



HAL
open science

Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau

Bertrand Cassoret

► **To cite this version:**

Bertrand Cassoret. Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau. Autre. Université d'Artois, 1996. Français. NNT: . tel-00372876

HAL Id: tel-00372876

<https://theses.hal.science/tel-00372876>

Submitted on 2 Apr 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée à

L'UNIVERSITE D'ARTOIS

pour obtenir le titre de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Spécialité : **GENIE ELECTRIQUE**

par

Bertrand CASSORET

Ingénieur EUDIL

REDUCTION ACTIVE DU BRUIT MAGNETIQUE DES MACHINES ASYNCHRONES DIRECTEMENT CONNECTEES AU RESEAU

soutenue le 6 Décembre 1996 devant la commission d'examen composée de :

M. POLOUJADOFF	Rapporteur
R. BELMANS	Rapporteur
J.F. BRUDNY	Directeur de travail
F. NOTELET	Examineur
C. ROMBAUT	Examineur
J. LESENNE	Examineur
R. MICHAUX	Examineur
P. WITCZAK	Examineur

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier sincèrement :

- Monsieur le Professeur J.F. BRUDNY, Directeur du Laboratoire des Systèmes Electrotechniques et Environnement (L.S.E.E.), pour m'y avoir accueilli mais également, en tant que Directeur de ce travail, pour m'avoir intégré dans son équipe de recherche et proposé un sujet aussi intéressant. Je remercie également M. BRUDNY pour l'aide, le soutien, et le suivi permanent de mes travaux durant ces trois années.

- Monsieur le Professeur M. POLOUJADOFF de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI) pour l'intérêt qu'il a porté à mes travaux lors de nos entrevues et pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être membre du jury en tant que rapporteur,

- Monsieur le Professeur R. BELMANS, Directeur de la Division Energie Electrique de l'Université Catholique de Louvain (Belgique), pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail en acceptant d'être rapporteur,

- Monsieur le Professeur F. NOTELET, Directeur de la Faculté des Sciences Appliquées de l'Université d'Artois, initialement Directeur du L.S.E.E., pour m'avoir conseillé dans mes travaux scientifiques et mes diverses démarches et pour avoir accepté d'examiner ce mémoire,

- Monsieur le Professeur Ch. ROMBAUT, Directeur du Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance de Lille (L.2E.P.), dont la présence en tant que membre du jury m'honore beaucoup,

- Monsieur le Professeur J. LESENNE, Directeur de l'Institut Universitaire de Technologie de Béthune, pour avoir contribué à mon travail en soutenant la création du L.S.E.E. et pour avoir accepté d'être membre du Jury,

- Monsieur R. MICHAUX, Responsable du service 'Recherche et Développements' de la Société JEUMONT-INDUSTRIE, pour m'avoir fait confiance en acceptant de cofinancer cette thèse, mais également pour le sujet d'étude qui est en grande partie à son initiative, pour le suivi et l'aide scientifique importante qu'il m'a apporté, ainsi que pour avoir accepté d'examiner ce mémoire,

- Monsieur P. WITCZAK, Docteur habilité de l'Ecole Polytechnique de Lodz (Pologne), pour l'aide scientifique qu'il m'a fournie et pour avoir accepté d'être membre du jury.

Je tiens également à remercier le CONSEIL REGIONAL NORD-PAS DE CALAIS et la Société JEUMONT-INDUSTRIE qui ont cofinancé cette thèse et sans qui je n'aurai pu la réaliser.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance aux chercheurs et collègues du laboratoire qui ont tous contribué, par leur aide et leurs conseils, à la réalisation de ce travail, particulièrement :

- Monsieur D. ROGER, Maître de Conférences à l'Université d'Artois, qui m'a beaucoup aidé dans la réalisation pratique,

- Monsieur P. BOULET, Maître de Conférences à l'Université d'Artois, qui a largement contribué à l'équipement du L.S.E.E..

Je tiens également à remercier ma famille et mes amis pour leur soutien durant ces trois années.

SOMMAIRE

INTRODUCTION.	6
<u>CHAPITRE I : LE BRUIT MAGNETIQUE DES MACHINES ASYNCHRONES.</u>	9
I- ORIGINES DES BRUITS ET VIBRATIONS.	9
I-1- Part du bruit magnétique dans le bruit total.	9
I-2- Forces générées par l'induction.	10
II- EQUATIONS MECANIQUES.	14
II-1- Amplitudes des déformations statiques.	14
II-2- Caractéristiques des vibrations dynamiques.	16
II-2-1- Fréquences de résonance.	17
II-2-2- Amplitudes des déformations dynamiques.	17
III - RAYONNEMENT ACOUSTIQUE.	19
III-1- Notions d'acoustique.	19
III-2 - Son émis par une machine tournante.	23
IV- ANALYSE EXPERIMENTALE.	27
IV-1- Fréquences de résonance de cylindres.	27
IV-2- Exemple d'une machine.	29
IV-2-1- Description.	30
IV-2-2- Relevés des spectres de bruit émis et de courant absorbé.	31
IV-2-3- Bruit en fonction de la fréquence.	32
<u>CHAPITRE II : ETUDE THEORIQUE DES HARMONIQUES D'INDUCTION.</u>	34
I- PERMEANCE D'ENTREFER.	34
II- COMPOSANTES D'INDUCTION STATORIQUE.	37
II-1- Force magnétomotrice.	37
II-2- Harmoniques d'induction.	38
II-2-1- Harmoniques d'induction indépendants du rotor.	39
II-2-2- Harmoniques d'induction fonction du rotor.	40
II-2-3- Expression générale de l'induction générée par le stator.	42
II-3- Comparaison aux expressions de H. Jordan.	42
II-3-1- Harmoniques d'espace.	42
II-3-2- Harmoniques d'encochage.	43

II-3-3- Bilan des harmoniques d'induction statorique obtenus avec les deux méthodes.	45
III- FORCES ELECTROMOTRICES ET COURANTS INDUITS AU ROTOR.	47
III-1- Cas du rotor bobiné.	47
III-1-1- F.e.m. induites par une composante d'induction statorique.	47
III-1-2- F.e.m. résultantes.	48
III-1-3- Courants rotoriques.	49
III-2- Cas du rotor à cage.	50
III-2-1- F.e.m. induites par une composante d'induction statorique.	50
III-2-2- F.e.m. résultantes.	52
III-2-3- Courants rotoriques.	53
IV- COMPOSANTES D'INDUCTION GENEREES PAR UN ROTOR BOBINE.	54
IV-1- Force magnétomotrice.	54
IV-2- Harmoniques d'induction rotorique.	55
IV-2-1- Harmoniques d'induction indépendants du stator.	55
IV-2-2- Harmoniques d'induction fonction du stator.	57
IV-2-3- Expression générale de l'induction créée par le rotor bobiné.	59
V- COMPOSANTES D'INDUCTION GENEREES PAR UN ROTOR A CAGE.	60
V-1- Force magnétomotrice.	60
V-1-1- Force magnétomotrice créée par une barre rotorique.	60
V-1-2- Force magnétomotrice créée par le rotor.	62
V-2- Harmoniques d'induction rotorique.	64
V-2-1- Harmoniques d'induction indépendants du stator.	64
V-2-2- Harmoniques d'induction dépendants du stator.	66
V-2-3- Expression générale de l'induction créée par le rotor.	68
V-3- Comparaison aux expressions de H. Jordan.	68
V-3-1- Harmoniques d'espace.	68
V-3-2- Harmoniques d'encochage.	70
V-3-3- Bilan des harmoniques d'induction rotorique obtenus avec les deux méthodes.	71

VI- IMPEDANCES ROTORIQUES.	73
VI-1- Présentation du problème (cas du rotor bobiné).	73
VI-1-1- Rappel des étapes de détermination du contenu harmonique de l'induction.	73
VI-1-2- Equations des tensions.	75
VI-1-3- Analyse des f.e.m. induites.	78
VI-1-4- Analyse des équations de tensions.	81
VI-2- Cas du rotor à cage.	83
VI-3- Utilisation du schéma monophasé équivalent.	83
VI-3-1- Courant rotorique fondamental.	84
VI-3-2- Courants rotoriques harmoniques.	85
<u>CHAPITRE III : APPLICATIONS NUMERIQUES, COMPARAISONS.</u>	89
I- PRESENTATION DE LA MACHINE UTILISEE.	89
II- CALCUL DES HARMONIQUES D'INDUCTION STATORIQUE.	92
II-1- Harmoniques d'induction statorique indépendants du rotor.	92
II-1-1- Harmoniques d'espace statoriques.	92
II-1-2- Harmoniques d'encoche dépendants de la denture statorique.	93
II-1-3- Regroupement des composantes indépendantes du rotor.	94
II-2- Harmoniques d'induction statorique dépendants du rotor.	96
II-2-1- Harmoniques d'encoche dépendants de la denture rotorique seule.	96
II-2-2- Harmoniques d'encoche fonction de l'interaction entre les deux dentures.	98
II-2-3- Regroupement des composantes dépendantes du rotor.	100
III- FORCES ELECTROMOTRICES ET COURANTS INDUITS AU ROTOR.	101
III-1- Force électromotrice fondamentale.	101
III-2- Force électromotrices harmoniques.	103
III-2-1- Résonance de denture.	103
III-2-2- F.e.m. induites par les harmoniques d'induction indépendants du rotor.	104
III-2-3- F.e.m. induites par les harmoniques d'induction dépendants du rotor.	106
III-2-4- F.e.m. harmoniques résultantes.	107
III-3- Courants rotoriques.	110
III-3-1- Fondamental.	110
III-3-2- Harmoniques.	111

IV- HARMONIQUES D'INDUCTION ROTORIQUE.	115
IV-1- Expressions théoriques.	115
IV-1-1- Composantes d'induction rotorique indépendantes de la denture statorique.	115
IV-1-2- Composantes d'induction rotorique dépendantes de la denture statorique.	116
IV-2- Résultats relatifs au fondamental du courant rotorique.	117
IV-2-1- Fonctionnement à vide.	117
IV-2-2- Fonctionnement nominal.	119
IV-3- Résultats relatifs aux harmoniques du courant rotorique.	121
V- CALCUL DU BRUIT.	123
V-1- Combinaisons à l'origine du bruit.	123
V-2- Raies de bruit dominantes.	125
V-2-1- Calcul des forces.	125
V-2-2- Calcul de l'intensité acoustique.	128
V-3- Autres raies de bruit.	129
<u>CHAPITRE IV : LA REDUCTION DU BRUIT MAGNETIQUE.</u>	133
I- PRESENTATION DE LA METHODE.	133
I-1- Principe.	133
I-1-1 Cas général.	133
I-1-2- Exemple.	136
I-2- Domaine d'application.	137
I-2-1- Nombre de modes des forces créées.	137
I-2-2- Nombre de modes des forces à combattre.	137
I-3- Précautions de mise en oeuvre.	140
I-4- Extensions du procédé.	141
I-5- Courant, tension, puissance à injecter.	142
I-5-1- Amplitude du courant nécessaire.	142
I-5-2- Tension et puissance nécessaires pour combattre le bruit.	143
I-6- Contrôles des paramètres du courant.	145
I-6-1- Fréquence.	145
I-6-2- Amplitude et phase.	147
II- METHODES D'INJECTION D'UN COURANT HARMONIQUE.	148
II-1- Présentation du problème.	148
II-1-1- Principe d'un onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsions.	148
II-1-2- Alimentation de la machine par un onduleur à M.L.I.	150
II-2- Injection série.	151

II-2-1- Principe.	151	
II-2-2- Connexions en triphasé.	152	
II-2-3- Régulation de la tension aux bornes du condensateur.	153	
II-2-4- Dimensionnement des composants.	153	
II-3- Injection parallèle.	154	
II-3-1- Problèmes liés à la mise en parallèle d'un onduleur avec le réseau.	154	
II-3-2- Utilisation d'éléments passifs.		155
II-3-2-1- Utilisation d'inductances.	155	
II-3-2-2- Utilisation de récepteurs avec points milieux.	156	
II-3-2-3- Utilisation de circuits 'bouchons'.	159	
II-4- Caractéristiques du dispositif retenu.	161	
II-4-1- Schémas monophasés équivalent.	161	
II-4-2- Utilisation de l'impédance du moteur.	162	
II-4-3- Dimensionnement des composants.	162	
II-4-4- Suppression des inductances L_b .	166	
III- ETUDE EXPERIMENTALE.	167	
III-1- Dispositif utilisé.	167	
III-1-1- Description de l'ensemble.	167	
III-1-2- Fonctions de l'électronique faibles signaux.	167	
III-1-3- Mesures des fréquences du réseau et de rotation.	171	
III-1-4- Choix des éléments du dispositif d'injection.	173	
III-2- Expérimentation.	176	
III-2-1- Réduction du bruit.	176	
III-2-2- Comportement du système d'injection.	179	
CONCLUSION.	183	
ANNEXE I : mesure de vibrations planes par vibromètre laser.	185	
ANNEXE II : Calcul des f.e.m. induites au stator et au rotor par les composantes d'induction statoriques et rotoriques.	187	
ANNEXE III : Utilisation d'un enroulement supplémentaire pour l'injection de courants harmoniques.	192	
ANNEXE IV : Injection série : régulation de la tension U_c aux bornes du condensateur.	194	
ANNEXE V: nombre de pôles de la f.m.m. créée par l'injection aux points milieux.	199	
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.	201	
LISTE DES NOTATIONS UTILISEES.	207	

INTRODUCTION

Le bruit des machines est désormais un critère de qualité de plus en plus important. Le niveau acoustique des appareils destinés au grand public est un argument commercial incontournable. Les normes sont de plus en plus sévères et permettent, sur les lieux de travail, des conditions moins pénibles. Les vibrations à l'origine du bruit peuvent, à elles seules, perturber le fonctionnement des appareils environnants, provoquer une usure prématurée de certaines parties ou, dans le domaine militaire, rendre un engin repérable. Le cahier des charges relatif à la conception d'une machine impose un niveau acoustique maximal qui, s'il est dépassé, entraînera des pertes financières pour le constructeur.

L'étude des bruits et vibrations des machines électriques est donc particulièrement importante. Cette discipline est pourtant peu enseignée, peut-être parce qu'elle nécessite des connaissances non seulement en électrotechnique mais aussi en mécanique et en acoustique. Une autre raison, plus subjective, est que, comparativement au moteur thermique, le moteur électrique est généralement connu pour son fonctionnement silencieux. Toutefois les bruits d'origine mécanique et dus à la ventilation ne sont pas toujours faibles. Parfois des composantes de bruit particulièrement gênantes, d'une autre origine, apparaissent : le bruit magnétique. Il provient des harmoniques d'induction dans l'entrefer et, lorsque les fréquences de ces phénomènes électromagnétiques coïncident avec les fréquences de résonances mécaniques, des vibrations et bruits de grande amplitude peuvent être générés, rendant difficile l'utilisation de la machine.

Pour une fabrication de moteurs en grande série, il est possible de réaliser d'abord quelques prototypes puis d'en modifier la conception s'ils sont bruyants [1]. Cette procédure n'est pas envisageable pour une fabrication à l'unité, sur commande, de machines de plusieurs mégawatts. C'est le cas de la société JEUMONT-INDUSTRIE qui a cofinancé cette étude. Il n'est pas évident de prévoir dès la conception l'amplitude des bruits d'origine magnétique. Une fois la construction terminée, si le moteur est bruyant, il est alors difficile et surtout coûteux de le modifier.

Les travaux de G. Kron [2], H. Jordan [3][4][5], P.L. Timar [6][7], ou encore P. François [8][9] ont permis de mieux appréhender l'étude des bruits et vibrations des machines électriques, mais les calculs théoriques permettant de prévoir le rayonnement acoustique d'une machine restent très approximatifs. Il est en effet difficile de connaître avec précision les harmoniques d'induction à l'origine du bruit magnétique ainsi que le comportement mécanique de la machine [10]. Une partie de notre étude, qui concerne les machines asynchrones, consiste à tenter de mieux cerner ces phénomènes pour être capable, sinon de les

éviter, de les contrôler. Deux méthodes d'étude peuvent être utilisées. La première, analytique, est appelée méthode des harmoniques de perméance; l'autre, numérique, utilise principalement la méthode des éléments finis. La technique numérique présente, entre autres, l'avantage de prendre en compte des phénomènes complexes tel que, par exemple, la saturation. Cependant, la méthode analytique que nous avons utilisée, permet de mieux appréhender les phénomènes et surtout de proposer des relations générales applicables à différents types de machine. Cela se traduit, pour une première approche dans la phase de conception, par un gain de temps dans l'estimation de l'émission sonore.

Un système extérieur permettant, sans modifier la machine, de réduire le bruit magnétique des machines asynchrones par injection d'harmoniques de courant serait particulièrement intéressant face à ces problèmes. Le principe d'un tel système a été mis en évidence par J.F. Brudny. Il est décrit dans la thèse de D. Belkhaty soutenue en Mars 1994 et intitulée 'Réduction du bruit magnétique des machines asynchrones alimentées en tension sous fréquence variable' [11]. Ces travaux ont montré qu'il est possible de réduire le bruit magnétique d'un moteur asynchrone par injection d'un harmonique de courant à l'aide d'un onduleur de tension à modulation de largeur d'impulsion (M.L.I.) alimentant le moteur destiné à fonctionner à vitesse variable.

Cette méthode ne peut directement être appliquée pour des machines de forte puissance prévues pour être directement connectées au réseau. Il est en effet délicat de les alimenter par l'intermédiaire de convertisseurs dont la fonction initiale ne serait pas exploitée. Les composants devraient supporter des courants et tensions élevés et seraient donc très coûteux alors que la puissance nécessaire à la réduction du bruit magnétique est faible.

Le but de cette étude est double.

Le premier point concerne l'estimation du bruit magnétique émis par les machines tournantes. Les concepteurs de machines de JEUMONT-INDUSTRIE disposent, pour respecter le niveau acoustique imposé dans le cahier des charges, de relations anciennes comme celles proposées par H. Jordan. Après construction il s'avère parfois que les émissions sonores sont plus importantes que celles estimées. Il nous a par conséquent été demandé d'analyser ces relations et d'essayer de trouver leurs points faibles. Pour ce faire nous les avons comparées à celles obtenues par une nouvelle approche.

Le deuxième point concerne la mise en oeuvre du principe de réduction active du bruit magnétique sur des moteurs asynchrones de forte puissance connectés directement au réseau. Il s'agit de trouver une technique permettant d'injecter un ou plusieurs harmoniques de courant de faible amplitude dans un moteur asynchrone sans perturber la connexion principale. En outre nous nous sommes proposés d'éclaircir certains points comme la définition du domaine d'application de cette procédure, la quantification de la puissance nécessaire à la réduction du bruit, le dimensionnement des éléments du convertisseur statique.

Le premier chapitre de ce mémoire est relatif, de façon générale, au bruit magnétique. On y définit son origine et son importance comparativement aux autres sources de bruits. Une présentation synthétique des équations mécaniques et acoustiques proposées par différents auteurs est également effectuée. Finalement un cas concret est exposé sur une machine où le bruit magnétique est dominant.

La détermination théorique des harmoniques d'induction fait l'objet du second chapitre. Cette analyse, qui s'appuie sur les travaux de J.F. Brudny [12], utilise la méthode des harmoniques de perméance basée sur un modèle d'encoche fictif. L'intérêt de ce travail est de présenter une écriture simplifiée des relations permettant une utilisation plus aisée, notamment pour pouvoir les comparer à celles proposées par d'autres auteurs. Notre apport dans cette détermination porte d'une part sur le développement d'une méthode de calcul des harmoniques des courants rotoriques, mais également sur la définition d'une procédure générale relative au moteur à cage de façon à pouvoir considérer un nombre quelconque de barres. Précisons que ces développements s'imposaient dans la mesure où les moteurs de forte puissance sont rarement à rotor bobiné.

Les applications numériques sont présentées au troisième chapitre. Les harmoniques d'induction et de courant d'une machine particulière sont déterminés de manière à calculer l'amplitude théorique des forces électromagnétiques et le niveau du bruit magnétique émis. Les résultats de ces calculs sont analysés et comparés à ceux déduits des mesures pratiques.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à la réduction active du bruit magnétique. Son domaine de validité est précisé et différentes structures permettant de mettre en oeuvre le principe de réduction active sur une machine directement connectée au réseau sont proposées. L'étude expérimentale effectuée est décrite. Elle permet d'une part, de vérifier la théorie développée dans cette étude et, d'autre part, de mettre en évidence les problèmes de réalisation pratique.

Remarque : les chiffres entre crochets renvoient à la bibliographie présentée à la fin de ce mémoire, les notations utilisées y sont également répertoriées.

CHAPITRE I

LE BRUIT MAGNETIQUE DES MACHINES ASYNCHRONES

L'objet de ce chapitre est de présenter le phénomène qualifié de bruit magnétique qui se traduit parfois par des émissions sonores assourdissantes. Après avoir décrit les différentes origines possibles des bruits et vibrations des machines tournantes, nous nous intéresserons plus particulièrement au bruit d'origine magnétique en précisant les équations mécaniques et acoustiques qui régissent son évolution. Des relevés pratiques permettront finalement d'illustrer ces descriptions et de constater les limites de validité des relations.

I - ORIGINES DES BRUITS ET VIBRATIONS.

I - 1 - Part du bruit magnétique dans le bruit total.

Le bruit des machines tournantes a principalement trois origines : mécanique, aérodynamique et électromagnétique.

- Les bruits d'origine mécanique sont dus aux frottements au niveau des paliers et éventuellement des balais. Leur importance dépend du type et de la qualité des roulements utilisés, de leur graissage et de la vitesse de la machine [8]. La puissance sonore due à ces frottements augmente avec le carré de la vitesse, elle dépend également des fréquences propres des roulements, du support sur lequel repose la machine ainsi que des parties entraînées. Les fréquences sonores sont généralement assez élevées. Le bruit mécanique n'est important que sur des machines rapides et intervient rarement pour plus de 20% dans le spectre sonore global.

- Les bruits d'origine aérodynamique sont plus importants. Des turbulences dans l'air sont produites par le mouvement des parties en rotation, la présence d'obstacles dans les écoulements d'air est un facteur supplémentaire de bruit [13][14]. La ventilation permet la convection nécessaire au refroidissement, elle permet de réduire les dimensions des machines. Il apparaît alors un compromis entre machines de faibles dimensions ou machines bruyantes. L'utilisation de ventilateurs peu bruyants (à pales profilées,...) n'est pas toujours possible

(double sens de rotation, longueur de la machine...). Les bruits de ventilation croissent avec la cinquième puissance de la vitesse [8], un bruit de ventilation de 80dB à 1000tr/mn atteint 105dB à 3000tr/mn. Signalons que la réponse de la structure mécanique aux sollicitations aériennes intervient également. Les bruits d'origine aérodynamique peuvent donc être ou non dominants suivant la vitesse de rotation, le type de ventilateur et de machine utilisée.

- Les bruits dus aux phénomènes électromagnétiques peuvent également dominer ou non suivant la conception de la machine, son état de charge et sa vitesse. Pour des machines de faible vitesse le bruit magnétique est presque toujours dominant, mais il peut l'être aussi sur des machines rapides. Il provient d'efforts électromagnétiques qui produisent des déformations périodiques (ou vibrations) de certaines parties de la machine [8][15]. Lorsque les fréquences des efforts électromagnétiques coïncident avec celles des résonances mécaniques, alors ce bruit peut devenir très important. On le distingue de ceux d'autres origines en coupant l'alimentation ce qui conduit à l'annuler presque immédiatement tandis que les bruits aérodynamiques et mécaniques décroissent lentement avec la vitesse. Le bruit magnétique se caractérise dans le spectre sonore par des raies fines et généralement peu nombreuses, en étroite relation, d'un point de vue fréquentiel avec les harmoniques de couple [12].

I - 2 - Forces générées par l'induction.

La présence d'une induction dans l'entrefer des machines engendre des forces qui s'exercent sur le fer du stator et du rotor. Elles sont de trois natures :

- les forces tangentielles qui sont à l'origine de la rotation du rotor,
- les forces magnétostrictives liées à la propriété qu'ont certains matériaux de voir leurs dimensions se modifier lorsqu'ils sont placés dans un champ d'induction variable; ce phénomène est toutefois négligeable dans les machines tournantes,
- les forces radiales qui s'exercent entre stator et rotor et qui sont régies par la relation de Maxwell : si dans l'entrefer d'un circuit magnétique de section S se trouve une induction b alors la force f qui tend à diminuer l'épaisseur de l'entrefer se calcule, si l'on ne considère que la composante de l'induction normale à la section, par la relation :

$$f = \frac{b^2 S}{2\mu_0} . \quad (\text{I-1})$$

Dans cette expression, f s'exprime en Newton, b en Tesla, S en m^2 et μ_0 représente la perméabilité du vide ($4\pi 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$) qui correspond approximativement à celle de l'air.

L'onde d'induction dans l'entrefer étant alternative d'un point de vue spatio-temporel, les forces qui en résultent ne sont pas stationnaires. Les harmoniques présents dans cette onde ont les conséquences suivantes :

- harmoniques de couple,
- vibrations radiales des tôles.

En réalité les forces radiales créent aussi des vibrations tangentielles et réciproquement, cependant les amplitudes de ces composantes sont négligeables [3].

Les harmoniques d'induction sont donc à l'origine du bruit magnétique. Pour un moteur asynchrone ils proviennent de :

- la répartition des conducteurs dans un nombre fini d'encoches, la force magnétomotrice résulte d'une somme d'ondes rectangulaires et n'est donc jamais parfaitement sinusoïdale, les harmoniques correspondants sont appelés harmoniques d'espace,
- la variation d'épaisseur donc de perméance de l'entrefer le long de celui-ci due aux encoches statoriques et rotoriques qui engendrent ce que l'on qualifie d'harmoniques de perméance,
 - l'excentricité éventuelle du rotor liée aux forces radiales et à la construction,
 - la saturation des tôles magnétiques.

Ces deux derniers phénomènes ne seront pas considérés dans la suite de cette étude.

Si α désigne la position angulaire de n'importe quel point de l'entrefer par rapport à une référence donnée et t le temps, alors l'expression générale d'un harmonique d'induction $b_h(\alpha, t)$ de rang h , d'amplitude \hat{B}_h , de pulsation ω_h et de phase ψ_h , dans l'entrefer d'une machine de $2p$ pôles, en ne considérant que la composante radiale, est :

$$b_h(\alpha, t) = \hat{B}_h \cos(\omega_h t - hp\alpha - \psi_h) \quad (\text{I-2})$$

Comme il existe une infinité d'harmoniques d'induction, la force de Maxwell résultante comportera elle aussi une infinité de composantes. Ces dernières, définies par unité de surface et notées $f(\alpha, t)$, se déduisent aisément de (I-1) :

$$\sum f(\alpha, t) = \frac{(\sum b_h(\alpha, t))^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2\mu_0} \left[\sum_h \hat{B}_h^2 \cos^2(\omega_h t - hp\alpha - \psi_h) + 2 \sum_h \sum_{h'} \hat{B}_h \hat{B}_{h'} \cos(\omega_h t - hp\alpha - \psi_h) \cos(\omega_{h'} t - h'p\alpha - \psi_{h'}) \right]$$

Dans cette relation, pour pouvoir distinguer les différents termes, on a introduit le paramètre h' qui joue le même rôle que h . En décomposant les lignes trigonométriques, il vient :

$$\sum f(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} \left[\sum_h \frac{\hat{B}_h^2}{2} (1 + \cos(2\omega_h t - 2hp\alpha - 2\psi_h)) + \sum_h \sum_{h'} \hat{B}_h \hat{B}_{h'} \left[\begin{array}{l} \cos((\omega_h + \omega_{h'})t - (h + h')p\alpha - (\psi_h + \psi_{h'})) + \\ \cos((\omega_h - \omega_{h'})t - (h - h')p\alpha - (\psi_h - \psi_{h'})) \end{array} \right] \right] \quad (\text{I-3})$$

Il en résulte que l'expression générale d'une composante de force non stationnaire s'écrit :

$$f(\alpha, t) = \hat{F} \cos(\omega_f t - m\alpha - \psi_f) \quad (\text{I-4})$$

où m est le nombre de modes, \hat{F} l'amplitude qui s'exprime en N/m^2 , f_f la fréquence de la force qui est telle que $\omega_f = 2\pi f_f$.

On constate dans l'expression (I-3) qu'il existe deux sortes de composantes de forces : celles dues au carré d'une composante d'induction, et celles dues aux doubles produits entre deux composantes d'induction. Les premières, le terme constant ne jouant aucun rôle dans la formation des bruits (composante stationnaire), ont une pulsation double de celle de la composante d'induction qui en est à l'origine; les secondes présentent une pulsation qui est la somme ou la différence des pulsations des composantes en question.

Le nombre de modes m , qui représente le nombre de paires de pôles de déformation de la machine, est un facteur très important car les sollicitations diffèrent suivant sa valeur.

- Pour $m=0$, l'attraction entre stator et rotor est uniforme le long de l'entrefer, ceci se traduit par une vibration du stator uniforme sur toute sa périphérie à la fréquence f_f . La figure I-1 permet de visualiser cette déformation. Elle représente en coupe transversale le stator soumis à une telle force; il est représenté au repos en trait plein et lorsque l'attraction est maximale en trait interrompu.

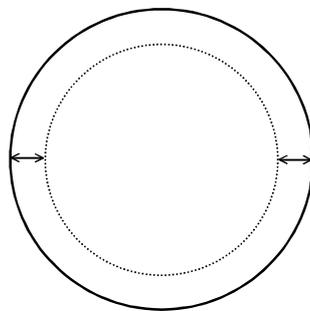


Figure I-1 : déformation du stator pour $m=0$.

- Le cas où $m=1$ est particulier puisque l'attraction entre stator et rotor est maximale en un point et minimale à l'opposé. Le rotor a alors tendance à se déplacer comme le montre la figure I-2 qui représente le stator et le rotor. Il y a bien une vibration car le point d'attraction maximale tourne à la vitesse angulaire ω_f .

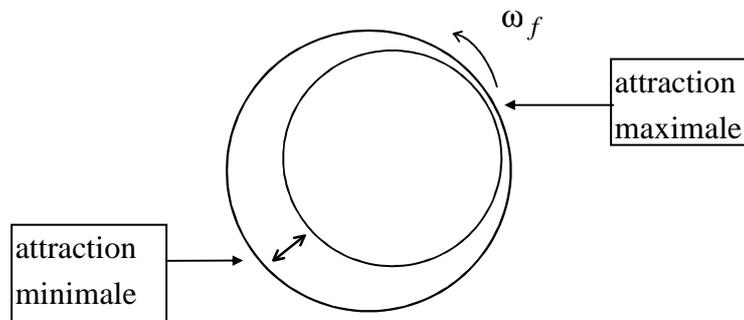


Figure I-2 : déplacement du rotor pour $m=1$.

- Pour $m \geq 2$, il y a m points d'attraction maximale entre stator et rotor, qui provoquent une déformation du stator en $2m$ pôles qui tournent à la vitesse angulaire ω_f / m . La figure I-3 montre ces déformations pour $m=2$ et 3.

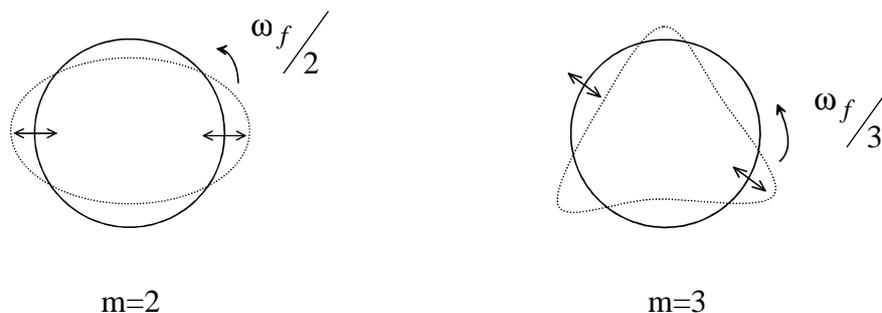


Figure I-3 : déformations du stator pour $m=2$ et 3.

Une force peut être à l'origine d'une vibration plus ou moins importante suivant son amplitude, son nombre de modes, mais aussi suivant la réponse mécanique de la structure de la machine. En effet cette force jouera un rôle d'autant plus significatif que sa fréquence est proche d'une éventuelle fréquence de résonance mécanique. Ces considérations feront l'objet du paragraphe suivant.

II - EQUATIONS MECANQUES.

Pour quantifier les vibrations qu'induit une force de Maxwell de caractéristiques connues dans l'entrefer d'une machine, on utilise des relations qui permettent de calculer les amplitudes des vibrations d'un anneau auquel est assimilé le stator. On calcule d'abord l'amplitude des déformations statiques, relatives à une force constante dans le temps, puis dynamiques, en tenant compte des fréquences de résonance mécaniques.

II - 1 - Amplitudes des déformations statiques.

Ph. L. Alger [16][17] précise comment, à partir des équations connues de la déformation d'une poutre, on déduit approximativement celle du stator. On considère une poutre maintenue librement à ses extrémités et soumise à une force distribuée sinusoïdalement sur sa longueur. Ce modèle s'apparente à celui de l'anneau dont l'épaisseur identique à celle de la poutre est aussi celle du stator. Il permet d'aboutir à des formules proches de celles données par H. Jordan [3] et P.L. Timar [6] énoncées ci-après où toutes les longueurs s'expriment en mètres. La figure I-4 montre une coupe de la culasse.

Les notations utilisées sont :

- \hat{F} , amplitude de la force en N/m^2 ,
- Y_{ms} , amplitude de déformation statique relative à une force de m modes,
- Y_{md} , amplitude de déformation dynamique relative à une force de m modes,
- R_a , rayon d'alésage, rayon intérieur du stator,
- R_c , rayon moyen de la culasse,
- e_c , épaisseur radiale de la culasse derrière les encoches,
- L , longueur du fer,
- ℓ , distance entre appuis de l'arbre rotorique,
- d , diamètre de l'arbre,
- E , coefficient d'élasticité ou module de Young : $E=2.1 \cdot 10^{11} N/m^2$ pour le fer.

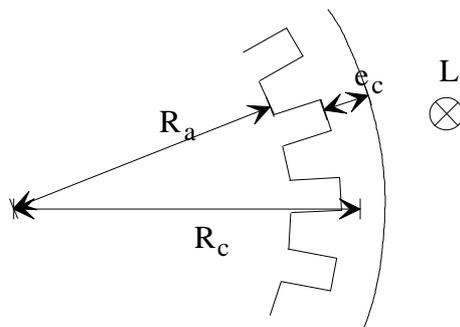


Figure I-4 : coupe de la culasse.

- Pour $m=0$, l'amplitude de déformation statique du stator est donnée par :

$$Y_{0s} = \frac{R_a R_c}{E e_c} \hat{F} \quad (\text{I-5})$$

- Pour $m=1$, l'amplitude statique de flexion de l'arbre rotorique est donnée par :

$$Y_{1s} = \frac{4 R_a \ell^3 L}{3 E d^4} \hat{F} \quad (\text{I-6})$$

- Pour $m \geq 2$, l'amplitude de déformation statique du stator est :

$$Y_{ms} = \frac{12 R_a R_c^3}{E e_c^3} \frac{\hat{F}}{(m^2 - 1)^2} \quad (\text{I-7})$$

On peut alors comparer les amplitudes de déformations suivant le nombre de modes pour une même amplitude de force. On constate que, pour $m \geq 2$, Y_{ms} diminue avec la quatrième puissance de m , les forces de nombre de modes élevé peuvent donc difficilement être à l'origine de bruit. En pratique il est inutile de tenir compte des forces de nombre de modes supérieur à 10.

Il est intéressant de comparer les amplitudes à celles relatives au mode 0.

- Pour $m=1$, on a le rapport :

$$\frac{Y_{1s}}{Y_{0s}} = \frac{4 L \ell^3 e_c}{3 d^4 R_c} \quad (\text{I-8})$$

Ce rapport est d'ordinaire de l'ordre de plusieurs centaines, une force de mode 1 est donc beaucoup plus dangereuse qu'une de mode 0. Toutefois la conception des machines, de part le choix presque systématique de nombres pairs d'encoches, est telle que les forces de mode 1 sont rares [3].

- Pour $m \geq 2$,

$$\frac{Y_{ms}}{Y_{0s}} = \frac{12}{(m^2 - 1)^2} \left(\frac{R_c}{e_c} \right)^2 \quad (\text{I-9})$$

D'après Ph. L. Alger [16], en général dans une machine asynchrone $R_c \approx 1.4R_a$ et $e_c \approx \frac{2R_a}{5p}$ (p étant le nombre de paires de pôles de la machine), on en déduit :

$$\frac{Y_{ms}}{Y_{0s}} \approx 147 \left(\frac{p}{m^2 - 1} \right)^2 \quad (\text{I-10})$$

Le tableau I-1 permet de comparer ce rapport pour différents nombres de modes et de paires de pôles.

p \ m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	16.3	2.3	0.65	0.25	0.12	0.06	0.04	0.02	0.01
2	65.2	9.2	2.61	1.02	0.48	0.26	0.15	0.09	0.06
3	147	20.7	5.9	2.3	1.08	0.56	0.32	0.2	0.135
4	261	36.7	10.4	4.07	1.92	1.02	0.6	0.37	0.24
5	408	57.4	16.3	6.4	3	1.6	0.92	0.57	0.37

Tableau I-1 : Y_{ms}/Y_{0s} suivant m et p.

On constate, pour une force de même amplitude, que le nombre de modes a un effet considérable, il faut absolument éviter les forces de nombre de modes faible. Plus la machine est lente (p grand), plus une déformation due à nombre de modes faible est importante par rapport au mode 0.

II - 2 - Caractéristiques des vibrations dynamiques.

Chaque machine possède plusieurs fréquences propres, chacune étant relative à un mode de vibrations. On peut exciter ces modes au moyen d'un choc unique provoqué par exemple par un marteau dont un simple coup entraîne un bruit composé de plusieurs fréquences distinctes qui correspondent à des fréquences de résonance naturelles de la structure [18] [19]. Par conséquent plus la fréquence d'une force de nombre de modes donné se rapproche de la fréquence propre de la machine relative au même mode, plus l'amplitude des vibrations augmente. Signalons qu'une force peut exciter une résonance de nombre de modes différent du sien, ce phénomène complexe est toutefois faible [6][19] et nous ne l'étudierons pas. Les phénomènes mécaniques sont particulièrement compliqués, il est difficile d'avoir des relations analytiques simples et précises, c'est pourquoi certains les abordent par des méthodes numériques [10] [19] [20]. Les expressions analytiques suivantes des fréquences de résonance ont été données par H. Jordan [3] et P.L. Timar [6], elles sont approximatives mais ont l'avantage d'être assez simples à utiliser. Ces formules considèrent

une machine parfaitement cylindrique sans tenir compte par exemple d'éléments comme les pieds qui modifient les fréquences propres [21] [22].

II - 2 - 1 - Fréquences de résonance.

On distingue plusieurs types de fréquences de résonance suivant que $m=0$, $m=1$, ou $m \geq 2$. Elles concernent généralement les vibrations radiales et seront notées F_m . Néanmoins elles peuvent être relatives aux vibrations longitudinales et nous conviendrons alors de les noter F_{lm} .

- Pour les vibrations de mode 0, la fréquence F_0 correspond à des vibrations radiales du stator :

$$F_0 = \frac{837.5}{R_c \sqrt{\Delta}} \quad (\text{I-11})$$

$$\text{où } \Delta = \frac{\text{poids des culasses} + \text{poids des dents}}{\text{poids des culasses}} \quad (\text{I-12})$$

- Pour $m=1$, la fréquence de résonance relative aux flexions de l'arbre rotorique notée F_1 s'exprime par :

$$F_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3Ed^4}{8 \ell^3 10^3 \left[L(4R_a^2 - d^2) + 0.5 \ell d^2 \right]}} \quad (\text{I-13})$$

- Pour $m \geq 2$, deux types de fréquence de résonance du stator sont utilisées, relatives aux vibrations radiales et longitudinales :

$$F_m = F_0 \frac{e_c}{2\sqrt{3}R_c} \frac{m(m^2 - 1)}{\sqrt{m^2 + 1}} \quad (\text{I-14})$$

$$F_{lm} = F_0 \sqrt{m^2 - 1} \quad (\text{I-15})$$

II - 2 - 2 - Amplitudes des déformations dynamiques.

On obtient l'amplitude des déformations dynamiques Y_{md} en multipliant l'amplitude des déformations statiques par un coefficient noté η_m qui dépend des fréquences.

$$Y_{md} = \eta_m Y_{ms} \quad (\text{I-16})$$

• Pour $m=0$ et $m=1$, η_m est donné par :

$$\eta_m = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{f_f}{F_m}\right)^2\right)^2 + \left(2\xi_a \frac{f_f}{F_m}\right)^2}} \quad (\text{I-17})$$

où ξ_a est un coefficient d'amortissement ajouté par P.L. Timar [6]. Celui-ci précise que la détermination de sa valeur théorique est très complexe et que généralement, pour un moteur asynchrone, $0.01 < \xi_a < 0.04$. On comprend, étant donné sa faible valeur, que H. Jordan ait négligé ce coefficient qui n'intervient que lorsque la fréquence de la force est très proche de celle de résonance. ξ_a évite que η_m ne tende dans ce cas vers l'infini, ce qui signifierait une amplitude de vibration infinie.

• Pour $m \geq 2$, l'expression donnée par H. Jordan est :

$$\eta_m = \frac{m^2 - \left(\frac{f_f}{F_0}\right)^2}{\left[\left(\frac{f_f}{F_0}\right)^2 - \left(\frac{F_m}{F_0}\right)^2\right] \left[\left(\frac{f_f}{F_0}\right)^2 - \left(\frac{F_{1m}}{F_0}\right)^2\right]} \quad (\text{I-18})$$

La carcasse dans laquelle peuvent être encastrées les tôles magnétiques peut modifier toutes ces relations, toutefois H. Jordan précise que l'on peut, en première approximation, négliger ces variations. L'amplitude de vibration de la machine étant connue, il reste à calculer le bruit qui en résulte.

III - RAYONNEMENT ACOUSTIQUE.

La vibration d'un matériau entraîne celle des particules d'air environnantes, d'où des variations de pression de l'air qui caractérisent le son. Avant de nous intéresser au rayonnement sonore induit par les vibrations des machines tournantes, nous allons donner les principes d'acoustique nécessaires à son étude.

III - 1 - Notions d'acoustique.

- Les définitions qui vont suivre utilisent la notion de champ libre : ce terme décrit la propagation du son dans un espace libre idéal sans réflexion sonore sur les parois ou objets. C'est le cas dans une chambre anechoïque parfaite où le son est absorbé par les parois.
- Si des particules d'air vibrent de manière sinusoïdale avec une amplitude Y à la fréquence f_a avec une vitesse instantanée $v(t)$, leur vitesse efficace est $V = \omega_a Y / \sqrt{2}$, avec $\omega_a = 2\pi f_a$. La pression de l'air subit des variations dont la valeur efficace P est la pression sonore ou pression acoustique (en Pascals). La pression instantanée $p(t)$ est liée à la vitesse instantanée $v(t)$ (en m/s) par la relation :

$$p(t) = Zv(t) \quad (I-19)$$

où Z , l'impédance acoustique, est en général une grandeur complexe, mais réelle en champ libre. Dans l'air, en champ libre, $Z \approx 415 \text{ kg m}^{-2} \text{ s}^{-1}$ pour une température de 20°C et une pression atmosphérique de 1013 hPa . La valeur de Z dépend de la vitesse du son c et donc de la densité du milieu.

La vibration des particules se transmet aux particules voisines, ainsi l'onde sonore se propage à la vitesse du son c qui, à 20°C , dans l'air, est d'environ 344 m/s .

La longueur d'onde λ est définie par $\lambda = c/f_a$.

Pour mesurer la pression sonore, on utilise un microphone.

- La pression et la vitesse des particules d'air peuvent ou non varier en phase. Celle-ci influe sur la direction et le sens de propagation de l'onde sonore. L'intensité acoustique est un vecteur qui permet de caractériser l'amplitude mais aussi la direction et le sens du son. C'est le flux d'énergie sonore par unité de surface traversée perpendiculaire à la direction de l'onde sonore. Le module de ce vecteur \vec{I} , noté I , se mesure en W/m^2 , il est défini par la relation suivante :

$$I = \frac{1}{T_a} \int_0^{T_a} p(t)v(t) dt .$$

Compte tenu de la relation (I-19), on déduit :

$$I = \frac{1}{T_a} \int_0^{T_a} Zv^2(t) dt = \frac{1}{T_a} \int_0^{T_a} Z(\omega_a Y \sin(\omega_a t))^2 dt = \frac{Z\omega_a^2 Y^2}{2},$$

avec $T_a=1/f_a$. En remplaçant Z par sa valeur, on obtient :

$$I = 8200f_a^2 Y^2 \quad (\text{I-20})$$

- La puissance acoustique, mesurée en watts, permet de caractériser une source sonore indépendamment du milieu dans lequel elle est placée. En effet la pression sonore et l'intensité acoustique mesurées à une certaine distance d'un appareil bruyant seront différentes suivant que l'appareil se trouve par exemple dans un local réverbérant ou en plein air alors que la puissance sonore de l'appareil est la même quel que soit le milieu environnant (une analogie permet de bien comprendre ce qu'est la puissance acoustique : la température mesurée à une certaine distance d'un radiateur chauffant dépend à la fois de sa puissance et de la pièce dans laquelle il se trouve). Les normes définissent la puissance acoustique maximale des appareils.

En intégrant l'intensité qui traverse une surface S entourant la source sonore, on détermine sa puissance W en watts :

$$W = \int_S \bar{I} d\bar{S} \quad (\text{I-21})$$

- Etant donné l'énorme différence entre la plus petite variation de pression perceptible par l'oreille humaine notée P_0 , environ $20\mu\text{Pa}$, et le seuil de la douleur, environ 100Pa , le son se mesure en décibels en prenant comme référence P_0 si bien que le niveau de pression acoustique L_P est défini ainsi :

$$L_P = 10 \log\left(\frac{P}{P_0}\right)^2 = 20 \log\left(\frac{P}{P_0}\right) \quad (\text{I-22})$$

Le niveau d'intensité acoustique L_I est défini par :

$$L_I = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (\text{I-23})$$

avec $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, niveau qui correspond au seuil de perception de l'oreille humaine. Dans un champ libre, les niveaux de pression et d'intensité sont presque identiques.

Le niveau de puissance acoustique L_W d'une source sonore est :

$$L_W = 10 \log \left(\frac{W}{W_0} \right) \quad (\text{I-24})$$

avec $W_0 = 10^{-12}$ watts, c'est à dire la puissance d'une source qui fournirait une intensité acoustique $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ de manière uniforme à travers une surface de 1 m^2 l'entourant.

Le coefficient 10 dans les expressions (I-22), (I-23), et (I-24) a été choisi pour qu'une variation de 25% de la pression, de l'intensité, ou de la puissance, qui est la plus petite variation perceptible par l'oreille humaine, entraîne une variation du niveau correspondant de 1dB. Cette échelle logarithmique ne rend toutefois que partiellement compte de la sensibilité de l'oreille : un auditeur a l'impression subjective d'un doublement du niveau sonore pour une variation de 10dB. On comprend alors qu'il soit intéressant de gagner seulement quelques décibels.

Lorsque plusieurs sons de fréquences différentes sont présents en même temps, la pression acoustique résultante est la racine carrée de la somme des carrés de chacune des pressions (règle de sommation de valeurs efficaces). Ainsi la présence de deux sons de fréquences différentes à des niveaux identiques entraîne un niveau total de 3dB plus élevé que celui de chacun des sons. Ces considérations sont toutefois à nuancer car l'oreille humaine n'entend pas aussi bien toutes les fréquences.

- On peut déduire la puissance d'une source en mesurant des niveaux de pression. D'après la norme ISO 3744, on doit mesurer le niveau moyen L_{P_m} de pression sur une surface S entourant la source par plusieurs mesures, le niveau de puissance est alors, en champ libre parfait :

$$L_W = L_{P_m} + 10 \log \left(\frac{S}{S_0} \right) \quad (\text{I-25})$$

où $S_0 = 1 \text{ m}^2$.

- La bande passante de l'oreille humaine va approximativement de 20Hz à 16000Hz. Des courbes permettant d'apprécier la différence de perception de l'oreille suivant la fréquence ont été établis par Flechter et Munson et modifiées par Churcher et King [23]. Nommées courbes d'isonie, elles sont présentées figure I-5 et précisent le niveau nécessaire d'un son pour créer la même sensation suivant sa fréquence. On constate par exemple qu'un son de 60dB à

1000Hz est perçu de la même façon qu'un son de 80dB à 40Hz, ces courbes peuvent toutefois évoluer suivant les individus.

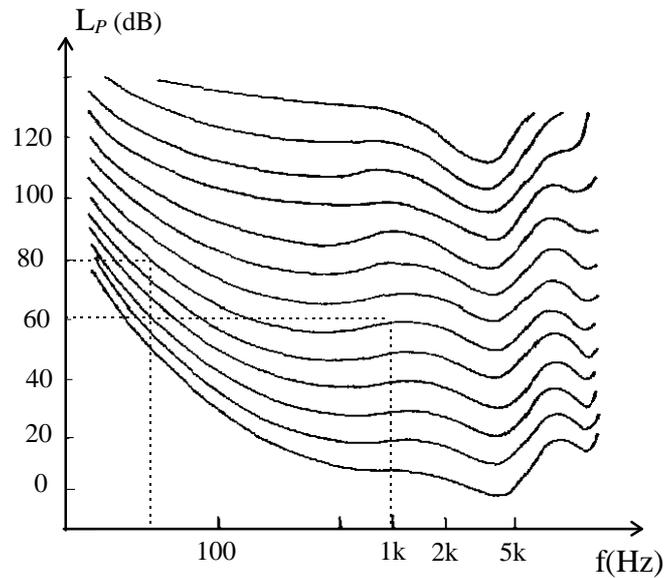


Figure I-5 : courbes d'isonomie.

Pour rendre compte de ces différences de perception, les appareils de mesure sont généralement équipés de dispositifs de pondération qui atténuent plus ou moins le son suivant sa fréquence. Il existe 4 réseaux de pondération appelés A, B, C, ou D représentés figure I-6. Ces réseaux suivent approximativement l'inverse des courbes d'isonomie. Le réseau A est le plus utilisé [24][25], on parle alors de dBA.

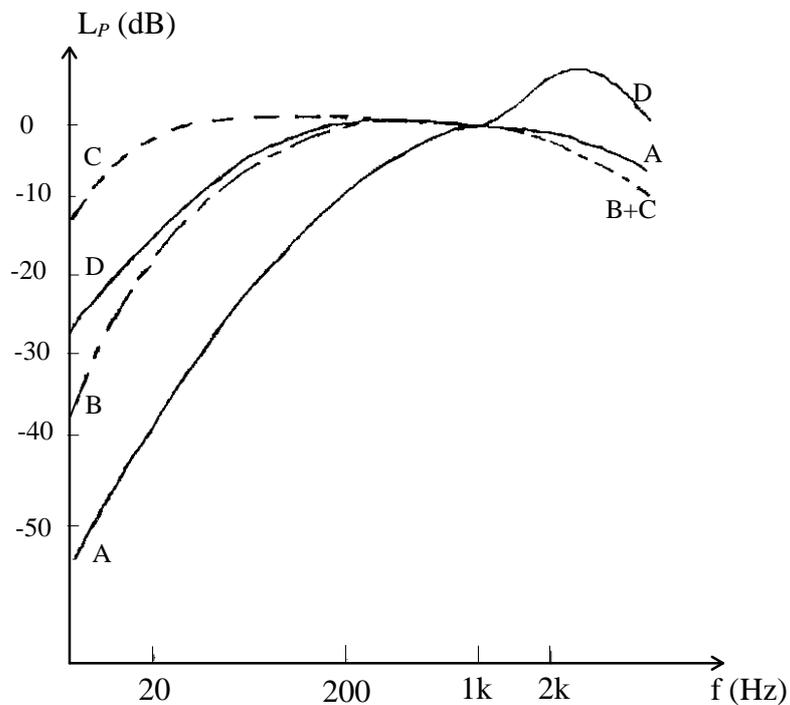


Figure I-6 : réseaux de pondération A, B, C, et D.

III - 2 - Son émis par une machine tournante.

Les relations qui suivent vont permettre, connaissant l'amplitude et la fréquence d'une vibration à la surface d'une machine, de déduire sa puissance sonore ainsi que le niveau acoustique à une certaine distance.

- L'intensité acoustique $I_{(D_e)}$ à la surface d'une machine de diamètre D_e est fonction de l'amplitude de ses vibrations. La relation qui la caractérise est similaire à la relation (I-20) à un coefficient près noté σ :

$$I_{(D_e)} = \sigma 8.2 \cdot 10^3 f_f^2 Y_{md}^2 \quad (I-26)$$

Le coefficient σ est appelé facteur de rayonnement. Il traduit la capacité de la machine à être un bon haut-parleur pour la longueur d'onde à émettre par rapport à ses dimensions et au nombre de modes de vibrations. Deux théories peuvent être utilisées pour le déterminer suivant que l'on considère les radiations d'une sphère, comme proposé par H. Jordan, ou d'un cylindre, technique utilisée par P.L. Alger. P.L. Timar [6] expose les deux théories.

Pour une sphère, en notant D_e son diamètre extérieur, l'expression analytique du facteur de rayonnement est :

$$\sigma = \operatorname{Re} \left\{ j\pi \frac{D_e}{\lambda} \frac{\sum_{v=0}^m \frac{(m+v)!}{(m-v)!} \frac{m!}{v!} \left(2j\pi \frac{D_e}{\lambda}\right)^{m-v}}{\sum_{v=0}^m \frac{(m+v)!}{(m-v)!} \frac{m!}{v!} \left(2j\pi \frac{D_e}{\lambda}\right)^{m-v} \left(1 + j\pi \frac{D_e}{\lambda} + v\right)} \right\} \quad (I-27)$$

où j est l'opérateur complexe tel que $j^2 = -1$, Re signifie 'partie réelle de'.

Pour un cylindre, D_e représentant également son diamètre extérieur, cette expression devient :

$$\sigma = \left(\pi \frac{D_e}{\lambda}\right)^2 \frac{N_m Q_{m+1} - Q_m N_{m+1}}{\left[m Q_m - \pi \frac{D_e}{\lambda} Q_{m+1}\right]^2 + \left[m N_m - \pi \frac{D_e}{\lambda} N_{m+1}\right]^2} \quad (I-28)$$

où N_m et N_{m+1} sont des fonctions de Neumann d'ordres m et $m+1$,
 Q_m et Q_{m+1} sont des fonctions de Bessel d'ordres m et $m+1$.

Les figures I-7 et I-8 représentent σ déduit des relations précédentes, respectivement pour une sphère et pour un cylindre, dans un système d'axes où en abscisses se trouve le coefficient $\pi D_e/\lambda$. Les courbes sont paramétrées en fonction du nombre de modes de vibrations m .

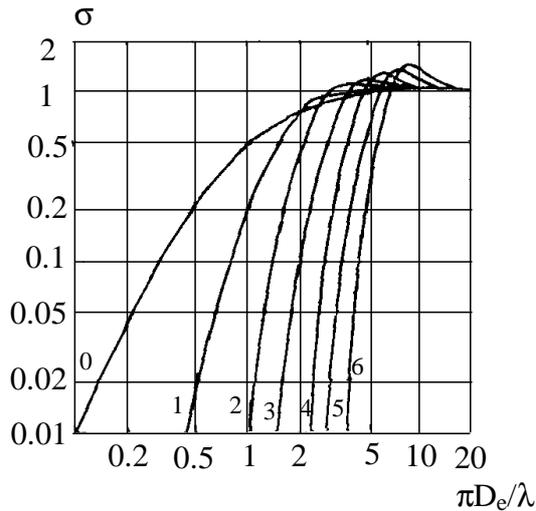


Figure I-7 : facteur de rayonnement pour une sphère (paramètre : m).

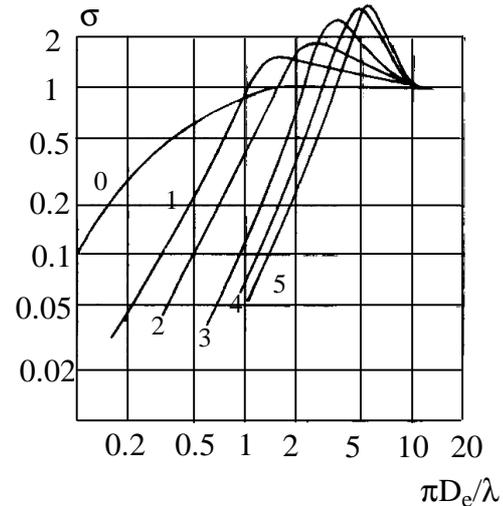


Figure I-8 : facteur de rayonnement pour un cylindre (paramètre : m).

On constate, d'une manière générale, qu'un cylindre est un meilleur haut parleur qu'une sphère, et, lorsque les dimensions de la source sonore sont grandes par rapport à la longueur d'onde émise, que le facteur de rayonnement tend vers 1 ce qui correspond à une surface plane.

- La puissance acoustique d'un moteur vibrant sous l'effet d'une force de m modes est, d'après H. Jordan [3] :

$$W = \frac{I_{(D_e)} S_e}{2m + 1} \quad (\text{I-29})$$

où $I_{(D_e)}$ est l'intensité acoustique à la surface de la machine, calculée d'après la relation (I-26), et S_e sa surface externe.

- La propagation du son dans l'environnement diffère suivant que l'on considère une sphère ou un cylindre.

- Cas d'une sphère vibrante dans un champ libre, tel que l'a considérée H. Jordan.

L'intensité $I_{(x)}$ à une distance x de la source est, compte tenu de la relation (I-21), égale à sa puissance divisée par la surface de la sphère de rayon x :

$$I_{(x)} = \frac{W}{4\pi x^2} \quad (\text{I-30})$$

On remarque qu'un doublement de la distance correspond à une atténuation de 6dB.
Pour une sphère vibrante dans un local fermé, l'intensité est plus élevée et donnée par :

$$I_{(x)} = W \left(\frac{1}{4\pi x^2} + \frac{4}{\chi} \right) \quad (\text{I-31})$$

où χ est un coefficient de réverbération : $\chi = 0.16 V_{ol} / T_r$, V_{ol} étant le volume de la salle et T_r le temps nécessaire après arrêt d'une source sonore pour que le niveau chute de 60dB [24]. Dans un champ libre, cas d'une chambre anechoïque parfaite, χ tend vers l'infini.

Si l'on exprime l'intensité à une distance x dans un champ libre en fonction de la fréquence, de l'amplitude des vibrations, du nombre de modes et de la surface de vibrations, alors :

$$I_{(x)} = \frac{W}{4\pi x^2} = \frac{\sigma 8.2 \cdot 10^3 f_f^2 Y_{md}^2 S_e}{4\pi x^2 (2m + 1)}.$$

La relation (I-23) permet d'exprimer le niveau d'intensité acoustique à une distance x :

$$L_{I_{(x)}} = 10 \log \left(\frac{8.2 \cdot 10^3}{10^{-12}} \right) + 20 \log(f_f Y_{md}) + 10 \log(\sigma) + 10 \log \left(\frac{S_e}{4\pi x^2 (2m + 1)} \right) \quad (\text{I-32})$$

Le troisième terme de cette expression, fonction uniquement de σ , caractérise, comme ce paramètre, la capacité de la machine à être un bon haut parleur pour la longueur d'onde en question. Le quatrième terme traduit l'atténuation du son avec l'éloignement de la source.

- *Cas d'un cylindre de longueur infinie, tel que l'a considéré Ph. L. Alger [16].*

Seul le quatrième terme de l'expression (I-32) change et l'expression de $L_{I_{(x)}}$ devient alors :

$$L_{I_{(x)}} = 10 \log \left(\frac{8.2 \cdot 10^3}{10^{-12}} \right) + 20 \log(f_f Y_{md}) + 10 \log(\sigma) + 20 \log \left(\frac{C_m (\pi 2x / \lambda)}{C_m (\pi D_e / \lambda)} \right) \quad (\text{I-33})$$

où C_m est une fonction de Hamkel d'ordre m . La figure I-9 représente $20 \log(C_m (\pi 2x / \lambda))$ en fonction de $\pi 2x / \lambda$.

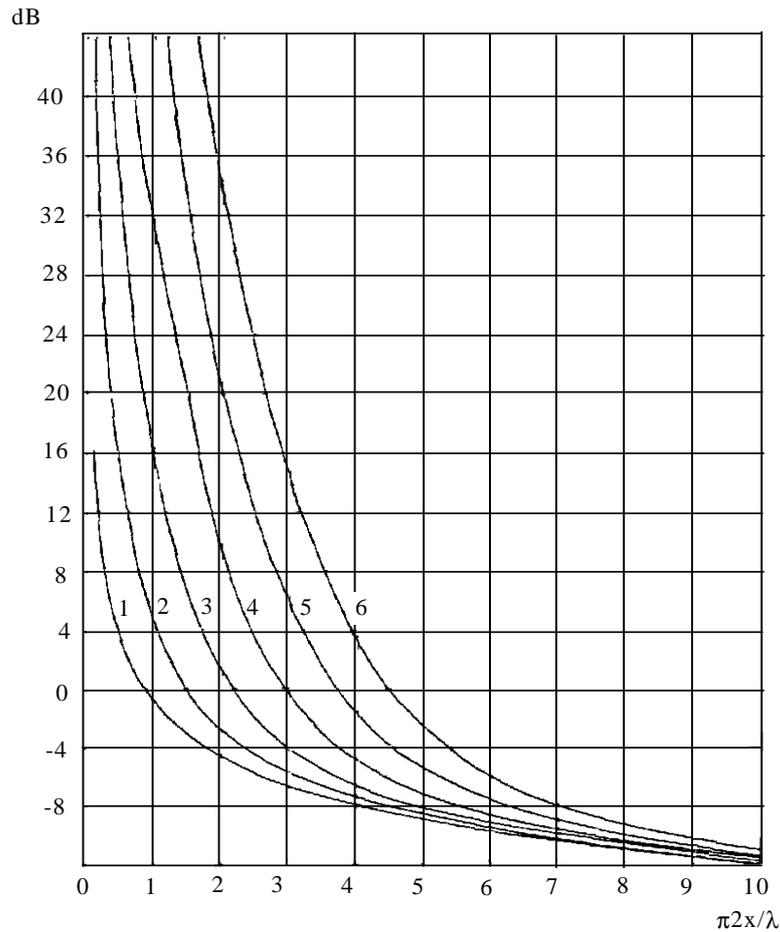


Figure I-9 : $20 \log(C_m(\pi 2x / \lambda))$ en fonction de $(\pi 2x / \lambda)$,
courbes paramétrées en fonction de m .

Alger précise que :

$$- C_m(\pi 2x / \lambda) \approx \frac{(m-1)! 2^m}{\pi(\pi 2x / \lambda)^m} \text{ si } \pi 2x / \lambda < \sqrt{2m+1},$$

$$- C_m(\pi 2x / \lambda) \approx \sqrt{\frac{\lambda}{\pi^2 x}} \text{ si } \pi 2x / \lambda > m^2, \text{ ce qui permet de considérer le}$$

cas $m=0$.

- Les résultats donnés par les deux méthodes pour caractériser le niveau d'intensité acoustique peuvent ou non être identiques suivant la distance x et la surface externe de la machine qui n'intervient pas dans l'expression (I-33) puisqu'on considère un cylindre de longueur infinie. Un cylindre est plus proche d'un moteur qu'une sphère, toutefois plus on s'éloigne de la machine, plus ses dimensions sont faibles par rapport à la distance parcourue par le son et plus elle peut être assimilée à une sphère. D'autre part, considérer un cylindre de longueur infinie ne paraît correct qu'à proximité de la machine. Compte tenu de ces remarques, il nous semble préférable de considérer un cylindre pour connaître le facteur de rayonnement σ et, pour estimer l'atténuation du son avec l'éloignement, un cylindre ou une sphère suivant que l'on est proche ou éloigné de la machine.

IV - ANALYSE EXPERIMENTALE.

Le but de ce paragraphe est, d'une part de tenter de vérifier les relations théoriques énoncées précédemment et, d'autre part d'illustrer les phénomènes décrits sur un exemple en effectuant des applications numériques.

IV - 1 - Fréquences de résonance de cylindres.

Pour contrôler la validité des relations donnant les fréquences de résonance mécanique du stator, nous avons utilisé deux cylindres métalliques que l'on peut assimiler à des stators très simples. Leurs longueurs et leurs rayons extérieurs sont identiques, mais leurs épaisseurs sont différentes, le premier correspond à un anneau mince et le deuxième à un anneau épais. Le but est de savoir si les relations (I-11) et (I-14) sont valables dans ces deux cas. Les cylindres utilisés ne comportant pas d'encoche, la variable Δ est égale à 1. D'autre part, comme ils représentent le stator qui n'est pas concerné par les vibrations de mode 1, nous ne calculerons pas F_1 .

Pour vérifier de manière pratique les résultats des calculs théoriques, nous avons excité les résonances au moyen d'un simple choc provoqué par un coup de marteau. Ceci se traduit mathématiquement par une impulsion de Dirac dont la décomposition en série de Fourier donne une infinité de composantes, leurs fréquences étant d'autant plus élevées que l'impulsion est courte. Le marteau étant manipulé manuellement, il est difficile de donner une impulsion très courte puisqu'il faudrait pour cela être capable de supprimer le contact marteau-cylindre immédiatement après le choc [26]. Par conséquent, cette technique excite davantage les basses fréquences.

Nous avons relevé la réponse vibratoire de la surface de chaque cylindre au moyen d'un vibromètre laser. Cet appareil, dont le fonctionnement est décrit dans l'annexe 1, permet de mesurer la vitesse des vibrations d'une surface quelconque par rapport à sa position d'équilibre. Le signal issu de ce dispositif est relié à un analyseur de spectre qui affiche la FFT de la réponse vibratoire. Les spectres relevés, donnés figure I-10 et I-11, représentent l'amplitude de la vitesse des vibrations de la surface du stator. Pour connaître l'amplitude des vibrations, il suffit de diviser la vitesse par la pulsation considérée dans la mesure où la vitesse est la dérivée de la position.

- Cas de l'anneau mince.

Les dimensions du premier cylindre sont :

- longueur, $L=13.6\text{cm}$,
- rayon d'alésage, $R_a=4.84\text{cm}$,
- épaisseur radiale, $e_c=0.98\text{mm}$,
- rayon moyen, $R_c=5.33\text{cm}$.

Les calculs utilisant les relations (I-11) et (I-14) donnent, pour les vibrations radiales, les fréquences de résonance suivantes :

- $F_0 = 15713\text{Hz}$,
- $F_2 = 2238\text{Hz}$,
- $F_3 = 6330\text{Hz}$,
- $F_4 = 12136\text{Hz}$,
- $F_5 = 19627\text{Hz}$,
- $F_6 = 28793\text{Hz}$.

Ces fréquences sont assez élevées. Celle relative au mode 6 est en dehors du domaine audible. Le spectre relevé de manière pratique est donné figure I-10 :

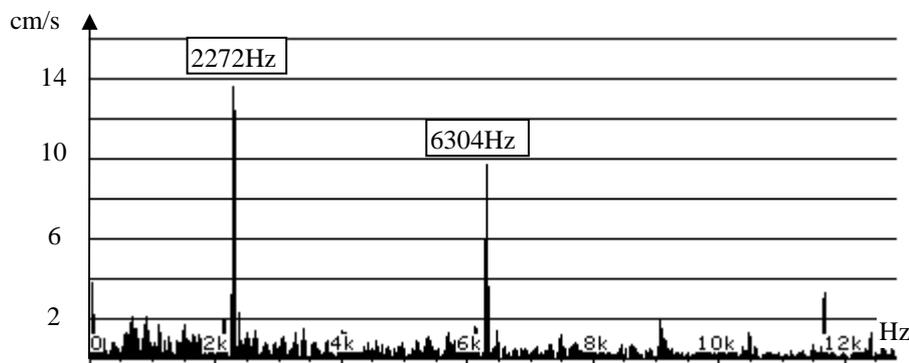


Figure I-10 : Spectre vibratoire du cylindre mince soumis à un choc.

