Estimation Temps Réel des Etats Dynamiques d'un Véhicule Automobile

Sébastien Plancke

▶ **To cite this version:**

Sébastien Plancke. Estimation Temps Réel des Etats Dynamiques d'un Véhicule Automobile. Automatique / Robotique. Université Paris Sud - Paris XI, 2009. Français. NNT : . tel-00438292

HAL Id: tel-00438292

https://theses.hal.science/tel-00438292

Submitted on 3 Dec 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° D'ORDRE

THÈSE DE DOCTORAT

SPECIALITE : PHYSIQUE

Ecole Doctorale « Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes »

Présentée
Par
Sébastien PLANCKE

Sujet : ESTIMATION TEMPS REEL DES ETATS DYNAMIQUES D'UN VEHICULE AUTOMOBILE

Soutenue le 13 Octobre 2009 devant les membres du jury :

M. Michel BASSET.....Rapporteur
M. Dominique BEAUVOIS.....Co-directeur de thèse
M. Patrick BOUCHER.....Directeur de thèse
M. Philippe GERMAIN.....Invité
Mme Dorothée NORMAND-CYROT.....Président du Jury
M. Eric OSTERTAG.....Rapporteur

Remerciements

Je souhaite tout d'abord remercier les personnes qui ont permis de mettre en place cette thèse : Messieurs Philippe Germain et Pascal Chaumette *de l'entreprise DELPHI* ainsi que Monsieur Patrick Boucher, *Professeur et chef du département Automatique de Supélec*. Qu'ils trouvent ici toute ma reconnaissance pour la confiance qu'ils ont pu m'accorder. Ils m'auront permis d'associer une entreprise de dimension internationale et un laboratoire de grande renommée.

Mes plus profonds remerciements vont à Monsieur Dominique Beauvois, *Professeur à Supélec*, et Monsieur Philippe Germain, *responsable à DELPHI*. Ils ont contribué directement à l'avancement de ce travail, chacun dans leur domaine. Je remercie Dominique pour son expertise en traitement du signal et filtrage. Il m'a apporté la rigueur nécessaire à la réalisation de ma thèse. Je remercie Philippe pour son expertise des systèmes de suspension contrôlée et ses connaissances générales sur l'automobile. Il m'a apporté le recul nécessaire à l'élaboration d'une solution économiquement et techniquement viable.

Je remercie Madame Dorothée Normand-Cyrot, *Directeur de recherche au CNRS-ST2I*, qui m'a fait l'honneur de présider mon jury, ainsi que Monsieur Eric Ostertag, *Professeur émérite à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg* et Monsieur Michel Basset, *Professeur à l'université de Haute Alsace et l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs Sud Alsace* d'avoir accepté d'être rapporteur de ce mémoire. L'intérêt qu'ils ont porté à ce travail représente pour moi un grand honneur.

Je tiens également à remercier les personnes qui ont accepté de relire mon rapport : Fred, Damien, Philippe, Aurélien et Rémy. Ils m'auront permis d'éviter de nombreuses fautes d'orthographe et m'auront aidé à résoudre les problèmes liés au traitement de texte.

Je remercie aussi l'ensemble du département d'Automatique de Supélec, le personnel administratif, les enseignants-chercheurs et en particulier Mr Sorin Olaru, qui m'aura permis de découvrir de nouveaux outils très prometteurs dans le domaine du contrôle.

Je voudrais également remercier Mesdames Dominique Martin *de l'université Paris-Sud* et Josiane Dartron *de Supélec* pour leur gentillesse et leurs aides concernant les démarches administratives malgré l'éloignement géographique.

Enfin, je souhaite remercier toutes les équipes de DELPHI qui m'auront permis de passer ces trois années dans une ambiance des plus chaleureuses. Je remercie également Serge et Pascal de l'atelier pour m'avoir aidé à monter les prototypes sur le véhicule. Je remercie Monsieur Doug Carson, *Directeur de l'Engineering Suspension* pour m'avoir accepté au sein de son département ainsi que Monsieur Olivier Raynauld, *Directeur de l'ingénierie Suspension/Système* pour m'avoir accordé sa confiance et le budget nécessaire à l'accomplissement de ce travail.

Table des matières

Présentation du sujet 9
1.1 Equations mécaniques du modèle véhicule 11
1.1.1 Définition du système véhicule 12
1.1.2 Définition des repères 18
1.1.3 Equations dynamiques 24
1.1.4 Simplification du modèle 47
1.2 Recalage du modèle 52
1.2.1 Protocole expérimental 52
1.2.2 Recalage quasi statique 53
1.2.3 Recalage dynamique 62
1.2.4 Recalage du modèle d'actionneur 68
1.3 Validation du modèle véhicule 70
1.3.1 Perturbations Entrées route 70
1.3.2 Manœuvres dynamiques : Entrées conducteurs 72
1.4 Définition des objectifs 73
1.4.1 Capteurs disponibles 73
1.4.2 Point de départ 73
1.4.3 Cahier des charges 74
Méthodologie de filtrage 75
2.1 Méthodes de filtrage 77
2.1.1 Estimateur linéaire non-biaisé, à variance d'erreur minimale 77
2.1.2 Filtrage de Kalman classique 78
2.1.3 Filtrage de Kalman Etendu 80
2.2 Etat de l'art 83
2.2.1 Vitesse relative 84
2.2.2 Vitesse du véhicule 85
2.2.3 Vitesse des roues 87
Elaboration d'un modèle pour le filtrage 89
3.1 Expression des états aux coins du véhicule 91
3.2 Découplage du modèle 93
3.2.1 Décomposition du système 93
3.2.2 Algorithmes de filtrage 94
3.2.3 Equations d'évolution 95
3.3 Modèle de perturbation sur l'état 99
3.3.1 Perturbations route 99
3.3.2 Perturbation véhicule 100
3.4 Elaboration du filtre de Kalman Etendu 102
3.4.1 Discrétisation du modèle 102
3.4.2 Détermination des matrices utilisées dans l'algorithme 102
3.5 Structure du modèle 105
3.5.1 Observabilité 105
3.5.2 Modèle relatif 110

Conception des filtres et résultats 115
4.1 Méthodologie 117
4.1.1 Essais réalisés 117
4.1.2 Signaux de référence 118
4.1.3 Critères d'évaluation 118
4.2 Définition des filtres 119
4.2.1 Modèle d'évolution 119
4.2.2 Modèle de bruit d'état 120
4.3 Configuration 1 – Capteurs standards uniquement 121
4.3.1 Matrice d'observation 121
4.3.2 Matrice de variance du bruit de mesure 122
4.3.3 Matrice de variance du bruit d'état 123
4.3.4 Description du filtre 124
4.3.5 Résultats 131
4.4 Configuration 2 - Capteurs standards et accéléromètres sur le véhicule 137
4.4.1 Matrice de variance du bruit de mesure 138
4.4.2 Matrice de variance du bruit d'état 139
4.4.3 Description du filtre 140
4.4.4 Résultats 144
4.5 Configuration 3 - Capteurs standards et accéléromètre sur les roues 150
4.5.1 Matrice de variance du bruit de mesure 151
4.5.2 Matrice de variance du bruit d'état 152
4.5.3 Description du filtre 152
4.5.4 Résultats 156
4.6 Comparaison des résultats 161
4.6.1 Résultats de l'essai de confort effectué sur banc 161
4.6.2 Résultats sur un essai de comportement issu des manœuvres du conducteur 164
Conclusion et perspectives 169
5.1 Conclusions 171
5.1.1 Modélisation du véhicule 171
5.1.2 Synthèse des différentes configurations de capteur 171
5.1.3 Robustesse 172
5.1.4 Evaluation du temps de calcul 172
5.2 Perspectives 174
5.2.1 Optimisation de l'algorithme 174
5.2.2 Amélioration du modèle 175
5.2.3 Exploitation d'autres capteurs 175
5.2.4 Conclusion 176
Bibliographie 177
Définition des variables et des paramètres utilisés 179
Paramètres de repérage spatial et accélérations 181
Paramètres géométriques associés au véhicule 182
Forces et moments utilisés pour l'élaboration du modèle 183
Constantes et paramètres utilisés pour l'élaboration du modèle 184
Définition des variables utilisées pour le calcul des algorithmes de filtrage 185
Compléments de mécanique 187
Loi de composition des vitesses et accélérations 189
Théorèmes de la quantité de mouvement et du moment dynamique 191

Introduction

Ce travail de thèse a débuté en Février 2006 avec le département Automatique de SUPELEC pour répondre à une demande industrielle venant de la société DELPHI, équipementier automobile. Il s'agit d'un travail de recherche appliqué aux systèmes de suspensions contrôlées pour lesquels DELPHI souhaite connaître en temps réel les états du véhicule et du système de contrôle.

Contexte

L'arrivée des systèmes de contrôle de châssis dans l'automobile nécessite de plus en plus la présence de capteurs pour le contrôle, la surveillance et le diagnostic du véhicule. La présence de ces capteurs implique des coûts importants pour les constructeurs. Ces derniers se sont associés avec les équipementiers, en définissant un protocole de communication et d'interface entre les systèmes afin de partager les informations. Cette association, créée en 2003 porte le nom d'AUTOSAR : AUTomotive Open System ARchitecture. Elle a pour objectif de permettre une meilleure gestion de la complexité croissante des systèmes embarqués et de gagner en rentabilité sans compromis sur la qualité.

La mise à disposition des informations et des actions de chaque système permet aujourd'hui d'envisager une meilleure connaissance de l'état du véhicule. C'est dans ce cadre que s'inscrit la démarche présentée puisqu'elle s'appuie sur la connaissance d'informations utilisées aujourd'hui par la plupart des systèmes présents sur le parc automobile (Accélération latérale, vitesse véhicule, angle au volant, vitesse de lacet, déplacement relatif des suspensions…).

Sujet

L'objectif est d'étudier un algorithme de filtrage utilisable sur les calculateurs actuellement disponibles dans l'industrie automobile, permettant de reconstituer en temps réel les états dynamiques du véhicule exploitables par les systèmes de contrôle de châssis. L'idée de départ est de s'appuyer sur le standard AUTOSAR et donc d'utiliser des capteurs déjà disponibles sur le véhicule pour minimiser les coûts liés aux systèmes. D'autre part les contraintes de robustesse imposées par les constructeurs nous ont conduits à tenir compte de toutes les situations du véhicule et plus spécifiquement des conditions de routes (adhérence, rugosité…).
Les travaux présentés s'inscrivent dans le cadre du développement du système d'amortissement contrôlé MagneRide (MR), présent aujourd'hui en production sur le marché automobile. Nous nous sommes attachés aux performances de ce système pour juger de la qualité de la méthode par rapport à celles présentes aujourd'hui sur les véhicules.

Organisation

Ce travail de thèse s'est organisé sur trois ans avec pour objectif principal l'application de la méthode en temps réel sur véhicule de développement. Ainsi, durant les 3 premiers mois, nous avons cherché à mettre en place le sujet et prendre connaissance du système de contrôle MR ainsi qu'à se familiariser avec les équations de dynamique du véhicule. Ensuite, une part importante a été consacrée à l'étude du filtrage de Kalman étendu ainsi qu'à ses méthodes dérivées pour permettre de comprendre les contraintes de charge de calculs liées à cette méthode. A partir de là, nous avons développé un modèle d'évolution du système puis étudié trois types de modèle d'observation fondés sur trois jeux de capteurs. Enfin, nous avons poursuivi l'étude en prototypage rapide sur véhicule pour valider l'approche théorique et valider le concept dans l'environnement physique.
Au cours de ces trois ans, de nombreux échanges ont eu lieu entre DELPHI et SUPELEC. Des rencontres ont été organisées à plusieurs reprises. De plus, les résultats de ces travaux ont été conjointement présentés à l'entreprise et au département lors de plusieurs réunions internes.

Communications et brevets scientifiques

Durant ces trois années, plusieurs travaux ont donné lieux aux communications scientifiques et brevets suivants :

[1] S. Plancke, D. Beauvois, "Synthèse d'un observateur par filtrage de Kalman Etendu en vue du contrôle dynamique des véhicules automobiles", *Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2008, Bucarest, Roumanie, 3-5 septembre 2008.*

[2] S. Plancke, "Vehicle Damper Characterisation in real time using a linear state observer on position sensor", *Protection intellectuelle d'innovation déclarée en tant que brevet non publié dans le cadre du développement des systèmes de contrôle de châssis automobile, en attente d'une mise en production, Delphi, France, 04 Avril 2009.*

[3] S. Plancke, P. Germain "Model based control using seperate comfort and performance optimization functions", *Protection intellectuelle d'innovation déclarée en tant que brevet non publié dans le cadre du développement des systèmes de contrôle de châssis automobile, en attente d'une mise en production, Delphi, France, 01 Août 2009.*

Chapitre 1

Présentation du sujet

Sommaire

1.1 Equations mécaniques du modèle véhicule 11
1.1.1 Définition du système véhicule 12
1.1.2 Définition des repères 18
1.1.3 Equations dynamiques 24
1.1.4 Simplification du modèle 47
1.2 Recalage du modèle 52
1.2.1 Protocole expérimental 52
1.2.2 Recalage quasi statique 53
1.2.3 Recalage dynamique 62
1.2.4 Recalage du modèle d'actionneur 68
1.3 Validation du modèle véhicule 70
1.3.1 Perturbations Entrées route 70
1.3.2 Manœuvres dynamiques : Entrées conducteurs 72
1.4 Définition des objectifs 73
1.4.1 Capteurs disponibles 73
1.4.2 Point de départ 73
1.4.3 Cahier des charges 74

L'objet de cette étude est de développer une méthode permettant de déterminer en temps réel, à partir d'un certain nombre de signaux mesurés, l'état vertical d'un véhicule automobile pour assurer le contrôle du châssis et des roues à l'aide d'un système de suspension contrôlée. Nous verrons dans ce rapport ce que sont les objectifs et quels sont les états nécessaires pour assurer la commande de ce type de système.

Pour cela, on propose d'étudier dans un premier temps le modèle dynamique en comportement du véhicule que l'on cherche à contrôler. Cette approche va permettre d'opérer certaines simplifications qui permettront d'adapter le modèle aux méthodes d'estimation temps réel, implémentable dans un calculateur de production. Nous finirons cette étape sur le recalage et la validation du modèle précédent à partir de données mesurées sur le véhicule de référence.

Ensuite, nous allons étudier les différentes méthodes d'estimation temps réel, linéaires et non linéaires, qui permettent d'effectuer l'estimation des variables d'état qui nous intéressent. A l'issue de cette étape, nous choisirons la méthode la mieux adaptée à la problématique. Enfin, nous ferons un état de l'art des méthodes actuellement utilisées par l'entreprise.

Dans une troisième étape, nous essayerons d'adapter le modèle véhicule à la méthode d'estimation choisie. Pour cela, nous définirons une structure particulière de filtre puis nous détaillerons les différentes perturbations considérées sur l'état. A partir de là, nous ferons l'étude de l'observabilité du système pour plusieurs configurations de capteurs. Nous verrons que cette étape nous amènera à modifier quelque peu le modèle précédent.

Enfin, dans une dernière partie, nous établirons les algorithmes pour les différentes combinaisons de capteurs puis nous évaluerons leurs performances en simulation à l'aide de données mesurées sur le véhicule de référence.

1.1 Equations mécaniques du modèle véhicule

Dans cette partie, on propose de développer un modèle complet permettant de décrire les degrés de liberté du véhicule et des roues dans l'espace à partir du principe fondamental de la dynamique. Cette étape va permettre de calculer les équations d'évolution du véhicule suivant ses degrés de liberté. Nous pourrons également, d'une part, justifier les simplifications faites sur le modèle, et d'autre part montrer comment s'affranchir du développement d'un modèle de pneumatique souvent difficile à mettre en œuvre pour une application temps réel.

Pour limiter la complexité des équations, nous proposons de développer un modèle du véhicule soumis uniquement à des sollicitations issues du conducteur. Ces dernières correspondent aux commandes telles que l'angle du volant ou l'angle des roues, l'angle de la pédale d'accélération (le couple de propulsion) et enfin la pression sur la pédale de frein (le couple de freinage). Dans cette approche, nous ne considèrerons pas de mouvement du sol par rapport à la Terre. Cette dynamique sera donc négligée dans un premier temps mais nous garderons à l'esprit que nous développons ici un modèle décrivant les états du véhicule par rapport au sol et non par rapport à la Terre. Nous verrons par la suite comment prendre en compte son influence sur le modèle.

Pour introduire les notions dynamiques du véhicule, nous allons maintenant préciser quelques définitions concernant ce dernier. En particulier une description du véhicule automobile, la définition des solides considérés dans l'étude, la position géométrique des centres de rotation ainsi que les repères utilisés pour le développement du modèle.

1.1.1 Définition du système véhicule

1.1.1.1 Définition du système

Un véhicule automobile est un ensemble de sous systèmes dynamiques faisant intervenir une masse suspendue notée $\{S_2\}$ que nous définirons par « véhicule » dans la suite de ce rapport ainsi que quatre masses non suspendues $\{S_{11}\},\{S_{12}\},\{S_{21}\},\{S_{22}\}$ qu'on appelle les roues, respectivement pour l'avant gauche, l'avant droit, l'arrière gauche et l'arrière droit. On définit également par essieu avant et arrière l'ensemble des sous systèmes $\{S_{11}\},\{S_{12}\}$ ou $\{S_{21}\},\{S_{22}\}$ constitué des deux roues selon qu'elles soient positionnées à l'avant ou à l'arrière du véhicule.
Les cinq masses sont liées entre elles par des éléments de suspension dont l'objectif est d'assurer le confort et la tenue de route du véhicule. Ces éléments sont en général quatre ressorts de suspension, quatre amortisseurs et un ou plusieurs actionneurs. Par ailleurs, les deux roues d'un même essieu sont rendues dépendantes par la mise en place de deux barres antiroulis avant et arrière permettant d'assurer une raideur angulaire supplémentaire pour le véhicule selon son axe longitudinal.
Ensuite, les quatre roues sont liées à la route par l'intermédiaire de pneumatiques que nous modéliserons dans la suite par des raideurs.
Le schéma suivant permet d'expliciter les différentes masses et éléments de suspension définis précédemment. Pour des raisons de simplicité, nous avons décrit la masse et les éléments de suspension associés à un seul coin du véhicule :

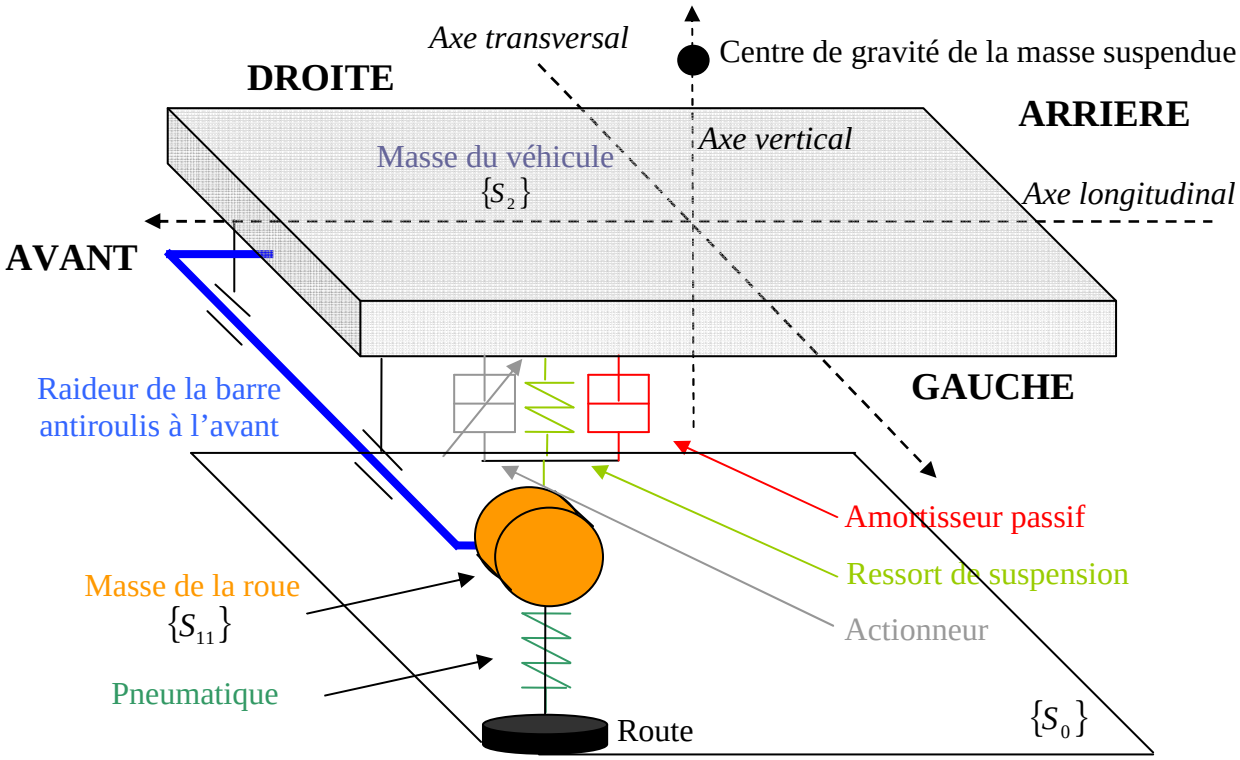


Fig. 1. 1 – Schéma descriptif des éléments intervenant dans un véhicule automobile

D'un point de vue géométrique, chaque roue est positionnée par rapport à la position du centre de gravité lors de l'équilibre statique du véhicule. On appelle empattement avant et arrière la distance entre le centre de gravité respectivement des roues avant et arrière suivant l'axe longitudinal. De la même manière on définit par voie la distance entre les deux roues d'un même essieu selon l'axe transversal du véhicule. Par raison de symétrie gauche / droite, on en déduit la distance latérale de

chaque roue par rapport au centre de gravité à l'état d'équilibre. Cette distance est appelée demi-voie et correspond donc à la moitié de la voie avant ou arrière.
Le schéma suivant, en vue de dessus, permet de définir ces distances. Par ailleurs on introduit ici un repère intermédiaire noté $R_I(O', \vec{x}_I, \vec{y}_I, \vec{z}_I)$ situé à l'intersection de la droite verticale passant par le point G et du plan de la route lors de l'équilibre statique du véhicule. Nous verrons que ce repère privilégié permet d'exprimer de manière simplifiée l'état du véhicule.
Pour des raisons de clarté nous avons accentué les écarts de voie avant et arrière :

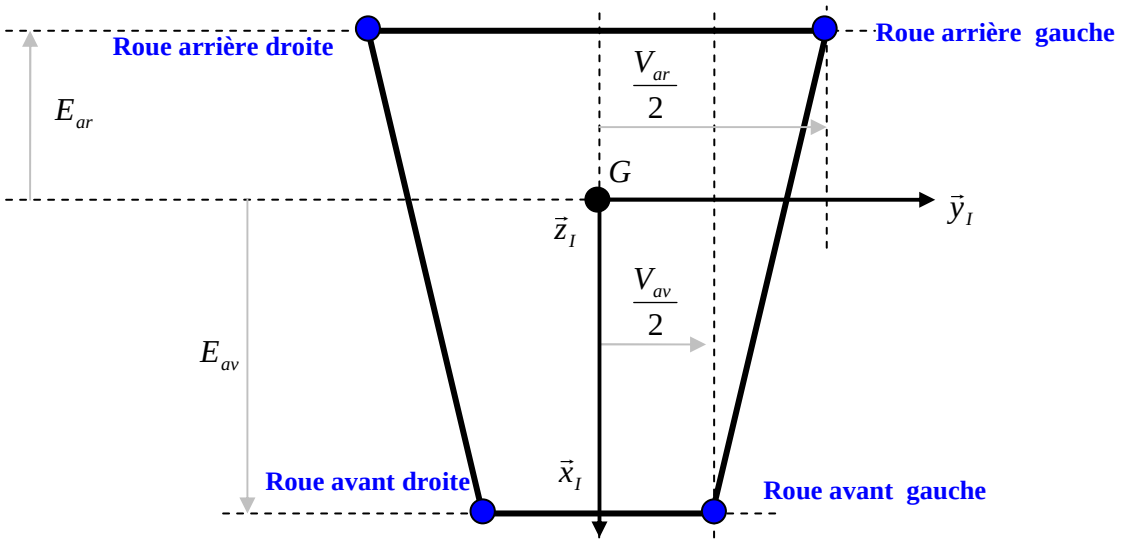


Fig. 1. 2 – Schéma de définition des distances géométriques des roues par rapport au véhicule

1.1.1.2 Définition des liaisons cinématiques et des axes de rotation du véhicule

- *Mouvement de rotation (lacet) et de translation (ballant et avance) dans le plan* $R_0(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$

Le véhicule automobile est un mobile pouvant se déplacer librement dans le plan de la route par l'intermédiaire des commandes disponibles (volant, accélérateur et frein). Ces mouvements sont définis par rapport à la Terre $R_0(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Nous allons donc considérer trois degrés de liberté possibles. Une rotation autour de l'axe $\vec{z}_0$ définie par le lacet ψ et deux translations selon l'axe $\vec{x}_0$ (l'avance X) et $\vec{y}_0$ (le ballant Y). Nous pouvons résumer ces différents degrés de liberté sur le schéma du véhicule en vue de dessus :

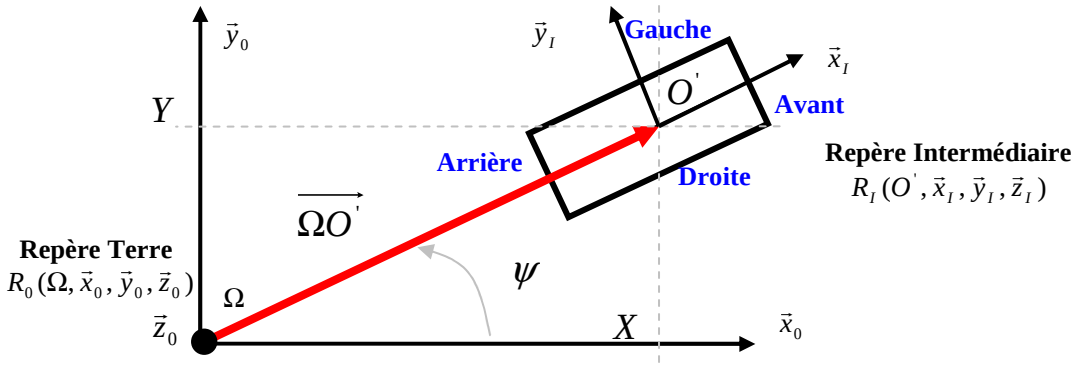


Fig. 1. 3 – schéma explicatif des mouvements du véhicule dans le plan de la route

Sur ce schéma, on peut dire que l'accélérateur et le frein permettent au véhicule de se mouvoir selon l'axe de translation $\overrightarrow{\Omega O'}$ et que le volant permet de modifier la vitesse de lacet. Comme le montre le schéma suivant (essieu directeur à l'avant), en condition d'adhérence (absence de glissement), le centre de rotation Ω peut être défini directement à partir de la connaissance de l'angle au volant. Dans ce cas, il se situe à l'intersection des perpendiculaires au plan des roues construit à l'aide des vecteurs vitesse identifiés en rouge. En réalité, pour tenir compte des limites physiques du pneumatique (dérive de l'essieu arrière par exemple), le centre de rotation E est déterminé à partir des vitesses du véhicule identifiées en vert. Il est dans ce cas nécessaire d'avoir un modèle du pneumatique pour évaluer le contact du pneumatique sur la route.

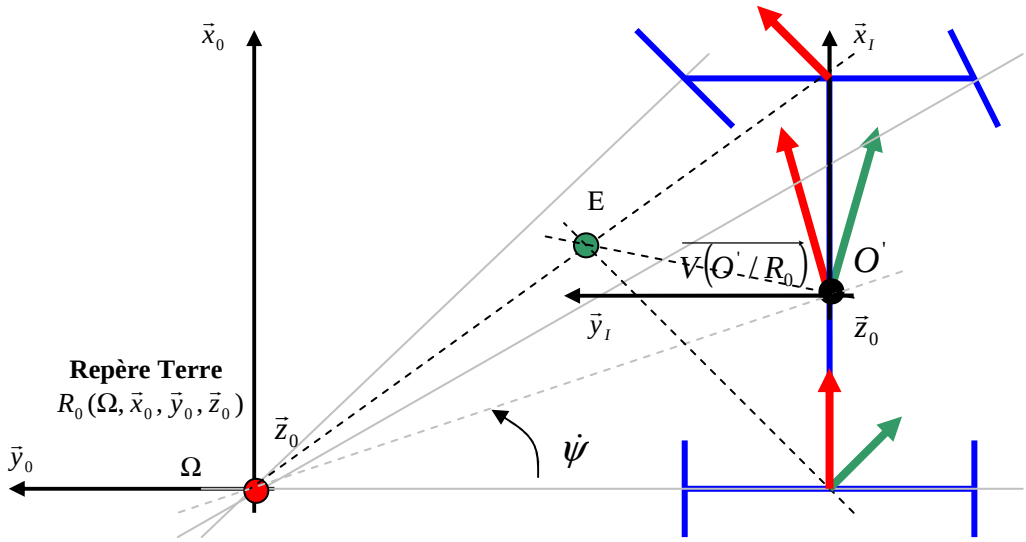


Fig. 1. 4 – Schéma d'obtention du centre de rotation en lacet en fonction de la dérive des pneumatiques

- *Axes de rotation par rapport à l'axe longitudinal (roulis) et l'axe transversal (tangage)*

Contrairement aux développements classiques que l'on peut trouver dans la littérature, nous allons ici considérer une position des axes de rotation différente selon que le véhicule tourne autour de son axe transversal (le tangage) ou autour de son axe longitudinal (le roulis). En effet, la position de ces axes dépend du guidage cinématique des roues par rapport au véhicule. Le schéma suivant permet de montrer comment définir la position des axes de rotation dans l'espace. Pour des raisons de simplicité et de clarté, nous présentons uniquement la démarche pour obtenir l'axe de roulis à partir d'un guidage des roues de type double triangle :

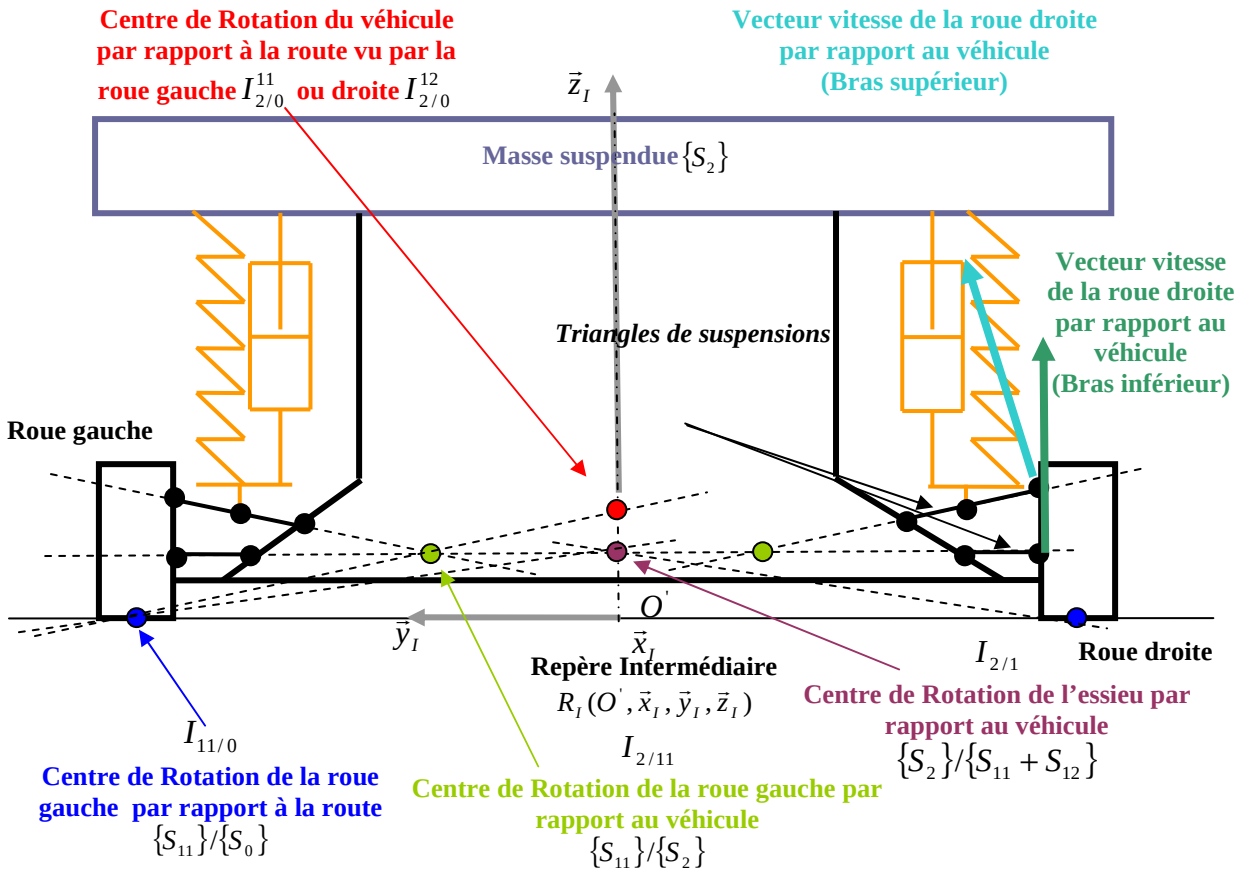


Fig. 1. 5 – Schéma de principe utilisé pour la détermination du centre de roulis avant du véhicule par rapport aux roues et par rapport au sol

A partir de la connaissance du type de guidage cinématique des roues S_{11} et S_{12} par rapport au véhicule S_2, il est possible de déterminer leurs vecteurs vitesse et ainsi de construire les centres de rotation de chaque roue par rapport au véhicule. Dans le développement qui suit, nous allons considérer que les roues (gauche et droite) d'un essieu constituent un seul et même solide indéformable, solidaire de la route. Pour cela, on approche un centre de rotation équivalent situé à l'intersection de l'axe passant par les deux centres de rotation $I_{2/11}$ et $I_{2/12}$ propres à chaque roue et l'axe de symétrie du véhicule. Cela permet de construire un centre de rotation $I_{2/1}$ du véhicule par rapport à l'essieu.
Puisque dans le développement qui suit nous considérons que l'essieu est solidaire de la route, nous utiliserons le centre de rotation $I_{2/1}$ car c'est la rotation par rapport à ce point qui va engendrer le couple résistant induit par les éléments de suspension.

En réalité, il est à noter que physiquement, sur le véhicule, les roues tournent par rapport à la route et il existe donc un centre de rotation de chaque roue par rapport au sol. La loi de composition des centres instantanés de rotation permet d'écrire que $I_{2/11}$, $I_{11/0}$ et $I^{11}_{2/0}$ sont alignés sur une même droite. Cela permet donc de construire un centre de rotation du véhicule par rapport au sol comme l'intersection de la droite correspondant à la roue gauche et celle correspondant à la roue droite.
De plus, de par la cinématique, nous pouvons préciser que ce centre de rotation va se déplacer en fonction de l'angle qu'aura le véhicule par rapport aux roues. Nous considèrerons ici une position fixe de ce centre par rapport au repère intermédiaire.

Nous pouvons réaliser la même étude à l'arrière pour déterminer le centre de rotation de l'essieu arrière par rapport au véhicule. Cela permet de construire l'axe de roulis du véhicule par rapport aux roues. Cet axe correspond à la droite passant par les deux centres de rotation avant $I_{2/1}^{av}$ et arrière $I_{2/1}^{ar}$, et appartient au plan de symétrie longitudinal du véhicule $(O, \vec{x}_I, \vec{z}_I)$.
Enfin, comme le montre le schéma suivant, d'un point de vue du véhicule on définit le point O de la manière suivante :

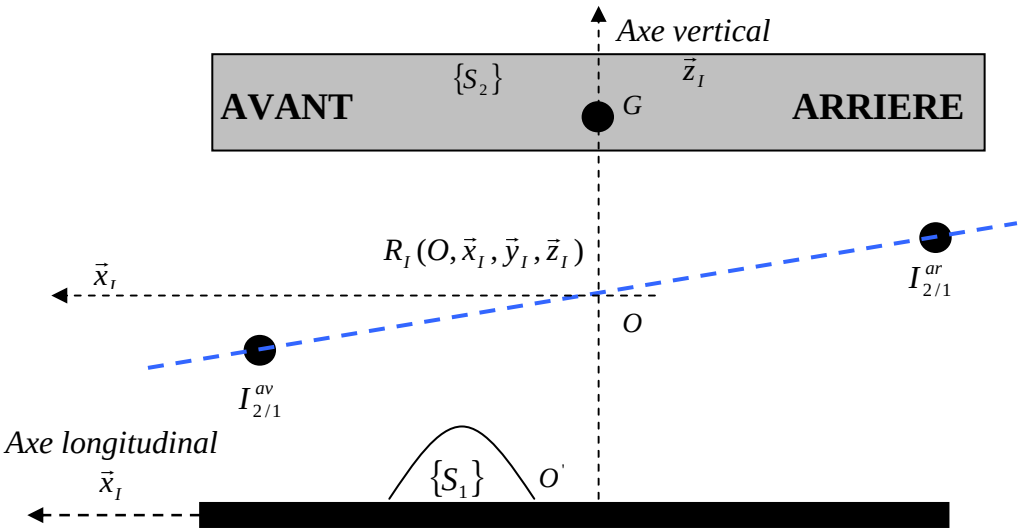


Fig. 1. 6 – Schéma de définition du centre de roulis O à partir des centres avant et arrière

Dans la pratique, compte tenu de la faible inclinaison de l'axe de roulis par rapport à $\vec{x}_I$, nous supposons que l'axe de roulis est colinéaire à $\vec{x}_I$.

De la même manière que précédemment nous pouvons construire la position de l'axe de tangage du véhicule par rapport au repère intermédiaire. Contrairement au centre de roulis, le centre de tangage peut se situer à une distance longitudinale du centre de gravité. Néanmoins, nous considèrerons uniquement sa position verticale et nous le positionnerons à la verticale du centre de gravité car c'est cette caractéristique qui va modifier principalement les équations. Nous verrons que le fait de considérer deux axes de rotation distincts avec des positions verticales différentes, selon que le véhicule tourne autour de son axe longitudinal ou latéral modifie l'équilibre statique du véhicule et des roues améliorant ainsi la modélisation par rapport aux modèles existants.

Par ailleurs nous noterons pour le développement de la quantité d'accélération du véhicule le système S_1 comme étant l'ensemble des quatre sous-systèmes $\{S_{11}\}, \{S_{12}\}, \{S_{21}\}, \{S_{22}\}$ considérés solidaires entre eux et fixes par rapport au repère intermédiaire.

- *Mouvement de translation verticale du véhicule (pompage)*

Le système S_2 associé à la masse suspendue peut admettre, de par la suspension, un mouvement vertical du centre de gravité que l'on appelle pompage. On définit ce mouvement par rapport à l'axe vertical $\vec{z}_I$ du repère intermédiaire. Ce mouvement, comme pour le roulis et le tangage, va conditionner directement l'état de la suspension et donc les efforts d'interaction entre le véhicule S_2 et les roues $\{S_{11}\}, \{S_{12}\}, \{S_{21}\}, \{S_{22}\}$. Contrairement aux mouvements de tangage et de roulis, les variations de pompage sont faibles sur des manœuvres issues du conducteur. Elles interviennent principalement sur des entrées provenant de la route.

- *Approximation sur le mouvement associé à la route*

Le schéma suivant permet de comprendre l'approximation et de montrer qu'en réalité le repère lié à la route est en mouvement par rapport à la Terre et dépend du déplacement vertical de la route sous les roues.

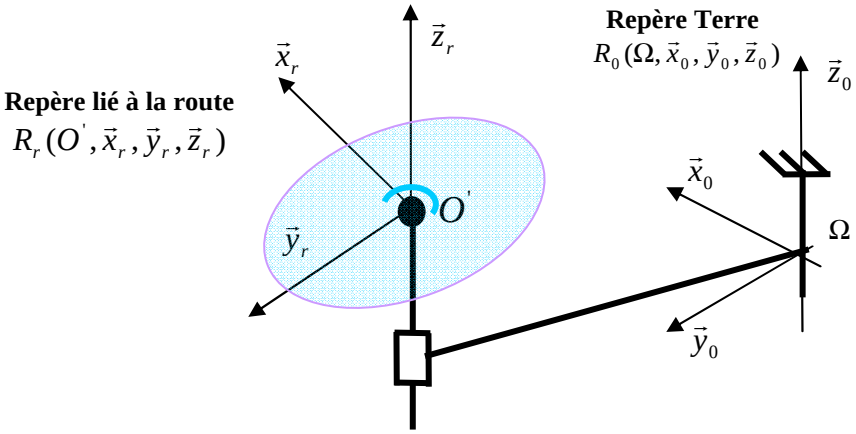


Fig. 1. 7 – Schéma de définition du repère route par rapport au repère lié à la Terre

On comprend aisément que le mouvement de la route par rapport à la Terre dépende de la vitesse de déplacement verticale de la route sous les roues. Le schéma suivant en projection sur le plan $(T, \vec{y}, \vec{z})$ permet de comprendre leurs influences:

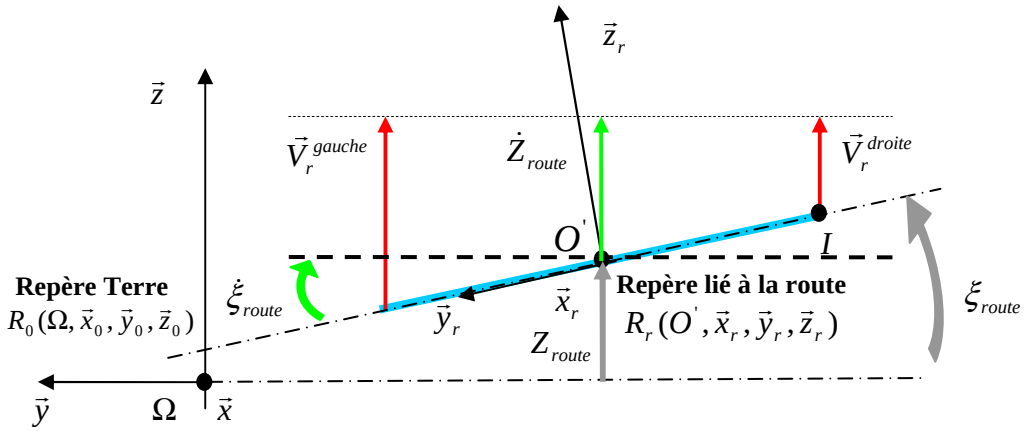


Fig. 1. 8 – Schéma de principe utilisé pour le calcul du centre instantané de rotation de la route par rapport à la Terre

Du point de vue d'un essieu, à partir des vitesses verticales de déplacement route, on construit un mouvement de translation et de rotation de ce repère par rapport à la Terre. Néanmoins en réalité, la route peut être modélisée par quatre points, ce qui pose le problème de déterminer le mouvement de ce dernier. Le solide route devient en effet déformable.
Nous allons donc dans la suite étudier les mouvements issus des manœuvres du conducteur par rapport à la Terre et nous allons négliger les couplages dynamiques avec ceux issus de la route. Nous allons considérer ici que ces perturbations sont à bien plus haute fréquence que celles du véhicule, centrées autour d'une altitude de référence correspondant à l'équilibre statique, qu'elles ont un impact limité sur les caractéristiques géométriques associées au véhicule (position des centres instantanés de rotation…).

1.1.2 Définition des repères

1.1.2.1 Introduction

Cette étape a pour but de définir les différents repères utilisés pour décrire les degrés de liberté du véhicule dans l'espace. Nous cherchons ici à caractériser le mouvement du solide $\{S_2\}$ pour écrire les équations dynamiques associées aux efforts extérieurs.
Contrairement à l'aéronautique, le solide $\{S_2\}$ qui nous intéresse admet des efforts qui s'expriment dans un repère différent de celui du véhicule. Compte tenu des faibles angles pris par $\{S_2\}$, nous pouvons considérer les suspensions travaillant à la verticale du repère associé à la position d'équilibre du véhicule. Comme le montre le schéma ci-dessous, nous considérons la direction et les points d'application des efforts constants dans le repère intermédiaire, quels que soient les angles du véhicule.

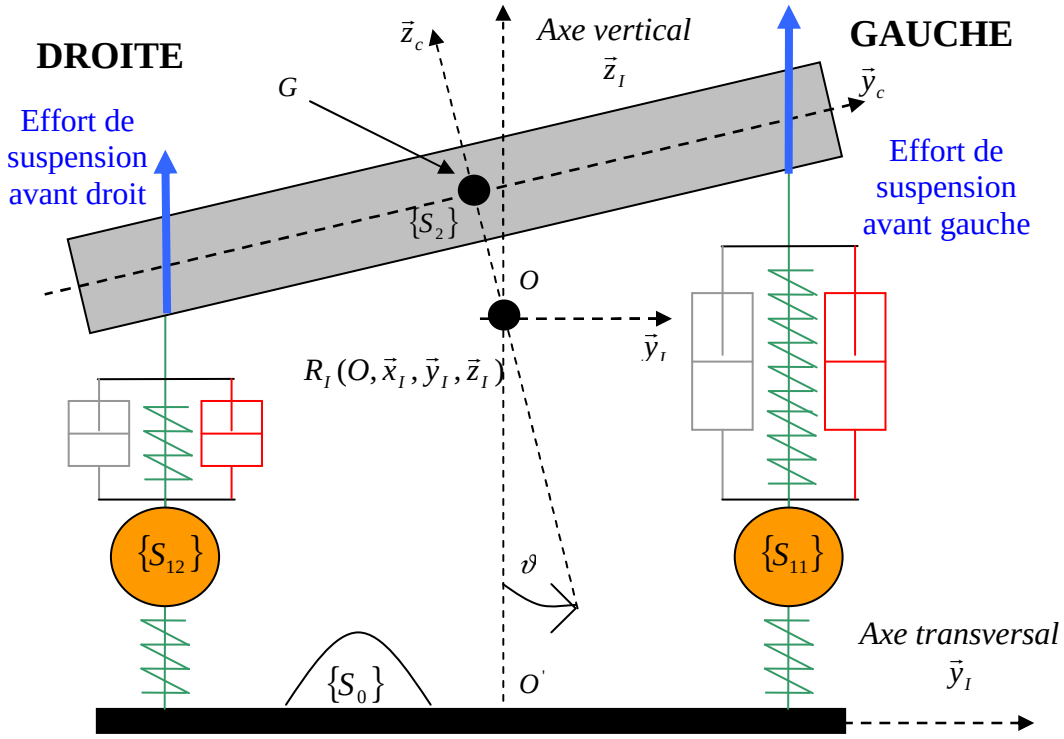


Fig. 1. 9 – Schéma du véhicule en vue de face permettent de caractériser les mouvements des suspensions et des roues par rapport au véhicule

Cette caractéristique propre aux véhicules automobiles va nous amener à développer les équations dans le repère intermédiaire. De plus, d'un point de vue des efforts de suspension induits par le mouvement vertical des roues, il est intéressant également d'utiliser ce repère pour développer ultérieurement les équations dynamiques associées aux roues.

1.1.2.2 Repérage spatial

Dans le développement qui suit, nous allons négliger les effets dynamiques des roues sur le véhicule. C'est-à-dire que le repère Route n'admettra pas de mouvement par rapport au repère intermédiaire.

Repère absolu galiléen

Le repère galiléen noté $R_0(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ centré en Ω est le repère de référence lié à la Terre. C'est celui par rapport auquel on mesure les accélérations et on caractérise les états du véhicule.

Repère intermédiaire

On passe du repère absolu $R_0(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ au repère intermédiaire $R_I(O, \vec{x}_I, \vec{y}_I, \vec{z}_I)$ en faisant une translation $\vec{\Omega O}$ (correspondant aux translations de ballant et d'avance) selon $\vec{x}_I$ et une rotation $\vec{\Psi} = \psi \cdot \vec{Oz}_0 = \psi \cdot \vec{Oz}_I$ où ψ est défini comme étant l'angle de cap (ou angle de lacet) du véhicule. Ce repère est repéré par la couleur orange et issu du repère absolu par une liaison pivot de centre Ω et d'axe $\vec{z}_0$ (représentée en bleu sur le schéma cinématique) ainsi qu'une liaison glissière centrée en O' et d'axe $\vec{x}_I$ (représenté en orange sur le schéma cinématique).
On précise ici que la position du centre O' est fixe dans R_I, défini à la verticale du centre de roulis O et appartenant au plan $(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. C'est dans ce repère que seront exprimées les équations dynamiques du véhicule. Il a l'avantage de conserver les dimensions géométriques des points d'application et des directions des efforts de suspension ainsi que la position du centre instantané de rotation en roulis du véhicule $\{S_2\}$ par rapport aux roues $\{S_1\}$. C'est le repère de référence par rapport auquel on souhaite connaître l'état du véhicule.

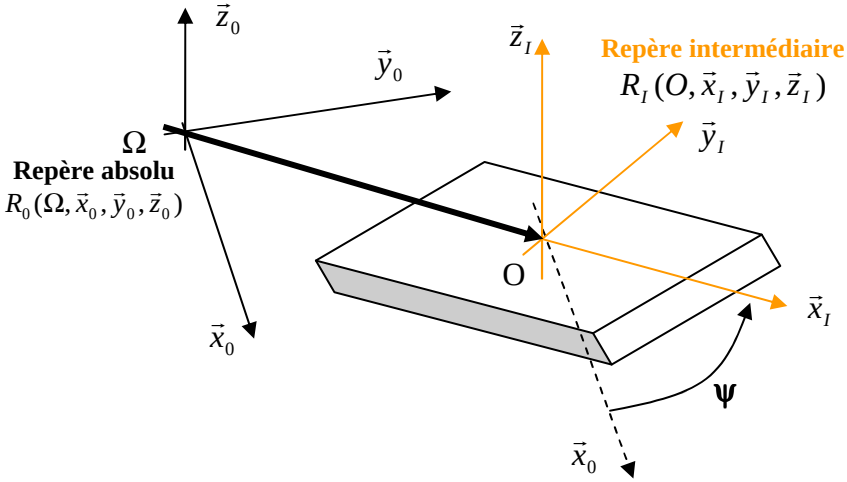


Fig. 1. 10 - Schéma de passage du repère absolu au repère intermédiaire

Repère de transition

Ce repère est appelé repère de transition, noté $R'(O_1, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$, représenté en rouge sur le schéma cinématique et issu du repère intermédiaire par une rotation d'angle de roulis $\vec{\vartheta} = \vartheta \cdot \vec{x}_I = \vartheta \cdot \vec{x}'$ autour de l'axe de roulis du véhicule. Cette dernière liaison est représentée par la liaison pivot centrée en O et d'axe $\vec{x}_I$. Cette transformation est représentée sur le schéma Fig. 1. 11.

Repère véhicule

Ce repère noté $R_c(O_1, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$ permet de décrire les caractéristiques dynamiques du véhicule (masse, inertie) issues des données du constructeur. On passe du repère de transition au repère véhicule en effectuant une rotation $\vec{\varphi} = \varphi \cdot \vec{y}_c = \varphi \cdot \vec{y}'$, définie comme l'angle de tangage (ou angle de galop) par rapport au centre O_1 du véhicule. Cette dernière transformation est représentée en vert sur le schéma cinématique et définie par une liaison pivot de centre O_1 et d'axe $\vec{y}'$. Nous avons précédemment défini la position du point O_1 à une distance verticale de O selon $\vec{z}'$ et constante dans $R'(O_1, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$.

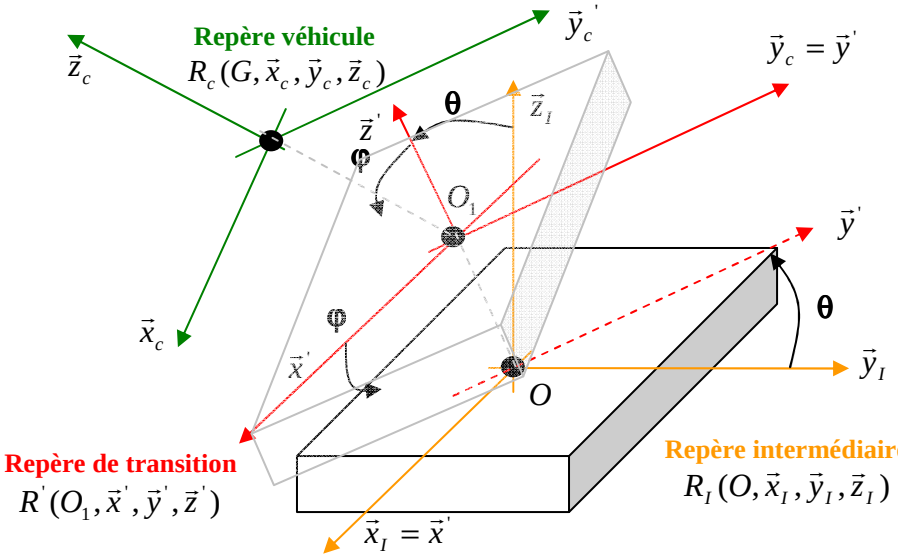


Fig. 1. 11 - Schéma de passage du repère intermédiaire au repère véhicule

Schéma cinématique

Le schéma suivant *Fig. 1. 12* a pour but de reprendre l'ensemble des degrés de liberté du véhicule et de positionner les repères qui seront utilisés par la suite pour le développement des équations dynamiques. Le centre des liaisons représente les points caractéristiques du véhicule (le centre de rotation en roulis, en lacet, en tangage, le centre de gravité), définis principalement par les données géométriques:

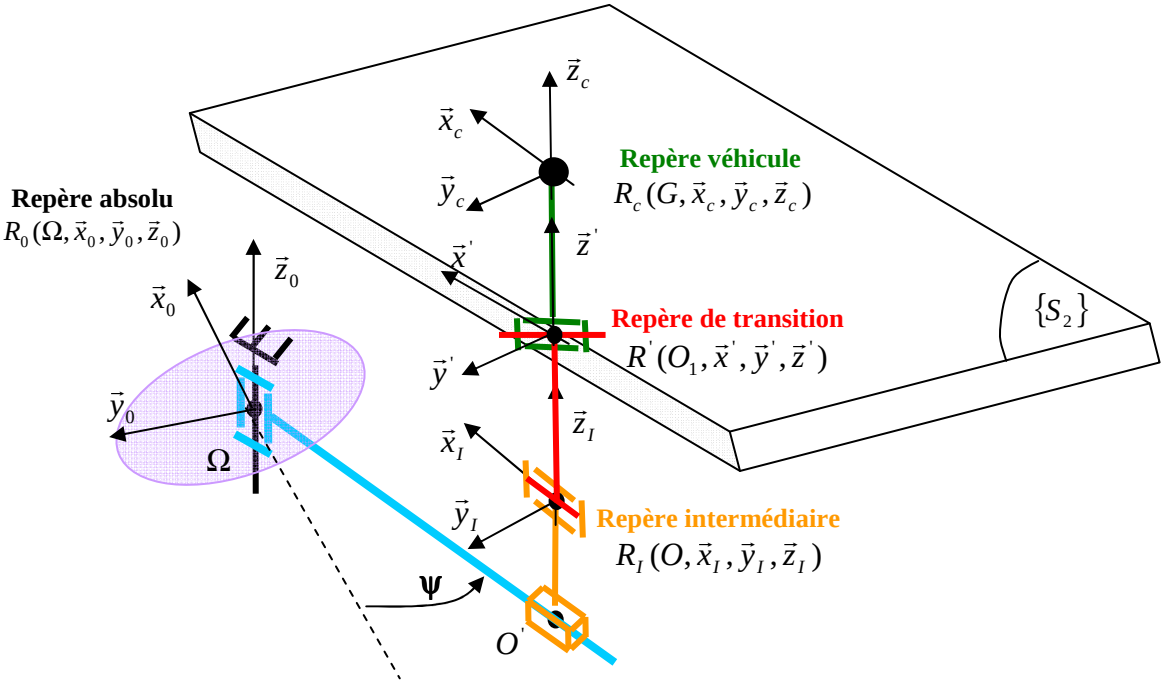


Fig. 1. 12 - Schéma cinématique simplifié du véhicule par rapport à la Terre

1.1.2.3 Repérage géométrique

Position du centre de gravité par rapport au centre des repères

Pour le calcul de l'accélération absolue du centre de gravité nous avons besoin d'expliciter les distances relatives du centre de gravité par rapport au centre du repère intermédiaire et du repère de transition. Nous exprimerons ces distances dans le repère intermédiaire car c'est dans ce repère que nous avons choisi de calculer les accélérations.

La position du centre de gravité par rapport au centre du repère de transition s'écrit :

$$\left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R_I} = \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\sin\varphi \\ -Z_{O_1G}\cos\varphi\sin\vartheta \\ Z_{O_1G}\cos\varphi\cos\vartheta \end{Bmatrix}_{R_I}$$

La position du centre de gravité par rapport au centre du repère intermédiaire s'écrit :

$$\left.\overrightarrow{OG}\right|_{R_I} = \left.\overrightarrow{OO_1}\right|_{R_I} + \left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R_I} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_{OO_1}\sin\vartheta \\ Z_{OO_1}\cos\vartheta \end{Bmatrix}_{R_I} + \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\sin\varphi \\ -Z_{O_1G}\cos\varphi\sin\vartheta \\ Z_{O_1G}\cos\varphi\cos\vartheta \end{Bmatrix}_{R_I} = \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\sin\varphi \\ -\sin\vartheta\left(Z_{O_1G}\cos\varphi + Z_{OO_1}\right) \\ \cos\vartheta\left(Z_{OO_1} + Z_{O_1G}\cos\varphi\right) \end{Bmatrix}_{R_I}$$

Compte tenu des hypothèses considérées dans le paragraphe suivant, nous pouvons écrire :

$$\left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} Z_{O_1G}\varphi \\ -Z_{O_1G}\vartheta \\ Z_{O_1G} \end{matrix}\right\}_{R_I} \text{ et } \left.\overrightarrow{OG}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} Z_{O_1G}\varphi \\ -\vartheta\left(Z_{O_1G}+Z_{OO_1}\right) \\ Z_{OO_1}+Z_{O_1G} \end{matrix}\right\}_{R_I}$$

Dans la pratique on définit les distances verticales selon $\vec{z}_I$ comme étant des données constantes issues des propriétés physiques du véhicule. Ces distances constituent en quelque sorte les bras de levier des actions extérieures qui vont s'appliquer sur le véhicule d'un point de vue du repère intermédiaire et qui vont engendrer des mouvements du véhicule sur des manœuvres issues du conducteur. Ces distances sont définies de la manière suivante :

$$H_{roul} = Z_{OO_1} + Z_{O_1G} \text{ et } H_{\tan g} = Z_{O_1G}$$

On réécrit alors les distances du centre de gravité par rapport au centre des repères :

$$\left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} H_{\text{tang}}\varphi \\ -H_{\text{tang}}\vartheta \\ H_{\text{tang}} \end{matrix}\right\}_{R_I} \text{ et } \left.\overrightarrow{OG}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} H_{\text{tang}}\varphi \\ -H_{roul}\vartheta \\ H_{roul} \end{matrix}\right\}_{R_I}$$

Position des centres de rotation par rapport au centre O'

Ces distances géométriques vont être utilisées ultérieurement pour calculer les efforts normaux aux pneumatiques. Elles caractérisent la distance verticale des centres de rotation par rapport au sol. De la même manière on définit les distances :

$$H_{roul}^{abs} = Z_{O'O} \text{ et } H_{\tan g}^{abs} = Z_{O'O} + Z_{OO_1} \text{ et } H_{cdg}^{abs} = Z_{O'O} + Z_{OO_1} + Z_{O_1G}$$

On écrit alors :

$$\left.\overrightarrow{O'O}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ H_{roul}^{abs} \end{matrix}\right\}_{R_I} \text{ et } \left.\overrightarrow{O'O_1}\right|_{R_I} = \left.\overrightarrow{O'O}\right|_{R_I} + \left.\overrightarrow{OO_1}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} 0 \\ -\vartheta\left(H_{\text{tang}}^{abs} - H_{roul}^{abs}\right) \\ H_{\text{tang}}^{abs} \end{matrix}\right\}_{R_I}$$

$$\left.\overrightarrow{O'G}\right|_{R_I} = \left.\overrightarrow{O'O}\right|_{R_I} + \left.\overrightarrow{OO_1}\right|_{R_I} + \left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R_I} = \left\{\begin{matrix} H_{\text{tang}}\varphi \\ -H_{roul}\vartheta \\ H_{cdg}^{abs} \end{matrix}\right\}_{R_I}$$

Hypothèses du modèle

Cette partie a pour objectif de préciser les hypothèses utilisées dans l'écriture du modèle. En effet, la dynamique du véhicule est un système complexe qui nécessite des hypothèses simplificatrices pour limiter la charge de calcul sans pour autant négliger sa compréhension générale. Ainsi, dans la suite du développement, nous considèrerons les hypothèses suivantes :

→ Absence de la prise en compte du poids dans les équations. Nous étudierons le comportement du véhicule autour de la position d'équilibre définie par sa position statique.

→ Influence négligeable des termes trigonométriques dus aux angles de roulis et de tangage. Ces angles maximums sont de l'ordre de 5°. Cela permet de considérer les réductions suivantes : $\cos(\vartheta) \approx 1$, $\sin(\vartheta) \approx \vartheta$, $\cos(\varphi) \approx 1$, $\sin(\varphi) \approx \varphi$ autour des points d'équilibre $\vartheta_0 = 0$, $\varphi_0 = 0$.

→ Absence de dynamiques associées aux roues par rapport au sol lors de manœuvres issues du conducteur. Le repère intermédiaire correspond en effet au plan passant par les points de contact des roues sur le sol. La prise en compte de cette caractéristique augmente considérablement les calculs sans apporter de précision supplémentaire sur la dynamique du véhicule lors de ces manœuvres. Nous introduirons néanmoins dans la suite une dynamique verticale associée à chaque roue pour prendre en compte leur évolution sur des entrées issues de la route. Cette hypothèse est justifiée par le fait que la bande passante des roues se situe à peu près à 12Hz, or les manœuvres issues du conducteur sont limitées à ~3 Hz.

→ Absence de variation de position des centres de rotation. En effet, le centre de roulis et de tangage du véhicule par rapport aux roues est défini par les liaisons cinématiques et dépend de la position du véhicule et de chaque roue. Ces centres de rotation peuvent par ailleurs se déplacer latéralement par rapport au centre de gravité. Nous considérerons dans la suite une position fixe définie par la position statique du véhicule sur un sol plan.

→ Rigidité parfaite du véhicule. Nous ne considèrerons pas de déformation du véhicule

→ Influence négligeable des efforts aux pneumatiques induits par le mouvement de dérive.

→ Influence négligeable des termes du deuxième ordre dans l'écriture des équations dynamiques.

→ Influence négligeable des variations géométriques du plan de roue et des liaisons élastiques qui assurent le filtrage haute fréquence. La roue n'admet qu'un mouvement vertical selon $\vec{z}_1$.

→ Absence de raideurs parasites dans le calcul des efforts. En réalité il existe des raideurs parasites qui ont pour fonction de filtrer les composantes hautes fréquences (>20 Hz) issues de la route et de permettre la liaison des éléments de guidage cinématique des suspensions par rapport au châssis et aux roues. Ainsi, dans la suite, ces raideurs ne seront pas explicitement introduites mais leurs impacts seront pris en compte dans l'étape de recalage en calculant une raideur globale équivalente pour chaque élément de suspension (ressorts et barres antiroulis).

→ Influence négligeable des dynamiques associées aux suspensions (ressorts, amortisseurs, barres antiroulis et actionneurs).

1.1.3 Equations dynamiques

1.1.3.1 Introduction

Dans cette représentation, nous considérons les mouvements dynamiques du véhicule issus des manœuvres du conducteur. Les centres de rotation en roulis et en tangage du véhicule par rapport aux roues sont définis à partir des éléments de guidage cinématique des essieux. Dans le développement qui suit, nous ne considérons pas de dynamique des essieux par rapport au sol ni de dynamique du sol. Nous verrons comment en tenir compte dans la suite du développement.

Tout d'abord, nous allons chercher à calculer l'accélération au centre de gravité du solide véhicule par rapport au repère absolu pour pouvoir appliquer ensuite le principe fondamental de la dynamique. Compte tenu de la décomposition précédente des états du véhicule, nous allons devoir utiliser la loi de composition des accélérations. Contrairement aux développements des modèles véhicule que l'on peut trouver dans la littérature, nous allons utiliser cette loi de composition deux fois car nous disposons ici de deux centres de rotation (tangage, roulis) distincts. Cela complexifie les calculs mais permet d'améliorer la précision du modèle dans les phases de freinage, accélération et virage. Nous chercherons à exprimer cette accélération dans le repère intermédiaire pour faciliter le développement ultérieur des efforts sur le système.

Par ailleurs nous allons introduire ici la notion de masse totale et de masse suspendue. La masse totale du véhicule M est constituée de la masse suspendue $\{S_2\}$ et de la masse des quatre roues $\{S_{11}, S_{12}, S_{21}, S_{22}\}$. La masse suspendue sera quand à elle notée m. Cela va avoir une incidence sur la quantité d'accélération. En effet, dans le terme d'accélération d'entraînement, bien que nous omettions de considérer les roues dans le calcul, c'est la masse M qui est en mouvement par rapport à R_0. Aussi nous utiliserons cette masse pour déterminer la quantité d'accélération induite par l'accélération d'entrainement. Néanmoins, en ce qui concerne les autres termes d'accélération (relative, Coriolis), nous utiliserons cette fois si la masse m car c'est cette masse qui est considérée dans les rotations en roulis et tangage. Cette distinction permet de prendre en compte l'influence des roues dans la quantité d'accélération mais sans les considérer explicitement dans les termes dynamiques. Nous verrons ultérieurement que cela permet de conserver l'incidence des roues sur les efforts réellement appliqués sur le véhicule.

Nous allons ensuite développer le calcul du moment dynamique. Pour cela nous calculerons le moment cinétique du solide $\{S_2\}$ au centre de gravité car la matrice d'inertie du véhicule est exprimée en ce point. Nous en déduirons ainsi le moment dynamique en G exprimé dans le repère intermédiaire. Nous utiliserons ensuite le théorème de transport pour obtenir le moment dynamique exprimé aux deux centres de rotation (roulis et tangage). En effet, pour éviter de développer les actions de contact dans ces liaisons, nous proposons d'extraire le moment dynamique en roulis par rapport au centre de roulis, puis celui en tangage par rapport au centre de tangage. Cela permettra de faire apparaître certains termes caractéristiques et très utilisés dans le milieu automobile, en particulier le moment des forces extérieures par rapport à leurs centres de rotation respectifs.

1.1.3.2 Somme dynamique sur le véhicule

L'application du principe fondamental de la dynamique permet d'écrire que la somme dynamique des efforts agissant sur un système est égale au produit de sa masse par l'accélération du centre d'inertie. Nous avons choisi de développer cette relation dans le repère intermédiaire pour faciliter l'écriture ultérieure des efforts extérieurs, en particulier les efforts au sol ainsi que les efforts de suspension. Dans le cas contraire il aurait été nécessaire de projeter l'état des roues et les efforts au sol dans le repère qui nous intéresse. On écrit donc :

$$\sum \overrightarrow{F_{ext \to véhicule}} = M \overrightarrow{\gamma_a (G \in R_c / R_0)_{R_I}}$$

Nous allons donc calculer le terme d'accélération absolue du centre de gravité G appartenant au solide véhicule {S} lié au repère R_c par rapport au repère absolu R_0, exprimé dans le repère intermédiaire : $\overrightarrow{\gamma_a (G \in R_c / R_0)_{R_I}}$

La loi de composition des accélérations permet d'écrire :

$$\boxed{\overrightarrow{\gamma_a (G \in R_c / R_0)_{R_I}} = \overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R_I)_{R_I}} + \overrightarrow{\gamma_e (G \in R_I / R_0)_{R_I}} + \overrightarrow{\gamma_c (G \in R_I / R_0)_{R_I}}}$$

Nous allons donc calculer séparément chaque terme de l'équation précédente. De plus, nous décomposerons le premier terme de l'équation puisqu'il est nécessaire d'appliquer encore une fois le théorème de composition pour calculer cette dernière. C'est cette étape qui change dans les modèles couramment développés puisque ici le calcul de $\overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R_I)_{R_I}}$ n'est pas direct.

Accélération relative du point G lié à R_c par rapport à R_I

$\overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R_I)_{R_I}}$ est l'accélération relative du centre de gravité du solide véhicule par rapport au repère intermédiaire centré en O. Or, il existe un repère de transition permettant de définir un centre de tangage différent du centre de roulis. Ce repère noté $R'(O_1, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$ est donc centré en O_1. Ainsi, nous pouvons réutiliser la loi de composition des accélérations pour calculer l'accélération relative du centre de gravité lié au repère R_c par rapport à R_I. Nous allons alors utiliser ce repère de transition pour exprimer les termes précédents. Il vient :

$$\boxed{\overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R_I)_{R'}} = \overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R')_{R'}} + \overrightarrow{\gamma_e (G \in R' / R_I)_{R'}} + \overrightarrow{\gamma_c (G \in R' / R_I)_{R'}}}$$

- Calcul de $\overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R')_{R'}}$:

Dans un premier temps, nous allons calculer le terme d'accélération relative du point G lié à R_c par rapport à R'. Nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{\gamma_r (G \in R_c / R')_{R'}} = \left|_{R'} \frac{d\overrightarrow{V_r (G \in R_c / R')_{R'}}}{dt}\right.$$

Avec $\overrightarrow{V_r(G\in R_c/R')_{R'}} = \left|_{R'}\right. \dfrac{d\overrightarrow{O_1G}}{dt}$

Or, le vecteur $\left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R'}$ est défini par $\begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\sin\varphi \\ 0 \\ Z_{O_1G}\cos\varphi \end{Bmatrix}$

Ainsi, $\overrightarrow{V_r(G\in R_c/R')_{R'}} = \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\dot{\varphi}\cos\varphi \\ 0 \\ -Z_{O_1G}\dot{\varphi}\sin\varphi \end{Bmatrix}$

On en déduit alors :

$$\overrightarrow{\gamma_r(G\in R_c/R')_{R'}} = \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\cos\varphi - Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\sin\varphi \\ 0 \\ -Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\sin\varphi - Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\cos\varphi \end{Bmatrix}$$

- Calcul de $\overrightarrow{\gamma_e(G\in R'/R_I)_{R'}}$:

Dans un deuxième temps, nous allons calculer l'accélération d'entraînement du point G appartenant à R' par rapport à R_I. Nous pouvons donc utiliser la formule suivante :

$$\overrightarrow{\gamma_e(G\in R'/R_I)_{R'}} = \overrightarrow{\gamma_a(O_1\in R'/R_I)_{R_I}} + \left|_{R'}\right. \frac{d\overrightarrow{W_e\left(R'/R_I\right)_{R'}}}{dt} \wedge \left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R'} + \overrightarrow{W_e\left(R'/R_I\right)_{R'}} \wedge \left(\overrightarrow{W_e\left(R'/R_I\right)_{R'}} \wedge \left.\overrightarrow{O_1G}\right|_{R'}\right)$$

Nous savons que $\overrightarrow{W_e\left(R'/R_I\right)} = \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$ et $\left|_{R'}\right. \dfrac{d\overrightarrow{W_e\left(R'/R_I\right)_{R'}}}{dt} = \begin{Bmatrix} \ddot{\vartheta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Calculons maintenant le terme d'accélération du point O_1, centre du repère R' par rapport au repère R_I. Pour cela, nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{\gamma_a(O_1\in R'/R_I)_{R'}} = \left|_{R'}\right. \frac{d\overrightarrow{V_a(O_1\in R'/R_I)_{R'}}}{dt} + \overrightarrow{W_e\left(R'/R_I\right)_{R'}} \wedge \overrightarrow{V_a(O_1\in R'/R_I)_{R'}}$$

Avec $\overrightarrow{V_a(O_1\in R'/R_I)_{R'}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_{OO_1}\dot{\vartheta} \\ 0 \end{Bmatrix}$ et $\left|_{R'}\right. \dfrac{d\overrightarrow{V_a(O_1\in R'/R_I)_{R'}}}{dt} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_{OO_1}\ddot{\vartheta} \\ 0 \end{Bmatrix}$

Ainsi, $\overrightarrow{\gamma_a(O_1\in R'/R_I)_{R_I}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_{OO_1}\ddot{\vartheta} \\ -Z_{OO_1}\dot{\vartheta}^2 \end{Bmatrix}$

L'accélération d'entraînement du point G appartenant au repère $R^{'}$ par rapport à R_I s'écrit donc :

$$\overrightarrow{\gamma_e(G\in R^{'}/R_I)_{R^{'}}}=\begin{Bmatrix}0\\-\ddot{\vartheta}\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)\\-\dot{\vartheta}^2\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)\end{Bmatrix}$$

- Calcul de $\overrightarrow{\gamma_c(G\in R^{'}/R_I)_{R^{'}}}$:

Nous allons maintenant calculer le terme d'accélération de Coriolis lié au passage de $R^{'}$ à R_I. Ce terme correspond à $\overrightarrow{\gamma_c(G\in R^{'}/R_I)_{R^{'}}}=2\overrightarrow{W_e\left(R^{'}/R_I\right)_{R^{'}}}\wedge\overrightarrow{V_r(G\in R_c/R^{'})_{R^{'}}}$ Compte tenu de ce qui a été décrit auparavant, nous pouvons écrire :

$$\overrightarrow{\gamma_c(G\in R^{'}/R_I)_{R^{'}}}=\begin{Bmatrix}0\\2\dot{\vartheta}Z_{O_1G}\dot{\varphi}\sin\varphi\\0\end{Bmatrix}$$

Nous pouvons ainsi écrire le terme d'accélération relative du point G appartenant à R_c par rapport à R_I exprimé dans le repère $R^{'}$:

$$\overrightarrow{\gamma_r(G\in R_c/R_I)_{R_I}}=\begin{Bmatrix}Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\cos\varphi-Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\sin\varphi\\-Z_{O_1G}\ddot{\vartheta}\cos\varphi+2Z_{O_1G}\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\\-\dot{\vartheta}^2\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)-Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\sin\varphi-Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\cos\varphi\end{Bmatrix}$$

Nous pouvons maintenant utiliser la matrice de passage du repère $R^{'}$ au repère R_I pour exprimer cette accélération dans le repère intermédiaire. Il vient :

$$\overrightarrow{\gamma_r(G\in R_c/R_I)_{R_I}}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&\cos\vartheta&-\sin\vartheta\\0&\sin\vartheta&\cos\vartheta\end{bmatrix}\overrightarrow{\gamma_r(G\in R_c/R_I)_{R^{'}}}$$

$$\overrightarrow{\gamma_r(G\in R_c/R_I)_{R_I}}=\begin{Bmatrix}Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\cos\varphi-Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\sin\varphi\\-\ddot{\vartheta}\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)\cos\vartheta+2Z_{O_1G}\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta\\+\dot{\vartheta}^2\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)\sin\vartheta+Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta+Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\cos\varphi\sin\vartheta\\-\ddot{\vartheta}\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)\sin\vartheta+2Z_{O_1G}\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta\\-\dot{\vartheta}^2\left(Z_{OO_1}+Z_{O_1G}\cos\varphi\right)\cos\vartheta-Z_{O_1G}\ddot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta-Z_{O_1G}\dot{\varphi}^2\cos\varphi\cos\vartheta\end{Bmatrix}_{R_I}$$

(1. 1) - Accélération relative du centre de gravité appartenant au repère R_c par rapport à R_I

Accélération de Coriolis liée au passage de R_c ***à*** R_I

$\overrightarrow{\gamma_c(G\in R_I/R_0)_{R_I}}$ correspond à l'accélération de Coriolis. Elle est définie par :

$$\overrightarrow{\gamma_c(G\in R_I/R_0)_{R_I}} = 2\overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{R_I}} \wedge \overrightarrow{V_r(G\in R_c/R_I)_{R_I}}$$

Nous savons que $\overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{R_I}} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{vmatrix}_{R_I}$. Calculons le terme de vitesse du point G appartenant à R_c par rapport à R_I. La loi de composition des vitesses permet d'écrire :

$$\overrightarrow{V_r(G\in R_c/R_I)_{R_I}} = \overrightarrow{V_r(G\in R_c/R')_{R_I}} + \overrightarrow{V_r(G\in R'/R_c)_{R_I}}$$

Or, $\overrightarrow{V_r(G\in R_c/R')_{R_I}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix}$ et $\overrightarrow{V_r(G\in R_c/R')_{R'}} = \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\dot{\varphi}\cos\varphi \\ Z_{O_1G}\dot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta \\ Z_{O_1G}\dot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta \end{Bmatrix}$

$$\overrightarrow{V_r(G\in R'/R_c)_{R_I}} = \overrightarrow{V_r(O_1\in R'/R_I)_{R_I}} + \overrightarrow{W_e(R'/R_I)_{R_I}} \wedge \overrightarrow{O_1G}\Big|_{R_I}$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_{OO_1}\dot{\vartheta}\cos\vartheta \\ -Z_{OO_1}\dot{\vartheta}\sin\vartheta \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \left[\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\vartheta & -\sin\vartheta \\ 0 & \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{bmatrix} . \begin{Bmatrix} Z_{O_1G}\sin\varphi \\ 0 \\ Z_{O_1G}\cos\varphi \end{Bmatrix} \right]$$

$$= \begin{Bmatrix} 0 \\ -Z_{OO_1}\dot{\vartheta}\cos\vartheta - Z_{O_1G}\dot{\vartheta}\cos\varphi\cos\vartheta \\ -Z_{OO_1}\dot{\vartheta}\sin\vartheta - Z_{O_1G}\dot{\vartheta}\cos\varphi\sin\vartheta \end{Bmatrix}$$

On en déduit alors l'expression suivante :

$$\boxed{\overrightarrow{\gamma_c(G\in R_I/R_0)_{R_I}} = \begin{Bmatrix} 2\dot{\psi}\left[Z_{OO_1}\dot{\vartheta}\cos\vartheta + Z_{O_1G}\dot{\vartheta}\cos\varphi\cos\vartheta\right] \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}$$

(1. 2) - Accélération de Coriolis du centre de gravité appartenant au repère R_I *par rapport à* R_0

Accélération d'entraînement du point G ***lié à*** R_I ***par rapport à*** R_0

$\overrightarrow{\gamma_e(G\in R_I/R_0)_{RI}}$ est l'accélération d'entraînement du point G appartenant au repère R_I centré en O par rapport au repère absolu R_0 :

$$\overrightarrow{\gamma_e(G\in R_I/R_0)_{R_I}} = \overrightarrow{\gamma_a(O\in R_I/R_0)_{R_I}} + \left| \frac{d\overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{R_I}}}{dt} \wedge \overrightarrow{OG}\Big|_{RI} \right._{RI}$$

$$+ \overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{R_I}} \wedge \left(\overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{R_I}} \wedge \overrightarrow{OG}\Big|_{R_I} \right)$$

Pour faciliter l'écriture, on introduit un repérage de type Eulérien, lié au vecteur vitesse du véhicule On note ainsi α l'angle entre l'axe longitudinal du véhicule et le vecteur vitesse tel que :

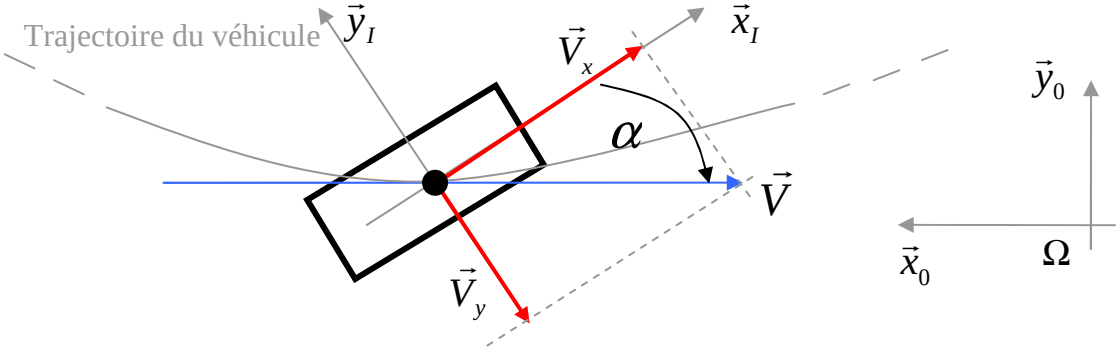


Fig. 1. 13 : Schéma du repérage Eulérien

Avec cette écriture nous pouvons écrire : $\overrightarrow{V(O\in R_I / R_O)_{RI}} = \begin{vmatrix} V\cos\alpha \\ V\sin\alpha \\ \dot{Z}_{veh} \end{vmatrix}_{RI}$

α est appelé couramment l'angle de dérive du véhicule.

