{cases} \tag{II.49}$$

et donc :

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_1(\mathbf{r}) + \psi_2(\mathbf{r}) \approx \frac{s \cdot m_z}{2\pi r^3}\left(3\cos(\theta)^2 - 1\right) \tag{II.50}$$

Dans cette expression, on pose :

$$Q_z = 4sm_z \tag{II.51}$$

où $Q_z$ est la composante du quadripôle sur l'axe *z*. Elle s'exprime en $A.m^3$. On a donc, finalement :

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{Q_z}{8\pi r^3}\left(3\cos(\theta)^2 - 1\right) \tag{II.52}$$

On confirme ici que la décroissance du potentiel liée à une source de type quadripolaire est bien en $1/r^3$. Le champ **B** correspondant est alors :

$$\begin{cases} \mathbf{B}_r = -\mu_0 \dfrac{\partial \psi}{\partial r}\mathbf{u}_r = \dfrac{\mu_0}{4\pi r^4}\dfrac{3}{2}Q_z\left(3\cos(\theta)^2 - 1\right)\mathbf{u}_r \\ \mathbf{B}_\theta = -\dfrac{\mu_0}{r}\dfrac{\partial \psi}{\partial \theta}\mathbf{u}_\theta = \dfrac{\mu_0}{4\pi r^4}3Q_z\sin(\theta)\cos(\theta)\,\mathbf{u}_\theta \\ \mathbf{B}_\varphi = -\dfrac{\mu_0}{r\sin(\theta)}\dfrac{\partial \psi}{\partial \varphi}\mathbf{u}_\varphi = 0 \end{cases} \tag{II.53}$$

Ce calcul suggère deux remarques :

- la source ayant une symétrie de révolution autour de l'axe *z*, il est normal que son potentiel scalaire magnétique ne dépende pas de la variable azimutale $\varphi$. En conséquence, le champ **B** ne possède pas de composante sur cette même coordonnée.
- la source proposée par [WIK 85] (i.e. construction du z-quadripôle à l'aide de deux z-dipôles tête bêche) n'a pas qu'un comportement quadripolaire. En effet, le développement limité (II.46) introduit dans le système (II.44) montre que seuls les termes d'ordre $(s/r)^p$ pour *p* pair s'annulent. Cette source génère donc du champ pour tous les ordres *n* pairs. Ce n'est donc pas rigoureusement un quadripôle, même si le premier ordre non nul lui correspond bien.

La démarche proposée ici ne peut pas être généralisée pour définir complètement le multipôle magnétique. Elle est en effet fastidieuse et peu efficace. Elle nous a permis néanmoins d'introduire simplement la notion de multipôle dans le cas des régimes quasi statiques. Dans la suite, nous introduisons quelques outils mathématiques supplémentaires pour aborder l'ensemble des phénomènes physiques liés à l'étude.

## II.2.6. Le développement multipolaire scalaire

### II.2.6.1. Définition

Le potentiel scalaire magnétique introduit précédemment peut être exprimé d'une façon plus générale :

$$\psi(r,\theta,\varphi) = \frac{1}{4\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=-n}^{+n} A_{nm} \cdot \frac{1}{r^{n+1}} \cdot S_{nm}(\theta,\varphi) \tag{II.54}$$

où :

- $r$ est la distance entre le centre de la décomposition (l'origine du système de coordonnées sphériques ($r$, $\theta$, $\varphi$)) et le point où il est exprimé,
- les $S_{nm}$ sont les fonctions harmoniques sphériques réelles, d'ordre $n$ et de degré $m$. Elles sont déjà apparues dans (II.36) pour exprimer la solution générale de l'équation de Laplace. D'après (II.53), on voit clairement que ce sont ces fonctions qui décrivent le comportement angulaire de $\psi$. On y revient ci-dessous.
- Les $A_{nm}$ sont les coefficients de la décomposition. Dans le cas le plus général, le potentiel scalaire magnétique possède une phase à l'origine non nulle. Ces composantes sont alors des complexes. Ce jeu de coefficients est valable pour une fréquence $f$ donnée.

D'après (II.38), l'induction magnétique correspondante est donc donnée par :

$$\begin{aligned}\mathbf{B}(r,\theta,\varphi) &= -\mu_0 \mathbf{grad}\big(\psi(r,\theta,\varphi)\big) \\ &= \sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=-n}^{+n} \mathbf{B}_{nm}(r,\theta,\varphi)\ ,\end{aligned} \tag{II.55}$$

avec :

$$\mathbf{B}_{nm}(r,\theta,\varphi) = -\frac{\mu_0}{4\pi} A_{nm} \cdot \mathbf{grad}\left(\frac{1}{r^{n+1}} \cdot S_{nm}(\theta,\varphi)\right) \tag{II.56}$$

Il s'agit du développement multipolaire du champ d'induction magnétique **B** dans le cas des régimes quasi statiques. L'équation (II.55) correspond à l'expression (I.12) donnée dans le chapitre I, sous la forme d'une écriture compactée ici. Pour chaque $\mathbf{B}_{nm}$, on peut détailler l'écriture des composantes scalaires. On a :

$$\mathbf{B}_{nm}(r,\theta,\varphi) = \begin{cases} \mathbf{B}_{nm_r}(r,\theta,\varphi) = \dfrac{\mu_0}{4\pi} A_{nm} \cdot \dfrac{(n+1)}{r^{n+2}} \cdot S_{nm}(\theta,\varphi)\mathbf{u}_r \\ \mathbf{B}_{nm_\theta}(r,\theta,\varphi) = -\dfrac{\mu_0}{4\pi} A_{nm} \cdot \dfrac{1}{r^{n+2}} \cdot \dfrac{\partial S_{nm}(\theta,\varphi)}{\partial\theta}\mathbf{u}_\theta \\ \mathbf{B}_{nm_\varphi}(r,\theta,\varphi) = -\dfrac{\mu_0}{4\pi} A_{nm} \cdot \dfrac{1}{r^{n+2}} \cdot \dfrac{1}{\sin(\theta)} \cdot \dfrac{\partial S_{nm}(\theta,\varphi)}{\partial\varphi}\mathbf{u}_\varphi \end{cases} \tag{II.57}$$

On retrouve les caractéristiques exposées au chapitre I. Il y a bien $2n+1$ composantes par ordre $n$ (3 pour $n = 1$, 5 pour $n = 2$…). Enfin, la décroissance en $1/r^{n+2}$ apparaît explicitement ici.

## II.2.6.2. Les fonctions harmoniques sphériques

Détaillons l'écriture des fonctions harmoniques sphériques réelles $S_{nm}$. A l'ordre $n$ et au degré $m$, elles sont définies par :

$$S_{nm}(\theta,\varphi) = \Theta_{nm}(\theta).\Phi_m(\varphi), \tag{II.58}$$

avec :

$$\begin{cases} \Theta_{nm}(\theta) = (-1)^m \sqrt{\dfrac{(n-|m|)!}{(n+|m|)!}} P_{n|m|}(\cos(\theta)) \\ \Phi_m(\varphi) = \begin{cases} \sqrt{2}\cos(m\varphi) & m > 0 \\ 1 \quad si & m = 0 \\ \sqrt{2}\sin(|m|\varphi) & m < 0 \end{cases} \end{cases} \tag{II.59}$$

Les fonctions $P_{nm}$ sont les fonctions de Legendre associées qui peuvent être définies grâce à la formule de Rodrigues [NED 01]. En réalité, il est plus simple d'exprimer ces fonctions dans une base complexe (elles sont alors nommées $Y_{nm}$), puis de les combiner afin de les rendre réelles, ce qui est plus à l'image de nos problématiques physiques. [LOR 01] a beaucoup travaillé sur ces questions. Afin d'alléger la lecture, ces différentes étapes sont décrites dans les annexes du chapitre II (page 232).

Les expressions de ces fonctions harmoniques sphériques réelles sont données, pour les deux premiers ordres dans le Tableau II.2. Elles sont exprimées dans les systèmes de coordonnées sphériques et cartésiennes. En effet, sous cette dernière forme, elles vont nous servir dans la dernière partie de ce chapitre.

Nous reviendrons largement sur ces fonctions dans le chapitre III. Néanmoins, on peut d'ores et déjà faire quelques commentaires. On remarque à la lecture du Tableau II.2 que, malgré des expressions en apparence assez différentes en $\theta$ et $\varphi$ :

- les fonctions du premier ordre sont identiques à une rotation près de +/- $\pi/2$ autour des axes principaux,
- de même pour 3 composantes du second ordre ($m$ = -2, $m$ = -1 et $m$ = 1),
- et aussi une rotation de $\pi/4$ pour $m$ = 2 (la fonction pouvant s'écrire comme pour $m$ = -2, en substituant $x$ par $(x+y)/\sqrt{2}$ et $y$ par $(x-y)/\sqrt{2}$ ).

Enfin, la fonction $S_{20}$ semble « particulière » et liée à l'axe $z$. Ce n'est qu'une apparence, car la même fonction, mais centrée autour des axes $x$ ou $y$, ou suivant n'importe quelle

autre direction, peut être construite par combinaison linéaire des 5 fonctions d'ordre 2. Ce point sera détaillé et exploité dans la seconde partie du chapitre III.

| n / m | 1 | 2 |
|---|---|---|
| 0 | $S_{10} = \cos(\theta) = \frac{z}{r}$ | $S_{20} = \frac{1}{2}\left(3\cos^2(\theta) - 1\right) = \frac{1}{2r^2}\left(3z^2 - 1\right)$ |
| 1 | $S_{11} = \sin(\theta)\cos(\varphi) = \frac{x}{r}$ | $S_{21} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2\theta)\cos(\varphi) = \frac{\sqrt{3}xz}{r^2}$ |
| -1 | $S_{1-1} = \sin(\theta)\sin(\varphi) = \frac{y}{r}$ | $S_{2-1} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2\theta)\sin(\varphi) = \frac{\sqrt{3}yz}{r^2}$ |
| 2 | / | $S_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2(\theta)\cos(2\varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2r^2}\left(x^2 - y^2\right)$ |
| -2 | / | $S_{2-2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sin^2(\theta)\sin(2\varphi) = \frac{\sqrt{3}xy}{r^2}$ |

Tableau II.2. Fonctions harmoniques sphériques réelles (en coordonnées sphériques et cartésiennes) pour les ordres 1 et 2.

A titre d'illustration, quelques représentations de ces fonctions sont proposées sur la Figure II.4. Dans tout le manuscrit, deux modes de représentation sont proposés. Dans certains cas, la fonction est projetée sur une sphère. Ses valeurs, fonctions des angles $\theta$ et $\varphi$, sont alors affichées grâce à un code couleur, comme sur la Figure II.4.a. Ce type de représentation est intéressant lorsque l'on superpose sur la sphère le dessin de bobines d'induction car les zones de même intensité sont clairement identifiées. A d'autres moments, lorsque l'on veut représenter les fonctions harmoniques sphériques seules, il peut être opportun, en plus du code couleur, de moduler le rayon de la sphère à l'aide du module de la fonction représentée, comme sur la Figure II.4.b. Enfin, Figure II.4.c, sur ce dernier mode de représentation, quelques composantes sont proposées. On remarque que plus l'ordre augmente et plus le motif est complexe.

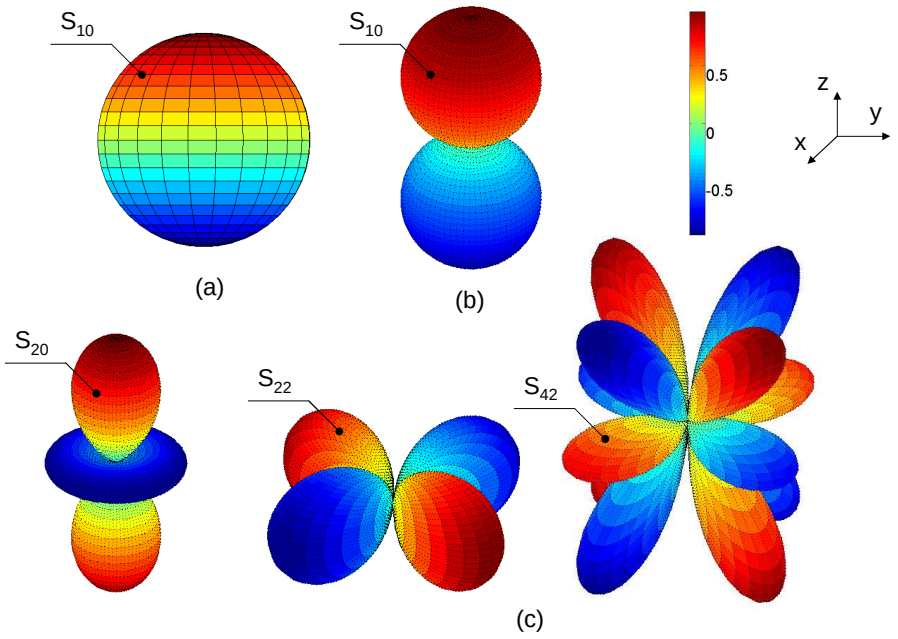



Figure II.4. Exemples de représentations de fonctions harmoniques sphériques.

### II.2.6.3. Lien avec les expressions issues des développements limités

Le lien avec le champ **B** étant clairement établi grâce à (II.57), on peut travailler avec le potentiel scalaire magnétique. Ainsi :

$$\psi(r,\theta,\varphi)=\frac{1}{4\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=-n}^{+n}A_{nm}\cdot\frac{1}{r^{n+1}}\cdot\Theta_{nm}(\theta).\Phi_{m}(\varphi) \qquad \text{(II.60)}$$

On remarque tout d'abord que certaines notations ont été modifiées : la composante dipolaire selon l'axe $z$ s'écrit maintenant $A_{10}$. En effet, dans (II.60), si on pose $n = 1$ et $m = 0$, on obtient :

$$\psi_{10}(r,\theta,\varphi)=\frac{1}{4\pi}A_{10}\cdot\frac{1}{r^{2}}\cdot P_{10}(\cos\theta)=\frac{A_{10}\cos\theta}{4\pi r^{2}}, \qquad \text{(II.61)}$$

d'après les annexes du chapitre II (page 232) où sont regroupées les expressions des premiers polynômes de Legendre associés. Cette expression est bien conforme à (II.39). De même, la composante du quadripôle selon $z$ est notée $A_{20}$, au lieu de $Q_z$ dans (II.52). En définitive, l'ensemble des coefficients $A_{nm}$ caractérise le multipôle magnétique de la source pour une fréquence $f$ donnée. Ce sont ces termes que nous allons chercher à identifier lors de notre processus d'inversion. En effet, dans un repère de coordonnées sphériques fixé, ils sont uniques et intrinsèques à l'objet étudié. Nous détaillons ces deux importantes caractéristiques dans la section II.2.8.

L'utilisation du potentiel scalaire magnétique est pratique car le lien avec le champ **B** est relativement simple. Mais ce potentiel scalaire n'est pas généralisable à tout l'espace

puisqu'il n'a de sens que dans le cadre de l'ARQS. Il est alors intéressant d'utiliser le potentiel vecteur **A**, de représentativité plus général. La difficulté réside dans le fait que c'est une grandeur vectorielle dont l'expression est forcément moins simple que le scalaire $\psi$. C'est le sujet du prochain paragraphe.

## II.2.7. Le développement multipolaire vectoriel appliqué au potentiel vecteur A

Dans nos conditions de travail, le potentiel vecteur **A** vérifie aussi l'équation d'Helmholtz (II.31) si bien qu'il peut être développé sous la forme :

$$\mathbf{A}(r,\theta,\varphi)=\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=-n}^{+n} D_{nm}\cdot\frac{1}{r^{n+1}}\cdot\mathbf{S}_{nm}(\theta,\varphi), \tag{II.62}$$

où

- $\mathbf{S}_{nm}$ sont les vecteurs harmoniques sphériques réels. Leur définition est donnée dans les annexes du chapitre II (page 232),
- les $D_{nm}$ sont les coefficients du multipôle magnétique pour cette définition.

L'utilisation de la forme vectorielle des fonctions harmoniques sphériques permet une écriture synthétique simple et très analogue au cas du potentiel scalaire magnétique. Les champs **E** et **B** sont déduits par les relations classiques :

$$\mathbf{E}=-\mathbf{grad}(V)-\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}=-\mathbf{grad}(V)-j\omega\mathbf{A}\approx-j\omega\mathbf{A} \tag{II.63}$$

$$\mathbf{B}=\mathbf{rotA}, \tag{II.64}$$

où $V$ est le potentiel scalaire électrique. En accord avec l'ARQS magnétique, il est négligeable lorsque la source est un dipôle magnétique (boucle de courant).

Le champ **B** peut donc être obtenu de deux façons, depuis (II.64) avec le développement (II.62) et depuis le système (II.57) correspondant au développement de son potentiel scalaire magnétique. Par identification terme à terme, on obtient :

$$D_{nm}=-\sqrt{\frac{n+1}{n}}A_{nm} \tag{II.65}$$

On aboutit donc à une description cohérente de **A** et $\psi$ à l'aide du même multipôle magnétique $A_{nm}$. Ainsi :

$$\mathbf{A}(r,\theta,\varphi) = \frac{-\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \sqrt{\frac{n+1}{n}} A_{nm} \cdot \frac{1}{r^{n+1}} \cdot \mathbf{S}_{nm}(\theta,\varphi) \tag{II.66}$$

Cette relation utilise le développement multipolaire en accord avec le multipôle défini avec le potentiel scalaire magnétique vu précédemment.

Le potentiel vecteur est pratique car une seule grandeur (vectorielle certes) permet d'exprimer les champs **E** et **B**. De plus, contrairement à $\psi$ qui est un outil intermédiaire valable uniquement dans le cadre de l'hypothèse de l'ARQS (donc en champ proche), le potentiel vecteur **A** peut être utilisé pour la détermination des champs dans toutes les zones (champ proche et lointain). Autrement dit, $\psi$ ne vérifie que la fonction de Laplace, alors que **A** peut également vérifier l'équation d'Helmholtz. Mais cela suppose d'utiliser un modèle de développement multipolaire adapté à cette situation. Comme on l'a déjà dit plus haut, cela revient à modifier la fonction radiale $R(r) = 1/r^{(n+1)}$ dans (II.66). Nous aborderons cela au moment des perspectives du manuscrit, à la fin du chapitre IV.

## II.2.8. Deux propriétés remarquables

Deux propriétés remarquables de ce modèle et déjà avancées au chapitre I vont pouvoir être détaillées, à la lumière des développements précédents.

### II.2.8.1. Un jeu de composantes uniques

Les différentes fonctions qui interviennent dans l'expression (II.60) forment une base orthogonale, mais pas orthonormée pour le produit scalaire défini par la relation :

$$\iint_{\text{Sphère unitée}} S_{nm} S_{n'm'} dS = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \sin(\theta) d\theta \cdot S_{nm}(\theta,\varphi) S_{n'm'}(\theta,\varphi) = \left(\frac{4\pi}{2n+1}\right) \delta_{nn'} \delta_{mm'} \tag{II.67}$$

où δ est le symbole de Kronecker défini par :

$$\begin{cases} \delta_{ll'} = 1 \text{ si } l = l' \\ \delta_{ll'} = 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{II.68}$$

Le produit scalaire ainsi défini est valable pour les fonctions de carré sommable sur la sphère unité (i.e. toute fonction au carré dont l'intégrale sur la sphère est définie). On peut faire une analogie avec les vecteurs d'une base orthogonale en géométrie euclidienne. Le produit scalaire entre deux composantes différentes donne un résultat nul par définition de l'orthogonalité. De même, ici, le résultat est bien nul lors de l'intégration sur les deux angles définissant la surface sphérique. S'il s'agit du produit scalaire entre deux mêmes composantes et si la base euclidienne est orthonormée (i.e. les vecteurs de la base euclidienne sont unitaires), alors le produit scalaire vaut 1, le carré de leur norme sinon. De

même ici, la base n'étant pas normée, le résultats du produit scalaire donne le terme $4\pi/(2n+1)$, ce qui correspond à la norme au carré de chaque composante $S_{nm}$.

Ce produit scalaire sera utilisé en fin de chapitre et dans la suite de ce travail.

De manière plus générale, toutes les fonctions $F$ de carré sommable sur la sphère de rayon unité (i.e. dont l'intégration de $F^2$ sur les angles $\theta$ et $\varphi$ existe) forment un espace vectoriel. Les fonctions harmoniques sphériques $S_{nm}$ forment une base orthogonale de cet espace. Ainsi, toute fonction appartenant à cet espace est décomposable en série d'harmoniques sphériques spatiales. Si on note $F(\theta, \varphi)$ cette fonction, on a :

$$F(\theta,\varphi) = \sum\sum \alpha_{nm} S_{nm}(\theta,\varphi), \tag{II.69}$$

où, les coefficients $\alpha_{nm}$ sont calculés à l'aide du produit scalaire, noté <|> :

$$\left\langle F \middle| S_{nm} \right\rangle = \alpha_{nm} = \iint_{Sphère} F(\theta,\varphi) S_{nm}(\theta,\varphi)\, dS \tag{II.70}$$

Cette relation est donc une projection de la fonction $F$ sur la composante ($n$, $m$) de la base orthogonale formée par les fonctions harmoniques sphériques.

## II.2.8.2. Un multipôle équivalent intrinsèque aux sources

### *II.2.8.2.1. Sources densité de charges et de courants*

Jackson [JAC 98] exprime clairement le lien entre les densités de courant au sein de la structure et les multipôles magnétique et électrique. Son développement commence aussi à l'ordre 1 car le monopole électrique correspond à des sources statiques, hors de notre bande passante. Les sources de champ sont donc réduites aux densités de charges et de courants harmoniques notées $\rho$ et **J**.

La densité de courant quelconque **J** peut être décomposée en deux parties. Une, nommée antisymétrique (on peut préférer dire orthoradiale au vecteur **r,** qui relie le centre du repère au point d'expression du courant, dans la structure) et notée $\mathbf{J}_{\perp}$ ; et une autre, notée $\mathbf{J}_{//}$, parallèle à **r** (c'est donc la composante radiale de **J**). Ces densités de courant correspondent donc a :

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}_{//} + \mathbf{J}_{\perp} = \frac{\mathbf{J}\cdot\mathbf{r}}{r} + \frac{\mathbf{J}\times\mathbf{r}}{r} \tag{II.71}$$

Examinons l'effet de chacune de ces composantes.

### *II.2.8.2.2. Origine du multipôle électrique*

Les courants radiaux dans le cadre d'une symétrie centrale, sont forcément à divergence non nulle puisqu'ils ne se rebouclent pas à l'intérieur de la sphère limite contenant les sources. Ainsi, ils vont physiquement correspondre à des bouts de conducteurs non fermés dans la zone. C'est très exactement la définition du dipôle électrique. Ces courants peuvent être exprimés à l'aide des densités de charges dynamiques, en vertu de la loi de conservation des charges :

$$div\mathbf{J}_{//} = j\omega\rho \tag{II.72}$$

La combinaison de ces dipôles électriques dans la structure va être à l'origine du multipôle électrique. [JAC 98] donne à ce propos une expression explicite des coefficients du multipôle électrique, noté $A_{nm}^{E}$, reliée aux densités de charges électriques dynamiques $\rho$ par :

$$A_{nm}^{E} \approx \frac{ck^{n+2}}{j(2n+1)!!}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{1/2} \iiint_{Boule} r^{n} S_{nm}(\theta,\varphi)\rho(r,\theta,\varphi)\,dv \tag{II.73}$$

Cette relation suppose que les dimensions des brins de courants sont faibles vis-à-vis de la longueur d'onde si bien que le multipôle exprimé ne tient pas compte de la propagation dans la structure.

### *II.2.8.2.3. Origine du multipôle magnétique*

Les courants orthoradiaux ($\mathbf{J}_{\perp}$) dans ce même cadre forment des circuits fermés de courant. Leur divergence est donc nulle et il ne leur correspond donc pas de densité de charges électriques harmoniques. C'est, cette fois-ci, la situation du dipôle magnétique à l'image de la boucle de courant en court-circuit. Par analogie avec les cas précédents, cette contribution des courants est à l'origine du multipôle magnétique dans la structure. Dans le cadre des faibles dimensions de la boucle de courant par rapport à la longueur d'onde, cette relation est donnée par :

$$A_{nm}^{B} \approx \frac{-ik^{n+2}}{(2n+1)!!}\left(\frac{1}{n(n+1)}\right)^{1/2} \iiint_{Boule} r^{n} S_{nm}(\theta,\varphi)\nabla\cdot(\mathbf{r}\times\mathbf{J})\,dv \tag{II.74}$$

### *II.2.8.2.4. Conclusion sur les sources*

Les développements proposés permettent de clarifier l'origine des multipôles équivalents de la structure. Une représentation schématique de ces deux types de courant est donnée sur la Figure II.5. Ainsi les courants qui se rebouclent à l'intérieur de la sphère de validité participent du multipôle magnétique équivalent (ils sont à divergence nulle), les autres, au dipôle équivalent électrique. Le courant de mode commun, par exemple, s'il n'est pas

suffisamment filtré pour être contenu dans le dispositif, participe au renforcement du dipôle électrique équivalent.

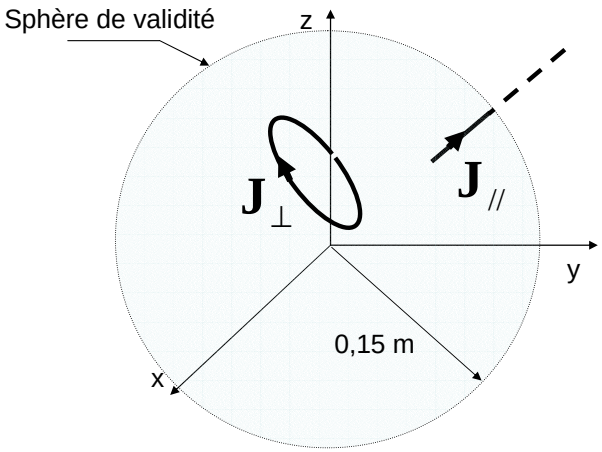



Figure II.5. Schéma de représentation des courants radiaux et orthoradiaux dans la structure.

Les expressions (II.73) et (II.74) sont des approximations en champ proche. Il est donc important de vérifier leurs limites de validité. En effet, elles ne sont correctes que si les dimensions des sources (brins et boucles de courant) sont petites vis-à-vis de la longueur d'onde considérée. Ainsi, on doit vérifier que $kr_{max} << 1$ où $r_{max}$ est la dimension maximum de la source (c'est donc le rayon de la sphère de validité). Nous avions proposé 0,15 m dans notre étude sur les convertisseurs statiques au chapitre I, on a donc (on considère que 1/10 est la limite) :

$$kr_{max} < 0{,}1 \Rightarrow \frac{2\pi F}{300} r_{max} < 0{,}1 \Rightarrow F_{max} < 0{,}1 . \frac{1}{0{,}15} . \frac{300}{2\pi} \approx 30\ MHz \qquad \text{(II.75)}$$

Une conclusion s'impose : dans la bande de travail visée ($f_{max}$ = 30 MHz), (II.73) et (II.74) montrent donc que les effets des sources sur la création des multipôles sont découplés. Les densités de charges harmoniques sont à l'origine du multipôle électrique tandis que les boucles de courant génèrent uniquement le multipôle magnétique. Jusqu'à cette fréquence limite, on peut donc proposer le Tableau II.3 comme complément du Tableau II.2.

La situation est plus complexe lorsque les dimensions de l'objet étudié sont plus grandes ou que la fréquence considérée est plus importante : on ne peut alors plus négliger les phénomènes liés à la propagation. Dans ces cas là, les deux types de courant peuvent participer autant à construction d'un multipôle qu'à l'autre. Or, si la question reste pertinente et difficile pour la résolution d'un problème direct, la mesure des champs permet de contourner ces difficultés puisqu'on ne cherche pas à comprendre la façon dont ils sont générés.

| Zone de champ réactif ($f$ < 30 MHz ici) | |
|---|---|
| Sources de charges dynamique ( $\mathbf{J}_{//}$ ) | Sources de courant ( $\mathbf{J}_{\perp}$ ) |
| Mesure de **E** | Mesure de **B** |
| Si les dimensions de la source sont électriquement faibles, c'est le cadre du multipôle électrique | Si les dimensions de la source sont électriquement faibles, c'est le cadre du multipôle magnétique |
| $V(r,\theta,\varphi)=\sum_{(n,m)} A_{nm}^{E}\cdot\frac{1}{r^{n+2}}\cdot S_{nm}(\theta,\varphi)$ | $\psi(r,\theta,\varphi)=\sum_{(n,m)} A_{nm}^{B}\cdot\frac{1}{r^{n+2}}\cdot S_{nm}(\theta,\varphi)$ |

Tableau II.3. Complément au tableau II.2

Dans la suite, nous continuons la discussion sur le multipôle magnétique uniquement, on reprend donc la notation $A_{nm}$ pour exprimer ses paramètres.

## II.2.9. Conclusion

Nous avons explicité le lien entre les multipôles et les sources des convertisseurs statiques. Les choses peuvent se résumer ainsi : il suffirait de connaître parfaitement tous les courants qui s'écoulent dans la structure et à toute les fréquences pour déterminer les multipôles électrique et magnétique équivalents. C'est là le principe de la résolution d'un problème direct. On a vu que si les travaux sont déjà conséquents, nous ne sommes pas encore en mesure d'exploiter cette voie. Par contre, nous avons vu également que les multipôles sont contenus dans les expressions des grandeurs électromagnétiques générées par les équipements. Il est donc possible d'y accéder par la mesure de ces grandeurs, à l'extérieur des systèmes. C'est cette voie qu'exploite le problème inverse.

Nous avons restreint volontairement jusqu'à présent l'emploi des multipôles à quelques cas particuliers de grandeurs intermédiaires de représentation des champs. C'est le cas avec le potentiel scalaire magnétique ou le potentiel vecteur **A**. Mais les relations (II.69) et (II.70) permettent de généraliser l'approche à toutes les grandeurs électromagnétiques. Ce formalisme permet de faire le lien avec l'équation de Laplace (II.7) et d'Helmholtz (II.31): toutes les fonctions qui les vérifient admettent un développement en harmonique sphérique. De plus, concernant la fonction radiale $R$ de ces grandeurs, nous comprenons que le cadre de l'ARQS peut être définit comme une catégorie (par passage à la limite) des solutions radiatives issues de l'équation d'Helmholtz. Il reste donc un cadre encore plus général de définition des développements multipolaires des champs électromagnétiques, hors du cadre de cette étude.

Les outils sont maintenant présentés. Dans la suite, nous proposons de les appliquer pour clarifier certaines attentes évoquées au chapitre I.

## *II.3. Utilisation du développement multipolaire*

A l'aide des expressions du développement multipolaire, deux situations importantes pour nos applications sont étudiées. Tout d'abord sont examinés le décentrage du dipôle

magnétique par rapport au centre de la décomposition et ses conséquences sur son nouveau multipôle magnétique équivalent. Ensuite, nous donnons le multipôle magnétique équivalent de la boucle de courant.

## II.3.1. Le décentrage du dipôle

### II.3.1.1. Expression du nouveau multipôle équivalent

Soit un dipôle magnétique **m** placé en un point P quelconque de cordonnées sphériques ($r_0$, $\theta_0$, $\varphi_0$) dans la sphère de validité. [LEG 96] démontre que les composantes du multipôle magnétique équivalent à **m** sont données par la relation :

$$A_{nm} = \mathbf{m} \cdot \nabla (r_0^n . Y_n^m (\theta_0 , \varphi_0 )) , \tag{II.76}$$

où :

- **m** est le dipôle au point *P*. En coordonnées cartésiennes, ses composantes sont notées ($m_x$, $m_y$, $m_z$),
- ($r_0$, $\theta_0$, $\varphi_0$) sont les coordonnées sphériques du point *P*. En coordonnées cartésiennes, on note ($x_0$, $y_0$, $z_0$) la position de *P*.

On constate que le dipôle décentré est équivalent à un nouveau multipôle magnétique. Les expressions de ses composantes sont détaillées dans le Tableau II.4 pour les deux premiers ordres et exprimées en système de coordonnées cartésiennes.

On remarque tout d'abord que la valeur du moment dipolaire n'est pas modifiée par le décalage. En effet, suffisamment loin de la source, la position du dipôle à l'intérieur de la sphère limite peut être confondue avec sa position centrale. Au niveau des sources, le dipôle n'est pas dépendant du choix de l'origine car le monopole magnétique est nul (ou n'existe pas). Cette caractéristique peut d'ailleurs se généraliser. En effet, la valeur du premier ordre non nul d'un multipôle est indépendante du choix du centre de la décomposition. Ceci est particulièrement important pour notre étude. Nous y reviendrons à la suite des commentaires relatifs au Tableau II.4.

Au plus loin du dipôle décentré, le champ observé est le même que dans le cas du dipôle centré. Lorsque l'on se rapproche du dipôle décentré, son développement multipolaire devient plus complexe, i.e. d'ordre N maximum plus élevé. Décentrer le dipôle signifie donc enrichir son développement multipolaire d'une infinité de composantes nouvelles. Mais, dans le détail des écritures, on s'aperçoit que les composantes du nouveau multipôle équivalent sont proportionnelles aux valeurs des déplacements liés au décentrage à la puissance *n*-1 (*n* est toujours l'ordre du multipôle). On comprend donc qu'une certaine hiérarchie entre les ordres va s'opérer avec, en moyenne, des composantes d'ordre *n* valant le dixième de celles de l'ordre *n*-1. En effet, le décalage maximum dans notre application correspond au rayon de la sphère de validité qui est de l'ordre du dixième de mètre.

| n | m | Composantes |
|---|---|---|
| 1 | 0 | $A_{10} = +m_z$ |
| | 1 | $A_{11} = -m_x$ |
| | -1 | $A_{1-1} = m_y$ |
| 2 | 0 | $A_{20} = +2z_0.m_z - x_0.m_x - y_0.m_y$ |
| | 1 | $A_{21} = \sqrt{3}(z_0.m_x + x_0.m_z)$ |
| | -1 | $A_{2-1} = \sqrt{3}(z_0.m_y + y_0.m_z)$ |
| | 2 | $A_{22} = \sqrt{3}(x_0.m_x - y_0.m_y)$ |
| | -2 | $A_{2-2} = \sqrt{3}(y_0.m_x + x_0.m_y)$ |
| 3 | 0 | $A_{30} = +3.(z_0^2 - \frac{1}{2}.x_0^2 - \frac{1}{2}.y_0^2).m_z - 3.x_0.z_0.m_x - 3y_0z_0.m_y$ |
| 4 | 0 | $A_{40} = +2.(2.z_0^3 - 3.z_0.x_0^2 - 3.z_0.y_0^2).m_z + 3.(\frac{1}{2}.x_0^3 + \frac{1}{2}.x_0.y_0^2 - 2.x_0.z_0^2).m_x + 3.(\frac{1}{2}.y_0^3 + \frac{1}{2}.y_0.x_0^2 - 2.y_0.z_0^2).m_y$ |

Tableau II.4. Expressions en cartésien des composantes (ordres 1 et 2) du multipôle magnétique équivalent à un dipôle décentré.

## II.3.1.2. Conséquences du décentrage du dipôle

### *II.3.1.2.1. La question des quadripôles*

Arrêtons-nous sur la question des quadripôles, également au centre de nos attentions dans ce travail. A la lumière de (II.76), on s'aperçoit qu'ils peuvent avoir deux origines distinctes. D'un côté, on a ceux liés à l'organisation intrinsèque de la structure et dont nous avons déjà discuté précédemment dans le chapitre 1 : c'est le cas des deux dipôles tête bêche sur l'axe *z* par exemple, issue de la réflexion de la boucle de commutation sur le plan de masse du dispositif. Cette catégorie de quadripôles n'a, bien sûr, aucune raison de coïncider avec le centre de la décomposition, mais, il n'empêche qu'ils existent bien structurellement. D'un autre coté, on a toutes les composantes quadripolaires induites par le décentrage des dipôles. Elles peuvent bien sur se combiner avec des homologues symétriques afin de constituer des composantes d'ordre 2 ou plus. Mais cela ne change pas le fait qu'elles sont liées à la fois à la structure et à la fois au choix du centre de la décomposition. On peut toutefois remarquer que l'effet de ces derniers est limité du fait de

la hiérarchie des ordres expliquée plus haut. Toutes ces remarques nous amènent donc à nuancer notre propos précédent concernant le multipôle : si ses composantes sont en grande partie déterminées par la structure intrinsèque de la source, une part d'entre elles sont bien dépendantes de la position du dispositif par rapport au centre de la décomposition mais donc aussi par rapport au centre du système de mesure. Cela implique donc que la phase d'identification des paramètres du multipôle doit se faire sans modifier le repère attaché au dispositif.

#### *II.3.1.2.2. Problème du choix du centre*

Décentrer un dipôle par rapport au centre de la décomposition multipolaire engendre donc un multipôle équivalent plus complexe. Cette propriété pose clairement un autre problème : le problème du choix du centre de l'objet étudié. Or, il n'y a pas de rapport entre le centre géométrique de l'objet et la localisation d'un dipôle magnétique majoritaire. De plus, si on s'accordait à considérer que la boucle de commutation pouvait être un choix intéressant, l'analyse du chapitre I sur la structure nous a montré que les boucles de courant sont susceptibles de se déplacer radicalement dans le convertisseur statique en fonction de la fréquence. On pense, entre autre, aux cas des boucles réalisées avec les éléments parasites. Cette question semble difficile à trancher en l'état, une approche pratique pourrait permettre de la résoudre. On la laisse de côté dans ce travail.

Ce dernier constat milite pour une amélioration de la robustesse du système de mesure quant à la stabilité de l'identification des composantes dipolaires. Or, cette question du décentrage du dipôle dans la structure est en partie à l'origine des erreurs sur l'identification des composantes dipolaires pointées par [BER 89] pour le système LLA (Figure I.28).

Mais avant d'examiner ce point, il nous reste à expliciter l'approximation usuelle de la boucle de courant par le dipôle.

## II.3.2. Le développement multipolaire de la boucle de courant

### II.3.2.1. Expressions

[DUR1 68] propose un développement complet de la boucle de courant de rayon *a* et d'axe *z* donné par :

$$\psi(r,\theta) = -\frac{I}{2}\sum_{p=1}^{+\infty} C_{-1/2}^{p}\left(\frac{a}{r}\right)^{2p} P_{2p-1}(\cos\theta)\,, \tag{II.77}$$

où l'on définit $C_{-(1/2)}^{p}$ comme [DUR2 68]:

$$C_{-(1/2)}^{p} = (-1)^{p}\,\frac{1.3...(2p-1)}{2.4...(2p)} \tag{II.78}$$

Evidemment, la solution (II.77) n'est pas dépendante de l'angle d'azimut $\varphi$ puisque la source possède une symétrie de révolution autour de l'axe *z*. On a donc $A_{nm} = 0$ pour tout *m* non nul. De plus, on remarque que seules les composantes d'ordres impairs apparaissent. En effet, pour $m = 0$, si *n* est impair, la fonction $P_n(\cos(\theta))$ l'est aussi par rapport au plan d'équateur ($\theta = \pi/2$). Le champ **B** étant antisymétrique par rapport au plan d'équateur, son potentiel scalaire magnétique l'est aussi. Il est donc cohérent que seuls des ordres impairs interviennent dans le multipôle équivalent de la boucle magnétique d'axe *z*.

D'après (II.77), après identification terme à terme, les coefficients $A_{nm}$ du multipôle correspondent à :

$$A_{2p-1,0} = -2\pi I a^{2p} C^{p}_{-(1/2)} \qquad \forall p \in [1;\infty] \tag{II.79}$$

Détaillons les écritures pour les trois premiers termes non nuls. Sachant que :

$$\begin{aligned} &\text{pour } p=1: \quad C^{1}_{-1/2} = -\frac{1}{2}, \\ &\text{pour } p=2: \quad C^{2}_{-1/2} = \frac{3}{8}, \\ &\text{pour } p=3: \quad C^{3}_{-1/2} = -\frac{5}{16}, \end{aligned} \tag{II.80}$$

Nous obtenons donc, pour les coefficients du multipôle magnétique :

$$\begin{aligned} &\text{pour } p=1: \quad A(1,0) = +\pi I a^{2}, \\ &\text{pour } p=2: \quad A(3,0) = -\frac{3\pi}{4} I a^{4} = -\frac{3a^{2}}{4}\pi I a^{2}, \\ &\text{pour } p=3: \quad A(5,0) = +\frac{5\pi}{8} I a^{6} = +\frac{5a^{4}}{8}\pi I a^{2}, \end{aligned} \tag{II.81}$$

Le résultat pour l'ordre 1 est bien cohérent avec la définition du dipôle magnétique. Pour les deux autres composantes, on vérifie que ces termes sont bien homogènes en $A.m^{(n+1)}$. En outre, on se rend bien compte qu'effectivement, seuls le courant, la géométrie et la position de la boucle interviennent dans la définition de ces paramètres.

Pour le potentiel scalaire magnétique, on a :

$$\psi(r,\theta) = \frac{I}{2}\left\{\frac{1}{2}\left(\frac{a}{r}\right)^{2} P_1(\cos\theta) - \frac{3}{8}\left(\frac{a}{r}\right)^{4} P_3(\cos\theta) + \frac{5}{16}\left(\frac{a}{r}\right)^{6} P_5(\cos\theta) + \ldots\right\} \tag{II.82}$$

D'après le système (II.55), pour la seule composante radiale du champ **B**, on obtient :

$$B_r(r,\theta) = \mu_0 \frac{Ia^2}{2r^3}\cos(\theta) - \mu_0 \frac{3Ia^4}{8r^5}\cos\theta\left(5\cos^2\theta - 3\right) + \mu_0 \frac{15Ia^6}{128r^7}\cos\theta\left(63\cos^4\theta - 70\cos^2\theta + 15\right) + \ldots \quad \text{(II.83)}$$

On constate que le premier terme de cette expression est bien compatible avec la composante radiale du champ de la boucle donnée en chapitre I ((I.2) page 36). En effet, pour la boucle magnétique de rayon *a* et d'axe *z*, on avait, incluant la propagation :

$$B_r(r,\theta) = \mu_0 H_r(r,\theta) = j\mu_0 \cdot \frac{ka^2 I}{2r^2}\cos(\theta) \cdot \left(1 + \frac{1}{jkr}\right) \cdot e^{-jkr} \quad \text{(II.84)}$$

Or, dans la zone de champ proche $kr << 1$, donc, $e^{-jkr} \approx 1$ et $\left(1 + \frac{1}{jkr}\right) \approx \frac{1}{jkr}$. On obtient alors :

$$B_r(r,\theta) = \mu_0 \cdot \frac{a^2 I}{2r^3}\cos(\theta) \qquad \text{pour } kr << 1 \quad \text{(II.85)}$$

Les expressions sont bien identiques pour le terme du premier ordre. De plus, (II.84) et (II.85) illustrent le fait que les expressions incluant la propagation contiennent effectivement les phénomènes propres à l'ARQS. Au niveau du champ **B**, on constate que quelle que soit l'approximation faite sur le champ généré par la boucle de courant, la composante radiale est toujours nulle sur le plan de la boucle.

## II.3.2.2. Vérification de l'approximation boucle = dipôle

A l'aide de (II.82), on propose ici de vérifier que la distance au delà de laquelle la boucle de courant est assimilable au dipôle magnétique est bien d'environ 5 fois son rayon. L'étude nous permettra également de donner un critère de précision pour accepter cette limite. Sur la Figure II.6, sont tracés les potentiels scalaires magnétiques en fonction de la distance *r* et pour l'angle $\theta = 0$ (le potentiel scalaire est maximum sur l'axe de la boucle). On note $\psi_1$, l'expression n'incluant que l'ordre 1 (le cas du dipôle), $\psi_{13}$, celui prenant en compte les ordres 1 et 3, $\psi_{135}$ les ordres 1, 3 et 5. Les courbes confirment bien l'approximation usuelle : au delà de 4 fois le rayon de la boucle de courant, le potentiel scalaire magnétique généré par le dipôle correspond à celui de la boucle à 5% d'erreur près. On peut toutefois faire remarquer que la solution retenue pour caractériser le potentiel scalaire magnétique de la boucle n'est qu'une approximation puisque nous avons tronqué son développement à l'ordre 5 (cas de $\psi_{135}$). Mais on s'aperçoit sur la Figure II.6 que l'ordre 5 n'est plus significatif à partir de 4 fois le rayon puisque les erreurs liées à $\psi_{13}$ et

$\psi_{135}$ sont confondues. Les ordres supérieurs négligés ne peuvent donc plus avoir d'influence significative.

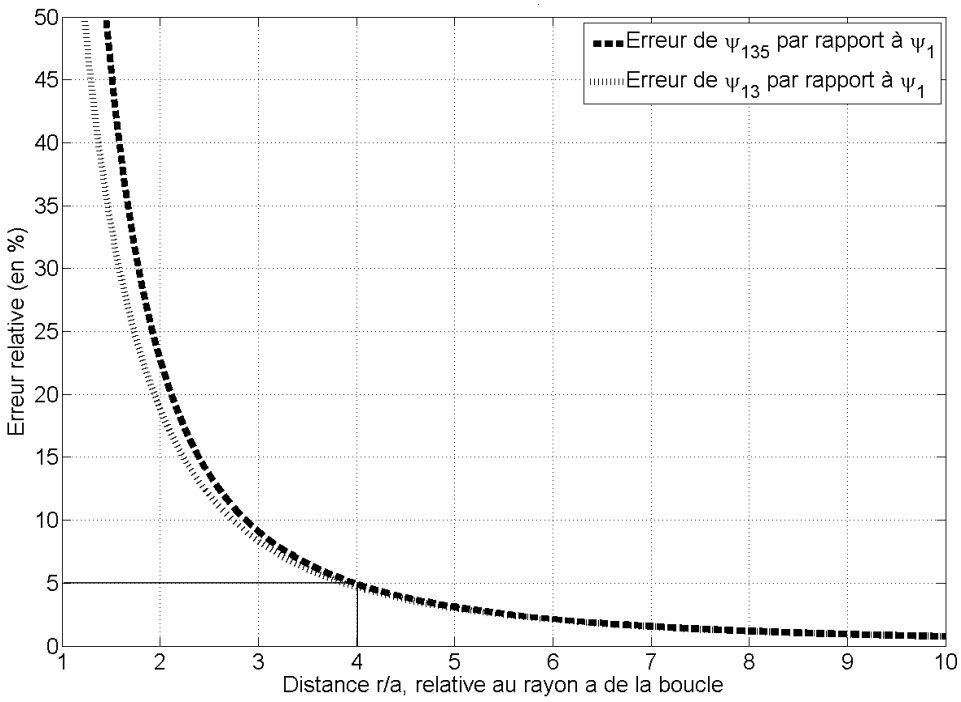



Figure II.6. Erreurs relatives (en %) des fonctions $\psi_{135}$ et $\psi_{13}$ par rapport à la fonction $\psi_1$, en fonction de la distance *r*, multiple du rayon *a* de la boucle.

## II.3.3. Conclusion

Les derniers développements vont être très utiles tout au long du travail. Le premier permet d'expliquer quantitativement les erreurs commises par le système LLA. De plus, le choix du bon centre apparaît crucial pour l'identification du dipôle avec précision. Mais la recherche de ce centre est illusoire dans le sens où, les boucles de courant évoluant avec la fréquence, sa position aussi. Mais il reste intéressant de se pencher sur cette question qui pourrait être reformulé comme : quel centre permet le mieux de rendre compte du quadripôle propre à la structure ? En effet, nous avons vu qu'il était en réalité la conséquence de deux origines ; les quadripôles intrinsèques à la source et ceux provenant du décentrage des dipôles.

Puis, la boucle de courant étant classiquement utilisée dans notre travail, il était temps de connaître un peu mieux son multipôle équivalent. Cela a permis de confirmer que la boucle peut être confondue avec son moment dipolaire lorsque l'on regarde le champ émis à une distance d'au moins 4 fois son rayon.

Les outils sont maintenant complètement rassemblés, nous pouvons commencer à les mettre en œuvre.

## *II.4. Choix du système et la stratégie de mesure*

### II.4.1. Mesures ponctuelles ou à intégration ?

Le choix du modèle de source équivalente est maintenant posé et argumenté. Reste à discuter de la méthode de mesure permettant d'identifier les paramètres du multipôle. On rencontre deux grandes familles de mesures : ponctuelles ou à intégration.

#### II.4.1.1. Systèmes de mesures ponctuelles

La première solution, la mesure ponctuelle, permet d'échantillonner le champ électromagnétique en des endroits sélectionnés de l'espace environnant l'objet étudié. Dans le chapitre I, nous avons présenté des solutions faisant intervenir un seul capteur ponctuel monté sur un système de positionnement automatique dans l'espace. On a alors la possibilité de cartographier le champ magnétique ou électrique. [LOR 01] propose de déplacer une antenne ponctuelle de champ **B** (petite boucle de conducteur) à une distance constante autour du dispositif. Il récolte ainsi des échantillons de la composante radiale du champ **B** sur une portion de sphère centrée sur l'objet source. Beaucoup de points de mesures (200) sont utilisées pour inverser par la méthode des moindres carrés, un système matriciel et identifier les 3 premiers ordres (15 paramètres) du multipôle magnétique équivalent. Les résultats sont concluants. Mais le système de positionnement automatisé est sophistiqué et délicat d'utilisation. Les incertitudes sur les positions sont inhérentes à ce type de solution. De plus, les niveaux de champ mesurés étant très faibles du fait de la sensibilité de l'antenne ponctuelle, le recours à une détection synchrone a été nécessaire. Cette solution n'est pas possible pour une caractérisation CEM puisque on ne maîtrise pas l'excitation des sources électromagnétiques. Enfin, la procédure de mesure, dans son ensemble est relativement longue du fait des 200 positionnements successifs de la sonde.