On voit nettement apparaître sur ce spectre que le choc provoqué par le marteau excite deux fréquences de résonance à 2272Hz et 6304Hz. On constate que ces deux fréquences sont très proches de celles déterminées théoriquement relatives aux modes 2 et 3 (valant 2238Hz et 6330Hz). L'essai pratique ne fait pas apparaître nettement d'autres fréquences de résonance. Cet essai confirme la validité des relations théoriques donnant les fréquences de résonance mécanique d'un anneau mince relatives aux modes 2 et 3.

• Cas de l'anneau épais.

Les dimensions du deuxième cylindre sont :

- longueur, $L = 13.6\text{cm}$,
- rayon d'alésage, $R_a = 1.93\text{cm}$,
- épaisseur radiale, $e_c = 3.89\text{mm}$,
- rayon moyen, $R_c = 3.875\text{cm}$.

Les calculs utilisant les relations (I-11) et (I-14) donnent, pour les vibrations radiales, les fréquences de résonance suivantes :

- $F_0 = 21613\text{Hz}$,
- $F_2 = 16806\text{Hz}$,
- $F_3 = 47535\text{Hz}$,
- $F_4 = 91144\text{Hz}$,
- $F_5 = 147399\text{Hz}$,
- $F_6 = 216231\text{Hz}$.

Ces fréquences sont très élevées. Nos appareils de mesure ne fonctionnant que jusqu'à 25kHz, la comparaison entre théorie et pratique ne sera que partielle.

Le spectre relevé de manière pratique est donné figure I-11 :

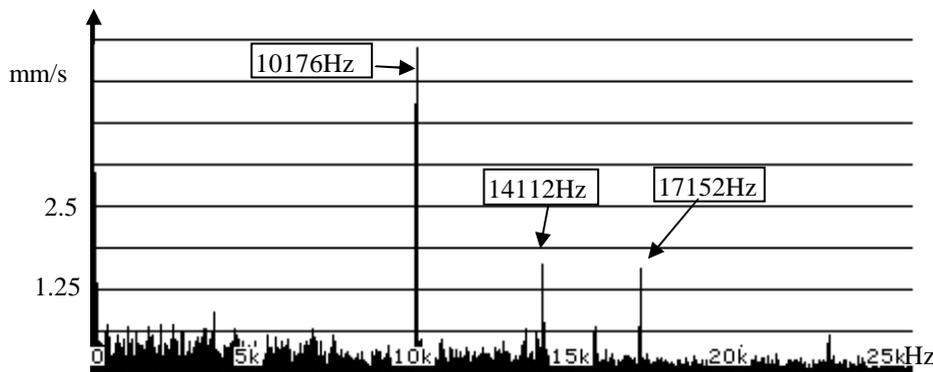


Figure I-11 : Spectre vibratoire du cylindre épais soumis à un choc.

Ce relevé fait apparaître une fréquence de résonance à 10176Hz et, moins nettement, deux autres à 14112Hz et 17152Hz. Elles sont, comme les calculs théoriques l'avaient montré, plus élevées que celle obtenues avec le premier cylindre. Toutefois aucune ne correspond à une fréquence calculée théoriquement.

On peut en conclure que les relations théoriques sont moins justes pour un anneau épais que pour un anneau mince. Ce résultat n'est pas surprenant puisque ces relations peuvent être, comme nous l'avons vu, obtenues à partir de la déformation d'une poutre. Il est difficile de savoir jusqu'à quelle épaisseur elles sont valables.

Nous avons donc ici mis en évidence une première approximation dans l'utilisation des formules données par H. Jordan

IV - 2 - Exemple d'une machine.

Dans la suite de ce mémoire, une machine sera particulièrement étudiée, sur laquelle seront effectués les calculs et finalement la réduction active du bruit magnétique. Le but de ce paragraphe est de présenter ses caractéristiques mécaniques et acoustiques.

IV - 2 - 1 - Description.

Il s'agit d'un moteur asynchrone à rotor bobiné de 6 pôles de valeurs nominales :

15kW, 50Hz, 6 pôles,
365V/210V, 28/49A.

Les tôles magnétiques du stator sont encastrées dans une carcasse en fonte qui modifie probablement l'aspect mécanique [27]. H. Jordan précise que l'on peut faire abstraction pour simplifier de cet encastrement [3]. Les dimensions à utiliser sont, compte tenu de cette remarque :

- rayon d'alésage $R_a=118\text{mm}$,
- rayon moyen de la culasse $R_c=158\text{mm}$,
- épaisseur radiale de la culasse derrière les encoches $e_c=16\text{mm}$,
- rapport $\Delta = \frac{\text{poids des dents} + \text{poids des culasses}}{\text{poids des culasses}} = 1.6$, estimé d'après la surface des

éléments,

- longueur du fer $L=160\text{mm}$.

On peut en déduire les fréquences de résonances théoriques calculées avec les relations (I-11) et (I-14) pour différents modes d'excitation mécanique :

- pour 0 mode, $F_0=4190.5\text{Hz}$,
- pour 2 modes, $F_2=329\text{Hz}$,
- pour 3 modes, $F_3=930\text{Hz}$,
- pour 4 modes, $F_4=1783\text{Hz}$,
- pour 5 modes, $F_5=2883\text{Hz}$,
- pour 6 modes, $F_6=4229\text{Hz}$,
- pour 7 modes, $F_7=5821\text{Hz}$,
- pour 8 modes, $F_8=7658\text{Hz}$.

On remarque que ces fréquences sont toutes situées dans le domaine audible. Il est difficile de vérifier ces valeurs par des chocs extérieurs au moyen d'un marteau car on exciterait les résonances mécaniques de la carcasse et non des tôles magnétiques.

IV - 2 - 2 - Relevés des spectres de bruit émis et de courant absorbé.

Le moteur est placé dans une chambre semi-anechoïque, c'est à dire que le sol n'est pas un matériau absorbant les sons; on peut toutefois considérer qu'il s'agit d'un champ libre car une onde sonore ne peut se réverbérer qu'une fois avant d'être absorbée par les autres parois. Ces conditions correspondent à celles de nombreuses normes. Cette chambre permet également de ne pas être perturbé par les bruits extérieurs. Un microphone placé à deux mètres est relié à un analyseur de spectre. Celui-ci permet de relever le niveau de pression acoustique de chaque raie ainsi que le niveau total. La figure I-12 montre le spectre relevé sans réseau de pondération sous tension nominale à vide avec une vitesse de rotation du rotor de 992tr/mn.

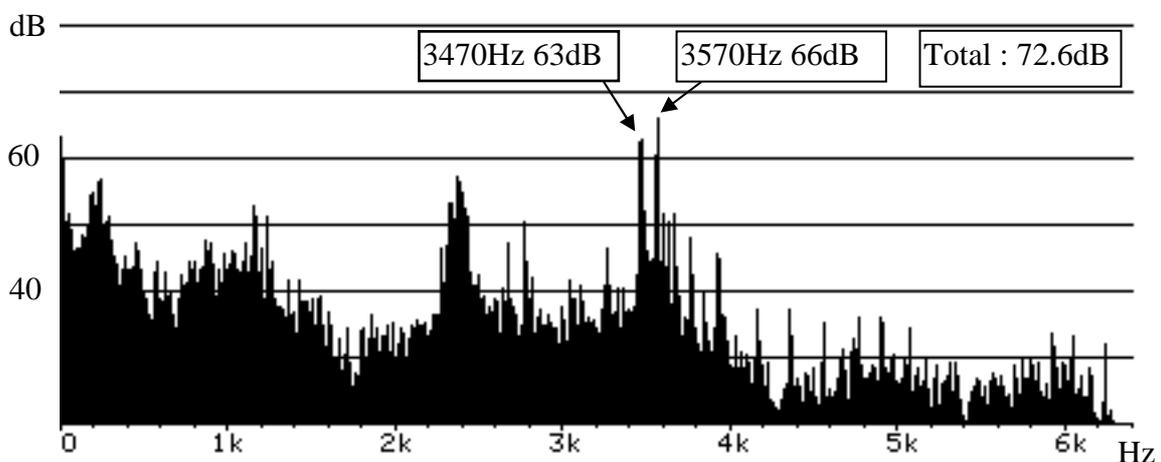


Figure I-12 : spectre des niveaux de pression acoustique en dB.

Le niveau total de pression acoustique, relevé à deux mètres sans réseau de pondération, est de 72.6dB. On distingue sur ce spectre des raies importantes à 3470Hz et 3570Hz d'amplitude 63dB et 66dB. Pour s'assurer qu'elles sont d'origine magnétique, on procède comme précisé précédemment, on relève le spectre après avoir coupé l'alimentation du moteur. Le spectre de la figure I-13 ne donne que les bruits d'origine mécanique et aérodynamique.

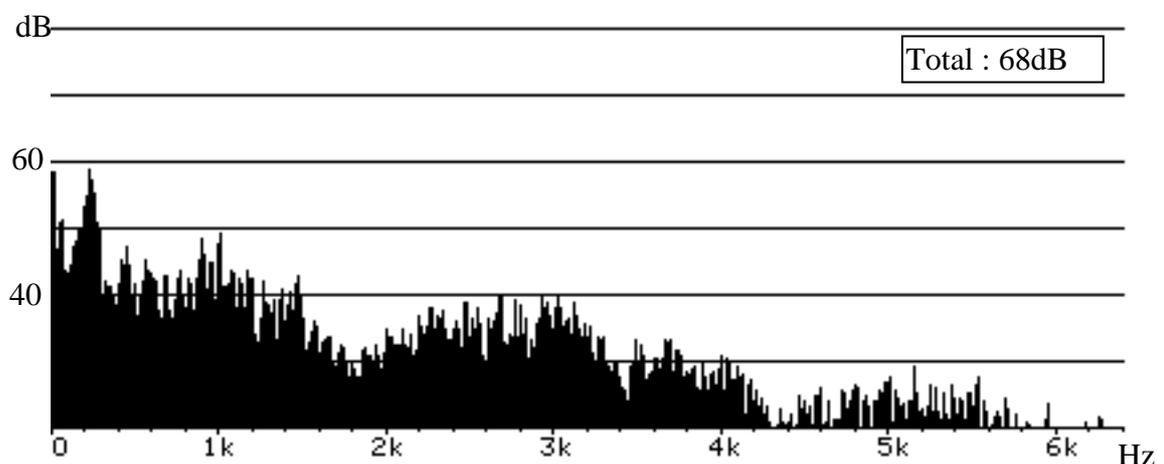


Figure I-13 : bruits mécaniques et de ventilation.

Cette mesure permet de constater que les raies de bruit dominantes de cette machine, qui ont disparu suite à la coupure de l'alimentation, sont bien des raies de bruit magnétique à 3470Hz et 3570Hz. On remarque que ces fréquences sont relativement proches de celles de résonance correspondant aux modes 0 et 6 (4190Hz et 4229Hz).

La différence de pression totale entre les deux relevés est de 41%, le bruit magnétique est donc important sur cette machine. La suite de cette étude permettra de déterminer précisément l'origine de ces raies de bruit et de quantifier les forces qui en sont à l'origine.

Les travaux de J.F. Brudny ont permis de montrer que le courant statorique comporte des harmoniques dont les fréquences encadrent celles des raies de bruit magnétique [12][28]. Le relevé du spectre du courant statorique absorbé par la machine présenté figure I-14 confirme ce résultat. La présence de raies de courant montre l'existence d'harmoniques d'induction dans l'entrefer dont l'origine sera expliquée dans la suite de ce travail. L'amplitude de la raie de courant à 3620Hz est de 23mA, soit $1/453^{\text{ème}}$ du fondamental.

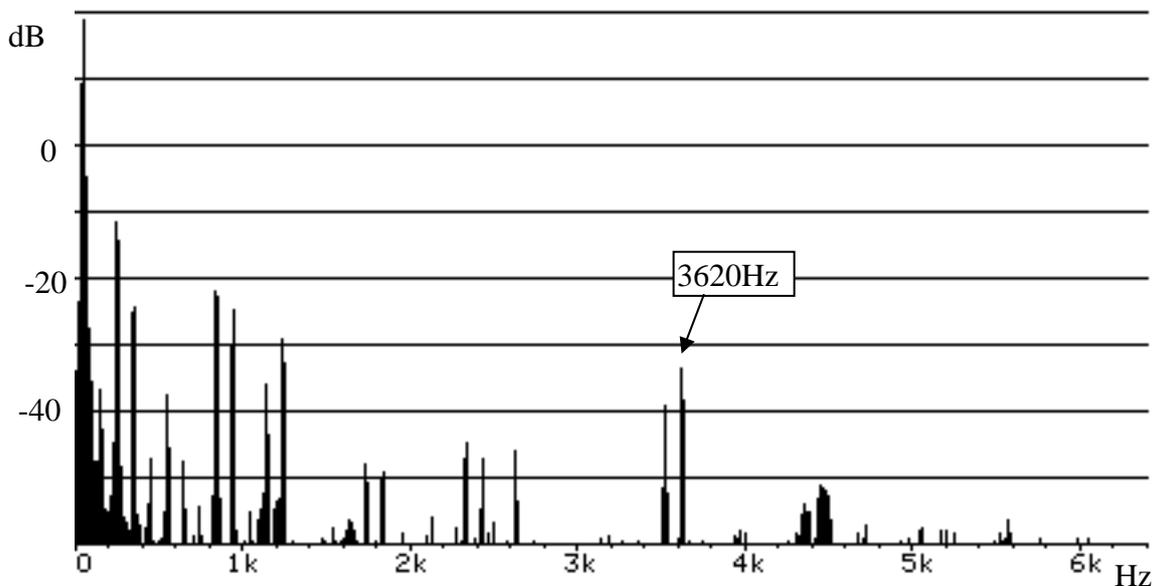


Figure I-14 : spectre du courant absorbé. 1A=0dB.

IV - 2 - 3 - Bruit en fonction de la fréquence.

Nous allons comparer le bruit théorique et pratique que crée une force en fonction du nombre de modes et de sa fréquence.

Comme il sera expliqué dans la suite de ce travail, l'injection dans les enroulements statoriques d'un système triphasé de courants harmoniques en plus du fondamental permet de créer une force de 0 mode et une de 2p modes donc 6 pour cette machine. Nous avons injecté un système de courants harmoniques d'amplitude 1/200ème de celle du fondamental, soit 52mA. Les calculs ultérieurs permettront de montrer que l'amplitude des deux forces ainsi créées est d'environ 1300N/m². En faisant varier la fréquence du courant injecté, on fait varier celles des forces donc des deux sons résultants. Le rotor est ouvert et le moteur à l'arrêt, les

mesures ne sont donc pas perturbées par les bruits mécaniques et aérodynamiques. Le microphone étant placé à deux mètres et le moteur étant sur le sol réfléchissant, la surface nécessaire au calcul de la puissance acoustique de chacun des sons avec la relation (I-25) est celle d'une demi-sphère de deux mètres de rayon.

D'autre part, les relations théoriques des paragraphes II et III permettent, connaissant l'amplitude, la fréquence, et le nombre de modes d'une force, ainsi que les dimensions de la machine, de calculer la puissance acoustique théorique de chacun des sons.

La figure I-15 présente ces résultats, les courbes lisses sont théoriques, les autres pour lesquelles le tracé s'arrête à une fréquence de 3300Hz sont pratiques. En effet le système utilisé pour injecter un courant harmonique ne permettait pas de maintenir l'amplitude désirée au-delà de cette fréquence.

On constate d'importantes différences entre théorie et pratique, ce qui n'est pas très surprenant, la structure mécanique réelle étant nettement plus complexe que celle utilisée pour obtenir les relations théoriques. Toutefois les ordres de grandeurs sont les mêmes, l'allure globalement croissante des deux courbes pratiques montre que les fréquences de résonance relatives au mode 0 et au mode 6 sont effectivement supérieures à 3300Hz.

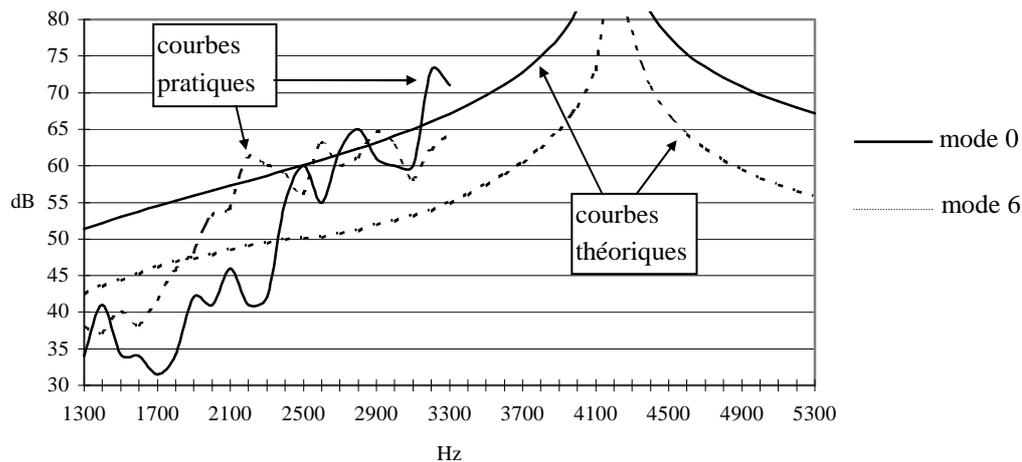


Figure I-15 : Puissances acoustiques théoriques et pratiques créées par des forces de mode 0 et 6.

Les expériences réalisées nous permettent de conclure que les relations analytiques connues relatives aux phénomènes mécaniques et acoustiques sont approximatives. Des études sont en cours, devant permettre d'améliorer nos connaissances dans ce domaine. Les techniques utilisées ont recours :

- à des analogies électromécaniques,
- à l'utilisation d'un logiciel d'éléments finis en mécanique.

CHAPITRE II

ETUDE THEORIQUE DES HARMONIQUES D'INDUCTION

Comme le bruit magnétique des machines asynchrones est directement lié à la présence d'harmoniques d'induction dans l'entrefer, il convient de caractériser ces derniers. Le principe de cette détermination, utilisant un modèle d'encoche fictif, sera exposé dans ce chapitre. Les expressions obtenues seront comparées à celles données par H. Jordan [3]. Cette méthode de détermination des harmoniques d'induction a été développée par J.F. Brudny dans un mémoire intitulé 'Etude quantitative des harmoniques de couple du moteur asynchrone triphasé d'induction' [12]. Elle a été utilisée par D. Belkhaty dans sa thèse 'Réduction du bruit magnétique des machines asynchrones alimentées en tension sous fréquence variable' [11]. L'intérêt de notre travail par rapport aux deux études précitées est de proposer une écriture différente des relations permettant une comparaison plus aisée aux expressions proposées par H. Jordan. Notre apport porte aussi sur le développement d'une méthode générale destinée à caractériser les ondes d'induction générées par un rotor à cage comprenant un nombre quelconque de barres. Nous préciserons également dans le dernier paragraphe la détermination des courants harmoniques rotoriques, ce qui constitue une des principales difficultés.

Le stator de la machine considérée sera triphasé à p paires de pôles. Les bobinages le constituant seront à pas entiers et à une couche. Pour un rotor bobiné, les caractéristiques de construction seront identiques à celles du stator. La perméabilité du fer sera considérée infinie et la saturation négligée ce qui permettra d'appliquer le principe de superposition. Pour un rotor à cage, l'isthme sera considéré saturé, de telle sorte que pratiquement toutes les lignes de champ rotoriques traverseront l'entrefer.

Dans la suite de ce mémoire, les indices supérieurs s et r permettront, situés à droite, de distinguer les grandeurs statoriques et rotoriques et, situés à gauche, de préciser l'armature à l'origine de la grandeur en question.

I - PERMEANCE D'ENTREFER.

L'induction dans l'entrefer d'une machine asynchrone est égale au produit de la force magnétomotrice (f.m.m.) par la perméance de l'entrefer par unité de surface. Si l'expression de la f.m.m. est assez facile à établir, il n'en est pas de même de celle de la perméance

puisque'elle dépend non seulement de l'épaisseur variable de l'entrefer mais aussi des dimensions des encoches statoriques et rotoriques.

Sachant d'une part que les véritables lignes de champ n'atteignent pas le fond de l'encoche et que, d'autre part, pour ces études les lignes de champ seront supposées radiales, il convient de considérer des profondeurs fictives d'encoches. On obtient des résultats satisfaisants en prenant pour ces dernières une dimension égale au cinquième de leur ouverture notée l_e [29]. Le modèle d'encoche retenu est présenté à la figure II-1.

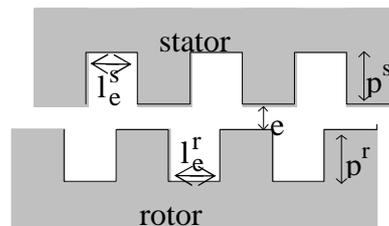


Figure II-1 : modèle d'encoche retenu.

Pour caractériser les paramètres de construction, les notations suivantes seront utilisées :

- μ_0 : perméabilité du vide ($4\pi 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$) ou approximativement celle de l'air,
- p : nombre de paires de pôles,
- e : épaisseur minimale de l'entrefer,
- k_s, k_r : entiers résultants de décompositions en séries de Fourier,
- N_t^s, N_t^r : nombres totaux d'encoches statoriques et rotoriques,
- N^s, N^r : nombres d'encoches par paire de pôles ($N^s = N_t^s / p, N^r = N_t^r / p$),
- r_d^s, r_d^r : rapports de dentures (largeur d'une dent)/(pas dentaire) au stator et au rotor,
- p^s, p^r : profondeurs fictives d'encoches statoriques et rotoriques.

Pour localiser spatialement les différentes variables nous adopterons comme axe de référence l'axe de la phase 1 du stator qui est également, compte tenu de nos hypothèses, confondu avec l'axe d'une dent statorique. Les différentes relations seront établies en utilisant les variables suivantes :

- α qui caractérise la position angulaire d'un point quelconque de l'entrefer,
- θ_d qui traduit l'écart angulaire entre les axes de référence statorique et rotorique (l'axe de référence rotorique sera confondu avec l'axe d'une dent rotorique définie ultérieurement suivant le type de rotor).

Dans la mesure où les lignes de champ sont supposées radiales, la perméance d'entrefer est inversement proportionnelle à son épaisseur, son expression par unité de surface $\rho(\alpha, \theta_d)$, présentée sous la forme d'une décomposition en série de Fourier, s'écrit [12] :

$$\begin{aligned} \rho(\alpha, \theta_d) = & \mu_0 A^0 + 2\mu_0 A^s \sum_{k_s=1}^{\infty} f(k_s) \cos k_s N_t^s \alpha + 2\mu_0 A^r \sum_{k_r=1}^{\infty} f(k_r) \cos(k_r N_t^r \alpha - k_r N_t^r \theta_d) \\ & + 2\mu_0 A^{sr} \sum_{k_s=1}^{\infty} \sum_{k_r=1}^{\infty} f(k_s) f(k_r) \left\{ \cos \left[(k_s N_t^s - k_r N_t^r) \alpha + k_r N_t^r \theta_d \right] + \cos \left[(k_s N_t^s + k_r N_t^r) \alpha - k_r N_t^r \theta_d \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{II-1})$$

avec :

$$f(k_s) = \frac{\sin(k_s r_d^s \pi)}{2k_s}, \quad f(k_r) = \frac{\sin(k_r r_d^r \pi)}{2k_r}, \quad (\text{II-2})$$

et, en posant $e^s = e + p^s$, $e^r = e + p^r$, $e_M = e + p^s + p^r$, les expressions suivantes de A^0 , A^s , A^r , A^{sr} :

$$A^0 = \left[1 + p^s r_d^s / e^r + p^r r_d^r / e^s + p^s p^r (e + e_M) r_d^s r_d^r / e e^s e^r \right] / e_M, \quad (\text{II-3})$$

$$A^s = 2p^s \left[1 + p^r (e + e_M) r_d^r / e e^s \right] / \pi e_M e^r, \quad (\text{II-4})$$

$$A^r = 2p^r \left[1 + p^s (e + e_M) r_d^s / e e^r \right] / \pi e_M e^s, \quad (\text{II-5})$$

$$A^{sr} = 4p^s p^r [e + e_M] / \pi^2 e e^s e^r e_M. \quad (\text{II-6})$$

La relation (II-1) fait apparaître :

- un terme constant fonction de A^0 ,
- une série de termes fonction de la denture statorique liés à A^s ,
- une série de termes fonction de la denture rotorique dépendants de A^r ,
- une série de termes traduisant l'interaction entre dentures statorique et rotorique fonction de A^{sr} .

Cette relation est similaire à celle utilisée par d'autres auteurs. Ph.L. Alger [16], par exemple, utilise pour définir la perméance d'entrefer la même relation en ne considérant que les fondamentaux des différents termes ($k_s=k_r=1$) et en négligeant la seconde composante fonction de A^{sr} . H. Jordan [3] et P.L. Timar [6] négligent lors des calculs relatifs au stator les termes dépendants du rotor et inversement. Pour justifier ces simplifications, ces auteurs précisent que la contribution des termes négligés est faible alors que notre étude permettra de montrer que certaines de ces quantités peuvent être à l'origine d'effets importants.

II - COMPOSANTES D'INDUCTION STATORIQUE.

Les composantes d'induction statorique sont déterminées en supposant que les enroulements statoriques sont parcourus par un système triphasé équilibré de courants sinusoïdaux de fréquence f , ω étant la pulsation correspondante. En adoptant pour origine des temps l'instant qui correspond au passage par un maximum du courant dans la phase 1 du stator, le courant dans la phase q a pour expression :

$$i_q^s = I^s \sqrt{2} \cos(\omega t - (q-1)2\pi/3) \quad (\text{II-7})$$

II - 1 - Force magnétomotrice.

La figure II-2 représente la forme d'onde le long de l'entrefer développé de la force magnétomotrice ε générée par une seule bobine ou section de z spires parcourues par un courant i . On suppose linéaire l'évolution de la f.m.m. sur l'intervalle noté ' l_e ' d'une encoche dans laquelle sont logées les spires.

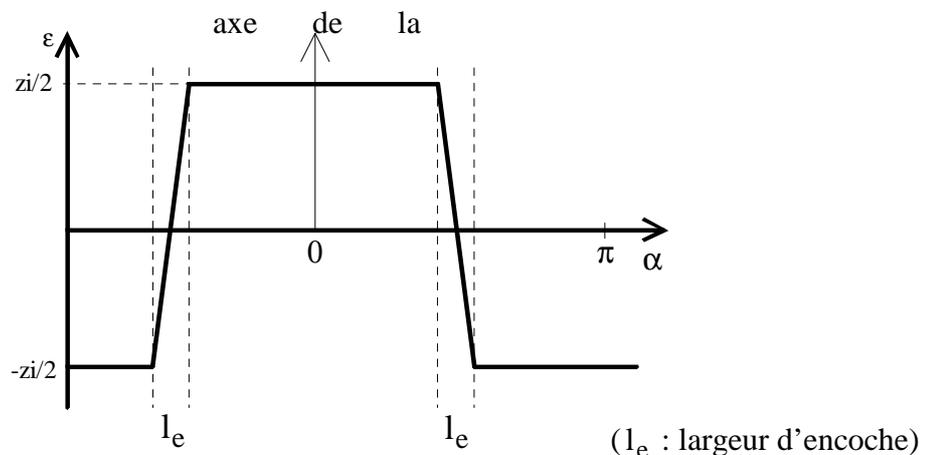


Figure II-2 : f.m.m. créée par une bobine ou section d'ouverture diamétrale.

En notant z^s le nombre total de spires d'une phase statorique sous une paire de pôles, m^s le nombre d'encoches par pôle et par phase, chaque bobine comprend z^s / m^s spires, N^s vaut $6 m^s$. La décomposition en série de Fourier de cette onde suivie d'une sommation des f.m.m. élémentaires créées par les bobines des trois phases conduit à l'expression de la f.m.m. statorique $\varepsilon^s(\alpha)$ qui s'écrit :

$$\varepsilon^s(\alpha) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} z^s I^s \sum_{h^s} G_{h^s}^s \cos(\omega t - h^s p \alpha) \quad (\text{II-8})$$

où :

- h^s est le rang des harmoniques d'espace, défini par $h^s = 6K + 1$, K étant un entier positif, négatif ou nul, si bien que $h^s \in [1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, -23...]$,

$$- G_{h^s}^s = \frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s} K_{h^s}^s \Gamma_{h^s}^s, \quad (\text{II-9})$$

- $K_{h^s}^s$ est le coefficient de bobinage relatif à l'harmonique de rang h^s , défini par :

$$K_{h^s}^s = \frac{6 \sin(h^s \pi / 6)}{N^s \sin(h^s \pi / N^s)}, \quad (\text{II-10})$$

- $\Gamma_{h^s}^s$ traduit la loi d'évolution linéaire de la f.m.m. sur la largeur d'une encoche,

$$\Gamma_{h^s}^s = \frac{\sin(h^s \pi (1 - r_d^s) / N^s)}{h^s \pi (1 - r_d^s) / N^s} \quad (\text{II-11})$$

II - 2 - Harmoniques d'induction.

L'induction est obtenue en multipliant l'expression (II-8) de la f.m.m. par celle (II-1) de la perméance par unité de surface. Comme la relation qui donne cette dernière est composée de quatre termes, l'induction résultante sera composée de quatre types d'harmoniques :

- deux fonctions de A^0 et A^s indépendants du rotor,
- deux fonctions de A^r et A^{sr} dépendants du rotor.

Dans l'expression (II-1) de la perméance par unité de surface, on utilisera les nombres d'encoches par paire de pôles N^s et N^r plutôt que les nombres totaux N_t^s et N_t^r .

II - 2 - 1 - Harmoniques d'induction indépendants du rotor.

• Harmoniques d'espace.

Ces harmoniques, notés $b_{h^s}^s$, issus du produit de la f.m.m. avec le premier terme de l'expression de la perméance fonction de A^0 , sont par conséquent dus uniquement aux harmoniques d'espace :

$$b_{h^s}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s}^s \cos(\omega t - h^s p \alpha) \quad (\text{II-12})$$

La pulsation de ces composantes est donc celle du réseau, leurs rangs correspondent à ceux des harmoniques de f.m.m. et leurs amplitudes sont telles que :

$$\hat{B}_{h^s}^s = \lambda^s I^s A^0 G_{h^s}^s \quad (\text{II-13})$$

avec $\lambda^s = 3\sqrt{2}z^s \mu_0 / \pi$.

• Harmoniques d'encoche fonction de la denture statorique.

Notés $b_{h_s^s}^s$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le deuxième terme de l'expression de la perméance fonction de A^s , ils sont dus aux variations de perméance de l'entrefer causées par les encoches statoriques :

$$b_{h_s^s}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h_s^s}^s \cos(\omega t - h_s^s p \alpha) \quad (\text{II-14})$$

La pulsation de ces harmoniques est donc également celle du réseau, mais leurs rangs s'expriment par :

$$h_s^s = h^s - k_s N^s \quad (\text{II-15})$$

avec k_s entier non nul positif ou négatif.

Leurs amplitudes sont définies par :

$$\hat{B}_{h_s^s}^s = \lambda^s I^s A^s G_{h_s^s}^s f(k_s) \quad (\text{II-16})$$

La quantité $G_{h^s}^s$ étant inversement proportionnelle à h^{s^2} , les harmoniques relatifs à une valeur élevée de h^s auront, d'une manière générale, une valeur faible.

• Regroupement des composantes.

Les composantes d'induction qui viennent d'être définies ont toutes la même pulsation de sorte que celles de même rang vont pouvoir s'additionner. N^s étant un multiple de 6, toutes les valeurs que peut prendre h_s^s sont comprises dans celles de h^s , par conséquent tous les harmoniques d'encoche dépendants de la denture statorique vont trouver leur homologue parmi les composantes dues aux harmoniques d'espace. Ces composantes étant en phase cette somme sera algébrique. Si l'on désigne par h_*^s la valeur de h^s qui intervient dans l'expression (II-15) de h_s^s , il y a addition des composantes lorsque :

$$h^s = h_*^s - k_s N^s \quad (\text{II-17})$$

Si on désigne par $b_{h^s 0}^s$ l'induction résultante après regroupement, alors :

$$b_{h^s 0}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s 0}^s \cos(\omega t - h^s p \alpha) \quad (\text{II-18})$$

avec :

$$\hat{B}_{h^s 0}^s = \lambda^s I^s \left\{ A^0 G_{h^s}^s + A^s \sum_{\substack{k_s=-\infty \\ k_s \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^s}^s f(k_s) \right\} \quad (\text{II-19})$$

$h_*^s = h^s + k_s N^s$

II - 2 - 2 - Harmoniques d'induction fonction du rotor.

• Harmoniques d'encoche dépendants de la denture rotorique seule.

Notés $b_{h_r^s}^s$, ils sont dus aux variations de perméance de l'entrefer causées par les encoches rotoriques et sont issus du produit de la f.m.m. avec le troisième terme de l'expression de la perméance fonction de A^r . Dans ce terme, on a remplacé θ_d par $\theta_{d0} + (1-g)\omega t / p$, θ_{d0} étant la valeur de θ_d à l'instant $t=0$ et g le glissement.

Ces harmoniques sont définis par :

$$b_{h_r^s}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h_r^s}^s \cos(\omega_{h_r^s}^s t - h_r^s p \alpha - k_r N_t^r \theta_{d0}) \quad (\text{II-20})$$

avec :

$$h_r^s = h^s - k_r N^r, \quad (\text{II-21})$$

$$\omega_{h_r^s}^s = \left(1 - k_r N^r (1 - g)\right) \omega, \quad (\text{II-22})$$

$$\hat{B}_{h_r^s}^s = \lambda^s I^s A^r G_{h_r^s}^s f(k_r), \quad (\text{II-23})$$

k_r pouvant prendre toutes les valeurs entières positives ou négatives non nulles.

Remarquons que pour un rotor à cage, compte tenu du nombre quelconque de barres, le nombre d'encoches par paire de pôle N^r n'est pas forcément entier, h_r^s peut être fractionnaire, mais le produit $h_r^s p$ est toujours entier.

• Harmoniques d'encoche dépendants des dentures statorique et rotorique.

Notés $b_{h_{sr}^s}^s$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le quatrième terme de

l'expression de la perméance fonction de A^{sr} :

$$b_{h_{sr}^s}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h_{sr}^s}^s \cos(\omega_{h_{sr}^s}^s t - h_{sr}^s p \alpha - k_r N_t^r \theta_{d0}) \quad (\text{II-24})$$

avec :

$$h_{sr}^s = h^s - k_s N^s - k_r N^r, \quad (\text{II-25})$$

$$\omega_{h_{sr}^s}^s = \left(1 - k_r N^r (1 - g)\right) \omega, \quad (\text{II-26})$$

$$\hat{B}_{h_{sr}^s}^s = \lambda^s I^s A^{sr} G_{h_{sr}^s}^s f(k_s) f(k_r). \quad (\text{II-27})$$

• Regroupement des composantes.

A k_r donné toutes les composantes dépendantes du rotor ont même pulsation et même phase, on peut donc sommer algébriquement celles qui ont le même nombre de pôles. Cette condition est vérifiée pour $h_r^s = h_{sr}^s$. Compte tenu des relations (II-21) et (II-25) cette égalité, l'on décide de repérer par h_*^s les valeurs de h^s qui interviennent dans l'expression (II-25) de

h_{sr}^s , conduit de nouveau à la relation (II-17). Par conséquent, si l'on convient de noter $b_{h^s k_r}^s$,

l'induction résultante de rang $h^s - k_r N^r$, il vient :

$$b_{h^s k_r}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s k_r}^s \cos\left(\left(1 - k_r N^r (1 - g)\right)\omega t - (h^s - k_r N^r)p\alpha - p k_r N^r \theta_{d0}\right) \quad (\text{II-28})$$

avec :

$$\hat{B}_{h^s k_r}^s = \lambda^s I^s f(k_r) \left\{ A^r G_{h^s}^s + A^{sr} \sum_{\substack{k_s=-\infty \\ k_s \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^s}^s f(k_s) \right\} \quad (\text{II-29})$$

$h_*^s = h^s + k_s N^s$

II - 2 - 3 - Expression générale de l'induction générée par le stator.

Remarquons, si l'on remplace dans la relation (II-28) k_r par 0, que l'on obtient l'expression (II-18) des composantes d'induction statorique indépendantes du rotor. La relation (II-28) peut donc être utilisée d'une manière générale pour définir toutes les composantes d'induction statorique, k_r pouvant prendre la valeur 0. Dans ce cas particulier il convient de remplacer dans l'expression (II-29) A^r par A^0 , A^{sr} par A^s , et $f(k_r)$ par 1 pour retrouver l'amplitude donnée par la relation (II-19).

L'induction statorique résultante $b^s(\alpha, t)$ est alors donnée par :

$$b^s(\alpha, t) = \sum_{h^s} \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} b_{h^s k_r}^s(\alpha, t) \quad (\text{II-30})$$

II - 3 - Comparaisons aux expressions de H. Jordan.

Les expressions des harmoniques d'inductions établies par H. Jordan figurent dans 'Geräuscharme elektromotoren' [3], on les retrouve dans l'ouvrage édité par P.L. Timar 'Noise and vibration of electrical machines' [6].

II - 3 - 1 - Harmoniques d'espace.

Leurs rangs et pulsations sont identiques à ceux que nous avons définis, leurs amplitudes sont données par :

$$\hat{B}_{h^s}^s = \frac{1}{h^s} \frac{I^s}{I_m} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} \frac{AT \text{ totaux}}{AT \text{ entrefer}} B_p \quad (\text{II-31})$$

où I_m est le courant magnétisant et B_p l'amplitude du fondamental de l'induction résultante dans l'entrefer, à peu près constante quel que soit le régime de fonctionnement à cause de la réaction d'induit du rotor, B_p est généralement compris entre 0.8 et 1 Tesla.

Nous allons présenter l'expression (II-13) de l'amplitude des harmoniques d'espace obtenue avec notre méthode sous une forme semblable afin de pouvoir comparer ces relations.

A vide, le courant absorbé est égal au courant magnétisant; le courant rotorique est très faible, la réaction d'induit également, par conséquent d'après la relation (II-13) :

$$B_p \approx \hat{B}_1^s \text{ à vide} = \lambda^s I_m A^0 G_1^s = \lambda^s I_m A^0 K_1^s \Gamma_1^s, \quad (\text{II-32})$$

de sorte que le rapport $\hat{B}_{h^s}^s / B_p$ est donné par :

$$\frac{\hat{B}_{h^s}^s}{B_p} \approx \frac{\hat{B}_{h^s}^s}{\hat{B}_1^s} = \frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s} \frac{I^s}{I_m} \frac{\Gamma_{h^s}^s}{\Gamma_1^s} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} \quad (\text{II-33})$$

L'expression de $\hat{B}_{h^s}^s$ déduite de (II-33) est presque identique à celle donnée par H. Jordan (II-31). Elle est en tout point la même si l'on néglige la réluctance du fer devant celle de l'entrefer ($AT \text{ totaux} = AT \text{ entrefer}$) et si l'on ne tient pas compte de l'évolution linéaire de la f.m.m. sur la largeur d'une encoche ($\Gamma_{h^s}^s = 1$ quel que soit h^s).

Le terme $\frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s}$ qui est absent dans l'expression (II-31) provient d'une différence dans la définition du coefficient de bobinage. En effet H. Jordan y introduit le terme $\sin(h^s \pi / 2)$,

encore égal à $\frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s}$.

II - 3 - 2 - Harmoniques d'encoche.

Il n'existe d'après H. Jordan qu'une sorte d'harmoniques d'encoche statorique, leur pulsation est celle des courants statoriques et leurs rangs sont donnés par :

$$h_s^s = 1 - k_s N^s \quad (\text{II-34})$$

On retrouve l'expression (II-15) de h_s^s mais en considérant uniquement $h^s=1$, c'est à dire les termes dont l'amplitude est la plus élevée. En ce qui concerne celle-ci, elle est donnée par :

$$\hat{B}_{h_s^s}^s = -(-1)^{k_s} (C^s - 1) \zeta_{k_s}^s B_p \quad (\text{II-35})$$

avec :

- C^s facteur d'encoches du stator selon Carter, compris généralement entre 1.1 et 1.2 pour des encoches fermées et entre 1.4 et 1.6 pour des encoches ouvertes.

$$- \zeta_{k_s}^s = \frac{\sin\left(k_s \frac{C^s - 1}{C^s} \pi\right)}{k_s \frac{C^s - 1}{C^s} \pi}. \quad (\text{II-36})$$

En exprimant l'amplitude obtenue avec notre méthode donnée en (II-16) en fonction de B_p , on obtient :

$$\hat{B}_{h_s^s}^s = \frac{1}{h^s} \frac{I^s}{I_m} \frac{A^s}{A^0} \frac{\Gamma_{h^s}^s}{\Gamma_1^s} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} f(k_s) B_p \quad (\text{II-37})$$

qui devient, si comme H. Jordan on ne considère que les termes pour lesquels $h^s=1$:

$$\hat{B}_{h_s^s}^s = \frac{I^s}{I_m} \frac{A^s}{A^0} f(k_s) B_p \quad (\text{II-38})$$

On peut alors comparer les relations (II-35) et (II-38). Le rapport $\frac{A^s}{A^0}$ est du même ordre de grandeur que $(C^s - 1)$. D'autre part le terme $\zeta_{k_s}^s$ est semblable à $f(k_s) = \frac{\sin(k_s r_d^s \pi)}{2k_s}$, le rapport de denture r_d^s jouant un rôle similaire au coefficient de Carter C^s . Toutefois les amplitudes données par les deux expressions ne sont proches que pour des valeurs de h_s^s faibles [30]. De plus les amplitudes données par H. Jordan (relation II-35) ne varient pas avec le courant statorique, cet auteur ne s'intéresse en fait qu'à l'influence des encoches sur le fondamental de l'induction résultante.

II - 3 - 3 - Bilan des harmoniques d'induction statorique obtenus avec les deux méthodes.

Les harmoniques d'induction dus à la répartition du bobinage dans un nombre fini d'encoches, où harmoniques d'espace, sont très proches avec les deux méthodes.

Les harmoniques d'encoche dus à la denture statorique sont relativement proches. H. Jordan néglige ceux pour lesquels $h^s \neq 1$, ils ont d'après la relation (II-37) une amplitude plus faible que ceux issus de $h^s = 1$. H. Jordan ne considère donc parmi les harmoniques d'encoche dus à la denture statorique que ceux issus du fondamental de l'induction.

Les harmoniques d'encoche statorique dus à la denture rotorique ou aux dentures statorique et rotorique sont entièrement négligés par H. Jordan. Ce point constitue, après les approximations mécaniques, une deuxième approximation dans les relations données par cet auteur et une première divergence entre les deux façons de procéder.

Le tableau II-1 permet de récapituler les caractéristiques des inductions statoriques. Les amplitudes des harmoniques d'encoche dus à la denture rotorique et aux deux dentures y sont également exprimées en fonction de B_p .

III - FORCES ELECTROMOTRICES ET COURANTS INDUITS AU ROTOR.

La présence d'ondes d'induction statorique tournantes entraîne l'apparition au rotor de forces électromotrices induites qui vont permettre la circulation de courants à l'origine d'inductions rotoriques. La détermination de celles-ci implique donc la connaissance des f.e.m. induites au rotor.

III - 1 - Cas du rotor bobiné.

III - 1 - 1 - F.e.m. induites par une composante d'induction statorique.

Considérons dans un premier temps une bobine d'ouverture diamétrale de z^r spires logée uniquement dans deux encoches. L'onde d'induction statorique $b_{h^s k^r}^s(\alpha, t)$ définie par (II-28) génère des f.e.m. dans chacune des deux encoches décalées de π/p . Avec un rotor bobiné, le nombre d'encoches par paire de pôles N^r est forcément multiple de 6, par conséquent, h^s étant impair, le rang $h^s - k^r N^r$ de l'onde d'induction est forcément impair. Ceci implique que les f.e.m. induites dans les deux encoches sont égales en valeur absolue et de signes opposés. Il en résulte que la f.e.m. $e_{q_{h^s k^r}}^r$ induite par le stator dans la phase q du rotor a pour expression :

$$e_{q_{h^s k^r}}^r = 2pz^r L v b_{h^s k^r}^s(\alpha_q, t) \quad (\text{II-39})$$

où L représente la longueur du fer, v la vitesse linéaire de déplacement de l'onde définie par rapport aux conducteurs rotoriques et α_q l'abscisse qui caractérise à un instant donné t la position de l'une des encoches contenant les conducteurs considérés :

$$\alpha_q = \theta_{d0} + \frac{1}{p} \left[\frac{\pi}{2} + (1-g)\omega t + (q-1) \frac{2\pi}{3} \right] \quad (\text{II-40})$$

Dans cette expression, θ_{d0} peut être remplacé par θ_0 , valeur à $t=0$ de θ qui caractérise l'écart angulaire entre les axes des phases 1 du stator et du rotor. En effet, pour un rotor bobiné, l'axe de la phase 1 rotorique est forcément confondu avec celui d'une dent au rotor qui est alors considérée comme étant dent de référence.

En notant R le rayon moyen de l'entrefer, la vitesse linéaire v s'exprime d'après la relation (II-28) par :

$$v = R \frac{\omega}{p} \left[\frac{1 - krN^r (1 - g)}{h^s - krN^r} - (1 - g) \right] = R \frac{\omega}{p} \left[\frac{1 - h^s (1 - g)}{h^s - krN^r} \right] \quad (\text{II-41})$$

En substituant α_q par son expression dans la relation (II-28) qui donne $b_{h^{s_{kr}}}^s(\alpha, t)$ et en considérant plusieurs encoches par pôle et par phase, ce qui nécessite d'introduire le coefficient de bobinage $K_{h^s - krN^r}^r$ relatif à l'harmonique de rang $h^s - krN^r$, on obtient après simplifications et regroupements :

$${}^s e_{q_{h^{s_{kr}}}}^r = {}^s \hat{e}_{h^{s_{kr}}}^r \cos \left\{ \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - pkrN^r \theta_0 - (h^s - krN^r) \left(p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \right) - (h^s - krN^r) (q - 1) \frac{2\pi}{3} \right\} \quad (\text{II-42})$$

avec :

$${}^s \hat{e}_{h^{s_{kr}}}^r = 2 \frac{K_{h^s - krN^r}^r}{h^s - krN^r} z^r LR \omega (1 - h^s (1 - g)) \hat{B}_{h^{s_{kr}}}^s \quad (\text{II-43})$$

Comme N^r est multiple de 6 les ordres de successions des phases sont, quelle que soit la valeur attribuée à h^s , tous directs. L'expression de cette f.e.m. après simplifications s'écrit :

$${}^s e_{q_{h^{s_{kr}}}}^r = {}^s \hat{e}_{h^{s_{kr}}}^r \cos \left\{ \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - (h^s - krN^r) \frac{\pi}{2} - h^s p \theta_0 - (q - 1) \frac{2\pi}{3} \right\} \quad (\text{II-44})$$

On remarque dans l'expression (II-43) que si le terme au dénominateur $(h^s - krN^r)$ est petit, la f.e.m. induite peut être importante même si l'amplitude de l'induction en question est faible. h^s étant défini par $6K+1$ et N^r étant multiple de 6, la plus petite valeur que peut prendre $(h^s - krN^r)$ est 1. Ce phénomène qualifié de **résonance de denture** [31] sera mis en évidence dans le chapitre III par des applications numériques. H. Jordan n'en tient pas compte, ce qui constitue une deuxième divergence entre sa façon de procéder et la notre.

III - 1 - 2 - F.e.m. résultantes.

La relation (II-44) fait apparaître que les pulsations ne sont fonctions que de h^s et non de kr . Par conséquent il existe une infinité de systèmes triphasés de pulsation donnée, ceux-ci ne différant que par leur phase fonction de kr et de N^r . Deux cas peuvent se produire :

- si $N^r = 12 + 12K$, (K étant un entier positif ou nul), m^r est pair, alors la quantité $krN^r \pi/2$ est multiple de 2π , toutes les composantes élémentaires ${}^s e_{q_{h^s kr}}^r$ sont en phase et leurs amplitudes s'additionnent algébriquement.

- si $N^r = 6 + 12K$, m^r est impair, alors la quantité $krN^r \pi/2$ est multiple de 2π si kr est pair, multiple de π si kr est impair. La sommation des composantes élémentaires ${}^s e_{q_{h^s kr}}^r$ est toujours algébrique, mais il faut soustraire les termes relatifs à kr impair. Le signe de chaque terme intervenant dans la sommation peut, dans les deux cas, être défini par $(-1)^{krm^r}$.

Le système triphasé résultant de fréquence f_{h^s} égale à :

$$f_{h^s} = [1 - h^s(1 - g)]f \quad (\text{II-45})$$

a pour expression :

$${}^s e_{q_{h^s}}^r = {}^s \hat{e}_{h^s}^r \cos \left\{ [1 - h^s(1 - g)]\omega t - h^s(p\theta_0 + \frac{\pi}{2}) - (q - 1)\frac{2\pi}{3} \right\} \quad (\text{II-46})$$

avec :

$${}^s \hat{e}_{h^s}^r = 2Z^r LR\omega(1 - h^s(1 - g)) \sum_{kr=-\infty}^{+\infty} (-1)^{krm^r} \frac{K^r}{h^s - krN^r} \hat{B}_{h^s kr}^s \quad (\text{II-47})$$

Il en résulte que la f.e.m. ${}^s e_q^r$ induite par le stator dans une phase q du rotor est donnée par :

$${}^s e_q^r = \sum_{h^s} {}^s e_{q_{h^s}}^r \quad (\text{II-48})$$

III - 1 - 3 - Courants rotoriques.

La f.e.m. fondamentale et les f.e.m. harmoniques entraînent la circulation au rotor d'un courant fondamental et de courants harmoniques, ils sont notés $i_{q_{h^s}}^r$ et ont pour fréquence f_{h^s} . Le courant i_q^r résultant dans une phase q est donné par :

$$i_q^r = \sum_{h^s} i_{q_{h^s}}^r \quad (\text{II-49})$$

La détermination des impédances qui limitent les courants $i_{q_{h^s}}^r$ est particulièrement délicate si l'on prend en compte tous les effets d'inductances et de mutuelles harmoniques; ces problèmes seront abordés au paragraphe VI de ce même chapitre.

On notera $Z_{h^s}^{re}$ le module de l'impédance d'un enroulement qui limite le courant $i_{q_{h^s}}^r$ et $\text{Arg}\left(\overline{Z}_{h^s}^{re}\right)$ son argument (l'indice r signifie toujours rotor, l'indice e signifie enroulement).

La composante de courant de fréquence f_{h^s} a alors pour expression :

$$i_{q_{h^s}}^r = I_{h^s}^r \sqrt{2} \cos\left\{\left[1 - h^s(1-g)\right]\omega t - h^s\left(p\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) - \text{Arg}\left(\overline{Z}_{h^s}^{re}\right) - (q-1)\frac{2\pi}{3}\right\} \quad (\text{II-50})$$

avec :

$$I_{h^s}^r \sqrt{2} = {}^s \hat{e}_{h^s}^r / Z_{h^s}^{re}. \quad (\text{II-51})$$

III - 2 - Cas du rotor a cage.

L'étude du rotor à cage sera effectuée pour un nombre N_t^r quelconque de barres rotoriques, pair ou impair, le nombre d'encoches par paire de pôles N^r n'étant pas forcément entier. Généralement l'étude est réalisée en considérant des bobines élémentaires prenant en compte deux barres adjacentes [32]. Cependant cette méthode ne nous apparaît pas adaptée à l'étude de cas généraux caractérisés par un nombre N_t^r de barres quelconque et des ondes d'inductions en nombre illimitées de caractéristiques également quelconques. La méthode développée et proposée ici permet d'utiliser la même démarche que pour le rotor bobiné en supposant que chaque phase rotorique correspond à une barre, ainsi $q=1,2,\dots,k,\dots, N_t^r$.

III - 2 - 1 - F.e.m. induites par une composante d'induction statorique.

La procédure utilisée pour le rotor bobiné, consistant à prendre l'axe de la phase 1 rotorique comme référence, ne convient plus. Nous considérerons l'axe de référence rotorique comme étant confondu avec l'axe de la dent de référence rotorique ayant servi à établir l'expression (II-1) de la perméance par unité d'angle, cette dent étant choisie arbitrairement. On peut alors appeler θ l'écart angulaire entre les axes statorique et rotorique avec $\theta = \theta_d$. L'indice 1 est attribué à la première barre située d'un coté de la dent de référence et l'indice N_t^r à la première de l'autre coté. On repère par α_k l'écart angulaire qui sépare l'axe d'une barre d'indice k de l'axe de référence statorique, comme le montre la figure II-3.

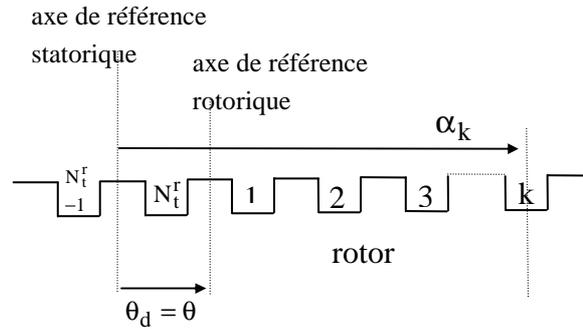


Figure II-3 : définition des indices des barres.

L'expression de α_k est donnée par :

$$\alpha_k = \frac{\pi}{N_t^r} (2k - 1) + \theta_0 + (1 - g) \frac{\omega t}{p} \quad (\text{II-52})$$

La f.e.m. induite dans une barre d'indice k par l'onde d'induction statorique $b_{h^{s_{kr}}}^s(\alpha_k, t)$ est :

$$e_{k_{h^{s_{kr}}}^r}^s = L v b_{h^{s_{kr}}}^s(\alpha_k, t) \quad (\text{II-53})$$

La vitesse linéaire v est toujours exprimée par la relation (II-41). Si on substitue α_k dans la relation (II-28) qui donne $b_{h^{s_{kr}}}^s(\alpha_k, t)$, alors on obtient :

$$e_{k_{h^{s_{kr}}}^r}^s = \hat{e}_{h^{s_{kr}}}^r \cos \left\{ \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - h^s p \frac{\pi}{N_t^r} (2k - 1) + k r \pi (2k - 1) - h^s p \theta_0 \right\} \quad (\text{II-54})$$

kr étant un nombre entier et $(2k-1)$ étant forcément impair, la quantité $kr\pi(2k-1)$ peut être remplacée par $kr\pi$, d'où :

$$e_{k_{h^{s_{kr}}}^r}^s = \hat{e}_{h^{s_{kr}}}^r \cos \left\{ \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - h^s p \frac{\pi}{N_t^r} (2k - 1) + k r \pi - h^s p \theta_0 \right\} \quad (\text{II-55})$$

avec :

$$\hat{e}_{h^{s_{kr}}}^r = \frac{1}{p(h^s - krN^r)} LR \omega (1 - h^s (1 - g)) \hat{B}_{h^{s_{kr}}}^s. \quad (\text{II-56})$$

Cette expression peut s'obtenir à partir de celle relative au rotor bobiné donnée par la relation (II-43). Il faut pour cela remplacer dans cette dernière le coefficient de bobinage et le nombre

de spires par 1 et diviser la relation par $2p$. En effet la f.e.m. de l'expression (II-43) est relative à une phase et non à celle induite dans une seule encoche rotorique.

Le nombre de barres pouvant être quelconque, il est possible que la quantité $p(h^s - krN^r)$ présente au dénominateur de la relation (II-56) soit nulle. Mais on remarque que la quantité $h^s p \frac{\pi}{N_t^r} (2k - 1)$ présente dans la relation (II-55) devient alors égale à $kr\pi(2k - 1)$ qui est équivalente à $kr\pi$. Ceci signifie que, dans ce cas, la f.e.m. induite dans une barre k est indépendante de la barre considérée. Les f.e.m. induites sont donc identiques dans toutes les barres et par conséquent il en est de même pour les courants induits. Comme nous savons que la somme des courants est nulle, les courants rotoriques sont dans ce cas forcément nuls. Ce résultat peut également s'expliquer de la manière suivante : si $ph^s = krN_t^r$, alors le nombre de pôles de l'onde d'induction considérée est un multiple du nombre de barres, chacune 'voit' donc forcément à chaque instant la même induction et devrait générer le même courant induit.

En revanche la quantité $(h^s - krN^r)$ peut être faible, entraînant une amplitude de f.e.m. définie par la relation (II-56) importante. Ce phénomène de résonance de denture déjà présenté pour le rotor bobiné peut être plus important avec un rotor à cage car N^r peut être un nombre fractionnaire. Considérons par exemple un rotor de 169 encoches et 10 paires de pôles, la quantité $(h^s - krN^r)$ prend, pour $h^s = -17$ et $kr = -1$, la valeur -0.1 . Avec un rotor bobiné N^r étant multiple de 6, la valeur minimale de cette quantité est 1.

III - 2 - 2 - F.e.m. résultantes.

La relation (II-55) montre que les pulsations ne sont fonction que de h^s , les f.e.m. induites de fréquence f_{h^s} ne diffèrent que par le terme $kr\pi$ au niveau de leurs phases. Ces f.e.m. peuvent donc être sommées algébriquement en faisant intervenir devant chacune la quantité $(-1)^{kr}$. La f.e.m. résultante a pour expression :

$${}^s e_{k_{h^s}}^r = {}^s \hat{e}_{h^s}^r \cos \left\{ \left[1 - h^s(1 - g) \right] \omega t - h^s p \frac{\pi}{N_t^r} (2k - 1) - h^s p \theta_0 \right\} \quad (\text{II-57})$$

avec :

$${}^s \hat{e}_{h^s}^r = LR\omega \left(1 - h^s(1 - g) \right) \sum_{kr=-\infty}^{+\infty} (-1)^{kr} \frac{1}{p(h^s - krN^r)} \hat{B}_{h^s kr}^s \quad (\text{II-58})$$

Il en résulte que la f.e.m. ${}^s e_k^r$ induite dans une barre k du rotor a pour expression :

$${}^s e_k^r = \sum_{h^s} {}^s e_{k_{h^s}}^r \quad (\text{II-59})$$

III - 2 - 3 - Courants rotoriques.

En désignant par $Z_{h^s}^{rb}$ le module de l'impédance qui limite le courant $i_{k_{h^s}}^r$ circulant dans une barre à la fréquence f_{h^s} et par $\text{Arg}(\overline{Z}_{h^s}^{rb})$ son argument (l'indice b signifie qu'il s'agit d'une barre), alors l'expression de $i_{k_{h^s}}^r$ dans la barre k est donnée par :

$$i_{k_{h^s}}^r = I_{h^s}^r \sqrt{2} \cos \left\{ \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - h^s p \theta_0 - \text{Arg}(\overline{Z}_{h^s}^{rb}) - h^s \frac{\pi}{N^r} (2k - 1) \right\} \quad (\text{II-60})$$

avec :

$$I_{h^s}^r \sqrt{2} = {}^s e_{k_{h^s}}^r / Z_{h^s}^{rb}. \quad (\text{II-61})$$

IV - COMPOSANTES D'INDUCTIONS GENEREES PAR UN ROTOR BOBINE.

Le rotor étant parcouru, pour chaque harmonique, par un système triphasé de courants défini par la relation (II-50), la même procédure que celle utilisée pour déterminer les inductions statoriques peut être utilisée.

IV - 1 - Force magnétomotrice.

La forme d'onde de la f.m.m. créée par une bobine rotorique est la même que celle créée par une bobine statorique et présentée à la figure II-2. Après décomposition en série de Fourier et somme des f.m.m. créées par toutes les bobines, on obtient l'expression de l'onde de f.m.m. rotorique créée par le courant $I_{h^s}^r$, définie dans le référentiel fixe lié au stator :

$$\begin{aligned} \varepsilon_{h^s}^r(\alpha, t) &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2} z^r I_{h^s}^r \sum_{h^r} G_{h^r}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \omega t - h^s \left(p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \right) - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) - h^r p(\alpha - \theta_0) \right\} \\ &= \frac{3}{\pi} \sqrt{2} z^r I_{h^s}^r \sum_{h^r} G_{h^r}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \omega t - h^r p\alpha - (h^s - h^r) p\theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II-62})$$

où :

- z^r est le nombre total de spires d'une phase rotorique par paire de pôles,
- h^r le rang des harmoniques d'espace défini par $h^r = 6K + 1$, K étant un entier positif, négatif ou nul, h^r prend donc les mêmes valeurs que h^s : $h^r \in [1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, \dots]$,

$$- G_{h^r}^r = \frac{h^r - 1}{h^r} K_{h^r}^r \Gamma_{h^r}^r, \quad (\text{II-63})$$

- $K_{h^r}^r$ est le coefficient de bobinage relatif à l'harmonique de rang h^r défini par :

$$K_{h^r}^r = \frac{6 \sin(h^r \pi / 6)}{N^r \sin(h^r \pi / N^r)}, \quad (\text{II-64})$$

- $\Gamma_{h^r}^r$ traduit, comme pour le stator, la loi d'évolution linéaire de la f.m.m. sur la largeur d'une encoche rotorique :

$$\Gamma_{h^r}^r = \frac{\sin(h^r \pi (1 - r_d^r) / N^r)}{h^r \pi (1 - r_d^r) / N^r}. \quad (\text{II-65})$$

IV - 2 - Harmoniques d'induction rotorique.

Comme pour le stator, l'induction est obtenue en multipliant l'expression (II-62) de la f.m.m. par celle (II-1) de la perméance par unité de surface. L'induction rotorique sera composée de termes dépendants ou non du stator.

IV - 2 - 1 - Harmoniques d'induction indépendants du stator.

• Harmoniques d'espace.

Notés $b_{h^s h^r}^r(\alpha, t)$, ils sont issus de produit de la f.m.m. avec le premier terme de l'expression de la perméance fonction de A^0 :

$$b_{h^s h^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r}^r \cos(\omega_{h^s h^r}^r t - h^r p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg}\left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}}\right)) \quad (\text{II-66})$$

avec

$$\omega_{h^s h^r}^r = (1 - (h^s - h^r)(1 - g))\omega \quad (\text{II-67})$$

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \lambda^r I_{h^s}^r A^0 G_{h^r}^r \quad (\text{II-68})$$

$$\text{où } \lambda^r = 3\sqrt{2}z^r \mu_0 / \pi \quad (\text{II-69})$$

On peut exprimer l'amplitude en fonction du fondamental de l'induction rotorique noté \hat{B}_{11}^r :

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{K_{h^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-70})$$

• Harmoniques d'encoche fonction de la denture rotorique.

Notés $b_{h^s h_r^r}^r(\alpha, t)$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le terme de l'expression (II-1) de la perméance fonction de A^r :

$$b_{h^s h_r^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_r^r}^r \cos\left\{\omega_{h^s h_r^r}^r t - h_r^r p \alpha - (h^s - h_r^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg}\left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}}\right)\right\} \quad (\text{II-71})$$

avec :

$$h_r^r = h^r - krN^r \quad (\text{II-72})$$

$$\omega_{h^s h_r^r}^r = \left(1 - (h^s - h_r^r)(1 - g)\right) \omega \quad (\text{II-73})$$

$$\hat{B}_{h^s h_r^r}^r = \lambda^r I_{h^s}^r A^r G_{h_r^r}^r f(kr) \quad (\text{II-74})$$

kr pouvant prendre toutes les valeurs positives ou négatives non nulles.

$\hat{B}_{h^s h_r^r}^r$ peut également s'exprimer en fonction de \hat{B}_{11}^r :

$$\hat{B}_{h^s h_r^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{A^r}{A^0} \frac{K_{h_r^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h_r^r}^r}{\Gamma_1^r} f(kr) \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-75})$$

• Regroupement des composantes.

N^r étant dans le cas du rotor bobiné multiple de 6, toutes les valeurs que peut prendre h_r^r sont comprises dans celles que peut prendre h^r . Les composantes dépendantes du rotor vont donc, à h^s donné, pouvoir s'additionner aux harmoniques d'espace, les pulsations et phases étant alors identiques, les termes peuvent s'additionner algébriquement.

Si on désigne par h_*^r la valeur de h^r qui intervient dans l'expression de h_r^r , il y a addition des composantes lorsque :

$$h^r = h_*^r - krN^r \quad (\text{II-76})$$

On note $b_{h^s h_r^r 0}^r(\alpha, t)$ l'induction résultante de rang h^r après regroupement :

$$b_{h^s h_r^r 0}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_r^r}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \omega t - h^r p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}} \right) \right\} \quad (\text{II-77})$$

avec :

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \lambda^r I_{h^s}^r \left\{ A^0 G_{h^r}^r + A^r \sum_{\substack{kr=-\infty \\ kr \neq 0}}^{+\infty} G_{h^r}^r f(kr) \right\} \quad (\text{II-78})$$

IV - 2 - 2 - Harmoniques d'induction fonction du stator.

• Harmoniques d'encoche dépendants de la denture statorique seule.

Notés $b_{h^s h^r}^r(\alpha, t)$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le terme de l'expression (II-1) de la perméance fonction de A^s :

$$b_{h^s h^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r}^r \cos\left(\omega_{h^s h^r}^r t - h_s^r p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg}\left(\bar{Z}_{h^s}^{re}\right)\right) \quad (\text{II-79})$$

avec :

$$h_s^r = h^r - k_s N^s \quad (\text{II-80})$$

$$\omega_{h^s h^r}^r = \left(1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right) \omega \quad (\text{II-81})$$

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \lambda^r I_{h^s}^r A^s G_{h^r}^r f(k_s) \quad (\text{II-82})$$

L'amplitude s'exprime en fonction de \hat{B}_{11}^r :

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{A^s}{A^0} \frac{K_{h^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} f(k_s) \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-83})$$

• Harmoniques d'encoche dépendants des dentures statorique et rotorique.

Notés $b_{h^s h_{sr}^r}^r(\alpha, t)$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le terme de l'expression (II-1) de la perméance fonction de A^{sr} :

$$b_{h^s h_{sr}^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r \cos\left\{\omega_{h^s h_{sr}^r}^r t - h_{sr}^r p \alpha - (h^s - h^r + k_r N^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg}\left(\bar{Z}_{h^s}^{re}\right)\right\} \quad (\text{II-84})$$

avec :

$$h_{sr}^r = h^r - ksN^s - krN^r \quad (\text{II-85})$$

$$\omega_{h^s h_{sr}^r}^r = \left(1 - (h^s - h^r + krN^r)(1 - g)\right) \omega \quad (\text{II-86})$$

$$\hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r = \lambda^r I_{h^s}^r A^{sr} G_{h^r}^r f(ks) f(kr) \quad (\text{II-87})$$

On peut également exprimer cette amplitude en fonction de \hat{B}_{11}^r :

$$\hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{A^{sr}}{A^0} \frac{K_{h^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} f(ks) f(kr) \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-88})$$

• Regroupement des composantes.

Comme les précédentes ces composantes peuvent, à h^s donné, être regroupées lorsqu'elles ont même rang et pulsation, c'est à dire, si on désigne par h_*^r la valeur de h^r qui intervient dans l'expression de h_{sr}^r , lorsque la relation (II-76) est vérifiée. Les phases étant alors identiques, les termes s'additionnent algébriquement. Notons $b_{h^s h_*^r ks}^r(\alpha, t)$ l'induction résultante de rang $h^r - ksN^s$:

$$b_{h^s h_*^r ks}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_*^r ks}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \alpha t - (h^r - ksN^s) p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) \right\} \quad (\text{II-89})$$

avec :

$$\hat{B}_{h^s h_*^r ks}^r = \lambda^r I_{h^s}^r f(ks) \left\{ A^s G_{h^r}^r + A^{sr} \sum_{\substack{kr=-\infty \\ kr \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^r}^r f(kr) \right. \\ \left. h_*^r = h^r + krN^r \right\} \quad (\text{II-90})$$

IV - 2 - 3 - Expression générale de l'induction créée par le rotor bobiné.