Calculons maintenant le terme d'accélération absolue du point O, centre de roulis et centre du repère intermédiaire, par rapport au repère absolu, exprimé dans le repère intermédiaire. Pour cela, on écrit :

$$\overrightarrow{\gamma_a(O\in R_I / R_0)_{R_I}} = \left| \frac{d\overrightarrow{V_a(O\in R_I / R_0)_{R_I}}}{dt} + \overrightarrow{W_e(R_I / R_0)_{R_I}} \wedge \overrightarrow{V_a(O\in R_I / R_0)_{R_I}} \right|_{R_I}$$

Or, $\overrightarrow{V_a(O\in R_I / R_0)_{R_I}} = \begin{Bmatrix} V\cos\alpha \\ V\sin\alpha \\ \dot{Z}_{veh} \end{Bmatrix}$ et donc $\left| \frac{d\overrightarrow{V_a(O\in R_I / R_0)_{R_I}}}{dt} \right|_{R_I} = \begin{Bmatrix} -V\dot{\alpha}\sin\alpha + \dot{V}\cos\alpha \\ V\dot{\alpha}\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha \\ \ddot{Z}_{veh} \end{Bmatrix}$

On écrit donc $\overrightarrow{\gamma_a(O\in R_I / R_0)_{R_I}} = \begin{Bmatrix} -V(\dot{\alpha}+\dot{\psi})\sin\alpha + \dot{V}\cos\alpha \\ V(\dot{\alpha}+\dot{\psi})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha \\ \ddot{Z}_{veh} \end{Bmatrix}$

Il vient après développement :

$$\overrightarrow{\gamma_e(G\in R_I / R_0)_{R_I}} = \left\{ \begin{matrix} \dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha + \ddot{\psi}\left(Z_{OO_1}\sin\vartheta + Z_{O_1G}\cos\varphi\sin\vartheta\right) - Z_{O_1G}\dot{\psi}^2\sin\varphi \\ V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha + Z_{O_1G}\ddot{\psi}\sin\varphi + \dot{\psi}^2\left(Z_{OO_1}\sin\vartheta + Z_{O_1G}\cos\varphi\sin\vartheta\right) \\ \ddot{Z}_{veh} \end{matrix} \right\}_{R_I}$$

(1. 3) - Accélération d'entraînement associée au centre de gravité appartenant au repère R_I par rapport au repère R_0

Quantité d'accélération

La somme des termes précédents (1. 1), (1. 2) et (1. 3) permet d'écrire l'accélération absolue et donc la quantité d'accélération sur chaque axe. L'accélération absolue s'écrit :

$$\overrightarrow{\gamma_a(G\in R_c/R_0)_{R_1}}=\left\{\begin{array}{l}\dot{V}\cos\alpha-V\left(\dot{\psi}+\dot{\alpha}\right)\sin\alpha+mH_{roul}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}\cos\vartheta+\ddot{\psi}\sin\vartheta\right)\\+H_{\tan g}\left[\ddot{\varphi}\cos\varphi-\dot{\varphi}^2\sin\varphi-\dot{\psi}^2\sin\varphi+\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}\cos\vartheta+\ddot{\psi}\sin\vartheta\right)(\cos\varphi-1)\right]\\\\V\left(\dot{\psi}+\dot{\alpha}\right)\cos\alpha+\dot{V}\sin\alpha+H_{roul}\left(-\ddot{\vartheta}\cos\vartheta+\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta+\dot{\psi}^2\sin\vartheta\right)\\+H_{\tan g}\left[\begin{array}{l}\ddot{\vartheta}(1-\cos\varphi)\cos\vartheta+2\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta+\left(\dot{\vartheta}^2+\dot{\psi}^2\right)\sin\vartheta(\cos\varphi-1)\\+\ddot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta+\ddot{\psi}\sin\varphi+\dot{\varphi}^2\cos\varphi\sin\vartheta\end{array}\right]\\\\\ddot{Z}_{veh}-H_{roul}\left(\dot{\vartheta}^2\cos\vartheta+\ddot{\vartheta}\sin\vartheta\right)\\+H_{\tan g}\left(\begin{array}{l}\ddot{\vartheta}(1-\cos\varphi)\sin\vartheta+2\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta+\dot{\vartheta}^2\cos\vartheta(1-\cos\varphi)\\-\ddot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta-\dot{\varphi}^2\cos\varphi\cos\vartheta\end{array}\right)\end{array}\right\}_{R_1}$$

(1. 4) - Accélération absolue du centre de gravité de R_c par rapport à R_0

Dans les développements précédents, nous n'avons pas tenu compte de la dynamique des roues sur le véhicule. Néanmoins, la masse des roues intervient dans la quantité d'accélération du véhicule, en particulier dans le terme d'accélération d'entraînement. Nous pouvons donc utiliser la masse totale M du véhicule avec ses roues pour les accélérations induites par le mouvement d'entraînement. Ces accélérations correspondent aux mouvements longitudinaux et transversaux du véhicule par rapport au repère absolu. En revanche nous avons utilisé la masse du véhicule uniquement m (sans les roues) pour les mouvements induits par les accélérations relatives. Il vient :

$$M\overrightarrow{\gamma_a(G\in R_c/R_0)_{R_1}}=\left\{\begin{array}{l}M\left[\dot{V}\cos\alpha-V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right]+mH_{roul}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}\cos\vartheta+\ddot{\psi}\sin\vartheta\right)\\+mH_{\tan g}\left[\ddot{\varphi}\cos\varphi-\dot{\varphi}^2\sin\varphi-\dot{\psi}^2\sin\varphi+\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}\cos\vartheta+\ddot{\psi}\sin\vartheta\right)(\cos\varphi-1)\right]\\\\M\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha+\dot{V}\sin\alpha\right]+mH_{roul}\left(-\ddot{\vartheta}\cos\vartheta+\dot{\vartheta}^2\sin\vartheta+\dot{\psi}^2\sin\vartheta\right)\\+mH_{\tan g}\left[\begin{array}{l}\ddot{\vartheta}(1-\cos\varphi)\cos\vartheta+2\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta+\left(\dot{\vartheta}^2+\dot{\psi}^2\right)\sin\vartheta(\cos\varphi-1)\\+\ddot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta+\ddot{\psi}\sin\varphi+\dot{\varphi}^2\cos\varphi\sin\vartheta\end{array}\right]\\\\m\ddot{Z}_{veh}-mH_{roul}\left(\dot{\vartheta}^2\cos\vartheta+\ddot{\vartheta}\sin\vartheta\right)\\+mH_{\tan g}\left(\begin{array}{l}\ddot{\vartheta}(1-\cos\varphi)\sin\vartheta+2\dot{\vartheta}\dot{\varphi}\sin\varphi\sin\vartheta+\dot{\vartheta}^2\cos\vartheta(1-\cos\varphi)\\-\ddot{\varphi}\sin\varphi\cos\vartheta-\dot{\varphi}^2\cos\varphi\cos\vartheta\end{array}\right)\end{array}\right\}$$

Nous avons introduit ici la notation permettant d'exprimer les accélérations en fonction des distances entre les différents centres de rotation et le centre de gravité.
Pour simplifier les résultats, en admettant que les angles de roulis et de tangage restent faibles, nous proposons de linéariser les lignes trigonométriques et de ne garder que les termes d'ordre inférieur ou égal à 3 dans l'expression de l'accélération. Il vient :

$$M\overrightarrow{\gamma_a(G\in R_c/R_0)_{R_I}} = \begin{Bmatrix} M\left[\dot{V}\cos\alpha - V\left(\dot{\psi}+\dot{\alpha}\right)\sin\alpha\right] + mH_{\tan g}\left[\ddot{\varphi}-\dot{\varphi}^2\varphi-\dot{\psi}^2\varphi\right] \\ +mH_{roul}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}+\ddot{\psi}\vartheta\right) \\ M\left[V\left(\dot{\psi}+\dot{\alpha}\right)\cos\alpha+\dot{V}\sin\alpha\right] + mH_{\tan g}\left[\ddot{\psi}\varphi+\dot{\varphi}^2\vartheta\right] \\ +mH_{roul}\left(-\ddot{\vartheta}+\dot{\vartheta}^2\vartheta+\dot{\psi}^2\vartheta\right) \\ m\ddot{Z}_{veh} - mH_{\tan g}\left(\ddot{\varphi}\varphi+\dot{\varphi}^2\right) - mH_{roul}\left(\dot{\vartheta}^2+\ddot{\vartheta}\vartheta\right) \end{Bmatrix}$$

(1. 5) - Quantité d'accélération associée au centre de gravité du solide $\{S_2\}$

Nous verrons dans la suite de ce chapitre quels sont les efforts extérieurs qui participent à cette quantité d'accélération : efforts de suspension, efforts de contact des pneumatiques sur le sol, efforts aérodynamiques, efforts dus au poids…

1.1.3.3 Somme dynamique sur les roues

Précédemment nous avons négligé l'impact dynamique des roues sur le véhicule lors des manœuvres issues du conducteur (le repère R_0 étant lié aux roues et au sol). On rappelle que le modèle du véhicule que nous cherchons à développer s'attache uniquement à ce type de manœuvre. Néanmoins, nous nous intéressons également aux états verticaux des roues et nous supposons qu'elles n'admettent qu'un seul degré de liberté chacune avec pour direction l'axe $\vec{z}_I$. En effet la dynamique des roues intervient principalement lorsqu'il y a des entrées issues de la route. Dans la suite, les variations géométriques du plan de roue, imposées par la liaison avec le châssis, ainsi que les liaisons élasto-cinématiques (déformations des liaisons entre les roues et le châssis) sont négligées. On en déduit le bilan dynamique vertical sur chacune des roues prise séparément :

$$\sum_{ij}\overrightarrow{F_{ij}} = M_{ij}^{roue}\overrightarrow{\gamma_{ij}^{roue}}$$

1.1.3.4 Moment dynamique du système véhicule $\{S_2\}$

Pour calculer le moment dynamique absolu, nous allons développer le moment cinétique au centre de gravité car nous disposons de la matrice d'inertie en ce point. Ensuite, nous allons calculer le moment dynamique du système au centre de gravité puis nous utiliserons le théorème de transport issu de la théorie des torseurs, pour pouvoir calculer le moment dynamique au centre de rotation en roulis. Enfin nous choisirons d'exprimer le moment dynamique dans le repère lié au véhicule R_I car il sera plus aisé d'exprimer les moments des forces extérieures dans ce référentiel.

Nous calculerons également le moment dynamique au centre de tangage pour extraire l'équation selon cet axe. En effet, l'intérêt de développer le moment dynamique au niveau des axes de rotation réside dans le fait que cela permet de ne pas développer les actions de contact des liaisons du véhicule par rapport aux roues. Ainsi, nous choisirons de développer le moment dynamique au centre de roulis et de tangage pour extraire respectivement les équations en roulis et en tangage associées.

Moment cinétique du solide $\{S_2\}$ ***par rapport au point G***

Calculons dans un premier temps le moment cinétique du véhicule par rapport au centre de gravité. On peut écrire :

$$\overrightarrow{\sigma_{R_c}(G)} = \{I\}^G_{R_c}\,\overrightarrow{W_e(R_c/R_0)_{Rc}}$$

$$\text{Or, } \overrightarrow{W_e(R_c/R_0)_{R_c}} = \dot{\psi}\,\vec{z} + \dot{\vartheta}\,\vec{x}_I + \dot{\varphi}\,\vec{y}'$$

$$\overrightarrow{W_e(R_c/R_0)_{R_c}} = \dot{\psi}\left(\cos\vartheta\cos\varphi.\vec{z}_c - \cos\vartheta\sin\varphi.\vec{x}_c + \sin\vartheta\vec{y}_c\right) + \dot{\vartheta}\left(\cos\varphi.\vec{x}_c + \sin\varphi.\vec{z}_c\right) + \dot{\varphi}.\vec{y}_c$$

$$= \begin{Bmatrix} \dot{\vartheta}\cos\varphi - \dot{\psi}\cos\vartheta\sin\varphi \\ \dot{\psi}\sin\vartheta + \dot{\varphi} \\ \dot{\psi}\cos\vartheta\cos\varphi + \dot{\vartheta}\sin\varphi \end{Bmatrix}_{R_c}$$

De plus, la matrice d'inertie au centre de gravité du véhicule exprimée dans le repère véhicule s'écrit :

$$\{I\}^G_{R_c} = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & I_{xz} \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{zz} \end{bmatrix}_{R_c(G)}$$

En effet, pour des raisons de symétrie, il n'y a pas de composante de couplage inertiel roulis/tangage ni tangage/lacet.
Nous pouvons donc calculer le moment cinétique au point G exprimé dans le repère du véhicule :

$$\overrightarrow{\sigma_{R_c}(G)} = \begin{vmatrix} I_{xx}\left(\dot{\vartheta}\cos\varphi - \dot{\psi}\sin\varphi\cos\vartheta\right) + I_{xz}\left(\dot{\psi}\cos\vartheta\cos\varphi + \dot{\vartheta}\sin\varphi\right) \\ I_{yy}\left(\dot{\psi}\sin\vartheta + \dot{\varphi}\right) \\ I_{zz}\left(\dot{\psi}\cos\vartheta\cos\varphi + \dot{\vartheta}\sin\varphi\right) + I_{xz}\left(\dot{\vartheta}\cos\varphi - \dot{\psi}\sin\varphi\cos\vartheta\right) \end{vmatrix}_{R_c(G)}$$

Nous allons maintenant linéariser les lignes trigonométriques au premier ordre puis projeter le moment cinétique dans R_I . Il vient :

$$\overrightarrow{\sigma_{R_I}(G)} = \begin{vmatrix} I_{xx}\left(\dot{\vartheta} - \dot{\psi}\varphi\right) + I_{xz}\left(\dot{\psi} + 2\varphi\dot{\vartheta}\right) + I_{zz}\left(\dot{\psi}\varphi\right) \\ I_{yy}\left(\dot{\psi}\vartheta + \dot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(-\dot{\vartheta}\vartheta\right) + I_{zz}\left(-\dot{\psi}\vartheta\right) \\ I_{zz}\left(\dot{\psi} + \varphi\dot{\vartheta}\right) + I_{xz}\left(\dot{\vartheta} - 2\dot{\psi}\varphi\right) + I_{xx}\left(-\dot{\vartheta}\varphi\right) + I_{yy}\left(\dot{\varphi}\vartheta\right) \end{vmatrix}_{R_I(G)}$$

Moment dynamique du solide $\{S_2\}$par rapport au point G

On calcul maintenant le moment dynamique absolu (dérivée du moment cinétique) au centre de gravité exprimé dans le repère intermédiaire. Il vient :

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}(G)} = \left|\frac{\partial \overrightarrow{\sigma_{R_I}(G)}}{\partial t}\right|_{R_I} + \overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{R_I}} \wedge \overrightarrow{\sigma_{R_I}(G)}$$

Or, $$\left|\frac{\partial \overrightarrow{\sigma_{R_I}(G)}}{\partial t}\right|_{R_I} = \begin{vmatrix} I_{xx}\left(\ddot{\vartheta} - \ddot{\psi}\varphi - \dot{\psi}\dot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(\ddot{\psi} + 2\dot{\varphi}\dot{\vartheta} + 2\dot{\varphi}\dot{\vartheta}\right) + I_{zz}\left(\ddot{\psi}\varphi + \dot{\psi}\dot{\varphi}\right) \\ I_{yy}\left(\ddot{\psi}\vartheta + \dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(-\ddot{\vartheta}\vartheta - \dot{\vartheta}^2\right) + I_{zz}\left(-\ddot{\psi}\vartheta - \dot{\psi}\dot{\vartheta}\right) \\ I_{zz}\left(\ddot{\psi} + \varphi\dot{\vartheta} + \dot{\varphi}\dot{\vartheta}\right) + I_{xz}\left(\ddot{\vartheta} - 2\dot{\psi}\dot{\varphi} - 2\ddot{\psi}\varphi\right) + I_{xx}\left(-\vartheta\dot{\varphi} - \ddot{\vartheta}\varphi\right) + I_{yy}\left(\dot{\varphi}\dot{\vartheta} + \ddot{\varphi}\vartheta\right) \end{vmatrix}_{R_I(G)}$$

Et $$\overrightarrow{W_e(R_I/R_0)_{RI}} \wedge \overrightarrow{\sigma^0_{R_I}(G)} = \begin{Bmatrix} I_{yy}\left(-\dot{\psi}^2\vartheta - \dot{\varphi}\dot{\psi}\right) + I_{xz}\left(\dot{\vartheta}\dot{\psi}\vartheta\right) + I_{zz}\left(\dot{\psi}^2\vartheta\right) \\ I_{xx}\left(\dot{\vartheta}\dot{\psi} - \dot{\psi}^2\varphi\right) + I_{xz}\left(\dot{\psi}^2 + 2\varphi\dot{\psi}\dot{\vartheta}\right) + I_{zz}\left(\dot{\psi}^2\varphi\right) \\ 0 \end{Bmatrix}_{RI(G)}$$

Nous pouvons maintenant calculer le moment dynamique au point G :

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}(G)} = \begin{Bmatrix} I_{xx}\left(\ddot{\vartheta} - \ddot{\psi}\varphi - \dot{\psi}\dot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(\ddot{\psi} + 2\varphi\ddot{\vartheta} + 2\dot{\varphi}\dot{\vartheta} + \vartheta\dot{\psi}\vartheta\right) + I_{zz}\left(\ddot{\psi}\varphi + \dot{\psi}\dot{\varphi} + \dot{\psi}^2\vartheta\right) \\ + I_{yy}\left(-\dot{\psi}^2\vartheta - \dot{\varphi}\dot{\psi}\right) \\ I_{yy}\left(\ddot{\psi}\vartheta + \dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(\dot{\psi}^2 + 2\varphi\dot{\psi}\dot{\vartheta} - \ddot{\vartheta}\vartheta - \dot{\vartheta}^2\right) + I_{zz}\left(-\ddot{\psi}\vartheta - \dot{\psi}\dot{\vartheta} + \dot{\psi}^2\varphi\right) \\ + I_{xx}\left(\dot{\vartheta}\dot{\psi} - \dot{\psi}^2\varphi\right) \\ I_{zz}\left(\ddot{\psi} + \varphi\dot{\vartheta} + \dot{\varphi}\dot{\vartheta}\right) + I_{xz}\left(\ddot{\vartheta} - 2\dot{\psi}\dot{\varphi} - 2\ddot{\psi}\varphi\right) + I_{xx}\left(-\vartheta\dot{\varphi} - \ddot{\vartheta}\varphi\right) + I_{yy}\left(\dot{\varphi}\dot{\vartheta} + \ddot{\varphi}\vartheta\right) \end{Bmatrix}$$

(1. 6) - Expression finale du moment dynamique du solide $\{S_1\}$ par rapport au point G

Ensuite, on utilise la formule permettant de transporter le moment dynamique du point G au point O, centre de roulis du véhicule par rapport au châssis :

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}(O)} = \overrightarrow{\Sigma_{R_I}(G)} + \overrightarrow{OG} \wedge M\,\overrightarrow{\gamma_a(G \in R_c/R_0)_{R_I}}$$

Calculons maintenant le terme de transport. Il vient :

$$\overrightarrow{OG} \wedge M\,\overrightarrow{\gamma_a(G \in R_c / R_0)_{R_I}} = \left\{ \begin{array}{l} MH_{roul}\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] + mH_{roul}H_{\tan g}\left[\ddot{\psi}\varphi + 2\dot{\varphi}^2\vartheta\right] \\ + mH_{roul}^2\left(-\ddot{\vartheta} + 2\dot{\vartheta}^2\vartheta + \dot{\psi}^2\vartheta\right) - m.H_{roul}\ddot{Z}_{veh}.\vartheta \\ \\ MH_{roul}\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] \\ + mH_{roul}H_{\tan g}\left[\ddot{\varphi} - \dot{\varphi}^2\varphi - \dot{\psi}^2\varphi + \varphi\dot{\vartheta}^2\right] \\ + mH_{roul}^2\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\psi}\vartheta\right) + mH_{\tan g}^2\left(\varphi\dot{\varphi}^2\right) - mH_{\tan g}\ddot{Z}_{veh}\varphi \\ \\ MH_{\tan g}\varphi\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] \\ + MH_{roul}\vartheta\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] \\ + mH_{\tan g}^2\left[\dot{\varphi}^2\vartheta\varphi\right] + mH_{roul}^2\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}\vartheta\right) + mH_{roul}H_{\tan g}\left(\ddot{\varphi}\vartheta - \ddot{\vartheta}\varphi\right) \end{array} \right\}$$

L'expression finale du moment dynamique $\overrightarrow{\Sigma_{R_I}(O)}$, exprimé dans le repère intermédiaire, s'écrit :

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}(O)} = \left\{ \begin{array}{l} -MH_{roul}\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] \\ + mH_{roul}H_{\tan g}\left[\ddot{\varphi}\varphi\vartheta - \ddot{\psi}\varphi\right] \\ + mH_{roul}^2\left(\ddot{\vartheta} + \vartheta^2\ddot{\vartheta} - \dot{\psi}^2\vartheta\right) - mH_{roul}\ddot{Z}_{veh}\vartheta \\ + I_{xx}\left(\ddot{\vartheta} - \ddot{\psi}\varphi - \dot{\psi}\dot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(\ddot{\psi} + 2\varphi\ddot{\vartheta} + 2\dot{\varphi}\dot{\vartheta} + \vartheta\dot{\psi}\vartheta\right) \\ + I_{zz}\left(\ddot{\psi}\varphi + \dot{\psi}\dot{\varphi} + \dot{\psi}^2\vartheta\right) + I_{yy}\left(-\dot{\psi}^2\vartheta - \dot{\varphi}\dot{\psi}\right) \\ \\ MH_{roul}\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] \\ + mH_{roul}H_{\tan g}\left[\ddot{\varphi} - \dot{\varphi}^2\varphi - \dot{\psi}^2\varphi + \varphi\dot{\vartheta}^2 + \varphi\vartheta\ddot{\vartheta}\right] \\ + mH_{roul}^2\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\psi}\vartheta\right) + mH_{\tan g}^2\left(\varphi\dot{\varphi}^2 + \varphi^2\ddot{\varphi}\right) - mH_{\tan g}\ddot{Z}_{veh}\varphi \\ + I_{yy}\left(\ddot{\psi}\vartheta + \dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(\dot{\psi}^2 + 2\varphi\dot{\psi}\dot{\vartheta} - \ddot{\vartheta}\vartheta - \dot{\vartheta}^2\right) \\ + I_{zz}\left(-\ddot{\psi}\vartheta - \dot{\psi}\dot{\vartheta} + \dot{\psi}^2\varphi\right) + I_{xx}\left(\dot{\vartheta}\dot{\psi} - \dot{\psi}^2\varphi\right) \\ \\ MH_{\tan g}\varphi\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] + MH_{roul}\vartheta\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] \\ + mH_{\tan g}^2\left[\dot{\varphi}^2\vartheta\varphi + \varphi^2\ddot{\psi}\right] + mH_{roul}^2\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}\vartheta + \vartheta^2\ddot{\psi}\right) \\ + mH_{roul}H_{\tan g}\left[\ddot{\varphi}\vartheta - \ddot{\vartheta}\varphi + \vartheta\varphi\left(\dot{\vartheta}^2 - \dot{\varphi}^2\right)\right] \\ I_{zz}\left(\ddot{\psi} + \varphi\dot{\vartheta} + \dot{\varphi}\dot{\vartheta}\right) + I_{xz}\left(\ddot{\vartheta} - 2\dot{\psi}\dot{\varphi} - 2\ddot{\psi}\varphi\right) + I_{xx}\left(-\vartheta\dot{\varphi} - \ddot{\vartheta}\varphi\right) + I_{yy}\left(\dot{\varphi}\dot{\vartheta} + \ddot{\varphi}\vartheta\right) \end{array} \right\}_{R_I}$$

Comme pour la quantité d'accélération (1. 5), on introduit les masses M et m. Ainsi, de la même manière que pour la dynamique en translation où l'on utilise la masse totale du véhicule pour le terme d'accélération d'entrainement, pour l'écriture du moment dynamique en roulis et en tangage on utilise m car les roues ne participent pas aux mouvements de rotation relatifs du véhicule par rapport au repère intermédiaire, d'après les hypothèses considérées.

Moment dynamique du solide $\{S_2\}$ par rapport au point O_1 (centre de tangage)

Précédemment, dans l'écriture du modèle, nous avons considéré deux centres de rotation distincts. Nous allons également calculer le moment dynamique au centre de rotation en tangage pour pouvoir exprimer par la suite les moments des forces par rapport à ces deux centres selon que l'on s'intéresse à l'équation en tangage ou en roulis. Cela permet d'éviter d'introduire la réaction en tangage du châssis sur le véhicule au point O, centre de roulis.
Nous pouvons donc recalculer le moment dynamique au point O_1, centre de tangage, en évaluant simplement le terme de transport en projection sur l'axe $\vec{y}_I$. Il vient après linéarisation en considérant de petits angles :

$$\overrightarrow{O_1G} \wedge M\,\overrightarrow{\gamma_a(G\in R_c/R_0)_{R_I}}.\vec{y}_I = \begin{bmatrix} MH_{\text{tang}}\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] + mH_{\text{tang}}^2\left[\ddot{\varphi}-\dot{\psi}^2\varphi\right] \\ + mH_{roul}H_{\text{tang}}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}+\ddot{\psi}\vartheta+\dot{\vartheta}^2\varphi\right) - mH_{\text{tang}}\ddot{Z}_{veh}\varphi \end{bmatrix}\vec{y}_I$$

Nous pouvons ainsi exprimer le moment dynamique au centre de tangage du véhicule en projection sur l'axe $\vec{y}_I$:

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}^0(O_1)}.\vec{y}_I = \begin{bmatrix} MH_{\text{tang}}\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] \\ + mH_{\text{tang}}^2\left[\ddot{\varphi}-\dot{\psi}^2\varphi+\ddot{\varphi}\varphi^2\right] + mH_{roul}H_{\text{tang}}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta}+\ddot{\psi}\vartheta+\dot{\vartheta}^2\varphi+\varphi\vartheta\ddot{\vartheta}\right) - mH_{\text{tang}}\ddot{Z}_{veh}\varphi \\ + I_{yy}\left(\ddot{\psi}\vartheta+\dot{\psi}\dot{\vartheta}+\ddot{\varphi}\right) + I_{xz}\left(\dot{\psi}^2+2\varphi\dot{\psi}\dot{\vartheta}-\ddot{\vartheta}\vartheta-\dot{\vartheta}^2\right) + I_{zz}\left(-\ddot{\psi}\vartheta-\dot{\psi}\dot{\vartheta}+\dot{\psi}^2\varphi\right) \\ + I_{xx}\left(\dot{\vartheta}\dot{\psi}-\dot{\psi}^2\varphi\right) \end{bmatrix}\vec{y}_I$$

(1. 7) - Expression finale du moment dynamique du solide $\{S_2\}$ par rapport au point O_1 selon $\vec{y}_I$

Nous allons ainsi pouvoir réécrire les équations associées aux moments dynamiques en considérant l'équation en tangage associée au point O_1. Après simplification à l'ordre 1 des termes croisés, on obtient le système final suivant :

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}^0(O)}.\vec{x}_I = \ddot{\vartheta}\left(I_{xx}+mH_{roul}^2\right) + I_{xz}\ddot{\psi} - MH_{roul}\left[V\left(\dot{\psi}+\dot{\alpha}\right)\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right]$$

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}^0(O_1)}.\vec{y}_I = MH_{\text{tang}}\left[\dot{V}\cos\alpha - V\left(\dot{\psi}+\dot{\alpha}\right)\sin\alpha\right] + mH_{\text{tang}}^2\ddot{\varphi} + I_{yy}\ddot{\varphi}$$

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}^0(O)}.\vec{z}_I = I_{zz}\ddot{\psi} + I_{xz}\ddot{\vartheta}$$

(1. 8) - Equations des moments dynamiques du solide $\{S_2\}$

1.1.3.5 Actions mécaniques extérieures agissant sur le véhicule et les roues

Dans cette partie nous allons faire le bilan des actions mécaniques extérieures qui agissent sur le véhicule et les roues. Nous allons chercher à exprimer les efforts et moments dans le repère intermédiaire. Dans la suite, nous noterons par ij les indices des roues (ou coins du véhicule) avec :

$i=1 \Leftrightarrow$ *Avant*	$j=1 \Leftrightarrow$ *Gauche*
$i=2 \Leftrightarrow$ *Arrière*	$j=2 \Leftrightarrow$ *Droite*

De plus, nous allons introduire les distances relatives de chaque roue, référencées par les points J_{ij}, correspondant aux points de contact des pneumatiques sur le sol, par rapport au point O, centre du repère intermédiaire :

$$\overrightarrow{OJ_{ij}} = \begin{Bmatrix} E_i \\ \frac{V_i}{2} \\ H_{roul}^{abs} \end{Bmatrix}_{R_I}$$

On note par E_i et V_i respectivement l'empattement et la voie avant ou arrière selon que i soit égal respectivement à 1 ou 2. Ces distances sont des données géométriques facilement disponibles et bien connues des constructeurs et équipementiers. Pour faciliter le développement des actions aux pneumatiques et à la suspension, nous allons également introduire la notation suivante :

$\dot{Z}_2^{ij}$ Correspond à la vitesse absolue verticale du véhicule sur le coin ij
Z_2^{ij} Correspond à la position absolue verticale du véhicule sur le coin ij
$\dot{Z}_1^{ij}$ Correspond à la vitesse absolue verticale de la roue sur le coin ij
Z_1^{ij} Correspond à la position absolue verticale de la roue sur le coin ij
Z_0^{ij} Correspond à la position verticale de la route sur le coin ij

Action de la pesanteur

L'action du champ d'attraction terrestre sur le véhicule s'écrit : $\overrightarrow{F_{poids}^{Vehicule/\vec{z}}} = -mg\ \vec{z}_I$

Concernant son influence sur la rotation en roulis, le moment de $\overrightarrow{F_{poids}^{Vehicule/\vec{z}}}$ autour du point O selon $\vec{x}_I$ s'écrit :

$$\overrightarrow{M_{poids}^{roul}} = \left(\overrightarrow{F_{poids}^{Vehicule/\vec{z}}} \wedge \overrightarrow{OG}\right).\vec{x}_I$$

Il vient :

$$\overrightarrow{M_{poids}^{roul}} = -mg\,\vartheta H_{roul}\vec{x}_I$$

De la même manière autour de l'axe de tangage, on écrit :

$$\overrightarrow{M_{poids}^{\text{tang}}} = \left(\overrightarrow{F_{poids}^{Vehicule/\vec{z}}} \wedge \overrightarrow{O_1G}\right).\vec{y}_I$$

Il vient

$$\overrightarrow{M_{poids}^{Vehicule/\vec{y}}} = -mg\,\varphi H_{\text{tang}}\vec{y}_I$$

De même que pour le véhicule, l'action du poids sur les roues s'écrit :

$$\overrightarrow{F_{poids}^{Roue/\vec{z}}} = -m_{ij}^{roue} g\ \vec{z}_I$$

Actions aérodynamiques

On décrit ici les efforts et moments aérodynamiques s'appliquant sur le véhicule. L'effort de traînée s'écrit :

$$\overrightarrow{F_{aero}^{\vec{x}}} = -\frac{1}{2}\rho S C_x V^2 \vec{x}_I$$

Le moment de cette force autour de l'axe de tangage correspond à :

$$\overrightarrow{M_{aero}^{\vec{y}}} = -\frac{1}{2}\rho C_M V^2 L_z \vec{y}_I$$

L_z représente la distance verticale entre l'axe de rotation en tangage et le centre de poussée exprimé dans le repère intermédiaire.

Nous pouvons également rajouter l'effort de portance noté :

$$\overrightarrow{F_{aero}^{\vec{z}}} = -\frac{1}{2}\rho S C_z V^2 \vec{z}_I$$

Nous négligeons également les effets de vents latéraux et les moments associés qui dépendent principalement de l'orientation du vent par rapport au véhicule. Nous verrons par la suite comment tenir compte de toutes ces perturbations.

Action des pneumatiques

Pour la modélisation de son comportement selon l'axe vertical $\vec{z}_I$, le pneumatique est considéré comme un ressort simple linéaire générant une force de rappel verticale fonction du débattement relatif de la roue par rapport au sol :

$$\overrightarrow{F_{pneus}^{pomp_roue_ij}} = -k_{pneus}^{ij}\left(Z_1^{ij} - Z_0^{ij}\right)\vec{z}_I$$

Dans un souci de robustesse et de précision des modèles, nous ne développerons pas de modèle concernant les pneumatiques dans le plan $(O, \vec{x}_i, \vec{y}_i)$. Nous verrons que l'utilisation d'un accéléromètre positionné au niveau du centre de gravité suivant les axes $\vec{x}_i$ et $\vec{y}_i$ permet de recalculer ces efforts. Nous allons également calculer les actions verticales qui sont induites par les pneumatiques sur le véhicule par l'intermédiaire des liaisons cinématiques entre les roues et le châssis. Pour cela, à l'aide du schéma suivant nous allons isoler le système véhicule $\{S_2\}$ et l'ensemble des roues $\{S_1\}$ pour comprendre les actions entre ces deux systèmes. Pour des raisons de clarté nous proposons de représenter l'équilibre du système en roulis :

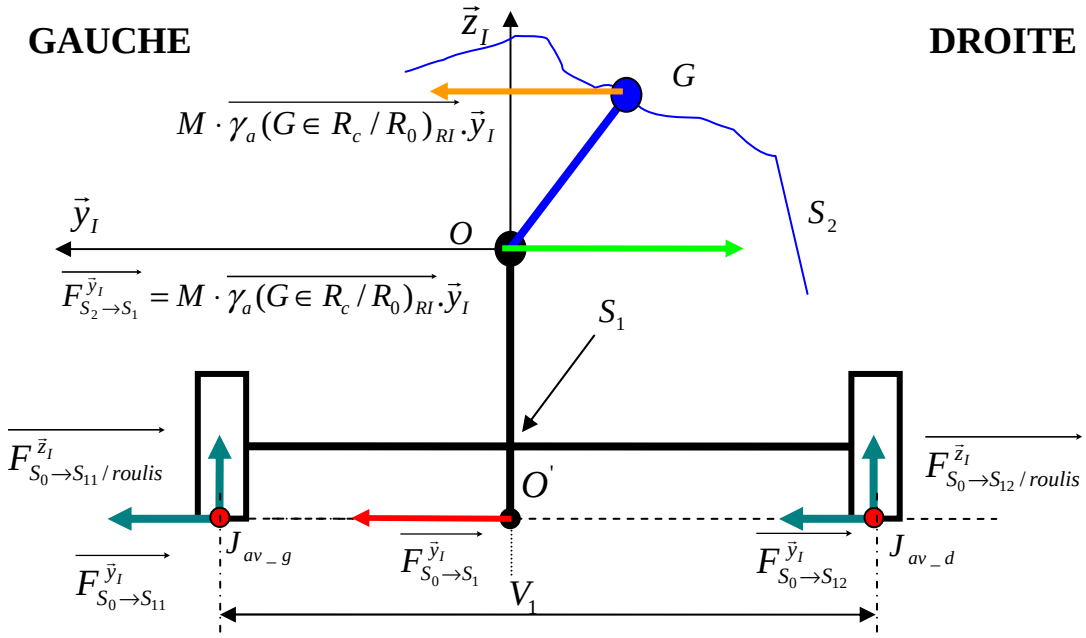


Fig. 1. 14 Schéma d'équilibre du véhicule en roulis

Le schéma précédent permet de faire apparaître la réaction au niveau de la liaison entre le véhicule et les roues. En projection sur l'axe $\vec{y}_I$, cela permet de calculer la réaction de la route sur les roues.

$$\overrightarrow{F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_1}} = \sum_{i=1}^{2} \sum_{j=1}^{2} (F^{ij}_{pneu} \vec{y}_I) = -M \overrightarrow{\gamma_a(O \in R_I / R_0)_{RI}} . \vec{y}_I = -\overrightarrow{F^{\vec{y}_I}_{S_2 \to S_1}}$$

Nous allons maintenant expliciter la répartition de cette action sur chacune des roues en faisant l'équilibre du système S_1. Pour cela, compte tenu de l'hyperstaticité, nous allons réaliser une répartition géométrique linéaire de l'effort entre l'essieu avant et arrière, en fonction de la position du centre de gravité :

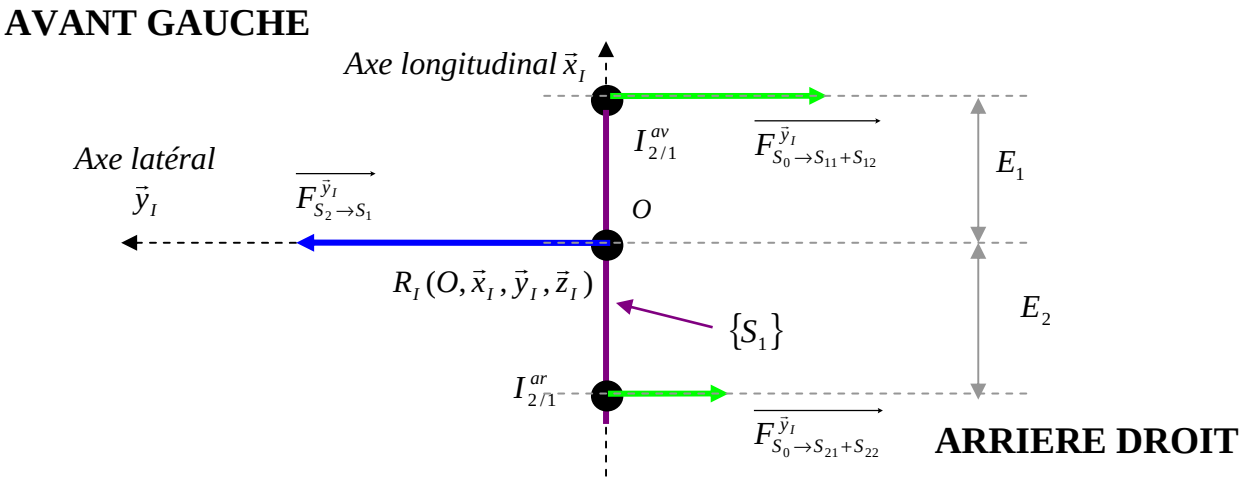


Fig. 1. 15 Schéma en vue de dessus de la répartition des efforts latéraux avant / arrière entre $\{S_1\} et \{S_0\}$

A partir du schéma précédent on écrit pour l'avant :

$$\overrightarrow{F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}+S_{12}}} = -\overrightarrow{F^{\vec{y}_I}_{S_2 \to S_1}} \frac{E_2}{E_1 + E_2}$$

$$\overrightarrow{F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}+S_{12}}} = -M \frac{E_2}{E_{tot}} \overrightarrow{\gamma_a(O \in R_I / R_0)_{RI}}.\vec{y}_I$$

Soit pour l'effort arrière $\overrightarrow{F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{21}+S_{22}}} = -M \frac{E_1}{E_{tot}} \overrightarrow{\gamma_a(O \in R_I / R_0)_{RI}}.\vec{y}_I$

A partir de là, on recalcule séparément pour l'avant et l'arrière l'action aux pneumatiques induite par le déplacement latéral du véhicule.

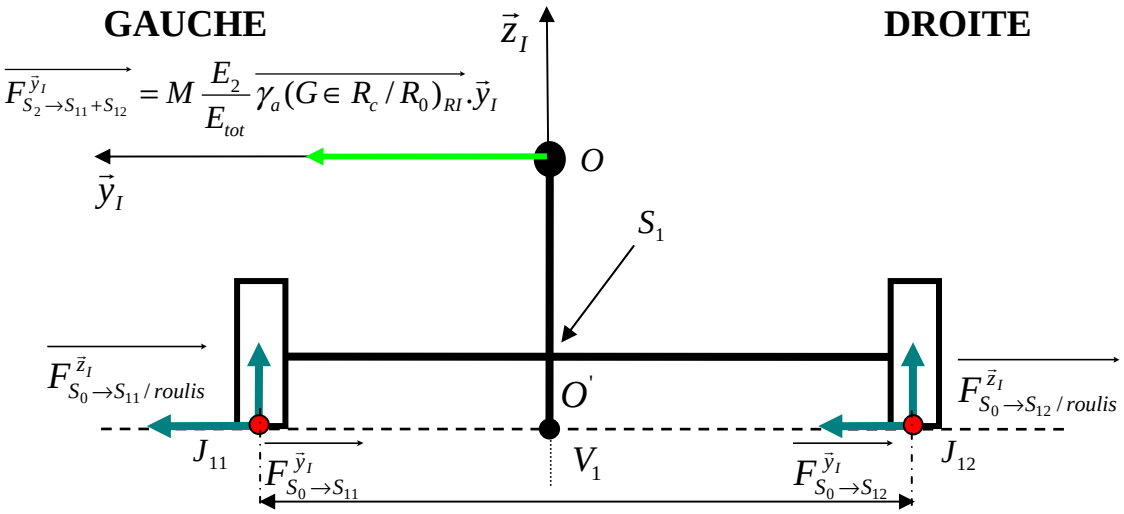


Fig. 1. 16 Répartition latérale des efforts entre le sol et les roues sur l'essieu avant

L'équilibre en effort sur l'axe $\vec{y}_I$ ainsi que l'équilibre en moment autour de $\vec{x}_I$, exprimé au centre de roulis O, permet d'expliciter l'action sur chaque roue :

$$F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}+S_{12}} + F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}} + F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{12}} = 0$$

$$\Rightarrow M \frac{E_2}{E_{tot}} \gamma^{\vec{y}_I}_a (G \in R_I / R_0)_{RI} + F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}} + F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{12}}$$

$$- F^{\vec{y}_I}_{S_2 \to S_1} H^{abs}_{roul} + F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{11} / roulis} \frac{V_1}{2} - F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{12} / roulis} \frac{V_1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow -H^{abs}_{roul} M \frac{E_2}{E_{tot}} \gamma^{\vec{y}_I}_a (G \in R_I / R_0)_{RI} + F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{11} / roulis} \frac{V_1}{2} - F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{12} / roulis} = 0$$

Pour nous permettre de résoudre le système on propose d'éviter de développer un modèle de pneumatique et de considérer les composantes d'effort gauches et droites de même amplitude. Cette approximation reste valide pour les efforts normaux mais se dégrade pour les efforts latéraux lorsque le pneumatique travaille dans le domaine non linéaire (manœuvres extrêmes). Néanmoins, le bilan des actions latérales sur le véhicule est toujours bon et le modèle vertical de la roue reste valide. Il vient dans ce cas :

$$F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{11}\,/\,roulis} = -F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{12}\,/\,roulis}$$
$$F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}} = F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{12}}$$

La résolution du système permet alors d'obtenir chaque composante d'effort :

$$F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{11}} = -M\frac{E_2}{2E_{tot}}\gamma_a^{\vec{y}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}$$
$$F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{12}} = -M\frac{E_2}{2E_{tot}}\gamma_a^{\vec{y}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}$$
$$F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{11}\,/\,roulis} = \frac{\left[M\gamma_a^{\vec{y}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}\right]H^{abs}_{roul}}{V_1}\frac{E_2}{E_{tot}}$$
$$F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{12}\,/\,roulis} = -\frac{\left[M\gamma_a^{\vec{y}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}\right]H^{abs}_{roul}}{V_1}\frac{E_2}{E_{tot}}$$

La même démarche permet d'obtenir la résultante des efforts sur l'essieu arrière.

On opère de la même manière pour obtenir les composantes longitudinales et normales aux pneumatiques sous l'action des efforts suivant l'axe $\vec{x}_I$ et du moment autour de $\vec{y}_I$ exprimé au centre de tangage O_1. De la même manière, la répartition des efforts entre l'avant et l'arrière dépend de la position longitudinale du centre de gravité et le transfert entre les roues gauche et droite est supposé être de même amplitude. Il vient les résultats suivants :

$$F^{\vec{x}_I}_{S_0 \to S_1} = -M\frac{E_2}{2E_{tot}}\gamma_a^{\vec{x}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}$$
$$F^{\vec{x}_I}_{S_0 \to S_2} = -M\frac{E_1}{2E_{tot}}\gamma_a^{\vec{x}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}$$
$$F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_1\,/\,\text{tangage}} = \frac{\left[M\gamma_a^{\vec{x}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}\right]H^{abs}_{\text{tang}}}{E_{tot}^2}E_2$$
$$F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_2\,/\,\text{tangage}} = -\frac{\left[M\gamma_a^{\vec{x}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}\right]H^{abs}_{\text{tang}}}{E_{tot}^2}E_1$$

Nous pouvons ainsi résumer les efforts pour une roue en sommant chacune des composantes normales dues au couple de roulis et de tangage. Il vient :

$$F^{\vec{x}_I}_{S_0 \to S_{ij}} = -M\frac{\left(E_{tot}-E_i\right)}{2E_{tot}}\gamma_a^{\vec{x}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}$$
$$F^{\vec{y}_I}_{S_0 \to S_{ij}} = -M\frac{\left(E_{tot}-E_i\right)}{2E_{tot}}\gamma_a^{\vec{y}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}$$
$$F^{\vec{z}_I}_{S_0 \to S_{ij}} = (-1)^{i+1}\left[M\gamma_a^{\vec{x}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}\right]H^{abs}_{\text{tang}}\frac{\left(E_{tot}-E_i\right)}{E_{tot}^2} + (-1)^{j+1}\frac{\left[M\gamma_a^{\vec{y}_I}(G \in R_I / R_0)_{RI}\right]H^{abs}_{roul}}{V_i}\frac{\left(E_{tot}-E_i\right)}{E_{tot}}$$

1.1.3.6 Actions mécaniques internes sur le véhicule

Nous allons maintenant exprimer les efforts générés par les éléments de suspension. Ces efforts incluent les actions des ressorts de suspension, des frottements naturels dans les liaisons ainsi que ceux créés par les barres antiroulis et les actionneurs. Par ailleurs, les pneumatiques participent également à la fonction de filtrage entre la route et le véhicule mais sans être directement liés à ce dernier.

Dans la suite, nous allons considérer que les efforts d'actionneur ainsi que les paramètres d'amortissement et de raideur sont exprimés à la verticale du point de contact du pneumatique sur le sol. En réalité, ces éléments ne sont pas alignés verticalement. Il est donc nécessaire au préalable de calculer les paramètres équivalents exprimés à la roue. Nous avons également choisi de négliger les variations géométriques des éléments de suspension (point d'application, direction…). Ainsi, les actions seront exprimées directement dans le repère intermédiaire. Le schéma ci-dessous (Fig. 1. 17), détaillé sur un coin du véhicule, permet de visualiser l'influence de chaque élément sur le châssis et les roues. Les trois autres efforts de suspensions agissant sur le véhicule sont représentés par F_{12}^{susp}, F_{21}^{susp}, F_{22}^{susp}

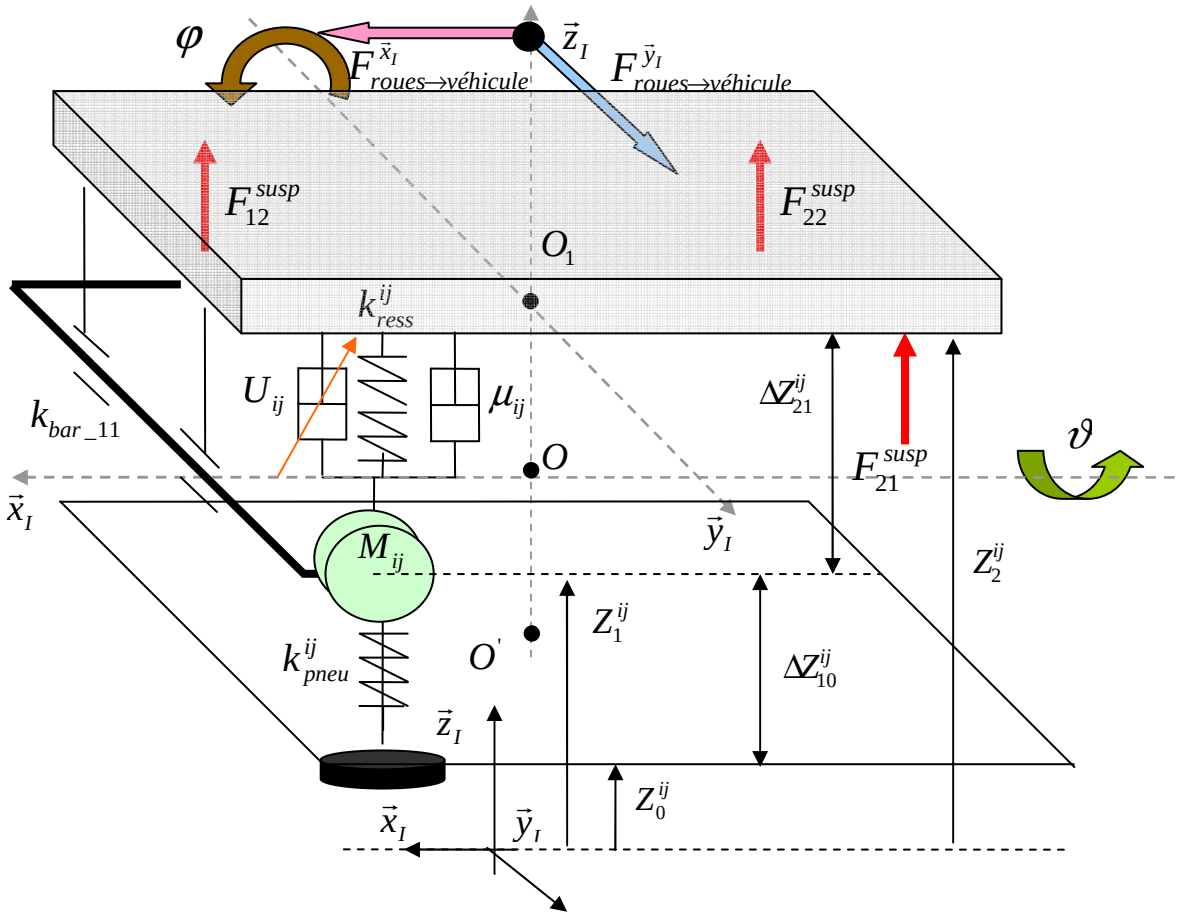


Fig. 1. 17 – Schéma détaillé des actions de la suspension sur un coin

Action des ressorts

Chaque ressort de suspension fournit au véhicule et à la roue un effort fonction du déplacement relatif des roues par rapport au châssis. Par ailleurs, nous constatons, lorsque l'amplitude devient suffisamment grande, que la raideur augmente principalement à cause des butées de suspension. Nous avons donc cherché à approcher cette non linéarité par la fonction suivante :

$$F_{ress}^{ij}\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right) = k_{ress}^{ij}\Delta Z_{21}^{ij}\left(1+\beta\Delta Z_{21}^{ij\,4}\right)$$

ΔZ_{21}^{ij} correspond au déplacement relatif du coin du véhicule par rapport à la roue. Nous verrons par la suite comment calculer position, vitesse et accélération d'un coin à partir des états modaux.
Par ailleurs, cette fonction, bien qu'elle soit symétrique entre la détente et la compression permet, comme nous le verrons lors de l'étape de recalage du modèle, de bien représenter le comportement des ressorts. Le bilan de l'action des quatre ressorts sur l'axe de pompage, de roulis et de tangage dans le repère intermédiaire s'écrit donc :

$F_{ress}^{pomp_roue_ij} = F_{ress}^{ij}\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)$: L'effort du ressort sur la roue.

$F_{ress}^{pomp_Veh} = -\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2} F_{ress}^{ij}\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)$: L'effort des ressorts sur le véhicule.

$T_{ress}^{roul} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^{j} F_{ress}^{ij}\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)\frac{V_i}{2}$: Le moment en roulis des ressorts sur le véhicule.

$T_{ress}^{\tan g} = -\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^{i} F_{ress}^{ij}\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)E_i$: Le moment en tangage des ressorts sur le véhicule.

Action des amortisseurs

Nous avons introduit, en plus de l'effort de l'actionneur, un terme d'amortissement passif permettant de prendre en compte des frottements dans les liaisons entre les roues et le châssis. Cette modélisation permet également de ne pas tenir compte du type d'actionneur utilisé. En effet, l'objectif de cette étude est d'établir un composant capable d'estimer les états du véhicule, indépendamment de l'actionneur, et donc de pouvoir modéliser un amortisseur passif dans le cas où l'actionneur ne serait pas un amortisseur Magnéto Rhéologique. Cette modélisation a donc pour but de s'approcher des caractéristiques statiques des amortisseurs présents sur le marché automobile. Compte tenu de la diversité des amortisseurs disponibles (Monotube, Bitube, simple clapet, multi-clapet etc.), nous proposons de prendre une fonction représentative du comportement général d'un amortisseur. Un amortisseur est généralement dissymétrique entre la compression et la détente, et est caractérisé par plusieurs coefficients d'amortissements distincts selon qu'il est en détente ou en compression. Ces différents amortissements sont obtenus par l'intermédiaire d'une clapetterie et réglés directement sur voiture par des professionnels dont l'objectif est de trouver un compromis entre le confort et la tenue de route.

Après plusieurs recherches bibliographiques sur le sujet, nous avons pu trouver une fonction permettant de se rapprocher d'une caractéristique statique non linéaire d'un amortisseur. Cette fonction exploite la fonction tangente hyperbolique et s'écrit sous la forme suivante :

$$F_{amort}^{symH}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right) = A\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right) + B\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C}\right)$$

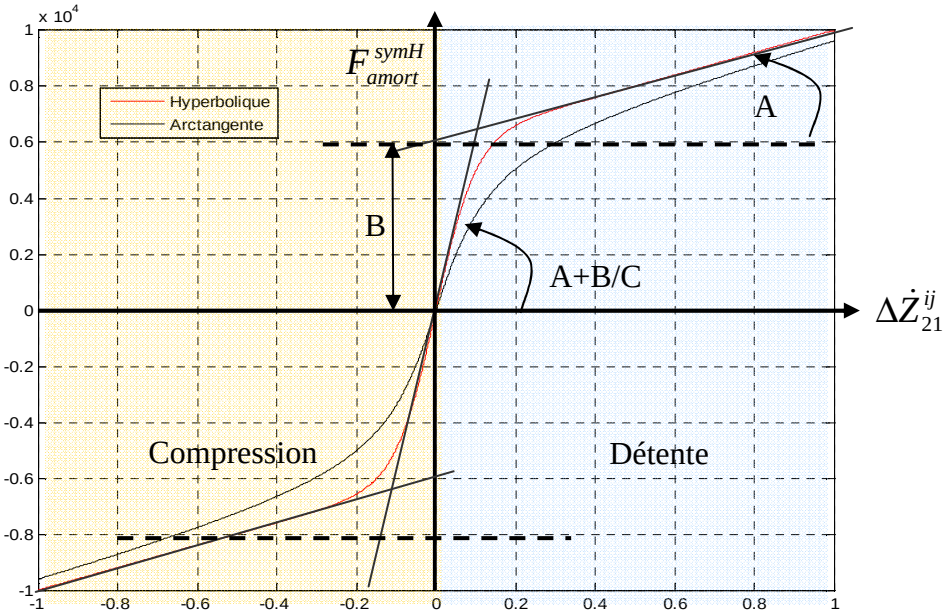


Fig. 1. 18 - Schéma de la fonction amortisseur non linéaire

Comme le montre la Fig. 1. 18, la fonction est impaire et donc symétrique par rapport à l'origine. Nous allons maintenant chercher deux fonctions distinctes, une pour la compression (vitesse relative négative), une pour la détente (vitesse relative positive) puis nous rechercherons deux fonctions d'activation telles qu'elles soient nulles pour des vitesses positives, unitaires pour des vitesses négatives et réciproquement. Cette dernière fonction n'est rien d'autre que la fonction tangente hyperbolique centrée réduite avec un paramètre de transition τ. Ce paramètre permet d'approximer la fonction signe de manière continue. Ainsi, plus τ sera grand plus la transition sera abrupte :

$$F_{activation}^{detente}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)=\frac{1+\tanh\left[\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}$$

$$F_{activation}^{compression}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)=\frac{1+\tanh\left[-\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}$$

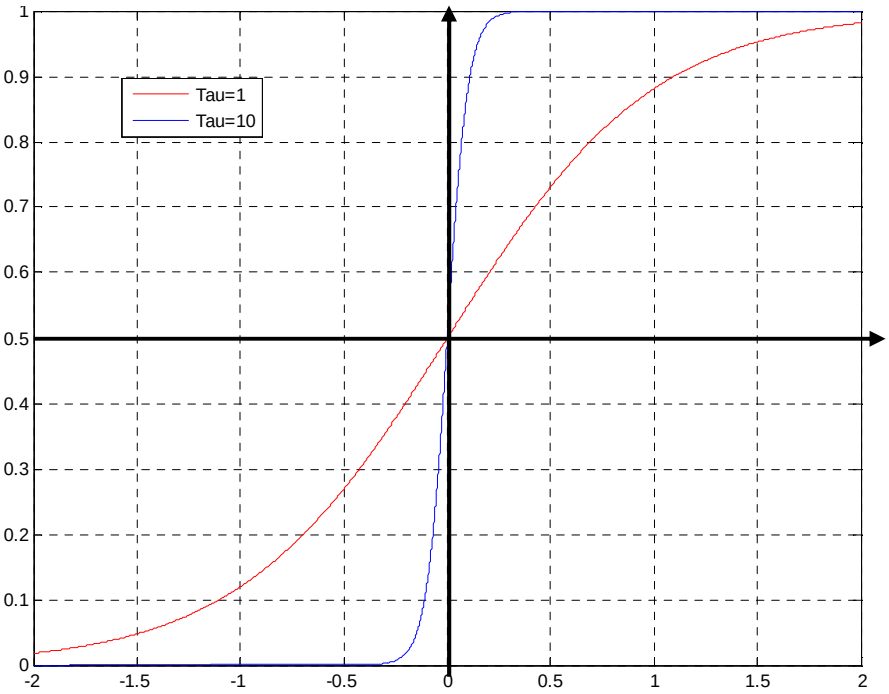


Fig. 1. 19 - Schéma de la fonction d'activation compression / détente associée à l'amortisseur

Les deux courbes précédentes (Fig. 1. 19) ont été tracées pour des valeurs de τ de 1 et 10 en utilisant la fonction d'activation de détente. On remarque que pour une valeur supérieure à 10, la courbe tend vers la fonction d'activation recherchée. Néanmoins, comme nous le verrons après, il est nécessaire d'augmenter ce dernier coefficient en fonction de l'endroit où se situe la non-linéarité. En effet, concernant le véhicule utilisé pour l'étude, nous verrons qu'il faut affecter à ce dernier coefficient la valeur 1000 car le changement de caractéristique en compression et en détente apparaît pour des valeurs de vitesse d'actionneur de l'ordre de 0,05 m/s.

Ainsi, on peut réaliser une fonction composée telle que :

$$F_{amort}^{dissym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)=F_{amort}^{sym_compression}F_{activation}^{compression}+F_{amort}^{sym_detente}F_{activation}^{detente}$$

$$F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)=\left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right]$$
$$+\left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[-\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right]$$

(1. 9) - Fonction d'amortissement non linéaire

Comme le montre le résultat Fig. 1. 20, cette fonction permet d'obtenir un comportement dissymétrique entre la compression et la détente et permet ainsi de recaler les caractéristiques Effort / Vitesse des amortisseurs passifs :

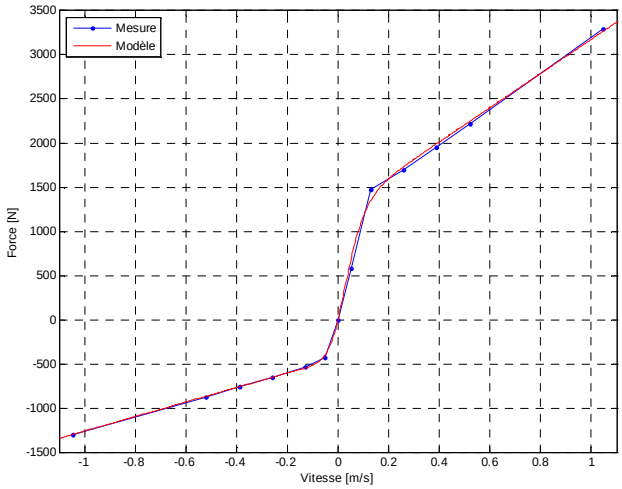


Fig. 1. 20 - Schéma de la fonction finale d'amortisseur non linéaire

Les paramètres de la fonction qui ont permis de recaler le modèle d'amortisseur passif précédent, correspond à :

Exemple de paramètres d'un amortisseur passif	
$A_{1_1j} = 1938$	$A_{2_1j} = 823{,}3$
$B_{1_1j} = 1237$	$B_{2_1j} = 439{,}5$
$C_{1_1j} = 0.075$	$C_{2_1j} = 0{,}1003$

Nous verrons par la suite comment a été recalé l'amortisseur réel sur cette fonction. On a ainsi :

$F_{amort}^{pomp_roue_ij} = F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)$: L'effort de l'amortisseur sur la roue considérée.

$F_{amort}^{pomp_Veh} = -\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2} F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)$: L'effort des amortisseurs sur le véhicule en pompage.

$T_{amort}^{tang} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^{j} F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\frac{V_i}{2}$: Le moment des amortisseurs sur l'axe de roulis.

$T_{amort}^{tang} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^{i+1} F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\cdot E_i$: Le moment des amortisseurs sur l'axe de tangage.

Action des actionneurs

Pour permettre l'utilisation du modèle quel que soit l'actionneur utilisé (actionneur actif, semi-actif etc.), nous avons modélisé ce dernier par un effort extérieur. Cet effort sera issu du modèle d'actionneur utilisé. Dans le cadre de cette étude, l'actionneur sera un amortisseur semi-actif. Nous verrons par la suite comment est défini cet actionneur :

$F_{act}^{pomp_roue_ij} = -U_{act}^{ij}$: L'effort de l'actionneur sur la roue considérée.

$F_{act}^{pomp_Veh} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2} U_{act}^{ij}$: L'effort des actionneurs sur le véhicule.

$T_{act}^{roul} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^{j+1} U_{act}^{ij}\frac{V_i}{2}$: Le moment des actionneurs sur l'axe de roulis.

$T_{act}^{tang} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^{i} U_{act}^{ij} E_i$: Le moment des actionneurs sur l'axe de tangage.

Action des barres antiroulis

L'action des barres antiroulis permet de définir une raideur entre le véhicule et les essieux par rapport à l'axe de roulis. Ces actions peuvent se ramener à une expression linéaire en fonction du débattement relatif gauche/droite de la suspension. Elles s'appliquent sur le véhicule et les roues :

$F_{roul}^{roue_1j} = (-1)^{j+1}.k_{bar_1}\left[(Z_2^{11} - Z_1^{11}) - (Z_2^{12} - Z_1^{12})\right]$: L'effort de la barre antiroulis sur les roues avant.

$F_{roul}^{roue_2j} = (-1)^{j+1}k_{bar_2}\left[(Z_2^{21} - Z_1^{21}) - (Z_2^{22} - Z_1^{22})\right]$: L'effort de la barre antiroulis sur les roues arrière.

$T_{bar}^{roul} = \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^j k_{bar_i}(Z_2^{ij} - Z_1^{ij})\frac{V_i}{2}$: Le moment en roulis sur le véhicule.

1.1.3.7 Equations générales du modèle

Compte tenu de la description précédente des actions agissant sur le véhicule et les roues, on peut maintenant écrire chaque équation du système couplé. Pour faciliter l'écriture, nous n'avons développé explicitement ni l'action des amortisseurs, ni celle des ressorts non linéaires :

Avance selon $\vec{x}_I$

$$M\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] + mH_{\tan g}\left[\ddot{\varphi} - \dot{\psi}^2\varphi\right] + mH_{roul}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\psi}\vartheta\right) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(F_{pneu}^{ij}\ \vec{x}_0)$$

(1. 10) - Equation dynamique en avance

Ballant selon $\vec{y}_I$

$$M\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] + mH_{\tan g}\left[\ddot{\psi}\varphi + \dot{\varphi}^2\vartheta\right] + mH_{roul}\left(-\ddot{\vartheta} + \dot{\psi}^2\vartheta\right) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(F_{pneu}^{ij}\ \vec{y}_0)$$

(1. 11) - Equation dynamique en Ballant

Pompage véhicule selon $\vec{z}_I$

$$m\ddot{Z}_{veh} - mH_{\tan g}\left(\ddot{\varphi}\varphi + \dot{\varphi}^2\right) - mH_{roul}\left(\dot{\vartheta}^2 + \ddot{\vartheta}\vartheta\right) = F_{act}^{pomp_Veh} + F_{amort}^{pomp_Veh} + F_{ress}^{pomp_Veh}$$

(1. 12) - Equation dynamique en pompage

Roulis par rapport à O selon $\vec{x}_I$

$$(I_{xx} + mH_{roul}^2)\ddot{\vartheta} = T_{roul} + T_{act}^{roul} + T_{amort}^{roul} + T_{ress}^{roul} - I_{xz}\ddot{\psi} + MH_{roul}\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right]$$

(1. 13) - Equation dynamique en roulis

Tangage par rapport à O_1 selon $\vec{y}_I$:

$$(I_{yy} + mH_{\text{tang}}^2)\ddot{\varphi} = T_{act}^{\text{tang}} + T_{amort}^{\text{tang}} + T_{ress}^{\text{tang}} - MH_{\text{tang}}.\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi} + \dot{\alpha})\sin\alpha\right]$$

(1. 14) - Equation dynamique en tangage

Lacet par rapport à O selon $\vec{z}_I$:

$$I_{xz}\ddot{\vartheta} + I_z\ddot{\psi} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(F_{pneu}^{ij}\ \vec{x}_0 \wedge \vec{OJ}_{ij})$$

(1. 15) - Equation dynamique en lacet

Pompage roue avant gauche :

$$M_{11}\ddot{Z}_1^{11} = F_{11}^{Normal} + F_{ress}^{pomp_roue_11} + F_{amort}^{pomp_roue_11} - U_{act}^{11} - k_{pneus}^{11}\left(Z_1^{11} - Z_0^{11}\right) + F_{roul}^{roue_11}$$

(1. 16) - Equation dynamique de la roue avant gauche

Pompage roue avant droite :

$$M_{12}\ddot{Z}_1^{12} = F_{12}^{Normal} + F_{ress}^{pomp_roue_12} + F_{amort}^{pomp_roue_12} - U_{act}^{12} - k_{pneus}^{12}\left(Z_1^{12} - Z_0^{12}\right) + F_{roul}^{roue_12}$$

(1. 17) - Equation dynamique de la roue avant droite

Pompage roue arrière gauche :

$$M_{21}\ddot{Z}_1^{21} = F_{21}^{Normal} + F_{ress}^{pomp_roue_21} + F_{amort}^{pomp_roue_21} - U_{act}^{21} - k_{pneus}^{21}\left(Z_1^{21} - Z_0^{21}\right) + F_{roul}^{roue_21}$$

(1. 18) - Equation dynamique de la roue arrière gauche

Pompage roue arrière droite :

$$M_{22}\ddot{Z}_1^{22} = F_{22}^{Normal} + F_{ress}^{pomp_roue_22} + F_{amort}^{pomp_roue_22} - U_{act}^{22} - k_{pneus}^{22}\left(Z_1^{22} - Z_0^{22}\right) + F_{roul}^{roue_22}$$

(1. 19) - *Equation dynamique de la roue arrière droite*

1.1.4 Simplification du modèle

L'objectif de cette étape est de simplifier le modèle en fonction des données disponibles pour pouvoir se concentrer uniquement sur les états qui nous intéressent sans introduire de modèle difficile à recaler. En effet, les modèles tenant compte des efforts aux pneumatiques sont souvent difficiles à mettre en œuvre et non robustes. De plus, ces efforts dépendent essentiellement de la nature du revêtement au sol et il est souvent délicat de connaître avec précision ses caractéristiques. Ainsi, nous allons essayer d'éviter de modéliser les pneumatiques dans le domaine latéral, sans pour autant dégrader la modélisation des états en tangage, roulis et pompage.

