



HAL
open science

Transparence induite électromagnétiquement et mémoire quantique dans une vapeur de césium

Jérémie Ortalo

► **To cite this version:**

Jérémie Ortalo. Transparence induite électromagnétiquement et mémoire quantique dans une vapeur de césium. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2009. Français. NNT: . tel-00424144

HAL Id: tel-00424144

<https://theses.hal.science/tel-00424144>

Submitted on 14 Oct 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITE PARIS VI

Spécialité: Physique Quantique

Ecole Doctorale de Physique de la Région Parisienne

Présentée par

Jérémie ORTALO

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

Transparence induite électromagnétiquement et mémoire quantique dans une vapeur de césium

Soutenue le 30 septembre 2009 devant le jury composé de :

M. Nicolas CERF

M. Thomas COUDREAU

M. Hugues DE RIEDMATTEN

Mme Elisabeth GIACOBINO

M. Julien LAURAT

Mme Lydia TCHANG-BRILLET

Rapporteur

Examineur

Rapporteur

Directrice de thèse

Examineur

Présidente

Résumé

Cette thèse est consacrée à la réalisation expérimentale d'une mémoire quantique par transparence induite électromagnétiquement (EIT) dans une vapeur de césium ainsi que d'une source de vide comprimé à 852 nm.

Une interface lumière-matière reposant sur le phénomène d'EIT a été démontrée et ses performances ont été étudiées par stockage et restitution d'états cohérents. La cohérence du processus de mémoire et l'absence de bruit ajouté ont été mises en évidence, ainsi que les performances en termes de fidélité et à l'aide du diagramme T-V.

Une étude à la fois expérimentale et théorique du phénomène d'EIT sur la raie D_2 d'une vapeur de césium a permis de préciser l'effet conjugué de la structure hyperfine et de l'élargissement Doppler sur les transparences obtenues.

Afin d'étudier la mémoire avec un état non classique du champ, une source de vide comprimé à 852 nm a été développée et les caractéristiques de l'état de sortie ont été analysées par tomographie quantique. La source utilisée est un oscillateur paramétrique optique fonctionnant sous le seuil.

Mots clés : optique quantique, information quantique, variables continues, mémoire quantique, transparence induite électromagnétiquement, vapeur de césium, oscillateur paramétrique optique, états comprimés, intrication, tomographie quantique.

Abstract

This thesis is devoted to the physical implementation of a quantum memory using electromagnetically induced transparency (EIT) in cesium vapor as well as a source of squeezed vacuum at 852 nm.

A light-matter interface based on EIT has been implemented and its performance characterized by the storage and retrieval of coherent states. The process is coherent and has no excess noise. The performance of the system has been assessed in terms of fidelity and also using the T-V diagram.

The EIT process using the D_2 line of a cesium vapor has been studied, both theoretically and experimentally, and has shown the combined effect of the hyperfine structure and the Doppler broadening on the effective transparency of the medium.

In order to store non-classical states of light in the memory, a squeezed vacuum source at 852 nm has been implemented and the output characteristics analyzed by quantum tomography. The source is based on an optical parametric oscillator operated below threshold.

Keywords : quantum optics, quantum information, continuous variables, quantum memory, electromagnetically induced transparency, cesium vapor, optical parametric oscillator, squeezed states, entanglement, quantum tomography.

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé dans le groupe d'optique quantique du laboratoire Kastler Brossel de septembre 2006 à septembre 2009. Je souhaite tout d'abord remercier l'équipe d'encadrement du laboratoire et en particulier son directeur, Paul Indelicato, pour m'avoir accueilli au laboratoire et m'avoir fait bénéficier de bonnes conditions de travail.

Je tiens à remercier tout particulièrement ma directrice de thèse, Elisabeth Giacobino, pour la confiance qu'elle m'a accordée pendant ces trois années. Je la remercie pour ses conseils, son soutien, sa rigueur et ses encouragements tout au long de cette thèse. Je remercie aussi très sincèrement Julien Laurat qui a encadré mon travail au quotidien depuis son arrivée au laboratoire au cours de ma seconde année. Je le remercie pour son enthousiasme, sa disponibilité et ses conseils expérimentaux qui ont été fort utiles pour mener à bien ce travail.

Je remercie également Lydia Tchang-Brillet et Thomas Coudreau qui ont eu la gentillesse d'accepter de faire partie de mon jury de thèse, ainsi que Nicolas Cerf et Hugues de Riedmatten qui ont en plus accepté la lourde tâche d'être rapporteur de ce manuscrit.

Je souhaiterais adresser un immense merci à Jean Cviklinski qui m'a précédé comme doctorant sur l'expérience de mémoire quantique. En plus d'avoir conçu et monté l'expérience, c'est lui qui m'a appris quasiment tout ce que je sais aujourd'hui sur l'optique quantique expérimentale. Sa gentillesse, sa patience, ses grandes qualités scientifiques m'ont fait énormément progresser, et sans lui une bonne partie de ce travail de thèse n'aurait probablement jamais été réalisé. Au cours de ma thèse, l'équipe s'est enrichie de trois nouveaux doctorants : Sidney Burks, Pietro Lombardi et Michaël Scherman. J'ai travaillé avec Sidney sur le doubleur de fréquence et l'oscillateur paramétrique optique. Je le remercie beaucoup pour son aide et son originalité scientifique. Pietro et Michaël m'ont quant à eux aidé sur les difficiles mesures d'EIT et je les en remercie vivement. Je souhaite à tous trois une excellente continuation et de beaux résultats pour leur thèse. Mes encouragements vont aussi vers Lambert Giner qui vient de commencer sa thèse dans l'équipe au moment où j'écris ces remerciements. Je tiens également à remercier Fabrizio Villa et Antonino Chiummo pour l'important travail qu'ils ont réalisé sur le doubleur de fréquence et l'OPO, ainsi que Xiaojun Jia pour son aide sur l'expérience de mémoire. Merci aussi à Oxana Mishina qui a commencé un post-doctorat dans l'équipe lors de ma troisième année de thèse et qui m'a beaucoup aidé sur la théorie de l'EIT. Je tiens enfin à remercier Alberto Bramati pour ses sages conseils sur les diodes laser en cavité étendue ainsi que sur l'OPO.

Je n'ai pas vu le temps passer au cours de ces trois années de thèse, entre autre grâce à l'excellente ambiance qui règne au sein du laboratoire. Je tiens par conséquent à remercier tous ceux qui ont contribué à cette ambiance, que ce soit dans le bureau des théoriciens du patio, lors des déjeuners et de leurs traditionnelles discussions "wikipédiennes",

lors de discussions improvisées dans un couloir ou à d'autres occasions. Je remercie ainsi chaleureusement Jérôme Lefrère, Claire Adrados, Alberto Amo, Charles Leyder, Benoît Chalopin, Olivier Pinel, Jean-François Morizur, Taoufik Amri, Gaëlle Keller, Nicolas Treps, Malo Cadoret, Estefania de Mirandes, Pierre Cladé, Sophie Schlessler, Eric Lebigot, Brahim Lamine, Pierre Verlot, Romain Pierrat, Gabriel Lemarié sans oublier le "groupe des italiens" composé de Chiara Molinelli, Virginia D'Auria, Giuseppe Patera, Piernicola Spinicelli, Ferruccio Pisanello... A ces remerciements s'ajoute une mention spéciale à ceux qui ont participé à la fameuse soirée inoubliable consacrée à un "jeu de kart sur console".

Je tiens également à remercier globalement les membres des équipes "Optique quantique multimode", "Métrologie" et "Mesures et bruits fondamentaux" pour les nombreux prêts de matériel ainsi que pour leurs très utiles conseils expérimentaux.

Je remercie également David Holleville, Franck Pereira et Stéphane Guérandel de l'Observatoire de Paris qui nous ont aidés pour la réalisation des diodes laser avec filtre interférentiel, ainsi que par le prêt de cellules de césium.

Le bon déroulement d'une thèse, et plus généralement le fonctionnement d'un laboratoire, n'est pas possible sans le concours du personnel administratif et technique. Je tiens par conséquent à remercier chaleureusement Monique Bonnamy, Laetitia Morel et Geneviève Leonis qui ont réussi à gérer entre autre mes innombrables commandes, Jean-Michel Isac, Pascal Travers, Alain Vogt, Gaël Coupin et Christophe Rafailac pour les nombreuses pièces de mécanique qu'ils ont réalisées, Jean-Pierre Okpiz et Brigitte Delamour pour tous les précieux conseils et les circuits électroniques qu'ils nous ont fournis, Serge Begon et Corinne Poisson pour les services informatiques, Florence Thibout pour les cellules de césium et Annick Lamarck pour les bureaux toujours propres alors que les travaux sévissaient devant l'entrée du laboratoire.

Enfin, merci à ma famille et mes amis qui m'ont soutenu pendant ces trois années de thèse.

Table des matières

Introduction	1
Partie I : Outils théoriques et expérimentaux	9
1 Éléments théoriques	9
A Fluctuations du champ électromagnétique	10
A.1 Champ libre monomode	10
A.1.1 Description classique	10
A.1.2 Quantification du champ	10
A.1.3 Fluctuations quantiques	11
A.1.4 Décomposition en valeur moyenne et fluctuations	12
A.2 Champ libre multimode	12
A.2.1 Description classique	13
A.2.2 Quantification du champ	13
A.2.3 Simplification	14
A.2.4 Fluctuations quantiques et densité spectrale de bruit	15
B États quantiques du champ	16
B.1 Vecteur d'état dans la base de Fock	16
B.2 Matrice densité	17
B.3 Fonction de Wigner	18
B.3.1 Expression générale	18
B.3.2 Propriétés	19
B.3.3 Relation avec la représentation de Fresnel	20
B.4 Quelques exemples d'états quantiques	21
B.4.1 États cohérents	21
B.4.2 États comprimés minimaux	23
B.4.3 États thermiques	25
B.4.4 États de vide thermiques comprimés	26

C	Corrélations quantiques entre deux modes du champ	27
C.1	Corrélations entre une quadrature de chaque mode	28
C.1.1	Corrélations au sens classique	28
C.1.2	Critère de gémellité	28
C.1.3	Critère de corrélation QND	28
C.2	Corrélations entre deux quadratures des deux modes	29
C.2.1	Critère d'inséparabilité	29
C.2.2	Critère EPR	30
C.3	Corrélations avec des faisceaux comprimés	30
C.3.1	Gémellité et faisceaux comprimés	30
C.3.2	Corrélations QND et faisceaux comprimés	31
C.3.3	Inséparabilité et faisceaux comprimés	31
C.3.4	Corrélations EPR et faisceaux comprimés	32
D	Fluctuations du spin collectif d'un ensemble atomique et interaction atomes-champs	33
D.1	Opérateurs collectifs de spin	33
D.1.1	Spin fictif 1/2 pour un atome à 2 niveaux	33
D.1.2	Spin fictif pour un ensemble de N atomes à 2 niveaux	34
D.2	Etats cohérents et états comprimés de spin	34
D.3	Interaction atomes-champs pour un système à 3 niveaux	36
D.3.1	Schéma à 3 niveaux en Λ	36
D.3.2	Equations d'Heisenberg-Langevin	37
D.3.3	Simplification : configuration de transparence induite électromagnétiquement	39
D.3.4	Transfert des fluctuations entre champs et atomes en EIT	39
2	Techniques expérimentales	43
A	Mesure des quadratures du champ	44
A.1	Photodétection	44
A.1.1	Théorie de la photodétection	44
A.1.2	Les photodétecteurs utilisés	45
A.2	Détection homodyne	45
A.2.1	Lame partiellement réfléchissante	45
A.2.2	Photocourant de détection homodyne	46
A.2.3	Réalisation pratique d'une détection homodyne	47
A.2.4	Influence des pertes	48
A.2.5	Influence du bruit électronique	49
A.2.6	Equilibrage de la détection homodyne	50
A.3	Détection équilibrée	50
A.4	Acquisition et traitement	51
A.4.1	Analyseur de spectre	51

	A.4.2	Carte d'acquisition	51
B		Méthodes d'asservissement des cavités	52
	B.1	Asservissement sur un flanc de pic	52
	B.2	Asservissement par modulation-démodulation	53
	B.3	Asservissement par Pound-Drever-Hall	53
	B.4	Asservissement par tilt locking	55
C		Asservissement de la fréquence d'un laser sur une transition atomique	56
	C.1	Largeur Doppler	56
	C.2	Montage d'absorption saturée	57
D		Sources laser	59
	D.1	Laser à titane-saphir	59
		D.1.1 Description de la cavité laser	61
		D.1.2 Asservissement de la fréquence du laser	62
		D.1.3 Mesure du bruit d'intensité du laser	63
		D.1.4 Fibrage du laser	64
	D.2	Diode laser en cavité étendue sur réseau	64
	D.3	Diode laser en cavité étendue avec filtre interférentiel	66

Partie II : Génération et caractérisation d'un état de vide comprimé à 852 nm 71

3 Théorie du doublage de fréquence et de la conversion paramétrique dégénérée 73

A		Milieux non-linéaires	74
	A.1	Equations de propagation	74
	A.2	Effet Kerr	75
	A.3	Processus non-linéaires du deuxième ordre	75
B		Doublage de fréquence	76
	B.1	Résolution des équations de propagation	77
	B.2	Efficacité non-linéaire en simple passage	77
	B.3	Accord de phase	77
	B.4	Influence de l'absorption sur la seconde harmonique	80
	B.5	Equation de bouclage de la cavité	81
		B.5.1 Nécessité d'une cavité	81
		B.5.2 Cas général	81
		B.5.3 Simplification	82
C		Conversion paramétrique	84
	C.1	Résolution des équations de propagation	84
		C.1.1 Expression générale	84
		C.1.2 Simplification	85

C.2	Efficacité en simple passage et nécessité d'une cavité	86
C.3	Accord de phase et dégénérescence	86
C.4	Seuil d'oscillation	87
C.4.1	Equation de bouclage de la cavité	87
C.4.2	Expression du seuil d'oscillation	88
C.5	Solutions stationnaires au-dessus du seuil	89
C.6	Gain paramétrique sous le seuil	91
C.6.1	Signal sortant de la cavité sans pompe et avec pompe .	91
C.6.2	Expression du gain paramétrique	91
C.7	Fluctuations quantiques sous le seuil et états comprimés	92
C.7.1	Fluctuations quantiques dans un OPO	92
C.7.2	Fluctuations sous le seuil	93
C.7.3	Production d'un état de vide comprimé	94
C.7.4	Production d'un état comprimé non vide	96
C.8	Prise en compte de l'absorption de la pompe	96
4	Réalisation expérimentale d'un doubleur de fréquence et d'un OPO à 852 nm	99
A	Choix du milieu non-linéaire et du type de cavité	100
A.1	Le milieu non-linéaire	100
A.2	La cavité	102
B	Le doubleur de fréquence	103
B.1	Focalisation dans le cristal	105
B.1.1	Paramètre de Boyd et Kleinman	105
B.1.2	Rayon de courbure des miroirs et longueur de la cavité	107
B.2	Choix du miroir de couplage	108
B.3	Asservissement	109
B.4	Résultats obtenus	109
B.4.1	Température de quasi-accord de phase	109
B.4.2	Efficacité non-linéaire	111
B.4.3	Puissance de seconde harmonique produite en cavité .	112
B.4.4	Facteur M^2	113
C	L'oscillateur paramétrique optique	113
D	Caractérisation d'un état par tomographie quantique homodyne	115
D.1	Les différentes méthodes de tomographie quantique	116
D.2	Algorithme de calcul du maximum de vraisemblance : MaxLik .	117
D.2.1	Présentation de l'algorithme	117
D.2.2	Expression dans la base de Fock et reconstruction de la fonction de Wigner	119
D.2.3	Caractérisation de l'état	120
D.2.4	Version finale de l'algorithme	120

	D.2.5	Implémentation de l'algorithme et temps de calcul . . .	121
	D.2.6	Estimation de l'erreur	122
	D.3	Test de l'algorithme MaxLik avec un état comprimé	122
	D.3.1	Acquisition informatique et calcul de la variance	122
	D.3.2	Reconstruction de l'état avec l'algorithme MaxLik	124
E	Conclusion		126
5	Intrication de deux faisceaux à partir d'un état de vide comprimé		127
A	Dispositifs étudiés et notations		129
	A.1	Présentation du dispositif global	129
	A.2	Dispositifs de séparation	130
	A.2.1	Lame semi-réfléchissante	130
	A.2.2	Cavité Fabry-Pérot	131
	A.2.3	Interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique	132
B	Intrication après séparation en deux faisceaux		133
	B.1	Intrication obtenue avec la lame semi-réfléchissante	133
	B.2	Intrication obtenue avec la cavité	134
	B.2.1	Expression des champs en sortie	134
	B.2.2	Simplifications	136
	B.2.3	Densités spectrales de bruit sur les deux faisceaux de sortie	137
	B.2.4	Calcul de la séparabilité	139
	B.3	Comparaison des deux dispositifs	140
	B.4	Stratégie de mesure utilisée	141
C	Intrication après les atomes		142
	C.1	Choix des fenêtres d'EIT	142
	C.2	Relations d'entrée-sortie	144
	C.3	Intrication obtenue avec la lame semi-réfléchissante	145
	C.4	Intrication obtenue avec la cavité	146
	C.5	Comparaison des deux dispositifs	147
D	Conclusion		151

Partie III : Mémoire quantique par transparence induite électromagnétiquement dans une vapeur de césium **155**

6	Stockage et restitution d'un état cohérent dans une mémoire quan- tique atomique		157
A	Configuration expérimentale et mesures préliminaires		158
	A.1	Ensemble atomique utilisé	158
	A.1.1	Schéma des transitions utilisées	158

	A.1.2	Cellule de césium	160
A.2		Environnement magnétique et durées de vie atomiques	161
	A.2.1	Environnement magnétique	161
	A.2.2	Mesure de l'orientation atomique	163
	A.2.3	Mesure de T_1 : durée de vie de la population	164
	A.2.4	Mesure de T_2 : durée de vie de la cohérence Zeeman	164
A.3		Fenêtre d'EIT, bande latérale unique et détection	169
	A.3.1	Signal sous forme d'une bande latérale unique	169
	A.3.2	Réalisation d'une bande latérale unique optique	171
	A.3.3	Mesure d'une bande latérale unique avec une détection homodyne	172
A.4		Schéma expérimental et séquence temporelle	174
	A.4.1	Schéma expérimental de l'expérience de mémoire	174
	A.4.2	Séquence temporelle utilisée	177
B		Stockage et restitution d'un état cohérent	179
	B.1	Stockage cohérent de deux quadratures du champ, sans excès de bruit	179
		B.1.1 Restitution des deux quadratures stockées	180
		B.1.2 Variance de l'état de sortie	180
		B.1.3 Restitution de la phase initiale en sortie	182
	B.2	Etude de l'efficacité de stockage de la mémoire	183
		B.2.1 Efficacité en fonction du désaccord à 2 photons	184
		B.2.2 Efficacité en fonction du désaccord à 1 photon	184
		B.2.3 Efficacité en fonction de la fréquence de la BLU	186
		B.2.4 Efficacité en fonction de la puissance du champ de contrôle	187
		B.2.5 Efficacité en fonction de la puissance du champ de pompe	188
		B.2.6 Efficacité en fonction de la durée de la mémoire	189
C		Etude du bruit ajouté sur le signal relu à forte puissance du champ de contrôle	192
	C.1	Bruit en fonction de la puissance du champ de contrôle	193
	C.2	Fuite en fonction de la puissance du champ de contrôle	194
	C.3	Bruit en fonction de la forme de la séquence temporelle	196
	C.4	Bruit en fonction du délai entre la coupure de la repompe et du contrôle	197
	C.5	Bruit après optimisation des paramètres	198
	C.6	Excès de bruit en régime stationnaire	199
	C.7	Rotation de la polarisation du champ de contrôle	201
D		Performances de la mémoire : fidélité et diagramme T-V	202
	D.1	Fidélité	203

	D.1.1	Définition	203
	D.1.2	Mémoire classique optimale	204
	D.1.3	Comparaison expérience - mémoire classique	207
D.2		Diagramme T-V	208
	D.2.1	Définitions	209
	D.2.2	Limite classique	209
	D.2.3	Comparaison expérience - mémoire classique	213
E		Conclusion	214
7		Transparence induite électromagnétiquement sur la raie D_2 du césium	215
A		Modèle théorique avec un schéma à 3 niveaux	216
	A.1	Schéma des transitions utilisées	216
	A.2	Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité	218
	A.3	Courbes théoriques pour des atomes froids	219
	A.4	Courbes théoriques après intégration sur le profil Doppler	220
B		Montage expérimental et résultats obtenus	222
	B.1	Schéma expérimental	222
	B.2	Résultats expérimentaux	223
	B.2.1	Evolution du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle	223
	B.2.2	Evolution du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe	226
	B.2.3	Evolution du profil d'EIT en fonction du désaccord du champ de contrôle	228
	B.2.4	Asymétrie du pic de transparence	231
C		Modèle théorique avec un schéma à 4 niveaux	232
	C.1	Schéma des transitions utilisées	232
	C.2	Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité	233
	C.3	Courbes théoriques	234
	C.4	Pompage sélectif en vitesse	235
D		Modèle théorique avec un schéma à 6 niveaux	238
	D.1	Schéma des transitions utilisées	238
	D.2	Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité	240
	D.3	Courbes théoriques	242
	D.3.1	Evolution théorique du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle	243
	D.3.2	Evolution théorique du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe	245
	D.3.3	Evolution théorique du profil d'EIT en fonction du désaccord du champ de contrôle	246
	D.3.4	Evolution théorique de la dispersion	248

E	Conclusion	250
	Conclusion	251
	Annexe	253
A	Fonction de Wigner, vide comprimé	253
A.1	Fonction de Wigner pour un état gaussien quelconque	253
A.2	Expression d'un état de vide comprimé minimal dans la base de Fock	254
A.3	Expression de la fonction de Wigner pour l'opérateur $ n\rangle\langle m $	255
B	Données sur le césium 133	257
C	Doublage de fréquence en quasi-accord de phase et avec absorption de la seconde harmonique	259
D	Données sur le KTP	261
E	Susceptibilité linéaire dans un schéma d'EIT à 6 niveaux	262
	Bibliographie	265

Introduction

Contexte historique

L'idée d'utiliser des ressources quantiques dans le traitement de l'information est apparue au milieu des années 80 [Deutsch, 1985], [Nielsen et Chuang, 2000]. La notion d'ordinateur quantique apparaît à ce moment-là et le premier algorithme quantique dont la complexité est inférieure à n'importe quel algorithme classique est proposé. Depuis lors, le traitement quantique de l'information, ou *information quantique*, a connu un très grand engouement avec l'apparition de deux sous-domaines : le calcul quantique et les communications quantiques.

Le *calcul quantique* a connu un important développement théorique avec la découverte d'algorithmes quantiques permettant d'effectuer certains calculs de manière beaucoup plus rapide que ce que l'on sait faire avec des ressources classiques. Ces algorithmes exploitent les caractéristiques propres à la physique quantique, comme par exemple le principe de superposition, pour surpasser la vitesse de calcul des algorithmes classiques. Dans ce domaine, on peut citer entre autres les contributions de Peter Shor [Shor, 1994] (algorithme quantique permettant la factorisation rapide de grands nombres, mettant ainsi "en péril" la sécurité du système de cryptographie RSA) et de Lov Grover [Grover, 1996] (algorithme quantique permettant la recherche rapide d'un élément dans une liste désordonnée, ce qui est l'un des enjeux actuels concernant les bases de données).

L'autre domaine à avoir connu un essor très important est celui des *communications quantiques*. Ce terme s'applique à tout transfert d'information ou d'états quantiques entre deux points de l'espace. L'un des premiers résultats marquants de ce domaine est la possibilité de réaliser des protocoles de cryptographie quantique qui sont inviolables, de part les fondements mêmes de la physique quantique [Bennett et Brassard, 1984]. L'une des ressources les plus utilisées dans les protocoles de communications quantiques sont les *états intriqués* [Ekert, 1991], [Kimble, 2008]. Il s'agit de deux états spatialement séparés présentant des corrélations quantiques non-locales et dont la fonction d'onde n'est pas séparable. Le vecteur de l'information quantique le plus employé et le plus prometteur pour réaliser ces protocoles et distribuer des paires d'états intriqués entre

deux parties est la lumière. Ceci s'explique entre autre par l'important développement au cours des dernières décennies des sources laser et des systèmes optiques permettant de créer des états quantiques, ainsi que par l'infrastructure existante de fibres optiques qui présentent l'avantage de pouvoir être utilisées aussi bien pour transporter les propriétés classiques que les propriétés quantiques de la lumière.

Actuellement, les pertes dans les fibres optiques limitent les distances sur lesquelles il est possible de transmettre des états quantiques à une centaine de kilomètres [Hübel *et al.*, 2007]. Pour contourner ce problème et pouvoir effectuer des communications quantiques à grande distance, une solution prometteuse est l'utilisation de *répéteurs quantiques* [Briegel *et al.*, 1998], [Duan *et al.*, 2001] dont le schéma est présenté sur la figure 1. Le principe de ces répéteurs repose sur la division en N segments de

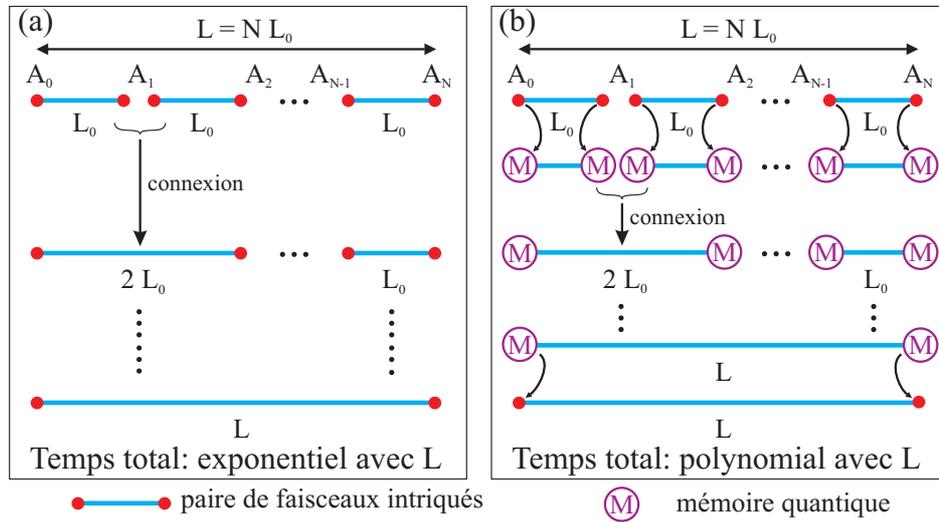


FIG. 1 – (a) Représentation schématique d'un dispositif de distribution d'intrication entre les points A_0 et A_N par l'intermédiaire de répéteurs quantiques. Des paires intriquées sont distribuées sur des segments de longueur $L_0 = L/N$, puis les paires sont connectées 2 à 2 entre-elles. On obtient au final une paire intriquée sur une distance L en un temps exponentiellement long. (b) Même principe de répéteurs quantiques, sauf que les paires intriquées intermédiaires sont stockées dans des mémoires quantiques. Le temps total pour obtenir de l'intrication sur une distance L augmente dans ce cas polynomialement avec L .

longueur L_0 de la distance L sur laquelle on souhaite échanger des paires de faisceaux intriqués. Cette longueur L_0 est choisie suffisamment petite (une centaine de kilomètres ou moins) afin que la distribution d'une paire intriquée sur cette distance soit réalisable sans trop de pertes. Il existe alors des protocoles permettant de produire N paires intriquées sur ces distances L_0 puis d'échanger l'intrication entre deux paires adjacentes ("entanglement swapping") pour au final d'obtenir une paire intriquée sur une distance

L aussi grande que l'on souhaite (figure 1 (a)). Cependant, avec les protocoles actuels de distribution d'intrication et de connexion de paires intriquées, au moins l'une des étapes du processus est probabiliste, ce qui conduit à un temps total de distribution de l'intrication qui augmente exponentiellement avec la distance L car toutes les étapes doivent se produire simultanément pour que la distribution réussisse. La solution pour contourner ce problème réside en l'utilisation de mémoires quantiques permettant une réalisation asynchrone des différentes étapes du processus [Duan *et al.*, 2001]. L'idée est de stocker dans de telles mémoires les paires intriquées sur une distance L_0 au fur et à mesure de leur production (figure 1 (b)). Une fois toutes les paires produites et stockées, on ne relit que les mémoires nécessaires pour réaliser l'étape suivante du processus. Si une étape intermédiaire échoue, il suffit de recommencer uniquement cette étape sans avoir à recommencer tout le processus du début. On obtient au final une paire intriquée sur la distance L et le temps total nécessaire pour y parvenir augmente cette fois-ci polynomialement avec L , ce qui rend le dispositif physiquement réalisable.

La distribution d'intrication peut se généraliser à tout un ensemble de nœuds possédant chacun plusieurs mémoires quantiques et connectés aux autres nœuds par des canaux de communication quantiques. On obtient alors un réseau "internet quantique" [Kimble, 2008], analogue quantique de l'internet classique, mais possédant des capacités de calculs et de communication bien plus grandes. Avec un tel réseau, l'implémentation de n'importe quel protocole de communication quantique devient possible entre deux points quelconques du réseau. Ces protocoles ont dans un premier temps surtout été développés en régime de *variables discrètes* (petit nombre de photons détectés avec des compteurs de photons, codage de l'information avec la polarisation des photons, etc.) mais ce sont rapidement étendus au régime des *variables continues* (codage de l'information sur les quadratures d'un champ lumineux, mesures à l'aide de détections homodynes, etc.).

Le domaine des variables continues a connu un très grand engouement au cours des vingt dernières années, notamment depuis les premières productions d'états comprimés au milieu des années 80 [Slusher *et al.*, 1985], [Shelby *et al.*, 1986], [Wu *et al.*, 1986], [Slusher *et al.*, 1987], de faisceaux jumeaux [Heidmann *et al.*, 1987], de faisceaux EPR [Ou *et al.*, 1992] et la première expérience de téléportation [Furusawa *et al.*, 1998]. Récemment, le protocole de distribution de clés quantiques a été testé avec succès en régime de variables continues [Grosshans *et al.*, 2003], [Lance *et al.*, 2005].

Actuellement, un grand nombre d'expériences visant à la création d'un réseau de communication quantique utilisent le régime des variables continues. Si la génération d'états intriqués dans ce régime est aujourd'hui bien maîtrisée, il n'en est pas de même en ce qui concerne les mémoires quantiques. Parmi les processus les plus prometteurs pour réaliser de telles interfaces lumière-matière, la transparence induite électromagnétiquement (EIT) a été particulièrement étudiée [Harris, 1997]. De nombreux travaux théoriques ont permis de montrer qu'il est possible d'utiliser l'EIT

pour ralentir un faisceau lumineux dans un milieu atomique et transférer l'information quantique contenue dans le faisceau vers cet ensemble d'atomes, puis de restituer à la demande l'information sous forme lumineuse, l'ensemble du dispositif réalisant ainsi une mémoire quantique [Lukin *et al.*, 2000], [Fleischhauer et Lukin, 2000], [Dantan et Pinard, 2004], [Dantan *et al.*, 2006].

La transparence induite électromagnétiquement a été utilisée il y a une dizaine d'années pour réaliser les premières expériences de lumière ralentie [Hau *et al.*, 1999], puis de lumière arrêtée [Liu *et al.*, 2001], [Phillips *et al.*, 2001]. Depuis lors, de nombreux travaux expérimentaux ont été conduits afin de réaliser des mémoires permettant de stocker et restituer l'état quantique d'un champ. Parmi les avancées les plus remarquables, on peut citer la réalisation d'interfaces quantiques pour stocker et restituer des photons uniques [Eisaman *et al.*, 2005], [Chanelière *et al.*, 2005]. En régime de variables continues, la première mémoire quantique a été réalisée en utilisant un schéma d'interaction quantique non destructif (QND) [Julsgaard *et al.*, 2004a] mais, bien que permettant d'enregistrer deux quadratures du champ qui ne commutent pas, ce procédé ne permet de relire qu'une seule des quadratures stockées. Récemment, une équipe canadienne et une équipe japonaise ont réalisé une interface quantique s'appuyant sur le phénomène d'EIT et ont montré qu'il était possible de stocker et restituer des états de vide comprimé [Appel *et al.*, 2008], [Honda *et al.*, 2008], [Arikawa *et al.*, 2009].

C'est dans ce contexte que l'équipe d'optique quantique du laboratoire Kastler Brossel a entrepris la réalisation expérimentale d'une mémoire quantique par EIT dans des atomes de césium ainsi que d'un oscillateur paramétrique optique permettant d'obtenir un état comprimé à la longueur d'onde de la raie D_2 du césium. Ces travaux s'appuient sur les études théoriques concernant les fluctuations atomiques, les fluctuations des champs électromagnétiques et leur transfert par interaction lumière-matière réalisées au cours des thèses de Laurent Vernac [Vernac, 2001] et Aurélien Dantan [Dantan, 2005]. Ils s'appuient aussi sur les nombreuses expériences d'optique quantique et d'interaction avec des atomes froids de césium réalisées depuis 1992 par Laurent Hilico [Hilico, 1992], Astrid Lambrecht [Lambrecht, 1995], Thomas Coudreau [Coudreau, 1997] et Vincent Josse [Josse, 2003]. Les travaux présentés dans ce manuscrit concernant la réalisation du dispositif de mémoire atomique ainsi que sa caractérisation ont débuté au cours de la thèse de Jean Cviklinski [Cviklinski, 2008] et se sont poursuivis au cours de la présente thèse.

Plan de la thèse

La première partie est consacrée au rappel des outils théoriques et expérimentaux de l'optique quantique communs à toutes les expériences en régime de variables continues.

Nous nous intéressons dans une deuxième partie à la génération d'un état comprimé du champ résonant avec la raie D_2 du césium à 852 nm. Dans un premier chapitre théorique nous rappelons comment il est possible d'obtenir un état comprimé du vide en utilisant un oscillateur paramétrique optique (OPO) fonctionnant sous son seuil d'oscillation et pompé par un faisceau provenant d'un doubleur de fréquence. Dans le chapitre suivant, nous présentons les performances expérimentales obtenues avec le doubleur de fréquence, ainsi que les taux de compression que nous avons réussi à atteindre avec l'OPO. Dans ce chapitre, un algorithme de tomographie quantique est décrit et il a été utilisé afin de caractériser l'état du faisceau sortant de l'OPO. Dans le chapitre 5, nous étudions la possibilité d'obtenir des faisceaux intriqués à partir de cette source de vide comprimé. Deux dispositifs ont été comparés dans ce but, à savoir une lame semi-réfléchissante et une cavité de filtrage de type Fabry-Pérot. L'influence sur ces faisceaux d'ensembles atomiques dans lesquels des fenêtres de transparence induite électromagnétiquement (EIT) ont été créées est aussi prise en compte.

La troisième et dernière partie est consacrée à l'étude d'une mémoire quantique par EIT dans une vapeur de césium, en utilisant la raie D_2 . Dans le chapitre 6 nous présentons le montage expérimental permettant de réaliser une telle mémoire, puis ses performances vis-à-vis du stockage et de la restitution d'un état cohérent du champ. Ces performances ont été évaluées en termes de fidélité et aussi en utilisant le diagramme T/V. Enfin, nous étudions dans le dernier chapitre le processus d'EIT sur la raie D_2 d'une vapeur de césium, à la fois expérimentalement et théoriquement. Une simulation numérique prenant en compte l'ensemble des niveaux excités hyperfins de cette raie est proposée afin de rendre compte des observations expérimentales.

Partie I

Outils théoriques et expérimentaux

Éléments théoriques

Sommaire

A	Fluctuations du champ électromagnétique	10
A.1	Champ libre monomode	10
A.2	Champ libre multimode	12
B	Etats quantiques du champ	16
B.1	Vecteur d'état dans la base de Fock	16
B.2	Matrice densité	17
B.3	Fonction de Wigner	18
B.4	Quelques exemples d'états quantiques	21
C	Corrélations quantiques entre deux modes du champ	27
C.1	Corrélations entre une quadrature de chaque mode	28
C.2	Corrélations entre deux quadratures des deux modes	29
C.3	Corrélations avec des faisceaux comprimés	30
D	Fluctuations du spin collectif d'un ensemble atomique et interaction atomes-champs	33
D.1	Opérateurs collectifs de spin	33
D.2	Etats cohérents et états comprimés de spin	34
D.3	Interaction atomes-champs pour un système à 3 niveaux	36

Nous rappelons dans ce chapitre les notions théoriques utiles tout au long de ce manuscrit concernant le champ électromagnétique, sa quantification, l'aspect monomode et multimode des champs. Nous nous intéresserons aussi à la description des états quantiques du champ en termes de vecteur d'état, de matrice densité et de fonction de Wigner. Dans la section **C** nous traiterons assez rapidement des notions de corrélations

quantiques dans des systèmes bimodes qui seront utiles au chapitre 5 pour caractériser les corrélations existant entre les bandes latérales d'un champ comprimé. Enfin dans une dernière partie, nous présenterons un schéma d'interaction atomes-champs à trois niveaux atomiques, appelé schéma en Λ , et nous donnerons les équations régissant l'évolution des quadratures des champs et des variables atomiques.

A Fluctuations du champ électromagnétique

A.1 Champ libre monomode

A.1.1 Description classique

Considérons un mode du champ électromagnétique à la fréquence ω , c'est-à-dire une onde plane possédant une direction de propagation fixée et polarisée selon le vecteur \vec{e} . Classiquement, la partie temporelle de ce champ peut s'écrire $\vec{E}(t) = E(t)\vec{e}$ avec

$$E(t) = |E| \cos(\omega t - \varphi) = X \cos(\omega t) + Y \sin(\omega t) \quad (1.1)$$

où $|E|$ est l'amplitude de l'onde et φ sa phase. X et Y sont appelées les *quadratures* du champ et valent respectivement $|E| \cos(\varphi)$ et $|E| \sin(\varphi)$. On représente habituellement ces quadratures comme deux coordonnées cartésiennes dans le *repère de Fresnel* (figure 1.1).

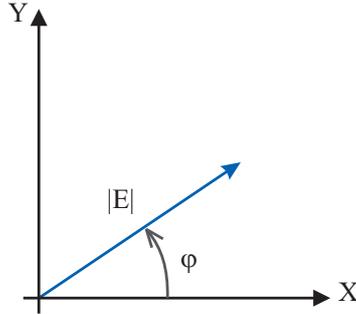


FIG. 1.1 – Représentation classique des quadratures X et Y d'un champ électromagnétique monomode dans le repère de Fresnel.

A.1.2 Quantification du champ

Une fois quantifié, le champ électromagnétique monomode devient une observable qui s'écrit

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}(\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) = \mathcal{E}(\hat{X} \cos(\omega t) + \hat{Y} \sin(\omega t)) \quad (1.2)$$

où \mathcal{E} est le champ électrique d'un photon à la fréquence ω , défini par

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V}} \quad (1.3)$$

V étant un volume fini à l'extérieur duquel le champ électromagnétique s'annule¹. \hat{X} et \hat{Y} sont alors dits *opérateurs de quadrature* du champ électromagnétique et sont définis d'après (1.2) par

$$\hat{X} = \hat{a}_\omega^\dagger + \hat{a}_\omega \quad \text{et} \quad \hat{Y} = i(\hat{a}_\omega^\dagger - \hat{a}_\omega) \quad (1.4)$$

\hat{a}_ω^\dagger et \hat{a}_ω sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'un photon à la fréquence ω . Ils obéissent à la relation de commutation

$$[\hat{a}_\omega, \hat{a}_\omega^\dagger] = 1 \quad (1.5)$$

A.1.3 Fluctuations quantiques

A partir de (1.4) et (1.5), on déduit les relations de commutation pour les quadratures

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = 2i \quad (1.6)$$

Cette non commutativité des deux quadratures implique une relation de type Heisenberg pour les variances de ces quadratures, variances définies par les relations $(\Delta\hat{X})^2 = \langle \hat{X}^2 \rangle - \langle \hat{X} \rangle^2$ et $(\Delta\hat{Y})^2 = \langle \hat{Y}^2 \rangle - \langle \hat{Y} \rangle^2$. L'inégalité de Heisenberg s'écrit

$$(\Delta\hat{X})^2(\Delta\hat{Y})^2 \geq 1 \quad (1.7)$$

$(\Delta\hat{X})^2$ et $(\Delta\hat{Y})^2$ représentent la dispersion des mesures des opérateurs \hat{X} et \hat{Y} . Cette inégalité traduit le fait qu'on ne peut pas mesurer avec une précision infinie à la fois la quadrature \hat{X} et la quadrature \hat{Y} , contrairement à la représentation classique. Il est usuel de représenter cette incertitude dans le repère de Fresnel en associant une aire de fluctuations autour de la pointe de la flèche du vecteur champ classique (figure 1.2).

La définition des quadratures, que ce soit dans une description classique ou quantique, est arbitraire à une rotation près, la phase du champ à l'origine étant arbitraire. Il est donc intéressant de définir plus généralement les quadratures \hat{X}_θ et \hat{Y}_θ tournées d'un angle θ par rapport aux quadratures \hat{X} et \hat{Y} définies par (1.4) :

$$\hat{X}_\theta = \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\theta} + \hat{a}_\omega e^{-i\theta} \quad \text{et} \quad \hat{Y}_\theta = i(\hat{a}_\omega^\dagger e^{i\theta} - \hat{a}_\omega e^{-i\theta}) \quad (1.8)$$

¹ Avec ce choix pour \mathcal{E} , \hat{a}_ω est sans dimension.

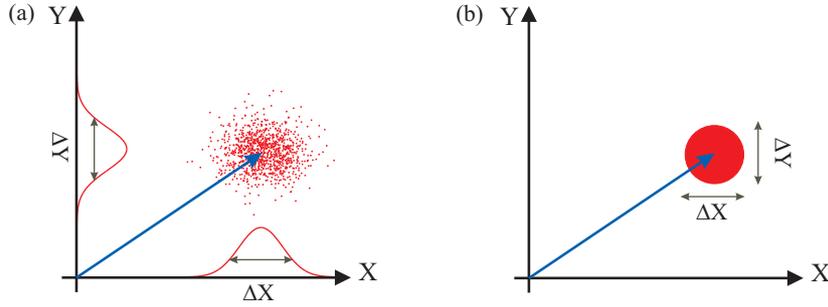


FIG. 1.2 – (a) Exemple de distribution statistique pour plusieurs mesures des quadratures \hat{X} et \hat{Y} . (b) Représentation schématique d'un état quantique avec son aire de fluctuations.

A.1.4 Décomposition en valeur moyenne et fluctuations

Lorsqu'on étudie la dynamique des champs, il est usuel de procéder à la linéarisation des équations d'évolution autour des valeurs moyennes [Fabre, 1990]. Pour faire cette linéarisation, nous décomposons l'opérateur champ \hat{E} sous la forme :

$$\hat{E} = \langle \hat{E} \rangle + \delta \hat{E} \quad (1.9)$$

où $\langle \hat{E} \rangle$ est la valeur stationnaire du champ et $\delta \hat{E}$ l'opérateur des petites fluctuations. Cette écriture est valable aussi pour les opérateurs de création, annihilation et pour les observables construites à partir de ces opérateurs, comme par exemple les quadratures. Elle est valable aussi bien pour le cas monomode que nous venons de voir que pour le cas multimode que nous allons voir à la section suivante.

A partir de la définition (1.9) on obtient immédiatement

$$\langle \delta \hat{E} \rangle = 0 \quad \text{et} \quad (\Delta \hat{E})^2 = (\Delta \delta \hat{E})^2 = \langle (\delta \hat{E})^2 \rangle \quad (1.10)$$

Il est particulièrement intéressant de calculer les fluctuations dans le cas de l'opérateur nombre $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$

$$\delta \hat{N} = \delta(\hat{a}^\dagger \hat{a}) \approx \langle \hat{a} \rangle \delta \hat{a}^\dagger + \langle \hat{a}^\dagger \rangle \delta \hat{a} = A \delta \hat{X}_\varphi \quad (1.11)$$

où $\langle \hat{a} \rangle = A e^{i\varphi}$, l'angle φ étant la phase "classique" du champ. Les fluctuations d'intensité sont donc proportionnelles aux fluctuations de la quadrature \hat{X}_φ .

A.2 Champ libre multimode

Dans de nombreux cas, la description monomode est suffisante pour décrire les phénomènes physiques mis en jeu dans des expériences utilisant des lasers continus. Cependant, d'un point de vue spatial un faisceau laser réel est gaussien, et une décomposition en modes transverses est alors nécessaire pour bien le décrire. De plus, sur le

plan temporel, une onde n'est jamais parfaitement monochromatique. Il est donc nécessaire de prendre en compte toutes les fréquences pouvant intervenir dans la mesure d'un champ et de ses fluctuations, ce qui représente a priori une superposition infinie de modes temporels, les modes vides présentant des fluctuations non nulles d'après l'inégalité de Heisenberg. Nous ne présenterons pas ici les détails de cette modélisation multimode ni le processus de quantification, nous nous contenterons d'en rappeler les résultats. Pour plus de détails, voir par exemple [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1987], [Treps, 2001].

A.2.1 Description classique

Une description rigoureuse du champ électrique complexe² dans le vide prenant en compte sa structure transverse conduit à l'expression suivante³

$$\vec{E}^{(+)}(\vec{r}, t) = \sum_{l=1,2} \int \frac{V d^3k}{(2\pi)^3} E_{l,\vec{k}}(\omega) e^{-i\omega t} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \vec{\epsilon}_{l,\vec{k}} \quad (1.12)$$

avec $\vec{\epsilon}_{1,\vec{k}}$ et $\vec{\epsilon}_{2,\vec{k}}$ deux vecteurs polarisation orthogonaux et transverses. Cette expression traduit simplement la décomposition du champ sur une base d'ondes planes.

A.2.2 Quantification du champ

Le processus de quantification conduit à remplacer les champs $E_{l,\vec{k}}(\omega)$ et $(E_{l,\vec{k}}(\omega))^*$ respectivement par les opérateurs

$$\hat{E}_{l,\vec{k}} = \mathcal{E}_{\vec{k}} \hat{a}_{l,\vec{k}} \quad \text{et} \quad \hat{E}_{l,\vec{k}}^\dagger = \mathcal{E}_{\vec{k}} \hat{a}_{l,\vec{k}}^\dagger \quad (1.13)$$

avec $\mathcal{E}_{\vec{k}} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\vec{k}}}{2\epsilon_0 V}}$ le champ électrique pour un photon ayant un vecteur d'onde \vec{k} . $\hat{a}_{l,\vec{k}}$ et $\hat{a}_{l,\vec{k}}^\dagger$ sont respectivement les opérateurs d'annihilation et de création d'un photon de polarisation l et de vecteur d'onde \vec{k} , ayant pour relation de commutation

$$\left[\hat{a}_{l,\vec{k}}, \hat{a}_{l',\vec{k}'}^\dagger \right] = (2\pi)^3 \delta_{l,l'} \delta(\vec{k} - \vec{k}') \quad (1.14)$$

On obtient alors l'opérateur champ complexe

$$\hat{E}^{(+)}(\vec{r}, t) = \sum_{l=1,2} \int \frac{V d^3k}{(2\pi)^3} \mathcal{E}_{\vec{k}} \hat{a}_{l,\vec{k}} e^{-i\omega t} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} \vec{\epsilon}_{l,\vec{k}} \quad (1.15)$$

² Le champ complexe ou champ analytique $\vec{E}^{(+)}(\vec{r}, t)$ ne comporte que les composantes spectrales positives du champ réel $\vec{E}(\vec{r}, t)$. On a donc la relation $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}^{(+)}(\vec{r}, t) + \vec{E}^{(-)}(\vec{r}, t)$ où $\vec{E}^{(-)}(\vec{r}, t) = (\vec{E}^{(+)}(\vec{r}, t))^*$

³ On choisit pour tout ce manuscrit la convention suivante pour la transformée de Fourier et sa transformée inverse : $f(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} f(t) dt$ et $f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} f(\omega) d\omega$

A.2.3 Simplification

L'expression de la structure transverse du champ est complexe à mettre en œuvre et n'est pas nécessaire pour décrire nos expériences. C'est pourquoi nous allons considérer une onde se propageant dans une direction fixée, avec un vecteur polarisation $\vec{\epsilon}$ fixé. On appelle S l'extension spatiale transverse de cette onde et on suppose que le champ est constant sur cette section. De plus, nous ne mesurons le champ que sur une bande de fréquences de largeur $\Delta\Omega$ très petite devant une fréquence centrale ω_L ⁴. Expérimentalement, ω_L sera la fréquence centrale, ou fréquence de la porteuse, d'un laser monomode. Avec ces conditions, la partie temporelle de l'opérateur champ complexe devient [Fabre, 1997]

$$\hat{E}^{(+)}(t) = \int_{\omega_L - \Delta\Omega/2}^{\omega_L + \Delta\Omega/2} \frac{d\omega}{2\pi} \tilde{\mathcal{E}}_\omega \hat{a}_\omega e^{-i\omega t} \quad (1.16)$$

avec⁵

$$\tilde{\mathcal{E}}_\omega = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 S c}} \quad \text{et} \quad [\hat{a}_\omega, \hat{a}_{\omega'}^\dagger] = 2\pi\delta(\omega - \omega') \quad (1.17)$$

En utilisant la condition $\Delta\Omega \ll \omega_L$ le champ complexe devient

$$\hat{E}^{(+)}(t) = \tilde{\mathcal{E}}_{\omega_L} \int_{-\Delta\Omega/2}^{\Delta\Omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L + \Omega} e^{-i\Omega t} e^{-i\omega_L t} \quad (1.18)$$

On définit alors un nouvel opérateur $\hat{A}(t)$ par

$$\hat{A}(t) = \int_{-\Delta\Omega/2}^{\Delta\Omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L + \Omega} e^{-i\Omega t} \quad (1.19)$$

On peut finalement exprimer l'opérateur champ électrique réel sous la forme

$$\hat{E}(t) = \tilde{\mathcal{E}}_{\omega_L} \left(\hat{A}(t) e^{-i\omega_L t} + \hat{A}^\dagger(t) e^{i\omega_L t} \right) \quad (1.20)$$

Sous cette forme on voit que $\hat{A}(t)$ est *l'enveloppe lentement variable du champ* $\hat{E}(t)$. On définit les opérateurs de quadrature $\hat{X}(t)$ et $\hat{Y}(t)$ d'une façon analogue à (1.4)

$$\hat{X}(t) = \hat{A}^\dagger(t) + \hat{A}(t) \quad \text{et} \quad \hat{Y}(t) = i(\hat{A}^\dagger(t) - \hat{A}(t)) \quad (1.21)$$

⁴ Expérimentalement, dans tous les cas traités dans ce manuscrit, les systèmes de mesure et d'analyse mis en jeu ont des bandes passantes inférieures au GHz pour une fréquence centrale ω_L correspondant à des longueurs d'onde optiques, c'est-à-dire plusieurs centaines de THz. L'approximation $\Delta\Omega \ll \omega_L$ est donc totalement justifiée.

⁵ Avec cette définition $\tilde{\mathcal{E}}_\omega$ a pour unité des $\text{V.m}^{-1}.\sqrt{\text{Hz}}^{-1}$, $\hat{A}(t)$ des $\sqrt{\text{Hz}}$, \hat{a}_ω des $1/\sqrt{\text{Hz}}$ et la densité spectrale de bruit $S(\Omega)$ sera sans unité.

la seule différence avec le cas monomode étant que $\hat{A}(t)$ et $\hat{A}^\dagger(t)$ sont maintenant des superpositions d'opérateurs d'annihilation et de création. On peut aussi définir les quadratures d'angle θ par

$$\hat{X}_\theta(t) = \hat{A}^\dagger(t)e^{i\theta} + \hat{A}(t)e^{-i\theta} \quad \text{et} \quad \hat{Y}_\theta(t) = i(\hat{A}^\dagger(t)e^{i\theta} - \hat{A}(t)e^{-i\theta}) \quad (1.22)$$

Le champ s'écrit finalement sous la forme

$$\hat{E}(t) = \tilde{\mathcal{E}}_{\omega_L}(\hat{X}(t) \cos(\omega_L t) + \hat{Y}(t) \sin(\omega_L t)) \quad (1.23)$$

On retrouve l'expression (1.2) à ceci près que maintenant les quadratures du champ dépendent du temps.

A.2.4 Fluctuations quantiques et densité spectrale de bruit

Comme dans le cas monomode, nous allons nous intéresser aux fluctuations des quadratures $\hat{X}(t)$ et $\hat{Y}(t)$. Calculons d'abord la relation de commutation entre $\hat{A}(t)$ et $\hat{A}^\dagger(t)$. On trouve

$$[\hat{A}(t), \hat{A}^\dagger(t')] = \int_{-\Delta\Omega/2}^{\Delta\Omega/2} e^{-i\Omega(t-t')} \frac{d\Omega}{2\pi} \quad (1.24)$$

En pratique, on utilisera des fréquences d'analyses très petites devant $\Delta\Omega$, ce qui revient à dire que $\frac{1}{|t-t'|} \ll \Delta\Omega$. L'intégrale ci-dessus donne alors le commutateur

$$[\hat{A}(t), \hat{A}^\dagger(t')] = \delta(t-t') \quad (1.25)$$

L'approximation qu'on a faite revient à dire que l'on peut remplacer la fonction d'autocorrélation du champ par une distribution de Dirac. Les équations (1.21) et (1.25) impliquent

$$[\hat{X}(t), \hat{Y}(t')] = 2i\delta(t-t') \quad (1.26)$$

En pratique, dans les systèmes qui nous intéressent dans ce manuscrit, il est plus facile de travailler avec les composantes spectrales des champs qu'avec leur description temporelle. C'est pourquoi nous définissons par transformée de Fourier

$$\hat{A}(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}(t)e^{i\Omega t} dt \quad \text{et} \quad \hat{A}^\dagger(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{A}^\dagger(t)e^{i\Omega t} dt \quad (1.27)$$

avec des définitions similaires pour $\hat{X}(\Omega)$ et $\hat{Y}(\Omega)$. On a alors

$$\hat{X}(\Omega) = \hat{A}^\dagger(\Omega) + \hat{A}(\Omega) \quad \text{et} \quad \hat{Y}(\Omega) = i(\hat{A}^\dagger(\Omega) - \hat{A}(\Omega)) \quad (1.28)$$

Il est important de noter que la relation entre les opérateurs champs $\hat{A}(\Omega)$ et $\hat{A}^\dagger(\Omega)$ n'est pas une simple conjugaison hermitique. On a en effet

$$\hat{A}^\dagger(\Omega) = (\hat{A}(-\Omega))^\dagger \quad (1.29)$$

En utilisant les définitions et relations précédentes, on déduit les commutateurs

$$\left[\hat{A}(\Omega), \hat{A}^\dagger(\Omega') \right] = 2\pi\delta(\Omega + \Omega') \quad \text{et} \quad \left[\hat{X}(\Omega), \hat{Y}(\Omega') \right] = 4\pi i \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.30)$$

Cette non commutativité nous indique que l'on va pouvoir trouver une inégalité de type Heisenberg comme c'était le cas pour le champ monomode. Tout d'abord, décomposons les champs en valeurs moyennes et fluctuations⁶ comme indiqué à la section A.1.4

$$\hat{A}(\Omega) = \langle \hat{A}(\Omega) \rangle + \delta\hat{A}(\Omega) \quad (1.31)$$

Maintenant, définissons la *densité spectrale de bruit* $S_{\hat{X}_\theta}(\Omega)$ pour la quadrature \hat{X}_θ par

$$\langle \delta\hat{X}_\theta(\Omega)(\delta\hat{X}_\theta(\Omega'))^\dagger \rangle \equiv 2\pi S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) \delta(\Omega - \Omega') \quad (1.32)$$

En utilisant (1.29) on peut aussi écrire

$$\langle \delta\hat{X}_\theta(\Omega)\delta\hat{X}_\theta^\dagger(\Omega') \rangle = 2\pi S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.33)$$

D'après la relation de commutation (1.30) on peut obtenir une inégalité de type Heisenberg pour ces densités spectrales de bruit [Fabre, 1997]

$$S_{\hat{X}}(\Omega)S_{\hat{Y}}(\Omega) \geq 1 \quad (1.34)$$

Expérimentalement, on a accès à la densité spectrale de bruit à l'aide d'un analyseur de spectre mesurant les fluctuations d'une quadrature \hat{X}_θ obtenue par mesure homodyne d'un champ lumineux (section A.2 du chapitre 2).

B États quantiques du champ

Maintenant que nous disposons du champ électromagnétique quantifié, il nous faut définir les états quantiques qui lui sont associés. Nous verrons dans cette section leur description en termes de vecteur d'état dans la base de Fock, en termes de matrice densité et en termes de fonction de Wigner. Suivant les situations expérimentales rencontrées, telle ou telle description sera privilégiée.

B.1 Vecteur d'état dans la base de Fock

On appelle état de Fock un état de la forme $|n_1 n_2 \dots n_i \dots n_N\rangle$ où $n_i \in \mathbb{N}$ indique le nombre de photons contenus dans le mode i . N est le nombre de modes possibles qui

⁶ Dans la plupart des expériences présentées dans ce manuscrit, seules les valeurs moyennes des champs à la fréquence des lasers ω_L seront non nulles : $\langle \hat{A}(\Omega) \rangle = 0$ si $\Omega \neq 0$. Les fluctuations $\delta\hat{A}(\Omega)$ remplaceront donc le champ $\hat{A}(\Omega)$ à toutes les fréquences $\Omega \neq 0$.

est a priori infini, mais on se limite souvent à quelques modes, voire même à un seul mode. L'ensemble des états de Fock $\{|n_1 n_2 \dots n_i \dots n_N\rangle, n_i = 0, \dots, \infty\}$ forment une base orthonormée de l'espace de Hilbert \mathcal{H} des états possibles du champ. Le vecteur d'état le plus général que l'on puisse former sur cet espace s'écrit dans cette base sous la forme

$$|\psi\rangle = \sum_{n_1=0}^{\infty} \dots \sum_{n_i=0}^{\infty} \dots \sum_{n_N=0}^{\infty} c_{n_1 \dots n_i \dots n_N} |n_1 \dots n_i \dots n_N\rangle \quad (1.35)$$

$|\psi\rangle$ est appelé un état pur. On verra un peu plus loin comment écrire le vecteur d'état pour quelques cas particuliers que l'on rencontrera souvent expérimentalement.

Le vecteur d'état ne reflète cependant pas toutes les situations physiques possibles. Il est en effet incapable de décrire le cas d'un mélange statistique d'états purs (état mixte), ce mélange se produisant très souvent quand on ne maîtrise pas les conditions initiales d'une expérience. Il existe des moyens de décrire ces états mixtes, par exemple à l'aide de la matrice densité.

B.2 Matrice densité

Tous les états quantiques (purs ou mixtes) peuvent être décrit à l'aide d'une matrice densité ρ . Cette matrice, de dimension $\dim(\mathcal{H}) \times \dim(\mathcal{H})$, possède les propriétés suivantes :

- $\rho^\dagger = \rho$
- $\text{Tr}(\rho) = 1$
- ρ est semi-définie positive

Si l'état du système est un mélange statistique des états purs $\{|\psi_j\rangle\}$ avec les probabilités $\{p_j\}$ telles que $\sum_j p_j = 1$, alors la matrice densité s'écrit

$$\rho = \sum_j p_j |\psi_j\rangle \langle \psi_j| \quad (1.36)$$

On définit la pureté d'un état comme $P = \text{Tr}(\rho^2)$ et un état est dit pur si et seulement si $P = 1$. Pour un état non pur, on a $P < 1$. Si l'on écrit la matrice densité dans la base des états de Fock, alors les éléments diagonaux sont positifs et représentent la probabilité de mesurer n_i photons dans le mode i . On parle de termes de *populations*. Les éléments non-diagonaux représentent quant à eux les *cohérences quantiques*. La matrice densité est donc particulièrement adaptée à une mesure du champ par comptage de photons. Elle est par contre moins pratique pour décrire une mesure effectuée par détection homodyne. On préférera dans ce cas utiliser la fonction de Wigner.

B.3 Fonction de Wigner

La fonction de Wigner fut introduite en 1932 par E. Wigner [Wigner, 1932] afin d'exprimer la probabilité de mesurer une certaine valeur des observables pour un système quantique donné. Considérons un système avec N modes décrits par les quadratures $\hat{X}_1, \dots, \hat{X}_N, \hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_N$. L'idée était de construire une fonction $W(x_1, \dots, x_N, y_1, \dots, y_N)$ à partir de la fonction d'onde $\psi(x_1, \dots, x_N)$ qui, intégrée suivant les $\{y_i\}$ ou les $\{x_i\}$, donne les probabilités de mesurer respectivement (x_1, \dots, x_N) pour les quadratures $(\hat{X}_1, \dots, \hat{X}_N)$ ou (y_1, \dots, y_N) pour les quadratures $(\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_N)$. Cette fonction W est la *fonction de Wigner* du système.

B.3.1 Expression générale

Restreignons-nous tout d'abord à un seul mode décrit par les quadratures \hat{X} et \hat{Y} et notons $W(x, y)$ la fonction de Wigner associée à un état quantique. D'après la définition précédente, la probabilité de mesurer x pour la quadrature \hat{X} vaut

$$P(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dy W(x, y) \quad (1.37)$$

Or on sait que si on intègre $P(x)$ sur x , on obtient la probabilité de trouver le système quantique dans tout l'espace qui vaut 1 pour un état normé. On en déduit donc la relation

$$\int dx dy W(x, y) = 1 \quad (1.38)$$

$P(x)$ est une distribution de probabilité et en possède toutes les caractéristiques, notamment la positivité. Par contre $W(x, y)$ n'est pas obligatoirement positive partout, seule son intégrale selon une direction doit l'être. C'est pour cela qu'on l'appelle distribution de quasi-probabilité et elle peut prendre des valeurs négatives en certains points. Cependant, tous les états que nous verrons dans ce manuscrit seront des *états gaussiens*, c'est-à-dire qu'ils possèdent une fonction de Wigner gaussienne (vide, états cohérents, états comprimés, états thermiques). Dans ce cas, la fonction de Wigner est nécessairement positive partout. Mais il existe des états pour lesquels la fonction de Wigner est négative en certains points, ces états étant alors nécessairement non gaussiens. C'est le cas par exemple pour les photons uniques, les chats de Schrödinger, etc. De tels états possédant une fonction de Wigner négative ont déjà été mis en évidence expérimentalement [Ourjoumtsev *et al.*, 2006], [Neergaard-Nielsen *et al.*, 2006], [Wakui *et al.*, 2007].

On souhaite exprimer la fonction de Wigner à partir de la matrice densité ρ du système. Notons \hat{a} et \hat{a}^\dagger les opérateurs d'annihilation et de création associés aux quadratures \hat{X} et \hat{Y} . On peut montrer que l'on a [Cahill et Glauber, 1969, Hillery *et al.*, 1984]

$$W(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int dudv \operatorname{Tr} \left(\rho e^{i(u\hat{X}-v\hat{Y})} \right) e^{-i(ux-vy)} \quad (1.39)$$

que l'on peut réexprimer sous une forme très utile faisant intervenir \hat{a} et \hat{a}^\dagger ⁷

$$W(x, y) = \frac{1}{4\pi^2} \int dudv \operatorname{Tr} \left(\rho e^{(iu+v)\hat{a}^\dagger} e^{(iu-v)\hat{a}} \right) e^{-i(ux-vy)} e^{-\frac{1}{2}(u^2+v^2)} \quad (1.40)$$

On peut étendre sans difficulté la relation (1.39) à N modes

$$W(x_1, y_1, \dots, x_N, y_N) = \frac{1}{(4\pi^2)^N} \int du_1 dv_1 \dots du_N dv_N \operatorname{Tr} \left(\rho e^{i \sum_l (u_l \hat{X}_l - v_l \hat{Y}_l)} \right) e^{-i \sum_l (u_l x_l - v_l y_l)} \quad (1.41)$$

La relation précédente donne la fonction de Wigner pour un état quantique de matrice densité ρ . Elle peut cependant être étendue à un opérateur hermitien \hat{A} quelconque

$$W_{\hat{A}}(R) = \frac{1}{(4\pi^2)^N} \int du_1 dv_1 \dots du_N dv_N \operatorname{Tr} \left(\hat{A} e^{i \sum_l (u_l \hat{X}_l - v_l \hat{Y}_l)} \right) e^{-i \sum_l (u_l x_l - v_l y_l)} \quad (1.42)$$

avec $R = x_1, y_1, \dots, x_N, y_N$.

B.3.2 Propriétés

La plupart des grandeurs caractéristiques d'un état peuvent être obtenues à partir de la fonction de Wigner en utilisant la relation suivante qui dit que l'on peut exprimer la trace sur des opérateurs à partir des fonctions de Wigner associées [Fabre, 2007]

$$\operatorname{Tr}(\hat{A}\hat{B}) = (4\pi)^N \int dR W_{\hat{A}}(R)W_{\hat{B}}(R) \quad (1.43)$$

On en déduit alors toutes les propriétés utiles pour un état de matrice densité ρ :

- Valeur moyenne de l'observable \hat{A} : $\langle \hat{A} \rangle = \operatorname{Tr}(\rho\hat{A}) = (4\pi)^N \int dR W(R)W_{\hat{A}}(R)$
- Recouvrement de 2 états : $|\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle|^2 = \operatorname{Tr}(\rho_1 \rho_2) = (4\pi)^N \int dR W_1(R)W_2(R)$
- Pureté d'un état : $P = \operatorname{Tr}(\rho^2) = (4\pi)^N \int dR (W(R))^2$
- Valeur moyenne de \hat{X}_i (expression similaire pour \hat{Y}_i) : $\langle \hat{X}_i \rangle = \int dR x_i W(R)$
- Valeur moyenne de \hat{X}_i^2 (expression similaire pour \hat{Y}_i^2) : $\langle \hat{X}_i^2 \rangle = \int dR x_i^2 W(R)$

⁷ Pour ces calculs, il est très utile d'utiliser la formule de Baker-Campbell-Hausdorff qui exprime pour deux matrices A et B , la matrice e^{A+B} en fonction de e^A , e^B et des exponentielles des itérations de commutateurs $[A, B]$. Dans le cas où $[A, B]$ commute avec A et B cette formule s'écrit

$$e^{A+B} = e^A e^B e^{-\frac{1}{2}[A, B]}$$

Ces deux dernières propriétés seront très pratiques pour calculer les valeurs moyennes et les variances des quadratures pour des états dont on connaît la fonction de Wigner. Ce ne sont que deux cas particuliers d'une propriété plus générale : la valeur moyenne d'un produit symétrique de quadratures $\{\hat{X}_i, \hat{Y}_i\}$ peut s'exprimer comme l'intégrale de la fonction de Wigner multipliée par le produit des valeurs réelles $\{x_i, y_i\}$ correspondant à ces quadratures [Hillery *et al.*, 1984].

B.3.3 Relation avec la représentation de Fresnel

On peut se demander s'il existe, pour un état donné, un lien entre la fonction de Wigner que l'on vient de voir et la description d'un état dans le repère de Fresnel avec une aire de fluctuations. La réponse est oui, tout du moins dans le cas d'états gaussiens qui sont ceux que nous étudierons. La représentation de Fresnel est une section de la fonction de Wigner par un plan $z = cte$ (figure 1.3). En effet, l'aire des fluctuations dans

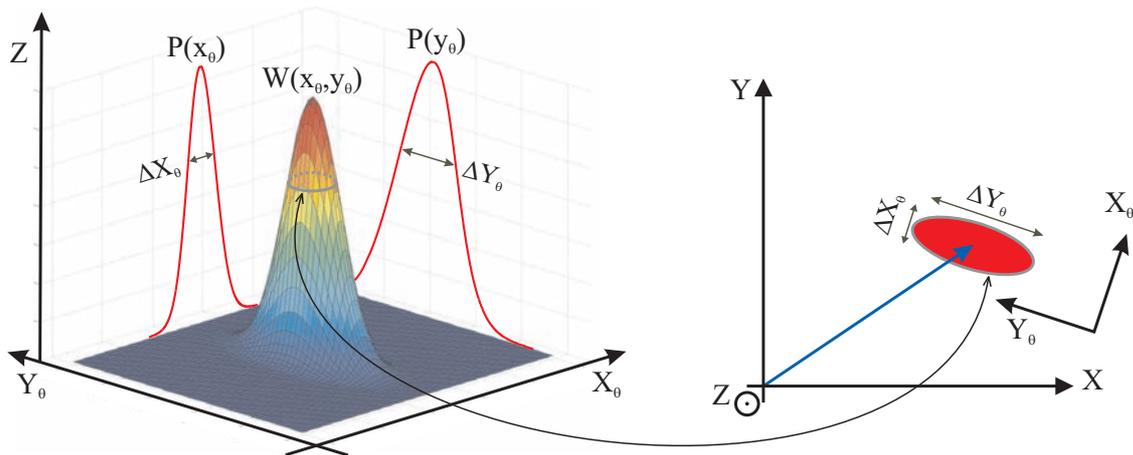


FIG. 1.3 – Exemple de la correspondance entre la fonction de Wigner (gauche) et le diagramme de Fresnel (droite) pour un état comprimé selon l'axe X_θ (et pour des états gaussiens en général). La projection de la fonction de Wigner selon les axes X_θ et Y_θ donne respectivement les distributions de probabilités $P(y_\theta)$ et $P(x_\theta)$, similaires à celles dessinées figure 1.2 (a). La section de la fonction de Wigner à une certaine hauteur donne l'ellipse des fluctuations dans le diagramme de Fresnel, ellipse dont les longueurs des axes donnent les écarts-types des variables X_θ et Y_θ . La position du point correspondant au maximum de la fonction de Wigner donne la valeur moyenne des quadratures dans le repère de Fresnel.

la représentation de Fresnel est telle que sa largeur dans une direction X_θ nous donne l'écart type ΔX_θ de la quadrature \hat{X}_θ . On note $P(x_\theta)$ la distribution de probabilité associée à \hat{X}_θ . ΔX_θ n'est autre que l'écart type de la distribution $P(x_\theta)$ qui est elle-même la projection de la fonction de Wigner selon l'axe Y_θ d'après (1.37). La section

de la fonction de Wigner à une certaine hauteur⁸ nous donne donc, une fois projetée selon l'axe Y_θ , la largeur ΔX_θ recherchée. On a alors, une fois la fonction de Wigner reconstruite, une mesure graphique des variances de toutes les quadratures du champ.

B.4 Quelques exemples d'états quantiques

Nous allons maintenant décrire sous les différentes formes que nous venons de voir (vecteur d'état, matrice densité et fonction de Wigner) les 3 types d'états quantiques que nous rencontrerons expérimentalement dans la suite de ce manuscrit, à savoir les états cohérents, les états comprimés et les états thermiques. Nous nous restreindrons souvent à une étude pour un mode du champ, de quadratures \hat{X} et \hat{Y} , mais les résultats de cette section sont encore valables pour le cas multimode au sens où nous l'avons défini à la section A.2.

B.4.1 Etats cohérents

Un *état cohérent* $|\alpha\rangle$ est par définition un état propre de l'opérateur d'annihilation \hat{a}_ω de valeur propre α . Pour $\alpha = 0$, cet état est le vide cohérent, état fondamental du champ. Pour $\alpha \neq 0$, on parle d'un état cohérent d'amplitude non nulle. Le faisceau d'un laser monomode fonctionnant très au-dessus de son seuil est un exemple d'un tel état cohérent. La caractéristique commune de ces états est d'être minimaux au sens de l'inégalité de Heisenberg (1.7) et isotropes, c'est-à-dire

$$(\Delta \hat{X}_\theta)^2 = 1 \quad \forall \theta \quad (1.44)$$

Ces états définissent une référence pour les fluctuations quantiques du champ, appelée *limite quantique standard* ou bruit de grenaille⁹ ("shot noise" en anglais). Il est très pratique de les représenter dans le repère de Fresnel en matérialisant les fluctuations isotropes des quadratures par un disque d'incertitude, comme on peut le voir sur la figure 1.4.

Dans le cas multimode on a, pour une fréquence d'analyse Ω , de façon très similaire à (1.44)

$$S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) = 1 \quad \forall \theta \quad (1.45)$$

Une densité spectrale de bruit égale à l'unité définit donc la limite quantique standard dans le cas multimode.

⁸ Avec les conventions que nous avons choisies pour \hat{X} et \hat{Y} , cette hauteur vaut précisément $W_{max} e^{-\frac{1}{8}}$ dans notre cas.

⁹ Le terme bruit de grenaille provient de la description corpusculaire de la lumière. Pour un état cohérent, les photons sont émis dans le temps de façon arbitraire en suivant une loi de Poisson. Un photodétecteur va donc recevoir ces photons de façon arbitraire, comme la pluie sur un parapluie, d'où le terme de bruit de grenaille.

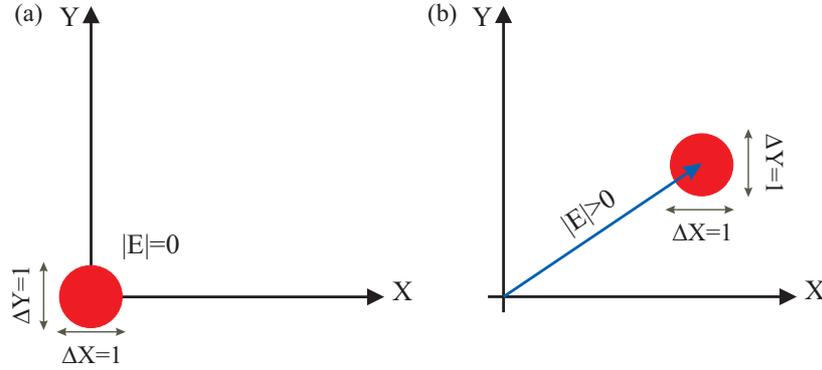


FIG. 1.4 – (a) Représentation d'un état vide dans le repère de Fresnel. (b) Représentation d'un état cohérent d'amplitude non nulle.

En utilisant la définition d'un état cohérent à partir de l'opérateur d'annihilation \hat{a}_ω , on peut montrer [Glauber, 1963a] qu'il s'écrit dans la base des états de Fock comme

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad (1.46)$$

La matrice densité de cet état vaut

$$\rho_C = e^{-|\alpha|^2} \sum_{n,m=0}^{\infty} \frac{\alpha^n (\alpha^*)^m}{\sqrt{n!m!}} |n\rangle \langle m| \quad (1.47)$$

En utilisant l'équation (1.40) avec cette matrice densité on obtient la fonction de Wigner d'un tel état

$$W(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{(x-2\operatorname{Re}(\alpha))^2 + (y-2\operatorname{Im}(\alpha))^2}{2}} \quad (1.48)$$

Nous en déduisons comme attendu

$$\langle \hat{X} \rangle = 2\operatorname{Re}(\alpha), \quad \langle \hat{Y} \rangle = 2\operatorname{Im}(\alpha) \quad \text{et} \quad (\Delta \hat{X}_\theta)^2 = (\Delta \hat{Y}_\theta)^2 = 1 \quad \forall \theta \quad (1.49)$$

De plus, la probabilité de mesurer n photons dans cet état vaut

$$p_C(n) = |\langle n|\alpha\rangle|^2 = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} e^{-|\alpha|^2} \quad (1.50)$$

où l'on retrouve la distribution de photons poissonienne mentionnée précédemment.

Dans le cas particulier du vide, l'état s'écrit simplement $|0\rangle$ en base de Fock. En utilisant l'équation (1.48), on obtient sa fonction de Wigner

$$W(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} \quad (1.51)$$

B.4.2 Etats comprimés minimaux

Un état comprimé minimal selon la direction θ , d'amplitude α , noté $|\alpha, r, \theta\rangle$ (avec $\alpha \in \mathbb{C}$ et $r, \theta \in \mathbb{R}$), est par définition un état propre de l'opérateur

$$\hat{A}_{r,\theta} = \text{ch}(r)e^{i\theta} \hat{a} + \text{sh}(r)e^{-i\theta} \hat{a}^\dagger \quad (1.52)$$

avec la valeur propre α . r est appelé le *paramètre de compression*. Pour $\alpha = 0$ on parle de vide comprimé.

Pour ces états, il existe une quadrature \hat{X}_θ du champ possédant une variance inférieure à la limite quantique standard, la quadrature conjuguée devant avoir une variance supérieure à cette limite pour satisfaire l'inégalité de Heisenberg

$$(\Delta\hat{X}_\theta)^2 < 1 \quad \text{et} \quad (\Delta\hat{Y}_\theta)^2 > 1 \quad (1.53)$$

La figure 1.5 donne des exemples de fluctuations quantiques dans le repère de Fresnel pour des états de ce type. Si l'égalité est vérifiée dans l'inégalité de Heisenberg

$$(\Delta\hat{X}_\theta)^2(\Delta\hat{Y}_\theta)^2 = 1 \quad \forall\theta \quad (1.54)$$

on parle d'état minimal. Dans le cas contraire on parle d'état non minimal. Pour un état minimal comprimé selon la quadrature \hat{X}_θ , la quadrature conjuguée \hat{Y}_θ présente un excès de bruit, mais cet excès est le minimum que l'on puisse obtenir. On comprend alors que ces états minimaux soient très intéressants expérimentalement mais difficiles à produire, les processus physiques conduisant à des états comprimés se faisant rarement sans ajout de bruit. Nous nous intéressons ici aux états comprimés minimaux et nous décrirons un peu plus loin les états comprimés non minimaux.

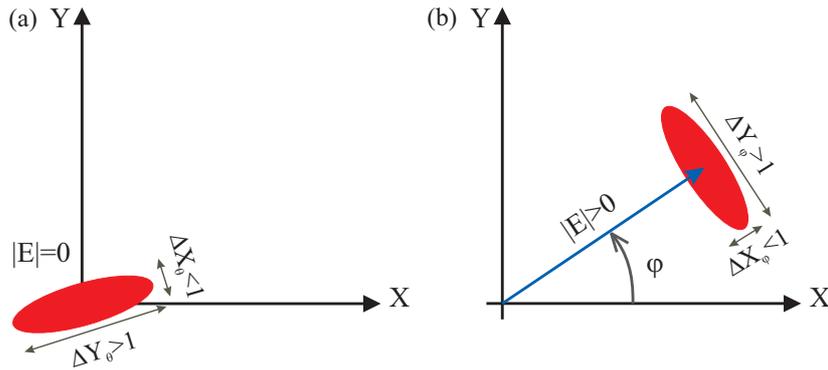


FIG. 1.5 – (a) Représentation d'un état de vide comprimé selon une quadrature quelconque. (b) Représentation d'un état d'amplitude non nulle comprimé en amplitude.

De façon analogue au cas monomode, un état comprimé multimode possède une densité spectrale de bruit inférieure à la limite quantique standard pour une fréquence

d'analyse Ω donnée et un certain angle θ

$$S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) < 1 \quad (1.55)$$

Notons qu'il est en pratique difficile d'obtenir de la compression de bruit sur de très grandes bandes passantes (plusieurs dizaines de MHz) et encore plus difficile d'avoir une réduction de bruit pour des "basses fréquences", c'est-à-dire des fréquences proches de quelques dizaines de kHz de la porteuse à ω_L du laser utilisé, car à ces fréquences les bruits techniques deviennent prépondérants, ce qui produit inévitablement de l'excès de bruit.

Il est possible de calculer l'expression des états comprimés dans la base des états de Fock, mais nous serons surtout intéressés par la probabilité de mesurer n photons qui vaut, d'après [Bachor et Ralph, 2004], pour $\theta = 0$

$$p_{S,\alpha}(n) = \frac{1}{2^n n! \operatorname{ch}(r)} (\operatorname{th}(r))^n e^{-\alpha^2(1+\operatorname{th}(r))} \left| H_n \left(\frac{\alpha e^r}{\sqrt{\operatorname{sh}(2r)}} \right) \right|^2 \quad (1.56)$$

où α est choisi réel et H_n désigne le polynôme d'Hermite d'ordre n .

La fonction de Wigner a quant à elle une forme plus simple que l'état exprimé dans la base de Fock. En effet, il suffit de dire qu'un état comprimé est l'état gaussien minimal le plus général. On trouve alors assez simplement la fonction de Wigner associée dans le repère $\{\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta\}$ (cf. annexe A.1)

$$W(x_\theta, y_\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-\left(\frac{(x_\theta - \bar{x}_\theta)^2}{2s} + \frac{s(y_\theta - \bar{y}_\theta)^2}{2}\right)} \quad (1.57)$$

avec $s = e^{-2r}$. Les variances de \hat{X}_θ et \hat{Y}_θ sont identiques à celles du vide comprimé dont l'étude est détaillée dans le paragraphe suivant.

Cas particulier du vide comprimé

Considérons maintenant le cas plus simple du vide comprimé minimal, c'est-à-dire l'état propre de l'opérateur $\hat{A}_{r,\theta}$ défini précédemment avec la valeur propre 0. L'expression d'un état de vide comprimé dans la base de Fock est calculée en annexe A.2 et le résultat est le suivant

$$|0, r, \theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{\operatorname{ch}(r)}} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\binom{2n}{n}} e^{-i2n\theta} \left(-\frac{\operatorname{th}(r)}{2}\right)^n |2n\rangle \quad (1.58)$$

La fonction de Wigner pour cet état dans le repère $\{\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta\}$ se déduit de (1.57) avec $\bar{x}_\theta = \bar{y}_\theta = 0$ (état vide)

$$W(x, y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\left(\frac{x_\theta^2}{2s} + s\frac{y_\theta^2}{2}\right)} \quad (1.59)$$

avec $s = e^{-2r}$.

On a réduction de bruit de la quadrature \hat{X}_θ lorsque $r > 0$ ($s < 1$) et de la quadrature \hat{Y}_θ lorsque $r < 0$ ($s > 1$). Ceci se voit en calculant les variances à l'aide de la fonction de Wigner

$$(\Delta\hat{X}_\theta)^2 = s = e^{-2r} \quad \text{et} \quad (\Delta\hat{Y}_\theta)^2 = \frac{1}{s} = e^{2r} \quad (1.60)$$

On peut faire deux remarques importantes concernant ces états. La première est qu'ils sont constitués d'une superposition d'états nombre pairs uniquement, ce qui veut dire que les processus donnant du vide comprimé produisent nécessairement les photons par paires. Ceci n'est plus vrai pour un état comprimé d'amplitude non nulle. La seconde est que bien qu'ils s'appellent états "vides" et que les valeurs moyennes des champs sont effectivement nulles, ces états ne sont pas vides de photons. La valeur moyenne du nombre de photons vaut $(\text{sh}(r))^2$ pour du vide comprimé, valeur non nulle quand il y a compression.

B.4.3 Etats thermiques

Un *état thermique* est un autre exemple d'état gaussien très rencontré en pratique puisqu'il permet de décrire un état présentant un excès de bruit (au sens d'état non minimal). C'est un cas particulier de superposition d'états cohérents. Il décrit un champ en équilibre avec un réservoir à la température T . On peut simplement l'écrire comme une superposition d'états nombres

$$\rho_T = \sum_{n=0}^{\infty} p_T(n) |n\rangle \langle n| \quad (1.61)$$

où $p_T(n)$ est une probabilité suivant la distribution de Boltzmann

$$p_T(n) = (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{k_B T}}) e^{-\frac{n\hbar\omega}{k_B T}} \quad (1.62)$$

Si on calcule la valeur moyenne de l'opérateur nombre $\hat{N} = a^\dagger a$ on trouve

$$n_{th} \equiv \langle \hat{N} \rangle = \frac{1}{(e^{\frac{\hbar\omega}{k_B T}} - 1)} \quad (1.63)$$

On peut aussi exprimer la matrice densité comme une superposition d'états cohérents¹⁰

$$\rho_T = \frac{1}{\pi n_{th}} \int d^2\alpha e^{-\frac{|\alpha|^2}{n_{th}}} |\alpha\rangle \langle \alpha| \quad (1.64)$$

¹⁰ On utilise pour cela la décomposition des états nombres en états cohérents [Glauber, 1963a] :

$$|n\rangle = \frac{1}{\pi} \int d^2\alpha \langle \alpha|n\rangle |\alpha\rangle = \frac{1}{\pi} \int d^2\alpha e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \frac{(\alpha^*)^n}{\sqrt{n!}} |\alpha\rangle$$

En utilisant (1.40) on déduit après quelques lignes de calculs la fonction de Wigner

$$W(x, y) = \frac{1}{2\pi(2n_{th} + 1)} e^{-\frac{x^2+y^2}{2(2n_{th}+1)}} \quad (1.65)$$

On peut alors lire directement les variances

$$(\Delta\hat{X})^2 = (\Delta\hat{Y})^2 = 2n_{th} + 1 \quad (1.66)$$

Il s'agit donc d'un état gaussien dont les fluctuations quantiques sont isotropes et qui présente un excès de bruit de $2n_{th}$ en variance par rapport à la limite quantique standard qui vaut 1.

B.4.4 Etats de vide thermiques comprimés

Lorsqu'on cherche à produire des états de vide comprimé avec un oscillateur paramétrique optique, ce qui est la méthode actuellement la plus employée (et c'est celle que nous utiliserons au chapitre 4), l'état de sortie n'est en général pas un état minimal, il y a souvent un excès de bruit. Or on a vu au paragraphe précédent qu'un état thermique permettait de décrire un excès de bruit. L'idée est donc de combiner les notions d'état thermique et d'état comprimé minimal pour décrire les états comprimés présentant de l'excès de bruit.

L'état gaussien d'amplitude nulle le plus général qu'on puisse écrire prend la forme (annexe A, relation A-4)

$$W(x_\theta, y_\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\left(\frac{x_\theta^2}{2\sigma_1^2} + \frac{y_\theta^2}{2\sigma_2^2}\right)} \quad (1.67)$$

avec $\sigma_1\sigma_2 \geq 1$. Supposons que cet état soit comprimé selon la quadrature \hat{X}_θ avec un excès de bruit, on a alors

$$(\Delta\hat{X}_\theta)^2 = \sigma_1^2 < 1, \quad (\Delta\hat{Y}_\theta)^2 = \sigma_2^2 > \frac{1}{\sigma_1^2} > 1 \quad (1.68)$$

On peut toujours réécrire les variances sous la forme

$$(\Delta\hat{X}_\theta)^2 = (2n_{th} + 1)e^{-2r}, \quad (\Delta\hat{Y}_\theta)^2 = (2n_{th} + 1)e^{2r} \quad (1.69)$$

On appelle un tel état un *état de vide thermique comprimé* [Marian, 1992], n_{th} étant le nombre moyen de photons thermiques et r le paramètre de compression. La probabilité de mesurer n photons peut se mettre sous la forme [D'Auria, 2005]

$$p_{ST}(n) = \frac{C^n}{A^{n+\frac{1}{2}}} P_n \left(\frac{B}{C} \right) \quad (1.70)$$

avec

$$\begin{aligned} A &= (1 + n_{th})^2 + (2n_{th} + 1) \operatorname{sh}^2(r) \\ B &= n_{th}(1 + n_{th}) \\ C &= \sqrt{n_{th}^2(1 + n_{th})^2 - (2n_{th} + 1)^2 \operatorname{sh}^2(r) \operatorname{ch}^2(r)} \end{aligned}$$

où P_n est le polynôme de Legendre d'ordre n . Pour $n_{th} = 0$ on retrouve la probabilité d'avoir n photon pour du vide comprimé et pour $r = 0$ on retrouve la probabilité de Boltzmann (1.62).

Cette expression ne fait finalement intervenir que deux paramètres indépendants : r et n_{th} . Nous l'utiliserons à la section D du chapitre 4 lorsque nous aurons reconstruit la matrice densité d'un état comprimé par un algorithme de tomographie et que nous chercherons à déterminer le taux de compression et l'excès de bruit associé à cet état.

C Corrélations quantiques entre deux modes du champ

Nous nous intéressons dans cette section aux corrélations quantiques entre deux modes du champ spatialement séparés, qui conduisent aux notions de gémellité, de mesure QND, d'inséparabilité et enfin au critère EPR. C'est la notion d'inséparabilité qui nous sera la plus utile dans ce manuscrit. On l'utilisera pour caractériser les corrélations existant entre les bandes latérales d'un état comprimé (chapitre 5). Ce chapitre n'a pas pour but de présenter de façon exhaustive le domaine des corrélations quantiques vu que ce thème ne sera utilisé que de façon marginale dans cette thèse. Seuls les résultats importants seront présentés. Pour plus de détails à la fois théoriques et expérimentaux, on pourra se référer notamment à l'article [Treppe et Fabre, 2005] ainsi qu'aux thèses suivantes du laboratoire [Laurat, 2004, Keller, 2008].

Nous considérons deux modes du champ spatialement séparés et repérés par les indices 1 et 2. Nous étendrons quand cela sera utile les définitions au cas où les modes 1 et 2 sont des ensembles de modes comme défini dans la section A.2 ("cas multimode"). C'est en effet ces définitions qui nous intéresseront en pratique. Toutes les variances sont normalisées au bruit quantique standard, qui vaut 1 dans notre cas.

C.1 Corrélations entre une quadrature de chaque mode

C.1.1 Corrélations au sens classique

On mesure simultanément la quadrature $\hat{X}_{1,\theta}$ pour le mode 1 et la quadrature $\hat{X}_{2,\phi}$ pour le mode 2. La *corrélation normalisée* est définie dans ce cas par

$$C_{1,2}(\hat{X}_{1,\theta}, \hat{X}_{2,\phi}) = \frac{\langle \delta \hat{X}_{1,\theta} \delta \hat{X}_{2,\phi} \rangle}{\sqrt{(\Delta \hat{X}_{1,\theta})^2 (\Delta \hat{X}_{2,\phi})^2}} \quad (1.71)$$

où l'on rappelle que $\delta \hat{X}_i$ et $(\Delta \hat{X}_i)^2$ désignent respectivement les fluctuations et la variance de la quadrature \hat{X} du mode spatial i . Les deux cas limites correspondent à des corrélations parfaites ($C_{1,2} = +1$) ou à des anti-corrélations parfaites ($C_{1,2} = -1$).

La définition précédente ne donne pas encore un critère permettant d'identifier des corrélations quantiques. On pourra s'en convaincre en calculant $C_{1,2}$ pour un faisceau très bruité séparé par une lame 50/50. On trouve une corrélation proche de 1 alors que le faisceau est classique [Laurat, 2004].

C.1.2 Critère de gémellité

Pour enlever les fluctuations d'origine classique dans le cas où les faisceaux présentent des corrélations classiques, il suffit de faire la différence des quadratures¹¹. On peut alors définir la *gémellité* dans le cas où les deux quadratures $\hat{X}_{1,\theta}$ et $\hat{X}_{2,\phi}$ ont la même valeur moyenne et la même variance par

$$G(\hat{X}_{1,\theta}, \hat{X}_{2,\phi}) = \frac{(\Delta(\hat{X}_{1,\theta} - \hat{X}_{2,\phi}))^2}{2} = \frac{\langle (\delta \hat{X}_{1,\theta} - \delta \hat{X}_{2,\phi})^2 \rangle}{2} \quad (1.72)$$

Cette définition peut s'étendre aux spectres de bruit

$$G(\hat{X}_{1,\theta}, \hat{X}_{2,\phi})(\Omega) = \frac{S_{\hat{X}_{1,\theta} - \hat{X}_{2,\phi}}(\Omega)}{2} \quad (1.73)$$

On dit alors que les faisceaux sont *jumeaux* si et seulement si $G < 1$, ce qui correspond à des corrélations quantiques entre ces deux faisceaux. De tels faisceaux jumeaux ont été observés expérimentalement pour la première fois en 1987 [Heidmann *et al.*, 1987] et la plus petite valeur de gémellité atteinte jusqu'à présent est de 0,11 [Laurat, 2004].

C.1.3 Critère de corrélation QND

Une mesure *quantique non-destructive* (QND) permet d'avoir accès aux informations d'une observable sans la détruire. Pour cela, on utilise le critère de corrélation

¹¹ Pour des faisceaux anti-corrélés il faut faire la somme des quadratures.

QND que l'on définit pour deux quadratures $\hat{X}_{1,\theta}$ et $\hat{X}_{2,\phi}$ à partir de la *variance conditionnelle*

$$V_c(\hat{X}_{1,\theta}|\hat{X}_{2,\phi}) = (\Delta\hat{X}_{1,\theta})^2 - \frac{\langle\delta\hat{X}_{1,\theta}\delta\hat{X}_{2,\phi}\rangle^2}{(\Delta\hat{X}_{2,\phi})^2} \quad (1.74)$$

On a corrélation QND lorsque cette variance conditionnelle est inférieure à 1.

Comme pour la gémellité, il est intéressant de considérer le cas où les deux quadratures ont même valeur moyenne et même variance. On peut alors montrer qu'on a

$$V_c(\hat{X}_{1,\theta}|\hat{X}_{2,\phi}) = V_c(\hat{X}_{2,\phi}|\hat{X}_{1,\theta}) = 2G(\hat{X}_{1,\theta}, \hat{X}_{2,\phi}) - \frac{(G(\hat{X}_{1,\theta}, \hat{X}_{2,\phi}))^2}{(\Delta\hat{X}_{2,\phi})^2} \quad (1.75)$$

On notera que $V_c < 1$ implique $G < 1$, mais la réciproque n'est pas vraie. La relation (1.75) nous dit que $V_c < 2G$. Une gémellité inférieure à 0,5 est donc une condition suffisante (mais non nécessaire) pour que le critère QND $V_c < 1$ soit vérifié.

C.2 Corrélations entre deux quadratures des deux modes

On considère à partir de maintenant deux quadratures orthogonales $\hat{X}_{1,\theta}$ et $\hat{Y}_{1,\theta}$ pour le mode 1 et $\hat{X}_{2,\phi}$ et $\hat{Y}_{2,\phi}$ pour le mode 2.

C.2.1 Critère d'inséparabilité

On rappelle qu'un état est dit séparable si et seulement si sa matrice densité peut se mettre sous forme d'une superposition statistique d'états factorisables

$$\rho = \sum_i p_i \rho_{i_1} \otimes \rho_{i_2} \quad (1.76)$$

où ρ_{i_1} (ρ_{i_2}) sont des matrices densités pour le mode 1 (resp. 2) et p_i les probabilités associées telles que $\sum_i p_i = 1$. Un état est dit *inséparable* ou *intriqué* s'il ne peut pas être mis sous cette forme.

Duan et al. [Duan *et al.*, 2000] et Simon [Simon, 2000] ont défini ce qu'on appelle la *séparabilité* par

$$I_{1,2} = \frac{1}{4}[(\Delta(\hat{X}_{1,\theta} - \hat{X}_{2,\phi}))^2 + (\Delta(\hat{Y}_{1,\theta} + \hat{Y}_{2,\phi}))^2] \quad (1.77)$$

qui s'étend simplement au cas multimode

$$I_{1,2}(\Omega) = \frac{1}{4}(S_{\hat{X}_{1,\theta} - \hat{X}_{2,\phi}}(\Omega) + S_{\hat{Y}_{1,\theta} + \hat{Y}_{2,\phi}}(\Omega)) \quad (1.78)$$

Les états sont *inséparables selon le critère de Duan et Simon* si et seulement si $I_{1,2} < 1$. Dans le cas où les quadratures $\hat{X}_{1,\theta}$ et $\hat{X}_{2,\phi}$ ont même valeur moyenne et même variance, ainsi que $\hat{Y}_{1,\theta}$ et $\hat{Y}_{2,\phi}$, on peut exprimer la séparabilité en terme de gémellité

$$I_{1,2} = \frac{1}{2}(G(\hat{X}_{1,\theta}, \hat{X}_{2,\phi}) + G(\hat{Y}_{1,\theta}, \hat{Y}_{2,\phi})) \quad (1.79)$$

la deuxième gémellité devant être calculée avec un signe positif dans (1.72 - 1.73). Le critère de Duan et Simon impose par conséquent que l'une des gémellités soit inférieure à 1, sans pour autant que les variables correspondantes vérifient le critère QND. Ce critère est moins restrictif que le critère EPR que nous allons voir maintenant.

C.2.2 Critère EPR

Il s'agit de la généralisation pour deux quadratures orthogonales sur chaque mode du critère QND vu précédemment. Il a été développé par Reid et Drummond dans le cas des variables continues [Reid et Drummond, 1988, Reid, 1989] en s'appuyant sur le paradoxe EPR (Einstein, Podolsky, Rosen, voir l'article original [Einstein *et al.*, 1935]).

On dit que l'on a des *corrélations de type EPR* si l'inégalité suivante est vérifiée

$$V_c(\hat{X}_{1,\theta}|\hat{X}_{2,\phi}) \cdot V_c(\hat{Y}_{1,\theta}|\hat{Y}_{2,\phi}) < 1 \quad (1.80)$$

La vérification de ce critère implique qu'au moins l'une des variances conditionnelles soit plus petite que 1, et que donc les deux quadratures correspondantes vérifient le critère QND.

C.3 Corrélations avec des faisceaux comprimés

Dans ce manuscrit, nous nous intéresserons aux corrélations provenant d'états comprimés. Plus précisément, nous disposerons d'un mode comprimé qu'on pourra séparer en deux modes distincts par exemple à l'aide d'une lame semi-réfléchissante, du vide non-corrélé entrant par l'autre voie (expérience 1, figure 1.6 (a)). Que valent alors la gémellité, la variance conditionnelle, la séparabilité et le critère EPR en fonction du taux de compression? Est-il possible d'améliorer les corrélations quantiques si on met un second faisceau comprimé pour remplacer le vide sur la seconde entrée de la lame (expérience 2, figure 1.6 (b))? Nous allons maintenant répondre à ces questions.¹²

C.3.1 Gémellité et faisceaux comprimés

Considérons la première expérience de la figure 1.6 où l'on note $(\Delta\hat{X})^2 = s < 1$ la variance de la quadrature comprimée du faisceau incident. En sortie, on obtient

¹² Une étude plus détaillée concernant la possibilité d'obtenir des faisceaux intriqués à partir d'un état comprimé sera discutée au chapitre 5.

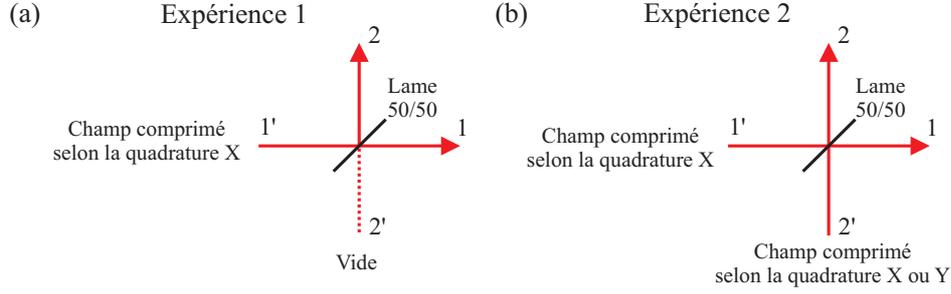


FIG. 1.6 – (a) Séparation d’un faisceau comprimé en deux modes spatiaux distincts à l’aide d’une lame 50/50. (b) Recombinaison de deux faisceaux comprimés à l’aide d’une lame 50/50.

deux modes 1 et 2 dont les quadratures \hat{X}_1 et \hat{X}_2 sont comprimées avec les variances $(\Delta\hat{X}_1)^2 = (\Delta\hat{X}_2)^2 = \frac{s+1}{2} < 1$. La gémellité vaut alors

$$G(\hat{X}_1, \hat{X}_2) = s < 1 \quad (1.81)$$

Ces deux faisceaux sont donc jumeaux, quelque soit le taux de compression.

Considérons maintenant le dispositif de l’expérience 2, les deux champs étant comprimés selon la même quadrature \hat{X} avec la même variance s . On trouve alors que la gémellité entre les modes 1 et 2 en sortie vaut encore s .

La gémellité nous apporte dans ces expériences une information sur le taux de compression initial des faisceaux.

C.3.2 Corrélations QND et faisceaux comprimés

On reprend les mêmes expériences mais cette fois-ci on mesure la variance conditionnelle. On trouve alors, pour l’expérience 1 une variance conditionnelle égale à $\frac{2s}{s+1}$ qui est strictement plus grande que G mais strictement plus petite que 1. Pour l’expérience 2 on a $V_c = G = s < 1$. Tous ces faisceaux présentent donc des corrélations QND mais, à taux de compression identique, l’expérience 2 permet d’obtenir une variance conditionnelle plus petite que l’expérience 1.

