

# Préparation des observations de planètes extrasolaires

Juan Cabrera

▶ **To cite this version:**

Juan Cabrera. Préparation des observations de planètes extrasolaires. Astrophysique [astro-ph]. Observatoire de Paris, 2008. Français. NNT : . tel-00363365

**HAL Id: tel-00363365**
**https://theses.hal.science/tel-00363365**

Submitted on 23 Feb 2009

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Observatoire de Paris
Ecole Doctorale d'Ile-de-France

Doctorat
Astronomie et Astrophysique

Juan Cabrera

# Préparation des observations de planètes extrasolaires

Thèse dirigée par Jean Schneider
Soutenue le vendredi 3 octobre 2008.

Jury :

Jean Philippe Beaulieu
Magali Deleuil (rapporteur)
Rudolf Dvorak (rapporteur)
Ana Gómez (président)
Bruno Lopez
Eduardo Martín
Jean Schneider (directeur)

# Résumé

On considère d'abord le problème de trois corps. En première approximation, il est étudié le cas d'une étoile binaire qui perturbe le mouvement d'une troisième étoile liée gravitationnellement au système, mais qui se trouve éloignée. Ces perturbations peuvent imiter le mouvement réflexe d'une étoile qui possède une planète provoquant une fausse détection planétaire par des méthodes astrométriques ou de vitesse radiale. Ensuite, on considère un problème de trois corps constitué par une étoile avec deux planètes ; on étudie les perturbations produites dans ce type de systèmes et on examine leur influence dans la détection de planètes par la méthode de transits : les changements dans le temps d'arrivée du signal et dans la durée et la profondeur des transits.

On étudie, du point de vue photométrique, la possibilité que des phénomènes d'activité stellaire tels que les taches puissent imiter la signature photométrique d'un transit. La forme et la taille de la diminution du flux stellaire produite par une tache est en général différente d'un transit, mais ils existent certaines configurations où les taches peuvent imiter la forme d'un transit rasant. De l'autre côté, on étudie la photométrie planétaire pour considérer non seulement la possibilité de mesurer la lumière réfléchie par une planète, sinon les phénomènes photométriques mutuels qui se produisent dans une système planète-compagnon : les éclipses et les ombres projetées sur les surfaces. Les méthodes mathématiques ainsi développés permettent d'étudier numériquement en détail la signature photométrique des transits.

Finalement, une grande partie de la thèse a été dédiée à l'analyse de données fournies par la mission CoRoT consacrées à la recherche de planètes extra-solaires. Quatre fois par an, le satellite fournit dix mille courbes de lumière qu'il faut traiter pour éliminer le bruit instrumental ainsi que la variabilité stellaire. Ensuite, il faut fouiller les courbes à la recherche des transits planétaires et les caractériser pour pouvoir réaliser des observations photométriques et spectroscopiques depuis le sol et obtenir la masse de l'objet en transit. Dans les systèmes où il a été trouvé une planète, on étudie les possibles perturbations dans le temps d'arrivée du signal.

# Preparation of Extrasolar Planets' Observations

The first part of this thesis considers the three body problem. In a first approximation of the hierarchical restricted three body problem, it is studied the motion of a star gravitationally linked to a distant binary. This perturbation can mimic the reflex motion of a star caused by a planet, provoking a false detection by astrometric or radial velocity methods. Then, in the case of a multiple planet system, the perturbations in the time of arrival of the transit signals as well as their influence in the planetary detection are considered.

Next, the photometric signal produced by a stellar spot is analyzed to recognize its differences with planetary transits : in some configurations spots can produce a similar signal. The techniques developed are applied to the study of planetary photometry. In particular, the mutual phenomena between a planet and a satellite (occultations and projections of shadows) are examined and the detailed analysis of the signal of a transit.

Finally, a important par of the thesis has been devoted to the analysis of the data supplied by the mission CoRoT, committed to the search for extrasolar planets. Four times a year, the satellite furnishes ten thousand light-curves that must be filtered of instrumental noise and stellar activity prior to the search for planetary signals. Eventually, the candidates are followed photometrically and spectroscopically from ground to determine their mass. In the systems where a planet has been found, the time of arrival of the transits is studied looking for the perturbations described in the first part of the thesis.

Laboratoire Univers et Théories – LUTH

UMR 8102

Observatoire de Paris – Meudon
5 place Jules Janssen
92195 MEUDON

**Mots clés :**
planètes extrasolaires – CoRoT – problème de trois corps – taches stellaires – phénomènes mutuelles en photométrie planétaire – chronométrage de transits

**Key words :**
extrasolar planets – CoRoT – three body problem – stellar spots – mutual phenomena in planetary photometry – transit timing variations

*A Estefanía.*

# Epigraphe

Cuando sientas tu herida sangrar
cuando sientas tu voz sollozar
cuenta conmigo.
(de una canción de Carlos Puebla)

Compañera,
usted sabe
que puede contar conmigo,
no hasta dos ni hasta diez
sino contar conmigo.

Si algunas veces
advierte
que la miro a los ojos,
y una veta de amor
reconoce en los míos,
no alerte sus fusiles
ni piense que deliro ;
a pesar de la veta,
o tal vez porque existe,
usted puede contar
conmigo.

Si otras veces
me encuentra
huraño sin motivo,
no piense que es flojera
igual puede contar conmigo.

Pero hagamos un trato :
yo quisiera contar con usted,
es tan lindo
saber que usted existe,
uno se siente vivo ;
y cuando digo esto
quiero decir contar
aunque sea hasta dos,
aunque sea hasta cinco.

No ya para que acuda
presurosa en mi auxilio,
sino para saber
a ciencia cierta
que usted sabe que puede
contar conmigo.

Hagamos un trato. Mario Benedetti

# Remerciements

Ceci est une thèse : un projet de recherche qui a duré 4 ans, un travail qui ne se fait pas en solitaire.

Je veux remercier Jean Schneider. Il a dirigé ma thèse ; mais en même temps il m'a laissé suivre mon propre chemin ; toujours en m'encourageant à devenir chercheur et à ne pas rester étudiant. Cela n'a pas été facile, mais il a eu toujours confiance en moi ; parfois plus que moi même. J'admire sa vision des problèmes et ses idées brillantes et originelles.

Quiero darle las gracias a Eduardo Martín, corresponsable de mi tesis, aunque por razones burocráticas su nombre no aparezca en ningún papel. Por su apoyo constante y por haberme tenido siempre al tanto de proyectos que me podían interesar.

I want to thank scientist from the CoRoT mission, from whom I have learned a lot. Working with them is a continuous challenge and I have been lucky to enjoy the experience.

Je suis reconnaissant au LUTh de m'avoir accuelli, en particulier aux équipes de d'administration et gestion et d'informatique qui m'ont aidé énormement ; avec un souvenir spécial de Sylvie Gordon.

Gracias también al Instituto de Astrofísica de Canarias, que me dió la oportunidad de hacer esta tésis. Et merci au TGE Themis, qui l'a financée. Quand je suis arrivé à l'Observatoire j'étais complètement perdu. Je veux remercier aux responsables de l'Ecole Doctorale d'Astronomie et Astrophysique d'Ile-de-France et du Service de Scolarité de l'Observatoire. Y también al personal de la secretaría del Área de Enseñanza del IAC y de la administración de Themis. Quiero agradecerles su paciencia porque para todos ellos supuse un buen quebradero de cabeza ; aunque les aseguro que yo lo pasé peor.

Comment faisait-on les thèses avant l'arrivée d'internet ? Comment est-ce que l'on cherchait l'information ? Il y a eu vraiment une époque sans Google, ADS, arXiv ou Mathworld ; sans les catalogues en ligne ; sans tous ces gens qui mettent le résultat de son travail librement, de façon altruiste, à la portée des internautes ? Je leur remercie ; je n'imagine pas comment

j'aurais pu gérer cette thèse sans son appui.

Pero una tésis no es sólo un proyecto científico, también es un proyecto personal. Durante estos años he tenido la oportunidad de conocer a una gente maravillosa, de aquí y de allí, con la que he tenido la suerte de compartir amistad. Es mucha suerte encontrar amigos así. Y aunque ahora toca despedirse, sé que nos volveremos a ver de nuevo. Somewhere, somehow.

Le doy las gracias a mi familia, por todo el apoyo y el cariño que me han brindado siempre. Y en especial a mis padres, que me lo han dado todo, que me han traido hasta aquí.

Y le doy las gracias a Estefanía, por hacer un trato y contar conmigo.