1.1.4.1 Efforts aux pneumatiques

L'utilisation de modèles de pneumatique fidèles à la réalité physique, pour les efforts latéraux et longitudinaux, est souvent difficile à garantir car il est nécessaire dans ce cas de connaître l'état de la route au niveau des quatre pneumatiques. Ainsi, dans un souci de robustesse, nous avons préféré éviter cette étape en mesurant par un choix judicieux de capteurs l'image des efforts aux pneumatiques dans le plan $(O', \vec{x}_I, \vec{y}_I)$. En effet, au regard de l'équation de transport du moment dynamique, nous pouvons remarquer que la mesure de l'accélération du centre de gravité exprimé dans le repère intermédiaire permet d'approcher le moment induit par le mouvement du véhicule dans le plan $(O', \vec{x}_I, \vec{y}_I)$. Dans ce cas :

$$\overrightarrow{\Sigma_{R_I}(O)} = \overrightarrow{\Sigma_{R_I}(G)} + \overrightarrow{OG} \wedge M\,\overrightarrow{\gamma_a(G \in R_c / R_0)_{R_I}}$$
$$\Rightarrow \overrightarrow{\Sigma_{R_I}(O)} \approx \overrightarrow{\Sigma_{R_I}(G)} + \overrightarrow{OG} \wedge M\,\overrightarrow{\gamma_a(G \in R_c / R_0)_{R_C}}$$

Ce mouvement étant directement lié aux efforts des pneumatiques, il est intéressant de pouvoir s'en affranchir par des mesures sur le véhicule.
Pour valider cette approximation, nous allons nous intéresser à ce que mesure un capteur d'accélération positionné sur le centre de gravité du véhicule. Ce dernier appartient au repère véhicule puisqu'il est dans ce cas physiquement fixé sur ce dernier. En utilisant la matrice de passage du repère intermédiaire R_I au repère véhicule R_c, on peut ainsi écrire :

$$\begin{aligned}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc} &= [M]_{R_I / R_c}\, \vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{R_I} \\ &= \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & \sin\varphi \\ \sin\vartheta\sin\varphi & \cos\vartheta & -\sin\vartheta\cos\varphi \\ -\sin\varphi\cos\vartheta & \sin\vartheta\sin\varphi & \cos\vartheta\cos\varphi \end{bmatrix} \vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI} \\ &\approx \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varphi \\ 0 & 1 & -\vartheta \\ -\varphi & 0 & 1 \end{bmatrix} \vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}\end{aligned}$$

Ainsi, en faisant l'approximation de petits angles sur les mouvements de roulis et de lacet, nous pouvons approcher l'accélération mesurée dans R_I par celle mesurée dans R_C. L'expression de l'accélération absolue (1. 4) au centre de gravité exprimée dans le repère véhicule peut donc être réécrite comme celle exprimée dans le repère intermédiaire. Il vient :

$$\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc} \approx \vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI} = \begin{Bmatrix} \dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi} + \dot{\alpha})\sin\alpha + H_{\text{tang}}\ddot{\varphi} \\ V(\dot{\psi} + \dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha - H_{roul}\ddot{\vartheta} \\ \ddot{Z}_{veh} \end{Bmatrix}$$

De la même manière, la linéarisation du moment dynamique (1. 8) à l'ordre 1 nous permet d'écrire sur chaque axe :

$$\vec{\Sigma}^0_{R_I}(O).\vec{x}_i = \ddot{\vartheta}\left(I_{xx} + mH^2_{roul}\right) + I_{xz}\ddot{\psi} - MH_{roul}\left[V(\dot{\psi} + \dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right]$$
$$\vec{\Sigma}^0_{R_I}(O_1).\vec{y}_i = MH_{\text{tang}}\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi} + \dot{\alpha})\sin\alpha\right] + \left(I_{yy} + mH^2_{\text{tang}}\right)\ddot{\varphi}$$
$$\vec{\Sigma}^0_{R_I}(O).\vec{z}_i = I_{zz}\ddot{\psi} + I_{xz}\ddot{\vartheta}$$

Ainsi, sous l'hypothèse précédente, l'utilisation de capteurs d'accélération longitudinale et latérale positionnés au centre de gravité permet d'approcher les moments induits par les manœuvres latérales et longitudinales sur les états de tangage et de roulis :

$$\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc}.\vec{x}_c = \dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha + H_{\text{tang}}\ddot{\varphi}$$
$$\Rightarrow \dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha = \vec{\gamma}_a(G \ni R_c / R_0)_{Rc}.\vec{x}_c - H_{\text{tang}}\ddot{\varphi}$$

$$\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc}.\vec{y}_c = V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha - H_{roul}\ddot{\vartheta}$$
$$\Rightarrow V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha = \vec{\gamma}_a(G \ni R_c / R_0)_{Rc}.\vec{y}_c + H_{roul}\ddot{\vartheta}$$

En remplaçant ces dernières expressions dans l'écriture du moment dynamique en roulis (1. 13) et en tangage (1. 14), on peut écrire respectivement :

$$\ddot{\vartheta}\left(I_{xx} + mH_{roul}^2\right) + I_{xz}\ddot{\psi} - MH_{roul}\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] = I_{xx}\ddot{\vartheta} + I_{xz}\ddot{\psi} - MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc}.\vec{y}_I$$
$$MH_{\text{tang}}\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] + \left(I_{yy} + mH_{\text{tang}}^2\right)\ddot{\varphi} = I_{yy}\ddot{\varphi} - MH_{\text{tang}}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc}.\vec{x}_I$$

Cela permet de s'affranchir des modèles d'état en ballant et avance puisqu'il n'est plus nécessaire d'évaluer les états de dérive α et $\dot{\alpha}$ (combinaison de l'état d'avance et de ballant) ainsi que les états V et $\dot{V}$ correspondant à l'avance. En effet, ces états ne sont plus nécessaires pour évaluer l'impact des efforts longitudinaux et transversaux aux pneumatiques, eux-mêmes fonction de ces états, et qui agissent directement sur le roulis et le tangage. Néanmoins, cette approximation restera valable sous l'hypothèse de petits angles :

- En ce qui concerne l'angle de tangage, selon les voitures, l'angle maximum correspond à 2 ou 3 degrés, ce qui permet de valider l'approximation.
- En ce qui concerne l'angle de roulis, selon les voitures, l'angle maximum correspond à 3 ou 4 degrés, ce qui permet également de valider l'approximation.

1.1.4.2 Couplage roulis / lacet

Si l'on regarde l'équation en roulis (1. 13), on voit apparaître un terme de couplage qui fait intervenir l'accélération en lacet. Le capteur de vitesse de lacet étant présent sur tous les véhicules munis de systèmes ESP, nous proposons d'approcher la valeur de cette accélération en dérivant la mesure de la vitesse. Cette dernière constituera une entrée connue sur le modèle d'estimation que nous utiliserons ultérieurement. Ainsi nous pouvons réécrire (1. 13) :

$$I_{xx}\ddot{\vartheta} = T_{bar}^{roul} + T_{act}^{roul} + T_{amort}^{roul} + T_{ress}^{roul} - I_{xz}\frac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt} + MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{Rc}.\vec{y}_c$$

De la même manière que pour les états d'avance et de ballant, l'utilisation de ce capteur va permettre d'éviter de développer l'équation d'état en lacet qui nécessite un modèle de pneumatiques. L'avantage de cette approche est encore une fois la robustesse car il n'est plus nécessaire de connaître l'état du pneumatique sur la chaussée. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle nécessite une dérivation du signal mesuré et donc l'introduction d'un filtre pour retirer les perturbations hautes fréquence.

1.1.4.3 Décomposition du système véhicule

Le modèle véhicule précédent peut maintenant être découplé en deux systèmes. Pour des raisons de clarté, nous n'avons pas réintroduit dans ces deux systèmes les équations d'évolution associées aux roues. On définit :

- Un système relatif permettant de décrire les états du véhicule en pompage, roulis et tangage.

$$\{Sys_1\}=\begin{cases} m\ddot{Z}_{veh} = F_{act}^{pomp_Veh} + F_{amort}^{pomp_Veh} + F_{ress}^{pomp_Veh} + mH_{\tan g}\left(\ddot{\varphi}\varphi + \dot{\varphi}^2\right) + mH_{roul}\left(\dot{\vartheta}^2 + \ddot{\vartheta}\vartheta\right) \\ I_{xx}\ddot{\vartheta} = T_{bar}^{roul} + T_{act}^{roul} + T_{amort}^{roul} + T_{ress}^{roul} - I_{xz}\dfrac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt} + MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{y}_I \\ I_{yy}\ddot{\varphi} = T_{act}^{\tan g} + T_{amort}^{\tan g} + T_{ress}^{\tan g} - MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{y}_I \end{cases}$$

(1. 20) - Système d'équation en Pompage / Roulis / Tangage

C'est ce système qui nous intéresse dans la suite de cette étude. Il fait intervenir directement les efforts de suspension et plus particulièrement l'influence des actionneurs sur les trois états du châssis. Il a l'avantage de ne pas faire apparaître explicitement un modèle de pneumatique souvent difficile à mettre en œuvre.

- Un système d'entraînement permettant de décrire les états du véhicule en avance, ballant et lacet s'écrit:

$$\{Sys_2\}=\begin{cases} M\left[\dot{V}\cos\alpha - V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\sin\alpha\right] + mH_{\tan g}\left[\ddot{\varphi} - \dot{\varphi}^2\varphi - \dot{\psi}^2\varphi\right] + mH_{roul}\left(2\dot{\psi}\dot{\vartheta} + \ddot{\psi}\vartheta\right) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(F_{pneu}^{ij}\ \vec{x}_0) \\ M\left[V(\dot{\psi}+\dot{\alpha})\cos\alpha + \dot{V}\sin\alpha\right] + mH_{\tan g}\left[\ddot{\psi}\varphi + \dot{\varphi}^2\vartheta\right] + mH_{roul}\left(-\ddot{\vartheta} + \dot{\vartheta}^2\vartheta + \dot{\psi}^2\vartheta\right) = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(F_{pneu}^{ij}\ \vec{y}_0) \\ I_{xz}\ddot{\vartheta} + I_z\ddot{\psi} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}(F_{pneu}^{ij}\vec{x}_0 \wedge \vec{OJ}_{ij}) \end{cases}$$

(1. 21) - Système d'équation en Ballant / Avance / Lacet

Ce modèle fait essentiellement intervenir un modèle du pneumatique trois axes (couplage des efforts longitudinaux, transversaux et normaux) pour calculer les efforts au sol. Il est intéressant dans le cadre d'actionneurs ayant un impact direct sur les efforts longitudinaux et latéraux des pneumatiques comme les systèmes de direction, ESP, ABS et de différentiel piloté.

En ce qui concerne le développement d'actionneur de suspension, les états contrôlés sont principalement le roulis et le tangage du véhicule ainsi que le pompage du véhicule et des roues. Le modèle vertical du pneumatique est suffisant pour décrire ces états. C'est donc sur le système $\{Sys_1\}$ que nous allons nous concentrer dans la suite de ce rapport.

1.1.4.4 Ecriture du modèle complet

L'écriture du système $\{Sys_1\}$ ne permet pas encore de faire apparaître explicitement les efforts en fonction des variables d'état modales du véhicule $(\vartheta, \varphi, Z_{veh})$. Nous réécrivons alors les variables Z_2^{ij} et $\dot{Z}_2^{ij}$, correspondant respectivement aux déplacements et vitesses de pompage sur chaque coin du véhicule (à la verticale des roues), en fonction des états de roulis, tangage et pompage au centre de gravité.
Pour cela, nous considérons un modèle de châssis rigide et nous allons écrire la matrice de passage autour de l'état d'équilibre en faisant l'approximation de petits angles de roulis et de tangage :

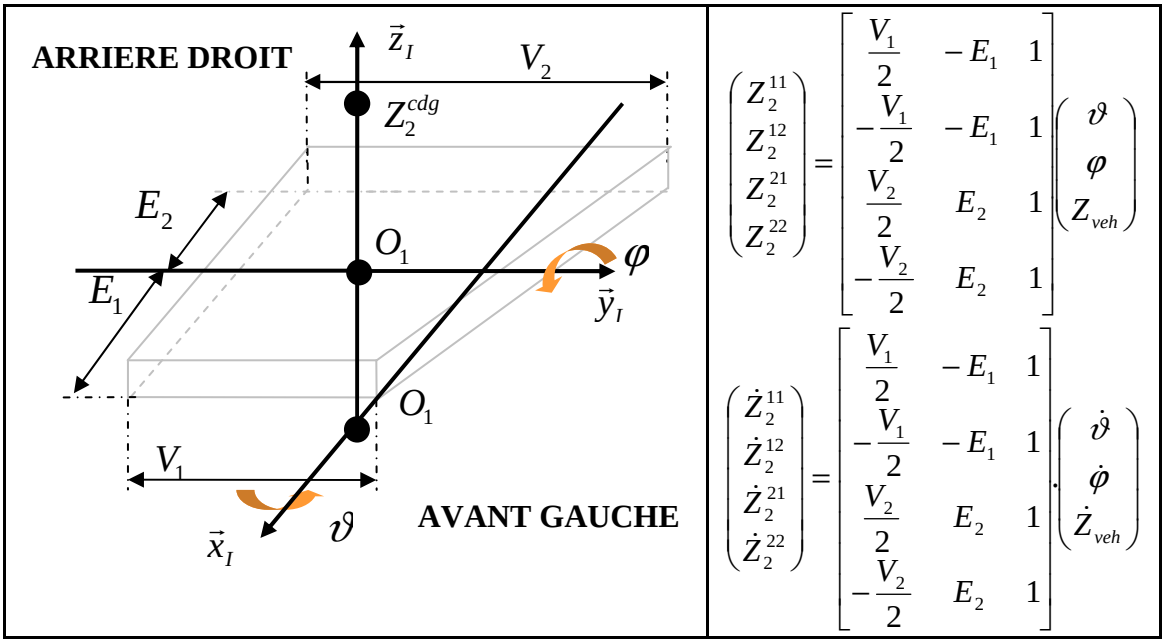


Fig. 1. 21 - Schéma du passage des états modaux aux états des quatre coins du véhicule

Nous allons donc maintenant pouvoir écrire le modèle sous la forme suivante :

$$\dot{X} = f(X, U)$$

avec,

$$X = \left\{ \dot{\vartheta} \quad \vartheta \quad \dot{\varphi} \quad \varphi \quad \dot{Z}_{veh} \quad Z_{veh} \quad \dot{Z}_1^{11} \quad Z_1^{11} \quad \dot{Z}_1^{12} \quad Z_1^{12} \quad \dot{Z}_1^{21} \quad Z_1^{21} \quad \dot{Z}_1^{22} \quad Z_1^{22} \right\}^T$$

$$U = \left\{ \vec{\gamma}_a^{\vec{x}_I}(G \in R_c / R_0)_{Rc} \quad \vec{\gamma}_a^{\vec{y}_I}(G \in R_c / R_0)_{Rc} \quad \dot{\psi}_{mesure} \quad U_{act}^{11} \quad U_{act}^{12} \quad U_{act}^{21} \quad U_{act}^{22} \quad Z_0^{11} \quad Z_0^{12} \quad Z_0^{21} \quad Z_0^{22} \right\}^T$$

1.2 Recalage du modèle

1.2.1 Protocole expérimental

L'étape suivante consiste à recaler les paramètres du modèle précédent par rapport au véhicule prototype. La voiture utilisée pour cette étude est une Audi A8. Elle présente la particularité d'avoir des ressorts de suspension pneumatiques non linéaires. Nous allons donc décrire dans cette partie la procédure qui nous a permis de recaler le modèle complet. Pour cela, nous avons découpé cette étape en deux parties :

- Une première dite quasi-statique, permettant de recaler les paramètres géométriques, de masse et de raideur.
- Une deuxième dite dynamique, pour recaler les paramètres qui n'interviennent que dans les phases transitoires comme les termes d'amortissement et d'inertie.

Toutes les acquisitions ont été effectuées en prototypage rapide avec une MicroAutobox et le logiciel Controldesk. Le modèle d'analyse a été généré puis compilé avec Matlab / Simulink.
La plupart des mesures ont été réalisées au CERAM (**C**entre d'**E**ssai et de **R**echerche **A**utomobile de **M**ortefontaine), sur le banc d'essai avec « entrée route » ainsi que sur les pistes d'essais. Ce circuit dispose entre autre d'une aire plane permettant d'effectuer la majeure partie des tests nécessaires pour cette étude.

Pour permettre d'identifier et de valider le modèle, nous avons choisi des essais avec des excitations provenant de la route ainsi que des manœuvres issues du conducteur. Cela a permis d'évaluer la qualité du recalage dans toutes les phases de fonctionnement du véhicule.
Ces essais ont été réalisés dans des conditions météo, d'hygrométrie et de température similaires. La masse du véhicule et les pneumatiques sont restés les mêmes pendant toute la durée des essais.
Certains paramètres statiques ont été recalés à l'aide de bancs système sur le site même de DELPHI (Tremblay en France). Le modèle d'actionneur a lui aussi été recalé sur un banc dédié permettant de monter des modules d'amortisseur piloté ou non et de caractériser ces derniers.

Pour optimiser le calcul des paramètres issus de mesures statiques, nous avons choisi d'utiliser une méthode d'optimisation permettant de minimiser un critère quadratique d'erreur entre la sortie du modèle et la sortie mesurée. Pour cela nous avons utilisé la boîte à outil de Mathworks intitulé « Optimization Toolbox ». Cet outil permet, entre autre, d'optimiser les paramètres d'un modèle qui interviennent dans la fonction de coût définie par l'utilisateur. Nous avons donc exprimé pour chaque paramètre un critère quadratique que nous avons cherché à minimiser.

Pour le recalage des paramètres d'inertie, nous avons choisi de simuler la sortie du modèle pour plusieurs valeurs des paramètres et de calculer ensuite les fonctions de coût associées. Cela nous a permis d'effectuer un algorithme rapide et simple pour l'obtention des paramètres optimaux. Le schéma suivant permet de visualiser la structure du modèle.

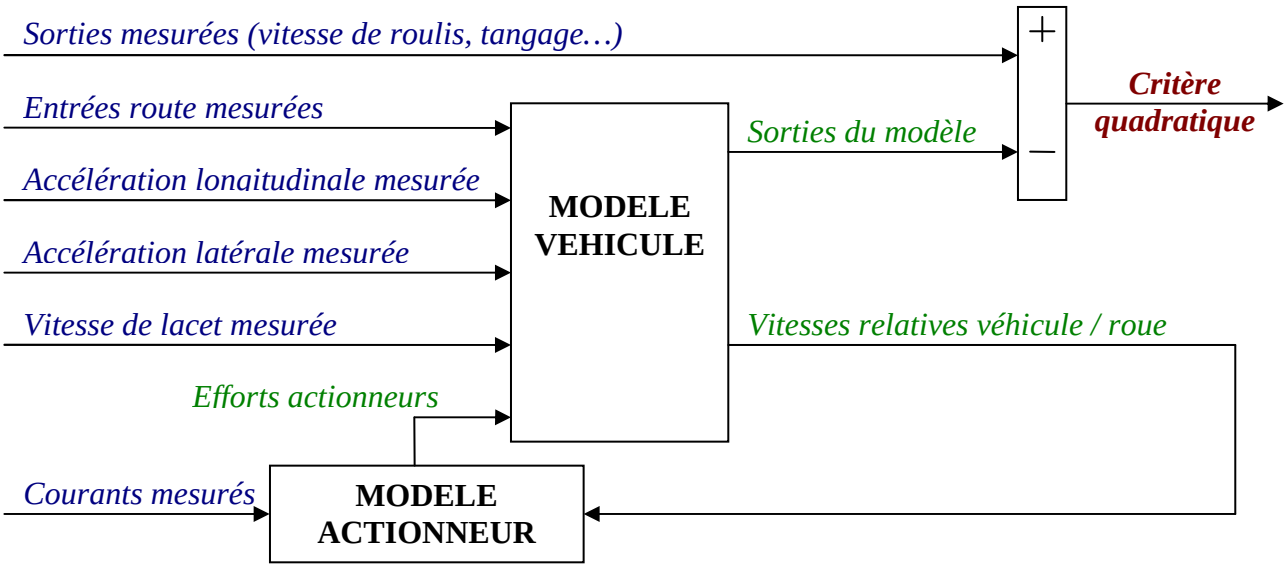


Fig. 1. 22 – Schéma de la structure du modèle utilisée pour le recalage

1.2.2 Recalage quasi statique

Cette première étape de recalage du modèle a pour objectif de simplifier la procédure en isolant séparément les différents composants pour mesurer les paramètres. Nous avons également évité de faire apparaître les phénomènes transitoires pour faciliter l'isolation de ces paramètres en limitant les influences des masses, inerties et amortisseurs. Nous allons donc décrire dans la suite les différentes étapes chronologiques qui nous ont permis, pas à pas, d'ajuster le modèle complet.

1.2.2.1 Raideur

- Raideur de suspension

La raideur des pneumatiques et celles des ressorts de suspension ont été recalées de manière statique. Les mesures ont consisté à charger la voiture de plus en plus et d'en mesurer les déplacements relatifs châssis/roue et roue/sol à l'aide d'un système de mesure laser. Les charges verticales ont été mesurées au niveau des pneumatiques par l'intermédiaire de balances électroniques positionnées sous les roues. Nous avons ainsi pu relever plusieurs points de mesure, référencés par l'indice k, de l'effort pour différents déplacements relatifs.

Nous avons ainsi pu régler les paramètres de flexibilité β^i et de raideur k_{ress}^{ij} de la fonction non linéaire suivante, utilisée pour modéliser les efforts fournis par les ressorts de suspension avant et arrière. Par ailleurs, nous introduisons la notation suivante :

$$\Delta Z_{21}^{ij} = Z_2^{ij} - Z_1^{ij} \text{ et } \Delta Z_{10}^{ij} = Z_1^{ij} - Z_0^{ij}$$

Il vient :

$$F_{ress}^{ij} = k_{ress}^{ij} \Delta Z_{21}^{ij} \left(1 + \beta_i \left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)\right)^4$$

Les paramètres de raideur k_{ress}^{ij} et β^{i} ont été déterminés par une méthode d'optimisation visant à minimiser la fonction discrète suivante :

$$J_{ress}^{i}\left(k_{ress}^{i},\beta_{i}\right)=\sum_{k}\left[\left(F_{k_ress}^{ij}\right)_{mesure}-k_{ress}^{ij}\Delta Z_{21_k}^{ij}\left[1+\beta_{i}\left(\Delta Z_{21_k}^{ij}\right)^{4}\right]\right]^{2}$$

La variable de sommation correspond ici à chaque point de mesure du déplacement relatif de la suspension ΔZ_{ij} et de l'effort correspondant.

Pour limiter l'influence des dispersions induites par les moyens de production, nous avons arrondi les résultats puis nous avons mis la même valeur de raideur pour les roues gauche et droite étant donné les conditions de symétrie du véhicule. Les résultats ci-dessous ont été obtenus avec les paramètres suivants :

$$\beta_{1}=61000\,\mathrm{m}^{-4}\ \text{et}\ \beta_{2}=16000\,\mathrm{m}^{-4}$$

$$k_{ress}^{1j}=40000\,\mathrm{N/m}\ \text{et}\ k_{ress}^{2j}=22000\,\mathrm{N/m}$$

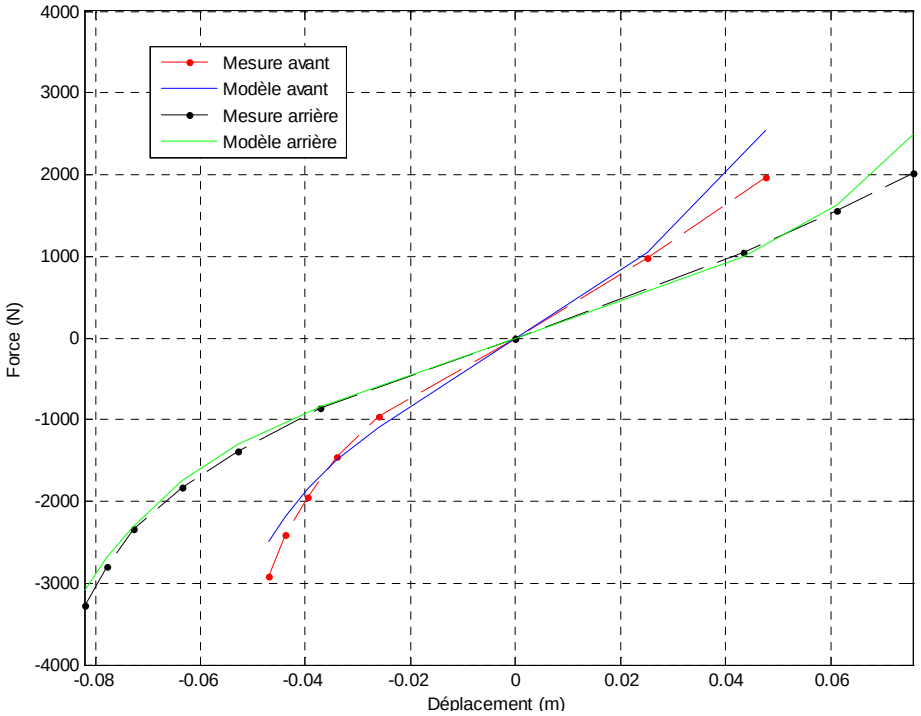


Fig. 1. 23 - Recalage statique des ressorts de suspension

- Raideur du pneumatique

La raideur k_{pneus}^{i} du pneumatique, représentée de manière linéaire dans notre modèle, a été recalée par minimisation de la fonction suivante :

$$J_{pneus}^{i}\left(k_{pneus}^{i}\right)=\sum_{k}\left[\left(F_{k_pneus}^{ij}\right)_{mesure}-k_{pneus}^{ij}\Delta Z_{10_k}^{ij}\right]^{2}$$

Après optimisation, nous avons obtenu les valeurs suivantes : $k_{pneus}^{i}=290000\,\mathrm{N/m}$

Le résultat suivant permet de comparer l'approximation de la mesure par le modèle :

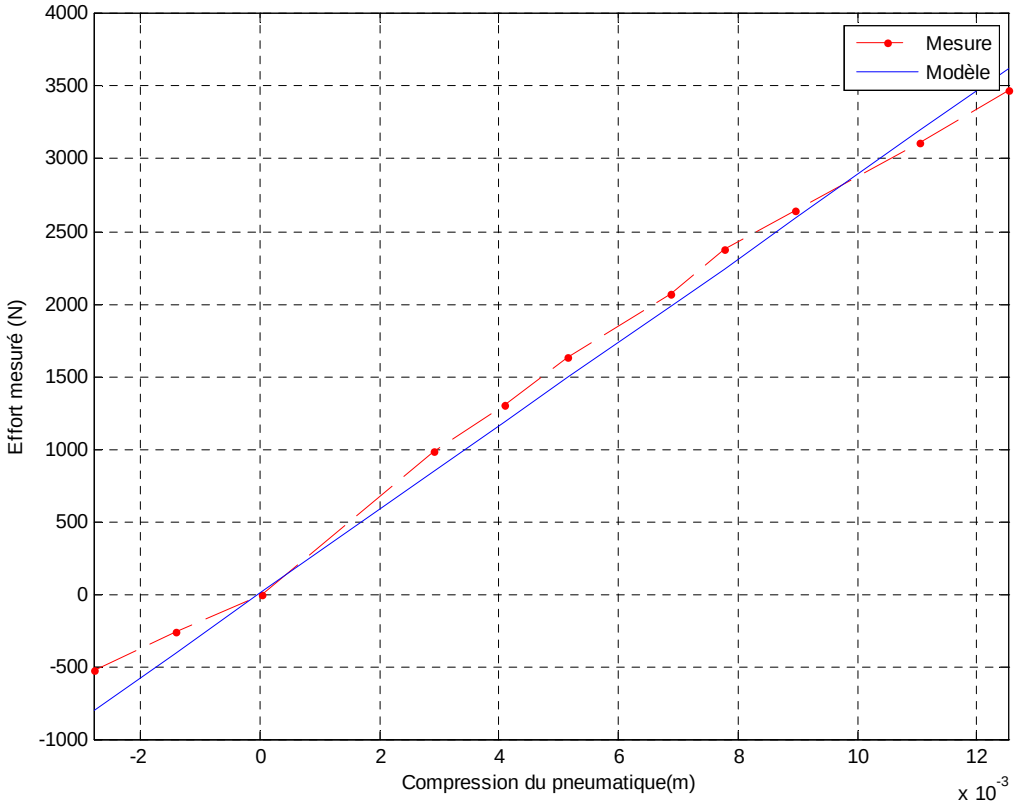


Fig. 1. 24 – Résultats du recalage de la raideur des pneumatiques

1.2.2.2 Masse

La mesure de la masse totale du véhicule à été effectuée à l'aide de quatre balances positionnées sous les roues. On a ainsi pu mesurer $M = \sum_{i=1}^{4} Masse_i$

La mesure de la masse des roues à été réalisée séparément en déconnectant l'ensemble de la partie mobile du châssis (Roue, transmission, suspension, fusée…). On a ainsi pu mesurer la masse de l'essieu avant et arrière M_{roue}^{av} et M_{roue}^{ar}, ce qui nous à permis de calculer la masse du véhicule sans les roues $m = M - 2M_{roue}^{av} - 2M_{roue}^{ar}$. Nous avons mesuré les valeurs suivantes :

$$M = 2000\,\text{kg}$$
$$M_{roue}^{av} = 50\,\text{kg}$$
$$M_{roue}^{ar} = 45\,\text{kg}$$

1.2.2.3 Raideur des barres antiroulis

Les raideurs des barres antiroulis avant et arrière ont été déterminées à partir des données issues du constructeur. Nous avons ensuite utilisé le ratio géométrique permettant de passer du déplacement de la barre au déplacement de la route. Cela a permis de calculer une raideur équivalente exprimée à la verticale de la roue. En effet, sous l'hypothèse de petits angles nous pouvons exprimer la raideur à la roue en fonction de celle au niveau de la barre. Le schéma suivant explicite cette différence géométrique :

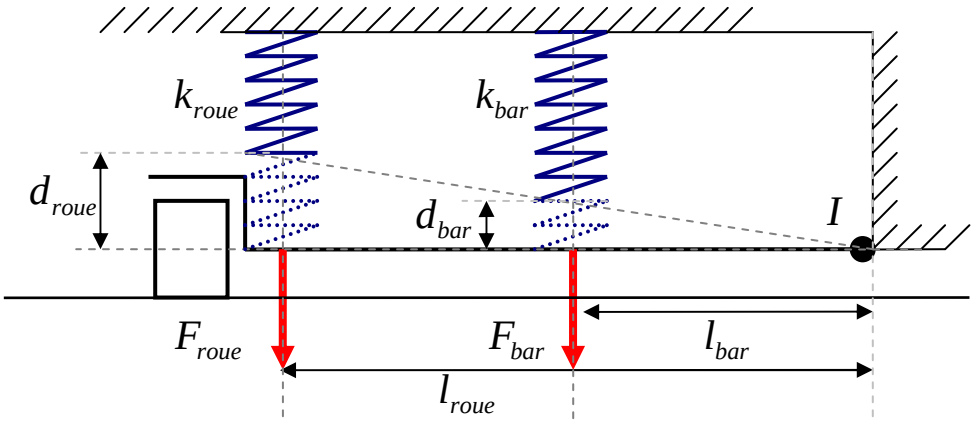


Fig. 1. 25 - Schéma de principe utilisé pour le calcul de la raideur équivalente à la roue

L'écriture de l'équilibre des moments des forces par rapport à I permet de calculer la raideur k_{roue} équivalente à k_{bar} mais exprimée à la roue. On considère ici que les efforts restent à la verticale du plan de la route et que les lignes trigonométriques sont négligeables :

$$F_{roue} l_{roue} = F_{bar} l_{bar}$$
$$\Rightarrow k_{roue} d_{roue} l_{roue} = k_{bar} d_{bar} l_{bar}$$

Or, par définition géométrique, on écrit :

$$l_{bar} = l_{roue} K_{ratio}$$

D'après le théorème de Thales, on peut en déduire $d_{bar} = d_{roue} K_{ratio}$
Ainsi on exprime la raideur k_{roue} en fonction du ratio géométrique :

$$k_{roue} d_{roue} l_{roue} = k_{bar} d_{roue} l_{roue} K_{ratio}^2$$
$$\Rightarrow k_{roue} = k_{bar} K_{ratio}^2$$

Ainsi, nous avons recalculé les termes k_{bad_1} et k_{bad_2} équivalents, exprimés à la roue et associés aux ratios géométriques K_{ratio}^1 et K_{ratio}^2. Nous avons obtenus :

$$K_{ratio}^1 = 0{,}9 \text{ et } K_{ratio}^2 = 0{,}8$$
$$k_{bar_1} = 15000 \text{ N/m et } k_{bar_2} = 5000 \text{ N/m}$$

1.2.2.4 Distance entre le centre de gravité et le centre de roulis

Ce paramètre à été recalé lors d'une manœuvre quasi statique à vitesse constante de 70 km/h , en virage stabilisé avec un angle au volant de ±150° alterné à une fréquence de 0,2 Hz . Pour assurer la qualité de cette manœuvre, nous avons utilisé l'aire plane du circuit d'essai, puis nous avons généré jusqu'à 0,9 g d'accélération pour avoir suffisamment d'amplitude sur la grandeur géométrique que l'on cherche à recaler. L'équation en roulis (1. 20), lors de cette manœuvre s'écrit :

$$-mH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I=\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^j k_{ress}^{ij}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)\frac{V_i}{2}+(-1)^j k_{bar_i}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)\frac{V_i}{2}$$

$$\Rightarrow H_{roul}=-\frac{\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}\left[(-1)^j k_{ress}^{ij}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)\frac{V_i}{2}+(-1)^j k_{bar_i}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)\frac{V_i}{2}\right]}{-m\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I}$$

Pour déterminer ce paramètre, nous avons utilisé une fonction d'optimisation et nous avons cherché à minimiser son résultat. La fonction choisie pour ce paramètre a été définie par :

$$J_{roul}\left(H_{roul}\right)=\sum_{kT_e}\left[\begin{array}{l}H_{roul}m\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I\\+\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}\left[(-1)^j k_{ress}^{ij}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)\frac{V_i}{2}+(-1)^j k_{bar_i}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)\frac{V_i}{2}\right]\end{array}\right]^2$$

La variable de sommation correspond ici à chaque pas de temps T_e .

Pour vérifier la valeur calculée, nous avons tracé le couple total de la suspension (numérateur) en fonction de l'effort extérieur induit par la manœuvre (dénominateur). La pente correspond donc à la distance H_{roul} . Nous avons obtenu après optimisation $H_{roul}=0{,}6\,\text{m}$.

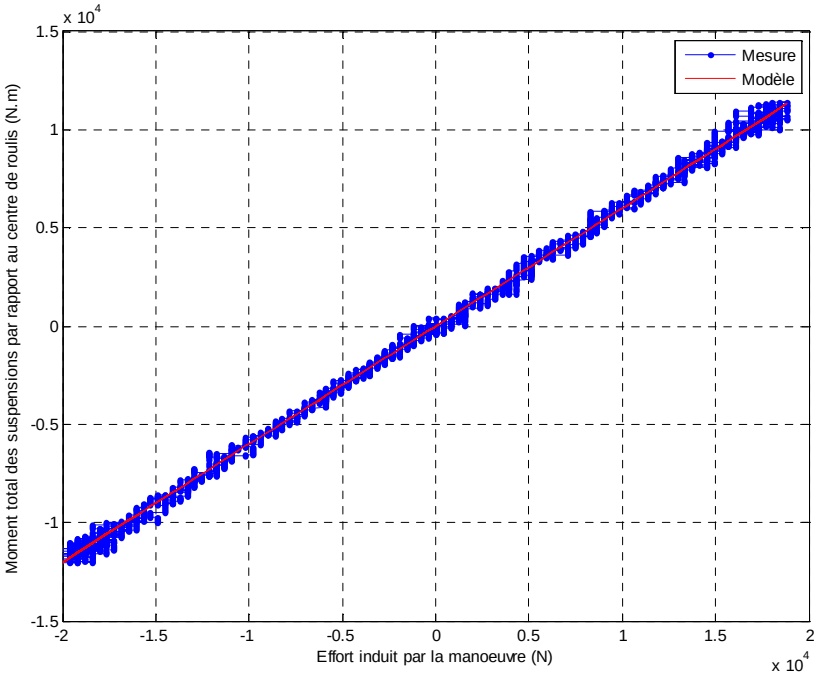


Fig. 1. 26 - Résultat de l'essai utilisé pour le recalage du bras de levier en roulis

La comparaison des résultats issus du modèle avec les déplacements relatifs mesurés des suspensions permet également de valider la valeur précédente :

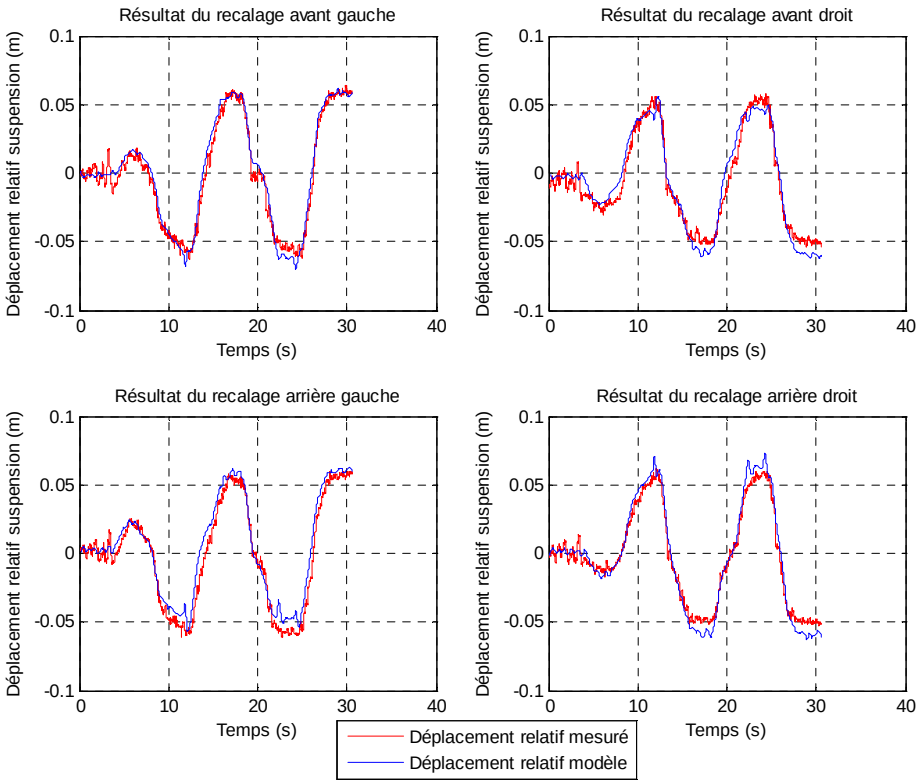


Fig. 1. 27 - Comparaison des déplacements de suspension après recalage de H_{roul}

1.2.2.5 Distance entre le centre de gravité et le centre de tangage

Ce paramètre a été recalé lors d'une manœuvre quasi-statique en ligne droite lors d'une accélération constante et d'un freinage stabilisé. Pour cela nous avons bloqué le volant à 0°, nous avons accéléré le véhicule jusqu'à la vitesse de 100 km/h puis nous avons engagé une phase de freinage, c'est-à-dire de décélération constante jusqu'à l'arrêt complet du véhicule. Nous pouvons préciser que cette manœuvre permet, comme précédemment, de générer assez d'accélération longitudinale, soit une amplitude de 0,9 g, pendant suffisamment de temps pour pouvoir déterminer la valeur géométrique. L'équation en tangage (1. 14) lors de cette manœuvre s'écrit :

$$-mH_{\text{tang}}\vec{\gamma}_a(G \ni R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I = -\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^i k_{ress}^{ij}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)E_i$$

$$H_{\text{tang}} = \frac{\sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^i k_{ress}^{ij}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)E_i}{m\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I}$$

Pour déterminer ce paramètre, nous avons utilisé de la même manière que précédemment, une fonction d'optimisation discrète et nous avons cherché à minimiser son résultat. La fonction de coût choisie pour ce paramètre a été définie par :

$$J_{\text{tang}}\left(H_{\text{tang}}\right) = \sum_{k.T_e}\left[H_{\text{tang}}\, m\vec{\gamma}_a\left(G\in R_c/R_0\right)_{RI}.\vec{x}_I - \sum_{i=1,2}\sum_{j=1,2}(-1)^i k_{ress}^{ij}\left(Z_2^{ij}-Z_1^{ij}\right)E_i\right]^2$$

La variable de sommation correspond ici à chaque pas d'échantillonnage T_e ..

Les résultats ainsi obtenus nous ont permis de déterminer une hauteur géométrique $H_{\text{tang}} = 0{,}5\,\text{m}$.

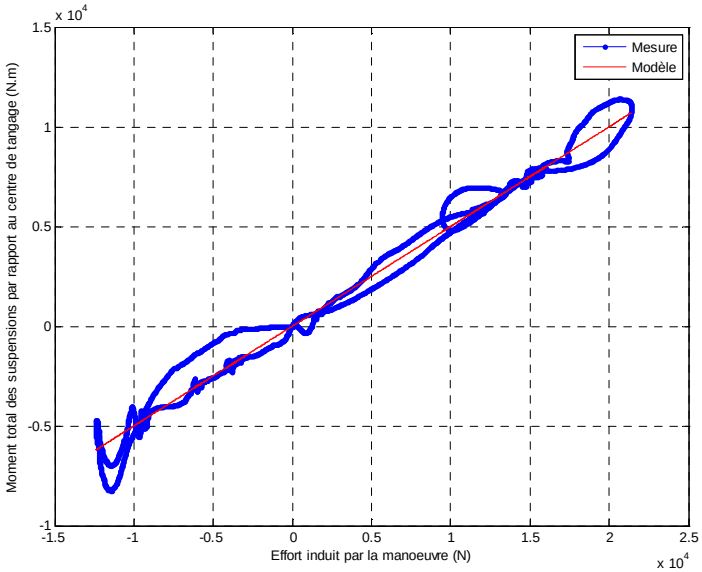


Fig. 1. 28 - Résultat de l'essai utilisé pour le recalage du bras de levier en tangage

De la même manière que précédemment, la comparaison des résultats des déplacements relatifs des suspensions permet de vérifier la valeur précédente.

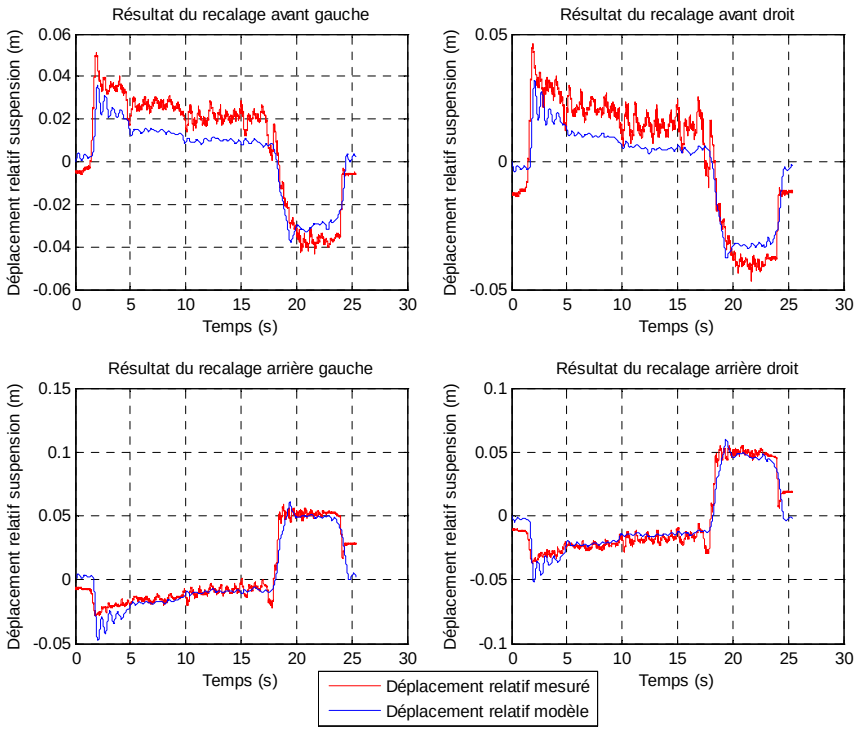


Fig. 1. 29 - Comparaison des déplacements de suspension après recalage de H_{tang}

Sur ces derniers résultats, nous pouvons remarquer des erreurs statiques provenant essentiellement de la friction de la suspension. Néanmoins ce phénomène bien connu est compliqué à modéliser de manière simple car il dépend de la température et de la géométrie de la suspension. Nous verrons par la suite comment prendre en compte ces perturbations dans les équations du filtre.

1.2.2.6 Distance verticale absolue du centre de gravité

Connaissant les valeurs géométriques précédentes, nous sommes capables de calculer les réactions induites sur le véhicule lors des manœuvres du conducteur. En effet, nous avons déterminé les distances relatives des centres de rotation par rapport au centre de gravité. Néanmoins, pour calculer les réactions au niveau des roues et des pneumatiques, nous avons vu qu'il est nécessaire de déterminer une position absolue de ces centres de rotation. Pour cela, nous avons placé le véhicule dans un état d'équilibre en tangage dans la position décrite sur le schéma suivant. Cela a permis de déterminer, en utilisant les équations d'équilibre, l'influence de la gravité sur le véhicule et ainsi la position verticale absolue du centre de gravité par rapport au sol. Pour faciliter le calcul, nous introduisons ici la distance H_{int} et R correspondant respectivement à la distance verticale selon $\vec{z}_c$ du centre de gravité par rapport à l'axe passant par les centres de roue, et au rayon de la roue (pneumatique avec jante). Le centre I correspond au point intermédiaire permettant de simplifier les calculs :

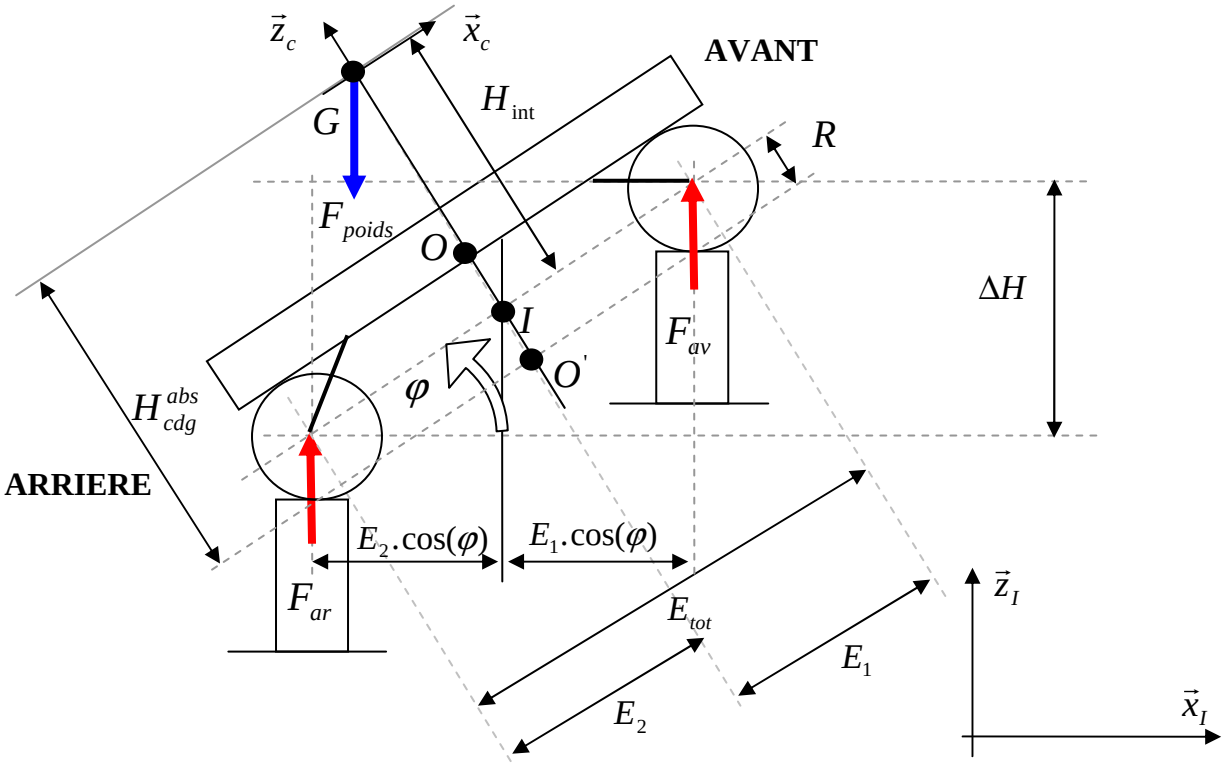


Fig. 1. 30 - Schéma de principe en tangage utilisé pour la mesure de la hauteur du centre de gravité

Compte tenu du schéma précédent, on peut écrire :

$$\sin(\varphi-\varphi_0)=-\frac{\Delta H}{E_{tot}}$$

Cela permet de calculer la variation d'angle d'inclinaison en fonction de l'élévation par rapport à l'angle d'origine statique φ_0. L'équilibre en moment autour du point O s'écrit :

$$F_{av}E_1\cos(\varphi-\varphi_0)+MgH_{\text{int}}\sin(\varphi-\varphi_0)-F_{ar}E_2\cos(\varphi-\varphi_0)=0$$

$$\Rightarrow H_{\text{int}}=\frac{F_{ar}E_2-F_{av}E_1}{Mg\tan(\varphi-\varphi_0)}$$

Les mesures des charges verticales ont été réalisées par l'intermédiaire de balances posées en dessous des roues. Nous avons ainsi réalisé 2 points de mesure relatifs à la position d'équilibre. Avec cette méthode nous allons déterminer les variations de charge dues au poids pour un angle de tangage imposé au niveau du sol. On précise ici que pour cette procédure, compte tenu des faibles déplacements relatifs des pneumatiques, nous avons négligé le tangage induit par ces derniers. De par le fait d'imposer des angles de tangage faibles nous avons considéré une évolution d'angle linéairement dépendante de la variation du moment induit par les réactions. Ainsi, nous obtenons :

$$H_{\text{int}} Mg(\varphi - \varphi_0) \approx F_{ar} E_2 - F_{av} E_1$$

Expérimentalement nous avons mesuré les 2 points suivants :

	Position 1 $\Delta H_1 = 210$ mm $\varphi_1 = -4{,}1^\circ$	Position 2 $\Delta H_1 = 286$ mm $\varphi_2 = -5{,}6^\circ$
Charge avant droit (kg)	550	545
Charge avant gauche (kg)	530	525
Charge arrière droit (kg)	444	449
Charge arrière gauche (kg)	425	430

A partir de ces deux mesures, nous en avons déduit le système suivant :

$$\begin{cases} H_{\text{int}} Mg(\varphi_1 - \varphi_0) \approx F_{ar_1} E_2 - F_{av_1} E_1 \\ H_{\text{int}} Mg(\varphi_2 - \varphi_0) \approx F_{ar_2} E_2 - F_{av_2} E_1 \end{cases}$$

La soustraction de ces deux équations permet ainsi d'exprimer H_{int}. Il vient :

$$H_{\text{int}} \approx \frac{(F_{ar_1} - F_{ar_2})E_2 - (F_{av_1} - F_{av_2})E_1}{Mg(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$H_{\text{int}} \approx \frac{(444 + 425 - 449 - 430) \times 9{,}81 \times 1{,}68 - (550 + 530 - 545 - 525) \times 9{,}81 \times 1{,}28}{2000 \times 9{,}81 \times (-5{,}6 + 4{,}1)}$$

Nous avons ainsi pu déterminer la hauteur du centre de gravité par rapport à l'axe des essieux soit une hauteur $H_{\text{int}} = 0{,}565\,\text{m}$. Cela a permis de confirmer la donnée fournie par le constructeur soit 0,55 m.

D'après les dimensions préconisées par le constructeur, le pneumatique est du type 255/40Z R19. Cela signifie que la jante admet un diamètre de 19 pouces et le flanc du pneumatique mesure 40% de la largeur du pneu (255 mm). Sachant que le pouce équivaut à $0{,}0254\,\text{m}$, nous pouvons calculer la hauteur R. Il vient :

$$\Rightarrow R = \frac{19 \times 0{,}0254}{2} + 0{,}255 \times 0{,}40 = 0{,}344\,\text{m}$$

Nous avons ainsi obtenu la hauteur absolue du centre de gravité par rapport au sol : $H_{cdg}^{abs} = 0{,}91\,\text{m}$

1.2.3 Recalage dynamique

1.2.3.1 Définitions des essais

Les recalages dynamiques ont été effectués sur le banc avec quatre « entrées route ». La définition de ces « entrées route » a permis de recaler les paramètres d'amortissement ainsi que les inerties en tangage I_{yy} et en roulis I_{xx}. Pour cela nous avons réalisé une excitation sinusoïdale à fréquence variable de 0,5 à 20 Hertz pour chaque état du véhicule (pompage, roulis, tangage). Cela a permis de repérer plus facilement les modes de résonance et les termes d'amortissement. Pour faciliter le recalage de ces paramètres, nous avons choisi des amplitudes d'excitation de telle sorte que les ressorts de suspensions fonctionnent dans leur domaine linéaire pour éviter d'introduire des incertitudes supplémentaires et de manière à obtenir une vitesse maximum d'excitation constante :

- Pour réaliser l'essai de pompage nous avons excité les quatre entrées route en phase et nous avons choisi une amplitude ayant une vitesse maximale de 190 mm/s.
- L'essai en tangage à été réalisé avec une amplitude maximale de vitesse de 157 mm/s en déphasant les roues arrière des roues avant de 180°.
- Enfin, concernant l'essai en roulis, nous avons déphasé les roues gauches des roues droites de 180° et nous avons choisi une amplitude maximale de vitesse de 125 mm/s.

La fonction d'excitation que nous proposons pour ces essais correspond à $F_{excit}^{ij}(t) = A(t)\sin(F_{oscil}(t))$ où $A(t)$ désigne l'amplitude du déplacement, $F_{oscil}(t)$ la fonction d'oscillation fonction du temps.
Concernant le profil de variation fréquentiel $F_{req}(t)$ au cours du temps, nous avons cherché à assurer un rapport $\frac{\dot{F}_{req}(t)}{F_{req}(t)}$ constant pour permettre d'obtenir suffisamment d'information quelle que soit la fréquence d'excitation. Nous avons donc posé $\frac{\dot{F}_{req}(t)}{F_{req}(t)} = K_1$ et nous avons cherché à résoudre l'équation différentielle $\dot{F}_{req}(t) + K_1 F_{req}(t) = 0$. A partir de là nous avons pu déterminer l'allure de la fonction soit : $F_{req}(t) = K_2 e^{K_1 . t}$
Nous avons alors recalculé les constantes de cette solution de telle sorte qu'elles admettent une fréquence initiale $F_{req}(0) = f_1$ à $t = 0$ et une fréquence finale $F_{req}(t_{fin}) = f_2$ à $t = t_{fin}$.
Les constantes obtenues sont :

$$K_2 = f_1 \text{ et } K_1 = \frac{\ln\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}{t_{fin}}$$

Cela nous a permis d'obtenir la fonction d'évolution fréquentielle suivante : $F_{req}(t) = f_1 e^{\frac{\ln\left(\frac{f_2}{f_1}\right)}{t_{fin}} . t}$
Nous avons donc cherché la fonction d'oscillation permettant d'obtenir ce profil de variation en calculant l'équation différentielle suivante :

$$F_{req}(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\left(F_{oscil}(t)\right)}{dt}$$

Nous en avons déduit la fonction suivante :

$$F_{oscil}(t) = 2\pi \frac{F_{req}(t)}{K_1} + \phi_{ij}$$

Avec ϕ_{ij} , le déphasage de l'entrée correspondant au coin ij.
Nous pouvons ainsi déterminer l'allure de la fonction d'excitation. Il vient :

$$F_{excit}^{ij}(t) = A(t)\sin\left(2\pi \frac{F_{req}(t)}{K_1} + \phi_{ij}\right)$$

Nous allons maintenant calculer la fonction $\dot{F}_{excit}^{ij}(t)$:

$$\dot{F}_{excit}^{ij}(t) = 2\pi A(t) F_{req}(t)\cos\left(2\pi \frac{F_{req}(t)}{K_1} + \phi_{ij}\right) + \dot{A}(t)\sin\left(2\pi \frac{F_{req}(t)}{K_1} + \phi_{ij}\right)$$

Nous proposons maintenant de calculer l'amplitude A de telle sorte que l'amplitude maximale de la vitesse induite par le terme $A2\pi F_{req}(t)\cos\left(2\pi F_{req}(t)\,t + \phi_{ij}\right)$ reste constant pour chaque fréquence d'excitation. Il vient : $2\pi A(t) F_{req}(t) = V_{\max}$

Soit $A(t) = \dfrac{V_{\max}}{2\pi F_{req}(t)} = \dfrac{V_{\max}}{2\pi K_2 e^{K_1.t}}$

Nous obtenons ainsi : $\dot{A}(t) = -\dfrac{V_{\max}\dot{F}_{req}(t)}{2\pi\left(F_{req}(t)\right)^2} = -\dfrac{V_{\max}K_2K_1e^{K_1.t}}{2\pi\left(K_2e^{K_1.t}\right)^2} = -\dfrac{V_{\max}K_1}{2\pi K_2 e^{K_1.t}}$

Il vient : $\dfrac{\dot{A}(t)}{2\pi A(t)F_{req}(t)} = -\dfrac{K_1}{2\pi K_2 e^{K_1.t}}$ et ce rapport atteint son maximum en $t_0 = 0$, soit pour notre essai : $\dfrac{\dot{A}(t_0)}{2\pi A(t_0)F_{req}(t_0)} = -\dfrac{K_1}{2\pi K_2} = 7\times10^{-4}$

Ce rapport faible nous permet de considérer une vitesse maximale quasiment constante et égale à $V_{\max}$ sur toute la durée du test.

Dans les essais qui vont suivre nous avons choisi une fréquence $f_1 = 0{,}5\,\text{Hz}$ et $f_2 = 25\,\text{Hz}$ pour une durée totale de 35 s soit $t_{fin} = 35$. La vitesse maximale correspond à 1m/s Le résultat ci-dessous permet d'avoir une vision du déplacement et de la vitesse du plateau d'excitation positionné sous la roue :

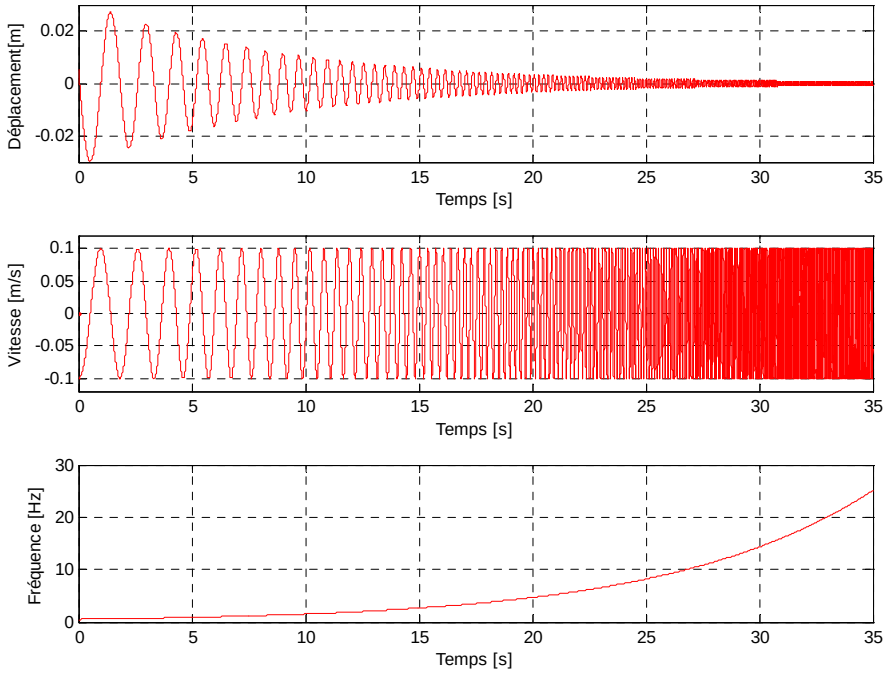


Fig. 1. 31 – Simulation du déplacement et de la vitesse du plateau sur un coin

1.2.3.2 Méthode d'optimisation des paramètres

Dans cette partie, nous avons tout d'abord cherché à identifier les amortissements résiduels des amortisseurs lorsqu'ils ne sont parcourus par aucun courant. Les données utilisées pour le recalage sont issues d'essais effectués sur un banc dédié à la caractérisation des amortisseurs.
Pour le recalage des inerties I_{xx} et I_{yy}, nous avons utilisé respectivement un essai permettant de balayer en fréquence la réponse du véhicule en roulis et en tangage.

1.2.3.3 Amortissement Passif

Les termes d'amortissement passifs A_{1_ij}, B_{1_ij} C_{1_ij} et A_{2_ij}, B_{2_ij} C_{2_ij} intervenant dans l'expression des forces résiduelles des amortisseur MR, ont été recalés sur la caractéristique effort / vitesse mesurée sur le banc. Pour différents points de mesure à vitesses constantes nous avons mesuré l'effort de l'actionneur à l'aide d'un capteur intégré au banc. Comme le montre le schéma de la Fig. 1. 32 - Résultat du recalage de la caractéristique du modèle d'amortisseur passif, cela a permis de recaler les paramètres de la fonction suivante :

$$F_{amort_ij}^{disym}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)=\left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[1000\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right]$$
$$+\left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[-1000\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right]$$

Pour des raisons de symétrie, nous avons considéré les mêmes paramètres pour les amortisseurs gauches et droits. La fonction d'optimisation choisie pour déterminer les paramètres est la suivante :

$$J_{amort}\left(A_{1_ij},A_{2_ij},B_{1_ij},B_{2_ij},C_{1_ij},C_{2_ij}\right)=\sum_{\Delta\dot{Z}_{ij}}\left[F_{amort_k_ij}^{mesure}-F_{amort_k_ij}^{disym}\left(\Delta\dot{Z}_{21_k}^{ij}\right)\right]^2$$

La variable de sommation correspond ici à la vitesse relative $\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}$.
Nous avons obtenu les résultats suivants :

$A_{1_1j} = 640$ Ns/m	$A_{2_1j} = 510$ Ns/m	$A_{1_2j} = 1900$ Ns/m	$A_{2_2j} = 1400$ Ns/m
$B_{1_1j} = -0{,}32$ Ns/m	$B_{2_1j} = 0{,}066$ Ns/m	$B_{1_2j} = -2{,}24$ Ns/m	$B_{2_2j} = 0{,}86$ Ns/m
$C_{1_1j} = 0.002$ m/s	$C_{2_1j} = -0{,}001$ m/s	$C_{1_2j} = 0{,}0018$ m/s	$C_{2_2j} = -0{,}0012$ m/s

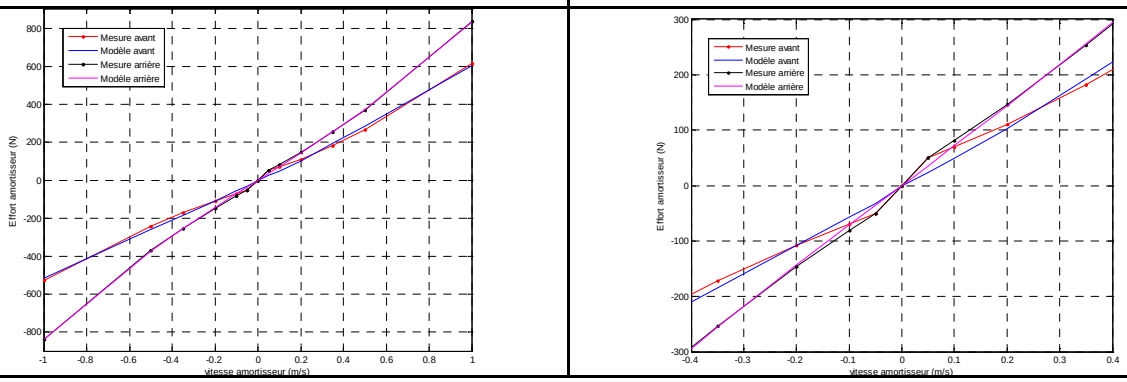


Fig. 1. 32 - Résultat du recalage de la caractéristique du modèle d'amortisseur passif

Pour nous permettre de vérifier les résultats, nous avons utilisé l'essai de pompage dans lequel les derniers paramètres non recalés (Inertie en roulis et tangage) interviennent très faiblement. Les résultats de simulation suivants sont donnés sur un coin du véhicule en mode non-contrôlé (sans courant dans les amortisseurs) sur un essai allant de 0,5 Hz à 25 Hz. Nous avons utilisé pour signal de référence la vitesse du véhicule issue de l'accéléromètre positionné sur le véhicule à la verticale du point de contact du pneu sur le sol ainsi que la vitesse de la roue provenant de l'intégration de l'accéléromètre positionné au niveau du centre de la roue. Enfin, nous disposons du signal de vitesse relative issue de la dérivée « composante » du capteur de déplacement relatif. Nous disposons également de la mesure du signal d'effort au niveau du pneumatique. Ce signal provient d'une mesure de charge sur les plateaux d'excitation du banc.

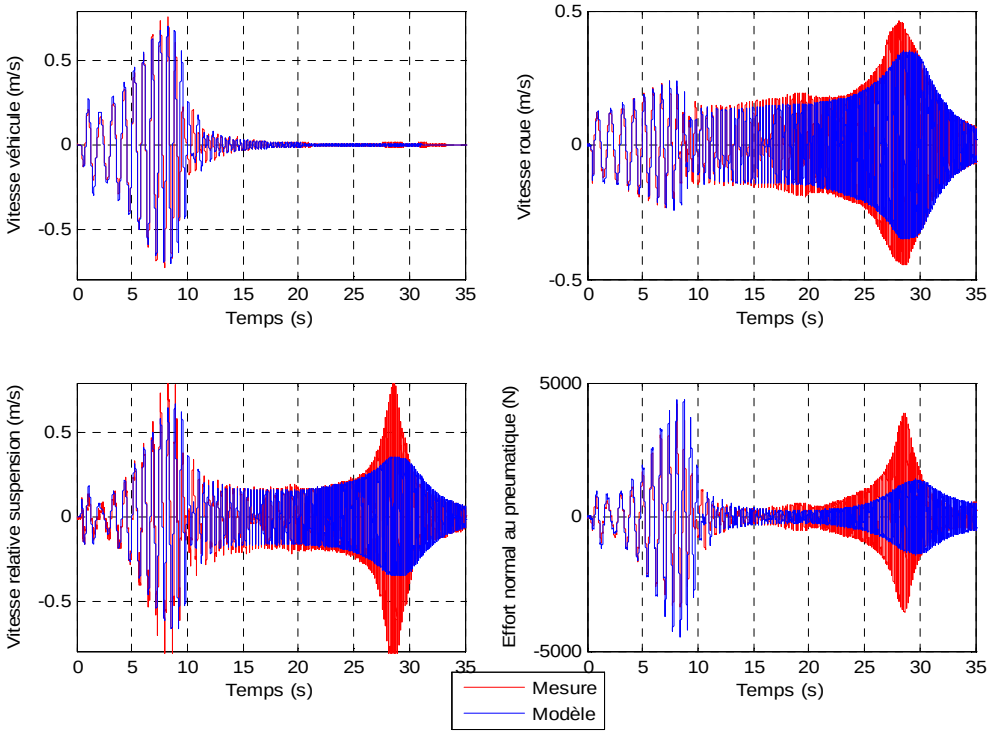


Fig. 1. 33 - Résultat du recalage de l'amortisseur passif lors d'un essai en pompage

Ces résultats permettent de vérifier la cohérence du recalage des amortisseurs par rapport au véhicule. Nous pouvons d'ores et déjà constater que le modèle est imprécis autour de la résonance de la roue (~13 Hz soit à 28 s). En effet on constate que le modèle surestime l'amortissement autour de ce mode puisque l'amplitude des oscillations est moins importante que la mesure. Toutefois la fréquence de résonance reste en cohérence avec celle mesurée (~13 Hz).

1.2.3.4 Inertie en tangage

L'inertie de tangage a été recalée sur l'essai en tangage correspondant au balayage de la réponse fréquentielle du véhicule de 0,5 à 25 Hz. Nous avons utilisé pour signal de référence le signal issu du capteur de vitesse de tangage et nous avons cherché à calculer le paramètre d'inertie permettant de minimiser la fonction d'optimisation suivante :

$$J_{\text{tang}}\left(I_{yy}\right)=\sum_{kT_e}\left(\dot{\varphi}_{mesure}-\dot{\varphi}_{\text{model}}\right)^2$$

Cette fonction correspond à l'erreur quadratique entre la vitesse de tangage mesurée et la sortie en vitesse de tangage du modèle. La variable de sommation correspond ici à chaque pas d'échantillonnage T_e. Ce critère a été calculé autour de la fréquence de résonance soit jusqu'à la fréquence de 3,2 Hz correspondant à un horizon temporel de 15 s en mode non contrôlé pour éviter d'introduire le modèle d'actionneur. Pour cela nous avons simulé la sortie du modèle pour des valeurs d'inertie allant de 2000 à 3500 Nms² par pas de 100 Nms². Cela nous a permis d'identifier la valeur optimale de manière simple et rapide. Pour une valeur $I_{yy}=2900\ \text{Nms}^2$, nous avons obtenu les résultats suivants :

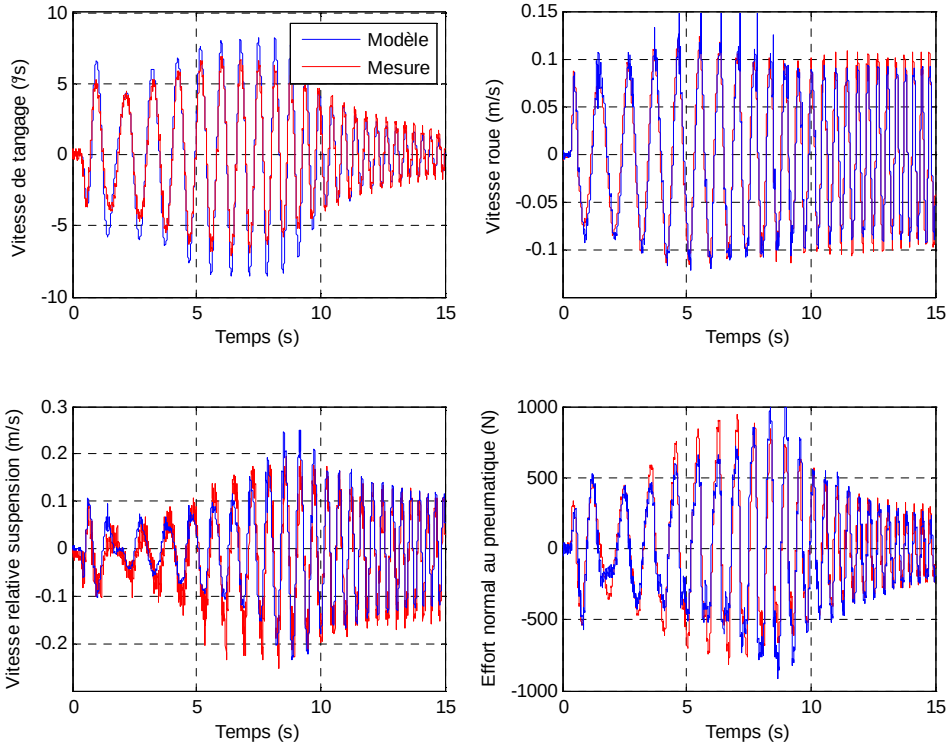


Fig. 1. 34 - Résultat du recalage de l'inertie en tangage lors d'un essai en tangage

Sont visualisés également l'effort normal au pneumatique issu du banc ainsi que la vitesse relative de suspension provenant de la dérivée « composant » et la vitesse de roue issue de l'intégration de l'accéléromètre.

1.2.3.5 Inertie en roulis

L'inertie en roulis a été recalée sur l'essai en roulis correspondant au balayage de la réponse fréquentielle du véhicule de 0,5 à 25 Hz. Nous avons utilisé pour signal de référence le signal issu du capteur de vitesse de roulis et nous avons cherché à calculer le paramètre d'inertie permettant de minimiser la fonction d'optimisation suivante :

$$J_{\text{roul}}(I_{xx}) = \sum_{kT_e} \left(\dot{\vartheta}_{mesure} - \dot{\vartheta}_{\text{model}} \right)^2$$

De la même manière que pour le tangage, cette fonction correspond à l'erreur quadratique entre la vitesse de roulis mesurée et la sortie en vitesse de roulis du modèle. La variable de sommation correspond ici à chaque pas d'échantillonnage T_e. Ce critère a été calculé autour de la fréquence de résonance soit jusqu'à la fréquence de 3,2 Hz correspondant à un horizon temporel de 15 s en mode non contrôlé pour éviter d'introduire le modèle d'actionneur. Pour cela nous avons simulé la sortie du modèle pour des valeurs d'inertie allant de 700 Nms² à 1800 Nms² par pas de 100 Nms². Cela nous a permis d'identifier la valeur optimale de manière simple et rapide. Pour une valeur $I_{xx} = 1400$ Nms², nous avons obtenu les résultats suivants :

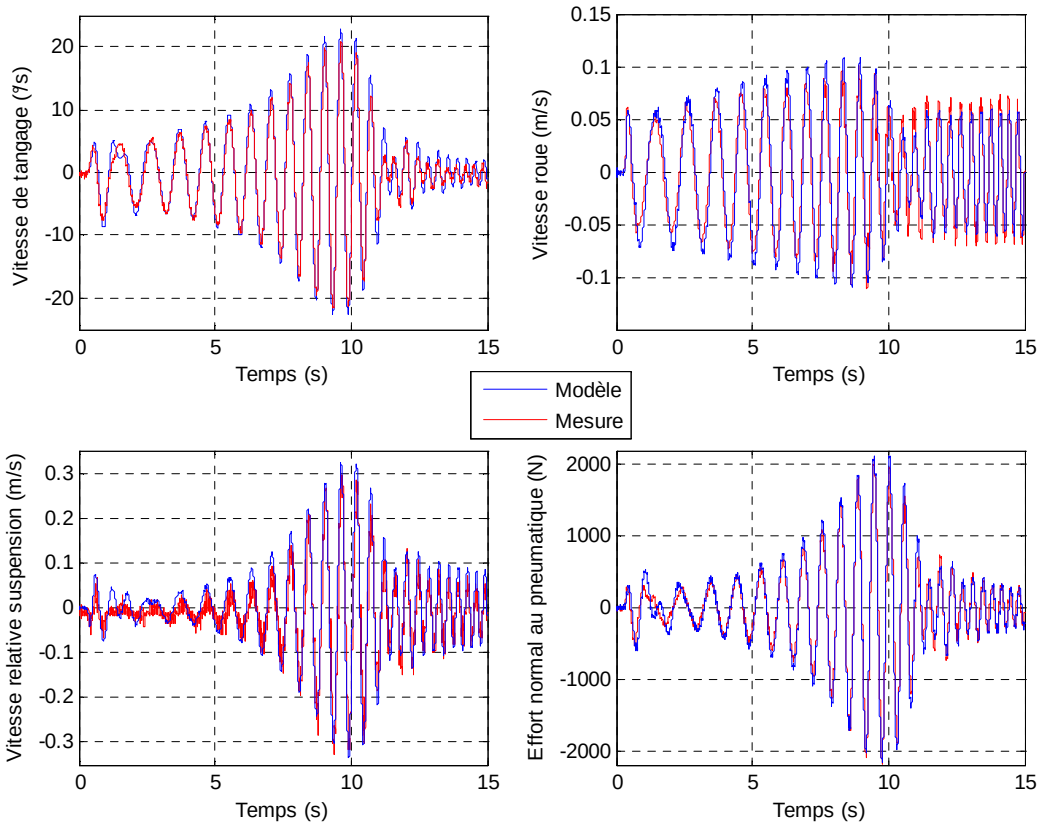


Fig. 1. 35 - Résultat du recalage de l'inertie en roulis lors d'un essai en roulisInertie de couplage

L'inertie de couplage est un paramètre difficile à recaler puisqu'elle intervient principalement dans les manœuvres dynamiques. Pour recaler ce paramètre, il est possible de mettre la voiture sur un plateau rotatif en lacet puis d'accélérer ce dernier pour générer de l'accélération en roulis ou d'utiliser une centrale inertielle. Néanmoins, ce type d'essai coûte cher et il est souvent difficile de pouvoir le réaliser. Nous avons donc choisi de la calculer à partir du modèle CAO du véhicule et d'utiliser sa valeur nominale $I_{xz} = 45$ Nms².