C.3.3 Inséparabilité et faisceaux comprimés

On considère maintenant en plus la quadrature \hat{Y} . Pour les faisceaux comprimés incidents de la figure 1.6, la variance de la quadrature non comprimée vaut s' avec nécessairement $s' > 1$ et $ss' \geq 1$ l’égalité n’étant vérifiée que si l’état est minimal. En utilisant la formule (1.79) on trouve pour l’expérience 1

$$I_{1,2} = \frac{s+1}{2} < 1 \quad (1.82)$$

On a donc intrication au sens de Duan et Simon des deux faisceaux en sortie, et ce, quel que soit le niveau de compression en entrée. Une source d'états comprimés est par conséquent aussi une source d'états intriqués après ajout d'une lame semi-réfléchissante séparant le faisceau en deux modes spatiaux distincts. Nous y reviendrons plus en détail au chapitre 5.

Considérons maintenant le cas des faisceaux comprimés recombinaés sur une lame 50/50, les quadratures comprimées avec la même variance s étant orthogonales (par exemple \hat{X} pour la voie 1' et \hat{Y} pour la voie 2'), les deux autres quadratures présentant une variance égale à s' . On trouve alors une séparabilité $I_{1,2}$ égale à s . Il y a donc inséparabilité des faisceaux puisque $s < 1$. Notons que si on n'avait pas pris soin d'avoir des quadratures comprimées orthogonales, les faisceaux auraient été séparables.

C.3.4 Corrélations EPR et faisceaux comprimés

Il nous reste enfin à voir si le critère EPR peut être atteint avec des faisceaux comprimés. Dans le cas de l'expérience 1, la variance conditionnelle pour les observables \hat{Y} vaut $\frac{2s'}{s'+1}$ ce qui donne pour le produit des variances conditionnelles

$$V_c(\hat{X}_{1,\theta}|\hat{X}_{2,\phi}) \cdot V_c(\hat{Y}_{1,\theta}|\hat{Y}_{2,\phi}) = \frac{2s}{s+1} \frac{2s'}{s'+1} \quad (1.83)$$

Si l'état comprimé est minimal on a $s' = \frac{1}{s}$

$$V_c(\hat{X}_{1,\theta}|\hat{X}_{2,\phi}) \cdot V_c(\hat{Y}_{1,\theta}|\hat{Y}_{2,\phi}) = \frac{4}{s + \frac{1}{s} + 2} < 1 \quad (1.84)$$

et le critère EPR est vérifié pour tout niveau de compression. Ceci constitue probablement l'une des méthodes les plus simples pour produire des faisceaux EPR. Cependant on a souvent de l'excès de bruit, donc $s' > \frac{1}{s}$ et il faut augmenter le taux de compression pour compenser cet excès de bruit. Mais, pour une variance inférieure à 1/3 (environ 4,8 dB de compression), le critère EPR est vérifié quelque soit l'excès de bruit. Pour démontrer ce résultat, il suffit de se mettre dans le cas limite d'un excès de bruit infini, $s' \rightarrow \infty$, auquel cas le produit des variances conditionnelles vaut $\frac{4s}{s+1}$ qui est inférieur à 1 si et seulement si $s < \frac{1}{3}$ comme annoncé.

Si l'on considère l'expérience 2 avec des faisceaux comprimés selon des quadratures orthogonales, alors on trouve pour le produit des variances conditionnelles

$$V_c(\hat{X}_{1,\theta}|\hat{X}_{2,\phi}) \cdot V_c(\hat{Y}_{1,\theta}|\hat{Y}_{2,\phi}) = \left(\frac{2ss'}{s+s'} \right)^2 \quad (1.85)$$

qui est inférieur à 1 pour des états minimaux. On a alors des faisceaux EPR. Si on a un excès de bruit il faut comme au paragraphe précédent augmenter la compression de

bruit pour vérifier le critère. En utilisant la même méthode de calcul que précédemment ($s' \rightarrow \infty$), on montre que si on a une compression de bruit supérieure à 3 dB ($s < 0,5$), alors ces deux faisceaux seront EPR, quel que soit le niveau de bruit sur les quadratures anti-comprimées. Cette méthode a d'ailleurs été employée par exemple dans l'équipe de H. J. Kimble pour générer des faisceaux EPR utilisés ensuite pour faire de la téléportation [Furusawa *et al.*, 1998].

D Fluctuations du spin collectif d'un ensemble atomique et interaction atomes-champs

Nous avons présenté dans les sections précédentes les fluctuations du champ électromagnétique et quelques états quantiques du champ. Nous allons maintenant voir que les composantes transverses du spin collectif d'un ensemble d'atomes présentent comme dans le cas du champ électromagnétique des relations d'inégalité de type Heisenberg qui permettent de définir ce qu'on appelle des états comprimés du spin qui sont l'analogie quantique des états comprimés du champ. Nous verrons ensuite comment transférer les fluctuations d'un champ aux fluctuations atomiques en présentant les équations de base de l'interaction lumière-matière dans une configuration à trois niveaux en Λ .

D.1 Opérateurs collectifs de spin

D.1.1 Spin fictif 1/2 pour un atome à 2 niveaux

Tout système quantique de dimension 2 peut-être décrit par un spin fictif 1/2 [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1973]. Ceci est en particulier vrai pour un atome à deux niveaux notés $|g\rangle$ et $|e\rangle$. Les trois opérateurs du spin fictif 1/2 pour un tel atome s'écrivent

$$j_x = \frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2}, \quad j_y = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{2i}, \quad j_z = \frac{\pi_e - \pi_g}{2} \quad (1.86)$$

où π_g et π_e sont les *populations* de l'atome

$$\pi_g = |g\rangle \langle g| \quad \text{et} \quad \pi_e = |e\rangle \langle e| \quad (1.87)$$

et σ_+ , σ_- sont les *cohérences optiques* de l'atome

$$\sigma_+ = |e\rangle \langle g| \quad \text{et} \quad \sigma_- = |g\rangle \langle e| \quad (1.88)$$

On retrouve les relations de commutation usuelles du spin

$$[j_x, j_y] = ij_z, \quad [j_y, j_z] = ij_x, \quad [j_z, j_x] = ij_y \quad (1.89)$$

Enfin, on a les relations suivantes sur les carrés des opérateurs de spin

$$j_x^2 = j_y^2 = j_z^2 = \frac{\mathbb{I}}{4} \quad (1.90)$$

$$\vec{j}^2 = j_x^2 + j_y^2 + j_z^2 = \frac{3}{4}\mathbb{I} \quad (1.91)$$

D.1.2 Spin fictif pour un ensemble de N atomes à 2 niveaux

Considérons maintenant N atomes à 2 niveaux et introduisons un spin fictif $1/2 j^i$ ($i = 1, \dots, N$) pour chaque atome. On peut alors définir les opérateurs collectifs de spin J_x, J_y, J_z par

$$J_x = \sum_{i=1}^N j_x^i, \quad J_y = \sum_{i=1}^N j_y^i, \quad J_z = \sum_{i=1}^N j_z^i \quad (1.92)$$

et ces opérateurs vérifient les relations de commutation

$$[J_x, J_y] = iJ_z, \quad [J_y, J_z] = iJ_x, \quad [J_z, J_x] = iJ_y \quad (1.93)$$

Par contre, contrairement au cas où il y a un seul atome, on n'a plus de relation du type $J_x^2 \propto \mathbb{I}$ car des corrélations peuvent exister entre les différents opérateurs de spin individuels. On a par exemple

$$J_x^2 = \sum_{i=1}^N (j_x^i)^2 + \sum_{i \neq j} j_x^i j_x^j = \frac{N}{4}\mathbb{I} + \underbrace{\sum_{i \neq j} j_x^i j_x^j}_{\text{corrélations}} \quad (1.94)$$

La valeur maximale de la norme du spin collectif est atteinte si tous les spins individuels sont alignés selon le même axe et elle vaut $\frac{N}{2}$, et dans tous les autres cas, elle est inférieure à cette valeur maximale

$$|\langle \vec{J} \rangle| = \sqrt{\langle J_x \rangle^2 + \langle J_y \rangle^2 + \langle J_z \rangle^2} \leq \frac{N}{2} \quad (1.95)$$

D.2 Etats cohérents et états comprimés de spin

Considérons maintenant que les N atomes sont chacun dans l'état $|e\rangle$, auquel cas tous les spins individuels ont pour valeur moyenne $\langle j_z^i \rangle = \frac{1}{2}$ et la valeur moyenne selon

z du spin collectif vaut $\langle J_z \rangle = \frac{N}{2}$.¹³ D'après les relations de commutation (1.93), on obtient une relation d'incertitude de type Heisenberg pour les composantes orthogonales J_x et J_y

$$(\Delta J_x)^2 (\Delta J_y)^2 \geq \frac{\langle J_z \rangle^2}{4} = \left(\frac{N}{4}\right)^2 \quad (1.96)$$

Par analogie avec les états cohérents du champ, on peut définir ce qu'on appelle les *états cohérents de spin* ou *états cohérents atomiques* [Arecchi et al., 1972] qui vérifient

$$(\Delta J_x)^2 = (\Delta J_y)^2 = \frac{|\langle J_z \rangle|}{2} = \frac{N}{4} \quad (1.97)$$

et plus généralement, la variance de toute composante de spin dans le plan transverse à l'axe Oz : $J_\theta = \cos(\theta)J_x + \sin(\theta)J_y$ vérifie cette égalité. Les fluctuations transverses du spin collectif sont isotropes et ceci correspond au cas où les fluctuations transverses des spins individuels des N atomes sont non corrélées entre elles (figure 1.7 (a)) [Kitagawa et Ueda, 1993]. La variance de J_θ est en effet la somme des variances des

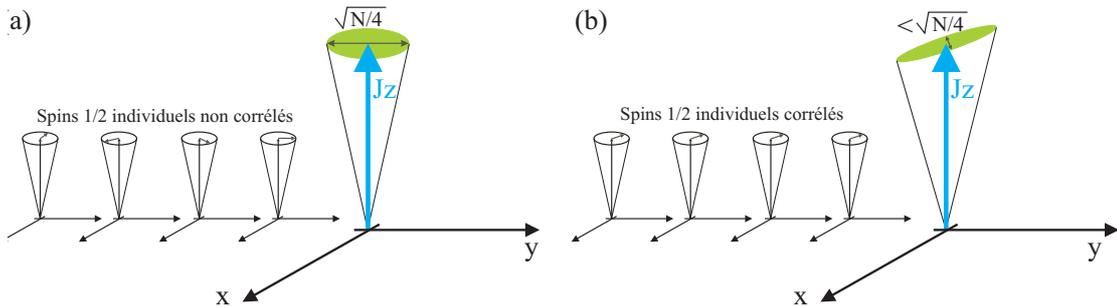


FIG. 1.7 – (a) Représentation schématisée d'un état cohérent atomique dont le spin moyen est aligné selon l'axe z . Les spins individuels ont des fluctuations transverses non corrélées entre elles. (b) Représentation schématisée d'un état comprimé atomique dont le spin moyen est aligné selon l'axe z . La réduction de bruit d'une composante transverse du spin collectif provient de corrélations entre les fluctuations des composantes transverses des spins individuels.

composantes transverses individuelles j_θ^i qui valent chacune $1/4$, d'où le résultat précédent. On peut alors parler de *bruit quantique standard atomique*, il vaut $\frac{|\langle J_z \rangle|}{2} = N/4$ et on constate qu'il augmente linéairement avec le nombre d'atomes.

¹³ On a choisi d'aligner tous les spins individuels selon l'axe z , mais ceci est un choix arbitraire et tous les résultats sont encore valables si les spins sont orientés selon un axe \vec{u} quelconque, les composantes transverses étant alors définies dans le plan orthogonal à cet axe. De même les résultats sont valables si les spins ne sont pas tous orientés selon la même direction en prenant comme axe de référence la direction du spin moyen.

Comme pour les états comprimés du champ, il existe des états pour lesquels une certaine composante transverse J_θ présente une variance plus petite que le bruit quantique standard atomique

$$(\Delta J_\theta)^2 < \frac{|\langle J_z \rangle|}{2} = \frac{N}{4} \quad (1.98)$$

On parle alors d'*états comprimés atomiques*. La composante conjuguée $\Delta J_{\theta+\pi/2}$ présente quant à elle une variance supérieure à la limite quantique standard atomique. Dans ce cas, les fluctuations transverses du spin collectif ne sont plus isotropes et ceci correspond à des corrélations quantiques entre les composantes transverses des spins individuels des N atomes (figure 1.7 (b)) [Kitagawa et Ueda, 1993].

On constate une analogie très forte entre les composantes transverses J_x et J_y du spin collectif des atomes et les quadratures X et Y du champ électromagnétique avec dans les deux cas les notions d'états cohérents et d'états comprimés. Comme nous allons le voir maintenant en écrivant les équations d'interaction atomes-champs, il est possible de transférer les fluctuations d'un champ électromagnétique vers les composantes transverses de spin et vice versa.

D.3 Interaction atomes-champs pour un système à 3 niveaux

Nous présentons ici les équations d'évolution régissant l'interface lumière-matière pour un système atomique constitué de 3 niveaux en interaction avec deux champs électromagnétiques.

D.3.1 Schéma à 3 niveaux en Λ

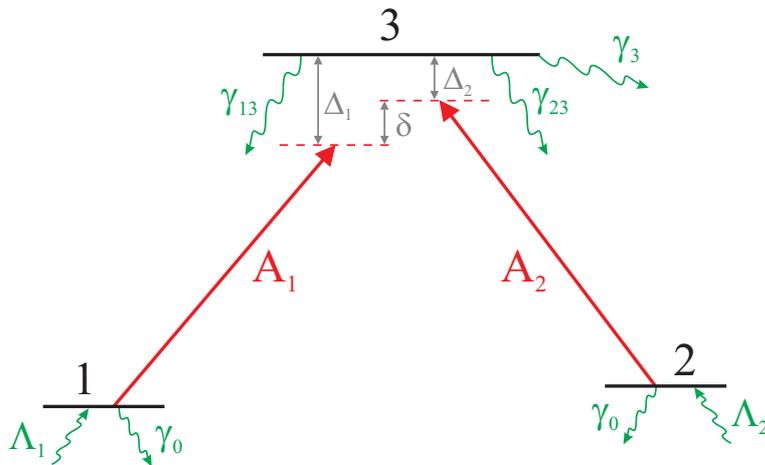


FIG. 1.8 – Schéma d'interaction lumière-matière à 3 niveaux en Λ .

Dans ce manuscrit, nous allons principalement nous intéresser à un schéma d'interaction appelé schéma en Λ où 3 niveaux atomiques, deux niveaux fondamentaux notés 1 et 2 et un niveau excité, noté 3, interagissent avec deux champs électromagnétiques A_1 et A_2 sur les deux transitions des niveaux fondamentaux vers le niveau excité. Ce schéma est décrit sur la figure 1.8. Introduisons les notations utilisées tout au long de ce manuscrit pour décrire les champs et les niveaux atomiques :

- γ_{j3} désigne le taux de relaxation du niveau 3 vers le niveau fondamental j ($j = 1, 2$)
- γ_3 est le taux de relaxation du niveau 3 vers les autres niveaux
- $\Gamma = \gamma_{13} + \gamma_{23} + \gamma_3$ est le taux de relaxation total, ou largeur naturelle, du niveau 3
- γ_0 désigne le taux de relaxation des populations de chaque niveau fondamental
- $\frac{1}{2}(\Gamma + \gamma_0) \approx \frac{1}{2}\Gamma$ désigne le taux de relaxation des cohérences 1-3 et 2-3
- Γ_{21} est le taux de relaxation de la cohérence entre les deux niveaux fondamentaux
- les champs A_j interagissent respectivement sur la transition du niveau j vers le niveau 3 qui a pour fréquence propre ω_{j3} . Ces champs ont pour fréquence ω_j .
- $\Delta_j = \omega_{j3} - \omega_j$ est le désaccord à un photon entre la fréquence de la transition considérée et la fréquence du champ qui lui est associé
- $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$ est le désaccord à 2 photons entre les deux champs
- Λ_1 et Λ_2 sont des termes décrivant le repeuplement des niveaux 1 et 2 (principalement par pompage optique) qui permettent d'avoir un nombre d'atomes constant non-nul en l'absence de champ

D.3.2 Equations d'Heisenberg-Langevin

Nous allons maintenant établir les équations décrivant l'interaction atomes-champs d'après le schéma en Λ précédent, en simple passage. Considérons que la lumière et le milieu atomique comprenant N atomes interagissent sur un volume cylindrique de longueur L selon l'axe z (axe de propagation de la lumière) et de surface transverse S . Les deux champs électromagnétiques qui interagissent avec les atomes s'écrivent

$$E_j(z, t) = E_j^{(+)}(z, t) + E_j^{(-)}(z, t) = \mathcal{E}_j \left(A_j(z, t) e^{i(k_j z - \omega_j t)} + A_j^\dagger(z, t) e^{-i(k_j z - \omega_j t)} \right), \quad j = 1, 2 \quad (1.99)$$

où $\mathcal{E}_j = \sqrt{\frac{\hbar \omega_j}{2\epsilon_0 S L}}$ et $A_j(z, t)$ est l'enveloppe lentement variable du champ, comme décrit précédemment dans ce chapitre. En ce qui concerne les variables atomiques, il est possible d'utiliser le formalisme des opérateurs atomiques continus : la matrice densité σ va dépendre de façon continue de la coordonnée d'espace z . Nous n'allons pas donner dans ce manuscrit la démonstration rigoureuse conduisant à ce formalisme. On va se contenter d'en donner les résultats et pour plus de détails on pourra consulter les références suivantes [Raymer et Mostowski, 1981, Fleischhauer et Richter, 1995,

[Fleischhauer et Lukin, 2000, Dantan, 2005]. Considérons la matrice densité $\{\sigma_{ij}(z, t)\}$, $i, j = 1, 2, 3$ décrivant l'ensemble des N atomes exprimée dans la base des états atomiques $|1\rangle, |2\rangle$ et $|3\rangle$. On passe dans les référentiels tournant avec les champs E_1 et E_2 en redéfinissant les éléments de cette matrice densité par

$$\tilde{\sigma}_{ii} = \sigma_{ii}, \quad \tilde{\sigma}_{j3} = \sigma_{j3} e^{-i(k_j z - \omega_j t)}, j = 1, 2, \quad \tilde{\sigma}_{21} = \sigma_{21} e^{i((k_1 - k_2)z - (\omega_1 - \omega_2)t)} \quad (1.100)$$

Le hamiltonien dipolaire électrique décrivant l'interaction s'écrit alors, en faisant l'approximation de l'onde tournante, c'est-à-dire en négligeant les termes évoluant à des fréquences $\approx 2\omega_j$

$$H_{int} = -\hbar \sum_{j=1,2} \int dz \frac{N}{L} g_j \left[A_j(z, t) \tilde{\sigma}_{j3}^\dagger(z, t) + A_j^\dagger(z, t) \tilde{\sigma}_{j3}(z, t) \right] \quad (1.101)$$

où $g_j = \frac{d_j \mathcal{E}_j}{\hbar}$ est la constante de couplage entre le champ A_j et la cohérence σ_{j3} , et d_j représente le moment dipolaire de la transition j vers 3 dont l'expression générale est donnée en annexe B. On peut alors écrire les équations d'Heisenberg-Langevin décrivant l'interaction atomes-champs en simple passage, en rajoutant les contributions non hamiltoniennes décrivant la relaxation des populations et des cohérences

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{11}}{\partial t} = -\gamma_0 \tilde{\sigma}_{11} + \gamma_{13} \tilde{\sigma}_{33} + \Lambda_1 + ig_1 A_1^\dagger \tilde{\sigma}_{13} - ig_1 A_1 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger + f_{11} \quad (1.102)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{22}}{\partial t} = -\gamma_0 \tilde{\sigma}_{22} + \gamma_{23} \tilde{\sigma}_{33} + \Lambda_2 + ig_2 A_2^\dagger \tilde{\sigma}_{23} - ig_2 A_2 \tilde{\sigma}_{23}^\dagger + f_{22} \quad (1.103)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{33}}{\partial t} = -\Gamma \tilde{\sigma}_{33} - (ig_1 A_1^\dagger \tilde{\sigma}_{13} - ig_1 A_1 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger) - (ig_2 A_2^\dagger \tilde{\sigma}_{23} - ig_2 A_2 \tilde{\sigma}_{23}^\dagger) + f_{33} \quad (1.104)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{13}}{\partial t} = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_1\right) \tilde{\sigma}_{13} + ig_1 A_1 (\tilde{\sigma}_{11} - \tilde{\sigma}_{33}) + ig_2 A_2 \tilde{\sigma}_{21}^\dagger + f_{13} \quad (1.105)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{23}}{\partial t} = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right) \tilde{\sigma}_{23} + ig_2 A_2 (\tilde{\sigma}_{22} - \tilde{\sigma}_{33}) + ig_1 A_1 \tilde{\sigma}_{21} + f_{23} \quad (1.106)$$

$$\frac{\partial \tilde{\sigma}_{21}}{\partial t} = -(\Gamma_{21} - i\delta) \tilde{\sigma}_{21} + ig_1 A_1^\dagger \tilde{\sigma}_{23} - ig_2 A_2 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger + f_{21} \quad (1.107)$$

où les $f_{ij}(z, t)$ sont les forces de Langevin qui peuvent être calculées à partir du théorème de régression quantique [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1996]. Il faut aussi rajouter les équations décrivant l'évolution des champs électromagnétiques sous l'effet du couplage avec les atomes, et il s'agit des équations de Maxwell dans le milieu atomique pour les enveloppes lentement variables

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z}\right) A_j(z, t) = ig_j N \tilde{\sigma}_{j3}(z, t) \quad j = 1, 2 \quad (1.108)$$

D.3.3 Simplification : configuration de transparence induite électromagnétiquement

Nous nous intéressons dans ce manuscrit à des expériences réalisées en *configuration de transparence induite électromagnétiquement (EIT)* [Harris, 1997] (chapitre 7). Dans cette configuration, on prépare par pompage optique tous les atomes dans le niveau 2 et le champ A_1 , appelé *champ de contrôle*, est un champ cohérent beaucoup plus intense que le champ A_2 appelé *champ signal*. De plus, on considère que les champs A_1 et A_2 sont proches de la résonance avec la transition atomique 1-3. On montrera au chapitre 7 que lorsque le champ signal A_2 satisfait la condition de résonance à 2 photons, c'est-à-dire $\delta = 0$, alors le milieu atomique devient transparent pour ce champ : c'est le phénomène d'EIT. Si on a $\Delta_1 = 0$, on parle d'EIT résonant (figure 1.9), dans le cas contraire, on aura un phénomène d'EIT non-résonant. On notera que la présence du champ A_1 est indispensable à cet effet de transparence puisqu'en son absence, le champ A_2 est à résonance avec une transition atomique où tous les atomes sont dans le niveau fondamental et ce champ est absorbé.

Il existe d'autres configurations possibles, parmi elles, la *configuration Raman* où l'on est proche de la résonance à 2 photons ($\delta = 0$), mais où les désaccords à 1 photon Δ_1 et Δ_2 sont très grands devant la largeur naturelle du niveau excité. Une autre configuration largement étudiée est le *piégeage cohérent de population* ("*Coherent Population Trapping*" ou *CPT*) où les deux champs A_1 et A_2 sont d'intensités comparables [Scully et Zubairy, 1997]. Les atomes sont alors pompés dans une superposition des niveaux 1 et 2, appelée état noir, qui n'est plus couplé aux champs électromagnétiques. On a alors une transparence induite assez similaire à ce qui se passe en EIT.

D.3.4 Transfert des fluctuations entre champs et atomes en EIT

Nous allons maintenant nous placer en régime d'EIT résonant ($\Delta_1 = \Delta_2 = \delta = 0$) comme cela est représenté sur la figure 1.9 et nous allons montrer que les quadratures du champ électromagnétique sont couplées au spin collectif des atomes au travers des équations d'évolution. On considère que tous les atomes sont pompés dans le niveau 2, les niveaux 1 et 3 étant vides. On note Ω_1 la fréquence de Rabi du champ 1 (champ de contrôle) définie¹⁴ par

$$\Omega_1 = g_1 \langle A_1 \rangle = \frac{d_1 \mathcal{E}_1 \langle A_1 \rangle}{\hbar} = \frac{d_1}{\hbar} \sqrt{\frac{P_1}{2c\epsilon_0 S}} \quad (1.109)$$

avec P_1 la puissance du champ 1 pour un faisceau de section S . On considère que la valeur moyenne du champ A_2 est nulle. En linéarisant les équations (1.106), (1.107) et

¹⁴ Nous définissons ici la fréquence de Rabi avec un champ électrique complexe. Certains auteurs utilisent la définition avec un champ électrique réel et ont ainsi une fréquence de Rabi deux fois plus grande que celle utilisée dans ce manuscrit.

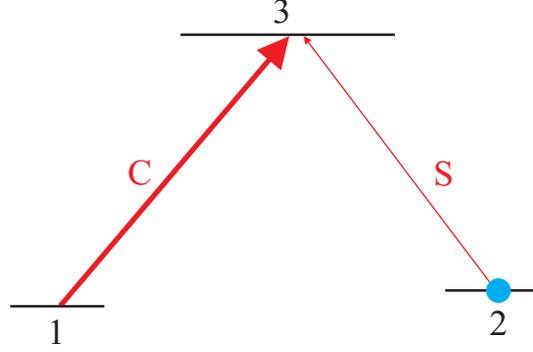


FIG. 1.9 – Schéma de transparence induite électromagnétiquement résonante à 3 niveaux en Λ . Tous les atomes sont pompés dans le niveau 2. C désigne le champ de contrôle et S le champ signal. Le champ de contrôle est beaucoup plus intense que le champ signal.

(1.108) (sachant que $\langle \tilde{\sigma}_{13} \rangle = 0$), et en introduisant $\tilde{\tilde{\sigma}}_{23} = i\tilde{\sigma}_{23}$, on obtient les équations pour les fluctuations

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + c \frac{\partial}{\partial z} \right) \delta A_2 = g_2 N \delta \tilde{\tilde{\sigma}}_{23} \quad (1.110)$$

$$\frac{\partial \delta \tilde{\tilde{\sigma}}_{23}}{\partial t} = -\frac{\Gamma}{2} \delta \tilde{\tilde{\sigma}}_{23} - g_2 \delta A_2 - \Omega_1 \delta \tilde{\sigma}_{21} + i f_{23} \quad (1.111)$$

$$\frac{\partial \delta \tilde{\sigma}_{21}}{\partial t} = -\Gamma_{21} \delta \tilde{\sigma}_{21} + \Omega_1^* \delta \tilde{\tilde{\sigma}}_{23} + f_{21} \quad (1.112)$$

ainsi que des équations similaires sur les quantités conjuguées. En introduisant la quadrature d'amplitude du champ 2, $X_2 = A_2 + A_2^\dagger$, l'opérateur de spin collectif continu $j_x = \frac{\tilde{\sigma}_{21} + \tilde{\sigma}_{21}^\dagger}{2}$, ainsi que la partie imaginaire de la cohérence entre 2 et 3, $\sigma_y = \frac{i(\tilde{\sigma}_{23} - \tilde{\sigma}_{23}^\dagger)}{2}$, en remplaçant dans les équations précédentes, puis en appliquant la transformée de Fourier, on peut éliminer σ_y et obtenir

$$\frac{\partial}{\partial z} \delta X_2(z, \Omega) = \frac{1}{c} \left(i\Omega - \frac{g_2^2 N (\Gamma_{21} - i\Omega)}{D} \right) \delta X_2(z, \Omega) + F_{X_2}(z, \Omega) \quad (1.113)$$

$$\delta j_x(z, \Omega) = \frac{\Omega_1^* g_2}{2D} \delta X_2(z, \Omega) + F_{j_x}(z, \Omega) \quad (1.114)$$

où $D = (\frac{\Gamma}{2} - i\Omega)(\Gamma_{21} - i\Omega) + |\Omega_1|^2$, et F_{X_2} et F_{j_x} sont des forces de Langevin qui s'expriment en fonction de f_{21} et f_{23} . Il y a aussi des équations similaires sur les quantités conjuguées Y_2 et j_y . Notons enfin que le spin collectif $J_x(\Omega)$ s'exprime à partir de l'opérateur continu $j_x(z, \Omega)$ par $J_x(\Omega) = N \int \frac{dz}{L} j_x(z, \Omega)$. On constate donc que les deux équations précédentes et leurs équations conjuguées couplent les fluctuations du champ électromagnétique A_2 aux composantes transverses du spin collectif des atomes. Plus

précisément, dans la configuration d'EIT résonante étudiée ici, $\delta X_2(\Omega)$ est couplé avec $\delta J_x(\Omega)$, et $\delta Y_2(\Omega)$ est couplé avec $\delta J_y(\Omega)$. Un calcul rigoureux prenant en compte les forces de Langevin permet de montrer que les fluctuations du champ incident (de la compression de bruit par exemple) sont transférées à celles du spin collectif transverse, et ce avec une efficacité d'autant plus grande que l'épaisseur optique du milieu atomique est grande. Corollairement, les fluctuations du spin collectif des atomes vont s'écrire sur la quadrature correspondante de la lumière. *En effectuant ce processus de façon séquentielle, on obtient une mémoire quantique atomique* (chapitre 6 section A.4.2).

Ce sont des équations et des processus de transfert atomes-champs de ce type qui forment la base théorique des mémoires quantiques atomiques utilisant un schéma en Λ dont nous présenterons une réalisation expérimentale au chapitre 6. Les équations décrivant le transfert des fluctuations entre champs et atomes ne seront pas détaillées davantage dans ce manuscrit. Pour plus de détails, on pourra se référer entre autres aux thèses d'Aurélien Dantan [Dantan, 2005] et Jean Cviklinski [Cviklinski, 2008] ainsi qu'aux articles suivants [Dantan *et al.*, 2003], [Dantan et Pinard, 2004], [Dantan *et al.*, 2005], [Dantan *et al.*, 2006].

Techniques expérimentales

Sommaire

A	Mesure des quadratures du champ	44
A.1	Photodétection	44
A.2	Détection homodyne	45
A.3	Détection équilibrée	50
A.4	Acquisition et traitement	51
B	Méthodes d’asservissement des cavités	52
B.1	Asservissement sur un flanc de pic	52
B.2	Asservissement par modulation-démodulation	53
B.3	Asservissement par Pound-Drever-Hall	53
B.4	Asservissement par tilt locking	55
C	Asservissement de la fréquence d’un laser sur une transition atomique	56
C.1	Largeur Doppler	56
C.2	Montage d’absorption saturée	57
D	Sources laser	59
D.1	Laser à titane-saphir	59
D.2	Diode laser en cavité étendue sur réseau	64
D.3	Diode laser en cavité étendue avec filtre interférentiel	66

Nous présentons dans ce chapitre quelques-unes des méthodes expérimentales de base de l’optique quantique utilisées de façons récurrentes dans nos expériences. Nous verrons comment mesurer en pratique l’état quantique d’un champ puis nous décrirons les sources lasers que nous utilisons pour produire des états cohérents à des fréquences résonantes avec les transitions atomiques du césium. Nous nous intéresserons aussi aux

méthodes d’asservissement des cavités optiques, ces dernières étant un outil incontournable dans les expériences présentées dans ce manuscrit. Ce chapitre ne présente qu’un aperçu des techniques expérimentales les plus utilisées en optique quantique. Nous utiliserons bien évidemment d’autres outils inhérents à telle ou telle expérience qui seront traités en détail dans les chapitres correspondants.

A Mesure des quadratures du champ

Nous avons décrit en détail au chapitre précédent les observables du champ électromagnétique ainsi que les états quantiques associés. Nous allons voir dans cette section comment mesurer en pratique ces observables, en prenant en compte les contraintes et limites expérimentales actuelles.

A.1 Photodétection

Les expériences présentées dans ce manuscrit sont réalisées en régime de variables continues, c’est-à-dire que les états seront caractérisés par leurs composantes de quadrature mesurées à l’aide de montages utilisant des photodétecteurs. Ce régime est différent du régime de variables discrètes dans lequel les mesures sur les champs s’effectuent grâce à des compteurs de photons.

A.1.1 Théorie de la photodétection

Nous ne détaillerons pas dans ce chapitre la théorie quantique de la photodétection [Glauber, 1963b], nous nous contenterons d’en rappeler le résultat principal qui nous sera utile.

Un photodétecteur transforme les photons d’un champ $\hat{E}(t)$ d’enveloppe lentement variable $\hat{A}(t)$ en un photocourant $i(t)$ qui est la valeur moyenne de l’observable photocourant $\hat{i}(t)$ définie par

$$\hat{i}(t) \propto \hat{A}^\dagger(t)\hat{A}(t) \quad (2.1)$$

Lorsqu’on s’intéresse au cas monomode, ce photocourant devient

$$\hat{i}(t) \propto \hat{a}^\dagger\hat{a} \quad (2.2)$$

Ces relations sont définies à un facteur multiplicatif près mais, comme on le verra un peu plus loin, ceci n’est pas gênant expérimentalement puisque toutes nos mesures seront normalisées au bruit quantique standard.

A.1.2 Les photodétecteurs utilisés

Nous utilisons un montage typique de photodétection dont les schémas et les détails peuvent être trouvés par exemple dans la thèse suivante [Hadjar, 1998]. Il s'articule autour d'une photodiode en silicium modèle EG&G FND100 présentant une efficacité quantique de 90 % à 850 nm. Ce modèle a une surface active de 5 mm², une bande passante de 350 MHz sur 50 Ω, une capacité de l'ordre de 8 nF, un courant d'obscurité de 10 nA et peut supporter plus de 10 mW de puissance focalisés sur une cinquantaine de microns. La photodiode est polarisée en inverse avec une tension de 70 V et insérée dans un montage amplificateur avec une voie basses fréquences allant du continu à la fréquence f_c et une voie hautes fréquences bas bruit allant de f_c jusqu'à environ 35 MHz. La fréquence de coupure basse f_c est contrôlée par la valeur de la capacité mise en entrée du circuit hautes fréquences. Nous utiliserons une fréquence de coupure de 25 kHz pour la mesure du vide comprimé (chapitre 4) et de 550 kHz pour l'expérience de mémoire (chapitre 6).

A.2 Détection homodyne

Nous venons de voir dans la section précédente qu'un photodétecteur permet de mesurer l'observable $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ d'un champ. Pour mesurer les quadratures \hat{X} et \hat{Y} du champ signal oscillant à la fréquence centrale ω_L et ainsi avoir accès aux fluctuations de ce champ, la solution est d'utiliser un champ de référence à la fréquence ω_L , appelé oscillateur local et de mesurer ses battements avec le champ signal. On obtient alors un montage appelé détection homodyne, dispositif analogue en optique des mixeurs utilisés en électronique.

A.2.1 lame partiellement réfléchissante

Un élément passif très utile dans les expériences d'optique est la lame partiellement réfléchissante ("beamsplitter" en anglais). On rappelle ici les relations d'entrée-sortie pour une lame de coefficients de transmission et réflexion en amplitude égaux respectivement à t et r (figure 2.1 (a)). On note \hat{a}_{in1} et \hat{a}_{in2} les deux opérateurs d'annihilation pour les deux modes du champ en entrée et \hat{a}_{out1} et \hat{a}_{out2} les opérateurs en sortie de la lame. Ils sont reliés par les relations

$$\begin{cases} \hat{a}_{out1} &= t\hat{a}_{in1} + r\hat{a}_{in2} \\ \hat{a}_{out2} &= -r\hat{a}_{in1} + t\hat{a}_{in2} \end{cases} \quad (2.3)$$

Ces relations sont aussi valables pour les opérateurs de création, les quadratures et les champs. Le signe $-$ permet de conserver l'énergie et les commutateurs. r et t sont réels et satisfont la relation $r^2 + t^2 = 1$.

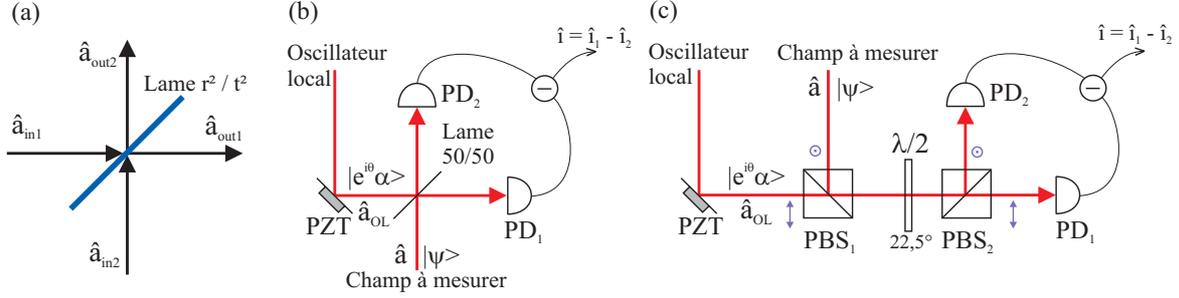


FIG. 2.1 – (a) Lame semi-réfléchissante. (b) Schéma théorique d’une détection homodyne. (c) Schéma de détection homodyne utilisé en pratique sur nos expériences.

A.2.2 Photocourant de détection homodyne

Une *détection homodyne* est constituée d’une lame semi-réfléchissante et de deux photodiodes mesurant les champs sur les deux sorties de la lame. On fait ensuite la différence des deux photocourants (figure 2.1 (b)). En entrée de la lame, on met sur une première voie le champ dont on souhaite mesurer les quadratures, qui est dans un état $|\psi\rangle$, ce champ étant caractérisé par les opérateurs de création et annihilation \hat{a}^\dagger et \hat{a} . Sur la seconde voie, on a un champ appelé *oscillateur local*, caractérisé par les opérateurs \hat{a}_{OL}^\dagger et \hat{a}_{OL} , qui est dans un état cohérent $|e^{i\theta}\alpha\rangle$ (avec $\alpha, \theta \in \mathbb{R}$). Ces champs ont même polarisation. On suppose que l’oscillateur local est beaucoup plus puissant que le champ à mesurer, ce qui peut se traduire par la condition sur le nombre moyen de photons

$$\alpha^2 = \langle e^{i\theta}\alpha | \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a}_{OL} | e^{i\theta}\alpha \rangle \gg \langle \psi | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \psi \rangle \quad (2.4)$$

En utilisant la relation (2.3) pour une lame 50/50, on trouve comme opérateurs pour les champs arrivant sur les photodiodes 1 et 2

$$\hat{a}_{PD1} = \frac{\hat{a} + \hat{a}_{OL}}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad \hat{a}_{PD2} = \frac{\hat{a} - \hat{a}_{OL}}{\sqrt{2}} \quad (2.5)$$

D’après (2.2), les photocourants de ces deux photodiodes valent, à un facteur multiplicatif près

$$\begin{aligned} \hat{i}_1 &\propto \hat{a}_{PD1}^\dagger \hat{a}_{PD1} = \frac{1}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{a}_{OL} + \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a} + \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a}_{OL}) \\ \hat{i}_2 &\propto \hat{a}_{PD2}^\dagger \hat{a}_{PD2} = \frac{1}{2} (\hat{a}^\dagger \hat{a} - \hat{a}^\dagger \hat{a}_{OL} - \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a} + \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a}_{OL}) \end{aligned} \quad (2.6)$$

La différence des photocourants donne

$$\hat{i} = \hat{i}_1 - \hat{i}_2 \propto \hat{a}^\dagger \hat{a}_{OL} + \hat{a}_{OL}^\dagger \hat{a} \quad (2.7)$$

La valeur moyenne du photocourant dans l'état $|\psi, e^{i\theta}\alpha\rangle$ vaut par conséquent

$$\langle \psi, e^{i\theta}\alpha | \hat{i} | \psi, e^{i\theta}\alpha \rangle \propto \alpha \langle \psi | \hat{a}^\dagger e^{i\theta} + \hat{a} e^{-i\theta} | \psi \rangle = \alpha \langle \psi | \hat{X}_\theta | \psi \rangle \quad (2.8)$$

La valeur moyenne du photocourant est donc proportionnelle à la valeur moyenne de la quadrature \hat{X}_θ dans l'état $|\psi\rangle$. Il en est de même pour la variance du photocourant qui est proportionnelle à la variance de la quadrature \hat{X}_θ , à condition que l'hypothèse (2.4) soit bien vérifiée. On trouve dans ce cas après quelques lignes de calcul

$$(\Delta \hat{i})^2 \propto \alpha^2 (\Delta \hat{X}_\theta)^2 + \langle \psi | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \psi \rangle \approx \alpha^2 (\Delta \hat{X}_\theta)^2 \quad (2.9)$$

On constate que les fluctuations du champ sont amplifiées par un facteur α^2 qui n'est autre que le nombre moyen de photons dans l'oscillateur local. On voit donc qu'à condition d'utiliser un oscillateur local intense, les fluctuations du champ dans le mode à mesurer seront très amplifiées par l'oscillateur local et donc facilement mesurables, même s'il s'agit d'un état avec très peu de photons ou même le vide.

Le photocourant \hat{i} donne accès à la quadrature d'angle θ , \hat{X}_θ . Cet angle étant défini par la phase relative entre l'oscillateur local et le champ à mesurer, il suffit de balayer la longueur du chemin optique parcouru par l'oscillateur local, par exemple à l'aide d'une cale piézo-électrique, pour changer cette phase et accéder à toutes les quadratures du champ (figure 2.1 (b)).

La relation (2.9) peut s'étendre sans difficulté au cas multimode. En utilisant les notations de la section A.2 du chapitre 1, on montre que l'on a

$$S_i(\Omega) \propto \alpha^2 S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) \quad (2.10)$$

c'est-à-dire que *le spectre du photocourant donne accès au spectre de la quadrature d'angle θ du champ*.

On notera que toutes les relations précédentes ne sont que des relations de proportionnalité. Cela n'est cependant pas un problème, car lors d'une mesure de l'état $|\psi\rangle$ avec une détection homodyne, on fait systématiquement une seconde mesure en bloquant la voie par où arrive le champ à mesurer, ce qui remplace le signal par les fluctuations du vide et conduit à un photocourant proportionnel au bruit quantique standard, avec le même coefficient de proportionnalité que précédemment. Le ratio des deux variances des photocourants donne exactement la variance $(\Delta \hat{X}_\theta)^2$ ou la densité spectrale de bruit $S_{\hat{X}_\theta}(\Omega)$ recherchées, normalisées au shot noise.

A.2.3 Réalisation pratique d'une détection homodyne

Comme on vient de le voir, pour réaliser une détection homodyne il suffit en théorie de recombiner et faire interférer les champs sur une lame semi-réfléchissante et de placer des photodétecteurs sur les deux voies de sortie de la lame. En pratique, les lames

50/50 ne sont pas parfaites, ce qui déséquilibre le système et rajoute du bruit classique sur la mesure. Pour pallier ce problème, une première solution consiste à conserver la lame 50/50 et à rétablir l'équilibre en aval en atténuant le champ arrivant sur la photodiode recevant un excès d'éclairement. Une solution alternative est présentée sur la figure 2.1 (c). Les deux champs devant interférer, de polarisations orthogonales, sont recombinaés spatialement à l'aide d'un cube polariseur (PBS_1). Une lame demi-onde ayant ses axes tournés à $22,5^\circ$ permet, après passage par le cube polariseur PBS_2 , d'envoyer 50 % de l'intensité de chacun des faisceaux vers chaque photodiode. On peut montrer qu'on obtient grâce à ce montage les mêmes résultats qu'avec le montage utilisant une lame 50/50. L'avantage de ce système est de permettre un équilibrage extrêmement précis sur les photodiodes, équilibrage qu'on choisira comme étant celui maximisant la réjection du bruit classique de l'oscillateur local après soustraction des photocourants issus des deux photodiodes. Le désavantage est d'engendrer environ 4 % de pertes pour le signal à mesurer (2 % par cube) alors que pour une lame semi-réfléchissante on peut atteindre seulement 0,3 % de pertes (à 850 nm). Nous avons choisi d'utiliser le montage de la figure 2.1 (c) pour les détections homodynes présentes sur notre expérience.

A.2.4 Influence des pertes

Expérimentalement, une détection homodyne n'est jamais parfaite et présente des pertes. Trois paramètres expérimentaux sont à prendre en compte lors de mesures effectuées par cette méthode : les pertes directes sur le trajet du signal, les pertes dues à un mauvais recouvrement spatial des faisceaux signal et oscillateur local devant interférer et enfin les pertes dues à une efficacité quantique des photodiodes différente de 1 [Bachor et Ralph, 2004]

- *Efficacité de propagation du signal* η_P : des pertes directes p en intensité sur un signal sont équivalentes à envoyer ce signal sur une lame partiellement réfléchissante présentant une transmission en intensité égale à $\eta_P = (1 - p)$, du vide entrant par la seconde voie. La variance mesurée sur ce signal affecté de ces pertes vaut par conséquent

$$(\Delta \hat{X}_{\theta,P})^2 = \eta_P (\Delta \hat{X}_\theta)^2 + (1 - \eta_P) \quad (2.11)$$

- *Efficacité quantique des photodiodes* η_Q : tout photodétecteur a une efficacité quantique $\eta_Q < 1$ qui traduit le fait qu'une fraction $(1 - \eta_Q)$ de l'intensité arrivant sur les photodiodes n'est pas mesurée, ce qui revient à introduire des pertes sur le champ à mesurer comme ci-dessus. Cette efficacité sera de 90 % dans nos expériences. Notons qu'il existe de nos jours sur le marché des photodiodes pouvant atteindre 99% d'efficacité quantique à 852 nm.

- *Visibilité normalisée de la détection homodyne* η_V : c'est l'efficacité au sens du recouvrement spatial des faisceaux signal et oscillateur local. On a supposé précédemment que ce recouvrement était parfait et que donc on pouvait faire la différence et la somme des opérateurs \hat{a} et \hat{a}_{OL} pour obtenir les expressions (2.5). En pratique ce recouvrement n'est jamais parfait. Pour deux champs \hat{E}_1 et \hat{E}_2 dont les intensités classiques sont I_1 et I_2 et qui interfèrent en donnant une intensité I avec des oscillations d'amplitude I_{osc} , la visibilité normalisée η_V est définie comme

$$I = I_1 + I_2 + 2\eta_V \sqrt{I_1 I_2} \cos \phi = I_1 + I_2 + \frac{I_{osc}}{2} \cos \phi \quad (2.12)$$

d'où

$$\eta_V = \frac{I_{osc}}{4\sqrt{I_1 I_2}} \quad (2.13)$$

On peut alors montrer que cela est équivalent à une transmission η_V sur le champ à mesurer (et non sur l'intensité), ce qui se traduit sur la variance mesurée par

$$(\Delta \hat{X}_{\theta,V})^2 = \eta_V^2 (\Delta \hat{X}_\theta)^2 + (1 - \eta_V^2) \quad (2.14)$$

En prenant en compte toutes ces pertes, la variance finalement mesurée est donnée par¹

$$(\Delta \hat{X}_{\theta,detection})^2 = \eta (\Delta \hat{X}_\theta)^2 + (1 - \eta) \quad (2.15)$$

où $\eta = \eta_P \eta_V^2 \eta_Q$ est l'efficacité globale du processus de détection. Cette écriture est bien évidemment aussi valable en régime multimode avec des densités spectrales de bruit

$$S_{\hat{X}_{\theta,detection}}(\Omega) = \eta S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) + (1 - \eta) \quad (2.16)$$

En pratique, on aura 5 à 10 % de pertes de propagation (moins si on met la détection homodyne directement après le système ayant produit l'état à étudier ou si l'on utilise une lame 50/50 au lieu des cubes polariseurs), une efficacité quantique des photodiodes de 90 % et une visibilité normalisée de l'ordre de 95 %, ce qui fait une efficacité totale de l'ordre de 75 à 80 %. On constate qu'un recouvrement imparfait des faisceaux, et donc une visibilité inférieure à 1, contribue fortement à la diminution de l'efficacité globale de détection. Cependant, il est en pratique difficile d'avoir $\eta_V > 95$ % à moins de compliquer le montage expérimental en mettant des cavités de filtrage sur les faisceaux [Vahlbruch *et al.*, 2008, Takeno *et al.*, 2007].

A.2.5 Influence du bruit électronique

Les divers appareils électroniques présents dans la chaîne de mesure, à commencer par le photodétecteur, introduisent un bruit électronique supplémentaire sur toutes les

¹ En prenant un bruit quantique standard égal à 1.

mesures. Ce bruit électronique étant complètement décorrélé des observables du champ, il va s'ajouter aux valeurs mesurées. La densité spectrale de bruit mesurée dans ce cas vaudra

$$S_{\hat{X}_{\theta,mesure}}(\Omega) = S_{\hat{X}_{\theta,detection}}(\Omega) + S_{elec}(\Omega) \quad (2.17)$$

où $S_{\hat{X}_{\theta,detection}}(\Omega)$ est défini par l'équation (2.16).

En prenant en compte toute la chaîne de mesure, on obtient finalement la relation entre la grandeur vraiment mesurée et le spectre initial du champ

$$S_{\hat{X}_{\theta,mesure}}(\Omega) = \eta S_{\hat{X}_{\theta}}(\Omega) + (1 - \eta) + S_{elec}(\Omega) \quad (2.18)$$

Le bruit électronique affecte bien évidemment aussi la mesure du bruit quantique standard. Cependant, on peut connaître la valeur de ce bruit électronique en coupant tous les champs lumineux et en enregistrant le signal donné par la chaîne de mesure. On peut alors le soustraire des équations précédentes et remonter aux “vraies” valeurs des densités spectrales de bruit.

A.2.6 Equilibrage de la détection homodyne

Dans les calculs précédents, nous avons supposés que l'équilibrage de la détection homodyne était parfait. Nous avons vu dans la section A.2.3 comment compenser précisément un éventuel déséquilibre optique. Qu'en est-il d'un déséquilibre électronique au niveau des gains des photodiodes ? On peut montrer qu'au premier ordre cela revient au même qu'un déséquilibre optique. On pourrait donc en théorie le compenser par un déséquilibre optique, mais au prix d'une diminution de l'efficacité globale de la détection. Il est donc crucial d'avoir un équilibrage électronique le meilleur possible. La procédure pour y parvenir est détaillée dans [Hadjjar, 1998]. Une fois l'équilibrage réalisé, la différence des photocourants sur notre expérience est faite à l'aide d'un soustracteur Mini-Circuits modèle ZSCJ-2-2 ce qui permet d'avoir une réjection globale d'environ 30 dB sur la gamme 10 kHz à 10 MHz.

Il existe une méthode encore plus performante et bien plus rapide pour avoir un équilibrage de qualité. L'idée est de choisir deux photodiodes présentant les mêmes efficacités quantiques et de les monter tête-bêche dans un boîtier amplificateur. La soustraction des photocourants se fait ainsi directement après leur création ce qui évite d'avoir à appliquer une longue procédure d'équilibrage. Bien que donnant de très bons résultats, cette méthode ne permet pas d'accéder à la somme des photocourants qui s'avère très utile en pratique quand on veut utiliser le montage en configuration de détection équilibrée, sans oscillateur local.

A.3 Détection équilibrée

Une *détection équilibrée* (ou balancée) repose sur le même principe que la détection homodyne, sauf que l'oscillateur local est remplacé par du vide. Le champ à mesurer

joue alors le rôle de son propre oscillateur local. Si on reprend les calculs fait pour la détection homodyne mais cette fois-ci avec $|e^{i\theta}\alpha\rangle = |0\rangle$, et que l'on note $\hat{i}_{\pm} = \hat{i}_1 \pm \hat{i}_2$ la somme et la différence des photocourants, on trouve

$$\langle \hat{i}_- \rangle = 0, \quad \langle \hat{i}_+ \rangle = \langle \hat{N} \rangle, \quad (\Delta \hat{i}_-)^2 = \langle \hat{N} \rangle, \quad (\Delta \hat{i}_+)^2 = (\Delta \hat{N})^2 = A^2 (\Delta \hat{X}_{\varphi})^2 \quad (2.19)$$

où φ est la phase classique du champ dans le repère de Fresnel.

Si le champ est dans un état cohérent, alors on a $A^2 = \langle \hat{N} \rangle$ et $(\Delta \hat{X}_{\varphi})^2 = 1$. La limite quantique standard correspond donc à $(\Delta \hat{i}_+)^2 = (\Delta \hat{i}_-)^2 = \langle \hat{N} \rangle$.

Si $(\Delta \hat{i}_+)^2 > (\Delta \hat{i}_-)^2 = \langle \hat{N} \rangle$, on dit que le champ présente un excès de bruit en intensité et si $(\Delta \hat{i}_+)^2 < (\Delta \hat{i}_-)^2 = \langle \hat{N} \rangle$ alors ce champ présente une compression de son bruit d'intensité. Cette méthode est donc très pratique et très rapide à mettre en place pour mesurer le bruit d'intensité d'un faisceau quelconque et vérifier par exemple à partir de quelle fréquence il atteint la limite quantique standard.

A.4 Acquisition et traitement

Pour mesurer la variance d'un photocourant, plusieurs méthodes sont possibles. Suivant le type de mesure effectuée, continue ou impulsionnelle, on utilisera un analyseur de spectre ou une carte d'acquisition associée à un traitement informatique. Le photocourant est cependant parfois trop faible pour la sensibilité de ces appareils de mesure. Quand ce sera le cas, nous aurons recours à un amplificateur bas bruit large bande. Nous utiliserons à cet effet soit le modèle ZHL-1A soit le modèle ZFL-500LN de la société Mini-Circuits. Le premier peut fournir jusqu'à 30 dBm avec un gain de 17 dB et un bruit ajouté de 8 dB, le second 8 dBm avec un gain de 28 dB et un bruit de 3 dB.

A.4.1 Analyseur de spectre

Lorsqu'on travaille en régime continu, le plus simple pour étudier le photocourant est d'utiliser un analyseur de spectre qui donne directement accès au spectre du photocourant. D'après (2.10) on peut en déduire le spectre de la quadrature d'angle θ du champ. Sur notre expérience nous utiliserons un analyseur de spectre Agilent modèle E4411B couvrant la gamme 9 kHz à 1,5 GHz.

A.4.2 Carte d'acquisition

Lorsqu'on travaille en régime impulsionnel², l'utilisation de l'analyseur de spectre devient trop compliquée, voire impossible dans certains cas. De plus, il faut avoir accès

² Nous utilisons un laser continu. Cependant, pour l'expérience de mémoire, des impulsions du champ de l'ordre de la μs seront nécessaires, produites par découpage du faisceau continu de façon optique ou mécanique. C'est en ce sens que l'on parlera de régime impulsionnel et en aucun cas au sens des lasers fonctionnant en régime pulsé.

directement au photocourant pour faire de la tomographie quantique (section D du chapitre 4). La solution dans ce cas est de faire l'acquisition du photocourant grâce à une carte électronique qui fait une mesure de i et donc de X_θ à chaque cycle d'horloge. En répétant les mesures un très grand nombre de fois, on peut reconstituer la statistique de la variable aléatoire X_θ et extraire tous ses moments par traitement informatique. Cet outil donne par conséquent accès à beaucoup plus d'information que ne le fait l'analyseur de spectre.

Nous utilisons sur l'expérience une carte d'acquisition National Instruments modèle NI PCI-5122. Elle présente un taux d'échantillonnage sur chaque voie de 100 millions de points par seconde avec une résolution de 14 bits. Elle dispose de 256 Mo de mémoire par voie ce qui permet de faire une acquisition d'au maximum 23 millions de points par voie, soit 230 ms d'acquisition à pleine vitesse sans avoir à réinitialiser la carte. Ceci est largement suffisant pour nos expériences. Les programmes d'acquisition et de traitement ont été développés sous LabVIEW au cours de la thèse de Jean Cviklinski [Cviklinski, 2008] en ce qui concerne la partie stockage d'un état cohérent (chapitre 6) et au cours de la présente thèse en ce qui concerne la caractérisation du vide comprimé par tomographie (section D du chapitre 4).

B Méthodes d'asservissement des cavités

Les cavités optiques seront très utilisées au cours des expériences présentées dans ce manuscrit, par exemple pour le doublage de fréquence et la conversion paramétrique ou pour la stabilisation des lasers. Ces cavités présentent des pics de résonance lorsque leur longueur est multiple de la longueur d'onde des sources laser les traversant. A partir de ces pics, on souhaite extraire un signal d'erreur proportionnel à l'écart algébrique entre la fréquence du laser et la fréquence de résonance de la cavité. Une fois ce signal d'erreur obtenu, il faut le filtrer et l'amplifier avant de le renvoyer vers une cale piézo-électrique contrôlant la longueur de la cavité. On peut ainsi agir en temps réel sur la cavité afin de la garder en permanence à résonance avec les sources laser. On parle alors d'asservissement. Nous allons présenter 4 méthodes permettant d'obtenir un signal d'erreur à partir des pics de cavité, méthodes qui seront utilisées dans nos expériences.

B.1 Asservissement sur un flanc de pic

C'est la méthode la plus simple permettant d'obtenir un signal d'erreur : on utilise directement l'un des pics de cavité comme signal d'erreur, après lui avoir soustrait un offset. Cette méthode a deux avantages, celui d'être extrêmement simple et rapide à mettre en œuvre, et celui d'être entièrement passive. Elle présente aussi une bande passante limitée uniquement par la réponse de la cavité. Elle a cependant de nombreux inconvénients. Le principal d'entre eux est qu'elle ne permet pas de s'asservir sur un

sommet du pic de résonance, mais uniquement sur un flanc, en pratique entre 20 % et 80 % de la hauteur du pic. Au-delà, les fluctuations du laser ou de la cavité rendent l'asservissement instable. Cette méthode n'est donc pas utilisable lorsqu'on a besoin d'avoir la résonance la plus forte possible du laser dans la cavité.

B.2 Asservissement par modulation-démodulation

Cette méthode s'appuie sur une constatation mathématique très simple : pour obtenir un signal d'erreur en forme de dispersion à partir d'une fonction en forme de pic, il suffit d'en prendre la dérivée. Mathématiquement, une fonction $f(\omega)$ dont on module la variable avec un signal sinusoïdal de fréquence Ω et d'amplitude A peut s'écrire

$$f(\omega + A \sin(\Omega t)) \approx f(\omega) + A \sin(\Omega t) f'(\omega) \quad (2.20)$$

où l'on a supposé que l'amplitude de la modulation A est très petite devant les valeurs prises par la variable ω . En démodulant par une sinusoïde à la fréquence Ω et en appliquant un filtre passe-bas, on obtient un signal proportionnel à $f'(\omega)$. Dans nos expériences, $f(\omega)$ sera la fonction représentant les pics de la cavité, ω la différence de fréquence entre le laser et la cavité, et la démodulation se fera à l'aide d'une détection synchrone. f' sera alors le signal d'erreur cherché. En pratique, on module soit la longueur de la cavité, soit la fréquence du laser. Si la modulation se fait à l'aide d'une cale piézo-électrique, on sera limité par celle-ci à des fréquences de l'ordre de la dizaine de kHz dans le meilleur des cas. Cette méthode d'asservissement présente donc en général une bande passante assez faible, mais qui peut cependant être améliorée en recherchant une résonance de la cale ou en comprimant cette dernière [Bowen, 2003].

B.3 Asservissement par Pound-Drever-Hall

La méthode de Pound-Drever-Hall a fait son apparition au milieu des années 80 [Drever *et al.*, 1983]. C'est aujourd'hui la méthode la plus employée en optique pour asservir des cavités. Elle utilise le fait qu'un faisceau arrivant sur une cavité ne subit pas de déphasage en réflexion ou en transmission si et seulement si il est exactement à résonance avec un pic de la cavité. Dans le cas contraire, il subit un déphasage dont le signe et la valeur dépendent de l'écart en fréquence par rapport au pic. Mais un déphasage n'est pas mesurable directement en optique. Il faut utiliser un battement avec un champ présentant une fréquence voisine. Avec ces ingrédients, on peut décrire rapidement le fonctionnement de l'asservissement par Pound-Drever-Hall en réflexion dont le schéma de principe est présenté figure 2.2 (a).

Prenons un champ laser $E(t)$ à la fréquence ω_L et appliquons lui une modulation de phase à la fréquence Ω avant de l'envoyer sur une cavité. Le champ devient alors, en écriture complexe

$$E(t) = E e^{i\omega_L t} (1 + A e^{i\Omega t} - A^* e^{-i\Omega t}) \quad (2.21)$$

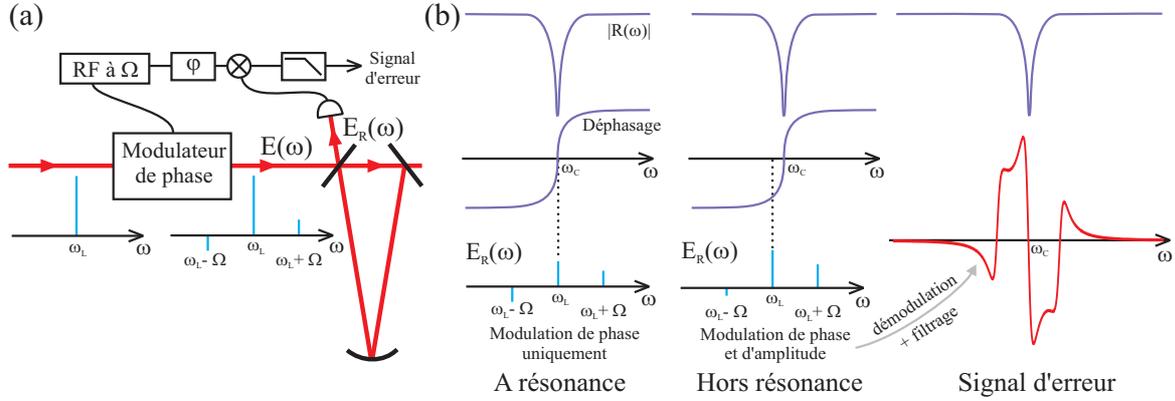


FIG. 2.2 – (a) Schéma de principe d’un montage utilisant la méthode de Pound-Drever-Hall. Le champ arrivant sur la cavité est modulé en phase à la fréquence Ω et après réflexion sur la cavité, il est mesuré à l’aide d’une photodiode. Après démodulation du photocourant à la fréquence Ω avec une phase appropriée, on applique un filtre passe-bas et on obtient directement le signal d’erreur. (b) Schéma décrivant l’apparition d’une modulation d’amplitude lorsque que le champ incident est hors résonance et exemple de signal d’erreur.

Notons $R(\omega)$ la fonction de transfert du champ par réflexion sur la cavité. Le module de $R(\omega)$ donne le coefficient de réflexion usuel avec les pics inversés, son argument donnant quant à lui le déphasage du champ réfléchi (figure 2.2 (b)). Ce champ réfléchi vaut

$$E(t) = E e^{i\omega_L t} (R(\omega_L) + A R(\omega_L + \Omega) e^{i\Omega t} - A^* R(\omega_L - \Omega) e^{-i\Omega t}) \quad (2.22)$$

Si le laser est à résonance avec la cavité, on a $R(\omega_L + \Omega) = R(\omega_L - \Omega)^*$. On en déduit que le champ réfléchi $E_R(t)$ comprend toujours uniquement une modulation de phase. Cette modulation ne sera pas détectée par la photodiode mesurant le champ réfléchi et le signal après démodulation et filtrage sera nul.

Par contre, si le laser est hors résonance, on a $R(\omega_L + \Omega) \neq R(\omega_L - \Omega)^*$. On peut alors décomposer $E_R(t)$ en une modulation de phase et une modulation d’amplitude à la fréquence Ω . La modulation d’amplitude sera détectée par la photodiode et transformée en un signal d’erreur après démodulation par $\sin(\Omega t + \varphi)$ et application d’un filtre passe-bas. L’allure d’un tel signal d’erreur est présentée figure 2.2 (b).

Le raisonnement ci-dessus est encore valable si $R(\omega)$ désigne la fonction de transmission de la cavité. Nous avons d’ailleurs asservi notre oscillateur paramétrique optique par la méthode de Pound-Drever-Hall utilisée en transmission (chapitre 4).

B.4 Asservissement par tilt locking

L'asservissement par la méthode dite du "tilt locking" a été développée il y a 10 ans et offre des performances comparables à celles obtenues avec la méthode de Pound-Drever-Hall [Shaddock *et al.*, 1999], [Shaddock, 2000]. C'est l'analogie tout optique de la méthode de Pound-Drever-Hall qui utilise des interférences non plus entre des modes temporels (modulation de phase), mais entre des modes spatiaux du faisceau.

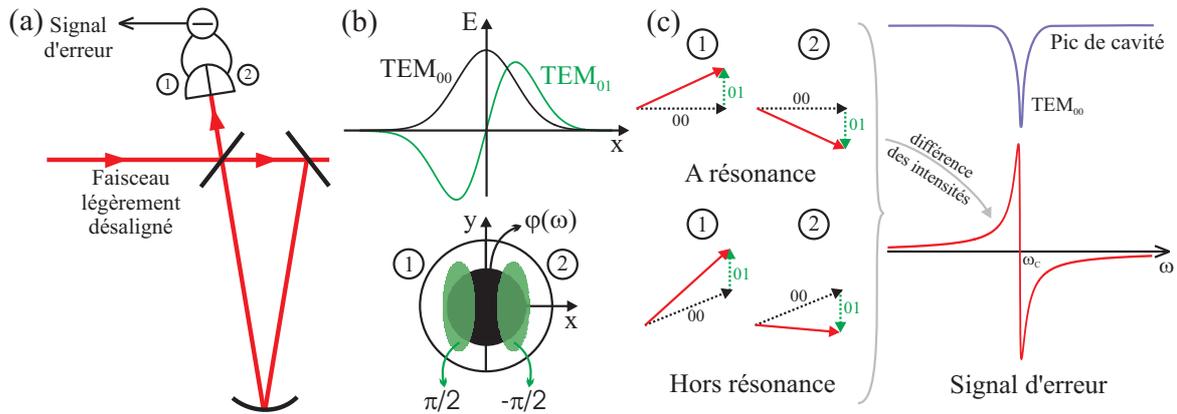


FIG. 2.3 – (a) Schéma de principe d'un montage utilisant la méthode du tilt locking. Une photodiode à deux cadrans mesure la réflexion sur la cavité d'un faisceau incident légèrement désaligné. La différence des photocourants donne directement le signal d'erreur. (b) Variation de la partie réelle des modes TEM_{00} et TEM_{01} du champ en fonction de x ; allure de ces mêmes modes dans le plan (x, y) de la photodiode à cadran après réflexion sur la cavité. (c) Schéma décrivant l'apparition d'une différence d'amplitude sur les deux cadrans hors résonance et exemple de signal d'erreur.

L'idée est la suivante. Considérons un faisceau laser spatialement parfaitement adapté avec une cavité, se propageant selon z . Il est alors composé uniquement du mode fondamental transverse TEM_{00} . Maintenant désalignons très légèrement le faisceau incident dans le plan (x, z) . Il apparaît alors des modes d'ordres supérieurs, le plus marqué étant le mode de premier ordre TEM_{01} . L'allure de la partie réelle de ces modes en fonction de la coordonnée x est présentée sur la figure 2.3 (b). Le mode TEM_{01} est composé de deux lobes ($x > 0$ et $x < 0$), déphasés respectivement de $\frac{\pi}{2}$ et $-\frac{\pi}{2}$ par rapport au mode TEM_{00} . Considérons maintenant les champs réfléchis par la cavité quand on est proche de résonance pour le mode TEM_{00} . Comme on l'a vu précédemment pour la méthode de Pound-Drever-Hall, le mode TEM_{00} va subir un déphasage $\varphi(\omega)$ proportionnel à l'écart à résonance du laser. Par contre, le mode TEM_{01} n'étant pas résonant avec la cavité, il subit juste un changement de signe dû à la réflexion sur le miroir d'entrée. Le déphasage entre les modes TEM_{00} et TEM_{01} vaut donc après réflexion $\frac{-\pi}{2} - \varphi(\omega)$ pour le demi-plan $x > 0$ et $\frac{\pi}{2} - \varphi(\omega)$ pour l'autre demi-plan (figure

2.3 (b) et (c)). Le tilt locking consiste alors à placer en réflexion une photodiode possédant deux cadrans pour mesurer les interférences entre les modes TEM_{00} et TEM_{01} , l'un des cadrans mesurant l'intensité dans le demi-plan $(x > 0, y)$, l'autre dans le demi-plan $(x < 0, y)$. On fait ensuite la différence des intensités issues des deux cadrans. A résonance avec la cavité, le mode TEM_{00} n'est pas déphasé : $\varphi(\omega) = 0$. La somme de ce mode avec le mode TEM_{01} va donc donner des amplitudes égales sur les deux cadrans. La différence des intensités donnera zéro. Hors de résonance, on a $\varphi(\omega) \neq 0$: les déphasages entre les modes TEM_{00} et TEM_{01} ne sont pas les mêmes pour les deux cadrans, engendrant des amplitudes différentes. On aura par conséquent un courant non nul après différence des deux photocourants.

On peut voir sur la figure 2.3 (c) l'allure d'un signal d'erreur obtenu par cette méthode. Le tilt locking a comme avantage d'avoir les mêmes performances que la méthode de Pound-Drever-Hall pour un coût moindre et une simplicité de mise en œuvre bien plus grande.

C Asservissement de la fréquence d'un laser sur une transition atomique

Lors des expériences utilisant des interactions entre lasers et atomes (chapitres 6 et 7), nous devons disposer de faisceaux dont les fréquences sont exactement résonnantes avec celles de la raie D_2 du césium. Pour asservir la fréquence des lasers sur ces transitions, il suffit de contre-réagir sur la longueur de la cavité laser à l'aide d'une cale piézo-électrique dont la tension est proportionnelle à un signal d'erreur représentatif de l'écart entre la fréquence du laser et la transition atomique à atteindre. Pour obtenir un tel signal d'erreur, plusieurs méthodes sont possibles.

Si on travaille avec des atomes froids, il suffit de mesurer l'absorption d'une fraction du faisceau traversant ces atomes tout en balayant la fréquence du laser pour obtenir directement des pics d'absorption. Ces pics auront alors une largeur égale à la largeur naturelle des transitions considérées, soit environ 5 MHz dans notre cas, l'effet Doppler étant négligeable. A partir de ces pics, on peut construire un signal d'erreur en appliquant par exemple la méthode de modulation-démodulation évoquée précédemment.

C.1 Largeur Doppler

Quand on travaille avec des atomes à température ambiante, l'élargissement Doppler devient prépondérant devant la largeur naturelle des transitions. En effet, la vitesse quadratique moyenne des atomes dans la direction du faisceau laser vaut

$$v_D = \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (2.23)$$

où k_B est la constante de Boltzmann, T la température des atomes et m la masse d'un atome. On en déduit alors l'élargissement (demi-largeur) en fréquence à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ d'une raie atomique infiniment étroite centrée à la longueur d'onde λ

$$\Delta_D = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (2.24)$$

A 25°C pour le césium sur la raie D_2 ($\lambda = 852,1$ nm dans l'air), on trouve une demi-largeur de 160 MHz, bien plus grande que les 5 MHz de largeur naturelle. Pire, l'élargissement Doppler est du même ordre de grandeur que l'écart entre sous niveaux-hyperfins excités de la raie D_2 du césium (voir annexe B pour les détails concernant cette raie atomique). Les trois pics étroits d'absorption que l'on observerait avec des atomes froids se transforment alors en un profil Doppler unique ayant une largeur de 700 à 800 MHz. La structure hyperfine n'est donc pas accessible directement par mesure de l'absorption du faisceau, contrairement à ce qui se passe pour des atomes froids.

C.2 Montage d'absorption saturée

La solution consiste à procéder à une *absorption saturée* de la vapeur atomique (voir par exemple [Siegman, 1986]). Le type de montage que nous utilisons sur nos expériences est schématisé figure 2.4. Un faisceau venant du laser à la fréquence ω_L

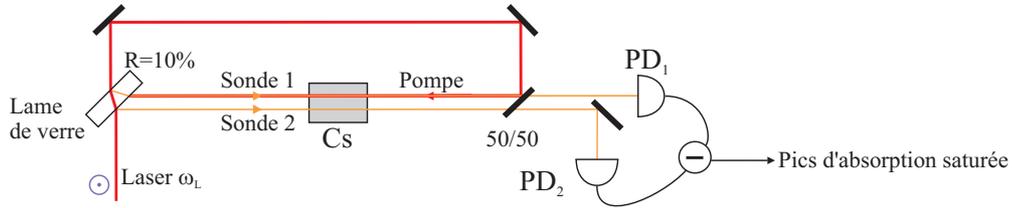


FIG. 2.4 – Schéma de montage d'absorption saturée utilisé dans nos expériences.

est envoyé vers le montage d'absorption saturée. Une faible partie de ce faisceau est prélevée par une lame de verre non traitée (par exemple) afin de créer un faisceau sonde (sonde 1 sur la figure). Ce faisceau de très faible intensité traverse la cellule contenant les atomes avant d'être mesuré par une photodiode (PD_1 sur la figure). Le reste de la puissance, appelé faisceau de pompe, est superposé de façon contrapropageante avec cette sonde. La pompe a une intensité suffisante pour saturer les transitions atomiques. En l'absence de faisceau pompe, on obtiendrait sur la photodiode PD_1 un simple signal d'absorption ayant un profil Doppler de plusieurs centaines de MHz de largeur, comme évoqué précédemment. Par contre, lorsque la pompe est présente, elle va saturer les transitions des atomes qui sont à résonance avec elle et le faisceau sonde ne "verra" plus ces atomes, d'où une absorption réduite pour la sonde. On s'attend donc à observer

des pics de transparence pour les atomes simultanément résonants avec la sonde et la pompe. Cette condition de résonance se traduit par le système d'équations

$$\begin{cases} \omega_L(1 + \frac{v}{c}) = \omega_i \\ \text{et} \\ \omega_L(1 - \frac{v}{c}) = \omega_j \end{cases} \quad (2.25)$$

où v est la vitesse selon l'axe du faisceau de ces atomes doublement résonants et $\{i, j\} \in \{1, \dots, n\}^2$ avec ω_j la fréquence de la transition du niveau fondamental vers le niveau excité $F' = j$ (n niveaux excités). On résout ce système et on trouve les solutions

$$\begin{cases} \omega_L = \omega_i \text{ et } v = 0 \text{ pour } i = 1, \dots, n \\ \text{ou} \\ \omega_L = \frac{\omega_i + \omega_j}{2} \text{ et } v = c \frac{\omega_i - \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \text{ pour } i \neq j \end{cases} \quad (2.26)$$

Les premières solutions s'appellent des *résonances directes* et correspondent à des atomes résonants de vitesse nulle. Il y en a autant que le nombre de transitions. La deuxième classe de solutions s'appelle les *résonances croisées* ("cross-over") et correspondent à des atomes de vitesse non nulle résonants avec la pompe et la sonde sur des transitions différentes. Il y en a autant que le nombre de paires différentes parmi n transitions.

Un exemple de profil d'absorption saturée à partir du niveau fondamental $F = 4$ pour la raie D_2 du césium est présenté figure 2.5 (a).

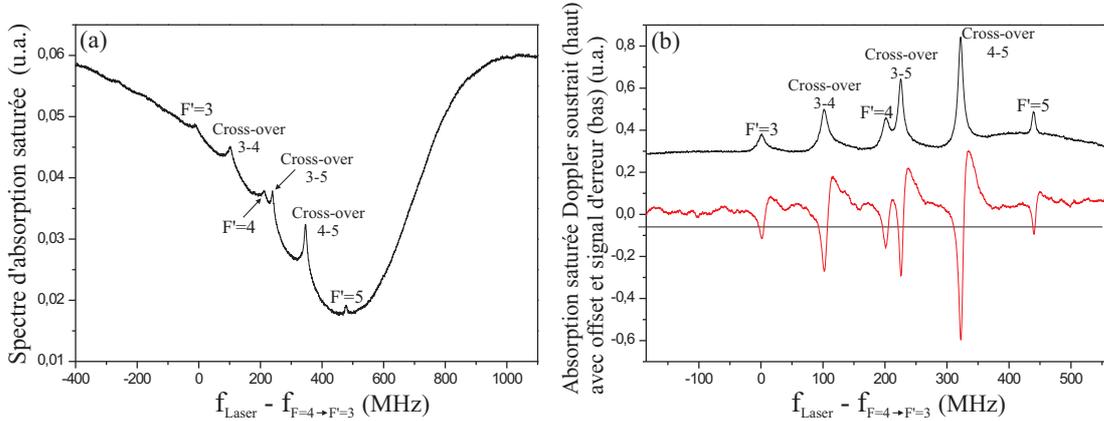


FIG. 2.5 – (a) Spectre d'absorption saturée de la raie D_2 du césium à partir du niveau $F=4$. (b) Le même spectre après soustraction du profil Doppler (haut) et signal d'erreur obtenu à partir de ce spectre par la méthode de modulation-démodulation (bas). Courbes provenant d'un montage utilisant une diode laser à filtre interférentiel (section D.3).

On y observe comme attendu 3 transitions directes et 3 cross-over. Afin de s'affranchir du fond Doppler résiduel et du bruit d'intensité du laser, et aussi pour mieux

faire ressortir les pics, on soustrait à ce signal celui de la photodiode PD_2 qui mesure l'absorption simple d'un second faisceau sonde traversant la cellule, sans pompe contrapropageante (sonde 2 figure 2.4). On obtient alors un spectre d'absorption saturée présentant un bon rapport signal sur bruit à partir duquel on peut construire un signal d'erreur par exemple en utilisant la méthode de modulation-démodulation (figure 2.5 (b)).

D Sources laser

D.1 Laser à titane-saphir

Nous disposons déjà dans l'équipe d'un laser à titane-saphir continu pouvant fournir une puissance de 1 W. Ce laser est utilisé pour l'expérience de stockage d'un état cohérent, comme expliqué au chapitre 6. Il est décrit en détail dans la thèse de Jean Cviklinski [Cviklinski, 2008]. Afin de pouvoir travailler indépendamment de l'expérience de mémoire et de disposer d'une puissance importante pour pomper le doubleur de fréquence, nous avons décidé de mettre en place un second laser de ce type pour l'expérience de production d'états comprimés. Ce laser, ainsi que les éléments optiques permettant son asservissement en fréquence et son injection dans des fibres optiques, sont schématisés figure 2.6.

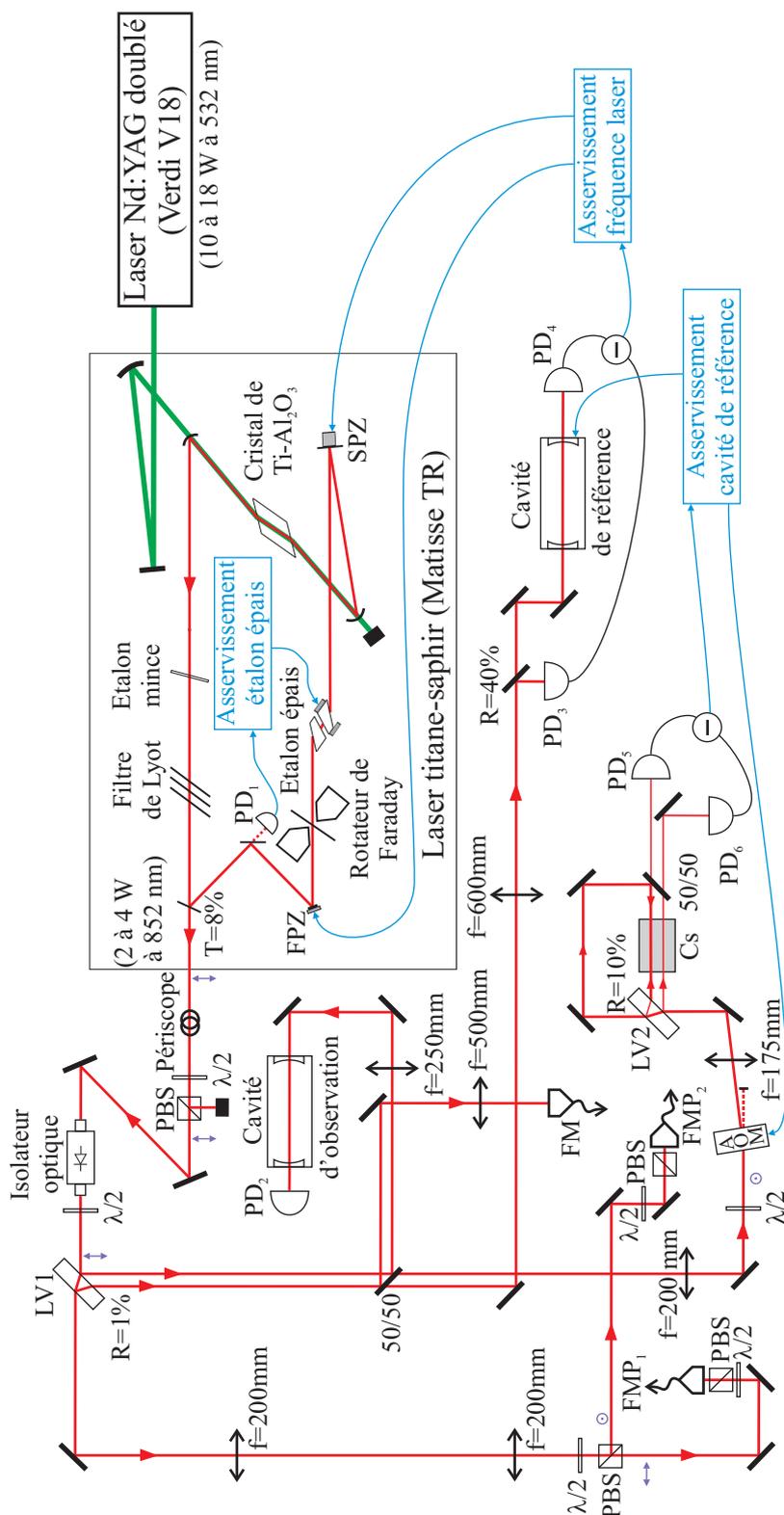


FIG. 2.6 – Laser titane-saphir et dispositifs optiques permettant son asservissement en fréquence et son injection dans des fibres monomodes (SPZ : cale piézo-électrique “lente”, FPZ : cale piézo-électrique “rapide”, LV : lame de verre non traitée, FM : fibre monomode à maintien de polarisation).

D.1.1 Description de la cavité laser

Le laser titane-saphir continu utilisé est le modèle Matisse TR de la société Spectra-Physics. Il est pompé par un laser à Nd :YAG doublé à 532 nm (modèle Verdi V18 de la société Coherent). Il fournit une puissance de sortie de 2,2 à 4,2 W à 852 nm pour des puissances de pompe allant de 10 à 18 W et un coupleur de sortie ayant une transmission de 8 %. Le mode de sortie est un mode TEM₀₀ de polarisation horizontale, ayant un waist³ d'environ 480 μm à une distance de 300 mm du miroir de couplage.

La cavité laser en elle-même est très similaire à celle du second laser titane-saphir dont nous disposons qui a été construit sur un modèle développé dans le laboratoire. Ce type de laser et le rôle des différents éléments le composant est décrit en détail notamment dans [Biraben, 1979, Bourzeix *et al.*, 1993]. Nous nous contenterons donc d'une présentation succincte de la cavité et de ses caractéristiques.

La cavité en anneau a une longueur de 1,75 m, ce qui correspond à un intervalle spectral libre (ISL) de 170 MHz. Deux miroirs concaves présentant un rayon de courbure de 150 mm focalisent le faisceau au centre du cristal avec un waist de l'ordre de 30 μm . Etant donné la largeur de la courbe de gain du titane-saphir ainsi que les traitements des miroirs de la cavité, ce laser est accordable entre 770 et 890 nm. Il en résulte que plusieurs centaines de milliers de modes longitudinaux peuvent résonner. Afin d'assurer un fonctionnement monomode du laser, trois filtres sont placés dans la cavité [Bourzeix *et al.*, 1993] : un filtre de Lyot, un étalon mince d'ISL 150 GHz et un étalon épais d'ISL 20 GHz. Les positions du filtre de Lyot et de l'étalon mince sont commandées par des moteurs pas à pas.

Afin de pouvoir balayer la cavité laser sans saut de mode sur plusieurs GHz, la longueur de l'étalon épais doit être asservie à la fréquence de la cavité. Ceci est assuré par le boîtier électronique de contrôle fourni avec le laser. Une modulation à 6 kHz est appliquée sur la cale piézo-électrique de l'étalon, ce qui provoque une modulation de la puissance totale du laser mesurée par la photodiode interne PD_1 . Ce signal est traité numériquement, à l'aide d'une boucle à verrouillage de phase (PLL) associée à un PID, le signal d'erreur étant ensuite renvoyé comme contre-réaction sur la même cale piézo-électrique. En pratique, cet asservissement peut rester stable pendant plusieurs heures, ce qui est largement suffisant pour nos expériences.

Une fois cet asservissement réalisé, la cavité peut être scannée à l'aide d'un empilement de cales piézo-électriques (SPZ) monté sur l'un des miroirs de cette cavité. Ce système permet de balayer la fréquence du laser sur plusieurs GHz, mais lentement, l'électronique de contrôle ayant une bande passante de 100 Hz. Pour balayer plus rapidement la fréquence du laser, il y a une autre cale piézo-électrique (FPZ) sur laquelle est montée un très petit miroir (5 mm de diamètre). Cette cale a une bande passante de 5 kHz, mais ne permet un balayage de fréquence que sur quelques dizaines de MHz.

³ Dans l'ensemble de ce manuscrit, le waist sera défini comme la demi-largeur à $\frac{1}{e^2}$ du profil d'intensité.

D.1.2 Asservissement de la fréquence du laser

Afin de réduire la largeur de raie du laser il est nécessaire d’asservir sa fréquence sur une cavité de référence externe très stable. Cependant, la fréquence absolue du laser n’est pas fixée, et est sensible aux dérives lentes de la cavité de référence, dues notamment aux variations de température dans la salle d’expérience. Afin de s’affranchir de ce problème, la cavité de référence est à son tour asservie sur une référence absolue, à savoir une transition atomique du césium obtenue par absorption saturée. Nous allons maintenant présenter ces deux étapes de l’asservissement du laser.

Stabilisation du laser sur une cavité externe

La fréquence du laser est asservie sur une cavité de référence externe très stable en Invar. Il s’agit d’une cavité Fabry-Pérot symétrique, de longueur 240 mm, avec des miroirs concaves de rayon de courbure égal à 1000 mm et présentant chacun une réflexion de 95 %. La cavité a un ISL de 625 MHz et une finesse d’environ 60. L’asservissement s’effectue sur un flanc des pics de cavité par la méthode présentée à la section B.1, après soustraction d’un offset issu de la photodiode PD_3 . Cette photodiode, placée avant la cavité, mesure une fraction égale à 40 % de la puissance du faisceau arrivant sur cette cavité (figure 2.6). Cette méthode est plus pratique qu’un simple offset électronique puisqu’elle permet de s’affranchir des variations de puissance du laser.

Un fois le signal d’erreur obtenu, il est envoyé vers un système d’asservissement proportionnel-intégral interne au boîtier électronique du laser qui contre-réagit sur la cale piézo-électrique rapide FPZ, permettant ainsi de verrouiller la fréquence du laser sur la cavité. Une seconde boucle prend comme signal d’erreur la différence entre la position réelle de la cale rapide et sa position centrale, et contre-réagit sur la cale épaisse SPZ. Ceci permet de garder la cale rapide en permanence autour de sa position centrale tout en autorisant le laser à suivre les dérives lentes de la cavité. Une fois la boucle d’asservissement fermée et optimisée, les fluctuations à long terme de la fréquence du laser sont de l’ordre de 100 kHz, ce qui est suffisant pour nos expériences.

Stabilisation de la cavité sur une transition atomique

Etant donné que nous souhaitons travailler sur la raie D_2 du césium, nous allons asservir la fréquence du laser sur l’une de ses transitions, plus précisément la transition $6S_{1/2} F = 3 \rightarrow 6P_{3/2} F' = 2$ (chapitre 6). Nous utilisons pour cela un montage d’absorption saturée dont le principe a été décrit à la section C.2. Ce montage se situe sur la figure 2.6 après le modulateur acousto-optique.

Ce modulateur fonctionnant à 75 MHz dans l’ordre +1 (modèle MT80-B30A1-IR de la société A.A.) permet d’accorder très précisément la fréquence du laser autour de la transition atomique choisie. On pourrait réaliser ce décalage en fréquence sur le trajet principal du faisceau, mais ceci a comme inconvénient de rajouter du bruit et

des pertes [Cviklinski, 2008]. De plus, le seuil de dommage de ce modèle de modulateur est d'environ 5 W/mm^2 , valeur atteinte avec un faisceau de $2,5 \text{ W}$ et un waist dans le cristal du modulateur de $400 \mu\text{m}$.

On obtient un signal d'erreur à partir des pics d'absorption saturée en utilisant la méthode de modulation-démodulation décrite en B.2, une modulation de 30 kHz étant appliquée sur le modulateur acousto-optique. Le signal d'erreur est envoyé vers un intégrateur, puis un amplificateur, avant d'être appliqué sur la cale piézo-électrique de la cavité de référence. La fréquence du laser est donc, par l'intermédiaire de la cavité, asservie sur une des transitions hyperfines de la raie D_2 du césium. Afin d'avoir le laser résonant sur la transition $6S_{1/2} F = 3 \rightarrow 6P_{3/2} F' = 2$, la cavité de référence est verrouillée sur le cross-over $2 - 3$ distant de 75 MHz de la transition souhaitée, ce décalage étant compensé par le modulateur acousto-optique.

La stabilité du laser et sa direction de sortie sont contrôlées par l'intermédiaire d'une cavité d'observation balayée en continu. De plus, il est pratique d'avoir une estimation de la longueur d'onde du laser quand celui-ci n'est pas asservi sur une transition du césium. Pour cela, une dizaine de mW sont prélevés sur le faisceau principal et sont injectés vers une fibre monomode (FM sur la figure 2.6) avant d'être envoyés vers un lambda-mètre ou bien un spectromètre.

D.1.3 Mesure du bruit d'intensité du laser

On a mesuré à l'aide d'une détection équilibrée (section A.3) le bruit d'intensité du laser quand celui-ci est asservi sur la cavité de référence. Les résultats sont présentés sur la figure 2.7 pour un faisceau de 14 mW et un analyseur de spectre possédant une résolution en fréquence de 10 kHz . Comme on peut le voir, le laser est au bruit quantique standard à partir d'une fréquence d'analyse d'environ $1,5 \text{ MHz}$ à 2 MHz .

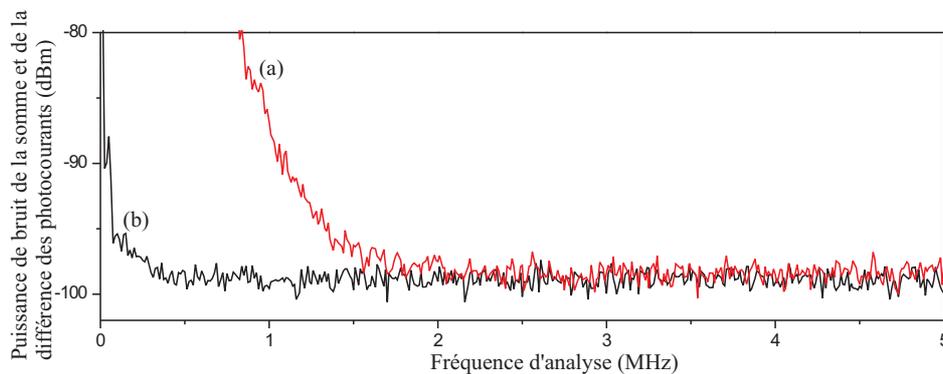


FIG. 2.7 – Puissance de bruit du laser titane-saphir pour un faisceau de 14 mW mesuré sur une détection équilibrée. Bruit total du laser obtenu par la somme des photocourants (a) et limite quantique standard obtenue par la différence des photocourants (b).

D.1.4 Fibrage du laser

Afin de s'affranchir des légères variations de direction du faisceau laser au bout de plusieurs heures d'utilisation et de pouvoir travailler sur une autre table d'expérience, nous avons décidé de l'injecter dans une fibre (FMP_1 sur la figure 2.6). Nous souhaitons pouvoir disposer d'environ 1 W de puissance en sortie. Nous avons opté pour une fibre monomode à maintien de polarisation de 10 m (modèle PMJ de la société OzOptics, associé au coupleur modèle HPUCO possédant une lentille asphérique de 6,2 mm). Avec 1,4 W de puissance en entrée et un taux de couplage dans la fibre de 70 %, nous obtenons la puissance désirée en sortie. Un taux de couplage supérieur à 70% est difficile à obtenir en pratique, notamment à cause d'un mode transverse légèrement elliptique et d'une dépendance du coefficient de couplage avec la puissance injectée, probablement due à des effets thermiques dans la fibre.

Le maintien de la polarisation est très important à la sortie de la fibre puisque ce faisceau est utilisé pour l'expérience de doublage de fréquence ainsi que pour l'oscillateur paramétrique optique. En effet, une rotation au cours du temps de quelques degrés de la polarisation en sortie se traduirait par des variations inacceptables de la puissance à cause de la présence d'éléments polarisants après la fibre. Le maintien de polarisation n'a lieu que si la polarisation du faisceau entrant est très bien définie et très bien alignée avec un des deux axes de la fibre. C'est pour cela que l'on a placé une lame demi-onde suivie d'un cube polarisant de très bonne qualité juste avant l'entrée dans la fibre. On mesure alors le taux de réjection de la polarisation orthogonale en sortie de fibre, défini comme le ratio de la puissance sur la "mauvaise" polarisation (disons verticale) et de la puissance sur la "bonne polarisation" (disons horizontale). Cette mesure s'effectue en plaçant en sortie un cube polarisant réfléchissant la "bonne" polarisation et en regardant les variations de la puissance transmise par le cube lorsque la fibre est soumise à des contraintes thermiques et mécaniques importantes. En optimisant les angles de la lame demi-onde et du cube placés avant la fibre, nous avons obtenu un taux de réjection de la polarisation de -20 dB, ce qui est satisfaisant pour nos expériences.

Notons enfin qu'une seconde fibre a été mise en place (FMP_2 sur la figure 2.6) afin de pouvoir utiliser la puissance restante du laser pour d'autres expériences.

D.2 Diode laser en cavité étendue sur réseau

Pour les expériences décrites dans ce manuscrit, nous aurons souvent besoin de plusieurs faisceaux accordés sur différentes transitions atomiques du césium. Quand il s'agira de faible puissance (de l'ordre d'une dizaine de mW), nous utiliserons des diodes laser, le laser à titane-saphir étant destiné aux faisceaux de fortes puissances et à ceux nécessitant d'être au bruit quantique standard.

Le schéma de montage de ces diodes laser en cavité étendue sur réseau (montage

type Littrow) est présenté figure 2.8 (a).

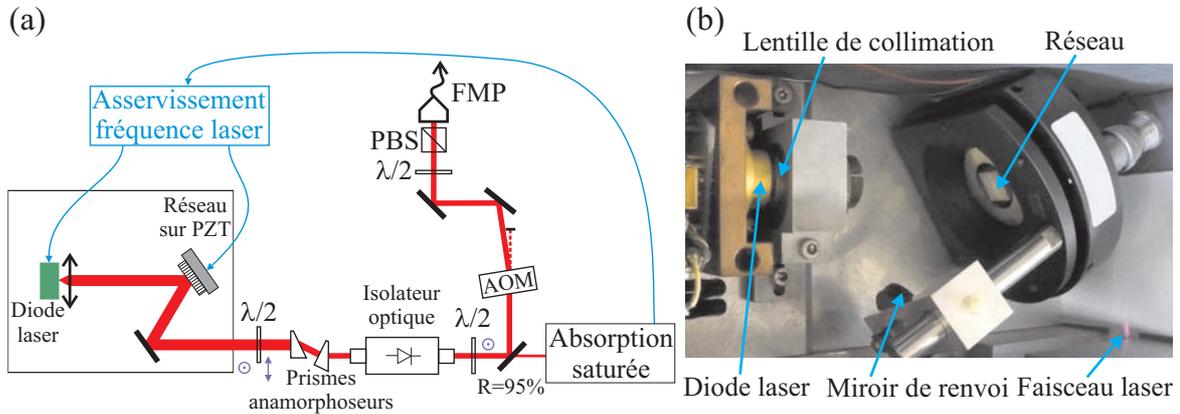


FIG. 2.8 – (a) Schéma de montage de la diode laser en cavité étendue sur réseau ainsi que des éléments externes permettant son asservissement et son fibrage (FMP : fibre monomode à maintien de polarisation). (b) Photographie de l'intérieur de la cavité étendue de la diode laser.

On utilise des diodes à 852 nm modèle SDL ou JDSU 5422-H1 en boîtier TO-3. Ces diodes peuvent supporter un courant maximal d'environ 150 mA. Leur courant et leur température sont contrôlés précisément à l'aide de boîtiers électroniques construits au laboratoire. Le faisceau de sortie de ces diodes étant fortement divergent, il est collimaté à l'aide d'une lentille asphérique de focale d'environ 4 à 5 mm. Le montage en cavité étendue permet de réduire fortement leur largeur de raie. Nous utilisons comme élément sélectif en fréquence, jouant aussi le rôle du miroir de sortie, un réseau blazé dans l'ordre +1 possédant 1200 traits par mm. Le coefficient de réflexion vers la diode est d'environ 24%, le reste étant transmis vers la sortie. Ce réseau est monté sur une cale piézo-électrique qui permet de modifier la longueur de la cavité. En jouant sur le courant d'alimentation de la diode, sa température, l'orientation du réseau et la longueur de la cavité, on arrive à obtenir un faisceau monomode accordable pour des courants d'alimentation d'au maximum 100 mA, soit environ 10 fois le seuil. La puissance de sortie est d'au maximum 40 mW dans ces conditions.

Le faisceau de sortie présente une ellipticité importante (environ 3 :1) comme on peut le voir sur la photographie de la figure 2.8 (b). Cette ellipticité est corrigée en sortie par deux prismes anamorphoseurs ayant un rapport d'anamorphose de 3. Après passage par un isolateur optique, la plus grande partie de la puissance est envoyée vers une fibre monomode à maintien de polarisation, après avoir traversé un modulateur acousto-optique. Ce modulateur, utilisé dans l'ordre +1 ou -1, permet d'une part de moduler rapidement la puissance à la sortie de la fibre et d'autre part d'accorder finement la fréquence du faisceau une fois la diode asservie sur une transition atomique. Cet

asservissement se fait à l'aide d'un montage d'absorption saturée. Le signal de contre-réaction obtenu comporte une partie intégrée "basses fréquences" (fréquence de coupure de l'ordre de 100 Hz) et une partie non intégrée "hautes fréquences" (d'environ 100 Hz à une dizaine de kHz). La partie basses fréquences est envoyée vers la cale piézo-électrique tandis que la partie hautes fréquences contre-réagit sur le courant d'alimentation de la diode.

Nous obtenons au final environ 10 mW de puissance en sortie de fibre. Bien que faisant perdre beaucoup de puissance à cause d'un couplage dépassant rarement les 50 %, ces fibres filtrent le mode spatial du faisceau et fixent sa direction, et permettent de le transporter facilement en différents endroits de la salle d'expérience.

D.3 Diode laser en cavité étendue avec filtre interférentiel

Il existe un autre montage de diode laser en cavité étendue qui consiste à utiliser un filtre interférentiel au lieu d'un réseau comme élément sélectif en fréquence. Nous avons construit de telles diodes laser d'après un montage développé par l'Observatoire de Paris [Baillard *et al.*, 2006]. Le schéma ainsi qu'une photographie d'une diode et de sa cavité étendue sont présentés sur la figure 2.9.

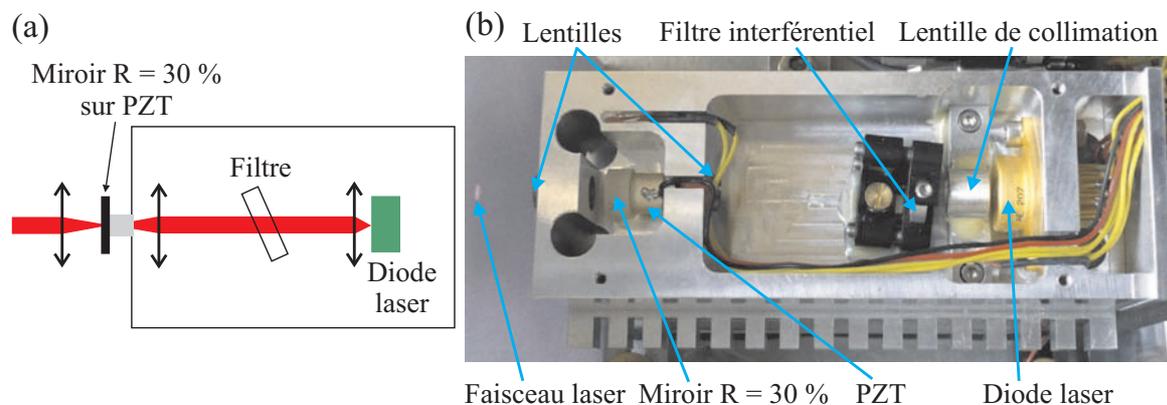


FIG. 2.9 – (a) Schéma de montage de la diode laser en cavité étendue avec filtre interférentiel. (b) Photographie de l'intérieur de la cavité étendue de la diode laser.

