



HAL
open science

Contribution à l'analyse et à la modélisation des écoulements turbulents en régime de convection mixte - Application à l'entreposage des déchets radioactifs

Yannick Lecocq

► **To cite this version:**

Yannick Lecocq. Contribution à l'analyse et à la modélisation des écoulements turbulents en régime de convection mixte - Application à l'entreposage des déchets radioactifs. Modélisation et simulation. Université de Poitiers, 2008. Français. NNT: . tel-00375441

HAL Id: tel-00375441

<https://theses.hal.science/tel-00375441>

Submitted on 15 Apr 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS
Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées
(Diplôme national - arrêté du 7 août 2006)
École Doctorale : Sciences pour l'Ingénieur & Aéronautique

Spécialité : Mécanique des Fluides

Présentée et soutenue publiquement par

Yannick LECOCQ

le 17 décembre 2008

à l'Université de Poitiers

**CONTRIBUTION À L'ANALYSE ET À LA MODELISATION DES
ÉCOULEMENTS TURBULENTS EN RÉGIME DE
CONVECTION MIXTE -
APPLICATION À L'ENTREPOSAGE DES DÉCHETS RADIOACTIFS**

Directeur de thèse : Laurent-Emmanuel Brizzi

JURY

M. Bertrand Aupoix, Directeur de Recherche, ONERA, Toulouse,	Président
Mme Marianna Braza, Directeur de Recherche CNRS, IMFT, Toulouse,	Rapporteur
M. Jochen Fröhlich, Professeur, Dresde, Allemagne,	Rapporteur
Mlle Sophie Bournaud, Ingénieur-chercheur, EDF R&D, Chatou,	Examineur
M. Sofiane Benhamadouche, Ingénieur-chercheur, EDF R&D, Chatou,	Examineur
M. Laurent-Emmanuel Brizzi, Professeur ESIP, LEA, Poitiers,	Examineur
M. Rémi Manceau, Chargé de Recherche CNRS, LEA, Poitiers,	Examineur

Laboratoire : Laboratoire d'Études Aérodynamiques (LEA)
Université de Poitiers / ENSMA/ CNRS
Boulevard Marie et Pierre Curie
86 962 Futuroscope Chasseneuil Cedex, France

Remerciements

Cette thèse a été co-financée par EDF R&D et l'Association Nationale de la Recherche Technique. Elle s'est déroulée en majeure partie à Chatou au sein du département Mécanique des fluides, Énergie et Environnement, plus exactement dans le groupe I83, Monophasique et Échanges Thermiques, mais aussi au sein du LEA.

L'encadrement a été effectué conjointement par Sophie Bournaud et Sofiane Benhamadouche, ingénieurs Électricité de France, et Rémi Manceau, Chargé de recherche CNRS, ainsi que Laurent-Emmanuel Brizzi, professeur ESIP.

En premier lieu, j'exprime ma profonde reconnaissance à Rémi Manceau pour m'avoir fait partager sa passion envers la modélisation de la turbulence et sans qui, probablement, je n'aurais pas fait de thèse. Ses qualités d'encadrement, son écoute, son exigence et ses avis éclairés m'ont toujours permis d'avancer tout en me laissant une grande liberté d'action et de réflexion.

Je remercie toutes les personnes du groupe I83 pour m'avoir accueilli chaleureusement, pour toute l'aide qu'elles m'ont apportées, leur patience, leur bonne humeur et les nombreuses discussions que nous avons partagées, notamment aux pauses cafés. Je tiens à remercier également Sophie Bournaud pour tout le temps qu'elle m'a accordé, son encadrement et son suivi pendant ce travail de thèse. Son regard critique et son pragmatisme m'ont beaucoup aidé. Je suis aussi très reconnaissant à Sofiane Benhamadouche pour son encadrement, ses qualités pédagogiques, sa patience et son exigence. Un grand merci à Marc et David et Sofiane pour leur connaissance profonde de *Code_Saturne* qui a été un atout indiscutable à la réalisation de ce travail. Et je pense aussi à Thomas pour nos nombreuses discussions scientifiques et philosophiques... Enfin, j'adresse mes amitiés les plus sincères aux deux collègues de bureau avec qui j'ai partagé ces trois années, Monique et Didier. Votre sensibilité, votre gaîté et votre ouverture d'esprit m'auront beaucoup appris.

Je remercie sincèrement tous les membres du LEA, pour leur accueil dans leurs locaux et plus particulièrement au sein de l'équipe Dynamique des Fluides et Transferts. J'exprime toute ma gratitude à Laurent-Emmanuel, directeur de thèse, qui, lors de rencontres régulières, a apporté un regard extérieur et constructif à ce travail. Merci à Tony Ruiz pour l'implantation du modèle des flux thermiques dont je me suis re-servi pendant mes travaux de thèses ainsi qu'à Francis et Vincent, informati-

ciens, pour leur patience et leur aide au bon déroulement de ce travail.

Je remercie Marianna Braza et Jochen Fröhlich d'avoir accepté de juger ces travaux et Bertrand Aupoix pour sa participation au jury et les discussions que nous avons eues à ETMM 7.

Je remercie également tous les étudiants et thésards avec qui j'ai passé de merveilleux moments, qu'ils soient festifs, sportifs ou culturels : Flavien, Atabak, Joseph, Romain, Abdelmalik, Jérôme, Vincent, Abdou, David, Michel, Rodolphe, Amir, Yacine A., Yacine K., Stefano, Ray, Mélanie, Caroline, *etc.*.

Merci aussi à l'UMIST pour m'avoir accueilli à plusieurs reprises et plus particulièrement à Flavien, Juan, Amir, Yacine A., Dominique et Allister.

Je n'oublie pas non plus mes amis qui m'ont encouragé au quotidien pendant ces trois années notamment. Alors MERCI à Rudy et sa famille, Laure, Marine, Nikouf, Mario, Marie, Laetitia, Flavien, Atabak, Joseph, Émilien, Ririque, Sandra, Patrick, Franck, Éric G., Ludovic, Bérengère, Audreen et Chloé.

Enfin, une place de choix revient à mes parents, ma famille, M. et Mme Vermeulin ainsi que Geneviève & Daniel pour la confiance qu'ils m'ont accordée, leur soutien et j'en passe, pendant cette thèse et avant.

*To my beloved parents
and Grand-Ma,*

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Modélisation de la turbulence	1
1.2	Impact de la paroi sur l'écoulement	3
1.3	Objectifs de l'étude	3
1.3.1	Démarche générale	3
1.3.2	Position du problème	4
1.3.3	Organisation de l'ouvrage	5
2	Bibliographie	7
2.1	Les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire	7
2.2	Effets de l'intensité turbulente incidente sur la nature de l'écoulement	17
2.3	Évolution de l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie	19
2.3.1	Principaux changements	19
2.3.2	Influence du rapport d'aspect	20
2.3.3	Influence du facteur de blocage	22
2.4	Transferts thermiques autour d'un cylindre	26
2.5	Conclusion du chapitre	29
3	Méthodes numériques et modélisation de la turbulence	31
3.1	Présentation générale de <i>Code_Saturne</i>	31
3.1.1	Discrétisation temporelle : méthode à pas fractionnaires	32
3.1.2	Discrétisation spatiale	34
3.1.2.1	Terme de convection	34
3.1.2.2	Diffusion	37
3.2	Présentation du code de calcul <i>SYRTHES</i>	37
3.2.1	Discrétisation temporelle	38
3.2.2	Discrétisation spatiale	38
3.2.3	Calcul des matrices élémentaires	38
3.2.3.1	Matrices de masse	39
3.2.3.2	Matrices de diffusion	39
3.2.4	Algorithme de résolution	40
3.3	Couplage des codes <i>Code_Saturne/SYRTHES</i>	40
3.4	État de l'art de la modélisation de la turbulence	41
3.4.1	Méthodes de fermeture en dynamique	45
3.4.1.1	La modélisation au premier ordre	46

3.4.1.2	La modélisation au deuxième ordre	49
3.4.2	Méthodes de fermeture en thermique	54
3.5	Conclusions du chapitre	57
4	Simulations d'un cylindre monté en paroi	59
4.1	Choix des modèles de turbulence	59
4.2	Géométrie	60
4.3	Conditions aux limites des calculs	60
4.4	Résultats de la simulation isotherme	62
4.4.1	Expérience du LEA	62
4.4.2	Champ moyen	63
4.4.2.1	Vue générale de l'écoulement	63
4.4.2.2	Structures dans le proche sillage	64
4.4.2.3	Tourbillon en forme d'arche	68
4.4.2.4	Tourbillon en fer à cheval	72
4.4.2.5	Évolution des structures dans le sillage lointain	73
4.4.3	Champ instantané	74
4.5	Simulations numériques anisothermes	80
4.5.1	Expérience du CEA	80
4.5.1.1	Conditions aux limites	80
4.5.1.2	Mesure des températures	80
4.5.2	Paramètres numériques	81
4.5.2.1	Conditions aux limites	81
4.5.2.2	Condition initiale	82
4.5.2.3	Propriétés physiques	82
4.5.2.4	Couplage entre <i>Code_Saturne</i> et <i>SYRTHES</i>	83
4.5.3	Nature et évolution des structures de l'écoulement	85
4.5.3.1	Écoulements en régimes de convection mixte	86
4.5.3.2	Écoulements à convection naturelle prépondérante	119
5	Pistes d'amélioration par prise en compte des effets de paroi	135
5.1	Modélisation des effets de paroi sur la turbulence	136
5.1.1	Effets induits par la présence d'une paroi	136
5.1.1.1	Effets dynamiques	136
5.1.1.2	Effets cinématiques	137
5.1.2	Conséquences sur la modélisation	138
5.1.2.1	La relaxation elliptique	138
5.1.2.2	La pondération elliptique	140
5.1.2.3	Modèle complet	141
5.1.2.4	Influence du nombre de Reynolds sur l'échelle de longueur	144
5.2	Importance des effets de paroi dans la modélisation de la thermique	146
5.2.1	Validité de la pondération elliptique	146
5.2.2	Effets de la thermique sur l'échelle de longueur	147
5.2.3	Formulation d'un modèle algébrique thermique	149

5.2.4	Modèle algébrique thermique avec pondération elliptique . . .	152
5.2.4.1	Version complète du modèle EB-AFM	154
5.2.4.2	Version réduite du modèle EB-AFM	155
5.3	Validation du nouveau modèle dans différents régimes de convection .	157
5.3.1	Tests <i>a priori</i>	157
5.3.2	Simulations numériques	170
5.4	Remarques sur la sensibilité au maillage	187
5.5	Conclusions du chapitre	189
6	Conclusions et perspectives	191
	Bibliographie	195

Notations et symboles

Opérateurs mathématiques

$\underline{u} \cdot \underline{v} = u_i v_i$	Produit scalaire entre les vecteurs u et v	$\frac{Df}{Dt}$	Dérivée particulière de f
$\ a\ = \sqrt{a \cdot a}$	Norme du vecteur a	∇f	Gradient de f
$(\underline{u} \otimes \underline{v})_{ij} = u_i v_j$	Produit tensoriel des vecteurs u et v	$\nabla \cdot f$	Divergence de f
$\partial f / \partial x_i$	Dérivée partielle de f par rapport à la variable d'espace x_i	$\nabla^2 f$	Laplacien de f
$\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j$	Dérivée partielle seconde de f par rapport à la variable d'espace x_i	$f = \mathcal{O}(g)$	f équivalent à g au voisinage de zéro ($\lim_{y \rightarrow 0} f/g = 1$)
		$\langle \cdot \rangle$	Moyenne temporelle en URANS
		\cdot^*	Grandeur instantanée dans la partie 3.4

Symboles latins

$A_i, A_{2\theta}$	Invariants	C_D	Coefficient de traînée
a_1	Constante « de Bradshaw »		
a_{ij}	Tenseur d'anisotropie	C_f	Coefficient de frottement
	$a_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{2k} - \frac{1}{3} \delta_{ij}$	C_η	Constante du modèle EB-RSM
b_{ij}	Tenseur d'anisotropie tel que $b_{ij} = 2a_{ij}$	C_L	Constante du modèle EB-RSM

C_p	Chaleur spécifique du fluide à volume constant	$D_{\theta i}^\nu$	Tenseur de transport moléculaire des flux thermiques turbulents
C_S	Constante du modèle de transport turbulent	$D_{\theta i}^T$	Tenseur de transport turbulent des flux thermiques turbulents
C_T	Constante du modèle EB-RSM		
$C_{\varepsilon 1}$	Constante de l'équation de dissipation	E	Distance séparant l'entrée de la veine du centre du cylindre
$C'_{\varepsilon 1}$	Constante du modèle EB-RSM		
$C_{\varepsilon 2}$	Constante de l'équation de dissipation	F_{ij}	Variable de la théorie de la relaxation elliptique
C_{pb}	Coefficient de succion du cylindre	f_{ij}	Variable de la théorie de la relaxation elliptique
$C'_{\theta 1}$	Constante du modèle NL-AFM		
C_θ	Constante du modèle AFM	f_S	Fréquence de l'allée de von Kàrmàn
C_μ	Constante du modèle $k-\varepsilon$	f_t	Fréquence de la couche cisailée
C_i, C_i^*	Constantes du modèle SSG	g	Accélération de la pesanteur
D	Diamètre du cylindre	G_{ij}	Production de turbulence dues aux forces de volume
D_{ij}^p	Tenseur de diffusion par la pression	Gr	nombre de Grashof
D_{ij}^T	Tenseur de transport turbulent	Gr^*	nombre de Grashof modifié
D_{ij}^ν	Tenseur de transport moléculaire	H	Hauteur du cylindre

N	Hauteur de la veine	\underline{n}	Vecteur unitaire normal à la paroi
h	Coefficient d'échange convectif aux chapitres 2-4; demi-hauteur du canal au chapitre 5	Nu	Nombre de Nusselt
		\mathcal{P}	Pression moyennée au sens RANS
		P	Largeur de la veine
I_u	Intensité turbulente suivant la direction U_0	P_{ij}	Tenseur de production des tensions de Reynolds
I_k	Intensité turbulente basée sur k	$P_k = \frac{1}{2}P_{ii}$	Demi-trace du tenseur de production
$k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$	Énergie cinétique turbulente	Pr	Nombre de Prandtl
k_S	Diffusivité du solide	Pr_w	nombre de Prandtl à la paroi du cylindre
$k_\theta = \overline{\theta^2}/2$	Demi-variance de la température	Pr_t	nombre de Prandtl turbulent
L	Longueur de la veine	R	Ratio d'échelle de temps thermo-mécanique
L_C	Longueur de corrélation		
L_d	Échelle de longueur de Durbin	Ra	Nombre de Rayleigh
$L = k^{3/2}/\varepsilon$	Échelle intégrale de longueur de la turbulence	Ra^*	Nombre de Rayleigh modifié
		Re	Nombre de Reynolds
$L_\eta = \nu^{3/4}/\varepsilon^{1/4}$	Échelle de longueur de Kolmogorov	Re_τ	Nombre de Reynolds adimensionné par les variables de paroi
Ma	Nombre de Mach		

$Re_T = k^2/\varepsilon$	Nombre de Reynolds turbulent	T	Température
Ri	Nombre de Richardson	$T_i = k/\varepsilon$	Échelle de temps intégrale de la turbulence
Ri^*	Nombre de Richardson modifié	T_d	Échelle de temps de Durbin
R_{ij}	Tenseur de Reynolds	U_b	Vitesse débitante
S_{ij}	Tenseur des taux de déformation	U_i	Composante i de la vitesse
St	Nombre de Strouhal	u_τ	Vitesse de frottement
t	Variable temps	$\underline{x} = (x, y, z)$	Vecteur position

Symboles grecs

α	Coefficient de pondération elliptique du modèle EB-RSM	δ_{ij}	Symbole de Kronecker
α_t	Diffusivité turbulente	Δt	Pas de temps
β	Coefficient de dilatation	ΔT	Différentiel de température
$\beta_1, \beta_2, \beta^*$	Constantes du modèle $k-\omega$ SST	ε_{ij}	Tenseur de dissipation
γ	Variable du modèle EB-AFM	$\varepsilon = \frac{1}{2}\varepsilon_{kk}$	Dissipation
γ_1, γ_2	Constantes du modèle $k-\omega$ SST	ε_{ij}^h	Modèle quasi-homogène du tenseur de dissipation
Γ	Coefficient de diffusion d'une variable quelconque	ε_{ij}^w	Modèle en proche paroi du tenseur de dissipation
δ_1, δ_2	Épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement	ε_θ	Dissipation de la température

ϵ_1, ϵ_2	Émissivités du cylindre et de la paroi respectivement	$\nu = \mu/\rho$	Viscosité cinématique du fluide
η	Coefficients constants des modèles AFM et NL-AFM et coefficient variable du modèle EB-AFM	ν_t	Viscosité turbulente cinématique
θ_S	Angle de décollement du fluide sur le cylindre	ξ	Constante des modèles AFM, EB-AFM et NL-AFM
θ'	Valeur RMS de la température	ρ	Masse volumique du fluide
$\overline{\theta^2}$	Variance de la température	ρ_w	Masse volumique du fluide à la paroi du cylindre
κ	Conductivité du fluide ou du solide	$\sigma_k, \sigma_\epsilon$	Constantes du modèle $k-\epsilon$
λ	Conductivité du fluide	$\sigma_{k1}, \sigma_{k2}, \sigma_\omega$	Constantes du modèle $k-\omega$ SST
λ_w	Conductivité du fluide à la paroi du cylindre	σ_s	Constante de Stefan-Boltzmann
λ_2	Valeur propre associée au tenseur $\Omega_{ik}\Omega_{kj} + S_{ik}S_{kj}$	τ_m	Échelle de temps d'une structure turbulente dynamique
μ	Viscosité dynamique du fluide	τ_θ	Échelle de temps d'une structure turbulente thermique
μ_t	Viscosité turbulente dynamique	$\tau_w = \mu \left \frac{\partial U}{\partial y} \right _{y=0}$	Contrainte de cisaillement en paroi
μ_w	Viscosité du fluide à la paroi du cylindre	Φ	Flux surfacique

Φ_{ij}	Corrélation pression- déformation	Φ_{ij}^w	Modèle en proche paroi de corrélation vitesse-gradient de pression
Φ_{ij}^*	Corrélation vitesse-gradient de pression	Φ_s	Diffusivité du solide
Φ_{ij}^h	Modèle de corrélation vitesse-gradient de pression en zone quasi-homogène	ω	Fréquence des grands tourbillons, variable du modèle $k-\omega$ SST
		Ω_{ij}	Tenseur des taux de rotation

Acronymes

AFM	Algebraic Flux Model	EB-AFM	Elliptic Blending- Algebraic Flux Model
<i>BIV</i>	<i>Buoyancy- Induced Vortices</i> ou Tourbillons de flottabilité	EB-GGDH	Elliptic Blending- Generalized Gradient Diffusion Hypothesis
CDS	Central Difference Scheme		
CEA	Commissariat à l'énergie atomique	EB-RSM	Elliptic Blending Reynolds-Stress Model
CPU	Central Processing Unit		
DES	Detached Eddy Simulation	GGDH	Generalized Gradient Diffusion Hypothesis
DFM	Differential Heat flux Model		
DNS	Direct Numerical Simulation	IP	Isotropization of Production
DSP	Density Spectra Power	<i>KHV</i>	<i>Kelvin- Helmholtz Vortices</i>

LEA	Laboratoire d'Études Aéro- dynamiques	SDM	Semi- Deterministic Model
LES	Large Eddy Simulation	SGDH	Simple Gradient Diffusion Hypothesis
LNS	Limited Numerical Scales	SSG	Speziale, Sarkar, Gatski
LRR	Launder, Reece, Rodi	<i>SYRTHES</i>	SYstème de Résolution THERmique Solide
NL-AFM	Non Linear-Algebraic Flux model	<i>TFC</i>	Tourbillon en Fer à Cheval
OES	Organized Eddy Simulation	<i>TLV</i>	<i>Tornado-like vortices</i>
PANS	Partially Averaged Navier Stokes	<i>TM</i>	Tourbillons Marginaux
PITM	Partially Integrated Transport Model	<i>TV</i>	<i>Trailing Vortices</i>
PIV	Particule Image Velocimetry	T-RANS	Transient Reynolds Averaged Navier Stokes
RANS	Reynolds Averaged Navier Stokes	URANS	Unsteady Reynolds Averaged Navier Stokes
RMS	Root Mean Square	<i>VKV</i>	<i>von Kàr- màn Vortices</i>
RSM	Reynolds Stress Model	VLES	Very Large Eddy Simulation
SAS	Scale- Adaptative Simulation		

Autres

\cdot_s	Grandeur liée au solide	\cdot_w	Grandeur calculée à la paroi
\cdot_f	Grandeur liée au fluide		

Chapitre 1

Introduction

1.1 Modélisation de la turbulence

Objet d'une intense recherche, l'étude des écoulements turbulents, et plus particulièrement leur modélisation, constitue un défi de taille à relever dans les prochaines décennies. Malgré les efforts déployés par de nombreux chercheurs, bien des écoulements de la vie réelle, par opposition aux cas académiques, demeurent physiquement mal compris et leur prévision est loin d'être satisfaisante. Le développement des moyens informatiques et leur utilisation grandissante ont, aujourd'hui, rendu incontournable la simulation numérique. Les outils de simulation se répartissent en trois grandes classes de méthodes : la simulation numérique directe (ou DNS pour *Direct Numerical Simulation* en anglais), la simulation des grandes échelles et la modélisation statistique. D'après la théorie de Kolmogorov, l'agitation turbulente est formée de structures tourbillonnaires réparties de manière continue sur une gamme d'échelles de longueur. L'échelle maximale est souvent limitée par la géométrie liée à l'écoulement et l'échelle minimale est fixée par l'échelle des structures dissipatives appelée aussi échelle de Kolmogorov. La DNS cherche à approcher numériquement la solution exacte des équations de Navier-Stokes. On a alors accès à toutes les échelles de la turbulence constituant le champ tridimensionnel et instationnaire de l'écoulement. Par un processus de filtrage, la LES (*Large Eddy Simulation* en anglais), résout explicitement les grandes échelles et modélise les petites. Cette méthode fournit aussi un champ tridimensionnel et instationnaire relativement aux grandes échelles. La modélisation statistique modélise l'intégralité des échelles de la turbulence en considérant l'agitation turbulente comme un processus purement aléatoire. Les grandeurs instantanées sont séparées en une grandeur moyenne et une grandeur fluctuante suivant la décomposition proposée par Reynolds. L'introduction de cette décomposition et l'application de l'opérateur moyenne conduisent au jeu d'équations RANS pour *Reynolds Averaged Navier-Stokes*.

L'ensemble de ces différentes approches n'a pas les mêmes objectifs en termes d'informations obtenues et n'a pas les mêmes exigences en matière de coût de calcul. D'un côté, la DNS procure des informations précises en permettant une analyse fine

et fiable de la topologie de l'écoulement, fréquences, acoustique, statistiques de la turbulence, *etc.* La contrepartie de cette classe de simulation est la nécessité d'un espace mémoire proportionnel à $Re^{9/4}$ et un temps de calcul de l'ordre de Re^3 rendant hors de portée tout calcul industriel dont le nombre de Reynolds de l'écoulement serait de l'ordre de 10^6 dans les prochaines décennies, Spalart [138]. Pour des nombres de Reynolds faibles ainsi que pour des écoulements de turbulence homogène à haut nombre de Reynolds, cette technique constitue un outil indispensable pour la recherche fondamentale et la compréhension d'un grand nombre de mécanismes intervenant dans la turbulence.

À l'autre extrémité, on dispose de la méthode RANS qui est peu dépendante du nombre de Reynolds et dont le temps de calcul est considérablement réduit par rapport à la DNS. Les solutions obtenues fournissent une information limitée : champs moyens et statistiques en un point uniquement. Par ailleurs, cette méthode présente un fort degré d'empirisme, ce qui la rend peu fiable sur certains écoulements. Entre ces deux classes se situe la LES.

Par définition, le formalisme des équations RANS ne rend pas compte du caractère instationnaire intrinsèque de la majeure partie des écoulements rencontrés « au quotidien ». Or, pour de nombreux problèmes tels que de fatigue thermique, prévision et contrôle du bruit dans les secteurs de l'aéronautique et/ou du transport terrestre, le besoin d'informations instationnaires est essentiel. De multiples approches instationnaires intermédiaires entre RANS et LES voient le jour dans les années 90 parmi lesquelles on peut citer l'URANS (*Unsteady-RANS*) avec par exemple Iaccarino *et al.* [63] et Bosch & Rodi [18], la DES (*Detached Eddy Simulation*) de Travini *et al.* [144], l'OES (*Organized Eddy Simulation*) de Dervieux *et al.* [35], la SAS (*Scale-Adaptive Simulation*) de Menter [93], le PANS (*Partially Averaged Navier-Stokes*) de Girimaji & Abdol-Hamid [52] et le PITM (*Partially Integrated Transport Model*) de Schiestel & Dejoan [126]. Cette liste, non exhaustive, permet d'apprécier la forte activité de recherche portée vers une meilleure prévision des écoulements instationnaires. L'approche URANS, aussi appelée T-RANS (pour *Transcient-RANS*) par Hanjalić [56], sert à d'importantes applications dans des domaines divers dont l'interaction fluide-structure, Huvelin [61], la convection naturelle et mixte, Hanjalić [56], l'énergétique, Benhamadouche & Laurence [15]. Ces travaux mettent en avant l'aspect plus réaliste de la solution statistiquement stationnaire obtenue lorsque le terme instationnaire est pris en compte. Par exemple, Iaccarino *et al.* [63] ont mené une comparaison entre un calcul RANS, URANS et LES autour d'un cube. Les résultats URANS sont peu éloignés de ceux issus de la LES et de l'expérience en matière de topologie de l'écoulement moyen : longueur de recirculation, coefficient de traînée et nombre de Strouhal alors que la solution RANS s'en trouve très écartée. Il semble que l'URANS offre une alternative intéressante par rapport à la LES dans un certain nombre de cas, tout au moins là où la connaissance des variations à très grande échelle est suffisante.

1.2 Impact de la paroi sur l'écoulement

La paroi, présente dans de nombreux écoulements réels, fait l'objet de transferts énergétiques importants. La viscosité engendre l'adhérence du champ de vitesse et implique de fortes variations entre la région de proche paroi et la région loin de celle-ci. Au niveau moyen, la paroi est caractérisée par la production turbulente et la dissipation visqueuse. Le premier terme nourrit la turbulence le plus souvent car il s'agit d'une transformation de l'énergie cinétique moyenne en énergie cinétique turbulente. Le deuxième terme vise à diminuer l'intensité turbulente de l'écoulement en transformant cette énergie cinétique moyenne en énergie interne. La dissipation est maximale à la paroi d'après différentes données DNS, Moser *et al.* [95] ou encore Hoyas & Jimenez [59]. L'influence de ces phénomènes se fait sentir sur toute l'épaisseur de la couche limite par le biais des phénomènes de transport : diffusion visqueuse, diffusion turbulente et diffusion par la pression.

Lors de calculs industriels, certaines grandeurs telles que le nombre de Nusselt ou le coefficient de frottement peuvent intervenir notamment lorsqu'il s'agit de faire du dimensionnement, d'estimer des niveaux de sécurité, *etc.* En particulier, le calcul du nombre de Nusselt repose sur le gradient pariétal de température adimensionné. Des travaux ont montré que la condition nécessaire pour estimer correctement ce nombre même avec un modèle de thermique simple était la bonne reproduction de la zone de proche paroi, Thielen *et al.* [142] et Choi & Kim [27] par exemple. La contrepartie à cette précision est un maillage suffisamment fin dans la sous-couche visqueuse afin de prévoir les changements brusques des profils de vitesse et de température. Le coût de calcul devient alors rapidement important d'où le développement de modèles de turbulence utilisant des lois de paroi. Ces modèles, dits haut-Reynolds, reposent sur le placement du premier point de calcul dans la zone logarithmique. Adimensionnées en unités de paroi, dans cette région, les variables de l'écoulement répondent à un comportement « universel ». Mais lorsque l'écoulement n'est plus parallèle au champ de vitesse tel un écoulement de jet impactant, la prévision du nombre de Nusselt est fortement dégradée. Il existe de nombreuses autres situations où l'utilisation de lois de paroi s'avère inadaptée : séparation, relaminarisation, écoulement tridimensionnel, *etc.*, Chassaing [24].

1.3 Objectifs de l'étude

1.3.1 Démarche générale

Cette thèse s'inscrit dans le cadre des applications industrielles de la modélisation de la turbulence avec transferts thermiques au sein d'Électricité de France.

Bien que révisée en 2006, l'un des axes de travail retenus dans le cadre de la gestion des déchets nucléaires émis par la loi Bataille de 1991 consiste à étudier la faisabilité de l'entreposage à sec de longue durée des combustibles usés. En tant que propriétaire de ses déchets, EDF évalue les différentes options techniques envisageables. Les études de thermique et d'aérodynamique réalisées par le département MFEE au

sein d'EDF R&D tendent à développer l'expertise nécessaire pour venir en appui à son ingénierie dans les choix de dimensionnement des différents concepts d'entreposage proposés. Le pré-dimensionnement de ces halls d'entreposage requiert le développement d'outils de simulation thermique et aéraulique dédiés, capables de fournir des niveaux de température locale à une échelle macroscopique dans des conditions de fonctionnement nominal en régime permanent établi.

1.3.2 Position du problème

L'entreposage consiste en l'insertion de déchets radioactifs de haute activité à vie longue dans des fûts cylindriques. La figure 1.1 indiquent que les fûts, qui dégagent de la chaleur, sont espacés suivant un certain pas dans des halls d'entreposage. Au sein de ces installations modélisées, l'évacuation de la puissance thermique dégagée par les conteneurs repose sur le principe du thermosiphon : la chaleur diffusée par échange convectif avec l'air situé à l'intérieur du hall engendre une circulation d'air par flottabilité entre la zone d'entreposage des fûts contenant les déchets et l'air extérieur.

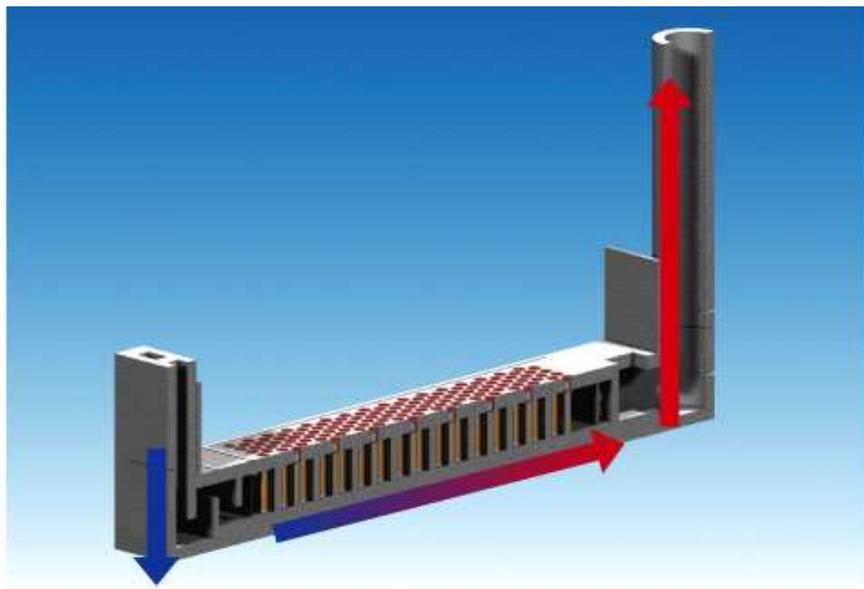


FIG. 1.1 – Schéma du circuit de l'air de refroidissement dans l'entrepôt de surface comportant les fûts de déchets radioactifs.

Le système est efficace lorsque le point de fonctionnement thermo-aéraulique permettant de compenser les pertes de charges par les forces de flottabilité, conduit à un débit de circulation suffisant pour maintenir des températures admissibles pour l'installation. Le dimensionnement thermique de l'installation résulte donc de la recherche de ce point de fonctionnement thermo-aéraulique et de son optimisation.

Ces conditions optimales de fonctionnement correspondent au régime de convection mixte, régime intermédiaire entre la convection forcée et la convection naturelle.

Dans le cas où le débit de circulation n'équilibre pas les pertes de charges, on sort du régime de convection mixte. Dans le cas où le débit serait insuffisant voire nul, synonyme d'une situation accidentelle, on se retrouverait en régime de convection naturelle pouvant mettre en péril l'intégrité de la structure.

Les expériences menées par le CEA constituent une base de données qui permettra de bâtir des corrélations d'échange aboutissant à une vision macroscopique de l'écoulement mais aussi de tester le code de calcul, *Code_Saturne*. La simulation de chaque essai étant coûteuse, des calculs URANS seront réalisés plutôt que LES.

L'objectif de la thèse porte d'une part sur la validation de modèles RANS dans le cadre de la méthodologie URANS afin de prévoir l'influence des paramètres tels que le débit et le flux de chaleur sur l'écoulement et les niveaux de température atteints. D'autre part, en parallèle, ce travail porte sur l'amélioration des modèles de flux thermiques turbulents en régime de convection mixte.

1.3.3 Organisation de l'ouvrage

Ce travail de thèse s'articule en la présente introduction, quatre chapitres et une conclusion.

Le deuxième chapitre expose une revue bibliographique sur les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire d'allongement infiniment long dans un premier temps puis de hauteur finie dans un deuxième. Lorsque les transferts thermiques autour d'un cylindre sont abordés, nous revenons sur une configuration de cylindre infini.

Le chapitre trois présente d'abord *Code_Saturne*, Archambeau *et al.* [7], avec les méthodes numériques retenues pour ce travail et *SYRTHES*, Péniguel & Rupp [124], tous deux codes développés à EDF R&D puis l'état de l'art de la modélisation de la turbulence hydraulique et thermique dans le cadre des modèles au premier et second ordres.

Le quatrième chapitre est consacré à la méthodologie URANS utilisée dans le code sur un cylindre de hauteur finie monté à la paroi avec et sans transferts thermiques. L'expérience du LEA réalisée pour les besoins de la thèse sera présentée et servira de comparaison pour la simulation isotherme. Puis, l'expérience du CEA, la maquette VALIDA, Duret *et al.* [39], sera introduite pour être comparée aux résultats des simulations dans les régimes de convection mixte et naturelle.

Les limitations inhérentes des modèles RANS du premier ordre étant bien connues en particulier pour les écoulements fortement influencés par la flottabilité, c'est au cours du cinquième chapitre que nous proposerons un modèle algébrique des flux thermiques turbulents basé sur la pondération elliptique, le modèle EB-AFM. Ce modèle sera comparé aux autres dans un panel de cas tests d'écoulement en canal couvrant les régimes de convection forcée, mixte et naturelle, tous étant associés à l'EB-RSM, modèle de proche paroi résolvant les équations de transport des tensions de Reynolds développé par Manceau & Hanjalić [88] puis repris par Manceau [87].

Chapitre 2

Bibliographie

Ce chapitre bibliographique s'articule en trois parties. Dans un premier temps sont abordés les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire infini. Dans un second temps sont traités les écoulements autour de cylindres de hauteur finie avec les différents paramètres agissant directement sur l'écoulement. Enfin, dans la troisième partie, on aborde les écoulements en présence de transferts thermiques. Les écoulements autour de cylindres sans transferts thermiques représentent un vaste domaine de recherche. Il ne s'agira pas ici de les présenter dans le détail mais plus simplement d'introduire les éléments importants caractérisant ces différents régimes.

2.1 Les différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre circulaire infini

À faible nombre de Mach, i.e. $Ma \leq 0.3$, l'écoulement d'un fluide est considéré comme obéissant aux équations de Navier-Stokes pour un fluide incompressible. On peut définir un nombre sans dimension, le nombre de Reynolds noté Re , issu de l'adimensionnement de ces équations par une échelle de vitesse U_0 , une distance caractéristique D et une échelle de masse ρD^3 qui s'écrit ainsi :

$$Re = \frac{\rho U_0 D}{\mu} \quad (2.1)$$

Le nombre de Reynolds est le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Dans la suite de ce paragraphe, on supposera que le cylindre a une surface lisse, l'écoulement autour de lui est bidimensionnel en moyenne et le niveau de turbulence incidente est faible. L'écoulement est régi par les équations adimensionnées suivantes :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.3)$$

Il existe de très nombreux travaux sur ce type d'écoulement, qu'ils soient expérimentaux (Roshko [121], Bloor [16], Gerrard [51], Bearmann [12], Coutenceau [29], Williamson [154], ...) ou bien numériques (Parnaudeau *et al.* [105], Persillon & Braza [112], Lamballais & Silvestrini [78], Beaudan & Moin [13], Fröhlich & Rodi [47], Singh & Mittal [133], Mittal [94], Programme FLOMANIA [1], ...) caractérisant les différents régimes d'écoulement en fonction du nombre de Reynolds.

Pour une revue plus exhaustive de ces différents régimes ainsi que l'impact de diverses conditions aux limites, le lecteur intéressé peut se référer à Zdravkovich [157, 158].

– **Écoulement rampant :**

Pour $Re \leq 5$, l'écoulement est dit rampant. Les forces de viscosité dominent les forces d'inertie ; la figure 2.1 montre que le fluide reste *attaché* au cylindre sans qu'il y ait de décollement. L'écoulement est symétrique par rapport à l'axe longitudinal et aussi entre l'amont et l'aval.

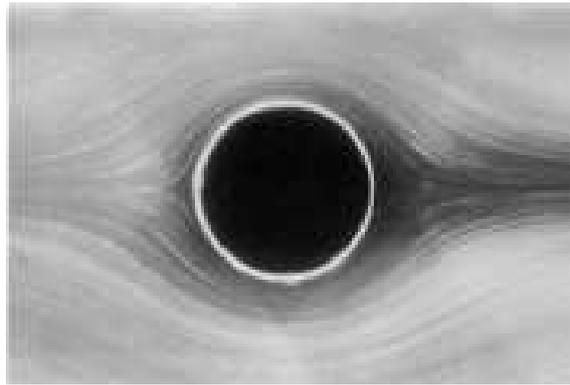


FIG. 2.1 – Écoulement rampant à $Re = 1$. Visualisation de S. Taneda tirée de van Dyke, [146].

– **Écoulement avec séparation stationnaire :**

Quand $4 - 5 \leq Re \leq 30 - 48$, le ralentissement du fluide à l'aval de l'obstacle induit un gradient de pression défavorable et provoque un écoulement à contre-courant, qui fait dévier le courant incident et le fait décoller de chaque côté de la surface du cylindre, voir figure 2.2. À mesure que le nombre de Reynolds augmente, le point de décollement se déplace le long de la paroi vers l'amont du cylindre. Les deux couches cisailées se rencontrent à une distance du cylindre de plus en plus grande, délimitant la zone de recirculation qui grossit en longueur et en largeur avec le nombre de Reynolds. Cette zone se décompose en deux tourbillons symétriques stables qui adhèrent au cylindre. Au-delà de cette zone, le sillage formé par la double couche cisailée se prolonge loin en aval tout en restant stable lui aussi. L'expérience montre que la longueur de la zone de recirculation croît linéairement avec Re et sa largeur en $Re^{1/2}$.



FIG. 2.2 – Écoulement stationnaire décollé à $Re = 26$. Visualisation de S. Taneda tirée de van Dyke, [146].

– **Régime laminaire instationnaire :**

Lorsque $30 - 48 \leq Re \leq 180 - 200$, l'écoulement devient instationnaire tout en restant 2D, voir figure 2.3. On observe une ondulation du sillage lointain dans le temps et l'espace qui progresse en amont lorsque le nombre de Reynolds croît en même temps que son amplitude croît elle aussi. Les deux tourbillons perdent leur symétrie par rapport à l'axe longitudinal, se détachent du cylindre alternativement et sont convectés dans le sillage pour former des structures à grandes échelles comme l'allée de von Kàrmàn. Cette allée résulte d'une instabilité absolue¹ bidimensionnelle de proche sillage qui engendre une oscillation auto-entretenu, alors qu'au loin l'instabilité reste de nature convective. Elle est caractérisée par une périodicité très prononcée. Le spectre temporel de pression ou de vitesse transverse présente un pic de forte amplitude à la fréquence du lâcher tourbillonnaire. Cette fréquence peut être adimensionnée pour donner le nombre de Strouhal, qui s'écrit :

$$St = \frac{f_S D}{U_0} \quad (2.4)$$

où f_S est la fréquence du pic.

Tant que $Re \leq 160$, la figure 2.4 montre que le nombre de Strouhal augmente avec le nombre de Reynolds. Les bulles de recirculation formées par les deux tourbillons et qui étaient restés attachés jusqu'ici disparaissent complètement. Les couches cisailées s'enroulent directement sous forme de tourbillons dès le décollement des couches limites puis de plus en plus loin à mesure que le nombre de Reynolds augmente. Il s'en suit une zone stagnante de fluide ou zone de formation tourbillonnaire de longueur notée l_f . Sur la figure 2.5, on remarque que cette longueur croît jusqu'à $Re \sim 1500$ puis diminue jusqu'au régime critique.

¹Il existe deux types d'instabilité : convective et absolue. Elle est absolue lorsque la perturbation initiale prend naissance en un point et se propage en contaminant tout le domaine, pouvant entraîner une oscillation auto-entretenu. Elle est dite convective lorsque la perturbation croît avec le temps mais est convectée laissant finalement la zone où elle est introduite non perturbée.

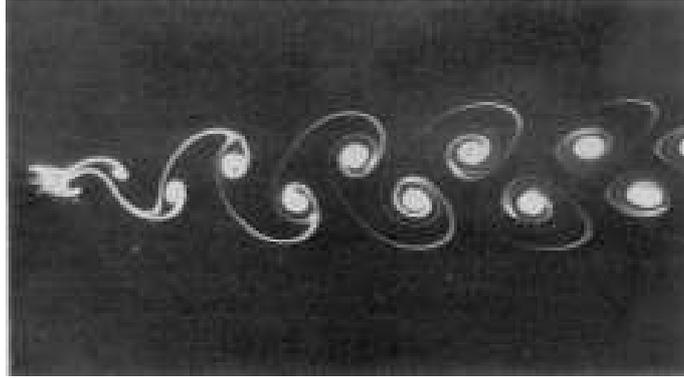


FIG. 2.3 – Écoulement laminaire instationnaire bidimensionnel à $Re = 105$. Visualisation de S. Taneda tirée de van Dyke, [146].

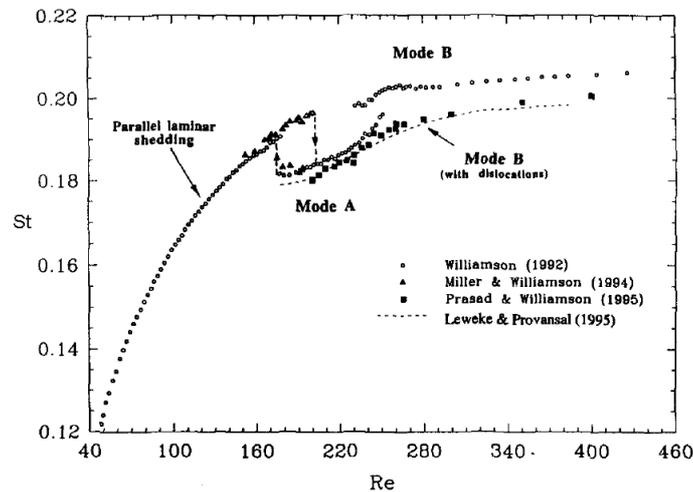


FIG. 2.4 – Évolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds sur la plage $Re = 0 - 460$; Williamson [154].

On voit qu'à cause du caractère périodique de l'écoulement dans ce régime, moyenné l'écoulement dans le temps donne un écoulement symétrique par rapport à l'axe longitudinal similaire au régime précédent avec deux tourbillons attachés au cylindre, voir figure 2.2. On peut définir une longueur de recirculation comme étant l'abscisse du point de vitesse moyenne longitudinale nulle. Il s'agit en fait d'un point selle dans la mesure où les vitesses transversales s'y rencontrent. Cette longueur diminue avec le nombre de Reynolds d'après la figure 2.5.

En plus du nombre de Strouhal, il convient de définir d'autres grandeurs intervenant dans la caractérisation de l'écoulement. Comme paramètre important, on peut citer la position du point de décollement repérée par l'angle θ_s entre le point de décollement et le point d'arrêt amont, mais aussi le coefficient de succion :

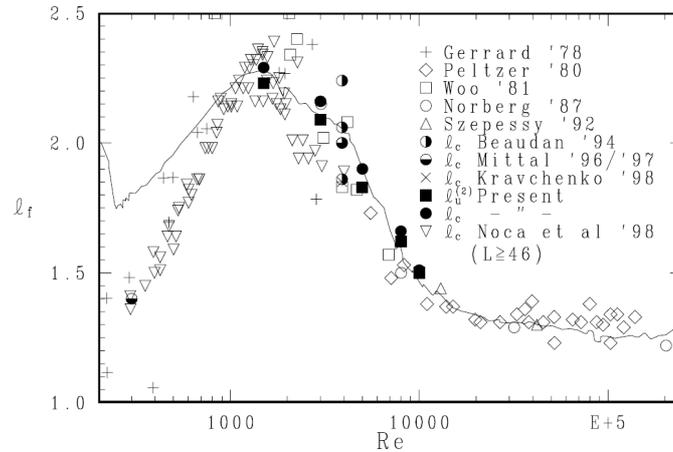


FIG. 2.5 – Évolution de la longueur de formation tourbillonnaire en fonction du nombre de Reynolds, Norberg [100].

$$C_{pb} = \frac{P_{180^\circ} - P_{0^\circ}}{\frac{1}{2}\rho U_0} \quad (2.5)$$

Différents auteurs introduisent aussi la valeur RMS de ce coefficient. Pour caractériser les efforts appliqués sur le cylindre, on distingue le coefficient de traînée qui est la composante longitudinale adimensionnée traduisant sa résistance au fluide, et le coefficient de portance qui est la composante perpendiculaire à l'écoulement de l'effort qu'applique le fluide sur le cylindre. Ces deux coefficients résultent de l'action de la pression et du frottement visqueux sur le cylindre par intégration sur sa surface. En raison de la symétrie de la géométrie, la moyenne du coefficient de portance est nulle. Par conséquent, sont généralement présentés le coefficient de traînée et les valeurs RMS de la traînée et de la portance.

– **Régime pseudo-périodique :**

Pour $180 - 200 \leq Re \leq 300$, l'écoulement devient tridimensionnel : on constate une ondulation des structures de von Kàrmàn selon la génératrice du cylindre et la naissance de tourbillons d'axe longitudinal. Si l'on considère la longueur d'onde dans le sens de l'envergure de l'ondulation des rouleaux, on distingue deux modes A et B.

Le mode A, figures 2.6(a)–(b), pour des nombres de Reynolds compris entre 180 – 190 et 250 – 260, se distingue par une longueur d'onde de l'ordre de 3 – 4 diamètres. Il y a génération de paires de tourbillons longitudinaux dus à la déformation des rouleaux primaires. Le mode B, figures 2.7(a)–(b), dont le nombre de Reynolds est compris entre 240 et 460 environ est caractérisé par une ondulation des rouleaux primaires de plus petite longueur d'onde (de l'ordre du diamètre). L'évolution du nombre de Strouhal, figure 2.4, indique deux discontinuités liées à ces modes. Au début du mode A, le nombre de Strouhal

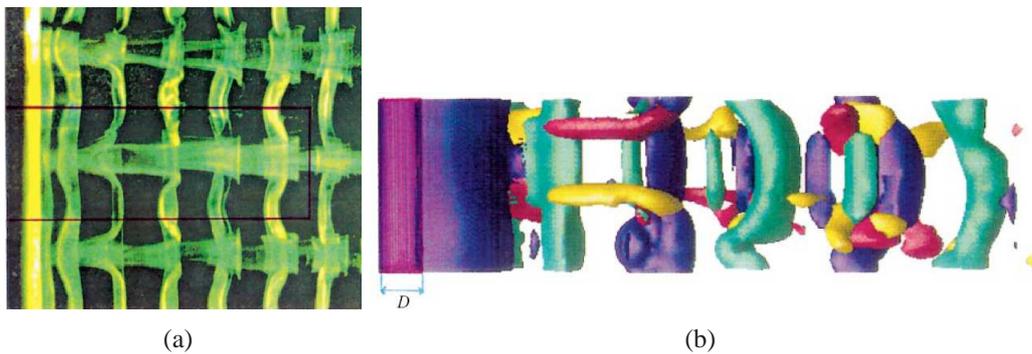


FIG. 2.6 – Visualisation du mode A, (a) tirée de Williamson [154] et (b) tirée de Persillon & Braza [112].

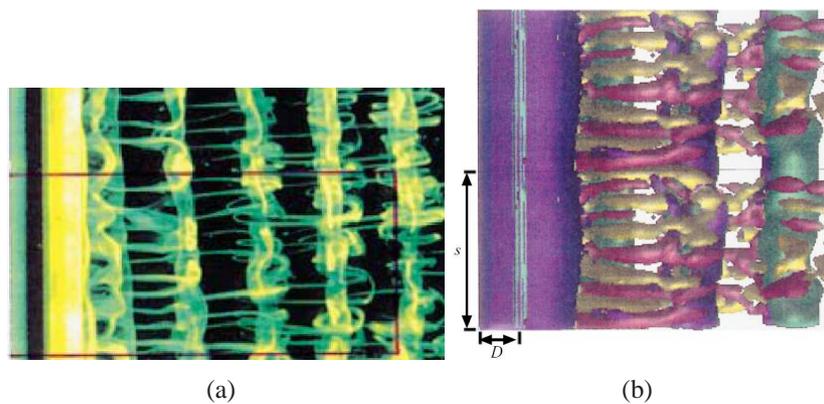


FIG. 2.7 – Visualisation du mode B, (a) tirée de Williamson [154] et (b) tirée de Persillon & Braza [112].

passé de 0.19 en régime bidimensionnel à 0.18 en régime tridimensionnel. À la seconde discontinuité, associée à l'entrée dans le mode B, le nombre de Strouhal croît de 0.19 à 0.2. Cette transition s'effectue de manière graduelle, Williamson [154]. D'après les figures 2.6(b) et 2.7(b), ces deux modes sont bien observés numériquement par les travaux de Persillon & Braza [112].

– **Régime sous-critique :**

Dans ce régime $300 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5$, la couche limite est encore laminaire avant son décollement qui se fait à un angle quasi-constant ($\theta_s \approx 80^\circ$). La zone de formation tourbillonnaire décroît avec le nombre de Reynolds. Elle est délimitée par deux couches cisailées instables qui s'enroulent en petits tourbillons de Kelvin–Helmholtz. L'allée tourbillonnaire de von Kàrmàn est complètement turbulente et est caractérisée par un nombre de Strouhal qui varie peu, soit $St = 0.20 \pm 10\%$.

Le cisaillement important dans la zone décollée entraîne l'amplification d'une instabilité de type Kelvin–Helmholtz pour les faibles nombres de Reynolds de ce régime. Cette instabilité s'amplifie proportionnellement au nombre de

Reynolds et donne naissance aux petits tourbillons de zones de mélange à partir de $Re \sim 2000$ qui vont interagir avec les tourbillons de von Kàrmàn. La fréquence f_t de cette instabilité a fait l'objet de nombreuses études. Plusieurs auteurs l'ont reliée au nombre de Strouhal, Bloor [16] en $f_t/f_s \sim Re^{0.5}$, Braza *et al.* [20] et Kourta *et al.* [75] en $Re^{0.5}$, Wei & Smith [152] en $Re^{0.87}$ et Prasad & Williamson [115]. Finalement, la figure 2.8 montre que ce sont ces derniers qui s'approchent le mieux des différentes expériences menées avec :

$$\frac{f_t}{f_s} = 0.0235 Re^{0.67} \quad (2.6)$$

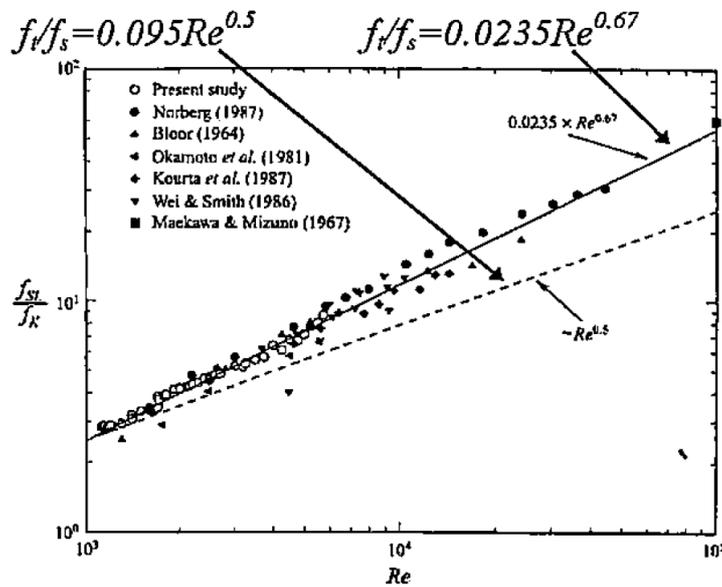


FIG. 2.8 – Évolution du rapport de la fréquence de la couche cisailée avec la fréquence du lâcher en fonction du nombre de Reynolds, Prasad & Williamson [115].

Sur la figure 2.9, pour des nombres de Reynolds compris entre 2000 et 16000, Kourta *et al.* [75] constatent que les structures de von Kàrmàn ne se forment pas directement à l'arrière du cylindre mais au-delà d'une zone morte qui diminue quand le nombre de Reynolds augmente. On observe sur la figure 2.11 la présence de fortes interactions non-linéaires entre les tourbillons de la zone de mélange et les tourbillons de von Kàrmàn (appariements entre autres) donnant naissance à des fréquences multiples des deux fréquences fondamentales $mf_s \pm nf_t$, Jordan [67] et Kourta *et al.* [75]. Bearmann [12] montre qu'il existe une relation simple liant la longueur de formation et le coefficient de succion :

$$l_f = \frac{cte}{-C_{pb}} \quad (2.7)$$

Cette formule est corroborée par les résultats PIV de Thompson & Hourigan [143] validant par là-même les résultats expérimentaux de Norberg [100] et de Kourta *et al.* [75].

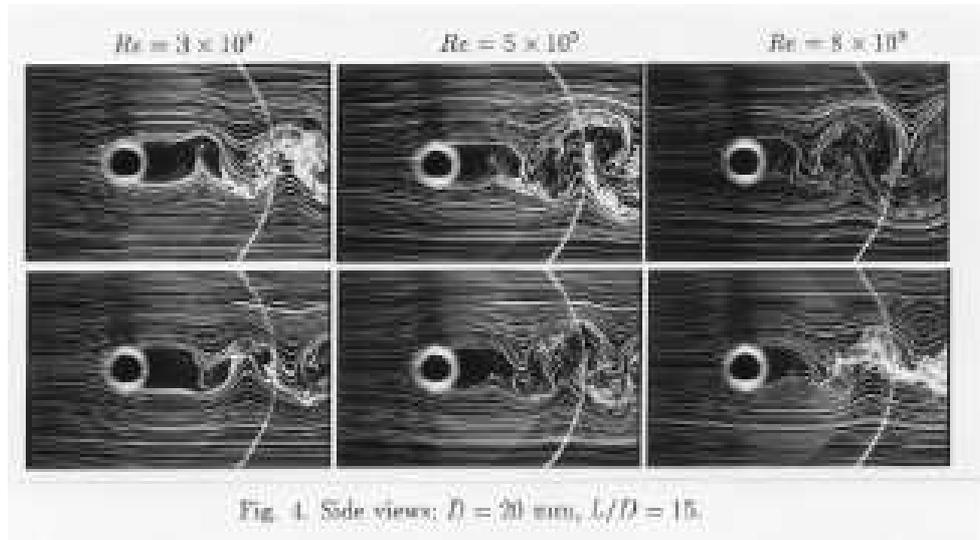


FIG. 2.9 – Visualisation de la diminution de la zone de formation tourbillonnaire entre $Re = 3000$ et $Re = 8000$, Norberg [98].

Le coefficient de traînée, C_D , qui décroît jusqu'à 1,2 environ à $Re \sim 1000$, semble rester constant jusqu'à l'entrée du prochain régime. De même, l'angle de décollement, qui diminue jusqu'à $\theta_s \approx 80^\circ$ lorsque $Re \lesssim 1000$ évolue peu jusqu'au prochain régime. Les couches limites de part et d'autre du cylindre sont laminaires lors de leur décollement. On parle alors de couches cisailées libres. Elles s'enroulent et forment des tourbillons de Kelvin–Helmholtz qui initient la transition vers la turbulence. Le point de transition est donc séparé du point de décollement jusqu'à l'entrée du régime critique. Le nombre de Strouhal, qui augmente jusqu'à 0,21 à $Re \sim 1000$, baisse sensiblement jusqu'à 0,19 à l'entrée du prochain régime, voir figure 2.10. Norberg [99] a mesuré la largeur du pic du nombre de Strouhal des fluctuations de vitesse à -3 dB. Cette largeur de bande augmente subitement à $Re \sim 5000$, puis croît continuellement jusqu'au prochain régime. Cette augmentation du pic marque une irrégularité du lâcher tourbillonnaire et est selon cet auteur très sensible aux conditions aux limites de l'écoulement (turbulence incidente et rapport d'aspect).

– **Régime critique :**

Ce régime est atteint lorsque le point de transition, qui remontait vers l'amont du cylindre au cours du régime sous-critique, rejoint le point de décollement, $Re \sim 2 \cdot 10^5$. La valeur de ce nombre de Reynolds varie fortement selon les études expérimentales du fait de la grande sensibilité aux conditions limites de l'écoulement (taux de turbulence de l'écoulement incident, rugosités, facteur de blocage, ...) initiant ainsi la transition vers la turbulence. Mais à cause du caractère aléatoire de ces perturbations, en temps et espace, cette transition peut survenir plutôt d'un côté ou d'un autre du cylindre, rompant alors la symétrie du décollement de la couche limite. Les couches limites décollent vers

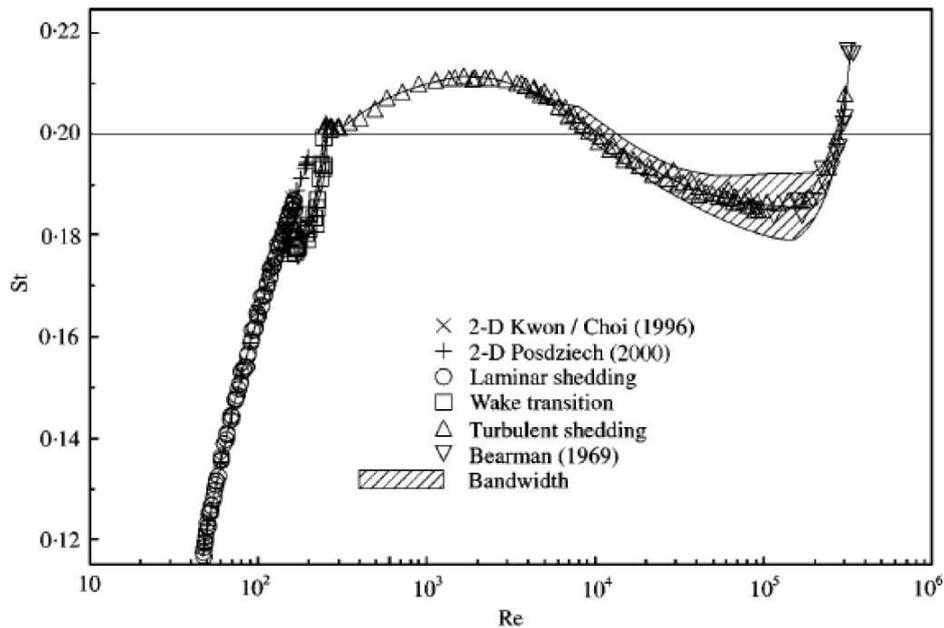


FIG. 2.10 – Évolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds sur la plage $Re \sim 40 - 3 \times 10^5$, Norberg [101].

l'aval du cylindre, à un angle de 140° environ. Ce décollement tardif résulte de la transition qui a lieu dans la couche limite. Il a pour conséquence de diminuer la largeur du sillage ainsi que le coefficient de traînée. Ce dernier chute brutalement à l'entrée de ce régime, voir figure 2.12, qui est plus connu sous le nom de *crise de traînée*. En revanche, le nombre de Strouhal augmente de 0.2 à 0.48.

– **Régime super-critique :**

À ce régime, $10^6 < Re < 6 \cdot 10^6$, de chaque côté de l'obstacle, l'écoulement subit un premier décollement laminaire ($\theta \sim 100^\circ$). Il devient turbulent, se rattache au cylindre en formant une bulle de recirculation, pour finalement subir un second décollement turbulent cette fois vers $\theta \sim 140^\circ$. On n'observe plus de lâcher tourbillonnaire impliquant une nouvelle augmentation du coefficient de traînée ($C_D \sim 0.5 - 0.7$).

– **Régime transcritique :**

Ce régime survient lorsque $Re > 6 \cdot 10^6$. Quand Re croît, le point de transition passe en amont du point de décollement laminaire. Les bulles de décollement disparaissent. Le décollement est désormais turbulent et se fait à un angle $\theta \sim 110^\circ$. La largeur du sillage augmente de nouveau ainsi que le coefficient de traînée qui se fixe à une valeur constante de 0.54. Il réapparaît un lâcher tourbillonnaire quasi-périodique avec un nombre de Strouhal de 0.3 environ.

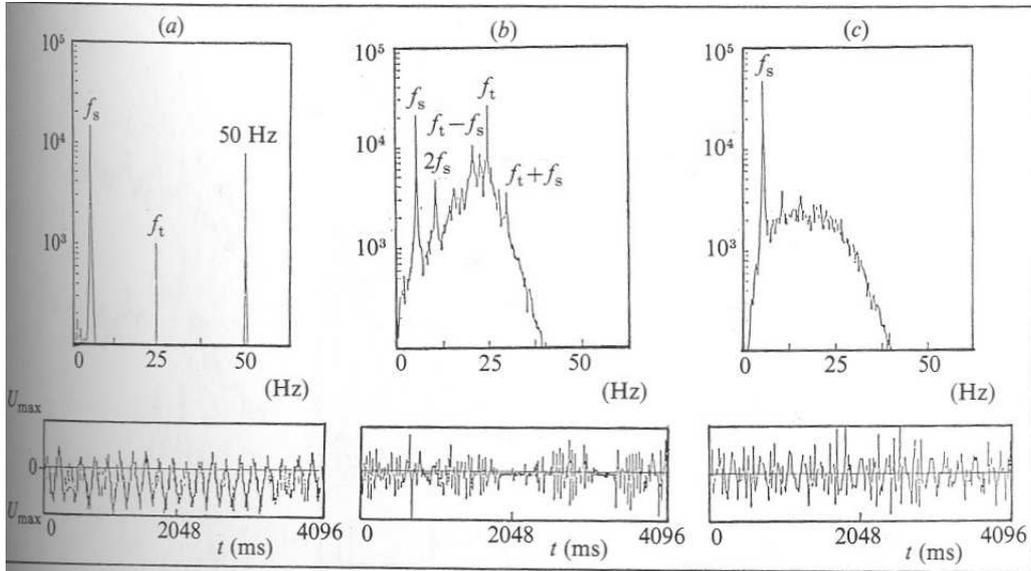


FIG. 2.11 – DSP et évolution temporelle de la vitesse à différentes positions dans la couche cisailée à $Re = 2660$ et $z/D = 0.625$. (a) : $x/D = 0.125$; (b) : $x/D = 1.375$ et (c) : $x/D = 3.525$. Kourta *et al.* [75].

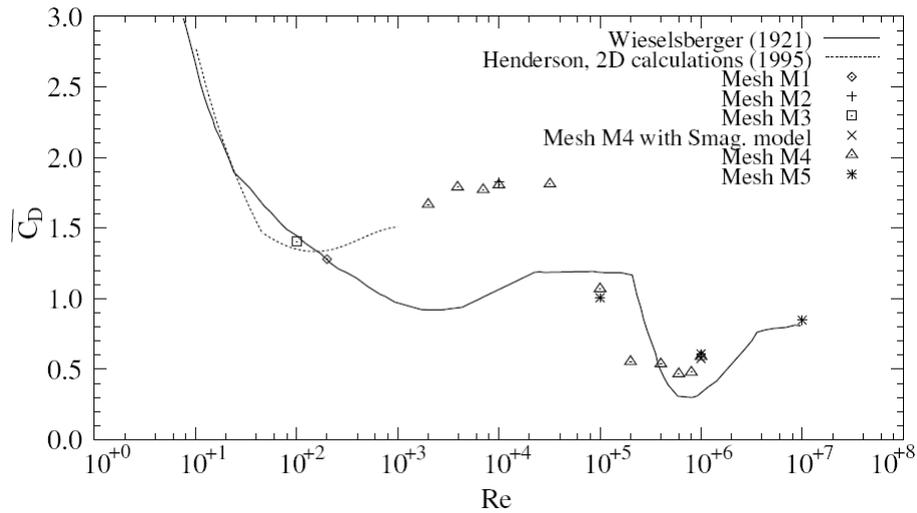


FIG. 2.12 – Visualisation de l'évolution du coefficient de traînée en fonction du nombre de Reynolds, Sing & Mittal [133].

2.2 Effets de l'intensité turbulente incidente sur la nature de l'écoulement

L'action de la turbulence incidente sur l'écoulement autour d'un cylindre a été synthétisée par Zdravkovich [157] pour l'ensemble des régimes discutés au paragraphe 2.1. Les figures 2.13(a)–(b), issues de Norberg [97], montrent, dans le cadre d'un cylindre infini, les faibles variations du nombre de Strouhal suivant deux valeurs de l'intensité turbulente incidente sur la plage $50 \leq Re \leq 10^5$ et notamment à l'entrée du régime critique. Pour $Re = 21 \cdot 10^3$, Petrie & Simpson [113] constatent eux aussi que la fréquence du lâcher tourbillonnaire est inchangée pour $I_u = 0.67, 2.63$ et 5.78% .

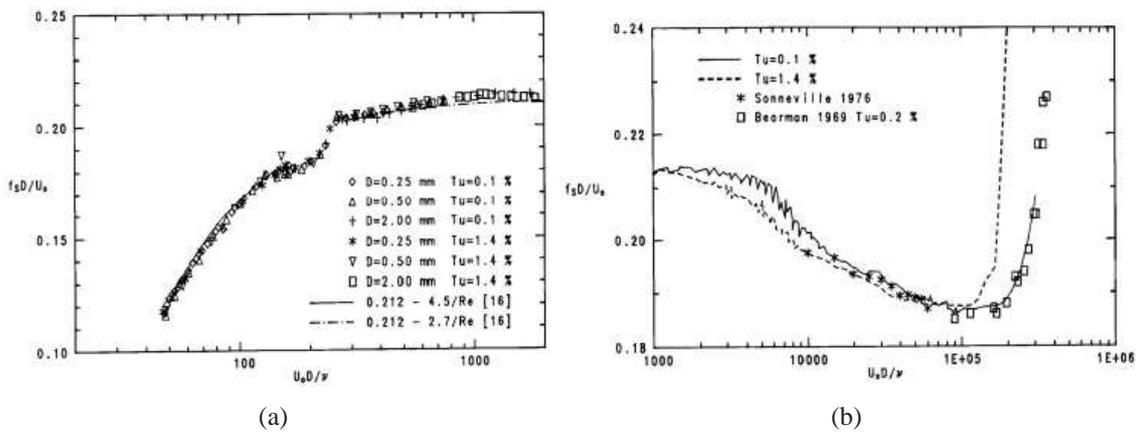


FIG. 2.13 – Évolution du nombre de Strouhal en fonction du nombre de Reynolds pour différentes valeurs de l'intensité turbulente incidente, Norberg [97].

L'un des effets dus à l'augmentation de la valeur de ce paramètre est la disparition des tourbillons de transition dans le régime sous-critique provoquant l'accélération vers la turbulence dans les couches cisillées. Cela a pour conséquence de réduire la zone de formation tourbillonnaire. Norberg [97] mesura les fluctuations longitudinales de vitesse dans le plan médian pour deux nombres de Reynolds, 3000 et 8000 et deux intensités turbulentes 0.1% et 1.4%, voir figure 2.14.

Si l'on pouvait s'attendre à une augmentation de l'amplitude du pic de la valeur RMS de la fluctuation longitudinale lorsque le nombre de Reynolds augmente, on peut constater que pour chaque nombre de Reynolds l'augmentation de la turbulence incidente ne modifie pas leur amplitude respective et que leur position varie peu. L'évolution de la longueur de corrélation, L_C , indique que la turbulence incidente n'a plus d'influence lorsque le nombre de Reynolds atteint 10^4 environ. Les courbes $I_u = 0.03\%$ et $I_u = 1\%$ étaient distinctes avant cette valeur et se rejoignent ensuite, Zdravkovich [157]. Ce comportement pourrait s'expliquer par le rapprochement du point de transition vers le point de décollement.

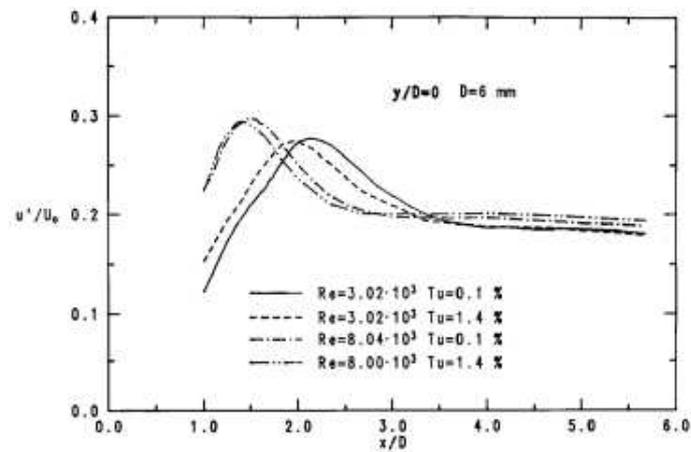


FIG. 2.14 – Profils de la valeur RMS de la fluctuation longitudinale de vitesse dans le plan médian pour deux nombres de Reynolds 3000 et 8000 et deux intensités turbulentes 0.1% et 1.4%, Norberg [97].

2.3 Évolution de l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie

Dans le cadre de la thèse, les simulations numériques d'écoulement autour d'un cylindre se placent dans le régime sous-critique, $300 \leq Re \leq 2 \cdot 10^5$. C'est pourquoi, dans la suite et jusqu'à la fin de ce chapitre, nous restreindrons notre étude à ce régime. Une revue détaillée de chacun des paramètres que nous allons aborder est disponible dans les deux volumes de Zdravkovich, [157, 158].

2.3.1 Principaux changements

L'extrémité libre du cylindre induit une différence de pression entre la base de l'obstacle et son extrémité impliquant une déflexion du fluide et la création de tourbillons marginaux, appelé aussi écoulement secondaire. Cela peut engendrer :

- un allongement de la zone de formation tourbillonnaire en aval et l'élargissement la zone de proche sillage suivant l'intensité de cette déflexion (alors le nombre de Strouhal diminue) ;
- un lâcher tourbillonnaire inexistant pour de faibles valeurs de rapport d'aspect ; la figure 2.16 montre alors que l'écoulement secondaire devient alors l'écoulement principal. L'étude expérimentale du LEA présentée plus loin suggère plutôt que l'allée de von Kàrmàn est repoussée plus loin dans le sillage mais ne disparaît pas.

Figure 2.15(a), couplés aux tourbillons marginaux et à l'intérieur de ceux-ci, existent des *Tornado-like vortices*. Ces derniers, détectés sur les expériences de Roh & Park [120] et Rödinger *et al.* [119], semblent être liés à l'existence du trio nœud-selle-nœud dans la partie aval sur le dessus du cylindre et sont de vorticité opposée à celle des tourbillons marginaux. D'après Delery [33], les foyers notés F ainsi que le point selle amont sont une conséquence des *Tornado-like vortices*.

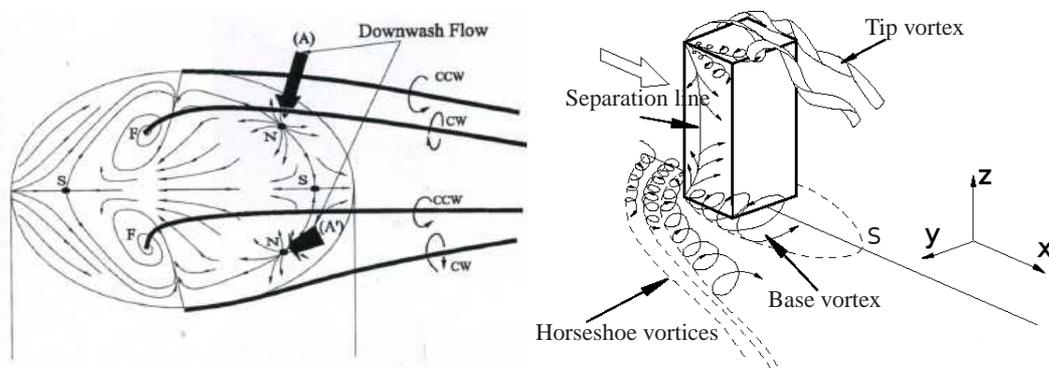


FIG. 2.15 – Topologie de l'écoulement autour d'un cylindre en $z = H$ proposée par Roh & Park [120].

L'existence du tourbillon en fer à cheval, voir figure 2.16, ici noté *Necklace vortex* en anglais, est indépendante du rapport d'aspect ou du facteur de blocage. Cette structure, située à l'amont du cylindre peut être stationnaire ou non suivant la valeur du nombre de Reynolds. Selon la valeur du nombre de Reynolds et la nature de la couche limite (laminaire ou turbulente), il en existe une infinité qui s'amalgament ou non, Baker [9, 10]. En augmentant le nombre de Reynolds, Baker observe dans son étude l'existence de trois régimes différents :

- tourbillon en fer à cheval stationnaire constitué de 2, 4 ou 6 tourbillons, ce nombre augmentant avec le nombre de Reynolds ;
- tourbillon en fer à cheval présentant une oscillation régulière ;
- tourbillon en fer à cheval présentant une oscillation irrégulière.

Marakkos & Turner [91] ont observé les mêmes phénomènes avec des mesures PIV avec une couche limite turbulente incidente. Leur régime présente deux tourbillons qui s'apparient pour former un plus gros tourbillon. Et un nouveau tourbillon amont naît prenant la place du premier. Lee *et al.* [83] confirment ce constat sur des isosurfaces du critère λ_2^2 .

Figure 2.15(b), bien qu'à base carrée, on mentionne également l'existence d'un tourbillon naissant à la surface du cylindre au point d'arrêt amont à proximité de la paroi inférieure, le *Base Vortex*. Ce tourbillon sera présenté plus en détail au chapitre 4 en lien avec les travaux de Baker, [9] sur la figure 4.9(a).

Par rapport au cas du cylindre infini, l'extrémité libre a aussi pour conséquence de réduire le déficit de vitesse longitudinale dans la zone de proche sillage. De nombreuses conditions aux limites font varier la nature de l'écoulement dans le sillage du cylindre. Outre les paramètres cinématiques tels que la nature laminaire ou turbulente de la couche limite incidente, des paramètres géométriques interviennent tels que le rapport d'aspect du cylindre ou bien encore le facteur de blocage. Les deux prochains paragraphes présentent les spécificités de chacun bien qu'ils soient liés.

2.3.2 Influence du rapport d'aspect

Le rapport d'aspect, ou facteur de forme, est défini par le rapport entre la hauteur du cylindre H et son diamètre D . Comme le montre la figure 2.16 tirée de Kawamura *et al.* [71] ce paramètre joue un rôle majeur dans l'existence de certaines structures. On peut voir sur les deux figures la présence du tourbillon en fer à cheval (*horseshoe vortex* en anglais mais appelé sur la présente figure *Necklace vortex*) et les tourbillons marginaux qui naissent sur le dessus du cylindre mais qui, plus loin dans le sillage s'amalgament avec l'écoulement latéral pour former les *Trailing Vortices*. L'allée de von Kàrmàn n'est présente qu'à partir d'une certaine valeur de H/D , voir la partie gauche de la figure 2.16. Les auteurs ont testé les rapports d'aspect allant de 1 à 8. Lorsque $H/D = 1$, ils constatent que le lâcher tourbillonnaire est absent en raison de l'action de l'extrémité libre du cylindre sur toute sa hauteur. En-deçà

² λ_2 est un critère de visualisation des tourbillons défini comme étant la valeur propre négative associée au tenseur $\Omega_{ik}\Omega_{kj} + S_{ik}S_{kj}$.

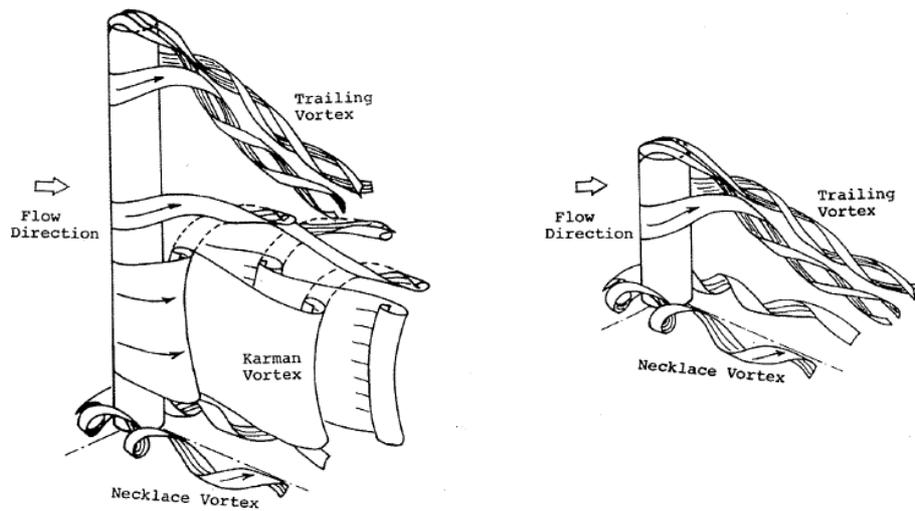


FIG. 2.16 – Structures tourbillonnaires pour deux rapports d’aspect différents, Kawamura *et al.* [71].

d’un certain rapport d’aspect, on observe un tourbillon en forme d’arche (appelé *arch vortex* en anglais), Fröhlich & Rodi [47], Kappler [68]. Cette structure, uniquement visible sur des champs de vitesse moyennés en temps, est observée davantage sur un écoulement autour d’un cube, Martinuzzi & Tropea [92], Yakhot *et al.* [156]. Autour d’un cylindre, on remarque que le tourbillon en forme d’arche est incliné : en regardant différents plans horizontaux, le cœur des tourbillons se rapproche du cylindre lorsque z/H augmente laissant penser qu’au cours du temps les tourbillons de von Kàrmàn sont lâchés d’abord dans la partie basse du cylindre puis dans la partie haute. Ceci semble être confirmé par les résultats de Etzold & Fiedler (1976), présentés dans l’ouvrage de Zdravkovich [158], qui constatent que la zone de recirculation augmente jusqu’à un rapport d’aspect de 6.5. Au-delà de cette valeur, elle se réduit jusqu’à tendre vers la limite d’un cylindre 2D.

Divers auteurs ont essayé d’établir la limite H/D en-dessous de laquelle l’allée de von Kàrmàn n’existe plus dont Farivar [43] ou encore Zdravkovich [158]. Cette frontière semble d’autant plus difficile à obtenir que bien des expériences et des simulations numériques se contredisent. Ainsi, pour un facteur de forme de 2.5 et un nombre de Reynolds de 43000, une série de calculs LES a été menée par Fröhlich & Rodi [47], Fröhlich *et al.* [48] et Lee *et al.* [83]. Tous constatent la présence d’une allée de von Kàrmàn et de tourbillons marginaux. Krajnović [76] a réalisé un calcul DES sur la configuration de Park & Lee [102] dont le rapport d’aspect $H/D = 6$ et trouve lui aussi une allée tourbillonnaire sur trois maillages de tailles différentes. En modifiant le bord du cylindre (hémisphérique, biseauté, arrondi au lieu d’un bord plat), Park & Lee [104] constatent la suppression des tourbillons marginaux bien que la déflexion soit présente quel que soit le type de bord. Le nombre de Strouhal demeure inchangé mais pas son amplitude.

Park & Lee [102] observent que la fréquence du lâcher tourbillonnaire (allée de von Kàrmàn) et l’amplitude du pic de la DSP associée diminuent avec le rapport

d'aspect ($H/D = 13, 10, 6$). Le fluide qui arrive sur les surfaces latérales du cylindre accélère à l'approche du bord libre. En raison de la différence de pression entre les surfaces latérales et le sommet, le fluide a une composante de vitesse ascendante tel l'écoulement autour d'une aile d'avion. Ainsi, sur chaque surface latérale, la couche cisailée s'enroule de chaque côté pour se rabattre sur le sommet et donne naissance aux tourbillons marginaux. Ces tourbillons, symétriques en moyenne, contribuent à la déflexion du fluide dans le sillage du cylindre, figure 2.17(a), et peuvent altérer voire détruire les tourbillons de von Kàrmàn. Pour $H/D = 6$ et différentes épaisseurs de couche limite atmosphérique, Park & Lee [103] observent toujours un lâcher. Afgan *et al.* [5] ont réalisé des calculs LES sur différents maillages non conformes d'après les expériences de Park & Lee [102] ainsi que Lee *et al.* [83] sur un maillage tétraédrique pour un rapport d'aspect de 10. Tous observent un lâcher tourbillonnaire dont le nombre de Strouhal est cohérent avec les résultats expérimentaux. Enfin, une LES et une expérience ont été réalisées sur un cylindre avec un rapport d'aspect de 2 pour un nombre de Reynolds de $2 \cdot 10^5$ et un lâcher tourbillonnaire a aussi été détecté dans les deux cas, Frederich *et al.* [45].

2.3.3 Influence du facteur de blocage

Le facteur de blocage représente le rapport entre la surface projetée de l'obstacle sur la face d'entrée et la surface d'entrée. Une augmentation de ce rapport entraîne :

- (i) une augmentation de la vitesse au col, minimum de la section de passage ;
- (ii) une diminution de l'expansion latérale du sillage, pouvant causer *le blocage de sillage*, figure 2.19 ;
- (iii) une augmentation du gradient de pression longitudinal impliquant une augmentation du coefficient de traînée.