1.2.4 Recalage du modèle d'actionneur

Le modèle d'actionneur qui est dans notre cas un amortisseur MagnetoRhéologique, est une propriété de l'équipementier DELPHI et il sera vu par le modèle comme une boîte noire extérieure. Cette approche permettra ultérieurement d'adapter n'importe quel actionneur réalisé par l'équipementier à la méthodologie de filtrage et d'estimation décrite dans ce rapport.

Les amortisseurs passifs qui existent sur le marché permettent de dissiper l'énergie fournie par la roue et le châssis. Ils transforment cette énergie mécanique en énergie thermique par l'intermédiaire d'une perte de charge générée au travers de plusieurs orifices. L'huile présente dans l'amortisseur réagit donc, au premier ordre, comme une viscosité et va fournir un effort proportionnel à la vitesse de l'amortisseur, c'est-à-dire la vitesse relative de la roue par rapport au châssis. Il existe par ailleurs des technologies semi-actives qui utilisent un système de valve commandé et permettent d'avoir plusieurs ouvertures d'orifices et ainsi des niveaux d'effort différents pour une même vitesse de l'amortisseur. Comme le montre le schéma suivant, ce type de système possède de moins bonnes performances que les amortisseurs MagnétoRhéologiques en termes de niveau d'effort. Cependant il présente un net avantage par rapport aux solutions passives.

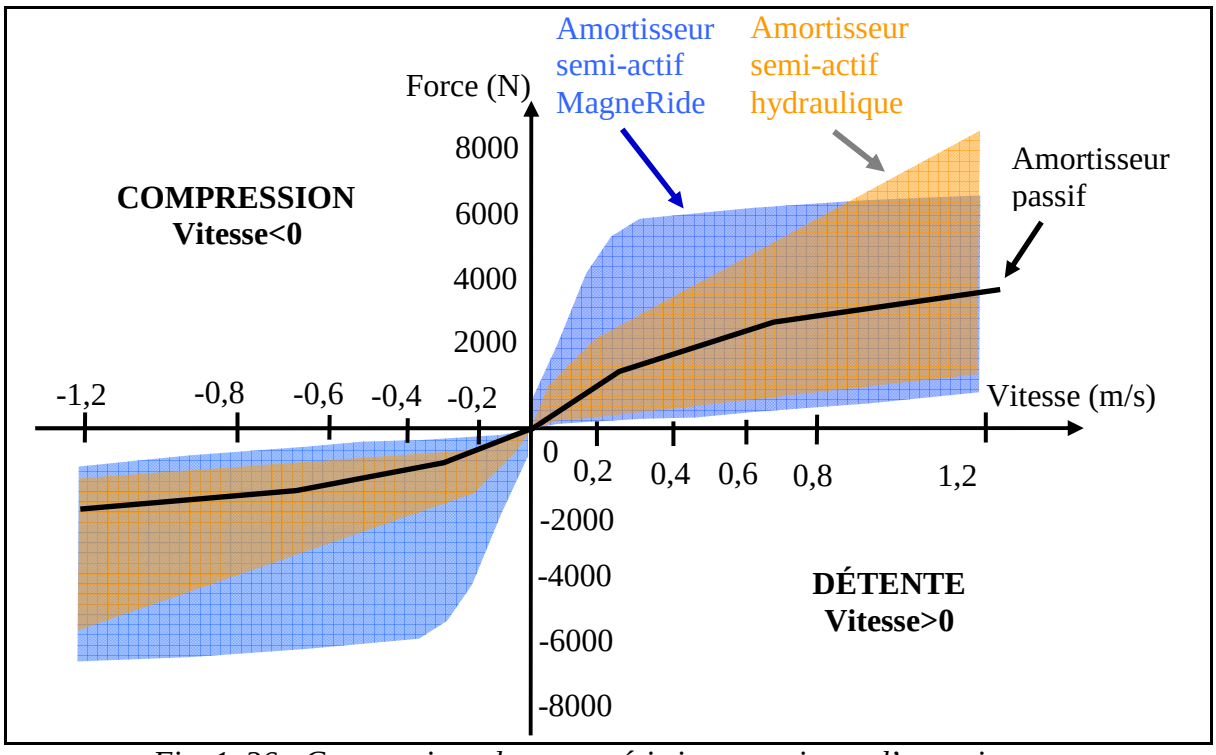


Fig. 1. 36 - Comparaison des caractéristiques statiques d'amortisseurs

L'amortisseur MR a la particularité d'utiliser un fluide MagnetoRhéologique contrairement aux amortisseurs classiques ou semi-actifs à valve. Ce fluide contient des petites particules métalliques homogènes qui vont, par l'intermédiaire d'un champ magnétique, se polariser et se positionner en structure fibreuse autour du piston. Cette disposition particulière permet d'augmenter la viscosité du fluide et par conséquent la perte de charge générée au travers des orifices en fonction du champ magnétique appliqué au niveau du piston.

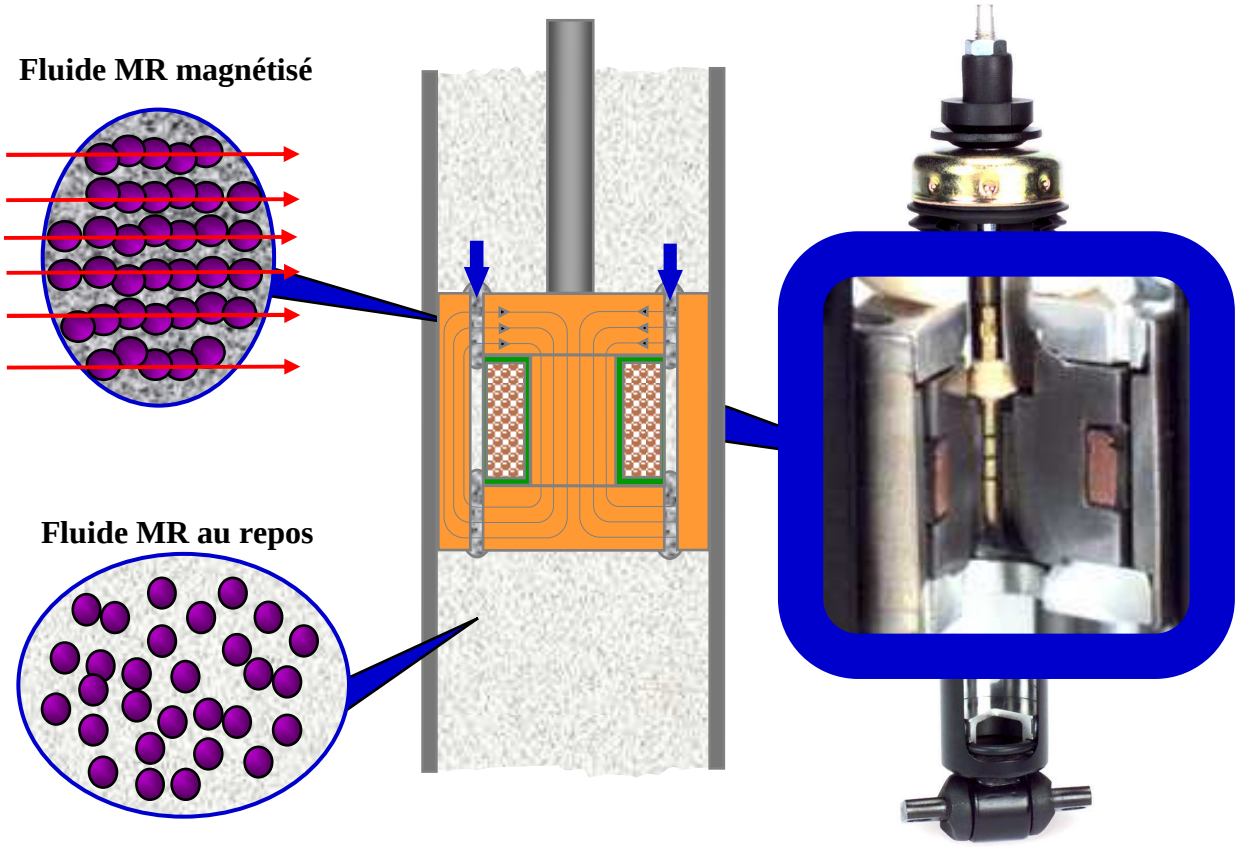


Fig. 1. 37 – Schéma de principe du fonctionnement d'un amortisseur MagnétoRhéologique

Cet actionneur va permettre d'obtenir une bande passante suffisamment élevée (~80 Hz) pour contrôler les variations d'effort au pneumatique (~12 Hz). Contrairement aux autres technologies qui admettent une bande passante de l'ordre de 3 Hz, cette dernière permet donc d'obtenir une réponse dynamique suffisante pour contrôler les états des pneumatiques sur la route et ainsi améliorer la tenue de route du véhicule.

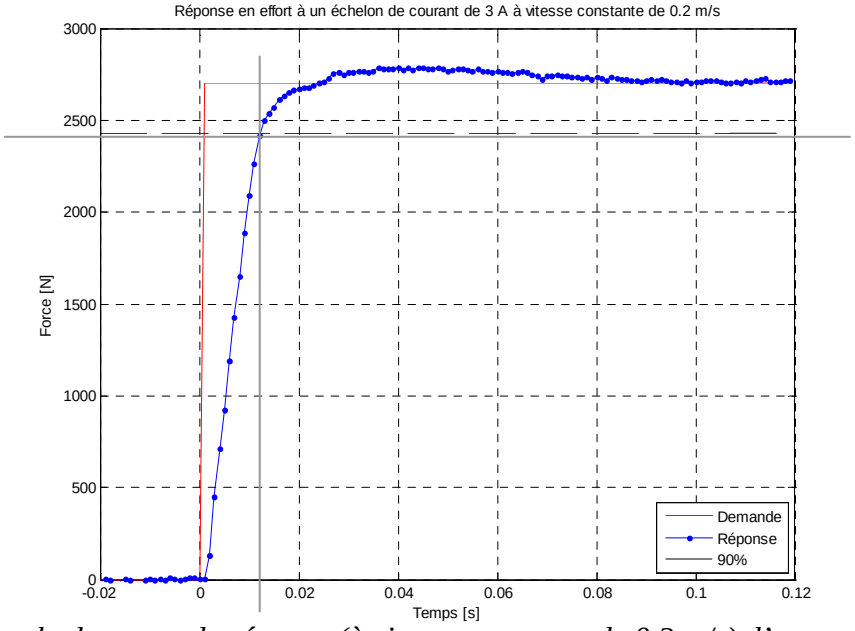


Fig. 1. 38 – Exemple du temps de réponse (à vitesse constante de 0,2 m/s) d'un amortisseur MagnétoRhéologique

La viscosité du fluide, comme l'huile, dépend de la température. Il est donc nécessaire d'en tenir compte lorsque l'on cherche à modéliser l'actionneur. En effet, l'effort fourni par l'amortisseur sera d'autant plus grand que la température sera basse. Ainsi, notre modèle d'actionneur sera vu comme une boîte noire ayant pour entrées : la vitesse de l'amortisseur $\Delta\dot{Z}$, qui constitue l'image du débit d'huile passant au travers des orifices, le courant mesuré i_{cur}, la température T_{emp}, et pour sortie l'effort généré par l'amortisseur. Ce modèle non linéaire peut donc se mettre sous la forme suivante :

$$F_{act} = \mu\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}, i_{cur}, T_{emp}\right).\Delta\dot{Z}_{21}^{ij} \qquad \mu_{\min}\Delta\dot{Z}_{21}^{ij} \le F_{act} \le \mu_{\max}\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}$$

Ce modèle a été recalé en effort sur un banc système et a permis de cartographier l'ensemble des points de fonctionnement de l'actionneur ainsi que sa dynamique pour des plages de vitesses relatives, de températures et de courants.

1.3 Validation du modèle véhicule

Dans cette partie, nous avons souhaité montrer les résultats du recalage dans les deux conditions d'utilisation du véhicule, à savoir le confort (véhicule soumis à des excitations route) et le comportement (véhicule soumis à des entrées conducteur). Puisque les systèmes de contrôle de châssis ont pour but d'améliorer le confort et le comportement, il nous a paru important de valider le modèle sur ce type d'essai.

1.3.1 Perturbations Entrées route

Les résultats suivants sont issus des essais effectués sur le banc avec entrées route. L'essai choisi est un essai sans commande du conducteur (accélérateur, frein, volant…), sur une route dite de confort sur laquelle on évalue les performances du véhicule. Les données utilisées pour simuler les entrées route du banc sont issues de relevés des déplacements verticaux des positions de la route pour chacune des roues. Les résultats obtenus sur un coin sont :

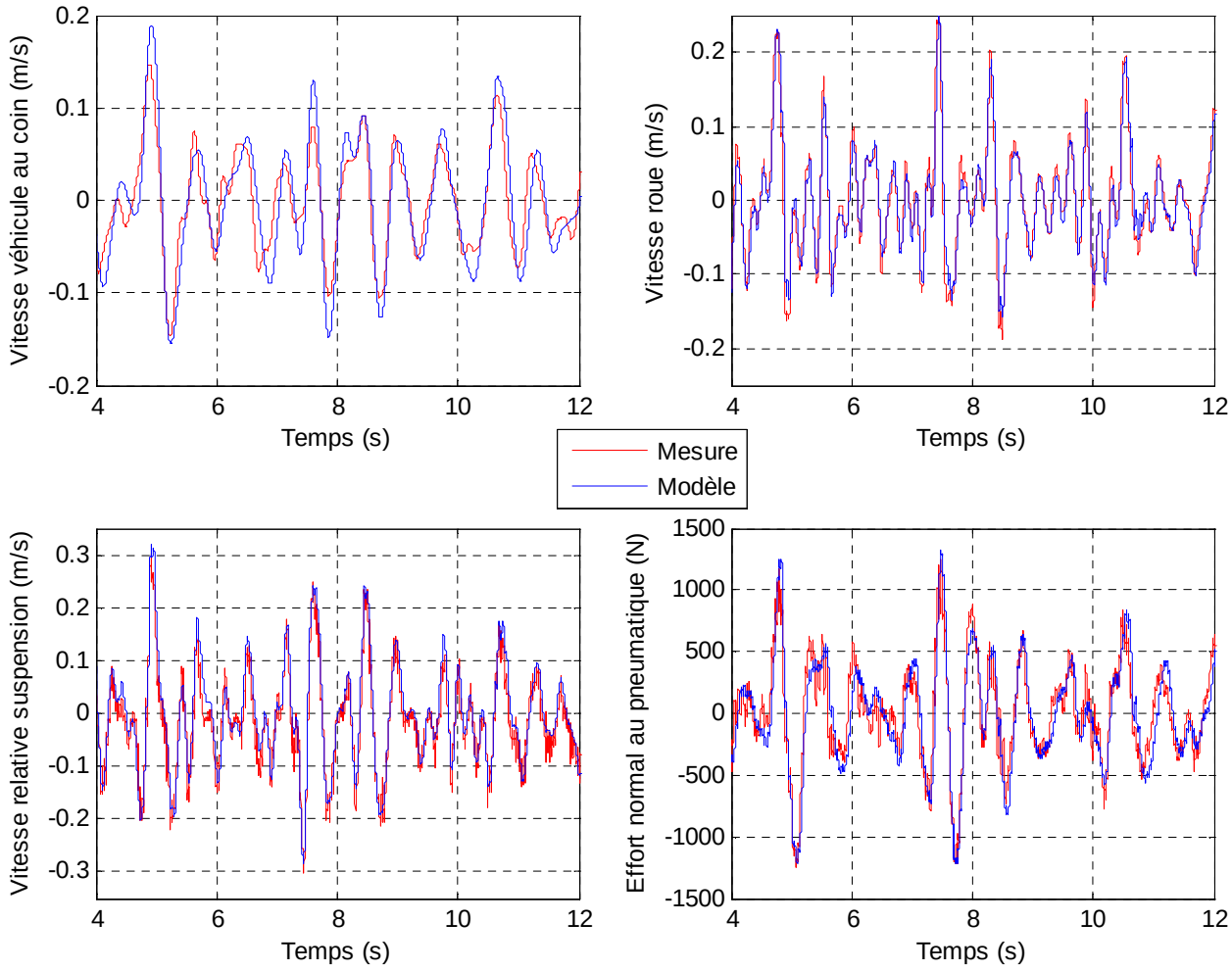


Fig. 1. 39 - Résultat du recalage du modèle sur des excitations route

On remarque que sur ce type d'entrées route, la sortie du modèle est satisfaisante en ce qui concerne l'état de la roue et les variables relatives, comme la vitesse relative de l'amortisseur et l'effort normal au pneumatique. En revanche, la vitesse du véhicule reste difficile à estimer avec précision avec des erreurs en amplitude pouvant aller jusqu'à 20%.

1.3.2 Manœuvres dynamiques : Entrées conducteurs

Les résultats suivants sont issus des essais effectués sur l'aire plane du circuit d'essai du CERAM localisé à Mortefontaine. Nous avons décrit une fonction sinusoïdale sur l'angle volant en augmentant la fréquence de 0 à 1,2 Hz, d'amplitude ± 45° et à vitesse véhicule constante de 80 km/h :

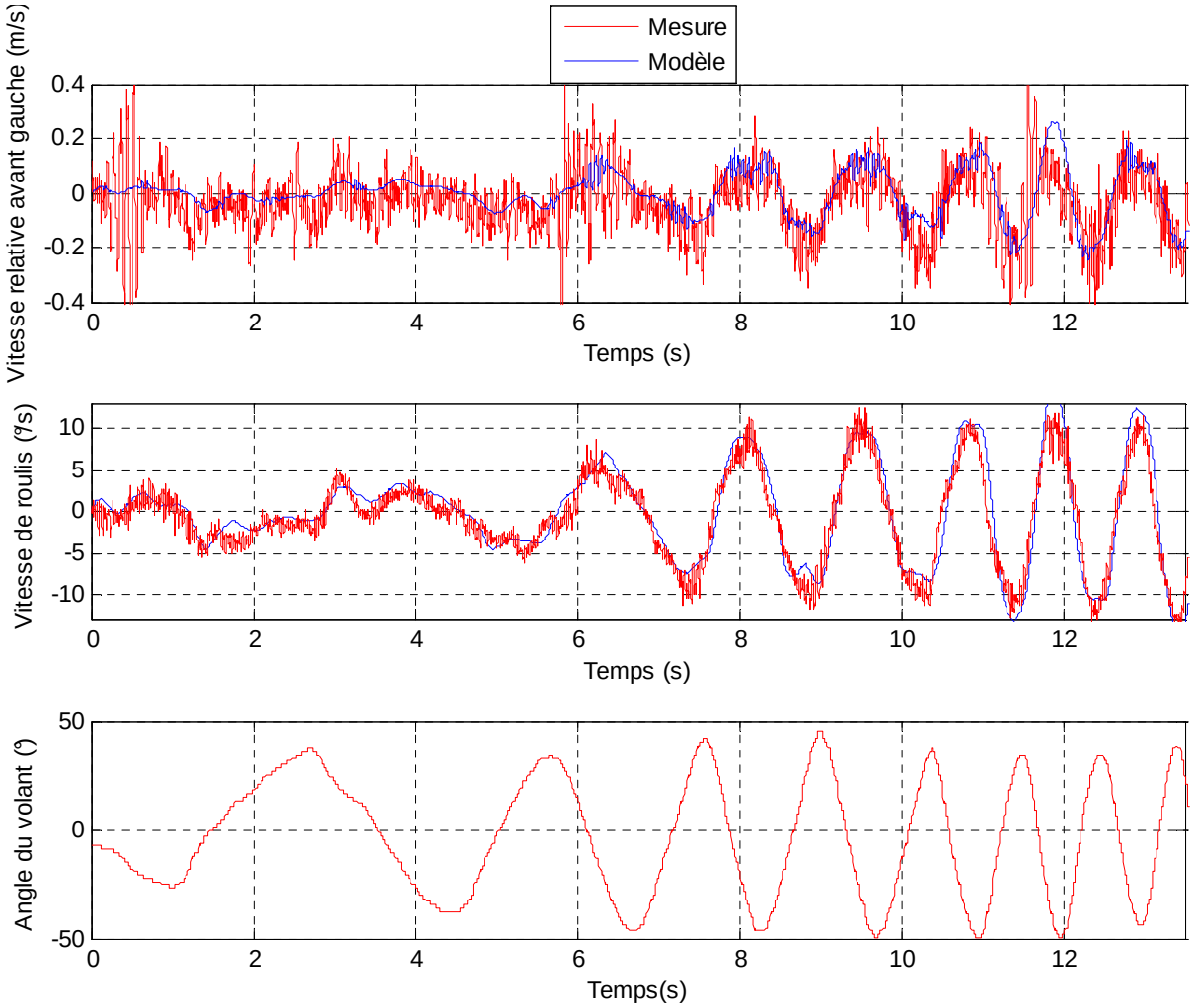


Fig. 1. 40 - Résultats du recalage du modèle sur des manœuvres issues du conducteur

Les résultats précédents permettent de montrer le niveau du recalage lors de manœuvres dynamiques faisant apparaître ainsi les phases transitoires du véhicule. Nous pouvons observer sur les mesures des composantes spectrales plus hautes fréquences que celles générées par l'entrée en angle au volant. Ce contenu fréquentiel provient du bruit de mesure et de la route car il est souvent difficile dans la pratique d'obtenir une route parfaitement plane. Nous pouvons néanmoins considérer que le modèle est suffisamment représentatif de la mesure dans la gamme de sollicitation [0 ; 1,2] Hz.

1.4 Définition des objectifs

1.4.1 Capteurs disponibles

D'après la norme AUTOSAR, à l'avenir, plusieurs capteurs devront être présents sur le véhicule. En particulier, la présence quasi-systématique des systèmes ESP et ABS (à l'exception de quelques véhicules à bas coût) devrait permettre d'avoir un capteur de vitesse de lacet ainsi qu'un capteur d'accélération latérale. Un signal d'accélération longitudinale devra également être disponible. Aujourd'hui, ce signal est issu de la dérivation de la vitesse véhicule calculée à partir des capteurs de vitesse de rotation des roues non motrices.

1.4.2 Point de départ

Aujourd'hui DELPHI utilise quatre capteurs de déplacement relatif de suspension pour estimer l'état de l'actionneur, du véhicule et des roues. Comme nous l'avons vu précédemment, la connaissance de l'état de l'actionneur (vitesse relative de l'amortisseur) permet de calculer la commande en courant qu'il faut appliquer pour obtenir l'effort désiré.
Cette vitesse relative est également très importante car elle intervient dans la loi de commande et génère une composante haute fréquence excitant le mode de roue, ce qui peut être nuisible au confort des passagers du fait de sa perception par le corps humain. Enfin, de par la non linéarité de la loi de commande, des erreurs sur l'amplitude de la vitesse relative amènent à des instabilités dans le contrôle suivi par des blocages d'amortisseur rendant ce type de système difficile à contrôler
La connaissance de la vitesse absolue du véhicule permet quant à elle d'effectuer le retour d'état de la commande Skyhook qui est largement utilisée aujourd'hui dans la pratique pour l'amélioration du confort du véhicule. En effet, cette commande s'exprime sous la forme suivante :

$$\mu_{confort} = \mu_{sky} \frac{\dot{z}_{veh}}{\left(\dot{z}_{veh} - \dot{z}_{roue}\right)} \qquad \mu_{\min} \le \mu_{confort} \le \mu_{\max}$$

$$\Rightarrow F_{confort} = \mu_{sky} \dot{z}_{veh} \qquad \mu_{\min} \left|\left(\dot{z}_{veh} - \dot{z}_{roue}\right)\right| \le \left|F_{confort}\right| \le \mu_{\max} \left|\left(\dot{z}_{veh} - \dot{z}_{roue}\right)\right|$$

Le contrôle dynamique des performances en tenue de route est réalisé par un retour d'état fondé sur l'estimation de l'effort du pneumatique sur le sol. L'objectif est de minimiser les variations des efforts normaux aux pneumatiques. Cette commande, indépendamment de la précédente, est de la forme :

$$\mu_{pneu} = k_{pneu} \frac{\left(Z_1^{ij} - Z_0^{ij}\right)}{\left(\dot{Z}_2^{ij} - \dot{Z}_1^{ij}\right)} \qquad \mu_{\min} \le \mu_{pneu} \le \mu_{\max}$$

$$\Rightarrow F_{pneu} = k_{pneu} \left(Z_1^{ij} - Z_0^{ij}\right) \qquad \mu_{\min} \left|\left(\dot{Z}_2^{ij} - \dot{Z}_1^{ij}\right)\right| \le \left|F_{pneu}\right| \le \mu_{\max} \left|\left(\dot{Z}_2^{ij} - \dot{Z}_1^{ij}\right)\right|$$

Le schéma suivant illustre les variables utilisées pour le contrôle :

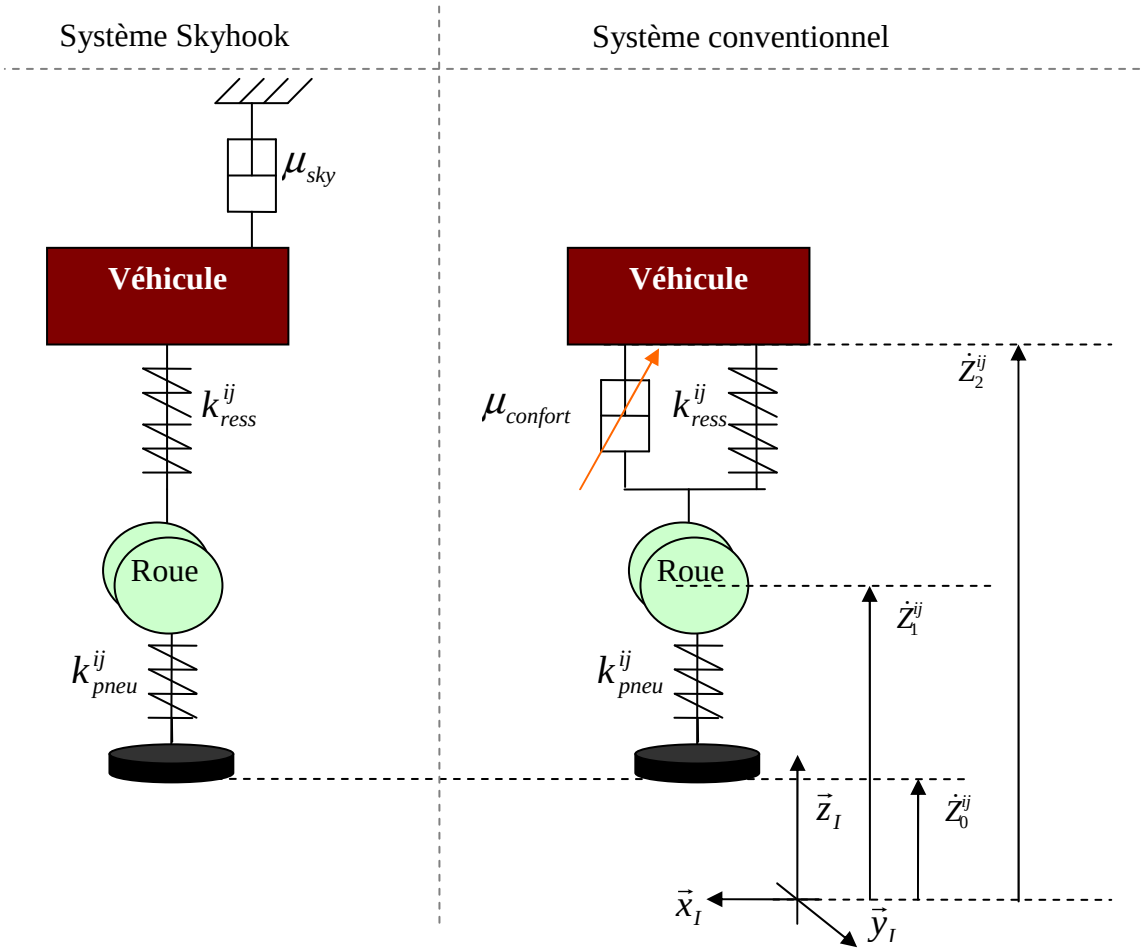


Fig. 1. 41 – Schéma de représentation de la loi de commande Skyhook

1.4.3 Cahier des charges

Ce travail consiste à améliorer, en termes de phase et de rapport signal sur bruit, l'estimation des variables d'état utilisées par l'algorithme de contrôle. Pour cela, nous avons besoin dans un premier temps de déterminer la configuration de capteurs la plus économique pour permettre l'estimation de ces variables. Dans un deuxième temps, nous devons développer un algorithme d'estimation temps réel pour améliorer la qualité des signaux par rapport aux solutions existantes. Enfin, nous devons tenir compte des contraintes de faisabilité temps réel en ce qui concerne la charge de calcul du calculateur et sa capacité mémoire. Cette dernière contrainte est forte puisqu'elle nous impose l'utilisation de calculateurs actuellement disponibles dans l'industrie automobile qui permettent jusqu'à 200 MIPS (**M**illions d'**I**nstructions **P**ar **S**econde).

Chapitre 2

Méthodologie de filtrage

Sommaire

2.1 Méthodes de filtrage 77
2.1.1 Estimateur linéaire non-biaisé, à variance d'erreur minimale 77
2.1.2 Filtrage de Kalman classique 78
2.1.3 Filtrage de Kalman Etendu 80
2.2 Etat de l'art 83
2.2.1 Vitesse relative 84
2.2.2 Vitesse du véhicule 85
2.2.3 Vitesse des roues 87

Le but de ce chapitre est d'analyser les différentes méthodes pour estimer les états d'un véhicule automobile. Dans une première partie, nous nous intéresserons aux méthodologies de filtrage et les dernières méthodes exploitables aujourd'hui par les calculateurs disponibles dans le milieu des transports et sur lesquelles nous avons appuyé notre étude.
Dans une seconde partie, nous ferons un bref état de l'art sur les méthodes utilisées par DELPHI avant ce travail ainsi que sur les méthodes provenant des autres acteurs concernés (constructeurs, équipementiers etc.).

2.1 Méthodes de filtrage

Dans cette partie, nous décrirons les différentes méthodes de filtrage que nous allons utiliser par la suite. La contrainte temps réel nous oblige à considérer les méthodes séquentielles. Nous verrons dans un premier temps le principe de l'estimateur linéaire sur lequel repose la théorie du filtre de Kalman ainsi que le filtre de Kalman dit « classique » utilisé pour les systèmes linéaires. Ensuite nous verrons le filtre de Kalman sous sa forme étendue qui permet d'appliquer la théorie du filtre pour les systèmes non linéaires.

2.1.1 Estimateur linéaire non-biaisé, à variance d'erreur minimale

Soient X et Y deux vecteurs de signaux aléatoires, de moyenne $\overline{X}$ et $\overline{Y}$ et de variance :

$$E\left\{\left(X-\overline{X}\right)\left(X-\overline{X}\right)^T\right\} \text{ et } E\left\{\left(Y-\overline{Y}\right)\left(Y-\overline{Y}\right)^T\right\}$$

Nous appelons « estimation linéaire de l'état X à partir de la mesure Y », une fonction linéaire donnant $\hat{X}$ en fonction de Y :

$$\hat{X} = KY + L$$

Il s'agit de déterminer L et K tels que la variance d'erreur d'estimation $\tilde{X} = X - \hat{X}$ soit minimisée. Nous cherchons tout d'abord L tel que l'estimateur soit non biaisé, soit que la moyenne de l'erreur d'estimation $E\left\{\tilde{X}\right\} = 0$:

$$\begin{aligned} E\left\{\tilde{X}\right\} &= E\left\{X-\hat{X}\right\} = E\left\{X-KY-L\right\} = 0 \\ &= E\left\{X\right\} - KE\left\{Y\right\} - E\left\{L\right\} = 0 \end{aligned}$$

Nous obtenons alors :

$$\overline{X} - K\overline{Y} - L = 0$$

Soit en remplaçant L :

$$\hat{X} = \overline{X} + K\left(Y-\overline{Y}\right)$$

Nous cherchons K de façon à obtenir une estimée optimale de variance d'erreur minimale.
Calculons alors cette variance notée $\Sigma = Var\left\{\tilde{X}\right\}$:

$$\begin{aligned}\Sigma &= Var\{\tilde{X}\} = E\{(\tilde{X} - E\{\tilde{X}\})(\tilde{X} - E\{\tilde{X}\})^T\} \\ &= E\{\tilde{X}\tilde{X}^T\} \\ &= E\{(X - \hat{X})(X - \hat{X})^T\} \\ &= E\{(X - \bar{X} - K[Y - \bar{Y}])(X - \bar{X} - K[Y - \bar{Y}])^T\} \\ &= E\{(X - \bar{X})(X - \bar{X})^T\} - E\{(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})^T\}K^T - KE\{(Y - \bar{Y})(X - \bar{X})^T\} + KE\{(Y - \bar{Y})(Y - \bar{Y})^T\}K^T\end{aligned}$$

Nous obtenons :

$$\Sigma = \Sigma_{XX} - \Sigma_{XY}K^T - K\Sigma_{YX} + K\Sigma_{YY}K^T$$

Ainsi, on cherche K tel que la trace de la matrice de variance d'erreur soit minimisée. Son expression est donnée par $K = \Sigma_{XY}\Sigma_{YY}^{-1}$

La variance d'erreur optimale s'écrit alors :

$$\Sigma = \Sigma_{XX} - \Sigma_{XY}\Sigma_{YY}^{-1}\Sigma_{YX}$$

On remarque que chercher à minimiser la variance d'erreur sans biais sur la valeur moyenne revient à minimiser l'erreur quadratique de l'estimation de X .

2.1.2 Filtrage de Kalman classique

Le filtre de Kalman classique permet d'estimer l'état X d'un système linéaire, à partir des mesures Y en s'appuyant sur l'estimateur décrit dans le paragraphe précédent.

Considérons le système linéaire discret suivant :

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + BU_k + V_k \\ Y_k = CX_k + DU_k + W_k \end{cases}$$

U_k représente le vecteur des signaux connus intervenant sur le système.

V_k et W_k représentent respectivement les perturbations sur le modèle d'évolution donnant X_{k+1} et les bruits de mesure sur Y_k . Ils sont supposés être blancs et indépendants. Il vient alors :

$$E\{V_k\} = 0 \qquad E\{W_k\} = 0 \qquad \text{cov}\{V_k, W_k\} = 0$$

Nous introduisons alors les matrices de variance Q_k pour la variance du bruit d'état et R_k pour la variance du bruit de mesure :

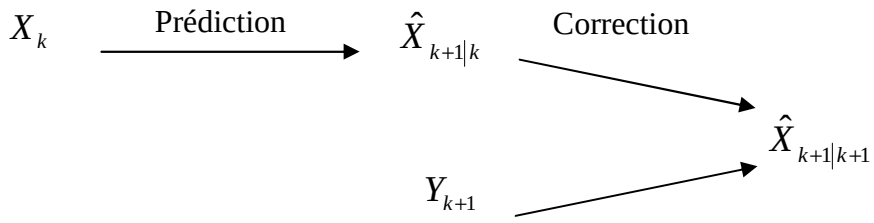
$$\begin{aligned}\text{var}\{V_k\} &= E\{(V_k - E\{V_k\})(V_k - E\{V_k\})^T\} = E\{V_k V_k^T\} = Q_k \\ \text{var}\{W_k\} &= E\{(W_k - E\{W_k\})(W_k - E\{W_k\})^T\} = E\{W_k W_k^T\} = R_k\end{aligned}$$

Par ailleurs, si les bruits d'état et de mesure sont stationnaires, alors les matrices de variance des bruits sont constantes :

$$\begin{aligned} Q_k &= Q \qquad \forall k \\ R_k &= R \qquad \forall k \end{aligned}$$

L'objectif est donc de déterminer la meilleure estimation de l'état X_{k+1} en utilisant la suite des mesures $Y_0, Y_1, \ldots, Y_k, Y_{k+1}$. Il s'agit donc de calculer l'estimation $\hat{X}_{k+1}$ de l'état à l'instant $k+1$ en fonction de l'estimation de l'état au pas précédent $\hat{X}_k$ et de la mesure Y_{k+1} à l'instant $k+1$. Nous allons alors procéder en deux étapes :

- Une première étape, dite de prédiction, qui utilise l'état précédent $\hat{X}_k$ à l'instant k et les connaissances que nous avons du modèle pour prédire l'état X_{k+1} à l'instant $k+1$. Nous notons celui-ci $\hat{X}_{k+1|k}$.
- Une deuxième étape qui corrige la prédiction précédente connaissant la mesure Y_{k+1} à l'instant $k+1$. Nous notons celui-ci $\hat{X}_{k+1|k+1}$.



Ces différentes étapes donnent l'algorithme du filtre de Kalman pour un système linéaire.

MODELE DU SYSTEME

$$\begin{cases} X_{k+1} = AX_k + BU_k + V_k \\ Y_k = CX_k + DU_k + W_k \end{cases}$$

INITIALISATION

$$\begin{cases} \hat{X}_0 = \overline{X}_0 \\ \Sigma_0 = E\left\{(X_0 - \overline{X}_0)(X_0 - \overline{X}_0)^T\right\} \end{cases}$$

PREDICTION

$$\begin{cases} \hat{X}_{k+1|k} = A\hat{X}_{k|k} + BU_k \\ \Sigma_{k+1|k} = A\Sigma_{k|k}A^T + Q \end{cases}$$

ESTIMATION

$$\begin{cases} K_{k+1} = \Sigma_{XY}\Sigma_{YY}^{-1} = \Sigma_{k+1|k}C^T\left(C\Sigma_{k+1|k}C^T + R\right)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1}\left(Y_{mes} - C\hat{X}_{k+1|k} - DU_{k+1}\right) \\ \Sigma_{k+1|k+1} = (I - K_{k+1}C)\Sigma_{k+1|k} \end{cases}$$

(2. 1) - Algorithme de filtrage du filtre de Kalman classique

2.1.3 Filtrage de Kalman Etendu

Dans le paragraphe précédent, nous avons détaillé les équations du filtre de Kalman classique permettant d'estimer l'état d'un système linéaire. Nous allons maintenant étendre cette méthode au cas des systèmes non linéaires. On considère cette fois ci le système discret suivant :

$$\begin{cases} X_{k+1} = f_d(X_k, U_k, V_k) \\ Y_k = g(X_k, U_k, W_k) \end{cases}$$

2.1.3.1 Initialisation

L'étape d'initialisation reste la même que dans le cas du filtre de Kalman classique :

$$\begin{cases} \hat{X}_0 = \overline{X}_0 \\ \Sigma_0 = E\left\{(X_0 - \overline{X}_0)(X_0 - \overline{X}_0)^T\right\} \end{cases}$$

2.1.3.2 Prédiction

L'état prédit $\hat{X}_{k+1|k}$ se détermine en utilisant les équations discrétisées du modèle, soit :

$$\hat{X}_{k+1|k} = f_d\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)$$

Calculons maintenant la propagation de la variance d'erreur. Pour cela, nous allons d'abord chercher à obtenir l'erreur de prédiction sur l'état :

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{X}}_{k+1|k} &= X_{k+1} - \hat{X}_{k+1|k} \\ &= X_{k+1} - f_d\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right) \\ &= f_d(X_k, U_k, V_k) - f_d\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right) \\ &\approx \left.\frac{\partial f_d(X_k, U_k, V_k)}{\partial X_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)} \left(X_k - \hat{X}_{k|k}\right) + \left.\frac{\partial f_d(X_k, U_k, V_k)}{\partial V_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)} V_k \\ &\approx \left.\frac{\partial f_d(X_k, U_k, V_k)}{\partial X_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)} \tilde{\tilde{X}}_{k|k} + \left.\frac{\partial f_d(X_k, U_k, V_k)}{\partial V_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)} V_k \end{aligned}$$

avec $\tilde{\tilde{X}}_{k|k} = X_k - \hat{X}_{k|k}$

Pour simplifier l'écriture, nous introduisons les notations suivantes :

$$A_k = \left.\frac{\partial f_d(X_k, U_k, V_k)}{\partial X_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)} \text{ et } E_k = \left.\frac{\partial f_d(X_k, U_k, V_k)}{\partial V_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right)}$$

Nous pouvons alors calculer l'erreur quadratique sur la prédiction en utilisant les approximations précédentes. Il vient :

$$\begin{aligned}\Sigma_{k+1|k} &= E\left\{\tilde{X}_{k+1|k}\,\tilde{X}_{k+1|k}^{T}\right\}\\ &= E\left\{\left(A_k\tilde{X}_{k|k}+E_kV_k\right)\left(A_k\tilde{X}_{k|k}+E_kV_k\right)^{T}\right\}\\ &= E\left\{\left(A_k\tilde{X}_{k|k}\right)\left(A_k\tilde{X}_{k|k}\right)^{T}\right\}+E\left\{\left(E_kV_k\right)\left(E_kV_k\right)^{T}\right\}\\ &\quad+E\left\{\left(E_kV_k\right)\left(A_k\tilde{X}_{k|k}\right)^{T}\right\}+E\left\{\left(A_k\tilde{X}_{k|k}\right)\left(E_kV_k\right)^{T}\right\}\\ &= E\left\{A_k\tilde{X}_{k|k}\tilde{X}_{k|k}^{T}\left(A_k\right)^{T}\right\}+E\left\{E_kV_kV_k^{T}\left(E_k\right)^{T}\right\}\\ &\quad+E\left\{E_kV_k\tilde{X}_{k|k}^{T}\left(A_k\right)^{T}\right\}+E\left\{A_k\tilde{X}_{k|k}V_k^{T}\left(E_k\right)^{T}\right\}\end{aligned}$$

Le bruit d'état étant complètement décorrelé de l'état, on peut écrire : $E\left\{V_k\tilde{X}_{k|k}^{T}\right\}=E\left\{\tilde{X}_{k|k}V_k^{T}\right\}=0$

Il vient :

$$\begin{aligned}\Sigma_{k+1|k} &= A_kE\left\{\tilde{X}_{k|k}\tilde{X}_{k|k}^{T}\right\}\left(A_k\right)^{T}+E_kE\left(V_kV_k^{T}\right)\left(E_k\right)^{T}\\ \Sigma_{k+1|k} &= A_k\Sigma_{k|k}\left(A_k\right)^{T}+E_kQ_k\left(E_k\right)^{T}\end{aligned}$$

Nous calculons maintenant la prédiction de la mesure :

$$\hat{Y}_{k+1|k}=g\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)$$

Nous pouvons ainsi résumer les étapes de prédiction :

$$\begin{cases}\hat{X}_{k+1|k} = f_d\left(\hat{X}_{k|k},U_k,0\right)\\ \Sigma_{k+1|k} = A_k\Sigma_{k|k}\left(A_k\right)^{T}+E_kQ_k\left(E_k\right)^{T}\\ \hat{Y}_{k+1|k} = g\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)\end{cases}$$

Après avoir fait l'étape de prédiction, nous pouvons effectuer l'estimation de l'état du système connaissant le vecteur de mesure Y à l'instant $k+1$.

2.1.3.3 Correction

Pour la phase de correction, il est nécessaire de calculer le gain de Kalman $K_{k+1}=\Sigma_{XY}\Sigma_{YY}^{-1}$. Pour cela nous devons calculer l'erreur de prédiction sur la mesure. Pour simplifier l'écriture nous introduisons les notations suivantes :

$$C_{k+1}=\left.\frac{\partial g\left(X_{k+1},U_{k+1},W_{k+1}\right)}{\partial X_{k+1}}\right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)}\quad\text{et}\quad F_{k+1}=\left.\frac{\partial g\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},W_{k+1}\right)}{\partial W_k}\right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)}$$

Il vient :

$$\begin{aligned}\tilde{Y}_{k+1|k} &= Y_{k+1}-\hat{Y}_{k+1|k}\\ &= Y_{k+1}-g\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)\\ &= g\left(X_{k+1},U_{k+1},W_{k+1}\right)-g\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)\\ &\approx C_{k+1}\left(X_{k+1}-\hat{X}_{k+1|k}\right)+F_{k+1}W_{k+1}\\ &\approx C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}+F_{k+1}W_{k+1}\end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant calculer la matrice de variance d'erreur sur la mesure :

$$\begin{aligned}
\Sigma_{YY} &= E\left\{\left(Y_{k+1}-\hat{Y}_{k+1|k}\right)\left(Y_{k+1}-\hat{Y}_{k+1|k}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\left(\tilde{Y}_{k+1|k}\right)\left(\tilde{Y}_{k+1|k}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}+F_{k+1}W_{k+1}\right)\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}+F_{k+1}W_{k+1}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}\right)\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}\right)^T\right\}+E\left\{\left(F_{k+1}W_{k+1}\right)\left(F_{k+1}W_{k+1}\right)^T\right\} \\
&+E\left\{\left(F_{k+1}W_{k+1}\right)\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}\right)^T\right\}+E\left\{\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}\right)\left(F_{k+1}W_{k+1}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}\tilde{X}^T_{k+1|k}\left(C_{k+1}\right)^T\right\}+E\left\{F_{k+1}W_{k+1}W^T_{k+1}\left(F_{k+1}\right)^T\right\} \\
&+E\left\{F_{k+1}W_{k+1}\tilde{X}^T_{k+1|k}\left(C_{k+1}\right)^T\right\}+E\left\{C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}W^T_{k+1}\left(F_{k+1}\right)^T\right\} \\
&= C_{k+1}E\left\{\tilde{X}_{k+1|k}\tilde{X}^T_{k+1|k}\right\}\left(C_{k+1}\right)^T+F_{k+1}R_{k+1}\left(F_{k+1}\right)^T+0+0 \\
&= C_{k+1}\Sigma_{k+1|k}\left(C_{k+1}\right)^T+F_{k+1}R_{k+1}\left(F_{k+1}\right)^T
\end{aligned}$$

Calculons maintenant la matrice d'inter-corrélation entre l'erreur de prédiction sur l'état et l'erreur de prédiction sur la mesure. Il vient :

$$\begin{aligned}
\Sigma_{XY} &= E\left\{\left(X_{k+1}-\hat{X}_{k+1|k}\right)\left(Y_{k+1}-\hat{Y}_{k+1|k}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\left(\tilde{X}_{k+1|k}\right)\left(\tilde{Y}_{k+1|k}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\left(\tilde{X}_{k+1|k}\right)\left(C_{k+1}\tilde{X}_{k+1|k}+F_{k+1}W_{k+1}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\tilde{X}_{k+1|k}\tilde{X}^T_{k+1|k}\left(C_{k+1}\right)^T\right\}+E\left\{\tilde{X}_{k+1|k}W^T_{k+1}\left(F_{k+1}\right)^T\right\} \\
&= E\left\{\tilde{X}_{k+1|k}\tilde{X}^T_{k+1|k}\right\}\left(C_{k+1}\right)^T+E\left\{\tilde{X}_{k+1|k}W^T_{k+1}\right\}\left(F_{k+1}\right)^T \\
&= \Sigma_{k+1|k}\left(C_{k+1}\right)^T
\end{aligned}$$

Nous pouvons ainsi écrire l'équation donnant le gain du filtre :

$$\begin{aligned}
K_{k+1} &= \Sigma_{XY}\Sigma^{-1}_{YY} \\
&= \Sigma_{k+1|k}C^T_{k+1}\left[C_{k+1}\Sigma_{k+1|k}C^T_{k+1}+F_{k+1}R_{k+1}F^T_{k+1}\right]^{-1}
\end{aligned}$$

La propagation de l'erreur quadratique s'écrit :

$$\begin{aligned}
\Sigma_{k+1|k+1} &= \left(I-K_{k+1}\left.\frac{\partial g\left(X_{k+1},U_{k+1},W_{k+1}\right)}{\partial X_{k+1}}\right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)}\right)\Sigma_{k+1|k} \\
&= \left(I-K_{k+1}C_{k+1}\right)\Sigma_{k+1|k}
\end{aligned}$$

Nous allons maintenant reprendre toutes les étapes du filtre dans le cas de systèmes non linéaires :

MODELE DU SYSTEME

$$\begin{cases} X_{k+1} = f_d\left(X_k, U_k, V_k\right) \\ Y_k = g\left(X_k, U_k, W_k\right) \end{cases}$$

INITIALISATION

$$\begin{cases} \hat{X}_0 = \overline{X}_0 \\ \Sigma_0 = E\left\{\left(X_0 - \overline{X}_0\right)\left(X_0 - \overline{X}_0\right)^T\right\} \end{cases}$$

PREDICTION

$$\begin{cases} \hat{X}_{k+1|k} = f_d\left(\hat{X}_{k|k}, U_k, 0\right) \\ \Sigma_{k+1|k} = A_k \Sigma_{k|k} A_k^T + E_k Q_k E_k^T \end{cases}$$

ESTIMATION

$$\begin{cases} K_{k+1} = \Sigma_{XY}\Sigma_{YY}^{-1} = \left(\Sigma_{k+1|k} C_{k+1}^T\right)\left(C_{k+1}\Sigma_{k+1|k}C_{k+1}^T + F_{k+1}R_{k+1}{F_{k+1}}^T\right)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1|k+1} = \hat{X}_{k+1|k} + K_{k+1}\left[Y_{k+1} - g\left(\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}, 0\right)\right] \\ \Sigma_{k+1|k+1} = \left(I - K_{k+1}C_{k+1}\right)\Sigma_{k+1|k} \end{cases}$$

(2. 2) - Algorithme de filtrage du filtre de Kalman étendu

Remarque : Ce résultat permet d'appliquer l'algorithme du filtre aux systèmes non linéaires. Dans le cas de systèmes linéaires dans l'évolution et/ou l'observation, on peut simplifier l'algorithme du filtre.

2.2 Etat de l'art

Dans cette partie, nous allons voir rapidement les différentes méthodes utilisées aujourd'hui par DELPHI pour estimer les variables d'état à partir des capteurs disponibles.

DELPHI est l'équipementier automobile pour lequel ce travail a été réalisé. Des travaux de recherche sur l'estimation de la vitesse du châssis, des roues et de l'actionneur existent déjà. Plusieurs essais ont eu lieu pour évaluer la qualité des signaux utilisés aujourd'hui par rapport aux signaux de référence mesurés.
L'actionneur de suspension Magneride étant positionné entre la roue et le châssis sur un coin, sa vitesse de déplacement est fonction de la dynamique des roues. Ainsi, des retards de quelques millisecondes par rapport au signal de référence peuvent introduire des erreurs d'amplitude sur la vitesse relative pouvant aller jusqu'à 0,5 m/s lors des mouvements de roue. Par ailleurs, une étude interne a montré l'importance du signal de vitesse de l'amortisseur sur les performances du système en confort. En effet, compte tenu des aptitudes du système à fournir un effort important à faible vitesse, il est indispensable de connaître avec précision le signe et la valeur de cette vitesse pour éviter les erreurs de contrôle. Nous pouvons également préciser que ce signal est très important puisque comme nous le verrons, les estimations de vitesse de roue et de vitesse du véhicule sur un coin sont issues de ce signal.

2.2.1 Vitesse relative

L'estimation de la vitesse des amortisseurs est issue des capteurs de déplacement relatif positionnés entre la roue et le châssis sur chaque coin du véhicule. Il existe deux méthodes pour dériver ce signal mesuré et obtenir ainsi la vitesse.
La première méthode dite « composant » utilise des composants électroniques pour réaliser un filtre analogique de type passe bande, ce qui permet de dériver le signal de déplacement dans les fréquences qui nous intéressent (de 0 à ~30 Hz) tout en garantissant une fonction de filtrage haute fréquence du bruit de mesure (>30 Hz). L'objectif étant de réaliser ces fonctions en limitant le déphasage sur le signal. La structure de ce filtre est résumée sur le schéma suivant :

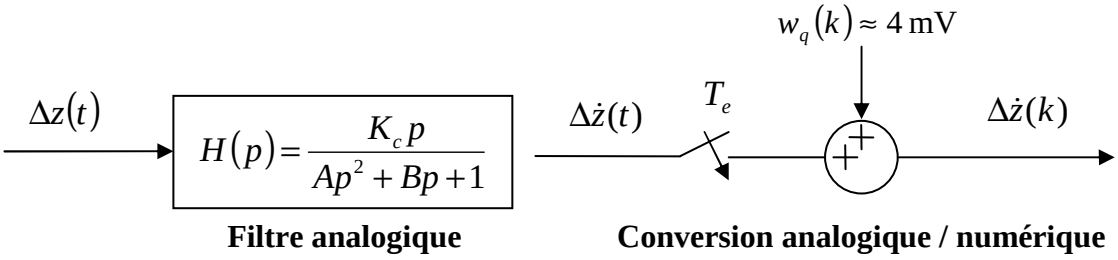


Fig. 2. 1 – Schéma de principe de la dérivée « composant »

La deuxième méthode dite « logiciel », consiste à reproduire le filtre continu par un algorithme discret. L'avantage de cette méthode est que les performances du filtre sont assurées quel que soit le véhicule d'application. En effet, la tolérance sur les composants électroniques peut parfois introduire des dispersions de performance entre les véhicules. Néanmoins l'inconvénient est que, contrairement à la méthode « composant », celle-ci dérive un signal numérique échantillonné à 1 kHz et quantifié avec une résolution de 10 bits sur une plage totale de mesure de 0-4 V correspondant à une course de suspension de ~300 mm. Cela réduit les performances car il est préférable de dériver un signal non-quantifié et d'effectuer la quantification après l'opération de dérivation. Le schéma suivant permet d'illustrer cette méthode :

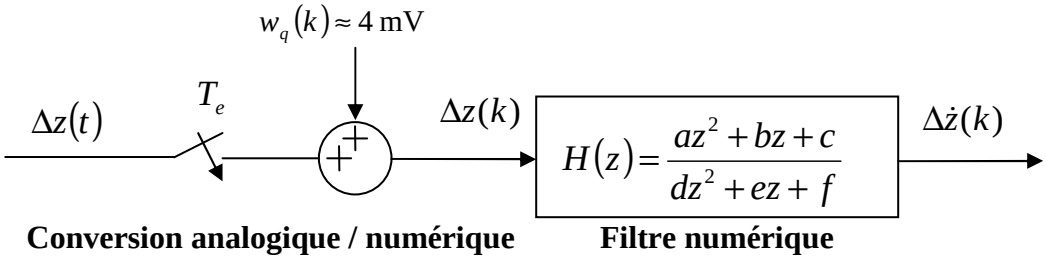
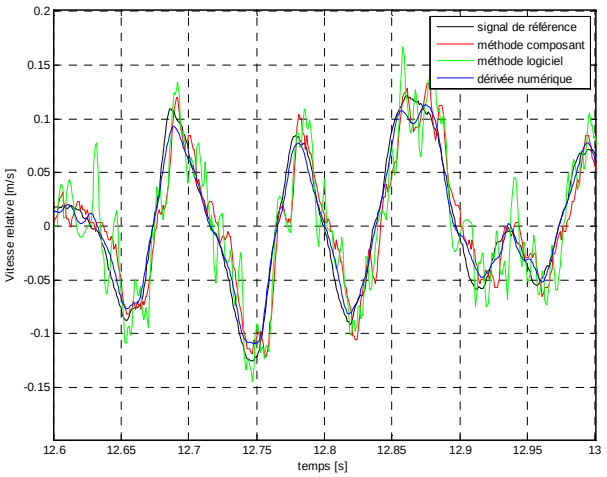


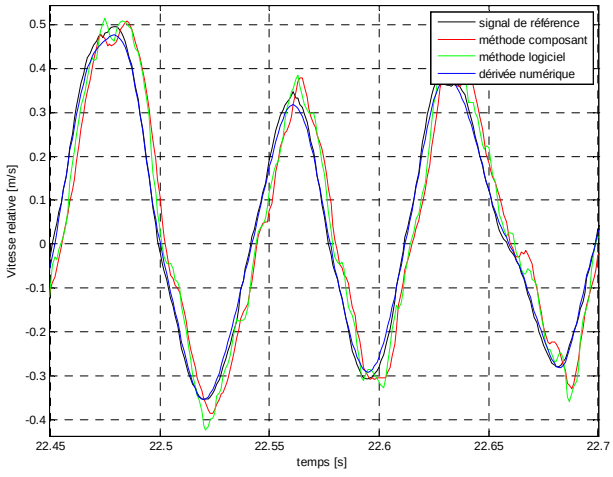
Fig. 2. 2 – Schéma de principe de la dérivée « logiciel »

Le résultat Fig. 2. 3 permet de comparer la différence entre ces deux méthodes par rapport au signal que nous cherchons à obtenir. Le « signal de référence » a été obtenu à l'aide d'un capteur de vitesse linéaire fixé sur l'amortisseur. Cette mesure permet de quantifier les performances des estimations en termes de phase et d'amplitude. Néanmoins, nous pouvons préciser que ce type de capteur a l'inconvénient d'être bien plus cher que les capteurs de déplacement et plus difficilement industrialisable. C'est pourquoi ils sont utilisés pour les phases de développement uniquement.

Par ailleurs, compte tenu des difficultés d'obtenir ce type de capteur de vitesse sur véhicule, nous proposons d'évaluer la vitesse de l'actionneur calculée à partir du capteur de déplacement car c'est ce signal qui nous servira de référence dans l'évaluation des performances du filtre. Pour cela on dérive le signal de déplacement par la méthode d'Euler et on utilise un filtre passe bas numérique, non causal, permettant de filtrer le bruit haute fréquence sans introduire de déphasage entre les signaux filtrés et non filtrés. Nous avons donc réalisé un filtre passe bas du deuxième ordre dont la fréquence de coupure est située à 50 Hz. La fonction « filtfilt » de Matlab a permis de réaliser ce filtre sans pour autant introduire de déphasage par rapport au signal non filtré. Nous avons appelé ce signal « dérivée numérique ».



Comparaison des résultats sur petites amplitudes de vitesse



Comparaison des résultats sur grandes amplitudes de vitesse

Fig. 2. 3 – Résultat des estimations actuelles de vitesse relative sur une route dégradée

Les résultats précédents proviennent de mesures effectuées sur banc d'essai et dont l'excitation est issue de relevés sur véhicule. Ces derniers nous ont permis de classer les différentes méthodes. De meilleures performances sont obtenues avec la méthode « composant » par rapport à la méthode « logiciel ». Nous voyons par ailleurs, en comparant les courbes noires et bleues, que le signal de vitesse relative calculé à partir du signal de déplacement reste acceptable en terme de phase et d'amplitude par rapport au signal de vitesse mesurée. Nous utiliserons donc ce signal comme référence pour l'évaluation ultérieure des performances des différents filtres d'estimation.

2.2.2 Vitesse du véhicule

La vitesse du châssis est une variable importante car elle constitue la deuxième composante de la loi de commande Skyhook. On rappelle que le contenu fréquentiel qui nous intéresse pour la vitesse du véhicule se situe dans une bande allant de 0,5 à 7 Hz. Il existe aujourd'hui deux méthodes pour estimer cette vitesse :

- Une première dite « économique » qui utilise les capteurs de déplacement et les signaux d'accélérations longitudinale et latérale. Cette méthode consiste à estimer la vitesse en exploitant plusieurs filtres simples de type passe bande d'ordre 2 permettant d'approcher le modèle du véhicule suivant le type d'entrée (entrées route ou entrées conducteur). Le schéma suivant permet de décrire la méthode utilisée :

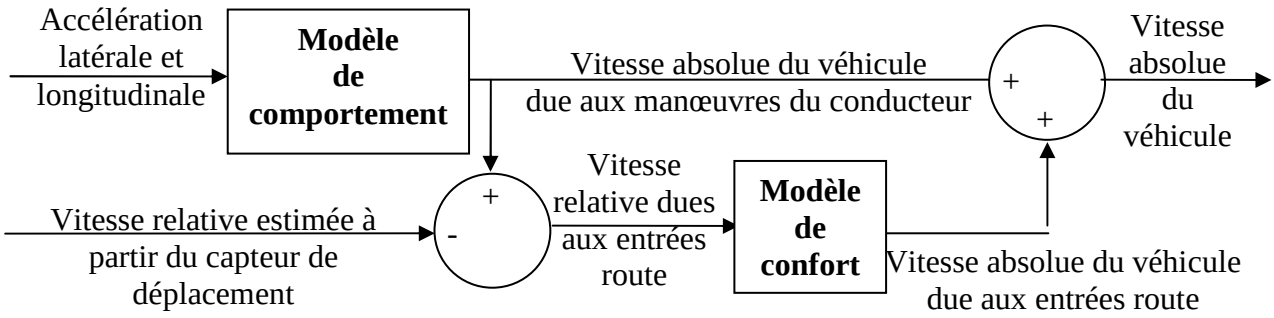


Fig. 2. 4 – Schéma de principe de la méthode économique pour l'estimation de la vitesse du véhicule sur un coin

- La deuxième méthode consiste à utiliser quatre capteurs d'accélération verticale sur les coins du véhicule puis à intégrer les signaux. Un filtre passe-haut d'ordre 1 permet d'éviter la dérive introduite par l'intégration de la composante continue du bruit de mesure. Les défauts de positionnement et d'alignement des capteurs sont elles aussi source d'erreurs car elles vont générer l'apparition de composantes perturbatrices lors des manœuvres. Généralement la fréquence de coupure de ces filtres se situe autour de 0,3 Hz pour ne pas trop déphaser le signal.

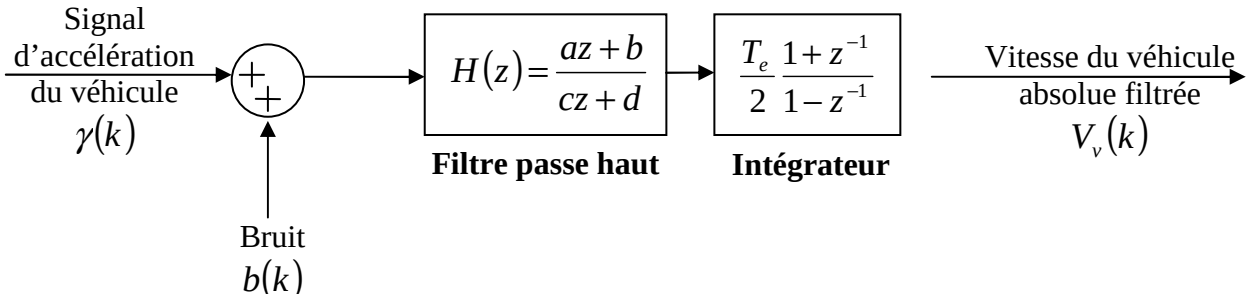
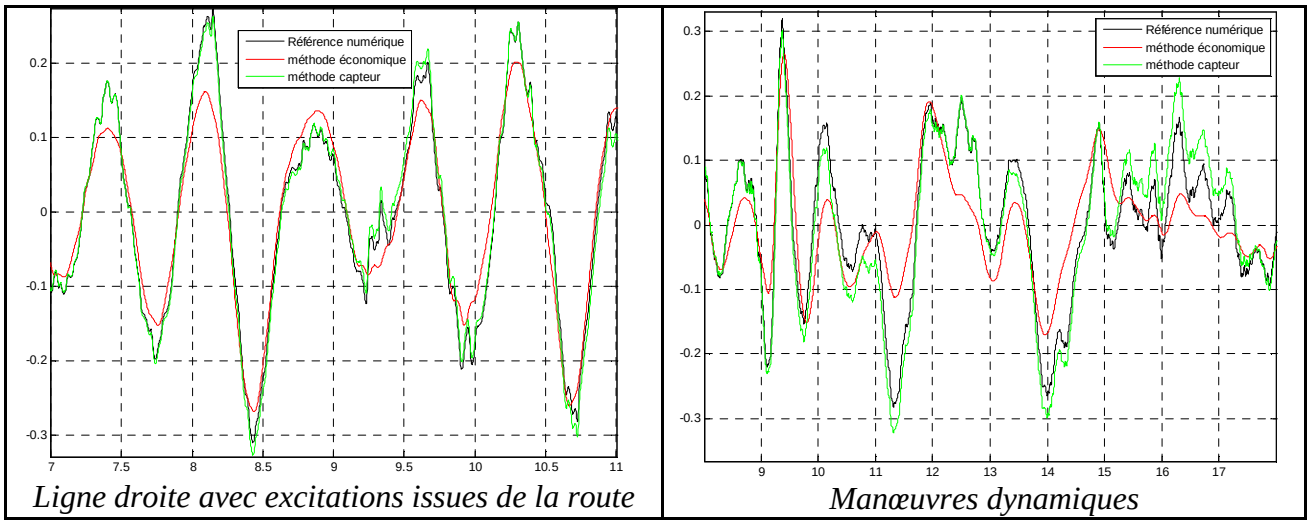


Fig. 2. 5 – Schéma de principe de la méthode d'estimation de la vitesse absolue sur un coin à partir d'un accéléromètre

Le signal de référence appelé « Référence numérique », est déterminé à partir de l'accéléromètre en intégrant son signal par la méthode des trapèzes et en le filtrant par un passe haut de fréquence de coupure 0,2 Hz. Ce filtre a pour objectif d'éliminer la dérive basse fréquence induite par l'intégration de la composante continue présente dans le bruit de mesure.

Comme le montre le schéma Fig. 2. 6, la méthode économique permet d'obtenir des performances acceptables en ligne droite sur des entrées provenant de la route. Elle présente l'avantage de ne pas engendrer de coût supplémentaire pour le système. Néanmoins, lors de manœuvres dynamiques issues du conducteur, il est difficile avec cette méthode de conserver de bonnes performances sur l'estimation.
La deuxième méthode permet d'obtenir de meilleurs performances en ligne droite sur des excitations issues de la route ainsi que dans les manœuvres dynamiques mais les perturbations mesurées par les accéléromètres et la composante continue du bruit de mesure induisent toujours des erreurs à basse fréquence qu'il est difficile de retirer sans trop déformer le contenu du signal qui nous intéresse. Le filtre passe haut permet ainsi de limiter les perturbations sur le signal. Plus ce filtre aura une fréquence de coupure haute, moins le signal sera sensible aux perturbations, mais plus il sera déformé :



Ligne droite avec excitations issues de la route *Manœuvres dynamiques*

Fig. 2. 6 - Résultats des estimations actuelles de vitesse verticale du véhicule sur un coin

Les figures précédentes permettent de visualiser les performances des deux méthodes sur des manœuvres de confort et de tenue de route. En ligne droite, les performances de la solution avec l'accéléromètre sont meilleures par rapport à l'autre solution. Sur une manœuvre dynamique, les erreurs introduites par la méthode économique deviennent plus importantes par rapport à la solution avec accéléromètre et on commence à voir apparaître une déformation du signal.

2.2.3 Vitesse des roues

L'estimation de la vitesse de roue provient du passage du signal de vitesse relative dans deux filtres. Le premier, de type passe haut, dont la fréquence de coupure se situe autour de 5 Hz a pour objectif de retirer le contenu basse fréquence provenant du véhicule. Etant donné que le signal en entrée du filtre correspond à la différence de vitesse entre le véhicule et la roue sur un coin, cette estimation suppose que le contenu spectral du signal de vitesse de roue se situe essentiellement dans une bande spectrale supérieure à 5 Hz et qu'au-delà de cette fréquence la composante de vitesse du véhicule devient négligeable.
Le deuxième filtre de type passe bas, dont la fréquence de coupure se situe autour de 100 Hz, permet quant à lui de filtrer le bruit de mesure haute fréquence. La méthodologie et la structure de ces filtres sont données ci-dessous :

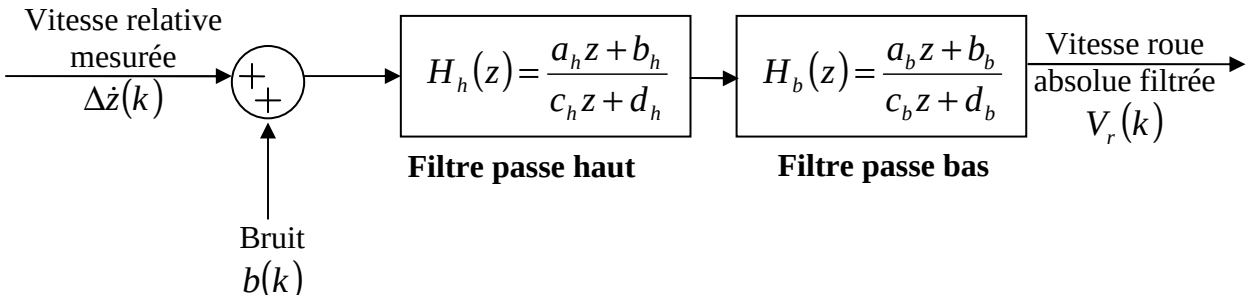
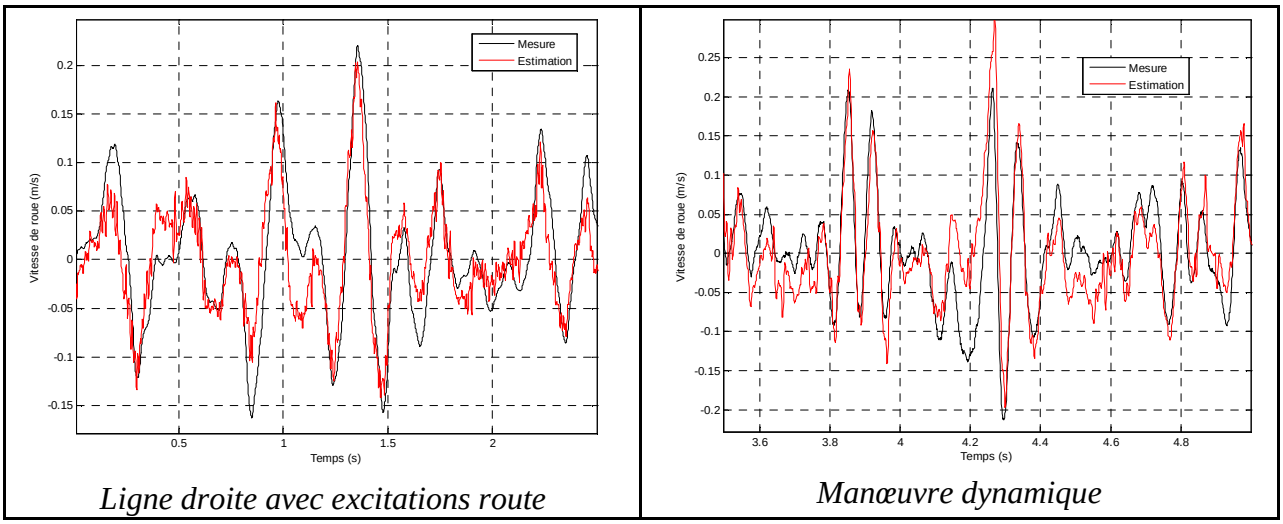


Fig. 2. 7 – Schéma de principe de la méthode utilisée pour l'estimation de la vitesse de roue

Pour l'analyse des performances nous avons calculé comme précédemment un signal de référence appelé « Mesure » et basé sur l'intégration du signal d'accélération de la roue. Pour éviter la dérive basse fréquence induite par la présence d'une composante continue dans le bruit de mesure, nous avons introduit un filtre passe haut dont la fréquence de coupure se situe à 0,2 Hz. Pour éviter les déphasages introduits par la présence du filtre, nous l'avons réalisé à l'aide de la fonction « filtfilt » de Matlab qui permet par traitement numérique (non causal) de ne pas modifier la phase du signal.
Les résultats obtenus avec cette méthode sont donnés ci-dessous :



Ligne droite avec excitations route *Manœuvre dynamique*

Fig. 2. 8 - Résultats des estimations actuelles de la vitesse de roue

Les résultats précédents permettent de montrer la présence d'un bruit haute fréquence plus important avec la méthode d'estimation par rapport au signal de référence. Nous pouvons également observer, compte tenu de la méthode d'estimation, des erreurs au niveau des composantes spectrales basses fréquences de l'ordre de 0,05 m/s, en particulier lors des manœuvres dynamiques. En ce qui concerne les performances au niveau de la phase, nous constatons une « avance » du signal estimé par rapport à la mesure de l'ordre de 8 ms. Cette déformation du signal provient du filtre passe haut utilisé dans la méthode d'estimation.

Chapitre 3

Elaboration d’un modèle pour le filtrage

Sommaire

3.1 Expression des états aux coins du véhicule 91
3.2 Découplage du modèle 93
3.2.1 Décomposition du système 93
3.2.2 Algorithmes de filtrage 94
3.2.3 Equations d’évolution 95
3.3 Modèle de perturbation sur l’état 99
3.3.1 Perturbations route 99
3.3.2 Perturbation véhicule 100
3.4 Elaboration du filtre de Kalman Etendu 102
3.4.1 Discrétisation du modèle 102
3.4.2 Détermination des matrices utilisées dans l’algorithme 102
3.5 Structure du modèle 105
3.5.1 Observabilité 105
3.5.2 Modèle relatif 110

Ce chapitre a pour objectif de présenter les différentes étapes de la modélisation du système. Cette modélisation est fondée sur les équations de la mécanique. Dans la première partie de ce mémoire, les différentes forces et moments qui s'appliquent sur le véhicule ont été présentés. Il s'agit maintenant d'adapter le modèle d'évolution, de montrer comment l'intégrer numériquement et de visualiser les différentes approximations que nous allons être amenés à faire. Toutes ces étapes ont un seul but : Etablir un système d'équations intégrables en temps réel et adapté au processus de filtrage. Le volume des opérations à effectuer dépend de la complexité, du nombre d'équations et du pas d'échantillonnage.

Nous avons vu précédemment que le modèle qui nous intéresse pour l'estimation admet 7 degrés de liberté, soit un vecteur d'état à 14 composantes. Dans ce chapitre, nous allons exprimer différemment l'évolution des états du véhicule. Plutôt que de calculer l'évolution des états modaux en roulis, tangage et pompage, nous allons calculer l'évolution des états de pompage aux quatre coins du véhicule. Cela permet de réduire localement le modèle en passant d'une structure à 3 degrés de libertés à quatre structures à 1 degré de liberté.

L'idée est d'utiliser le modèle simplifié présenté dans 1.1.4.4 et sur lequel a été recalé le modèle physique. Cette opération vise à découpler ce modèle en 4 filtres « locaux » en chaque coin, alimentés par des actions fournies par les autres coins. L'objectif étant de réaliser des algorithmes de filtrage présentant une charge de calcul réduite.