Le filtre interférentiel a une transmission d'environ 90 % et une largeur totale à mi-hauteur d'environ 0,3 nm. La cavité est linéaire et le miroir de sortie, de transmission environ égale à 30 %, est monté sur une cale piézo-électrique afin de pouvoir balayer la longueur de la cavité. Les avantages de ce montage comparé à une diode laser en cavité étendue sur réseau sont nombreux. Tout d'abord, l'élément sélectif en fréquence et le miroir de sortie de la cavité sont découplés alors que c'est le réseau qui assure les deux fonctions pour un montage en configuration Littrow. Ceci permet d'optimiser ces deux éléments de façon indépendante lors du montage et assure une meilleure accordabilité

et une meilleure stabilité à long terme de l'ensemble de la diode. Le second avantage est que la cavité est linéaire et que par conséquent la direction de sortie n'est pas modifiée lorsqu'on change la longueur d'onde de la diode en tournant légèrement le filtre. Dans une diode sur réseau, la modification de la longueur d'onde est obtenue en changeant l'angle du réseau et par conséquent la direction du faisceau de sortie. Enfin, le montage présenté sur la figure 2.9 utilise une configuration de type "œil de chat" où le miroir de sortie est dans le plan focal de la lentille centrale. Ceci rend le système robuste vis-à-vis d'un décalage d'angle ou de position du faisceau intracavité.

Ces diodes laser en cavité étendue avec filtre interférentiel présentent une puissance et des caractéristiques spectrales similaires aux diodes laser sur réseau mais avec une stabilité bien plus grande. Elles remplaceront à terme toutes les diodes laser sur réseau présentes sur notre expérience.

Partie II

Génération et caractérisation d'un
état de vide comprimé à 852 nm

Il existe différentes méthodes pour générer des états comprimés du champ. Le processus de mélange à 4 ondes a permis l'observation du premier état comprimé en 1985 [Slusher *et al.*, 1985] avec des atomes de sodium. Cette première démonstration a été suivie par une autre expérience utilisant cette fois-ci le mélange à 4 ondes dans une fibre [Shelby *et al.*, 1986] puis par la première démonstration de compression à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique (OPO) fonctionnant en régime continu [Wu *et al.*, 1986] conduisant à 3 dB de compression à 1064 nm. C'est aussi avec un OPO fonctionnant à cette longueur d'onde qu'a été obtenue la première compression de bruit en régime pulsé [Slusher *et al.*, 1987].

Depuis ces premières réalisations expérimentales, de nombreux efforts ont été faits afin de produire des états comprimés en régime de variables continues. Récemment, un taux de compression de 10 dB [Vahlbruch *et al.*, 2008] a été obtenu avec un OPO fonctionnant à 1064 nm dans le but d'augmenter la précision des détecteurs d'ondes gravitationnelles sous la limite quantique standard. De nombreuses recherches ont aussi été menées sur la production d'états comprimés à des longueurs d'onde résonantes avec des transitions atomiques. Ceci s'inscrit dans la cadre de la réalisation d'interfaces de transfert atomes-champs avec de la lumière comprimée, utiles pour des réseaux de communications quantiques. On peut citer les travaux menés sur la raie D_1 du rubidium où des réductions de bruit de 2,8 dB [Tanimura *et al.*, 2006], 3,5 dB [Appel *et al.*, 2008] et 5 dB [Hétet *et al.*, 2007] ont été obtenues à l'aide d'OPO utilisant des cristaux de PPKTP. Concernant le césium, il y a à notre connaissance 4 expériences qui ont conduit à de la compression de bruit à 852 nm. La première a été faite dans l'équipe de H. J. Kimble afin d'améliorer la sensibilité de mesures spectroscopiques [Polzik *et al.*, 1992]. Ils ont utilisé un OPO comportant un cristal de niobate de potassium et ont obtenu un peu plus de 3 dB de compression de bruit. Plus récemment, le même type de montage a été utilisé dans l'équipe de E. S. Polzik, conduisant à 2,2 dB de compression entre 1 et 2 MHz [Neergaard-Nielsen *et al.*, 2006]. Notre équipe a aussi réalisé deux sources de lumière comprimée à 852 nm. La première s'appuie sur la non-linéarité $\chi^{(3)}$ présente dans des atomes froids en cavité [Lambrecht *et al.*, 1996, Coudreau, 1997, Josse, 2003] et la seconde sur une diode laser en cavité étendue [Marin *et al.*, 1997], et ont donné respectivement 2,2 et 1 dB de compression de bruit.

Les deux montages utilisés précédemment dans notre équipe étaient assez complexes à mettre en œuvre ou ne donnaient pas un taux de compression suffisant. C'est pour cela que nous avons décidé de monter un nouveau dispositif utilisant un oscillateur paramétrique optique permettant de produire un état de vide comprimé résonant avec la raie D_2 du césium, cet état non-classique de la lumière étant destiné à être stocké dans une mémoire atomique. Cet OPO fonctionne sous le seuil d'oscillation et est pompé par un faisceau issu d'un doubleur de fréquence. Après avoir rappelé dans le chapitre 3 la théorie du doublage de fréquence et de la conversion paramétrique en régime dégénéré, nous présenterons dans le chapitre 4 les résultats expérimentaux que nous avons obtenus avec un tel montage. Nous verrons aussi comment mesurer les états sortant de l'OPO par tomographie quantique homodyne. Enfin, dans le chapitre 5 nous étudierons la possibilité d'obtenir des faisceaux intriqués à partir de cette source de vide comprimé en comparant deux dispositifs, à savoir une lame semi-réfléchissante et une cavité de filtrage de type Fabry-Pérot.

Théorie du doublage de fréquence et de la conversion paramétrique dégénérée

Sommaire

A	Milieux non-linéaires	74
A.1	Equations de propagation	74
A.2	Effet Kerr	75
A.3	Processus non-linéaires du deuxième ordre	75
B	Doublage de fréquence	76
B.1	Résolution des équations de propagation	77
B.2	Efficacité non-linéaire en simple passage	77
B.3	Accord de phase	77
B.4	Influence de l'absorption sur la seconde harmonique	80
B.5	Equation de bouclage de la cavité	81
C	Conversion paramétrique	84
C.1	Résolution des équations de propagation	84
C.2	Efficacité en simple passage et nécessité d'une cavité	86
C.3	Accord de phase et dégénérescence	86
C.4	Seuil d'oscillation	87
C.5	Solutions stationnaires au-dessus du seuil	89
C.6	Gain paramétrique sous le seuil	91
C.7	Fluctuations quantiques sous le seuil et états comprimés	92
C.8	Prise en compte de l'absorption de la pompe	96

Nous rappelons dans ce chapitre les équations de base pilotant les processus de doublage de fréquence et de conversion paramétrique en régime dégénéré. Nous montrerons tout particulièrement comment la conversion paramétrique en cavité permet d'obtenir des faisceaux comprimés.

A Milieux non-linéaires

A.1 Equations de propagation

Commençons par rappeler les équations de propagation dans un milieu non-linéaire diélectrique. On suppose que tous les champs se propagent selon une direction commune, par exemple l'axe Oz , et on utilise la notation complexe définie au chapitre 1 pour écrire ces champs sous la forme :

$$E^{(+)}(z, t) = \mathcal{E}(z, t)e^{i(kz - \omega t)} \quad (3.1)$$

le champ réel valant $E(z, t) = E^{(+)}(z, t) + E^{(-)}(z, t) = \mathcal{E}(z, t)e^{i(kz - \omega t)} + \mathcal{E}(z, t)^*e^{-i(kz - \omega t)}$. Dans un milieu non-linéaire, les équations de propagation¹ pour ce champ s'écrivent

$$\Delta E^{(+)} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E^{(+)}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P^{(+)}}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

où $P^{(+)}(z, t)$ est la partie à fréquences positives de la polarisation induite $P(z, t)$ du milieu non-linéaire

$$P^{(+)}(z, t) = \int_0^\infty P(z, \omega) e^{-i\omega t} \frac{d\omega}{2\pi} \quad (3.3)$$

Dans un milieu diélectrique non-linéaire, la polarisation macroscopique et le champ électrique sont reliés sous forme d'une série convergente²

$$P(z, \omega) = \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} E(z, \omega)}_{\text{partie linéaire}} + \underbrace{\epsilon_0 (\chi^{(2)} E^2(z, \omega) + \chi^{(3)} E^3(z, \omega) + \dots)}_{\text{partie non-linéaire}} \quad (3.4)$$

les *susceptibilités non-linéaires d'ordre n* , $\chi^{(n)}$, devenant de plus en plus petites lorsque n augmente.

Pour des champs électriques faibles dans des milieux possédant de faibles susceptibilités d'ordre supérieur, seul le terme linéaire est pertinent. On a alors affaire à l'optique

¹ Pour obtenir cette expression, on néglige la double réfraction ou "walk-off" et donc le terme en $\vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E})$ dans l'équation de propagation.

² L'écriture présentée ici est une approximation. En effet, en toute rigueur, $\chi^{(n)}$ est un tenseur d'ordre $n + 1$. Les susceptibilités scalaires de la relation (3.4) sont appelées susceptibilités effectives, souvent notées $\chi^{(n)eff}$. De plus, dans la littérature, le tenseur $\chi^{(2)}$ est souvent remplacé par le tenseur d suivant la relation $\chi^{(2)} = 2d$.

linéaire “traditionnelle” avec une propagation des différents champs sans influence mutuelle et la notion usuelle d’indice de réfraction.

Quand on utilise des champs électriques intenses dans des milieux où les susceptibilités d’ordre supérieur ne sont pas trop faibles, le terme non-linéaire commence à jouer un rôle non négligeable. On a alors affaire aux milieux non-linéaires dont la théorie a connu d’importants développements dans les années 1960 [Armstrong *et al.*, 1962]. Ces milieux présentent des indices optiques dépendant des champs (indices non-linéaires), permettent de faire de la génération d’harmoniques et de la conversion paramétrique.

Nous allons maintenant nous intéresser aux deux premiers termes non-linéaires de cette série.

A.2 Effet Kerr

Le terme d’ordre 3 joue un rôle très important en optique non-linéaire. Il permet notamment de faire varier l’indice de réfraction d’un milieu en fonction de l’intensité du champ électrique le traversant, comme on peut le voir en réécrivant le module du terme $\chi^{(3)}E^3$ sous la forme $|\chi^{(3)}||E^2||E| = (|\chi^{(3)}|I)|E|$. On appelle cela l’*effet Kerr*. Cet effet permet de produire des états comprimés du champ grâce à un effet asymétrique sur les quadratures. En effet, si on envoie un état cohérent dans un tel milieu, les fluctuations du champ possédant la plus grande intensité vont voir un indice, et donc un déphasage, plus petit que les fluctuations correspondant à des intensités plus faibles. En prenant l’image d’un état cohérent dans le repère de Fresnel de la figure 1.4 du chapitre 1, on obtient une transformation du disque des fluctuations en une ellipse de même aire après traversée du milieu Kerr [Lambrecht, 1995]. On a donc en sortie un état comprimé. Cette compression de bruit a été mesurée expérimentalement dans des fibres optiques [Silberhorn *et al.*, 2001] ainsi que dans des atomes froids en cavité au sein de notre groupe [Lambrecht, 1995, Coudreau, 1997, Josse, 2003].

A.3 Processus non-linéaires du deuxième ordre

A partir de maintenant, et dans tout le reste du manuscrit, nous ne considérons que les processus faisant intervenir la susceptibilité linéaire d’ordre 2 où seuls trois champs interagissent entre eux. On parle alors de mélange à 3 ondes. Il s’agit des premiers effets non-linéaires apparaissant uniquement dans les milieux non centro-symétriques.³

A partir de l’équation (3.2), en considérant les effets non-linéaires comme une perturbation de la solution linéaire, et en faisant l’approximation de l’enveloppe lentement

³ Un milieu est dit centro-symétrique s’il est invariant par la symétrie $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$. Dans un tel milieu, toutes les susceptibilités non-linéaires d’ordre n pair sont nulles.

variable (i.e. $\mathcal{E}(z, t)$ oscille peu sur une longueur d'onde), on trouve [Shen, 1984]

$$\frac{\partial \mathcal{E}_j(z)}{\partial z} = \frac{i\omega_j}{2n(\omega_j)\epsilon_0 c} \mathcal{P}_j^{NL}(z) e^{-ik_j z} \quad (3.5)$$

où $\mathcal{P}_j^{NL}(z)$ est la polarisation non-linéaire d'ordre 2 en notation complexe et c'est une combinaison linéaire des produits de la forme $\mathcal{E}_n(z)\mathcal{E}_m(z)$, $\mathcal{E}_n(z)\mathcal{E}_m^*(z)$ où les fréquences des trois champs couplés vérifient l'une des relations suivantes

- $\omega_j = \omega_n + \omega_m$: somme de fréquences
- $\omega_j = \omega_n + \omega_n$: doublage de fréquence
- $\omega_j = \omega_n - \omega_m$: différence de fréquences
- $\omega_j = \omega_n - \omega_n = 0$: redressement optique

Nous allons maintenant étudier en détail les deux processus qui vont nous intéresser expérimentalement : le doublage de fréquence et la conversion paramétrique (figure 3.1).

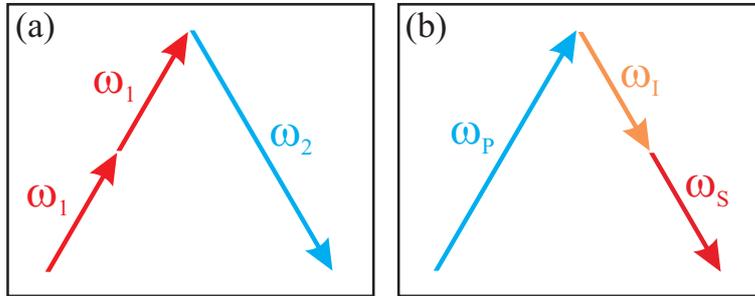


FIG. 3.1 – Deux exemples de mélanges à 3 ondes : doublage de fréquence (a) et conversion paramétrique (b).

B Doublage de fréquence

Le *doublage de fréquence* ou *génération de seconde harmonique* est le phénomène dans lequel un champ incident de fréquence ω_1 , appelé champ pompe, donne naissance à un champ de fréquence double $\omega_2 = 2\omega_1$, appelé seconde harmonique.

B.1 Résolution des équations de propagation

Le système d'équations de propagation (3.5) devient dans ce cas [Joffre, 2009]

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}_2(z)}{\partial z} = \frac{i\omega_2 \chi^{(2)}}{2n(\omega_2)c} \mathcal{E}_1^2(z) e^{i\Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_1(z)}{\partial z} = \frac{i\omega_1 \chi^{(2)}}{n(\omega_1)c} \mathcal{E}_2(z) \mathcal{E}_1^*(z) e^{-i\Delta k z} \end{cases} \quad (3.6)$$

où $\Delta k = 2k_1 - k_2$ est appelé le *désaccord de phase*. Pour résoudre ce système, on suppose que le processus de doublage de fréquence est faible et que par conséquent le champ \mathcal{E}_1 est à peu près constant dans le milieu. Dans notre expérience, cette hypothèse sera vérifiée puisqu'on aura des efficacités de conversion d'environ 2 %/W pour une puissance de pompe en cavité de quelques W et une absorption de 2 % dans le milieu non-linéaire (voir section A.1 du chapitre 4). \mathcal{E}_1 ne dépendant plus de z , on résout immédiatement l'équation (3.6) en supposant que le champ \mathcal{E}_2 est nul à l'entrée du milieu non-linéaire, c'est-à-dire en $z = 0$

$$\mathcal{E}_2(z) = \frac{i\omega_2 \chi^{(2)}}{2n(\omega_2)c} \mathcal{E}_1^2 \frac{e^{i\Delta k z} - 1}{i\Delta k} \quad (3.7)$$

B.2 Efficacité non-linéaire en simple passage

Nous sommes intéressés par l'*efficacité non-linéaire de conversion en simple passage* E_{NL} qui est définie comme le ratio de la puissance de seconde harmonique à la cote z du milieu non-linéaire par le carré de la puissance pompe incidente

$$P_2(z) = E_{NL}(z, \Delta k) P_1^2(0) \quad (3.8)$$

Sachant que la puissance du champ \mathcal{E}_j vaut $P_j = 2n_j c \epsilon_0 S |\mathcal{E}_j|^2$ dans l'approximation des ondes planes, où S est la surface transverse de l'onde, on obtient la valeur de l'efficacité non-linéaire pour le processus de doublage de fréquence

$$E_{NL}(z, \Delta k) = \frac{\omega_2^2 (\chi^{(2)})^2}{2n(\omega_2) n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 S} \frac{\sin^2(\frac{\Delta k z}{2})}{(\Delta k)^2} \quad (3.9)$$

On constate immédiatement que l'efficacité de conversion dépend de la distance z parcourue dans le milieu non-linéaire et du désaccord de phase Δk .

B.3 Accord de phase

Dans le cas le général, on n'a pas accord de phase parfait, d'où $\Delta k \neq 0$. La puissance P_2 évolue alors de façon périodique dans le milieu (figure 3.2) et sa valeur en sortie

dépendra de façon cruciale de la longueur totale l du milieu. Elle sera maximale si cette longueur est un multiple impair de la demi-période l_c de cette fonction périodique, soit $l_c = \pi/|\Delta k|$. On appelle l_c la *longueur de cohérence* du processus. Elle vaut de l'ordre de quelques microns pour les matériaux diélectriques habituellement utilisés en optique dans le visible. De plus, l'efficacité de conversion maximale obtenue en simple passage est extrêmement faible, de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-10} W^{-1} . Pour avoir des efficacités totales de conversion convenables ($\sim 10\%$) pour un faisceau incident continu⁴ de l'ordre de 1 W, il faudrait amplifier le champ entrant par un facteur 10^2 à 10^5 , ce qui est dur à faire expérimentalement voire infaisable et qui risque de détruire le milieu non-linéaire.

Pour contourner ces problèmes, une solution consiste à avoir un accord de phase parfait, $\Delta k = 0$, et la puissance de seconde harmonique évolue alors en z^2

$$E_{NL}(z, 0) = \frac{\omega_2^2 (\chi^{(2)})^2}{8n(\omega_2)n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 S} z^2 \quad (3.10)$$

C'est le cas qui correspond à la conversion la plus efficace et plus le milieu est long, plus grande sera la puissance en sortie.⁵ Cette condition d'accord de phase implique $n(\omega_2) = n(2\omega_1) = n(\omega_1)$. Or dans un matériau isotrope, sauf exception, cette condition ne peut jamais être respectée, l'indice de réfraction augmentant avec ω . Pour arriver à obtenir cet accord de phase, il faut utiliser des matériaux biréfringents. Si le faisceau incident fait un certain angle avec les axes propres du matériau, il est possible que les indices sur les axes ordinaires et extraordinaires soient suffisamment différents pour que la condition d'accord de phase soit respectée. On aura alors par exemple $n_e(2\omega_1) = n_o(\omega_1)$, auquel cas deux photons polarisés selon l'axe ordinaire donnent naissance à un photon polarisé selon l'axe extraordinaire (configuration notée $o + o \rightarrow e$). On parle alors d'un matériau biréfringent de *type I*.

Dans certains cas, comme les matériaux diélectriques isotropes, l'accord de phase n'est pas possible. Pour d'autres matériaux, l'accord de phase utilisant la biréfringence peut s'avérer trop contraignant à mettre en œuvre voire impossible suivant le couple de fréquences choisi (température d'accord de phase trop grande ou trop petite par exemple). Il existe une solution intermédiaire entre un accord de phase parfait et l'absence d'accord de phase permettant d'obtenir des performances assez proches d'un accord de phase parfait. On appelle cela le *quasi-accord de phase*. L'idée est de fabriquer un matériau dont le signe de la susceptibilité non-linéaire est inversé périodiquement, le retournement ayant lieu pour des distances multiples de la longueur de cohérence l_c . On a ainsi une amplification quelque soit la longueur du cristal, les zones de désamplification étant transformées en zones d'amplification grâce au changement de signe

⁴ Pour un laser pulsé, les puissances crêtes peuvent atteindre facilement 10^5 à 10^6 W. L'efficacité de conversion en simple passage pour une longueur du milieu non-linéaire égale à l_c est alors parfois suffisante pour avoir un taux de conversion global correct.

⁵ Si E_{NL} devient trop importante, on doit prendre en compte la déplétion de la pompe, ce que nous n'avons pas fait ici.

de $\chi^{(2)}$ (figure 3.2). Le coefficient de conversion non-linéaire vaut alors, pour un cristal

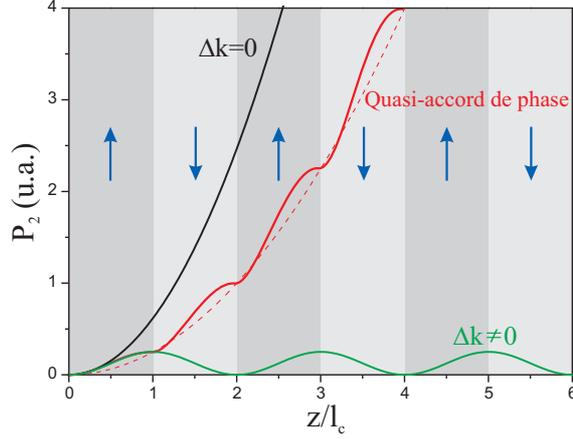


FIG. 3.2 – Puissance de seconde harmonique produite en fonction de la distance parcourue dans le milieu non-linéaire pour trois types d'accord de phase. Les flèches indiquent l'orientation des domaines dans le cas du quasi-accord de phase.

comportant $2N$ lames de longueur l_c [Joffre, 2009]

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k) = \frac{2\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{n(\omega_2)n(\omega_1)^2c^3\epsilon_0S} \frac{\sin^2(N\Delta kl_c)}{(\Delta k)^2 \sin^2(\Delta kl_c)} \quad (3.11)$$

Pour $N \gg 1$, ce qui est toujours le cas en pratique, on a

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k) = \frac{2\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{n(\omega_2)n(\omega_1)^2c^3\epsilon_0S} \frac{N^2 l_c^2}{\pi^2} \quad (3.12)$$

Si on compare l'efficacité non-linéaire après une même distance $z = 2Nl_c$ dans le cas du quasi-accord de phase et dans le cas de l'accord de phase parfait, en considérant que le même coefficient $\chi^{(2)}$ est utilisé dans les deux cas, on trouve

$$\frac{E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k)}{E_{NL}(2Nl_c, 0)} = \frac{4}{\pi^2} \approx 0,4 \quad (3.13)$$

L'efficacité pour le quasi-accord de phase est donc du même ordre de grandeur que dans le cas de l'accord de phase parfait. De plus, même si a priori la configuration en quasi-accord de phase est 60 % moins efficace que la configuration d'accord de phase parfait, ce n'est souvent pas le cas en pratique. Avec une configuration d'accord de phase parfait, les faisceaux sont polarisés selon plusieurs axes, et le coefficient non-linéaire effectif est forcément moins grand que le coefficient non-linéaire le plus grand

du matériau. Avec le quasi-accord de phase, on peut souvent avoir tous les faisceaux polarisés selon le même axe et ainsi utiliser le coefficient non-linéaire le plus grand, qui dépasse souvent largement le coefficient non-linéaire de l'accord de phase parfait. Ainsi, même en considérant le facteur $\frac{4}{\pi^2}$ de la relation précédente, l'efficacité de conversion non-linéaire est souvent bien meilleure avec le quasi-accord de phase. Ceci fait que ce processus est largement utilisé aujourd'hui, de par sa flexibilité plus grande que pour l'accord de phase parfait. On appelle les matériaux présentant un retournement périodique du signe de $\chi^{(2)}$ des matériaux de type PP ("periodically poled"), la période de retournement étant traditionnellement notée $\Lambda = 2l_c$.

B.4 Influence de l'absorption sur la seconde harmonique

Dans l'étude précédente, on a négligé l'absorption des faisceaux dans le cristal non-linéaire. En pratique, avec le milieu non-linéaire que nous utilisons (cristal de PPKTP), les pertes pour la pompe sont effectivement négligeables, mais pas celles pour la seconde harmonique (environ 20 % sur la longueur du cristal). Il faut alors en tenir compte dans l'équation de propagation pour \mathcal{E}_2 (3.6) qui devient (la puissance de pompe est toujours considérée comme constante)

$$\frac{\partial \mathcal{E}_2(z)}{\partial z} + \alpha(\omega_2)\mathcal{E}_2(z) = \frac{i\omega_2\chi^{(2)}}{2n(\omega_2)c}\mathcal{E}_1^2 e^{i\Delta kz} \quad (3.14)$$

$\alpha(\omega_2)$ étant le coefficient d'absorption en amplitude pour le champ à la fréquence ω_2 .

Le terme source étant sous forme exponentielle, cette équation se résout assez simplement pour trouver l'efficacité de conversion en simple passage

$$E_{NL}(z, \Delta k, \alpha(\omega_2)) = \frac{\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{8n(\omega_2)n(\omega_1)^2c^3\epsilon_0S|\alpha(\omega_2) + i\Delta k|^2} |e^{i\Delta kz} - e^{-\alpha(\omega_2)z}|^2 \quad (3.15)$$

Si on a accord de phase parfait, l'efficacité de conversion devient

$$E_{NL}(z, \Delta k = 0, \alpha(\omega_2)) = \frac{\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{8n(\omega_2)n(\omega_1)^2c^3\epsilon_0S} \frac{(1 - e^{-\alpha(\omega_2)z})^2}{\alpha(\omega_2)^2} \quad (3.16)$$

On peut faire un développement à l'ordre 2 de l'exponentielle, ce qui donne finalement

$$E_{NL}(z, \Delta k = 0, \alpha(\omega_2)) \approx E_{NL}(z, \Delta k = 0, \alpha(\omega_2) = 0)(1 - \alpha(\omega_2)z) \quad (3.17)$$

Ce résultat est intéressant : à l'accord de phase, une absorption caractérisée par le coefficient $\alpha(\omega_2)$ pour l'amplitude du champ \mathcal{E}_2 entraîne la même absorption sur la puissance de seconde harmonique produite. On peut interpréter cela en disant que la seconde harmonique est créée tout au long du milieu non-linéaire et non pas à l'entrée uniquement, ce qui fait que l'absorption est moyennée sur la longueur du milieu.

Dans le cas où l'on a quasi-accord de phase et absorption, la résolution de l'équation de propagation devient plus complexe. Cette résolution est présentée en annexe C. On trouve au final pour un cristal de longueur $z = 2Nl_c$ l'efficacité de conversion

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2)) = \frac{2\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{n(\omega_2)n(\omega_1)^2c^3\epsilon_0S\pi^2} \frac{(1 - e^{-2N\alpha(\omega_2)l_c})^2}{4\alpha(\omega_2)^2} \quad (3.18)$$

Si on fait comme précédemment un développement limité de l'exponentielle, on trouve

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2)) \approx E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2) = 0)(1 - \alpha(\omega_2)2Nl_c) \quad (3.19)$$

On constate que l'on retrouve le même type de résultat qu'en (3.17) où l'on avait accord de phase parfait, et on peut donc faire les mêmes observations que dans ce cas.

B.5 Equation de bouclage de la cavité

B.5.1 Nécessité d'une cavité

Les efficacités de conversion en simple passage précédemment calculées sont faibles, même pour un accord de phase parfait, à moins d'avoir des milieux non-linéaires d'une très grande longueur (des fibres par exemple). Pour des matériaux non-linéaires usuels aux longueurs d'onde visibles avec des focalisations usuelles (une cinquantaine de microns), on aura une efficacité non-linéaire de l'ordre de 1 %/W. Sachant qu'il nous faudra une centaine de mW de seconde harmonique pour pomper notre oscillateur paramétrique optique et que nous avons de l'ordre de 500 mW de pompe pour le doubleur de fréquence, il faut des taux de conversion de plusieurs dizaines de pourcent. Pour y parvenir, il faut augmenter fortement la puissance de pompe disponible en utilisant une cavité résonante. La puissance de seconde harmonique produite étant proportionnelle au carré de la puissance de pompe, elle augmentera très vite avec la finesse de la cavité, à taux de conversion constant.

B.5.2 Cas général

Nous utiliserons une cavité en anneau résonante uniquement pour la fréquence de la pompe et pas pour la fréquence de la seconde harmonique. Le schéma typique d'une telle cavité est présenté sur la figure 3.3. Les miroirs M_i sont caractérisés par les coefficients de transmission/réflexion T_i/R_i en puissance et t_i/r_i en amplitude. t_i et r_i sont choisis réels et on a $T_i + R_i = t_i^2 + r_i^2 = 1$. On note $L_c = 1 - T_c = 1 - t_c^2$ le coefficient traduisant l'ensemble des pertes linéaires en intensité dans le milieu et dans la cavité, exception faite des miroirs. Enfin, on note Γ le coefficient caractérisant toutes les pertes non-linéaires dans la cavité, E_1 et P_1 le champ et la puissance de la pompe incidente.

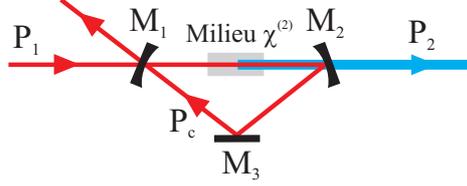


FIG. 3.3 – Schéma typique d'une cavité en anneau utilisée pour faire du doublage de fréquence. La cavité est résonante pour la pompe, mais pas pour la seconde harmonique. Le schéma et les calculs sont encore valables si on a plus de 3 miroirs en regroupant les pertes induites par les miroirs supplémentaires sur le miroir M_3 .

Avec ces notations, le champ de pompe E_c circulant dans la cavité s'écrit, à résonance

$$E_c = E_1 t_1 (1 + r_1 r_2 r_3 t_c \sqrt{1 - \Gamma E_c^2} + (r_1 r_2 r_3 t_c \sqrt{1 - \Gamma E_c^2})^2 + \dots)$$

$$E_c = E_1 \frac{t_1}{1 - r_1 r_2 r_3 t_c \sqrt{1 - \Gamma E_c^2}} \quad (3.20)$$

d'où la puissance P_c de pompe circulant dans la cavité

$$P_c = P_1 \frac{T_1}{\left(1 - \sqrt{(1 - T_1)(1 - T_2)(1 - T_3)(1 - L_c)(1 - \Gamma P_c)}\right)^2} \quad (3.21)$$

B.5.3 Simplification

Nous allons maintenant simplifier l'équation précédente en considérant la configuration qui sera réellement utilisée dans notre expérience. Tout d'abord, nous utilisons un seul miroir de couplage, le miroir M_1 . Les miroirs M_2 et M_3 sont totalement réfléchissants pour la pompe, ce qui fait que les transmissions T_2 et T_3 sont très faibles. Ensuite, on suppose que les seules pertes non-linéaires pour la pompe sont celles induites par le doublage de fréquence, soit $\Gamma = E_{NL}$. Enfin, on aura L_c assez faible (typiquement 2 % avec notre cristal). Avec ces hypothèses, et en supposant aussi que $T_1, E_{NL} P_c \ll 1$, on peut réécrire

$$P_c = P_1 \frac{4T_1}{(T_1 + L + E_{NL} P_c)^2} \quad (3.22)$$

avec $L = T_2 + T_3 + L_c$ l'ensemble des pertes linéaires dans la cavité, miroir M_1 exclus. On souhaite résoudre cette équation pour P_c et en déduire la puissance de seconde harmonique en sortie : $P_2 = E_{NL} P_c^2$ (la seconde harmonique n'est pas résonante dans la cavité). Il s'agit d'une équation du troisième degré en P_c . En introduisant les variables sans dimension $\lambda = T_1 + L$ et $\rho = 4T_1 P_1 E_{NL}$, on trouve finalement la puissance de

seconde harmonique produite [Sørensen, 1998]

$$P_2 = \frac{\lambda^2}{9E_{NL}} \left[\left[1 + \frac{27}{2} \frac{\rho}{\lambda^3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{27} \frac{\lambda^3}{\rho}} \right) \right]^{\frac{1}{6}} - \left[1 + \frac{27}{2} \frac{\rho}{\lambda^3} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{4}{27} \frac{\lambda^3}{\rho}} \right) \right]^{-\frac{1}{6}} \right]^4 \quad (3.23)$$

Une fois le milieu non-linéaire choisi et la puissance de pompe incidente fixée, P_2 ne dépend plus que de T_1 . On choisira donc la transmission du coupleur d'entrée afin d'optimiser la puissance de seconde harmonique produite. L'allure de cette courbe est présentée sur la figure 3.4 avec les paramètres attendus dans l'expérience (chapitre 4). Une fois T_1 fixé, l'expression précédente nous donne la puissance de seconde harmonique P_2 en fonction de la puissance de pompe P_1 . C'est cette formule que nous avons utilisée pour tracer la courbe théorique de la figure 4.5 (b) du chapitre 4.

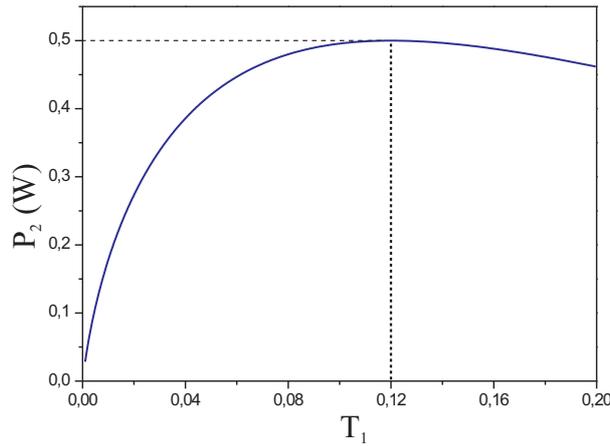


FIG. 3.4 – Courbe théorique donnant la puissance P_2 de seconde harmonique produite en fonction de la transmission T_1 du coupleur d'entrée avec les paramètres attendus sur l'expérience, à savoir une efficacité non-linéaire de conversion en simple passage de 2 %/W, une puissance de pompe de 600 mW et 2 % de pertes linéaires dans la cavité. On trouve que le maximum de seconde harmonique produite correspond à un coupleur de transmission égale à 12 % et c'est la valeur que nous avons choisie pour l'expérience.

C Conversion paramétrique

La conversion paramétrique est le processus inverse du doublage : un champ *pompe* à la fréquence ω_P donne naissance à un champ *signal* à la fréquence ω_S et à un champ *complémentaire* (“idler” en anglais) à la fréquence ω_I (figure 3.1 (b)).

C.1 Résolution des équations de propagation

C.1.1 Expression générale

Pour la conversion paramétrique, les équations de propagation (3.5) se réduisent à trois équations couplées [Joffre, 2009]

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{E}_P(z)}{\partial z} = \frac{i\omega_P \chi^{(2)}}{n(\omega_P)c} \mathcal{E}_S(z) \mathcal{E}_I(z) e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_S(z)}{\partial z} = \frac{i\omega_S \chi^{(2)}}{n(\omega_S)c} \mathcal{E}_P(z) \mathcal{E}_I^*(z) e^{i\Delta k z} \\ \frac{\partial \mathcal{E}_I(z)}{\partial z} = \frac{i\omega_I \chi^{(2)}}{n(\omega_I)c} \mathcal{E}_P(z) \mathcal{E}_S^*(z) e^{i\Delta k z} \end{cases} \quad (3.24)$$

avec $\Delta k = k_P - k_S - k_I$ le désaccord de phase. Il est usuel de faire le changement de variables suivant

$$A_j(z) = \sqrt{\frac{2n_j c \epsilon_0}{\hbar \omega_j}} \mathcal{E}_j(z) \quad \text{avec } j = P, S, I \quad (3.25)$$

$|A_j(z)|^2$ est le flux de photons correspondant au champ \mathcal{E}_j . On fait aussi un changement de phase à l’origine du champ pompe en remplaçant A_P par $-iA_P$, ce qui permet d’avoir un coefficient de couplage réel dans les équations d’évolution. On obtient alors

$$\begin{cases} \frac{\partial A_P(z)}{\partial z} = -\xi A_S(z) A_I(z) e^{-i\Delta k z} \\ \frac{\partial A_S(z)}{\partial z} = \xi A_P(z) A_I^*(z) e^{i\Delta k z} \\ \frac{\partial A_I(z)}{\partial z} = \xi A_P(z) A_S^*(z) e^{i\Delta k z} \end{cases} \quad (3.26)$$

où $\xi = \chi^{(2)} \sqrt{\frac{\hbar \omega_P \omega_S \omega_I}{2n(\omega_P)n(\omega_S)n(\omega_I)\epsilon_0 c^3}}$. La résolution des équations dans le cas général est complexe et peut être trouvée dans [Armstrong *et al.*, 1962] par exemple.

C.1.2 Simplification

Pour simplifier le calcul, nous allons faire l'hypothèse que le *gain paramétrique* $g = \xi l$ est petit, l étant la longueur du milieu non-linéaire, ce qui va nous permettre de faire un développement en puissance de g . Le gain paramétrique étant faible, les variations des champs A_j vont aussi être faibles sur la longueur du cristal. On peut donc linéariser

$$A_j(z) \approx A_j(0) + z \frac{\partial A_j}{\partial z}(0) \quad (3.27)$$

En remplaçant dans (3.26), on trouve le système simplifié à l'ordre 2 en ξ

$$\begin{cases} \frac{\partial A_P(z)}{\partial z} = -\xi e^{-i\Delta kz} A_S(0) A_I(0) - \xi^2 z e^{-i\Delta kz} (|A_S(0)|^2 + |A_I(0)|^2) A_P(0) \\ \frac{\partial A_S(z)}{\partial z} = \xi e^{i\Delta kz} A_P(0) A_I^*(0) + \xi^2 z e^{i\Delta kz} (|A_P(0)|^2 - |A_I(0)|^2) A_S(0) \\ \frac{\partial A_I(z)}{\partial z} = \xi e^{i\Delta kz} A_P(0) A_S^*(0) + \xi^2 z e^{i\Delta kz} (|A_P(0)|^2 - |A_S(0)|^2) A_I(0) \end{cases} \quad (3.28)$$

On peut alors intégrer entre 0 et l pour trouver les relations d'entrée-sortie à l'ordre 2 en g sous la forme [Debuisschert, 1990]

$$\begin{cases} A_P(l) = A_P(0) - g e^{-\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_S(0) A_I(0) \\ \quad - \frac{g^2}{2} f^*\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) (|A_S(0)|^2 + |A_I(0)|^2) A_P(0) \\ A_S(l) = A_S(0) + g e^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_P(0) A_I^*(0) \\ \quad + \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) (|A_P(0)|^2 - |A_I(0)|^2) A_S(0) \\ A_I(l) = A_I(0) + g e^{\frac{i\Delta kl}{2}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) A_P(0) A_S^*(0) \\ \quad + \frac{g^2}{2} f\left(\frac{\Delta kl}{2}\right) (|A_P(0)|^2 - |A_S(0)|^2) A_I(0) \end{cases} \quad (3.29)$$

avec $f(x) = \frac{e^{ix}}{ix} (e^{ix} - \operatorname{sinc}(x))$. $f(x)$ est une fonction dont le module est décroissant et dont la valeur maximale est 1, atteinte en $x = 0$. On en déduit donc que la conversion paramétrique sera la plus efficace quand l'accord de phase sera réalisé.

C.2 Efficacité en simple passage et nécessité d'une cavité

Supposons que l'accord de phase soit réalisé. Le système d'équations précédent se transforme alors en

$$\begin{cases} A_P(l) = A_P(0) - gA_S(0)A_I(0) - \frac{g^2}{2} (|A_S(0)|^2 + |A_I(0)|^2) A_P(0) \\ A_S(l) = A_S(0) + gA_P(0)A_I^*(0) + \frac{g^2}{2} (|A_P(0)|^2 - |A_I(0)|^2) A_S(0) \\ A_I(l) = A_I(0) + gA_P(0)A_S^*(0) + \frac{g^2}{2} (|A_P(0)|^2 - |A_S(0)|^2) A_I(0) \end{cases} \quad (3.30)$$

Comme on l'a dit précédemment, le gain paramétrique g va être assez faible, tout comme l'était l'efficacité non-linéaire de conversion en simple passage dans le cas du doublage. On en déduit qu'avec les valeurs de puissance de pompe que nous aurons, nous devons utiliser une cavité si l'on veut avoir un effet paramétrique important. Plusieurs configurations sont possibles. Nous choisissons la *configuration doublement résonante* où le signal et le complémentaire sont résonants, la pompe n'étant pas recyclée. Un montage utilisant la conversion paramétrique en cavité s'appelle un *amplificateur paramétrique optique* (OPA), les champs signal et complémentaire étant amplifiés par la présence de la pompe. De plus, il va exister, comme pour un laser, un seuil à partir duquel le gain va compenser les pertes de la cavité, permettant ainsi à une onde de s'établir (pour le signal et le complémentaire). On parle alors d'*oscillateur paramétrique optique* (OPO). Par abus de langage, on utilisera souvent le terme OPO, qu'on soit au-dessus ou en dessous du seuil.

C.3 Accord de phase et dégénérescence

Les relations d'entrée-sortie (3.29) sont un peu trop complexes à manipuler lorsqu'il faut prendre en compte le désaccord Δk . De plus, on a vu avec l'exemple du doubleur de fréquence que les processus non-linéaires ne sont pas efficaces lorsqu'on n'a pas accord de phase. On se placera donc à partir de maintenant en accord de phase parfait et les équations (3.30) seront utilisées. Expérimentalement, on aura seulement quasi-accord de phase, mais on a vu avec l'exemple du doubleur qu'il suffit de remplacer $\chi^{(2)}$ par $\frac{2}{\pi}\chi^{(2)}$ dans ce cas.

Dans notre expérience, la conversion paramétrique est utilisée pour produire des états comprimés. Dans ce cas, les faisceaux signal et complémentaire ont la même fréquence ω_S . On dit alors qu'on est dans le cas *dégénéré*, ces deux faisceaux n'étant plus distinguables. Nous nous placerons à partir de maintenant dans ce cas.

Enfin, nous supposons que l'intensité du champ de pompe est telle que l'on est au-dessous ou au voisinage du seuil de l'OPO. On peut alors montrer [Debuisschert, 1990] que les termes en $g^2|A_P(0)|^2$ deviennent négligeables devant les autres termes.

Avec ces hypothèses, les équations (3.30) se simplifient en

$$\begin{cases} A_P(l) = A_P(0) - gA_S(0)^2 - g^2|A_S(0)|^2A_P(0) \\ A_S(l) = A_S(0) + gA_P(0)A_S^*(0) - \frac{g^2}{2}|A_S(0)|^2A_S(0) \end{cases} \quad (3.31)$$

La deuxième équation peut s'écrire à partir de la première à l'ordre g^2 si on calcule A_P en $l/2$ et non pas en l . Le système précédent se met alors sous la forme simplifiée finale

$$\begin{cases} A_P(l/2) = A_P(0) - \frac{g}{2}A_S(0)^2 - \frac{g^2}{4}|A_S(0)|^2A_P(0) \\ A_S(l) = A_S(0) + gA_P(l/2)A_S^*(0) \end{cases} \quad (3.32)$$

C.4 Seuil d'oscillation

C.4.1 Equation de bouclage de la cavité

Nous utilisons une cavité où seuls les faisceaux signal et complémentaire à la fréquence ω_S sont résonants. Nous considérons une configuration en anneau comme dans le cas du doublage. Le schéma typique de la cavité est présenté sur la figure 3.5. Nous

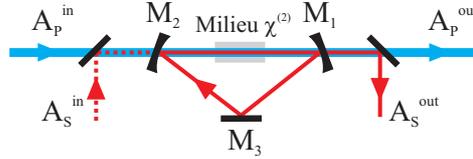


FIG. 3.5 – Schéma typique d'une cavité OPO en anneau. La cavité est résonante pour le signal et le complémentaire, tous deux à la fréquence ω_S (configuration dégénérée), mais pas pour la pompe.

utilisons un seul miroir de couplage, le miroir M_1 . On peut choisir de mettre ou non un faisceau “seed” en entrée à la fréquence ω_S (A_S^{in} sur la figure). On utilise les mêmes notations pour les miroirs et les pertes linéaires que dans le cas du doublage de fréquence, et on introduit des approximations permettant de simplifier les calculs. Tout d'abord, les coefficients de transmission des miroirs étant au maximum de l'ordre de 10 %, il est usuel d'introduire le paramètre γ_i pour le miroir M_i tel que $t_i = \sqrt{2\gamma_i}$ et $r_i = \sqrt{1 - t_i^2} \approx 1 - \gamma_i$. De même, les pertes linéaires L dans la cavité autres que sur le miroir de couplage sont faibles, ce qui permet d'écrire $r_L = \sqrt{2\gamma_L}$ et $t_L = \sqrt{1 - r_L^2} \approx 1 - \gamma_L$ avec $t_L^2 = 1 - L$.

On obtient à partir de (3.32) l'équation donnant le champ signal en entrée du milieu non-linéaire après un tour de cavité

$$\begin{aligned} A'_S(0) &= (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_L)e^{i\phi_S}(A_S(0) + gA_P(l/2)A_S^*(0)) + \sqrt{2\gamma_2}A_S^{\text{in}} \\ A'_S(0) &= (1 - \gamma)e^{i\phi_S}(A_S(0) + gA_P(l/2)A_S^*(0)) + \sqrt{2\gamma_2}A_S^{\text{in}} \end{aligned} \quad (3.33)$$

en notant $\gamma = \gamma_1 + \gamma_L$ les pertes totales dans la cavité et où l'on a noté ϕ_S le déphasage subi par le champ signal sur un tour. ϕ_S se décompose en un déphasage dû à la propagation dans le milieu non-linéaire de longueur l et un déphasage dû à la propagation libre dans la cavité de longueur totale l_{cav} . ϕ_S se met par conséquent sous la forme

$$\phi_S = \frac{\omega_S}{c}(n(\omega_S)l + (l_{cav} - l)) \quad (3.34)$$

On note $\Delta_S = \omega_c - \omega_S$ le désaccord entre la fréquence de résonance de la cavité et le champ signal, et τ le temps mis par le champ signal pour faire un tour de cavité. On a alors

$$e^{i\phi_S} = e^{-i\Delta_S\tau} \quad (3.35)$$

On va considérer à partir de maintenant que l'on a des petits déphasages, c'est-à-dire qu'on n'analysera les champs que pour des fréquences proches de la résonance de la cavité. Cette hypothèse nous permet de remplacer $e^{-i\Delta_S\tau}$ par $1 - i\Delta_S\tau$. L'équation (3.33) devient alors

$$A'_S(0) = (1 - \gamma - i\Delta_S\tau)(A_S(0) + gA_P(l/2)A_S^*(0)) + \sqrt{2\gamma_2}A_S^{in} \quad (3.36)$$

Nous allons chercher les valeurs stationnaires des champs dans l'OPO. La condition de résonance impose que le champ après un tour de cavité soit identique à lui-même, ce qui donne le système d'équation pour la pompe et le signal

$$\begin{cases} A_P(l/2) & = A_P^{in} - \frac{g}{2}A_S(0)^2 - \frac{g^2}{4}|A_S(0)|^2A_P^{in} \\ (\gamma + i\Delta_S\tau)A_S(0) & = gA_P(l/2)A_S^*(0) + \sqrt{2\gamma_2}A_S^{in} \end{cases} \quad (3.37)$$

où A_P^{in} est le champ pompe mis en entrée de l'OPO.

C.4.2 Expression du seuil d'oscillation

Déterminons les conditions d'oscillation de l'OPO, c'est-à-dire les conditions pour lesquelles on obtient un champ signal dans la cavité alors qu'on n'a pas mis de signal en entrée. Si on considère la seconde équation du système (3.37) et son équation conjuguée, on obtient, en l'absence de champ signal incident

$$\begin{cases} A_S(0)(\gamma + i\Delta_S\tau) - A_S^*(0)gA_P(l/2) & = 0 \\ -A_S(0)gA_P^*(l/2) + A_S^*(0)(\gamma - i\Delta_S\tau) & = 0 \end{cases} \quad (3.38)$$

On a des solutions non nulles pour le champ signal si et seulement si le déterminant du système précédent est nul, c'est-à-dire

$$\gamma^2 + \Delta_S^2\tau^2 - g^2|A_P(l/2)|^2 = 0 \quad (3.39)$$

qui donne le *seuil* devant être atteint par la pompe pour que le signal puisse osciller dans la cavité

$$|A_P(l/2)|_{seuil}^2 = \frac{\gamma^2 + \Delta_S^2 \tau^2}{g^2} \quad (3.40)$$

On constate qu'au-dessus du seuil d'oscillation, la puissance du champ pompe au centre du milieu non-linéaire est fixée uniquement par les caractéristiques de la cavité et du milieu, et ne dépend pas de la puissance pompe incidente. Ensuite, notons que lorsqu'on est juste au seuil, la puissance de signal produite est nulle. On peut donc négliger les termes en $A_S(0)$ dans la première équation de (3.37) et en déduire que la puissance de seuil pour la pompe en entrée de la cavité est la même qu'au centre du milieu non-linéaire. En écrivant la puissance seuil pour la pompe en entrée avec tous les paramètres physiques, on trouve, à résonance

$$P_{P,seuil}^{in}(\Delta_S = 0) = S \frac{(T_1 + L)^2}{2(1 - T_1 - L)} \frac{n(\omega_P)n(\omega_S)^2 \epsilon_0 c^3}{(\chi^{(2)})^2 l^2 \omega_S^2} = \frac{(T_1 + L)^2}{4(1 - T_1 - L)} \frac{1}{E_{NL}(l, 0)} \quad (3.41)$$

où $E_{NL}(l, 0)$ est l'efficacité de conversion en simple passage pour le processus de doublement donnée par l'expression (3.9).

C.5 Solutions stationnaires au-dessus du seuil

On suppose maintenant que la puissance de pompe en entrée est supérieure ou égale à la puissance de seuil. On cherche à exprimer la puissance de signal que l'on peut obtenir en sortie si on ne met pas de champ signal en entrée. Le plus simple pour établir l'expression de la puissance de signal dans la cavité est d'écrire l'équation de bouclage à partir de l'équation (3.31). On trouve

$$A_S(0) \left(\gamma + i\Delta_S \tau + \frac{g^2}{2} |A_S(0)|^2 \right) = g A_P^{in} A_S^*(0) \quad (3.42)$$

Il est usuel de définir le *paramètre de pompe* σ par

$$\sigma = \sqrt{\frac{P_P^{in}}{P_{P,seuil}^{in}(\Delta_S = 0)}} = \frac{g}{\gamma} |A_P^{in}| \quad (3.43)$$

En prenant le module au carré de (3.42), il vient

$$\left(\gamma + \frac{g^2}{2} |A_S(0)|^2 \right)^2 + (\Delta_S \tau)^2 = \gamma^2 \sigma^2 \quad (3.44)$$

et l'on trouve alors $|A_S(0)|^2$ qui vaut

$$|A_S(0)|^2 = \frac{2}{g^2} (\sqrt{\gamma^2 \sigma^2 - (\Delta_S \tau)^2} - \gamma) \quad (3.45)$$

Cette solution n'existe que si le membre de droite est positif, ce qui est le cas si et seulement si la puissance de pompe en entrée P_P^{in} est plus grande que la puissance de seuil $P_{P,seuil}^{in}(\Delta_S)$, ce qui est effectivement le résultat attendu.

Ce qui nous intéresse surtout, c'est l'allure de la puissance du signal en sortie de la cavité en fonction du déphasage $\Delta_S\tau$ quand on est au-dessus du seuil. En faisant un développement limité pour $\frac{\Delta_S\tau}{\gamma\sigma} \ll 1$ de l'équation (3.45), on trouve

$$|A_S(0)|^2 \approx \frac{2}{g^2} \left(\gamma(\sigma - 1) - \frac{(\Delta_S\tau)^2}{2\gamma\sigma} \right) \quad (3.46)$$

La puissance de signal évolue de façon quadratique avec le désaccord et on a des paraboles inversées autour de chaque pic de la cavité dont la largeur augmente avec la puissance de pompe incidente. La figure 3.6 présente l'allure typique de la puissance du signal en sortie en fonction du déphasage de la cavité quand on est proche du seuil.

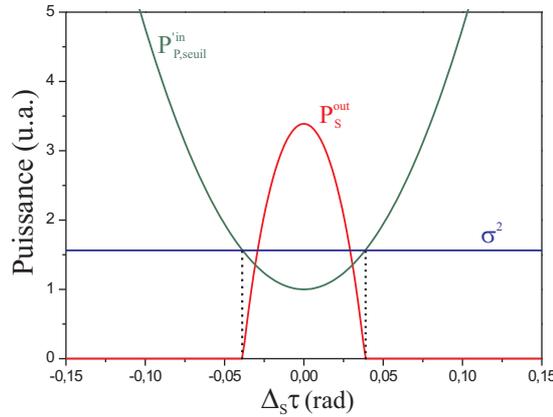


FIG. 3.6 – Puissance de signal sortant de la cavité OPO (P_S^{out}) et puissance de seuil pour la pompe ($P_{P,seuil}^{in}$) normalisée au seuil à résonance pour un paramètre de pompe $\sigma = 1,25$, un miroir de couplage de transmission 7 % en puissance et des pertes linéaires de 3 % dans la cavité. La résonance de la cavité pour le signal se situe à $\Delta_S\tau = 0$.

Quand on est à résonance, on obtient

$$P_S^{out} \propto \sigma - 1 \quad (3.47)$$

ce qui montre que la puissance de signal en sortie augmente comme la racine carrée de la puissance de pompe incidente.

C.6 Gain paramétrique sous le seuil

On considère à partir de maintenant que la puissance de pompe incidente est inférieure à la puissance de seuil et on met un champ incident sur la voie signal : A_S^{in} . Le système se comporte alors comme un amplificateur pour le signal (OPA), et on va calculer le ratio entre la puissance de signal sortant de la cavité avec et sans pompe, ce qu'on appelle le *gain paramétrique*. On supposera pour simplifier les calculs que le champ signal rentrant dans la cavité est très faible devant le champ pompe de plusieurs ordres de grandeur, ce qui permettra de négliger la déplétion de la pompe due au signal présent dans la cavité, même après amplification.

C.6.1 Signal sortant de la cavité sans pompe et avec pompe

On suppose qu'on ne met pas de pompe en entrée. Le champ signal rentre par le miroir M_2 et ressort par le miroir M_1 (figure 3.5). En adaptant l'équation (3.22) à ce cas, on trouve la puissance de signal sortant dans la cavité

$$P_{S \text{ sans } P}^{out} = \frac{4T_1T_2}{(T_1 + L)^2} P_S^{in} \quad (3.48)$$

On considère maintenant que la puissance de pompe en entrée est inférieure à la puissance de seuil, et on suppose que la cavité est à résonance avec le signal. Le champ $A_P(l/2)$ s'écrit alors, en négligeant la déplétion et les pertes sur la pompe

$$|A_P(l/2)| = |A_P^{in}| = \sigma \frac{\gamma}{g} \quad (3.49)$$

On note θ_P la phase de la pompe au centre du milieu non-linéaire et θ_S celle du champ signal en entrée du milieu non-linéaire. A partir de la seconde équation du système (3.37), on en déduit le champ signal

$$|A_S(0)| (\gamma e^{i\theta_S} - \gamma \sigma e^{i(\theta_P - \theta_S)}) = \sqrt{T_2} A_S^{in} \quad (3.50)$$

La puissance de sortie du signal par le miroir M_1 vaut alors

$$P_S^{out} = \frac{T_1T_2}{\gamma^2 |1 - \sigma e^{i\theta}|^2} P_S^{in} = \frac{4T_1T_2}{(T_1 + L)^2} \frac{1}{1 + \sigma^2 - 2\sigma \cos(\theta)} P_S^{in} \quad (3.51)$$

avec $\theta = \theta_P - 2\theta_S$.

C.6.2 Expression du gain paramétrique

Le gain paramétrique est défini comme le ratio des puissances de signal sortant avec et sans pompe, ce qui donne

$$G = \frac{P_S^{out}}{P_{S \text{ sans } P}^{out}} = \frac{1}{1 + \sigma^2 - 2\sigma \cos(\theta)} \quad (3.52)$$

On voit que ce gain évolue en fonction de la phase relative entre la pompe et le signal. Si $G > 1$, on a amplification du signal. Si $G < 1$, on a désamplification. Le gain minimum ($\theta = \pi$) et le gain maximum ($\theta = 0$) valent respectivement

$$G_{min} = \frac{1}{(1 + \sigma)^2} \quad \text{et} \quad G_{max} = \frac{1}{(1 - \sigma)^2} \quad (3.53)$$

Comme on peut le voir sur la figure 3.7, l'amplification diverge lorsqu'on se rapproche du seuil d'oscillation alors que la désamplification tend vers la limite $\frac{1}{4}$.

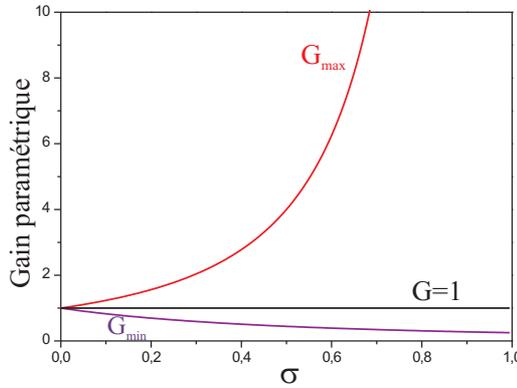


FIG. 3.7 – Gain paramétrique maximum, minimum et unité de l’OPA injecté en fonction du paramètre de pompe σ .

C.7 Fluctuations quantiques sous le seuil et états comprimés

C.7.1 Fluctuations quantiques dans un OPO

Jusqu’à présent, nous avons mené une étude de l’OPO en utilisant une description classique des champs. Nous allons maintenant regarder les fluctuations quantiques apparaissant dans cet OPO. Nous utilisons pour cela une approche semi-classique [Reynaud et Heidmann, 1989], [Fabre *et al.*, 1989] dans laquelle nous linéarisons les équations décrivant l’OPO en utilisant la décomposition en champ moyen et fluctuations décrite à la section A.1.4 du chapitre 1.

Considérons le schéma de la cavité représenté sur la figure 3.5 et supposons que la cavité est à résonance avec le signal ($\Delta_S = 0$) afin de simplifier les calculs. On peut écrire l’équation donnant le champ signal après un tour de la cavité OPO en utilisant l’équation (3.33)

$$A_S(t + \tau) = (1 - \gamma)(A_S(t) + gA_P(t)A_S^*(t)) + \sqrt{2\gamma_2}A_S^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_1}A_{V_1}^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_L}A_{V_L}^{in}(t) \quad (3.54)$$

où $A_{V_1}^{in}(t)$ et $A_{V_L}^{in}(t)$ désignent les fluctuations du vide rentrant dans la cavité à cause des pertes linéaires ainsi que par le miroir M_1 . $A_P(t)$ désigne $A_P(l/2, t)$. Dans le dernier terme de droite, on peut considérer que γ_L désigne bien toutes les pertes linéaires à l'exception du miroir 1 étant donné que $\gamma_2 \ll \gamma_L$. On en déduit les deux équations d'évolution temporelles régissant la cavité OPO

$$\begin{cases} A_P(t) &= A_P^{in}(t) - \frac{g}{2}A_S(t)^2 - \frac{g^2}{4}|A_S(t)|^2A_P^{in}(t) \\ \tau \frac{dA_S}{dt} + \gamma A_S(t) &= gA_P(t)A_S^*(t) + \sqrt{2\gamma_2}A_S^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_1}A_{V_1}^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_L}A_{V_L}^{in}(t) \end{cases} \quad (3.55)$$

En linéarisant les équations, on trouve deux systèmes d'équations : un pour les valeurs moyennes, résolu précédemment, et un pour les fluctuations, qui s'écrit

$$\begin{cases} \delta A_P &= \delta A_P^{in} - g \langle A_S \rangle \delta A_S - \frac{g^2}{4} \langle |A_S|^2 \rangle \delta A_P^{in} - \frac{g^2}{4} \delta |A_S|^2 \langle A_P^{in} \rangle \\ \tau \frac{d\delta A_S}{dt} + \gamma \delta A_S &= g [\langle A_P \rangle \delta A_S^* + \delta A_P \langle A_S^* \rangle] + \sqrt{2\gamma_2} \delta A_S^{in} + \sqrt{2\gamma_1} \delta A_{V_1}^{in} + \sqrt{2\gamma_L} \delta A_{V_L}^{in} \end{cases} \quad (3.56)$$

Au-dessus du seuil, le terme $\delta A_P \langle A_S^* \rangle$ sera non nul dans la seconde équation : les fluctuations du champ signal vont dépendre de celles du champ pompe. En dessous du seuil, les fluctuations du champ pompe sont découplées des fluctuations du champ signal et permettent d'obtenir un état de vide comprimé, comme nous allons le voir maintenant. C'est ce cas qui nous intéresse le plus expérimentalement.

C.7.2 Fluctuations sous le seuil

A partir de maintenant, nous considèrerons un fonctionnement en dessous du seuil. On note θ_P la phase du champ $\langle A_P(l/2) \rangle$. Ce champ vaut alors

$$\langle A_P(l/2) \rangle = \langle A_P^{in} \rangle = \sigma \frac{\gamma}{g} e^{i\theta_P} \quad (3.57)$$

Les fluctuations du champ signal étant découplées de celles du champ pompe, seule la seconde équation du système (3.56) nous intéresse

$$\tau \frac{d\delta A_S}{dt} + \gamma \delta A_S = \gamma \sigma \delta A_S^* e^{i\theta_P} + \sqrt{2\gamma_2} \delta A_S^{in} + \sqrt{2\gamma_1} \delta A_{V_1}^{in} + \sqrt{2\gamma_L} \delta A_{V_L}^{in} \quad (3.58)$$

On note $\theta = \theta_P/2$ et on multiplie les deux membres de l'équation par $e^{-i\theta}$. Après transformée de Fourier, on obtient l'équation algébrique

$$\begin{aligned} (\gamma - i\Omega\tau) \delta A_S(\Omega) e^{-i\theta} &= \gamma \sigma \delta A_S^*(\Omega) e^{i\theta} + \sqrt{2\gamma_2} \delta A_S^{in}(\Omega) e^{-i\theta} \\ &+ \sqrt{2\gamma_1} \delta A_{V_1}^{in}(\Omega) e^{-i\theta} + \sqrt{2\gamma_L} \delta A_{V_L}^{in}(\Omega) e^{-i\theta} \end{aligned} \quad (3.59)$$

On introduit maintenant les quadratures $X_\theta(\Omega)$ et $Y_\theta(\Omega)$ vues au chapitre 1. En exprimant les champs $A(\Omega)e^{-i\theta}$ et $A^*(\Omega)e^{i\theta}$ avec ces quadratures dans l'équation précédente et son équation conjuguée, on obtient les fluctuations des quadratures X_θ et Y_θ pour le champ signal

$$\begin{cases} \delta X_{\theta,S}(\Omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma_2}\delta X_{\theta,S}^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_1}\delta X_{\theta,V_1}^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_L}\delta X_{\theta,V_L}^{in}(\Omega)}{\gamma(1-\sigma) - i\Omega\tau} \\ \delta Y_{\theta,S}(\Omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma_2}\delta Y_{\theta,S}^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_1}\delta Y_{\theta,V_1}^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_L}\delta Y_{\theta,V_L}^{in}(\Omega)}{\gamma(1+\sigma) - i\Omega\tau} \end{cases} \quad (3.60)$$

C.7.3 Production d'un état de vide comprimé

Supposons maintenant qu'on ne mette pas de champ signal incident. A ce moment-là, seules les fluctuations du vide entrent dans l'OPO. En reprenant les équations (3.60) dans ce cas et en incluant les pertes par le miroir 2 dans les pertes linéaires, on trouve le système

$$\begin{cases} \delta X_{\theta,S}(\Omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma_1}\delta X_{\theta,V_1}^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_L}\delta X_{\theta,V_L}^{in}(\Omega)}{\gamma(1-\sigma) - i\Omega\tau} \\ \delta Y_{\theta,S}(\Omega) &= \frac{\sqrt{2\gamma_1}\delta Y_{\theta,V_1}^{in}(\Omega) + \sqrt{2\gamma_L}\delta Y_{\theta,V_L}^{in}(\Omega)}{\gamma(1+\sigma) - i\Omega\tau} \end{cases} \quad (3.61)$$

Nous en déduisons les fluctuations en sortie de la cavité après passage par le miroir M_1 grâce à la relation de continuité $\delta X_{\theta,S}^{out}(\Omega) = \sqrt{2\gamma_1}\delta X_{\theta,S}(\Omega) - (1-\gamma_1)\delta X_{\theta,V_1}^{in}(\Omega)$

$$\begin{cases} \delta X_{\theta,S}^{out}(\Omega) &= \frac{2\gamma_1 - \gamma(1-\sigma) + i\Omega\tau}{\gamma(1-\sigma) - i\Omega\tau}\delta X_{\theta,V_1}^{in}(\Omega) + \frac{2\sqrt{\gamma_1\gamma_L}}{\gamma(1-\sigma) - i\Omega\tau}\delta X_{\theta,V_L}^{in}(\Omega) \\ \delta Y_{\theta,S}^{out}(\Omega) &= \frac{2\gamma_1 - \gamma(1+\sigma) + i\Omega\tau}{\gamma(1+\sigma) - i\Omega\tau}\delta Y_{\theta,V_1}^{in}(\Omega) + \frac{2\sqrt{\gamma_1\gamma_L}}{\gamma(1+\sigma) - i\Omega\tau}\delta Y_{\theta,V_L}^{in}(\Omega) \end{cases} \quad (3.62)$$

En utilisant la définition (1.32), on peut calculer la densité spectrale de bruit du signal en sortie de la cavité, en rappelant qu'elle vaut 1 pour du vide avec nos conventions

$$\begin{cases} S_{X_{\theta,S}}(\Omega) &= 1 + \frac{T_1}{T_1 + L} \frac{4\sigma}{(1-\sigma)^2 + 4\frac{\Omega^2}{\Omega_c^2}} \\ S_{Y_{\theta,S}}(\Omega) &= 1 - \frac{T_1}{T_1 + L} \frac{4\sigma}{(1+\sigma)^2 + 4\frac{\Omega^2}{\Omega_c^2}} \end{cases} \quad (3.63)$$

où $\Omega_c = \frac{2\gamma}{\tau}$ est la bande passante de la cavité. On peut vérifier facilement qu'on a bien $S_{X_{\theta,S}}(\Omega)S_{Y_{\theta,S}}(\Omega) \geq 1 \forall \Omega$, avec égalité si et seulement si $L = 0$: les pertes linéaires dans la cavité engendrent un excès de bruit et conduisent à des états non-minimaux.

On constate immédiatement qu'en dessous du seuil, on a $S_{Y_{\theta,S}}(\Omega) < 1$ quelle que soit la valeur des autres paramètres T_1, L, Ω, Ω_c : on obtient un état de vide comprimé selon la quadrature Y d'angle θ . En changeant la phase relative entre la pompe et le signal, on change la quadrature qui est comprimée. On peut voir l'allure de la densité spectrale de bruit de la quadrature Y_θ en fonction de la fréquence sur la figure 3.8.

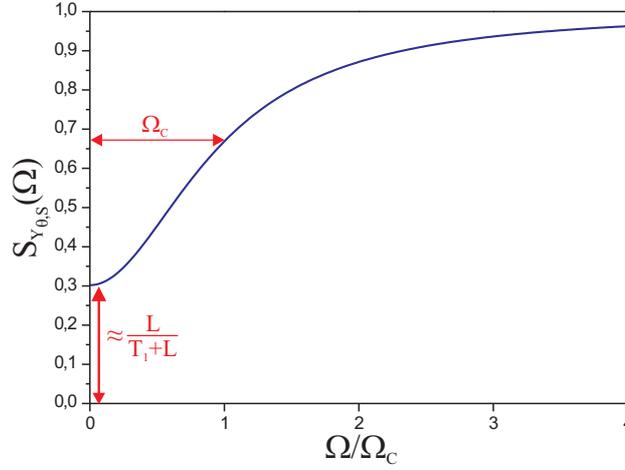


FIG. 3.8 – Densité spectrale de bruit en sortie de l'OPO de la quadrature comprimée pour un paramètre de pompe $\sigma = 0.9$, un miroir de couplage de transmission 7 % en puissance et des pertes linéaires de 3 % dans la cavité. $\Omega = 0$ correspond à la fréquence de résonance de la cavité.

Le calcul de la dérivée de $S_{Y_{\theta,S}}$ nous montre que cette fonction est décroissante avec σ et croissante avec Ω . Le maximum de compression de bruit sera donc atteint à la limite du seuil d'oscillation, avec une fréquence d'analyse aussi faible que possible. Expérimentalement, on ne pourra pas descendre trop bas en fréquence d'analyse à cause d'un excès de bruit technique qui détruit la compression de bruit aux basses fréquences. Enfin, un calcul un peu plus long nous montre que le taux de compression augmente avec la transmission du miroir de couplage M_1 , à paramètre de pompe σ fixé. On aura donc intérêt à choisir un miroir possédant une transmission la plus grande possible. Cependant, la puissance de pompe nécessaire pour maintenir σ constant évolue comme le carré de la transmission du miroir. Expérimentalement, à puissance de pompe maximale disponible fixée, on en déduit une valeur limite pour la transmission du miroir M_1 . Notons enfin que, pour une cavité donnée, la valeur minimum pour la densité spectrale de bruit est

$$S_{min} = \frac{L}{T_1 + L} \quad (3.64)$$

Cette valeur est obtenue au seuil, à fréquence d'analyse nulle, en supposant qu'il n'y a pas de bruit technique. On voit donc le rôle critique joué par les pertes linéaires L : il faut les limiter le plus possible pour obtenir un taux de compression correct.

C.7.4 Production d'un état comprimé non vide

Supposons à présent qu'on se place dans les conditions qui nous ont permis de calculer le gain paramétrique : puissance pompe sous le seuil et champ signal incident très faible devant le champ pompe, même après amplification. On suppose de plus que les fluctuations du champ pompe sont proches du bruit quantique standard. Avec ces conditions, le terme $\delta A_P \langle A_S^* \rangle$ de la seconde équation de (3.56) est encore négligeable devant le terme $\langle A_P \rangle \delta A_S^*$. L'équation (3.58) est donc toujours valable. Si le champ incident a des fluctuations limitées au bruit quantique standard (état cohérent), tous les calculs effectués précédemment sans signal incident sont encore valables. On obtient par conséquent en sortie de l'OPO un *état comprimé d'amplitude non nulle*. De tels états produits par ce système ont déjà été mis en évidence expérimentalement (voir par exemple [Schiller *et al.*, 1995],[Lam *et al.*, 1999]). Si on cherche à augmenter la puissance de signal incident sur la cavité afin d'augmenter l'intensité du faisceau comprimé, les fluctuations de la pompe deviennent non négligeables et se couplent à celles du signal. De plus les fluctuations du signal incident deviennent prépondérantes dans le processus. Ces fluctuations étant limitées au bruit quantique standard ou le plus souvent présentant un excès de bruit, il s'en suit une détérioration rapide du taux de compression du signal en sortie [Lam *et al.*, 1999].

C.8 Prise en compte de l'absorption de la pompe

Comme expliqué dans la section sur le doubleur de fréquence, la pompe sera absorbée de façon assez importante dans le milieu non-linéaire que l'on utilisera expérimentalement. Jusqu'à présent, cette absorption n'a pas été prise en compte. Nous allons tâcher de voir l'influence qu'elle peut avoir sur le seuil d'oscillation, le gain paramétrique et le taux de compression du signal en sortie.

Les équations d'évolution (3.26) dans le cas dégénéré deviennent, en considérant l'accord de phase parfait

$$\begin{cases} \frac{\partial A_P(z)}{\partial z} + \alpha(\omega_P)A_P(z) &= -\xi A_S(z)A_I(z) \\ \frac{\partial A_S(z)}{\partial z} &= \xi A_P(z)A_S^*(z) \end{cases} \quad (3.65)$$

En linéarisant les champs, et en se limitant à l'ordre 1 en $\alpha(\omega_P)l$, on obtient les relations

entre les champs en entrée du milieu non-linéaire et en sortie, de façon similaire à (3.32)

$$\begin{cases} A_P(l/2) &= \left(1 - \alpha(\omega_P)\frac{l}{2}\right) A_P(0) - \frac{g}{2} \left(1 - \alpha(\omega_P)\frac{l}{4}\right) A_S(0)^2 - \frac{g^2}{4} |A_S(0)|^2 A_P(0) \\ A_S(l) &= A_S(0) + gA_P(l/2)A_S^*(0) \end{cases} \quad (3.66)$$

L'équation d'évolution de $A_S(l)$ est donc la même que dans le cas où l'on n'avait pas absorption. Ce qui va changer c'est que la puissance de pompe au centre du cristal ne sera plus égale à la puissance incidente à cause de l'absorption. On en déduit que l'équation de bouclage pour le signal est la même que précédemment et que par conséquent le seuil d'oscillation pour $|A_P(l/2)|$ reste inchangé. Le seuil pour la pompe en entrée est lui divisé par $1 - \alpha l$ ce qui est finalement assez intuitif

$$P_{P, \text{seuil}, \alpha}^{\text{in}} = \frac{P_{P, \text{seuil}, \alpha=0}^{\text{in}}}{1 - \alpha(\omega_P)l} \quad (3.67)$$

Dans notre cas, on aura $\alpha(\omega_P)l \approx 10\%$. Il faudra donc environ 10 % de puissance en plus en entrée pour atteindre le seuil par rapport au cas sans absorption.

Il convient dans le cas de la pompe absorbée de définir le paramètre de pompe par rapport au nouveau seuil, ce qui donne

$$\sigma_\alpha = \sqrt{\frac{P_P^{\text{in}}}{P_{P, \text{seuil}, \alpha}^{\text{in}}|_{\phi_S=0}}} = \left(1 - \alpha(\omega_P)\frac{l}{2}\right) \sigma \quad (3.68)$$

En reprenant les calculs des sections précédentes, on se rend compte que seule l'équation de bouclage pour le signal intervient pour le calcul des solutions stationnaires au-dessus du seuil, du gain paramétrique et du taux de compression. *On en déduit donc que tous les résultats énoncés précédemment sont encore valables si la pompe est absorbée, à condition de remplacer σ par σ_α dans les formules, c'est-à-dire à condition de tout normaliser à la puissance de seuil effective en présence des pertes.*

En conclusion, le fonctionnement d'un OPO doublement résonant en présence d'absorption de la pompe est le même que s'il n'y avait pas d'absorption, à condition d'augmenter la puissance d'entrée pour compenser l'absorption dans le milieu non-linéaire.

Réalisation expérimentale d'un doubleur de fréquence et d'un OPO à 852 nm

Sommaire

A	Choix du milieu non-linéaire et du type de cavité	100
A.1	Le milieu non-linéaire	100
A.2	La cavité	102
B	Le doubleur de fréquence	103
B.1	Focalisation dans le cristal	105
B.2	Choix du miroir de couplage	108
B.3	Asservissement	109
B.4	Résultats obtenus	109
C	L'oscillateur paramétrique optique	113
D	Caractérisation d'un état par tomographie quantique ho-	
	modyne	115
D.1	Les différentes méthodes de tomographie quantique	116
D.2	Algorithme de calcul du maximum de vraisemblance : MaxLik	117
D.3	Test de l'algorithme MaxLik avec un état comprimé	122
E	Conclusion	126

Nous présentons dans ce chapitre le dispositif expérimental que nous avons mis en place afin de produire un état de vide comprimé à 852,1 nm, c'est-à-dire résonant avec la raie D_2 du césium. Comme annoncé précédemment, le dispositif utilisé est un oscillateur paramétrique optique fonctionnant sous le seuil d'oscillation. Nous avons vu au chapitre 3 qu'un tel système permet effectivement d'obtenir en sortie un état de vide comprimé. Cet OPO doit être pompé à la fréquence double, c'est-à-dire avec un laser

de longueur d'onde 426 nm. Nous avons par conséquent aussi construit un doubleur de fréquence permettant de produire ce faisceau de pompe.

Les expériences utilisant du vide comprimé aux longueurs d'onde résonantes avec des atomes pour des mesures de spectroscopie [Polzik *et al.*, 1992] ou d'interaction en configuration de transparence induite électromagnétiquement (EIT) [Hétet *et al.*, 2007], [Appel *et al.*, 2008] et [Honda *et al.*, 2008] ont en général autour de 3 dB de compression de bruit dans la bande de fréquences utile pour l'expérience. Nous considérerons par conséquent notre but atteint si nous obtenons 3 dB de compression de bruit entre 500 kHz et 2 MHz, correspondant aux largeurs typiques des fenêtres de transparence obtenues par EIT. Nous étudierons particulièrement le comportement du spectre de bruit à basse fréquence (<500 kHz) étant donnée que les performances du stockage par EIT dans des atomes augmentent quand la fréquence d'analyse diminue.

Après avoir présenté les performances de l'OPO en termes de compression de bruit de l'état de sortie, nous étudierons la technique de reconstruction de l'état quantique par tomographie que nous avons mise en place afin de remplacer la mesure du spectre de bruit. Cette méthode de reconstruction s'appuie sur un algorithme de maximum de vraisemblance.

A Choix du milieu non-linéaire et du type de cavité

A.1 Le milieu non-linéaire

Le choix du milieu non-linéaire dans lequel les processus du deuxième ordre vont avoir lieu est crucial puisque ce sont ses propriétés qui vont fixer les paramètres à utiliser pour la cavité et par conséquent l'efficacité totale de conversion. Etant donné que les processus de doublage de fréquence et de conversion paramétrique dégénérée sont symétriques, nous nous contenterons de choisir le milieu non-linéaire pour optimiser le doublage de fréquence en supposant que cela doit a priori aussi optimiser la conversion paramétrique.

Nous choisissons de travailler avec un cristal non-linéaire. Ces cristaux ont connu de très grands développements ces trente dernières années, et sont de bonne qualité et d'un emploi aisé, ce qui justifie leur utilisation dans la plupart des expériences actuelles de doublage de fréquence et conversion paramétrique. Les cristaux habituellement utilisés pour faire du doublage entre 700 nm et 1,1 μm peuvent se diviser en deux classes. Il y a ceux possédant un faible effet non-linéaire, avec des coefficients non-linéaires d de l'ordre de 1 à 3 pm/V, comme le triborate de lithium (LBO), le beta borate de baryum (BBO), le BIBO, l'iodate de lithium (LiIO_3) et le phosphate dihydrogène de potassium (KDP). La seconde classe comporte des cristaux présentant des coefficients non-linéaires forts ($d \sim 10$ à 30 pm/V), comme le tantalate de lithium (LiTaO_3), le niobate de potassium (KNbO_3), le phosphate de potassium titanyl (KTP) et le niobate

de lithium (LiNbO_3), ces trois derniers cristaux pouvant être périodiquement inversés.

Les cristaux à faibles coefficients non-linéaires ont été et sont encore aujourd'hui largement utilisés : [Bourzeix *et al.*, 1993], [Jurdik *et al.*, 2002] (LBO), [Bourzeix, 1995] (BBO), [Adams et Ferguson, 1990] (LiIO_3). Cependant, pour avoir un taux de doublage de fréquence correct (plusieurs dizaines de %) avec une faible non-linéarité il faut avoir une cavité de “grande” finesse, de l'ordre de 300 au minimum. Les fortes puissances de pompe intracavité en résultant peuvent engendrer des problèmes de type lentille thermique sur le cristal, ce qui diminue l'efficacité, ou bien provoquer des dommages dans le cristal du fait des fortes focalisations utilisées. De plus, si la finesse de la cavité devient vraiment grande, il peut être difficile d'asservir cette dernière.

Pour toutes ces raisons, nous avons choisi d'utiliser une cavité de faible finesse (<100), associée à un cristal possédant une forte non-linéarité. Les cristaux de LiNbO_3 et LiTaO_3 sont rejetés d'office car ils présentent un effet photoréfractif important à température ambiante [Ashkin *et al.*, 1966]. Il faudrait chauffer le cristal bien au-dessus de 100°C afin de s'affranchir du problème ce que nous ne souhaitons pas faire expérimentalement. Le problème apparaît aussi pour des cristaux périodiquement inversés [Meyn *et al.*, 2004]. Il est possible de s'affranchir plus ou moins bien de ce problème en dopant les cristaux, par exemple avec de l'oxyde de magnésium pour le LiNbO_3 [Furukawa *et al.*, 2000]. De la compression de bruit à l'aide d'un OPO basé sur ce type de cristal a déjà été réalisée [Schneider *et al.*, 1998].

Le niobate de potassium semble être un bon candidat pour faire du doublage de fréquence à 852 nm. Il a d'ailleurs été utilisé dans les deux seules expériences connues à ce jour de doublage de fréquence et production d'un état de vide comprimé par OPO à 852 nm [Polzik et Kimble, 1991], [Neergaard-Nielsen *et al.*, 2006]. Il a aussi été utilisé pour faire du doublage de fréquence pour pomper un OPO ayant produit 9 dB de compression de bruit à 860 nm [Takeno *et al.*, 2007]. Cependant, ce cristal présente un effet appelé BLIIRA (“blue light induced infrared absorption”) préjudiciable si on souhaite l'utiliser dans un OPO [Mabuchi *et al.*, 1994]. A cause de cet effet, la pompe à 426 nm engendre des pertes supplémentaires sur le signal, diminuant d'autant le taux de compression pouvant être atteint. De plus, l'accord de phase à 852 nm pour le KNbO_3 se fait à une température de $5,7^\circ\text{C}$ [Biaggio *et al.*, 1992], ce qui pose des problèmes de condensation sur le cristal.

Le dernier cristal présentant une bonne efficacité non-linéaire est le KTP. Cependant, il n'est pas possible d'obtenir l'accord de phase de type II à 852 nm pour ce cristal, et pour un accord de phase de type I ce n'est pas efficace [Anthon et Crowder, 1987]. La solution est donc d'utiliser un cristal périodiquement retourné (PPKTP) pour lequel l'accord de phase de type I peut être obtenu à température ambiante. Ce type de cristal est très utilisé pour faire du doublage de fréquence ou de la conversion paramétrique à des longueurs d'onde proches de la nôtre [Torabi-Goudarzi et Riis, 2003], [Le Targat *et al.*, 2005], [Suzuki *et al.*, 2006]. Il a l'avantage de présenter une forte non-

linéarité associée à un très faible walk-off, sans présenter les inconvénients que sont le BLIIRA et les effets photoréfractifs. Il a cependant un problème appelé “gray-tracking” [Boulanger *et al.*, 2000] lorsqu’il est pompé avec des faisceaux focalisés de fortes puissances : la transparence se dégrade fortement au bout de quelques minutes, ce qui oblige à changer le point de fonctionnement dans le cristal. Ce processus est réversible en chauffant fortement le matériau mais empêche un fonctionnement optimal du système pendant plusieurs heures. Il existe cependant des méthodes pour éviter ce phénomène : focalisation moins forte, puissance de pompe moindre, cristaux spécialement traités, etc. Notons que cet effet n’apparaît pas sur tous les cristaux de KTP et qu’il est fortement dépendant des longueurs d’onde utilisées et du fabricant du cristal [Laurat, 2004].

Nous avons finalement choisi d’utiliser des cristaux de PPKTP. Ils présentent en effets tous les avantages recherchés et ont été largement validés dans de nombreuses expériences d’optique non-linéaire. Les caractéristiques du KTP sont données en annexe D. Il présente la plus grande efficacité non-linéaire selon l’axe z avec un coefficient $d_{33} = 15,4$ pm/V. L’avantage du cristal de type PP est de permettre d’avoir tous les faisceaux polarisés selon cet axe et de profiter ainsi de l’effet non-linéaire le plus fort. La valeur de la période du retournement des domaines ferromagnétiques afin d’avoir quasi-accord de phase à 852,1 nm pour une température du cristal de 45°C est $\Lambda = 4,21$ microns. Nous avons choisi de travailler aux alentours de 45°C afin d’utiliser l’air ambiant de la salle d’expérience comme la source froide et d’avoir ainsi une très bonne dynamique et une très bonne précision pour le contrôle de la température du cristal.

Nous avons acheté 5 cristaux de PPKTP chez Raicol Crystals. Il s’agit de cristaux de type I mesurant 1 mm (x) \times 2 mm (y) \times 20 mm (z). Les traitements anti-reflets ont été faits pour trois de ces cristaux par cette société et pour les deux autres par la société Layertec ($R < 0,2$ % à 426 et 852 nm à 0°). Ces deux types de traitements ont donné des résultats similaires dans le doubleur de fréquence et l’OPO. Les valeurs d’absorption pour la puissance à 852 et 426 nm sont respectivement 0,01 cm⁻¹ et 0,1 cm⁻¹ [Hansson *et al.*, 2000], valeurs compatibles avec les résultats que nous avons obtenus.

A.2 La cavité

Nous avons le choix entre une cavité linéaire et une cavité en anneau. Les avantages d’une cavité linéaire sont sa facilité d’alignement et sa symétrie. Ses désavantages sont la présence d’une onde stationnaire dans la cavité (avec entre autre l’impossibilité de mettre un faisceau contrapropageant par rapport à la pompe), la présence d’un seul axe d’entrée-sortie et le fait qu’une grande partie des faisceaux est réfléchi vers la

source laser, ce qui peut perturber son fonctionnement.¹ Une cavité en anneau n'a pas ces inconvénients, mais il n'y a plus d'invariance par rotation autour de l'axe du faisceau, ce qui peut engendrer des problèmes d'astigmatisme. Cependant, en utilisant un nombre pair de miroirs [Lam, 1998] et en minimisant les angles entre les différents faisceaux, on peut fortement limiter ces effets.

Nous avons par conséquent choisi d'utiliser des cavités en anneau de type nœud papillon ("bow-tie ring cavity") avec des miroirs de diamètre 1/2 pouce afin de limiter au maximum l'encombrement et les angles entre les faisceaux.

De plus, on a le choix entre des cavités résonantes pour la pompe ou le faisceau produit uniquement, ou des cavités résonantes pour tous les faisceaux. Le fait d'utiliser un cristal périodiquement retourné possédant des indices différents à 852 nm et à 426 nm rendrait une triple résonance extrêmement difficile à obtenir et très instable. Nous avons donc choisi des cavités uniquement résonantes à 852 nm.

B Le doubleur de fréquence

Ce doubleur est pompé à la longueur d'onde de 852,1 nm par le laser décrit à la section D.1 du chapitre 2. Le schéma du montage (ainsi que le schéma de l'OPO qu'on verra à la section C) est présenté sur la figure 4.1.

¹ On dispose d'isolateurs optiques afin de limiter l'incidence d'un retour de faisceau sur les lasers, mais ceux-ci ne sont pas parfaits et ne sont pas optimisés pour la longueur d'onde de la seconde harmonique.

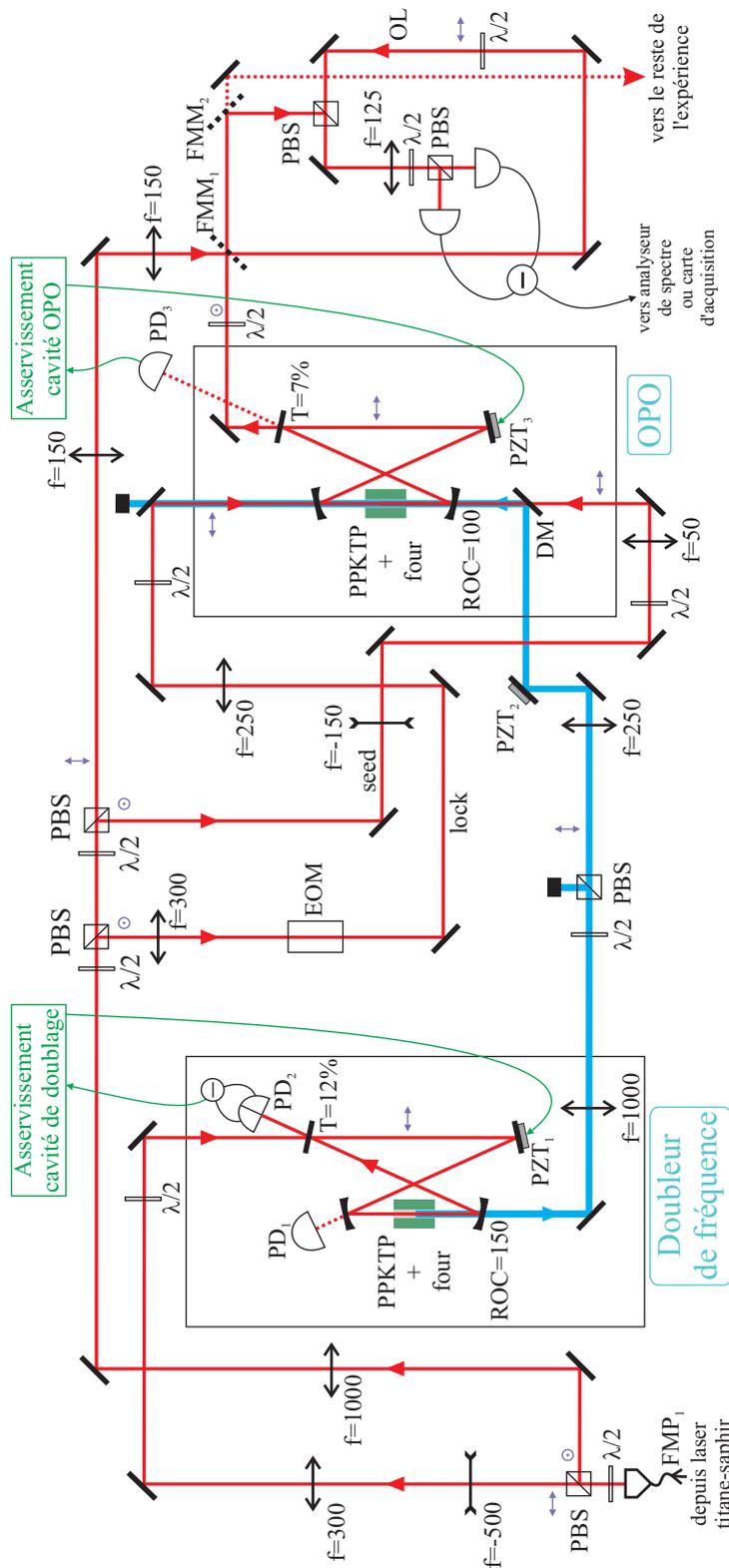


FIG. 4.1 – Schéma du dispositif expérimental composé d'un doubleur de fréquence et d'un oscillateur paramétrique optique permettant de produire des états comprimés (FMP : fibre monomode à maintien de polarisation, DM : miroir dichroïque, FMM : miroir escamotable, seed : faisceau signal source pour l'OPO, lock : faisceau servant à l'asservissement de l'OPO, OL : oscillateur local).

B.1 Focalisation dans le cristal

B.1.1 Paramètre de Boyd et Kleinman

Comme on peut le voir par exemple avec l'équation (3.9) du chapitre 3, l'efficacité des processus non-linéaires dépend de la surface transverse des faisceaux dans le cristal. Les faisceaux étant gaussiens, quelle valeur de focalisation faut-il choisir au centre du cristal afin d'optimiser l'efficacité globale de conversion ? La réponse est apportée par la fameuse étude réalisée par Boyd et Kleinman [Boyd et Kleinman, 1968]. Nous reprenons ici leurs notations (voir l'article pour plus de détails). L'indice 1 désigne la pompe et l'indice 2 la seconde harmonique. Introduisons le *paramètre de focalisation* $\xi = \frac{l}{b}$ avec l la longueur du cristal et $b = k_1 w_1^2$ le paramètre confocal avec w_1 le waist de la pompe que nous considérerons au centre du cristal ($\mu = 0$). On néglige la double-réfraction, qui est de toute façon assez faible dans le KTP ($\beta = 0$). On introduit le paramètre $\tilde{\sigma}$ relié au désaccord de phase par la relation $\tilde{\sigma} = \frac{1}{2}b\Delta'k$ avec $\Delta'k = \Delta k - \frac{2\pi}{\Lambda}$. Quant aux absorptions, on néglige celle de la pompe dans les formules de Boyd et Kleinman (on la prendra cependant en compte pour la puissance circulant dans la cavité) et on utilise notre notation où $\alpha(\omega_2)$ désigne le coefficient d'absorption pour le champ en amplitude (et non en puissance) à la fréquence ω_2 . Avec toutes ces notations et simplifications, les formules de l'article nous donnent l'efficacité non-linéaire sous la forme

$$E_{NL, BK}^{QPM} = \frac{\omega_2^2 (\chi^{(2)})^2}{8n(\omega_2)n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 \pi^2} \frac{4}{\lambda_1} \frac{2n(\omega_1)l}{\lambda_1} (1 - \alpha(\omega_2)l) h(\tilde{\sigma}, 0, \kappa, \xi, 0) \quad (4.1)$$

où $\kappa = -\frac{1}{2}\alpha(\omega_2)b$. Avec nos hypothèses, la fonction h de Boyd et Kleinman s'exprime sous la forme

$$h(\tilde{\sigma}, 0, \kappa, \xi, 0) = \frac{1}{4\xi} \left| \int_{-\xi}^{\xi} d\tau \frac{e^{-\kappa\tau} e^{i\tilde{\sigma}\tau}}{1 + i\tau} \right|^2 \quad (4.2)$$

On peut alors optimiser h en fonction de ξ et $\tilde{\sigma}$, les autres paramètres étant fixés d'après les caractéristiques du cristal. On trouve numériquement que le maximum est atteint pour les paramètres $\tilde{\sigma}_m = 0,573$ et $\xi_m = 2,84$. Ce maximum vaut $h_m = 1,068$. On notera au passage que nous avons bien pris en compte l'absorption de la seconde harmonique mais que celle-ci n'a quasiment aucune influence sur le calcul du maximum de h . Il est intéressant d'étudier l'évolution de la fonction h en fonction de ξ , les autres paramètres étant fixés. Son allure est présentée sur la figure 4.2. On constate que cette courbe varie peu autour de son maximum. Une erreur de focalisation dans le cristal n'a alors que très peu d'influence sur l'efficacité de conversion. Le waist optimal dans le cristal pour la pompe vaut $w_1^{opt} \approx 23 \mu\text{m}$. Ce waist est petit, trop petit même. En effet, un calcul rapide prenant en compte les caractéristiques de notre cavité nous indique que l'on pourra avoir jusqu'à 20 W de puissance de pompe intracavité lorsque la température du cristal ne permet pas la conversion paramétrique. On aura alors jusqu'à 1,2 MW/cm² d'intensité au point de focalisation, ce qui est trop proche du seuil

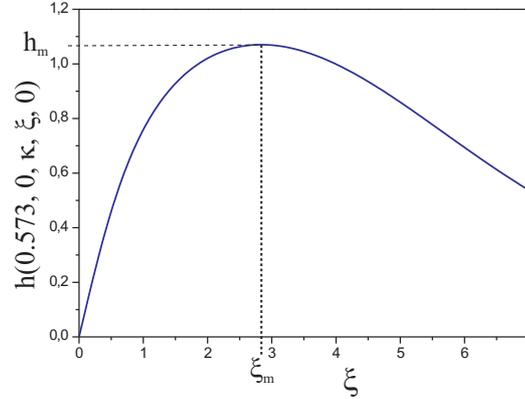


FIG. 4.2 – Evolution de la fonction h de Boyd et Kleinman pour un paramètre $\tilde{\sigma}$ fixé à 0,573 et une absorption de 10 %/cm dans le cristal pour la seconde harmonique. Le maximum est atteint pour $\xi_m = 2,84$ et vaut $h_m = 1,068$.

de dommage du KTP (1,5 à 2 MW/cm²). De plus, avec une telle focalisation on est presque sûr de faire apparaître du gray-tracking, ce phénomène ayant été observé lors de doublage à 795 nm avec un cristal similaire provenant du même fournisseur pour une focalisation de 40 μm [Hétet *et al.*, 2007]. Enfin, des effets de lentille thermique et de bistabilité de la cavité [Torabi-Goudarzi et Riis, 2003] peuvent apparaître si la focalisation dans le cristal est trop forte, ce qui empêche un asservissement optimum de la cavité et diminue fortement l'efficacité de doublage. Pour toutes ces raisons, nous avons décidé d'augmenter très fortement le waist dans le cristal quitte à perdre (a priori) un facteur important sur l'efficacité de conversion. Notons aussi que pour garder une bonne efficacité de conversion, une focalisation moins forte dans le cristal peut être compensée par une augmentation de la longueur de ce dernier. C'est pourquoi nous avons choisi le cristal le plus long que pouvait nous fournir le fabricant.

Nous prenons par conséquent le problème dans l'autre sens. Nous souhaitons avoir au minimum une efficacité de conversion de 2 %/W. D'après l'équation (4.1), on en déduit la valeur correspondante pour h , à savoir 0,43 et on trouve numériquement la valeur du paramètre de focalisation $\xi_{min} = 0,46$ (et $\tilde{\sigma} = 0,96$ dans ce cas). Ceci nous donne finalement le waist choisi pour la pompe du doubleur au centre du cristal

$$w_1^{doubleur} = 57 \mu\text{m} \quad (4.3)$$

La focalisation dans le cristal étant fixée, on peut maintenant calculer le rayon de courbure des miroirs de la cavité.

B.1.2 Rayon de courbure des miroirs et longueur de la cavité

La cavité contient 2 miroirs concaves de focalisation situés de part et d'autre du cristal et 2 miroirs plans. Nous choisissons une configuration symétrique pour les rayons de courbure des miroirs, notés R . On note l_{cav} la longueur géométrique totale de la cavité, cristal inclus. Une cavité en anneau comme celle-ci comporte deux waists : un au centre du cristal (noté w_1) et un entre les deux miroirs plan (noté w'_1). Il est donc possible d'utiliser la symétrie de la cavité pour la "déplier" et transformer le problème en la transformation d'un waist w_1 en un waist w'_1 par l'intermédiaire d'une lentille convergente de focale $f = \frac{R}{2}$. La distance entre le waist w_1 (resp. w'_1) et la lentille est notée l_1 (resp. l_2). On a $l_1 + l_2 = l' = \frac{l_{cav} - l \left(1 - \frac{1}{n(w_1)}\right)}{2}$ la demi-longueur effective de la cavité. Introduisons les paramètres réduits $g_j = 1 - \frac{l_j}{f}$ avec $j = 1, 2$. Il s'agit maintenant de choisir R, l_{cav} et l_1 pour avoir la cavité la plus stable possible avec le waist désiré au centre du cristal. Nous décidons de nous limiter à une taille totale de cavité de 1 m afin de réduire l'encombrement du dispositif ainsi que les problèmes de stabilité. A partir des relations de transformation d'un waist en un autre waist par l'intermédiaire d'une lentille [Kogelnik et Li, 1966], nous obtenons

$$\frac{w_1^2}{w_1'^2} = \frac{g_1}{g_2} \quad \text{et} \quad w_1^2 w_1'^2 = \frac{\lambda^2 f^2}{\pi^2} (1 - g_1 g_2) \quad (4.4)$$

d'où la relation entre le waist au centre du cristal, l_1 , l_2 et R

$$w_1 = \sqrt{\frac{\lambda f}{\pi}} \left((1 - g_1 g_2) \frac{g_1}{g_2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (4.5)$$

On fixe l_{cav} et on exprime l_2 en fonction de l' et l_1 . On trouve alors que la zone de stabilité a la forme d'une cloche pour le waist w_1 (cf. figure 4.3 (a)) pour l_1 compris entre f et $\frac{l' - \sqrt{l'^2 - 4fl'}}{2}$. C'est approximativement au milieu de la zone de stabilité que le waist est le moins sensible à une variation de l_1 . On se place donc au centre de cette zone, c'est-à-dire qu'on choisit comme distance optimale entre le waist w_1 et le miroir concave

$$l_1^{opt} = \frac{f}{2} + \frac{l'}{4} - \frac{\sqrt{l'^2 - 4fl'}}{4} \quad (4.6)$$

Avec ces conditions, une fois la courbure du miroir fixée, w_1 ne dépend plus que de l_{cav} . On calcule donc numériquement la longueur de cavité nécessaire pour obtenir le waist souhaité au centre du cristal, pour trois valeurs usuelles de rayons de courbure. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.1 où Δl_1 désigne la largeur totale de la zone de stabilité.