Peut-on simplifier la démarche ? Une alternative consiste à figer définitivement les points de mesure. Il faut donc chercher à optimiser le nombre de capteurs nécessaires à l'identification. [ROUV 06] trouve un nombre et des positions des capteurs ponctuels optimaux autour du dispositif à l'aide d'un algorithme génétique, mais la solution ne permet pas de contourner le problème de l'inversion matricielle du système. [KIL 97] obtient une solution simple, élégante et qui répond à ce dernier problème. Sur la Figure II.7, l'objet est au centre d'un plateau. Aux quatre coins sont disposés des capteurs de champ **B** ponctuels triaxiaux. La valeur des 8 premières composantes du multipôle (ordre 1 et 2) est directement obtenue par simple combinaison linéaire des mesures. Par exemple, le coefficient $A_{10}$ est donné par :

$$A_{10} = \frac{r^3}{4.10^{-7}} \left( B_{1z} + B_{2z} + B_{3z} + B_{4z} \right) \tag{II.86}$$

Bien que très séduisante de par sa simplicité, cette solution souffre d'un problème : sa robustesse aux bruits de mesure ou lors d'un décentrage de la source. D'ailleurs, [KIL 97] pointe ce défaut : il ne faut pas attendre mieux que des résultats à 20% d'erreur près même s'il considère la source d'ordre 2 au maximum. Des essais réalisés en simulations au cours de cette thèse ont permis de confirmer cela.

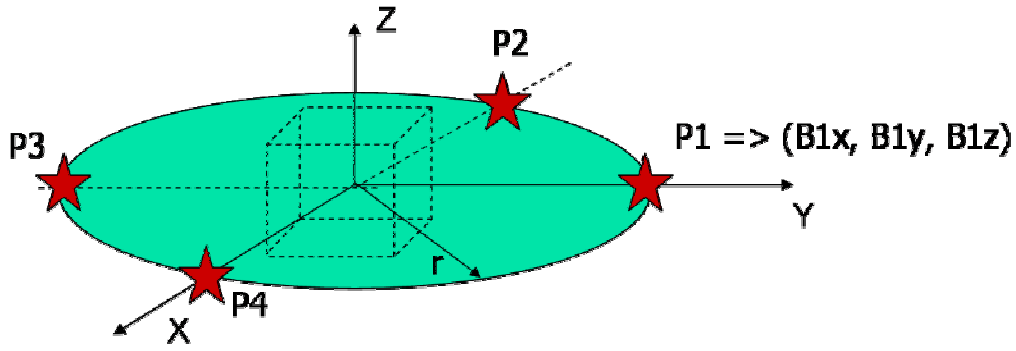



Figure II.7. Système de mesure simple : 4 capteurs triaxiaux ponctuels de champ **B** autour de l'EST permettent d'identifier les composantes $A_{1m}$ et $A_{2m}$

## II.4.1.2. Systèmes de mesures à intégration

L'auteur [KIL 97] propose alors d'adopter une toute autre position : le recours à la mesure à intégration. C'est la variation du flux de champ **B** qui est détectée aux travers de grandes antennes boucles. Elles entourent le dispositif testé. Les avantages sont énumérés. D'une part, cette solution semble plus précise : l'intégration du champ permet un lissage des erreurs de positionnement. D'autre part, l'antenne est plus sensible puisque le flux est proportionnel à la surface de la boucle, et donc au carré de son rayon. Entre une solution de mesure ponctuelle à induction (la surface de la boucle est tellement faible que le champ **B** y est considéré constant) et ce type d'antenne, le gain en sensibilité est d'au moins un facteur 100.

De manière analogue au système LLA, [KIL 97] propose de spécifier des formes de contours de bobines pour la détection d'une composante du multipôle magnétique à la fois. Par exemple, sur la Figure II.8, est dessiné un ensemble de contours spécifiques à l'identification de la composante $A_{21}$. Leurs formes cylindriques s'expliquent par la morphologie des sources étudiées : il s'agissait de caractériser le multipôle magnétique équivalent de satellites comme la station MIR, de forme plutôt allongée. Ainsi, la notion de filtrage spatial apparaît clairement : la mesure des flux à travers des capteurs dédiés permet de ne sélectionner qu'une composante multipolaire à la fois, et ce, très près du dispositif, là où toutes les autres s'expriment aussi. De plus, dans cette version, le champ mesuré est statique : l'auteur propose alors un astucieux système mobile permettant de faire varier le flux embrassé par les bobines puis d'intégrer le signal temporel.

Néanmoins, l'auteur du dispositif de la Figure II.8 précise que sa manipulation est délicate et que l'interprétation des résultats demande le recours à des experts. On revient donc aux difficultés rencontrées lors de la discussion sur la conduite d'un problème inverse. Mais on sait également que, sur le même principe, le système LLA réussit à être performant tout en étant très simple d'utilisation. Le chemin est donc balisé…

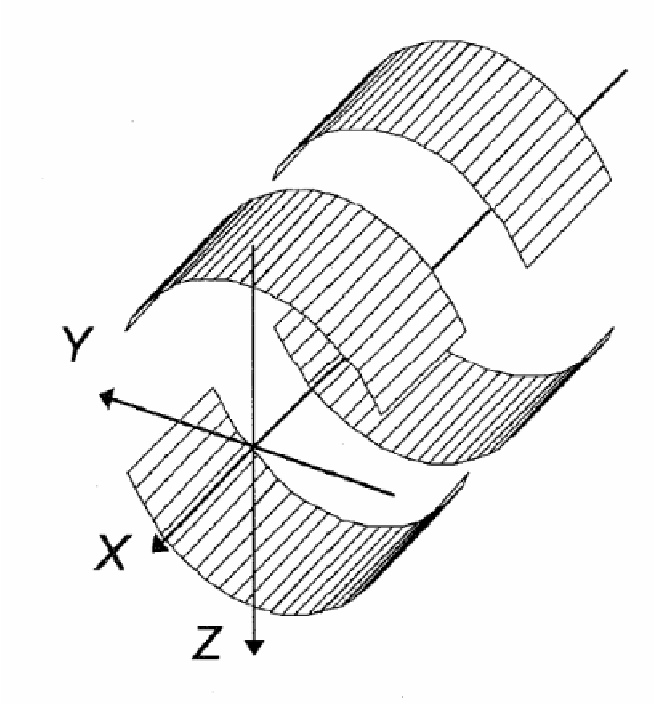



Figure II.8. Détecteur à intégration de $A_{21}$ proposé par [KIL 97]

## II.4.2. Analyse des erreurs sur l'identification du dipôle par le système LLA

### II.4.2.1. Expérience numérique

Nous proposons d'expliquer les erreurs pointées par [BER 89], à l'origine du système LLA, à l'aide d'une expérience numérique. Elle présente l'avantage d'être simple et propose des conclusions intéressantes pour ce travail.

Considérons une source multipolaire magnétique quasi statique, appelée source de référence dans la suite. Nous la contraignons volontairement comme une source d'ordre 4, i.e. ses composantes multipolaire sont toutes nulles dès que $n > 4$. Ce choix peut sembler arbitraire pour le moment. Mais nous avons vu que nous nous intéressons à l'identification des 8 premiers paramètres du multipôle magnétique (source d'ordre 2). Les composantes des ordres 3 et 4 (16 en tout) sont donc considérés comme des composantes perturbatrices de cette identification. On ne considère pas plus de composantes perturbatrices. En effet, les décroissances en $1/r^{(n+2)}$ du champ **B** nous permettent de supposer qu'elles ont une zone d'influence très limitée à l'extérieur de la sphère de validité.

L'expérience numérique proposée consiste, en quelque sorte, à reproduire celle du système LLA : la source de référence est centrée dans un repère de coordonnées sphériques et on mesure le flux de champ **B** traversant une grande antenne boucle d'axe *z*. Or, c'est exactement le principe de mesure du système normatif puisque celui-ci mesure le courant induit par le champ à travers l'antenne boucle grâce à la loi de Faraday :

$$e(t) = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}, \tag{II.87}$$

où le flux $\Phi$ est donné par :

$$\Phi(t) = \iint_{Surface} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS \tag{II.88}$$

On considère le cas où la surface est une portion de sphère limitée par l'antenne boucle, **n** est un vecteur unitaire normal sortant de l'élément de surface *dS*.

Le théorème de Stokes nous permet de transformer (II.88) en :

$$\Phi(t) = \iint_{Surface} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{n}) dS = \oint_{Contour} \mathbf{A} \cdot \mathbf{dl}, \tag{II.89}$$

où :

- **A** est le potentiel vecteur de la source de référence. Son développement multipolaire en régime quasi statique a déjà été donné en (II.65),
- $\mathbf{dl} = r_b.d\varphi.\mathbf{u_\varphi}$ est l'élément de longueur de l'antenne boucle d'axe *z* ; le contour fermé considéré. $r_b$ est son rayon.

La configuration de l'expérience numérique est donnée sur la Figure II.9. Afin de donner une influence égale à chacune des 24 composantes de cette source de référence, le rayon de l'antenne boucle est de 1 mètre et toutes les composantes du multipôle sont de valeur unitaire. Ceci nous permet de ne discuter que de l'effet de la répartition angulaire du champ dans l'espace. L'idée est de déplacer l'antenne boucle le long de son axe *z*, dans les limites de la sphère de mesure, donc à +/- 1 mètre de part et d'autre de la position centrale. Pour chaque position, on calcule le flux créé par chacune des 24 composantes harmoniques de la source de référence. Cette étape est réalisé grâce au calcul de la circulation du potentiel vecteur **A** le long du contour fermé qu'est l'antenne boucle, conformément à (II.89).

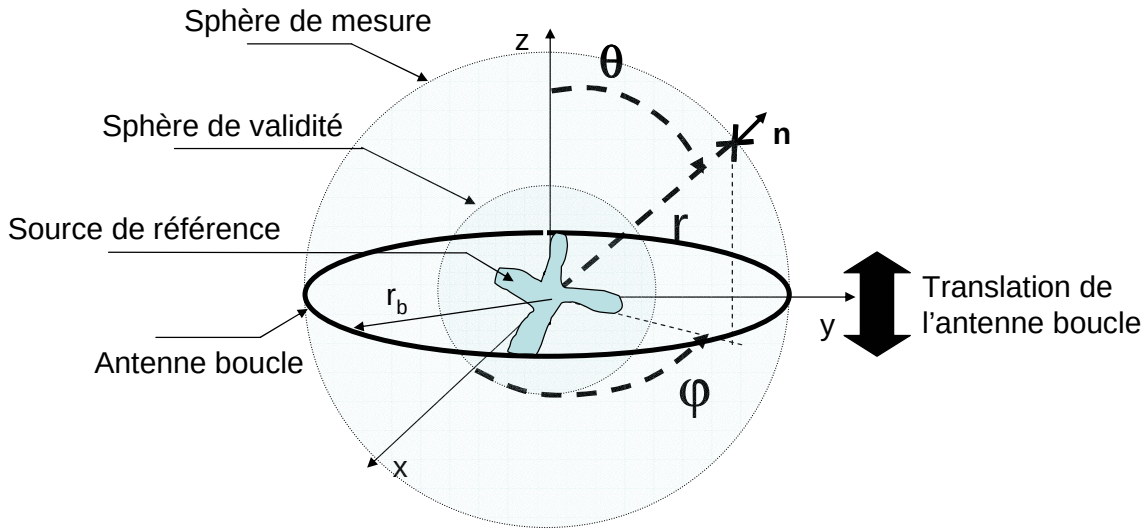



Figure II.9. Configuration de l'expérience numérique. L'antenne boucle est déplacée le long de son axe *z*.

Les résultats sont regroupés sur la Figure II.10. En abscisse sont reportées les différentes positions de l'antenne boucle entre -1 et +1 mètre sur l'axe *z*. En ordonnées, on retrouve le flux créé par chacune des composantes. Il est donc noté $\Phi_{nm}$ et est exprimé en Weber (Wb).

En observant la Figure II.10, on fait un premier constat important : sur les 24 composantes $\mathbf{B}_{nm}$ du champ créées par la source de référence, seules celles d'axe *z* (donc d'indice $m = 0$) créent un flux non nul dans cette antenne boucle et ce, quelle que soit sa position. On le savait déjà pour les autres composantes du dipôle d'après la présentation faite au chapitre I du système LLA. C'est une conséquence directe des propriétés d'orthogonalité du développement multipolaire. La forme de l'antenne boucle est donc capable de sélectionner un ensemble de composantes quelle que soit leur intensité. Voici donc une première illustration de cette notion de filtrage spatial des composantes du développement multipolaire.

En examinant de plus près les formes des contributions dans le contour, on s'aperçoit qu'elles sont différentes selon l'ordre de la composante. Ainsi, celles d'ordre impair ($n = 1$ et $n = 3$) créent un flux qui évolue de façon pair par rapport à la position centrale de l'antenne boucle en z = 0, de façon impaire pour les composantes paires ($n = 2$ et $n = 4$). Les flux des premières sont représentés avec des traits, les autres avec des points sur la Figure II.10.

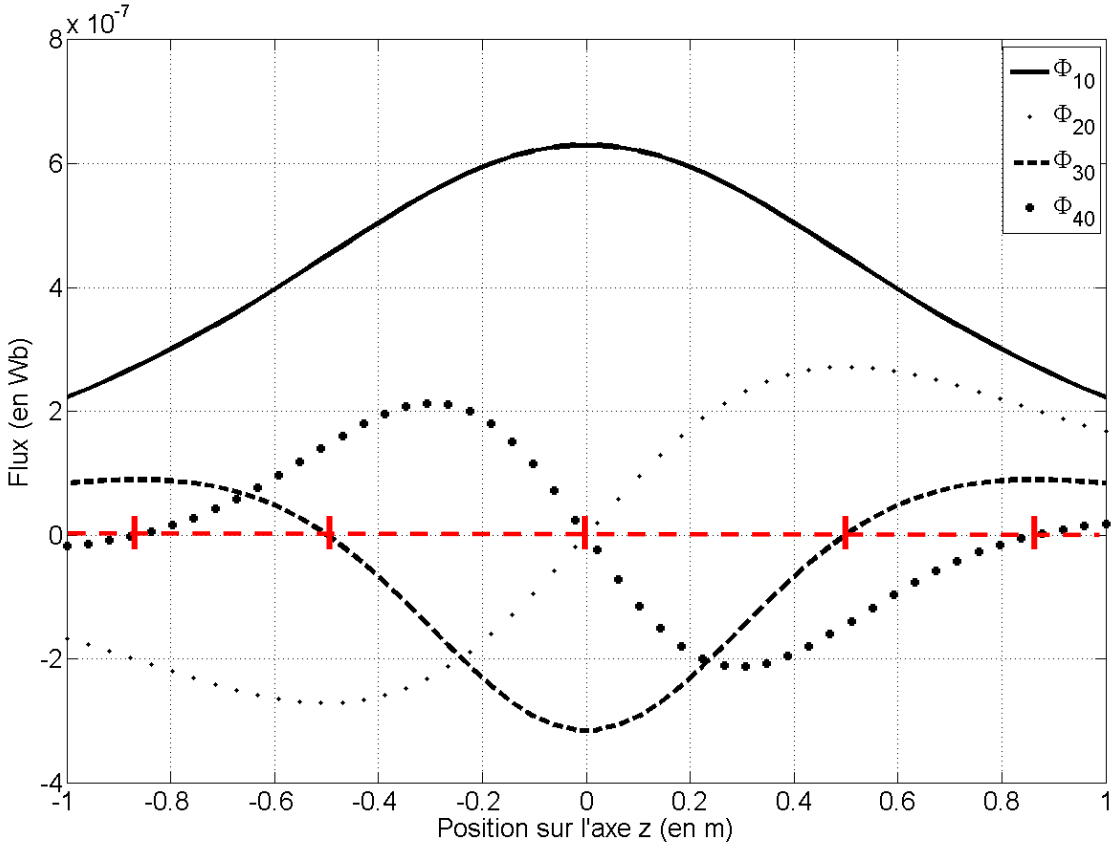



Figure II.10. Flux créés par la source de référence à travers une antenne boucle d'axe *z* pour différentes positions sur *z*.

## II.4.2.2. Retour sur les erreurs du système LLA

Que fait le système LLA ? Il propose de placer l'antenne boucle sur la position centrale, en $z = 0$. Or, il est clair sur la Figure II.10, que cette forme d'antenne placée à cet endroit capte le maximum de flux créé par la composante dipolaire sur *z*, certes, mais est également sensible à la composante octopolaire d'axe *z* (qui d'ailleurs est elle aussi à son maximum). Par contre, les composantes $\mathbf{B}_{20}$ et $\mathbf{B}_{40}$ n'y créent aucun flux. Nous sommes à même d'expliquer les erreurs d'identification constatées et reproduites sur la Figure I.28 (page 74).

D'une part, on a vu que, en toute rigueur (i.e. sans hypothèse de distance minimale pour valider le modèle), le multipôle équivalent à la boucle de courant élémentaire possédait des composantes d'ordre impair. Elles sont d'autant plus intenses que le rayon de la boucle est grand ou bien, ce qui est équivalent, qu'on se rapproche d'elle. C'est un des tests réalisés par [BER 89] : l'augmentation du rayon du dipôle source selon *z* à rayon d'antenne boucle fixe, augmente l'influence de la contribution d'ordre 3 (et plus) dans la mesure du courant induit dans l'antenne. Cette contribution est donc bien une perturbation puisqu'elle vient modifier la valeur de la composante $A_{10}$ recherchée. Cela explique la dérive constatée sur la valeur de cette composante.

D'autre part, on a également étudié l'effet du décentrage du dipôle par rapport au centre de la décomposition : cela enrichit son multipôle. Or, il est équivalent en terme de

développement multipolaire de décentrer la source ou de décaler l'antenne boucle. Ainsi, dans certaines configurations de déplacement (ici sur l'axe *z*), il apparaît des composantes $\mathbf{B}_{20}$, $\mathbf{B}_{30}$, $\mathbf{B}_{40}$ et plus, dans le développement multipolaire de la boucle de courant d'axe *z*. D'après la Figure II.10, seule la composante $\mathbf{B}_{30}$ est susceptible de perturber l'identification de $A_{10}$. C'est de nouveau le constat fait sur la Figure I.28 (page 74) : le décalage de la boucle de courant étudiée modifie la mesure de la composante $A_{10}$ selon qu'elle est décalée suivant *z* ou dans le plan *xy*. Pour ce premier décalage, l'explication est maintenant clarifiée.

En utilisant les quelques propriétés de symétrie des harmoniques sphériques réelles données précédemment, nous sommes capables de généraliser ces constats. Les observations qui viennent d'être faite concernant l'axe *z* sont transposables sur les deux autres axes *x* et *y*. En effet, d'une part, les composantes d'ordre 1 du multipôle sur les axes *x* et *y* sont à l'image de celle sur l'axe *z* après simple rotation, et, d'autre part, il en est de même concernant la géométrie de l'antenne boucle. Les composantes d'ordres supérieurs sur les axes *x* et *y* vont donc avoir des comportements similaires à ceux sur l'axe *z*. Le système LLA identifie les composantes $A_{1m}$ du multipôle équivalent de la source par l'intermédiaire de la mesure de la composante radiale du champ **B** correspondant. La forme des antennes boucles réalise ainsi un filtrage spatial des composantes d'ordre 2 sur une source de référence d'ordre 2. Par contre, la mesure est sensible dès l'ordre 3 du développement multipolaire.

Nous sommes maintenant en mesure d'expliquer le grand diamètre de ces antennes. Avec cette forme simple d'antenne boucle, le seul moyen d'améliorer la qualité du filtrage sur les composantes d'ordre 3 est de compter sur la propriété de décroissance plus rapide des ordres supérieurs à 2. Il faut donc que le système de mesure soit suffisamment éloigné de la source pour espérer que les composantes $\mathbf{B}_{3m}$ (et plus) soient d'intensité suffisamment réduite pour ne pas trop perturber l'identification des $A_{1m}$.

## II.4.2.3. Principe de notre solution

Les résultats observés et commentés avec la Figure II.10 et la critique du système LLA précédente nous permettent d'introduire simplement le concept sur lequel repose notre proposition d'amélioration du dispositif de mesure. En effet, sur cette figure, on remarque qu'il existe des positions de l'antenne boucle sur *z* pour lesquelles le flux $\Phi_{30}$ est nul. Elles sont symétriques par rapport à la position centrale, en $z = +/- 0{,}5$ m. Si on dispose précisément une antenne boucle sur chacune de ces positions, la composante $\mathbf{B}_{30}$ n'est plus en mesure d'y créer du flux (positions signalées en rouge sur la Figure II.10). Par contre, $\mathbf{B}_{20}$ et $\mathbf{B}_{40}$ le font. Mais les propriétés de parité des flux nous montrent que la composition additive des mesures dans chacune de ces antennes boucles sont constructives pour la composante $\mathbf{B}_{10}$, destructives pour les deux dernières. La géométrie globale de ce nouveau capteur, constitué de deux antennes boucles, correspond très exactement à celle des bobines d'Helmholtz, géométrie déjà proposée comme une amélioration par [PAS 92] et décrite dans le chapitre précédent.

L'examen de la Figure II.10 nous permet d'aller encore plus loin. On constate également qu'il existe deux positions de l'antenne boucle pour lesquelles la composante $\mathbf{B}_{40}$ ne crée pas de flux. De manière tout à fait symétrique au cas précédent, la composition soustractive des flux mesurés par des bobines circulaires en ces deux positions va donc permettre d'éliminer les signatures des composantes $\mathbf{B}_{10}$ et $\mathbf{B}_{30}$ et donc, d'identifier la composante $A_{20}$ du multipôle de la source de référence.

Par contre, il est difficile de généraliser pour le moment cette discussion à l'identification de toutes les composantes du quadripôle. Nous verrons cela dans le chapitre III de manière rigoureuse et systématique.

### II.4.3. Conclusion

Ainsi, aux vues de ces quelques résultats, nous sommes donc en mesure d'apporter une amélioration notable au système LLA. D'une part, nous envisageons d'ajouter l'identification des composantes du quadripôle et les observations simples précédentes nous y encouragent. Et, d'autre part, en transformant le dessin des boucles de détection, on peut repousser la sensibilité du capteur au delà de l'ordre 4. D'un système d'identification des 3 composantes de l'ordre 1 par filtrage angulaire des composantes de l'ordre 2 du multipôle, nous ambitionnons la réalisation d'un capteur des 8 paramètres des ordres 1 et 2 par filtrage angulaire des composantes d'une source d'ordre allant jusqu'à l'ordre 4 inclus. Ainsi, les premières signatures parasites ne devront intervenir qu'à partir de l'ordre 5. Mais elles ont une décroissance en $1/r^{(n+7)}$ et, à priori, sont peu présentes dans les structures étudiées.

Néanmoins, nous verrons que si ces composantes d'ordre supérieures à 4 existent, elles peuvent perturber de manière non négligeable l'identification des 8 composantes recherchées. Ainsi, tout comme procède le système LLA, il faudra aussi s'éloigner de la sphère de validité pour dessiner les nouveaux contours. Mais nous gagnons, dans tous les cas, sur le plan de la dimension du capteur. Ainsi, nous verrons qu'à précision d'identification identique, le diamètre des nouveaux capteurs sera plus faible. Les difficultés rencontrées lors de l'utilisation du système LLA dès 5 MHz par [SAV 04] et liées aux phénomènes de propagations seront ainsi résolues.

Nous proposons maintenant d'exposer un outil qui utilise le produit scalaire défini pour les fonctions harmoniques sphériques (II.70). Le champ magnétique (ou plus exactement sa composante radiale) créé par la source numérique est calculé sur toute la surface de la sphère de validité. Les composantes du multipôle magnétique équivalent à la source complexe sont alors calculées par projection orthogonale sur la base du multipôle. L'outil peut s'avérer intéressant dans le cadre du prototypage virtuel des systèmes d'électronique de puissance dans un logiciel basé sur la Méthode des Eléments Finis (MEF).

## *II.5. Application au prototypage virtuel*

### II.5.1. Expression du besoin et position du problème

Les outils proposés dans ce paragraphe peuvent trouver un intérêt dans les simulations du problème direct. En effet, actuellement, l'étude de la CEM rayonnée est prise en compte dès la conception des systèmes de l'électronique de puissance. La construction du prototype et l'étude de ces comportements électriques et électromagnétiques sont menées sur des plateformes numériques : c'est le prototypage virtuel. Cette approche permet entre autre, d'estimer le champ généré par le dispositif à toutes les étapes de sa conception. Les méthodes numériques utilisées sont de types Méthode des Eléments Finis (MEF), PEEC… Des travaux très récents [TRA 08] réalisent même des couplages pertinents entre les différentes plateformes de simulation, ce qui mutualise les avantages de chacune. Malgré ces couplages, la démarche converge vers une description dans un logiciel éléments finis.

La connaissance du champ à l'extérieur du dispositif reste donc coûteuse puisqu'elle demande un maillage de l'air environnant sur de grandes échelles. Cette situation est décrite sur la Figure II.11. Le système simulé est placé au centre de la boîte infinie (elle permet par transformation géométrique de traiter un problème infini dans un espace restreint [BRU 92]). Le champ **B** à l'extérieur de la source est calculé pour un ensemble de points (en jaune). Il est clair que cette démarche nécessite un maillage de l'air pour un volume important.

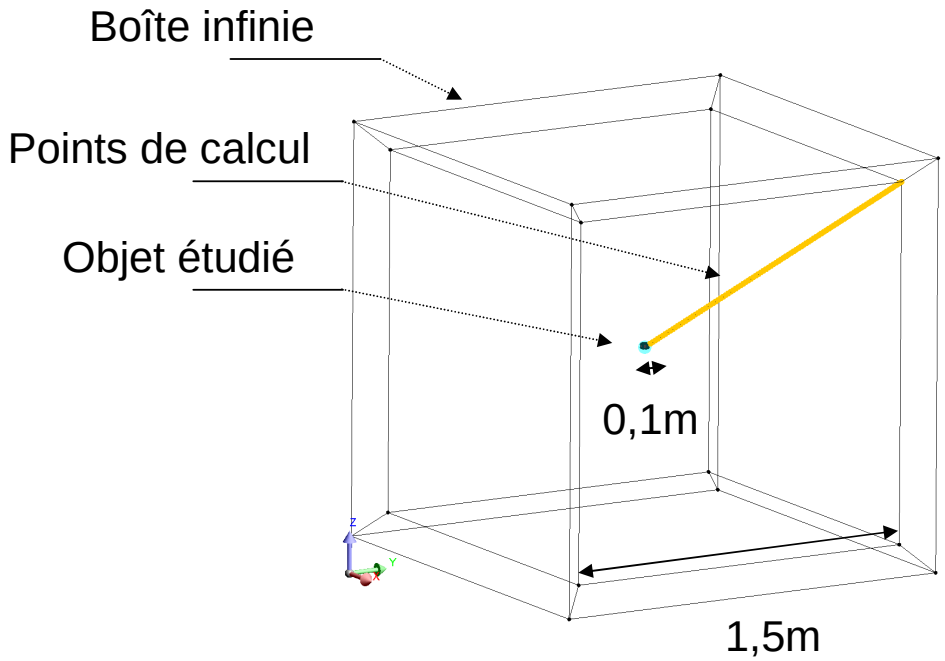



Figure II.11. Description d'une situation de prototypage virtuel par une approche classique.

Le recours à un modèle de rayonnement équivalent au système complexe peut alors être pertinent. Mais son intérêt réside dans la possibilité de pouvoir déterminer les paramètres de ce modèle à proximité même de la source. Ceci permet alors d'économiser le nombre d'inconnues nécessaires au maillage de l'air environnant la source pour la résolution du problème EF. En effet, la détermination du champ généré à l'extérieur du dispositif n'est plus assurée par la simulation EF mais par le modèle équivalent, de manière analytique. Nous proposons dans cette partie un outil à même de répondre à ce besoin. Il s'agit de déterminer les paramètres du multipôle magnétique équivalent à la source en utilisant les propriétés d'orthogonalité de cette base. Ainsi, le principe s'appuie sur le produit scalaire des fonctions harmoniques sphériques décrit par (II.70). Cet outil a été développé sous forme de fichier python dans l'environnement logiciel Flux co-développé entre le laboratoire G2Elab et la société CEDRAT [CED].

## II.5.2. Identification par projection

### II.5.2.1. Méthode

Le logiciel dispose, une fois la résolution éléments finis terminée, d'outils d'exploitation des résultats de simulation. C'est l'étape de post-traitement. Parmi ces outils, on trouve la

possibilité de calculer les flux de composantes du champ **B** à travers des surfaces. Leurs topologies sont diverses, nous utilisons la sphère. En effet, cette géométrie permet d'exploiter le produit scalaire (II.70). Lorsque toutes les sources sont contenues dans l'espace délimité par cette surface sphérique, nous avons la possibilité d'y projeter une grandeur électromagnétique générée par ces sources. Autrement dit, cette projection permet de trouver les termes de la décomposition en harmoniques sphériques de la fonction considérée. Pour rappel, si *F* désigne cette fonction de carré sommable sur la sphère, alors elle admet une décomposition harmonique sphérique telle que :

$$F(\theta,\varphi) = \sum_{(n,m)} A_{nm} S_{nm}(\theta,\varphi) \tag{II.90}$$

Les composantes de la décomposition correspondent à :

$$A_{nm} = \iint_{Sphère} F(\theta,\varphi) S_{nm}(\theta,\varphi)\, dS \tag{II.91}$$

## II.5.2.2. Choix de la fonction électromagnétique

Le choix de la fonction à projeter le plus simple et immédiat est le potentiel scalaire magnétique $\psi$ ; d'autant plus que le logiciel Flux utilise cette formulation pour résoudre le problème physique éléments finis. Néanmoins, nous avons voulu faire cette approche à l'image de notre problématique expérimentale. C'est donc la composante radiale du champ **B** qui est exploitée. En effet, l'intégration de la composante radiale du champ **B** à travers une sphère contenant les sources correspond à la mesure de son flux magnétique, en accord avec le principe utilisé par notre dispositif expérimental.

## II.5.2.3. Développements

La sphère de projection, ou de mesure, entoure les sources. Son rayon est noté $r_M$. La composante radiale du champ **B** dans le cadre du développement multipolaire a été donnée en (II.57). Nous appliquons cette expression sur la sphère de mesure :

$$B_r(r_M,\theta,\varphi) = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{(n',m')} A_{n'm'} \cdot \frac{(n'+1)}{r_M^{n'+2}} \cdot S_{n'm'}(\theta,\varphi) \tag{II.92}$$

Les indices (*n*, *m*) désignent la composante visée et (*n'*, *m'*) toutes les autres. Si, de plus, on reprend l'expression (II.67) du produit scalaire entre les composantes $S_{nm}$ et $S_{n'm'}$ et qu'on l'adapte au cas d'une sphère de rayon $r_M$ quelconque, on obtient :

$$\iint_{\substack{Sphère\\ mesure}} S_{nm} S_{n'm'} dS = r_M^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} d\theta \sin(\theta) S_{nm}(\theta,\varphi) S_{n'm'}(\theta,\varphi) = r_M^2 \cdot \left( \frac{4\pi}{2n+1} \right) \cdot \delta_{nn'} \delta_{mm'} \qquad \text{(II.93)}$$

En s'inspirant de (II.91), l'idée consiste à calculer par la MEF la composante radiale du champ **B** créée par la source sur la sphère de mesure et de projeter cette grandeur sur les composantes $S_{nm}$ de la base. L'application du produit scalaire (II.70) correspond au calcul de l'intégrale :

$$\left\langle B_r \,\middle|\, S_{nm} \right\rangle = \iint_{\substack{Sphère\,de\\ mesure}} B_r(r_M,\theta,\varphi) \cdot S_{nm}(\theta,\varphi) dS \qquad \text{(II.94)}$$

A l'aide de (II.93), on obtient :

$$\begin{aligned} \iint_{\substack{Sphère\\ mesure}} B_r(r_M,\theta,\varphi) \cdot S_{nm}(\theta,\varphi) dS &= \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{(n',m')} A_{n'm'} \cdot \frac{(n'+1)}{r_M^{n'+2}} \cdot \iint_{\substack{Sphère\\ mesure}} S_{n'm'}(\theta,\varphi) S_{nm}(\theta,\varphi) dS \\ &= \mu_0 \frac{(n+1)}{(2n+1)} \frac{1}{r_M^n} A_{nm} \end{aligned} \qquad \text{(II.95)}$$

Finalement, pour chaque composante harmonique recherchée, on demande au logiciel de calculer la quantité :

$$A_{nm} = \iint_{\substack{Sphère\\ mesure}} \frac{1}{\mu_0} \frac{(2n+1)}{(n+1)} r_M^n B_r(r_M,\theta,\varphi) \cdot S_{nm}(\theta,\varphi) dS \qquad \text{(II.96)}$$

En outre, les méthodes d'intégration du logiciel imposent l'utilisation de la formulation des fonctions harmoniques sphériques réelles en coordonnées cartésiennes. Elles sont exprimées sous cette forme dans les annexes du chapitre II (page 232). On note alors que la quantité « $r_M^n \cdot S_{nm}(x,y,z)$ » dans (II.96) est indépendante de la valeur du rayon $r_M$.

Finalement, l'outil développé permet de définir le problème direct dans un volume nettement plus restreint. Un exemple de la nouvelle situation est schématisé sur la Figure II.12. En comparant avec celle décrite par la Figure II.11, l'intérêt apparaît clairement, en tout cas concernant le nombre d'inconnues à résoudre entre les deux situations. Une démarche comparative plus rigoureuse consisterait à mesurer les temps de calculs nécessaires aux deux approches. Ce travail n'a pas été fait ici.

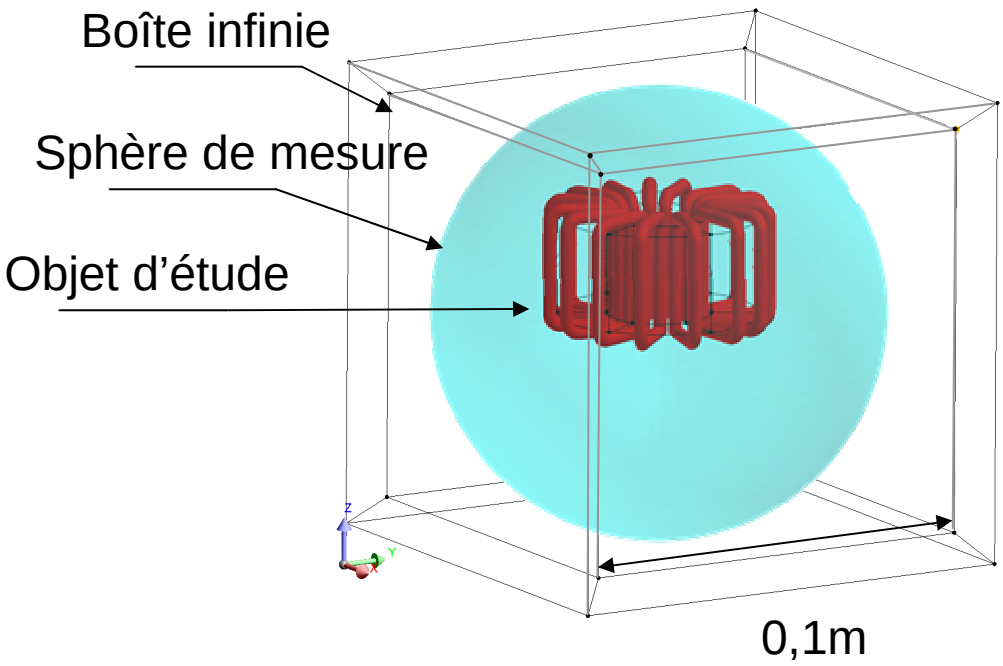



Figure II.12. Description d'une situation de prototypage virtuel à l'aide de notre outil. Elle permet une exploitation équivalente à celle de la situation décrite figure II.11

### II.5.2.4. Choix du pas spatial de calcul

Le calcul de l'intégrale de surface (II.96) en post-traitement est réalisé sur la surface de la sphère de mesure. L'objectif d'économie du nombre d'inconnues dans la formulation du problème éléments finis nous invite donc naturellement à prendre le rayon de cette sphère, au plus près des sources. Néanmoins, il reste un paramètre important à discuter : le choix du maillage de cette sphère. Le pas de discrétisation de la surface de projection est en effet important : si on ne limite pas sa valeur, les temps de calculs peuvent devenir longs sans apporter un gain de précision significatif sur les valeurs des composantes obtenues.

Il s'agit donc de discuter des limites basses de ces pas de calcul (un selon l'élévation $\theta$ et un selon l'azimut $\varphi$). Un choix de pas trop lâche conduit à une approximation trop importante de la description de la sphère. En effet, sa surface est alors constituée de morceau de plans rectangulaires accolés. L'intégration sur cette surface sphérique approchée ne répond alors plus aux exigences du produit scalaire utilisé. Une comparaison des erreurs sur les résultats en fonction du pas de discrétisation est présentée dans la première validation, en section II.5.3.1.2.

### II.5.2.5. Déroulement du programme

La méthode proposée n'intervient qu'en phase de post-traitement dans le logiciel Flux3D. La seule condition à respecter pour sa bonne application est de choisir une boîte infinie pour décrire le système où aucune direction de l'espace n'est privilégiée. Ainsi l'espace sera optimisé et la définition de la sphère de projection, englobant toutes les sources, sera complètement contenue dans cette boite de travail.

La méthode décrite suit le code du fichier python. La Figure II.13 l'illustre. Les étapes sont peu nombreuses et simples à programmer, on a :

1 - Création d'un repère centré et en coordonnées sphériques afin d'exprimer la composante radiale du champ dans ce repère.

2 - Création de la sphère de mesure de rayon au moins celui de la sphère de validité. Elle contient donc toutes les sources et est centrée sur le repère choisi en 1.

3 – Calcul des composantes en utilisant les relations de (II.96) et du Tableau VI.1 dans les annexes du chapitre II (page 232).

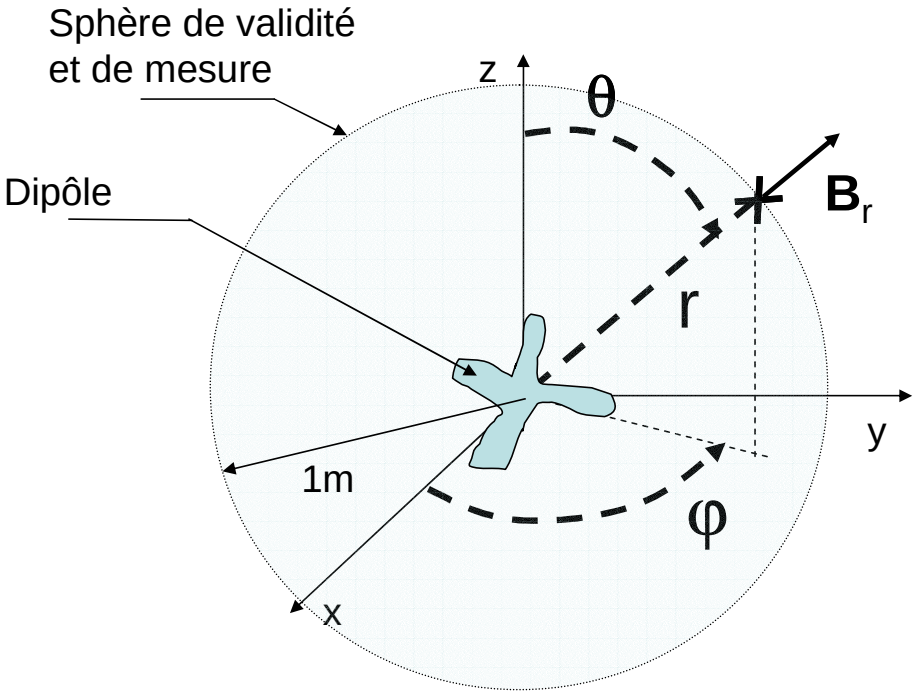



Figure II.13. Configuration de la simulation dans l'environnement Flux.

## II.5.3. Validations

### II.5.3.1. Validation 1 : Cas du décentrage du dipôle

#### *II.5.3.1.1. Résultats*

On propose ici de vérifier les expressions obtenues lors du décentrage d'un dipôle quelconque données dans le Tableau II.4. Le nouveau multipôle généré par le décalage est calculé pour les composantes d'ordre 1 et 2, uniquement. Le rayon $r_M$ de la sphère de mesure est de 1 m. On choisit un pas de discrétisation angulaire de la surface de la sphère de 4°. Le problème est statique. Le dipôle **m** utilisé est hétérogène, de composantes :

$$m_x = 1, \qquad m_y = 2, \qquad m_z = 3 \qquad \text{(en A.m}^2\text{)} \tag{II.97}$$

Deux décalages sont proposés. *Dec1* positionne le dipôle **m**, en coordonnées cartésiennes, au point (0,3 ; 0,2 ; 0,1) ; *Dec2* en (0,5 ; 0,5 ; 0,5). Ces valeurs sont exprimées en mètre. Ce dernier décalage positionne le dipôle quasiment à la surface de la sphère de mesure. Le Tableau II.5 réunit les résultats.

| Expressions théoriques | Dec1 | | Dec2 | |
|---|---|---|---|---|
| | Attendues | Obtenues | Attendues | Obtenues |
| $A_{10} = m_z$ | 3 | 3,0011 | 3 | 3,0015 |
| $A_{11} = m_x$ | 1 | 1,0003 | 1 | 0,9994 |
| $A_{1-1} = m_y$ | 2 | 2,0007 | 2 | 1,9996 |
| $A_{20} = +2z_0.m_z - x_0.m_x - y_0.m_y$ | -0,1 | -0,1 | 1,5 | 1,5017 |
| $A_{21} = \sqrt{3}(z_0.m_x + x_0.m_z)$ | 1,7321 | 1,7327 | 3,4641 | 3,4651 |
| $A_{2-1} = \sqrt{3}(z_0.m_y + y_0.m_z)$ | 1,3856 | 1,3862 | 4,3301 | 4,3314 |
| $A_{22} = \sqrt{3}(x_0.m_x - y_0.m_y)$ | -0,1732 | -0,1733 | -0,8660 | -0,8662 |
| $A_{2-2} = \sqrt{3}(y_0.m_x + x_0.m_y)$ | 1,3856 | 1,3861 | 2,5981 | 2,5977 |

Tableau II.5. Résultats sur l'identification des composantes d'ordres 1 et 2 du dipôle décalé.

Les résultats obtenus dans tous les cas de figure sont très proches des valeurs attendues. La Figure II.14 regroupe les erreurs faites lors de l'identification des composantes par rapport aux valeurs théoriques attendues. Encore une fois et même pour un décalage extrême, les résultats sont stables et proches des valeurs de références (au plus, on relève environ 0,1% d'erreur relative).

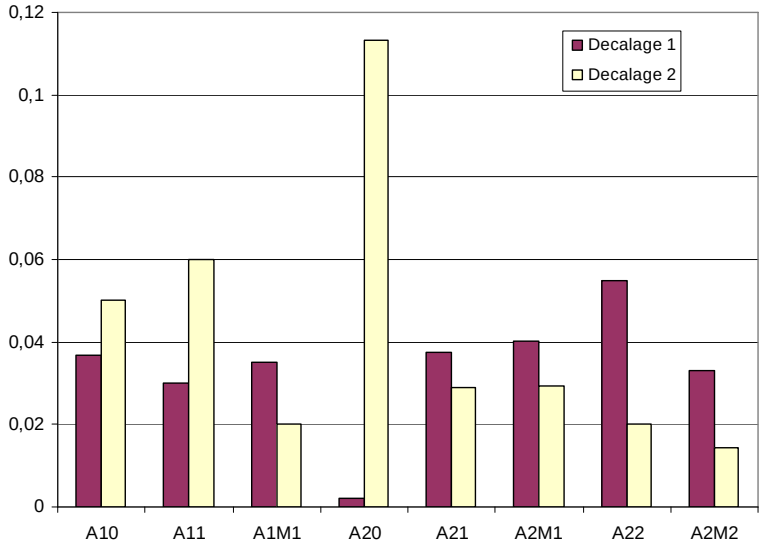



Figure II.14. Erreur relative (en %) aux valeurs théoriques des composantes identifiées pour les deux décalages du dipôle par rapport au centre de la décomposition.

### *II.5.3.1.2. Influence du pas angulaire*

La question du choix du pas angulaire de définition de la sphère de projection reste délicate en théorie. Nous avons testé empiriquement 3 valeurs de pas : 1°, 4° puis 8°, pour les deux pas en élévation et azimut. Les temps de calculs pour réaliser la projection sont bien sûr directement liés à ces valeurs. Les résultats comparés apparaissent sur la Figure II.15. Il s'agit des erreurs faites sur l'identification des composantes pour les trois valeurs de pas angulaire. Nous ne présentons que le pire des cas, i.e. lors du décalage maximum du dipôle par rapport au centre du multipôle. La discrétisation avec un pas de 4° semble un bon compromis entre une erreur qui reste faible (< 0,1%) et un temps de calcul des composantes relativement court.

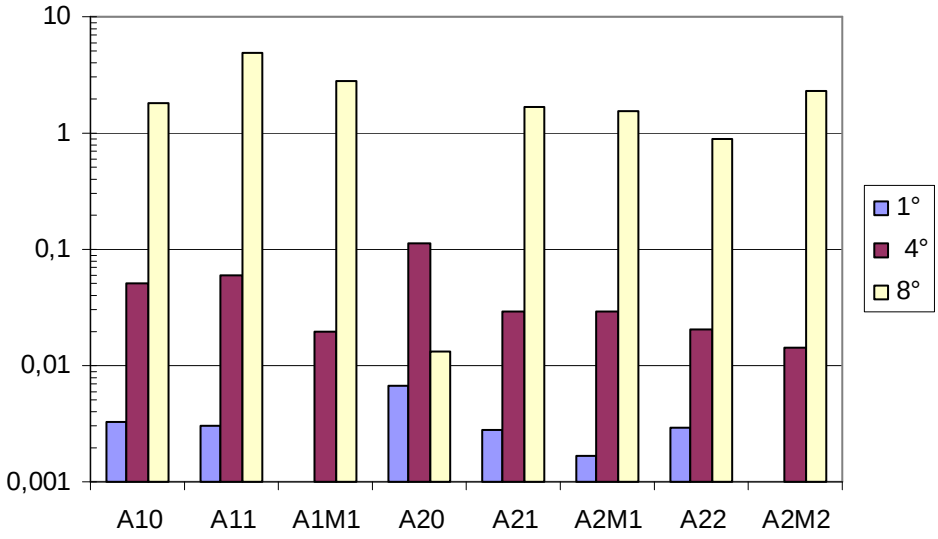



Figure II.15. Erreur relative (en % et en échelle logarithmique) aux valeurs théoriques des composantes identifiées en fonction du pas angulaire de discrétisation de la sphère de projection.

## II.5.3.2. Validation 2 : Cas de la boucle de courant

L'idée est de vérifier par cette méthode que l'on retrouve bien les valeurs des 3 premiers termes du multipôle magnétique de la boucle de courant donnés en (II.81). Les paramètres proposés dans la simulation sont les suivants :

- rayon de la boucle de 0,3 m,
- courant dans la boucle tel que $A_{10}$ = 1 A.m$^2$,
- rayon de la sphère de mesure de 1 m,
- le pas angulaire a, conformément à l'étude précédente, une valeur de 4°.

Les résultats sont regroupés dans le Tableau II.6. Ils sont très proches et confortent les développements théoriques donnés précédemment.

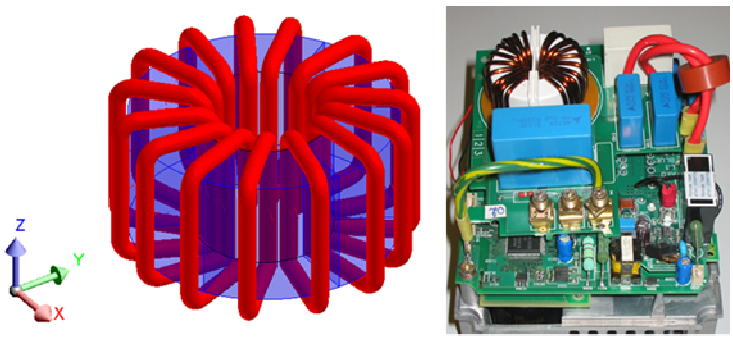
| Composantes | Valeurs attendues | Valeurs obtenues | Erreur relative |
|---|---|---|---|
| $A_{10}$ (= 1A.m$^2$) | 1 | 1,0003 | 0,03% |
| $A_{30}$ | -0,0675 | -0,0674 | -0,15% |
| $A_{50}$ | $5{,}0625.10^{-3}$ | $5{,}0543.10^{-3}$ | -0,16% |
| Toutes les autres | 0 | $< 10^{-12}$ | / |

Tableau II.6. Résultats de l'identification du multipôle magnétique de la boucle de courant

## II.5.3.3. Validation 3 : Cas d'une source complexe

### *II.5.3.3.1. Présentation*

Afin de terminer la validation de la méthode, nous proposons d'identifier une source complexe. Il s'agit d'une inductance torique (8 cm de diamètre sur la Figure II.16.a). Elle appartient au filtre de mode commun que l'on trouve à l'entrée de convertisseurs statiques. Sur la Figure II.16.b, à titre d'exemple, une inductance similaire, en monophasé, apparaît sur le haut de la structure d'un variateur de vitesse. On cherche à identifier les composantes des trois premiers ordres du multipôle magnétique équivalent à cette source (15 termes). La sphère de mesure a un rayon de 5 cm. En effet, la dimension la plus grande par rapport au centre du repère est de 4 cm environ. L'identification se passe donc au plus près de la source. Le problème est traité en statique, le courant circulant dans le tore est de 2 A continu.