Comme pour le stator, il est possible de définir les composantes d'induction par une seule relation. On remarque que, si on remplace dans l'expression (II-89) k_s par 0, on obtient l'expression (II-77) des composantes d'inductions indépendantes du stator. Cette expression (II-89) peut donc être utilisée d'une manière générale pour définir les composantes d'induction rotorique, k_s pouvant prendre la valeur 0. Dans ce cas particulier il convient de remplacer dans l'expression (II-90) A^s par A^0 , A^{sr} par A^r , et $f(k_s)$ par 1 pour retrouver l'amplitude donnée par la relation (II-78) relative aux composantes indépendantes du stator. L'induction résultante générée par le rotor s'exprime alors par :

$$b^r(\alpha, t) = \sum_{h^s} \sum_{h^r} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) \quad (\text{II-91})$$

Remarque : H. Jordan n'ayant dans 'Geräuscharme elektromotoren' [3] donné que les expressions des inductions relatives au rotor à cage, il n'est pas possible de procéder à une comparaison quelconque.

V - COMPOSANTES D'INDUCTION GENEREES PAR UN ROTOR A CAGE.

Les courants parcourant les barres rotoriques génèrent des composantes d'induction que nous allons déterminer. La procédure utilisée permet de prendre en compte un nombre N_t^r de barres rotoriques quelconque, elle sera différente de celle utilisée pour le rotor bobiné et de celle qui consiste à considérer que deux barres adjacentes forment un enroulement élémentaire [32]. Nous allons en effet assimiler une phase rotorique à une barre.

V - 1 - Force magnétomotrice.

V - 1 - 1 - Force magnétomotrice créée par une barre rotorique.

Pour connaître la forme d'onde de la f.m.m. créée par une barre k , nous avons eu recours à des simulations utilisant la méthode des éléments finis avec le logiciel FLUX2D [30]. Celui-ci a permis de calculer l'induction dans l'entrefer lisse d'épaisseur $e=0.5\text{mm}$ d'une machine ne comportant qu'un unique conducteur au rotor parcouru par un courant de 300A. Le conducteur de retour est supposé à l'extérieur de la machine. L'onde de f.m.m. $\varepsilon_k^r(\alpha)$ étant alors identique à celle de l'induction à un facteur μ_0/e près, on aboutit au résultat présenté à la figure II-4 :

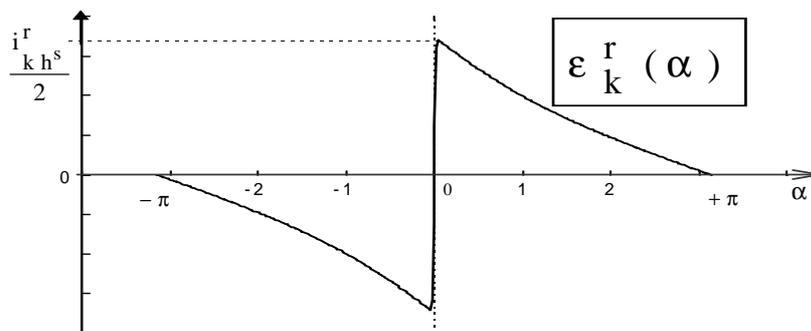


Figure II-4 : f.m.m. créée par un conducteur rotorique k ,
(méthode des éléments finis).

Les mêmes résultats peuvent être obtenus en utilisant des méthodes analytiques basées sur la théorie des champs [33].

La forme d'onde retenue pour la détermination de la f.m.m. créée par une barre est celle de la Figure II-5 sur laquelle l'ouverture d'encoche correspondant à un angle 2γ a été amplifiée.

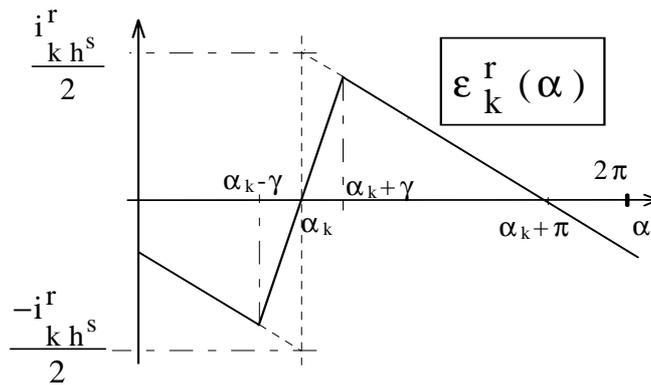


Figure II-5 : f.m.m. créée par la barre k, (forme d'onde utilisée pour les calculs).

Si on additionne cette forme d'onde à celle de la figure II-6 qui correspond à la f.m.m. créée par une autre barre rotorique k' décalée de π géométriques et parcourue par un courant en sens inverse, on obtient la forme d'onde de la figure II-7 qui correspond à celle de la f.m.m. créée par une bobine comprenant une seule spire d'ouverture diamétrale.

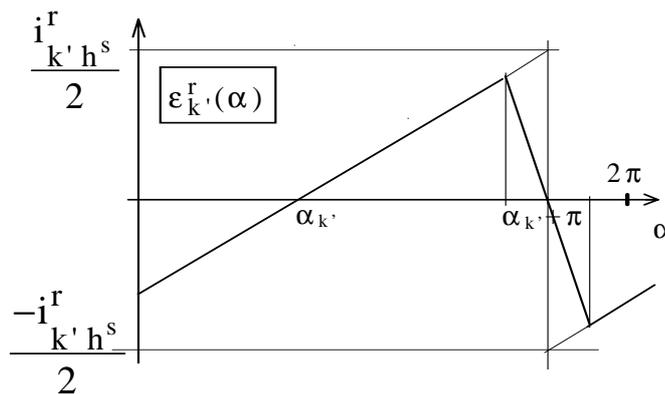


Figure II-6 : f.m.m. créée par une barre k' distante de π de la barre k et parcourue par un courant en sens inverse.

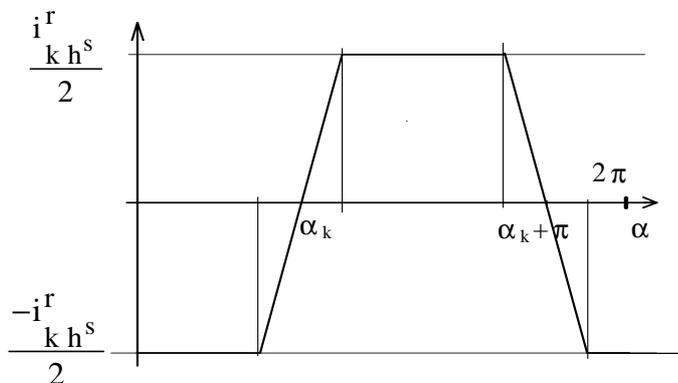


Figure II-7 : somme des f.m.m. créées par les barres k et k'.

Ces résultats obtenus en considérant deux barres décalées de π géométriques sont transposables, lorsqu'il est possible de définir une périodicité électrique, entre deux barres distantes de π électriques.

Le développement en série de Fourier de la courbe de la Figure II-5 donne l'expression de la force magnétomotrice créée par une barre k parcourue par le courant $i_{k_{h^s}}^r$:

$$\varepsilon_{k_{h^s}}^r(\alpha) = \frac{i_{k_{h^s}}^r}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n\gamma)}{n\gamma} \frac{\sin(n(\alpha - \alpha_k))}{n} \quad (\text{II-92})$$

L'angle γ peut être exprimé en fonction du rapport de denture rotorique r_d^r : $\gamma = (1 - r_d^r) \frac{\pi}{N_t^r}$.

D'autre part, on définit h^r tel que $h^r p = n$, la f.m.m. créée par une barre peut alors s'écrire :

$$\varepsilon_{k_{h^s}}^r(\alpha) = \frac{i_{k_{h^s}}^r}{\pi} \sum_{h^r p=1}^{\infty} \frac{\sin\left(h^r p(1 - r_d^r)\pi / N_t^r\right)}{h^r p(1 - r_d^r)\pi / N_t^r} \frac{\sin(h^r p(\alpha - \alpha_k))}{h^r p},$$

que l'on peut écrire, en introduisant $\Gamma_{h^r}^r$ toujours donné par la relation (II-65) :

$$\varepsilon_{k_{h^s}}^r(\alpha) = \frac{i_{k_{h^s}}^r}{\pi} \sum_{h^r p=1}^{\infty} \Gamma_{h^r}^r \frac{\sin(h^r p(\alpha - \alpha_k))}{h^r p}. \quad (\text{II-93})$$

α_k est lié au référentiel statorique par la relation (II-52).

V - 1 - 2 - Force magnétomotrice créée par le rotor.

La f.m.m. créée par l'ensemble des barres rotoriques est obtenue par une somme sur k :

$$\varepsilon_{h^s}^r(\alpha) = \sum_{k=1}^{N_t^r} \varepsilon_{k_{h^s}}^r(\alpha) = \sum_{k=1}^{N_t^r} \frac{i_{k_{h^s}}^r}{\pi} \sum_{h^r p=1}^{\infty} \Gamma_{h^r}^r \frac{\sin(h^r p(\alpha - \alpha_k))}{h^r p} \quad (\text{II-94})$$

En remplaçant α_k et $i_{k_{h^s}}^r$ par leurs expressions données respectivement par les relations (II-52) et (II-60), il vient :

$$\varepsilon_{h^s}^r(\alpha, t) = \sum_{k=1}^{N_t^r} \sum_{h^r p=1}^{\infty} \frac{I_{h^s}^r \sqrt{2}}{2\pi} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{h^r p} \left\{ \begin{array}{l} \sin \left(\left[1 - (h^s + h^r)(1-g) \right] \omega t + h^r p \alpha - (h^s + h^r) \frac{\pi}{N_t^r} (2k-1) \right) \\ - (h^s + h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \\ + \sin \left(\left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - h^r p \alpha - (h^s - h^r) \frac{\pi}{N_t^r} (2k-1) \right) \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \end{array} \right\}$$

En convenant d'attribuer à h^r des valeurs négatives, on peut écrire :

$$\varepsilon_{h^s}^r(\alpha, t) = \sum_{k=1}^{N_t^r} \sum_{\substack{h^r p=-\infty \\ h^r \neq 0}}^{\infty} \frac{I_{h^s}^r \sqrt{2}}{2\pi} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{|h^r p|} \left\{ \sin \left(\left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - h^r p \alpha - (h^s - h^r) \frac{\pi p}{N_t^r} (2k-1) \right) \right. \\ \left. - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right\} \quad (\text{II-95})$$

Les f.m.m. créées par les N_t^r barres sont déphasées entre elles de $2k(h^s - h^r)p \frac{\pi}{N_t^r}$, soit

$K \frac{2k\pi}{N_t^r}$ avec $K=(h^s-h^r)p$. Comme K est un nombre entier et k varie de 1 à N_t^r , la somme sur k

est forcément nulle sauf pour K multiple de N_t^r , c'est à dire si :

$$h^r p = iN_t^r + ph^s,$$

ou encore si :

$$h^r = iN_t^r + h^s \quad (\text{II-96})$$

avec i entier positif, négatif ou nul.

La force magnétomotrice résultante créée par le rotor s'écrit alors :

$$\varepsilon_{h^s}^r(\alpha, t) = N_t^r \frac{I_{h^s}^r \sqrt{2}}{2\pi} \sum_{\substack{i=-\infty \\ h^r = iN_t^r + h^s}}^{\infty} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{|h^r p|} \sin \left(\left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - h^r p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right)$$

En remplaçant h^r par son expression donnée par la relation (II-96), on obtient :

$$\varepsilon_{h^s}^r(\alpha, t) = N_t^r \frac{I_h^r \sqrt{2}}{2\pi} \sum_{i=-\infty}^{\infty} (-1)^i \frac{\Gamma_{iN^r+h^s}^r}{|iN^r+h^s|p} \sin \left(\left[1+iN^r(1-g) \right] \omega t - (iN^r+h^s)p\alpha \right) \left(+iN^r p\theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right) \quad (\text{II-97})$$

V - 2 - Harmoniques d'induction rotorique.

Les harmoniques d'induction du rotor à cage sont également obtenus en multipliant l'expression (II-97) de la f.m.m. par celle (II-1) de la perméance par unité de surface. Deux types d'induction apparaissent, comme pour le rotor bobiné, fonction ou non de la denture statorique.

V - 2 - 1 - Harmoniques d'induction indépendants du stator.

• Harmoniques d'espace.

Notés $b_{h^s h^r}^r(\alpha, t)$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le premier terme de l'expression de la perméance fonction de A^0 , leur expression est similaire à celle (II-66) obtenue pour le rotor bobiné :

$$b_{h^s h^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r}^r \cos \left(\omega_{h^s h^r}^r t - h^r p\alpha - (h^s - h^r)p\theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right) \quad (\text{II-98})$$

Leurs rangs s'expriment par $h^r = iN^r + h^s$, remarquons que cette quantité n'est pas forcément entière, mais le produit $h^r p$ est toujours entier. Ceci s'explique par le fait que N_t^r n'est pas forcément un multiple de $2p$, l'étude sur 2π électriques ne comprend donc pas toujours une période entière de l'induction rotorique.

Les harmoniques d'espace sont donc moins nombreux avec un rotor à cage qu'avec un rotor bobiné. Prenons par exemple $N^r=18$, les harmoniques générés par le fondamental du courant rotorique ($h^s=1$) d'un rotor à cage ont pour rang 1,-17,19,-35,37,-53,55.... Les termes -5,7,-11,13,-23,25,-29,31,.. présents avec un rotor bobiné n'existent pas avec un rotor à cage comportant le même nombre d'"encoches". L'induction délivrée par un rotor à cage est donc plus sinusoïdale que celle délivrée par un rotor bobiné. Ceci se justifie par un nombre de phases identique au nombre de barres, largement supérieur à trois d'où une meilleure répartition de la f.m.m., ceci bien que m^s soit égal à 1. On constate également que le choix du nombre d'encoches rotoriques influe directement sur l'existence d'harmoniques d'espace d'où l'importance de ce choix pour éviter le bruit magnétique [34][35].

L'expression (II-67) de la pulsation donnée pour le rotor bobiné est également valable pour le rotor à cage, quant à l'amplitude, il convient dans la relation (II-68) de remplacer λ^r et $G_{h^r}^r$ par :

$$\lambda^r = \frac{N_t^r \sqrt{2} \mu_0}{2\pi}, \quad (\text{II-99})$$

et :

$$G_{h^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-h^s}{p}} N^r \Gamma_{h^r}^r}{h^r p}. \quad (\text{II-100})$$

On peut également exprimer l'amplitude en fonction du fondamental de l'induction rotorique noté \hat{B}_{11}^r :

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-h^s}{p}} N^r}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-101})$$

On remarque que, mise sous cette forme, l'expression de l'amplitude est différente de celle (II-70) obtenue pour le rotor bobiné, d'une part par le signe et, d'autre part, par le coefficient de bobinage, égal à 1 pour un rotor à cage.

• Harmoniques d'encoche dépendants de la denture rotorique.

Notés $b_{h^s h^r}^r(\alpha, t)$, issus du produit de la f.m.m. avec le terme de l'expression (II-1) de la perméance fonction de A^r , leur expression est similaire à celle (II-71) obtenue pour le rotor bobiné:

$$b_{h^s h^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r}^r \cos \left\{ \omega_{h^s h^r}^r t - h_r^r p \alpha - (h^s - h_r^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right\} \quad (\text{II-102})$$

Données pour le rotor bobiné, les expressions (II-73) de la pulsation $\omega_{h^s h^r}^r$, (II-72) du rang h_r^r , et (II-74) de l'amplitude $\hat{B}_{h^s h^r}^r$ sont toujours valables. Il faut toutefois adapter dans cette dernière les valeurs de λ^r et $G_{h^r}^r$. Par conséquent, exprimée en fonction de \hat{B}_{11}^r , l'amplitude s'écrit d'une manière différente de celle du rotor bobiné :

$$\hat{B}_{h^s h_r^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r - h^s}{N^r}}}{h^r} \frac{I_1^r}{I_1^r} \frac{A^r}{A^0} \frac{\Gamma^r}{\Gamma_1^r} f(kr) \hat{B}_1^r \quad (\text{II-103})$$

• Regroupement des composantes.

Comme pour le rotor bobiné, toutes les valeurs que peut prendre h_r^r sont comprises dans celles que peut prendre h^r . En effet, si on désigne par h_*^r la valeur de h^r qui intervient dans l'expression de h_r^r et par i_* la valeur de i qui intervient dans l'expression de h_*^r , il y a addition des composantes lorsque :

$$h^r = h_*^r - krN^r \Leftrightarrow iN^r + h^s = (i_*N^r + h^s) - krN^r,$$

soit pour :

$$i_* = i + kr \quad (\text{II-104})$$

Il y a donc quel que soit i une valeur de i_* telle que l'égalité (II-104) soit vérifiée.

On note $b_{h^s h_r^r}^r(\alpha, t)$ l'induction résultante de rang h^r après regroupement, on retrouve une expression similaire à celle (II-77) donnée pour le rotor bobiné :

$$b_{h^s h_r^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_r^r}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \omega t - h^r p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right\} \quad (\text{II-105})$$

L'amplitude $\hat{B}_{h^s h_r^r}^r$ donnée pour un rotor bobiné par la relation (II-78) est toujours valable à condition d'adapter les valeurs de λ^r et $G_{h^r}^r$.

V - 2 - 2 - Harmoniques d'induction dépendants du stator.

• Harmoniques d'encoche dépendants de la denture statorique seule.

Notés $b_{h^s h_s^r}^r(\alpha, t)$, issus du produit de la f.m.m. avec le terme de l'expression (II-1) de la perméance fonction de A^s , leur expression est proche de celle (II-79) obtenue pour le rotor bobiné :

$$b_{h^s h_s^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_s^r}^r \cos \left(\omega_{h^s h_s^r}^r t - h_s^r p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right) \quad (\text{II-106})$$

où h_s^r , $\omega_{h^s h_s^r}^r$, $\hat{B}_{h^s h_s^r}^r$ sont toujours donnés par les relations (II-80), (II-81), et (II-82). Les expressions de $G_{h^r}^r$ et λ^r étant différentes de celles relatives au rotor bobiné, l'amplitude exprimée en fonction de \hat{B}_{11}^r est donnée par :

$$\hat{B}_{h^s h_s^r}^r = \frac{h^r - h^s}{h^r} \frac{(-1)^{N^r}}{I_1^r} \frac{I_{h^s}^r}{A^0} \frac{A^s}{\Gamma_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} f(ks) \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-107})$$

La différence avec la relation (II-83) relative au rotor bobiné se situe au niveau du signe et du coefficient de bobinage, toujours égal à 1 pour le rotor à cage.

• Harmoniques d'encoche dépendants des dentures statorique et rotorique.

Notés $b_{h^s h_{sr}^r}^r(\alpha, t)$, ils sont issus du produit de la f.m.m. avec le terme de l'expression (II-1) de la perméance fonction de A^{sr} et s'expriment également comme pour le rotor bobiné :

$$b_{h^s h_{sr}^r}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r \cos \left\{ \omega_{h^s h_{sr}^r}^r t - h_{sr}^r p \alpha - (h^s - h^r + k_r N^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right\}. \quad (\text{II-108})$$

Les relations (II-85), (II-86), et (II-87) qui donnent le rang, la pulsation et l'amplitude pour un rotor bobiné sont toujours valables, à condition d'adapter les valeurs de $G_{h^r}^r$ et λ^r .

On peut également exprimer l'amplitude en fonction de \hat{B}_{11}^r :

$$\hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r = \frac{h^r - h^s}{h^r} \frac{(-1)^{N^r}}{I_1^r} \frac{I_{h^s}^r}{A^0} \frac{A^{sr}}{\Gamma_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} f(ks) f(kr) \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-109})$$

• Regroupement des composantes.

Comme pour les précédentes ces composantes peuvent être regroupées lorsqu'elles ont même rang et pulsation, c'est à dire, si on désigne par h_*^r la valeur de h^r qui intervient dans l'expression de h_{sr}^r , lorsque la relation (II-104) est vérifiée.

On appelle $b_{h^s h_{sr}^r}^r(\alpha, t)$ l'induction résultante de rang $h^r - k_s N^s$, son expression est presque identique à celle (II-89) obtenue pour le rotor bobiné :

$$b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \alpha - (h^r - k_s N^s) p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{rb} \right) \right\} \quad (\text{II-110})$$

L'amplitude $\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r$ est toujours donnée par la relation (II-90) dans laquelle il faut adapter les valeurs de $G_{h^r}^r$ et λ^r .

V - 2 - 3 - Expression générale de l'induction créée par le rotor.

Comme pour le rotor bobiné, cette expression (II-110) peut être utilisée d'une manière générale pour définir les composantes d'induction d'un rotor à cage, k_s pouvant prendre la valeur 0. L'expression (II-90) de l'amplitude doit être, lorsque $k_s=0$, adaptée de la même façon que pour le rotor bobiné.

Les relations (II-89) et (II-110) qui donnent $b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t)$ pour un rotor bobiné et à cage ne diffèrent que par l'impédance considérée. Les expressions de λ^r et $G_{h^r}^r$ ainsi que les valeurs que peut prendre h^r sont toutefois différentes suivant le type de rotor.

L'induction rotorique générée par le rotor s'exprime globalement, quel que soit le type de rotor, par la relation (II-91).

V - 3 - Comparaisons aux expressions de H. Jordan.

H. Jordan [3] a également donné les expressions des harmoniques d'induction relatives au rotor à cage.

V - 3 - 1 - Harmoniques d'espace.

Les expressions des rangs et pulsations données par H. Jordan sont identiques à celles obtenues précédemment, celle de l'amplitude diffère et s'exprime par :

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = -(-1)^{\frac{h^r - h^s}{N^r}} \frac{\mu_0}{e C^s C^r} \frac{h^s}{h^r} \xi_{h^s}^r I_{h^s}^r \sqrt{2} \quad (\text{II-111})$$

avec $\xi_{h^s}^r = \frac{\sin(\pi h^s p / N_t^r)}{\pi h^s p / N_t^r}$, e épaisseur de l'entrefer, C^s et C^r les coefficients de Carter au stator et au rotor.

En substituant $\xi_{h^s}^r$ par son expression et après mise en forme la relation précédente devient :

$$\hat{B}_{h^{sh^r}}^r = -\frac{N_t^r \sqrt{2\mu_0}}{2\pi} I_{h^s}^r \frac{1}{eC^s C^r} \frac{(-1)^{N^r}}{h^r p} \frac{h^r - h^s}{N^r} 2 \sin(\pi h^s p / N_t^r). \quad (\text{II-112})$$

Cette expression est à comparer à la relation (II-68) qui peut encore s'écrire, en remplaçant λ^r et $G_{h^r}^r$ par leurs expressions relatives au rotor à cage :

$$\hat{B}_{h^{sh^r}}^r = \frac{N_t^r \sqrt{2\mu_0}}{2\pi} I_{h^s}^r A^0 \frac{(-1)^{N^r}}{h^r p} \frac{h^r - h^s}{\pi h^r p (1 - r_d^r) / N_t^r} \sin(\pi h^r p (1 - r_d^r) / N_t^r) \quad (\text{II-113})$$

On constate que les expressions données par H. Jordan et obtenue avec notre méthode sont peu différentes, A^0 ayant une valeur proche de $1/eC^s C^r$. Si on exprime la relation (II-111) donnée par Jordan en fonction de \hat{B}_{11}^r , on obtient :

$$\hat{B}_{h^{sh^r}}^r = \frac{(-1)^{N^r}}{h^r} \frac{h^r - h^s}{I_1^r} \frac{I_{h^s}^r \sin(\pi h^s / N^r)}{\sin(\pi / N^r)} \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-114})$$

Cette expression est proche de celle (II-101) obtenue avec notre méthode, qui devient si l'on remplace $\Gamma_{h^r}^r$ par son expression donnée par (II-65) :

$$\hat{B}_{h^{sh^r}}^r = \frac{(-1)^{N^r}}{h^r} \frac{h^r - h^s}{I_1^r} \frac{I_{h^s}^r \sin(h^r \pi (1 - r_d^r) / N^r)}{h^r \sin(\pi (1 - r_d^r) / N^r)} \hat{B}_{11}^r \quad (\text{II-115})$$

On constate que les différences entre l'expression de l'amplitude des harmoniques d'espace donnée par Jordan et celle déterminée sont faibles. Toutefois l'amplitude donnée par (II-115) diminue avec h^{r2} alors que celle donnée par (II-114) diminue avec h^r . Cette différence provient de l'évolution de la f.m.m. sur la largeur l_e d'une encoche, considérée linéaire dans nos calculs.

V - 3 - 2 - Harmoniques d'encoche.

D'après Jordan il n'existe qu'une sorte d'harmoniques d'encoche rotorique : ceux fonction de la denture rotorique.

Leurs rangs s'expriment :

$$h_r^r = 1 - krN^r \quad (\text{II-116})$$

Cette expression est semblable à celle (II-72) de h_r^r mais en considérant uniquement $h^r=1$, c'est à dire les termes dont l'amplitude est la plus élevée.

Leurs pulsations sont identiques à celles que nous avons déterminées, à condition de ne considérer que $h^s = 1$ et $h^r = 1$.

Leurs amplitudes sont données par :

$$\hat{B}_{h^s h_r^r}^r = -(-1)^{kr} (C^r - 1) \xi_{h_r^r}^r B_p \quad (\text{II-117})$$

avec :

$$\xi_{h_r^r}^r = \frac{\sin(kr\pi(C^r - 1) / C^r)}{kr\pi(C^r - 1) / C^r}.$$

Cette expression est la même que celle (II-35) donnée par Jordan pour les harmoniques d'encoche statorique, si l'on remplace l'indice s par r. Rappelons que B_p est le fondamental de l'induction résultante dans l'entrefer, à peu près constant quel que soit le régime à cause de la réaction d'induit. Jordan ne considère donc, en ce qui concerne les encoches statoriques et rotoriques, que leur influence sur le fondamental de l'induction résultante. La démarche est différente de la notre et la comparaison difficile, mais on peut affirmer qu'en procédant ainsi, les termes montrant l'influence des encoches sur les harmoniques d'espace sont négligés.

Si au niveau de l'expression (II-74) établie précédemment, on ne retient que les termes correspondant à $h^s = 1$ et $h^r = 1$, alors on obtient :

$$\hat{B}_{1 \ 1 - krN^r}^r = \frac{A^r}{A^0} \frac{\sin(kr\pi_d^r)}{2kr} \hat{B}_{1 \ 1}^r \quad (\text{II-118})$$

Le quotient A^r / A^0 est du même ordre de grandeur que $C^r - 1$, d'autre part à pleine charge $\hat{B}_{1 \ 1}^r$ est proche de B_p , on peut donc affirmer que les expressions (II-117) et (II-118) sont semblables, sans toutefois être identiques.

V - 3 - 3 - Bilan des harmoniques d'induction rotorique obtenus avec les deux méthodes.

Les harmoniques d'espace et d'encoche dépendants de la denture rotorique ont mêmes pulsations et mêmes rangs à condition de ne considérer dans l'expression de h_r^r que $h^r=1$, c'est à dire $h^s=1$ et $i=0$. Les expressions des amplitudes de ces harmoniques sont différentes. L'influence des encoches sur les harmoniques d'espace est négligée. Les harmoniques d'induction rotoriques dépendants de la denture statorique ne trouvent pas leurs semblables dans les expressions données par H. Jordan. Cet auteur ne considère l'influence de l'épaisseur variable de l'entrefer que sur le fondamental de l'induction résultante et non sur les harmoniques d'espace. Il apparaît donc un troisième point de divergence entre la façon de procéder de H. Jordan et la notre.

Le tableau VI-1 permet de récapituler les caractéristiques des harmoniques d'induction rotorique.

Tableau II-2 : caractéristiques des harmoniques d'induction rotorique obtenus avec notre méthode et donnés par H. Jordan.

type d'harmoniques	méthode	rang	pulsation	amplitude	phase
harmoniques d'espace	notre méthode	$h_r^r = iN^r + h^s$ $i = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$	$(1 - (h^s - h_r^r)(1 - g))\omega$ $= (1 + iN^r(1 - g))\omega$	$\frac{(-1)^i I_h^r \Gamma_h^r}{h^r I_1^r \Gamma_1^r} \hat{B}_{11}^r$	$(h^s - h_r^r)p\theta_0 +$ $h^s \pi / 2 + \text{Arg}\left(\overline{Z}_{h^s}^{rb}\right)$
	H. Jordan	idem	idem	$\frac{(-1)^i I_h^r \sin(\pi h^s / N^r)}{h^r I_1^r \sin(\pi / N^r)} \hat{B}_{11}^r$	de l'induction stat. ayant induit $I_{h^s}^r$
harmoniques dus aux encoches rotoriques	notre méthode	$h_r^r = h^r - krN^r$	$(1 - (h^s - h_r^r))\omega$ $= (1 + (iN^r - krN^r))\omega$	$\frac{(-1)^i I_h^r A^r \Gamma_h^r}{h^r I_1^r A^0 \Gamma_1^r} f(kr) \hat{B}_{11}^r$	$(h^s - h_r^r)p\theta_0 +$ $h^s \pi / 2 + \text{Arg}\left(\overline{Z}_{h^s}^{rb}\right)$
	H. Jordan	$h_r^r = 1 - krN^r$	$(1 - (1 - h_r^r)(1 - g))\omega$ $= (1 + krN^r(1 - g))\omega$	$\frac{\sin\left(kr\pi \frac{C^r - 1}{C^r}\right)}{(-1)^{kr}(1 - C^r)} \frac{C^r - 1}{C^r} B_p$	du courant magnétisant
harmoniques dus aux encoches statoriques	notre méthode	$h_s^r = h^r - ksN^s$	$(1 - (h^s - h_r^r)(1 - g))\omega$ $= (1 + iN^r(1 - g))\omega$	$\frac{(-1)^i I_h^r A^s \Gamma_h^r}{h^r I_1^r A^0 \Gamma_1^r} f(ks) \hat{B}_{11}^r$	$(h^s - h_r^r)p\theta_0 +$ $h^s \pi / 2 + \text{Arg}\left(\overline{Z}_{h^s}^{rb}\right)$
	H. Jordan				
harmoniques dus aux encoches statoriques et rotoriques	notre méthode	$h_{sr}^r = h^r - ksN^s - krN^r$	$(1 - (h^s - h_r^r + krN^r)(1 - g))\omega$ $= (1 + (iN^r - krN^r)(1 - g))\omega$	$\frac{(-1)^i I_h^r A^{sr} \Gamma_h^r}{h^r I_1^r A^0 \Gamma_1^r} f(ks)f(kr) \hat{B}_{11}^r$	$(h^s - h_r^r + krN^r)p\theta_0$ $+ h^s \pi / 2 + \text{Arg}\left(\overline{Z}_{h^s}^{rb}\right)$
	H. Jordan				

VI - IMPEDANCES ROTORIQUES.

Dans les paragraphes précédents, on a supposé que le courant rotorique $I_{h^s}^r$ était limité par une impédance $\bar{Z}_{h^s}^{re}$ ou $\bar{Z}_{h^s}^{rb}$ mais la valeur de celle-ci n'a pas été précisée. Sa détermination est complexe. En effet cette impédance comprend la résistance des bobinages, leur inductance de fuites, mais aussi des inductances propres et mutuelles. Le but de ce paragraphe est de préciser la nature des impédances qui limitent les courants rotoriques mais également, comme cela sera mis en évidence, les courants harmoniques statoriques.

Un des problèmes liés à cette détermination est de nature physique puisque les fréquences des ondes d'induction peuvent être grandes devant la fréquence fondamentale. On est donc confronté au problème de la réponse d'une structure magnétique destinée à être excitée à des basses fréquences et soumise à des contraintes hautes fréquences. Pour des fréquences élevées (quelques kHz), le fer ne se comporte plus de la même façon, les valeurs des inductances changent, les couplages entre enroulements diminuent [36][37]. Ne sachant pas dans quelle mesure et à partir de quelle fréquence interviennent ces modifications, nous supposerons les valeurs des inductances propres et mutuelles constantes quel que soit la fréquence. Les résultats obtenus seront donc à nuancer pour les fréquences les plus élevées. Des études plus poussées qui sortent du cadre de cette étude doivent être menées à ce niveau.

Un rotor bobiné sera initialement considéré, nous montrerons ensuite comment l'étude peut être étendue aux rotors à cage.

Nous profiterons de cette analyse pour rappeler les différentes expressions des composantes d'induction.

VI - 1 - Présentation du problème (cas du rotor bobiné).

Après avoir rappelé les principales étapes de la détermination du contenu harmonique de l'induction nous utiliserons les équations de tensions qui régissent le fonctionnement de la machine.

VI - 1 - 1 - Rappel des étapes de détermination du contenu harmonique de l'induction.

- En supposant le stator parcouru par un système triphasé de courants sinusoïdaux d'expression :

$$i_q^s = I^s \sqrt{2} \cos(\omega t - (q-1)2\pi/3) \quad (\text{II-7})$$

On montre que l'armature primaire génère une onde d'induction d'expression :

$$b^s(\alpha, t) = \sum_{h^s} \sum_{kr=-\infty}^{+\infty} b_{h^s kr}^s(\alpha, t) \quad (\text{II-30})$$

Pour définir la composante $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$, il convient de distinguer les termes relatifs à $k_r=0$, de sorte que la relation (II-30) peut encore s'écrire :

$$b^s(\alpha, t) = \sum_{h^s} \left\{ b_{h^s 0}^s(\alpha, t) + \sum_{\substack{k_r=-\infty \\ k_r \neq 0}}^{+\infty} b_{h^s k_r}^s(\alpha, t) \right\} \quad (\text{II-119})$$

avec :

$$b_{h^s k_r}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s k_r}^s \cos\left(\left[1 - k_r N^r (1 - g)\right] \omega t - (h^s - k_r N^r) p \alpha - p k_r N^r \theta_{d0}\right) \quad (\text{II-28}),$$

$b_{h^s 0}^s(\alpha, t)$ étant obtenu en attribuant dans la relation précédente à k_r la valeur 0 et en adaptant les amplitudes définies par :

$$\hat{B}_{h^s k_r}^s = \lambda^s I^s f(k_r) \left\{ A^r G_{h^s}^s + A^{sr} \sum_{\substack{k_s=-\infty \\ k_s \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^s}^s f(k_s) \right\} \quad (\text{II-29})$$

$h_*^s = h^s + k_s N^s$

et :

$$\hat{B}_{h^s 0}^s = \lambda^s I^s \left\{ A^0 G_{h^s}^s + A^s \sum_{\substack{k_s=-\infty \\ k_s \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^s}^s f(k_s) \right\} \quad (\text{II-19}).$$

$h_*^s = h^s + k_s N^s$

• Ces ondes d'induction engendrent au rotor des f.e.m. d'expression :

$${}^s e_q^r = \sum_{h^s} {}^s e_{q_{h^s}}^r \quad (\text{II-48})$$

avec :

$${}^s e_{q_{h^s}}^r = {}^s \hat{e}_{h^s}^r \cos\left\{\left[1 - h^s (1 - g)\right] \omega t - h^s (p \theta_0 + \frac{\pi}{2}) - (q - 1) \frac{2\pi}{3}\right\} \quad (\text{II-46})$$

et :

$${}^s \hat{e}_{h^s}^r = 2z^r L R \omega (1 - h^s (1 - g)) \sum_{k_r=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k_r m^r} \frac{K_{h^s - k_r N^r}^r}{h^s - k_r N^r} \hat{B}_{h^s k_r}^s \quad (\text{II-47})$$

Ces f.e.m. sont à l'origine de courants rotoriques qui s'écrivent :

$$i_q^r = \sum_{h^s} i_{q_{h^s}}^r \quad (\text{II-49})$$

avec :

$$i_{q_{h^s}}^r = I_{h^s}^r \sqrt{2} \cos \left\{ \left[1 - h^s(1-g) \right] \omega t - h^s \left(p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \right) - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right\} \quad (\text{II-50})$$

Ces courants rotoriques engendrent des ondes d'induction dont l'expression générale s'écrit :

$$b^r(\alpha, t) = \sum_{h^s} \sum_{h^r} \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) \quad (\text{II-91})$$

En utilisant un formalisme identique à celui retenu pour caractériser $b^s(\alpha, t)$ (relation (II-119)), on obtient :

$$b^r(\alpha, t) = \sum_{h^s} \sum_{h^r} \left\{ b_{h^s h^r 0}^r(\alpha, t) + \sum_{k_s=-\infty}^{+\infty} b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) \right\} \quad (\text{II-120})$$

avec :

$$b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r \cos \left\{ \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) p \alpha - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) \right\} \quad (\text{II-89})$$

On obtient $b_{h^s h^r 0}^r(\alpha, t)$ en attribuant dans la relation précédente la valeur 0 à k_s . Pour ce qui est des amplitudes, il vient :

$$\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r = \lambda^r I_{h^s}^r f(k_s) \left\{ A^s G_{h^r}^r + A^{sr} \sum_{\substack{k_r=-\infty \\ k_r \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^r}^r f(k_r) \right. \\ \left. \begin{matrix} h_*^r = h^r + k_r N^r \end{matrix} \right\} \quad (\text{II-90})$$

et :

$$\hat{B}_{h^s h^r 0}^r = \lambda^r I_{h^s}^r \left\{ A^0 G_{h^r}^r + A^r \sum_{\substack{k_r=-\infty \\ k_r \neq 0}}^{+\infty} G_{h_*^r}^r f(k_r) \right. \\ \left. \begin{matrix} h_*^r = h^r + k_r N^r \end{matrix} \right\} \quad (\text{II-78})$$

VI - 1 - 2 - Equations des tensions.

Ces équations s'écrivent pour la phase q :

au stator :

$$v_q^s = r^s i_q^s + e_q^s \quad (\text{II-121})$$

au rotor :

$$0 = r^r i_q^r + e_q^r \quad (\text{II-122})$$

avec : v_q^s la tension simple instantanée appliquée à l'enroulement q , V^s sa valeur efficace,

r^s la résistance d'une phase statorique,

e_q^s la f.e.m. statorique instantanée induite par le flux ϕ_q^s embrassé par l'enroulement statorique q, ces deux quantités sont liées par la relation :

$$e_q^s = pz^s \frac{d\phi_q^s}{dt} \quad (\text{II-123})$$

r^r , e_q^r , ϕ_q^r , les quantités analogues pour le rotor avec :

$$e_q^r = pz^r \frac{d\phi_q^r}{dt} \quad (\text{II-124})$$

ϕ_q^s et ϕ_q^r s'expriment en fonction de l'induction $b(\alpha, t)$ présente dans l'entrefer constituée de composantes statoriques et rotoriques :

$$b(\alpha, t) = b^s(\alpha, t) + b^r(\alpha, t) \quad (\text{II-125})$$

Le flux embrassé par un enroulement est obtenu par intégration. On obtient, au stator :

$$\phi_q^s = RL \int_{(q-1)\frac{2\pi}{3p} - \frac{\pi}{2p}}^{(q-1)\frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{2p}} b(\alpha, t) d\alpha, \quad (\text{II-126})$$

au rotor :

$$\phi_q^r = RL \int_{v-\pi/2p}^{v+\pi/2p} b(\alpha, t) d\alpha \quad (\text{II-127})$$

avec :

$$v = \theta_0 + (1-g)\omega t / p + (q-1)2\pi / 3p \quad (\text{II-128})$$

On en déduit donc, en distinguant les composantes d'induction générées par le stator de celles générées par le rotor, que :

$$e_q^s = {}^s e_q^s + {}^r e_q^s \quad (\text{II-129})$$

$$e_q^r = {}^s e_q^r + {}^r e_q^r \quad (\text{II-130})$$

Rappelons que l'indice supérieur gauche permet de distinguer l'armature (statorique ou rotorique) à l'origine de l'induction qui induit la f.e.m. concernée. Par exemple, la f.e.m. ${}^r e_q^s$ est induite par le rotor au stator.

Les calculs des f.e.m. induites au stator et au rotor par chacune des composantes d'induction statorique et rotorique sont détaillés en annexe II. La prise en compte du fait que le nombre d'encoches par pôle et par phase est différent de 1 se traduit par l'apparition du coefficient de bobinage.

On obtient successivement :

- les composantes de f.e.m. induites au stator par les composantes d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$:

$$e_{h^s k_r}^s = \frac{K^s}{h^s - k_r N^r} 2Z^s \omega R L \hat{B}_{h^s k_r}^s \left[1 - k_r N^r (1 - g) \right] \cos \left(\begin{array}{l} \left[1 - k_r N^r (1 - g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) \pi / 2 \\ - p k_r N^r \theta_0 - (q - 1) 2\pi / 3 \end{array} \right) \quad (\text{II-131})$$

- celles induites au stator par les composantes d'induction rotoriques $b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t)$:

$$e_{h^s h^r k_s}^r = \frac{K^s}{h^r - k_s N^s} 2Z^s \omega R L \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \times \cos \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) \pi / 2 \\ -(h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) - (q - 1) 2\pi / 3 \end{array} \right) \quad (\text{II-132})$$

- l'expression des composantes de f.e.m. induites au rotor par les composantes d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$ (cette expression a été établie au paragraphe III de ce chapitre et donnée par la relation (II-44)):

$$e_{h^s k_r}^r = \frac{K^r}{h^s - k_r N^r} 2Z^r \omega L R \hat{B}_{h^s k_r}^s \left[1 - h^s (1 - g) \right] \cos \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) \frac{\pi}{2} \\ - h^s p \theta_0 - (q - 1) 2\pi / 3 \end{array} \right\} \quad (\text{II-44})$$

- les f.e.m. induites au rotor par les composantes d'induction rotoriques $b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t)$:

$$\begin{aligned}
 {}^r e_{h^s h^r k_s}^r &= \frac{K^r}{h^r - k_s N^s} 2z^r \omega L R \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r \left[1 - (h^s - k_s N^s)(1 - g) \right] \\
 &\times \sin \left(\begin{aligned} &\left[1 - (h^s - k_s N^s)(1 - g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) \left(p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \right) \\ &-(h^s - h^r) p\theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) - (q - 1) \frac{2\pi}{3} \end{aligned} \right)
 \end{aligned}
 \tag{II-133}$$

VI - 1 - 3 - Analyse des f.e.m. induites.

Le synoptique de la figure II-8 permet de visualiser les phénomènes de création de composantes d'induction et de courants induits. Les flèches en trait plein traduisent la création d'une composante d'induction par un courant, les flèches en trait interrompu l'influence d'une composante d'induction sur un courant.

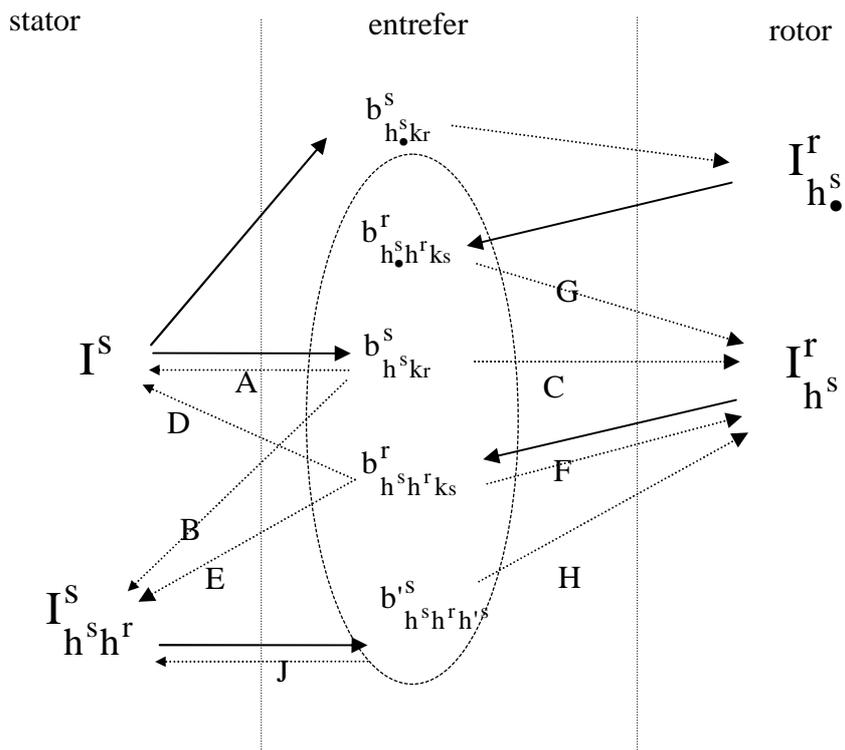


Figure II-8 : interactions entre stator et rotor.

- Examen de la relation (II-131) relative à ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^s$:

Ces f.e.m. sont induites au stator par les composantes d'induction générées par le fondamental du courant statorique de pulsation ω . L'équation (II-131) montre que leur pulsation est donnée par $\left[1 - k_r N^r (1 - g)\right]\omega$.

- Lorsque $k_r=0$, la f.e.m. induite a la même pulsation ω que le courant qui lui a donné naissance et, d'après la loi de Lenz, s'y oppose. Il s'agit donc par définition de la f.e.m. due à l'inductance propre qui sera notée L^s . Son influence est représentée sur le synoptique de la figure II-8 par la lettre A.

- Lorsque $k_r \neq 0$, des f.e.m. de pulsation $\left[1 - k_r N^r (1 - g)\right]\omega$ différentes de ω apparaissent au stator, et par conséquent des courants. Ceci est repéré par la lettre B.

- Examen de la relation (II-44) relative à ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r$.

Le courant fondamental statorique crée des composantes d'induction qui induisent au rotor des f.e.m. de pulsation $\omega_{h^s}^r = \left[1 - h^s (1 - g)\right]\omega$. Celles-ci entraînent la circulation des courants rotoriques $I_{h^s}^r$ de même pulsation et dont nous cherchons à déterminer l'amplitude. La lettre C permet de repérer ce passage.

- Examen de la relation (II-132) relative à ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^s$.

Les courants rotoriques issus du passage C génèrent des composantes d'induction $b_{h^s h^r k_s}^r$ qui induisent au stator des f.e.m. de pulsation $\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega$.

- Lorsque $h^s = h^r = 1$ (cas du fondamental des inductions statorique et rotorique), cette pulsation est ω , c'est à dire celle du courant fondamental statorique. Cette f.e.m. limite donc le courant qui lui a donné naissance. Par définition, la f.e.m. induite par le rotor et qui s'oppose au courant statorique à l'origine des phénomènes correspond à la réaction d'induit. Nous repérons cette influence par la lettre D.

- Lorsque $h^s \neq 1$ ou $h^r \neq 1$, il apparaît des f.e.m. au stator, ce passage est repéré par la lettre E. Certaines de ces f.e.m., lorsque $h^s - h^r = k_r N^r$, ont même pulsation que celles issues de B. Dans ce cas il peut y avoir compensation entre les deux types de composantes, toutefois rien ne permet d'affirmer que cette compensation est totale. Des courants harmoniques statoriques

$I_{h^s h^r}^s$ peuvent donc circuler à la pulsation $\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega$; ils sont induits par les courants rotoriques, il s'agit donc d'une inductance mutuelle que nous notons M.

- Examen de la relation (II-133) relative à ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r$.

Les courants rotoriques $I_{h^s}^r$ de pulsation $\left[1 - h^s(1 - g)\right]\omega$ génèrent des composantes d'induction $b_{h^s h^r k_s}^r$ qui induisent au rotor des f.e.m. de pulsation $\left[1 - (h^s - k_s N^s)(1 - g)\right]\omega$.

- si $k_s=0$, la f.e.m. induite a la même pulsation que le courant qui lui a donné naissance, elle correspond par conséquent à une f.e.m. d'auto-induction, c'est à dire à l'inductance propre que nous notons L^r . La lettre F correspond à cette influence.

- si $k_s \neq 0$, des f.e.m. sont induites au rotor à une pulsation différente de celle du courant qui leur donne naissance, il peut donc exister un autre harmonique de courant rotorique correspondant à une autre valeur de h^s notée h_{\bullet}^s qui induit des f.e.m. influant sur ce courant.

Ainsi le courant rotorique $I_{h_{\bullet}^s}^r$ crée au rotor des f.e.m. notées ${}^r e_{q_{h_{\bullet}^s h^r k_s}}^r$ de pulsation

$\left[1 - (h_{\bullet}^s - k_s N^s)(1 - g)\right]\omega$ qui, pour $h_{\bullet}^s - k_s N^s = h^s$, influent sur le courant $I_{h^s}^r$. C'est la lettre G qui permet d'identifier cette influence.

- Considérons de nouveau les courants harmoniques statoriques $I_{h^s h^r}^s$ de pulsation $\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega$. Ils créent des composantes d'induction qui, comme celles générées par le courant fondamental, peuvent ou non dépendre du rotor. Nous nous limiterons à celles qui sont indépendantes du rotor et qui ont pour pulsation $\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega$, nous les notons $b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t)$. Elles ont pour expression :

$$b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r h^s}^s \cos\left(\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega t - h^s p\alpha - \xi\right). \quad (\text{II-134})$$

Les calculs développés en annexe II montrent que les f.e.m. rotoriques ${}^s e_{q_{h^s h^r h^s}}^r$ induites par

ces ondes d'induction ont pour pulsation $\left[1 - (h^s - h^r + h^s)(1 - g)\right]\omega$ (équation A-II-6). On

constate que, si $h^r = h^s$ ce qui est le cas pour les fondamentaux des inductions issues de $I_{h^s}^r$,

la pulsation de la f.e.m. induite au rotor est $\left[1 - h^s(1-g)\right]\omega$, c'est à dire celle de $I_{h^s}^r$. Ce courant rotorique est donc limité par une induction générée par un courant statorique qu'il a lui même induit, il s'agit donc par définition d'une f.e.m. de mutuelle inductance correspondant à une réaction d'induit. La lettre H permet de repérer ce phénomène.

Reprenons le processus : le courant statorique I^s est à l'origine des courants rotoriques $I_{h^s}^r$. Lorsque $h^s=1$, l'induction fondamentale rotorique ($h^r=1$) créée par le courant rotorique fondamental I_1^r induit une f.e.m. au stator de pulsation $\left[1 - (h^s - h^r)(1-g)\right]\omega = \omega$, elle s'oppose à I^s . C'est le phénomène classique de réaction d'induit. Mais lorsque $h^s \neq 1$, le courant rotorique $I_{h^s}^r$ crée des composantes d'induction dont le fondamental ($h^r=1$) induit un courant statorique $I_{h^s1}^s$ de pulsation différente de celui qui lui a donné naissance. Il n'y a donc pas à ce niveau de réaction d'induit. Par contre le fondamental de l'induction statorique ($h^s=1$) créée par ce courant $I_{h^s1}^s$ induit au rotor une f.e.m. qui s'oppose à la circulation du courant $I_{h^s}^r$ qui lui a donné naissance. Il y a donc un phénomène de réaction d'induit dans l'autre sens et qui contribue à limiter les courants rotoriques harmoniques.

VI - 1 - 4 - Analyse des équations de tensions.

Le synoptique présenté figure II-8 montre que les f.e.m. qui influent sur le courant rotorique $I_{h^s}^r$ sont de quatre types :

- lettre C : f.e.m. ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r$ induites par les composantes d'induction statorique, égales après sommation sur k_r à ${}^s e_{q_{h^s}}^r$,
- lettre F : f.e.m. d'auto-induction qui peut s'écrire $L^r \omega_{h^s}^r I_{h^s}^r$,
- lettre H : f.e.m. d'inductance mutuelle qui peut s'écrire $M \omega_{h^s}^r I_{h^s1}^s$,
- lettre G : f.e.m. ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r$ provenant d'autres courants rotoriques $I_{h^s}^r$.

En notant ${}^s\bar{E}_{q_{h^s}}^r$ et ${}^r\bar{E}_{q_{h^s h^r k_s}}^r$ les valeurs complexes respectivement de ${}^s e_{q_{h^s}}^r$ et ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r$, l'équation des tensions au rotor devient, pour un harmonique de courant $I_{h^s}^r$ de pulsation $\omega_{h^s}^r = (1 - h^s(1 - g))\omega$:

$$0 = \underbrace{{}^r \bar{I}_{h^s}^r}_C + \underbrace{{}^s \bar{E}_{q_{h^s}}^r}_F + \underbrace{{}^r \bar{E}_{q_{h^s h^r k_s}}^r}_G + \underbrace{jM\omega_{h^s}^r \bar{I}_{h^s}^s}_H \quad (\text{II-135})$$

Cherchons l'importance des f.e.m. ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r$ correspondant à la lettre G par rapport à celles correspondant à C. L'amplitude de ces f.e.m. est donnée par la relation (II-133), elles sont induites par des inductions rotoriques $b_{h^s h^r k_s}^r$ qui dépendent du stator ($k_s \neq 0$). Or les inductions issues d'une armature et qui dépendent de l'autre armature ont généralement une amplitude faible [11]. Les f.e.m. repérées par la lettre C (données par la relation II-44) sont issues des inductions statoriques ne dépendant pas du rotor, elles peuvent donc être importantes. De plus ces inductions sont créées par le fondamental du courant statorique alors que les précédentes sont créées par un harmonique de courant rotorique dont l'amplitude sera forcément plus faible. Le rapport qui compare leurs amplitudes est :

$$\frac{{}^r \hat{e}_{h^s h^r k_s}^r}{{}^s \hat{e}_{h^s k_r}^r} \approx \frac{K_{h^r - h^s + h^s}^r}{K_{h^s}^r} \frac{h^s}{h^r - h^s + h^s} \frac{\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{\hat{B}_{h^s 0}^s} \quad (\text{II-136})$$

avec :

$$\frac{\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{\hat{B}_{h^s 0}^s} = \frac{\lambda^r I_{h^s}^r f(k_s) \left\{ A^s G_{h^r}^r + A^{sr} \sum_{k_r} G_{h_*^r}^r f(k_r) \right\}}{\lambda^s I^s \left\{ A^0 G_{h^s}^s + A^s \sum_{k_s} G_{h_*^s}^s f(k_s) \right\}} \quad (\text{II-137})$$

Nous ne connaissons pas l'amplitude du courant $I_{h^s}^r$, mais il est clair que, s'agissant d'un harmonique de courant rotorique, son amplitude est beaucoup plus faible que celle du courant statorique fondamental I^s . D'autre part la valeur absolue de $f(k_s) = \frac{\sin(k_s r_d^s \pi)}{2k_s}$ est forcément inférieure à 0.5, elle sera même généralement bien plus faible. λ^s et λ^r sont du même ordre de grandeur, A^0 est toujours supérieur à A^s , lui même supérieur à A^{sr} [31]. On peut donc

affirmer que le rapport donné par (II-136) est faible et qu'il est possible de négliger les f.e.m. issues de G. Dans ces conditions, l'équation des tensions rotoriques s'écrit :

$$0 = \underbrace{r^r \bar{I}_{h^s}^r}_{C} + \underbrace{{}^s \bar{E}_{q_{h^s}}^r}_{F} + \underbrace{jL^r \omega_{h^s}^r \bar{I}_{h^s}^r}_{H} + jM \omega_{h^s}^r \bar{I}_{h^{s1}}^s \quad (\text{II-138})$$

VI - 2 - Cas du rotor à cage.

Pour déterminer les f.e.m. induites, il n'est plus possible avec un rotor à cage d'intégrer sur sa surface l'induction qui traverse une bobine puisqu'il faut alors considérer des barres, mais on peut les déterminer par le produit bLv . La vitesse v est définie par la relation (II-41), et α devient α_k défini par la relation (II-52).

Au niveau C, ce produit a été effectué au Chapitre IV et a montré que les f.e.m. induites au rotor à cage par les inductions statoriques ont même pulsation qu'avec un rotor bobiné. Il en est de même pour les autres types de f.e.m. ce qui signifie que les mêmes phénomènes se produisent et que l'équation (II-138) des tensions le long d'une phase d'un rotor bobiné est également valable pour une barre d'un rotor à cage, ${}^s \bar{E}_{q_{h^s}}^r$ devenant ${}^s \bar{E}_{k_{h^s}}^r$.

VI - 3 - Utilisation du schéma monophasé équivalent.

Il serait intéressant, pour calculer les harmoniques de courant rotoriques, de pouvoir utiliser les paramètres du schéma monophasé équivalent présenté à la figure II-9. Sur ce schéma r^s et l^s représentent respectivement la résistance et l'inductance de fuites des enroulements statoriques, r'^r et l'^r ces mêmes grandeurs relatives au rotor mais ramenées au stator, L_μ l'inductance magnétisante.

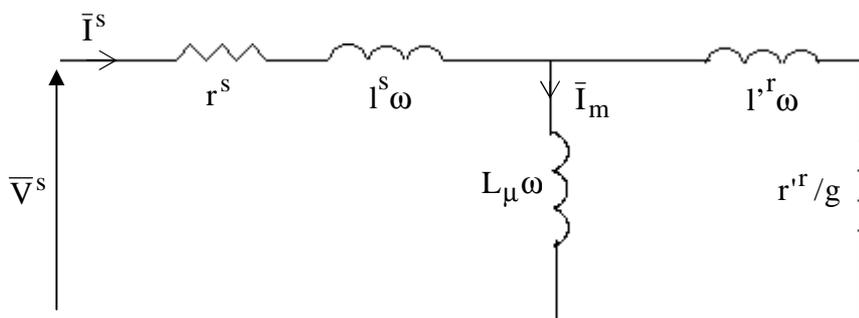


Figure II-9 : schéma monophasé équivalent.

VI - 3 - 1 - Courant rotorique fondamental.

Ce courant est induit par les composantes d'induction statorique relatives à $h^s=1$. Dans ce cas le courant statorique harmonique $I_{h^s 1}^s$ présent dans la relation (II-138) de pulsation $\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega$ égale à $\left[1 - (h^s - 1)(1 - g)\right]\omega$, c'est à dire ω , est en fait le courant statorique fondamental I^s . C'est ce courant qui justement est à l'origine des composantes d'induction statoriques ayant induit les f.e.m. de type C. Dans ce cas les termes correspondant aux lettres C et H sont donc confondus, ${}^s\bar{E}_{q1}^r = jM\omega_1^r \bar{I}^s$.

L'équation des tensions devient :

$$0 = r^r \bar{I}_1^r + \underset{F}{+jL^r \omega_1^r \bar{I}_1^r} + \underset{H}{jM\omega_1^r \bar{I}^s},$$

elle est équivalente à :

$$0 = r^r \bar{I}_1^r + \underset{F}{+jL^r \omega_1^r \bar{I}_1^r} + \underset{C}{{}^s\bar{E}_{q1}^r} \quad (\text{II-139})$$

où $\omega_1^r = g\omega$.

Les relations qui lient M et L^r aux paramètres du schéma monophasé équivalent sont, d'après G. Segulier et F. Notelet [38], si on appelle m le rapport de transformation stator-rotor, avec

$$m = \frac{K_1^s z^s}{K_1^r z^r} \quad (\text{dans le cas d'un rotor à cage } m = 2pK_1^s z^s),$$

$$X_\mu = L_\mu \omega = mM\omega \quad I^r = L^r - M/m$$

L'équation (II-135) devient alors :

$$0 = r^r \bar{I}_1^r + \underset{F}{+jL^r g\omega \bar{I}_1^r} + \left| \begin{array}{l} jMg\omega \bar{I}^s \\ \hline {}^s\bar{E}_{q1}^r \end{array} \right| \underset{H-C}{} \bar{I}^s$$

soit :

$$0 = r^r \bar{I}_1^r + \underset{F}{j \left(L^r \omega + \frac{X_\mu}{m^2} \right) \bar{I}_1^r} + \left| \begin{array}{l} j \frac{X_\mu}{m} g \bar{I}^s \\ \hline {}^s\bar{E}_{q1}^r \end{array} \right| \underset{H-C}{} \bar{I}^s \quad (\text{II-140})$$

d'où :

$${}^s\bar{E}_{q1}^r = j \frac{X_\mu}{m} g \bar{I}^s = -r^r \bar{I}_1^r - j \left(L^r \omega + \frac{X_\mu}{m^2} \right) \bar{I}_1^r \quad (\text{II-141})$$

On en déduit le module et l'argument de l'impédance qui limite le courant rotorique fondamental :

$$Z_1^{re} = \frac{{}^s \hat{e}_1^r / \sqrt{2}}{I_1^r} = \sqrt{r^2 + g^2 \left(I_1^r \omega + \frac{X_\mu}{m^2} \right)^2} \quad (\text{II-142})$$

$$\text{Arg}(\bar{Z}_1^{re}) = \text{arctg} \left(g \left(I_1^r \omega + \frac{X_\mu}{m^2} \right) / r \right) \quad (\text{II-143})$$

Il est intéressant de remarquer que l'on peut déduire de (II-141) la valeur de X_μ en fonction des dimensions de la machine :

$${}^s \hat{e}_1^r = g \frac{X_\mu}{m} I_1^s \sqrt{2} \quad (\text{II-144})$$

or d'après la relation (II-47) ${}^s \hat{e}_1^r \approx 2K_1^r z^r LR \omega g \hat{B}_{10}^s$,

et d'après la relation (II-19) $\hat{B}_{10}^s \approx \lambda^s I_1^s A^0 K_1^s \Gamma_1^s$, sachant que $\Gamma_1^s \approx 1$ [11], on en déduit que :

$$X_\mu = 6LR \omega \frac{\mu_0}{\pi} A^0 \left(K_1^s z^s \right)^2 \quad (\text{II-145})$$

Les applications numériques du Chapitre III permettront de vérifier cette relation. Une expression similaire de l'impédance magnétisante a été établie par Ph.L. Alger [16] :

$$X_\mu = \frac{\mu_0 q K_1^{s2} f(2pz^s)^2 2RL}{2p^2 e} \quad (\text{II-146})$$

q étant le nombre de phases, si on le remplace par 3 et que l'on fait l'approximation $A^0 = 1/e$ (ce qui correspond à un entrefer lisse), alors l'expression (II-146) donnée par Ph.L. Alger est identique à la relation (II-145).

VI - 3 - 2 - Courants rotoriques harmoniques.

• Equation des tensions rotoriques.

Considérons l'équation (II-138) et remplaçons M et L^r par leurs expressions fonction des paramètres du schéma monophasé équivalent.

$$0 = \underset{C}{r^r \bar{I}_{h^s}^r} + \underset{F}{{}^s \bar{E}_{q_{h^s}}^r} + \underset{H}{jL^r \omega_{h^s}^r \bar{I}_{h^s}^r} + jM \omega_{h^s}^r \bar{I}_{h^s}^s \quad (\text{II-138})$$

soit :

$$-{}^s\bar{E}_{q_{h^s}}^r = r^r \bar{I}_{h^s}^r + j(1 - h^s(1 - g)) \left(l^r \omega + \frac{X_{\mu}}{m^2} \right) \bar{I}_{h^s}^r + j(1 - h^s(1 - g)) \frac{X_{\mu}}{m} \bar{I}_{h^{s1}}^s$$

On appelle $\bar{I}_{h^{s1}}^{r,s}$ la valeur de $\bar{I}_{h^{s1}}^s$ ramenée au rotor et définie par : $\bar{I}_{h^{s1}}^{r,s} = -m \bar{I}_{h^{s1}}^s$.

On définit d'autre part $\bar{I}_{\mu_{h^s}}^r$ tel que $\bar{I}_{\mu_{h^s}}^r = \bar{I}_{h^s}^r - \bar{I}_{h^{s1}}^{r,s}$.

Dans ces conditions, on obtient :

$$-{}^s\bar{E}_{q_{h^s}}^r = r^r \bar{I}_{h^s}^r + j(1 - h^s(1 - g)) l^r \omega \bar{I}_{h^s}^r + j(1 - h^s(1 - g)) \frac{X_{\mu}}{m^2} \bar{I}_{h^s}^r - j(1 - h^s(1 - g)) \frac{X_{\mu}}{m^2} \bar{I}_{h^{s1}}^s$$

soit en introduisant $\bar{I}_{\mu_{h^s}}^r$:

$$-{}^s\bar{E}_{q_{h^s}}^r = r^r \bar{I}_{h^s}^r + j(1 - h^s(1 - g)) l^r \omega \bar{I}_{h^s}^r + j(1 - h^s(1 - g)) \frac{X_{\mu}}{m^2} \bar{I}_{\mu_{h^s}}^r$$

Cette équation peut s'écrire :

$$\frac{-{}^s\bar{E}_{q_{h^s}}^r}{(1 - h^s(1 - g))} = \frac{r^r}{(1 - h^s(1 - g))} \bar{I}_{h^s}^r + j l^r \omega \bar{I}_{h^s}^r + j \frac{X_{\mu}}{m^2} \bar{I}_{\mu_{h^s}}^r \quad (\text{II-147})$$

Pour exploiter cette équation et pouvoir en déduire $\bar{I}_{h^s}^r$, il faut connaître $\bar{I}_{\mu_{h^s}}^r$ qui dépend du courant statorique $\bar{I}_{h^{s1}}^s$, nous allons donc nous intéresser aux équations statoriques.

• Equation des tensions statoriques.

On appelle $\omega_{h^{s1}}^s = (1 - (h^s - 1)(1 - g)) \omega$ la pulsation du courant statorique harmonique $\bar{I}_{h^{s1}}^s$.

D'après le synoptique de la figure II-8, ce courant $\bar{I}_{h^{s1}}^s$ apparaît grâce aux f.e.m. issues de B et E. Les f.e.m. de B sont comprises dans celles de E qui proviennent des courants rotoriques $\bar{I}_{h^s}^r$ et peuvent par conséquent s'écrire $M \omega_{h^{s1}}^s \bar{I}_{h^s}^r$. Le réseau formant un court-circuit pour les harmoniques, le courant $\bar{I}_{h^{s1}}^s$ est limité par la résistance du bobinage et par son inductance propre (repérée par la lettre J sur le synoptique de la figure II-8). Par conséquent :

$$0 = r^s \bar{I}_{h^{s1}}^s + j L^s \omega_{h^{s1}}^s \bar{I}_{h^{s1}}^s + j M \omega_{h^{s1}}^s \bar{I}_{h^s}^r \quad (\text{II-148})$$

Si on note l^s l'inductance cyclique de fuites statorique, d'après [38], $L^s\omega = l^s\omega + X_\mu$, d'où :

$$0 = -r^s \frac{\bar{I}_{h^s 1}^s}{m} - j(l^s\omega + X_\mu)(1 - (h^s - 1)(1 - g)) \frac{\bar{I}_{h^s 1}^s}{m} + j \frac{X_\mu}{m} (1 - (h^s - 1)(1 - g)) \bar{I}_{h^s}^r$$

c'est à dire :

$$0 = -\bar{I}_{h^s 1}^s \left(\frac{r^s}{m} + j \frac{l^s\omega}{m} (1 - (h^s - 1)(1 - g)) \right) + j \frac{X_\mu}{m} (1 - (h^s - 1)(1 - g)) \bar{I}_{\mu_{h^s}}^r$$

Si on ramène cette équation statorique au rotor, comme $r'^s = \frac{r^s}{m^2}$ et $l'^s = \frac{l^s}{m^2}$, il vient :

$$\bar{I}_{h^s}^r \left(\frac{r'^s}{(1 - (h^s - 1)(1 - g))} + j l'^s \omega \right) = j \frac{X_\mu}{m^2} \bar{I}_{\mu_{h^s}}^r \quad (\text{II-149})$$

Les équations (II-147) et (II-149) peuvent se traduire par le schéma monophasé donné figure II-10.