3.1 Expression des états aux coins du véhicule

Dans un premier temps, nous allons calculer l'accélération sur un coin du véhicule en fonction des accélérations en roulis, en tangage et verticale au centre de gravité. En utilisant les équations de transfert géométrique Fig. 1. 21, linéarisées à l'ordre 1 autour de $\vartheta = 0$ et $\varphi = 0$, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} \ddot{Z}_2^{11} \\ \ddot{Z}_2^{12} \\ \ddot{Z}_2^{21} \\ \ddot{Z}_2^{22} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_1}{2} & -E_1 & 1 \\ -\frac{V_1}{2} & -E_1 & 1 \\ \frac{V_2}{2} & E_2 & 1 \\ -\frac{V_2}{2} & E_2 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{\vartheta} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{Z}_{veh} \end{pmatrix} \Rightarrow \ddot{Z}_2^{ij} = \ddot{Z}_{veh} + (-1)^{1+j} \frac{V_i}{2} \ddot{\vartheta} + (-1)^i E_i \ddot{\varphi}$$

(3. 1) - Equations de passage des états modaux aux états des quatre coins du véhicule

Dans un deuxième temps, à partir du modèle de référence et en faisant l'approximation de petits angles et vitesses, nous allons chercher à exprimer chaque accélération modale en fonction des efforts de suspension et des efforts induits par les manœuvres. D'après le système d'équation $\{S1\}$ vu dans l'équation (1. 20) - Système d'équation en Pompage / Roulis / Tangage, il vient :

$$\{S1\} = \begin{cases} \ddot{Z}_{veh} = \dfrac{F_{act}^{pomp_Veh} + F_{amort}^{pomp_Veh} + F_{ress}^{pomp_Veh}}{m} \\ \ddot{\vartheta} = \dfrac{T_{bar}^{roul} + T_{act}^{roul} + T_{amort}^{roul} + T_{ress}^{roul} - I_{xz}\dfrac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt} + MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}.\vec{y}_I}{I_{xx}} \\ \ddot{\varphi} = \dfrac{T_{act}^{\tan g} + T_{amort}^{\tan g} + T_{ress}^{\tan g} - MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}.\overrightarrow{x_I}}{I_{yy}} \end{cases}$$

On peut alors remplacer ces accélérations dans l'équation (3. 1) pour exprimer les accélérations aux quatre coins en fonction des efforts. Il vient :

$$\begin{aligned} \ddot{Z}_2^{ij} = & \frac{F_{act}^{pomp_Veh} + F_{amort}^{pomp_Veh} + F_{ress}^{pomp_Veh}}{m} \\ & + (-1)^{1+j}\frac{V_i}{2}.\frac{T_{bar}^{roul} + T_{act}^{roul} + T_{amort}^{roul} + T_{ress}^{roul} - I_{xz}\dfrac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt} + MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}.\vec{y}_I}{I_{xx}} \\ & + (-1)^i E_i \frac{T_{act}^{\tan g} + T_{amort}^{\tan g} + T_{ress}^{\tan g} - MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}.\vec{x}_I}{I_{yy}} \end{aligned}$$

(3. 2) - Equation d'état du véhicule sur un coin

On peut maintenant écrire le modèle continu sous la forme suivante en regroupant les équations (3. 2) et *(1. 16)*, *(1. 17)*, *(1. 18)*, (1. 19) associées respectivement à la masse suspendue $\{S_2\}$ et les roues $\{S_{11}\}, \{S_{12}\}, \{S_{21}\}, \{S_{22}\}$:

$$\dot{X} = f(X, U)$$

avec

$X = \{\dot{Z}_2^{11} \quad Z_2^{11} \quad \dot{Z}_2^{12} \quad Z_2^{12} \quad \dot{Z}_2^{21} \quad Z_2^{21} \quad \dot{Z}_2^{22} \quad Z_2^{22} \quad \dot{Z}_1^{11} \quad Z_1^{11} \quad \dot{Z}_1^{12} \quad Z_1^{12} \quad \dot{Z}_1^{21} \quad Z_1^{21} \quad \dot{Z}_1^{22} \quad Z_1^{22}\}^T$

le vecteur d'état composé des 4 vitesses et positions du châssis et des roues, soit un vecteur à 16 composantes, et

$$U = \left\{ U_{act_11} \quad U_{act_12} \quad U_{act_21} \quad U_{act_22} \quad \vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}.\vec{y}_I \quad \vec{\gamma}_a(G \in R_c / R_0)_{RI}.\vec{x}_I \quad \frac{\partial \dot{\psi}_{mesure}}{\partial t} \right\}^T$$

le vecteur d'entrées constitué de l'accélération latérale, longitudinale, de l'accélération de lacet et des 4 efforts des actionneurs, soit 7 composantes au total.

3.2 Découplage du modèle

3.2.1 Décomposition du système

Compte tenu des différentes transformations qui ont été faites précédemment sur le modèle d'évolution, nous sommes en mesure de définir le modèle du véhicule et des roues selon la forme standard du filtre de Kalman. Néanmoins nous avons pu observer lors de l'écriture de l'algorithme de Kalman étendu qu'il est nécessaire, pour pouvoir calculer le gain du filtre, d'effectuer une étape d'inversion de matrice dont la taille dépend du nombre d'observations sur le système. Or cette étape est délicate à effectuer en temps réel car elle nécessite un algorithme spécifique d'inversion qui entraîne une charge de calcul plus importante pour le calculateur. De plus, l'algorithme de Kalman étendu requiert plusieurs opérations algébriques de multiplication de matrices par des vecteurs, ce qui engendre également une charge de calcul importante.

Nous proposons ici de découpler le modèle complet du véhicule en quatre parties en considérant pour chacune l'état sur un coin du véhicule. On considére localement pour chaque filtre l'évolution de l'état de la roue et du véhicule comme fonction des états sur ce coin. Cela permet de ramener le système global à 8 degrés de liberté à 4 systèmes réduits à 2 degrés de liberté. La figure suivante permet d'illustrer ce découpage pour le coin avant gauche :

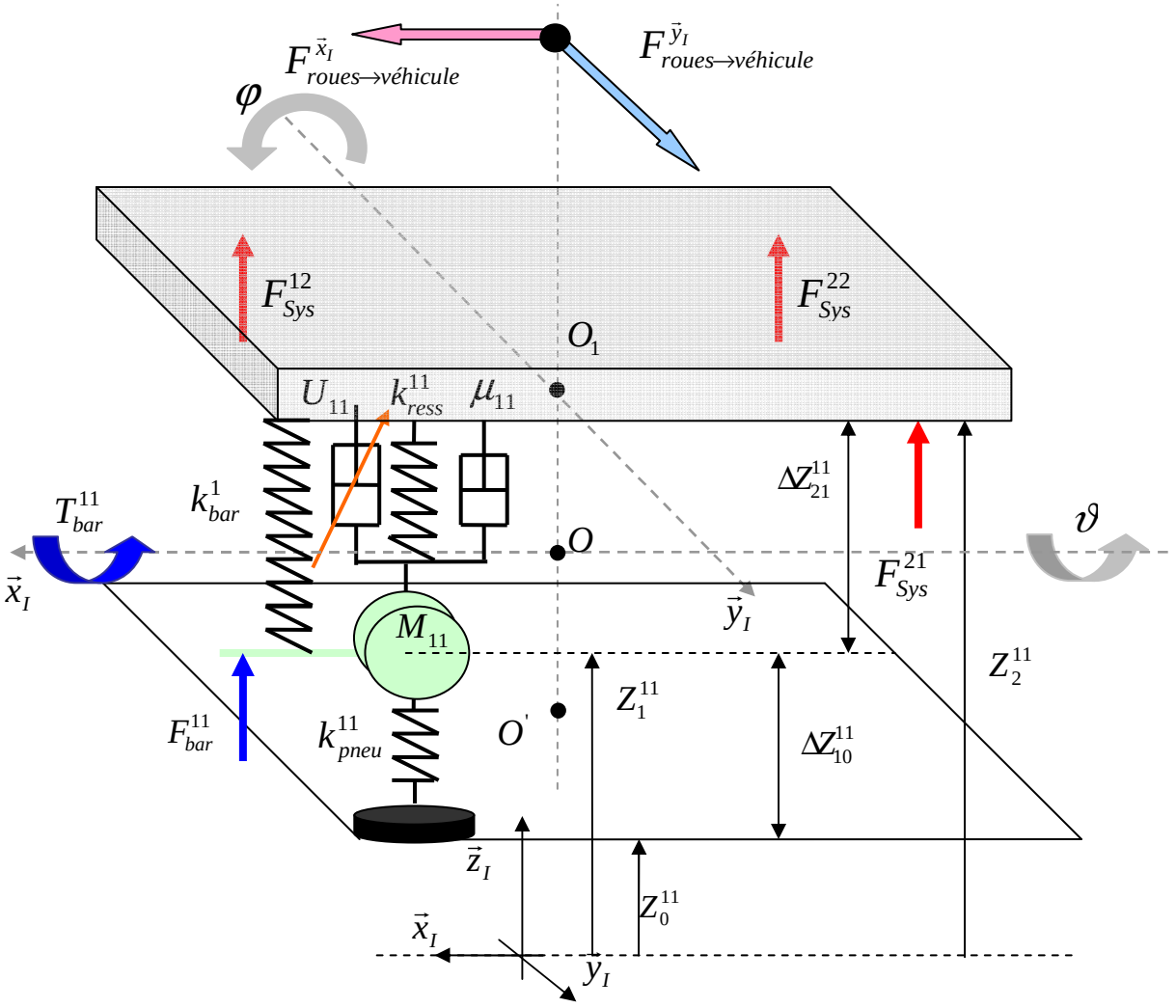


Fig. 3. 1 –Schéma représentatif du découpage du véhicule pour le coin avant gauche

Pour faciliter l'écriture des équations dans la suite du rapport, nous introduisons les notations suivantes :

$$\begin{cases} \Delta\dot{Z}_{21}^{ij} = \dot{Z}_2^{ij} - \dot{Z}_1^{ij} \\ \Delta Z_{21}^{ij} = Z_2^{ij} - Z_1^{ij} \end{cases}$$

En rapport au schéma précédent

Fig. 3. 1, F_{Sys}^{mn} correspond à l'effort total de suspension (ressort, actionneur, amortisseur) au coin mn, différent de ij :

$$F_{Sys}^{mn} = \begin{bmatrix} -k_{ress}^{mn}\Delta Z_{ij}^{mn}\left(1+\beta\left(\Delta Z_{ij}^{mn}\right)^4\right) \\ -\left[A_{1_mn}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{mn}\right)+B_{1_mn}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{mn}}{C_{1_mn}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{mn}\right)\right]}{2}\right] \\ -\left[A_{2_mn}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{mn}\right)+B_{2_mn}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{mn}}{C_{2_mn}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[-\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{mn}\right)\right]}{2}\right] \\ +U_{act}^{mn} \end{bmatrix}$$

k_{bad}^{i} correspond à la raideur de barre antiroulis avant ou arrière, exprimée à la roue.

$F_{bad}^{ij} = \sum_{\substack{n=1,2 \\ n\neq j}} (-1)^{n+1} k_{bar}^{i} \Delta Z_{21}^{in}$ correspond à l'effort de la barre antiroulis avant ou arrière généré par le coin opposé sur la roue. On précise que l'effort antiroulis sur un coin du véhicule est de même amplitude et de sens opposé à celui du coin symétrique par rapport à $\vec{x}_I$.

$T_{bad}^{ij} = \sum_{m=1,2} \sum_{\substack{n=1,2 \\ mn\neq ij}} (-1)^{n} k_{bar}^{m} \Delta Z_{21_k}^{mn} \frac{V_m}{2}$ est le couple antiroulis fournit par les trois autres coins sur la masse suspendue.

3.2.2 Algorithmes de filtrage

L'idée de départ est de supposer qu'à l'instant $k.T_e$, nous disposons des mesures sur un coin du véhicule Y_k^{ij}, du vecteur d'entrées U_k^{ij}, de l'état estimé sur le coin $\hat{X}_{k|k}^{ij}$ et du vecteur d'états estimé sur les trois autres coins noté $\chi_{k|k}^{ij}$. Nous décomposons alors l'équation de prédiction des états sur un coin en deux termes, le premier noté $f_d^{ij}\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)$ fonction des états sur le coin considéré et le deuxième, noté $h_d^{ij}\left(\chi_k^{ij}\right)$, fonction des états sur les trois autres coins. On résume alors les étapes des quatre nouveaux filtres :

MODELE DU SYSTEME

$$\begin{cases} X_{k+1}^{ij} = f_d^{ij}\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right) + h_d^{ij}\left(\chi_k^{ij}\right) \\ Y_k^{ij} = g^{ij}\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, W_k^{ij}\right) \end{cases}$$

INITIALISATION

$$\begin{cases} \hat{X}_0^{ij} = \overline{X}_0^{ij} \\ \Sigma_{.0}^{ij} = E\left\{\left(X_0^{ij} - \overline{X}_0^{ij}\right)\left(X_0^{ij} - \overline{X}_0^{ij}\right)^T\right\} \end{cases}$$

PREDICTION

$$\begin{cases} \hat{X}_{k+1|k}^{ij} = f_d^{ij}\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right) + h_d^{ij}\left(\hat{\chi}_{k|k}^{ij}\right) \\ \Sigma_{k+1|k}^{ij} = A_k^{ij}\Sigma_{k|k}^{ij}{A_k^{ij}}^T + E_k^{ij}Q_k^{ij}{E_k^{ij}}^T \end{cases}$$

ESTIMATION

$$\begin{cases} K_{k+1}^{ij} = \Sigma_{XY}^{ij}{\Sigma_{YY}^{ij}}^{-1} = \left(\Sigma_{k+1|k}^{ij}{C_{k+1}^{ij}}^T\right)\left(C_{k+1}^{ij}\Sigma_{k+1|k}^{ij}{C_{k+1}^{ij}}^T + F_{k+1}^{ij}R_{k+1}^{ij}{F_{k+1}^{ij}}^T\right)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1|k+1}^{ij} = \hat{X}_{k+1|k}^{ij} + K_{k+1}^{ij}\left[Y_{k+1}^{ij} - g\left(\hat{X}_{k+1|k}^{ij}, U_{k+1}^{ij}, 0\right)\right] \\ \Sigma_{k+1|k+1}^{ij} = \left(I - K_{k+1}^{ij}C_{k+1}^{ij}\right)\Sigma_{k+1|k}^{ij} \end{cases}$$

(3. 3) – Algorithme de filtrage associé à chaque coin ij du véhicule

Avec cette approche, nous pouvons remarquer que seules les mesures sur le coin ij participent à la réactualisation de l'état $\hat{X}_{k+1|k+1}^{ij}$. Si N_{mesure} correspond au nombre de capteurs sur un coin, un filtre global traitant les mesures disponibles en chaque coin conduit à l'inversion d'une matrice carrée $4N_{mesure} \times 4N_{mesure}$. La technique de décomposition proposée ne nécessite que l'inversion d'une matrice carrée $N_{mesure} \times N_{mesure}$.

3.2.3 Equations d'évolution

Nous allons maintenant écrire, pour chaque filtre, les équations d'évolution des états du véhicule et de la roue en séparant les efforts locaux et ceux provenant des trois autres coins.

Nous pouvons ainsi réécrire l'équation (3. 2) en développant les différents efforts. On rappelle que le terme F_{Veh}^{ij} correspond à l'effort total de suspension au coin ij. Il intègre l'effort du ressort, de l'amortisseur, de l'actionneur et de la barre antiroulis. Le terme F_{Sys}^{mn} correspond à l'effort total de suspension au coin mn, différent de ij. Il intègre l'effort du ressort, de l'amortisseur et de l'actionneur. Après développement, il vient :

$$\ddot{Z}_2^{ij} = F_{veh}^{ij}\left(\frac{1}{m}+\frac{V_i^2}{4I_{xx}}+\frac{E_i^2}{I_{yy}}\right)+\sum_{m=1,2}\sum_{\substack{n=1,2\\ mn\neq ij}} F_{Sys}^{mn}\left(\frac{1}{m}+(-1)^{n+j}\frac{V_iV_m}{4I_{xx}}+(-1)^{m+i}\frac{E_iE_m}{4I_{xx}}\right)$$
$$+(-1)^{1+j}\frac{V_i}{2}\frac{\sum_{m=1,2}\sum_{\substack{n=1,2\\ mn\neq ij}}(-1)^n k_{bar}^m \Delta Z_{21}^{mn}\frac{V_m}{2}-I_{xz}\frac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt}+MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\ni R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I}{I_{xx}}$$
$$+(-1)^i E_i\frac{-MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G\ni R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I}{I_{yy}}$$

(3. 4) - Séparation des termes fonctions de l'état dans l'équation d'évolution du véhicule sur un coin

En développant explicitement les actions de la suspension F_{veh}^{ij} sur le coin considéré, on aboutit à l'équation d'état suivante :

$$\ddot{Z}_2^{ij} = \begin{bmatrix} -k_{ress}^{ij}\Delta Z_{21}^{ij}\left(1+\beta\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)^4\right)\\ -\left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right]\\ -\left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[-\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right]\\ +U_{act}^{ij}-k_{bar}^i\Delta Z_{21}^{ij}\end{bmatrix}\left(\frac{1}{m}+\frac{V_i^2}{4I_{xx}}+\frac{E_i^2}{I_{yy}}\right)$$
$$+\sum_{m=1,2}\sum_{\substack{n=1,2\\ mn\neq ij}} F_{Sys}^{mn}\left(\frac{1}{m}+(-1)^{n+j}\frac{V_iV_m}{4I_{xx}}+(-1)^{m+i}\frac{E_iE_m}{4I_{yy}}\right)$$
$$+(-1)^{1+j}\frac{V_i}{2}\frac{\sum_{m=1,2}\sum_{\substack{n=1,2\\ mn\neq ij}}(-1)^n k_{bar}^m \Delta Z_{21}^{mn}\frac{V_m}{2}-I_{xz}\frac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt}+MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I}{I_{xx}}$$
$$+(-1)^i E_i\frac{-MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I}{I_{yy}}$$

(3. 5) - Développement des efforts fonctions de l'état sur le coin considéré dans l'équation d'évolution du véhicule sur ce coin

Nous allons maintenant effectuer la même séparation pour l'équation d'évolution de la roue sur le coin considéré. A partir des équations *(1. 16*), *(1. 17*), *(1. 18*) et (1. 19) il vient :

$$
\begin{aligned}
M_{ij}\ddot{Z}_1^{ij} = {} & \frac{(-1)^i}{2}\frac{[M\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I]H_{\text{tang}}^{abs}}{E_{tot}}\frac{E_i}{E_{tot}} \\
& + (-1)^j\frac{[M\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I]H_{roul}^{abs}}{2V_i}\frac{(E_{tot}-E_i)}{E_{tot}} \\
& + k_{ress}^{ij}\Delta Z_{21}^{ij}\left(1+\beta\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)^4\right) - U_{act}^{ij} - k_{pneus}^{ij}\Delta Z_{10}^{ij} + k_{bar}^{i}\Delta Z_{21}^{ij} \\
& + \sum_{\substack{n=1,2\\ n\neq j}}(-1)^{n+1}k_{bar}^{i}\Delta Z_{21}^{in} \\
& + \left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[\tau\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right]}{2}\right] \\
& + \left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[-\tau\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right]}{2}\right]
\end{aligned}
$$

(3. 6) - Equation d'évolution de la roue sur le coin considéré

Nous pouvons ainsi écrire la nouvelle structure du système pour chaque coin. On définit :

- Le vecteur d'état : $X^{ij} = \left\{\dot{Z}_2^{ij} \quad Z_2^{ij} \quad \dot{Z}_1^{ij} \quad Z_1^{ij}\right\}^T$
- Le vecteur d'entrée :

$$
U^{ij} = \left\{\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I \quad \vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I \quad \frac{\partial\dot{\psi}_{mesure}}{\partial t} \quad U_{act}^{ij} \quad F_{sys}^{11} \quad F_{sys}^{12} \quad F_{sys}^{21} \quad F_{sys}^{22} \quad F_{bar}^{ij} \quad T_{bar}^{ij}\right\}^T
$$

Comme le montre le schéma suivant, le découpage proposé n'impose aucune chronologie dans le choix des filtres. Chaque filtre peut être vu indépendamment et calculé éventuellement en parallèle d'un autre filtre.

Pour chaque filtre, au pas de temps $k.T_e$, à l'aide des états précédemment estimés aux quatre coins, on calcule en amont des algorithmes de filtrage, les efforts d'actionneurs. Ces efforts sont issus du modèle utilisé par DELPHI qui tient compte de la température, du courant et de la vitesse de l'actionneur. Ce modèle exploite donc les vitesses relatives estimées des amortisseurs.
Les efforts de suspension et les couples antiroulis sont ensuite calculés à partir des états estimés.
Les entrées mesurées telles que l'accélération latérale, longitudinale et l'accélération de lacet sont également intégrées dans le vecteur d'entrées et permettent de prédire les mouvements du coin du véhicule soumis à des manœuvres du conducteur.
Enfin, le vecteur des mesures Y_k^{ij} associées au filtre ij regroupe les signaux issus des capteurs sur le coin du véhicule concerné. Il permet ainsi de réactualiser l'état $\hat{X}_{k+1|k}^{ij}$.

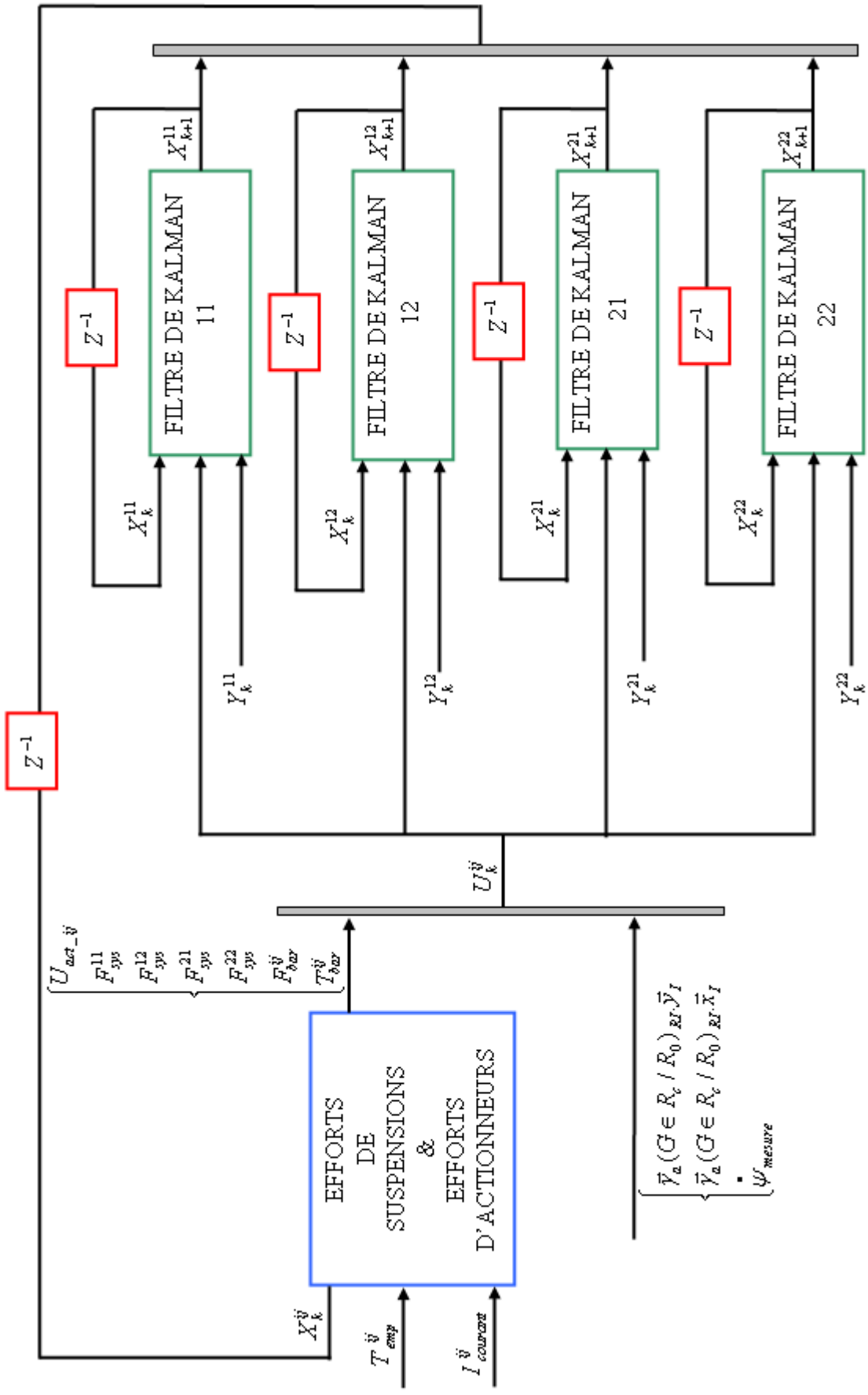


Fig. 3. 2 - Schéma de principe de la structure des filtres

3.3 Modèle de perturbation sur l'état

Nous proposons de développer dans ce chapitre les différents modèles de perturbations sur l'état pour prendre en compte dans le filtre d'estimation, les entrées route et les incertitudes du modèle. Nous avons vu au chapitre 2 que l'élaboration de l'algorithme du filtre de Kalman permet de considérer des perturbations sur l'état et sur la mesure définies par des bruits blancs. Nous allons donc chercher à définir des modèles représentatifs de ces perturbations à partir de cette définition.

3.3.1 Perturbations route

Nous avons vu précédemment dans le chapitre 1.1.3.5 qu'il existe plusieurs manières de solliciter le véhicule. La première consiste à effectuer des manœuvres à partir des commandes du conducteur. Ces commandes sont l'accélérateur et les freins qui permettent de contrôler la motricité, de faire évoluer le véhicule selon l'axe longitudinal. Cet aspect de la commande du conducteur se traduit par des efforts longitudinaux aux pneumatiques et peuvent donc être approchés par l'accélération longitudinale mesurée. Ensuite, pour diriger le véhicule, le conducteur peut agir sur le volant, celui-ci permet de guider le véhicule dans le plan latéral. Son impact se traduit cette fois-ci sur les efforts latéraux aux pneumatiques et peut donc être observé grâce à l'accélération latérale mesurée.

Enfin, la deuxième manière de solliciter le véhicule est par l'intermédiaire de la route sur les quatre pneumatiques. Ces entrées correspondent à quatre déplacements verticaux. Ce sont ces quatre perturbations qui vont engendrer des mouvements et générer de l'inconfort dans le véhicule. Par ailleurs, ce sont en grande partie ces perturbations qui vont modifier l'état de l'actionneur puisque l'action de ce dernier dépend de la vitesse relative entre le véhicule et la roue.
Compte tenu de la diversité des routes qu'il est possible de rencontrer, il est difficile de caractériser leurs profils par des bruits blancs. De plus, le contenu spectral de ces entrées dépend essentiellement de la vitesse du véhicule. Nous proposons donc, dans un premier temps, de limiter la bande passante de ces perturbations en les supposant issues du filtrage d'un bruit blanc par un filtre d'ordre 1 indépendant de la vitesse du véhicule ; l'objectif étant de réaliser un algorithme d'estimation performant mais aussi le plus simple possible.
L'idée est donc de se donner deux paramètres : le premier pour régler l'amplitude des sollicitations et le deuxième pour régler leur bande de fréquence. Nous proposons donc d'utiliser le modèle continu suivant :

$$\dot{Z}_0^{ij} = \frac{B_{route}(p)}{1+\tau_{route}\,p}$$

La forme discrète équivalente correspond à :

$$Z_{0_k+1}^{ij} = \alpha_{route} Z_{0_k}^{ij} + (1-\alpha_{route}) B_{route}^k$$

Avec B_{route}^k un bruit blanc de variance λ_{route}^2, et α_{route} un paramètre permettant de fixer la bande passante du filtre considéré pour la roue ij. On note que ce paramètre est compris entre 0 et 1.

Ainsi, les perturbations provenant de la route sont modélisées par un signal aléatoire résultant du filtrage d'un bruit blanc B_{route}^{k} de variance λ_{route}^{2} par un filtre du premier ordre à temps continu tel que $\alpha_{route} = e^{-\frac{T_e}{\tau_{route}}}$.

Te correspond à la période d'échantillonnage. Dans notre cas elle est de 1 ms.
$3.\tau_{route}$ représente l'horizon sur lequel les perturbations sont considérées comme étant corrélées.
L'idée consistera donc à régler λ_{route} et τ_{route} de manière à décrire la plupart des déplacements route que l'on puisse trouver. Nous pouvons d'ores et déjà constater que pour une valeur extrême $\alpha_{route} = 0$, la constante de temps est égale à la période d'échantillonnage et les échantillons sont complètement décorrélés à l'horizon T_e. Pour une valeur $\alpha_{route} = 1$, les échantillons sont tous corrélés dans le temps et la perturbation tend vers une constante.

Nous allons maintenant calculer la moyenne du signal résultant. Il vient :

$$\begin{aligned} E\left[Z_{0_k}^{ij}\right] &= E\left[\alpha_{route} Z_{0_k}^{ij} + (1-\alpha_{route}) B_{route_k}\right] \\ &= E\left[\alpha_{route} Z_{0_k}^{ij}\right] + E\left[(1-\alpha_{route}) B_{route_k}\right] \\ &= \alpha_{route} E\left[Z_{0_k}^{ij}\right] + (1-\alpha_{route}) E\left[B_{route_k}\right] \\ \Rightarrow E\left[Z_{0_k}^{ij}\right](1-\alpha_{route}) &= (1-\alpha_{route}) E\left[B_{route_k}\right] \\ \Rightarrow E\left[Z_{0_k}^{ij}\right] &= E\left[B_{route_k}\right] = 0 \end{aligned}$$

Nous allons maintenant calculer la variance:

$$\begin{aligned} E\left[{Z_{0_k}^{ij}}^{2}\right] &= E\left[\alpha_{route}^{2} {Z_{0_k}^{ij}}^{2} + 2(1-\alpha_{route})\alpha_{route} E\left[Z_{0_k}^{ij} B_{route_k}\right] + (1-\alpha_{route})^{2} E\left[B_{route_k}^{2}\right]\right] \\ &= \alpha_{route}^{2} E\left[{Z_{0_k}^{ij}}^{2}\right] + 2(1-\alpha_{route})\alpha_{route} E\left[Z_{0_k}^{ij} B_{route_k}\right] + (1-\alpha_{route})^{2} E\left[B_{route_k}^{2}\right] \end{aligned}$$

Or on peut écrire : $E\left[Z_{0_k}^{ij} B_{route_k}\right] = 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \left(1-\alpha_{route}^{2}\right) E\left[{Z_{0_k}^{ij}}^{2}\right] &= \left(1-\alpha_{route}\right)^{2} E\left[B_{route_k}^{2}\right] \\ \Rightarrow E\left[{Z_{0_k}^{ij}}^{2}\right] &= \frac{\left(1-\alpha_{route}\right)^{2}}{\left(1-\alpha_{route}^{2}\right)} E\left[B_{route_k}^{2}\right] \end{aligned}$$

3.3.2 Perturbation véhicule

Nous proposons de rajouter un modèle de perturbations sur le véhicule pour tenir compte des erreurs de modélisation. Elles proviennent des approximations faites sur le modèle, des variations de paramètres, des inerties, des effets aérodynamiques, etc. Nous proposons donc de rajouter le terme P_k^{ij} dans (3. 5), représentatif de l'effort parasite au coin ij. Cet effort aléatoire, centré et de variance λ_{veh}^{2} est issu du filtrage d'un bruit blanc par un filtre d'ordre 1, continu et de constante de temps τ_{veh} :

$$\ddot{Z}_2^{ij} = \left[\begin{array}{l} -\left[k_{ress}^{ij}\left(1+\beta\left(\Delta Z_{21}^{ij}\right)^4\right)+k_{bar}^{i}\right]\Delta Z_{21}^{ij} \\ -\left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\dfrac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\dfrac{1+\tanh\left[\tau\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right]}{2}\right] \\ -\left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\dfrac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\dfrac{1+\tanh\left[-\tau\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right]}{2}\right] \\ +U_{act}^{ij}+P^{ij} \end{array}\right]\left(\frac{1}{m}+\frac{V_i^2}{4I_{xx}}+\frac{E_i^2}{I_{yy}}\right)$$

$$+\sum_{m=1,2}\sum_{\substack{n=1,2\\ mn\neq ij}}F_{Sys}^{mn}\left(\frac{1}{m}+(-1)^{n+j}\frac{V_iV_m}{4I_{xx}}+(-1)^{m+i}\frac{E_iE_m}{4I_{yy}}\right)$$

$$+(-1)^{1+j}\frac{V_i}{2}\frac{\sum_{m=1,2}\sum_{\substack{n=1,2\\ mn\neq ij}}(-1)^n k_{bar}^{m}\Delta Z_{21}^{mn}\frac{V_m}{2}-I_{xz}\frac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt}+MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{y}_I}{I_{xx}}$$

$$+(-1)^i E_i\frac{-MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{RI}.\vec{x}_I}{I_{yy}}$$

(3. 7) - Prise en compte de la perturbation d'état associée au véhicule dans l'équation d'évolution de la masse suspendue

Compte tenu du fait que ces perturbations ont une dynamique liée aux états du véhicule, il convient de préciser comme précédemment une réponse dynamique limitée. En effet, on comprend aisément que les phénomènes de perturbations sur le véhicule soient, la plupart du temps, bien plus lents que les perturbations provenant de la route. Nous allons donc introduire un second paramètre de variance λ_{veh}^2 et de constante de temps τ_{veh}. On écrit alors, comme précédemment, l'équation discrétisée :

$$P_{k+1}^{ij} = \alpha_{veh}P_k^{ij} + (1-\alpha_{veh})B_{veh}^k$$

$$\text{Avec } \tau_{veh} = \frac{T_e}{1-\alpha_{veh}}$$

$$\text{Et } \lambda_{veh}^2 = E\left[P^{2}{}_k^{ij}\right] = \frac{\left(1-\alpha_{veh}\right)^2}{\left(1-\alpha_{veh}^2\right)}E\left[B_{veh}^k\right]$$

Dans la suite du développement du modèle, il va être nécessaire de rajouter pour chaque filtre deux états correspondant chacun à une perturbation. Ainsi, les modèles de perturbations décrits précédemment vont être intégrés dans le modèle d'évolution. Pour cela, nous allons considérer :

- Le vecteur des bruits d'état V_k tel que :

$$V_k = \left\{\begin{array}{l} B_{veh_k} \\ B_{route_k} \end{array}\right\}$$

- Le nouveau vecteur d'état :

$$X_k^{ij} = \left\{\dot{Z}_{2_k}^{ij} \quad Z_{2_k}^{ij} \quad \dot{Z}_{1_k}^{ij} \quad Z_{1_k}^{ij} \quad P_k^{ij} \quad Z_{0_k}^{ij}\right\}^T$$

3.4 Elaboration du filtre de Kalman Etendu

Cette partie s'intéresse à la discrétisation du modèle et son élaboration. Nous avons vu au paragraphe 2.1.3 que pour exploiter l'algorithme du Filtre de Kalman Etendu, il faut utiliser un modèle discrétisé. De plus nous verrons que dans le cas non-linéaire, il est nécessaire de linéariser les équations d'évolution autour d'un point de fonctionnement que nous définirons, pour pouvoir calculer les matrices intervenant dans l'algorithme de filtrage.

3.4.1 Discrétisation du modèle

Pour pouvoir exploiter le modèle avec l'algorithme discret du filtre de Kalman, nous allons opérer une discrétisation du modèle. Le calculateur disponible permet d'avoir une période d'échantillonnage de 1 ms, soit une fréquence de 1 kHz. Compte tenu du fait que cette fréquence est bien plus élevée que les fréquences des modes que l'on souhaite observer (≈20 Hz pour le mode de la masse associée à la roue), la transformation d'Euler permet de discrétiser les fonctions continues du modèle avec suffisamment de précision. Nous pouvons ainsi approcher le modèle d'évolution par la fonction suivante :

$$X_{k+1} = X_k + T_e f\left(X_k, U_k, V_k\right)$$

On peut ainsi écrire l'équation d'évolution du modèle discrétisé :

$$f_d\left(X_k, U_k, V_k\right) = T_e f\left(X_k, U_k, V_k\right) + X_k$$

(3. 8) – Modèle d'évolution discrétisé

3.4.2 Détermination des matrices utilisées dans l'algorithme

Compte tenu du fait que la période d'échantillonnage est bien plus élevée que la fréquence des modes que l'on souhaite observer, les variations d'amplitude sont faibles entre deux pas d'échantillonnage. Les trajectoires suivies par les variables peuvent donc être approchées par une évolution linéaire autour de l'état précédent X_k^{ij} tel que :

$$X_{k+1}^{ij} \approx X_k^{ij} + \delta X^{ij}$$
$$\Rightarrow X_{k+1}^{ij} \approx X_k^{ij} + T_e f\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)$$

Or cette fonction est notée $f_d\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)$, nous pouvons donc à partir de l'estimation de $\hat{X}_k^{ij}$ à l'instant $k.Te$, estimer l'état $\hat{X}_{k+1}^{ij}$ à l'instant $(k+1)T_e$. Il vient : $\hat{X}_{k+1|k}^{ij} \approx f_d\left(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)$

L'erreur de prédiction à l'instant kT_e s'écrit donc :

$$\tilde{X}_{k+1|k}^{ij} = f_d\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right) - f_d\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)$$

$$\tilde{X}_{k+1}^{ij} = \tilde{X}_{k|k}^{ij} + T_e \tilde{X}_{k|k}^{ij} \left.\frac{\partial f\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial X_k^{ij}}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)} + T_e V_k^{ij} \left.\frac{\partial f\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial V_k^{ij}}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)}$$

$$\tilde{X}_{k+1}^{ij} = \left[I + T_e \left.\frac{\partial f\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial X_k^{ij}}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)} \right] \tilde{X}_{k|k}^{ij} + T_e V_k^{ij} \left.\frac{\partial f\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial V_k^{ij}}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)}$$

(3. 9) – Expression de l'erreur de prédiction

Nous allons maintenant calculer la matrice Jacobienne $\left(A_k^{ij}\right)_c$ associée au modèle continu puis nous utiliserons la transformée précédente pour déterminer la matrice $\left(A_k^{ij}\right)_d$ équivalente au modèle linéarisé. On définit la matrice Jacobienne du modèle continu par : $\left(A_k^{ij}\right)_c = \left.\dfrac{\partial f\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial X_k^{ij}}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)}$

Soit :

$$\left(A_k^{ij}\right)_c^T = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f_1(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{\dot{Z}}_{2_k}^{ij}} & 1 & \dfrac{\partial f_3(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{\dot{Z}}_{2_k}^{ij}} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\partial f_1(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{2_k}^{ij}} & 0 & \dfrac{\partial f_3(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{2_k}^{ij}} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\partial f_1(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{\dot{Z}}_{1_k}^{ij}} & 0 & \dfrac{\partial f_3(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{\dot{Z}}_{1_k}^{ij}} & 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{\partial f_1(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{1_k}^{ij}} & 0 & \dfrac{\partial f_3(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{1_k}^{ij}} & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{\partial f_1(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{P}_k^{ij}} & 0 & 0 & 0 & \dfrac{\partial f_5(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{P}_k^{ij}} & 0 \\ \dfrac{\partial f_1(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{0_k}^{ij}} & 0 & \dfrac{\partial f_3(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{0_k}^{ij}} & 0 & 0 & \dfrac{\partial f_6(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{0_k}^{ij}} \end{bmatrix}$$

(3. 10) - Matrice d'évolution à l'instant k.Te du modèle continu

On rappelle que le vecteur d'état associé correspond à $\hat{X}_k^{ij} = \left\{\hat{\dot{Z}}_{2_k}^{ij} \quad \hat{Z}_{2_k}^{ij} \quad \hat{\dot{Z}}_{1_k}^{ij} \quad \hat{Z}_{1_k}^{ij} \quad \hat{P}_k^{ij} \quad \hat{Z}_{0_k}^{ij}\right\}^T$

Nous allons maintenant calculer chaque terme de la matrice Jacobienne. Pour faciliter l'écriture dans la suite, nous calculons tout d'abord la dérivée partielle de la fonction d'amortissement (1. 9) - Fonction d'amortissement. Il vient :

$$\frac{\partial\left(F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)\right)}{\partial\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}} = \frac{B_{1_ij}\left[\left[e^{2\tau.\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}} - C_{1_ij}\tau + 1\right].e^{\frac{2\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}}{C_{1_ij}}} - C_{1_ij}.\tau\right]}{C_{1_ij}\left[\cosh\left(\tau.\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)\right]^2\left[e^{\frac{2\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}}{C_{1_ij}}} + 1\right]^2}$$

$$\frac{4.B_{2_ij}\left[\left[\left(C_{2_ij}\tau + 1\right)e^{2\tau.\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}} + 1\right]e^{\frac{2\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}}{C_{2_ij}}} + C_{2_ij}\tau e^{2\tau\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}}\right]}{C_{2_ij}\left[e^{2\tau\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}} + 1\right]^2\left[e^{\frac{2\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}}{C_{2_ij}}} + 1\right]^2}$$

$$\frac{\left[A_{2_ij} - A_{1_ij} + e^{2\tau\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}}\left[2\tau\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\left(A_{1_ij} - A_{2_ij}\right) + 2\tau\left(B_{1_ij} - B_{2_ij}\right) - A_{1_ij} + A_{2_ij}\right]\right]}{\left[e^{2\tau\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}} + 1\right]^2}$$

$$+ A_{1_ij}$$

Dans la suite, on notera cette fonction : $\frac{\partial\left(F_{amort_ij}^{dissym}\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)\right)}{\partial\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}} = D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)$

Nous pouvons remarquer que ce modèle analytique implique une charge de calcul importante et qu'il est possible de décomposer sa caractéristique effort/vitesse par morceaux. Cela permet ainsi de réduire la charge de calculs. Néanmoins elle permet de prendre en compte la majeure partie des amortisseurs passifs que l'on trouve sur le marché automobile. Nous avons donc décidé de conserver cette représentation pour pouvoir exploiter le même algorithme quels que soient les systèmes d'application (amortisseurs MagnétoRhéologiques, Antiroulis actif, Suspension active…). De la même manière, pour simplifier l'écriture dans la suite des calculs, nous allons exprimer une masse équivalente : $M_{equi} = \frac{1}{\left(\frac{1}{m} + \frac{V_i^2}{4I_{xx}} + \frac{E_i^2}{I_{yy}}\right)}$

Nous pouvons alors réécrire les coefficients de la matrice d'évolution du modèle continu :

$A_{11} = -\frac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)}{M_{equi}}$	$A_{12} = -\frac{\left[k_{ress}^{ij}\left(1+5\beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}\right)^4\right)+k_{bar}^{i}\right]}{M_{equi}}$	$A_{13} = \frac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)}{M_{equi}}$
$A_{55} = -\frac{1}{\tau_{veh}}$	$A_{14} = \frac{\left[k_{ress}^{ij}\left(1+5\beta\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}\right)+k_{bar}^{i}\right]}{M_{equi}}$	$A_{31} = \frac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)}{M_{ij}}$
$A_{15} = \frac{1}{M_{equi}}$	$A_{34} = -\frac{\left[k_{ress}^{ij}\left(1+5\beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}\right)^4\right)+k_{bar}^{i}+k_{pneus}^{ij}\right]}{M_{ij}}$	$A_{33} = -\frac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij}\right)}{M_{ij}}$
$A_{36} = \frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}}$	$A_{32} = \frac{\left[k_{ress}^{ij}\left(1+5\beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij}\right)^4\right)+k_{bar}^{i}\right]}{M_{ij}}$	$A_{66} = -\frac{1}{\tau_{route}}$

La matrice Jacobienne du modèle discrétisé et linéarisé autour de $\hat{X}_k^{ij}$ se déduit de *(3. 9)* par la transformation :

$$\left(A_k^{ij}\right)_d = I + T_e \left.\frac{\partial f^{ij}\left(\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial \hat{X}_k^{ij}}\right|_{\left(\hat{X}_{k|k}^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)}$$

$$\left(A_k^{ij}\right)_d = I + \left(A_k^{ij}\right)_c T_e$$

Cette dernière transformation sera utilisée dans l'étape suivante concernant l'étude sur l'observabilité où nous considérerons la variation des états autour des points de fonctionnement $\hat{X}_k^{ij}, U_k^{ij}$.

3.5 Structure du modèle

Dans l'étape suivante, nous allons nous intéresser aux équations d'observation du système. Nous avons vu précédemment que la structure du système permettait de réduire considérablement le nombre d'opérations à effectuer pour le calcul du gain de Kalman, en particulier l'étape d'inversion de matrice.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord étudier l'observabilité du système. Nous limiterons l'analyse à un seul filtre (un coin du véhicule), étant donné que la structure des trois autres filtres est identique. Nous verrons dans cette étape qu'il sera nécessaire de concevoir le modèle du filtre différemment. Ensuite nous ferons l'étude de trois configurations de capteurs pour être capable de déterminer les avantages et inconvénients en termes de coût et de performances liés au système.

3.5.1 Observabilité

Nous pouvons d'ores et déjà préciser qu'il est difficile d'estimer les variables absolues du système. En effet, il faut trouver une solution économiquement intéressante qui permette de mesurer un signal de vitesse ou de déplacement absolu du coin du véhicule par rapport au repère $R_0(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Pour s'en convaincre, on propose d'étudier l'observabilité du système autour d'une position d'équilibre. Sur un pas d'échantillonnage, la variation de l'état X autour d'un point d'équilibre $\{X_0, U_0\}$ peut-être modélisée par une équation d'état linéaire telle que :

$$\Delta \dot{X}^{ij} = \left. \frac{\partial f^{ij}(\hat{X}^{ij}, U^{ij}, V)}{\partial \hat{X}^{ij}} \right|_{\left(X_0^{ij}, U_0^{ij}, 0\right)} \Delta X^{ij}$$

Les variations des grandeurs d'observation sont liées aux variations de l'état par l'équation d'observation linéarisée :

$$\Delta Y^{ij} = \left. \frac{\partial g^{ij}(\hat{X}^{ij}, U^{ij}, W)}{\partial \hat{X}^{ij}} \right|_{\left(X_0^{ij}, U_0^{ij}, 0\right)} \Delta X^{ij}$$

Si l'on note $A^{obs} = \left. \frac{\partial f^{ij}(\hat{X}^{ij}, U^{ij}, V)}{\partial \hat{X}^{ij}} \right|_{\left(X_0^{ij}, U_0^{ij}, 0\right)}$ et $C^{obs} = \left. \frac{\partial g^{ij}(\hat{X}^{ij}, U^{ij}, W)}{\partial \hat{X}^{ij}} \right|_{\left(X_0^{ij}, U_0^{ij}, 0\right)}$ les matrices du système linéarisé autour du point de fonctionnement $\{\hat{X}_0, U_0\}$, on peut analyser l'observabilité locale. On calcule alors la matrice d'observabilité telle que :

$$Obs = \left[C^{obsT} \quad A^{obsT} C^{obsT} \quad \ldots \quad \left(A^{obs}\right)^{n-1T} C^{obsT} \right]^T$$

Pour ce calcul, nous allons nous positionner au point de fonctionnement correspondant à l'état d'équilibre du véhicule c'est-à-dire au point :

$$\hat{X}_0^{ij} = \left\{ \hat{\dot{Z}}_{2_0}^{ij} \quad \hat{Z}_{2_0}^{ij} \quad \hat{\dot{Z}}_{1_0}^{ij} \quad \hat{Z}_{1_0}^{ij} \quad \hat{P}_0^{ij} \quad \hat{Z}_{0_0}^{ij} \right\}^T = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$$
$$U_0^{ij} = 0$$

Pour faciliter l'écriture nous introduisons la notation suivante :

$$\mu_{ij}^{equi} = A_{1_ij} + A_{2_ij} - \frac{B_{1_ij}}{C_{1_ij}} - \frac{B_{2_ij}}{C_{2_ij}}$$

A partir de *(3. 10)*, il vient la matrice d'évolution suivante :

$$A^{obs} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{equi}} & -\frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar}^{i}\right)}{M_{equi}} & \frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{equi}} & \frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar}^{i}\right)}{M_{equi}} & \frac{1}{M_{equi}} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{ij}} & \frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar}^{i}\right)}{M_{ij}} & -\frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{ij}} & -\frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar}^{i} + k_{pneus}^{ij}\right)}{M_{ij}} & 0 & \frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{veh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(3. 11) - Matrice d'évolution du système linéarisé au point de fonctionnement

C'est la matrice d'observation qui va changer selon les configurations de capteurs. Pour calculer cette dernière, nous utilisons la définition suivante en fonction du nombre q de capteurs :

$$C^{obs} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{2_0}^{ij}} & \frac{\partial g_1(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{2_0}^{ij}} & \frac{\partial g_1(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{1_0}^{ij}} & \frac{\partial g_1(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{1_0}^{ij}} & \frac{\partial g_1(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{P}_0^{ij}} & \frac{\partial g_1(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{0_0}^{ij}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial g_q(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{2_0}^{ij}} & \frac{\partial g_q(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{2_0}^{ij}} & \frac{\partial g_q(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{1_0}^{ij}} & \frac{\partial g_q(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{1_0}^{ij}} & \frac{\partial g_q(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{P}_0^{ij}} & \frac{\partial g_q(\hat{X}_0^{ij}, U_0^{ij}, 0)}{\partial \hat{Z}_{0_0}^{ij}} \end{bmatrix}$$

Pour étudier l'observabilité du système, nous proposons de déterminer les valeurs singulières associées à la matrice d'observabilité pour avoir une idée de la répartition énergétique de l'état sur les mesures. On rappelle que le critère d'observabilité permet de savoir si à partir de la connaissance des entrées, des mesures et de l'état à un instant donné, il est possible de reconstituer l'état initial du système.

La transformation suivante permet donc de calculer les directions de l'espace d'état (combinaison linéaire des états) qui participent avec plus ou moins d'importance à la mesure. Cela permet également de savoir quelles sont les combinaisons linéaires des états du système qui engendrent la même mesure à partir de conditions initiales différentes. Cette étape permet en général de vérifier l'observabilité du système et de simplifier le modèle en effectuant le changement de base selon les directions de l'espace d'état observable. Cette transformation s'écrit :

$$Obs = USV^T = \{U_1 U_2\} \begin{bmatrix} S_{11} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \{V_1^T V_2^T\}$$

La matrice S_{11} est une matrice diagonale représentant les valeurs singulières par ordre décroissant. V_1 correspond aux directions de l'espace d'état correspondant aux valeurs singulières. Nous pouvons donc, pour chaque valeur singulière, associer la direction de l'espace d'état qui engendre cette équivalence énergétique dans la mesure. Nous donnerons ainsi dans la suite, pour chaque configuration, les valeurs singulières correspondant à la diagonale de S_{11} et les directions de l'espace d'état associées.

Enfin, pour nous permettre d'équilibrer les variables d'état (déplacement, vitesse, effort) d'un point de vue des unités, nous proposons d'effectuer le changement de base suivant en considérant les positions, les vitesses et l'effort de perturbation ramenées respectivement à 0,1 m ; 0,1 m/s et 2000 N. Ces valeurs correspondent à des mesures observées sur véhicule :

$$X_R = TX \Rightarrow X_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{0,1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0,1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{0,1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0,1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \hat{\dot{Z}}_2^{ij} \\ \hat{Z}_2^{ij} \\ \hat{\dot{Z}}_1^{ij} \\ \hat{Z}_1^{ij} \\ \hat{P}^{ij} \\ \hat{Z}_0^{ij} \end{Bmatrix}$$

Soit $X = T^{-1}X_R$ et $\dot{X} = T^{-1}\dot{X}_R$

Nous pouvons alors réécrire le système en considérant le vecteur d'état réduit :

$$\begin{cases} T^{-1}\Delta\dot{X}_R = A^{obs}T^{-1}\Delta X_R \\ \Delta Y = C^{obs}T^{-1}\Delta X_R \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta\dot{X}_R = TA^{obs}T^{-1}\Delta X_R \\ \Delta Y = C^{obs}T^{-1}\Delta X_R \end{cases}$$

La matrice d'observabilité réduite s'écrit donc :

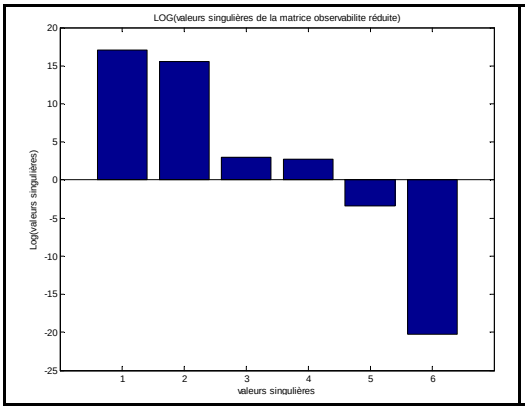
$$Obs_R = \left[C_R^{obs^T} \quad A_R^{obs^T} C_R^{obs^T} \quad ... \quad \left(A_R^{obs}\right)^{n-1^T} C_R^{obs^T} \right]^T$$

Avec $C_R^{obs} = C^{obs}T^{-1}$ et $A_R^{obs} = TA^{obs}T^{-1}$

3.5.1.1 Capteur de déplacement relatif uniquement

Dans cette configuration, on exploite uniquement le signal de déplacement relatif de la suspension. Dans ce cas, la matrice C_0^{obs} s'écrit $C_0^{obs} = \{0 \quad 1 \quad 0 \quad -1 \quad 0 \quad 0\}$

Nous pouvons ainsi calculer la matrice d'observabilité Obs_R, les valeurs singulières Vs et les directions associées dans l'espace d'état. La deuxième colonne correspond au vecteur associé à la 2ème valeur singulière. Il vient :



	Vs1	Vs2	Vs3	Vs4	Vs5	Vs6
$\hat{Z}_2^{ij}$	-0,041	-0,12	0,13	-0,98	0	-0,01
$\hat{Z}_2^{ij}$	0,09	-0,02	-0,77	-0,11	-0,25	0,58
$\hat{Z}_1^{ij}$	0,34	0,93	0,03	-0,12	0	-0,01
$\hat{Z}_1^{ij}$	-0,704	0,254	0,31	0,04	0,1	0,58
$\hat{P}^{ij}$	0	0	0,30	0,04	-0,95	0
$\hat{Z}_0^{ij}$	0,67	-0,22	0,46	0,06	0,15	0,58

Fig. 3. 3 – Valeurs singulières et projection associées au modèle absolu avec signal de déplacement relatif

Au regard des résultats précédents, on observe qu'il y a une valeur singulière dont la valeur est très éloignée des autres. Cela signifie qu'il y aura peu de différence d'un point de vue énergétique, entre les mesures engendrées par l'évolution du système à partir de conditions initiales différentes d'un vecteur colinéaire à Vs6. Ce vecteur correspond à $[0\ \lambda\ 0\ \lambda\ 0\ \lambda]^T$.

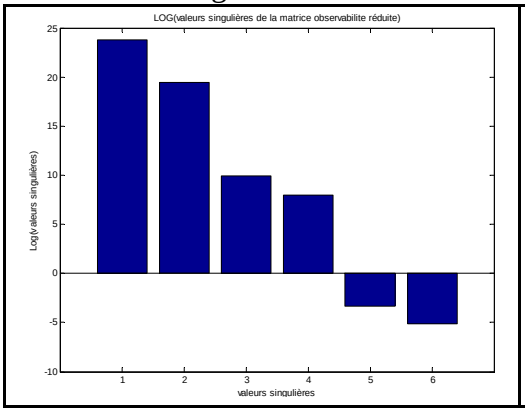
Cela signifie que si les états initiaux $\hat{Z}_2^{ij}(0), \hat{Z}_1^{ij}(0), \hat{Z}_0^{ij}(0)$ sont translatés d'une même quantité, il sera très difficile de reconstituer le vecteur d'état à partir de la mesure. On comprend aisément qu'il sera difficile d'estimer l'altitude absolue du système en connaissant uniquement le déplacement relatif de la roue par rapport au véhicule.

3.5.1.2 Capteur de déplacement relatif + Accéléromètre sur le véhicule

Dans cette configuration, on exploite le signal de déplacement relatif de la suspension ainsi que l'accéléromètre positionné sur le coin du véhicule. Pour cela nous pouvons utiliser l'équation relative à l'accélération sur le coin du véhicule. Nous avons donc réutilisé la première ligne de (3. 11). Dans ce cas, la matrice C_k^{obs} s'écrit à l'équilibre :

$$C_0^{obs} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{equi}} & -\frac{\left(k_{ress}^{ij}+k_{bar}^{i}\right)}{M_{equi}} & \frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{equi}} & \frac{\left(k_{ress}^{ij}+k_{bar}^{i}\right)}{M_{equi}} & \frac{1}{M_{equi}} & 0 \end{Bmatrix}$$

Les valeurs singulières associées au modèle réduit deviennent :



	Vs1	Vs2	Vs3	Vs4	Vs5	Vs6
$\hat{Z}_2^{ij}$	-0,01	-0,12	0	0,99	0	-0,01
$\hat{Z}_2^{ij}$	0,09	0	0,77	0,01	-0,24	0,58
$\hat{Z}_1^{ij}$	0,1	-0,99	-0,01	0,12	0	-0,01
$\hat{Z}_1^{ij}$	-0,74	-0,08	-0,31	0	0,1	0,58
$\hat{P}^{ij}$	0	0	-0,3	0	-0,95	0,01
$\hat{Z}_0^{ij}$	0,65	0,07	-0,46	0	0,15	0,58

Fig. 3. 4 - Valeurs singulières et projection associées au modèle absolu avec signal de déplacement relatif et accélération du véhicule

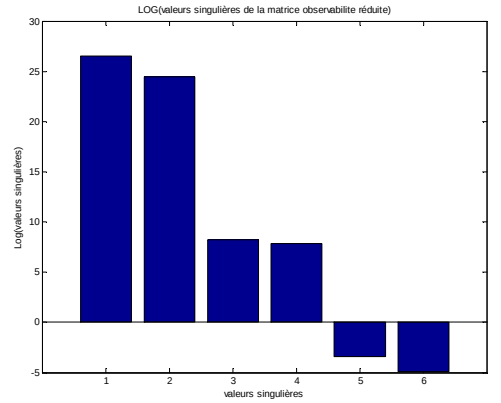
Nous pouvons observer le même résultat que pour la configuration précédente en ce qui concerne la dernière valeur singulière. Nous voyons apparaître la même direction $[0\ \lambda\ 0\ \lambda\ 0\ \lambda]^T$ de l'espace d'état. Néanmoins l'écart de cette valeur singulière par rapport aux autres a été réduit par l'introduction d'un accéléromètre sur le véhicule.

3.5.1.3 Capteur de déplacement relatif + Accéléromètre sur la roue

Dans cette configuration, on exploite le signal de déplacement relatif de la suspension ainsi que l'accéléromètre sur la roue. Pour cela nous pouvons utiliser l'équation relative à l'accélération de la roue. Nous avons donc réutilisé la troisième ligne de (3. 11). Dans ce cas, la matrice C_k^{obs} s'écrit :

$$C_0^{obs} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{ij}} & \frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar}^{i}\right)}{M_{ij}} & -\frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{ij}} & -\frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar}^{i} + k_{pneus}^{ij}\right)}{M_{ij}} & 0 & \frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} \end{Bmatrix}$$

Les valeurs singulières associées au système réduit deviennent :



	Vs1	Vs2	Vs3	Vs4	Vs5	Vs6
$\hat{Z}_2^{ij}$	-0,03	-0,12	-0,22	-0,97	0	0,01
$\hat{Z}_2^{ij}$	0,09	-0,02	0,75	-0,18	0,24	-0,58
$\hat{Z}_1^{ij}$	0,28	-0,95	-0,04	0,12	0	0,01
$\hat{Z}_1^{ij}$	-0,72	-0,21	-0,3	0,07	-0,1	-0,58
$\hat{P}^{ij}$	-0,01	0	-0,3	0,06	0,95	-0,01
$\hat{Z}_0^{ij}$	0,63	-0,19	-0,45	0,1	-0,15	-0,58

Fig. 3. 5 - Valeurs singulières et projection associées au modèle absolu avec signal de déplacement relatif et accélération de roue

Comme pour la configuration avec l'accéléromètre sur le véhicule, l'écart de la sixième valeur singulière a été réduit par rapport aux autres mais reste néanmoins présent et associé à la même direction de l'espace d'état.

L'analyse précédente ne permet pas de montrer que le système est complètement observable. On comprend intuitivement qu'il est difficile d'estimer les états absolus du système sans disposer d'une information sur une position absolue. Il est en effet difficile à partir d'un accéléromètre et d'un capteur de déplacement relatif de déterminer l'altitude et la vitesse absolue du système. L'analyse du vecteur associé à la direction de l'état permet de justifier ce phénomène. Cela pose donc le problème d'estimer les coordonnées absolues. Nous proposons, dans la partie suivante, de revoir l'écriture du modèle sous sa forme relative en exprimant les variables du véhicule par rapport aux roues et celles des roues par rapport au sol.

3.5.2 Modèle relatif

En observant de plus près les équations (3. 6) et (3. 5), on s'aperçoit que les efforts des suspensions et des pneumatiques agissant sur le système dépendent uniquement des variables d'état relatives, c'est-à-dire des variables du véhicule par rapport aux roues $\Delta\dot{Z}_{21}^{ij} = \left(\dot{Z}_2^{ij} - \dot{Z}_1^{ij}\right)$, $\Delta Z_{21}^{ij} = \left(Z_2^{ij} - Z_1^{ij}\right)$ et des roues par rapport au sol $\Delta\dot{Z}_{10}^{ij} = \left(\dot{Z}_1^{ij} - \dot{Z}_0^{ij}\right)$, $\Delta Z_{10}^{ij} = \left(Z_1^{ij} - Z_0^{ij}\right)$.Nous allons donc écrire l'équation d'évolution de l'accélération relative du véhicule par rapport à la roue sur un coin en considérant cette fois-ci la perturbation route comme étant la variable de déplacement relatif de la roue par rapport à la route :

$$
\begin{aligned}
\Delta\ddot{Z}_{21}^{ij} = & \begin{bmatrix}
-k_{ress}^{ij}\Delta Z_{21}^{ij}\left(1+\beta\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)^4\right) \\
-\left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right] \\
-\left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\frac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\frac{1+\tanh\left[-\tau\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)\right]}{2}\right] \\
+U_{act_ij} - k_{bar_i}\Delta Z_{21}^{ij} + P_k^{ij}
\end{bmatrix}\left(\frac{1}{m}+\frac{V_i^2}{4I_{xx}}+\frac{E_i^2}{I_{yy}}+\frac{1}{M_{ij}}\right) \\
& + \sum_{\substack{m=1,2 \\ mn\neq ij}}\sum_{n=1,2} F_{Sys}^{mn}\left(\frac{1}{m}+(-1)^{n+j}\frac{V_iV_m}{4I_{xx}}+(-1)^{m+i}\frac{E_iE_m}{4I_{yy}}+\frac{1}{M_{ij}}\right) \\
& + (-1)^{1+j}\frac{V_i}{2}\frac{\sum_{\substack{m=1,2 \\ mn\neq ij}}\sum_{n=1,2}(-1)^n k_{bar_m}\Delta Z_{21}^{ij}\frac{V_m}{2}}{I_{xx}} \\
& + (-1)^{1+j}\frac{M\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{y}_c H_{roul}^{abs}}{2V_i}\frac{\left(E_{tot}-E_i\right)}{E_{tot}}\frac{1}{M_{ij}} \\
& + (-1)^j\frac{V_i}{2}\frac{MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{y}_c}{I_{xx}} \\
& + (-1)^j\frac{V_i}{2}\frac{\left[I_{xz}\frac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt}\right]}{I_{xx}} \\
& - \frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}}\Delta Z_{10}^{ij} \\
& + \sum_{\substack{n=1,2 \\ n\neq j}}(-1)^n\frac{k_{bar_i}}{M_{ij}}\Delta Z_{21}^{in} \\
& (-1)^{i+1}\frac{E_iM.H_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{x}_c}{I_{yy}} \\
& (-1)^{i+1}\frac{ME_iH_{\tan g}^{abs}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{x}_c}{2E_{tot}^2M_{ij}}
\end{aligned}
$$

(3. 12) - Equation d'évolution de la variable relative véhicule / roue

Ainsi, nous pouvons réécrire la matrice d'évolution à l'état d'équilibre pour le modèle relatif continu. En considérant le nouveau vecteur d'état relatif $X_k^{ij} = \left\{\Delta\dot{Z}_{21_k}^{ij} \quad \Delta Z_{21_k}^{ij} \quad P_k^{ij} \quad \Delta Z_{10_k}^{ij}\right\}^T$. Dans la suite, nous avons réutilisé le modèle de perturbation associé au déplacement de la route mais en adaptant cette fois-ci la constante de temps à la variable d'écrasement du pneumatique. Il vient :

$$A_{rel_k}^{ij} = \left.\frac{\partial f_{rel}(X_k, U_k, V_k)}{\partial X_k}\right|_{(X_k, U_k, 0)}$$

$$A_{rel_k}^{ij} = \begin{bmatrix} -D_k\left(\Delta\dot{Z}_{21_k}^{ij}\right)\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) & \left(k_{ress}^{ij} + k_{bar_i}\right)\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) + \frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} & \frac{1}{M_{equi}} & -\frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{veh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

Nous allons maintenant étudier l'observabilité du système pour les trois configurations de capteurs précédentes. On propose donc d'étudier une solution économique sans ajouter de mesure supplémentaire, c'est-à-dire en utilisant uniquement le signal de déplacement relatif de la suspension. Ensuite, nous allons nous intéresser aux deux autres solutions exploitant également le signal de déplacement relatif et, selon les cas, le signal d'accélération de la roue ou celui du véhicule sur le coin considéré. De même que précédemment, nous allons étudier l'observabilité au point d'équilibre suivant :

$$X_0^{ij} = \left\{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right\}^T \text{ et } U_0^{ij} = 0$$

Pour nous permettre de conserver un ordre de grandeur plus ou moins similaire sur les valeurs singulières, on propose d'effectuer comme précédemment le changement de base T_R sur le vecteur d'état réduit :

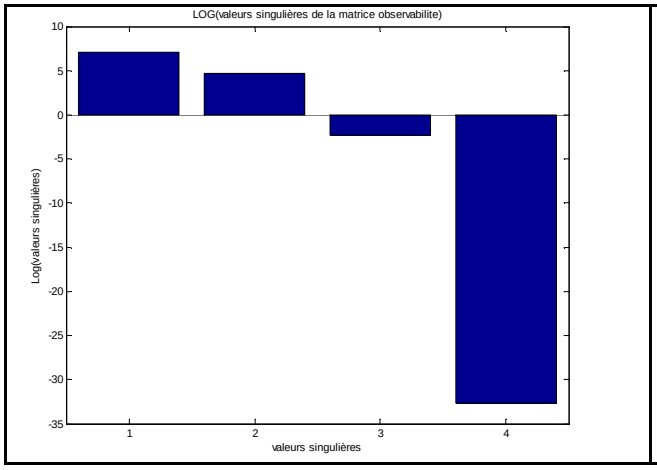
$$X_R = T_R X \Rightarrow X_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{0{,}1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{0{,}1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{0{,}1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\hat{\dot{Z}}_{21}^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{21}^{ij} \\ \hat{P}^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{10}^{ij} \end{Bmatrix}$$

3.5.2.1 Mesure du signal de déplacement relatif uniquement

Dans ce cas, la matrice d'observation C_k^{obs} s'écrit :

$$C_k^{obs} = \left\{0 \quad 1 \quad 0 \quad 0\right\}$$

Les valeurs singulières associées à la matrice d'observabilité réduite sont donc :



	Vs1	Vs2	Vs3	Vs4
$\Delta\hat{Z}_{21}^{ij}$	0,08	0,997	-0,01	0
$\Delta\hat{Z}_{21}^{ij}$	-0,16	0,02	0,99	0
$\hat{P}^{ij}$	0,01	0	0	-0,99
$\Delta\hat{Z}_{10}^{ij}$	-0,98	0,07	-0,16	-0,01

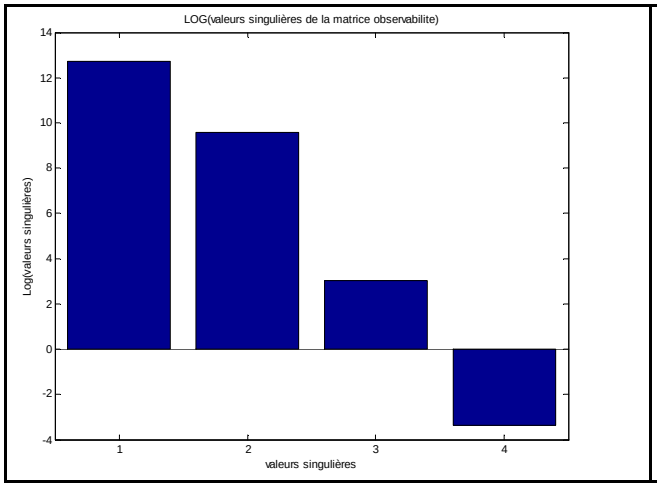
Fig. 3. 6 - Valeurs singulières et projection associées au modèle relatif avec signal de déplacement relatif

Cette configuration fait apparaître des difficultés par rapport à la variable d'état associée à la perturbation du véhicule. Son contenu énergétique dans la mesure est très faible.

3.5.2.2 Mesure du signal de déplacement relatif et d'accélération sur un coin du véhicule

Dans ce cas, la matrice C_k^{obs} s'écrit $C_k^{obs} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{equi}} & -\frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar_i}\right)}{M_{equi}} & \frac{1}{M_{equi}} & 0 \end{Bmatrix}$

Les valeurs singulières associées à la matrice précédente sont donc :



	Vs1	Vs2	Vs3	Vs4
$\Delta\hat{Z}_{21}^{ij}$	-0,07	0,998	-0,01	0
$\Delta\hat{Z}_{21}^{ij}$	0,16	0,02	0,93	-0,34
$\hat{P}^{ij}$	-0,01	0	-0,34	-0,94
$\Delta\hat{Z}_{10}^{ij}$	0,98	0,07	-0,15	0,05

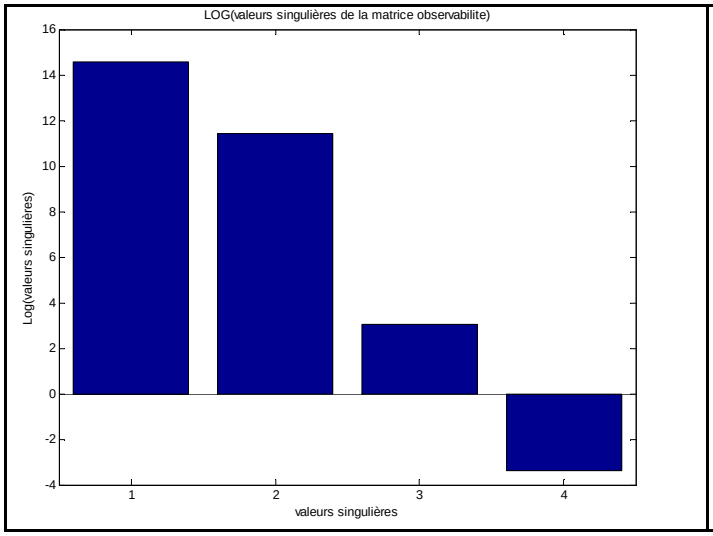
Fig. 3. 7 - Valeurs singulières et projection associées au modèle relatif avec signal de déplacement relatif et accélération du véhicule

Avec cette configuration, nous pouvons observer une moins grande disparité entre les valeurs singulières. En particulier, nous pouvons observer que la variable associée à la perturbation du véhicule intervient cette fois ci, d'un point de vue énergétique, dans les mesures.

3.5.2.3 Mesure du signal de déplacement relatif et d'accélération de la roue

Dans ce cas, la matrice C_k^{obs} s'écrit $C_k^{obs} = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\frac{\mu_{ij}^{equi}}{M_{ij}} & \frac{\left(k_{ress}^{ij} + k_{bar_i}\right)}{M_{ij}} & 0 & -\frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} \end{Bmatrix}$

Avec cette configuration, les valeurs singulières associées à la matrice précédente sont donc :



	Vs1	Vs2	Vs3	Vs4
$\Delta\hat{Z}_{21}^{ij}$	-0,07	-0,998	-0,01	0
$\Delta\hat{Z}_{21}^{ij}$	0,16	0,02	0,93	0,34
$\hat{P}^{ij}$	-0,01	0	-0,34	0,94
$\Delta\hat{Z}_{10}^{ij}$	0,98	0,07	-0,15	-0,05

Fig. 3. 8 - Valeurs singulières et projection associées au modèle relatif avec signal de déplacement relatif et accélération de la roue

De la même manière que précédemment, les disparités entre les valeurs singulières sont moins importantes que celles obtenues avec le capteur de déplacement relatif uniquement. La variable de perturbation sur le véhicule intervient bien d'un point de vue énergétique dans les mesures.

Les résultats précédents permettent de montrer l'intérêt d'utiliser un modèle relatif plutôt qu'un modèle absolu pour pouvoir observer une partie de l'état du système. Nous verrons dans le chapitre 4, pour chaque configuration, comment obtenir les variables absolues à partir des états relatifs estimés avec cette approche.

Par ailleurs, à partir de l'analyse des valeurs singulières pour les trois configurations, nous pouvons observer l'intérêt de rajouter un signal d'accélération pour pouvoir estimer plus précisément l'état du système et en particulier la perturbation en effort sur le véhicule puisqu'elle intervient de manière beaucoup plus importante dans la mesure.

Chapitre 4

Conception des filtres et résultats

Sommaire

4.1 Méthodologie 117
4.1.1 Essais réalisés 117
4.1.2 Signaux de référence 118
4.1.3 Critères d'évaluation 118
4.2 Définition des filtres 119
4.2.1 Modèle d'évolution 119
4.2.2 Modèle de bruit d'état 120
4.3 Configuration 1 – Capteurs standards uniquement 121
4.3.1 Matrice d'observation 121
4.3.2 Matrice de variance du bruit de mesure 122
4.3.3 Matrice de variance du bruit d'état 123
4.3.4 Description du filtre 124
4.3.5 Résultats 131
4.4 Configuration 2 - Capteurs standards et accéléromètres sur le véhicule 137
4.4.1 Matrice de variance du bruit de mesure 138
4.4.2 Matrice de variance du bruit d'état 139
4.4.3 Description du filtre 140
4.4.4 Résultats 144
4.5 Configuration 3 - Capteurs standards et accéléromètre sur les roues 150
4.5.1 Matrice de variance du bruit de mesure 151
4.5.2 Matrice de variance du bruit d'état 152
4.5.3 Description du filtre 152
4.5.4 Résultats 156
4.6 Comparaison des résultats 161
4.6.1 Résultats de l'essai de confort effectué sur banc 161
4.6.2 Résultats sur un essai de comportement issu des manœuvres du conducteur 164

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à trois configurations composées chacune de quatre filtres ayant la même structure pour chaque coin du véhicule. Ces trois configurations exploiteront les capteurs standards, disponibles sur le réseau du véhicule : les signaux de vitesse de lacet et d'accélération latérale et longitudinale. De plus nous allons considérer, pour ces trois configurations, les quatre capteurs de déplacement relatif des suspensions qui fourniront des mesures pour chaque filtre.

Nous allons dans un premier temps étudier une solution économique qui utilisera les capteurs standards uniquement puis nous étudierons une structure de filtre qui exploitera en plus des informations précédentes, les signaux d'accélérations issus des accéléromètres situés sur chaque coin du véhicule. La troisième structure de filtre s'intéressera quant à elle aux signaux standards et à ceux provenant des accéléromètres positionnés sur chacune des roues. Nous avons résumé ces trois configurations dans le tableau suivant :

	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
Signaux standards mesurés	Accélération latérale au centre de gravité Accélération longitudinale au centre de gravité Accélération de lacet 4 déplacements relatifs véhicule / roues 4 courants dans les amortisseurs 4 températures des amortisseurs		
Signaux spécifiques mesurés		4 accéléromètres sur le véhicule	4 accéléromètres de roues

Compte tenu de la similitude des filtres entre les différents coins du véhicule, nous présenterons uniquement les résultats des filtres sur un seul coin.

4.1 Méthodologie

4.1.1 Essais réalisés

Nous proposons de visualiser les résultats sur deux types d'essai distincts pour nous permettre de juger de la qualité des différentes configurations dans toutes les situations rencontrées par le véhicule. Les essais choisis sont :

- Un essai de type « confort », utilisé pour les phases de développement, dont les entrées route ont été mesurées sur un profil de référence. L'utilisation du banc avec entrée route a permis de réaliser cet essai et de mesurer l'effort normal du pneumatique sur le sol.