Figure 2.18, l'augmentation de la vitesse locale autour du cylindre due au blocage induit un minimum global du C_p de plus en plus grand en valeur absolue. Sur cette figure provenant de Hiwada & Mabuchi (1981) issue de Zdravkovich [158], les auteurs ont ajouté une flèche à l'emplacement de la position du point de décollement θ_s montrant ainsi la faible incidence du facteur de blocage sur la position de l'angle de décollement, sauf lorsque le facteur de blocage est supérieur à 70%. Jusqu'à cette valeur le lâcher tourbillonnaire s'intensifie et cesse d'exister au-delà (sans doute à cause du changement de régime). La figure 2.19 illustre qu'augmenter le facteur de blocage revient à augmenter l'intensité tourbillonnaire, i.e. la vorticité, et à allonger le temps de vie des tourbillons.

Parallèlement, il induit une augmentation du nombre de Strouhal. Ces derniers auteurs constatent une augmentation de 250% du nombre de Strouhal autour d'un cylindre 2D lorsque le facteur de blocage varie de 7% à 60%. Lorsque le cylindre est de hauteur finie, le nombre de Strouhal est diminué à 0,16 et varie peu lorsque le facteur de blocage est de l'ordre de 10% ou moins.

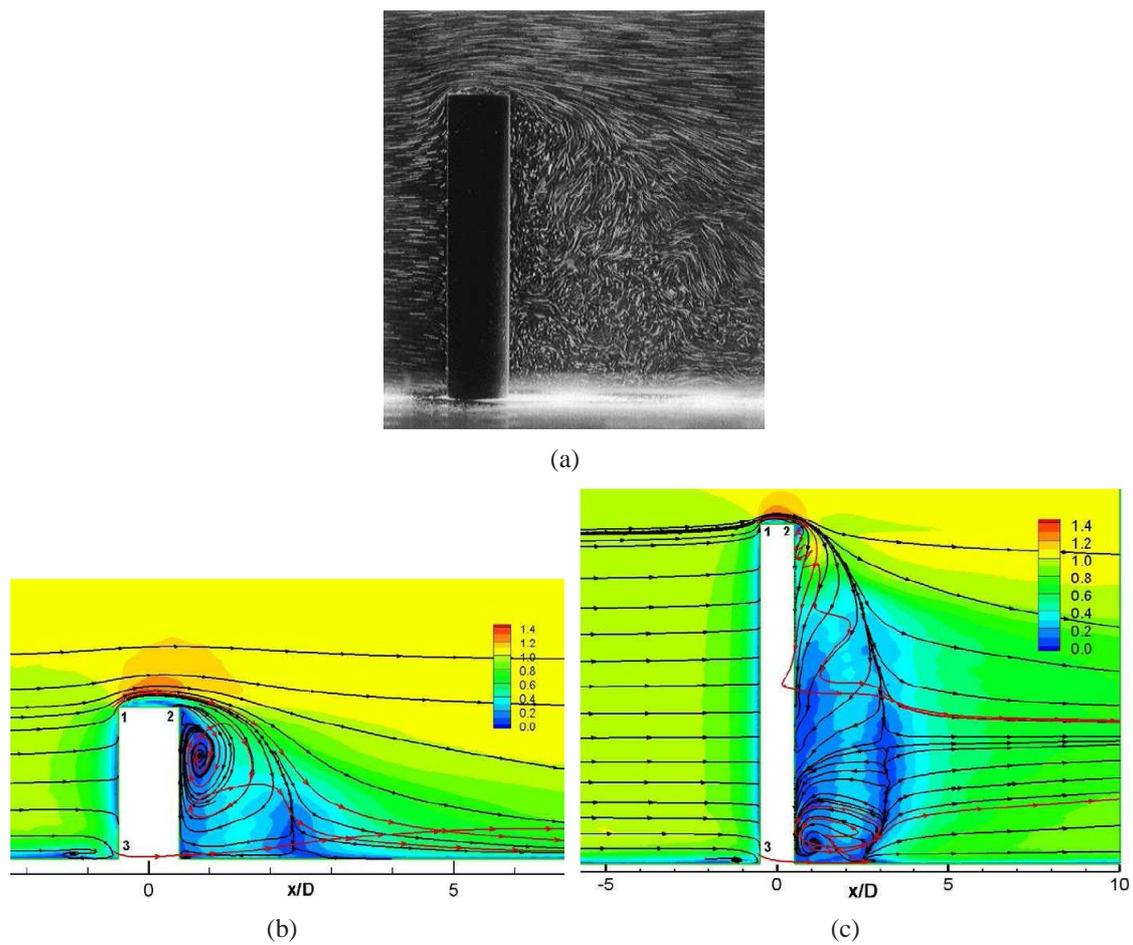


FIG. 2.17 – Champ de vitesse dans le plan médian pour différents rapports d'aspect ; (a) : issu de de l'expérience de Park & Lee [102] avec $H/D = 5$, (b) issus des calcul LES de Lee *et al.* [83] pour $H/D = 2.5$, (c) : issus des calcul LES de Lee *et al.* [83] pour et $H/D = 10$.

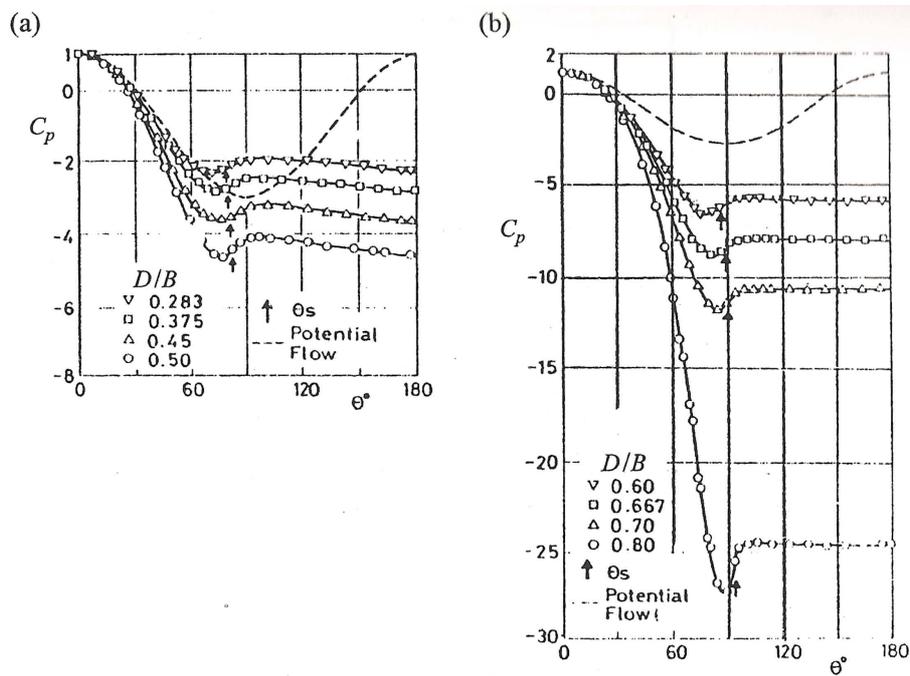


FIG. 2.18 – Évolution du coefficient de pression pour différentes valeurs du facteur de blocage. (a) : blocage faible, $Re = 10^3$; (b) : blocage élevé, $Re = 45 \cdot 10^3$, Hiwada & Mabuchi (1981), tirées de Zdravkovich [157]. B est la largeur de la veine.

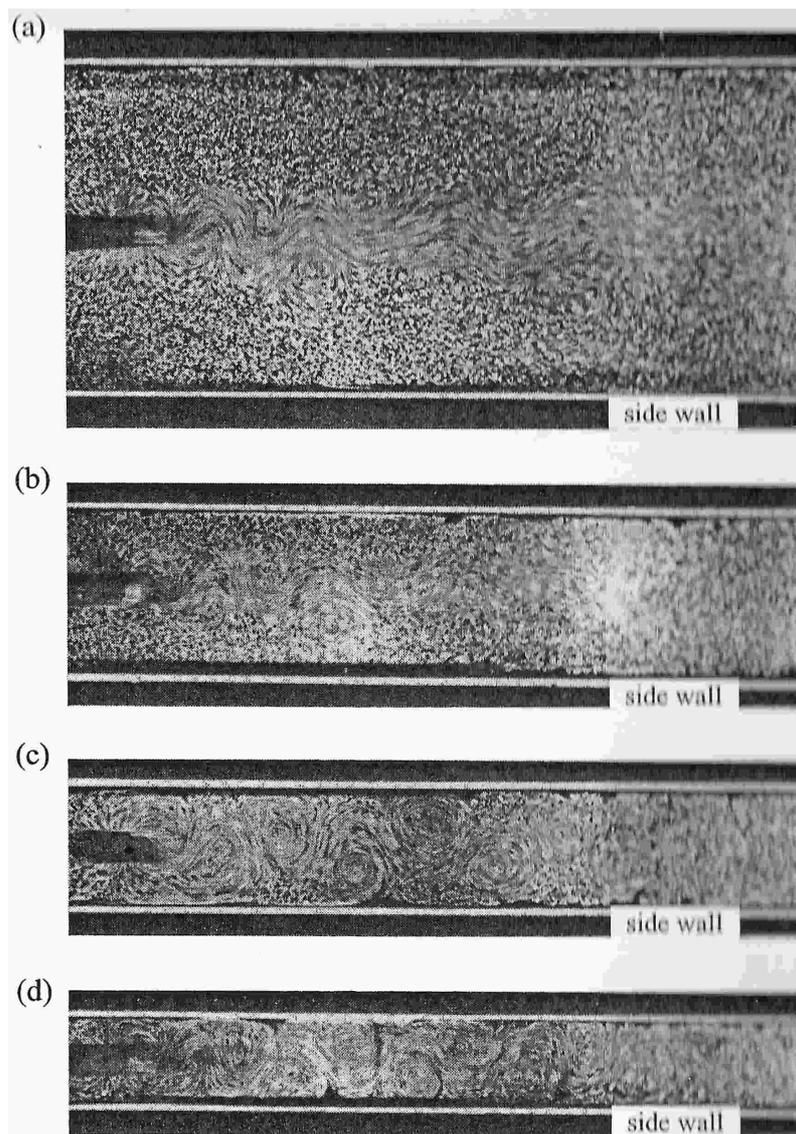


FIG. 2.19 – Sillage d'écoulement autour d'un cylindre, vues de dessus ; $Re = 5400$, (a) : $D/B = 0.083$, (b) : $D/B = 0.181$, (c) : $D/B = 0.25$, (d) : $D/B = 0.34$, Okamoto & Takeuchi (1975), tirées de Zdravkovich [157]. B est la largeur de la veine.

2.4 Transferts thermiques autour d'un cylindre

Toujours dans le cadre du régime sous-critique et en régime de convection forcée, i.e. où les forces de flottabilité sont faibles par rapport aux autres forces, le transfert thermique est piloté par la dynamique. La température jouera alors le rôle d'un traceur du champ fluide. Le phénomène de convection naturelle apparaît spontanément, sous certaines conditions, dans un fluide initialement au repos au sein duquel il existe un gradient de température (ou un flux pariétal) imposé par le milieu extérieur. La convection mixte correspond au couplage des deux phénomènes précédents, convections naturelle et forcée, quand les vitesses d'écoulement dues aux deux types de convection sont, considérées séparément, du même ordre de grandeur. On tient à signaler l'absence dans la littérature d'articles sur les régimes de convection naturelle et mixte relativement à un écoulement autour d'un cylindre monté en paroi. Les études citées ci-après portent sur un écoulement autour d'un cylindre infini.

On peut traduire la quantité de chaleur échangée par convection à une quantité de chaleur échangée par conduction par le nombre de Nusselt :

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} \quad (2.8)$$

où h représente le coefficient transfert convectif à la paroi, L une longueur caractéristique et λ la conductivité du fluide. Le coefficient h dépend des propriétés thermophysiques du fluide, de la nature de l'écoulement et de l'état de surface de la paroi mais pas de sa nature.

En convection naturelle, le nombre de Nusselt s'exprimera en fonction du nombre de Grashof $Gr = g\beta\Delta TL^3/\nu^2$ ou du Rayleigh $Ra = g\beta\Delta TL^3/\kappa\nu$ suivant les paramètres qui adimensionnent le problème. Les variables g , β , ΔT , L , ν et κ sont respectivement l'accélération de la pesanteur, le coefficient d'expansion volumique, la différence de température, une longueur caractéristique (la hauteur H ou le diamètre D), la viscosité cinématique et la diffusivité thermique. Par exemple, à la condition $\frac{D}{H} Gr_D^{1/4} \geq 35$, le transfert thermique autour d'un cylindre dans ce régime pourra s'exprimer de la manière suivante, Elenbaas (1948) tiré de Taine & Petit [140] :

$$Nu_D \exp\left[-\frac{2}{Nu_D}\right] = 0.5 \left[\frac{D}{H}\right] Ra_H^{1/4} \quad (2.9)$$

Si la condition à la limite imposée est un flux, comme ce sera le cas lors des applications industrielles du chapitre 4, on utilise plutôt un nombre de Rayleigh ou un nombre de Grashof modifiés, i.e. $Ra^* = g\beta\Phi TH^4/\kappa\nu$ ou bien Gr^* respectivement comme l'utilisent Vliet & Liu [150] sur une plaque plane en turbulence pleinement développée :

$$Nu_x = 0.568(Gr^* Pr)^{0.22} \quad (2.10)$$

sur la plage $Gr^* = g\beta\Phi H^4/\nu^2 = 2.10^{13} - 10^{16}$ où Φ représente le flux pariétal.

En convection forcée, le champ thermique est piloté par le champ dynamique. Ainsi, on peut définir le nombre de Nusselt selon les caractéristiques du régime dynamique considéré. Il est possible de bâtir des corrélations globales faisant intervenir le nombre de Reynolds, Žukauskas [159], Churchill & Bernstein [28], Sanitjai & Goldstein [125], Nakamura & Igarashi [96] :

$$\langle \overline{Nu} \rangle = cRe^m Pr^n \quad (2.11)$$

où $\langle \overline{Nu} \rangle$ représente la moyenne spatio-temporelle du nombre de Nusselt. On peut aussi bâtir des corrélations locales i.e. faisant intervenir par exemple l'angle traduisant l'épaississement de la couche limite mécanique (somme des couches limites dynamique et thermique), Eckert [40] :

$$\frac{\langle \overline{Nu} \rangle}{\sqrt{Re}} = 0.57Pr^{0.7} \sqrt{3.6314 - 2.1709 \left(\frac{\theta}{2}\right)^2 - 1.5144 \left(\frac{\theta}{2}\right)^4} \quad (2.12)$$

Plusieurs études rapportent que le rapport $\langle \overline{Nu} \rangle / \sqrt{Re} = 1$ au point d'arrêt amont, ce qui signifie que \sqrt{Re} est la bonne variable d'adimensionnement dans ce régime de convection. Enfin, on peut caractériser le transfert thermique sur l'ensemble de la circonférence ou encore on peut diviser le cylindre en deux ou trois parties et de ce fait tenir compte du décollement de la couche limite puis de la recirculation de l'écoulement moyen qui interviennent à sa surface. Parmi les corrélations moyennées sur la circonférence, on peut citer Žukauskas & Ziugzda [160], voir équation (2.13), et Churchill & Bernstein [28] :

$$\langle \overline{Nu} \rangle = 0.26Re^{0.6} \underbrace{Pr^{0.37} \left(\frac{Pr}{Pr_w}\right)^{0.25}}_A \quad (2.13)$$

où Pr_w est la valeur du nombre de Prandtl calculée à la paroi.

Dans le cas de l'air et sur la plage de températures $T_K \in (100K, 1000K)$, le nombre de Prandtl est peu différent de 0.7. Par conséquent, on peut approximer A par une contante, soit $A = 0.88$. Par identification avec l'équation (2.11), on voit que $m = 0.6$, $n = 0.37$ et $c = 0.26(Pr/Pr_w)^{0.25}$.

En régime sous-critique, on peut distinguer les faces avant et arrière par rapport à l'angle de décollement, équations (2.14) :

$$\begin{cases} \text{en face avant} & \begin{cases} m = 0,5 \text{ si } I_u < 20\% \\ m = 0,65 \text{ sinon} \end{cases} \\ \text{en face arrière} & m = 0,73 \end{cases} \quad (2.14)$$

où m est l'exposant affecté au nombre de Reynolds, Žukauskas [159].

L'effet de la turbulence incidente a été étudié par Lowery & Vachon, [84] et Petrie & Simpson [113] par exemple. Lowery & Vachon constatent qu'un accroissement de la turbulence de 0.4% à 14% augmente le transfert thermique dans la zone $0^\circ < \theta < 40^\circ$.

Il est fonction de l'intensité turbulente mais semble être indépendant du nombre de Reynolds sur la plage étudiée, $109 \cdot 10^3 < Re < 302 \cdot 10^3$. Petrie & Simpson ont remarqué qu'en imposant une turbulence incidente à 10%, le transfert thermique augmentait de 80% à l'arrière du cylindre. En régime sous-critique, d'après Žukauskas, augmenter la turbulence incidente de 15% augmente le transfert thermique global de 40%.

Sanitjai & Goldstein [125] distinguent trois zones dans lesquelles des corrélations différentes pourront être appliquées. La première concerne celle où le nombre de Nusselt est monotone décroissant en fonction de θ en raison de l'épaississement de la couche limite jusqu'à son décollement, $\langle Nu_{0-85^\circ} \rangle$, équation (2.15). À cette position le minimum observé est un minimum global. D'après Bailer *et al.* [8] qui ont réalisé des simulations numériques à $Re = 200$ et $Re = 2000$, il semble que le transfert thermique dans cette première zone soit indépendant du temps. La deuxième zone se situe entre le décollement et le second minimum, local cette fois-ci, $\langle Nu_{85^\circ-135^\circ} \rangle$ équation (2.16). On constate une augmentation du transfert thermique proportionnellement au nombre de Reynolds. Dans la troisième et dernière zone, on constate un accroissement du nombre de Nusselt du au lâcher tourbillonnaire, $\langle Nu_{135^\circ-180^\circ} \rangle$ équation (2.17). Les deux dernières zones sont dépendantes du nombre de Reynolds mais aussi de la turbulence incidente.

$$\langle Nu_{0-85^\circ} \rangle = 0.945 Re^{0.5} Pr^{0.35} \quad (2.15)$$

$$\langle Nu_{85^\circ-135^\circ} \rangle = 0.072 Re^{0.7} Pr^{0.41} \quad (2.16)$$

$$\langle Nu_{135^\circ-180^\circ} \rangle = 0.037 Re^{0.8} Pr^{0.42} \quad (2.17)$$

Un autre paramètre qui influe sur le nombre de Nusselt est le facteur de blocage. Comme il a été mentionné au §2.3.3, l'augmenter revient à accroître le nombre de Strouhal. Buyruk [21] a étudié les transferts thermiques autour d'un cylindre infini chauffant pour quatre valeurs du nombre de Reynolds compris entre 8000 et 48000 et un facteur blocage compris entre $D/B = 0.131$ et 0.843 , D étant le diamètre du cylindre et B la largeur de la veine. Buyruk constate qu'augmenter le facteur de blocage de $D/B = 0.131$ à 0.5 , figures 2.20(a)–(d), fait croître le nombre de Nusselt de 10% en moyenne pour chaque nombre de Reynolds ($8000 < Re < 48000$). À facteur de blocage fixé, on observe un minimum local qui remonte le long du cylindre à mesure que le nombre de Reynolds croît. En revanche, pour un nombre de Reynolds donné, la position de ce minimum local se déplace vers l'arrière du cylindre lorsque le facteur de blocage grandit. Au-delà de cette position le nombre de Nusselt augmente de nouveau. Sa valeur au point d'arrêt arrière n'atteint pas sa valeur au point d'arrêt amont pour les facteurs de blocage compris entre 0.131 et 0.5 et le dépasse pour les autres. Cela montre l'influence directe de ce paramètre sur l'écoulement en aval de l'obstacle. Lorsque le facteur de blocage vaut 0.75 , le nombre de Nusselt varie faiblement sur la portion où $\theta \leq 80^\circ$, laissant penser que les effets conductifs deviennent constants à l'intérieur de la couche limite. Enfin, lorsque le facteur de blocage vaut 0.843 , le transfert augmente sur la même portion. Pour des corrélations faisant intervenir explicitement ce paramètre, on peut se référer à Perkins & Leppert [109].

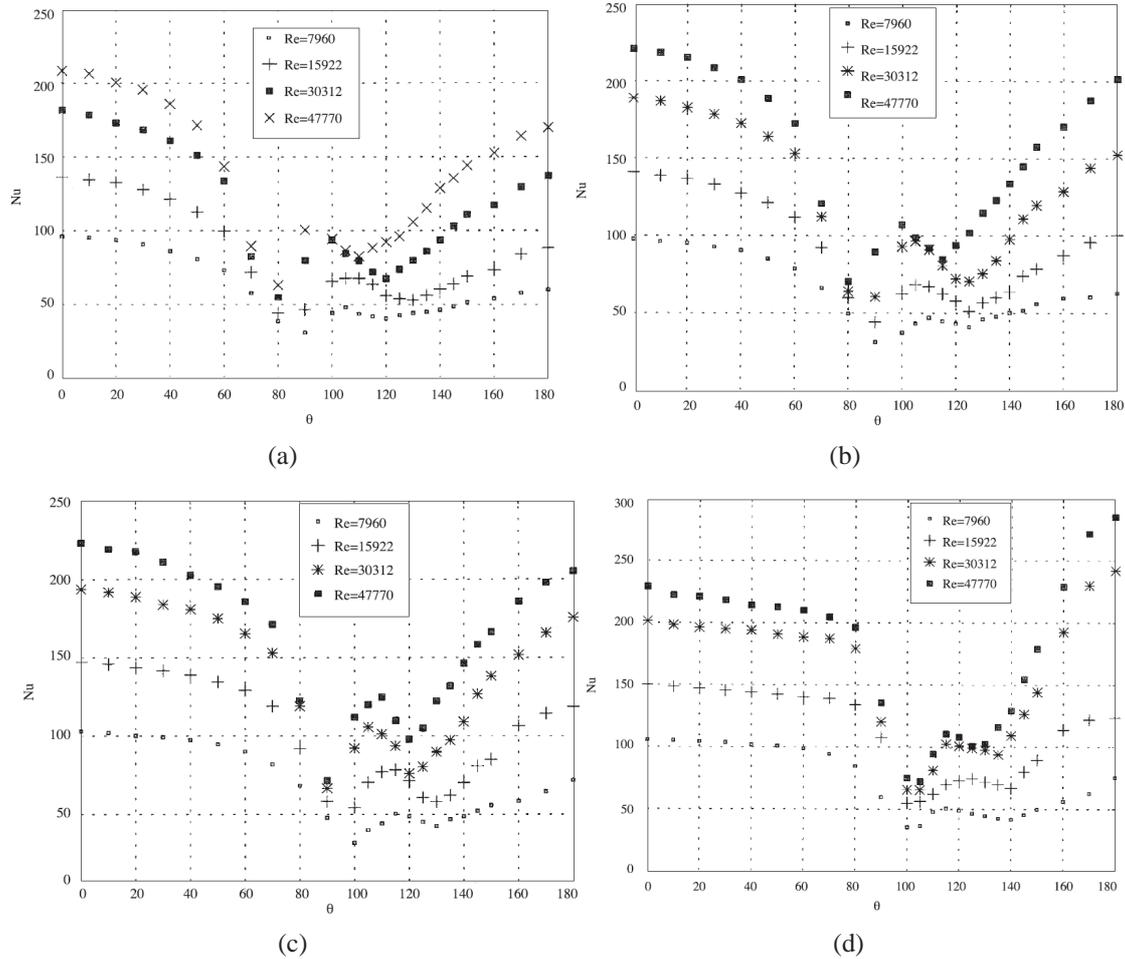


FIG. 2.20 – Distribution du nombre de Nusselt local pour quatre facteurs de blocage différents, (a) : $D/B=0.131$, (b) : $D/B = 0.395$, (c) : $D/B = 0.5$ et (d) : $D/B = 0.668$, Buyruk [21]. B est la largeur de la veine.

2.5 Conclusion du chapitre

Ce chapitre bibliographique a permis dans un premier temps de définir et cerner les caractéristiques essentielles des différents régimes d'écoulement autour d'un cylindre infini. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds, principal paramètre caractérisant ces régimes, augmente, l'écoulement évolue d'un état laminaire et stationnaire vers un état laminaire et instationnaire pour finir à un état turbulent et instationnaire. Au passage, la complexité spatiale augmente elle aussi puisque des effets 3D apparaissent pour de faibles nombres de Reynolds comparés à ceux rencontrés dans la vie « courante ». Parallèlement, la phénoménologie tourbillonnaire implique des échelles de longueur et de temps de plus en plus petites. De nombreuses simulations numériques URANS ont été réalisées dans tous les régimes pour tester la faisabilité de la méthode mais aussi en LES pour compléter l'expérience tout en s'affranchissant des certaines incertitudes telles que la nature d'un état de surface

par exemple.

Dans un deuxième temps, l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie a été abordé. En nous restreignant au régime d'écoulement qui sera le nôtre, nous avons, de la même manière que lors de la première partie, recensé les différents paramètres caractérisant l'écoulement. En particulier, nous avons vu que l'incidence de certains paramètres sur l'allée de von Kàrmàn par exemple demeure sujet à controverse tant d'un point de vue expérimental que numérique.

Enfin, dans la dernière partie nous avons évoqué les transferts thermiques autour de cylindres dans le régime sous-critique dont l'ensemble des informations recueillies porte sur le régime de convection forcée autour de cylindres infinis. Ces travaux, majoritairement expérimentaux, établissent des corrélations d'échange sur tout ou partie du cylindre avec des formulations plus moins complexes suivant le niveau de détail souhaité. Ils mettent aussi en évidence l'influence du facteur de blocage sur le transfert thermique. Aucune information relative à l'influence de la thermique sur l'écoulement n'a été trouvée.

Chapitre 3

Méthodes numériques et modélisation de la turbulence

Pour calculer un écoulement, qu'il soit turbulent ou non, on doit résoudre un système d'équations aux dérivées partielles non-linéaires. Leur complexité rend impossible toute résolution analytique dans presque tous les cas. Ainsi, les simulations numériques sont employées pour résoudre le problème de manière approchée. Le lecteur intéressé peut se reporter, par exemple, à Ferziger & Perić [44] pour une description détaillée des méthodes existantes, en particulier celle des volumes finis. Dans ce manuscrit, les simulations qui vont être présentées sont effectuées avec *Code_Saturne* et *SYRTHES*, codes en libre téléchargement aux adresses suivantes : <http://www.code-saturne.org> et <http://rd.edf.com/syrthes> respectivement, développés à EDF R&D.

On présente ensuite la modélisation de la turbulence, et plus particulièrement la modélisation RANS (pour *Reynolds Averaged Navier Stokes* en anglais) dans le cadre des modèles utilisés dans ce travail. De manière succincte sont présentées les méthodes de fermeture en thermique. Ce sujet sera approfondi au chapitre 5. Dans nombre d'écoulements industriels, l'obtention d'informations à caractère instationnaire telles que l'évolution de forces ou de températures de paroi sont souhaitées, voire requises. Or, bien souvent pour des raisons de coût de calcul, la modélisation RANS est la solution la plus couramment utilisée malgré l'augmentation de la puissance des moyens informatiques. La prise en compte du terme instationnaire au sein de cette modélisation fait qu'on peut obtenir une solution dépendante du temps. Additionné au fait qu'aucun autre terme des modèles utilisés n'est modifié, cette approche soulève bien des questions qui seront évoquées.

3.1 Présentation générale de *Code_Saturne*

Code_Saturne, Archambeau *et al.* [7], est un code parallélisé et vectorisé qui résout les équations de Navier-Stokes par un algorithme instationnaire pour des fluides incompressibles ou faiblement dilatables, isothermes ou non, avec prise en compte de scalaires passifs. Plusieurs modèles de turbulence sont implantés dans la version

utilisée (V1.2) parmi lesquels le $k-\varepsilon$ standard de Launder *et al.* [80] et à production linéaire de Guimet & Laurence [53], le $k-\omega$ SST de Menter [116], le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG de Speziale *et al.* [139], le $R_{ij}-\varepsilon$ LRR de Launder *et al.* [81], le modèle bas-Reynolds $\phi - f$ de Laurence *et al.* [82] et enfin de la LES avec les modèles de Smagorinsky [32] et Smagorinsky dynamique [50]. La discrétisation spatiale est de type volumes finis colocalisés sur maillages non-structurés. Les cellules peuvent être polyédriques de forme quelconque et toutes les variables (vitesse, pression, température, ...) sont exprimées au centre de gravité des éléments.

3.1.1 Discrétisation temporelle : méthode à pas fractionnaires

Une méthode permettant la résolution des équations de Navier-Stokes consiste à décomposer les opérateurs s'y rattachant en opérateurs moins complexes, moyennant des *sous-pas* intermédiaires dans un même pas de temps. Ici, trois sous-pas sont réalisés : le premier reprend la partie convective, diffusive et termes source de l'équation de quantité de mouvement et constitue l'étape dite de prédiction des vitesses ; le second, qui traite l'équation de continuité est désigné comme l'étape de correction par la pression et le dernier est lié à la résolution du(es) scalaire(s) tels que turbulence, température, scalaire(s) passif(s).

On présente ci-dessous les équations de conservation de la masse, de conservation de quantité de mouvement et de transport d'un scalaire f . Pour simplifier l'écriture, on ne prendra pas en compte ici les termes turbulents. Pour un écoulement incompressible, les équations vectorielles s'écrivent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{S}_u \\ \frac{\partial \rho f}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho f \mathbf{u}) = \nabla \cdot (\Gamma \nabla f) + S_f \end{array} \right. \quad (3.1)$$

où S_u et S_f sont les termes sources liés aux variables \mathbf{u} et f respectivement. La discrétisation en temps du système, jeu d'équations (3.1), est faite via une méthode *fractionnaire* qui, pour la résolution de l'équation de Poisson pour la pression, utilise l'algorithme SIMPLEC. Le passage de l'instant $t^{(n)}$ à l'instant $t^{(n+1)}$ se fait donc en trois étapes décrites ci-après.

- La première étape consiste à prédire le champ de vitesse en résolvant le système (3.1) avec un gradient de pression explicite. La valeur d'une variable f quelconque obtenue à la fin de cette première étape est notée f^* . Le terme source de l'équation de quantité de mouvement est décomposé selon $\mathbf{S}_u = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ et le terme $\mathbf{B}\mathbf{u}$ est implicite. Le système d'équations (3.1) s'écrit alors :

$$\begin{cases} P^* = P^{(n)} \\ \rho \frac{\mathbf{u}^* - \mathbf{u}^{(n)}}{\Delta t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}^* \otimes \mathbf{u}^{(n)} - \mu \nabla \mathbf{u}^*) = -\nabla P^{(n)} + \mathbf{A}^{(n)} + \mathbf{B}^{(n)} \mathbf{u}^* \\ f^* = f^{(n)} \end{cases} \quad (3.2)$$

La résolution de ce système permet d'obtenir le champ \mathbf{u}^* . Il ne vérifie pas la condition d'incompressibilité $\nabla \cdot \mathbf{u}^* = 0$.

• La seconde étape consiste à corriger la vitesse en apportant une correction au gradient de pression, tout en négligeant les variations du terme source, des termes convectifs et diffusifs. Le nouveau système s'écrit alors :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u}^{**} = 0 \\ \rho(\mathbf{u}^{**} - \mathbf{u}^*) = -\Delta t \nabla (P^{**} - P^{(n)}) \\ f^* = f^{(n)} \end{cases} \quad (3.3)$$

En pratique, on prend la divergence de la seconde équation afin d'obtenir une équation de Poisson de l'incrément de pression $\delta P = P^{**} - P^{(n)}$, soit :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u}^* = -\Delta t \nabla^2 (P^{**} - P^{(n)}) \\ \rho(\mathbf{u}^{**} - \mathbf{u}^*) = -\Delta t \nabla (P^{**} - P^{(n)}) \\ f^* = f^{(n)} \end{cases} \quad (3.4)$$

La résolution de ce jeu d'équations permet d'obtenir P^{**} puis \mathbf{u}^{**} . Par suite, le champ de vitesse corrigé \mathbf{u}^{**} satisfait la condition $\nabla \cdot \mathbf{u}^{**} = 0$.

• La troisième étape consiste à résoudre l'équation de transport d'un scalaire f . Le terme source est décomposé suivant le même schéma $S_f = A_f + B_f f$. Le système à résoudre s'écrit comme :

$$\begin{cases} \rho \mathbf{u}^{(n+1)} = \rho \mathbf{u}^{**} \\ P^{(n+1)} = P^{**} \\ \rho \frac{f^{(n+1)} - f^{**}}{\Delta t} + \nabla \cdot (f^{(n+1)} \rho \mathbf{u}^{**} - \mu_f \nabla f^{(n+1)}) = A_f^{(n)} + B_f^{(n)} f^{(n+1)} \end{cases} \quad (3.5)$$

Lorsqu'un modèle de turbulence est utilisé, la résolution du champ turbulent se fait à l'étape 3 : chaque variable du modèle ($k, \omega, \overline{u_i u_j}$, etc.) est traitée comme un scalaire. Leurs résolutions se font dans un certain ordre. La dépendance par rapport aux autres variables turbulentes est explicite. Ainsi, chaque équation est résolue indépendamment. Les grandeurs telles que la masse volumique et la viscosité dynamique sont explicites. Leur mise à jour est effectuée au début du pas de temps suivant, après actualisation des scalaires.

3.1.2 Discrétisation spatiale

On se contente ici de montrer la discrétisation spatiale des différents opérateurs pour l'équation de transport d'un scalaire passif. Usuellement, en notation vectorielle, l'équation de transport d'une variable f pour un écoulement incompressible s'écrit :

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho f)}_T + \underbrace{\nabla \cdot (\rho f \mathbf{u})}_C = \underbrace{\nabla \cdot (\Gamma \nabla f)}_D + S_f$$

où \mathbf{u} est le vecteur vitesse, ρ la masse volumique du fluide, Γ la diffusivité et S_f un terme source éventuel. Les termes T , C et D sont respectivement les termes in-stationnaire, convectif et diffusif. Pour toute équation continue discrétisée en espace par la méthode des volumes finis, on réalise une intégration sur chaque cellule du maillage (ou volume de contrôle Ω_I) où I est le centre de gravité du volume de contrôle dans *Code_Saturne*. Les équations de conservation sont intégrées sur chacun de ces volumes selon :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega_I} \rho f dV + \int_{\Omega_I} \nabla \cdot (\rho f \mathbf{u}) dV = \int_{\Omega_I} \nabla \cdot (\Gamma \nabla f) dV + \int_{\Omega_I} S_f dV$$

Grâce au théorème de Green-Ostrogradsky, on peut transformer les intégrales de volume des termes de convection et de diffusion en intégrales de surface, ce qui donne :

$$\frac{\partial(\rho_I f_I \mathcal{V}_I)}{\partial t} + \int_{\partial\Omega_I} f(\rho \mathbf{U} \mathbf{n}) dS = \int_{\partial\Omega_I} \Gamma(\nabla f) \mathbf{n} dS + S \mathcal{V}_I$$

3.1.2.1 Terme de convection

Code_Saturne met à disposition des schémas décentré amont d'ordre 1 (*upwind* en anglais), centré d'ordre 2 et décentré amont d'ordre 2 (*Second Ordre Linear Upwind*).

La figure 3.1 présente une configuration quelconque de deux cellules adjacentes internes de volume Ω_I et Ω_J et de centre I et J respectivement. Le point F est le centre de gravité de la face d'intersection S_{IJ} entre les deux cellules. Le point O est l'intersection entre le segment $[IJ]$ et la surface S_{IJ} . Les points I' et J' sont respectivement les projections des points I et J sur la droite passant par O et normale à la surface S_{IJ} .

On écrit l'intégration spatiale de la partie convective sous la forme d'une somme de flux calculés au voisinage de la cellule I noté $Vois(I)$, qui se décompose en la somme des flux aux faces internes et aux bord du domaine.

$$\int_{\partial\Omega_I} ((\rho \mathbf{u})^n f) \mathbf{n} dS \simeq \sum_{j \in Vois(I)} f_{IJ} m_{IJ} \quad (3.6)$$

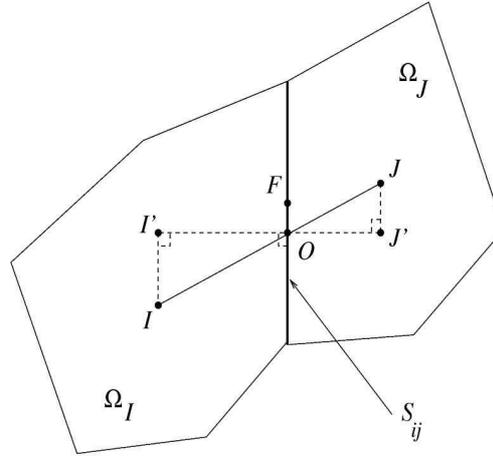


FIG. 3.1 – Définition des différentes entités géométriques pour (a) : les faces internes et (b) : les faces de bord.

où f_{IJ} , valeur de f sur la surface S_{IJ} , est donnée par :

$$f_{IJ} = \frac{1}{S_{IJ}} \int_{S_{IJ}} f dS \quad (3.7)$$

L'approximation du second ordre en espace $f_{IJ} \simeq f_F$ est utilisée. L'expression (3.6) montre qu'il faut interpoler f en F à partir de sa valeur -connue- au centre des cellules I et J . m_{IJ} est le flux de masse à travers la surface S_{IJ} et s'écrit :

$$m_{IJ} = (\rho_{IJ} \mathbf{u}_{IJ} \mathbf{n}) S_{IJ} \quad (3.8)$$

où \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal à la surface S_{IJ} allant de I vers J et $\rho_{IJ} \mathbf{u}_{IJ}$ la valeur au point F de la quantité de mouvement.

On détaille ci-après le calcul de f_{IJ} suivant le schéma numérique utilisé :

- en schéma décentré amont :

$$f_{IJ} = \begin{cases} f_I & \text{si } (\rho \mathbf{u})_{IJ}^n \cdot \mathbf{n} S_{IJ} \geq 0 \\ f_J & \text{si } (\rho \mathbf{u})_{IJ}^n \cdot \mathbf{n} S_{IJ} < 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Il s'agit d'une méthode simple, stable, bornée mais qui est d'ordre 1 et introduit une forte diffusion numérique. Si le maillage n'est pas suffisamment raffiné, ce schéma introduit des erreurs importantes lorsque la direction de l'écoulement n'est pas parallèle au maillage.

- en schéma centré : $f_{IJ} = \alpha_{IJ} f_{I'} + (1 - \alpha_{IJ}) f_{J'}$

Le facteur de pondération est défini par $\alpha_{IJ} = \overline{F'J'}/\overline{I'J'}$. Si le maillage est uniforme, on obtient $\alpha_{IJ} = 1/2$. Ce schéma est d'ordre 2 mais peut introduire des oscillations numériques dans la solution.

Pour la présente étude, les calculs instationnaires rendent nécessaire l'utilisation d'un schéma au second ordre centré sur les vitesses. Le test de pente est activé

par sécurité, pour éviter une divergence des calculs. Pour les autres variables, on se contente d'un schéma décentré amont.

Calcul des gradients et reconstruction

Ce paragraphe présente le calcul du gradient d'une variable f effectué au centre de la cellule I du volume de contrôle. Ce calcul exprime la valeur de f en I' à partir de sa valeur connue en I . *Code_Saturne* propose deux méthodes au choix de l'utilisateur : une méthode itérative et une méthode basée sur les moindres carrés. Cette dernière méthode est plus rapide que la première mais moins robuste en particulier lorsque le maillage est non-orthogonal. La nature des maillages que nous utiliserons nous amène à retenir la méthode itérative et est présentée ci-après. Par définition, on peut écrire :

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \int_{\Omega_I} \nabla f dV \quad (3.10)$$

et en utilisant le théorème de Green-Ostrogradsky, on obtient :

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{J \in \text{Vois}(i)} \int_{S_{IJ}} f \mathbf{n} dS \quad (3.11)$$

En utilisant la moyenne à la face, voir équation (3.7) et l'approximation du second ordre en espace $f_{IJ} \simeq f_F$, on a :

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{J \in \text{Vois}(i)} f_F \mathbf{n}_{S_{IJ}} \quad (3.12)$$

On constate que le calcul du gradient de f au centre I nécessite l'interpolation de la valeur de f au point F à partir de sa valeur centre de la cellule. Pour ce faire, on utilise un développement limité au premier ordre de f_F selon :

$$f_F \simeq f_O + \mathbf{OF}(\nabla f)_O \quad (3.13)$$

Les estimations de f_O et de $(\nabla f)_O$ sont données par

$$f_O = \alpha_{IJ} f_I + (1 - \alpha_{IJ}) f_J \quad (3.14)$$

$$(\nabla f)_O = \frac{1}{2} ((\nabla f)_I + (\nabla f)_J) \quad (3.15)$$

où $\alpha_{IJ} = \overline{FJ'}/\overline{I'J'}$. On obtient alors finalement :

$$(\nabla f)_I = \frac{1}{\Omega_I} \sum_{J \in \text{Vois}(i)} S_{IJ} \mathbf{n} \left(\alpha_{IJ} f_I + (1 - \alpha_{IJ}) f_J + \frac{1}{2} \mathbf{OF}((\nabla f)_I + (\nabla f)_J) \right) \quad (3.16)$$

L'inversion de ce système implicite par une méthode itérative permet d'obtenir le gradient de la variable au centre de la cellule.

3.1.2.2 Diffusion

L'intégration des termes de diffusion suit le même traitement que les termes de convection. La diffusivité aux faces internes est calculée à l'aide des valeurs aux cellules voisines de f qui est soit une moyenne arithmétique soit une moyenne harmonique, au choix de l'utilisateur. La viscosité aux faces de bord est quant à elle égale à la viscosité au centre de la cellule de bord correspondante. Le terme de diffusion est totalement implicite. En limitant le calcul aux faces internes, il s'écrit :

$$\int_{\partial\Omega_I} \Gamma \nabla f \mathbf{n} dS = \sum_{J \in \text{Vois}(i)} D_{IJ} \quad (3.17)$$

avec :

$$D_{IJ} = \Gamma \frac{f_{J'} - f_{I'}}{l_{J'}} S_{IJ} \quad (3.18)$$

La même méthode que celle décrite pour la convection est utilisée pour estimer la variable en I' et J' .

3.2 Présentation du code de calcul SYRTHES

Le code de calcul *SYRTHES*, pour SYstème de Résolution THERmique Solide, développé à EDF R&D par Péniguel & Rupp [124] résout l'équation de la chaleur instantanée avec la prise en compte des phénomènes radiatifs de paroi à paroi. Le milieu entre les parois est de l'air et sera donc considéré comme transparent au rayonnement. La discrétisation spatiale est de type éléments finis utilisant des maillages tétraédriques non-structurés. Ces éléments comportent 10 nœuds en tridimensionnel (6 en bidimensionnel, élément P1-isoP2 linéaire par élément) et n'admettent que des faces planes en 3D, et segments droits en 2D.

En dehors des phénomènes radiatifs, l'application de la conservation de l'énergie conduit à la résolution de l'équation de conservation suivante :

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T) \\ T = T_d \text{ sur } \Gamma_d \\ k_s \frac{\partial T}{\partial n} = q \text{ sur } \Gamma_q \\ + \text{conditions initiales} \end{cases} \quad (3.19)$$

où ρ , C_p et k_s sont la masse volumique, la chaleur spécifique et la conductivité du matériau respectivement. T_d et q correspondent à une température imposée et un flux imposé respectivement. Dans le cadre de l'application visée par la thèse, le matériau considéré est de l'acier doux à comportement isotrope, d'où l'hypothèse de la loi de Fourier dans le terme de diffusion dans l'équation (3.19).

3.2.1 Discrétisation temporelle

On utilise une discrétisation de type différences finies ce qui conduit à la résolution du système suivant :

$$\begin{cases} \rho C_p \frac{T^{n+1} - T^n}{\delta t} = \nabla \cdot (k_s \nabla T^{n+1}) \\ T^{n+1} = T_d \text{ sur } \Gamma_d \\ k_S \frac{\partial T^{n+1}}{\partial n} = q^n \text{ sur } \Gamma_q \end{cases} \quad (3.20)$$

Le système (3.20) peut être écrit en formulation variationnelle :

$$\begin{cases} \int_{\Omega} (\rho C_p T^{n+1} v + k_s \nabla T^{n+1} \nabla v) d\Omega = \int_{\Omega} (\rho C_p T^n v + \Phi^n v) d\Omega + \int_{\Gamma_d} q^n v d\Gamma_q \quad \forall v \in V \\ T = T_d \end{cases} \quad (3.21)$$

$a(T^{n+1}, v)$ $L(v)$

où v est une fonction test (V étant l'ensemble des fonctions tests telles que $v|_{\Gamma_d} = 0$). On peut écrire le système précédent sous forme condensée :

$$\begin{cases} \forall v \in V \quad a(T^{n+1}, v) = L(v) \\ T = T_d \text{ sur } \Gamma_d \end{cases}$$

3.2.2 Discrétisation spatiale

On considère $V_h \subset V$ un sous-espace de dimension n finie et soit $(\varphi_1, \dots, \varphi_n)$ une base de V_h . Il s'agit alors de trouver $u_h \in V_h$ telle que $\forall v_h \in V_h$ on ait $a(u_h, v_h) = L(v_h)$. Le problème peut alors s'écrire :

$$\begin{cases} u_h = \sum_{j=1}^n u_j \varphi_j \\ \sum_{j=1}^n a(\varphi_j, \varphi_i) u_j = L(\varphi_i) \quad \forall i \in [1, n] \end{cases}$$

On se trouve ainsi ramené à la résolution d'un système linéaire $AU = F$ où :

$$\begin{cases} A_{ij} = a(\varphi_i, \varphi_j) \\ U_j = u_j \\ F_i = L(\varphi_i) \end{cases}$$

3.2.3 Calcul des matrices élémentaires

L'équation de départ aux dérivées partielles, donnée par l'équation (3.19), peut être remplacée par une formulation discrète sous forme d'une résolution d'un système linéaire où les inconnues sont les coefficients des fonctions de base.

Typiquement, un terme de diffusion s'écrit :

$$\int_{\Omega} \nabla \varphi_i \nabla \varphi_j d\Omega = \sum_{Q \text{ tel que } N_i \text{ et } N_j \in Q} \int_{\Omega} \nabla \varphi_i \nabla \varphi_j dQ$$

On voit ici apparaître la notion de matrice élémentaire. Les sections suivantes présentent la manière dont elles sont calculées.

3.2.3.1 Matrices de masse

Par calcul formel ou par considérations purement géométriques, les matrices de masse pour les éléments considérés ne dépendent que de la surface pour le triangle et du volume pour le tétraèdre. Ces matrices prennent en compte les termes du type :

$$\int_{\Omega} \frac{\rho C_p}{\delta t} T^{m+1} v d\Omega$$

où $\frac{\rho C_p}{\delta t}$ est discrétisé en éléments P1-isoP2 afin de permettre une variation spatiale ou temporelle. Q et la fonction test v étant discrétisées en P1-isoP2, on est amené à calculer des matrices élémentaires du type :

$$a_{ij} = \sum_k \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_k \int_{\Omega} (\varphi_i \varphi_j \varphi_k) d\Omega$$

où $k = 1, 6$ en $2D$ ou bien $k = 1, 10$ en $3D$.

Lors de cette étape, la matrice obtenue admet des coefficients extradiagonaux non tous nuls. Une technique de *mass-lumping* est utilisée. Cette méthode favorise la stabilité mais introduit une diffusion numérique. Il est à noter toutefois que cette dernière affecte peu les résultats numériques issus de la campagne de validation de la version utilisée, *SYRTHES 3.3*.

3.2.3.2 Matrices de diffusion

Les matrices de diffusion qui apparaissent dans le problème peuvent être exprimées soit par un calcul formel soit par des considérations géométriques. L'avantage de la méthode géométrique est qu'elle présente une factorisation (donc un coût de calcul) optimal.

Le coefficient de diffusion k_S peut évoluer en espace et en temps. Il est donc discrétisé spatialement en P1-isoP2. Sur l'élément Q , on a alors à calculer une matrice du type :

$$a_{ij} = \sum_{l=1}^{(6 \text{ ou } 10)} \int_Q k_{S_l} \nabla \varphi_i \nabla \varphi_j d\Omega$$

(6 pour les triangles, 10 pour les tétraèdres)

Les fonctions de base utilisées sont donc de type iso-P2 en dimension 2.

3.2.4 Algorithme de résolution

Ce paragraphe tente de synthétiser les opérations qui sont effectuées à chaque pas de temps lors de la résolution de l'équation de la chaleur.

Si N_n désigne le nombre de nœuds par éléments, l'équation à résoudre sur un élément Q se présente sous la forme :

$$\sum_{l=1}^{N_n} \left[\int_Q \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \varphi_l \varphi_i \varphi_j d\Omega + \int_Q (k_S)_l \varphi_l \varphi_i \varphi_j d\Omega \right] T_i^{n+1} = \int_Q \left(\sum_{l=1}^{N_n} \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \varphi_l T_i^n + \varphi_i^n \right) \varphi_i d\Omega + \int_{\Gamma} q_i \varphi_i d\Gamma$$

On se place à l'instant t^n où l'on connaît :

- la valeur de la température T^n
- les conditions aux limites T_d sur Γ_d et q sur Γ_q

On cherche à déterminer T^{n+1} à l'instant t^{n+1} . La résolution de l'équation de diffusion se déroule de la façon suivante :

- Calcul des matrices élémentaires de type masse

$$\int_Q \sum_{l=1}^{N_n} \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \varphi_l \varphi_i \varphi_j d\Omega$$

- Calcul des matrices de type gradient

$$\int_Q \sum_{l=1}^{N_n} (k_S)_l \varphi_l \varphi_i \varphi_j d\Omega$$

- Calcul des éléments du second membre

$$- \int_Q \left(\sum_{l=1}^{N_n} \left(\frac{\rho C_p}{\delta t} \right)_l \varphi_l T_i^n + \varphi_i^n \right) \varphi_i d\Omega$$

$$- \int_{\Gamma} q_i \varphi_i d\Gamma$$

- Assemblage partiel des matrices élémentaires ;
- Prise en compte des conditions aux limites de type Dirichlet lorsqu'elles sont présentes ;
- Détermination du champ T^{n+1} par la résolution du système $AT^{n+1} = b$.

3.3 Couplage des codes *Code_Saturne/SYRTHES*

Pour se rapprocher au mieux de l'expérience, dans laquelle le flux de chaleur est imposé sur la face intérieure du conteneur cylindrique d'épaisseur 5 mm, on ne peut pas réaliser des calculs avec un flux imposé sur la surface extérieure. Il est nécessaire d'effectuer un calcul qui prend en compte la conduction dans le solide. Pour ce faire,

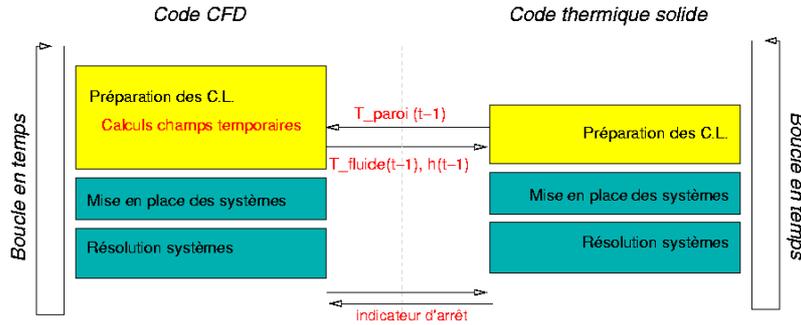


FIG. 3.2 – Vision schématique du couplage entre les codes *Code_Saturne* et *SYRTHES*.

un couplage entre le code fluide et le code thermique dans l'épaisseur du cylindre doit être réalisé. On explique dans ce paragraphe le principe de ce couplage.

Figure 3.2, à l'itération $(n - 1)$, on suppose les températures fluide $T_f^{(n-1)}$ et de peau $T_S^{(n-1)}$ connues au centre de la cellule du maillage fluide et au nœud du maillage solide. *Code_Saturne* fait passer une loi logarithmique (ou une loi linéaire si le maillage est suffisamment fin) dans la cellule pariétale pour en déduire le flux à la paroi et donc le coefficient d'échange $h^{(n-1)}$. *Code_Saturne* envoie $T_f^{(n-1)}$ et $h^{(n-1)}$ à *SYRTHES* qui s'en sert pour calculer $T_S^{(n)}$. Dans le même temps, à partir du flux, *Code_Saturne* calcule $T_f^{(n)}$. Le coefficient d'échange $h^{(n-1)}$ est calculé comme :

$$h^{(n-1)} = \frac{\rho^{(n-1)} C_p^{(n-1)} u_\tau^{(n-1)}}{T_+^{(n-1)}}$$

La continuité des températures à l'interface est ré-écrite sous forme de flux :

$$\begin{aligned}\phi_S^{(n-1)} &= h^{(n-1)}(T_f^{(n-1)} - T_S^{(n)}) \\ \phi_f^{(n-1)} &= h^{(n-1)}(T_S^{(n-1)} - T_f^{(n)})\end{aligned}$$

Au pas de temps (n) , les deux codes résolvent leurs équations de manière indépendante en utilisant les informations obtenues au pas de temps précédent. Chaque code possède un indicateur d'arrêt qui met fin au calcul et ce message est transmis à l'autre code. Les systèmes étant résolus, on peut passer à l'itération suivante.

3.4 État de l'art de la modélisation de la turbulence

Pour résoudre numériquement un écoulement on dispose à l'heure actuelle de trois grandes classes de méthodes :

- la Simulation Numérique Directe (DNS en anglais pour *Direct Numerical Simulation*¹);
- la Simulation des Grandes Échelles (ou LES pour *Large Eddy Simulation*);

¹Nous utiliserons par la suite les abréviations anglaises.

- les équations de Navier-Stokes moyennées (ou RANS pour *Reynolds Averaged Navier Stokes*).

La DNS résout toutes les échelles de la turbulence dans les solutions des équations de Navier-Stokes. Le champ ainsi obtenu est instationnaire et tridimensionnel. Elle procure des informations précises et fiables sur la topologie de l'écoulement, les corrélations en un ou deux points, les fréquences caractéristiques, . . . Les ordres de grandeur de ces échelles varient depuis la taille caractéristique des plus grandes structures de l'écoulement considéré (échelle intégrale) jusqu'à celle des plus petites structures dynamiquement actives, l'échelle de Kolmogorov. En turbulence homogène isotrope, le rapport entre ces deux échelles suit la loi suivante :

$$\frac{L}{\eta} \propto \mathcal{O}(Re^{3/4}) \quad (3.22)$$

La turbulence étant par nature tridimensionnelle, la relation précédente implique que le nombre de cellules nécessaires doit être au moins de l'ordre de $Re^{9/4}$. La LES permet d'obtenir toutes les caractéristiques à grande échelle de l'écoulement par filtrage des équations de Navier-Stokes et par une modélisation des petites échelles, dont la taille est inférieure à une dimension caractéristique, la maille de calcul. Les équations filtrées font apparaître un tenseur de sous-mailles à modéliser. Il existe différents types de filtres : spatial, spectral ou temporel. Les filtres spatiaux les plus utilisés sont les filtres passe-bas, *top hat* ou encore gaussien ; certaines fermetures reposent sur un filtrage spectral. Une approche alternative au filtrage spatial est le filtrage temporel : cette catégorie de filtre doit être causale. L'approche, appelée TLES, permet d'envisager un cadre rigoureux lors de la modélisation hybride RANS/LES, Gatski *et al.* [49].

La modélisation RANS traite les équations de Navier-Stokes de manière statistique avec une grandeur moyenne et une grandeur fluctuante pour chaque variable en suivant la décomposition de Reynolds. Le champ turbulent est considéré comme stochastique. Toutes les échelles de la turbulence sont ainsi modélisées. La résolution de ce champ turbulent nécessite un modèle de fermeture pour ces termes. Comme nous le verrons plus en détail par la suite, différents types de modélisation existent et sont basés soit sur des relations algébriques soit sur des équations de transport.

La méthodologie URANS pour *Unsteady* RANS, également appelée T-RANS (*Time-dependant* RANS ou encore *Transient*-RANS) par certains auteurs, Hanjalić [56] et Kenjereš *et al.* [72], consiste en la résolution des équations RANS avec la prise en compte du terme instationnaire $\partial/\partial t$ sans apporter de modifications dans la valeur des constantes. Différentes simulations URANS ont montré une étonnante aptitude à capturer des structures à grandes échelles avec le bon ordre de grandeur du nombre de Strouhal dans le sillage d'écoulements autour de cylindres Bosch & Rodi [18], Catalano *et al.* [23] ou Iaccarino *et al.* [63] par exemple. On constate de manière générale que la solution URANS moyennée dans le temps est plus réaliste que la solution RANS, et notamment lors du calcul de longueurs moyennes de recollement sur des configurations d'écoulements décollés, et donne les fréquences caractéristiques

à plus faible coût que des calculs LES, Iaccarino *et al.* [63], Iaccarino & Durbin [62]. De ces faits, la méthodologie URANS s'est répandue dans l'industrie.

Malgré l'amélioration de certains résultats, il est nécessaire de rester prudent quant à l'interprétation des résultats URANS, en particulier en ce qui concerne l'amplitude des fluctuations de vitesse obtenues : en effet, Fadaï *et al.* [42] ont montré que l'énergie contenue dans la partie résolue décroissait avec l'erreur numérique, jusqu'à ce qu'une solution stationnaire soit atteinte sur un maillage très fin.

On voit bien que la décomposition utilisée ne peut plus être nécessairement celle proposée par Reynolds, mais peut être vue comme un filtre. Appliqué à un écoulement dont la solution est périodique (instationnarités forcées, cylindre infini, . . .), le filtre correspond alors à une moyenne de phase, mais pour un écoulement derrière un cylindre de hauteur finie par exemple, ce filtre est inconnu. Aujourd'hui, pour un écoulement URANS en général, il n'existe pas de définition de l'opérateur de décomposition. Les modèles de turbulence sont utilisés tels quels malgré les questions que cela suscite.

Équations locales instantanées

Le fluide est supposé incompressible, mais faiblement dilatable, i.e., la masse volumique est supposée indépendante de la pression, mais peut varier, avec une faible amplitude, en fonction de la température. L'équation de conservation de la masse résolue par le code est l'équation (3.23) dans laquelle le terme de dérivée temporelle est supposé négligeable. Dans ces conditions, on dispose des équation suivantes :

- équation de conservation de la masse² :

$$\frac{\partial \rho u_i^*}{\partial x_i} = \Gamma \quad (3.23)$$

où Γ est ici un terme source de masse nul dans la plupart des cas traités par le code.

- équation de conservation de quantité de mouvement : nous considérons ici que les forces de pesanteur sont les seules forces de volume qui agissent sur l'écoulement.

$$\frac{\partial \rho u_i^*}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i^* u_j^*}{\partial x_j} = -\frac{\partial p^*}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial u_i^*}{\partial x_j} \right) + \rho g_i \quad (3.24)$$

- équation de conservation de l'énergie³ :

²Nous utiliserons la convention de sommation d'Einstein sur les indices répétés, sauf indication contraire.

³on néglige la contribution d'énergie due à la dissipation visqueuse ainsi que les phénomènes de rayonnement.

$$\frac{\partial \rho C_p T^*}{\partial t} + \frac{\partial \rho C_p u_i^* T^*}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T^*}{\partial x_i} \right) \quad (3.25)$$

où u_i^* , p^* et T^* sont respectivement la vitesse, la pression et la température instantanées.

Quand il y a couplage entre la dynamique et la thermique, celui-ci peut se faire de deux manières :

- toutes les propriétés physiques sont variables (ρ , C_p , μ et λ) ;
- ρ linéairement variable dans le terme de flottabilité seulement.

Dans le premier cas, ρ varie dans tous les termes de l'équation de quantité de mouvement suivant la loi des gaz parfaits $p = \rho r T$. Puisque ρ est indépendant de la pression, en prenant la différentielle de cette relation on aboutit à $\rho = \rho_0 T_0 / T$. Les trois autres grandeurs répondent aux lois de Sutherland. Ces modifications interviendront dans le chapitre 4 sur l'écoulement autour d'un cylindre chauffant.

Dans le second cas, on va considérer que les écarts de température sont faibles en appliquant l'approximation de Boussinesq, et considérer que la masse volumique varie linéairement avec la température. Le terme d'ordre 0, i.e. $\rho(T) = \rho_0$, est conservé dans tous les termes de toutes les équations sauf pour le terme de flottabilité dans l'équation du champ de vitesse moyenne qui s'écrit $\rho(T) = \rho_0(1 - \beta \Delta T)$. On suppose de plus que les propriétés physiques (C_p , μ et λ) sont indépendantes de la température. Cette approximation sera effectuée au sein du chapitre 5 au cours duquel un modèle d'échange thermique sera développé.

Équations URANS

La méthodologie URANS consiste à résoudre les équations RANS tout en conservant le terme instationnaire en $\partial/\partial t$. Dans le cas le plus courant d'un écoulement statistiquement stationnaire (comme tous ceux rencontrés dans cette thèse), si la vitesse résolue correspondait à une moyenne d'ensemble, alors ce terme devrait être nul. Pourtant, dans de nombreux écoulements d'intérêts industriels notamment où existent des instationnarités naturelles, les simulations numériques URANS calculent une solution dont le champ de vitesse peut dépendre du temps. Ces observations indiquent que ce n'est plus la décomposition de Reynolds qui est utilisée mais l'application d'un filtre implicite spatio-temporel qui a pour origine l'introduction d'un modèle de turbulence dans les équations ; sa largeur est de l'ordre de l'échelle intégrale de temps ou de longueur. Ce filtre est capable d'extraire les tourbillons à grande échelle afin de les résoudre et modélise les petites échelles, caractéristiques de l'agitation turbulente.

La modélisation URANS consiste en la décomposition de toute grandeur instantanée f^* en une partie résolue notée F avec $F = \overline{f^*}$ et une partie non-réolue f .

$$f^* = F + f \quad (3.26)$$

Dans le cas d'un écoulement statistiquement périodique, ou cyclo-stationnaire, cette décomposition peut être définie par une moyenne de phase, qui satisfait tous les axiomes de Reynolds, permettant de séparer deux parties de l'écoulement décorrélées, la partie périodique et la partie aléatoire. Cependant, dans de nombreux écoulements, il n'existe pas de partie périodique, mais il y a co-existence de plusieurs fréquences, comme ce sera le cas pour un cylindre monté en paroi : on supposera ici qu'on peut étendre la définition de l'URANS à ce type d'écoulements et que l'opérateur de décomposition satisfait toujours, au moins approximativement, les propriétés de la moyenne de phase.

En introduisant cette décomposition à la vitesse instantanée $u_i^* = U_i + u_i$ et en appliquant via l'opérateur $\bar{\cdot}$, puis en supposant que l'opérateur satisfait les axiomes de Reynolds tels que l'idempotence ($\overline{\overline{F}} = \overline{F}$), la commutation par rapport à l'opérateur différentiel et à la décorrélation de F et f ($\overline{Ff} = 0$), on obtient les équations suivantes :

- conservation moyenne de la masse

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.27)$$

- conservation de la quantité de mouvement moyenne

$$\frac{\partial \rho U_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right) + \rho g_i \quad (3.28)$$

- conservation de l'énergie moyenne

$$\frac{\partial \rho C_p T}{\partial t} + \frac{\partial \rho C_p U_i T}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \rho C_p \overline{u_i \theta} \right) \quad (3.29)$$

3.4.1 Méthodes de fermeture en dynamique

Les modèles RANS sont utilisés pour faire de l'URANS : en particulier le jeu de coefficients associés à un modèle donné demeure inchangé. Il n'est pas dans le sujet de la thèse de critiquer la pertinence de l'approche URANS comme ont pu le faire par exemple Carpy & Manceau [22] ou bien encore Fadaï *et al.* [42].

Les équations URANS font apparaître des corrélations inconnues, les tensions de Reynolds. On se retrouve donc avec dix inconnues pour six équations : résoudre les six inconnues supplémentaires implique d'avoir un modèle de fermeture qui se décline par les modèles au premier ordre basés sur le concept de viscosité turbulente et les modèles au second ordre qui résolvent les tensions de Reynolds. On peut trouver une description détaillée des différents degrés de fermeture dans l'ouvrage de Chassaing [24].

On ne présente ici que les modèles utilisés dans le cadre de la thèse. On ira plus loin dans l'analyse critique et le développement des modèles au chapitre 5.

3.4.1.1 La modélisation au premier ordre

La modélisation au premier ordre consiste en une loi de comportement reliant les corrélations -inconnues- d'ordre deux $\overline{u_i u_j}$ aux corrélations d'ordre un. Historiquement, cela se décline par les fermetures à 0, 1 et 2 équations de transport.

L'utilisation d'un modèle linéaire au premier ordre, en l'occurrence $k-\varepsilon$, conduit à exprimer le tenseur de Reynolds en fonction des taux moyens de déformations. Par analogie avec le frottement visqueux newtonien, on écrit :

$$\overline{u_i u_j} = -2\nu_t S_{ij} + \frac{2}{3}k\delta_{ij} \quad (3.30)$$

où ν_t est la viscosité cinématique turbulente, $S_{ij} = \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$ le tenseur des taux moyen de déformations et k l'énergie cinétique turbulente définie par $k = \frac{1}{2}\overline{u_i u_i}$.

L'analyse dimensionnelle montre que ν_t doit être déterminée par deux échelles de la turbulence : $[\nu_t] = [L]^2[T]^{-1}$. Ainsi,

$$\nu_t = C_\mu u \times L \quad (3.31)$$

où u et L sont les échelles de vitesse et de longueur caractéristiques des tourbillons les plus énergétiques. En utilisant l'hypothèse d'équilibre spectral pour évaluer le temps de vie de ces tourbillons, on a : $T = k/\varepsilon$. On obtient alors l'équation suivante :

$$\nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.32)$$

Considérant cette modélisation, les équations URANS s'écrivent :

$$\frac{DU_i}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_t \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x_i} \quad (3.33)$$

Pour évaluer ν_t deux équations de transport sont utilisées, l'une pour k et l'autre pour ε . L'équation exacte de k s'écrit de la manière suivante :

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(-\frac{1}{\rho} \overline{p u_k} + \nu \frac{\partial k}{\partial x_k} - \frac{1}{2} \overline{u_i u_i u_k} \right) - \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \varepsilon \quad (3.34)$$

avec $\varepsilon = 2\nu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}}$.

Dans cette équation, on peut écrire le terme de production sous sa forme modélisée $P_k = -\overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij}$. On peut d'ores et déjà remarquer que ce terme ne peut être que positif ou nul. En dehors du terme de diffusion moléculaire, les autres termes de diffusion sont modélisés par :

$$\frac{\partial}{\partial x_k} \left(-\frac{1}{\rho} \overline{p u_k} - \frac{1}{2} \overline{u_i u_i u_k} \right) = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) \quad (3.35)$$

avec $\sigma_k = 1$ généralement. Cette formulation suppose que l'agitation turbulente a un comportement de « pure agitation ». En définitive, l'équation modélisée de k peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left((\nu + \nu_t) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right) + 2\nu_t S_{ij} S_{ij} - \varepsilon \quad (3.36)$$

L'équation exacte de la dissipation est d'interprétation très délicate. On lui préfère une écriture plus phénoménologique, basée sur celle de k :

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \underbrace{C_{\varepsilon 1} \frac{P_k \varepsilon}{k}}_{\text{Production}_\varepsilon} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}}_{\text{Dissipation}_\varepsilon} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]}_{\text{Diffusion totale}_\varepsilon} \quad (3.37)$$

C'est un modèle largement répandu qui est très utilisé pour les principales raisons suivantes : facilité de mise en œuvre, robustesse numérique, faible coût CPU, prédit correctement les écoulements cisailés simples. En revanche, ce modèle est peu adapté aux écoulements avec anisotropie, ne peut reproduire une production négative et, en raison de l'alignement des tensions de Reynolds avec le tenseur des taux de déformation, sur-estime la production.

Le modèle k - ε standard n'est pas valable en proche paroi contrairement au k - ω qui l'est et qui prédit convenablement les décollements. En revanche, il est inapplicable aux écoulements externes car sensible aux valeurs arbitraires de k et ω à l'extérieur de la couche limite. C'est pourquoi, en reprenant les travaux de Wilcox [153], Menter [116] développa un modèle hybride qui conjugue les avantages respectifs des modèles bas-Reynolds k - ω en proche paroi et haut-Reynolds k - ε au loin. En effet, une propriété remarquable du k - ω est de ne pas avoir besoin de fonctions d'amortissement pour reproduire le comportement de proche paroi des variables résolues. Pour ce faire, la première étape consiste en la transformation du modèle k - ε en un modèle k - ω faisant apparaître un terme de diffusion croisée dans l'équation de ω . La formulation originale du modèle k - ω est multipliée par une fonction notée F_1 que l'on somme avec la nouvelle formulation qui est multipliée par une fonction $1 - F_1$. La fonction F_1 vaudra 1 en proche paroi rendant active la formulation d'origine et sera nulle dans la zone loin de la paroi.

ω , qui est perçue comme la fréquence caractéristique des gros tourbillons, est calculée comme :

$$\omega = \frac{\varepsilon}{C_\mu k} \quad (3.38)$$

La formulation d'origine du modèle k - ω s'écrit :

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k1} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.39)$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\gamma_1}{\nu_t} \overline{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta_1 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\omega 1} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad (3.40)$$

La formulation transformée du modèle k - ε s'écrit :

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \frac{\overline{u_i u_j}}{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k2} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.41)$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\gamma_2}{\nu_t} \frac{\overline{u_i u_j}}{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta_2 \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{\omega 2} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2 \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.42)$$

Les équations (3.39) et (3.40) sont multipliées par F_1 et les équations (3.41) et (3.42) sont multipliées par $1 - F_1$. On obtient alors le jeu d'équations suivant :

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \frac{\overline{u_i u_j}}{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (3.43)$$

$$\frac{D\rho \omega}{Dt} = \frac{\gamma}{\nu_t} \frac{\overline{u_i u_j}}{u_i u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.44)$$

Pour tous les coefficients $\phi(\sigma_k, \beta, \sigma_\omega, \dots)$, la pondération suivante est utilisée :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (3.45)$$

où ϕ_1 représente les coefficients originaux du modèle k - ω (σ_{k1}, \dots), ϕ_2 ceux du modèle k - ε modifié (σ_{k2}, \dots) et $\phi(\sigma_k, \dots)$ ceux du nouveau modèle. La fonction F_1 définie par :

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (3.46)$$

$$\arg_1 = \text{MIN} \left[\text{MAX} \left(\frac{\sqrt{k}}{C_\mu \omega y}, \frac{500\nu}{\omega y^2} \right); \frac{4k}{CD_{k\omega} \sigma_{\omega 2} y^2} \right] \quad (3.47)$$

$$CD_{k\omega} = \text{MAX} \left[\frac{2}{\sigma_{\omega 2} \omega} \frac{\partial k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y}; 10^{-20} \right] \quad (3.48)$$

où y représente la distance à la paroi.

La seconde étape, présentée par Menter [116] est le SST pour *Shear Stress Transport* en anglais dans lequel une fonction F_2 analogue à la fonction F_1 de l'équation (3.46) est utilisée afin de limiter la viscosité turbulente ainsi que la prédiction du rapport entre la production et la dissipation quand celui-ci devient trop grand. Le modèle SST utilise les mêmes équations que le modèle de base pour k et ω mais avec en plus :

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\text{MAX}(a_1 \omega; SF_2)} \quad (3.49)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (3.50)$$

$$\arg_2 = \text{MAX} \left[\frac{2\sqrt{k}}{C_\mu \omega y}; \frac{500\nu}{\omega y^2} \right] \quad (3.51)$$

où $S = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$. Les coefficients du modèle SST sont donnés dans le tableau 3.1.

γ_1	β_1	α_{k1}	σ_{k1}	a_1	κ
$\beta_1/\beta^* - \kappa^2/(\sigma_{k1}\sqrt{\beta^*})$	0.075	1.176	2	0.31	0.41
γ_2	β_2	α_{k2}	σ_{k2}	β^*	
$\beta_2/\beta^* - \kappa^2/(\sigma_{k2}\sqrt{\beta^*})$	0.0828	2.0	1.1682	0.09	

TAB. 3.1 – Tableau des constantes associées au modèle k - ω SST.

La condition à la limite sur ω proposée par Menter [116] est :

$$\omega_w = 10 \frac{6\nu}{\beta_1 y^2} \quad (3.52)$$

Il est à noter que ω tend vers l'infini aux parois. C'est pourquoi sa condition à la limite doit être calculée à l'intérieur du domaine (premier point de calcul en $y^+ \simeq 1$). Lors de son implantation dans *Code_Saturne*, ce modèle a fait l'objet d'une validation à l'université de Manchester, Uribe [145], puis d'une qualification à EDF R&D.

Le code de calcul *Code_Saturne* que nous utilisons et qui a été détaillé précédemment dispose de ce modèle de turbulence. Voici les équations du modèle telles qu'elles sont implantées :

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \tilde{P}_k + G_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) \right] - \rho\beta^* k\omega \quad (3.53)$$

$$\begin{aligned} \frac{D\rho\omega}{Dt} = & \frac{\rho\gamma}{\mu_t} [P_k + G_k] - \rho\beta\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \\ & + 2 \frac{(1 - F_1)}{\sigma_{\omega 2}} \frac{\rho}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\text{avec } P_k = \mu_t S_{ij} S_{ij} \quad (3.55)$$

$$\text{et } \tilde{P}_k = \text{MIN}(P_k, C_1 \varepsilon), C_1 = 10 \quad (3.56)$$

$$G_k = -\rho\beta g_i \overline{u_i \theta} \quad (3.57)$$

où l'équation (3.57) sera explicitée au §3.4.2.

3.4.1.2 La modélisation au deuxième ordre

Contrairement à la modélisation au premier ordre, les tensions de Reynolds n'ont plus un comportement déterminé donné par la loi de comportement. Les équations de transport des tensions de Reynolds sont résolues reproduisant ainsi beaucoup mieux certains mécanismes physiques tels que l'effet mémoire et l'anisotropie par exemple. En particulier les termes de production ne nécessitent aucune modélisation.

L'équation de transport des tensions de Reynolds s'écrit :

$$\frac{D\rho\overline{u_i u_j}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij}^\nu + D_{ij}^t + \phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij} + G_{ij} \quad (3.58)$$

$$P_{ij} = -\rho\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \rho\overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \quad (3.59)$$

$$D_{ij}^\nu = \mu \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_k^2} \quad (3.60)$$

$$D_{ij}^t = -\rho \frac{\partial \overline{u_i u_j u_k}}{\partial x_k} \quad (3.61)$$

$$\phi_{ij}^* = - \left(\overline{u_i \frac{\partial p}{\partial x_j}} + \overline{u_j \frac{\partial p}{\partial x_i}} \right) \quad (3.62)$$

$$\varepsilon_{ij} = 2\mu \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}} \quad (3.63)$$

$$G_{ij} = \beta\rho(\overline{g_i u_j \theta} + \overline{g_j u_i \theta}) \quad (3.64)$$

où

- P_{ij} est la production de la turbulence vers le mouvement moyen ;
- D_{ij}^ν est le terme de diffusion visqueuse ;
- D_{ij}^t est le terme de transport turbulent ;
- ϕ_{ij}^* est la corrélation vitesse-gradient de pression aussi appelé terme de pression ;
- ε_{ij} est la dissipation visqueuse ;
- G_{ij} est la production dûes aux forces de volume.

Si, par définition, les termes P_{ij} et D_{ij}^ν sont exacts, les termes D_{ij}^t , ϕ_{ij}^* , ε_{ij} doivent être modélisés. Le terme G_{ij} peut être modélisé ou résolu suivant le type de fermeture thermique utilisé, c.f. §3.4.2. Par la suite, nous utiliserons le modèle haut-Reynolds SSG [139] disponible dans le code. Il utilise donc des lois de paroi en vitesse et en température. On présente ci-dessous une argumentation succincte pour la modélisation des différents termes.

Le terme de pression, ϕ_{ij}^*

Ce terme est primordial dans la répartition d'énergie turbulente entre les tensions de Reynolds. Il est certainement le terme le plus important après la production. Afin de faciliter l'interprétation de ce terme, il est décomposé de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^* &= \Phi_{ij} + D_{ij}^p \\ &= \frac{1}{\rho} \overline{p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_k} (\overline{u_i p} \delta_{jk} + \overline{u_j p} \delta_{ik}) \end{aligned}$$

où Φ_{ij} est la corrélation pression-déformation et D_{ij}^p est le terme de diffusion par la pression. On peut remarquer que la corrélation pression-déformation est de trace

nulle ce qui signifie que ce terme a pour seule vocation de redistribuer l'énergie entre les composantes du tenseur de Reynolds. La diffusion par la pression correspond à un transport d'énergie entre différentes régions.

La modélisation de Φ_{ij} repose sur l'équation de Poisson vérifiée par la pression fluctuante :

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x_k^2} = -2\rho \frac{\partial u_k}{\partial x_l} \frac{\partial U_l}{\partial x_k} - \rho \frac{\partial^2 (u_k u_l - \overline{u_k u_l})}{\partial x_k \partial x_l} \quad (3.65)$$

Dans la zone loin de la paroi, on peut considérer se trouver dans le domaine infini \mathbb{R}^3 . La solution de l'équation (3.65) est :

$$p(x) = \int_{\mathbb{R}^3} \left[-2\rho \frac{\partial u_k}{\partial x_l}(\mathbf{x}') \frac{\partial U_l}{\partial x_k}(\mathbf{x}') - \rho \frac{\partial^2 (u_k u_l - \overline{u_k u_l})}{\partial x_k \partial x_l}(\mathbf{x}') \right] \frac{1}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} dV(\mathbf{x}') \quad (3.66)$$

L'équation (3.66) montre que la pression fluctuante en un point donné dépend de la vitesse moyenne et de la vitesse fluctuante dans l'ensemble du domaine, entraînant ainsi le caractère non-local de la turbulence.

Le terme de redistribution peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}(\mathbf{x}) &= \frac{1}{\rho} \overline{p(\mathbf{x}) \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \right]} \\ &= \underbrace{\int_{\mathbb{R}^3} \frac{\partial^2 u_k u_l}{\partial x_k \partial x_l}(\mathbf{x}') \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \right] \frac{dV(\mathbf{x}')}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}}_{\Phi_{ij}^1} \\ &\quad + \underbrace{\int_{\mathbb{R}^3} 2 \frac{\partial U_l}{\partial x_k}(\mathbf{x}') \frac{\partial u_k}{\partial x_l}(\mathbf{x}') \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \right] \frac{dV(\mathbf{x}')}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|}}_{\Phi_{ij}^2} \end{aligned} \quad (3.67)$$

On constate que le premier terme Φ_{ij}^1 , est indépendant de la vitesse moyenne. C'est un terme d'interaction de la turbulence sur elle-même. Il ne réagira que lorsque la turbulence aura été affectée par un autre terme. Pour cette raison, on l'appelle *terme lent*.

En revanche, le second terme Φ_{ij}^2 , dépend du gradient de vitesse moyenne et réagit instantanément à ses variations : il est donc appelé *terme rapide*.

Malgré le caractère non-local, généralement, l'approche retenue lors de la modélisation de ces termes est locale, i.e. qu'elle ne fait intervenir que les valeurs prises au point \mathbf{x} .

Modélisation du terme lent

D'après son équation, le terme lent ne fait intervenir que l'état de la turbulence. En expérience de turbulence homogène initialement anisotrope, son rôle est

essentiellement de faire tendre la turbulence vers un état isotrope en redistribuant l'énergie entre les composantes.

Φ_{ij}^1 étant de trace nulle, d'après Lumley [85], la relation la plus générale s'écrit :

$$\Phi_{ij}^1 = \beta(II, III)\varepsilon b_{ij} + \gamma(II, III)\varepsilon \left(b_{ik}b_{kj} + \frac{2}{3}II\delta_{ij} \right) \quad (3.68)$$

où $II = -\frac{1}{2}b_{ik}b_{ki}$ et $III = \frac{1}{3}b_{ik}b_{kj}b_{ji}$ correspondent aux invariants principaux du tenseur d'anisotropie définis par $b_{ij} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} - \frac{2}{3}\delta_{ij}$. β et γ sont des fonctions dépendant de ces invariants et \mathbf{I} est le tenseur identité. On utilise la version linéaire de Speziale *et al.* [139], en posant $\gamma = 0$ et $\beta = -3.4$.

Modélisation du terme rapide

La modélisation de ce terme repose sur deux principales hypothèses : quasi-homogénéité et localité. La première hypothèse concerne les écoulements dont l'état est proche de l'homogénéité ce qui signifie que les gradients de vitesse moyenne varient lentement devant l'échelle des corrélations qui caractérisent la distance sur laquelle les corrélations bi-points sont non-nulles. Sous cette condition, on peut supposer que les gradients de vitesse moyenne sont constants. Le terme Φ_{ij}^2 dans l'équation (3.67) peut alors s'écrire :

$$\Phi_{ij}^2 = 2 \frac{\partial U_l}{\partial x_k}(\mathbf{x}) \int_{\mathbb{R}^3} \overline{\frac{\partial u_k}{\partial x_l}(\mathbf{x}') \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j}(\mathbf{x}) + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \right]} \frac{dV(\mathbf{x}')}{4\pi \|\mathbf{x}' - \mathbf{x}\|} \quad (3.69)$$

L'application de l'hypothèse de localité suppose que l'on peut écrire l'intégrale volumique en ne faisant intervenir que le point \mathbf{x} . La modélisation du terme rapide se résume donc au choix d'un tenseur d'ordre quatre a_{ijml} tel que :

$$\Phi_{ij}^2 = \frac{\partial U_l}{\partial x_k}(\mathbf{x})(a_{ijml}(\mathbf{x}) + a_{jiml}(\mathbf{x})) \quad (3.70)$$

À partir de la théorie des bases d'intégrité et une analyse du comportement du système dynamique en turbulence homogène, Speziale, Sarkar & Gatski [139] appelés par la suite SSG, ont mis au point un modèle représentant le terme rapide :

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^2 = & - (C_1\varepsilon + C_1^*P_k)b_{ij} + C_2\varepsilon(b_{ik}b_{kj} - \frac{1}{3}b_{kl}b_{kl}) + (C_3 - C_3^*b_{kl}b_{kl})kS_{ij} \\ & + C_4k(b_{ik}S_{jk} + b_{jk}S_{ik} - \frac{2}{3}b_{kl}S_{kl}\delta_{ij}) + C_5k(b_{ik}\Omega_{jk} + b_{jk}\Omega_{ik}) \end{aligned} \quad (3.71)$$

où Ω_{ij} le tenseur des taux de rotation défini :

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

C_1	C_1^*	C_2	C_3	C_3^*	C_4	C_5
1.7	0.9	-1.05	0.8	0.65	0.625	0.2

TAB. 3.2 – Tableau des constantes du modèle SSG

et $P_k = 0.5P_{ii}$. Les constantes du modèle SSG sont données dans le tableau 3.2.