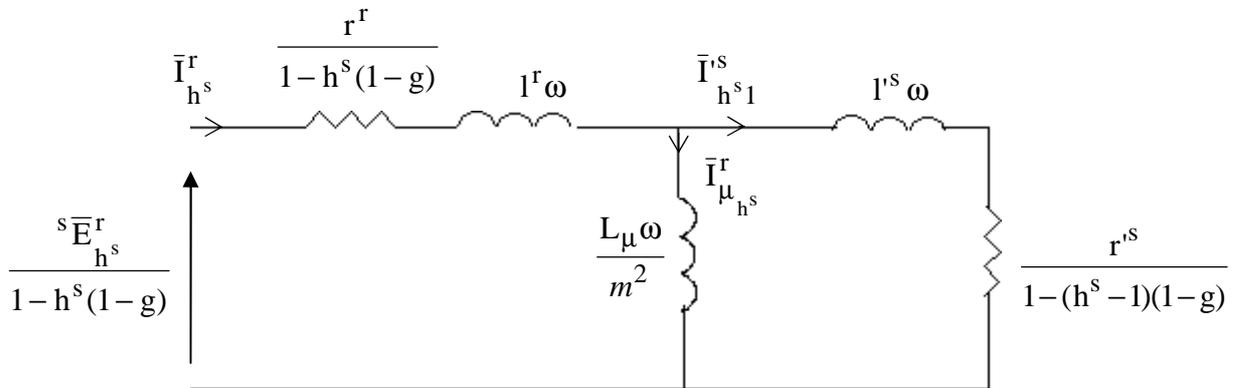


Figure II-10 : schéma monophasé vu du rotor.

Il s'agit du même schéma que celui utilisé classiquement, mais vu du rotor. Remarquons que le glissement influence la valeur des éléments résistifs statorique et rotorique, ainsi que la f.e.m. placée à l'entrée.

Si les valeurs de l^r et l'^s ne sont pas distinguées, la valeur de $r'^s = \frac{r^s}{m^2}$ étant faible face aux réactances, le schéma de la figure II-11 peut être utilisé :

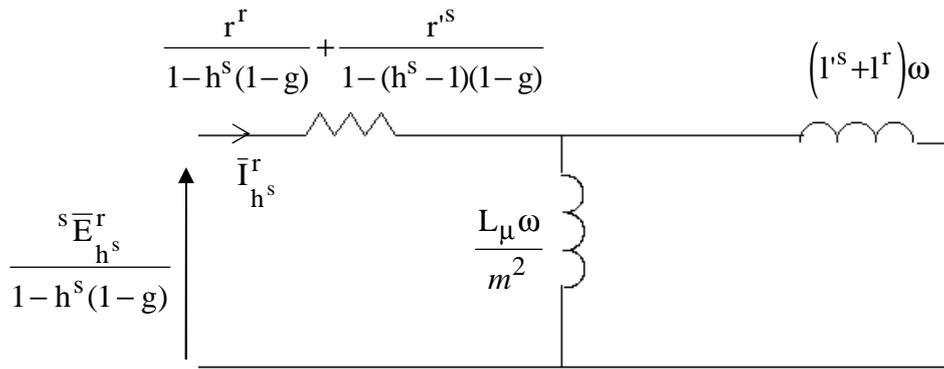


Figure II-11 : schéma monophasé simplifié vu du rotor.

On en déduit l'impédance qui limite les courants harmoniques rotoriques :

$$\bar{Z}_{h^s}^r = \frac{{}^s \hat{e}_{h^s}^r / \sqrt{2}}{I_{h^s}^r} = (1 - h^s(1-g)) \sqrt{\left(\frac{r^{r^s}}{1 - (h^s - 1)(1-g)} + \frac{r^r}{1 - h^s(1-g)} \right)^2 + \left(\frac{X_\mu}{m^2} / (I^r + I^{r^s})\omega \right)^2} \quad (\text{II-150})$$

$$\text{Arg}(\bar{Z}_{h^s}^r) = \text{arctg} \left(\frac{\frac{X_\mu}{m^2} / (I^r + I^{r^s})\omega}{\frac{r^{r^s}}{1 - (h^s - 1)(1-g)} + \frac{r^r}{1 - h^s(1-g)}} \right) \quad (\text{II-151})$$

Il apparaît que, pour des valeurs de h^s élevées, l'influence des inductances est prépondérante sur celle des résistances, cet argument se rapproche de $\pi/2$.

Ayant établi toutes les relations théoriques permettant de calculer les caractéristiques des harmoniques d'induction statorique et rotorique, nous pouvons réaliser des applications numériques.

CHAPITRE III

APPLICATIONS NUMERIQUES, COMPARAISONS

Après avoir au chapitre précédent exposé le principe de la détermination du contenu harmonique de l'induction, nous nous proposons de procéder à une application numérique sur une machine posant un problème de bruit magnétique. Ces calculs permettront de déduire le bruit magnétique théorique qui sera comparé à celui des relevés expérimentaux. Des vérifications intermédiaires portant sur les courants harmoniques seront également réalisées.

I - PRÉSENTATION DE LA MACHINE UTILISÉE.

Il s'agit de la machine asynchrone à rotor bobiné présentée au Chapitre I dont nous rappelons les indications portées sur la plaque signalétique :

15kW, 50Hz, 6 pôles,
365V/210V, 28/49A.

Les paramètres du schéma monophasé équivalent sont :

- résistance d'une phase statorique : $r^s=0.25\Omega$,
- résistance secondaire ramenée au primaire : $r'^r=1.17\Omega$,
- réactance cyclique totale de fuites ramenée au primaire : $l^s+l'^r=11.14mH$,
- impédance magnétisante $R_\mu + jL_\mu\omega$ (configuration série) : $R_\mu=0.83\Omega$, $L_\mu=63.34mH$,

Le courant magnétisant I_m est de 10.5A.

Le rayon moyen de l'entrefer R est de 117.75mm, la longueur du fer de 160mm.

Le stator comporte 72 encoches, le rotor 54. Cela conduit aux paramètres suivants :

- $m^s=4$ encoches par pôle et par phase, $N^s=24$ encoches par paire de pôles,

- $m^r = 3$ encoches par pôle et par phase, $N^r = 18$ encoches par paire de pôles.

Les encoches, du type 'semi-fermées', à profil trapézoïdal, sont représentées sur la figure III-1 où sont précisées les principales dimensions :

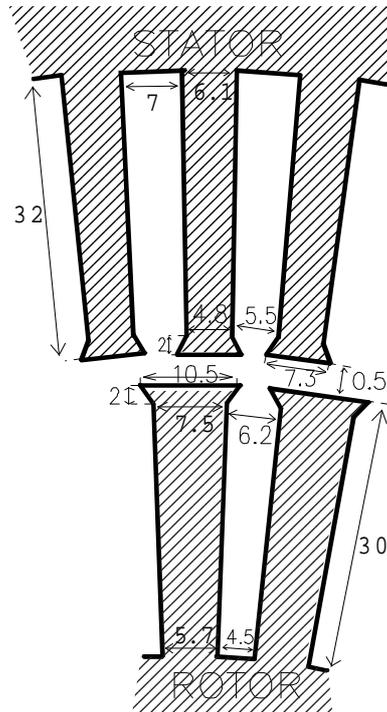


Figure III-1 : encoches statoriques et rotoriques.

Le modèle utilisé pour la détermination de la perméance d'entrefer considère des encoches ouvertes rectangulaires. Les encoches réelles sont différentes, par conséquent plusieurs choix sont possibles pour les paramètres r_d^s et r_d^r . L'étude de D. Belkhat [11] a permis de montrer que le meilleur choix consiste à considérer le haut de l'encoche, là où elle est la moins large. Ce problème ne se poserait pas pour des machines de forte puissance qui sont généralement réalisées avec des encoches ouvertes [39].

On sait également que la profondeur d'encoche doit être considérée comme égale au cinquième de la largeur, les lignes de champ ne parvenant pas jusqu'au fond [12].

Les paramètres utilisés seront par conséquent :

- $r_d^s = 0.71$,
- $r_d^r = 0.766$,
- $p^s = 0.6\text{mm}$,
- $p^r = 0.64\text{mm}$,
- $e = 0.5\text{mm}$.

Les calculs utilisant les relations (II-3) à (II-6) donnent :

- $A^0=1474$,
- $A^s=577$,
- $A^r=569$,
- $A^{sr}=319.5$.

Le coefficient A^0 serait égal à $1/e$ avec un entrefer parfaitement lisse ce qui conduit à une valeur numérique de 2000. Le coefficient de diminution de la perméance due aux encoches est donc de 0.737. Celui obtenu avec la formule de Carter est de 0.8, avec la formule de Baillie de 0.83 [12].

On constate que le terme de l'expression de la perméance fonction de A^0 sera prépondérant. Les termes dépendants de la denture statorique seule (liés à A^s) auront tendance à être légèrement plus élevées que ceux dépendants de la denture rotorique seule (liés à A^r). Les termes les plus faibles seront ceux dépendants de l'interaction entre les deux dentures.

L'amplitude du fondamental de l'induction résultante dans l'entrefer notée B_p varie, d'après H. Jordan [3], de 0.8 Tesla pour des machines de faible puissance à 1 Tesla pour des machines de forte puissance. Celle du moteur étudié étant de 15kW, nous considérerons dans un premier temps $B_p=0.8T$, cette valeur sera vérifiée expérimentalement au paragraphe III.

Nous appellerons f la fréquence du réseau associée à la pulsation ω par la relation $\omega=2\pi f$, f_r la fréquence de rotation (en tours par seconde) associée à la pulsation ω_r par la relation $\omega_r=2\pi f_r$. Cette quantité est liée au glissement, au nombre de paires de pôles et à ω par la relation $\omega_r=(1-g)\omega/p$. On peut également écrire $f_r=(1-g)f/p$.

II - CALCUL DES HARMONIQUES D'INDUCTION STATORIQUE.

II - 1 - Harmoniques d'induction statorique indépendants du rotor.

L'objet de cette partie est de calculer les amplitudes des harmoniques d'induction issus des produits de la force magnétomotrice statorique avec les termes de l'expression de la perméance fonction de A^0 et de A^s . Etant donné les faibles valeurs des harmoniques de rang élevés, nous nous sommes intéressés à ceux dont le rang est inférieur à 100. Les expressions définies au chapitre II du rang, de la pulsation et de l'amplitude de chaque type d'harmonique seront systématiquement rappelées.

II - 1 - 1 - Harmoniques d'espace statoriques.

Les caractéristiques de ces harmoniques sont :

- rangs : $h^s = 1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, \dots$,
- pulsation du réseau ω ,
- amplitudes à vide ($I^s = I_m$), d'après la relation (II-33) :

$$\hat{B}_{h^s}^s = \frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s} \frac{I^s}{I_m} \frac{\Gamma_{h^s}^s}{\Gamma_1^s} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} B_p = \frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s} \frac{\Gamma_{h^s}^s}{\Gamma_1^s} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} 0.8.$$

Le tableau III-1 donne pour chacun des harmoniques :

- la valeur du coefficient $\Gamma_{h^s}^s$,
- le coefficient de bobinage $K_{h^s}^s$,
- l'amplitude relative en pourcentage de B_p notée $\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$ telle que $\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s = 100 \hat{B}_{h^s}^s / B_p$.

L'examen de ce tableau fait apparaître que:

- le coefficient $\Gamma_{h^s}^s$ fait considérablement diminuer l'amplitude des harmoniques.

Cette diminution est d'autant plus importante que leur rang est élevé. Ceci se justifie simplement par la forme trapézoïdale de la f.m.m..

- le coefficient de bobinage ne fait pas diminuer l'amplitude de tous les harmoniques.

Celui des rangs $KN^s + 1$ avec $K = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$, soit $-23, 25, -47, 49, -71, 73, -95, 97$, est de 0.958. L'amplitude de ces harmoniques est donc relativement élevée.

h^s	$\Gamma_{h^s}^s$	$K_{h^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$
1	1.000	0.958	100.0
-5	0.99	-0.205	4.26
7	0.99	0.158	2.32
-11	0.97	-0.126	1.16
13	0.96	0.126	0.97
-17	0.93	-0.158	0.90
19	0.92	0.205	1.03
-23	0.88	-0.958	3.82
25	0.86	-0.958	-3.43
-29	0.81	0.205	-0.6
31	0.78	-0.158	-0.42
-35	0.73	0.126	-0.27
37	0.7	-0.126	-0.25
-41	0.64	0.158	-0.26
43	0.61	-0.205	-0.3
-47	0.55	0.958	-1.17
49	0.51	0.958	1.05

h^s	$\Gamma_{h^s}^s$	$K_{h^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$
-53	0.45	-0.205	0.18
55	0.42	0.158	0.12
-59	0.35	-0.126	0.08
61	0.32	0.126	0.07
-65	0.25	-0.158	0.06
67	0.22	0.205	0.07
-71	0.16	-0.958	0.23
73	0.13	-0.958	-0.18
-77	0.07	0.205	-0.02
79	0.05	-0.158	-0.01
-83	-0.003	0.126	≈ 0
85	-0.03	-0.126	0.004
-89	-0.07	0.158	0.01
91	-0.09	-0.205	0.02
-95	-0.12	0.958	0.13
97	-0.14	0.958	-0.14

Tableau III-1 : harmoniques d'espace.

II - 1 - 2 - Harmoniques d'encoche dépendants de la denture statorique.

Pour ces harmoniques, il vient :

- rang : $h_s^s = h^s - ksN^s = h^s - 24ks$ avec $ks = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$,

- pulsation ω ,

- amplitudes à vide ($I^s = I_m$) données par :

$$\hat{B}_{h_s^s}^s = \frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s} \frac{I^s}{I_m} \frac{A^s}{A^0} \frac{\Gamma_{h^s}^s}{\Gamma_1^s} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} \frac{\sin(ksr_d^s \pi)}{2ks} B_p = \frac{(-1)^{\frac{h^s-1}{2}}}{h^s} \frac{\Gamma_{h^s}^s}{\Gamma_1^s} \frac{K_{h^s}^s}{K_1^s} \frac{\sin(2.23ks)}{2ks} 0.313.$$

Nous noterons $\Delta_p \hat{B}_{h_s^s}^s$ la valeur relative de cette quantité définie par $\Delta_p \hat{B}_{h_s^s}^s = 100 \hat{B}_{h_s^s}^s / B_p$.

Pour $h^s=1$, N^s étant égal à 24, les rangs h_s^s sont -23,25,-47,49,-71,73,... Remarquons que pour $h^s=-23,25$, les rangs h_s^s prennent les mêmes valeurs. Il existe une infinité

- la valeur relative $\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$ de l'amplitude de l'harmonique d'espace de rang h^s donnée au tableau III-1. Il s'agit de la première composante de l'amplitude relative de $b_{h^s 0}^s$.

- La valeur relative $\sum \Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$ de la somme des amplitudes des harmoniques d'encoche de ce rang, ce terme est égal à la deuxième composante de l'amplitude relative de $b_{h^s 0}^s$.

- La valeur relative $\Delta_p \hat{B}_{h^s 0}^s = 100 \hat{B}_{h^s 0}^s / B_p$ de la somme des harmoniques d'espace et d'encoche, c'est à dire l'amplitude de $b_{h^s 0}^s$ en pourcentage de B_p .

- La part en pourcentage des harmoniques d'encoche dans la somme totale, calculée par $100 \frac{\left| \sum \Delta_p \hat{B}_{h^s}^s \right|}{\left| \sum \Delta_p \hat{B}_{h^s}^s \right| + \left| \Delta_p \hat{B}_{h^s}^s \right|}$ et dont les valeurs figurent dans la colonne '% encoch'.

h^s	$\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$	$\sum \Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h^s 0}^s$	% encoch
1	100.0	0.07	100.07	0.07
-5	4.26	0.08	4.34	1.8
7	2.32	0.09	2.41	3.7
-11	1.16	0.13	1.29	9.8
13	0.97	0.16	1.13	14.3
-17	0.9	0.36	1.26	28.3
19	1.03	0.67	1.7	39.2
-23	3.82	15.62	19.43	80.4
25	-3.43	15.25	11.82	81.6
-29	-0.6	0.58	-0.01	49.4
31	-0.42	0.29	-0.13	40.9
-35	-0.27	0.09	-0.18	25.6
37	-0.25	0.04	-0.2	15.3
-41	-0.26	-0.08	-0.34	23.5
43	-0.3	-0.24	-0.55	44.6
-47	-1.17	-8.92	-10.09	88.4
49	1.05	-9.95	-8.9	90.4

h^s	$\Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$	$\sum \Delta_p \hat{B}_{h^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h^s 0}^s$	% encoch
-53	0.18	-0.48	-0.3	72.6
55	0.12	-0.27	-0.15	68.4
-59	0.08	-0.14	-0.06	63.5
61	0.07	-0.11	-0.04	61.3
-65	0.06	-0.08	-0.02	54.9
67	0.07	-0.05	0.02	42.8
-71	0.23	1.94	2.17	89.6
73	-0.18	3.2	3.02	94.7
-77	-0.02	0.23	0.21	91.7
79	-0.01	0.15	0.14	93.8
-83	≈0	0.10	0.10	100
85	-0.004	0.09	0.09	96.1
-89	-0.01	0.13	0.12	91
91	-0.02	0.19	0.17	90.3
-95	0.13	2.76	2.89	95.5
97	-0.14	1.96	1.82	93.2

Tableau III-3 : harmoniques statoriques indépendants du rotor.

On constate à la lecture de ce tableau que:

- d'une manière générale les amplitudes résultantes décroissent lorsque le rang croît, mais que les amplitudes résultantes des termes de rangs $KN^S + 1$ sont assez élevées. En effet, les harmoniques d'encoche et d'espace sont plus élevés pour ces rangs. Le choix du nombre d'encoches a donc une influence importante sur les harmoniques d'induction, donc sur le bruit magnétique [40].

- la part des harmoniques d'encoche a tendance à augmenter avec le rang.

Remarquons que, pour le fondamental, la part des harmoniques d'encoche dans la somme résultante n'est que de 0.07%, on peut par conséquent écrire : $\hat{B}_{10}^S \approx \hat{B}_1^S$.

II - 2 - Harmoniques d'induction statorique dépendants du rotor.

Rappelons que ces termes sont issus du produit de la force magnétomotrice avec les termes de l'expression de la perméance fonction de A^r et de A^{sr} , c'est à dire fonction de la denture rotorique seule et de l'interaction entre les deux dentures.

II - 2 - 1 - Harmoniques d'encoche dépendants de la denture rotorique seule.

Leurs caractéristiques sont :

- rangs : $h_r^S = h^S - krN^r = h^S - 18kr$, avec $kr = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$,

- pulsations : $\omega_{h_r^S}^S = (1 - krN^r(1 - g))\omega = (1 - 18kr(1 - g))\omega = \omega - 54kr\omega_r$,

- amplitudes à vide ($I^S = I_m$) :

$$\hat{B}_{h_r^S}^S = \frac{(-1)^{\frac{h^S-1}{2}}}{h^S} \frac{I^S}{I_m} \frac{A^r}{A^0} \frac{\Gamma_{h^S}^S}{\Gamma_1^S} \frac{K_{h^S}^S}{K_1^S} \frac{\sin(kr_d^r \pi)}{2kr} B_p = \frac{(-1)^{\frac{h^S-1}{2}}}{h^S} \frac{\Gamma_{h^S}^S}{\Gamma_1^S} \frac{K_{h^S}^S}{K_1^S} \frac{\sin(2.4kr)}{2kr} 0.309,$$

On note $\Delta_p \hat{B}_{h_r^S}^S$ la valeur relative de cette amplitude définie par : $\Delta_p \hat{B}_{h_r^S}^S = 100 \hat{B}_{h_r^S}^S / B_p$.

Les tableaux III-4 présentent ces valeurs relatives $\Delta_p \hat{B}_{h_r^S}^S$ obtenues pour $h^S = 1$ (tableau III-4-

1) et -5 (tableau III-4-2) en faisant varier kr de -10 à 10. La fréquence notée $f_{h_r^S}^S$ de chacun des

harmoniques est donnée en fonction de la fréquence du réseau f et de celle de rotation du rotor f_r .

h_r^s	h^s	kr	$f_{h_r^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h_r^s}^s$
-17	1	1	$f-54 f_r$	12.95
19	1	-1	$f+54 f_r$	12.95
-35	1	2	$f-108 f_r$	-9.6
37	1	-2	$f+108 f_r$	-9.6
-53	1	3	$f-162 f_r$	5.18
55	1	-3	$f+162 f_r$	5.18
-71	1	4	$f-216 f_r$	-0.96
73	1	-4	$f+216 f_r$	-0.96
-89	1	5	$f-270 f_r$	-1.96
91	1	-5	$f+270 f_r$	-1.96

Tableau III-4-1

h_r^s	h^s	kr	$f_{h_r^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h_r^s}^s$
-23	-5	1	$f-54 f_r$	0.55
13	-5	-1	$f-54 f_r$	0.55
-41	-5	2	$f-108 f_r$	-0.41
31	-5	-2	$f+108 f_r$	-0.41
-59	-5	3	$f-162 f_r$	0.22
49	-5	-3	$f+162 f_r$	0.22
-77	-5	4	$f-216 f_r$	-0.04
67	-5	-4	$f+216 f_r$	-0.04
-95	-5	5	$f-270 f_r$	-0.08
85	-5	-5	$f+270 f_r$	-0.08

Tableau III-4-2

Tableaux III-4 : harmoniques statoriques dépendants de la denture rotorique, pour $h^s=1$ et -5 .

Dans ces tableaux, plusieurs harmoniques ont même fréquence, mais on ne peut les sommer car ils n'ont pas même rang. On constate que les termes obtenus avec $h^s=1$ sont importants, or ces composantes d'induction statorique dépendantes du rotor sont généralement négligées par les autres auteurs.

On constate également que les harmoniques obtenus avec $h^s=-5$ ont une amplitude beaucoup plus faible que ceux obtenus avec $h^s=1$. Ceci est dû à la présence de h^s au dénominateur de l'expression de l'amplitude ainsi qu'au coefficient de bobinage. Pour d'autres valeurs de h^s , les amplitudes sont encore plus faibles. Toutefois le phénomène de résonance de denture nous amène à nous intéresser au cas où $h_r^s=1$. Nous avons en effet montré que ces harmoniques, bien que d'amplitude faible, peuvent avoir une influence notable sur les f.e.m. rotoriques. Ils sont détaillés dans le tableau III-5 pour h^s allant jusque 91.

h_r^s	h^s	kr	$f_{h_r^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h_r^s}^s$
1	-17	-1	$f+54 f_r$	0.117
1	19	1	$f-54 f_r$	0.134
1	-35	-2	$f+108 f_r$	0.0264
1	37	2	$f-108 f_r$	0.024
1	-53	-3	$f+162 f_r$	0.0094
1	55	3	$f-162 f_r$	0.0065
1	-71	-4	$f+216 f_r$	-0.0022
1	73	4	$f-216 f_r$	0.0017
1	-89	-5	$f+270 f_r$	-0.0002
1	91	5	$f-270 f_r$	-0.0004

Tableau III-5 : harmoniques statoriques dépendants de la denture rotorique, pour $h_r^s=1$.

Dans ce tableau, les amplitudes des harmoniques correspondants aux valeurs élevées de h^s ont une amplitude très faible qu'il est possible de considérer comme nulle compte-tenu de l'imprécision apportée par le modèle fictif d'encoche.

II - 2 - 2 - Harmoniques d'encoche fonction de l'interaction entre les deux dentures.

Les caractéristiques de ces harmoniques sont les suivantes :

- rangs : $h_{sr}^s = h^s - k_s N^s - k_r N^r = h^s - 24k_s - 18k_r$ avec $k_s, k_r = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$,

- pulsations : $\omega_{h_{sr}^s}^s = (1 - k_r N^r (1 - g))\omega = \omega - 54k_r \omega_r$,

- amplitudes à vide ($I^s=I_m$) :

$$\hat{B}_{h_{sr}^s}^s = \frac{(-1)^2 \frac{h^s-1}{h^s}}{I_m A^0} \frac{I^s A^{sr} \Gamma_{h^s}^s K_{h^s}^s \sin(k_s r_d^s \pi) \sin(k_r r_d^r \pi)}{\Gamma_1^s K_1^s 2k_s 2k_r} B_p = \frac{(-1)^2 \frac{h^s-1}{h^s} \Gamma_{h^s}^s K_{h^s}^s \sin(2.23k_s) \sin(2.4k_r)}{I_1^s K_1^s 2k_s 2k_r} 0.173$$

On note $\Delta_p \hat{B}_{h_{sr}^s}^s$ la valeur relative de cette amplitude calculée par $\Delta_p \hat{B}_{h_{sr}^s}^s = 100 \hat{B}_{h_{sr}^s}^s / B_p$.

La valeur de A^{sr} étant 319 donc plus faible que A^0 , A^s , et A^r , les amplitudes de ces harmoniques seront plus faibles que les précédentes. Etant donné leur nombre et leurs faibles amplitudes nous ne donnerons que les plus importants, c'est à dire ceux obtenus pour

$h^s = 1$ et $k_s, k_r = \pm 1$ (tableau III-6-1). Toutefois, nous avons également calculé les harmoniques obtenus avec $k_r = \pm 4$ (tableau III-6-2) ce qui correspond à des fréquences $f \pm 216 f_r$, nous montrerons que ces quantités sont susceptibles d'être à l'origine de raies de bruit importantes.

h_{sr}^s	k_s	k_r	$f_{h_{sr}^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h_{sr}^s}^s$
-41	1	1	$f - 54 f_r$	2.87
-5	1	-1	$f + 54 f_r$	2.87
7	-1	1	$f - 54 f_r$	2.87
43	-1	-1	$f + 54 f_r$	2.87

Tableau III-6-1 : $k_r = \pm 1$.

h_{sr}^s	k_s	k_r	$f_{h_{sr}^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h_{sr}^s}^s$
-95	1	4	$f - 216 f_r$	-0.21
49	1	-4	$f + 216 f_r$	-0.21
-47	-1	4	$f - 216 f_r$	-0.21
97	1	-4	$f + 216 f_r$	-0.21

Tableau III-6-2 : $k_r = \pm 4$.

Tableau III-6 : harmoniques statoriques dépendants des deux dentures ($h^s = 1, k_s = \pm 1$).

Ces harmoniques ne peuvent pas être regroupés avec ceux des tableaux III-4 et III-5 car ils n'ont pas à la fois même rang et pulsation. Ceux pouvant être regroupés avec les composantes dépendantes de la denture rotorique seule n'apparaissent pas dans ce tableau, ils correspondent à des valeurs de h^s, k_s , ou k_r plus élevées, donc à des amplitudes beaucoup plus faibles.

Parmi les harmoniques qui ne sont pas dans le tableau III-6, l'amplitude de certains, pour lesquels $h_{sr}^s = 1$, est faible mais non négligeable à cause du phénomène de résonance de denture. Ceux ayant même rang et même fréquence pouvant être sommés algébriquement le tableau III-7 présente ces sommes obtenues pour k_s et k_r allant de -10 à 10 et h^s jusque 97.

h_{sr}^s	$h^s - k_s N^s$	k_r	$f_{h_{sr}^s}^s$	$\sum \Delta_p \hat{B}_{h_{sr}^s}^s$
1	-17	-1	$f + 54 f_r$	0.0066
1	19	1	$f - 54 f_r$	0.124
1	-35	-2	$f + 108 f_r$	-0.013
1	37	2	$f - 108 f_r$	-0.006
1	-53	-3	$f + 162 f_r$	-0.036
1	55	3	$f - 162 f_r$	-0.02
1	-71	-4	$f + 216 f_r$	0.027
1	73	4	$f - 216 f_r$	0.044
1	-89	-5	$f + 270 f_r$	-0.0036
1	91	5	$f - 270 f_r$	-0.0054

Tableau III-7 : harmoniques statoriques dépendants de l'interaction entre les deux dentures, pour $h_{sr}^s = 1$.

Les harmoniques du tableau III-7 ont même rang et pulsation que ceux du tableau III-5, il est donc possible de les additionner.

II - 2 - 3 - Regroupement des composantes dépendantes du rotor.

Les composantes dépendantes de la denture rotorique seule peuvent être additionnées à celles relative aux deux dentures si elles ont même fréquence et de même rang, c'est à dire quand la quantité h^s des premières est égale à la quantité $h^s - k_r N^r$ des secondes. D'une manière générale le rang des composantes d'induction dépendantes du rotor est $h^s - k_r N^r = h_r^s$. Comme nous l'avons précisé au chapitre II, les quantités de même fréquence ont même phase, les sommes sont donc algébriques. La somme résultante a été notée $b_{h^s k_r}^s$, son expression est donnée par (II-28).

Le tableau III-8 précise, pour $h^s - k_r N^r = 1$, le résultat de ces sommes noté $\Delta_p \hat{B}_{h^s k_r}^s$, toujours en pourcentage de B_p . Cette amplitude peut également être calculée directement par la relation (II-29) donnée au Chapitre II.

$h^s - k_r N^r$	h^s	k_r	$f_{h_r^s}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h_r^s}^s$	$\sum \Delta_p \hat{B}_{h^s k_r}^s$	$\Delta_p \hat{B}_{h^s k_r}^s$
1	-17	-1	$f+54 f_r$	0.117	0.066	0.183
1	19	1	$f-54 f_r$	0.134	0.124	0.258
1	-35	-2	$f+108 f_r$	0.0264	-0.013	0.0134
1	37	2	$f-108 f_r$	0.024	-0.006	0.018
1	-53	-3	$f+162 f_r$	0.0094	-0.036	-0.027
1	55	3	$f-162 f_r$	0.0065	-0.02	-0.0135
1	-71	-4	$f+216 f_r$	-0.002	0.027	0.025
1	73	4	$f-216 f_r$	0.0017	0.044	0.046
1	-89	-5	$f+270 f_r$	-0.0002	-0.0036	-0.004
1	91	5	$f-270 f_r$	-0.0004	-0.0054	-0.006

Tableau III-8: harmoniques d'induction statorique dépendants du rotor pour $h^s - k_r N^r = 1$.

Les composantes d'induction générées par le fondamental du courant statorique étant maintenant connues, nous allons calculer les forces électromotrices qu'elles induisent au rotor.

III - FORCES ELECTROMOTRICES ET COURANTS INDUITS AU ROTOR.

Nous allons calculer les valeurs numériques des f.e.m. et courants induits au rotor par les harmoniques d'induction statorique. Rappelons l'expression générale de la f.e.m. induite par une composante d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s$ dans un enroulement q du rotor :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r = {}^s \hat{e}_{h^s k_r}^r \cos \left\{ \left[1 - h^s (1 - g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) \pi / 2 - h^s p \theta_0 - (q - 1) 2\pi / 3 \right\} \quad (\text{II-44})$$

III - 1 - Force électromotrice fondamentale.

A la fréquence $g f$ ($h^s = 1$), elle est induite par une composante d'induction indépendante du rotor b_{10}^s et des composantes d'induction $b_{1k_r}^s$ dépendantes du rotor. L'équation (III-1) donne l'amplitude des f.e.m. induites par les secondes par rapport à celle induite par la première, elle se déduit de la relation (II-43).

$$\frac{{}^s \hat{e}_{1k_r}^r}{{}^s \hat{e}_{10}^r} = \frac{K_1^r}{K_1^r} \frac{1}{1 - k_r N^r} \frac{\hat{B}_{1k_r}^s}{\hat{B}_{10}^s} = \frac{1}{1 - 18k_r} \frac{\hat{B}_{1k_r}^s}{\hat{B}_{10}^s} \quad (\text{III-1})$$

Le coefficient $\left| \frac{1}{1 - k_r N^r} \right|$ est maximum pour $k_r=1$, auquel cas $\hat{B}_{1k_r}^s$ est également maximum et égal à 12.9% de B_p (Tableau III-4-1). \hat{B}_{10}^s est presque égal \hat{B}_1^s , c'est à dire à vide à 100% de B_p , on en déduit que le quotient donné par la relation (III-1) est au maximum égal à 0.0076. Ceci signifie que la contribution des harmoniques d'induction statorique dépendants du rotor sur la formation de la f.e.m. rotorique fondamentale ne représente au maximum que 0.76%. Nous pouvons par conséquent les négliger. On déduit de la relation (II-47) l'équation (III-2) qui donne l'amplitude de la f.e.m. fondamentale rotorique en négligeant les termes correspondant à $k_r \neq 0$:

$${}^s \hat{e}_1^r = 2K_1^r z^r g \hat{B}_1^s L R \omega. \quad (\text{III-2})$$

Pour calculer cette f.e.m., il est indispensable de connaître z^r , le nombre de spires d'une phase secondaire sous une paire de pôles. Ne le connaissant pas, nous allons le déterminer de manière pratique.

A l'arrêt ($g=1$), rotor ouvert, on alimente le moteur sous sa tension nominale : $U^s=365V$, 50Hz. Le moteur absorbe le courant magnétisant, on mesure la tension efficace induite entre

deux phases rotoriques, on obtient $U^r = 139V$. Comme ${}^s\hat{e}_1^r = \sqrt{2/3}U^r$, $K_1^r = 0.96$, et que $\hat{B}_1^s = 0.8T$ (c'est à dire B_p puisque le courant absorbé est égal au courant magnétisant et que le rotor est ouvert), on peut déduire z^r . On trouve 12.45. Sachant que le nombre de spires par paire de pôles est forcément un nombre entier multiple de 3 (il y a 3 encoches par pôles et par phase au rotor), on peut conclure :

$$z^r = 12.$$

On peut en déduire la valeur de z^s . On sait que $\frac{U^s}{U^r} = \frac{365}{139} = 2.63 = \frac{z^s K_1^s}{z^r K_1^r} \approx \frac{z^s}{z^r} = m$.

Le produit $2.63 z^r$ est égal à 31.56. Sachant que z^s est forcément un entier multiple de 4 (il y a 4 encoches par pôle et par phase au stator), on déduit:

$$z^s = 32.$$

On peut alors vérifier que le fondamental de l'induction statorique \hat{B}_1^s donné par la relation (II-13) est bien, à vide, égal à B_p (0.8T) :

$\hat{B}_1^s = 3\mu_0 I_m \sqrt{2} A^0 z^s \Gamma_1^s K_1^s / \pi = 0.805T$. L'ensemble est donc cohérent. La valeur de B_p que nous nous sommes fixé est donc correcte. Remarquons que l'on aurait pu, sans se fixer de valeur de \hat{B}_1^s , remplacer son expression dans celle (III-2) de ${}^s\hat{e}_1^r$. On aurait alors abouti au même résultat. Cette méthode peut donc être utilisée pour déterminer B_p .

Connaissant z^r on peut calculer ${}^s\hat{e}_1^r$ pour un glissement quelconque par la relation (III-2). La vitesse de notre machine est de 992.3tr/mn à vide ce qui correspond à un glissement g_0 de 0.77%. Nous calculerons également ${}^s\hat{e}_1^r$ pour un fonctionnement voisin du fonctionnement nominal correspondant à un glissement g_n de 5% et pour une induction \hat{B}_1^s égale à 1.6T, le courant statorique en charge étant approximativement le double de celui à vide.

On obtient :

- à vide: ${}^s\hat{e}_1^r = 0.84V$, la fréquence $g_0 f$ est de 0.38Hz,

- en charge : ${}^s\hat{e}_1^r = 10.93V$, la fréquence $g_n f$ est de 2.5Hz.

On peut alors vérifier la relation (II-145) qui donne X_μ :

$$X_\mu = 6LR\omega \frac{\mu_0}{\pi} A^0 \left(K_1^s z^s \right)^2 = 19.7\Omega, \text{ on a mesuré pratiquement } 63.34mH, \text{ soit } 19.9\Omega$$

à 50 Hz.

La relation (II-144) permet d'estimer ${}^s\hat{e}_1^r$, il vient :

$${}^s\hat{e}_1^r = g_0 \frac{X_\mu}{m} I^s \sqrt{2} = 0.85V, \text{ on a trouvé } 0.84V.$$

On peut en conclure que les relations établies au Chapitre II sont vérifiées expérimentalement.

III - 2 - Forces électromotrices harmoniques.

III - 2 - 1 - Résonance de denture.

Les f.e.m. harmoniques rotoriques sont induites par les harmoniques d'induction statoriques indépendants et dépendants du rotor.

Le rapport entre les amplitudes des secondes et des premières déduit de la relation (II-43) est :

$$\left| \frac{{}^s\hat{e}_{h^s k^r}^r}{{}^s\hat{e}_{h^s 0}^r} \right| = \left| \frac{h^s}{h^s - k^r N^r} \frac{K_{h^s - k^r N^r}^r}{K_{h^s}^r} \frac{\hat{B}_{h^s k^r}^s}{\hat{B}_{h^s 0}^s} \right| \quad (\text{III-3})$$

Nous allons vérifier avec des valeurs numériques l'existence du phénomène qualifié de résonance de denture présenté au Chapitre II. Il peut s'énoncer ainsi : suivant que la quantité $h^s - k^r N^r$ est différente de ou égale à 1, les f.e.m. harmoniques issues des composantes d'induction dépendantes du rotor peuvent ou non être négligées.

Par exemple pour $h^s = -5$ et $k^r = 1$ on a calculé $\Delta_p \hat{B}_{-5 1}^s = 0.55$ (Tableau III-4-2) et $\Delta_p \hat{B}_{-5 0}^s = 4.34$ (Tableau III-3). On en déduit que $\frac{{}^s\hat{e}_{-5 1}^r}{{}^s\hat{e}_{-5 0}^r} = 0.028$. La f.e.m. issue de la

composante d'induction statorique dépendante du rotor $b_{-5 1}^s$ représente donc 2.8% de celle issue de la composante indépendante du rotor $b_{-5 0}^s$.

Pour $h^s = -5$ et $k^r = -1$, les valeurs relatives des amplitudes d'induction sont les mêmes, le rapport donné par la relation (III-3) est de 0.05.

Pour $h^s = -17$ et $k^r = 1$, on calcule $\Delta_p \hat{B}_{-17 1}^s = 0.183$ (Tableau III-8) et $\Delta_p \hat{B}_{-17 0}^s = 1.26$ (Tableau III-3), la relation (III-3) donne 0.07.

Dans ces 3 cas, on voit qu'il est possible de négliger les composantes de f.e.m. issues des harmoniques d'induction dépendants du rotor face à celles issues des harmoniques indépendants du rotor.

Mais pour $h^s = -17$ et $k_r = -1$, auquel cas $h^s - k_r N^r = 1$, on a calculé $\Delta_p \hat{B}_{-17}^s = 0.183$ (Tableau III-8) et $\Delta_p \hat{B}_{-17}^s = 1.26$, on trouve un quotient de 2.47. C'est à dire que la composante d'induction d'amplitude 0.183% de B_p crée une f.e.m. 2.47 fois plus élevée que celle d'amplitude 1.26% de B_p , donc presque 7 fois plus élevée. Le phénomène qualifié de résonance de denture conduit donc effectivement à générer des f.e.m. importantes.

Il n'est donc dans ce cas plus possible de négliger les harmoniques d'induction dépendants du rotor. Il faut, pour les cas où $h^s = -17, 19, -35, 37, -53, 55, -71, 73, \dots$ (cas où $h^s - k_r N^r$ peut être égal à 1), additionner les f.e.m. induites par les composantes d'induction indépendantes du rotor à celles induites par les composantes dépendantes du rotor.

III - 2 - 2 - F.e.m. induites par les harmoniques d'induction indépendants du rotor.

Leurs amplitudes sont données par la relation (II-43) qui devient si on l'exprime en valeur relative par rapport à ${}^s \hat{e}_1^r$:

$$\Delta {}^s \hat{e}_{h^s 0}^r = 100 \frac{{}^s \hat{e}_{h^s 0}^r}{{}^s \hat{e}_1^r} = \frac{1}{h^s} \frac{K_{h^s}^r}{K_1^r} \Delta_p \hat{B}_{h^s 0}^s \frac{1 - h^s(1 - g)}{g}. \quad (\text{III-4})$$

Les amplitudes des harmoniques d'induction ayant été calculées, il est aisé de calculer les f.e.m. harmoniques. Le tableau III-9 donne les résultats pour deux valeurs de glissement : $g_0 = 0.77\%$ et $g_n = 5\%$. Les valeurs des f.e.m. sont exprimées à la fois en pourcentage de la valeur de ${}^s \hat{e}_1^r$ correspondante au glissement considéré et en volts.

h^s	fréquence	g=0.77%			g=5%	
		$\Delta_p \hat{B}_{h^{s_0}}^s$	$\Delta^s \hat{e}_{h^{s_0}}^r$ %	$^s \hat{e}_{h^{s_0}}^r$ en V.	$\Delta^s \hat{e}_{h^{s_0}}^r$ %	$^s \hat{e}_{h^{s_0}}^r$ en V.
1	f-3 f_r	100.07	100	0.84	100	10.93
-5	f+15 f_r	4.34	-152.5	-1.28	-22.65	-2.48
7	f-21 f_r	2.41	49.18	0.41	7.2	0.79
-11	f+33 f_r	1.29	33.51	0.28	4.96	0.54
13	f-39 f_r	1.13	-30.58	-0.26	-4.49	-0.49
-17	f+51 f_r	1.26	-171.74	-1.44	-25.38	-2.77
19	f-57 f_r	1.7	-207.45	-1.74	-30.51	-3.33
-23	f+69 f_r	19.43	-592.6	-4.98	-87.53	-9.57
25	f-75 f_r	11.82	270.13	2.27	39.75	4.34
-29	f+87 f_r	-0.01	-0.36	-0.003	-0.05	-0.006
31	f-93 f_r	-0.13	3.64	0.03	0.53	0.06
-35	f+105 f_r	-0.18	23.9	0.2	3.53	0.39
37	f-111 f_r	-0.2	25.69	0.22	3.78	0.41
-41	f+123 f_r	-0.34	10.1	0.08	1.49	0.16
43	f-129 f_r	-0.55	-12.81	-0.11	-1.89	-0.21
-47	f+141 f_r	-10.09	-245.46	-2.06	-36.22	-3.96
49	f-147 f_r	-8.9	254.73	2.14	37.52	4.1
-53	f+159 f_r	-0.3	39.46	0.33	5.82	0.64
55	f-165 f_r	-0.15	18.47	0.15	2.72	0.3
-59	f+177 f_r	-0.06	1.72	0.01	0.25	0.03
61	f-183 f_r	-0.04	-0.95	-0.01	-0.14	-0.01
-65	f+195 f_r	-0.01	-0.34	-0.003	-0.05	-0.005
67	f-201 f_r	0.02	0.52	0.004	0.08	0.01
-71	f+213 f_r	2.17	-283.45	-2.38	-41.82	-4.57
73	f-219 f_r	3.02	-383.48	-3.22	-56.5	-6.18
-77	f+231 f_r	0.21	6.28	0.05	0.93	0.1
79	f-237 f_r	0.14	-3.33	-0.03	-0.49	-0.05
-83	f+249 f_r	0.1	-2.47	-0.02	-0.36	-0.04
85	f-255 f_r	0.09	2.75	0.02	0.41	0.04
-89	f+267 f_r	0.12	15.44	0.13	2.28	0.25
91	f-273 f_r	0.17	22.11	0.19	3.26	0.36
-95	f+285 f_r	2.89	-85.38	-0.72	-12.59	-1.38
97	f-291 f_r	1.82	42.87	0.36	6.32	0.69

Tableau III-9 : F.e.m. induites par les harmoniques d'induction indépendants du rotor.

L'analyse de ce tableau montre que:

- des harmoniques d'inductions d'amplitude faible induisent des f.e.m. harmoniques d'amplitude relativement élevée, certaines sont à vide plus importantes que la f.e.m. fondamentale,

- en charge les amplitudes des f.e.m. harmoniques sont plus faibles en valeur relative, mais plus élevées en valeur vraie qu'à vide, car l'amplitude de la f.e.m. fondamentale est plus élevée.

III - 2 - 3 - F.e.m. induites par les harmoniques d'induction dépendants du rotor.

Elles ne sont prises en compte que pour des valeurs de h^s telles que $h^s - k_r N^r = 1$ (cas de la résonance de denture).

Leurs amplitudes relatives sont obtenues à partir de la relation (II-43) qui devient, si on les exprime par rapport à l'amplitude du fondamental :

$$\Delta_{h^{s k_r}}^{s \hat{e}^r} = 100 \frac{s \hat{e}^r_{h^{s k_r}}}{s \hat{e}^r_1} = \Delta_{h^{s k_r}}^{\hat{B}^s} \frac{1 - h^s (1 - g)}{g}. \quad (\text{III-5})$$

Elles sont calculées à partir des amplitudes des composantes d'induction du tableau III-8. Les résultats sont donnés dans le tableau III-10 pour un glissement de 0.77% et 5%.

		g=0.77%			g=5%		
h^s	k_r	fréquence	$\Delta_{h^{s k_r}}^{\hat{B}^s}$	$\Delta_{h^{s k_r}}^{s \hat{e}^r} \%$	$s \hat{e}^r_{h^{s k_r}}$ en V.	$\Delta_{h^{s k_r}}^{s \hat{e}^r} \%$	$s \hat{e}^r_{h^{s k_r}}$ en V.
-17	-1	f+51 f_r	0.183	424.46	3.56	85.36	9.44
19	1	f-57 f_r	0.258	-597.38	-5.018	-130.06	-14.2
-35	-2	f+105 f_r	0.0134	62	0.521	0.22	0.024
37	2	f-111 f_r	0.018	-82.52	-0.693	-7.91	-0.86
-53	-3	f+159 f_r	-0.027	-184.44	-1.55	-64.09	-7
55	3	f-165 f_r	-0.0135	95.1	0.799	34.68	3.79
-71	-4	f+213 f_r	0.025	230.15	1.933	65.3	7.14
73	4	f-219 f_r	0.046	-424.91	-3.569	-125.21	-13.68
-89	-5	f+267 f_r	-0.004	-44.94	-0.377	-12.83	-1.4
91	5	f-273 f_r	-0.006	66.95	0.56	19.03	2.08

Tableau III-10 : f.e.m. induites par les inductions dépendantes du rotor.

On constate également l'importance de ces f.e.m. harmoniques, bien qu'induites par des composantes d'inductions très faibles. Ce phénomène persiste en charge. Pour $h^s=19$ par exemple une induction d'amplitude 2mT induit une f.e.m. de 5V à vide alors que la f.e.m. fondamentale n'est que de 0.84V.

III - 2 - 4 - F.e.m. harmoniques résultantes.

Les f.e.m. de même fréquence induites par les deux types de composantes d'induction doivent être sommées. Les deux types de f.e.m. sont, d'après le paragraphe III-1-2 du Chapitre II, en phase ou en opposition de phase suivant la valeur de $k_r N^r \pi/2$ (relation II-44). Le nombre d'encoches rotoriques par paire de pôles N^r étant égal à 18, cette quantité est un multiple de 2π si k_r est pair ou de $(2\pi+1)$ si k_r est impair. Par conséquent, on peut sommer algébriquement les deux types de f.e.m. pour k_r pair, mais il faut les soustraire pour k_r impair. On note $\Delta^s \hat{e}_{h^s}^r$ la valeur de la f.e.m. résultante exprimée en pourcentage de $^s \hat{e}_1^r$.

Les tableaux III-11 et III-12 présentent les résultats pour les deux types de fonctionnement.

On constate l'importance de certaines f.e.m. harmoniques supérieures à la f.e.m. fondamentale, même en charge. On peut également remarquer, lorsqu'il y a résonance de denture (cas où dans les tableaux, $\Delta^s \hat{e}_{h^s k_r}^r \neq 0$), que la part de f.e.m. qui en résulte est généralement prépondérante.

Les f.e.m. étant connues, on peut déterminer les courants qu'elles génèrent.

Pour $g=g_0=0.77\%$:

h^s	fréquence	$\Delta^s \hat{e}_{h^s 0}^r$ %	kr	$\Delta^s \hat{e}_{h^s kr}^r$ %	$\Delta^s \hat{e}_{h^s}^r$ %	${}^s \hat{e}_{h^s}^r$ en V.
1	f-3 f_r	100	0	0	100	0.84
-5	f+15 f_r	-152.5	0	0	-152.5	-1.28
7	f-21 f_r	49.18	0	0	49.18	0.41
-11	f+33 f_r	33.51	0	0	33.51	0.28
13	f-39 f_r	-30.58	0	0	-30.58	-0.26
-17	f+51 f_r	-171.74	-1	424.46	-596.2	-5.01
19	f-57 f_r	-207.45	1	-597.38	389.9	3.27
-23	f+69 f_r	-592.6	0	0	-592.6	-4.98
25	f-75 f_r	270.13	0	0	270.13	2.27
-29	f+87 f_r	-0.36	0	0	-0.36	-0.003
31	f-93 f_r	3.64	0	0	3.64	0.03
-35	f+105 f_r	23.9	-2	62	85.1	0.71
37	f-111 f_r	25.69	2	-82.52	-56.83	-0.48
-41	f+123 f_r	10.1	0	0	10.1	0.08
43	f-129 f_r	-12.81	0	0	-12.81	-0.11
-47	f+141 f_r	-245.46	0	0	-245.46	-2.06
49	f-147 f_r	254.73	0	0	254.73	2.14
-53	f+159 f_r	39.46	-3	-184.44	223.9	1.88
55	f-165 f_r	18.47	3	95.1	-76.63	-0.64
-59	f+177 f_r	1.72	0	0	1.72	0.01
61	f-183 f_r	-0.95	0	0	-0.95	-0.01
-65	f+195 f_r	-0.34	0	0	-0.34	-0.003
67	f-201 f_r	0.52	0	0	0.52	0.004
-71	f+213 f_r	-283.45	-4	230.15	-53.3	-0.45
73	f-219 f_r	-383.48	4	-424.91	-808.4	-6.79
-77	f+231 f_r	6.28	0	0	6.28	0.05
79	f-237 f_r	-3.33	0	0	-3.33	-0.03
-83	f+249 f_r	-2.47	0	0	-2.47	-0.02
85	f-255 f_r	2.75	0	0	2.75	0.02
-89	f+267 f_r	15.44	-5	-44.94	60.38	0.51
91	f-273 f_r	22.11	5	66.95	-44.84	-0.38
-95	f+285 f_r	-85.38	0	0	-85.38	-0.72
97	f-291 f_r	42.87	0	0	42.87	0.36

Tableau III-11: f.e.m. résultantes au rotor pour un glissement de 0.77%.

Pour $g=g_n=5\%$:

h^s	fréquence	$\Delta^s \hat{e}_{h^s 0}^r$ %	k_r	$\Delta^s \hat{e}_{h^s k_r}^r$ %	$\Delta^s \hat{e}_{h^s}^r$ %	${}^s \hat{e}_{h^s}^r$ en V.
1	f-3 f_r	100	0	0	100	10.93
-5	f+15 f_r	-22.65	0	0	-22.65	-2.48
7	f-21 f_r	7.2	0	0	7.2	0.79
-11	f+33 f_r	4.96	0	0	4.96	0.54
13	f-39 f_r	-4.49	0	0	-4.49	-0.49
-17	f+51 f_r	-25.38	-1	85.36	-110.74	-12.1
19	f-57 f_r	-30.51	1	-130.06	99.55	10.88
-23	f+69 f_r	-87.53	0	0	-87.53	-9.57
25	f-75 f_r	39.75	0	0	39.75	4.34
-29	f+87 f_r	-0.05	0	0	-0.05	-0.006
31	f-93 f_r	0.53	0	0	0.53	0.06
-35	f+105 f_r	3.53	-2	0.22	3.75	0.41
37	f-111 f_r	3.78	2	-7.91	-5.13	-0.56
-41	f+123 f_r	1.49	0	0	1.49	0.16
43	f-129 f_r	-1.89	0	0	-1.89	-0.21
-47	f+141 f_r	-36.22	0	0	-36.22	-3.96
49	f-147 f_r	37.52	0	0	37.52	4.1
-53	f+159 f_r	5.82	-3	-64.09	69.91	7.64
55	f-165 f_r	2.72	3	34.68	-31.96	-3.49
-59	f+177 f_r	0.25	0	0	0.25	0.03
61	f-183 f_r	-0.14	0	0	-0.14	-0.01
-65	f+195 f_r	-0.05	0	0	-0.05	-0.005
67	f-201 f_r	0.08	0	0	0.08	0.01
-71	f+213 f_r	-41.82	-4	65.3	23.48	2.57
73	f-219 f_r	-56.5	4	-125.21	-181.71	-19.86
-77	f+231 f_r	0.93	0	0	0.93	0.1
79	f-237 f_r	-0.49	0	0	-0.49	-0.05
-83	f+249 f_r	-0.36	0	0	-0.36	-0.04
85	f-255 f_r	0.41	0	0	0.41	0.04
-89	f+267 f_r	2.28	-5	-12.83	15.11	1.65
91	f-273 f_r	3.26	5	19.03	-15.77	-1.724
-95	f+285 f_r	-12.59	0	0	-12.59	-1.38
97	f-291 f_r	6.32	0	0	6.32	0.69

Tableau III-12 : f.e.m. résultantes au rotor pour un glissement de 5%.

III - 3 - Courants rotoriques.

Ils sont dus aux f.e.m. rotoriques précédemment calculées. L'expression générale d'un harmonique de courant induit dans l'enroulement rotorique q par une f.e.m. de rang h^s est donnée par les relations (II-50) et (II-51) du chapitre II :

$$i_{q_{h^s}}^r = I_{h^s}^r \sqrt{2} \cos \left\{ \left[1 - h^s(1-g) \right] \omega t - h^s \left(p\theta_0 + \frac{\pi}{2} \right) - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}} \right) - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right\} \quad (\text{II-50})$$

avec :

$$I_{h^s}^r \sqrt{2} = {}^s \hat{e}_{h^s}^r / Z_{h^s}^{\text{re}} \quad (\text{II-51})$$

III - 3 - 1 - Fondamental.

L'impédance qui limite le courant fondamental rotorique $i_{q_1}^r$ issu de la f.e.m. rotorique fondamentale est, d'après la relations (II-142) :

$$\bar{Z}_1^{\text{re}} = r^r + jg(x^r + X_\mu / m^2).$$

La résistance rotorique est celle du schéma équivalent ramenée au rotor :

$$r^r = r'^r / m^2 = 1.17 / (2.667)^2 = 0.165\Omega.$$

La réactance de fuites rotorique x^r n'ayant pu être séparée de la réactance de fuites statorique, nous considérerons la somme des deux, ramenée au rotor :

$$x'^s + x^r = (x^s + x'^r) / m^2 = 3.5 / (2.667)^2 = 0.492\Omega.$$

L'impédance magnétisante est de 19.9Ω .

Par conséquent $Z_1^{\text{re}} = \sqrt{(0.165)^2 + g^2 (3.29)^2}$ et $\text{Arg}(\bar{Z}_1^{\text{re}}) = \text{arctg} \left(\frac{3.29g}{0.165} \right)$.

La valeur de ${}^s \hat{e}_1^r$ étant de 0.84V à vide et 10.93V en charge, on en déduit la valeur efficace du courant fondamental rotorique :

$$\text{- à vide (g=g}_0\text{=0.77\%): } I_1^r = 3.57\text{A,}$$

- en charge ($g=g_n=5\%$): $I_1^r=33.2A$.

III - 3 - 2 - Harmoniques.

Les relations (II-150) et (II-151) du deuxième chapitre permettent de connaître le module et l'argument de l'impédance qui limite les courants rotoriques :

$$Z_{h^s}^{re} = (1 - h^s(1-g)) \sqrt{\left(\frac{r^{1s}}{1 - (h^s - 1)(1-g)} + \frac{r^r}{1 - h^s(1-g)} \right)^2 + \left(\frac{X_\mu}{m^2} // (I^r + I^{1s}) \omega \right)^2}$$

$$= (1 - h^s(1-g)) \sqrt{\left(\frac{0.0351}{1 - (h^s - 1)(1-g)} + \frac{0.165}{1 - h^s(1-g)} \right)^2 + (0.418)^2}$$

$$\text{Arg}\left(\bar{Z}_{h^s}^{re}\right) = \text{arctg} \left(\frac{\frac{X_\mu}{m^2} // (I^r + I^{1s}) \omega}{\frac{r^{1s}}{1 - (h^s - 1)(1-g)} + \frac{r^r}{1 - h^s(1-g)}} \right) = \text{arctg} \left(\frac{0.418}{\frac{0.0351}{1 - (h^s - 1)(1-g)} + \frac{0.165}{1 - h^s(1-g)}} \right)$$

Cet argument, pour des valeurs de $|h^s|$ élevées, est proche de $\pi/2$ pour les valeurs négatives de h^s et de $-\pi/2$ pour les valeurs positives de h^s .

Les valeurs calculées, relatives par rapport au fondamental notées $\Delta I_{h^s}^r$, et efficaces en mA, des harmoniques de courant rotorique, ainsi que leurs fréquences, sont données dans le tableau III-13 pour un fonctionnement à vide.

Ces valeurs théoriques sont à comparer à celles mesurées en pratique qui apparaissent dans les deux dernières colonnes du tableau III-13 et qui correspondent au spectre de la figure III-2. Il a été relevé grâce à une pince ampèremétrique. Les valeurs de h^s à l'origine des raies de courants sont précisées. Deux harmoniques de courant dont le rang diffère de 2 ont des fréquences si proches qu'on ne les distingue pas, c'est pourquoi seule une valeur sur deux est indiquée dans les colonnes des valeurs réelles du tableau III-13.

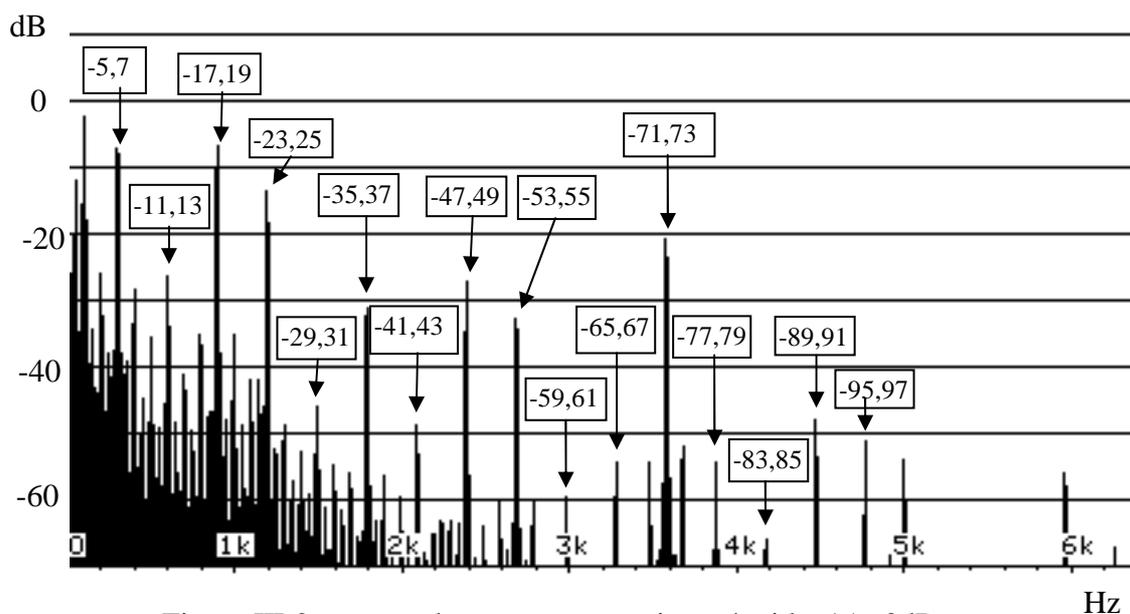


Figure III-2: spectre des courants rotoriques à vide. $1A=0dB$.

On constate à la lecture du tableau III-13 que:

- la théorie permet de justifier l'existence de la plupart des raies de courants rotoriques importantes,
- les raies de courants théoriques se retrouvent toutes dans le spectre réel,
- les valeurs théoriques et pratiques sont proches.

On peut en conclure que les calculs présentés sont corrects.

Les résultats obtenus lors d'un fonctionnement proche du nominal sont donnés dans le tableau III-14. La lecture de ce tableau montre que, si les valeurs relatives des courants harmoniques par rapport au fondamental sont beaucoup plus faibles en charge qu'à vide, les valeurs efficaces sont presque toujours plus élevées. Les composantes d'induction générées par ces harmoniques de courant augmenteront donc avec la charge. Il n'a malheureusement pas été possible de réaliser d'essai en charge afin de comparer théorie et pratique. Il aurait pour cela fallu accoupler le moteur à une machine de charge qui aurait perturbé les mesures de bruit.

h^s	$\Delta^s \hat{e}_{h^s}^r$ %	$\Delta I_{h^s}^r$ (%)	$I_{h^s}^r$ (mA)	fréquence (Hz)	$I_{h^s}^r$ réel (mA)	fréquence réelle (Hz)
Théorie				Pratique		
1	100	100	3570	$f-3 f_r = -0.38$		
-5	-152.5	-10.03	-357.9	$f+15 f_r = 298.08$	431	296
7	49.18	3.24	115.7	$f-21 f_r = -297.31$		
-11	33.51	1.1	39.4	$f+33 f_r = 595.77$	47.3	600
13	-30.58	-1.01	-36	$f-39 f_r = -595.00$		
-17	-596.2	-13.11	-468.1	$f+51 f_r = 893.46$	446	896
19	389.9	8.58	306.4	$f-57 f_r = -892.69$		
-23	-592.6	-9.78	-349.1	$f+69 f_r = 1191.15$	208	1192
25	270.13	4.46	159.2	$f-75 f_r = -1190.38$		
-29	-0.36	-0.005	-0.2	$f+87 f_r = 1488.84$	4.9	1488
31	3.64	0.05	1.7	$f-93 f_r = -1488.07$		
-35	85.1	0.94	33.4	$f+105 f_r = 1786.53$	27	1792
37	-56.83	-0.63	-22.3	$f-111 f_r = -1785.76$		
-41	10.1	0.09	3.4	$f+123 f_r = 2084.22$	3.5	2088
43	-12.81	-0.12	-4.3	$f-129 f_r = -2083.45$		
-47	-245.46	-2.03	-72.3	$f+141 f_r = 2381.91$	42.6	2384
49	254.73	2.1	75.1	$f-147 f_r = -2381.14$		
-53	223.9	1.64	58.6	$f+159 f_r = 2679.60$	22.6	2682
55	-76.63	-0.56	-20.1	$f-165 f_r = -2678.83$		
-59	1.72	0.01	0.4	$f+177 f_r = 2977.29$	1.06	2984
61	-0.95	-0.006	-0.2	$f-183 f_r = -2976.52$		
-65	-0.34	-0.002	-0.1	$f+195 f_r = 3274.98$	1.86	3280
67	0.52	0.003	0.1	$f-201 f_r = -3274.21$		
-71	-53.3	-0.29	-10.5	$f+213 f_r = 3572.67$	92	3576
73	-808.4	-4.45	-158.8	$f-219 f_r = -3571.90$		
-77	6.28	0.03	1.1	$f+231 f_r = 3870.36$	1.84	3872
79	-3.33	-0.02	-0.6	$f-237 f_r = -3869.59$		
-83	-2.47	-0.01	-0.4	$f+249 f_r = 4168.05$	0.5	4176
85	2.75	0.01	0.5	$f-255 f_r = -4167.28$		
-89	60.38	0.27	9.5	$f+267 f_r = 4465.74$	4	4472
91	-44.84	-0.2	-7	$f-273 f_r = -4464.97$		
-95	-85.38	-0.35	-12.6	$f+285 f_r = 4763.43$	2.75	4768
97	42.87	0.17	6.3	$f-291 f_r = -4762.66$		

Tableau III-13 : courants rotoriques théoriques et pratiques à vide ($g=g_0=0.77\%$).

h^s	$\Delta \hat{e}_{h^s}^r$ %	$\Delta I_{h^s}^r$ %	$I_{h^s}^r$ (mA)	fréquence (Hz)
1	100	100	33200	$f-3 f_r = -2.5$
-5	-22.65	-2.16	-715.6	$f+15 f_r = 287.5$
7	7.2	0.7	231.5	$f-21 f_r = -282.5$
-11	4.96	0.24	78.9	$f+33 f_r = 572.5$
13	-4.49	-0.22	-72	$f-39 f_r = -567.5$
-17	-110.74	-3.54	-1176.6	$f+51 f_r = 857.5$
19	99.55	3.20	1063.9	$f-57 f_r = -852.5$
-23	-87.53	-2.10	-698.1	$f+69 f_r = 1142.5$
25	39.75	0.96	318.4	$f-75 f_r = -1137.5$
-29	-0.05	-0.001	-0.3	$f+87 f_r = 1427.5$
31	0.53	0.01	3.4	$f-93 f_r = -1422.5$
-35	3.75	0.06	19.9	$f+105 f_r = 1712.5$
37	-5.13	-0.08	-27.4	$f-111 f_r = -1707.5$
-41	1.49	0.02	6.8	$f-123 f_r = 1997.5$
43	-1.89	-0.03	-8.6	$f-129 f_r = -1992.5$
-47	-36.22	-0.44	-144.6	$f+141 f_r = 2282.5$
49	37.52	0.45	150.1	$f-147 f_r = -2277.5$
-53	69.91	0.75	248.1	$f+159 f_r = 2567.5$
55	-31.96	-0.34	-113.7	$f-165 f_r = -2562.5$
-59	0.25	0.002	0.8	$f+177 f_r = 2852.5$
61	-0.14	-0.001	-0.4	$f-183 f_r = -2847.5$
-65	-0.05	-0.0004	-0.1	$f+195 f_r = 3137.5$
67	0.08	0.001	0.2	$f-201 f_r = -3132.5$
-71	23.48	0.19	62.5	$f+213 f_r = 3422.5$
73	-181.71	-1.46	-484.6	$f-219 f_r = -3417.5$
-77	0.93	0.007	2.3	$f+231 f_r = 3707.5$
79	-0.49	-0.004	-1.2	$f-237 f_r = -3702.5$
-83	-0.36	-0.002	-0.8	$f+249 f_r = 3992.5$
85	0.41	0.003	0.9	$f-255 f_r = -3987.5$
-89	15.11	0.1	32.2	$f+267 f_r = 4277.5$
91	-15.77	-0.1	-33.6	$f-273 f_r = -4272.5$
-95	-12.59	-0.08	-25.2	$f+285 f_r = 4562.5$
97	6.32	0.04	12.6	$f-291 f_r = -4557.5$

Tableau III-14: courants rotoriques à $g=g_n=5\%$.

IV - HARMONIQUES D'INDUCTION ROTORIQUE.

Connaissant les courants rotoriques, nous allons déterminer les inductions qu'ils créent.

IV - 1 - Expressions théoriques.

Ces relations ont été données au deuxième Chapitre, leurs caractéristiques sont brièvement rappelées ici, certaines variables étant remplacées par leurs valeurs numériques.

IV - 1 - 1 - Composantes d'induction rotorique indépendantes de la denture statorique.

• Caractéristiques des harmoniques d'espaces :

- rangs : $h^r = 1, -5, 7, -11, 13, \dots$,

- pulsations : $\omega_{h^r}^r = \left(1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right)\omega = \omega - (h^s - h^r)3\omega_r$,

- amplitudes :

$$\hat{B}_{h^s h^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_h^r}{I_1^r} \frac{K_h^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_h^r}{\Gamma_1^r} \hat{B}_{11}^r,$$

- phases : $h^s \left(3\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) + \text{Arg}(\bar{Z}_{h^s}^{re}) - h^r 3\theta_0$.

Remarquons que pour $h^s = h^r$, la phase ne dépend pas de θ_0 , ce qui est notamment vrai pour le fondamental.

• Caractéristiques des harmoniques d'encoche dépendants de la denture rotorique :

- rangs : $h_r^r = h^r - krN^r = h^r - 18kr$,

- pulsations : $\omega_{h_r^r}^r = \left(1 - (h^s - h^r + krN^r)(1 - g)\right)\omega = \omega - (h^s - h^r + krN^r)3\omega_r$,

- amplitudes :

$$\hat{B}_{h^s h_r^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_h^r}{I_1^r} \frac{A^r}{A^0} \frac{K_h^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_h^r}{\Gamma_1^r} f(kr) \hat{B}_{11}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_h^r}{I_1^r} 0.386 \frac{K_h^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_h^r}{\Gamma_1^r} \frac{\sin(2.4kr)}{2kr} \hat{B}_{11}^r,$$

- phases : $h^s \left(3\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) + \text{Arg}(\bar{Z}_{h^s}^{re}) - (h^r - 18kr)3\theta_0$.