On a tout intérêt à prendre le rayon de courbure le plus grand possible afin de limiter au maximum l'astigmatisme dans la cavité, tout en ayant une longueur totale

R (mm)	l_1^{opt} (mm)	Δl_1 (mm)	l_{cav} (mm)
100	64	28	443
150	88	25	803
200	112	25	1270

TAB. 4.1 – 3 configurations possibles permettant d'avoir un waïst de $57 \mu\text{m}$ pour la pompe au centre du cristal. R désigne le rayon de courbure des miroirs, l_1^{opt} la distance entre un miroir et le waïst au centre du cristal, Δl_1 la largeur de la zone de stabilité pour l_1 et l_{cav} la longueur géométrique totale de la cavité.

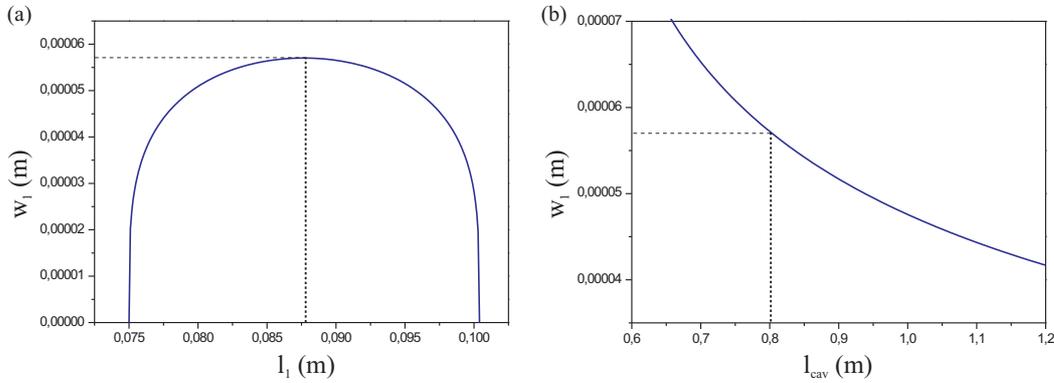


FIG. 4.3 – (a) Variation du waïst w_1 dans le cristal du doubleur en fonction de sa distance effective l_1 au miroir concave, pour une longueur totale de cavité de 803 mm et des miroirs de rayon de courbure 150 mm. (b) Valeur de w_1 en fonction de la longueur totale de la cavité lorsque l_1 est au milieu de la zone de stabilité, pour un rayon de courbure $R = 150$ mm.

inférieure au mètre. On choisit finalement $R = 150$ mm. Ceci nous donne une longueur totale de cavité de 803 mm et une distance entre les miroirs concaves de 185 mm. Notons qu'avec ces valeurs, une erreur de 8 mm sur la distance entre les deux miroirs concaves n'engendre qu'une erreur de 2 microns sur le waïst dans le cristal. On parvient donc expérimentalement assez facilement à la focalisation désirée. Signalons enfin qu'on a $w'_1 = 245 \mu\text{m}$ et que les angles de repliement de la cavité sont de 6° .

B.2 Choix du miroir de couplage

Comme expliqué précédemment, la cavité va être uniquement résonante pour la pompe et il n'y aura qu'un seul miroir de couplage, noté M_1 . En utilisant l'expression (3.23) du chapitre 3 on peut tracer la puissance de seconde harmonique produite en fonction de la transmission du miroir de couplage, les autres paramètres étant fixés.

Pour une puissance nominale de pompe infrarouge de 600 mW, une efficacité de conversion en simple passage de 2 %/W et en considérant 2 % de pertes linéaires dans la cavité dues principalement à l'absorption dans le cristal, on obtient la courbe présentée sur la figure 3.4. Le maximum de puissance de seconde harmonique produite correspond alors à un miroir de transmission T_1 égale à 12 % et c'est la valeur que nous avons choisie pour l'expérience.

Les autres miroirs sont totalement réfléchissants pour l'infrarouge ($R \approx 99,96$ %) et transparents pour le bleu ($T > 97$ %). Ceci conduit à une finesse d'environ 45 pour la cavité, valeur confirmée expérimentalement.

B.3 Asservissement

Pour asservir la cavité à résonance avec le laser (lui-même asservi sur la raie D_2 du césium), nous utilisons la méthode du tilt locking présentée au chapitre 2. Le faisceau utilisé pour cela est la pompe prise en réflexion sur le miroir d'entrée de la cavité. Cet asservissement est assez stable (2 à 3 % de fluctuations résiduelles sur l'intensité de pompe intracavité) et permet de se positionner précisément au sommet des pics de cavité. Lors des premières mesures effectuées avec le doubleur, l'asservissement était réalisé par la méthode de Pound-Drever-Hall en modulant le faisceau sortant de la fibre optique (figure 4.1). Les résultats obtenus avec les deux méthodes sont similaires. Nous avons choisi de passer à la méthode du tilt locking afin de ne plus être limité par le modulateur électro-optique en ce qui concerne la puissance totale disponible sur l'ensemble du montage.

Notons que même si cet asservissement fonctionne bien, il pourrait être avantageux de le réaliser à l'aide d'un faisceau annexe contrapropageant de faible intensité. En effet, lorsqu'on change la température du cristal, la puissance incidente sur la cavité ou la fréquence du laser, le taux effectif de conversion varie fortement, ce qui change la puissance de pompe réfléchi par la cavité. Il faut alors changer l'offset et le gain de l'asservissement pour rester à résonance. Un faisceau contrapropageant de faible puissance serait lui faiblement converti (la puissance convertie augmentant comme le carré de la puissance intracavité) et ne serait donc que peu perturbé par les modifications mentionnées précédemment, rendant ainsi l'asservissement globalement plus souple d'utilisation.

B.4 Résultats obtenus

B.4.1 Température de quasi-accord de phase

La température théorique de quasi-accord de phase pour les cristaux que nous avons est aux alentours de 45°C. Il faut vérifier cette valeur expérimentalement et en particulier la précision nécessaire sur l'asservissement de la température afin de ne pas avoir

de fluctuations de la puissance doublée.

Après avoir monté et aligné la cavité de doublage contenant le cristal et spatialement adapté le mode du faisceau de pompe, nous avons balayé la longueur de la cavité et changé la température du cristal jusqu'à obtenir un faisceau bleu en sortie. Nous avons ensuite enlevé le miroir d'entrée M_1 et mesuré la puissance de seconde harmonique émise pour une puissance de pompe fixée à 600 mW tout en faisant varier la température du cristal. Deux miroirs dichroïques permettent de séparer en sortie le faisceau bleu produit de la pompe. Les résultats sont présentés sur la figure 4.4 et on trouve comme attendu une forme évoluant en sinus cardinal au carré. Nous en déduisons une température d'accord de phase de $48,4^\circ\text{C}$ pour un laser à 852,10 nm. La largeur à mi-hauteur du pic central correspond à une plage de température $\Delta T = 0,8^\circ\text{C}$. Un asservissement de température précis à $0,01^\circ\text{C}$ est donc suffisant pour supprimer les fluctuations de la puissance de seconde harmonique produite (et sera aussi suffisant pour assurer un maintien de la dégénérescence pour l'OPO). Cet asservissement est réalisé par un PID dont le signal d'erreur est fourni par une thermistance placée sur le four métallique entourant le cristal, le tout étant placé dans une boîte en plexiglas. Le contrôle de la température est facilité par la présence de pâte thermique entre le cristal et le four.

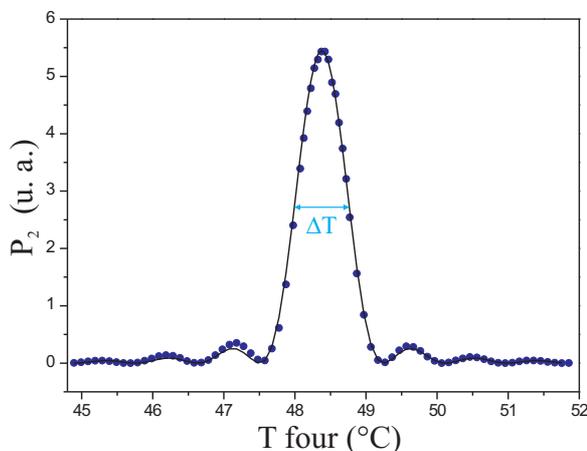


FIG. 4.4 – Puissance de seconde harmonique produite en fonction de la température du four entourant le cristal, en simple passage, et courbe théorique associée.

Nous avons ensuite remis le coupleur d'entrée et cherché de nouveau la température permettant de réaliser le quasi-accord de phase pour 600 mW de pompe. Nous avons trouvé une température de $47,9^\circ\text{C}$, soit $0,5^\circ\text{C}$ de moins qu'en simple passage. Cette légère différence s'explique par le fait que nous contrôlons la température du four et non directement celle du cristal. Les fortes intensités présentes dans la cavité font chauffer plus le cristal qu'en simple passage, ce qui explique que le four doit chauffer

un peu moins le cristal pour que celui-ci soit au final à la même température d'accord de phase.

B.4.2 Efficacité non-linéaire

Nous avons ensuite souhaité mesurer l'efficacité non-linéaire de doublage de fréquence en simple passage E_{NL} . Nous avons pour cela enlevé le miroir de couplage M_1 et mesuré la puissance de bleu produite en fonction du carré de la puissance de pompe incidente. Les résultats sont présentés sur la figure 4.5 (a). On trouve comme attendu une droite passant par l'origine dont la pente nous donne l'efficacité non-linéaire cherchée. On trouve $E_{NL} = 1,76 \text{ \%}/W \pm 0,02 \text{ \%}/W$. Cette valeur est un peu plus faible que les $2 \text{ \%}/W$ attendus, ce qui peut s'expliquer soit par une absorption un peu plus grande que prévue pour la seconde harmonique, soit par un coefficient non-linéaire du cristal un peu plus faible que prévu, soit par un waist de pompe un peu plus grand que prévu, la cavité n'imposant plus le waist au centre du cristal. Les deux dernières explications sont les plus plausibles, le couplage pompe-cavité n'étant initialement pas parfait, et la valeur de d_{33} variant entre 10,6 et 17,4 pm/V dans la littérature [Pack *et al.*, 2004]. Des imperfections au sein du cristal peuvent aussi expliquer une efficacité non-linéaire plus faible.

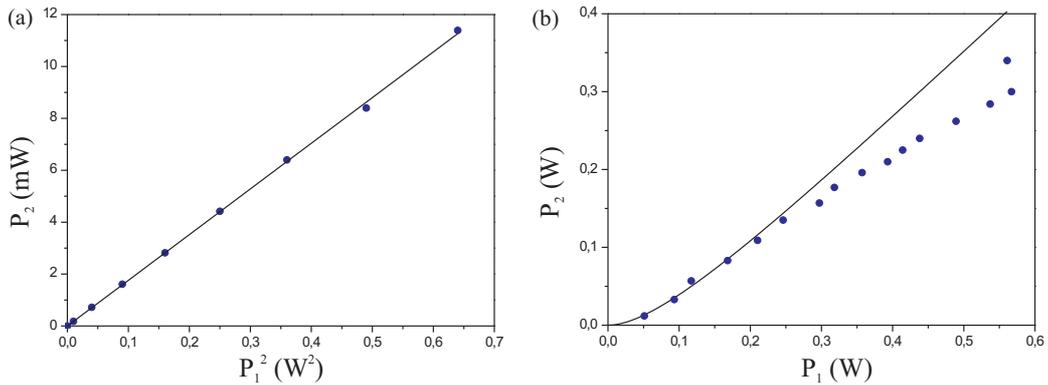


FIG. 4.5 – (a) Puissance de seconde harmonique produite en fonction du carré de la puissance de pompe, en simple passage. (b) Puissance de seconde harmonique produite en fonction de la puissance de pompe, en cavité, pour un miroir de couplage de 12 % et un waist de $57 \mu\text{m}$.

B.4.3 Puissance de seconde harmonique produite en cavité

Nous avons ensuite mesuré la puissance de bleu obtenue avec la cavité asservie à résonance, en fonction de la puissance de pompe couplée dans la cavité. On a environ 80 % de couplage lorsque la puissance incidente est inférieure à 500 mW et environ 75 % au-delà, ce qui montre qu'on a un effet de lentille thermique à forte puissance. Les résultats sont présentés sur la figure 4.5 (b). La courbe théorique a été calculée avec l'efficacité non-linéaire mesurée en simple passage. On a choisi des pertes linéaires sur la pompe $L = 3$ % qui permettent de mieux rendre compte des premiers points expérimentaux.

On constate que l'accord théorie-expérience est très bon pour des puissances de seconde harmonique inférieures à 150 mW (environ 250 mW de pompe). Au-delà, on constate que la conversion est plus faible que prévue. Ceci peut s'expliquer par des effets thermiques sur le cristal qui, entre autres choses, distordent les pics de la cavité lorsque les puissances de pompe et de seconde harmonique sont grandes et qui empêchent un bon asservissement de la cavité. Ce phénomène a déjà été observé par un autre groupe avec du PPKTP à une longueur d'onde similaire [Torabi-Goudarzi et Riis, 2003]. L'efficacité non-linéaire passe ainsi de 1,76 %/W à faible puissance de pompe à 0,6 %/W pour des puissances de pompe supérieures à 500 mW. Le ratio de conversion $\frac{P_2}{P_1}$ moyen est de 53 %, et il est à peu près valable sur toute la plage de mesures, ce qui est tout à fait satisfaisant. La valeur maximum stable obtenue est de 340 mW de bleu, ce qui est, à notre connaissance, la plus grande valeur obtenue à ce jour à cette longueur d'onde.

Notons que malgré une utilisation intensive du doubleur nous n'avons pas constaté d'effet d'endommagement du cristal du type gray-tracking² ou d'instabilité importante pour des puissances de pompe jusqu'à 570 mW, ce qui nous conforte dans notre choix d'un waist beaucoup plus grand que la valeur prédite par Boyd et Kleinman.

Pour des puissances de pompe autour de 570 mW, en choisissant minutieusement le point de focalisation dans le cristal, nous sommes parvenus à obtenir jusqu'à 370 mW de seconde harmonique, mais cette valeur redescend au bout de quelques minutes à 330 ou 340 mW et la puissance reste stable à ce niveau-là. Il y a donc tout de même un effet engendré dans ce cristal à forte puissance. Il s'agit un tout cas d'un effet assez faible puisqu'on ne perd que 10 % de la puissance, probablement d'origine thermique. Il ne s'agit pas d'un endommagement important, progressif et irréversible, sinon le cristal serait complètement endommagé et aurait une efficacité de conversion moindre depuis le temps qu'on l'utilise, ce qui n'est pas le cas.

² Nous avons observé au microscope le cristal ayant été utilisé dans le doubleur pendant plus d'un an et n'avons vu aucune coloration typique du gray-tracking.

B.4.4 Facteur M^2

Nous avons enfin mesuré le facteur de qualité M^2 du faisceau bleu sortant du doubleur à l'aide d'un analyseur de faisceau. Nous avons trouvé un facteur variant entre 1,10 et 1,25 avec une différence relative entre deux waists orthogonaux inférieure à 5 %. Par conséquent, la qualité optique du faisceau de seconde harmonique est proche d'un mode TEM₀₀.

Notons enfin que lorsque les asservissements sont optimisés, la puissance de bleu produite a des fluctuations limitées à 3 %, c'est-à-dire les mêmes que pour la source laser. Ceci, associé à la forte puissance de bleu disponible dans un mode transverse très propre, constitue une pompe quasiment idéale pour notre oscillateur paramétrique optique.

C L'oscillateur paramétrique optique

Nous présentons uniquement ici les résultats de compression du bruit obtenus avec l'oscillateur paramétrique optique fonctionnant à 852,1 nm. Ces résultats ainsi que tout ce qui concerne la construction et le fonctionnement de l'OPO seront présentés avec plus de détails dans le cadre de la thèse de Sidney Burks à venir. On pourra aussi consulter l'article [Burks *et al.*, 2009].

L'oscillateur paramétrique optique utilisé fonctionne sous le seuil d'oscillation et est pompé à 426,05 nm par le faisceau produit par le doubleur de fréquence. Sa cavité est similaire à celle du doubleur et elle utilise un cristal de PPKTP identique. Le schéma de ce dispositif est présenté figure 4.1.

Les meilleurs résultats de compression de bruit ont été obtenus avec un miroir de couplage de transmission égale à 7 %. Les mesures ont été effectuées à l'aide d'une détection homodyne dont les caractéristiques sont décrites dans la section A du chapitre 2. L'oscillateur local provient directement de la fibre optique située après le laser à titane-saphir, ce qui nous permet d'obtenir une visibilité de 96 % avec le signal issu de l'OPO. Nous estimons à 5 % les pertes diverses rencontrées par le signal entre la sortie de l'OPO et la détection homodyne (2 % par cube polariseur et 0,25 % par face pour les lames demi-onde). L'efficacité de mesure de la détection homodyne vaut finalement $0,9 \times 0,96^2 \times 0,95 \approx 0,8$. On notera que toutes les mesures sont corrigées du bruit électronique en utilisant la formule (2.17) mais ne sont pas corrigées des pertes optiques. De plus, les mesures sont normalisées au bruit quantique standard obtenu en cachant le faisceau signal provenant de l'OPO. La puissance seuil pour la pompe en entrée du système avec cette configuration est de 90 mW. Nous avons fixé le paramètre de pompe σ à 0,9 soit environ 70 mW de puissance pompe incidente et nous n'avons pas mis de faisceau source pour le signal en entrée.

Nous avons commencé par mesurer le bruit du faisceau à une fréquence d'analyse

fixe, à savoir 1,5 MHz avec une résolution en fréquence (“resolution bandwidth”) de 100 kHz et un filtre vidéo (“video bandwidth”) de 100 Hz. La valeur de 1,5 MHz correspond à l'ordre de grandeur de la fréquence de la bande latérale que l'on cherche à stocker dans notre mémoire atomique (chapitre 6) et se situe dans la zone de fréquences où la compression de bruit est la meilleure. Cette mesure a été faite en balayant la phase de l'oscillateur local. Le résultat est présenté sur la figure 4.6. On mesure $3,3 \pm 0,3$ dB de compression de bruit. C'est en très bon accord avec la théorie qui prévoit 3,3 dB de compression de bruit en prenant en compte les pertes optiques et en considérant qu'il y a 3 % de pertes dans la cavité.

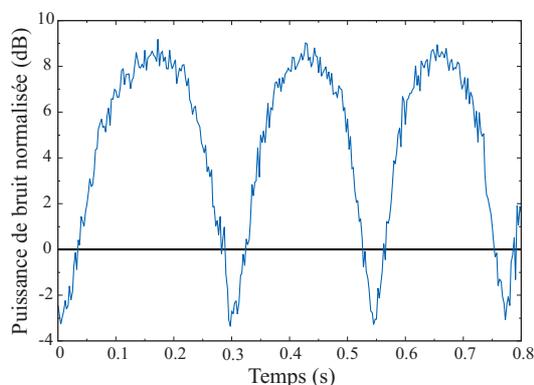


FIG. 4.6 – Puissance de bruit à 1,5 MHz normalisée au bruit quantique standard du faisceau signal vide en sortie de l'OPO pour un miroir de couplage de 7 %, la phase de l'oscillateur local étant balayée. Paramètre de pompe : $\sigma = 0,9$.

Nous avons ensuite mesuré le taux de compression de bruit ainsi que l'excès de bruit sur la plage de fréquences allant de 1 MHz à 5 MHz, toujours avec une résolution en fréquence de 100 kHz et un filtre vidéo de 100 Hz. Les résultats sont présentés sur la figure 4.7 (a). On obtient comme le prévoit la théorie une compression atteignant les 3,3 dB à 1 MHz qui remonte progressivement à 2 dB à 5 MHz du fait de la bande passante de la cavité qui vaut 8,8 MHz. Nous pouvons donc dire que nous avons obtenu une compression large bande sur au moins ± 5 MHz autour de la porteuse du laser.

Nous avons enfin voulu voir jusqu'à quelle fréquence basse nous avons encore de la compression de bruit. Nous avons donc mesuré le spectre de bruit du faisceau sortant de l'OPO entre 0 et 500 kHz avec une résolution en fréquence de 30 kHz et un filtre vidéo de 36 Hz. Le résultat est présenté sur la figure 4.7 (b). Nous constatons que le taux de compression reste constant et conforme à la théorie avec une valeur autour de 3 à 3,5 dB jusqu'à 50 kHz. Puis cette valeur tend progressivement vers 0 dB pour des fréquences en dessous de 50 kHz et atteint le bruit quantique standard vers 25 kHz.³ Il

³ Les valeurs de bruit en dessous de 25 à 30 kHz ne sont pas mesurables avec cette configuration étant donné que la résolution en fréquence de l'analyseur de spectre est de 30 kHz et que la fréquence

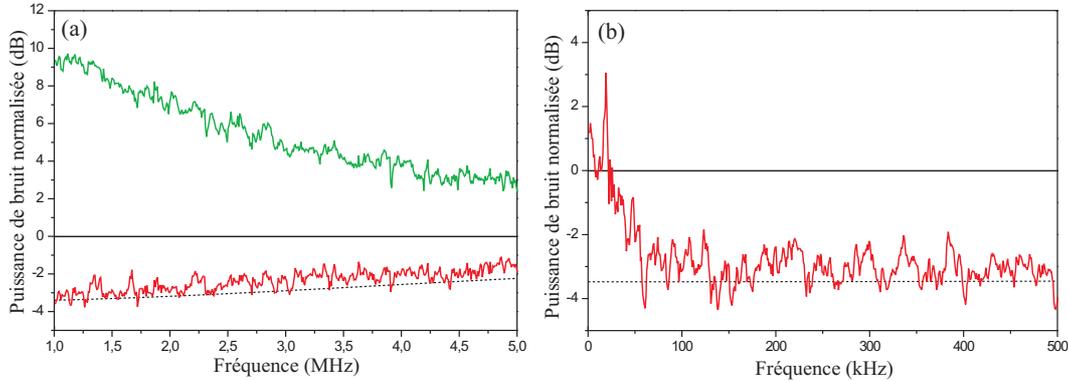


FIG. 4.7 – (a) Spectres de bruit normalisés au bruit quantique standard de la quadrature comprimée et anti-comprimée du vide sortant de l'OPO entre 1 et 5 MHz et courbe théorique pour la quadrature comprimée (pointillés), pour des pertes linéaires de 3 % et une efficacité de détection de 80 %. (b) Même type de mesure, mais uniquement pour la quadrature comprimée, sur la bande de fréquence allant de 0 à 500 kHz et courbe théorique (pointillés).

est important de noter que nous n'observons pas de pics de bruit parasite entre 50 kHz et 500 kHz contrairement à ce qui a parfois été observé par d'autres groupes (voir par exemple [Hétet *et al.*, 2007]). Ceci est dû aux faibles bruits techniques présents sur l'expérience et en particulier à la bonne qualité spectrale de notre laser titane-saphir qui ne présente pas de bruit technique important au-dessus de 6 kHz, fréquence correspondant à l'asservissement de son étalon épais.

D Caractérisation d'un état par tomographie quantique homodyne

Nous avons présenté dans la section précédente les résultats de compression obtenus avec un oscillateur paramétrique optique fonctionnant à 852 nm sous le seuil d'oscillation. Les états de vide comprimé ont été mesurés par une détection homodyne dont le photocourant a ensuite été traité par un analyseur de spectre qui donne accès uniquement au spectre de bruit du faisceau. Il existe une autre méthode pour caractériser un état quantique qui consiste à utiliser la totalité des informations contenues dans le photocourant issu de la détection homodyne pour reconstruire l'état quantique dans son ensemble, et pas seulement son spectre de bruit. On parle alors de *tomographie quan-*

de coupure basse des photodiodes est de 25 kHz.

tique homodyne. Nous présentons dans cette section la mise en place de cette méthode sur notre expérience et son utilisation pour caractériser un état de vide comprimé.

D.1 Les différentes méthodes de tomographie quantique

La tomographie quantique [Lvovsky et Raymer, 2009] a pour but de reconstruire l'état quantique d'un système en utilisant un grand nombre de mesures effectuées sur celui-ci, en changeant à chaque fois un paramètre lors de chaque mesure. Dans notre cas, nous utilisons une détection homodyne qui donne à chaque mesure une valeur x_θ de la quadrature X_θ . D'une mesure à l'autre, la valeur de θ est modifiée en balayant la phase de l'oscillateur local. Les données obtenues permettent de reconstruire la distribution de probabilité de l'observable X_θ pour tout θ , ce qui donne l'état quantique du système mesuré.

Il existe deux principaux algorithmes de tomographie quantique qui utilisent tous deux les valeurs de x_θ mesurées. Ce qui diffère d'un algorithme à l'autre, c'est la manière d'exploiter la statistique obtenue pour reconstruire l'état quantique. La première méthode est la *transformée de Radon inverse*. Elle s'appuie sur la propriété fondamentale (1.37) de la fonction de Wigner W d'un état quantique, ce qui donne, en projection selon l'axe $y_\theta = -x \sin \theta + y \cos \theta$

$$P(x_\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} dy_\theta W(x_\theta, y_\theta) \quad (4.7)$$

où l'on rappelle que $P(x_\theta)$ est la distribution de probabilité pour la quadrature X_θ . Il existe alors une transformation inverse permettant d'exprimer $W(x_\theta, y_\theta)$ à partir des $P(x_\theta)$ [Vogel et Risken, 1989, Lvovsky et Raymer, 2009], donnant ainsi accès à la fonction de Wigner et par conséquent à l'état quantique du système, à partir des mesures de x_θ effectuées. Cette méthode a été utilisée expérimentalement pour mesurer des états comprimés, aussi bien avec des lasers à impulsions [Smithey *et al.*, 1993] qu'en régime continu [Schiller *et al.*, 1996, Coudreau, 1997]. Bien que donnant de bons résultats, elle présente plusieurs inconvénients [Lvovsky, 2004]. Le plus important est que pour pouvoir utiliser la transformation inverse, il faut avoir la distribution de probabilité $P(x_\theta)$ pour chaque θ et non pas seulement une mesure de x_θ . On en déduit qu'il faut découper les données expérimentales en intervalles de largeur $\Delta\theta$ autour de θ pour calculer une densité de probabilité. Le caractère discret et fini des données expérimentales va donc engendrer un bruit statistique qui se traduit expérimentalement par des ondulations résiduelles sur la fonction de Wigner [Breitenbach *et al.*, 1997].

La seconde méthode est appelée algorithme du *maximum de vraisemblance*, traditionnellement surnommé MaxLik ("maximum likelihood" en anglais). Il consiste à partir d'une matrice densité arbitraire pour décrire l'état quantique que l'on cherche, puis à faire de façon itérative des transformations sur cette matrice afin de converger vers la matrice densité donnant les distributions de probabilités $P(x_\theta)$ représentant

le mieux les mesures effectuées. Cet algorithme ne possède pas les inconvénients de la transformée de Radon. Sa seule limitation est qu'il implique de travailler avec une matrice densité de taille finie, donc avec un espace de Fock de dimension finie, ce qui introduit nécessairement des approximations. Cependant, comme on a sur notre expérience des états de vide comprimés présentant de faibles taux de compression, se limiter à un faible nombre de photons dans la base de Fock permet de décrire avec une très grande fidélité tous les états rencontrés. On pourra s'en convaincre en prenant la distribution de probabilité d'avoir n photons pour un état cohérent (1.50) et en calculant que pour $\alpha < 1$ la probabilité d'avoir plus que 10 photons est inférieure à 10^{-8} . Par conséquent, en choisissant 10 photons dans la base de Fock pour reconstruire un état, on peut considérer que l'espace tronqué est complet. Une autre qualité non négligeable de cet algorithme est qu'il est construit de telle manière que le résultat qu'il donne est nécessairement un état physique, puisqu'on obtient toujours une matrice densité hermitienne semi-définie positive de trace unité. Ceci n'est pas le cas lorsqu'on utilise la transformée de Radon inverse, la probabilité de trouver n photons pouvant par exemple prendre des valeurs négatives [Lvovsky, 2004]. Enfin, l'algorithme MaxLik permet de prendre en compte facilement les pertes sur le faisceau.

Pour toutes ces raisons nous avons choisi d'utiliser l'algorithme du maximum de vraisemblance pour reconstruire les états quantiques que l'on produit, et nous allons maintenant détailler son principe de fonctionnement.

D.2 Algorithme de calcul du maximum de vraisemblance : MaxLik

D.2.1 Présentation de l'algorithme

Nous utilisons l'algorithme présenté dans l'article [Lvovsky, 2004] lui-même inspiré d'un algorithme développé par Z. Hradil et al. [Hradil, 1997], [Reháček *et al.*, 2001]. On commence par effectuer une série de mesures par détection homodyne de la quadrature X_θ en faisant varier l'angle θ de 0 à 2π . On obtient alors un ensemble discret de données angle - quadrature $\{\theta_i, x_i\}, i = 1, \dots, N$. L'idée de l'algorithme du maximum de vraisemblance est de construire la matrice densité qui décrit le mieux l'état quantique que l'on a mesuré, c'est-à-dire la matrice densité de l'état qui, s'il était mesuré par détection homodyne, donnerait un ensemble de valeurs angle - quadrature les plus proches possible des données expérimentales. On comprend alors l'origine du nom de l'algorithme, la matrice densité ainsi construite étant celle qui ressemblera le plus à la matrice densité du système physique.

Le point de départ de l'algorithme est de trouver une mesure de l'écart séparant la matrice densité reconstruite ρ de l'état quantique du système mesuré représenté par la matrice densité ρ_0 . Cette mesure est donnée par le *logarithme de vraisemblance*

$\ln(\mathcal{L}(\rho))$ défini⁴ par

$$\ln(\mathcal{L}(\rho)) = \sum_{i=1}^N \ln(p(\theta_i, x_i)) \quad (4.8)$$

où $p(\theta_i, x_i)$ est la probabilité de mesurer la valeur x_i pour la quadrature d'angle θ_i avec la matrice densité ρ , c'est-à-dire

$$p(\theta_i, x_i) = \text{Tr}(\Pi(\theta_i, x_i)\rho) \quad (4.9)$$

$\Pi(\theta_i, x_i) = |\theta_i, x_i\rangle\langle\theta_i, x_i|$ étant le projecteur sur l'état propre $|\theta_i, x_i\rangle$ de la quadrature X_{θ_i} . Si $\rho = \rho_0$, un grand nombre des probabilités $p(\theta_i, x_i)$ seront proches de 1 ou en tout cas seront les plus grandes possibles, et donc le logarithme de vraisemblance sera "proche" de 0. Si ρ est une matrice quelconque décrivant mal le système, alors la plupart des probabilités $p(\theta_i, x_i)$ seront petites, d'où $\ln(\mathcal{L}(\rho))$ ayant une grande valeur négative. On comprend alors que la matrice densité décrivant le mieux les mesures expérimentales est celle pour laquelle le logarithme de vraisemblance est le plus proche de 0.

Le second ingrédient de l'algorithme est de trouver une boucle itérative qui, partant d'une matrice densité quelconque (on considère qu'on a aucune connaissance a priori sur l'état quantique mesuré, même si expérimentalement ce n'est pas vrai) conduit petit à petit vers une matrice décrivant de mieux en mieux l'ensemble des mesures effectuées. Il s'agit donc de trouver une opération mathématique qui, prenant la matrice ρ , la transforme en une matrice ρ' tel que $\ln(\mathcal{L}(\rho')) > \ln(\mathcal{L}(\rho))$. Une opération qui permet de faire cela est la suivante

$$\rho' = \frac{R(\rho)\rho R(\rho)}{\text{Tr}(R(\rho)\rho R(\rho))} \quad (4.10)$$

avec

$$R(\rho) = \sum_{i=1}^N \frac{\Pi(\theta_i, x_i)}{p(\theta_i, x_i)} \quad (4.11)$$

On peut alors voir que le point fixe de l'itération correspond à la matrice densité représentant le mieux l'état puisque dans le cas d'une matrice ρ_0 décrivant parfaitement l'état, on aurait $p(\theta_i, x_i) \sim 1 \forall i$ d'où $R(\rho_0) \sim \mathbb{I}$ et donc $R(\rho_0)\rho_0 R(\rho_0) \approx \rho_0$, ce qui représente effectivement un point fixe. Cependant, sous la forme présentée ici, il n'y a aucune garantie mathématique que le logarithme de vraisemblance augmente à chaque étape de l'itération et conduise donc au final à la matrice ρ_0 . Il existe même des contre-exemples théoriques [Reháček *et al.*, 2007]. Quoi qu'il en soit, si l'on prend un grand nombre de points expérimentaux pour reconstituer l'état, il est fort peu probable de tomber sur un cas pour lequel le logarithme de vraisemblance se met subitement à diminuer après un

⁴ En toute rigueur, la définition est $\ln(\mathcal{L}(\rho)) = \sum_i f_i \ln(p(\theta_i, x_i))$ où f_i est le nombre de fois où l'on a mesuré le couple de données (θ_i, x_i) . Comme on supposera que l'on fait toujours varier l'angle d'une mesure à l'autre, et que l'on se limite à des mesures allant de 0 à 2π , f_i vaudra 1 pour les valeurs mesurées, d'où la définition donnée dans le texte.

certain nombre d'itérations, et il n'y a pas à notre connaissance de cas expérimentaux ayant donné un tel résultat. Il est toutefois possible de modifier légèrement l'algorithme pour s'assurer d'une stricte croissance du logarithme de vraisemblance à chaque étape mais au prix d'une convergence pouvant parfois être un peu moins rapide (voir par exemple l'algorithme MaxLik "dilué" [Reháček *et al.*, 2007]). Dans notre utilisation de l'algorithme, nous nous contenterons de vérifier que le logarithme de vraisemblance augmente bien à chaque étape.

D.2.2 Expression dans la base de Fock et reconstruction de la fonction de Wigner

Pour la programmation de l'algorithme, nous avons choisi d'exprimer tous les opérateurs dans la base des états de Fock. Nous devons tronquer l'espace de Fock à D photons comme expliqué précédemment, ce qui fait que les opérateurs sont des matrices de taille $(D+1) \times (D+1)$. Nous écrivons ces opérateurs sous la forme $A = \sum_{n,m=0}^D A_{nm} |n\rangle\langle m|$. De plus, afin d'utiliser les expressions les plus répandues dans la littérature, nous choisissons de normaliser les quadratures X_θ et Y_θ de telle façon que leur commutateur vaut désormais i et le bruit quantique standard a pour variance $\frac{1}{2}$ (au lieu de 1 dans le reste du manuscrit).

Les ingrédients de base de l'algorithme sont les probabilités $p(\theta_i, x_i)$ et les projecteurs $\Pi(\theta_i, x_i)$ qui s'écrivent dans la base de Fock

$$p(\theta_i, x_i) = \sum_{n,m} \rho_{mn} \Pi_{nm}(\theta_i, x_i) \quad (4.12)$$

$$\begin{aligned} \Pi_{nm}(\theta_i, x_i) &= \langle n | \theta_i, x_i \rangle \langle \theta_i, x_i | m \rangle = e^{i(n-m)\theta_i} \langle n | 0, x_i \rangle \langle 0, x_i | m \rangle \\ \Pi_{nm}(\theta_i, x_i) &= e^{i(n-m)\theta_i} \left(\frac{1}{\pi} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{2^{n+m} n! m!}} e^{-x_i^2} H_n(x_i) H_m(x_i) \end{aligned} \quad (4.13)$$

où l'on a utilisé la relation (A-21) de l'annexe donnant l'expression des états nombres en représentation $|x\rangle$. H_n est le polynôme d'Hermite d'ordre n . Les (θ_i, x_i) étant donnés par les mesures expérimentales, on a tous les éléments pour pouvoir calculer ρ , Π , p , R et ρ' dans la base de Fock et ainsi implémenter l'algorithme.

Une fois la matrice densité reconstruite dans la base de Fock, on peut en déduire la fonction de Wigner en utilisant les formules (A-19) et (A-28, A-29) données en annexe. Même si la fonction de Wigner n'est pas directement utilisée pour trouver les caractéristiques de l'état (notamment le taux de compression d'un état comprimé, qu'on calculera d'une autre manière comme expliqué un peu plus loin), avoir l'allure de cette fonction après avoir appliqué l'algorithme est très utile pour voir si l'algorithme n'a pas eu de problème majeur et pour avoir une représentation visuelle de l'état.

D.2.3 Caractérisation de l'état

Une fois la matrice densité reconstruite, comment caractériser l'état quantique obtenu, en particulier, comment calculer les variances des quadratures du champ? Les états que nous étudierons seront soit des états cohérents, soit des états de vide comprimés non minimaux. Il est alors pratique de décrire ces états en utilisant les états de vide thermiques comprimés décrits à la section B.4.4 du chapitre 1. On pourra en effet décrire avec seulement deux paramètres (nombre de photons thermiques n_{th} et paramètre de compression r) les propriétés de bruit de l'état, qu'il soit au bruit quantique standard, comprimé minimal ou comprimé avec excès de bruit. Or l'équation (1.70) nous dit que la probabilité $p_{ST}(n)$ de mesurer n photons pour un tel état quantique s'exprime à partir de ces deux paramètres. On peut donc calculer les paramètres n_{th} et r qui donneront une probabilité théorique $p_{ST}(n)$ la plus proche possible des éléments diagonaux de la matrice densité reconstruite par l'algorithme MaxLik. On en déduira alors toutes les caractéristiques de l'état mesuré par tomographie quantique, notamment son taux de compression.

D.2.4 Version finale de l'algorithme

Finalement, l'algorithme du maximum de vraisemblance que l'on a utilisé pour reconstruire les états quantiques et en déduire les propriétés qui nous intéressent a la forme suivante

- acquisition des données expérimentales (θ_i, x_i) pour $i = 1, \dots, N$ pour l'état étudié et pour le vide
- normalisation des données au bruit quantique standard
- calcul des projecteurs $\Pi_{nm}(\theta_i, x_i)$ pour $i = 1, \dots, N$ d'après (4.13)
- initialisation : $\rho = \mathbb{I}/(D + 1)$
- calcul préliminaire des $p(\theta_i, x_i)$ d'après (4.12) et de $\ln(\mathcal{L}(\rho))$ d'après (4.8)
- début boucle itérative pour $i = 1, \dots, N_{it}$
 - calcul des $R_{nm}(\rho)$ d'après (4.11)
 - calcul des ρ'_{nm} d'après (4.10)
 - calcul des $p(\theta_i, x_i)$ pour ρ' en utilisant (4.12)
 - calcul de $\ln(\mathcal{L}(\rho'))$ d'après (4.8)
 - vérification que l'algorithme converge, i.e. $\ln(\mathcal{L}(\rho')) > \ln(\mathcal{L}(\rho))$
 - remplacements $\ln(\mathcal{L}(\rho)) = \ln(\mathcal{L}(\rho'))$, $\rho = \rho'$
 - fin boucle itérative
- calcul des paramètres n_{th} et r pour que $p_{ST}(n)$ soit le plus proche possible des valeurs de la diagonale de ρ
- calcul de la variance des quadratures de l'état reconstitué
- calcul de la fonction de Wigner d'après (A-28, A-29)

On notera qu'on a pris comme matrice densité de départ la matrice identité normalisée de trace unité. Ce choix est arbitraire, mais le fait d'avoir initialement tous les éléments diagonaux non nuls peut permettre d'éviter des problèmes de probabilités nulles, par exemple dans le calcul de R .

En ce qui concerne le choix du nombre d'itérations, il peut se faire de deux manières. Soit on choisit un nombre d'itérations fixe, soit on calcule l'écart du logarithme de vraisemblance et des valeurs de la matrice densité entre deux itérations successives et on arrête la boucle lorsque cet écart est inférieur à une limite qu'on s'est fixée. Afin d'éviter de rajouter des opérations supplémentaires dans la boucle itérative, on a choisi de fixer le nombre d'itérations à 100 dans notre cas. On a en effet constaté que dans les cas que nous avons rencontrés expérimentalement, le logarithme de vraisemblance et la matrice densité avait des variations relatives inférieures à environ 10^{-5} après ce nombre d'itérations, et on considère que continuer l'algorithme au-delà n'aurait plus d'influence sur les résultats obtenus, vu l'incertitude sur les mesures et sur le résultat final (D.2.6).

D.2.5 Implémentation de l'algorithme et temps de calcul

Dans l'algorithme précédent, il y a plusieurs boucles, l'une portant sur le nombre d'itérations à réaliser, d'autres sur le nombre de points expérimentaux acquis, par exemple dans le calcul de $\ln(\mathcal{L}(\rho))$ ou de tous les $p(\theta_i, x_i)$. Si le nombre de points expérimentaux est trop grand, l'algorithme met un temps trop long à chaque itération, et il devient inutilisable. De plus, et c'est un point crucial pour notre expérience, cet algorithme devra à terme mesurer un état comprimé après stockage dans une mémoire quantique. Or on souhaite expérimentalement pouvoir optimiser en temps réel les performances de la mémoire quantique (donc le taux de compression en sortie) en faisant des mesures de façon répétitive (une mesure toutes les minutes par exemple) et en changeant à chaque fois l'un des nombreux paramètres de l'expérience. L'algorithme MaxLik ne sera donc intéressant que s'il est capable de nous donner en quasi-temps réel le taux de compression de l'état sortant de la mémoire, comme le fait un analyseur de spectre. S'il faut plus de 10 minutes pour reconstituer l'état, l'algorithme précédent n'est plus utilisable en temps réel.

Dans la littérature, l'algorithme MaxLik est couramment utilisé avec des données expérimentales comprenant entre 10000 et 200000 paires de points angle-variance (voir par exemple [Lvovsky, 2004], [Reháček *et al.*, 2007], [Ourjoumtsev, 2007]). Comme la précision des résultats obtenus augmente avec le nombre de points mesurés, nous prendrons le maximum de points expérimentaux conduisant à un temps de calcul raisonnable, avec au minimum 10000 points. Nous avons programmé l'algorithme avec le logiciel MATLAB qui s'avère très efficace dans ce cas à condition d'utiliser un traitement matriciel (donc parallèle) pour les calculs sur les N paires de données. Nous avons au final obtenu les temps suivants pour le traitement de l'algorithme pour 100 itéra-

tions sur un ordinateur portable possédant un processeur à 1,8 GHz : 5 s pour 10000 points, 40 s pour 100000 points et 400 s pour 1 millions de points. Nous utiliserons par conséquent entre 10000 et 100000 paires de points expérimentaux pour une utilisation de l'algorithme en temps réel et environ un million de paires de points pour des calculs a posteriori lorsque nous aurons obtenu la meilleure configuration expérimentale.

D.2.6 Estimation de l'erreur

Pour une séquence expérimentale comportant N paires de points, l'algorithme MaxLik nous donne une matrice densité à partir de laquelle on déduit les propriétés de bruit de l'état quantique mesuré. Pour estimer l'incertitude sur les variances obtenues pour une séquence expérimentale donnée, nous nous inspirons de la méthode proposée par A. Lvovsky [Lvovsky, 2004]. L'idée est de conserver les différents angles pour lesquelles les mesures ont été effectuées et de calculer les N distributions de probabilités $p(\theta_i, x)$ données par la relation (4.9) en utilisant la matrice densité finale ρ_f donnée par l'algorithme. On crée ensuite numériquement un ensemble de N paires (θ_i, x_i) satisfaisant ces distributions de probabilités. Cet ensemble de données, qui a la même allure en termes de bruit que les données expérimentales initiales (on crée un photocourant théorique similaire au photocourant mesuré), est ensuite traité par l'algorithme qui reconstitue une matrice densité ρ_k . En répétant l'opération un grand nombre de fois, on obtient tout un ensemble de matrice ρ_k sur lesquelles on peut faire des calculs statistiques d'erreur par rapport à la matrice ρ_f . On en déduit alors l'incertitude sur les variances puisque celles-ci sont calculées à partir de la matrice densité. Nous avons employé cette méthode pour estimer l'erreur sur les compressions de bruit données par l'algorithme.

D.3 Test de l'algorithme MaxLik avec un état comprimé

Après avoir mis en place l'algorithme, nous avons validé la chaîne de mesure et d'analyse (carte d'acquisition et algorithme) sur des exemples concrets. Nous avons pour cela mesuré le bruit obtenu à l'analyseur de spectre puis fait une acquisition et un traitement par l'algorithme MaxLik du photocourant à l'ordinateur, et ce pour différents états, à savoir un état vide, puis des états présentant différents taux de compression à différentes fréquences. Une fois ces mesures faites, nous avons comparé les résultats obtenus avec les deux systèmes. Nous allons maintenant présenter les résultats obtenus pour un état comprimé présentant environ 2 dB de compression de bruit à 1,5 MHz. Ces résultats sont présentés sur les figures 4.8, 4.9 et 4.10.

D.3.1 Acquisition informatique et calcul de la variance

Sur les figures 4.8 (a) et (b) on peut voir les photocourants normalisés correspondant au bruit quantique standard (a) et à l'état comprimé (b) pour une acquisition à la

vitesse de 100 millions d'échantillons par seconde pendant environ 11 ms. Ces photocourants ont été filtrés sur une largeur de 100 kHz autour de 1,5 MHz. La phase relative

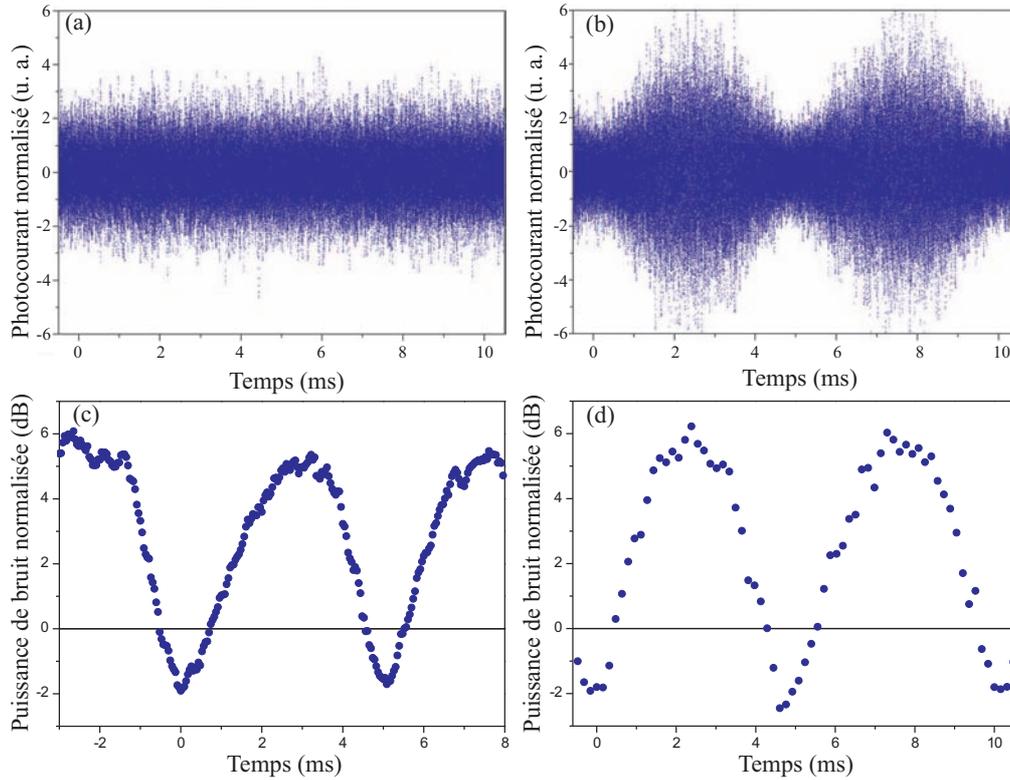


FIG. 4.8 – (a) Photocourant normalisé comportant environ un million de points correspondant à une mesure du vide par détection homodyne. Acquisition effectuée à 100 millions d'échantillons par seconde sur une durée d'environ 11 ms. Le photocourant a été filtré sur une largeur de 100 kHz autour de 1,5 MHz pour le traitement par ordinateur. (b) Même type de mesure, mais pour un état comprimé, avec balayage de la phase θ entre l'oscillateur local et le signal mesuré. (c) Puissance de bruit de l'état comprimé normalisée au bruit quantique standard, mesurée avec un analyseur de spectre, à la fréquence de 1,5 MHz avec une résolution en fréquence de 100 kHz. (d) Calcul de la variance du photocourant de la figure (b) normalisée au bruit quantique standard pour un découpage du photocourant en 70 ensembles d'environ 14000 points. Chaque point de la figure correspond à la variance d'un de ces ensembles de points.

entre l'oscillateur local et le signal est balayé avec une période de 10 ms. Les données expérimentales sont ensuite découpées en 70 ensembles ("bins") d'environ 14000 points chacun, et on calcule la variance normalisée au bruit quantique standard pour chaque ensemble. On obtient alors le bruit normalisé correspondant au photocourant (figure 4.8 (d)) et on peut le comparer à une mesure effectuée avec un analyseur de spectre (fi-

gure 4.8 (c)). On notera que la mesure à l'analyseur de spectre a été effectuée quelques secondes avant d'enregistrer le photocourant avec la carte d'acquisition, ce qui explique la légère différence entre la variance mesurée à l'analyseur de spectre et la variance calculée après acquisition informatique. On trouve pour la mesure faite à l'ordinateur un taux de compression compris entre -1,9 et -2,4 dB et un excès de bruit compris entre 5,9 et 6,2 dB, et avec l'analyseur de spectre on obtient de -1,6 à -1,9 dB de compression de bruit pour un excès de bruit compris entre 5,4 et 6,1 dB. On a constaté que le taux de compression ou l'excès de bruit obtenus par ordinateur dépendent de la taille des "bins" utilisés pour calculer les variances, comme on pouvait s'y attendre. On peut donc dire que les variances mesurées à l'analyseur de spectre et avec l'ordinateur sont compatibles, aux fluctuations et aux erreurs de mesure près.

D.3.2 Reconstruction de l'état avec l'algorithme MaxLik

Nous avons ensuite utilisé le programme de maximum de vraisemblance pour reconstituer la matrice densité correspondant au photocourant de la figure 4.8 (b). Les modules des éléments de cette matrice densité sont représentés figure 4.9 (a). On constate,

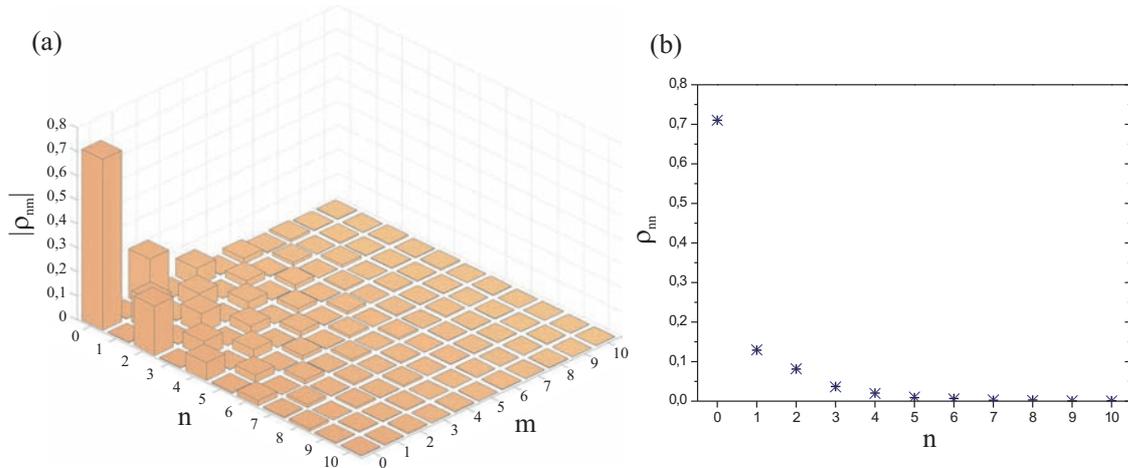


FIG. 4.9 – (a) Modules des éléments de la matrice densité obtenue par l'algorithme MaxLik appliqué sur le photocourant de la figure 4.8. (b) Eléments diagonaux de la matrice densité en fonction du nombre de photons n (symbole +). Comparaison avec les probabilités de mesurer n photons pour un vide thermique comprimé de paramètres $r = 0,450$ et $n_{th} = 0,282$ (symbole \times).

comme on l'a dit précédemment, que le fait d'utiliser 10 photons pour l'espace de Fock est suffisant et n'introduit qu'une très faible erreur sur la reconstruction, les composantes ρ_{mn} de la matrice densité étant très petites pour $m, n \geq 7$ comparées aux premières valeurs de la diagonale. Ces valeurs de la diagonale nous donnent la probabilité

de mesurer n photons et sont représentées figure 4.9 (b). On constate le très bon accord avec les points théoriques obtenus pour un vide thermique comprimé de paramètre de compression $r = 0,450$ et avec un nombre de photons thermiques $n_{th} = 0,282$. On notera que contrairement à un vide comprimé minimal, on a des probabilités non nulles de mesurer des nombres impairs de photons. Ceci provient des pertes intra et extra-cavité OPO qui détruisent aléatoirement des photons, transformant ainsi des nombres pairs de photons en nombres impairs. C'est avec les paramètres r et n_{th} qu'on calcule les variances de la quadrature comprimée et de celle présentant un excès de bruit (formule (1.69) du chapitre 1). On trouve un taux de compression de $1,97 \pm 0,05$ dB et un excès de bruit de $5,85 \pm 0,03$ dB, les incertitudes ayant été calculées par la méthode présentée à la section D.2.6 avec la reconstruction de 1000 matrices densités "théoriques" ρ_k . Ces valeurs sont compatibles avec celles fournies par l'analyseur de spectre.

Nous présentons enfin sur la figure 4.10 les fonctions de Wigner associées aux matrices densité reconstruites par l'algorithme MaxLik pour les photocourants correspondant à l'état de vide et à l'état comprimé (figure 4.8 (a) et (b)). On obtient les formes

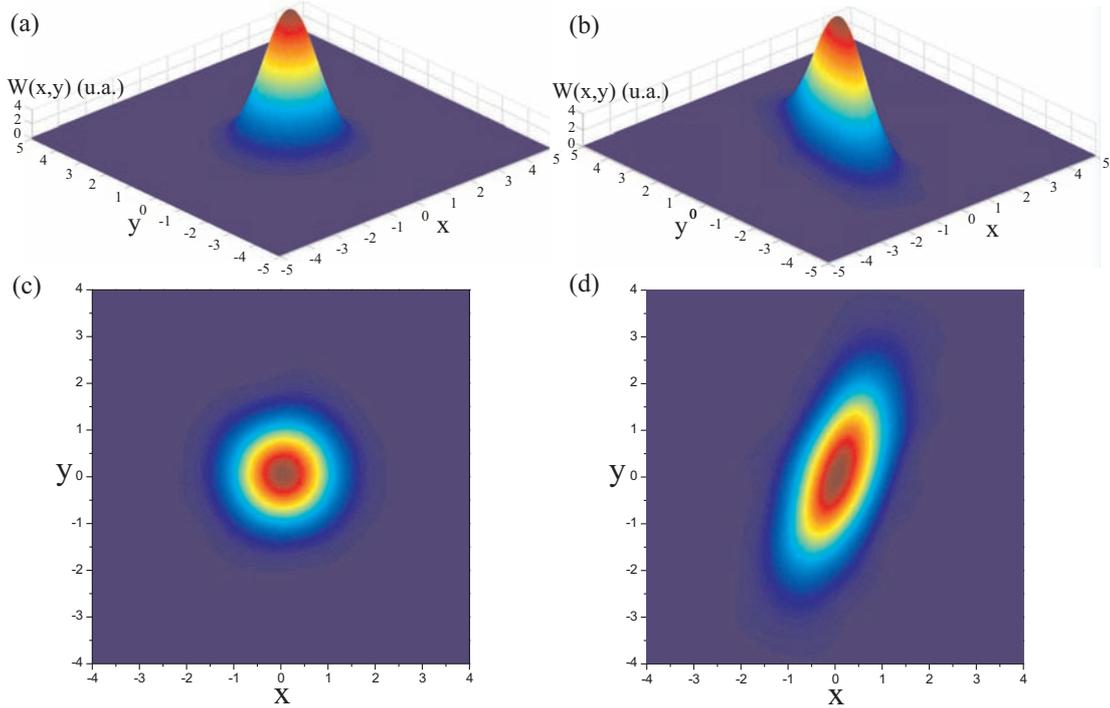


FIG. 4.10 – (a) Fonction de Wigner calculée à partir de la matrice densité obtenue par l'algorithme MaxLik pour le photocourant du vide de la figure 4.8 (a). Même reconstruction, mais pour l'état comprimé correspondant au photocourant de la figure 4.8 (b). (c) Lignes de niveaux de la fonction de Wigner (a) de l'état de vide. (d) Lignes de niveaux de la fonction de Wigner (b) de l'état comprimé.

attendues et on notera l'absence de fortes ondulations sur les bords de la fonction de Wigner, ce qui est l'un des avantages de la reconstruction tomographique par l'algorithme MaxLik, comme on l'avait signalé à la section D.1. Nous avons ensuite tracé les lignes de niveaux de ces fonctions de Wigner (figure 4.10 (c) et (d)), ce qui correspond dans ce cas à la visualisation des fluctuations quantiques dans le repère de Fresnel. On pourrait utiliser ces lignes de niveaux pour retrouver le taux de compression et d'excès de bruit de l'état comprimé mais cette méthode s'avère moins précise que celle utilisée précédemment.

En conclusion, on constate que l'algorithme MaxLik donne les mêmes résultats en termes de bruit que ceux obtenus avec un analyseur de spectre. Cet algorithme sera utilisé pour les mesures sur des états de vide comprimés, en particulier lorsque les faisceaux seront découpés en impulsions pour être stockés dans une mémoire quantique.

E Conclusion

En conclusion, nous avons réalisé un montage permettant de produire un état de vide comprimé résonant avec la raie D_2 du césium. Le système s'articule autour d'un oscillateur paramétrique optique fonctionnant sous le seuil d'oscillation pompé par un faisceau à 426 nm provenant d'un doubleur de fréquence lui-même pompé par un laser à titane-saphir. Le doubleur de fréquence présente un taux de conversion moyen de 53 % pour des puissances de pompe allant jusqu'à environ 600 mW. Il a permis d'obtenir de façon stable jusqu'à 340 mW de faisceau bleu à 426 nm ce qui est à notre connaissance la plus grande valeur actuellement atteinte à cette longueur d'onde. En ce qui concerne l'OPO, nous avons obtenu de la compression de bruit sur la bande de fréquence allant de 25 kHz à plus de 5 MHz avec un peu plus de 3 dB dans la région 50 kHz à 2 MHz. Ces résultats sur le doubleur de fréquence et l'OPO sont proches des valeurs théoriques attendues, et l'absence d'instabilités importantes, d'endommagement du milieu non-linéaire ou de BLIRA valide notre utilisation d'un cristal de PPKTP associé à une focalisation beaucoup moins forte que celle prévue par la théorie. Notons aussi que le fait d'avoir des taux de compression importants à des fréquences aussi basses fait de ce système de génération de vide comprimé un candidat idéal pour l'étude de l'interaction lumière-matière avec des atomes de césium et en particulier pour le stockage d'un état non-classique de la lumière dans une mémoire atomique par transparence induite électromagnétiquement.

Nous avons également présenté un algorithme de reconstruction d'états quantiques par tomographie quantique homodyne. L'algorithme utilise la méthode de recherche du maximum de vraisemblance. Les tests effectués avec cet algorithme sur des états comprimés donnent les mêmes résultats que ceux fournis par un analyseur de spectre, ce qui permet de valider l'algorithme ainsi que la chaîne d'acquisition associée.

Intrication de deux faisceaux à partir d'un état de vide comprimé

Sommaire

A	Dispositifs étudiés et notations	129
A.1	Présentation du dispositif global	129
A.2	Dispositifs de séparation	130
B	Intrication après séparation en deux faisceaux	133
B.1	Intrication obtenue avec la lame semi-réfléchissante	133
B.2	Intrication obtenue avec la cavité	134
B.3	Comparaison des deux dispositifs	140
B.4	Stratégie de mesure utilisée	141
C	Intrication après les atomes	142
C.1	Choix des fenêtres d'EIT	142
C.2	Relations d'entrée-sortie	144
C.3	Intrication obtenue avec la lame semi-réfléchissante	145
C.4	Intrication obtenue avec la cavité	146
C.5	Comparaison des deux dispositifs	147
D	Conclusion	151

L'un des éléments fondamentaux des réseaux de communications quantiques, et en particulier des répéteurs quantiques, est la possibilité de transmettre des faisceaux intriqués vers deux lieux séparés spatialement, de stocker cette intrication dans des mémoires quantiques et de pouvoir restituer à la demande ces deux faisceaux intriqués [Duan *et al.*, 2001], [Kimble, 2008]. Comme on l'expliquera au chapitre 6, nous avons mis en place un dispositif de mémoire dans une vapeur de césium permettant de stocker l'information quantique contenue dans un faisceau lumineux. Par extension, avec deux telles mémoires, il est possible en théorie de stocker et de restituer deux faisceaux intriqués.

Nous souhaitons créer deux faisceaux intriqués pour pouvoir tester à terme le stockage d'intrication dans deux mémoires. Il existe des dispositifs permettant de créer directement des états intriqués, comme par exemple un oscillateur paramétrique optique de type II. Cependant, comme expliqué dans le chapitre précédent, nous disposons d'une source de vide comprimé à 852 nm qui s'appuie sur un OPO de type I. Par conséquent, au lieu de construire un nouveau dispositif, on souhaiterait utiliser les états comprimés dont on dispose déjà pour créer des faisceaux intriqués.

Nous allons étudier dans ce chapitre deux systèmes permettant de créer deux faisceaux intriqués à partir d'un état de vide comprimé, à savoir une lame semi-réfléchissante et une cavité Fabry-Pérot. Nous comparerons l'intrication au sens de Duan et Simon obtenue dans les deux cas, tout d'abord juste après la séparation en deux faisceaux, puis après avoir fait passer ces faisceaux dans deux ensembles atomiques dont la fonction de transfert sera modélisée par des fenêtres de transparence induite électromagnétiquement (EIT) (chapitre 7). Ces ensembles atomiques seront à terme des mémoires quantiques, mais nous nous contenterons dans ce chapitre d'étudier le processus en régime stationnaire, ce qui donne déjà une limite supérieure au taux d'intrication qu'il est possible de récupérer si on avait deux mémoires quantiques, c'est-à-dire si on étudiait le fonctionnement en régime séquentiel avec deux impulsions signal intriquées stockées puis restituées (chapitre 6, section A.4.2). On étudiera tout particulièrement dans ce chapitre le cas de fenêtres d'EIT centrées sur les bandes latérales des faisceaux à stocker (figure 5.1) étant donné que notre mémoire quantique est particulièrement adaptée au stockage d'une bande latérale unique (section B.2.3 du chapitre 6).

A Dispositifs étudiés et notations

A.1 Présentation du dispositif global

Nous souhaitons étudier le dispositif dont le schéma est présenté sur la figure 5.1. On considère un état comprimé incident représenté par le champ A^{in} qui est séparé en

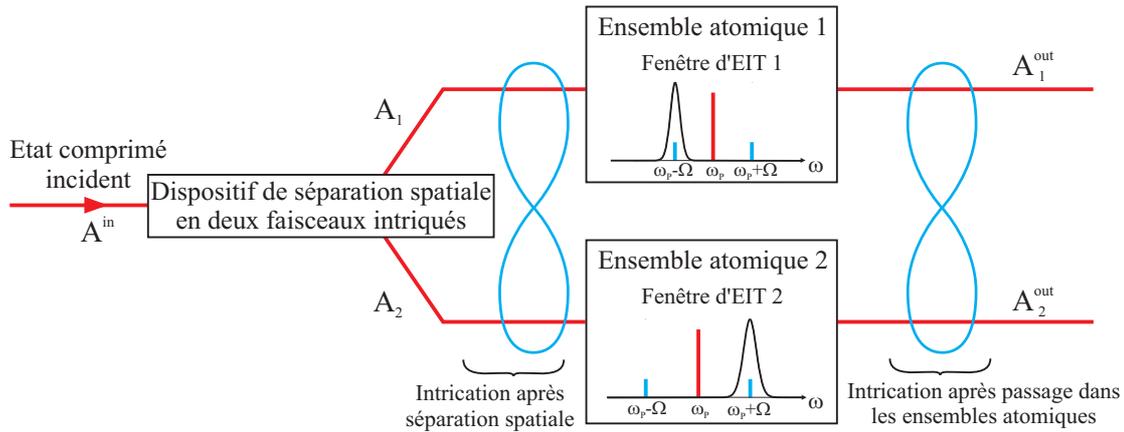


FIG. 5.1 – Représentation schématique d'un dispositif permettant de séparer spatialement un faisceau initialement comprimé en deux faisceaux intriqués et de faire passer ces deux faisceaux dans 2 ensembles atomiques caractérisés par des fonctions de transfert qui sont des fenêtres de transparence induite électromagnétiquement (EIT). Le but est d'étudier l'intrication des faisceaux juste après séparation spatiale et après passage dans les ensembles atomiques. Les exposants "in" et "out" servent à indexer les champs respectivement avant séparation et après passage dans les atomes. L'absence d'exposant indique les champs juste après le dispositif de séparation spatiale.

deux faisceaux A_1 et A_2 . Chaque faisceau traverse ensuite un ensemble d'atomes dans lequel on a créé une fenêtre de transparence induite électromagnétiquement (EIT) (voir chapitre 7 pour plus de détails sur l'EIT). Les fenêtres ne sont pas forcément identiques, et sont caractérisées par des fonctions de transfert $f_{EIT,1}(\Omega)$ et $f_{EIT,2}(\Omega)$. Les faisceaux sortants sont notés A_1^{out} et A_2^{out} . On s'intéresse à l'intrication au sens de Duan et Simon comme définie à la section C.2.1 du chapitre 1.

Dans ce chapitre, on va étudier l'intrication avant et après passage dans les ensembles atomiques, en comparant deux dispositifs permettant de séparer un champ comprimé en deux faisceaux intriqués : une lame semi-réfléchissante et une cavité Fabry-Pérot.

A.2 Dispositifs de séparation

Il existe plusieurs dispositifs permettant de créer des faisceaux intriqués à partir d'un faisceau dans un état comprimé. Nous allons présenter succinctement trois systèmes dans cette section et nous reviendrons plus en détail sur deux de ces systèmes dans les sections suivantes. Ces dispositifs sont une lame semi-réfléchissante, une cavité Fabry-Pérot et un interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique. Les deux derniers systèmes ont la particularité de pouvoir séparer différentes bandes de fréquences contrairement à la lame semi-réfléchissante qui agit de la même manière sur toutes les fréquences du faisceau.

A.2.1 Lame semi-réfléchissante

Une lame semi-réfléchissante sépare en deux le faisceau incident et combine en sortie ce faisceau avec les fluctuations du vide entrant par l'autre voie de la lame (figure 5.2). Ce dispositif n'étant pas sélectif en fréquence, on obtient sur chaque sortie une superposition des bandes latérales du signal incident et des fluctuations du vide, comme représenté schématiquement sur la figure. Il s'agit du dispositif de séparation des faisceaux le plus simple à mettre en œuvre, ne nécessitant aucun asservissement.

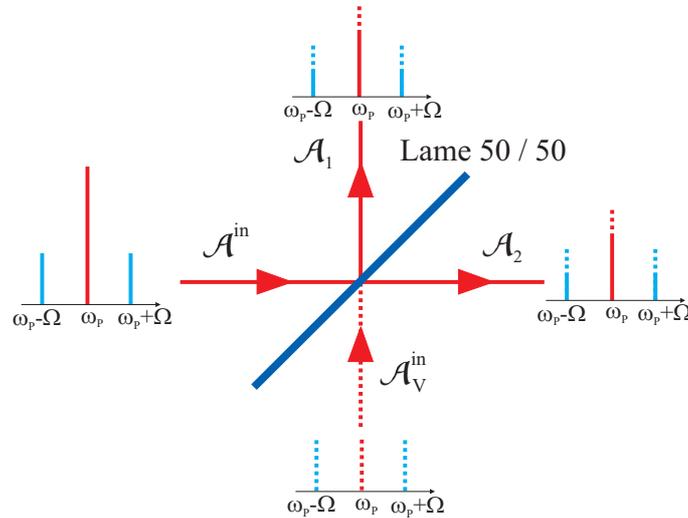


FIG. 5.2 – Représentation schématique de l'effet d'une lame semi-réfléchissante sur les bandes latérales d'un signal \mathcal{A}^{in} , les fluctuations du vide \mathcal{A}_V^{in} rentrant par l'autre voie. Les bandes latérales des faisceaux de sortie sont identiques pour les deux voies et constituées d'un mélange des bandes latérales du signal et des fluctuations du vide. ω_P représente la fréquence de la porteuse du signal incident (fréquence centrale du laser source), $\omega_P \pm \Omega$ sont les fréquences de deux bandes latérales symétriques par rapport à cette porteuse.

A.2.3 Interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique

Il existe un autre dispositif permettant de séparer les différentes bandes de fréquences d'un faisceau. Il s'agit d'un interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique comme représenté sur la figure 5.4.

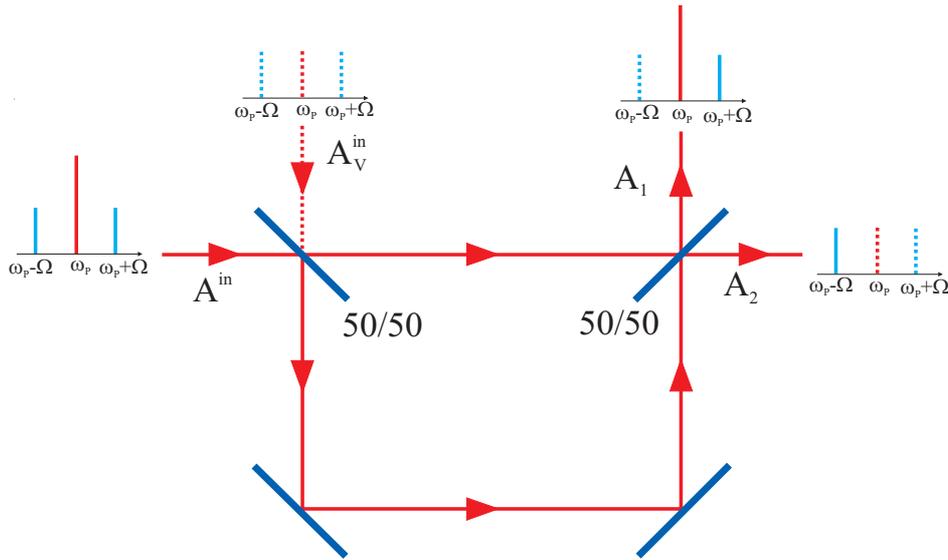


FIG. 5.4 – Représentation schématique de l'effet d'un interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique sur les bandes latérales d'un signal A^{in} , les fluctuations du vide A_V^{in} rentrant par l'autre face de la première lame 50/50. Comme dans le cas de la cavité Fabry-Pérot, les bandes latérales des deux faisceaux de sortie sont constituées soit d'une bande latérale du champ A^{in} , soit d'une bande latérale issue du vide A_V^{in} . ω_P représente la fréquence de la porteuse du signal incident, $\omega_P \pm \Omega$ sont les fréquences de deux bandes latérales symétriques par rapport à cette porteuse. Illustration tirée de [Glöckl *et al.*, 2006].

Ce dispositif a déjà été utilisé expérimentalement pour produire des états intriqués à partir d'un état comprimé [Huntington *et al.*, 2005]. Cependant, ce système serait complexe à mettre en œuvre pour notre expérience. En effet, nous souhaitons pouvoir séparer et stocker des bandes latérales distantes d'une fréquence f_m valant environ 1 MHz par rapport à la fréquence de la porteuse (chapitre 6). Pour que l'interféromètre de Mach-Zehnder asymétrique effectue une telle séparation, il faut que la différence Δ_L de chemin entre les deux bras de l'interféromètre satisfasse la relation [Huntington *et al.*, 2005]

$$\Delta_L = \frac{c}{4f_m} \quad (5.1)$$

ce qui donne $\Delta_L \approx 75$ m pour notre expérience. Une telle différence entre les deux

bras de l'interféromètre serait difficile à réaliser expérimentalement à l'air libre, et l'utilisation d'une fibre optique engendrerait des pertes diminuant d'autant l'intrication sur les faisceaux de sortie. Par conséquent, ce dispositif ne sera pas étudié plus en détail dans ce chapitre. Dans [Huntington *et al.*, 2005] l'utilisation de ce système a été rendue possible par le choix d'une fréquence d'environ 10 MHz pour les bandes latérales à étudier, ce qui correspond à une différence de longueur des bras d'un peu plus de 7 m.

B Intrication après séparation en deux faisceaux

Nous allons maintenant déterminer l'intrication obtenue juste après le dispositif séparant le faisceau comprimé initial en deux faisceaux distincts et comparer les performances du système utilisant la lame semi-réfléchissante avec le dispositif utilisant une cavité. On va considérer dans la suite que tous les champs moyens sont nuls et linéariser les fluctuations.

B.1 Intrication obtenue avec la lame semi-réfléchissante

Dans toute la suite de ce chapitre, les lettres calligraphiées feront référence aux calculs utilisant la lame 50/50 comme dispositif de séparation spatiale des faisceaux. Considérons le schéma et les notations de la figure 5.2. Les deux champs obtenus après séparation du faisceau incident par la lame s'écrivent

$$\delta\mathcal{A}_1(\Omega) = \frac{-\delta\mathcal{A}^{in}(\Omega) + \delta\mathcal{A}_V^{in}(\Omega)}{\sqrt{2}} \quad (5.2)$$

$$\delta\mathcal{A}_2(\Omega) = \frac{\delta\mathcal{A}^{in}(\Omega) + \delta\mathcal{A}_V^{in}(\Omega)}{\sqrt{2}} \quad (5.3)$$

On en déduit alors la quadrature X pour les deux champs sortant

$$\delta\mathcal{X}_1(\Omega) = \frac{-\delta\mathcal{X}^{in}(\Omega) + \delta\mathcal{X}_V^{in}(\Omega)}{\sqrt{2}} \quad (5.4)$$

$$\delta\mathcal{X}_2(\Omega) = \frac{\delta\mathcal{X}^{in}(\Omega) + \delta\mathcal{X}_V^{in}(\Omega)}{\sqrt{2}} \quad (5.5)$$

et des expressions similaires pour la quadrature \mathcal{Y} . Le faisceau comprimé incident et les fluctuations du vide rentrant par l'autre face de la lame n'étant pas corrélés, on en déduit immédiatement les densités spectrales de bruit des deux faisceaux de sortie

$$S_{\mathcal{X}_1}(\Omega) = S_{\mathcal{X}_2}(\Omega) = \frac{S_{\mathcal{X}^{in}}(\Omega) + S_{\mathcal{X}_V^{in}}(\Omega)}{2} = \frac{S_{\mathcal{X}^{in}}(\Omega) + 1}{2} \quad (5.6)$$

$$S_{\mathcal{Y}_1}(\Omega) = S_{\mathcal{Y}_2}(\Omega) = \frac{S_{\mathcal{Y}^{in}}(\Omega) + S_{\mathcal{Y}_V^{in}}(\Omega)}{2} = \frac{S_{\mathcal{Y}^{in}}(\Omega) + 1}{2} \quad (5.7)$$

où l'on rappelle que la densité spectrale de bruit pour le vide est égale à 1. On considère que l'état d'entrée est comprimé selon la quadrature \mathcal{X} avec une densité spectrale de bruit normalisée $s < 1$. Dans ce cas, les deux quadratures $\mathcal{X}_{1,2}$ sont comprimées en sortie avec une densité spectrale de bruit égale à $\frac{s+1}{2}$, et les quadratures $\mathcal{Y}_{1,2}$ présentent un excès de bruit. On retrouve alors le résultat connu : en séparant un faisceau comprimé avec une lame semi-réfléchissante, on obtient deux faisceaux comprimés avec des taux de compression réduits par rapport au faisceau initial, les taux de compression en sortie correspondant à 50 % de pertes sur le taux de compression d'entrée.

Ce qui nous intéresse surtout ici, c'est de calculer la séparabilité $\mathcal{I}_{1,2}$ des faisceaux en sortie de la lame. D'après la définition (1.78) on a

$$\mathcal{I}_{1,2}(\Omega) = \frac{1}{4} (S_{\mathcal{X}_1 - \mathcal{X}_2}(\Omega) + S_{\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2}(\Omega)) \quad (5.8)$$

ce qui donne finalement

$$\mathcal{I}_{1,2}(\Omega) = \frac{S_{\mathcal{X}^{in}}(\Omega) + S_{\mathcal{Y}_V^{in}}(\Omega)}{2} = \frac{s+1}{2} < 1 \quad (5.9)$$

On retrouve le résultat de la section C.3.3 du chapitre 1 : une lame 50/50 sépare un faisceau comprimé en deux faisceaux intriqués, et ce quel que soit le taux de compression de l'état incident. L'intrication est présente sur la même bande de fréquences que celle qui est comprimée dans le faisceau incident. Comme on va le voir, ce ne sera plus le cas avec la cavité Fabry-Pérot.

B.2 Intrication obtenue avec la cavité

Nous étudions maintenant le dispositif utilisant une cavité séparant les bandes de fréquences du champ comprimé incident. Considérons le schéma de la figure 5.3. Nous reprenons les notations et approximations utilisées au chapitre 3 concernant les miroirs. Pour le miroir M_i de transmission et réflexion en amplitude respectivement égales à t_i et r_i on introduit les coefficients $\gamma_i \ll 1$ tels que $t_i = \sqrt{2\gamma_i}$ et $r_i \approx 1 - \gamma_i$. Toutes les pertes autres que sur les miroirs M_1 et M_2 sont regroupées dans le coefficient γ_L . De plus, on note $\tau = \frac{L}{c}$ le temps mis par la lumière pour faire un tour de cavité, L étant la longueur de la cavité.

B.2.1 Expression des champs en sortie

Nous allons maintenant calculer les champs A_1 et A_2 en sortie de la cavité en nous inspirant des calculs de l'article [Huntington et Ralph, 2002]. Le champ intracavité $A_c(t)$ vaut, après un tour de cavité, c'est-à-dire à l'instant $t + \tau$

$$A_c(t + \tau) = (1 - \gamma_1)(1 - \gamma_2)(1 - \gamma_L)e^{i\phi} A_c(t) + \sqrt{2\gamma_1} A^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_2} A_V^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_L} A_L^{in}(t) \quad (5.10)$$

où ϕ est le déphasage sur un tour de cavité pour la fréquence de la porteuse (fréquence centrale du faisceau comprimé incident) et $A_L^{in}(t)$ désigne les fluctuations du vide qui se rajoutent au champ circulant dans la cavité à cause des pertes autres que sur les miroirs 1 et 2. On note $\Delta = \omega_c - \omega_P$ le désaccord entre la fréquence de résonance de la cavité et la fréquence de la porteuse du signal, et on ne s'intéresse qu'à des désaccords faibles devant l'intervalle spectral libre de la cavité (typiquement des désaccords de l'ordre du MHz pour un intervalle spectral libre valant plusieurs centaines de MHz). Dans ce cas, on a

$$e^{i\phi} = e^{-i\Delta\tau} \approx 1 - i\Delta\tau \quad (5.11)$$

L'équation (5.10) devient alors

$$\tau \frac{dA_c}{dt} = -(\gamma + i\Delta\tau)A_c(t) + \sqrt{2\gamma_1}A^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_2}A_V^{in}(t) + \sqrt{2\gamma_L}A_L^{in}(t) \quad (5.12)$$

avec $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_L$.

Après transformée de Fourier, on obtient l'expression de $A_c(\Omega)$ en fonction des champs entrant dans la cavité

$$-i\Omega A_c(\Omega) = -(\kappa + i\Delta)A_c(\Omega) + \sqrt{\frac{2\kappa_1}{\tau}}A^{in}(\Omega) + \sqrt{\frac{2\kappa_2}{\tau}}A_V^{in}(\Omega) + \sqrt{\frac{2\kappa_L}{\tau}}A_L^{in}(\Omega) \quad (5.13)$$

$$A_c(\Omega) = \frac{\sqrt{\frac{2\kappa_1}{\tau}}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{\frac{2\kappa_2}{\tau}}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A_V^{in}(\Omega) + \frac{\sqrt{\frac{2\kappa_L}{\tau}}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A_L^{in}(\Omega) \quad (5.14)$$

où l'on a défini $\kappa_i = \frac{\gamma_i}{\tau}$ ($i = 1, 2, L$) et $\kappa = \frac{\gamma}{\tau}$. Il reste enfin à écrire les conditions de continuité sur les miroirs M_1 et M_2

$$A_1 = \sqrt{2\gamma_1}A_c - (1 - \gamma_1)A^{in} \approx \sqrt{2\gamma_1}A_c - A^{in}$$

$$A_2 = \sqrt{2\gamma_2}A_c - (1 - \gamma_2)A_V^{in} \approx \sqrt{2\gamma_2}A_c - A_V^{in}$$

où l'on a supposé que les miroirs sont très réfléchissants. On en déduit finalement l'expression des deux champs sortant de la cavité en fonction des champs d'entrée et des paramètres de la cavité

$$A_1(\Omega) = -\frac{(\kappa - 2\kappa_1) + i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A^{in}(\Omega) + \frac{2\sqrt{\kappa_1\kappa_2}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A_V^{in}(\Omega) + \frac{2\sqrt{\kappa_1\kappa_L}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A_L^{in}(\Omega) \quad (5.15)$$

$$A_2(\Omega) = \frac{2\sqrt{\kappa_1\kappa_2}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A^{in}(\Omega) - \frac{(\kappa - 2\kappa_2) + i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A_V^{in}(\Omega) + \frac{2\sqrt{\kappa_2\kappa_L}}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}A_L^{in}(\Omega) \quad (5.16)$$

B.2.2 Simplifications

Nous allons maintenant simplifier les résultats précédents en nous plaçant dans une configuration symétrique, c'est-à-dire en considérant que les miroirs M_1 et M_2 sont identiques. Il en résulte que $\kappa_1 = \kappa_2$ et $\kappa - 2\kappa_1 = \kappa - 2\kappa_2 = \kappa_L$. De plus, nous considérons que le désaccord Δ cavité-porteuse (choisi positif pour simplifier les calculs) est grand devant la bande passante de la cavité et que les fréquences d'analyse sont proches en valeur absolue du désaccord Δ , ce qui s'écrit $|\Omega| \approx \Delta \gg \kappa$. Enfin, on suppose que les pertes par les miroirs autres que M_1 et M_2 sont négligeables devant les pertes totales de la cavité $\kappa_L \ll \kappa$. Avec toutes ces simplifications, les fluctuations des champs de sortie s'écrivent

$$\delta A_1(\Omega) \approx -\frac{i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}\delta A^{in}(\Omega) + \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}\delta A_V^{in}(\Omega) \quad (5.17)$$

$$\delta A_2(\Omega) \approx \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}\delta A^{in}(\Omega) - \frac{i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)}\delta A_V^{in}(\Omega) \quad (5.18)$$

et pour les champs conjugués, on obtient

$$\delta A_1^\dagger(\Omega) \approx \frac{i(\Delta + \Omega)}{\kappa - i(\Delta + \Omega)}\delta A^{in\dagger}(\Omega) + \frac{\kappa}{\kappa - i(\Delta + \Omega)}\delta A_V^{in\dagger}(\Omega) \quad (5.19)$$

$$\delta A_2^\dagger(\Omega) \approx \frac{\kappa}{\kappa - i(\Delta + \Omega)}\delta A^{in\dagger}(\Omega) + \frac{i(\Delta + \Omega)}{\kappa - i(\Delta + \Omega)}\delta A_V^{in\dagger}(\Omega) \quad (5.20)$$

Dans toute la suite du chapitre, on va choisir une fréquence d'analyse Ω positive, proche de Δ . Dans ce cas, en utilisant la condition $\Delta + \Omega \gg \kappa$ les équations pour les champs conjugués deviennent

$$\delta A_1^\dagger(\Omega) \approx -\delta A^{in\dagger}(\Omega) \quad (5.21)$$

$$\delta A_2^\dagger(\Omega) \approx -\delta A_V^{in\dagger}(\Omega) \quad (5.22)$$

Dans le cas particulier où on analyse à une fréquence proche du désaccord de la cavité par rapport à la bande passante de celle-ci, c'est-à-dire $|\Delta - \Omega| \ll \kappa$, on obtient

$$\delta A_1(\Omega) \approx \delta A_V^{in}(\Omega) \quad (5.23)$$

$$\delta A_2(\Omega) \approx \delta A^{in}(\Omega) \quad (5.24)$$

Ceci est la traduction mathématique de la schématisation des bandes latérales en sortie de la cavité présentée sur la figure 5.3 : à la fréquence $\omega_P + \Omega$, c'est-à-dire à la fréquence de résonance de la cavité, le champ à la sortie 2 est composé de la bande latérale du champ signal incident alors que le champ à la sortie 1 est composé des fluctuations du vide. À la fréquence $\omega_P - \Omega$, la situation est inversée. Ce dispositif permet par conséquent de séparer les différentes fréquences d'un champ comme annoncé précédemment.

B.2.3 Densités spectrales de bruit sur les deux faisceaux de sortie

Nous allons maintenant calculer la densité spectrale de bruit sur les deux faisceaux obtenus en sortie de la cavité. Pour cela, commençons d'abord par calculer les quadratures des deux champs de sortie en fonction des quadratures des champs d'entrée

$$\begin{aligned}\delta X_1(\Omega) &= -\frac{1}{2} \frac{\kappa + 2i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X^{in}(\Omega) + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X_V^{in}(\Omega) \\ &\quad + \frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y^{in}(\Omega) + \frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y_V^{in}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.25)$$

$$\begin{aligned}\delta Y_1(\Omega) &= -\frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X^{in}(\Omega) - \frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X_V^{in}(\Omega) \\ &\quad - \frac{1}{2} \frac{\kappa + 2i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y^{in}(\Omega) + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y_V^{in}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.26)$$

$$\begin{aligned}\delta X_2(\Omega) &= \frac{1}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X^{in}(\Omega) - \frac{1}{2} \frac{\kappa + 2i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X_V^{in}(\Omega) \\ &\quad + \frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y^{in}(\Omega) + \frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y_V^{in}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.27)$$

$$\begin{aligned}\delta Y_2(\Omega) &= -\frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X^{in}(\Omega) - \frac{i}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X_V^{in}(\Omega) \\ &\quad + \frac{1}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y^{in}(\Omega) - \frac{1}{2} \frac{\kappa + 2i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y_V^{in}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.28)$$

A partir des expressions de ces quadratures, on peut en déduire les expressions des densités spectrales de bruit pour les deux faisceaux de sortie. On obtient après calcul

$$\begin{aligned}S_{X_1}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2 + 4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y^{in}}(\Omega) \\ &\quad + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X_V^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y_V^{in}}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.29)$$

$$\begin{aligned}S_{Y_1}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2 + 4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y^{in}}(\Omega) \\ &\quad + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X_V^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y_V^{in}}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.30)$$

$$\begin{aligned}S_{X_2}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y^{in}}(\Omega) \\ &\quad + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2 + 4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X_V^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y_V^{in}}(\Omega)\end{aligned}\quad (5.31)$$

$$\begin{aligned}
S_{Y_2}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y^{in}}(\Omega) \\
&\quad \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X_V^{in}}(\Omega) + \frac{1}{4} \frac{\kappa^2 + 4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y_V^{in}}(\Omega) \quad (5.32)
\end{aligned}$$

Pour un signal d'entrée sous forme d'un état comprimé de densité spectrale de bruit normalisée $s < 1$ selon la quadrature X et $\frac{1}{s'} \geq \frac{1}{s} > 1$ selon la quadrature Y , sur une bande de fréquences large devant la bande passante de la cavité et devant les fréquences d'analyse considérées, on obtient

$$\begin{aligned}
S_{X_1}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \left(s + \frac{1}{s'} + 2 \right) + \frac{1}{4} \frac{4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} s \\
S_{Y_1}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \underbrace{\left(s + \frac{1}{s'} + 2 \right)}_{>4} + \frac{1}{4} \frac{4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \underbrace{\frac{1}{s'}}_{>1} > 1 \\
S_{X_2}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \underbrace{\left(s + \frac{1}{s'} + 2 \right)}_{>4} + \frac{1}{4} \frac{4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} > 1 \\
S_{Y_2}(\Omega) &= \frac{1}{4} \frac{\kappa^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \underbrace{\left(s + \frac{1}{s'} + 2 \right)}_{>4} + \frac{1}{4} \frac{4(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} > 1
\end{aligned} \quad (5.33)$$

On constate que seule la sortie 1 peut éventuellement être dans un état comprimé, ce qui est différent de l'étude effectuée avec la lame où les deux sorties sont toujours dans des états comprimés. On a tracé sur la figure 5.5 les courbes donnant la densité spectrale de bruit $S_{X_1}(\Omega)$ à la sortie 1 de la cavité, pour un état incident comprimé selon la quadrature X avec 3 dB de compression de bruit, pour un état minimal (figure (a)) et pour un état avec 8 dB d'excès de bruit sur la quadrature Y (figure (b)), cette valeur correspondant à l'excès de bruit mesuré à la sortie de notre OPO autour de 1,5 MHz (figure 4.7 (a)). On a choisi un désaccord cavité - porteuse du signal $\Delta/2\pi$ de 1,5 MHz afin d'avoir des fréquences d'analyse proches des valeurs ayant donné les meilleurs taux de compression avec l'OPO (chapitre 4) et proches des fréquences des bandes latérales stockées dans la mémoire quantique (chapitre 6). On constate que la quadrature X sur la sortie 1 de la cavité présente un excès de bruit quand on analyse à la fréquence Δ . On peut interpréter ceci de la façon suivante : en analysant à la fréquence $\Omega = \Delta$ résonante avec la cavité, on obtient sur la sortie 1 une bande latérale à $-\Omega$ qui a les fluctuations du signal incident et sur la bande latérale située à $+\Omega$ les fluctuations du vide. Ces fluctuations n'étant pas corrélées, on ne peut pas avoir de compression de bruit à la fréquence $\Omega = \Delta$. Si on analyse à des fréquences éloignées de la résonance de la cavité,

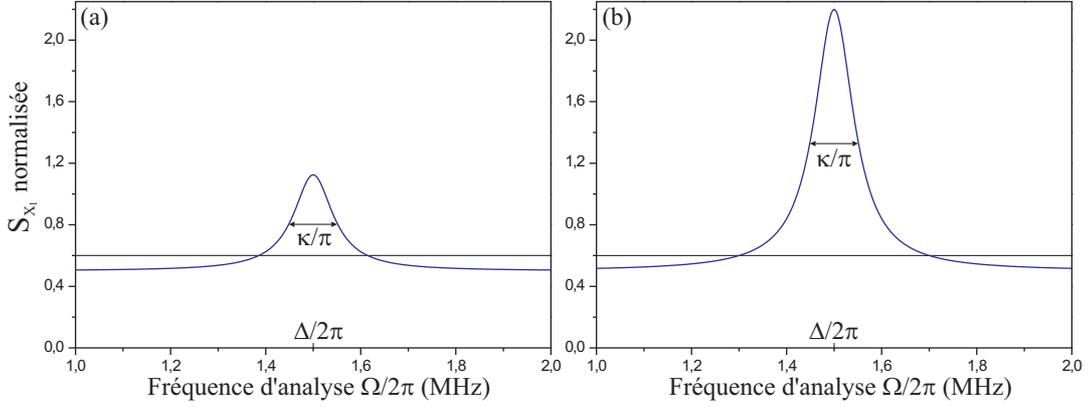


FIG. 5.5 – Densité spectrale de bruit normalisée au bruit quantique standard sur la quadrature X à la sortie 1 de la cavité, pour un état incident comprimé selon la quadrature X . Taux de compression : 3 dB ($s = 0,5$), (a) état comprimé minimal, (b) état comprimé avec 8 dB d’excès de bruit ($1/s' = 6,3$) sur la quadrature Y . Désaccord cavité - porteuse du signal : $\Delta/2\pi = 1,5$ MHz, bande passante de la cavité : $\kappa/\pi = 100$ kHz, $\kappa_L = 0$. On rappelle que la limite quantique standard vaut 1.

les bandes latérales symétriques à $\pm\Omega$ sont toutes deux réfléchies par la cavité, donc issues de l’état comprimé incident. Leurs corrélations permettent alors d’obtenir de la compression de bruit, comme on le voit sur la figure 5.5.

B.2.4 Calcul de la séparabilité

Nous allons maintenant calculer la séparabilité des deux faisceaux issus de la cavité. Avec les relations (5.25) à (5.28), on peut calculer les quantités $\delta X_1(\Omega) - \delta X_2(\Omega)$ et $\delta Y_1(\Omega) + \delta Y_2(\Omega)$, puis leur densité spectrale de bruit, puis en déduire la valeur de la séparabilité avec la définition

$$I_{1,2}(\Omega) = \frac{1}{4} (S_{X_1 - X_2}(\Omega) + S_{Y_1 + Y_2}(\Omega)) \quad (5.34)$$

Après calcul, on obtient

$$I_{1,2}(\Omega) = \frac{1}{4} \left(\frac{2\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X^{in}}(\Omega) + \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y^{in}}(\Omega) + \frac{2\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{X_V^{in}}(\Omega) + \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} S_{Y_V^{in}}(\Omega) \right) \quad (5.35)$$

Pour un état incident comprimé de densité spectrale de bruit $s < 1$ selon la quadrature X et $\frac{1}{s'} > 1$ selon la quadrature Y , l'expression se simplifie en

$$I_{1,2}(\Omega) = \frac{1}{4} \left(\frac{2\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} s + \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \frac{1}{s'} + 2 \right) \quad (5.36)$$

Nous allons maintenant comparer ce résultat avec celui qui a été obtenu pour la lame semi-réfléchissante.

B.3 Comparaison des deux dispositifs

Avec la lame semi-réfléchissante, pour un état comprimé incident de variance s , on obtient en sortie une séparabilité qui vaut d'après l'équation (5.9)

$$\mathcal{I}_{1,2}(\Omega) = \frac{s+1}{2} < 1 \quad (5.37)$$

Pour la cavité, on a obtenu l'expression (5.36)

$$I_{1,2}(\Omega) = \frac{1}{4} \left(\frac{2\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} s + \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \frac{1}{s'} + 2 \right) \quad (5.38)$$

où comme on peut le constater, la séparabilité dépend de la fréquence d'analyse, de la fréquence de résonance de la cavité et de la bande passante de la cavité. Si on analyse à la fréquence de résonance de la cavité, c'est-à-dire $\Omega = \Delta$, alors on obtient

$$I_{1,2}(\Delta) = \frac{s+1}{2} < 1 \quad (5.39)$$

On retrouve le résultat obtenu avec la lame et on a intrication des faisceaux quel que soit le niveau de compression de bruit en entrée. Si on analyse à une fréquence non résonante avec la cavité, en utilisant le fait que $\frac{1}{s'} > s$, on trouve

$$I_{1,2}(\Omega) > \frac{1}{4} \left(\frac{2\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} s + \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} s + 2 \right) = \frac{s+1}{2} = \mathcal{I}_{1,2}(\Omega) \quad (5.40)$$

ce qui nous indique qu'il y a dans ce cas moins d'intrication avec le dispositif utilisant la cavité qu'avec la lame semi-réfléchissante. Si on analyse à une fréquence trop éloignée de la fréquence de résonance de la cavité, le terme en $1/s'$ devient prépondérant dans (5.38) et on perd l'intrication des faisceaux, comme on peut le voir sur la figure 5.6 où on a tracé $I_{1-2}(\Omega)$ et $\mathcal{I}_{1-2}(\Omega)$ avec les mêmes paramètres que ceux de la figure 5.5. La bande de fréquences sur laquelle il y a de l'intrication pour la cavité a pour largeur $2\sqrt{\frac{2\kappa^2(1-s)}{s+\frac{1}{s'}-2}}$ et la séparabilité hors résonance tend vers $\frac{1}{4}(s + \frac{1}{s'} + 2) > 1$.

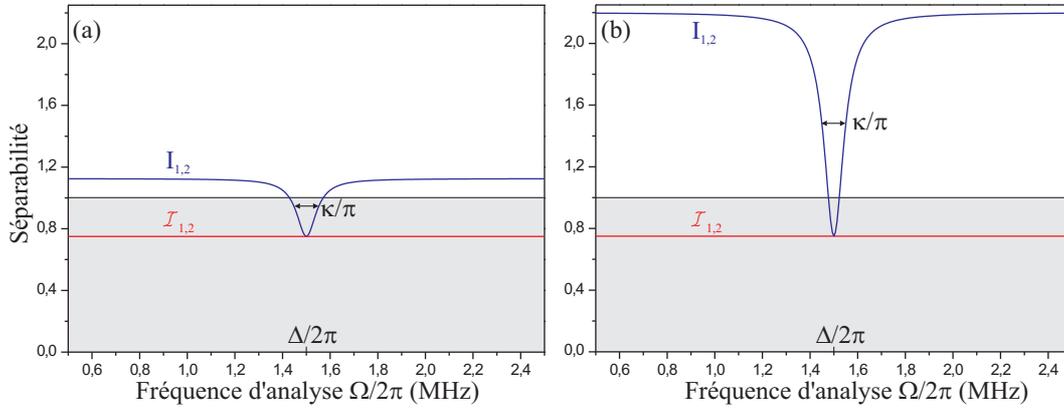


FIG. 5.6 – Comparaison de la séparabilité des faisceaux à la sortie de la lame semi-réfléchissante $\mathcal{I}_{1,2}(\Omega)$ et à la sortie de la cavité $I_{1,2}(\Omega)$, pour un état incident comprimé selon la quadrature X . La région grisée indique la zone où les faisceaux sont intriqués (séparabilité inférieure à 1). Taux de compression : 3 dB ($s = 0,5$), (a) état comprimé minimal, (b) état comprimé avec 8 dB d'excès de bruit ($1/s' = 6,3$) sur la quadrature Y . Désaccord cavité - porteuse du signal : $\Delta/2\pi = 1,5$ MHz, bande passante de la cavité : $\kappa/\pi = 100$ kHz, $\kappa_L = 0$.

Par conséquent, si on fait une mesure en sortie du dispositif de séparation, la lame semi-réfléchissante permet d'obtenir plus d'intrication que la cavité. Mais comme on le verra plus loin, la situation peut s'inverser si on place sur chaque faisceau des ensembles atomiques avec des fenêtres de transparence induite électromagnétiquement qui vont appliquer un filtre fréquentiel.

B.4 Stratégie de mesure utilisée

Dans tous les calculs précédents, on a implicitement supposé que l'on mesurait les quadratures des champs à l'aide de détections homodynes dont les oscillateurs locaux sont tous à la fréquence de la porteuse du signal, c'est-à-dire ω_p . Il existe d'autres stratégies de mesure, notamment celle consistant à décaler l'oscillateur local à la fréquence Ω à laquelle on souhaite analyser le signal [Zhang, 2003], [Hage *et al.*, 2007]. On effectue alors une mesure à fréquence nulle. Dans le cas de la lame, le fait de décaler la fréquence de l'oscillateur local ne change rien. Ceci provient du fait que ce dispositif n'est pas sélectif en fréquence. Dans l'expression du spectre de bruit (5.6) ou de la séparabilité (5.37), l'unité de bruit quantique standard qui a été ajoutée par la lame est présente quelle que soit la fréquence, et il n'y a aucun moyen de s'en affranchir. Pour la cavité, la situation est fondamentalement différente. On a vu qu'en analysant à une fréquence Ω proche de la résonance de la cavité devant la bande passante de celle-ci, c'est-à-dire

$|\Omega - \Delta| \ll \kappa$, on a $\delta A_2(\Omega) \approx \delta A^{in}(\Omega)$ (équation (5.24)). Par conséquent, en décalant l'oscillateur local pour le faisceau 2 à la fréquence Δ de la cavité et en décalant l'oscillateur local pour le faisceau 1 à la fréquence $-\Delta$ par rapport à la porteuse, on obtient au final une séparabilité qui vaut s (taux de compression de l'état initial) et elle est inférieure à la séparabilité obtenue avec la lame. Avec une telle stratégie de mesure, les performances de la cavité sont meilleures que celles de la lame en termes d'intrication. Cependant, effectuer expérimentalement une telle mesure s'avère complexe et demande d'avoir des systèmes d'asservissement très stables [Hage *et al.*, 2007]. De plus, l'oscillateur local présente toujours un excès de bruit à basse fréquence qui va venir dégrader l'intrication mesurée.