Ce modèle a été soigneusement calibré afin de répondre à un certain nombre de contraintes :

- écoulement homogène initialement isotrope soumis à un cisaillement brusque ;
- état d'équilibre obtenu en turbulence homogène cisailée ;
- écoulement en rotation soumis à un cisaillement brusque (théorie de la distortion rapide, résultats de Bertoglio, 1982).

Ce modèle est donc calibré pour reproduire convenablement aussi bien la phase initiale que l'état d'équilibre ($t \rightarrow 0$ et $t \rightarrow \infty$ respectivement) en écoulement cisailé, mais aussi pour bien reproduire les effets de rotation. Parce qu'il repose sur l'hypothèse de quasi-homogénéité, ce modèle n'est pas valable en région de proche paroi.

Terme de diffusion turbulente, D_{ij}^t

Ce terme traduit l'intensification du mélange par agitation turbulente. Parmi les modèles existants, on peut retenir deux types de modélisation :

- le modèle à gradient simple ou modèle de Shir [132] :

$$D_{ij}^t = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{s1} \mu_t \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) \quad (3.72)$$

- le modèle à gradient généralisé ou modèle de Daly-Harlow :

$$D_{ij}^t = -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(C_{s2} \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l} \right) \quad (3.73)$$

où $C_{s1} = 1$ et $C_{s2} = 0.22$ sont déterminées après optimisation. D'autres expressions ont été proposées comme le modèle de Hanjalić & Launder [58] par exemple. Ce modèle contient 3×9 termes car il respecte la permutation des indices alors que le modèle de Daly-Harlow n'en contient que 9. Cependant, le gain en prévision ne valant pas l'effort numérique, le modèle de Daly-Harlow lui est souvent préféré. Les simulations qui seront effectuées avec le modèle SSG dans le cadre du chapitre 4 utiliseront le modèle à gradient simple.

Tenseur de dissipation, ε_{ij}

À grands nombre de Reynolds, il y a une grande séparation entre les grandes et les petites échelles suggérant ainsi d'écrire le tenseur de dissipation sous forme isotrope :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3}\varepsilon\delta_{ij} \quad (3.74)$$

Par conséquent, on résout une équation de transport sur ε qui est en général similaire à celle utilisée pour le modèle $k-\varepsilon$.

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon 1}P_k\frac{\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2}\frac{\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_k}\left(\frac{C_S}{\sigma_\varepsilon}\mu_t\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k}\right) + \nu\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial x_j^2} \quad (3.75)$$

De la même manière qu'avec les tensions de Reynolds, le terme de transport turbulent de la dissipation peut aussi être modélisé par un modèle à gradient simple ou généralisé :

$$D_{ij}^t = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_{s1}\mu_t\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_k}\right) \quad (3.76)$$

$$D_{ij}^t = -\frac{\partial}{\partial x_k}\left(C_{s2}\frac{k}{\varepsilon}u_k u_l\frac{\partial\varepsilon}{\partial x_l}\right) \quad (3.77)$$

Les simulations qui seront effectuées avec le modèle SSG dans le cadre du chapitre 4 utiliseront le modèle à gradient simple.

3.4.2 Méthodes de fermeture en thermique

On a vu qu'en moyennant l'équation de l'énergie, équation (3.29), une nouvelle inconnue apparaît : la corrélation vitesse-température. Les méthodes de fermeture en thermique sont semblables à celles vues en dynamique avec les tensions de Reynolds. Ainsi, on distingue les relations algébriques des équations de transport. La première méthode est la plus couramment utilisée dans les codes de calcul. La principale limitation dans la modélisation du terme $\overline{u_i\theta}$ provient du modèle de turbulence utilisé : les modèles du premier ordre imposent une modélisation des flux thermiques employant l'hypothèse de diffusivité turbulente. Représenté par l'équation (3.78), ce modèle, appelé modèle à gradient simple (ou *Simple Gradient Diffusion Hypothesis*), s'écrit :

$$\overline{u_i\theta} = -\alpha_t\frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.78)$$

avec $\alpha_t = \frac{\nu_t}{Pr_t}$ et Pr_t qui sont la diffusivité turbulente et le nombre de Prandtl turbulent respectivement. Cette relation est fortement analogue à la relation de Boussinesq, équation (3.30). La valeur du Pr_t est souvent comprise entre 0.9 et 1 dans la littérature et vaut 1 dans *Code_Saturne* par défaut. Des DNS en canal réalisées par Abe *et al.* [2] montrent que ce terme n'est pas constant dans un écoulement en canal plan en régime de convection forcée et n'affiche aucune similitude d'un Re_τ à un autre. Cependant, l'équation (3.78) demeure d'actualité notamment en raison d'un

usage répandu des modèles du premier ordre. L'utilisation de la diffusivité turbulente suppose aussi que la thermique est pilotée par les mêmes échelles de longueur et de temps que la dynamique. Par défaut, cette modélisation est appliquée au modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG haut-Reynolds déjà implanté dans *Code_Saturne*⁴. D'ores et déjà, on peut remarquer qu'une telle modélisation héritera des mêmes limitations que celles observées pour les tensions de Reynolds. Par ailleurs, dans un cas de canal plan sur les parois duquel un flux ou une température constants sont imposés, l'expression (3.78) conduit à un flux thermique longitudinal nul alors que ce n'est pas le cas d'après les résultats DNS, notamment Abe *et al.* [2].

En convection forcée pour des problèmes de fatigue thermique, résoudre la variance de la température sera important bien qu'il n'y aura pas de retro-action de cette variable sur le champ de vitesse ni les tensions de Reynolds. En convection mixte, et naturelle par extension, cette retro-action sera présente et il y aura donc interaction entre la turbulence thermique et la turbulence dynamique. Typiquement, la DNS en canal différentiellement chauffé de Vertsteegh & Nieuwstadt [147] indique, lorsque $Ra = 5 \cdot 10^6$, que le ratio entre les termes de production par flottabilité et par gradient de température & vitesse est de l'ordre de 50% au centre du domaine de calcul. Enfin, la production par flottabilité prouve que même en l'absence de gradient de température et de vitesse éventuellement, un flux thermique normal à la paroi est généré, tel l'écoulement de Rayleigh-Bénard.

Ces constatations nous amènent à considérer l'équation de transport de la variance de la température $\overline{\theta^2}$, donnée par l'équation (3.79) :

$$\frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \underbrace{\left[\lambda \underbrace{\frac{\partial \overline{\theta^2}}{\partial x_i}}_{D_{\theta\theta}^v} - \underbrace{u_i \overline{\theta\theta}}_{D_{\theta\theta}^t} \right]}_{D_{\theta\theta}} - \underbrace{2\overline{u_i \theta}}_{P_{\theta\theta}} \frac{\partial T}{\partial x_i} - \underbrace{2\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x_k} \frac{\partial \theta}{\partial x_k}}_{\varepsilon_\theta} \quad (3.79)$$

Par analogie avec l'énergie cinétique turbulente, on trouve aussi l'équation de transport sur $k_\theta = \overline{\theta^2}/2$. Dans le cadre d'une fermeture au premier ordre les termes inconnus sont les mêmes que ceux de l'équation de l'énergie cinétique turbulente, à savoir la production $P_{\theta\theta}$, la diffusion turbulente $D_{\theta\theta}^t$ et la dissipation ε_θ . Dans le cas d'un modèle de turbulence au second ordre, seuls les deux derniers demeurent inconnus. Au même titre que ε , l'équation exacte de ε_θ est d'interprétation délicate ; c'est pourquoi lorsque cette variable est résolue, une forme phénoménologique est retenue. Arbitrairement, on choisit ici l'équation de Peeters & Henkes [108] :

$$\frac{D\varepsilon_\theta}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\lambda \frac{\partial \varepsilon_\theta}{\partial x_k} - u_k \overline{\theta\theta} \right) + \left(C_{P1} \frac{P_\theta}{\overline{\theta^2}} - C_{D1} \frac{\varepsilon_\theta}{\overline{\theta^2}} \right) \varepsilon_\theta + \left(C_{P2} \frac{P_k}{k} - C_{D2} \frac{\varepsilon}{k} \right) \varepsilon_\theta \quad (3.80)$$

Certains auteurs résolvent ces deux équations de transport tels que Deng *et al.* [34], Sommer & So [136], Sommer *et al.* [137], Karcz & Badur [69], Abe *et al.* [4] ou

⁴Pour résumer, le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG que nous allons employer modélise tous les termes de diffusion par des modèles à gradients simples, en dehors du terme de diffusion moléculaire.

encore Hanjalić [55]. D'autres ne résolvent que l'équation de transport de la variance de la température et déduisent ε_θ de k , ε et $\overline{\theta^2}$ via le ratio d'échelle thermo-mécanique, Gunarjo [54] ou bien Hanjalić [56] par exemple.

En effet, lorsque le nombre de Prandtl est de l'ordre de l'unité, le terme de dissipation de la variance est modélisé de manière simple, en supposant qu'il y a proportionnalité entre l'échelle de temps de la dissipation d'une structure dynamique, k/ε , et l'échelle de temps d'une structure thermique, $\overline{\theta^2}/\varepsilon_\theta$, soit :

$$R = \frac{\tau_\theta}{\tau_m} = \frac{\varepsilon \overline{\theta^2}}{k \varepsilon_\theta} \quad (3.81)$$

où R représente le ratio d'échelle thermo-mécanique. Dans de nombreux cas, une valeur constante de R est utilisée, $R = 0.5$. D'après les travaux de Gunarjo [54], cette approximation est vérifiée en utilisant les données DNS de Versteegh & Nieuwstadt [147] en canal vertical différentiellement chauffé mais ne l'est pas en utilisant les données DNS de Woërner en convection de Rayleigh-Bénard, Kenjereš *et al.* [72]. En convection forcée, ce terme n'est constant sur aucun des Re_τ compris entre 180 et 640, Abe *et al.* [2, 3]. Des modèles plus élaborés ont été développés parmi lesquels on peut citer ceux de Craft [30] et Dol [36] représentés respectivement par les équations (3.82) et (3.83).

$$R = \frac{1}{1.5(1 + A_{2\theta})} \quad (3.82)$$

$$R = \text{MIN} \left[2.2 \left(\frac{g\beta(\overline{\theta^2})^{1/2} k^{9/2} Pr}{\nu^2 \varepsilon^3} \right)^{-0.13}, 0.75 \right] \quad (3.83)$$

où $A_{2\theta} = (\overline{u_i \theta})^2 / (\overline{\theta^2} k)$ est l'invariant de flux et $g\beta(\overline{\theta^2})^{1/2} k^{9/2} Pr / \nu^2 \varepsilon^3$ est un nombre de Rayleigh turbulent. Le modèle de Craft a été testé avec succès sur des écoulements de jets plan et axisymétrique chauffés. La seconde relation a aussi été testée avec succès en convection naturelle sur un cas de canal différentiellement chauffé sur la plage $10^5 < Ra < 10^6$. D'autres auteurs couplent les échelles de temps thermique et dynamique au travers de la diffusivité turbulente en introduisant une échelle composite $\alpha_t \# k \tau_h$. Cette échelle s'écrit souvent comme $\tau_h = \sqrt{\tau_\theta \tau_m}$ mais viole le principe de linéarité de Pope [114] parce que l'équation de transport des flux thermiques est linéaire en θ , Hanjalić [56].

L'usage d'un modèle RSM autorise une modélisation plus fine des flux thermiques : en effet on peut alors utiliser un modèle de type gradient généralisé similaire au modèle de Daly-Harlow, voir équation (3.84), dénommé par la suite GGDH pour *Generalized Gradient Diffusion Hypothesis* en anglais. Cette formulation permettra une interaction plus réaliste entre la turbulence et la thermique. Ainsi, en canal plan, l'expression du flux thermique normal est exacte et la composante longitudinale n'est plus nulle bien que sous-estimée.

$$\overline{u_i \theta} = C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (3.84)$$

Cette modélisation a été utilisée avec succès en convection forcée par Thielen *et al.* [141, 142] par exemple. En convection naturelle, le GGDH est comparé avec un modèle algébrique plus complet et les équations de transport des flux thermiques pour être mis en défaut à cause de l'absence du terme de production par flottabilité, Choi & Kim [27].

Des modèles plus élaborés existent tels que l'*Algebraic Flux Model* mis au point par Hanjalić [56], le *Non-Linear Algebraic Flux Model* de Kenjereš *et al.* [72] ont été développés pour répondre à des problèmes de convection naturelle et/ou mixte ; on peut citer également les modèles explicites et en particulier So *et al.* [134]. Enfin, il convient de citer la résolution des équation de transport des flux thermiques turbulents, Shin *et al.* [130], Choi & Kim [27], Choi & Kim [27], Seki *et al.* [127], So *et al.* [135] ou encore Lai & So [77]. Ces différents auteurs, qui ont réalisé des calculs dans différentes configurations et balayés les trois régimes de convection obtiennent des résultats dont la qualité est supérieure aux modèles algébriques. Néanmoins et comme on pouvait s'y attendre, certains termes de ces équations nécessitent une attention particulière quant à leur modélisation. Nous y reviendrons plus en détails au chapitre 5.

3.5 Conclusions du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons présenté les codes de calcul fluide, *Code_Saturne* et de thermique dans le solide, *SYRTHES*, puis fait un état de l'art sommaire de la modélisation de la turbulence relativement aux modèles RANS que nous allons utiliser dès le prochain chapitre.

Ainsi, nous avons décrit les équations qui seront résolues par chaque code, la manière dont elles sont implantées et les approximations faites par chacun.

Pour des calculs industriels, la résolution des solutions dans les équations de Navier-Stokes est hors de portée. La modélisation statistique de la turbulence offre une alternative intéressante vis-à-vis de la LES dans la mesure où la connaissance des structures à grande échelle est souvent suffisante. Les progrès informatiques permettent de résoudre la partie temporelle des équations de Navier-Stokes, et d'obtenir une solution éventuellement dépendante du temps par la méthode URANS. Mais la solution obtenue peut poser des problèmes conceptuels : en partant de la décomposition grandeurs moyenne/fluctuante la solution est bien définie lorsque le problème est statistiquement stationnaire. On parlera alors de moyenne d'ensemble. Si celui-ci présente une instationnarité forcée et cyclique, on parlera alors de moyenne de phase. Mais en dehors de ces cas de figure un peu extrêmes, la question reste ouverte aujourd'hui.

Le bref état de l'art qui a été dressé a permis, dans un premier temps, de présenter la fermeture du premier ordre avec les modèles $k-\varepsilon$ haut-Reynolds, $k-\omega$ bas-Reynolds et une version hybride bas-Reynolds, le modèle $k-\omega$ SST, puis la fermeture au second

ordre avec les modèles $R_{ij}-\varepsilon$.

Dans un second temps, lorsque la température intervient, la décomposition de Reynolds fait apparaître la corrélation inconnue $\overline{u_i\theta}$ appelée aussi flux thermiques turbulents. Les degrés de modélisation des fermetures thermiques sont les mêmes que pour les tensions de Reynolds ; les avantages, inconvénients et difficultés sont similaires.

Chapitre 4

Simulations isotherme et anisothermes d'un cylindre monté en paroi

Ce chapitre est consacré à l'analyse des résultats URANS sur l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie reposant sur une paroi plane et soumis à un écoulement transverse.

Dans un premier temps, on présentera l'expérience conduite par le LEA réalisée pour les besoins de la thèse puis on comparera ces résultats numériques obtenus par le modèle $k-\omega$ SST sur cette configuration isotherme avec les résultats expérimentaux ainsi qu'avec la bibliographie.

Dans un second temps, on introduira l'expérience réalisée par le CEA, l'expérience VALIDA, puis on analysera les résultats numériques obtenus dans la même configuration géométrique et cinématique que lors de la simulation isotherme mais en présence de transferts thermiques. Suivant l'intensité de ces transferts, qui seront pilotés par le nombre de Richardson modifié Ri^* , les régimes de convections mixte et naturelle seront balayés. Les résultats de ces simulations seront comparés à la simulation isotherme, aux résultats expérimentaux VALIDA, Duret *et al.* [39], la LES d'EDF, Benhamadouche *et al.* [14] et à la bibliographie.

4.1 Choix des modèles de turbulence

Comme il a été précisé au chapitre 3, la version 1.2 de *Code_Saturne* propose plusieurs modèles de turbulence RANS : le $k-\varepsilon$ standard, le $k-\varepsilon$ à production linéaire, le $\overline{v^2}$ -f, le $k-\omega$ SST, le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG, le $R_{ij}-\varepsilon$ LRR. Seuls les modèles $k-\omega$ SST et $\overline{v^2}$ -f sont des modèles bas-Reynolds. Des calculs LES sont aussi possibles avec les modèles de Smagorinsky et Smagorinsky dynamique. Un calcul LES a d'ailleurs été réalisé par Électricité de France avec le modèle de Smagorinsky dont on verra plus loin les résultats, Benhamadouche *et al.* [14].

Le coût CPU et la qualité de ces résultats sont tels que la LES n'a pas été retenue pour l'ensemble de l'étude qui va être présentée ici. Les modèles que nous utiliserons sont le $k-\omega$ SST et le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG. Le premier parce qu'il s'agit d'un modèle bas-Reynolds

qui résout la couche limite et dont on sait notamment, d'après la bibliographie réalisée au chapitre 3, qu'il prédit convenablement les décollements sur le cylindre contrairement aux modèles de type $k-\varepsilon$, ici tous haut-Reynolds. Malgré son caractère haut-Reynolds, le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG a été retenu pour disposer d'une comparaison entre modèle du premier et du second ordre. La version SSG a été préférée à la version LRR pour deux raisons : la première tient à sa plus grande exhaustivité et à sa calibration réalisée sur un plus grand nombre de cas ; ensuite, car nous voulions tester, la version bas-Reynolds du SSG développée par Manceau et Hanjalić [88], étape non atteinte finalement en raison du mauvais comportement du modèle dans la zone laminaire de l'écoulement. Enfin, bien qu'il s'agisse d'un modèle bas-Reynolds, le modèle $\overline{v^2}$ -f a été exclu car de fortes instabilités numériques ont été détectées lors de sa validation sur cette version du code.

4.2 Géométrie

La géométrie utilisée lors des simulations numériques est donnée par la figure 4.1, vues latérale en haut et de dessus en bas. Elle correspond aux dimensions de la maquette VALIDA comme on le verra lors de sa présentation au §4.5.1. Le facteur de blocage, défini par le rapport entre la surface du cylindre projetée sur la surface d'entrée et la surface d'entrée, vaut environ 20%. L'impact de ce paramètre se fera donc sentir sur l'écoulement tel qu'il a été vu au chapitre 2.

Le cylindre a un diamètre $D = 0.65$ m et une hauteur $H = 2$ m. Son rapport d'aspect est donc $H/D = 3.1$. La longueur de la veine est de $L = 12$ m, sa hauteur est de $N = 3$ m et sa profondeur est de 2.15 m. Le centre du cylindre, où est placé le repère orthonormé direct, se situe à 3 m en aval de la face d'entrée. Un premier maillage est utilisé pour les calculs isotherme et anisotherme (cas $\Phi = 600$ W/m² et $U_b = 1$ m/s) et contient 1,2 Méléments. Les figures 4.2(a) et 4.2(b) montrent un second maillage, utilisé dans l'ensemble des calculs anisothermes et admet environ 0,84 Méléments. La taille de maille pariétale est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$ m pour les deux maillages.

4.3 Conditions aux limites des calculs

L'expérience VALIDA indique les conditions d'entrée que l'on imposera pour tous les calculs. Cette partie présente les conditions aux limites communes à l'ensemble des simulations numériques. Celles propres aux simulations anisothermes feront l'objet d'un paragraphe dédié.

Ainsi, sur la face d'entrée de la veine, à gauche sur la figure 4.1, on a :

$$U_{in} = 0.9 + \frac{0.2}{3}z \quad (4.1)$$

$$I_k = 2\% \quad (4.2)$$

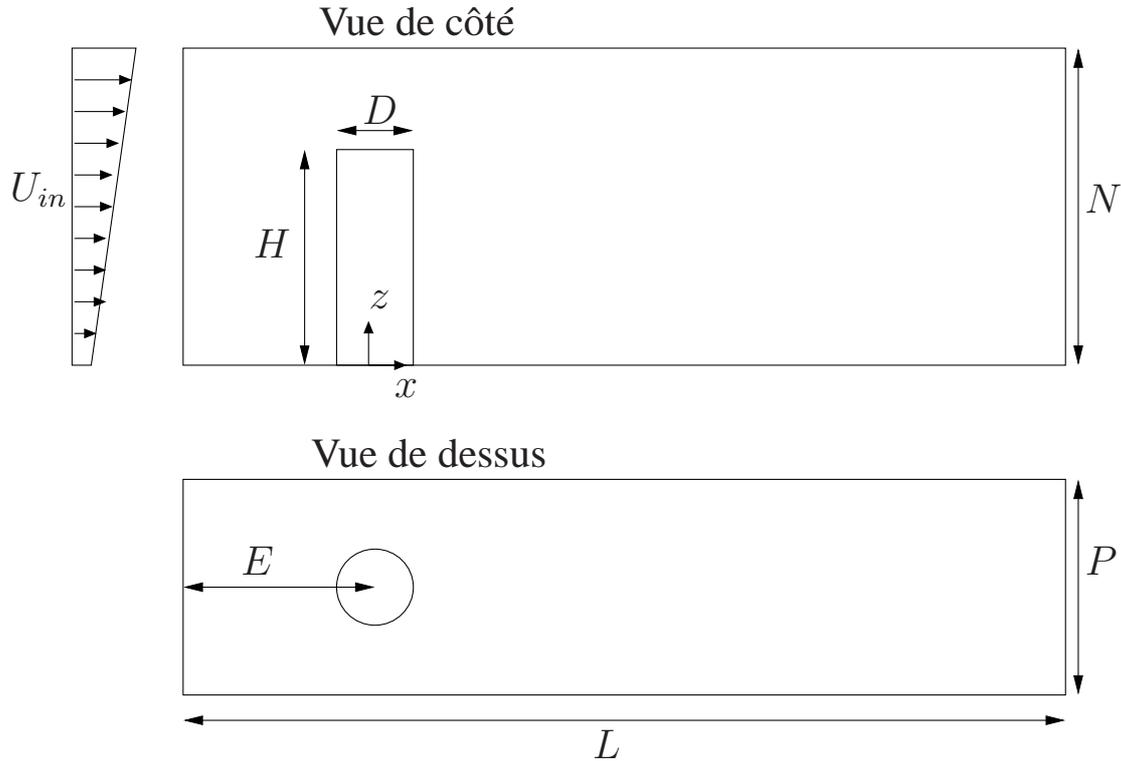


FIG. 4.1 – Vision schématique du domaine servant aux simulations numériques ; en haut, vue latérale et en bas, vue de dessus.

Le profil de vitesse dans l'expérience VALIDA en entrée présente un cisaillement dû à un défaut dans l'expérience. Afin d'être le plus réaliste possible avec ces essais, il sera reproduit. La maquette expérimentale du LEA a par contre un profil plat. Lors de la simulation isotherme, le profil défini par la relation (4.1) sera conservé afin de favoriser les comparaisons avec les simulations anisothermes. Dans la suite du manuscrit, on désignera par U_b la moyenne de la vitesse d'entrée U_{in} sur toute la hauteur de la veine.

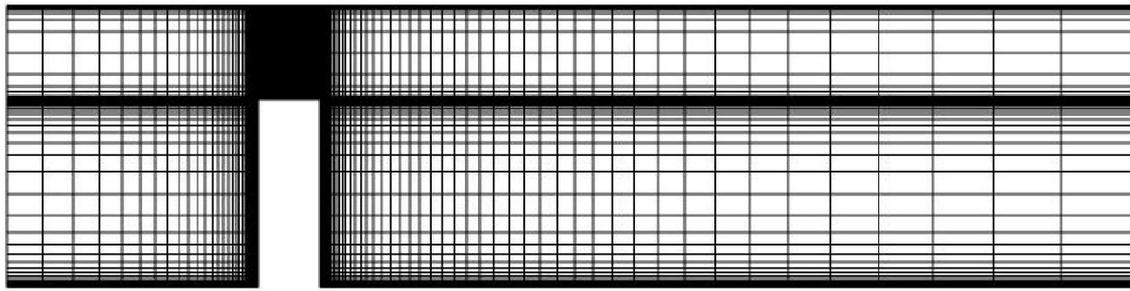
Les conditions d'entrée turbulentes sont données par :

$$k = \frac{3}{2} I_k^2 U_b^2 \quad (4.3)$$

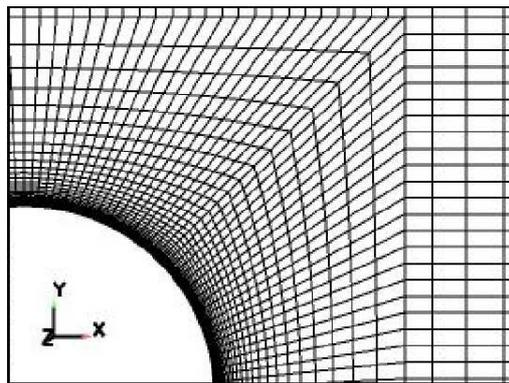
$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{L_{int}} \quad (4.4)$$

avec L_{int} donnée par le pas de la dernière grille anti-turbulence précédant la veine, soit 2 cm.

Selon les schémas présentés sur la figure 4.1, les faces ayant pour normale $\pm \vec{e}_z$ sont des faces de paroi ainsi que le pourtour du cylindre et son couvercle : on y impose la nullité des vitesses. Les faces latérales de normale $\pm \vec{e}_y$ sont des faces de glissement sans frottement.



(a) Vue latérale dans le plan médian



(b) Vue de dessus à proximité de la paroi du cylindre

FIG. 4.2 – Visulation du maillage utilisé lors des calculs anisothermes.

4.4 Résultats de la simulation isotherme

Avant d'analyser les résultats numériques obtenus, l'expérience du LEA va être présentée. La configuration géométrique et cinématique ainsi que les méthodes de mesure seront décrits.

4.4.1 Expérience du LEA

L'expérience menée au LEA consiste en l'écoulement autour d'un cylindre non chauffé monté en paroi dans une soufflerie EIFFEL. Les dimensions de la veine d'essai sont les suivantes : hauteur de $N = 400$ mm, profondeur de $P = 300$ mm et longueur de $L = 2500$ mm. Le cylindre a pour diamètre $D = 65$ mm. Le taux de blocage est alors de $Bl = 10.7\%$ et sera deux fois plus faible que celui de l'expérience VALIDA et des simulations numériques. La distance séparant le centre du cylindre de la fin du convergent est de $E = 450$ mm. Les vitesses varient de 5 à 40 m/s conférant un nombre de Reynolds compris entre 21300 et 85200. Afin de se rapprocher du nombre de Reynolds expérimental de VALIDA la vitesse débitante sera de 10 m/s, soit $Re = 42600$. L'intensité turbulente est de 0.3% et la couche limite arrivant au centre du cylindre est turbulente. Sa transition est provoquée artificiellement par une bande de papier rugueux placée à l'entrée de la veine. Son épaisseur est de l'ordre

de $\delta_1 \simeq 13$ mm à cette position ¹.

Deux types de mesures ont été réalisés : PIV classique et PIV haute cadence, appelée par la suite TR-PIV. On présente ci-après leurs caractéristiques.

	PIV classique	TR-PIV
Ensemencement	Générateur de fumée de spectacle $\varnothing \sim 1 \mu\text{m}$	
Caméra	<ul style="list-style-type: none"> - inter-corrélation (12 bits) - 1374×1024 pixel² - à 5 Hz 	<ul style="list-style-type: none"> - caméra rapide (10 bits) - 1024×1024 pixel² - à 500 Hz
Traitement des images	<ul style="list-style-type: none"> - Soustraction du fond - Multi passes adaptatif 	<ul style="list-style-type: none"> - Soustraction du fond - Multi passes adaptatif
Résolution et précision	<ul style="list-style-type: none"> - Recouvrement 50% – 50% - $172 \times 128 = 22016$ vecteurs 	<ul style="list-style-type: none"> - Recouvrement 50% – 50% - $128 \times 128 = 16384$ vecteurs

En PIV classique, différents plans de mesure ont été réalisés :

- vue de dessus : $z = 2, 10, 20, 50 (H/4), 100 (H/2), 150 (3H/4), 200$ mm (H)
- vue de côté :
 - sillage : $y = 0, 10, 16 (D/2), 20, 32 (D)$ mm
 - toubillon en fer à cheval : $x < 0, y = 0$ mm
 - dessus du cylindre : $y = 0$ mm, $z > 200$ mm

En TR-PIV deux plans de mesure ont été réalisés :

- vue de dessus : $z = 50, 100, 150$ mm
- vue de côté : $y = 0$ mm

4.4.2 Champ moyen

4.4.2.1 Vue générale de l'écoulement

Tout d'abord, nous nous intéressons aux caractéristiques moyennes de la solution obtenue par le calcul URANS utilisant le modèle $k-\omega$ SST. Une vue d'ensemble de l'écoulement moyen est illustrée sur la figure 4.3 et représente l'iso-contour du critère-Q moyen adimensionné, $\langle \tilde{Q} \rangle = 0.4$. Ce critère est un invariant scalaire défini par $Q = -\frac{1}{2}U_{i,j}U_{j,i} = -(\|\mathbf{S}^2\| - \|\boldsymbol{\Omega}^2\|)$, Hunt *et al.* [60]. On peut adimensionner le critère-Q par $\tilde{Q} = Q/(U_b/H)^2$. Cette figure montre la présence de deux tourbillons en fer à cheval, notés *TFC* 1 et 2, des tourbillons marginaux, notés *TM* et des tourbillons de sillage (*Trailing Vortices* en anglais), notés *TV*1 et 2.

On constate une brusque déflexion du fluide immédiatement après le cylindre. Les tourbillons marginaux, *TM*, sont entraînés vers les $z/H < 1$ et fusionnent probablement avec les tourbillons de von Kàrmàn (*VKV*), dont on ne voit ici que la trace

¹ δ_1 est définie par l'expression $\delta_1 = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{U_\infty}\right) dy$ où δ représente la position à laquelle $u = 0.99U_\infty$.

moyenne, symétrique. On peut voir également le tourbillon en fer à cheval naissant en amont du cylindre puis l'écartement de ses jambes lorsque le cylindre est dépassé. Ces structures seront visibles plus en détail dans les prochains paragraphes sur des plans de coupe et des vues instantanées.

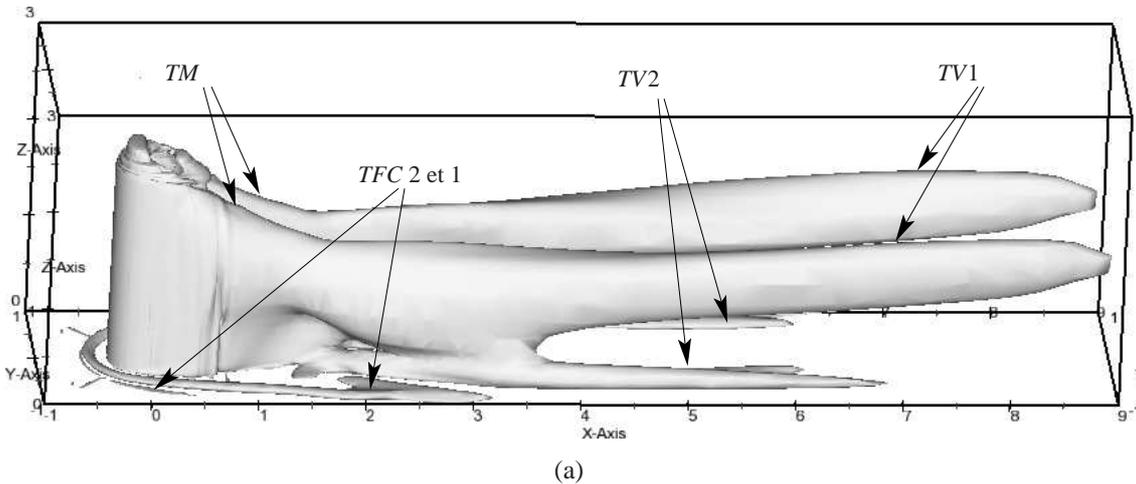


FIG. 4.3 – Iso-contour du critère-Q moyen ($\langle \tilde{Q} \rangle = 0.4$) pour le calcul isotherme, $U_b = 1$ m/s.

4.4.2.2 Structures dans le plan médian sur le dessus et dans le proche sillage

La coupe dans le plan médian ($y/D = 0$), présentée sur les figures 4.4(a)–(f), montre les lignes de courant de la vitesse moyenne dans le proche sillage du cylindre pour deux expériences, trois LES et la simulation URANS. On constate une forte déflexion du fluide derrière le cylindre et un point selle qui en limite la pénétration dans le sillage. La position de ce point selle varie suivant la valeur du rapport d'aspect, mais il permet de découper le sillage en quatre régions. La région en haut à gauche est la partie de la zone de recirculation soumise à l'écoulement descendant créé par l'extrémité libre du cylindre. Cette région exhibe un foyer instable noté F qui se situe à $(x/D, z/H) \sim (0.9, 0.8)$ d'après les expériences du LEA et de Kappler [68] ainsi que les calculs LES de Lee *et al.*[83] et de Fröhlich & Rodi [47], voir figures 4.4(a)–(d) respectivement. La région en haut à droite est sur la partie de l'écoulement extérieur à la zone de recirculation et, malgré l'influence manifeste de cette dernière, a un mouvement ascendant plus loin dans le sillage en raison de la contribution de l'écoulement latéral; la troisième partie, en bas à gauche, est la partie de la zone de recirculation dominée par l'influence de la paroi inférieure et la quatrième est la région de l'interaction entre la paroi inférieure et le sillage.

Le calcul LES de Lee *et al.* [83], dont le rapport d'aspect est de 2.5, admet des conditions cinématiques proches de l'expérience de Kappler ainsi que les calculs LES de Fröhlich & Rodi [47]. Le point selle qui désigne le maximum de la longueur de la zone de recirculation du calcul LES est plus proche du cylindre que dans l'expérience

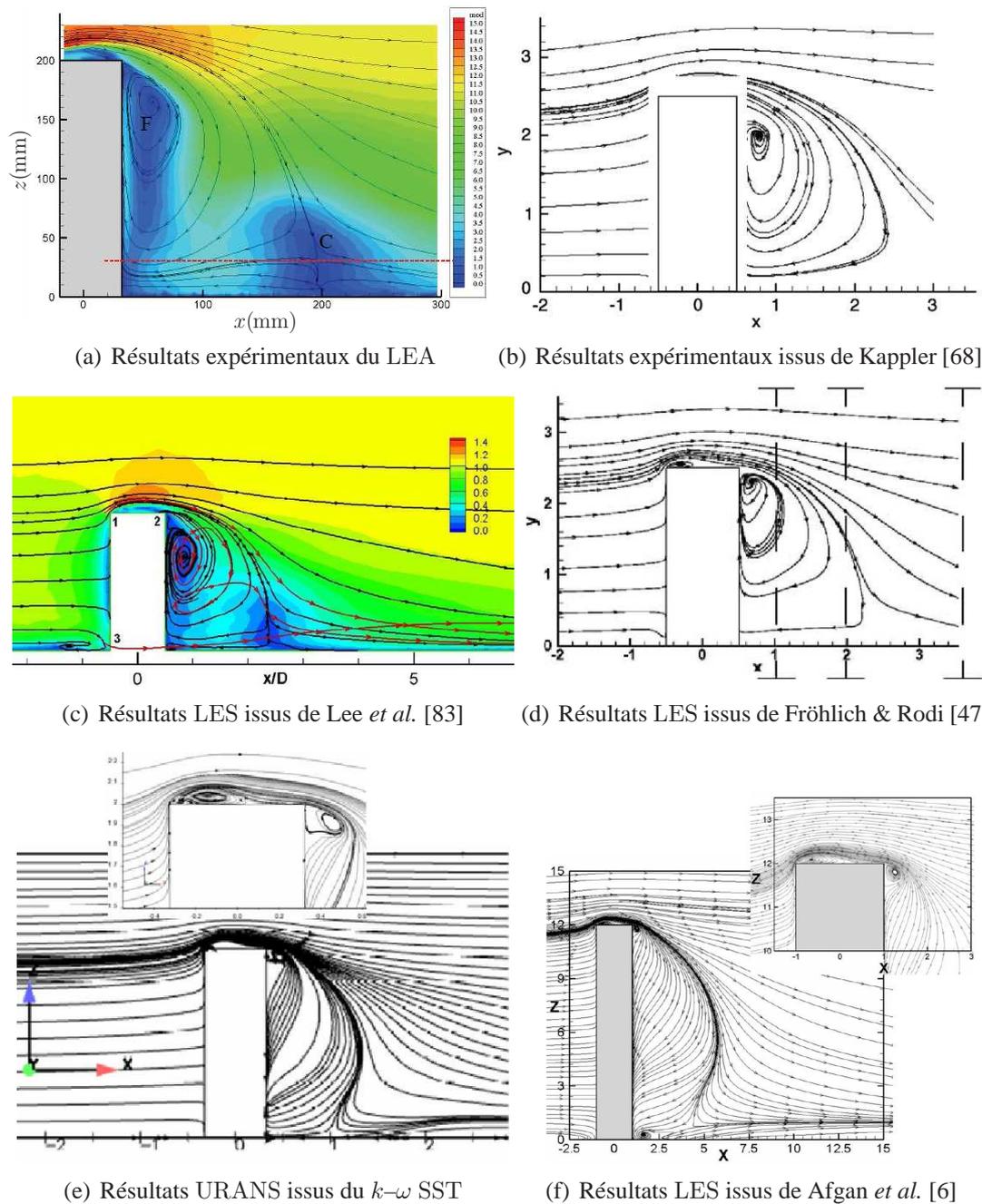


FIG. 4.4 – Lignes de courant dans le plan médian.

du LEA, $x/D \simeq 2.4$ contre $x/D|_{\text{LEA}} \simeq 3$ respectivement. On peut rapprocher ces résultats de ceux de Etzold & Fiedler (1976) cité par Zdravkovich [158] qui rapportent une augmentation de la zone de recirculation avec le rapport d'aspect jusqu'à ce qu'il atteigne 6.5, puis diminue au-delà. Dans leurs expériences, le point selle est situé à $x/D \sim 2.5, 3, 3.5$ et 4 pour les rapports d'aspect $H/D = 2, 3, 4$ et 5 respectivement. Il a été vu au chapitre 2 que l'augmentation du facteur de blocage jusqu'à 10% induit une faible diminution de la zone de recirculation. Dans l'expérience du

LEA, ce paramètre est de 10% alors qu'il est de 7% dans l'expérience de Kappler et les travaux numériques de Fröhlich & Rodi et de 2.5% dans ceux de Lee *et al.*. On est alors en droit de supposer que cette faible augmentation aura un effet marginal sur la nature et l'évolution des structures dans le sillage du cylindre. D'après la figure 4.4(a), l'altitude du point selle de l'expérience du LEA se situe à $y/H \simeq 0.15$. Les résultats LES de Fröhlich & Rodi semblent indiquer, selon la ligne de courant pratiquement horizontale visible sur la figure 4.4(d) qu'il est placé à $y/H \simeq 0.2$.

Figures 4.4(e)–(f) respectivement, la simulation URANS affiche une coïncidence certaine avec la simulation LES de Afgan *et al.* [6] en matière de taille de la zone de recirculation, orientation des lignes de courant à l'intérieur de celle-ci et position du foyer malgré un rapport d'aspect deux fois plus grand et un taux de blocage quinze fois plus faible dans cette dernière. En revanche, les résultats de notre simulation numérique sont très écartés de l'ensemble des résultats expérimentaux et des autres LES. Le point selle est rejeté vers la paroi inférieure, force la zone de recirculation à s'arquer la rendant moins profonde que dans l'expérience du LEA et les autres calculs LES.

Dans la partie basse du cylindre en $x/D \sim 1/2$, les calculs LES de Lee *et al.* et de Afgan *et al.* font état d'un tourbillon tournant en sens inverse du tourbillon de centre F . Cette structure existe peut être dans les expériences de Kappler et du LEA mais, par sa localisation est difficilement détectable par la PIV. La simulation URANS quant à elle, ne fait pas état de cette structure.

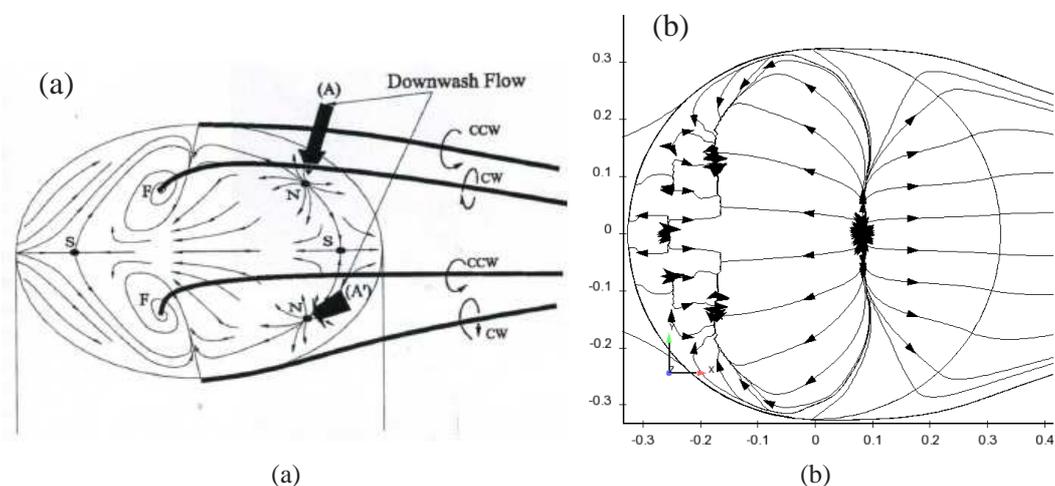


FIG. 4.5 – Topologie de l'écoulement autour d'un cylindre en $z = H$, (a) ; proposée par Roh & Park [120] ; (b) : issue du $k-\omega$ SST.

D'après la figure 4.4(e), la zone de recirculation principale résultant de la moyenne temporelle du champ de vitesse instantané croît sur la moitié inférieure du cylindre puis décroît sur la seconde moitié. Sa forme s'éloigne fortement des résultats expérimentaux peut être notamment en raison du facteur de blocage qui est deux fois plus élevé que dans l'expérience. En effet, le facteur de blocage est la conséquence des dimensions du cylindre et de la veine. L'expérience du LEA permettait de limiter

l'influence de ce facteur d'où ce choix. Par contre, on remarque une analogie entre nos résultats de simulation et le résultat LES de Afgan *et al.* [5] dans la mesure où leur zone de recirculation et le tourbillon proche du sommet du cylindre sont plus petits que ceux de l'expérience de Park & Lee [103]. Si en ce qui concerne la LES la taille des maillages globaux ainsi que le raffinement local peuvent remettre en question les résultats car il conditionnent la reproduction de plus ou moins de structures, la modélisation RANS semble montrer des déficiences inhérentes. En effet, ce sont les équations des modèles qui imposent les structures résolues et non le maillage. Plus particulièrement, puisque les modèles au premier ordre utilisent l'hypothèse de viscosité turbulente, ils peuvent générer une trop grande production turbulente impliquant une diffusivité turbulente sur-évaluée et par suite une diffusion importante des structures cohérentes, Carpy & Manceau [22], Rodi [118] et Fadaï *et al.* [42].

D'après la partie zoomée de la figure 4.4(e), une recirculation est observée sur le dessus du cylindre dans la partie $x/D < 0$. Elle semble être due au décollement du fluide arrivant sur l'arête amont du cylindre. Mais, d'après les expériences de Roh & Park [120] et Pattenden *et al.* [107], le décollement n'intervient pas directement sur l'arête mais plus loin sur le dessus du cylindre pour $-1/2 < x/D < 0$. On peut sans doute rapprocher cette constatation de celle concernant l'écoulement autour d'un cube. En effet, un comportement similaire est observé d'un côté sur les calculs URANS de Iaccarino *et al.* [63] et Ratnam & Vengadesan [117] par exemple et de l'autre sur les LES, DNS et résultats expérimentaux de Shah & Ferziger [128], Yakot *et al.* [156] et Martinuzzi & Tropea [92] respectivement. Il semble alors que la non-reproduction de la position de ce décollement, caractérisé par un point selle, Roh & Park [120] et Rödinger *et al.* [119], soit propre à la modélisation RANS.

La figure 4.5(b) montre que la bulle se referme en $x/D \sim 1/8$ par un nœud d'attachement. Bien que situé plus en amont que l'expérience de Roh & Park, voir figure 4.5(a), ce point singulier est topologiquement équivalent à leur configuration : un nœud d'attachement est équivalent à un nœud-selle-nœud. Quand y/D croît, la terminaison de la bulle se poursuit vers les $x/D > 1/8$ et la zone de recirculation a tendance à s'arquer de manière convexe telle la courbure aval du cylindre. L'ensemble de ces résultats est, malgré les différences observées avec l'expérience des précédents auteurs, proche des résultats LES de Fröhlich & Rodi [47]. En revanche, entre le nœud d'attachement et le point selle de la simulation, l'écoulement est très éloigné de l'expérience.

Les profils de vitesse moyenne longitudinale aux hauteurs $z/H = 1/2$ et $3/4$ sont présentés sur les figures 4.6(a)–(b). En $z/H = 1/2$, on voit clairement que la bulle de recirculation calculée par le $k-\omega$ SST est plus petite que celle de l'expérience du LEA mais l'amplitude de la vitesse à l'intérieur est du bon ordre de grandeur. En $z/H = 3/4$, le point de vitesse nulle issu de la simulation est peu différent du point expérimental, bien que l'amplitude de vitesse dans la zone de recirculation soit beaucoup plus élevée. Ceci est cohérent avec une déflexion du fluide plus intense dans la simulation par rapport à l'expérience notamment en raison du facteur de blocage qui est deux fois plus grand dans la simulation.

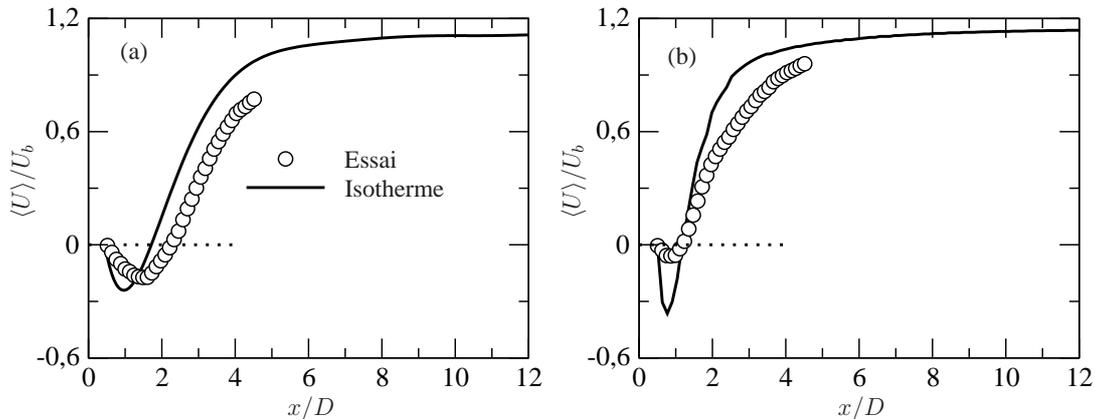


FIG. 4.6 – Profils de la vitesse moyenne longitudinale de l'écoulement isotherme dans le plan médian en (a) : $z/H = 1/2$ et (b) : $z/H = 3/4$.

4.4.2.3 Tourbillon en forme d'arche

Les plans horizontaux expérimentaux, illustrés par la colonne de gauche de la figure 4.7, font apparaître deux tourbillons symétriques dont les foyers sont stables. Sur la figure 4.7(c), le tracé des lignes de courant donne l'impression d'une assymétrie. Ceci est dû à une sensibilité liée à une incertitude sur le champ de vitesse moyen et non à un défaut de la géométrie ou à un manque de convergence statistique : en effet, en ajoutant au champ de vitesse une perturbation aléatoire de l'ordre de grandeur de l'incertitude de mesure, on peut artificiellement modifier l'aspect symétrique ou asymétrique des lignes de courant.

À mesure qu'on se rapproche du sommet du cylindre, les plans horizontaux successifs témoignent du rapprochement du centre des tourbillons vers le centre du cylindre, ce qui correspond à la fermeture de la zone de recirculation dans le plan médian. Le premier plan, situé en $z/H = 1/10 = 20$ mm et représenté par la figure 4.7(a), se trouve intégralement dans la poche de recirculation située sous le point selle défini sur la figure 4.4(a) ; les suivants se trouvent dans la zone de recirculation principale. Le point selle qui termine la zone de recirculation sur les plans horizontaux de la figure 4.7 est remonté à une position $x/D \simeq 1.2$ et se trouve à proximité du foyer lorsqu'on se trouve en $z/H = 3/4$. De la succession des plans horizontaux et verticaux semble dégager un tourbillon en forme de U inversé appelé plus communément tourbillon en forme d'arche, *Arch Type Vortex* en anglais, et appelé dans la suite de ce document *ATV*. La tête courbe se situe non loin du sommet du cylindre, le foyer défini sur la figure 4.4(a) étant la partie d'axe horizontal et les bras descendant vers la paroi inférieure. Dans leurs simulations respectives, Fröhlich & Rodi [47] et Krajnović [76] notent la présence d'un tourbillon de ce type. D'après Shah & Ferziger [128] qui ont calculé l'écoulement autour d'un cube, ce tourbillon n'a aucune existence physique : il s'agit d'un artefact résultant du calcul du champ moyen. En supposant que les bras du tourbillon en forme d'arche sont rectilignes, celui-ci fait un angle de 30° environ avec l'axe du cylindre dans le plan xOz . Ceci laisse supposer que de manière intantanée, le détachement tourbillonnaire a lieu d'abord en bas du

cylindre puis en haut. Toutefois, en raison de la faible variation du point selle le long de la limite de la zone de recirculation entre les plans horizontaux $z/H = 1/10$ et $z/H = 1/4$, on vérifie, d'après les figures 4.7(a) et 4.7(c) que les bras du tourbillon en forme d'arche sont verticaux sur cette portion.

Les mêmes plans ont été extraits de la simulation, voir colonne de droite de la figure 4.7. Comme il a été observé sur la figure 4.4(e), la zone de recirculation croît puis décroît à mesure que z/H augmente. Le tourbillon en forme d'arche est bien plus fin que son homologue expérimental et de fait, ses bras sont bien moins inclinés.

Les lignes de courant moyennes dans différents plan latéraux sont présentées sur les figures 4.8(a)–(h). Au fur et à mesure qu'on s'écarte du plan médian, une partie de l'écoulement moyen arrive par les côtés faisant ainsi remonter le foyer vers le sommet du cylindre. D'après la figure 4.8(h), on visualise très bien le mouvement ascendant du fluide le long de la paroi latérale du cylindre comme dans l'article de Kawamura *et al.* [71]. Ce phénomène est lié au gradient de pression vertical négatif. On remarquera aussi que le plan $y/D = 1/3$ issu de la simulation ressemble au plan expérimental $y/D = 1/2$. Ce décalage dans la topologie de l'écoulement peut s'expliquer par un taux de blocage qui est deux fois plus grand dans le premier cas que dans le deuxième.

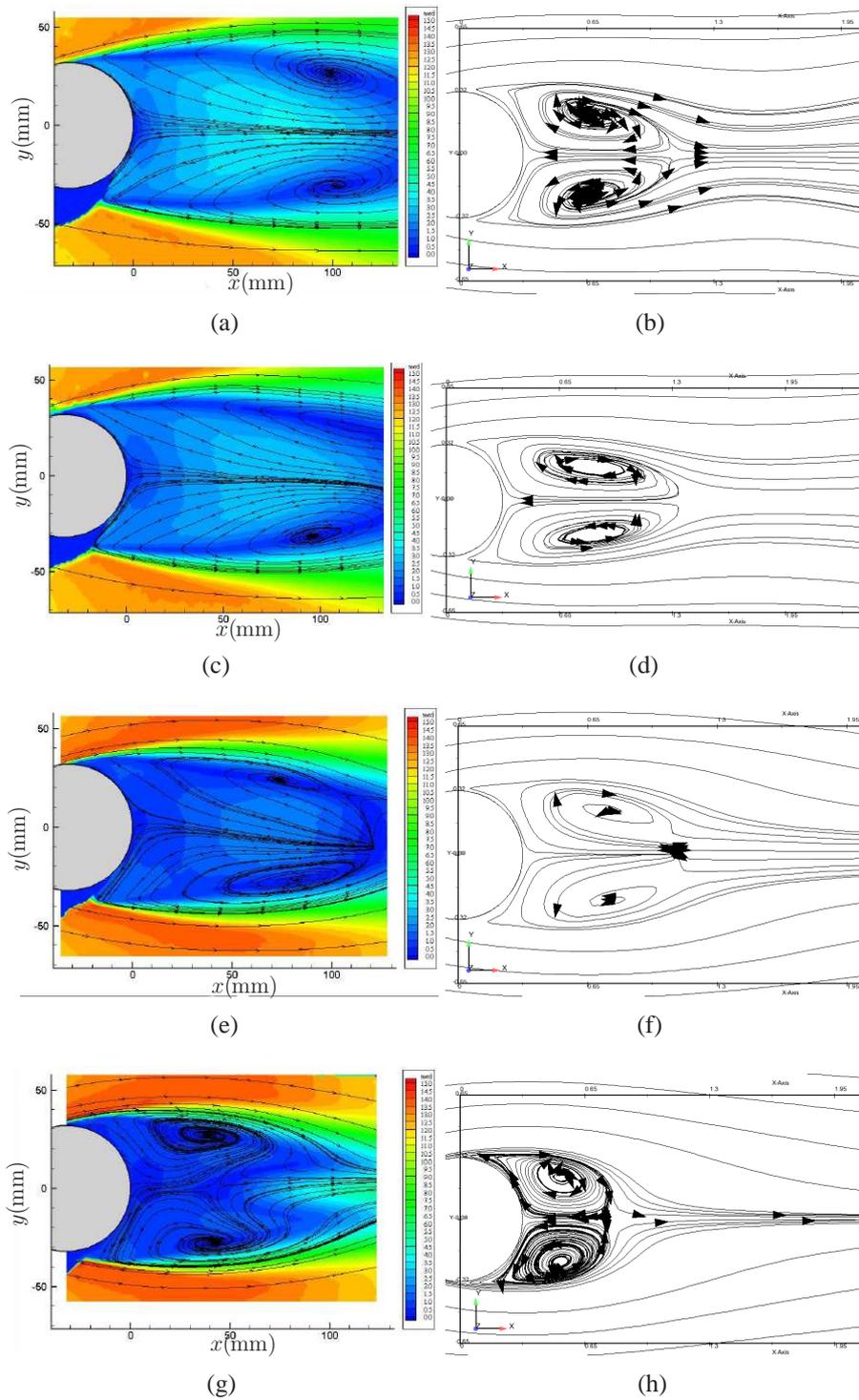


FIG. 4.7 – Lignes de courant dans différents plans horizontaux. Colonne de gauche : résultats expérimentaux du LEA ; colonne de droite : résultats donnés par le $k-\omega$ SST. (a) et (b) : $z/H = 1/10$; (c) et (d) : $z/H = 1/4$; (e) et (f) : $z/H = 1/2$; (g) et (h) : $z/H = 3/4$.

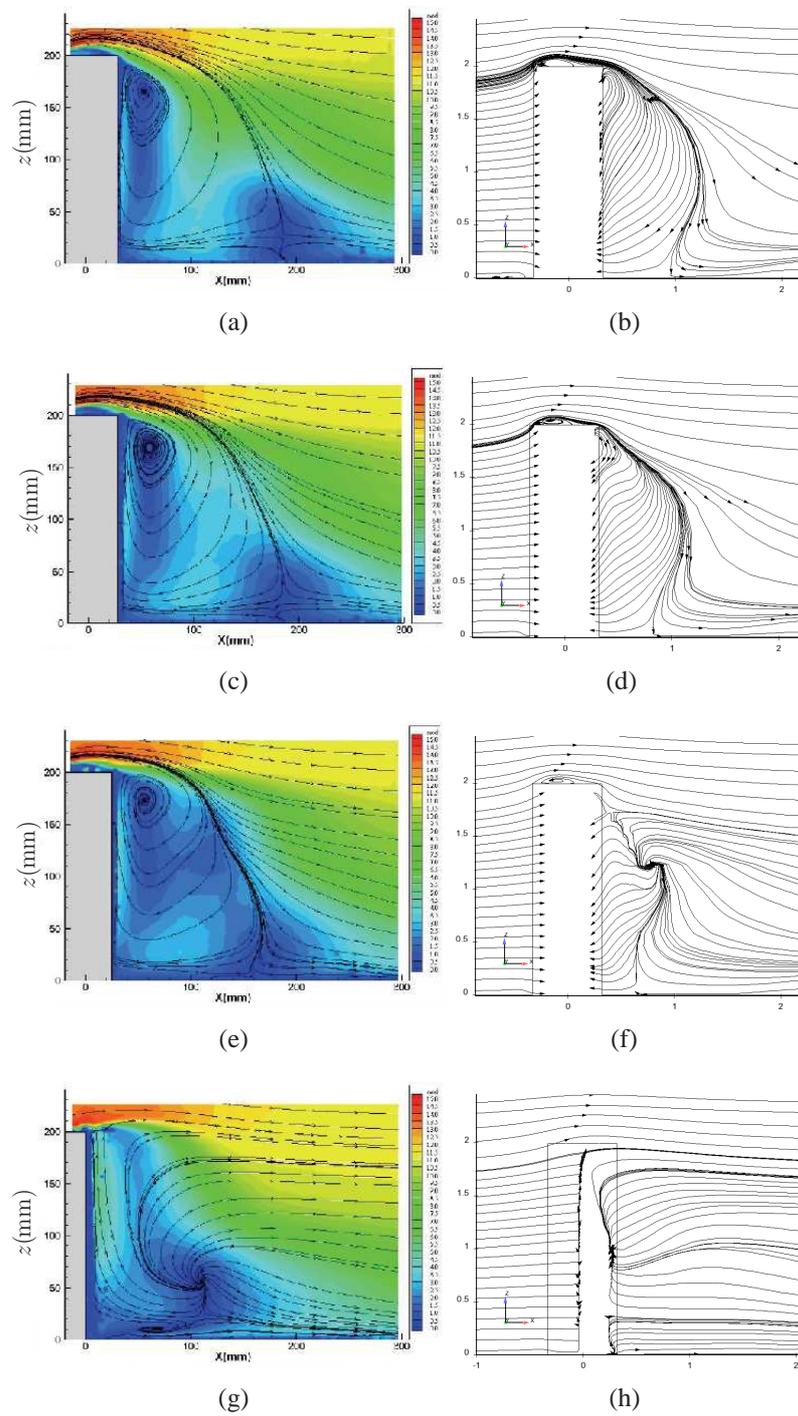


FIG. 4.8 – Lignes de courant dans différents plans latéraux. Colonne de gauche : résultats expérimentaux du LEA; colonne de droite : résultats donnés par le $k-\omega$ SST. (a) et (b) : $y/D = 1/6$; (c) et (d) : $y/D = 1/4$; (e) et (f) : $y/D = 1/3$; (g) et (h) : $y/D = 1/2$.

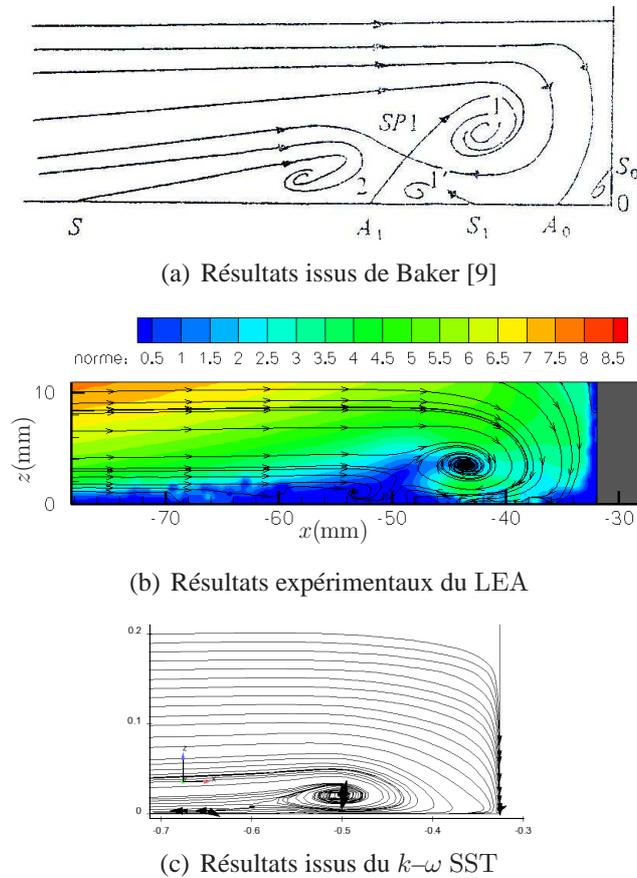


FIG. 4.9 – Lignes de courant de la vitesse moyenne dans le plan médian en amont du cylindre.

4.4.2.4 Tourbillon en fer à cheval

Figure 4.9(b), les lignes de courant dans le plan médian ($y/D = 0$) montrent la présence du système de tourbillon en fer à cheval dans la partie basse et en amont du cylindre. Comme il a été précisé au chapitre 2, il ne s'agit pas d'un seul tourbillon mais d'un ensemble de tourbillons qui varie aussi bien dans le temps que suivant la valeur du nombre de Reynolds, Baker [10]. On peut comparer le système de 4 tourbillons de Baker avec les résultats expérimentaux, voir figures 4.9(a)–(b). On pourra noter que ce système est cohérent avec les résultats expérimentaux de Marakkos & Turner [91] et ceux de Dargahi [31].

On peut faire la correspondance entre les tourbillons issus des résultats de Baker notés 1 , $1'$, 2 et le point selle $SP1$ et les résultats expérimentaux du LEA. Bien qu'il ne soit pas visible sur les lignes de courant en raison de la limitation en résolution de la PIV, le tourbillon 0 issu du point S_0 de Baker pourrait exister sur le champ de vitesse expérimental mais est de dimensions inférieures à la résolution de la caméra. Son origine est la séparation de la couche limite incidente, ici turbulente, à la surface du cylindre. Pour des raisons topologiques toujours, les point A_0 et A_1 sont des nœuds et les points S , S_0 et S_1 sont des points selles. Le point A_1 qui est la prolongation du

point selle $SP1$ à la paroi se situe en $x/D \simeq -0.8$ ce qui est cohérent avec le résultat de Dargahi [31] pour lequel la position de ce point est de l'ordre de $x/D \simeq -0.85$. Le tourbillon $1'$ est provoqué par la séparation de la couche limite existant sous le tourbillon principal 1 . Le point A_0 est situé quant à lui en $x/D \sim -0.68$ ce qui est plus en amont que les résultats de Baker. Le point S est en dehors du plan de mesure. Les résultats expérimentaux ne permettent pas de déterminer l'origine du point S_1 . Le point S_0 semble prendre son origine en $y/H = 0.01$. Une autre campagne d'essai a été réalisée avec un nombre de Reynolds deux fois plus élevé. Le système du tourbillon en fer à cheval change en révélant deux tourbillons au lieu de quatre où seuls les tourbillons 1 et 2 persistent.

Les résultats numériques, présentés sur la figure 4.9(c), font état des trois tourbillons. Le tourbillon S_0 semble être davantage plaqué contre la paroi du cylindre que les résultats expérimentaux le laissent entrevoir ; le tourbillon 1 est situé en $x/D \sim -0.8$; le tourbillon 2 existe aussi mais il semble être plaqué contre la paroi inférieure et est situé bien en amont des expériences. Le point selle $SP1$ n'est pas clairement identifié non plus et paraît se situer à $x/D \sim -0.94$. À l'exception du tourbillon S_0 , les autres structures et le point selle sont déplacés en amont et sont de dimensions z/H plus faibles que sur les champs expérimentaux.

4.4.2.5 Évolution des structures dans le sillage proche et lointain

Comme on peut l'observer sur les figures 4.10(a)–(b), les lignes de courant issues des calculs URANS dans les sections droites $x/D = 1/2$ et $x/D = 1$ montrent la descente des tourbillons marginaux, notés TM , au fur et à mesure qu'on pénètre dans le sillage. Ce phénomène résulte sans doute de deux effets combinés : une dépression derrière le cylindre et une auto-induction des tourbillons marginaux. Leur visualisation n'est plus possible dès $x/D \sim 2 = 1.3$ m, figure 4.10(c), position à laquelle la zone de recirculation se referme. Le plan $x/D = 3.5$, figure 4.10(d), révèle deux tourbillons appelés dans la littérature *Trailing Vortices* en anglais puis par la suite dans ce document $TV1$, Frederich *et al.* [46], dont le signe positif de la vorticité longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ est le même que celui des tourbillons marginaux mais qui ne doivent pas être confondus avec ces derniers. Il ne peut être question du tourbillon en fer à cheval non plus car cette structure est bien trop petite (par rapport à celles mentionnées) et d'autre part elle est cantonnée à la région de proche paroi dont la trace est visible dans les coins inférieurs gauche et droit de chaque plan (TFC). Ces structures résultent certainement de l'interaction entre tourbillons marginaux et les tourbillons de von Kàrmàn selon la figure 4.11. Au-delà de la limite de la zone de recirculation l'écoulement a tendance à remonter, comme en témoigne la figure 4.4(c), indiquant probablement un mouvement ascendant des *Trailing Vortices* dans le sillage plus lointain. Le plan $x/D = 3.5$ représenté par la figure 4.10(d) fait cependant apparaître deux structures en-dessous des *Trailing Vortices*, les $TV2$, qui ne figurent pas sur les résultats des précédents auteurs ni sur ceux de Fröhlich & Rodi [47]. L'observation de la figure 4.11 et des animations correspondantes amène à penser que l'interaction des tourbillons marginaux TM et des tourbillons de von Kàrmàn VKV conduit à la rupture de ces derniers : la partie haute fusionne avec

les *TM* pour créer les *TV1*, tandis que la partie basse, en interaction avec la paroi forme les *TV2*.

Figure 4.10(a), le plan $x/D = 1/2$ révèle la présence de deux paires de tourbillons : la première, identifiée comme étant les tourbillons marginaux *TM* est située en $z/H \sim 0.9$ et la seconde paire en proche extrémité du sommet du cylindre en $z/H \sim 1$. On constate une topologie semblable dans les expériences de Rödinger *et al.* [119] et de Roh & Park [120] qui ont étudié l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie monté en paroi en régime sous-critique pour des rapports d'aspect de 2 pour les premiers et de 1.25 et 4.25 pour les seconds, voir figure 4.5(a).

Cette seconde paire, à l'intérieur de la première et tournant en sens contraire de chaque tourbillon d'extrémité est appelée par ces auteurs *Tornado-like vortices*, qu'on dénommera par la suite *TLV*. Pour un nombre de Reynolds de $2 \cdot 10^5$ et un rapport d'aspect de 2, le calcul LES réalisé par Frederich *et al.* [46] consigne aussi l'existence de ces structures. Apparemment, elles naissent à partir d'un foyer placé symétriquement par rapport au plan médian et en amont du centre du cylindre, notés *F* sur la figure 4.5(a). Tant qu'ils sont au-dessus du cylindre, leur inclinaison est subordonnée à la recirculation qui a lieu entre les deux points selles. D'après Roh & Park, ces structures perdurent en $x/D \sim 0.6$, mais à partir de la bibliographie que nous avons pu constituer, peu de publications mentionnent l'existence de ces tourbillons et en l'occurrence Pattenden *et al.* [107] contredisent les précédents auteurs quant à la présence de ces *Tornado-like vortices* pour des considérations topologiques.

4.4.3 Champ instantané

La figure 4.11 schématise l'iso-contour instantané du critère-Q dont la valeur retenue est $\tilde{Q} = 4$. Ce choix arbitraire a été retenu afin de visualiser l'ensemble des structures présentes au sein de l'écoulement. Elle révèle la présence de deux structures tourbillonnaires qui constituent le système de tourbillons en fer à cheval en amont du cylindre. La première, très marquée, se situe en $x/D \sim -0.8$ et la seconde, moins visible, se situe en amont de la première tout en lui étant très proche mais est de vorticité opposée. La branche tourbillonnaire, lorsqu'elle est alignée avec l'axe x qui se trouve dans les $y < 0$, est de vorticité longitudinale $\omega_x < 0$ et inversement dans les $y > 0$. Cette observation est en accord avec les calculs LES menés par Lee *et al.* [83]. La solution URANS obtenue indique que ce tourbillon existe aussi bien en « instantané » que moyenné dans le temps. Différents instantanés montrent d'une part que le *TFC* n'est ni convecté ni dissipé contrairement aux observations de Marakkos & Turner [91] et de Baker [9] et d'autre part que les branches du tourbillon principal sont happées périodiquement par l'allée tourbillonnaire à la fréquence du lâcher. D'après Dargahi [31], la fréquence d'oscillation du tourbillon en fer à cheval est décorrélée de celle de l'allée de von Kàrmàn. Notre résultat pourrait alors provenir de la modélisation RANS qui ne peut capter que les plus basses fréquences de ce type de lâcher.

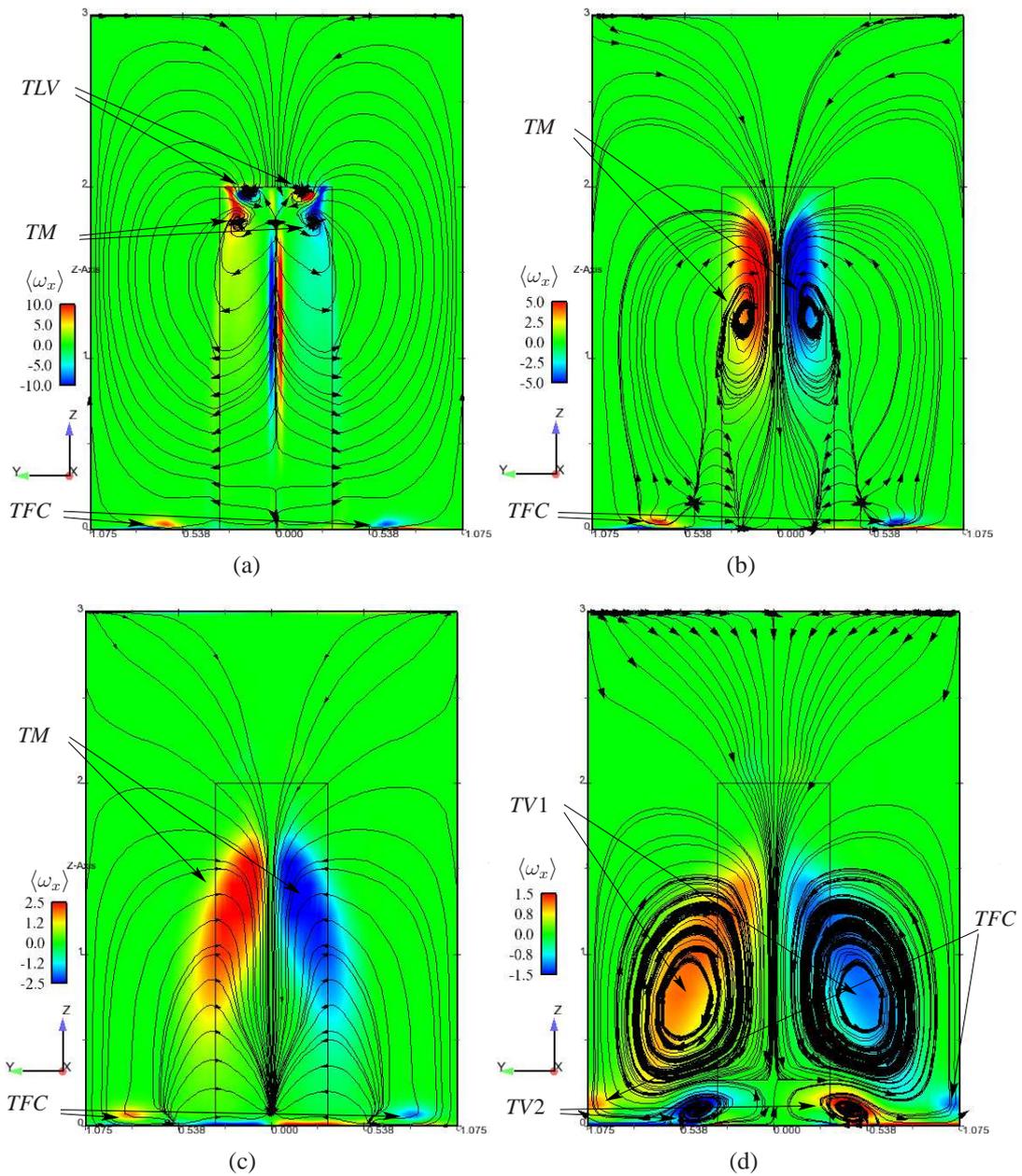


FIG. 4.10 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites issues de la simulation isotherme colorées par la vorticité longitudinale moyenne $\langle \omega_x \rangle$. (a) : $x/D = 1/2$, (b) : $x/D = 1$, (c) : $x/D = 2$, (d) : $x/D = 3.5$.

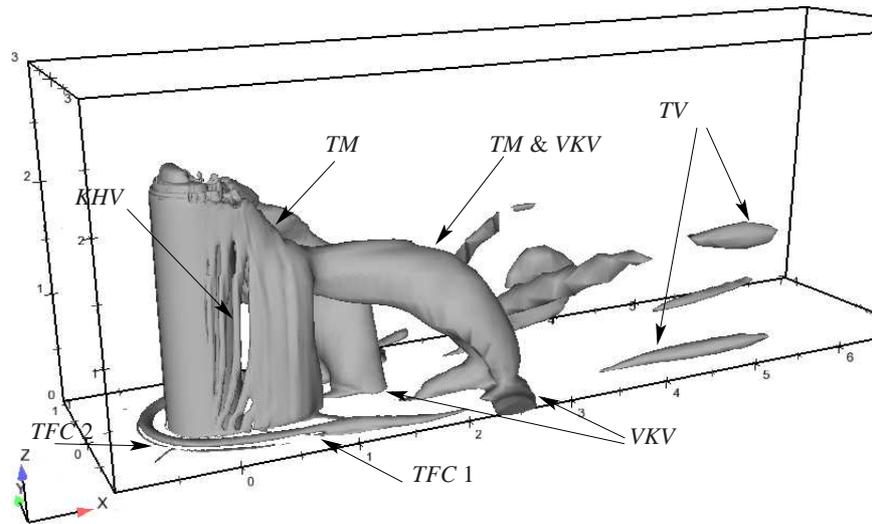


FIG. 4.11 – Iso-contour instantané du critère-Q ($\tilde{Q} = 4$).

Toujours sur la figure 4.11, on observe les tourbillons de Kelvin–Helmholtz issus du décollement des couches limites latérales. L’axe de ces tourbillons est quasi-rectiligne sur la portion $z/H \in (1/4, 3/4)$ par rapport à l’axe du cylindre dans le plan xOz et est incliné en dehors. La courbure de ces tourbillons est certainement liée à l’augmentation de la vitesse lorsque $z/H > 3/4$ et non à la pente du profil de vitesse imposée en entrée de la veine. Les tourbillons d’extrémités influent grandement sur le sillage de l’écoulement pour ce rapport d’aspect.

On note également que le détachement tourbillonnaire ne se produit pas dans le proche sillage du cylindre mais survient plus loin, ce qui est cohérent avec la bibliographie. La trace moyenne des tourbillons constituant l’allée de von Kàrmàn montre que ceux-ci se déplacent en aval avec leurs centres s’écartant du plan médian. Les Iso-contours instantanés de la composante verticale du vecteur tourbillon ω_z témoignent de l’atténuation des structures de von Kàrmàn quand z augmente, voir figures 4.12(a)–(d). L’allée existe dans la moitié inférieure et semble disparaître au-dessus, ce qui est conforme aux observations expérimentales de Kappler [68] et numériques de Fröhlich & Rodi [47], Lee *et al.* [83] et Afgan *et al.* [5]. Pour essayer d’expliquer ce phénomène, ces derniers auteurs ont émis l’hypothèse que les tourbillons marginaux participent à la déflexion du fluide en aval du cylindre pouvant atteindre la paroi basse de la veine. La déflexion interagit alors avec le lâcher tourbillonnaire et peut aller jusqu’à son amortissement.

D’après la figure 4.12(a), les iso-contours de la vorticité verticale ω_z à l’altitude $z/H = 1/4$ indiquent que l’allée de von Kàrmàn se fait sentir jusqu’à la fin du domaine de calcul. En fait, la bibliographie ainsi que les calculs LES de Fröhlich & Rodi [47] et de Lee *et al.* [83] permettent d’affirmer qu’elle se propage bien au-delà du domaine de calcul bien qu’elle soit cassée en $TV1$ et $TV2$.

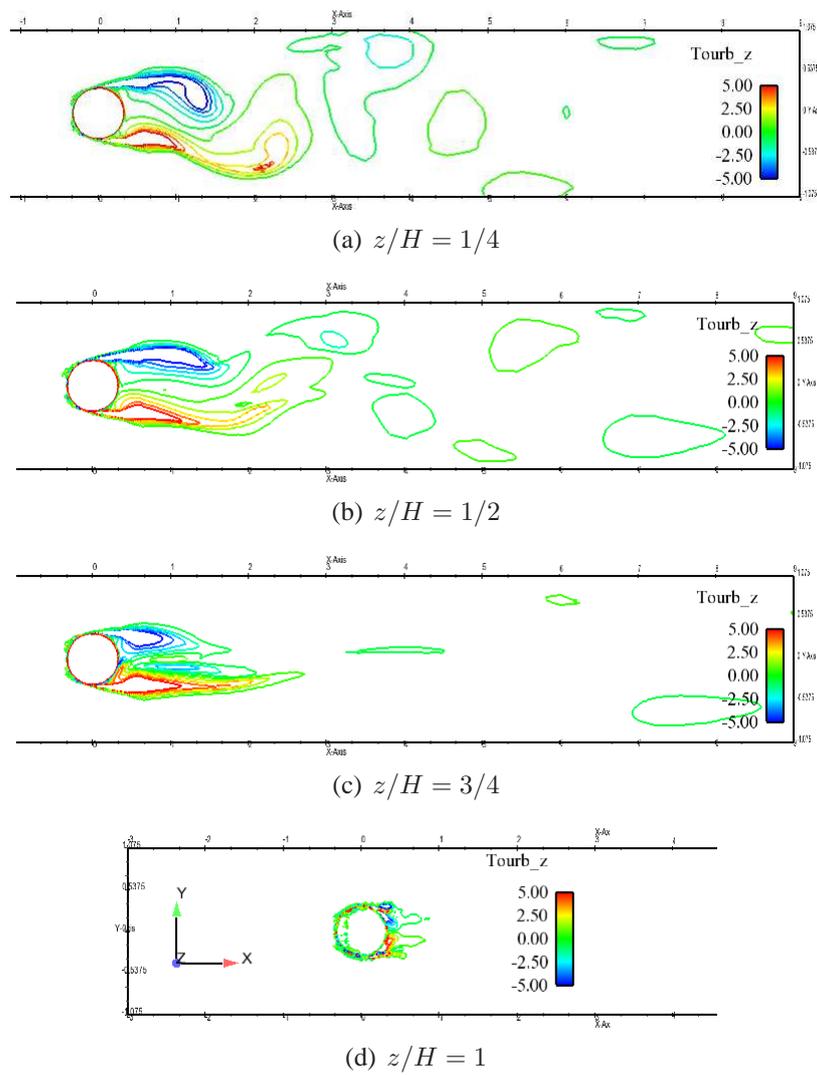
Les figures 4.13(a)–(f) représentent la transformée de Fourier de la vitesse transverse instantanée V_y dont l’axe des abscisses a été adimensionné pour faire appa-

raître le nombre de Strouhal. Parmi l'ensemble des capteurs disposés dans le sillage de l'écoulement, la valeur maximale du pic de la FFT se situe dans le plan médian en $x/D = 3$ et vaut $St \simeq 0.19$. Lorsque $z/H = 1/4$, l'allée de von Kàrmàn apparaît plus en amont que lorsque $z/H = 1/2$. On est amené à penser que cela provient de l'interaction avec les tourbillons marginaux. En effet, sur la figure 4.11, à cause de cette interaction, il y a une sorte de tourbillon en forme d'arche noté *TM & VKV* qui reste attaché au cylindre. En $z/H = 1/4$, le lâcher tourbillonnaire a lieu dès que $x/D = 1$ tandis qu'à l'altitude $z/H = 1/2$ le lâcher est retardé. Différents instants simulés montrent que ce tourbillon finit par se rompre, mais plus loin que le détachement des tourbillons situés près de la paroi du bas illustrés par l'acronyme *VKV* pour *von Kàrmàn Vortices* en anglais. On remarque également un pic pour $St \sim 0.05$ jusqu'à $x/D \sim 4$. Cette basse fréquence pourrait relever d'un battement global tel l'oscillation de la bulle de recirculation dans l'écoulement derrière une marche descendante. Des analyses POD, pour *Proper Orthogonal Diagonalization*, pourraient aider à qualifier cela par l'extraction des modes dominants des champs de vitesse.