- Les composantes indépendantes du stator se regroupent, elles sont notées après regroupement $b_{h^s h^r}^r$ et ont pour rang h^r .

IV - 1 - 2 - Composantes d'induction rotorique dépendantes de la denture statorique.

- Caractéristiques des harmoniques d'encoche dépendants de la denture statorique seule :

- rangs : $h_s^r = h^r - ksN^s = h^r - 24ks$,

- pulsations: $\omega_{h_s^r}^r = \left(1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right)\omega = \omega - (h^s - h^r)3\omega_r$,

- amplitudes :

$$\hat{B}_{h^s h_s^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{A^s}{A^0} \frac{K_{h^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} f(ks) \hat{B}_{11}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} 0.391 \frac{K_{h^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} \frac{\sin(2.23ks)}{2ks} \hat{B}_{11}^r,$$

- phases : $h^s \left(3\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) + \text{Arg}(\bar{Z}_{h^s}^{re}) - h^r 3\theta_0$.

- Caractéristiques des harmoniques d'encoche fonction de l'interaction entre les deux dentures :

- rangs : $h_{sr}^r = h^r - ksN^s - krN^r = h^r - 24ks - 18kr$,

- pulsations: $\omega_{h_{sr}^r}^r = \left(1 - (h^s - h^r + krN^r)(1 - g)\right)\omega = \omega - (h^s - h^r + 18kr)3\omega_r$,

- amplitudes :

$$\hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{A^{sr}}{A^0} \frac{K_{h^r}^r}{K_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} f(ks)f(kr) \hat{B}_{11}^r = \frac{(-1)^{\frac{h^r-1}{2}}}{h^r} \frac{I_{h^s}^r}{I_1^r} \frac{0.217K_{h^r}^r}{K_1^r \Gamma_1^r} \frac{\Gamma_{h^r}^r}{\Gamma_1^r} \frac{\sin(2.23ks)}{2ks} \frac{\sin(2.4kr)}{2kr} \hat{B}_{11}^r$$

- phases: $h^s \left(3\theta_0 + \frac{\pi}{2}\right) + \text{Arg}(\bar{Z}_{h^s}^{re}) - (h^r - 18kr)3\theta_0$.

- Les composantes dépendantes du stator se regroupent, les composantes après regroupement notées $b_{h^s h^r ks}^r$ ont pour rang $h^r - ksN^s = h^r - 24ks$.

IV - 2 - Résultats relatifs au fondamental du courant rotorique.

Les tableaux III-15 à III-18 donnent directement les inductions résultantes après regroupements des termes de même rang et fréquence, les calculs ont été effectués pour h^r allant jusque 97, k_s et k_r variant de -10 à +10. Les amplitudes notées $\Delta \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r$ sont données en pourcentage de l'induction rotorique fondamentale \hat{B}_{11}^r , celles notées $\Delta_p \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r$ en pourcentage de l'induction résultante B_p . Les résultats ne sont précisés que si l'amplitude est supérieure à 0.1% de l'induction rotorique fondamentale. La phase de chacun des harmoniques est également indiquée. Il a donc été nécessaire de donner une valeur à θ_0 . Rappelons que cette quantité représente l'écart angulaire entre les axes des phases 1 du stator et du rotor à $t=0$, c'est à dire lorsque le courant dans la phase 1 du stator est maximal.

IV - 2 - 1 - Fonctionnement à vide.

Les tableaux III-15 et III-16 donnent respectivement les harmoniques d'induction rotoriques indépendants et dépendants du stator créés par le fondamental du courant rotorique $I_1^r = 3.57A$. Les phases de chacun des harmoniques ont été calculées avec $\theta_0 = \pi/p$.

h^r	fréquence	$\Delta \hat{B}_{1h^r 0}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{1h^r 0}^r$ (% B_p)	phase en radians	h^r	fréquence	$\Delta \hat{B}_{1h^r 0}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{1h^r 0}^r$ (% B_p)	phase en radians
1	f	-100.11	-12.87	-1.419	-47	f-144 f_r	-0.1	-0.01	-1.495
-5	f-18 f_r	-4.64	-0.6	-1.428	49	f+144 f_r	-0.21	-0.03	-1.342
7	f+18 f_r	-2.77	-0.36	-1.409	-53	f-162 f_r	-5.14	-0.66	-1.505
-11	f-36 f_r	-1.95	-0.25	-1.438	55	f+162 f_r	-5.22	-0.67	-1.333
13	f+36 f_r	-2.25	-0.29	-1.399	-59	f-180 f_r	-0.24	-0.03	-1.514
-17	f-54 f_r	-18.59	-2.39	-1.447	61	f+180 f_r	-0.14	-0.02	-1.323
19	f+54 f_r	-7.86	-1.01	-1.39	-71	f-216 f_r	0.44	0.06	-1.533
-23	f-72 f_r	0.4	0.05	-1.457	73	f+216 f_r	1.48	0.19	-1.304
25	f+72 f_r	0.42	0.05	-1.38	-77	f-234 f_r	0.16	0.02	-1.543
-29	f-90 f_r	0.54	0.07	-1.466	79	f+234 f_r	0.12	0.016	-1.294
31	f+90 f_r	0.783	0.1	-1.371	-83	f-252 f_r	0.13	0.017	-1.552
-35	f-108 f_r	11.03	1.42	-1.476	85	f+252 f_r	0.18	0.024	-1.285
37	f+108 f_r	8.23	1.06	-1.361	-89	f-270 f_r	2.35	0.3	-1.562
-41	f-126 f_r	0.14	0.02	-1.485	91	f+270 f_r	1.6	0.20	-1.275

Tableau III-15 : harmoniques d'induction rotorique indépendants du stator générés par le fondamental du courant rotorique à $g=g_0=0.77\%$.

h^r - $k_s N^s$	fréquence	$\Delta \hat{B}_{lh^r k_s}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{lh^r k_s}^r$ (% B_p)	phase en radians	- $k_s N^s$	fréquence	(% \hat{B}_{11}^r)	(% B_p)	radians
97	f	2.36	0.3	1.723	61	f+108 f_r	-0.34	-0.04	-1.361
73	f	2.59	0.33	1.723	13	f+108 f_r	-0.34	-0.04	-1.361
25	f	-15.62	-2	-1.419	-29	f-162 f_r	-1.26	-0.16	-1.505
-23	f	-15.62	-2	-1.419	-77	f-162 f_r	-1.26	-0.16	-1.505
-71	f	2.59	0.33	1.723	31	f-270 f_r	0.11	0.01	284.323
-95	f	2.36	0.3	1.723	43	f-162 f_r	0.17	0.02	171.283
91	f-18 f_r	0.11	0.013	20.563	91	f+54 f_r	0.48	0.06	-54.79
67	f-18 f_r	0.12	0.015	20.563	19	f-162 f_r	0.19	0.02	171.283
19	f-18 f_r	0.7	0.09	20.563	85	f+108 f_r	-1.39	-0.18	-1.361
-29	f-18 f_r	0.7	0.09	20.563	-23	f-216 f_r	0.13	0.02	227.803
-77	f-18 f_r	0.12	0.015	20.563	-41	f-270 f_r	0.27	0.03	284.323
31	f+18 f_r	0.4	0.06	-17.117	79	f+162 f_r	-1.3	-0.17	-1.333
-17	f+18 f_r	0.4	0.06	-17.117	43	f+54 f_r	-2.92	-0.38	-1.390
13	f-36 f_r	-0.33	-0.04	-1.438	31	f+162 f_r	-1.3	-0.17	-1.333
-35	f-36 f_r	-0.33	-0.04	-1.438	-5	f+54 f_r	-2.92	-0.38	-1.390
37	f+36 f_r	-0.39	-0.05	-1.399	43	f+270 f_r	0.27	0.03	-280.87
-11	f+36 f_r	-0.39	-0.05	-1.399	25	f+216 f_r	0.13	0.02	-224.35
79	f-54 f_r	-0.56	-0.07	-1.447	-11	f+108 f_r	-1.39	-0.18	-1.361
55	f-54 f_r	-0.62	-0.08	-1.447	-17	f+162 f_r	0.19	0.02	-167.83
7	f-54 f_r	-3.81	-0.49	-1.447	-53	f+54 f_r	0.48	0.06	-54.797
-41	f-54 f_r	-3.81	-0.49	-1.447	-41	f+162 f_r	0.17	0.02	-167.83
-89	f-54 f_r	-0.62	-0.08	-1.447	-77	f+54 f_r	0.44	0.06	-54.797
67	f+54 f_r	-0.52	-0.07	-1.390	-29	f+270 f_r	0.11	0.01	-280.87
-29	f+54 f_r	-0.52	-0.07	-1.390	-83	f+108 f_r	0.53	0.07	-111.31
79	f+90 f_r	-0.11	-0.01	-1.371	1	f-72 f_r	0.13	0.02	77.083
-17	f+90 f_r	-0.11	-0.01	-1.371	-47	f-72 f_r	0.13	0.02	77.083
85	f-108 f_r	-0.61	-0.08	-1.476	-11	f-108 f_r	0.16	0.02	114.763
13	f-108 f_r	-1.49	-0.19	-1.476	-59	f-108 f_r	0.16	0.02	114.763
-83	f-108 f_r	-1.49	-0.19	-1.476					
h^r		$\Delta \hat{B}_{lh^r k_s}^r$	$\Delta_p \hat{B}_{lh^r k_s}^r$	phase en					

Tableau III-16 : harmoniques d'induction rotorique dépendants du stator générés par le fondamental du courant rotorique à $g=g_0=0.77\%$.

IV - 2 - 2 - Fonctionnement nominal.

Les tableaux III-17 et III-18 présentent les résultats pour un glissement de 5%. Les harmoniques d'induction rotorique indépendants et dépendants du stator de ces tableaux sont créés par le fondamental du courant rotorique $I_1^r=33.2A$. Les phases de chacun des harmoniques ont été calculées avec $\theta_0=3\pi/4p$.

h^r	fréquence	$\Delta \hat{B}_{1h^r0}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{1h^r0}^r$ (% B_p)	phase en radians	h^r	fréquence	$\Delta \hat{B}_{1h^r0}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{1h^r0}^r$ (% B_p)	phase en radians
1	f	-100.11	-119.69	-0.787	-47	f-144 f_r	-0.1	-0.12	-0.844
-5	f-18 f_r	-4.64	-5.54	0.777	49	f+144 f_r	-0.21	-0.25	-0.729
7	f+18 f_r	2.77	3.3	0.791	-53	f-162 f_r	-5.14	-6.14	0.720
-11	f-36 f_r	1.95	2.33	-0.801	55	f+162 f_r	5.22	6.24	0.849
13	f+36 f_r	2.25	2.69	-0.772	-59	f-180 f_r	0.24	0.29	-0.858
-17	f-54 f_r	18.59	22.23	0.763	61	f+180 f_r	0.14	0.17	-0.715
19	f+54 f_r	-7.86	-9.4	0.806	-71	f-216 f_r	0.44	0.53	-0.873
-23	f-72 f_r	0.4	0.48	-0.815	73	f+216 f_r	1.48	1.76	-0.701
25	f+72 f_r	0.42	0.51	-0.758	-77	f-234 f_r	0.16	0.19	0.691
-29	f-90 f_r	0.54	0.65	0.748	79	f+234 f_r	-0.12	-0.15	0.877
31	f+90 f_r	-0.78	-0.94	0.820	-83	f-252 f_r	-0.13	-0.16	-0.887
-35	f-108 f_r	-11.	-13.19	-0.830	85	f+252 f_r	-0.18	-0.22	-0.686
37	f+108 f_r	-8.23	-9.84	-0.744	-89	f-270 f_r	-2.35	-2.81	0.677
-41	f-126 f_r	-0.14	-0.16	0.734	91	f+270 f_r	1.6	1.91	0.892

Tableau III-17 : harmoniques d'induction rotorique indépendants du stator générés par le fondamental du courant rotorique à $g=5\%$.

h^r - $k_s N^s$	fréquence	$\Delta \hat{B}_{1h^r k_s}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{1h^r k_s}^r$ (% B_p)	phase en radians	h^r - $k_s N^s$	fréquence	$\Delta \hat{B}_{1h^r k_s}^r$ (% \hat{B}_{11}^r)	$\Delta_p \hat{B}_{1h^r k_s}^r$ (% B_p)	phase en radians
97	f	2.36	2.82	2.355	61	f+108 f_r	0.34	0.4	-0.744
73	f	2.59	3.1	2.355	13	f+108 f_r	0.34	0.4	-0.744
25	f	-15.62	-18.67	-0.787	-29	f-162 f_r	-1.26	-1.5	0.720
-23	f	-15.62	-18.67	-0.787	-77	f-162 f_r	-1.26	-1.5	0.720
-71	f	2.59	3.1	2.355	31	f-270 f_r	0.11	0.13	214.30
-95	f	2.35	2.82	2.355	43	f-162 f_r	0.17	0.21	129.52
91	f-18 f_r	0.11	0.13	16.485	91	f+54 f_r	0.48	0.57	-40.035
67	f-18 f_r	0.12	0.14	16.485	19	f-162 f_r	0.19	0.23	129.52
19	f-18 f_r	0.7	0.83	16.485	85	f+108 f_r	1.39	1.66	-0.744
-29	f-18 f_r	0.7	0.83	16.485	-23	f-216 f_r	0.13	0.156	171.91
-77	f-18 f_r	0.12	0.14	16.485	-41	f-270 f_r	0.27	0.32	214.30
31	f+18 f_r	0.4	0.48	-11.775	79	f+162 f_r	1.3	1.56	0.849
-17	f+18 f_r	0.4	0.48	-11.775	43	f+54 f_r	-2.92	-3.49	0.806
13	f-36 f_r	0.33	0.39	-0.801	31	f+162 f_r	1.30	1.56	0.849
-35	f-36 f_r	0.33	0.39	-0.801	-5	f+54 f_r	-2.92	-3.49	0.806
37	f+36 f_r	0.39	0.46	-0.772	43	f+270 f_r	0.27	0.32	-209.59
-11	f+36 f_r	0.39	0.46	-0.772	25	f+216 f_r	0.13	0.16	-167.20
79	f-54 f_r	0.56	0.67	0.763	-11	f+108 f_r	1.39	1.66	-0.744
55	f-54 f_r	0.62	0.74	0.763	-17	f+162 f_r	0.19	0.23	-124.81
7	f-54 f_r	3.81	4.56	0.763	-53	f+54 f_r	0.48	0.57	-40.035
-41	f-54 f_r	3.81	4.56	0.763	-41	f+162 f_r	0.17	0.21	-124.81
-89	f-54 f_r	0.62	0.74	0.763	-77	f+54 f_r	0.44	0.52	-40.035
67	f+54 f_r	-0.52	-0.62	0.806	-29	f+270 f_r	0.11	0.13	-209.59
-29	f+54 f_r	-0.52	-0.62	0.806	-83	f+108 f_r	0.53	0.64	-82.425
79	f+90 f_r	0.11	0.13	0.820	1	f-72 f_r	0.13	0.15	58.875
-17	f+90 f_r	0.11	0.13	0.820	-47	f-72 f_r	0.13	0.15	58.875
85	f-108 f_r	0.61	0.73	-0.830	-11	f-108 f_r	0.16	0.19	87.135
13	f-108 f_r	1.49	1.78	-0.830	-59	f-108 f_r	0.16	0.19	87.135
-83	f-108 f_r	1.49	1.78	-0.830					

Tableau III-18: harmoniques d'induction rotorique dépendants du stator générés par le fondamental du courant rotorique à $g=g_n=5\%$.

Ces valeurs numériques nous montrent que les harmoniques d'induction rotorique ont pour fréquence $f + KN^r f_r$ avec $K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Leurs amplitudes décroissent rapidement quand leurs fréquences s'élèvent. Les plus importants ont pour fréquence $f \pm 18 f_r$, $f \pm 54 f_r$, $f \pm 108 f_r$, $f \pm 162 f_r$, et f . On constate que, parmi les termes dépendants du stator, certains de fréquence f sont particulièrement importants, notamment ceux dont les rangs sont -23 et 25. Il s'agit de composantes d'induction rotorique dépendantes du stator donc généralement négligées par les autres auteurs.

Il faut maintenant ajouter à ces composantes celles créées par les harmoniques de courant rotorique.

IV - 3 - Résultats relatifs aux harmoniques de courant rotorique.

Les courants harmoniques rotoriques, créés par les composantes d'induction statorique correspondant à h^s différent de 1, créent à leur tour chacun une induction 'fondamentale' ($h^r=1$, $k_s=0$) et des inductions harmoniques ($h^r \neq 1$ ou $k_s \neq 0$). A vide, l'amplitude de l'harmonique de courant rotorique la plus élevée représente 13.1% de celle du fondamental de ce courant (Tableau III-13). L'amplitude de l'harmonique d'induction ($h^r \neq 1$) la plus élevée créé par le fondamental du courant représente 2.39% de B_p (Tableau III-15). C'est à dire que, en ne prenant pas en compte les harmoniques d'induction créés par les courants harmoniques rotoriques, on ne néglige que des termes dont l'amplitude est inférieure à 0.31 % de B_p . Le même raisonnement pour un fonctionnement en charge conduit à des termes d'amplitude inférieure à 0.44% de B_p . Par conséquent, nous ne nous intéresserons qu'au 'fondamental' créé par chacun des courants harmoniques, c'est à dire correspondant à $h^r=1$ et $k_s=0$.

Le tableau III-18 donne à vide et à vitesse nominale les amplitudes de ces inductions en pourcentage de \hat{B}_{11}^r et de B_p . Les résultats ne sont présentés que lorsque les amplitudes relatives sont supérieures à 0.1% de \hat{B}_{11}^r .

$g_0=0.77\%$ $g_n=5\%$

h^s	$I_{h^s}^r$ (mA)	fréquence	$\Delta \hat{B}_{h^s 1 0}^r$ (% $\hat{B}_{1 1}^r$)	$\Delta_p \hat{B}_{h^s 1 0}^r$ (% B_p)	phase en radians	$\Delta \hat{B}_{h^s 1 0}^r$ (% $\hat{B}_{1 1}^r$)	$\Delta_p \hat{B}_{h^s 1 0}^r$ (% B_p)	phase en radians
-5	-357.93	f+18 f_r	-10.04	-1.29	-0.069	2.16	2.58	1.497
7	115.73	f-18 f_r	-3.24	-0.42	0.069	0.7	0.83	-1.495
-11	39.44	f+36 f_r	-1.11	-0.14	-0.020	0.24	0.28	-0.027
13	-36.04	f-36 f_r	-1.01	-0.13	0.020	0.22	0.26	0.027
-17	-468.13	f+54 f_r	-13.13	-1.69	0.002	-3.55	-4.24	1.565
19	306.41	f-54 f_r	-8.59	-1.1	-0.002	-3.2	-3.83	-1.565
-23	-349.07	f+72 f_r	9.79	1.26	0.019	2.1	2.52	0.008
25	159.22	f-72 f_r	4.46	0.57	-0.019	0.96	1.15	-0.008
-35	33.42	f+108 f_r	-0.94	-0.12	0.044	≈ 0	≈ 0	
37	-22.33	f-108 f_r	-0.63	-0.08	-0.044	≈ 0	≈ 0	
43	-4.31	f-126 f_r	0.12	0.015	-0.056	≈ 0	≈ 0	
-47	-72.32	f+144 f_r	2.03	0.26	0.067	0.44	0.52	0.047
49	75.07	f-144 f_r	2.1	0.27	-0.067	0.45	0.54	-0.047
-53	58.64	f+162 f_r	1.64	0.21	0.077	0.75	0.89	-1.515
55	-20.07	f-162 f_r	0.56	0.07	-0.077	0.34	0.41	1.515
-71	-10.47	f+216 f_r	0.29	0.04	0.108	-0.19	-0.23	0.079
73	-158.83	f-216 f_r	-4.45	-0.57	-0.108	-1.46	-1.75	-0.079
-89	9.49	f+270 f_r	0.27	0.03	0.138	-0.1	-0.12	-1.469
91	-7.05	f-270 f_r	0.2	0.02	-0.138	-0.1	-0.12	1.469
-95	-12.58	f+288 f_r	0.35	0.04	0.148	≈ 0	≈ 0	
97	6.32	f-288 f_r	0.18	0.02	-0.148	≈ 0	≈ 0	

Tableau III-19 : fondamentaux ($h^r=1, k_s=0$) des inductions générées par les harmoniques de courant rotorique.

Globalement, les amplitudes des composantes d'induction créées par les harmoniques de courant rotorique sont plus faibles que celles créées par le fondamental de ce courant. On remarque néanmoins l'importance des termes de fréquences $f \pm 54 f_r$, $f \pm 72 f_r$, et $f-216 f_r$. Ces nombres 54,72 et 216 correspondent aux nombres d'encoches statoriques, rotoriques et au plus petit commun multiple des deux. Ils sont relatifs aux courants harmoniques dont l'amplitude est amplifiée par le phénomène de résonance de denture.

Les harmoniques d'induction statorique et rotorique étant connus, il est à présent possible d'en déduire les forces et le bruit qui en résultent.

V - CALCUL DU BRUIT.

Les harmoniques d'induction précédemment calculés vont permettre de calculer les forces de Maxwell, donc les vibrations et le bruit magnétique généré par la machine.

V - 1 - Combinaisons à l'origine du bruit.

Rappelons l'expression (I-3) des forces de Maxwell créées par les composantes d'induction notées $b_h(\alpha, t)$:

$$\sum f(\alpha, t) = \frac{1}{2\mu_0} \left[\begin{aligned} & \sum_h \frac{\hat{B}_h^2}{2} (1 + \cos(2\omega_h t - 2hp\alpha - 2\psi_h)) \\ & + \sum_h \sum_{h'} \hat{B}_h \hat{B}_{h'} \left[\begin{aligned} & \cos((\omega_h + \omega_{h'})t - (h + h')p\alpha - (\psi_h + \psi_{h'})) + \\ & \cos((\omega_h - \omega_{h'})t - (h - h')p\alpha - (\psi_h - \psi_{h'})) \end{aligned} \right] \end{aligned} \right] \quad (I-3)$$

Chaque onde de force peut se mettre sous la forme : $f(\alpha, t) = \hat{F} \cos(\omega_f t - m\alpha - \psi_f)$. Nous savons que, pour produire un bruit gênant, une onde de force doit avoir un nombre de modes faible. Il faut donc chercher parmi les harmoniques d'induction les combinaisons qui peuvent générer de telles forces. Une combinaison entre deux ondes d'induction ne crée une force de nombre de mode faible que si elles sont de rangs proches.

Nous allons dans un premier temps chercher les forces susceptibles d'être à l'origine des raies de bruit magnétique les plus gênantes. Le relevé du spectre de bruit avec un glissement de 0.77% nous a montré que les fréquences les plus bruyantes sont 3470Hz et 3570Hz, c'est à dire $216f_r - 100$ et $216f_r$.

- Les combinaisons entre elles des composantes d'induction statorique de pulsation ω ne peuvent que produire des forces de pulsation 0 ou 2ω , donc de fréquences 0 ou 100Hz différentes de celles qui nous intéressent. Leurs amplitudes sont de toute façon trop faibles pour générer un bruit vraiment gênant, les fréquences de résonance mécanique étant beaucoup plus élevées.
- Les combinaisons entre eux des harmoniques d'induction rotorique issus du fondamental du courant rotorique (Tableaux III-15 et III-16 à vide ou III-17 et III-18 au fonctionnement nominal) ne peuvent que produire des forces de nombre de modes élevé ou de pulsation 2ω .

Par exemple, il existe un harmonique d'induction de rang -71 à la fréquence $f-216 f_r$ et un autre de rang 73 à la fréquence $f+216 f_r$.

Le carré de chacune de ces ondes (premier terme de l'expression de la force) donne des forces de nombre de modes 142p et 146p donc très élevé.

La combinaison de ces deux ondes au niveau du deuxième terme de l'expression (I-3) de la force donne:

- pour les signes '+', $m=2p=6$ à la pulsation 2ω ,
- pour les signes '-', $m=144p$ à la pulsation $432 f_r$.

Les harmoniques d'induction de rang -35 et 37 aux fréquences $f-108 f_r$ et $f+108 f_r$ génèrent une force de fréquence $216 f_r$, mais de nombre de modes 72p. Aucune de ces ondes de force ne possède à la fois un nombre de modes faible et une fréquence nous intéressant.

- Les combinaisons entre elles des composantes d'induction statorique dépendantes du rotor et de rang 1 (Tableaux III-5 et III-7), ainsi que des composantes rotoriques de rang 1 dues aux harmoniques de courant rotoriques (tableau III-19) peuvent générer des forces de nombre de modes faibles et de fréquences audibles, mais d'amplitudes très faibles.

Par exemple, considérons les ondes d'induction du tableau III-19 dues aux harmoniques de courant rotoriques générés par $h^s = -35$ et 37 ; ces deux composantes ont pour rang 1, l'une à une fréquence de $f+108f_r$ avec une amplitude de -0.12% , l'autre à une fréquence de $f-108 f_r$ et une amplitude de -0.08% de B_p .

Le carré de chacune de ces ondes donne une force de fréquence $216 f_r \pm 2f$ et de nombre de modes $2p=6$, mais avec des amplitudes de $0.18N/m^2$ et $0.08N/m^2$, donc très faibles.

La combinaison de ces ondes au niveau du deuxième terme de l'expression de la force donne une amplitude de $0.24N/m^2$, donc très faible également.

Même lorsque la fréquence d'une force est proche de celle d'une résonance mécanique, de telles amplitudes de forces sont largement insuffisantes pour générer un bruit audible [3].

- Les seules combinaisons à l'origine du bruit magnétique sont celles entre composantes de pulsation différente de ω et celles de pulsation ω (particulièrement le fondamental).

Par exemple l'induction générée par l'harmonique de courant rotorique I_{73}^r , de rang 1 avec une fréquence $f-216 f_r$ se combine avec le fondamental de l'induction de fréquence f . La combinaison de ces deux ondes au niveau du deuxième terme de l'expression de la force donne :

- pour les signes '+', $m=2p=6$ à la fréquence $2f-216 f_r$, c'est à dire 3472Hz à $g=g_0=0.77\%$,
- pour les signes '-', $m=0$ à la pulsation $216 f_r$, c'est à dire 3572Hz à $g=g_0=0.77\%$,

Ces deux forces ont à vide une amplitude de $1458N/m^2$ donc importante, leurs nombres de modes sont faibles. Ces forces peuvent donc être à l'origine du bruit. D'autres forces de même caractéristiques existent qu'il faut sommer vectoriellement.

V - 2 - Raies de bruit dominantes.

Il s'agit du bruit aux fréquences $216 f_r$ et $216 f_r - 2f$.

V - 2 - 1 - Calcul des forces.

Les tableaux III-20 et III-21 répertorient à vide et au fonctionnement nominal les différentes combinaisons d'harmoniques d'induction qui créent des forces de nombres de modes faibles et de fréquences $216 f_r$, $216 f_r - 2f$, $216 f_r + 2f$. Les combinaisons ne sont données que si elles créent, à vide, des forces d'amplitude supérieure à 0.4N/m^2 , valeur qui correspond à des forces trop faibles pour être prises en compte étant donné l'incertitude des calculs.

La partie gauche du tableau ne concerne que des composantes d'induction de fréquence f , la partie centrale des composantes de fréquence $216 f_r \pm f$, et la partie droite les forces créées au niveau du double produit de l'expression de la force. La colonne '±' précise le signe utilisé dans cette expression pour obtenir un nombre de modes faible. La présence d'un signe '-' au niveau de la fréquence signifie que l'onde de force tourne dans le sens inverse du champ fondamental.

Trois types de forces apparaissent dans ces tableaux aux fréquences $216 f_r$, $216 f_r + f$, $216 f_r - f$, il convient pour obtenir la force résultante de sommer vectoriellement celles de même caractéristiques.

A vide, on obtient à partir du tableau III-20 les forces suivantes, avec $f_r = 16.538 \text{Hz}$ ($g = 0.77\%$) :

- à $216 f_r = 3572 \text{Hz}$; $m=0$; $\hat{F} = 1322 \text{N/m}^2$,
- à $2f - 216 f_r = -3472 \text{Hz}$; $m=2p=6$; $\hat{F} = 1412 \text{N/m}^2$,
- à $2f + 216 f_r = 3672 \text{Hz}$; $m=2p=6$; $\hat{F} = 94 \text{N/m}^2$.

On constate que les forces proviennent essentiellement des produits des deux dernières lignes du tableau, c'est à dire des combinaisons entre le fondamental de l'induction résultante et celui de l'induction rotorique $b_{73 \ 1 \ 0}^r$ créée par l'harmonique de courant I_{73}^r . Remarquons que cet harmonique d'induction a une amplitude très faible, 0.57% de B_p .

• A vide :

inductions de fréquence f				inductions de fréquence $216 f_r \pm f$					forces				
origine	rang	amplit. Δ_p	phase	origine	rang	amplit. Δ_p	fréq.	phase (rad.)	\pm	amplit. N/m ²	fréq.	m	phase
$b_{h^0}^s$	-71	2.17	0	$b_{lh^0}^r$	-71 73	0.06 0.19	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	-1.533 -1.3	- +	3.1 10.5	$216 f_r$ $216 f_r + 2f$	0 2p	1.533 -1.304
$b_{h^0}^s$	-71	2.17	0	$b_{h_r^s}$	-71 73	-0.96 -0.96	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	- +	-53.2 -53.2	$216 f_r$ $216 f_r + 2f$	0 2p	0 0
$b_{h^0}^s$	73	3	0	$b_{lh^0}^r$	-71 73	0.06 0.19	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	-1.533 -1.3	+ -	4.3 14.5	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	-1.533 1.304
$b_{h^0}^s$	73	3	0	$b_{h_r^s}$	-71 73	-0.96 -0.96	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	+ -	-73.6 -73.6	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	0 0
$b_{h^0}^s$	-23	19.43	0	$b_{lh^{rks}}$	-23 25	0.02 0.02	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	1.608 1.845	- +	8.3 8.3	$216 f_r$ $216 f_r + 2f$	0 2p	-1.608 1.845
$b_{h^0}^s$	25	11.82	0	$b_{lh^{rks}}$	-23 25	0.02 0.02	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	1.608 1.845	+ -	5.05 5.05	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	1.608 -1.845
$b_{h^0}^s$	-95	2.89	0	$b_{h_{sr}^s}$	-95 97	-0.21 -0.21	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	- +	-15.7 -15.7	$216 f_r$ $2f+216 f_r$	0 2p	0 0
$b_{h^0}^s$	97	1.82	0	$b_{h_{sr}^s}$	-95 97	-0.21 -0.21	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	+ -	-9.9 -9.9	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	0 0
$b_{h^0}^s$	-47	-10.13	0	$b_{h_{sr}^s}$	49 -47	-0.21 -0.21	$f+216 f_r$ $f-216 f_r$	0 0	+ -	55.1 55.1	$2f+216 f_r$ $216 f_r$	2p 0	0 0
$b_{h^0}^s$	49	-8.97	0	$b_{h_{sr}^s}$	49 -47	-0.21 -0.21	$f+216 f_r$ $f-216 f_r$	0 0	- +	48.9 48.9	$-216 f_r$ $2f-216 f_r$	0 2p	0 0
$b_{lh^{rks}}^r$	73	0.33	1.723	$b_{lh^0}^r$	-71 73	0.09 0.19	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	-1.533 -1.304	+ -	0.48 1.6	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	0.19 3.027
$b_{lh^{rks}}^r$	73	0.33	1.723	$b_{h_r^s}$	-71 73	-0.96 -0.96	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	+ -	-8.1 -8.1	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	1.723 1.723
$b_{lh^{rks}}^r$	-95	0.3	1.723	$b_{h_{sr}^s}$	-95 97	-0.21 -0.21	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	- +	-1.635 -1.635	$216 f_r$ $2f+216 f_r$	0 2p	1.723 1.723
$b_{lh^{rks}}^r$	97	0.3	1.723	$b_{h_{sr}^s}$	-95 97	-0.21 -0.21	$f-216 f_r$ $f+216 f_r$	0 0	+ -	-1.635 -1.635	$2f-216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	1.723 1.723
b_{10}^s $\approx B_p$	1	100	0	b_{-7110}^r	1	0.04	$f+216 f_r$	0.108	+ -	96 96	$2f+216 f_r$ $-216 f_r$	2p 0	0.108 -0.108
b_{10}^s $\approx B_p$	1	100	0	b_{7310}^r	1	-0.57	$f-216 f_r$	-0.108	+ -	-1458.1 -1458.1	$2f-216 f_r$ $216 f_r$	2p 0	-0.108 0.108

Tableau III-20 : combinaisons à l'origine des forces à $216 f_r$, $216 f_r \pm 2f$, à vide.

• Au fonctionnement nominal :

inductions de fréquence f				inductions de fréquence 216f \pm f					forces				
origine	rang	amplit. Δ_p	phase	origine	rang	amplit. Δ_p	fréq.	phase (rad.)	\pm	amplit. N/m ²	fréq.	m	phase
$b_{h^s0}^s$	-71	4.34	0	$b_{lh^r0}^r$	-71	0.53	f-216 f _r	-0.87	-	58.3	216 f _r	0	0.87
					73	1.76	f+216 f _r	-0.7	+	195	216 f _r +2f	2p	-0.7
$b_{h^s0}^s$	-71	4.34	0	$b_{h_r^s}^s$	-71	-1.93	f-216 f _r	0	-	-213.1	216 f _r	0	0
					73	-1.93	f+216 f _r	0	+	-213.1	216 f _r +2f	2p	0
$b_{h^s0}^s$	73	6	0	$b_{lh^r0}^r$	-71	0.53	f-216 f _r	-0.87	+	80.5	2f-216 f _r	2p	-0.87
					73	1.76	f+216 f _r	-0.7	-	269.5	-216 f _r	0	0.7
$b_{h^s0}^s$	73	6	0	$b_{h_r^s}^s$	-71	-1.93	f-216 f _r	0	+	-294.6	2f-216 f _r	2p	0
					73	-1.93	f+216 f _r	0	-	-294.6	-216 f _r	0	0
$b_{h^s0}^s$	-23	38.86	0	$b_{lh^rks}^r$	-23	0.16	f-216 f _r	2.264	-	155.36	216 f _r	0	-2.26
					25	0.16	f+216 f _r	2.446	+	155.36	216 f _r +2f	2p	2.446
$b_{h^s0}^s$	25	23.64	0	$b_{lh^rks}^r$	-23	0.16	f-216 f _r	2.264	+	94.5	2f-216 f _r	2p	2.26
					25	0.16	f+216 f _r	2.446	-	94.5	-216 f _r	0	-2.446
$b_{h^s0}^s$	-95	5.78	0	$b_{h_{sr}^s}^s$	-95	-0.43	f-216 f _r	0	-	-63	216 f _r	0	0
					97	-0.43	f+216 f _r	0	+	-63	2f+216 f _r	2p	0
$b_{h^s0}^s$	97	3.64	0	$b_{h_{sr}^s}^s$	-95	-0.43	f-216 f _r	0	+	-39.6	2f-216 f _r	2p	0
					97	-0.43	f+216 f _r	0	-	-39.6	-216 f _r	0	0
$b_{h^s0}^s$	-47	-20.24	0	$b_{h_{sr}^s}^s$	49	-0.43	f+216 f _r	0	+	220.6	2f+216 f _r	2p	0
					-47	-0.43	f-216 f _r	0	-	220.6	216 f _r	0	0
$b_{h^s0}^s$	49	-17.94	0	$b_{h_{sr}^s}^s$	49	-0.43	f+216 f _r	0	-	195.5	-216 f _r	0	0
					-47	-0.43	f-216 f _r	0	+	195.5	2f-216 f _r	2p	0
$b_{lh^rks}^r$	73	3.1	2.355	$b_{lh^r0}^r$	-71	0.53	f-216 f _r	-0.873	+	41.56	2f-216 f _r	2p	1.48
					73	1.76	f+216 f _r	-0.7	-	138.8	-216 f _r	0	3.056
$b_{lh^rks}^r$	73	3.1	2.355	$b_{h_r^s}^s$	-71	-1.93	f-216 f _r	0	+	-152	2f-216 f _r	2p	2.355
					73	-1.93	f+216 f _r	0	-	-152	-216 f _r	0	2.355
$b_{lh^rks}^r$	-95	2.82	2.355	$b_{h_{sr}^s}^s$	-95	-0.43	f-216 f _r	0	-	-30.7	216 f _r	0	2.355
					97	-0.43	f+216 f _r	0	+	-30.7	2f+216 f _r	2p	2.355
$b_{lh^rks}^r$	97	2.82	2.355	$b_{h_{sr}^s}^s$	-95	-0.43	f-216 f _r	0	+	-30.7	2f-216 f _r	2p	2.355
					97	-0.43	f+216 f _r	0	-	-30.7	-216 f _r	0	2.355
B _p	1	100	0	$b_{-71\ 1\ 0}^r$	1	0.22	f+216 f _r	0.079	+	574	2f+216 f _r	2p	0.079
									-	574	-216 f _r	0	-0.079
B _p	1	100	0	$b_{73\ 1\ 0}^r$	1	-1.747	f-216 f _r	-0.079	+	-4448	2f-216 f _r	2p	-0.079
									-	-4448	216 f _r	0	0.079

Tableau III-21 : combinaisons à l'origine des forces à 216 f_r, 216 f_r \pm 2f, à vitesse nominale.

Au fonctionnement nominal, après sommes vectorielles des ondes de force de mêmes caractéristiques du tableau III-21, on obtient en considérant $g=g_n=5\%$ ($f_r=15.83\text{Hz}$) :

- à $216 f_r=3420\text{Hz}$; $m=0$; $\hat{F}=3828\text{N/m}^2$,
- à $2f-216 f_r=-3320\text{Hz}$; $m=2p=6$; $\hat{F}=4323\text{N/m}^2$,
- à $2f+216 f_r=3520\text{Hz}$; $m=2p=6$; $\hat{F}=596\text{N/m}^2$.

Ces forces proviennent également essentiellement de la combinaison entre les fondamentaux de l'induction résultante et de l'induction créée par l'harmonique de courant rotorique I_{73}^r . On constate une augmentation des forces par rapport au fonctionnement à vide. Cette augmentation est toutefois à relativiser. En effet nous avons considéré que le courant en charge est approximativement le double de celui à vide, et par conséquent que les inductions statoriques se trouvent multipliées par 2; ce qui est vrai si l'on ne tient pas compte de la saturation.

V - 2 - 2 - Calcul de l'intensité acoustique.

Nous allons calculer le niveau d'intensité acoustique théorique à chacune des fréquences précédentes.

Les relations (I-5) et (I-7) permettent de calculer les amplitudes de vibrations statiques Y_{0s} et Y_{6s} , dont on déduit, en les multipliant par les coefficients de résonance mécanique η_0 et η_6 , les amplitudes de vibrations dynamiques Y_{0d} et Y_{6d} .

La relation (I-33) donnée par Alger permet de calculer le niveau d'intensité acoustique à une distance x de la machine, nous utiliserons cette relation établie pour un cylindre plutôt que la relation (I-32) établie pour une sphère étant donné la faible valeur de la distance au microphone qui est de deux mètres. C'est à cette distance que nous calculerons les valeurs théoriques.

$$L_{I(x)} = 10 \log\left(\frac{8.2 \cdot 10^3}{10^{-12}}\right) + 20 \log(f_f Y_{md}) + 10 \log(\sigma) + 20 \log\left(\frac{C_m(\pi 2x / \lambda)}{C_m(\pi D_e / \lambda)}\right) \quad (\text{I-33})$$

Le diamètre extérieur du moteur D_e est de 37.6cm. Le facteur de rayonnement σ pour un cylindre est donné Figure I-8 en fonction de $\pi D_e / \lambda = \pi f D_e / 344$, cette quantité est supérieure à 10 pour toutes les fréquences en question, on lit alors sur la figure I-8 que $\sigma=1$. Par conséquent le troisième terme de l'expression (I-33) est égal à 0.

La quantité $20 \log(C_m(\pi 2x / \lambda))$ est environ égale à -20 pour toutes les fréquences. D'autre part la quantité $20 \log(C_m(\pi D_e / \lambda))$ est égale à environ -12 (Figure I-9). Le quatrième terme de l'expression I-33 est donc égal à -8. On en déduit les valeurs du tableau III-22.

m	fréquence Hz	Force N/m ²	σ	Y_{ms} m	η_m	Y_{md} m	$L_{I(x)}$ dB
à vide :							
0	3572	1322	1	$7.3 \cdot 10^{-9}$	3.66	$2.68 \cdot 10^{-8}$	68.4
6	3472	1412	1	$7.49 \cdot 10^{-9}$	2.93	$2.2 \cdot 10^{-8}$	66.6
6	3672	94	1	$4.95 \cdot 10^{-10}$	3.88	$1.93 \cdot 10^{-9}$	46
au fonctionnement nominal :							
0	3420	3828	1	$2.12 \cdot 10^{-8}$	2.99	$6.36 \cdot 10^{-8}$	75.5
6	3320	4323	1	$2.29 \cdot 10^{-8}$	2.49	$5.7 \cdot 10^{-8}$	74.3
6	3520	596	1	$3.16 \cdot 10^{-9}$	3.11	$9.82 \cdot 10^{-9}$	59.5

Tableau III-22 : amplitudes de vibrations et niveaux de puissance acoustique théoriques.

Les niveaux d'intensité acoustique calculés à vide sont à comparer aux niveaux relevés en pratique. Le spectre de la Figure I-12 donne les niveaux de pression acoustique à chacune des fréquences à deux mètres de la machine. Rappelons que, en champ libre (cas d'une chambre anéchoïque), les niveaux de pression et d'intensité sont identiques; on peut donc les comparer.

On a trouvé en pratique, à vide, les valeurs de L_p suivantes :

- à 3572Hz : 66dB,
- à 3472Hz : 63dB,
- à 3672Hz : 50dB.

On constate que les valeurs théoriques sont peu différentes des valeurs pratiques. En théorie comme en pratique le bruit le plus élevé est à 3572Hz, le plus faible à 3672Hz, les résultats sont donc satisfaisants. On constate une augmentation du bruit en charge. Elle paraît normale compte tenu de l'augmentation des courants donc des harmoniques d'induction, il peut toutefois arriver que le bruit diminue lorsque la charge augmente donc que la vitesse diminue, à cause notamment des résonances mécaniques [7][41].

V - 3 - Autres raies de bruit.

Le relevé du spectre sonore de cette machine et celui courant absorbé sont rappelés figures III-3 et III-4, les fréquences étant précisées en fonction de f_r . Le spectre sonore laisse apparaître nettement les bruits aux fréquences $54 f_r$, $72 f_r$, $72 f_r + 2f$, $144 f_r$, $162 f_r$, $162 f_r + 2f$, $216 f_r - 2f$, et $216 f_r$. Nous nous proposons donc d'estimer leurs amplitudes théoriques afin de les comparer aux valeurs pratiques.

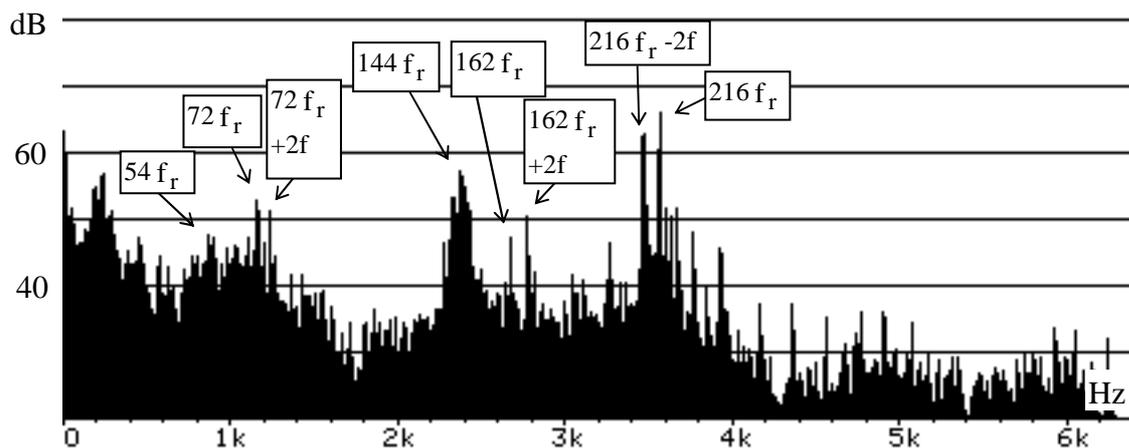


Figure III-3 : spectre des niveaux de pression acoustique à deux mètres de la machine.

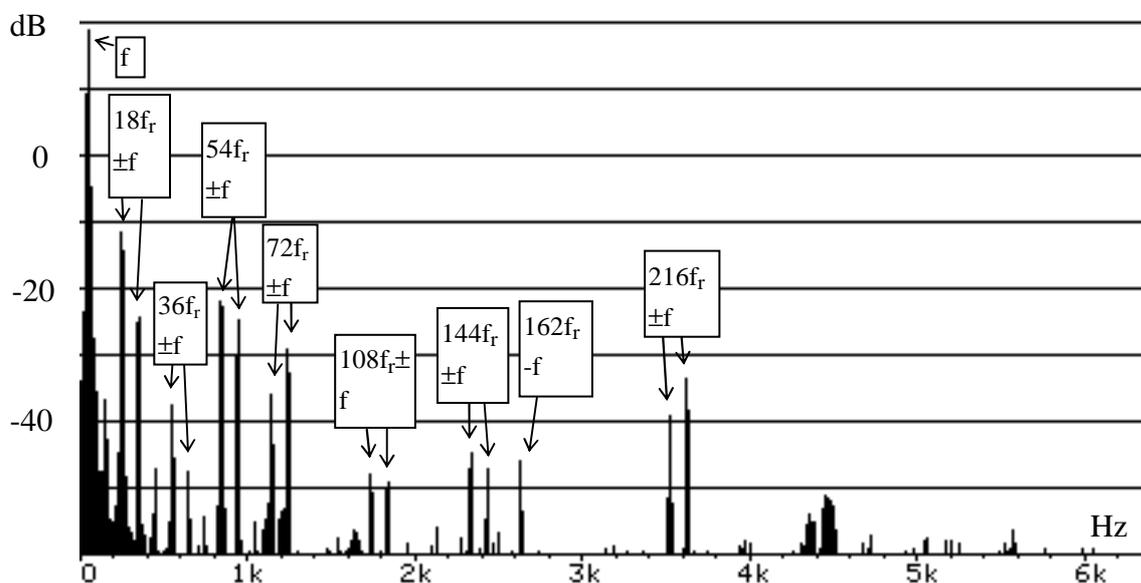


Figure III-4 : spectre du courant absorbé par la machine (1A=0dB).

Par le calcul théorique nous avons vu, dans le cas des raies de bruit à $216f_r$ et $216f_r - 2f$, que les forces proviennent essentiellement de l'interaction entre les fondamentaux de l'induction résultante et de l'induction rotorique créée par un harmonique de courant rotorique. Il en est de même pour les autres forces. Nous les avons donc estimées en nous limitant à cette interaction. Le tableau III-23 présente les résultats. Dans la première partie se trouvent les caractéristiques du fondamental de l'induction rotorique créé par un harmonique de courant rotorique, dans la deuxième partie les caractéristiques de la force qui résulte de l'interaction entre cette composante d'induction et la composante fondamentale (0.8T, 50Hz, p paires de pôles).

inductions rotoriques					forces				
origine	rang	amplit. Δ_p	fréq.	phase (rad.)	\pm	amplit. N/m^2	fréq.	m	phase
$b_{-17\ 1\ 0}^r$	1	-1.68	$f+54f_r$	0.002	+	-4278	$2f+54f_r$	2p	0.002
					-	-4278	$-54f_r$	0	-0.002
$b_{19\ 1\ 0}^r$	1	-1.1	$f-54f_r$	-0.002	+	-2801	$2f-54f_r$	2p	-0.002
					-	-2801	$54f_r$	0	0.002
$b_{-23\ 1\ 0}^r$	1	1.26	$f+72f_r$	0.019	+	3203	$2f+72f_r$	2p	0.019
					-	3203	$-72f_r$	0	-0.019
$b_{25\ 1\ 0}^r$	1	0.57	$f-72f_r$	-0.019	+	1462	$2f-72f_r$	2p	-0.019
					-	1462	$72f_r$	0	0.019
$b_{-47\ 1\ 0}^r$	1	0.26	$f+144f_r$	0.067	+	665	$2f+144f_r$	2p	0.067
					-	665	$-144f_r$	0	-0.067
$b_{49\ 1\ 0}^r$	1	0.27	$f-144f_r$	-0.067	+	690	$2f-144f_r$	2p	-0.067
					-	690	$144f_r$	0	0.067
$b_{-53\ 1\ 0}^r$	1	0.21	$f+162f_r$	0.077	+	535	$2f+162f_r$	2p	0.077
					-	535	$-162f_r$	0	-0.077
$b_{55\ 1\ 0}^r$	1	0.07	$f-162f_r$	-0.077	+	178	$2f-162f_r$	2p	-0.077
					-	178	$162f_r$	0	0.077
$b_{-71\ 1\ 0}^r$	1	0.04	$f+216f_r$	0.108	+	96	$2f+216f_r$	2p	0.108
					-	96	$-216f_r$	0	-0.108
$b_{73\ 1\ 0}^r$	1	-0.57	$f-216f_r$	-0.108	+	-1458.1	$2f-216f_r$	2p	-0.108
					-	-1458.1	$216f_r$	0	0.108

Tableau III-23 :forces à l'origine du bruit magnétique à vide.

Les forces de nombre de mode 0 et de même fréquence se somment algébriquement, on en déduit pour $m=0$:

- à $54f_r$: 7080N/m²,
- à $72f_r$: 4665N/m²,
- à $144f_r$: 1355N/m²,
- à $162f_r$: 713N/m².

On peut alors calculer le bruit magnétique théorique créé par ces forces. Le tableau III-24 présente les résultats des calculs en donnant, pour chaque force :

- l'amplitude de déformation statique Y_{ms} ,
- le coefficient de résonance mécanique η_m ,
- l'amplitude de vibration dynamique Y_{md} ,
- le niveau d'intensité acoustique $L_{I(x)}$ calculé d'après la relation (I-33).

- le niveau pression acoustique L_P réel lorsqu'il a été possible de le relever (c'est à dire lorsque la raie de bruit magnétique se distingue nettement sur le spectre sans être confondue avec les autres causes de bruit).

fréquence	m	fréquence Hz	Force N/m ²	Y_{ms} m	η_m	Y_{md} m	$L_{I(x)}$ dB	L_P réel dB
$54f_r - 2f$	6	792	2801	$1.48 \cdot 10^{-8}$	0.99	$1.47 \cdot 10^{-8}$	26.8	
$54f_r$	0	892	7080	$3.92 \cdot 10^{-8}$	1.05	$4.11 \cdot 10^{-8}$	60	48
$54f_r + 2f$	6	992	4278	$2.26 \cdot 10^{-8}$	1.01	$2.29 \cdot 10^{-8}$	38.6	
$72f_r - 2f$	6	1090	1462	$7.7 \cdot 10^{-9}$	1.02	$7.93 \cdot 10^{-9}$	32.7	
$72f_r$	0	1190	4665	$2.59 \cdot 10^{-8}$	1.09	$2.81 \cdot 10^{-8}$	59.2	52.7
$72f_r + 2f$	6	1290	3203	$1.7 \cdot 10^{-8}$	1.053	$1.79 \cdot 10^{-8}$	47.3	51.5
$144f_r - 2f$	6	2281	690	$3.66 \cdot 10^{-9}$	1.347	$4.9 \cdot 10^{-9}$	50.6	
$144f_r$	0	2381	1355	$7.5 \cdot 10^{-9}$	1.47	$1.1 \cdot 10^{-8}$	57.17	57.2
$144f_r + 2f$	6	2481	665	$3.52 \cdot 10^{-9}$	1.456	$5.13 \cdot 10^{-9}$	51	
$162f_r - 2f$	6	2578	178	$9.43 \cdot 10^{-10}$	1.52	$1.43 \cdot 10^{-9}$	39.4	
$162f_r$	0	2678	713	$3.95 \cdot 10^{-9}$	1.69	$6.69 \cdot 10^{-9}$	53.8	47
$162f_r + 2f$	6	2778	535	$2.83 \cdot 10^{-9}$	1.68	$4.76 \cdot 10^{-9}$	50.8	50.4
$216f_r - 2f$	6	3472	1412	$7.49 \cdot 10^{-9}$	2.93	$2.2 \cdot 10^{-8}$	66.6	63
$216f_r$	0	3572	1322	$7.33 \cdot 10^{-9}$	3.66	$2.68 \cdot 10^{-8}$	68.4	66
$216f_r + 2f$	6	3672	94	$4.95 \cdot 10^{-10}$	3.88	$1.93 \cdot 10^{-9}$	46	50

Tableau III-24 : caractéristiques théoriques et pratiques des principales raies de bruit.

On remarque que des forces importantes de basses fréquences ne créent que peu de bruit à cause des résonances mécaniques, du nombre de modes, et des phénomènes de rayonnement acoustique. Deux vibrations de même amplitude, de même nombre de mode, mais de fréquences différentes ne créent pas le même bruit.

Les niveaux de pression et d'intensité étant identiques en champ libre, on peut comparer les deux dernières colonnes du tableau III-24. Les différences entre théorie et pratique existent, mais sont relativement faible compte tenu de la complexité des phénomènes mis en jeu et du nombre de calculs ayant permis d'y aboutir. Les raies qu'on ne peut mesurer en pratique correspondent effectivement à des raies théoriques faibles et inférieures aux autres bruits. Ces résultats sont donc satisfaisants.

Cette machine est à rotor bobiné, il n'est donc pas possible de comparer ces résultats à ceux déduits des expressions de H. Jordan, celles-ci étant relatives au rotor à cage.

CHAPITRE IV

REDUCTION ACTIVE DU BRUIT MAGNETIQUE

La théorie développée précédemment nous a permis d'estimer le niveau de bruit émis mais, indirectement, également de concevoir une méthode de réduction active du bruit magnétique que nous allons décrire dans ce chapitre.

I - PRINCIPE DE LA METHODE.

I - 1 - Principe.

I - 1 - 1 - Cas général.

Cette méthode consiste à créer, en injectant un courant supplémentaire dans les enroulements statoriques, une force supplémentaire qui s'oppose à la force à l'origine du bruit à combattre.

Dans la suite de ce mémoire, pour distinguer les grandeurs initiales de celles induites par l'injection, nous affecterons ces dernières d'un indice supplémentaire 'i', précédant éventuellement le s du stator ou le r du rotor.

Le système triphasé de courants statoriques i_q^s à la fréquence f crée les composantes d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s$ qui entraînent la présence de composantes rotoriques $b_{h^s h^r k_s}^r$. Si, par un moyen quelconque, on injecte dans les enroulements statoriques un système triphasé de courants supplémentaire i_q^{is} à la fréquence f^i , de nouvelles composantes d'induction apparaîtront au stator et au rotor notées $b_{h^{is} k_r^i}^{is}$ et $b_{h^{is} h^{ir} k_s^i}^{ir}$. Ces composantes d'induction supplémentaires créeront de nouvelles ondes de force. Dans ces conditions, l'expression des forces radiales de Maxwell $f(\alpha, t)$ dans l'entrefer de la machine sera :

$$\sum f(\alpha, t) = \frac{\left[\sum_{h^s} \sum_{kr} b_{h^s kr}^s + \sum_{h^{is}} \sum_{kr^i} b_{h^{is} kr^i}^{is} + \sum_{h^s} \sum_{h^r} \sum_{ks} b_{h^s h^r ks}^r + \sum_{h^{is}} \sum_{h^{ir}} \sum_{ks^i} b_{h^{is} h^{ir} ks^i}^{ir} \right]^2}{2\mu_0} \quad (IV-1)$$

Les composantes de forces supplémentaires dues à la circulation des courants i_q^{is} sont issues :

- des carrés des composantes $b_{h^{is} kr^i}^{is}$ et $b_{h^{is} h^{ir} ks^i}^{ir}$,
- des doubles produits entre $b_{h^{is} kr^i}^{is}$ et $b_{h^{is} h^{ir} ks^i}^{ir}$, $b_{h^{is} kr^i}^{is}$ et $b_{h^s kr}^s$, $b_{h^{is} kr^i}^{is}$ et $b_{h^s h^r ks}^r$, $b_{h^{is} h^{ir} ks^i}^{ir}$ et $b_{h^s kr}^s$, $b_{h^{is} h^{ir} ks^i}^{ir}$ et $b_{h^s h^r ks}^r$.
- des doubles produits entre $b_{h^{is} kr^i}^{is}$ de rangs différents, entre $b_{h^{is} h^{ir} ks^i}^{ir}$ de rangs différents.

Supposons que la valeur efficace I^{is} des courants i_q^{is} soit suffisamment faible pour que l'on puisse, face aux composantes engendrées par i_q^s , négliger les harmoniques d'induction créés par ce courant et ne considérer que le fondamental de l'induction statorique supplémentaire b_{10}^{is} . Alors, l'expression de la force, si l'on distingue parmi les composantes initiales le fondamental et les harmoniques, devient :

$$\sum f(\alpha, t) = \frac{\left[b_{10}^s + \sum_{h^s} \sum_{kr} b_{h^s kr}^s \quad + b_{10}^{is} + b_{110}^r + \sum_{h^s} \sum_{h^r} \sum_{ks} b_{h^s h^r ks}^r \right]^2}{2\mu_0} \quad (IV-2)$$

$h^s \neq 1$ ou $kr \neq 0$ $h^s \neq 1$ ou $h^r \neq 1$ ou $ks \neq 0$

Sachant que la somme des inductions statorique et rotorique fondamentales initiales a une amplitude constante égale à B_p , on peut écrire :

$$b_{10}^s(\alpha, t) + b_{110}^r(\alpha, t) = B_p \cos(\omega t - p\alpha - \psi).$$

Si le système supplémentaire est direct, alors l'expression de b_{10}^{is} est donnée par :

$$b_{10}^{is}(\alpha, t) = \hat{B}_{10}^{is} \cos(\omega^i t - p\alpha - \psi^i),$$

si le système est inverse, alors l'expression de b_{10}^{is} devient :

$$b_{10}^{is}(\alpha, t) = \hat{B}_{10}^{is} \cos(\omega^i t + p\alpha - \psi^i).$$

Par conséquent, les composantes de force supplémentaires dues à la circulation des courants i_q^{is} ont pour amplitude :

$$\begin{aligned}
 & - \frac{(\hat{B}_{10}^{is})^2}{4\mu_0} \text{ (on ne retient que la composante non stationnaire de la force),} \\
 & - \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times \hat{B}_{h^s k_r}^s}{2\mu_0} \text{ (avec } h^s \neq 1 \text{ ou } k_r \neq 0), \\
 & - \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{2\mu_0} \text{ (avec } h^s \neq 1 \text{ ou } h^r \neq 1 \text{ ou } k_s \neq 0), \\
 & - \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times B_p}{2\mu_0}
 \end{aligned}$$

Les termes que nous allons utiliser sont ceux qui ont cette dernière amplitude que nous noterons \hat{F}^i . Ils font intervenir la composante fondamentale B_p et par conséquent sont ceux qui ont l'amplitude la plus élevée. Ces termes résultent du double produit entre l'induction fondamentale statorique supplémentaire et l'induction fondamentale initiale. L'expression détaillée de cette force, notée $f^i(\alpha, t)$, est, si le système injecté est direct :

$$f^i(\alpha, t) = \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times B_p}{2\mu_0} \left\{ \begin{array}{l} \cos((\omega^i + \omega)t - (p + p)\alpha - (\psi^i + \psi)) \\ + \cos((\omega^i - \omega)t - (p - p)\alpha - (\psi^i - \psi)) \end{array} \right\} \quad (IV-3)$$

ou si le système injecté est inverse :

$$f^i(\alpha, t) = \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times B_p}{2\mu_0} \left\{ \begin{array}{l} \cos((\omega^i + \omega)t - (p - p)\alpha - (\psi^i + \psi)) \\ + \cos((\omega^i - \omega)t + (p + p)\alpha - (\psi^i - \psi)) \end{array} \right\} \quad (IV-4)$$

On constate que cette interaction crée deux ondes de forces : l'une de 0 mode et l'autre de $2p$ modes. Si l'une de ces ondes de force a même pulsation, même amplitude et même nombre de modes que celle à combattre, mais se trouve en opposition de phase, alors les effets des deux forces s'annulent, les vibrations et le bruit dus à cette force disparaissent. On peut donc réduire le bruit magnétique en injectant un courant supplémentaire contrôlé en amplitude, en fréquence et en phase.

I - 1 - 2 - Exemple.

Sur la machine étudiée au chapitre III, nous avons vu que le bruit magnétique provient essentiellement de deux ondes de forces : l'une de fréquence $216f_r$, de 0 mode et d'amplitude 1322N/m^2 à vide (3828N/m^2 en charge), l'autre de fréquence $216f_r-2f$, de 6 modes et d'amplitude 1412N/m^2 (4323N/m^2 en charge). Les essais étant réalisés à vide, nous nous intéresserons par la suite, plus particulièrement, aux forces générées dans ces conditions. L'expression de la force à combattre de 0 mode est donc :

$$f(\alpha,t)=1322 \cos(216\omega_r t - \varphi) \quad (\varphi \text{ étant une phase quelconque}),$$

on peut la combattre en injectant un système direct de courants de fréquence $f^i=216f_r+f$ ou un système inverse de fréquence $f^i=216f_r-f$. Il faut dans les deux cas que l'amplitude du courant injecté soit telle que :

$$\frac{\hat{B}_{10}^{is} \times B_p}{2\mu_0} = 1322, \text{ c'est à dire } \hat{B}_{10}^{is}=4.15\text{mT}.$$

On constate que l'amplitude de l'onde d'induction supplémentaire fondamentale est très faible, ceci justifie que l'on puisse négliger toutes les autres forces générées par le courant injecté. En effet :

- le carré de cette onde ne produit qu'une force d'amplitude 3.4N/m^2 donc très faible (et de fréquence 100Hz trop faible pour être gênante).

- parmi les harmoniques d'induction initiaux, le plus important a une amplitude de 19.43% de B_p (tableau III-3, $h^s=-23$, $k_r=0$), c'est à dire 0.155T . Par conséquent la force résultante de la combinaison de cette onde avec b_{10}^{is} a une amplitude de 256N/m^2 donc 5 fois inférieure à celle résultant de la combinaison des fondamentaux; de plus cette onde d'induction ayant pour rang -23 , les forces créées auront 66 et 72 modes et ne pourront générer de vibrations.

- les forces issues des combinaisons entre b_{10}^{is} et d'autres harmoniques initiaux auront forcément une amplitude plus faible, la combinaison de b_{10}^{is} avec par exemple b_{-50}^s d'amplitude 4.34% crée une force de 12 modes et d'amplitude 57N/m^2 . Cette force d'amplitude si faible présente un nombre de modes trop élevé pour générer du bruit.

- l'induction rotorique créée par le courant supplémentaire est faible. En effet l'induction statorique b_{10}^{is} étant faible, les courants induits au rotor par cette induction peuvent être négligés car, la fréquence d'injection f^i étant élevée, les caractéristiques magnétiques des tôles sont modifiées et le couplage stator-rotor diminue.

Cet exemple permet de constater que les forces supplémentaires résultant de combinaisons qui mettent en jeu un harmonique d'induction initial ou supplémentaire sont faibles. Les seules forces importantes résultent de la combinaison entre les fondamentaux de l'induction initiale et supplémentaire.

I - 2 - Domaine d'application.

Cette méthode de réduction active du bruit peut elle être utilisée pour réduire n'importe quelle raie de bruit magnétique? Pour répondre à cette question, il est nécessaire de se rappeler que le nombre de modes de la force à combattre doit être identique à celui d'une des forces créées.

I - 2 - 1 - Nombre de modes des forces créées.

Nous avons mis en évidence que l'interaction entre les fondamentaux des inductions initiale et supplémentaire crée une force de 0 mode et une autre de $2p$ modes. Parmi les ondes de force créées, ce sont les deux seules qui présentent une amplitude importante.

D'autre part l'association entre le fondamental d'une des deux inductions (initiale ou supplémentaire) et le rang -5 de l'autre crée une force de $4p$ modes.

Supposons que l'on veuille utiliser cette force pour combattre une force de 4 modes dans une machine de 2 pôles. On ne pourrait alors empêcher l'existence des deux ondes de forces de 0 et $2p$ modes d'amplitudes environ 25 fois plus élevées (l'amplitude du rang -5 étant approximativement 25 fois plus faible que celle du fondamental), ces forces risqueraient alors de créer plus de bruit qu'on en aurait réduit.

De plus il faudrait, pour que la force de $4p$ modes ait une amplitude suffisante, injecter un courant d'amplitude 25 fois plus élevée que pour utiliser celle de 0 ou $2p$ modes, le courant supplémentaire serait alors d'amplitude proche de celle du courant initial, il risquerait de perturber le fonctionnement de la machine et serait difficile à injecter. On ne peut donc utiliser pour réduire le bruit avec ce système d'injection que les ondes de forces de 0 et $2p$ modes.

I - 2 - 2 - Nombre de modes des forces à combattre.

Si h et h' désignent de manière générale les rangs de deux ondes d'induction initiales, la force créée par l'interaction de ces deux ondes a pour expression :

$$\frac{\hat{B}_h \hat{B}_{h'}}{2\mu_0} \left[\begin{array}{l} \cos((\omega_h + \omega_{h'})t - (h + h')p\alpha - (\psi_h + \psi_{h'})) \\ + \cos((\omega_h - \omega_{h'})t - (h - h')p\alpha - (\psi_h - \psi_{h'})) \end{array} \right]$$

• Dans le cas d'un rotor bobiné les rangs des harmoniques d'induction sont $h^S - k_r N^r$ au stator et $h^r - k_s N^s$ au rotor. h^s et h^r peuvent être définis par la relation $6K+1$ (avec $K=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). N^s et N^r étant multiple de 6, les rangs des harmoniques statoriques et rotoriques appartiennent obligatoirement à l'ensemble $[1, -5, 7, -11, 13, -17, 19, \dots]$. Les forces à combattre ont donc forcément un nombre de modes m dont la valeur est comprise dans l'ensemble $[0, 2p, 4p, 6p, 8p, \dots]$. Sachant que l'amplitude de vibration du stator est inversement proportionnelle à la puissance 4 du nombre de modes, celui-ci sera dans la plupart des cas égal à 0 ou $2p$. Le tableau IV-1 reprend le tableau I-1 qui donne le rapport entre l'amplitude de déformation statique d'une force de m modes et celle d'un mode 0 en fonction de p , mais en ne faisant figurer que les cas possibles pour une machine à rotor bobiné.

	m=2	m=4	m=6	m=8	m=10
p=1	16.3	0.65	0.12	0.04	0.01
p=2		2.61		0.15	
p=3			1.08		
p=4				0.6	
p=5					0.37

Tableau IV-1 : Y_{ms}/Y_{0s} pour $m=2p$.

On constate que plus p est élevé, plus l'amplitude due à un nombre de modes donné est élevée. Pour $p=1$ par exemple, le cas $m=6$ a une amplitude très faible, seul le cas $m=2$ (ou $2p$) est d'amplitude importante. Pour $p=3$, le cas $m=2p=6$ a une amplitude beaucoup plus élevée que ce même nombre de modes avec $p=1$. Par conséquent il est peu probable que le bruit magnétique ait pour origine une force de nombre de modes autre que 0 ou $2p$. On pourra donc presque toujours combattre le bruit magnétique d'une machine à rotor bobiné.