Il existe une autre stratégie de mesure permettant de retrouver le taux de compression initial en sortie dans le cas de la cavité. L'idée est de recombinaison les deux faisceaux intriqués sur une seconde cavité identique à celle ayant effectuée la séparation des faisceaux. On obtient alors sur une voie de sortie le faisceau comprimé initial et sur l'autre voie les fluctuations du vide. Cette méthode présente cependant l'inconvénient de nécessiter une seconde cavité de filtrage, ce qui complique l'expérience.

Par conséquent, dans tout ce chapitre, nous utiliserons comme stratégie de mesure celle consistant à avoir tous les oscillateurs locaux des détecteurs homodynes à la fréquence de la porteuse du signal initial, c'est-à-dire ω_P , et à effectuer des mesures sur des bandes latérales Ω situées typiquement à 1 MHz ou plus de la porteuse, ce qui permet de s'affranchir des bruits techniques. Cette méthode est la plus simple à mettre en œuvre expérimentalement et présente l'avantage par rapport à la méthode des oscillateurs locaux décalés de pouvoir être utilisée pour des signaux incidents multiplexés. On gardera cependant à l'esprit que cette stratégie de mesure n'est pas optimale dans le cas de la cavité, en particulier quand on connaît d'avance la fréquence des bandes latérales portant de l'information.

C Intrication après les atomes

Nous allons maintenant nous intéresser à l'intrication qui va subsister après passage des faisceaux dans deux fenêtres de transparence induite électromagnétiquement (EIT) créées dans deux ensembles d'atomes.

C.1 Choix des fenêtres d'EIT

Comme on le verra au chapitre 6, il existe deux choix possibles pour le positionnement en fréquence de la fenêtre d'EIT de chaque ensemble. Le premier consiste à centrer la fenêtre sur la porteuse du signal incident (figure 5.7 (a)). Une telle fenêtre agit de façon symétrique sur les bandes latérales du faisceau qui va la traverser et doit avoir une largeur au moins égale à l'écart en fréquence 2Ω entre deux bandes

latérales symétriques. La seconde solution consiste à centrer la fenêtre d'EIT sur une bande latérale à la fréquence $\omega_P \pm \Omega_{EIT}$ comme cela est illustré sur la figure 5.7 (b). Avec cette méthode, la bande latérale résonante avec la fenêtre d'EIT est transmise (du moins partiellement) alors que la bande latérale symétrique est remplacée par les fluctuations du vide. Comme on le verra au chapitre 6, la seconde méthode offre des performances supérieures à la première lorsque l'EIT est utilisée dans une mémoire. Par conséquent, nous allons dans la suite de ce chapitre étudier uniquement le cas où les ensembles atomiques 1 et 2 ont chacun une fenêtre d'EIT centrée respectivement sur les fréquences $\omega_P + \Omega_{EIT,1}$ et $\omega_P + \Omega_{EIT,2}$. Mais comme on l'a vu précédemment, l'intrication (ou la compression de bruit) repose sur des corrélations entre bandes latérales symétriques. Par conséquent, il faut que les 2 fenêtres d'EIT soient centrées sur des bandes latérales symétriques par rapport à la fréquence de la porteuse du signal. On choisit donc $-\Omega_{EIT,1} = \Omega_{EIT,2} \equiv \Omega_{EIT}$ avec $\Omega_{EIT} > 0$ ce qui correspond à la configuration représentée sur la figure 5.7 (b).

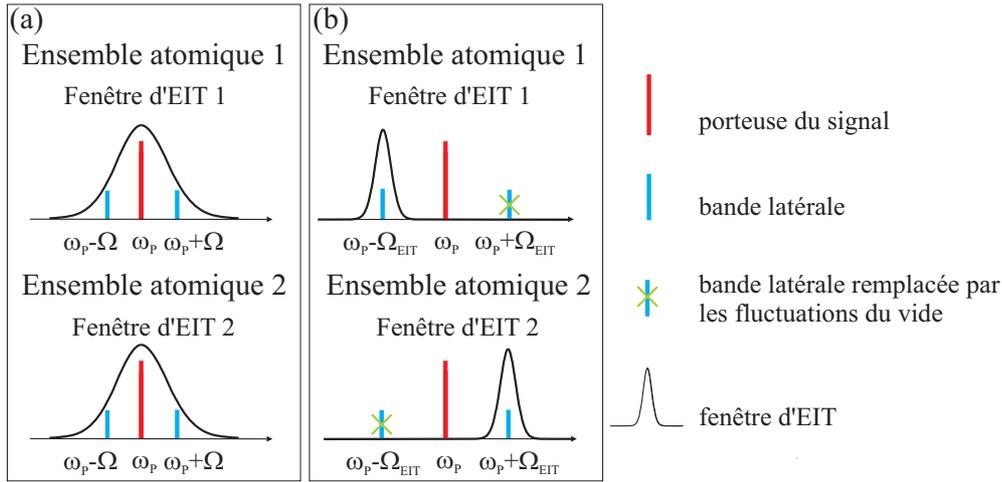


FIG. 5.7 – Représentation schématique de deux configurations possibles pour les fenêtres d'EIT des ensembles atomiques. (a) La fenêtre d'EIT est centrée sur la porteuse du signal à la fréquence ω_P et les bandes latérales symétriques sont transmises de la même manière. (b) Dans l'ensemble 1, la fenêtre d'EIT est centrée à la fréquence $\omega_P - \Omega_{EIT}$ et la bande latérale à $\omega_P + \Omega_{EIT}$ est remplacée par les fluctuations du vide. Dans l'ensemble 2 c'est le contraire.

Notons que sans faire le calcul complet on peut trouver une bonne approximation de la séparabilité des faisceaux dans le cas d'une seule fenêtre d'EIT centrée sur la fréquence de la porteuse du signal (figure 5.7 (a)). En effet, dans ce cas la transparence de la fenêtre est la même pour deux bandes latérales symétriques. Si on néglige le déphasage induit par la fenêtre et qu'on note $T(\Omega)$ la transparence en intensité de la fenêtre à la fréquence Ω , alors toutes les densités spectrales de bruit sont multipliées

par un facteur $T(\Omega)$ et on doit aussi ajouter à cause des pertes une unité de bruit quantique standard multipliée par le facteur $1 - T(\Omega)$. La séparabilité s'approxime par

$$I_{1,2}^{out}(\Omega) \sim T(\Omega)I_{1,2}(\Omega) + 1 - T(\Omega) \quad (5.41)$$

On a par conséquent une dégradation de l'intrication des deux faisceaux et ceci est vrai aussi bien pour la lame semi-réfléchissante que pour la cavité.

C.2 Relations d'entrée-sortie

Dans toute la suite, nous nous intéresserons à des fenêtres d'EIT centrées sur des bandes latérales symétriques comme expliqué précédemment et on notera $f_{EIT,1}(\Omega)$ et $f_{EIT,2}(\Omega)$ les fonctions de transfert en amplitude décrivant les fenêtres d'EIT dans les ensembles atomiques 1 et 2. On considère que les fenêtres sont suffisamment étroites devant Ω_{EIT} de telle sorte que la fonction $f_{EIT,1}(\Omega)$ est nulle pour des fréquences positives (c'est-à-dire supérieures à ω_P) et $f_{EIT,2}(\Omega)$ est nulle pour des fréquences négatives (comme illustré sur la figure 5.7 (b)). En toute rigueur, on devrait considérer ces fonctions comme complexes car en plus d'être caractérisé par une fenêtre de transparence, le phénomène d'EIT crée aussi un déphasage différent en fonction de la fréquence du champ qui traverse le milieu. Afin de simplifier les calculs, nous considérerons dans la suite de ce chapitre uniquement des fonctions réelles qui traduiront la transmission variable du milieu en fonction de la fréquence.

Les relations d'entrée-sortie pour le faisceau 1 s'écrivent alors, quel que soit le dispositif utilisé pour séparer les faisceaux, et en ne considérant que des fréquences d'analyse Ω positives

$$\delta A_1^{out}(\Omega) = \delta A_{V_1}(\Omega) \quad (5.42)$$

$$\delta A_1^{out,\dagger}(\Omega) = (\delta A_1^{out}(-\Omega))^\dagger = f_{EIT,1}(-\Omega)\delta A_1^\dagger(\Omega) + g_{EIT,1}(-\Omega)\delta A_{V_1}^\dagger(\Omega) \quad (5.43)$$

avec $g_{EIT,1}(\Omega) = \sqrt{1 - (f_{EIT,1}(\Omega))^2}$, cette fonction $g_{EIT,1}(\Omega)$ valant 1 pour des fréquences positives. δA_{V_1} désigne les fluctuations du vide qui viennent se rajouter au faisceau 1 à cause des pertes engendrées par une transparence imparfaite de la fenêtre d'EIT. On a pour le faisceau 2 les relations suivantes

$$\delta A_2^{out}(\Omega) = f_{EIT,2}(\Omega)\delta A_2(\Omega) + g_{EIT,2}(\Omega)\delta A_{V_2}(\Omega) \quad (5.44)$$

$$\delta A_2^{out,\dagger}(\Omega) = (\delta A_2^{out}(-\Omega))^\dagger = \delta A_{V_2}^\dagger(\Omega) \quad (5.45)$$

avec $g_{EIT,2}(\Omega) = \sqrt{1 - (f_{EIT,2}(\Omega))^2}$, cette fonction $g_{EIT,2}(\Omega)$ valant 1 pour des fréquences négatives. δA_{V_2} désigne les fluctuations du vide qui viennent se rajouter au faisceau 2 à cause des pertes engendrées par la fenêtre d'EIT, et ces fluctuations sont

non corrélées avec δA_{V_1} . On peut alors calculer les relations d'entrée-sortie pour les quadratures et on obtient

$$\begin{aligned} \delta X_1^{out}(\Omega) &= \frac{f_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta X_1(\Omega) - i \frac{f_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta Y_1(\Omega) \\ &\quad + \frac{1 + g_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta X_{V_1}(\Omega) + i \frac{1 - g_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta Y_{V_1}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \delta Y_1^{out}(\Omega) &= i \frac{f_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta X_1(\Omega) + \frac{f_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta Y_1(\Omega) \\ &\quad + i \frac{g_{EIT,1}(-\Omega) - 1}{2} \delta X_{V_1}(\Omega) + \frac{g_{EIT,1}(-\Omega) + 1}{2} \delta Y_{V_1}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned} \delta X_2^{out}(\Omega) &= \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta X_2(\Omega) + i \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta Y_2(\Omega) \\ &\quad + \frac{g_{EIT,2}(\Omega) + 1}{2} \delta X_{V_2}(\Omega) + i \frac{g_{EIT,2}(\Omega) - 1}{2} \delta Y_{V_2}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.48)$$

$$\begin{aligned} \delta Y_2^{out}(\Omega) &= -i \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta X_2(\Omega) + \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta Y_2(\Omega) \\ &\quad + i \frac{1 - g_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta X_{V_2}(\Omega) + \frac{1 + g_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta Y_{V_2}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.49)$$

Nous allons maintenant utiliser ces relations dans le cas particulier de la lame semi-réfléchissante puis de la cavité pour calculer l'intrication des faisceaux après les atomes.

C.3 Intrication obtenue avec la lame semi-réfléchissante

Nous allons donner l'expression de la séparabilité obtenue après les atomes si on utilise comme système pour effectuer la séparation spatiale des faisceaux une lame semi-réfléchissante. En utilisant les relations d'entrée-sortie pour les atomes que l'on vient de calculer (5.46 - 5.49) et en les combinant avec les relations d'entrée-sortie pour la lame (5.4 - 5.5), on peut exprimer les quadratures $\delta \mathcal{X}_{1,2}^{out}(\Omega)$ et $\delta \mathcal{Y}_{1,2}^{out}(\Omega)$ en sortie des atomes en fonction des quadratures $\delta \mathcal{X}^{in}(\Omega)$, $\delta \mathcal{Y}^{in}(\Omega)$ et des différentes fluctuations du vide qui rentrent dans le système. Le calcul des spectres de bruit de chaque faisceau pris indépendamment à la sortie des ensembles atomiques donne, pour un état comprimé incident de densité spectrale de bruit $s < 1$ selon la quadrature \mathcal{X} et $\frac{1}{s'} > 1$ selon la quadrature \mathcal{Y} :

$$S_{\mathcal{X}_1}^{out}(\Omega) = S_{\mathcal{Y}_1}^{out}(\Omega) = \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega))^2}{8} \underbrace{\left(s + \frac{1}{s'} \right)}_{>2} - \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega))^2}{4} + 1 > 1 \quad (5.50)$$

$$S_{\mathcal{X}_2}^{out}(\Omega) = S_{\mathcal{Y}_2}^{out}(\Omega) = \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{8} \underbrace{\left(s + \frac{1}{s'}\right)}_{>2} - \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{4} + 1 > 1 \quad (5.51)$$

On constate donc qu'il n'y a plus de compression de bruit sur les faisceaux pris individuellement, alors qu'en entrée des atomes il y avait de la compression de bruit (5.6). Ceci provient du fait que dans l'ensemble atomique 1 (respectivement 2) on a remplacé les bandes latérales à fréquences positives (respectivement négatives) par les fluctuations du vide. La compression de bruit sur un faisceau étant lié à des corrélations entre bandes latérales symétriques, il ne peut plus y avoir de compression de bruit après les atomes puisque les fenêtres d'EIT ont détruit ces corrélations. Si on souhaite préserver la compression de bruit sur chaque faisceau, il faut utiliser une fenêtre d'EIT centrée sur la porteuse du signal, comme représenté sur la figure 5.7 (a).

En ce qui concerne la séparabilité, on trouve après calcul l'expression suivante

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_{1,2}^{out}(\Omega) &= 1 - \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega))^2}{4} - \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{4} \\ &+ \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega) + f_{EIT,2}(\Omega))^2}{16} S_{\mathcal{X}^{in}}(\Omega) + \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega) - f_{EIT,2}(\Omega))^2}{16} S_{\mathcal{Y}^{in}}(\Omega) \\ &+ \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega) - f_{EIT,2}(\Omega))^2}{16} S_{\mathcal{X}_V^{in}}(\Omega) + \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega) + f_{EIT,2}(\Omega))^2}{16} S_{\mathcal{Y}_V^{in}}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.52)$$

C.4 Intrication obtenue avec la cavité

A partir des équations (5.25 - 5.28) et (5.46 - 5.49) on peut exprimer, dans le cas de la cavité, les quadratures X et Y sur les deux voies en sortie des atomes en fonction des quadratures d'entrée

$$\begin{aligned} \delta X_1^{out}(\Omega) &= -\frac{1}{2} f_{EIT,1}(-\Omega) \delta X^{in}(\Omega) + \frac{i}{2} f_{EIT,1}(-\Omega) \delta Y^{in}(\Omega) \\ &+ \frac{1 + g_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta X_{V_1}(\Omega) + i \frac{1 - g_{EIT,1}(-\Omega)}{2} \delta Y_{V_1}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.53)$$

$$\begin{aligned} \delta Y_1^{out}(\Omega) &= -\frac{i}{2} f_{EIT,1}(-\Omega) \delta X^{in}(\Omega) - \frac{1}{2} f_{EIT,1}(-\Omega) \delta Y^{in}(\Omega) \\ &+ i \frac{g_{EIT,1}(-\Omega) - 1}{2} \delta X_{V_1}(\Omega) + \frac{g_{EIT,1}(-\Omega) + 1}{2} \delta Y_{V_1}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.54)$$

$$\begin{aligned} \delta X_2^{out}(\Omega) &= \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X^{in}(\Omega) + \frac{i f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y^{in}(\Omega) \\ &- \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X_V^{in}(\Omega) - \frac{i f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y_V^{in}(\Omega) \\ &+ \frac{g_{EIT,2}(\Omega) + 1}{2} \delta X_{V_2}(\Omega) + i \frac{g_{EIT,2}(\Omega) - 1}{2} \delta Y_{V_2}(\Omega) \end{aligned} \quad (5.55)$$

$$\begin{aligned}
\delta Y_2^{out}(\Omega) &= -\frac{if_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X^{in}(\Omega) + \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y^{in}(\Omega) \\
&+ \frac{if_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta X_V^{in}(\Omega) - \frac{f_{EIT,2}(\Omega)}{2} \frac{i(\Delta - \Omega)}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \delta Y_V^{in}(\Omega) \\
&+ i \frac{1 - g_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta X_{V_2}(\Omega) + \frac{1 + g_{EIT,2}(\Omega)}{2} \delta Y_{V_2}(\Omega)
\end{aligned} \tag{5.56}$$

On peut alors calculer $\delta X_1^{out}(\Omega) - \delta X_2^{out}(\Omega)$ et $\delta Y_1^{out}(\Omega) + \delta Y_2^{out}(\Omega)$, les densités spectrales de bruit de ces quantités et en déduire la séparabilité. Après calcul, on trouve

$$\begin{aligned}
I_{1,2}^{out}(\Omega) &= 1 - \frac{(f_{EIT,1}(-\Omega))^2}{4} - \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{4} \\
&+ \frac{1}{8} \left| f_{EIT,1}(-\Omega) + f_{EIT,2}(\Omega) \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \right|^2 S_{X^{in}}(\Omega) \\
&+ \frac{1}{8} \left| f_{EIT,1}(-\Omega) - f_{EIT,2}(\Omega) \frac{\kappa}{\kappa + i(\Delta - \Omega)} \right|^2 S_{Y^{in}}(\Omega) \\
&+ \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{8} \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} (S_{X_V^{in}}(\Omega) + S_{Y_V^{in}}(\Omega))
\end{aligned} \tag{5.57}$$

C.5 Comparaison des deux dispositifs

Considérons maintenant que l'on met en entrée un état comprimé (densité spectrale de bruit $s < 1$ selon X et $\frac{1}{s}$ selon Y), les fluctuations du vide entrant par l'autre voie d'entrée du dispositif. De plus, on suppose que les deux fenêtres d'EIT sont identiques et symétriques par rapport à la fréquence ω_P de la porteuse, ce qui se traduit mathématiquement par $f_{EIT,2}(\Omega) = f_{EIT,1}(-\Omega)$. On obtient alors d'après (5.52) la valeur suivante pour la séparabilité dans le cas de la lame

$$\mathcal{I}_{1,2}^{out}(\Omega) = 1 + \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{4} \underbrace{(s - 1)}_{< 0} < 1 \tag{5.58}$$

On a donc intrication des deux faisceaux en sortie des atomes, quel que soit le taux de compression en entrée. On remarque que si on met du vide en entrée au lieu d'un état comprimé, on obtient bien la valeur 1 synonyme d'absence d'intrication, et si on met un état infiniment comprimé ($s = 0$) et qu'on considère les fenêtres d'EIT comme parfaitement transparentes ($f_{EIT,2}(\Omega) = f_{EIT,1}(-\Omega) = 1$ pour $\Omega > 0$), alors on tend vers la limite de séparabilité

$$\mathcal{I}_{1,2}^{out, limite}(\Omega) = \frac{3}{4} \tag{5.59}$$

Cette valeur ne peut pas être dépassée avec le dispositif utilisant une lame semi-réfléchissante et des fenêtres d'EIT ne laissant passer que les bandes latérales de fréquences négatives pour la fenêtre 1 et positives pour la fenêtre 2.

Concernant le dispositif utilisant la cavité pour séparer les faisceaux, on obtient d'après (5.57)

$$I_{1,2}^{out}(\Omega) = 1 - \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{4} \frac{2\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} + \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{8} \frac{4\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} s + \frac{(f_{EIT,2}(\Omega))^2}{8} \frac{(\Delta - \Omega)^2}{\kappa^2 + (\Delta - \Omega)^2} \frac{1}{s'} \quad (5.60)$$

Si on analyse à la fréquence de résonance de la cavité, c'est-à-dire $\Omega = \Delta$, alors on obtient

$$I_{1,2}^{out}(\Delta) = 1 + \frac{(f_{EIT,2}(\Delta))^2}{2} \underbrace{(s-1)}_{<0} < 1 \quad (5.61)$$

et on a aussi

$$I_{1,2}^{out}(\Delta) < \mathcal{I}_{1,2}^{out}(\Delta) \quad (5.62)$$

On a donc intrication des faisceaux en sortie dans ce cas, et on a une meilleure intrication avec la cavité qu'avec la lame. Ceci provient du fait que, dans le cas de la cavité, les fenêtres d'EIT laissent passer les bandes latérales qui étaient initialement issues du faisceau incident comprimé et détruisent les bandes latérales qui étaient initialement vides, donc qui ne portaient pas d'information (au sens des corrélations). Dans le cas de la lame, toutes les bandes latérales portent de l'information issue du faisceau comprimé incident, et donc les fenêtres d'EIT font nécessairement perdre de l'intrication. Notons que la limite de séparabilité qui peut être obtenue avec le dispositif utilisant la cavité est atteinte pour $\Omega = \Delta$ avec un état infiniment comprimé et des fenêtres d'EIT parfaitement transparentes et vaut

$$I_{1,2}^{out, limite}(\Delta) = \frac{1}{2} < \mathcal{I}_{1,2}^{out, limite}(\Omega) = \frac{3}{4} \quad (5.63)$$

Les performances ultimes du dispositif utilisant la cavité sont par conséquent meilleures que celles obtenues avec la lame. On remarque d'après (5.60) que dans le cas de la cavité, lorsqu'on s'éloigne de la résonance $\Omega = \Delta$, le terme en $1/s'$ dans $I_{1,2}^{out}$ va devenir prépondérant et diminuer voire même faire disparaître l'intrication.

Dans le cas de la lame, la séparabilité dépend uniquement de la forme de la fenêtre d'EIT (5.58) alors que pour la cavité, il faut considérer l'effet conjugué de la fenêtre d'EIT et de la bande passante de la cavité (5.60). Il existe donc des configurations pour

lesquelles il y a une compétition entre la lame et la cavité pour savoir quel dispositif permet d'obtenir la meilleure intrication. On a tracé sur la figure 5.8 la séparabilité obtenue avec la lame et la cavité après les atomes pour deux configurations d'EIT différentes, pour un état comprimé minimal (figures (a) et (b)) et pour un état comprimé avec excès de bruit (figures (c) et (d)).

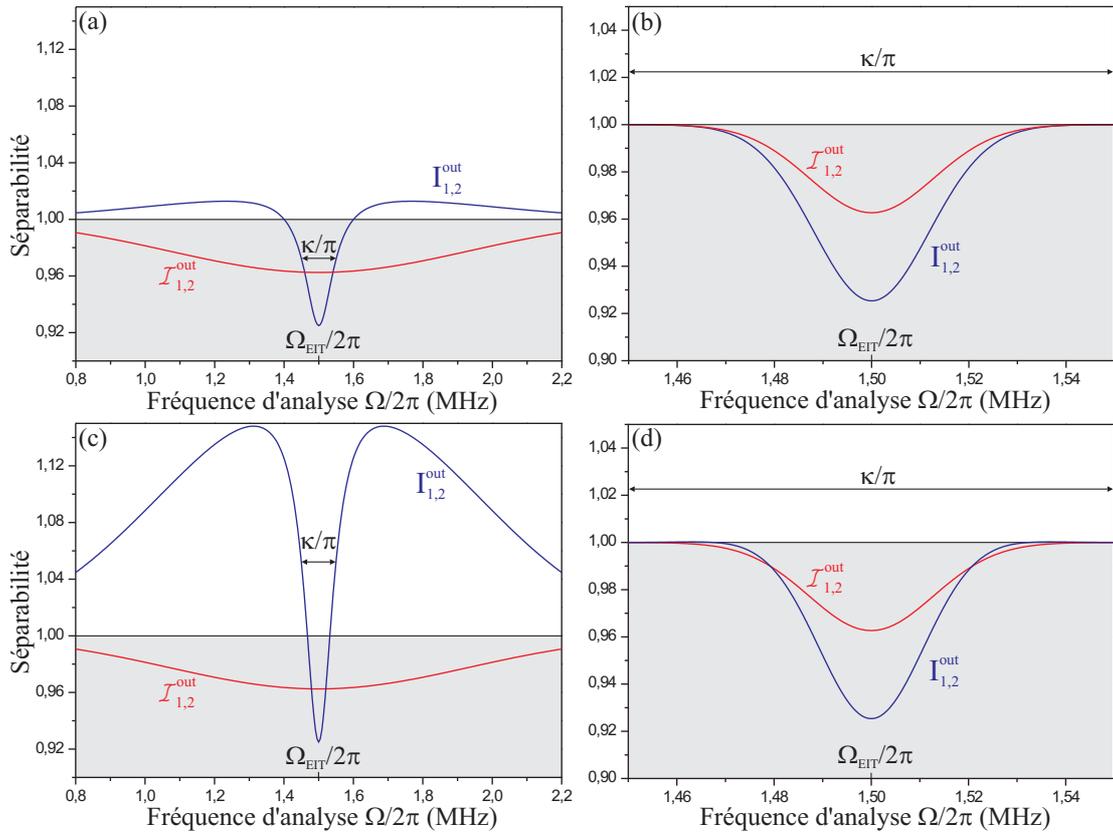


FIG. 5.8 – Comparaison de la séparabilité des faisceaux à la sortie des atomes dans le cas où le dispositif de séparation spatiale est la lame semi-réfléchissante ($\mathcal{I}_{1,2}^{out}$) ou la cavité ($I_{1,2}^{out}$), pour un état incident comprimé selon la quadrature X . La région grisée indique la zone où les faisceaux sont intriqués (séparabilité inférieure à 1). Taux de compression : 3 dB ($s = 0,5$), (a) et (b) état comprimé minimal, (c) et (d) état comprimé avec 8 dB d'excès de bruit sur la quadrature Y . Paramètres communs aux 4 figures : désaccord cavité - porteuse du signal : $\Delta/2\pi = 1,5$ MHz, bande passante de la cavité : $\kappa/\pi = 100$ kHz, $\kappa_L = 0$, fenêtre d'EIT de l'ensemble atomique 1 centrée à $\Omega_{EIT,1}/2\pi = -1,5$ MHz et fenêtre d'EIT de l'ensemble atomique 2 centrée à $\Omega_{EIT,2}/2\pi = 1,5$ MHz, transparence des fenêtres d'EIT : 30 % en intensité. Paramètres des figures (a) et (c) ((b) et (d)) : fenêtre d'EIT de largeur totale à mi-hauteur de 1 MHz (respectivement 30 kHz).

Pour toutes ces courbes, on a un état incident avec 3 dB de compression de bruit, une cavité désaccordée avec la porteuse du signal d'une fréquence $\Delta/2\pi = 1,5$ MHz et une bande passante de la cavité de 100 kHz. Ce qui change entre les figures 5.8 (a, c) et (b, d), ce sont les largeurs des fenêtres d'EIT. Pour les figures (a) et (c), la fenêtre a une largeur totale à mi-hauteur de 1 MHz et pour les figures (b) et (d) une largeur de 30 kHz.² Dans tous les cas, la fenêtre d'EIT de l'ensemble atomique 1 est centrée à $\Omega_{EIT,1}/2\pi = -1,5$ MHz et la fenêtre d'EIT de l'ensemble atomique 2 centrée à $\Omega_{EIT,2}/2\pi = 1,5$ MHz. Ceci permet d'avoir la meilleure intrication possible dans le cas de la cavité. De plus, on a choisi des fenêtres d'EIT de transmission 30 % en intensité, ce qui correspond aux meilleures valeurs qu'on a obtenues expérimentalement dans une vapeur de césium (chapitre 7). Sur ces figures, on constate comme annoncé précédemment qu'à la fréquence Ω_{EIT} l'intrication des faisceaux avec la cavité est meilleure que celle obtenue avec une lame semi-réfléchissante. Dans le cas de la lame, l'intrication diminue petit à petit quand on s'éloigne de cette fréquence, et la séparabilité tend progressivement vers 1. On obtient une courbe en cloche inversée pour la séparabilité, courbe dont la largeur est égale à la largeur de la fenêtre d'EIT. Ceci est une conséquence immédiate de la formule (5.58) et du fait que dans le cas de la lame, les seules contraintes fréquentielles qui peuvent apparaître sont celles liées aux fenêtres d'EIT. Dans le cas de la cavité, on constate sur les figures 5.8 (a) et (c) que le pic inversé de la courbe de séparabilité a une largeur environ égale à la bande passante de la cavité, ce qui est bien plus petit que la largeur où il y a intrication avec la lame. On peut interpréter ce résultat en disant que dans cette configuration, à savoir une cavité de bande passante de 100 kHz et des fenêtres d'EIT de largeur 1 MHz, c'est la cavité de filtrage qui impose la plus forte contrainte sur la bande passante du processus global et qui donc donne la largeur sur laquelle l'intrication des faisceaux est préservée. Dans le cas des figures 5.8 (b) et (d), la largeur où il y a intrication avec la lame et la cavité est la même, environ égale à la bande passante des fenêtres d'EIT. On peut interpréter ceci en disant que dans cette configuration où la bande passante de la cavité est plus grande que la bande passante des fenêtres d'EIT, c'est la bande passante de l'EIT qui fixe la largeur sur laquelle l'intrication est préservée pour la configuration avec la cavité. On notera aussi que dans la configuration des figures 5.8 (b) et (d), la méthode utilisant la cavité donne des faisceaux plus intriqués que la lame sur quasiment toute la zone où il y a intrication. La bande passante de l'EIT étant fixée par d'autres contraintes physiques liées au processus de mémoire (chapitre 6), on a donc tout intérêt à choisir une cavité de filtrage ayant une bande passante la plus grande possible et en tout cas supérieure à celle de l'EIT. On se retrouve alors dans la configuration des figures (b) et (d) et dans ce cas la cavité offre des performances meilleures que la lame semi-réfléchissante

² Pour les fenêtres d'EIT on a utilisé l'expression (7.13) avec l'expression théorique de la partie imaginaire de la susceptibilité obtenue dans le cas d'un système à 3 niveaux en Λ dans des atomes froids de césium comme cela est décrit dans la section A du chapitre 7.

en termes de préservation de l'intrication en sortie des ensembles atomiques.

D Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre deux dispositifs permettant d'obtenir deux faisceaux intriqués à partir d'un état initial comprimé. Ces deux dispositifs sont une lame semi-réfléchissante et une cavité de filtrage de type Fabry-Pérot. Nous avons étudié l'intrication pouvant être obtenue par ces systèmes, tout d'abord juste après séparation spatiale des faisceaux, puis après avoir fait passer ces faisceaux dans deux ensembles atomiques rendus partiellement transparents par effet de transparence induite électromagnétiquement. La stratégie de mesure choisie consiste à mesurer les quadratures des champs avec des détections homodynes dont les oscillateurs locaux ont tous la même fréquence, à savoir la fréquence de la porteuse du champ signal initial. Dans ce cas, on a vu que la lame semi-réfléchissante permet d'obtenir en sortie du dispositif initial plus d'intrication que la cavité (du moins sur une largeur plus importante). Après les atomes, à condition de choisir une bande passante de la cavité supérieure à celles des fenêtres d'EIT, le système utilisant la cavité donne au final des faisceaux plus intriqués que la lame. Nous avons choisi d'utiliser des fenêtres d'EIT non pas centrées sur la porteuse du signal incident, mais sur des bandes latérales symétriques par rapport à cette porteuse. Comme nous le verrons au chapitre 6, ceci permet d'obtenir des performances supérieures en configuration de mémoire. Notons pour conclure que l'étude présentée dans ce chapitre a été faite en régime stationnaire avec des fenêtres d'EIT qui ont été traduites mathématiquement par des transmissions variables en fréquence. Les résultats de ce chapitre ne donnent donc qu'une borne supérieure à l'intrication qu'il est possible de restituer en sortie de deux mémoires atomiques, avec la stratégie de mesure considérée ici. Dans un schéma plus rigoureux, il faudrait utiliser des fonctions complexes pour caractériser les fenêtres d'EIT et faire le calcul prenant en compte l'aspect séquentiel lié à la mémoire. Tout ceci complique très nettement les calculs et c'est pourquoi nous nous sommes contentés d'une étude simplifiée qui permet toutefois d'avoir un ordre de grandeur des performances qui peuvent être attendues en termes de distribution d'intrication avec un tel dispositif.

Partie III

Mémoire quantique par
transparence induite
électromagnétiquement dans une
vapeur de césium

Les interfaces quantiques lumière-matière sont l'un des éléments clés des réseaux de communication quantique à grande distance [Duan *et al.*, 2001], [Kimble, 2008]. Parmi les processus possibles permettant de réaliser de telles interfaces, la transparence induite électromagnétiquement (EIT) a été particulièrement étudiée [Harris, 1997]. De nombreux travaux théoriques ont permis de montrer qu'il est possible d'utiliser l'EIT pour transférer l'information quantique d'un faisceau lumineux vers un ensemble d'atomes, puis de restituer à la demande l'information sous forme lumineuse, l'ensemble du dispositif réalisant ainsi une mémoire quantique [Lukin *et al.*, 2000], [Fleischhauer et Lukin, 2000], [Dantan et Pinard, 2004], [Dantan *et al.*, 2006].

La transparence induite électromagnétiquement a d'abord été utilisée pour réaliser des expériences de lumière ralentie [Hau *et al.*, 1999], puis de lumière arrêtée [Liu *et al.*, 2001], [Phillips *et al.*, 2001]. Depuis ces premières expériences, de nombreux travaux ont été conduits afin de réaliser des mémoires quantiques. Parmi les avancées les plus remarquables, on peut citer la réalisation de telles mémoires pour stocker et restituer des photons uniques [Eisaman *et al.*, 2005], [Chanelière *et al.*, 2005]. En régime de variables continues, la première mémoire quantique a été réalisée en utilisant un schéma d'interaction quantique non destructif (QND) [Julsgaard *et al.*, 2004a]. Bien que permettant de stocker deux quadratures du champ qui ne commutent pas, ce procédé ne permet de relire qu'une seule des quadratures. Il ne s'agit donc pas d'une interface atomes-champs réversible.

C'est dans ce contexte que notre équipe a entrepris la réalisation expérimentale d'une mémoire quantique par transparence induite électromagnétiquement dans des atomes de césium. Nous avons décidé dans un premier temps de réaliser la mémoire avec une vapeur de césium pour à terme transférer le dispositif vers un ensemble utilisant des atomes froids. Notons qu'au cours de la construction et de la caractérisation de cette mémoire quantique, deux autres groupes ont réalisé des mémoires quantiques assez similaires permettant de stocker et restituer un état de vide comprimé [Appel *et al.*, 2008], [Honda *et al.*, 2008], [Arikawa *et al.*, 2009]. Les expériences décrites dans les deux derniers articles utilisent des atomes froids de rubidium alors que dans [Appel *et al.*, 2008] le transfert par EIT est réalisé dans une vapeur de rubidium.

Nous décrirons dans le chapitre 6 le dispositif de mémoire atomique et nous caractériserons ses performances quantiques, notamment en terme de fidélité et en utilisant le diagramme T/V. La caractérisation a été effectuée à l'aide d'états cohérents très atténués. Dans le chapitre 7, nous nous intéresserons à la fois expérimentalement et théoriquement au phénomène de transparence induite électromagnétiquement dans une vapeur de césium, sur la raie D_2 , ce qui correspond au processus de base utilisé dans notre expérience de mémoire. Nous verrons notamment que la structure hyperfine de cette raie associée à l'élargissement Doppler change de façon très importante les propriétés de la transparence induite dans le milieu.

Stockage et restitution d'un état cohérent dans une mémoire quantique atomique

Sommaire

A	Configuration expérimentale et mesures préliminaires . . .	158
A.1	Ensemble atomique utilisé	158
A.2	Environnement magnétique et durées de vie atomiques	161
A.3	Fenêtre d'EIT, bande latérale unique et détection	169
A.4	Schéma expérimental et séquence temporelle	174
B	Stockage et restitution d'un état cohérent	179
B.1	Stockage cohérent de deux quadratures du champ, sans excès de bruit	179
B.2	Etude de l'efficacité de stockage de la mémoire	183
C	Etude du bruit ajouté sur le signal relu à forte puissance du champ de contrôle	192
C.1	Bruit en fonction de la puissance du champ de contrôle	193
C.2	Fuite en fonction de la puissance du champ de contrôle	194
C.3	Bruit en fonction de la forme de la séquence temporelle	196
C.4	Bruit en fonction du délai entre la coupure de la repompe et du contrôle	197
C.5	Bruit après optimisation des paramètres	198
C.6	Excès de bruit en régime stationnaire	199
C.7	Rotation de la polarisation du champ de contrôle	201
D	Performances de la mémoire : fidélité et diagramme T-V	202
D.1	Fidélité	203

	D.2 Diagramme T-V	208
E	Conclusion	214

Nous allons présenter dans ce chapitre l'étude expérimentale que nous avons effectuée sur le stockage et la restitution d'un état cohérent de la lumière dans une mémoire atomique. Ce stockage s'effectue par transparence induite électromagnétiquement (EIT) dans une vapeur de césium. Dans une première section, nous décrirons le schéma expérimental ainsi que les caractérisations préliminaires du système visant à s'assurer qu'il est possible de l'utiliser comme mémoire quantique. Dans une deuxième section, nous présenterons les résultats obtenus concernant le stockage d'un état cohérent dans cette mémoire, et nous étudierons plus particulièrement les performances du système en termes d'efficacité de stockage. Dans la troisième section nous nous intéresserons à l'excès de bruit qui a été observé lorsque la puissance du champ de contrôle devient trop importante et nous verrons quelles optimisations de la configuration expérimentale permettent de le réduire. Enfin, dans la dernière section, nous présenterons les performances obtenues pour la mémoire en termes de fidélité ainsi qu'en utilisant le diagramme T/V.

Il est important de préciser qu'il est tout à fait possible de caractériser une mémoire quantique en utilisant des états cohérents. En effet, bien qu'ils soient souvent qualifiés d'états "classiques", ces états cohérents sont des états quantiques qui ne peuvent pas être stockés et restitués sans ajout de bruit par une mémoire classique, contrairement à ce qui se passe pour une mémoire quantique, comme on le verra à la section D.

Cette expérience de stockage d'un état cohérent dans une vapeur de césium a été réalisée au cours du travail de thèse de Jean Cviklinski ainsi qu'au cours de la présente thèse. Par conséquent, un certain nombre de détails expérimentaux et de résultats ont déjà été présentés dans le manuscrit [Cviklinski, 2008]. Aussi nous renverrons souvent à cette référence pour plus de détails concernant certaines expériences et pour éviter des répétitions inutiles.

A Configuration expérimentale et mesures préliminaires

A.1 Ensemble atomique utilisé

A.1.1 Schéma des transitions utilisées

Notre mémoire quantique s'appuie sur un transfert réversible par EIT des fluctuations quantiques d'un faisceau lumineux vers les composantes transverses du spin collectif d'un ensemble atomique, comme décrit dans la section D du chapitre 1. Pour de plus amples détails théoriques concernant ce transfert de fluctuations, on pourra par

exemple se référer à la thèse d'Aurélien Dantan [Dantan, 2005] ainsi qu'aux articles associés [Dantan et Pinard, 2004], [Dantan *et al.*, 2005], [Dantan *et al.*, 2006]. Le système atomique considéré est un ensemble d'atomes de césium et nous allons travailler sur la raie D_2 de cet alcalin (détaillée en annexe B). Concernant le choix des trois niveaux formant une configuration en Λ permettant le transfert des fluctuations par EIT, plusieurs configurations sont possibles. Celle que nous avons retenue est présentée figure 6.1.

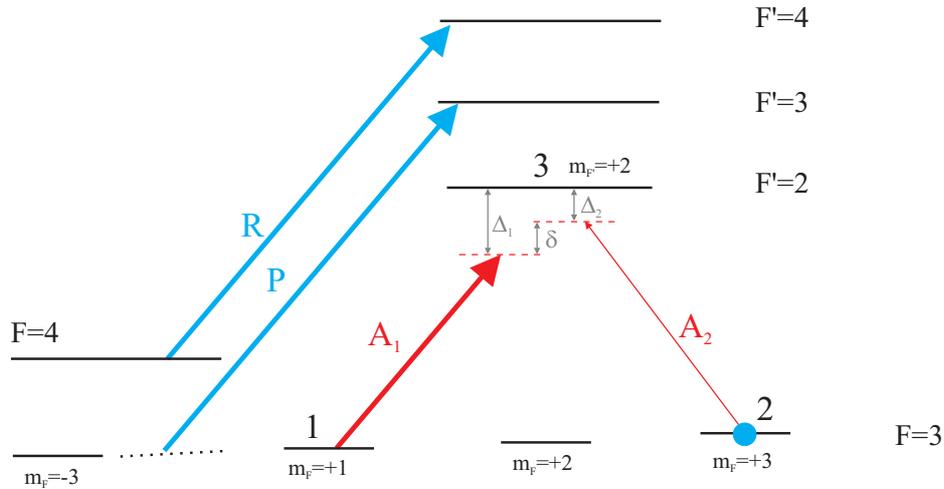


FIG. 6.1 – Schéma d'EIT à 3 niveaux en Λ sur la raie D_2 du césium utilisé pour le stockage des fluctuations du champ signal A_2 sur la cohérences Zeeman entre les niveaux 1 et 2. A_1 désigne le champ de contrôle, P le champ de pompe et R le champ de repompe, Δ_j ($j = 1, 2$) est le désaccord entre la fréquence de la transition $j \rightarrow 3$ et la fréquence du champ A_j , $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$ est le désaccord à 2 photons.

Cette configuration utilise comme niveaux fondamentaux les deux sous-niveaux Zeeman $m_F = +1$ et $m_F = +3$ du niveau hyperfin $F = 3$, notés par la suite respectivement 1 et 2, et comme niveau excité le sous-niveau Zeeman $m_{F'} = +2$ du niveau hyperfin $F' = 2$, noté 3 dans la suite du manuscrit. Pour être dans une configuration d'EIT, les atomes doivent être préparés dans le niveau 2. Ils sont tous pompés dans ce niveau à l'aide d'un champ de pompe résonant avec la transition $F = 3$ vers $F' = 3$ et les atomes présents dans le niveau hyperfin $F = 4$ sont repompés vers le niveau $F = 3$ grâce à un champ de repompe résonant sur la transition $F = 4$ vers $F' = 4$. Ces deux champs sont polarisés circulairement σ^+ et sont produits par des diodes laser en cavité étendue et fibrées dont le modèle est décrit à la section D.2 du chapitre 2. Le champ de contrôle A_1 , qui pilote la transparence du milieu atomique (chapitre 7), est lui aussi polarisé σ^+ et agit sur la transition entre 1 et 3. On note Ω_1 sa fréquence de Rabi. Le champ signal A_2 , dont on cherche à stocker les fluctuations quantiques dans le milieu atomique, est polarisé circulairement σ^- et agit sur la transition entre les niveaux 2 et 3. Ces champs contrôle

et signal sont produits par un laser titane-saphir construit par Laurent Hilico au cours de sa thèse et décrit de façon très détaillée dans les références suivantes [Hilico, 1992], [Josse, 2003], [Cvinklinski, 2008]. Sauf mention contraire explicite, nous nous placerons en régime d'EIT résonant, c'est-à-dire que les désaccords à un photon Δ_1 et Δ_2 seront nuls.

A.1.2 Cellule de césium

Nous avons choisi d'utiliser des atomes de césium sous forme d'une vapeur contenue dans une cellule en verre. Cette cellule est placée dans un four en cuivre chauffé entre 30 et 40°C par circulation d'eau (figure 6.2 (b)).

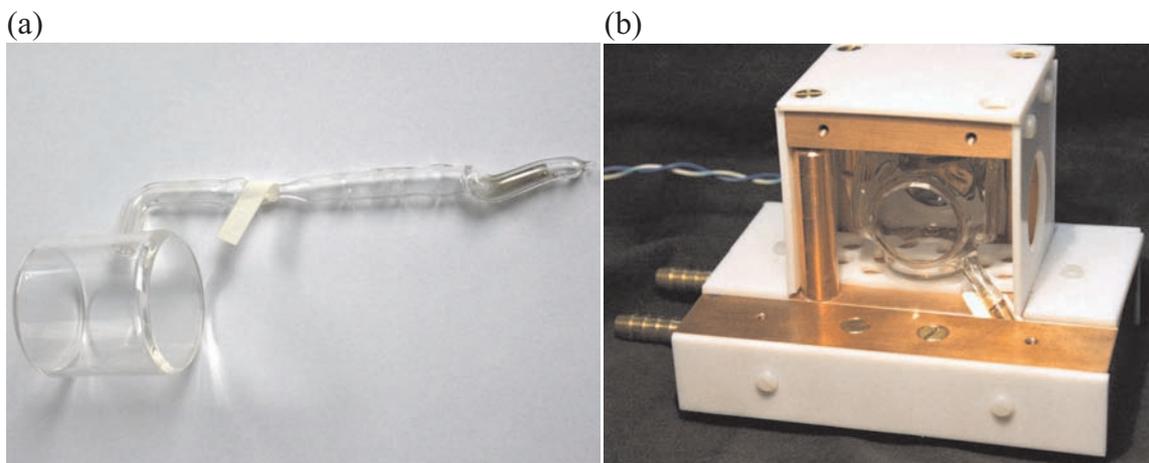


FIG. 6.2 – (a) Photographie de la cellule de césium cylindrique. (b) Photographie de la cellule cubique placée dans son four en cuivre.

L'information quantique à stocker étant transférée à la cohérence entre les sous-niveaux Zeeman 1 et 2, la durée de vie de la mémoire est limitée par la durée de vie de cette cohérence, elle-même limitée par le temps de relaxation T_1 de la population des niveaux 1 et 2. Si l'on considère que le spin change à chaque collision d'un atome contre les parois de la cellule, cela fait une valeur de T_1 de l'ordre d'une centaine de μs pour une longueur de cellule de l'ordre du cm et une vitesse quadratique moyenne des atomes d'environ 140 m/s à 35°C. Pour augmenter le temps de vie des populations, il existe deux possibilités : recouvrir les parois de la cellule d'une substance évitant un retournement du spin lors des collisions, comme la paraffine [Bouchiat et Brossel, 1966], ou bien augmenter le temps mis par les atomes pour atteindre les parois de la cellule à l'aide d'un gaz tampon. Nous avons choisi d'utiliser des cellules dont les parois sont recouvertes de paraffine. Ces cellules ont été fabriquées par Mikhail Balabas (S. I. Vavilov State Optical Institute, St Petersburg, cellules revendues par la société GEM Systems). Deux cellules différentes

ont été utilisées pour les mesures présentées dans ce manuscrit. La première est une cellule cubique de 34 mm de côté (figure 6.2 (b)) et la seconde est cylindrique, de longueur 36 mm et de diamètre 33 mm (figure 6.2 (a)). Elles ont toutes deux donné des résultats similaires (sauf pour les mesures de la section B.2.2, mais ceci est probablement dû aux paramètres expérimentaux utilisés). Leur principale différence est la qualité optique des parois en verre.

A.2 Environnement magnétique et durées de vie atomiques

A.2.1 Environnement magnétique

Pour avoir un écartement des sous-niveaux Zeeman bien défini et homogène sur tout l'ensemble atomique, nous avons mis en place un système de bobines magnétiques autour de la cellule contenant la vapeur de césium, le tout protégé par un blindage magnétique.

Blindage

Le blindage magnétique, fabriqué par la société Soudupin, est constitué de 3 couches cylindriques concentriques de μ -métal de longueur extérieure 60 cm, de diamètre extérieur 20 cm et de diamètre intérieur 16 cm (figure 6.3 (a)). La couche intérieure a une

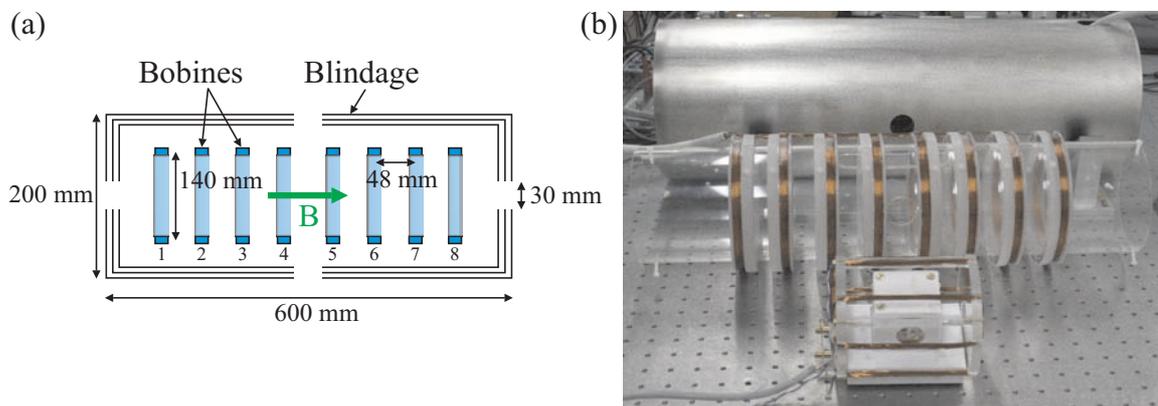


FIG. 6.3 – (a) Schéma en coupe du blindage magnétique constitué de 3 couches de μ -métal et de l'ensemble de 8 bobines circulaires permettant de créer un champ longitudinal homogène sur la longueur de la cellule de césium. (b) Photographie du blindage (arrière plan), des bobines (milieu) et du four contenant la cellule (premier plan).

épaisseur de 1,5 mm et les deux autres couches une épaisseur de 1 mm chacune. Ces couches sont distantes de 9 mm. Afin de pouvoir faire à la fois des mesures avec des faisceaux longitudinaux et transverses par rapport à l'axe magnétique, ce blindage est doté de quatre ouvertures circulaires de diamètre 30 mm (figure 6.3). On obtient grâce

à ce système un écrantage du champ magnétique terrestre d'un facteur 1000 à 2000 en accord avec les valeurs théoriques [Cviklinski, 2008].

Bobines

On souhaite créer un champ magnétique longitudinal (par rapport à l'axe du blindage) permettant d'obtenir un écartement entre les sous-niveaux Zeeman $m_F = +1$ et $m_F = +3$ de $F = 3$ d'environ 1 MHz. L'écartement dû à un champ magnétique statique entre deux sous-niveaux Zeeman consécutifs étant de 0,35 MHz/G pour $F = 3$, on en déduit qu'il faut un champ d'environ 1,5 G. Pour créer ce champ, trois solutions sont possibles afin de conserver un accès transverse pour un faisceau lumineux : deux solénoïdes, deux bobines de Helmholtz ou bien un ensemble de bobines. Nous avons choisi d'utiliser la dernière solution car c'est celle qui permet d'avoir le champ magnétique le plus homogène possible sur la taille des cellules utilisées [Cviklinski, 2008]. En effet, les inhomogénéités de champ magnétique conduisent à un déphasage différent de la cohérence Zeeman pour des atomes situés en différents endroits de la cellule, réduisant ainsi la durée de vie de cette cohérence. Ceci peut dégrader les performances de la mémoire et il est donc important de limiter le plus possible ces inhomogénéités.

La configuration choisie comprend 8 bobines circulaires (figure 6.3) et s'inspire de celle utilisée par le groupe d'Eugene Polzik [Julsgaard, 2003]. Ces bobines ont un diamètre moyen de 139 mm, une largeur de 10 mm et les spires sont enroulées sur une épaisseur de 4 mm. Pour la première cellule, à savoir la cellule cubique de 34 mm de côté, nous avons choisi une distance de 48 mm entre les bobines et un courant identique dans toutes les bobines. A partir de là, nous avons optimisé le nombre de spires de façon à avoir l'homogénéité axiale du champ la meilleure possible sur la taille de la cellule. Cette homogénéité est définie par

$$\left(\frac{\Delta B}{\bar{B}}\right)_{axe} = \frac{\sqrt{\frac{1}{L} \int_L (B(r=0, z))^2 dz - \bar{B}^2}}{\bar{B}} \quad \text{avec} \quad \bar{B} = \frac{1}{L} \int_L B(r=0, z) dz \quad (6.1)$$

où L désigne la longueur de la cellule. Une fois l'homogénéité axiale optimisée, nous avons calculé l'homogénéité volumique sur la taille de la cellule puisque c'est surtout cette valeur qui intervient dans la durée de vie de la cohérence atomique. Cette homogénéité volumique est définie par

$$\left(\frac{\Delta B}{\bar{B}_{vol}}\right)_{volume} = \frac{\sqrt{\frac{1}{V} \int_V (B(\vec{r}))^2 d^3r - \bar{B}_{vol}^2}}{\bar{B}_{vol}} \quad \text{avec} \quad \bar{B}_{vol} = \frac{1}{V} \int_V B(\vec{r}) d^3r \quad (6.2)$$

où V désigne le volume de la cellule. Finalement, nous avons choisi les nombres de spires suivants $N_1 = N_8 = 82$, $N_2 = N_7 = 75$, $N_3 = N_6 = 73$ et $N_4 = N_5 = 70$ (N_i est le nombre de spires de la bobine i , voir la figure 6.3 (a) pour la numérotation des

bobines). Avec cette configuration, l'homogénéité axiale est de $4,5 \cdot 10^{-5}$ et l'homogénéité volumique de $6,3 \cdot 10^{-4}$. Pour la cellule cylindrique de 36 mm de long, nous avons gardé les bobines précédentes et ajusté la distance les séparant de façon à optimiser l'homogénéité axiale sur la taille de la cellule. Les distances entre les bobines sont les suivantes : $d_{1-2} = d_{7-8} = 39$ mm, $d_{2-3} = d_{6-7} = 40$ mm, $d_{3-4} = d_{5-6} = 45$ mm et $d_{4-5} = 42$ mm. L'homogénéité axiale théorique vaut alors $1,6 \cdot 10^{-5}$ et l'homogénéité volumique $6,4 \cdot 10^{-4}$.

A.2.2 Mesure de l'orientation atomique

Comme nous l'avons dit précédemment, afin de travailler en régime de transparence induite électromagnétiquement, les atomes doivent être tous pompés dans le niveau 2 (figure 6.1). La qualité de ce pompage est déterminante pour avoir un bon transfert des fluctuations entre le champ signal et les atomes. En effet, s'il reste des atomes dans le niveau 1, ceux-ci vont être amenés dans le niveau 3 par le champ de contrôle qui a généralement une intensité supérieure à l'intensité de saturation. Une partie de ces atomes vont se désexciter vers le niveau 2 et engendrer un bruit d'émission spontanée nuisible aux performances quantiques de la mémoire. D'autres phénomènes plus complexes issus d'un pompage non parfait peuvent aussi dégrader les performances du système [Hétet *et al.*, 2008].

Après avoir placé la cellule au milieu des bobines et avoir recouvert le tout avec le blindage magnétique, nous avons procédé à l'évaluation de l'orientation atomique par mesure du dichroïsme circulaire du milieu atomique. L'idée est d'envoyer un faisceau sonde polarisé linéairement dans le milieu et résonant avec la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$. Ce faisceau se décompose en deux faisceaux polarisés circulairement σ^+ et σ^- qui subissent une absorption différente suivant la répartition des atomes dans les sous-niveaux Zeeman de $F = 3$. En mesurant l'écart relatif entre la puissance des faisceaux polarisés σ^+ et σ^- en sortie des atomes, on en déduit l'orientation atomique du milieu définie par

$$\langle F_z \rangle / F = (-3 p_{-3} - 2 p_{-2} - p_{-1} + p_{+1} + 2 p_{+2} + 3 p_{+3}) / F \quad (6.3)$$

où p_j désigne la population du sous-niveau Zeeman $m_F = j$ de $F = 3$ normalisée au nombre total d'atomes. Les détails de la procédure expérimentale et des résultats obtenus sont présentés dans [Cviklinski, 2008]. Après allumage des faisceaux de repompe (environ 2 mW pour un waist à $1/e^2$ d'environ 7 mm) et de pompe (de l'ordre de 100 μ W pour un waist de 7 mm), nous obtenons en 2 ms une orientation atomique de 90 %. Nous estimons alors les populations dans les sous-niveaux Zeeman qui nous intéressent pour l'expérience de transfert par EIT à $p_{+3} = 0,8$, $p_{+2} = 0,16$ et $p_{+1} = 0,03$, soit un ratio $\frac{p_{+1}}{p_{+3}} = 0,04$.

Après avoir préparé le système dans l'état atomique nécessaire pour réaliser le trans-

fert lumière-matière par transparence induite électromagnétiquement, nous avons étudié les durées de vie des composantes atomiques qui fixent une limite supérieure à la durée de vie de la mémoire quantique.

A.2.3 Mesure de T_1 : durée de vie de la population

La première caractéristique atomique à mesurer est T_1 , la durée de vie des populations dans le niveau fondamental. Cette durée de vie n'est pas affectée par l'inhomogénéité du champ magnétique dans la cellule. Elle dépend surtout de la qualité de la couche de paraffine déposée sur les parois de la cellule ainsi que des collisions entre atomes. Pour réaliser cette mesure, nous avons procédé comme à la section précédente pour la mesure de l'orientation atomique du système. Après avoir pompé les atomes dans le sous-niveau Zeeman $m_F = +3$ de $F = 3$, nous avons coupé les faisceaux de pompe et de repompe et mesuré l'évolution de l'orientation atomique du milieu. La relaxation exponentielle de cette orientation donne directement accès à la durée de vie des populations. On a mesuré une valeur pour T_1 comprise entre 55 et 83 ms [Cviklinski, 2008].

A.2.4 Mesure de T_2 : durée de vie de la cohérence Zeeman

Pour la mémoire quantique, la durée de vie qui va intrinsèquement nous limiter est celle de la cohérence entre les sous-niveaux Zeeman, puisque c'est sur une cohérence de ce type qu'on va enregistrer les fluctuations lumineuses du faisceau signal. Pour mesurer cette durée de vie, notée T_2 , nous avons procédé par une méthode de résonance magnéto-optique (RMO) comme décrit dans [Julsgaard *et al.*, 2004b].

Le schéma expérimental permettant de réaliser cette expérience est présenté figure 6.4. La cellule de césium est placée dans le blindage avec un champ statique B_0 selon l'axe z et un champ radiofréquence selon l'axe x . Ce champ radiofréquence est créé par des bobines supplémentaires utilisées uniquement dans cette expérience de RMO. Les faisceaux pompe et repompe, qui se propagent selon l'axe z , préparent les atomes dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$. Un faisceau se propageant selon l'axe x , polarisé linéairement selon l'axe z , désaccordé d'environ 1 GHz par rapport à la transition $F = 3$ vers $F' = 2$, vient sonder de façon transverse les atomes. Sa polarisation de sortie est mesurée puis démodulée à la fréquence du champ RF par une détection synchrone double-phase. Avant de présenter les résultats obtenus, nous allons reprendre les équations données dans l'article [Julsgaard *et al.*, 2004b] pour montrer comment le signal obtenu après démodulation nous permet de mesurer directement la durée de vie de la cohérence entre sous-niveaux Zeeman.

Considérons le niveau fondamental $F = 3$ du césium peuplé avec N atomes et introduisons la matrice densité ρ décrivant le système constitué des 7 sous-niveaux Zeeman. On quantifie selon l'axe z (qui est l'axe du champ statique dans le blindage)

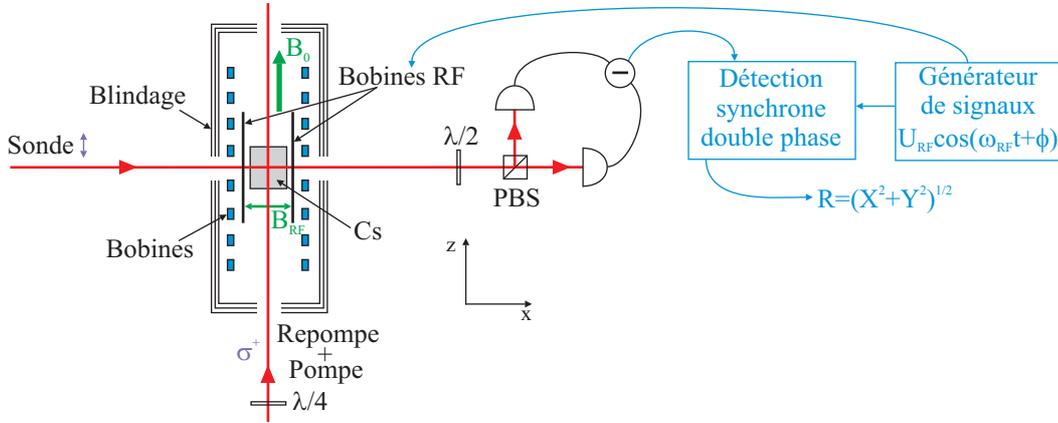


FIG. 6.4 – Schéma expérimental utilisé pour la mesure de la durée de vie de la cohérence Zeeman par résonance magnéto-optique. Les faisceaux ont un waist de 7 mm. Les faisceaux pompe et repompe ont une puissance de 0,1 mW et 2 mW respectivement. Le faisceau sonde a une puissance de 0,5 mW. La température de la cellule est de 30°C.

pour définir les composantes du moment angulaire collectif des atomes

$$F_x = N \sum_{m=-F}^{F-1} \sqrt{F(F+1) - m(m+1)} \frac{\rho_{m+1,m} + \rho_{m,m+1}}{2} \quad (6.4)$$

$$F_y = N \sum_{m=-F}^{F-1} \sqrt{F(F+1) - m(m+1)} \frac{\rho_{m+1,m} - \rho_{m,m+1}}{2i} \quad (6.5)$$

$$F_z = N \sum_{m=-F}^F m \rho_{mm} \quad (6.6)$$

L'hamiltonien d'interaction atomes - champs magnétiques s'écrit alors

$$H = g_F \mu_B \vec{F} \cdot \vec{B} + \text{termes quadratiques en champ} \quad (6.7)$$

où $g_F \approx 0,25$ est le facteur de Landé pour le niveau hyperfin $F = 3$ et μ_B le magnéton de Bohr. Comme nous le verrons un peu plus loin, les termes quadratiques seront négligeables dans notre expérience. Avec la configuration expérimentale utilisée (figure 6.4), on a $B_z = B_0$ et $B_x = |B_{RF}| \cos(\omega_{RF}t + \phi)$. On peut alors exprimer l'hamiltonien en fonction de ces champs et des composantes du spin collectif des atomes, ce qui

donne¹

$$H = \sum_{m=-F}^F \hbar\omega_m \rho_{mm} + \frac{g_F \mu_B}{4} \sum_{m_F=-F}^{F-1} \sqrt{F(F+1) - m(m+1)} (\rho_{m+1,m} B_{RF} e^{-i\omega_{RF}t} + \text{h.c.}) \quad (6.8)$$

avec $B_{RF} = |B_{RF}|e^{-i\phi}$ et $\hbar\omega_m$ l'énergie du sous-niveau Zeeman $m_F = m$ proportionnelle au champ statique B_0 . Avec ce hamiltonien, on peut écrire l'équation d'évolution pour une cohérence entre sous-niveaux Zeeman²

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_{mm+1}}{\partial t} = & -(\Gamma_{mm+1} + i(\omega_{m+1} - \omega_m))\rho_{mm+1} \\ & + \frac{ig_F \mu_B}{4\hbar} \sqrt{F(F+1) - m(m+1)} B_{RF} e^{-i\omega_{RF}t} (\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm}) \end{aligned} \quad (6.9)$$

où Γ_{mm+1} représente le taux de relaxation de la cohérence entre deux sous-niveaux Zeeman adjacents. Dans notre expérience, c'est le taux de relaxation de la cohérence entre deux sous-niveaux Zeeman séparés de $\Delta m_F = 2$ qui nous intéresse, mais nous supposons que ces deux quantités sont identiques.

On repasse ensuite dans le référentiel tournant à la fréquence ω_{RF} pour les cohérences ($\tilde{\rho}_{mm+1} = \rho_{mm+1} e^{i\omega_{RF}t}$), puis on effectue l'approximation adiabatique : les cohérences ont une durée de vie beaucoup plus courte que les populations (ce qui est confirmé expérimentalement), et on peut donc considérer que dans l'équation (6.9) la cohérence $\tilde{\rho}_{mm+1}$ suit adiabatiquement la différence de populations $\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm}$, ce qui revient à faire $\frac{\partial \tilde{\rho}_{mm+1}}{\partial t} = 0$ dans l'équation. Finalement, on obtient l'expression des cohérences en fonction des populations dans le référentiel du laboratoire

$$\rho_{mm+1} = \frac{ig_F \mu_B B_{RF}}{4\hbar} \frac{\sqrt{F(F+1) - m(m+1)} e^{-i\omega_{RF}t}}{\Gamma_{mm+1} + i((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF})} (\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm}) \quad (6.10)$$

En remplaçant cette expression dans (6.4), on obtient finalement

$$\begin{aligned} F_x = & \sum_{m=-F}^{F-1} \frac{g_F \mu_B N |B_{RF}| (F(F+1) - m(m+1))}{4\hbar} (\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm}) \\ & \times \frac{\Gamma_{mm+1} \sin(\omega_{RF}t + \phi) + ((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF}) \cos(\omega_{RF}t + \phi)}{(\Gamma_{mm+1})^2 + ((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF})^2} \end{aligned} \quad (6.11)$$

¹ Ce résultat est obtenu après transformation des cohérences atomiques dans le référentiel tournant à la fréquence ω_{RF} , puis utilisation de l'approximation de l'onde tournante, puis de nouvelle transformation des cohérences pour revenir dans le référentiel du laboratoire.

² Pour obtenir ce résultat, on a négligé la cohérence entre deux sous-niveaux Zeeman non-adjacents. En effet, le champ RF aura une fréquence proche de l'écartement Zeeman entre deux sous-niveaux adjacents et ne pourra donc pas créer une cohérence entre les sous-niveaux Zeeman non-adjacents.

et une expression similaire pour F_y . Comme dit précédemment, notre mesure consiste en une sonde transverse de polarisation linéaire selon z , désaccordée d'environ 1 GHz par rapport à la transition $F = 3$ vers $F' = 2$. La sonde subit alors une rotation de polarisation, proportionnelle à la valeur de F_x , par effet Faraday (voir par exemple [Julsgaard *et al.*, 2001], [Geremia *et al.*, 2005]). Le système lame demi-onde, cube polariseur, photodétecteurs et soustracteur (figure 6.4) fournit un photocourant $i(t)$ proportionnel à $F_x(t)$. En démodulant ce photocourant à l'aide d'une détection synchrone double phase (modèle utilisé : SR 844 de la société Stanford Research Systems), on obtient en sortie un signal proportionnel à la racine de

$$\begin{aligned}
& \left(\sum_{m=-F}^F (F(F+1) - m(m+1)) \frac{\Gamma_{mm+1}(\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm})}{(\Gamma_{mm+1})^2 + ((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF})^2} \right)^2 + \\
& \left(\sum_{m=-F}^F (F(F+1) - m(m+1)) \frac{((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF})(\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm})}{(\Gamma_{mm+1})^2 + ((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF})^2} \right)^2 \\
& = \left| \sum_{m=-F}^F (F(F+1) - m(m+1)) \frac{(\rho_{m+1m+1} - \rho_{mm})}{\Gamma_{mm+1} + i((\omega_{m+1} - \omega_m) - \omega_{RF})} \right|^2 \quad (6.12)
\end{aligned}$$

En faisant varier la fréquence du champ RF autour de l'écart $\omega_{m+1} - \omega_m$ entre sous-niveaux Zeeman consécutifs, le signal obtenu est une somme de pics lorentziens de largeur $2\Gamma_{mm+1}$ centrés en $\omega_{m+1} - \omega_m$. En toute rigueur, cet écart n'est pas constant si on prend en compte l'effet Zeeman quadratique. La contribution de l'effet quadratique vaut environ $\frac{2\Omega_L^2}{9,2 \text{ GHz}}$ [Julsgaard *et al.*, 2004b] où il apparaît au dénominateur l'écart en fréquence entre les deux niveaux fondamentaux de la raie D_2 du césium et où Ω_L est la fréquence de Larmor correspondant au champ RF. Il faut comparer cette valeur à la largeur Γ_{mm+1} de la cohérence entre les niveaux Zeeman. Dans les cas rencontrés expérimentalement, la contribution quadratique à l'écartement est effectivement négligeable devant Γ_{mm+1} . On a par exemple mesuré pour une fréquence de Larmor de 600 kHz une valeur de 1100 Hz pour Γ_{mm+1} , bien plus grande que les 78 Hz de l'effet Zeeman quadratique.³ Finalement, on considère que tous les écartements entre deux niveaux Zeeman consécutifs sont identiques et égaux à Ω_L . On suppose aussi que les taux de relaxation Γ_{mm+1} sont indépendants de m , et on va les noter Γ_Z (qui est aussi égal au taux de relaxation Γ_{21} utilisé dans le schéma d'EIT à 3 niveaux en Λ (section D.3.1 chapitre 1)). Avec toutes ces hypothèses, le signal de résonance magnéto-optique

³ Ceci est valable dans la mesure où l'on a pompé les atomes dans le sous-niveau $m_F = +3$ et que seuls 1 voire 2 pics lorentziens peuvent contribuer au signal obtenu en sortie de la détection synchrone. Si l'on avait équirépartition des atomes dans les sous-niveaux Zeeman, on aurait 6 pics lorentziens, les deux extrêmes étant séparés de 400 Hz par effet Zeeman quadratique. Cet effet ne serait alors plus négligeable devant Γ_{mm+1} .

obtenu vaut finalement

$$s_{RMO}(\omega_{RF}) \propto \sqrt{\frac{1}{(\Gamma_Z)^2 + (\Omega_L - \omega_{RF})^2}} \quad (6.13)$$

qui est la racine carrée d'une lorentzienne centrée en Ω_L et de largeur $2\Gamma_Z$. Ce signal donne donc directement accès au taux de relaxation de la cohérence entre sous-niveaux Zeeman. Un exemple du signal obtenu pour une fréquence de Larmor de 90 kHz est présenté sur la figure 6.5 (a). Nous avons effectué ces mesures pour 3 fréquences de Larmor différentes. Les résultats sont regroupés dans le tableau 6.1. On constate que le taux de relaxation augmente plus vite que linéairement avec la fréquence de Larmor (figure 6.5 (b)). Ceci est en particulier dû aux inhomogénéités du champ dans le volume de la cellule et est en accord avec le modèle proposé dans [Julsgaard *et al.*, 2004b] qui prévoit une évolution quadratique de la largeur avec le gradient du champ magnétique.

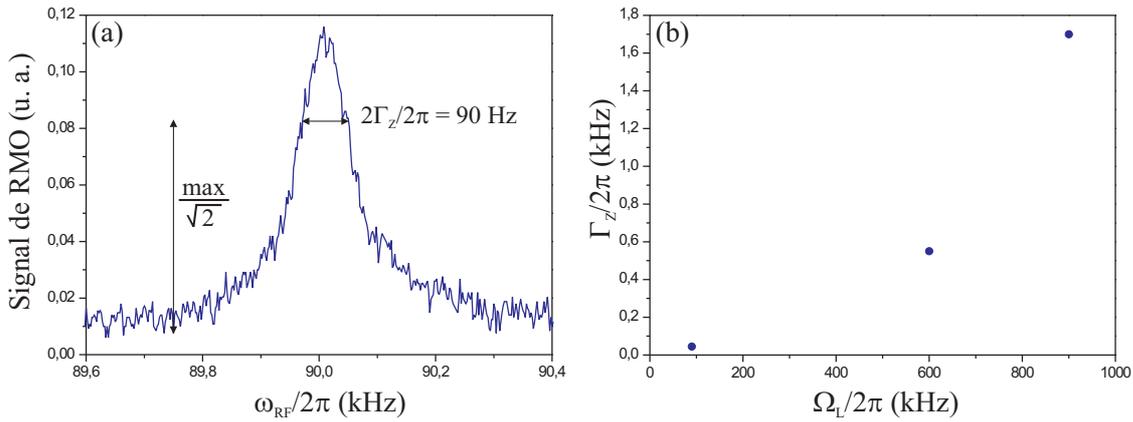


FIG. 6.5 – (a) Signal de résonance magnéto-optique obtenu pour une fréquence de Larmor de 90 kHz. La demi-largeur à $\max/\sqrt{2}$ nous donne le taux de relaxation Γ_Z de la cohérence entre sous-niveaux Zeeman. (b) Evolution de Γ_Z avec la fréquence de Larmor.

Fréquence de Larmor $\Omega_L/2\pi$ (kHz)	90	600	900
Taux de relaxation de la cohérence Zeeman $\Gamma_Z/2\pi$ (Hz)	45	550	1700
Durée de vie de la cohérence Zeeman $T_2 = 1/(\Gamma_Z)$ (μs)	3500	290	94

TAB. 6.1 – Résultats de l'expérience de résonance magnéto-optique : valeurs du taux de relaxation Γ_Z et de la durée de vie de la cohérence Zeeman associée pour 3 valeurs de la fréquence de Larmor.

On constate qu'on obtient pour une fréquence de Larmor de 600 kHz (valeur utilisée dans la suite de ce chapitre pour les expériences de mémoire), une durée de vie de la cohérence Zeeman de 300 μs . On s'attend donc a priori à trouver une décroissance de la durée de vie de la mémoire avec une telle constante de temps.

A.3 Fenêtre d'EIT, bande latérale unique et détection

Après avoir défini l'environnement magnétique et mesuré les durées de vie atomiques qui interviennent dans la mémoire, nous nous sommes intéressés au phénomène de transparence induite électromagnétiquement ainsi qu'au signal que nous allons enregistrer dans la mémoire.

Les atomes étant préparés dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$, on a souhaité vérifier qu'on obtient bien une transparence induite pour le champ signal si on éclaire la vapeur atomique avec le faisceau de contrôle comme indiqué sur le schéma de la figure 6.1. Nous avons dans un premier temps mené une étude assez succincte de ce phénomène et observé une transmission du signal de l'ordre de 20 % comme décrit dans [Cviklinski, 2008]. Cependant, après avoir analysé les résultats obtenus dans le cadre du stockage d'un état cohérent dans la mémoire, nous avons réalisé une étude beaucoup plus poussée, à la fois expérimentale et théorique, du phénomène d'EIT sur la raie D_2 d'une vapeur de césium. Ces résultats sont présentés dans le chapitre 7.

A.3.1 Signal sous forme d'une bande latérale unique

La fenêtre d'EIT ayant une transparence qui décroît assez rapidement avec le désaccord à 2 photons δ (voir chapitre 7), est il est important que le signal que l'on souhaite enregistrer dans la mémoire satisfasse la condition d'accord à 2 photons afin que l'efficacité de stockage soit maximale. La largeur, ou bande passante, des fenêtres d'EIT est en générale de l'ordre de quelques centaines de kHz à quelques MHz dans notre expérience. Nous avons choisi d'utiliser dans un premier temps des états cohérents pour étudier l'efficacité et les performances quantiques de la mémoire. En régime de variables continues, les états quantiques sont mesurés à l'aide d'une détection homodyne et sont caractérisés par un spectre de bruit qui décrit les corrélations existant entre des bandes latérales symétriques par rapport à la fréquence de l'oscillateur local. Ainsi, quand on dit qu'on souhaite stocker un état quantique en régime de variables continues dans une mémoire, on entend par ceci qu'on souhaite stocker dans la mémoire les corrélations existant entre des bandes latérales symétriques situées autour d'une porteuse. Or, on a vu précédemment qu'il y a un excès de bruit technique classique dans une certaine bande de fréquences autour de cette porteuse, typiquement de l'ordre du MHz pour un laser à titane-saphir. Ainsi, une fenêtre d'EIT centrée sur la porteuse du signal quantique à stocker doit avoir une largeur suffisamment grande (≥ 1 MHz) pour stocker les bandes latérales portant de l'information quantique (figure 6.6 (a)). C'est cette méthode qui a été utilisée pour les deux premières démonstrations [Honda *et al.*, 2008] et [Appel *et al.*, 2008] de stockage et restitution d'un état comprimé dans une mémoire. Une autre solution pour s'affranchir de ce bruit technique à basse fréquence est d'utiliser deux fenêtres d'EIT symétriques par rapport à la porteuse ("EIT bichromatique"), de façon à stocker uniquement les deux bandes latérales portant l'information quan-

tique (figure 6.6 (b)). Cette méthode a été utilisée récemment pour le stockage d'un état comprimé dans des atomes froids de rubidium [Arikawa *et al.*, 2009]. Avec cette méthode, la largeur des fenêtres d'EIT peut être plus petite que la largeur de la bande de fréquences présentant un excès de bruit technique autour de la porteuse. De plus, la largeur des fenêtres ne limite pas la fréquence des bandes latérales qu'il est possible de stocker, contrairement au cas où l'on utilise une seule fenêtre d'EIT.

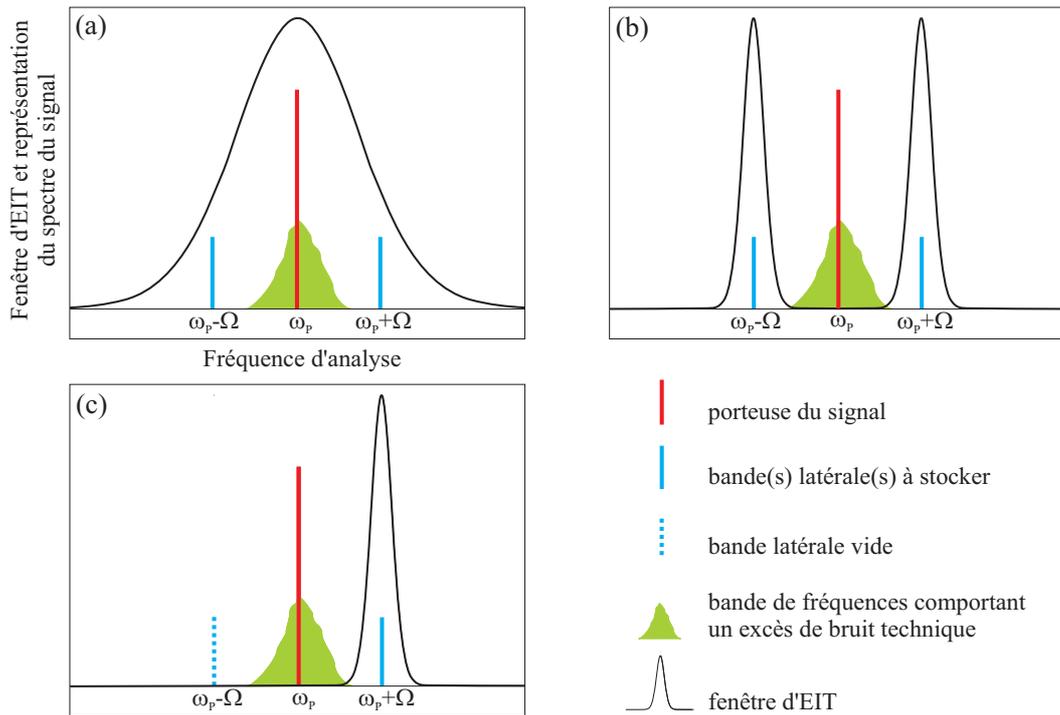


FIG. 6.6 – Représentation schématique de plusieurs configurations possibles pour le stockage d'un état quantique dans une ou plusieurs fenêtres d'EIT, en régime de variables continues. (a) Fenêtre d'EIT centrée sur la porteuse du signal et suffisamment large pour stocker des bandes latérales symétriques éloignées du pic de bruit central. (b) Configuration avec deux fenêtres d'EIT positionnées sur les deux bandes latérales symétriques que l'on souhaite stocker. (c) Configuration utilisée sur notre expérience : une seule fenêtre d'EIT décalée par rapport à la fréquence ω_P de la porteuse et permettant de stocker un signal constitué d'une bande latérale unique à la fréquence $\omega_P + \Omega$. La bande latérale symétrique est constituée des fluctuations du vide.

Pour notre expérience, nous avons souhaité profiter des avantages des fenêtres d'EIT décalées par rapport à la fréquence de la porteuse tout en conservant un système relativement simple, l'EIT bichromatique étant plus complexe à mettre en œuvre que l'EIT usuelle. Nous avons alors décidé d'adopter la configuration représentée sur la figure 6.6 (c). Nous disposons d'une fenêtre d'EIT décalée de la fréquence Ω (typiquement

1 MHz) par rapport à la position de la porteuse du signal, ce qui permet de s'affranchir du bruit technique à basse fréquence. Le signal quantique que l'on va stocker est alors une modulation à la fréquence Ω en bande latérale unique (BLU) de très faible intensité (un à quelques photons par impulsion) de la porteuse à la fréquence ω_P . La fenêtre d'EIT est donc centrée sur cette bande latérale. La bande latérale symétrique est constituée quant à elle des fluctuations quantiques du vide. Une autre manière de voir les choses est de dire que l'on produit un état cohérent de très faible amplitude à la fréquence $\omega_P + \Omega$, qu'on stocke cet état cohérent dans une fenêtre d'EIT centrée à cette fréquence et qu'on le mesure à l'aide d'une détection hétérodyne, c'est-à-dire avec un oscillateur local à la fréquence ω_P différente de la fréquence $\omega_P + \Omega$ de l'état cohérent créé.

A.3.2 Réalisation d'une bande latérale unique optique

En ce qui concerne la réalisation de cet état cohérent en bande latérale unique, nous avons utilisé deux modulateurs électro-optiques en série, comme illustré sur la figure 6.7, et les détails, calculs et mesures permettant de prouver que l'on obtient bien l'état désiré en sortie sont présentés dans [Cviklinski, 2008].

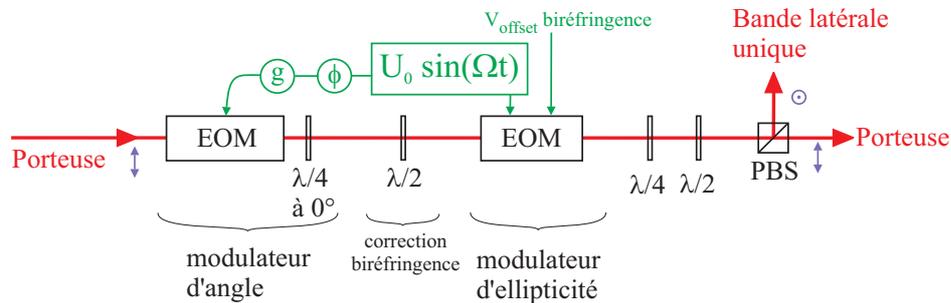


FIG. 6.7 – Schéma du montage permettant de créer une bande latérale unique à la fréquence Ω , de polarisation orthogonale à la porteuse. Les modulateurs (modèle LM202 de la société Linos) ont leurs lignes neutres à 45° par rapport au plan de la figure. Ils sont alimentés par un générateur de signal (modèle Agilent 33250A) produisant une sinusoïde de fréquence Ω . On ajuste la phase et le gain du signal allant vers un des modulateurs de façon à obtenir un bon taux de réjection de la bande latérale symétrique (-15 dB). Les biréfringences naturelles des modulateurs sont compensées par la lame demi-onde située entre les deux modulateurs et par une tension continue supplémentaire appliquée sur le second modulateur. Les lames quart d'onde et demi-onde placées après les deux modulateurs permettent de bien séparer, grâce au cube polarisant, la porteuse et la bande latérale produite. On obtient un taux de réjection de la porteuse de -20 à -22 dB.

Si l'on souhaitait juste produire une bande latérale unique, un modulateur de phase suivi d'un modulateur d'amplitude serait suffisant. Cependant la porteuse et sa bande

latérale auraient la même polarisation en sortie, et il serait difficile de les séparer pour le reste de l'expérience. Pour obtenir une bande latérale avec une polarisation orthogonale à la porteuse, on tourne les axes propres des modulateurs de 45° , et on rajoute une lame quart d'onde entre les deux modulateurs de façon à ce que le premier modulateur produise une modulation d'angle et que le deuxième joue le rôle d'un modulateur d'ellipticité. On obtient au final une bande latérale unique et le taux d'extinction de la bande latérale symétrique par rapport à la bande latérale que l'on a créée est de 15 dB. La porteuse est séparée de la bande latérale à l'aide d'un cube polarisant, et le taux de réjection de la porteuse est de -20 à -22 dB.

A.3.3 Mesure d'une bande latérale unique avec une détection homodyne

La mesure de cette bande latérale unique s'effectue à l'aide d'une détection homodyne dont l'oscillateur local est à la fréquence de la porteuse, c'est-à-dire ω_P . Nous allons maintenant calculer le photocourant obtenu en sortie de la détection homodyne et voir comment on peut en extraire des informations sur l'état cohérent stocké.

Sur les photodiodes de la détection homodyne vont interférer l'oscillateur local, représenté par l'état cohérent $|\alpha\rangle e^{i\theta}$ (on le considère comme un état classique d'amplitude $|\alpha|$ et de phase θ , ce qui est valable s'il a une intensité très supérieure à celle du signal) et le signal sous forme d'une bande latérale à la fréquence Ω , qu'on décrit par le champ $a_{+\Omega}e^{-i\Omega t}$. Mais dans une détection homodyne, la mesure de la bande latérale située à Ω s'accompagne inévitablement de la mesure de la bande latérale située à la fréquence $-\Omega$. Il faut donc rajouter le champ $a_{-\Omega}e^{i\Omega t}$ décrivant les fluctuations du vide sur la bande latérale symétrique. Finalement, le photocourant obtenu en sortie de la détection homodyne est, en utilisant la formule (2.7) établie au chapitre 2

$$i(t) \propto |\alpha| (e^{i\theta} (a_{-\Omega}^* e^{-i\Omega t} + a_{+\Omega}^* e^{i\Omega t}) + e^{-i\theta} (a_{-\Omega} e^{i\Omega t} + a_{+\Omega} e^{-i\Omega t})) \quad (6.14)$$

En développant, on obtient une expression en fonction des quadratures des champs situés à $+\Omega$ et à $-\Omega$

$$i(t) \propto ((a_{-\Omega}^* e^{i\theta} + a_{-\Omega} e^{-i\theta}) + (a_{+\Omega}^* e^{i\theta} + a_{+\Omega} e^{-i\theta})) \cos(\Omega t) - (i(a_{-\Omega}^* e^{i\theta} - a_{-\Omega} e^{-i\theta}) - i(a_{+\Omega}^* e^{i\theta} - a_{+\Omega} e^{-i\theta})) \sin(\Omega t) \quad (6.15)$$

$$i(t) \propto (X_{+\Omega, \theta} + X_{-\Omega, \theta}) \cos(\Omega t) + (Y_{+\Omega, \theta} - Y_{-\Omega, \theta}) \sin(\Omega t) \quad (6.16)$$

Pour extraire des informations sur les quadratures X ou Y , on va démoduler le photocourant obtenu à la fréquence Ω et moyenner temporellement, ce qui donne, si on démodule avec $\sin(\Omega t + \phi_{el})$ où ϕ_{el} est la phase électronique relative entre la modulation sinusoïdale produite par les modulateurs électro-optiques créant le signal et la sinusoïde

utilisée pour la démodulation

$$\begin{aligned} \overline{i(t) \sin(\Omega t + \phi_{el})} &\propto X_{-\Omega, \theta} \sin \phi_{el} - Y_{-\Omega, \theta} \cos \phi_{el} + X_{+\Omega, \theta} \sin \phi_{el} + Y_{+\Omega, \theta} \cos \phi_{el} \\ &\propto X_{-\Omega} \sin(\theta + \phi_{el}) - Y_{-\Omega} \cos(\theta + \phi_{el}) \\ &\quad - X_{+\Omega} \sin(\theta - \phi_{el}) + Y_{+\Omega} \cos(\theta - \phi_{el}) \end{aligned} \quad (6.17)$$

soit finalement

$$\overline{i(t) \sin(\Omega t + \phi_{el})} \propto Y_{+\Omega, \theta - \phi_{el}} - Y_{-\Omega, \theta + \phi_{el}} \quad (6.18)$$

De même en démodulant avec un cosinus, on obtient

$$\overline{i(t) \cos(\Omega t + \phi_{el})} \propto X_{+\Omega, \theta - \phi_{el}} + X_{-\Omega, \theta + \phi_{el}} \quad (6.19)$$

Le photocourant démodulé et moyenné temporellement donne donc accès à la somme ou la différence d'une quadrature d'angle $\theta - \phi_{el}$ pour le signal à $+\Omega$ et d'une quadrature d'angle $\theta + \phi_{el}$ pour le vide à $-\Omega$.

La mesure de cette grandeur, par exemple lors d'une réalisation de l'expérience de mémoire, va nous fournir un résultat aléatoire traduisant les fluctuations quantiques de l'état. Pour extraire l'information qui nous intéresse, à savoir la moyenne et la variance des quadratures, on réalise un grand nombre de fois l'expérience en enregistrant à chaque itération le résultat obtenu et on fait a posteriori une étude statistique des différents résultats. Cependant, comme on le voit avec les expressions (6.18) et (6.19), pour mesurer à chaque expérience la même quadrature, il faut que la phase relative optique θ soit asservie, ainsi que la phase relative électronique ϕ_{el} . La première condition est assurée par un asservissement de phase entre l'oscillateur local et la porteuse du signal.⁴ Pour satisfaire la seconde condition, c'est un peu plus complexe. Pour les expériences de mémoire que nous allons réaliser, les différents faisceaux lumineux, et en particulier le signal contenu dans la bande latérale, sont produits sous forme de séquences temporelles. Il faut donc bien veiller à ce que le générateur produisant les signaux pour deux expériences consécutives le fasse avec la même phase et que l'enregistrement du photocourant s'effectue toujours avec le même délai par rapport à la production du signal. Ceci est réalisé expérimentalement avec des séquences temporelles synchronisées entre elles pour contrôler toute l'expérience. Il faut aussi s'assurer que la phase électronique utilisée lors de la démodulation sur ordinateur ait toujours la même phase à l'origine d'une mesure à l'autre, ce qui est bien le cas avec le programme que nous utilisons pour le traitement informatique. Pour plus de simplicité, à partir de maintenant on considère que cette phase électronique est nulle : $\phi_{el} = 0$.

Finalement, toutes ces phases étant asservies, en effectuant un grand nombre de mesures sur l'état de sortie, on a accès aux valeurs moyennes des quadratures X et Y d'angle θ du signal situé dans la bande latérale unique

$$\left\langle \overline{i(t) \cos(\Omega t)} \right\rangle \propto \langle X_{+\Omega, \theta} \rangle \quad \text{et} \quad \left\langle \overline{i(t) \sin(\Omega t)} \right\rangle \propto \langle Y_{+\Omega, \theta} \rangle \quad (6.20)$$

⁴ La bande latérale unique et la porteuse ont une phase relative fixe.

ainsi qu'aux variances

$$\left(\overline{\Delta i(t) \cos(\Omega t)}\right)^2 \propto (\Delta X_{+\Omega, \theta})^2 + 1 \quad \text{et} \quad \left(\overline{\Delta i(t) \sin(\Omega t)}\right)^2 \propto (\Delta Y_{+\Omega, \theta})^2 + 1 \quad (6.21)$$

où l'on rappelle que la variance pour le vide est égale à 1 avec nos conventions. La présence d'une unité de bruit supplémentaire dans (6.21) est due à la bande latérale vide à la fréquence $-\Omega$. Des mesures préliminaires en continu et en régime impulsionnel effectuées sans ensemble atomique ont permis de vérifier que la détection homodyne, l'acquisition et le traitement informatique du photocourant fournissaient effectivement les valeurs moyennes et les variances de l'état cohérent que l'on souhaite stocker dans la mémoire [Cviklinski, 2008]. Nous avons aussi vérifié que pour un état cohérent de très faible puissance (comportant typiquement de un à une dizaine de photons par impulsion), la variance mesurée par cette méthode donnait la même valeur que pour le bruit quantique standard, comme attendu pour un tel état cohérent.

A.4 Schéma expérimental et séquence temporelle

A.4.1 Schéma expérimental de l'expérience de mémoire

Le schéma du dispositif permettant de réaliser les expériences de stockage et restitution d'un état cohérent dans une vapeur de césium est présenté figure 6.8.

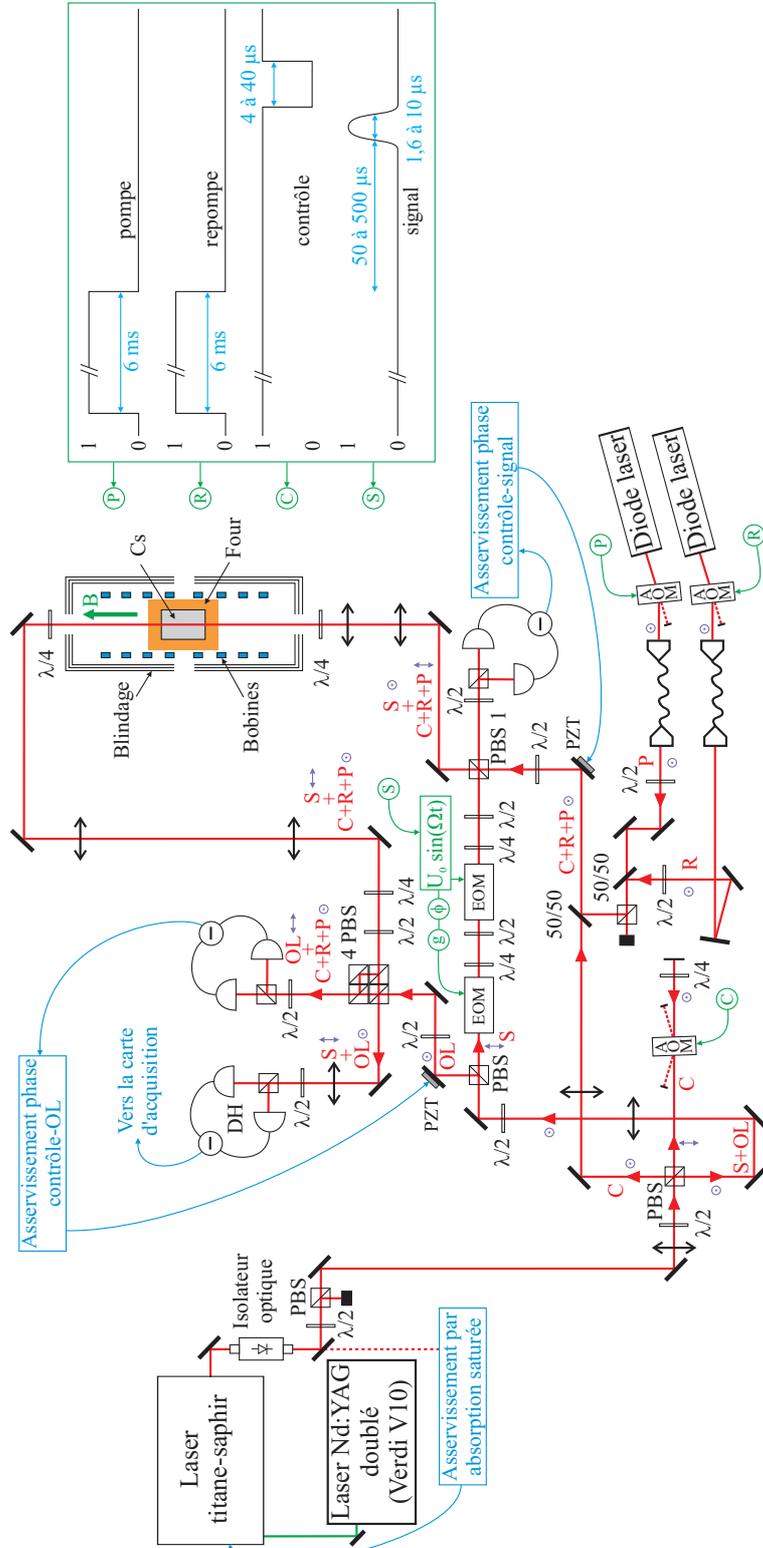


FIG. 6.8 – Schéma du montage expérimental et séquence temporelle utilisés pour le stockage et la restitution d'un état cohérent dans une vapeur de césium. OL : oscillateur local, S : signal, C : contrôle, P : pompe, R : repompe, DH : détection homodyne.

Le pompage des atomes dans le niveau 2 nécessaire pour l'EIT se fait avec les faisceaux pompe et repompe polarisés circulairement σ^+ , produits par des diodes laser en cavité étendue sur réseau, asservies par absorption saturée sur les transitions appropriées du césium et fibrées. Des modulateurs acousto-optiques fonctionnant dans l'ordre +1, placés sur le trajet de chaque faisceau, permettent d'allumer ou d'éteindre ces champs de pompe et repompe. Le faisceau de pompe a une puissance d'environ $100 \mu\text{W}$ et le faisceau de repompe une puissance variant de 0,5 à 3,5 mW selon les expériences.

Les champs contrôle et signal sont quant à eux produits par un laser titane-saphir asservi par absorption saturée au voisinage de la transition $F = 3$ vers $F' = 2$. Ces faisceaux, ainsi que ceux de pompe et de repompe ont, sauf mention contraire, un waist de 7 mm au niveau de la cellule. Le contrôle a une polarisation σ^+ lors de la traversée des atomes. Sur son trajet de préparation, il fait un double passage dans un modulateur acousto-optique. Lorsqu'on souhaite laisser passer le contrôle, le modulateur fonctionne dans l'ordre 0. Quand on souhaite couper le faisceau de contrôle, on fait fonctionner le modulateur dans l'ordre 1, ce qui décale la direction du faisceau de contrôle qui est alors bloqué. Le taux d'extinction du faisceau de contrôle dans cette configuration est de -24 dB (typiquement $80 \mu\text{W}$ de fuite pour une puissance de contrôle de 20 mW). Une partie du faisceau issu du laser titane-saphir est prélevé et utilisé comme oscillateur local pour la détection homodyne. Il a donc même fréquence que le faisceau de contrôle.

Le faisceau signal composé d'un état cohérent dans une bande latérale unique est quant à lui produit par les deux modulateurs électro-optiques comme décrit dans la section A.3.2. La fréquence de modulation est $\frac{\Omega}{2\pi} = 1,25$ MHz pour l'ensemble des expériences présentées dans ce chapitre, à l'exception des résultats présentés dans la section B.2.3. Le champ magnétique dans le milieu atomique est ajusté de façon à ce que la fréquence de Larmor soit la moitié de cette modulation, à savoir $\frac{\Omega}{4\pi} = 625$ kHz. La porteuse du signal, qui a la même fréquence que le contrôle, est transmise par le cube polarisant PBS 1 et vient interférer avec une faible fraction du faisceau de contrôle réfléchi par ce même cube. Ces interférences sont mesurées par un ensemble de deux photodiodes, et le signal obtenu est utilisé comme signal d'erreur pour contre-réagir sur une cale piézo-électrique située sur un miroir du trajet du faisceau de contrôle et ainsi asservir la phase relative contrôle-porteuse, et par conséquent la phase relative contrôle-signal. Le signal en bande latérale unique traverse la cellule atomique avec une polarisation circulaire σ^- et est envoyé en sortie vers la détection homodyne après traversée de deux cubes polariseurs faisant partie d'un système de 4 cubes (4 PBS sur la figure). Les faisceaux de pompe, repompe et contrôle sont réfléchis par ce groupe de 4 cubes et envoyés, avec une partie de l'oscillateur local vers deux photodiodes. On obtient alors un signal qui permet, par rétroaction sur une cale piézo-électrique située sur le trajet de l'oscillateur local, d'asservir la phase relative entre le contrôle et l'oscillateur local. Notons que les faisceaux pompe et repompe perturbent peu cet

asservissement car ils ne sont pas cohérents avec le faisceau du laser titane-saphir dont sont issus le contrôle et l'oscillateur local. En fait, comme on l'a dit précédemment, c'est l'asservissement de la phase relative entre l'oscillateur local et le signal qui est importante. Mais un asservissement direct entre ces deux faisceaux n'est pas possible car d'une part le faisceau signal est de trop faible puissance, et d'autre part on ne souhaite pas rajouter de pertes sur ce faisceau. L'asservissement entre l'oscillateur local et le signal se fait donc par l'intermédiaire du faisceau de contrôle et de la porteuse du signal, ce qui explique la configuration mise en place.