# Table des matières


**1 Introduction** **17**

**2 Le problème de trois corps** **21**
2.1 Introduction . . . . . 21
2.2 Le problème de trois corps restreint . . . . . 22
2.2.1 L'amplitude de l'oscillation induite par une binaire . . 22
2.2.2 Conséquences sur la découverte de planètes . . . . . 25
2.2.3 Recherches futures . . . . . 27
2.3 Le traitement hamiltonien . . . . . 30
2.3.1 Motivation . . . . . 30
2.3.2 L'hamiltonien . . . . . 30
2.3.3 La transformation canonique . . . . . 32
2.3.4 Théorie des perturbations . . . . . 34
2.3.5 Les angles du point de vue de l'observateur . . . . . 38
2.3.6 Conséquences sur la découverte de planètes . . . . . 39

**3 Les observations photométriques** **43**
3.1 Introduction . . . . . 43
3.2 Transfert de rayonnement . . . . . 44
3.3 Les taches peuvent-elles imiter une planète ? . . . . . 45
3.3.1 L'intégrale numérique . . . . . 48
3.3.2 Les courbes de lumière . . . . . 51
3.4 Photométrie planétaire . . . . . 53
3.4.1 Une question légale . . . . . 53
3.4.2 Quelques définitions . . . . . 54
3.4.3 La lumière réfléchie par une sphère . . . . . 55
3.4.4 Les surfaces lambertiennes . . . . . 57
3.4.5 La loi de phase . . . . . 57
3.4.6 L'albédo géométrique . . . . . 58
3.4.7 Les courbes de lumière . . . . . 59
3.5 Les compagnons des planètes . . . . . 59

3.5.1 Le transit du compagnon . . . 62
3.5.2 Le transit de la planète . . . 67
3.5.3 La projection de l'ombre du satellite sur la planète . . . 67
3.5.4 Le passage du satellite sous l'ombre de la planète . . . 70
3.5.5 Les courbes de lumière . . . 70
3.5.6 La viabilité des observations . . . 71
3.6 Les transits planétaires . . . 74

**4 L'analyse de données de CoRoT 79**
4.1 Introduction . . . 79
4.2 Chez CoRoT . . . 81
4.3 Les données . . . 84
4.4 Le pipeline . . . 85
4.5 Le filtrage . . . 86
4.5.1 Considérations préalables . . . 86
4.5.2 Les rayons cosmiques . . . 87
4.5.3 Les rayons cosmiques le mois de juin de 2008 . . . 91
4.5.4 Les oscillations . . . 92
4.5.5 Il pleut chez CoRoT . . . 94
4.5.6 La variabilité stellaire . . . 98
4.5.7 Les pixels chauds . . . 105
4.6 La recherche de transits . . . 106
4.6.1 La distance chez BLS . . . 108
4.6.2 L'affaire des binaires . . . 109
4.6.3 Notre modèle de distance . . . 110
4.6.4 Les calculs . . . 112
4.6.5 L'algorithme . . . 116
4.6.6 Les transits dans les systèmes multiples . . . 119
4.7 La caractérisation . . . 120
4.7.1 La classification préliminaire . . . 120
4.7.2 Les fausses alarmes . . . 127
4.7.3 La base de données . . . 133
4.8 Le chronométrage de transits . . . 134
4.8.1 Les troyens . . . 134
4.8.2 La cinématique des orbites . . . 135
4.8.3 La vitesse de la lumière . . . 136
4.8.4 Les satellites . . . 137
4.8.5 Les observations de CoRoT . . . 137

**5 Conclusions 141**

# CHAPITRE 1

## Introduction

Le 24 août 2006, l'Assemblée Générale de l'Union Astronomique Internationale (UAI) adoptait une résolution, la cinquième, avec la définition de *"planète dans le Système Solaire"*. Ce texte enlevait à Pluton son titre de planète et laissait le Système Solaire dans la situation où il était avant 1930 : avec 8 planètes.

En 1682 Louis XIV reçut la "Carte de France corrigée" dessinée à partir des déterminations astronomiques de Picard, La Hire et Jean Dominique Cassini (qui était à la tête de l'Observatoire de Paris) ; cette carte traçait avec une précision jamais connue jusqu'à cette date la figure de la France ; en rétrécissant appréciablement son territoire.

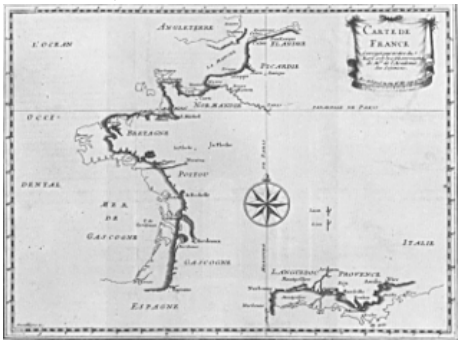



**Fig. 1.1:** Carte de France corrigée

Le roi se plaint que ces messieurs de l'Académie lui avaient fait perdre plus de territoire que tous ses ennemis. De la même façon, je pourrais me plaindre d'avoir commencé ma thèse avec neuf planètes et l'avoir fini avec une en moins. Pourvu que l'on ne parle que du Système Solaire, parce que la moitié des 313 exoplanètes que l'on connaît aujourd'hui ont été découvertes depuis novembre 2004, point de départ de cette thèse.

Il faut bien noter ce chiffre car il donne une idée du taux d'évolution de nos connaissances dans le domaine des exoplanètes. C'est un domaine de recherche en évolution très rapide qui demande des approches très variées, comme celles qui ont été abordées dans cette thèse. Car ce qui m'intéresse fi-

nalement ce sont les exoplanètes elles-mêmes, quelles que soient les méthodes.

D'autres thèses sur les exoplanètes comme Aigrain (2005) ou Alonso (2006) commencent avec une exposition des différentes méthodes de détection ; mais j'ai décidé de procéder différemment car tous ces introductions seront obsolètes très rapidement et parce qu'il est plus pratique d'aller directement aux sources : des articles classiques comme celui de Perryman (2000)[1] ou directement les références aux articles les plus pertinents que l'on peut trouver dans des livres comme celui de Dvorak (2007).

Les seules connaissances présumées au lecteur sont très générales : que les planètes ne peuvent pas être observées directement (sauf dans les situations décrites dans la section 4.1 ; dans le futur on envisage des observations comme celles décrites dans les sections 3.4 et 3.5) ; qu'il faut les détecter soit par le mouvement réflexe qu'elles provoquent dans leur étoile par moyen de la vitesse radiale (sujet qui n'est pas abordé) ou par moyen des mesures astrométriques (voir la section 2.2), soit par leur passage devant l'étoile : les transits (section 3.3 et tout le chapitre 4), soit par l'effet de microlentille gravitationnelle (qui n'est pas traité ici) ou soit par d'autres méthodes plus sophistiquées comme le chronométrage des pulsars ou des binaires (en relation avec la section 2.3). Le lecteur doit aussi connaître la mission CoRoT, qui est sommairement décrite dans la section 4.1.

Le chapitre 2 est dédié à l'étude du problème de trois corps : la section 2.2 montre une étude du traitement restreint et s'occupe de ses conséquences sur les planètes déjà connues ; la section 2.3 construit un traitement différente qui est plus approprié pour l'analyse d'un système planétaire multiple et on recherche les possibilités de détection de ces systèmes à partir des méthodes indirectes.

Le chapitre 3 examine la photométrie planétaire et développe les outils nécessaires pour étudier les transits. D'abord, on s'occupe de l'activité stellaire, que l'on arrive à filtrer avec un taux de réussite raisonnable (voir les sections 4.5.4 et 4.5.6) ; mais est-ce que les taches stellaires, des faibles diminutions périodiques du flux, peuvent imiter le signal d'une planète ? C'est la question à laquelle on répond dans la section 3.3. Ensuite, les logiciels crées servent à analyser la photométrie des phénomènes mutuels (voir leur description dans la figure 3.11) qui se produisent entre une planète et ses satellites (sections 3.4 et 3.5).

Les études théoriques des chapitres 2 et 3 permettent d'aborder l'analyse des courbes de lumière de la mission CoRoT. D'abord il faut développer les outils de filtrage des donnés (section 4.5) et ensuite programmer un algorithme de recherche des transits (section 4.6 pour caractériser les planètes trouvés par la mission (section 4.7). Finalement, avec la théorie du cha-

[1] ne pas oublier de consulter la version actualisée du fameux diagramme des méthodes de détection, accessible depuis l'Encyclopédie des Planètes Extrasolaires (`http://exoplanet.eu`), dans la section "Panorama des méthodes de détection et Vulgarisation".

pitre 2 et la photométrie du chapitre 3 on peut s'attaquer à la recherche de systèmes multiples par chronométrage de transits (section 4.8).

Avant de conclure cette introduction je veux ajouter un commentaire et deux citations.