• Dans le cas d'un rotor à cage, les rangs des harmoniques d'induction statorique indépendants du rotor sont les mêmes que pour un rotor bobiné, mais les rangs des harmoniques d'induction rotorique diffèrent. Leurs rangs sont en effet définis par $h^r - k_s N^s = iN^r + h^s - k_s N^s$ (avec $i=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$). La quantité $h^s - k_s N^s$ prenant les mêmes valeurs que h^s , le rang des harmoniques d'induction rotorique peut s'écrire d'une manière générale $iN^r + h^s$ (h^s correspondant à une autre valeur de h^s), leur polarité s'écrit $iN^r + h^s p$. Le nombre de barres N^r est un entier quelconque, le nombre de modes des ondes de forces peut donc être quelconque, différent de 0 ou $2p$. On ne pourra donc pas toujours réduire le bruit magnétique d'une machine à rotor à cage avec cette méthode.

Nous allons illustrer ces propos en considérant deux exemples de moteurs asynchrones à rotor à cage qui ont été réellement fabriqués chez Jeumont-Industrie. Rappelons que la pulsation d'un harmonique rotorique de rang $iN_t^r + h^s$ est donnée par $(1 + iN_t^r(1 - g))\omega$ (tableau II-2).

- Exemple 1 : $N_t^s = 126$, $N_t^r = 102$, $p=7$.

Le tableau IV-2 montre une partie des combinaisons possibles entre inductions statoriques et rotoriques pouvant générer sur cette machine des ondes de force de nombre de modes faible. Le glissement est, dans ce tableau, considéré nul.

Dans la première partie sont indiqués les polarités d'ondes d'induction statorique de fréquence 50Hz, dans la deuxième partie les polarités et fréquences d'ondes d'induction rotorique, et dans la troisième les nombres de modes et fréquences des forces résultantes.

Stator f=50Hz	Rotor				Force	
$h^s p$	h^s	i	$iN_t^r + h^s p$	$f + iN_t^r f$	m	fréquence
$13 \times 7 = 91$	1	-1	-95	-678.57	4	-628.57
$-59 \times 7 = -413$	1	4	415	2964.28	2	3014.28
$49 \times 7 = 343$	-5	-3	-341	-2135.7	2	-2085.7

Tableau IV-2 : combinaisons entre ondes d'induction pouvant générer un bruit.

On constate qu'il existe des forces de nombre de modes 2 et 4 donc faibles, de fréquences situées dans le domaine audible. Il est donc possible que ces ondes de force soit à l'origine de bruit magnétique. Dans ce cas, ne pouvant générer en injectant un courant que des ondes de force de nombre de modes 0 et $14(2p)$, on ne pourra réduire ces raies de bruit par ce procédé.

- Exemple 2 : $N_t^s = 96$, $N_t^r = 76$, $p=2$.

Ces valeurs mènent au tableau IV-3 qui donne une partie des combinaisons possibles entre inductions statoriques et rotoriques pouvant générer sur cette machine des ondes de force de nombre de modes faible.

Stator f=50Hz	Rotor				Force	
$h^s p$	h^s	i	$iN_t^r + h^s p$	$f + iN_t^r f$	m	fréquence
$37 \times 2 = 74$	1	-1	-74	-1850	0	-1800
$-35 \times 2 = -70$	1	-1	-74	-1850	4	1900
$73 \times 2 = 146$	1	-2	-150	-3750	4	-3700

Tableau IV-3 : combinaisons entre ondes d'induction pouvant générer un bruit.

Les nombres de modes faibles qui apparaissent avec cette machine sont toujours 0 ou $2p$, par conséquent ces éventuelles raies de bruit peuvent être réduites par l'injection d'un courant supplémentaire.

I - 3 - Précautions de mise en oeuvre.

- Que l'on veuille réduire une raie de bruit correspondant à une force de 0 ou 2p modes, on ne peut éviter en injectant un courant de créer 2 ondes de force : une de 0 et une autre de 2p modes. Il faut donc veiller à ne pas créer un bruit parasite plus important que celui que l'on veut combattre. Toutefois, pour que l'onde de force créée et non utilisée soit à l'origine de bruit, il faudrait que les fréquences de résonances mécaniques le permettent.
- Pour $m=2p$, il faut que l'onde de force créée tourne dans le même sens que celle à combattre. Le choix de l'injection d'un système direct ou inverse dépend de cette condition nécessaire. Prenons l'exemple de la machine à rotor bobiné étudiée au Chapitre III. Les forces à combattre ont pour fréquence et nombre de modes : $216f_r$, $m=0$ et $2f-216f_r$, $m=6$. f_r étant égale à environ 16.6Hz, la fréquence de l'onde de 6 modes est négative, ce qui signifie que cette onde de force tourne dans le sens inverse de l'induction fondamentale :

$$\cos((2\omega - 216\omega_r)t - 6\alpha - \varphi) = \cos((216\omega_r - 2\omega)t + 6\alpha + \varphi).$$

L'injection de courants supplémentaires de pulsation ω^i crée, comme précisé précédemment :

- pour un système direct :

- une force de pulsation $\omega^i + \omega$, de 6 modes, et tournant en sens direct,
- une force de pulsation $\omega^i - \omega$, de 0 mode.

- pour un système inverse :

- une force de pulsation $\omega^i + \omega$, de 0 mode,
- une force de pulsation $\omega^i - \omega$, de 6 modes, et tournant en sens inverse.

Par conséquent si l'on peut choisir un système direct ou inverse pour combattre la force de mode 0, il est nécessaire pour combattre celle de 6 modes d'injecter un système inverse de courants tel que $f^i - f = 216f_r - 2f$, c'est à dire $f^i = 216f_r - f$.

On constate que l'on agira également ainsi sur la force de 0 mode de fréquence $216f_r$. L'injection d'un seul système triphasé de courant permet donc d'agir sur les deux forces à combattre. Toutefois les deux ne seront combattues en même temps que si les réglages d'amplitude et de phase du courant injecté correspondant à une opposition de phase entre forces créées et à combattre sont proches pour les deux forces à combattre. Nous allons vérifier si cette condition est applicable à notre machine. Les résultats présentés dans le tableau III-20 montrent que son bruit magnétique a essentiellement pour origine deux ondes de forces qui s'expriment ainsi :

$$f(\alpha, t) = -1458.1 \cos((2\omega - 216\omega_r)t - 6\alpha + 0.108) - 1458.1 \cos((216\omega_r)t - 0.108)$$

cette expression est équivalente à :

$$f(\alpha, t) = -1458.1 \left\{ \begin{array}{l} \cos((216\omega_r - 2\omega)t + 6\alpha - 0.108) \\ + \cos((216\omega_r)t - 0.108) \end{array} \right\}$$

L'injection d'un système inverse de courants de fréquence $f^i = 216f_r - f$ crée deux ondes de forces d'expression :

$$f^i(\alpha, t) = \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times B_p}{2\mu_0} \left\{ \begin{array}{l} \cos((216\omega_r - 2\omega)t + 6\alpha - (\psi^i - \psi)) \\ + \cos((216\omega_r)t - (\psi^i + \psi)) \end{array} \right\}$$

Par conséquent, pour réduire l'onde de 6 modes, il faut vérifier la condition $\psi^i - \psi = 0.108$, pour réduire l'onde de mode 0, cette condition devient $\psi^i + \psi = 0.108$. A vide l'angle ψ est quasiment nul car, l'induction rotorique étant très faible, le fondamental de l'induction résultante initiale provient presque totalement du fondamental de l'induction statorique, or le courant est maximum à l'instant $t=0$ dans la phase 1 statorique dont l'axe est le repère de référence spatial. A vide la phase du courant injecté correspondant à une opposition entre forces à combattre et créées est donc presque la même, les deux raies peuvent être combattues en même temps. En charge, ce n'est plus forcément le cas, un compromis pourra être nécessaire entre la réduction de l'onde de force de 0 mode et celle de 6 modes.

Remarque : Dans l'exemple traité, l'onde d'induction rotorique qui est essentiellement à l'origine du bruit a pour rang 1 et pour fréquence $216f_r - f$, or c'est à cette fréquence qu'il faut, pour réduire le bruit, injecter un courant supplémentaire. La circulation de ce courant va donc directement s'opposer à cette onde d'induction pour la faire disparaître et donc empêcher son influence sur la formation du bruit. Mais il est possible, sur d'autres machines, que l'onde d'induction rotorique à l'origine du bruit ait un rang différent de 1, dans ce cas la circulation du courant injecté va créer une onde d'induction supplémentaire et non pas seulement annuler celle qui est à l'origine du bruit.

I - 4 - Extensions du procédé.

- Si l'on désire combattre en même temps d'autres raies de bruit, à $162f_r$ par exemple, il suffit d'injecter de la même façon un deuxième système triphasé supplémentaire de courants.
- L'onde d'induction rotorique à l'origine du bruit ayant pour fréquence $216f_r - f$, un courant induit circule naturellement dans les enroulements statoriques à cette fréquence qui est

également celle à laquelle le courant supplémentaire doit être injecté. Il s'agit donc d'amplifier une raie de courant naturellement générée par la machine, mais avec une phase différente. Des recherches sont en cours pour amplifier ce courant simplement sans utiliser de convertisseur statique, nous avons qualifié ce procédé de semi-actif.

- Un premier moyen très simple pour diminuer le bruit magnétique consiste à placer des circuits parallèles inductance-condensateur sur chaque phase d'alimentation, leur fréquence propre étant accordée pour qu'ils représentent une impédance infinie pour le courant harmonique statorique $I_{h^s h^r}^s$ naturellement généré par la machine à $216f_r$ -f. L'harmonique d'induction statorique $b_{h^s h^r h^s}^s$ qui en résulte verra son amplitude diminuer, le bruit diminuera donc sans toutefois s'annuler. En effet l'origine du bruit est dans les courants harmoniques rotoriques qui seront atténués (par réaction d'induit) mais continueront de circuler et de créer des inductions. Rendre le courant statorique parfaitement sinusoïdal ne peut donc apporter qu'une légère diminution du bruit [42]. Nos expériences ont montré que la réduction des harmoniques de courant statorique par des circuits bouchons influe légèrement sur les courants harmoniques rotoriques et sur le bruit. Un autre moyen consiste à placer ces circuits bouchons au rotor pour empêcher les courants harmoniques rotoriques de circuler; les expériences ont montré une réduction significative des harmoniques de courants statoriques et surtout du bruit. Toutefois, ce processus de réduction du bruit que nous avons qualifié de passif n'était pas l'objet de notre travail. Les procédés de réduction passive et semi-active font actuellement l'objet d'un travail de thèse.

I - 5 - Courant, tension, puissance à injecter.

I - 5 - 1 - Amplitude du courant nécessaire.

L'amplitude de la force à combattre est notée \hat{F} , celle de la force créée par l'injection du courant supplémentaire \hat{F}^i . Pour que la réduction du bruit soit optimale, il est nécessaire que :

$$\hat{F} = \hat{F}^i = \frac{\hat{B}_{10}^{is} \times B_p}{2\mu_0}$$

Nous savons, d'après la relation (II-13) que :

$$\hat{B}_{10}^s \approx \lambda^s I^s A^0 K_1^s \Gamma_1^s.$$

A vide, le courant I^s est égal au courant magnétisant I_m , d'où, $\hat{B}_{10}^s = B_p = \lambda^s I_m A^0 K_1^s \Gamma_1^s$.

L'induction supplémentaire générée par le courant injecté s'écrit : $\hat{B}_{10}^{is} = \lambda^s I^{is} A^0 K_1^s \Gamma_1^s$, ou en fonction de B_p , $\hat{B}_{10}^{is} = I^{is} B_p / I_m$.

De ces relations, on déduit que :

$$\hat{F}^i = \frac{B_p^2 \times I^{is}}{2\mu_0 I_m} . \quad (IV-5)$$

Par conséquent, la valeur efficace du courant supplémentaire nécessaire à la réduction d'une force d'amplitude \hat{F} s'écrit :

$$I^{is} = \frac{\hat{F} 2\mu_0}{B_p^2} I_m \quad (IV-6)$$

Illustrons cette relation par quelques exemples :

- sur notre machine, la force à combattre à $216f_r - 2f$ est à vide de 1412N/m^2 , l'induction résultante B_p est de 0.8T , d'où :

$$I^{is} = I_m / 180 = 58.3\text{mA},$$

en charge cette force atteint 4323N/m^2 d'où :

$$I^{is} = I_m / 59 = 178\text{mA}.$$

- d'une manière générale, dans les exemples de machines bruyantes que l'on trouve dans les différents ouvrages traitant du bruit magnétique, on ne trouve pas d'amplitudes de force supérieures à 30000N/m^2 . Pour combattre une telle force il faudrait, dans une machine où $B_p = 0.8\text{T}$, injecter un courant de valeur efficace :

$$I^{is} = I_m / 8.5.$$

On constate que l'amplitude du courant à injecter est faible, elle sera toujours inférieure à 12% de celle du courant magnétisant, donc inférieure à 6% de celle du courant nominal (d'autant plus que cette valeur correspond au cas le plus défavorable où le courant nominal n'est que le double du courant magnétisant).

I - 5 - 2 - Tension et puissance nécessaires pour combattre le bruit.

Connaissant l'amplitude du courant nécessaire à la réduction du bruit, on peut déduire la tension et la puissance nécessaires en utilisant le schéma monophasé équivalent classique

du moteur asynchrone relatif aux harmoniques. La fréquence d'injection étant forcément élevée par rapport à celle du réseau, le glissement doit être considéré unitaire car la vitesse du champ supplémentaire sera largement supérieure à celle du rotor [43]. Le schéma à utiliser est donc le suivant :

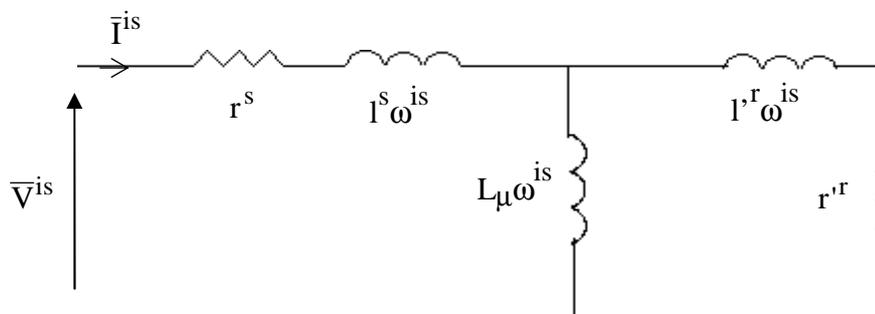


Figure IV-1 schéma monophasé équivalent pour les harmoniques de courant.

Le tableau IV-4 présente, pour la machine de 15kW étudiée au chapitre III, la tension simple V^{is} , la puissance active P^i , la puissance réactive Q^i et le facteur de puissance $\cos(\varphi^{is})$ nécessaires à la réduction du bruit sur notre machine. L'amplitude de la force et la fréquence d'injection correspondent aux fonctionnements à vide et en charge ainsi qu'à deux cas fictifs où la force à combattre serait de 30000N/m² donc particulièrement élevée.

cas	\hat{F} (N/m ²)	I^{is} (A)	fréquence (Hz)	V^{is} (V)	$\frac{V^{is}}{V^s}$ $V^s=210V$	P^i (W)	Q^i (VAR)	$\cos(\varphi^{is})$
$g=g_0$	1412	0.0583	3522	12	1/17.5	0.011	2	0.005
$g=g_n$	4323	0.178	3370	35.7	1/5.9	0.104	19.1	0.005
fictif	30000	0.954	3522	196	1/1.07	3	560	0.005
fictif	30000	0.954	1000	57	1/3.7	3	162	0.018

Tableau IV-4 : tension et puissances nécessaires pour la réduction du bruit sur la machine de 15kW.

On constate que la puissance active nécessaire à la réduction du bruit est très faible. Le moteur est, pour ces fréquences élevées, très inductif et par conséquent c'est la puissance réactive qui est dominante. La tension harmonique à appliquer est donc relativement importante, elle peut être du même ordre de grandeur que la tension nominale d'alimentation. On peut, pour calculer simplement cette tension, négliger les résistances et ne considérer pour le moteur qu'une inductance équivalente (9.4mH d'après les paramètres du schéma monophasé équivalent) [43].

Le tableau IV-5 présente les résultats des mêmes calculs pour une machine de Jeumont-Industrie de 4.5MW de paramètres suivants : tension nominale simple $V^s=2309V$, courant

nominal $I^S=750A$, courant magnétisant $I_m=300A$, $B_p=0.8T$, $r^S=0.0173\Omega$, $r^r=0.0107\Omega$, $R_\mu=0.112\Omega$, $L_\mu=31.83mH$, $I^S=1.08mH$, $I^r=1.33mH$. Les amplitudes des forces à combattre sont du même ordre de grandeur dans les machines de fortes puissances que dans celles de faibles puissances car les inductions sont équivalentes. Les calculs ont donc été effectués pour les mêmes forces que précédemment.

cas	\hat{F} (N/m ²)	I^{is} (A)	fréquence (Hz)	V^{is} (V)	V^{is}/V^s	P^i (W)	Q^i (VAR)	$\cos(\varphi^{is})$
$g=g_0$	1412	1.67	3522	87	1/26.5	0.23	436	0.0005
$g=g_n$	4323	5.1	3370	253	1/9.1	2.1	3858	0.0005
fictif	30000	35.3	3522	1838	1/1.26	101.5	194677	0.0005
fictif	30000	35.3	1000	522	1/4.42	101.5	55274	0.0018

Tableau IV-5 : tension et puissances pour la réduction du bruit pour une machine de 4.5MW.

I - 6 - Contrôles des paramètres du courant.

Pour que le bruit soit réduit, il est nécessaire de contrôler en permanence la fréquence, l'amplitude et la phase du courant afin que les forces créées et à combattre aient toujours même amplitude et fréquence, mais soient en opposition de phase [44].

I - 6 - 1 - Fréquence.

La fréquence des harmoniques d'induction dépendants du rotor est proportionnelle à la vitesse de celui-ci, les fréquences des forces à l'origine de bruit sont donc proportionnelles à la fréquence de rotation f_r et à celle du réseau f . Il est par conséquent indispensable d'asservir la fréquence du courant injecté à f_r et f de manière très précise. Si la fréquence de la force créée n'est pas exactement la même que celle de la force à combattre, alors ces deux ondes de force ne tourneront pas à la même vitesse et ne pourront s'opposer.

La difficulté de l'asservissement de f^i à la vitesse de rotation vient du fait que la vitesse d'un moteur asynchrone fluctue en permanence, même au cours d'un tour, à cause des effets de réductance variable dus justement à la denture [12]. Il en est donc de même pour la vitesse et la fréquence de l'onde de force à combattre.

- Utilisation d'un codeur.

L'asservissement à la fréquence de rotation peut être réalisé au moyen d'un codeur qui informe l'électronique de commande sur la vitesse de rotation du moteur. La précision de ce codeur doit être telle que les deux ondes de force restent précisément en opposition de phase.

Pour que la somme de deux vecteurs de même amplitude soit inférieure à cette amplitude, il est nécessaire que leur déphasage soit compris entre $\pi-\pi/3$ et $\pi+\pi/3$. L'erreur de phase ne doit donc pas être supérieure à $\pi/3$ c'est à dire 1/6ème de période. Dans l'espace le long de l'entrefer, une onde de force comprend m périodes, ce déphasage maximum correspond donc à $1/(6m)$ tours, c'est à dire $2\pi/(6m)$ radians.

L'onde de force à combattre tourne à la vitesse angulaire ω_f/m . Supposons qu'à un instant donné l'onde de force créée tourne précisément à cette vitesse. Si la vitesse de l'onde de force à combattre fluctue, en combien de temps sera atteint le déphasage maximal toléré entre les deux forces? Si l'on admet que les fluctuations de vitesse de la machine (donc de vitesse de force à combattre) sont au maximum de 5%, alors il faut, pour atteindre le déphasage maximum de $2\pi/(6m)$, un temps noté t_{max} tel que :

$$2\pi/(6m)=(1.05\omega_f/m -\omega_f/m)t_{max},$$

soit :

$$t_{max}=20/(6f_f).$$

Pendant ce laps de temps le rotor qui tourne à la fréquence f_r parcourt $f_r \times t_{max}$ tours, le codeur doit donc informer l'électronique des éventuelles variations de vitesse de la machine au moins tous les $20f_r/(6f_f)$ tours, c'est à dire que le codeur doit comprendre au moins $6f_f/20f_r$ points par tour.

Dans notre cas, la fréquence f_f à combattre la plus élevée est de $216f_r$, le codeur doit par conséquent comprendre au moins $6 \times 216/20 \approx 65$ points par tours. En tournant à $f_r=16,6\text{Hz}$, il enverra ses informations à l'électronique de commande à la fréquence de $65f_r=1079\text{Hz}$. Cette électronique doit donc être capable de parfaitement suivre ce signal. Une boucle a verrouillage de phase sera nécessaire cependant, à cause de son éventuelle imprécision, il est possible qu'un codeur comprenant davantage de points soit nécessaire. Ces considérations pratiques seront abordées au dernier paragraphe.

- Utilisation des courants harmoniques.

Il est possible de se passer du codeur en utilisant les courants harmoniques statoriques naturellement générés par la machine. En effet leurs fréquences sont celles des harmoniques d'induction dépendants du rotor et sont par conséquent liées à la vitesse de rotation de la machine comme le précise la figure III-4.

En filtrant le courant absorbé, il est donc possible d'obtenir un signal dont la fréquence soit proportionnelle à f_r . Ce principe a permis la réalisation d'un capteur de vitesse statique [28][45] qui donne la vitesse d'une machine par analyse du courant absorbé, il peut être utilisé dans notre application. Toutefois il faut utiliser une autre raie de courant que celle que l'on

désire amplifier ($216f_r-50$ dans notre cas) car la fréquence du courant injecté serait alors asservie sur elle même.

I - 6 - 2 - Amplitude et phase.

La théorie développée au paragraphe précédent permet d'estimer l'amplitude du courant nécessaire à la réduction du bruit et donc de dimensionner le système d'injection. Mais on ne peut espérer de bons résultats en fixant cette amplitude d'après les calculs théoriques. Ceux-ci sont en effet imprécis, notamment à cause de l'estimation des paramètres r_d^s et r_d^r . De plus l'amplitude de la force à combattre varie avec la charge. Une régulation en boucle fermée de l'amplitude est donc nécessaire.

Un réglage adéquat de la phase du courant injecté permet l'opposition de phase entre forces créée et à combattre. Mais cette phase varie également avec la charge, elle nécessite donc également une régulation.

Ces deux contrôles peuvent être réalisés au moyen d'un accéléromètre placé sur la machine qui mesure ses vibrations; un filtrage d'ordre élevé permet de ne fournir à l'électronique de commande que l'amplitude de la raie de bruit que l'on cherche à combattre (et non tout le spectre).

Le procédé de réglage serait alors, effectué manuellement :

- l'amplitude du courant est fixée d'après les calculs théoriques,
- on cherche la phase qui correspond aux plus faibles vibrations,
- on ajuste l'amplitude pour optimiser la réduction des vibrations.

Pour que ce réglage s'effectue automatiquement, rapidement, et se rajuste en permanence, un algorithme est nécessaire. Il peut fonctionner ainsi :

- on incrémente la phase du courant injecté et on mesure la différence sur le niveau de vibrations,
- on incrémente l'amplitude et on mesure la différence sur le niveau de vibrations,
- en fonction du résultat de la précédente modification de phase, on incrémente ou décrémente la phase,
- en fonction du résultat de la précédente modification d'amplitude, on incrémente ou décrémente l'amplitude,
- et ainsi de suite.

Les incréments de phase et d'amplitude peuvent ne pas être constant, mais évoluer suivant la dernière variation de vibration observée. Cette régulation complexe peut utiliser les principes de la logique floue [46].

II - METHODES D'INJECTION D'UN COURANT HARMONIQUE.

Afin de réduire le bruit magnétique en utilisant le principe de réduction active, plusieurs configurations de montages sont possibles pour l'injection d'un courant harmonique dans une machine en plus de celui nécessaire à son fonctionnement. Les premières utilisent la machine tel quel, le dispositif d'injection étant placé en série ou en parallèle; nous examinerons successivement ces deux structures en présentant leurs avantages et inconvénients. Une autre méthode ayant recours à un enroulement supplémentaire peut être envisagée; comme elle nécessite une construction particulière nous ne la développerons pas dans cette étude, son principe est néanmoins exposé dans l'annexe III.

II - 1 - Présentation du problème.

Sur un moteur de faible puissance alimenté par un onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsions (M.L.I.), il est aisé de superposer à l'onde de référence fondamentale un signal destiné à réduire le bruit. Cette méthode a été utilisée par D. Belkhat [11]. Mais il est difficile d'alimenter ainsi une machine de forte puissance, notamment lorsqu'elle est destinée à fonctionner en étant alimentée par le réseau. Après avoir rappelé le principe de la M.L.I., ce paragraphe met en évidence cette difficulté.

II - 1 - 1 - Principe d'un onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsions.

Un onduleur de tension triphasé est composé de 6 interrupteurs comme représenté sur la figure IV-1. Il permet de transformer une tension continue en un système de tensions alternatives triphasées. Afin d'alléger l'écriture, nous avons supprimé l'indice q relatif à la phase, le courant instantané circulant au stator sera donc noté simplement i^s , la tension simple instantanée au stator v^s . La tension composée instantanée au stator sera notée u^s , la tension continue à l'entrée de l'onduleur U_c .

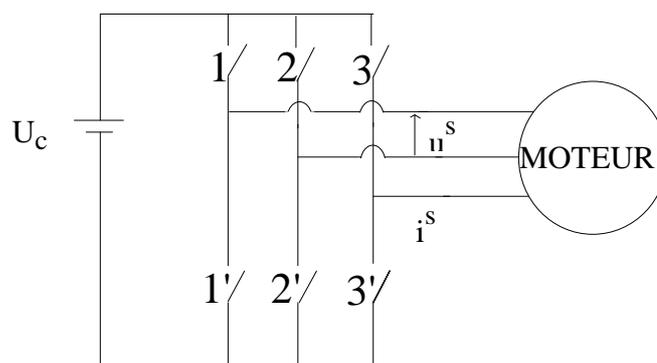


Figure IV-1 : onduleur de tension.

Commandé de manière classique, un tel onduleur contrôle la fréquence des tensions qu'il délivre, mais leur valeur efficace est imposée par la tension continue U_c . La Modulation de Largeur d'Impulsions permet, par un découpage des tensions délivrées, de faire varier leur valeur efficace et de repousser leurs harmoniques vers des fréquences élevées.

La génération des ordres de fermeture et d'ouverture des interrupteurs est généralement réalisée par une comparaison entre un signal triangulaire de fréquence élevée et un signal de référence, image de la tension de sortie v^s désirée. La figure IV-2 montre cette procédure lorsque la référence est une sinusoïde. Lorsque le signal triangulaire est inférieur à la référence, le niveau logique à la sortie du comparateur est 1, ce qui correspond à l'interrupteur 1 fermé et l'interrupteur 1' ouvert, les deux étant complémentaires.

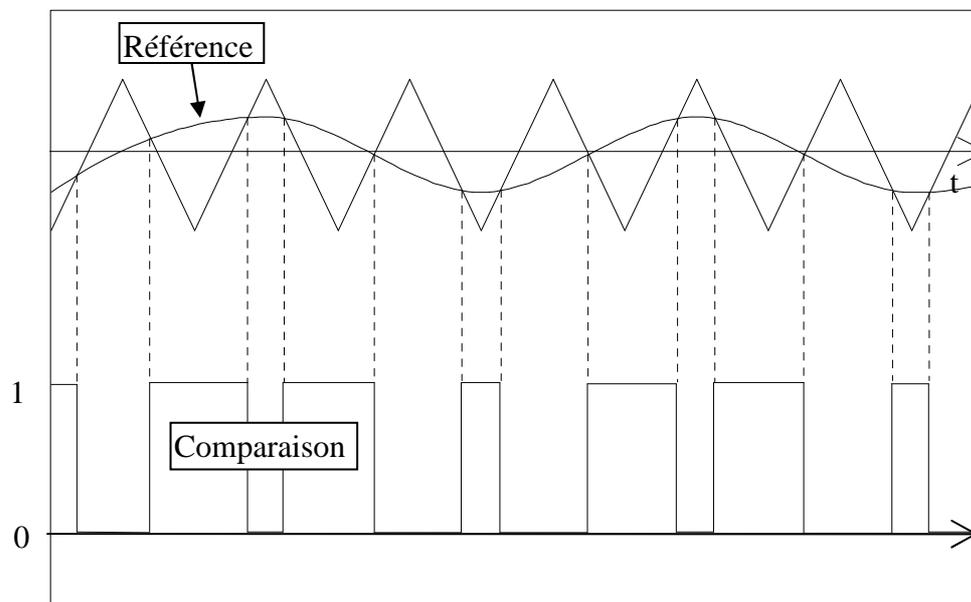


Figure IV-2 : génération des ordres de commandes des interrupteurs pour la M.L.I..

L'onduleur étant triphasé, il faut utiliser 3 ondes de références déphasées de $2\pi/3$, chacune permet de commander 2 interrupteurs duaux. On montre que les fondamentaux des tensions de sorties sont les images des ondes de référence si leur fréquence est au moins six fois inférieure à celle du signal triangulaire [47]. En choisissant pour cette dernière 20kHz, on peut donc atteindre 3.3kHz. Pour des ondes de références sinusoïdales, la valeur efficace V^s de la tension simple de sortie est :

$$V^s = \frac{U_c \times r}{2\sqrt{2}} \quad (\text{IV-7})$$

où r est la profondeur de réglage [47], c'est à dire le rapport entre la valeur crête du signal de référence est celle du signal triangulaire, $0 \leq r \leq 1$. Les harmoniques des tensions de sortie étant à des fréquences très élevées on peut considérer que ces tensions sont l'image exacte des ondes de référence.

II - 1 - 2 - Alimentation de la machine par un onduleur à M.L.I.

Si les ondes de références contiennent deux sinusoides superposées, l'une image de la tension u^s d'alimentation de la machine, l'autre image de la tension u^{is} nécessaire à la réduction du bruit, alors les tensions de sortie de l'onduleur contiennent les deux signaux superposés. Lorsque l'on souhaite réduire le bruit d'une machine déjà alimentée par un onduleur à M.L.I. cette méthode peut être choisie. Le synoptique de la figure IV-3 présente le montage retenu dans ces conditions.

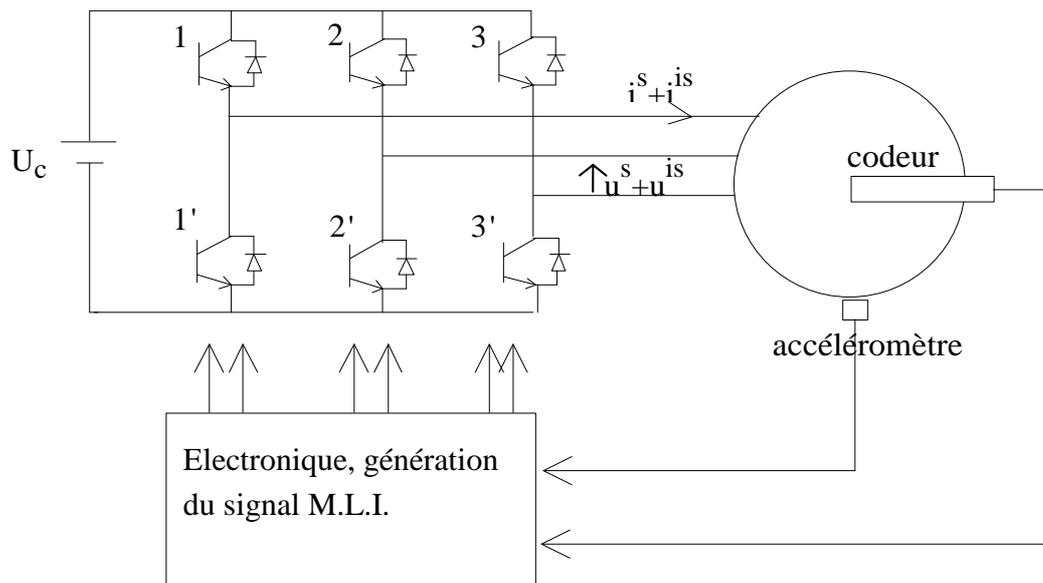


Figure IV-3 : machine alimentée par un onduleur à M.L.I.

Les interrupteurs contrôlés les plus utilisés sont souvent des I.G.B.T. (Insulated Gate Bipolar Transistor) qui ont l'avantage de pouvoir facilement être commandés (par la tension Base-Emetteur) et de présenter une faible tension à l'état passant. Ces composants sont capables de supporter la fréquence des commutations de 20kHz environ que la M.L.I. leur fera subir si on choisit un signal triangulaire à cette fréquence.

Les I.G.B.T. doivent pouvoir supporter à l'état bloqué la tension continue U_c . Les courants crête \hat{I}_T et efficace I_T qu'ils peuvent au maximum avoir à supporter sont, si on néglige I^{is} devant I^s , donnés par les relations :

$$\hat{I}_T = I^s \sqrt{2} \quad (\text{IV-8})$$

$$I_T = I^s / \sqrt{2} \quad (\text{IV-9})$$

Pour notre machine de 15kW de tension simple nominale $V^s=210V$ et de courant nominal 28A, la tension continue U_c nécessaire est, en considérant V^{is} égal à 35.7V (cas du glissement

nominal dans le tableau IV-4), au moins de $(V^{is} + V^s)2\sqrt{2} = 695V$. C'est cette tension que les composants devront supporter à l'état bloqué. Le courant efficace I_T qui les traversera sera au maximum de $28/\sqrt{2} = 20A$, le courant crête \hat{I}_T de $28\sqrt{2} = 40A$. Ces valeurs sont admissibles pour des I.G.B.T. classiques.

Pour une machine de 4.5MW de tension simple 2309V et de courant nominal 750A, on trouve $U_c = 7246V$, $I_T = 530A$, $\hat{I}_T = 1060A$. Ces valeurs sont très élevées, il n'existe pas actuellement d'I.G.B.T. capable de supporter une tension si importante (la tension la plus élevée que nous ayons trouvée supportable par des I.G.B.T est de 3300V). Il est possible les placer en parallèle mais pas en série. On pourrait diminuer cette tension en plaçant un transformateur élévateur entre l'onduleur et la machine, mais sa puissance augmenterait le coût de l'ensemble, de plus l'augmentation des courants entraînerait celle des pertes dues à la commutation et à la conduction des interrupteurs. Il n'est donc pas envisageable d'alimenter ainsi une machine de forte puissance uniquement dans le but de réduire son bruit. Par ailleurs des études montrent que le bruit magnétique des machines électriques augmente lorsqu'elles sont alimentées par un onduleur à M.L.I. [48][49]. Il faut qu'une telle machine soit alimentée directement par le réseau et que l'onduleur à M.L.I. ne fournisse que la puissance nécessaire à la réduction du bruit. Nous proposons pour cela quatre possibilités qui vont maintenant être décrites.

II - 2 - Injection série.

II - 2 - 1 - Principe.

Ce montage, en monophasé, est présenté à la figure IV-4. Il permet de modifier la tension aux bornes de la machine et par conséquent le courant qu'elle absorbe. Ce principe a déjà été utilisé pour rééquilibrer un système de tensions triphasées [50].

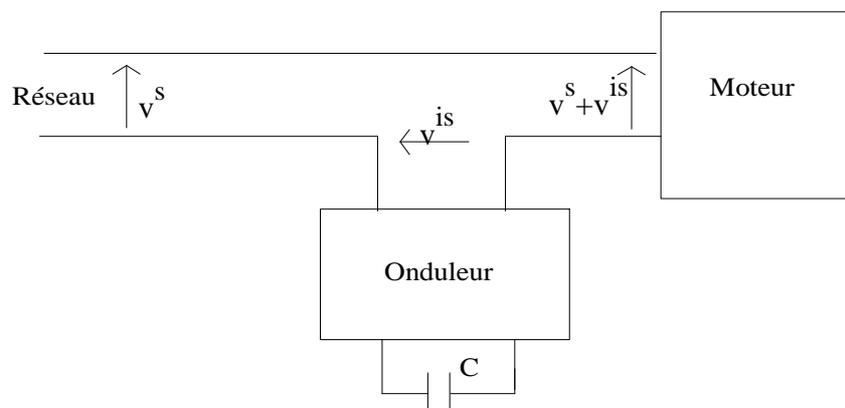


Figure IV-4 : onduleur de tension en série avec le réseau.

Le principal inconvénient de ce montage est de faire circuler le courant d'alimentation du moteur dans l'onduleur et donc de nécessiter des composants supportant des courants élevés. La chute de tension à 50Hz aux bornes de l'onduleur est en théorie nulle, l'onduleur se comportant comme un court-circuit pour les fréquences qu'il ne fournit pas, tout comme le réseau est un court-circuit pour les harmoniques.

II - 2 - 2 - Connexions en triphasé.

- Cas d'une machine couplée en triangle.

En triphasé, si on utilise une machine couplée en triangle, il est nécessaire d'utiliser un transformateur. Le montage est alors représenté figure IV-5 :

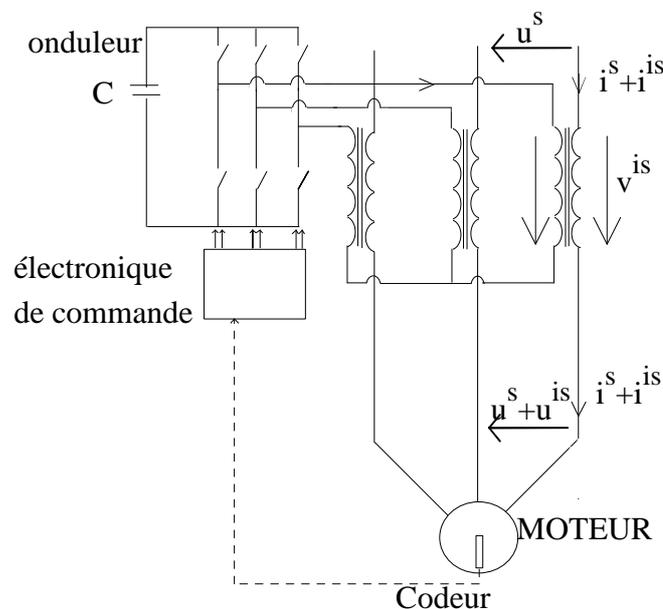


Figure IV-5 : onduleur triphasé placé en série avec la machine.

- Cas d'une machine couplée en étoile

Si le moteur est couplé en étoile, on peut placer le montage du côté du point neutre. Si le rapport du transformateur n'est pas nécessaire pour adapter les valeurs des courants et tensions, alors on peut supprimer cet élément comme le montre la Figure IV-6.

La composante à 50 Hz de la tension délivrée par l'onduleur est en théorie nulle, il y a donc bien pour cette fréquence un point neutre.

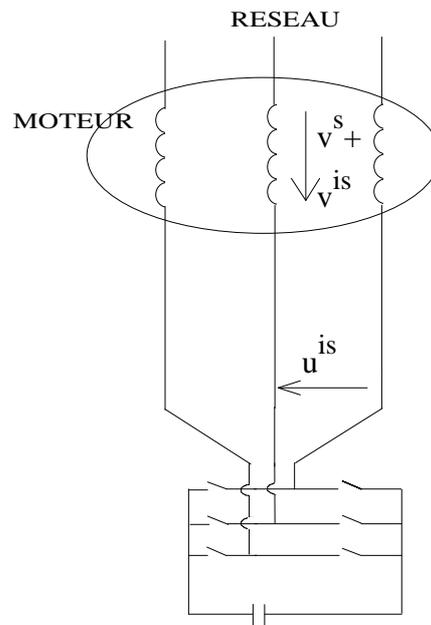


Figure IV-6 : onduleur triphasé en série avec la machine sans transformateur.

II - 2 - 3 - Régulation de la tension aux bornes du condensateur.

La tension continue à l'entrée de l'onduleur peut provenir d'un pont redresseur alimenté par un transformateur, lui-même connecté au réseau, cette façon de procéder est la plus courante. Mais le principal inconvénient de l'injection série, faire circuler le courant d'alimentation dans l'onduleur, peut devenir un avantage. En effet, il est possible de supprimer le transformateur et le pont redresseur et de se contenter d'un condensateur, alimenté par le montage qui peut fonctionner en redresseur dans le sens réseau-condensateur en même temps qu'il fonctionne en onduleur dans l'autre sens. La tension U_c peut être maintenue constante à une valeur désirée grâce à une régulation [51][52]. Celle-ci est décrite en annexe IV.

II - 2 - 4 - Dimensionnement des composants.

Nous allons calculer les courants et tensions que doivent supporter les éléments de l'onduleur avec la machine de 4.5MW de Jeumont-Industrie présentée au paragraphe I-5-2 de ce chapitre.

D'après le tableau IV-5 il faut, dans le cas du fonctionnement nominal, faire circuler 5.1A à la fréquence 3370Hz, la tension V^{is} nécessaire est de 253V. Compte tenu de la relation (IV-7), la tension continue U_c doit être au moins de 716V. C'est donc cette tension que doivent supporter les composants de l'onduleur. Le courant qui les parcourt dépend du courant nominal de la machine; celui-ci est de 750A. Par conséquent, d'après les relations (IV-8) et

(IV-9), le courant efficace dans chaque interrupteur de l'onduleur atteindra au maximum 530A, le courant crête 1060A. Il existe par exemple chez le constructeur MITSUBISHI des I.G.B.T. supportant 1700V et 1000A efficace (2000A crête) ou encore 2500V et 1200A efficace (2400A crête). Ces composants conviennent, il n'est pas nécessaire d'utiliser un transformateur entre l'onduleur et la machine pour adapter la tension et le courant, d'autant plus qu'il est possible de placer des I.G.B.T. en parallèle.

Ce montage est donc techniquement réalisable. Il présente l'inconvénient de commuter à une fréquence élevée des courants importants. Les pertes par commutation seront donc élevées, un système de refroidissement des composants sera nécessaire.

L'intérêt de ce montage est de ne nécessiter que l'onduleur sans pont redresseur, et sans élément passif autre que le condensateur C.

II - 3 - Injection parallèle.

II - 3 - 1 - Problèmes liés à la mise en parallèle d'un onduleur avec le réseau.

Le montage consistant à placer un onduleur en parallèle avec le réseau est représenté en monophasé sur la figure IV-7. Le réseau se comportant comme un court-circuit pour les harmoniques, le courant fourni par l'onduleur y circule au lieu de circuler dans la machine. Ce montage, utilisé pour les filtres actifs [51], est dual du précédent. Au lieu de modifier la tension aux bornes du récepteur par un onduleur de tension placé en série, on modifie le courant absorbé au réseau par un onduleur de courant placé en parallèle.

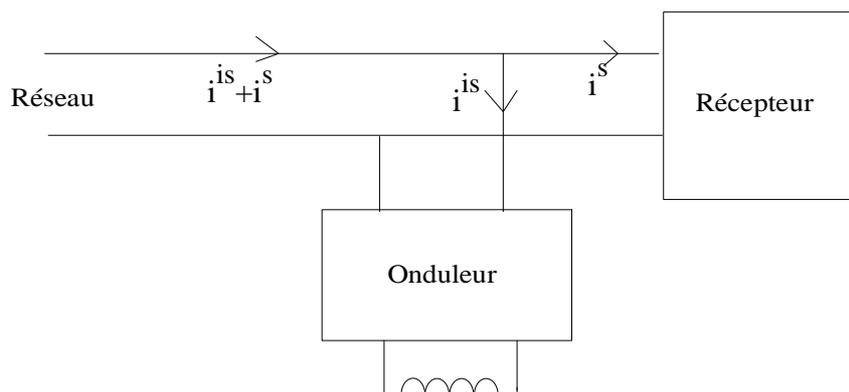


Figure IV-7 : filtre actif monophasé utilisant un onduleur de courant.

La figure IV-8 représente en triphasé le montage désiré. Un onduleur est en parallèle avec le réseau. Ce dernier fournit le courant d'alimentation et l'onduleur le courant à injecter.

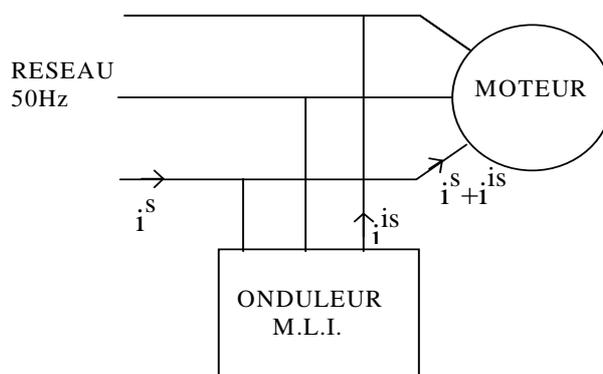


Figure IV-8 : onduleur en parallèle avec le réseau.

Mais ce montage ne convient pas tel quel car les courants fournis par l'onduleur ne circulent pas dans la machine, court-circuitée par le réseau à la fréquence d'injection.

II - 3 - 2 - Utilisation d'éléments passifs.

II - 3 - 2 - 1 - Utilisation d'inductances.

Pour empêcher les harmoniques de courant de circuler dans le réseau, on pourrait augmenter son impédance en plaçant des inductances en série comme le montre la figure IV-9 :

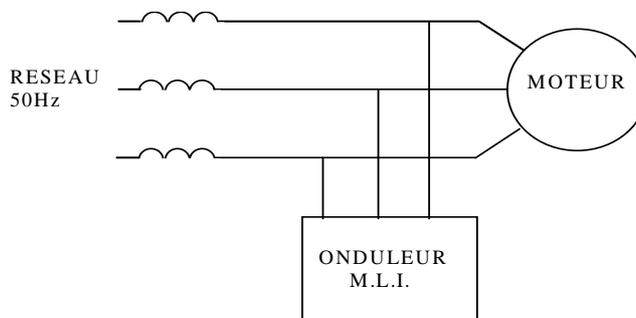


Figure IV-9 : inductances empêchant les harmoniques de circuler.

L'impédance des inductances est, relativement au 50Hz, plus grande pour les courants injectés qui sont à des fréquences élevées. Toutefois les chutes de tension à la fréquence du réseau réduisent les tensions appliquées au moteur.

Pour la machine de 4.5MW, on estime à l'aide du schéma monophasé qu'une phase est équivalente pour les harmoniques à une inductance de 2.35mH. Si on choisit cette valeur pour les inductances en ligne, le courant fourni par l'onduleur se partage pour moitié entre le réseau et la machine, il doit donc approximativement doubler dans l'onduleur pour produire le même

effet. Les calculs montrent alors que, pour une même puissance absorbée par la machine de 4.5MW, la tension simple à 50Hz aux bornes de la machine passe de 2309V à 1850V, le courant absorbé I^S de 750A à 970A, le glissement de 0.35% à 0.6%, le facteur de puissance de l'ensemble de 0.87 à 0.68. Ces perturbations sont inadmissibles, pour les rendre moins gênantes il faudrait diminuer la valeur des inductances si bien que le courant fourni par l'onduleur atteindrait des valeurs proches de celle du courant nominal de la machine.

II - 3 - 2 - 2 - Utilisation de récepteurs avec points milieux.

- Principe.

Ce montage s'apparente à celui de la figure IV-9 en utilisant comme inductance une demi phase de la machine. Cela nécessite que les enroulements présentent un point milieu comme le précise la figure IV-10 :

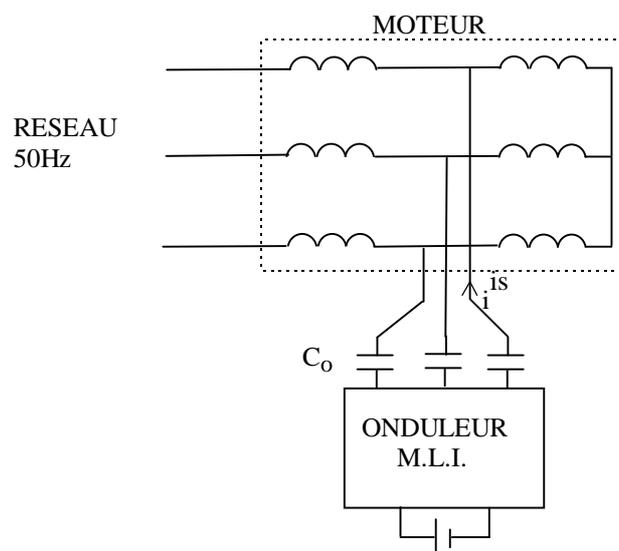


Figure IV-10 : Injection au milieu des enroulements.

Le réseau se comportant comme un court circuit pour les harmoniques, le courant injecté se partage de manière égale dans chaque demi-enroulement.

Le schéma monophasé équivalent de ce montage est donné par la figure IV-11 sur laquelle on note v^{i0} la tension instantanée délivrée par l'onduleur à la fréquence f^i . Le moteur est symbolisé par deux résistances $R_m/2$ et deux inductances $L_m/2$ en série.

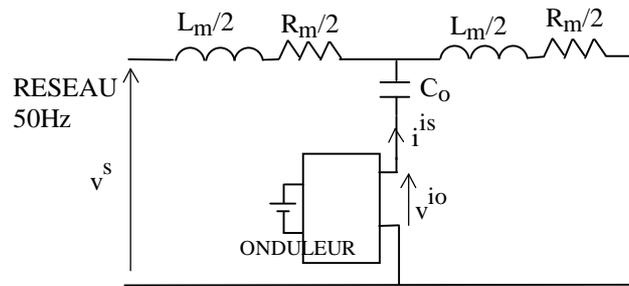


Figure IV-11 : Schéma monophasé équivalent.

Le rôle des condensateurs C_o est double :

- ils forment une impédance élevée pour la faible fréquence du réseau du réseau et permettent d'éviter la circulation du 50Hz dans l'onduleur qui est un court-circuit pour cette fréquence.
- par un choix de valeur permettant une résonance à la fréquence d'injection, ils permettent de nécessiter une tension délivrée par l'onduleur faible.

Les deux demi-enroulements se retrouvent, pour les harmoniques, connectés en parallèle. La résistance étant faible, l'inductance et la résistance vues de l'onduleur sont approximativement équivalentes au quart de celles d'un enroulement. Le schéma de la figure IV-12 peut être utilisé pour les harmoniques :

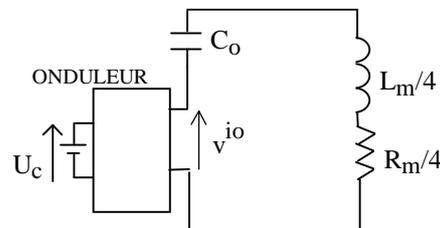


Figure IV-12 : Schéma monophasé équivalent pour les harmoniques.

La valeur de C_o est choisie de manière telle que la fréquence de résonance du circuit C_o - $L_m/4$ soit f^1 . Si le circuit résonant est parfaitement accordé sur cette fréquence, alors le courant fourni par l'onduleur n'est limité que par la faible résistance $R_m/4$. La tension v^{io} n'a donc pas besoin d'être élevée ainsi que la tension continue U_c à l'entrée de l'onduleur. Le courant que ce dernier délivre est faible (i^{is}), ses composants n'auront donc à supporter que de faibles valeurs de courants et tensions.

- Nombre de pôles de l'induction créée.

L'induction créée par l'injection du courant harmonique n'a pas la même polarité que celle due au courant initial. En effet le courant injecté au milieu ne parcourt pas dans le même sens l'une ou l'autre moitié de l'enroulement.

En annexe V a été tracée la force magnétomotrice créée par l'injection de courant sur plusieurs machines. On en déduit que la force magnétomotrice créée par l'injection d'un courant supplémentaire a, quel que soit le nombre de pôles initial de la machine, une seule paire de pôles.

La conséquence sur la réduction du bruit est que les forces résultantes de la combinaison entre le fondamental de l'induction initiale et celui de l'induction supplémentaire ont pour nombre de modes $p+1$ et $p-1$.

Par conséquent, avec ce montage, on pourra combattre le bruit magnétique dû à des forces de $p+1$ et $p-1$ modes. Les autres montages permettent de combattre des forces de 0 et $2p$ modes. On peut donc choisir le montage correspondant au nombre de modes de la force à combattre, à condition toutefois d'avoir prévu un point milieu sur chaque enroulement.

- Dimensionnement des composants.

La relation qu'il convient de respecter pour qu'il y ait résonance s'écrit :

$$\frac{1}{\sqrt{C_o L_m / 4}} = 2\pi f^i \quad (\text{IV-10})$$

Pour la machine de 4.5MW, on déduit du schéma monophasé équivalent pour les harmoniques: $R_m=27\text{mH}$ et $L_m=2.35\text{mH}$. Par conséquent, la fréquence d'injection f^i étant de 3370Hz (valeur correspondant au fonctionnement nominal du tableau IV-5), il vient : $C_o=3.8\mu\text{F}$.

Si la fréquence d'injection est précisément la fréquence de résonance du circuit, alors la valeur efficace de v^{io} notée V^{io} nécessaire pour que circule à 3370Hz dans chaque demi-enroulement un courant de 5.1A (fonctionnement nominal du tableau IV-5) est : $V^{io}=5.1 \times 2R_m/4=0.07\text{V}$. La tension efficace $V_{C_o}^i$ aux bornes de C_o à la fréquence f^i est alors de 126V.

En réalité la tension V^{io} devra être un peu plus élevée car la précision sur la valeur des éléments ne peut être infinie, de plus des variations de glissement peuvent modifier la fréquence du courant à injecter. Supposons que la fréquence f^i soit de 3336Hz, c'est à dire inférieure de 1% à celle de résonance du circuit (3370Hz). Les calculs donnent alors :

$V^{io}=2.44V$, $V_{C_0}^i=127.5V$. La tension continue U_c nécessaire à l'entrée de l'onduleur n'est que de 7V.

L'impédance formée par C_0 est, pour le 50Hz, grande mais non infinie. Une composante de courant à cette fréquence circule donc dans ces capacités et l'onduleur. La tension imposée à 50Hz entre points milieu est la moitié de celle du réseau, la tension à cette fréquence aux bornes de C_0 est donc égale à la moitié de la tension simple du réseau (l'onduleur étant un court-circuit), c'est à dire 1154V. Le courant efficace à 50Hz qui parcourt C_0 et l'onduleur n'est donc que de 1.38A.

Les composants semi-conducteurs de l'onduleur auront alors à supporter une tension de 7V, un courant efficace de 7.2A ($2 \times 5.1 / \sqrt{2}$) et un courant crête de 14.4A. Ces valeurs sont extrêmement faibles par rapport à la tension du réseau (4000V) et au courant nominal de la machine (750A).

D'autre part le courant qui circule dans les condensateurs C_0 est faible (5.1A), seule la tension qu'ils ont à supporter est assez élevée (1154V).

Ce montage est donc très intéressant. Toutefois il présente l'inconvénient de devoir sortir un point milieu sur chaque enroulement. D'autre part le nombre de pôles de l'induction créée est modifié.

II - 3 - 2 - 3 - Utilisation de circuits 'bouchons'.

Le problème de l'injection parallèle réside dans la circulation des courants injectés dans le réseau, celui-ci se comportant comme un court circuit pour les harmoniques. On peut les empêcher d'y circuler en plaçant sur chaque phase des circuits 'bouchons' constitués d'une inductance notée L_b et d'un condensateur noté C_b en parallèles, la fréquence de résonance de ces circuits étant accordée sur la fréquence d'injection f^1 de telle sorte que leur impédance soit infinie pour cette fréquence. La réalisation des inductances et des condensateurs sera aisée puisque f^1 est élevée. La figure IV-13 représente le schéma de la machine alimentée ainsi :

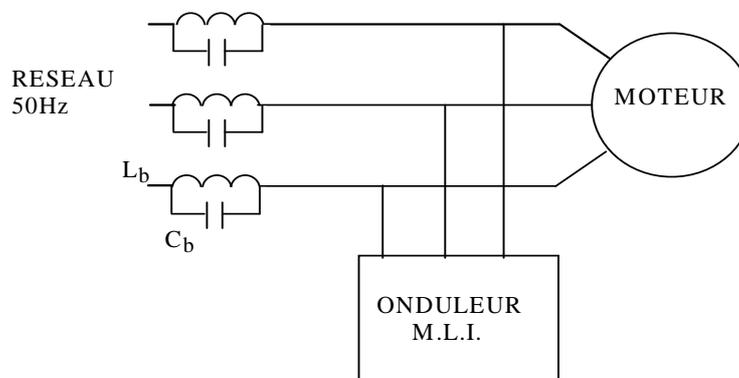


Figure IV-13 : circuits bouchons empêchant les harmoniques de circuler.

Il est possible de faciliter la réalisation de l'onduleur en empêchant le 50Hz d'y circuler. Ceci peut être réalisé simplement en insérant en série à la sortie de l'onduleur des condensateurs notés C_0 qui forment une impédance élevée pour le 50Hz et faible pour la fréquence élevée f^i . En utilisant un onduleur de tension et non de courant, la tension de sortie de l'onduleur est en créneaux à la fréquence élevée du découpage (environ 20kHz si le triangle de la M.L.I. est à cette fréquence). La valeur de L_b étant faible, il est nécessaire de placer des inductances notées L_0 en série avec les condensateurs C_0 afin de ne pas imposer aux bornes de ceux-ci de brusques variations de tension qui se traduiraient par des pics de courant. La figure IV-14 représente ce montage. On note u^{io} la valeur instantanée de la tension composée fournie par l'onduleur à la fréquence f^i .

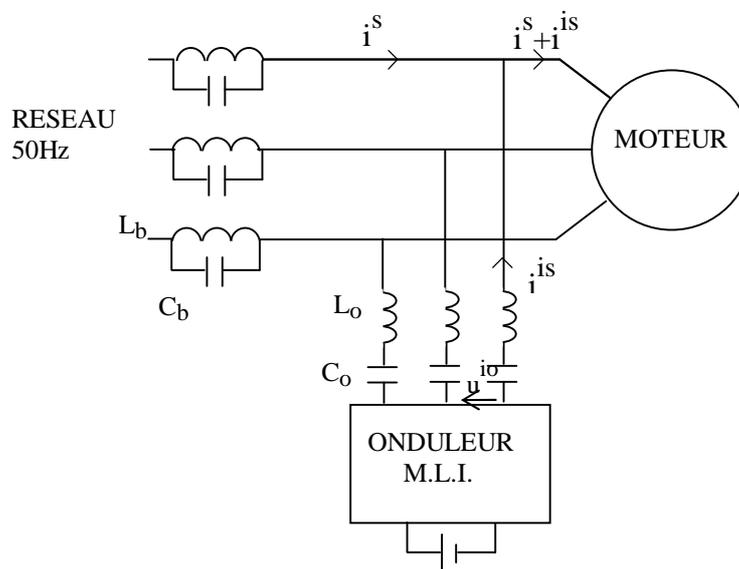


Figure IV-14 : onduleur parallèle non parcouru par le 50Hz.

En choisissant judicieusement les valeurs de C_0 et de L_0 de telle sorte qu'il y ait résonance à la fréquence d'injection, il est possible, comme pour le montage précédent, de faciliter la réalisation de l'onduleur.

Remarque : la source de tension continue de l'onduleur peut être constituée d'une simple capacité dont la tension est réglée selon les mêmes principes que pour l'injection série, détaillée en annexe IV.

Ce montage ayant été retenu pour les expérimentations, nous lui consacrerons une importance particulière en le dimensionnant dans le paragraphe suivant.

II - 4 - Caractéristiques du dispositif retenu.

Nous allons dimensionner les éléments du dispositif d'injection parallèle utilisant des circuits 'bouchons' pour la machine de Jeumont-Industrie de 4.5MW. Pour cela nous commencerons par donner les schémas monophasés équivalent à ce montage.

II - 4 - 1 - Schémas monophasés équivalent.

Le schéma monophasé équivalent au montage de la figure IV-14 est donné par la figure IV-15 où le moteur est symbolisé par une inductance L_m en série avec une résistance R_m . La tension délivrée par le réseau est notée v^{res} .

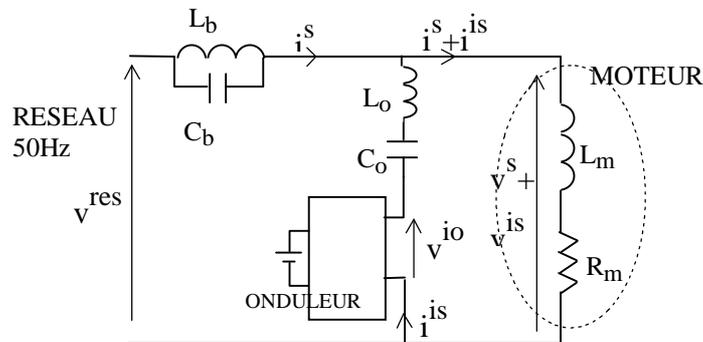


Figure IV-15 : schéma monophasé équivalent.

Pour le 50Hz, l'impédance des condensateurs étant élevée, le schéma monophasé équivalent devient celui de la Figure IV-16 :

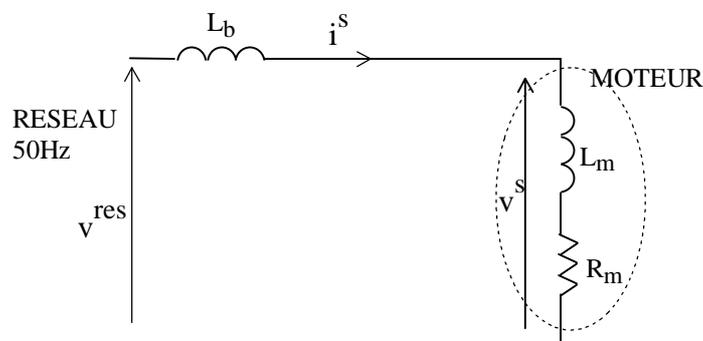


Figure IV-16 : schéma monophasé équivalent pour le 50Hz.

Pour les harmoniques, le réseau formant un court circuit, le schéma équivalent est celui de la figure IV-17 :

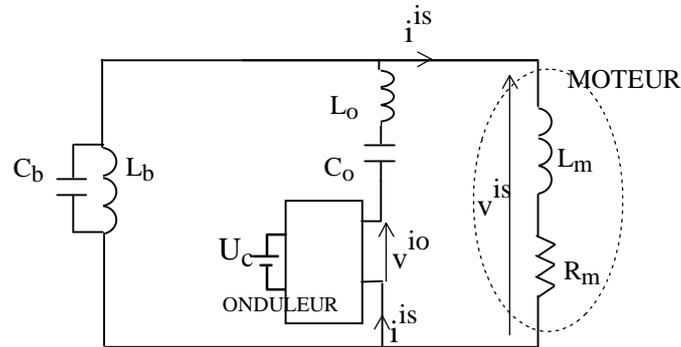


Figure IV-17 : schéma monphasé équivalent pour les harmoniques.

II - 4 - 2 - Utilisation de l'impédance du moteur.

Il est possible de choisir L_o et C_o de manière telle que la fréquence de résonance du circuit série formé par ces deux composants et l'inductance L_m du moteur soit la fréquence d'injection f^i . Si les valeurs des composants sont exactes, alors le courant fourni par l'onduleur et qui circule dans la machine n'est limité que par la faible résistance R_m . La tension V^{io} fournie par l'onduleur n'a pas besoin d'être élevée, ainsi que la tension continue U_c à l'entrée de l'onduleur. Le courant fourni par l'onduleur i^{is} est celui à injecter de valeur efficace I^{is} donc faible. Les composants semi-conducteurs de l'onduleur auront à supporter des courants et tensions relativement faibles.

II - 4 - 3 - Dimensionnement des composants.

- Choix de L_b et C_b .

Il est préférable de choisir L_b faible (C_b élevé) afin de perturber le moins possible le moteur comme le montre la figure IV-16. Le choix dépend de la valeur la plus élevée des capacités dont on dispose sachant que plus C_b est élevée, plus faible sera la tension à ses bornes. Mais une autre considération incite à choisir L_b la plus élevée possible puisqu'une faible valeur de cette inductance conduit à réduire la bande de réjection du filtre anti

harmonique et donc à nécessiter une grande précision dans les valeurs des éléments. Plus L_b est faible, plus la tension V^{io} devra s'élever si la fréquence d'injection ne coïncide pas parfaitement avec la fréquence de résonance des circuits bouchons. Un compromis est donc nécessaire, il dépend des fluctuations de vitesse possible de la machine qui modifient la fréquence d'injection.

Concernant notre machine de 4.5MW, si la fréquence f^i est de 3370Hz (cas du fonctionnement en charge traité précédemment), on peut choisir par exemple $L_b=0.5\text{mH}$ et $C_b=4.46\mu\text{F}$. Les perturbations à 50Hz causées par ces circuits seront faibles : avec le moteur de 4.5MW alimenté sous une tension composée de 4000V, pour une même puissance absorbée nominale, le glissement passe de 0.35% à 0.36%, le courant I^S de 750A à 764A, le facteur de puissance global de 0.87 à 0.84, la tension simple V^S de 2309V à 2246V. La tension à 50Hz aux bornes des circuits bouchons est de 120V, soit 5.2% de la tension simple.

La valeur de L_b étant faible ainsi que la tension à ses bornes, le nombre de spires nécessaire à sa réalisation est peu important et le circuit magnétique de petite taille. Le courant qui circule dans C_b à la fréquence du réseau est, dans notre exemple, de 168mA, donc très faible.

- Choix de L_o et C_o .

Leurs valeurs doivent être choisies de telle sorte qu'il y ait, dans le circuit L_o - C_o - L_m - R_m , résonance à la fréquence d'injection. Il faut donc respecter :

$$\omega^i = 2\pi f^i = \frac{1}{\sqrt{(L_o + L_m)C_o}} \quad (\text{IV-11})$$

La valeur de L_o résulte également d'un compromis. Plus L_o est grande (et donc C_o faible), plus les tensions aux bornes de ces composants sont élevées et plus la bande passante autour de la résonance est étroite, donc plus la tension V^{io} doit être élevée si la fréquence d'injection n'est pas précisément celle de la résonance. On a donc intérêt à choisir une faible valeur de L_o , mais cette inductance permet d'éviter des pics de courants lorsque la tension de sortie de l'onduleur varie brusquement. En effet, si on note les tensions instantanées v_{C_o} , v_{L_o} et v_{L_b} aux bornes de C_o , L_o , et L_b la loi des mailles conduit sur la figure IV-15 à :

$$v^{res} = v_{L_b} + v^{io} + v_{C_o} + v_{L_o} \quad (\text{IV-12})$$

La tension v^{io} est constituée de créneaux dus à la Modulation de Largeur d'Impulsions, leur fréquence est d'environ 20kHz si on choisit cette fréquence pour le triangle de M.L.I. L_b étant faible, la tension v_{Lb} peut être négligée. Comme v^{res} fluctue sinusoïdalement à la fréquence de 50Hz, on peut considérer cette tension, à l'échelle des commutations, continue par rapport à v^{io} . Sans l'inductance L_o , les brusques variations de v^{io} seraient imposées à C_o et entraîneraient des pics de courant. Pour les éviter et permettre que ce courant soit sinusoïdal à la fréquence f^i , il est nécessaire que la fréquence propre du circuit L_o - C_o soit largement inférieure à la fréquence des commutations. Il faut donc respecter :

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_o C_o}} \ll 20000.$$

Lorsqu'un circuit formé d'une inductance et d'un condensateur en série est soumis à un échelon de tension, le courant oscille à la fréquence propre du circuit. Pour éviter des oscillations de courant dans L_o et C_o , il est nécessaire que la période des oscillations naturelles du circuit soit au moins quatre fois supérieure à celle de la tension en créneaux qu'on lui impose. Par sécurité, nous prendrons un facteur 5, on doit donc choisir :

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_o C_o}} = 4000 \quad (\text{IV-13})$$

Les valeurs de L_o et C_o résultent alors du système de deux équations à deux inconnues formé des équations IV-11 et IV-13.