Notons que pour la séparation des faisceaux avant la détection homodyne, il faudrait utiliser en toute rigueur un seul cube polariseur au lieu d'un montage avec 4 cubes, comme cela avait initialement été fait sur l'expérience [Cviklinski, 2008]. Cependant, les cubes polariseurs que nous utilisons n'ont qu'un taux de réjection d'environ 30 dB. Il s'en suit une faible fuite du faisceau de contrôle vers la détection homodyne, mais suffisante pour créer un excès de bruit lors de l'expérience de mémoire comme on le décrira plus loin. Nous avons donc décidé d'utiliser 2 cubes polariseurs en série afin de mieux filtrer le faisceau de contrôle et d'atteindre un taux de réjection de 35 à 37 dB. Cependant, si on utilise seulement deux cubes, il ne reste plus assez de puissance du faisceau de contrôle après le premier cube polariseur pour réaliser l'asservissement de phase avec l'oscillateur local. Ce système de 4 cubes formant un carré permet de résoudre le problème, la majeure partie de la puissance de contrôle réfléchi par le premier cube étant renvoyée par deux autres cubes pour se recombiner avec l'oscillateur local. Le seul problème de cette configuration est que l'asservissement de phase n'est plus parfait entre l'oscillateur local et le signal, puisque le contrôle et le signal ne suivent pas exactement le même chemin avant la recombinaison avec l'oscillateur local. Cependant, les 4 cubes sont collés les uns aux autres et solidement fixés à leur support, ce qui permet de réduire à un niveau négligeable les fluctuations de phase pendant la durée d'une expérience (typiquement quelques secondes).

Enfin, le photocourant issu de la détection homodyne est envoyé vers la carte d'acquisition dont les caractéristiques sont données dans la section A.4.2 du chapitre 2. Après avoir été enregistré à 50 millions d'échantillons par seconde pendant une durée typique de 50 μ s, ce photocourant est démodulé à la fréquence $f = \frac{\Omega}{2\pi}$ puis moyenné sur n arches de sinuséide (typiquement $n = 2$ ou 4), le tout avec une résolution en fréquence égale à f/n (typiquement 300 à 600 kHz pour $f = 1,25$ MHz). Les expériences de mémoire sont répétées un grand nombre de fois (typiquement entre 1000 et 4000 fois pour nos expériences), et les différents résultats utilisés pour mesurer les valeurs moyennes et les variances des quadratures du signal comme expliqué à la section A.3.3.

A.4.2 Séquence temporelle utilisée

Pour que le système se comporte comme une mémoire quantique, il faut travailler non pas en régime stationnaire, mais en régime séquentiel : une impulsion signal est

créée, ses fluctuations quantiques sont enregistrées dans une cohérence Zeeman pendant un certain temps, puis relues. La séquence temporelle utilisée pour les quatre faisceaux intervenant dans l'expérience est présentée figure 6.8. Une première phase consiste à allumer pendant environ 6 ms les faisceaux de pompe et de repompe de façon à préparer le système atomique dans l'état désiré. Comme on l'a expliqué précédemment, l'orientation atomique maximale (90 %) est atteinte après environ 2 ms de pompage. Ensuite, ces deux faisceaux sont éteints 50 à 500 μs avant qu'une impulsion signal en bande latérale unique ne soit produite, d'une durée comprise entre 1,6 et 10 μs environ (entre 2 et 12 arches de sinusoïde pour une modulation à 1,25 MHz). Cette impulsion signal est créée alors que le faisceau de contrôle était déjà allumé, ce qui fait que le milieu atomique est déjà dans des conditions de transparence induite électromagnétiquement (figure 6.9 (a)). Le signal entre alors dans la vapeur atomique et, grâce au phénomène d'EIT (chapitre 7), il est fortement ralenti (figure 6.9 (b)) et ses fluctuations quantiques sont transférées aux composantes transverses du spin collectif des atomes, comme on l'a décrit à la section D.3.4 du chapitre 1. Ceci constitue *l'étape d'écriture* de la mémoire. Une fois le signal comprimé dans la cellule et les fluctuations transférées, le champ de contrôle est éteint et les fluctuations quantiques sont "sauvegardées" dans la cohérence atomique entre les niveaux 1 et 2 (figure 6.9 (c)). C'est *l'étape de stockage*. Ensuite, après un certain temps (4 à 40 μs) que l'on appellera par la suite le *temps de stockage*, on rallume le champ de contrôle uniquement. On peut alors montrer [Dantan, 2005] que les fluctuations quantiques du spin sont retransférées à la lumière et qu'on obtient en sortie un signal à la même fréquence et avec la même polarisation que le signal initial et ayant des propriétés quantiques similaires (figure 6.9 (d)). Ceci constitue *l'étape de relecture* de la mémoire. Le signal arrive alors sur la détection homodyne où il est mesuré avec un oscillateur local stationnaire puis enregistré sur la carte d'acquisition. Le déclenchement de l'enregistrement sur la carte est synchronisé avec la production du signal en bande latérale unique de façon à avoir une phase électronique fixe, comme expliqué à la section A.3.3. Notons enfin que la durée totale d'une séquence est d'environ 8 ms, la majeure partie du temps étant consacrée à la préparation atomique du système.

Pour avoir une efficacité de lecture optimale, il faut adapter le mode temporel de l'oscillateur local à celui du signal sortant de la mémoire [Dantan *et al.*, 2006, Gorshkov *et al.*, 2007]. Cependant, l'utilisation d'un oscillateur local avec le même profil temporel que le signal engendrerait des signaux parasites au niveau de la mesure du photocourant, comme cela a été étudié dans [Cviklinski, 2008]. On utilise par conséquent, et de manière équivalente, un oscillateur local constant et on démodule électriquement avec un profil temporel adapté. Les détails de cette démodulation adaptée et du gain qu'elle apporte sont présentés dans [Cviklinski, 2008].

Après avoir décrit le fonctionnement de l'expérience, les mesures de caractérisation du système atomique et les états quantiques qu'on souhaite enregistrer dans la mémoire, nous allons présenter les résultats concernant le stockage d'un état cohérent.

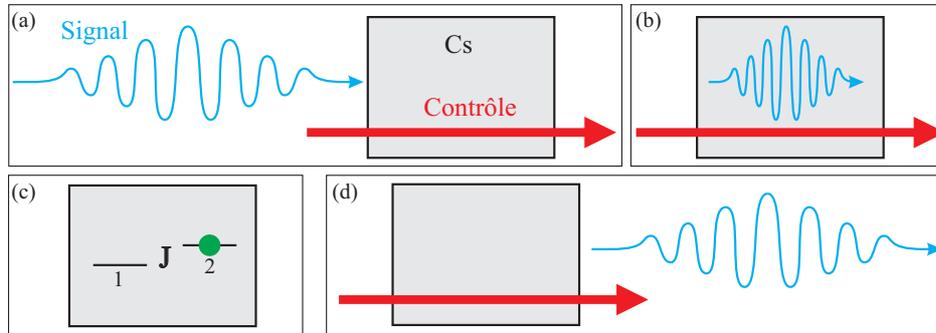


FIG. 6.9 – Représentation schématique du fonctionnement d'une séquence mémoire. (a) Après avoir pompé les atomes dans le niveau 2, le champ de contrôle et l'impulsion signal sont envoyés dans les atomes. (b) Le signal est ralenti dans la vapeur de césium par le phénomène d'EIT engendré par le champ de contrôle, et les fluctuations du signal sont transférées au spin collectif transverse des atomes. (c) Le champ de contrôle est alors éteint et les informations quantiques sont stockées dans les fluctuations du spin collectif. (d) Après un certain temps, le champ de contrôle est rallumé, ce qui crée de nouveau une fenêtre d'EIT. Les fluctuations du spin sont transmises à la lumière qui ressort sous forme d'un signal ayant les mêmes propriétés quantiques que le signal d'entrée.

B Stockage et restitution d'un état cohérent

Nous présentons dans cette section les expériences menées afin d'étudier les performances de la mémoire quantique atomique réalisée dans une vapeur de césium. Dans un premier temps, nous montrerons que la mémoire permet de stocker et restituer les deux quadratures du champ signal de façon cohérente. Ensuite, nous nous intéresserons à l'étude de l'efficacité de stockage en fonction de différents paramètres, comme par exemple le désaccord à deux photons, la fréquence de modulation du signal en bande latérale unique ou la puissance du champ de contrôle.

B.1 Stockage cohérent de deux quadratures du champ, sans excès de bruit

L'état que l'on souhaite stocker est un état cohérent caractérisé par deux quadratures orthogonales X et Y qui ne commutent pas et dont la variance est égale au bruit quantique standard. Il s'agit de vérifier que la mémoire permet de restituer simultanément les deux quadratures du champ et que cette restitution se fait sans ajout de bruit. De plus, une autre caractéristique quantique importante est la phase de l'état. On s'assurera donc qu'elle est égale en sortie à celle qu'on avait en entrée.

B.1.1 Restitution des deux quadratures stockées

On peut voir sur la figure 6.10 la dépendance temporelle typique des valeurs moyennes des quadratures X et Y du champ signal au cours d'une expérience de stockage de l'état dans la mémoire et de sa restitution, pour un temps de stockage de $15 \mu\text{s}$. Il est clair d'après cette figure que notre système permet effectivement de bien restituer simultanément deux quadratures orthogonales du champ qui ne commutent pas. Le premier pic sur la figure, situé à environ $25 \mu\text{s}$ correspond à la fuite du champ signal à travers la cellule, c'est-à-dire à la partie qui n'est pas enregistrée dans la mémoire. Le second pic, situé à environ $43 \mu\text{s}$ est le signal relu, c'est-à-dire celui qui a été effectivement écrit sur la cohérence atomique entre les niveaux 1 et 2, stocké, et relu lorsque le champ de contrôle a été rallumé.

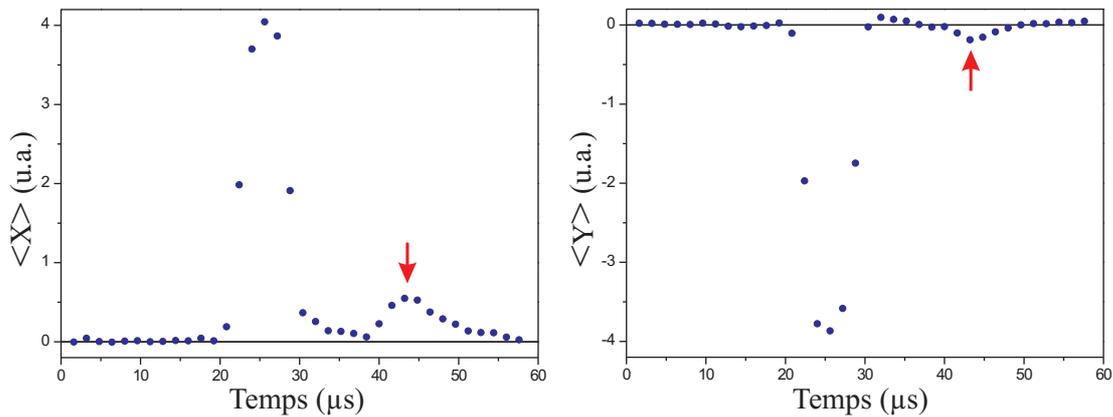


FIG. 6.10 – Evolution des valeurs moyennes des quadratures X et Y du champ signal pour une séquence mémoire constituée de 2000 réalisations de l'expérience. Paramètres : température de la cellule : 40°C , diamètre des faisceaux : 14 mm, puissance du champ de contrôle : 9,5 mW, temps de stockage : $15 \mu\text{s}$, durée de l'impulsion signal : $4,8 \mu\text{s}$ (6 arches à 1,25 MHz), démodulation réalisée avec $n = 2$ arches de sinusoïde. Les flèches indiquent la position du signal relu.

B.1.2 Variance de l'état de sortie

Après avoir mesuré les valeurs moyennes, nous nous sommes intéressés aux variances de ces quadratures, pour la même expérience dont sont issues les courbes de la figure 6.10. Les résultats sont présentés pour la quadrature X sur la figure 6.11 avec une comparaison des résultats obtenus pour le champ signal ressortant de la mémoire et pour le vide (obtenu en cachant les faisceaux signal et contrôle avant la détection homodyne). Les mesures "sans soustraction" sur la figure, correspondent à un calcul direct de la

variance pour le signal ressortant de la mémoire. Cependant, lors de la coupure et du rallumage du champ de contrôle, la petite fuite résiduelle mentionnée précédemment de ce champ vers la détection homodyne engendre un bruit parasite transitoire sur le photocourant de la détection homodyne (comme on peut le voir vers $43 \mu\text{s}$ sur la figure 6.11 pour la quadrature X). Ceci est dû entre autre aux composantes de fréquences autour de la fréquence de démodulation à $1,25 \text{ MHz}$ liées au profil du champ de contrôle lors de son allumage ou de sa coupure. Bien que s'effectuant "lentement" en 2 à $3 \mu\text{s}$, cette variation du champ est suffisamment rapide pour engendrer un parasite sur la variance.

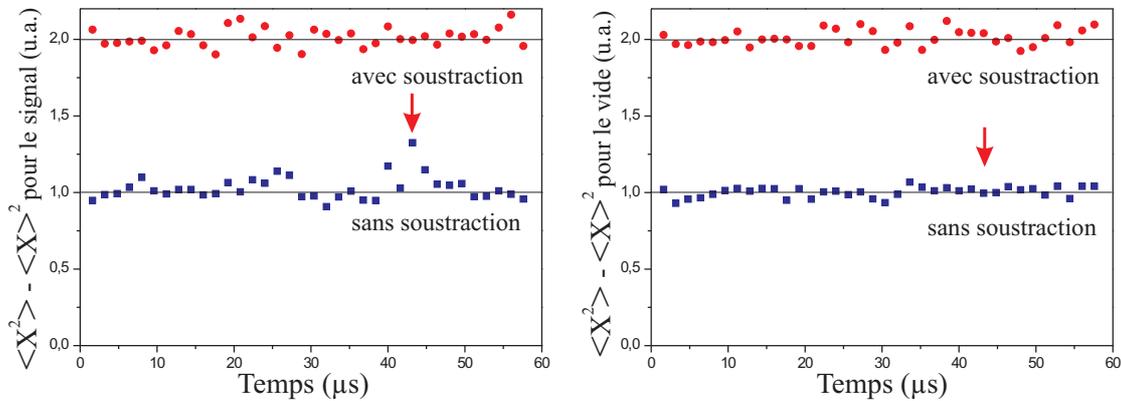


FIG. 6.11 – Comparaison des variances pour la quadrature X du signal ressortant de la mémoire et pour le vide, dans des conditions expérimentales identiques à celle ayant fournies les courbes de la figure 6.10. Des résultats similaires, non représentés ici, sont obtenus pour la quadrature Y . Les flèches indiquent la position du signal relu.

Pour remédier à ce problème, une seconde mesure de type mémoire est effectuée environ $30 \mu\text{s}$ après la relecture du signal, en éteignant et rallumant uniquement le champ de contrôle, sans signal. Le photocourant mesuré est soustrait point par point au photocourant obtenu dans le cas d'une mesure avec signal, et le résultat obtenu est utilisé pour mesurer les valeurs moyennes et les variances des quadratures du champ signal. Dans le cas de la variance de la quadrature X , on peut voir le résultat obtenu par cette méthode sur la figure 6.11 (mesure "avec soustraction"). On constate que les parasites sont effectivement soustraits, mais que le bruit quantique standard est multiplié par 2. Ceci est une conséquence normale venant du fait qu'on soustrait deux photocourants quantiquement décorrélés (mais dont les parasites classiques sont corrélés). La variance de la soustraction des photocourants est alors égale à la somme des variances de chaque photocourant, moins les parasites communs, comme on l'observe sur les courbes expérimentales.

La comparaison des variances obtenues pour le signal et pour le vide nous montre

que les niveaux de bruit sont similaires. Nous en déduisons que le processus de mémoire se fait sans ajout de bruit, aux incertitudes de mesure près.

B.1.3 Restitution de la phase initiale en sortie

Le stockage et la restitution de l'état quantique s'effectuant par un processus d'EIT, il doit y avoir préservation en sortie de la phase de l'état incident [Mair *et al.*, 2002]. Ce qu'on appelle la phase du signal est la phase entre la bande latérale unique et l'oscillateur local, qui nous sert de référence. Les phases optiques (contrôle - signal et contrôle - oscillateur local) ainsi que les phases électroniques (générateur de signaux - carte d'acquisition - sinusoïde de démodulation) étant asservies, si une différence de phase apparaît sur le signal entre le champ incident et le champ relu, cette différence ne peut avoir eu lieu que pendant le temps de stockage dans la vapeur atomique. Or pendant le stockage, le signal n'est plus sous forme de lumière, mais sous forme de cohérence entre les niveaux 1 et 2 dans le schéma en Λ . Cette cohérence évolue, dans le référentiel tournant à la fréquence de l'oscillateur local, au double de la fréquence de Larmor Ω_L . Le champ signal, s'il n'était pas enregistré dans la mémoire, évoluerait à la fréquence Ω dans ce même référentiel. On en déduit donc qu'il n'y aura pas de déphasage lors du processus de mémoire si la cohérence et le champ signal évoluent à la même fréquence, c'est-à-dire si $2\Omega_L - \Omega = \Delta_1 - \Delta_2 = \delta = 0$, ce qui correspond à un désaccord à deux photons nul. Dans le cas contraire, on va observer un déphasage du signal en sortie de la mémoire d'un angle $\varphi_r - \varphi_i = (2\Omega_L - \Omega)\tau$ où τ est le temps de stockage, φ_i la phase initiale du signal et φ_r la phase du signal relu.

Nous avons procédé à la mesure de la phase du signal en sortie de la mémoire en fonction de la phase en entrée⁵ et nous avons pu vérifier que ces phases étaient égales lorsque le désaccord à deux photons est nul. En changeant légèrement le courant parcourant les bobines magnétiques tout en conservant la même fréquence de modulation pour le signal, on crée un désaccord à 2 photons non nul. Dans ce cas, la phase du signal en sortie est une fonction linéaire de la phase d'entrée, de pente unité et d'ordonnée à l'origine égale à $\delta\tau$. Nous avons effectivement obtenu une telle évolution expérimentalement comme on peut le voir sur les données de la figure 6.12 (a) dont la régression linéaire donne une pente de $0,99 \pm 0,01$ et l'ordonnée à l'origine vaut environ 1,05 rad, en bon accord avec la valeur théorique pour un temps de stockage $\tau = 20 \mu\text{s}$ et un désaccord $\delta = 2\pi \times 8 \text{ kHz}$. Nous avons ensuite exploré ce déphasage induit par un désaccord à deux photons pour différentes valeurs de δ , comme on peut le voir sur la figure

⁵ La phase est définie par $\arctan(\langle Y \rangle / \langle X \rangle)$. Pour la phase en sortie, on se sert des valeurs moyennes du type de celles de la figure 6.10. Pour le champ en entrée, on effectue une mesure de type mémoire, mais en bloquant les faisceaux de pompe, de repompe et de contrôle, tout en décalant le signal de 1 GHz dans le rouge de la transition $F = 3$ vers $F' = 2$, ce qui fait que le signal ne voit plus d'atomes. *On procède de même pour toutes les mesures de ce manuscrit nécessitant de connaître l'état du champ en entrée.*

6.12 (b). L'accord avec la théorie est très bon puisqu'on obtient expérimentalement une droite de pente de $0,124 \pm 0,001$ rad/kHz pour une valeur théorique $2\pi\tau = 0,126$ rad/kHz.

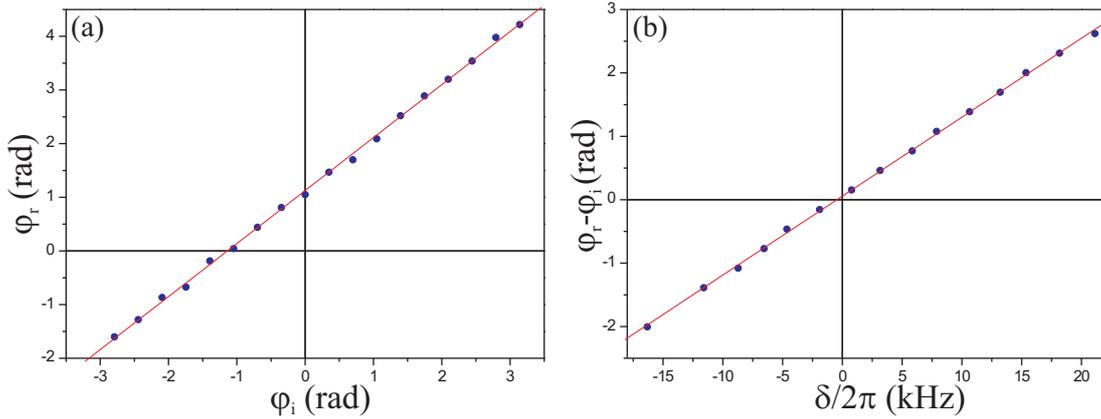


FIG. 6.12 – (a) Phase du signal en sortie de la mémoire en fonction de la phase en entrée pour un désaccord à deux photons $\delta = 2\pi \times 8$ kHz. (b) Déphasage du signal entre l'entrée et la sortie en fonction du désaccord à 2 photons. Paramètres : modulation du signal à la fréquence $\Omega/2\pi = 1,25$ MHz et temps de stockage de $20 \mu\text{s}$, autres paramètres identiques à ceux de la figure 6.10.

On peut donc conclure que la phase est bien préservée entre l'état d'entrée et l'état de sortie, ce qui fait de cette mémoire atomique un système permettant de réaliser le stockage et la restitution de façon cohérente des deux quadratures d'un état quantique, et ce sans ajout de bruit. Nous allons maintenant étudier en détail l'efficacité de la mémoire en fonction des divers paramètres intervenant dans l'expérience.

B.2 Etude de l'efficacité de stockage de la mémoire

L'efficacité du stockage associée au bruit rajouté au cours du processus de mémoire sont les deux ingrédients permettant d'estimer les performances quantiques du système comme on le verra à la section D. Nous avons donc étudié l'efficacité de la mémoire en fonction des différents paramètres intervenant dans l'expérience afin d'obtenir la meilleure efficacité possible. Dans toute la suite du manuscrit, nous appellerons efficacité de stockage le ratio entre l'amplitude $\sqrt{\langle X \rangle^2 + \langle Y \rangle^2}$ de l'état sortant et l'amplitude de l'état entrant.

B.2.1 Efficacité en fonction du désaccord à 2 photons

La fenêtre d'EIT étant particulièrement sensible à un désaccord à deux photons, nous avons étudié l'effet de δ sur l'efficacité de stockage. Les résultats sont présentés sur la figure 6.13. On constate que le maximum d'efficacité est bien obtenu pour un désaccord à deux photons nul et que l'efficacité décroît au fur et à mesure qu'on s'éloigne de $\delta = 0$, tout comme le fait le pic d'EIT (chapitre 7). Toutes les expériences présentées dans la suite de ce manuscrit se feront par conséquent toujours pour un désaccord à deux photons nul, c'est-à-dire que la fréquence de modulation pour produire la bande latérale unique du signal correspondra à l'écartement Zeeman entre les niveaux 1 et 2 du schéma en Λ .

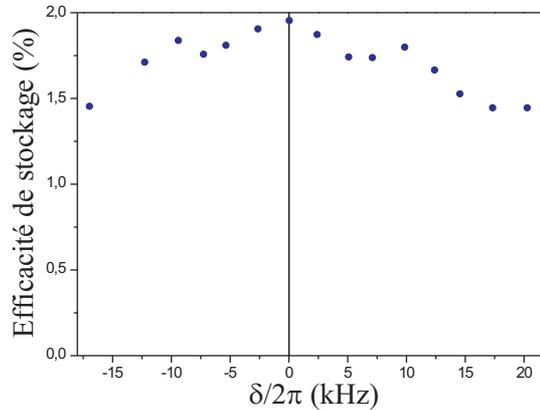


FIG. 6.13 – Evolution de l'efficacité de stockage dans la mémoire en fonction du désaccord à deux photons δ . Paramètres : température de la cellule : 40°C , puissance du champ de contrôle : 9 mW, durée de l'impulsion signal : $6,4 \mu\text{s}$ (8 arches à 1,25 MHz), temps de stockage : $20 \mu\text{s}$, démodulation réalisée avec 2 arches de sinusoïde. La fenêtre d'EIT a une largeur totale à mi-hauteur d'environ 140 kHz avec cette puissance de champ de contrôle.

B.2.2 Efficacité en fonction du désaccord à 1 photon

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'évolution de l'efficacité de la mémoire en fonction du désaccord à un photon, en l'occurrence le désaccord du champ de contrôle par rapport à la transition $F = 3$ vers $F' = 2$, le désaccord à deux photons étant maintenu nul. Nous avons effectué ces mesures avec deux cellules de césium paraffinées différentes et pour des paramètres expérimentaux légèrement différents (voir la légende de la figure 6.14). Dans les deux cas, nous avons observé une diminution rapide de l'efficacité lorsque le champ de contrôle se rapproche des niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$, ce qui est d'une part conforme aux prédictions théoriques concernant le profil

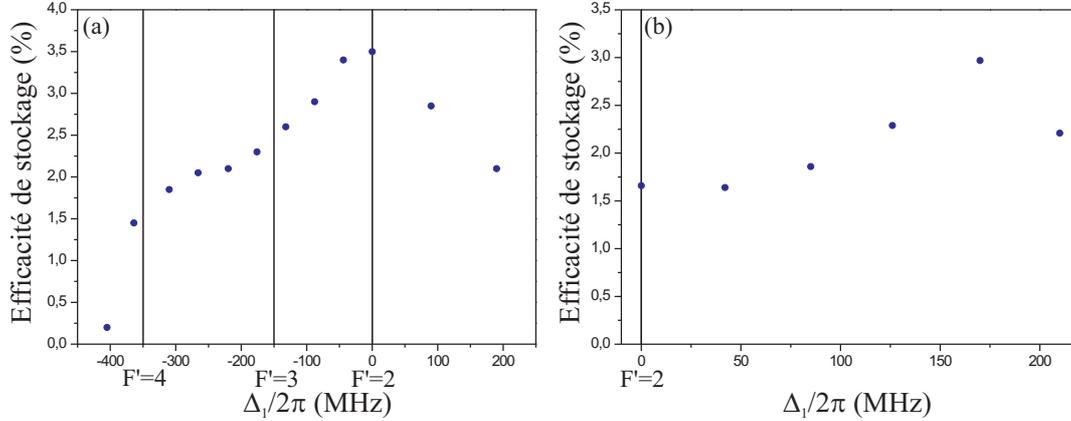


FIG. 6.14 – Evolution de l'efficacité de stockage dans la mémoire en fonction du désaccord à un photon du champ de contrôle Δ_1 (négatif si le champ est dans le bleu de la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$). Paramètres pour la figure (a) : cellule paraffinée cubique, température de la cellule : 36°C , puissance du champ de contrôle : 7 mW , diamètre des faisceaux : 14 mm , durée de l'impulsion signal : $4,8\ \mu\text{s}$ (6 arches à $1,25\text{ MHz}$), temps de stockage : $15\ \mu\text{s}$, démodulation réalisée avec 2 arches de sinusoïde. Paramètres de la figure (b) : cellule paraffinée cylindrique, température de la cellule : 38°C , puissance du champ de contrôle : 20 mW , diamètre des faisceaux : 12 mm , durée de l'impulsion signal : $4,0\ \mu\text{s}$ (5 arches à $1,25\text{ MHz}$), temps de stockage : $8\ \mu\text{s}$, démodulation réalisée avec 2 arches de sinusoïde.

d'EIT dans un schéma en Λ (chapitre 7), d'autre part logique vu que le rapprochement du champ de contrôle des niveaux $F' = 3$ et $F' = 4$ conduit à vider la population des sous-niveaux de $F = 3$. On peut voir cette diminution de l'efficacité sur la figure 6.14 (a), l'évolution pour la figure (b) est similaire pour $\Delta_1 < 0$ bien que non représentée. Pour un champ de contrôle décalé dans le rouge de la transition $F = 3$ vers $F' = 2$, la situation est plus complexe. Pour la première cellule (celle utilisée pour les autres courbes présentées dans ce manuscrit), nous avons observé une diminution de l'efficacité quand le désaccord augmente (figure 6.14 (a)). Avec la seconde cellule (qui par ailleurs a donné des résultats similaires à la première cellule pour toutes les autres mesures de ce manuscrit), nous avons au contraire observé une augmentation de l'efficacité quand le désaccord augmente (figure 6.14 (b)). Ces mesures ont été répétées plusieurs fois dans les deux cellules afin de vérifier qu'aucune erreur expérimentale ne s'était glissée dans la mesure. Ce résultat peut paraître à première vue étrange, car pour un schéma usuel d'EIT à 3 niveaux en Λ , on s'attend à ce que la transparence du milieu diminue avec l'augmentation du désaccord et que par conséquent seuls les résultats de la figure (a) soit corrects. Cependant, comme nous le verrons au chapitre 7, la transparence induite électromagnétiquement sur la raie D_2 du césium dans une vapeur s'éloigne très

fortement de ce schéma à 3 niveaux à cause de l'effet conjugué des niveaux excités $F' = 3$, $F' = 4$ et de l'élargissement Doppler. Pour certaines valeurs des paramètres de l'expérience on peut avoir une augmentation de la transparence de la fenêtre d'EIT et une augmentation de l'efficacité de stockage comme on le voit sur la figure (b). Nous reviendrons plus en détail sur ces phénomènes au chapitre 7.

B.2.3 Efficacité en fonction de la fréquence de la BLU

Le principal aspect qui différencie notre système des deux premières mémoires quantiques réalisées par EIT [Honda *et al.*, 2008], [Appel *et al.*, 2008] est que le signal est constitué d'une bande latérale unique à enregistrer et que la fenêtre d'EIT est centrée sur ce signal (figure 6.6 (c)). Par conséquent, cette mémoire est capable d'enregistrer avec une efficacité à peu près constante une bande latérale dont la fréquence varie sur une large gamme, comme on l'a vérifié expérimentalement (figure 6.15 (a)). Il suffit pour cela d'ajuster la position de la fenêtre d'EIT en changeant la fréquence de Larmor Ω_L afin que le désaccord à deux photons soit toujours nul, et ce tout en gardant une fenêtre de transparence de largeur constante.

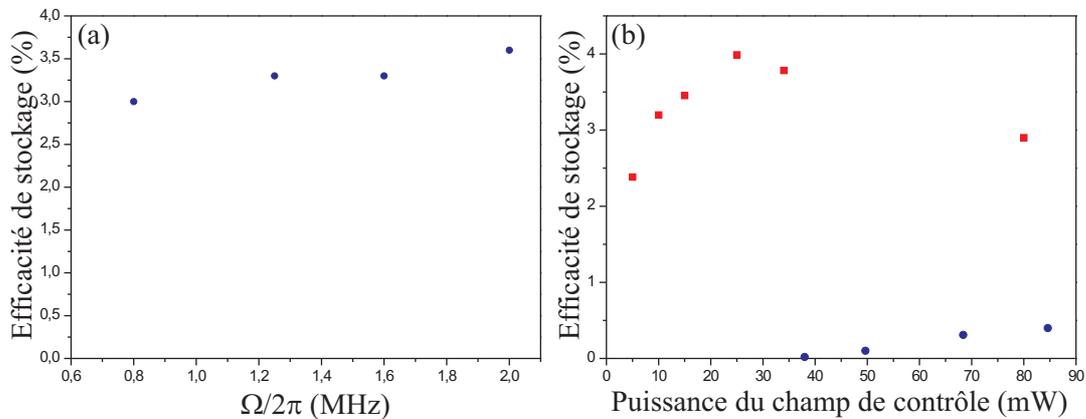


FIG. 6.15 – (a) Efficacité de stockage en fonction de la fréquence du signal en bande latérale unique, pour un désaccord à deux photons nul. Paramètres : température de la cellule : 40°C , temps de stockage : $15 \mu\text{s}$, puissance du champ de contrôle : 30 mW , durée de l'impulsion signal : $4,8 \mu\text{s}$ (6 arches à $1,25 \text{ MHz}$). (b) Comparaison des efficacités de stockage pour un signal en bande latérale unique (6 arches à $1,25 \text{ MHz}$) avec une fenêtre d'EIT centrée sur ce signal (■) et pour un signal formé de deux bandes symétriques (2 arches à 400 kHz) avec une fenêtre d'EIT centrée entre les deux (●). Paramètres : température de la cellule : 50°C , temps de stockage : $15 \mu\text{s}$. Dans ces expériences, la fenêtre d'EIT a une largeur totale à mi-hauteur qui évolue à peu près linéairement, valant environ 1 MHz pour 40 mW de contrôle et 3 MHz pour 100 mW .

Ceci offre une plus grande flexibilité et une plus grande efficacité que si l'on devait stocker deux bandes latérales symétriques en utilisant une seule fenêtre d'EIT (figure 6.6 (a)). Nous avons vérifié cela expérimentalement en comparant les efficacités de stockage pour un signal sous forme d'une bande latérale unique et pour un signal constitué de deux bandes latérales symétriques séparées de 800 kHz, enregistrées dans une seule fenêtre d'EIT centrée au milieu des deux bandes (figure 6.15 (b)). L'efficacité de stockage dans le second cas est effectivement très petite comparée au premier cas, bien que la largeur de la fenêtre d'EIT soit d'au moins 1 MHz pour les champs de contrôle utilisés, soit plus que les 800 kHz d'écart entre les deux bandes latérales.

B.2.4 Efficacité en fonction de la puissance du champ de contrôle

Nous avons étudié l'influence de la puissance du champ de contrôle sur l'efficacité de la mémoire étant donné qu'elle joue un rôle important dans le profil d'EIT (chapitre 7) et pour l'efficacité d'écriture et de lecture de la mémoire [Dantan *et al.*, 2006]. Nous avons tout d'abord mesuré l'efficacité de stockage en fonction de la puissance du champ de contrôle lorsque celui-ci est coupé et rallumé progressivement, c'est-à-dire avec un temps de montée et de descente d'environ $3 \mu\text{s}$. Les résultats sont présentés sur la figure 6.16 (a). L'impulsion signal a une durée de $4,8 \mu\text{s}$ et le temps de stockage est de $15 \mu\text{s}$. On constate que l'efficacité augmente avec la puissance de contrôle pour atteindre son maximum pour environ 15 mW de contrôle avant de diminuer progressivement.

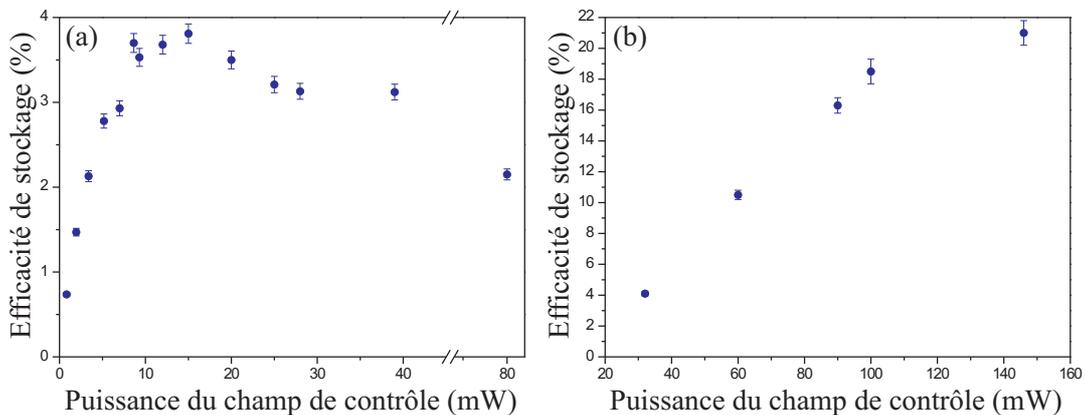


FIG. 6.16 – Evolution de l'efficacité de stockage en fonction de la puissance du champ de contrôle. Paramètres communs aux deux figures : température de la cellule : 40°C , diamètres des faisceaux de 14 mm et démodulation réalisée avec 2 arches de sinusoïde. Paramètres de la figure (a) : temps de stockage de $15 \mu\text{s}$, champ de contrôle coupé et rallumé progressivement, durée de l'impulsion signal : $4,8 \mu\text{s}$ (6 arches à 1,25 MHz). Paramètres de la figure (b) : temps de stockage de $4 \mu\text{s}$, champ de contrôle coupé et rallumé abruptement, durée de l'impulsion signal : $1,6 \mu\text{s}$ (2 arches à 1,25 MHz).

Comme nous allons le voir à la section B.2.6, l'efficacité de stockage augmente quand on diminue le temps de mémoire. Pour atteindre des temps de stockage assez courts, par exemple $4 \mu\text{s}$, il est nécessaire de couper le champ de contrôle de façon plus abrupte. Nous avons étudié l'évolution de l'efficacité de stockage dans ce cas pour un faisceau de contrôle ayant un temps de montée et de descente d'environ $1 \mu\text{s}$, et pour une impulsion signal plus courte, à savoir $1,6 \mu\text{s}$ (figure 6.16 (b)). Les puissances de contrôle utilisées sont beaucoup plus importantes que pour les résultats de la figure (a) afin d'adapter les efficacités d'écriture et de lecture à la durée du champ signal [Dantan *et al.*, 2006]. On constate que dans ce cas l'efficacité de stockage augmente toujours avec la puissance du champ de contrôle. Nous n'avons pas pu voir si l'efficacité chute quand on augmente encore plus la puissance du contrôle étant donné que la puissance totale disponible en sortie du laser titane-saphir nous limitait à 150 mW pour le champ de contrôle.

B.2.5 Efficacité en fonction de la puissance du champ de repompe

Bien qu'intervenant uniquement pendant la phase de préparation du système atomique, nous avons remarqué que la puissance du champ de repompe avait une influence sur l'efficacité de stockage dans la mémoire, comme on peut le voir sur la figure 6.17.

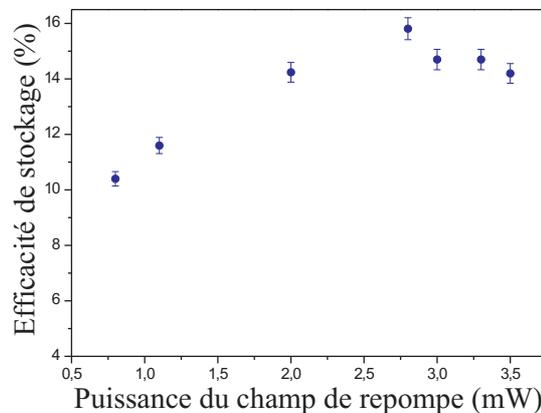


FIG. 6.17 – Evolution de l'efficacité de stockage en fonction de la puissance du champ de repompe. Paramètres : température de la cellule : 40°C , diamètres des faisceaux : 14 mm , temps de stockage : $4 \mu\text{s}$, champ de contrôle de 146 mW coupé et rallumé abruptement, durée de l'impulsion signal : $1,6 \mu\text{s}$ (2 arches à $1,25 \text{ MHz}$), démodulation réalisée avec 2 arches de sinusoïde.

On constate tout d'abord que si on diminue la puissance de repompe, l'efficacité de stockage diminue. Ceci s'explique simplement par le fait qu'à faible puissance de repompe, les atomes dé pompés de $F = 3$ par les autres faisceaux, notamment le champ de contrôle, tombent dans le niveau $F = 4$ et ne sont pas renvoyés en quantité suffisante

vers $F = 3$ et ne peuvent plus participer au schéma d'interaction en Λ . En d'autres termes, l'épaisseur optique du milieu n'est pas assez importante.

D'un autre côté, on remarque aussi que l'efficacité de stockage semble diminuer si la puissance du champ de repompe dépasse une certaine valeur optimale, comprise pour nos expériences entre 2 et 3 mW pour un faisceau de 14 mm de diamètre (2,8 mW pour les résultats de la figure 6.17). Ceci est assez paradoxal étant donné qu'on s'attend à ce que l'épaisseur optique augmente avec la puissance du champ de repompe et améliore ainsi l'efficacité de stockage, jusqu'à une certaine valeur correspondant à la saturation de la transition sur laquelle agit la repompe. L'efficacité de stockage peut éventuellement atteindre un plateau à trop forte puissance du champ de repompe, mais on ne s'attend pas a priori à ce qu'elle diminue. En fait, comme on le verra au chapitre 7, à cause des niveaux excités et de l'élargissement Doppler des raies, la fenêtre d'EIT a une transparence qui diminue lorsque les atomes ayant des vitesses importantes participent au processus. Nous pensons qu'une forte puissance de repompe favorise le retour dans $F = 3$ de tels atomes dégradant par conséquent l'allure de la fenêtre EIT et les performances de la mémoire.

On notera que nous n'avons pas étudié l'efficacité de la mémoire en fonction de la puissance du champ de pompe étant donné que ce champ ne joue quasiment aucun rôle dans le processus. En effet, le champ de contrôle étant allumé tout le temps sauf pendant la phase mémoire, il joue le rôle de pompe pour la préparation atomique.

B.2.6 Efficacité en fonction de la durée de la mémoire

Comme expliqué précédemment, l'utilisation d'une cellule avec un revêtement de paraffine permet d'obtenir des durées de vie atomiques assez importantes. Ces valeurs étant un facteur limitant pour la durée de vie de la mémoire, nous avons étudié l'évolution de l'efficacité de stockage en fonction du temps de stockage pour voir si les résultats expérimentaux confirment la valeur mesurée pour T_2 . Les résultats sont présentés sur la figure 6.18.

On voit très nettement que l'efficacité mémoire diminue avec le temps de stockage, avec une constante de temps d'environ $10 \mu\text{s}$, ce qui est un ordre de grandeur plus petit que la durée de vie T_2 de la cohérence entre les sous-niveaux Zeeman qui vaut, pour une fréquence de Larmor égale à $2\pi \times 625 \text{ kHz}$, environ $300 \mu\text{s}$. D'où vient cette différence importante ?

L'hypothèse la plus probable pour expliquer ce phénomène nous a été proposée par Daniel Felinto. L'idée est que la relaxation de la cohérence entre sous-niveaux Zeeman plus rapide que prévue provient sûrement des fuites du champ de contrôle et de la porteuse du signal lors de la phase de stockage. En effet, comme on l'a dit précédemment, avec le dispositif que nous utilisons, une fraction de l'ordre de -24 dB du champ de contrôle continue de traverser les atomes une fois ce champ coupé, alors que dans une mémoire "parfaite" ce champ devrait être complètement éteint. Il en est

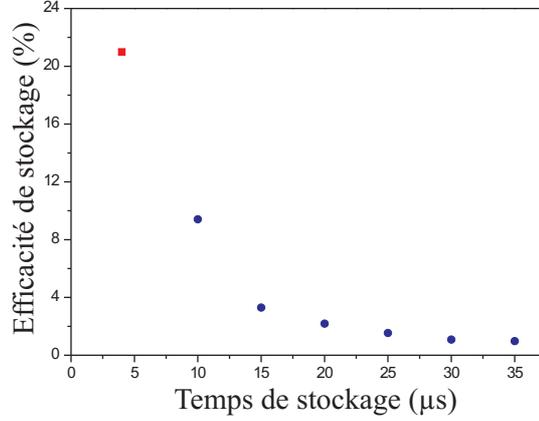


FIG. 6.18 – Evolution de l'efficacité de stockage en fonction du temps de stockage. Paramètres communs : température de la cellule : 40°C, diamètre des faisceaux : 14 mm. Paramètres des points ● : champ de contrôle de 9,5 mW coupé et rallumé progressivement, durée de l'impulsion signal : 6,4 μs (8 arches à 1,25 MHz). Paramètres du point ■ : champ de contrôle de 146 mW coupé et rallumé abruptement, durée de l'impulsion signal : 1,6 μs (2 arches à 1,25 MHz).

de même pour la porteuse du champ signal qui est rejetée par le cube polariseur PBS 1 (figure 6.8) mais une fraction de l'ordre de -20 dB poursuit son chemin vers la cellule de césium.

Pour quantifier l'effet de ces fuites, nous allons reprendre les équations d'interaction lumière-matière d'un système à 3 niveaux en Λ (1.102 - 1.107) pour les valeurs atomiques moyennes, en faisant les hypothèses suivantes : tous les atomes sont pompés dans le niveau 2, le désaccord à 1 photon pour le contrôle est nul, $\Delta_1 = 0$, le désaccord à deux photons correspond à l'écartement Zeeman entre les niveaux 1 et 2 puisque le champ de contrôle et la porteuse du signal ont la même fréquence, soit $\delta = 2\pi \times 1,25$ MHz, la cohérence entre les niveaux 1 et 2 $\tilde{\sigma}_{21}$ vaut σ_0 à l'instant $t = 0$ tandis que les cohérences $\tilde{\sigma}_{13}$ et $\tilde{\sigma}_{23}$ sont initialement nulles. L'instant $t = 0$ correspond au moment où l'on coupe le champ de contrôle qui est aussi le début de la période de stockage. De plus, les cohérences $\tilde{\sigma}_{13}$ et $\tilde{\sigma}_{23}$ évoluent avec un temps caractéristique de l'ordre de $\frac{1}{\Gamma}$ beaucoup plus rapide que le temps caractéristique de l'évolution de $\tilde{\sigma}_{21}$ qui est environ $\frac{1}{\Gamma_{21}} \approx \frac{10^4}{\Gamma}$. On va donc faire l'approximation adiabatique qui revient à écrire $\frac{\partial \tilde{\sigma}_{13}}{\partial t} = 0$ et $\frac{\partial \tilde{\sigma}_{23}}{\partial t} = 0$ dans les équations d'évolution. Avec ces hypothèses, les équations (1.105 -

1.107) deviennent

$$0 = -\frac{\Gamma}{2}\tilde{\sigma}_{13} + i\Omega_2\tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (6.22)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right)\tilde{\sigma}_{23} + i\Omega_2 + i\Omega_1\tilde{\sigma}_{21} \quad (6.23)$$

$$\frac{\partial\tilde{\sigma}_{21}}{\partial t} = -(\Gamma_{21} + i\Delta_2)\tilde{\sigma}_{21} + i\Omega_1^*\tilde{\sigma}_{23} - i\Omega_2\tilde{\sigma}_{13}^\dagger \quad (6.24)$$

où le champ de contrôle et la porteuse du signal sont désignés par leurs pulsations de Rabi respectives Ω_1 et Ω_2 . On en tire une équation différentielle du premier ordre pour $\tilde{\sigma}_{21}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial\tilde{\sigma}_{21}}{\partial t} = & -\frac{\Gamma_{21}\left(\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2\right) + |\Omega_1|^2\frac{\Gamma}{2} + |\Omega_2|^2\left(\frac{\Gamma}{2} + \frac{2\Delta_2^2}{\Gamma}\right)}{\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2}\tilde{\sigma}_{21} \\ & -i\frac{\Delta_2\left(\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2\right) - |\Omega_1|^2\Delta_2}{\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2}\tilde{\sigma}_{21} - \frac{\Omega_1^*\Omega_2\left(\frac{\Gamma}{2} - i\Delta_2\right)}{\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2} \end{aligned} \quad (6.25)$$

On en déduit que le module de $\tilde{\sigma}_{21}(t)$ décroît exponentiellement avec une constante de temps environ égale à

$$\tau_d = \frac{\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2}{\Gamma_{21}\left(\frac{\Gamma^2}{4} + \Delta_2^2\right) + |\Omega_1|^2\frac{\Gamma}{2} + |\Omega_2|^2\left(\frac{\Gamma}{2} + \frac{2\Delta_2^2}{\Gamma}\right)} \quad (6.26)$$

Expérimentalement, on a $\Gamma = 2\pi \times 5,23$ MHz, $\Gamma_{21} \approx 2\pi \times 550$ Hz $\approx 1,1 \cdot 10^{-4} \Gamma$, une fuite de champ de contrôle de 40 μ W à 400 μ W pour un champ compris entre 10 et 100 mW sur un diamètre de 14 mm, soit une fuite telle que $|\Omega_1|$ soit compris entre $1,2 \cdot 10^{-2} \Gamma$ et $3,7 \cdot 10^{-2} \Gamma$ et une fuite de la porteuse du signal de 30 μ W soit une pulsation de Rabi de $4,0 \cdot 10^{-2} \Gamma$. Le calcul donne $\tau_d = 8,6$ μ s pour une fuite de contrôle de 40 μ W et $\tau_d = 5,5$ μ s pour une fuite de contrôle de 400 μ W. On constate que ces valeurs sont très proches des 10 μ s observées expérimentalement.

Cette étude théorique donne des résultats qui semblent expliquer de façon assez pertinente la rapide décroissance de l'efficacité de la mémoire qu'on a observée expérimentalement. Pour augmenter cette durée de vie de la mémoire, il faudrait supprimer ces fuites. Pour le contrôle, on peut mettre le modulateur acousto-optique dans l'ordre 0 lorsqu'on souhaite couper le champ et dans l'ordre 1 quand on veut ouvrir la fenêtre d'EIT. En ce qui concerne le signal, il faut couper la porteuse durant la phase de mémoire. Ceci peut se faire soit à l'aide d'un modulateur acousto-optique, soit avec un système de découpage mécanique du faisceau, soit à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder fibré dont le fonctionnement est commandé électroniquement.

Finalement, nous avons obtenu une efficacité de stockage maximale pour la mémoire de 10 % sans ajout de bruit. Une efficacité de 21 % a été obtenue avec un champ de contrôle de plus de 100 mW coupé et rallumé abruptement pour une durée de stockage de 4 μs , mais dans ce cas on observe un excès de bruit lorsqu'on calcule la variance, et ce même avec la technique de soustraction du bruit classique présentée précédemment. Nous allons maintenant présenter un peu plus en détail cet excès de bruit.

C Etude du bruit ajouté sur le signal relu à forte puissance du champ de contrôle

Pour obtenir de meilleures efficacités à temps de stockage court, nous avons augmenté la puissance du champ de contrôle et diminué son temps de montée et de descente. Ceci a permis d'augmenter de façon assez importante l'efficacité mais il est apparu des pics de bruit très supérieurs au bruit quantique standard dans la variance des quadratures du champ signal en sortie. On peut voir un exemple d'un tel phénomène sur la figure 6.19 pour la quadrature X du signal, les effets sur la quadrature Y étant similaires.

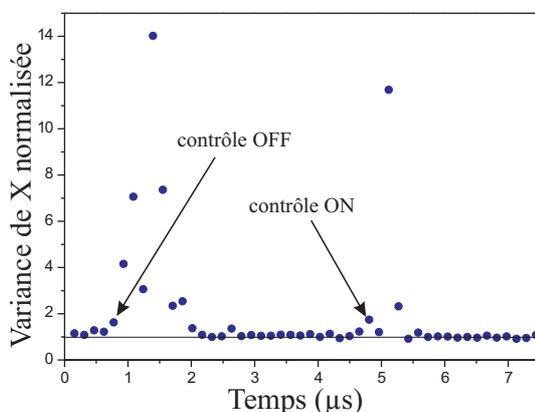


FIG. 6.19 – Exemple de bruit parasite restant sur la variance du signal en sortie après la méthode de soustraction lors de la coupure et du rallumage du champ de contrôle à forte puissance. Paramètres : température de la cellule : 40°C, diamètres des faisceaux : 14 mm, puissance du champ de contrôle : 70 mW, temps de montée et de descente du champ de contrôle : 1 μs , durée de l'impulsion signal : 1,6 μs (2 arches à 1,25 MHz). Les flèches indiquent le moment où le générateur de signal commence à couper ou rallumer le champ de contrôle, ce qui explique que les pics de bruit sont situés environ 500 ns plus loin, là où la pente de la variation de puissance est maximale. La variance est normalisée au bruit quantique standard qui vaut 1.

On constate que ces pics de bruit apparaissent uniquement pendant les phases transitoires du champ de contrôle, quand on l’allume ou qu’on l’éteint. La méthode de soustraction des parasites classiques présentée dans la section précédente permet de diminuer un peu cet excès de bruit, mais pas suffisamment. Nous allons dans cette section essayer de mieux comprendre l’origine de cet excès de bruit et voir quelles valeurs des paramètres de l’expérience permettent de le diminuer. Toutes les courbes de bruit présentées dans cette partie correspondent à la variance de la quadrature X normalisée au bruit quantique standard, après utilisation de la méthode de soustraction des parasites.

C.1 Bruit en fonction de la puissance du champ de contrôle

Nous avons dans un premier temps regardé comment évolue l’excès de bruit sur la variance en fonction de la puissance du champ de contrôle utilisé, les autres paramètres étant constants (figure 6.20). On constate qu’en dessous de 30 mW environ, on n’a pas observé d’excès de bruit. Par conséquent, toutes les mesures de la section précédente ne présentent pas d’excès de bruit (du moins après la méthode de soustraction des parasites classiques), à l’exception de l’efficacité de 21 % obtenue pour une puissance de contrôle de 146 mW ainsi que les résultats de la figure 6.16 (b). Nous avons aussi constaté que l’excès de bruit est plus important lorsqu’on coupe de façon abrupte le champ de contrôle (en 1 μ s environ) par rapport à une coupure progressive (environ 3 μ s).

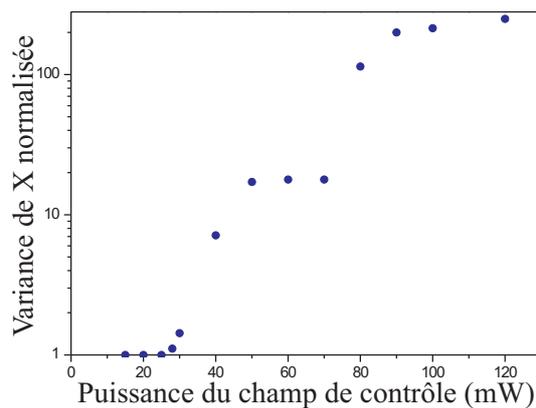


FIG. 6.20 – Excès de bruit de la variance de la quadrature X du signal en sortie normalisée au bruit quantique standard, en fonction de la puissance du champ de contrôle lors d’une coupure et d’un rallumage rapide de ce champ. Paramètres : identiques à ceux de la figure 6.19.

Une des explications de cet excès de bruit provient de la légère fuite du champ de contrôle vers la détection homodyne. Lorsque le champ de contrôle est coupé et rallumé brutalement, cette fuite provoque une variation rapide de la puissance vue par les photodiodes de la détection homodyne, ce qui se traduit par des composantes fréquentielles parasites autour de 1,25 MHz qui est la fréquence à laquelle nous démodulons ensuite le photocourant. Cet excès de bruit est d'autant plus fort que la coupure est rapide, ce qui semble confirmer cette hypothèse. En théorie, la soustraction des photocourants issus des deux photodiodes de la détection homodyne devrait supprimer cet excès de bruit s'il est d'origine classique. En pratique, le taux de réjection des fluctuations classiques par la détection homodyne est d'environ 35 dB autour de 1 MHz, ce qui n'est peut-être pas suffisant. De meilleurs taux de réjection peuvent être obtenus en optimisant les montages électroniques de photodétection (plus de 80 dB de réjection ont été obtenus expérimentalement [Wenger, 2004]). Nous avons tenté de réduire un peu l'excès de bruit en ajoutant des filtres passe-bas coupant aux alentours de 1,5 à 2 MHz sur les voies hautes fréquences des montages photodétecteurs. Ceci a permis d'améliorer légèrement l'excès de bruit (gain de l'ordre de la dizaine de pourcent), mais pas suffisamment.

Dans une première version de l'expérience, la séparation entre le champ signal et le champ de contrôle était effectuée par un unique cube polariseur [Cviklinski, 2008]. Ceci conduisait à des fuites de champ de contrôle de l'ordre de -30 dB de la puissance incidente. Nous avons amélioré le dispositif tout en préservant un asservissement de phase contrôle-oscillateur local très stable en utilisant le dispositif de 4 cubes polariseurs présenté à la section A.4.1. Ce dispositif a permis de réduire la fuite entre -35 et -37 dB de la puissance incidente et de gagner environ un facteur 2 sur l'excès de bruit. On pourrait alors penser qu'une meilleure réjection serait possible en filtrant encore plus le champ de contrôle, par exemple en utilisant un prisme de Glan. En pratique, on a constaté que la fuite résiduelle avait la même polarisation que le champ signal, même après avoir bien optimisé la polarisation du champ de contrôle qui sort de la cellule à l'aide d'une lame quart d'onde suivie d'une lame demi-onde. Il semble donc que le problème soit plus complexe qu'une simple fuite du champ de contrôle non-filtrée à cause d'un cube imparfait et que le champ de contrôle sortant de la mémoire ait une composante de polarisation parallèle à celle du signal.

C.2 Fuite en fonction de la puissance du champ de contrôle

A priori, si la fuite du champ de contrôle vers la détection homodyne est uniquement liée à la puissance de ce champ et à l'imperfection du cube polariseur permettant de le rejeter, on devrait avoir une variation linéaire de cette fuite en fonction de la puissance du champ de contrôle. Pour vérifier cela, nous avons envoyé uniquement le champ de contrôle dans la cellule, en régime stationnaire, résonant avec la transition $F = 3$ vers $F' = 2$, en absence des champs de repompe et de pompe. Ceci revient à n'avoir plus d'atomes dans $F = 3$ puisque le champ de contrôle les dépompe dans $F = 4$.

On obtient effectivement une fuite linéaire avec la puissance du champ de contrôle, comme on peut le voir sur la figure 6.21 (points ●). Cependant, lorsqu'on se place dans la configuration utilisée pour la mémoire, c'est-à-dire en pompant les atomes dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$, on observe que la fuite du champ de contrôle n'est plus linéaire avec la puissance de ce champ (figure 6.21, points ■ obtenus après optimisation de la fuite avec des lames demi-onde et quart d'onde avant les cubes polariseurs). On a pour des puissances de contrôle allant jusqu'à 80 mW environ une variation plus rapide que linéaire puis, pour des puissances supérieures, une variation linéaire. Ceci tendrait à prouver qu'en plus de la fuite due à l'imperfection des cubes polariseurs, il existe une interaction du champ de contrôle avec les atomes qui produit une fuite supplémentaire.

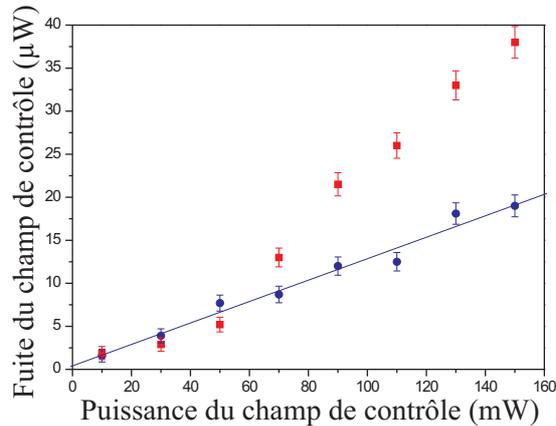


FIG. 6.21 – Comparaison de la fuite du champ de contrôle vers la détection homodyne en fonction de sa puissance, en l'absence des champs de pompe et de repompe, donc en l'absence d'interaction champ de contrôle - atomes (points ●) et en présence des champs de pompe et repompe (points ■). La courbe de régression linéaire correspond aux points sans les champs de pompe et repompe. Paramètres : température de la cellule : 40°C, contrôle continu, diamètre des faisceaux : 14 mm, puissance de repompe : 2,6 mW, puissance de pompe : 100 µW, pas de faisceau signal.

Puisqu'il semble qu'une partie de la fuite du contrôle et du bruit engendré est dû à un effet d'interaction du champ de contrôle avec les atomes, il est intéressant de faire varier la séquence temporelle utilisée pour la mémoire (ce qui va faire varier la préparation atomique) et d'étudier son influence sur l'excès de bruit observé.

C.3 Bruit en fonction de la forme de la séquence temporelle

Nous avons étudié l'influence sur l'excès de bruit de la forme de la séquence temporelle utilisée pour effectuer la soustraction de bruit lors du traitement informatique des données (section B.1.2). La séquence utilisée initialement sur l'expérience est présentée figure 6.22 (a) : la séquence "mémoire" sans champ signal servant à la soustraction de l'excès de bruit est réalisée $30 \mu\text{s}$ après la séquence mémoire avec signal, en utilisant "les mêmes atomes" pour les deux séquences mémoire. On appelle cette configuration la séquence (a). Nous avons ensuite testé une séquence symétrique présentée sur la figure 6.22 (b) : la séquence "mémoire" sans champ signal et la séquence avec signal sont parfaitement identiques et sont réalisées en alternance, les atomes étant repompsés dans $m_F = +3$ de $F = 3$ pour chaque séquence. Nous appelons cette configuration la séquence (b).

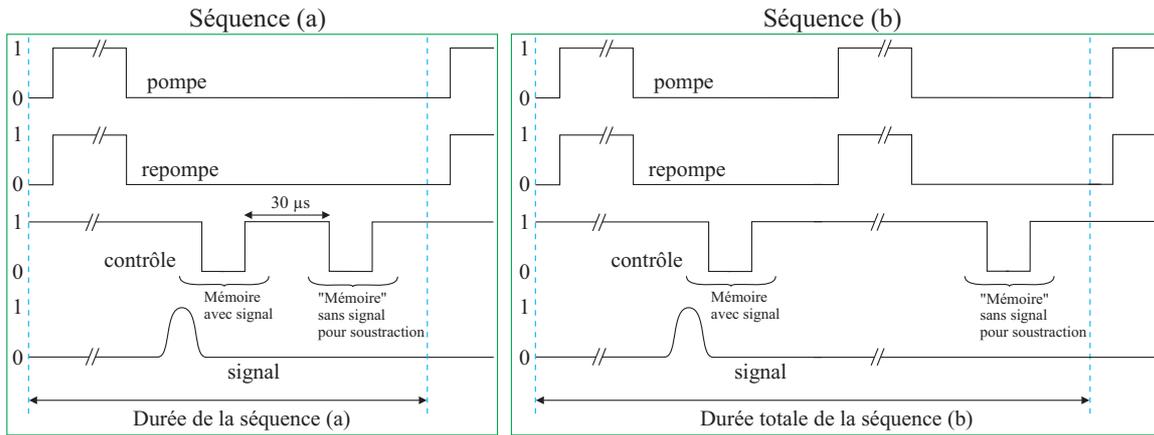


FIG. 6.22 – Les deux types de séquences utilisées pour effectuer la soustraction du bruit provoqués par la coupure et le rallumage du champ de contrôle. Pour la séquence (a) la mesure pour la soustraction se fait environ $30 \mu\text{s}$ après la mesure de mémoire, avec la même configuration atomique. Pour la séquence (b) la phase de mesure pour la soustraction est similaire à la phase de mesure mémoire, le système étant à chaque fois préparé dans une nouvelle configuration atomique à l'aide des faisceaux pompe et repompe.

Nous avons alors réalisé des expériences de stockage d'un état cohérent comme présenté précédemment et étudié l'excès de bruit sur la quadrature X du champ signal en sortie pour une forte puissance de contrôle, en faisant varier la durée totale de la séquence (ce qui revient à pomper pendant plus ou moins longtemps les atomes dans le bon sous-niveau). Les résultats pour les séquences type (a) et (b) sont présentés figure 6.23. On constate clairement que la séquence (a) induit moins d'excès de bruit sur le signal relu que la séquence de type (b). Ceci est une preuve supplémentaire que l'excès de bruit observé a une composante provenant d'une interaction contrôle-atomes, puisque la seule différence entre les séquences type (a) et (b) est la préparation ou non

d'une nouvelle configuration atomique. On peut en effet considérer que dans la séquence (a), les atomes qui interagissent avec le champ de contrôle lors de la phase mémoire avec signal et lors de la phase "mémoire" sans signal sont sensiblement les mêmes (mêmes positions et mêmes vitesses) étant donné que les deux phases sont séparées de $30 \mu\text{s}$ et que le temps moyen d'un aller simple dans la cellule pour un atome est d'environ $150 \mu\text{s}$ à 40°C . On peut par conséquent presque considérer la configuration atomique (positions des atomes, vitesses) comme "figée" dans la séquence (a) alors que ce n'est pas le cas dans la séquence (b) puisqu'il y a une étape supplémentaire de pompage des atomes et un délai beaucoup plus important entre la mémoire avec le signal et la "mémoire" sans le signal.

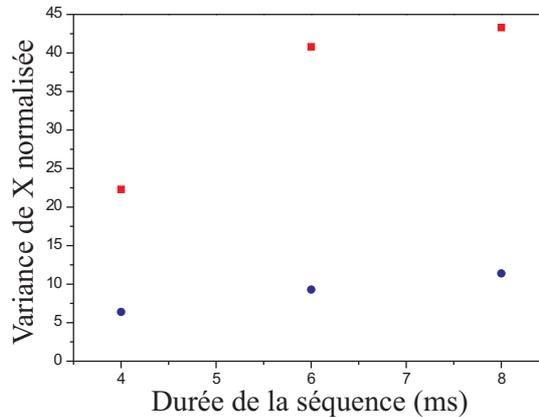


FIG. 6.23 – Comparaison de l'excès de bruit en fonction de la durée de la séquence de préparation pour la séquence type (a) (points ●) et la séquence type (b) (points ■). Paramètres : température de la cellule : 40°C , diamètre des faisceaux : 14 mm, puissance du champ de contrôle : 100 mW, contrôle coupé de façon progressive (environ $3 \mu\text{s}$), durée de l'impulsion signal : $1,6 \mu\text{s}$ (2 arches à 1,25 MHz). La durée de la séquence indiquée en abscisse correspond à la durée totale pour la séquence de type (a) et à la moitié de la durée totale pour la séquence (b) indiquée figure 6.22.

Nous avons finalement conservé la séquence de type (a) initialement utilisée sur l'expérience puisque c'est celle qui permet d'avoir le moins d'excès de bruit.

C.4 Bruit en fonction du délai entre la coupure de la repompe et du contrôle

Nous nous sommes ensuite intéressés à l'influence sur l'excès de bruit du délai entre le moment où le champ de repompe est coupé et le moment où la séquence de stockage commence, c'est-à-dire le moment où l'on coupe le champ de contrôle. Les résultats

sont présentés sur la figure 6.24. Ce délai a principalement pour effet de faire varier le nombre d'atomes intervenant dans le processus de mémoire et en particulier le nombre d'atomes possédant des classes de vitesse rapide. En effet, le champ de contrôle étant allumé pendant la phase de préparation des atomes, il y a une compétition entre le contrôle qui dépompe les atomes et le champ de repompe qui les remet dans le bon niveau hyperfin. Une fois la repompe éteinte, le contrôle va dépomper progressivement les atomes vers le niveau $F = 4$ où ils n'interviennent plus dans le processus de mémoire. Mais le champ de contrôle va surtout dépomper les atomes rapides qui vont être plus facilement résonants avec les niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$, les atomes plus lents restant majoritairement dans $m_F = +3$ de $F = 3$.

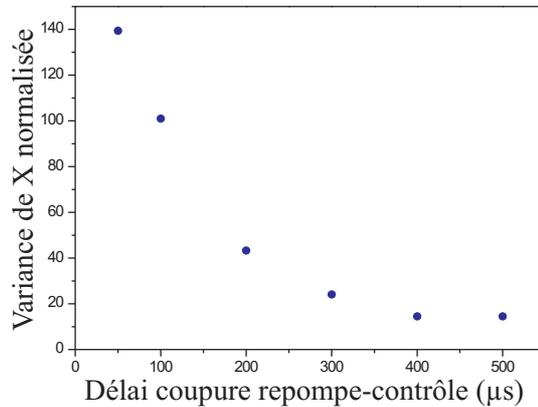


FIG. 6.24 – Variation de l'excès de bruit sur le signal relu en fonction du délai entre la coupure du champ de repompe et la coupure du champ de contrôle. Paramètres identiques à ceux de la figure 6.23.

On constate sur la figure 6.24 que le bruit diminue avec le délai entre la coupure du champ de repompe et la coupure du contrôle, ce qui semble indiquer que les atomes rapides engendreraient plus de bruit parasite à cause du contrôle que les atomes plus lents ou alors que le bruit augmente avec le nombre d'atomes dans la cellule. On a donc tout intérêt pour la mémoire à rendre ce délai le plus grand possible. Mais il ne faut pas non plus qu'il soit trop grand sinon on va progressivement perdre tous les atomes et avoir une efficacité de mémoire très faible. Expérimentalement, l'optimum efficacité/bruit est atteint pour un délai compris entre 400 et 500 μs .

C.5 Bruit après optimisation des paramètres

Les mesures de d'excès de bruit de la figure 6.20 avaient été prises au début de cette étude, avant d'avoir optimisé les différents paramètres intervenant dans l'expérience. Nous avons refait ces mesures de bruit une fois tous les paramètres optimisés selon

les observations des paragraphes précédents, et nous les avons comparées aux mesures initiales. Les résultats sont présentés sur la figure 6.25. On obtient finalement un gain d'un facteur 3 à 10 sur l'excès de bruit mais on ne parvient cependant pas à atteindre le bruit quantique standard pour les fortes puissances de champ de contrôle qui nous ont permis d'obtenir une efficacité de 21 % de stockage dans la mémoire.

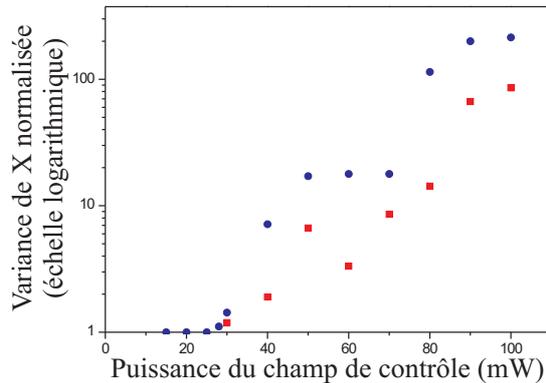


FIG. 6.25 – Comparaison de l'excès de bruit en fonction de la puissance du champ de contrôle avant (●) et après (■) optimisation des différents paramètres intervenant sur l'expérience. Configuration identique à ceux de la figure 6.19.

C.6 Excès de bruit en régime stationnaire

Jusqu'à présent, nous avons étudié les pics de bruit observés sur la variance du signal relu lorsque le champ de contrôle est coupé et rallumé rapidement. Cependant, à très forte puissance de contrôle, au-delà de 70 mW environ⁶ pour un faisceau de 14 mm de diamètre, nous avons observé une légère augmentation de la variance du signal en régime stationnaire, c'est-à-dire en dehors des périodes de transitions du champ de contrôle. Cet excès de bruit supplémentaire n'apparaît que quand le champ de contrôle est allumé et en présence du champ de repompe (c'est-à-dire s'il y a des atomes dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$). Nous obtenons environ 15 % d'excès de bruit pour un champ de contrôle de 100 mW. Nous avons étudié cet excès de bruit en régime stationnaire, sans champ signal, en branchant un analyseur de spectre à la sortie de la détection homodyne et en comparant le spectre de bruit obtenu au bruit quantique standard. Comme on peut le voir sur la figure 6.26 (a) on observe effectivement un excès de bruit large bande autour de 1,25 MHz (égal à l'écartement Zeeman entre les niveaux 1 et 2, le signal étant éteint pour cette expérience), cet excès de bruit valant

⁶ Pour des puissances inférieures, nous n'avons pas mesuré d'excès de bruit en régime stationnaire. S'il reste un tel effet, il est inclus dans l'incertitude sur la mesure de la variance qui est d'environ 2 %.

entre 0,7 dB et 0,8 dB à 1,25 MHz, en bon accord avec les 15 % d'excès de bruit trouvés lors de l'expérience de mémoire. On voit aussi sur cette figure que l'excès de bruit à des fréquences supérieures à 1,25 MHz est plus faible. On pourrait alors croire qu'il suffit d'augmenter le champ magnétique créant l'écartement entre les sous-niveaux 1 et 2 utilisés pour l'expérience de mémoire et de moduler-démoduler le signal stocké à une fréquence plus grande pour échapper à cet excès de bruit. Nous avons par conséquent augmenté la fréquence de Larmor à 1,25 MHz (soit un écartement Zeeman de 2,5 MHz) et effectué une nouvelle mesure du bruit en régime stationnaire. Comme on peut le voir sur la figure 6.26 (b), il apparaît à ce moment-là un excès de bruit large bande important autour de la fréquence 2,5 MHz. Ceci prouve que ce bruit provient d'une interaction entre le champ de contrôle et le système atomique et produit un excès de bruit résonant avec la transition $m_F = +3$, $F = 3 \rightarrow m_{F'} = +2$, $F' = 2$.

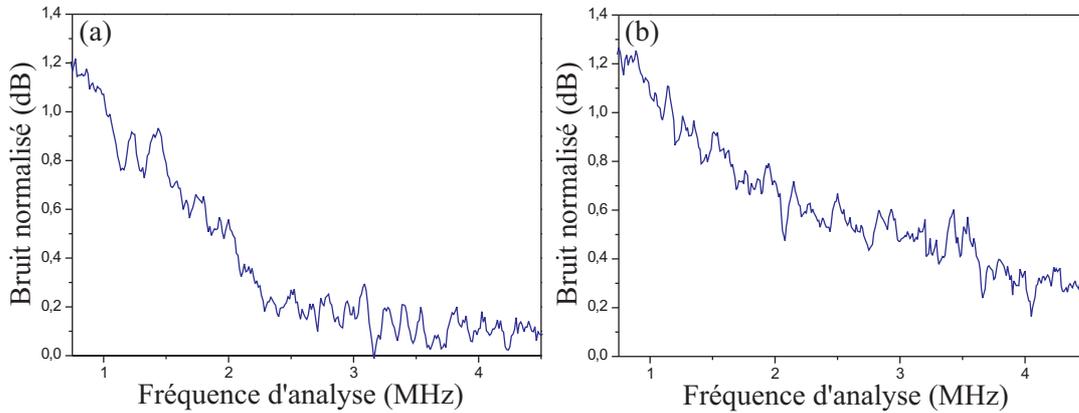


FIG. 6.26 – Bruit observé en présence des champ de contrôle et de repompe, en régime stationnaire, sans champ signal, mesuré à la sortie de la détection homodyne avec un analyseur de spectre (résolution en fréquence : 30 kHz, filtre vidéo : 100 Hz). L'écartement entre les sous-niveaux Zeeman $m_F = +1$ et $m_F = +3$ de $F = 3$ vaut 1,25 MHz pour la figure (a) et 2,5 MHz pour la figure (b). Paramètres : température de la cellule : 40°C, diamètre des faisceaux : 14 mm, puissance du champ de contrôle : 100 mW, puissance du champ de repompe : 2,6 mW.

De l'excès de bruit en régime stationnaire dans un processus d'EIT similaire dans une vapeur de rubidium a été observé dans l'équipe de Hans Bachor [Hsu *et al.*, 2006]. L'excès de bruit mesuré dans leur expérience est cependant supérieur à ce que nous avons observé, pour un champ de contrôle environ 20 fois moins intense que le nôtre. Cet excès de bruit peut probablement s'expliquer par le fait que la préparation du système atomique n'est pas parfaite. Il reste des atomes dans le niveau 1 qui peuvent, par échange de population avec le niveau 2, engendrer un excès de bruit sur le signal en sortie [Hétet *et al.*, 2008]. Quoi qu'il en soit, ce bruit observé en régime stationnaire est dû à des effets non-linéaires et il est fort peu probable que ce soit simplement

de la fluorescence, vu que ce phénomène est isotrope et que dans notre expérience la détection homodyne est placée à environ 3 m de la cellule de césium. Cet excès de bruit en régime stationnaire étant très faible comparé aux pics de bruit induits par le régime transitoire du champ de contrôle, nous n'avons pas étudié davantage ce phénomène.

C.7 Rotation de la polarisation du champ de contrôle

Comme expliqué précédemment, nous avons ajouté une lame quart d'onde et une lame demi-onde avant le système de 4 cubes polariseurs servant à filtrer le champ de contrôle avant la mesure par détection homodyne (figure 6.8). Ces lames à retard servent à optimiser la polarisation du contrôle en sortie de la cellule de façon à avoir une réjection optimale de la fuite de ce champ vers la détection homodyne. Cependant, nous avons remarqué qu'en présence du champ de repompe, lorsque le champ de contrôle est résonant avec la transition $F = 3$ vers $F' = 2$ il subit une rotation de polarisation en sortie de la cellule, après la lame quart d'onde (figure 6.8). Il faut alors tourner les lames situées avant le système de 4 cubes polariseurs pour retrouver une bonne réjection du champ de contrôle. Cette rotation de polarisation disparaît lorsque le champ de contrôle est désaccordé de 1 GHz dans le rouge de la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$ ou quand ce champ est à résonance mais qu'on coupe le champ de repompe. Notons qu'au niveau des atomes, le champ de contrôle étant polarisé σ^+ , il ne s'agit pas d'une rotation de polarisation mais de l'ajout d'une composante de polarisation σ^- . Nous parlerons donc de rotation de polarisation après la lame quart d'onde située en sortie de la cellule qui remet le champ de contrôle en polarisation linéaire. Nous avons mesuré cette rotation de polarisation en régime stationnaire, en fonction de la puissance du champ de contrôle, en prenant pour référence la polarisation de ce champ lorsqu'on enlève l'ensemble atomique. Les résultats sont présentés figure 6.27.

On notera que nous avons observé seulement une rotation de la polarisation et pas une elliptisation de celle-ci : elle reste bien linéaire après la lame quart d'onde située après la cellule. Pour expliquer cette rotation de polarisation, on pourrait évoquer une interaction entre les champs de contrôle et de repompe et le système atomique (type mélange à 4 ondes par exemple), mais certaines mesures expérimentales tendent à prouver que c'est plus complexe que cela. En effet, quand on effectue des mesures avec la séquence mémoire, donc avec le champ de repompe coupé pendant l'enregistrement et la relecture du signal, on a constaté qu'on avait moins d'excès de bruit sur le signal relu si on effectuait la minimisation préalable de la fuite du champ de contrôle vers la détection homodyne en présence du repompeur. Il semblerait alors que ce ne soit pas une interaction entre les champs de contrôle et de repompe qui produise cette rotation, mais une interaction entre le champ de contrôle et les atomes pompés dans le sous-niveau Zeeman $m_F = +3$ de $F = 3$ et éventuellement les atomes résiduels dans $m_F = +2$ et $m_F = +1$. Cependant, la simple présence de ces atomes ne suffit pas à expliquer une rotation de la polarisation du champ de contrôle étant donné qu'il est

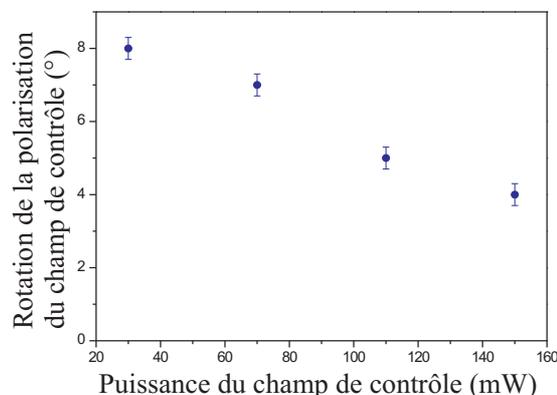


FIG. 6.27 – Rotation de la polarisation du champ de contrôle en sortie des atomes après la lame quart d'onde, en fonction de la puissance de contrôle, en régime stationnaire, sans champ signal. Paramètres : température de la cellule : 38°C, diamètre des faisceaux : 14 mm, puissance du champ de repompe : 2,6 mW.

polarisé circulairement σ^+ . L'origine précise de cette rotation de polarisation reste donc à déterminer.

D Performances de la mémoire : fidélité et diagramme T-V

Dans la section précédente, nous avons montré qu'on pouvait stocker dans la mémoire atomique les deux quadratures d'un état cohérent, sans ajout de bruit, et en préservant sa phase. L'efficacité de stockage maximale obtenue est de 10 % pour des états cohérents d'amplitude $|\alpha| \leq 1$, avec une variance du signal en sortie égale à 1 (bruit quantique standard) et une incertitude sur le bruit que l'on a évaluée à ± 2 %. Il s'agit maintenant de savoir si cette mémoire est quantique c'est-à-dire si elle a des performances supérieures à ce que pourrait faire n'importe quel système classique. Nous allons tenter d'apporter une réponse à cette question dans ce chapitre en considérant deux estimateurs des performances classiques/quantiques d'un système : la fidélité et le diagramme T/V.

Nous soulignerons tout au long de cette section le fait que les critères de performances sont fortement dépendants des connaissances qu'on a a priori sur l'état d'entrée. L'exemple le plus évident est le cas où l'on connaît d'avance toutes les caractéristiques de l'état entrant dans le système. Dans ce cas, on peut détruire cet état et en recréer un identique en sortie. Mais on n'a pas réalisé une mémoire étant donné qu'on connaissait d'avance l'état du système sans avoir à le mesurer. On parlera donc de mémoire

quand on aura plusieurs états possibles en entrée distribués selon une certaine statistique. On comprend alors que la mise en œuvre d'une mémoire classique va tenter d'exploiter au maximum les connaissances que l'on a initialement sur l'état à stocker. Ceci sera particulièrement vrai quand on calculera la fidélité, car avec cet estimateur la limite classique/quantique dépend très fortement de la distribution et du type d'état à stocker. Finalement, le seul cas simple pour lequel on peut apporter une réponse immédiate est celui où le recouvrement entre l'état quantique sortant et l'état quantique entrant est égal à 1, l'état entrant étant inconnu. Le théorème de non-clonage [Dieks, 1982], [Wootters et Zurek, 1982] nous dit alors qu'un système classique n'aurait pas pu réaliser un tel état en sortie et que nécessairement la mémoire est quantique. Dans les autres cas, une étude poussée des résultats expérimentaux obtenus et de la limite pouvant être atteinte par des systèmes classiques doit être menée.

D.1 Fidélité

D.1.1 Définition

La fidélité est définie comme le recouvrement entre l'état obtenu en sortie de la mémoire et l'état en entrée

$$\mathcal{F} = |\langle \psi_{out} | \psi_{in} \rangle|^2 \quad (6.27)$$

A partir de maintenant, nous n'étudierons que des états gaussiens. En utilisant les propriétés énoncées à la section B.3.2 du chapitre 1 concernant la fonction de Wigner et la définition (A-4) de l'annexe A.1, on obtient une expression de la fidélité ne faisant intervenir que les valeurs moyennes $\langle X_{in/out} \rangle$ et $\langle Y_{in/out} \rangle$ et les variances $(\Delta X_{in/out})^2$ et $(\Delta Y_{in/out})^2$ des quadratures X et Y des états entrant et sortant

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= 4\pi \int dx dy W_{in}(x, y) W_{out}(x, y) \\ \mathcal{F} &= \frac{4\pi}{(2\pi \Delta X_{in} \Delta Y_{in})(2\pi \Delta X_{out} \Delta Y_{out})} \times \\ &\int dx dy e^{-\left(\frac{(x-\langle X_{in} \rangle)^2}{2(\Delta X_{in})^2} + \frac{(y-\langle Y_{in} \rangle)^2}{2(\Delta Y_{in})^2}\right)} e^{-\left(\frac{(x-\langle X_{out} \rangle)^2}{2(\Delta X_{out})^2} + \frac{(y-\langle Y_{out} \rangle)^2}{2(\Delta Y_{out})^2}\right)} \end{aligned} \quad (6.28)$$

ce qui donne en effectuant l'intégration sur x et y

$$\mathcal{F} = \frac{2}{\sqrt{((\Delta X_{in})^2 + (\Delta X_{out})^2)((\Delta Y_{in})^2 + (\Delta Y_{out})^2)}} e^{-\frac{(\langle X_{in} \rangle - \langle X_{out} \rangle)^2}{2((\Delta X_{in})^2 + (\Delta X_{out})^2)} - \frac{(\langle Y_{in} \rangle - \langle Y_{out} \rangle)^2}{2((\Delta Y_{in})^2 + (\Delta Y_{out})^2)}} \quad (6.29)$$

Si on met un état cohérent en entrée de la mémoire, la fidélité devient

$$\mathcal{F} = \frac{2}{\sqrt{(1 + (\Delta X_{out})^2)(1 + (\Delta Y_{out})^2)}} e^{-\frac{(\langle X_{in} \rangle - \langle X_{out} \rangle)^2}{2(1 + (\Delta X_{out})^2)} - \frac{(\langle Y_{in} \rangle - \langle Y_{out} \rangle)^2}{2(1 + (\Delta Y_{out})^2)}} \quad (6.30)$$

Nous allons maintenant calculer la fidélité obtenue avec notre mémoire et la comparer à la fidélité maximale qui pourrait être obtenue avec une mémoire classique.

D.1.2 Mémoire classique optimale

Les mémoires classiques que nous allons considérer dans ce manuscrit sont des mémoires de type “mesure et préparation” (“measure-and-prepare strategy”) qui procèdent en trois étapes. Tout d’abord, l’état d’entrée, a priori inconnu, est mesuré afin d’en extraire le maximum d’information. La seconde étape consiste à stocker les résultats sous forme classique, par exemple dans un ordinateur. Enfin, après une certaine durée (temps de stockage classique), on prépare en sortie un état à partir des informations que l’on a stockées, en essayant de faire en sorte que l’état de sortie “ressemble le plus possible” à l’état d’entrée.

Le dispositif

Un exemple de telle mémoire classique pour des états cohérents est présenté sur la figure 6.28 [Braunstein et Kimble, 1998], [Ralph et Lam, 1998]. Ce dispositif est analogue aux systèmes classiques pour effectuer la téléportation en régime de variables continues.

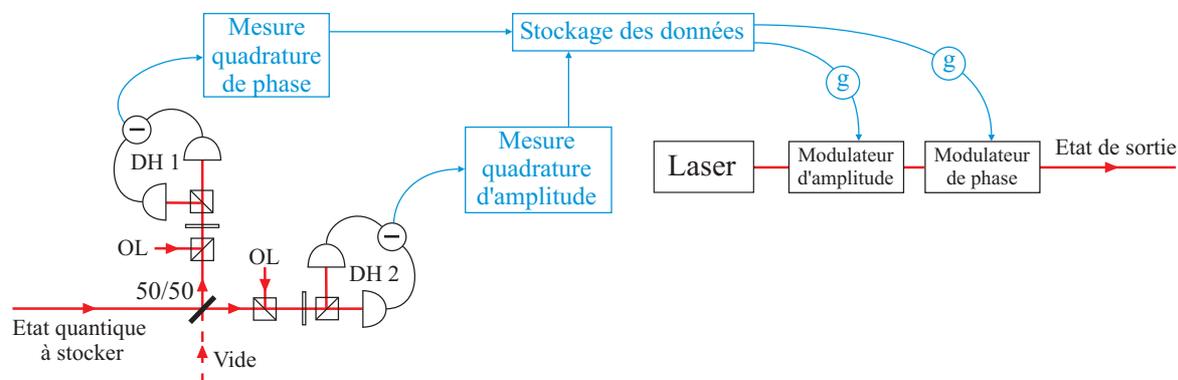


FIG. 6.28 – Exemple de dispositif expérimental de mémoire classique pour des états cohérents. Le champ incident est séparé en deux à l’aide d’une lame 50/50 et ses quadratures d’amplitude et de phase sont mesurées avec deux détecteurs homodynes. Les données sont ensuite stockées sous forme classique, par exemple dans un ordinateur. Après un certain délai, l’état est reconstruit en appliquant une modulation d’amplitude et de phase avec un certain gain g sur un état cohérent issu d’un laser.

L’idée est de mesurer simultanément les quadratures d’amplitude X et de phase Y de l’état incident qu’on souhaite stocker. Ces deux quadratures ne commutant pas, une telle mesure ne peut se faire qu’en ajoutant du bruit, par exemple en séparant

le faisceau en deux à l'aide d'une lame 50/50 (des fluctuations du vide rentrant par l'autre voie) et en effectuant une mesure sur chaque faisceau à l'aide d'une détection homodyne. Les valeurs moyennes et les variances des quadratures mesurées avec cette méthode valent alors

$$\langle X_{mes} \rangle = \frac{\langle X_{in} \rangle}{\sqrt{2}} \quad \text{et} \quad (\Delta X_{mes})^2 = \frac{(\Delta X_{in})^2 + 1}{2} \quad (6.31)$$

avec des expressions similaires pour la quadrature Y . Ces valeurs, qui sont des grandeurs classiques, sont stockées par exemple dans un ordinateur. Au bout d'un certain temps, on relit les informations enregistrées et on s'en sert pour appliquer sur un état cohérent issu d'un laser une modulation d'amplitude et une modulation de phase avec un certain gain g afin de restaurer en sortie les valeurs mesurées. Les valeurs moyennes et les variances des quadratures de l'état de sortie valent alors

$$\langle X_{out} \rangle = g \langle X_{mes} \rangle = \frac{g}{\sqrt{2}} \langle X_{in} \rangle \quad \text{et} \quad (\Delta X_{out})^2 = g^2 (\Delta X_{mes})^2 + 1 = \frac{g^2}{2} ((\Delta X_{in})^2 + 1) + 1 \quad (6.32)$$

avec des expressions similaires pour la quadrature Y . L'ajout d'une unité de bruit quantique standard dans l'expression de la variance sur l'état reconstruit provient du fait que la préparation est effectuée à partir d'un état cohérent issu d'un laser et qu'il faut prendre en compte le bruit initial de cet état cohérent.

Fidélité classique optimale

Nous allons maintenant calculer la fidélité maximale pouvant être obtenue avec un tel système de mémoire classique. En reprenant l'expression (6.30) pour la fidélité dans le cas d'un état cohérent incident on obtient, pour cette mémoire classique

$$\mathcal{F}_{class}(|\alpha_{in}\rangle, g) = \frac{2}{2 + g^2} e^{-|\alpha_{in}|^2 \frac{(1 - \frac{g}{\sqrt{2}})^2}{2(2 + g^2)}} \quad (6.33)$$

où $|\alpha_{in}|$ est l'amplitude de l'état cohérent d'entrée définie par

$$|\alpha_{in}| = \sqrt{\frac{\langle X_{in} \rangle^2 + \langle Y_{in} \rangle^2}{(\Delta X_{in})^2}} \quad (6.34)$$

Pour calculer la fidélité classique obtenue avec cette mémoire, on ne peut pas utiliser directement cette formule en remplaçant les valeurs de $|\alpha_{in}|$ et g par les valeurs utilisées sur l'expérience. En effet, comme on l'a dit précédemment, si on ne cherche à stocker qu'un seul état cohérent d'amplitude $|\alpha_{in}|$ donnée en entrée, la notion de mémoire n'a plus de sens puisqu'on connaît d'avance l'état, sans même avoir besoin

de le mesurer. La notion de mémoire suppose une absence d'information sur l'état incident, qu'on va modéliser par une distribution statistique sur l'amplitude des états cohérents qu'on souhaite stocker dans la mémoire. On va considérer une distribution gaussienne centrée sur l'état de vide car elle donne une expression analytique simple de la fidélité [Braunstein *et al.*, 2000], [Hammerer *et al.*, 2005]. C'est actuellement, à notre connaissance, la seule distribution pour des états cohérents donnant une expression analytique. D'autres distributions peuvent être résolues numériquement à l'aide d'une programmation semi-définie ("semidefinite programming" ou SDP) [Owari *et al.*, 2008], [Calsamiglia *et al.*, 2009]. Nous nous contenterons dans ce chapitre d'étudier une distribution gaussienne des amplitudes des états cohérents d'entrée. Cette distribution a pour paramètre λ et s'écrit

$$p(\lambda, |\alpha|) = \frac{\lambda}{\pi} e^{-\lambda|\alpha|^2} \quad (6.35)$$

On peut alors calculer la fidélité moyenne obtenue pour la mémoire classique pour cette distribution, à gain g fixé, et on trouve

$$\overline{\mathcal{F}}_{class}(\lambda, g) = \int p(\lambda, |\alpha|_{in}) \mathcal{F}_{class}(|\alpha|_{in}, g) d\alpha d\alpha^* = \frac{4\lambda}{\left(1 - \frac{g}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2\lambda(2 + g^2)} \quad (6.36)$$

L'état cohérent d'entrée étant inconnu, il faut fixer initialement la valeur du gain g qui optimise la fidélité moyenne, soit

$$g_{opt} = \frac{\sqrt{2}}{1 + 4\lambda} \quad (6.37)$$

ce qui donne finalement comme fidélité moyenne optimale pour la mémoire classique décrite précédemment

$$\overline{\mathcal{F}}_{class, opt}(\lambda) = \frac{1 + 4\lambda}{2 + 4\lambda} \quad (6.38)$$

Il a été démontré rigoureusement que cette fidélité moyenne est en fait la fidélité moyenne maximale que l'on peut obtenir avec une mémoire classique de type mesure et préparation [Hammerer *et al.*, 2005]⁷. Toute tentative d'optimisation du schéma de mémoire classique présenté sur la figure 6.28 est par conséquent inutile puisqu'elle ne pourrait de toute façon pas améliorer la fidélité obtenue : cette mémoire classique est déjà optimale. Pour des états cohérents d'entrée uniformément distribués ($\lambda \rightarrow 0$), on retrouve un résultat très connu : la fidélité maximale que peut atteindre un système de mémoire ou transmission classique est 1/2. Cependant, on notera qu'il faudrait en toute rigueur pouvoir tester expérimentalement des états cohérents d'amplitude quelconque

⁷ La formule obtenue dans l'article [Hammerer *et al.*, 2005] est $\frac{1+\lambda}{2+\lambda}$. La différence avec notre formule provient d'une convention différente d'un facteur 2 pour la définition de l'amplitude d'un état cohérent. En utilisant les mêmes conventions, la formule présentée ici et la formule de l'article sont les mêmes.

pour pouvoir conclure qu'un système dont la fidélité est supérieure à 1/2 dépasse les performances d'une mémoire classique, ce qui est expérimentalement impossible. En pratique, il faut regarder dans quel domaine d'amplitude de l'état cohérent incident on a étudié expérimentalement les performances du système et comparer les fidélités moyennes entre expérience et théorie classique sur la gamme des états cohérents considérés. C'est ce que nous allons faire dans le paragraphe suivant. Enfin, notons que lorsque $\lambda \rightarrow \infty$, le seul état considéré en entrée est un état de vide cohérent, et par conséquent la fidélité de la mémoire classique tend vers 1, ce qui est logique vu qu'on connaît parfaitement dans ce cas l'état incident sans même avoir besoin de le mesurer.

D.1.3 Comparaison expérience - mémoire classique

Comme nous l'avons dit précédemment, le meilleur résultat que nous avons obtenu est une efficacité de stockage en amplitude de 10 % sans ajout de bruit avec 2 % d'incertitude sur le bruit pour chaque quadrature. Cela donne $g_{exp} = \frac{\langle X_{out} \rangle}{\langle X_{in} \rangle} = \frac{\langle Y_{out} \rangle}{\langle Y_{in} \rangle} = 0,10$ et $(\Delta X_{out})^2 = (\Delta Y_{out})^2 = 1 \pm 0,02$. En reprenant l'expression (6.30) on obtient la fidélité expérimentale

$$\mathcal{F}_{exp}(|\alpha_{in}\rangle, g_{exp}) = \frac{2}{1 + (\Delta X_{out})^2} e^{-|\alpha_{in}|^2 \frac{(1-g_{exp})^2}{2(1+(\Delta X_{out})^2)}} \quad (6.39)$$

On va moyenner la fidélité sur un ensemble d'états cohérents dont les amplitudes ont une distribution gaussienne centrée en 0, ce qui donne

$$\overline{\mathcal{F}}_{exp}(\lambda, g_{exp}) = \int p(\lambda, |\alpha|) \mathcal{F}_{exp}(|\alpha|, g_{exp}) d\alpha d\alpha^* = \frac{4\lambda}{2\lambda(1 + (\Delta X_{out})^2) + (1 - g_{exp})^2} \quad (6.40)$$

Expérimentalement, les états que nous avons utilisés lors des expériences de mémoire avaient des amplitudes très petites, valant environ 1 au maximum, soit dans la gamme $|\alpha|^2 \leq 1$. Il paraît donc raisonnable d'intégrer la fidélité sur une gaussienne de paramètre $\lambda = 1$. On peut voir sur la figure 6.29 l'évolution de la fidélité classique optimale (6.33) et expérimentale (6.39) en fonction de l'amplitude de l'état cohérent d'entrée. On constate que ces deux courbes sont assez proches, ce qui est confirmé après intégration, car on obtient pour la fidélité moyenne expérimentale

$$\overline{\mathcal{F}}_{exp}(\lambda = 1, g_{exp} = 0,1) = 0,83 \pm 0,01 \quad (6.41)$$

alors que la fidélité moyenne maximale obtenue par une mémoire classique vaut

$$\overline{\mathcal{F}}_{class, opt}(\lambda = 1) = 0,83 \quad (6.42)$$

Le calcul de fidélité indique par conséquent que notre mémoire se situe sur la frontière entre mémoire classique et mémoire quantique. Comme on l'a dit précédemment, nous

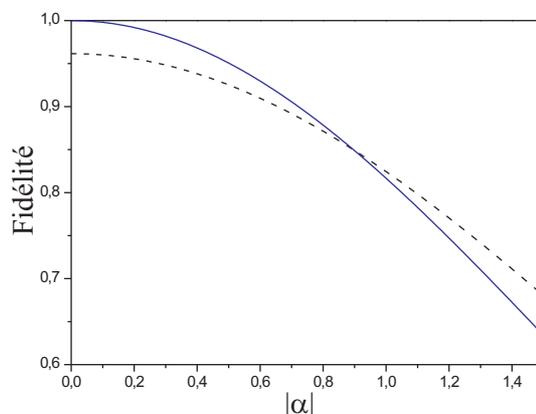


FIG. 6.29 – Représentation en fonction de l'amplitude de l'état cohérent mis en entrée de la fidélité de la mémoire expérimentale ayant un gain de 0,1 (courbe en trait plein, d'après l'équation (6.39)) et de la fidélité de la mémoire classique optimale pour un gain $g_{opt} = 0,28$ correspondant à $\lambda = 1$ (courbe en tirets, d'après l'équation (6.33)).

avons obtenu une efficacité de stockage de 21 % avec cette mémoire, avec des temps de stockage courts et un champ de contrôle intense. Dans ces conditions, en conservant un paramètre $\lambda = 1$, on obtiendrait une fidélité moyenne expérimentale de 0,86 si on n'avait pas d'excès de bruit, soit une valeur supérieure à la limite classique. On resterait aussi supérieure à la limite classique avec un tel gain si le bruit était limité à environ 10 % du bruit quantique standard. Mais nous avons observé des pics de bruit bien supérieurs à cette valeur, et par conséquent les expériences ayant donné une efficacité de stockage de 21 % ne permettent pas de conclure quant au caractère quantique de la mémoire.

Comme nous venons de le voir, estimer la fidélité d'une mémoire quantique est un calcul assez complexe faisant intervenir le type et la distribution statistique de l'état d'entrée. Il existe une autre manière d'estimer les performances de la mémoire qui est indépendante de l'état incident, *le diagramme T-V*, et nous allons maintenant étudier les performances de notre mémoire dans ce diagramme.

D.2 Diagramme T-V

Bien que moins connu que la fidélité, le diagramme T-V a été utilisé pour caractériser les performances de systèmes quantiques en régime de variables continues, que ce soit pour des mesures quantiques non-destructives [Grangier *et al.*, 1998], pour la téléportation [Ralph et Lam, 1998], [Bowen *et al.*, 2003] ou pour des mémoires quantiques [Hétet *et al.*, 2008], [Hétet, 2008].

D.2.1 Définitions

Ce diagramme s'appuie sur deux informations essentielles concernant le stockage et la restitution d'un état quantique : le coefficient de transmission T , qui traduit le gain du processus, et la variance conditionnelle entrée-sortie V , qui traduit l'ajout de bruit lors du processus. Le diagramme T-V est un graphique faisant apparaître en abscisse le coefficient T et en ordonnée la variance V .

Le coefficient de transfert T est la somme des coefficients de transfert pour les deux quadratures X et Y

$$T = T_X + T_Y \quad (6.43)$$

où le coefficient de transmission pour une quadrature est le rapport signal à bruit entre la sortie et l'entrée du dispositif

$$T_X = \frac{\mathcal{R}_X^{out}}{\mathcal{R}_X^{in}} \quad \text{et} \quad T_Y = \frac{\mathcal{R}_Y^{out}}{\mathcal{R}_Y^{in}} \quad (6.44)$$

avec un rapport signal à bruit défini par

$$\mathcal{R}_X^{in/out} = \frac{4\langle X_{in/out} \rangle^2}{(\Delta X_{in/out})^2} \quad \text{et} \quad \mathcal{R}_Y^{in/out} = \frac{4\langle Y_{in/out} \rangle^2}{(\Delta Y_{in/out})^2} \quad (6.45)$$

La variance conditionnelle V est quant à elle la moyenne géométrique des variances conditionnelles pour les quadratures X et Y

$$V = \sqrt{V_c(X_{out}|X_{in})V_c(Y_{out}|Y_{in})} \quad (6.46)$$

avec

$$V_c(X_{out}|X_{in}) = (\Delta X_{out})^2 - \frac{|\langle \delta X_{in} \delta X_{out} \rangle|^2}{(\Delta X_{in})^2} \quad \text{et} \quad V_c(Y_{out}|Y_{in}) = (\Delta Y_{out})^2 - \frac{|\langle \delta Y_{in} \delta Y_{out} \rangle|^2}{(\Delta Y_{in})^2} \quad (6.47)$$

On peut voir ce diagramme sur la figure 6.30 et nous allons expliquer en détail dans les sections qui suivent les différentes régions qui le composent.