- Un essai de comportement permettant de solliciter le véhicule par l'intermédiaire des commandes du conducteur. Cet essai est réalisé à vitesse constante de 80 km/h avec une entrée en angle au volant sinusoïdale d'amplitude 40° et de fréquence variant de 0 à 2 Hz. Compte tenu des contraintes liées à la mise en œuvre des essais sur circuit, nous ne pourrons pas obtenir la mesure de l'effort normal au pneumatique.

4.1.2 Signaux de référence

Nous allons décrire ici les signaux utilisés pour tester et évaluer les différents filtres. Les signaux de référence utilisés pour le calcul des performances seront issus des mesures filtrées numériquement en post traitement par un filtre passe bas d'ordre 2 et dont la fréquence de coupure est égale à 60 Hz pour enlever le bruit de mesure sans introduire de déphasage ; l'objectif étant de conserver la phase et l'amplitude des signaux mesurés dans le domaine spectral qui nous intéresse (0-20 Hz).

Ces signaux mesurés correspondent au déplacement relatif de la suspension et à l'effort normal au pneumatique. En ce qui concerne la vitesse relative, nous ne disposons pas de mesure, et plutôt que de dériver le capteur de déplacement, nous proposons d'utiliser les deux accéléromètres positionnés sur le véhicule et la roue et d'intégrer la différence de ces deux signaux. Pour éviter la dérive basse fréquence induite par l'intégration de la composante continue du bruit de mesure sur les signaux d'accélération, nous proposons de réaliser sur ce signal, en post traitement, un filtrage passe haut d'ordre 1 et dont la fréquence de coupure est positionnée à 0,3 Hz.

Dans la suite, on appelle signaux de référence, ΔZ_{21_k}, $\Delta \dot{Z}_{21_k}$, F_{n_k}, $\dot{Z}_{2_k}$ et $\dot{Z}_{1_k}$ respectivement, le déplacement relatif, la vitesse relative du véhicule par rapport à la roue, l'effort normal du pneumatique sur le sol, la vitesse absolue du véhicule sur un coin et la vitesse absolue de la roue.

Les variables $\Delta \hat{Z}_{21_k}$, $\Delta \hat{\dot{Z}}_{21_k}$, $\Delta \hat{Z}_{10_k}$, $\hat{\dot{Z}}_{2_k}$ et $\hat{\dot{Z}}_{1_k}$ correspondent aux estimations issues du filtre.

4.1.3 Critères d'évaluation

Nous allons décrire ici la méthode utilisée pour tester et évaluer les différents filtres. Pour juger de la qualité des différentes estimations, on introduit les critères suivants qui permettent d'évaluer l'écart entre estimations et signaux de référence calculés précédemment. Pour nous permettre de quantifier en pourcentage ces écarts par rapport à l'amplitude du signal de référence, nous avons introduit les rapports suivants :

- Le critère associé au déplacement relatif $\varepsilon_{dr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta Z_{21_k} - \Delta \hat{Z}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta Z_{21_k}\right)^2}}\right]$
- Le critère associé à la vitesse relative $\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta \dot{Z}_{21_k} - \Delta \hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta \dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right]$
- Le critère associé à l'effort normal $\varepsilon_{en} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(F_{n_k} - k_{pneus} \cdot \Delta \hat{Z}_{10_k}\right)^2}{\sum_k \left(F_{n_k}\right)^2}}\right]$

- Le critère associé à la vitesse absolue du véhicule $\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \hat{\dot{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right]$
- Le critère associé à la vitesse absolue de la roue $\varepsilon_{\text{var}} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k} - \hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right]$

Plus l'estimation sera proche du signal de référence, plus le critère sera proche de 100%. Inversement, plus les écarts ramenés sur l'amplitude du signal de référence seront grands, plus le critère tendra vers 0.

Voici le schéma de principe de la méthodologie choisie pour évaluer la qualité des estimations :

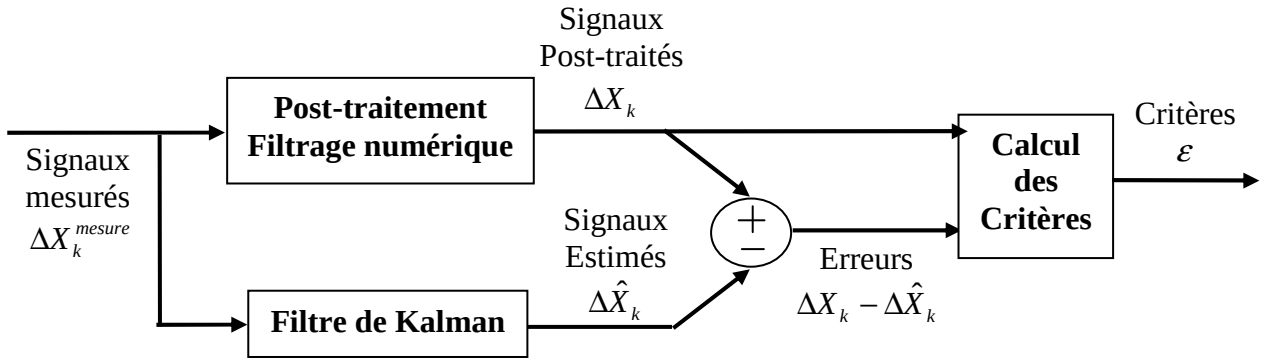


Fig. 4. 1 - Schéma de principe du post traitement réalisé pour l'évaluation des filtres

4.2 Définition des filtres

Les trois configurations de filtre utilisent un même modèle d'évolution, la différence résidant dans l'observation. Nous allons donc, dans un premier temps, écrire le modèle d'évolution dans sa forme discrète. Pour cela, nous allons utiliser les équations d'évolution associées au modèle relatif décrit dans le paragraphe 3.5.2. Par ailleurs, pour calculer l'estimation de l'état du système, nous utiliserons, en référence au schéma (3. 2), les signaux standards d'accélération de lacet, d'accélération latérale et longitudinale mesurées sur le véhicule. Dans l'élaboration du filtre, nous ne considérerons pas, pour le moment, les bruits sur ces mesures. Enfin, pour le calcul des efforts d'actionneurs et de suspension issus des trois autres coins ainsi que de l'action de la barre antiroulis du coin opposé, nous utiliserons les sorties estimées de déplacement et de vitesse relative provenant des autres filtres.

4.2.1 Modèle d'évolution

A partir de l'équation d'évolution, on calcule la matrice d'évolution nécessaire au calcul de l'algorithme.

$$\left(A_{rel_k}^{ij}\right)_d = I + T_e \left.\frac{\partial f_{rel}^{ij}\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, V_k^{ij}\right)}{\partial X_k^{ij}}\right|_{\left(X_k^{ij}, U_k^{ij}, 0\right)}$$

Pour faciliter son écriture, nous donnons son résultat transposé :

$$\left[\left(A^{ij}_{rel_k}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 1-T_e D_k\left(\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k}\right)\left(\frac{1}{M_{ij}}+\frac{1}{M_{equi}}\right) & T_e & 0 & 0 \\ T_e\left[k^{ij}_{ress}\left(1+\beta\left(\Delta Z^{ij}_{21_k}\right)^4\right)+k_{bar_i}\left(\frac{1}{M_{ij}}+\frac{1}{M_{equi}}\right)+\frac{T_e\, k^{ij}_{pneus}}{M_{ij}}\right. & 1 & 0 & 0 \\ \frac{T_e}{M_{equi}} & 0 & 1-\frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ -\frac{T_e\, k^{ij}_{pneus}}{M_{ij}} & 0 & 0 & 1-\frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

C'est ce dernier résultat que nous allons utiliser dans le calcul des algorithmes indépendamment des configurations de filtre choisies.

4.2.2 Modèle de bruit d'état

Compte tenu du modèle des bruits d'état considérés pour le filtre, la matrice $\left(B^{ij}_{rel_k}\right)_d$ s'exprime de la manière suivante :

$$\left(E^{ij}_{rel_k}\right)_d = \left.\frac{\partial f^{rel}_d(X_k,U_k,V_k)}{\partial V_k}\right|_{(X_k,U_k,0)}$$

On rappelle que les deux équations discrétisées associées aux bruits d'état sont :

$$\begin{cases} P^{ij}_{k+1} = \alpha_{veh} P^{ij}_k + (1-\alpha_{veh}) B^k_{vah} \\ \Delta Z^{ij}_{10_k+1} = \alpha_{route}\Delta Z^{ij}_{10_k} + (1-\alpha_{route}) B^k_{route} \end{cases}$$

On en déduit ainsi la matrice de bruit d'état suivante :

$$\left[\left(E^{ij}_{rel_k}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

La constante de temps choisie pour le modèle de bruit d'état associé à la perturbation sur la compression du pneumatique est $\tau_{route} = 0{,}01s$. La constante de temps choisie pour le modèle de perturbation en effort sur le véhicule correspond à $\tau_{veh} = 0{,}1\,\mathrm{s}$.

Nous définirons dans le chapitre suivant, en fonction des configurations de filtre, les variances associées à chacune de ces perturbations.

Nous allons maintenant détailler, pour chaque configuration de filtre, le modèle d'observation. Nous allons donc écrire les équations de mesures sous la forme $Y_k = g\left(X_k, U_k, W_k\right)$ et les matrices associées utilisées dans l'algorithme.

4.3 Configuration 1 – Capteurs standards uniquement

4.3.1 Matrice d'observation

Dans cette configuration nous utilisons uniquement les signaux de déplacement relatif roue/véhicule mesurés. La figure suivante permet de visualiser comment est intégré le capteur de déplacement sur le véhicule.

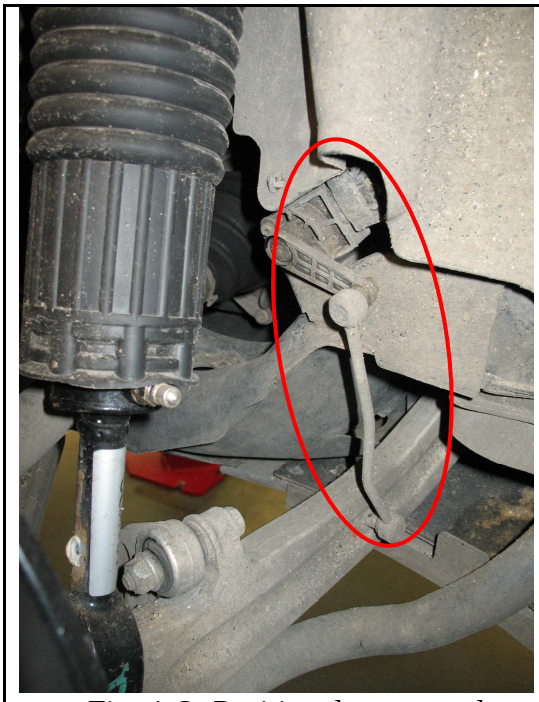


Fig. 4. 2 -Position du capteur de déplacement sur l'essieu avant

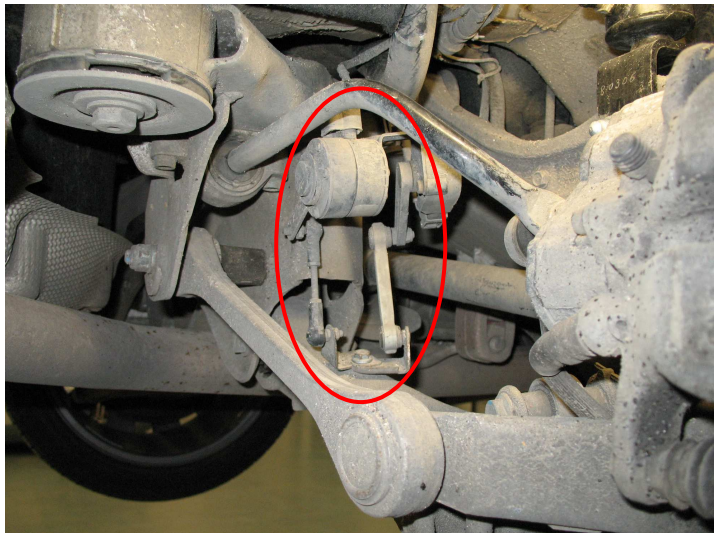


Fig. 4. 3 - Position du capteur de déplacement sur l'essieu arrière

Nous pouvons ainsi calculer la matrice d'observation autour du point de fonctionnement $\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}$

$$C_{rel_k+1}^{ij} = \left. \frac{\partial g^{rel}(X_{k+1}, U_{k+1}, W_{k+1})}{\partial X_{k+1}} \right|_{(\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}, 0)}$$

Il vient :

$$C_{rel_k+1}^{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On détermine également la matrice associée aux bruits de mesure :

$$F_{rel_k+1}^{ij} = \left. \frac{\partial g^{rel}(X_{k+1}, U_{k+1}, W_{k+1})}{\partial W_{k+1}} \right|_{(\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}, 0)}$$

Il vient :

$$F_{rel_k+1}^{ij} = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

4.3.2 Matrice de variance du bruit de mesure

Nous allons maintenant définir la matrice de variance du bruit de mesure R du signal de déplacement. Comme le montre le résultat ci-dessous, nous voyons apparaître un bruit de quantification de résolution q pour lequel on définit une variance telle que :

$$R_{dr} = \frac{q^2}{12}$$

Cette expression permet une bonne approximation du bruit de quantification par un bruit blanc de variance R_{dr} . Ceci est fondé en supposant un bruit uniforme entre $-\frac{q}{2}$ et $+\frac{q}{2}$.

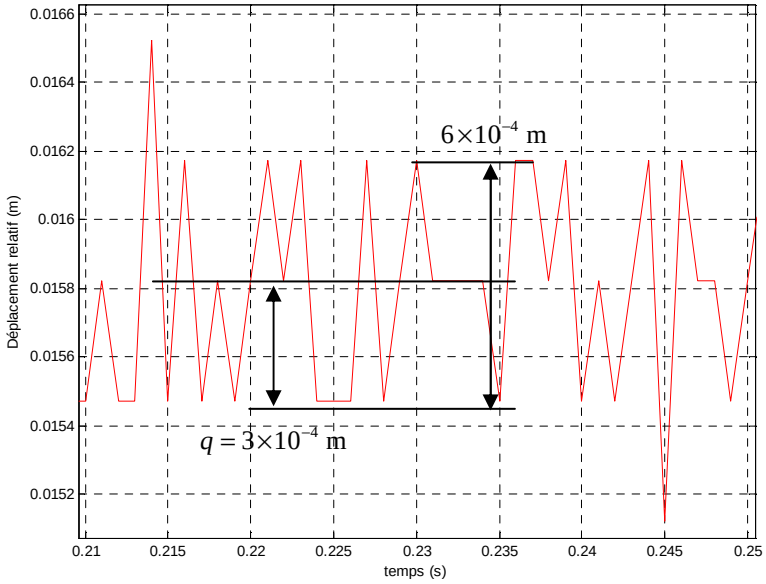


Fig. 4. 4 - Bruit de mesure sur le capteur de déplacement relatif

Sur le graphique précédent, le pas de quantification correspond à $3e^{-4}$ m . Cela provient du fait que les entrées analogiques des signaux de mesure des déplacements relatifs sont transformées par le convertisseur analogique / numérique avec 10 bits de résolution sur une plage totale de mesure de $0{,}3$ m $(0{,}5-4{,}5\,\mathrm{V})$. On en déduit alors la valeur de la variance $R_{dr} = \frac{q^2}{12} = 7{,}499\times10^{-9}\ \mathrm{m}^2$.

Néanmoins, on aperçoit la présence d'un bruit électrique introduit sur le signal juste avant la quantification. Ce bruit, d'amplitude supérieure à 4 mV, vient perturber le signal et augmente ainsi le niveau de bruit après la quantification. Le schéma ci-dessus permet de montrer que l'amplitude de quantification est doublée par rapport à la valeur d'origine. Nous avons ainsi fixé :

$$R_{dr} = 3\times10^{-8}\ \mathrm{m}^2$$

Par ailleurs, nous avons vu au chapitre 2.2.1, lors des essais sur banc dédié, que le traitement du signal pour obtenir la vitesse à partir de ce capteur admet un retard pur de l'ordre de 1 ms par rapport à la mesure de référence basée sur le signal de vitesse relative mesuré. Voici pourquoi nous utiliserons dans la suite le signal de référence de vitesse relative basé sur l'intégration de la différence des accéléromètres de roue et du véhicule pour évaluer les performances de l'estimation.

La matrice de variance finale des bruits de mesure s'écrit donc :

$$R_{mesures} = 3\times10^{-8}\ \mathrm{m}^2$$

4.3.3 Matrice de variance du bruit d'état

En ce qui concerne le bruit d'état sur l'écrasement du pneumatique (cf. 3.5.2), nous pouvons préciser qu'il évoluera en fonction du type de route. Néanmoins, nous allons considérer dans un premier temps une variance de bruit constante, suffisamment grande pour tenir compte de la majorité des situations rencontrées dans la durée de vie du véhicule. De la même manière le bruit d'état utilisant la perturbation du véhicule permet de rendre compte des erreurs de modélisation, d'approximation entre deux pas d'échantillonnage et des perturbations extérieures telles que les perturbations aérodynamiques.

Pour nous permettre de déterminer ces paramètres, nous proposons d'utiliser une méthode d'optimisation permettant de déterminer la matrice de variance du bruit d'état et dont l'objectif est de minimiser un critère sur l'erreur d'estimation de la vitesse relative. A partir d'acquisitions effectuées lors d'un essai sur route, nous avons réalisé plusieurs simulations en calculant pour chaque essai, le critère d'évaluation sur la vitesse relative :

$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k} - \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right]$$

Les résultats ci-dessous permettent de résumer, pour chaque valeur de variance testée, les différents critères obtenus :

Variance sur la perturbation « véhicule » / Variance sur la perturbation « écrasement du pneumatique »	1×10^{2}	1×10^{4}	1×10^{6}	1×10^{7}
1×10^{-6}	60,33	60,33	60,42	61,19
5×10^{-6}	66,81	66,81	66,81	66,9
1×10^{-5}	66,37	66,37	66,38	66,4
1×10^{-4}	50,99	50,99	50,99	50,99

Tableau 1- Calcul du critère d'évaluation de la vitesse relative pour plusieurs matrices de variance de bruit d'état

Nous avons donc obtenu la matrice suivante :

$$Q_{etats} = \begin{bmatrix} 1\times10^{7} & 0 \\ 0 & 5\times10^{-6} \end{bmatrix}$$

Nous avons vu au chapitre 3.3 que la variance de sortie du modèle de perturbation était différente de la variance du bruit blanc en entré. Nous pouvons donc recalculer la variance de la perturbation sur le véhicule ainsi que celle de l'écrasement du pneu. Il vient :

$$\Sigma^{ij}_{0_P^{ij}} = \frac{\left(1-\alpha_{veh}\right)^2}{1-\alpha_{veh}^2}\times 1\times 10^7 = 5\times 10^4 \text{ N}^2$$

$$\Sigma^{ij}_{0_\Delta Z_{ij}^{10}} = \frac{\left(1-\alpha_{route}\right)^2}{1-\alpha_{route}^2}\times 5\times 10^{-6} = 2{,}5\times 10^{-6} \text{ m}^2$$

Ces derniers résultats correspondent donc à un écart type de perturbation sur le véhicule de 3162 N et d'écrasement du pneumatique de 2,2 mm.

4.3.4 Description du filtre

4.3.4.1 Initialisation

On propose maintenant de décrire toutes les étapes du filtre. Nous connaissons avec une assez bonne précision les conditions initiales de l'état puisqu'elles apparaissent au moment du démarrage du véhicule. A cet instant nous pouvons considérer que le véhicule est à l'arrêt et la variable de vitesse relative est nulle. Par ailleurs, nous avons considéré l'étude des états autour des positions d'équilibre correspondant aux positions statiques du véhicule pour une masse nominale. Cette position correspond à la valeur zéro du signal de déplacement relatif. Enfin, les perturbations sont considérées comme nulles à l'instant initial. Il vient le vecteur d'initialisation suivant :

$$\hat{X}_0^{ij} = \{0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\}^T$$

Nous pouvons supposer que le véhicule peut admettre des mouvements dans la phase de démarrage : c'est le cas si une personne extérieure monte dans le véhicule au moment du démarrage. Dans un cas extrême, nous pouvons considérer une erreur de vitesse relative de l'ordre de 0,1 m/s. Cette dernière valeur permet de calculer la variance d'estimation $\Sigma^{ij}_{0_\Delta\dot{Z}_{ij}^{21}}$ sur l'état initial. Si l'on considère une loi « normale » de probabilité, il y a 99,8% de chance que la variable aléatoire se situe dans un intervalle centré autour de la moyenne et de largeur trois fois l'écart-type $3\sqrt{\Sigma^{ij}_{k_\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}}$. On peut alors calculer la variance sur l'état initial en vitesse relative. Il vient :

$$0{,}1 = 3\sqrt{\Sigma^{ij}_{0_\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}}$$

$$\Sigma^{ij}_{0_\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}} = \left(\frac{0{,}1}{3}\right)^2 = 1{,}111\times 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

On raisonne de la même manière concernant le déplacement relatif où l'on considère un déplacement maximum correspondant à la moitié de la course de suspension soit 0,15 m. De la même manière que précédemment, on obtient :

$$0{,}15 = 3\sqrt{\Sigma^{ij}_{0_\Delta Z_{21}^{ij}}}$$

$$\Sigma^{ij}_{0_\Delta Z_{21}^{ij}} = \left(\frac{0{,}15}{3}\right)^2 = 2{,}5\times 10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$$

Enfin, nous avons vu dans la partie 4.3.3 que les variances associées aux états P_k^{ij} et ΔZ_{10}^{ij} correspondaient respectivement à 5×10^4 N^2 et $2{,}5\times 10^{-6}$ m^2.

Nous pouvons donc écrire les conditions initiales du filtre :

$$\hat{X}_0^{ij} = \begin{Bmatrix} \Delta\hat{Z}_{21}^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{21}^{ij} \\ \hat{P}_k^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{10}^{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \Sigma_0^{ij} = \begin{bmatrix} 1{,}111\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}5\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2{,}5\times10^{-6} \end{bmatrix}$$

4.3.4.2 Mise à jour du modèle

Maintenant que les conditions initiales sont définies, il convient de calculer les matrices du modèle à l'instant $t = kT_e$ pour pouvoir calculer la mise à jour du gain du filtre.

- On reprend l'expression de la matrice d'évolution du système discrétisé puis, à partir des états estimés, on recalcule ses deux composantes non linéaires de raideur et d'amortissement :

$$\left[\left(A_k^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 1 - T_e D_k\left(\Delta\dot{Z}_{21_k}^{ij}\right)\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) & Te & 0 & 0 \\ T_e\left[k_{ress}^{ij}\left(1 + 5\beta\left(\Delta Z_{21_k}^{ij}\right)^4\right) + k_{bar}^{i}\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) + \frac{T_e\, k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}}\right] & 1 & 0 & 0 \\ \frac{T_e}{M_{equi}} & 0 & 1 - \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ -\frac{T_e\, k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} & 0 & 0 & 1 - \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(4. 1) - Mise à jour de la matrice d'évolution pour la configuration 1

- La matrice pondérant l'action du bruit d'état étant constante, il n'est pas nécessaire de la recalculer à chaque itération :

$$E^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(4. 2) - Matrice associée au bruit d'état pour la configuration 1

- La matrice de variance associée aux bruits d'état correspond à :

$$Q_{etats} = \begin{bmatrix} 1\times10^{7} & 0 \\ 0 & 5\times10^{-6} \end{bmatrix}$$

(4. 3) – Matrice de variance des bruits d'état pour la configuration 1

- Ensuite on calcule la matrice d'observation constante associée à cette configuration :

$$C^{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(4. 4) - Mise à jour de la matrice d'observation pour la configuration 1

- La matrice de bruit de mesure étant constante, il n'est pas non plus nécessaire de la réévaluer à chaque itération :

$$F = [1]$$

(4. 5) – Matrice des bruits de mesure pour la configuration 1

- La matrice de variance des bruits de mesure s'écrit :

$$R_{mesures} = \left[3\times10^{-8}\right]$$

(4. 6) – Matrice de variance des bruits de mesure pour la configuration 1

Nous calculons maintenant la prédiction sur l'état à partir de l'équation *(3. 12)* :

$$\begin{aligned}
\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k+1} &= \Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\ddot{Z}^{ij}_{21_k} \\
\Delta Z^{ij}_{21_k+1} &= \Delta Z^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k} \\
P^{ij}_{k+1} &= \alpha_{veh}P^{ij}_{k} \\
Z^{ij}_{0_k+1} &= \alpha_{route}Z^{ij}_{0_k}
\end{aligned}$$

(4. 7) – Equations de prédiction pour la configuration 1

4.3.4.3 Algorithme

A partir des étapes précédentes, *(4. 1)*, (4. 2), (4. 3), (4. 4), (4. 5), (4. 6), (4. 7), nous sommes en mesure de calculer l'algorithme de filtrage.

INITIALISATION

$$\hat{X}^{ij}_{0} = \begin{Bmatrix} \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{21} \\ \hat{P}^{ij}_{k} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{10} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \Sigma^{ij}_{0} = \begin{bmatrix} 1.111\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.5\times10^{-6} \end{bmatrix}$$

PREDICTION

$$\begin{cases}
\Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_k+1} = \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\hat{\ddot{Z}}^{ij}_{21_k} \\
\Delta\hat{Z}^{ij}_{21_k+1} = \Delta\hat{Z}^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_k} \\
\hat{P}^{ij}_{k+1} = \alpha_{veh}P^{ij}_{k} \\
\hat{Z}^{ij}_{0_k+1} = \alpha_{route}\hat{Z}^{ij}_{0_k}
\end{cases}$$

$$\Sigma^{ij}_{k+1|k} = \left[\left(A^{ij}_{k}\right)_d\right]\Sigma^{ij}_{k|k}\left[\left(A^{ij}_{k}\right)_d\right]^T + EQ_{états}E^T$$

ESTIMATION

$$\begin{cases}
K^{ij}_{k+1} = \left(\Sigma^{ij}_{k+1|k}C^{ij^T}\right)\left(C^{ij}\Sigma^{ij}_{k+1|k}C^{ij^T} + FRF^T\right)^{-1} \\
\hat{X}^{ij}_{k+1|k+1} = \hat{X}^{ij}_{k+1|k} + K^{ij}_{k+1}\left[Y^{ij}_{k+1} - g\left(\hat{X}^{ij}_{k+1|k}, U^{ij}_{k+1}, 0\right)\right] \\
\Sigma^{ij}_{k+1|k+1} = \left(I - K^{ij}_{k+1}C^{ij}\right)\Sigma^{ij}_{k+1|k}
\end{cases}$$

(4. 8) Algorithme utilisé pour la configuration 1

4.3.4.4 Calcul des vitesses absolues

Pour calculer les variables de vitesses absolues du véhicule, on propose de :

- Simuler le modèle du véhicule soumis uniquement aux manœuvres du conducteur (accélération latérale, longitudinale et de lacet). Ce modèle correspond au modèle de comportement (4. 9) défini ci-après. L'objectif étant de récupérer les composantes de vitesse et déplacement induites par ces manœuvres.

- Evaluer à partir des résultats précédents et des variables relatives estimées par le filtre de Kalman, les vitesses et déplacements induits uniquement par les écrasements des pneumatiques. On écrit alors :

$$\Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_estimée} = \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_comportement} - \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_confort}$$

- Calculer en utilisant le modèle de confort (4. 10), à partir de la connaissance de $\Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_confort}$ et $\Delta\hat{Z}^{ij}_{21_confort}$, la vitesse absolue du véhicule induite par l'écrasement du pneumatique lorsqu'il y a des entrées « route ».

- Déterminer la vitesse absolue du véhicule à partir de la somme des deux composantes :

$$\hat{Z}^{ij}_{2_estimée} = \hat{Z}^{ij}_{2_conportement} + \hat{Z}^{ij}_{2_confort}$$

Bien que le système soit non linéaire, on propose d'utiliser le principe de superposition pour calculer séparément et sommer la vitesse du véhicule induite par les manœuvres du conducteur $\hat{\dot{Z}}^{ij}_{2_conportement}$ et celle issue de l'écrasement du pneumatique $\hat{\dot{Z}}^{ij}_{2_confort}$. Nous allons ainsi calculer la vitesse absolue du véhicule sur un coin en utilisant les estimations précédentes de vitesse et déplacement relatif issues du filtre de Kalman ainsi qu'un modèle de comportement et de confort.

En référence à la Fig. 4. 5, nous allons maintenant définir ces deux modèles :

Modèle de comportement

Dans ce modèle (4. 9), nous ne considérerons pas la perturbation d'écrasement du pneumatique et nous supposons pour seules entrées du modèle l'accélération latérale, longitudinale et de lacet induites par les manœuvres du conducteur. Concernant le modèle d'actionneur, nous utilisons la commande de comportement uniquement ainsi que la vitesse relative issue de ce modèle. En première approximation, cette composante correspond à la vitesse du véhicule (3. 7). En effet, dans un souci de limitation des calculs, pour ce modèle, nous ne considérerons pas les équations associées aux dynamiques verticales des roues car leur impact est négligeable sur le véhicule. Nous modifions donc l'équation d'évolution de l'état absolu du véhicule de la manière suivante :

$$\ddot{Z}_2^{ij} = \left[\begin{array}{l} -\left[k_{ress}^{ij}\left(1+\beta\left(Z_2^{ij}\right)^4\right)+k_{bar}^{i}\right]Z_{ij}^2 \\ -\left[A_{1_ij}\left(Z_2^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\dfrac{Z_2^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\dfrac{1+\tanh\left[\tau\, Z_2^{ij}\right]}{2}\right] \\ -\left[A_{2_ij}\left(Z_2^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\dfrac{Z_2^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\dfrac{1+\tanh\left[-\tau\, Z_2^{ij}\right]}{2}\right] \\ +U_{act_ij}^{comp} \end{array}\right]\left(\frac{1}{m}+\frac{V_i^2}{4I_{xx}}+\frac{E_i^2}{I_{yy}}\right)$$

$$+\sum_{\substack{m=1,2\\mn\neq ij}}\sum_{n=1,2} F_{comp_Sys}^{mn}\left(\frac{1}{m}+(-1)^{n+j}\frac{V_iV_m}{4I_{xx}}+(-1)^{m+i}\frac{E_iE_m}{4I_{yy}}\right)$$

$$+(-1)^{1+j}\frac{V_i}{2}\frac{\sum_{\substack{m=1,2\\mn\neq ij}}\sum_{n=1,2}(-1)^n k_{bar}^m Z_2^{k_mn}\frac{V_m}{2}-I_{xz}\frac{d\dot{\psi}_{mesure}}{dt}+MH_{roul}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{y}_c}{I_{xx}}$$

$$+(-1)^i E_i\frac{-MH_{\tan g}\vec{\gamma}_a(G\in R_c/R_0)_{Rc}.\vec{x}_c}{I_{yy}}$$

(4. 9) – Equation du modèle de comportement utilisé pour l'estimation des variables absolues

Ce modèle permet ainsi d'extraire la vitesse du véhicule $\hat{\dot{Z}}_{2_conportement}^{ij}$ due aux manœuvres du conducteur.

Modèle de confort

Dans ce modèle (4. 10), nous ne considèrerons pas les entrées dues à l'accélération latérale, longitudinale et de lacet car nous ne voulons pas prendre en compte la dynamique induite lors des manœuvres du conducteur. Nous proposons d'exploiter la vitesse et le déplacement relatif dus uniquement aux entrées route. Pour obtenir ces variables, nous effectuons la différence entre la sortie du modèle de comportement et la sortie du filtre de Kalman.

Comme précédemment, pour des raisons de simplification des calculs, nous ne considèrerons pas de modèle d'évolution associé aux roues. Ainsi, nous utilisons l'équation suivante, issue de (3. 7) en considérant vitesse et déplacement relatifs comme entrées du modèle :

$$\ddot{Z}_2^{ij} = \left[\begin{array}{l} -\left[k_{ress}^{ij}\left(1+\beta\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)^4\right)+k_{bad}^{i}\right]\Delta Z_{21}^{ij} \\ -\left[A_{1_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{1_ij}\tanh\left(\dfrac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{1_ij}}\right)\right]\left[\dfrac{1+\tanh\left[\tau\,\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right]}{2}\right] \\ -\left[A_{2_ij}\left(\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right)+B_{2_ij}\tanh\left(\dfrac{\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}}{C_{2_ij}}\right)\right]\left[\dfrac{1+\tanh\left[-\tau\,\Delta\dot{Z}_{21}^{ij}\right]}{2}\right] \\ +U_{act_conf}^{ij} \end{array}\right]\left(\frac{1}{m}+\frac{V_i^2}{4I_{xx}}+\frac{E_i^2}{I_{yy}}\right)$$

$$+\sum_{\substack{m=1,2\\mn\neq ij}}\sum_{n=1,2} F_{Sys}^{mn}\left(\frac{1}{m}+(-1)^{n+j}\frac{V_iV_m}{4I_{xx}}+(-1)^{m+i}\frac{E_iE_m}{4I_{yy}}\right)$$

(4. 10) - Equation du modèle de confort utilisé pour l'estimation des variables absolues

Ce modèle permet ainsi d'extraire la vitesse du véhicule $\hat{\dot{Z}}_{2_confort}^{ij}$ due aux écrasements des pneumatiques.

Le schéma suivant permet d'avoir une vision globale de la structure d'estimation:

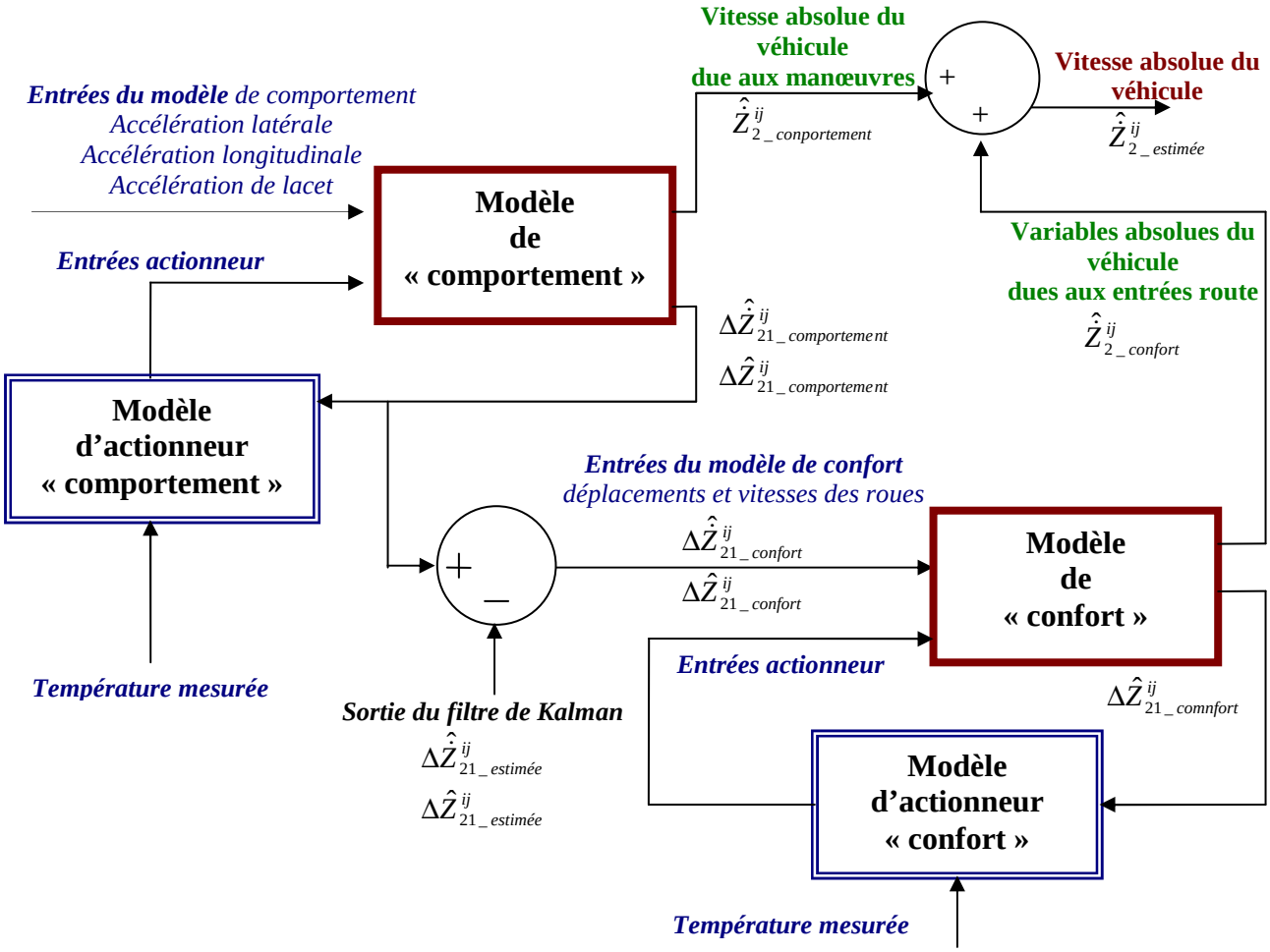


Fig. 4. 5 – Schéma de la structure d'estimation des vitesses absolues du véhicule

Nous proposons également de rajouter en sortie de la structure précédente, un filtre passe haut d'ordre 1 permettant de filtrer les perturbations basse fréquence induites par l'intégration du bruit sur les signaux. La fréquence de coupure de ce filtre a été positionnée à 0,2 Hz. On rajoute également un filtre passe bas d'ordre 2 permettant d'éliminer le bruit haute fréquence. Ce filtre admet une résonance à 3 Hz avec un amortissement de 0,4 pour éviter de déphaser le mode du véhicule qui nous intéresse.

Enfin, pour déterminer la vitesse absolue de la roue, on propose d'extraire la vitesse relative due aux entrées route uniquement $\Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_confort}$ et de supposer qu'elle est égale à la vitesse de la roue. Néanmoins, pour éviter les dérives basse fréquences induites par les imprécisions des modèles, on propose de rajouter un filtre passe haut d'ordre 1 admettant une fréquence de coupure à 0,3 Hz. Pour éliminer le bruit haute fréquence, on rajoute également un filtre passe bas d'ordre 1 dont la fréquence de coupure est à 100 Hz.

Le schéma suivant permet de visualiser le traitement des signaux :

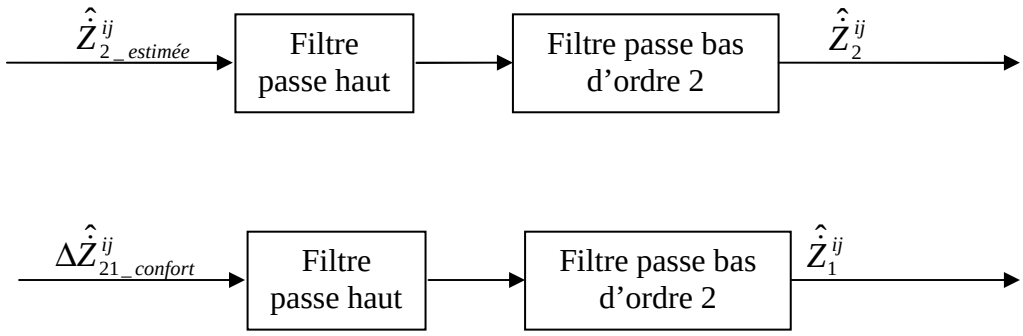


Fig. 4. 6 – Schéma du filtrage utilisé pour l'estimation des variables absolues

4.3.5 Résultats

Nous allons maintenant tracer les résultats d'estimation donnés par le filtre sur un coin du véhicule à l'avant gauche. Nous proposons de donner les résultats avec pour chaque variable, le calcul du critère de performance.

4.3.5.1 Essai sur banc avec entrées route

- Estimation du déplacement relatif véhicule / roue :

Les résultats suivants permettent de montrer une bonne estimation du déplacement relatif dans une situation où le véhicule est continuellement soumis à des perturbations provenant de la route. L'estimation permet de réduire le niveau de bruit par rapport au signal de référence.

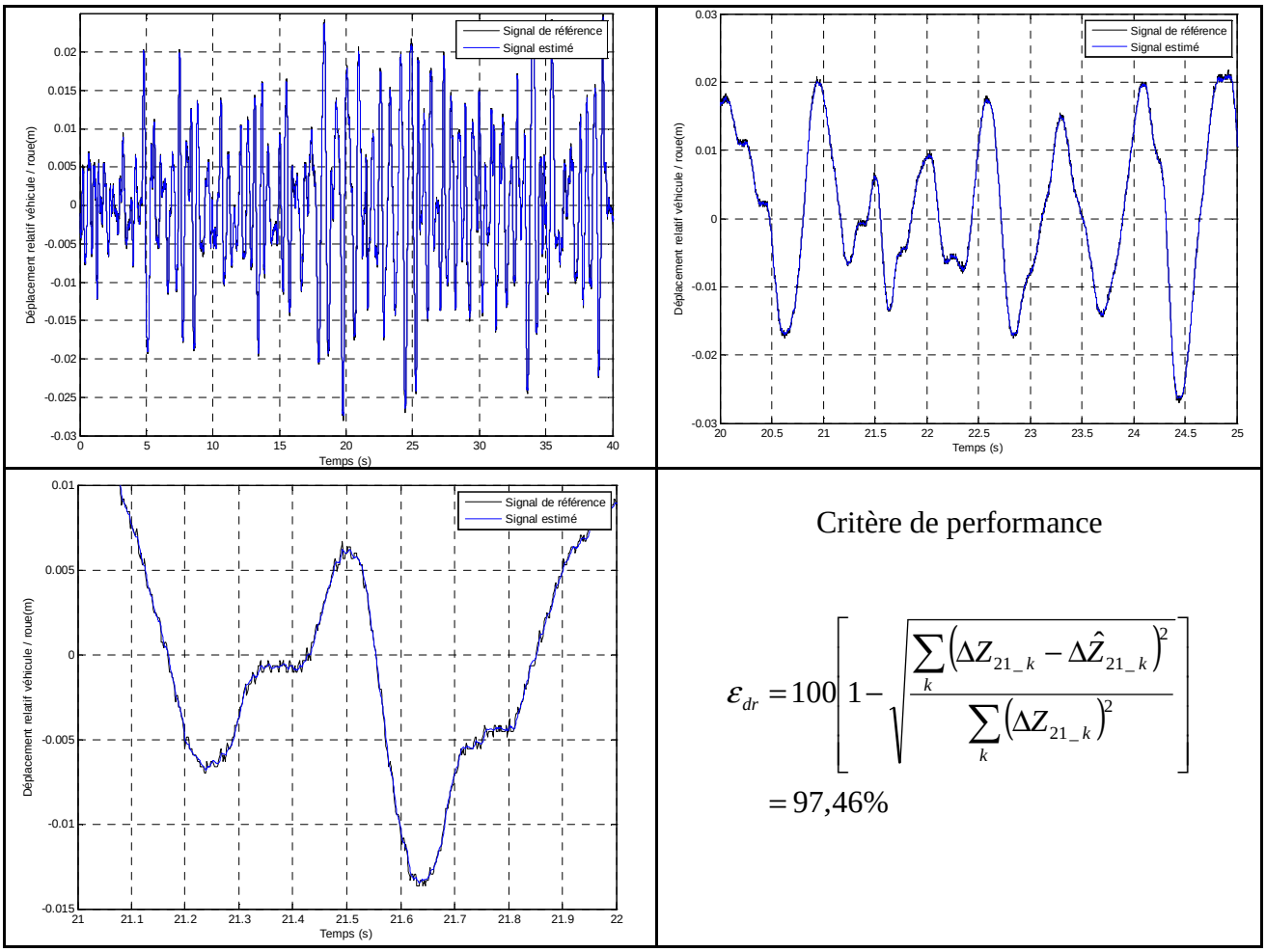


Fig. 4. 7 - Résultats de l'estimation du déplacement relatif avec la configuration 1

- Estimation de la vitesse relative véhicule / roue :

Les résultats suivants permettent de montrer une estimation correcte de la vitesse relative sur ce type de route. Le déphasage et le niveau de bruit restent cohérents avec la dynamique et la sensibilité du système de commande. Néanmoins, on voit apparaître des erreurs d'amplitude de l'ordre de 0,03 m/s.

On remarque que par rapport au signal utilisé aujourd'hui (la dérivée « composant »), le signal estimé est plus bruité. Cela provient essentiellement du fait que cette dérivée « composant » est quantifiée après l'opération de dérivation analogique, contrairement à l'estimation qui elle, dérive le signal de déplacement quantifié par le Convertisseur Analogique / Numérique.

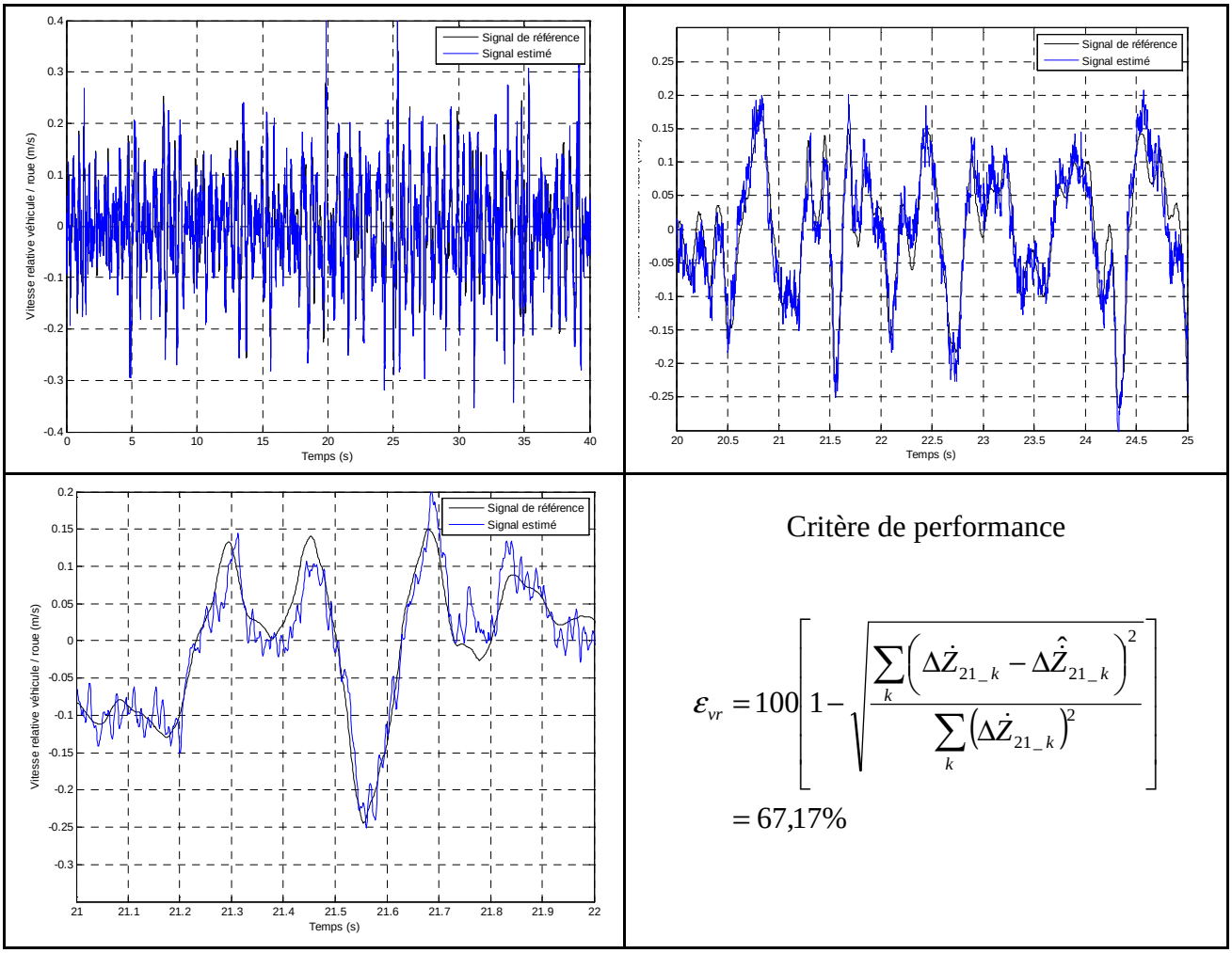


Fig. 4. 8 - Résultats de l'estimation de la vitesse relative avec la configuration 1

- Estimation de l'effort normal au pneumatique :

Cette estimation est le résultat du produit du déplacement roue / sol par la raideur du pneumatique. Elle permet d'avoir une idée approximative du niveau d'effort mais admet des erreurs d'amplitude principalement lors des phases de détente du pneumatique. Le déphasage introduit est parfois important et peut-être néfaste au contrôle dynamique du pneumatique.

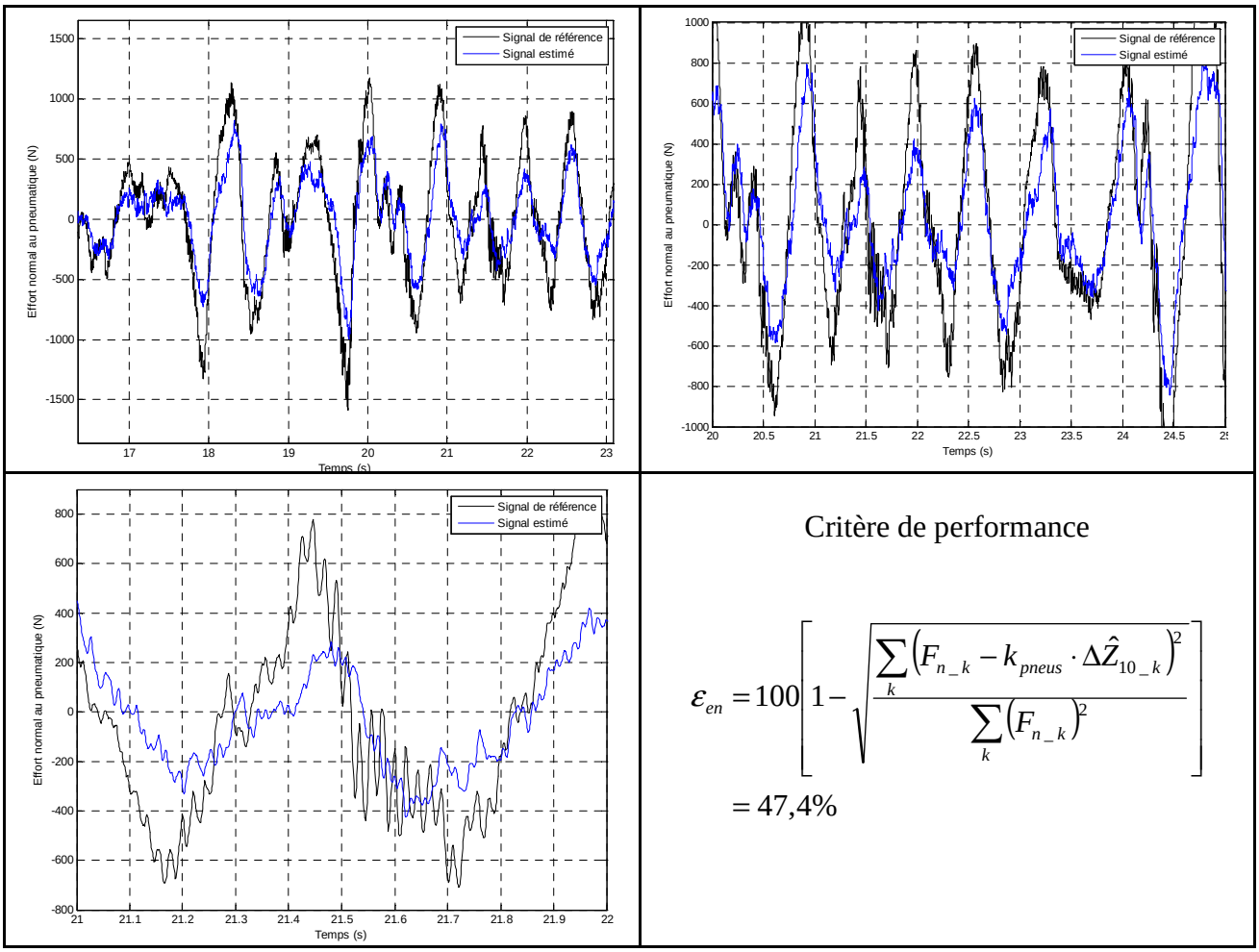


Fig. 4. 9 - Résultats de l'estimation de l'effort normal au pneumatique avec la configuration 1

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule :

L'estimation de la vitesse absolue du véhicule permet d'avoir une idée sur ses mouvements mais admet des erreurs d'amplitude et de phase, qui peuvent aller à l'encontre de la commande en confort souhaitée. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \hat{\dot{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right] = 18{,}3\%$$

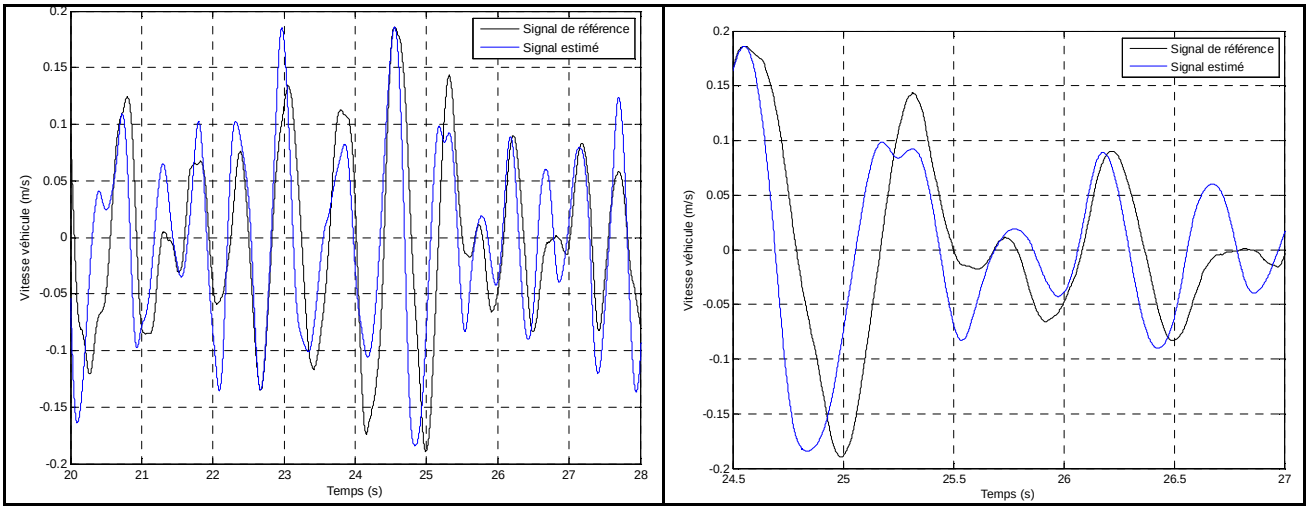


Fig. 4. 10 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue du véhicule avec la configuration 1

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

L'estimation de la vitesse absolue de la roue est correcte sur le mode de résonance (~12 Hz) mais il y a des erreurs d'amplitude dans le domaine des basses fréquences (2-4 Hz). Cette estimation admet également un niveau de bruit haute fréquence d'amplitude 0,02 m/s. Néanmoins, cela reste faible au regard des vitesses de roue que l'on peut obtenir lors d'impact ou dans le cas de routes dégradées. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{\text{var}} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k} - \hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right] = 20{,}3\%$$

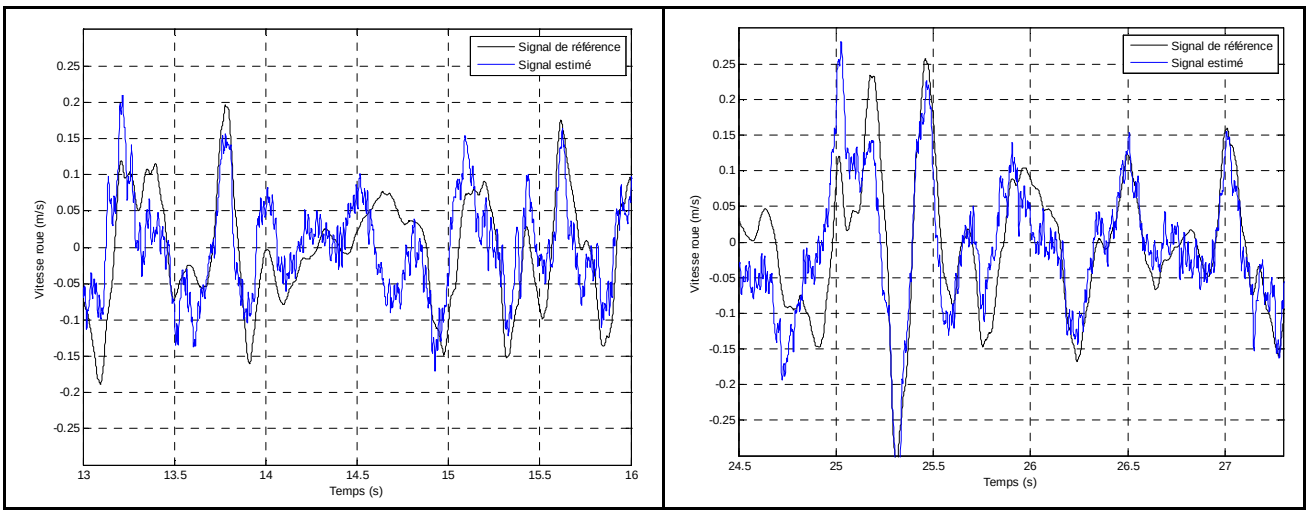


Fig. 4. 11 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue roue avec la configuration 1

4.3.5.2 Essai sur piste avec entrées issues du conducteur

- Estimation du déplacement relatif :

L'estimation du déplacement est correcte en termes d'amplitude et de phase. Lors de cet essai, le contenu spectral du signal se situe essentiellement autour d'une fréquence allant de 1 à 2 Hz. Sur cette manœuvre, nous avons calculé le critère de performance suivant :

$$\varepsilon_{dr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta Z_{21_k} - \Delta \hat{Z}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta Z_{21_k}\right)^2}}\right] = 98{,}2\%$$

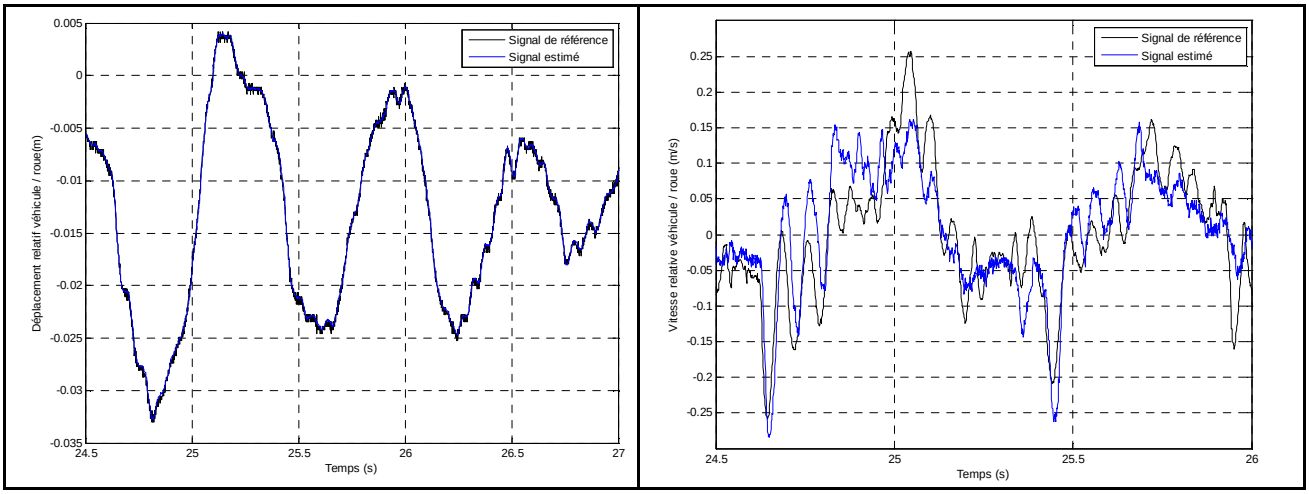


Fig. 4. 12 - Résultats de l'estimation du déplacement relatif sur un essai de comportement avec la configuration 1

- Estimation de la vitesse relative :

L'estimation de la vitesse relative se dégrade légèrement et le déphasage augmente par rapport au signal de référence. Les amplitudes basses fréquences sont respectées mais la dynamique des roues est parfois sous-estimée. Les amplitudes des signaux sont encore une fois faibles et les erreurs d'estimation peuvent atteindre 0,1 m/s. Nous avons calculé le critère suivant :

$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta \dot{Z}_{21_k} - \Delta \dot{\hat{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta \dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right] = 20{,}3\%$$

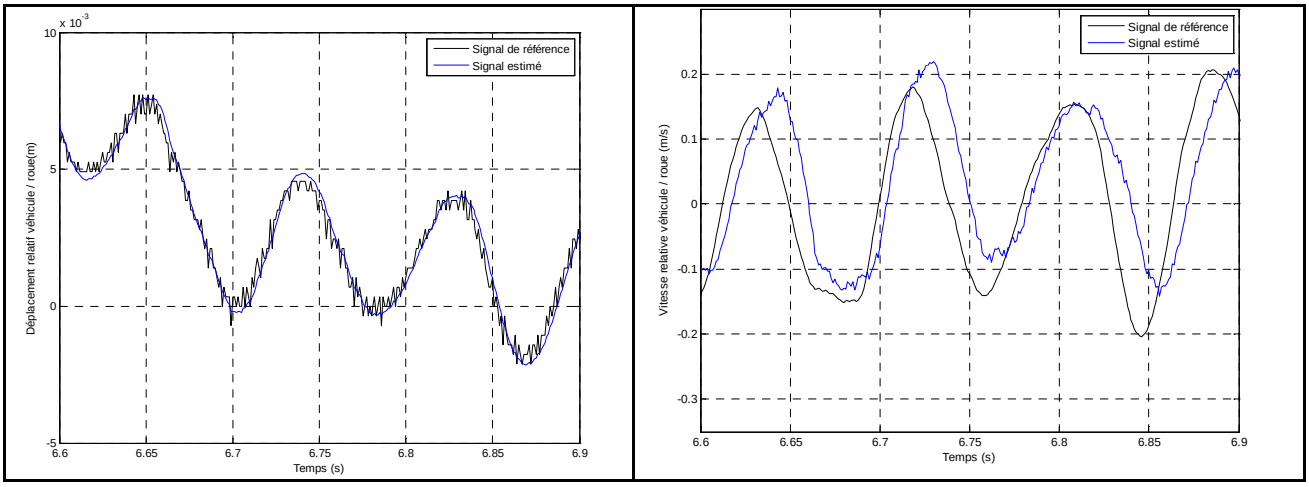


Fig. 4. 13 - Résultats de l'estimation de la vitesse relative sur un essai de comportement avec la configuration 1

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule :

Lors de manœuvres dynamiques, l'estimation de la vitesse absolue du véhicule reste acceptable dans une plage dynamique allant de 1 à 2 Hz mais admet des dérives basses fréquences (<1 Hz) et une atténuation des hautes fréquences (>3 Hz) qui peuvent réduire les performances de filtrage du système. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \hat{\dot{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right] = 7{,}5\%$$

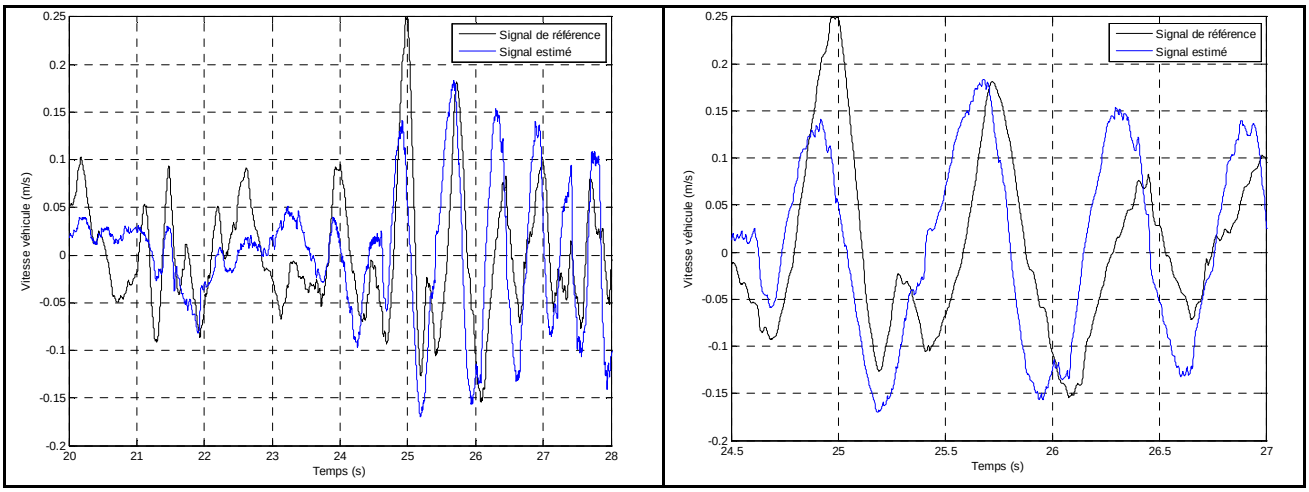


Fig. 4. 14 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue du véhicule sur un essai de comportement avec la configuration 1

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

Lors de manœuvres dynamiques l'estimation de la vitesse roue reste bonne dans le domaine haute fréquence (~12 Hz) et haute amplitude mais se dégrade dans le domaine basse fréquence avec des dérives pouvant aller jusqu'à 0,1 m/s d'erreur. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{var} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k} - \hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right] = 14{,}4\%$$

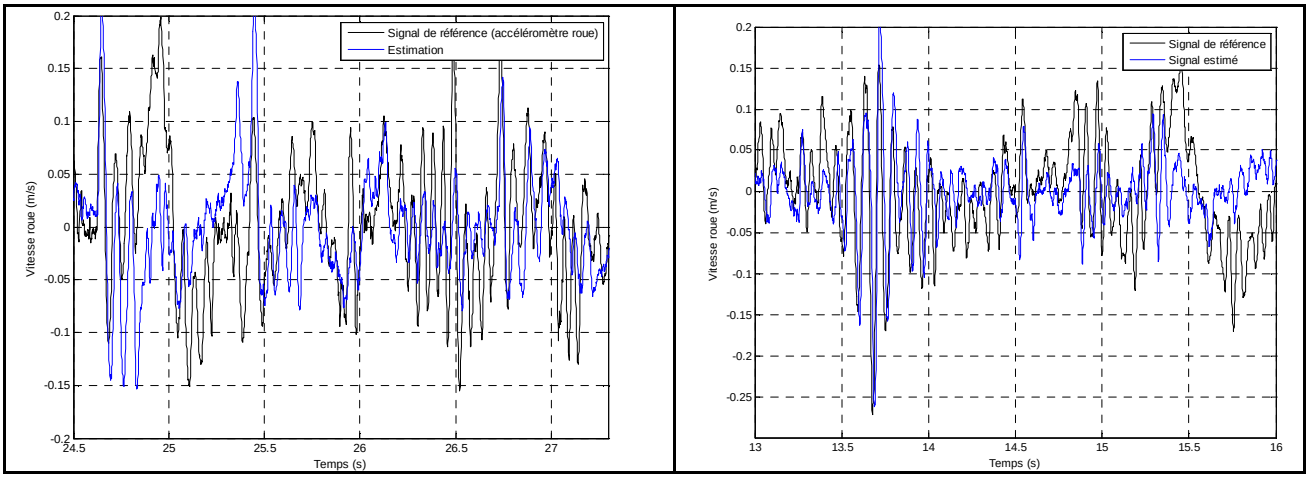


Fig. 4. 15 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue de la roue sur un essai de comportement avec la configuration 1

4.4 Configuration 2 - Capteurs standards et accéléromètres sur le véhicule

Dans cette configuration, nous utiliserons les signaux standards ainsi que ceux issus des accéléromètres positionnés sur chaque coin du véhicule à la verticale de la roue. La figure suivante permet de montrer comment sont positionnés les accéléromètres sur le véhicule :

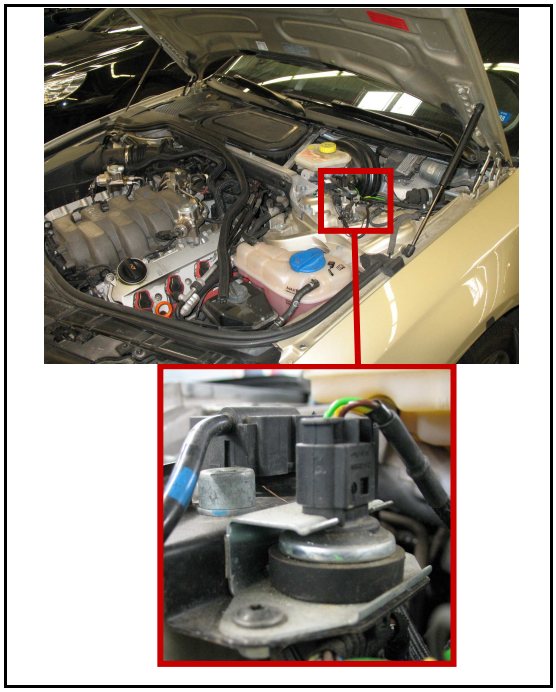


Fig. 4. 16 - Localisation des accéléromètres sur le véhicule

Les capteurs utilisés pour cette étude ont une plage de mesure de ±2 g et une sensibilité de 1 V/g sur une plage 0,5-4,5 V. Le **C**onvertisseur **A**nalogique / **N**umérique utilisé convertit le signal sur 10 bits de résolution avec une fréquence d'acquisition de 1 kHz.
Pour écrire la matrice d'observation, nous pouvons reprendre l'équation d'évolution (3. 7) associée à l'accélération sur un coin du véhicule. Nous pouvons ainsi écrire :

$$\begin{cases} Y_{1_k}^{ij} = \Delta Z_{21_k}^{ij} + W_{1_k}^{ij} \\ Y_{2_k}^{ij} = \ddot{Z}_{2_k}^{ij} + W_{2_k}^{ij} \end{cases}$$

Nous calculons maintenant la matrice d'observation en fonction des états relatifs :

$$C_{rel_k+1}^{ij} = \left. \frac{\partial g^{rel}\left(X_{k+1}, U_{k+1}, W_{k+1}\right)}{\partial X_{k+1}} \right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}, 0\right)}$$

Il vient :

$$C_{rel_k+1}^{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\dfrac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k+1|k}^{ij}\right)}{M_{equi}} & -\dfrac{k_{ress}^{ij}\left(1+5\beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k+1|k}^{ij}\right)^4\right) - k_{bar}^{i}}{M_{equi}} & \dfrac{1}{M_{equi}} & 0 \end{bmatrix}$$

De la même manière que pour le modèle d'évolution, on calcule cette fois ci la matrice associée aux deux bruits de mesure :

$$F_{rel_k+1}^{ij} = \left. \frac{\partial g^{rel}\left(X_{k+1}, U_{k+1}, W_{k+1}\right)}{\partial W_{k+1}} \right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}, 0\right)}$$

Il vient :

$$F_{rel}^{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4.4.1 Matrice de variance du bruit de mesure

Nous allons maintenant définir la matrice de variance du bruit de mesure R du signal d'accélération véhicule mesuré. Comme le montre le résultat ci-dessous, nous voyons apparaître une perturbation dont la fréquence dépend du régime moteur. En effet nous pouvons vérifier que compte tenu du nombre de pistons présents dans le moteur, du régime et du type de moteur (4 temps), nous pouvons recalculer le nombre d'explosions et ainsi déterminer la fréquence d'excitation visible sur le signal d'accélération mesuré.

Notre véhicule d'essai dispose d'un moteur 4 temps, avec 6 cylindres. Cela signifie qu'il faut 2 tours au moteur pour obtenir une combustion par cylindre. Cela veut donc dire qu'en 1 tour, il y a eu 3 explosions générées par le moteur. Le régime moteur N, disponible sur le réseau CAN du véhicule, permet de savoir à combien de tours par minute tourne le moteur. Nous pouvons ainsi recalculer la fréquence des explosions :

$$f_{\exp}(N) = \frac{3N}{60}$$

Nous pouvons donc vérifier qu'au régime ralenti du véhicule (sans action sur la pédale d'accélérateur), nous retrouvons bien la fréquence de la perturbation. Dans le cadre de cette acquisition le véhicule tournait à $N \approx 700$ tr/min soit une fréquence de $f_{\exp} \approx 35Hz$. Cette évaluation permet bien de confirmer la fréquence de bruit mesurée pour une période d'oscillation de $\approx 0{,}028$ s. En effet, $f_{mesure} \approx \frac{1}{0{,}028} \approx 35{,}7$ Hz

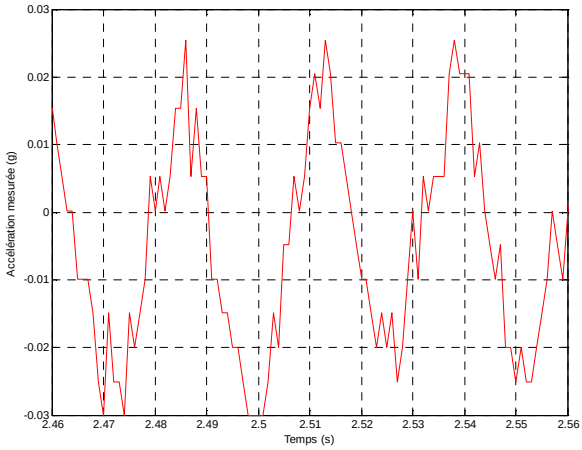


Fig. 4. 17 - Bruit de mesure sur l'accéléromètre véhicule (en g)

Compte tenu du fait que l'accélération mesurée par l'accéléromètre présente des composantes spectrales bien supérieures à la bande passante du système que l'on cherche à estimer, nous avons choisi de considérer, dans un premier temps de ne pas modéliser ces perturbations et de n'introduire qu'un bruit de mesure blanc. De plus, nous pouvons remarquer que l'amplitude de ces perturbations liées au régime moteur est relativement faible par rapport aux accélérations subies par le système. Nous verrons que cette approximation est suffisante. Néanmoins, à l'avenir, il pourra être intéressant de spécifier un modèle de bruit présentant une composante harmonique dont la fréquence d'oscillation dépend du régime moteur. Ainsi, nous avons spécifié une variance de bruit :

$$R_{av} = \left(\frac{0{,}3}{3}\right)^2 \text{ m}^2\text{s}^{-4}$$

$$R_{av} = 1\times10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-4}$$

Nous pouvons ainsi donner le résultat de la matrice de variance des bruits de mesure :

$$R_{mesures} = \begin{bmatrix} 1\times10^{-2} & 0 \\ 0 & 3\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

4.4.2 Matrice de variance du bruit d'état

De la même manière que précédemment, nous avons réalisé plusieurs simulations pour déterminer la matrice de variance permettant d'obtenir le meilleur critère d'évaluation sur la vitesse relative :

$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k} - \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right]$$

Les résultats ci-dessous permettent de résumer pour chaque valeur de variance testée, les différentes valeurs de critères obtenues :

Variance sur la perturbation véhicule / Variance sur la perturbation route	1×10^{4}	5×10^{4}	1×10^{6}	5×10^{6}	1×10^{7}
1×10^{-6}	48,25	50,88	57,27	57,98	57,95
5×10^{-6}	46,59	51,73	64,5	66,26	66,22
1×10^{-5}	41,49	47,87	64,32	66,73	66,7
1×10^{-4}	9,98	18,45	50,65	56,8	56,7

Tableau 2- Calcul du critère d'évaluation de la vitesse relative pour plusieurs matrices de variance de bruit d'état

Nous avons donc obtenu la matrice suivante :

$$Q_{etats} = \begin{bmatrix} 5\times10^{6} & 0 \\ 0 & 1\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

De la même manière que précédemment, nous pouvons recalculer la variance de la perturbation sur le véhicule ainsi que celle de l'écrasement du pneu. Il vient :

$$\Sigma^{ij}_{0_P^{ij}} = \frac{\left(1-\alpha_{veh}\right)^2}{1-\alpha_{veh}^2}\times5\times10^{6} = 2{,}5\times10^{4}\ \mathrm{N}^2$$

$$\Sigma^{ij}_{0_\Delta Z^{10}_{ij}} = \frac{\left(1-\alpha_{route}\right)^2}{1-\alpha_{route}^2}\times1\times10^{-5} = 5\times10^{-7}\ \mathrm{m}^2$$

Ces derniers résultats correspondent à un écart type de perturbation sur le véhicule de 150 N et de déplacement route de 0,7 mm.