Conclusion du cas

Dans le cadre de la méthodologie URANS, la simulation de l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie monté en paroi en régime sous-critique a été réalisée. Cette simulation isotherme, confrontée aux résultats de l'expérience conduite par le LEA et à la bibliographie, montre que le modèle de turbulence $k-\omega$ SST est capable de reproduire avec une étonnante richesse de nombreuses structures à grande échelle liées à ce type d'écoulement : l'allée de von Kàrmàn, ici quantifiée par un nombre de Strouhal de 0.19, les tourbillons en fer à cheval, les *Trailing Vortices*, les tourbillons marginaux, les *Tornado-like vortices* ou encore les tourbillons de Kelvin–Helmholtz. En revanche, quantitativement, les résultats sont moins bons : il est difficile de déterminer la raison de ces différences, même s'il est tentant d'incriminer l'utilisation d'un modèle à viscosité turbulente linéaire.

Au regard de cet ensemble de résultats, on peut imaginer que l'adjonction de la thermique dans les trois régimes de convection avec la prise en compte de la flottabilité ne donnera pas des résultats moins réalistes. Ce sont ces simulations que nous allons effectuer au prochain paragraphe.

FIG. 4.12 – Iso-contours instantanés de la composante verticale du vecteur tourbillon, ω_z .

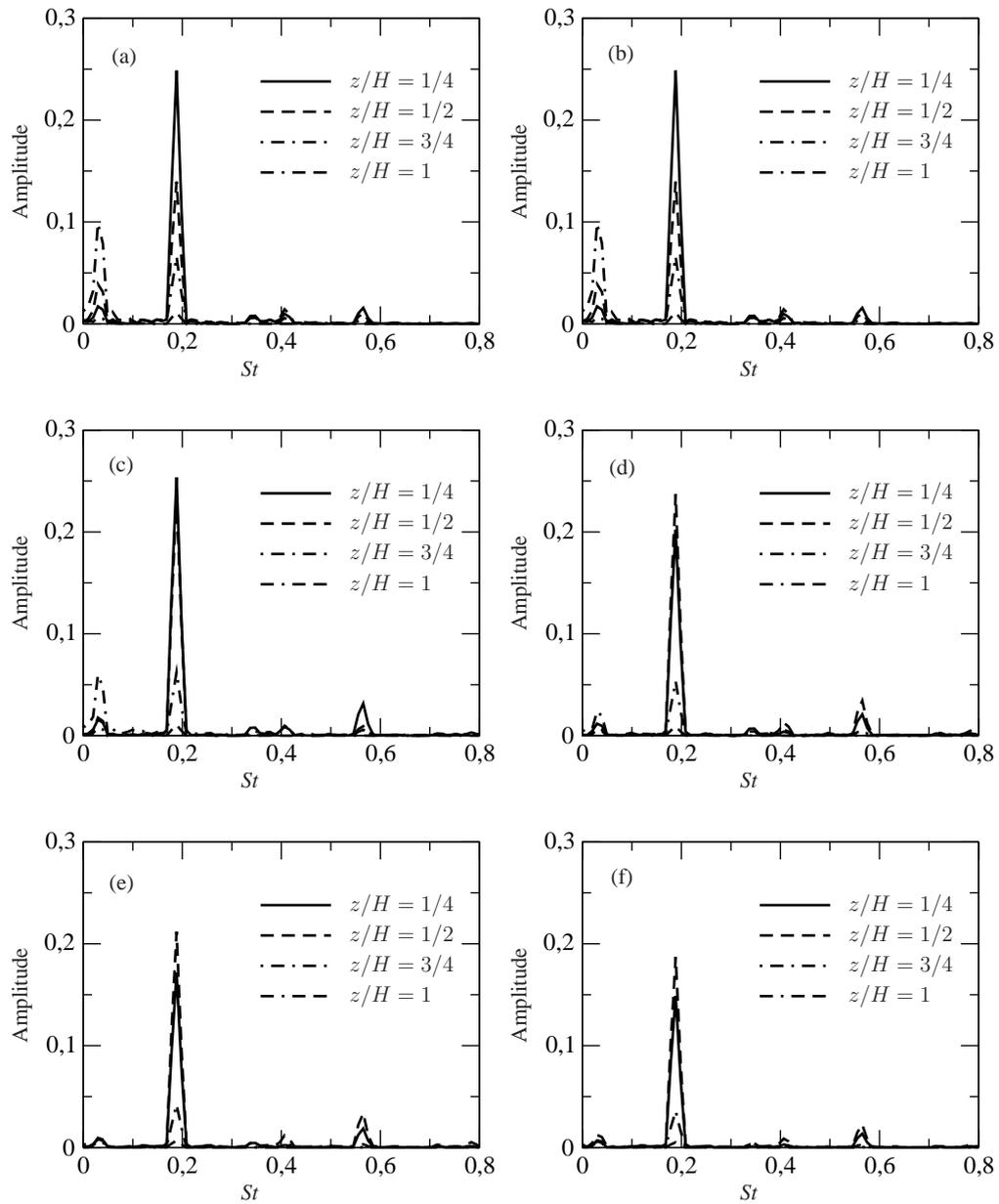


FIG. 4.13 – Évolution du nombre de Strouhal dans le plan médian à différentes positions du sillage à des hauteurs multiples de $H/4$. (a) : $x/D = 1$; (b) : $x/D = 2$; (c) : $x/D = 3$; (d) : $x/D = 4$; (e) : $x/D = 5$; (f) : $x/D = 6$.

4.5 Simulations numériques anisothermes

Les simulations dont on va présenter les résultats seront comparées à des essais, à la simulation isotherme analysée précédemment et à la bibliographie. On rappelle qu'à la lumière de la bibliographie rassemblée, aucune simulation ni expérience, en dehors de celle qui va être présentée, n'ont été réalisées. Ces essais ont été menés par le CEA dans leur intégralité notamment pour répondre aux besoins de la thèse. On détaille ci-après les caractéristiques et les outils de mesure de cette expérience.

4.5.1 Expérience du CEA

Il s'agit d'une expérience réalisée à l'échelle 1 représentée par la figure 4.1. Elle est constituée d'une veine de section $P \times N = 2.15 \times 3 \text{ m}^2$ et de longueur $L = 12 \text{ m}$ dans laquelle on fait circuler un débit d'air connu qui servira lors de la caractérisation du régime de convection. La distance séparant l'entrée de la veine du centre du cylindre est de $E = 3 \text{ m}$.

4.5.1.1 Conditions aux limites

Pour aboutir au profil de vitesse voulu, de multiples toiles anti-turbulence ont été employées. Malgré ces précautions, une intensité turbulente de 2% a été mesurée et le profil de vitesse en entrée est sujet à un cisaillement. Afin d'être le plus réaliste possible, il sera nécessaire de prendre en compte ce défaut lors de la définition des conditions aux limites à appliquer aux simulations numériques. Enfin, l'inclinaison de ce profil n'a été vérifiée que lors de l'essai de « référence », soit une vitesse débitante en entrée de 1 m/s et une puissance surfacique de $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$. Lors des essais réalisés avec une vitesse moindre, compte tenu du manque de données, on n'a d'autre choix que de supposer que le profil de vitesse aura cette même caractéristique et que l'intensité turbulente restera inchangée.

4.5.1.2 Mesure des températures

Dans le sillage du cylindre

Afin d'explorer les températures dans le panache, un système de grille mobile a été construit supportant 77 thermocouples de 0.5 mm de diamètre. Afin de minimiser l'échange thermique dû au rayonnement, ils ont été recouverts d'une couche d'or dont l'épaisseur varie entre 0.5 et 0.7 μm . Ils sont équi-répartis sur la hauteur depuis $z = 250 \text{ mm} = 1/4H$ puis tous les 250 mm = $1/4H$. Dans la direction transverse à l'écoulement, ils sont disposés selon $|y| = 0, 321, 500$ et 800 mm, soit $|y| = 0, D/2, 0.8D$ et $1.25D$. La durée d'acquisition des thermocouples est de l'ordre de 60 s.

Sur la peau du cylindre

Le cylindre a une hauteur de 2 m, un rayon extérieur de 0.65 m et une épaisseur de 5 mm. Le matériau utilisé est de l'acier doux dont la masse volumique vaut $\rho_S = 7850 \text{ kg/m}^3$ et la chaleur spécifique à pression constante $C_{ps} = 650 \text{ J/kg/K}$. Il est recouvert d'une couche de chrome de 20 μm servant à prévenir les effets de

l'oxydation sur une émissivité initiale de $\epsilon_1 = 0.05$. Les thermocouples ont un diamètre de 1 mm et sont placés à mi-épaisseur du cylindre. Ils sont équi-répartis le long d'une génératrice tous les 10 cm, trois sont montés sur le couvercle du cylindre et cinq sont implantés dans l'isolant. À la fin de la durée d'acquisition, le cylindre tourne d'un certain angle permettant d'obtenir une cartographie fine des températures sur sa peau. L'établissement des températures à la surface du cylindre et par extension la durée de chaque essai, i.e. pour chaque angle, demande environ 3 h. Ces températures sont dites établies lorsque leur évolution est inférieure à $0.05^\circ C$ pour tous les thermocouples du cylindre. En raison de la longueur des essais cet établissement n'a pu être systématiquement atteint, Duret *et al.* [39]. La durée d'acquisition des thermocouples du cylindre est de l'ordre de 60 s.

4.5.2 Paramètres numériques

4.5.2.1 Conditions aux limites

On impose sur la paroi intérieure du cylindre une condition de flux surfacique constant. Sur la surface extérieure, le code de thermique dans le solide, *SYRTHES*, et le code fluide, *Code_Saturne*, tous deux présentés au chapitre 3 vont être couplés. Le code fluide calcule un coefficient d'échange et une température fluide qu'il va transmettre au code solide. Ce dernier va calculer une température de peau qui servira de condition à la limite sur le domaine fluide.

La conjonction entre les niveaux de températures de peau expérimentales atteintes par rapport au milieu ambiant et le caractère opaque du cylindre ainsi que de certaines parois nous amène à considérer le transfert thermique par rayonnement. En effet, si un flux est imposé sur la surface intérieure du cylindre, sur sa peau en revanche, une partie du flux émis est perdue par ce mode de transfert. On peut vérifier que le flux perdu par rayonnement est suffisamment faible de manière à ne pas avoir à le résoudre avec le code solide. En première approximation, on admet que les températures de peau du cylindre et des parois de la veine sont différentes mais constantes. Ensuite, on suppose que toutes les parois de la veine, figure 4.1, sont opaques. Ces deux hypothèses nous permettent de considérer finalement un problème d'échange radiatif entre deux plaques planes parallèles en influence totale. Bien que géométriquement simplifiée, cette nouvelle configuration est en fait plus pénalisante car l'échange est alors maximisé.

Un bilan thermique de la nouvelle géométrie conduit à l'estimation de la perte d'énergie radiative :

$$\phi_{12} = \frac{\epsilon_1 \epsilon_2}{1 - (1 - \epsilon_1)(1 - \epsilon_2)} \sigma (T_1^4 - T_2^4)$$

avec $\cdot_1 \equiv \cdot_{\text{cylindre}}$, $\cdot_2 \equiv \cdot_{\text{paroi}}$ avec $\epsilon_1 = 0.05$, $\epsilon_2 = 0.87$ les émissivités des matériaux et $\sigma = 5.68 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ la constante de Stephan-Boltzmann.

L'équation précédente montre qu'il faut avoir connaissance des températures de peau pour estimer la perte d'énergie. Or, dans la configuration présente c'est le flux surfacique qui est donné. Cette grandeur ne pourra être estimée qu'à partir

des températures mesurées. La valeur de T_{cylindre} est la moyenne de la température expérimentale sur l'ensemble du cylindre. En prenant ces valeurs expérimentales d'émissivités et en supposant qu'elles ne varient pas en espace et dans le temps, i.e. d'un essai à un autre et d'une campagne d'essai à une autre, les pertes par échange radiatif sont données par le tableau 4.1.

U_b (m/s)	Φ (W/m ²)	ϕ_{12}/Φ (%)
1	330	5.4
1	600	6.3
1	850	3.6
0.75	850	7.1
0.5	850	7.1
0.25	850	7.5

TAB. 4.1 – Estimation des pertes par rayonnement.

La perte d'énergie par rayonnement est relativement faible pour chaque essai en particulier par rapport aux difficultés d'établissement des températures solides expérimentales et rentre alors dans les incertitudes de mesure.

4.5.2.2 Condition initiale

Tous essais confondus, la plage de température du solide obtenue expérimentalement s'étend de 70°C à 150°C . On se donne alors un champ initial de température uniforme qui sera la moyenne des valeurs extrêmes expérimentales pour chaque calcul. Concernant la température de référence du fluide, on prend la température ambiante, soit 20°C . L'analyse de nos résultats portera notamment sur les grandeurs moyennes. C'est pourquoi la durée de cumul en temps sera suffisamment longue pour que les champs statistiques soient indépendants des conditions initiales.

4.5.2.3 Propriétés physiques

L'expérience VALIDA fournit des températures sur la peau du cylindre comprises entre 70 et 150°C . Sur cette plage, les variations de masse volumique, viscosité dynamique, chaleur spécifique et diffusivité thermique ne peuvent plus être considérées constantes. L'approximation de Boussinesq est inutilisable dans ce cas car les fortes variations de ρ sortent du cadre d'une loi linéaire fonction de la température. On suppose que la masse volumique répond à l'approximation des gaz parfaits vue au chapitre 3, i.e. $\rho_0 T_0 = \rho T$ et les autres grandeurs seront fonction de la température d'après les lois de Sutherland exposées ci-après :

$$\begin{cases} C_p(T_K) &= R_g(A_0 + A_1T_K + A_2T_K^2 + A_3T_K^3 + A_4T_K^4) \\ \mu(T_K) &= \mu_{273} \left[\frac{T_K}{273,15} \right]^{1,5} \frac{110,4 + 273,15}{110,4 + T_K} \\ \kappa(T_K) &= \kappa_{273} \frac{\mu(T_K)}{\mu_{273}} (1 + 0,00023T_K) \end{cases} \quad (4.5)$$

où $R_g = 287.04 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$, $A_0 = 3.657$, $A_1 = -1.33736 \cdot 10^{-3}$, $A_2 = 3.29421 \cdot 10^{-6}$, $A_3 = -1.91142 \cdot 10^{-9}$ et $A_4 = 0.275462 \cdot 10^{-12}$ pour $T_K \leq 1000K$, $\mu_{273} = 17.11 \cdot 10^{-6} \text{ Pa} \cdot \text{s}$ et $\kappa_{273} = 0.0242 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Par T_K , on désigne la température calculée en degrés Kelvin et par \cdot_{273} on désigne la grandeur \cdot à la température de $273.15K$.

Le tableau 4.2 regroupe les paramètres expérimentaux qui assurent le balayage des trois régimes de convection où Φ est la puissance surfacique appliquée sur la surface intérieure du solide, U_b est la vitesse débitante en entrée, $Re = \rho U_b D / \mu$ et $Ri = \rho^2 g \beta \Delta T H^3 / \mu^2$ sont les nombres de Reynolds et de Richardson respectivement. En entrée, lors des simulations, on impose le profil de vitesse expérimental vu au §4.3. Lorsque la vitesse d'entrée est inférieure à 1 m/s, le profil est décalé de manière à obtenir la vitesse débitante expérimentale U_b . Le nombre de Richardson est basée sur la différence de température entre la température de paroi expérimentale du cylindre et la température de référence, ici la température ambiante. Cette grandeur ne peut être connue qu'*a posteriori*. Le nombre de Richardson informe sur le régime de convection rencontré. Typiquement lorsque ce nombre est de l'ordre de l'unité, on se trouve convection mixte, en-deçà on est en convection forcée et enfin au-dessus en convection naturelle.

Φ (W/m ²)	U_b (m/s)	Re	Ri
0	1	$43 \cdot 10^3$	0
330	1	$43 \cdot 10^3$	4
600	1	$43 \cdot 10^3$	6
850	1	$43 \cdot 10^3$	8
850	0.75	$32 \cdot 10^3$	14
850	0.5	$21 \cdot 10^3$	34
850	0.25	$11 \cdot 10^3$	140

TAB. 4.2 – Régimes hydraulique et thermique.

4.5.2.4 Couplage entre *Code_Saturne* et *SYRTHES*

L'un des buts de ce travail est d'obtenir les températures de peau sur le cylindre. Au chapitre 3, nous avons décrit le code solide, son fonctionnement ainsi que la

procédure de ce couplage. Nous allons aborder ici la méthodologie utilisée. Le solide possède une inertie thermique plus importante que le fluide. Pour amener les températures de peau à l'établissement, il existe deux possibilités :

- les propriétés physiques sont modifiées le temps que les températures de peau soient établies, puis elles sont mises à leurs valeurs physiques pour débiter le calcul des statistiques du champ fluide ;
- le calcul fluide est initialisé en imposant une condition de flux nul sur les parois du cylindre dans une première étape. Une fois le calcul établi, on fige le fluide (les équations de Navier-Stokes ne sont alors plus résolues) et on résout l'équation de conduction uniquement mais en laissant toujours une condition de flux nul à la paroi extérieure du cylindre. *Code_Saturne* calcule alors une température et un coefficient d'échange qu'il communique à *SYRTHES* lui servant de conditions aux limites. Une fois la température dans le solide établie, les deux codes sont couplés : la condition de flux nul est remplacée une condition d'échange et le fluide n'est plus figé. Cette méthode est proche de celle utilisée lors de calculs de fatigue thermique, Pasutto *et al.* [106].

Ces deux méthodes doivent théoriquement conduire aux mêmes résultats. La première sera celle retenue car elle a été employée lors du calcul LES de « référence » et est plus simple à mettre en œuvre. Enfin, pour des raisons expliquées ultérieurement, pour un jeu de paramètres, nous avons réalisé un calcul couplé et un calcul fluide seul, i.e. avec une condition de flux surfacique constant sur la paroi fluide à l'emplacement du cylindre. Il s'avère, en définitive, que le calcul couplé n'est pas plus coûteux que le calcul fluide seul. Mais la qualité des résultats est meilleure avec un calcul couplé.

La figure 4.14 montre un découpage en deux parties : la première, transitoire, fait apparaître des oscillations et la seconde, permanente, est constante pour ainsi dire. Lors de cette partie transitoire, la diffusivité du solide a été multipliée par un facteur 100 afin de vaincre son inertie. Une fois les températures dans le cylindre établies, à la 204^e seconde, elle est remise à sa valeur physique et le calcul des statistiques du champ fluide peut démarrer. Le fait d'augmenter la diffusivité du solide conduit à ce que la température oscille à une fréquence multiple de celle du fluide. Une fois ce facteur remis à 1, la période, toujours présente, sera alors 100 fois plus grande.

On verra, plus loin dans ce chapitre, que ces oscillations sont régulières lorsque la vitesse débitante en entrée est de 1 m/s. Lorsqu'elle est inférieure à 1 m/s, l'établissement des températures n'a pu être atteint comme l'indiquent les figures 4.44(a)–(c). Ceci constituera la raison pour laquelle nous devons abandonner les calculs couplés. Par défaut, *SYRTHES* ne calcule pas les moyennes temporelles de la température. Si au premier abord cela peut paraître contraignant, il ressort de l'évolution temporelle des signaux de température que l'amplitude des oscillations pour chaque sonde est faible par rapport à sa valeur moyenne. Ensuite, en comparant l'amplitude crête-à-crête la plus élevée et l'échelle des températures, on en arrive à la conclusion que l'erreur commise en conservant le signal instantané est très faible.

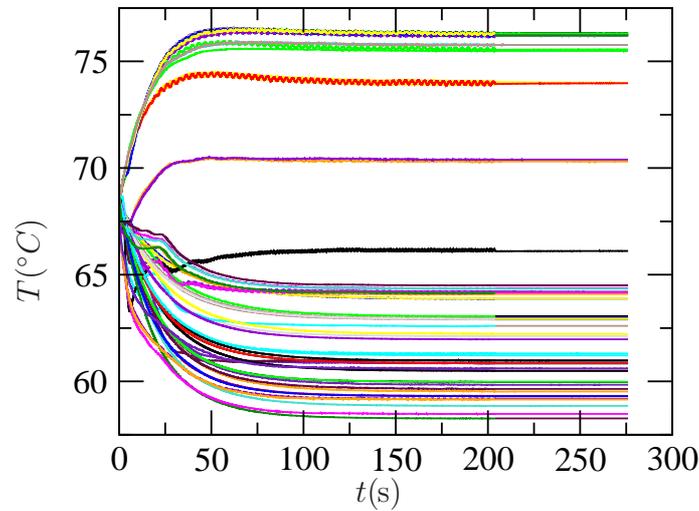


FIG. 4.14 – Évolution temporelle des sondes de température placées dans le domaine solide pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 330$ W/m².

Les deux prochains paragraphes présentent les résultats sur l'écoulement autour d'un cylindre de hauteur finie dans les différents régimes de convection récapitulés dans le tableau 4.2. On abordera la convection mixte ($Ri < 10$) dans un premier temps avec une comparaison entre les modèles bas-Reynolds $k-\omega$ SST, haut-Reynolds $R_{ij}-\varepsilon$ et LES pour le calcul de « référence ». Tous les autres calculs seront réalisés avec le modèle $k-\omega$ SST. Dans un second temps, les calculs en convection naturelle ($Ri > 10$) seront analysés. La comparaison des résultats se fera avec les résultats expérimentaux VALIDA en ce qui concerne le nombre de Nusselt et la bibliographie relativement à la topologie.

4.5.3 Nature et évolution des structures de l'écoulement

Chronologiquement, les calculs ont débuté par la simulation correspondant à l'essai de « référence », soit $\Phi = 600$ W/m² et $U_b = 1$ m/s. Pour cette raison, les modèles $R_{ij}-\varepsilon$ SSG et $k-\omega$ SST ont été testés, ce dernier étant appliqué à deux maillages dont le nombre total de mailles est différent (1.2 M contre 0.84 M éléments) mais avec une taille de maille pariétale comparable. Les résultats donnés par ces deux maillages sont comparables en termes de cartographie, de valeurs des températures sur la peau du cylindre et températures d'air dans le panache ainsi qu'en termes topologiques. Pour ces raisons, nous supposons que le maillage « allégé » est apte à calculer les autres écoulements.

Les simulations URANS correspondant à l'essai de référence seront comparées au calcul LES d'EDF en plus des résultats expérimentaux. Le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG sera écarté pour des raisons que nous allons détailler et le calcul LES n'est disponible que sur l'essai de référence. Le tableau 4.3 indique que 8 calculs ont été réalisés. Parmi cet ensemble, certains affichent des similitudes globales : ceux dont la vitesse

d'entrée est fixée et vaut $U_b = 1$ m/s d'un côté, et ceux dont la puissance est fixée et vaut $\Phi = 850$ W/m² (avec $U_b < 1$ m/s) de l'autre. C'est en ce sens que les résultats vont être présentés.

4.5.3.1 Écoulements en régimes de convection mixte

Au moment où le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG a été testé, les grandeurs turbulentes ont été calculés à l'aide d'un diamètre hydraulique. Lorsque les conditions aux limites ont été affinées, il a été choisi de rentrer une intensité turbulente et une longueur de mélange, conditions plus fidèles à l'expérience comme nous l'avons décrit au §4.5.2.1. L'avancement de ce nouveau calcul a montré une détérioration des résultats en termes de températures de peau beaucoup plus élevées que celles issues du premier calcul et une absence d'allée de von Kàrmàn. C'est pourquoi ce second calcul n'a pas été mené jusqu'à son terme. Les résultats présentés seront donc ceux du premier calcul.

Influence du maillage et de la précision du solveur itératif de *Code_Saturne*

Relativement au modèle $k-\omega$ SST appliqué au maillage à 1.2 M éléments, on a testé la précision du solveur itératif de *Code_Saturne*. Par défaut dans le code, à chaque itération temporelle, chaque variable est résolue par une inversion de matrice jusqu'à atteindre une précision de 10^{-8} entre deux sous-itérations consécutives. Afin de diminuer le temps de calcul, nous avons réduit cette précision. De manière à optimiser la démarche, nous sommes partis de la solution trouvée avec précision voulue, 10^{-5} , puis avons basculé sur la précision originelle 10^{-8} . L'impact sur les résultats est mineur : d'après la figure 4.15, l'historique de la vitesse transverse issue d'un capteur placé dans le sillage du cylindre en $(x/D, y/D, z/H) = (2, 0, 1/2)$ montre que les amplitudes sont peu différentes l'une de l'autre. Il semble toutefois qu'un déphasage naisse et croisse avec l'avancée du calcul. Manifestement, il met un certain temps à s'établir et est positif puisqu'au bout de 80 s simulées, le calcul avec la précision de 10^{-5} est en avance de 0.066 s sur l'autre. On en conclue que la précision de 10^{-5} est suffisante.

Le tableau 4.3 regroupe les valeurs du $\langle y_{\text{MAX}}^+ \rangle$, du nombre de Courant-Friedrich-Levy maximal et du nombre de Strouhal calculés lors des différentes simulations. Quelle que soit la valeur de U_b , le $k-\omega$ SST calcule le $\langle y_{\text{MAX}}^+ \rangle$ sur les côtés du cylindre à un angle $\theta \simeq \pm 45^\circ$ et une hauteur de $z/H \simeq 1$ par rapport au point d'arrêt amont ; le nombre de CFL est maximale dans la zone du point d'arrêt amont en $z/H \simeq 1$. La vitesse de frottement étant nulle aux points de décollement et de rattachement, on sait qu'*a priori*, avec le modèle SSG, les $\langle y^+ \rangle$ minimums évalués à partir de \sqrt{k} ne seront pas dans la limite de validité des lois de paroi. Ce problème est inhérent aux modèles haut-Reynolds et ne peut être contourné. Lors du déroulement du calcul, on s'aperçoit que la position de ces grandeurs fluctue très peu. Lorsque la vitesse diminue, la position à laquelle la CFL est maximale varie davantage. Globalement, elle se situe au centre du cylindre en $z/H \simeq 1$.

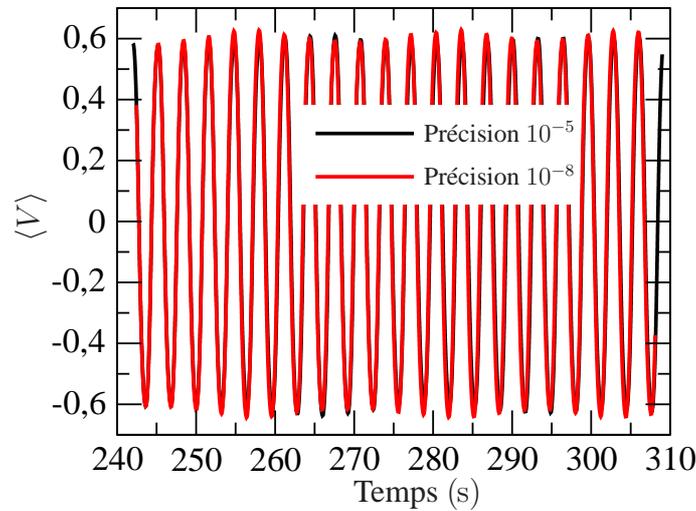


FIG. 4.15 – Historiques d’un capteur de vitesse transverse placé en $(x/D, y/D, z/H) = (2, 0, 1/2)$ donné par le modèle $k-\omega$ SST pour le calcul $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$. Comparaison de la précision de la résolution du solveur itératif .

Champ moyen

La figure 4.16 donne une vue d’ensemble de l’écoulement correspondant à l’essai de « référence », soit $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$, avec l’iso-contour moyen du critère-Q valant $\langle \tilde{Q} \rangle = 0.4$. On peut clairement distinguer six types de structures tourbillonnaires : le tourbillon en fer à cheval, les tourbillons de Kelvin–Helmholtz, les tourbillons marginaux, les tourbillons de von Kàrmàn et les *Trailing Vortices*. Des tourbillons qui n’étaient pas visibles sur les simulations isothermes et qui, nous le verrons, s’intensifient quand le nombre de Richardson augmente. À notre connaissance, ces tourbillons n’ont jamais été cités dans la littérature. Nous avons choisi de les appeler : *Buoyancy-Induced Vortices*. Les différentes structures seront notées respectivement *TFC*, *KHV*, *TM*, *VKV*, *TV* et *BIV*. Les cinq premières paires sont exactement identiques aux résultats de la simulation isotherme. Une suggestion d’explication au sujet du doublet *BIV* sera exposée plus tard dans ce paragraphe.

Les lignes de courant moyennes en fonction de la puissance sont présentées sur les figures 4.17(a)–(f). Les quatre premières figures concernent les résultats donnés par le $k-\omega$ SST pour le calcul isotherme puis pour chaque puissance. Les deux dernières figures sont issues du résultat donné par le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG et la LES, i.e. le cas correspondant à $U_b = 1 \text{ m/s}$ et $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$.

L’augmentation de la puissance et donc de la poussée d’Archimède se fait clairement sentir sur la partie arrière du cylindre et sur toute la hauteur via les lignes de courant qui traduisent une déflexion moins intense. Bien que la zone de recirculation soit de taille comparable entre les simulations isotherme d’un côté et anisothermes de l’autre, le point selle qui se situait en $x \sim 1 \text{ m} \sim 1.55D$ dans le premier cas est

(Φ, U_b)	(0, 1)	(330, 1)	(600, 1)	(850, 1)	$R_{ij-\varepsilon}$ SSG	LES
$\langle y_{\text{MAX}}^+ \rangle$	6.5	5.7	5.3	5	$\langle y_{\text{MIN}}^+ \rangle = 20$	5
CFL_{MAX}	3.5	3.3	3.2	3.2	0.6	1
St	0.19	0.19	0.19	0.19	0.18	0.20
(Φ, U_b)	(850, 0.75)		(850, 0.5)		(850, 0.25)	
$\langle y_{\text{MAX}}^+ \rangle$	4.3		4		3.5	
CFL_{MAX}	3.4		3.9		4.5	
St	—		—		—	

TAB. 4.3 – Valeurs du $\langle y_{\text{MAX}}^+ \rangle$, du nombre de Courant-Friedrich-Levy et du nombre de Strouhal des différents calculs. Φ est donné en W/m^2 et U_b en m/s .

déplacé en amont à $x \sim 0.8 \text{ m} \sim 1.25D$ dans le deuxième. Aux puissances inférieures à $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$, figures 4.17(a)–(c), la hauteur de ce point ne varie pas et est situé en proche paroi, soit $z/H \sim 0$. En revanche quand cette valeur est atteinte, figure 4.17(d), ce point singulier est remonté pratiquement à mi-hauteur du cylindre en divisant l'écoulement en quatre parties distinctes. Il est aussi plus proche du résultat LES, figure 4.17(f), mais il s'agit certainement d'une coïncidence. Le troisième cadran, en bas à gauche, laisse apparaître une zone de recirculation dont le tourbillon tourne dans le sens anti-horaire et le deuxième cadran, en haut à gauche, est caractérisé par la zone de recirculation dont l'intensité diminue quand la puissance augmente. Les résultats issus du modèle $R_{ij-\varepsilon}$ SSG diffèrent beaucoup avec ceux du $k-\omega$ SST. Les premiers se rapprochent davantage du résultat LES, voir figure 4.17(e). Le point selle que la LES détecte est placé plus en amont et plus bas par le $R_{ij-\varepsilon}$ SSG, $(x/D, z/H)|_{LES} \simeq (2.3, 1/2)$ et $(x/D, z/H)|_{SSG} \simeq (1.8, 3/4)$ respectivement. À l'aval du point selle, le $R_{ij-\varepsilon}$ SSG calcule un mouvement général ascendant du fluide mais qui ne paraît pas lié à de trop fortes températures dans le sillage car, comme on le verra plus loin, elles sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, LES et $k-\omega$ SST.

La figure 4.18 montre les profils du coefficient de pression moyenne autour du cylindre à différentes hauteurs pour un écoulement potentiel (donné par la relation $C_p = 1 - 4 \sin^2 \theta$) d'une part et les simulations numériques d'autres part pour lesquelles on a $U_b = 1 \text{ m/s}$.

En $z/H = 1/8$, le coefficient de pression augmente en valeur absolue proportionnellement à la puissance, ce qui signifie que l'angle du point de décollement croît dans cette région. Au fur et à mesure qu'on se rapproche du sommet du cylindre, les profils se resserrent et la tendance est inversée lorsque $z/H = 7/8$. Par ailleurs, malgré l'existence d'une allée de von Kàrmàn sur les trois quarts de la hauteur, les profils du coefficient de pression n'affichent à aucun moment $C_p = cte$ sur la portion

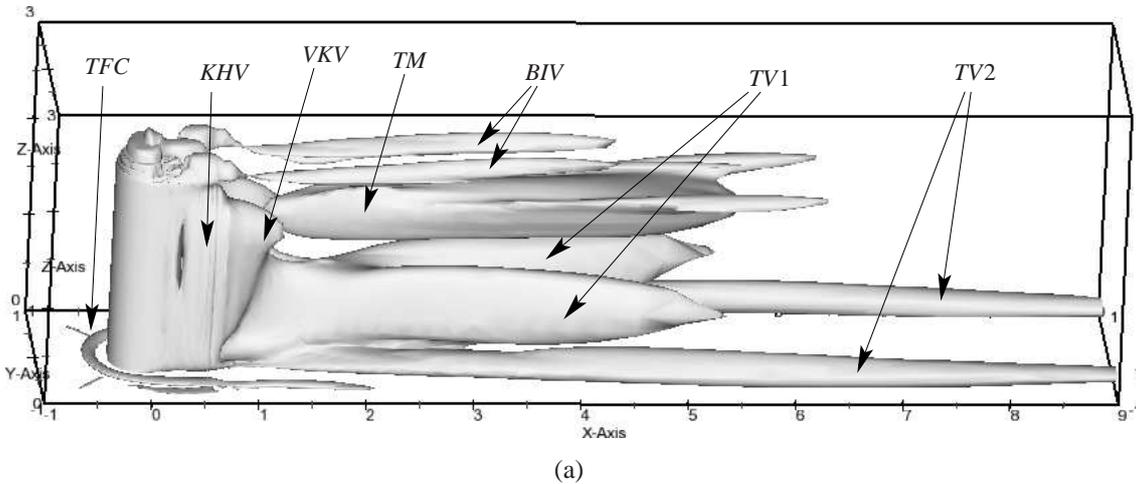
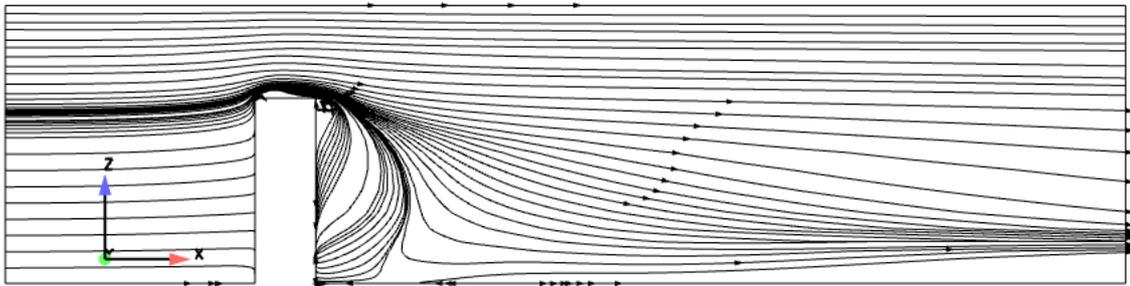


FIG. 4.16 – Iso-contour du critère-Q moyen ($\langle \tilde{Q} \rangle = 0.4$) pour $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$, $Ri = 6$.

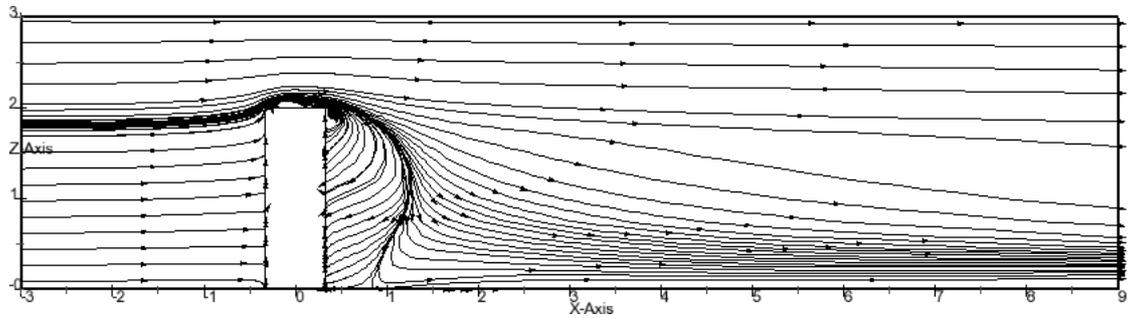
$90^\circ \lesssim \theta < 180^\circ$ ce qui indique que l'écoulement 2D n'est jamais atteint. Il semble que le profil soit de moins en moins plat à mesure que la puissance augmente, ce qui se traduit par une intensification des effets 3D. Plus localement, on voit que C_p croît en valeur algébrique à mesure qu'on se rapproche du point d'arrêt aval ce qui est cohérent avec les résultats expérimentaux de Park & Lee [102]. Enfin, en $z/H = 7/8$, le fait d'avoir $C_p^{\text{isotherme}} < C_p^{\Phi=850 \text{ W/m}^2} < 0$ semble indiquer que la déflexion du fluide induit une sur-vitesse dans la zone précédant le décollement fluide. Cette sur-vitesse aurait donc tendance à diminuer lorsque la puissance augmente en même temps que la déflexion.

La figure 4.20(a) présente le profil de vitesse moyenne longitudinale dans le plan médian du sillage à mi-hauteur du cylindre adimensionnée par la vitesse débitante en entrée de veine. Dans la partie liée à la recirculation, i.e. lorsque $\langle U \rangle < 0$, l'amplitude de la vitesse se creuse proportionnellement à l'augmentation de puissance montrant une intensification de la recirculation. Le tableau 4.4 récapitule la limite de la zone de recirculation pour les hauteurs $z/H = 1/2$ et $z/H = 3/4$.

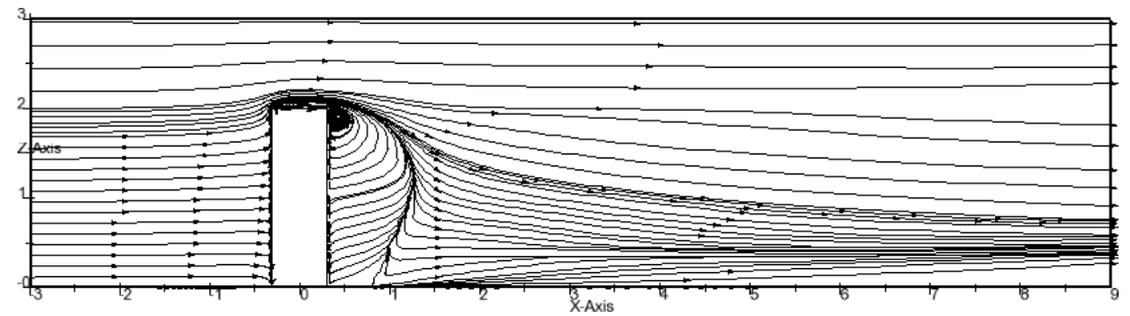
Ainsi, le point de vitesse moyenne longitudinale nulle qui est donc la limite de la bulle de recirculation, pénètre davantage dans le sillage lorsque la puissance passe de 0 à 600 W/m^2 qu'on se trouve à $z/H = 1/2$ ou $z/H = 3/4$. Quand $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$, la bulle semble se rétrécir quelque peu. Si, à mi-hauteur, plus loin dans le sillage $x/D \gg 1$, les profils anisothermes semblent « converger » vers une valeur commune, lorsque $z/H = 3/4$, le profil $\Phi = 330 \text{ W/m}^2$ se rapproche du profil de la simulation isotherme et les profils des deux autres puissances sont pratiquement confondus. Lors du cas $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$, à mi-hauteur, figure 4.20(b), une certaine disparité entre les différents calculs est observée. L'intensité de la recirculation est très variable. À la hauteur $z/H = 3/4$, figure 4.20(d), l'amplitude de la vitesse moyenne longitudinale augmente sensiblement pour les modèles URANS alors qu'elle diminue pour la LES. Loin dans le sillage, l'ensemble des profils semble tendre vers une valeur commune.



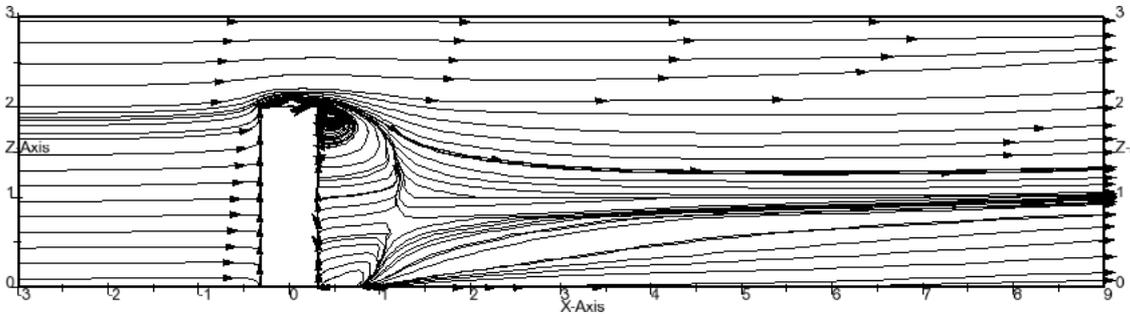
(a)



(b)



(c)



(d)

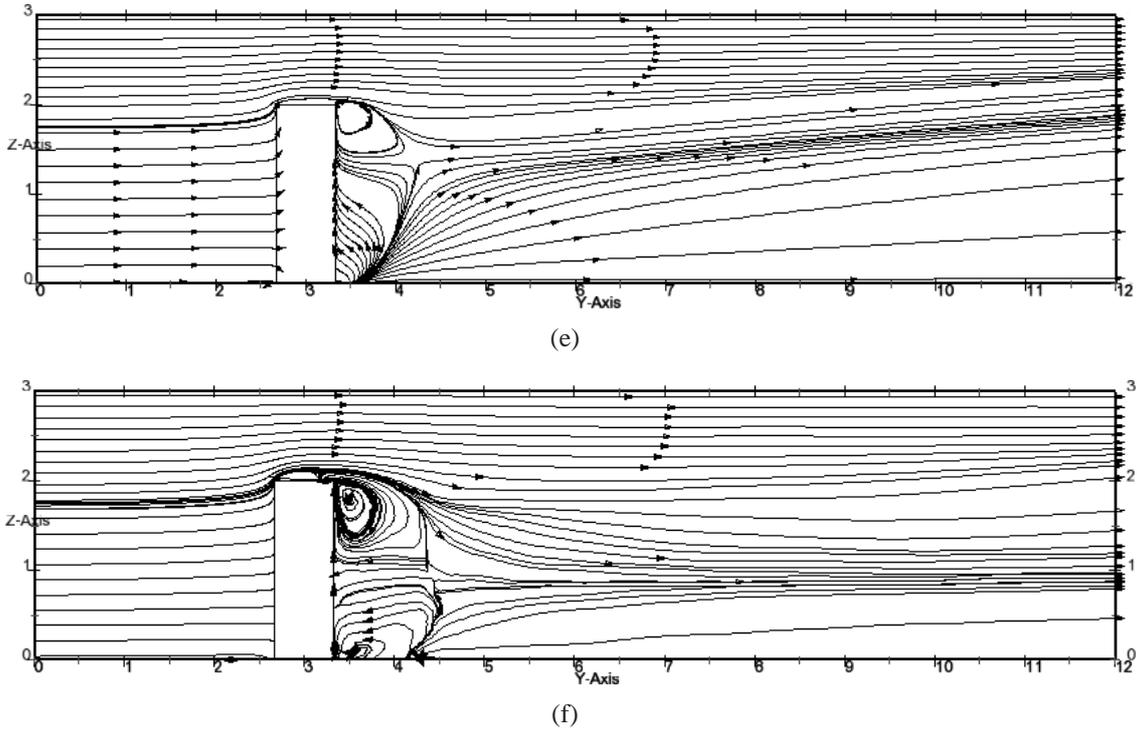


FIG. 4.17 – Lignes de courant dans le plan médian ; $U_b = 1$ m/s. (a) : $k-\omega$ SST, isotherme, $Ri = 0$; (b) : $k-\omega$ SST, $\Phi = 330$ W/m², $Ri = 4$; (c) : $k-\omega$ SST, $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$; (d) : $k-\omega$ SST, $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$; (e) $R_{ij}-\varepsilon$ SSG, $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$ et (f) : LES, $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$.

Les figures 4.21–4.23 présentent des coupes dans les sections droites $x/D = 0.5$, 1, 2 et 3.5 de la vorticité longitudinale moyenne ainsi que les lignes de courant de la vitesse moyenne dans le plan.

Les *Tornado-like vortices TLV* et les tourbillons marginaux *TM*, sont toujours présents pour chaque puissance dans les plans $x/D = 1/2$. À la plus faible puissance, le cœur de ces derniers est réhaussé par rapport à la simulation isotherme dans les plans $x/D = 1/2$ et $x/D = 1$, voir figures 4.21(a)–(b) et figures 4.10(a)–(b) respectivement. Les forces de flottabilité augmentent avec la puissance, redressent l’axe de ces tourbillons marginaux en les rendant quasi-colinéaires avec la paroi horizontale. Ceci paraît cohérent avec le fait que la taille de la bulle de recirculation augmente avec la puissance à la hauteur $z/H = 3/4$. Lorsque $\Phi = 600$ et 850 W/m², ces tourbillons n’existent plus dès $x/D = 1$ et on peut voir des tourbillons à l’extérieur de tourbillons marginaux qu’on ne voyait pas auparavant. Ces tourbillons, notés *BIV* pour *Buoyancy-Induced Vortices* en anglais et tourbillons de flottabilité en français, n’ont jamais été reportés à la connaissance de l’auteur. Ils proviennent de l’augmentation de puissance : en effet, l’air chaud sur l’axe de symétrie et l’air sur les côtés implique un différentiel de température générant un cisaillement. Figure 4.19, le schéma représente cet effet. On voit assez nettement sur les figures 4.22–4.23 que

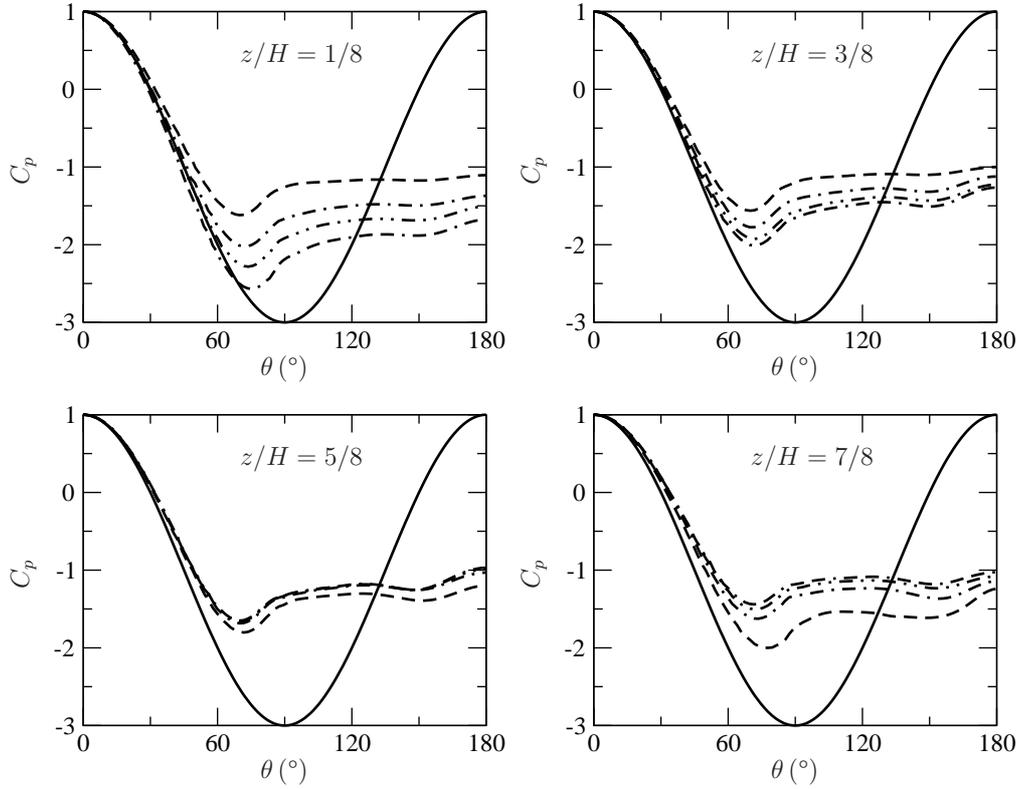


FIG. 4.18 – Comparaison du coefficient de pression moyenne aux différentes puissances à différentes hauteurs lorsque $U_b = 1$ m/s. — : écoulement potentiel, - - - : isotherme, $Ri = 0$; ····· : $\Phi = 330$ W/m², $Ri = 4$; - · - · - · : $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$; - - - - - : $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$.

la vorticité qui donne naissance aux *BIV* est crée le long de la paroi du cylindre, à cause de la différence de température. Les *BIV*, bien que de sens de rotation identique à celui des *TLV*, ne peuvent pas être confondus avec ces derniers, car, contrairement à eux, il prennent naissance à l'extérieur des tourbillons marginaux.

Figures 4.21(a), 4.22(a) et 4.23(a), quand $|x| > 0.538$ m $\sim 0.8D$, on voit au pied du cylindre les jambes du tourbillon en fer à cheval. Elles sont nettes jusqu'à $x/D = 2$ pour la plus faible puissance et, pour les valeurs supérieures perdurent jusqu'à $x/D = 1$. Globalement, elles s'écartent de la trace du cylindre très progressivement. Sur chacune de ces figures, on peut voir les tourbillons *Base Vortex*, notés *BV* qui prennent sans doute leur origine du tourbillon S_0 signalé lors de l'analyse du tourbillon en fer à cheval dans la simulation isotherme. Ce tourbillon est de vorticité opposée à celle du *TFC* et le fait qu'il se rapproche du plan médian lorsqu'on s'enfonce dans le sillage est cohérent avec les observations de Wang *et al.* [151], figure 2.15(b), qui ont étudié l'écoulement autour d'un cylindre à base carrée. Le modèle $R_{ij}-\epsilon$ SSG capte le *TFC* mais il n'est plus visible d s $x/D \simeq 1/2$. Figure 4.24(a), on se trouve sur le plan $x/D = 1/2$. Deux structures contra-rotatives existent tournant en sens contraire des tourbillons marginaux qui, eux, semblent être à l'intérieur. On est alors

(Φ, U_b)	(0, 1)	(330, 1)	(600, 1)	(850, 1)
$z/H = 1/2$	1.7	1.9	2	1.8
$z/H = 3/4$	1.2	1.5	1.7	1.7
(Φ, U_b)	$R_{ij-\varepsilon}$ SSG(600, 1)		LES(600, 1)	LEA(0, 1)
$z/H = 1/2$	1.7		2.2	2.3
$z/H = 3/4$	1.8		1.9	1.2

TAB. 4.4 – Limite de la zone de recirculation des différents calculs et expérience pour les hauteurs $z/H = 1/2$ et $z/H = 3/4$. Φ est exprimé en W/m^2 et U_b en m/s .

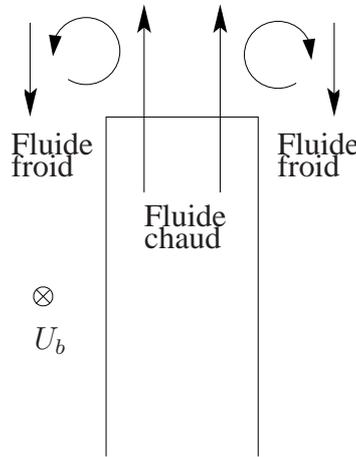


FIG. 4.19 – Visualisation du mécanisme générant les *BIV*.

en droit de penser qu'il s'agit des tourbillons *BIV*. Lorsque $x/D = 1$, les tourbillons marginaux sont descendus vers la paroi à une hauteur comparable aux résultats LES, soit $z/H \sim 3/4$, voir figures 4.24(a) et 4.25(a) respectivement. Le plan $x/D = 3.5$, figure 4.24(d), indique la présence de tourbillons, $z/H = 1$ qui sont sans doute des *Trailing vortices*, *TV*. Les *BIV* semblent rester à la même altitude $z/H \sim 1$.

Les *Trailing vortices*, *TV* 1 et 2, que l'on avait observés sur la simulation isotherme dans le plan $x/D = 3.5$ aux positions $(|y|/D, z/H) = (0.8, 0.4)$ persistent en présence de thermique mais leur position varie fortement et leur intensité diminue lorsque la puissance augmente.

Le tourbillon en forme d'arche dont il a été question lors de l'analyse de l'écoulement isotherme, simulation et expérience, existe toujours en présence thermique et est généré de la même manière. Ses dimensions sont proches de celles de la simulation isotherme puisque la zone de recirculation moyenne varie peu d'une puissance à une autre. Ceci sera abordé plus avant lors de l'étude des champs instantanés.

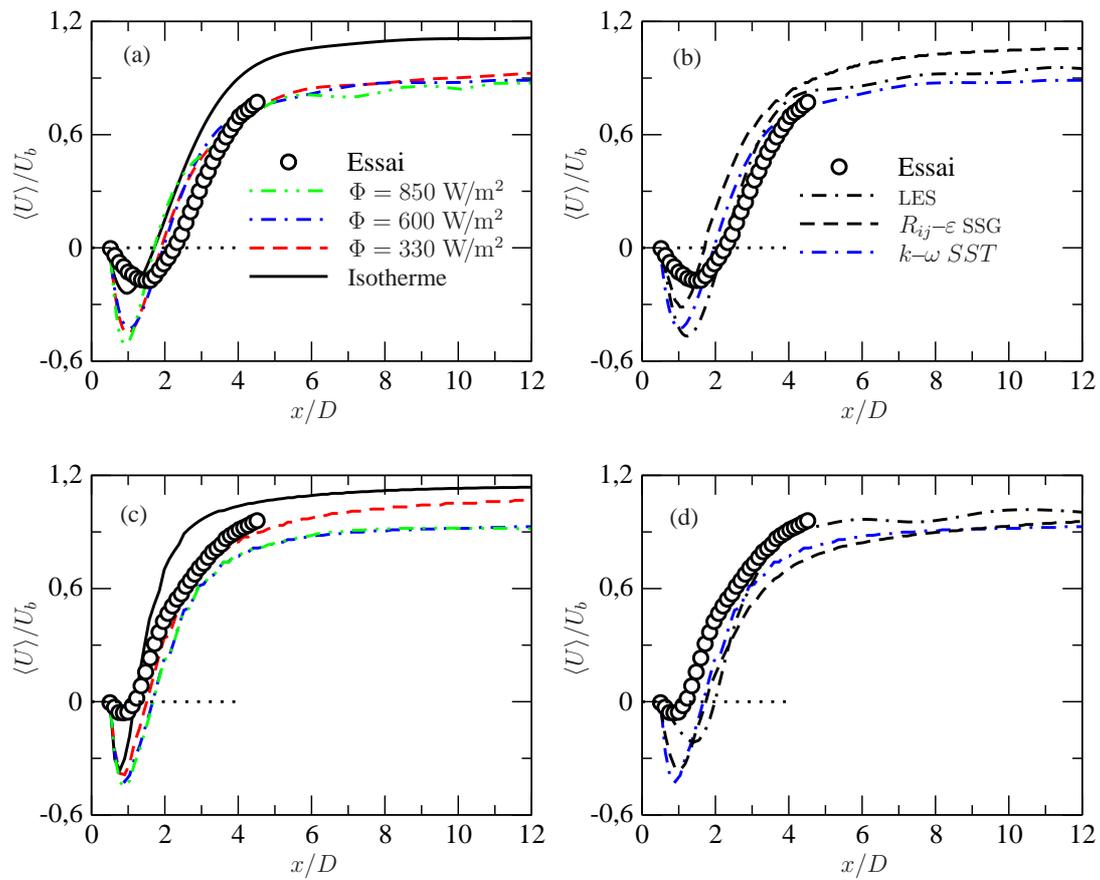


FIG. 4.20 – Profils de la vitesse moyenne longitudinale dans le plan médian en (a)-(b) : $z/H = 1/2$ et (c)-(d) : $z/H = 3/4$. Colonne de gauche : résultats issus du $k-\omega$ SST; colonne de droite : cas $\Phi = 600$ W/m² et $U_b = 1$ m/s.

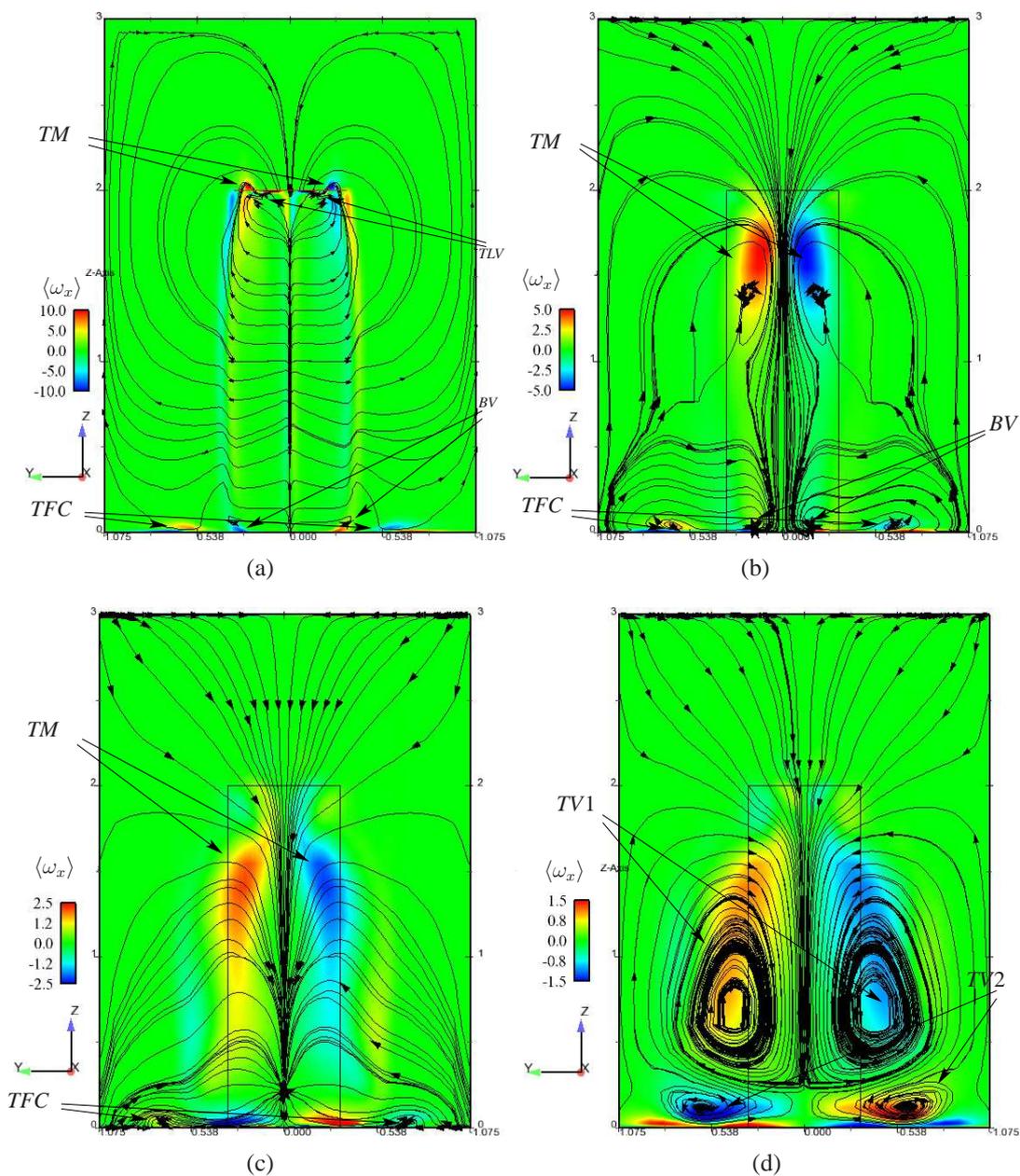


FIG. 4.21 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ pour $\Phi = 330 \text{ W/m}^2$, $Ri = 4$; $U_b = 1 \text{ m/s}$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

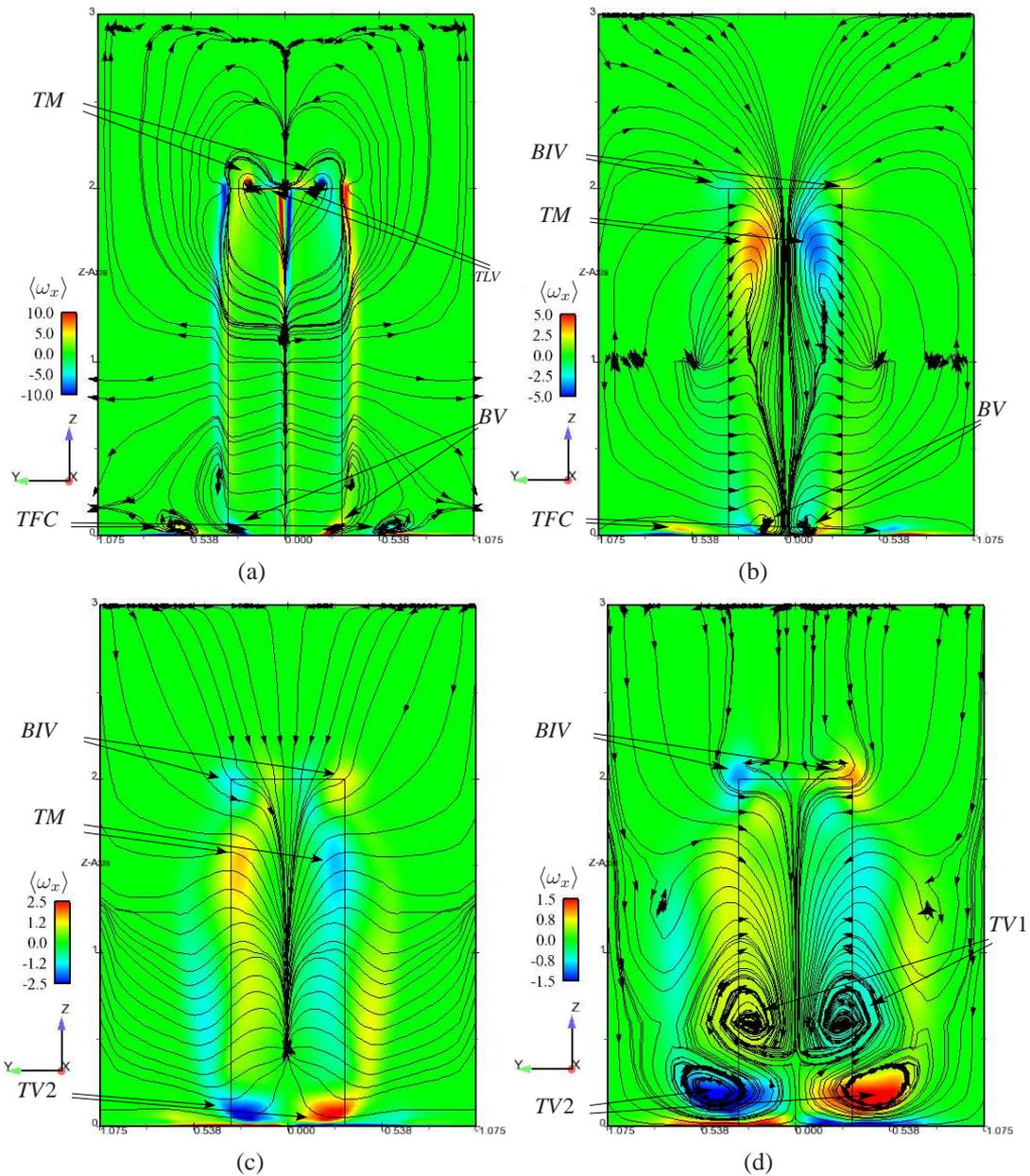


FIG. 4.22 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ pour $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$, $Ri = 6$; $U_b = 1 \text{ m/s}$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

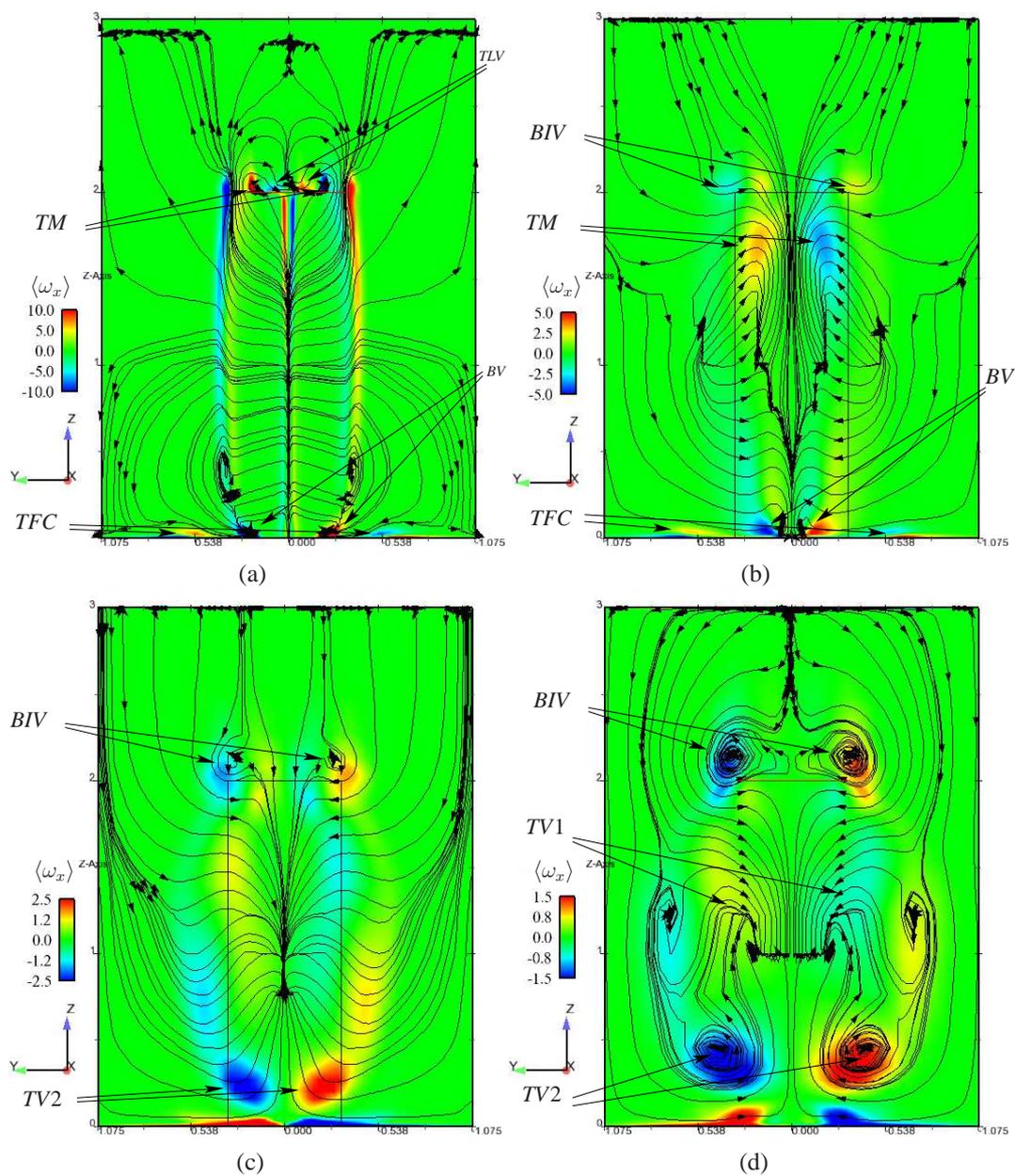


FIG. 4.23 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ pour $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$, $Ri = 8$; $U_b = 1 \text{ m/s}$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

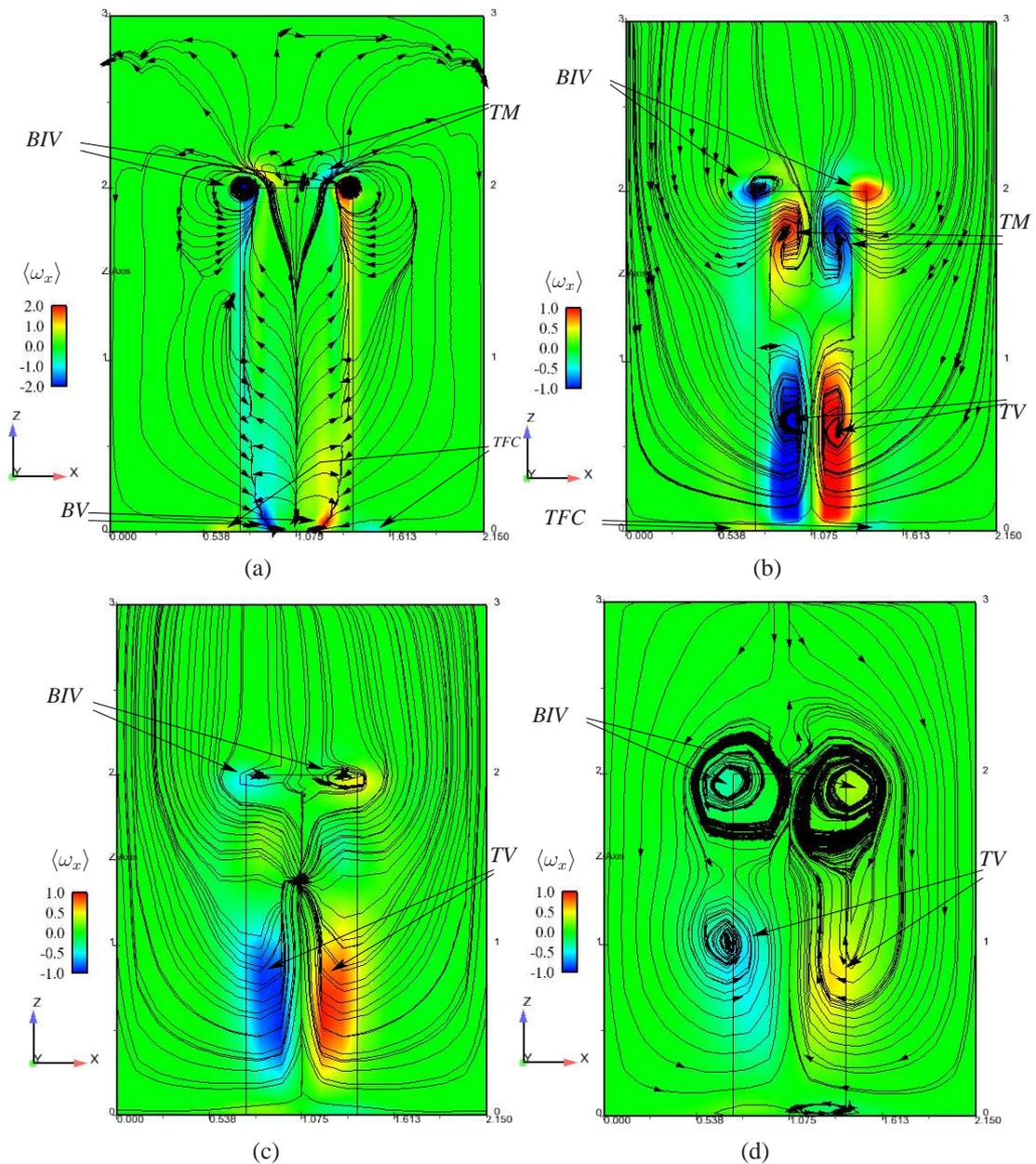


FIG. 4.24 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ données par le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG pour $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$, $Ri = 6$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

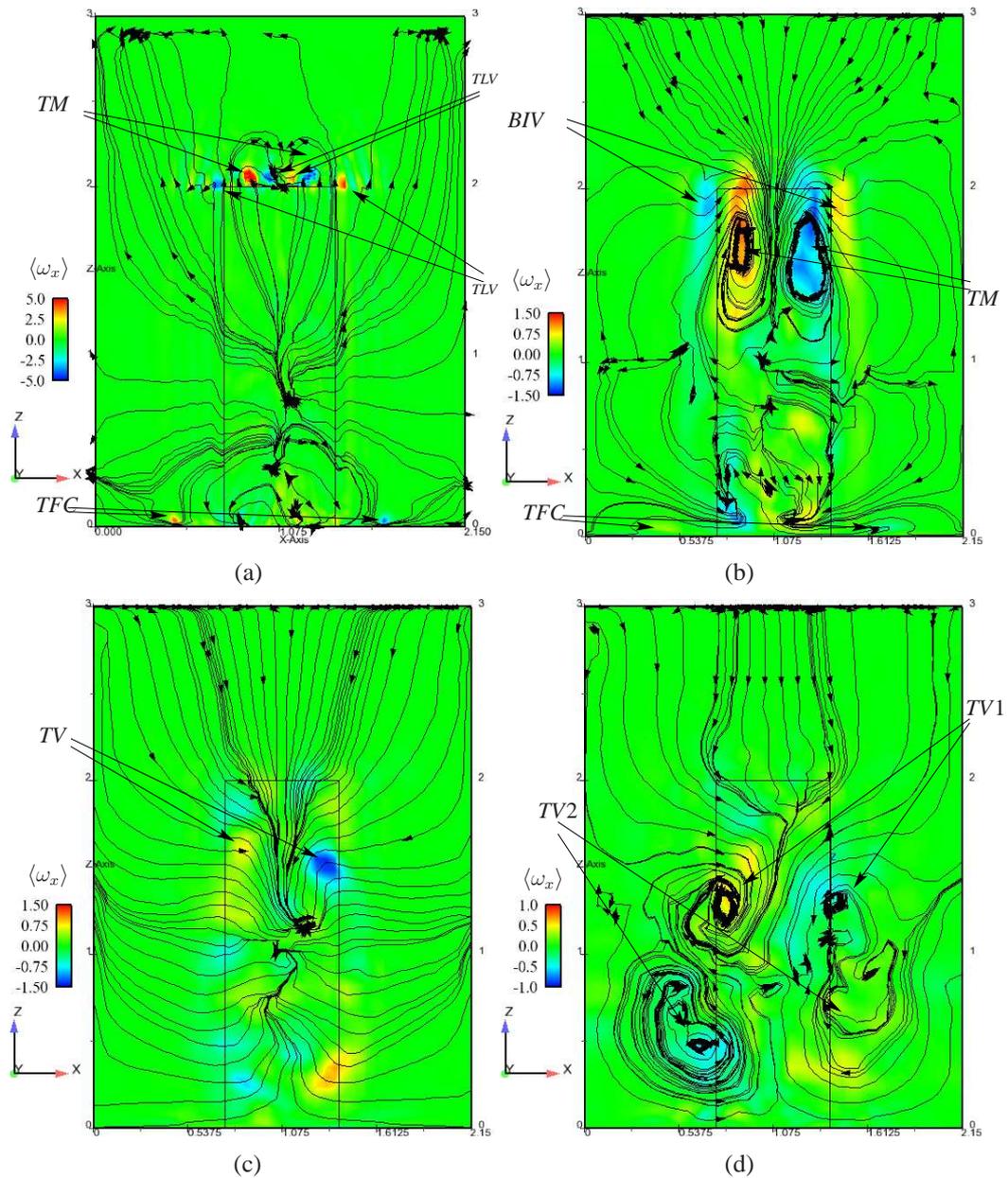


FIG. 4.25 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ données par la LES pour $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$, $Ri = 6$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

Champ instantané

De la même manière que lors de la simulation isotherme, en présence de thermique, des structures tourbillonnaires à grande échelle telles que l'allée de von Kàrmàn sont détectées dans le sillage du cylindre lorsque la vitesse débitante en entrée est de 1 m/s. Les transformées de Fourier des signaux temporels de vitesse transverse adimensionnées pour afficher les valeurs du nombre de Strouhal sont résumées dans le tableau 4.3 et présentées plus finement sur les figures 4.26–4.29(a)-(b).

Ces valeurs demeurent conformes à la littérature comme il a été présenté au chapitre 2. On rappelle que Coutanceau [29] et Zdravkovich [157] par exemple donnent une valeur de 0,2 pour un cylindre infini en régime sous-critique. Fröhlich & Rodi [47] ainsi que Fröhlich *et al.* [48] trouvent un nombre de Strouhal de 0.16 pour un cylindre dont le rapport d'aspect est de 2.5, un facteur de blocage de $Bl \sim 7\%$, le même Reynolds et le paramètre $\delta_1/H = 0.1$. L'ordre de grandeur de ce paramètre dans nos travaux est de $\delta_1/H \sim 0.07^2$ indiquant que notre couche limite est plus fine que la leur au centre du cylindre. Les nombres de Strouhal trouvés sont cohérents avec les résultats des précédents auteurs. Tant que le facteur de blocage était inférieur à 10% le nombre de Strouhal est peu différent de ~ 0.16 . D'après le §2.3.3, son augmentation à 20% le fait croître à 0.2.

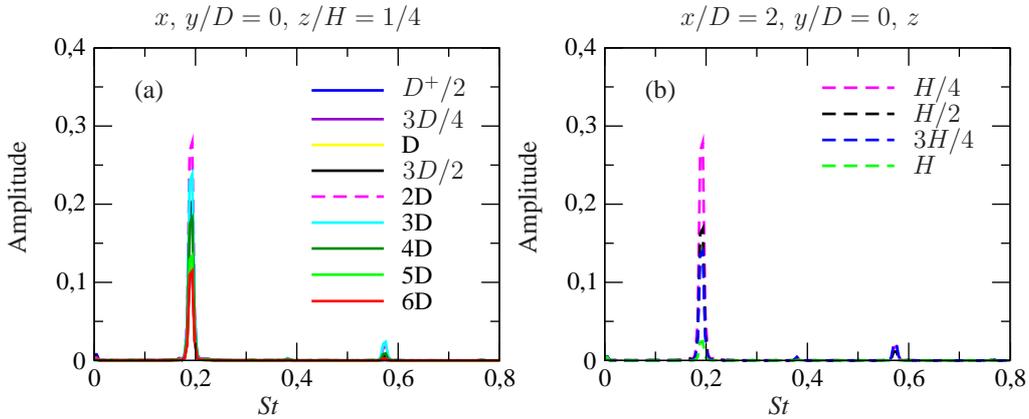


FIG. 4.26 – Évolution des transformées de Fourier dans le sillage du cylindre pour le cas $U_b = 1$ m/s $\Phi = 330$ W/m², $Ri = 4$, donné par le $k-\omega$ SST. (a) : Distribution dans sillage dans le plan médian en $z/H = 1/4$; (b) : Distribution suivant la hauteur en $x/D = 2$.

Ces résultats sont aussi cohérents avec le calcul de « référence » LES ($\Phi = 600$ W/m², $U_b = 1$ m/s) mené à EDF pour lequel le nombre de Strouhal trouvé est de 0.2, Benhamadouche *et al.* [14]. Lors des calculs URANS avec le modèle $k-\omega$ SST, ce nombre a été calculé pour différentes positions dans le sillage. On ne présente ici que des résultats dans le plan médian. Illustré par les figure 4.26(a), 4.27(a) et 4.28(a), le pic de plus forte amplitude apparaît à la position $(x, y, z) = (2D, 0, H/4)$ pour chaque valeur de la puissance. Les figures 4.26(b), 4.27(b) et 4.28(b) indiquent que, pour

² δ_1 est estimé par la relation $\delta_1/L = \mathcal{O}(Re^{-1/2})$ qui n'est valable qu'appliquée à une plaque plane de longueur L .

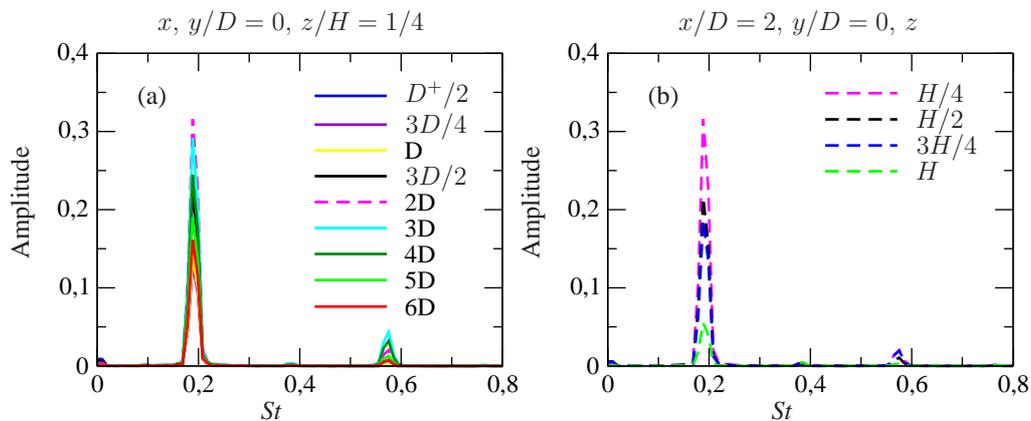


FIG. 4.27 – Évolution des transformées de Fourier dans le sillage du cylindre pour le cas $U_b = 1$ m/s $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$, donné par le $k-\omega$ SST. (a) : Distribution dans sillage dans le plan médian en $z/H = 1/4$; (b) : Distribution suivant la hauteur en $x/D = 2$.

cette abscisse, le pic diminue en intensité lorsque z augmente laissant supposer que les structures tourbillonnaires sont influencées par les tourbillons de sillage. On peut remarquer aussi que les fréquences observées sont f_S et $3f_S$ ($5f_S$ est aussi visible mais n'est pas représenté ici dans un souci de clarté) ; les harmoniques paires ne sont, quant à elles, pratiquement pas détectées.