Le commentaire est sur le titre de la thèse : "Préparation des observations de planètes extrasolaires". Il faut comprendre le mot "observation" dans son sens d'analyse ; car ici on ne décrit pas d'observations, mais en tous cas des détections indirectes d'exoplanètes par transit ou par des perturbations dans le chronométrage des signaux. Dans le chapitre 3 on s'occupe de la photométrie, mais d'un point de vue théorique : il n'y aura pas non plus aucune observation. Jean Schneider a suggéré de changer le titre pour le mettre en rapport avec le problème de trois corps, car il ressort dans tous les aspects de la thèse ; que ce soit dans les perturbations décrites dans le chapitre 2, dans les phénomènes mutuels du chapitre 3 ou dans le chronométrage de transits du chapitre 4. Finalement on ne l'a pas fait, mais si l'on comprend bien le titre, c'est tout à fait vrai que dans cette thèse j'ai développé des outils qui permettent d'anticiper des méthodes de détection de planètes, en particulier dans des situations où l'on trouve l'intervention d'un troisième corps.

Ce paragraphe est tirée de Poincaré (1905) :

> Peut-être même les astres nous apprendront-ils un jour quelque chose sur la vie ; cela semble un rêve insensé et je ne vois pas du tout comment il pourrait se réaliser ; mais, il y a cent ans, la chimie des astres n'aurait-elle pas paru aussi un rêve insensé ?
>
> Henri Poincaré. La valeur de la science, 1905

Aujourd'hui on ne connaît toujours pas les origines de la vie, mais on sait que la réponse se trouve probablement ailleurs et les planètes extrasolaires sont probablement la clé pour obtenir la solution. Comme Arthur C. Clarke l'explique dans "Profiles of the Future", on a l'énorme chance d'habiter un univers jeune et de rechercher un domaine qui peut répondre une des questions les plus fondamentaux de l'humanité.

La deuxième citation est du même auteur, Poincaré (1902) :

> Chaque siècle se moquait du précédent, l'accusant d'avoir généralisé trop vite et trop naïvement. Descartes avait pitié des Ioniens ; Descartes à son tour nous fait sourire ; sans aucun doute nos fils riront de nous quelque jour.
>
> Henri Poincaré. La Science et l'hypothèse, 1902

Je ne veux point rire de M. Poincaré, qui pourrait être plutôt mon arrière-grand-père ; c'est seulement pour ne pas se prendre trop au sérieux.

# CHAPITRE 2

# Le problème de trois corps

## 2.1 Introduction

Le problème de trois corps hante l'imagination des astronomes depuis la découverte par Newton des lois de la gravitation. Et il doit hanter aussi leurs cauchemards, car son traitement n'est pas du tout facile. Je ne vais pas répéter ici une introduction au sujet, il vaux mieux s'adresser aux oeuvres spécialisées. Pendant ma thèse j'ai consulté principalement Valtonen & Karttunen (2006); Kaula (1968); Fitzpatrick (1970); Roy (1978) et, après avoir assisté à son séminaire au LUTh le 12 Juin 2008, j'aurais bien aimé feuilleter Marchal (1990) ; mais l'édition est épuisée et quelqu'un a volé l'exemplaire à la bibliothèque de l'Observatoire[1].

Dans ce chapitre on ne fait pas un traitement général du problème de trois corps, mais on étudie deux configurations stables qui ont un rapport direct avec la détection de planètes extrasolaires. Dans la première partie on considère les mouvements produits dans un système triple hiérarchique avec une étoile binaire relativement serrée et une troisième étoile plus éloignée. Avec le traitement restreint du problème de trois corps (section 2.2.1), on démontre que les perturbations produites sur l'étoile isolée par le système binaire peuvent imiter celles causées par une planète (section 2.2.2) et on considère la répercussion que cet effet aura sur les futures recherches d'exoplanètes par astrométrie (section 2.2.3).

Dans la deuxième partie du chapitre on étudie le mouvement des corps dans un système multiple. Aujourd'hui on a découvert 31 systèmes multiples : la plupart par vitesse radiale, un des derniers est HD 40307 (Mayor

[1] il n'y a pas de peines assez sévères pour ceux qui volent des livres dans les bibliothèques.

et al. 2008) ; deux par chronométrage de pulsars, dont les premières exoplanètes, PSR 1257+12 b, c et d (Wolszczan 1994) ; et un par effet de microlentille gravitationnelle (Gaudi et al. 2008). La formulation hamiltonienne (section 2.3.2) du problème et sa solution grâce à la théorie des perturbations (section 2.3.4) nous permettent d'étudier les conséquences observables sur la recherche d'exoplanètes (section 2.3.6). Du point de vue de la détection, les différences entre un système multiple et un système simple étoile-planète sont principalement deux :

- l'inclinaison des orbites n'est pas constante, il y aura une évolution dans le temps. Si l'on observe des transits, on pourra mesurer éventuellement des changements dans leur profondeur et dans leur durée ;
- les orbites vont subir des mouvements de précession ; dans certains configurations les éclipses peuvent même cesser de se produire.

Il y a une autre configuration du problème de trois corps qui n'a pas été mentionnée : c'est le cas d'une planète avec un satellite. Dans le chapitre 3 on étudiera ce cas du point de vue photométrique, tandis que ce sera vers la fin du chapitre 4 que l'on étudiera les perturbations provoquées dans le chronométrage de transits.

## 2.2 Le problème de trois corps restreint

### 2.2.1 L'amplitude de l'oscillation induite par une binaire

Dans le problème de trois corps restreint on néglige la masse d'un des corps. Ici, on considère un système triple hiérarchique formé par une étoile double autour de laquelle orbite une troisième étoile. Le demi-grand axe de ce dernier corps est beaucoup plus grande que l'orbite de la binaire et donc on peut supposer que sa présence ne perturbe pas considérablement le mouvement de ses compagnons ; c'est à dire, on considère que sa masse est nulle (voir figure 2.1).

Pour simplifier les équations, on limite le mouvement des trois corps au plan, on va rendre égales les masses des étoiles du système double et son orbite circulaire. On peut appliquer alors la dynamique newtonienne pour obtenir les équations de mouvement : l'orbite de la binaire étant circulaire, le mouvement de ces deux corps 1 et 2 de masses $M_1 = M_2 = M$ suit la loi :

$$\begin{aligned} \vec{r}_1 &= a_B \left(\cos \omega t \, \hat{\imath} + \sin \omega t \, \hat{\jmath}\right) \\ \vec{r}_2 &= -a_B \left(\cos \omega t \, \hat{\imath} + \sin \omega t \, \hat{\jmath}\right) \\ \omega &= \sqrt{\frac{2GM}{(2a_B)^3}} = \sqrt{\frac{GM}{4a_B^3}} \end{aligned} \tag{2.1}$$

où $a_B$ est le rayon orbital et $\omega$ est la fréquence de rotation. On considère que ce mouvement est constant et qu'il n'est pas perturbé par la présence du troisième corps.

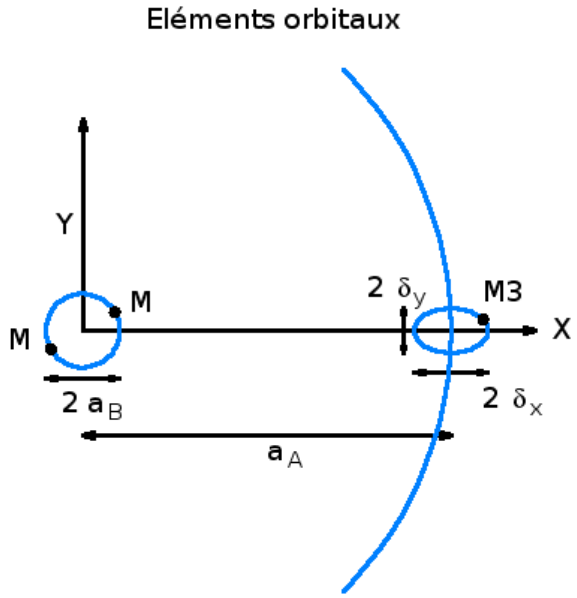



**Fig. 2.1** – Éléments orbitaux du système.

La force gravitationnelle par unité de masse dans un point de l'espace $\vec{r} = (x, y, z)$ est :

$$\vec{f} = -GM\left(\frac{\vec{r}_{r1}}{\|\vec{r}_{r1}\|^3} + \frac{\vec{r}_{r2}}{\|\vec{r}_{r2}\|^3}\right) \qquad \text{où } \vec{r}_{ri} = \vec{r} - \vec{r}_i \quad i = 1, 2 \tag{2.2}$$

mais comme le mouvement est restreint au plan, on utilise :

$$\hat{r} = \cos\theta\,\hat{\imath} + \sin\theta\,\hat{\jmath}$$
$$\hat{\theta} = -\sin\theta\,\hat{\imath} + \cos\theta\,\hat{\jmath}$$

ce qui nous permet de séparer les forces dans les composantes radiale et polaire ; en même temps, on va appliquer l'approximation : $\epsilon \equiv \frac{a_B}{r} \ll 1$