D.2.2 Limite classique

Il a été montré [Ralph et Lam, 1998] qu'une stratégie classique de mesure et préparation doit nécessairement vérifier les inégalités suivantes

$$T \leq 1 \quad \text{et} \quad V \geq 1 \quad (6.48)$$

La première condition n'est vraie que si les états d'entrées sont minimaux et traduit le maximum d'information qu'il est possible de restituer en sortie à partir de la mesure classique de l'état d'entrée. La seconde condition est valable pour tout type d'état mis

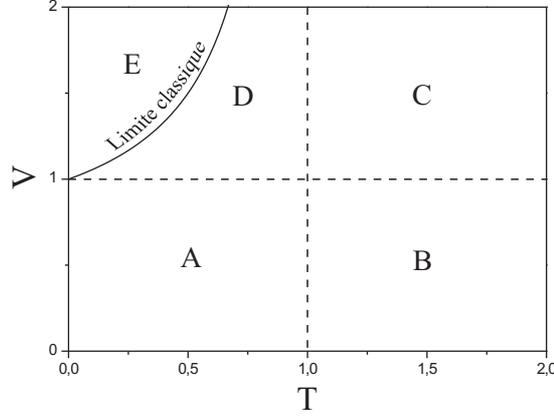


FIG. 6.30 – Diagramme T-V. Les régions A et B correspondent à $V < 1$ et ne peuvent pas être atteintes par une mémoire classique de type mesure et préparation, quel que soit l'état d'entrée. La région C correspond à $T > 1, V > 1$ et ne peut pas non plus être atteinte par une mémoire classique (pour des états d'entrée minimaux). La région D peut être atteinte par une mémoire classique de type mesure et préparation à condition d'utiliser des ressources quantiques supplémentaires ou pour des états comprimés en entrée ou en dissymétrisant la mesure et les gains de restitution des quadratures X et Y . La région E est une région pouvant être atteinte par une mémoire classique. La courbe matérialisée par "Limite classique" délimite cette région E et représente la limite classique atteinte par une mémoire de type mesure et préparation agissant de façon symétrique sur les deux quadratures de l'état cohérent d'entrée, sans ressource quantique supplémentaire (dispositif de la figure 6.28). C'est la limite classique optimale au sens de la fidélité.

en entrée, et c'est une conséquence directe du principe d'incertitude et du fait qu'en agissant de façon classique sur l'état qu'on souhaite reconstruire, on ne peut qu'ajouter du bruit et donc augmenter la variance finale. Ceci définit par conséquent une zone quantique dans le diagramme T-V délimitée par l'union du demi-plan $T > 1$ et du demi-plan $V < 1$ (régions A, B et C figure 6.30). Cette région ne peut pas être atteinte par une stratégie classique de mesure et préparation avec des états minimaux en entrée.

En ce qui concerne le dispositif présenté sur la figure 6.28, on trouve, pour la transmission

$$T_X = \frac{\langle X_{out} \rangle^2 (\Delta X_{in})^2}{\langle X_{in} \rangle^2 (\Delta X_{out})^2} = \frac{g^2}{2} \frac{1}{g^2 + 1} \quad (6.49)$$

et une expression identique pour Y . Finalement, le coefficient de transfert total vaut

$$T = T_X + T_Y = \frac{g^2}{g^2 + 1} \quad (6.50)$$

Pour la variance conditionnelle de la quadrature X , on obtient

$$V_c(X_{out}|X_{in}) = g^2 + 1 - \frac{g^2}{2} \frac{|\langle \delta X_{in}^2 \rangle|^2}{(\Delta X_{in})^2} = 1 + \frac{g^2}{2} \quad (6.51)$$

et une expression identique pour Y , ce qui donne finalement

$$V = \sqrt{V_c(X_{out}|X_{in})V_c(Y_{out}|Y_{in})} = 1 + \frac{g^2}{2} \quad (6.52)$$

T et V dépendent du gain de la mémoire classique, mais il est possible d'exprimer V en fonction de T sans que le gain apparaisse, et on trouve

$$V = \frac{T - 2}{2(T - 1)} \quad (6.53)$$

Il s'agit dans le diagramme T-V d'une hyperbole ("limite classique" sur la figure 6.30), et elle correspond au maximum de fidélité pouvant être obtenue avec une stratégie classique de type mesure et préparation.

Où se situe la limite classique/quantique dans ce diagramme? Comme dit précédemment, pour des états quelconques en entrée, la seule limite absolue pour définir la zone quantique est $V < 1$. A partir de maintenant, on va se limiter à des états minimaux en entrée puisqu'on s'intéresse au stockage d'états cohérents. Dans ce cas, la seule zone quantique est l'union des demi-plans $V < 1$ et $T > 1$. Ensuite, suivant les hypothèses supplémentaires effectuées sur le type d'état mis en entrée ou sur la méthode de mesure et préparation utilisée, cette région quantique peut s'agrandir. Ainsi, la zone située en dessous de l'hyperbole d'équation $V = \frac{T-2}{2(T-1)}$ représente la zone quantique au sens où elle ne peut pas être atteinte par un système de mémoire classique s'appuyant sur une stratégie de mesure et préparation où les quadratures sont mesurées et reproduites de façon symétrique, avec en entrée des états cohérents (ce qui correspond au dispositif de la figure 6.28). Si on enlève une de ces restrictions, la région D sur le diagramme 6.30 devient accessible à un système classique. C'est le cas par exemple avec des états comprimés en entrée ou bien en utilisant une mesure et une restitution dissymétriques des quadratures [Ralph et Lam, 1998]. Nous allons prouver cette affirmation dans le second cas.

Prenons le schéma de mémoire classique de la figure 6.31 qui est le même que celui de la figure 6.28 à part que la lame 50/50 est devenue une lame de coefficients R_L/T_L et que les gains sur les quadratures d'amplitude (X) et de phase (Y) restituées peuvent être différents, notés respectivement g_X et g_Y .

Avec cette configuration, les valeurs moyennes et les variances en sortie valent

$$\langle X_{out} \rangle = g_X \langle X_{mes} \rangle = g_X \sqrt{T_L} \langle X_{in} \rangle \quad (6.54)$$

$$(\Delta X_{out})^2 = g_X^2 (\Delta X_{mes})^2 + 1 = g_X^2 (T_L (\Delta X_{in})^2 + R_L) + 1 \quad (6.55)$$

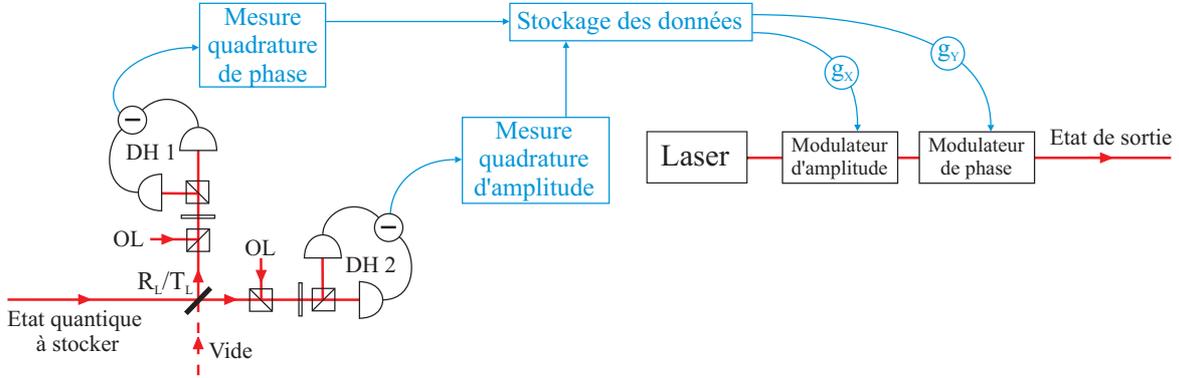


FIG. 6.31 – Exemple de dispositif expérimental d'une mémoire classique pour des états cohérents avec mesure et restitution dissymétriques des quadratures. Voir la légende de la figure 6.28 pour plus de détails.

et des expressions similaires pour Y . On en déduit le coefficient de transfert et la variance conditionnelle

$$T = \frac{g_X^2 T_L}{g_X^2 + 1} + \frac{g_Y^2 R_L}{g_Y^2 + 1} \quad \text{et} \quad V = \sqrt{(g_X^2 R_L + 1)(g_Y^2 T_L + 1)} \quad (6.56)$$

En faisant varier les valeurs de R_L , g_X et g_Y , on peut avoir la valeur qu'on veut pour T (mais cette valeur est nécessairement inférieure à 1), tout en ayant V aussi proche de 1 qu'on le souhaite. Le cas limite est obtenu pour $R_L = 0$, $T_L = 1$, $g_Y = 0$, auquel cas on ne mesure et ne reconstruit que la quadrature d'amplitude X . Dans ce cas

$$T = \frac{g_X^2}{g_X^2 + 1} \quad \text{et} \quad V = 1 \quad (6.57)$$

Une mémoire classique où l'on ne mesure et ne reconstruit qu'une seule quadrature définit comme limite quantique $V < 1$ ou $T > 1$ (pour un état d'entrée minimal), c'est-à-dire les régions A, B et C du diagramme T-V. En d'autre terme, la région D du diagramme T-V est accessible à une telle mémoire classique. Cependant, cette mémoire ne donne pas une fidélité optimale, la fidélité moyenne étant légèrement inférieure à la fidélité obtenue avec la mémoire de la figure 6.28.

On voit donc que la limite classique-quantique dans le diagramme T-V dépend de la stratégie utilisée dans la mémoire classique de type mesure et préparation.

D.2.3 Comparaison expérience - mémoire classique

Expérimentalement, on a obtenu un gain $g_{exp} = 0,1$ sans ajout de bruit à 2 % près, soit $(\Delta X_{out})^2 = (\Delta Y_{out})^2 = 1 \pm 0,02$. On a donc

$$T_{exp} = g_{exp}^2 \frac{1}{(\Delta X_{out})^2} + g_{exp}^2 \frac{1}{(\Delta Y_{out})^2} = 0,02 \quad (6.58)$$

$$V_{exp} = \sqrt{((\Delta X_{out})^2 - g_{exp}^2)((\Delta Y_{out})^2 - g_{exp}^2)} = 0,99 \pm 0,02 \quad (6.59)$$

Si on compare ces valeurs à ce que peut faire n'importe quelle mémoire classique sur des états cohérents, comme par exemple la mémoire dissymétrique de la figure 6.31 où l'on ne mesure et prépare qu'une seule quadrature, on a $V_{class} = 1$ auquel cas notre système est à la limite entre classique et quantique, si on prend en compte l'incertitude, et quantique si on ne considère pas cette incertitude. Si on compare avec la mémoire classique optimale permettant de mesurer et restituer deux quadratures de façon symétrique (figure 6.28) qui est aussi optimale au sens de la fidélité, alors on a $V_{class} = 1,01$ en utilisant la formule (6.53) avec $T = 0,02$. Dans ce cas, notre mémoire est dans la zone quantique, incertitude comprise. Ces résultats sont résumés sur la figure 6.32.

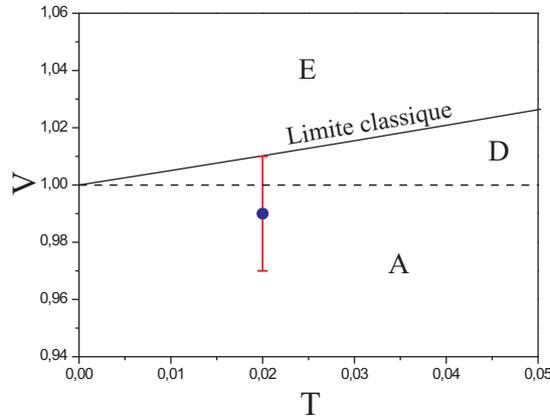


FIG. 6.32 – Représentation de la meilleure performance obtenue avec notre dispositif expérimental dans le diagramme T-V (point de fonctionnement et barre d'incertitude sur la variance). On rappelle que la région A correspond à $V < 1$ et ne peut pas être atteinte par une mémoire classique de type mesure et préparation. La région D peut être atteinte par une mémoire classique de type mesure et préparation à condition d'utiliser des ressources quantiques supplémentaires ou pour des états comprimés en entrée ou en dissymétrisant la mesure et les gains de restitution des quadratures X et Y . La région E est une région pouvant être atteinte par une mémoire classique. La courbe matérialisée par "Limite classique" délimite cette région E et correspond au montage de la figure 6.28.

E Conclusion

En conclusion, nous avons présenté dans ce chapitre le dispositif expérimental qui nous a permis de réaliser le stockage et la restitution d'un état cohérent par transparence induite électromagnétiquement dans une vapeur de césium. Concernant le montage en lui-même, un environnement magnétique très bien contrôlé associé à l'utilisation d'une cellule de verre dont les parois sont recouvertes de paraffine nous a permis d'obtenir une grande durée de vie pour la cohérence Zeeman. Sur le plan du schéma de transfert atomes-champs adopté, la spécificité de notre montage tient à la génération de l'état cohérent à stocker sous la forme d'une modulation en bande latérale unique, ce qui permet d'utiliser une fenêtre d'EIT de largeur constante et de stocker une modulation à une fréquence quelconque.

Les expériences de mémoire effectuées sur des états cohérents nous ont permis de montrer que ce système peut stocker et restituer sans ajout de bruit les deux quadratures d'un champ, et ce en préservant la phase du signal lors du processus. Nous avons mesuré l'efficacité de stockage pour différents paramètres expérimentaux et nous avons en particulier vérifié que cette efficacité était très peu dépendante de la fréquence de la bande latérale à stocker. La meilleure efficacité de stockage en amplitude obtenue sans ajout de bruit est de 10 %. Avec un champ de contrôle de forte puissance et en réduisant le temps de stockage, nous avons obtenu jusqu'à 21 % d'efficacité, mais au prix d'un ajout de bruit lors de la coupure et du rallumage du champ de contrôle. Une étude de cet excès de bruit a été menée, et une optimisation des différents paramètres intervenant dans l'expérience a permis de le réduire, mais pas suffisamment pour atteindre la limite quantique standard. Malgré cette étude, l'origine exacte de cet excès de bruit reste à déterminer.

Enfin, nous avons évalué les performances de cette mémoire en terme de fidélité et en utilisant le diagramme T-V. Suivant le critère choisi pour effectuer la caractérisation, notre mémoire est soit sur la limite classique/quantique, soit dans la région quantique. Une optimisation du dispositif permettant d'obtenir un point de fonctionnement plus en dedans de la région quantique est en cours d'étude. Cette optimisation passera notamment par une meilleure coupure des fuites des champs signal et contrôle lors de la phase de stockage afin d'améliorer l'efficacité de la mémoire et par une réduction du bruit mesuré lors d'une coupure rapide du champ de contrôle.

Transparence induite électromagnétiquement sur la raie D_2 du césium

Sommaire

A	Modèle théorique avec un schéma à 3 niveaux	216
A.1	Schéma des transitions utilisées	216
A.2	Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité	218
A.3	Courbes théoriques pour des atomes froids	219
A.4	Courbes théoriques après intégration sur le profil Doppler	220
B	Montage expérimental et résultats obtenus	222
B.1	Schéma expérimental	222
B.2	Résultats expérimentaux	223
C	Modèle théorique avec un schéma à 4 niveaux	232
C.1	Schéma des transitions utilisées	232
C.2	Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité	233
C.3	Courbes théoriques	234
C.4	Pompage sélectif en vitesse	235
D	Modèle théorique avec un schéma à 6 niveaux	238
D.1	Schéma des transitions utilisées	238
D.2	Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité	240
D.3	Courbes théoriques	242
E	Conclusion	250

Nous avons présenté dans le chapitre précédent le dispositif et les résultats obtenus concernant le stockage et la restitution d'un état cohérent par transparence induite

électromagnétiquement (EIT) dans une vapeur de césium. L'un des critères de performance de cette mémoire est l'efficacité de stockage au sens du ratio des amplitudes du champ entre la sortie et l'entrée du dispositif. Cette efficacité est limitée par la transparence de la fenêtre d'EIT utilisée lors de la phase de transfert lumière-matière et dépend aussi de la réduction de la vitesse de groupe de la lumière dans le milieu.

Les caractéristiques de la fenêtre d'EIT jouent donc un rôle crucial dans les performances de la mémoire atomique. C'est pour ces raisons que nous avons mené une étude complète de l'EIT sur la raie D_2 du césium à la suite des premières expériences de stockage que nous avons effectuées.

Après avoir rappelé les prédictions théoriques de l'EIT pour un schéma à 3 niveaux en Λ , nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus en ce qui concerne la transmission et la largeur des fenêtres d'EIT en fonction des principaux paramètres de l'expérience. Nous verrons que les courbes expérimentales s'éloignent fortement des prédictions du schéma à 3 niveaux, ce qui nous conduira à introduire des modèles théoriques plus complexes prenant en compte les autres niveaux de la structure hyperfine du césium. Ces modèles seront en meilleur accord avec les résultats observés. Le but de ce chapitre n'est pas de retrouver de façon exacte les courbes d'EIT obtenues expérimentalement. On cherche uniquement à retrouver la forme globale et les évolutions des caractéristiques des fenêtres d'EIT que nous avons mesurées.

A Modèle théorique avec un schéma à 3 niveaux

Nous allons rappeler dans cette section les formules et les résultats obtenus pour la transparence induite électromagnétiquement avec un schéma à 3 niveaux en Λ .

A.1 Schéma des transitions utilisées

Nous nous plaçons dans la même configuration atomique que celle utilisée pour réaliser la mémoire décrite au chapitre précédent (figure 7.1). Le schéma en Λ utilise comme niveaux fondamentaux les sous-niveaux Zeeman $m_F = +1$ et $m_F = +3$ de $F = 3$ et comme niveau excité le sous-niveau $m_{F'} = +2$ de $F' = 2$. Nous négligeons dans cette section l'influence des autres niveaux excités. Nous considérons de plus que tous les atomes sont pompés dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$. Expérimentalement, à condition que le champ signal ne soit pas trop intense, cette condition sera vérifiée. En effet, d'une part les champs de pompe et repompe sont allumés en permanence et pompent les atomes dans ce sous-niveau. D'autre part, si jamais il restait des atomes dans le sous-niveau $m_F = +1$ de $F = 3$, le champ de contrôle les amènerait dans le niveau excité, et à partir de là, la probabilité qu'ils retombent dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$ est d'environ 71 %, très grande devant la probabilité de retomber dans le sous-niveau $m_F = +1$ (5 %). Une part non négligeable d'atomes peut retomber dans le

sous-niveau $m_F = +2$ (et c'est le cas d'après l'étude de l'orientation du spin effectuée au chapitre 6), mais cet état n'intervient pas dans la configuration atomique en Λ . Par conséquent, dans tout le reste du chapitre, nous considérerons que les populations des niveaux $F = 3$, $m_F = +1$ et $F' = 2$, $m_{F'} = +2$ sont négligeables devant la population du niveau $F = 3$, $m_F = +3$.

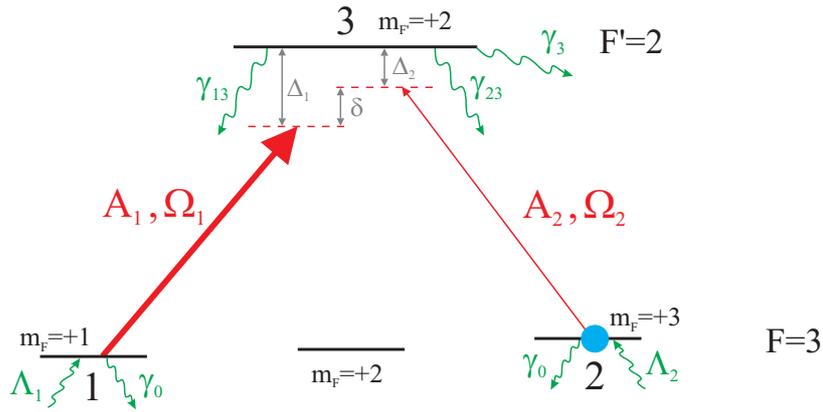


FIG. 7.1 – Schéma d'EIT à 3 niveaux en Λ sur la raie D_2 du césium. On ne prend pas en compte les niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$. A_1 et A_2 sont respectivement les champs contrôle et signal, Ω_1 et Ω_2 sont leur fréquence de Rabi. Voir le texte pour les notations utilisées.

Nous rappelons les notations utilisées pour décrire les champs et les niveaux atomiques du schéma de la figure 7.1 :

- γ_{j3} désigne le taux de relaxation du niveau 3 vers le niveau fondamental j ($j = 1, 2$)
- γ_3 est le taux de relaxation du niveau 3 vers les autres niveaux
- $\Gamma = \gamma_{13} + \gamma_{23} + \gamma_3$ est le taux de relaxation total ou largeur naturelle du niveau 3
- γ_0 désigne le taux de relaxation des populations de chaque niveau fondamental
- $\frac{1}{2}(\Gamma + \gamma_0) \approx \frac{1}{2}\Gamma$ désigne le taux de relaxation des cohérences 1-3 et 2-3
- Γ_{21} est le taux de relaxation de la cohérence entre les deux niveaux fondamentaux
- les champs A_j interagissent respectivement sur la transition du niveau j vers le niveau 3 qui a pour fréquence propre ω_{j3} . Ces champs ont pour fréquence ω_j . A_1 est le champ de contrôle et A_2 est le champ signal. La fréquence de Rabi du champ de contrôle (signal) est notée Ω_1 (respectivement Ω_2) et d_1 (resp. d_2) est le moment dipolaire associé à la transition de 1 vers 3 (resp. 2 vers 3)
- $\Delta_j = \omega_{j3} - \omega_j$ est le désaccord à un photon entre la fréquence de la transition considérée et la fréquence du champ qui lui est associé. Ce désaccord est donc positif quand le champ est désaccordé dans le rouge de la transition.
- $\delta = \Delta_1 - \Delta_2$ est le désaccord à 2 photons entre les champs contrôle et signal

- Λ_1 et Λ_2 sont des termes décrivant le repeuplement des niveaux 1 et 2 (principalement par pompage optique) qui permettent d'avoir un nombre d'atomes constant non nul en l'absence de champ.

A.2 Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité

Avec cette configuration, le système d'équations (1.102 – 1.107) du chapitre 1 décrivant l'évolution du système atomes-champs s'écrit, en régime stationnaire

$$0 = \Lambda_1 + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{13} - i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger \quad (7.1)$$

$$0 = -\gamma_0 + \Lambda_2 + i\Omega_2^* \tilde{\sigma}_{23} - i\Omega_2 \tilde{\sigma}_{23}^\dagger \quad (7.2)$$

$$0 = -(i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{13} - i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger) - (i\Omega_2^* \tilde{\sigma}_{23} - i\Omega_2 \tilde{\sigma}_{23}^\dagger) \quad (7.3)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_1\right) \tilde{\sigma}_{13} + i\Omega_2 \tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.4)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right) \tilde{\sigma}_{23} + i\Omega_2 + i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{21} \quad (7.5)$$

$$0 = -(\Gamma_{21} - i\delta) \tilde{\sigma}_{21} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{23} - i\Omega_2 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger \quad (7.6)$$

On souhaite calculer la susceptibilité linéaire χ du milieu atomique vue par le champ signal. Elle est donnée par la relation

$$Nd_2 \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} = \epsilon_0 \chi \mathcal{E}_2 \langle A_2 \rangle \quad (7.7)$$

soit

$$\chi = \frac{Nd_2^2 \tilde{\sigma}_{23}^{(1)}}{\hbar \epsilon_0 \Omega_2} \quad (7.8)$$

où $\tilde{\sigma}_{23}^{(1)}$ correspond à la solution à l'ordre 1 du champ signal pour la cohérence entre les niveaux 2 et 3 après avoir résolu les équations (7.1-7.6) par un calcul perturbatif au premier ordre en Ω_2 [Scully et Zubairy, 1997]. Ce calcul est justifié par le fait que l'intensité du champ signal est très faible devant celle du champ de contrôle. A l'ordre 0, c'est-à-dire si on éteint le champ signal, l'équation (7.4) donne $\tilde{\sigma}_{13}^{(0)} = 0$. A l'ordre 1, les équations (7.5) et (7.6) s'écrivent

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right) \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + i\Omega_2 + i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (7.9)$$

$$0 = -(\Gamma_{21} - i\delta) \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} \quad (7.10)$$

On peut alors exprimer $\tilde{\sigma}_{23}^{(1)}$ en fonction de Ω_2

$$\tilde{\sigma}_{23}^{(1)} = i\Omega_2 \frac{(\Gamma_{21} - i\delta)}{\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right)(\Gamma_{21} - i\delta) + |\Omega_1|^2} \quad (7.11)$$

d'où l'on déduit la susceptibilité linéaire pour le champ signal

$$\chi(\Delta_1, \delta) = \frac{Nd_2^2}{\hbar\epsilon_0} \frac{i(\Gamma_{21} - i\delta)}{(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_1 - \delta))(\Gamma_{21} - i\delta) + |\Omega_1|^2} \quad (7.12)$$

On peut en déduire la partie réelle de la susceptibilité χ_R donnant accès à la vitesse de groupe dans le milieu atomique, et la partie imaginaire de la susceptibilité χ_I qui nous renseigne sur la transmission T du signal par la formule

$$T = e^{-x\text{Im}(\sqrt{1+\chi})\frac{2\pi}{\lambda}L} \approx e^{-x\chi_I\frac{\pi}{\lambda}L} \quad (7.13)$$

où L est la longueur de la cellule, λ la longueur d'onde du champ signal dans le vide, et x est un paramètre ajustable. Le nombre d'atomes N dans le niveau 2 pouvant être estimé avec la taille et la température de la cellule mais n'étant pas connu de façon très précise, nous rajoutons ce paramètre x traduisant une petite correction sur le nombre d'atomes.

A.3 Courbes théoriques pour des atomes froids

La forme théorique de la partie réelle et imaginaire de la susceptibilité ainsi que la transmission du signal sont présentées sur la figure 7.2. On notera que pour toutes les simulations théoriques de ce chapitre, la largeur $\Gamma_{21}/2\pi$ de la cohérence entre les sous-niveaux Zeeman 1 et 2 est prise égale à 550 Hz (section A.2.4 chapitre 6).

Ces courbes sont tracées à partir de la susceptibilité donnée par l'équation (7.12) et ne sont valables que pour des atomes froids puisque nous n'avons pas pris en compte l'élargissement des transitions par effet Doppler.

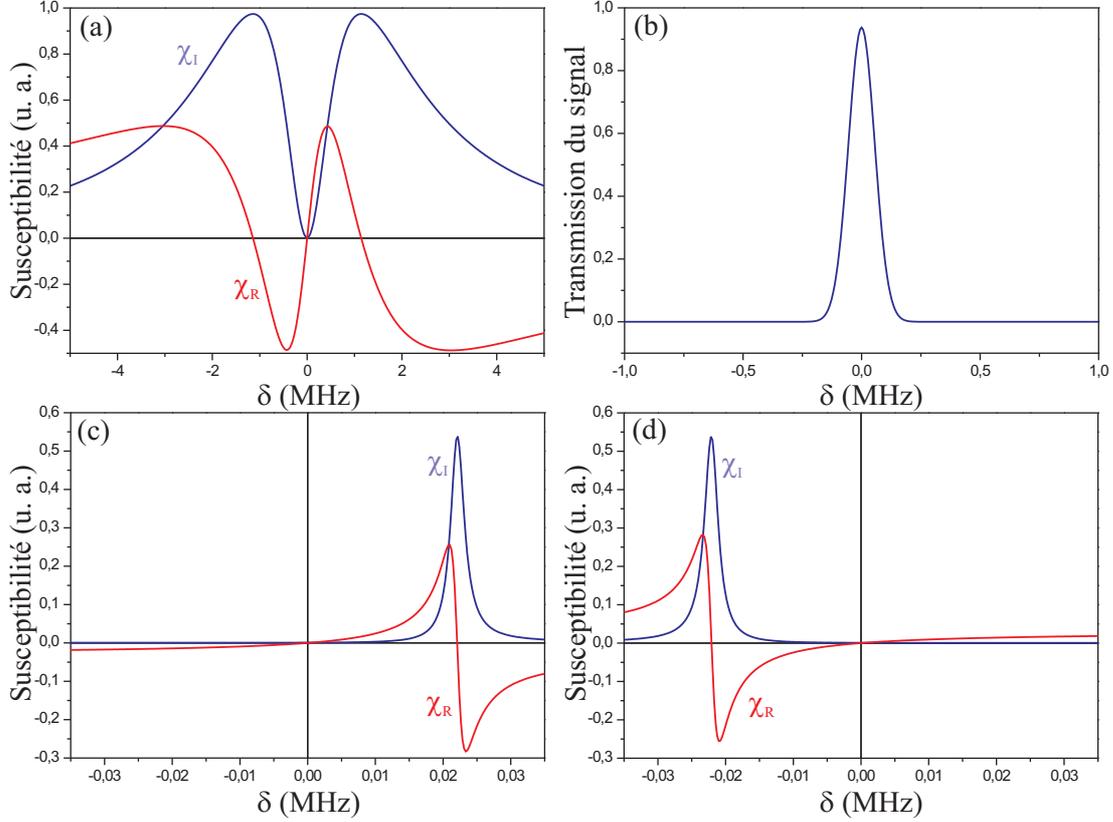


FIG. 7.2 – Parties réelle et imaginaire de la susceptibilité pour des atomes froids de césium pour le schéma d'EIT à 3 niveaux, en fonction du désaccord à 2 photons δ , pour un désaccord à un photon $\Delta_1 = 0$ MHz (a), $\Delta_1 = -85$ MHz (c) et $\Delta_1 = 85$ MHz (d). (b) Courbe théorique de la transmission du signal à travers les atomes froids en fonction de δ , pour un désaccord à un photon $\Delta_1 = 0$. Paramètres utilisés : 10 mW de puissance de contrôle pour un faisceau de 10 mm de diamètre ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Gamma_{21} = 550$ Hz.

A.4 Courbes théoriques après intégration sur le profil Doppler

Dans le cas qui nous intéresse, à savoir une vapeur de césium, l'élargissement Doppler doit être considéré. La formule de la susceptibilité prenant en compte le profil Doppler s'écrit

$$\chi_D(\Delta_1, \delta) = \int \chi(\Delta_1 - \Delta, \delta) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\Delta_D} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta}{\Delta_D}\right)^2} d\Delta \quad (7.14)$$

où Δ_D est la demi-largeur Doppler définie au chapitre 2. Après intégration sur le profil Doppler (demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ égale à 165 MHz pour une température de 40°C) on obtient les courbes de transmission du signal dans la vapeur atomique présentées sur la figure 7.3 pour différents paramètres expérimentaux.

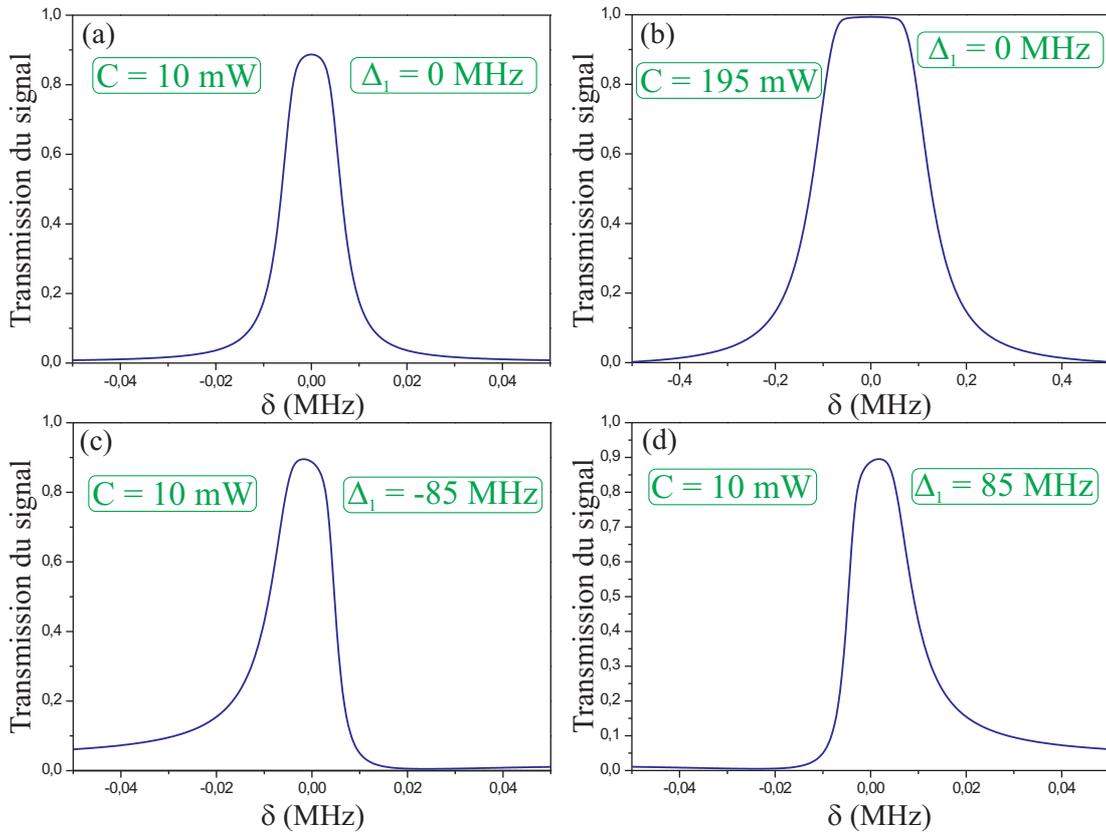


FIG. 7.3 – Courbes théoriques de la transmission du signal dans la vapeur de césium pour le schéma d’EIT à 3 niveaux en fonction du désaccord à 2 photons δ , après intégration sur le profil Doppler de demi-largeur $\Delta_D = 165$ MHz. (a) Puissance de contrôle : 10 mW ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Delta_1 = 0$ MHz (b) Puissance de contrôle : 195 mW ($\Omega_1 = 6,1$ MHz), $\Delta_1 = 0$ MHz (c) Puissance de contrôle : 10 mW ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Delta_1 = -85$ MHz (d) Puissance de contrôle : 10 mW ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Delta_1 = 85$ MHz.

Comme nous allons le voir maintenant, ces prédictions théoriques sont très différentes des observations expérimentales.

B Montage expérimental et résultats obtenus

B.1 Schéma expérimental

Pour réaliser les mesures de transparence induite électromagnétiquement en régime stationnaire, nous nous plaçons dans la même configuration atomique à 3 niveaux que celle qui vient d'être présentée pour l'étude théorique. Cette configuration est la même que celle utilisée au chapitre 6 pour les expériences de stockage d'un état cohérent. Le schéma du montage expérimental est présenté sur la figure 7.4.

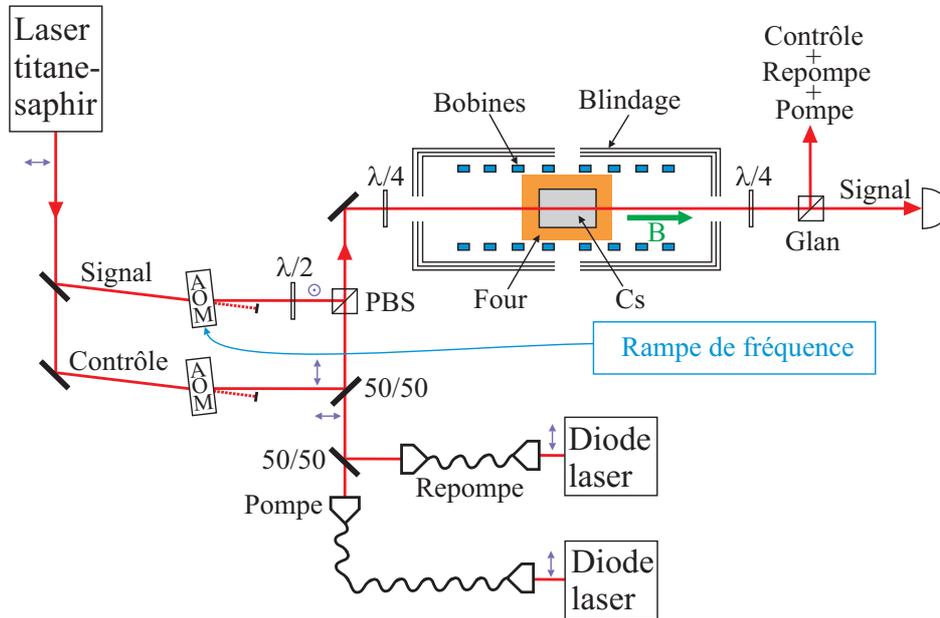


FIG. 7.4 – Schéma du montage expérimental utilisé pour mesurer la transparence induite électromagnétiquement dans une vapeur de césium. Dans la vapeur, le champ signal est polarisé circulairement σ^- , les champs de contrôle, de pompe et de repompe sont polarisés circulairement σ^+ . Les faisceaux signal et contrôle ont un diamètre à $1/e^2$ de 10 mm, tandis que les faisceaux pompe et repompe ont un diamètre de 14 mm. La température de la cellule est de 40°C .

Le laser titane-saphir utilisé pour produire les champs contrôle et signal, les diodes laser fournissant les faisceaux pompe et repompe, ainsi que le système blindage, bobines magnétiques et four autour de la cellule de césium sont les mêmes que ceux décrits au chapitre 6. La vapeur de césium est maintenue à une température constante de 40°C . Les faisceaux des champs de contrôle et signal ont un diamètre de 10 mm à $1/e^2$ tandis que les champs de pompe et de repompe ont un diamètre de 14 mm. Les fréquences des champs contrôle et signal peuvent être balayées à l'aide de modulateurs acousto-optiques fonctionnant à 160 MHz dans l'ordre -1. A fréquence du champ de contrôle

fixée, la fréquence du signal est balayée de façon à faire varier la valeur du désaccord à 2 photons δ autour de 0. En sortie de la vapeur atomique, les champs de contrôle, pompe et repompe sont filtrés par un polariseur de Glan et seul le champ signal est mesuré par la photodiode.

Dans toute la suite du chapitre, pour tracer les courbes représentant les pics de transparence EIT (ce que l'on appelle la transmission du milieu), le profil Doppler a été soustrait et les transmissions sont normalisées à 1 (transmission du signal en l'absence d'atomes). Ceci permet de comparer les courbes expérimentales et théoriques entre elles, sans avoir à se préoccuper de la forme exacte du profil Doppler. Deux configurations sont utilisées pour les expériences. La première avec un champ signal de $300 \mu\text{W}$, un champ de pompe de $0,1 \text{ mW}$ et un champ de repompe allant de $0,2$ à 1 mW . Cette configuration est particulièrement adaptée à l'étude des faibles transparences avec de faibles champs de contrôle (de 5 à 70 mW environ). Dans la seconde configuration, la puissance du champ signal est de $10 \mu\text{W}$, celle du champ de pompe est de 0 ou 4 mW et celle du champ de repompe de $2,5$ à 10 mW . Cette configuration est plutôt adaptée à une étude à fort champ de contrôle (100 mW et au-delà). On notera que la présence ou l'absence du champ de pompe ne joue quasiment aucun rôle dans le processus d'EIT à cause de la présence du champ de contrôle, comme on l'avait expliqué lors des expériences de mémoire présentées au chapitre 6.

B.2 Résultats expérimentaux

Nous allons maintenant présenter quelques courbes de transparence obtenues expérimentalement et surtout observer l'évolution de la forme des pics d'EIT (largeur, hauteur) en fonction des trois paramètres que sont la puissance et le désaccord à un photon Δ_1 du champ de contrôle, et la puissance du champ de repompe.

B.2.1 Evolution du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle

On peut voir sur la figure 7.5 quelques exemples de la forme du pic de transparence induite pour plusieurs valeurs de la puissance du champ de contrôle.

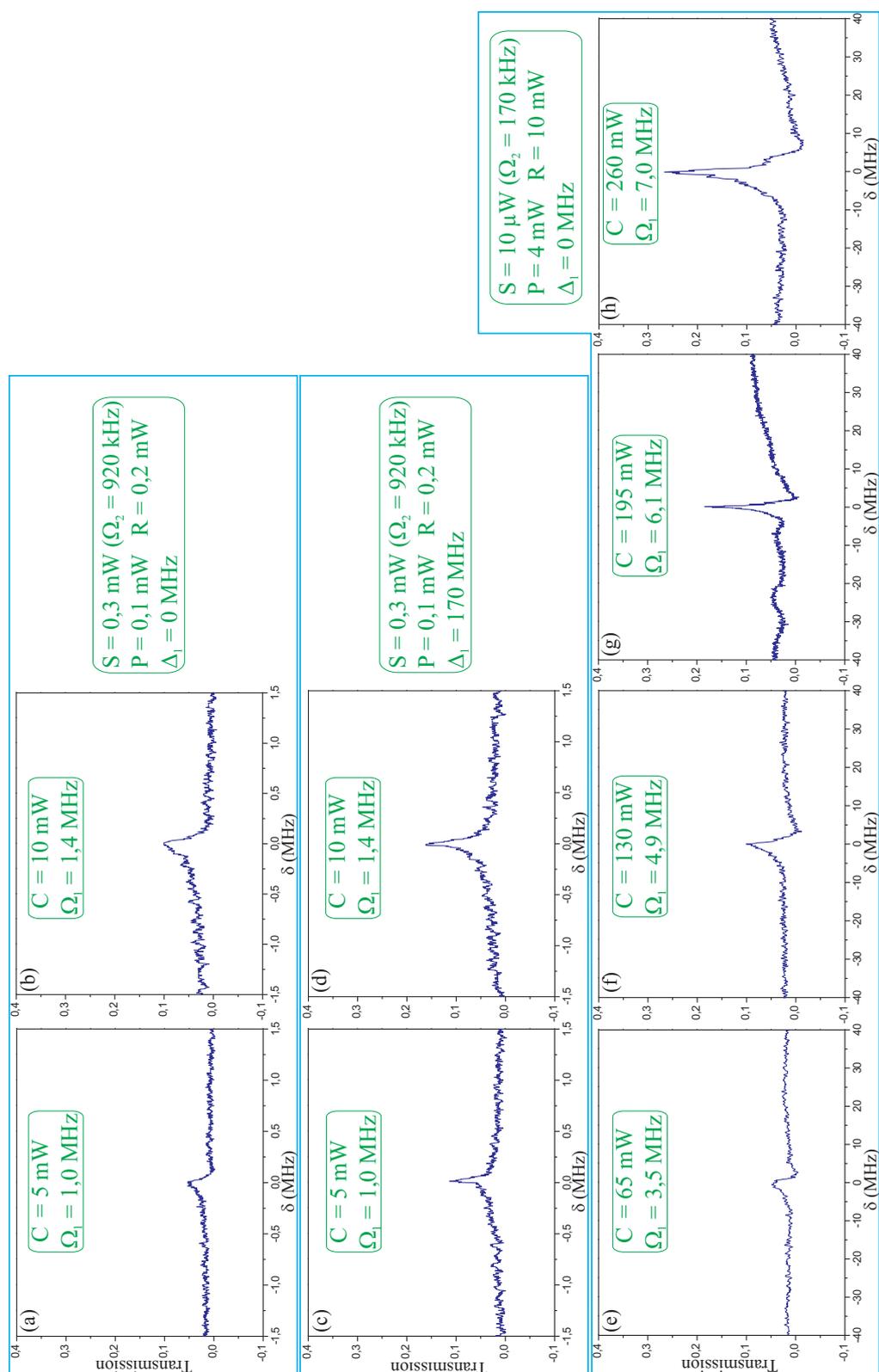


FIG. 7.5 – Evolution du pic d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle. Cette puissance augmente de gauche à droite, les autres paramètres étant fixés sur les courbes d'une même ligne. S, C, P, R : puissances respectives des champs signal, contrôle, pompe, et repompe, Ω_1 (Ω_2) : fréquence de Rabi du champ de contrôle (signal), Δ_1 : désaccord à 1 photon du contrôle, positif si le champ est dans le rouge de la transition $F = 3$, $m_F = +1$ vers $F' = 2$, $m_{F'} = +2$.

Il ressort plusieurs tendances globales de ces courbes :

- *La transparence de la fenêtre d'EIT augmente avec la puissance du champ de contrôle* (de gauche à droite sur la figure 7.5). Ceci est vrai quelles que soient les valeurs des autres paramètres, à savoir le désaccord à un photon Δ_1 du champ de contrôle et les puissances des champs de pompe et de repompe. On peut par exemple voir cette évolution pour la configuration utilisant un champ signal de $10 \mu\text{W}$ sur la figure 7.6 (a). Bien que sur cette figure il semblerait qu'on obtienne une évolution à peu près linéaire de la transparence en fonction de la puissance du champ de contrôle, il faudrait plus de points expérimentaux pour le confirmer.

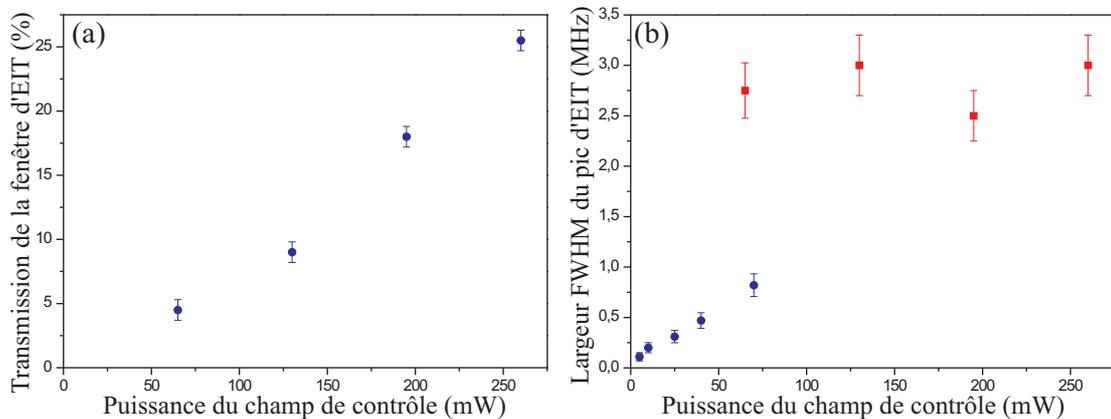


FIG. 7.6 – (a) Transmission de la fenêtre d'EIT dans la vapeur de césium en fonction de la puissance du champ de contrôle. Puissances des champs signal, de repompe et de pompe : $10 \mu\text{W}$, 10 mW et 4 mW respectivement, $\Delta_1 = 0$. (b) Largeur totale à mi-hauteur de la fenêtre d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle. Paramètres des points ● : puissances des champs signal, de repompe et de pompe : 1 mW , $0,5 \text{ mW}$ et $0,1 \text{ mW}$ respectivement, $\Delta_1 = 0$. Paramètres des points ■ : puissances des champs signal, de repompe et de pompe : $10 \mu\text{W}$, 10 mW et 4 mW respectivement, $\Delta_1 = 0$.

- *Evolution de la largeur de la fenêtre d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle* : cela dépend de la configuration choisie. A faible puissance du champ de contrôle, disons inférieure à 70 mW , nous avons observé une augmentation de la largeur en fonction de la puissance de contrôle. Cette évolution est présentée sur la figure 7.6 (b) (points ●) pour une configuration un peu différente des deux configurations présentées précédemment (signal de 1 mW , repompe de $0,5 \text{ mW}$ et pompe de $0,1 \text{ mW}$) mais qui donne globalement le même type de résultats que pour la configuration avec un signal de $300 \mu\text{W}$. Dans la configuration avec un faisceau signal de $10 \mu\text{W}$ et à forte puissance du champ de contrôle (de 65

à 260 mW), la largeur de la fenêtre d'EIT semble à peu près constante avec la puissance du champ de contrôle (figure 7.6 (b), points ■). Il semblerait qu'il y avait un phénomène de saturation à trop forte puissance du champ de contrôle. Il faudrait cependant faire d'autres mesures dans des configurations un peu différentes (variation de la puissance du champ signal et étude sur une gamme plus grande de la puissance du champ de contrôle) pour préciser cette observation.

B.2.2 Evolution du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe

Quelques exemples de profils d'EIT pour plusieurs valeurs de la puissance du champ de repompe sont présentés sur la figure 7.7.

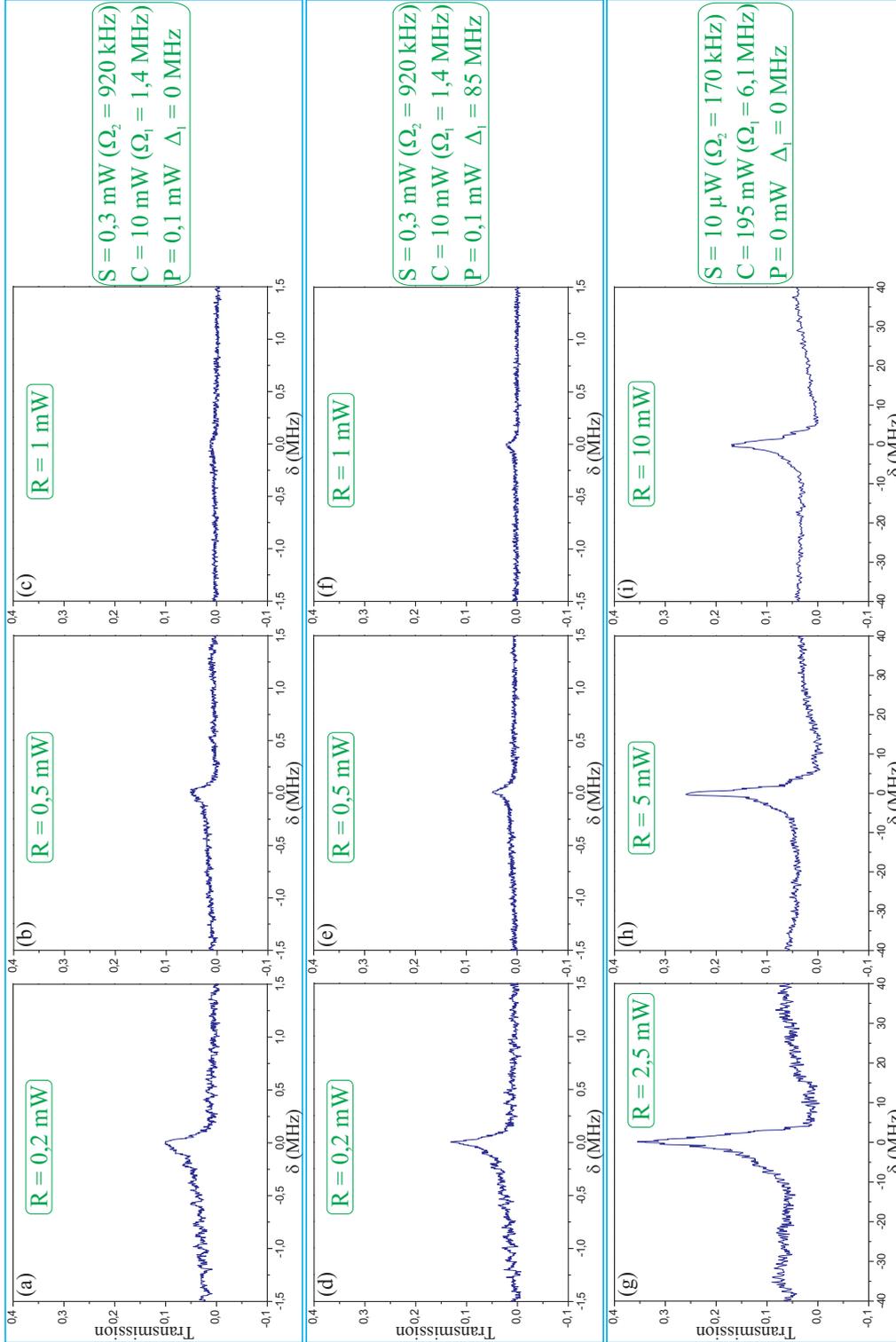


FIG. 7.7 – Evolution du pic d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe. Cette puissance augmente de gauche à droite, les autres paramètres étant fixés sur les courbes d'une même ligne. S, C, P, R : puissances respectives des champs signal, contrôle, pompe, et repompe, Δ_1 : désaccord à 1 photon du contrôle, positif si le champ est dans le rouge de la transition $F = 3$, $m_F = +1$ vers $F' = 2$, $m_{F'} = +2$.

- *La transparence de la fenêtre d'EIT diminue rapidement avec la puissance du champ de repompe.* Ceci est vrai que le champ de contrôle soit exactement à résonance ou légèrement hors résonance. On a représenté cette évolution pour les courbes expérimentales de la figure 7.7 sur la figure 7.8.

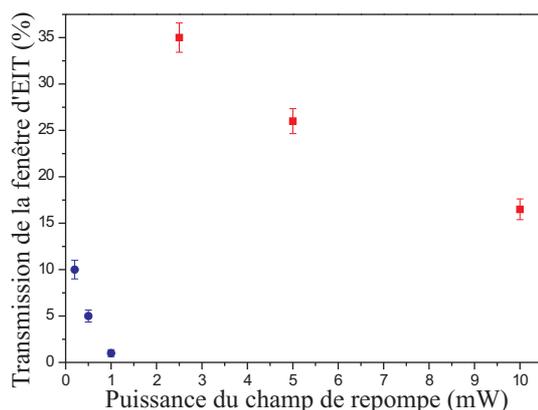


FIG. 7.8 – Transparence de la fenêtre d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe. Paramètres des points \bullet : puissances des champs signal, de contrôle et de pompe : $300 \mu\text{W}$, 10 mW ($\Omega_1 = 1,4 \text{ MHz}$) et $0,1 \text{ mW}$ respectivement, $\Delta_1 = 0$. Paramètres des points \blacksquare : puissances des champs signal, de contrôle et de pompe : $10 \mu\text{W}$, 195 mW ($\Omega_1 = 6,1 \text{ MHz}$) et 0 mW respectivement, $\Delta_1 = 0$.

- *Evolution de largeur de la fenêtre d'EIT* : à puissance du champ de contrôle fixée, nous n'avons pas observé de variation significative de la largeur de l'EIT avec la puissance du champ de repompe.

B.2.3 Evolution du profil d'EIT en fonction du désaccord du champ de contrôle

Le dernier paramètre qui joue un rôle important dans le processus d'EIT est le désaccord Δ_1 à un photon du champ de contrôle. On peut voir sur la figure 7.9 quelques exemples de courbes d'EIT pour plusieurs valeurs de Δ_1 .

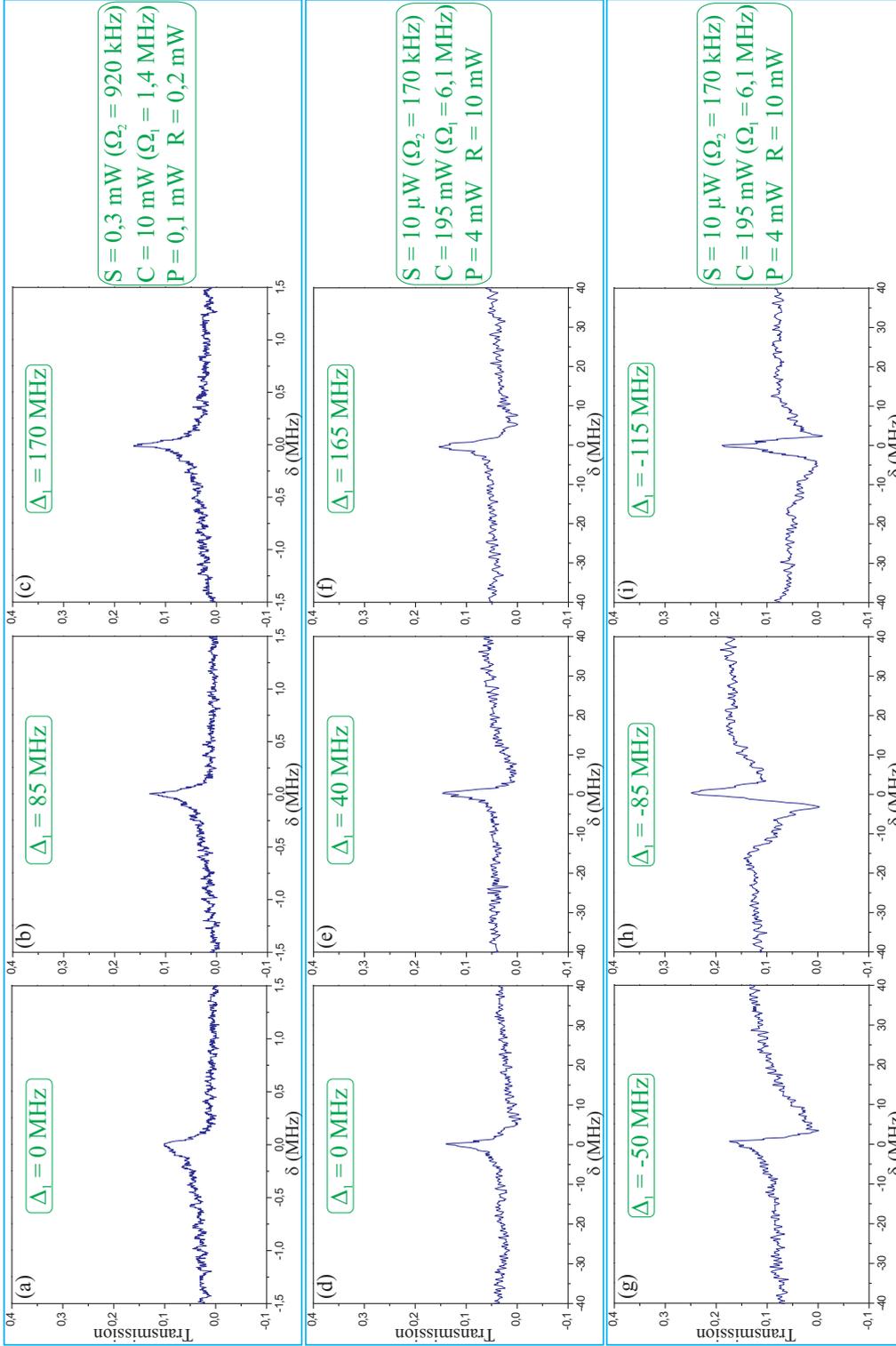


FIG. 7.9 – Evolution du pic d'EIT en fonction du désaccord Δ_1 du champ de contrôle (positif si le champ est dans le rouge de la transition $F = 3$, $m_F = +1$ vers $F' = 2$, $m_{F'} = +2$). S , C , P , R : puissances respectives des champs signal, contrôle, pompe, et repompe.

Notons tout d'abord que les pics de transparence pour un désaccord du champ de contrôle négatif (donc dans le bleu de la transition $F = 3$, $m_F = +1$ vers $F' = 2$, $m_{F'} = +2$) sont très déformés et qu'il est par conséquent assez difficile de mesurer la transmission et la largeur de ces pics. Etant donné que cette configuration n'est pas utilisée lors des expériences de mémoire, nous n'allons pas faire une étude approfondie dans ce cas. Seule la forme globale de ces courbes nous intéressera (section B.2.4).

- *La transparence du milieu augmente avec le désaccord* pour un désaccord du champ de contrôle positif et ce que quelle que soit la configuration. Cette évolution est représentée sur la figure 7.10 (a) et on constate qu'elle est un plus marquée avec un champ de contrôle de 10 mW qu'avec un champ de contrôle de 195 mW.

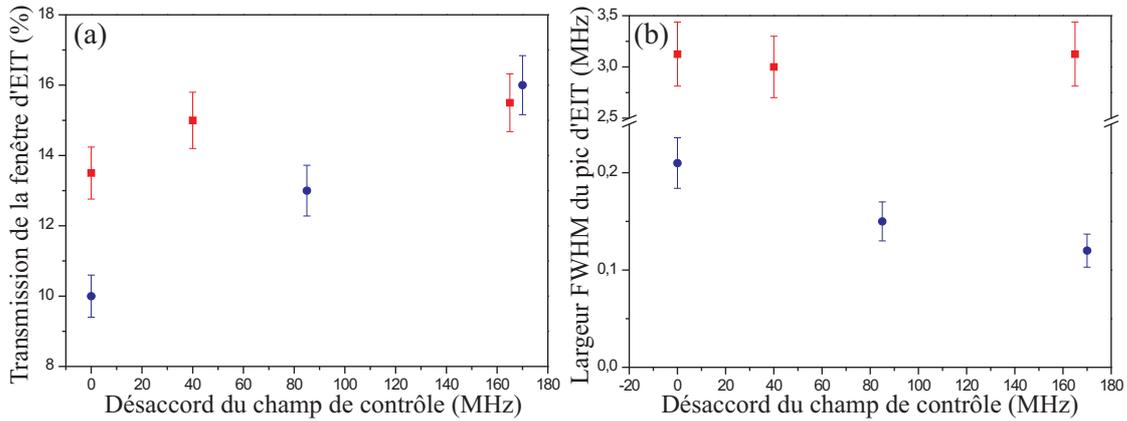


FIG. 7.10 – (a) Transparence induite dans la vapeur de césium en fonction du désaccord Δ_1 du champ de contrôle. On rappelle que Δ_1 est positif si le champ est dans le rouge de la transition $F = 3$, $m_F = +1$ vers $F' = 2$, $m_{F'} = +2$. (b) Largeur totale à mi-hauteur de la fenêtre de transparence en fonction de Δ_1 . Paramètres des points ● : puissances des champs signal, de contrôle, de repompe et de pompe : $300 \mu\text{W}$, 10 mW ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), 0,2 mW et 0,1 mW respectivement. Paramètres des points ■ : puissances des champs signal, de contrôle, de repompe et de pompe : $10 \mu\text{W}$, 195 mW ($\Omega_1 = 6,1$ MHz), 10 mW et 4 mW respectivement.

- *Largeur de la fenêtre d'EIT* : pour la configuration avec un signal de $300 \mu\text{W}$ et un champ de contrôle de 10 mW, on observe clairement une diminution de la largeur quand on s'éloigne de la résonance à 1 photon (figure 7.9 (b) points ●) alors que cette largeur semble à peu près constante dans la configuration avec le champ de contrôle de 195 mW et un signal de $10 \mu\text{W}$ (points ■). Ces différentes tendances pourraient peut-être expliquer pourquoi dans les expériences de mémoire nous avons obtenu suivant les configurations soit une augmentation soit une diminution

de l'efficacité avec le désaccord à 1 photon du champ de contrôle (section B.2.2 du chapitre 6).

B.2.4 Asymétrie du pic de transparence

En plus de l'évolution de la transmission et de la largeur de la fenêtre d'EIT, il apparaît un autre phénomène : la symétrie du pic évolue en fonction des paramètres.

On remarque que lorsque le désaccord du champ de contrôle est nul ($\Delta_1 = 0$), le flanc droit du pic d'EIT ($\delta > 0$) a une pente plus raide que le flanc gauche ($\delta < 0$). De plus, en ce qui concerne les transmissions en dehors du pic (sur les "pieds" du pic), on constate là aussi une dissymétrie : la transmission du côté droit ($\delta > 0$) a tendance à être plus faible que la transmission du côté gauche ($\delta < 0$), avec souvent la forme caractéristique d'une transmission qui diminue sur le pied droit du pic avant de remonter progressivement et de devenir constante. Ce phénomène est particulièrement visible sur les figures 7.5 (e) à (h) et 7.7 (g) à (i). Ce pic d'EIT s'approcherait parfois d'une forme de dispersion. La déformation du pic s'accroît très fortement pour un désaccord négatif du champ de contrôle (figure 7.9 (g) à (i)) et l'on obtient même sur la figure 7.9 (g) une vraie forme de dispersion. Pour un désaccord positif on a constaté que la symétrie du pic de transparence a tendance à être restaurée progressivement à faible puissance du champ de contrôle (figure 7.9 (a), (b) et (c) et aussi figure 7.5 (a)-(c), et (b)-(d)). Par contre, à fort champ de contrôle, la dissymétrie semble persister (figure 7.9 (d) à (f)).

On constate que les profils de transparence induite que nous avons obtenus sont assez éloignés des prédictions du schéma à 3 niveaux en Λ , notamment avec une transmission atteignant au maximum environ 30 % et des formes dissymétriques du pic d'EIT pour un désaccord nul du champ de contrôle. D'autres groupes ayant effectué des études de transparence induite électromagnétiquement dans des vapeurs sur la raie D_1 du rubidium ou du césium ont observé des pics de transparence symétriques conformes aux prédictions d'un modèle à 3 niveaux, avec des transmissions dépassant 60 % pour le césium [Höckel *et al.*, 2009] et 70 % pour le rubidium [Li et Xiao, 1995], [Phillips *et al.*, 2001]. Des formes asymétriques du pic de transparence assez similaires aux résultats obtenus dans notre expérience ont été observées dans une vapeur de rubidium sur la raie D_2 [Ye et Zibrov, 2002]. A notre connaissance, aucune étude détaillée de la transparence induite électromagnétiquement sur la raie D_2 dans une vapeur de césium n'a à ce jour été publiée. Tout ceci justifie de mener une étude théorique du processus d'EIT sur la raie D_2 du césium plus poussée que l'habituel schéma utilisant uniquement 3 niveaux en Λ .

C Modèle théorique avec un schéma à 4 niveaux

La principale différence entre la configuration atomique expérimentale et le schéma à 3 niveaux en Λ est la présence de niveaux excités supplémentaires au-dessus du niveau $F' = 2$, niveaux avec lesquels les champs contrôle et signal peuvent interagir. Si l'écart en fréquence entre ces niveaux était très supérieur à la largeur du profil Doppler, ils n'auraient qu'une faible influence sur le profil d'EIT. C'est le cas par exemple avec la raie D_1 du césium et du rubidium 87 (écart d'environ 1,2 GHz et 800 MHz respectivement entre les deux niveaux excités). Pour la raie D_2 de l'atome de césium, l'écart entre les niveaux $F' = 2$ et $F' = 3$ n'est que de 151 MHz. On comprend donc que les niveaux excités autres que $F' = 2$ vont jouer un rôle significatif dans le processus d'EIT.

C.1 Schéma des transitions utilisées

On reprend le schéma d'EIT en Λ et on ajoute le niveau excité $F' = 3$ (figure 7.11). En fait, seul le sous-niveau $m_{F'} = +2$ de $F' = 3$ va intervenir et on va avoir une double

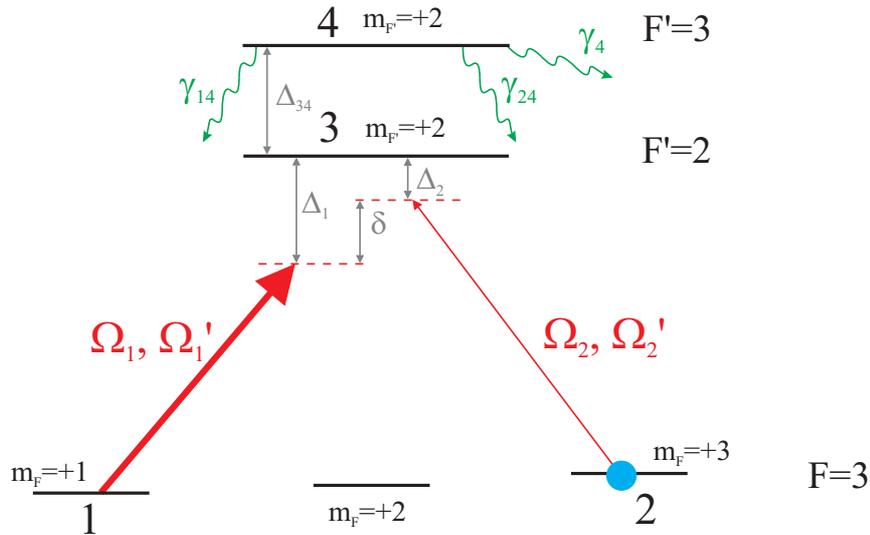


FIG. 7.11 – Schéma d'EIT à 4 niveaux sur la raie D_2 du césium. Les notations pour le niveau $F' = 2$ sont les mêmes que pour la figure 7.1 et ne sont pas répétées pour plus de lisibilité. Voir le texte pour la description des notations pour le niveau excité $F' = +3$.

configuration en Λ , la première avec le niveau excité $F' = 2$, la seconde avec le niveau excité $F' = 3$. Les notations utilisées sont les mêmes que pour le schéma à 3 niveaux vu à la section A avec en plus :

- γ_{j4} est le taux de relaxation du niveau 4 vers le niveau fondamental j ($j = 1, 2$)
- γ_4 est le taux de relaxation du niveau 4 vers les autres niveaux

- $\Gamma = \gamma_{14} + \gamma_{24} + \gamma_4$ est la largeur naturelle du niveau 4
- $\frac{1}{2}(\Gamma + \gamma_0) \approx \frac{1}{2}\Gamma$ désigne le taux de relaxation des cohérences 1-4 et 2-4
- la fréquence de Rabi du champ de contrôle pour la transition 1 vers 4 est notée $\Omega'_1 = \frac{d'_1 \mathcal{E}_1 \langle A_1 \rangle}{\hbar}$ avec d'_1 le moment dipolaire associé à cette transition
- la fréquence de Rabi du champ signal pour la transition 2 vers 4 est notée $\Omega'_2 = \frac{d'_2 \mathcal{E}_2 \langle A_2 \rangle}{\hbar}$ avec d'_2 le moment dipolaire associé à cette transition
- Δ_{34} est l'écart en fréquence entre les niveaux excités $F' = 2$ et $F' = 3$

C.2 Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité

Les équations d'évolution pour cette configuration atomique sont au nombre de 10. Cependant, comme pour le schéma à 3 niveaux on va considérer que les populations des niveaux 1, 3 et 4 sont nulles, et on pourra se contenter d'écrire les équations pour les cohérences, les équations pour les populations n'étant plus nécessaires. De plus, on va supposer que la cohérence $\tilde{\sigma}_{34}$ entre les niveaux 3 et 4 est nulle étant donné que ce sont deux niveaux excités. En régime stationnaire, les équations pour les cohérences $\tilde{\sigma}_{13}$, $\tilde{\sigma}_{23}$, $\tilde{\sigma}_{12}$, $\tilde{\sigma}_{14}$ et $\tilde{\sigma}_{24}$ s'écrivent alors

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_1\right) \tilde{\sigma}_{13} + i\Omega_2 \tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.15)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right) \tilde{\sigma}_{23} + i\Omega_2 + i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{21} \quad (7.16)$$

$$0 = -(\Gamma_{21} - i\delta) \tilde{\sigma}_{21} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{23} - i\Omega_2 \tilde{\sigma}_{13}^\dagger + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{24} - i\Omega_2' \tilde{\sigma}_{14}^\dagger \quad (7.17)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_1 + \Delta_{34})\right) \tilde{\sigma}_{14} + i\Omega_2' \tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.18)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34})\right) \tilde{\sigma}_{24} + i\Omega_2' + i\Omega_1' \tilde{\sigma}_{21} \quad (7.19)$$

Pour calculer la susceptibilité du milieu pour le champ signal, on procède avec un développement perturbatif comme à la section A. A l'ordre 0, avec les équations (7.15) et (7.18) on trouve $\tilde{\sigma}_{13}^{(0)} = \tilde{\sigma}_{14}^{(0)} = 0$. On remplace alors dans les équations (7.16), (7.17) et (7.19) pour finalement trouver, à l'ordre 1

$$\tilde{\sigma}_{23}^{(1)} = i \frac{\Omega_2 F_1 - \Omega_1 \Omega_1'^* \Omega_2'}{F_1 \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right) + |\Omega_1|^2 \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34})\right)} \quad (7.20)$$

et

$$\tilde{\sigma}_{24}^{(1)} = \frac{i(\Omega_1 \Omega_2' - \Omega_1' \Omega_2) + \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right) \Omega_1' \tilde{\sigma}_{23}^{(1)}}{\Omega_1 \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34})\right)} \quad (7.21)$$

avec

$$F_1 = \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34}) \right) (\Gamma_{21} - i\delta) + |\Omega'_1|^2 \quad (7.22)$$

On peut alors en déduire la susceptibilité du milieu qui est définie en prenant en compte les deux transitions possibles pour le signal, c'est-à-dire

$$N(d_2\tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + d_2'\tilde{\sigma}_{24}^{(1)}) = \epsilon_0\chi\mathcal{E}_2\langle A_2 \rangle \quad (7.23)$$

C.3 Courbes théoriques

Un exemple de l'allure de la transmission du signal ainsi que des parties réelle et imaginaire de la susceptibilité sont présentées sur la figure 7.12 pour des atomes froids.

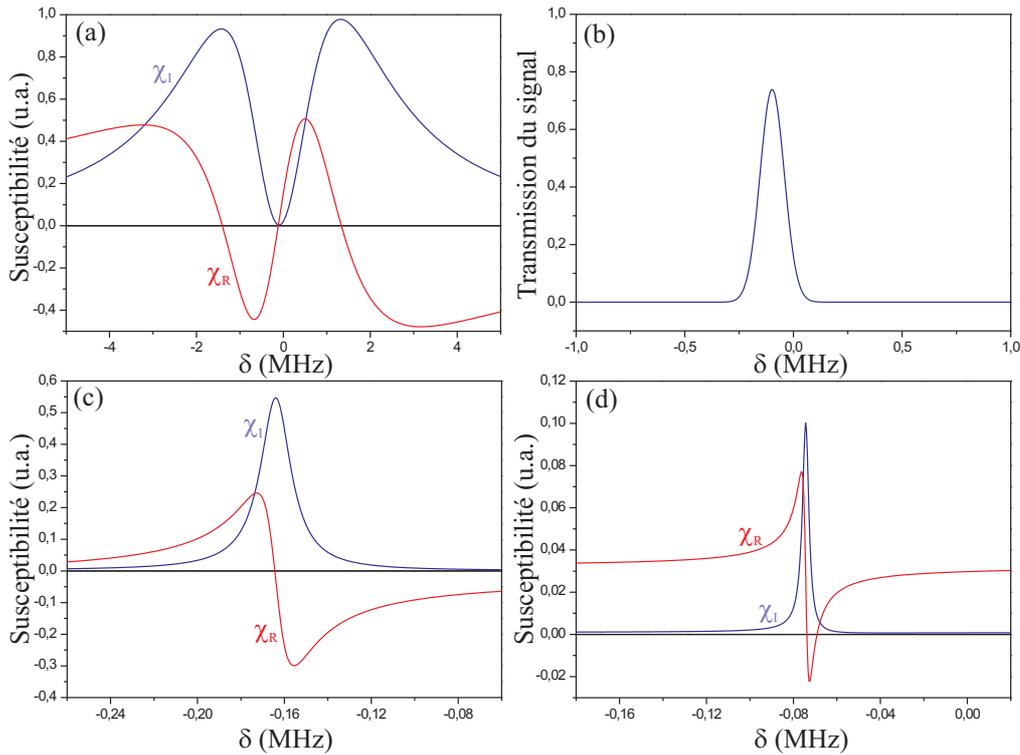


FIG. 7.12 – Parties réelle et imaginaire de la susceptibilité pour des atomes froids de césium pour le schéma d'EIT à 4 niveaux, en fonction du désaccord à 2 photons δ , pour un désaccord à un photon $\Delta_1 = 0$ MHz (a), $\Delta_1 = -85$ MHz (c) et $\Delta_1 = 85$ MHz (d). (b) Courbe théorique de la transmission du signal à travers les atomes froids en fonction de δ , pour un désaccord à un photon $\Delta_1 = 0$. L'épaisseur optique du milieu est choisie égale à celle utilisée pour tracer la courbe 7.2 (b). Paramètres utilisés : 10 mW de puissance de contrôle pour un faisceau de 10 mm de diamètre ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Gamma_{21} = 550$ Hz.

On remarque des différences avec le schéma à 3 niveaux. Tout d'abord, on constate que quand le champ de contrôle est à résonance avec le niveau $F' = 2$ (figure 7.12 (a)), la partie imaginaire de la susceptibilité n'est plus tout à fait symétrique par rapport à un désaccord à 2 photons δ nul, ce qui se traduit par une légère dissymétrie sur la courbe de transmission à résonance (mais tellement faible qu'elle n'est pas visible sur la figure 7.12 (b)). Ensuite, lorsque le désaccord à un photon est non nul, on constate une dissymétrie très importante de l'absorption pour des valeurs de Δ_1 symétriques (figures 7.12 (c) et (d)). Cette dissymétrie se traduit par des susceptibilités imaginaires ayant des hauteurs différentes, des largeurs différentes et avec des pics centrés sur des désaccords δ non symétriques.

Qualitativement on en déduit qu'après intégration sur la largeur Doppler il va y avoir une déformation du pic d'EIT. Les atomes possédant une vitesse telle que le champ de contrôle se rapproche de la transition $F = 3$ vers $F' = 3$ vont créer une absorption plus importante (figure 7.12 (c)) que les atomes dont la vitesse éloigne la fréquence du champ de contrôle de cette transition (figure 7.12 (d)). On constate également sur la courbe de la figure 7.12 (b) que la transmission à résonance diminue par rapport au cas où l'on a uniquement trois niveaux (figure 7.2 (b)), ces deux courbes étant tracées en utilisant la même épaisseur optique pour le milieu atomique.

Après intégration sur le profil Doppler, la théorie avec le schéma à 4 niveaux prédit une disparition totale du pic de transparence, voire l'apparition d'une légère absorption supplémentaire comme on peut le voir sur la figure 7.13 (a). Ceci ne correspond pas à ce que l'on a observé expérimentalement, sauf quand on augmente fortement la puissance du champ de repompe pour un champ de contrôle faible (figure 7.7 (c)) auquel cas on a effectivement une disparition du pic de transparence.

C.4 Pompage sélectif en vitesse

La théorie permet de retrouver l'allure des courbes expérimentales à condition d'intégrer sur un profil Doppler ayant une largeur plus petite que les 165 MHz prévus par la théorie. On peut voir sur la figure 7.13 (b) la courbe théorique du pic de transparence pour un champ de contrôle de 10 mW à résonance en utilisant le schéma à 4 niveaux et en intégrant sur un profil Doppler de demi-largeur à $1/\sqrt{e}$ égale à 55 MHz. Cette courbe théorique ressemble fortement aux courbes observées expérimentalement quand le champ de contrôle est à résonance, avec un flanc droit du pic plus raide que le flanc gauche et une transmission sur le pied droit du pic plus faible que sur le pied gauche. La transmission atteint les 10 %, ce qui est assez proche des valeurs expérimentales mesurées à faible champ de contrôle. Le même type de courbe est obtenu si on conserve le profil Doppler initial de 165 MHz de demi-largeur mais qu'on intègre uniquement sur des atomes correspondant à des décalages de fréquence allant de -80 à 80 MHz environ (figure 7.13 (c)) ou allant de -80 MHz à ∞ , la restriction sur l'inté-

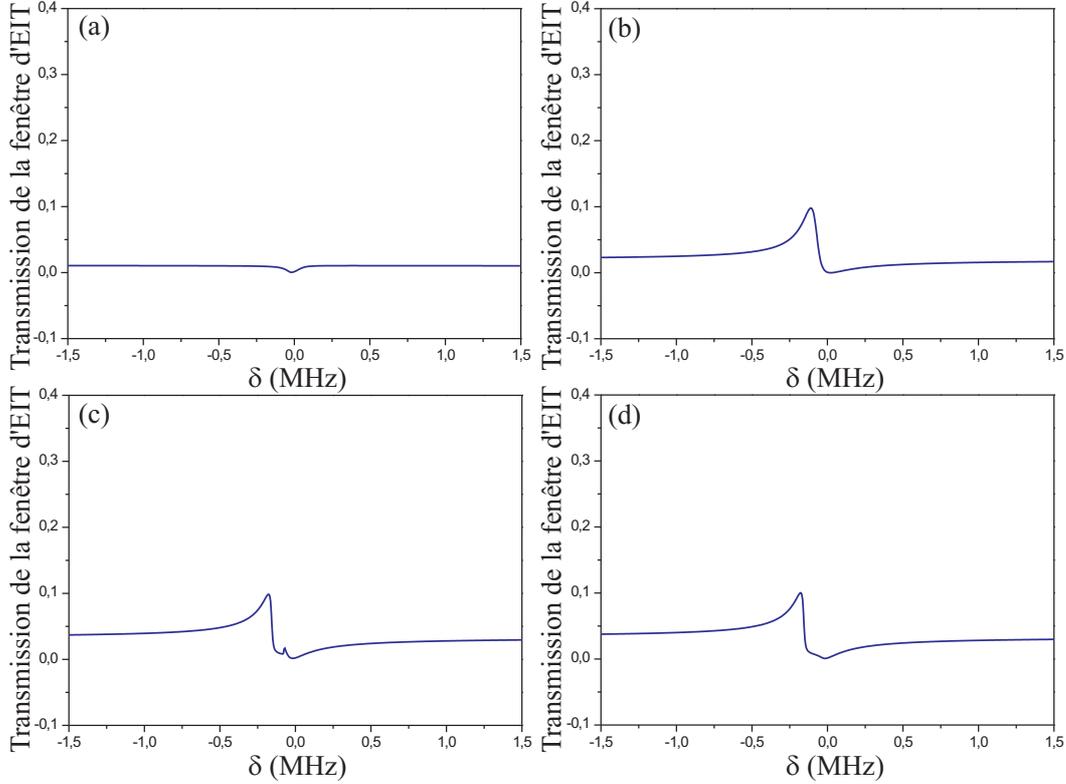


FIG. 7.13 – Courbes théoriques de la transmission du signal à travers la vapeur de césium pour le schéma d'EIT à 4 niveaux en fonction du désaccord à 2 photons δ , après intégration sur le profil Doppler. (a) Intégration sur la totalité du profil Doppler de demi-largeur à $1/\sqrt{e} = 165$ MHz correspondant à une température de 40 °C. (b) Intégration sur un profil Doppler plus étroit de demi-largeur à $1/\sqrt{e} = 55$ MHz. (c) Intégration entre -80 MHz et 80 MHz sur le profil Doppler de demi-largeur à $1/\sqrt{e} = 165$ MHz. (d) Intégration entre -80 MHz du côté du profil Doppler correspondant au bleu de la transition $F = 3, m_F = +1 \rightarrow F' = 2, m_{F'} = +2$ jusqu'à ∞ du côté du profil Doppler correspondant au rouge de cette transition, pour un profil Doppler de demi-largeur de 165 MHz. Paramètres : champ de contrôle de 10 mW sur un diamètre de 10 mm ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Delta_1 = 0$ MHz.

gration s'effectuant du côté correspondant à un désaccord dans le bleu de la transition $F = 3, m_F = +1 \rightarrow F' = 2, m_{F'} = +2$ (figure 7.13 (d)).

On interprète ce phénomène de façon qualitative comme étant dû à un effet de dé-pompage des atomes sélectif en vitesse. Les atomes rapides allant dans le sens contraire du faisceau de contrôle induisent des décalages de fréquence importants qui font que le champ de contrôle devient de plus en plus résonant avec les niveaux excités $F' = 3$

et $F' = 4$ pour ces atomes. Le champ de contrôle excite ces atomes qui peuvent alors retomber dans le niveau $F = 4$ où ils ne participent plus au phénomène d'EIT. Une fois dans le niveau $F = 4$, ils sont ramenés par le champ de repompe dans le niveau $F = 3$, mais de façon peu efficace car ce champ est à résonance sur la transition $F = 4 \rightarrow F' = 4$ pour les atomes ayant des vitesses lentes. Les atomes lents ne sont quant à eux pas vraiment dépompés puisque pour ces atomes le champ de contrôle est loin des transitions faisant intervenir les niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$. Ils ont donc tendance à rester dans le niveau $F = 3$. Si jamais quelques atomes lents sont dépompés vers $F = 4$, ils sont ramenés de façon efficace dans $F = 3$ par le champ de repompe. Par conséquent, on en déduit que dans le processus d'EIT, les atomes présents dans le sous-niveau $F = 3, m_F = +3$ sont majoritairement des atomes avec des classes de vitesse faible, les atomes plus rapides étant dépompés vers $F = 4$ où ils ne participent plus au processus. Ceci est d'ailleurs vérifié si on compare les largeurs des profils Doppler pour différentes valeurs du désaccord à un photon Δ_1 du champ de contrôle, les autres paramètres étant fixés (figure 7.14).

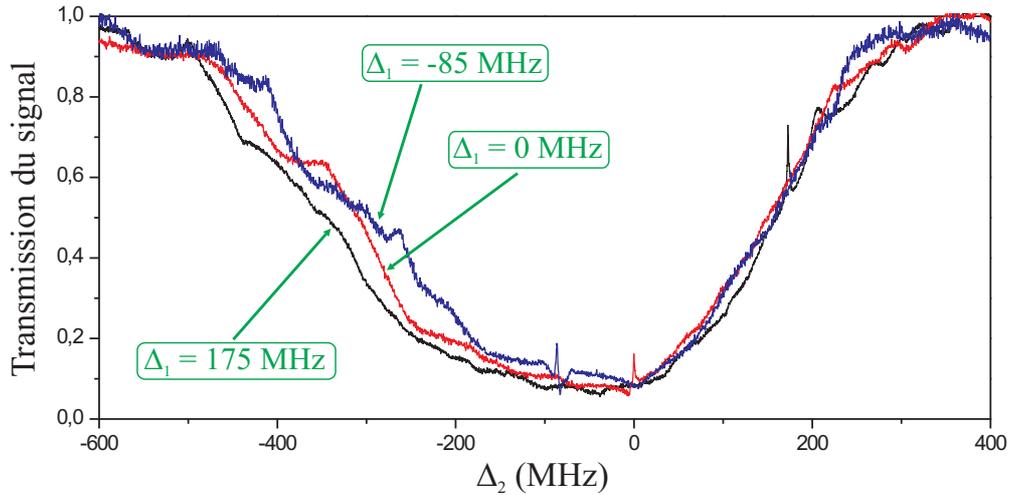


FIG. 7.14 – Profils Doppler avec les pics d'EIT en fonction du désaccord à 1 photon Δ_2 du champ signal. Chaque courbe correspond à une valeur différente du désaccord à 1 photon Δ_1 du champ de contrôle. Les profils sont renormalisés de telle sorte que l'épaisseur optique au maximum d'absorption soit identique, ce qui permet de comparer la largeur des courbes pour une même épaisseur optique. Diamètre des faisceaux : 10 mm, puissances des champs signal, de contrôle, de repompe et de pompe : $10 \mu\text{W}$ ($\Omega_2 = 170 \text{ kHz}$), 195 mW ($\Omega_1 = 6,1 \text{ MHz}$), 10 mW et 4 mW respectivement.

On constate que lorsque le champ de contrôle est désaccordé dans le rouge de la transition $F = 3, m_F = +1 \rightarrow F' = 2, m_{F'} = +2$, donc éloigné des niveaux $F' = 3$

et $F' = 4$, le profil Doppler est un peu plus large¹ que lorsque le champ de contrôle est désaccordé dans le bleu de cette transition, donc plus proche des niveaux excités. Ceci confirme que les atomes rapides sont dé pompés du niveau $F = 3$ par le champ de contrôle et que ce phénomène est de plus en plus marqué quand le champ de contrôle se rapproche des niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$. On constate sur ces courbes que la réduction de la largeur Doppler est assez importante, de l'ordre de quelques dizaines de MHz à la centaine de MHz, et plus importante du côté des atomes ayant une vitesse opposée au sens de propagation des faisceaux. Ceci justifie que les courbes théoriques de l'EIT n'expliquent bien les observations expérimentales que si on intègre sur un profil Doppler moins large que le profil théorique. Tout ceci reste cependant qualitatif, et il faudrait faire à la fois une étude expérimentale plus précise et une simulation théorique prenant en compte les différents faisceaux présents afin de quantifier la forme et la largeur du "vrai" profil Doppler. Ceci est actuellement en cours d'étude et les premiers résultats que nous avons obtenus confirment que le profil Doppler des atomes présents dans $F = 3$, $m_F = +3$ est moins large que prévu et dissymétrique. Pour ce manuscrit, nous nous contenterons d'une intégration sur des profils Doppler gaussiens d'une cinquantaine de MHz de demi-largeur.

On a vu que le schéma à 4 niveaux permet d'obtenir des courbes théoriques en meilleur accord avec les courbes expérimentales que le schéma à 3 niveaux, à condition d'intégrer sur un profil Doppler plus étroit que ne le prévoit la théorie, à cause d'un effet de dé pompage des atomes rapides dû au champ de contrôle. Cependant, si on considère que tous les atomes sont effectivement pompés dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$, le champ de contrôle ne peut pas dé pomper les atomes dans ce modèle strict à 4 niveaux, car la transition entre ce sous-niveau et $F' = 3$ n'est pas autorisée pour un champ de contrôle polarisé σ^+ . Pour être rigoureux et rendre possible l'effet de dé pompage, il faut prendre en compte l'effet du niveau excité $F' = 4$ dans le processus d'EIT, ce que nous allons faire maintenant.

D Modèle théorique avec un schéma à 6 niveaux

D.1 Schéma des transitions utilisées

Nous ajoutons maintenant le niveau excité $F' = 4$ dans le modèle théorique. Contrairement au cas du niveau $F' = 3$, on ne peut pas se contenter de rajouter seulement le sous-niveau $m_{F'} = +2$, il faut aussi tenir compte du sous-niveau $m_{F'} = +4$ étant donné que le champ de contrôle est polarisé σ^+ et que les atomes sont pompés

¹ Pour une épaisseur optique identique au maximum d'absorption, ce qui permet effectivement de comparer les largeurs des courbes entre elles.

dans le sous-niveau $m_F = +3$ de $F = 3$. On est donc en présence d'un schéma à 6 niveaux (figure 7.15).

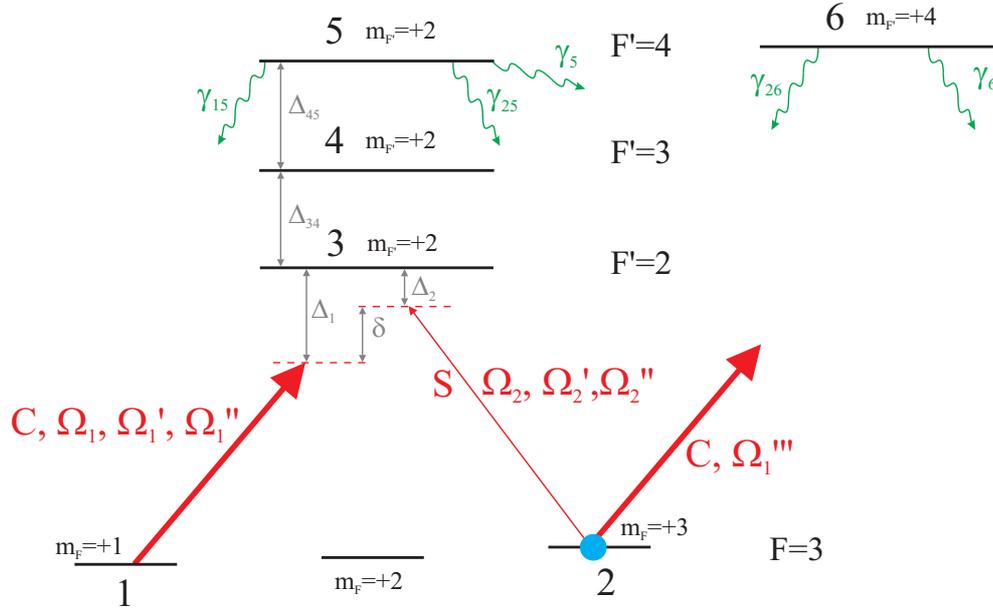


FIG. 7.15 – Schéma d'EIT à 6 niveaux sur la raie D_2 du césium. Pour plus de lisibilité, les taux de relaxation des niveaux autres que les niveaux 5 et 6 n'apparaissent pas (voir figure 7.1 et 7.11). C désigne le champ de contrôle et S le champ signal. Voir le texte pour le détail des notations utilisées.

Les notations utilisées sont les mêmes que pour les schémas à 3 et 4 niveaux avec en plus :

- γ_{j5} désigne le taux de relaxation du niveau 5 vers le niveau fondamental j ($j = 1, 2$)
- γ_5 est le taux de relaxation du niveau 5 vers les autres niveaux
- γ_{26} désigne le taux de relaxation du niveau 6 vers le niveau fondamental 2
- γ_6 est le taux de relaxation du niveau 6 vers les autres niveaux
- $\Gamma = \gamma_{15} + \gamma_{25} + \gamma_5 = \gamma_{26} + \gamma_6$ est la largeur naturelle des niveaux 5 et 6, égale à la largeur naturelle des niveaux 3 et 4
- $\frac{1}{2}\Gamma$ est le taux de relaxation des cohérences 1-5, 2-5 et 2-6
- Ω_1'' (resp. Ω_1''') est la fréquence de Rabi pour le champ de contrôle par rapport à la transition 1 vers 5 (resp. 2 vers 6), d_1'' (resp. d_1''') est le dipôle associé à cette transition
- Ω_2'' est la fréquence de Rabi pour le champ signal par rapport à la transition 2 vers 5, d_2'' est le dipôle associé à cette transition
- Δ_{45} est l'écart en fréquence entre les niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$.

D.2 Equations en régime stationnaire et calcul de la susceptibilité

Les équations d'évolution se dérivent de la même manière que pour les cas précédents, avec en plus un champ de contrôle sur la transition de 2 vers 6. Tout comme dans les cas à 3 et 4 niveaux, nous allons négliger les populations dans les niveaux autres que le niveau 2. En toute rigueur, il faudrait prendre en compte la population dans le niveau 6 étant donné que les atomes sont pompés dans le niveau 2 et que le champ de contrôle peut agir sur la transition de 2 vers 6. Expérimentalement, le champ de contrôle reste très désaccordé par rapport à cette transition et on peut par conséquent considérer la population dans le niveau 6 négligeable par rapport à la population dans le niveau fondamental 2. De plus, il faudrait prendre en compte l'effet de dépompage des atomes sélectif en vitesse dû à la présence du champ de contrôle, comme on l'a expliqué précédemment. Cependant, ce calcul nécessite de considérer l'effet conjugué des champs de contrôle, pompe et repompe, ainsi que toutes les transitions sur lesquelles ces champs peuvent agir, ce qui complique très fortement le calcul. Par conséquent le calcul du profil de vitesse des atomes présents dans le sous-niveau 2 ne sera pas abordé dans ce manuscrit.

Tout comme dans les sections précédentes, on peut négliger les cohérences entre les niveaux excités. Finalement, les équations en régime stationnaire qui nous intéressent sont au nombre de 9. On obtient²

$$0 = -(\Gamma_{21} - i\delta)\tilde{\sigma}_{21} + i\Omega_1^*\tilde{\sigma}_{23} + i\Omega_1'^*\tilde{\sigma}_{24} + i\Omega_1''^*\tilde{\sigma}_{25} - i\Omega_2\tilde{\sigma}_{13}^\dagger - i\Omega_2'\tilde{\sigma}_{14}^\dagger - i\Omega_2''\tilde{\sigma}_{15}^\dagger - i\Omega_1'''\tilde{\sigma}_{16}^\dagger \quad (7.24)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_1\right)\tilde{\sigma}_{13} + i\Omega_2\tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.25)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2\right)\tilde{\sigma}_{23} + i\Omega_2 + i\Omega_1\tilde{\sigma}_{21} \quad (7.26)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_1 + \Delta_{34})\right)\tilde{\sigma}_{14} + i\Omega_2'\tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.27)$$

$$0 = -\left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34})\right)\tilde{\sigma}_{24} + i\Omega_2' + i\Omega_1'\tilde{\sigma}_{21} \quad (7.28)$$

² Dans les équations (7.31) et (7.32), on a négligé l'écartement entre sous-niveaux Zeeman par rapport à $\Delta_{34} + \Delta_{45}$ pour établir le terme d'évolution en l'absence de champ.

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_1 + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \right) \tilde{\sigma}_{15} + i\Omega_2'' \tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.29)$$

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \right) \tilde{\sigma}_{25} + i\Omega_2'' + i\Omega_1'' \tilde{\sigma}_{21} \quad (7.30)$$

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_1 + \delta + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \right) \tilde{\sigma}_{16} + i\Omega_1''' \tilde{\sigma}_{21}^\dagger \quad (7.31)$$

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_1 + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \right) \tilde{\sigma}_{26} + i\Omega_1''' \quad (7.32)$$

Pour résoudre ce système, on procède comme dans les sections précédentes en faisant un calcul perturbatif à l'ordre 1 du champ signal. On constate que l'équation (7.32) se découple du reste du système et que l'équation (7.31) permet d'exprimer directement $\tilde{\sigma}_{16}$ en fonction de $\tilde{\sigma}_{21}^\dagger$. Les équations (7.24 - 7.30) forment alors un système de 7 équations à 7 inconnues. Mais à l'ordre 0, les équations (7.25), (7.27) et (7.29) nous disent que les cohérences $\tilde{\sigma}_{13}$, $\tilde{\sigma}_{14}$ et $\tilde{\sigma}_{15}$ sont nulles. Finalement, à l'ordre 1, il ne reste plus qu'un système linéaire de 4 équations à 4 inconnues

$$0 = - \left(\Gamma_{21} + \frac{|\Omega_1''|^2}{F_2} - i\delta \right) \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{24}^{(1)} + i\Omega_1^{**} \tilde{\sigma}_{25}^{(1)} \quad (7.33)$$

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2 \right) \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + i\Omega_2 + i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (7.34)$$

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34}) \right) \tilde{\sigma}_{24}^{(1)} + i\Omega_2' + i\Omega_1' \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (7.35)$$

$$0 = - \left(\frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \right) \tilde{\sigma}_{25}^{(1)} + i\Omega_2'' + i\Omega_1'' \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (7.36)$$

avec $F_2 = \frac{\Gamma}{2} - i(\Delta_1 + \delta + \Delta_{34} + \Delta_{45})$. On peut alors résoudre ce système et trouver les cohérences $\tilde{\sigma}_{23}^{(1)}$, $\tilde{\sigma}_{24}^{(1)}$ et $\tilde{\sigma}_{25}^{(1)}$, puis en déduire la susceptibilité linéaire du milieu pour le champ signal avec la définition suivante

$$N(d_2 \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + d_2' \tilde{\sigma}_{24}^{(1)} + d_2'' \tilde{\sigma}_{25}^{(1)}) = \epsilon_0 \chi \mathcal{E}_2 \langle A_2 \rangle \quad (7.37)$$

Les expressions des cohérences $\tilde{\sigma}_{23}^{(1)}$, $\tilde{\sigma}_{24}^{(1)}$ et $\tilde{\sigma}_{25}^{(1)}$ ainsi que de la susceptibilité sont données en annexe E.

D.3 Courbes théoriques

Comme dans le cas des schémas à 3 et 4 niveaux, commençons par tracer l'allure de la transmission du signal ainsi que des parties réelle et imaginaire de la susceptibilité pour des atomes froids (figure 7.16).