Le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG révèle un nombre de Strouhal qui est du bon ordre de grandeur, $St = 0.18$, mais dont l'amplitude du pic est plus faible d'un facteur 2 environ que celle du modèle $k-\omega$ SST et de la LES, voir figures 4.29(a)–(b), figures 4.27(a)–(b) et [14] respectivement. Ce calcul haut-Reynolds étant antérieur, les capteurs sont plus espacés que ceux relatifs aux calculs avec le modèle $k-\omega$ SST. Ainsi, l'amplitude du pic est maximale à $x/D \sim 4.5$ à mi-hauteur du cylindre contrairement au $k-\omega$ SST dont l'amplitude maximale est située en $z/H = 1/4$. De la même manière qu'avec le modèle bas-Reynolds, on constate que l'amplitude du pic diminue avec la hauteur lorsque $z/H > 1/2$.

Figures 4.30(a)–(d), de la même manière que la simulation isotherme, les calculs avec thermique montrent que l'allée de von Kàrmàn n'existe pas au sommet du cylindre mais un peu plus bas à $z/H \sim 0.8$. On peut voir, sur chaque figure que l'interaction des TM avec les VKV forme une sorte de tourbillon en forme d'arche, $TM+VKV$, dont l'altitude de la partie horizontale du U inversé semble s'élever à mesure que la puissance augmente. Ceci pourrait signifier qu'un accroissement de la flottabilité induit une forte réduction de l'intensité de la déflexion du fluide. En effet, sur les calculs isotherme et à $\Phi = 330$ W/m², les structures marginales, TM , sont clairement visibles. Pour les deux autres puissances, au contraire, elles le sont bien moins. L'allée tourbillonnaire, repérée par VKV sur chaque figure, est visible dans le sillage jusqu'à $x/D \sim 6$ pour la puissance la plus élevée (et pour la valeur du critère- Q retenue). L'élévation de puissance incline de moins en moins l'axe de ces tourbillons par rapport à l'axe vertical. Cela ne signifie pas pour autant que l'on se

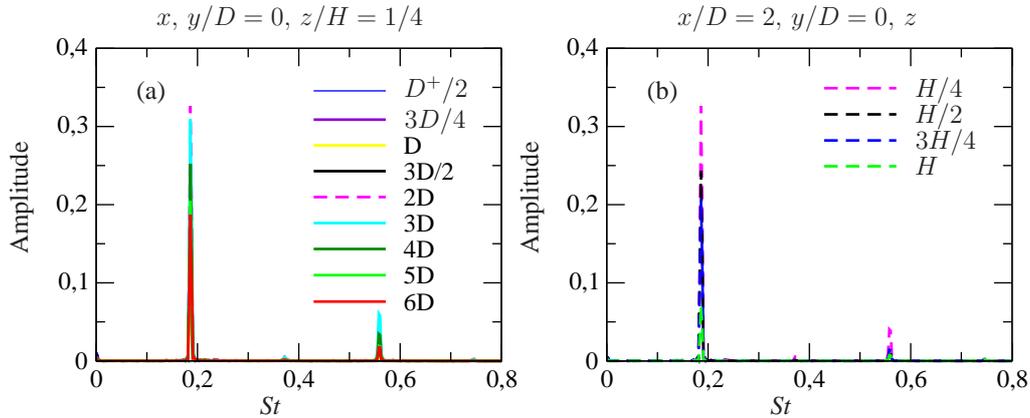


FIG. 4.28 – Évolution des transformées de Fourier dans le sillage du cylindre pour le cas $U_b = 1$ m/s $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$, donné par le k - ω SST. (a) : Distribution dans sillage dans le plan médian en $z/H = 1/4$; (b) : Distribution suivant la hauteur en $x/D = 2$.

rapproche d'un état bidimensionnel à en juger par les coefficients de pression moyens illustrés sur la figure 4.18.

À en juger par les figures 4.30(a)–(d), le tourbillon en fer à cheval calculé par le k - ω SST est situé en $x/D \sim -1/2$ qui est la même position que celle trouvée lors du calcul isotherme, pour la même valeur du critère- Q . Cela semble cohérent puisque tant que cette structure n'a pas atteint l'aval du cylindre, il n'y a aucune raison pour qu'elle soit notablement affectée par la thermique. Au-delà, d'après la moyenne temporelle du critère- Q , les jambes du tourbillons sont raccourcies avec l'augmentation de puissance bien que leur écartement par rapport au centre du cylindre varie peu; elles s'étendent jusqu'à $x/D \sim 1, 1, 1$ et $0, 6$ pour $\Phi = 330, 600$ et 850 W/m² respectivement. Le champ instantané du critère- Q à différents instants montre que l'extrémité des jambes du tourbillon en fer à cheval s'en détache et est happée par l'allée de von Kàrmàn. D'après ces quatre figures, on note toutefois que les tourbillons de Kelvin–Helmholtz sont moins fortement inclinés dans le plan xOz que dans la simulation isotherme.

Figures 4.31(a)–(b), les simulations isotherme et $\Phi = 850$ W/m², la comparaison de la norme du champ de vitesse instantané dans deux plans horizontaux $z/H \sim 0.3$ et $z/H \sim 0.8$ fait apparaître un comportement particulier de l'écoulement dans le sillage. Le plan $z/H = 0.8$ en bas sur la figure de la simulation isotherme révèle une séparation franche en deux traces distinctes. Ceci conduit à une indépendance de l'écoulement entre les deux côtés latéraux du cylindre. On peut penser que la déflexion du fluide dans le proche sillage du cylindre est directement responsable de la suppression du lâcher alterné des tourbillons de von Kàrmàn dans cette région. Ces observations ont été consignées par Afgan *et al.* [6] lors de la comparaison entre deux cylindres de rapport d'aspect 6 et 10. Par contre, le plan $z/H = 0.3$ montre un lâcher alterné tel un écoulement autour d'un cylindre 2D. Si ce phénomène est indépendant de la puissance, cette dernière joue néanmoins un rôle dans la mesure où ces

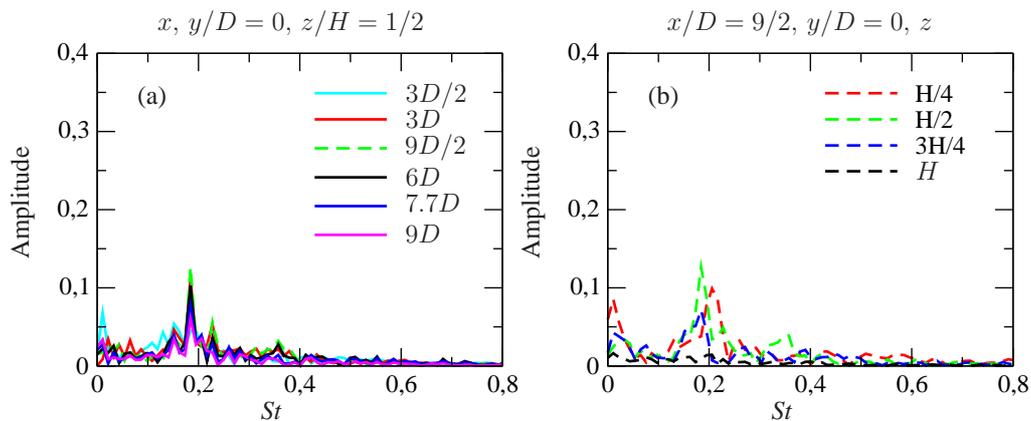


FIG. 4.29 – Évolution des transformées de Fourier dans le sillage du cylindre pour le cas $U_b = 1 \text{ m/s}$ $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$, $Ri = 6$, donné par le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG. (a) : Distribution dans le sillage dans le plan médian en $z/H = 1/2$; (b) : Distribution suivant la hauteur en $x/D = 9/2$.

traces persistent depuis le sommet du cylindre jusqu'à $z/H \sim 0.45$ dans la simulation isotherme et $z/H \sim 0.85$ quand $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$. Pour cette puissance seulement, le critère-Q montre que l'axe des tourbillons de von Kàrmàn est colinéaire à l'axe du cylindre sur la portion $1/4 < z/H < 3/4$.

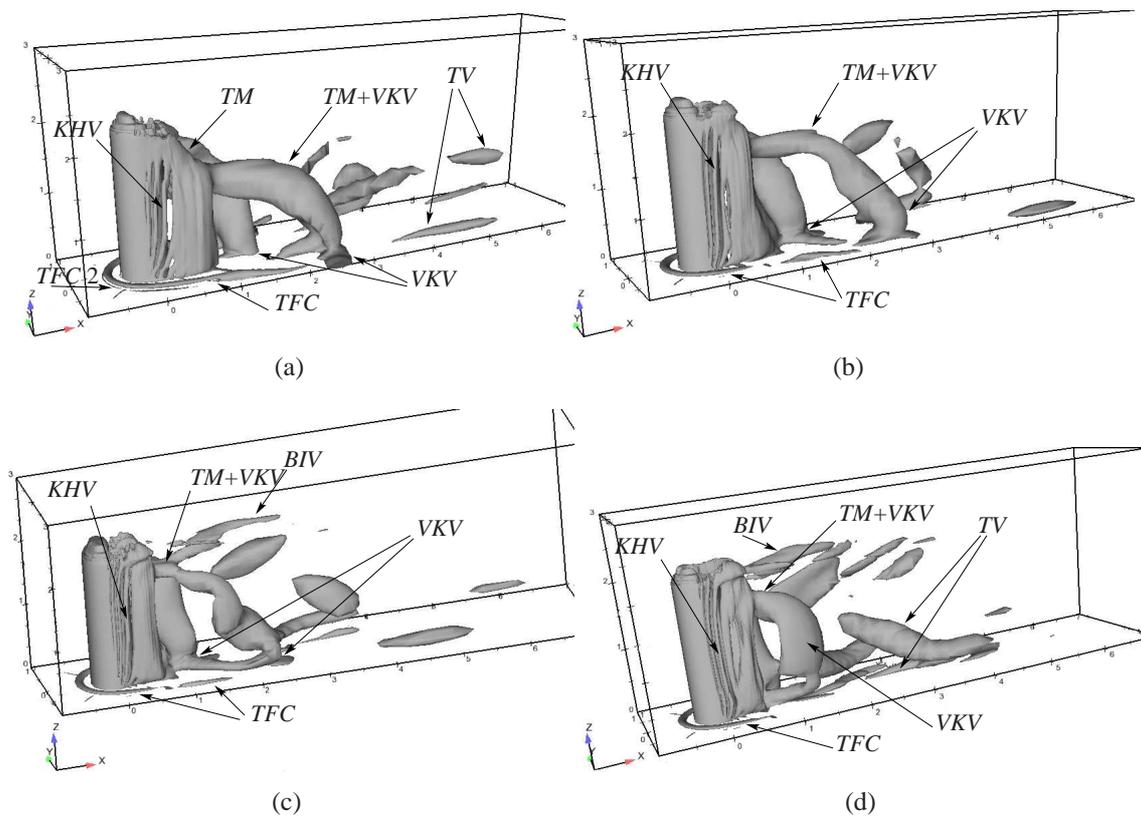


FIG. 4.30 – Iso-valeur instantanée du critère- Q ($\tilde{Q} = 4$) donné par le $k-\omega$ SST et $U_b = 1$ m/s. (a) : Isotherme, $Ri = 0$; (b) : $\Phi = 330$ W/m², $Ri = 4$; (c) : $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$ et (d) : $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$.

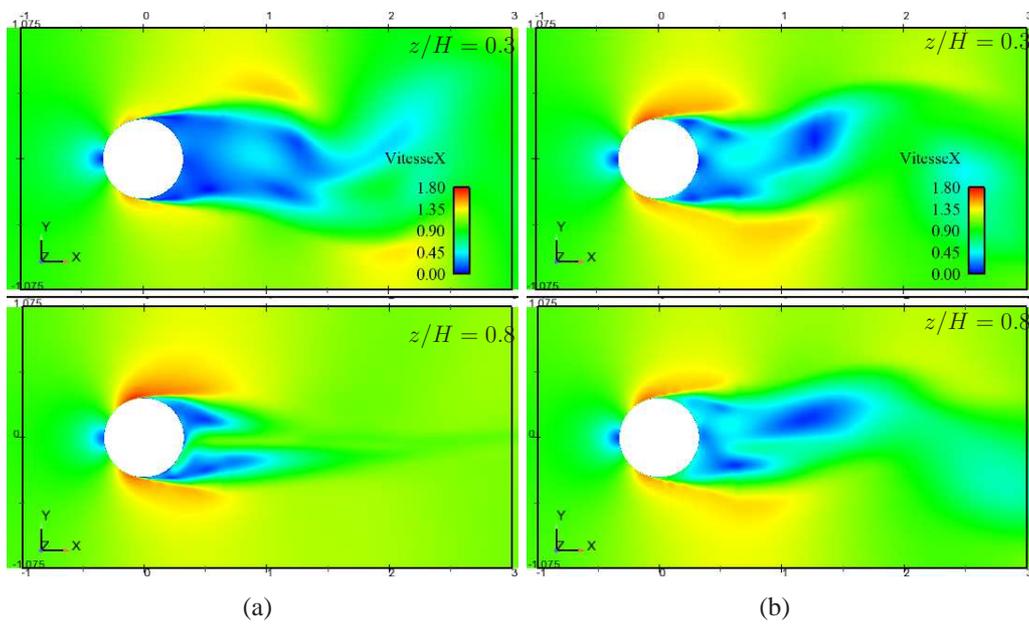


FIG. 4.31 – Norme des champs instantanés de vitesse donnés par le $k-\omega$ SST dans le plan xOy . $U_b = 1$ m/s. (a) : Isotherme, soit $\Phi = 0$ W/m², $Ri = 0$; (b) : $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$.

Températures moyennes d'air dans le sillage

On compare maintenant les résultats numériques en températures d'air moyennes dans le panache avec les résultats expérimentaux VALIDA dans le plan xOz pour chaque puissance. Dans un souci de concision, nous n'incluons dans le corps de ce manuscrit qu'un seul plan situé à 40 cm $\simeq 0.6D$ à l'aval du cylindre. On comparera aussi les résultats obtenus en termes de profils dans le plan médian dans le sillage. En ce qui concerne le calcul de référence, i.e. le cas $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$, les résultats des modèles $R_{ij}-\varepsilon$ SSG et $k-\omega$ SST seront confrontés à la LES et à l'expérience.

Sur les figures 4.32(a)–(d) est représenté le cas $(\Phi, U_b) = (600 \text{ W/m}^2, 1 \text{ m/s})$ où sont comparés les deux modèles URANS à la LES ainsi qu'à l'expérience dans le plan $x/D = 0.6$. L'expérience affiche des températures relatives à la température de référence qui est de 20° . Ainsi, la température maximale dans le plan est de 34°C . Les résultats LES sont légèrement sur-estimés, les résultats bas-Reynolds le sont davantage. La région inscrite dans le pourtour coloré en noir indique la localisation des températures supérieures à la température maximale expérimentale. Sur la moitié inférieure du cylindre, les températures calculées par le modèle $k-\omega$ SST sont du même ordre que celles issues de la LES comme on le verra sur les profils. Les zones chaudes sont concentrées en $z/H = 1$ et centrées dans le plan médian.

La température donnée par le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG est sous-estimée par rapport aux résultats expérimentaux. Les zones chaudes sont positionnées sur les coins du cylindre en $z/H \simeq 1$ et correspondent aux deux structures tourbillonnaires contra-rotatives, les *BIV*. On remarque aussi une zone de températures élevées en bas du cylindre, dans la zone de basses vitesses, qui ne semble pas avoir d'existence physique d'après les autres résultats.

Pour les deux autres puissances, figures 4.33(a)–(d), les simulations réalisées avec le $k-\omega$ SST donnent des résultats qualitativement en accord avec les résultats expérimentaux. Les cartographies de température montrent une sur-estimation des résultats numériques par rapport aux mesures. Les températures maximales expérimentales et issues des simulations numériques augmentent bien proportionnellement à la puissance, ce qui correspond bien à une augmentation de la flottabilité et aussi à une diminution de l'intensité de la déflexion du fluide. Cependant, la manière dont les mesures ont été exploitées masque ce plongeon. En effet, figure 4.32(a), chaque intersection de $x = cte$ et $y = cte$ représente la position d'un thermocouple. Les températures à l'intérieur de la « cellule » sont interpolées à partir des valeurs au « nœuds » à l'ordre 1. Les plans dans les sections droites, en $x/D = 1/2$ montrent des tailles de tourbillons plus petites que les mailles expérimentales qui ne peuvent donc pas être spatialement représentées.

Les figures 4.32(b) et 4.33(b) indiquent que les températures à l'intérieur de la trace du cylindre en $z \leq 3/4$ sont sous-estimées, l'autre portion étant sur-estimée. Le champ de température est un peu plus fidèlement reproduit lorsque $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$, voir figure 4.33(d). En proche paroi et pour les $|y/D| < 1/2$, on observe les tourbillons *Base vortex* qui avaient été détectés sur les figures 4.23(a)–(b) qui contribuent

à l'extraction de la chaleur dans cette partie du cylindre.

Figure 4.35, lorsque $(\Phi, U_b) = (600 \text{ W/m}^2, 1 \text{ m/s})$, à la hauteur $z = H/4$, les profils de température d'air moyennes dans le sillage du cylindre affichent des résultats semblables entre les différents calculs et sont écartés des mesures dans le sillage proche ($x \leq 2 \text{ m} = 3D$). Les profils donnés par le modèle $k-\omega$ SST sur les deux maillages sont peu différents tant l'un par rapport à l'autre que par rapport au calcul LES. Le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG quant à lui indique une sur-estimation des températures lorsque $z/H = 1/4$ et tant que $x/D < 3$ puis les estime très fidèlement au-delà ainsi que pour toutes les hauteurs suivantes. En $z = H$ et $1.1 < x/D < 3$, le $k-\omega$ SST fait apparaître un déficit de température probablement dû à la déflexion du fluide beaucoup plus marquée dans cette zone que les résultats LES, d'après les figures 4.17(c) et 4.17(f) respectivement, qui ramène du fluide froid depuis le haut du cylindre.

Figures 4.34 et 4.36, les résultats des deux autres puissances affichent la bonne tendance pour chaque hauteur bien qu'on aperçoive une sous-évaluation des profils de température partout dans le sillage. En $z = H$, la chute de température est rencontrée pour chaque puissance et l'écart relatif entre les résultats numériques et expérimentaux est à peu près constant d'une puissance à une autre. On peut supposer que la déflexion trop forte du fluide dans le sillage immédiat du cylindre est responsable de cette chute observée en température. La partie de la courbe précédant le minimum situé $x \simeq 1 \text{ m} \sim 1.5D$ est moins pentue pour la puissance la plus élevée sans doute parce que la déflexion du fluide est moins intense.

Calculs et comparaisons du nombre de Nusselt

Ce paragraphe est dédié à la comparaison entre le nombre de Nusselt des simulations numériques et les résultats expérimentaux. On rappelle que des fuites thermiques non quantifiées ont été détectées sur la moitié inférieure du cylindre. Par conséquent, tant que $z/H \leq 1/2$, la température expérimentale est inférieure à ce qu'elle devrait être. Pour confronter les mesures de température à nos résultats numériques, on a calculé un nombre de Nusselt défini par $Nu = hL_{\text{ref}}/\kappa$ et $\Phi = hS_{\text{ref}}(T_S - T_{\text{ref}})$ ce qui donne :

$$Nu = \frac{1}{\pi\kappa D} \frac{\Phi}{T_S - T_{\text{ref}}} \quad (4.6)$$

Les mesures montrent qu'à plan fixé, i.e. à z/H constant, l'augmentation de puissance conduit à une augmentation du transfert thermique en moyenne. Globalement, les figures 4.37–4.39 montrent un bon accord qualitatif. Plus exactement, lorsque $\Phi = 330 \text{ W/m}^2$, le $k-\omega$ SST sous-estime les températures de peau partout sur la circonférence; elles sont convenablement prédites quand $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et sont sur-évaluées pour la puissance la plus forte. Lorsque $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$, la LES sur-estime fortement le nombre de Nusselt alors que le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG le sous-estime tout autant. Ces mauvais résultats proviennent sans doute de l'utilisation de lois de parois dynamique et thermique. En effet, le nombre de Nusselt traduit la qualité des

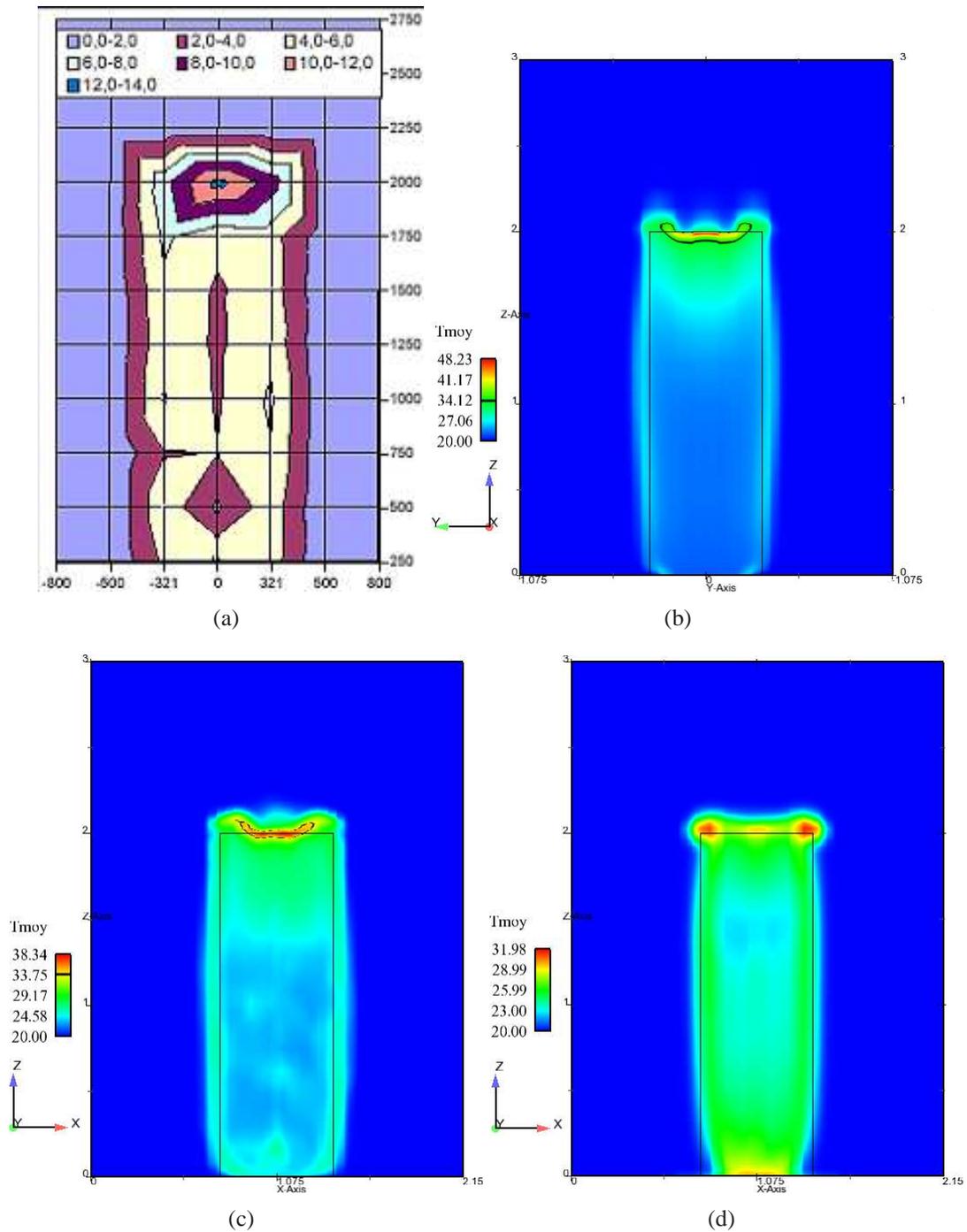


FIG. 4.32 – Cas $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$, $Ri = 6$. Températures d'air moyennes dans la section droite $x = 0.4\text{m} \simeq 0.6D$ données par : (a) : l'expérience ; (b) : le $k-\omega$ SST ; (c) : la LES et (d) : le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG.

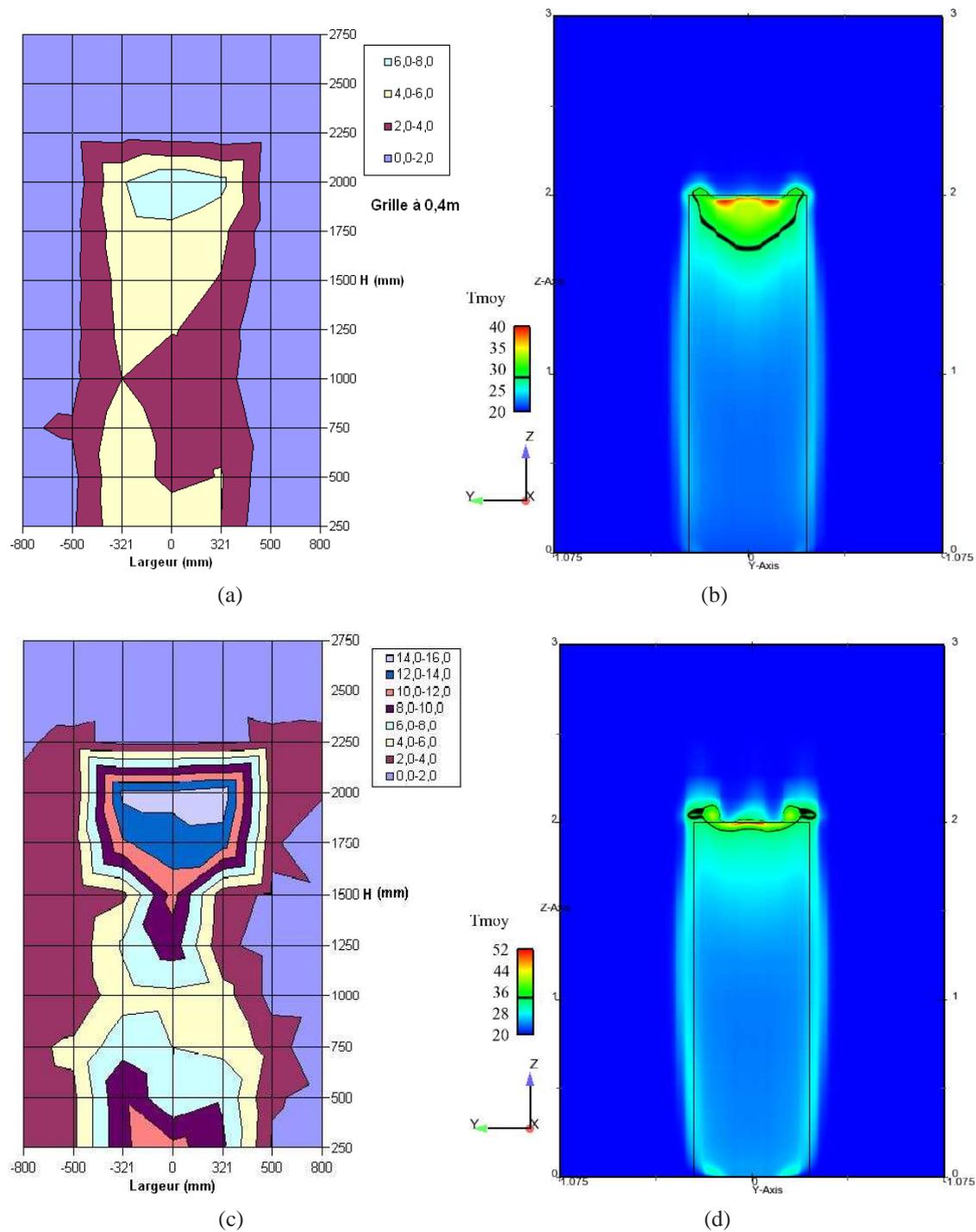


FIG. 4.33 – Cas $U_b = 1 \text{ m/s}$. Températures d'air moyennes dans la section droite $x = 0,4 \text{ m} \simeq 0,6D$ données par l'expérience (colonne de gauche) et le $k-\omega$ SST (colonne de droite). (a), (b) : $\Phi = 330 \text{ W/m}^2$, $Ri = 4$ et (c), (d) : $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$, $Ri = 8$.

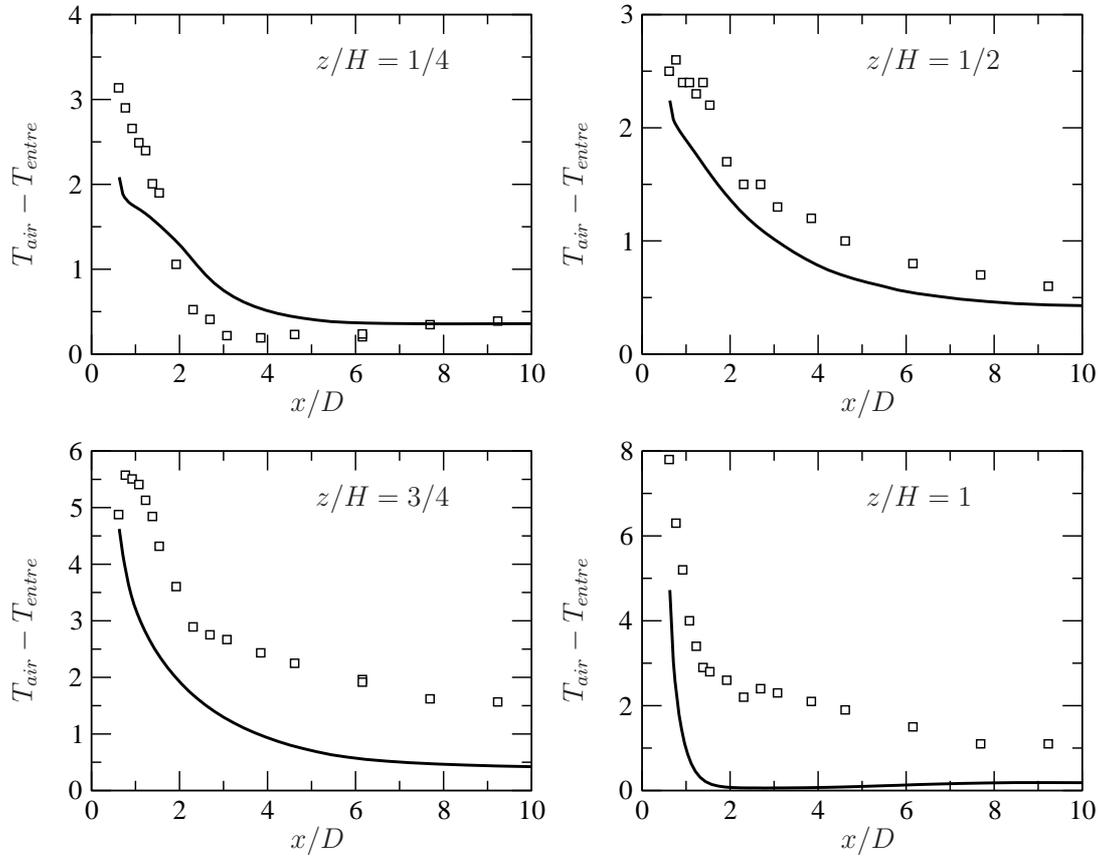


FIG. 4.34 – Profils des températures moyennes d’air dans le plan médian du sillage pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 330$ W/m², $Ri = 4$ donnés par le $k-\omega$ SST. \circ : essais.

températures sur la peau du cylindre qui sont particulièrement élevées alors que les profils dans le sillage sont globalement en bon accord avec les résultats expérimentaux. De plus, plusieurs structures tourbillonnaires que ce modèle haut-Reynolds ne peut pas modéliser participent à l’extraction de la chaleur, et réduisent donc les niveaux de température.

À mesure que θ augmente, l’échange thermique diminue jusqu’à ce que l’angle atteigne $80 - 95^\circ$ environ pour chaque puissance et hauteur. Mais ce minimum ne correspond pas au décollement du fluide, il est postérieur. Il sera montré plus loin que ce fait peut être rapproché des phénomènes de conduction dans le solide.

Le calcul du nombre de Nusselt moyenné sur toute la surface du cylindre est récapitulé dans le tableau 4.5 pour chaque cas et permet d’avoir une vue globale du transfert thermique. Comme on pouvait s’y attendre, cette comparaison macroscopique est conforme aux résultats obtenus en termes de profils. Les résultats donnés par le $k-\omega$ SST sont proches des résultats expérimentaux contrairement à ceux du $R_{ij}-\varepsilon$ SSG et de la LES qui en sont très écartés.

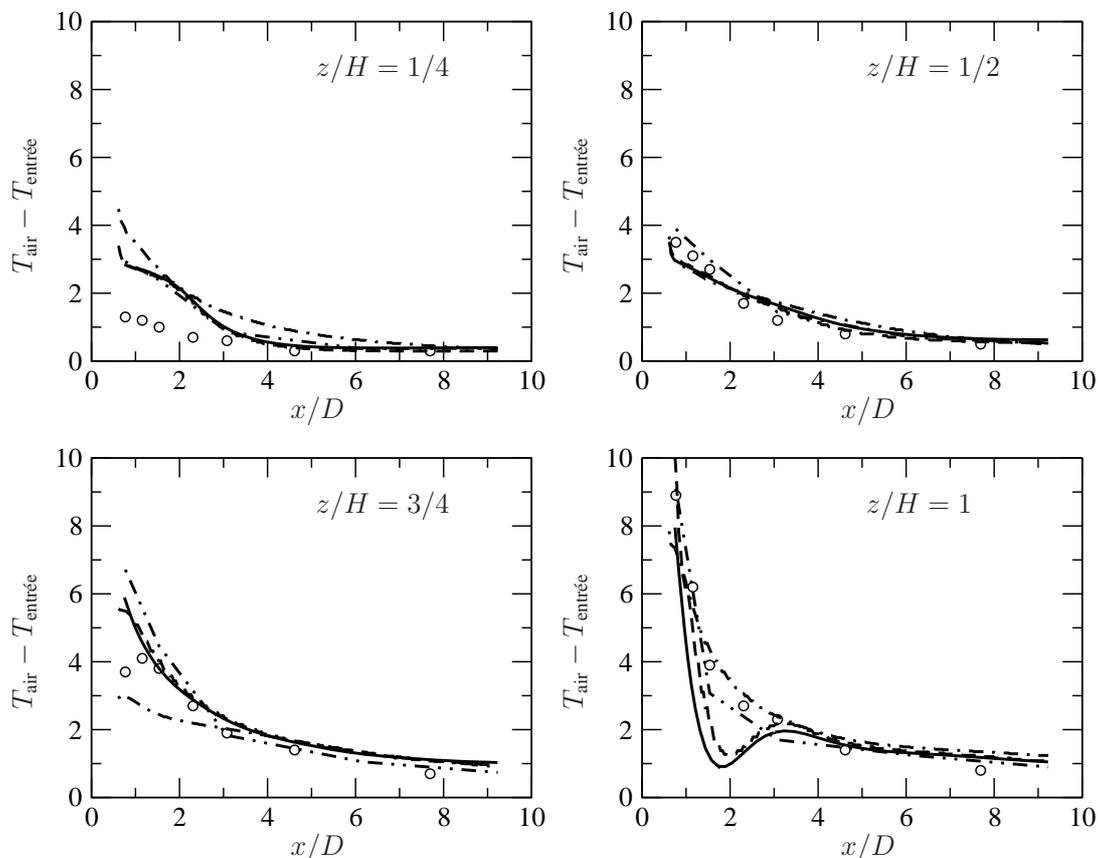


FIG. 4.35 – Profils des températures moyennes dans le panache à différentes hauteurs pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$. — : $k-\omega$ SST (maillage 0.83 Méléments), - - : $k-\omega$ SST (maillage 1.2 Méléments), - · - · - : $R_{ij}-\varepsilon$ SSG, - - - - : LES. ○ : essais.

Conclusion du cas

Les simulations URANS de l'écoulement autour d'un cylindre chauffant monté en paroi et toujours dans le régime sous-critique ont été réalisées en régime de convection mixte. Ont été testés le modèle bas-Reynolds $k-\omega$ SST et le modèle haut-Reynolds $R_{ij}-\varepsilon$ SSG.

Les résultats obtenus avec le $R_{ij}-\varepsilon$ SSG sur le cas $(\Phi, U_b) = (600$ W/m², 1 m/s) indiquent que l'allée de von Kàrmàn est détectée mais avec une amplitude bien plus faible que les calculs avec le $k-\omega$ SST. La topologie de l'écoulement diffère aussi de beaucoup du modèle bas-Reynolds. Les profils de température dans le sillage du cylindre sont en bon accord avec les résultats expérimentaux en général. En revanche, le nombre de Nusselt sur la circonférence du cylindre à différentes hauteurs est considérablement sous-estimé par rapport à l'expérience et au $k-\omega$ SST. La mauvaise qualité de ces résultats est certainement imputable à l'utilisation de lois de paroi dynamique et thermique.

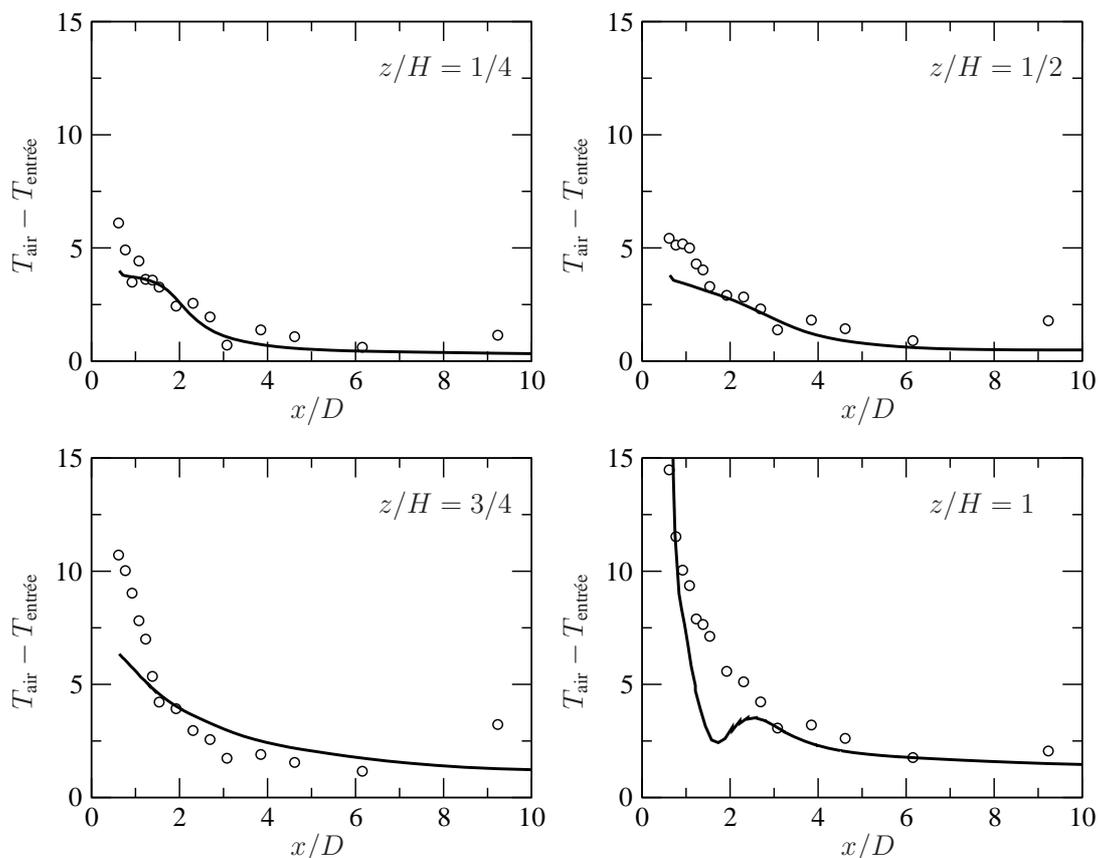


FIG. 4.36 – Profils des températures moyennes d’air dans le sillage pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$, donnés par le $k-\omega$ SST. \circ : essais.

Les résultats obtenus avec le $k-\omega$ SST mettent en avant qu’une augmentation du nombre de Richardson modifié, donc de la flottabilité, a une influence directe sur l’écoulement avec, pour principale caractéristique, une diminution de l’intensité de la déflexion du fluide dans le sillage immédiat du cylindre. La comparaison des résultats bas-Reynolds obtenus par rapport à la simulation isotherme montre une topologie semblable à bien des égards. En effet, toutes les structures obtenues sur cette dernière sont retrouvées en présence de transferts thermiques telles que l’allée de von Kàrmàn avec un nombre de Strouhal toujours de l’ordre de 0.19, les structures de Kelvin–Helmholtz, *etc.* Avec les deux modèles de turbulence, ont été détectés la présence de nouveaux tourbillons, dont l’origine semble être la flottabilité. Pour cette raison, l’appellation « Tourbillons de flottabilité » ou *Buoyancy-Induced Vortices* en anglais leur a été attribuée. La comparaison du nombre de Nusselt et des profils de température moyenne dans le sillage du cylindre avec les résultats expérimentaux VALIDA témoigne d’un accord globalement satisfaisant entre les résultats provenant du $k-\omega$ SST et l’expérience.

En particulier, sur le cas $(\Phi, U_b) = (600$ W/m², 1 m/s), en confrontant les résultats URANS et LES avec l’expérience, il est montré que les profils de température

(Φ, U_b)	(330, 1)	(600, 1)	(850, 1)
Exp.	112	128	141
<i>k-ω SST</i>	126	130	133
<i>R_{ij}-εSSG</i>	–	86	–
LES	–	159	–

TAB. 4.5 – Comparaison des nombres de Nusselt pour les différentes simulations et essais. Φ est donné en W/m^2 et U_b en m/s .

moyenne obtenus avec le *k- ω SST* dans le sillage sont aussi bons que ceux obtenus par la LES et les profils du nombre de Nusselt sont bien mieux prédits.

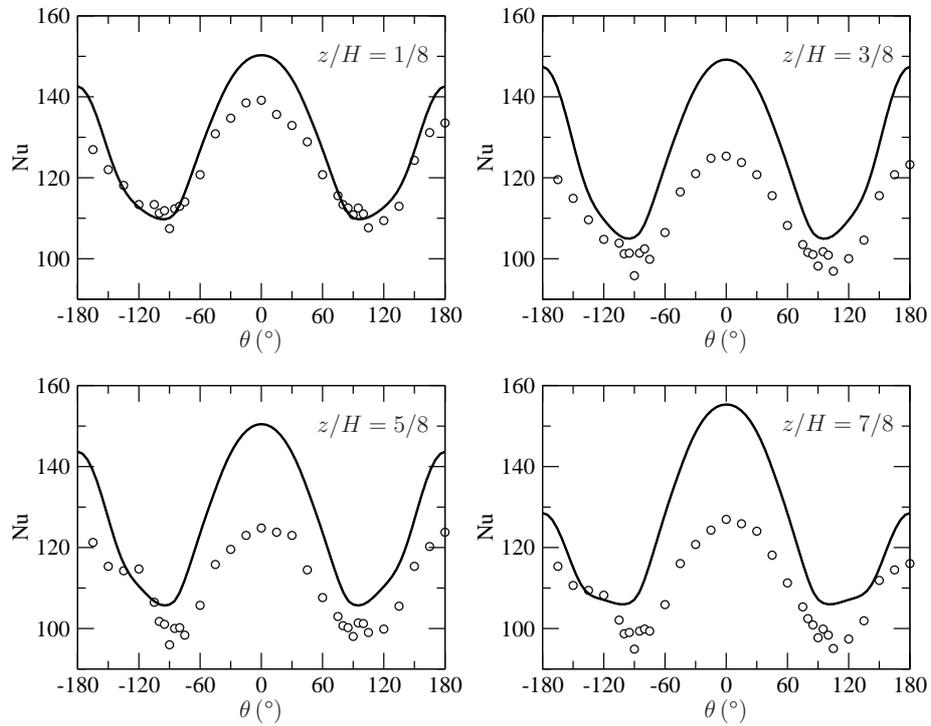


FIG. 4.37 – Profils du nombre de Nusselt à différentes hauteurs pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 330$ W/m², $Ri = 4$, donnés par le $k-\omega$ SST. \circ : essais.

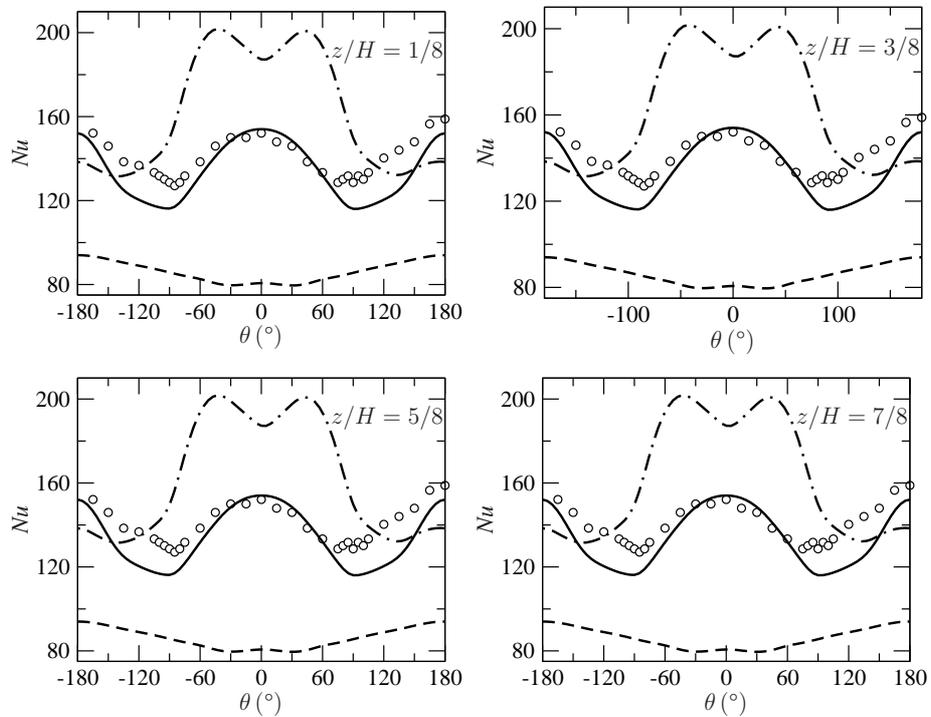


FIG. 4.38 – Profils du nombre de Nusselt à différentes hauteurs pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 600$ W/m², $Ri = 6$. — : $k-\omega$ SST, -- : $R_{ij}-\varepsilon$ SSG, - · - · - : LES. \circ : essais.

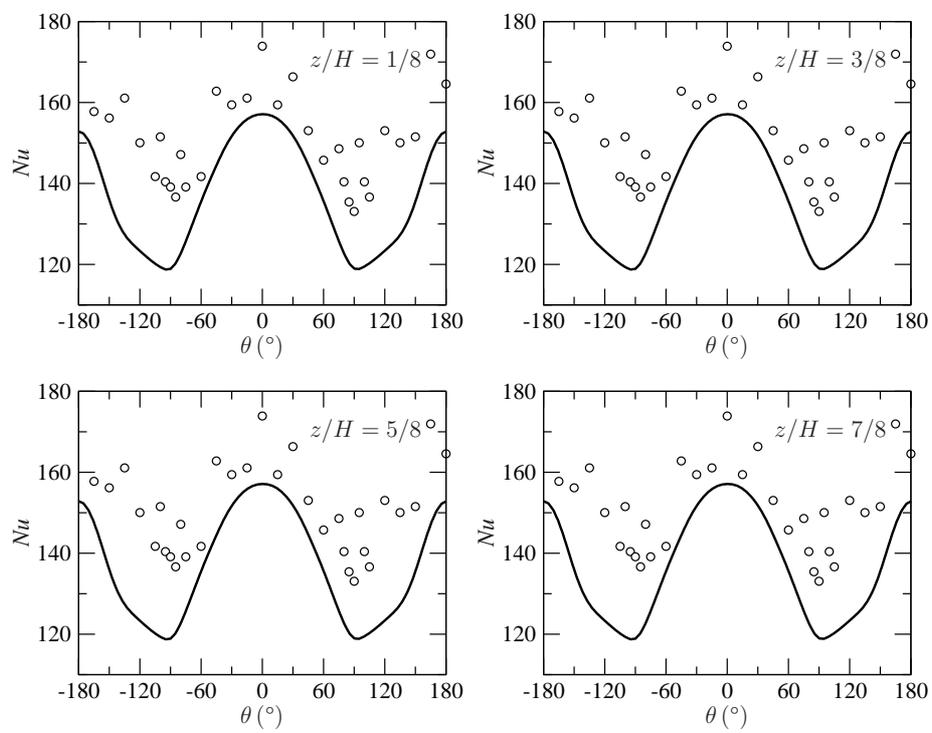


FIG. 4.39 – Profils du nombre de Nusselt à différentes hauteurs pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 850$ W/m², $Ri = 8$, donnés par le $k-\omega$ SST. \circ : essais.

Effet de la flottabilité sur le champ fluide

Afin d'évaluer l'effet de la flottabilité sur le champ fluide, un calcul à la puissance $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ où la gravité est mise à 0 a été réalisé. Les propriétés physiques (ρ , C_p , μ et λ) demeurent variables avec la température; le calcul est toujours couplé entre *Code_Saturne* et *SYRTHES*. On supprime ainsi l'influence de la flottabilité bien que la température influe sur les propriétés physiques du fluide. Cette simulation n'a aucune signification physique si ce n'est qu'elle montre ce qui se passerait en l'absence de gravité. Elle vient plus simplement en support à la compréhension de l'écoulement de « référence ».

À en juger par les figures 4.40(a)–(b) respectivement, la gravité semble avoir un effet stabilisateur dans la mesure où les évolutions temporelles des températures calculées sur le cylindre révèlent des fluctuations d'amplitude plus grande par rapport à leur valeur moyenne et par rapport au calcul correspondant. Certains capteurs affichent aussi une très basse fréquence qui est typiquement de l'ordre de $St/4$ à l'instar de ce qui a été observé sur la simulation isotherme d'après les figures 4.13(a)–(d).

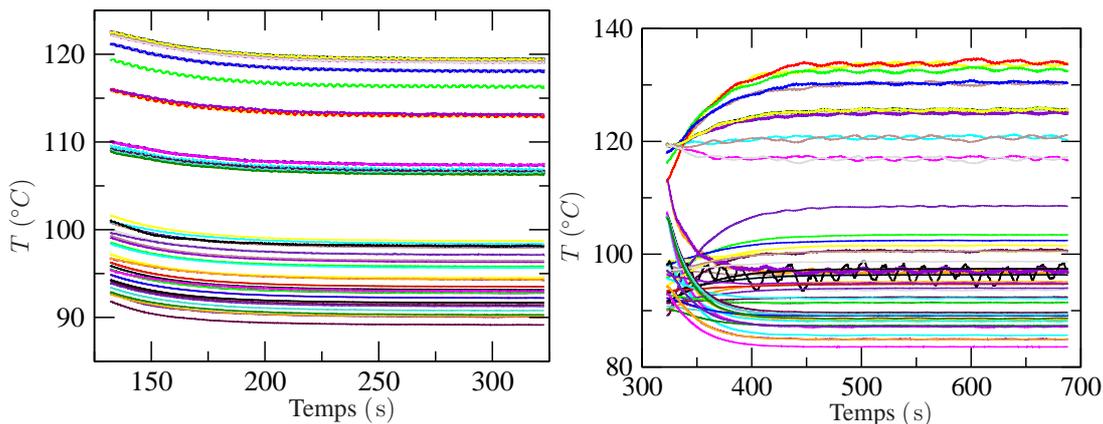


FIG. 4.40 – Évolution temporelle des sondes de température placées dans le domaine solide pour $U_b = 1 \text{ m/s}$. (a) : $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$, (b) : $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$, $g_z = 0 \text{ m/s}^2$.

Figures 4.41(a)–(b), la dépliée du cylindre indique que l'écart de température du calcul sans gravité est plus grand que celui avec gravité. Très clairement, la chaleur est cloisonnée dans la partie basse du cylindre sur ses flancs. En $z/H = 1$, la température n'excède pas 100° . On a également comparé cet écoulement, celui avec gravité et la simulation isotherme. Le critère-Q moyen, illustré par les figures 4.43(a)–(c), montre une forte similitude topologique dans la nature, la position et la taille des structures entre cet écoulement et l'écoulement isotherme telles que le tourbillon en fer à cheval, les tourbillons marginaux et les *Trailing Vortices*. L'ensemble de ces figures témoigne de l'effet manifeste de la gravité à la fois sur l'écoulement mais aussi sur la cartographie des températures de peau ainsi que leurs valeurs. La pesanteur permet au fluide d'acquies une vitesse verticale qui extrait les températures élevées de la partie basse en les étalant sur l'ensemble du cylindre, hauteur et circonférence. Figure 4.42(b), à la hauteur $z/H = 3/4$, la déflexion du fluide dans le sillage est plus

intense que dans la simulation de référence alors qu'à mi-hauteur, figure 4.42(a), les zones de recirculation sont à peu près de même dimension. À mi-hauteur du cylindre, la simulation isotherme est en sur-vitesse dans tout le sillage par rapport à celle à gravité nulle et au-dessus, les profils de vitesse sont pratiquement confondus.

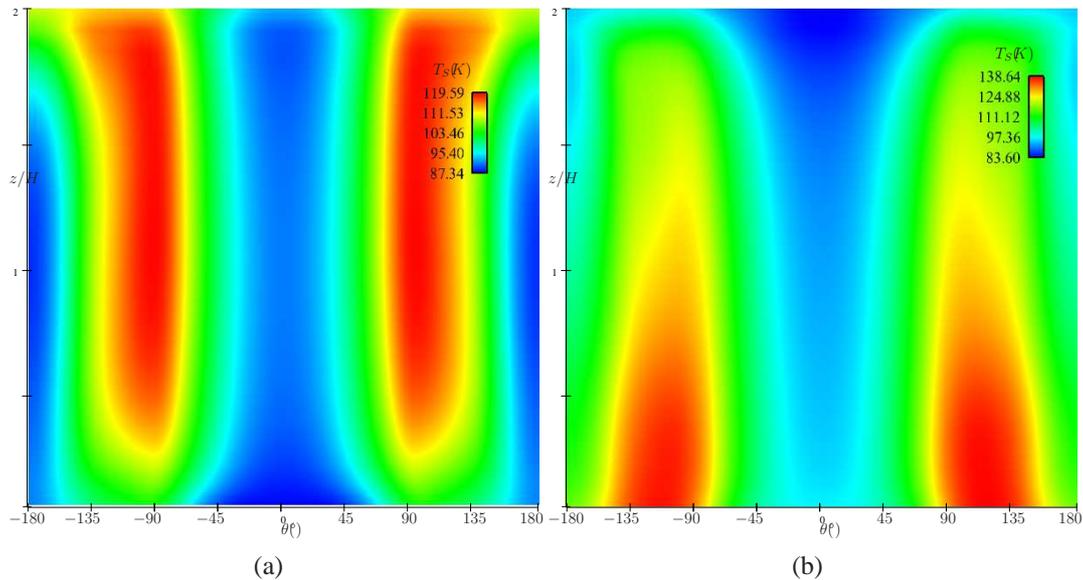


FIG. 4.41 – Cartographie développée de la surface du cylindre des températures de peau pour $\Phi = 600 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$ lorsque (a) : $g_z = 9.81 \text{ m/s}^2$ et (b) : $g_z = 0 \text{ m/s}^2$.

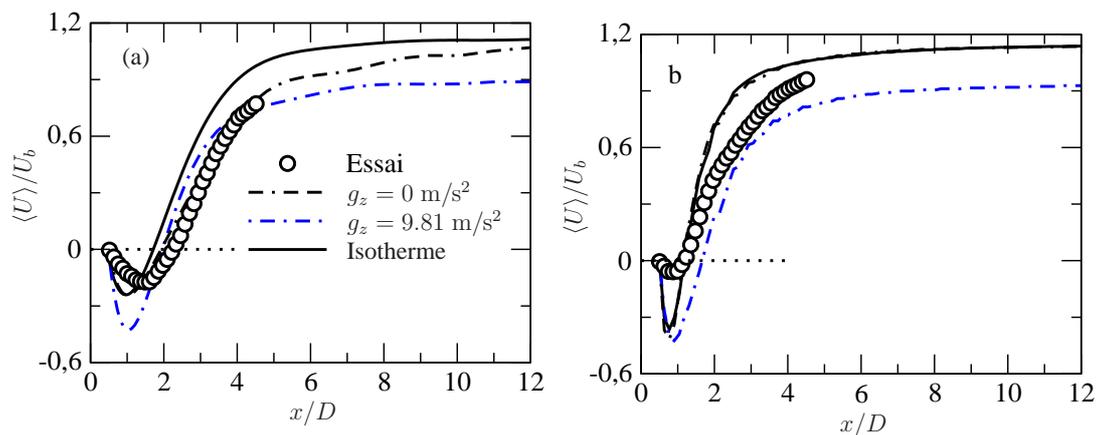


FIG. 4.42 – Profils de la vitesse moyenne longitudinale dans le plan médian en (a) : $z/H = 1/2$ et (b) : $z/H = 3/4$. Comparaison entre les résultats expérimentaux du LEA et les résultats issus du $k-\omega$ SST pour les écoulements isotherme, le cas $(\Phi, U_b, g_z) = (600 \text{ W/m}^2, 1 \text{ m/s}, 9.81 \text{ m/s}^2)$ et $(\Phi, U_b, g_z) = (600 \text{ W/m}^2, 1 \text{ m/s}, 0 \text{ m/s}^2)$.

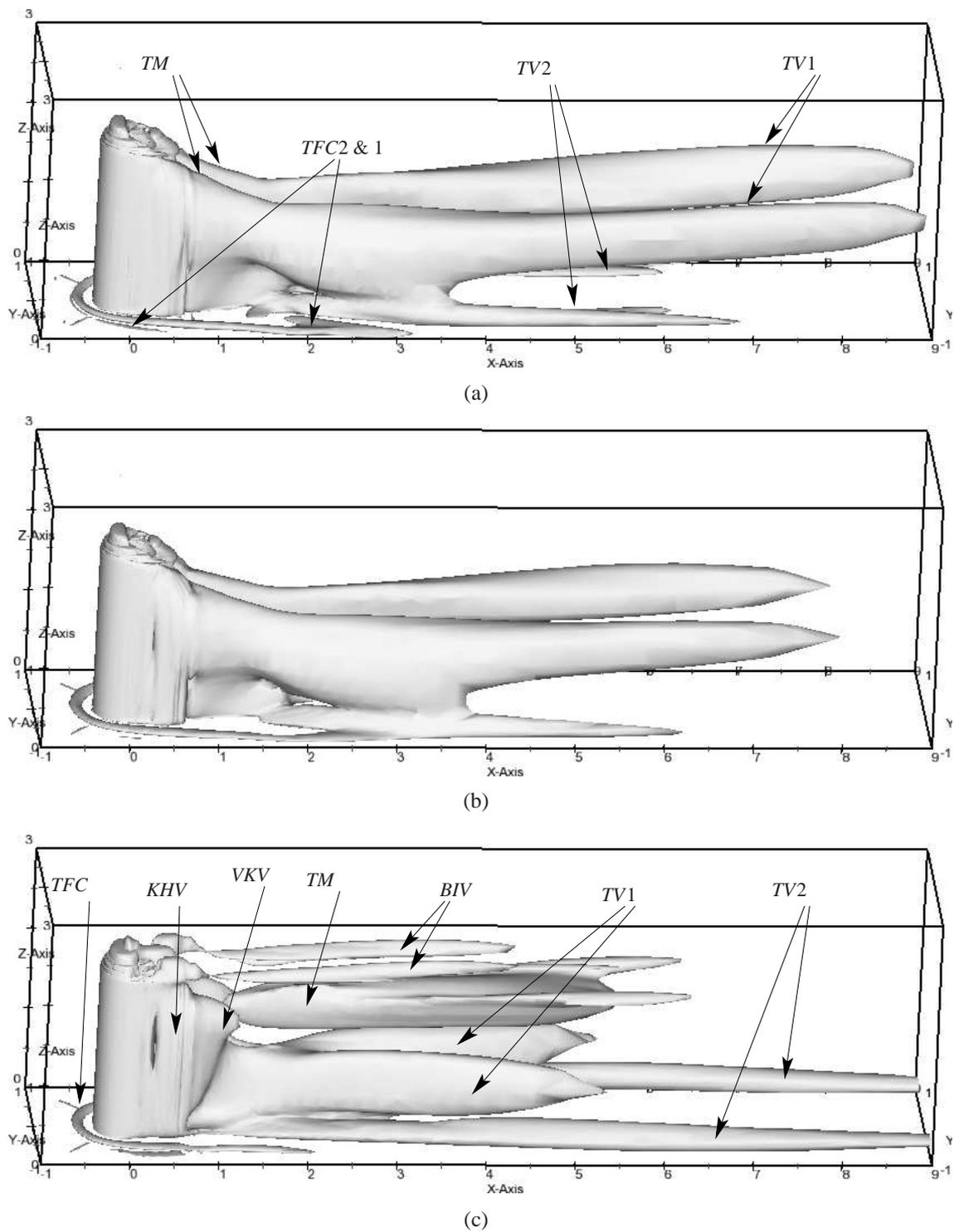


FIG. 4.43 – Iso-valeur du critère-Q moyen ($\langle \tilde{Q} \rangle = 0.4$) pour trois calculs avec $U_b = 1$ m/s. (a) : isotherme, (b) : $\Phi = 600$ W/m² & $g_z = 0$ m/s² et (c) : $\Phi = 600$ W/m² & $g_z = 9.81$ m/s².

4.5.3.2 Écoulements à convection naturelle prépondérante

Ce paragraphe est dédié à l'étude du régime de convection naturelle prépondérante. La puissance est constante et fixée à 850 W/m^2 . Les écoulements étudiés seront ceux pour lesquels la vitesse débitante en entrée est de 0.75, 0.5 et 0.25 m/s ce qui, d'après le tableau 4.2, correspond respectivement à $Ri = 14, 34$ et 140.

L'évolution temporelle de l'amplitude des températures dans le solide croît lorsque l'on augmente la puissance en fixant la vitesse d'entrée mais aussi lorsque la puissance la plus élevée est fixée et la vitesse est inférieure à 1 m/s. Les figures 4.44(a)–(c) montrent le régime transitoire durant lequel la diffusivité dans le solide est augmentée pour vaincre son inertie thermique. Si plusieurs sondes indiquent l'établissement des températures de peau, un certain nombre affichent un comportement plus erratique. C'est déjà observable lorsque $U_b = 0.75 \text{ m/s}$ et c'est encore plus vrai lorsque la vitesse débitante diminue. Une autre conséquence est qu'un état proche de la symétrie tel que ceux obtenus lors des calculs avec $U_b = 1 \text{ m/s}$ n'a pu être atteint. C'est pourquoi, à la lumière de ces constats, il a été décidé d'abandonner le couplage entre les deux codes pour ces derniers calculs.

Influence de la conduction dans le cylindre

Au début du §4.5.3.2, il a été noté que l'établissement des températures de peau n'avait pu être atteint. Pour cette raison, le couplage entre les code fluide et solide a dû être abandonné. Donc, afin d'évaluer l'influence de la conduction dans le cylindre, un calcul avec couplage thermique et un sans ont été réalisés. Afin d'avoir des résultats rapidement, le cas retenu est celui à $\Phi = 330 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 1 \text{ m/s}$. Dans le cas du calcul non-couplé qu'on appellera par la suite « calcul fluide seul », un flux de chaleur surfacique est appliqué sur la paroi externe du cylindre. Il est à noter que les calculs ne demandent pas moins de ressources et temps CPU.

La figure 4.45 compare les profils de température de peau expérimentale sur le cylindre avec les résultats *SYRTHES* et le calcul fluide seul pour quatre hauteurs différentes. Pour obtenir les températures de peau, les températures du calcul « fluide seul » obtenues au centre de la cellule attenante à la paroi ont été extrapolées par $T_f = T + \Phi y_1 / \lambda$ où y_1 est la distance entre la paroi et le centre de la cellule pariétale.

Sur cette figure, la comparaison des profils de température fluide à la paroi révèle une singulière différence dans leur répartition et dans leur amplitude entre les calculs couplé et fluide seul quelle que soit la hauteur. Il apparaît clairement que la prise en compte de la conduction dans le solide et son interaction avec le fluide améliore significativement les résultats par une meilleure répartition orthoradiale des températures de peau. Ces températures sont comme « lissées » par la prise en compte de la conduction. On avait souligné précédemment que le point de température de peau maximale ne correspondait pas avec l'angle de décollement fluide. En comparant les maximums de température obtenue par *SYRTHES* et expérimentalement, on constate que ces deux points coïncident et sont situés environ à $\theta = 85^\circ$. À cette position, la température du calcul fluide seul est considérablement sur-estimée à la

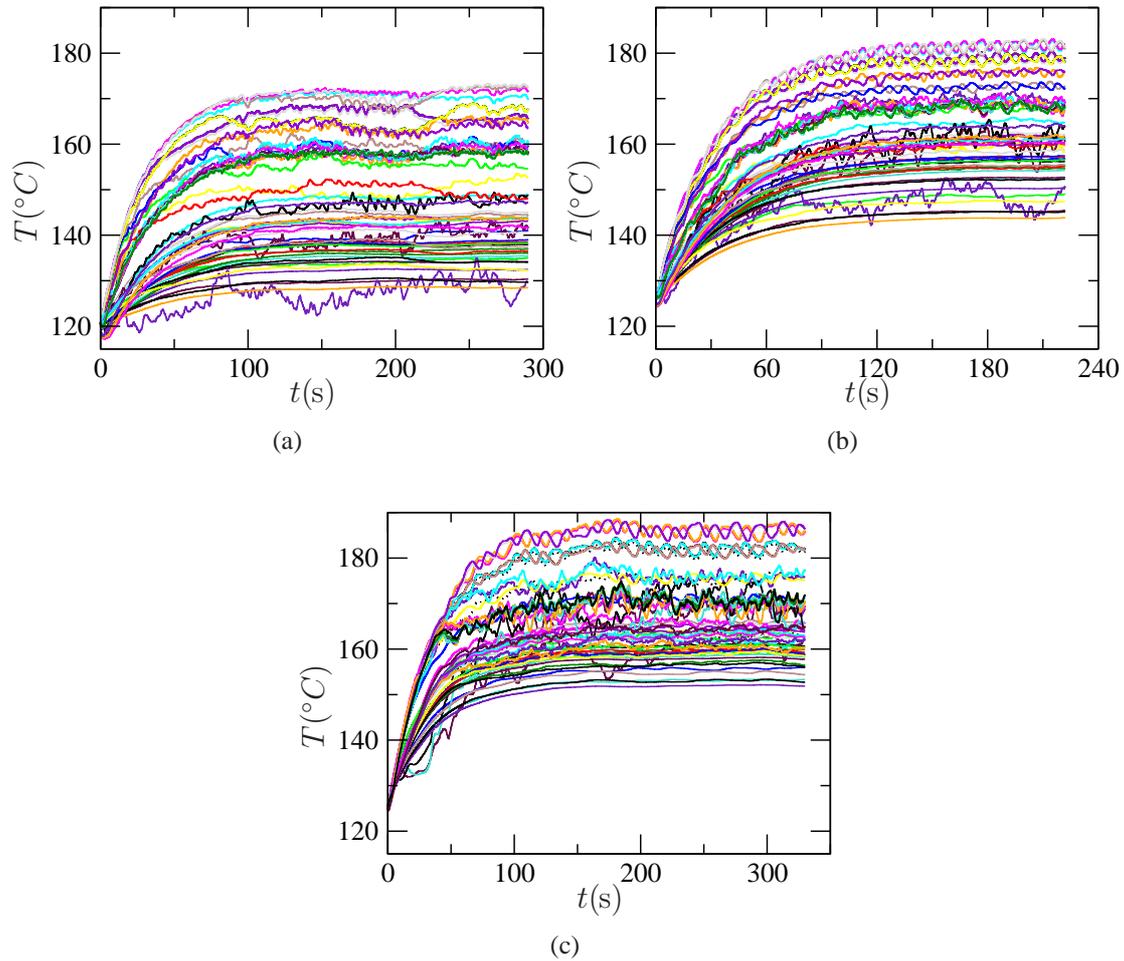


FIG. 4.44 – Évolution temporelle des sondes placées dans le domaine solide pour $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$ et (a) : $U_b = 0.75 \text{ m/s}$; (b) : $U_b = 0.5 \text{ m/s}$ et (c) : $U_b = 0.25 \text{ m/s}$.

fois par rapport aux mesures : on a respectivement 106°C et 74°C à mi-hauteur du cylindre. On a remarqué qu'en effectuant un produit de convolution au profil de température T_f en lui appliquant un filtre gaussien de largeur 45° , on obtient les profils $T_f^{\text{convoluée}}$. L'amélioration de l'estimation des températures du calcul fluide seul est manifeste.

Représentée par la figure 4.46, l'évolution du profil de température dans le sillage et dans le plan médian du cylindre à quatre hauteurs différentes ne met en lumière aucune différence notable entre les deux calculs. En très proche paroi, les profils cessent d'être confondus mais par souci de clarté, ces points ont été retirés des figures. Ceci montre bien l'importance de la prise en compte de la conduction.

Les constats qui viennent d'être dressés vont être utiles pour la suite de l'analyse des résultats dans la mesure où ils mettent en évidence les limites du calcul fluide seul. Les températures sur la peau du cylindre en seront les premières affectées et

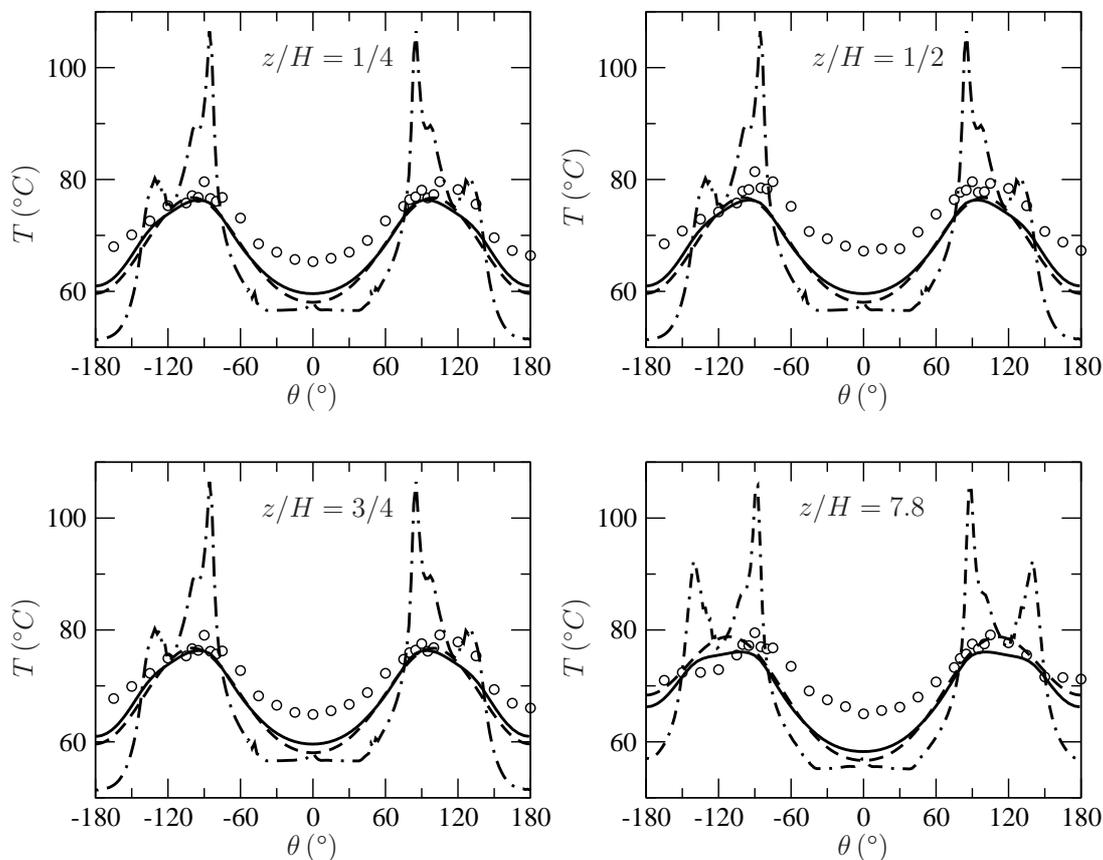


FIG. 4.45 – Profils de la température moyenne de peau à différentes hauteurs pour $U_b = 1 \text{ m/s}$ et $\Phi = 330 \text{ W/m}^2$. — : T_S , - · - · - : T_f , - - - : $T_f^{\text{convoluée}}$; \circ : essais.

par suite le nombre de Nusselt. Le transfert thermique sera donc biaisé et on pourra difficilement se reposer dessus pour caractériser l'impact d'une situation accidentelle que ces calculs sont censés représenter. En particulier, la vérification de l'intégrité du cylindre ne pourra être assurée. On peut s'attendre néanmoins à ce que les températures dans le panache soient plus fiables afin de les comparer aux températures admissibles de la paroi supérieure de la veine représentant le toit du hall d'entreposage.

Les calculs étant à vitesse plus faible, le temps de convergence statistique est plus élevé : 108 s pour les vitesses de 0.75 et 0.5 m/s, et 204s pour 0.25m/s. Les précédents calculs demandaient un temps de l'ordre de 80 s. Malgré cela, en moyenne, les résultats n'affichent pas toujours une bonne symétrie dans les différents plans d'observation.

Les figures 4.47(a)–(c) montrent l'évolution de l'écoulement par le biais des lignes de courant de vitesse moyenne lorsque la convection naturelle devient de plus en plus importante par rapport à la convection forcée dans le plan médian.

Il est clair que la recirculation qui indiquait la présence du tourbillon en forme

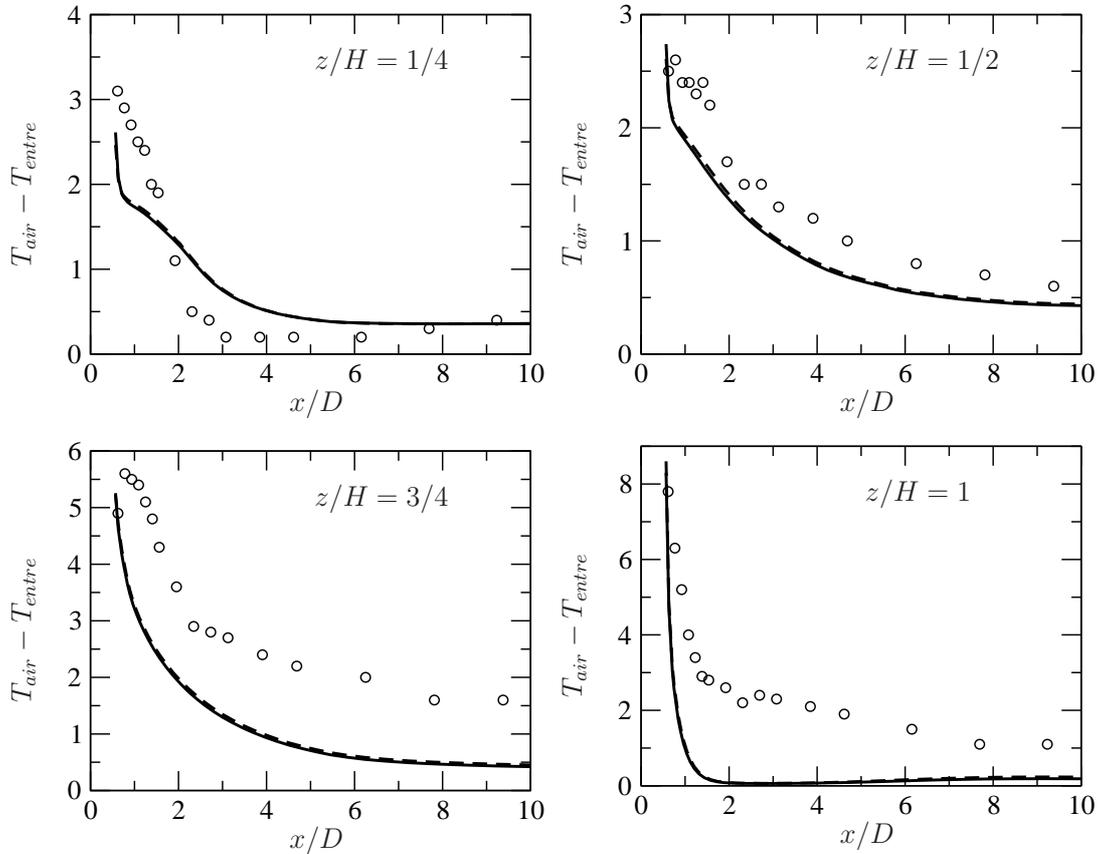


FIG. 4.46 – Profils de température moyenne dans le sillage du cylindre pour $U_b = 1$ m/s et $\Phi = 330$ W/m². — : calcul avec couplage, - - : calcul sans couplage, o : essais.

d'arche a disparu ; l'écoulement dans le plan médian est surtout devenu ascendant. Cependant, dans les plans horizontaux, une recirculation existe sur chacun des calculs, figures 4.48(a)–(c), sur la moitié inférieure du cylindre et disparaît par la suite. Sur la figure 4.47(c), le fait que les lignes de courant sont aussi saccadées dans la partie supérieure en amont du cylindre provient sans doute d'une convergence statistique insuffisamment longue.

Figures 4.48(a)–(c), seuls subsistent le tourbillon en fer à cheval et la recirculation sur le dessus du cylindre en $z/H \geq 1$. Les jambes du tourbillon en fer à cheval disparaissent plus rapidement que sur les calculs antérieurs, $x/D \sim 0$ typiquement, et pour la même valeur du critère-Q. À mesure que la vitesse d'entrée moyenne diminue, on voit une ascension grandissante du fluide dans le sillage. La figure 4.47(b) montre une ligne séparatrice divisant dans ce plan l'écoulement incident qui est peu perturbé dans la partie haute de la veine et l'écoulement dans le proche sillage qui a une propension à remonter.

D'après les coupes droites illustrées par les figures 4.49(a)–(d) et figures 4.23(a)–(d) respectivement, l'écoulement à $U_b = 0.75$ m/s montre en partie les mêmes structures qu'à la vitesse de 1 m/s mais avec des tailles et positions différentes. Les tour-

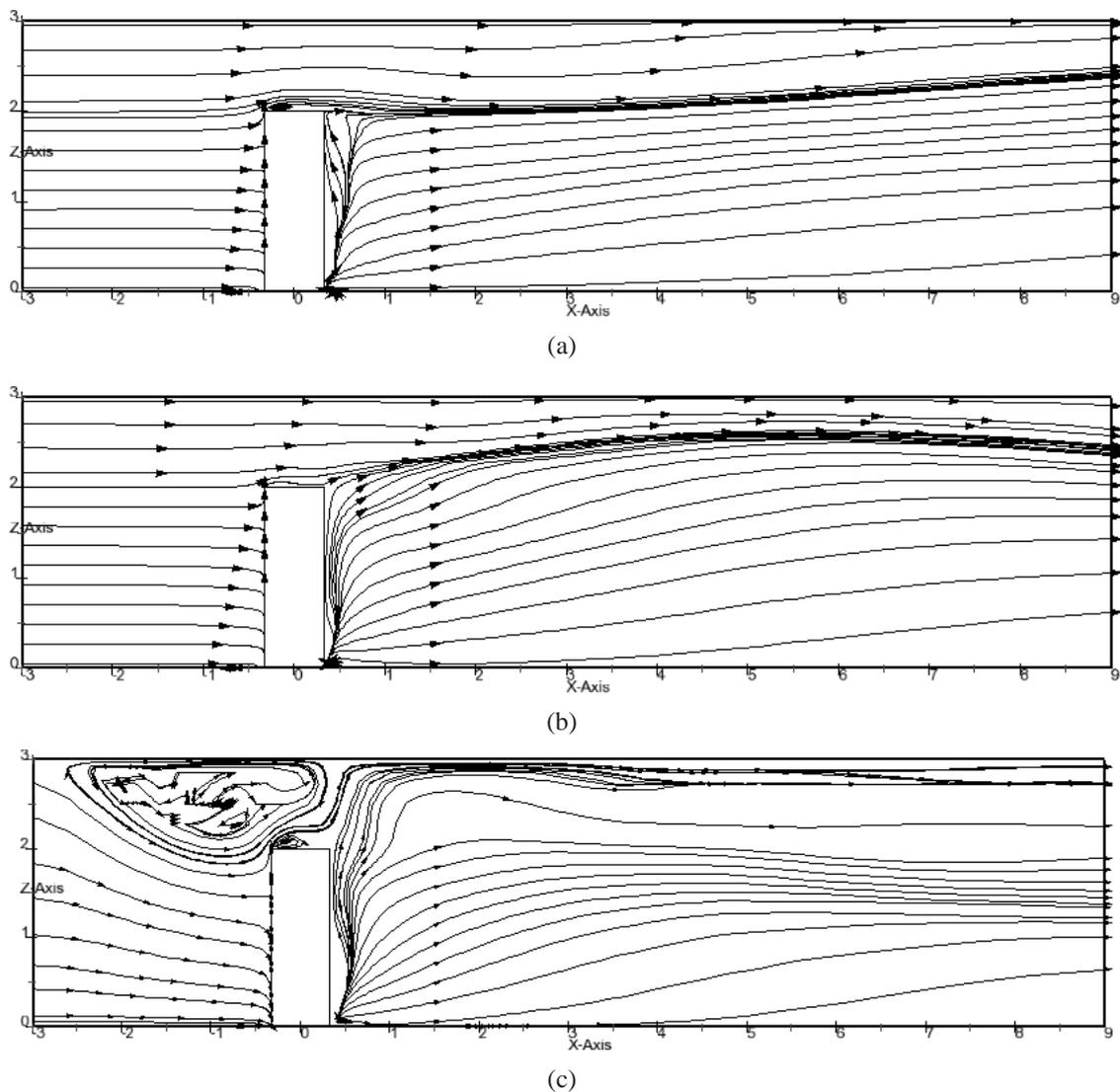


FIG. 4.47 – Lignes de courant dans le plan médian ; $\Phi = 850$ W/m². (a) : $U_b = 0.75$ m/s, $Ri = 14$; (b) : $U_b = 0.5$ m/s, $Ri = 34$ et (c) : $U_b = 0.25$ m/s, $Ri = 140$.

billons marginaux sont sur-élevés et ceux leur étant extérieurs, les *BIV*, sont bien plus volumineux. Par rapport au cas $(\Phi, U_b) = (850$ W/m², 1 m/s), ici, les *TM* et les *BIV* perdurent davantage dans le sillage. Il semble, malgré le manque de convergence statistique, que les *TM* demeurent visibles jusqu'à $x/D = 3.5$. À cette position, les *Trailing Vortices*, *TV*, sont observables.