En ce qui concerne la machine de 4.5MW on sait que $R_m=27\text{m}\Omega$ et $L_m=2.35\text{mH}$. Par conséquent, la fréquence d'injection étant de 3370Hz, on calcule :

$$L_o=5.75\text{mH}, C_o=0.2754\mu\text{F}.$$

Pour le 50Hz, le circuit formé de L_o et C_o est une impédance de module 11560 Ω . Un faible courant à cette fréquence parcourt donc l'onduleur. La composante de courant à 50Hz traversant ces éléments ainsi que l'onduleur sera, en négligeant la chute de tension dans L_b et celle dans l'onduleur, donc sous une tension de 2309V, de 200mA.

La tension simple V^{io} nécessaire pour faire circuler le courant I^{is} à la fréquence f^i est obtenue en multipliant ce courant par R_m .

Les calculs montrent que, pour une fréquence d'injection f^i de 3370Hz, un courant I^{is} de 5.1A dans la machine, avec les valeurs d'éléments précitées, les valeurs efficaces des composantes à f^i de tension et de courant sont :

$$V^{io}=0.16V, V_{L_o}^i=645V, V_{C_o}^i=908V, V^{is}=263V, I_{L_b}^i=I_{C_b}^i=24.8A.$$

En réalité la tension V^{io} devra être un peu plus élevée car la précision sur la valeur des éléments ne peut être infinie, de plus des variations de glissement peuvent faire varier la fréquence du courant à injecter. Considérons $f^i=3336Hz$, c'est à dire une variation de fréquence de 1% par rapport à la fréquence de résonance des éléments (3370Hz). Les calculs utilisant le schéma de la figure IV-18 montrent que, pour faire circuler un courant I^{is} de 5.1A dans la machine, la tension V^{io} nécessaire à la fréquence f^i est de 43V, le courant fourni par l'onduleur de 5.6A. Les autres valeurs sont alors :

$$V_{L_o}^i=670V, V_{C_o}^i=963V, V^{is}=V_{L_b}^i=250V, I_{L_b}^i=23.8A, I_{C_b}^i=23.4A.$$

On en déduit que la tension continue U_c à l'entrée de l'onduleur doit être au moins de 122V ($43 \times 2\sqrt{2}$). Les I.G.B.T. auront donc à supporter une tension de 122V et un courant efficace maximal de $5.6/\sqrt{2}=4A$ (crête 8A), ces valeurs sont très faibles, supportables par des I.G.B.T. courants peu coûteux.

L'inductance L_o est soumise à une tension assez importante de 670V mais à une fréquence élevée, le circuit magnétique peut donc être de faible taille. L'inductance L_b est soumise à la même fréquence sous une tension plus faible de 250V.

Cette méthode est donc très intéressante. Son principal avantage est de nécessiter des composants semi-conducteurs supportant des valeurs de courants et tensions faibles. Son inconvénient est l'inductance L_b qui est parcourue par le courant nominal. Cet inconvénient est mineur puisque la tension aux bornes de cette inductance sera, à 50Hz, faible (3% de la tension nominale), le circuit magnétique pourra donc être peu volumineux.

II - 4 - 4 - Suppression des inductances L_b .

Si l'on dispose de capacités capables de supporter la tension du réseau et si l'inductance de celui-ci n'est pas négligeable, il est alors possible d'utiliser cette inductance et de supprimer L_b . Ce montage est décrit sur la figure IV-18 :

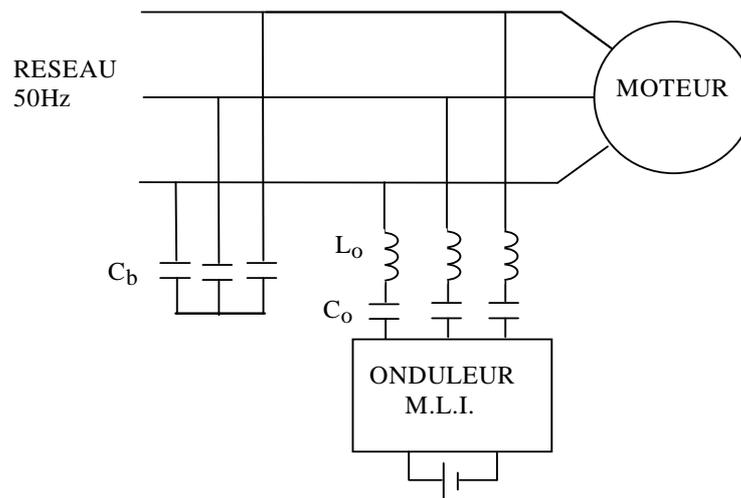


Figure IV-18 : utilisation de l'inductance du réseau.

Les schémas monophasés équivalents des figures IV-16 et IV-17 sont toujours valables avec ce montage, l'inductance L_b devenant celle du réseau amont.

III - ETUDE EXPERIMENTALE.

III - 1 - Dispositif utilisé.

III - 1 - 1 - Description de l'ensemble.

Les expérimentations ont été effectuées avec la machine de 15kW étudiée aux chapitres I et III. Les nombres de mode des forces à combattre étant 0 et 2p, il est possible d'utiliser les montages d'injection série ou parallèle avec circuits résonants. L'injection série a été expérimentée avec succès. Mais l'injection parallèle avec circuits résonants présente l'avantage d'imposer de faibles valeurs de courants et tensions au niveau des interrupteurs de l'onduleur, c'est donc cette technique qui est décrite.

La figure IV-19 représente le schéma général de l'ensemble du dispositif. Pour nos expérimentations, afin d'éviter de cumuler les problèmes, nous avons alimenté l'onduleur en continu avec un pont redresseur classique plutôt que de réaliser une régulation utilisant un élément réactif.

La machine est placée dans une chambre semi-anéchoïque. Un microphone placé à deux mètres de la machine, relié à un analyseur de spectre, permet de relever en permanence le spectre de pression acoustique. Le microphone et l'analyseur de spectre sont de marque Bruël & Kjaer.

Un capteur de courant mesure la fréquence du réseau; un codeur optique, monté en bout d'arbre, permet de suivre l'évolution de la fréquence de rotation.

Ces informations sont transmises à une carte numérique munie d'un D.S.P. (Data Signal Processing). Une fois programmée cette carte analyse les informations concernant la fréquence du réseau et celle de rotation, elle fournit les sinusoïdes de référence de la M.L.I.. Ces signaux sont envoyés à une carte analogique qui les compare à un signal triangulaire de fréquence 20kHz. De cette carte sont issus les ordres de fermeture et d'ouverture des interrupteurs transmis à la carte de commande rapprochée qui pilote les I.G.B.T. de l'onduleur.

III - 1 - 2 - Fonctions de l'électronique faibles signaux.

- Carte numérique.

Son rôle est de fournir les sinusoïdes de référence, images des tensions de sortie désirées à la sortie de l'onduleur, donc des courants permettant la réduction du bruit. Elle est centralisée autour d'un microprocesseur très rapide appelé D.S.P. (Data Signal Processing). Il

s'agit du modèle 21020 de Analog Devices. Cette carte comprend deux sorties analogiques et plusieurs entrées 'interruption'. Elle est reliée à un micro ordinateur P.C. muni d'un logiciel qui permet de la programmer en langage C.

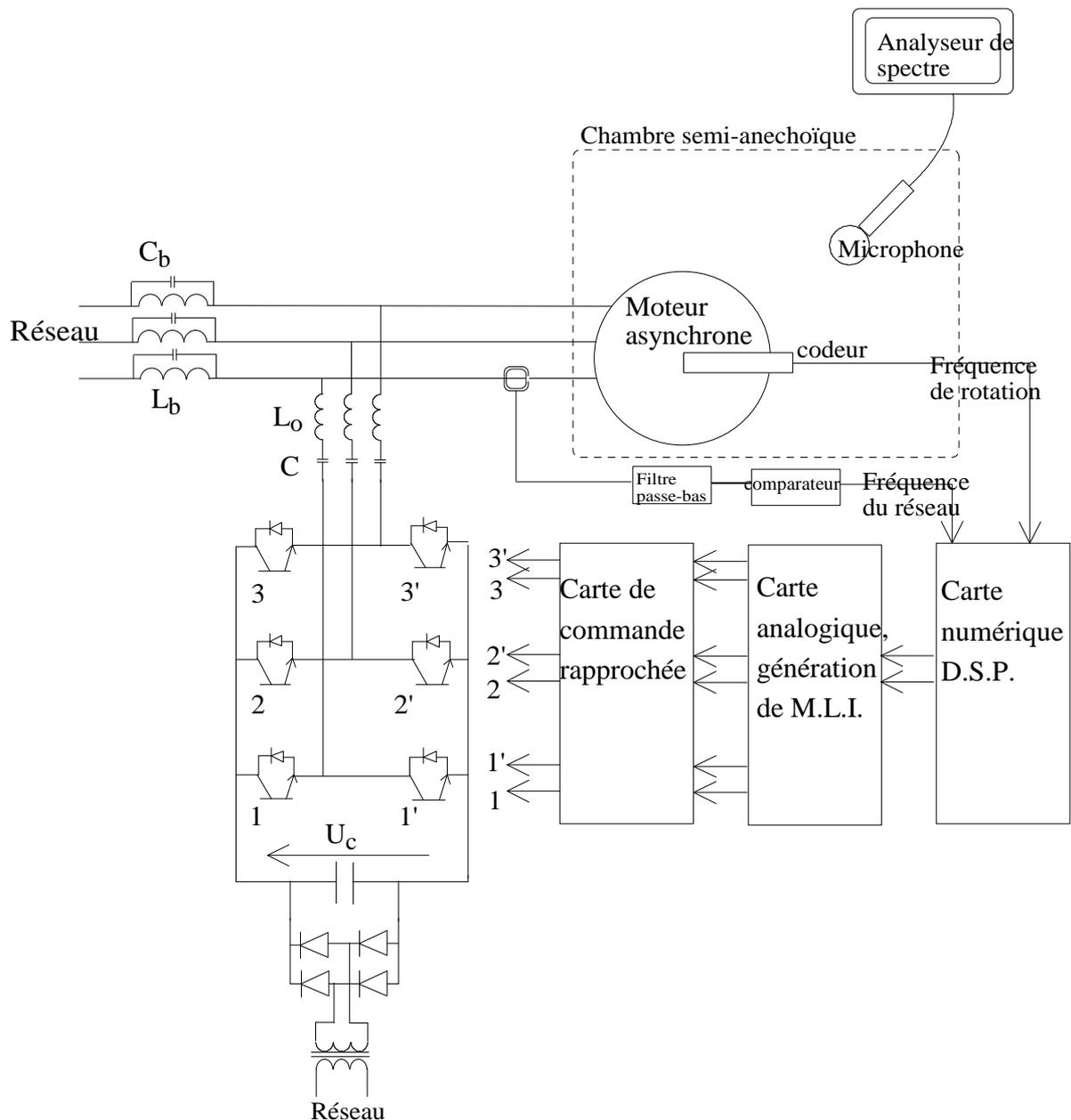


Figure IV-19 : description de l'ensemble du dispositif.

Deux entrées en interruptions sont utilisées pour mesurer la fréquence de rotation (f_r) et celle du réseau (f). La carte est programmée pour fournir sur les deux sorties analogiques deux sinusoïdes déphasées de $2\pi/3$ à la fréquence $Kf_r \pm f$ ($216f_r - f$ pour combattre les raies de bruit les plus importantes de notre machine).

La fréquence du réseau est mesurée grâce à un capteur à effet Hall qui assure une isolation galvanique entre le réseau et la carte. Un filtrage permet de ne conserver que la composante fondamentale du courant qui est celle du réseau, un comparateur à zéro permet alors d'obtenir un signal en créneaux à la fréquence du réseau.

La fréquence de rotation est mesurée grâce à un codeur optique qui comprend 100 points par tour et fournit un signal en créneaux à la fréquence $100f_r$.

Des boutons poussoirs sur la carte permettent de régler manuellement l'amplitude et la phase des tensions de sorties. Celles-ci sont alors reçues par une carte analogique qui génère les signaux pour la M.L.I..

La figure IV-20 décrit cette partie.

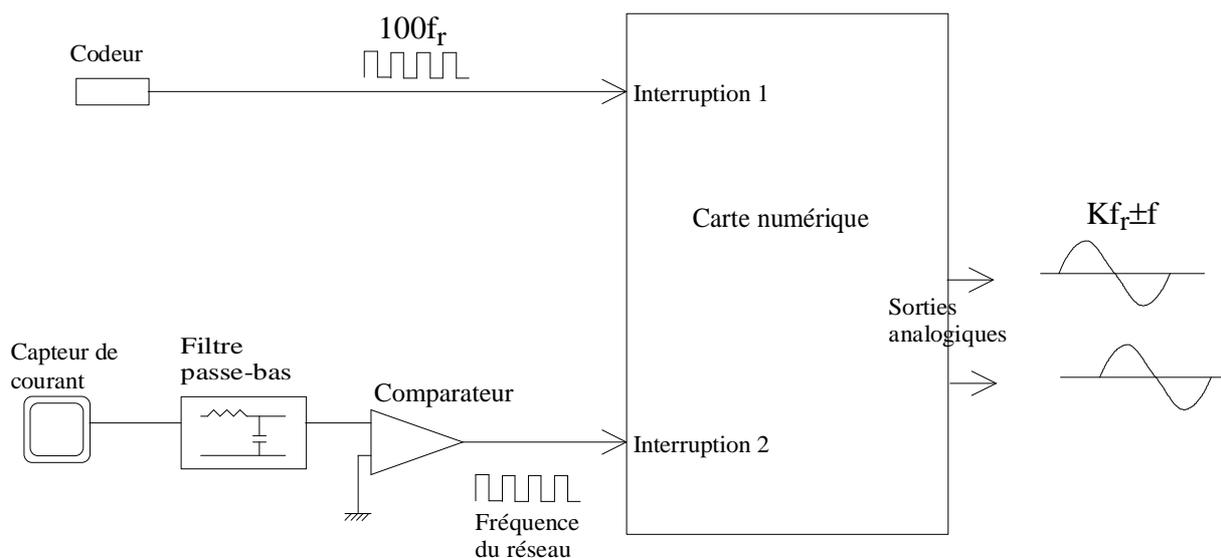


Figure IV-20 : environnement de la carte numérique.

- Carte analogique de génération des signaux de M.L.I..

Son rôle est de comparer les sinusoïdes de référence à un signal triangulaire de fréquence 20kHz afin de générer les signaux de commande des interrupteurs. La carte numérique ne fournissant que deux sinusoïdes sur les trois nécessaires, la troisième est obtenue par addition et inversion des deux premières (la somme des trois tensions devant toujours être nulle pour obtenir un système triphasé équilibré).

Deux transformateurs permettent l'isolation galvanique entre les cartes numérique et analogique. Un filtrage permet de supprimer les harmoniques dus à l'échantillonnage-blocage des sorties analogiques de la carte numérique.

Les trois sinusoïdes de références sont comparées à un signal triangulaire, les trois signaux en créneaux ainsi obtenus correspondent aux ordres d'ouverture et de fermeture des interrupteurs 1, 2, et 3, en les complétant on obtient ceux des interrupteurs 1', 2' et 3'. Signalons qu'un dispositif non décrit permet de réaliser des trous de commutation d'environ 5 μ s. En effet, entre l'ordre d'ouverture d'un interrupteur et l'ordre de fermeture de son dual, il est nécessaire de fixer un délai de sécurité afin d'être certain de ne pas court-circuiter la source de tension continue.

La figure IV-21 schématise le fonctionnement de cette carte.

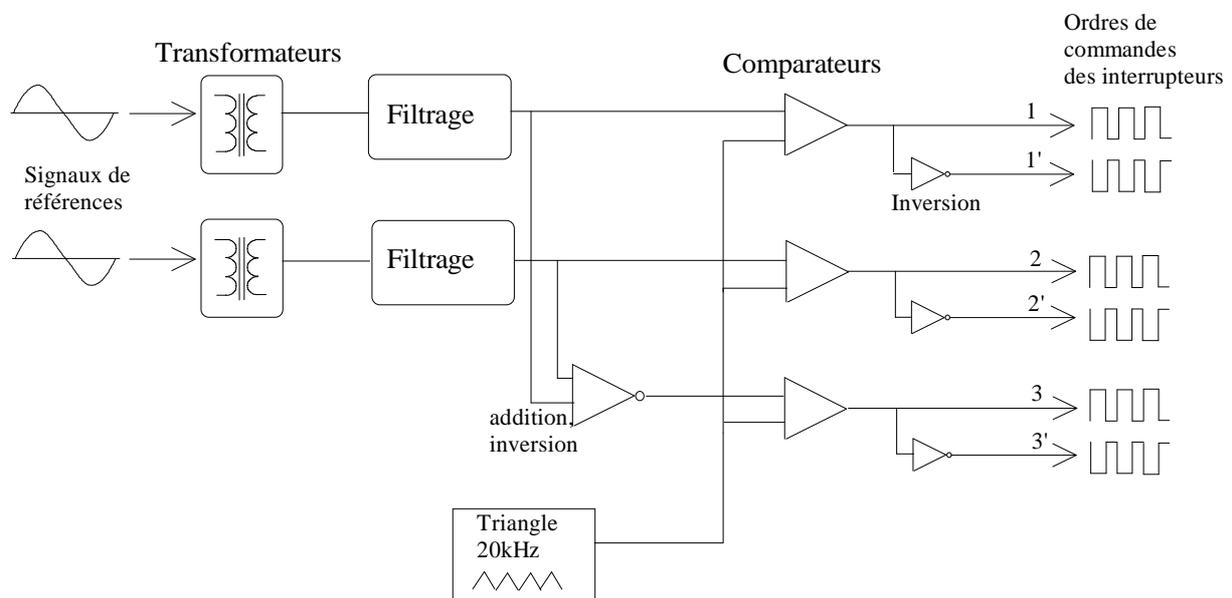


Figure IV-21 : carte analogique destinée à la génération des signaux de M.L.I..

- Carte de commande rapprochée.

Elle permet de fournir les signaux de commande qui seront appliqués entre la base et l'émetteur de chaque I.G.B.T., commandant ainsi leur ouverture et leur fermeture.

Elle est constituée de 6 parties identiques, chacune est relative à un I.G.B.T. et comprend un optocoupleur, une alimentation et un circuit spécialisé TSC429.

L'optocoupleur permet d'assurer une isolation galvanique entre les carte de génération des signaux M.L.I. et de commande rapprochée. Certaines parties de celle-ci sont en effet au potentiel de l'émetteur de l'I.G.B.T. donc du réseau. C'est d'ailleurs la raison pour laquelle

chacune des six parties comprend une alimentation indépendante. Le circuit TSC429 est spécialisé pour la commande des I.G.B.T., il permet d'appliquer une tension de 15V entre la base et l'émetteur lorsqu'il doit y avoir conduction, de 0V lorsque le composant doit se bloquer.

Le synoptique de cette commande rapprochée est donné à la figure IV-22.

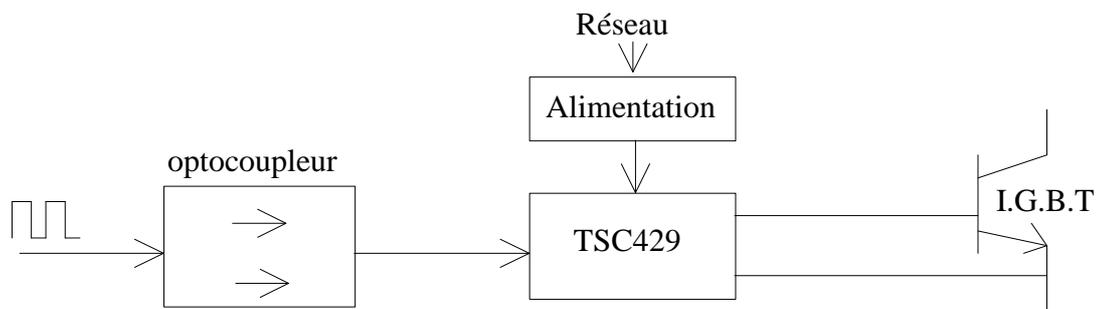


Figure IV-22 : principe de la commande rapprochée.

III - 1 - 3 - Mesures des fréquences du réseau et de rotation.

Pour réduire les raies de bruit de notre machine, il a été établi que le courant injecté, donc les signaux de référence de la M.L.I., doivent avoir une fréquence de $216f_r - f$. Ainsi l'onde de force créée tournera à la même vitesse que celle à combattre et les deux pourront être en opposition de phase. Si la fréquence des courants injectés n'est pas précisément $216f_r - f$, alors les deux forces ne tourneront pas à la même vitesse et ne pourront s'opposer. L'asservissement de la fréquence des signaux de référence à celles du réseau et de rotation est donc particulièrement important, il est très délicat à réaliser.

- Asservissement à la fréquence du réseau.

Celle-ci est fixe (50Hz), mais si on utilise l'horloge interne de la carte numérique pour créer un signal à cette même fréquence, il existera toujours une différence, même minime, entre celle créée et celle du réseau. Cette différence est due à la précision non infinie de la fréquence de l'horloge interne de la carte numérique et aux fluctuations de la fréquence du réseau. Visualisés sur un oscilloscope ces signaux présenteraient un 'glissement'.

Un des rôles de la carte numérique consiste à créer un signal fictif interne calé sur la fréquence du réseau. Le principe utilisé est une boucle à verrouillage de phase ou P.L.L. (Phase Locked Loop) [53]. Chaque passage par zéro du signal en créneaux à la fréquence du réseau

interrompt le programme du D.S.P., celui-ci, en mesurant le temps écoulé depuis le dernier passage par zéro du signal fictif, incrémente ou décrémente sa fréquence.

- Asservissement à la fréquence de rotation.

Le principe utilisé est le même que pour la fréquence du réseau. Le codeur contient 100 points par tour et fournit un signal en créneaux à la fréquence $100f_r$. Il faut recréer grâce à une boucle à verrouillage de phase un signal fictif à cette fréquence, puis la connaissant, la multiplier par 2.16 pour avoir le terme $216f_r$.

Un autre problème se pose alors : la précision de la carte numérique. Bien que très rapide et munie d'une horloge interne à 13MHz, compte tenu du nombre important d'opérations à effectuer, la précision des mesures de temps ne peut excéder $80\mu s$.

La fréquence du signal à mesurer est de $100f_r$, soit environ 1650Hz à la vitesse nominale, donc une période de $606\mu s$. Avec une précision de $80\mu s$, la mesure de la fréquence sera comprise entre 1458Hz et 1900Hz, soit une erreur pouvant atteindre 15%. On ne peut dans ces conditions réaliser une boucle à verrouillage de phase. De plus, lorsqu'on multiplie cette fréquence par le coefficient 2.16, l'erreur est amplifiée d'autant.

Si on avait utilisé un codeur de plus faible définition (10 points par tour par exemple), la fréquence à mesurer serait plus faible ($10f_r$) et la boucle à verrouillage de phase plus précise (la précision de $80\mu s$ étant relativement meilleure) mais le coefficient multiplicateur serait plus élevé (21.6 pour 10 points par tour) et l'erreur finale serait identique (de plus un codeur de trop faible définition ne permettrait pas de suivre précisément les fluctuations de vitesse au cours d'un tour). Avec un codeur de plus de points, la fréquence à mesurer serait encore plus élevée.

Le système choisi n'est donc pas adapté à l'application. Il faudrait :

- un codeur contenant plus de points que le coefficient multiplicateur de la fréquence de rotation (216 dans notre cas), de manière à diviser et non multiplier l'erreur de la boucle à verrouillage de phase,
- une électronique permettant une précision de comptage plus importante.

Le choix d'une électronique numérique comporte l'avantage de pouvoir apporter des modifications simplement par programme, mais il paraît difficile de réaliser une boucle à verrouillage de phase à la fréquence désirée avec une telle technologie. Une boucle à verrouillage de phase analogique aurait sûrement été plus efficace. L'idéal est de disposer d'un codeur comprenant un nombre de points qui soit un multiple entier du coefficient multiplicateur. Un codeur de 360 points par tour, par exemple, permet un passage de $360f_r$ à $216f_r$ par une division de la fréquence par 5 et une multiplication par 3 ce qui est beaucoup

plus facile à réaliser en électronique qu'une multiplication ou division par un nombre non entier.

Ne disposant pas d'un tel codeur, étant donné le temps nécessaire à la réalisation d'une boucle à verrouillage de phase analogique capable de multiplier la fréquence par 2.16, nous avons préféré conserver l'électronique numérique et réduire les fréquences.

Nous avons donc remplacé le réseau à 50Hz par un alternateur triphasé délivrant des tensions à 10Hz (et fournissant des tensions d'amplitude cinq fois plus faible de manière à fonctionner avec les mêmes inductions dans la machine); la machine tourne ainsi à une vitesse environ cinq fois plus faible, le signal à $100f_r$ est alors de 330Hz environ (soit une erreur maximale de mesure de 1.3% avec une précision temporelle de 80 μ s). Compte-tenu des résonances mécaniques, c'est la raie de bruit à $54f_r$ qui présentait alors la plus grande amplitude, nous sommes donc attachés à réduire cette composante et non plus celle à $216f_r$; le coefficient multiplicateur est alors inférieur à 1 (0.54) ce qui diminue l'erreur. On peut ainsi obtenir des signaux de référence pour la M.L.I. à $54f_r \pm f$ avec une bonne précision.

III - 1 - 4 - Choix des éléments du dispositif d'injection.

- Courant, tension et puissances d'injection.

Nous allons combattre la force à la fréquence de $54f_r$ en injectant un courant supplémentaire à $54f_r + f$ avec $f=10\text{Hz}$ et $f_r=3.22\text{Hz}$, soit 184Hz. Les calculs du Chapitre III ont permis d'établir que l'amplitude de la force à $54f_r$ est de 7080N/m². La fréquence d'alimentation est ici réduite dans le même rapport que la tension (10Hz, 73V), les amplitudes des composantes d'induction dans l'entrefer sont donc les mêmes que sous fréquence et tension nominales, les amplitudes des ondes de forces également. On peut déduire de la relation (IV-6) la valeur efficace du courant à injecter à 184Hz :

$$I^{is} = \frac{\hat{F} 2\mu_0}{B_p^2} I_m = 0.3\text{A}.$$

On peut alors déduire du schéma monophasé équivalent de la machine relatif aux harmoniques les valeurs de la tension nécessaire et des puissances. On calcule : $V^{is}=3.3\text{V}$, $P^i=0.3\text{W}$, $Q^i=3\text{VAR}$.

Le courant et la tension d'injection sont donc très faibles, la fréquence d'injection également (184Hz). Etant donné la difficulté de réaliser des circuits résonants de faible fréquence de résonance, il est préférable dans notre cas que ces fréquences propres soit supérieures à celle d'injection. Les circuits résonants ne seront donc pas accordés exactement sur f^i mais sur une fréquence supérieure. Ceci exige un onduleur capable de délivrer une tension plus importante que celle nécessaire aux bornes de la machine qui n'est, comme précisé ci-dessus, que de 3.3V.

- Choix des inductances et condensateurs.

Nous avons choisi $L_b=3\text{mH}$, $C_b=11.1\mu\text{F}$, ce qui conduit à une fréquence de résonance de 872Hz largement supérieure à la fréquence d'injection (184Hz). Une fréquence de résonance plus basse n'est pas nécessaire et impliquerait des valeurs d'inductances ou de condensateurs importantes.

L'inductance L_o a été fixée à 12mH, le condensateur C_o à 12.9 μF . La fréquence propre de ces éléments est de 404Hz donc largement inférieure à la fréquence des commutations (environ 20kHz), l'inductance est donc suffisamment élevée pour éviter des oscillations de courant. Les valeurs de R_m et L_m se déduisent du schéma monophasé équivalent. Mis en série avec $L_m=9.4\text{mH}$, ce circuit résonne à 303Hz; cette fréquence est légèrement supérieure à la fréquence d'injection (184Hz).

Nous avons calculé, compte tenu de ces valeurs, la tension de l'onduleur nécessaire pour injecter un courant de 0.3A à 184Hz dans la machine, et les diverses valeurs de courants et tensions qui en résultent. Ces valeurs efficaces, relativement à la composante de fréquence 184Hz, sont précisées sur la figure IV-23 :

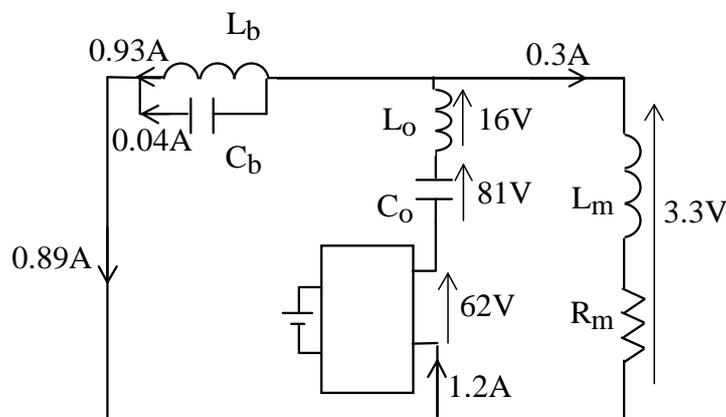


Figure IV-23 : valeurs efficaces des courants et tensions à $f^i=184\text{Hz}$.

Sur la figure IV-24 nous avons précisé les valeurs efficaces des composantes à 10Hz :

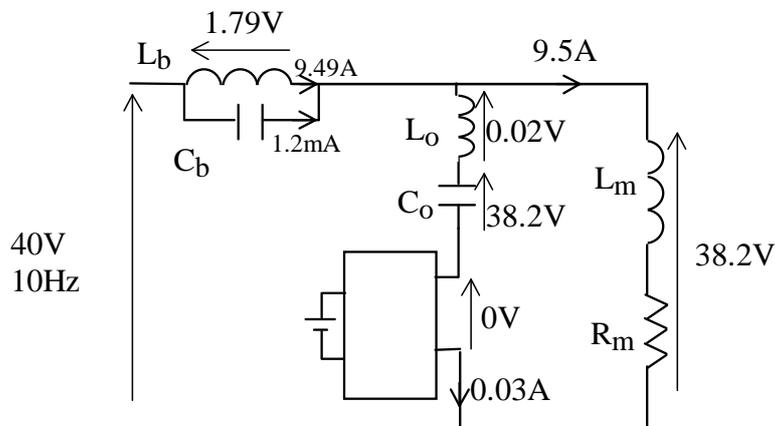


Figure IV-24 : valeurs efficaces des courants et tensions à 10Hz.

On constate que les contraintes qu'ont à subir les inductances et condensateurs sont faibles. La réalisation des inductances ne pose pas de problème car elles sont, soit sous faible tension, soit sous fréquence élevée, l'induction est donc faible dans les circuits magnétiques même s'ils sont de petite taille et s'il y a peu de spires. Compte tenu de cette faible induction il est préférable de les réaliser avec de la ferrite, ceci permet d'éviter, en outre, qu'elles ne soient bruyantes. En effet la magnétostriction et les forces de Maxwell dans les inductances créent des vibrations qui ne doivent pas créer un bruit parasite [54]. Ces forces sont d'autant plus faibles que l'est l'induction, la ferrite est moins bruyante que des tôles magnétiques classiques.

- Onduleur.

Nous disposons d'I.G.B.T. de marque MITSUBISHI et de référence CM50DY24H, ils supportent un courant efficace de 50A et une tension de 1200V. La tension continue U_c à l'entrée de l'onduleur a été fixée à 300V (choix d'un transformateur adapté alimentant le pont redresseur). La tension simple maximale disponible à la sortie de l'onduleur est ainsi de $2U_c\sqrt{2}=106V$ alors que celle théoriquement nécessaire est de 62V comme précisé sur la figure IV-23. Le courant délivré par l'onduleur est théoriquement de 1.2A. Les I.G.B.T. utilisés sont donc largement surdimensionnés.

III - 2 - Expérimentation.

III - 2 - 1 - Réduction du bruit.

- La machine est alimentée sous une fréquence de 10Hz et une tension composée de 69V, elle est à vide et tourne à la vitesse de 193tr/mn ($f_r=3.22\text{Hz}$), absorbant un courant I^s de 9A légèrement inférieur à sa valeur à 50Hz (10.5A). La figure IV-25 montre le spectre des niveaux de pression acoustique à deux mètres ainsi que celui du courant absorbé.

La raie de bruit à $54f_r$ (174Hz) à une amplitude de 50dB. Le niveau sonore global de ce spectre est de 53.5dB.

On distingue les deux raies de courant naturelles à $54f_r \pm f$ de part et d'autre de la raie de bruit à $54f_r$. La valeur efficace de la composante de courant à $54f_r+f$ est, sans injection, de 32mA.

- On injecte un courant supplémentaire à la fréquence de $54f_r+f=184\text{Hz}$, on règle son amplitude et sa phase de manière telle que la raie de bruit à $54f_r$ soit la plus faible possible. La figure IV-26 montre les nouveaux spectres, cette raie de bruit a pratiquement disparu sans que d'autres raies apparaissent.

Nous sommes parvenus à amener cette raie de 50dB à 23dB, soit une réduction de 27dB.

Le niveau sonore global est passé de 53.5dB à 47.7dB, soit une réduction de 6dB.

On remarque l'augmentation de la raie de courant à $54f_r+f$. La valeur efficace du courant injecté I^{is} permettant la réduction optimale de bruit est de 0.28A, soit une amplitude de 1/32ème de celle du courant d'alimentation. Nous avons estimé une valeur théorique de 0.3A, la pratique donne donc des résultats proches de la théorie.

- Afin de mieux visualiser cette réduction du bruit, les figures IV-27 et IV-28 présentent les spectres sonores sans et avec injection de courant avec des échelles très dilatées. On constate que la raie de bruit combattue est quasiment annulée, les raies de bruit voisines, d'origine magnétique, qui semblent avoir des fréquences de $53f_r$ et $55f_r$, sont très légèrement augmentées, la raie à $54f_r+2f$, dont nous savons qu'elle est influencée par l'injection à $54f_r+f$, est légèrement diminuée. Notre système fonctionne donc très bien. On remarque un léger décalage des raies, leur fréquence ayant un peu augmentée. En effet l'injection de courant se traduit par l'apport d'une puissance active qui a pour effet de diminuer légèrement le glissement.

On peut conclure positivement sur l'efficacité de notre procédé de réduction du bruit puisque le système proposé permet effectivement l'injection d'un courant harmonique qui crée une force s'opposant à celle à l'origine du bruit. Signalons, une fois les réglages d'amplitude et de phase effectués, que la réduction est assez stable dans le temps : elle reste effective tant que le régime de la machine ne change pas.

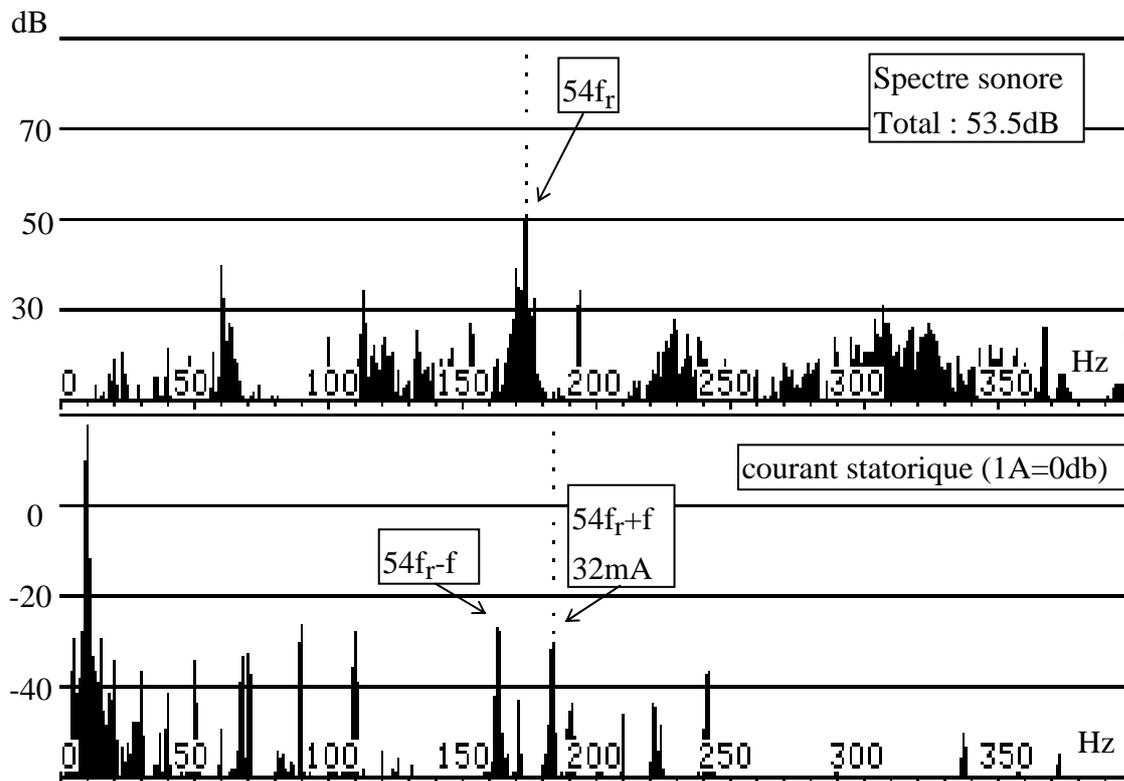


Figure IV-25 : spectres du son émis et du courant absorbé naturellement (1A=0dB).

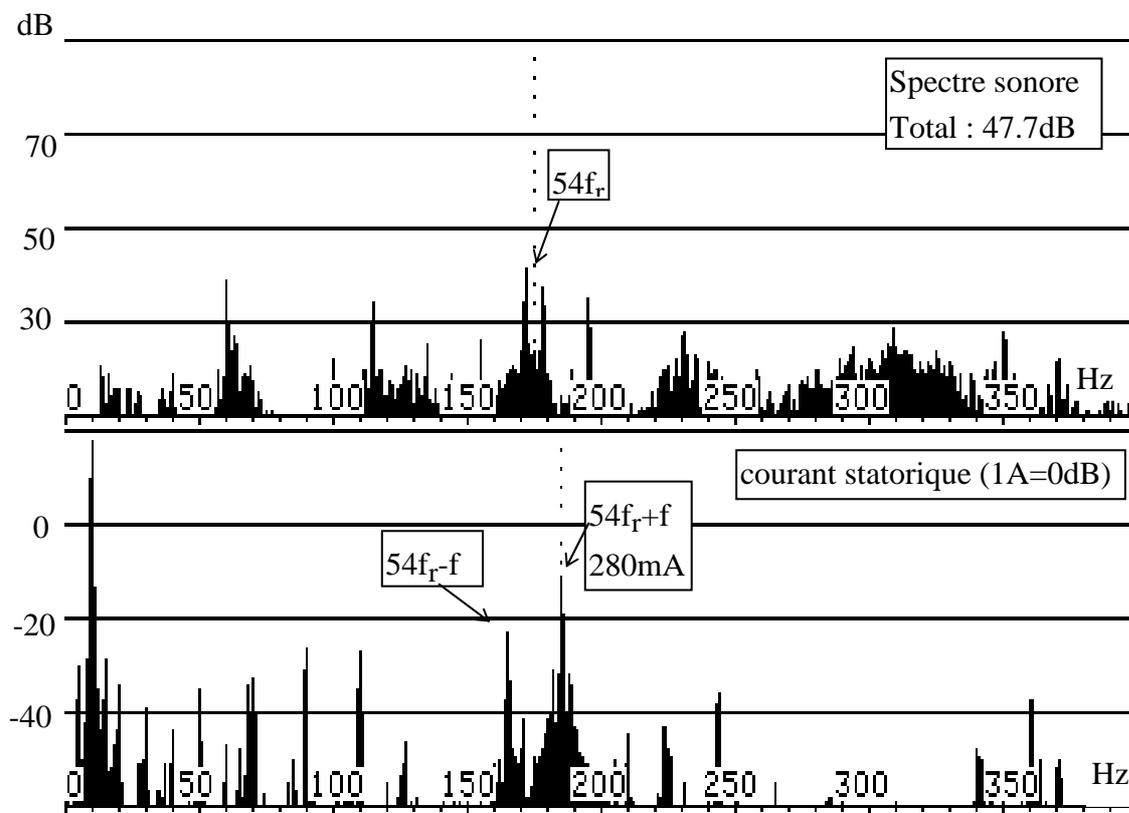


Figure IV-26 : spectres du son émis et du courant absorbé avec réduction du bruit.

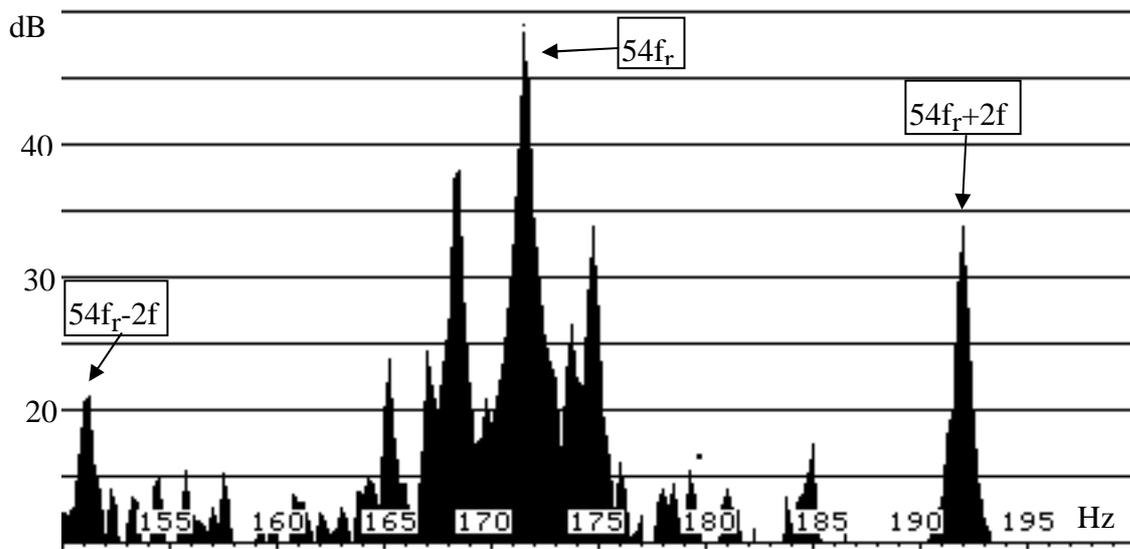


Figure IV-27 : raies de bruit naturelles à $54f_r$, $54f_r \pm 2f$.

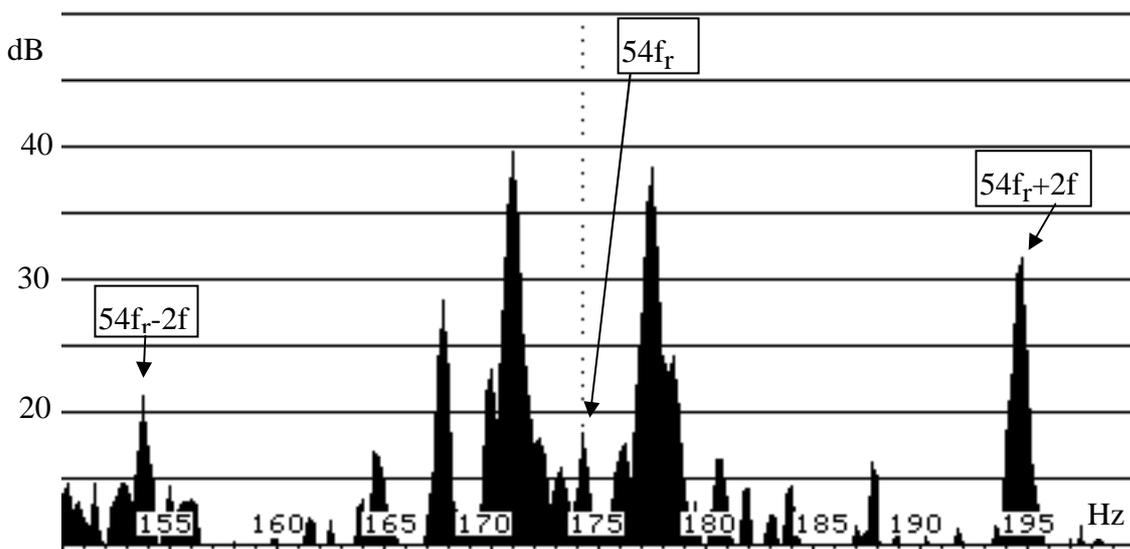


Figure IV-28 : Bruit réduit.

- Si la phase de l'onde de force créée n'est pas en opposition avec celle à combattre, alors le bruit augmente. Les figures IV-29 et IV-30 montrent le bruit normal et augmenté par un mauvais réglage de la phase du courant injecté, son amplitude restant égale à 0.28A.

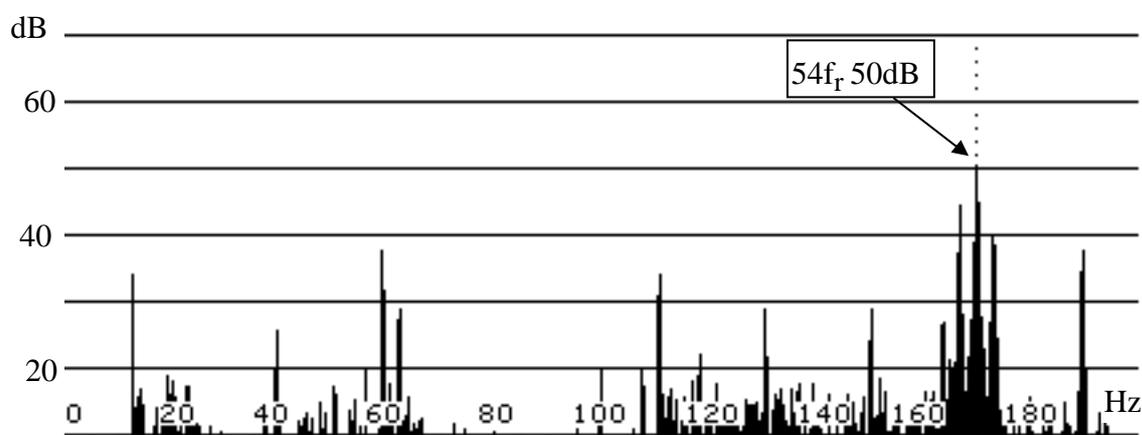


Figure IV-29 : Spectre sonore sans injection.

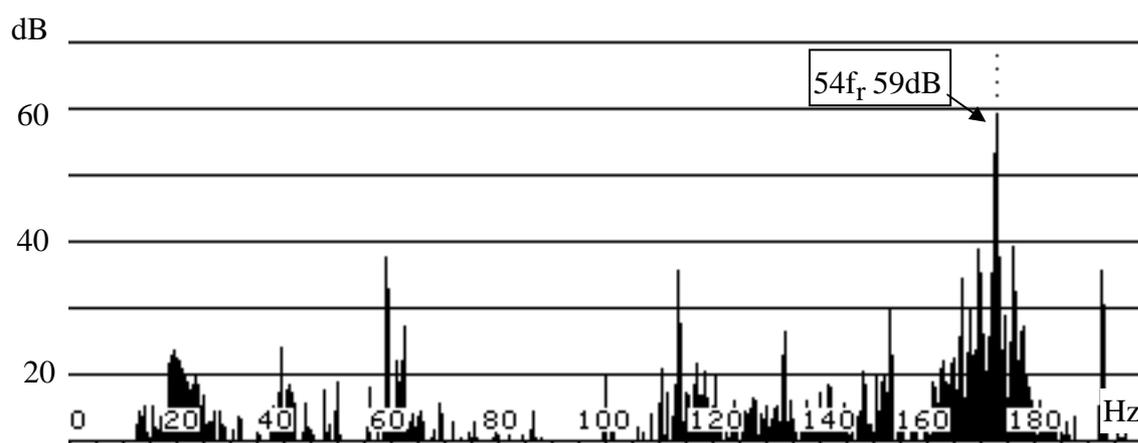


Figure IV-30 : spectre sonore avec injection mal contrôlée.

La raie de bruit à $54f_r$ est passée de 50dB à 59dB, cette expérience met en évidence l'importance du réglage de la phase du courant injecté.

III - 2 - 2 - Comportement du système d'injection.

Nous avons relevé les courants et tensions du montage afin de vérifier l'adéquation entre théorie et pratique. Un oscilloscope numérique muni de la fonction F.F.T. permet de distinguer, pour chaque quantité, la composante à la fréquence d'alimentation (10Hz) de celle à la fréquence d'injection (184Hz).

La figure IV-31 montre la tension composée relevée aux bornes de la machine, le courant la traversant et sa F.F.T.. On constate bien l'existence d'une importante composante à 184Hz en plus de la composante fondamentale à 10Hz.

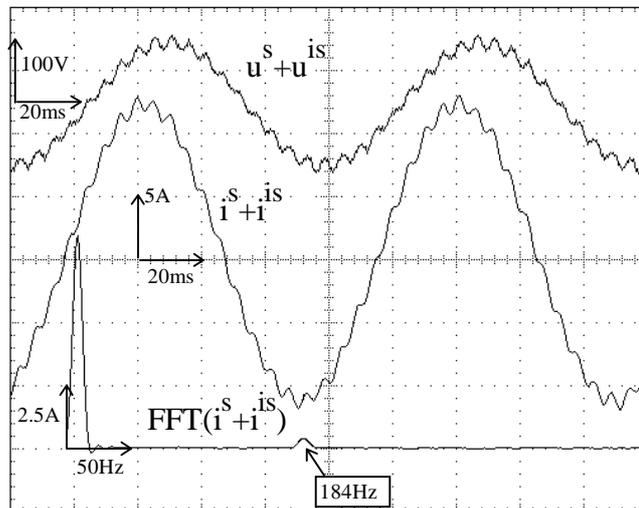


Figure IV-31 : tension composée, courant et F.F.T. du courant moteur.

La figure IV-32 présente le courant parcourant les composants L_o , C_o et l'onduleur ainsi que sa F.F.T.. On constate, comme précisé au paragraphe II-4-3, une légère composante à la fréquence d'alimentation (10Hz) superposée à celle à 184Hz fournie par l'onduleur.

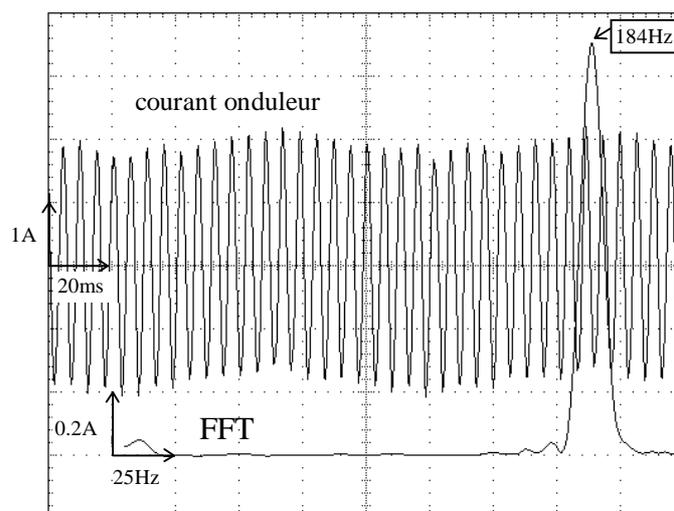


Figure IV-32 : courant dans l'onduleur et sa F.F.T.

Sur la figure IV-33 se trouvent, avec une échelle de temps très dilatée, la tension composée à la sortie de l'onduleur et le courant qu'il fournit. On constate que le découpage de la tension dû à la M.L.I. se retrouve peu dans le courant suite à la présence des inductances qui filtrent les harmoniques de rangs élevés.

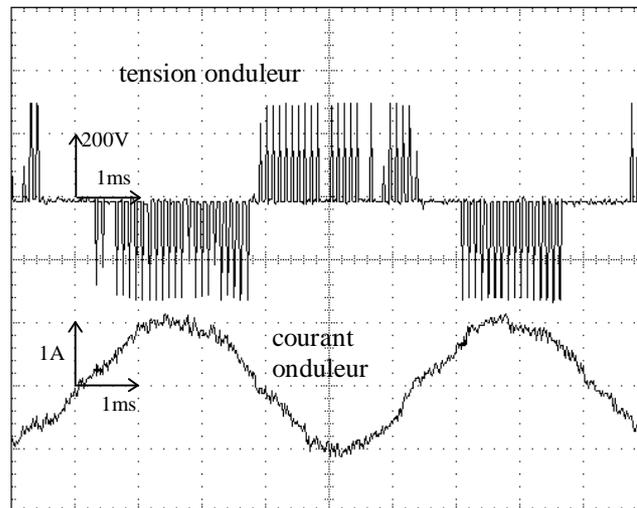


Figure IV-33 : tension et courant fournis par l'onduleur.

Sur la figure IV-34 sont notées les valeurs efficaces mesurées de la composante de fréquence 184Hz des courants et tensions dans le montage.

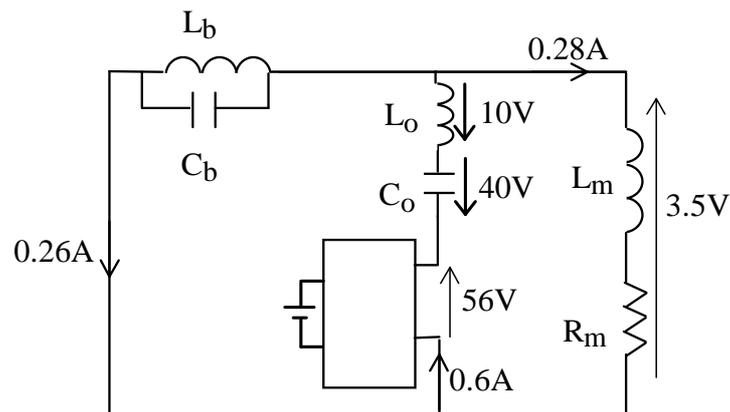


Figure IV-34 : valeurs efficaces pratiques des courants et tensions à 184Hz.

La figure IV-35 donne ces mêmes relevés pour la fréquence 10Hz :

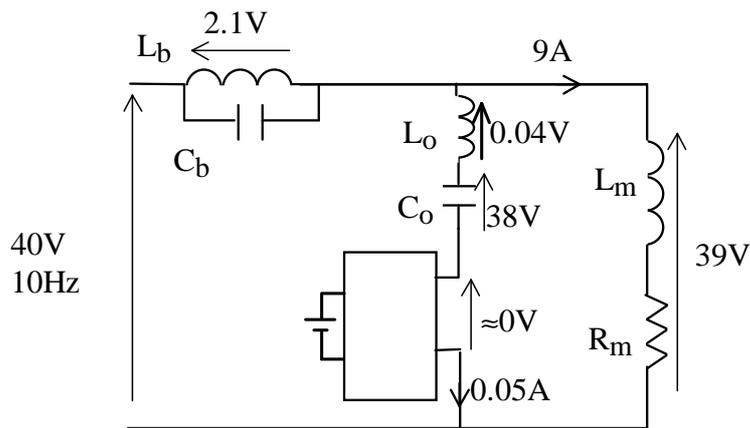


Figure IV-35 : valeurs efficaces pratiques des courants et tensions à 10Hz.

La comparaison de ces valeurs avec celles, théoriques, données sur les figures IV-23 et IV-24 montre une bonne adéquation entre théorie et pratique. La tension de sortie de l'onduleur est de 56V en pratique contre 62V en théorie. L'inexactitude des valeurs des composants et la réactance de l'alternateur d'alimentation (qui n'est pas suffisamment puissant pour être un véritable court circuit pour les harmoniques) peuvent expliquer les quelques différences.

La puissance apparente correspondant à l'injection est de environ 3VA, la puissance active théorique n'est que de 0.3W, c'est donc bien la puissance réactive qui est importante. Le courant continu absorbé par l'onduleur est de 0.1A, sous une tension continue de 300V, soit une puissance absorbée par l'onduleur de 30W. Cette puissance est largement supérieure à celle théoriquement nécessaire à la réduction du bruit (0.3W), la différence s'explique par les pertes qui ont été en théorie négligées : les résistances des éléments, les pertes par conduction et par commutation des semi-conducteurs représentent une puissance à fournir. La puissance nécessaire à la réduction du bruit est tout de même très faible vis à vis de la puissance de la machine. Ce montage est donc globalement très satisfaisant.

Cette étude expérimentale a permis de valider le procédé de réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones par injection d'un courant supplémentaire issu d'une source autre que celle fournissant la puissance. L'objectif initialement fixé est donc atteint.

CONCLUSION

L'étude réalisée permet de mieux appréhender les phénomènes de bruit des machines asynchrones, particulièrement le bruit magnétique lié aux effets d'encoches. Les calculs théoriques des harmoniques d'induction sont vérifiés par des comparaisons pratiques. Le principe de réduction du bruit magnétique par injection de courant harmonique est largement étudié, plusieurs méthodes permettant l'injection d'un courant dans une machine de forte puissance alimentée par le réseau sont proposées. Des essais pratiques permettent finalement de confirmer la validité du procédé.

Le premier chapitre présente les équations mécaniques et acoustiques régissant les phénomènes complexes de vibrations et bruits des machines asynchrones. Les points de vue de H. Jordan, Ph. L. Alger, et P.L. Timar sont comparés entre eux. Les résultats qui résultent de leurs expressions sont confrontés à ceux issus d'expériences pratiques. Ces formules analytiques sont toutes approximatives à cause de l'utilisation d'un modèle simple qui consiste à assimiler le stator à un anneau mince. Elles donnent toutefois des résultats assez corrects et ont l'avantage d'être faciles à utiliser. Ces équations montrent l'importance des résonances mécaniques ainsi que celle des phénomènes acoustiques.

Le deuxième chapitre permet, à partir d'un modèle d'encoche fictif, de calculer les caractéristiques des harmoniques d'induction présents dans l'entrefer des machines asynchrones. La présentation retenue met en évidence l'existence, en plus des harmoniques d'espace, d'harmoniques liés à la denture statorique, rotorique, ainsi qu'aux deux dentures. La comparaison de ces relations avec celles données par H. Jordan montre que cet auteur néglige de nombreux termes, notamment ceux à l'origine d'un phénomène de résonance de denture qui est responsable de la circulation d'importants courants harmoniques rotoriques et de bruit magnétique. L'étude permet également de connaître précisément les impédances qui limitent les courants rotoriques à partir des éléments du schéma monophasé équivalent ainsi que de retrouver l'expression de l'impédance magnétisante à partir de la géométrie de la machine. Les calculs des harmoniques d'induction générés par un rotor à cage sont effectués en utilisant une nouvelle approche qui considère qu'une barre rotorique est équivalente à une phase. Cette analyse met l'accent sur le nombre d'harmoniques moins nombreux avec un rotor à cage qu'avec un rotor bobiné.

Les applications numériques présentées au chapitre III font apparaître l'importance des harmoniques d'encochages par rapport aux harmoniques d'espace. Elles montrent que les harmoniques d'induction statorique dépendants du rotor, bien que d'amplitudes très faibles, ne sont pas toujours négligeables suite à la résonance de denture qui induit des f.e.m. et

courants harmoniques rotoriques importants. La comparaison des valeurs théoriques et pratiques de ces courants confirme la validité des calculs. Les inductions que ces courants rotoriques génèrent, bien que d'amplitudes faibles, sont essentiellement à l'origine du bruit magnétique de la machine étudiée. La comparaison entre le bruit calculé théoriquement et celui relevé en pratique permet de créditer l'étude analytique de part les écarts peu importants constatés.

Le dernier chapitre expose de manière détaillée le procédé de réduction active du bruit magnétique par injection de courant supplémentaire. Le procédé, toujours valable pour une machine à rotor bobiné, peut ne pas être applicable à une machine avec un rotor à cage. La puissance nécessaire à la réduction du bruit est quantifiée. Il s'agit essentiellement de puissance réactive; le courant à injecter est très faible, mais la tension correspondante est de l'ordre de grandeur de la tension nominale de la machine. La difficulté de l'asservissement de la fréquence d'injection à celle de rotation est soulignée et justifiée. Plusieurs montages permettant l'injection d'un ou plusieurs harmoniques de courants dans une machine alimentée par le réseau sont proposés. Tous utilisent un onduleur à modulation de largeur d'impulsions. La mise en oeuvre d'éléments passifs de valeurs telles qu'il y ait résonance à la fréquence d'injection permet d'utiliser des semi-conducteurs ne devant supporter que des valeurs de courants et tensions très faibles par rapport aux valeurs nominales de la machine. L'étude expérimentale permet de montrer l'importance du choix de l'électronique et du codeur. La réduction active du bruit magnétique est réalisée de manière pratique : une raie de bruit dominante est réduite de 27dB suite à l'utilisation de notre procédé.

Le but fixé pour cette étude, la 'réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau', a été atteint. Cette étude pourra être poursuivie. Il faudrait parfaire l'électronique afin de permettre la réduction du bruit à des fréquences plus élevées et de réaliser une régulation automatique en boucle fermée. Des études peuvent être menées afin de réduire le bruit en utilisant des techniques de réduction passive ou semi-active. La méthode de calcul présentée des harmoniques d'induction pourrait être programmée afin de pouvoir aisément comparer l'influence des choix de constructions des machines sur le bruit. Cette étude pourrait être étendue aux machines synchrones, un procédé similaire d'injection d'harmonique de courant ayant déjà permis la réduction des harmoniques de couple dans ces machines [55].

ANNEXE I

Mesures de vibrations planes par vibromètre laser.

L'appareil utilisé est le 3544 de Brüel et Kjaer.

Principe de la mesure.

L'appareil génère un faisceau laser hélium néon de faible consommation ($<2\text{mW}$).

Le laser est utilisé pour sa propriété de cohérence temporelle. La caractéristique de cette propriété du laser est la conservation de la phase entre 2 ondes lors de leur trajet dans l'espace à condition que la différence des longueurs des trajets (si les deux ondes ne parcourent pas le même chemin) reste inférieure à une longueur appelée longueur de cohérence.

Dans la mesure de vibrations par laser, c'est l'effet Doppler qui est exploité. Lors de sa réflexion sur la surface visée, l'onde laser va subir l'effet Doppler. Ce phénomène se caractérise par le fait que la fréquence de l'onde réfléchie est décalée d'une quantité proportionnelle à la vitesse de déplacement de la surface dans la direction de l'onde.

Si la cible bouge vers l'appareil, la fréquence après réflexion sera plus élevée.

Si la cible s'éloigne de l'appareil, la fréquence de l'onde après réflexion sera plus faible.

Si la cible vibre, l'onde après réflexion sera modulée en fréquence à la "fréquence de Doppler", cette fréquence de Doppler est proportionnelle à la vitesse de la cible.

La bande réfléchissante.

Afin d'assurer la réflexion de l'onde laser, une bande réfléchissante doit être collée sur la surface visée. Cette bande contient en surface une forte densité de sphères en verre qui ont la propriété de réfléchir la lumière dans la même direction que la direction incidente. Cela signifie que la direction du laser n'a pas à être forcément perpendiculaire à la surface traitée, c'est donc toujours la composante de la vitesse dans la direction de l'onde qui sera mesurée.

Principe de fonctionnement du 3544.

Le principe de fonctionnement est donné figure A-I-1.

L'appareil crée tout d'abord une onde laser qui est ensuite divisé en deux par l'intermédiaire d'un séparateur de faisceau. Une onde est envoyée à l'extérieur de l'appareil en direction de

l'objet vibrant sur lequel on veut effectuer la mesure. La vibration de la surface visée va faire subir à l'onde l'effet Doppler lors de sa réflexion, d'où un décalage en fréquence proportionnel à la composante dans la direction de l'onde de la vitesse de déplacement de l'objet. De retour dans l'appareil, cette onde est mixée à l'onde de référence. L'onde résultante est alors envoyée à un photo-détecteur, le signal électrique qui y est issue est ensuite traité par un suiveur de fréquence qui détecte la fréquence de décalage due à l'effet Doppler causé par la vibration. L'électronique de traitement produit finalement une tension proportionnelle à la vitesse de déplacement de l'objet dans la direction de l'onde.

Notons, afin de respecter la longueur de cohérence (les longueurs des trajets des deux ondes étant différentes), qu'il est conseillé de tenir l'appareil à une distance inférieure à 80 cm de la zone visée.

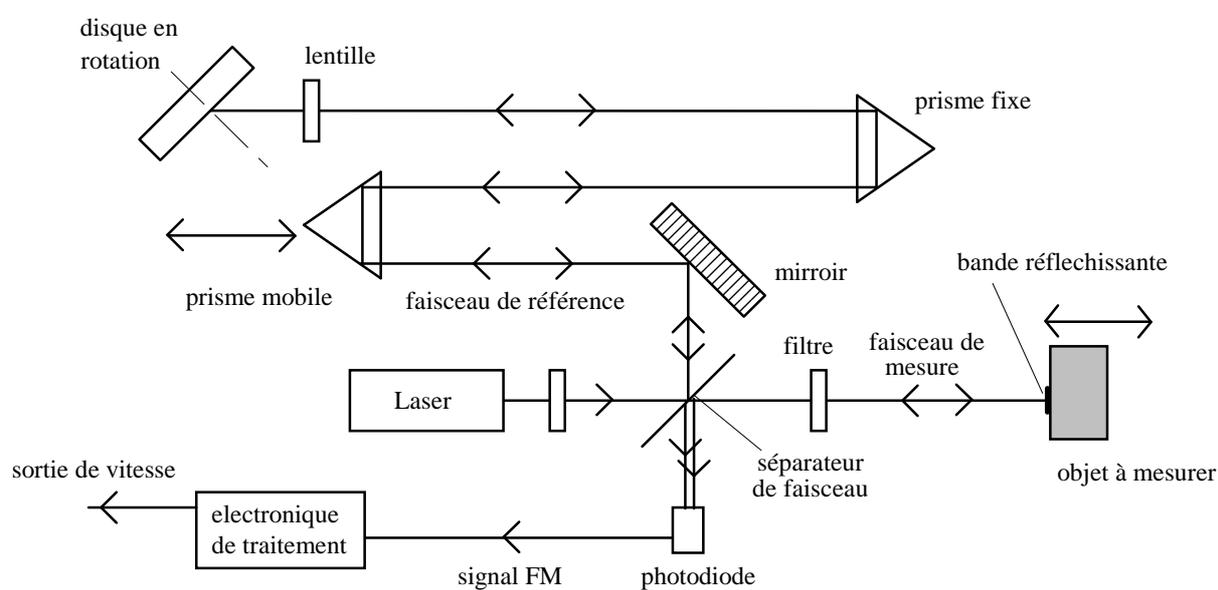


Fig. A-I-1

Gamme de mesures.

L'appareil est capable de mesurer des vitesses allant de $20\mu\text{m/s}$ à 1m/s pour des fréquences variant de 0Hz à 20kHz .

ANNEXE II

Calcul des f.e.m. induites au stator et au rotor par les composantes d'induction statoriques et rotoriques.

- F.e.m. induites au stator par les composantes d'induction statorique générées par le fondamental du courant statorique de pulsation ω .