$$\begin{aligned}
\vec{r}_{r1,2} &= \vec{r} - \vec{r}_{1,2} \\
&= [r\cos\theta\,\hat{\imath} + r\sin\theta\,\hat{\jmath}] - [\pm a_B\,(\cos\omega t\,\hat{\imath} + \sin\omega t\,\hat{\jmath})] \\
&= [r \mp a_B\cos(\omega t - \theta)]\,\hat{r} \mp a_B\sin(\omega t - \theta)\,\hat{\theta}
\end{aligned}$$

$$\|\vec{r}_{r1,2}\|^2 = r^2 + a_B^2 \mp 2\,r\,a_B\cos(\omega t - \theta)$$

$$\frac{1}{\|\vec{r}_{r1,2}\|^3} \approx \frac{1}{r^3}\left[1 \pm 3\,\epsilon\cos(\omega t-\theta) + \frac{15}{2}\,\epsilon^2\cos^2(\omega t-\theta) - \frac{3}{2}\,\epsilon^2\right]$$

$$\begin{aligned}\vec{f} = \ddot{\vec{r}} &= -GM\left(\frac{\vec{r}_{r1}}{\|\vec{r}_{r1}\|^3} + \frac{\vec{r}_{r2}}{\|\vec{r}_{r2}\|^3}\right)\\ &\approx -\frac{2GM}{r^2}\left\{\left[1 + \frac{3}{4}\,\epsilon^2 + \frac{9}{4}\,\epsilon^2\cos 2(\omega t-\theta)\right]\hat{r}\right.\\ &\qquad\left. -\frac{3}{2}\,\epsilon^2\sin 2(\omega t-\theta)\hat{\theta}\right\}\end{aligned} \tag{2.3}$$

expression correcte à l'ordre deux et que l'on peut trouver comme équation 14.25 dans Roy (1978). Comme $\ddot{\vec{r}} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta}\right)\hat{\theta}$; on obtient :

$$\begin{aligned}\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 &\approx -\frac{2GM}{r^2}\left[1 + \frac{3}{4}\epsilon^2 + \frac{9}{4}\epsilon^2\cos 2(\omega t-\theta)\right]\\ 2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} &\approx \frac{3GM}{r^2}\epsilon^2\sin 2\,(\omega t-\theta)\end{aligned} \tag{2.4}$$

Comme solution au système d'équations 2.4, on considère un mouvement circulaire de vitesse angulaire $\Omega$ perturbé par un mouvement elliptique de fréquence $2\omega$ et amplitudes $\delta_x$ et $\delta_y$. La fréquence de la perturbation est deux fois la fréquence du système double parce que à chaque demi révolution de celui-ci, le troisième corps voit la même configuration du système. En coordonnées cartésiennes :

$$\begin{aligned}x(t) &= a_A\cos\Omega t + \delta_x\cos 2\omega t\\ y(t) &= a_A\sin\Omega t - \delta_y\sin 2\omega t\end{aligned} \tag{2.5}$$

Il faut retenir que $a_A \gg a_B \Rightarrow \omega \gg \Omega$ parce que la vitesse angulaire est proportionelle à $a^{-1.5}$ ; par ailleurs $\delta_x/a_A \ll 1$; $\delta_y/a_A \ll 1$ :

$$\begin{aligned}r &\equiv \sqrt{x^2+y^2} \approx a_A + \delta_x\cos 2\omega t & \theta &\equiv \arctan\frac{y}{x} \approx \Omega t\\ \dot{r} &\equiv \frac{d}{dt}\sqrt{x^2+y^2} \approx -2\omega\delta_x\sin 2\omega t & \dot{\theta} &\equiv \frac{x\dot{y}-\dot{x}y}{r^2} \approx \Omega - 2\omega\frac{\delta_y}{a_A}\cos 2\omega t\\ \ddot{r} &\equiv \frac{d^2}{dt^2}\sqrt{x^2+y^2} \approx -4\omega^2\delta_x\cos 2\omega t & \ddot{\theta} &\equiv \frac{d}{dt}\frac{x\dot{y}-\dot{x}y}{r^2} \approx 4\omega^2\frac{\delta_y}{a_A}\sin 2\omega t\end{aligned} \tag{2.6}$$

On introduit la solution 2.6 dans le système d'équations 2.4 pour obtenir :

$$\begin{aligned}a_A\Omega^2 + 4\omega^2\delta_x\cos 2\omega t &= \frac{2GM}{a_A^2}\left(1 + \frac{3}{4}\epsilon^2 + \frac{9}{4}\epsilon^2\cos 2\omega t\right)\\ 4\omega^2\delta_y\sin 2\omega t &= \frac{3GM}{a_A^2}\epsilon^2\sin 2\omega t\end{aligned}$$

d'où l'on tire :

$$\delta_x = 4.5\,\frac{a_B^5}{a_A^4} \qquad \delta_y = 3\,\frac{a_B^5}{a_A^4} \qquad \Omega^2 = \frac{2GM}{a_A^3}\left(1 + 0.75\frac{a_B^2}{a_A^2}\right) \tag{2.7}$$

Il faut remarquer que l'amplitude de la perturbation n'est pas affectée par la masse de la binaire, mais sa période si, parce que $T_{\text{wobble}} \sim (2\omega)^{-1} \sim M^{-0.5}$. La vitesse angulaire est plus grande que le cas keplerien parce que le système est moins stable (l'énergie totale $E = T + V$ est moins négative).

### 2.2.2 Conséquences sur la découverte de planètes

Quel est le risque de confondre la perturbation produite par un système binaire avec celle produite par une planète ? Supposons que l'on a découvert par astrométrie une étoile qui présente une perturbation que l'on peut expliquer par la présence d'une planète. On peut estimer les paramètres physiques de la planète à partir de celles de l'étoile :

$$\begin{aligned} a_{\text{pl}} &= \left(\frac{GM_*}{4\pi^2}\,P_*^2\right)^{1/3} \\ M_{\text{pl}} &= M_*\,\frac{\delta_x}{a_{\text{pl}}} \\ e &= \sqrt{1 - \left(\frac{\delta_y}{\delta_x}\right)^2} \end{aligned} \tag{2.8}$$

où l'indice "pl" fait référence à la planète ; $*$ à l'étoile ; $a$ est le demi-grand axe, $M$ la masse, $P$ la période, $e$ l'excentricité et $\delta$ en $x$ et en $y$ sont les perturbations mesurées dans le mouvement de l'étoile.

Cependant, on peut présumer la présence d'une étoile double liée gravitationnellement avec la première et qui serait responsable de la perturbation. Cette binaire aurait une période $P_B$ deux fois plus grande que la période de la perturbation et donc :

$$P_* = P_{\text{pl}} = \frac{1}{2}\,P_B = \frac{2\pi a_B^{3/2}}{\sqrt{GM}} \tag{2.9}$$

où l'on vient de attribuer la même masse $M$ aux deux composantes de la binaire. On sait que l'amplitude de la perturbation mesurée suit l'équation 2.7, donc on obtient :

$$M = (4.5)^{-3/5}\,M_{\text{pl}}^{3/5}\,M_*^{2/5}\left(\frac{a_A}{a_{pl}}\right)^{12/5}; \tag{2.10}$$

celle-ci est la masse qui devrait avoir une binaire située a une distance $a_A$ d'une étoile pour provoquer sur elle une perturbation du même ordre de grandeur que celle produite par une planète de masse $M_{pl}$.

**Tab. 2.1** – Données expérimentales des planètes dans des systèmes binaires ou multiples. La dernière colonne est la masse, calculée avec 2.10, qui devrait avoir une binaire pour provoquer une perturbation comparable a celle de la planète. Les données ont été prises d'Eggenberger et al. (2004) et de l'Encyclopédie des Planètes Extrasolaires (http ://www.exoplanet.eu).

| **Name** | $a_A$(ua)$^a$ | $a_{pl}$(ua)$^b$ | $M_{pl}$ $(M_J)^c$ | $M$ $(M_\odot)^d$ |
|---|---|---|---|---|
| HD 40979 | 6 400 | 0.811 | 3.32 | $3.0 \cdot 10^7$ |
| GL 777 A | 3 000 | 4.8 | 1.33 | $3.6 \cdot 10^4$ |
| HD 80606 | 1 200 | 0.469 | 3.90 | $2.0 \cdot 10^6$ |
| 55 Cnc | 1 065 | 0.115 | 0.84 | $1.8 \cdot 10^7$ |
| | | 0.24 | 0.21 | $1.4 \cdot 10^6$ |
| | | 5.9 | 4.05 | $3.7 \cdot 10^3$ |
| 16 Cyg B | 850 | 1.6 | 1.5 | $2.8 \cdot 10^4$ |
| $\upsilon$ And | 750 | 0.83 | 2.11 | $1.3 \cdot 10^5$ |
| | | 2.50 | 4.61 | $1.5 \cdot 10^4$ |
| HD 178911 B | 640 | 0.32 | 6.292 | $1.6 \cdot 10^6$ |
| $\tau$ Boo | 240 | 0.05 | 4.08 | $1.1 \cdot 10^7$ |
| HD 195019 | 150 | 0.14 | 3.51 | $2.5 \cdot 10^5$ |
| HD 114762 | 130 | 0.35 | 11.03 | $3.9 \cdot 10^4$ |
| HD 19994 | 100 | 1.33 | 1.78 | $2.1 \cdot 10^2$ |
| $\gamma$ Ceph | 22 | 2.03 | 1.59 | $1.9 \cdot 10^0$ |
| Gl 86 | 20 | 0.11 | 4.0 | $3.5 \cdot 10^3$ |

[a] demi-grand axe de l'orbite de la binaire en ua.
[b] demi-grand axe de la planète en ua.
[c] masse de la planète en masses de Jupiter ($1.8986 \cdot 10^{27}$ kg).
[d] masse calculé avec 2.10 pour les étoiles du système binaire hypothétique qui provoquerait la même perturbation que la planète ; en masses solaires ($1.9891 \cdot 10^{30}$ kg).