4.4.3 Description du filtre

4.4.3.1 Initialisation

L'étape d'initialisation reste la même que pour la configuration 1 en ce qui concerne les variables de vitesse et déplacement relatifs. Pour le choix des variances initiales associées à la perturbation du véhicule et à l'écrasement du pneumatique, nous utilisons les valeurs calculées précédemment (cf. 4.4.2). On écrit donc :

$$\hat{X}^{ij}_{0} = \begin{Bmatrix} \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{21} \\ \hat{P}^{ij}_{k} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{10} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \Sigma^{ij}_{0} = \begin{bmatrix} 1{,}111\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}5\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}5\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5\times10^{-7} \end{bmatrix}$$

4.4.3.2 Mise à jour du modèle

Maintenant que les conditions initiales sont définies, il convient de calculer les matrices du modèle à l'instant $t = kT_e$ pour pouvoir calculer la mise à jour du gain du filtre.

- Pour cela, on reprend l'expression de la matrice d'évolution du système discrétisé puis, à partir des états estimés, on recalcule ses deux composantes non linéaires de raideur et d'amortissement :

$$\left[\left(A_k^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 1 - T_e D_k\left(\Delta\dot{Z}_{21_k}^{ij}\right)\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) & Te & 0 & 0 \\ T_e\left[k_{ress}^{ij}\left(1 + 5\beta\left(\Delta Z_{21_k}^{ij}\right)^4\right) + k_{bar}^{i}\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) + \frac{T_e\, k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}}\right. & 1 & 0 & 0 \\ \frac{T_e}{M_{equi}} & 0 & 1 - \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ -\frac{T_e\, k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} & 0 & 0 & 1 - \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(4. 11) - Mise à jour de la matrice d'évolution pour la configuration 2

- La matrice de bruit d'état étant constante, il n'est pas nécessaire de la recalculer à chaque itération :

$$\left[\left(E_k^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(4. 12) - Matrice associée au bruit d'état pour la configuration 2

- La matrice de variance associée aux bruits correspond à :

$$Q_{etats} = \begin{bmatrix} 5\times10^{6} & 0 \\ 0 & 1\times10^{-5} \end{bmatrix}$$

(4. 13) – Matrice de variance des bruits d'état pour la configuration 2

- Ensuite on calcule les composantes non linéaires de raideur et d'amortissement, dans la matrice d'observation :

$$C_{k+1}^{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k+1|k}^{ij}\right)}{M_{equi}} & -\frac{k_{ress}^{ij}\left(1 + 5\beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k+1|k}^{ij}\right)^4\right) - k_{bar}^{i}}{M_{equi}} & \frac{1}{M_{equi}} & 0 \end{bmatrix}$$

(4. 14) - Mise à jour de la matrice d'observation pour la configuration 2

- La matrice de bruit de mesure étant constante il n'est pas non plus nécessaire de la réévaluer à chaque itération :

$$F^{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4. 15) – Matrice des bruits de mesure pour la configuration 2

- La matrice de variance des bruits de mesure s'écrit :

$$R_{mesures} = \begin{bmatrix} 1\times10^{-2} & 0 \\ 0 & 3\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

(4. 16) – Matrice de variance des bruits de mesure pour la configuration 2

- Nous calculons maintenant la prédiction sur l'état à partir de l'équation *(3. 12)* :

$$\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k+1} = \Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\ddot{Z}^{ij}_{21_k}$$
$$\Delta Z^{ij}_{21_k+1} = \Delta Z^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k}$$
$$P^{ij}_{k+1} = \alpha_{veh}P^{ij}_{k}$$
$$Z^{ij}_{0_k+1} = \alpha_{route}Z^{ij}_{0_k}$$

(4. 17) – Equations de prédiction pour la configuration 2

4.4.3.3 Algorithme

Ainsi, à partir des étapes précédentes, (4. 11), (4. 12), (4. 13), (4. 14), (4. 15), (4. 16), (4. 17), nous sommes en mesure de calculer l'algorithme de filtrage.

INITIALISATION

$$\hat{X}_0^{ij} = \begin{Bmatrix} \Delta\hat{\dot{Z}}_{21}^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{21}^{ij} \\ \hat{P}_k^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{10}^{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \Sigma_0^{ij} = \begin{bmatrix} 1{,}111\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}5\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}5\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5\times10^{-7} \end{bmatrix}$$

PREDICTION

$$\begin{cases} \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k+1}^{ij} = \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_kj}^{ij} + T_e\Delta\hat{\ddot{Z}}_{21_k}^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{21_k+1}^{ij} = \Delta\hat{Z}_{21_k}^{ij} + T_e\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}^{ij} \\ \hat{P}_{k+1}^{ij} = \alpha_{veh}\hat{P}_k^{ij} \\ \hat{Z}_{0_k+1}^{ij} = \alpha_{route}\hat{Z}_{0_k}^{ij} \end{cases}$$

$$\Sigma_{k+1|k}^{ij} = \left[\left(A_k^{ij}\right)_d\right]\Sigma_{k|k}^{ij}\left[\left(A_k^{ij}\right)_d\right]^T + EQ_{états}E^T$$

ESTIMATION

$$\begin{cases} K_{k+1}^{ij} = \left(\Sigma_{k+1|k}^{ij}{C_{k+1}^{ij}}^T\right)\left(C_{k+1}^{ij}\Sigma_{k+1|k}^{ij}{C_{k+1}^{ij}}^T + FRF^T\right)^{-1} \\ \hat{X}_{k+1|k+1}^{ij} = \hat{X}_{k+1|k}^{ij} + K_{k+1}^{ij}\left[Y_{k+1}^{ij} - g\left(\hat{X}_{k+1|k}^{ij}, U_{k+1}^{ij}, 0\right)\right] \\ \Sigma_{k+1|k+1}^{ij} = \left(I - K_{k+1}^{ij}C_{k+1}^{ij}\right)\Sigma_{k+1|k}^{ij} \end{cases}$$

(4. 18) Algorithme utilisé pour la configuration 2

4.4.3.4 Calcul des vitesses absolues

Dans cette configuration, on propose de déterminer la vitesse absolue du véhicule sur un coin en utilisant l'accéléromètre sur le véhicule et en intégrant le signal d'accélération. Le problème majeur de cette méthode est la dérive basse fréquence du signal en sortie de l'intégrateur. En effet, compte tenu du bruit de mesure, des problèmes de positionnement du capteur, et des angles (roulis, tangage) pris par le véhicule, il est nécessaire de mettre deux filtres passe haut d'ordre 1 pour retirer la composante perturbatrice dans les basses fréquences. Le premier filtre (avant intégration) admet une fréquence caractéristique de 0,3 Hz. Le second admet quant à lui une fréquence de 0,1 Hz. Compte tenu du fait que cette perturbation est assez proche du mode que l'on souhaite observer, l'application de ces filtres a l'inconvénient d'une part d'atténuer les composantes basses fréquences qui nous intéressent, d'autre part de créer de l'avance de phase sur le mode du véhicule. Le réglage choisi permet de retirer la majeure partie des dérives sans trop introduire de déphasage sur le contenu du signal qui nous intéresse (~1,2 Hz).

De plus, pour limiter l'influence des composantes d'accélérations latérales et longitudinales sur les accéléromètres verticaux, nous avons rajouté sur chaque signal une compensation qui leur est directement proportionnelle. Ces erreurs proviennent essentiellement des défauts de positionnement et d'orientation des capteurs.

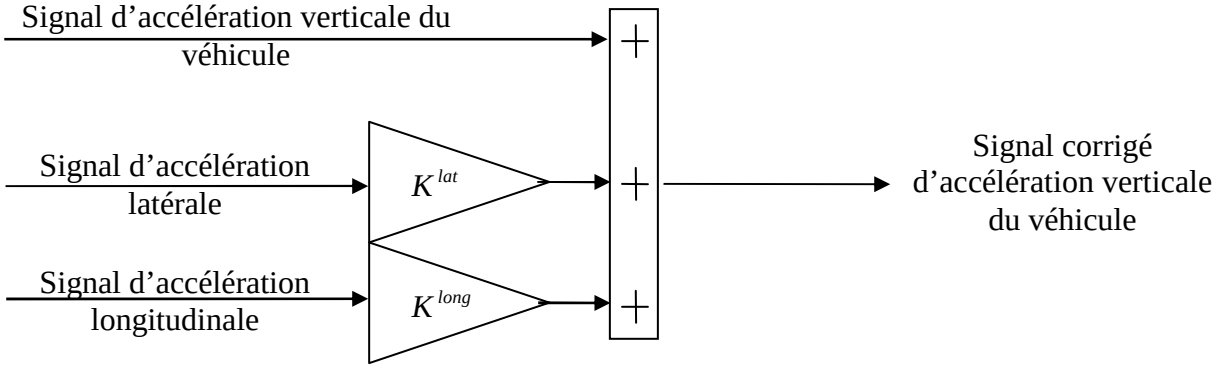


Fig. 4. 18 – Schéma de la compensation des accéléromètres verticaux

La majeure partie du contenu fréquentiel de la vitesse absolue de la roue se situe autour de son mode de résonance soit une fréquence de 12 Hz. On propose donc de récupérer ces composantes à partir de la différence entre la vitesse relative estimée, issue du filtre, et la vitesse véhicule. Pour cela nous réalisons un filtre passe haut et passe bas d'ordre 1 admettant respectivement une fréquence de 0,5 Hz et 100 Hz.
Les schémas suivants permettent d'avoir une vision globale de cette structure :

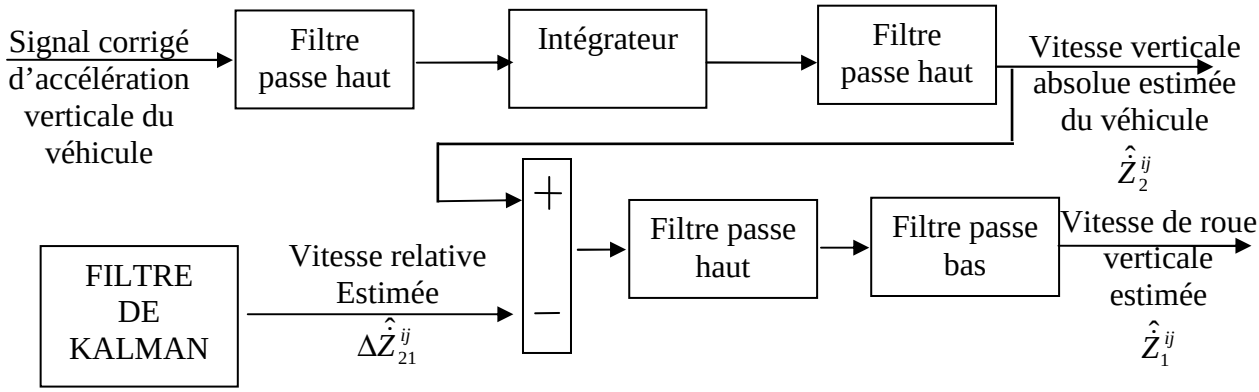


Fig. 4. 19 - Schéma de principe de l'estimation des vitesses absolues avec la configuration 2

4.4.4 Résultats

Nous allons maintenant tracer les résultats fournis par le filtre sur un coin du véhicule à l'avant gauche. Nous proposons de donner les résultats avec, pour chaque variable, le calcul du critère de performance.

4.4.4.1 Essai sur banc avec entrées route

- Estimation du déplacement relatif véhicule / roue :

Comme pour la configuration avec le signal de déplacement relatif uniquement, l'estimation du déplacement relatif est correcte avec un bon rapport signal sur bruit et un déphasage inexistant par rapport à la mesure. On rappelle notamment que ce signal mesuré admet un retard de l'ordre de 3 ms par rapport au signal de référence (voir chapitre 2.2.1).

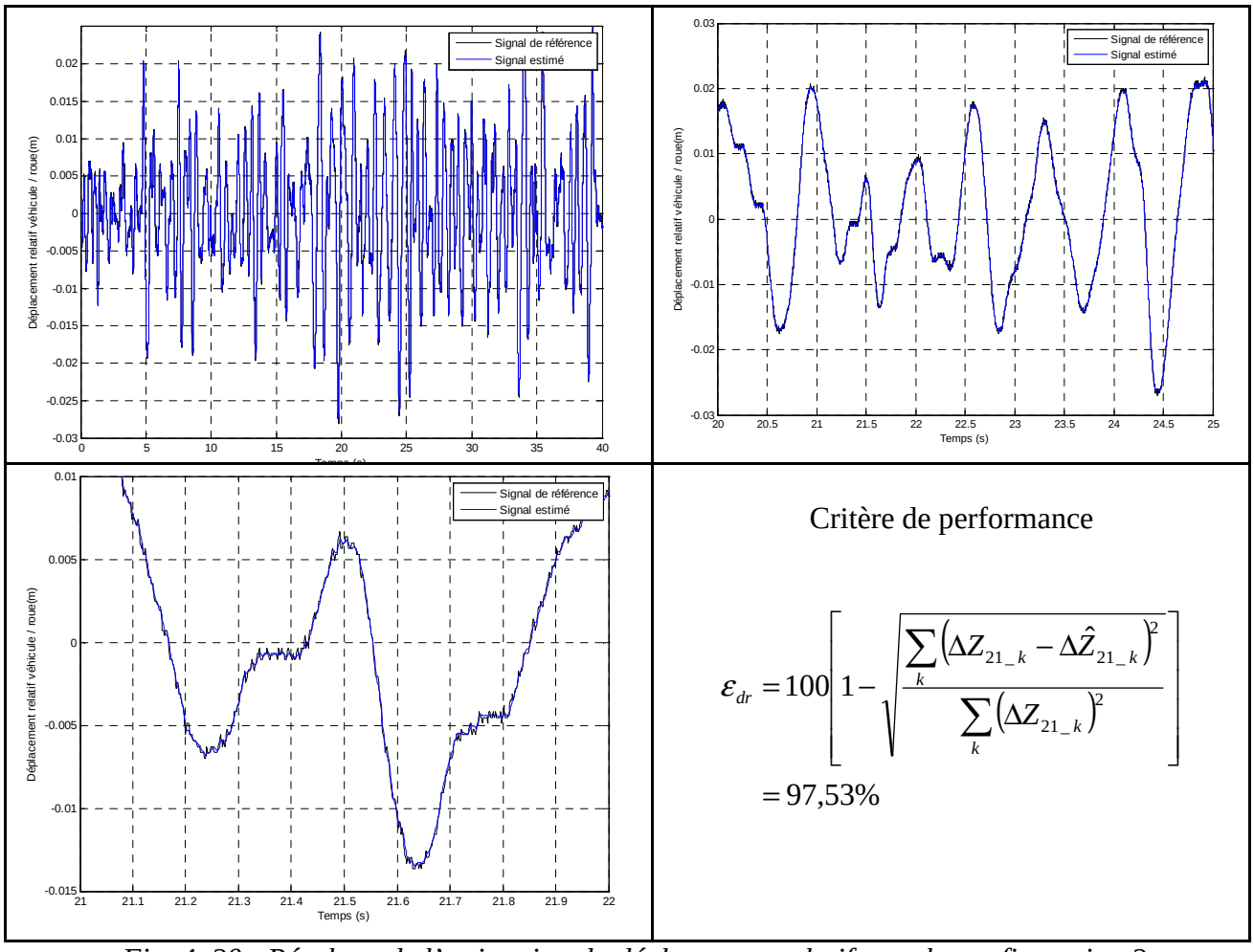
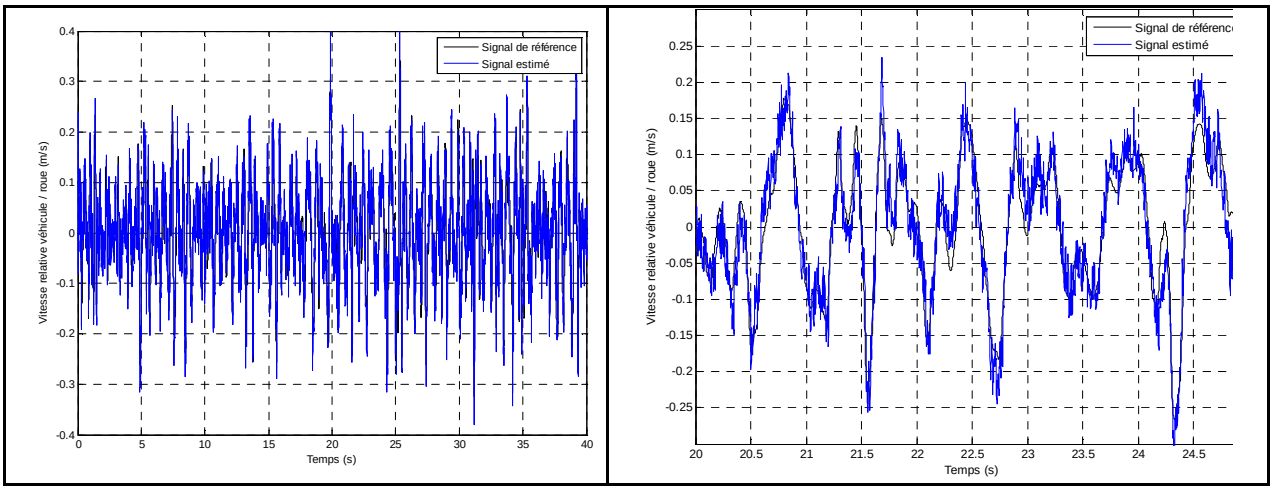
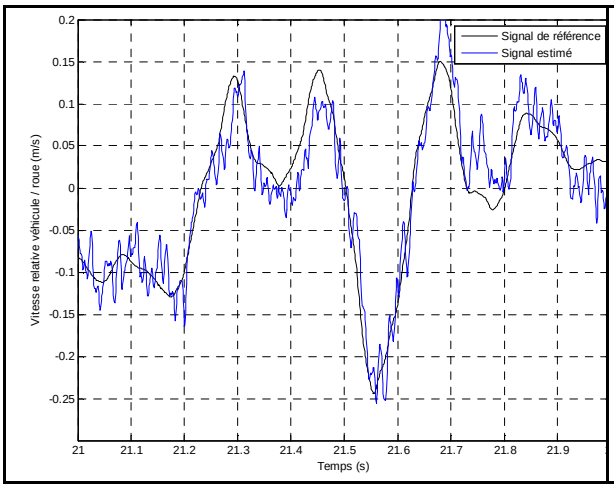


Fig. 4. 20 - Résultats de l'estimation du déplacement relatif avec la configuration 2

- Estimation de la vitesse relative véhicule / roue :

L'estimation de la vitesse relative reste proche de la configuration précédente. On voit également apparaître un bruit haute fréquence de l'ordre de 80 Hz que l'on retrouve sur le pseudo signal de référence issu de la dérivée « composante » du signal de déplacement mesuré (voir chapitre 2.2.1).





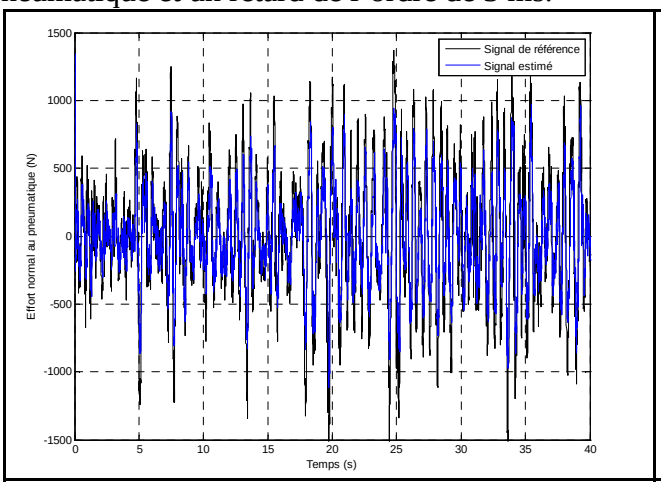
Critère de performance

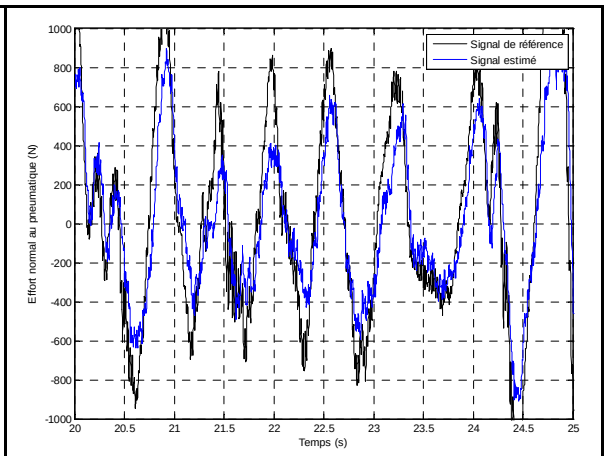
$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k} - \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right] = 67{,}7\%$$

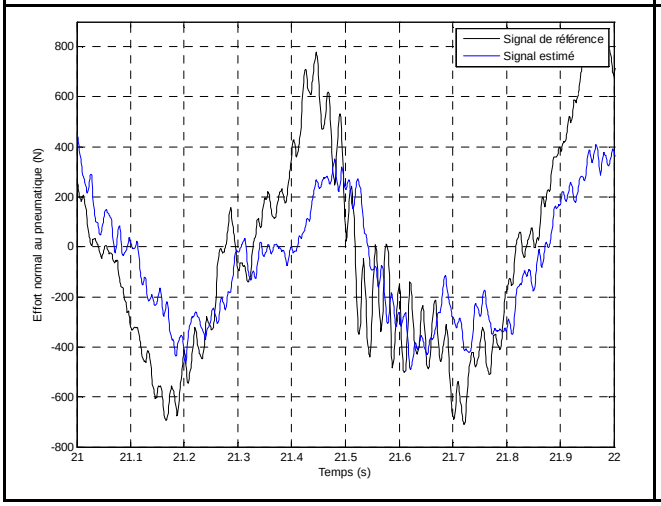
Fig. 4. 21 - Résultats de l'estimation de la vitesse relative avec la configuration 2

- Estimation de l'effort normal au pneumatique :

Comme pour la configuration avec le signal de déplacement relatif uniquement, l'estimation de l'effort normal reste approximative avec des erreurs d'amplitudes lors des phases de détente du pneumatique et un retard de l'ordre de 3 ms.







Critère de performance

$$\varepsilon_{en} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(F_{n_k} - k_{pneus} \cdot \Delta\hat{Z}_{10_k}\right)^2}{\sum_k \left(F_{n_k}\right)^2}}\right] = 51{,}93\%$$

Fig. 4. 22 - Résultats de l'estimation de l'effort normal au pneumatique avec la configuration 2

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule :

L'estimation de la vitesse du véhicule est bien meilleure que dans le cas où il n'y a que le capteur de déplacement relatif. En effet les erreurs d'amplitude et de phase sont faibles et le rapport signal sur bruit est très bon. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \hat{\dot{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right] = 49{,}48\%$$

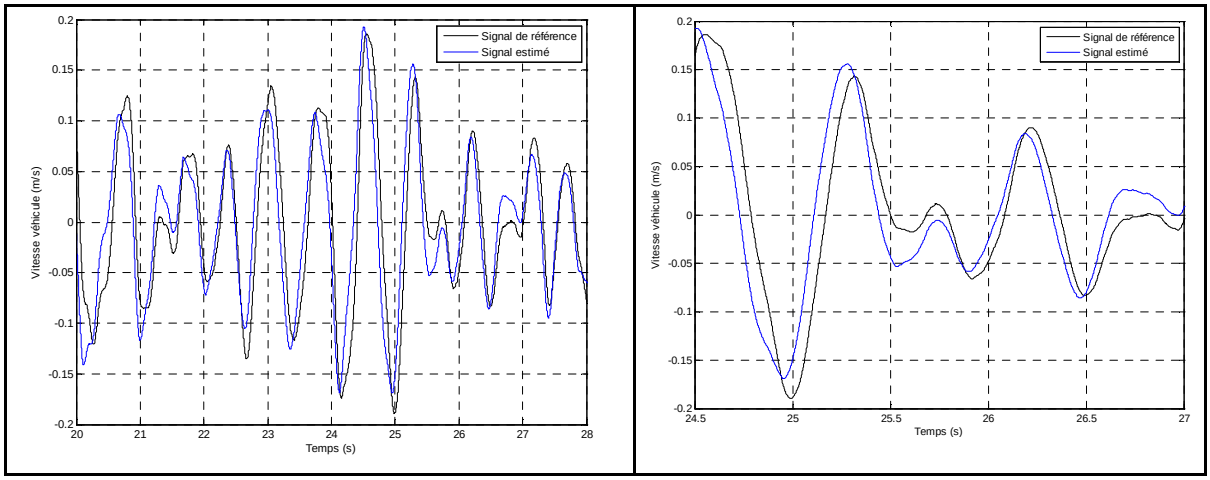


Fig. 4. 23 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue du véhicule avec la configuration 2

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

L'estimation de la vitesse roue est elle aussi bien meilleure que la configuration précédente avec des erreurs de phase et d'amplitude faibles. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{\text{var}} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k} - \hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right] = 46{,}89\%$$

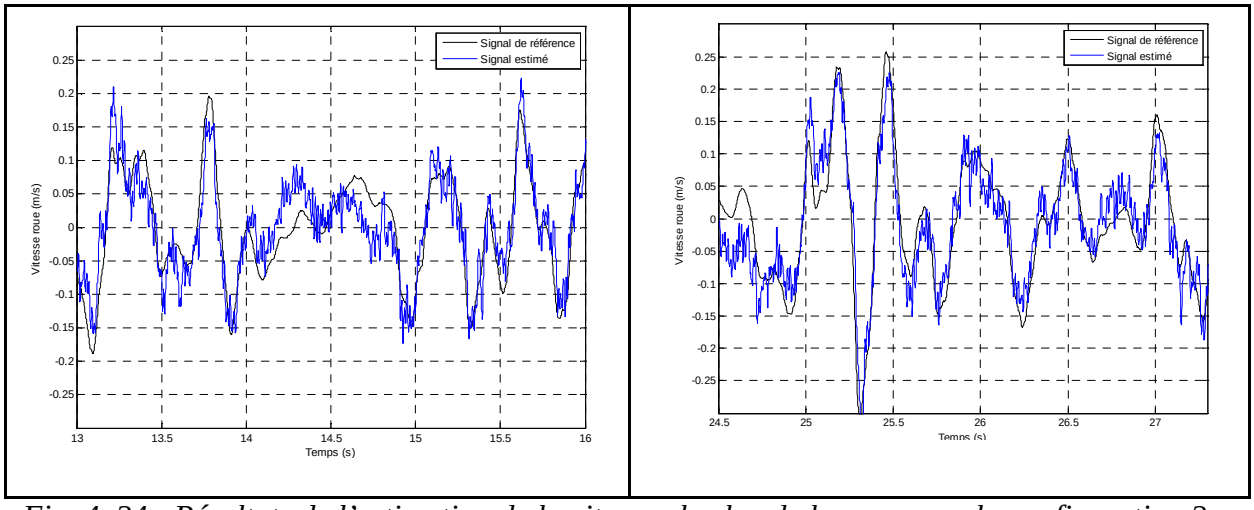


Fig. 4. 24 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue de la roue avec la configuration 2

4.4.4.2 Essai sur piste avec entrées issues du conducteur

- Estimation du déplacement relatif :

En regardant les résultats suivants, on voit que l'estimation du déplacement relatif reste bonne. Lors de cette manœuvre, nous avons calculé les critères de performance suivants :

$$\varepsilon_{dr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta Z_{21_k} - \Delta \hat{Z}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta Z_{21_k}\right)^2}}\right] = 98{,}44\%$$

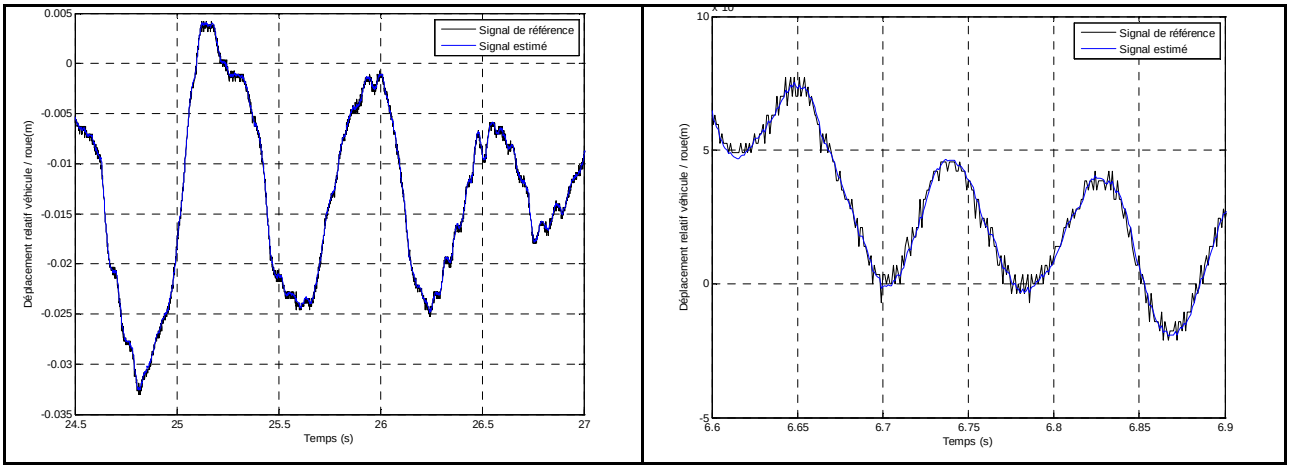


Fig. 4. 25 - Résultats de l'estimation du déplacement relatif avec la configuration 2

- Estimation de la vitesse relative :

La vitesse relative estimée reste proche de la configuration précédente, en particulier sur le niveau de déphasage et les amplitudes du mode de roue (12 Hz). Les erreurs sont faibles près de ce mode mais on voit toujours des dérives à basses fréquences. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta \dot{Z}_{21_k} - \Delta \hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta \dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right] = 24{,}33\%$$

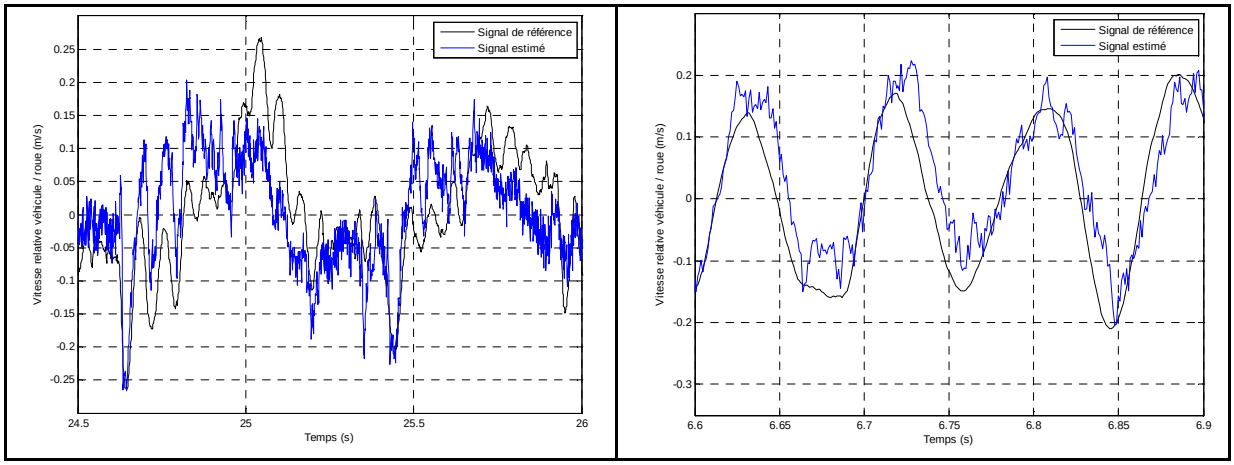


Fig. 4. 26 - Résultats de l'estimation de la vitesse relative avec la configuration 2

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule :

Sur cet essai l'estimation est bonne, peu de déphasage et très peu de bruit, néanmoins on voit apparaître une légère dérive basse fréquence qui reste cependant faible au regard de la configuration précédente (<0,05 m/s). Nous avons obtenus le critère suivant :

$$\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \hat{\dot{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right] = 27{,}67\%$$

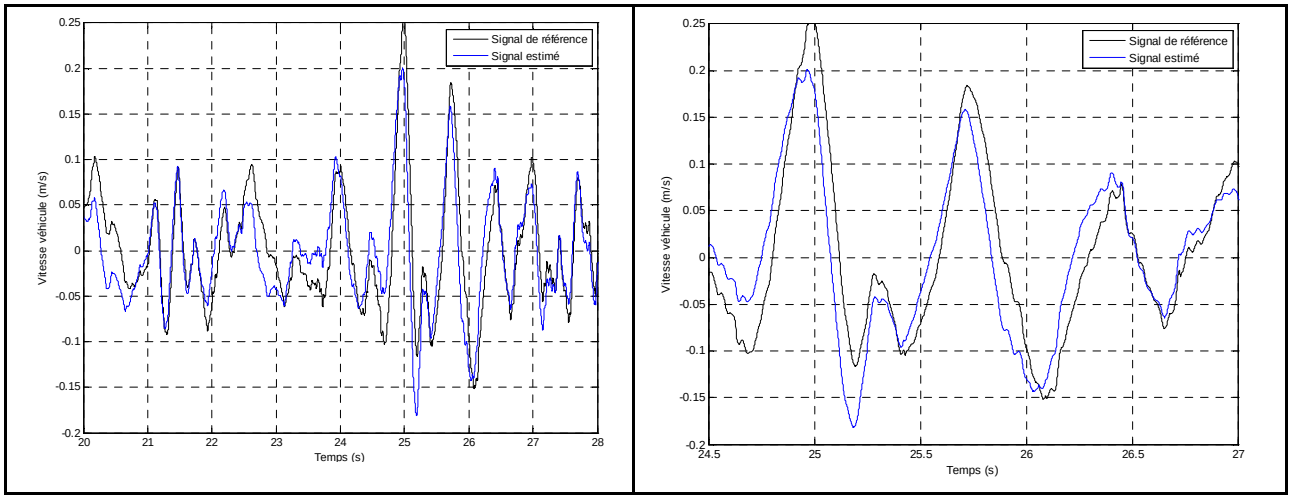


Fig. 4. 27 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue du véhicule avec la configuration 2

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

Sur cet essai, l'estimation de la vitesse absolue de la roue est correcte dans les hautes fréquences, y compris entre 1 et 2 Hz. Néanmoins elle admet également une dérive plus basse fréquence qui amène des erreurs d'amplitude (<0,05 m/s). Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{\text{var}} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k} - \hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right] = 30{,}37\%$$

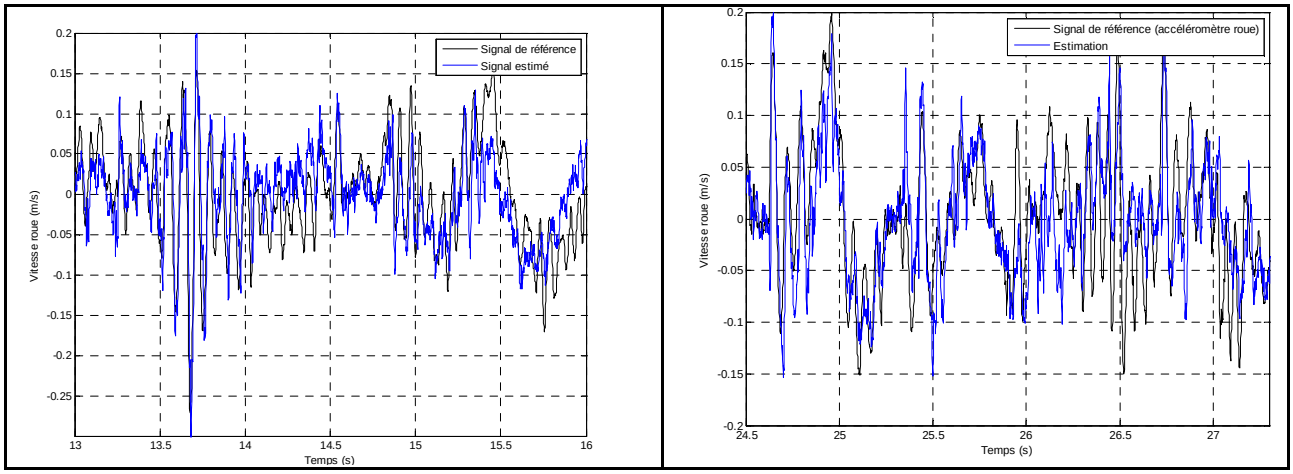


Fig. 4. 28 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue de la roue avec la configuration 2

4.5 Configuration 3 - Capteurs standards et accéléromètre sur les roues

Dans cette configuration, nous utiliserons les signaux standards ainsi que ceux issus des accéléromètres positionnés sur chacune des roues au niveau du centre du moyeu. La figure ci-dessous permet de visualiser la position des accéléromètres sur les roues :

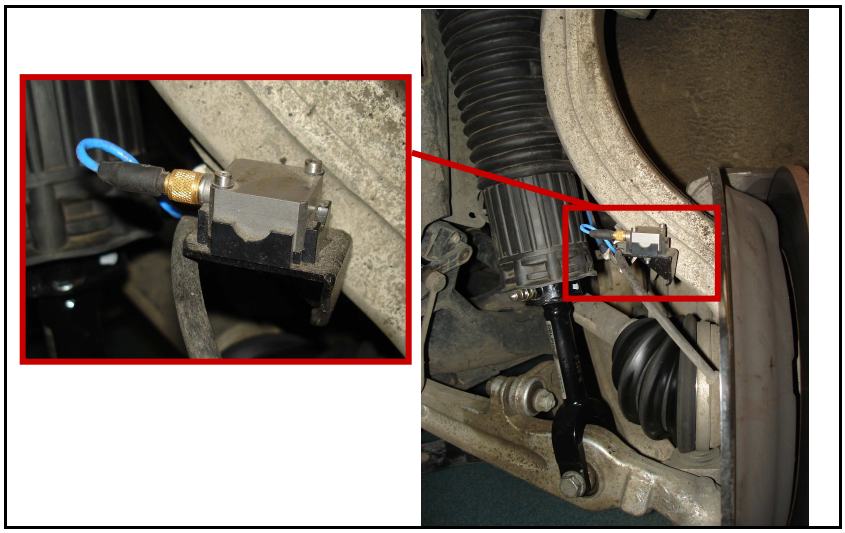


Fig. 4. 29 - Localisation des accéléromètres de roue

On précise que ces capteurs ont une plage de mesure de ±25 g et que leur sensibilité est de 80 mV/g sur une plage 0.5-4,5 V. Le Convertisseur Analogique / Numérique utilisé admet une résolution en amplitude de 10 bits et une fréquence d'acquisition de 1 kHz.

Pour écrire la matrice d'observation, nous pouvons reprendre l'équation d'évolution (3. 6) associée à l'accélération sur de la roue. Nous pouvons ainsi écrire :

$$\begin{cases} Y_{1_k}^{ij} = \Delta Z_{21_k}^{ij} + W_{1_k}^{ij} \\ Y_{2_k}^{ij} = \ddot{Z}_{1_k}^{ij} + W_{2_k}^{ij} \end{cases}$$

Nous calculons maintenant la matrice d'observation en fonction des états relatifs :

$$\left(C_{rel_k+1}^{ij}\right)_d = \left.\frac{\partial g_d^{rel}\left(X_{k+1}, U_{k+1}, W_{k+1}\right)}{\partial X_{k+1}}\right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k}, U_{k+1}, 0\right)}$$

Il vient :

$$\left[\left(C_{rel_k+1}^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \dfrac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k+1|k}^{ij}\right)}{M_{ij}} & \dfrac{k_{ress}^{ij}\left(1+\beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k+1|k}^{ij}\right)^4\right)+k_{bar_i}}{M_{ij}} & 0 & -\dfrac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} \end{bmatrix}$$

De la même manière que pour le modèle d'évolution, on calcule cette fois ci la matrice associée aux deux bruits de mesure :

$$\left(F_{rel_k+1}^{ij}\right)_d = \left.\frac{\partial g_d^{rel}\left(X_{k+1},U_{k+1},W_{k+1}\right)}{\partial W_{k+1}}\right|_{\left(\hat{X}_{k+1|k},U_{k+1},0\right)}$$

Il vient :

$$\left[\left(F_{rel}^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4.5.1 Matrice de variance du bruit de mesure

Nous allons maintenant définir la matrice de variance du bruit de mesure R du signal d'accélération mesuré de la roue. Comme le montre le résultat ci-dessous, nous voyons apparaître un bruit large bande d'amplitude limitée. On remarque également que l'amplitude de ce bruit se situe principalement dans une bande de 1 m/s² de large. Comme pour les modèles considérés précédemment, nous allons exploiter dans un premier temps, un modèle de bruit blanc. La mesure suivante permet de caractériser la variance de bruit de ce signal.

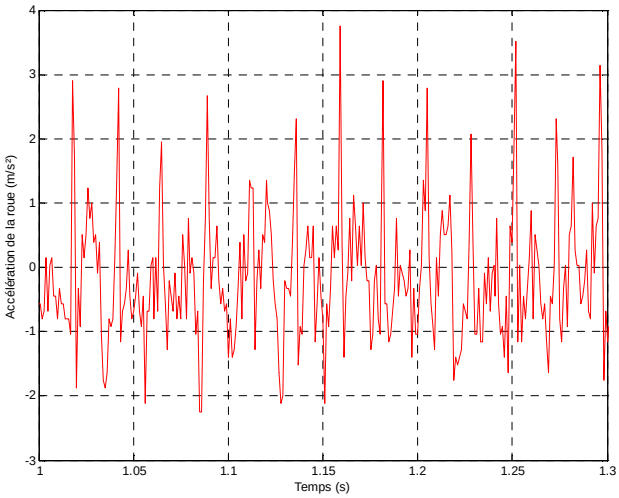


Fig. 4. 30 - Bruit de mesure sur l'accéléromètre de roue

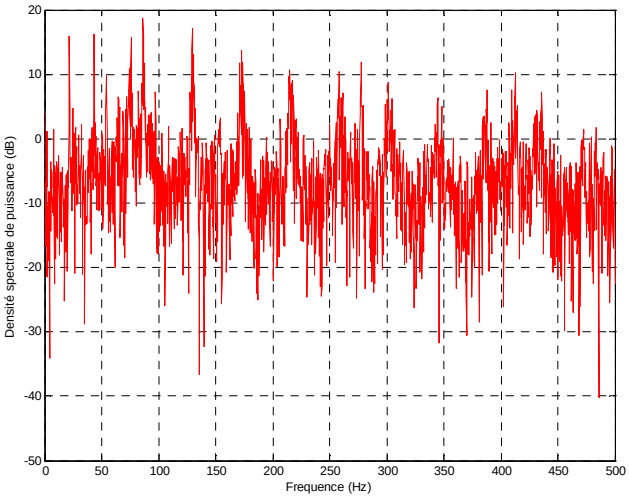


Fig. 4. 31 - Densité spectrale de puissance du bruit de mesure sur l'accéléromètre de roue

Après plusieurs séries d'essai, nous avons ajusté la valeur de variance suivante :

$$R_{ar} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \text{ m}^2\text{s}^{-4}$$

$$R_{ar} = 1\times10^{-1} \text{ m}^2\text{s}^{-4}$$

La matrice de variance des bruits de mesure s'écrie donc :

$$R_{mesures} = \begin{bmatrix} 1\times10^{-1} & 0 \\ 0 & 3\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

4.5.2 Matrice de variance du bruit d'état

Comme les deux configurations précédentes, nous avons réalisé plusieurs simulations en calculant pour chaque essai, le critère d'évaluation sur la vitesse relative :

$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k} - \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right]$$

Les résultats ci-dessous permettent de résumer pour chaque valeur de variance testée, les différents critères obtenus :

Variance sur la perturbation véhicule / Variance sur la perturbation route	1×10^{4}	1×10^{6}	5×10^{6}	1×10^{7}
1×10^{-6}	70,11	75,77	76,87	76,87
1×10^{-4}	70,11	75,8	76,63	76,47
1×10^{-2}	70,11	75,8	76,63	76,47
1×10^{0}	70,11	75,8	76,63	76,47

Tableau 3 - Calcul du critère d'évaluation de la vitesse relative pour plusieurs variances de bruit d'état

Nous avons donc obtenu la matrice suivante :

$$Q_{etats} = \begin{bmatrix} 5\times10^{6} & 0 \\ 0 & 1\times10^{-6} \end{bmatrix}$$

De la même manière que précédemment, nous pouvons recalculer la variance de la perturbation sur le véhicule ainsi que celle de l'écrasement du pneu. Il vient :

$$\Sigma^{ij}_{0_P^{ij}} = \frac{\left(1-\alpha_{veh}\right)^2}{1-\alpha_{veh}^2}\times5\times10^{6} = 2{,}5\times10^{4}\ \mathrm{N}^2$$

$$\Sigma^{ij}_{0_\Delta Z_{ij}^{10}} = \frac{\left(1-\alpha_{route}\right)^2}{1-\alpha_{route}^2}\times1\times10^{-6} = 5\times10^{-8}\ \mathrm{m}^2$$

Ces derniers résultats correspondent à un écart type de perturbation sur le véhicule de 150 N et de déplacement route de 0.2 mm.

4.5.3 Description du filtre

4.5.3.1 Initialisation

L'étape d'initialisation reste la même que pour la configuration 1 en ce qui concerne les variables de vitesse et déplacement relatifs. Pour le choix des variances initiales associées à la perturbation du véhicule et à l'écrasement du pneumatique, nous utilisons les valeurs calculées précédemment (cf. 4.5.2). On écrit donc :

$$\hat{X}_0^{ij} = \begin{Bmatrix} \Delta\hat{\dot{Z}}_{21}^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{21}^{ij} \\ \hat{P}_k^{ij} \\ \Delta\hat{Z}_{10}^{ij} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \Sigma_0^{ij} = \begin{bmatrix} 1{,}111\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}5\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}5\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

4.5.3.2 Mise à jour du modèle

Maintenant que les conditions initiales sont définies, il convient de calculer les matrices du modèle à l'instant $t = kTe$ pour pouvoir calculer la mise à jour du gain du filtre.

- Pour cela, on reprend l'expression de la matrice d'évolution du système discrétisé puis, à partir des états estimés, on recalcule ses deux composantes non linéaires de raideur et d'amortissement :

$$\left[\left(A_k^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 1 - T_e D_k\left(\Delta\dot{Z}_{21_k}^{ij}\right)\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right) & Te & 0 & 0 \\ T_e\left[k_{ress}^{ij}\left(1 + 5\beta\left(\Delta Z_{21_k}^{ij}\right)^4\right) + k_{bar}^{i}\left(\frac{1}{M_{ij}} + \frac{1}{M_{equi}}\right)\right] + \frac{T_e\, k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{T_e}{M_{equi}} & 0 & 1 - \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ -\frac{T_e\, k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} & 0 & 0 & 1 - \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(4. 19) - Mise à jour de la matrice d'évolution pour la configuration 3

- La matrice de bruit d'état étant constante, il n'est pas nécessaire de la recalculer à chaque itération :

$$\left[\left(E^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{veh}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{T_e}{\tau_{route}} \end{bmatrix}$$

(4. 20) - Matrice associée au bruit d'état pour la configuration 3

- La matrice de variance associée aux bruits d'état correspond à :

$$Q_{etats} = \begin{bmatrix} 5\times10^{6} & 0 \\ 0 & 1\times10^{-6} \end{bmatrix}$$

(4. 21) – Matrice de variance des bruits d'état pour la configuration 3

- Ensuite on calcule les composantes non linéaires de raideur et d'amortissement, dans la matrice d'observation :

$$\left[\left(C_{rel_k+1}^{ij}\right)_d\right]^T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{D_k\left(\Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k+1|k}^{ij}\right)}{M_{ij}} & \frac{k_{ress}^{ij}\left(1 + \beta\left(\Delta\hat{Z}_{21_k+1|k}^{ij}\right)^4\right) + k_{bar_i}}{M_{ij}} & 0 & -\frac{k_{pneus}^{ij}}{M_{ij}} \end{bmatrix}$$

(4. 22) - Mise à jour de la matrice d'observation pour la configuration 3

- La matrice de bruit de mesure étant constante il n'est pas non plus nécessaire de la réévaluer à chaque itération :

$$F^{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(4. 23) – Matrice des bruits de mesure pour la configuration 3

- La matrice de variance des bruits de mesure s'écrit :

$$R_{mesures} = \begin{bmatrix} 1\times10^{-1} & 0 \\ 0 & 3\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

(4. 24) – Matrice de variance des bruits de mesure pour la configuration 3

Nous calculons maintenant la prédiction sur l'état à partir de l'équation *(3. 12)* :

$$\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k+1} = \Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\ddot{Z}^{ij}_{21_k}$$

$$\Delta Z^{ij}_{21_k+1} = \Delta Z^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\dot{Z}^{ij}_{21_k}$$

$$P^{ij}_{k+1} = \alpha_{veh}P^{ij}_{k}$$

$$Z^{ij}_{0_k+1} = \alpha_{route}Z^{ij}_{0_k}$$

(4. 25) – Equations de prédiction pour la configuration 3

4.5.3.3 Algorithme

Ainsi, à partir des étapes précédentes, (4. 19), (4. 20), (4. 21), *(4. 22)*, (4. 23), (4. 24), (4. 25), nous sommes en mesure de calculer l'algorithme de filtrage.

INITIALISATION

$$\hat{X}^{ij}_{0} = \begin{Bmatrix} \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{21} \\ \hat{P}^{ij}_{k} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{10} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \qquad \Sigma^{ij}_{0} = \begin{bmatrix} 1{,}111\times10^{-3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2{,}5\times10^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2{,}5\times10^{4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

PREDICTION

$$\begin{cases} \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_k+1} = \Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\hat{\ddot{Z}}^{ij}_{21_k} \\ \Delta\hat{Z}^{ij}_{21_k+1} = \Delta Z^{ij}_{21_k} + T_e\Delta\hat{\dot{Z}}^{ij}_{21_k} \\ \hat{P}^{ij}_{k+1} = \alpha_{veh}\hat{P}^{ij}_{k} \\ \hat{Z}^{ij}_{0_k+1} = \alpha_{route}\hat{Z}^{ij}_{0_k} \end{cases}$$

$$\Sigma^{ij}_{k+1|k} = \left[\left(A^{ij}_{k}\right)_d\right]\Sigma^{ij}_{k|k}\left[\left(A^{ij}_{k}\right)_d\right]^T + E_kQ_kE_k^T$$

ESTIMATION

$$\begin{cases} K^{ij}_{k+1} = \left(\Sigma^{ij}_{k+1|k}C^{ij\ T}_{k+1}\right)\left(C^{ij}_{k+1}\Sigma^{ij}_{k+1|k}C^{ij\ T}_{k+1} + FRF^T\right)^{-1} \\ \hat{X}^{ij}_{k+1|k+1} = \hat{X}^{ij}_{k+1|k} + K^{ij}_{k+1}\left[Y^{ij}_{k+1} - g\left(\hat{X}^{ij}_{k+1|k}, U^{ij}_{k+1}, 0\right)\right] \\ \Sigma^{ij}_{k+1|k+1} = \left(I - K^{ij}_{k+1}C^{ij}_{k+1}\right)\Sigma^{ij}_{k+1|k} \end{cases}$$

(4. 26) Algorithme utilisé pour la configuration 3

4.5.3.4 Calcul des vitesses absolues

Dans cette configuration, on propose de calculer la vitesse absolue de la roue en intégrant le signal d'accélération mesuré et en ajoutant deux filtres passe haut admettant une fréquence caractéristique de 0,1 Hz, permettant de limiter la dérive à basse fréquence. Nous précisons ici que le contenu spectral de la vitesse roue se situe principalement autour du mode à 12 Hz.
De la même manière que pour les signaux d'accélération du véhicule, pour limiter l'influence des composantes d'accélérations latérales et longitudinales sur les accéléromètres verticaux des roues, nous avons rajouté une compensation qui leur est directement proportionnelle.

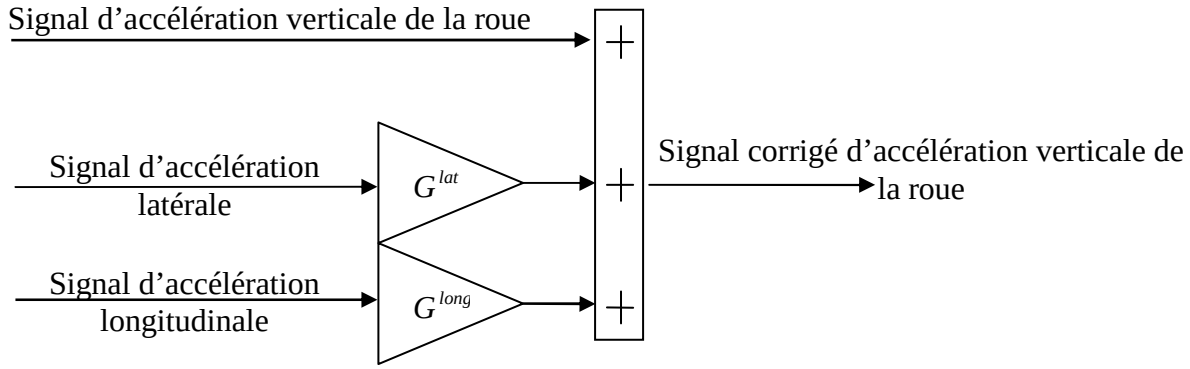


Fig. 4. 32 – Schéma de la compensation des accéléromètres de roue

La vitesse absolue du véhicule sur un coin est, quant à elle, obtenue en utilisant l'estimation précédente de la vitesse roue et en l'additionnant à la vitesse relative issue du filtre. Pour limiter l'influence des erreurs dynamiques entre la vitesse relative et la vitesse de roue, nous rajoutons un filtre passe bas d'ordre 1 et de fréquence 7 Hz. Ce filtre permet de réduire le bruit à hautes fréquences sans trop introduire de déphasage sur le signal de vitesse véhicule. En effet, le contenu spectrale de vitesse absolue du véhicule appartient essentiellement à une bande de fréquence [0;4] Hz.
Le schéma suivant permet d'avoir une vision globale de l'estimation des variables absolues :

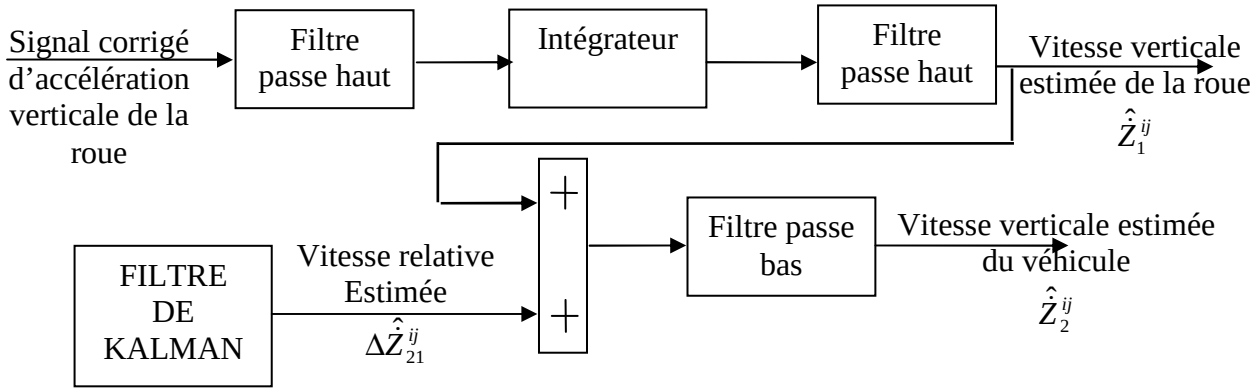


Fig. 4. 33 - Schéma de principe de l'estimation des vitesses absolues avec la configuration 3

4.5.4 Résultats

Nous allons maintenant visualiser les résultats fournis par le filtre sur un coin du véhicule à l'avant gauche. Nous proposons de donner les résultats avec, pour chaque variable, le calcul du critère de performance.

4.5.4.1 Essai sur banc avec entrées route

- Estimation du déplacement relatif véhicule / roue :

Le résultat de l'estimation du déplacement relatif est très bon car il n'admet pas de déphasage et possède un très bon rapport signal sur bruit par rapport au signal de référence.

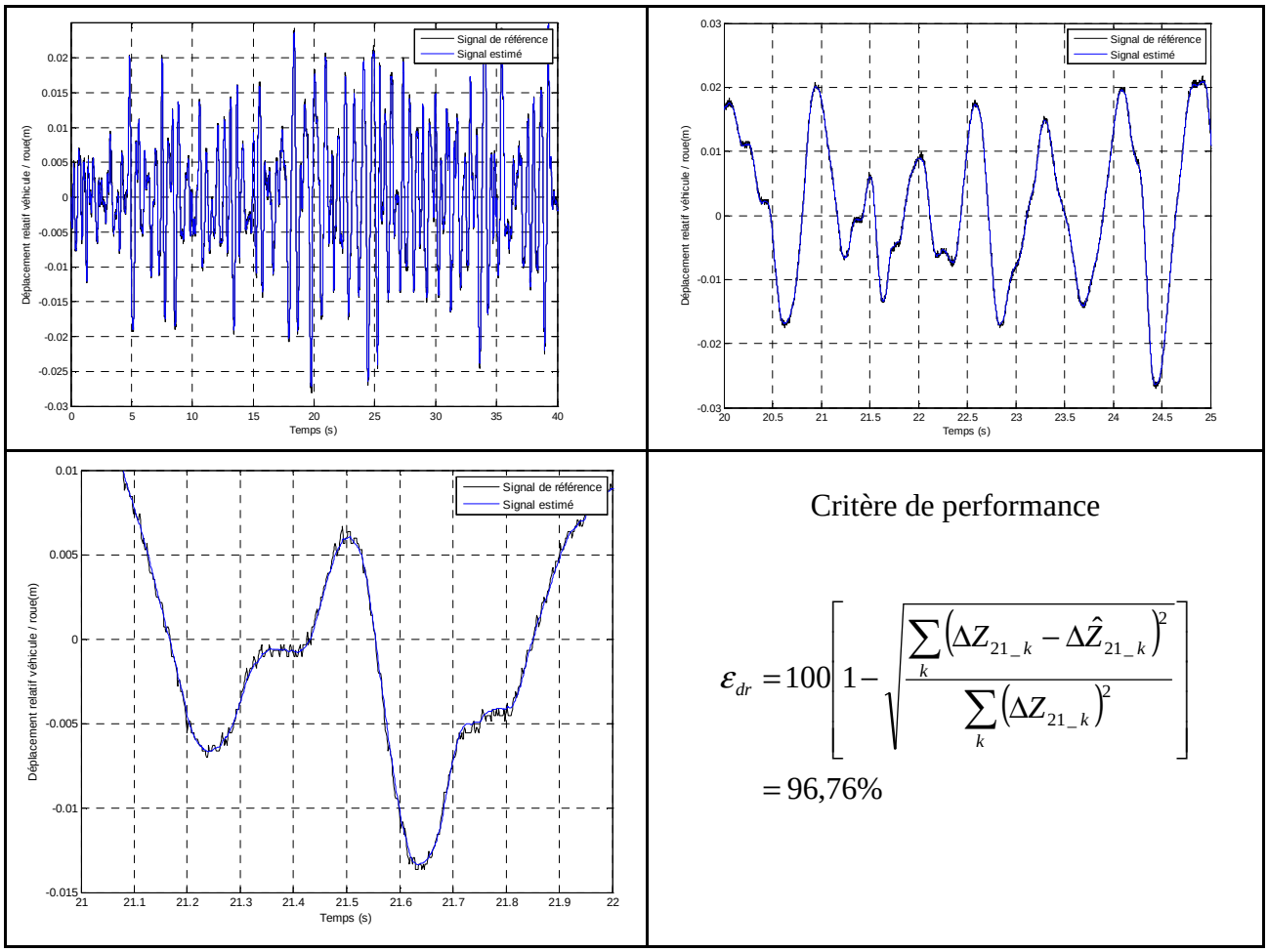


Fig. 4. 34 - Résultats de l'estimation du déplacement relatif avec la configuration 3

- Estimation de la vitesse relative véhicule / roue :

L'estimation de la vitesse relative est, parmi les configurations étudiées, la meilleure obtenue. Le déphasage est très faible. De plus, le rapport signal / bruit est très bon et ne fait pas apparaître de bruit haute fréquence. Enfin, les erreurs d'amplitude sont très faibles et de l'ordre de 0,02 m/s par rapport au signal de référence issu des accéléromètres.

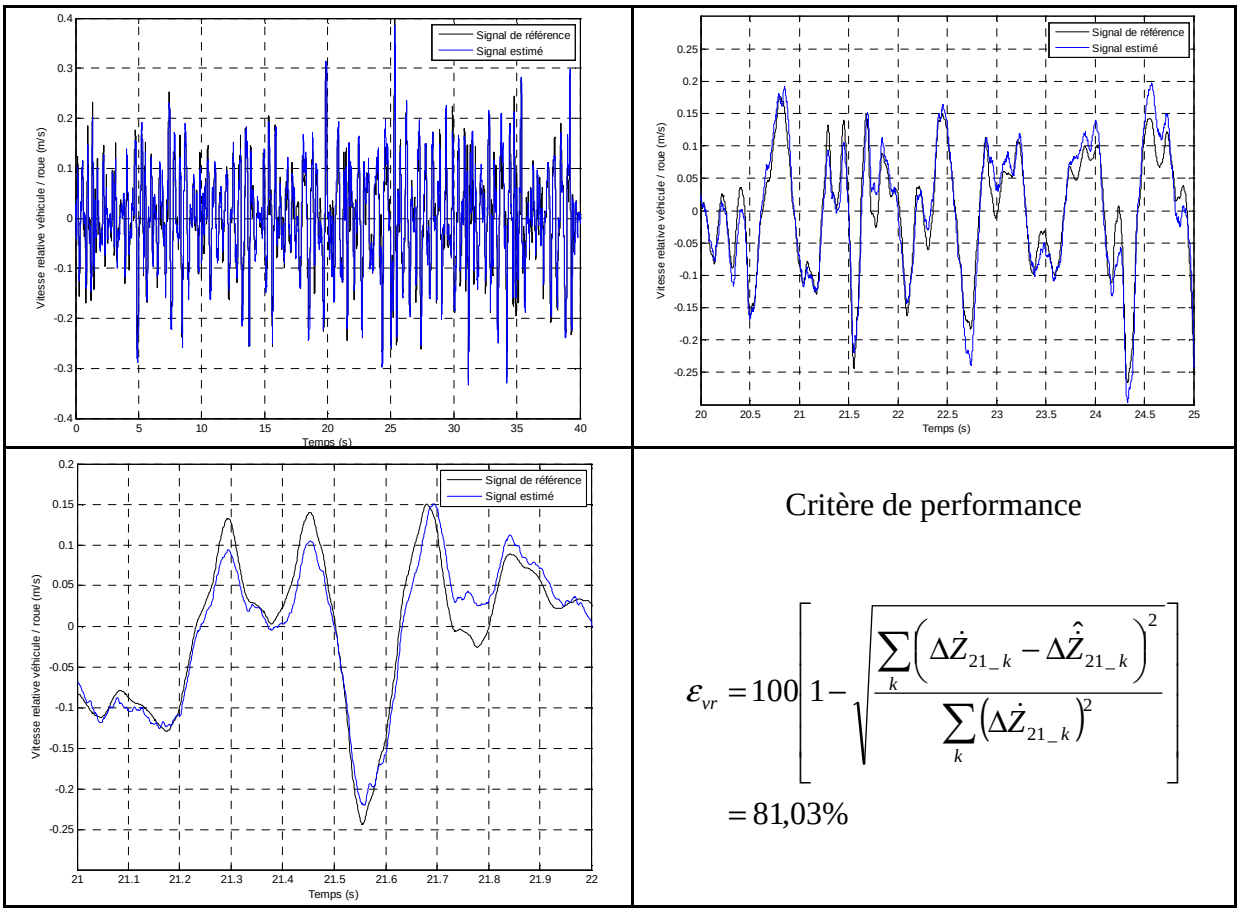
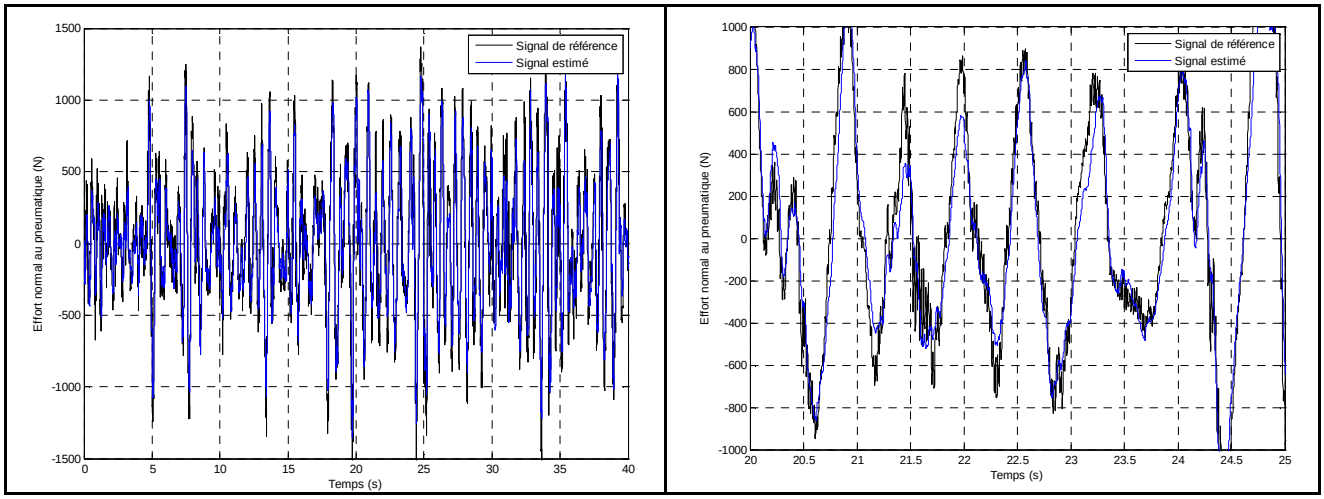
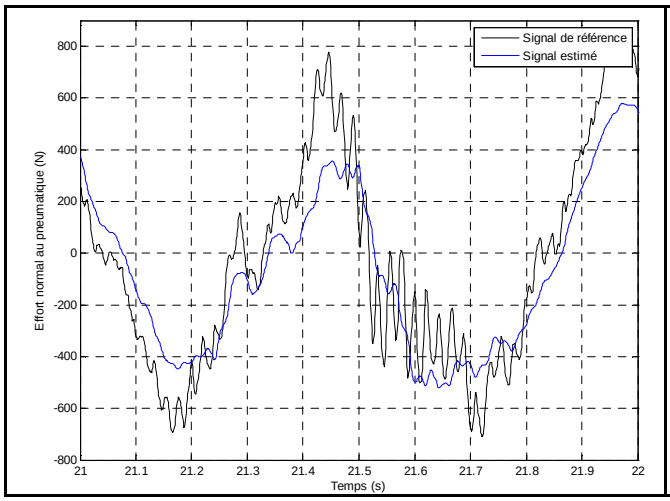


Fig. 4. 35 - Résultats de l'estimation de la vitesse relative avec la configuration 3

- Estimation de l'effort normal au pneumatique :

L'estimation de l'effort normal au pneumatique est là aussi nettement améliorée. Les erreurs d'amplitudes sont beaucoup plus faibles que dans les configurations précédentes (moins de 200 N). Le déphasage de l'estimation par rapport au signal mesuré est quasiment nul et le rapport signal sur bruit très bon.