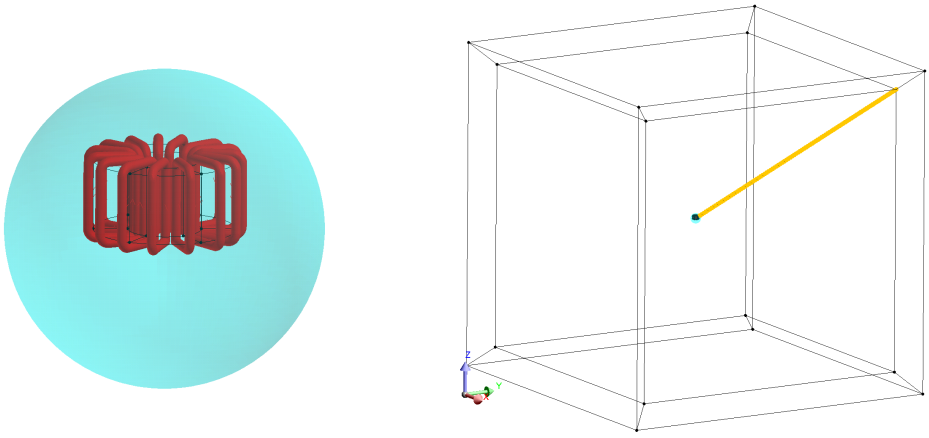



(a) (b)

Figure II.16. (a) Inductance torique à air. (b) Illustration de l'utilisation de ce composant dans une structure: un variateur de vitesse monophasé.

### *II.5.3.3.2. Identification et validation*

Apres identification des 15 premiers paramètres du multipôle magnétique, on compare les modules du champ **B** entre la source FEM et la source équivalente identifiée. Les points sont pris le long d'un segment partant de la sphère de mesure ($r$ = 0,05 m) jusqu'aux limites de la boîte infinie ($r$ = 2,4 m), visibles en jaune sur la Figure II.17.b.



(a) (b)

Figure II.17. (a) Source complexe dans la sphère de mesure. (b) L'ensemble dans la boîte infinie avec le chemin de points de calcul du champ **B** (en jaune).

Les résultats apparaissent sur la Figure II.18. Pour plus de clarté, la distance maximale est ici de 1 m. On reporte le calcul du module du champ **B** :

- obtenu par la méthode des éléments finis (notre référence),
- reconstruit à l'aide des trois ordres du multipôle,
- reconstruit à l'aide des ordres 1 et 2 uniquement,
- reconstruit à l'aide du seul dipôle identifié.

Quelque soit l'ordre du multipôle utilisé, les résultats sont proches de la solution donnée par la MEF. Plus précisément, sur la Figure II.19 apparaissent les erreurs relatives à la MEF. Les comportements de chaque ordre apparaissent très clairement : toutes les solutions convergent vers la valeur de référence et ce, d'autant plus que l'on s'éloigne de la source. Ceci corrobore les propriétés radiales du développement multipolaire. En outre, plus le modèle est riche en composantes et plus cette convergence se fera à une distance proche de la source. Dans cet exemple, on note au passage l'intérêt d'une description du multipôle incluant le second ordre vis-à-vis d'une modélisation uniquement dipolaire. L'erreur faite sur le module du champ **B** passe en dessous des 10% dès 0,2 m du centre de la source. Il faut atteindre 0,7 m pour obtenir le même résultat avec le dipôle équivalent. Enfin, cette synthèse de source équivalente n'a pas de limite quant à l'ordre maximum de la source multipolaire équivalente. Selon les besoins de précision de l'application, on peut le choisir plus ou moins important. Néanmoins, on l'a déjà vu, ce choix est forcément orienté par une expertise du comportement électromagnétique de la source étudiée.

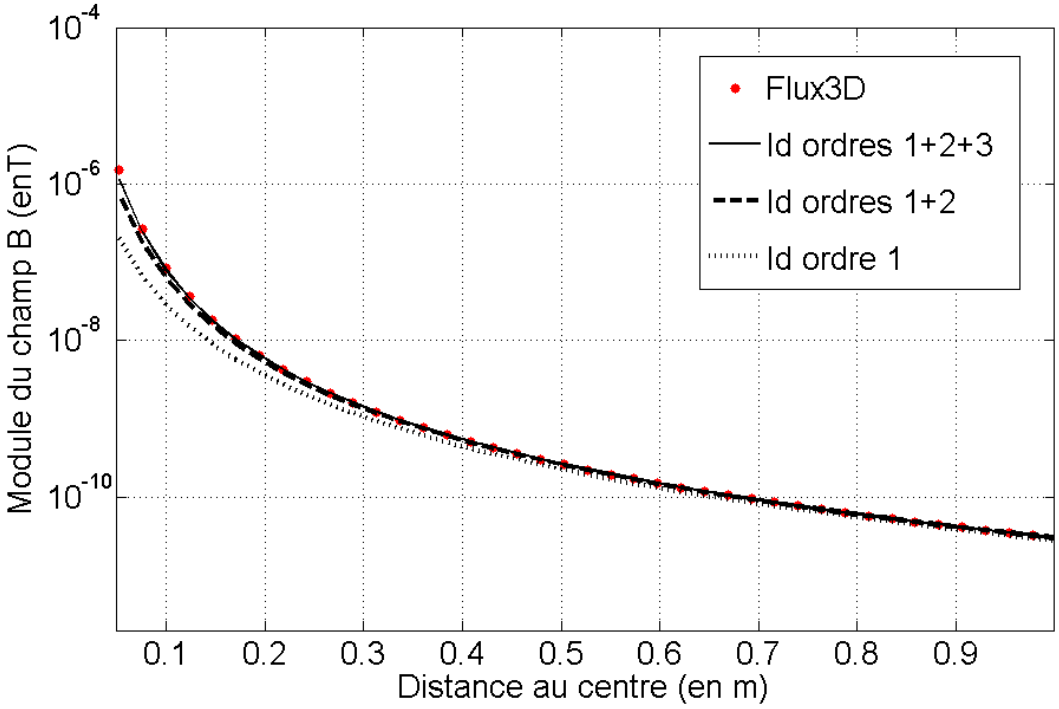



Figure II.18. Comparaison des modules de **B** en fonction de la distance.

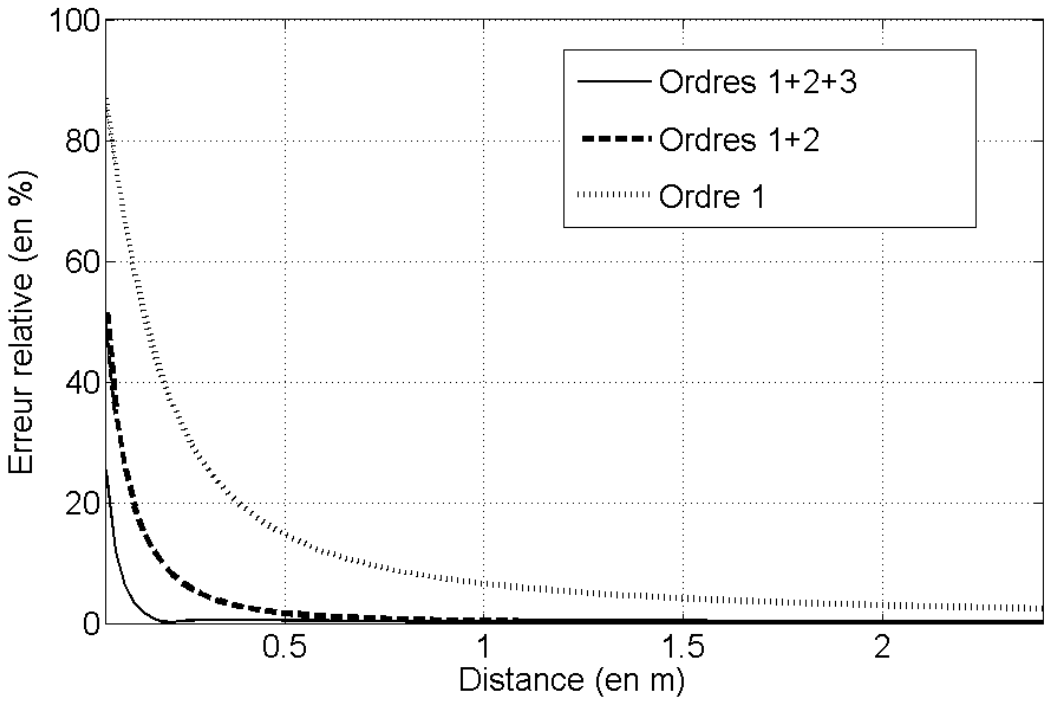



Figure II.19. Comparaison des erreurs relatives à la solution MEF en fonction de la distance au centre.

#### *II.5.3.3.3. Conclusion sur l'outil*

L'outil proposé est pertinent pour l'optimisation des calculs dans le logiciel Flux. L'approche permet de diminuer de manière importante le nombre d'inconnues pour la MEF dans le cas de la recherche du champ **B** généré par une source complexe dans son voisinage. De plus, comme démontré dans le cas du dipôle décentré, aucune erreur n'est faite sur les termes du premier ordre non nul du multipôle équivalent. En outre, la méthode n'est pas contraignante puisqu'elle intervient en phase de post-traitement sans nécessiter d'aménagement important. Il faut néanmoins prévoir une dimension de boîte infinie adaptée. Enfin, le nombre de composantes recherchées n'est pas limité. Mais, bien sur, chaque identification de composante supplémentaire a un coût en temps de calcul qui peut vite être prohibitif.

## *II.6. Conclusion du chapitre II*

Nous avons, dans ce chapitre, décrit les caractéristiques du développement multipolaire limité à notre champ applicatif. La démarche adoptée se voulait simple, progressive et au plus proche de la physique des champs électromagnétiques dans le cadre de l'ARQS.

Les outils nous ont alors permis d'expliquer le lien entre ces développements et les multipôles équivalents, eux-mêmes liés aux densités de charges et de courant circulant dans les sources à l'étude.

En outre, les limites du système LLA ont pu être expliquées et des possibilités nouvelles dues à ce modèle ont pu voir le jour. Elles consistent à imaginer un jeu de capteur à intégration capable de n'être sensible qu'à une composante du développement multipolaire de **B** à la fois. En ce sens, elles réalisent un filtrage spatial du champ au plus près des

sources. Les caractéristiques de ce développement ont montré qu'il était alors possible d'identifier la composante du multipôle correspondant. Cette démarche permet de résoudre un problème d'inversion en évitant les difficultés mathématiques inhérentes à ces techniques et énoncées au chapitre précédent.

Dans la suite, nous proposons une méthode rigoureuse permettant de dessiner les formes de ces capteurs à intégration.

# Chapitre III :

# Méthode de construction des capteurs de flux

# CHAPITRE III : méthode de construction des capteurs de flux

## *III.1. Introduction*

Nous détaillons dans ce chapitre la méthode de conception des capteurs de flux. Deux améliorations du système LLA sont attendues.

Un premier effort est mené sur l'identification du dipôle. On cherche à améliorer/modifier la géométrie des capteurs du dipôle afin de mieux filtrer la composante dipolaire du multipôle équivalent. En effet, la présence des composantes d'ordres supérieurs vient modifier la mesure du dipôle. L'intérêt est de limiter l'impact sur la mesure du décalage inévitable entre le centre du multipôle et le centre du système de mesure. On peut présenter les choses autrement, et c'est ce point de vue que nous adoptons ici. En effet, l'intérêt est aussi, à erreur d'identification constante entre le système LLA et notre amélioration, de réaliser le capteur sur une sphère de mesure plus petite (2 m de diamètre actuellement). Une amélioration de la bande passante du système doit alors en découler.

Un second objectif vise à concevoir des bobines permettant l'identification des composantes du quadripôle.

Finalement l'approche proposée dans ce chapitre permet de répondre à ces deux objectifs par le même moyen. En effet, tous ces contours, qu'ils soient destinés à la détection des composantes dipolaires ou quadripolaires, doivent présenter des propriétés améliorées de filtrage spatial des composantes du développement multipolaire : chaque capteur, constitué de plusieurs bobines, ne doit être sensible qu'à une seule composante du développement multipolaire parmi toutes les autres. On a vu précédemment que le produit scalaire de la base des fonctions harmoniques sphériques constituait le filtre idéal, de sélectivité parfaite. Ce produit scalaire consistait à intégrer sur toute la sphère de mesure, le produit de la composante radiale de **B** avec la fonction $S_{nm}$ de la composante visée. Or, justement, la

solution du capteur à intégration permet bien d'intégrer $\mathbf{B_r}$ sur la sphère de mesure. Malheureusement, il n'est pas possible, par le dessin des contours de reproduire exactement la fonction $S_{nm}$. Mais on peut toutefois en chercher une fonction approchée : c'est la démarche que nous adoptons ici. L'approximation effectuée consiste à considérer que la source est d'ordre 4 maximum. Cela est cohérent avec l'analyse des structures faite au chapitre I. Dans ces conditions d'approximation, on montre qu'il existe des solutions (car ils y en a plusieurs différentes) de dessins de contours permettant de faire, à l'instar du produit scalaire, l'identification exacte des composantes recherchées. Plus précisément, l'application vise l'identification exacte des trois composantes dipolaires du champ et de ses cinq composantes quadripolaires (ordres 1 et 2 du développement), sans être perturbée par les deux ordres suivants (3 et 4).

Une forme de solution a déjà été proposée dans la partie précédente, à l'issue d'une simple expérience numérique. Mais l'approche ne donnait pas lieu à la construction d'une méthode systématique de détermination des contours. Elle reste aussi incomplète puisque deux composantes seulement sur les huit sont concernées ($A_{10}$ et $A_{20}$). La méthode proposée ici est rigoureuse et permet de systématiser la recherche des contours pour toutes les composantes. Ainsi, deux jeux de capteurs vont voir le jour. Dans un premier temps, la géométrie proposée découle d'une contrainte de construction forte : le dessin des bobines doit suivre des parallèles et méridiens de la sphère de mesure. La possibilité de trouver ce jeu de nouveaux capteurs est alors démontrée à l'aide d'une approche analytique. Mais la solution proposée ne semble pas compatible avec notre objectif de réalisation d'un capteur simple à mettre en œuvre. Une seconde approche, visant à combler cette carence, est alors détaillée. Elle s'appuie sur des propriétés géométriques des fonctions harmoniques sphériques. Le chapitre se termine sur des expériences numériques. Elles ont pour but, d'une part, de valider ce dernier jeu de solution et, d'autre part, d'argumenter le choix du rayon du nouveau capteur.

Enfin, le travail présenté est le fruit d'une collaboration étroite avec le laboratoire Ampère de Lyon, en les personnes de Laurent Krähenbühl, Ronan Perrussel et Kévin Berger.

## *III.2. Méthode de constructions des capteurs de flux*

Cette partie détaille les méthodes de construction des fonctions capteurs. Les notations et définitions sont d'abord précisées. Puis les deux méthodes sont exposées. A l'issue de cette partie, un jeu complet de capteurs est présenté.

### III.2.1. Préliminaires

#### III.2.1.1. Définitions et notations

Chaque capteur, spécifique à une composante donnée du développement multipolaire, est constitué de plusieurs spires. Elles sont dessinées sur la sphère de mesure notée $S_M$ de rayon $r_M$ et englobant la sphère de validité. Un exemple de contour est donné sur la Figure III.1.

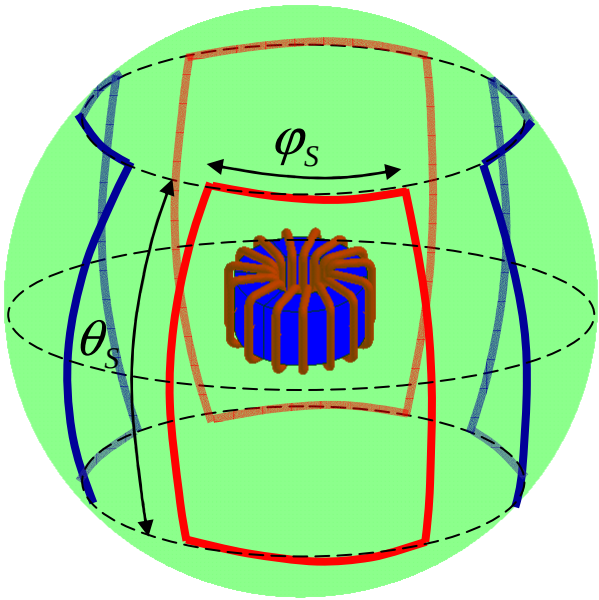



Figure III.1. Un exemple de capteur de composante constitué de bobines définies par $(\theta_S, \varphi_S)$ et dessinées sur $S_M$, centrée sur l'EST.

Le principe consiste à mesurer des flux d'induction à travers les spires. Comme un capteur de composante en contient plusieurs, il est possible de faire des sommes ou des différences de ces flux. Ceci est symbolisé sur les représentations (la Figure III.1 par exemple) en dessinant en rouge une spire orientée de telle sorte que le flux embrassé soit compté positivement, en bleu de telle sorte que le flux soit compté négativement.

Ce jeu de spires sur la sphère $S_M$ peut alors être représenté par une « fonction capteur » $C$ définie par :

- $C(\theta,\varphi) = 1$ sur une portion de $S_M$ délimitée par une spire rouge,
- $C(\theta,\varphi) = -1$ sur une portion de $S_M$ délimitée par une spire bleue,
- $C(\theta,\varphi) = 0$ sur les portions de $S_M$ restantes.

Dans la suite, on note $C^{nm}$ la fonction capteur spécifique à la détection de la composante élémentaire $\boldsymbol{B}_{nm}$ du champ multipolaire. Ce capteur $C^{nm}$ est donc prévu pour permettre l'identification de la composante $A_{nm}$.

La quantité mesurée par ce capteur $C^{nm}$ correspond au flux d'induction, noté $Flux_{nm}$ et donné par :

$$Flux_{nm} = \int_{S_M} C^{nm}(\theta,\varphi)\,\mathbf{B}(r_M,\theta,\varphi)\cdot\mathbf{n}\,ds = \int_{S_M} C^{nm}(\theta,\varphi)\,B_r(r_M,\theta,\varphi)ds \qquad \text{(III.1)}$$

où $\boldsymbol{n}$ est la normale unitaire sortante de $S_M$ et $B_r(r_M,\theta,\varphi)$, la composante radiale du champ sur $S_M$ et créée par une source quelconque. Elle est définie, d'après le chapitre II, par :

$$B_r(r_M,\theta,\varphi)=\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=-n}^{+n}\frac{(n+1)}{r_M^{n+2}}A_{nm}S_{nm}(\theta,\varphi) \tag{III.2}$$

La relation (III.1) est caractéristique de la notion de filtrage spatial que l'on cherche à réaliser : de la composante radiale du champ **B** générée par une source quelconque, on veut qu'à travers la fonction capteur $C^{nm}$, seule la composante radiale de $\mathbf{B}_{nm}$ signe. Le cas idéal serait que la relation (III.1) s'apparente à (II.70) qui définissait le produit scalaire dans l'espace des fonctions de carré sommable sur la sphère. En effet, si la fonction capteur $C^{nm}$ est proportionnelle à la fonction harmonique sphérique $S_{nm}$, alors, dans ce cas là, le flux mesuré permettrait bien d'identifier la composante $A_{nm}$ (ceci a déjà été démontré section II.5.2.3.). Malheureusement, cette condition n'est pas réalisable ici compte tenu de la définition donnée à la fonction *C*, qui peut prendre uniquement les valeurs -1, 0 ou +1.

Dans la suite, on réserve les indices bas pour désigner les composantes issues de la Décomposition en Série d'Harmoniques Sphériques (DSHS). Les composantes issues de la DSHS de cette fonction capteur $C^{nm}$ sont donc notées $C_{pq}^{nm}$ (*p* est l'ordre et *q* le degré).

De plus, les indices *(n, m)* désignent la composante visée alors que les indices *(n', m')* indiquent toutes les autres, qui perturbent l'identification.

Mais, par ailleurs, la fonction capteur $C^{nm}$ est de carré sommable sur la sphère. D'après le produit scalaire (II.70), et de façon analogue à la décomposition en série de Fourier des signaux temporels périodiques, cette fonction capteur admet donc un DSHS réelles :

$$C^{nm}(\theta,\varphi)=\sum_{n'=1}^{+\infty}\sum_{m'=-n'}^{+n'}C_{n'm'}^{nm}S_{n'm'}(\theta,\varphi)\,, \tag{III.3}$$

où les coefficients harmoniques $C_{n'm'}^{nm}$ de la DSHS réelles sont définis par le produit scalaire (II.70), tel que :

$$C_{n'm'}^{nm}=\left\langle C^{nm}\,\middle|\,S_{n'm'}\right\rangle=\frac{\int_{S_M}C^{nm}.S_{n'm'}ds}{\int_{S_M}\left|S_{n'm'}\right|^2ds}=\frac{(2n+1)}{4\pi r_M^2}\int_{S_M}C^{nm}\cdot S_{n'm'}ds \tag{III.4}$$

On le rappelle, l'intégrale du bas dans (III.4) vaudrait 1 si la base des harmoniques sphériques utilisée était orthonormée. Comme ce n'est pas le cas ici, on ajoute le terme :

$$\int_{S_M}\left|S_{nm}\right|^2ds=\frac{4\pi}{2n+1} \tag{III.5}$$

Le cas idéal ne peut pas être atteint, mais on peut toutefois l'approcher. En effet, si on fait l'hypothèse que les convertisseurs statiques sont des sources d'ordre 4, alors il est possible de trouver des fonctions capteurs qui répondent à notre besoin, et cela, sans erreurs sur

l'identification. Ainsi, dans toute l'étude qui suit, le champ multipolaire le plus complexe créé par la source est limité à l'ordre 4 (24 composantes). Il correspond à la source de référence définie au chapitre II. Comme nous l'avions expliqué au chapitre I, elle est considérée comme suffisante pour rendre compte du champ généré par la plupart des systèmes de l'électronique de puissance.

Un exemple de variations des fonctions harmoniques sphériques est présenté sur la Figure III.2. Il concerne la fonction $S_{22}$. Il est possible de distinguer les variations de façon indépendante selon l'élévation ($\theta$) et l'azimut ($\varphi$). Le problème à résoudre est donc le suivant : comment, à l'aide d'une simple fonction créneau $C^{22}$ approcher le plus possible ces formes sinusoïdales ?

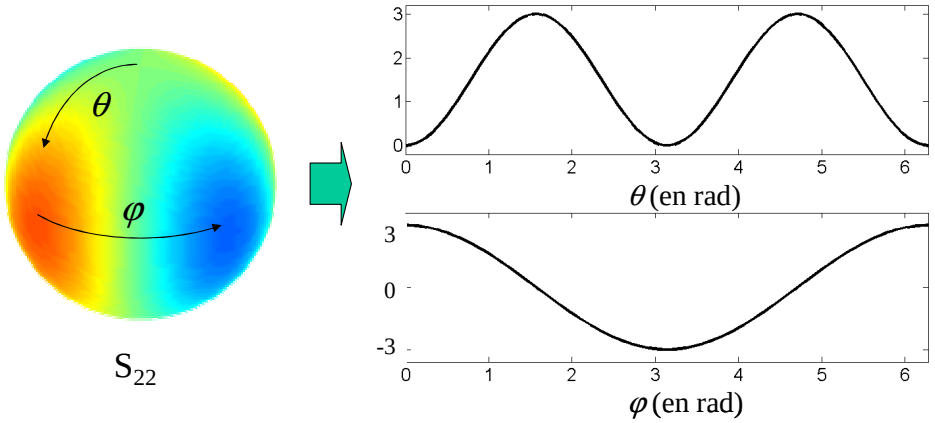



Figure III.2. Variations distinctes de la fonction $S_{22}$ selon l'élévation $\theta$ et l'azimut $\varphi$.

Le problème posé ici est tout à fait analogue à celui qu'a connu le Génie électrique dans la conception des onduleurs et résolu grâce à la Modulation en Largeur d'Impulsions (MLI). Dans la suite, une analogie avec cette loi de commande est proposée : elle peut aider la compréhension de notre démarche de conception des capteurs.

## III.2.1.2. Analogie avec la modulation en largeur d'impulsions

La MLI est une loi de commande devenue classique aujourd'hui. Elle équipe les onduleurs autonomes. Un principe très schématique est proposé sur la Figure III.3. Pour alimenter correctement une machine tournante en alternatif, les convertisseurs doivent créer une onde sinusoïdale de courant alors que les sources à disposition sont continues avec deux ou trois niveaux de tension différents disponibles. Or la conversion est réalisée grâce à des interrupteurs bipolaires à commutation rapide par rapport à la fréquence du signal de puissance. Comment procéder alors ? La solution s'est inspirée des Modulations à Largeur d'Impulsion (MLI) d'usage classique en télécommunication (PWM, Pulse Width Modulation) : la forme d'onde sinusoïdale basse fréquence est codée dans les largeurs des impulsions du signal à transmettre.

La représentation temporelle du courant *i(t)* en sortie n'est pas très éclairante. Par contre après une analyse de Fourier, on s'aperçoit que le fondamental est bien, en basse fréquence, à la valeur désirée pour alimenter la machine. Et les caractéristiques de cette modulation ont comme conséquence que les premières composantes harmoniques non nulles sont repoussées vers le haut du spectre. Si on tient compte du fait que la charge est

fortement inductive, alors elle se comporte comme un filtre passe bas : seul le fondamental parcourt la machine. Les harmoniques perturbateurs se retrouvent en dehors de sa bande passante, ils sont donc fortement atténués.

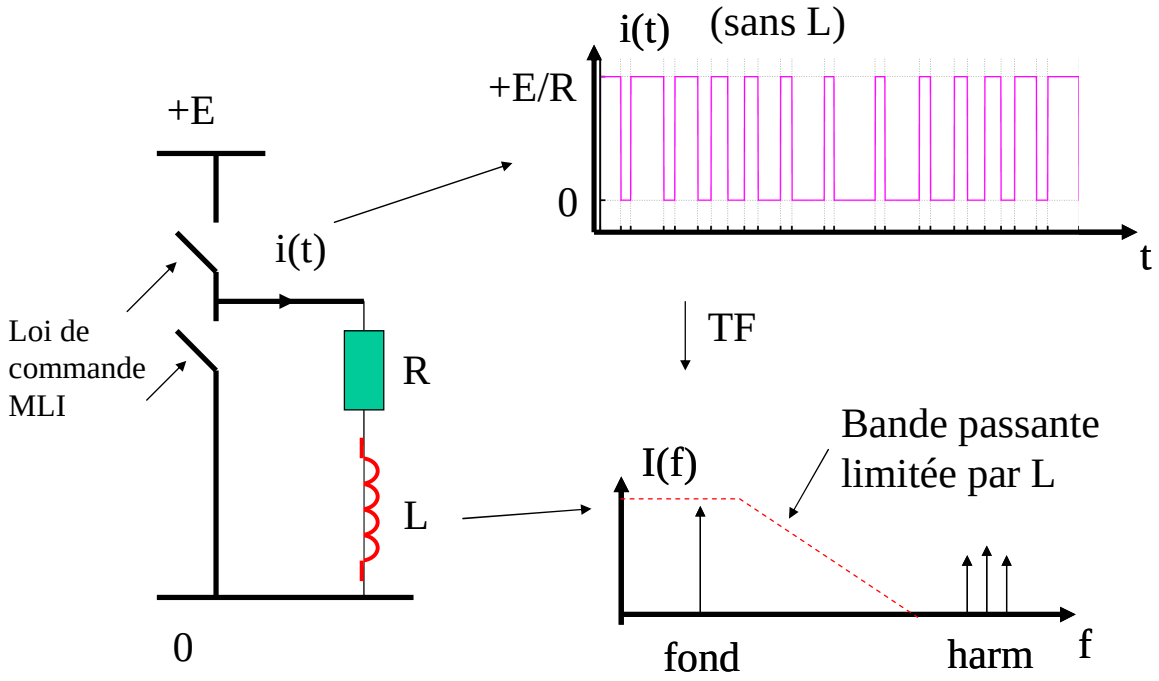



Figure III.3. Principe de la MLI

L'idée proposée ici est analogue. Les composantes harmoniques non nulles de la fonction capteur (définies par (III.4)) traduisent, d'après (III.1) une signature du champ généré par la source dans la mesure. La notion de source d'ordre $N$ (ici $N = 4$) est assimilable à celle de « bande passante ». En effet, pour chaque composante à identifier, il faut trouver une forme à la fonction capteur associée de telle sorte que sa DSHS ne donne qu'une harmonique (« son fondamental ») dans la bande passante de la source. Comme dans le cas de la MLI, la fonction capteur peut admettre des composantes harmoniques non nulles mais elles doivent être d'ordres supérieurs à 4. Ainsi la fonction capteur ne sera pas perturbée dans son identification (reposant sur sa composante fondamentale) puisque, par définition de la source d'ordre 4, il n'y a pas de composante du champ d'ordre supérieur. Dans la suite, aucun indice $n$ ne dépasse donc la valeur 4.

### III.2.1.3. Conclusion

Ainsi il faut, pour chaque composante $A_{nm}$ du multipôle équivalent magnétique, dessiner une fonction capteur $C^{nm}$ telle que, d'une part :

$$\left\langle C^{nm} \middle| S_{nm} \right\rangle = C^{nm}_{nm} \neq 0 \qquad \text{(III.6)}$$

Cette composante « fondamentale » incarne ce que l'on peut nommer la condition de détection. Elle sera d'autant meilleure que cette composante fondamentale sera maximale.

Et, d'autre part, il faut également :

$$\left\langle C^{nm} \middle| S_{n'm'} \right\rangle = C^{nm}_{n'm'} = 0 \qquad \forall (n', m') \neq (n, m) \tag{III.7}$$

C'est la condition de réjection : toutes les autres composantes harmoniques de $C^{nm}$ doivent être annulées (avec $n' < 5$).

D'après (II.95) et si les deux conditions précédentes sont respectées pour toutes les 8 fonctions capteurs (3 + 5), alors le flux mesuré par chacune s'écrit comme :

$$Flux_{nm} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(n+1)}{r_M^{n+2}} A_{nm} \iint_{S_M} C^{nm}(\theta, \varphi) S_{nm}(\theta, \varphi) \, dS = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(n+1)}{r_M^{n+2}} \cdot A_{nm} \cdot C^{nm}_{nm} \tag{III.8}$$

En conclusion, l'objectif est de réaliser un filtrage spatial de $B_r$ (24 composantes) par les fonctions capteurs $C^{nm}$ (8 capteurs pour les 8 premières composantes). La relation (III.8) nous montre, d'une part, que la mesure de flux permet bien d'identifier les composantes $A_{nm}$ de l'induction et d'autre part, que la répartition du champ sur la sphère $S_M$ est directement liée aux caractéristiques des fonctions $S_{nm}$. Leur étude est donc suffisante pour la détermination des fonctions capteurs $C^{nm}$. Nous examinons certaines caractéristiques géométriques des fonctions harmoniques sphériques dans la suite.

## III.2.1.4. Retour sur fonctions harmoniques sphériques

Les fonctions harmoniques sphériques réelles d'ordre $n$ et de degré $m$, ont déjà été définies en (II.58) et (II.59). Nous rappelons ici leur expression :

$$S_{nm} = \Theta_{nm}(\theta).\Phi_m(\varphi)$$

où, $$\Theta_{nm}(\theta) = (-1)^{|m|} \sqrt{\frac{(n-|m|)!}{(n+|m|)!}} P_{n|m|}(\cos\theta) \tag{III.9}$$

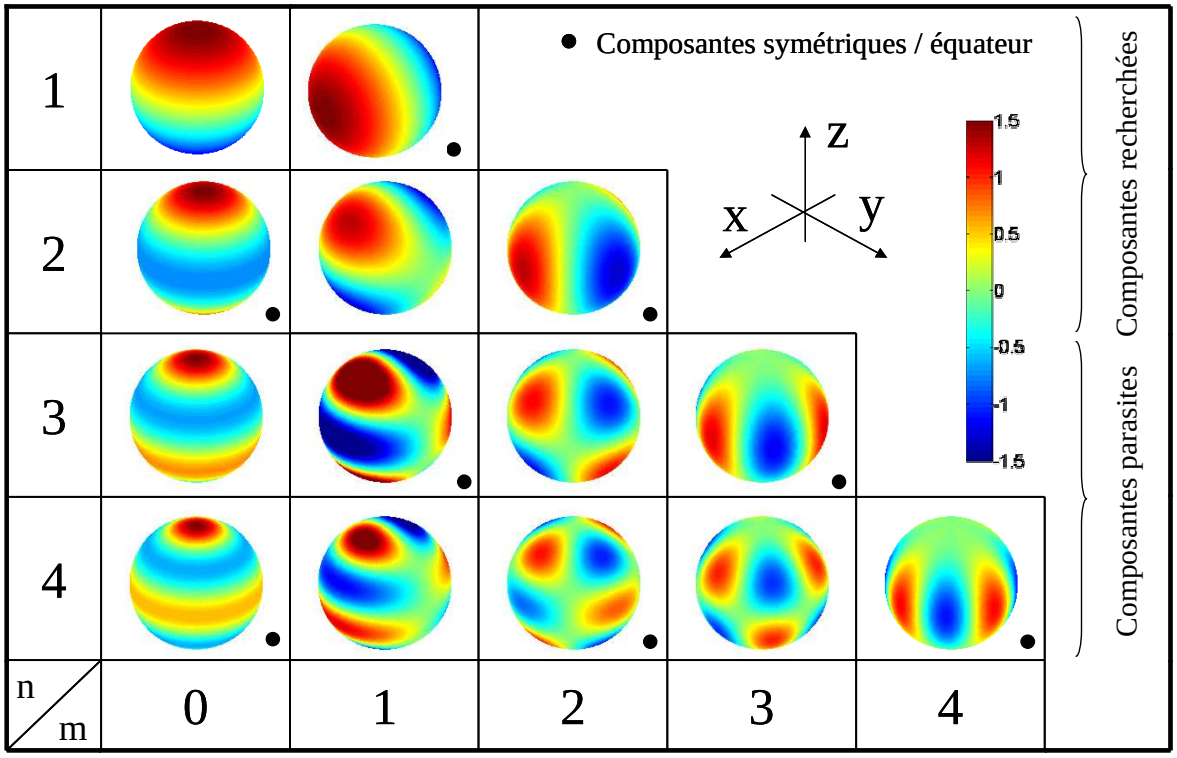
et $$\Phi_m(\varphi) = \begin{cases} \sqrt{2}\cos(m\varphi) & m > 0 \\ 1 \quad \text{si} & m = 0 \\ \sqrt{2}\sin(|m|\varphi) & m < 0 \end{cases}$$

Les polynômes $P_{nm}$ sont les polynômes de Legendre associés. La définition (III.9) permet de constater que :

$$S_{nm}(\theta, \varphi + \pi / 2m) = -S_{n,-m}(\theta, \varphi) \tag{III.10}$$

Les fonctions $S_{nm}$ et $S_{n,-m}$ sont donc identiques à une rotation de $\pi/2m$ autour de l'axe $z$ près. La détermination des 8 capteurs se limitent donc à la recherche de 5 formes distinctes seulement ; 2 pour l'ordre 1 : $S_{10}$ et $S_{11}$, et 3 pour l'ordre 2 : $S_{20}$, $S_{21}$ et $S_{22}$. En effet, les solutions pour les autres composantes seront déduites, pour $S_{1,-1}$ et $S_{2,-1}$ depuis celle correspondant respectivement à $S_{11}$ et $S_{21}$ après une rotation de $\pi/2$ autour de l'axe $z$, et $S_{2,-2}$ depuis celle correspondant à $S_{22}$ après une rotation de $\pi/4$ autour de l'axe $z$. Ainsi, dans la suite, l'étude porte, pour chaque ordre $n$, uniquement sur les cas où $m \geq 0$. Dans ce cadre, les fonctions $S_{nm}$ correspondant à la source de référence (i.e. pour $n$ allant de 1 à 4) sont représentées sur la Figure III.4.

Sur ces figures, les ordres correspondent aux lignes, les degrés, aux colonnes. Sur les deux premières lignes apparaissent les composantes recherchées. Les autres correspondent à celles que l'on va chercher à filtrer. Les deux représentations exposées au chapitre précédent apparaissent : en niveau de couleur seulement sur la Figure III.4, en haut, avec en plus la forme sur la Figure III.4, en bas.



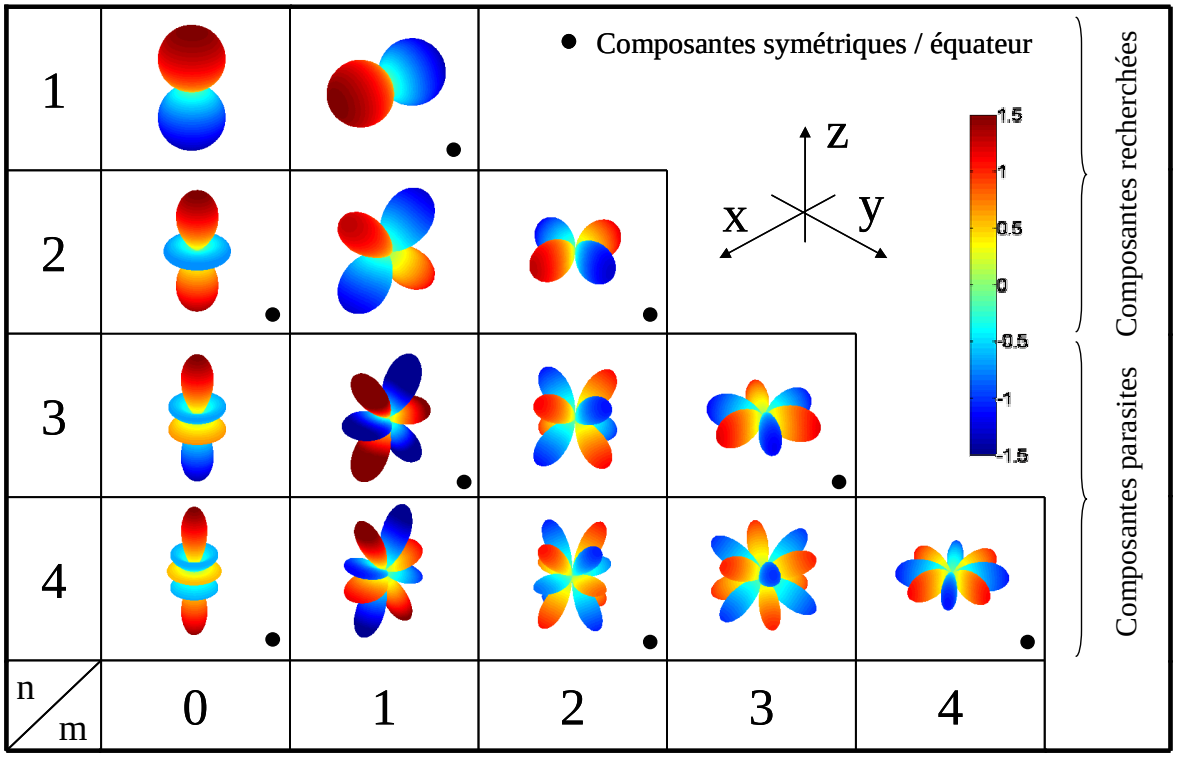



Figure III.4. En haut, représentation des fonctions harmoniques sphériques réelles de la source de référence pour les cas où $m \geq \mathbf{0}$. Les couleurs sur la sphère correspondent à la valeur de la fonction harmonique. En bas, en plus, le rayon de la sphère est modulé par la valeur absolue de la fonction harmonique.

Nous abordons la méthode de construction des capteurs. Deux étapes distinctes la caractérisent. Une première permet de démontrer la faisabilité du processus mais aboutit à une solution de réalisation trop complexe. Elle s'appuie sur la résolution méthodique des conditions (III.6) et (III.7). Le second jeu de solution permet de simplifier le premier et d'envisager la construction d'un capteur. Pour cela, la méthode utilise des propriétés de rotation de la base des harmoniques sphériques.

## III.2.2. Premier jeu de solution

### III.2.2.1. Introduction

L'idée qui sous-tend cette première étape est de supposer que les formes des capteurs recherchés seront à $\theta$ ou $\varphi$ constants, i.e. leurs branches suivront des méridiens et parallèles uniquement. Cette contrainte de construction est suggérée par l'écriture en variables séparées des $S_{nm}$ (III.9). Les fonctions $C^{nm}$ vont hériter de cette propriété. Elles peuvent alors s'écrire :

$$C^{nm}(\theta,\varphi) = C_{\theta}^{nm}(\theta)\cdot C_{\varphi}^{nm}(\varphi) \qquad \text{(III.11)}$$

Ainsi, la méthode de détermination peut distinctement étudier les caractéristiques géométriques des fonctions $\Theta_{n'm'}$ et $\Phi_{m'}$, facilitant ainsi la recherche de la fonction capteur satisfaisant les conditions (III.6) et (III.7). En effet, d'après (III.9) et (III.11), elles peuvent se réécrire de manière équivalente comme :

$$\left(\int_{\theta=0}^{\pi} C_{\theta}^{nm}(\theta).\Theta_{nm}(\theta)\sin(\theta)\,d\theta\right)\cdot\left(\int_{\varphi=0}^{2\pi} C_{\varphi}^{nm}(\varphi).\Phi_{m}(\varphi)\,d\varphi\right)\neq 0\,, \qquad \text{(III.12)}$$

pour la condition de détection, et comme :

$$\left(\int_{\theta=0}^{\pi} C_{\theta}^{nm}(\theta).\Theta_{n'm'}(\theta)\sin(\theta)\,d\theta\right)\cdot\left(\int_{\varphi=0}^{2\pi} C_{\varphi}^{nm}(\varphi).\Phi_{m'}(\varphi)\,d\varphi\right)=0,\quad \forall(n',m')\neq(n,m) \qquad \text{(III.13)}$$

pour la condition de réjection.

En résumé, chaque fonction $C^{nm}$ doit maximiser de produit à gauche de (III.12) tout en respectant (III.13). Dans (III.13), il suffit d'annuler une des deux intégrales pour réaliser la condition de réjection. Ainsi, dans la suite, l'étude est conforme à ce découpage. Dans un premier temps, des formes de base de ces contours sont proposées. Elles s'appuient sur les caractéristiques géométriques des fonctions $S_{nm}$. Ces solutions permettent de filtrer efficacement la plus grande partie des perturbations provenant de la source de référence. Néanmoins, ce n'est pas suffisant. Il faut donc, dans un second temps, affiner les formes de base proposées afin de parfaire le filtrage.

Un exemple complet détaillant la réalisation étape par étape de $C^{21}$ est proposé en section III.2.2.4 (page 152). Sa lecture première peut s'avérer éclairante pour la compréhension de la démarche, voire suffisante. Les formes abouties de ce premier jeu sont présentées dans la section III.2.3.6 (page 152).

## III.2.2.2. Première étape

### *III.2.2.2.1. Caractéristiques de $\Theta_{n'm'}$*

Dans cette partie, la seconde intégrale de (III.13) est considérée non nulle. L'examen des propriétés de $\Theta_{n'm'}$ permet d'annuler la première intégrale dans un certain nombre de cas. En effet, les $S_{nm}$ sont symétriques par rapport au plan d'équateur lorsque $n+m$ est paire (marquées d'un point noir sur les Figure III.4). Les autres sont antisymétriques. Ceci est dû aux propriétés des polynômes de Legendre et dépend uniquement de la variation de l'angle d'élévation $\theta$. La fonction $C^{nm}$ devra alors avoir les mêmes symétries que sa fonction $S_{nm}$ correspondante. En effet, si la fonction $C^{nm}$ présentent également une symétrie par rapport au plan $z = 0$, les composantes $\mathbf{B}_{n'm'}$ anti-symétriques n'y créeront pas de flux perturbateur, et inversement. La Figure III.5 nous montre le cas de la composante $S_{21}$ et une première proposition de la fonction capteur associée. Aucune contrainte ne limite l'ouverture angulaire $\theta_S$ pour le moment : elle est donc maximum ($\theta_S = \pi/2$ pour le cas de la fonction $C^{21}$ de la Figure III.5). Ceci permet d'y maximiser le flux crée par $B_{21}$.

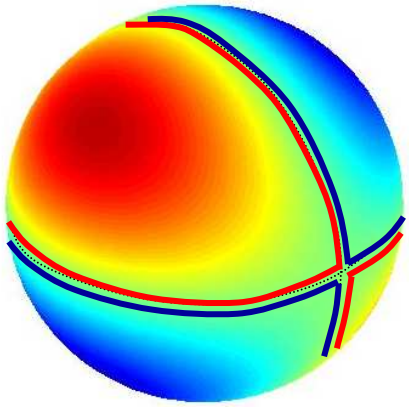


Figure III.5. Composante $S_{21}$ et la forme de base de son contour de détection $C^{21}$.

### *III.2.2.2.2. Caractéristiques de $\Phi_{m'}$*

On cherche maintenant à annuler la seconde intégrale de (III.13), la première étant supposée non nulle. D'après l'étape précédente, cela signifie que si les contours sont symétriques par rapport au plan d'équateur, seules les composantes également symétriques sont concernées ici, et inversement pour les anti-symétriques.

Les fonctions $\Phi_{m'}$ sont $m'$ périodiques. Ainsi, les fonctions $C_{\varphi}^{nm}$ vont hériter de cette périodicité, comme le montre la Figure III.5. Cette fois, l'ouverture angulaire $\varphi_S$ de chaque contour est donc limitée au maximum à $\pi/m'$. Comment prévoir alors les signatures parasites des autres composantes du développement à travers ces bobines ?

La réécriture de (III.7) pour la seule variable $\varphi$ explicite le problème. En effet, à l'aide de (III.9) et (III.6), on a:

$$Flux_{nm} \propto \int_{\varphi=0}^{2\pi} C_{\varphi}^{nm}(\varphi).\cos(m'\varphi).d\varphi \qquad \text{(III.14)}$$

où les variations de $C_{\varphi}^{nm}$ sont montrées sur la Figure III.6. On reconnaît alors le cadre classique d'une décomposition en série de Fourier où $m'$ est équivalent à la pulsation du signal. Ainsi :

- si $m' < m$, aucune composante $\mathbf{B}_{n'm'}$ ne crée de flux parasite. En effet, le premier terme non nul de la décomposition correspond au fondamental de $C_{\varphi}^{nm}$.
- Si $m' = m$, il y a signature de la composante recherchée et l'intégrale dans (III.14) est non nulle.
- Si $m' > m$, les seules composantes $\mathbf{B}_{n'm'}$ créatrice de flux sont de degré $m'=(2k+1)m$ (où $k$ est un entier). En effet, pour les cas où $m = 1$ et $m = 2$, nous obtenons :

Pour $m = 1$:

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi} C_{\varphi}^{n1}(\varphi).\cos(m'\varphi).d\varphi = \begin{cases} \frac{4}{m'}\sin(\frac{m'\varphi_S}{2}) & \text{pour } m' \text{ impair} \\ 0 & \text{pour } m' \text{ pair} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(III.15.a)} \\ \text{(III.15.b)} \end{matrix}$$

Pour $m = 2$:

$$\int_{\varphi=0}^{2\pi} C_{\varphi}^{n2}(\varphi).\cos(m'\varphi).d\varphi = \begin{cases} \frac{8}{m'}\sin(\frac{m'\varphi_S}{2}) & \text{pour } m' = 2,6,10\ldots \\ 0 & \text{pour } m' = 3,4,5,7,8,9\ldots \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(III.15.c)} \\ \text{(III.15.d)} \end{matrix}$$

Dans (III.15.b) et (III.15.d), certaines intégrales s'annulent indépendamment de la valeur de l'angle $\varphi_S$.

Enfin, notons que pour le cas où $m = 0$, seules les composantes de même degré $m' = 0$ interfèrent dans le contour.

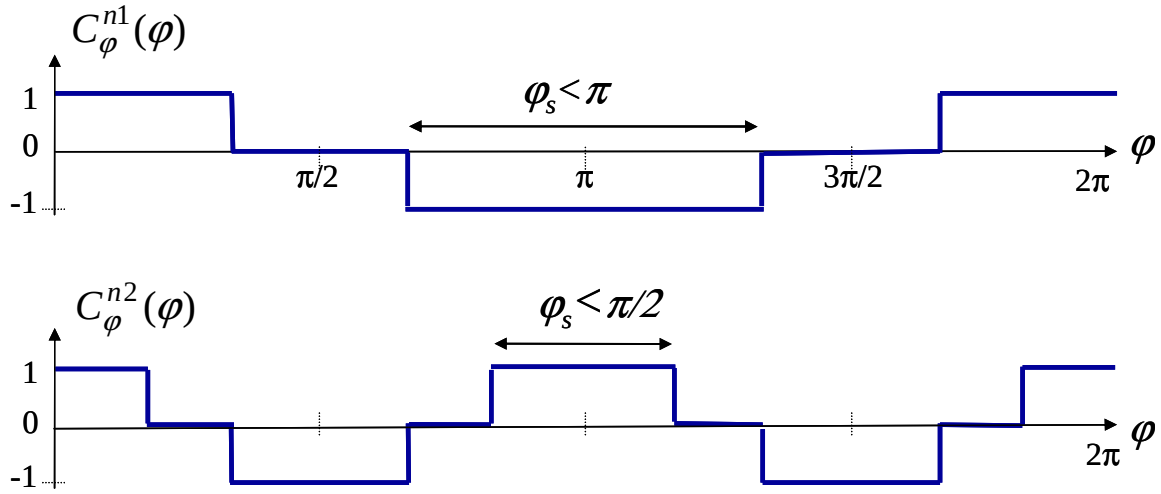



Figure III.6. Fonctions créneaux $C_{\varphi}^{nm}$, pour les cas $m = 1$ et $m = 2$

### *III.2.2.2.3. Bilan : influences résiduelles*

Les résultats précédents nous permettent de construire le Tableau III.1. Il fait apparaître les composantes $S_{nm}$ à identifier en noir, et celles qui perturbent leur identification en rouge. A cette étape, les contraintes imposées aux fonctions capteurs sont :

- la symétrie (à droite) ou l'anti-symétrie (à gauche) par rapport au plan d'équateur $z = 0$,
- la périodicité liée au degré de la composante visée.