On connaît 36 systèmes binaires dont une des étoiles possède une planète, mais on ne va traiter maintenant que les 15 que l'on trouve dans l'article d'Eggenberger et al. (2004). On propose un exercice mental : on va supposer que ces systèmes ne sont pas des binaires mais des systèmes triples hiérarchiques formés par une binaire non résolue et l'étoile dont le mouvement est perturbé comme si elle avait une planète. La table 2.1 présente les donnés mesures pour ces systèmes ainsi que la masse de la binaire hypothétique calculée avec 2.10. Les valeurs que l'on obtient sont inadmissibles sauf dans le cas de $\gamma$ Ceph. Cependant, le compagnon de cette étoile a une masse de 0.4 masses solaires (Dvorak et al. 2003), résultat qui n'est pas compatible avec l'explication alternative.

Il serait intéressant de continuer ces études avec des données plus récentes comme celles de Raghavan et al. (2006) et Desidera & Barbieri (2007). L'étude ici décrit a fait objet d'une publication : Schneider & Cabrera (2006).

### 2.2.3 Recherches futures

A ce jour on n'a pas découvert de systèmes multiples de ce type qui puissent imiter le comportement de planètes. Toutefois, dans le futur proche on s'attend a des mesures plus sensibles qui risquent de trouver ce problème.

Une binaire lié gravitationnellement à une troisième étoile provoque sur cette dernière des perturbations qui peuvent être confondues avec la présence d'une planète. Pour une période orbitale donnée, la masse de la fausse planète se trouverait sur les lignes dessinées sur la figure 2.2, qui dépendent de la taille du demi-grand axe du système hiérarchique. Cette taille sera grande, parce que la confusion ne se produit que si l'on n'a pas découvert la liaison gravitationnelle du système hiérarchique ; c'est à dire, il faut que la variation de vitesse orbitale de l'étoile cible autour de la binaire soit indécelable. L'accélération est $\gamma = GM/a_A^2$ ; si elle agit pendant un temps $\Delta T$, elle provoque une changement de vitesse de $\Delta V = \gamma \Delta T = GM/a_A^2 \Delta T$. Si l'on exige que $\Delta V < 10$ m/s pendant 5 années, on trouve que la taille minimale du demi-grand axe est $a_A > 300$ ua.

Jusqu'à présent on n'a pas découvert de planètes qui risquent d'être des systèmes triples hiérarchiques, mais dans le futur proche, des missions comme SIM ou PRIMA vont pousser les limites actuelles de sensibilité.

La mission *SIM Planet Quest* [2] de l'agence spatiale américaine a connu les mêmes problèmes budgétaires que d'autres missions spatiales, mais officiellement elle continue son difficile parcours avec l'idée d'être lancée *within the next decade*. L'objectif est d'avoir un interféromètre spatial qui puisse avoir une précision astrométrique jusqu'à 1.12 $\mu as$ pour des étoiles de magnitude 6 pour rechercher des exoplanètes ; et pour les étoiles de magnitude 19 arriver à une précision jusqu'à 42 $\mu as$ (Edberg et al. 2005). L'intêret ultime de la mission dépasse la recherche d'exoplanètes, ou au moins la recherche directe, car l'étude des binaires est très utile pour contraindre les modèles que l'on utilisera pour mieux caractériser les étoiles avec transits planétaires.

PRIMA[3] est un instrument complexe qui sera installé sur le VLTI et qui, si tout va bien, devrait commencer à fonctionner bientôt (Reffert et al. 2006). La précision astrométrique de PRIMA pour la recherche d'exoplanètes et un peu en dessous de celle de SIM, on s'attend à avoir une précision de 10 $\mu as$ ; mais avec l'avantage d'être au sol, ce qui permet d'améliorer dans le futur la technique et de réaliser une mission de plus longe durée.

Dans la figure 2.3 on voit l'espace de phases pour la découverte de planètes pour ces deux missions ; dans la limite des plus grandes périodes elles devront faire face à la possibilité de trouver des systèmes multiples comme ceux décrits dans cette section qui peuvent simuler le comportement d'une planète.

[2] dont les sigles viennent de *Space Interferometry mission*.
[3] *Phase Referenced Imaging and Micro Arcsecond Astrometry*.

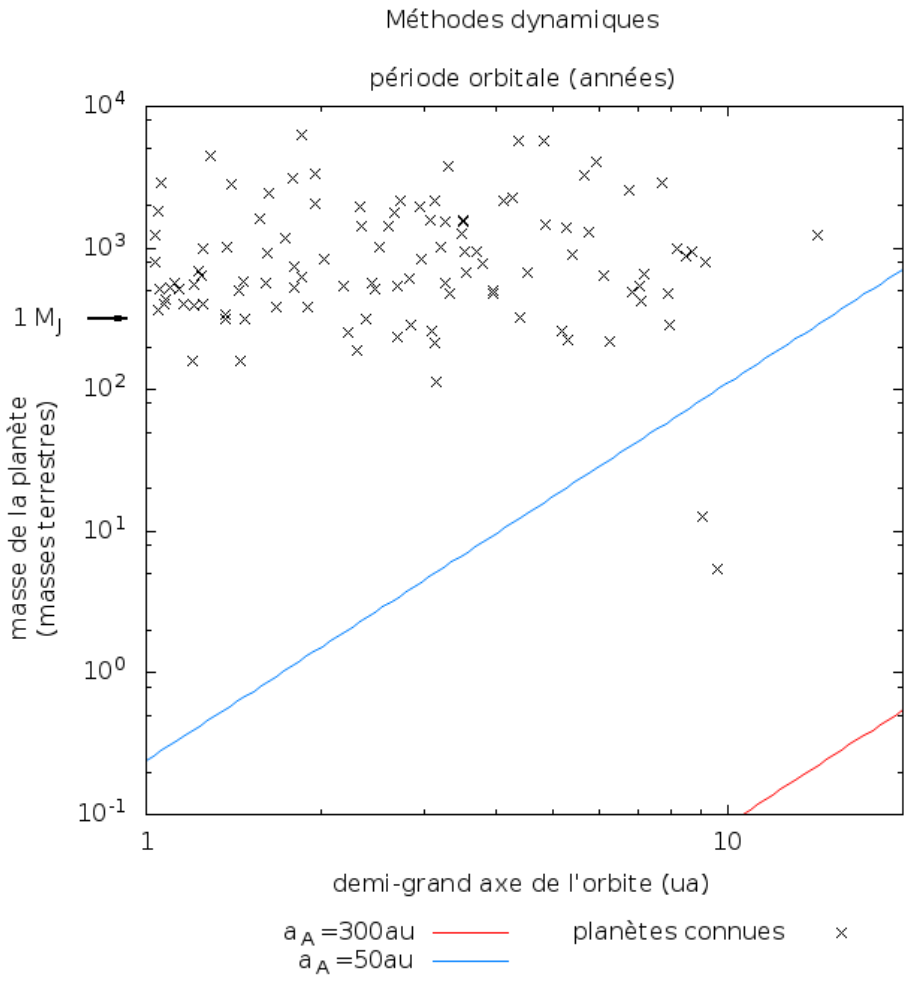



**Fig. 2.2** – La perturbation produite par un système binaire imiterait la présence d'une planète dont la masse (pour une période orbitale donnée) se situerait sur les lignes représentées. L'amplitude de l'oscillation, dont la valeur est donnée par 2.7, dépend de la taille du demi-grand axe de l'orbite de l'étoile perturbée dans le système hiérarchique (ici on représente deux possibilités : 50 ua et 300 ua).