La f.e.m. ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^s$ induite au stator par la composante d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$ est obtenue par la relation :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^s = p z^s \frac{d}{dt} \left[\int_{(q-1)\frac{2\pi}{3p} - \frac{\pi}{2p}}^{(q-1)\frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{2p}} \text{RL} \hat{b}_{h^s k_r}^s(\alpha, t) d\alpha \right] \quad (\text{A-II-1})$$

comme :

$$\int_{(q-1)\frac{2\pi}{3p} - \frac{\pi}{2p}}^{(q-1)\frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{2p}} \text{RL} \hat{b}_{h^s k_r}^s(\alpha, t) d\alpha = \frac{\text{RL} \hat{B}_{h^s k_r}^s}{(h^s - k_r N^r) p} \left[\sin \left(\begin{array}{l} [1 - k_r N^r (1 - g)] \omega t \\ -(h^s - k_r N^r) p \alpha - p k_r N^r \theta_0 \end{array} \right) \right]_{(q-1)2\pi/3p - \pi/2p}^{(q-1)2\pi/3p + \pi/2p}$$

on obtient :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^s = \frac{z^s \text{RL} \hat{B}_{h^s k_r}^s}{(h^s - k_r N^r)} \left[\begin{array}{l} \sin \left([1 - k_r N^r (1 - g)] \omega t - (h^s - k_r N^r) [(q-1)2\pi/3 + \pi/2] - p k_r N^r \theta_0 \right) \\ - \sin \left([1 - k_r N^r (1 - g)] \omega t - (h^s - k_r N^r) [(q-1)2\pi/3 - \pi/2] - p k_r N^r \theta_0 \right) \end{array} \right]$$

On a deux termes qui ne diffèrent que par la phase égale à $\pm(h^s - k_r N^r)\pi/2$, N^r étant multiple de 6, la quantité $(h^s - k_r N^r)$ est impaire, les deux termes sont en phase et peuvent s'additionner. Si on introduit le coefficient de bobinage afin de prendre en compte l'existence de plusieurs encoches par pôle et par phase, on obtient :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^s = \frac{K^s}{h^s - k_r N^r} 2 z^s \omega \text{RL} \hat{B}_{h^s k_r}^s [1 - k_r N^r (1 - g)] \cos \left(\begin{array}{l} [1 - k_r N^r (1 - g)] \omega t - (h^s - k_r N^r) \pi / 2 \\ - p k_r N^r \theta_0 - (q-1)2\pi / 3 \end{array} \right) \quad (\text{A-II-2})$$

(II-131)

- F.e.m. induites au stator par les composantes d'induction rotorique.

La f.e.m. ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^s$ induite au stator se déduit de la relation (A-II-1) en remplaçant $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$

par $b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t)$

avec :

$$\int_{(q-1)\frac{2\pi}{3p} - \frac{\pi}{2p}}^{(q-1)\frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{2p}} \text{RL}b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) d\alpha = \frac{\text{RL}\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{(h^r - k_s N^s) p} \left[\sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) p \alpha \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) \end{array} \right) \right]_{(q-1)\frac{2\pi}{3p} - \frac{\pi}{2p}}^{(q-1)\frac{2\pi}{3p} + \frac{\pi}{2p}}$$

de sorte que ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^s$ s'écrit :

$${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^s = \frac{z^s \text{RL}\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{(h^r - k_s N^s)} \left[\begin{array}{l} \sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s)(q-1)2\pi/3 \\ - (h^r - k_s N^s)\pi/2 - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) \end{array} \right) \\ - \sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s)(q-1)2\pi/3 \\ + (h^r - k_s N^s)\pi/2 - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) \end{array} \right) \end{array} \right]$$

Les deux termes de cette expression ne diffèrent que par la phase égale à $\pm(h^r - k_s N^s)\pi/2$, N^s étant multiple de 6, la quantité $(h^r - k_s N^s)$ est impaire, les deux termes sont en phase et peuvent s'additionner. Si on introduit le coefficient de bobinage afin de prendre en compte l'existence de plusieurs encoches par pôle et par phase, on obtient :

$${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^s = \frac{K_{h^r - k_s N^s}^s}{h^r - k_s N^s} 2z^s \omega \text{RL}\hat{B}_{h^s h^r k_s}^r \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \cos \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s)\pi/2 \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{re} \right) - (q-1)2\pi/3 \end{array} \right) \quad (\text{A-II-3})$$

$$(\text{II-132})$$

- F.e.m. induites au rotor par les composantes d'induction statorique générées par le fondamental du courant statorique de pulsation ω .

La f.e.m. ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r$ induite au rotor par la composante d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$ se déduit de la relation :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r = p z^r \frac{d}{dt} \left[\int_{v - \frac{\pi}{2p}}^{v + \frac{\pi}{2p}} \text{RL} b_{h^s k_r}^s(\alpha, t) d\alpha \right] \quad (\text{A-II-4})$$

avec $v = \theta_0 + (1-g)\omega t / p + (q-1)2\pi / 3p$.

L'expression de la composante d'induction conduit à :

$$\text{RL} \int_{v - \pi/2p}^{v + \pi/2p} b_{h^s k_r}^s(\alpha, t) d\alpha = \frac{\text{RL} \hat{B}_{h^s k_r}^s}{(h^s - k_r N^r) p} \left[\sin \left(\left[1 - k_r N^r (1-g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) p \alpha - k_r N_t^r \theta_0 \right) \right]_{v - \pi/2p}^{v + \pi/2p}$$

d'où l'expression de ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r$:

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r = \frac{z^r \text{RL} \hat{B}_{h^s k_r}^s}{(h^s - k_r N^r)} \left[\begin{array}{l} \sin \left(\left[1 - h^s (1-g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) \left[(p\theta_0 + \frac{\pi}{2}) + (q-1) \frac{2\pi}{3} \right] - k_r N_t^r \theta_0^r \right) \\ - \sin \left(\left[1 - h^s (1-g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) \left[(p\theta_0 - \frac{\pi}{2}) + (q-1) \frac{2\pi}{3} \right] - k_r N_t^r \theta_0^r \right) \end{array} \right]$$

Les deux termes ne diffèrent que par la phase égale à $\pm(h^s - k_r N^r)\pi / 2$, ils sont donc en phase.

Si on introduit le coefficient de bobinage, on retrouve alors l'expression (II-44) des f.e.m. induites au rotor obtenue au paragraphe III du chapitre II :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r = 2 \frac{K^r}{h^s - k_r N^r} z^r \text{LR} \omega \left[1 - h^s (1-g) \right] \hat{B}_{h^s k_r}^s \cos \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - h^s (1-g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) (p\theta_0 + \frac{\pi}{2}) \\ - k_r N_t^r \theta_0 - (h^s - k_r N^r) (q-1) 2\pi / 3 \end{array} \right\}$$

cette expression est équivalente à :

$${}^s e_{q_{h^s k_r}}^r = 2 \frac{K^r}{h^s - k_r N^r} z^r \text{LR} \omega \left[1 - h^s (1-g) \right] \hat{B}_{h^s k_r}^s \cos \left\{ \begin{array}{l} \left[1 - h^s (1-g) \right] \omega t - (h^s - k_r N^r) \frac{\pi}{2} \\ - h^s p \theta_0 - (q-1) 2\pi / 3 \end{array} \right\} \quad (\text{II-44})$$

- F.e.m. induites au rotor par les composantes d'induction rotorique.

La f.e.m. ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r$ induite au rotor se déduit de la relation (A-II-4) en remplaçant $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$

par $b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t)$

avec :

$$\text{RL} \int_{v-\pi/2p}^{v+\pi/2p} b_{h^s h^r k_s}^r(\alpha, t) d\alpha = \frac{\text{RL} \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{(h^r - k_s N^s) p} \left[\sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - h^r)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) p \alpha \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}} \right) \end{array} \right) \right]_{-v-\pi/2p}^{v+\pi/2p}$$

soit :

$${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r = \frac{z^r \text{RL} \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r}{(h^r - k_s N^s)} \left[\begin{array}{l} \sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - k_s N^s)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) (p \theta_0 + \frac{\pi}{2}) \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}} \right) - (h^s - k_r N^r) (q-1) \frac{2\pi}{3} \end{array} \right) \\ - \sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - k_s N^s)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) (p \theta_0 - \frac{\pi}{2}) \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}} \right) - (h^s - k_r N^r) (q-1) \frac{2\pi}{3} \end{array} \right) \end{array} \right]$$

Les deux termes ne diffèrent que par la phase égale à $\pm(h^r - k_s N^s)\pi/2$, ils sont donc en phase. Si on introduit le coefficient de bobinage, on obtient :

$${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^r = \frac{K^r}{h^r - k_s N^s} 2z^r \omega \text{LR} \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r \left[1 - (h^s - k_s N^s)(1-g) \right] \times \sin \left(\begin{array}{l} \left[1 - (h^s - k_s N^s)(1-g) \right] \omega t - (h^r - k_s N^s) (p \theta_0 + \frac{\pi}{2}) \\ - (h^s - h^r) p \theta_0 - h^s \frac{\pi}{2} - \text{Arg} \left(\bar{Z}_{h^s}^{\text{re}} \right) - (q-1) \frac{2\pi}{3} \end{array} \right)$$

(A-II-5)
(II-133)

- F.e.m. induites au rotor par les composantes d'induction statorique générées par les harmoniques de courant statorique $I_{h^s h^r}^s$ de pulsation $(1 - (h^s - h^r)(1 - g))\omega$.

Ces courants, induits au stator par les harmoniques d'induction rotorique, génèrent des inductions statoriques, nous ne nous intéressons qu'à celles qui ne dépendent pas du rotor notées $b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t)$:

$$b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t) = \hat{B}_{h^s h^r h^s}^s \cos\left(\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega t - h^s p\alpha - \xi\right) \quad (\text{II-134})$$

La f.e.m. ${}^s e_{q_{h^s h^r h^s}}^{r}$ induite au rotor par la composante d'induction statorique $b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t)$

est obtenue en remplaçant dans la relation (A-II-4) $b_{h^s k_r}^s(\alpha, t)$ par $b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t)$

avec :

$$\text{RL} \int_{v-\pi/2p}^{v+\pi/2p} b_{h^s h^r h^s}^s(\alpha, t) d\alpha = \frac{\text{RL} \hat{B}_{h^s h^r h^s}^s}{h^s p} \left[\sin\left(\left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right]\omega t - h^s p\alpha - \xi\right) \right]_{v-\pi/2p}^{v+\pi/2p}$$

on déduit :

$${}^s e_{q_{h^s h^r h^s}}^{r} = \frac{z^r \text{RL} \hat{B}_{h^s h^r h^s}^s}{h^s} \left[\begin{array}{l} \sin\left(\left[1 - (h^s - h^r + h^s)(1 - g)\right]\omega t - h^s (p\theta_0 + \frac{\pi}{2}) - \xi - h^s (q-1) \frac{2\pi}{3}\right) \\ - \sin\left(\left[1 - (h^s - h^r + h^s)(1 - g)\right]\omega t - h^s (p\theta_0 - \frac{\pi}{2}) - \xi - h^s (q-1) \frac{2\pi}{3}\right) \end{array} \right]$$

Les deux termes ne diffèrent que par la phase égale à $\pm h^s \pi / 2$, ils sont donc en phase.

Si on introduit le coefficient de bobinage, on obtient :

$${}^s e_{q_{h^s h^r h^s}}^{r} = 2 \frac{K^r}{h^s} z^r \text{LR} \omega \left[1 - (h^s - h^r)(1 - g)\right] \hat{B}_{h^s h^r h^s}^s \times \cos\left\{ \left[1 - (h^s - h^r + h^s)(1 - g)\right]\omega t - h^s (p\theta_0 + \frac{\pi}{2}) - \xi - (q-1) \frac{2\pi}{3} \right\} \quad (\text{A-II-6})$$

ANNEXE III

Utilisation d'un enroulement supplémentaire pour l'injection de courants harmoniques.

Une possibilité d'injection consiste à prévoir, dès la construction de la machine, un enroulement triphasé supplémentaire superposé à l'enroulement initial dans les mêmes encoches et dans lequel on ferait circuler le courant nécessaire à la réduction du bruit. Le volume de cet enroulement serait proportionnel au courant qui y circule. Pour injecter 5.1A (valeur calculée dans le tableau IV-5) dans notre machine de courant nominal 750A, il faut des spires d'un volume de 1/147ème de celui de l'enroulement initial. En diminuant le nombre de spires, il faut augmenter le courant pour créer le même nombre d'ampères-tours et donc la section des fils utilisés si bien que le volume initialement déterminé reste invariable.

Le problème qui se pose alors est celui du couplage entre les deux enroulements, ce problème est le même que celui rencontré en utilisant une machine asynchrone double étoile [56]. On peut schématiser ce couplage en monophasé par un transformateur à deux secondaires comme le montre la figure A-III-1 . On appelle z^s le nombre de spires par paire de pôles de l'enroulement supplémentaire.

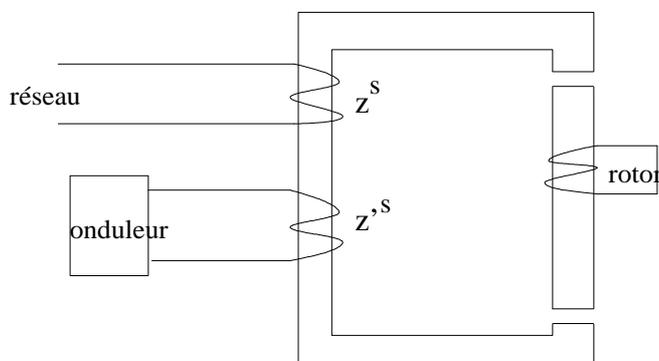


Figure IV-A-III-1 : couplage entre les enroulements.

Dans le sens réseau-onduleur le couplage induit une f.e.m. à 50Hz aux bornes de l'enroulement supplémentaire. En utilisant un onduleur de courant qui impose cette grandeur dans l'enroulement supplémentaire on y empêche la circulation d'une composante de courant à 50Hz. Toutefois les composants de l'onduleur doivent être capables de supporter la tension induite, égale à la tension du réseau si les deux enroulements comportent autant de spires. Cette tension peut être réduite en utilisant un nombre de spires z^s plus faible, mais le courant à injecter sera alors plus important. Par exemple avec notre machine de 4.5MW, la tension

simple induite serait de 2309V avec $z^s = z'^s$, la tension continue U_c devrait donc être, d'après la relation IV-7, au moins de 6531V donc très élevée. En divisant le nombre de spires de l'enroulement supplémentaire par 10, cette tension serait de 653V, le courant le parcourant devrait alors être de 51A au lieu de 5.1A, c'est à dire que le courant efficace I_T dans un I.G.B.T. pourrait atteindre 36A (d'après la relation IV-9). Ces valeurs (653v-36A) sont largement supportables par des I.G.B.T. courants.

Le problème qui demeure est celui du couplage dans le sens onduleur-réseau. Pour les harmoniques le réseau se comporte comme un court-circuit, la machine est donc pour l'onduleur équivalente à un transformateur dont le secondaire serait en court-circuit. Le courant induit dans le réseau à la fréquence f^i crée un flux, la réaction d'induit empêche l'induction supplémentaire de s'élever. On pourrait empêcher les courants harmoniques de circuler dans l'enroulement initial en plaçant en ligne des circuits inductance-condensateur parallèle accordés sur la fréquence d'injection; ces circuits formeraient une impédance infinie pour les harmoniques et une faible impédance pour le 50Hz.

Utiliser un enroulement supplémentaire pour injecter un courant harmonique dans une machine connectée au réseau est donc possible. L'avantage est de pouvoir choisir le nombre de pôles de cet enroulement donc celui de la force créée.

Toutefois l'inconvénient majeur est de devoir placer cet enroulement dès la conception de la machine alors qu'on ne sait pas encore si elle présentera ou non un problème de bruit magnétique (si on le savait on la concevrait différemment).

ANNEXE IV

Injection série : régulation de la tension U_c aux bornes du condensateur.

Il est possible de ne pas alimenter en continu la capacité de l'onduleur, mais d'utiliser le courant d'alimentation de la machine. Lorsque l'onde de référence de la M.L.I. ne comprend que l'image de la tension harmonique désirée V^{is} à la fréquence f^i , la tension de sortie de l'onduleur ne contient qu'une composante à cette fréquence (si on néglige les harmoniques de hautes fréquences dus à la M.L.I.). Le montage se comporte en onduleur de tension et la capacité, si elle n'est pas alimentée, se décharge. Le montage se comporte comme un court-circuit pour le 50Hz du réseau, la composante de tension à 50Hz fournie par l'onduleur est en théorie nulle, la référence ne comprenant pas de composante à cette fréquence.

Si l'onde de référence de la M.L.I. est à la fréquence du réseau ($f=50\text{Hz}$), alors la tension fournie par l'onduleur a une fréquence de 50Hz. Dans ce cas la présence d'une tension et d'un courant à 50Hz au niveau de l'onduleur implique la consommation de puissance. Le montage se comporte alors comme un redresseur de courant à M.L.I.. De même qu'un onduleur de tension permet de contrôler la tension alternative qu'il fournit, un redresseur de courant permet de contrôler le courant continu qu'il fournit.

Dans la suite nous noterons V^0 la valeur efficace de la composante à la fréquence du réseau de la tension simple fournie par l'onduleur, V^{is} restant la valeur efficace de sa composante à la fréquence d'injection.

Si l'onde de référence contient à la fois une composante à 50Hz et une à la fréquence d'injection f^i , le montage fonctionne à la fois comme un onduleur de tension dans le sens capacité-réseau et comme redresseur de courant dans le sens réseau-capacité. L'onduleur contribue à décharger la capacité tandis que le redresseur la charge. Une tension U_c constante est obtenue par un équilibre entre la charge et la décharge.

La puissance active n'étant portée que par les termes de même fréquence, celle qui va du condensateur vers le réseau est $P^i = 3V^{is}I^{is}\cos(\varphi^{is})$, φ^{is} étant la phase du courant injecté par rapport à la tension d'injection, proche de $\pi/2$ car le moteur est très inductif à la fréquence f^i . Cette puissance est faible (2.1W pour injecter 5.1A dans la machine de 4.5MW d'après le tableau IV-5).

La puissance qui va du réseau vers le condensateur est $3V^0I^s\cos(\varphi^s)$, φ^s étant la phase de I^s par rapport à V^0 . Le courant I^s est imposé par la machine, la tension V^0 et la phase φ^s sont imposées par la composante à 50Hz de l'onde de référence.

Pour que la tension U_c soit constante, il faut que ces deux puissances soit égales :

$$P^i = 3V^{is}I^{is} \cos(\varphi^{is}) = 3V^o I^s \cos(\varphi^s)$$

La tension V^{is} est imposée par l'onde de référence de manière telle que le courant I^{is} désiré circule dans la machine à la fréquence f^i . Les seuls paramètres sur lesquels on peut agir pour maintenir U_c constant sont donc la tension V^o et la phase φ^s . Plus $\cos(\varphi^s)$ est élevé, moins V^o a besoin de l'être pour maintenir l'égalité. Par conséquent on a intérêt à imposer la composante de tension à 50Hz fournie par l'onduleur en phase avec le courant I^s de telle sorte que $\cos(\varphi^s)=1$. La tension U_c est alors maintenue constante si V^o est telle que :

$$V^o = P^i / 3I^s.$$

La puissance P^i nécessaire à la réduction du bruit étant faible, V^o sera très faible. Par exemple, pour combattre une force de 4323N/m² dans la machine de 4.5MW, nous avons calculé $P^i=2.1W$, le courant I^s nominal étant de 750A, on en déduit que la tension U_c sera constante si $V^o=0.93mV$. Cette tension sera en réalité un peu plus élevée à cause des pertes dans l'onduleur qui représentent une puissance à fournir.

Si on souhaite augmenter U_c , il faut augmenter V^o jusqu'à ce que U_c ait la valeur désirée; c'est l'inverse pour la diminuer.

On aboutit alors au schéma de la figure A-IV-1 qui représente le principe de la régulation. Ce principe est notamment utilisé par Ph. Delarue pour les filtres actifs [51].

Des capteurs de courant (des sondes à effet Hall par exemple) permettent d'informer l'électronique de commande de la phase et de la fréquence de la composante à 50Hz du courant en ligne; ceci permet d'imposer la fréquence et la phase de V^o . Un filtrage du courant est nécessaire afin de ne conserver que la composante à 50Hz du courant et d'enlever la composante à la fréquence f^i . La valeur de V^o dépend de la différence entre la valeur réelle de U_c et sa valeur désirée. On ajoute à cette onde de référence permettant la régulation de U_c celle qui correspond à la réduction du bruit.

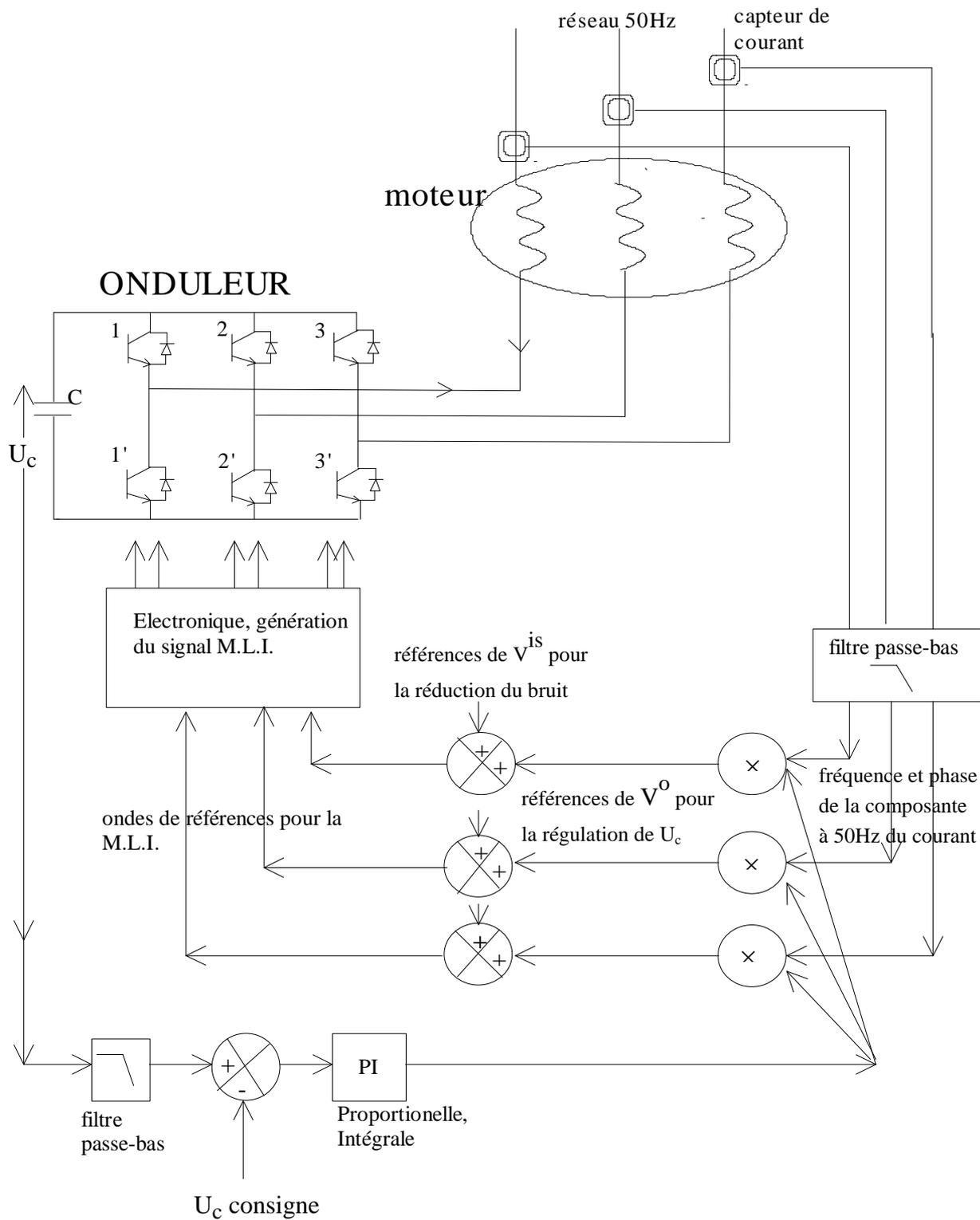


Figure A-IV-1 : synoptique de la régulation de U_c .

Afin de mieux appréhender la régulation, il est assez aisé de la simuler sur ordinateur. On a pour cela écrit un programme qui calcule les valeurs de courants et tensions à un instant t_2 en fonction de l'instant précédent t_1 . Le principe consiste à considérer que, pendant cet intervalle de temps suffisamment court $[t_1-t_2]$, la tension aux bornes des inductances et le courant dans la capacité sont constants. On déduit alors par exemple dans une inductance L soumise à une tension U le courant i_2 à l'instant t_2 en fonction du courant i_1 à l'instant t_1 par la relation :

$$i_2 = U(t_2 - t_1)/L + i_1.$$

On suppose la M.L.I. parfaite, c'est à dire que l'onduleur délivre une tension sinusoïdale sans harmoniques dus au découpage.

Les résultats de simulations qui suivent ont été obtenus avec les paramètres suivants :

- la tension simple réseau est de 2309V,
- $C=10\text{mF}$, une résistance parasite de $1000\text{K}\Omega$ est en parallèle sur C ,
- la consigne U_c est de 1500V,
- le moteur est symbolisé par une résistance de 3.2Ω en série avec une inductance de 2.35mH (ces valeurs ont été déduites du schéma monophasé équivalent de la machine de 4.5MW),
- la régulation est proportionnelle sans intégrale,
- le condensateur est initialement déchargé.

Les courbes des figures A-IV-2 et A-IV-3 représentent des résultats de simulation en fonction du temps. Les échelles de tensions sont identiques pour les quatre tensions affichées.

- Figure A-IV-2, l'onde de référence ne contient que la composante V^0 nécessaire à la régulation de U_c , il n'y a pas de composante permettant la réduction du bruit. On constate que la charge du condensateur modifie légèrement la tension aux bornes du moteur et le courant durant un court régime transitoire de 3 à 4 périodes. Ce temps peut être réduit en augmentant le gain de la régulation proportionnelle mais s'il est trop élevé on risque l'instabilité. Passé ce régime, la tension U_c a atteint sa consigne, la tension aux bornes de la machine se confond avec la tension réseau, la tension délivrée par l'onduleur est quasiment nulle.
- Figure A-IV-3, on demande à l'onduleur de délivrer une tension de fréquence f^i égale à 500Hz et de valeur efficace $V^{is}=354\text{V}$. On constate, une fois que la tension U_c a atteint sa valeur de consigne, que la tension aux bornes du moteur comprend bien une composante à 500Hz en plus de la composante à 50Hz, le courant est également constitué de ces deux composantes.

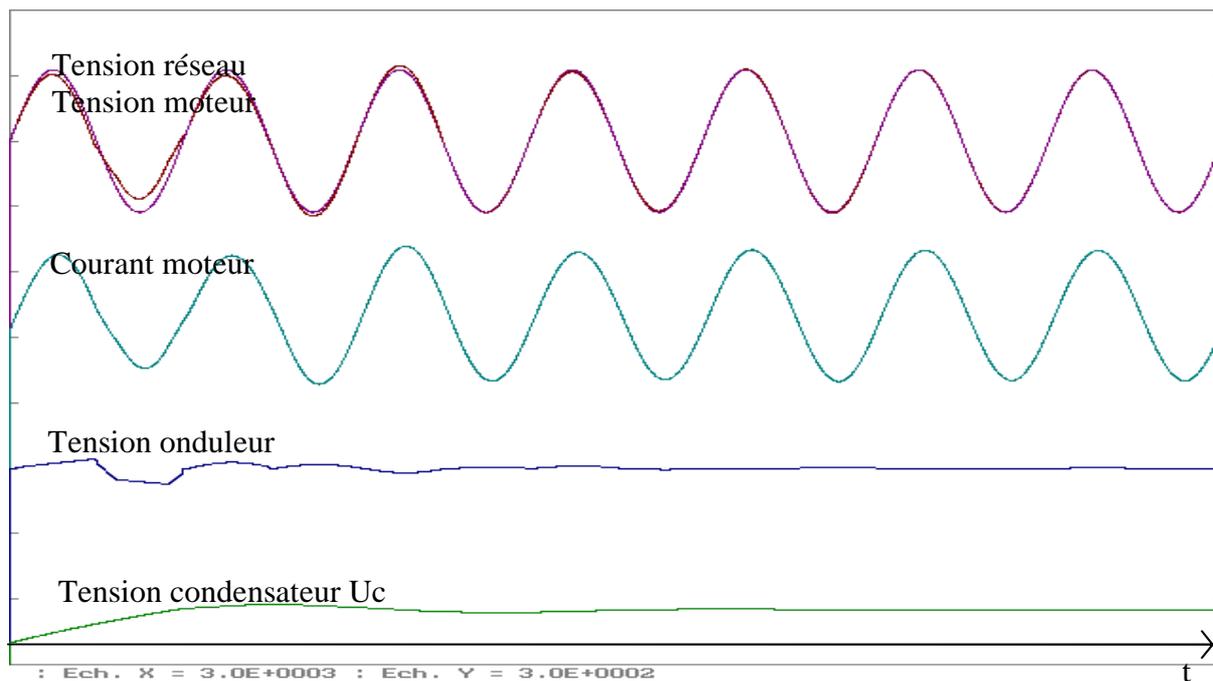


Figure A-IV-2 : simulation de la régulation de U_c sans injection de courant.

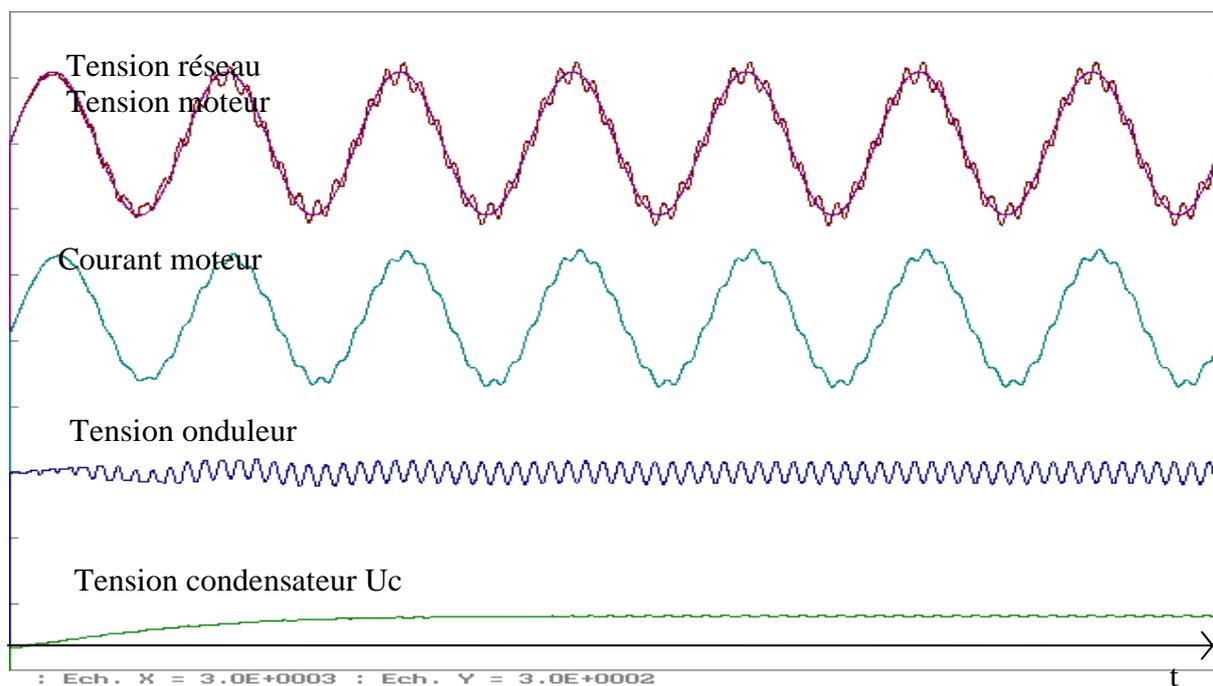


Figure A-IV-3 : simulation de la régulation de U_c avec injection à 500Hz.

ANNEXE V

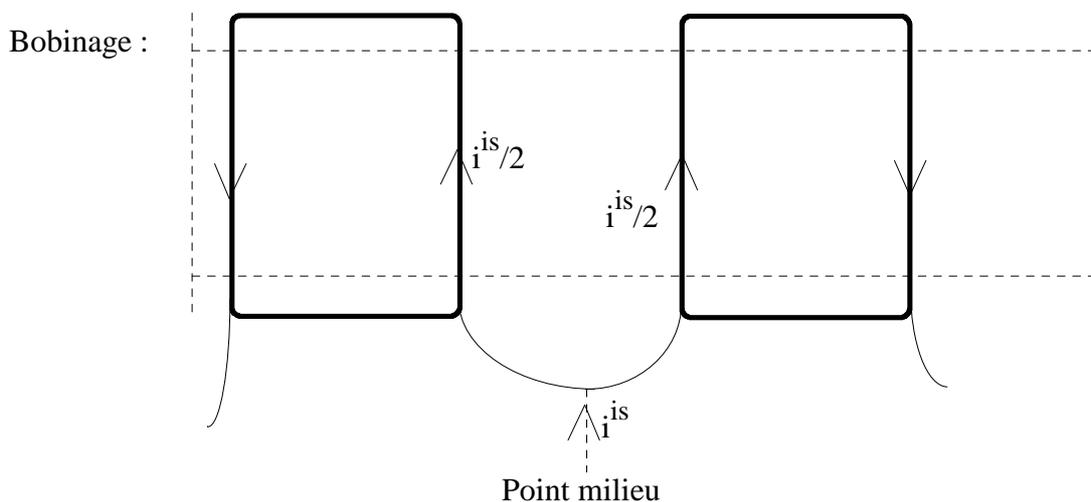
Nombre de pôles de la force magnétomotrice créée par l'injection aux points milieu.

La f.m.m. supplémentaire a été tracée pour des machines de quatre et huit pôles.

Les figures A-V-1 et A-V-2 représentent pour chaque machine :

- Le bobinage d'une phase, les bobines de z^s/p spires sont en série pour le courant initial. Le courant i^{is} injecté au point milieu se partage dans les bobines qui sont en parallèles et sont parcourues par $i^{is}/2$.
- La force magnétomotrice supplémentaire due au courant injecté, en trait pointillé due à chacune des deux bobines séparément, en trait plein résultante.

- Machine de quatre pôles.



Force magnétomotrice supplémentaire :

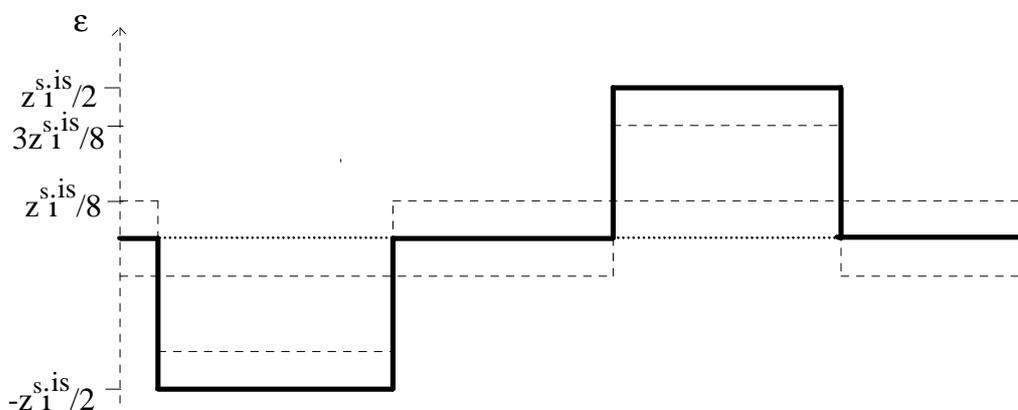
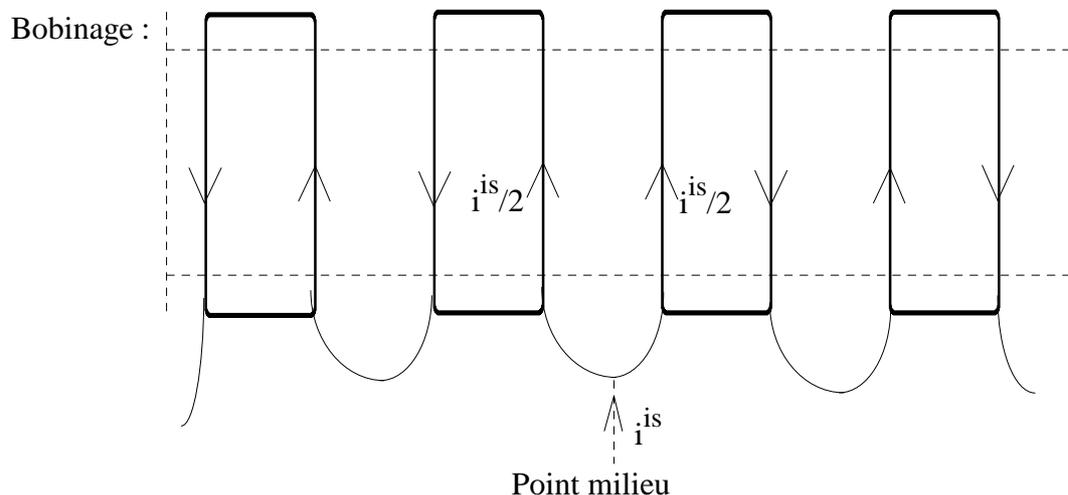


Figure A-V-1

On constate que la force magnétomotrice supplémentaire n'a qu'une paire de pôles contre deux pour celle initiale.

- Machine de huit pôles.



Force magnétomotrice supplémentaire :

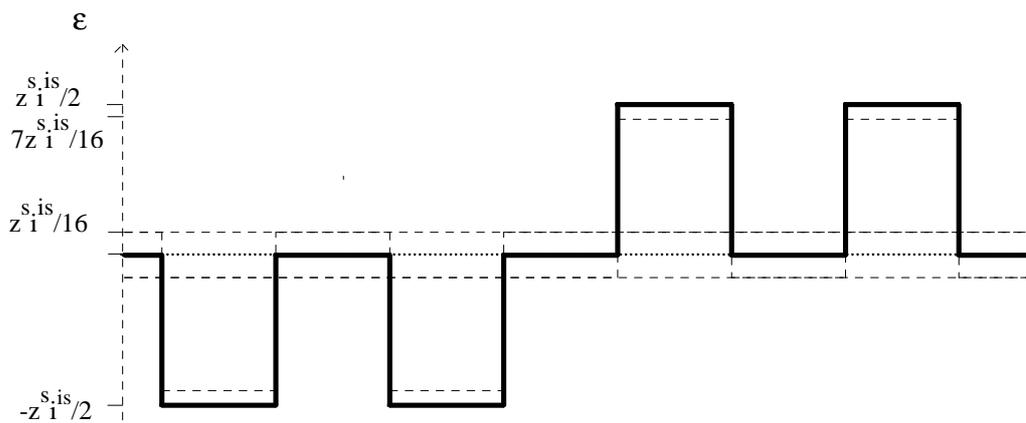


Figure A-V-2

On constate que la force magnétomotrice supplémentaire n'a qu'une paire de pôles contre quatre pour celle initiale. Cette forme d'onde contient beaucoup d'harmoniques.

D'autres exemples permettent d'aboutir aux mêmes conclusions : la force magnétomotrice créée par l'injection d'un courant au point milieu a, quelque soit le nombre de pôles initial de la machine, une seule paire de pôles.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] W. R. FINLEY, 'Noise in induction motors-Causes and Treatments', IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 27, N°6, November/December 1991, pp.1204-1213.
- [2] G. KRON, 'Induction motor slot combinations : rules to predetermine crawling, vibration, noise and hooks in the speed torque curves', Trans. Amer. IEEE, Vol. 50, 1931, pp. 757-768.
- [3] H. JORDAN, 'GERÄUSCHARME ELEKTROMOTOREN', W. Girardet, Essen 1950.
- [4] H. JORDAN, 'Die entwicklung auf dem gebiet der gerausch und vibrationen von asynchron maschinen', Acta tech., C.S.A.V. Ceskol, 165, t.10, N°6, pp. 623-650.
- [5] H. JORDAN, 'Bau geräuscharmer elektromotoren', Industrieanzeiger, 1950, N°10/11, pp. 5-7.
- [6] P.L. TIMAR, A. FAZEKAS, J. KISS, A. MIKLOS, S.J. YANG, 'NOISE AND VIBRATION OF ELECTRICAL MACHINES', Elsevier, 1989.
- [7] P.L. TIMAR, 'Noise test on rotating electrical motors under load', Electric Machines and Power Systems, Hemisphere Publishing Corporation, 1992, pp. 339-353.
- [8] P. FRANCOIS, 'La machine électrique, source de bruit', Techniques de l'Ingénieur, D565, pp. 1-19.
- [9] P. FRANCOIS, 'Les gros moteurs asynchrones à haute tension, 2ème partie : le bruit', SFE, Avril 1968, pp. 377-391.

- [10] R.J.M. BELMANS, D.VERDYCK, W. GEYSEN, R.D. FINDLAY, 'Electro-mechanical analysis of the audible noise of an inverter-fed squirrel cage induction motor', IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 27, N° 3, May/June 1991, pp. 539-544.
- [11] D. BELKHAYAT, '*Réduction du bruit magnétique des machines asynchrones alimentées en tension sous fréquence variable*', Thèse de Doctorat en génie électrique, Lille, 1994, N° 1293.
- [12] J.F. BRUDNY, '*Etude quantitative des harmoniques de couple du moteur asynchrone triphasé d'induction*', Thèse d'habilitation, Lille, 1991, N°H29.
- [13] P. FRANCOIS, 'La génération des bruits et la réponse des structures dans les moteurs asynchrones, en particulier en ce qui concerne les écoulements', Revue Générale de l'Electricité, Avril 1968, pp. 377-392.
- [14] H.W. MULLER, D. FOLLER, 'Regeln für lärmarme konstruktionen', Konstruktion 28, 1976, Springer-Verlag, pp. 333-339.
- [15] J. DELCAMBRE, P. FRANCOIS, B. JOST, 'Bruit des matériels électriques', Techniques de l'Ingénieur, D566,2 , pp. 1-19.
- [16] Ph. L. ALGER, 'THE NATURE OF INDUCTION MACHINES', 2nd edition, Gordon and Breach publishers, New-York, London, Paris, 1970.
- [17] Ph.L. ALGER, 'The magnetic noise of polyphase induction motors', Trans. Amer. IEEE, 1954, Pt. III A, N° 73, pp. 118-125.
- [18] S.P. VERMA, A. BALAN, 'Measurements techniques for vibration and acoustic noise of electrical machines', Sixth International Conference on Electrical Machines and Drives, IEE, London, UK, 1993, pp. 546-51.
- [19] S. WANATABE, S. KENJO, K. IDE, F. SATO, M. YAMAMOTO, 'Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators', IEEE Trans., Vol. PAS-102, N°4, April 1983.

- [20] P. WITCZAK, 'The finite element analysis of the magnetic vibrations in the induction motor', *Electric and Magnetic Fields*, Plenum, Mars 1995, pp. 143-146.
- [21] P. WITCZAK, '*Determination of mechanical vibrations caused by magnetic forces in induction motors*', Thèse d'habilitation, Politechnika Lodzka, Pologne, 1995, ZN NR725, Z. 217.
- [22] P. WITCZAK, 'The evaluation method of the coupling intensity of magnetic and strain fields in ferromagnetic laminations', *International Symposium on Electromagnetic Fields and Forces*, Southampton, 1991, pp. 129-134.
- [23] P. BARON, 'La lutte contre le bruit dans les installations électromécaniques', *Bulletin de la S.F.E. N°95*, Novembre 1958, pp. 710-732.
- [24] P. BARON, 'La mesure et l'analyse des bruits. Application au cas des machines électriques', *Bulletin de la S.F.E. N°62*, Février 1956, pp. 143-163.
- [25] S.J. YANG, A.J. ELLISON, 'MACHINERY NOISE MEASUREMENT', Oxford Science Publications, 1985.
- [26] S.P. VERMA, R.S. GIRGIS, 'Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines', *IEE Proceedings*, Vol. 128, Pt B, N°1, JANUARY 1981, pp. 12-32.
- [27] S.P. VERMA, R.S. GIRGIS, 'Resonance frequencies of electrical machines stators having encased construction',
- Part I *IEEE P.E.S.*, January 1973, pp. 1577-1585,
- Part II *IEEE P.E.S.* January 1973, pp. 1586-1593.
- [28] J.F. BRUDNY, Ph. DELARUE, L. PRUVOST, J.J. FRANCHAUD, 'New static speed sensing scheme for induction machine', *SPEEDAM 1992*, Positano, ITALIE, pp. 235-240.

- [29] Th. LEHMAN, 'Sur la réluctance des machines à encoches ouvertes dans le stator et le rotor', R.G.E., 1923, t.13, N°5, Février 1923, pp. 165-173.
- [30] B. CASSORET, M. NABILI, J.F. BRUDNY, 'Influence of rotor arrangements on induction machines magnetic noise', ICEM 96, Vigo, Spain, Vol. 1, pp. 286-291.
- [31] J.F. BRUDNY, 'Résonance de denture dans les machines asynchrones', à paraître dans la revue de physique appliquée.
- [32] M. POLOUJADOFF, 'General rotating m.m.f. theory of the squirrel-cage induction machines with non uniform air-gap and several non sinusoidally distributed windings', IEEE Trans., VOL. PAS-95, 1982, pp. 583-591.
- [33] K.J. BINS, P.J. LAUWRENSON, 'ANALYSIS AND COMPUTATION OF ELECTRIC AND MAGNETIC FIELD PROBLEMS', Pergamon press, Oxford, 1973.
- [34] J. TROCHARD, 'Bruits générés dans les machines asynchrones', conférence SEE GALF BRON, Lyon, 1977, N° 16, Congrès-bruits des matériels électriques, pp.101-123.
- [35] V.S. MALYSHEV, O.V. CHEBYSHEVA, 'Selecting the number of slots for an asynchronous motor with consideration of reduced vibration activity', Elektrotehnika, Vol. 59, N° 1, 1988, pp. 22-24.
- [36] B. HELLER, A. VEVERKA, 'ETUDE DES PHENOMENES DE CHOCS', Dunod, 1968.
- [37] M.T. WRIGHT, S.J. YANG, K. Mc LEAY, 'General theory of fast fronted interturn voltage distribution in electrical windings', IEE Proceedings, vol. 130, Pt B, N°4, July 1983, pp. 245-256.
- [38] G. SEGUIER, F. NOTELET, 'ELECTROTECHNIQUE INDUSTRIELLE', Techniques et Documentations Editions, Paris 1977.

- [39] M. LIWSCHITZ, L. MARET, 'CALCUL DES MACHINES ELECTRIQUES', Tome 2, Bibliothèque de l'ingénieur.
- [40] J. HICKIEWICZ, M. LUKANISZYN, S. SZYMANIEC, P. WACH, 'On reducing the vibration and noise level of induction motors with integral and fractional slot windings', Archiv für Elektrotechnik 73, 1990, Springer-Verlag, pp. 163-171.
- [41] P.L. TIMAR, 'Probable solution for the determination of sound power level of loaded asynchronous motors', The conference of noise control engineering, Krakow, Poland, 1985, pp. 295-299.
- [42] S.J. YANG, P.L. TIMAR, 'The effects of harmonic currents on the noise of a three-phase induction motor', IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-99, N° 1, Jan/Feb. 1980, pp. 307-310.
- [43] J.M.D. MURPHY, F.G. TURNBULL, 'POWER ELECTRONIC CONTROL OF AC MOTORS', Pergamon Press, New-York, 1988.
- [44] B. CASSORET, J.F. BRUDNY, R. MICHAUX, 'Magnetic noise reduction of induction machines connected to the network', System Modelling Control 1995, Zakopane, Poland, Vol. 1, pp. 169-174.
- [45] J.F. BRUDNY, D. ROGER, 'Induction machine static sensor based on stator current measurement', IEE-PEVD 96, Power Electronics and Variable speed Drives, Londres, Angleterre, Septembre 1996.
- [46] B. BOUCHON-MEUNIER, 'LA LOGIQUE FLOUE', Presses Universitaires de France, 1993.
- [47] G. SEGUIER, F. LABRIQUE, 'LES CONVERTISSEURS DE L'ELECTRONIQUE DE PUISSANCE, TOME 4, LA CONVERSION CONTINU-ALTERNATIF', Techniques et Documentations-Lavoisier, 1989.

- [48] J. MUSTER, P.K. BUDIG, R. BELMANS, W. GEYSEN, P.K. SATTLER, 'Audible noise in speed-controlled inverter-fed medium sized induction motors', *European Transactions on Electrical Power Engineering*, Vol. 5, N°1, January/February 1995, pp. 5-13.
- [49] T.G. HABETLER, D.M. DIVAN, 'Acoustic noise reduction in sinusoidal P.W.M. drives using a randomly modulated carrier', *IEEE Transactions on Power Electronics*, Vol. 6, N° 3, July 1991, pp. 356-363.
- [50] A. CAMPOS, G. JOOS, P.D. ZIOGAS, J.F. LINDSAY, 'Analysis and design of a series voltage unbalance compensator based on a three phase-VSI operating with unbalanced switching functions', *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 9, N°3, May 1994, pp. 269-274.
- [51] Ph. DELARUE, R. BAUSIERE, 'New control method for active power filter needing line current measurement only', *EPE 1995, Seville, Espagne*, Vol. 1, pp. 914-919.
- [52] J. NASTRAN, R. CAJHEN, M. SELIGER, P. JEREB, 'Active power filter for non linear AC loads', *IEEE Trans. on Power Electronics*, Vol. 9., N°1, January 1994, pp.92-96.
- [53] M. GIRARD, 'BOUCLES A VERROUILLAGE DE PHASE', Editions Mc Graw-Hill, 1988.
- [54] A. ROULHAC DE ROCHEBRUNE, '*Contribution à l'analyse des bruits et vibrations des inductances et des transformateurs*', Doctorat en génie électrique de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 1990, N° 90INPG0106.
- [55] R. ROMARY, '*Modélisation de la machine synchrone à concentration de flux, application à la réduction active des vibrations*', Thèse de Doctorat en génie électrique, Lille, 1995, N° 1492.
- [56] D. ROGER, '*La machine asynchrone double étoile, régimes transitoires, alimentation à fréquence variable*', Thèse de Doctorat en génie électrique, Lille, 1993, N°1055.

LISTE DES NOTATIONS UTILISEES

• Grandeurs relatives aux dimensions de la machine et aux déformations :

- R : rayon moyen de l'entrefer,
- R_a : rayon d'alésage ou rayon intérieur du stator,
- R_m : rayon moyen de la culasse,
- e_c : épaisseur radiale de la culasse derrière les encoches,
- L : longueur du fer,
- ℓ : distance entre appuis de l'arbre rotorique,
- d : diamètre de l'arbre,
- D_e : diamètre extérieur de la machine,
- Δ : (poids des culasses + poids des dents)/(poids des encoches),
- E : coefficient d'élasticité ou module de Young, $2.1 \cdot 10^{11}$ pour le fer,
- m : nombre de modes ou nombre de paires de pôles de déformation de la machine,
- Y_{ms} : amplitude de déformation statique relative au mode m ,
- Y_{md} : amplitude de vibration dynamique relative au mode m ,
- f : valeur instantanée d'une force de Maxwell,
- \hat{F} : amplitude d'une force de Maxwell,
- f_f : fréquence d'une force,
- ω_f : pulsation associée à f_f ,
- F_m : fréquence de résonance relative aux vibrations radiales de mode m ,
- F_{lm} : fréquence de résonance relative aux vibrations longitudinales de mode m ,
- η_m : coefficient d'augmentation des vibrations lié aux résonances mécaniques,
- ζ_a : coefficient d'amortissement.

• Notations liées aux phénomènes acoustiques :

- Z : impédance acoustique de l'air,
- p : pression sonore instantanée correspondant aux variations de la pression de l'air,
- P : pression sonore ou pression acoustique, valeur efficace de p ,
- P_0 : plus petite variation de pression perceptible par l'oreille humaine ($20\mu\text{Pa}$),
- L_P : niveau de pression acoustique,
- L_{Pm} : niveau de pression acoustique moyen,
- v : vitesse des particules d'air, V valeur efficace de cette vitesse,
- c : vitesse du son,
- λ : longueur d'onde du son,

- \vec{I} : vecteur intensité acoustique,
- I : module du vecteur intensité acoustique,
- I_0 : module de l'intensité acoustique correspondant au seuil de perception de l'oreille humaine (10^{-12}W/m^2),
- $I_{(De)}$: module de l'intensité acoustique à la surface de la machine,
- $I_{(x)}$: module de l'intensité acoustique à une distance x du point d'émission,
- L_I : niveau d'intensité acoustique,
- f_a : fréquence sonore,
- ω_a : pulsation associée à f_a ,
- W : puissance acoustique d'une source sonore,
- W_0 : puissance acoustique d'une source qui fournirait une intensité I_0 de manière uniforme à travers une surface de 1m^2 l'entourant (10^{-12}W),
- L_W : niveau de puissance acoustique,
- S : surface,
- S_0 : surface de référence égale à 1m^2 ,
- χ : coefficient de réverbération d'un lieu,
- σ : facteur de rayonnement sonore de la machine,
- S_e : surface externe de la machine de diamètre extérieur D_e ,
- C_m : fonction de Hamkel d'ordre m ,
- N_m : fonction de Neumann d'ordre m ,
- Q_m : fonction de Bessel d'ordre m ,
- T_r : temps de réverbération d'une salle,
- V_{ol} : volume de la salle utilisée.

• Notations relatives aux impédances de la machine :

- r^S : résistance d'un enroulement statorique, r^S sa valeur ramenée au rotor,
- r^R : résistance d'un enroulement rotorique, r^R sa valeur ramenée au stator,
- x^S : réactance de fuites statorique, x^S sa valeur ramenée au rotor,
- l^S : inductance de fuites statorique, l^S sa valeur ramenée au rotor
- x^R : réactance de fuites rotorique, x^R sa valeur ramenée au stator,
- l^R : inductance de fuites rotorique, l^R sa valeur ramenée au stator,
- R_μ : partie réelle de l'impédance magnétisante de la machine,
- X_μ : réactance magnétisante de la machine,
- L_μ : inductance magnétisante de la machine,

- L^S : inductance propre cyclique d'un enroulement statorique,
- L^r : inductance propre cyclique d'un enroulement rotorique,
- M : mutuelle inductance cyclique entre stator et rotor,
- m : rapport de transformation stator-rotor,
- L_m : inductance équivalente de la machine vue du stator,
- R_m : résistance équivalente de la machine vue du stator,
- $\bar{Z}_{h^s}^{re}$: impédance d'un enroulement rotorique limitant le courant $i_{q_{h^s}}^r$,
- $\bar{Z}_{h^s}^{rb}$: impédance d'une barre rotorique limitant le courant $i_{k_{h^s}}^r$.

• Notations liées aux équations de tensions de la machine :

- f : fréquence du réseau,
- ω : pulsation associée associée à f ,
- v_q^S : tension simple instantanée de pulsation ω aux bornes d'un enroulement statorique q , cette grandeur est également notée v^S .
- u^S : tension composée instantanée aux bornes d'un enroulement statorique de pulsation ω ,
- V^S : valeur efficace de v^S ,
- U^r : tension composée efficace mesurée au rotor ouvert,
- e_q^S : force électromotrice induite dans l'enroulement statorique q par ϕ_q^S ,
- ϕ_q^S : flux d'origine statorique et rotorique qui traverse l'enroulement statorique q ,
- ${}^s e_{q_{h^s k_r}}^S$: force électromotrice induite dans l'enroulement statorique q par une composante d'induction statorique $b_{h^s k_r}^S$, ${}^s \hat{e}_{h^s k_r}^S$ son amplitude,
- ${}^r e_{q_{h^s h^r k_s}}^S$: force électromotrice induite dans l'enroulement statorique q par une composante d'induction rotorique $b_{h^s h^r k_s}^r$, ${}^r \hat{e}_{h^s h^r k_s}^S$ son amplitude,
- i_q^S : valeur instantanée du courant de pulsation ω dans un enroulement statorique q , cette grandeur est également notée i^S ,
- I^S : valeur efficace de i_q^S ,
- $I_{h^s h^r}^S$: valeur efficace du courant harmonique statorique induit par les composantes d'induction $b_{h^s h^r}^r$,

- $\omega_{h^s h^r}^s$: pulsation de $I_{h^s h^r}^s$,
- I_m : courant magnétisant,
- i_q^r : valeur instantanée du courant rotorique dans l'enroulement q,
- $i_{q_h^s}^r$: valeur instantanée du courant rotorique induit dans l'enroulement q par les composantes d'induction statoriques $b_{h^s k^r}^s$,
- $I_{h^s}^r$: valeur efficace de $i_{q_h^s}^r$,
- f_{h^s} : fréquence de $i_{q_h^s}^r$, $\omega_{h^s}^r$ pulsation associée,
- e_q^r : force électromotrice induite dans l'enroulement rotorique q par ϕ_q^r ,
- ϕ_q^r : flux d'origine statorique et rotorique qui traverse l'enroulement rotorique q,
- ${}^s e_{q_h^s}^r$: force électromotrice résultante induite dans l'enroulement rotorique q par les composantes statoriques de l'induction $b_{h^s k^r}^s$, ${}^s E_{q_h^s}^r$ sa valeur efficace, ${}^s \hat{e}_{h^s}^r$ son amplitude.
- ${}^s e_{q_{h^s k^r}}^r$: force électromotrice induite dans l'enroulement rotorique q par une composante d'induction $b_{h^s k^r}^s$, ${}^s \hat{e}_{h^s k^r}^r$ son amplitude,
- ${}^s e_{q_{h^s h^r h^s}}^r$: force électromotrice induite dans l'enroulement rotorique q par l'induction statorique $b_{h^s h^r h^s}^s$ due aux courants harmoniques statoriques.
- ${}^r e_{q_{h^s h^r k^s}}^r$: force électromotrice induite dans l'enroulement rotorique q par une composante d'induction $b_{h^s h^r k^s}^r$, ${}^r E_{q_{h^s h^r k^s}}^r$ sa valeur efficace, ${}^r \hat{e}_{h^s h^r k^s}^r$ son amplitude,

Remarque concernant l'indice q : toutes les grandeurs rotoriques d'indice q sont relatives à la phase q d'un rotor bobiné. Lorsque la lettre q est remplacée par la lettre k, les grandeurs concernent la barre k d'un rotor à cage.

• Grandeurs permettant la détermination des harmoniques d'induction :

- t : temps,
- α : désigne la position angulaire de n'importe quel point de l'entrefer par rapport à l'axe de référence statorique.

- α_q : position angulaire d'un des conducteurs de la phase rotorique q,
- v : vitesse linéaire de déplacement de l'onde d'induction statorique $b_{h^s k_r}^s$ par rapport aux conducteurs rotoriques,
- θ_d : écart angulaire entre les dents statorique et rotorique de référence, θ_{d0} sa valeur à $t=0$,
- θ : écart angulaire entre les axes statoriques et rotoriques de référence, θ_0 sa valeur à $t=0$,
- g : glissement, g_0 glissement à vide, g_n glissement nominal,
- f_r : fréquence de rotation du rotor, ω_r pulsation correspondante,
- p : nombre de paires de pôles de la machine,
- l_e : largeur d'encoche,
- γ : angle correspondant à l'ouverture d'encoche,
- e : épaisseur minimale de l'entrefer,
- μ_0 : perméabilité du vide,
- p^s : profondeur fictive des encoches statoriques,
- p^r : profondeur fictive des encoches rotoriques,
- e^s, e^r, e_M : grandeurs dépendants de l'épaisseur de l'entrefer,
- r_d^s : rapport de denture statorique,
- r_d^r : rapport de denture rotorique,
- A^0, A^s, A^r, A^{sr} : grandeurs dépendants des dimensions des encoches,
- N_t^s : nombre total d'encoches statoriques,
- N^s : nombre d'encoches statoriques par paire de pôles,
- z^s : nombre de spires statoriques par paire de pôles,
- m^s : nombre d'encoches par pôle et par phase au stator,
- N_t^r, N^r, z^r, m^r : quantités analogues relatives au rotor,
- ρ : perméance de l'entrefer,
- ϵ^s : force magnétomotrice statorique,
- h^s : rang des harmoniques d'espace statoriques, h_*^s, h_\bullet^s, h^s permettent de distinguer plusieurs valeurs de h^s ,
- $K_{h^s}^s$: coefficient de bobinage statorique relatif à l'hamonique de rang h^s ,
- $\Gamma_{h^s}^s$: traduit la loi d'évolution linéaire de la f.m.m. sur la largeur d'une encoche,

- $G_{h^s}^s$: coefficient qui dépend de $K_{h^s}^s$ et $\Gamma_{h^s}^s$,
- λ^s : coefficient lié au nombre de spires statoriques,
- $h^r, K_{h^r}^r, \Gamma_{h^r}^r, \lambda^r$: quantités analogues relatives au rotor,
- K, i, k_s, k_r : entiers positifs, négatifs ou nuls,
- h : rang d'une composante d'induction,
- b_h : composante d'induction de rang h ,
- \hat{B}_h : amplitude de b_h ,
- ω_h : pulsation de b_h ,
- ψ_h : phase de b_h ,
- b^s : induction statorique résultante,
- $b_{h^s}^s$: harmonique d'induction statorique de rang h^s dû aux harmoniques d'espace,
- h_s^s : rang des harmoniques d'induction statorique dus à la denture statorique,
- $b_{h_s^s}^s$: harmonique d'induction statorique de rang h_s^s dû à la denture statorique,
- h_r^s : rang des harmoniques d'induction statorique dus à la denture rotorique,
- $b_{h_r^s}^s$: harmonique d'induction statorique de rang h_r^s dû à la denture rotorique,
- h_{sr}^s : rang des harmoniques statoriques dus à l'interaction entre les deux dentures,
- $b_{h_{sr}^s}^s$: harmonique d'induction statorique de rang h_{sr}^s dû à l'interaction entre les deux dentures,
- $b_{h^{s0}}^s$: harmonique d'induction statorique indépendant du rotor de rang h^s , obtenu par regroupement de $b_{h^s}^s$ et $b_{h_s^s}^s$,
- $b_{h^{skr}}^s$: harmonique d'induction statorique dépendant du rotor de rang $(h^s - k_r N^r)$ obtenu par regroupement de $b_{h_r^s}^s$ et $b_{h_{sr}^s}^s$, désigne aussi toutes les composantes d'induction statorique générées par I^s ,
- $b_{h^{sh^r}}^s$: harmonique d'induction de rang h^s créé par le courant harmonique statorique $I_{h^s h^r}^s$,
- $\omega_{h_s^s}^s$: pulsation de $b_{h_s^s}^s$,
- $\omega_{h_{sr}^s}^s$: pulsation de $b_{h_{sr}^s}^s$,

- $\hat{B}_{h^s}^s, \hat{B}_{h_s^s}^s, \hat{B}_{h_r^s}^s, \hat{B}_{h_{sr}^s}^s, \hat{B}_{h^{s0}}^s, \hat{B}_{h^{skr}}^s$ désignent les amplitudes des composantes d'induction ci-dessus,
- $\Delta \hat{B}$: signifie qu'une amplitude de composante d'induction est exprimée en pourcentage de son fondamental,
- $\Delta_p \hat{B}$: signifie qu'une amplitude de composante d'induction est exprimée en pourcentage de B_p ,
- B_p : amplitude de l'induction résultante dans l'entrefer,
- $\varepsilon_{h^s}^r$: force magnétomotrice rotorique créée par le courant $I_{h^s}^r$,
- b^r : induction rotorique résultante,
- h^r : rang des harmoniques d'espace rotoriques,
- $b_{h^s h^r}^r$: harmonique d'induction rotorique de rang h^r dû aux harmoniques d'espace, généré par le courant $I_{h^s}^r$,
- h_r^r : rang des harmoniques d'induction rotorique dus à la denture rotorique,
- $b_{h^s h_r^r}^r$: harmonique d'induction rotorique de rang h_r^r dû à la denture rotorique, généré par $I_{h^s}^r$,
- h_s^r : rang des harmoniques d'induction rotorique dus à la denture statorique,
- $b_{h^s h_s^r}^r$: harmonique d'induction rotorique de rang h_s^r dû à la denture statorique, généré par $I_{h^s}^r$,
- h_{sr}^r : rang des harmoniques d'induction rotorique dus à l'interaction entre les deux dentures,
- $b_{h^s h_{sr}^r}^r$: harmonique d'induction rotorique de rang h_{sr}^r dû à l'interaction entre les deux dentures, généré par $I_{h^s}^r$,
- $b_{h^s h^r 0}^r$: harmonique d'induction rotorique indépendant du stator de rang h^r , obtenu par regroupement de $b_{h^s h^r}^r$ et $b_{h^s h_r^r}^r$,
- $b_{h^s h^r k_s}^r$: harmonique d'induction rotorique dépendant du stator de rang $(h^r - k_s N^s)$ obtenu par regroupement de $b_{h^s h_s^r}^r$ et $b_{h^s h_{sr}^r}^r$, désigne aussi toutes les composantes d'induction rotorique générées par $I_{h^s}^r$,

- $\omega_{h^s h^r}^r$: pulsation de $b_{h^s h^r}^r$,
- $\omega_{h^s h_r^r}^r$: pulsation de $b_{h^s h_r^r}^r$,
- $\omega_{h^s h_s^r}^r$: pulsation de $b_{h^s h_s^r}^r$,
- $\omega_{h^s h_{sr}^r}^r$: pulsation de $b_{h^s h_{sr}^r}^r$,
- $\hat{B}_{h^s h^r}^r, \hat{B}_{h^s h_r^r}^r, \hat{B}_{h^s h_s^r}^r, \hat{B}_{h^s h_{sr}^r}^r, \hat{B}_{h^s h^r 0}^r, \hat{B}_{h^s h^r k_s}^r$: amplitudes des composantes d'induction ci-dessus,
- C^s, C^r : facteur d'encoches selon Carter au stator et au rotor,
- $\xi_{k_s}^s$: coefficient défini par H. Jordan permettant de quantifier les harmoniques d'encoche statoriques,
- $\xi_{h_r}^r$: coefficient défini par H. Jordan permettant de quantifier les harmoniques d'encoche rotoriques.

• Grandeurs issues de l'injection d'un harmonique de courant :

- i_q^{is} : valeur instantanée du courant injecté dans l'enroulement statorique q à la fréquence f^i , cette grandeur est également notée i^{is} ,
- I^{is} : valeur efficace du courant injecté i_q^{is} dans les enroulements statoriques,
- f^i : fréquence du courant injecté, ω^i pulsation associée,
- $b_{h_{kr}^{is}}^{is}$: composante d'induction statorique créée par I^{is} ,
- f^i : composante de force supplémentaire issue de l'injection du courant supplémentaire,
- \hat{F}^i : amplitude de f^i ,
- v^{res} : tension simple instantanée du réseau,
- v^{is} : valeur instantanée de la tension simple statorique de fréquence f^i permettant la circulation de i_q^{is} ,
- V^{is} : valeur efficace de v^{is} ,
- φ^{is} : déphasage du courant injecté par rapport à la tension d'injection,
- P^i, Q^i : puissances active et réactive relatives au courant injecté,
- v^{io} : tension simple instantanée de fréquence f^i en sortie de l'onduleur, cette notation est utilisée lorsque v^{io} diffère de v^{is} ,

- u^{i0} : tension composée instantanée de fréquence f^i en sortie de l'onduleur,
- V^{i0} : valeur efficace de v^{i0} ,
- C : valeur du condensateur à l'entrée de l'onduleur,
- U_C : tension aux bornes de C ,
- L_b, L_o : inductances,
- C_b, C_o : capacités,
- I_T, \hat{I}_T : valeur efficace et amplitude du courant parcourant les I.G.B.T.,
- r : profondeur de réglage de la M.L.I.,
- v_{Co} : valeur instantanée de la tension aux bornes de C_o ,
- V_{Co}^i : valeur efficace de la composante de fréquence f^i de v_{Co} ,
- v_{Lo} : valeur instantanée de la tension aux bornes de L_o ,
- V_{Lo}^i : valeur efficace de la composante de fréquence f^i de v_{Lo} ,
- v_{Lb} : valeur instantanée de la tension aux bornes de L_b ,
- V_{Lb}^i : valeur instantanée de v_{Lb} ,
- I_{Lb}^i, I_{Cb}^i : valeurs efficaces de la composante de fréquence f^i du courant parcourant L_b et C_b .

• Notations spécifiques à l'annexe III.

- V^0 : valeur efficace de la composante à la fréquence du réseau de la tension simple fournie par l'onduleur,
- φ^s : déphasage du courant i^s à la fréquence du réseau par rapport à la composante à la fréquence du réseau de la tension fournie par l'onduleur.