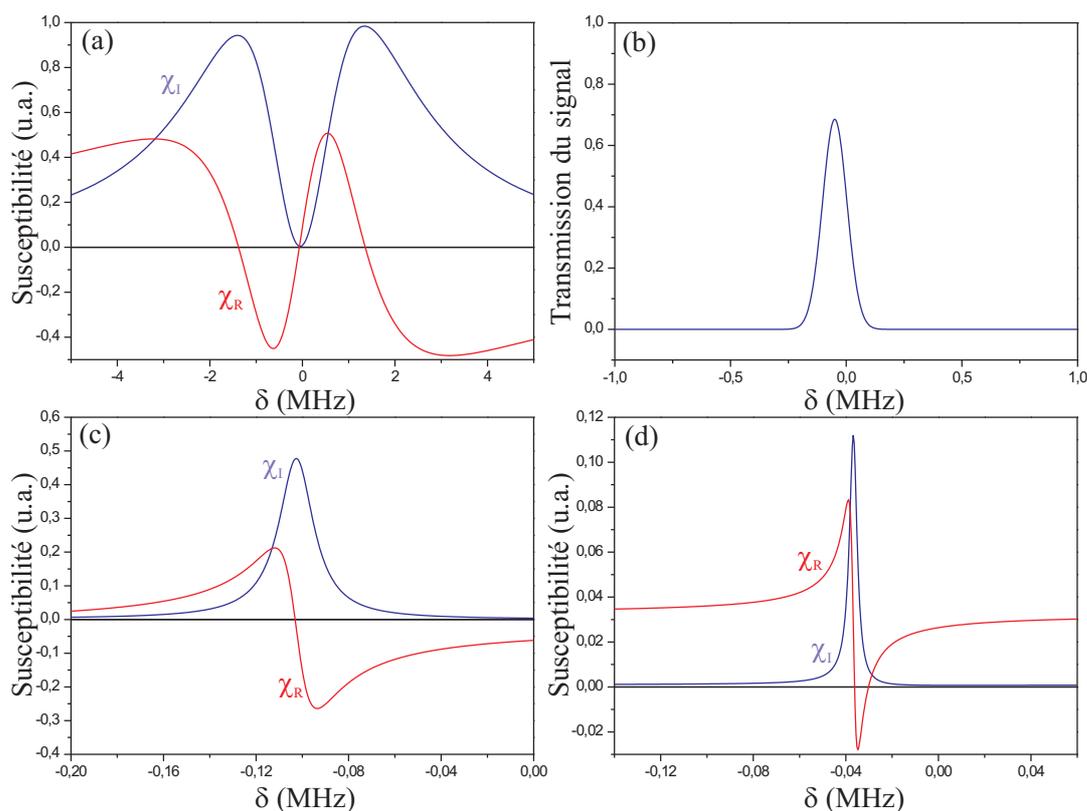


FIG. 7.16 – Parties réelle et imaginaire de la susceptibilité pour des atomes froids de césium pour le schéma d'EIT à 6 niveaux, en fonction du désaccord à 2 photons δ , pour un désaccord à un photon $\Delta_1 = 0$ MHz (a), $\Delta_1 = -85$ MHz (c) et $\Delta_1 = 85$ MHz (d). (b) Courbe théorique de la transmission du signal à travers les atomes froids en fonction de δ , pour un désaccord à un photon $\Delta_1 = 0$. L'épaisseur optique du milieu est choisie égale à celle utilisée pour tracer les courbes 7.2 (b) et 7.12 (b). Paramètres utilisés : 10 mW de puissance de contrôle pour un faisceau de 10 mm de diamètre ($\Omega_1 = 1,4$ MHz), $\Gamma_{21} = 550$ Hz.

On constate que les valeurs sont très proches du schéma à 4 niveaux, ce qui nous indique que le schéma à 6 niveaux ne fait qu'apporter quelques légers termes correctifs par rapport au schéma à 4 niveaux. Intuitivement, ceci s'explique par le rôle mineur joué par le niveau excité $F' = 4$ dans le processus d'EIT, ce niveau étant éloigné de

350 MHz par rapport au niveau $F' = 2$. Par contre, ce niveau joue un rôle crucial dans le dépompage des atomes vers le niveau $F' = 4$ par le champ de contrôle.

Pour les atomes chauds, si on intègre sur la totalité du profil Doppler, on trouve comme dans le schéma à 4 niveaux une disparition du pic d'EIT. On va donc procéder comme on l'a fait précédemment à savoir intégrer sur un profil Doppler moins large que celui prévu pour une température de 40°C. Nous allons reprendre les trois paramètres expérimentaux étudiés précédemment, à savoir la puissance et le désaccord du champ de contrôle et la puissance du champ de repompe et étudier leur influence sur la forme des courbes théoriques d'EIT.

D.3.1 Evolution théorique du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle

La figure 7.17 présente différents profils théoriques de transparence obtenus avec le schéma à 6 niveaux en faisant varier la puissance du champ de contrôle pour des valeurs identiques à celles utilisées pour les courbes expérimentales de la figure 7.5.

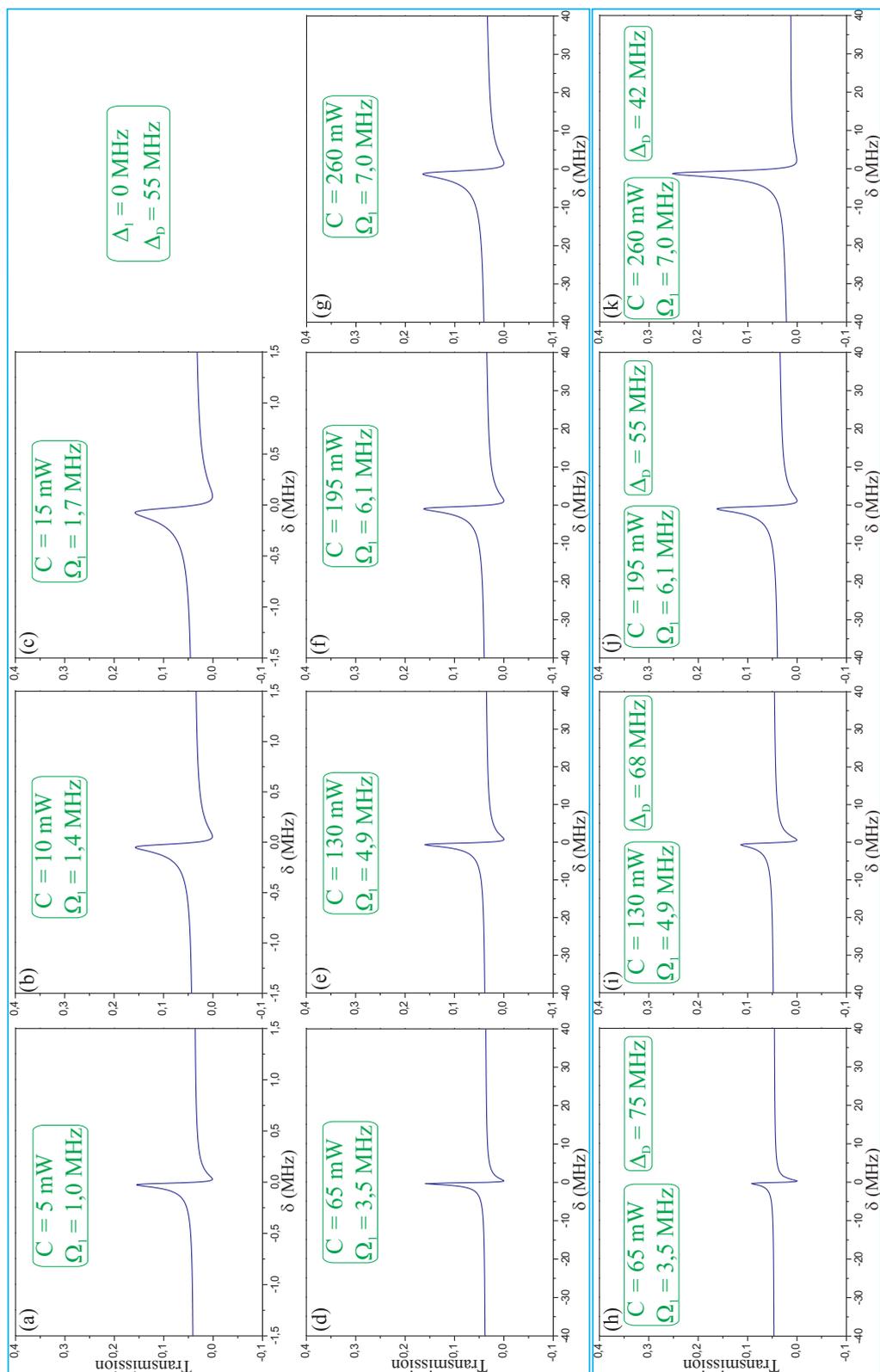


FIG. 7.17 – Evolution théorique du pic d'EIT en fonction de la puissance du champ de contrôle, pour un désaccord à un photon Δ_1 du champ de contrôle nul. Pour les figures (a) à (g), l'intégration se fait sur un profil Doppler de demi-largeur $\Delta_D = 55$ MHz. Pour les figures (h) à (k), l'intégration se fait sur un profil Doppler de demi-largeur Δ_D valant respectivement 75, 68, 55 et 42 MHz. C désigne la puissance du champ de contrôle, pour un diamètre de 10 mm.

- *La théorie prévoit une augmentation (linéaire) de la largeur du pic d'EIT avec la puissance du champ de contrôle* comme on peut le voir sur les figures 7.17 (a) à (g). Nous avons effectivement observé cela expérimentalement à faible puissance du champ de contrôle, mais pas à forte puissance (7.6 (b)).
- *La théorie n'indique qu'une très faible augmentation de la hauteur du pic d'EIT avec la puissance du champ de contrôle* (environ 1 % entre 65 et 260 mW) alors qu'expérimentalement cette augmentation est très marquée (20 % entre 65 et 260 mW).

Il se peut que ce phénomène observé expérimentalement provienne d'un dépompage de plus en plus important des atomes rapides au fur et à mesure qu'on augmente la puissance du champ de contrôle. Pour vérifier ce phénomène, nous avons intégré les courbes théoriques sur un profil Doppler de plus en plus étroit avec l'augmentation de la puissance du champ de contrôle, en choisissant la largeur Doppler de telle sorte que la largeur du pic d'EIT soit à peu près constante (figure 7.17 (h) à (k)). Deux phénomènes apparaissent alors. Tout d'abord on constate que le pic d'EIT est de moins en moins déformé quand on diminue la largeur du profil Doppler. La seconde observation est que la transmission du pic d'EIT augmente très fortement avec la puissance du champ de contrôle si dans le même temps on réduit la largeur Doppler. Ceci est conforme aux résultats expérimentaux. Notons aussi que les courbes théoriques présentées sur la figure 7.17 sont tracées avec un champ de contrôle vérifiant la condition de résonance à un photon, mais que les évolutions observées sont encore valables pour un désaccord du champ de contrôle dans le rouge de la transition $F = 3, m_F = +1 \rightarrow F' = 2, m_{F'} = +2$.

Il semblerait donc qu'expérimentalement, les observations faites avec la variation de la puissance du champ de contrôle soient une combinaison entre les caractéristiques intrinsèques à l'EIT et un dépompage des atomes rapides vers le niveau $F = 4$ par le champ de contrôle, ce dernier phénomène s'accroissant avec la puissance du champ de contrôle.

D.3.2 Evolution théorique du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe

En ce qui concerne l'évolution théorique de la forme du profil d'EIT en fonction de la puissance du champ de repompe, la situation est plus complexe. En effet, la puissance du champ de repompe n'intervient pas de façon directe dans la formule de la susceptibilité du milieu atomique. Elle n'intervient qu'indirectement à travers le nombre d'atomes qui change l'épaisseur optique du milieu. Mais il se peut aussi qu'en faisant varier la puissance du champ de repompe, on agisse sur la proportion d'atomes rapides effectivement repompés vers le niveau $F = 3$, et donc sur la largeur du profil Doppler sur lequel on effectue l'intégration dans le calcul de la transmission du milieu. Dans les deux cas, avec la définition de la transparence induite utilisée dans ce chapitre, la théorie prévoit une diminution de la transparence avec l'augmentation de la puissance

du repompeur comme cela a été observé expérimentalement. Une étude plus poussée du phénomène de pompage optique en présence des champs de contrôle et de repompe, prenant en compte la vitesse des atomes, permettrait de mieux modéliser l'influence de la repompe sur le profil Doppler et sur la fenêtre d'EIT.

D.3.3 Evolution théorique du profil d'EIT en fonction du désaccord du champ de contrôle

Afin de comparer avec les observations de la figure 7.9 nous présentons sur la figure 7.18 quelques courbes théoriques des pics d'EIT pour plusieurs valeurs du désaccord du champ de contrôle.

Conformément aux observations expérimentales, la théorie prévoit une déformation progressive du pic de transparence lorsque la fréquence du champ de contrôle évolue du rouge de la transition $F = 3, m_F = +1 \rightarrow F' = 2, m_{F'} = +2$ (forme de pic) vers le bleu de cette transition (forme de dispersion) (figures (d) à (a) et (h) à (e)).

En ce qui concerne l'évolution de la transparence induite et de la largeur du pic, les prédictions théoriques sont conformes aux observations expérimentales pour de faibles puissances du champ de contrôle (figures (a) à (d)), à savoir une transparence qui augmente et une largeur qui diminue avec le désaccord du champ de contrôle. La théorie prévoit toujours un tel comportement à forte puissance du champ de contrôle alors qu'expérimentalement l'évolution est beaucoup moins marquée (figure 7.10). On peut se rapprocher des observations expérimentales à forte puissance du champ de contrôle si on intègre sur un profil Doppler de plus en plus large au fur et à mesure que le champ de contrôle s'éloigne des niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$ (figures 7.18 (i) à (l)) ce qui se comprend intuitivement comme un dépompage des atomes rapides de moins en moins efficace. Ceci confirme une fois de plus qu'à forte puissance, le champ de contrôle effectue un dépompage des atomes sélectif en vitesse.

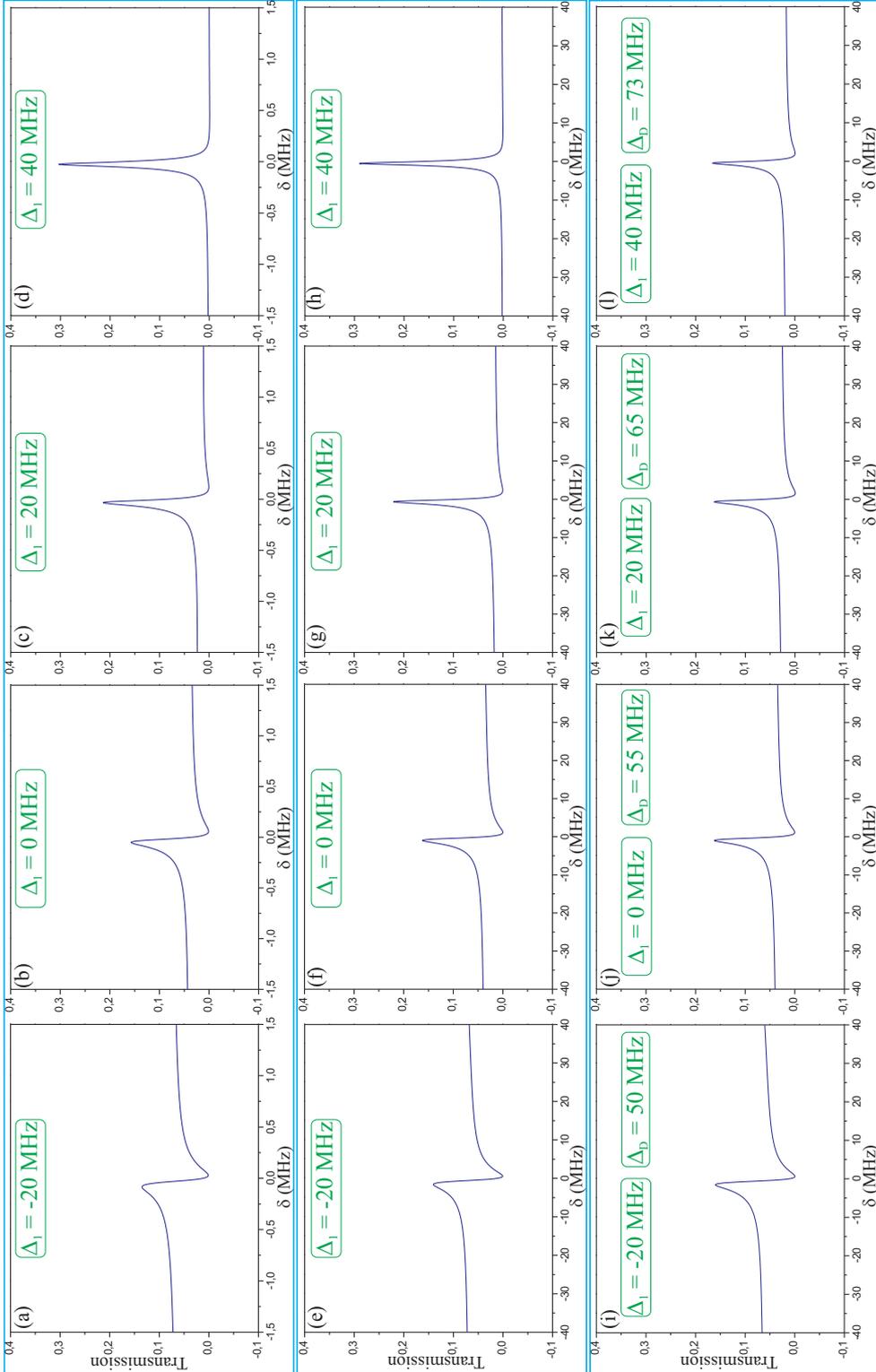


FIG. 7.18 – Evolution théorique du pic d'EIT en fonction du désaccord à un photon Δ_1 du champ de contrôle. Pour les figures (a) à (d), l'intégration se fait sur un profil Doppler de demi-largeur $\Delta_D = 55$ MHz avec un champ de contrôle de 10 mW ($\Omega_1 = 1, 4$ MHz). Pour les figures (e) à (h), l'intégration se fait sur un profil Doppler de demi-largeur $\Delta_D = 55$ MHz avec un champ de contrôle de 195 mW ($\Omega_1 = 6, 1$ MHz). Pour les figures (i) à (l), l'intégration se fait sur un profil Doppler de demi-largeur Δ_D valant respectivement 50, 55, 65 et 73 MHz, avec un champ de contrôle de 195 mW ($\Omega_1 = 6, 1$ MHz).

D.3.4 Evolution théorique de la dispersion

Dans ce qui précède, nous avons analysé l'évolution théorique de la forme du pic de transparence induite en fonction des paramètres intervenant dans l'expérience. Mais la dispersion du milieu joue aussi un rôle très important dans les expériences de stockage puisqu'elle nous renseigne sur le ralentissement de la lumière dans le milieu, ralentissement nécessaire pour que la mémoire atomique ait de bonnes performances.

Nous avons par conséquent étudié la forme théorique de la partie réelle de la susceptibilité du milieu en fonction des trois paramètres que sont la puissance et le désaccord Δ_1 du champ de contrôle, et la largeur du profil Doppler sur lequel on effectue l'intégration. Les courbes théoriques sont présentées sur la figure 7.19. On constate tout d'abord sur ces courbes qu'après intégration sur le profil Doppler, quand le champ de contrôle est à résonance, la susceptibilité réelle ressemble plus à un pic qu'à une dispersion (pour des atomes froids, on a une forme de dispersion). Quand la puissance du champ de contrôle augmente, les autres paramètres étant fixés, on constate que les flancs du pic sont de moins en moins raides (figures (a) à (d)), ce qui indique un ralentissement moindre de la lumière dans le milieu. Ceci tendrait à indiquer que l'efficacité de la mémoire diminue avec la puissance du champ de contrôle, mais il faut aussi prendre en compte la transparence du milieu qui, expérimentalement, augmente avec la puissance de contrôle. Il y a donc une compétition entre ces deux phénomènes ce qui permet d'expliquer pourquoi dans certaines configurations nous avons observé un optimum sur la puissance du champ de contrôle à utiliser pour les expériences de mémoire (figure 6.16 (a)). Cet effet de diminution de la vitesse de groupe à forte puissance du champ de contrôle peut aussi être partiellement compensée par le dépompage des atomes rapides par le faisceau de contrôle. On voit en effet sur les figures 7.19 (i) à (l) que la pente de la susceptibilité réelle, et par conséquent le ralentissement de la lumière dans le milieu, est de moins en moins importante quand on augmente la largeur du profil Doppler sur laquelle on intègre. Dans ce cas, une augmentation de la puissance du champ de contrôle favoriserait le dépompage et donc le ralentissement de la lumière. Enfin, notons que la forme de la susceptibilité réelle reprend peu à peu une forme de dispersion quand le champ de contrôle est désaccordé dans le rouge de la transition $F = 3, m_F = +1 \rightarrow F' = 2, m_{F'} = +2$ (figure 7.19 (e) à (h)).

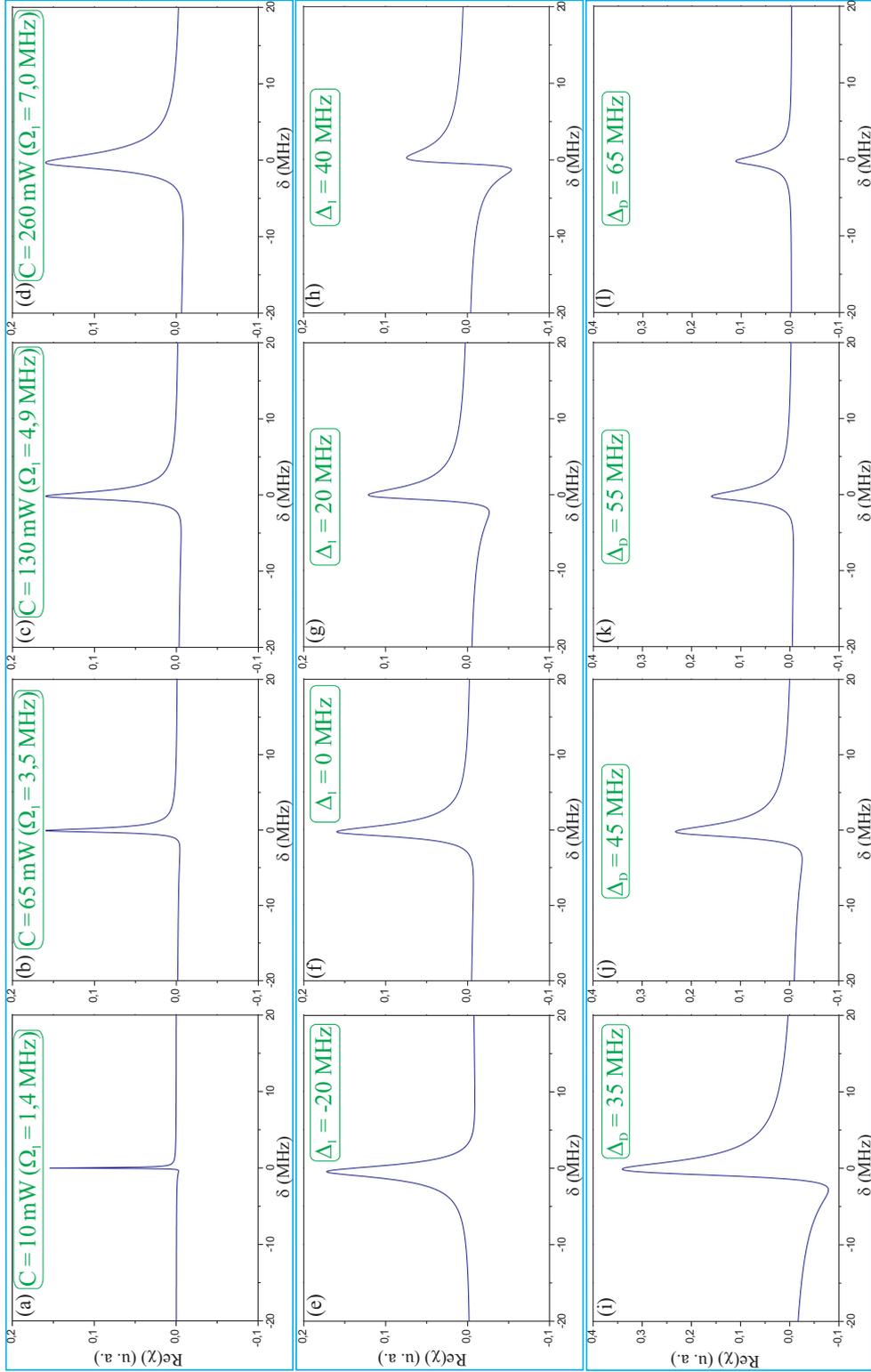


FIG. 7.19 – Evolution théorique de la partie réelle de la susceptibilité dans la vapeur de césium en fonction de la puissance du champ de contrôle ((a) à (d)), en fonction du désaccord Δ_1 du champ de contrôle ((e) à (h)) et en fonction de la largeur Δ_D du profil Doppler d'intégration ((i) à (l)). Paramètres pour les figures (a) à (l) : $\Delta_1 = 0$ MHz, $\Delta_D = 55$ MHz. Paramètres pour les figures (e) à (h) : $C = 195$ mW ($\Omega_1 = 6, 1$ MHz), $\Delta_D = 55$ MHz. Paramètres pour les figures (i) à (l) : $C = 195$ mW ($\Omega_1 = 6, 1$ MHz), $\Delta_1 = 0$ MHz, Δ_D désigne la puissance du champ de contrôle, pour un diamètre de 10 mm.

E Conclusion

Nous avons étudié dans ce chapitre le phénomène de transparence induite électromagnétiquement sur la raie D_2 du césium en considérant les mêmes transitions que celles qui interviennent dans les expériences de mémoire du chapitre 6. La forme des courbes expérimentales et leur évolution en fonction des 3 paramètres que sont la puissance et le désaccord du champ de contrôle, ainsi que la puissance du champ de repompe, montre une grande différence avec les prédictions du schéma usuel à 3 niveaux en Λ . Les courbes obtenues sont aussi très différentes de ce qu'ont observé d'autres groupes dans des vapeurs de rubidium ou de césium sur la raie D_1 . En faisant intervenir les niveaux excités $F' = 3$ et $F' = 4$ dans le processus d'EIT, nous avons obtenu des résultats théoriques en meilleur accord avec les observations expérimentales, à condition toutefois de considérer un profil Doppler plus étroit que ne le prévoit la théorie cinétique des gaz à la température de la cellule de césium. Nous interprétons cet effet comme provenant d'un dépompage des atomes du niveau $F = 3$ vers le niveau $F = 4$ à cause de la présence du champ de contrôle et des niveaux excités au-dessus de $F' = 2$, ce dépompage étant plus important pour les atomes rapides que pour les atomes lents. En comparant les résultats expérimentaux et les résultats théoriques, il semblerait que ce dépompage joue un rôle majeur dans les expériences présentées dans ce chapitre et dans le chapitre 6. Bien que les schémas théoriques à 4 et 6 niveaux permettent d'expliquer les observations expérimentales mieux que ne le fait le schéma à 3 niveaux, l'étude effectuée dans ce chapitre reste qualitative. Il faudrait prendre en compte de façon plus précise les phénomènes de pompage et dépompage des atomes en fonction de la puissance et du désaccord des différents champs et aussi en fonction de la vitesse des atomes. Cela permettrait d'obtenir des résultats plus quantitatifs pour modéliser le phénomène d'EIT. Cette étude est actuellement en cours.

Conclusion

La première moitié de ce manuscrit a été consacrée à l'étude à la fois théorique et expérimentale d'une source de vide comprimée résonante avec la raie D_2 du césium à 852 nm. Cette source est réalisée à partir d'un oscillateur paramétrique optique (OPO) utilisant un cristal de PPKTP et fonctionnant sous le seuil d'oscillation. L'OPO a permis d'obtenir de la compression de bruit en sortie sur une bande de fréquence allant de 25 kHz à plus de 5 MHz, ce qui en fait un système de compression de bruit large bande. Entre 50 kHz et 2 MHz une réduction de bruit de plus de 50 % a été mesurée. L'observation d'états comprimés à basse fréquence a été rendue possible par l'utilisation d'une source laser et de systèmes d'asservissement présentant un faible bruit technique à ces fréquences. Deux méthodes de mesure ont été utilisées pour évaluer le taux de compression : un analyseur de spectre et une carte d'acquisition associée à un algorithme de reconstruction de l'état par tomographie quantique. Les deux dispositifs ont donné des résultats comparables.

Afin de stocker à terme des faisceaux intriqués dans deux mémoires quantiques, une étude théorique a été menée concernant la possibilité d'obtenir des faisceaux intriqués à partir de la source de vide comprimé que nous avons développée. Deux dispositifs ont été comparés dans ce but, à savoir une lame semi-réfléchissante et une cavité de filtrage de type Fabry-Pérot. Le premier offre des performances meilleures que le second en termes d'intrication des faisceaux juste après le dispositif de séparation spatiale. Si on considère l'intrication après passage de ces faisceaux dans deux ensembles atomiques dans lesquels des fenêtres de transparence induite électromagnétiquement (EIT) ont été créées, la cavité offre sous certaines conditions des performances meilleures que la lame semi-réfléchissante.

La seconde moitié du manuscrit a été dédiée à l'étude d'une mémoire par EIT dans une vapeur de césium, sur la raie D_2 . Cette mémoire réalise le transfert réversible des fluctuations quantiques d'un faisceau incident sur la cohérence entre deux sous-niveaux Zeeman du niveau fondamental $F = 3$ du césium. Ce transfert est commandé par un faisceau de contrôle qui pilote l'ouverture d'une fenêtre de transparence dans le milieu atomique. L'interface atomes-champs ainsi réalisée permet de stocker et de restituer de façon cohérente les deux quadratures du champ incident, et ce sans ajout de bruit.

Des efficacités de stockage en amplitude de 10 % ont été obtenues pour des temps de stockage de 10 μ s. A temps de stockage plus court et avec des champs de contrôle plus intenses, des efficacités de stockage de 20 % ont été observées, mais les faisceaux relus présentent dans ce cas de l'excès de bruit. Une étude approfondie de cet excès de bruit a permis de le réduire de façon significative sans pour autant atteindre le bruit quantique standard. Ce bruit semble provenir d'une interaction entre le champ de contrôle et les atomes, et le phénomène est particulièrement présent lors d'une variation rapide de la puissance du faisceau de contrôle. Son origine exacte reste cependant encore à déterminer. L'étude des performances de la mémoire dans le diagramme T/V indique que ce système dépasse les performances accessibles à un système classique.

Dans le but d'améliorer les performances de la mémoire, une étude à la fois expérimentale et théorique a été menée concernant le phénomène d'EIT sur la raie D_2 d'une vapeur de césium. Les courbes expérimentales obtenues ne peuvent pas être décrites de façon satisfaisante à l'aide d'un schéma d'EIT usuel utilisant uniquement 3 niveaux atomiques en Λ . Une simulation numérique faisant intervenir les autres niveaux de la structure hyperfine de cette raie et l'élargissement Doppler a donné des courbes théoriques en meilleur accord avec les observations expérimentales.

Le fait de disposer d'une source de vide comprimé et d'une mémoire quantique ouvre la voie à la démonstration expérimentale de la distribution, du stockage et de la restitution de faisceaux intriqués dans deux ensembles atomiques, ce qui est l'un des éléments de base des réseaux de communications quantiques. Dans ce but, une cavité Fabry-Pérot permettant de créer deux faisceaux intriqués à partir d'un état comprimé est en cours de réalisation. De plus, afin d'obtenir de meilleures performances de stockage, le dispositif expérimental de mémoire quantique va être transféré prochainement vers un système utilisant un nuage d'atomes froids de césium au lieu d'une vapeur.

Annexe

A Fonction de Wigner, vide comprimé

A.1 Fonction de Wigner pour un état gaussien quelconque

Par définition, la fonction de Wigner pour un état gaussien monomode est une gaussienne de 2 variables x et y . Mathématiquement $W(x, y)$ est l'exponentielle d'une forme quadratique, c'est-à-dire d'une forme bilinéaire, symétrique

$$W(x, y) = Ae^{-(a(x-x_0)^2 + 2b(x-x_0)(y-y_0) + c(y-y_0)^2)} \quad (\text{A-1})$$

avec $\{a, b, c\} \in \mathbb{R}^3$. La matrice $\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ doit être définie positive afin que $\int dx W(x, y)$ et $\int dy W(x, y)$ convergent et soient des gaussiennes et que $W(x, y)$ soit normée. Cette matrice est diagonalisable et on note R_θ la matrice de rotation d'angle θ qui permet de passer à la base où elle est diagonale. Dans le repère formé par les quadratures d'angle θ , $\{\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta\}$ définies comme en (1.8)

$$\hat{X}_\theta = \cos(\theta)\hat{X} + \sin(\theta)\hat{Y} = \hat{a}^\dagger e^{i\theta} + \hat{a}e^{-i\theta}, \quad \hat{Y}_\theta = -\sin(\theta)\hat{X} + \cos(\theta)\hat{Y} = i(\hat{a}^\dagger e^{i\theta} - \hat{a}e^{-i\theta}) \quad (\text{A-2})$$

la fonction de Wigner prend la forme

$$W(x_\theta, y_\theta) = Ae^{-\left(\frac{(x_\theta - \bar{x}_\theta)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(y_\theta - \bar{y}_\theta)^2}{2\sigma_2^2}\right)} \quad (\text{A-3})$$

avec $\sigma_1, \sigma_2 > 0$. Le fait que W soit normé à 1 conduit à avoir $A = 1/(2\pi\sigma_1\sigma_2)$. On obtient alors l'expression générale de la fonction de Wigner pour un état gaussien quelconque après rotation d'angle θ dans le repère $\{X_\theta, Y_\theta\}$ adapté

$$W(x_\theta, y_\theta) = \frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2} e^{-\left(\frac{(x_\theta - \bar{x}_\theta)^2}{2\sigma_1^2} + \frac{(y_\theta - \bar{y}_\theta)^2}{2\sigma_2^2}\right)} \quad (\text{A-4})$$

D'après les propriétés de la section B.3.2 du chapitre 1 on en déduit les valeurs moyennes et les variances des quadratures \hat{X}_θ et \hat{Y}_θ

$$\langle \hat{X}_\theta \rangle = \bar{x}_\theta, \quad \langle \hat{Y}_\theta \rangle = \bar{y}_\theta \quad \text{et} \quad (\Delta \hat{X}_\theta)^2 = \sigma_1^2, \quad (\Delta \hat{Y}_\theta)^2 = \sigma_2^2 \quad (\text{A-5})$$

L'inégalité de Heisenberg implique

$$\sigma_1 \sigma_2 \geq 1 \quad (\text{A-6})$$

Pour $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ on a un état cohérent. Si σ_1 ou σ_2 est inférieur à 1, on a un état comprimé (minimal ou non). Si $\sigma_1 = \sigma_2 > 1$, on a un état thermique.

Si l'inégalité de Heisenberg est vérifiée par le cas d'égalité, on a un état minimal. Un état comprimé minimal selon la direction X_θ aura donc comme fonction de Wigner

$$W(x_\theta, y_\theta) = \frac{1}{2\pi} e^{-\left(\frac{(x_\theta - \bar{x}_\theta)^2}{2s} + \frac{s(y_\theta - \bar{y}_\theta)^2}{2}\right)} \quad (\text{A-7})$$

avec $s < 1$. Pour $s > 1$ cet état est comprimé selon la direction Y_θ .

A.2 Expression d'un état de vide comprimé minimal dans la base de Fock

Partons de la définition : un état de vide comprimé minimal de paramètre r selon la direction θ est un état propre de l'opérateur $\hat{A}_{r,\theta} = \text{ch}(r)e^{i\theta} \hat{a} + \text{sh}(r)e^{-i\theta} \hat{a}^\dagger$ de valeur propre 0

$$\hat{A}_{r,\theta} |0, r, \theta\rangle = 0 \quad (\text{A-8})$$

On décompose $|0, r, \theta\rangle$ sur la base des états de Fock

$$|0, r, \theta\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \quad (\text{A-9})$$

On applique l'opérateur $\hat{A}_{r,\theta}$

$$\hat{A}_{r,\theta} |0, r, \theta\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \text{ch}(r) e^{i\theta} \sqrt{n} |n-1\rangle + \sum_{n=0}^{\infty} C_n \text{sh}(r) e^{-i\theta} \sqrt{n+1} |n+1\rangle = 0 \quad (\text{A-10})$$

qui donne après changement d'indice

$$\sum_{j=0}^{\infty} C_{j+1} \text{ch}(r) e^{i\theta} \sqrt{j+1} |j\rangle + \sum_{j=1}^{\infty} C_{j-1} \text{sh}(r) e^{-i\theta} \sqrt{j} |j\rangle = 0 \quad (\text{A-11})$$

d'où la relation de récurrence

$$C_{j+1} = -\text{th}(r) e^{-2i\theta} \sqrt{\frac{j}{j+1}} C_{j-1} \text{ pour } j > 0 \quad (\text{A-12})$$

et pour $j = 0$ on a $C_1 = 0$. On en déduit que tous les C_j avec j impair seront nuls : un état de vide comprimé minimal ne contient pas d'état de Fock à nombre de photons impair. On résout la relation de récurrence assez simplement et on trouve

$$C_{2n} = \left(-\frac{\text{th}(r)}{2}\right)^n e^{-i2n\theta} \sqrt{\frac{(2n)!}{n!n!}} C_0 \quad (\text{A-13})$$

D'où l'expression de l'état de vide comprimé dans la base de Fock

$$|0, r, \theta\rangle = C_0 \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{\text{th}(r)}{2}\right)^n e^{-i2n\theta} \sqrt{\binom{2n}{n}} |2n\rangle \quad (\text{A-14})$$

Il reste à déterminer C_0 en disant que l'état est normé à 1, ce qui donne

$$\langle 0, r, \theta | 0, r, \theta \rangle = 1 = (C_0)^2 \sum_{n=0}^{\infty} \binom{2n}{n} \left(\frac{\text{th}(r)}{2}\right)^{2n} = (C_0)^2 \text{ch}(r) \quad (\text{A-15})$$

On en déduit donc $C_0 = \frac{1}{\sqrt{\text{ch}(r)}}$ ainsi que l'expression final du vide comprimé dans la base de Fock

$$|0, r, \theta\rangle = \frac{1}{\sqrt{\text{ch}(r)}} \sum_{n=0}^{\infty} \sqrt{\binom{2n}{n}} e^{-i2n\theta} \left(-\frac{\text{th}(r)}{2}\right)^n |2n\rangle \quad (\text{A-16})$$

La probabilité de mesurer $2n$ photons vaut

$$p_S(2n) = \frac{1}{\text{ch}(r)} \binom{2n}{n} \left(\frac{\text{th}(r)}{2}\right)^{2n} \quad (\text{A-17})$$

A.3 Expression de la fonction de Wigner pour l'opérateur $|n\rangle\langle m|$

La relation (1.39) donnant la fonction de Wigner en fonction de la matrice densité est linéaire par rapport à ρ . Si on décompose la matrice densité dans la base de Fock

$$\rho = \sum_{n,m} \rho_{nm} |n\rangle\langle m| \quad (\text{A-18})$$

alors on peut décomposer la fonction de Wigner sous la forme

$$W(x, y) = \sum_{n,m} \rho_{nm} W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) \quad (\text{A-19})$$

où $W_{|n\rangle\langle m|}(x, y)$ est la “fonction de Wigner” pour l’opérateur $|n\rangle\langle m|$. On ne peut pas vraiment parler de fonction de Wigner pour un état quantique étant donné que cet opérateur n’est pas hermitien, mais la relation (1.39) peut s’appliquer à cet opérateur et on la prendra comme définition pour $W_{|n\rangle\langle m|}(x, y)$. D’après [Wigner, 1932], on peut écrire la fonction de Wigner comme une intégrale en représentation $|x\rangle$ sous la forme

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int dv e^{-ivy} \langle x + v/2 | n \rangle \langle m | x - v/2 \rangle \quad (\text{A-20})$$

On fera attention que les quadratures \hat{X} et \hat{Y} sont définies ici par $\hat{X} = \frac{\hat{a}^\dagger + \hat{a}}{\sqrt{2}}$ et $\hat{Y} = \frac{i(\hat{a}^\dagger - \hat{a})}{\sqrt{2}}$ ce qui est différent des conventions utilisées au chapitre 1. Le bruit quantique standard vaut donc 1/2 pour les variances. Cette convention sera utilisée dans ce paragraphe, les expressions qui nous intéressent étant largement plus documentées avec cette convention qu’avec la nôtre. On peut trouver dans [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1973] par exemple l’expression des états nombres en représentation $|x\rangle$, avec la convention $\hbar = 1$

$$\langle n | x \rangle = \left(\frac{1}{\pi} \right)^{1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x) \quad (\text{A-21})$$

où H_n est le polynôme d’Hermite d’ordre n . On en déduit alors

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi^3 2^{n+m+2} n! m!}} e^{-x^2} \int dv e^{-ivy} e^{-\frac{v^2}{4}} H_n(x + v/2) H_m(x - v/2) \quad (\text{A-22})$$

On fait le changement de variable $z = \frac{v+2iy}{2}$ pour trouver

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\pi^3 2^{n+m} n! m!}} e^{-(x^2+y^2)} \int dz e^{-z^2} H_n(x + z - iy) H_m(x - z + iy) \quad (\text{A-23})$$

On suppose maintenant que $n \geq m$ et on utilise les propriétés suivantes des polynômes de Hermite $H_m(-x) = (-1)^m H_m(x)$ et $H'_n(x) = 2n H_{n-1}(x)$ pour écrire

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{\pi^3 2^{n+m} n! m!}} e^{-(x^2+y^2)} \frac{1}{2^{n-m}} \frac{m!}{n!} \frac{d^{n-m}}{d\alpha^{n-m}} \int dz e^{-z^2} H_n(z + \alpha^*) H_n(z - \alpha) \quad (\text{A-24})$$

avec $\alpha = x + iy$. On utilise alors la relation donnée par [Hillery *et al.*, 1984]

$$\int dz e^{-z^2} H_n(z + \alpha^*) H_n(z - \alpha) = 2^n \sqrt{\pi} n! L_n(2|\alpha|^2) \quad (\text{A-25})$$

où L_n est le polynôme de Laguerre d’ordre n , ainsi que la relation donnant les polynômes de Laguerre généralisés $L_n^k(x) = (-1)^k \frac{d^k}{dx^k} L_{n+k}(x)$ pour trouver

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{(-1)^n}{\pi} 2^{\frac{m-n}{2}} e^{-(x^2+y^2)} \sqrt{\frac{m!}{n!}} \frac{d^{n-m}}{d\alpha^{n-m}} L_n(2|\alpha|^2) \quad (\text{A-26})$$

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{(-1)^n}{\pi} 2^{\frac{m-n}{2}} e^{-(x^2+y^2)} \sqrt{\frac{m!}{n!}} (2\alpha^*)^{n-m} (-1)^{n-m} L_m^{n-m}(2|\alpha|^2) \quad (\text{A-27})$$

d'où l'expression finale

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{(-1)^m}{\pi} \sqrt{\frac{m!}{n!}} (\sqrt{2}(x - iy))^{n-m} e^{-(x^2+y^2)} L_m^{n-m}(2(x^2 + y^2)) \quad n \geq m \quad (\text{A-28})$$

$$W_{|n\rangle\langle m|}(x, y) = \frac{(-1)^n}{\pi} \sqrt{\frac{n!}{m!}} (\sqrt{2}(x + iy))^{m-n} e^{-(x^2+y^2)} L_n^{m-n}(2(x^2 + y^2)) \quad m > n \quad (\text{A-29})$$

le cas $m > n$ se déduisant simplement du précédent en faisant le changement de variable $v \rightarrow -v$ dans (A-22).

Cette expression est très utile lorsqu'on a la matrice densité dans la base de Fock et qu'on souhaite reconstruire la fonction de Wigner (voir section D du chapitre 4).

B Données sur le césium 133

La plupart des valeurs numériques présentées dans cette annexe sont issues de [Steck, 2008].

- Symbole et numéro atomique : ${}_{55}^{133}\text{Cs}$
- Masse d'un atome : $m_{Cs} = 132,90 \text{ uma} = 2,2069 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$
- Température de fusion (à $P = 1 \text{ atm}$) : $T_F = 28,4^\circ\text{C}$
- Structure électronique fondamentale (dernier niveau) : $6S^1$
- Spin nucléaire : $I = 7/2$
- Durée de vie d'un atome dans le niveau excité (raie D_2) : $\tau = 30,4 \text{ ns}$
- Largeur naturelle totale d'un niveau excité (raie D_2) : $\Gamma = 2\pi \times 5,23 \text{ MHz}$

Le moment angulaire total $F = I + L + S = 7/2 + L + 1/2$ pour le niveau fondamental ($L = 0$) vaut $F = 3$ ou 4 . Il y a donc deux niveaux fondamentaux. Les niveaux excités de la raie D_2 correspondent à $L = 1$ et $L + S = 3/2$, ce qui donne 4 niveaux excités possibles ayant pour valeurs respectives pour $F = 2, 3, 4$ et 5 . La structure hyperfine est représentée figure 8.1.

La longueur d'onde correspondant à la transition entre le sous-niveau $F = 3$ ($F = 4$) du niveau fondamental $6^2S_{1/2}$ et le niveau excité $F = 4$ de $6^2P_{3/2}$ vaut environ $852,105 \text{ nm}$ (resp. $852,127 \text{ nm}$) à 20°C dans l'air.

La pression de vapeur saturante du césium en Pa pour la phase solide ($T < 28,4^\circ\text{C}$) vaut

$$P_V = 10^{9,717 - \frac{3999}{T}} \quad (\text{B-1})$$

et pour la phase liquide ($T > 28,4^\circ\text{C}$)

$$P_V = 10^{9,171 - \frac{3830}{T}} \quad (\text{B-2})$$

où T est la température en K (valeurs issues de [Alcock *et al.*, 1984]). On peut alors en déduire la densité atomique d'une vapeur de césium contenue dans une ampoule sous vide, à l'équilibre avec du césium liquide ou solide

$$n_V = \frac{N_A P_V}{RT} \quad (\text{B-3})$$

où N_A est le nombre d'Avogadro, et R la constante des gaz parfait. Le tableau 8.1 donne la pression de vapeur saturante et la densité atomique pour des valeurs usuelles de température entre 20 et 50°C .

T ($^\circ\text{C}$)	20	25	30	35	40	45	50
P_V (10^{-4} Pa)	1, 19	2, 02	3, 44	5, 52	8, 72	13, 6	20, 8
n_V (10^{10} atomes/ cm^3)	2, 94	4, 90	8, 23	13, 0	20, 2	30, 9	46, 7

TAB. 8.1 – Pression de vapeur saturante et densité atomique pour quelques valeurs de température de 20 à 50°C .

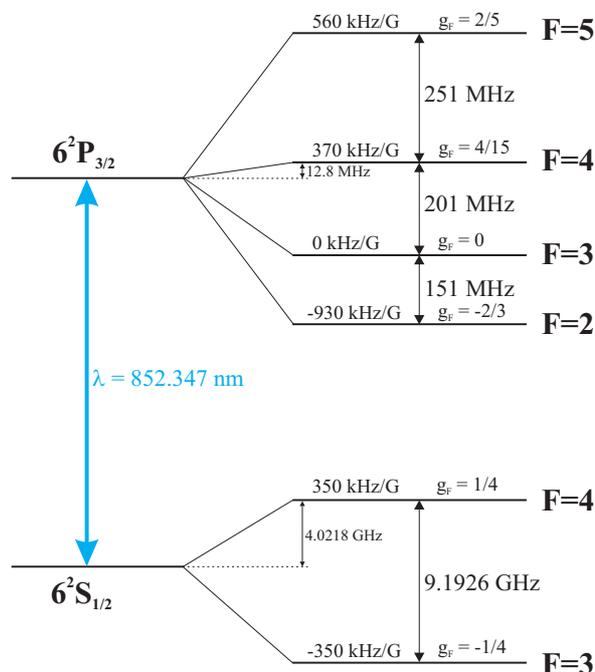


FIG. 8.1 – Schéma représentant la structure hyperfine de la raie D_2 du césium 133 (g_F : facteur de Landé). Valeurs numériques dans le vide issues de [Steck, 2008].

Le moment dipolaire électrique associé à la transition entre le sous-niveau m_F du niveau hyperfin F et le sous-niveau $m_{F'}$ du niveau excité F' s'exprime sous la forme [Steck, 2008]

$$\langle F m_F | d_q | F' m_{F'} \rangle = \alpha(J, J', F, F', m_F, m_{F'}, q) \langle J | d | J' \rangle \quad (\text{B-4})$$

où $\langle J | d | J' \rangle$ est un dipôle réduit qui vaut $3,80.10^{-29}$ C.m pour toutes les transitions de la raie D_2 du césium et $\alpha(J, J', F, F', m_F, m_{F'}, q)$ est un coefficient multiplicateur qui vaut

$$\alpha = (-1)^{F'+J+I+1} \langle F m_F | F' 1 m_{F'} q \rangle \sqrt{(2F'+1)(2J+1)} \left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{matrix} \right\} \quad (\text{B-5})$$

avec $\langle F m_F | F' 1 m_{F'} q \rangle$ un coefficient de Clebsch-Gordan, $\left\{ \begin{matrix} J & J' & 1 \\ F' & F & I \end{matrix} \right\}$ un symbole 6-j de Wigner et enfin $q = -1, 0, +1$ désigne la polarisation du faisceau permettant d'effectuer la transition, avec -1 pour une polarisation σ^+ , 0 pour une polarisation π et $+1$ pour une polarisation σ^- . On peut trouver les coefficients multiplicateurs α déjà calculés pour les raies D_1 et D_2 du césium dans [Steck, 2008].

On notera que le moment dipolaire réduit et la largeur naturelle des niveaux excités sont reliés par la formule

$$\Gamma = \frac{\omega^3}{3\pi\epsilon_0\hbar c^3} \frac{2J+1}{2J'+1} \langle J | d | J' \rangle^2 \quad (\text{B-6})$$

C Doublage de fréquence en quasi-accord de phase et avec absorption de la seconde harmonique

Nous allons établir la formule approchée donnant l'efficacité de doublage en simple passage dans un milieu où l'on a quasi-accord de phase et des pertes par absorption non-négligeables sur la seconde harmonique produite. On rappelle qu'on se place dans le cas où l'on néglige la déplétion de la pompe.

Considérons un matériau non-linéaire formé de $2N$ couches de largeur l_c . Nous choisirons l_c comme étant la longueur de cohérence $\pi/|\Delta k|$, mais le calcul est valable jusqu'à (C-7) pour toute valeur de l_c . On suppose que par un procédé quelconque on a inversé le signe de la susceptibilité d'ordre 2 toutes les longueurs l_c (matériau de type PP), $\chi^{(2)}$ étant positif sur les intervalles $[2nl_c, (2n+1)l_c]$, négatif sur les autres intervalles. L'équation de propagation avec absorption pour \mathcal{E}_2 (3.14) se résout dans les régions où $\chi^{(2)}$ est positif sous la forme

$$\mathcal{E}_2(z) = C_+ e^{-\alpha(\omega_2)z} + \frac{B}{\alpha(\omega_2) + i\Delta k} e^{i\Delta k z} \quad (\text{C-1})$$

où l'on a posé $B = \frac{i\omega_2\chi^{(2)}}{2n(\omega_2)c}\mathcal{E}_1^2$. On peut exprimer la constante C_+ en fonction du champ $\mathcal{E}_2(2nl_c)$ en entrée des régions à $\chi^{(2)}$ positif pour trouver

$$\mathcal{E}_2((2n+1)l_c) = \mathcal{E}_2(2nl_c)e^{-\alpha(\omega_2)l_c} + \frac{B}{\alpha(\omega_2) + i\Delta k} e^{i\Delta k 2nl_c} (e^{i\Delta k l_c} - e^{-\alpha(\omega_2)l_c}) \quad (\text{C-2})$$

Pour les régions où $\chi^{(2)}$ est négatif le calcul est identique à condition de changer B en $-B$. On trouve alors

$$\mathcal{E}_2((2n+2)l_c) = \mathcal{E}_2((2n+1)l_c)e^{-\alpha(\omega_2)l_c} - \frac{B}{\alpha(\omega_2) + i\Delta k} e^{i\Delta k(2n+1)l_c} (e^{i\Delta k l_c} - e^{-\alpha(\omega_2)l_c}) \quad (\text{C-3})$$

D'où la relation de récurrence entre la sortie et l'entrée d'un groupe de deux lames à susceptibilités respectivement positive et négative

$$\mathcal{E}_2((2n+2)l_c) = \mathcal{E}_2(2nl_c)e^{-2\alpha(\omega_2)l_c} - \frac{B}{\alpha(\omega_2) + i\Delta k} e^{i\Delta k 2nl_c} (e^{i\Delta k l_c} - e^{-\alpha(\omega_2)l_c})^2 \quad (\text{C-4})$$

A la sortie des $2N$ couches du cristal on obtient, sachant que $\mathcal{E}_2(0) = 0$

$$\mathcal{E}_2(2Nl_c) = -\frac{B}{\alpha(\omega_2) + i\Delta k} (e^{i\Delta k l_c} - e^{-\alpha(\omega_2)l_c})^2 e^{i\Delta k 2(N-1)l_c} \sum_{j=0}^{N-1} e^{-2j\alpha(\omega_2)l_c} e^{-i2j\Delta k l_c} \quad (\text{C-5})$$

On pose $\tilde{l}_c = l_c \left(1 + \frac{\alpha(\omega_2)}{i\Delta k}\right)$ pour remplacer le terme de la somme par $e^{-i2j\Delta k \tilde{l}_c}$. On trouve alors

$$\mathcal{E}_2(2Nl_c) = -\frac{B}{\alpha(\omega_2) + i\Delta k} (e^{i\Delta k l_c} - e^{-\alpha(\omega_2)l_c})^2 e^{i\Delta k 2(N-1)l_c} \frac{1 - e^{-i2N\Delta k \tilde{l}_c}}{1 - e^{-i2\Delta k \tilde{l}_c}} \quad (\text{C-6})$$

On en déduit alors l'efficacité de conversion en simple passage

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2)) = \frac{\omega_2^2 (\chi^{(2)})^2 |e^{i\Delta k l_c} - e^{-\alpha(\omega_2)l_c}|^4 e^{-2N\alpha(\omega_2)l_c}}{8n(\omega_2)n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 S |\alpha(\omega_2) + i\Delta k|^2 e^{-2\alpha(\omega_2)l_c}} \left| \frac{\sin(N\Delta k \tilde{l}_c)}{\sin(\Delta k \tilde{l}_c)} \right|^2 \quad (\text{C-7})$$

Pour l'instant, nous n'avons pas eu besoin du fait que $l_c = \pi/|\Delta k|$. Nous l'allons maintenant utiliser cette condition particulière pour simplifier l'expression précédente. On a

$$\begin{aligned} \sin(N\Delta k \tilde{l}_c) &= \sin(N\Delta k l_c - iN\alpha(\omega_2)l_c) \\ &= \sin(\pm N\pi) \text{ch}(\alpha(\omega_2)l_c) - i \cos(\pm N\pi) \text{sh}(N\alpha(\omega_2)l_c) \\ &= \pm i \text{sh}(N\alpha(\omega_2)l_c) \end{aligned} \quad (\text{C-8})$$

d'où

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2)) = \frac{\omega_2^2(\chi^{(2)})^2 (1 + e^{-\alpha(\omega_2)l_c})^4 l_c^2}{8n(\omega_2)n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 S |\alpha(\omega_2)l_c \pm i\pi|^2} \frac{e^{-2N\alpha(\omega_2)l_c} \operatorname{sh}^2(N\alpha(\omega_2)l_c)}{e^{-2\alpha(\omega_2)l_c} \operatorname{sh}^2(\alpha(\omega_2)l_c)} \quad (\text{C-9})$$

On utilise enfin le fait que l'absorption de la seconde harmonique sur une couche de largeur l_c faisant quelques microns est très faible pour écrire

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2)) = \frac{2\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{n(\omega_2)n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 S \pi^2 \alpha(\omega_2)^2} e^{-2N\alpha(\omega_2)l_c} \operatorname{sh}^2(N\alpha(\omega_2)l_c) \quad (\text{C-10})$$

$$E_{NL}^{QPM}(2Nl_c, \Delta k, \alpha(\omega_2)) = \frac{2\omega_2^2(\chi^{(2)})^2}{n(\omega_2)n(\omega_1)^2 c^3 \epsilon_0 S \pi^2} \frac{(1 - e^{-2N\alpha(\omega_2)l_c})^2}{4\alpha(\omega_2)^2} \quad (\text{C-11})$$

D Données sur le KTP

Le phosphate de potassium titanyl (KTP) a pour formule KTiOPO_4 . Sa fenêtre de transparence se situe entre 350 nm et 4,5 μm . L'absorption en puissance vaut approximativement 0,1 cm^{-1} à 426 nm et 0,01 cm^{-1} à 852 nm [Hansson *et al.*, 2000].

Le coefficient non-linéaire le plus grand est selon l'axe z et vaut $d_{33} = 15,4 \pm 0,2$ pm/V [Pack *et al.*, 2004]. On notera que cette valeur peut changer d'un article à l'autre de plus de 20 %. Afin d'avoir la meilleure efficacité possible pour un cristal de KTP utilisé en quasi-accord de phase, on choisira une configuration de type I avec des faisceaux polarisés selon l'axe z .

L'équation de Sellmeier pour l'axe z à 20°C s'écrit, d'après [Kato et Takaoka, 1992] :

$$n_z^2 = 4,59423 + \frac{0,06206}{\lambda^2 - 0,04763} + \frac{110,80672}{\lambda^2 - 86,12171} \quad (\text{D-1})$$

avec λ la longueur d'onde en microns. La variation de n_z avec la température vaut, d'après le même article

$$\frac{dn_z}{dT} = \left(\frac{0,9221}{\lambda^3} - \frac{2,9220}{\lambda^2} + \frac{3,6677}{\lambda} - 0,1897 \right) \times 10^{-5} \quad (\text{D-2})$$

avec λ exprimé en microns. A partir de ces équations, on peut en déduire les indices selon l'axe z à 45°C (température à laquelle on souhaite réaliser le quasi-accord de phase)

$$n_z(852, 10 \text{ nm}) = 1,8411 \quad \text{et} \quad n_z(426, 05 \text{ nm}) = 1,9423 \quad (\text{D-3})$$

On en déduit alors la période du retournement périodique pour avoir un cristal de type PP à 45°C avec les faisceaux polarisés selon l'axe z

$$\Lambda = 2l_c = \frac{\lambda_1}{2(n(426, 05) - n(852, 1))} = 4,21 \mu\text{m} \quad (\text{D-4})$$

On notera que la valeur réelle de la période de retournement diffère souvent légèrement de la valeur théorique, les fabricants des cristaux utilisant leurs propres valeurs pour les indices de réfraction des matériaux.

E Susceptibilité linéaire dans un schéma d'EIT à 6 niveaux

Nous allons résoudre le système linéaire d'équations de la section D.2 du chapitre 7 et calculer la susceptibilité linéaire du milieu pour le champ signal pour un modèle d'EIT à 6 niveaux atomiques. Le système d'équations est le suivant

$$0 = -F_3 \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + i\Omega_1^* \tilde{\sigma}_{24}^{(1)} + i\Omega_1''^* \tilde{\sigma}_{25}^{(1)} \quad (\text{E-1})$$

$$0 = -F_4 \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + i\Omega_2 + i\Omega_1 \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (\text{E-2})$$

$$0 = -F_5 \tilde{\sigma}_{24}^{(1)} + i\Omega_2' + i\Omega_1' \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (\text{E-3})$$

$$0 = -F_6 \tilde{\sigma}_{25}^{(1)} + i\Omega_2'' + i\Omega_1'' \tilde{\sigma}_{21}^{(1)} \quad (\text{E-4})$$

avec

$$F_2 = \frac{\Gamma}{2} - i(\Delta_1 + \delta + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \quad (\text{E-5})$$

$$F_3 = \Gamma_{21} + \frac{|\Omega_1'''|^2}{F_2} - i\delta \quad (\text{E-6})$$

$$F_4 = \frac{\Gamma}{2} + i\Delta_2 \quad (\text{E-7})$$

$$F_5 = \frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34}) \quad (\text{E-8})$$

$$F_6 = \frac{\Gamma}{2} + i(\Delta_2 + \Delta_{34} + \Delta_{45}) \quad (\text{E-9})$$

En exprimant $\tilde{\sigma}_{23}^{(1)}$, $\tilde{\sigma}_{24}^{(1)}$ et $\tilde{\sigma}_{25}^{(1)}$ en fonction de $\tilde{\sigma}_{21}^{(1)}$ dans les 3 dernières équations et en remplaçant dans la première, on peut extraire la valeur de $\tilde{\sigma}_{21}^{(1)}$. On remplace cette valeur calculée dans les 3 dernières équations et on obtient les cohérences $\tilde{\sigma}_{23}^{(1)}$, $\tilde{\sigma}_{24}^{(1)}$

et $\tilde{\sigma}_{25}^{(1)}$

$$\tilde{\sigma}_{23}^{(1)} = i \frac{1 - \frac{F_8}{F_7} \Omega_1}{F_4} \Omega_2 \quad (\text{E-10})$$

$$\tilde{\sigma}_{24}^{(1)} = i \frac{\frac{d'_2}{d_2} - \frac{F_8}{F_7} \Omega'_1}{F_5} \Omega_2 \quad (\text{E-11})$$

$$\tilde{\sigma}_{25}^{(1)} = i \frac{\frac{d''_2}{d_2} - \frac{F_8}{F_7} \Omega''_1}{F_6} \Omega_2 \quad (\text{E-12})$$

avec

$$F_7 = F_3 F_4 F_5 F_6 + |\Omega_1|^2 F_5 F_6 + |\Omega'_1|^2 F_4 F_6 + |\Omega''_1|^2 F_4 F_5 \quad (\text{E-13})$$

$$F_8 = \Omega_1^* F_5 F_6 + \Omega_1'^* F_4 F_6 \frac{d'_2}{d_2} + \Omega_1''^* F_4 F_5 \frac{d''_2}{d_2} \quad (\text{E-14})$$

On peut alors calculer la susceptibilité du milieu atomique pour le champ signal avec l'équation

$$N(d_2 \tilde{\sigma}_{23}^{(1)} + d'_2 \tilde{\sigma}_{24}^{(1)} + d''_2 \tilde{\sigma}_{25}^{(1)}) = \epsilon_0 \chi \mathcal{E}_2 \langle A_2 \rangle \quad (\text{E-15})$$

On trouve

$$\chi = \frac{iN}{\epsilon_0 \hbar} \left(\frac{d_2^2 - d_2^2 \frac{F_8}{F_7} \Omega_1}{F_4} + \frac{d_2'^2 - d_2' d_2 \frac{F_8}{F_7} \Omega'_1}{F_5} + \frac{d_2''^2 - d_2'' d_2 \frac{F_8}{F_7} \Omega''_1}{F_6} \right) \quad (\text{E-16})$$

Bibliographie

- [Adams et Ferguson, 1990] C. S. Adams et A. I. Ferguson, *Frequency doubling of a single frequency Ti :Al₂O₃ laser using an external enhancement cavity*, Optics Comm., **79**, 219 (1990). Cité p. [101](#)
- [Alcock *et al.*, 1984] C. B. Alcock, V. P. Itkin et M. K. Horrigan, *Vapor pressure equations for the metallic elements : 298-2500 K*, Canadian Metallurgical Quarterly, **23**, 309 (1984). Cité p. [258](#)
- [Anthon et Crowder, 1987] D. W. Anthon et C. D. Crowder, *Wavelength dependent phase matching in KTP*, Appl. Opt., **27**, 2650 (1987). Cité p. [101](#)
- [Appel *et al.*, 2008] J. Appel, E. Figueroa, D. Korystov, M. Lobino et A. I. Lvovsky, *Quantum memory for squeezed light*, Phys. Rev. Lett., **100**, 093602 (2008). Cité p. [4](#), [71](#), [100](#), [155](#), [169](#), [186](#)
- [Arecchi *et al.*, 1972] F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore et H. Thomas, *Atomic coherent states in quantum optics*, Phys. Rev. A, **6**, 2211 (1972). Cité p. [35](#)
- [Arikawa *et al.*, 2009] M. Arikawa, K. Honda, D. Akamatsu, S. Nagatsuka, A. Furusawa et M. Kozuma, *Quantum memory of a squeezed vacuum for arbitrary frequency sidebands*, arXiv :0905.2816v1 [quant-ph] (2009). Cité p. [4](#), [155](#), [170](#)
- [Armstrong *et al.*, 1962] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing et P. S. Pershan, *Interactions between light waves in a nonlinear dielectric*, Phys. Rev., **127**, 1918 (1962). Cité p. [75](#), [84](#)
- [Ashkin *et al.*, 1966] A. Ashkin, G. D. Boyd, J. M. Dziedzic, R. G. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein et K. Nassau, *Optically-induced refractive index inhomogeneities in LiNbO₃ and LiTaO₃*, Appl. Phys. Lett., **9**, 72 (1966). Cité p. [101](#)
- [Bachor et Ralph, 2004] H.-A. Bachor et T. C. Ralph, *A guide to experiments in quantum optics*, Wiley-VCH (2004). Cité p. [24](#), [48](#)

- [Baillard *et al.*, 2006] X. Baillard, A. Gauguet, S. Bize, P. Lemonde, P. Laurent, A. Clairon et P. Rosenbusch, *Interference-filter-stabilized external-cavity diode lasers*, Opt. Comm., **266**, 609 (2006). Cité p. [66](#)
- [Bennett et Brassard, 1984] C. H. Bennett et G. Brassard, *Quantum cryptography : public key distribution and coin tossing*, Proceedings of IEEE International conference on computers, systems, and signal processing, page 175 (1984). Cité p. [1](#)
- [Biaggio *et al.*, 1992] I. Biaggio, P. Kerkoc, L.-S. Wu, P. Günter et B. Zysset, *Refractive indices of orthorhombic KNbO₃. II. Phase-matching configurations for nonlinear optical interactions*, J. Opt. Soc. Am. B, **9**, 507 (1992). Cité p. [101](#)
- [Biraben, 1979] F. Biraben, *Efficacité des systèmes unidirectionnels utilisables dans les lasers en anneau*, Optics Comm., **29**, 353 (1979). Cité p. [61](#)
- [Bouchiat et Brossel, 1966] M. A. Bouchiat et J. Brossel, *Relaxation of optically pumped Rb atoms on paraffin-coated walls*, Phys. Rev., **147**, 41 (1966). Cité p. [160](#)
- [Boulanger *et al.*, 2000] B. Boulanger, J.-P. Fève et Y. Guillien, *Thermo-optical effect and saturation of nonlinear absorption induced by gray tracking in a 532-nm-pumped KTP optical parametric oscillator*, Opt. Lett., **25**, 484 (2000). Cité p. [102](#)
- [Bourzeix, 1995] S. Bourzeix, *Laser continu à 205 nm : application à la mesure du déplacement de Lamb dans l'hydrogène*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1995). Cité p. [101](#)
- [Bourzeix *et al.*, 1993] S. Bourzeix, M. D. Plimmer, F. Nez, L. Julien et F. Biraben, *Efficient frequency doubling of a continuous wave titanium :sapphire laser in an external enhancement cavity*, Optics Comm., **99**, 89 (1993). Cité p. [61](#), [101](#)
- [Bowen, 2003] W. P. Bowen, *Experiments towards a quantum information network with squeezed light and entanglement*, Thèse de doctorat, Australian National University (2003). Cité p. [53](#)
- [Bowen *et al.*, 2003] W. P. Bowen, N. Treps, B. C. Buchler, R. Schnabel, T. C. Ralph, H.-A. Bachor, T. Symul et P. K. Lam, *Experimental investigation of continuous-variable quantum teleportation*, Phys. Rev. A, **67**, 032302 (2003). Cité p. [208](#)
- [Boyd et Kleinman, 1968] G. D. Boyd et D. A. Kleinman, *Parametric interaction of focused gaussian light beams*, J. Appl. Phys., **39**, 3597 (1968). Cité p. [105](#)
- [Braunstein *et al.*, 2000] S. L. Braunstein, C. A. Fuchs et H. J. Kimble, *Criteria for continuous-variable quantum teleportation*, J. Mod. Opt., **47**, 267 (2000). Cité p. [206](#)

- [Braunstein et Kimble, 1998] S. L. Braunstein et H. J. Kimble, *Teleportation of continuous quantum variables*, Phys. Rev. Lett., **80**, 869 (1998). Cité p. [204](#)
- [Breitenbach *et al.*, 1997] G. Breitenbach, S. Schiller et J. Mlynek, *Measurement of the quantum states of squeezed light*, Nature, **387**, 471 (1997). Cité p. [116](#)
- [Briegel *et al.*, 1998] H.-J. Briegel, W. Dür, J. I. Cirac et P. Zoller, *Quantum repeaters : the role of imperfect local operations in quantum communication*, Phys. Rev. Lett., **81**, 5932 (1998). Cité p. [2](#)
- [Burks *et al.*, 2009] S. Burks, J. Ortalo, A. Chiummo, X. Jia, F. Villa, A. Bramati, J. Laurat et E. Giacobino, *Vacuum squeezed light for atomic memories at the D_2 cesium line*, Opt. Express, **17**, 3777 (2009). Cité p. [113](#)
- [Cahill et Glauber, 1969] K. E. Cahill et R. J. Glauber, *Density operators and quasi-probability distributions*, Phys. Rev., **177**, 1882 (1969). Cité p. [18](#)
- [Calsamiglia *et al.*, 2009] J. Calsamiglia, M. Aspachs, R. Muñoz-Tapia et E. Bagan, *Phase-covariant quantum benchmarks*, Phys. Rev. A, **79**, 050301(R) (2009). Cité p. [206](#)
- [Chanelière *et al.*, 2005] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy et A. Kuzmich, *Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories*, Nature, **438**, 833 (2005). Cité p. [4](#), [155](#)
- [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1973] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Laloë, *Mécanique quantique, tome 1*, Editions Hermann (1973). Cité p. [33](#), [256](#)
- [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1987] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc et G. Grynberg, *Photons et atomes. Introduction à l'électrodynamique quantique*, EDP Sciences (1987). Cité p. [13](#)
- [Cohen-Tannoudji *et al.*, 1996] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc et G. Grynberg, *Processus d'interaction entre photons et atomes*, EDP Sciences (1996). Cité p. [38](#)
- [Coudreau, 1997] T. Coudreau, *Réduction du bruit et tomographie quantique d'un faisceau laser interagissant avec des atomes froids : théorie et expériences*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1997). Cité p. [4](#), [71](#), [75](#), [116](#)
- [Cviklinski, 2008] J. Cviklinski, *Interface quantique atomes-champs en régime de variables continues*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2008). Cité p. [4](#), [41](#), [52](#), [59](#), [63](#), [158](#), [160](#), [162](#), [163](#), [164](#), [169](#), [171](#), [174](#), [177](#), [178](#), [194](#)

- [Dantan, 2005] A. Dantan, *Génération, stockage et manipulation d'états non classiques pour des ensembles atomiques et des champs électromagnétiques*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2005). Cité p. [4](#), [38](#), [41](#), [159](#), [178](#)
- [Dantan *et al.*, 2005] A. Dantan, A. Bramati et M. Pinard, *Atomic quantum memory : cavity versus single-pass schemes*, Phys. Rev. A, **71**, 043801 (2005). Cité p. [41](#), [159](#)
- [Dantan *et al.*, 2006] A. Dantan, J. Cviklinski, M. Pinard et P. Grangier, *Dynamics of a pulsed continuous-variable quantum memory*, Phys. Rev. A, **73**, 032338 (2006). Cité p. [4](#), [41](#), [155](#), [159](#), [178](#), [187](#), [188](#)
- [Dantan et Pinard, 2004] A. Dantan et M. Pinard, *Quantum-state transfer between fields and atoms in electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. A, **69**, 043810 (2004). Cité p. [4](#), [41](#), [155](#), [159](#)
- [Dantan *et al.*, 2003] A. Dantan, M. Pinard, V. Josse, N. Nayak et P. R. Berman, *Atomic spin squeezing in a Λ system*, Phys. Rev. A, **67**, 045801 (2003). Cité p. [41](#)
- [D'Auria, 2005] V. D'Auria, *Dynamics and behaviour of triply resonant OPOs below threshold*, Thèse de doctorat, Université de Naples (2005). Cité p. [26](#)
- [Debuisschert, 1990] T. Debuisschert, *Réduction des fluctuations quantiques de la lumière à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1990). Cité p. [85](#), [86](#)
- [Deutsch, 1985] D. Deutsch, *Quantum theory, the Church-Turing principle and the universal quantum computer*, Proceedings of the royal society of London A, **400**, 97 (1985). Cité p. [1](#)
- [Dieks, 1982] D. Dieks, *Communication by EPR devices*, Phys. Lett., **92A**, 271 (1982). Cité p. [203](#)
- [Drever *et al.*, 1983] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley et H. Ward, *Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator*, Appl. Phys. B, **31**, 97 (1983). Cité p. [53](#)
- [Duan *et al.*, 2000] L.-M. Duan, G. Giedke, J. I. Cirac et P. Zoller, *Inseparability criterion for continuous variable systems*, Phys. Rev. Lett., **84**, 2722 (2000). Cité p. [29](#)
- [Duan *et al.*, 2001] L.-M. Duan, M. D. Lukin, J. I. Cirac et P. Zoller, *Long-distance quantum communication with atomic ensembles and linear optics*, Nature, **414**, 413 (2001). Cité p. [2](#), [3](#), [128](#), [155](#)

- [Einstein *et al.*, 1935] A. Einstein, B. Podolsky et N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Phys. Rev., **41**, 777 (1935). Cité p. [30](#)
- [Eisaman *et al.*, 2005] M. D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov et M. D. Lukin, *Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses*, Nature, **438**, 837 (2005). Cité p. [4](#), [155](#)
- [Ekert, 1991] A. K. Ekert, *Quantum cryptography based on Bell's theorem*, Phys. Rev. Lett., **67**, 661 (1991). Cité p. [1](#)
- [Fabre, 1990] C. Fabre, *Quantum noise in optical systems*, Les Houches, Session LIII, 1990, North-Holland (1990). Cité p. [12](#)
- [Fabre, 1997] C. Fabre, *Quantum fluctuations in light beams*, Les Houches, Session LXIII, 1995, Elsevier Science B. V. (1997). Cité p. [14](#), [16](#)
- [Fabre, 2007] C. Fabre, *Quantum optics, from one mode to many modes*, notes de cours dispensés pendant l'Ecole Prédoctorale des Houches session XXIV, disponibles à l'adresse : <http://hal-sfo.ccsd.cnrs.fr/houches-opt-quant/fr/> (2007). Cité p. [19](#)
- [Fabre *et al.*, 1989] C. Fabre, E. Giacobino, A. Heidmann et S. Reynaud, *Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator - Application to quantum noise reduction*, J. Phys., **50**, 1209 (1989). Cité p. [92](#)
- [Fleischhauer et Lukin, 2000] M. Fleischhauer et M. D. Lukin, *Dark-state polaritons in electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. Lett., **84**, 5094 (2000). Cité p. [4](#), [38](#), [155](#)
- [Fleischhauer et Richter, 1995] M. Fleischhauer et T. Richter, *Pulse matching and correlation of phase fluctuations in Λ systems*, Phys. Rev. A, **51**, 2430 (1995). Cité p. [38](#)
- [Furukawa *et al.*, 2000] Y. Furukawa, K. Kitamura, S. Takekawa, A. Miyamoto, M. Terao et N. Suda, *Photorefraction in LiNbO_3 as a function of $[\text{Li}]/[\text{Nb}]$ and MgO concentrations*, Appl. Phys. Lett., **77**, 2494 (2000). Cité p. [101](#)
- [Furusawa *et al.*, 1998] A. Furusawa, J. L. Sørensen, S. L. Braunstein, C. A. Fuchs, H. J. Kimble et E. S. Polzik, *Unconditional quantum teleportation*, Science, **282**, 706 (1998). Cité p. [3](#), [33](#)
- [Geremia *et al.*, 2005] J. M. Geremia, J. K. Stockton et H. Mabuchi, *Suppression of spin projection noise in a broadband atomic magnetometry*, Phys. Rev. Lett., **94**, 203002 (2005). Cité p. [167](#)

- [Glauber, 1963a] R. J. Glauber, *Coherent and incoherent states of the radiation field*, Phys. Rev., **131**, 2766 (1963). Cité p. [22](#), [25](#)
- [Glauber, 1963b] R. J. Glauber, *The quantum theory of optical coherence*, Phys. Rev., **130**, 2529 (1963). Cité p. [44](#)
- [Glöckl *et al.*, 2006] O. Glöckl, U. L. Andersen et G. Leuchs, *Continuous variable entanglement between frequency modes*, Fortschr. Phys., **54**, 846 (2006). Cité p. [132](#)
- [Gorshkov *et al.*, 2007] A. V. Gorshkov, A. André, M. D. Lukin et A. S. Sørensen, *Photon storage in Λ -type optically dense atomic media. II. Free-space model*, Phys. Rev. A, **76**, 033805 (2007). Cité p. [178](#)
- [Grangier *et al.*, 1998] P. Grangier, J. A. Levenson et J.-P. Poizat, *Quantum non-demolition measurements in optics*, Nature, **396**, 537 (1998). Cité p. [208](#)
- [Grosshans *et al.*, 2003] F. Grosshans, G. V. Assche, J. Wenger, R. Brouri, N. J. Cerf et P. Grangier, *Quantum key distribution using gaussian-modulated coherent states*, Nature, **421**, 238 (2003). Cité p. [3](#)
- [Grover, 1996] L. K. Grover, *A fast quantum mechanical algorithm for database search*, Proceedings, 28th annual ACM symposium on the theory of computing, page 212 (1996). Cité p. [1](#)
- [Hadjjar, 1998] Y. Hadjar, *Etude du couplage optomécanique dans une cavité de grande finesse. Observation du mouvement Brownien d'un miroir*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1998). Cité p. [45](#), [50](#)
- [Hage *et al.*, 2007] B. Hage, A. Sambrowski et R. Schnabel, *Towards Einstein-Podolsky-Rosen quantum channel multiplexing*, arXiv :0710.3086v2 (2007). Cité p. [131](#), [141](#), [142](#)
- [Hammerer *et al.*, 2005] K. Hammerer, M. M. Wolf, E. S. Polzik et J. I. Cirac, *Quantum benchmark for storage and transmission of coherent states*, Phys. Rev. Lett., **94**, 150503 (2005). Cité p. [206](#)
- [Hansson *et al.*, 2000] G. Hansson, H. Karlsson, S. Wang et F. Laurell, *Transmission measurements in KTP and isomorphic compounds*, Appl. Opt., **39**, 5058 (2000). Cité p. [102](#), [261](#)
- [Harris, 1997] S. E. Harris, *Electromagnetically Induced Transparency*, Phys. Today, **50**, 36 (1997). Cité p. [3](#), [39](#), [155](#)
- [Hau *et al.*, 1999] L. V. Hau, S. E. Harris, Z. Dutton et C. H. Behroozi, *Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas*, Nature, **397**, 594 (1999). Cité p. [4](#), [155](#)

- [Hübel *et al.*, 2007] H. Hübel, M. R. Vanner, T. Lederer, B. Blauensteiner, T. Lorünser, A. Poppe et A. Zeilinger, *High-fidelity transmission of polarized encoded qubits from an entangled source over 100 km of fiber*, Opt. Express, **15**, 7853 (2007). Cité p. [2](#)
- [Höckel *et al.*, 2009] D. Höckel, M. Scholtz et O. Benson, *A robust phase-locked diode laser system for EIT experiments in cesium*, Appl. Phys. B, **94**, 429 (2009). Cité p. [231](#)
- [Heidmann *et al.*, 1987] A. Heidmann, R. J. Horowicz, S. Reynaud, E. Giacobino, C. Fabre et G. Camy, *Observation of quantum noise reduction on twin laser beams*, Phys. Rev. Lett., **59**, 2555 (1987). Cité p. [3](#), [28](#)
- [Hilico, 1992] L. Hilico, *Réduction du bruit quantique de la lumière par une cavité bistable*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1992). Cité p. [4](#), [160](#)
- [Hillery *et al.*, 1984] M. Hillery, R. F. O'Connell, M. O. Scully et E. P. Wigner, *Distribution functions in physics : fundamentals*, Phys. Rep., **106**, 121 (1984). Cité p. [18](#), [20](#), [256](#)
- [Honda *et al.*, 2008] K. Honda, D. Akamatsu, M. Arikawa, Y. Yokoi, K. Akiba, S. Nagatsuka, T. Tanimura, A. Furusawa et M. Kozuma, *Storage and retrieval of a squeezed vacuum*, Phys. Rev. Lett., **100**, 093601 (2008). Cité p. [4](#), [100](#), [155](#), [169](#), [186](#)
- [Hradil, 1997] Z. Hradil, *Quantum-state estimation*, Phys. Rev. A, **55**, R1561 (1997). Cité p. [117](#)
- [Hsu *et al.*, 2006] M. T. L. Hsu, G. Hétet, O. Glöckl, J. J. Longdell, B. C. Buchler, H.-A. Bachor et P. K. Lam, *Quantum study of information delay in electromagnetically induced transparency*, Phys. Rev. Lett., **97**, 183601 (2006). Cité p. [200](#)
- [Hétet, 2008] G. Hétet, *Quantum memories for continuous variable states of light in atomic ensembles*, Thèse de doctorat, Australian National University (2008). Cité p. [208](#)
- [Hétet *et al.*, 2007] G. Hétet, O. Glöckl, K. A. Pilypas, C. C. Harb, B. C. Buchler, H.-A. Bachor et P. K. Lam, *Squeezed light for bandwidth-limited atom optics experiments at the rubidium D1 line*, J. Phys. B, **40**, 221 (2007). Cité p. [71](#), [100](#), [106](#), [115](#)
- [Hétet *et al.*, 2008] G. Hétet, A. Peng, M. T. Johnsson, J. J. Hope et P. K. Lam, *Characterization of electromagnetically-induced-transparency-based continuous-*

- variable quantum memories*, Phys. Rev. A, **77**, 012323 (2008). Cité p. [163](#), [200](#), [208](#)
- [Huntington *et al.*, 2005] E. H. Huntington, G. N. Milford, C. Robilliard, T. C. Ralph, O. Glöckl, U. L. Andersen, S. Lorenz et G. Leuchs, *Demonstration of the spatial separation of the entangled quantum sidebands of an optical field*, Phys. Rev. A, **71**, 041802(R) (2005). Cité p. [132](#), [133](#)
- [Huntington et Ralph, 2002] E. H. Huntington et T. C. Ralph, *Separating the quantum sidebands of an optical field*, J. Opt. B, **4**, 123 (2002). Cité p. [131](#), [134](#)
- [Joffre, 2009] M. Joffre, *Optique non-linéaire en régimes continu et femtoseconde*, notes de cours de Master 2 disponibles à l'adresse suivante : <http://www.enseignement.polytechnique.fr/profs/physique/Manuel.Joffre/onl/cours.pdf> (2009). Cité p. [77](#), [79](#), [84](#)
- [Josse, 2003] V. Josse, *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec un nuage d'atomes froids*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2003). Cité p. [4](#), [71](#), [75](#), [160](#)
- [Julsgaard, 2003] B. Julsgaard, *Entanglement and quantum interactions with macroscopic gas samples*, Thèse de doctorat, University of Aarhus (2003). Cité p. [162](#)
- [Julsgaard *et al.*, 2001] B. Julsgaard, A. Kozhekin et E. S. Polzik, *Experimental long-lived entanglement of two macroscopic objects*, Nature, **413**, 400 (2001). Cité p. [167](#)
- [Julsgaard *et al.*, 2004a] B. Julsgaard, J. Sherson, J. I. Cirac, J. Fiurasek et E. S. Polzik, *Experimental demonstration of quantum memory for light*, Nature, **432**, 482 (2004). Cité p. [4](#), [155](#)
- [Julsgaard *et al.*, 2004b] B. Julsgaard, J. Sherson, J. L. Sørensen et E. S. Polzik, *Characterizing the spin state of an atomic ensemble using the magneto-optical resonance method*, J. Opt. B, **6**, 5 (2004). Cité p. [164](#), [167](#), [168](#)
- [Jurdik *et al.*, 2002] E. Jurdik, J. Hohlfeld, A. F. van Etteger, A. J. Toonen, W. L. Meerts, H. van Kempen et T. Rasing, *Performance optimization of an external enhancement resonator for optical second-harmonic generation*, J. Opt. Soc. Am. B, **19**, 1660 (2002). Cité p. [101](#)
- [Kato et Takaoka, 1992] K. Kato et E. Takaoka, *Sellmeier and thermo-optic dispersion formulas for KTP*, Appl. Opt., **41**, 5040 (1992). Cité p. [261](#)
- [Keller, 2008] G. Keller, *Génération et caractérisation d'états intriqués en variables continues*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2008). Cité p. [27](#)

- [Kimble, 2008] H. J. Kimble, *The quantum internet*, Nature, **453**, 1023 (2008). Cité p. [1](#), [3](#), [128](#), [155](#)
- [Kitagawa et Ueda, 1993] M. Kitagawa et M. Ueda, *Squeezed spin states*, Phys. Rev. A, **47**, 5138 (1993). Cité p. [35](#), [36](#)
- [Kogelnik et Li, 1966] H. Kogelnik et T. Li, *Laser beams and resonators*, Appl. Opt., **5**, 1550 (1966). Cité p. [107](#)
- [Lam, 1998] P. K. Lam, *Applications of quantum electro-optic control and squeezed light*, Thèse de doctorat, Australian National University (1998). Cité p. [103](#)
- [Lam et al., 1999] P. K. Lam, T. C. Ralph, B. C. Buchler, D. E. McClelland, H.-A. Bachor et J. Gao, *Optimization and transfer of vacuum squeezing from an optical parametric oscillator*, J. Opt. B : Quantum Semiclass. Opt., **1**, 469 (1999). Cité p. [96](#)
- [Lambrecht, 1995] A. Lambrecht, *Atomes froids et fluctuations quantiques*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1995). Cité p. [4](#), [75](#)
- [Lambrecht et al., 1996] A. Lambrecht, T. Coudreau, A. M. Steinberg et E. Giacobino, *Squeezing with cold atoms*, Europhys. Lett., **36**, 93 (1996). Cité p. [71](#)
- [Lance et al., 2005] A. M. Lance, T. Symul, V. Sharma, C. Weedbrook, T. C. Ralph et P. K. Lam, *No-switching quantum key distribution using broadband modulated coherent light*, Phys. Rev. Lett., **95**, 180503 (2005). Cité p. [3](#)
- [Laurat, 2004] J. Laurat, *Etats non-classiques et intrication en variables continues à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2004). Cité p. [27](#), [28](#), [102](#)
- [Li et Xiao, 1995] Y.-Q. Li et M. Xiao, *Electromagnetically induced transparency in a three-level Λ -type system in rubidium atoms*, Phys. Rev. A, **51**, R2703 (1995). Cité p. [231](#)
- [Liu et al., 2001] C. Liu, Z. Dutton, C. H. Behroozi et L. V. Hau, *Observation of coherent optical information storage in an atomic medium using halted light pulses*, Nature, **409**, 490 (2001). Cité p. [4](#), [155](#)
- [Lukin et al., 2000] M. D. Lukin, S. F. Yelin et M. Fleischhauer, *Entanglement of atomic ensembles by trapping correlated photons states*, Phys. Rev. Lett., **84**, 4232 (2000). Cité p. [4](#), [155](#)
- [Lvovsky, 2004] A. I. Lvovsky, *Iterative maximum-likelihood reconstruction in quantum homodyne tomography*, J. Opt. B, **6**, S556 (2004). Cité p. [116](#), [117](#), [121](#), [122](#)

- [Lvovsky et Raymer, 2009] A. I. Lvovsky et M. G. Raymer, *Continuous-variable optical quantum state tomography*, arXiv :quant-ph/0511044v2 (2009). Cité p. [116](#)
- [Mabuchi *et al.*, 1994] H. Mabuchi, E. S. Polzik et H. J. Kimble, *Blue-light-induced infrared absorption in KNbO₃*, J. Opt. Soc. Am. B, **11**, 2023 (1994). Cité p. [101](#)
- [Mair *et al.*, 2002] A. Mair, J. Hager, D. F. Phillips, R. L. Walsworth et M. D. Lukin, *Phase coherence and control of stored photonic information*, Phys. Rev. A, **65**, 031802(R) (2002). Cité p. [182](#)
- [Marian, 1992] P. Marian, *Higher order squeezing and photon statistics for squeezed thermal states*, Phys. Rev. A, **45**, 2044 (1992). Cité p. [26](#)
- [Marin *et al.*, 1997] F. Marin, A. Bramati, V. Jost et E. Giacobino, *Demonstration of high sensitivity spectroscopy with squeezed semiconductor lasers*, Opt. Comm., **140**, 146 (1997). Cité p. [71](#)
- [Meyn *et al.*, 2004] J.-P. Meyn, C. Laue, R. Knappe, R. Wallenstein et M. M. Fejer, *Fabrication of periodically poled lithiumtantalate for UV generation with diode lasers*, Appl. Phys. B, **73**, 111 (2004). Cité p. [101](#)
- [Neergaard-Nielsen *et al.*, 2006] J. S. Neergaard-Nielsen, B. M. Nielsen, C. Hettich, K. Mølmer et E. S. Polzik, *Generation of a superposition of odd photon number states for quantum information networks*, Phys. Rev. Lett., **97**, 083604 (2006). Cité p. [18](#), [71](#), [101](#)
- [Nielsen et Chuang, 2000] M. A. Nielsen et I. L. Chuang, *Quantum computation and quantum information*, Cambridge University Press (2000). Cité p. [1](#)
- [Ou *et al.*, 1992] Z. Y. Ou, S. F. Pereira, H. J. Kimble et K. C. Peng, *Realization of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox for continuous variables*, Phys. Rev. Lett., **68**, 3663 (1992). Cité p. [3](#)
- [Ourjountsev, 2007] A. Ourjountsev, *Etude théorique et expérimentale de superpositions quantiques cohérentes et d'états intriqués non-gaussiens de la lumière*, Thèse de doctorat, Université Paris-Sud XI (2007). Cité p. [121](#)
- [Ourjountsev *et al.*, 2006] A. Ourjountsev, R. Tualle-Brouiri, J. Laurat et P. Grangier, *Generating optical Schrödinger kittens for quantum information processing*, Science, **312**, 83 (2006). Cité p. [18](#)
- [Owari *et al.*, 2008] M. Owari, M. B. Plenio, E. S. Polzik, A. Serafini et M. M. Wolf, *Squeezing the limit : quantum benchmarks for the teleportation and storage of squeezed states*, New J. Phys., **10**, 113014 (2008). Cité p. [206](#)

- [Pack *et al.*, 2004] M. V. Pack, D. J. Armstrong et A. V. Smith, *Measurement of the $\chi^{(2)}$ tensors of $KTiOPO_4$, $KTiOAsO_4$, $RbTiOPO_4$ and $RbTiOAsO_4$ crystals*, Appl. Opt., **43**, 3319 (2004). Cité p. [111](#), [261](#)
- [Phillips *et al.*, 2001] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth et M. D. Lukin, *Storage of light in atomic vapor*, Phys. Rev. Lett., **86**, 783 (2001). Cité p. [4](#), [155](#), [231](#)
- [Polzik *et al.*, 1992] E. S. Polzik, J. Carri et H. J. Kimble, *Spectroscopy with squeezed light*, Phys. Rev. Lett., **68**, 3020 (1992). Cité p. [71](#), [100](#)
- [Polzik et Kimble, 1991] E. S. Polzik et H. J. Kimble, *Frequency doubling with $KNbO_3$ in an external cavity*, Opt. Lett., **16**, 1400 (1991). Cité p. [101](#)
- [Ralph et Lam, 1998] T. C. Ralph et P. K. Lam, *Teleportation with bright squeezed light*, Phys. Rev. Lett., **81**, 5668 (1998). Cité p. [204](#), [208](#), [209](#), [211](#)
- [Raymer et Mostowski, 1981] M. G. Raymer et J. Mostowski, *Stimulated Raman scattering : unified treatment of spontaneous initiation and spatial propagation*, Phys. Rev. A, **24**, 1980 (1981). Cité p. [38](#)
- [Reháček *et al.*, 2001] J. Reháček, Z. Hradil et M. Jezek, *Iterative algorithm for reconstruction of entangled states*, Phys. Rev. A, **63**, 040303(R) (2001). Cité p. [117](#)
- [Reháček *et al.*, 2007] J. Reháček, Z. Hradil, E. Knill et A. I. Lvovsky, *Diluted maximum-likelihood algorithm for quantum tomography*, Phys. Rev. A, **75**, 042108 (2007). Cité p. [118](#), [119](#), [121](#)
- [Reid, 1989] M. Reid, *Demonstration of the Einstein-Podolsky-Rosen paradox using non-degenerate parametric amplification*, Phys. Rev. A, **40**, 913 (1989). Cité p. [30](#)
- [Reid et Drummond, 1988] M. Reid et P. Drummond, *Quantum correlations of phase in nondegenerate parametric oscillation*, Phys. Rev. Lett., **60**, 2731 (1988). Cité p. [30](#)
- [Reynaud et Heidmann, 1989] S. Reynaud et A. Heidmann, *A semiclassical linear input output transformation for quantum fluctuations*, Opt. Comm., **71**, 209 (1989). Cité p. [92](#)
- [Schiller *et al.*, 1996] S. Schiller, G. Breitenbach, S. F. Pereira, T. Müller et J. Mlynek, *Quantum statistics of the squeezed vacuum by measurement of the density matrix in the number state representation*, Phys. Rev. Lett., **77**, 2933 (1996). Cité p. [116](#)

- [Schiller *et al.*, 1995] S. Schiller, G. Breitenbach, S. F. Pereira, R. Paschotta, A. G. White et J. Mlynek, *Generation of continuous-wave bright-squeezed light*, Proc. SPIE, **2378**, 91 (1995). Cité p. [96](#)
- [Schneider *et al.*, 1998] K. Schneider, M. Lang, J. Mlynek et S. Schiller, *Generation of strongly squeezed continuous-wave light at 1064 nm*, Opt. Express, **2**, 59 (1998). Cité p. [101](#)
- [Scully et Zubairy, 1997] M. O. Scully et M. S. Zubairy, *Quantum optics*, Cambridge University Press (1997). Cité p. [39](#), [218](#)
- [Shaddock, 2000] D. A. Shaddock, *Advanced interferometry for gravitational wave detection*, Thèse de doctorat, Australian National University (2000). Cité p. [55](#)
- [Shaddock *et al.*, 1999] D. A. Shaddock, M. B. Gray et D. E. McClelland, *Frequency locking a laser to an optical cavity by use of spatial mode interference*, Opt. Lett., **24**, 1499 (1999). Cité p. [55](#)
- [Shelby *et al.*, 1986] R. M. Shelby, M. D. Levenson, D. F. Walls, A. Aspect et G. Milburn, *Generation of squeezed states of light with a fiber-optic ring interferometer*, Phys. Rev. A, **33**, 4008 (1986). Cité p. [3](#), [71](#)
- [Shen, 1984] Y. R. Shen, *The principles of nonlinear optics*, Wiley-Interscience (1984). Cité p. [76](#)
- [Shor, 1994] P. W. Shor, *Algorithms for quantum computation : discrete logarithms and factoring*, Proceedings, 35th annual symposium on foundations of computer science, IEEE Press, Los Alamitos, CA, page 124 (1994). Cité p. [1](#)
- [Siegman, 1986] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, California (1986). Cité p. [57](#)
- [Silberhorn *et al.*, 2001] C. Silberhorn, P. K. Lam, O. Weiss, F. König, N. Korolkova et G. Leuchs, *Generation of continuous variable Einstein-Podolsky-Rosen entanglement via the Kerr nonlinearity in an optical fiber*, Phys. Rev. Lett., **86**, 4267 (2001). Cité p. [75](#)
- [Simon, 2000] R. Simon, *Peres-Horodecki separability criterion for continuous variable systems*, Phys. Rev. Lett., **84**, 2726 (2000). Cité p. [29](#)
- [Slusher *et al.*, 1987] R. E. Slusher, P. Grangier, A. LaPorta, B. Yurke et M. J. Potasek, *Pulsed squeezed light*, Phys. Rev. Lett., **59**, 2566 (1987). Cité p. [3](#), [71](#)
- [Slusher *et al.*, 1985] R. E. Slusher, L. W. Hollberg, B. Yurke, J. C. Mertz et J. F. Valley, *Observation of squeezed states generated by four-wave mixing in an optical cavity*, Phys. Rev. Lett., **55**, 2409 (1985). Cité p. [3](#), [71](#)

- [Smithey *et al.*, 1993] D. T. Smithey, M. Beck, M. G. Raymer et A. Faridani, *Measurement of the Wigner distribution and the density matrix of a light mode using optical homodyne tomography : application to squeezed states and the vacuum*, Phys. Rev. Lett., **70**, 1244 (1993). Cité p. [116](#)
- [Steck, 2008] D. A. Steck, *Cesium D line data*, disponible en ligne à l'adresse suivante : <http://steck.us/alkalidata> (2008). Cité p. [257](#), [258](#), [259](#)
- [Sørensen, 1998] J. L. Sørensen, *Nonclassical light for atomic physics and quantum teleportation*, Thèse de doctorat, University of Aarhus (1998). Cité p. [83](#)
- [Suzuki *et al.*, 2006] S. Suzuki, H. Yonezawa, F. Kannari, M. Sasaki et A. Furusawa, *7 dB quadrature squeezing at 860 nm with periodically-poled KTiOPO₄*, Appl. Phys. Lett., **89**, 061116 (2006). Cité p. [101](#)
- [Takeno *et al.*, 2007] Y. Takeno, M. Yukawa, H. Yonezawa et A. Furusawa, *Observation of -9 dB quadrature squeezing with improvement of phase stability in homodyne measurement*, Opt. Express, **15**, 4321 (2007). Cité p. [49](#), [101](#)
- [Tanimura *et al.*, 2006] T. Tanimura, D. Akamatsu, Y. Yokoi, A. Furusawa et M. Kozuma, *Generation of squeezed vacuum resonant on a rubidium D₁ line with periodically poled KTiOPO₄*, Opt. Lett., **31**, 2344 (2006). Cité p. [71](#)
- [Le Targat *et al.*, 2005] R. Le Targat, J.-J. Zondy et P. Lemonde, *75%-Efficiency blue generation from an intracavity PPKTP frequency doubler*, Opt. Comm., **247**, 471 (2005). Cité p. [101](#)
- [Torabi-Goudarzi et Riis, 2003] F. Torabi-Goudarzi et E. Riis, *Efficient cw high-power frequency doubling in periodically poled KTP*, Opt. Comm., **227**, 389 (2003). Cité p. [101](#), [106](#), [112](#)
- [Treppe, 2001] N. Treppe, *Effets quantiques dans les images optiques*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2001). Cité p. [13](#)
- [Treppe et Fabre, 2005] N. Treppe et C. Fabre, *Criteria of quantum correlation in the measurement of continuous variables in optics*, Laser Phys., **15**, 187 (2005). Cité p. [27](#)
- [Vahlbruch *et al.*, 2008] H. Vahlbruch, M. Mehmet, S. Chelkowschi, B. Hage, A. Franzen, N. Lastzka, S. Gossler, K. Danzmann et R. Schnabel, *Observation of squeezed light with 10-dB quantum-noise reduction*, Phys. Rev. Lett., **100**, 033602 (2008). Cité p. [49](#), [71](#)
- [Vernac, 2001] L. Vernac, *Etude expérimentale et théorique des fluctuations quantiques de champs et d'atomes couplés en cavité*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2001). Cité p. [4](#)

- [Vogel et Risken, 1989] K. Vogel et H. Risken, *Determination of quasiprobability distributions in terms of probability distributions for the rotated quadrature phase*, Phys. Rev. A, **40**, 2847 (1989). Cité p. [116](#)
- [Wakui *et al.*, 2007] K. Wakui, H. Takahashi, A. Furusawa et M. Sasaki, *Photon subtracted squeezed states generated with periodically poled KTiOPO₄*, Opt. Express, **15**, 3568 (2007). Cité p. [18](#)
- [Wenger, 2004] J. Wenger, *Dispositifs impulsionsnels pour la communication quantique à variables continues*, Thèse de doctorat, Université Paris XI (2004). Cité p. [194](#)
- [Wigner, 1932] E. Wigner, *On the quantum correction for thermodynamic equilibrium*, Phys. Rev., **40**, 749 (1932). Cité p. [18](#), [256](#)
- [Wootters et Zurek, 1982] W. K. Wootters et W. H. Zurek, *A single quantum cannot be cloned*, Nature, **299**, 802 (1982). Cité p. [203](#)
- [Wu *et al.*, 1986] L.-A. Wu, H. J. Kimble, J. L. Hall et H. Wu, *Generation of squeezed states by parametric down conversion*, Phys. Rev. Lett., **57**, 2520 (1986). Cité p. [3](#), [71](#)
- [Ye et Zibrov, 2002] C. Y. Ye et A. S. Zibrov, *Width of the electromagnetically induced transparency resonance in atomic vapor*, Phys. Rev. A, **65**, 023806 (2002). Cité p. [231](#)
- [Zhang, 2003] J. Zhang, *Einstein-Podolsky-Rosen sideband entanglement in broadband squeezed light*, Phys. Rev. A, **67**, 054302 (2003). Cité p. [141](#)