Lorsque la vitesse vaut $U_b = 0.5$ m/s, les tourbillons *BIV* occupent l'ensemble de chaque plan. Contrairement au cas précédent sur lequel ces tourbillons s'élevaient progressivement dans le sillage, ici, ils restent pratiquement à la même hauteur mais s'écartent latéralement de la trace du cylindre.

La figure 4.47(c) révèle la présence d'une structure tourbillonnaire à grande échelle sur la partie haute et en amont du cylindre. Aucune publication n'a été

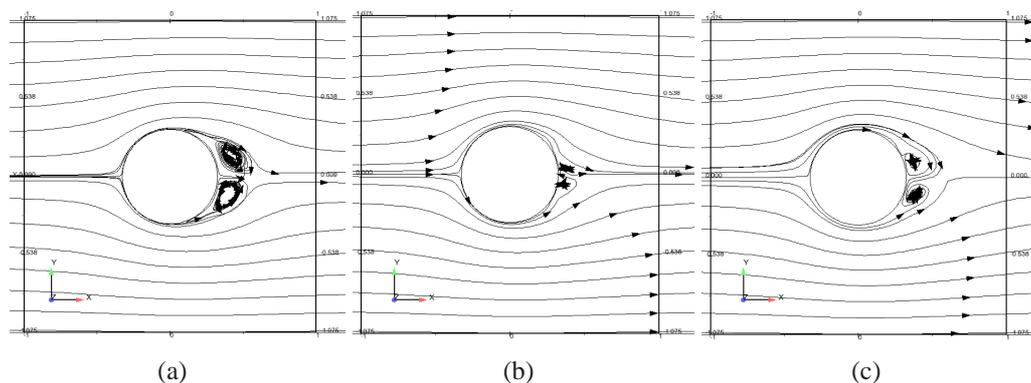


FIG. 4.48 – Lignes de courant dans le plan $z/H = 1/2$; $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$. (a) : $U_b = 0.75 \text{ m/s}$; (b) : $U_b = 0.5 \text{ m/s}$ et (c) : $U_b = 0.25 \text{ m/s}$.

trouvée en relation avec la convection naturelle rapportant ce phénomène. En revanche, en convection forcée, un tourbillon appelé *Ground Vortex* est généré par la rencontre d'un écoulement incident sur plaque plane et d'un jet impactant cette plaque perpendiculairement. Lors de la rencontre de ces deux écoulements, la structure tourbillonnaire *Ground Vortex* se forme, Barata & Durão [11]. Le mécanisme de formation de ce tourbillon laisse penser que le tourbillon observé dans la simulation correspond bien au *Ground Vortex*. L'écoulement incident sur plaque plane correspond alors au débit imposé en entrée et l'écoulement impactant la paroi perpendiculairement à la vitesse ascendante du panache thermique.

D'après des lignes de courant moyennes, figure 4.47(c), le centre du *Ground Vortex* est un foyer attracteur. La présence du panache, qui fait comme s'il y avait un obstacle, dirige les lignes de courant vers la paroi inférieure. Une particule lâchée à la position $(x/D, y/D, z/H) = (-4.5, 1/2, 0)$ contourne le cylindre tout en s'en rapprochant et au moment où elle impacte le cylindre, vers $\theta = 135^\circ$, remonte le long de la paroi jusqu'en $z/H = 3/2$. À ce moment-là, elle est entraînée vers la paroi latérale $y/D = 1.7$ par le *Ground Vortex*, en est éjectée puis convectée dans le sillage.

Le calcul du nombre de Nusselt à différentes hauteurs est représenté sur les figures 4.53–4.55. Comme on l'a fait remarquer précédemment, ce nombre est calculé en extrapolant la température de la maille pariétale. Aux points de décollements du fluide, la sous-estimation issue des simulations est considérable au regard des résultats expérimentaux. Cette constatation est liée à l'absence de prise en compte de la conduction dans le solide, ce que le profil « convolué » a tendance à confirmer. Excepté lorsque $U_b = 0.75 \text{ m/s}$ où le nombre de Nusselt est convenablement prédit, il est sous-estimé pour les deux autres simulations.

Les températures moyennes d'air dans le sillage du cylindre dans le plan médian en $x = 40 \text{ cm} \sim 0.6D$ sont illustrées sur les figures 4.56–4.58. Un bon accord qualitatif entre les résultats de mesures et de simulations est observé. L'augmentation de puissance se traduit bien par une ascension de la chaleur vers la paroi supérieure. Quantitativement, les températures sont toutes sur-estimées par rapport aux essais.

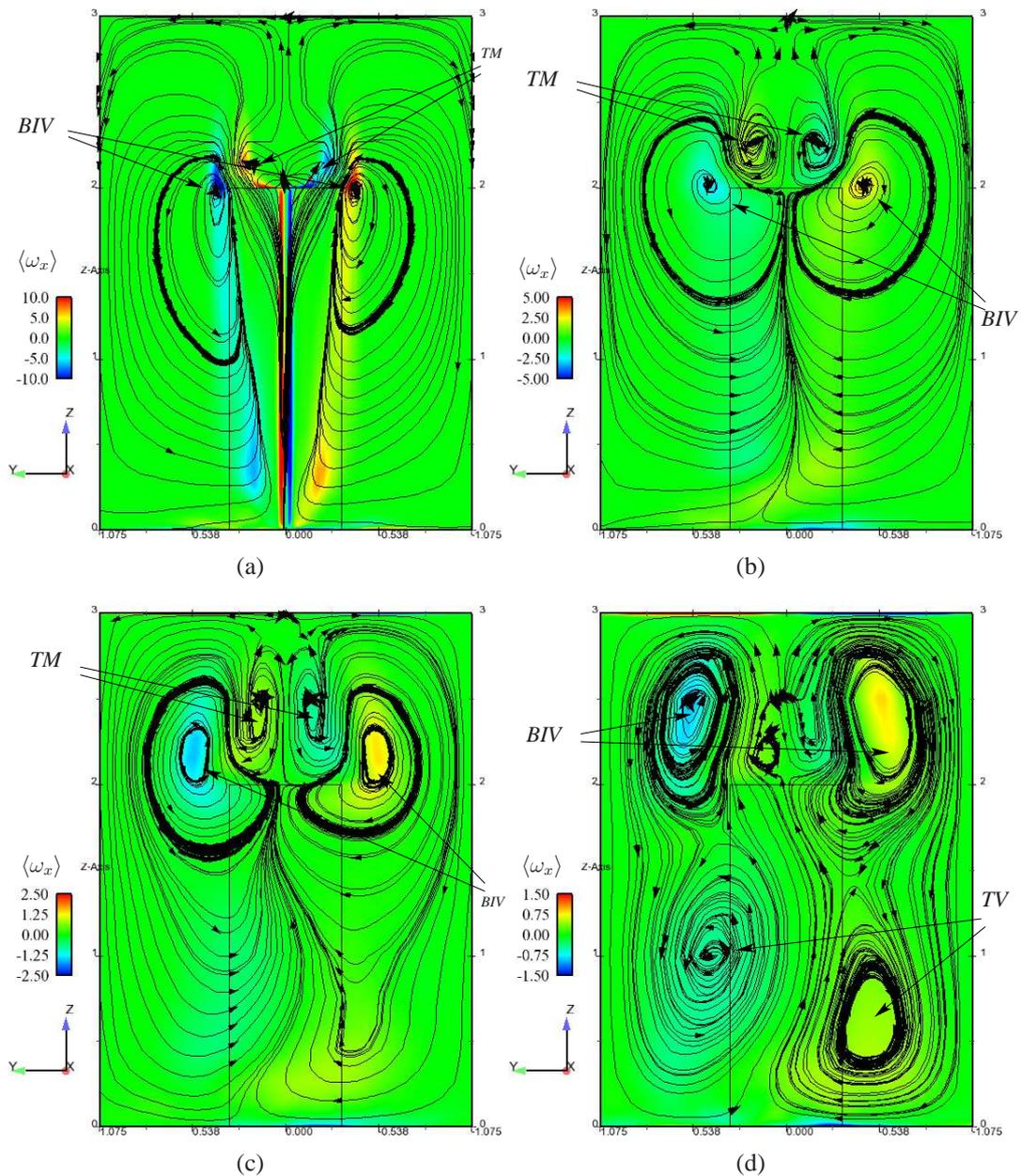


FIG. 4.49 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ pour $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$; $U_b = 0.75 \text{ m/s}$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

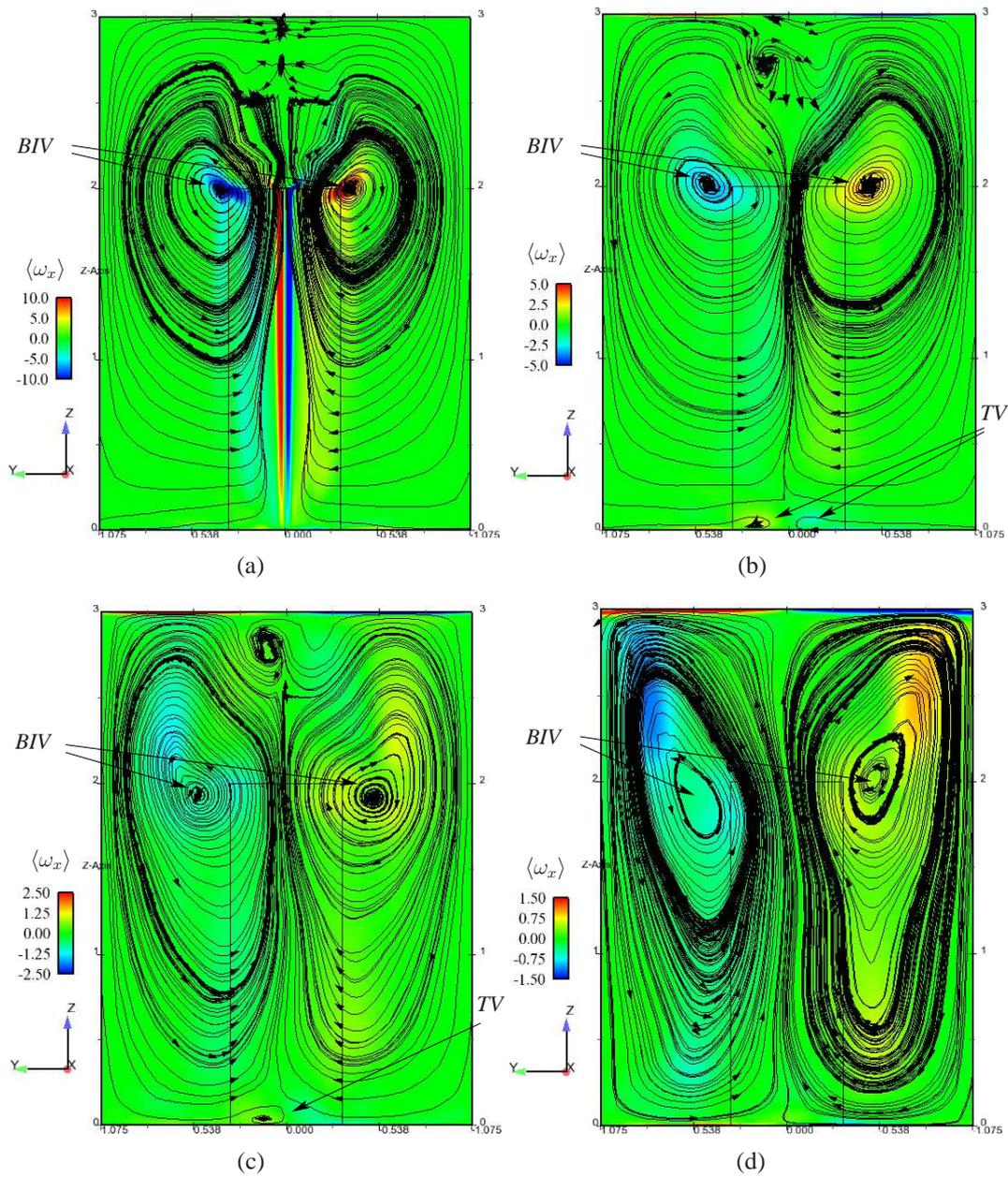


FIG. 4.50 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ pour $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$; $U_b = 0.5 \text{ m/s}$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

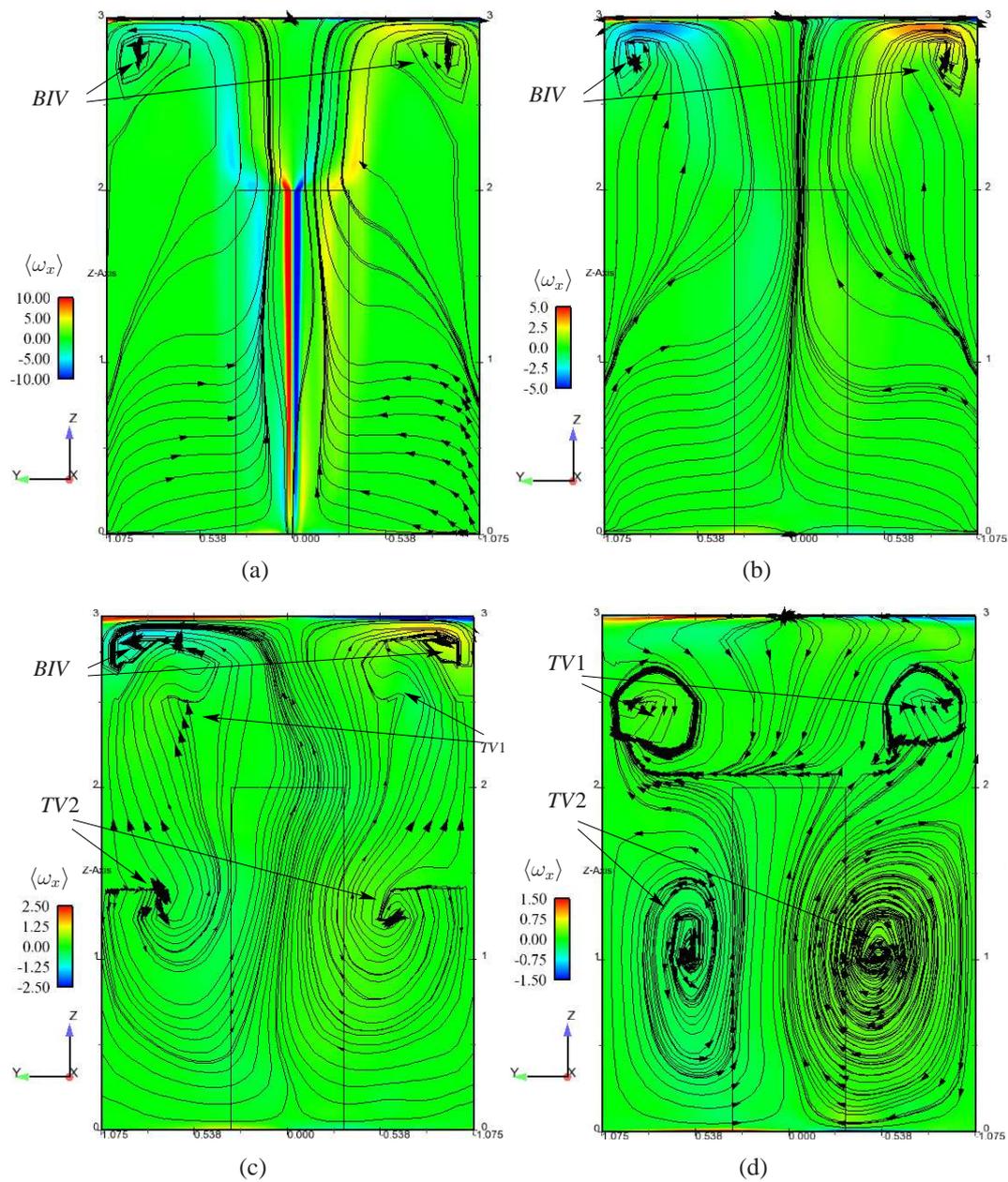


FIG. 4.51 – Lignes de courant moyennes dans différentes sections droites colorées par la vorticité moyenne longitudinale $\langle \omega_x \rangle$ pour $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$; $U_b = 0.25 \text{ m/s}$. (a) : $x/D = 1/2$; (b) : $x/D = 1$; (c) : $x/D = 2$ et (d) : $x/D = 3.5$.

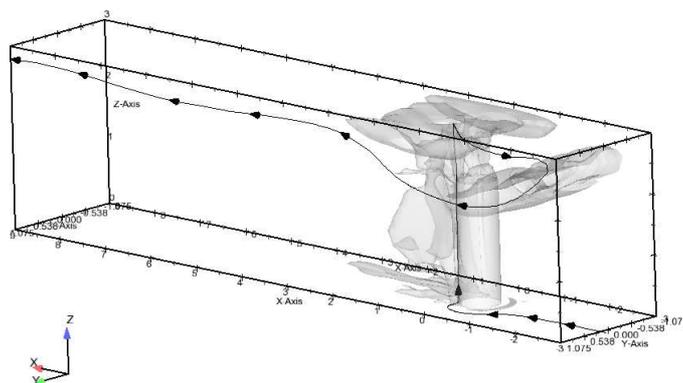


FIG. 4.52 – Illustration 3D du *Ground Vortex* au moyen du critère- Q moyen $\tilde{Q} = 0.4$ et d'une ligne de courant moyenne issue du point $(x/D, y/D, z/H) = (-4.5, 1/2, 0)$.

Les points chauds, visibles sur la figure 4.57(b), sont positionnés plus bas que sur l'expérience. Ces points sont convectés plus loin dans le sillage en restant à leurs positions respectives, voir figures 4.57(a)–(d). Leur ascension débute sur le dernier plan.

À la vitesse de 0.25 m/s, figures 4.58(a)–(d), l'ensemble de l'activité thermique est concentrée dans le ciel de la veine. Le fluide est plus chaud que les températures expérimentales, mais il convient de rappeler que les mesures n'ont pu être effectuées sur le plafond du domaine. Ainsi, il semble que les résultats en température des simulations aillent dans le bon sens.

Conclusion du cas

Cette troisième et dernière partie du chapitre consacrée essentiellement à l'étude de l'écoulement autour d'un cylindre chauffant monté en paroi porte sur le régime de convection naturelle prépondérante.

À nombre de Grashof modifié fixe, la diminution de la vitesse débitante, et donc la diminution du nombre de Richardson modifié, se traduit par une impossibilité à atteindre l'établissement des températures dans toute l'épaisseur du cylindre. Pour pallier cela, on a fait le choix de ne plus résoudre la conduction dans le cylindre. Afin d'appréhender les résultats en convection naturelle, l'influence de la conduction dans l'épaisseur a été analysée sur le cas $(\Phi, U_b) = (330 \text{ W/m}^2, 1 \text{ m/s})$ et sa non-prise en compte se traduit par une dégradation des températures de peau, donc du nombre de Nusselt, en particulier aux points de décollement. Le champ fluide est, quant à lui, faiblement modifié d'après les profils de vitesse et de température moyennes dans le sillage.

L'augmentation du nombre de Richardson modifié fait ressortir une topologie considérablement différente des précédents cas. L'allée de von Kàrmàn n'existe plus du tout ainsi que le tourbillon en forme d'arche. Les tourbillons de flottabilité persistent et occupent un espace considérable dans les différentes sections droites. Les résultats en terme de nombre de Nusselt sont d'une qualité très passable par rapport à l'expérience et affiche la même particularité que celle observée dans le cas

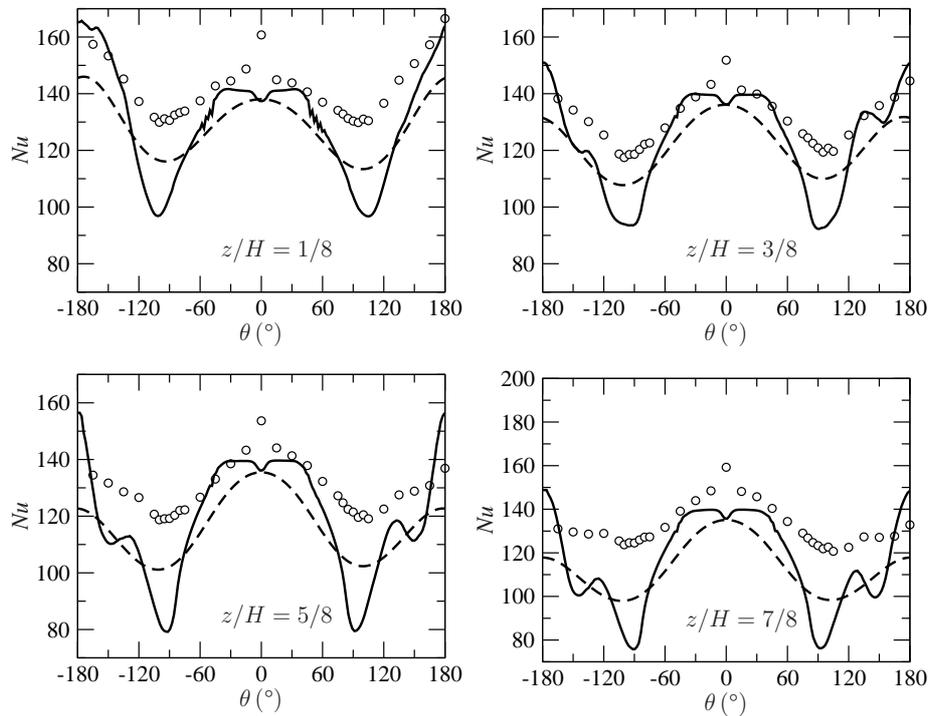


FIG. 4.53 – Profils du nombre de Nusselt à différentes hauteurs pour $U_b = 0.75$ m/s et $\Phi = 850$ W/m². — : k - ω SST, - - - Nu convolué, \circ : essais.

$(\Phi, U_b) = (330$ W/m², 1 m/s) lorsque la conduction n'est plus prise en compte. Les cartographies de température moyenne dans différentes sections droites sont qualitativement en bon accord par rapport à l'expérience et affiche la bonne tendance à mesure qu'on pénètre dans le sillage. Lorsque que la vitesse diminue, l'expérience montre qu'une stratification prend naissance que les résultats de simulation les représentent mal.

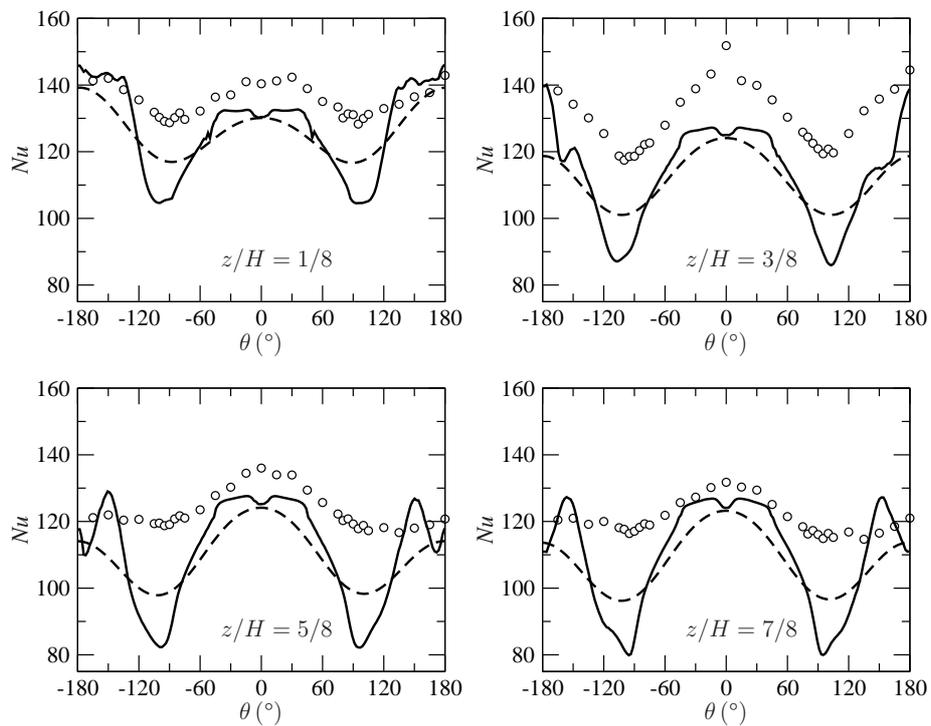


FIG. 4.54 – Profils du nombre de Nusselt à différentes hauteurs pour $U_b = 0.5$ m/s et $\Phi = 850$ W/m². — : $k-\omega$ SST, - - - Nu convolué, o : essais.

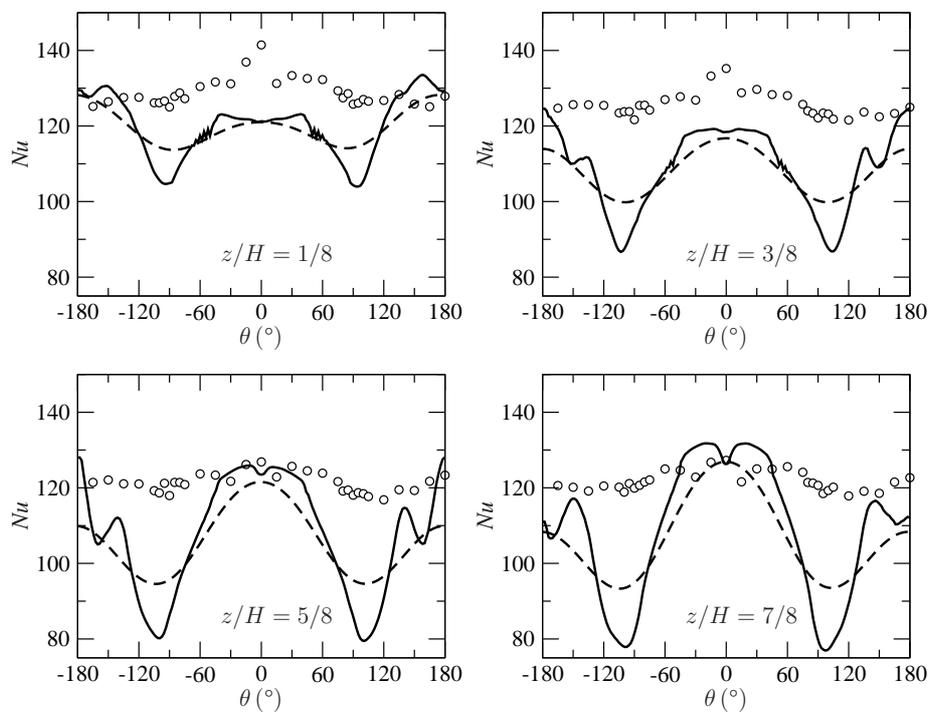


FIG. 4.55 – Profils du nombre de Nusselt à différentes hauteurs pour $U_b = 0.25$ m/s et $\Phi = 850$ W/m². — : $k-\omega$ SST, - - - Nu convolué, o : essais.

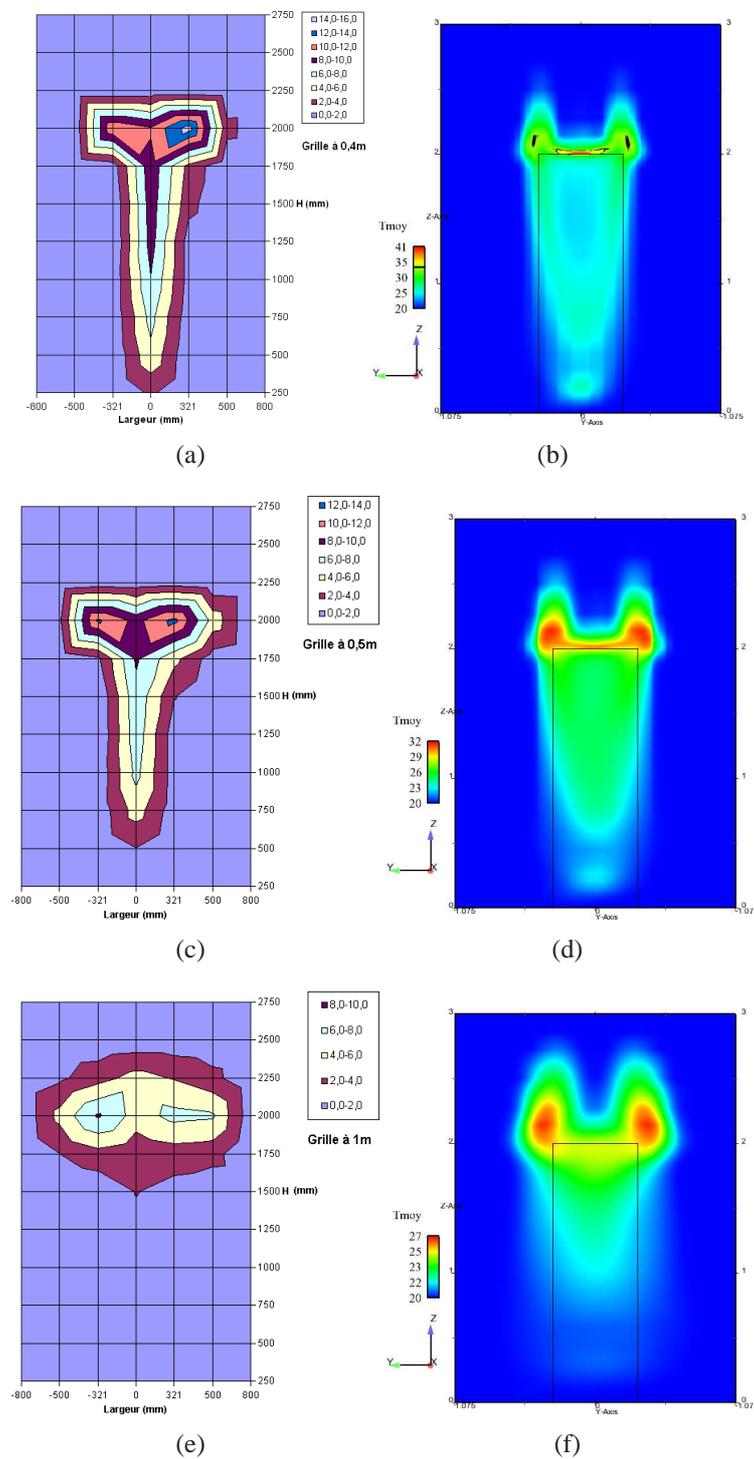


FIG. 4.56 – Comparaison des températures d’air pour le cas $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 0.75 \text{ m/s}$ dans le sillage. Colonne de gauche : expérience ; colonne de droite : simulations. (a), (b) : $x = 40 \text{ cm} \sim 0.6D$; (c), (d) : $x = 50 \text{ cm} \sim 0.8D$; (e), (f) : $x = 100 \text{ cm} \sim 1.5D$.

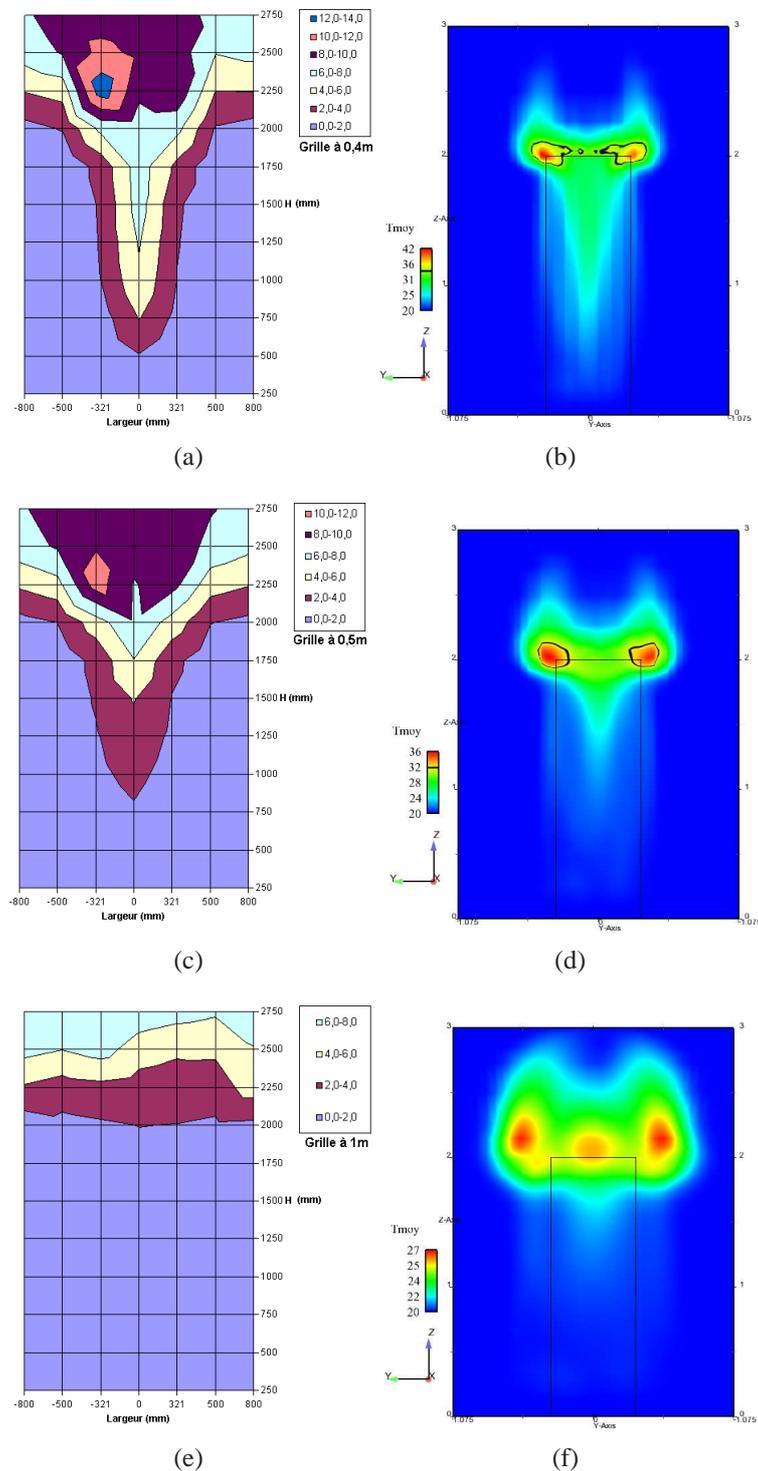


FIG. 4.57 – Comparaison des températures d'air pour le cas $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 0.5 \text{ m/s}$ dans le sillage. Colonne de gauche : expérience ; colonne de droite : simulations. (a), (b) : $x = 40 \text{ cm} \sim 0.6D$; (c), (d) : $x = 50 \text{ cm} \sim 0.8D$; (e), (f) : $x = 100 \text{ cm} \sim 1.5D$.

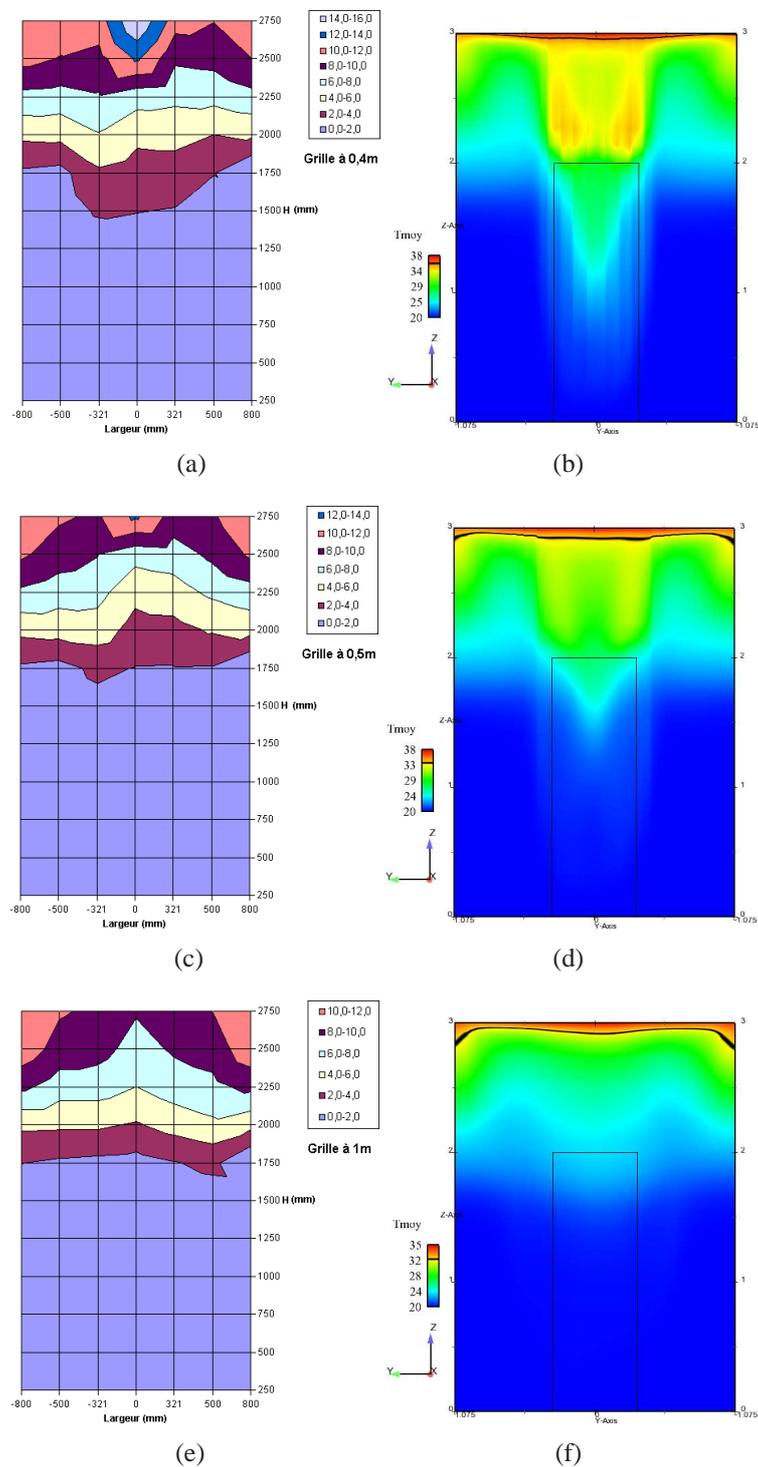


FIG. 4.58 – Comparaison des températures d'air pour le cas $\Phi = 850 \text{ W/m}^2$ et $U_b = 0.25 \text{ m/s}$ dans le sillage. Colonne de gauche : expérience ; colonne de droite : simulations. (a), (b) : $x = 40 \text{ cm} \sim 0.6D$; (c), (d) : $x = 50 \text{ cm} \sim 0.8D$; (e), (f) : $x = 100 \text{ cm} \sim 1.5D$.

Conclusions du chapitre

Des simulations d'un cylindre monté en paroi et soumis à un écoulement transverse en régime sous-critique ont été réalisées. Dans un premier temps, un calcul isotherme a été conduit et comparé à l'expérience menée par le LEA ainsi qu'à la bibliographie. Dans un second temps, des calculs en convection mixte avec la prise en compte de la flottabilité ont été réalisés. Enfin, le régime de convection naturelle a été abordé. Les calculs avec transferts thermiques ont été comparés avec les résultats d'expérience VALIDA. L'intégralité de ces calculs a été menée avec le modèle bas-Reynolds $k-\omega$ SST ; le modèle haut-Reynolds $R_{ij}-\varepsilon$ SSG n'a été testé que sur une seule simulation.

Lorsque le nombre de Reynolds est le plus élevé, soit $Re = 43 \cdot 10^3$, on se trouve en régime de convection mixte. Le code fluide et le code solide sont couplés. Les résultats montrent une topologie de l'écoulement proche de celle de la simulation isotherme. On y retrouve alors une allée de von Kàrmàn, le tourbillon en forme d'arche, des tourbillons de Kelvin–Helmholtz, un tourbillon en fer à cheval, les *Trailing Vortices*, les *Tornado like Vortices* et les *Base Vortex* quelle que soit la valeur de la puissance dégagée par le cylindre. À l'inverse, quand l'influence de la flottabilité augmente, soit pour les puissances 600 et 850 W/m², les calculs ont permis de découvrir des tourbillons sinon formés du moins amplifiés par la flottabilité. Ces structures, non détectées jusqu'à présent d'après la bibliographie rassemblée, sont appelées *Buoyancy-Induced Vortices* en anglais et « Tourbillons de flottabilité » en français. Le nombre de Nusselt et la température dans le sillage du cylindre sont cohérents avec les résultats expérimentaux.

Lorsque $Re < 43 \cdot 10^3$ et $\Phi = 850$ W/m², le régime de convection naturelle prédominante est atteint. Dans un premier temps, le couplage entre les deux codes a été abandonné car les températures dans l'épaisseur du cylindre n'ont pu atteindre l'établissement. L'influence de la conduction a été analysée afin d'appréhender les résultats des futurs calculs. Sa non-prise en compte a un impact direct sur la prévision du nombre de Nusselt mais n'influe pratiquement pas sur tout le reste de l'écoulement. Les résultats de simulation sont qualitativement cohérents avec les résultats expérimentaux mais l'inexistence d'ouvrages bibliographiques dans ce régime de convection ne permet pas d'être aussi optimistes, en terme de fiabilité, que les précédents calculs.

Chapitre 5

Pistes d'amélioration par prise en compte des effets de paroi

Les résultats du chapitre précédent ont montré l'importance de la modélisation de la région de proche paroi. En effet, le modèle $R_{ij}-\varepsilon$ SSG prend certainement mieux en compte l'interaction de la turbulence avec le champ moyen que le $k-\omega$ SST mais au prix de l'utilisation de lois de paroi qui altèrent considérablement les résultats. Les limitations bien connues des modèles au premier ordre et décrites en partie au chapitre 3 nous conduisent à considérer un modèle aux tensions de Reynolds résolvant la couche limite en présence de thermique.

C'est pourquoi, en parallèle des calculs sur la maquette VALIDA présentés au chapitre précédent, nous nous sommes concentrés sur la tentative d'amélioration de la modélisation dans le code. En effet, l'idéal serait d'utiliser un modèle RSM valide en proche paroi associé à une représentation des flux thermiques turbulents plus élaborée que par un modèle de diffusivité turbulente.

On a vu au chapitre 3 que l'on pouvait décliner la modélisation de la turbulence thermique de la même manière que la turbulence dynamique. Ainsi, le degré de sophistication du modèle dépendra de la physique que l'on souhaite représenter et aussi du temps de calcul dont on dispose. Encore aujourd'hui on utilise des formulations algébriques reposant sur l'utilisation de la diffusivité turbulente dont les conséquences sont analogues à l'utilisation de la viscosité turbulente telles que l'alignement du vecteur flux de chaleur avec le gradient de température moyenne et une production de la variance surestimée. La résolution des équations de transport des flux thermiques (ou DFM pour *Differential Flux Model* en anglais) pourrait être une alternative mais le contexte industriel de cette thèse nous oriente vers le développement d'un modèle intermédiaire entre les modèles SGDH et DFM.

Dans le cadre de l'utilisation de modèles RSM, donné par l'équation (3.58), chaque tension de Reynolds est résolue. Contrairement aux modèles du premier ordre, les termes de production sont exacts. Ainsi, seuls trois termes nécessitent une modélisation : la corrélation vitesse-gradient de pression ϕ_{ij}^* , la diffusion turbulente D_{ij}^T et la dissipation ε_{ij} .

Dans le cas du canal plan par exemple, beaucoup de modèles RANS reproduisent

mal le comportement asymptotique de la tension normale à la paroi $\overline{v^2}$ qui évolue en y^4 , y étant la distance normale à la paroi. Ceci induit une surestimation du pic de $\overline{v^2}$ dans les zones de sous-couche visqueuse et tampon. Parallèlement, le pic de $\overline{u^2}$ est sous-estimé car très souvent les hypothèses qui sont utilisées dans les modèles bas-Reynolds sont des extensions des hypothèses des modèles haut-Reynolds telles que localité de la pression et quasi-homogénéité des vitesses. Ces hypothèses ne sont pas valides en proche paroi. Des termes correctifs bien souvent empiriques et non universels sont alors introduits tels que des fonctions d’amortissement et un terme d’écho de paroi. Pour remédier à ces déficiences, Durbin [38] proposa une formulation linéaire basée sur une approche elliptique, la relaxation elliptique, sans avoir recours à des fonctions d’amortissement. Cette formulation a pour conséquence de reproduire notamment l’effet de blocage.

Dans un premier temps, ce chapitre s’articule en la présentation du modèle à pondération elliptique développé par Manceau & Hanjalić [88] puis repris par Manceau [87] d’après les travaux de Durbin [38] sur la relaxation elliptique. Dans un second temps, après s’être assurés que la pondération elliptique demeure valable en présence de flottabilité, on reprend le modèle algébrique des flux thermiques développé par Hanjalić *et al.* [57] valable dans la zone loin de la paroi uniquement, que l’on étendra jusqu’à la paroi d’après le modèle de transport des flux thermiques utilisant la pondération elliptique proposé par Shin *et al.* [130]. Les potentialités des modèles existants et développés seront évaluées sur des cas tests à géométrie simple dans les trois régimes de convection par des tests *a priori* puis par les simulations numériques correspondantes.

5.1 Modélisation des effets de paroi sur la turbulence

5.1.1 Effets induits par la présence d’une paroi

On recense ici les effets importants que la présence d’une paroi génère sur l’écoulement moyen au niveau dynamique ; au niveau thermique, ils seront discutés plus loin dans ce chapitre. Sur le plan dynamique, ces effets sont scindés en deux catégories : les effets dynamiques et les effets cinématiques.

5.1.1.1 Effets dynamiques

Cisaillement moyen

La condition d’adhérence à la paroi engendre un fort gradient de vitesse moyenne qui est à l’origine de la production de la turbulence. Cette production, maximale dans la région $y^+ \simeq 11$, est à l’origine d’une forte inhomogénéité dans la direction normale à la paroi, ce qui fait apparaître des phénomènes de transport. Contrairement aux modèles basés sur la viscosité turbulente, la fermeture au deuxième ordre ne nécessite aucune modélisation des termes de production P_{ij} .

Amortissement visqueux de la turbulence

La condition d'adhérence des vitesses fluctuantes entraîne une chute de la turbulence à l'approche de la paroi où l'énergie cinétique turbulente est dissipée en chaleur. Cette condition entraîne $u = \mathcal{O}(y)$ et $w = \mathcal{O}(y)$, conduit à l'apparition d'in-homogénéités générant des phénomènes de transport turbulent et influe la couche limite vers des régions de plus en plus éloignées de la paroi.

Effet bas-Reynolds

Lorsque le nombre de Reynolds turbulent $Re_T = k^2/\nu\varepsilon$ est suffisamment grand, la turbulence atteint un état limite dans lequel les gros tourbillons, les plus énergétiques, et les petits, sièges de la dissipation, sont séparés de plusieurs ordres de grandeur. Cette séparation d'échelle permet de considérer que les gros tourbillons ne sont pas influencés par la viscosité moléculaire et que les structures dissipatives sont isotropes. En-deçà d'une certaine valeur, les échelles des tourbillons énergétiques et dissipatifs commencent à se recouvrir mutuellement. La viscosité commence à se faire sentir sur les gros tourbillons et la diffusion moléculaire D_{ij}^ν devient significative. Les structures dissipatives perdent alors aussi leur caractère isotrope.

5.1.1.2 Effets cinématiques

Le blocage à la paroi

L'imperméabilité de la paroi impose la condition aux limites $v = 0$ bloquant ainsi les fluctuations normales à la paroi. L'équation de continuité oblige $\partial v/\partial y = 0$ ce qui implique que $v = \mathcal{O}(y^2)$ alors que l'adhérence des vitesses fluctuantes impose $u = \mathcal{O}(y)$ et $w = \mathcal{O}(y)$. On remarque que l'amortissement subi par la tension normale v est bien plus fort que celui subi par les deux autres u et w ; la turbulence atteint un état à deux composantes en proche paroi. Dans la sous-couche visqueuse, $\overline{v^2}$ alimente $\overline{u^2}$ et $\overline{w^2}$ ce qui a tendance à réduire le retour à l'isotropie. Ce phénomène est du à la pression. Pour bien le comprendre, illustrée par la figure 5.1, on peut se représenter une molécule fluide compressible en proche paroi. Une fluctuation de vitesse dirigée vers la paroi crée une augmentation de la pression. En se détendant, le fluide redistribue l'énergie de $\overline{v^2}$ dans toutes les directions. En faisant tendre la compressibilité vers zéro, l'effet de blocage devient instantané alors que l'amortissement visqueux possède une inertie, Perot & Moin [110, 111]. Dans les simulations, la reproduction de l'effet de blocage est conditionnée par la mise à zéro des vitesses fluctuantes ce qui n'est pas possible dans un calcul RANS. Sa prise en compte ne pourra se faire qu'au travers de la corrélation vitesse-gradient de pression.

L'écho de paroi

En écrivant une équation de Poisson sur la pression fluctuante puis en reconstituant la corrélation pression-déformation, le formalisme de Green montre que la pression en un point donné est fonction de la vitesse dans l'intégralité du domaine.

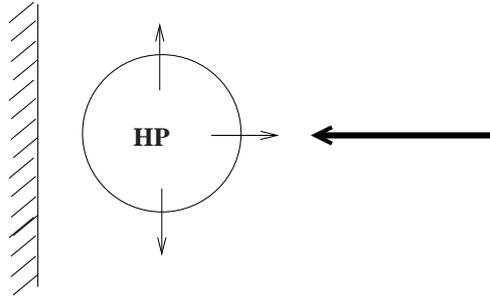


FIG. 5.1 – Visualisation schématique du blocage de paroi.

La pression est dite alors non-locale. La pression est influencée par la turbulence mais aussi par son image par symétrie par rapport à la paroi d'où l'appellation *écho de paroi*. Comme le fluide est incompressible, le phénomène d'écho de paroi est instantané. Comme montré par Manceau *et al.* [90], contrairement à ce qui est souvent cru, l'écho de paroi intensifie la redistribution vers la composante normale à la paroi, mais est d'amplitude relativement faible.

5.1.2 Conséquences sur la modélisation

5.1.2.1 La relaxation elliptique

En développant asymptotiquement les vitesses fluctuantes à l'ordre 1 on obtient :

$$u = \mathcal{O}(y) \quad (5.1)$$

$$v = \mathcal{O}(y^2) \quad (5.2)$$

$$w = \mathcal{O}(y) \quad (5.3)$$

D'après les équations (5.1)-(5.3), en proche paroi, une étude asymptotique des différents termes constituant les équations de transport des tensions de Reynolds montre que les termes de production et de diffusion turbulente sont négligeables par rapport à la dissipation, à la diffusion moléculaire et à la corrélation vitesse-gradient de pression, Manceau & Hanjalić [88]. L'équilibre à reproduire est alors le suivant :

$$\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij} = -D_{ij}^\nu \quad (5.4)$$

Dans l'équation (5.4), la modélisation au second ordre rend le terme de diffusion moléculaire exact. Les deux autres termes sont à modéliser. La modélisation du terme de dissipation demeure un sujet actif de recherche. Hanjalić [55] donne un aperçu des nombreuses pistes explorées menant parfois à des formulations complexes. L'approximation isotrope qui est faite dans la région loin de la paroi est suffisamment correcte pour être conservée. En proche paroi, on retiendra, pour des raisons de simplicité de formulation, la forme donnée par Rotta [122] :

$$\varepsilon_{ij}^w = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \varepsilon \quad (5.5)$$

Les modèles de turbulence qui reproduisent l'équilibre de proche paroi appartiennent à la famille des modèles à relaxation elliptique. Durbin [38] est à l'origine de cette classe de modèles. La corrélation vitesse-gradient de pression est solution d'une équation différentielle linéaire et elliptique qui permet de prendre en compte l'effet non-local de la pression. Cet auteur propose aussi de résoudre une équation elliptique pour modéliser ε_{ij} bien qu'il n'y ait pas de fondement théorique à cela. Par linéarité de l'opérateur, il s'agit en définitive de résoudre une seule équation elliptique pour $F_{ij} = \phi_{ij}^* - (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^w)$, ce qui conduit à :

$$F_{ij} - L^2 \nabla^2 F_{ij} = \phi_{ij}^h - \varepsilon_{ij}^h + \varepsilon_{ij}^w \quad (5.6)$$

L'écriture de l'équation précédente pour la composante 22 montre que la solution en proche paroi ne permet pas de satisfaire $\overline{v^2} = \mathcal{O}(y^4)$. Ceci peut être corrigé en résolvant l'équation (5.6) pour $f_{ij} = F_{ij}/k$ plutôt que pour F_{ij} . Passer de F_{ij} à f_{ij} n'est *a priori* pas possible car k est variable en espace. On peut toutefois trouver une justification théorique dans les travaux de Manceau [86] qui permet ce passage. Le jeu d'équations à résoudre sera alors :

$$f_{ij} - L^2 \nabla^2 f_{ij} = \frac{1}{k} (\phi_{ij}^h - \varepsilon_{ij}^h + \varepsilon_{ij}^w) \quad (5.7)$$

Les conditions aux limites associées sont :

$$\begin{aligned} f_{11}|_w = 0 & & ; & & f_{22}|_w = -\frac{20\nu^2}{\varepsilon} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{v^2}}{y^4} & ; & & f_{33}|_w = 0 \\ f_{12}|_w = -\frac{20\nu^2}{\varepsilon} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{uv}}{y^4} & ; & f_{13}|_w = 0 & & ; & & f_{23}|_w = -\frac{20\nu^2}{\varepsilon} \lim_{y \rightarrow 0} \frac{\overline{vw}}{y^4} \end{aligned} \quad (5.8)$$

La condition à la limite sur f_{22} est exacte et celles sur f_{11} , f_{33} et f_{13} sont arbitraires. Enfin, celles relatives à f_{12} et f_{23} tendent à sous-estimer \overline{uv} et \overline{vw} , Durbin [38].

Le modèle à relaxation elliptique qui consiste à reproduire les effets dynamiques et cinématiques passe par la résolution d'un jeu de 13 équations : 6 pour les tensions de Reynolds, 1 pour la dissipation et 6 pour la corrélation vitesse-gradient de pression. Les composantes du tenseur de pression posent des problèmes de stabilité numérique. Il est nécessaire de les coupler aux tensions de Reynolds ce qui rend ce modèle difficile à implanter dans un code. Une première simplification du modèle a été de résoudre quatre équations pour les variables k , ε , $\overline{v^2}$ et f_{22} , et est plus communément appelé modèle $\overline{v^2}$ - f . On revient alors à un modèle du premier ordre où la viscosité turbulente est calculée par :

$$\nu_t = C_S \overline{v^2} T_d \quad (5.9)$$

On peut remarquer la similitude qui existe entre la relation ((5.9)) et la version simplifiée du modèle à gradient généralisé dans un écoulement en canal plan donnée

par la relation 3.73. L'échelle de temps T_d sera détaillée plus tard. Dans le cadre du canal, $\overline{v^2}$ représente bien la tension normale à la paroi. En géométrie complexe, $\overline{v^2}$ est à regarder comme une échelle scalaire qui prend en compte l'effet de blocage. Malgré les succès de ce modèle, il est à noter qu'il utilise toujours une viscosité turbulente et les conditions aux limites sur f et $\overline{v^2}$ demeurent couplées. La section suivante présente le modèle à pondération elliptique EB-RSM (*Elliptic Blending-Reynolds Stress Model*) basé sur la relaxation elliptique qui a l'avantage d'être plus robuste numériquement que ce dernier et de ne résoudre qu'une seule équation elliptique au lieu de six.

5.1.2.2 La pondération elliptique

Les équations sur les f_{ij} sont redondantes dans le sens où l'échelle de longueur est la même quelle que soit la composante résolue. L'idée est de reproduire l'effet de blocage en ne résolvant qu'une seule équation différentielle portant sur un coefficient de pondération $\alpha \in [0, 1]$ où p est un entier tels que :

$$\phi_{ij}^* = (1 - \alpha^p)\phi_{ij}^w + \alpha^p\phi_{ij}^h \quad (5.10)$$

Les exposants w et h se rapportent aux zones de proche paroi et loin de la paroi (appelée par la suite zone quasi-homogène) respectivement. À la paroi, pour tout type d'écoulement, la condition à la limite sur α est :

$$\alpha|_{y=0} = 0 \quad (5.11)$$

De la sorte, $\phi_{ij}^* = \phi_{ij}^w$ en proche paroi et $\phi_{ij}^* = \phi_{ij}^h$ au loin, là où le blocage n'a plus d'effet. Pour prendre en compte l'effet non local du blocage à la paroi, une équation elliptique et linéaire est proposée pour α analogue aux équations portant sur les f_{ij} du modèle relaxation elliptique de Durbin :

$$\alpha - L^2\nabla^2\alpha = 1 \quad (5.12)$$

Le modèle actif en proche paroi ϕ_{ij}^w doit être choisi de manière à rester cohérent avec le modèle à relaxation elliptique. De la sorte, en posant $\phi_{ij}^w = kf_{ij}^w$, on obtient :

$$\begin{aligned} \phi_{11}^w &= \frac{5}{2}\frac{\varepsilon}{k}\overline{v^2} & ; & & \phi_{22}^w &= -5\frac{\varepsilon}{k}\overline{v^2} & ; & & \phi_{33}^w &= \frac{5}{2}\frac{\varepsilon}{k}\overline{v^2} \\ \phi_{12}^w &= 5\frac{\varepsilon}{k}\overline{uv} & ; & & \phi_{13}^w &= 0 & ; & & \phi_{23}^w &= -5\frac{\varepsilon}{k}\overline{v\overline{v}} \end{aligned} \quad (5.13)$$

La forme limite ϕ_{22}^w est exacte à l'instar de la condition à la limite portant sur f_{22} . Cette forme de ϕ_{22}^w assure la prise en compte de l'effet de blocage de la paroi sur la composante $\overline{v^2}$.

Les formes limites sur ϕ_{11}^w , ϕ_{33}^w et ϕ_{13}^w sont arbitraires. Les deux premières sont choisies de sorte que $\phi_{11}^w = \phi_{33}^w = -2\phi_{22}^w$ afin d'avoir une trace nulle. Le terme ϕ_{ij}^* modélisé ici n'est pas à trace nulle, car il contient la diffusion par la pression. Cependant, les termes ϕ_{11}^* et ϕ_{33}^* étant négligeables en proche paroi devant les termes de dissipation et de diffusion visqueuse, le choix $\phi_{11}^w = \phi_{33}^w = -2\phi_{22}^w$, bien qu'arbitraire, est tout à

fait suffisant. Le choix qui consiste à prendre $\phi_{11}^w = \phi_{33}^w = 0$ a été testé mais donne de moins bons résultats que la formulation précédente, Fadaï [41].

Pour les tensions \overline{uv} et \overline{vw} , en revanche, le modèle comme celui de Durbin, donne un comportement en y^4 au lieu de y^3 . Imposer les bonnes formes limites sur ϕ_{12}^w et ϕ_{23}^w a été testé par Manceau [86], mais cela a donné paradoxalement de moins bons résultats. De plus, il est préférable d'avoir un comportement en y^4 et qui sous-estime \overline{uv} dans une région très limitée plutôt que d'avoir le défaut inverse qui induirait une surestimation du cisaillement.

La relation conduisant aux expressions (5.13) s'écrit de manière générale :

$$\phi_{ij}^w = -5 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_k} n_j n_k + \overline{u_j u_k} n_i n_k - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l} n_k n_l (n_i n_j + \delta_{ij}) \right) \quad (5.14)$$

où \mathbf{n} représente un vecteur unitaire normal à la paroi. En effet, puisque la fonction de pondération est nulle à la paroi, le gradient de α est orthogonal à celle-ci. Alors, la normale peut être calculée comme :

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \alpha}{\|\nabla \alpha\|} \quad (5.15)$$

où la relation (5.15) est définie partout à l'intérieur du domaine considéré. On peut remarquer qu'il n'y a pas de discontinuité de ce vecteur, en particulier dans les angles ; elle prend en compte toutes les parois présentes dans le domaine ; enfin elle est sensible au rayon de courbure de la paroi.

5.1.2.3 Modèle complet

Le modèle à pondération elliptique reproduit la transition de la corrélation vitesse-gradient de pression ϕ_{ij}^* vers un modèle de proche paroi. Il reste toutefois d'autres termes à modéliser :

- il peut être associé à n'importe quel choix de modèle ϕ_{ij}^h , actif uniquement loin de la paroi ;
- la diffusion turbulente D_{ij}^T ;
- le tenseur de dissipation ε_{ij} ;
- l'échelle de longueur de la turbulence intervenant dans l'équation elliptique, voir équation (5.12).

Terme de pression en zone quasi-homogène

On conserve le modèle SSG pour modéliser la corrélation pression-déformation dans la zone quasi-homogène. La constante C_2 est mise à zéro afin de conserver la linéarité du modèle à pondération elliptique.

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^h = & - \left(C_1 + C_1^* \frac{P}{\varepsilon} \right) \varepsilon b_{ij} + C_2 \varepsilon (b_{ik} b_{jk} - \frac{1}{3} b_{kl} b_{kl} \delta_{ij}) + (C_3 - C_3^* \sqrt{b_{kl} b_{kl}}) k S_{ij} \\ & + C_4 \left(b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + C_5 (b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik}) + C_6 \left(G_{ij} - \frac{1}{3} G_{kk} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \quad (5.16)$$

On suppose que le terme de diffusion par la pression, D_{ij}^p , est contenu dans le terme de diffusion turbulente.

Terme de diffusion turbulente

On utilise, ici, le modèle à gradient généralisé de Daly-Harlow qui s'écrit :

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{C_S}{\sigma_k} \overline{u_l u_m} T_d \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_m} \right) \quad (5.17)$$

avec $C_S = 0.21$ et $\sigma_k = 1$. L'échelle de temps de la turbulence T_d est explicitée ultérieurement.

Terme de dissipation

Ce terme est pondéré de la même manière que ϕ_{ij}^* :

$$\varepsilon_{ij} = (1 - \alpha^p) \varepsilon_{ij}^w + \alpha^p \varepsilon_{ij}^h \quad (5.18)$$

avec ε_{ij}^w donné par le modèle de Rotta [122], soit $\varepsilon_{ij}^w = \overline{u_i u_j} / k \varepsilon$ et ε_{ij}^h modèle isotrope calculé par $\varepsilon_{ij}^h = 2/3 \varepsilon \delta_{ij}$.

L'équation exacte de la dissipation, présentée dans l'ouvrage de Chassaing [24] par exemple, est d'interprétation délicate. Elle fait intervenir des corrélations inconnues complexes à modéliser. Aussi, on préfère à cette équation une formulation analogue à l'équation d'énergie cinétique turbulente qui est celle que l'on retiendra :

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \underbrace{C'_{\varepsilon 1} \frac{P}{T_d}}_{P_\varepsilon} - \underbrace{C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon}{T_d}}_{\varepsilon_\varepsilon} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \overline{u_l u_m} T_d \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_m} \right)}_{D_\varepsilon^T} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_k \partial x_k}}_{D_\varepsilon^\nu} \quad (5.19)$$

où $P_\varepsilon, \varepsilon_\varepsilon, D_\varepsilon^T$ et D_ε^ν représentent respectivement la production, la destruction, le transport turbulent et la diffusion visqueuse de la dissipation. On conserve le modèle de Daly-Harlow pour représenter la diffusion turbulente. La constante $C'_{\varepsilon 1}$ est modifiée pour prendre en compte l'augmentation de la production de dissipation en proche paroi. On peut trouver d'autres formulations dans les articles de Manceau *et al.* [89] ou Thielen *et al.* [142] mais nous retiendrons la suivante :

$$C'_{\varepsilon 1} = C_{\varepsilon 1} \left(1 + A_1 (1 - \alpha^p) \sqrt{\frac{k}{\overline{u_i u_j} n_i n_j}} \right) \quad (5.20)$$

La valeur des constantes est donnée plus bas. L'échelle de temps de la turbulence est classiquement choisie telle que $T_d = k/\varepsilon$. En proche paroi, elle tend vers 0 donc $1/T_d \rightarrow +\infty$; c'est pourquoi elle est bornée inférieurement par l'échelle de Kolmogorov :

$$T_d = \text{MAX} \left(\frac{k}{\varepsilon}, C_T \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right) \quad (5.21)$$

Échelle de longueur

L'échelle de longueur L_d de la turbulence qui intervient dans la relaxation elliptique est l'échelle caractéristique de la corrélation en deux points vitesse-laplacien du gradient de pression, Manceau *et al.* [90]. Ces auteurs ont montré, d'après la base de données DNS de Moser *et al.* [95], qu'elle peut être modélisée par l'équation suivante :

$$L_d = C_L \text{MAX} \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right) \quad (5.22)$$

Formulation complète du modèle EB-RSM

Ce paragraphe résume les équations du modèle à pondération elliptique proposé par Manceau [87] avec les valeurs des constantes et conditions limites associées :

$$\phi_{ij}^* = (1 - \alpha^p) \phi_{ij}^w + \alpha^p \phi_{ij}^h \quad (5.23)$$

$$\varepsilon_{ij} = (1 - \alpha^p) \varepsilon_{ij}^w + \alpha^p \varepsilon_{ij}^h \quad (5.24)$$

$$\alpha - L^2 \nabla^2 \alpha = 1 \quad (5.25)$$

$$\phi_{ij}^w = -5 \frac{\varepsilon}{k} \left(\overline{u_i u_k n_j n_k} + \overline{u_j u_k n_i n_k} - \frac{1}{2} \overline{u_k u_l n_k n_l} (n_i n_j + \delta_{ij}) \right) \quad (5.26)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla \alpha}{\|\nabla \alpha\|} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \phi_{ij}^h = & - \left(C_1 + C_1^* \frac{P}{\varepsilon} \right) \varepsilon b_{ij} + (C_3 - C_3^* \sqrt{b_{kl} b_{kl}}) k S_{ij} \\ & + C_4 \left(b_{ik} S_{jk} + b_{jk} S_{ik} - \frac{2}{3} b_{kl} S_{kl} \delta_{ij} \right) + C_5 (b_{ik} \Omega_{jk} + b_{jk} \Omega_{ik}) \end{aligned} \quad (5.28)$$

$$\varepsilon_{ij} = (1 - \alpha^p) \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \varepsilon + \frac{2}{3} \alpha^p \varepsilon \delta_{ij} \quad (5.29)$$

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = C_{\varepsilon_1'} \frac{P}{T_d} - C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon}{T_d} + \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{C_\mu}{\sigma_\varepsilon} \overline{u_l u_m} T_d \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_m} \right) + \nu \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x_k^2} \quad (5.30)$$

$$C_{\varepsilon_1'} = C_{\varepsilon_1} \left(1 + A_1 (1 - \alpha^p) \sqrt{\frac{k}{\overline{u_i u_j n_i n_j}}} \right) \quad (5.31)$$

$$T_d = \text{MAX} \left(\frac{k}{\varepsilon}, C_T \sqrt{\frac{\nu}{\varepsilon}} \right) \quad (5.32)$$

$$L_d = C_L \text{MAX} \left(\frac{k^{3/2}}{\varepsilon}, C_\eta \frac{\nu^{3/4}}{\varepsilon^{1/4}} \right) \quad (5.33)$$

$$D_{ij}^T = \frac{\partial}{\partial x_l} \left(\frac{C_S}{\sigma_k} \overline{u_l u_m} T_d \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_m} \right) \quad (5.34)$$

$$\begin{aligned} C_1 = 3.4 & ; & C_1^* = 1.8 & ; & C_3 = 0.8 & ; & C_3^* = 1.3 & ; & C_4 = 1.25 \\ C_5 = 0.4 & ; & C'_{\varepsilon 1} = 1.44 & ; & C_{\varepsilon 2} = 1.83 & ; & C_S = 0.21 & ; & \sigma_\varepsilon = 1.15 \\ A_1 = 0.028 & ; & \sigma_k = 1 & ; & C_L = 0.125 & ; & C_\eta = 80 & ; & C_T = 6 \end{aligned}$$

$$U_i = 0 ; \quad \overline{u_i u_j} = 0 ; \quad \varepsilon = 2\nu \frac{k}{y^2} ; \quad \alpha = 0.$$

L'exposant p sera explicité à la prochaine section.

Jusqu'à présent, le modèle à pondération elliptique a été validé avec succès sur des cas de convection forcée sans thermique en canal plan pour des $Re_\tau \leq 2000$, en canal avec rotation $Ro_{\text{MAX}} = 2\omega h/U_b = 3$, Manceau [87] et avec thermique dans les trois régimes de convection par Thielen *et al.* [141, 142], Borello *et al.* [17], Shin *et al.* [130] et Shin *et al.* [131] notamment.

5.1.2.4 Influence du nombre de Reynolds sur l'échelle de longueur : tests *a priori*

D'après la formulation de la relaxation elliptique, l'échelle de longueur de la turbulence devrait être un tenseur d'ordre 4, Durbin [38]. Toutefois, le but de cette formulation est de reproduire la physique de proche paroi et l'amortissement de la composante normale plus particulièrement. Les travaux de Manceau & Hanjalic [88] ont permis de justifier l'utilisation d'un scalaire pour reproduire cette phénoménologie. La manière dont la fonction de pondération se met à l'échelle est analysée en calculant une fonction *f a priori*. Il s'agit de reprendre les équations (5.23) et (5.24) dont on prend la différence :

$$\phi_{ij}^* - \varepsilon_{ij} = (1 - f)(\phi_{ij}^w - \varepsilon_{ij}^w) + f(\phi_{ij}^h - \varepsilon_{ij}^h) \quad (5.35)$$

Le terme à gauche de l'égalité est exact : il est donné par les résultats DNS. On inverse la relation précédente pour isoler f tout en se concentrant sur $(\phi_{22}^* - \varepsilon_{22})$ puisqu'il s'agit de la composante la plus importante :

$$f = \frac{(\phi_{22}^{\text{DNS}} - \varepsilon_{22}^{\text{DNS}}) - (\phi_{22}^w - \varepsilon_{22}^w)}{(\phi_{22}^h - \varepsilon_{22}^h) - (\phi_{22}^w - \varepsilon_{22}^w)} \quad (5.36)$$

L'influence du Re_τ en canal plan a été testée en convection forcée d'après les données DNS de Hoyas & Jimenez [59], Iwamoto *et al.* [66] et Moser *et al.* [95] pour des Re_τ compris entre 180 et 2000.

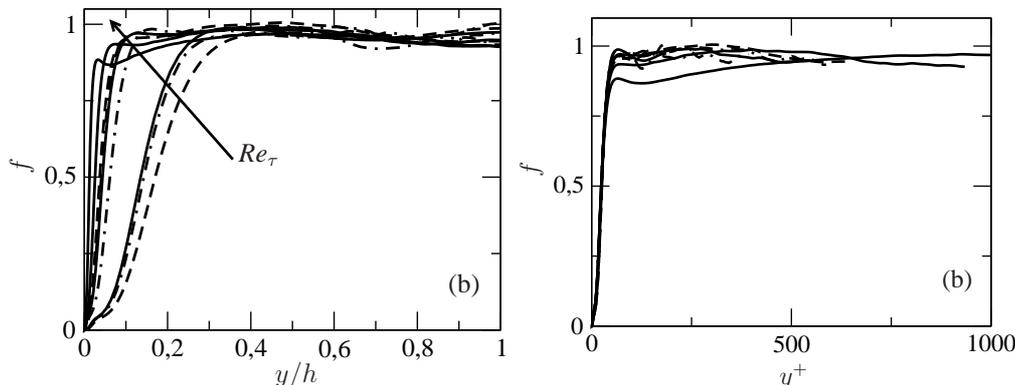


FIG. 5.2 – Fonction de pondération f en canal plan sans thermique ; — : Hoyas & Jimenez [59] $Re_\tau = 180, 550, 950, 2000$; - - - : Iwamoto *et al.* [66] $Re_\tau = 150, 640$; - · - · - : Moser *et al.* [95] $Re_\tau = 180, 395, 590$.

Tracée en fonction de y/h , la figure 5.2(a) montre que l'augmentation du Re_τ raidit la pente de la fonction de pondération. L'échelle de longueur diminue lorsque Re_τ augmente. De cette manière, on peut clairement voir l'influence du blocage de la paroi.

En revanche, tracée en fonction de y^+ , figure 5.2(b), on peut constater l'invariance de l'échelle de longueur en proche paroi quel que soit le Re_τ . La même observation est constatée *a posteriori* par Manceau [87]. On peut déduire de l'équation (5.36) que l'échelle de longueur se met à « l'échelle » lorsque l'adimensionnement est réalisé en unités de paroi, i.e. par u_τ et ν .

Alors que l'ensemble des courbes de la fonction f *a priori* tend vers 1, lorsque $Re_\tau = 2000$ ce n'est pas le cas dès $y^+ > 50$, ce qui se traduit par $\phi_{22}^{\text{DNS}} \neq \phi_{22}^h$ en zone quasi-homogène. Le modèle SSG semble avoir des difficultés à reproduire les effets dus à l'augmentation du nombre de Reynolds.

Comme il a été vu à la section précédente, un exposant est affecté à la fonction de pondération. Sa valeur est de 2 depuis les travaux de Thielen *et al.* [142] alors que ce coefficient évolue en y^3 à l'approche la paroi comme le montrent Manceau & Hanjalić [88] et la figure 5.3. La raison de ce choix provient de la même analyse que ci-dessus, mais en ne prenant en compte que ϕ_{ij}^* et pas ε_{ij} , i.e. en remplaçant (5.36) par :

$$f = \frac{\phi_{22}^{\text{DNS}} - \phi_{22}^w}{\phi_{22}^h - \phi_{22}^w} \quad (5.37)$$

On obtient alors un comportement de f en y^2 . La prise en compte de ε_{ij} dans l'analyse est en fait la bonne marche à suivre : c'est pourquoi la valeur de l'exposant que nous retiendrons tout au long de ce manuscrit sera $p = 3$.

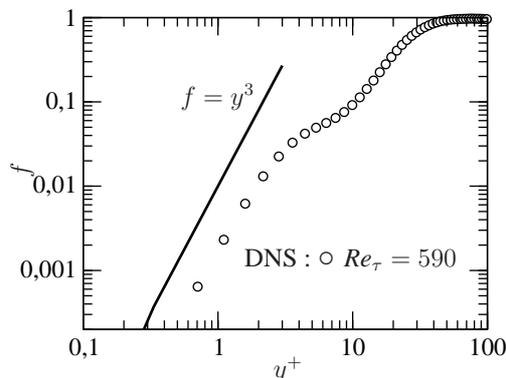


FIG. 5.3 – Comparaison entre le profil DNS de f et son approximation en proche paroi pour $Re_\tau = 590$.

5.2 Prise en compte des effets de paroi dans la modélisation de la thermique

5.2.1 Validité de la pondération elliptique

On peut se demander si l'introduction du terme de flottabilité dans les équations de transport des tensions de Reynolds, G_{ij} , modifie l'équilibre de proche paroi, donné par l'équation (5.4) que l'on essaie de reproduire. Pour cela, on développe les termes de production par gradient de vitesse et par flottabilité, de dissipation, de diffusion et de vitesse-gradient de pression sous forme de séries de Taylor, voir tableau 5.1. On peut remarquer que ce terme additionnel ne modifie aucunement l'équilibre *redistribution-dissipation-diffusion moléculaire* dans la mesure où pour chaque composante, on a le rapport suivant $G_{\delta\gamma}/\phi_{\delta\gamma}^* = \mathcal{O}(y)$ ¹. L'écart d'un ordre de grandeur entre ces deux termes nous amène à la conclusion que le modèle à pondération elliptique ne nécessite aucune modification en dehors de la prise en compte du terme de production par flottabilité G_{ij} dans l'équation de transport des $\overline{u_i u_j}$, de flottabilité $C_6 \left(G_{ij} - \frac{2}{3} G_{kk} \delta_{ij} \right)$ dans le modèle SSG et $G_k = G_{ii}$ dans l'équation de la dissipation.

Cependant, on pourrait s'attendre à une modification de la zone de transition, accélération ou retardement vers le modèle ϕ_{ij}^h , entre les régions de proche paroi et quasi-homogène, remettant ainsi en cause la validité de l'équation (5.25). En utilisant les données DNS de Kasagi & Nishimura [70], nous allons voir que la fonction de pondération calculée *a priori* n'est que faiblement modifiée dans la zone où la convection naturelle est prépondérante.

¹La convention d'Einstein sur les indices répétés n'est pas utilisée pour cette expression.

	D_{ij}^v	ϕ_{ij}^*	ε_{ij}	P_{ij}	D_{ij}^T	G_{ij}
$\overline{u^2}$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$
$\overline{v^2}$	$\mathcal{O}(y^2)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$\mathcal{O}(y^5)$	$\mathcal{O}(y^5)$	$\mathcal{O}(y^3)$
$\overline{w^2}$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$
\overline{uw}	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^2)$
\overline{vw}	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(1)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$
\overline{vw}	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y)$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^2)$

TAB. 5.1 – Ordre des termes du bilan des tensions de Reynolds en présence de forces de flottabilité.

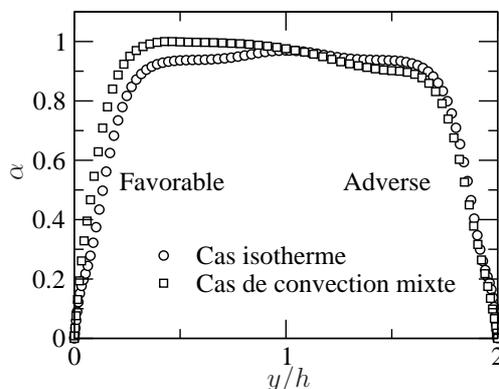


FIG. 5.4 – Influence de la flottabilité sur α évalué *a priori* par équation (5.36). Données DNS : Kasagi & Nishimura [70].

5.2.2 Effets de la thermique sur l'échelle de longueur

Il a été vu au paragraphe §5.2.1 que l'introduction du terme de flottabilité ne modifiait pas l'équilibre asymptotique de proche paroi pour chaque tension de Reynolds. En revanche, en s'éloignant de la paroi, cet équilibre évolue et les autres termes constituant les équations de transport des tensions de Reynolds interviennent. Ainsi, la flottabilité agira sur la turbulence qui influera sur l'échelle de longueur et donc sur le profil de la fonction de pondération. Afin d'avoir un meilleur aperçu de ces variations, on a réalisé des tests *a priori* en convection mixte et en convection naturelle d'après les bases de données DNS de Kasagi & Nishimura [70] et de Versteegh & Nieuwstadt [147] respectivement. On comparera le résultat obtenu en convection mixte avec son homologue en convection forcée pour le même Re_τ .

Sur la figure 5.4 on désigne par « côté adverse » le côté où la flottabilité ralentit l'écoulement. Celui-ci montre que l'échelle de longueur est très proche de celle du cas isotherme. L'autre côté, désigné par « côté favorable », indique que l'échelle de longueur est faiblement modifiée en proche paroi, et un peu plus à mesure qu'on s'en éloigne. Sur cette figure, les résultats *a priori* sont adimensionnés par le Re_τ évalué

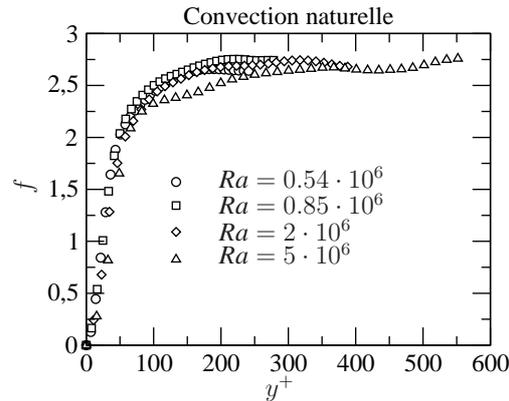


FIG. 5.5 – Influence de la flottabilité sur α évalué *a priori* par équation (5.36). Données DNS : Versteegh & Nieuwstadt [147].

sur la paroi froide. De ces résultats on peut conclure que l'échelle de longueur ne nécessite pas de modifications particulières pour reproduire des écoulements en convection mixte. Sur le côté favorable, on remarque néanmoins que l'échelle de longueur est plus petite que dans le cas isotherme. Cette observation est cohérente avec les résultats DNS de Kasagi & Nishimura [70] ainsi que les simulations de Shin *et al.* [130] qui constatent que l'augmentation de la flottabilité, ou du nombre de Richardson (défini par $Ri = Gr/Re_b^2$) atténue la turbulence et donc l'échelle de longueur.

On a vu que l'introduction du terme de flottabilité ne modifie pas l'équilibre de proche paroi entre les termes de *redistribution-dissipation-diffusion moléculaire*. Ainsi, on suppose que le modèle à pondération elliptique ne nécessite aucune modélisation supplémentaire à part la prise en compte de la flottabilité. Figure 5.4, le test *a priori* de la fonction de pondération montre une légère modification de la transition entre les zones de proche paroi et quasi-homogène. La fonction de pondération, voir équation (5.36), varie toujours entre 0 et 1 même si le profil devient dissymétrique. La pente en proche paroi, i.e. l'influence de la paroi, est faiblement modifiée, ce qui peut être expliqué et reproduit par l'influence de la gravité sur la turbulence et donc sur l'échelle de longueur.

La figure 5.5 montre les résultats *a priori* en convection naturelle. En très proche paroi, ces courbes et celles de la figure 5.4 présentent une certaine similitude. On peut voir clairement des différences quantitatives entre ces profils et ceux de convection forcée et mixte. Alors que dans ces derniers les profils de f sont pratiquement toujours inférieurs à 1, cette limite est largement dépassée en convection naturelle : le modèle SSG est donc faux d'un facteur 2.5 au centre du demi-canal. La comparaison des bilans de la tension normale à la paroi montre que les termes dominants loin de celle-ci sont différents dans chacun des cas : en convection forcée, l'équilibre est assuré par la dissipation et la diffusion turbulente alors qu'en convection naturelle, seules la diffusion par la pression et la diffusion visqueuse sont négligeables. On peut s'attendre à des difficultés pour reproduire la convection naturelle.