Les flux mesurés sont maximisés si bien que toutes les fenêtres angulaires sont ouvertes au maximum dans la limite de leurs contraintes de construction. Par exemple, concernant la détection de $S_{11}$, seules les composantes à $(n+m)$ pair peuvent la perturber, donc toutes celles apparaissant en gras dans la partie gauche du Tableau III.1. Mais, en vertu de la

périodicité de $C^{11}$, seules les composantes de degré $m$' = 1 et $m$' = 3 persistent. Il s'agit de $S_{31}$ et $S_{33}$.

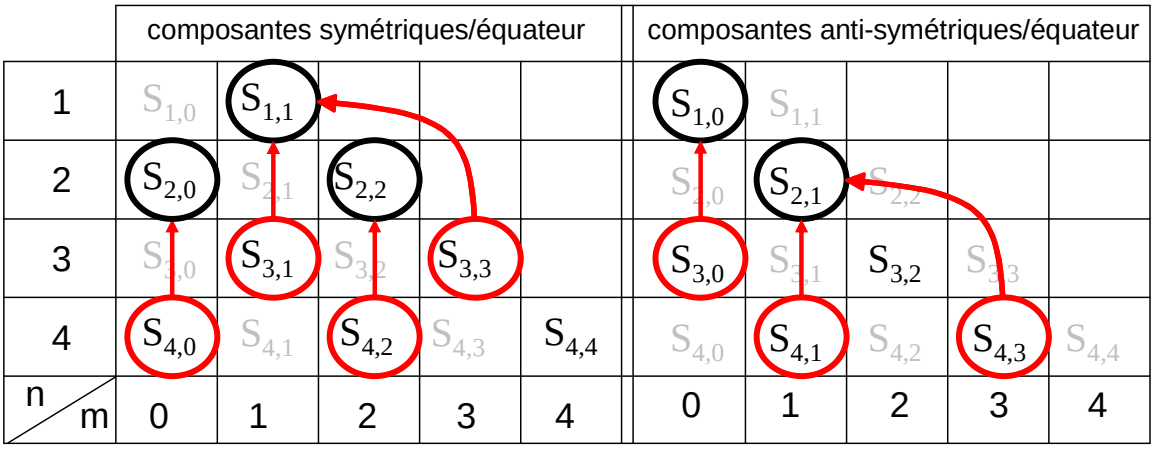



Tableau III.1. Tableau des influences pour les 5 formes différentes

## III.2.2.3. Seconde étape

Comment éliminer les dernières perturbations restantes, en rouge dans le Tableau III.1 ?

On ne peut agir que sur les degrés de liberté restant : les ouvertures angulaires $\theta_s$ et $\varphi_s$. Mais leur modification ne doit pas modifier les propriétés géométriques des contours des formes de bases précédentes. On ne peut donc pas augmenter ces ouvertures.

Ainsi, la dernière étape consiste à les réduire afin d'éliminer les dernières influences. En outre, cela va diminuer le flux embrassé par les bobines.

### *III.2.2.3.1. Réduction selon $\varphi_s$*

L'équation (III.15.a) indique qu'il est possible d'annuler les composantes parasites d'indice multiple de 3 en prenant $\varphi_s = 2\pi/3$. Ainsi, les influences de $S_{33}$ sur $S_{11}$ et de $S_{43}$ sur $S_{21}$ disparaissent. Il ne reste alors plus qu'une seule signature parasite par composante visée.

### *III.2.2.3.2. Réduction selon $\theta_s$*

Cette ouverture angulaire peut prendre des valeurs comprises entre 0 et $\pi$. Il s'agit de chercher à annuler la première intégrale de (III.13). La discussion est bipolaire : le cas où les fonctions $C^{nm}$ sont symétriques et anti-symétriques par rapport au plan d'équateur. Dans le premier cas, la seule manière de réduire est de rogner depuis les pôles. Cette opération doit se faire depuis les deux pôles à la fois afin de conserver la symétrie équatoriale du contour. La valeur de l'angle $\theta_s$ qui annule la composante parasite est donnée par la solution de (III.16.a). Dans le second cas, la réduction peut commencer par l'équateur et la solution est donnée par (III.16.b).

$$\int_{(\pi-\theta_S)/2}^{(\pi+\theta_S)/2} \Theta_{n'm'}(\theta).\sin(\theta).d\theta = 0 \qquad \text{(III.16.a)}$$

$$\int_0^{\theta_S} \Theta_{n'm'}(\theta).\sin(\theta).d\theta = 0 \qquad \text{(III.16.b)}$$

### III.2.2.4. Exemple du capteur $C^{21}$

Pour illustrer la méthode de détermination énoncée, la construction de la fonction $C^{21}$ est proposée. Le processus complet est donné sur la Figure III.7. Dans un premier temps, sur la gauche, conformément aux parties III.2.2.2.1 (page 148) et III.2.2.2.2 (page 149), une première forme de base est construite. Elle répond à la fois à l'anti-symétrie par rapport au plan d'équation $z = 0$ et à la périodicité sur l'azimut de la composante $S_{21}$. La composition adaptée des flux dans chaque bobine permet de maximiser la signature de la composante visée. D'après le Tableau III.1, seules les composantes $S_{41}$ et $S_{43}$ perturbent encore l'identification. Dans un second temps, d'après l'équation (III.15.b), réduire l'ouverture angulaire à la valeur $\varphi_s = 2\pi/3$ permet d'annuler l'effet de $S_{43}$. Ceci est clair au centre de la Figure III.7. Enfin, à droite, il existe un angle, solution de l'équation (III.16.b), qui permette de compenser exactement les deux lobes crées par $S_{41}$ dans les bobines : $\theta_s = 1.35\ rd$. En accord avec les notations de la Figure III.7, à droite, et après quelques calculs, (III.8) fournit la relation d'identification :

$$A_{21} = \frac{r_M^2}{1.7 \cdot 10^{-6}}.Flux_{21} \quad avec \quad Flux_{21} = \left(flux_1 - flux_2 + flux_3 - flux_4\right) \qquad \text{(III.17)}$$

où les flux sont ceux mesurés à travers les bobines numérotées sur la Figure III.7, à droite.

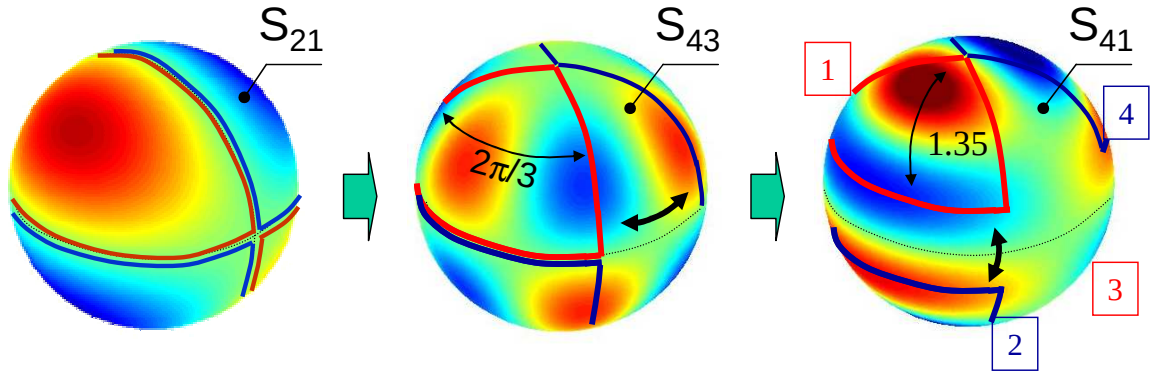



Figure III.7. Processus complet de création de la fonction capteur $C^{21}$.

### III.2.2.5. Conclusion sur le premier jeu

La méthode suivie pour construire $C^{21}$ est identique pour dessiner tous les contours qui déterminent les fonctions $C^{nm}$. Leurs caractéristiques géométriques, ainsi que les relations d'identification sont rassemblées dans le Tableau III.2. La Figure III.8 offre une vue d'ensemble des ces 8 capteurs, premier jeu complet proposé. Ils sont dessinés sur la sphère de mesure et superposés à la fonction $S_{nm}$ correspondante. Ceci permet d'observer

qualitativement la cohérence des résultats. Les contours rouges entourent bien des contributions positives des $S_{nm}$ et les contours bleus, les contributions négatives des $S_{nm}$. En outre, les formes des contours coïncident avec ces mêmes zones.

Que faire de ce résultat ? Peut-on envisager de l'exploiter dans le cadre de la résolution de notre problème inverse ? La faisabilité théorique de notre approche est démontrée. Mais à cette étape, il n'est pas envisageable de construire un capteur complet à l'aide des formes proposées. En effet, sur la Figure III.8, on dénombre 24 contours fermés en tout. En outre, il y a 5 formes différentes de capteur de composante, et, parmi elles, 3 formes utilisent des bobines non planes. Il faut donc réussir à simplifier la construction.

De quelle façon ? Par exemple, sur la Figure III.8, les capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$ sont les plus simples puisqu'ils ne sont construits qu'avec des bobines planes (on les met en valeur grâce à l'encadré noir pointillé sur cette figure). On reconnaît d'ailleurs au passage les solutions trouvées à l'issue de notre expérience numérique du chapitre II. Des contours inspirés de ces formes simples pour détecter l'ensemble des composantes représenterait une solution réaliste dans l'objectif expérimental visé.

La partie suivante va décrire la méthode de construction de cette version simplifiée qui va justement s'appuyer sur les deux contours simples évoqués.

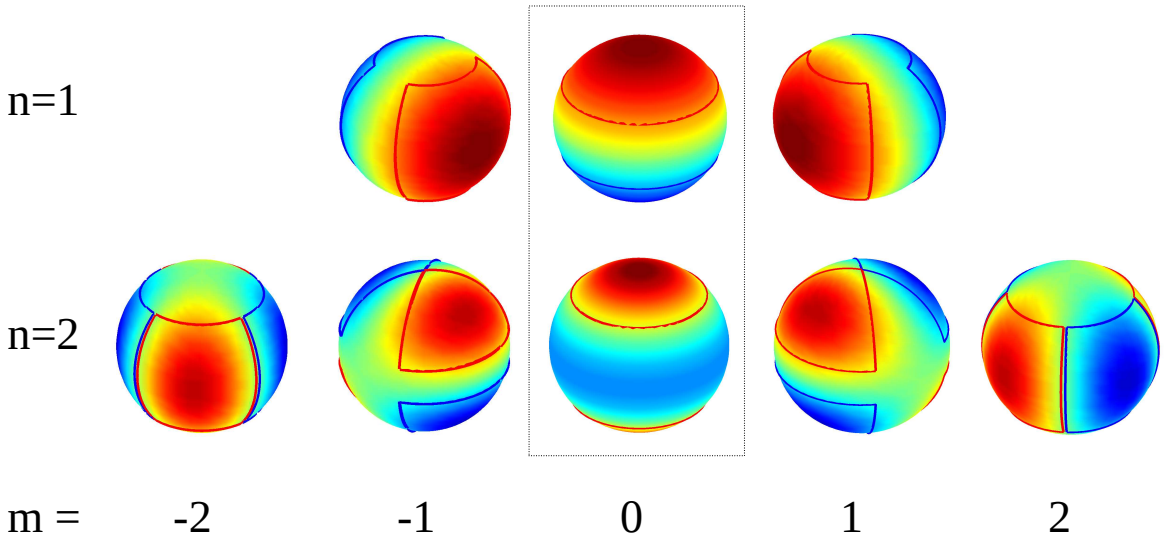
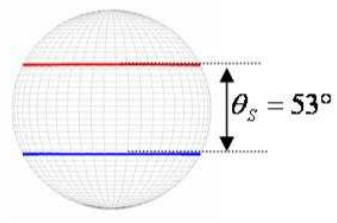
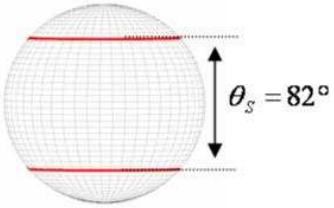
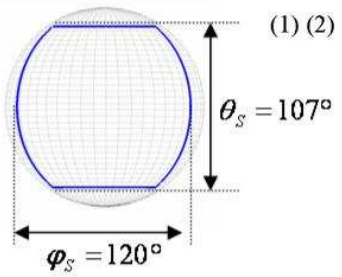
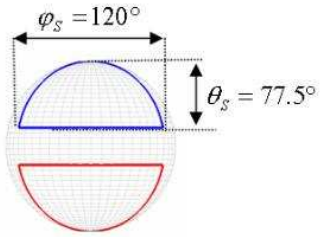



Figure III.8. Jeu complet des 8 capteurs

<table>
<tr><th></th><th>$n = 1$</th><th colspan="2">$n = 2$</th></tr>
<tr><td rowspan="2">$m = 0$</td><td>
</td><td colspan="2">
</td></tr>
<tr><td>$A_{10} = \frac{10^8 r_M}{32\pi} Flux_{10}$</td><td colspan="2">$A_{20} = \frac{6125.10^4 r_M^2}{3\pi\sqrt{21}} Flux_{20}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$m = +/-1$</td><td rowspan="2">
</td><td>Vue de côté (selon l'axe $x$)[1] [2]</td><td>Vue de dessus</td></tr>
<tr><td>

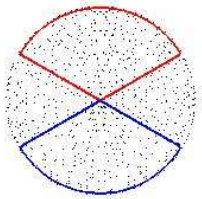
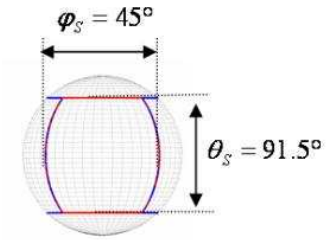
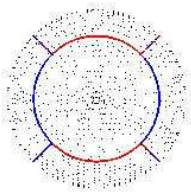
</td></tr>
<tr><td></td><td>$A_{11} = \frac{r_M}{9.7822 \cdot 10^{-7}} Flux_{11}$</td><td colspan="2">$A_{21} = \frac{r_M^2}{1.1147 \cdot 10^{-6}} Flux_{21}$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">$m = +/-2$</td><td rowspan="2">[1] Même forme de l'autre côté,<br>[2] pour $m < 0$, les capteurs tournent d'un angle de $\varphi = \pi / 2m$.</td><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">$A_{22} = \frac{r_M^2}{1.2344 \cdot 10^{-6}} Flux_{22}$</td></tr>
</table>

Tableau III.2. Géométrie des capteurs et relation d'identification associée.

## III.2.3. Deuxième jeu de solution

### III.2.3.1. Principe

Cette étape demande de relâcher les contraintes de construction imposées dans l'approche précédente. La Figure III.9 permet d'illustrer l'idée sous-jacente. En effet, on remarque des formes similaires entre les différentes composantes d'un même ordre. Par exemple, la

fonction $S_{11}$ est obtenue par rotation de $S_{10}$ d'un angle de $\pi/2$ autour de l'axe *Oy*. Un même constat peut être fait entre $S_{21}$ et $S_{22}$ : la transformation dans ce cas se compose d'une première rotation de $\pi/4$ autour de *Oy* puis d'une seconde de $\pi/2$ autour de *Ox*. Dans la suite, il est démontré qu'une seule forme par ordre est nécessaire pour définir toutes les autres à l'aide de rotations. L'idée est que l'on peut généraliser cette propriété pour concevoir les capteurs, en partant des deux seules fonctions capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$. On pourrait utiliser d'autres fonctions capteurs pour générer les autres : comme dit plus haut, l'intérêt de ce choix là réside dans le fait que $C^{10}$ et $C^{20}$ sont les plus simples.

A l'instar de la présentation du premier jeu, un exemple complet de réalisation de la fonction $C^{21}$ est proposé en section III.2.3.5 (page 158). Sa lecture peut suffire à la compréhension du procédé. Le jeu complet est donné dans la section qui suit cet exemple.

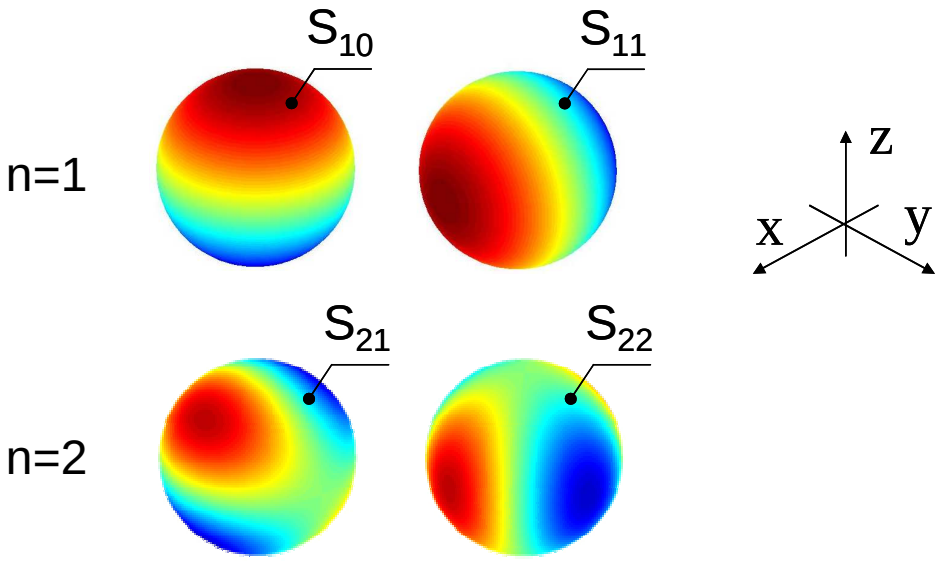



Figure III.9. Similitudes entre les formes des harmoniques sphériques

## III.2.3.2. Conventions prises pour la description d'une rotation

Pour décrire une rotation, on utilise ici les angles d'Euler dans l'ordre présenté sur la Figure III.10. Une rotation quelconque se décompose alors en trois rotations élémentaires : une première rotation d'angle $\alpha$ autour de l'axe *Oz* suivie d'une deuxième d'un angle $\beta$ autour de l'axe *Oy'* et une dernière d'un angle $\gamma$ autour de l'axe *Oz'*. Dans la suite, on note $R(\alpha,\beta,\gamma)$ cette rotation et $(O,\tilde{x},\tilde{y},\tilde{z})$ le repère tourné après avoir subit la rotation $R(\alpha,\beta,\gamma)$.

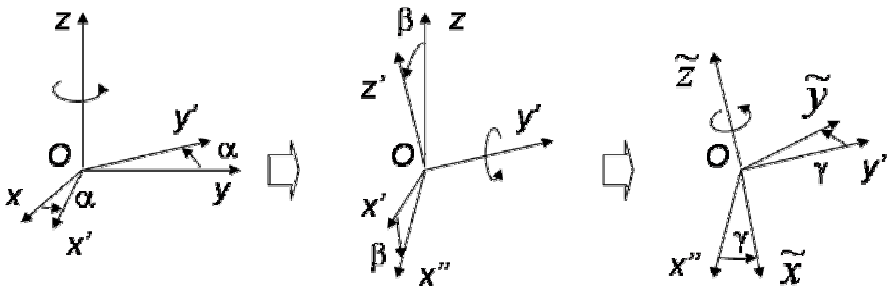



Figure III.10. Description d'une rotation à l'aide des angles d'Euler (α, β, γ)

### III.2.3.3. Rotation des harmoniques sphériques

On note $S_{nm}$ les harmoniques sphériques réelles non normées dans le repère de référence ($O, x, y, z$) et $\tilde{S}_{nm}$ celles dans le repère $(O, \tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$.

Les fonctions $S_{nm}$, et $\tilde{S}_{nm}$, $m \in [-n; n]$ forment des bases orthogonales de l'espace de fonctions d'ordre $n$ d'un développement en harmoniques sphériques. Il existe donc une matrice de passage d'une base à l'autre, soit une matrice $R^{(n)}$ permettant d'écrire :

$$\tilde{S}_{nm} = \sum_{m'=-n}^{n} R^{(n)}_{m',m} S_{nm'}, \quad \forall m \in [-n; n] \tag{III.18}$$

En particulier, on s'intéresse au vecteur de coordonnées de $\tilde{S}_{10}$ et $\tilde{S}_{20}$ dans les bases $S_{nm}$, $m \in [-n; n]$, $n$ = 1 ou 2, donnés par :

$$R^{(1)} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha)\sin(\beta) \\ \cos(\beta) \\ \cos(\alpha)\sin(\beta) \end{bmatrix} \text{ et } \quad R^{(2)} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \sin(2\alpha)\sin^2(\beta) \\ \sqrt{3}/2 \sin(\alpha)\sin(2\beta) \\ 1/4(1+3\cos(2\beta)) \\ \sqrt{3}/2 \cos(\alpha)\sin(2\beta) \\ \sqrt{3}/2 \cos(2\alpha)\sin^2(\beta) \end{bmatrix} \tag{III.19}$$

Les matrices $R^{(1)}$ et $R^{(2)}$ nécessaires sont données dans [GRE03].

Si on note $S_{10}^{\alpha,\beta}$, l'harmonique $\tilde{S}_{10}$ dans le repère tourné suivant la rotation $R(\alpha, \beta, 0)$, on vérifie alors que, pour $n$ = 1, on a :

$$S_{10}^{0,\pi/2} = S_{11} \quad \text{et} \quad S_{10}^{\pi/2,\pi/2} = S_{1,-1} \tag{III.20}$$

Ceci confirme les observations faites Figure III.9 : toutes les composantes de l'ordre 1 peuvent être générées par rotation de $S_{10}$. On obtient $S_{11}$ après une rotation de $\pi/2$ autour de $Oy$ et $S_{1,-1}$ après une rotation de $\pi/2$ autour de $Ox$.

Concernant l'ordre 2, à l'aide des mêmes notations, on obtient les relations suivantes :

$$S_{20}^{0,\pi/4} = \frac{1}{4} S_{20} + \frac{\sqrt{3}}{2} S_{21} + \frac{\sqrt{3}}{4} S_{22} \tag{III.21.a}$$

$$S_{20}^{0,-\pi/4} = \frac{1}{4} S_{20} - \frac{\sqrt{3}}{2} S_{21} + \frac{\sqrt{3}}{4} S_{22} \tag{III.21.b}$$

$$S_{20}^{0,\pi/2} = -\frac{1}{2}S_{20} + \frac{\sqrt{3}}{2}S_{22} \qquad \text{(III.21.c)}$$

$$S_{20}^{\pi/2,\pi/2} = -\frac{1}{2}S_{20} - \frac{\sqrt{3}}{2}S_{22} \qquad \text{(III.21.d)}$$

Par combinaison linéaire, on obtient :

$$S_{21} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(S_{20}^{0,\pi/4} - S_{20}^{0,-\pi/4}\right) \qquad \text{(III.22.a)}$$

$$S_{22} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(S_{20}^{0,\pi/2} - S_{20}^{\pi/2,\pi/2}\right) \qquad \text{(III.22.b)}$$

Comme pour l'ordre 1, les relations (III.22.a) et (III.22.a) montrent que toutes les composantes de l'ordre 2 peuvent être générées par rotation de $S_{20}$. En effet, d'après la relation (III.10), la construction de $S_{2,-1}$ (de $S_{2,-2}$) est déduite par rotation de $\pi/2$ de $S_{21}$ (de $\pi/4$ de $S_{22}$) autour de l'axe *Oz*.

### III.2.3.4. Effet des rotations sur la mesure

D'après (III.3), si on fait subir une rotation au capteur, la fonction $C^{nm}$ dans le repère tourné conserve les mêmes coefficients $C_{n'm'}^{nm}$ de sa décomposition harmonique que dans le repère initial :

$$C^{nm}(\theta,\varphi) = \sum_{n'\geq 0}\sum_{m'=-n'}^{+n'} C_{n'm'}^{nm}\,\tilde{S}_{n'm'}(\theta,\varphi) = \sum_{n'\geq 0}\sum_{m'=-n'}^{+n'} C_{n'm'}^{nm}\sum_{m''=-n'}^{n'} R_{m'',m'}^{(n')} S_{n'm''}(\theta,\varphi) \qquad \text{(III.23)}$$

D'après (III.8), le flux mesuré grâce à $C^{nm}$ s'écrit alors :

$$Flux_{nm} = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{n\geq 0}\frac{(n+1)}{r_M^{n+2}}\sum_{m=-n}^{+n} A_{n'm'}\left(\int_{S_M}\left|S_{n'm'}\right|^2\right)\sum_{m''=-n'}^{+n'} R_{m',m''}^{(n')} C_{n'm''}^{nm}(\theta,\varphi) \qquad \text{(III.24)}$$

En conséquence, si on tourne le capteur, d'autres composantes de l'induction peuvent influer sur la mesure mais elles sont toutes du même ordre *n*. Or, les deux capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$, encadrés au centre de la Figure III.8 permettent de repousser les perturbations jusqu'à

l'ordre 5. Cette caractéristique est donc maintenue quelles que soient les rotations effectuées sur ces capteurs.

### III.2.3.5. Exemple de réalisation du capteur $C^{21}$

Le processus de création du capteur $C^{21}$ est donné sur la Figure III.11. Le point de départ correspond à la composante $S_{20}$ et à son capteur $C^{20}$, présentés sur la Figure III.8. La relation (III.22.a) indique que la composante $S_{21}$ peut être obtenue à l'aide de deux rotations de la fonction $S_{20}$ (une rotation d'un angle de $\pi/4$ autour de l'axe $y$ et une rotation d'un angle de $-\pi/4$, de même axe). La fonction capteur $C^{20}$ subit donc les deux mêmes rotations. Les deux paires de bobines obtenues constituent alors la fonction capteur $C^{21}$. Enfin, la relation liant les flux mesurés et la composante $A_{21}$ est démontrée en annexe et donnée par :

$$A_{21} = \frac{6125.10^4.r_M^2}{3\pi\sqrt{21}}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\left(flux_1 + flux_2 - flux_3 - flux_4\right), \qquad \text{(III.25)}$$

où les flux sont ceux mesurés à travers les bobines de la fonction $C^{21}$ sur la Figure III.11. Cette relation est assez similaire à celle associée à $C^{20}$ (cf. Tableau III.2).

On remarque qu'elle est affectée par le coefficient de (III.22.a).

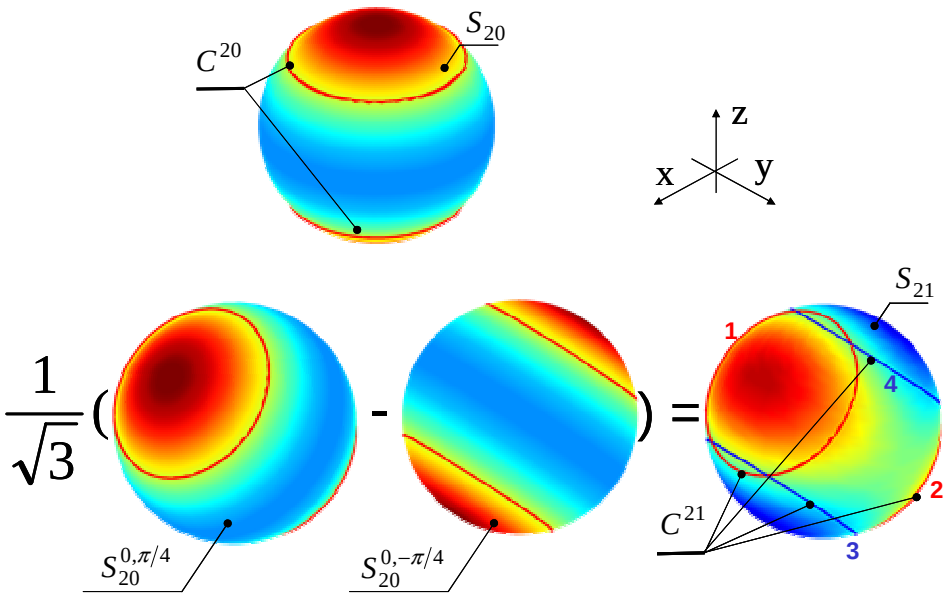



Figure III.11. Détails de la création du capteur $C^{21}$

### III.2.3.6. Présentation de l'ensemble des contours

Toutes les fonctions ont été créées à partir de la méthode décrite dans la section précédente. En effet, la détermination de $C^{22}$ est analogue à celle de $C^{21}$ mais en s'appuyant sur la relation (III.22.a). Enfin, les contours des fonctions avec $m < 0$ sont obtenus par simple rotation de $\pi/(2m)$ autour de l'axe $Oz$ de la fonction à $m > 0$

correspondante. Concernant l'ordre 1, les relations sont immédiates et données par la relation liant $A_{10}$ et les flux mesurés (dans le Tableau III.2).

On a donc, finalement :

$$\begin{cases} A_{1m} = \dfrac{10^8\, r_M}{32\pi} Flux_{1m} \\ A_{20} = \dfrac{6125.10^4\, r_M^2}{3\pi\sqrt{21}} Flux_{20} \\ A_{2m} = \dfrac{6125.10^4.r_M^2}{3\pi\sqrt{21}} \left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right) Flux_{2m} \quad pour\ \ m \neq 0 \end{cases} \qquad \text{(III.26)}$$

où les $Flux_{nm}$ correspondent aux sommes et différences des flux mesurés pour chaque bobine, en accord avec la convention de signe.

Les résultats sont regroupés sur la Figure III.12. Par rapport à la version précédente des capteurs présentés Figure III.8, toutes les bobines de détection sont maintenant planes. Les trois capteurs pour $n = 1$ sont identiques à une rotation près. Pour $n = 2$, les 4 capteurs à double paire de spires sont identiques à une rotation près ; les spires du capteur $C^{20}$ sont, en plus géométriquement identiques à chacune des paires de spires des capteurs à double paire.

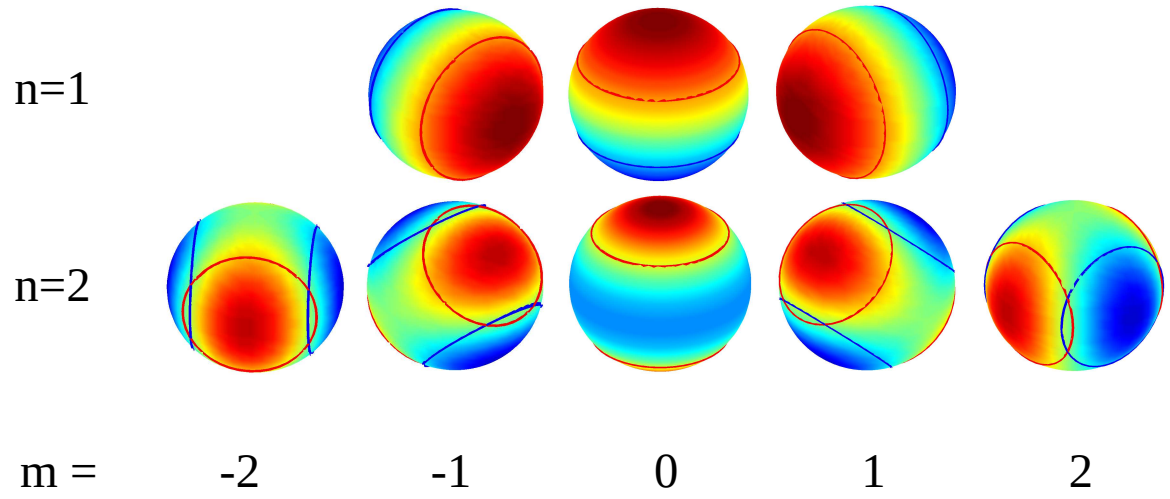



Figure III.12. Jeu des 8 nouveaux capteurs

Si la simplification proposée apporte une réelle amélioration, il faut néanmoins évoquer la question de la mesure de la phase. En effet, comme présenté au chapitre I, les coefficients $A_{nm}$ sont caractérisés par une amplitude et une phase (on peut les présenter sous la forme de nombres complexes). La difficulté réside dans le fait que pour obtenir cette information complète et caractéristique du multipôle, cela demande de faire l'acquisition de tous les flux en même temps (soit 24 mesures en parallèle). En dehors du coût que demanderait une telle installation, les géométries proposées ne permettent pas de les superposer toutes en même temps autour de la source (encombrement, couplage avec la source et entre les

bobines). La faisabilité de ce capteur repose donc sur la possibilité de faire des mesures par groupe de bobines puis de resynchroniser les signaux en post-traitement. Cette question sera abordée au chapitre suivant.

La détermination des nouveaux contours s'achève. Cette étude a permis de dégager deux jeux de capteur répondant à nos attentes. Dans la suite, nous n'envisageons d'exploiter que le second. Il semble plus réaliste, propre à la réalisation d'un système expérimental répondant à nos besoins de simplicité de mise en œuvre.

Dans la prochaine partie est proposé, à l'instar du chapitre précédent, une série d'expériences numériques à l'aide d'un logiciel basé sur la méthode éléments finis. Elles vont permettre de discuter du choix de certains paramètres géométrique du capteur complet.

## *III.3. Expériences numériques par MEF*

De manière similaire à la fin du chapitre II, la MEF utilisée dans l'environnement logiciel Flux offre un moyen simple de tester nos nouveaux contours. De la même manière, les tests sont menés en post-traitement. Nous travaillons avec le second jeu de capteur proposé Figure III.12. C'est de nouveau le champ d'induction **B** qui est utilisé dans les calculs.

### III.3.1. Objectifs

Trois objectifs sont visés dans cette étude.

#### III.3.1.1. Objectif 1

La géométrie des nouveaux contours d'identification est maintenant déterminée. Un paramètre important n'a toutefois pas été discuté : la valeur du rayon de la sphère de mesure sur laquelle ces bobines seront tracées. Quel critère éditer pour faire ce choix ? Nous proposons de prendre comme référence le rayon normatif du système LLA. En effet, on a vu qu'il était capable d'identifier les composantes dipolaires tout en filtrant l'influence parasite produit par les composantes quadripolaires. La nouvelle structure, pour l'identification de l'ordre 1, permet de repousser ce filtrage jusqu'à l'ordre 4 inclus. Donc, si notre sphère de mesure possède un diamètre de 2 m (comme pour le système LLA) et dans le cas d'un dipôle décentré au maximum autorisé dans la sphère de validité, notre solution donne un résultat plus proche de la valeur des composantes dipolaires. On le rappelle, elles sont identiques quelque soit la position du dipôle dans l'enceinte de la source. A contrario, si on fixe la dimension du système LLA à sa valeur normative (rayon de 1 mètre) et que l'on diminue le rayon $r_M$ de la sphère de mesure de nos contours, il existe une valeur pour $r_M$ qui permette d'obtenir une erreur équivalente sur l'identification des composantes dipolaires avec les deux systèmes. C'est le critère sur lequel nous allons nous appuyer pour déterminer le choix de $r_M$.

#### III.3.1.2. Objectif 2

La démarche de détermination des contours était complètement déterministe. Les solutions proposées sont donc correctes. Néanmoins, une petite expérience numérique d'identification nous a semblé nécessaire afin de confirmer les calculs. Il est donc proposé

ici de refaire l'identification de la source complexe étudiée au chapitre II. Ses composantes multipolaires sont déjà connues par projection et validées par la MEF. Ces valeurs peuvent donc être utilisées comme référence.

### III.3.1.3. Objectif 3

Nous n'avons pas fait d'étude rigoureuse pour quantifier la sensibilité de nos contours dans le cas d'erreurs de construction. L'objectif de réalisation du capteur demande toutefois d'estimer cette sensibilité afin de connaître le degré de précision mécanique exigé pour la construction de l'ensemble de la structure. Nous choisissons de mener cette discussion autour des contours $C^{10}$ et $C^{20}$. La Figure II.10 montre clairement que la variation des flux est plus importante dans la zone proche du plan d'équateur. Ainsi, on se concentre sur la fonction capteur $C^{10}$, le pire cas. Des erreurs sur la valeur de l'angle d'élévation $\theta$ sont artificiellement introduites et on regarde l'erreur induite sur l'identification de la composante $A_{10}$.

## III.3.2. Méthode de calcul adoptée

### III.3.2.1. Problématique

Le problème à résoudre est tout à fait similaire au cas de la projection. Cette procédure est schématisée en haut de la Figure III.13. On récolte la valeur de la composante radiale de **B** sur toute la sphère de mesure. En effet, conformément à (III.1) et (III.8), pour une composante donnée, on obtient :

$$Flux_{nm} = \iint_{S_M} C^{nm}(\theta,\varphi)\, B_r(r_M,\theta,\varphi) ds \qquad \text{(III.27)}$$

Puis, le paramètre $A_{nm}$ est donné par les relations rassemblées dans (III.26).

Mais on ne peut pas reproduire cette méthode dans le cas présent. En effet, les fonctions $C^{nm}$ sont continues par morceau sur la sphère de mesure et le module de traitement de Flux3D ne permet pas, semble t-il, de répondre à ce genre de situation. Nous adoptons donc une autre stratégie, schématisée en bas de la Figure III.13. Les flux de $\mathbf{B_r}$ ne sont calculés que sur la portion de sphère délimitée par la fonction capteur $C^{nm}$ concernée. Le calcul intégral est alors très simplement formulé.

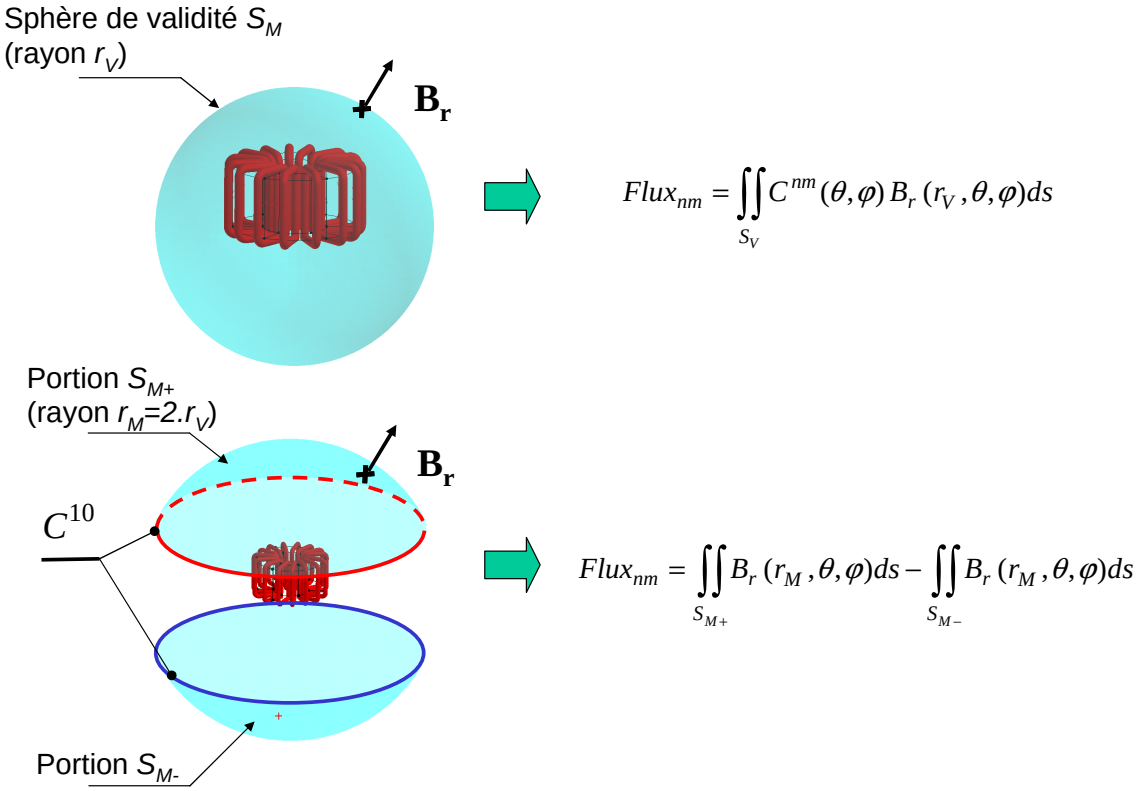



Figure III.13. En haut, processus de calcul des $A_{nm}$ issu de la méthode de projection. En bas, pour l'exemple de $A_{10}$, la démarche équivalente adaptée à la situation.

## III.3.2.2. Déroulement du programme

La méthode d'écrite suit le code du fichier python. Les étapes sont peu nombreuses et simples à programmer, on a :

1 – Création d'un repère centré et en coordonnées sphériques afin d'exprimer la composante radiale du champ dans ce repère.

Puis, pour chaque composante recherchée, on décrit:

2 – Création des portions de sphère de mesure de rayon $r_M$, contenant la sphère de validité. Elles sont délimitées par les contours décrits par la fonction capteur $C^{nm}$. Elles sont centrées sur le repère choisi en 1.

3 – Calcul des flux correspondant à chaque portion.

4 – Les données sont exportées et traitées en accord avec les relations (III.26).

Cette approche est un peu plus fastidieuse à programmer que dans le cas de la méthode de projection.

## III.3.3. Résultats

### III.3.3.1. Objectif 1

La source est un dipôle de composantes hétérogènes ($A_{11}$ = 1; $A_{1-1}$ = 2; $A_{10}$ = 3). Il est décalé au maximum dans la sphère de validité. Pour nos applications, un rayon de 0,15 mètre semblait convenir si bien que le dipôle est placé en $x = y = z = 0{,}08$ m. Les identifications sont alors menés sur deux familles de contours, illustrés sur la Figure III.14. D'une part, une demi sphère de rayon 1 mètre et alignée sur chaque axe correspond au système LLA. Sur la Figure III.14., la demi-sphère propre à l'identification de $A_{10}$ apparaît en violet. Elle garde un rayon fixe. D'autre part, les portions de sphère délimitées par nos contours, pour l'identification de la même composante, sont de couleur verte. Plusieurs valeurs du rayon $r_M$ de la sphère de mesure sont testés, de valeur multiple du rayon de la sphère de validité, $r_V$ . On a pris 1,5; 2; 2,5 et 3 fois $r_V$. Cela correspond respectivement à 0,225; 0,3; 0,375 et 0,45 m. Les résultats sont regroupés sur la Figure III.15. Pour chaque identification, on calcule l'erreur relative en % faite par rapport à la norme du dipôle identifié lorsqu'il est placé au centre de la décomposition. La norme du dipôle correspond à:

$$\|\mathbf{M}\| = \sqrt{A_{10}^2 + A_{11}^2 + A_{1-1}^2} \qquad \text{(III.28)}$$

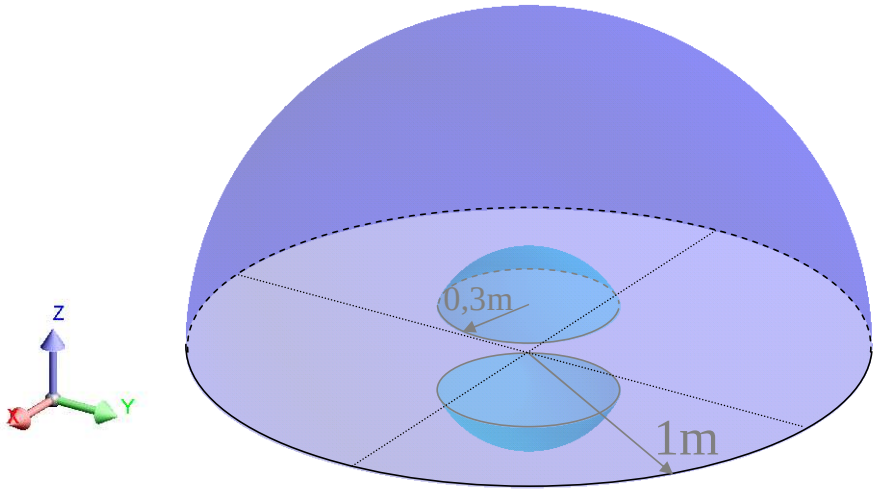



Figure III.14. Configuration sous Flux pour identifier le dipôle. En violet, la surface de calcul de flux de **B** s'appuyant sur le contour de l'antenne boucle de $A_{10}$; en bleu (à l'intérieur), celles s'appuyant sur les contours de notre solution.

On constate sur la Figure III.15, comme attendu, que plus nos capteurs s'éloignent de la source et plus l'erreur diminue sur l'identification du dipôle. De plus, alors que les dimensions de notre solution sont encore deux fois plus petites que celles du système LLA, l'erreur sur l'identification est déjà plus faible. A l'issue de cette étude, nous décidons de prendre un rayon pour la sphère de mesure double de celui de la sphère de validité. L'erreur théorique maximum attendue est alors de l'ordre de 2%.

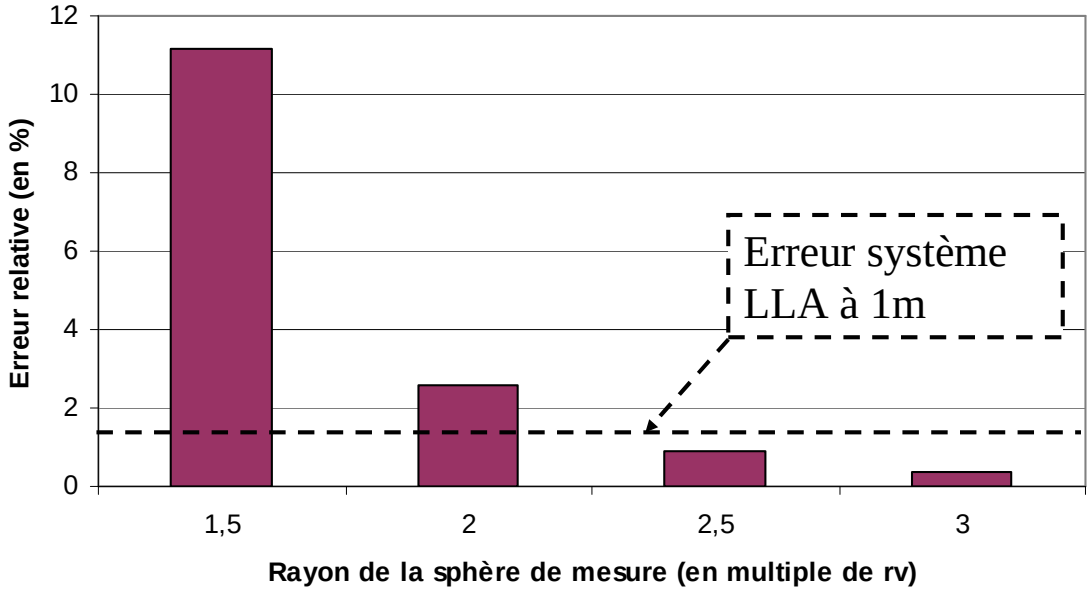



Figure III.15. Erreur relative à la valeur du module du dipôle identifiée au centre pour différents rayons de la sphère de mesure. Il est exprimé en multiple du rayon de la sphère de validité ($r_V$).

## III.3.3.2. Objectif 2

En accord avec les conclusions précédentes, le rayon de la sphère de mesure est de 0,3 m, soit 2 fois celui de la sphère de validité. Les résultats de cette expérience apparaissent dans le Tableau III.3. Ils confirment d'une part la bonne réalisation du processus complet d'identification. On note toutefois, une erreur importante sur $A_{10}$ pour les deux types de capteurs : cela provient du fait que cette composante est d'intensité négligeable vis-à-vis du module du dipôle (dans un rapport d'environ 250). Le même phénomène se produit avec la composante $A_{2\text{-}1}$ pour les mêmes raisons. Ce problème d'erreur importante sur l'identification de la composante reste sans conséquence pour l'extrapolation puisque elle n'aura qu'une influence mineure sur le champ. Et, d'autre part, on constate que les erreurs sur l'identification des composantes restent bien dans les ordres de grandeurs attendues.

De plus, une identification a aussi été menée pour cette même source, avec le système LLA et nos contours (rayon $r_M$ = 0,3 m). Dans le Tableau III.4., sont regroupées les valeurs des flux calculés par le logiciel Flux pour les deux solutions. La comparaison de ces valeurs fait apparaître un point important: les flux sont plus intenses dans nos contours, d'un facteur 3 au minimum. Ainsi, bien que la sensibilité de notre capteur soit plus faible (fonction de la surface de boucle), les flux mesurés sont plus intenses. En effet, la proximité de la source a permis de compenser la réduction de la surface des boucles.

| Composante | Référence | Valeurs (nos capteurs) | Erreur (en %) / référence | Valeurs (LLA) | Erreur (en %) / référence |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_{10}$ | $1{,}405.10^{-7}$ | $7{,}222.10^{-7}$ | 414,14 | $5{,}149.10^{-7}$ | 266,57 |
| $A_{11}$ | $2{,}053.\ 10^{-4}$ | $2{,}056.10^{-4}$ | 0,13 | $2{,}055.10^{-4}$ | 0,11 |
| $A_{1\text{-}1}$ | $-1{,}335.\ 10^{-5}$ | $-1{,}137.10^{-5}$ | 1,37 | $-1{,}347.10^{-5}$ | 0,92 |
| $A_{20}$ | $-3{,}056.\ 10^{-5}$ | $-3{,}060.10^{-5}$ | 0,11 | / | / |
| $A_{21}$ | $3{,}917.\ 10^{-5}$ | $3{,}942.10^{-5}$ | 0,63 | / | / |
| $A_{2\text{-}1}$ | $-2{,}397.\ 10^{-7}$ | $-2{,}668.10^{-7}$ | 11,33 | / | / |
| $A_{22}$ | $-9{,}497.\ 10^{-6}$ | $-9{,}483.10^{-6}$ | 0,14 | / | / |
| $A_{2\text{-}2}$ | $2{,}836.\ 10^{-6}$ | $2{,}819.10^{-6}$ | 0,62 | / | / |

Tableau III.3. Résultats d'identification pour la source complexe.