Critère de performance

$$\varepsilon_{en} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(F_{n_k} - k_{pneus} \cdot \Delta\hat{Z}_{10_k}\right)^2}{\sum_k \left(F_{n_k}\right)^2}}\right] = 69{,}66\%$$

Fig. 4. 36 - Résultats de l'estimation de l'effort normal au pneumatique avec la configuration 3

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule :

Au regard de l'amplitude du signal, l'estimation de la vitesse absolue du véhicule reste correcte malgré des erreurs (<0.05 m/s). Le rapport signal sur bruit est très bon. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \dot{\hat{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right] = 43{,}23\%$$

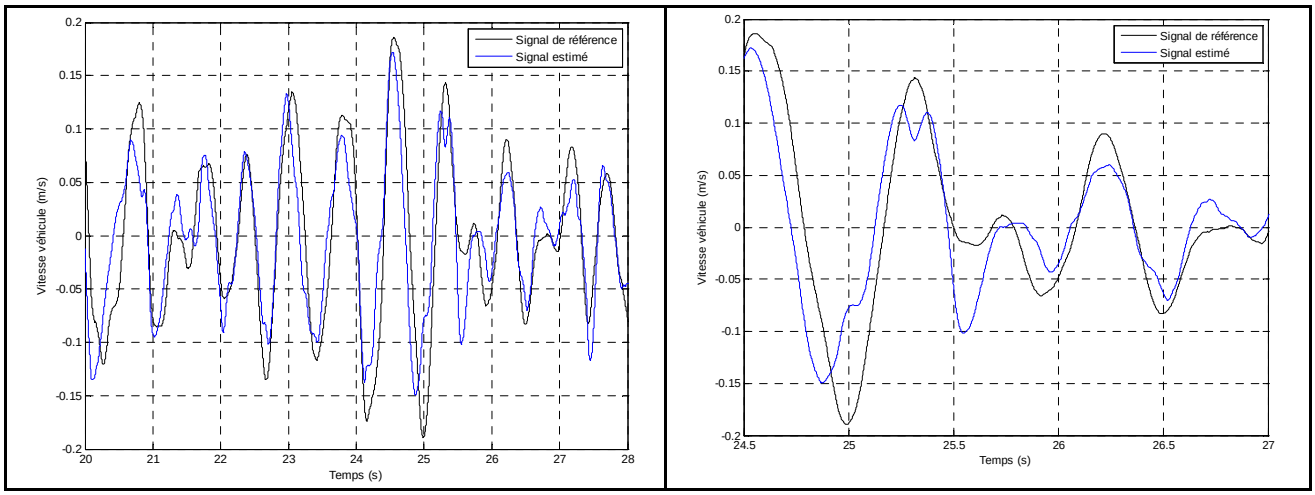


Fig. 4. 37 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue du véhicule avec la configuration 3

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

Les résultats de la vitesse absolue de la roue sont très satisfaisants car les erreurs d'amplitudes sont très faibles (<0,02 m/s), le niveau de bruit haute fréquence est inexistant et le déphasage est quasiment nul. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{\text{var}} = 100\left[1-\sqrt{\frac{\sum_k\left(\dot{Z}_{1_k}-\hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k\left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right] = 65{,}22\%$$

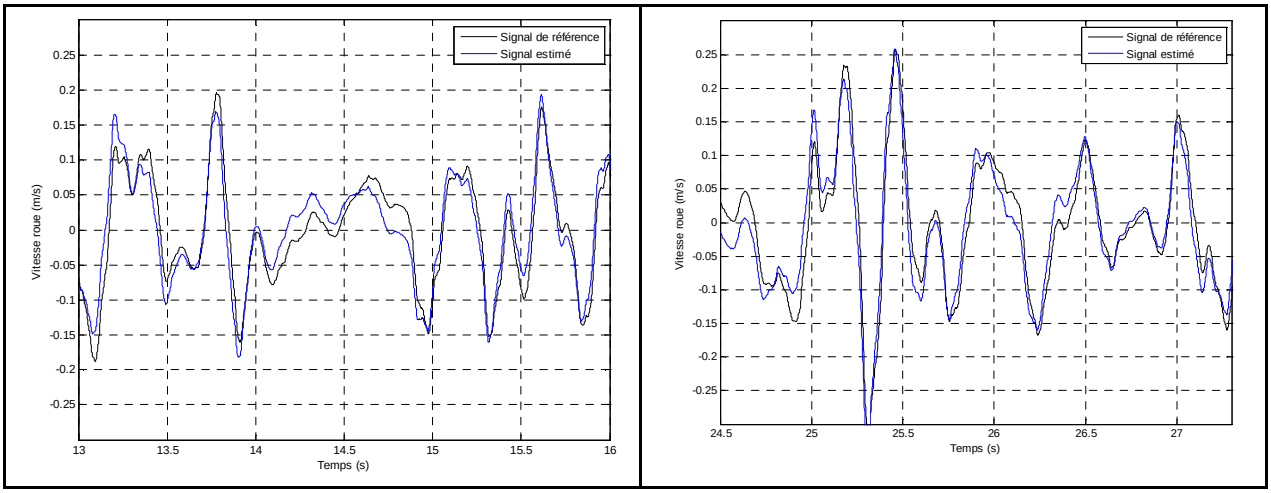


Fig. 4. 38 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue de la roue avec la configuration 3

4.5.4.2 Essai sur piste avec entrées issues du conducteur

- Estimation du déplacement relatif :

Sur cet essai, l'estimation du déplacement relatif est encore une fois très bonne en termes de bruit et de déphasage. Nous avons calculé le critère de performance suivant :

$$\varepsilon_{dr} = 100\left[1-\sqrt{\frac{\sum_k\left(\Delta Z_{21_k}-\Delta\hat{Z}_{21_k}\right)^2}{\sum_k\left(\Delta Z_{21_k}\right)^2}}\right] = 98{,}24\%$$

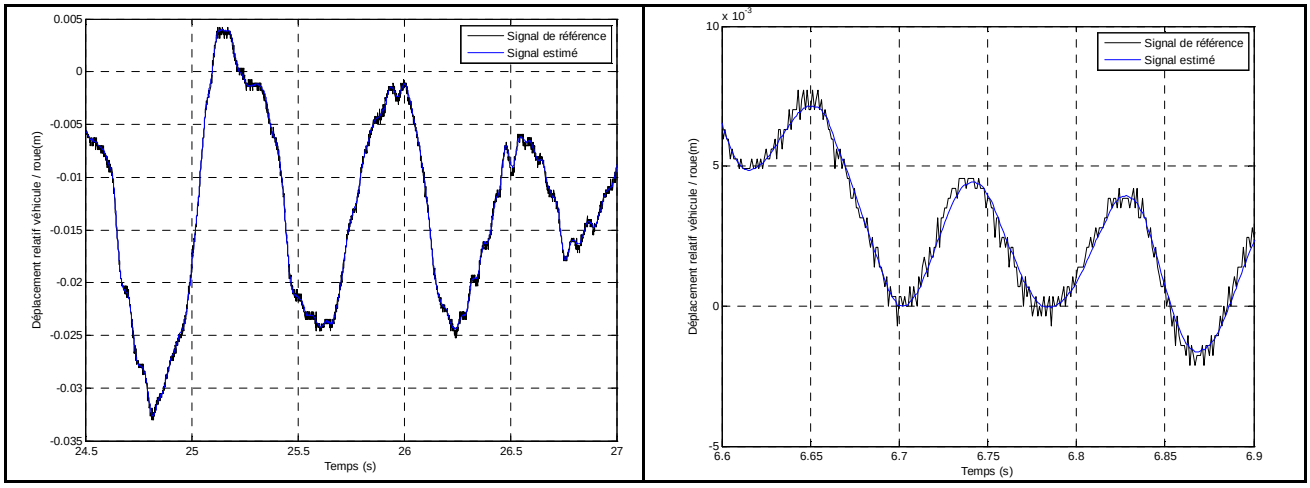


Fig. 4. 39 - Résultats de l'estimation du déplacement relatif avec la configuration 3

- Estimation de la vitesse relative :

L'estimation de la vitesse relative est très acceptable, le niveau de bruit et le déphasage et les erreurs d'amplitude sont faibles. Le signal admet néanmoins des erreurs basse fréquence (<0,02 m/s).

$$\varepsilon_{vr} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k} - \Delta\hat{\dot{Z}}_{21_k}\right)^2}{\sum_k \left(\Delta\dot{Z}_{21_k}\right)^2}}\right] = 51{,}15\%$$

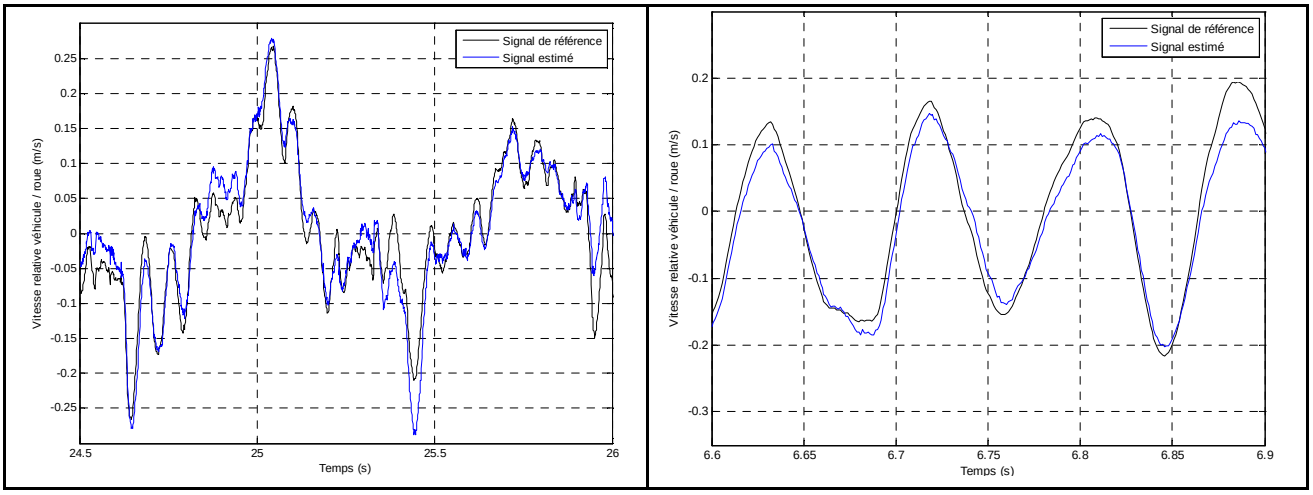


Fig. 4. 40 - Résultat de l'estimation de la vitesse relative avec la configuration 3

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule :

L'estimation de la vitesse véhicule est correcte en terme de phase et d'amplitude mais admet encore une fois des erreurs basse fréquence. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{vav} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k} - \hat{\dot{Z}}_{2_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{2_k}\right)^2}}\right] = 22{,}73\%$$

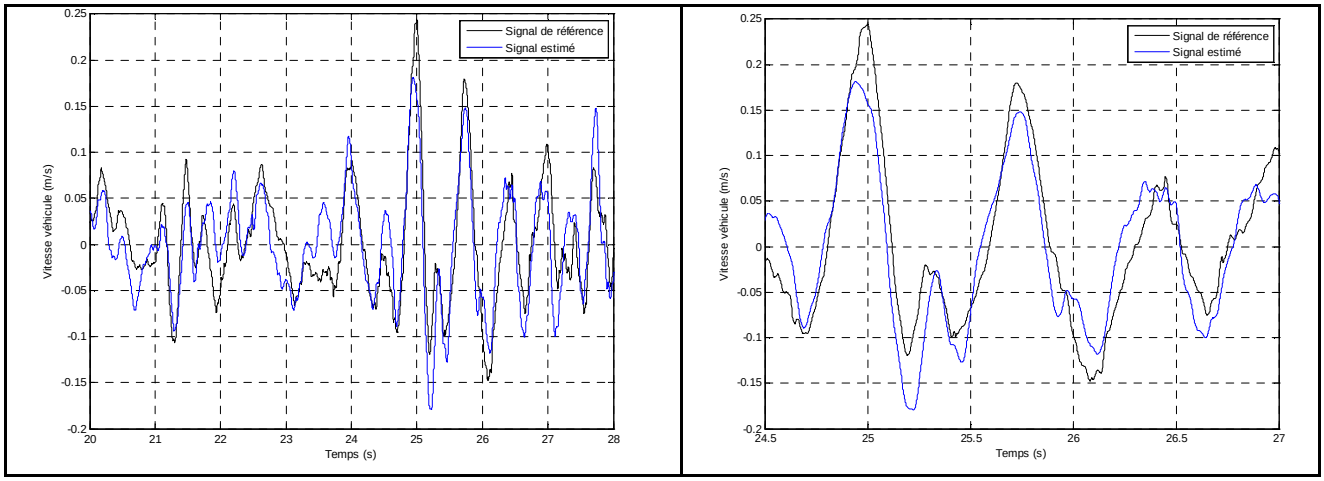


Fig. 4. 41 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue du véhicule avec la configuration 3

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

Nous observons ici le même problème que précédemment en ce qui concerne les erreurs basse fréquence. Elles restent cependant faibles au regard de l'amplitude du signal. L'amplitude du mode de roue est quant à elle respectée et n'admet quasiment pas de déphasage. Nous avons obtenu le critère suivant :

$$\varepsilon_{\text{var}} = 100\left[1 - \sqrt{\frac{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k} - \hat{\dot{Z}}_{1_k}\right)^2}{\sum_k \left(\dot{Z}_{1_k}\right)^2}}\right] = 57{,}54\%$$

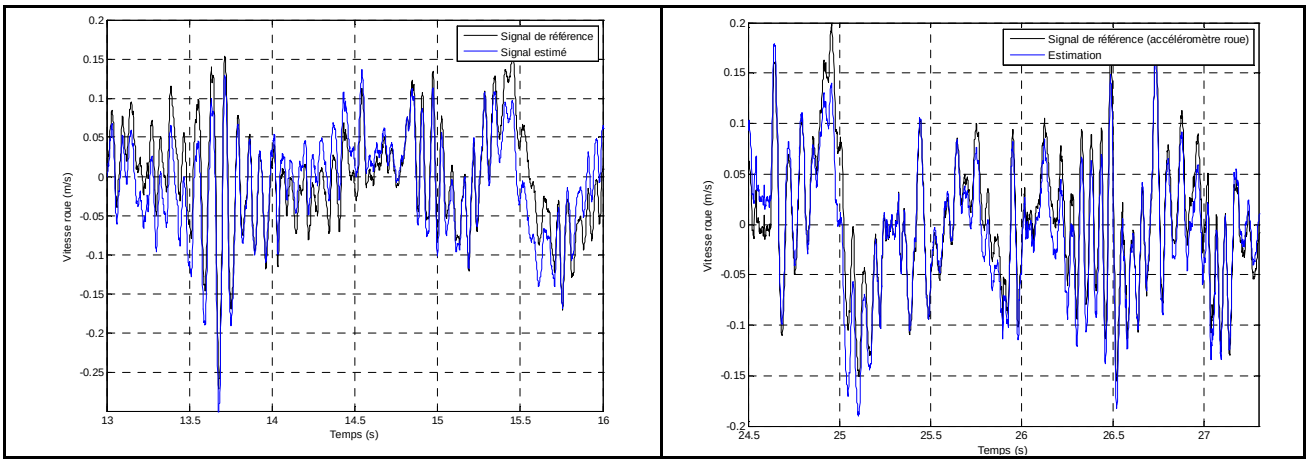


Fig. 4. 42 - Résultats de l'estimation de la vitesse absolue de la roue avec la configuration 3

4.6 Comparaison des résultats

Dans cette partie, nous allons comparer le résultat des estimations des trois configurations de filtre. Comme précédemment, nous allons nous intéresser à un coin du véhicule et nous allons regarder la qualité des estimations pour plusieurs situations du véhicule, excitations provenant de la route et celles issues des manœuvres du conducteur.
Pour chaque essai, on propose de superposer le résultat des différentes stratégies et de donner les critères de performance associés.

4.6.1 Résultats de l'essai de confort effectué sur banc

- Estimation du déplacement relatif

Cet essai permet de confirmer la bonne estimation du déplacement relatif sur ce type d'entrées « route » quelle que soit la configuration choisie. La meilleure configuration en termes de bruit est celle avec accéléromètre sur la roue.

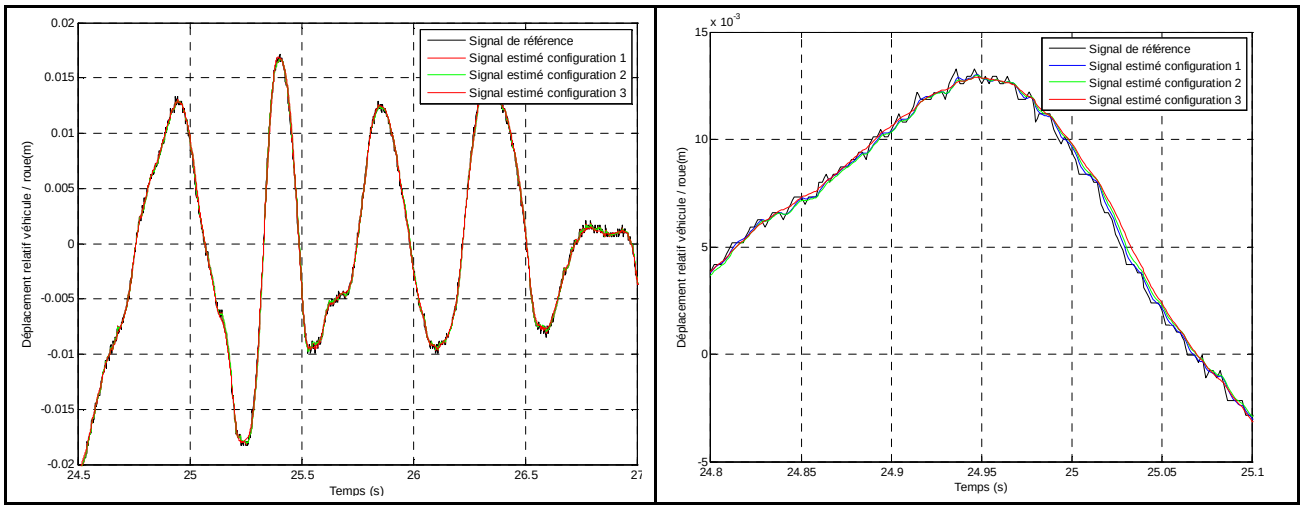


Fig. 4. 43 - Résultats des estimations du déplacement relatif sur un essai avec entrées « route »

- Estimation de la vitesse relative

La meilleure estimation de la vitesse relative provient de la configuration 3. Le déphasage par rapport au signal de référence issu des accéléromètres est très faible et le rapport signal sur bruit est très bon. La configuration 2 ne permet pas d'améliorer significativement la vitesse relative par rapport à la configuration 1. Par ailleurs nous pouvons préciser ici que la phase et l'amplitude de la vitesse relative sont des paramètres importants pour le contrôle du véhicule. En effet, avec ce type d'actionneur semi-actif, des erreurs parfois faibles peuvent engendrer des blocages de l'amortisseur et de l'inconfort dans le véhicule.

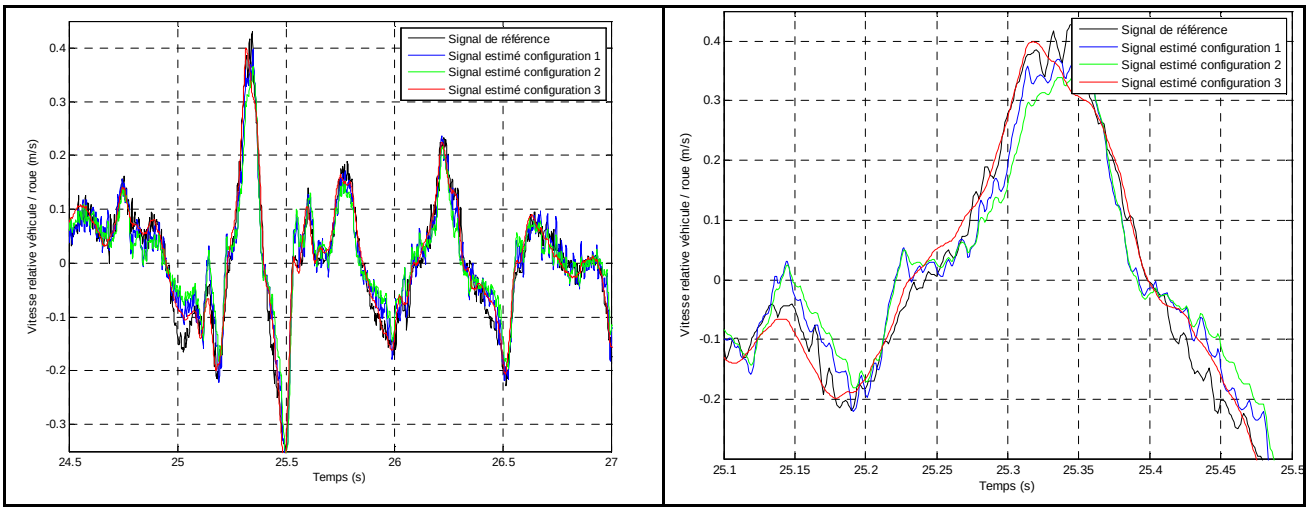


Fig. 4. 44 - Résultats des estimations de la vitesse relative sur un essai avec entrées « route »

- Estimation de l'effort normal au pneumatique

La meilleure estimation de l'effort normal au pneumatique est obtenue à partir de la configuration 3. Le déphasage par rapport à la mesure de référence est nettement meilleur avec un rapport signal sur bruit plus favorable. On voit néanmoins apparaître des erreurs d'amplitude de l'ordre de 200 N, ce qui reste acceptable compte tenu des faibles sollicitations de la route lors de cet essai. Enfin, la configuration 2 ne permet pas d'améliorer l'estimation par rapport à la 1.

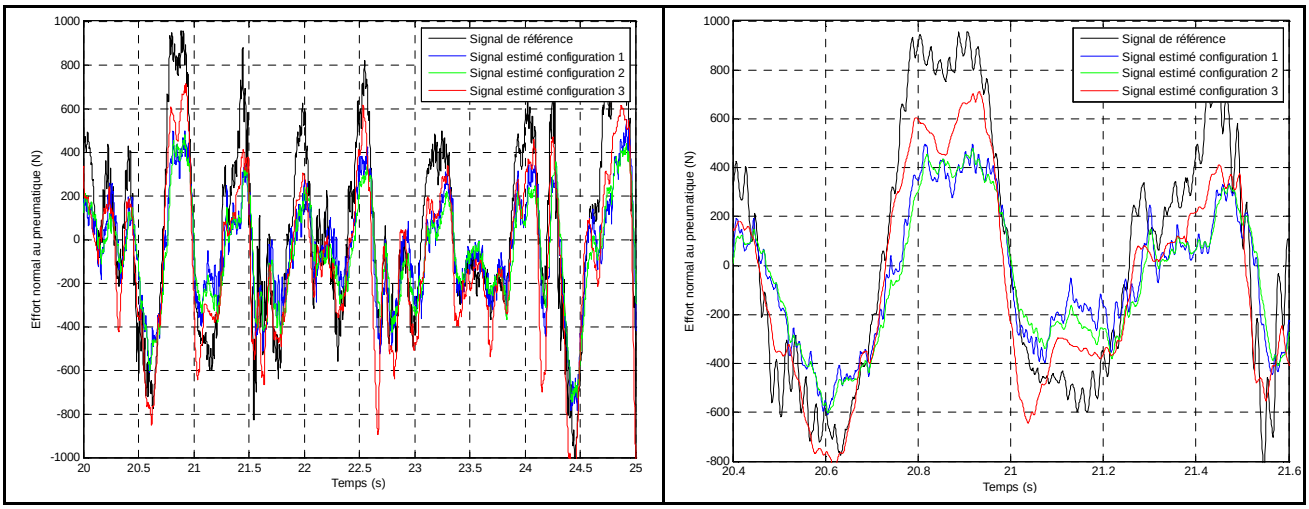


Fig. 4. 45 - Résultats des estimations de l'effort normal sur un essai avec entrées « route »

- Estimation de la vitesse absolue du véhicule

La meilleure estimation de la vitesse absolue du véhicule est obtenue avec la configuration 2. La configuration 3 reste toutefois meilleure que la 1 et acceptable par rapport à l'échelle du signal. Enfin, le rapport signal sur bruit reste très bon quelle que soit la configuration.

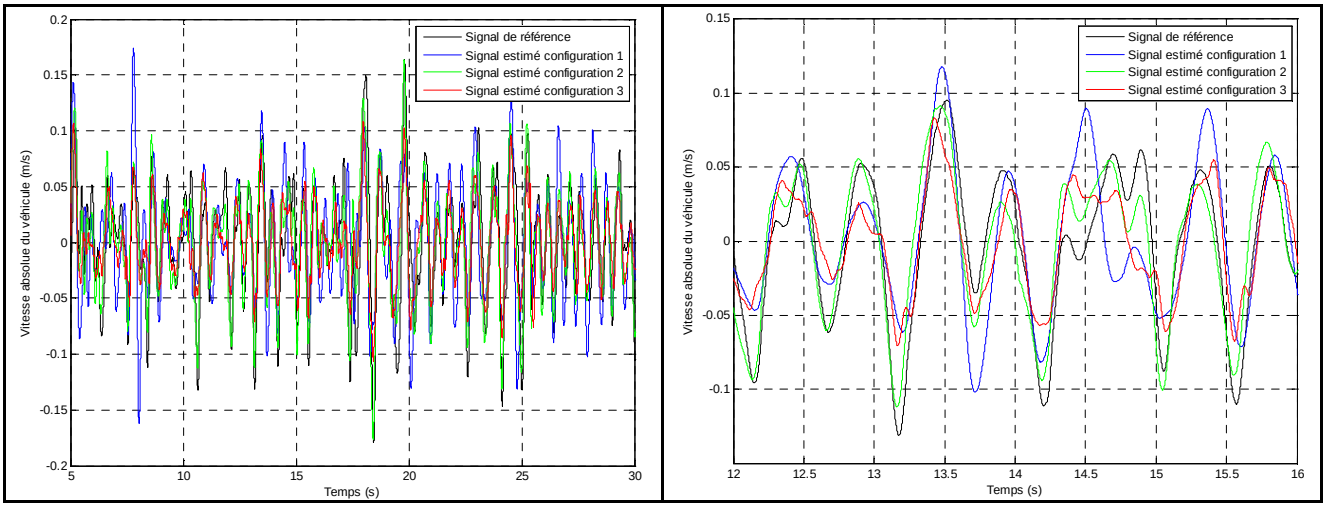


Fig. 4. 46 - Résultats des estimations de la vitesse absolue du véhicule sur un essai avec entrées « route »

- Estimation de la vitesse absolue de la roue :

La meilleure estimation de la vitesse absolue de la roue est obtenue avec la configuration 3, elle permet d'obtenir un très bon rapport signal sur bruit, des erreurs d'amplitudes et de phase très faibles. La configuration 2 reste néanmoins meilleure que la 1, en particulier en termes d'amplitude et de niveau de bruit.

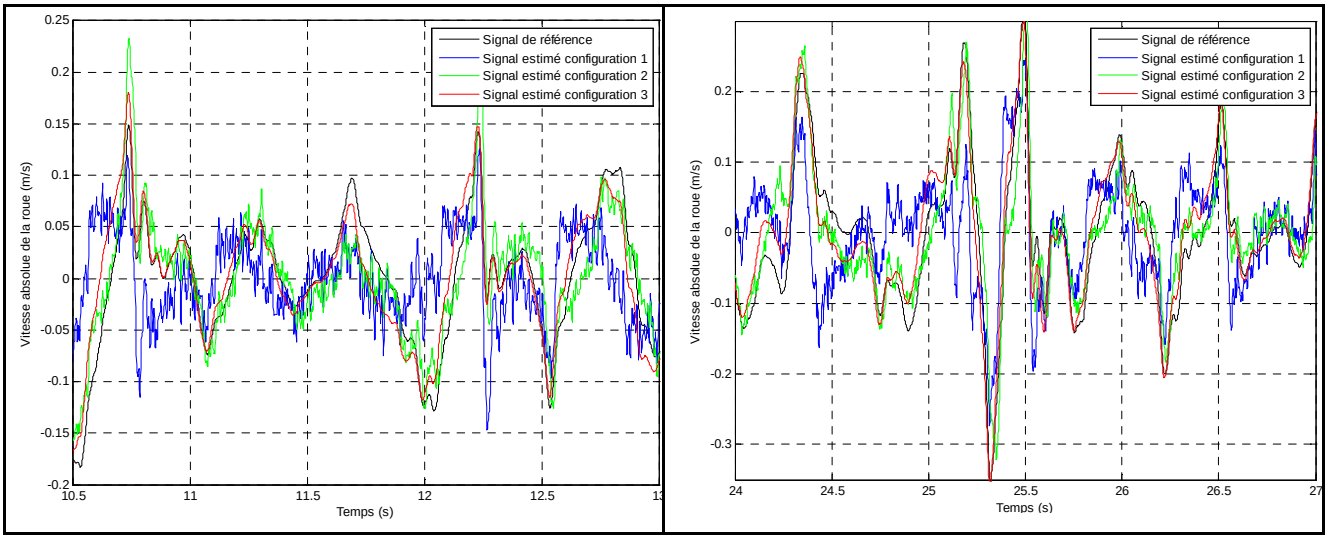


Fig. 4. 47 - Résultats des estimations de la vitesse absolue de la roue sur un essai avec entrées « route »

- Evaluation et comparaison des critères de performance

Grandeur / Configuration	Déplacement relatif ΔZ_{21}^{ij}	Vitesse relative $\Delta \dot{Z}_{21}^{ij}$	Effort normal $k_{pneus}.\Delta Z_{10}^{ij}$	Vitesse véhicule $\Delta \dot{Z}_{2}^{ij}$	Vitesse roue $\Delta \dot{Z}_{1}^{ij}$
Déplacement relatif	97,46	67,17	47,4	18,3	21,8
Déplacement relatif Accéléromètre véhicule	97,53	67,7	51,93	49,48	46,89
Déplacement relatif + Accéléromètre de roue	96,76	81,03	69,66	43,23	65,22

Tableau 4.4 : Résultats des critères de performance sur l'essai avec entrées route

En conclusion, sur ce type d'essai (entrées route), la meilleure estimation est fournie par la configuration 3. Vient ensuite la configuration 2 et la 1. Ces résultats permettent également de montrer sur l'estimation de la vitesse relative, que les perturbations à basses fréquences induites sur les accéléromètres « véhicule » sont trop importantes pour exploiter ce dernier signal avec le filtre.

4.6.2 Résultats sur un essai de comportement issu des manœuvres du conducteur

- Estimation du déplacement relatif

L'estimation du déplacement relatif sur ce type de manœuvre est encore une fois correcte quelle que soit la configuration étudiée.

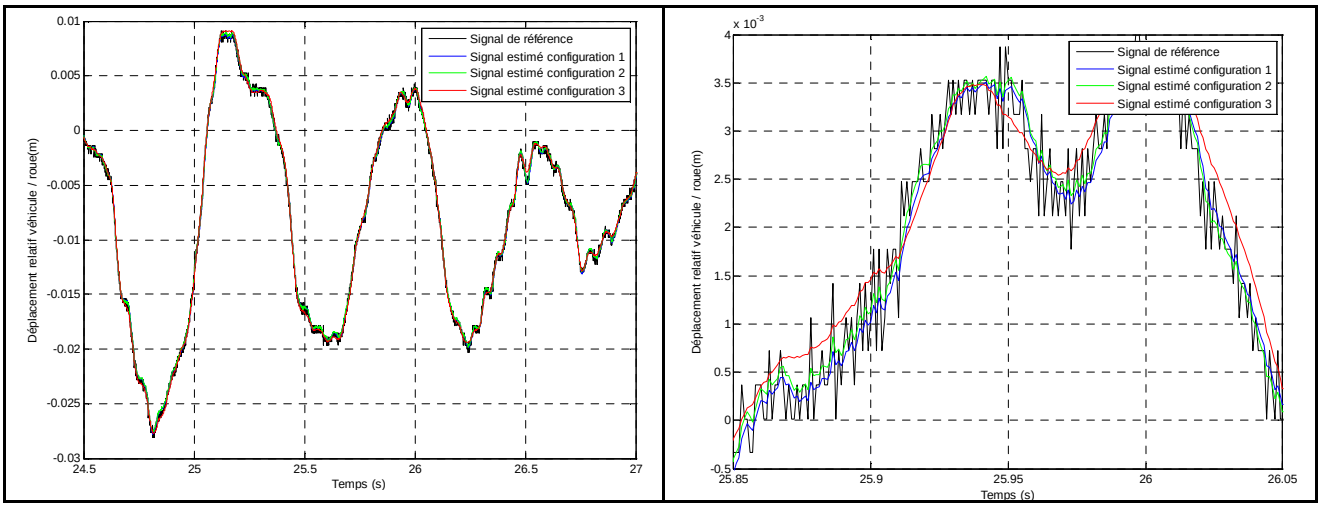


Fig. 4. 48 - Résultats des estimations du déplacement relatif sur un essai avec manœuvres issues du conducteur

- Estimation de la vitesse relative

Par rapport aux manœuvres avec entrées route, la qualité de l'estimation est légèrement moins bonne mais le signal est plus faible. L'amplitude du bruit sur l'estimation reste donc acceptable. Enfin, en termes de phase et d'amplitude, la configuration 3 avec l'accéléromètre sur la roue admet les meilleurs résultats. Par ailleurs, nous pouvons noter ici que la configuration 2, comme l'essai précédent, n'est pas meilleure que la configuration 1. Cela signifie que les erreurs à basses fréquences sur les accéléromètres « véhicule » sont trop importantes pour que l'algorithme puisse exploiter le signal d'accélération pour et corriger l'estimation.

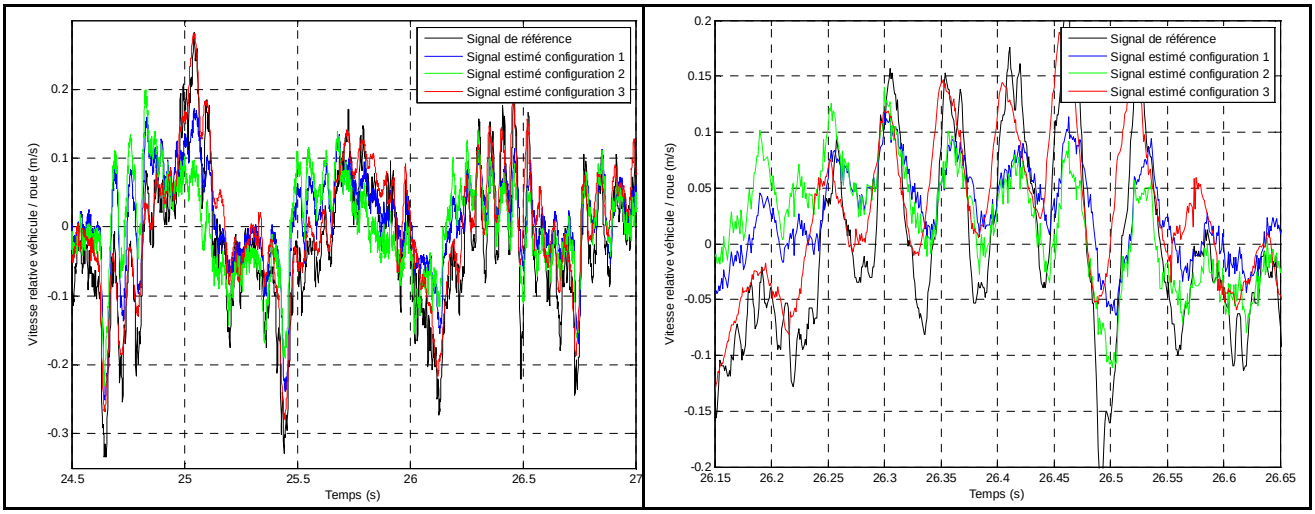


Fig. 4. 49 - Résultats des estimations de la vitesse relative sur un essai avec manœuvres issues du conducteur

- Estimations de la vitesse absolue du véhicule

L'estimation de la vitesse du véhicule lors de cette manœuvre reste meilleure avec la configuration 2 par rapport à la 3. Néanmoins avec la configuration 3, l'estimation reste acceptable vis-à-vis de l'amplitude du signal. La configuration 1 ne permet pas d'obtenir de bons résultats sur ce type de manœuvre.

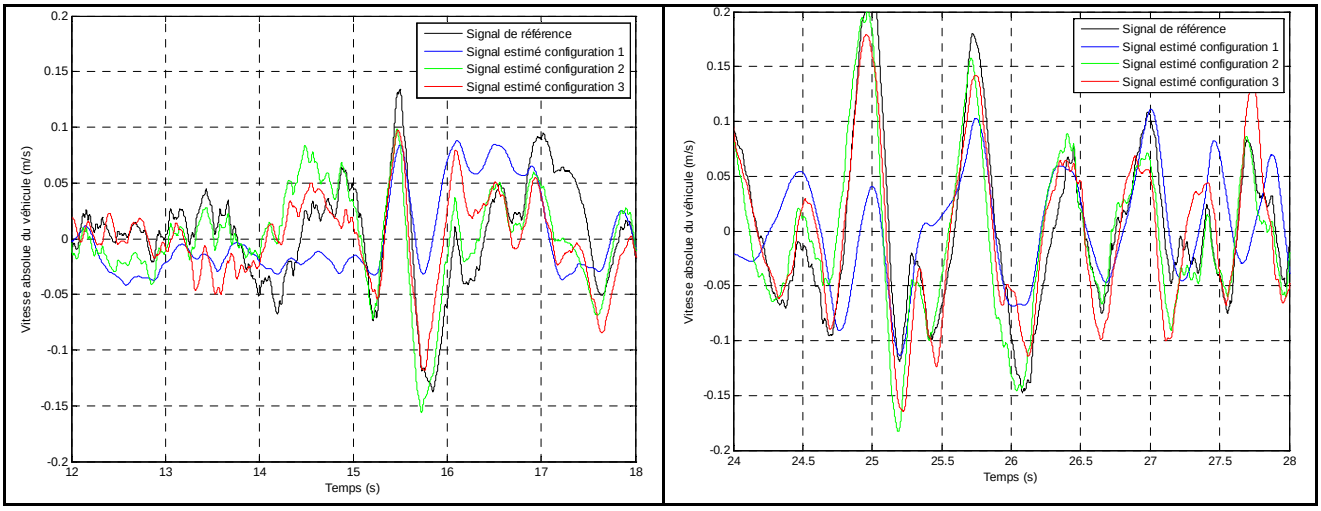


Fig. 4. 50 - Résultats des estimations de la vitesse absolue du véhicule sur un essai avec manœuvres issues du conducteur

- Estimation de la vitesse absolue de la roue

Le meilleur résultat est obtenu avec la configuration 1. Les autres configurations engendrent du déphasage et des erreurs d'amplitude au niveau du mode de résonance de la roue.

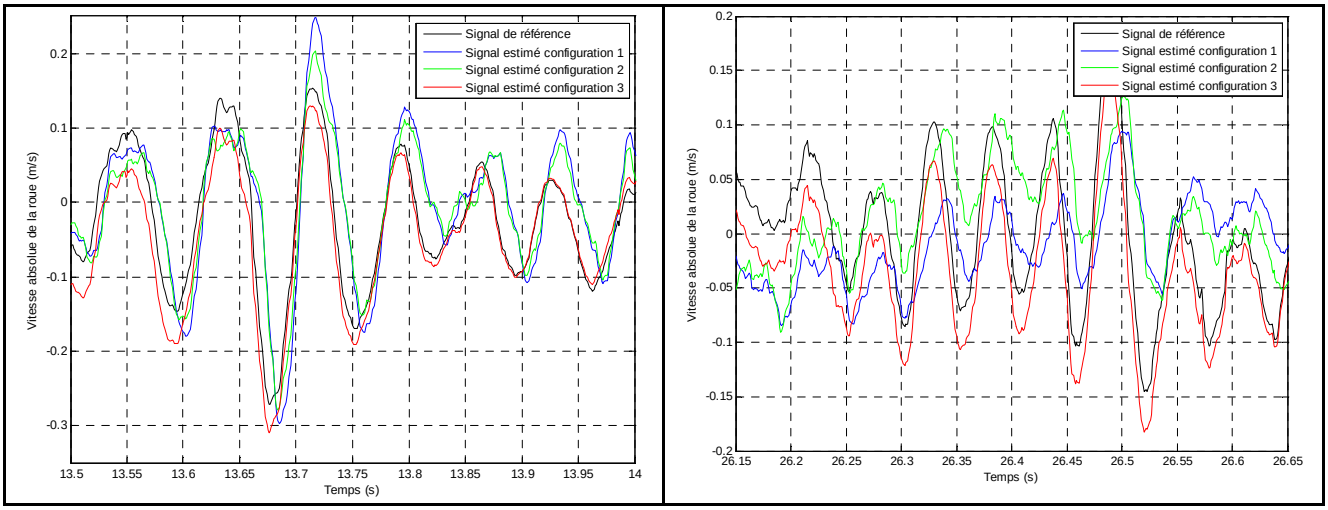


Fig. 4. 51 - Résultats des estimations de la vitesse absolue de la roue sur un essai avec manœuvres issues du conducteur

- Evaluation et comparaison des critères de performance:

Grandeur Configuration	Déplacement relatif véhicule / roue ΔZ_{21}^{ij}	Vitesse relative Véhicule / roue $\Delta \dot{Z}_{21}^{ij}$	Vitesse véhicule Z_2^{ij}	Vitesse roue Z_1^{ij}
Déplacement relatif	98,2	20,3	7,5	14,4
Déplacement relatif + Accéléromètre véhicule	98,44	24,33	27,66	30,37
Déplacement relatif + Accéléromètre de roue	98,24	51,15	22,73	57,54

Tableau 4.5 : Résultats des critères de performances sur l'essai avec manœuvres dynamiques

En conclusion, sur ce type de manœuvres dynamiques, la meilleure estimation est encore une fois fournie par la configuration 3 avec l'accéléromètre sur la roue. Vient ensuite la configuration 2 avec l'accéléromètre sur le châssis, qui améliore l'estimation de la vitesse absolue du véhicule principalement. Enfin, la configuration la moins performante est celle qui exploite le capteur de déplacement relatif uniquement.

Par rapport à la configuration 1, l'accéléromètre « véhicule » permet d'améliorer l'estimation de la vitesse du véhicule tandis que l'accéléromètre de roue améliore également en plus de la vitesse absolue du véhicule, la vitesse relative et la vitesse de roue.

Chapitre 5

Conclusion et perspectives

Sommaire

5.1 Conclusions 171
5.1.1 Modélisation du véhicule 171
5.1.2 Synthèse des différentes configurations de capteur 171
5.1.3 Robustesse 172
5.1.4 Evaluation du temps de calcul 172
5.2 Perspectives 174
5.2.1 Optimisation de l'algorithme 174
5.2.2 Amélioration du modèle 175
5.2.3 Exploitation d'autres capteurs 175
5.2.4 Conclusion 176

5.1 Conclusions

Dans ce chapitre, nous proposons de reprendre la démarche suivie tout au long de ce travail et de tirer les conclusions quant aux configurations de filtre à utiliser pour répondre à la problématique temps réel. Ce travail s'est principalement axé sur deux voies :
Une première, dite de modélisation, qui a permis de développer et d'adapter la modélisation du véhicule aux contraintes temps réel. Cette étape a permis d'opérer des simplifications indispensables à l'élaboration d'un algorithme exploitable par les calculateurs présents aujourd'hui sur le marché automobile.
Une deuxième étape a été d'exploiter le modèle développé précédemment et de réfléchir sur les méthodes d'estimation adaptées ainsi que les configurations de capteurs.
Enfin, nous essayerons de voir comment approfondir cette étude pour améliorer encore les résultats.

5.1.1 Modélisation du véhicule

Lors de cette étude, il a été nécessaire de développer un modèle complet du véhicule pour pouvoir prendre en compte une hauteur de centre de rotation en tangage différente de celle en roulis. Nous avons vu que cela modifie principalement l'équilibre statique du véhicule mais reste toutefois nécessaire au bon fonctionnement du modèle dans les phases de freinage et de virages stabilisés.

Nous avons également pu voir que la présence des signaux d'accélération latérale, longitudinale et de vitesse de lacet permettait de recalculer les efforts latéraux transmis entre la route et les pneumatiques. Cela a permis de découpler le modèle global du véhicule en un modèle dit « horizontal » permettant de décrire les états d'avance, de ballant et de lacet et un modèle « vertical » permettant de décrire les états de roulis, tangage et pompage. Cette étape de découplage est intéressante car elle a permis de construire un modèle réduit faisant uniquement intervenir les états relatifs, utilisés pour le contrôle des systèmes de suspensions contrôlées, tout en conservant les limites physiques du pneumatique, souvent difficiles à mettre en œuvre pour une application temps réel.

Enfin, l'approche présentée dans ce rapport a permis de décomposer le modèle global du véhicule en quatre modèles (un par coin) et donc de simplifier considérablement l'algorithme du filtre avec les calculateurs disponibles aujourd'hui pour une application temps réel.

5.1.2 Synthèse des différentes configurations de capteur

Dans cette étude nous avons cherché à voir quelle était la meilleure configuration de capteur pour l'estimation des états du véhicule. Nous avons ainsi montré que contrairement à ce qui est présent aujourd'hui sur la plupart des systèmes de suspensions contrôlées, si l'on doit rajouter des capteurs, il est préférable de mettre des accéléromètres sur les roues plutôt que sur le véhicule. En plus d'améliorer l'estimation de la vitesse verticale du véhicule, cela permet d'obtenir une meilleure estimation de l'état de l'actionneur (vitesse relative véhicule/roue), de la vitesse verticale de la roue et de l'effort normal aux pneumatiques.
L'évaluation des performances sur véhicule à partir des lois de commande existante, a montrer l'intérêt de développer cette méthode pour les systèmes de suspensions contrôlées. En particulier cela à permis d'améliorer le confort et la tenue de route du véhicule.

Par ailleurs nous pouvons préciser que la présence d'accéléromètre sur les roues peut permettre la détection de défauts tels que le déséquilibrage des roues, ou bien encore la perte de pression sur un pneumatique. Cela peut permettre d'améliorer ainsi la sureté de fonctionnement du véhicule.

Enfin, nous pouvons également conclure sur le fait qu'en fonction du système de contrôle utilisé, il est nécessaire ou non de rajouter des capteurs. En effet, les systèmes à basse dynamique qui essayent de contrôler les états du véhicule uniquement ne nécessitent pas le surcoût induit par l'ajout de capteur. Les résultats obtenus avec un capteur de déplacement relatif uniquement sont suffisants et ne justifient pas le surcoût de capteurs additionnels. A l'inverse, pour les systèmes à haute dynamique permettant de contrôler également les roues tels que les systèmes d'amortissement Magnéto-Rhéologique, il devient intéressant de rajouter des accéléromètres sur les roues pour adapter la qualité des estimations à la précision et au temps de réponse du système. En particulier, cela permet de mieux connaître l'état du véhicule, des actionneurs et des roues.

5.1.3 Robustesse

Nous avons pu évaluer durant une année la robustesse du filtre et sa sensibilité aux variations climatiques ainsi qu'aux variations des paramètres du modèle tels que la masse, la variation de pression dans les pneumatiques ou encore leurs changements de caractéristiques. De cette manière, nous avons pu constater que les filtres conservaient leurs performances. Par ailleurs, le véhicule prototype a subi une campagne d'essai de trois mois en Suède, ce qui a également permis de valider le modèle et les performances des filtres dans des conditions d'adhérence faibles et variables. Ces derniers tests sont importants car ils conditionnent l'industrialisation potentielle de l'algorithme et des capteurs associés d'un point de vue sureté de fonctionnement. Néanmoins des tests approfondis doivent être mis en œuvre pour valider la robustesse sur la durée de vie totale du véhicule.

5.1.4 Evaluation du temps de calcul

Dans cette étape, nous allons chercher à évaluer la charge de calculs des différentes configurations de filtre. Pour cela, on propose de calculer le nombre d'opérations nécessaires au fonctionnement des algorithmes pour chaque combinaison de capteur. L'étape de prédiction reste similaire pour chaque configuration, c'est dans l'observation que la charge de calcul va être différente. Enfin, nous préciserons également les étapes permettant d'obtenir les vitesses absolues.
Les résultats présentés ici sont issus des simplifications faites sur les matrices. Tous les calculs ont été effectués de manière analytique en considérant les termes constants et variables. Cela a permis d'extraire une partie des opérations à effectuer en temps réel et d'isoler les calculs à effectuer en prétraitement. Néanmoins il reste plusieurs voies d'amélioration pour optimiser les opérations et réduire ainsi la charge de calcul. Les résultats suivants sont donnés pour les quatre coins :

	Déplacements relatifs	Déplacements relatifs et accéléromètres sur le véhicule	Déplacements relatifs et accéléromètres sur les roues
PREDICTION			
$\hat{X}_{k+1\|k} = f_d\left(X_{k\|k}, U_k, 0\right)$	136 multiplications 100 additions 16 tang hyperboliques	136 multiplications 100 additions 16 tang hyperboliques	136 multiplications 100 additions 16 tang hyperboliques
$A_k \Sigma_{k\|k} A_k^T$	224 multiplications 168 additions	224 multiplications 168 additions	224 multiplications 168 additions
$\Sigma_{k+1\|k}$	28 additions	28 additions	28 additions
CORRECTION			
$Y_k = g\left(X_k, U_k, W_k\right)$	4 additions	112 multiplications 84 additions 16 tang hyperboliques	128 multiplications 80 additions 16 tang hyperboliques
$\Sigma_{k+1\|k} C_{k+1}^T$	16 multiplications 12 additions	96 multiplications 64 additions	96 multiplications 64 additions
$C_{k+1} \Sigma_{k+1\|k} C_{k+1}^T$		144 multiplications 108 additions	144 multiplications 108 additions
$C_{k+1} \Sigma_{k+1\|k} C_{k+1}^T + FR_{mesures} F^T$		12 additions	12 additions
$\left(C_{k+1} \Sigma_{k+1\|k} C_{k+1}^T + FR_{mesures} F^T\right)^{-1}$		32 multiplications 16 additions 16 divisions	32 multiplications 16 additions 16 divisions
K_{k+1}	4 multiplications	64 multiplications 32 additions	64 multiplications 32 additions
$Y_{mes} - g\left(\hat{X}_{k+1\|k}, U_{k+1}, 0\right)$	4 additions	8 additions	8 additions
$K_{k+1}\left[Y_{mes} - g\left(\hat{X}_{k+1\|k}, U_{k+1}, 0\right)\right]$	16 multiplications	32 multiplications 16 additions	32 multiplications 16 additions
$\hat{X}_{k+1\|k+1}$	16 additions	16 additions	16 additions
$K_{k+1} C_{k+1}$	4 multiplications	96 multiplications 48 additions	96 multiplications 48 additions
$I - K_{k+1} C_{k+1}$	16 additions	16 additions	16 additions
$\Sigma_{k+1\|k+1}$	112 multiplications 84 additions	256 multiplications 192 additions	256 multiplications 192 additions
VITESSES ABSOLUES			
Vitesses véhicule	88 multiplications 48 additions 16 tang hyperboliques	32 multiplications 16 additions	32 multiplications 20 additions
Vitesse roues	76 multiplications 4 additions 16 tang hyperboliques	32 multiplications 20 additions	32 multiplications 16 additions
SOMME TOTALE			
	676 multiplications 484 additions 48 tang hyperboliques	1256 multiplications 944 additions 16 divisions 16 tang hyperboliques	1274 multiplications 876 additions 16 divisions 16 tang hyperboliques

Tableau 6 – Evaluation du nombre d'opérations en fonction des configurations de capteurs

5.2 Perspectives

Dans cette partie nous allons proposer plusieurs évolutions possibles pour l'amélioration des résultats précédents :

- Une première voie d'amélioration concernant l'algorithme et plus spécifiquement son implémentation sur le calculateur.
- Une seconde voie d'amélioration concernant l'amélioration du modèle développé dans ce rapport.
- Enfin, une troisième voie concernant l'exploitation potentielle de nouveaux capteurs dans un futur proche.

5.2.1 Optimisation de l'algorithme

Durant ce travail, nous avons cherché à optimiser la charge de calcul des filtres. Néanmoins, nous ne sommes pas rentrés dans le détail de son implémentation sur un calculateur de production. En effet, toute l'étude présentée dans ce rapport a été réalisée en prototypage rapide sur MicroAutobox. Néanmoins lors de cette étape, nous avons cherché à reproduire la chaîne de mesure et de traitement utilisé en production, en conservant les paramètres importants tels que le conditionnement des signaux d'entrées, la fréquence d'échantillonnage, la quantification et le temps de boucle du cycle. Nous pouvons ainsi envisager une seconde optimisation opérée par des spécialistes du codage temps réel pour permettre de réduire la charge de calcul en réduisant les équations à leur plus simple expression, en normalisant ces dernières, en limitant les divisions et en approchant les constantes par des valeurs plus simples à coder numériquement.

Nous pouvons également envisager le calcul du gain des filtres travaillant à une dynamique différente de celle du filtre lui même. En effet, nous savons que ce gain va évoluer en fonction des non linéarité du système. Or nous savons que ces non linéarités dépendent de l'évolution du déplacement relatif pour le ressort et de la vitesse relative pour l'amortissement. Nous pourrions donc effectuer le calcul du gain en fonction de l'évolution de ces dernières variables. Cela permettrait d'augmenter le temps d'exécution disponible pour le calcul du gain du filtre.

Enfin, nous pouvons envisager un découpage matriciel plus optimisé qui regrouperait les termes de dynamique différente. En effet, il n'est pas nécessaire de recalculer une constante à chaque pas d'échantillonnage. De plus, l'étape d'inversion nécessaire au calcul du gain du filtre a été simplifiée et ramenée à l'inversion d'une matrice 2x2. Cette dernière opération a été développée sous forme analytique et permet ainsi de calculer uniquement les termes variables.

5.2.2 Amélioration du modèle

Le but de ce travail a été de réaliser un modèle du véhicule suffisamment simple pour une application temps réel mais suffisamment précis pour bien rendre compte du comportement dynamique et ainsi optimiser la qualité des estimations.

L'algorithme choisi ayant été volontairement sélectionné pour tenir compte des non linéarités du modèle, nous pouvons envisager d'adapter les modèles de bruit d'état pour tenir compte du type de route sur laquelle le véhicule évolue. Jusqu'à maintenant, nous avons majoré la variance du bruit sur l'entrée route pour tenir compte de toutes les situations de vie du véhicule. Néanmoins on comprend aisément que cette variance de bruit, sur autoroute par exemple, n'est pas la même que sur une route tout-terrain. Nous pourrions donc envisager de développer une méthode d'estimation de la variance de ce bruit pour modifier les paramètres du filtre en temps réel et ainsi optimiser encore les performances.

De la même manière, nous avons vu que certains bruits de mesure comme ceux observés par les accéléromètres positionnés sur le véhicule dépendaient du régime moteur. Ce signal étant disponible sur le bus CAN du véhicule, nous pourrions donc envisager d'élaborer un modèle de bruit tenant compte de ce régime.
En revanche, de par leur sensibilité plus faible, les perturbations induites par le moteur sur les accéléromètres de roue sont négligeables devant l'amplitude du bruit de quantification. Il n'est donc pas nécessaire de développer un modèle de bruit pour ces mesures.

5.2.3 Exploitation d'autres capteurs

Lors de cette étude, nous avons cherché des solutions économiquement intéressantes pour une mise en production. On s'est donc concentré volontairement sur une instrumentation fondée sur l'utilisation d'accéléromètres, peu couteux, industrialisables, résistants aux agressions de l'environnement extérieur et fiables sur la durée de vie du véhicule. Ces capteurs permettent de mesurer les signaux d'accélération absolue. En effet, comme nous avons vu dans ce mémoire, il est difficile de trouver des capteurs permettant de mesurer une vitesse ou position absolue du véhicule et/ou de la roue. Actuellement, les performances fournies par les systèmes de localisation par satellite ne suffisent pas, d'un point de vue précision et réponse transitoire, à corriger et permettre un recalage dynamique du modèle du véhicule. Il est donc peu réaliste aujourd'hui d'envisager ce type d'instrumentation.

Enfin, nous pouvons préciser qu'il est difficile de mesurer directement la position de la roue par rapport au sol étant donné que ce dernier évolue de manière aléatoire sous le pneumatique. Il serait éventuellement possible d'envisager un capteur de pression dynamique pour évaluer l'évolution de pression au sein du pneumatique et de retrouver ainsi l'évolution du volume et donc une estimation du déplacement du pneumatique par rapport à la jante.
Concernant la mesure du déplacement relatif de la roue par rapport au véhicule, nous avons choisi ici d'utiliser un capteur de déplacement relatif de suspension car il permet de mesurer avec précision et robustesse le déplacement du ressort de suspension. Ce type de capteur est de plus en plus utilisé en production.
Par ailleurs, il existe des capteurs de vitesse relative permettant de mesurer la vitesse de l'amortisseur mais ces capteurs restent aujourd'hui plus chers et peu fiables pas rapport aux contraintes imposées par l'environnement extérieur.

5.2.4 Conclusion

En conclusion nous pouvons dire que les objectifs de départ de cette thèse ont été atteints puisqu'il a été possible d'une part de définir le choix d'instrumentation nécessaire au contrôle du véhicule et d'autre part de réaliser un algorithme d'estimation non linéaire, implémentable sur les calculateurs disponibles. Par ailleurs, l'évaluation des performances sur véhicule à permis de justifier l'intérêt de développer cette méthode puisque cela améliore le confort et la tenue de route. Il reste cependant encore de nombreuses voies d'amélioration pour optimiser les résultats en fonction de la situation du véhicule.

Bibliographie

[1] T. Gillespie. Fundamentals of vehicle Dynamics, 1992, Society of Automotive Engineers (SAE)
[2] T.Halconruy. Les liaisons au sol. ETAI. 1995
[3] F. Lewis, L, Xie, D. Popa, Optimal and Robust Estimation, second edition,CRC
[4] JP. Brossard, Dynamique du véhicule / Modélisation des systèmes complexes, Presses Polytechniques et universitaires romandes, Collection des sciences appliquées de l'INSA Lyon
[5] H. Bolandhemmat, C. M. Clark, M F Golnaraghi. A distributed sensing system for vehicle state estimation
[6] HJ. Kim, H. S. Yang, YP. Park. Conputers and structures, Improving the vehicle performance with active suspension using road-sensing algorithm
[7] http://www.autosar.org/
[8] Brown and Hwang. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. *John Wiley and Sons, 1997*
[9] M. Labarrere, J.P. Krief and B. Gimonet. Le filtrage et ses applications. *Sup'aero, Toulouse, 1978*
[10] Dominique Beauvois. Automatique Statistique – Théorie de Wiener – Théorie de Kalman. *Supelec, 1997*
[11] Eric Ostertag. Filtrage optimal et commande optimale. *ENSPS, ULP, Strasbourg, 2002*
[12] J. Uhlmann, S. Julier and H.F. Durrant-Whyte. A new method for the non linear transformation of means and covariances in filters and estimations. *IEEE Transactions on automatic control, vol. 45, 2000.*
[13] E. A. Wan and R. van der Merwe. A. Doucet, N. de Freitas. The Unscented Particle Filter. *Technical Report, Cambridge University Engineering Departement, England, 2000.*
[14] E. A. Wan and R. van der Merwe. The unscente.d Kalman filter for Nonlinear estimation. *Adaptive systems for Signal Processing, Communication and Control (ASPCC), IEEE, Lake Louise, Al-berta, Canada, 2000.*
[15] E. Walter and L. Pronzato. Identification de modèles paramétriques. *Masson, 1990*
[16] F. Legland. Introduction au filtrage en temps discret. *Université de Rennes 1, 2004*
[17] Samer S. Sabb. A Heuristic Kalman filter for a class of nonlinear systems. *IEEE Transactions on automatic control, vol49, no 12, 2004*
[18] R.E. Kalman. A New Approch to Linear Filtering and Prediction Problems. *ASME-Journal of Basic Engineering, 1960*
[19] M. Patcher and Y. Yavin. Theory ans applications of state estimation. *NRIMS Summer Seminar Series, 1984*
[20] D. Alazard Introduction au filter de Kalman. SUPAERO. 2005
[21] Hyo-Jun Kim, Hyun Seok Yang, Young-Pil Park. Improving the vehicle performance with active suspension using road-sensing algorithm. *2002*
[22] Jeong W. Yoshida, K. Kobayashi H. State estimation of road surface and vehicle system using a Kalamn filter.*1990*
[23] H. Bolandhemmat, C. M. Clark, M. F. Golnaraghi. A distributed sensing system for vehicles state estimation. *1996*

[24] D. Hrovat, D. Margolis, M. Hubbard. An approach toward the Optimal Semi-active Suspensions*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. 1988.*
[25] Z. Zamm, T. Butz, O. Von Stryk. Modeling and simulation of Electro and Magnetorhological Fluid Dampers*. 1998*
[26] A. Dominguez, R Sedaghati, I. Stiharu. A new dynamic hysteresis model for magnetorhelogical dampers*. Institute of Physics Publishing. 2006*
[27] J-P. Pérez, Mécanique, Fondements et applications. 1997

Annexes 1

Définition des variables et des paramètres utilisés

Sommaire

Paramètres de repérage spatial et accélérations 181
Paramètres géométriques associés au véhicule 182
Forces et moments utilisés pour l'élaboration du modèle 183
Constantes et paramètres utilisés pour l'élaboration du modèle 184
Définition des variables utilisées pour le calcul des algorithmes de filtrage 185

Paramètres de repérage spatial et accélérations

$R_c(O_1, \vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$	Repère lié au véhicule	[-]
$R'(O_1, \vec{x}', \vec{y}', \vec{z}')$	Repère de transition Roulis / Tangage R_I / R_c	[-]
$R_I(O, \vec{x}_I, \vec{y}_I, \vec{z}_I)$	Repère intermédiaire R_0 / R'	[-]
$R_0(\Omega, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$	Repère absolu lié à la Terre	[-]
ψ	Angle de lacet	[rad]
ϑ	Angle de roulis	[rad]
φ	Angle de tangage	[rad]
α	Angle de dérive	[rad]
V	Vitesse du véhicule dans le plan ($\vec{x}_0, \vec{y}_0$)	[m/s]
Z_{veh}	Distance verticale du centre de gravité par rapport au sol	[m]
Z_2^{ij}	Distance verticale du centre du véhicule au coin ij par rapport au sol	[m]
Z_1^{ij}	Distance verticale de la roue au coin ij par rapport au sol	[m]
Z_0^{ij}	Distance verticale de la route au coin ij par rapport au sol	[m]
ΔZ_{21}^{ij}	Distance verticale relative du véhicule par rapport à la roue sur un coin ij	[m]
ΔZ_{10}^{ij}	Distance verticale relative de la roue par rapport à la route sur un coin ij	[m]
$\overrightarrow{\Gamma_a(G \in R_c / R_0)}_{R_I}$	Accélération absolue du centre de gravité du repère R_c / R_0 exprimé dans le repère R_I	[m/s²]
$\overrightarrow{\gamma_r(G \in R_c / R_I)}_{R_I}$	Accélération relative du centre de gravité du repère R_c / R_I exprimé dans le repère R_I	[m/s²]
$\overrightarrow{\gamma_e(G \in R_I / R_0)}_{R_I}$	Accélération relative du centre de gravité du repère R_I / R_0 exprimé dans le repère R_I	[m/s²]
$\overrightarrow{\gamma_c(G \in R_I / R_0)}_{R_I}$	Accélération relative du centre de gravité du repère R_I / R_0 exprimé dans le repère R_I	[m/s²]
$\overrightarrow{V_r(G \in R_c / R')}_{R'}$	Vitesse relative du centre de gravité du repère R_c / R' exprimé dans le repère R'	[m/s]
$\overrightarrow{V_a(O_1 \in R' / R_I)}_{R'}$	Vitesse absolue du centre O_1 du repère R' / R_I exprimé dans le repère R'	[m/s]
$\overrightarrow{W_e(R' / R_I)}_{R'}$	Vitesse de rotation du repère R' / R_I exprimée dans le repère R'.	[rad/s]
$\overrightarrow{\Sigma^0}_{R_I}$	Moment dynamique calculé au point O et exprimé dans le repère R_I	[rad/s²]
$\overrightarrow{\sigma_{R_c}(G)}$	Moment cinétique calculé au point G et exprimé dans le repère R_c	[rad/s]

Paramètres géométriques associés au véhicule

i	Indice [1 : Avant – 2 : Arrière]	[-]
j	Indice [1 : Gauche – 2 : Droite]	[-]
E_i	Empattement	[m]
V_i	Voie	[m]
O	Centre de roulis	[-]
O_1	Centre de tangage	[-]
Ω	Centre du repère absolu lié à la Terre	[-]
G	Centre de gravité	[-]
OG	Distance verticale du point O au point G	[m]
H_{tang}	Distance verticale du centre de gravité par rapport au centre de tangage	[m]
H_{roul}	Distance verticale du centre de gravité par rapport au centre de roulis	[m]
H_{cdg}	Distance verticale du centre de gravité par rapport au sol	[m]

Forces et moments utilisés pour l'élaboration du modèle

U_{ij}	Effort de l'actionneur au coin ij exprimé à la roue	[N]
$\overrightarrow{F^{Vehicule/\vec{z}}_{poids}}$	Effort verticale dû au poids agissant sur le véhicule	[N]
$\overrightarrow{M^{Vehicule/\vec{x}}_{poids}}$	Moment dû au poids agissant sur le véhicule par rapport à l'axe de roulis	[N.m]
$\overrightarrow{M^{Vehicule/\vec{y}}_{poids}}$	Moment dû au poids agissant sur le véhicule par rapport à l'axe de tangage	[Nm]
$\overrightarrow{F^{Roue/\vec{z}}_{poids}}$	Effort dû au poids agissant sur la roue	[N]
$\overrightarrow{F^{\vec{x}}_{aero}}$	Effort aérodynamique de traîné	[N]
$\overrightarrow{M^{\vec{y}}_{aero}}$	Moment aérodynamique dû à l'effort de traîné par rapport à l'axe de tangage	[Nm]
$\overrightarrow{F^{\vec{z}}_{aero}}$	Effort aérodynamique de portance	[N]
$\overrightarrow{F^{pomp_roue_ij}_{pneus}}$	Effort des pneumatiques sur les roues suivant l'axe vertical	[N]
$\overrightarrow{F^{\vec{x}}_{route\rightarrow roues}}$	Effort de la route sur les roues suivant l'axe longitudinal	[N]
$\vec{F}^{\vec{y}}_{route\rightarrow roues}$	Effort de la route sur les roues suivant l'axe latéral	[N]
$\overrightarrow{M^{\vec{z}}_{route\rightarrow roues}}$	Moment de la route sur les roues par rapport à l'axe de lacet	[Nm]
F^{ij}_{pneu}	Effort vertical du pneumatique sur la roue au coin ij	[N]
$F^{Normal}_{ij_\tan g}$	Effort normal du véhicule sur la roue au coin ij induit par l'accélération longitudinale	[N]
$F^{Normal}_{ij_roul}$	Effort normal du véhicule sur la roue au coin ij induit par l'accélération latérale	[N]
F^{Normal}_{ij}	Effort normal du véhicule sur la roue au coin ij induit par les manœuvres	[N]
$F^{pomp_roue_ij}_{ress}$	Effort du ressort de suspension sur la roue suivant l'axe de pompage	[N]
$F^{pomp_Veh}_{ress}$	Efforts des ressorts de suspension sur le véhicule suivant l'axe de pompage	[N]
T^{roul}_{ress}	Moment des ressorts sur le véhicule par rapport à l'axe de roulis	[Nm]
$T^{\tan g}_{ress}$	Moment des ressorts sur le véhicule par rapport à l'axe de tangage	[Nm]
F^{ij}_{ress}	Effort du ressort de suspension sur le véhicule au coin ij	[N]
$F^{pomp_roue_ij}_{amort}$	Effort de l'amortisseur sur la roue suivant l'axe de pompage au coin ij	[N]
$F^{pomp_Veh}_{amort}$	Efforts des amortisseurs sur le véhicule suivant l'axe de pompage	[N]
$T^{\tan g}_{amort}$	Moment des amortisseurs sur le véhicule suivant l'axe de tangage	[Nm]
T^{roul}_{amort}	Moment des amortisseurs sur le véhicule suivant l'axe de roulis	[Nm]
$F^{pomp_roue_ij}_{act}$	Effort de pompage dû à l'actionneur sur la roue au coin ij	[N]
$F^{pomp_Veh}_{act}$	Efforts de pompage dû aux actionneurs sur le véhicule	[N]
T^{roul}_{act}	Moment des actionneurs sur le véhicule suivant l'axe de roulis	[Nm]
$T^{\tan g}_{act}$	Moment des actionneurs sur le véhicule suivant l'axe de tangage	[Nm]
$F^{roue_ij}_{roul}$	Effort normal dû à la barre antiroulis sur la roue	[N]

Constantes et paramètres utilisés pour l'élaboration du modèle

$\{I\}_{R_c}^{G}$	Matrice d'inertie calculé par rapport au point G et exprimé dans le repère R_c	[Nms²]
M	Masse totale du véhicule et des roues	[kg]
m	Masse du véhicule sans les roues	[kg]
M_{ij}^{roue}	Masse de la roue au coin ij	[kg]
I_{xx}	Inertie du véhicule en roulis calculé par rapport au centre de gravité	[Nms²]
I_{yy}	Inertie du véhicule en tangage calculé par rapport au centre de gravité	[Nms²]
I_{zz}	Inertie du véhicule en lacet calculé par rapport au centre de gravité	[Nms²]
I_{xz}	Inertie de couplage du véhicule en roulis/lacet calculé par rapport au centre de gravité	[Nms²]
g	Constante de gravité Terrestre	[m/s²]
ρ	Masse volumique de l'air	[kg/m^3]
k_{pneu}^{ij}	Raideur du pneumatique au coin ij exprimé à la roue	[N/m]
k_{ress}^{ij}	Raideur du ressort de suspension au coin ij exprimé à la roue	[N/m]
β_i	Coefficient de non linéarité du ressort de suspension	[m^{-4}]
k_{bar_i}	Raideur de la barre antiroulis de l'essieu considéré, exprimée à la roue	[N/m]
μ_{ij}	Amortissement passif de l'amortisseur au coin ij exprimé à la roue	[Ns/m]

Définition des variables utilisées pour le calcul des algorithmes de filtrage

$\overline{X}$	Moyenne associé au vecteur de signaux X	
$\tilde{\tilde{X}}$	Erreur d'estimation associée au vecteur X	
$\hat{X}$	Estimation associée au vecteur X	
Σ_{XX}	Matrice de covariance du vecteur X	
Σ_{XY}	Matrice d'inter-corrélation associée au signal X et Y	
V_k	Vecteur de bruit d'état à l'instant k	
W_k	Vecteur de bruit de mesure à l'instant k	
X_k	Vecteur d'état à l'instant k	
Y_k	Vecteur de mesure à l'instant k	
Q	Matrice de variance associée au bruit d'état	
R	Matrice de variance associée au bruit de mesure	
U_k	Vecteur d'entré du modèle à l'instant k	
K_{k+1}	Gain de Kalman à l'instant k+1	
$f(X,U,V)$	Fonction associée au modèle d'évolution de l'état	
$g(X,U,W)$	Modèle d'observation associé au système	
f_d	Fonction d'évolution associée au modèle discrétisé	
g_d	Modèle d'observation discrétisé	
$g(X,U,W)$	Modèle d'observation associé au système	
$\hat{X}_{k+1\|k}$	Etat estimé à l'instant k+1 à partir de l'instant k	

Annexes 2

Compléments de mécanique

Sommaire

Loi de composition des vitesses et accélérations 189
Théorèmes de la quantité de mouvement et du moment dynamique 191

Loi de composition des vitesses et accélérations

- *Loi de composition des vitesses*

Soit un point A en mouvement par rapport aux référentiels R et R'. Notons O et O', les centres respectifs de ces repères. Les vitesses s'écrivent respectivement :

$$\overrightarrow{V(A/R)} = \left.\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right|_R \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{V(A/R')} = \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_{R'}$$

Evaluons maintenant la différence de ces deux vecteurs :

$$\overrightarrow{V(A/R)} - \overrightarrow{V(A/R')} = \left.\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right|_R - \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_{R'} = \left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_R + \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_R - \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_{R'}$$

Or d'après la composition des dérivations, si $\overrightarrow{W\left(R'/R\right)}$ désigne le vecteur rotation du repère R' par rapport à R, on sait que :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_{R'} + \overrightarrow{W\left(R'/R\right)} \wedge \overrightarrow{O'A}$$

Il vient :

$$\overrightarrow{V(A/R)} - \overrightarrow{V(A/R')} = \overrightarrow{V(O'/R)} + \overrightarrow{W\left(R'/R\right)} \wedge \overrightarrow{O'A}$$

On écrit alors :

$$\overrightarrow{V(A/R)} = \overrightarrow{V(A/R')} + V(O'/R) + \overrightarrow{W\left(R'/R\right)} \wedge \overrightarrow{O'A}$$

- *Loi de composition des accélérations*

Nous allons maintenant dériver $\vec{V}(A/R)$ dans l'équation précédente. Il vient :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{V(A/R)}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{V(A/R)}}{dt}\right|_R + \left.\frac{d\overrightarrow{V(O'/R)}}{dt}\right|_R + \left.\frac{d\overrightarrow{W(R'/R)}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_R$$

De la même manière que précédemment, la loi de composition des dérivations permet d'écrire :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{V(A/R)}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{V(A/R)}}{dt}\right|_{R'} + \overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \overrightarrow{V(A/R)}$$

De même, nous avons vu précédemment que :

$$\left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_R = \left.\frac{d\overrightarrow{O'A}}{dt}\right|_{R'} + \overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \overrightarrow{O'A}$$

Or, comme on a :

$$\overrightarrow{\gamma(A/R)_R} = \left.\frac{d\overrightarrow{V(A/R)}}{dt}\right|_R \qquad \overrightarrow{\gamma(A/R')_{R'}} = \left.\frac{d\overrightarrow{V(A/R')}}{dt}\right|_{R'} \qquad \overrightarrow{\gamma(O/R)_R} = \left.\frac{d\overrightarrow{V(O/R)}}{dt}\right|_R$$

On peut écrire :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\gamma(A/R)_R} &= \overrightarrow{\gamma(A/R')_{R'}} \\ &+ \overrightarrow{\gamma(O'/R)_R} + \left.\frac{d\overrightarrow{W(R'/R)}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \left(\overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \overrightarrow{O'A}\right) \\ &+ 2.\overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \overrightarrow{O'A}\end{aligned}$$

On en déduit la loi suivante :

$$\overrightarrow{\gamma_r(A/R)_R} = \overrightarrow{\gamma_r(A/R')_{R'}} + \overrightarrow{\gamma_e(A/R)_R} + \overrightarrow{\gamma_c(A \in R'/R)_R}$$

Avec $\overrightarrow{\gamma_e(A/R)_R} = \overrightarrow{\gamma(O'/R)_R} + \left.\frac{d\overrightarrow{W(R'/R)}}{dt}\right|_R \wedge \overrightarrow{O'A} + \overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \left(\overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \overrightarrow{O'A}\right)$

Et $\overrightarrow{\gamma_c(A \in R'/R)_R} = 2\overrightarrow{W(R'/R)} \wedge \overrightarrow{O'A}$

Théorèmes de la quantité de mouvement et du moment dynamique

- *Théorème de la quantité de mouvement*

Le théorème de la quantité de mouvement appliqué à un solide {S} en mouvement par rapport à un référentiel noté R , s'écrit :

$$\left.\frac{d\left(M\overrightarrow{V(G/R)}\right)}{dt}\right|_R = \sum \overrightarrow{F_{ext}}$$

Elle signifie, dans le cas où la masse du système {S} reste constante, que le produit de la masse totale par l'accélération du centre de Gravité (ou centre de masse) est égale à la somme des forces extérieurs agissant sur le système {S}.

- *Théorème du moment cinétique et moment dynamique*

Moment dynamique :

Le théorème du moment dynamique exprimé en un point A d'un système matériel {S} signifie que le moment dynamique est égal aux moments des forces extérieures calculées en ce point.

$$\overrightarrow{\Sigma_R(A)} = \sum \overrightarrow{M_{Fext/A}}$$

Moment cinétique :

On appel $\Sigma_R(A)$, le moment dynamique et on définie par $\sigma(A)$, le moment cinétique tel que

$$\overrightarrow{\Sigma_R(A)} = \left.\frac{d\overrightarrow{\sigma(A)}}{dt}\right|_R + \overrightarrow{W(S/R)} \wedge \overrightarrow{\sigma(A)}$$

Le moment cinétique est définie par $\overrightarrow{\sigma(G)} = [I]_G \overrightarrow{W(S/R)}$.

Théorème de Koenig (ou théorème de transport) :

Si l'on souhaite calculer le moment dynamique en un autre point que G, par rapport au centre de la liaison avec un autre solide par exemple. Notons A ce point. Nous devons alors rajouter un terme de transport. Il vient :

$$\overrightarrow{\Sigma_R(A)} = \overrightarrow{\Sigma_R(G)} + \overrightarrow{AG} \wedge M\overrightarrow{\gamma_a(G \in S/R)_R}$$

Cette expression est très utile pour éviter de calculer la réaction au niveau de la liaison avec un autre solide par exemple.

Par analogie, en ce qui concerne le moment cinétique, il convient de rajouter également un terme de transport. Il vient ainsi :

$$\overrightarrow{\sigma(A)} = \overrightarrow{\sigma(G)} + \overrightarrow{AG} \wedge M\overrightarrow{V(G/R)}$$

Résumé

Le problème posé dans cette thèse est de déterminer l'instrumentation permettant à un algorithme de filtrage d'estimer en temps réel, les états dynamiques d'un véhicule automobile. Ces états correspondent aux vitesses verticales de chaque coin du véhicule, des roues ainsi que les vitesses et déplacements relatifs du véhicule par rapport aux roues et des roues par rapport au sol. Ces états sont ensuite exploités par des systèmes de suspensions pilotées.

Dans une première partie, il a été nécessaire de modéliser le véhicule à l'aide des équations de la mécanique en tenant compte de toutes les situations du véhicule. Dans cette partie, des simplifications ont été réalisées pour permettre l'exploitation des algorithmes par des calculateurs peu coûteux, adaptés économiquement à l'industrie automobile. Enfin, nous avons recalé les paramètres du modèle sur un véhicule prototype en exploitant des données expérimentales.

Dans une seconde partie, nous avons réalisé des algorithmes de filtrage basés sur trois configurations de capteurs. Un premier faisant intervenir uniquement les capteurs de déplacement relatif des suspensions. Un second intégrant en plus des capteurs précédents, un accéléromètre positionné sur chaque coin du véhicule. Un troisième utilisant cette fois des accéléromètres positionnés sur chacune des roues.
Cette étude nous à amené à exprimer différemment les variables du modèle et décomposer le modèle véhicule en quatre sous-systèmes, un par coin, en y associant pour chacun d'entre eux un algorithme d'estimation propre.

Enfin, nous avons testé chaque algorithme en simulation à partir de mesures effectuées sur véhicule. Cette étape nous a permis de quantifier les performances de chaque configuration. Les résultats ont montré que la configuration 3 avec accéléromètres sur les roues est la solution la plus performante en vue d'une application par des systèmes de suspensions contrôlées.

L'intérêt de ce travail réside essentiellement dans le fait qu'il est possible de réaliser en temps réel, un filtre de Kalman étendu en exploitant les calculateurs disponibles. Des essais en prototypage rapide sur véhicule prototype ont montré également, à partir des lois de commande existantes, qu'il est préférable d'un point de vue confort et tenue de route, de privilégier des accéléromètres positionnés sur chacune des roues plutôt que sur chaque coin du véhicule. Cela à permis de justifier l'intérêt de développer une telle approche.

Mots clés : Dynamique véhicule, Modélisation, Estimation, Kalman, Non-linéaire, Capteurs, Amortisseurs pilotés

Real time automotive vehicle states estimation

Abstract

The problem is the real time estimation of dynamic vehicle states using specific sensors sets we search to determine. These states correspond to the vertical velocity on each corner car and each wheel. It also includes the relative displacement and velocity of the suspension and tire deflection.

In a fist part, taking into account all the vehicle situations, we have built a specific dynamic vehicle model based on mechanical equations. In this part some simplifications and approximations have been realized to adapt the algorithm to a real time application with its Electronic Control Unit limitations. Then we have adjusted the model parameters by using vehicle data from road measurements.
In the second part, we have built filtering algorithms based on different sensor sets. A first setting using only four suspension relative displacement sensors only. A second one using the previous sensors with an accelerometer on each corner of the car. A third one using the four relative displacement sensors and four wheel accelerometers. This study leads to express differently the evolution of the vehicle state variables to decouple the complete model into four sub-systems and design a specific algorithm for each of them.
To conclude we have tested each algorithm in simulation from measured vehicle data on reference road. This step leads to quantify the performances of the three filters. The conclusion is that the third configuration is the best sensor set for controlled suspension system applications.

The outcome of this work is the ability to construct an algorithm embedded on actual Electronic Control Units available in automotive industry. Also, this work showed that it's preferable to install accelerometers on wheel rather than on each vehicle's corner.

Keywords: Vehicle dynamic, Modelisation, Estimation, Kalman, Non-linear, Sensors, Dampers