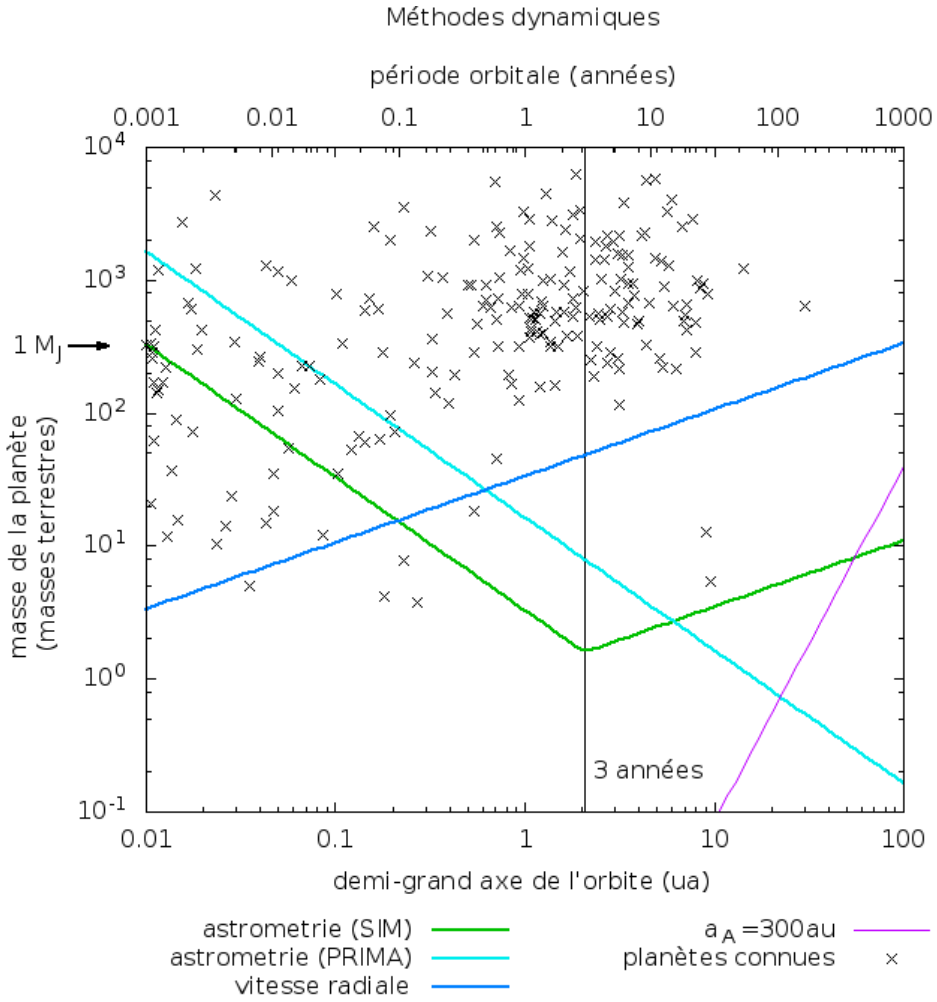



**Fig. 2.3** – Espace des phases pour la découverte de planètes des missions SIM, PRIMA et vitesse radiale ainsi que la perturbation produite par un système binaire situé a 300 ua.

## 2.3 Le traitement hamiltonien

### 2.3.1 Motivation

L'approximation de la section 2.2 est utile et valide pour traiter le problème de trois corps dans certains conditions restreintes, mais on a besoin d'un traitement plus puissante pour comprendre d'autres systèmes. Les propriétés dynamiques d'un système physique sont très bien traités dans la formulation hamiltonienne et on va s'en servir des développements faits dans Goldstein (1950)[4] mais suivant la notation de Valtonen & Karttunen (2006).

Ici on va traiter le problème de trois corps comme la perturbation du mouvement de deux corps avec solution analytique. La solution que l'on obtiendra sera nécessairement approximative, mais dans les cas que l'on étudie, cette approximation se révèle suffisante.

Premièrement, on va obtenir l'hamiltonien du système de trois corps. On va considérer un système binaire dit "intérieur" dont le mouvement est perturbé par un troisième corps dans une orbite "extérieure". Ensuite, on réalisera une transformation canonique pour récrire l'hamiltonien dans des variables plus pratiques pour le traitement des perturbations. Finalement, on appliquera les résultats obtenus à la recherche d'exoplanètes.

### 2.3.2 L'hamiltonien

D'abord il faut définir le système de coordonnées : le plus approprié pour notre problème de trois corps est celui dit "de Jacobi" (voir la figure 2.4) où chaque corps $i$ de masse $m_i$ a des coordonnées $\vec{r_i}$ à partir desquelles on définit :

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; \quad \vec{r}_B = \frac{1}{m_1 + m_2}\left(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2\right); \quad \vec{R}_3 = \vec{r}_3 - \vec{r}_B. \tag{2.11}$$

On travaillera dans les coordonnées $\vec{r}$ et $\vec{R}_3$ et on utilisera les transformations :

$$\vec{r}_1 = \vec{r}_B - \frac{m_2}{m_1 + m_2}\vec{r}; \quad \vec{r}_2 = \vec{r}_B + \frac{m_1}{m_1 + m_2}\vec{r}; \quad \vec{r}_3 = \vec{r}_B + \vec{R}_3. \tag{2.12}$$

Dans ces coordonnées l'énergie cinétique est :

$$T = \tfrac{1}{2}m_1\dot{\vec{r}}_1^{\,2} + \tfrac{1}{2}m_2\dot{\vec{r}}_2^{\,2} + \tfrac{1}{2}m_3\dot{\vec{r}}_3^{\,2} = \tfrac{1}{2}\mathcal{M}\dot{\vec{r}}^2 + \tfrac{1}{2}m\dot{\vec{R}}_3^{\,2}; \tag{2.13}$$

où l'on a utilisé le fait que dans le système de référence du centre de masses :

$$\vec{R}_{CM} = \frac{1}{M}\left(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + m_3\vec{r}_3\right) = r\vec{_B} + \frac{m_3}{M}\vec{R}_3 = 0; \tag{2.14}$$

[4] attention, la théorie des perturbations a été écrite pour la deuxième édition de 1980.

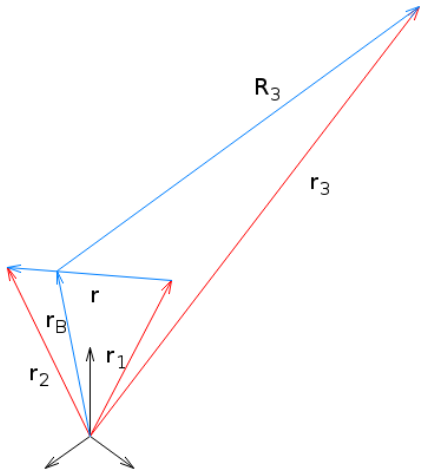



**Fig. 2.4** – Système de coordonnées de Jacobi.

avec les définitions des masses :

$$\begin{aligned} M = m_1 + m_2 + m_3; \qquad & m_B = m_1 + m_2. \\ \mathcal{M} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}; \qquad & m = \frac{(m_1 + m_2)\, m_3}{M}; \end{aligned} \tag{2.15}$$

On peut récrire l'énergie potentielle :

$$\begin{aligned} V &= -G\left(\frac{m_1 m_2}{r} + \frac{m_1 m_3}{r_{13}} + \frac{m_2 m_3}{r_{23}}\right) \\ &= -G\frac{m_1 m_2}{r} - G\frac{m_3\,(m_1+m_2)}{R_3} + G m_3\left(\frac{m_1+m_2}{R_3} - \frac{m_1}{r_{13}} - \frac{m_2}{r_{23}}\right); \end{aligned} \tag{2.16}$$

comme il est habituel : $r_{ij} = |\vec{r_j} - \vec{r_i}|$. l'hamiltonien sera donc :

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2}\mathcal{M}\dot{\vec{r}}^2 + \frac{1}{2} m \dot{\vec{R}}_3{}^2 - G\frac{m_1 m_2}{r} - G\frac{m_3\,(m_1+m_2)}{R_3} \\ &+ G m_3\left(\frac{m_1+m_2}{R_3} - \frac{m_1}{r_{13}} - \frac{m_2}{r_{23}}\right). \end{aligned} \tag{2.17}$$

### 2.3.3 La transformation canonique

On va utiliser la théorie des transformations canoniques décrites par Goldstein (1950) mais en suivant la notation de Valtonen & Karttunen (2006). Le chapitre 4 de ce dernier démontre comment en partant d'un hamiltonien de la forme :

$$H = \frac{1}{2} m \dot{\vec{r}}^2 - \frac{\mu m}{r}; \tag{2.18}$$

on peut trouver une transformation canonique à un système de coordonnées dont l'hamiltonien est nul. Voici le système :

$$\begin{array}{lll} q_1 = -\tau & q_2 = \Omega & q_3 = \omega \\ p_1 = -\dfrac{m\mu}{2a} & p_2 = m\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)}\cos\mathcal{I} & p_3 = m\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)} \end{array} . \tag{2.19}$$

Cependant, il est plus utile d'utiliser les éléments de Delaunay[5] avec une nouvelle transformation canonique donnée par la fonction :

$$F_2 = \frac{-\mu^2 m^3}{2L^2}\left(t + q_1\right) + q_2 H + q_3 G; \tag{2.20}$$

qui nous donne un nouvel hamiltonien :

$$H = \frac{-\mu^2 m^3}{2L^2}; \tag{2.21}$$

et des nouvelles coordonnées :

$$\begin{array}{lll} l = M & g = \omega & h = \Omega \\ L = m\sqrt{a\mu} & G = m\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)} & H = m\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)}\cos\mathcal{I} \end{array} \tag{2.22}$$

Il existe une différence avec les équations du chapitre 4 de Valtonen & Karttunen (2006) : la masse. De la même façon que Kozai (1962), Les auteurs l'enlèvent parce que ce n'est qu'un facteur multiplicatif dans l'hamiltonien. Pourtant, c'est une approche dangereuse parce que le moment venu de calculer les ordres de grandeur des observables on risque de l'oublier.