5.2.3 Formulation d'un modèle algébrique thermique

À l'instar des modèles algébriques qui existent en turbulence dynamique, on peut bâtir des modèles algébriques pour calculer les flux thermiques turbulents. Leur intérêt repose dans la simplicité de leur formulation et dans les avancées qu'ils proposent dans la représentation de différents phénomènes physiques par rapport à des modèles utilisant l'hypothèse de diffusivité turbulente. Pour ces raisons, cette classe de modèles suscite un vif intérêt depuis plusieurs années.

Dans l'équation de la température moyenne, équation (3.29), la corrélation $\overline{u_i \theta}$ est inconnue. Outre les différentes formulations que nous avons détaillées au chapitre 3, nous nous plaçons dans une démarche du type modélisation du deuxième ordre et donc écrivons une équation de transport pour chaque composante des flux thermiques turbulents. Pour ce faire, on va considérer que les écarts de température sont faibles et appliquer l'approximation de Boussinesq, ce qui suppose que la masse volumique est considérée comme constante, sauf dans le terme de flottabilité dans lequel elle varie linéairement avec la température : $\rho(T) = \rho_0(1 - \beta \Delta T)$. Moyennant cette hypothèse, on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i \theta}}{Dt} = & \underbrace{-\overline{u_i u_k} \frac{\partial T}{\partial x_k}}_{P_{\theta i}^T} \underbrace{-\overline{u_k \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}}_{P_{\theta i}^U} \underbrace{-g_i \beta \overline{\theta^2}}_{G_{\theta i}} \underbrace{-\frac{\overline{\theta}}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}}_{\phi_{\theta i}^*} \\ & + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k} \left[\underbrace{\left(\lambda \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} u_i + \nu \overline{\theta} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{D_{\theta i}^{\nu}} \underbrace{-\overline{u_i u_k \theta}}_{D_{\theta i}^T} \right]}_{D_{\theta i}}}_{\mathcal{P}_{\theta i}} \underbrace{- (\lambda + \nu) \frac{\partial \overline{\theta}}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k}}_{\varepsilon_{\theta i}} \end{aligned} \quad (5.38)$$

où $\mathcal{P}_{\theta i}$, $\phi_{\theta i}^*$, $D_{\theta i}$ et $\varepsilon_{\theta i}$ représentent respectivement les termes de production, de corrélation température-gradient de pression, de diffusion totale et de dissipation. Le terme de production se décompose en la somme de la production due au gradient de température $P_{\theta i}^T$, au gradient de vitesse $P_{\theta i}^U$ et aux fluctuations de température $G_{\theta i}$. Le terme température-gradient de pression est aussi appelé terme de brouillage.

Nous avons vu au chapitre 3 que l'utilisation d'un modèle de turbulence au premier ordre conditionnait l'utilisation d'une fermeture thermique basée sur le concept de diffusivité turbulente, ou SGDH. Le passage à la résolution du tenseur de Reynolds permet de rendre compte de l'anisotropie des flux thermiques comme l'ont reproduit Ince & Launder [65] avec l'introduction du modèle GGDH qui correspond au terme de production $P_{\theta i}^T$. Or, en l'absence de gradient de température comme il existe dans la zone centrale d'un écoulement de type Rayleigh-Bénard, le GGDH prédit un flux longitudinal nul alors que ce n'est pas le cas. Par suite, Hanjalić [55] proposa l'AFM qui consistait en la prise en compte des trois termes de production de l'équation (5.38). Les premières applications de ce modèle ont débuté avec Hanjalić *et al.*

[57] puis Kenjereš & Hanjalić [73]. Ultérieurement, Dol *et al.* [37] ont apporté le fondement théorique pour justifier l'utilisation de l'AFM. Enfin, pour mémoire, on rappellera qu'il est possible d'obtenir des modèles algébriques en utilisant la méthode de projection de Galerkin sur une base tensorielle, So *et al.* [134].

On reproduit ici les différentes étapes qui conduisent au développement du modèle AFM qui constitueront la première phase vers un nouveau modèle, le modèle algébrique des flux thermiques avec pondération elliptique.

En regroupant les termes de production en $\mathcal{P}_{\theta i}$ et les termes de diffusion en $\mathcal{D}_{\theta i}$, l'équation (5.38) s'écrit symboliquement :

$$\frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt} = \mathcal{P}_{\theta i} + \phi_{\theta i}^* + \mathcal{D}_{\theta i} - \varepsilon_{\theta i} \quad (5.39)$$

On définit le vecteur des flux thermiques turbulents adimensionné, équivalent de l'anisotropie :

$$\zeta_i = \frac{\overline{u_i\theta}}{k^{1/2}\overline{\theta^2}^{1/2}} \quad (5.40)$$

On peut déterminer l'équation de transport de ζ_i en écrivant :

$$\frac{D\zeta_i}{Dt} = \frac{1}{k^{1/2}\overline{\theta^2}^{1/2}} \frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt} - \frac{\overline{u_i\theta}}{2k^{3/2}\overline{\theta^2}^{1/2}} \frac{Dk}{Dt} - \frac{\overline{u_i\theta}}{2k^{1/2}\overline{\theta^2}^{3/2}} \frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} \quad (5.41)$$

La plupart des modèles algébriques dynamiques utilisent deux hypothèses : d'une part, celle d'équilibre faible qui suppose l'équilibre de l'anisotropie le long d'une trajectoire ce qu'on traduit par $\frac{Db_{ij}}{Dt} = 0$ et d'autre part l'équilibre entre les termes de diffusion des tensions de Reynolds et d'énergie cinétique turbulente qui se traduit par $\mathcal{D}_{\overline{u_i u_j}} = \frac{\overline{u_i u_j}}{k} \mathcal{D}_k$. Dans notre cas, en s'appuyant sur ces deux hypothèses, on obtient :

$$\frac{D\zeta_i}{Dt} = 0 \quad (5.42)$$

ce qui revient à une relation entre les inverses des échelles de temps :

$$\frac{D\overline{u_i\theta}}{Dt} = \frac{1}{2}\overline{u_i\theta} \left(\frac{1}{k} \frac{Dk}{Dt} + \frac{1}{\overline{\theta^2}} \frac{D\overline{\theta^2}}{Dt} \right) \quad (5.43)$$

et de même pour les termes de diffusion :

$$\mathcal{D}_{\theta i} = \frac{1}{2}\overline{u_i\theta} \left(\frac{1}{k} \mathcal{D}_k + \frac{1}{\overline{\theta^2}} \mathcal{D}_{\overline{\theta^2}} \right) \quad (5.44)$$

En notant respectivement $\mathcal{P}_{\theta i}$, $P_k = P + G$, $P_{\overline{\theta^2}}$ les termes de production de $\overline{u_i\theta}$, k et $\overline{\theta^2}$, et $\mathcal{D}_{\theta i}$, \mathcal{D}_k , $\mathcal{D}_{\overline{\theta^2}}$ leurs termes de diffusion totale (moléculaire + turbulente), l'équation (5.38) s'écrit alors :

$$\left(\mathcal{P}_{\theta i} - \frac{\overline{u_i \theta}}{2k} P_k - \frac{\overline{u_i \theta}}{2\overline{\theta^2}} P_{\overline{\theta^2}} \right) + \phi_{\theta i}^* - \left(\varepsilon_{\theta i} - \frac{\overline{u_i \theta}}{2k} \varepsilon - \frac{\overline{u_i \theta}}{2\overline{\theta^2}} \varepsilon_{\overline{\theta^2}} \right) = 0 \quad (5.45)$$

En suivant les travaux de Launder [79] pour la modélisation du terme rapide et de Kenjereš *et al.* [72] pour le terme lent, une forme simple du terme de température-gradient de pression $\phi_{\theta i}^* = -\frac{\theta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i}$ peut s'écrire :

$$\phi_{\theta i}^* = -C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u_i \theta} - C'_{\theta 1} a_{ij} \overline{u_j \theta}) - C_{\theta 2} P_{\theta i}^U - C'_{\theta 2} P_{\theta i}^T - C_{\theta 3} G_{\theta i} \quad (5.46)$$

La dissipation des flux thermiques est négligée, d'où :

$$\varepsilon_{\theta i} = 0 \quad (5.47)$$

D'après Hanjalić [56], si cette hypothèse est souvent justifiée lorsque la turbulence est supposée isotrope, dans le cas d'un canal différentiellement chauffé, la DNS de Versteegh & Nieuwstadt [147] montre que ce terme demeure petit y compris en proche paroi où les échelles dissipative et énergétique sont du même ordre de grandeur. Cette hypothèse est supposée valide sur des écoulements à faibles nombres de Rayleigh, donc à faibles Re_τ .

En insérant cette hypothèse dans l'équation (5.45), il vient :

$$\overline{u_i \theta} = \frac{C_{\theta 2} P_{\theta i}^U + C'_{\theta 2} P_{\theta i}^T + C_{\theta 3} G_{\theta i} - \chi \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j \theta}}{-C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} + \frac{1}{2k} (P_k - \varepsilon) + \frac{1}{2\overline{\theta^2}} (P_{\overline{\theta^2}} - \varepsilon_{\overline{\theta^2}})} \quad (5.48)$$

Si, de plus on suppose que la turbulence dynamique et la turbulence thermique sont en équilibre, soit $P_k - \varepsilon = 0$ et $P_{\overline{\theta^2}} - \varepsilon_{\overline{\theta^2}} = 0$ respectivement, l'équation (5.48) se résume au modèle non-linéaire des flux thermiques turbulents (NL-AFM pour *Non-linear Algebraic Flux Model* en anglais), Kenjereš *et al.* [72] :

$$\overline{u_i \theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[\zeta \overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \xi \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2} - \chi \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j \theta} \right] \quad (5.49)$$

où les constantes sont données par :

$$\begin{aligned} C_\theta &= C'_\theta / C_{\theta 1} \\ \zeta &= 1 - C'_{\theta 2} \\ \xi &= 1 - C_{\theta 2} \\ \eta &= 1 - C_{\theta 3} \\ \chi &= C'_{\theta 1} / C_\theta / C'_\theta \end{aligned} \quad (5.50)$$

La calibration retenue est la même que celle utilisée dans le modèle développé par Launder [79] relativement au terme rapide, i.e. $C_{\theta 1} = 3.0$, $C'_{\theta 2} = 0$, $C_{\theta 2} = C_{\theta 3} = 0.55$ et celle de Kenjereš *et al.* [72] pour la partie non-linéaire du terme lent, soit $C'_{\theta 1} = 1.5$. On remarquera qu'une constante de re-calibration C'_θ a été ajoutée, l'équation (5.48) donnant en fait $C_\theta = 1/C_{\theta 1}$. Étant données les hypothèses utilisées pour passer de

l'équation de transport à l'équation (5.49) (équilibre faible, puis équilibre de la turbulence dynamique et thermique), cette re-calibration est nécessaire pour s'assurer la bonne reproduction du flux normal en convection forcée. Sa valeur, tirée des travaux de Launder [79] à la paroi, est $C'_\theta = 0.63$. Calibrée sur le cas de convection forcée de Abe & Kawamura [2] pour $Re_\tau=640$, on retiendra $C'_\theta = 0.68$ pour les modèles EB-AFM et EB-GGDH, et $C'_\theta = 0.705$ pour les modèles de type AFM et GGDH. Enfin, on pourra remarquer qu'en prenant $\chi = 0$, l'équation (5.49) se réduit au modèle AFM et en imposant $\xi = \eta = \chi = 0$ on retrouve le modèle GGDH.

5.2.4 Modèle algébrique des flux thermiques avec pondération elliptique

Le modèle proposé par Launder [79], équation (5.46), et par extension les modèles AFM/NL-AFM sont des modèles haut Reynolds. Par conséquent, ils ne tiennent pas compte de l'impact de la paroi sur la turbulence. Pour remédier à cela, on propose dans la présente section d'appliquer la méthodologie utilisée en pondération elliptique sur les flux thermiques afin de bâtir un nouveau modèle : le modèle algébrique des flux thermiques avec pondération elliptique, EB-AFM (pour *Elliptic Blending-Algebraic Flux Model* en anglais). Ce modèle correspond à la version algébrique du modèle de transport des flux thermiques avec pondération elliptique proposé par Shin *et al.* [130].

Puisque satisfaire le comportement de proche paroi est la base de la modélisation bas-Reynolds, les termes à modéliser dans l'équation de transport des flux thermiques, équation (5.38), vont être repris et leurs comportements en proche paroi analysés. Pour ce faire, on développe sous forme de séries de Taylor les fluctuations de vitesse et de température à proximité de la paroi données par les équations (5.51)-(5.54).

$$u = a_1 y + \mathcal{O}(y^2) \quad (5.51)$$

$$v = b_2 y^2 + \mathcal{O}(y^3) \quad (5.52)$$

$$w = c_1 y + \mathcal{O}(y^2) \quad (5.53)$$

$$\theta = d_1 y + \mathcal{O}(y^2) \quad (5.54)$$

L'introduction de ces développements dans les termes formant les équations de transport des flux thermiques turbulents conduit au tableau 5.2. On a alors le comportement asymptotique des différents termes constituant l'équation (5.38).

De manière similaire au cas des tensions de Reynolds, l'équilibre de proche paroi à reproduire est constitué des termes de dissipation, diffusion moléculaire et corrélation température-gradient de pression. Dans le bilan de la composante soumise à l'effet de blocage, $\overline{v\theta}$, $\phi_{\theta i}^*$ intervient à l'ordre dominant en équilibrant la diffusion moléculaire et la dissipation. Sur les deux autres composantes, $\phi_{\theta i}^*$ intervient à l'ordre 1 qui n'est pas l'ordre dominant, mais demeure supérieur d'au moins un ordre de grandeur aux autres termes. Dans tous les cas, $\phi_{\theta i}^*$ est du même ordre de grandeur que $(\varepsilon_{\theta i} - D_{\theta i}')$ et c'est donc l'équilibre suivant qu'il faudra reproduire :

	$P_{\theta i}^U$	$P_{\theta i}^T$	$G_{\theta i}$	$\phi_{\theta i}^*$	$-\varepsilon_{\theta i}$	$D_{\theta i}^\nu$	$D_{\theta i}^t$
$\overline{u\theta}$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$-2\nu\overline{a_2d_1}y$	$-(\lambda + \nu)\overline{a_1d_1}$	$(\lambda + \nu)\overline{a_1d_1}$	$\mathcal{O}(y^3)$
$\overline{v\theta}$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^4)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$-2\nu\overline{b_2d_1}y$	$-2(\lambda + \nu)\overline{b_2d_1}y$	$(2\lambda + 4\nu)\overline{b_2d_1}y$	$\mathcal{O}(y^4)$
$\overline{w\theta}$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^3)$	$\mathcal{O}(y^2)$	$-2\nu\overline{c_2d_1}y$	$-(\lambda + \nu)\overline{c_1d_1}$	$(\lambda + \nu)\overline{c_1d_1}$	$\mathcal{O}(y^3)$

TAB. 5.2 – Comportement de proche paroi de l'équation de transport des flux thermiques.

$$\phi_{\theta i}^* - \varepsilon_{\theta i} = -D_{\theta i}^\nu \quad (5.55)$$

$D_{\theta i}^\nu$ participe à l'ordre dominant au bilan des $\overline{u_i\theta}$ en proche paroi. On peut reproduire son comportement asymptotique en utilisant le modèle de Shikazono & Kasagi [129] :

$$D_{\theta i}^\nu = \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\frac{\nu + \lambda}{2} \frac{\partial \overline{u_i\theta}}{\partial x_k} + n_i n_j \frac{\nu - \lambda}{6} \frac{\partial \overline{u_j\theta}}{\partial x_k} \right) \quad (5.56)$$

Le terme de brouillage $\phi_{\theta i}^*$ et la dissipation des flux $\varepsilon_{\theta i}$ sont les autres termes à modéliser et, pour reproduire la transition vers des modèles de proche paroi, ils requièrent une attention particulière. En suivant l'approche portant sur les tensions de Reynolds, l'équilibre de proche paroi donné par l'équation (5.55) peut être reproduit en utilisant la pondération suivante :

$$\phi_{\theta i}^* - \varepsilon_{\theta i} = (1 - \alpha^3)(\phi_{\theta i}^w - \varepsilon_{\theta i}^w) + \alpha^3(\phi_{\theta i}^h - \varepsilon_{\theta i}^h) \quad (5.57)$$

Les modèles \cdot^h , valides en zone quasi-homogène, sont ceux décrits à la section précédente avec les équations (5.46) et (5.47). La forme limite en proche paroi $\varepsilon_{\theta i}^w$ est donnée par Shin *et al.* [130] :

$$\varepsilon_{\theta i}^w = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i\theta} \quad (5.58)$$

Appliqué à la composante normale, ce modèle s'écrit $\varepsilon_{\theta 2}^w = -(\lambda + \nu)\overline{b_2d_1}y$ qui ne satisfait pas exactement le bon comportement asymptotique, puisqu'il y a un facteur 2 manquant par rapport à la composante $\overline{v\theta}$ théorique d'après le tableau 5.2. L'idée, comme en pondération elliptique pour les $\overline{u_i u_j}$, est de compenser cela en utilisant pour le terme de proche paroi :

$$\phi_{\theta i}^w = - \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \right] \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j\theta} n_i n_j \quad (5.59)$$

En définitive, à l'ordre dominant, avec les trois modèles donnés par les équations (5.56), (5.58) et (5.59), le comportement des termes constituant l'équilibre de proche paroi des flux thermiques est résumé dans le tableau 5.3.

	$\phi_{\theta i}^*$	$-\varepsilon_{\theta i}$	$D_{\theta i}^\nu$
$\overline{u\theta}$	0	$-(\lambda + \nu)\overline{a_1 d_1}$	$(\lambda + \nu)\overline{a_1 d_1}$
$\overline{v\theta}$	$-(\lambda + 3\nu)\overline{b_2 d_1 y}$	$-(\lambda + \nu)\overline{b_2 d_1 y}$	$(2\lambda + 4\nu)\overline{b_2 d_1 y}$
$\overline{w\theta}$	0	$-(\lambda + \nu)\overline{c_1 d_1}$	$(\lambda + \nu)\overline{c_1 d_1}$

TAB. 5.3 – Comportement des termes constituant l'équilibre de proche paroi des flux thermiques turbulents.

D'après le tableau 5.3, l'équilibre est bien respecté pour chaque composante et, contrairement à la pondération elliptique sur certaines $\overline{u_i u_j}$, nous n'aurons pas de problèmes concernant la bonne reproduction du comportement des flux.

Le terme de diffusion turbulente est à modéliser. Afin de respecter son comportement asymptotique en proche paroi qui évolue en $\mathcal{O}(y^3)$, ce terme sera représenté par le modèle à gradient généralisé de Wyngaard & Coté [155] :

$$D_{\theta i}^t = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(C_\theta \overline{u_j u_k} T_d \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_k} \right) \quad (5.60)$$

On constatera que ce modèle évolue d'un ordre de grandeur supérieur aux développements exacts : en $\mathcal{O}(y^4)$ en proche paroi pour $\overline{u\theta}$ et $\overline{w\theta}$ mais est du bon ordre de grandeur pour $\overline{v\theta}$ qui évolue en $\mathcal{O}(y^4)$. Il aura donc d'autant moins d'influence sur les deux premières variables dans cette région.

5.2.4.1 Version complète du modèle EB-AFM

En prenant de nouveau l'équation (5.45) et en y introduisant le modèle de Shin *et al.* [130] pour $(\phi_{\theta i}^* - \varepsilon_{\theta i})$, on obtient :

$$\begin{aligned} & P_{\theta i}^U + P_{\theta i}^T + G_{\theta i} - \overline{u_i \theta} \left(\frac{P_k}{2k} + \frac{P_{\theta^2}}{2\theta^2} \right) \\ & - (1 - \alpha^3) C_\phi \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j \theta} n_i n_j - \alpha^3 C_{\theta 1} \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} - \alpha^3 C_{\theta 2} P_{\theta i}^U - \alpha^3 C'_{\theta 2} P_{\theta i}^T - \alpha^3 C_{\theta 3} G_{\theta i} \quad (5.61) \\ & - \chi \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j \theta} - (1 - \alpha^3) C_\varepsilon \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_i \theta} - \alpha^3 \varepsilon_{\theta i}^h + \overline{u_i \theta} \left(\frac{\varepsilon}{2k} + \frac{\varepsilon_{\theta^2}}{2\theta^2} \right) = 0 \end{aligned}$$

où on a posé :

$$C_\phi = 1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \quad (5.62)$$

et

$$C_\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \quad (5.63)$$

On peut en déduire que :

$$\overline{u_i \theta} = \frac{(1 - \alpha^3 C_{\theta 2}) P_{\theta i}^U + (1 - \alpha^3 C'_{\theta 2}) P_{\theta i}^T + (1 - \alpha^3 C_{\theta 3}) G_{\theta i} - \chi \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j \theta}}{[\alpha^3 C_{\theta 1} + (1 - \alpha^3) C_\varepsilon] \frac{\varepsilon}{k} + \frac{1}{2k} (P + G - \varepsilon) + \frac{1}{2\theta^2} (P_{\overline{\theta^2}} - \varepsilon_{\overline{\theta^2}})} - \frac{(1 - \alpha^3) C_\phi \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j \theta} n_i n_j - \alpha^3 \varepsilon_{\theta i}^h}{[\alpha^3 C_{\theta 1} + (1 - \alpha^3) C_\varepsilon] \frac{\varepsilon}{k} + \frac{1}{2k} (P + G - \varepsilon) + \frac{1}{2\theta^2} (P_{\overline{\theta^2}} - \varepsilon_{\overline{\theta^2}})} \quad (5.64)$$

L'équation (5.64) montre qu'en prenant $\alpha = 1$ l'équation (5.48) est bien retrouvée. Par extension, si on pose $\chi = 0$ on retombe sur le modèle NL-AFM, voir équation (5.49).

5.2.4.2 Version réduite du modèle EB-AFM

Si, en reprenant l'équation (5.64), on suppose l'équilibre de la turbulence dynamique ($P_k + G_k - \varepsilon = 0$) et de la turbulence thermique ($P_{\overline{\theta^2}} - \varepsilon_{\overline{\theta^2}} = 0$), on obtient le modèle suivant :

$$\overline{u_i \theta} = C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[(1 - \alpha^3 C_{\theta 2}) P_{\theta i}^U + (1 - \alpha^3 C'_{\theta 2}) P_{\theta i}^T + (1 - \alpha^3 C_{\theta 3}) G_{\theta i} - \chi \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j \theta} - (1 - \alpha^3) C_\phi \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_j \theta} n_i n_j - \alpha^3 \varepsilon_{\theta i}^h \right] \quad (5.65)$$

Par ailleurs, en procédant comme avec le modèle NL-AFM, on prend $C'_{\theta 2} = 0$ et $\varepsilon_{\theta i}^h = 0$, on obtient le jeu de coefficients suivant :

$$\begin{aligned} C_\theta &= \frac{C'_\theta}{\alpha^3 C_{\theta 1} + (1 - \alpha^3) C_\varepsilon} \\ \zeta &= 1 - \alpha^3 C'_{\theta 2} \\ \chi &= \alpha^3 \frac{C_{\theta 1} C'_{\theta 1}}{C_\theta} \\ \xi &= 1 - \alpha^3 C_{\theta 2} \\ \eta &= 1 - \alpha^3 C_{\theta 3} \\ \gamma &= (1 - \alpha^3) \left[1 + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{Pr} \right) \right] \end{aligned} \quad (5.66)$$

on retrouve une forme très similaire à celle du modèle NL-AFM :

$$\overline{u_i \theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left[\overline{u_i u_j} \frac{\partial T}{\partial x_j} + \xi \overline{u_j \theta} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \eta \beta g_i \overline{\theta^2} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_k \theta} n_i n_k - \chi \frac{\varepsilon}{k} a_{ij} \overline{u_j \theta} \right] \quad (5.67)$$

Ce modèle, le modèle EB-NL-AFM, diffère du modèle NL-AFM dans l'ajout du terme $\gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_k \theta} n_i n_k$, rendant sensible le calcul des flux thermiques à l'orientation de la paroi

et du fait que les coefficients sont devenus des fonctions dépendantes de la fonction de pondération. On remarquera que l'introduction de la pondération elliptique dans la modélisation des flux thermiques n'ajoute pas de non-linéarité.

En posant $\chi = 0$, on obtient le modèle EB-AFM et si on pose en plus $\xi = \eta = \chi = 0$ on obtient le modèle EB-GGDH. En zone quasi-homogène, lorsque $\alpha \rightarrow 1$, $\gamma = 0$ et l'on retrouve le modèle NL-AFM. En posant successivement $\chi = 0$ puis $\xi = \eta = \chi = 0$ on retrouve les modèles AFM et GGDH respectivement. Ces deux derniers modèles ont des équations formellement identiques aux modèles EB-AFM et EB-GGDH respectivement.

À l'aide d'un code 1D, les versions complète (5.65) et réduite (5.67) ont été testées puis comparées sur les cas de convections forcée et mixte qui vont être présentés à la section 5.3 et pratiquement aucune différence n'a été détectée. Ceci est aussi observé en convection naturelle par Dol *et al.* [37]. Ces constats nous amènent à conserver la version « réduite » du modèle EB-AFM dans la suite du manuscrit.

5.3 Validation du nouveau modèle dans différents régimes de convection

Cette partie est consacrée aux tests des différentes fermetures algébriques des flux thermiques turbulents : SGDH, GGDH, AFM, NL-AFM, EB-AFM et EB-GGDH dans les trois régimes de convection. La valeur des coefficients retenus est donnée au §5.2.3. Quatre cas tests 1D ont été sélectionnés dans les trois régimes de convection. La géométrie est la même pour tous les cas et consiste en deux plaques planes infinies, localisées en $y = 0$ et $y = 2h$. L'écoulement est généré par la superposition d'un gradient de pression dans la direction x et, soit un différentiel de température $\Delta T = T_0 - T_{2h}$, soit un flux thermique pariétal constant q_w . Le vecteur gravité est orienté suivant l'axe x dans le cas d'un canal vertical ou suivant l'axe y lorsque le canal est horizontal. Lors de l'étude de chaque cas, un schéma sera présenté. L'écoulement est défini par un jeu de quatre paramètres : le nombre de Reynolds de frottement $Re_\tau = \frac{u_\tau h}{\nu}$, le nombre de Grashof $Gr = \frac{\beta g \Delta T (2h)^3}{\nu^2}$, l'orientation du vecteur gravité normalisé $\frac{\vec{g}}{g}$ et le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\lambda}$. Le tableau 5.4 fournit les valeurs de ces paramètres pour chacun cas ainsi que les auteurs des bases de données DNS associées.

	Re_τ	Gr	\vec{g}/g	Pr
Convection forcée, Abe & Kawamura [2]	180, 395, 636, 1020	0	\emptyset	0.71
Convection mixte, Kasagi & Nishimura [70]	150	9.6×10^5	$-\vec{e}_x$	0.71
Stratification instable, Iida & Kasagi [64]	150	1.3×10^6	$-\vec{e}_y$	0.71
Convection naturelle, Versteegh & Nieuwstadt [147]	0	$5 \times 10^6/0.709$	$-\vec{e}_x$	0.709

TAB. 5.4 – Cas académiques retenus pour la validation des modèles utilisés.

Pour chaque cas étudié, on réalise des tests *a priori* afin d'évaluer les potentialités de chaque modèle dans chaque régime de convection, puis les simulations numériques associées avec *Code_Saturne* ainsi qu'un code 1D aux différences finies dédié.

5.3.1 Tests *a priori*

Quelques remarques sur le modèle NL-AFM

Figures 5.6(a)–(b), le modèle non-linéaire NL-AFM est comparé au modèle linéaire AFM en convection naturelle d'après les données DNS de Versteegh & Nieuwstadt [147] et en convection mixte d'après les données DNS de Kasagi & Nishimura [70]. On rappelle que ces deux modèles sont haut-Reynolds. La proche paroi ne fera donc pas l'objet d'une attention particulière.

En convection naturelle, la figure 5.6(a) montre que le modèle NL-AFM prédit très

correctement les flux thermiques par rapport au modèle linéaire et en particulier la composante longitudinale. Mais, appliqué au cas de convection mixte, figure 5.6(b), on remarque que le modèle non-linéaire donne des résultats complètement erronés en termes de comportement et de signe sur les deux composantes des flux thermiques sur l'ensemble du canal. Le seul moyen d'obtenir un signe correct dans la prévision des flux est de modifier le signe du coefficient du terme non-linéaire $C'_{\theta 1}$.

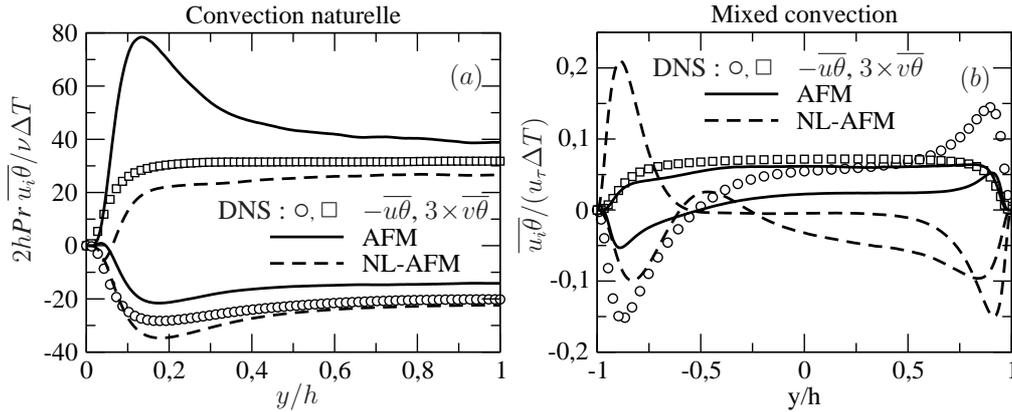


FIG. 5.6 – Tests *a priori* des modèles linéaire AFM et non-linéaire NL-AFM en convection naturelle ($Ra = 5 \cdot 10^6$) et mixte $\overline{Re}_\tau = 150$, $Ri = Gr/Re_b^2 = 4.75 \cdot 10^{-2}$. Données DNS : Versteegh & Nieuwstadt [147] et Kasagi & Nishimura [70].

Modèle	$\overline{u\theta}$	$\overline{v\theta}$
AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} - \eta \beta g \overline{\theta^2} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
NL-AFM	$AFM + C'_{\theta 1} (a_{11} \overline{u\theta} + a_{12} \overline{v\theta})$	$AFM + C'_{\theta 1} (a_{12} \overline{u\theta} + a_{22} \overline{v\theta})$

TAB. 5.5 – Équations simplifiées des $\overline{u_i \theta}$ données par les modèles AFM et NL-AFM pour les cas tests de convection naturelle et mixte.

Pour ces raisons, dans tous les prochains tests *a priori* et simulations numériques, le terme non-linéaire ne sera plus pris en considération : on posera donc $C'_{\theta 1} = 0$.

Convection forcée

Pour ce régime de convection, l'écoulement est assuré par un gradient de pression longitudinal et sur chaque paroi, on impose un flux thermique pariétal constant, voir figure 5.7.

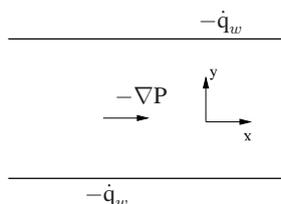


FIG. 5.7 – Géométrie du canal horizontal soumis à un flux pariétal constant en convection forcée.

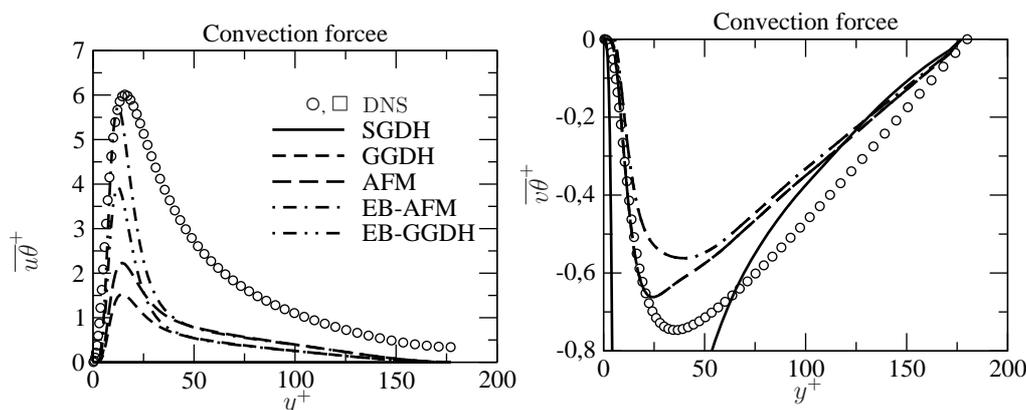


FIG. 5.8 – Tests *a priori* des modèles SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH en convection forcée $Re_\tau=180$. Données DNS : Abe & Kawamura [2].

Pour des Re_τ compris entre 180 et 1020, les corrélations données par les modèles SGDH ($Pr_t = 0.9$), GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH ainsi que les profils de vitesse et de température sont présentées sur les figures 5.8–5.11. Les commentaires présentés ci-après sont valables quel que soit la valeur de Re_τ .

Dans ce cas, la prévision de la composante longitudinale $\overline{u\theta}$ donnée par le modèle SGDH est non-nulle mais d'amplitude très faible : en effet, avec ce modèle par exemple, la contribution due au gradient longitudinal de température est très petite puisque, par exemple, $\overline{u\theta}^+|_{\text{MAX}} \sim 0.06$. Cette composante est améliorée lorsque les modèles sont présentés suivant cet ordre : GGDH, AFM, EB-GGDH et enfin EB-AFM. La présence du terme de production par gradient de vitesse dans le modèle AFM, équation (5.6), améliore la prévision du pic de $\overline{u\theta}$ par rapport au GGDH. L'introduction de la pondération elliptique rectifie de manière nette le pic de $\overline{u\theta}$ en proche paroi avec le modèle EB-AFM. Le modèle EB-GGDH souffre de l'absence du terme de production par gradient de vitesse au même titre que le GGDH. La position du pic est, dans tous les cas, un peu décalée en étant plus proche de la paroi que les

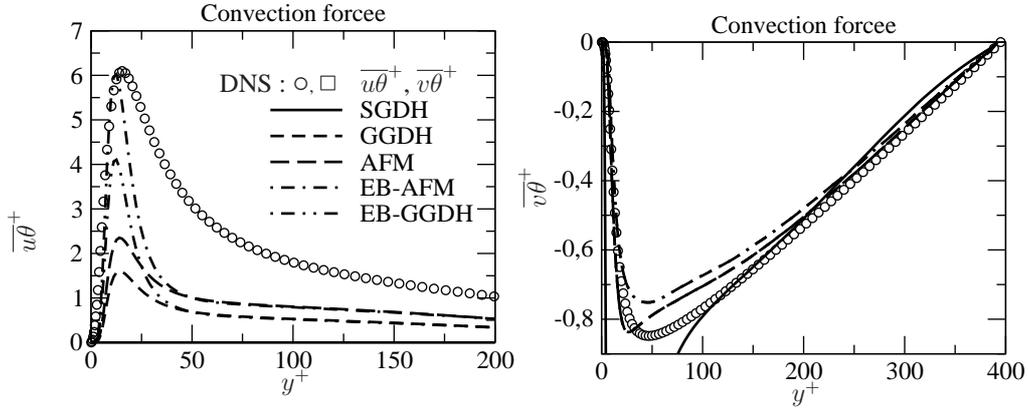


FIG. 5.9 – Tests *a priori* des modèles SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh en convection forcée $Re_\tau=395$. Données DNS : Abe & Kawamura [2].

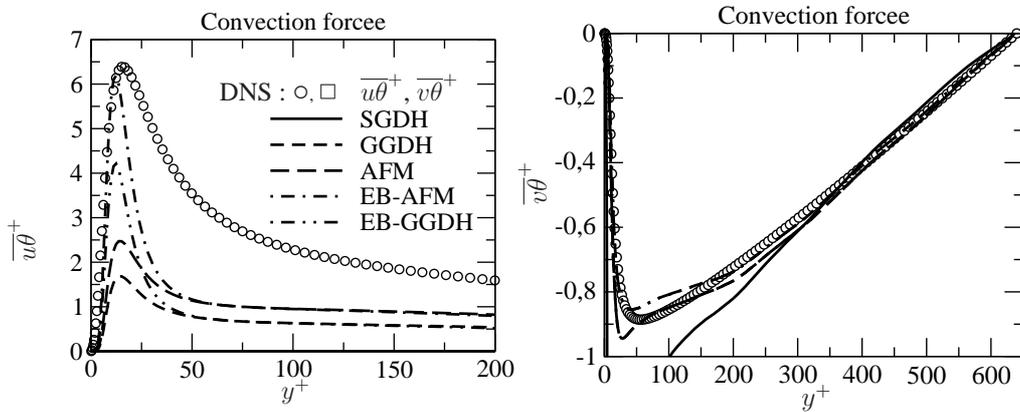


FIG. 5.10 – Tests *a priori* des modèles SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh en convection forcée $Re_\tau=640$. Données DNS : Abe & Kawamura [2].

résultats DNS : on est amené à penser que cela provient de la non-prise en compte des termes de diffusion dans la mesure où ces derniers ont une propension à lisser les extremums.

Pour toutes les valeurs de Re_τ , la valeur absolue de la composante $\overline{v\theta}^+$ donnée par le SGDh est fortement surestimée dans la zone $y^+ \lesssim Re_\tau/3$ en raison du pic de k intervenant dans la relation de la diffusivité turbulente. Cette zone a tendance à augmenter proportionnellement au nombre de Reynolds. Par contre, tous les autres modèles reproduisent convenablement la composante normale de la DNS quelle que soit la valeur du Re_τ sur l'ensemble du demi-canal. On peut remarquer qu'en posant $\mu_t \sim \overline{v^2}k/\varepsilon$ les tests *a priori* montrent que $\overline{v^2}$ est la bonne échelle à utiliser. D'après le tableau 5.6, les modèles AFM et GGDh sont confondus ainsi que les deux formulations basées sur la pondération elliptique. Par ailleurs, le tableau indique que l'introduction de la pondération elliptique ne change pas la forme du modèle sur la composante $\overline{u\theta}$: c'est uniquement les coefficients variables qui font la différence en proche paroi. La forme du modèle est modifiée sur la composante normale, $\overline{v\theta}$, et pourtant cela ne change pas les résultats.

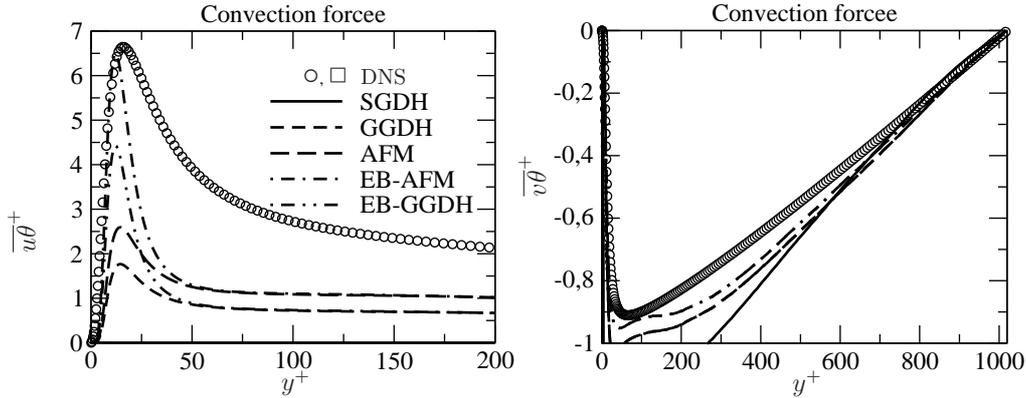


FIG. 5.11 – Tests *a priori* des modèles SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh en convection forcée $Re_\tau=1020$. Données DNS : Abe *et al.* [3].

Modèle	$\overline{u\theta}^+$	$\overline{v\theta}^+$
SGDH	$-C_\mu\mu_t \frac{\partial T}{\partial x}$	$-C_\mu\mu_t \frac{\partial T}{\partial y}$
GGDH	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
EB-AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$
EB-GGDH	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$

TAB. 5.6 – Équations simplifiées des $\overline{u_i\theta}$ données par les modèles SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh en convection forcée.

Les profils de $\overline{v\theta}$ sont pratiquement confondus quels que soient les modèles. On peut se demander pourquoi l'effet d'amplification dû à la redistribution a un impact aussi faible sur la composante normale à la paroi alors qu'il est fort sur la composante longitudinale. La raison provient du terme additionnel $\gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{u_k\theta} n_k n_i$: en effet, en supposant qu'il n'y ait aucun effet dû à la flottabilité, i.e. $g_i n_i = 0$, après les simplifications dues à la géométrie et à l'écoulement, la composante normale s'écrit :

$$\overline{v\theta} = -C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right) \quad (5.68)$$

que l'on peut ré-écrire comme :

$$\overline{v\theta} = -C_\theta^* \frac{k}{\varepsilon} \overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (5.69)$$

où

$$C_{\theta}^* = \frac{C'_{\theta}}{\alpha^3 C_{\theta 1} + (1 - \alpha^3) \left(2 + \frac{1}{Pr}\right)} \quad (5.70)$$

Lorsque $Pr = 0.71$, le terme $(2 + 1/Pr)$ vaut 3.41 alors que $C_{\theta 1} = 3.0$. Ainsi, le dénominateur variera peu entre les régions de proche paroi et quasi-homogène ; le coefficient C_{θ}^* demeure alors à peu près le même que pour les modèles GGDH et AFM. Cette coïncidence est la raison pour laquelle ces deux derniers modèles sont capables de reproduire convenablement la composante $\overline{v\theta}$ pour ce nombre de Prandtl alors que les effets de paroi ne sont pas pris en compte. Cette situation serait différente si le nombre de Prandtl valait 0.025 : en effet, dans ce cas $\left(2 + \frac{1}{Pr}\right) = 41$. Il est à noter toutefois qu'à de tels nombres de Prandtl, d'autres problèmes de modélisation peuvent intervenir : en particulier $\varepsilon_{\theta i}^h = 0$ n'est plus une hypothèse valable comme l'ont montré par exemple Kenjereš & Hanjalić [74].

Convection mixte

L'étude de ce régime se décompose en deux cas tests : d'abord un canal vertical puis un canal horizontal.

Canal vertical de Kasagi & Nishimura [70]

On se place dans le cas d'un canal vertical bidimensionnel avec un écoulement ascendant assuré par un gradient de pression et une gravité orientée vers le bas. Figure 5.12, le vecteur gravité est donc colinéaire au vecteur vitesse. Les parois du canal sont maintenues à une température constante mais différente l'une de l'autre et sans fluctuations. Le nombre de Reynolds de frottement, Re_τ^* basé sur la vitesse de frottement u_τ^* et sur la demi-largeur du canal vaut 150. Ici, les quantités \cdot^* sont calculées à partir du frottement moyen entre les deux plaques. Le nombre de Grashof basé sur le différentiel de température $\Delta T (= T_h - T_c > 0)$ et la largeur $2h$ vaut $Gr = 9.6 \cdot 10^5$. Le nombre de Prandtl vaut 0.71 et le nombre de Richardson vaut alors $Ri = Gr/Re_b^2 = 4.75 \cdot 10^{-2}$ où Re_b est le nombre de Reynolds basé sur la vitesse débitante. Le demi-canal du côté de la paroi chaude est désigné par « côté favorable » car la flottabilité joue dans le même sens que le gradient de pression. À l'inverse, le demi-canal du côté de la paroi froide est désigné par « côté adverse ».

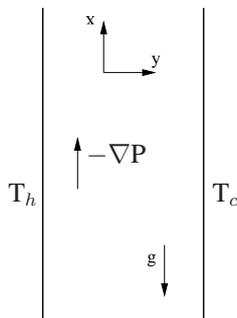


FIG. 5.12 – Géométrie du canal vertical différentiellement chauffé en convection mixte.

Les figures 5.13(a)–(b) montrent les tests *a priori* réalisés sur les flux thermiques par les modèles SGDH, GGDH, EB-GGDH et EB-AFM comparés aux résultats DNS. Le modèle SGDH prédit encore la nullité de la composante tangentielle. Les pics de cette composante sont toujours sous-estimés par les modèles AFM et GGDH mais bien prédits par les modèles EB-GGDH et EB-AFM. Les modèles EB-GGDH et EB-AFM sont pratiquement confondus dans la zone de proche paroi. La différence de position des pics de $\overline{u\theta}^+$ entre les modèles et la DNS est une fois de plus observée et est sans doute due à l'absence de prise en compte des phénomènes de diffusion. Dans la zone centrale, les modèles EB-AFM et EB-GGDH « dégénèrent » vers les modèles AFM et GGDH respectivement. Comme il est indiqué dans le tableau 5.7, la différence entre les modèles GGDH et AFM est similaire à celle observée dans le cas de convection forcée alors qu'en plus de la production par gradient de vitesse il faut y ajouter la production par flottabilité. En fait, sur l'ensemble du canal, les données DNS révèlent que ce dernier terme est très faible par rapport à la valeur absolue de la production

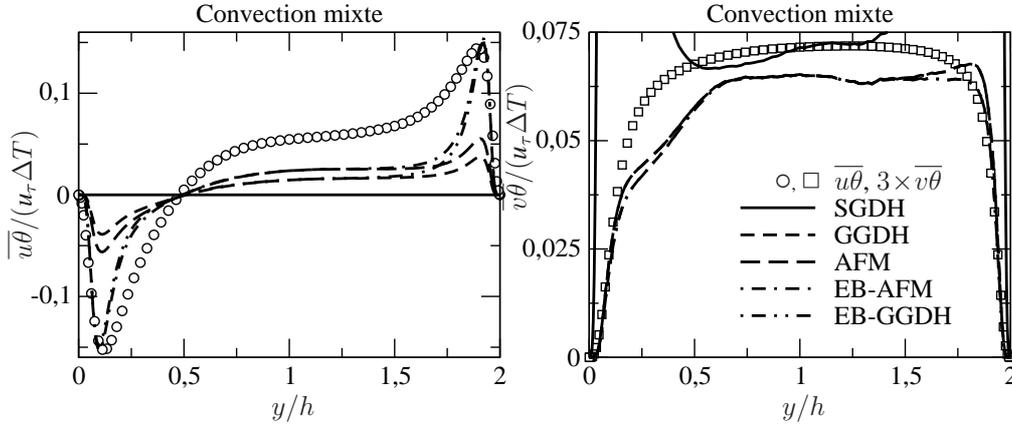


FIG. 5.13 – Tests *a priori* des modèles SGD, GGD, AFM, EB-AFM et EB-GGD en convection mixte $Re_\tau^* = 150$ et $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. Données DNS : Kasagi & Nishimura [70].

par gradient de vitesse.

Modèle	$\overline{u\theta}$	$\overline{v\theta}$
SGD	0	$-C_\mu \mu_t \frac{\partial T}{\partial y}$
GGD	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} - \eta \beta g \overline{\theta^2} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
EB-AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} - \eta \beta g \overline{\theta^2} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$
EB-GGD	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$

TAB. 5.7 – Équations simplifiées des $\overline{u_i\theta}$ données par les modèles SGD, GGD, AFM, EB-AFM et EB-GGD en convection mixte.

À cause de la manière dont est calculée la viscosité turbulente, le modèle SGD surestime d'un facteur 7 environ la composante normale à proximité des parois alors que la zone centrale est plutôt bien prédite par rapport à $\overline{v\theta}$ donné par la DNS. Les quatre autres modèles évaluent correctement cette composante en proche paroi mais la sous-évaluent en dehors. Encore une fois, la compensation mentionnée pour le cas de convection forcée explique qu'il n'y ait pas de différence majeure entre les modèles avec et sans pondération elliptique.

Canal horizontal de Iida & Kasagi [64]

Ce cas test, en régime de convection mixte, consiste en un canal horizontal dont l'écoulement est assuré par un gradient de pression longitudinal, voir figure 5.14. Les champs thermique et dynamique sont pleinement développés. Chaque paroi est à une température constante sans fluctuations mais différente l'une de l'autre. En l'occurrence, la paroi inférieure est chaude tandis que la paroi supérieure est froide. Le vecteur gravité est orienté vers la paroi inférieure et sera donc orthogonal au vecteur vitesse. Ce type de configuration fera apparaître une stratification instable. S'il n'y avait pas de gradient de pression, on reconnaîtrait l'écoulement de type Rayleigh-Bénard. Le nombre de Grashof, basé sur la distance entre les deux parois $2h$ et le différentiel de température vaut $1.3 \cdot 10^6$ et le nombre de Prandtl vaut 0.71. Le nombre de Reynolds de frottement, basé sur la demi-hauteur du canal h , et sur la vitesse de frottement u_τ , est de 150.

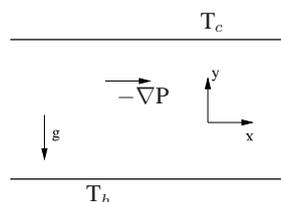


FIG. 5.14 – Géométrie du canal horizontal différentiellement chauffé en convection mixte.

Les figures 5.15(a)–(b) montrent les tests *a priori* réalisés sur les flux thermiques par les modèles SGDH, GGDH, EB-GGDH et EB-AFM comparés aux résultats DNS. Les constatations sont peu différentes des cas précédents relativement à la prévision de la composante tangentielle $\overline{u\theta}$: le modèle SGDH prédit toujours sa nullité. Le tableau 5.8 montre que le modèle AFM améliore le résultat de $\overline{u\theta}^+$ par rapport au GGDH par l'apport de la production par gradient de vitesse. La prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique corrige davantage cette prévision. Cependant, pour chaque modèle, la position de l'extremum est beaucoup plus décalée par rapport à la DNS au regard des précédents tests *a priori*. On peut penser que le terme de diffusion $\mathcal{D}_{\theta 1}$ jouera un rôle plus important sur cette configuration.

La prévision de la composante normale fait apparaître certains changements : si elle est toujours sur-évaluée en valeur absolue par le modèle SGDH en proche paroi, elle s'annule à mesure qu'on se rapproche du centre du demi-canal ainsi que pour les modèles GGDH et EB-GGDH contrairement au profil DNS car le profil de température est constant lorsque $y^+ \geq 100$. D'après le tableau 5.8, ceci est dû à la non-prise en compte de la production par flottabilité qui est non-nulle partout dans le domaine sauf à la paroi bien évidemment. On le voit clairement avec les modèles AFM et EB-AFM qui incluent ce terme mais sous-estiment cette composante au centre du demi-canal. Pour le comprendre, on porte notre attention sur les données DNS qui révèlent, à en juger par la figure 5.16, que cette zone est régie par l'équilibre entre la production par gravité $g\beta\overline{\theta^2}$, la diffusion par la pression $D_{\theta 2}^p$ et la diffusion turbulente $D_{\theta 2}^t$.

Ce cas de convection mixte illustre les limitations des formulations algébriques qui

ne prennent pas en compte la production par flottabilité qui joue un rôle majeur au centre puisque $\partial T/\partial y = 0$. Par ailleurs, les termes de diffusion sont très importants également dans cette région : tous les modèles algébriques montrent leur limite à cause de l'hypothèse d'équilibre faible.

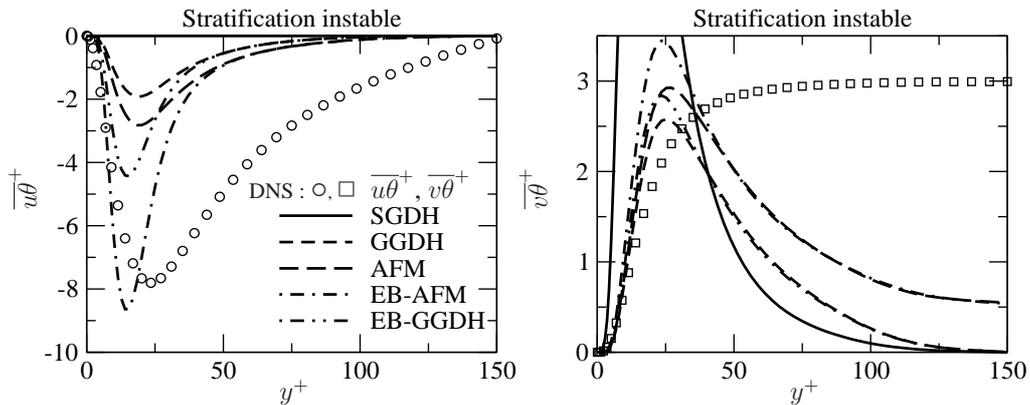


FIG. 5.15 – Tests *a priori* des modèles SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh en convection mixte $Re_\tau=150$ et $Gr = 1.3 \cdot 10^6$. Données DNS : Iida & Kasagi [64].

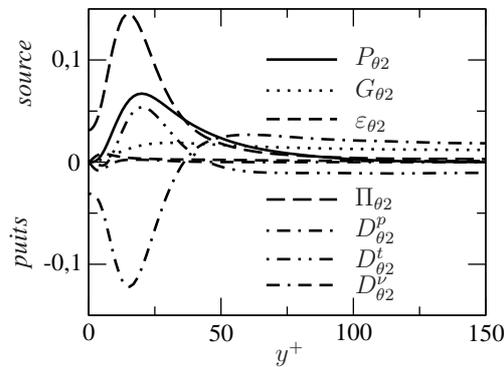


FIG. 5.16 – Bilan des termes de l'équation de transport de $\overline{v\theta^+}$, voir équation (5.38), en convection mixte avec $Re_\tau=150$ et $Gr = 1.3 \cdot 10^6$, Iida & Kasagi [64].

Modèle	$\overline{u\theta}$	$\overline{v\theta}$
SGDH	0	$-C_{\mu}\mu_t \frac{\partial T}{\partial y}$
GGDH	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
AFM	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} \right)$	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} - \eta \beta g \overline{\theta^2} \right)$
EB-AFM	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} \right)$	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} - \eta \beta g \overline{\theta^2} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$
EB-GGDH	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_{\theta} \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$

TAB. 5.8 – Équations simplifiées des $\overline{u_i\theta}$ données par les modèles SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH en convection mixte.

Convection naturelle

On étudie ici un cas de convection naturelle où seule la différence de température pilote l'écoulement. La plaque chaude, désignée par T_h , est située en $y/h = 0$ et la plaque froide T_c est située en $y/h = 2$. La plaque chaude fera diminuer la masse volumique induisant une vitesse ascendante du fluide. Lorsque la température revient vers sa valeur de référence au centre du canal, la vitesse diminue. Ainsi, ces deux grandeurs évoluent de manière anti-symétrique sur la largeur du canal. Toutes les autres variables sont symétriques, y compris le cisaillement.

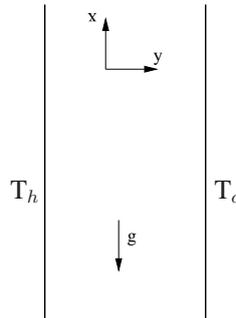


FIG. 5.17 – Géométrie du canal horizontal différentiellement chauffé en convection naturelle.

On compare maintenant les fermetures thermiques algébriques SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh dans ce régime d'après la base de données DNS de Versteegh & Nieuwstadt [147]. Bien que quatre nombres de Rayleigh soient disponibles, on se restreint au plus élevé dans la mesure où les autres, plus faibles, sont à très bas nombre de Reynolds.

Calculée par le modèle SGDh, le tableau 5.9 indique que la composante longitudinale $\overline{u\theta}$ est nulle; les modèles GGDh, AFM et EB-GGDh la sous-estiment sur l'ensemble du domaine sauf vers $y/h < 0.125$ pour ce dernier. Le modèle EB-AFM sur-évalue $\overline{u\theta}$ jusqu'à $y/h \sim 0.5$ puis la sous-estime pour venir se confondre avec le modèle AFM au centre. Toujours d'après ce tableau, l'apport des termes de production par gradient de vitesse et par flottabilité est donc clair dans le modèle AFM. La portion où les modèles EB-GGDh et EB-AFM rejoignent leur alter ego montre que pratiquement l'ensemble du canal est en zone de proche paroi. L'écoulement étant bas Reynolds ($Re_\tau = 558$) les résultats souffrent des hypothèses faites, comme par exemple $\varepsilon_{\theta i} = 0$ ou, encore une fois, l'hypothèse d'équilibre faible sur la diffusion.

De manière générale, selon la figure 5.18, tous les modèles surestiment la composante normale et sont confondus deux à deux, GGDh & AFM d'un côté et EB-GGDh & EB-AFM de l'autre à l'exception du modèle SGDh. En ce qui concerne ce dernier modèle, Versteegh & Nieuwstadt [147] ont invalidé l'utilisation de l'hypothèse de viscosité turbulente. En effet, la zone de proche paroi $y/h \lesssim 0.03$ indique un cisaillement négatif. Or, dans cette zone et jusqu'à $y/h \sim 0.14$ le gradient de vitesse est positif. La relation $-\overline{uv} = \nu_t \frac{\partial U}{\partial y}$ implique alors une viscosité turbulente négative.

tive, ce qui n'est pas possible d'après la linéarité de son expression. On pourrait améliorer la prévision de $\overline{u\theta}$ en modifiant la valeur de la constante C_θ mais cela ne ferait qu'empirer celle de $\overline{v\theta}$. Quel que soit le modèle, il apparaît difficile, sinon impossible d'améliorer l'estimation d'une composante sans altérer la seconde.

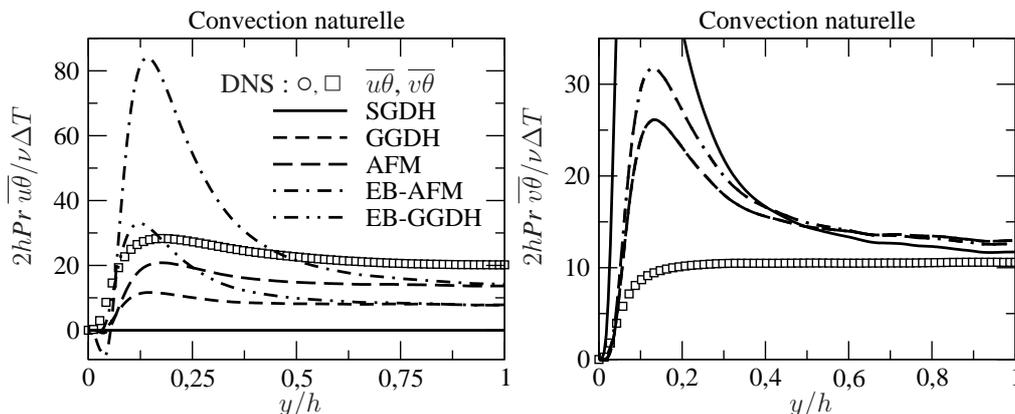


FIG. 5.18 – Tests *a priori* des modèles SGD, GGD, AFM, EB-AFM et EB-GGD en convection naturelle ($Ra = 5 \cdot 10^6$). Données DNS : Versteegh & Nieuwstadt [147].

Modèle	$\overline{u\theta}$	$\overline{v\theta}$
SGD	0	$-C_\mu \mu_t \frac{\partial T}{\partial y}$
GGD	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} + \eta \beta g \overline{\theta^2} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$
EB-AFM	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} + \xi \overline{v\theta} \frac{\partial U}{\partial y} + \eta \beta g \overline{\theta^2} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$
EB-GGD	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{uv} \frac{\partial T}{\partial y} \right)$	$-C_\theta \frac{k}{\varepsilon} \left(\overline{v^2} \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma \frac{\varepsilon}{k} \overline{v\theta} \right)$

TAB. 5.9 – Équations simplifiées des $\overline{u_i\theta}$ données par les modèles SGD, GGD, AFM, EB-AFM et EB-GGD en convection naturelle.

5.3.2 Simulations numériques

Afin de confirmer le bon comportement des modèles à pondération elliptique donnés par les tests *a priori*, nous allons réaliser dans la présente section les simulations numériques en reprenant les différentes configurations que nous avons retenues et qui sont résumées dans le tableau 5.4. De manière à comparer au mieux les différents modèles, la procédure de calibration des coefficients de la corrélation température-gradient de pression $\phi_{\theta i}^*$ appliquée lors tests *a priori* est identique : $C_{\theta 1} = 3.0$, $C_{\theta 2}' = 0$, $C_{\theta 2} = C_{\theta 3} = 0.55$. La valeur du coefficient C_{θ}' , choisie de manière à bien reproduire le profil de température en convection forcée et donc permettant d'obtenir une bonne estimation du nombre de Nusselt, est conservée. Elle vaut $C_{\theta}' = 0.705$ pour les modèles GGDH & AFM et $C_{\theta}' = 0.68$ pour les modèles EB-GGDH & EB-AFM.

Nous avons vu au chapitre 3 l'importance de la prise en compte de la variance de la température, notamment lors de calculs en convection naturelle et mixte avec stratification instable puisque ce terme aura un rôle majeur dans l'interaction avec la turbulence. C'est pourquoi nous résoudrons son équation de transport. L'équation exacte, équation (3.79), fait apparaître la dissipation de la variance qui est un terme inconnu. De manière classique, le ratio d'échelle thermo-mécanique qui s'écrit $R = \varepsilon_{\theta}/k_{\theta} \cdot k/\varepsilon$ est pris constant et égal à 0.5. Cependant, par un bilan asymptotique, on peut facilement montrer que le ratio d'échelle tend vers le nombre de Prandtl à la paroi. C'est pourquoi nous proposons de modéliser ce ratio par (5.71) dont la figure 5.19 montre l'amélioration.

$$R = (1 - \alpha^3)Pr + 0.5\alpha^3 \quad (5.71)$$

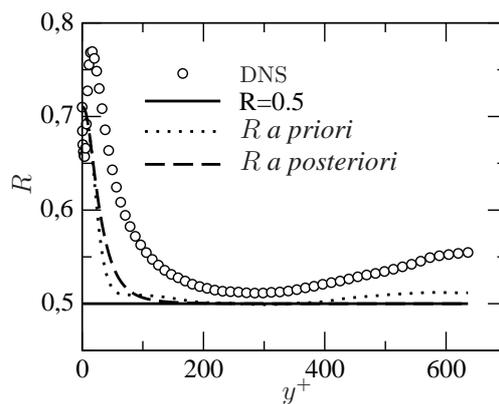


FIG. 5.19 – Comparaison du ratio d'échelle thermo-mécanique à $Re_{\tau}=640$ entre les données DNS, le calcul *a priori* et le calcul *a posteriori*. Données DNS de Abe & Kawamura [2].

Convection forcée

	Re_τ	Gr	\overline{g}/g	Pr
Convection forcée, Abe & Kawamura [2]	180, 395, 636, 1020	0	\emptyset	0.71

TAB. 5.10 – Paramètres de la simulation.

Bien des modèles de turbulence sont testés et validés sur des cas de convection forcée avec ² ou sans transferts thermiques. Lorsque ces derniers sont pris en compte, les modèles à viscosité turbulente utilisent des modèles de flux thermiques de type gradient simple, ce qui est souvent suffisant dans la mesure où ils surestiment l'échange thermique donc assurent une marge de sécurité importante lors de dimensionnement par exemple. L'emploi de modèles RSM permet l'utilisation de modèles à gradient généralisé qui s'avère bien plus judicieuse en raison notamment d'une anisotropie de la turbulence en proche paroi, d'une prévision non nulle du flux longitudinal et donc une interaction avec la turbulence. Bien qu'imparfaite, il a été constaté, d'après les tests *a priori*, la supériorité de la fermeture par un modèle de type GGDH par rapport au SGDH pour une écriture guère plus compliquée.

Nous nous plaçons donc dans une configuration de canal plan où la turbulence est pleinement développée pour les Re_τ suivants : 180, 395, 640 et 1020. On a testé le modèle à pondération elliptique EB-RSM couplé aux fermetures thermiques SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH. Les résultats numériques obtenus sont comparés aux résultats DNS d'Abe & Kawamura [2] et d'Abe *et al.* [3]. Par comparaison, on montre les résultats obtenus avec le k - ω SST associé au SGDH.

Pour ce problème, on adimensionne les équations de quantité de mouvement et de chaleur par une échelle de vitesse u_τ , une échelle de masse ρh^3 , une échelle de longueur ν/u_τ et une échelle de température $T_\tau = q_w/(\rho C_p u_\tau)$. Ainsi, les équations s'écrivent :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \mathcal{P}}{\partial x_i} + \frac{1}{Re_\tau} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_j} \quad (5.72)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial U_i T}{\partial x_i} = \frac{1}{Re_\tau Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial x_i^2} - \frac{\partial \overline{u_i \theta}}{\partial x_i} \quad (5.73)$$

Les résultats en champs de vitesse, température et flux thermiques sont présentés sur les figures 5.20–5.21.

Figure 5.20(a), de manière générale le modèle k - ω SST reproduit correctement le profil de vitesse dans la sous-couche visqueuse mais le sous-estime partout ailleurs et plus particulièrement dans la zone centrale. Le modèle EB-RSM prédit très fidèlement cette variable. La vitesse est évidemment indépendante du modèle des flux thermiques puisque la température est un scalaire passif. Figure 5.20(b), à l'exception du couplage avec le modèle SGDH sur lequel nous allons revenir, le modèle EB-RSM prédit convenablement le profil de température. Donnée par le modèle k - ω SST,

²on entend ici que les forces de flottabilité sont nulles ou négligeables par rapport au gradient de pression.

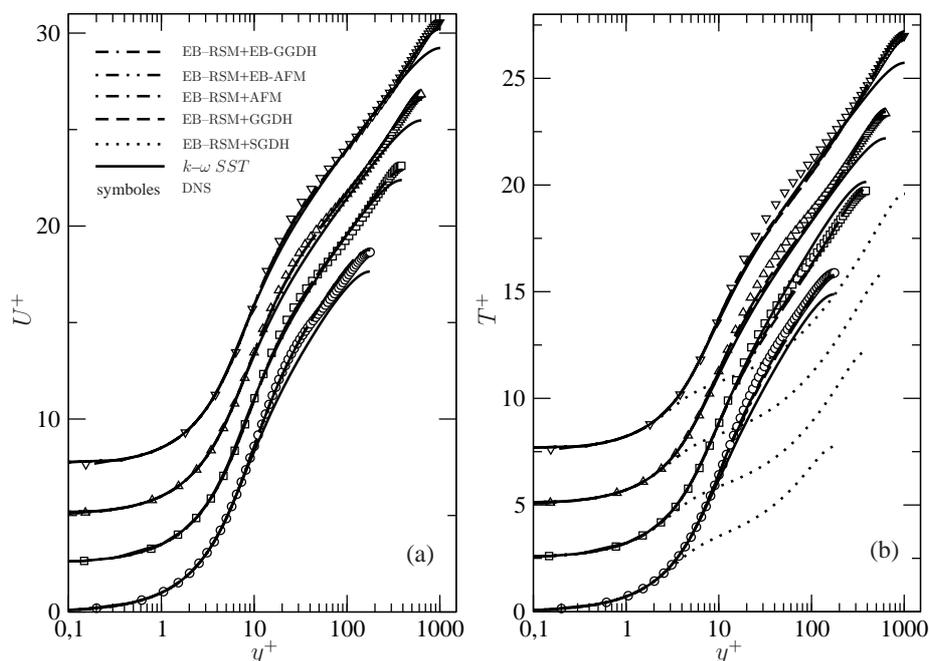


FIG. 5.20 – Comparaison des champs de vitesse (a) et de température (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour différents nombres de Reynolds : $Re_\tau = 180, 395, 640$ et 1020 . DNS : Abe & Kawamura [2]. Les profils sont décalés pour plus de clarté.

celui-ci est sous-estimé dans les mêmes régions que le profil de vitesse sauf lorsque $Re_\tau = 395$. L'explication de cela sera présentée au prochain paragraphe.

Les profils donnés par le modèle SGDH et représentés sur les figures 5.21(a)–(b) sont nuls sur la composante longitudinale $\overline{u\theta}$ et fortement sous-estimés sur la composante normale tant que le pic de $\overline{v\theta}$ n'est pas atteint. La pente deux fois plus raide en proche paroi par rapport au profil DNS explique pourquoi le profil de température est si mal prédit par ce modèle à l'extérieur de la sous-couche visqueuse. Les profils de $\overline{u\theta}^+$ sont sous-estimés pour les modèles GGDH et AFM. On voit clairement sur cette composante que la prise en compte de l'anisotropie des tensions de Reynolds est nécessaire mais pas suffisante comme on l'avait remarqué sur les tests *a priori* d'après les figures 5.8–5.11. Cette composante est mieux reproduite par les modèles EB-GGDH et EB-AFM et en particulier l'amplitude de son pic. En revanche, sa position est, comme lors des tests *a priori* dans ce régime, plus proche de la paroi que celle prédite par les modèles GGDH et AFM. Le pic trop pointu de $\overline{u\theta}^+$ provient en grande partie de la non-prise en compte des phénomènes de diffusion, voir équation (5.44). Cependant, lorsque les équations de transport des flux thermiques avec pondération elliptique, Shin *et al.* [130], le pic est plus étalé mais encore pointu.

Conclusion du cas

Ce cas est typique de la validation de nouveaux modèles de fermetures thermiques.

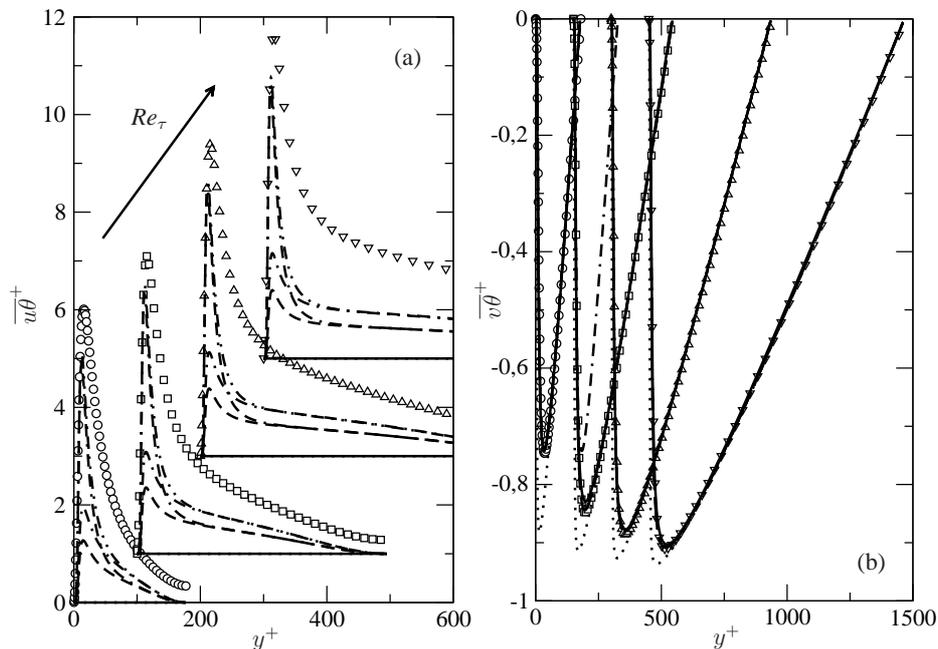


FIG. 5.21 – Comparaison des flux thermiques normal (a) et longitudinal (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour différents nombres de Reynolds : $Re_\tau = 180, 395, 640$ et 1020 . DNS : Abe & Kawamura [2] . Les profils sont décalés pour plus de clarté. Pour les légendes, se reporter à la figure 5.20.

On montre que le modèle EB-RSM donne de très bons résultats sur les profils de vitesse ainsi que de température à l'exception du SGDH pour cette dernière variable. La prise en compte des effets de paroi améliorent considérablement la prévision du flux thermique longitudinal vis à vis des modèles GGDH et AFM. Le flux thermique normal est quant à lui faiblement modifié suivant le type de fermeture thermique utilisée. Ces résultats sont en très bon accord avec les tests *a priori*.

Convection mixte

Canal vertical différentiellement chauffé

On reprend la configuration de canal vertical différentiellement chauffé dont les paramètres de la simulation sont donnés dans le tableau 5.11.

	Re_τ	Gr	\vec{g}/g	Pr
Convection mixte, Kasagi & Nishimura [70]	150	9.6×10^5	$-\vec{e}_x$	0.71

TAB. 5.11 – Paramètres de la simulation.

La comparaison des résultats de simulation entre les modèles $k-\omega$ SST et EB-RSM incluant les différentes fermetures thermiques et les résultats DNS est illustrée sur les figures 5.22–5.24.

Figure 5.22(a), le profil de vitesse est bien reproduit par l'ensemble des modèles. Il est à noter que le débit est un peu surestimé par le modèle EB-RSM et en particulier la fermeture EB-AFM est la plus pénalisante (+3.4% par rapport à la DNS). Le profil de température est en revanche surestimé par le modèle $k-\omega$ SST pour les y^+ compris entre 25 et 275 environ, voir figure 5.22(b). Et, en dehors du modèle SGDHD, cette variable est légèrement sous-évaluée dans tout le domaine mais mieux prédite par les autres modèles couplés à l'EB-RSM. En effet, le modèle SGDHD exhibe un gradient pariétal de température bien plus élevé que le résultat DNS. Ce comportement se retrouvera sur la prévision du flux de chaleur normal qui est deux fois plus fort d'après la figure 5.24(b).

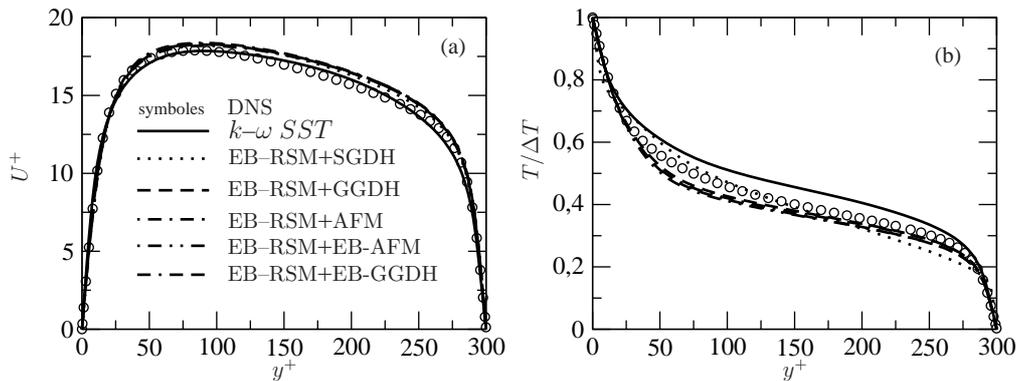


FIG. 5.22 – Comparaison des profils de vitesse (a) et de température (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDHD, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Re_\tau=150$ et $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. DNS : Kasagi & Nishimura [70].

Sur les figures 5.23(a)–(d), on peut voir de manière générale que les tensions de Reynolds sont bien reproduites par le modèle EB-RSM. La tension longitudinale $\overline{u^2}$ est surestimée quel que soit le modèle dans la partie adverse et est sous-estimée dans la partie favorable. La surestimation constatée dans la partie adverse paraît cohérente avec les résultats en écoulement de canal plan à $Re_\tau = 180$: le modèle EB-RSM est

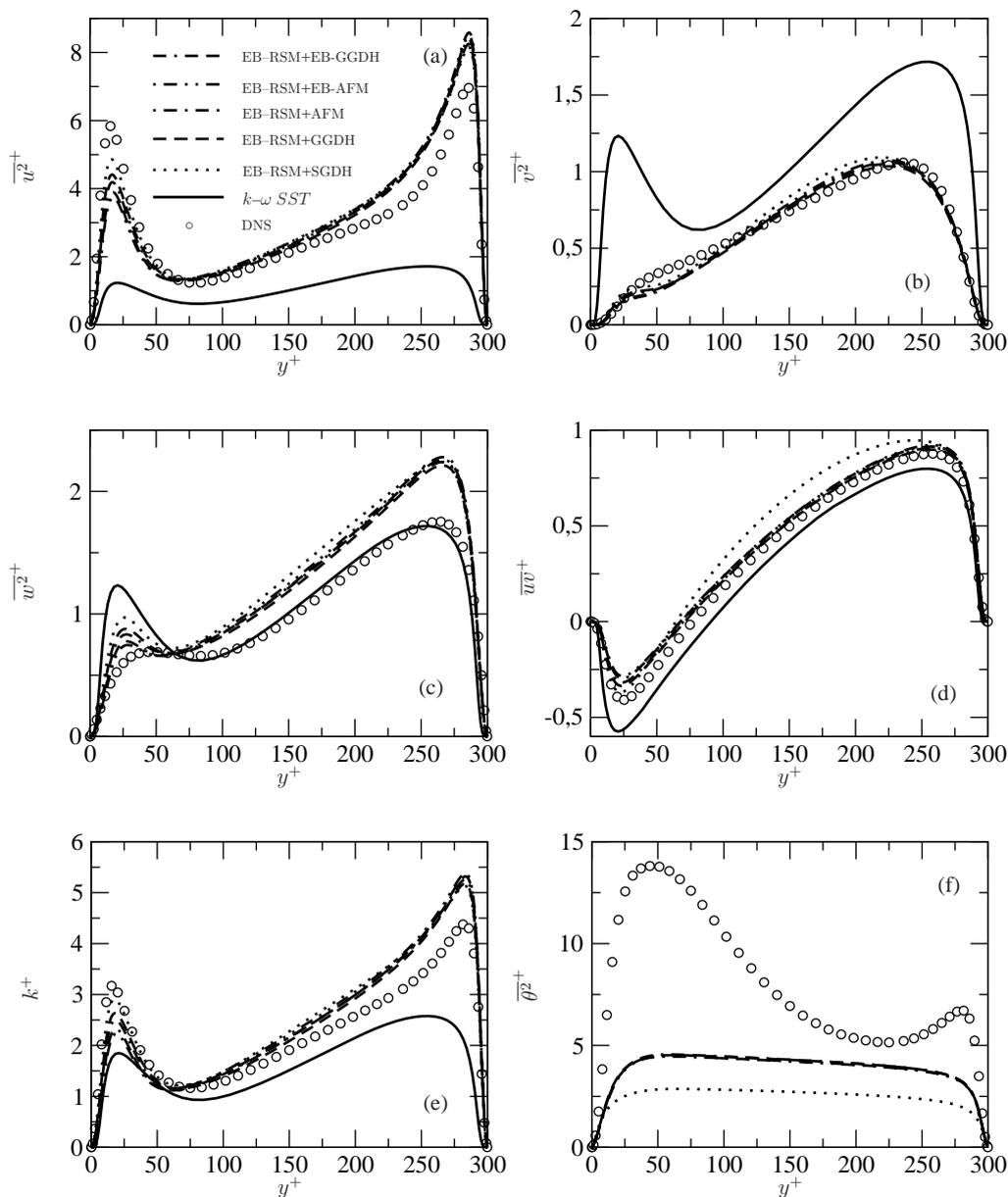


FIG. 5.23 – Comparaison des profils des tensions de Reynolds et d'énergie cinétique turbulente entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Re_\tau=150$ et $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. DNS : Kasagi & Nishimura [70]. (a) : $\overline{u^2}^+$; (b) : $\overline{v^2}^+$; (c) : $\overline{w^2}^+$; (d) : \overline{uv}^+ et (e) : k^+ ; (f) : $\overline{\theta^2}^+$.

un modèle qui prend en compte les effets de proche paroi, mais pas les effets dus à un nombre de Reynolds faible (absence de séparation d'échelle). Il ne contient donc aucune correction lui permettant de reproduire parfaitement des écoulements à un nombre de Reynolds aussi faible. Cette explication est aussi valable pour $\overline{w^2}$. Les tensions de Reynolds données par le modèle $k-\omega$ SST sont calculées comme étant $\overline{u^2}^+ = \overline{v^2}^+ = \overline{w^2}^+ = 2/3k^+$. La concordance entre le profil DNS de $\overline{w^2}^+$ et celui

donné par le modèle $k-\omega$ SST est fortuit. Les profils d'énergie cinétique turbulente tendent à le montrer, voir figure 5.23(e). De plus, il semble intéressant de signaler que la production par flottabilité dans l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente est nulle avec le modèle SGDH : on rappelle que $G_k = \beta \overline{u_i \theta} g_i = 0$ lorsque le gradient de température est colinéaire au vecteur gravité. Il n'y aura donc pas d'interaction directe entre la flottabilité et la turbulence.

Figure 5.23(d), le cisaillement est légèrement sous-estimé dans l'ensemble du canal avec le modèle $k-\omega$ SST et surestimé avec les modèles EB-RSM. Exception faite du modèle thermique à gradient simple, les autres fermetures sont plus proches du résultat DNS.

Pour le modèle SGDH, en regardant de plus près la composante longitudinale des tensions de Reynolds $\overline{u^2}$, figure 5.23(a), le terme de flottabilité est nul puisque $G_{11} = 2g\overline{u\theta} = 0$. Dans la partie favorable de l'écoulement, étant donné que $\overline{u\theta}_{DNS} < 0$ ce terme est censé jouer le rôle d'un puits. Du fait de sa nullité il semble logique que la turbulence soit moins atténuée qu'avec les autres modèles dans cette région. Dans la partie adverse, en revanche, on ne voit pratiquement aucune différence avec les autres fermetures thermiques ce qui laisse penser que la production par cisaillement est prédominante sur la production par flottabilité dans cette partie de l'écoulement.

La figure 5.23(f) montre que la variance de la température est fortement sous-estimée dans la totalité du domaine pour tous les modèles. En comparant ces résultats avec ceux de Shin *et al.* [130] qui résolvent les équations de transport des flux thermiques, on peut être amené à penser que cette mauvaise reproduction provient de l'utilisation d'une formulation algébrique. La variance de la température n'a pas été calculée par le modèle $k-\omega$ SST dans la mesure où elle n'intervient pas dans les équations.

Figures 5.24(a)–(b), le calcul des flux thermiques avec le modèle $k-\omega$ SST indique que le flux longitudinal $\overline{u\theta}$ est nul et le flux normal est légèrement surestimé du côté de la paroi froide, ce qui se retrouvera avec la prévision du nombre de Nusselt. Avec les modèles couplés à l'EB-RSM, les modèles reproduisent très convenablement le profil DNS. La composante longitudinale montre les mêmes propriétés du côté adverse qu'en convection forcée sur la reproduction du pic de $\overline{u\theta}$ et la chute brutale de cette composante lorsqu'on se déplace vers le centre du canal. On remarquera que la production par flottabilité semble jouer un rôle marginal du côté de la paroi froide.