Ces résultats permettent d'estimer l'ordre de grandeur du gain en courant dans nos capteurs par rapport à celui dans le système LLA. En effet, d'après l'expression (I.30) (page 67) reliant le courant dans les capteurs au flux mesuré, on a :

$$I_{LLA} = \frac{Flux_{LLA}}{L_{LLA}} \quad \text{et} \quad I_{11} = \frac{flux_{11_1}}{L_{11}} \tag{III.29}$$

Or, l'expression de l'inductance d'une boucle de rayon $b$ et de rayon de conducteur $r_c$, donnée en (I.28) peut être approximée, si $r_c$, << $b$ à :

$$L = \mu_0 b\left(\ln\left(\frac{8b}{r_c}\right) - \frac{7}{4}\right) \approx \alpha \cdot b \tag{III.30}$$

On a donc, pour les deux solutions :

$$L_{LLA} \approx \alpha \cdot b_{LLA} \approx 3 \cdot \alpha \cdot r_M \approx 3 \cdot L_{11} \tag{III.31}$$

En rassemblant ces trois approximations et les résultats de simulation du Tableau III.4, le courant développé dans le système LLA est :

$$I_{LLA} = \frac{Flux_{LLA}}{L_{LLA}} \cong \frac{flux_{11_1}}{3 \cdot 3 \cdot L_{11}} \cong \frac{I_{11}}{9} \qquad \text{(III.32)}$$

Etant donné que les flux dans nos contours sont au moins trois fois plus intense et que leurs inductances sont environ trois fois plus petites par rapport au système LLA, le courant dans nos boucles va donc être environ 10 fois plus intense. Le gain est particulièrement intéressant puisque le rapport signal sur bruit de notre système va en être amélioré.

Enfin, une remarque peut être faite concernant l'effet possible des perturbations électromagnétiques venant de l'extérieur : l'identification étant obtenue par différence des flux mesurés pour les capteurs de l'ordre 1, les effets de cette pollution sur la mesure vont donc être éliminés, en tout cas pour l'ordre 1.

| | Nos contours | | Système LLA |
|---|---|---|---|
| $Flux_{10}$ | 1 | $-1{,}14.10^{-10}$ | $3{,}24.10^{-13}$ |
| | 2 | $-1{,}14.10^{-10}$ | |
| $Flux_{11}$ | 1 | $3{,}70.10^{-10}$ | $1{,}29.10^{-10}$ |
| | 2 | $-3{,}17.10^{-10}$ | |
| $Flux_{1-1}$ | 1 | $6{,}60.10^{-11}$ | $-8{,}47.10^{-12}$ |
| | 2 | $1{,}11.10^{-10}$ | |

Tableau III.4. Flux (en Weber) mesurés par MEF pour la source complexe

## III.3.3.3. Objectif 3

La source est des plus simple : le z-dipôle de valeur 1 $A.m^2$. Il est placé au centre. La sphère de mesure a un rayon de 0,3 m, le double de celui de la sphère de validité. Les résultats apparaissent sur la Figure III.16. Les erreurs angulaires de réalisation ne sont appliquées que sur la bobine du haut. En effet, l'idée est de rompre la symétrie de l'ensemble. Quatre valeurs sont proposées, jusqu'a +1° au maximum. On s'aperçoit que l'erreur induite sur la valeur identifiée reste, pour cette dernière dérive, inférieure à 1%. Elle est donc raisonnable et on en conclut qu'une réalisation mécanique, ainsi qu'un positionnement à +/- 1° devrait être suffisant.




Figure III.16. Impact de certaines erreurs de constructions sur l'identification, exemple de $A_{10}$

## *III.4. Conclusion du chapitre*

Nous avons montré qu'il est possible d'améliorer le dispositif de mesure des composantes dipolaires du champ proposé par le système LLA. A précision sur l'identification équivalente, cette version est de dimension plus petite. Mis à part le gain sur l'encombrement, cette amélioration doit permettre d'explorer une bande de fréquence plus large, du fait de l'apparition repoussée des effets des phénomènes de propagation sur les bobines. Nous avons également vu que le rapport signal sur bruit du nouveau dispositif était amélioré.

De plus, démonstration est faite qu'il est également possible de créer des systèmes de mesure des composantes quadripolaires. Ainsi, la reconstruction du champ équivalent sera plus précise que dans le cas de l'identification d'une source d'ordre 1. En outre, l'analyse des structures de l'électronique de puissance a montré l'existence de ces sources magnétiques d'ordre 2 du fait de la présence systématique d'un plan de masse. Cette étude générique des convertisseurs statique permet donc de conclure sur le fait que le multipôle magnétique équivalent est essentiellement dipolaire et quadripolaire. Ainsi, l'identification de ces composantes doit suffire à renseigner de manière assez précise et proche sur la structure du champ de ces sources. Il est alors possible d'envisager l'étude des couplages magnétiques entre système (dans un environnement type armoire électrique par exemple).

Jusqu'à présent, les identifications à l'aide de ces jeux de capteurs ont été réalisées sous forme d'expériences numériques. Les performances obtenues confirment les attentes. Fort des simplifications apportées avec cette dernière version de capteur, la réalisation et la validation expérimentale peuvent commencées. C'est le sujet du prochain chapitre.

# Chapitre IV :

# Validation expérimentale

# CHAPITRE IV : validation expérimentale

## *IV.1. Introduction : objectifs du prototype*

Ce chapitre expose la validation expérimentale des fonctions capteurs proposées. Pour cela, un premier prototype a été construit. Deux objectifs motivent cette première réalisation. La manière de les atteindre va organiser la structure de ce chapitre.

Le premier objectif concerne plutôt la structure du capteur. Il s'agit d'en construire une version simplifiée et de tester la chaîne de mesure mise en place. C'est l'occasion de discuter d'un certain nombre de choix de réalisations possibles. On peut, par exemple, réaliser des antennes boucles en court-circuit ou avec une charge. Selon les cas, la réponse fréquentielle de l'antenne est différente et la grandeur à mesurer également (mesure du courant dans la boucle en court-circuit ou de la tension aux bornes de la charge, respectivement). Afin d'arbitrer ces différentes solutions, nous avons besoin de disposer d'un modèle de l'antenne boucle.

Le second objectif est plutôt d'ordre fonctionnel. En effet, cette réalisation doit permettre de tester et valider d'une part le processus d'identification, et, d'autre part, la capacité de filtrage entre composantes multipolaire des fonctions capteurs. Cela nécessite donc d'en construire au moins deux différentes et de les soumettre à l'identification de leurs deux sources associées. La forme simple des fonctions capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$ invite à les choisir. En outre, les sources de rayonnement correspondantes sont également simples à construire. Il s'agit du z-dipôle et du z-quadripôle. Ainsi, $C^{10}$ doit permettre l'identification du z-dipôle et ne pas être sensible au champ émis par le z-quadripôle, inversement pour $C^{20}$.

Le plan adopté est donc le suivant. Une première partie s'attache à construire le modèle de l'antenne boucle. Il est alors utilisé pour discuter des avantages et inconvénients des deux configurations possibles (boucle court-circuitée ou impédante).

Ensuite vient l'expérimentation, en deux temps. Tout d'abord, les capteurs doivent être calibrés. Plusieurs méthodes existant, nous discutons d'un choix compatible avec nos géométries et la bande de fréquence de travail. Le résultat de la calibration est alors confronté à ceux obtenus à l'aide du modèle.

Puis une expérience d'identification est décrite pour une fréquence de 1 MHz. Afin d'évaluer la capacité de filtrage entre les composantes multipolaires de nos fonctions capteurs, deux études sont menées. Tout d'abord, on examine les réponses des fonctions capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$ à deux sources centrées correspondant aux z-dipôle et z-quadripôle. Puis, afin de comparer les performances de ces nouveaux contours vis-à-vis du système LLA, on analyse les réponses données par $C^{10}$ et la boucle LLA lors d'un décalage du z-dipôle. C'est pourquoi le prototype est doté d'une boucle supplémentaire correspondant à la géométrie de l'antenne boucle d'axe *z* du système LLA, dédié à la détection du z-dipôle. Il ne s'agit pas d'une comparaison rigoureuse des systèmes mais de leur seule géométrie puisque le rayon normatif des antennes boucles doit être de 1 m ; il ne sera ici que de 225 mm.

La dernière partie tient lieu de perspective de travail. La bande de fréquence de travail ne permet pas de répondre complètement à la couverture demandée par la CEM de l'électronique de puissance. Ceci concerne surtout la limite haute de la bande. Mais construire un capteur capable de fonctionner jusqu'à 100 MHz, demande de modifier notablement sa constitution. Deux propositions alternatives sont décrites : boucles blindés [BER 89] du système LLA contre boucles massives à double charge [HIL 99] du système TLA (Three Loop Antenna). Les caractéristiques de cette dernière solution demandent de revenir sur le modèle de l'antenne boucle. Une brève description du principe de fonctionnement du système TLA est alors proposée. Ses performances attendues sont à la hauteur des enjeux. Ils sont d'ailleurs rappelés en fin de chapitre : une identification des composantes multipolaires électriques et magnétiques en champ proche permettrait une extrapolation des champs électromagnétiques valable dans tout l'espace en dehors de la sphère de validité.

## *IV.2. Modélisation de l'antenne boucle*

Nous abordons les questions de modélisation électrique équivalente de l'antenne boucle. Pour cela, nous nous appuyons beaucoup sur les travaux de [SZE 01].

### IV.2.1. Limites du modèle

Le modèle électrique équivalent de l'antenne boucle est de complexité variable. Les éléments qui constituent le modèle traduisent la manière dont les courants dans la boucle sont générés pas les champs électromagnétiques extérieurs. Or, celle-ci est sensible, quoi que de manière différente, à la fois au champ magnétique et électrique. Cette sensibilité dépend directement de la hauteur électrique de l'antenne qui prend en compte les dimensions de la boucle (son rayon) par rapport à la longueur d'onde du champ extérieur. En effet, les courants induits dans la boucle peuvent être dus à la variation de flux de l'induction à travers sa surface, mais également à la présence d'un champ électrique tangentiel au conducteur (une description plus détaillée de ces phénomènes est proposée en section IV.4.2.3.1 (page 201)). On parle alors de comportement électromagnétique de la boucle. Il est possible de découpler ces phénomènes, de modéliser par un nœud de courant celui induit par la présence du champ magnétique d'une part, et champ électrique d'autre

part. Sans les détailler pour le moment, il est important de remarquer qu'ils n'ont pas les mêmes caractéristiques, tant sur le plan fréquentiel qu'au niveau du mode de couplage avec l'antenne. Ainsi, [STU 91] montre que pour une antenne boucle en court-circuit (à charge nulle) illuminée par une onde plane électromagnétique, la part du courant induit par la présence d'un champ électrique reste faible vis-à-vis de celui dû à l'induction magnétique tant que nous travaillons en deçà d'une certaine fréquence. A titre d'exemple, pour une antenne boucle de circonférence $2\pi b$, égale à $0{,}1\lambda$ ($\lambda$ étant la plus courte longueur d'onde du champ électromagnétique) alors la réponse de l'antenne au seul champ électrique ne représente que 2% de celle liée au champ magnétique. Cette proportion croit avec la fréquence. Pour un rayon capteur de 225 mm (celui de notre prototype), cette proportion correspond à une fréquence maximum de 21,2 MHz.

Dans un premier temps, dans la limite des 30 MHz visée, on peut donc adopter une modélisation uniquement magnétique de la boucle. Dans ces conditions, on dit alors que la boucle est de dimension électriquement faible.

## IV.2.2. Modèle magnétique

Le modèle magnétique de l'antenne boucle est pratique car simple. En effet, peu d'éléments interviennent dans le circuit électrique équivalent. Il est donné sur la Figure IV.1. Dans la suite sont détaillés les calculs des différents éléments qui le constituent. L'objectif étant de réaliser les trois fonctions capteurs $C^{10}$, $C^{20}$ et une correspondant à la géométrie du système LLA, les applications numériques relatives aux différents cas seront faites. Pour des raisons pratiques de réalisation au laboratoire, le rayon $r_M$ de la sphère de mesure est de 225mm. Les antennes boucles ont alors des rayons respectifs de :

- Rayon $r_{10}$ des antennes boucles de la fonction capteur $C^{10}$ : $r_{10} = \frac{2}{\sqrt{5}} r_M = 201{,}3\,mm$
- Rayon $r_{20}$ des antennes boucles de la fonction capteur $C^{20}$ : $r_{20} = \frac{2}{\sqrt{7}} r_M = 170{,}1\,mm$
- Rayon $r_n$ de l'antenne boucle de la fonction capteur du système LLA : $r_n = r_M = 225\,mm$

### IV.2.2.1. Source de tension

La variation du flux d'induction magnétique à travers la boucle crée une force électromotrice nommée $V_{mag}$ telle que :

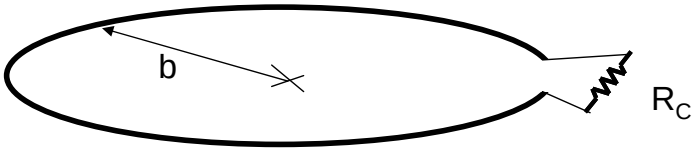
$$V_{mag} = -\frac{d\varphi}{dt} = -j\omega\Phi\,, \qquad \text{(IV.1)}$$

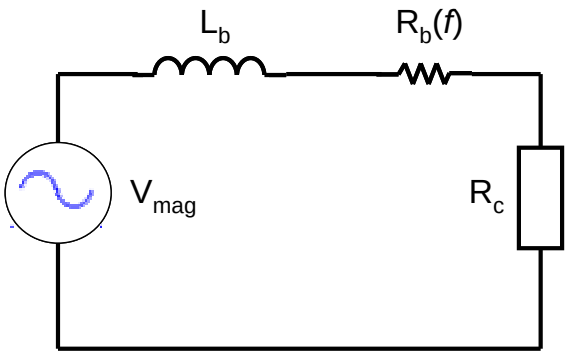
où $\Phi$ est le flux complexe de champ d'induction magnétique **B** à travers l'antenne boucle :

$$\Phi = \iint_{Surface} \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS}\,, \qquad \text{(IV.2)}$$

Selon la géométrie de cette boucle ainsi que sa position, on a vu au chapitre précédent que la mesure du flux mène à l'identification des composantes multipolaire du champ **B**. Puisque cette présentation est générique, sur la Figure IV.1, l'écriture du flux comme source de tension n'est pas particularisée à la détection d'une composante donnée.

On peut faire remarquer que l'écriture sous la forme d'un générateur de tension du couplage entre une source et l'antenne boucle est plutôt propre à la communauté HF. On traduit dans ce sens un couplage en champ lointain, plus précisément ici un couplage de champ à boucle. Comme présenté au chapitre I, cela signifie que l'antenne boucle n'influence pas en retour le courant dans la source. Bien que cette écriture reste tout à fait correcte ici, il ne faut pas oublier que nous sommes en réalité dans une situation de couplage potentiellement fort. Il faudra donc par la suite discuter des éventuels effets de retour.




Antenne boucle $C^{10}$:
$L_b$ = 1600 nH
$R_b = 0.028*(0.25+ f^{1/2}/264)$

Antenne boucle $C^{20}$ :
$L_b$ = 1316 nH
$R_b = 0.023*(0.25+ f^{1/2}/264)$

Antenne boucle LLA:
$L_b$ = 1820 nH
$R_b = 0.031*(0.25+ f^{1/2}/264)$

$V_{mag} = -j\omega\Phi$

Figure IV.1. Schéma de l'antenne boucle, son schéma électrique équivalent et les valeurs de ses éléments pour différents rayons.

## IV.2.2.2. Impédance de la boucle

Elle est complexe. Sa partie réelle correspond à la partie résistive, sa partie imaginaire à la partie inductive.

### *IV.2.2.2.1. Partie résistive*

Trois termes interviennent ici liés à trois phénomènes distincts. Tout d'abord, il faut tenir compte de la résistance électrique du matériau en régime continu. Les boucles sont

réalisées à l'aide d'un fil de cuivre émaillé de section circulaire de rayon $r_c$ = 0,5 mm. La première partie de la résistance est donc donnée par la relation :

$$R_{DC} = \rho \frac{l}{s} = 1{,}72.10^{-8} \cdot \frac{2\pi b}{\pi r_C^2} = 13{,}76.10^{-2}.b \qquad \text{(IV.3)}$$

Application Numérique : pour les trois bobines des fonctions capteurs, on obtient donc :

$R_{DC}^{10} = 28\ \text{m}\Omega$, $R_{DC}^{20} = 23\ \text{m}\Omega$ et $R_{DC}^{n} = 31\ \text{m}\Omega$

La fréquence maximum de travail est de 30 MHz. Il faut donc tenir compte de l'évolution de la répartition du courant dans le conducteur due à l'effet de peau. En effet, dès que le diamètre du conducteur est supérieur à trois fois l'épaisseur de peau δ, la valeur de la résistance en continu est modifiée et la résistance de la boucle $R_b$ devient [MOR 07]:

$$R_b = R_{DC}\left(\frac{2.r_C}{4.\delta} + 0{,}25\right) \qquad \text{(IV.4)}$$

Or, pour le cuivre, l'épaisseur de peau, fonction de la fréquence, est donnée par l'expression :

$$\delta = \frac{66.10^{-3}}{\sqrt{f}} \qquad \text{(IV.5)}$$

La condition est validée dès que la fréquence du courant est supérieure à environ 40 kHz. Il faut donc en tenir compte dans le modèle. L'expression de la résistance de la boucle devient alors :

$$R_b(f) = R_{DC}\left(\frac{\sqrt{f}}{264} + 0{,}25\right) \qquad \text{(IV.6)}$$

Les résultats propres à chaque antenne boucle sont regroupés sur la Figure IV.1.

Le dernier phénomène résistif correspond à la résistance de rayonnement. Elle rend compte de la puissance active de rayonnement que la boucle est capable de recevoir (ou d'émettre, ces phénomènes sont symétriques). Par exemple, à l'aide de l'expression de la puissance active rayonnée par la boucle de courant élémentaire donnée au chapitre I, la résistance de rayonnement est exprimée comme [BAL 05] :

$$P_{Ha} = Z_0 \frac{\pi}{3}\left(\frac{2\pi(\pi b^2 I_b)}{\lambda^2}\right)^2 = \frac{\left|I_b^2\right|}{2}\cdot R_{ray}(f) \qquad \text{(IV.7)}$$

Après identification, on obtient :

$$R_{ray}(f) = 20\pi^2\left(\frac{f}{c}2\pi b\right)^4, \qquad \text{(IV.8)}$$

où $c$ est la vitesse de la lumière dans le vide. A la fréquence maximum de 30 MHz et pour le cas du rayon maximum (antenne boucle de la norme de rayon 225 mm), nous obtenons une valeur d'environ 80 mΩ. Pour la même boucle et à cette même fréquence, ce résultat reste bien inférieur à la valeur de la résistance $R_b$ de 650 mΩ. Dans cette modélisation, nous pouvons donc négliger cette contribution. Pour des fréquences plus élevées, la croissance de cette résistance étant en $f^4$, elle devient rapidement prépondérante vis-à-vis du seul effet de peau (évolution en $f^{1/2}$).

#### *IV.2.2.2.2. Partie inductive*

Avec l'hypothèse que la longueur des fils reste petite devant la longueur d'onde, c'est à dire qu'il n'y pas de régime de ligne auquel cas une capacité répartie interviendrait, l'inductance présenté par la boucle s'exprime comme :

$$L_b = \mu_0 b\left(\ln\left(\frac{8b}{r_C}\right) - \frac{7}{4}\right) \qquad \text{(IV.9)}$$

L'expression proposée est indépendante de la fréquence [JAC98]. Les applications numériques sont regroupées sur la Figure IV.1.

#### *IV.2.2.2.3. Conclusion sur l'impédance de la boucle*

On remarque que l'impédance des ces inductances est très grande par rapport aux valeurs des résistances de la boucle déterminées précédemment :

$$\left|j\omega L_b\right| >> R_b(f), \qquad \text{(IV.10)}$$

quelle que soit la valeur de $f$ entre 10 KHz et 30 MHz. En effet, dans la bande de fréquence de travail, les parties résistives liées à la conduction restent inférieures à l'Ohm tandis que l'impédance de l'inductance la plus faible varie entre 0,1 et 250 Ω.

De plus, on note que ces résultats sur l'impédance de la boucle sont bien cohérents avec l'étude menée au chapitre I, sur les puissances active et réactive et leur répartition selon les zones de champ proche ou lointain. La partie réactive de cette impédance est reliée à

l'énergie réactive, la résistance de rayonnement est reliée à la puissance active. Lorsque l'antenne boucle est de dimension électriquement faible (coïncidant avec sa zone de champ proche), son impédance est donc majoritairement réactive. La prédominance du phénomène de courant de conduction dans le conducteur implique alors une prédominance de champ magnétique cohérent avec le comportement inductif de la boucle. Lorsque les dimensions de la boucle augmentent jusqu'à atteindre les limites de zone CP/CL, la résistance de rayonnement devient alors prépondérante à son tour, bien en accord avec le fait que c'est une zone où l'énergie réactive n'est plus disponible. Enfin, les parties résistives traduisant la conduction et l'effet de peau sont bien hors de cette discussion puisque propres aux problèmes de répartition de courant dans un conducteur non parfait. C'est une problématique typiquement basse fréquence, non reliée aux phénomènes de rayonnement.

## IV.2.3. Exploitation du modèle

### IV.2.3.1. Choix de la charge $Z_c$ : boucle impédante ou en court circuit ?

A l'aide du circuit électrique équivalent à l'antenne boucle Figure IV.1, on cherche l'expression du courant dans le circuit (noté $I_b$) et de la tension $V_C$ au borne de la charge $R_C$. Les rapports entre le courant et le flux (nommé Fonction de Transfert 1 ($FT_1$)), d'une part, et la tension $V_C$ et le flux ($FT_2$), d'autre part, s'écrivent :

$$FT_1(f) = \frac{I_b}{\Phi}(f) = \frac{j2\pi f}{R_b(f) + R_C + j2\pi f L_b} \tag{IV.11}$$

$$FT_2(f) = \frac{V_C}{\Phi}(f) = R_c \cdot I_b(f) = \frac{j2\pi f R_C}{R_b(f) + R_C + j2\pi f L_b} \tag{IV.12}$$

Ces deux rapports sont à l'image de l'inverse du Facteur d'Antenne de la boucle selon que l'on mesure le courant $I_b$ ou la tension $V_C$. La valeur de $R_c$ est choisie de telle sorte qu'elle domine largement toutes les autres impédances de la boucle dans la bande passante.

Deux situations sont alors envisageables. Pour les mettre en évidence, on examine ces deux relations à des fréquences où la résistance de la boucle $R_b$ devient négligeable vis-à-vis de l'impédance $2\pi f L_b$. Plus précisément, pour nos géométries, cela correspond aux fréquences supérieures à environ 5 kHz. Nous sommes donc dans la bande passante du capteur. Dans ce cas, on obtient [SCH 07] :

1 : Cas de la boucle ouverte ($R_C \to +\infty$) : $FT_2(f) = \frac{V_C}{\Phi}(f) \approx j2\pi f$

2 : Cas de la boucle en court-circuit ($R_C = 0$) : $FT_1(f) = \frac{I_b}{\Phi}(f) \approx \frac{1}{L_b}$

C'est deux comportements se retrouvent sur la Figure IV.2 où apparaissent l'évolution des gains en dB des deux fonctions $FT_1$ et $FT_2$, pour la bande de fréquence visée (9 kHz – 30 MHz). Pour le premier cas, la résistance de charge $R_C$ remplit la condition de majoration dès qu'elle est supérieure à l'impédance de la boucle pour la fréquence maximale. Pour la Figure IV.2, elle est égale à 1 kΩ.

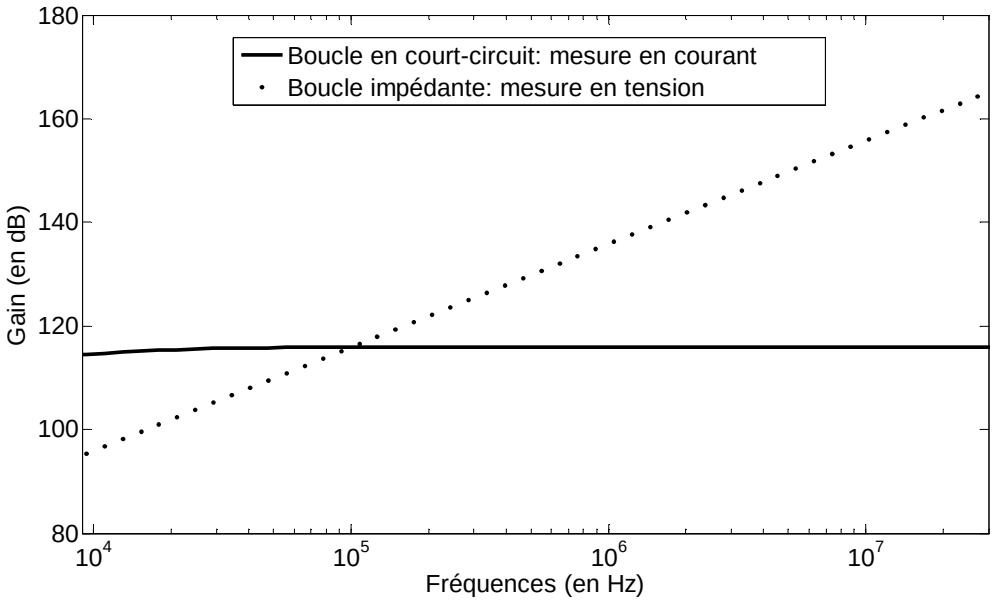



Figure IV.2. Gain des fonctions de transfert pour la bande de fréquence 9 kHz – 30 MHz pour le cas d'une boucle de la fonction capteur C[10]. Gain du rapport entre $I_b$ et le flux pour la boucle en court-circuit ($R_c$ = 0Ω) et Gain du rapport entre $V_c$ et le flux pour la boucle impédante ($R_c$ = 1 kΩ).

Un premier constat important est à faire : $FT_2$ est dépendant de la fréquence, ce qui n'est pas le cas de $FT_1$. L'exploitation des acquisitions temporelles est donc simplifiée pour ce dernier. De plus, pour $FT_2$, la dynamique du signal dans la bande passante est de plus de 60 dB, ce qui peut poser quelques difficultés pour le traitement du signal reçu. Ces raisons font que le système LLA est basé sur une mesure de courant pour des antennes boucles en court-circuit.

Néanmoins, sur la Figure IV.2, la boucle impédante présente un gain beaucoup plus important dès que la fréquence dépasse la centaine de kHz. En pratique, la mesure du courant sur des boucles en court-circuit est accompagnée d'un étage d'amplification dans la chaîne d'acquisition.

Un argument ultime plaide en faveur de la boucle impédante : le couplage entre les antennes boucles d'une même fonction capteur ou même celui entre les boucles sources et les antennes boucles. L'un peut modifier la mesure et l'autre le courant dans la source. Or, lorsque les antennes sont en court-circuit, elles véhiculent un courant $R_C$ fois plus important que dans la version impédante. Il faut donc quantifier ce couplage que nous avions qualifié de potentiellement fort au chapitre I.

Dans la suite, nous quantifions ces couplages dans le cas de la boucle en court-circuit, cas le plus défavorable. Cette étude est nécessaire à l'arbitrage de ces deux solutions.

## IV.2.3.2. Couplage entre boucles

Les phénomènes étudiés sont situés dans la zone de champ proche. D'après la présentation des couplages faîte au chapitre I, nous sommes donc dans une situation de couplage potentiellement fort. Les géométries étant précisées, on cherche alors à quantifier ce couplage entre les boucles. On reprend pour cela le modèle de la cellule en T utilisé au chapitre I et rappelé sur la Figure IV.3. La boucle 1 est excitée par une tension $V_1$, la boucle 2 est passive. $L_i$ désigne l'inductance propre de la boucle $i$. On se place à une fréquence telle que l'on peut négliger les parties résistives des boucles vis-à-vis de leurs inductances, i.e. dans la bande passante des boucles en court-circuit.

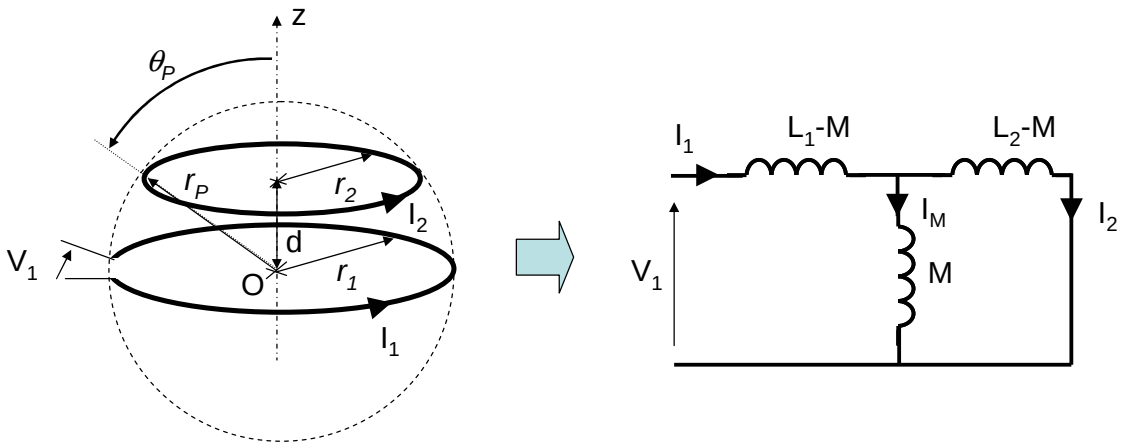



Figure IV.3. A gauche, les deux boucles coplanaires et coaxiales. A droite, le schéma électrique équivalent : cellule en T pour modéliser le couplage entre deux antennes boucles.

Les boucles sont coaxiales et planes. Un point P de la boucle 2 a pour coordonnées sphériques ($r_P$, $\theta_P$, $\varphi_P$). Elles s'expriment en fonction des données géométriques $d$ et $r_2$ telles que :

$$\begin{cases} r_P^2 = d^2 + r_2^2 \\ tg(\theta_P) = \dfrac{r_2}{d} \end{cases} \qquad \text{(IV.13)}$$

Ces relations seront utilisées pour le calcul de l'inductance mutuelle.

### *IV.2.3.2.1. Expression de l'inductance mutuelle*

L'inductance mutuelle $M$ est définie telle que :

$$\Phi_2 = M \cdot I_1 \,, \qquad \text{(IV.14)}$$

où $\Phi_2$ correspond au flux de champ **B** crée par la boucle 1 à travers la boucle 2. Pour déterminer le flux $\Phi_2$, on utilise la circulation du potentiel vecteur **A** crée par la boucle 1

sur le contour fermé de l'antenne boucle 2. Les boucles étant coplanaires, seule la composante azimutale de **A** intervient. Conformément aux notations de la Figure IV.3, on a :

$$\Phi_2 = \oint_{Boucle\,2} \mathbf{A}(r_P, \theta_P, \varphi) \cdot \mathbf{dl} = \int_0^{2\pi} A_\varphi(r_P, \theta_P, \varphi) r_2 \, d\varphi \qquad \text{(IV.15)}$$

D'après l'annexe sur les harmoniques sphériques, la composante $A_\varphi$ s'écrit :

$$A_\varphi(r,\theta,\varphi) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^{+\infty} \sum_{m=-n}^{+n} \frac{1}{n} \cdot A_{nm} \cdot \frac{1}{r^{n+1}} \frac{\partial S_{nm}}{\partial \theta} \qquad \text{(IV.16)}$$

On considère que les dimensions et les positions des boucles sont telles que l'on ne peut pas considérer la boucle source 1 comme un z-dipôle. On ne peut alors pas limiter l'expression du potentiel vecteur à la seule composante $n = 1$ et $m = 0$. Afin de mieux décrire le champ généré, nous utilisons les trois premières composantes non nulles du multipôle équivalent à la boucle magnétique données en (II.81). Avec $m = 0$, la composante azimutale du potentiel vecteur ne dépend plus de l'angle d'azimut $\varphi$ et s'écrit alors :

$$A_\varphi(r,\theta) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \left[ A_{10} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial S_{10}(\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{3} \cdot A_{30} \cdot \frac{1}{r^4} \frac{\partial S_{30}(\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{5} \cdot A_{50} \cdot \frac{1}{r^6} \frac{\partial S_{50}(\theta)}{\partial \theta} + \ldots \right], \qquad \text{(IV.17)}$$

avec :

$$\begin{cases} A_{10} = +\pi I_1 r_1^2 \\ A_{30} = -\dfrac{3\pi}{4} I_1 r_1^4 \\ A_{50} = +\dfrac{5\pi}{8} I_1 r_1^6 \end{cases}, \qquad \text{(IV.18)}$$

et :

$$\begin{cases} S_{10} = \cos(\theta) \\ S_{30} = \frac{3}{8}\cos(\theta) + \frac{5}{8}\cos(3\theta) \\ S_{50} = \frac{63}{8}\cos(\theta)^5 - \frac{35}{4}\cos(\theta)^3 + \frac{15}{8}\cos(\theta) \end{cases} \quad \text{(IV.19)}$$

Avec (IV.15) et à l'aide de (IV.17), (IV.18) et (IV.19), on obtient pour $M$ :

$$M(r_1, r_2, d) = 2\cdot 10^{-7}\pi^2 \frac{r_1^2 \cdot r_2^2}{\left(d^2 + r_2^2\right)^{3/2}} + \frac{3}{4}\cdot 10^{-7}\pi^2 \frac{r_1^4 \cdot r_2^2\left(r_2^2 - 4d^2\right)}{\left(d^2 + r_2^2\right)^{7/2}} + \frac{3}{64}\cdot 10^{-6}\pi^2 \frac{r_1^6 \cdot r_2^2\left(8d^4 - 12d^2 r_2^2 + r_2^4\right)}{\left(d^2 + r_2^2\right)^{11/2}} \quad \text{(IV.20)}$$

L'expression ne dépend que des rayons respectifs des boucles ainsi que de leur distance $d$. Le premier terme est classique. Il correspond à la mutuelle entre deux boucles suffisamment éloignées (i.e. pour $d > 4r_1$, d'après la section II.3.2.2, page 115).

On remarque également que dans le cas où la boucle source et l'antenne boucle sont distantes de $d = r_2/2$, le second terme s'annule, quelque soit la valeur donnée à $r_1$. Ce résultat est bien en accord avec l'expérience numérique menée en section II.4.2.1 (page 119) où l'antenne boucle correspondrait à une partie de la fonction capteur $C^{10}$ (elle n'est pas sensible à l'ordre $n = 3$).

Par contre, d'après [JAC 98 page 247], ce calcul n'est pas assez précis pour exprimer correctement le couplage entre antennes boucles de la fonction capteur $C^{10}$. En effet, la distance doit être supérieur à $2r_1$ pour que (IV.20) soit valide avec cette approximation de $A_\varphi$ limitée à l'ordre 5 de son développement. Ce n'est pas le cas ici par définition des bobines d'Helmholtz. On peut alors calculer cette inductance mutuelle en utilisant une formulation type Biot et Savart. La méthode de calcul est analogue. Par contre, le potentiel vecteur est donné numériquement à partir de l'expression de **A** crée par des tronçons de fil en nombre suffisant pour assurer une bonne quadrature du cercle. Nous obtenons ainsi la valeur $M_{10_10} = 9{,}946.10^{-8}$ H. Avec l'expression (IV.20), on obtient $9{,}480.10^{-8}$ H, soit une erreur de 5%. On utilise donc la première valeur dans les applications suivantes.

### *IV.2.3.2.2. Couplage entre la source et la fonction capteur $C^{10}$*

On quantifie le couplage entre une boucle source et le capteur $C^{10}$. La configuration est donnée sur la Figure IV.4. Les mutuelles sont comptées positivement lorsque la perturbation va du bas vers le haut et inversement. On distingue l'inductance mutuelle qui agit entre la source et le contour haut ($M_{S_10h}$) de celle qui intervient entre la source et le contour bas ($M_{S_10b}$). L'examen porte sur la variation du courant dans la source entre une situation où elle est seule (courant noté $I_{S0}$) et une autre où elle est en présence de la fonction capteur $C^{10}$ (courant noté $I_S$).

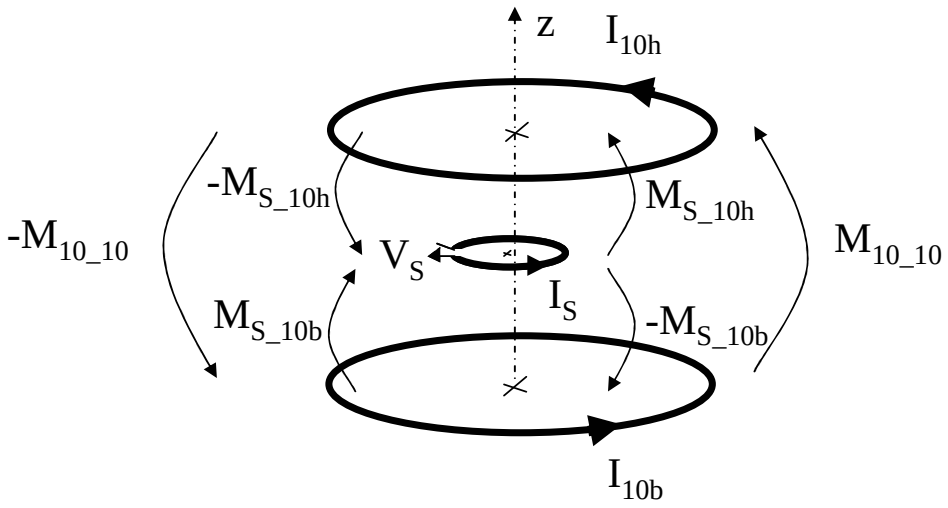



Figure IV.4. Notation pour l'estimation de l'influence de $C^{10}$ sur la source.

Pour cela, la boucle source est excitée par une tension $V_S$ telle que :

$$V_S = -j\omega L_S I_{S0} \tag{IV.21}$$

On résout alors le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_S \\ 0 \end{bmatrix} = j\omega \cdot \begin{bmatrix} -L_{10} & M_{S_10h} & M_{10_10} \\ -M_{S_10h} & -L_S & M_{S_10b} \\ -M_{10_10} & -M_{S_10b} & -L_{10} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{10h} \\ I_S \\ I_{10b} \end{bmatrix} \tag{IV.22}$$

Il signifie que les boucles de la fonction capteur $C^{10}$ ne sont pas alimentées par des sources d'énergie autre que la source. Apres résolution, le courant dans la source est donné par l'expression :

$$I_S = \frac{-\left(L_{10}^2 + M_{10_10}^2\right) \cdot L_S}{\left(L_{10}^2 \cdot L_S + L_{10} \cdot M_{S_10b}^2 + L_{10} \cdot M_{S_10h}^2 + L_S \cdot M_{10_10}^2\right)} I_{S0} \tag{IV.23}$$

Enfin, on exprime la variation (*var*) en % de $I_S$ par rapport à $I_{S0}$ :

$$var = 100 \cdot \left( \frac{I_S - I_{S0}}{I_{S0}} \right) \tag{IV.24}$$

Elle exprime donc la variation du courant dans la boucle source due à une mesure. Sur la Figure IV.5, on trace *var* en fonction de la position de la boucle source dans la sphère de validité. Ce mouvement est contraint sur l'axe z ; c'est la situation de couplage maximum. Les déplacements commencent de la position centrale en position = 0 (sur le plan d'équateur) et se terminent, en haut, au contact avec la sphère de validité (position = 0,06 m). Les résultats montrent que la position de la boucle source dans la sphère de validité n'influe pas trop sur la valeur de son courant. Ce constat est d'autant plus vrai que le rayon de la boucle source est petit. On le voit en traçant cette variation pour plusieurs valeurs de rayon de la boucle source (entre 5 et 10 cm). Si on tolère une influence maximum de 1%, il apparaît clairement que, pour une boucle source de 10 cm de rayon maximum, le couplage de la source avec la fonction capteur $C^{10}$ peut être négligé.

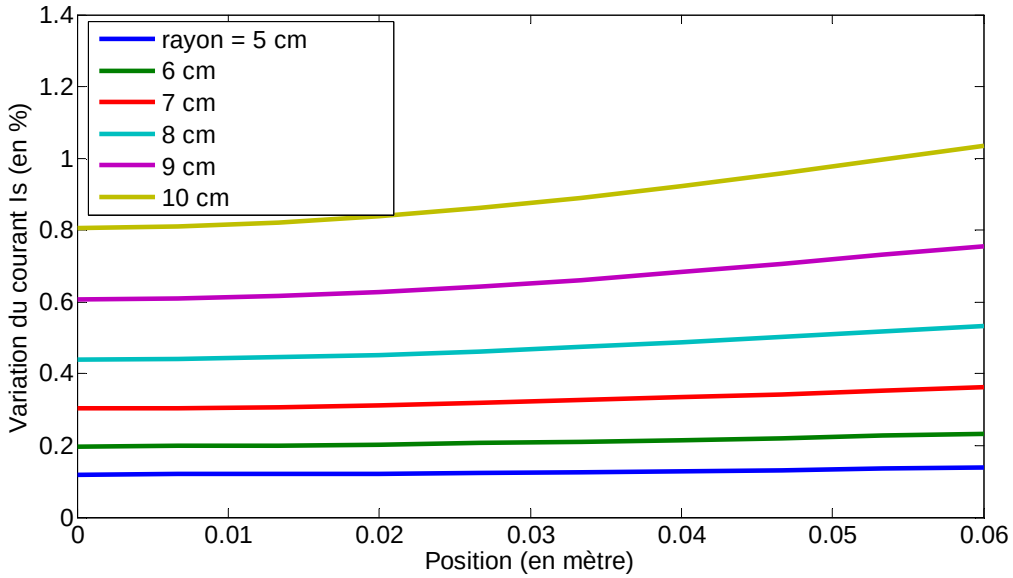



Figure IV.5. Variation du courant $I_S$ dans la boucle source en situation de mesure par $C^{10}$ en fonction de sa position par rapport au centre et pour différents rayons de la boucle source (de 5 à 10 cm).

### *IV.2.3.2.3. Couplage dans la fonction capteur $C^{10}$*

Dans la configuration où les antennes boucles sont en court-circuit, on cherche à savoir s'il y a un couplage magnétique important entre les contours d'une même fonction capteur. La question est importante. En effet, toutes les identifications de composantes demandent la combinaison temporelle des flux mesurés à travers les contours d'une même fonction capteur. Ils doivent donc être rigoureusement synchrones dans la fenêtre temporelle d'acquisition. Pour y parvenir, le moyen le plus simple est de faire cette acquisition en parallèle pour tous les contours d'une même fonction. Or, dans le cas d'un couplage magnétique non négligeable entre ces contours, ce mode d'acquisition n'est plus possible. Ces difficultés n'apparaissent pas avec le système LLA puisqu'une seule antenne boucle est utilisée par fonction capteur. En cela, ce problème pourrait être un des inconvénients majeur de notre nouveau système par rapport à l'autre.

On étudie ici le pire cas : le couplage entre les antennes boucles de $C^{10}$. En effet, ces contours sont les plus proches de tous et possèdent la plus importante surface. L'expérience numérique proposée est schématisée sur la Figure IV.6. Ici, toutes les

bobines sont excitées par une tension $V_{10}$ qui imposerait un courant $I_{10}$ dans chacune d'elle si elles étaient seules. Ceci permet de simuler la présence d'une source au centre du dispositif. Le couplage entre les bobines est noté *M*.

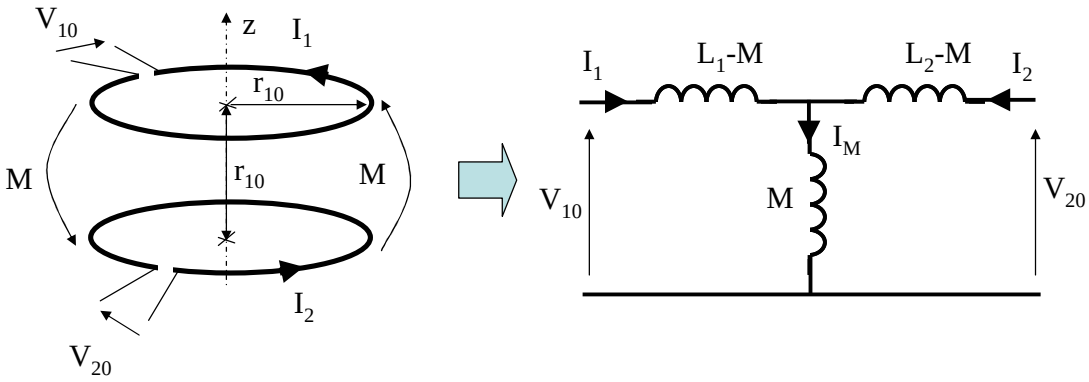



Figure IV.6. A gauche, les deux boucles coplanaires et coaxiales de la fonction capteur $C^{10}$. A droite, le schéma électrique équivalent.

Bien que l'on puisse réutiliser le système (IV.22), le modèle du transformateur permet de répondre de manière simple à cette question. De plus, en exploitant les symétries du système ($L_1 = L_2$, $V_{20} = V_{10}$ et donc $I_1 = I_2$) on aboutit à :

$$\begin{cases} V_{10} = j\omega \cdot (L_1 + M) \cdot I_1 \\ V_{10} = j\omega \cdot L_1 \cdot I_{10} \end{cases} \quad \Rightarrow \quad I_1 = \frac{L_1}{L_1 + M} \cdot I_{10} = 0{,}06 \cdot I_{10} \qquad \text{(IV.25)}$$

L'influence entre les boucles de la fonction capteur est donc notable (environ 6%). Il n'est ainsi pas possible de mener une acquisition simultanée avec cette configuration d'antenne boucle en court-circuit. Il faut donc essayer de remédier à cette difficulté.

### *IV.2.3.2.4. Comment diminuer le couplage magnétique dans $C^{10}$ ?*

La question est délicate, puisqu'on apprécie différemment des couplages de même nature. Celui existant entre la source et les fonctions capteurs est indispensable puisqu'il permet la mesure. Il doit cependant rester limité pour ne pas trop modifier les courants dans la source. Par contre, celui existant, par exemple, entre les contours de la fonction capteur $C^{10}$ est rédhibitoire. La géométrie de toute la structure est figée, dictée par d'autres considérations. On ne peut donc agir que sur les courants qui s'établissent dans les boucles.

Afin de réduire le couplage entre les contours de détection, on peut envisager de limiter le courant dans ces structures en augmentant artificiellement leur impédance, à l'instar de la boucle impédante. Mais dans le cas de la boucle en court-circuit (mesure du courant), cela conduit directement à réduire sa bande passante (augmentation de la coupure basse), ce qui n'est pas désiré.

Une autre approche consisterait à faire la mesure avec une seule antenne boucle à la fois. Lorsqu'une est court-circuitée, toutes les autres restent en circuit ouvert. Ainsi, seul le

couplage de la mesure est présent, rendant la configuration optimale. Il y a deux inconvénients à cette procédure. Tout d'abord, le temps d'acquisition total est alors plus important. Il reste toutefois limité car rien n'empêche de faire les mesures sur des groupes de bobines qui ne s'influencent pas (les perpendiculaires entre elles dans une version de capteur complet). C'est d'ailleurs ce que peut se permettre le système LLA, les trois boucles étant perpendiculaires entre elles.

Le second inconvénient est beaucoup plus important et délicat à résoudre. Comme décrit en introduction de cette partie, cela reviendrait à perdre la synchronisation des flux d'une même fonction capteur, indispensable à l'identification de la composante visée. Il faut donc savoir s'il existe un moyen de resynchroniser les mesures (une solution est brièvement décrite en section IV.3.4 (page 199), mais sa réalisation pratique est laissée en perspective).

### IV.2.3.3. Conclusion

L'alternative vraisemblable consiste donc à augmenter la partie résistive de la boucle. Cette augmentation doit être importante afin de changer de mode de fonctionnement : la coupure basse de la fonction de transfert de la boucle en court-circuit ($FT_1$) est décalée jusqu'à la fréquence maximum de travail. Cette configuration correspond à la boucle impédante avec mesure de la tension sur la charge.

Mais l'exploitation du signal est moins simple dans ce cas là. En conséquence, [PAS 92] propose de compenser la pente dans la bande passante par l'ajout d'une fonction d'intégration à la sortie de la boucle. Les paramètres de la fonction sont adaptés aux caractéristiques de l'antenne boucle. Mais les réglages semblent délicats.

Finalement, pour un premier prototype, nous avons décidé de construire un capteur avec les boucles en court-circuit. En effet, dans la mesure où la version impédante demandait l'optimisation d'un circuit électronique adaptée pour chaque boucle, la simplicité de construction et d'utilisation de la boucle en court-circuit sont préférables à ce niveau. La mesure devra donc se faire boucle par boucle. Un prochain prototype pourrait s'appuyer sur l'autre alternative.

La solution provisoire proposée soulève alors la question de la synchronisation des flux mesurés puisque ici, ces acquisitions ne vont plus être faites en même temps. Toutefois, cette difficulté n'existe dans notre cas présent puisque nous maîtrisons le courant injecté dans la source et, donc, la synchronisation de tous les signaux.

Le modèle de la boucle ainsi que ses caractéristiques viennent d'être étudiés. L'expérimentation peut donc commencer.

## *IV.3. Validation expérimentale*

### IV.3.1. Présentation du prototype

L'expérimentation s'est focalisée autour de la réalisation des contours permettant l'identification des composantes $A_{10}$ et $A_{20}$. Il y a plusieurs raisons à cela.

Tout d'abord, ce sont les contours les plus simples à réaliser puisque ces fonctions capteurs sont constituées chacune d'une paire de bobines planes et que l'ensemble des bobines est

coplanaire, comme présenté sur la Figure III.12 (page159). Une photographie du prototype correspondant à ces contours est présentée sur la Figure IV.7. Pour des raisons pratiques de réalisation, le rayon de la sphère de mesure est de 225 mm. D'après les résultats du chapitre III, où nous avons convenu d'un rapport de 2 entre les rayons des sphères de validité et de mesure, les objets testés ne devront pas excéder 200 mm d'arête environ.

Sur les bords du plateau central, correspondant au plan équatorial de la sphère de mesure, est dessinée une cinquième bobine. C'est la correspondance de la solution normative, adaptée au diamètre de notre application.

L'ensemble de la structure est en bois. Tous les éléments peuvent se démonter facilement. Le prototype a été entièrement conçu et réalisé au laboratoire par Claude Brun et Florian Dumas.