D'un côté, il ne faut pas confondre la masse générique $m$ de l'équation 2.18 avec la masse caractéristique du problème de trois corps définit par 2.15 ; de la même façon, il faut ne pas confondre la coordonnée $H$ avec l'hamiltonien, la coordonnée $L$ avec le moment angulaire ou l'anomalie moyenne $l = M = \frac{2\pi}{P}\left(t - \tau\right)$ avec la masse totale $M$. La notation classique n'est pas du tout réussie, mais si on garde le contexte, on se comprend.

On n'a pas expliqué le sens de $\tau, \omega, a, e...$ des équations 2.19 et 2.22 parce que ce sont les éléments orbitaux classiques d'une orbite elliptique[6].

[5] Charles-Eugène Delaunay, directeur de l'Observatoire de Paris entre 1870 et 1872 ; ses travaux portent sur l'étude du problème de trois corps dans la mécanique lunaire.

[6] $a$ demi-grand axe ; $e$ excentricité ; $\Omega$ longitude du noeud ascendant ; $\omega$ argument du périastre ; $\mathcal{I}$ inclinaison ; $\tau$ instant de passage au périastre.

Cependant, on va expliciter la matrice de changement de base parce qu'elle est utile pour calculer la forme vectorielle du moment angulaire :

$$\begin{aligned} R &= R_z(\Omega) R_x(\mathcal{I}) R_z(\omega) \\ &= \begin{pmatrix} \cos\Omega\cos\omega - \sin\Omega\sin\omega\cos\mathcal{I} & -\cos\Omega\sin\omega - \sin\Omega\cos\omega\cos\mathcal{I} & \sin\Omega\sin\mathcal{I} \\ \sin\Omega\cos\omega + \cos\Omega\sin\omega\cos\mathcal{I} & -\sin\Omega\sin\omega + \cos\Omega\cos\omega\cos\mathcal{I} & -\cos\Omega\sin\mathcal{I} \\ \sin\omega\sin\mathcal{I} & \cos\omega\sin\mathcal{I} & \cos\mathcal{I} \end{pmatrix}; \end{aligned} \tag{2.23}$$

d'où l'on déduit que :

$$\begin{aligned} \vec{L} &= m\sqrt{a\mu(1-e^2)}\,(\sin\omega\sin\mathcal{I}, -\cos\omega\sin\mathcal{I}, \cos\mathcal{I}) \\ &= \left(\sqrt{G^2-H^2}\sin h, -\sqrt{G^2-H^2}\cos h, H\right). \end{aligned} \tag{2.24}$$

On peut donc appliquer la transformation de Delaunay à notre problème de trois corps en trouvant la forme 2.21 de l'hamiltonien 2.18 :

$$\begin{aligned} H &= \frac{1}{2}\mathcal{M}\vec{r}^2 + \frac{1}{2}m\vec{R_3}^2 - G\frac{m_1 m_2}{r} - G\frac{m_3(m_1+m_2)}{R_3} \\ &\quad + Gm_3\left(\frac{m_1+m_2}{R_3} - \frac{m_1}{r_{13}} - \frac{m_2}{r_{23}}\right) \\ &= -\frac{\mu_i^2\mathcal{M}^3}{2L_i^2} - \frac{\mu_e^2 m^3}{2L_e^2} + Gm_3\left(\frac{m_1+m_2}{R_3} - \frac{m_1}{r_{13}} - G\frac{m_2}{r_{23}}\right); \end{aligned} \tag{2.25}$$

où on a séparé les trois corps dans deux sous-systèmes : l'un "interne" et l'autre "externe" avec $\mu_i = Gm_B$ et $\mu_e = GM$. Les éléments de Delaunay sont :

$$\begin{aligned} l_i &= M_i & l_e &= M_e \\ g_i &= \omega_i & g_e &= \omega_e \\ h_i &= \Omega_i & h_e &= \Omega_e \\ L_i &= \mathcal{M}\sqrt{a_i\mu_i} & L_e &= m\sqrt{a_e\mu_e} \\ G_i &= \mathcal{M}\sqrt{a_i\mu_i(1-e_i^2)} & G_e &= m\sqrt{a_e\mu_e(1-e_e^2)} \\ H_i &= \mathcal{M}\sqrt{a_i\mu_i(1-e_i^2)}\cos\mathcal{I}_i & H_e &= m\sqrt{a_e\mu_e(1-e_e^2)}\cos\mathcal{I}_e \end{aligned} \tag{2.26}$$

Juste avant de finir cette sous-section, on va parler du système de coordonnées du plan invariable qui est celui où le moment angulaire total est parallèle à l'axe Z. Pour changer de système il suffit d'appliquer une rotation ; si l'expression générale du moment angulaire total est :

$$\vec{L} = \begin{pmatrix} \sqrt{G_i^2 - H_i^2}\sin h_i + \sqrt{G_e^2 - H_e^2}\sin h_e \\ -\sqrt{G_i^2 - H_i^2}\cos h_i - \sqrt{G_e^2 - H_e^2}\cos h_e \\ H_i + H_e \end{pmatrix} \tag{2.27}$$

dans le système où l'on ne garde que la composant Z les relations suivantes doivent se vérifier :

$$\begin{aligned} h_i + \pi &= h_e \\ H_i + H_e &= L \\ G_i^2 - H_i^2 &= G_e^2 - H_e^2 \end{aligned} \tag{2.28}$$

d'où l'on obtient les identités utiles :

$$\begin{aligned} H_i &= \frac{1}{2}\left(L + \frac{G_i^2 - G_e^2}{L}\right) \\ H_e &= \frac{1}{2}\left(L - \frac{G_i^2 - G_e^2}{L}\right) \\ \cos\mathcal{I} = \cos\left(\mathcal{I}_i + \mathcal{I}_e\right) &= \frac{L^2 - G_i^2 - G_e^2}{2G_iG_e} \end{aligned} \tag{2.29}$$

Cette procédure est trouvée dans la littérature comme élimination des nodes (Jefferys & Moser 1966).

### 2.3.4 Théorie des perturbations

L'objectif de tout ce développement mathématique est de formuler l'hamiltonien dans une forme $H = H_0 + H_1$ dont l'hamiltonien $H_0$ a une solution exacte connue et $H_1$ sera traité comme une source de perturbation du mouvement. En partant de 2.25, on écrit :

$$H = \underbrace{-\frac{\mu_i^2\mathcal{M}^3}{2L_i^2}}_{H_{0i}} \underbrace{-\frac{\mu_e^2 m^3}{2L_e^2}}_{H_{0e}} + \underbrace{Gm_3\left(\frac{m_1+m_2}{R_3} - \frac{m_1}{r_{13}} - G\frac{m_2}{r_{23}}\right)}_{H_1}. \tag{2.30}$$

Selon la mécanique hamiltonienne, l'évolution des coordonnées est :

$$\begin{aligned} \dot{l}_i &= \frac{\partial H}{\partial L_i} = \frac{\mu_i^2\mathcal{M}^3}{L_i^3} + \frac{\partial H_1}{\partial L_i} & \dot{l}_e &= \frac{\partial H}{\partial L_e} = \frac{\mu_e^2 m^3}{L_e^3} + \frac{\partial H_1}{\partial L_e} \\ \dot{g}_i &= \frac{\partial H}{\partial G_i} = \frac{\partial H_1}{\partial G_i} & \dot{g}_e &= \frac{\partial H}{\partial G_e} = \frac{\partial H_1}{\partial G_e} \\ \dot{h}_i &= \frac{\partial H}{\partial H_i} = \frac{\partial H_1}{\partial H_i} & \dot{h}_e &= \frac{\partial H}{\partial H_e} = \frac{\partial H_1}{\partial H_e} \\ \dot{L}_i &= -\frac{\partial H}{\partial l_i} = -\frac{\partial H_1}{\partial l_i} & \dot{L}_e &= -\frac{\partial H}{\partial l_e} = -\frac{\partial H_1}{\partial l_e} \\ \dot{G}_i &= -\frac{\partial H}{\partial g_i} = -\frac{\partial H_1}{\partial g_i} & \dot{G}_e &= -\frac{\partial H}{\partial g_e} = -\frac{\partial H_1}{\partial g_e} \\ \dot{H}_i &= -\frac{\partial H}{\partial h_i} = -\frac{\partial H_1}{\partial h_i} & \dot{H}_e &= -\frac{\partial H}{\partial h_e} = -\frac{\partial H_1}{\partial h_e} \end{aligned} \tag{2.31}$$