Les valeurs du nombre de Nusselt calculées à partir des résultats des modèles $k-\omega$ SST et EB-RSM avec les différents modèles thermiques sont répertoriées dans le tableau 5.12. On peut constater que le modèle au premier ordre surestime le transfert thermique dans la partie favorable et le sous-estime dans la partie adverse. Le modèle EB-RSM sous-estime le nombre de Nusselt dans la partie favorable et inversement dans la partie adverse quelle que soit la fermeture thermique utilisée hormis le SGDH qui le surestime très fortement des deux côtés en proche paroi. Ce résultat est cohérent avec la surestimation du flux thermique normal.

D'après les données DNS, le coefficient de frottement moyen vaut $C_f^{DNS} = 8.9 \cdot 10^{-3}$ ce qui est en très bon accord avec la valeur obtenue par le modèle $k-\omega$ SST puisque

$C_f \sim 8.9 \cdot 10^{-3}$, et correct sur l'ensemble des modèles couplés à l'EB-RSM pour lesquels on obtient environ $C_f = 8.4 \cdot 10^{-3}$. La valeur DNS est à comparer avec son homologue en convection forcée qui vaut $C_f = 8.6 \cdot 10^{-3}$ pour $Re_\tau = 150$. On observe bien une augmentation du coefficient de frottement lorsque la flottabilité est introduite.

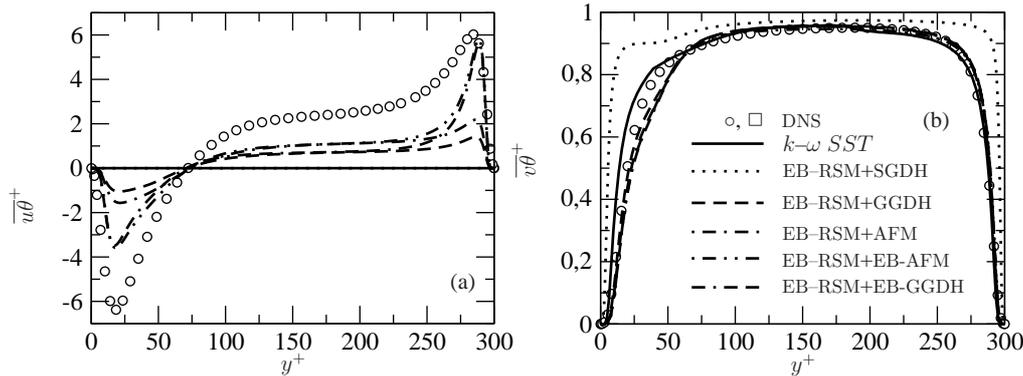


FIG. 5.24 – Comparaison des profils des flux thermiques longitudinal (a) et normal (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGD, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Re_\tau=150$ et $Gr = 9.5 \cdot 10^5$. DNS : Kasagi & Nishimura [70]. (a) : $\overline{u\theta}/(u_\tau\Delta T)$; (b) : $\overline{v\theta}^+$.

	$Nu_{\text{favorable}}$	Nu_{adverse}	$C_f (\times 10^3)$
DNS	7.4	20.9	8.9
$k-\omega$ SST ($Pr_t = 0.9$)	9.5	19.2	8.9
EB-RSM SGD	10.6	51.5	8.5
EB-RSM GGDH	7.3	21.7	8.4
EB-RSM AFM	7.2	22	8.4
EB-RSM EB-AFM	6.9	22.5	8.4
EB-RSM EB-GGDH	6.9	22.4	8.3

TAB. 5.12 – Comparaison du nombre de Nusselt dans chaque partie du canal et du coefficient de frottement.

Conclusions du cas

Ce cas montre que le modèle au premier ordre donne des résultats corrects sur certaines statistiques telles que vitesse, température, cisaillement et flux thermique normal. Les résultats sont globalement cohérents avec les résultats DNS sauf le modèle SGD qui prédit un nombre de Nusselt deux fois plus élevé que les autres fermetures. Là encore, les résultats *a priori* et les simulations numériques sont en bon accord.

Canal horizontal différentiellement chauffé

On reprend la configuration de canal horizontal différentiellement chauffé dont les paramètres sont donnés dans le tableau 5.13.

	Re_τ	Gr	\vec{g}/g	Pr
Stratification instable, Iida & Kasagi [64]	150	1.3×10^6	$-\vec{e}_y$	0.71

TAB. 5.13 – Paramètres de la simulation.

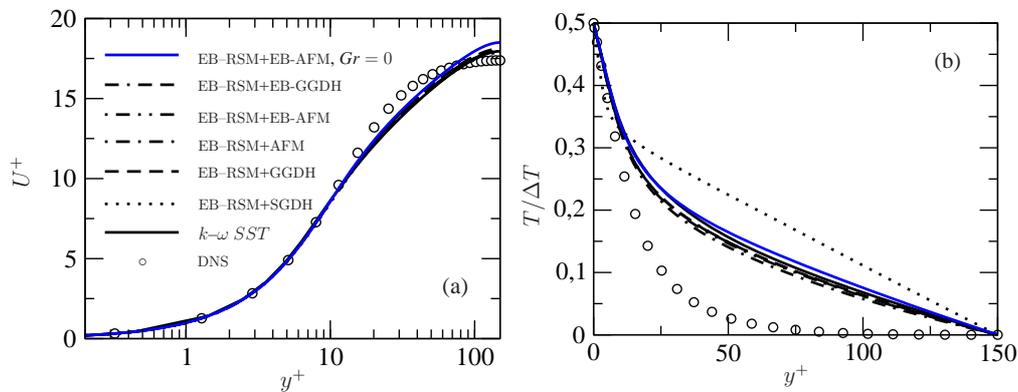


FIG. 5.25 – Comparaison des profils de vitesse (a) et de température (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Re_\tau=150$ et $Gr = 1.3 \cdot 10^6$. DNS : Iida & Kasagi [64].

Les résultats de cette simulation sont présentés sur les figures 5.25–5.27. En plus des résultats propres à cette configuration, on a réalisé un calcul supplémentaire avec le modèle EB-RSM couplé à l’EB-AFM dans lequel la flottabilité est mise à 0, soit $Gr = 0$.

Sur ce cas de convection mixte, le profil DNS de vitesse montre qu’il n’y a pas de zone logarithmique par comparaison avec un cas de convection forcée. On constate une très faible influence de la flottabilité puisque la courbe correspondant à un nombre de Grashof nul est presque identique à un profil de canal classique.

Le profil de température y est, quant à lui, plus sensible, voir figure 5.25(a) : globalement, tous les modèles le surestiment par rapport à la DNS. En se focalisant sur la zone de proche paroi, on peut aussi constater que la pente n’est pas bien respectée : elle est sous-estimée par tous les modèles sauf le SGDH qui la surestime. Ces résultats sont cohérents avec la prévision du flux normal qui est donné sur la figure 5.27(b).

L’analyse des tensions de Reynolds va commencer par la composante normale à la paroi, $\overline{v^2}$. Le fait que la paroi chaude soit en $y/h = 0$, la paroi froide en $y/h = 2$ et $\vec{g}/g = -\vec{e}_y$ impose un gradient de température négatif et qui va générer un flux normal $\overline{v\theta}$ positif. Ce flux entre directement dans le bilan des termes de production de $\overline{v^2}$ puisque $G_{22} = 2\beta g\overline{v\theta}$ en intensifiant ses fluctuations. De plus, le profil DNS montre que $\overline{v^2}$ est monotone croissant.

Que l’on impose le nombre de Grashof de la DNS ou zéro, $\overline{v^2}$ est prédit de manière

comparable : la tension normale augmente jusqu'à $y^+ \sim 50$ puis diminue. Lorsque $Gr \neq 0$ le terme de production par flottabilité augmente bien $\overline{v^2}$ au centre du canal. Dans cette région, le modèle SGDH est plus proche de la DNS mais ce n'est pas pour les bonnes raisons. Figure 5.27(b), le flux normal est surestimé alors que les autres modèles thermiques le sous-estiment. Sur la figure 5.27(d), le cisaillement est convenablement prédit par rapport à la DNS et l'on ne voit qu'une très faible différence lorsque $Gr = 0$ ou $1.3 \cdot 10^6$ alors que $G_{12} = \beta g \overline{v\theta}$.

Le profil de la tension longitudinale, $\overline{u^2}$, montre qu'elle est surestimée en proche paroi puis sous-estimée dès que $y^+ \geq 14$. Quelle que soit la fermeture liée à l'EB-RSM, le pic de $\overline{u^2}$ se situe à cette position ce qui est comparable aux résultats DNS en convection forcée. La composante $\overline{w^2}$ affiche une certaine ressemblance : en effet, sur la figure 5.27(c), elle est surestimée jusqu'à $y^+ \sim 62$ puis elle est sous-estimée. Ce comportement est très différent de celui de convection forcée qui indiquait que le profil est surestimé sur l'ensemble du demi-canal.

La variance de la température montre une amplitude particulièrement élevée par rapport au cas de convection forcée à $Re_\tau=180$ par exemple dont la valeur maximale atteint 6 et dont le profil s'apparente à celui de $\overline{u^2}$. D'après la figure 5.26(f), cette variable est fortement sous-estimée quelle que soit la fermeture thermique utilisée. Loin de la paroi, on remarquera que le terme de production $P_{\theta^2} = -\overline{v\theta} \partial T / \partial y$ est surestimé alors que calculé par la DNS, ce terme est nul car $\partial T / \partial y = 0$. Il a été vu dans la partie consacrée aux tests *a priori* que $\overline{\theta^2}$ joue un rôle prédominant au centre du canal : on peut alors attribuer une bonne part de responsabilité dans la mauvaise prévision de $\overline{v\theta}$ et de T à la forte sous-estimation de $\overline{\theta^2}$.

La prévision du flux longitudinal est présentée sur la figure 5.27(a). Elle montre une sous-estimation pour chaque fermeture utilisée et est moins fidèle que les tests *a priori*, mais ce n'est pas étonnant puisque nous avons utilisé les données DNS pour les vitesses, la température et $\overline{\theta^2}$. On peut constater la très faible différence entre les fermetures EB-AFM avec un nombre de Grashof nul ou non. Figure 5.27(a), le flux normal à la paroi est encore une fois bien prédit par l'ensemble des modèles couplés à l'EB-RSM excepté le SGDH.

Le profil de vitesse donné par le $k-\omega$ SST est lui aussi écarté du résultat DNS. Le profil de température n'a pas la bonne pente en paroi mais il est très comparable au profil à nombre de Grashof nul donné par le modèle EB-AFM. Le profil de k est sous-estimé, voir figure 5.26(e), ce qui est cohérent avec le résultat du cas test précédent d'une part et des résultats de Uribe [145] d'autre part en canal plan à $Re_\tau=395$.

La composante longitudinale du flux, $\overline{u\theta}$, est toujours nulle et la composante normale, $\overline{v\theta}$, est sous-estimée comme en convection naturelle. Loin de la paroi ($y^+ > 50$), le gradient de température est plus grand que celui de la DNS ce qui laisse penser que ce résultat est le fruit d'une sous-évaluation de la diffusivité turbulente.

En principe, cette configuration devait exhiber un certain nombre de modifications en raison du caractère instable de la stratification thermique. On s'attendait à une amplification de la tension normale à la paroi et on peut conclure en disant qu'elle n'est pas aussi flagrante que sur la DNS. Les profils de vitesse prédisent tous une loi logarithmique alors qu'elle n'existe pas. Les tensions de Reynolds ne sont

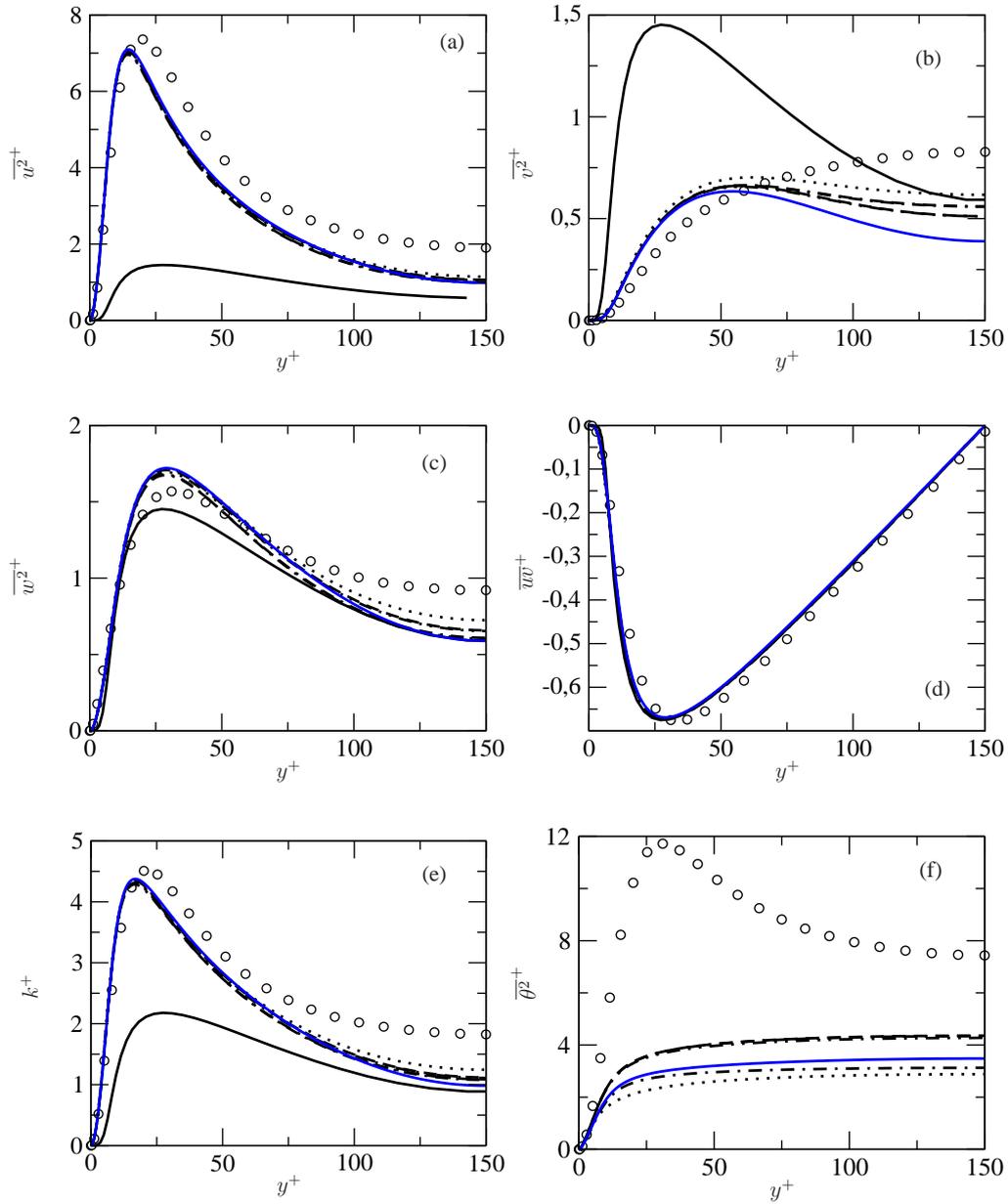


FIG. 5.26 – Comparaison des profils des tensions de Reynolds et d'énergie cinétique turbulente entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDH, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Re_\tau=150$ et $Gr = 1.3 \cdot 10^6$. DNS : Iida & Kasagi [64]. (a) : $\overline{u^2}^+$; (b) : $\overline{v^2}^+$; (c) : $\overline{w^2}^+$; (d) : \overline{uv}^+ et (e) : k^+ ; (f) : $\overline{\theta^2}^+$. Pour les légendes, se reporter à la figure 5.25.

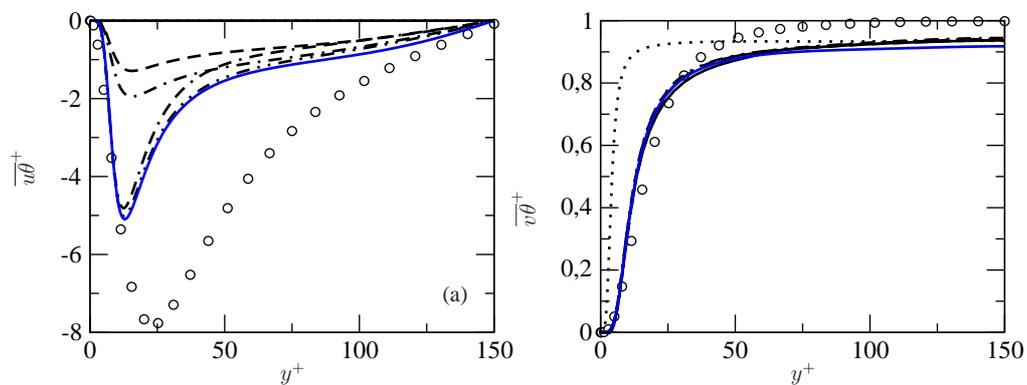


FIG. 5.27 – Comparaison des profils des flux thermiques longitudinal (a) et normal (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures SGDh, GGDh, AFM, EB-AFM et EB-GGDh et le $k-\omega$ SST pour $Re_\tau=150$ et $Gr = 1.3 \cdot 10^6$. DNS : Iida & Kasagi [64]. (a) : $\overline{u\theta}^+$; (b) : $\overline{v\theta}^+$. Pour les légendes, se reporter à la figure 5.25.

guère différentes qu'on impose un nombre de Grashof nul ou pas.

Conclusions du cas

Les limitations des modèles commencent à se faire sentir sur ce cas de stratification instable. L'influence de la flottabilité avec un calcul supplémentaire où le nombre de Grashof est nul a été testée et ne montre que de faibles différences sur la quasi-totalité des variables. De plus, la nullité du gradient de température au centre du demi-canal montre que les fermetures négligeant la production par flottabilité sont inadéquates. Le flux longitudinal est relativement conforme au test *a priori* et l'autre composante est mieux prédite par la simulation. Le $k-\omega$ SST affiche des résultats semblables au cas précédent en vitesse, température, cisaillement et flux thermique normal.

Convection naturelle

La convection naturelle est un régime difficile à reproduire dans la mesure où l'écoulement est entièrement piloté par la flottabilité. Le profil de vitesse change de pente et il existe une zone de faible étendue où la production d'énergie cinétique est négative. La turbulence s'adapte à l'écoulement pour s'établir alors qu'en convection forcée elle résulte d'un équilibre entre le frottement et le gradient de pression. Les paramètres de la simulation sont présentés dans le tableau 5.14.

	Re_τ	Gr	\vec{g}/g	Pr
Convection naturelle, Versteegh & Nieuwstadt [147]	0	$5 \times 10^6/0.709$	$-\vec{e}_x$	0.709

TAB. 5.14 – Paramètres de la simulation.

La distance entre les deux plaques est h et la différence de température est ΔT . L'écoulement est pleinement turbulent et monodimensionnel en moyenne. On définit une échelle de température ΔT , une échelle de vitesse λ/h , une échelle de longueur h et une échelle de masse ρh^3 afin d'adimensionner les équations de transport qui s'écrivent après simplifications :

$$0 = -RaPr(\tilde{T} - T_{\text{ref}}) + \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(-\tilde{u}\tilde{v} + Pr \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{y}} \right) \quad (5.74)$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \left(-\tilde{v}\tilde{\theta} + \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tilde{y}} \right) \quad (5.75)$$

où le nombre de Rayleigh s'écrit $Ra = g\beta\Delta Th^3/\nu\kappa$.

Modèle $k-\omega$ SST

Figure 5.28(a), on remarque que le profil de vitesse est surestimé partout dans le domaine. Ceci est du en partie à la surestimation de la température, donc du terme de flottabilité, mais surtout à la sous-estimation du cisaillement dans tout le quart du canal d'après les figure 5.28(b) et figure 5.29(d) respectivement. Cette dernière variable est, toutefois, étonnamment bien estimée au centre du domaine. La pente trop faible observée en proche paroi sur le profil de température est due à un flux thermique normal sous-estimé, voir figure 5.30(b). La sous-estimation du cisaillement est à rechercher dans la relation constitutive liant \overline{uv} au tenseur du taux de déformation. Sa linéarité implique un cisaillement strictement négatif tant que $\partial U/\partial y > 0$ alors que les données DNS indiquent un cisaillement négatif mais sur une zone de bien plus faible étendue que les résultats de simulation numérique. Le changement de signe de \overline{uv} n'est donc pas corrélé avec le point d'inflexion du profil de vitesse. De la sorte, il existe une zone de production négative dans laquelle la turbulence va nourrir en énergie l'écoulement moyen. Le maintien de la turbulence dans cette zone repose sur la production par flottabilité mais aussi sur des phénomènes de diffusion. L'ensemble de ces résultats concorde avec ceux trouvés par Uribe sur la cavité de Betts, [145].

Figure 5.29(d), l'énergie cinétique est sous-estimée sur la totalité du canal. Elle est même très faible, au regard de sa valeur maximale, en proche paroi, ce qui pourrait laisser penser que l'écoulement est proche d'un état laminaire dans cette zone. Enfin, la production modélisée est pratiquement double de celle issue de la DNS en $y/h \sim 1$. La production due à la flottabilité G_k est nulle d'une part car $\overline{u_i \theta}$ est modélisé par un modèle SGDH et d'autre part parce que la flottabilité et le flux de chaleur sont perpendiculaires, donnant un produit scalaire nul.

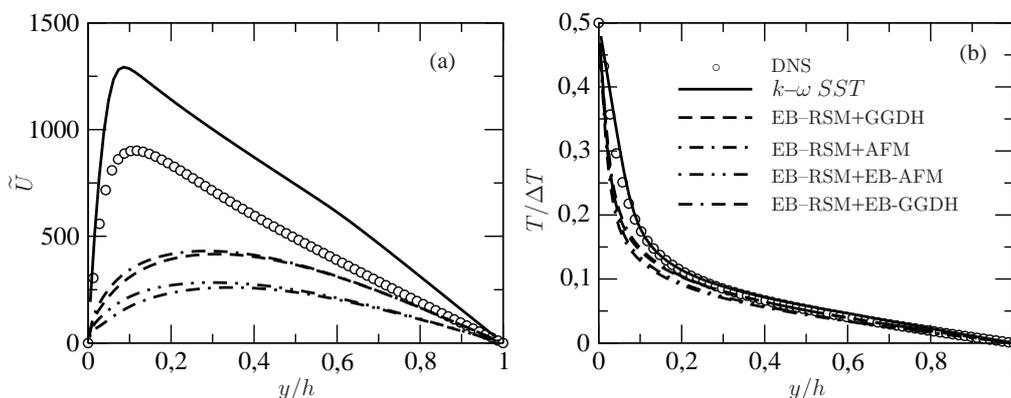


FIG. 5.28 – Comparaison des profils de vitesse (a) et de température (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST $Ra = 5 \cdot 10^6$. DNS : Versteegh & Nieuwstadt [147].

Modèle EB-RSM

Lors de l'implantation du modèle algébrique des flux thermiques turbulents, Ruiz [123] avait constaté que l'échelle de longueur de Durbin représentait très mal l'échelle de longueur de l'effet de blocage dans le cas de convection naturelle de Boudjemadi *et al.* [19] : la fonction de pondération tendait vers 0,2 au centre du canal au lieu de 1. C'est pourquoi l'échelle avait été arbitrairement imposée constante dans l'ensemble du domaine avec une valeur choisie pour représenter correctement l'échelle de la DNS. La raison supposée pour cet état de fait était la faiblesse du nombre de Rayleigh, donc du Re_τ . Le même constat a été établi pour les nombres de Rayleigh de la DNS de Versteegh & Nieuwstadt. L'échelle sera donc gardée constante mais adaptée au nombre de Rayleigh. En supposant l'échelle de longueur constante, on peut, en première approximation, résoudre l'équation de pondération (5.12) analytiquement. On trouve, par exemple en canal sans thermique lorsque $Re_\tau = 590$, que la fonction $\alpha = 1 - e^{-y/L_0}$ avec $L_0 = 0.0425h$ reproduit très bien le α trouvé dans les tests *a priori* du §5.1.2.4. Comme il a été vu durant le paragraphe précédemment mentionné, $\alpha(y^+)$ est indépendant du nombre de Reynolds, $L_0^+ = Re_\tau L_0/h$ doit être indépendant de Re_τ . Ainsi, pour déterminer l'échelle de longueur, on dispose de la relation suivante :

$$\left. \frac{Re_\tau L_0}{h} \right|_{Ra_1} = \left. \frac{Re_\tau L_0}{h} \right|_{Ra_2} \quad (5.76)$$

Puisque Ruiz [123] avait imposé $L_0 = 0.25h$ pour $Ra = 10^5$ ce qui correspondait à $Re_\tau=143$, pour $Ra = 5 \cdot 10^6$ le nombre de Reynolds vaut 558 et on trouve $L_0 = 0.064h$.

Sur l'ensemble des figures 5.28–5.30, on peut constater que les modèles de type GGDH et AFM et leur version respective avec pondération elliptique se comporte de manière analogue pour la quasi-totalité des variables.

Figure 5.28(b), la pente en proche paroi de la température montre que le nombre de Nusselt est surestimé d'un facteur 2 environ au centre pour tous les modèles par rapport à la DNS. Sur la figure 5.30(a), on peut voir que la composante longitudinale des flux thermiques est sous-estimée par les modèles GGDH avec et sans pondération elliptique. Au centre du domaine, les deux autres modèles sont proches de la valeur DNS avec une meilleure prévision pour le modèle EB-AFM. Le modèle EB-GGDH « dégénère » bien vers vers le GGDH au centre contrairement à l'EB-AFM.

On peut voir sur la figure 5.29(b) que, couplés aux modèles GGDH et EB-GGDH, la tension normale à la paroi $\overline{v^2}$ donnée par le modèle EB-RSM est sous-estimée sur la majeure partie du canal tandis que les deux autres modèles la surestiment sur la première moitié du canal et la prédise convenablement sur la seconde moitié. De ces constatations vient la conclusion que la surestimation de $\overline{v\theta}$, figure 5.30, provient du trop fort gradient de température.

Bien que sur-évaluée en proche paroi, la tension $\overline{w^2}$ est convenablement reproduite par les modèles GGDH et EB-GGDH, voir figure 5.29(c). Les modèles AFM et EB-AFM la surestiment globalement. Les termes de production par gradient de vitesse $P_{33} = \overline{vw} \partial U / \partial z$ et par flottabilité $G_{33} = 2g_z \overline{w\theta}$ étant nuls, le calcul de $\overline{w^2}$ ne résulte que de l'équilibre entre les termes de diffusion, moléculaire et turbulente, de redistribution et de dissipation. La prévision de cette composante n'aura d'effets sur aucune variable d'après leur équation de transport.

Figure 5.29(a), la composante longitudinale, $\overline{u^2}$, a le bon ordre de grandeur sur tout le domaine pour les modèles de type GGDH et est surestimée par les modèles de type AFM. Le bilan de cette composante est constitué des termes de production par gradient de vitesse P_{11} et de flottabilité G_{11} . Ces derniers s'écrivent $G_{11} = 2g\beta\overline{u\theta}$. D'après la figure 5.30, on obtient $G_{11}^{\text{GGDH}} < G_{11}^{\text{DNS}}$. On peut penser que l'erreur commise en sous-estimant $\overline{u\theta}$ avec ce modèle a permis lors du bilan de l'ensemble des termes de production de compenser l'erreur de l'EB-RSM.

Le cisaillement est surestimé par l'ensemble des modèles, voir figure 5.29(d). Pour cette composante, les termes de production s'écrivent : $P_{12} = \overline{v^2} \partial U / \partial y$ et $G_{12} = \beta g \overline{v\theta}$. Loin de la paroi, les modèles de type AFM sont ceux se rapprochant le plus des résultats DNS. Les termes de production, par cisaillement et par flottabilité, entâchés d'erreur malgré des résultats acceptables au centre, laissent penser qu'il y a une compensation d'erreur avec d'autres termes de l'équation de transport \overline{uv} .

L'adimensionnement en unités de paroi permet d'« effacer » les erreurs tout simplement dues à la surestimation d'un facteur 2 du nombre de Nusselt en proche paroi : ainsi, on a une vision non faussée des prévisions données par le modèle des flux thermiques. Figure 5.29(f), on peut constater que la variance de la température est très correctement estimée sur l'ensemble du domaine avec les modèles de type GGDH et un un peu moins bien estimée avec les modèles de type AFM. Ces résultats

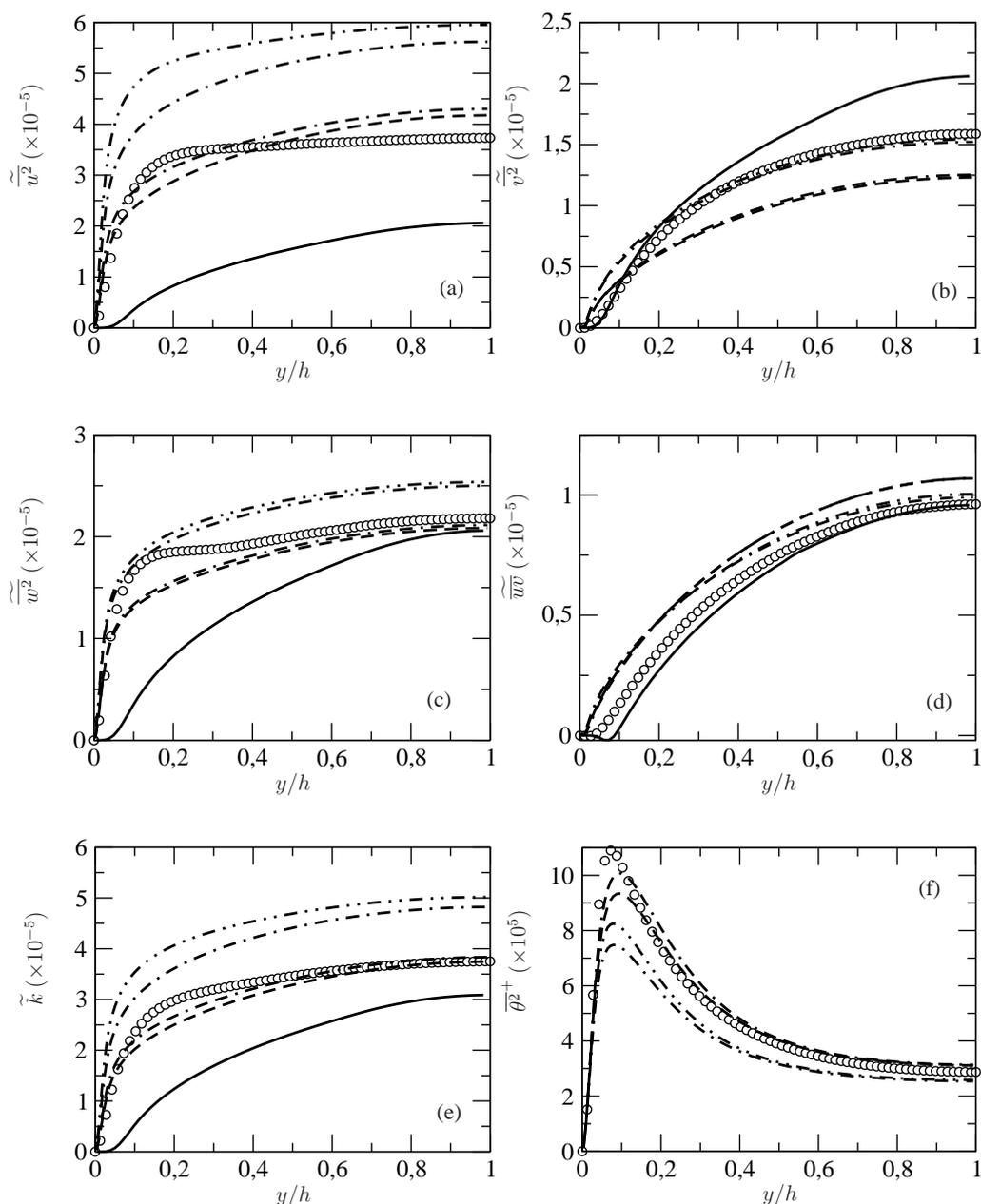


FIG. 5.29 – Comparaison des profils des tensions de Reynolds et d'énergie cinétique turbulente entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Ra = 5 \cdot 10^6$. DNS : Versteegh & Nieuwstadt [147]. (a) : $\overline{u^2}$; (b) : $\overline{v^2}$; (c) : $\overline{w^2}$; (d) : \overline{uv} et (e) : k ; (f) : $\overline{\theta^2}^+$.

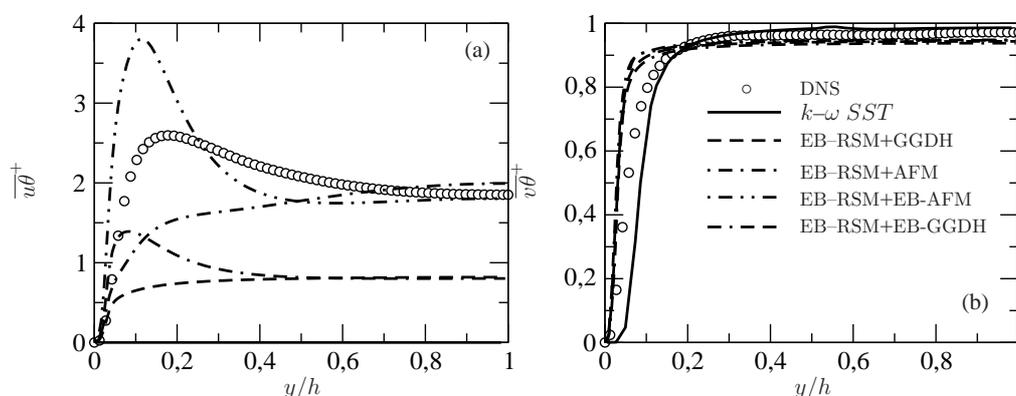


FIG. 5.30 – Comparaison des profils des flux thermiques longitudinal (a) et normal (b) entre les modèles EB-RSM couplé aux fermetures, GGDH, AFM, EB-AFM et EB-GGDH et le $k-\omega$ SST pour $Ra = 5 \cdot 10^6$. DNS : Versteegh & Nieuwstadt [147].

sont consistents avec leurs termes de production qui sont du même ordre de grandeur au centre du domaine. La surestimation du nombre de Nusselt ne provient donc pas de la formulation algébrique en soi mais de son couplage avec le modèle EB-RSM.

La mauvaise prévision de la vitesse, figure 5.28(a), est due à un cisaillement très important qui a tendance à freiner l'ascension du fluide mais aussi à une force de flottabilité moindre d'après les profils de température.

Conclusions du cas

On voit que le cas de convection naturelle est complexe à reproduire et à analyser dans la mesure où la turbulence est entièrement pilotée par la thermique. Les résultats du $k-\omega$ SST semblent dus à une compensation d'erreurs : la simplicité des modèles au premier ordre et leur incapacité à reproduire de multiples phénomènes physiques en limitent l'utilisation. Malgré l'utilisation de modèles algébriques initialement développés pour répondre à des problèmes de convection naturelle, on s'aperçoit qu'ils donnent aussi peu satisfaction qu'un modèle utilisant une viscosité turbulente. Appliquée à d'autres cas de convection naturelle, la fermeture GGDH est mise en défaut par rapport au modèle DFM, Choi & Kim [27]. Mais la formulation AFM donne des résultats très encourageants sur l'écoulement de Rayleigh-Bénard pour des nombres de Rayleigh élevés $Ra > 10^7$, Choi & Kim [26] ce qui signifierait que la faiblesse du nombre de Rayleigh est la principale difficulté à l'origine des résultats présentés ici.

5.4 Remarques sur la sensibilité au maillage

La qualité des résultats de simulations numériques est étroitement liée à la qualité du maillage. Il n'est pas question dans ce manuscrit d'élaborer des critères de qualité généraux mais d'essayer d'analyser le comportement des modèles RANS utilisés au sein de ce travail afin de mieux percevoir leurs potentialités sur l'écoulement le plus testé lors de l'élaboration de modèles de turbulence. Quand on utilise des modèles bas-Reynolds tels que le $k-\omega$ SST ou le $k-\varepsilon$ Launder & Sharma par exemple, on sait qu'il faut utiliser un maillage dont la taille de maille pariétale soit de l'ordre de l'unité. Si cette condition a pu être remplie lors de l'étude des cas académiques, les simulations VALIDA ont montré que pour le cas le plus défavorable, la simulation isotherme, la taille de la maille pariétale pouvait aller jusqu'à 6 en certains endroits. La sensibilité au maillage peut aussi intervenir par la biais de la définition et/ou de la discrétisation des conditions aux limites. Le $k-\omega$ SST admet une condition limite sur ω qui est infinie en paroi. Le modèle à pondération elliptique par contre admet une condition limite sur ε finie.

On a donc testé la sensibilité au raffinement pariétal et, pour ce faire, huit maillages ont été réalisés. L'écoulement retenu est celui en canal plan à $Re_\tau=590$ d'après les données DNS de Moser *et al.*[95]. Leurs paramètres sont donnés dans le tableau 5.15. Pour chaque maillage, on se donne le y_w^+ , une même raison géométrique et on en déduit le nombre de cellules N_{Cell} du maillage. Deux critères ont été choisis pour parler de convergence : chaque calcul est considéré comme convergé lorsque ses résidus atteignent 10^{-7} et le critère de convergence en maillage qui a été choisi est le coefficient de frottement.

Maillage	1	2	3	4	5	6	7	8
y_w^+	5	2	1	0.5	0.1	0.05	0.025	0.01
N_{Cell}	45	90	130	193	334	411	480	570

TAB. 5.15 – Caractéristiques des maillages pour les modèles $k-\omega$ SST et EB-RSM pour $Re_\tau=590$

L'influence du maillage sur les résultats concernant le $k-\omega$ SST est manifeste, voir figures 5.31(a)–(b). Dès que $y_w^+ > 0.3$, le coefficient de frottement est plus faible que la valeur DNS. Cela apparaît sur les profils de vitesse, voir figure 5.31(b). En-deçà de cette valeur le coefficient de frottement est surestimé.

En revanche, le modèle EB-RSM est peu sensible au maillage en proche paroi. L'incertitude maximale sur le coefficient de frottement est de 3% en valeur absolue. On peut voir qu'il y a une très faible disparité des profils de vitesse.

⁴Le maillage 8 n'est pas représenté car il n'apporte aucune information supplémentaire par rapport au maillage 7.

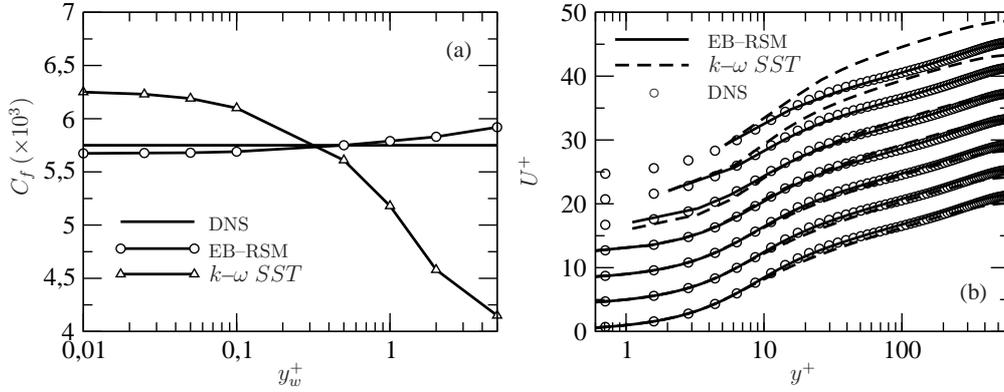


FIG. 5.31 – (a) : Évolution du coefficient de frottement en fonction du raffinement pariétal ; (b) : comparaison des profils de vitesse entre les modèles $k-\omega$ SST et EB-RSM suivant les différents maillages réalisés. Les profils ont été décalés pour plus de clarté ⁴. DNS : Moser *et al.* [95].

Ces résultats nous amènent à remettre en question la manière dont est codée la condition à la limite sur ω . Tout d’abord, on rappelle que l’équation de ω possède une solution analytique en proche paroi qui est :

$$\omega(y) = \frac{6\nu}{\beta^* y^2} \quad (5.77)$$

où y représente la distance entre la paroi et le centre du premier point de calcul, Vieser *et al.* [149]. On voit donc que ω présente une singularité à paroi, ce qui ne permet pas d’appliquer une condition aux limites exacte. C’est sans doute pourquoi Menter [116] utilise comme condition aux limites $\omega(y_1) = 10 \frac{6\nu}{\beta^* y_1^2}$ où y_1 est la position du premier point de calcul à l’intérieur du domaine. Le coefficient 10 signifie « grand devant », et permet de remplacer la contrainte $\omega|_w \rightarrow \infty$ par $\omega|_w \gg \omega(y_1)$.

La solution analytique de ω ne permet pas d’imposer sa valeur sur la face de bord puisqu’elle y est infinie, voir équation (5.77). L’implantation du modèle $k-\omega$ SST dans *Code_Saturne* faite par Uribe [145] consiste à exprimer la condition à la limite de ω au centre de la cellule par l’intermédiaire de sa dérivée, puis à la projeter sur la face de bord. Discrétisée, la condition à la limite sur ω à la paroi a été écrite comme :

$$\omega_F = \omega_1 + y_1 \frac{120 \cdot 8\nu}{\beta_1 y_1^3} \quad (5.78)$$

où ω_F et ω_1 représentent respectivement la valeur à la face et au centre de la cellule pariétale.

Quel que soit le maillage utilisé, ω est sous-estimé, voir figure 5.32 mais son raffinement progressif éloigne cette variable du profil analytique. Le déraffinement de maillage conduit à sous-estimer de plus en plus la viscosité turbulente et donc à surestimer le profil de vitesse, voir figure 5.31(b).

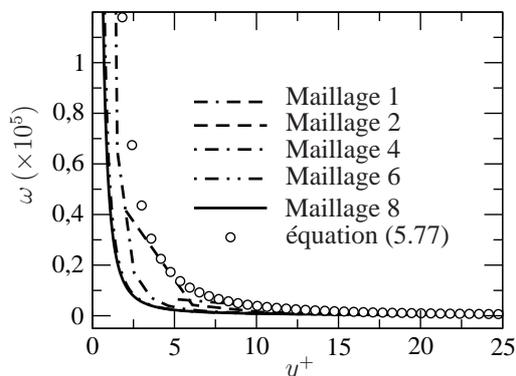


FIG. 5.32 – Évolution de ω dans le canal pour différents maillages à $Re_\tau=590$ et comparaison avec la solution analytique donnée par l'équation (5.77).

L'utilisation de cette condition aux limites dans *Code_Saturne* est à l'origine de la sensibilité au maillage observée. En effet, quand on change la position du premier point de calcul, le volume de $6\nu/\beta^*y_1^2$ change fortement, et donc la condition aux limites appliquée aussi. La solution à ce problème serait de remplacer cette condition aux limites par l'application de la condition $\omega(y_1) = 6\nu/\beta^*y_1^2$ directement au premier point de calcul.

Cette sensibilité au maillage, découverte en fin de thèse, apporte un doute sur les résultats présentés au chapitre précédent, notamment sur les prévisions de quantités sensibles à la bonne reproduction de la zone de proche paroi, comme la température de peau ou le nombre de Nusselt.

5.5 Conclusions du chapitre

Ce chapitre avait un objectif principal qui résidait dans la modélisation des effets de paroi comprenant le développement, la validation et la comparaison de nouvelles fermetures thermiques aux fermetures existantes et chacune couplée à un modèle du second ordre, le modèle à pondération elliptique. Un travail secondaire a été l'analyse de la sensibilité au maillage constatée avec le $k-\omega$ SST.

Nous nous sommes d'abord assurés que l'introduction du terme de flottabilité dans les équations de transport des tensions de Reynolds ne modifiait pas l'équilibre de proche paroi que l'EB-RSM reproduit, puis que les modifications induites sur l'échelle de longueur demeurent marginales. Ensuite, un nouveau modèle des flux thermiques qui prend en compte les effets de paroi a été développé. Ce modèle, l'EB-AFM, est la version algébrique du modèle à équations de transport des flux thermiques avec pondération alliptique de Shin *et al.* [130]. Diverses simplifications de ce modèle conduisent à des modèles connus tels que le SGDH, le GGDH et l'AFM ainsi que le modèle à pondération elliptique du GGDH, l'EB-GGDH.

Dans un premier temps, des tests *a priori* de ces modèles ont été effectués sur quatre cas tests dans les trois régimes de convection. Dans un second temps, ces

mêmes cas ont été repris pour être simulés à l'aide d'un code 1D et de *Code_Saturne*, code industriel développé à Électricité de France. La même procédure de calibration a été employée lors de ces deux séries de tests. Le modèle $k-\omega$ SST, qualifié au chapitre précédent, a été repris pour le comparer au modèle EB-RSM.

Les tests *a priori* montrent une grande aptitude venant du modèle EB-AFM à reproduire la composante longitudinale des flux thermiques sans interférer sur la seconde composante dans les trois régimes de convection. Ces constatations sont valables aussi lors des simulations numériques. Une version simplifiée, le modèle EB-GGDH, qui ne résout pas l'équation de la variance de la température, semble être adapté à la prévision d'écoulements en régimes de convection forcée et mixte. Les formulations AFM et GGDH sont relativement insuffisantes à prédire le flux longitudinal convenablement mais restent acceptables pour les autres grandeurs, notamment la plus importante, le flux normal à la paroi. Une explication a été trouvée pour ce bon comportement : par coïncidence, lorsque $Pr \simeq 1$, l'absence de prise en compte des effets de proche paroi n'a qu'une influence marginale que le modèle, en écoulement de canal. Le modèle SGDH a révélé tout du long son incapacité à calculer correctement le profil de température conduisant dans toutes les simulations à une surestimation du nombre de Nusselt d'un facteur deux environ.

Le modèle $k-\omega$ SST donne des résultats étonnamment corrects sur l'ensemble des cas tests au regard de sa simplicité et de l'absence de prise en compte de certains phénomènes physiques. En convection naturelle, les résultats de ce modèle sont aussi écartés de la DNS que le modèle EB-RSM. Néanmoins, Versteegh & Nieuwstadt [148] soulignent que l'hypothèse de viscosité turbulente est inconsistente en convection naturelle.

Une sensibilité au maillage provenant du $k-\omega$ SST a été remarquée. La discrétisation de la condition à la limite de ω est directement responsable de cet état et est liée au fait que ω est infini à la paroi. Ceci ne se retrouve absolument pas avec le modèle à pondération elliptique dont la condition à la limite sur ε est finie à la paroi.

Chapitre 6

Conclusions et perspectives

Ce rapport de thèse porte sur la capacité de modèles RANS à prédire des écoulements dans les différents régimes de convection en situations industrielle et académique ainsi que le niveau de modélisation nécessaire pour parvenir à une prévision réaliste de différents écoulements en régime de convection mixte.

La recherche bibliographique a permis de faire un état des lieux sur la physique complexe des écoulements autour de cylindre d’allongement infiniment long et d’allongement fini. Si les simulations LES semblent être les plus à même de prédire ce type d’écoulement, il n’en demeure pas moins qu’elles sont sensibles à la taille du maillage et demandent par conséquent des ressources CPU considérables. La méthodologie URANS utilisant les équations RANS avec une marche en temps donne des résultats étonnamment réalistes comme ont pu le remarquer Iaccarino & Durbin [62] ou encore Bosch & Rodi [18] par exemple. Pour ces raisons, on s’intéresse à l’écoulement autour d’un cylindre monté en paroi en situations isotherme puis avec transferts thermiques simulés par des modèles RANS.

Les simulations URANS de l’écoulement autour d’un cylindre de hauteur finie dans les régimes de convection forcée, mixte et naturelle ont été réalisées. L’ensemble des résultats obtenus dans cette configuration géométrique semble plutôt réaliste au regard de la bibliographie et des expériences menées pour les besoins de la thèse.

Avec ou sans transferts thermiques, les solutions obtenues avec le modèle bas-Reynolds du premier ordre $k-\omega$ SST et un schéma de convection centré sont étonnamment riches. En effet, la simulation isotherme ainsi que les simulations dans le régime de convection mixte laissent apparaître de nombreuses structures à grandes échelles dont la bibliographie et les calcul LES font état. Ont été recensées l’allée de von Kàrmàn, les tourbillons marginaux, en fer à cheval, les *Trailing, Base* et *Tornado-like vortices*. En convection mixte, une paire supplémentaire de tourbillons a été détectée, les « Tourbillons de flottabilité » ou *Buoyancy-Induced Vortices* en anglais, dont la convection naturelle est responsable.

Sur le cas de convection mixte $(\Phi, U_b) = (600 \text{ W/m}^2, 1 \text{ m/s})$, les résultats obtenus avec le modèle haut-Reynolds $R_{ij}-\varepsilon$ SSG sont très écartés de ceux donnés par le $k-\omega$ SST. La topologie fait bien état d’une allée de von Kàrmàn caractérisée par un

nombre de Strouhal proche de celui du k - ω SST mais dont l'amplitude maximale du pic est plus faible. Les autres structures ne sont pas visibles. Les « Tourbillons de flottabilité » sont, malgré tout, détectés dans le sillage à l'instar de la simulation bas-Reynolds. Les profils du nombre de Nusselt sont fortement sous-estimés sans doute en raison de l'utilisation de lois de parois dynamiques et thermique.

Lorsque le régime de convection naturelle est atteint, le temps de calcul nécessaire à l'établissement des températures dans l'épaisseur du cylindre a rendu nécessaire l'abandon du couplage entre les deux codes. L'influence de la conduction dans l'épaisseur du cylindre est clairement identifiée et ses effets se font sentir lors de la prévision du nombre de Nusselt. La topologie obtenue sur ces simulations est radicalement différente des précédentes où seuls subsistent les « Tourbillons de flottabilité » dans le sillage. Si, qualitativement, les résultats numériques affichent la bonne tendance par rapport à l'expérience, les profils du nombre de Nusselt ne sont pas très bien prédits en raison de l'absence de prise en compte de la conduction dans le cylindre.

Il paraît important de conserver à l'esprit que ces résultats sont à interpréter avec précaution : l'énergie résolue dans l'amplitude des tourbillons de Kelvin–Helmholtz notamment ne peut être connue, Fadaï [42]. L'URANS s'avère utile dans ce genre d'écoulement, dans la compréhension des structures et leur interaction et permet de mieux cerner les limites liées à la modélisation lors d'études paramétriques.

Ces résultats, étonnamment corrects sur une physique aussi complexe que celle-là, ne doivent pas faire oublier non plus que l'utilisation d'un modèle de turbulence au premier ordre, qu'il soit haut ou bas-Reynolds, demeure une limitation en soi en raison des hypothèses le constituant. Cette classe de modèle ne peut reproduire nombre d'effets physiques, telle que l'anisotropie ou encore un calcul exact de la production d'énergie cinétique turbulente. C'est pourquoi nous nous sommes tournés vers le modèle bas-Reynolds aux tensions de Reynolds à pondération elliptique développé par Manceau & Hanjalić [88] puis repris par Manceau [87]. En nous servant des travaux de Hanjalić [56] sur la modélisation algébrique des flux thermiques turbulents, le modèle algébrique des flux thermiques turbulents avec pondération elliptique, EB-AFM, a été développé. Ce modèle, valable dans la région de proche paroi, est la version algébrique du modèle à équations de transport des flux thermiques avec pondération elliptique développé par Shin *et al.* [130]. Le modèle EB-AFM peut être simplifié pour retrouver les modèles existants tels que SGDH, GGDH et AFM. La simplification conduisant à la version avec pondération elliptique du GGDH, le modèle EB-GGDH, a été investiguée.

Globalement, l'application des modèles algébriques en tests *a priori* sur des configurations balayant tous les régimes de convection montre la supériorité des modèles avec pondération elliptique et plus particulièrement le modèle EB-AFM. Il a été montré que le modèle non-linéaire, le modèle NL-AFM, n'est valide qu'en convection naturelle. La procédure de calibration des constantes utilisées lors des tests *a priori* est conservée lors des simulations et les cas tests sont exactement les mêmes. Couplées à l'EB-RSM, les fermetures algébriques donnent des résultats en très bon accord avec les tests *a priori* dans les régimes de convection forcée et mixte. En convection

naturelle, une sur-estimation du nombre de Nusselt est observée qui est dûe à la difficulté pour reproduire le fort couplage entre la dynamique et la thermique. Il est important aussi d'évoquer la faiblesse du nombre de Rayleigh du cas simulé car différentes publications, dont Choi & Kim [27] et Choi & Kim [25], obtiennent de très bons résultats avec le modèle algébrique AFM lorsque ce paramètre est augmenté. Outre ce dernier régime de convection, la supériorité de la modélisation au second ordre est clairement démontrée sur des cas académiques. Dans ce cadre, il est à noter également que la modélisation simple gradient (SGDH) pour les flux thermiques est à proscrire. L'utilisation d'un modèle algébrique offre une sérieuse alternative aux modèles avec équations de transport qu'il serait bon d'investiguer davantage par des applications plus nombreuses et géométriquement plus complexes. Cela permettrait également de mesurer le réel bénéfice qu'apporterait l'emploi d'un modèle aux tensions de Reynolds comparé au $k-\omega$ SST, qui quand même, a donné globalement des résultats très intéressants.

Enfin, il a été observé une certaine sensibilité au maillage de la part du $k-\omega$ SST. Pour mieux s'en rendre compte, une étude de sensibilité a donc été réalisée. S'il avait déjà été remarqué un faible impact du maillage sur le modèle EB-RSM, Manceau & Hanjalić [88], cela a été confirmé ici. En revanche, la manière dont l'implantation de la condition à la limite sur ω a été effectuée est directement responsable de résultats très dépendant de la taille de maille pariétale. Il serait opportun de revoir cette implantation afin que ce défaut soit considérablement amoindri en imposant par exemple la solution analytique au premier point de calcul.

Bibliographie

- [1] *Notes on numerical fluid mechanics and interdisciplinary design*, volume 94. Springer, 2006.
- [2] H. Abe and H. Kawamura. A study of turbulence thermal structure in a channel flow through DNS up to $Re_\tau = 640$ with In *Proc. of 9th European Turbulence Conference*, pages 399–402, 2002.
- [3] H. Abe, H Kawamura, and Y. Matsuo. Surface heat-flux fluctuations in a turbulent channel flow up to $Re_\tau = 1020$ with *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 25 :404–419, 2004.
- [4] K. Abe, T. Kondoh, and Nagano Y. A new turbulence model for predicting fluid and heat transfer in separating and reattaching flows - II. Thermal field calculations. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 38(8) :1467–1481, 1995.
- [5] I. Afgan, C. Moulinec, and D Laurence. LES of the flow over a vertically mounted finite cylinder on a flat plate. In *CMFF*, Conference on Modelling Fluid Flow, september 2006.
- [6] I. Afgan, C. Moulinec, R. Prosser, and D. Laurence. Large eddy simulation of turbulent flow for wall mounted cantilever cylinders of aspect ratio 6 and 10. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 2007.
- [7] F. Archambeau, N. Mechtoua, and M. Sakiz. *Code_Saturne* : a finite volume code for the computation of turbulent incompressible flows. *Int. J. Finite Vol.*, 2004.
- [8] F. Bailer, P. Tochon, J.-M. Grillot, and P. Mercier. Simulation numérique de l'écoulement et transfert de chaleur autour d'un cylindre. In Elsevier, editor, *Revue Générale de Thermique*, volume 36, pages 744–754. 1997.
- [9] C. J. Baker. The laminar horseshoe vortex. *Journal of Fluid Mechanics*, 395 :347–367, 1979.
- [10] C. J. Baker. The turbulent horseshoe vortex. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 6 :9–23, 1980.
- [11] D. F. G. Barata and D. F. G. Durão. Laser-Doppler measurements of impinging jet flows through a crossflow. *Experiments in Fluids*, 36 :665–674, 2004.
- [12] P. W. Bearmann. On the vortex shedding from a circular cylinder in the critical Reynolds number regime. *Journal of Fluid Mechanics*, 37(3) :577–585, 1969.

- [13] P. Beaudan and P. Moin. Numerical experiments on the flow past a circular cylinder at sub-critical Reynolds number. Technical Report N00014-91-J-4072, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Stanford, California, USA, December 1994.
- [14] S. Benhamadouche, S. Bournaud, P. Clément, B. Duret, and Y. Lecocq. Large Eddy Simulation of Mixed Convection around a Vertical Heating Cylinder Circulation. In *Conference on Modelling Fluid Flow CMFF'06*, Dubrovnik, Croatia, September 6-9 2006.
- [15] S. Benhamadouche and D. Laurence. LES, coarse LES, and transient RANS. Comparisons on the flow across tube bundles. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 24(4) :470-479, 2003.
- [16] M. Bloor. Transition to turbulence in the wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 19 :290-304, 1964.
- [17] D. Borello, K. Hanjalić, and F. Rispoli. Prediction of cascade flows with innovative Second Moment Closure. *Journal of Fluid Engineering*, 127(6) :2389-2418, 2005.
- [18] G. Bosch and W. Rodi. Simulation of vortex shedding past a square cylinder with different turbulence models. *Int. J. of Numerical Methods in Fluids*, 28 :601-616, 1998.
- [19] R. Boudjemadi, V. Maupu, D. Laurence, and P. Le Quéré. Budgets of turbulent stresses and fluxes in a vertical slot natural convection flow at Rayleigh $Ra = 10^5$ and 5.410^5 . *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 18 :70-79, 1997.
- [20] M. Braza, P. Chassaing, and H Ha-Minh. Prediction of large-scale transition features in the wake of a circular cylinder. *Physics of Fluids*, 1461, 1990.
- [21] E. Buyruk. Heat transfer and flow structures around circular cylinders in cross-flow. *Transaction in Journal of Engineering and Environmental Science*, 23 :299-315, 1999.
- [22] S. Carpy and R. Manceau. Turbulence modelling of statistically periodic flows : synthetic jet into quiescent air. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 27 :756-767, 2006.
- [23] P. Catalano, M. Wang, G. Iaccarino, and P. Moin. Numerical simulation of the flow around a circular cylinder at high Reynolds numbers. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 24 :463-469, 2003.
- [24] P. Chassaing. *Turbulence en mécanique des fluides. Analyse du phénomène en vue de sa modélisation à l'usage de l'ingénieur*. Cepadues-editions, 2000.
- [25] S.-K. Choi and S.-O. Kim. Computation of a turbulent natural convection in a rectangular cavity with the elliptic blending Second Moment Closure. *Int. Communication of Heat and Mass transfer*, 33(10) :1217-1224, 2008.
- [26] S. K. Choi and S. O. Kim. Computations of a turbulent Rayleigh-Bénard convection with the elliptic blending Second Moment Closure. *Int. Communication of Heat and Mass transfer*, 35 :817-821, 2008.

-
- [27] S.-K. Choi and S.-O. Kim. Treatment of turbulent heat fluxes with the elliptic-blending Second Moment Closure for turbulent natural convection. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 51 :2377–2388, 2008.
- [28] S. W. Churchill and M. Bernstein. A correlating equation for forced convection from gases and liquids to a circular cylinder in crossflow. *Trans. ASME Heat Transfer*, (300–306), 1977.
- [29] M. Coutanceau. Structures des sillages à l’aval d’obstacles rigides, 1989.
- [30] T. J. Craft. *Second-moment modelling of turbulent scalar transport*. PhD thesis, Faculty of Technology, 1991.
- [31] B. Dargahi. The turbulent flow field around a circular cylinder. *Experiments in Fluids*, 8 :1–12, 1989.
- [32] J. W. Deardorff. A numerical study of three dimensional channel flow at large Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 41 :453–480, 1970.
- [33] J. M. Delery. Physics of vortical flows. *J. of Aircraft*, 1992.
- [34] B. Deng, W. Wu, and S Xi. A near-wall two-equation heat transfer model for wall turbulent flows. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 44 :691–698, 2001.
- [35] A. Dervieux, M. Braza, and J. Dussauge. Computation and comparison of efficient turbulence models for aeronautics. *Notes on Numerical Fluid Mechanics*, 65, 1998.
- [36] H. S. Dol. *Turbulence models for natural convection in side-heated enclosures*. PhD thesis, Delft University of Technology, 1998.
- [37] H. S. Dol, K. Hanjalić, and S. Kenjereš. A comparative assessment in the second-moment differential and algebraic models in turbulent natural convection. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 18 :4–14, 1997.
- [38] P. A. Durbin. A Reynolds Stress Model for near-wall turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 249 :465–498, 1993.
- [39] B. Duret, J.-C. Bonnard, T. Chataing, S. Bournaud, and D. Colmont. Experimental results on mixed-convection around a aertical heating cylinder cooled by a cross-flow air-circulation. In *International Symposium on Turbulence, Heat and Mass Transfer*, pages 523–526, Dubrovnik, Croatia, 25–29 Sept. 2006.
- [40] E. R. G. Eckert. *Die berechnung des wärmeüberganges in der laminaren grenzschicht umströmter körper*. VDI-Forschungsheft 416, 1942.
- [41] A. Fadaï. *Modélisation de la turbulence par approches URANS et hybride RANS-LES. Prise en compte des effets de paroi par pondération elliptique*. PhD thesis, Université de Poitiers, 2007.
- [42] A. Fadaï-Ghotbi, R Manceau, and J. Borée. Revisiting URANS computations of the backward-facing step using Second Moment Closure. Influence of the numerics. *Flow, Turbulence and Combustion*, DOI 10.1007/s10494-008-9140-8, 2008.
- [43] D. Farivar. Turbulent uniform flow around cylinders of finite length. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 19 :275–281, 1981.

- [44] J. H. Ferziger and M. Peric. *Computational methods for fluid dynamics*. Springer, 2001.
- [45] O. Frederich, J. Scouten, M. Luchtenburg, F. Thiele, M. Jensch, F. Huttmann, M. Brede, and A. Leder. Joint numerical and experimental investigation of the flow around a finite wall-mounted cylinder at Reynolds number of 200 000. In *Proc. 7th ERCOFTAC Int. Symp. on Eng. Turb. Modelling and Measurements, Limassol, Cyprus*.
- [46] O. Frederich, E. Wassen, F. Thiele, M. Jensch, M. Brede, F. Hüttmann, and A. Leder. Numerical simulation of the flow around a finite cylinder with ground plate in comparison to experimental measurements. In C. Tropea *et al.* Eds., editor, *New Res. in Num. and Exp. Fluid Mech. VI*, pages 348–355. 2007. NNFM 96.
- [47] J. Fröhlich and W. Rodi. LES of the flow around a circular cylinder of finite height. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 25 :537–548, 2004.
- [48] J. Fröhlich, W. Rodi, A. Dewan, and J.P. Fontes. LES of the flow around the free end of a circular cylinder. *Numerical Fluid Mechanics*, 82 :191–202, 2002. Note.
- [49] T. B. Gatski, C. L. Rumsey, and R. Manceau. Current trends in modeling research for turbulent aerodynamic flows. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 365(1859) :2389–2418, 2007.
- [50] M. Germano. Turbulence : the filtering approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 238 :325–336, 1992.
- [51] J. H. Gerrard. The three dimensional structure of the wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 25 :143–164, 1966.
- [52] S. S. Girimaji and K. S. Abdol-Hamid. Partially-averaged Navier Stokes model for turbulence : Implementation and validation. In *Proc. 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, USA*.
- [53] V. Guimet and D. Laurence. A linearised turbulent production in the $k-\varepsilon$ model for engineering applications. In *Proc. 5th Int. Symp. Engng. Turb. Modelling and Measurements, Mallorca, Spain*, 2002.
- [54] S. B. Gunarjo. *Contribution to advanced modelling of turbulent natural and mixed convection*. PhD thesis, Delft University of Technology, 2003.
- [55] K. Hanjalić. Achievements and limitations in modelling and computation of buoyant turbulent flows and heat transfer. In *Proc. 10th Intl Heat Transf. Conf., London, UK*, 1994.
- [56] K. Hanjalić. one-point closure models for buoyancy-driven turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 34 :321–347, 2002.
- [57] K. Hanjalić, S. Kenjereš, and F. Durst. Natural convection in partitioned two-dimensional enclosure at higher Rayleigh numbers. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 39(7) :1407–1427, 1996.

-
- [58] K. Hanjalić and B. E. Launder. A Reynolds stress model of turbulence and its application to thin shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 52 :609–638, 1972.
- [59] S. Hoyas and J. Jimenez. Scaling of the velocity fluctuations in turbulent channels up to $Re_\tau = 2003$. *Physics of Fluids*, 18, 2006. 011702.
- [60] J. C. R. Hunt, A. A. Wray, and P. Moin. Eddies, stream and convergence zones in turbulent flows. Technical report, Center of Turbulence Research, 1988.
- [61] F. Huvelin. *Couplage de code en interaction fluide-structure et applications aux instabilités fluide-élastiques*. PhD thesis, Université de Lille, 2008.
- [62] G. Iacacchino and P. Durbin. Unsteady 3D RANS simulations using the $\overline{v^2}$ - f model. In *Ann. Res. Briefs*, pages 236–269. CTR, 2000.
- [63] G. Iaccarino, A. Ooi, P. A. Durbin, and M. Behnia. Reynolds averaged simulation of unsteady separated flow. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 24 :147–156, 2003.
- [64] O. Iida and N. Kasagi. Direct numerical simulation of unstably stratified turbulent channel flow. In *Proc. 4th ASME-JSME Thermal Eng. Joint Conf., Hawaii*, 1995.
- [65] N. Z. Ince and B. E. Launder. On the computation of buoyancy-driven turbulent flows in rectangular enclosures. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 1989.
- [66] K. Iwamoto, Y. Suzuki, and N. Kasagi. Reynolds number effect on wall turbulence : Toward effective feedback control. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 23 :678–689, 2002.
- [67] S. A. Jordan. Investigation of the cylinder separated shear-layer physics by LES. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 23 :1–12, 2002.
- [68] Kappler. *Experimentelle untersuchung der umströmung von kreiszylindern mit ausgeprägt dreidimensionalen effekten*. PhD thesis, Universität de Karlsruhe, 2002.
- [69] M. Karcz and J. Badur. A turbulent heat flux two-equation $\overline{\theta^2} - \varepsilon_\theta$ closure base on the $\overline{v^2}$ - f turbulence model, 2003.
- [70] N. Kasagi and M. Nishimura. DNS of combined forced and natural turbulent convection in a vertical plance channel. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 18 :88–99, 1997.
- [71] T. Kawamura, M. Hiwada, T. Hibino, I. Mabuchi, and M. Kamuda. Flow around a finite circular cylinder in a flat plate. *Bull. JSME*, 27(232) :2412–2151, 1984.
- [72] S. Kenjereš, S. B. Gunarjo, and K. Hanjalić. Contribution to elliptic relaxation modelling of turbulent natural and mixed convection. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 26 :569–586, 2005.
- [73] S. Kenjereš and K. Hanjalić. Prediction of thermal convection in concentric and eccentric annuli. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 16 :429–439, 1995.

- [74] S. Kenjereš and K. Hanjalić. Numerical simulation of magnetic control of heat transfer in thermal convection. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 25 :559–568, 2004.
- [75] A. Kourta, H. C. Boisson, P. Chassaing, and H. Ha minh. Non-linear interaction and the transition in the wake of a circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 181 :141–161, 1987.
- [76] S. Krajnović. Flow around a surface-mounted finite cylinder : a challenging case for LES. In *Proceeding of the 2nd symposium on hybrid RANS-LES methods*, Corfu, Greece, june 2007.
- [77] Y. G. Lai and R. M. C. So. Near-wall modeling of turbulent heat fluxes. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 33(7) :1429–1440, 1990.
- [78] É. Lamballais and J. H. Silvestrini. Direct Numerical Simulation of interactions between mixing layer and a wake around a cylinder. *Journal of Turbulence*, 3(028), 2002.
- [79] B. E. Launder. On the effects of a gravitational field on the turbulent transport of heat and momentum. *Journal of Fluid Mechanics*, 67(3) :569–581, 1975.
- [80] B. E. Launder, A. Morse, W. Rodi, and D. B. Spalding. The prediction of free shear flows-A comparison of the predictions of six turbulent models. Technical report, Dept. of Mech. Eng., Imperial College, London, 1972.
- [81] B. E. Launder, G. J. Reece, and W. Rodi. Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure. *Journal of Fluid Mechanics*, 68(3) :537–566, 1975.
- [82] D. Laurence, J. C. Uribe, and S. V. Utyuzhnikov. A robust formulation of the $\overline{v^2}$ - f model. *Flow, Turbulence and Combustion*, 73 :169–185, 2004.
- [83] T. Lee, C.-L. Lin, and C. A. Friehe. LES of air flow around a wall-mounted circular cylinder and a tripod tower. *Journal of Turbulence*, 8(29), 2007.
- [84] G. W. Lowery and R. I. Vachon. The effect of turbulence on heat transfer from heated cylinders. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 18 :1229–1242, 1975.
- [85] J. L. Lumley. Computational modeling of turbulent flows. In *Advances in Applied Mechanics*, volume 18, pages 123–175. Academic Press, 1978.
- [86] R. Manceau. *Modélisation de la turbulence. Prise en compte de l'influence des paroi par relaxation elliptique*. PhD thesis, École centrale de nantes, 1999.
- [87] R. Manceau. An improved version of the elliptic blending model : application to non-rotating and rotating channel flows. In *Proc. 4th Intl Symp. Turb. Shear Flow Phenomena, Williamsburg, Virginia, USA*, 2005.
- [88] R. Manceau and K. Hanjalić. Elliptic Blending Model : a new near-wall Reynolds-Stress turbulence closure. *Physics of Fluids*, 14(2) :744–754, 2002.
- [89] R. Manceau, S. Parneix, and D. Laurence. Turbulent heat transfer predictions using the $\overline{v^2}$ - f model on unstructured meshes. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 21 :320–328, 2000.

-
- [90] R. Manceau, M. Wang, and D. Laurence. Inhomogeneity and anisotropy effects on the redistribution term in RANS modelling. *Journal of Fluid Mechanics*, 438 :307–338, 2001.
- [91] K. Marakkos and J. T. Turner. Vortex generation in the cross-flow around a cylinder attached to an end-wall. *Optics & Laser Technology*, 38 :277–285, 2006.
- [92] R. Martinuzzi and C. Tropea. The flow around surface-mounted, prismatic obstacles placed in a fully developed channel flow. *Journal of Fluid Engineering*, 115 :85–92, 1993.
- [93] F. R. Menter and Y. Egorov. SAS turbulence modelling of technical flows. In *ERCOFTAC Workshop on Direct and Large-Eddy Simulation*.
- [94] S. Mittal. Computation of three dimensional flows past a circular cylinder of low aspect ratio. *Physics of Fluids*, 13(1) :177–191, 2001.
- [95] R. D. Moser, J. Kim, and N. N. Mansour. DNS of turbulent channel flow up to $Re_\tau = 590$. *Physics of Fluids*, 11(4) :943–945, 1999.
- [96] H. Nakamura and T. Igarashi. Variation of nusselt number with flow regimes behind a circular cylinder for Reynolds numbers from 70 to 30000. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 47 :5169–5173, 2004.
- [97] C. Norberg. Effet of Reynolds number and a low-intensity freestream turbulence of the flow around a circular cylinder. Technical report, Chalmers University of Technology, 1987.
- [98] C. Norberg. Pressure forces on a circular cylinder in cross flow. In *In IU-TAM Symposium Bluff-Body Wakes, Dynamics and Instabilities, 7-11 September 1992*, Germany, 1993.
- [99] C. Norberg. An experimental investigation of the flow around a circular cylinder : influence of aspect ratio. *Journal of Fluid Mechanics*, 258 :287–3116, 1994.
- [100] C. Norberg. LDV-measurements in the near wake of a circular cylinder. In *Advances in understanding of bluff body wakes and vortex-induced vibration*, pages 1–12, Washington, DC, June 1998.
- [101] C. Norberg. Flow around circular cylinders : aspects of fluctuating lift. *Journal of Fluid and Structures*, 15 :459–469, 2001.
- [102] C.-W. Park and S.-J. Lee. Free end effects on the near wake flow structure behind a finite circular cylinder. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 88 :231–246, 2000.
- [103] C.-W. Park and S.-J. Lee. Flow structure around a finite cylinder embedded in various atmospheric boundary layers. *Fluid Dynamic Research*, 30 :197–215, 2002.
- [104] C. W. Park and S. J. Lee. Effects of free-end corner shape on flow structure around a finite cylinder. *Journal of Fluid and Structures*, 19 :141–158, 2004.

- [105] P. Parnaudeau, J. Carlier, D. Heitz, and É. Lamballais. Experimental and numerical studies of the flow over a circular cylinder at Reynolds number 3900. *Physics of Fluids*, DOI 10.1063/1.2957018, 2008.
- [106] T. Pasutto, C. Péniguel, and M. Sakiz. Chained computations using an unsteady 3D approach for the determination of thermal fatigue in a T-junction of a PWR nuclear power plant. *Nuclear Engineering and technology*, 2004.
- [107] R. J. Pattenden, S. R. Turnock, and X. Zhang. Measurements of the flow over a low-aspect-ratio cylinder mounted on a ground plate. *Experiments in Fluids*, 39 :10–21, 2005.
- [108] T. W. J. Peeters and R. A. W. M. Henkes. The Reynolds-stress model of turbulence applied to the natural-convection boundary layer along a heated vertical plane. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 35(2) :403–420, 1992.
- [109] H. C. Perkins and G. Leppert. Local heat transfer coefficients on a uniformly heated cylinder. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 7 :143–158, 1964.
- [110] B. Perot and P. Moin. Shear-free turbulent boundary layers. Part 2. New concepts for reynolds stress transport equation modelling of inhomogeneous flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 295 :199–227, 1995.
- [111] B. Perot and P. Moin. Shear-free turbulent boundary layers. Part 2. New concepts for reynolds stress transport equation modelling of inhomogeneous flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 295 :229–245, 1995.
- [112] H. Persillon and Braza M. Physical analysis of the transition to turbulence in the wake of a circular cylinder by *Journal of Fluid Mechanics*, 365 :23–88, 1998.
- [113] A. M. Petrie and H. C. Simpson. An experimental study of the sensitivity to free stream turbulence of heat transfer in wakes of *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 15 :1497–1513, 1972.
- [114] S. B. Pope. Consistent modeling of scalars in turbulent flows. *Physics of Fluids*, 26(2) :404–408, 1983.
- [115] Prasad and C. H. K. Williamson. The instability of the shear layer separating from a bluff body. *Journal of Fluid Mechanics*, 333 :375–402, 1997.
- [116] Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, 1994.
- [117] G. S. Ratnam and S. Vengadesan. Performance of two equation turbulence models for prediction of flow and heat transfer over a wall mounted cube. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 51 :2834–2846, 2008.
- [118] W. Rodi. Comparisons of LES and RANS calculations of the flow around bluff bodies. 69–71 :55–75, 1997.
- [119] T. Rodinger, H. Knauss, U. Gaisbauer, and E. Kramer. Pressure and heat flux measurements on the surface of a low-aspect-ratio circular cylinder mounted on a ground plate. In C. Tropea *et al.* Eds., editor, *New Res. in Num. and Exp. Fluid Mech. VI*, pages 121–128. NNFM 96.

-
- [120] S. C. Roh and S. O. Park. Vortical flow over the free end surface of a finite circular cylinder mounted on a flat plate. *Experiments in fluids*, 34 :63–67, 2003.
- [121] A. Roshko. Experiments on the flow past a circular cylinder at very high Reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 10(3) :345–356, 1961.
- [122] J. C. Rotta. Theorie nicht homogener Turbulenz. *Zeitschrift für Physik*, 129 :547–572, 1951.
- [123] T. Ruiz. Implantation d’un modèle des flux thermiques turbulents dans le code de calcul Saturne. Technical report, Université de Poitiers, France, 2005.
- [124] I. Rupp and C. Peniguel. Manuel utilisateurs syrthes 3.3. Technical report, EDF R&D, 2001. HI-83/01/38/A.
- [125] S. Sanitjai and R. J. Goldstein. Forced convection heat transfer from circular cylinder in crossflow to air and liquids. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 47 :4795–4805, 2004.
- [126] R. Schiestel and A. Dejoan. Towards a new partially integrated transport model for coarse grid and unsteady turbulent flow simulations. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 18(6) :443–468, 2005.
- [127] Y. Seki, N. Kawamoto, and Kawamura H. Proposal for tubulent heat flux model with consideration of linearity and its application to conditions. Begell House, Inc., 2003.
- [128] K. B. Shah and J. H. Ferziger. A fluid mechanics view of wind engineering : Large eddy simulation of flow past a cubic obstacle. 67–68 :211–224, 1997.
- [129] N. Shikazono and N. Kasagi. Second moment closure for turbulent scalar transport at various Prandtl numbers. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 39(14) :2977–2987, 1996.
- [130] J. K. Shin, J.S. An, Y. D. Choi, Y. C. Kim, and M. S. Kim. Elliptic relaxation for second moment heat flux. *Journal of Turbulence*, 9(3) :1–29, 2008.
- [131] J.-K. Shin, Y.-D Choi, and J.-S. An. Numerical analysis of turbulent flow and heat transfer in a square sectioned U-bend duct by *J. Mech. Sc. and Technol.*, 21(2) :360–371, 2007.
- [132] C. C. Shir. A preliminary numerical study of atmospheric turbulent flows in the idealized planetary boundary layer. *J. Atmos. Sci.*, 30 :1327–1339, 1973.
- [133] S. P. Singh and S. Mittal. Flow past a cylinder : shear layer instability and drag crisis. Technical report, Department Of Aerospace Engineering, 0000.
- [134] R. M. C. So, L. H. Jin, and T. B. Gatski. An explicit algebraic Reynolds stress and heat flux model for incompressible turbulence : Part II Buoyant flow. *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*, 17 :377–406, 2004.
- [135] R. M. C. So, T. P. Sommer, and C. Y. Zhao. Effects of near-wall Reynolds-Stress Model modeling on the calculation of the turbulent thermal field. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 21 :164–175, 2000.

- [136] T. P. Sommer and R. M. C. So. Wall-bounded buoyant turbulent flow and its modeling. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 39(17) :3595–3606, 1996.
- [137] T. P. Sommer, R. M. C. So, and Y. G. Lai. A near-wall two-equation model for turbulent heat fluxes. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 35(12) :3375–3387, 1992.
- [138] P. R. Spalart. Strategies for turbulence modelling and simulations. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 21 :252–263, 2000.
- [139] C. G. Speziale, S. Sarkar, and T. Gatski. Modelling the pressure-strain correlation of turbulence : an invariant dynamical approach. *Journal of Fluid Mechanics*, 227 :245–272, 1991.
- [140] J. Taine and J. P. Petit. *Transferts thermiques*. Sciences Sup, 2003.
- [141] L. Thielen, K. Hanjalić, H. Jonker, and R. Manceau. Turbulence modelling in a single normally impinging jet. In *Proceedings of 2001 ASME-PVP Conference*, Atlanta, Georgia, USA, July 2001.
- [142] L. Thielen, K. Hanjalić, H. Jonker, and R. Manceau. Predictions of flow and heat transfer in multiple impinging jets with an elliptic-blending. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 48 :1583–1598, 2005.
- [143] M. C. Thompson and K. Hourigan. The shear layer instability in the cylinder wake. *Physics of Fluids*, 17 :1–4, 2005.
- [144] A. Travin, M. Shur, M. Strelets, and P. Spalart. Detached-Eddy Simulations past a circular cylinder. *Flow, Turbulence and Combustion*, 63 :293–313, 2000.
- [145] J Uribe. *An industrial approach to near-wall turbulence modelling for unstructured finite volume methods*. PhD thesis, University of Manchester, 2006.
- [146] M. Van Dyke. *An album of fluid motion*. 1982.
- [147] T. A. M. Versteegh and F. T. M. Nieuwstadt. Turbulent budget of natural convection in an infinite, differentially heated, channel flow. *Int. J. of Heat and Fluid Flow*, 19 :135–149, 1998.
- [148] T. A. M. Versteegh and F. T. M. Nieuwstadt. A direct numerical simulation of natural convection between two infinite vertical differentially heated walls scaling laws and wall functions. *Int. J. of Heat and Mass transfer*, 42 :3673–3693, 1999.
- [149] W. Vieser, T. Esch, and F. Menter. Heat transfer predictions using advanced two-equation turbulence models. Technical report, CFX, June 2002.
- [150] G. C. Vliet and Liu C. K. An experimental study of turbulent natural convection boundary layers. *Journal of Heat Transfer*, pages 517–531, November 1969.
- [151] H. F. Wang, Y. Zhou, C. K. Chan, W. O. Wong, and K. S. Lam. Flow structure around a finite-length square prism. In *15th Australian Fluid Mechanics Conference*, Sydney, Australia, December 2004.
- [152] T. Wei and C. R. Smith. Secondary vortices in the wake of circular cylinder. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986.

-
- [153] D. C. Wilcox. *Turbulence modeling for CFD*. Inc, La Cañada, California, 2004.
- [154] C. H. K. Williamson. Vortex dynamics in the wake. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 28 :477–539, 1996.
- [155] J. C. Wyngaard and O. R. Coté. The evolution of a convective planetary boundary layer—a higher-order closure model study. In *Boundary-Layer Met.*, 7, pages 289–308.
- [156] A. Yakhot, T. Anor, and N. Liu, H. Nikitin. DNS of turbulent flow around a wall-mounted cube : spatio-temporal evolution *Journal of Fluid Mechanics*, 566 :1–9, 2006.
- [157] M. M. Zdravkovich. *Flow around circular cylinders*, volume 1. Oxford University press, 1997.
- [158] M. M. Zdravkovich. *Flow around circular cylinders*, volume 2. Oxford University press, 1997.
- [159] A. Zukauskas. Heat transfer from tubes in crossflow. In *Advances in Heat Transfer*, volume 18. Academic press, USSR, 1987.
- [160] A. Zukauskas and J. Ziugzda. Heat transfer from of a cylinder in a crossflow. In *Hemisphere Publishing Corporation*. 1985.