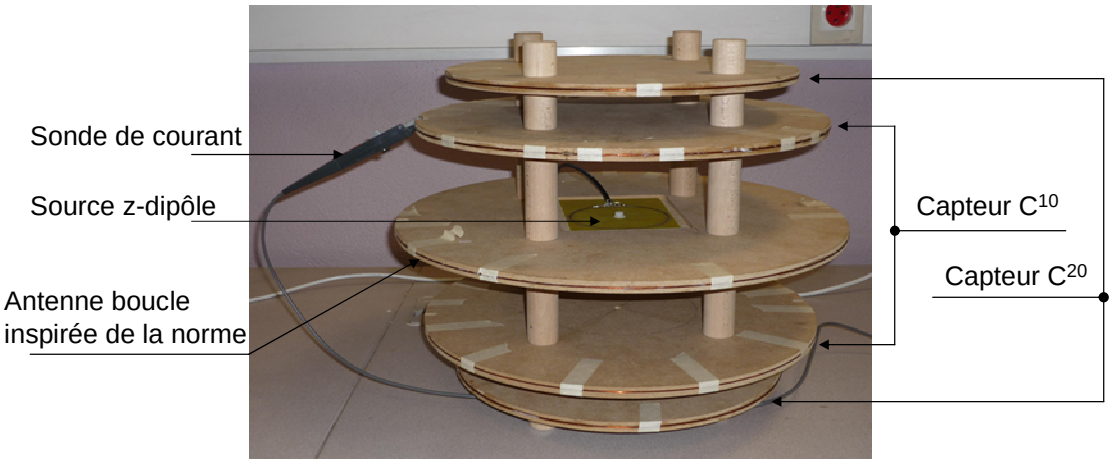



Figure IV.7. Prototype de mesure avec toutes ses antennes boucles et une source z-dipolaire au centre.

Les résultats du chapitre III procurent la relation entre les flux à travers les antennes boucles et les composantes à identifier, i.e. :

$$A_{10} = \frac{10^8 r_M}{32\pi}\left(flux_{10_1} - flux_{10_2}\right) = 2{,}24 \cdot 10^5\left(flux_{10_1} - flux_{10_2}\right) \qquad \text{(IV.26)}$$

$$A_{20} = \frac{6125.10^4 r_M^2}{3\pi\sqrt{21}}\left(flux_{20_1} + flux_{20_2}\right) = 7{,}18 \cdot 10^4\left(flux_{20_1} + flux_{20_2}\right) \qquad \text{(IV.27)}$$

où les flux désignés correspondent aux bobines des fonctions capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$ (l'indice « 1 » pour les bobines du haut, « 2 », celles du bas). Concernant la boucle représentative du système LLA, l'expression entre le flux mesuré, noté, $Flux_{LLA}$, et la composante $A_{10}$ est donnée par :

$$Flux_{\mathrm{LLA}} = \iint_{Demi\,Sphère} \left(\mathbf{B}_{10}(r_M,\theta,\varphi)\cdot\mathbf{n}\right)ds = \int_{\varphi=0}^{2\pi} A_{\varphi 10}(r_M,\pi/2,\varphi) r_M\, d\varphi = \frac{2\pi\cdot 10^{-7}}{r_M}\cdot A_{10} \qquad \text{(IV.28)}$$

L'application numérique donne :

$$A_{10} = 3.58\cdot 10^{5}\ flux_{\mathrm{LLA}} \qquad \text{(IV.29)}$$

Les composantes à identifier sont maintenant clairement reliées aux flux de champ **B** traversant tous les contours du prototype. Néanmoins, l'identification ne peut pas être menée tant que ces flux ne sont pas exprimés en fonction des courants mesurés dans les antennes boucles. C'est l'objet du prochain paragraphe.

## IV.3.2. Calibration des fonctions capteurs

### IV.3.2.1. Méthode adoptée

La calibration des antennes boucles consiste à mesurer le rapport entre le flux traversant chaque antenne et le courant induit correspondant. Dans le cas de l'antenne boucle en court circuit, nous l'avons nommé $FT_1$. Elle correspond donc ici à la relation (IV.11).

Sa mesure constitue une difficulté. Elle réside dans le fait qu'il faut disposer d'une source de champ magnétique dont on connaît la répartition du champ généré en tout point de la surface de l'antenne boucle. Pour des raisons pratiques, on désire que cette source soit opérationnelle sur toute la bande de fréquence visée.

Lorsque l'on travaille en haute fréquence (au-delà de 500 MHz), les propriétés du champ électromagnétique rayonné (dans la zone de champ lointain) permettent de répondre à ces exigences. En effet, les antennes boucles sont de petites tailles (par rapport à la longueur d'onde) si bien que l'on néglige souvent les variations spatiales du champ magnétique sur la surface de la boucle (approximation usuelle de mesure ponctuelle). De plus, la connaissance et donc la maîtrise de l'amplitude du champ est simplifiée puisque l'amplitude des champs **E** et **H** sont reliées par l'impédance de l'onde dans le vide. Enfin, à ces fréquences, on se trouve assez rapidement dans la zone de champ lointain si bien que les dispositifs de calibration restent de taille modeste.

Ce dernier point exclut l'adaptation de cette méthode dans la bande de fréquence visée ici. Les méthodes adoptées sont alors diverses. La plus classique semble être l'utilisation d'une cellule TEM [DRI 88]. Nous avions présentés son principe de fonctionnement en annexe. Elle permet, entre autre, de simuler une onde plane dans un volume de travail donné. Malheureusement, celle qui était à notre disposition en proposait un trop faible par rapport à la taille de nos antennes boucles. [ISH 06] propose simplement de mesurer l'impédance de la boucle réceptrice à l'impédance-mètre. En effet, la définition (IV.11) montre clairement cette dépendance. Néanmoins, la solution de la boucle en court-circuit n'est pas adaptée à cette approche. L'ouverture du circuit à l'occasion de cette mesure entraîne des modifications qu'il est difficile de maîtriser. L'idée, de mise en œuvre simple, reste

intéressante dans le cas de la boucle impédante. Enfin, [SZE 01] propose de combiner deux approches. Tout d'abord, les bobines d'Helmholtz sont biens adaptées aux exigences sur l'amplitude du champ magnétique demandées par la calibration. Mais, les dimensions de nos antennes boucles demandent de construire un dispositif de grande taille. La maîtrise du courant dans les bobines d'Helmholtz demande de travailler en deçà de leur fréquence de résonance. Il n'est donc pas possible de les utiliser pour toute la gamme de fréquence. L'auteur propose néanmoins de les utiliser tant que cela est possible (jusqu'à environ 10 MHz pour une boucle de 25 cm de rayon) puis de compléter la calibration dans la bande haute (10-100 MHz) à l'aide d'une boucle source placée au centre de l'antenne boucle, sur le même plan. Les dimensions de la source sont telles que la résonance est placée au-dessus de la fréquence maximum de travail. Ainsi son impédance reste inductive dans toute la bande de fréquence. De plus, le rayon est choisi de telle sorte que la boucle source peut être considérée comme un z-dipôle.

Cette dernière solution est donc différente de celle utilisant les bobines d'Helmholtz : l'amplitude du champ généré à travers l'antenne boucle n'est plus constant mais reste maîtrisée et connue. C'est donc cette solution que nous adoptons pour la calibration de nos fonctions capteurs sur toute la bande de fréquence (9 KHz-30 MHz). C'est finalement une variante de la « Standard Magnetic Field Method » [FUJ 05]. Néanmoins, ces résultats seront confrontés à ceux provenant du modèle de la boucle établi précédemment.

La démarche de calibration, illustrée par la Figure IV.8 est donc la suivante :

Pour chaque antenne boucle et pour toute la bande de fréquence, une mesure du courant efficace dans la boucle source ($I_s$) et dans l'antenne boucle ($I_{mes}$) sont réalisées grâce à des sondes de courant. Les antennes sont placées comme défini par les fonctions capteurs, la source est centrée sur le plan d'équateur de la sphère de mesure (Figure IV.8).

La fonction de transfert 1 ($FT_1$) est déduite de la connaissance de la géométrie de la source et de $I_s$. « L'induction proche » considérée correspond à la composante $\mathbf{B_{10}}$.

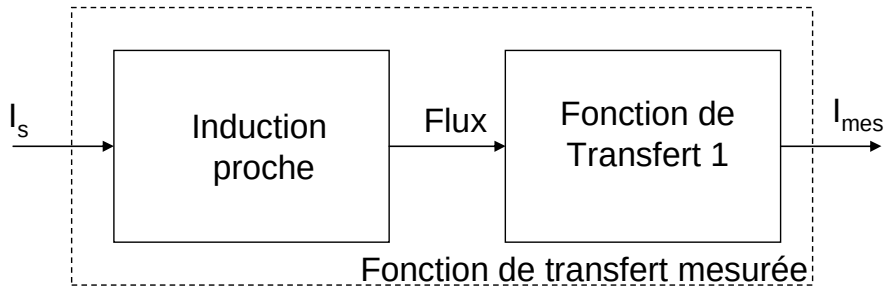



Figure IV.8. Processus de calibration des antennes boucles

Le choix de la source doit donc répondre à ces caractéristiques. Nous en discutons dans la suite.

## IV.3.2.2. Choix de la source de calibration

La source utilisée pour la calibration est la même que celle permettant l'identification du z-dipôle (Figure IV.9, à gauche). En effet, son rayon, noté $r_S$, est de 5 cm et celui du capteur de 22,5 cm. Les rayons sont donc dans un rapport compris entre 4 et 5. A cette distance de

mesure, la boucle peut être assimilée à sa seule composante dipolaire selon l'axe *z*. Mais la condition est juste assurée si bien que la valeur proposée pour le rayon de la source ne peut pas être plus importante. Ce point doit être étudié avec plus de précision. Nous pouvons réutiliser avantageusement l'expression de l'inductance mutuelle proposée précédemment (IV.20). La vérification consiste à regarder pour la géométrie proposée que son premier terme reste largement majoritaire. La mutuelle entre la source et une antenne boucle de $C^{10}$ est notée $M_{S_10}$. Ainsi nous avons, pour un calcul incluant les ordres 1, 3 et 5 :

$$M_{S_10} = M\left(r_S, r_{10}, r_{10}/2\right) = 1.7532 \cdot 10^{-8} \text{ H} \qquad \text{(IV.30)}$$

Si on ne garde que le premier terme, on obtient :

$$M_{S_10} = M\left(r_S, r_{10}, r_{10}/2\right) = 1.7541 \cdot 10^{-8} \text{ H} \qquad \text{(IV.31)}$$

L'erreur relative à la première valeur n'est que de 0,05%. Ceci confirme bien la justesse de l'approximation proposée.

**Remarque :** Ce résultat suggère une amélioration possible du processus de calibration. En effet, la position de l'antenne boucle est judicieuse ici (distance entre l'antenne boucle et la source égale au demi rayon de l'antenne boucle) puisqu'elle permet d'annuler la composante $\mathbf{B_{30}}$ du champ généré par la source. Ainsi, sans être trop éloignée de l'antenne boucle et donc d'émettre un champ encore significatif, la source peut être assimilée à un dipôle.

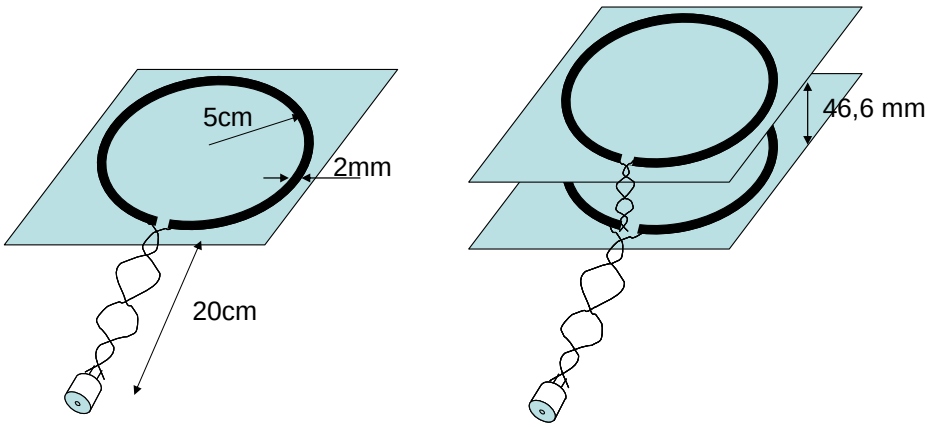



Figure IV.9. Sources dipolaire à gauche : le z-dipôle ; quadripolaire à droite : le z-quadripôle.

Comme annoncé plus haut, les autres antennes boucles ont été calibrées pour des positions correspondant à la géométrie de leur fonction capteur. Ainsi, les calculs des mutuelles donnent des erreurs de 2,23% pour $C^{20}$ et 1,87% pour le système LLA. Faute de temps, nous nous contentons ici de compenser numériquement ces erreurs dans la suite et gardons les suggestions d'améliorations en perspective.

Un autre argument milite pour la réduction du rayon de la boucle source : il ne doit pas être trop important afin de placer la résonance de la boucle à une fréquence au-delà de 30 MHz.

Cela nous permettra d'assurer le maintien d'un courant suffisant dans toute la bande passante. Afin de garantir cela, une mesure au pont d'impédance a été faite. L'impédance de la boucle est représentée sur la Figure IV.10. On retrouve les comportements identifiés lors de la modélisation de la boucle. En basse fréquence, sa partie résistive domine, puis l'impédance adopte un comportement inductif jusqu'à la résonance. Elle se situe autour de 90 MHz. Les paramètres identifiés à partir de cette mesure donne une valeur $L_b$ = 450 nH et $R_b$ = 0,1 Ω. La capacité ne nous intéresse pas puisque nous exploitons ce modèle jusqu'à 30 MHz. Nous travaillons en dessous de la fréquence de résonance ; la condition est donc assurée pour cette géométrie.

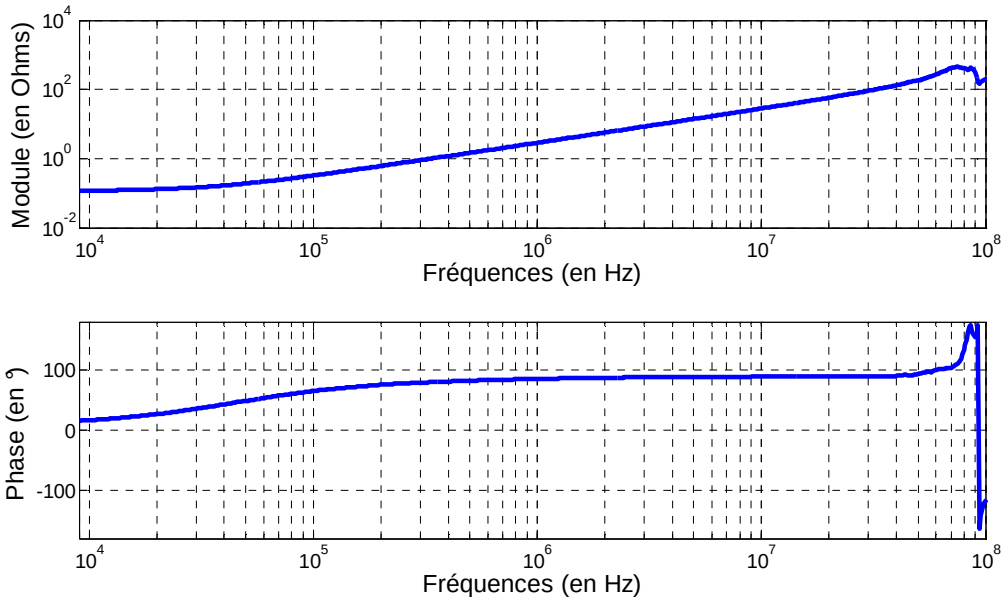



Figure IV.10. Module (en Ω) et phase (en °) de l'impédance de la boucle source mesurée au pont d'impédance.

A contrario, le rayon de la boucle source doit être suffisamment important afin de générer un champ détectable par notre système de mesure. Mais si la surface de la boucle est trop faible, il reste un degré de liberté pour garantir à la composante $A_{10}$ une intensité suffisante : le courant $I_S$ dans la boucle source. Quel courant est alors nécessaire ?

Les résultats sur l'inductance mutuelle permettent une réponse immédiate. Entre la source de calibration et une antenne boucle de $C^{10}$, on a :

$$I_{b10} = \frac{\Phi_{10}}{L_{b10}} = \frac{M_{S_10}}{L_{b10}} \cdot I_S = 0{,}011 \cdot I_S \qquad \text{(IV.32)}$$

De même pour $C^{20}$ et la boucle centrale (image du système LLA), on vérifie que les rapports sont dans le même ordre de grandeur (0,010 et 0,012 respectivement).

Avec un gain de conversion de 1mV/mA pour la sonde de courant et une résolution minimale de 0,5 mV crête à l'entrée de l'oscilloscope, un courant efficace de 1 A dans la source est nécessaire. Il permettra d'avoir une dynamique de signal d'un peu plus de

20 dB. Un générateur de fonction classique délivrant un courant maximum de 100 mA, un étage d'amplification de puissance est donc indispensable.

### IV.3.2.3. Description de la manipulation

Le schéma de montage est donné sur la Figure IV.11. Une photographie est également proposée sur la Figure IV.12. Différents éléments constituent la manipulation, à savoir :

Un générateur Basse Fréquence (GBF) génère une tension sinusoïdale. Il doit permettre d'explorer l'ensemble de la bande de fréquence visée (9 kHz-30 MHz). Il s'agit du modèle Agilent 33250A. Il peut travailler jusqu'à 80 MHz.

Un amplificateur de puissance (Amplifier Research) de 500W de bande passante 9 KHz-100MHz. Le gain en puissance est piloté manuellement.

Les courants dans la source ($I_S$) et dans l'antenne boucle ($I_{mes}$) sont connectés via les sondes de courant P6022 de Tektronix [TEK] de sensibilité 1mV/mA.

L'acquisition temporelle des signaux est assurée par un oscilloscope numérique TDS754D de Tektronix.

Le générateur et l'oscilloscope sont pilotés automatiquement par un PC (GX160 de Dell) à l'aide du logiciel Agilent-VEE (Version 9.0). L'ensemble est connecté par un bus de communication parallèle IEEE-488.

L'automatisation a permis de reproduire un grand nombre de fois l'acquisition des fonctions de transfert permettant de respecter l'exigence de reproductibilité des mesures en CEM.

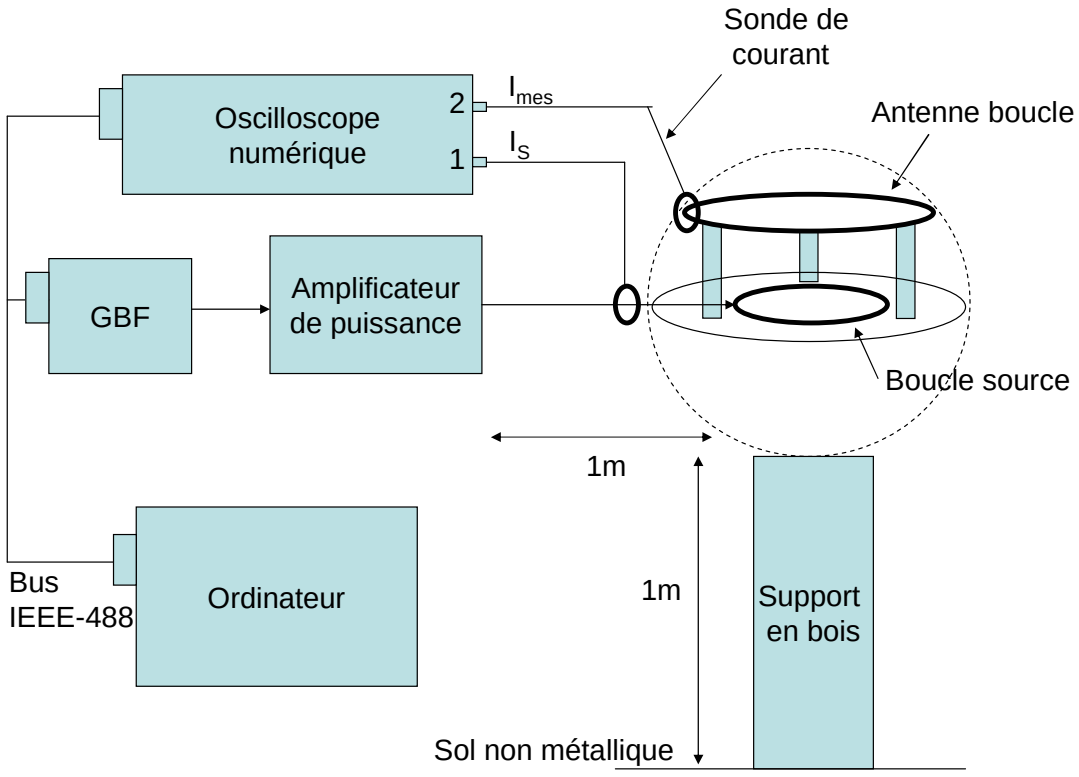



Figure IV.11. Schéma du montage de calibration

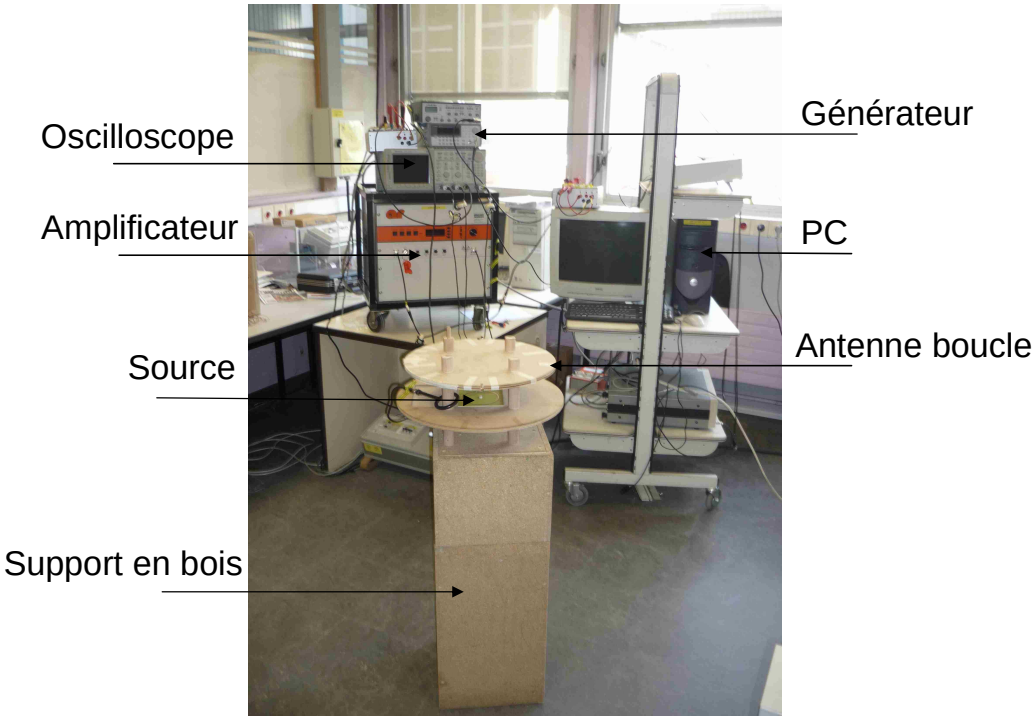



Figure IV.12. Photographie du montage permettant la mesure des fonctions de transfert des antennes boucles.

## IV.3.2.4. Précautions de montages

Des problèmes de mesure sont apparus lors de la manipulation. Ils étaient essentiellement dus à des phénomènes de circulation de courants de mode commun dans l'ensemble du montage avec, entre autres conséquences un disfonctionnement du PC autour de 30 MHz. Nous avons essayé d'identifier les boucles de mode commun du circuit. Elles apparaissent en rouge sur la Figure IV.13 (l'utilité de la sonde 3 est expliquée dans la section suivante). Par exemple, une boucle relie les points 1, 2, 3 et M. Elle fait intervenir le couplage capacitif entre le sol et l'enveloppe de l'oscilloscope (points M et 1), le blindage de la sonde 1 et le circuit de puissance alimentant la boucle source (points 2 et 3) et, enfin, entre le sol et l'enveloppe de l'amplificateur de puissance (points M et 3). Deux types d'amélioration ont été apportés. Dans un premier temps, afin de minimiser la surface de cette boucle, l'ensemble des appareils ont été placé en colonne (on réduit ainsi un couplage de type champ à boucle). Puis l'ensemble a été surélevé par rapport à la terre (disposé sur une table non métallique), diminuant ainsi le couplage capacitif entre les appareils et le sol (mais augmentant éventuellement celui entre les appareils même). Dans un second temps, des inductances en ferrite (en vert sur la Figure IV.13) sont installées sur tous les câbles de mesure et d'alimentation de la source et de l'antenne boucle. Pour être efficace, d'après les indications proposées par la norme [CIS 02], les câbles ainsi équipés doivent présenter une résistance série en mode commun supérieure à 100 Ω à 10 MHz. La mesure au pont d'impédance donne une valeur de 300 Ω pour cette fréquence.

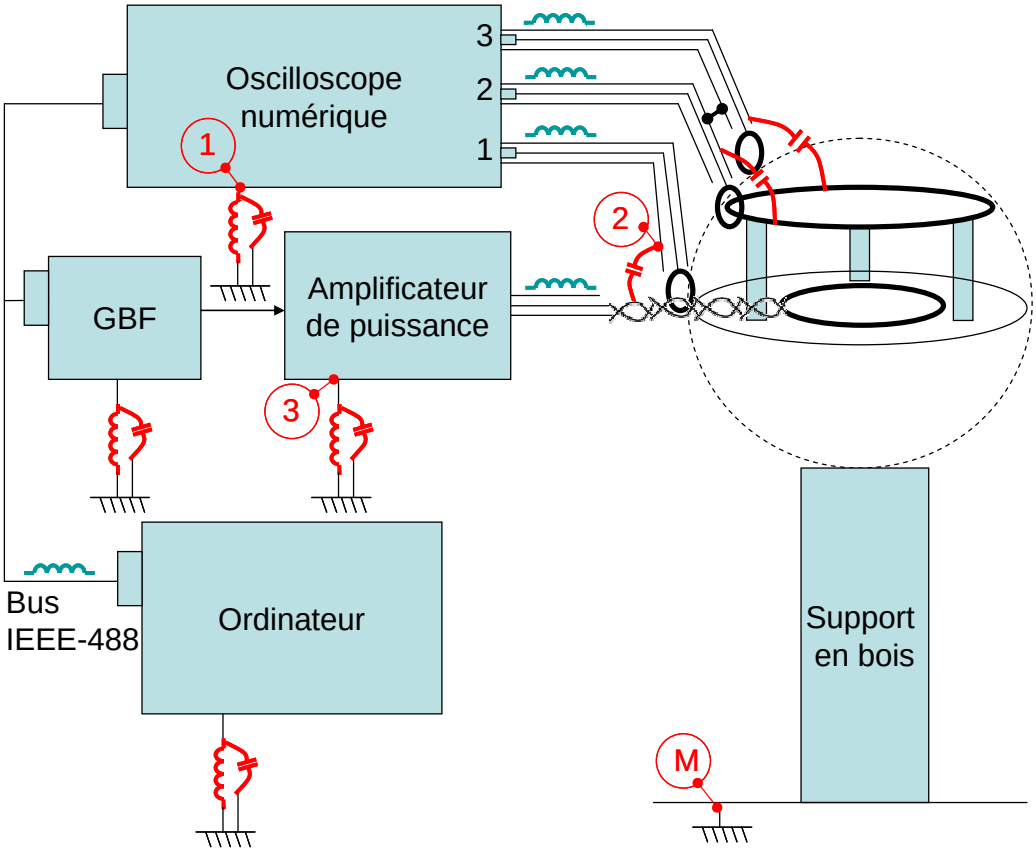



Figure IV.13. Schéma de montage faisant apparaître les boucles de mode commun (en rouge) et les inductances permettant de le bloquer (en vert).

Enfin, le support général du capteur doit être non métallique et permettre de l'élever à 80 cm du sol (non métallique également). Un support en bois a donc été conçu. De plus, une distance de 1 m est imposée entre le capteur et l'ensemble de l'instrumentation afin de limiter d'autres couplages capacitifs.

L'ensemble de ces précautions a permis de travailler dans toute la bande de fréquence.

## IV.3.2.5. Résultats de la calibration

Les résultats de la calibration apparaissent sur la Figure IV.14, sous la forme de $FT_1$ (IV.11). On ne présentera que ceux concernant l'antenne boucle du haut de la fonction capteur $C^{10}$, les autres cas ayant un comportement similaire. Trois courbes sont présentées. Une première correspond à $FT_1$ issue de la mesure de la fonction de transfert selon la méthode présentée précédemment. La seconde est calculée à partir des composantes issues du modèle magnétique de la boucle. Le schéma électrique équivalent est le même que celui présenté sur la Figure IV.1. Il est complété par l'impédance d'insertion de la sonde (annexes du chapitre IV, page 241) placée en série.

Les comportements sont assez similaires de 9 kHz jusqu'à environ 10 MHz. Au delà, la mesure diverge de manière importante vis-à-vis du modèle. La différence semble provenir d'une perturbation apparaissant sur l'âme de la sonde. Cette perturbation provient de l'intense champ magnétique crée par la source de calibration. Il traverse le blindage de la tête de la sonde et ajoute un courant parasite à celui mesuré. Ce problème est décrit par le constructeur de la sonde [TEK] et résumé dans les annexes du chapitre IV, page 241. La

courbe compensée est obtenue en soustrayant au premier signal mesuré, un second obtenu à l'aide d'une sonde placée au plus près de la première mais laissée à vide (sans entourer le conducteur). La correction est importante mais ne semble pas suffisante.

Deux origines à ces dérives sont possibles. Une première peut provenir des sondes de courant dans le sens où le champ variant beaucoup spatialement, la mesure de la perturbation n'est pas très précise, le positionnement spatial restant délicat. De plus, il n'est pas évident de quantifier l'erreur résiduelle avec la méthode proposée. Une amélioration notable peut être attendue avec la construction de capteur de courant dédié à chaque antenne boucle. Cela revient à suivre la démarche proposée par la norme pour le système LLA. Un boîtier métallique est prévu pour abriter la sonde. Une autre explication viendrait de la limite de validité du modèle de l'antenne boucle. En effet, ce décalage pourrait provenir de la contribution d'un champ électrique. Le problème ici est que la source (boucle de courant) n'est pas censée en produire, sauf, éventuellement, au niveau de la connexion entre la paire torsadée et la piste de cuivre. Mais cela devrait rester faible et, en tout cas, est difficile à quantifier. Nous reviendrons sur la question de la sensibilité de l'antenne boucle au champ électrique en fin de chapitre.

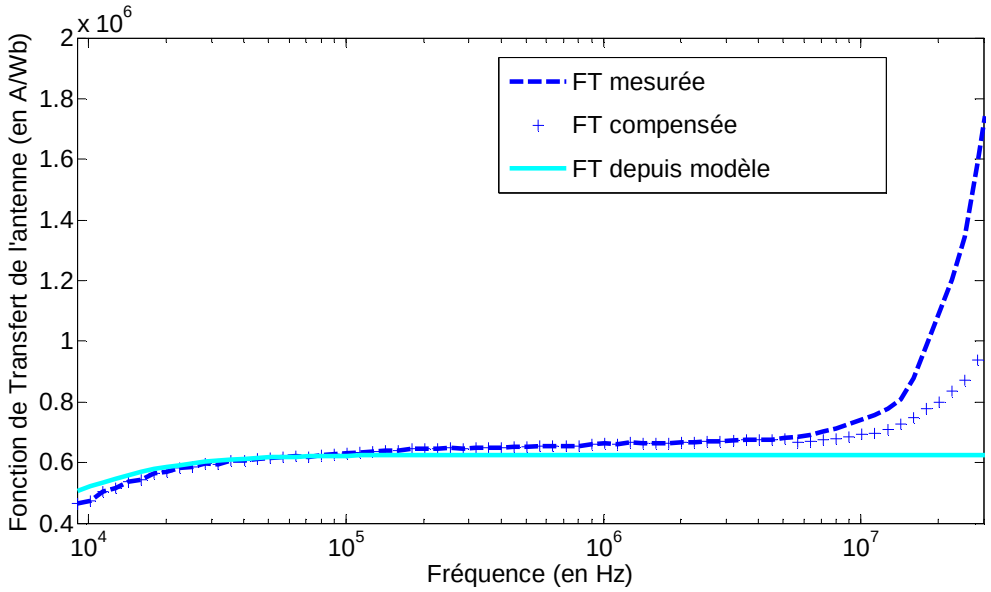



Figure IV.14. Fonctions de Transfert de $C^{10}$ issues de la mesure, de la modélisation et compensées.

La phase de calibration étant achevée, une identification est proposée dans la suite. Elle s'appuie sur les fonctions de transfert mesurées et obtenues à 1 MHz.

## IV.3.3. Identification et étude de la robustesse

### IV.3.3.1. Choix des sources à identifier

Afin de tester la capacité de filtrage du dispositif, deux types de sources à identifier sont construits. Elles sont présentées sur la Figure IV.9. Tout d'abord, une simple boucle de cuivre, réalisée en circuit imprimé, constitue majoritairement une source dipolaire d'axe *z* générant la composante $\mathbf{B_{10}}$. Elle est identique à la source qui nous a permis de calibrer les

antennes boucles. Ensuite, l'association de deux boucles tête bêche et séparées par une entretoise génère la composante **$\mathbf{B_{20}}$**. Ces sources sont réalisées à l'aide de la même géométrie. Les dimensions sont données sur la Figure IV.9. Pour la composante $A_{20}$, la distance $d$ entre les boucles est de 46,6 mm. Cette valeur importante était nécessaire pour garantir la détection des flux dans la fonction $C^{20}$. Ainsi construites, ces sources correspondent aux valeurs de composantes suivantes :

$$A_{10} = I \cdot \pi \cdot r_S^2 = 1 \cdot \pi \cdot 0{,}05^2 = 7{,}854 \text{ mA.m}^2 \quad \text{(IV.33)}$$

$$A_{20} = 2 \cdot d \cdot A_{10} = 0{,}734 \text{ mA.m}^3 \quad \text{(IV.34)}$$

Tout comme pour le cas de la source de calibration, ces valeurs permettent d'obtenir une mesure acceptable des signaux à l'oscilloscope.

## IV.3.3.2. Etude de la capacité de filtrage

Les résultats de l'identification des sources $A_{10}$ et $A_{20}$ précédentes sont rassemblés dans le Tableau IV.1. Les sources sont placées au centre de la sphère de mesure. Dans tous les cas, on note la bonne concordance des valeurs avec la théorie. Concernant le z-dipôle, le résultat de la calibration est correct puisque l'erreur est d'environ 1,3% avec la valeur théorique. Pour les capteurs LLA et $C^{20}$, la précision des résultats sont à moduler. En effet, on a vu que leur fonction de transfert est erroné de 1,9% et 2,2% respectivement. Néanmoins, les résultats restent en bonne accord avec la théorie (très bon pour le système LLA et moins de 3% d'erreur pour $C^{20}$).

En outre, toutes ces valeurs sont à relativiser. En effet, il n'a pas été fait de calcul d'incertitude cumulée pour l'ensemble de la chaîne d'acquisition. Par exemple, les sondes de courant sont précises à 3% près (voir annexes du chapitre IV, page 241). Ces résultats gardent toutefois valeur d'illustration du principe du capteur proposé.

| | z-dipôle (mA.m²) | | z-quadripôle (mA.m³) | |
|---|---|---|---|---|
| | Attendues | Mesurées | Attendues | Mesurées |
| Capteur $C^{10}$ | 7.854 | 7.955 | / | -0.025 |
| Capteur LLA | 7.854 | 7.854 | / | 0.030 |
| Capteur $C^{20}$ | / | $9.2 \cdot 10^{-4}$ | 0.732 | 0.753 |

Tableau IV.1. Résultats de l'identification

Lorsque la source est le z-dipôle, le résultat donné par la fonction capteur $C^{20}$ ($9.2 \cdot 10^{-4}$ mA.m$^3$) est 10000 fois plus faible que la valeur du z-dipôle. La capacité de filtrage de $C^{20}$ par rapport à $\mathbf{B_{10}}$ est donc d'environ 80 dB. A l'instar de la réjection opérée par le système LLA, ces résultats sont tout à fait probants, démontrant expérimentalement la bonne capacité de filtrage du second ordre du développement multipolaire. Le filtrage de $\mathbf{B_{20}}$ par $C^{10}$ est moins impressionnant puisque la réjection n'est plus que d'environ 30 dB. Ceci peut être dû au fait que les niveaux de courant étant proches de la limite du bruit, les résultats sont moins précis (peu de dynamique disponible).

La capacité de filtrage entre les composantes concernées par ce prototype est donc validée dans ces cas idéaux dans le sens où les sources sont centrées. Mais la démonstration de l'amélioration du système LLA n'est pas encore faite. Dans la suite, nous examinons un cas plus réaliste : le décentrage du z-dipôle. Cette étude permet de quantifier la robustesse améliorée de notre proposition.

## IV.3.3.3. Etude de la robustesse

Nous étudions maintenant la robustesse de notre capteur $C^{10}$ vis-à-vis de celle du système LLA. Pour cela, nous décalons le centre de la source par rapport au centre du système de mesure. Comme l'illustre la Figure IV.15, deux décalages ont été prévu sur les axes *z* et *x*. La position extrême correspond à chaque fois au cas où les boucles sources sont au contact de la sphère de validité (de rayon $r_M/2$ = 112,5 mm). Nous l'avons étudié au chapitre II, un décalage du dipôle conduit à l'émission d'un champ plus complexe dans lequel une infinité d'ordres supplémentaires apparaissent. Ces nouvelles composantes sont, d'après le Tableau II.4 (page 112), proportionnelles au décalage et à l'intensité du dipôle d'origine. Bien sur, ils subissent toujours la décroissance des ordres, si bien que la modification du champ reste vraie surtout à proximité de la sphère de validité. Quel que soit ce décalage, nous avions vu que la valeur de la composante dipolaire ne changeait pas. Le système de mesure doit donc être capable de limiter les variations de la valeur identifiée du même z-dipôle pour toutes ses positions possibles dans le volume du dispositif sous test.

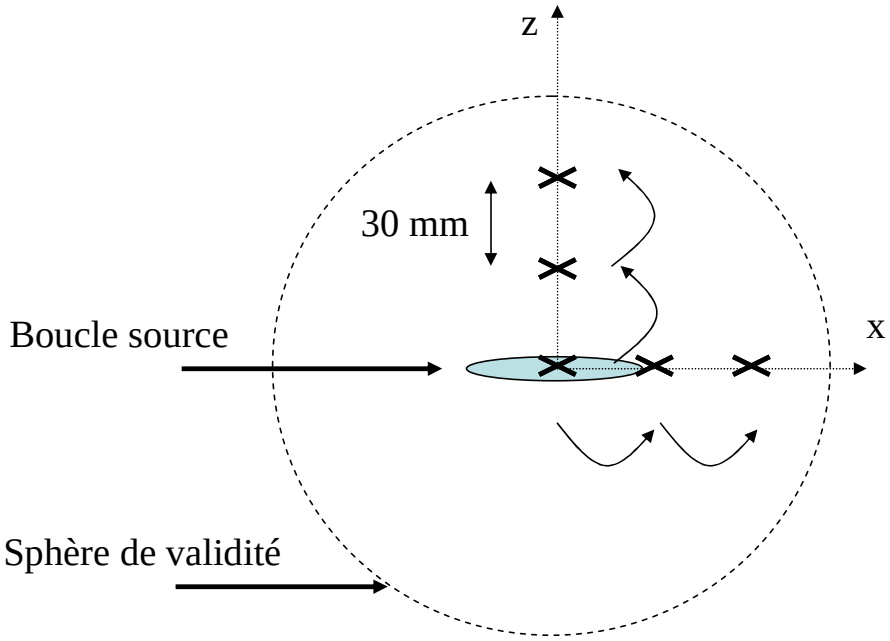
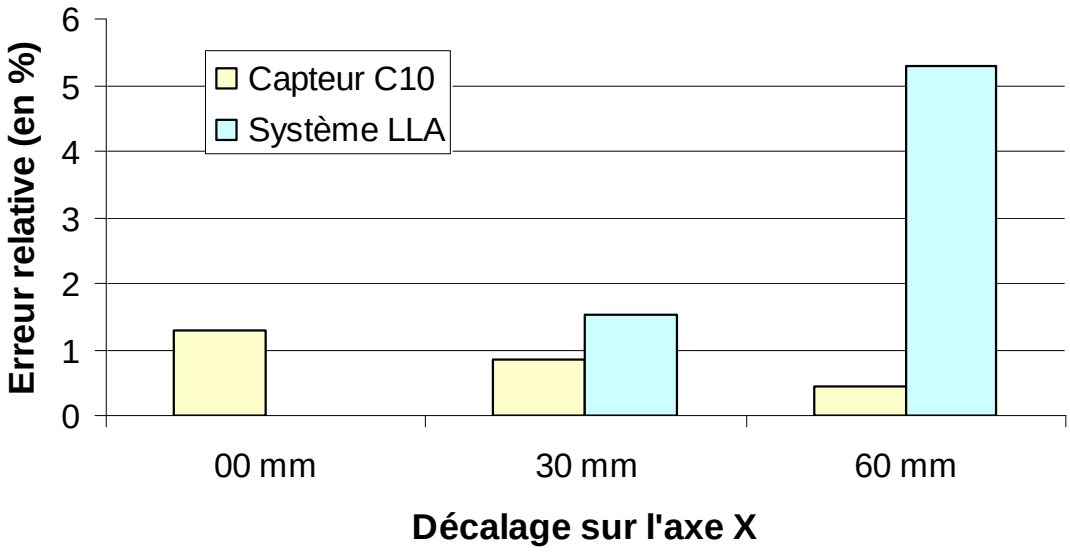



Figure IV.15. Décalage de la source sur les axes z et x. Le pas de décalage est de 30 mm.

Les résultats de mesure, présentés sur la Figure IV.16, montrent que, dans tous les cas, des erreurs d'identification de la composante $A_{10}$ apparaissent. Mais pour $C^{10}$, cette erreur reste stationnaire, alors qu'elle peut atteindre 11% avec le système LLA.



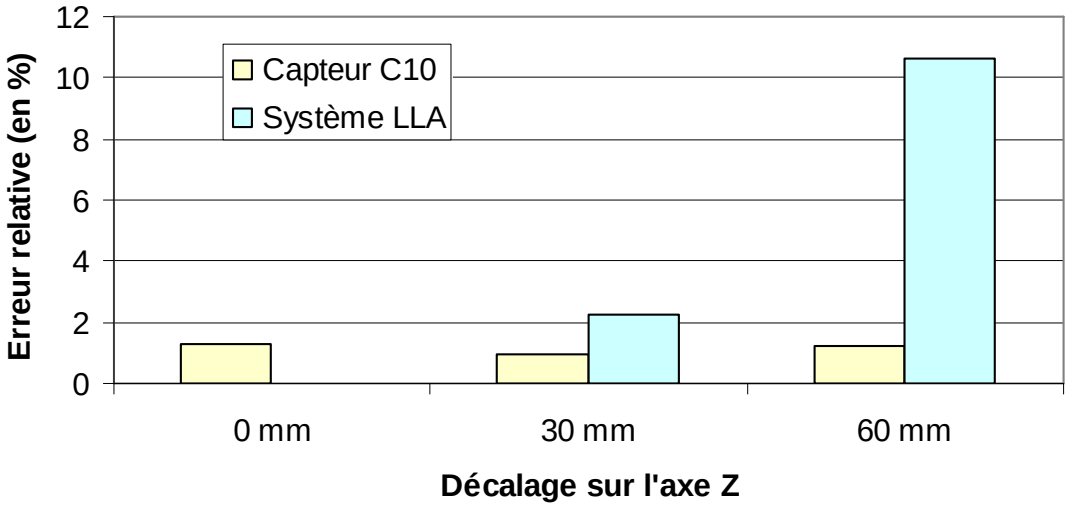



Figure IV.16. Comparaison entre le capteur $C^{10}$ et LLA. Erreur relative à la valeur de $A_{10}$ théorique, pour différents décalages sur l'axe $x$ (en haut) et sur l'axe $z$ (en bas).

Néanmoins, les problèmes de calibration survenus précédemment perturbent la lecture de ces résultats. En effet, l'identification de $A_{10}$ lorsque la source est centrée, présente une erreur d'environ 1% avec la fonction capteur $C^{10}$. Afin de ne comparer que les erreurs d'identification attendues lors d'un décalage de la source, des simulations numériques ont été menées avec le logiciel Flux conformément aux géométries du prototype (de la source et des fonctions capteurs). Pour comparer uniquement les résultats donnés par la mesure à ceux de la simulation, les erreurs tracées sur la Figure IV.17 sont relatives aux valeurs données par chaque méthode lorsque la source est centrée. C'est pour cela que toutes les erreurs pour le décalage nul sont à zéro. L'intérêt de la représentation proposée est immédiat : les comportements mesurés des fonctions capteurs sont en accord avec ceux donnés par la simulation. Cela permet aussi de faire un constat : les réponses des fonctions capteurs à un décalage sont de sensibilité inverse. En effet, lors d'un décalage selon l'axe $x$, les dérives sont les plus importantes pour $C^{10}$ (relativement à ses erreurs pour les décalages sur l'axe z) que pour le système LLA (relativement à ses erreurs pour les décalages sur l'axe z).

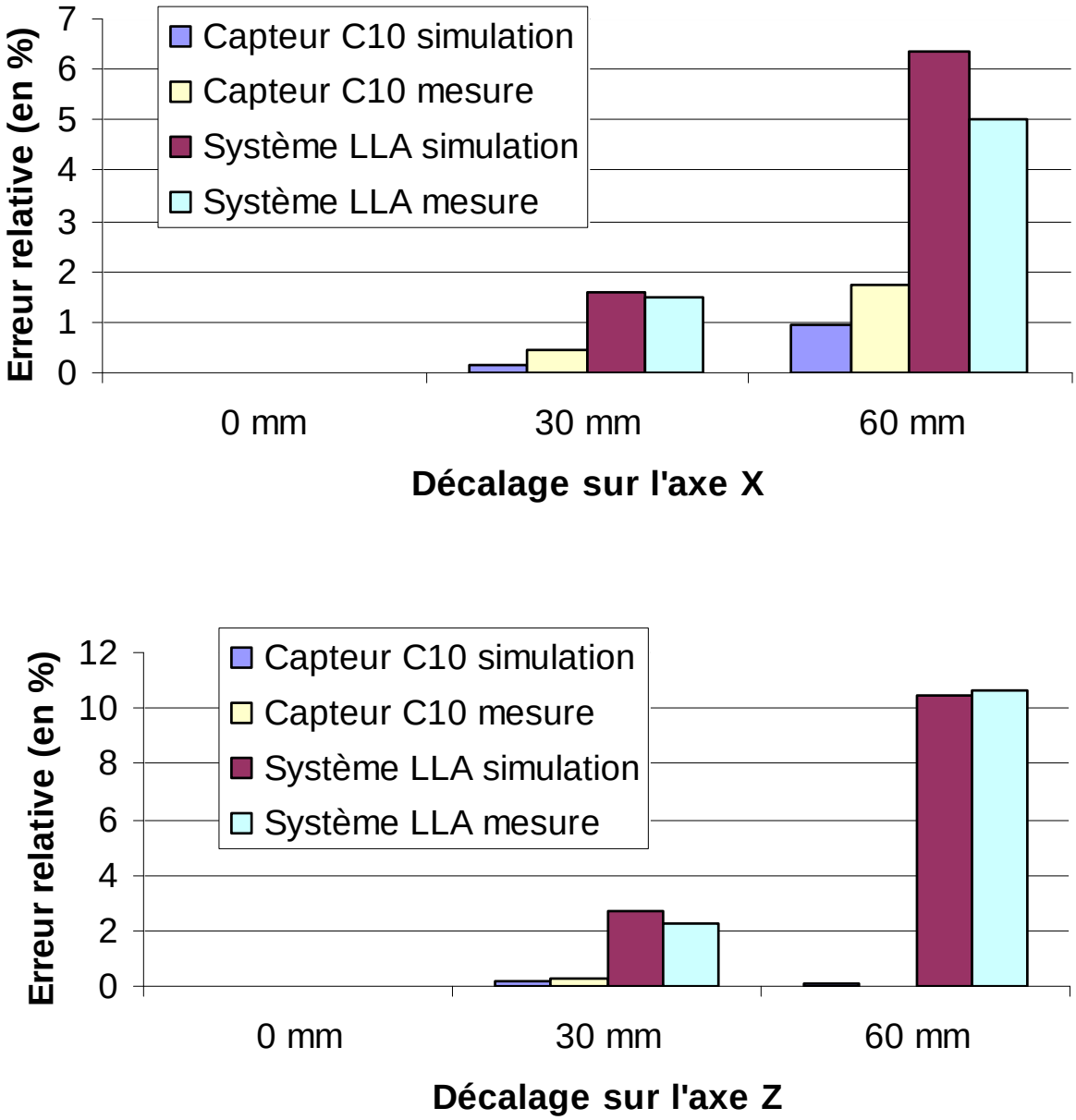



Figure IV.17. Comparaison entre le capteur $C^{10}$ et LLA en mesure et en simulation. Erreur relative à la valeur de $A_{10}$ donnée par chaque méthode, pour différents décalages sur l'axe $x$ (en haut) et sur l'axe $z$ (en bas)

En conclusion, d'après ces résultats de mesure, la capacité de filtrage accrue de notre proposition permet bien de limiter les erreurs d'identification. Le système LLA est plus atteint puisqu'il est sensible dès l'apparition de l'ordre 3 dans le champ généré par ce z-dipôle décentré.

## IV.3.4. Conclusion

Ces résultats concluent la validation expérimentale de notre prototype. Toutefois, faute de temps, une expérience importante n'a pas été réalisée. Il s'agissait d'explorer la possibilité

de resynchroniser les acquisitions temporelles des courants mesurés dans les antennes boucles en court-circuit. En effet, leur fort couplage nous oblige à faire les mesures de manière indépendante pour une même fonction capteur. [SCO 03] propose une méthode pour recaler les acquisitions temporelles. Elle est basée sur l'utilisation d'une antenne de référence, de position fixe. Les signaux émis par la source étant périodiques, et pour une fenêtre d'acquisition suffisamment importante, le signal de cette sonde de référence sera toujours de même forme mais différemment synchronisé. Pour chaque antenne boucle, on effectue deux acquisitions en parallèle (i.e. en même temps) : depuis l'antenne boucle en question et depuis cette sonde de référence. En post-traitement, les signaux peuvent alors être resynchronisés en s'appuyant sur ce signal de référence, que l'on peut considérer comme une espèce d'horloge. Il fait appel pour cela à une fonction d'intercorrélation appliquée entre les signaux de référence accompagnant chaque mesure de courant. Ce travail est laissé en perspective.

Dans la dernière partie, nous proposons, en accord avec nos besoins de caractérisation de sources jusqu'à environ 100 MHz, de discuter des évolutions possibles des antennes boucles de part et d'autre des limites fréquentielles actuelles.

## *IV.4. Perspectives : extension de la bande de fréquence et identification du multipôle électrique*

De nombreuses améliorations de l'antenne boucle sont proposées ici. Elles sont d'ordre différent : certaines s'occupent d'améliorer la technologie de réalisation (transmission des signaux mesurés par fibres optiques par exemple), d'autres analysent plus précisément les modes de couplage des champs électrique et magnétique avec ce type de structure d'antenne. Ce dernier point permet la résurgence de possibilités nouvelles qui vont nous permettre d'envisager une caractérisation complète du champ électromagnétique, valable en zone de champ proche et lointain.

### IV.4.1. Limite basse

L'étude du modèle de la boucle magnétique a montré que quelle que soit la structure choisie (en court-circuit ou en charge) la limite en fréquence basse de l'antenne boucle était imposée par sa géométrie (rayon, forme) et le type de conducteur (modification légère de la conductivité et donc de la résistance en continu). Il n'y a donc pas beaucoup de moyen de la diminuer. Le problème provient du fait que la sensibilité de l'antenne décroît rapidement en deçà de la fréquence de coupure. Si on dispose d'un étage d'amplification suffisamment important, il est possible de compenser cette faiblesse. On doit alors pouvoir atteindre quelques kHz de fréquence limite basse [NOV 93].

### IV.4.2. Limite haute

#### IV.4.2.1. Résonance de l'antenne boucle

En théorie, la limite haute en fréquence est donnée par la résonance de la boucle. Or, son modèle magnétique ne rend pas compte de phénomène de couplage électrique et donc ne contient pas d'éléments capacitifs. Il faut alors améliorer ce modèle, dit « modèle électromagnétique de l'antenne boucle », pour caractériser cette résonance. Mais nous

pouvons toutefois en donner une estimation en considérant qu'elle correspond à une fréquence particulière au regard de la géométrie de la boucle. En effet, un phénomène de résonance correspond au cas où le périmètre de la boucle est égal à la moitié de la longueur d'onde. Ainsi le courant est nul à la sortie de l'antenne (cas d'une résonance parallèle entre éléments réactifs) [YOU 98]. Ceci s'écrit :

$$\frac{\lambda_{res}}{2} = 2\pi \cdot b \quad \Rightarrow \quad f_{res} = \frac{c}{4\pi \cdot b} \tag{IV.35}$$

où b est le rayon de la boucle. Pour notre plus grande boucle (fonction capteur $C^{10}$), on obtient une résonance au alentour de 120 MHz. On constate donc que la limite théorique de fonctionnement du capteur est bien supérieure aux 100 MHz correspondant à notre besoin. Cette valeur est confirmée par la mesure en cellule TEM dans [KAN 84]. A titre de comparaison, les dimensions du système LLA conduisent à une résonance théorique d'environ 30 MHz. Elle est donc au bout de ses capacités. La réduction de ses dimensions était donc bien un enjeu de premier ordre.

Si les dimensions de l'antenne sont plus importantes que $\lambda/10$ alors le champ électrique induit un courant dans la boucle qui n'est plus négligeable. Le comportement à adopter devant ce phénomène dépend des objectifs de mesure que l'on s'est donnés. On rencontre ainsi deux philosophies : soit le champ électrique est considéré comme une perturbation à repousser, soit comme une information à mesurer. Détaillons ces deux aspects.

## IV.4.2.2. Champ électrique comme perturbation

Les auteurs du système LLA [BER 89] considèrent ce champ électrique comme une perturbation dont il faut se prémunir. La solution consiste alors à blinder l'antenne boucle. La configuration est celle adoptée classiquement pour les sondes de champ magnétique. L'antenne est réalisée avec un câble coaxial dans lequel on pratique une ouverture du blindage au milieu. L'intérêt est de laisser localement des courants se former sur l'enveloppe extérieure (blindage) pour annuler l'effet de la composante tangentielle du champ électrique, protégeant ainsi l'âme du circuit de ces influences. L'ouverture dans cette enveloppe empêche la formation des courants orthoradiaux permettant à l'antenne d'être sensible au champ magnétique.

## IV.4.2.3. Champ électrique comme information

Une autre approche, proposée par [HIL 99] consiste à ne pas blinder l'antenne boucle. Il démontre alors que le champ magnétique et le champ électrique vont développer des courants dans la boucle mais de manière différente.

### *IV.4.2.3.1. Principe de la boucle électromagnétique*

Le principe complet est illustré sur la Figure IV.18. Le régime est toujours quasi statique.

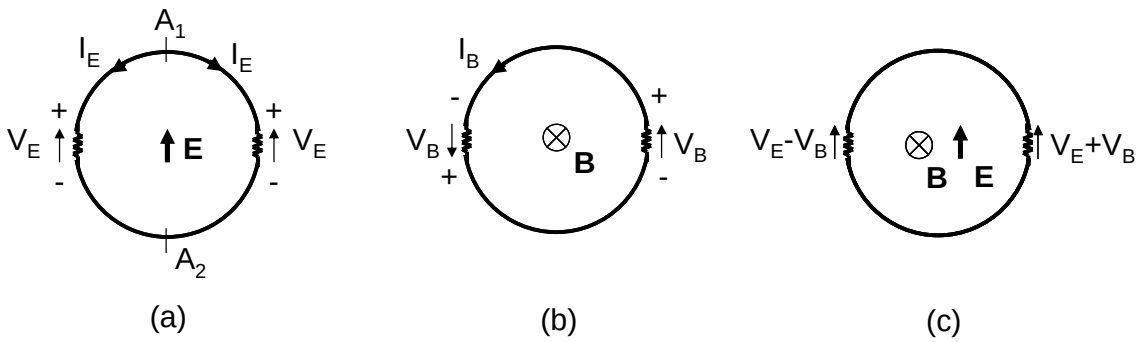



Figure IV.18. Principe de fonctionnement de l'antenne boucle à double impédance [QUI 99] soumise à deux sources de nature distincte en (a) et (b), et à leur superposition en (c).

#### IV.4.2.3.1.1. Couplage électrique

En (a), une antenne boucle est éclairée par un champ électrique **E** seul. Nous sommes alors dans le régime quasi statique électrique. Si la projection dans le plan de la boucle de **E** n'est pas nulle et parallèle aux charges diamétralement opposées, sa présence va créer une différence de potentiel entre les points $A_1$ et $A_2$, en vertu de la relation **E** = -**grad**($V$). Elle est donc maximale entre $A_1$ et $A_2$.

Une autre façon d'expliquer l'apparition d'un courant dans la boucle du fait de la présence d'un champ électrique extérieur est donnée sur la Figure IV.19. A gauche, nous empruntons une image utilisée pour expliquer l'apparition des courants dans une antenne fouet par les antennistes. Le champ électrique tangent à la surface d'un conducteur doit être nul. Pour garantir cela, une densité de courant **j** apparaît alors dans le conducteur permettant de garantir cette condition à l'interface par l'intermédiaire de la loi d'Ohm. Ceci permet de comprendre que, sur Figure IV.19 à droite, ce courant est nul en $A_1$ et $A_2$ et maximum et de même sens, dans les charges diamétralement opposées. Sur la Figure IV.18.a, un courant $I_E$ s'établit alors entre ces deux points, empruntant les deux branches possibles. Si les deux branches sont équilibrées en charge, une même tension $V_E$, image du champ **E** est présente aux bornes des deux résistances de mesure. Ces tensions sont donc de polarité inverse comme indiqué sur la Figure IV.18.a.

#### IV.4.2.3.1.2. Couplage magnétique

En Figure IV.18.b, c'est la situation que nous avons traitée jusqu'ici dans la cadre de l'ARQS magnétique : la présence d'un champ **B** perpendiculaire au plan de la boucle crée un courant $I_B$ uniforme dans le circuit. Les tensions $V_B$ sont donc de même polarité aux bornes des résistances de mesure.

#### IV.4.2.3.1.3. Couplage électromagnétique

Enfin, en Figure IV.18.c, les deux types de champ, provenant de leurs multipôles respectifs éclairent la boucle ensemble. Cela permet donc de superposer les deux phénomènes décrits. On récupère alors, de part et d'autre de la boucle, aux bornes des résistances de mesure, la somme et la différence des tensions images des champs **E** et **B**.

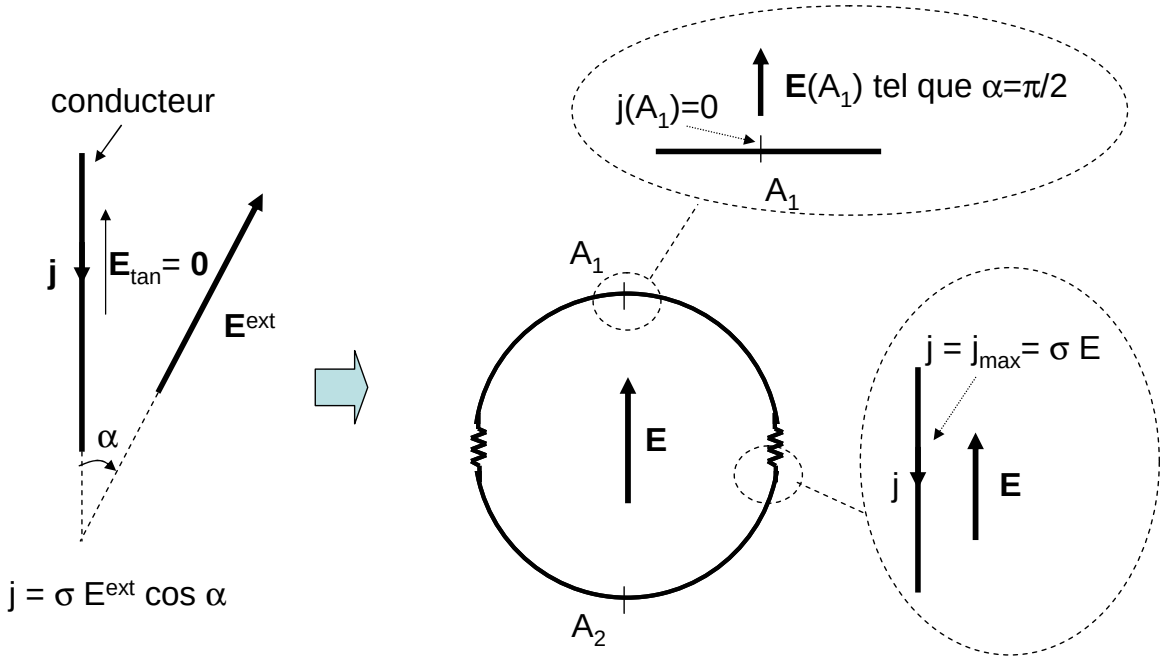



Figure IV.19. Courants induits dans l'antenne boucle lors d'un couplage avec un champ électrique quasi statique

## IV.4.2.4. Le système TLA (Three Loop Antennas) [NOV 93]

Sur le principe énoncé, les auteurs construisent un système de trois boucles perpendiculaires entre elles similaire au système LLA. Il le nomme système TLA. L'antenne boucle d'axe *z* est représentée sur la Figure IV.20. Au centre, l'EST est remplacé par une source équivalente de rayonnement composée d'un dipôle électrique ($A_{E1m}$) et magnétique ($A_{M1m}$) (l'indice *m* valant -1, 0 et 1). L'expression du courant $I(\varphi)$ induit dans la boucle est issue d'un calcul se basant sur les décompositions en série de Fourier [KAN 84]. La méthode permet d'écrire le courant aux deux endroits où on fait une mesure, au niveau des impédances $Z_L$ en $\varphi = 0$ et $\pi$. La mesure des courants traversant les impédances $Z_L$ et leur combinaison (somme et différence) permettent d'identifier les composantes $A_{M10}$ et $A_{E1,-1}$. De la même manière, les autres antennes identifient les composantes restantes des dipôles équivalents magnétiques et électriques. Les expressions des différentes grandeurs sont détaillées dans les annexes du chapitre IV (page 242).

Le système TLA a été construit [NOV 93]. Ses performances permettent d'explorer la bande de fréquence allant de 3 kHz à 100 MHz avec des antennes de 1 m de diamètre. De plus, la transmission du signal se fait par fibre optique, minimisant ainsi les couplages avec les câbles de mesure. Ainsi, cette solution présente l'intérêt d'identifier le multipôle magnétique jusque pour des fréquences d'environ 100 MHz. Cela serait intéressant pour répondre à nos besoins de caractérisation des sources de puissance. Il peut aussi, semble t-il permettre d'apporter des réponses quant à la présence et l'intensité du multipôle électrique. Mais il reste à comprendre en détail comment le champ électrique se couple à ces antennes boucles et dans quelle mesure la modification de la structure globale du capteur modifie ce couplage. Tout cela constitue des perspectives intéressantes à ce travail.

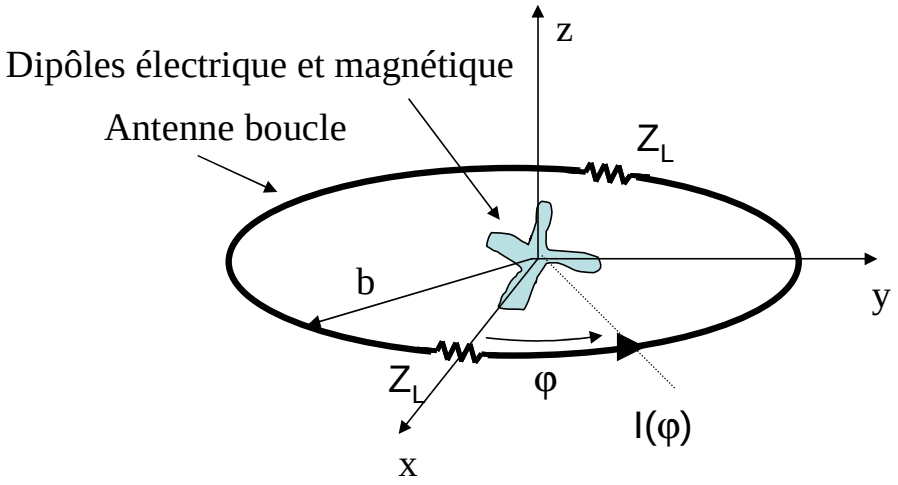



Figure IV.20. Antenne boucle à double charge excitée par les dipôles électrique et magnétique.

Forts de ces améliorations, nous sommes donc en mesure de faire un bilan des possibilités actuelles de notre capteur et de ses potentialités futures. Pour cela, dans la prochaine partie, nous exprimons les champs dans un formalisme général, valable en zone de champ proche comme lointain.

## IV.4.3. Conséquences sur l'extrapolation des champs

La connaissance simultanée des deux multipôles est indispensable pour la construction du champ électromagnétique rayonné (i.e. dans la zone de champ lointain). En effet, [JAC 98 page 452] démontre que :

$$\begin{cases} \mathbf{B} = \mu_0 \cdot \sum_{n,m} \left[ A_{E_nm} \cdot h_n^{(1)}(kr) \cdot \mathbf{Y_{nm}} - \frac{j}{k} \cdot A_{M_nm} \cdot \nabla \times \left( h_n^{(1)}(kr) \cdot \mathbf{Y_{nm}} \right) \right] \\ \mathbf{E} = Z_0 \cdot \sum_{n,m} \left[ \frac{j}{k} \cdot A_{E_nm} \cdot \nabla \times \left( h_n^{(1)}(kr) \cdot \mathbf{Y_{nm}} \right) + A_{M_nm} \cdot h_n^{(1)}(kr) \cdot \mathbf{Y_{nm}} \right] \end{cases}, \qquad \text{(IV.36)}$$

où :

- les $A_{E_nm}$ et $A_{M_nm}$ sont les coefficients du multipôle électrique et magnétique,
- $\mathbf{Y_{nm}}$ sont les vecteurs harmoniques sphériques complexes, définis en annexe du chapitre II (page 237),
- $h_n^{(1)}(kr)$ désignent les fonctions de Hankel sphériques de première espèce. Elles correspondent à la solution de la fonction radiale *R* (voir section II.2.2, page 83) qui vérifie l'équation de Helmholtz lorsque toutes les sources sont confinées dans la sphère de validité et que nous les observons depuis l'extérieur [SER 07].

Ces expressions correspondent au développement multipolaire complet. Les harmoniques sphériques vectorielles permettent d'en obtenir une écriture très compacte.

Le système (IV.36) annonce une perspective intéressante. En effet, avec le système TLA, il devient envisageable de faire une identification des paramètres en zone de champ proche, basée sur un modèle simplifié du fait de l'hypothèse des régimes quasi statiques, et, lors de la phase d'extrapolation du problème inverse, les réinvestir dans un modèle plus complexe, certes, mais également plus générale, valable partout. Cette démarche est schématisée sur la Figure IV.21. A l'heure actuelle, l'identification du seul multipôle magnétique équivalent limite le domaine d'extrapolation du champ à la seule zone de champ proche. De plus, il ne rend compte que du champ magnétique dans cette zone.

Néanmoins, l'utilisation de l'antenne boucle jusqu'au limites de la zone de champ réactif demande de bien maîtriser les effets nouveaux qui vont y apparaître. Un effort de modélisation et de validation expérimentale reste donc à faire.

L'argument précédent permet d'exprimer d'une autre manière une limite de fonctionnement de la méthode de mesure proposée : la modélisation n'est valable que dans l'hypothèse des régimes quasi statiques. Pour les dimensions de capteur proposées, jusqu'à quelle fréquence maximale, cette hypothèse est elle encore valide ? En reprenant la limite donnée en section II.2.3.3.1 (page 91), on obtient, pour une identification à 0,3 m, une fréquence maximale de 100 MHz. Ce résultat est bien en accord avec la limite que nous nous sommes assignée.

Un travail de cohérence des écritures des deux modèles par passage à la limite reste à faire. La méthode pourrait consister à décrire les phénomènes dans un contexte général, donné par (IV.36) puis à le particulariser à la zone de champ proche par passage à la limite, comme le propose [SCH 06].

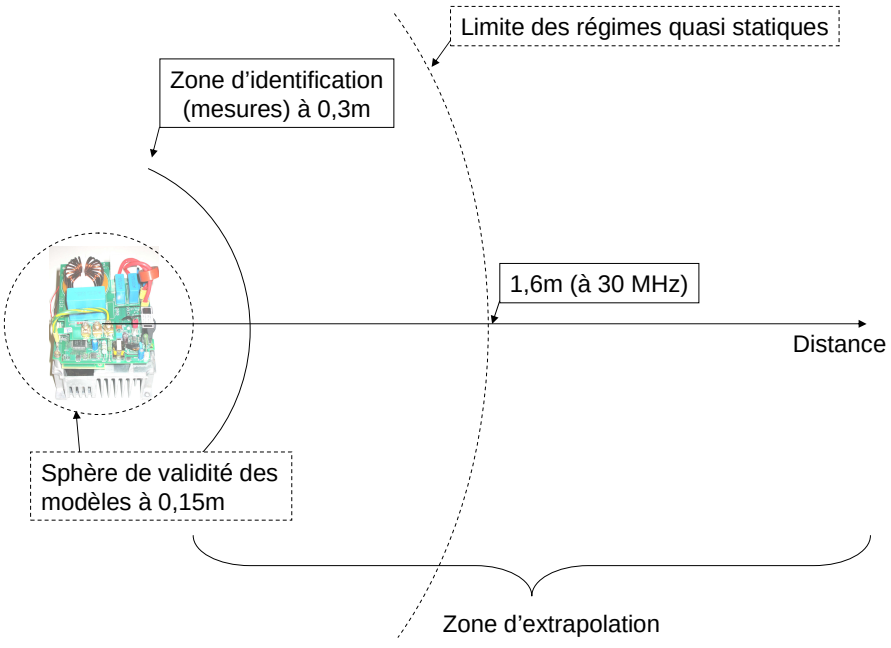



Figure IV.21. Mise en évidence des zones d'identification et d'extrapolation du modèle de sources équivalentes dans le cas d'un capteur de $A_E$ et $A_B$.

## *IV.5. Conclusion du chapitre*

Nous avons au cours de ce chapitre pu valider expérimentalement la propriété accrue de filtrage des nouveaux contours dessinés au chapitre précédent. L'ensemble constitue ainsi une amélioration au système LLA. En effet, par la construction d'un premier prototype simple, nous avons démonté la bonne identification du z-dipôle et du z-quadripôle. De plus, la comparaison avec une géométrie de capteur du système LLA a permis de montrer la meilleure robustesse d'identification du z-dipôle de ces nouveaux contours.

En outre, de géométrie plus compacte, ce capteur amélioré permet d'envisager d'explorer plus haut la bande de fréquence. En ce sens, les résultats obtenus avec le système TLA semblent confirmer ces perspectives. Il en apporte d'autres en donnant la possibilité d'identifier aussi le dipôle électrique : une identification complète des multipôles électriques et magnétiques équivalents peut être menée en champ proche puis le champ calculé à partir de ces modèles de sources devient valable partout.

Un important travail reste à faire. D'une part, la construction d'une version d'antenne boucle impédante semble prometteuse. Elle permettrait l'acquisition simultanée des signaux de toutes les fonctions capteurs. L'intérêt réside dans le fait que les mesures resteraient synchrones, limitant les difficultés d'un post-traitement des données avant identification. D'autre part, et dans un second temps, la construction d'un système complet pourrait alors être envisagé. Les difficultés restent nombreuses si on garde à l'esprit qu'il doit être le plus simple et le plus statique possible. Un essai sur une source complexe serait alors possible.

# Conclusion générale

# CONCLUSION GENERALE

La CEM rayonnée des dispositifs modernes de l'électronique de puissance impose de caractériser ces sources de rayonnement jusqu'à des fréquences de l'ordre de la centaine de mégahertz. De plus, cette caractérisation doit gagner en précision au plus près des sources afin d'envisager l'étude des couplages forts qui peuvent intervenir lorsque ces dispositifs cohabitent dans un même volume restreint. Il faut, pour cela, aller plus loin que ce que permettent les moyens d'essais en CEM disponibles actuellement dans le cadre normatif.

En outre, les difficultés de modélisation de ces sources nous ont amené à adopter, pour résoudre ce problème, le point de vue du problème inverse. Par la mesure des effets (les champs générés par les sources), on en déduit les sources. Mais nous avons précisé que si cette stratégie permettait de contourner les difficultés de modélisation des sources, elle en apportait d'autres : dans le choix d'un modèle compact et proposant une solution univoque ; dans la construction d'un moyen d'essais permettant une mesure précise des phénomènes; et enfin, dans la manipulation des outils mathématiques propres à l'inversion du système obtenu.

Le choix du multipôle magnétique équivalent, pour le modèle, et celui du système LLA, pour le moyen de mesure, ont permis de répondre en partie à l'ensemble de ces difficultés. En partie seulement : la précision obtenue lors de la reconstruction du champ magnétique n'était pas suffisante (identification à l'ordre 1 uniquement et pour une bande de fréquence limitée à 30 MHz). De plus, les résultats ne rendaient compte que du champ efficace, ignorant la phase des sources. Enfin, le recours à ce dispositif de mesure s'appuyait sur l'hypothèse forte de la seule présence d'un champ magnétique créé par les dispositifs de l'électronique de puissance.

Nous avons, en partie, répondu à ces attentes dans ce travail.

En effet, d'une part, l'amélioration a consisté à rendre l'identification du dipôle magnétique équivalent plus robuste, moins sensible à ses dérives constatées par les

inventeurs du dispositif de mesure LLA. A précision d'identification équivalente et en lien avec la taille des convertisseurs statiques, cette amélioration s'est traduite par une réduction d'un tiers de la taille du moyen d'essais. En conséquence, la bande passante explorée peut augmenter jusqu'à éventuellement couvrir nos besoins de mesure au voisinage de 100 MHz.

D'autre part, la mise en place d'une méthode systématique de détermination des contours pour le dipôle a permis de l'étendre au cas du quadripôle. Ceci a conduit à la construction de contours de détection capables d'identifier les 5 paramètres du quadripôle magnétique équivalent avec la même exigence de précision que pour le dipôle. Cette connaissance supplémentaire sur les sources induit une maîtrise des champs au plus près des systèmes répondant ainsi à notre besoin de connaissance des perturbations magnétiques à proximité des dispositifs émetteurs.

La méthode de construction de tous ces contours a été décrite en détail au chapitre III.

Au chapitre IV, la validation expérimentale de ces propositions a apporté plusieurs niveaux de réponse. Tout d'abord, l'ensemble des résultats obtenus à l'aide des simulations par la méthode des éléments finis a pu être confortés : la robustesse accrue acquise par ces nouvelles formes permet bien de réduire la taille du capteur. Ensuite, les différentes manières de construire les antennes boucles ont montré que la boucle en court-circuit est plus simple d'utilisation. Néanmoins, elle empêche, du fait d'un couplage magnétique important entre les boucles coplanaires, d'acquérir les signaux en même temps. Une solution, dite de la boucle impédante, peut permettre de contourner cette difficulté. Son étude et des possibilités nouvelles de caractérisation du dipôle électrique ont été rapidement abordées en fin de chapitre IV. La validation expérimentale de ce type de solution constitue ainsi une perspective de travail intéressante.

En parallèle de ces améliorations apportées au système LLA, des clarifications sur la nature des champs générés par les dispositifs de l'électronique de puissance ont été obtenues. Elles ont conduit au constat de l'existence à la fois du multipôle magnétique et électrique équivalents. Ainsi, le multipôle magnétique est la source qui répond à un système simplifié de Maxwell dit du régime quasi stationnaire magnétique et dans lequel ce travail s'est développé. L'étude a également fait ressurgir un autre système simplifié dit des régimes quasi stationnaires électriques dont le multipôle électrique équivalent est la source. Ainsi, en identifiant uniquement le multipôle magnétique, notre capteur ne renseigne qu'une partie de notre modèle du développement multipolaire. Si cela souligne le caractère incomplet de notre approche, la symétrie formelle de ces deux régimes peut permettre de transposer les outils et résultats d'un domaine à l'autre. Ainsi, la description du système TLA au chapitre IV en guise de perspectives de travail, est une illustration intéressante de cette transposition. En outre, une antenne boucle sensible à la fois aux composantes multipolaire des champs électrique et magnétique dans la zone de champ proche permet d'envisager l'extrapolation des perturbations générées par les structures de puissance à la fois dans la zone de champ proche et de champ lointain.

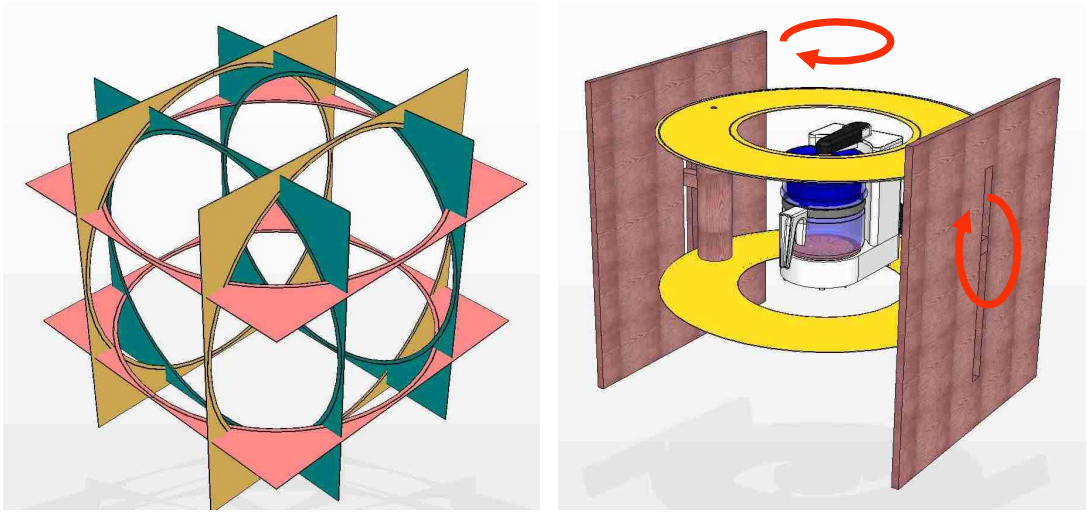
Néanmoins, quelles que soient les solutions finalement adoptées, la mesure de la phase du multipôle équivalent reste une étape indispensable. Deux niveaux de resynchronisation ont été mis en exergue. D'une part, elle est incontournable pour identifier des composantes si les antennes boucles constitutives de la fonction capteur concernée ne peuvent pas faire une acquisition simultanée. Une proposition intéressante, basée sur un traitement des données de mesure, a été rapidement exposée au chapitre IV. Sa mise en œuvre constitue une perspective prioritaire. D'autre part, comme exposé au chapitre III, la connaissance

complète du multipôle équivalent n'a de sens que si toutes ses composantes sont bien en synchronisation. Les apports de la solution précédente peuvent alors s'étendre à ce niveau. En attendant, nous ne sommes capables de ne reconstruire que l'enveloppe efficace du champ magnétique généré par les systèmes.

Enfin, lorsque tous ces aspects auront été explorés, et la bibliographie permet de rester optimiste sur l'issue de ces études, la construction d'un capteur complet et son test sur une structure complexe peuvent être envisagés. A ce titre, deux propositions distinctes sont présentées sur la Figure V.1.

Sur la gauche, le capteur propose uniquement l'identification du dipôle magnétique équivalent. Tous les contours sont présents et la mesure des flux est faite en parallèle. Ceci suppose donc que chaque antenne boucle soit de type impédante. Le montage complet impose de jouer sur les rayons des sphères de mesure pour chaque groupe de bobines d'Helmholtz, afin qu'elles puissent s'emboîter. On peut imaginer également de réaliser le transport de la mesure par fibres optiques. L'avantage de cette solution réside dans le fait que l'ensemble de l'identification est statique, rapide et synchrone. Son désavantage est peut être que ce capteur nécessite 6 voies d'acquisitions en parallèle.

Sur la droite, une toute autre solution est proposée. Elle permet l'identification des composantes du dipôle et du quadripôle. Il est alors nécessaire de déplacer l'EST et/ou le groupe d'antennes boucles au cours d'une caractérisation complète. Chaque support jaune abrite deux boucles. Dans la configuration proposée sur la figure, il s'agit des parties hautes des fonctions capteurs $C^{10}$ et $C^{20}$. La position des deux boucles est contrainte sur le même plan, ce qui impose deux sphères de mesure de diamètres différents. Cette configuration permet ainsi de limiter le nombre de déplacements nécessaires à l'identification complète du multipôle. L'EST doit pivoter sur son socle pour atteindre toutes les positions azimutales distantes chacune d'un angle de 45° (8 pas pour décrire le cercle complet). De plus, l'ensemble des bobines doit aussi présenter une rotation autour de son axe avec trois positions angulaires distinctes (de 45° également). Cette solution suppose donc une réalisation en boucle impédante et la possibilité de resynchroniser les mesures en post-traitement.



(a) (b)

Figure V.1. Deux suggestions de réalisation de capteur. (a) Un premier exemple entièrement statique se limite à l'identification complète du dipôle équivalent. (b) L'identification complète du dipôle et du quadripôle est possible ici. Les rotations des antennes boucles et de l'EST sont alors nécessaires.

# Références

[AIM 09] J. Aimé, *Rayonnement des convertisseurs statiques. Application à la variation de vitesse*, mémoire de thèse de l'Université Joseph Fourier, Avril 2009.

[AOU 08] O. Aouine, C. Labarre et F. Costa, « Measurement and Modelling of the Magnetic Near Field Radiated by a Buck Chopper, » IEEE, 2008

[ARD 09] V. Ardon, J. Aimé, E. Clavel, O. Chadebec, E. Vialardi, J.-M. Guichon, P. Labie, "EMC analysis of static converters by the extraction of a complete equivalent circuit via a dedicated PEEC method", 8th International Symposium on Electric and Magnetic Fields (EMF), Mondovi (Italy), May 2009.

[ARD 08] V. Ardon, O. Chadebec, J-M. Guichon, E. Vialardi, « Extraction des capacités parasites de structure d'électronique de puissance », 6ème Conférence Européenne sur les méthodes numériques en Electromagnétisme (NUMELEC), Liège (Belgique), décembre. 2008.

[BAL 05] C. A. Balanis, *Antenna theory – Analysis and design*, third edition, John Wiley & Sons, 2005.

[BAU 05] D. Baudry, Conception, validation et exploitation d'un dispositif de mesure de champ électromagnétiques proches. - Application CEM - Mémoire de thèse, Université de Rouen, avril 2005

[BER 89] J.R. Bergervoet and H. Van Veen, "A large-loop antenna for magnetic field measurements," Zurick International Symposium on EMC, Proceedings, 1989, pp.:29-34.

[BEG 09] L. Beghou, L. Pichon, F. Costa, « Characterization of radiated electromagnetic fields using equivalent sources – Application to the EMC of power printed circuit boards », C. R. Physique 10 (2009)

[BOL 01] J.-C. Bolomey, F. E. Gardiol, Engineering applications of the modulated scatterer technique, Artech House, 2001

[BOU 06] L. Bouchelouk, *Conception et validation de sondes pour les mesures en champ proches*, Mémoire de thèse de l'Université d'Orsay (Paris XI), octobre 2006.

[BRU 92] X. Brunotte, G. Meunier, J.F. Imhoff, "Finite element modeling of unbounded problems using transformations: a rigorous, powerful and easy solution," IEEE Transaction on Magnetics, Vol. 28, Issue 2, pp: 1663-1666, Mars 1992.

[BUI 07] V. P. BUI, Diagnostic des machines électriques par l'analyse du champ magnétique de fuite – Application à l'identification de défauts rotoriques d'un alternateur à vide, mémoire de thèse de l'Institut Polytechnique de Grenoble, octobre 2007.

[CED] http://www.cedrat-groupe.com/

[CIS 02] Norme CISPR 16-1, annexe P, 2002, pp. 230-237 et 396-409.

[COC 02] J.,-L. Cocquerelle, C. Pasquier, « Rayonnement électromagnétique des convertisseurs à découpage – Approche simplifiée par le concept des îlots rayonnants, » EDP Sciences, 2002.

[CON 05] E. Conil, *Propagation électromagnétique en milieu complexe: du champ proche au champ lointain*, mémoire de thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, novembre 2005.

[COH 97] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, F. Laloë, *Mécanique quantique*, vol.1, Hermann, octobre 1997.

[DAN 00] J. Daniel, Représentation de champs acoustiques, application à la transmission et à la reproduction de scènes sonores complexes dans un contexte multimédia, mémoire de thèse de doctorat de l'Université de Paris VI, 2000.

[DEN 03] V. Deniau, Recherche des caractéristiques optimales d'un nouveau moyen d'essais électromagnétiques appliqué aux tests d'équipements électroniques embarqués sur véhicule, Mémoire de thèse, Université des sciences et technologies de Lille, Juin 2003.

[DOM 03] A. Domps, « Remarques sur l'approximation des régimes quasi stationnaires en électromagnétisme, » Bull. Un. Phys., vol. 97, n° 851 (2), p. 159-170, février 2003.

[DOM 04] A. Domps, et G. Rousseaux, « Remarques supplémentaires sur l'approximation des régimes quasi-stationnaires en électromagnétisme, » Bull. Un. Phys., vol. 98, novembre 2004.

[DRI 88] L. D. Driver and M. Kanda, "An optically linked electric and magnetic field sensor for Poynting vector measurements in the near fields of radiating sources," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. 30, Issue 4, pages 495-503, Nov 1988.

[DUR1 68] E. Durand, *Magnétostatique*, Masson et C$^{ie}$, 1968.

[DUR2 68] E. Durand, *Electrostatique I, les distributions*, Masson et C$^{ie}$, 1964.

[ESS 90] K.P. Esselle, S.S. Stuchly**, "**Resistively loaded loop as a pulse-receiving antenna," IEEE Trans. On Antennas and Propagation, vol. 38, no. 7, 1123-1126, 1990

[ECR] http://www.ecrin.asso.fr/

[FES 96] J. T. Fessler, K. W. Whites et C. R. Paul, « The Effectiveness of an image plane in reducing radiated emissions, » IEEE Trans. on EMC, Vol. 38, n°1. Février 1996.

[FEY 99] R. Feynman, Leighton et Sands, Le cours de physique de Richard Feynman – Electromagnétisme 1, Dunod, 1999.

[FOI 09] M. Foissac, J.-L. Schanen, C. Vollaire, « "Black box" EMC model for power electronics converter, » Automotive Power Electronics, Paris, France, 2009.

[FUJ 05] K. Fujii, Y. Yamanaka, Y. Nakajima, A. Sugiura, "A novel standard loop antenna for antenna calibration in the MF and HF bands," proceedings of International Symposium on Electromagnetic Compatibility, Vol. 1, page: 86-89, Aug. 2005.

[GRE 03] R. Green, « Spherical harmonic lighting: the gritty details. », Actes de *the Game Developers Conference*, p. 1–47, 2003.

[HIL 99] D. A. Hill, M. Kanda, *The Measurement Instrumentation And Sensors Handbook*, CRC Press LLC, p.1406-1408, 1999.

[ISH 06] M. Ishii and K. Komiyama, "A simple method by measuring the impedance for evaluation of magnetic antenna factor of a loop antenna," IEICE Electronics Express, Vol. 3, No. 5, pp.92-96, 2006.

[JAC 98] J.D. Jackson, *Electrodynamique classique*, 3$^{ième}$ édition, pp.407-456, 1998.

[KAN 84] M. Kanda, "An Electromagnetic Near-Field Sensor for Simultaneous Electric and Magnetic-Field Measurements," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol. EMC-26, Issue 3, pages 102-110, Aug. 1984.

[KER 03] J.P. Keradec, J. Lorange, J.-L. Schanen, B. Cogitore, T. Creuzet, C. Brun, "Nano-teslameter for characterization of the fields emitted and received by wound electronic components," IMTC, vol.1, pp. 124-129, May 2003.

[KIL 97] A.V. Kildishev, S.A. Volokhov, J.D. Saltykov, "Measurement of the Spacecraft Main Magnetic Parameters," IEEE Autotescon, Proceedings, 1997, pp. 669-675.

[KIL 00] A.V. Kildishev, J.A. Nyenhuis, "Multipole imaging of an elongated magnetic source," IEEE Transactions on Magnetics, Vol.: 36, Issue: 5, Part. 1, pp.: 3108-3111, Sept 2000.

[LAP] http://www.laplace.co.uk/

[LOR 01] J. Lorange, *Couplage des inductances par rayonnement magnétique. Etude théorique et expérimentale*, Thèse de doctorat de l'institut nationale polytechnique de Grenoble, Novembre 2001.

[LORR 79] P. Lorrain, D.R. Corson, *Champs et ondes électromagnétiques*, Armand Colin, 1979.

[LEG 96] M. Legris, *Identification de l'état magnétique d'un système ferromagnétique à partir de mesures du champ proche*, Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Novembre 1996.

[MOR 07] Y. Mori, « Compatibilité électromagnétique, une introduction, » Lavoisier, Hermes science, p.446, 2007

[NED 01] J.C. Nedelec, Acoustic and electromagnetic equations: integral representations for harmonic problems, Springer, 2001.

[NFE1 07] Texte de norme NF EN 55016-1-4, « Spécifications des méthodes et des appareils de mesure des perturbations radioélectriques et de l'immunité aux perturbations radioélectriques. Partie 1-4 : Appareils de mesure des perturbations radioélectriques et de l'immunité aux perturbations radioélectriques. Matériels auxiliaires – Perturbations rayonnées (CISPR 16-1-4) », CENELEC, révision 2007

[NFE2 07] Texte de norme NF EN 55016-2-3, « Spécifications des méthodes et des appareils de mesure des perturbations radioélectriques et de l'immunité aux perturbations radioélectriques. Partie 2-3 : Méthodes de mesure des perturbations et de l'immunité – Mesures des perturbations rayonnées (CISPR 16-2-3:2006), » CENELEC, révision 2007.

[NOV 93] D.R. Novotny, K.D. Masterson et M. Kanda, « An optically linked three-loop antenna system for determining the radiation characteristics of an electrically small source, » *IEEE Int. EMC Symp.*, 300–305, 1993.

[PAS 92] W. A. Pasmooij, "A 'Helmholtz' large loop antenna system for improved magnetic field measurements," EMC 1992, pp. 143-148.

[PUZ 92] A. Puzo, *Contribution à l'étude des perturbations rayonnées par les convertisseurs H.F.*, Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lyon, juin 1992.

[REG 01] J.R. Regue, M. Ribo, J.M. Garrell, A. Martın, « A genetic algorithm based method for source identification and far-field radiated emissions prediction from near-field measurements for PCB characterization, » IEEE Trans. on Electromagnetic Compatibility, vol. 43, no 4, pp. 520-530, novembre 2001.

[ROUD 04] J. Roudet, E. Clavel, J. – M. Guichon, J. – L. Schanen, « Modélisation PEEC des connexions dans les convertisseurs de puissance, » Techniques de l'Ingénieur, n° D 3 071, 2004.

[ROUV 06] L.-L. Rouve, L. Schmerber, O. Chadebec, A. Foggia, "Optimal magnetic sensor location for spherical harmonic identification applied to radiated electrical devices," IEEE Trans. Magn., vol.42, n°4, pp. 1167-1170, Avril 2006.

[SAT] http://www.satimo.fr/

[SAV 04] M. Savi, T.Z. Gireli, F.A. Tirich, C. A. F. Sartori, "Developing a Van Veen & Bergervoet Antenna," EMC 2004, pp. 717-720.

[SEE] http://seeds.ampereforge.org/

[SER 07] M. Serhir, *Développement de modèles de rayonnement électromagnétique à partir d'une mesure en champ proche sphérique*, mémoire de thèse de l'Institut National des Sciences Appliquées de Rennes, décembre 2007.

[SCO 03] R. Scorretti, Caractérisation numérique et expérimentale du champ magnétique B.F. généré par des systèmes électrotechniques en vue de la modélisation des courants induits dans le corps humain, mémoire de thèse de l'Ecole Centrale de Lyon, décembre 2003.

[SCH 06] L. Schmerber, Identification et caractérisation de sources électromagnétiques - Application à la discrétion des moteurs de propulsion navale, mémoire de thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, décembre 2006.

[SIJ 05] T. S. Sijher and A. A. Kishk, "Antenna modelling by infinitesimal dipoles using genetic algorithms," Progress In Electromagnetics Research, PIER 52, pp. 225–254, 2005.

[STR 07] J.A. Stratton, "Electromagnetic Theory," 2007, pp. 424-477.

[STU 91] M. A. Stuchly, H. LePoncher, D. T. Gibbons, A. Thansandote, "Active magnetic field sensor for measurements of transients", IEEE transactions on electromagnetic compatibility, Vol. 33, N°4, Novembre 1991.

[SZE 01] F. Szeremeta, Capteur de champ magnétique : optimisation dans la bande 10kHz – 100MHz pour applications spatiales, mémoire de thèse, Université d'Orléans, novembre 2001.

[TRA1 08] T-S. Tran, G. Meunier, P. Labie, Y. Le Floch, J-M. Guichon, J. Roudet, " FEM-PEEC coupled method for modeling solid conductors in the presence of ferromagnetic material," The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, Vol. 27, Issue 4, pp: 904-910, 2008.

[TRA2 08] T.-S. Tran, Couplage de la méthode des éléments finis avec la méthode PEEC : application à la modélisation de dispositifs électromagnétiques comprenant des systèmes de conducteurs complexes, mémoire de thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, octobre 2008.

[TOF 96] S. Tofani, P. Ossola, G. d' Amore, L. Anglesio, M. Kanda and D. R. Novotny, "A Three-Loop Antenna System for Performing Near-Field Measurements of Electric and Magnetic Fields from Video Display Terminals," IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, Vol.. 38, n° 3, august 1996

[VIV 07] Y. Vives, *Modélisation des émissions rayonnées de composants électroniques*, mémoire de thèse de doctorat de l'Université de Rouen, novembre 2007.

[VUI 08] Y. Vuillermet, Immunisation en boucle fermée – Application au sous-marin double coque - Identification de l'aimantation à partir de mesures du champ magnétique proche, mémoire de thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, décembre 2008.

[WIK 85] J.P. Wikswo, "Scalar multipole expansions and their dipole equivalents," J. Appl. Phys., 1985, pp. 4301-4308.

[YOU 98] M. Youssef, *Rayonnement dans les convertisseurs d'électronique de puissance*, mémoire de thèse de doctorat de l'Institut Nationale Polytechnique de Grenoble, décembre 1998.

# Annexes

# ANNEXES

## *VI.1. Annexes du chapitre I : les moyens d'essais*

Un ensemble de moyen d'essais sont mis à la disposition des manipulateurs pour caractériser le champ généré par les appareils électriques à homologuer. L'idée directrice est de maîtriser l'environnement électromagnétique de l'appareil. La norme ([NFE1 07] et [NFE2 07]) les décrit pour des mesures dans la bande allant de 9 KHz à 1 GHz. Ces environnements maîtrisés doivent permettre d'assurer des résultats de mesures valides et reproductibles du champ perturbateur produit par l'EST.

### VI.1.1. Mesure sur site en champ libre

C'est un espace de mesure ouvert dédié à la gamme 30 MHz-1GHz [MOR 07]. Les dimensions et l'organisation d'un site de champ libre sont normalisées par une ellipse de mesure telle que représentée sur la Figure VI.1 (cette description correspond au cas où l'E.S.T. est posé sur une table tournante).

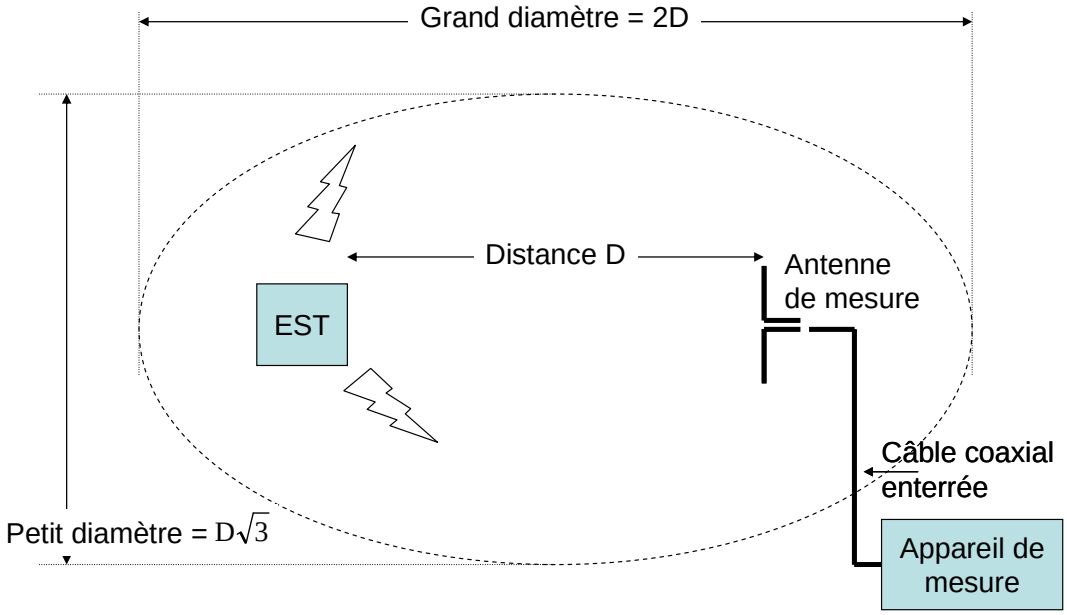



Figure VI.1. Zone libre d'obstacles d'un emplacement d'essais en champ libre

Les contraintes principales à respecter dans cet espace sont l'absence d'objets réfléchissants (en surface, aériens ou mêmes enterrés), la couverture au sol d'un plan de masse (grillage métallique dont la maille reste inférieure au dixième de la longueur d'onde la plus courte) et le passage de tous les câbles sous ce plan de masse. Les dimensions sont fonctions des distances de mesures normalisées (D peut valoir 3, 10 ou même 30 mètres). Bien que la pollution électromagnétique soit grandissante et demande des procédures d'étalonnage longues et fréquentes des sites en espace ouvert, la technique de mesure en champ libre est toujours la méthode de référence. La mesure des émissions rayonnées peut se faire à l'aide d'antennes log-périodique ou biconique. Les durées des essais sont importantes car il faut tester plusieurs orientations de l'E.S.T. et hauteurs d'antenne afin d'obtenir le signal maximal.

## VI.1.2. Mesure en cage de Faraday munie d'absorbant

On les appelle aussi chambre anéchoïque. C'est un outil toujours dédié à la mesure des rayonnements dans la plage 30 MHz à 1 GHz. Le rôle de la chambre anéchoïque est de simuler un site en champ libre parfait tout en éliminant la pollution de l'environnement électromagnétique. Pour cela, on utilise une cage de Faraday parallélépipédique de grande taille. Pour éviter les réflexions multiples sur ses murs, toutes les parois internes de la chambre sont tapissées d' « absorbants », matériaux conçus pour absorber les rayonnements électromagnétiques. Dans une chambre semi anéchoïque, le sol reste nu et électriquement conducteur (Figure VI.2). C'est un équipement qui reste très coûteux et qui demande toujours des temps de mesures importants, comme pour le cas des sites en champ libre.

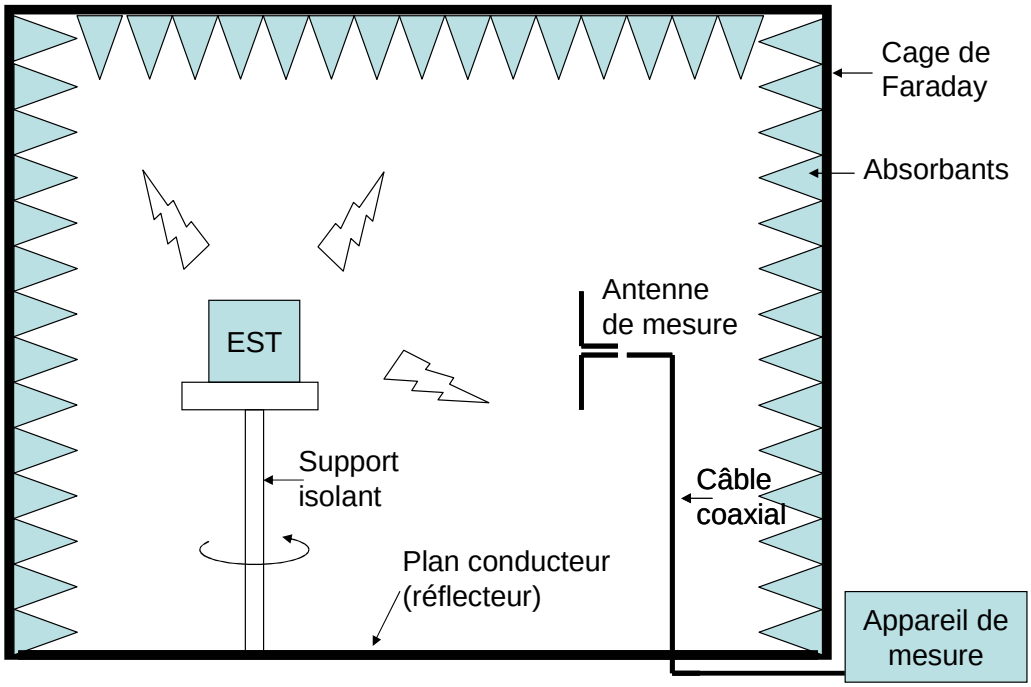



Figure VI.2. Configuration classique d'une chambre semi anéchoïque

## VI.1.3. Mesure en Chambre Réverbérante à Brassage de Mode (C.R.B.M.)

Elle est constituée d'une enceinte blindée et d'un brasseur de mode rotatif et métallique (Figure VI.3). Ce dernier permet d'exciter un grand nombre de mode de cavité dans le sens où il modifie significativement la géométrie de la cage. Ainsi les multiples réflexions confèrent à l'EST, placé dans le volume de test, un caractère isotrope (source de champ électromagnétique indépendant de la direction). L'intérêt est que la caractérisation complète du rayonnement du dispositif est obtenue sans modifier sa position, permettant ainsi de faire rapidement les tests. Néanmoins, cette solution, de par son principe, reste exploitable tant que les dimensions de la cavité sont grandes devant la longueur d'onde (on doit travailler dans un régime de résonances multiples de la cavité). A titre d'exemple, une chambre dont les dimensions sont de 2,5 x 1,8 x 2,8 mètres est exploitable à partir de 500MHz. Ce moyen d'essais est encore du domaine de la recherche.

## VI.1.4. Bilan

Ces moyens d'essais décrits précédemment sont assez coûteux. Les deux premiers demandent des temps de mesures importants (la recherche du maximum de signature nécessite soit de régler la hauteur de l'antenne, soit de tourner l'EST). De plus, toutes ces techniques utilisent une antenne « ponctuelle » pour faire les mesures de rayonnement. Cette solution peut engendrer des problèmes liés aux réflexions sur la structure de l'antenne. A cela, il faut ajouter le fait que l'utilisation de ces antennes est limitée à une bande de fréquence relativement étroite, excluant donc leur usage dans le domaine temporel. Pour répondre à ces difficultés, d'autres solutions alternatives ont été proposées. Leur idée générale commune est que l'on installe l'E.S.T. à l'intérieur même de l'antenne.

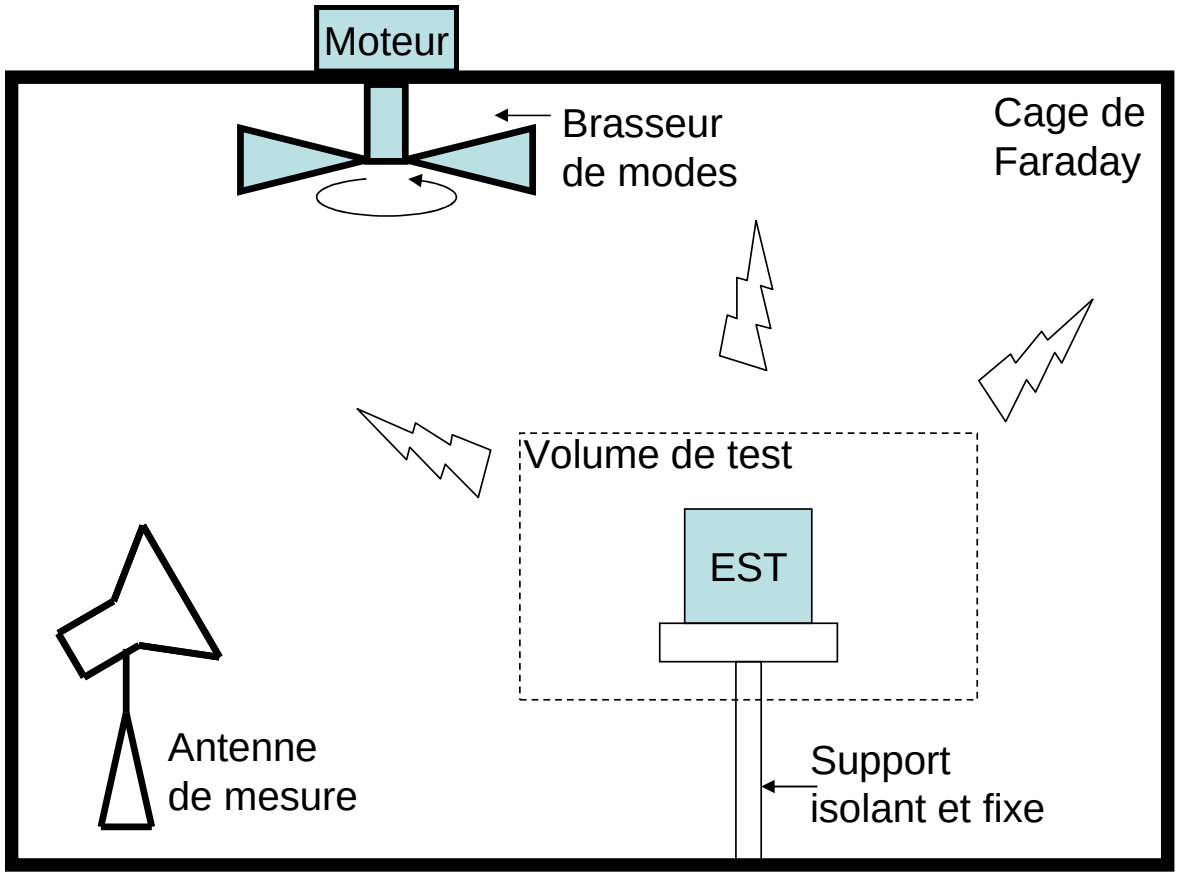



Figure VI.3. Mesure de puissance rayonnée en C.R.B.M.

## VI.1.5. Mesure en Cellule Transverse ElectroMagnétique (TEM)

Ce sont de petites cellules blindées longitudinales séparées par une plaque métallique, le septum (cf. Figure VI.4). Cette structure fermée simule le mode TEM des ondes électromagnétiques, principe illustré en haut à droite sur la Figure VI.4 (pas de composantes **E** et **H** selon l'axe longitudinal de propagation). Le fonctionnement de la cellule est réversible : on peut l'utiliser pour faire de l'immunité comme pour mesurer la puissance émise par un EST ([DEN 03] et [BAU 05]). Ainsi, seules les composantes $\mathbf{H}_x$ et $\mathbf{E}_z$ créées par l'E.S.T. se couplent avec le septum et y induisent des courants. Ce système fonctionne du spectre continu à quelques Mégahertz (selon les dimensions de la cavité). C'est un outil particulièrement intéressant de par ses possibilités et son faible coût. Il est capable de mesurer les trois composantes des moments électriques et magnétiques équivalents de l'objet sous test, mais sans pouvoir les discriminer puisque c'est l'image d'une puissance qui est mesurée. Il possède néanmoins deux limites importantes qui ont donné lieu à des améliorations. D'une part, étant donné que les tests reposent sur l'exploitation du mode TEM propagé, l'utilisation de la cellule est limitée aux fréquences inférieures à la première résonance de la cavité. Elle est liée à la largeur fixe de la cellule (*largeur* = $\lambda_{max}/2$). Cette limite cantonne son utilisation aux basses fréquences. La cellule GTEM (Giga TEM) pallie ce problème (voir Figure VI.5, en haut). L'idée est que sa géométrie en biseau permet une augmentation progressive de la largeur de la cellule, autorisant de travailler sans limite de fréquence (un constructeur indique une bande de fréquence de travail s'étendant du continue à 20 GHz).

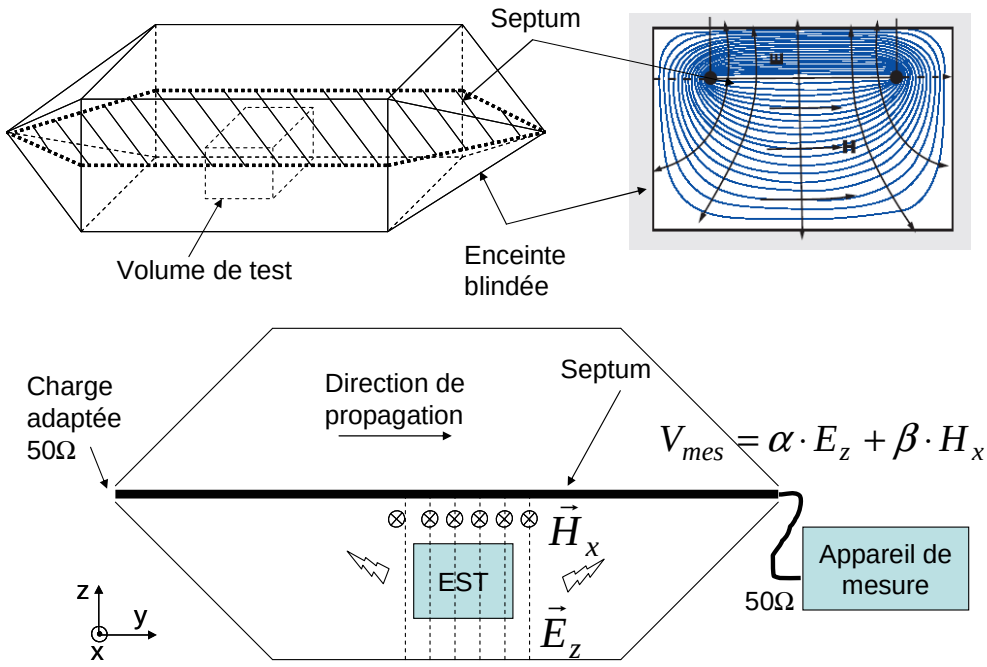



Figure VI.4. En haut à gauche, en transparence, la cellule TEM ; en haut à droite, organisation des lignes de champs **E** et **B** dans l'enceinte ; en bas, selon une coupe longitudinale, son principe de fonctionnement

D'autre part, le mode de couplage de l'E.S.T. avec le septum n'autorise la mesure du spectre rayonné que pour une orientation du dispositif. Le test complet demande donc de positionner l'objet selon trois orientations orthogonales. Or, étant donné la proximité des parois et du septum, le couplage est très sensible à cette position, si bien que les repositionnements nécessaires pour la caractérisation complète sont assez délicats à réaliser. A noter, la proposition en développement de la cellule TEM 3D (Figure VI.5, en bas) tente de résoudre ce problème grâce à la présence, dans l'enceinte métallique, de 6 septa perpendiculaires deux à deux [DEN 03].

## VI.1.6. Mesure avec le système LLA

C'est le système au centre de nos attentions dans ce travail de thèse. Une présentation détaillée lui est réservée en section I.4 (page65). Une photographie est proposée sur la Figure VI.6, image issue d'une entreprise de mesure en CEM [LAP]. Le système est dédié ici à la caractérisation du rayonnement des luminaires. Les descriptions précédentes des autres moyens d'essais mettent en perspective ses avantages et inconvénients. Il est assez proche de la philosophie de la cellule TEM dans le sens où l'E.S.T. est installé dans l'antenne et que la mesure est réalisée par l'intermédiaire d'un couplage en champ proche. Il n'est sensible qu'aux moments dipolaires magnétiques. Ses faibles dimensions et sa simplicité de construction et d'exploitation en font un outil peu coûteux. De plus, contrairement à la cellule TEM, la caractérisation complète du champ généré par l'EST ne nécessite pas de repositionner la source au cours du test.

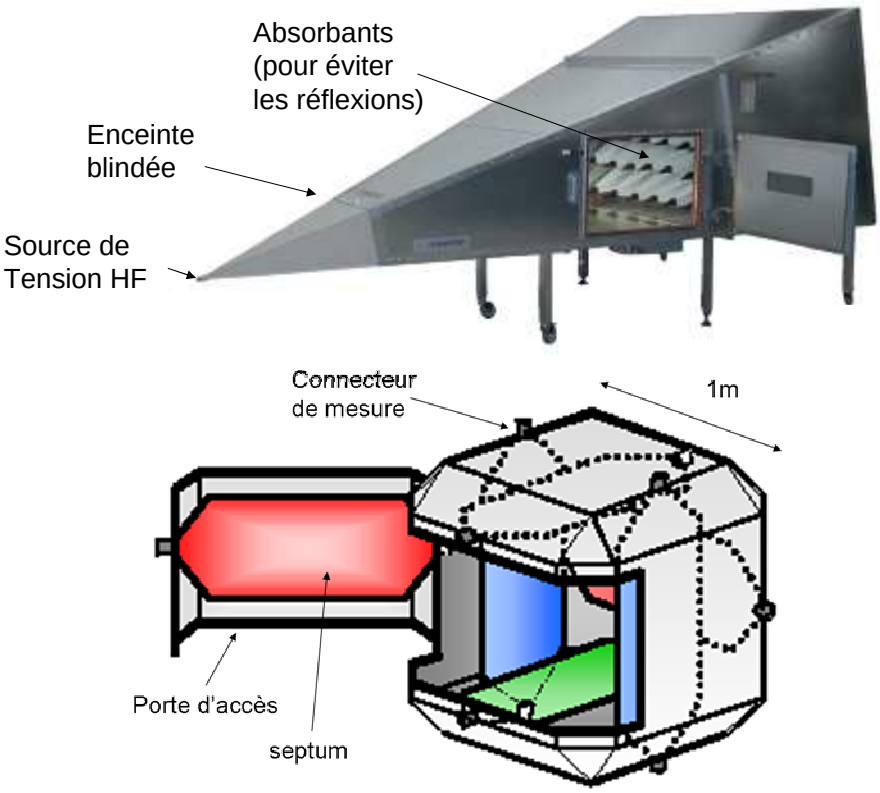



Figure VI.5. Deux améliorations de la Cellule TEM. En haut, une photographie de la cellule GTEM. En bas, une représentation du prototype de la cellule TEM 3D [DEN 03]



Figure VI.6. Caractérisation de luminaires avec le système « Large Loop Antennas »

Bien qu'inclus dans la norme depuis 15 ans déjà, il reste peu connu, ou en tout cas peu citer dans la littérature. Son faible succès peut s'expliquer par sa relativement faible bande de fréquence d'utilisation. La Figure VI.7 montre, en effet, une étendue plus restreinte comparée aux autres moyens d'essais. En dehors des limites d'utilisation imposées par la norme, il est intéressant de se pencher sur les phénomènes qui expliquent ces restrictions et, ainsi, d'éventuellement les pallier. La limite basse (9 kHz) est liée au comportement électrique des antennes boucles. Cette question est abordée au cours du chapitre IV de ce manuscrit. Par contre, la limite haute (30 MHz) est fortement dépendante de l'étendue de la zone de champ proche et des possibilités de couplage entre la source et les antennes. Ces notions sont largement abordées dans le tout le manuscrit, entre autres en fin de chapitre I.

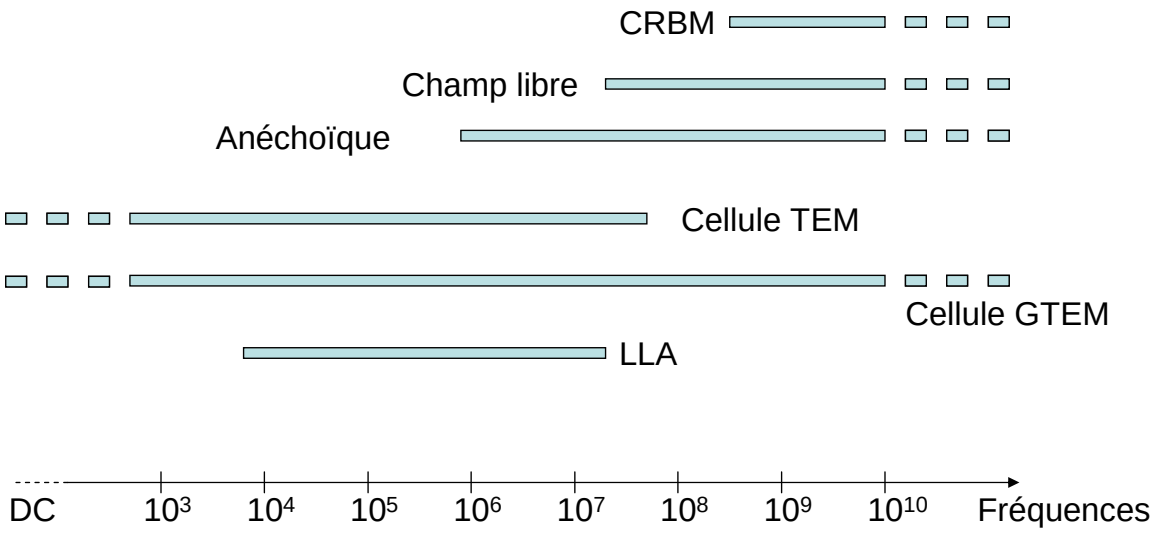



Figure VI.7. Bandes de fréquence de travail des différents moyens d'essais

## *VI.2. Annexes du chapitre II : rappels sur la définition des harmoniques sphériques*

### VI.2.1. Définitions des fonctions harmoniques sphériques scalaires

#### VI.2.1.1. Cas complexe

Les fonctions harmoniques sphériques complexes considérées s'écrivent sous la forme suivante (ce sont celles adoptant la condition de phase de Condon-Schortley et non normalisées) [NED 01] :

$$Y_{nm}(\theta,\varphi) = K_{n,|m|} P_{n|m|}(\cos(\theta)) \cdot e^{jm\varphi}, \tag{VI.1}$$

où :

- $n$ est un entier positif ou nul, $m$ prend les valeurs entières comprises entre $-n$ et $+n$ ,
- $\theta$ et $\varphi$ sont les coordonnées sphériques angulaires
- $K_{n,|m|}$ est un facteur constant défini par :

$$K_{n,|m|} = (j)^{m+|m|} \sqrt{\frac{(n-|m|)!}{(n+|m|)!}}, \tag{VI.2}$$

- Les polynômes $P_{n,|m|}$ sont les fonctions de Legendre associés qui peuvent être définis grâce à la formule de Rodrigues (améliorée) :

$$P_{nm}(x) = \frac{1}{2^n n!}(1-x^2)^{m/2} \frac{d^{n+m}}{dx^{n+m}}\left(x^2-1\right)^n, \quad \forall x \text{ avec } |x| \le 1 \tag{VI.3}$$

#### VI.2.1.2. Cas réel

On s'intéresse plus précisément ici aux harmoniques sphériques réelles qui peuvent s'écrire comme une combinaison linéaire des harmoniques sphériques complexes :

$$S_{nm}(\theta,\varphi)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left((-1)^m Y_{n,m}(\theta,\varphi)+Y_{n,-m}(\theta,\varphi)\right) & \text{, pour } m>0\\ \quad=(-1)^m\sqrt{2}\,\Re\left(Y_{n,m}(\theta,\varphi)\right) & \\ Y_{n,0} & \text{, pour } m=0\,,\\ \dfrac{j}{\sqrt{2}}\left(Y_{n,m}(\theta,\varphi)-(-1)^m Y_{n,-m}(\theta,\varphi)\right) & \text{, pour } m<0\\ \quad=-\sqrt{2}\,\Im\left(Y_{n,m}(\theta,\varphi)\right) & \end{cases} \tag{VI.4}$$

## VI.2.1.3. Passage d'une base à l'autre

Le passage des définitions complexes (VI.1) vers les définitions réelles (VI.2) n'est qu'un réarrangement des composantes entre elles. Ce passage peut être simplement exprimé à travers une matrice unitaire $P^{(n)}$ de changement de base. Si on note :

$$Y_n=\begin{bmatrix}Y_{n,-n} & Y_{n,-n+1} & \cdots & Y_{n,n}\end{bmatrix}, \tag{VI.5}$$

et

$$S_n=\begin{bmatrix}S_{n,-n} & S_{n,-n+1} & \cdots & S_{n,n}\end{bmatrix} \tag{VI.6}$$

Alors, d'après (VI.4), on a :

$$S_n=Y_n\cdot P^{(n)}, \tag{VI.7}$$

où la matrice unitaire $P^{(n)}$ est définie, à l'ordre $n$, par :

$$P^{(n)}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} j & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & 1\\ 0 & j & \cdots & 0 & \cdots & 1 & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \iddots & \vdots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \sqrt{2} & \cdots & 0 & 0\\ \vdots & \vdots & \iddots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ 0 & -j(-1)^{n-1} & \cdots & 0 & \cdots & (-1)^{n-1} & 0\\ -j(-1)^n & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & (-1)^n \end{bmatrix} \tag{VI.8}$$

## VI.2.2. Calcul symbolique des harmoniques sphériques par récurrence

Des auteurs, [LEG 96] et [LOR 01] par exemple, ont proposé des relations de récurrences afin d'exprimer les fonctions harmoniques sphériques. La difficulté de leurs méthodes réside dans le fait que la construction des expressions proposées passe par le calcul des polynômes de Legendre. Les récurrences sont simples mais demandent toutefois de calculer deux niveaux de polynôme pour en exprimer un troisième avec des règles de compositions qui peuvent s'avérer peu commode. Nous proposons ici une récurrence qui peut simplifier cette approche. Elle est utilisée en mécanique quantique [COH 97].

Pour chaque ordre *n*, on écrit la fonction harmonique sphérique scalaire et complexe de plus haut degré comme :

$$Y_{nn}(\theta,\varphi) = \alpha_n \cdot (\sin\theta)^n \cdot e^{jn\varphi} \qquad \text{avec} \qquad \alpha_n = \frac{(-1)^n}{2n \cdot n!} \cdot \sqrt{(2n)!} \tag{VI.9}$$

Puis, on applique un opérateur différentiel 2*n* fois sur la fonction $Y_{nn}$,(cet opérateur linéaire est noté **L**) comme illustré sur la Figure VI.8. Par exemple, la fonction $Y_{n,n-1}$ s'écrit comme (en cohérence avec notre cadre applicatif, les fonctions obtenues ne sont pas normées) :

$$Y_{n,n-1}(\theta,\varphi) = \left[ e^{-j\varphi} \cdot \left( -\frac{\partial}{\partial\theta} + j \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \frac{\partial}{\partial\varphi} \right) \right] \left( Y_{nn}(\theta,\varphi) \right) \tag{VI.10}$$

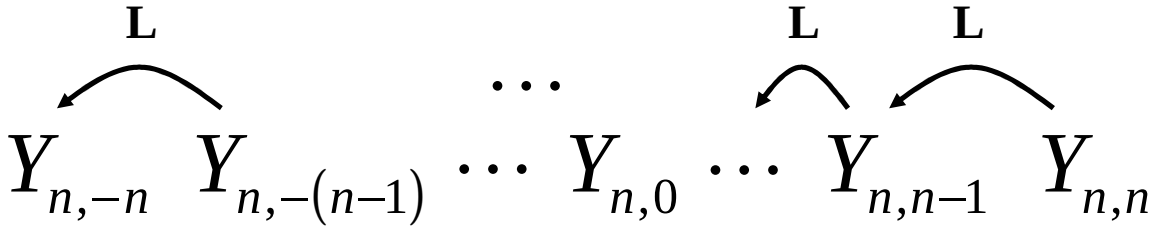



Figure VI.8. Récurrence à partir de $Y_{nn}$ pour le calcul des expressions des autres $Y_{nm}$ (pour un même ordre *n*)

L'intérêt de cette approche réside dans le fait que l'expression de la récurrence est simple.

Concrètement, on génère les fonctions $Y_{nn}$ avec la relation de récurrence (VI.9). Puis, on exprime les composantes réelles à l'aide de (VI.7) et (VI.8).

## VI.2.3. Expressions en coordonnées cartésiennes

Les expressions des harmoniques sphériques réelles exprimées dans le système de coordonnées cartésiennes sont regroupées dans le Tableau VI.1. Elles sont nécessaires à l'identification des composantes calculées par projection en phase de post traitement sous Flux. On ne donne ici que les 24 composantes des 4 premiers ordres.

Tableau VI.1. Expressions des fonctions harmoniques sphériques réelles exprimées dans le repère de coordonnées cartésiennes.

| Ordre *n* | Degré *m* | Harmoniques sphériques réelles |
|---|---|---|
| 1 | 0 | $S_{10} = \frac{z}{r}$ |
| | 1 | $S_{11} = \frac{x}{r}$ |
| | -1 | $S_{1M1} = \frac{y}{r}$ |
| 2 | 0 | $S_{20} = \frac{1}{2r^2}(2z^2 - x^2 - y^2)$ |
| | 1 | $S_{21} = \frac{\sqrt{3}}{r^2} \cdot x \cdot z$ |
| | -1 | $S_{2M1} = \frac{\sqrt{3}}{r^2} \cdot y \cdot z$ |
| | 2 | $S_{22} = \frac{\sqrt{3}}{2r^2}(x^2 - y^2)$ |
| | -2 | $S_{2M2} = \frac{\sqrt{3}}{r^2} \cdot x \cdot y$ |
| 3 | 0 | $S_{30} = \frac{-1}{2r^3} \cdot z \cdot (-2z^2 + 3x^2 + 3y^2)$ |
| | 1 | $S_{31} = \frac{\sqrt{6}}{4r^3} \cdot x \cdot (-4z^2 + x^2 + y^2)$ |
| | -1 | $S_{3M1} = \frac{\sqrt{6}}{4r^3} \cdot y \cdot (-4z^2 + x^2 + y^2)$ |
| | 2 | $S_{32} = \frac{\sqrt{15}}{2r^3} \cdot z \cdot (x^2 - y^2)$ |

| | | |
|---|---|---|
| | -2 | $S_{3M2} = \frac{\sqrt{15}}{r^3} \cdot x \cdot y \cdot z$ |
| | 3 | $S_{33} = -\frac{\sqrt{10}}{4r^3} \cdot x \cdot (x^2 - 3y^2)$ |
| | -3 | $S_{3M3} = -\frac{\sqrt{10}}{4r^3} \cdot y \cdot (3x^2 - y^2)$ |
| 4 | 0 | $S_{40} = \frac{1}{8r^4} \cdot (-30(z \cdot r)^2 + 35z^4 + 3r^4)$ |
| | 1 | $S_{41} = \frac{\sqrt{10}}{4r^4} \cdot x \cdot z \cdot (-7z^2 + 3r^2)$ |
| | -1 | $S_{4M1} = \frac{\sqrt{10}}{4r^4} \cdot y \cdot z \cdot (-7z^2 + 3r^2)$ |
| | 2 | $S_{42} = -\frac{\sqrt{5}}{4r^4} \cdot (-7z^2 + r^2) \cdot (x^2 - y^2)$ |
| | -2 | $S_{4M2} = -\frac{\sqrt{5}}{2r^4} \cdot x \cdot y \cdot (-7z^2 + r^2)$ |
| | 3 | $S_{43} = -\frac{\sqrt{70}}{4r^4} \cdot x \cdot z \cdot (x^2 - 3y^2)$ |
| | -3 | $S_{4M3} = -\frac{\sqrt{70}}{4r^4} \cdot y \cdot z \cdot (3x^2 - y^2)$ |
| | 4 | $S_{44} = \frac{\sqrt{35}}{8r^4}(x^4 - 6(x \cdot y)^2 + y^4)$ |
| | -4 | $S_{4M4} = \frac{\sqrt{35}}{2r^4} \cdot x \cdot y \cdot (x^2 - y^2)$ |

## VI.2.4. Définitions des fonctions harmoniques sphériques vectorielles

Les fonctions harmoniques sphériques réelles vectorielles ont été définies et justifiées par [LOR 01] en annexe de son manuscrit. Nous reprenons ses résultats. Ainsi, les vecteurs $\mathbf{S}_{nm}$ sont définies telles que :

$$\mathbf{S}_{nm} = \frac{\mathbf{r} \times \mathbf{grad}\left(S_{nm}\right)}{\sqrt{n(n+1)}} = -\frac{\mathbf{rot}\left(\mathbf{r} \cdot S_{nm}\right)}{\sqrt{n(n+1)}} \tag{VI.11}$$

Pour chaque composante, on obtient donc :

$$S_{nm_r} = 0 \tag{VI.12}$$

$$S_{nm_\theta} = \frac{-1}{\sin(\theta)\sqrt{n(n+1)}} \cdot \frac{\partial S_{nm}}{\partial \varphi} \tag{VI.13}$$

$$S_{nm_\varphi} = \frac{1}{\sqrt{n(n+1)}} \cdot \frac{\partial S_{nm}}{\partial \theta} \tag{VI.14}$$

## *VI.3. Annexes du chapitre III*

### VI.3.1. Expressions des composantes $A_{10}$ et $A_{20}$ en fonction des flux mesurés

L'équation (III.1) permet d'exprimer le lien entre les composantes $A_{nm}$ et les flux mesurés à travers les contours. On note $C^{nm}$ la fonction capteur spécifique à la détection de la composante élémentaire $B_{nm}$ du champ multipolaire. Ce capteur permet donc l'identification de la composante $A_{nm.}$ De plus, pour ce capteur $C^{nm}$, on note $C_{pq}^{nm}$, les composantes de la décomposition harmonique de cette fonction capteur ($p$ est l'ordre et $q$ le degré). (III.1) devient alors :

$$\begin{aligned} Flux_{nm} = \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{p=1}^{4}\frac{(p+1)}{r_M^{p+2}}\sum_{q=-p}^{+p}A_{pq}\left(C_{pq}^{nm}\int_{S_M}\left|S_{pq}\right|^2 ds\right) \\ +\frac{\mu_0}{4\pi}\sum_{p=5}^{+\infty}\frac{(p+1)}{r_M^{p+2}}\sum_{q=-p}^{+p}A_{pq}\left(C_{pq}^{nm}\int_{S_M}\left|S_{pq}\right|^2 ds\right) \end{aligned} \qquad \text{(VI.15)}$$

En accord avec nos hypothèses concernant la source de référence, on néglige l'effet du second groupe de termes sur la mesure. Dans ces limites, le premier jeu de solution a montré qu'il était possible de trouver des fonctions capteurs $C^{nm}$ qui satisfassent les conditions (III.6) et (III.7), ce qui se réécrit :

$$\begin{cases} C_{pq}^{ij} \neq 0 \text{ pour } \begin{cases} p = i \\ q = j \end{cases} \\ C_{pq}^{ij} = 0 \text{ pour } \begin{cases} p \neq i \\ q \neq j \end{cases} \end{cases} \quad \forall\left(p \in [1;4]\,;\, q \in [-p;p]\right) \qquad \text{(VI.16)}$$

En utilisant la condition (VI.16) et le produit scalaire sur une sphère de rayon $r_M$ (II.93), (VI.15) devient :

$$Flux_{nm} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{(n+1)}{r_M^{n+2}}\right)A_{nm}\left(\frac{4\pi r_M^2}{(2n+1)}C_{nm}^{nm}\right) = 4\pi 10^{-7}\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)\frac{C_{nm}^{nm}A_{nm}}{r_M^n} \qquad \text{(VI.17)}$$

Pour $C^{10}$, on a en conséquence :

$$Flux_{10} = \frac{8\pi 10^{-7}}{3r_M}A_{10}C_{10}^{10}\,, \qquad \text{(VI.18)}$$

avec, d'après (III.4) et la géométrie de $C^{10}$, détaillée dans le Tableau III.2 :

$$C_{10}^{10} = \left( \frac{3}{4\pi r_M^2} \right) r_M^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} C^{10}(\theta,\varphi) \cdot S_{10} \sin\theta \, d\theta = \frac{6}{5}, \tag{VI.19}$$

d'où :

$$A_{10} = \frac{10^8 r_M}{32\pi} Flux_{10} = \frac{10^8 r_M}{32\pi} \left( flux_1 - flux_2 \right), \tag{VI.20}$$

où les flux sont ceux mesurés à travers les bobines de la fonction $C^{10}$ sur la Figure III.8. De manière analogue, pour $C^{20}$, on a :

$$Flux_{20} = \frac{12\pi 10^{-7}}{5 r_M^2} A_{20} C_{20}^{20}, \tag{VI.21}$$

avec, d'après (III.4) :

$$C_{20}^{20} = \left( \frac{5}{4\pi r_M^2} \right) r_M^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} C^{20}(\theta,\varphi) \cdot S_{20} \sin\theta \, d\theta = \frac{10\sqrt{21}}{49}, \tag{VI.22}$$

d'où :

$$A_{20} = \frac{6125.10^4 r_M^2}{3\pi\sqrt{21}} Flux_{20} = \frac{6125.10^4 r_M^2}{3\pi\sqrt{21}} \left( flux_1 + flux_2 \right), \tag{VI.23}$$

où les flux sont ceux mesurés à travers les bobines de la fonction $C^{20}$ sur la Figure III.8.

## VI.3.2. Expressions de la composante $A_{21}$ en fonction des flux mesurés par le capteur $C^{21}$

D'après la Figure III.11., si on note $(C^{nm})^{\alpha,\beta}$ le capteur $C^{nm}$ dans le repère tourné, on a :

$$C^{21} = (C^{20})^{0,\pi/4} - (C^{20})^{0,-\pi/4}, \tag{VI.24}$$

D'après les conditions (VI.16) et (III.22.a), ceci équivaut à :

$$\begin{aligned} C^{21} &= C_{20}^{20} S^{0,\pi/4} - C_{20}^{20} S^{0,-\pi/4} + (\text{termes d'ordre} \geq 5) \\ &= \sqrt{3} C_{20}^{20} S_{21} + (\text{termes d'ordre} \geq 5). \end{aligned} \tag{VI.25}$$

On a donc, d'une part :

$$Flux_{21} = flux_1 + flux_2 - flux_3 - flux_4 , \tag{VI.26}$$

où les flux correspondent à ceux indiqués sur la Figure III.11 pour $C^{21}$ et, d'autre part, d'après (III.4) et l'annexe (VI.15) :

$$\begin{aligned} Flux_{21} = \int_{S_M} C^{21}(\theta,\varphi) \cdot B_r\left(r_M,\theta,\varphi\right) ds &= \sqrt{3} C_{20}^{20} \int_{S_M} S_{21}(\theta,\varphi) \cdot B_r\left(r_M,\theta,\varphi\right) ds \\ &= \sqrt{3} C_{20}^{20} \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(2+1)}{r_M^{2+2}} A_{21} \int_{S_M} \left|S_{21}\right|^2 ds \end{aligned} \tag{VI.27}$$

Finalement :

$$\begin{aligned} A_{21} &= \frac{4\pi}{\mu_0} \frac{r_M^4}{3} \frac{1}{C_{20}^{20}} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \left(flux_1 + flux_2 - flux_3 - flux_4\right) \\ &= \frac{6125.10^4 r_M^2}{3\pi\sqrt{21}} \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \left(flux_1 + flux_2 - flux_3 - flux_4\right) \end{aligned} \tag{VI.28}$$

# *VI.4. Annexes du chapitre IV*

## VI.4.1. Sonde de courant

### VI.4.1.1. Description

Les sondes de courant utilisées sont du modèle P6022. Ce sont des sondes passives dédiées à la mesure du courant alternatif. Le principe de mesure est basé sur le phénomène d'induction. Le fonctionnement s'appuie sur le modèle du transformateur de courant. La tête de la sonde est constituée d'un tore en matériau magnétique (le circuit magnétique) que l'on ferme sur le conducteur de l'antenne boucle (le primaire). Aux bornes d'un circuit bobiné sur le tore (le secondaire), est induite une tension proportionnelle au courant qui passe dans le circuit primaire. Cette tension alimente, via un câble coaxial, une cellule adaptative connectée à l'oscilloscope. Elle permet de régler la sensibilité de la sonde. Deux valeurs sont proposées : 1mA/mV ou 10mA/mV. On choisit la première afin de garantir une dynamique du signal d'entrée maximale. En conséquence, la bande passante (définie à -3dB du gain dans la bande passante) correspondante est alors de 8,5kHz à 100MHz. Ainsi, pour nos applications dans la bande 9kHz-30MHz, aucune correction du signal mesuré n'est nécessaire.

La précision est donnée à +/-3% de la grandeur mesurée.

### VI.4.1.2. Impédance d'insertion

Lorsque la sonde est fermée sur un circuit, elle le modifie légèrement. Cet effet est modélisé par une impédance d'insertion placée en série dans le circuit de l'antenne boucle. Cette impédance apparaît sur la Figure VI.9. Même si ces valeurs restent faibles vis-à-vis des éléments du modèle de la boucle, nous en tenons compte dans le calcul du Facteur d'Antenne.

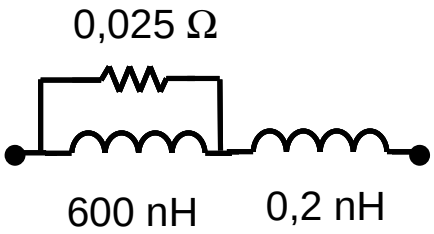



Figure VI.9. Impédance d'insertion de la sonde de courant

### VI.4.1.3. Blindage des sondes

La tête de la sonde est entourée d'un blindage. Son rôle est de limiter les influences des champs électromagnétiques environnants sur la mesure du courant. L'enveloppe est connectée au fil de masse de la sonde et donc de l'ensemble du dispositif de mesure. Lors

de la mesure de courant en présence de forts champs électromagnétiques, ce blindage n'est plus suffisant [TEK]. A la tension image du courant mesurée s'ajoute une composante parasite issue de la pénétration du champ extérieur par le blindage. Dans notre cas, cette perturbation apparaît dès la dizaine de mégahertz et augmente rapidement avec la fréquence. On peut s'en rendre compte sur la Figure IV.14. Une solution est proposée par le constructeur : le recours à une mesure différentielle. Il faut disposer de deux sondes de même type. Une première mesure le courant dans l'antenne boucle ; une seconde, placée au plus près de la première, n'entoure pas le conducteur, comme représenté au premier plan de la Figure VI.10. Puis, à l'aide de l'oscilloscope, on soustrait les signaux issus des deux sondes. Ainsi, si une perturbation électromagnétique s'ajoute à la mesure, en traversant le blindage, elle affectera les deux sondes de courant de la même façon puisqu' elles sont localisées au même endroit. Nous avons du utiliser cette méthode pour la caractérisation des fonctions de transfert des antennes boucles.

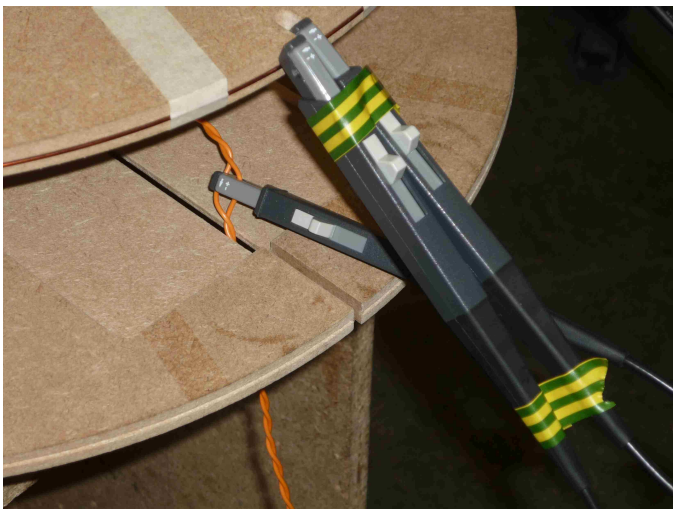


Figure VI.10. Photographie de la mesure différentielle avec des sondes de courants en situation de fort champ magnétique

## VI.4.2. Système TLA

Le système TLA est constitué de trois boucles perpendiculaires entre elles. Il est similaire au système LLA. L'antenne boucle d'axe *z* est représentée sur la Figure VI.11. Au centre, l'EST est remplacé par une source équivalente de rayonnement composée d'un dipôle électrique ($A_{E1m}$) et magnétique ($A_{M1m}$) (l'indice *m* valant -1, 0 et 1). L'expression du courant $I(\varphi)$ induit dans la boucle est issue d'un calcul se basant sur les décompositions en série de Fourier [KAN 84]. La méthode permet d'écrire le courant aux deux endroits où on fait une mesure, au niveau des impédances $Z_L$ en $\varphi = 0$ et $\pi$.

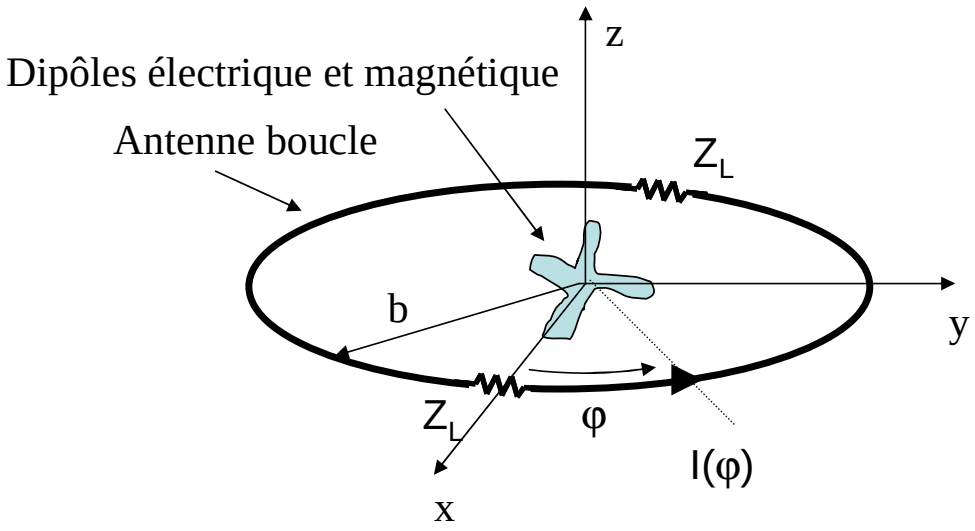



Figure VI.11. Antenne boucle à double charge excitée par les dipôles électrique et magnétique

Ces courants s'expriment comme :

$$\begin{cases} I(0) = 2\pi b\left(\dfrac{A_{M10}\cdot G_M\cdot Y_0}{1+2\cdot Y_0\cdot Z_L}+\dfrac{A_{E1,-1}\cdot G_E\cdot Y_1}{1+2\cdot Y_1\cdot Z_L}\right) \\ I(\pi) = 2\pi b\left(\dfrac{A_{M10}\cdot G_M\cdot Y_0}{1+2\cdot Y_0\cdot Z_L}-\dfrac{A_{E1,-1}\cdot G_E\cdot Y_1}{1+2\cdot Y_1\cdot Z_L}\right) \end{cases}, \qquad \text{(VI.29)}$$

avec :

$$\begin{cases} G_M = \dfrac{Z_0}{4\pi}\left(\dfrac{k^2}{b}-\dfrac{jk}{b^2}\right)\cdot e^{-jkb} \\ G_E = \dfrac{-Z_0}{4\pi}\left(\dfrac{jk}{b}+\dfrac{1}{b^2}+\dfrac{1}{jkb^2}\right)\cdot e^{-jkb} \end{cases} \qquad \text{(VI.30)}$$

On reconnaît les termes participant à l'expression des champs rayonnés par les dipôles électrique et magnétiques (section I.2.2.1, page 35).

Egalement, les admittances de la boucle $Y_0$ et $Y_1$ s'écrivent comme :

$$\begin{cases} Y_0 = \dfrac{1}{j\omega L_b} = \dfrac{1}{j\omega\mu_0 b\left(\ln\left(\dfrac{8b}{a}\right)-2\right)} \\ Y_1 = j\omega C_b = j\omega\dfrac{\pi^2}{4}\cdot\dfrac{\varepsilon_0 b}{\ln\left(\dfrac{b}{a}\right)} \end{cases}, \tag{VI.31}$$

où on reconnaît l'expression de l'inductance de la boucle (*a* est le rayon du conducteur de la boucle et $\varepsilon_0$ la permittivité du vide).

En combinant les équations du système (VI.29), on aboutit aux expressions :

$$\begin{cases} A_{M10} = \dfrac{I_\Sigma\left(1+2\cdot Y_0\cdot Z_L\right)}{2\pi b\cdot G_M\cdot Y_0} \\ A_{E1,-1} = \dfrac{I_\Delta\left(1+2\cdot Y_1\cdot Z_L\right)}{2\pi b\cdot G_E\cdot Y_1} \end{cases}, \tag{VI.32}$$

avec :

$$\begin{cases} I_\Sigma = \dfrac{I(0)+I(\pi)}{2} \\ I_\Delta = \dfrac{I(0)-I(\pi)}{2} \end{cases} \tag{VI.33}$$

Ainsi, la mesure des courants $I_\Sigma$ et $I_\Delta$ mène à l'identification des composantes $A_{M10}$ et $A_{E1,-1}$. De la même manière, les autres antennes identifient les composantes restantes.

**RÉSUMÉ :**

La Compatibilité ElectroMagnétique (CEM) rayonnée des convertisseurs de l'électronique de puissance doit répondre à deux enjeux majeurs. D'une part, les évolutions vers le « tout électrique » implique la cohabitation de plusieurs systèmes de sensibilités différentes dans des volumes restreints. Ces contraintes de proximité nécessitent de connaître les perturbations électromagnétiques au plus près des sources. D'autre part, cette même connaissance peut être une aide certaine dans le cadre du prototypage virtuel permettant ainsi d'anticiper les problèmes de CEM au cours des phases de développement d'un produit. Dans ce contexte, une approche expérimentale de caractérisation de ces sources peut s'avérer efficace et complémentaire dans des situations où la modélisation numérique devient difficile. La méthode suivie est celle du problème inverse, à savoir déterminer les causes (ici les sources de champ) en fonction des effets (ici les champs mesurés). Le modèle choisi est le développement multipolaire du champ magnétique. La mesure du champ magnétique permet d'identifier les paramètres du multipôle équivalent magnétique. Il est compact et bien adapté aux caractéristiques des sources étudiées. Ainsi, dans ce travail, de nouveaux capteurs d'induction magnétique en champ proche, sont proposés sur le principe des spires de la norme CISPR16-1. Ils permettent d'identifier les composantes dipolaire et quadripolaire du champ magnétique généré par la source étudiée. La forme des bobines proposées leur permet de n'être sensibles qu'à certaines composantes multipolaires du champ, ce qui réalise un filtrage spatial. Une fois les outils nécessaires exposés, la méthode de synthèse de ces nouveaux contours est décrite. Une validation expérimentale est également développée, démontrant l'amélioration de la capacité de filtrage des composantes multipolaires du champ magnétique vis-à-vis des solutions existantes.

**MOTS-CLES :** capteurs électromagnétiques bobinés, mesures en champ proche, développement multipolaire, identification de sources électromagnétiques, CEM, harmoniques sphériques réelles, Electronique de Puissance.

**ABSTRACT:**

For Electromagnetic Compatibility studies, it is useful to get a compact model of the stray magnetic field generated by power electronic systems. This model can be obtained sometimes by numerical modeling, however in most cases, the systems and associated phenomena are too complex to ensure a reliable computation. Instead, measurement of the magnetic stray field close to the device can be used to identify this equivalent magnetic model and then to extrapolate the field in all directions in the surrounding space. The followed method is the inverse problem, i.e. to determine the causes (here the sources of the field) according to the effects (here the measured fields). The chosen model is the magnetic multipolar expansion. The measurement of the magnetic field permits identification of the parameters of the magnetic equivalent multipole. It is compact and adapted well to the characteristics of the studied sources. New sensors of magnetic induction in near field are proposed according to the principle of the Standard CISPR16-1 coils. The new coil shape allows the sensors to be sensitive to only some specific components of the multipolar expansion, which is similar to a spatial filtering. In this thesis, after the description of the tools used, the synthesis method of these new contours is described. An experimental validation is also developed, demonstrating the improvement of the filtering capacity of the multipolar components of the magnetic field towards the existing solutions.

**KEYWORDS:** coils electromagnetic sensors, near field measurements, multipolar expansion, electromagnetic source characterization, E.M.C., real spherical harmonics, power electronics.