On peut trouver aussi l'évolution temporaire du demi-grand axe ou de l'excentricité à partir des relations 2.26 et ses inverses. On va omettre les indices "i" et "e" pour simplifier la notation :

$$\begin{aligned} L &= m\sqrt{a\mu} & a &= \frac{1}{m^2\mu}L^2 \\ G &= m\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)} & e &= \sqrt{1-\frac{G^2}{L^2}} \\ H &= m\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)}\cos\mathcal{I} & \cos\mathcal{I} &= \frac{H}{G} \end{aligned} \quad . \tag{2.32}$$

si $f = f(x, y)$; et $x = x(u, v)$; $y = y(u, v)$; on sait que

$$\partial_u f = \partial_x f \partial_u x + \partial_y f \partial_u y;$$

et en conséquence :

$$\begin{aligned} \dot{a} &= -\frac{2}{m}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\frac{\partial H_1}{\partial l} \\ \dot{e} &= -\frac{1-e^2}{me\sqrt{a\mu}}\left(\frac{\partial H_1}{\partial l} - \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\frac{\partial H_1}{\partial g}\right) \\ \dot{\mathcal{I}} &= -\frac{1}{me\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)}\sin\mathcal{I}}\left(\cos\mathcal{I}\frac{\partial H_1}{\partial g} - \frac{\partial H_1}{\partial h}\right) \\ \dot{l} &= \sqrt{\frac{\mu}{a^3}} + \frac{2}{m}\sqrt{\frac{a}{\mu}}\frac{\partial H_1}{\partial a} \\ \dot{\omega} &= -\frac{1}{me\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)}}\left(\frac{1-e^2}{e}\frac{\partial H_1}{\partial e} - \frac{\cos\mathcal{I}}{\sin\mathcal{I}}\frac{\partial H_1}{\partial \mathcal{I}}\right) \\ \dot{\Omega} &= -\frac{1}{me\sqrt{a\mu\left(1-e^2\right)}\sin\mathcal{I}}\frac{\partial H_1}{\partial \mathcal{I}} \end{aligned} \tag{2.33}$$

Pour pouvoir effectuer les dérivées de l'hamiltonien $H_1$ il faut l'exprimer en fonction des variables $a, e...$ et non pas $\vec{r}, \vec{R_3}$.

Jusqu'ici le traitement du problème est exacte. C'est maintenant qu'on va faire la première approximation qui consiste à développer le hamiltonien perturbateur $H_1$ en série de puissances du produit scalaire $\cos\psi = \frac{\vec{r}\cdot\vec{R_3}}{r\,R_3}$. Au deuxième ordre son expression est (Valtonen & Karttunen 2006) :

$$H_1 = -\frac{Gm_1m_2m_3}{2m_BR_3}\left(\frac{r}{R_3}\right)^2\left(3\cos^2\psi - 1\right) \tag{2.34}$$

avec

$$\cos\psi = -\cos\omega_i + \phi_i\cos\omega_e + \phi_e - \sin\omega_i + \phi_i\sin\omega_e + \phi_e\cos\left(\mathcal{I}_i + \mathcal{I}_e\right) \tag{2.35}$$

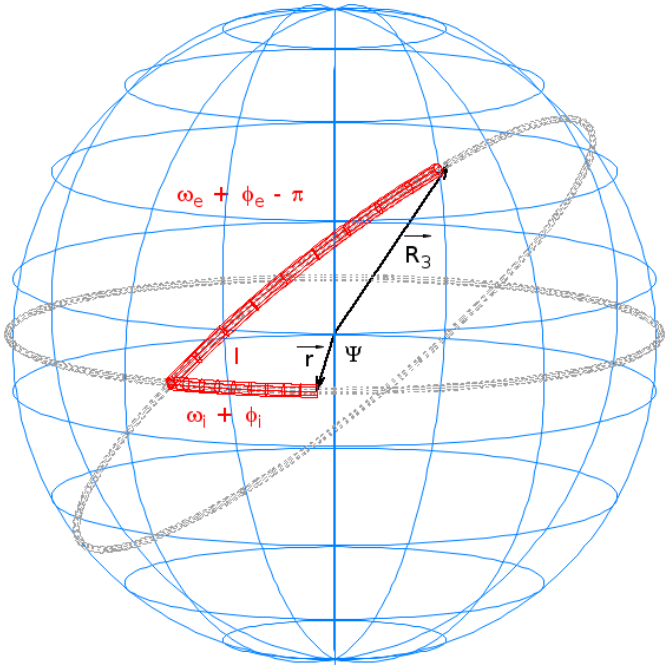



**Fig. 2.5** – Angle $\psi$ défini par le produit scalaire de $\vec{r}$ et $\vec{R3}$.

attention au changement de signe par rapport à Valtonen & Karttunen (2006). Les auteurs se trompent lorsqu'ils choisissent leur figure parce que $h_i$ et $h_e$ sont séparés de $\pi$ radians (voir 2.28) comme on peut vérifier dans la figure 2.5. On peut le vérifier avec l'expression correcte de Harrington (1968). De toute façon, comme $\cos\psi$ est élevé au carré, le signe n'a pas d'importance.

Pour étudier l'évolution à long terme du système, on calcule la valeur moyenne de 2.34 dans l'orbite intérieure et extérieure dans le sens :

$$\langle\langle H_1\rangle_e\rangle_i = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{2\pi}\int_o^{2\pi} H_1 dM_e\right) dM_i.$$

Le but est d'étudier l'évolution séculaire du système et c'est très bien expliqué dans Valtonen & Karttunen (2006), donc ici on se limite à présenter le résultat final qui est exprimé dans le système de référence du plan invariable

(voir dans la section précédente 2.28 et 2.29) :

$$\begin{aligned} H_1 &= -\frac{Aa_i^2}{8}\left[2+3e_i^2-3\sin^2\mathcal{I}\left(1-e_i^2+5e_i^2\sin^2\omega_i\right)\right] \\ A &= \frac{Gm_1m_2m_3}{m_1+m_2}\frac{1}{a_e^3\left(1-e_e^2\right)^{3/2}} \end{aligned} \tag{2.36}$$

on peut trouver la même équation avec une notation différente dans Ford et al. (2000) et Krymolowski & Mazeh (1999) ; il faudra substituer leur constante, $C_2$ chez le premier, $C_1$ chez le seconde, par $Aa_i^2/16$.

Maintenant, il ne nous reste que calculer les dérivées 2.33. On voit tout de suite que $H_1$ ne dépend pas de $l_i$ ou $l_e$ ; $L_i$ et $L_e$ seront donc constantes et en conséquence $a_i$ et $a_e$, les demi-grand axes des orbites seront constantes aussi. Au premier ordre dans la théorie des perturbations, les tailles des orbites n'évoluent pas dans le temps. On peut vérifier de la même façon que $\partial_{g_e} H_1 = 0$ et donc $1-e_e^2 = 1-G_e^2/L_e^2$ est constante : l'excentricité de l'orbite extérieure est aussi constante. L'inclinaison $I_e$ est une autre constante car $\partial_{h_e} H_1 = 0$ et finalement, par la relation 2.28 $\sqrt{1-e_i^2}\cos I_i$ est aussi constante. Pour les autres grandeurs, on peut trouver les dérivées en fonction du temps :

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= \frac{15}{4}e_i\sqrt{1-e_i^2}\sin 2\omega_i\sin^2\mathcal{I}\frac{A}{n_i\mathcal{M}}; \\ \dot{\omega}_i &= \frac{3}{4\sqrt{1-e_i^2}}\left[2\left(1-e_i^2\right)+5\left(e_i^2-\sin^2\mathcal{I}\right)\sin^2\omega_i\right. \\ &\qquad \left.+\frac{G_i\cos\mathcal{I}}{G_e}\left(1-e_i^2+5e_i^2\sin^2\omega_i\right)\right]\frac{A}{n_i\mathcal{M}} \\ \dot{\Omega}_i &= \frac{-3}{4\sqrt{1-e_i^2}\cos\mathcal{I}_i}\left(1-e_i^2+5e_i^2\sin^2\omega_i\right) \\ &\qquad \left(1-\sin^2\mathcal{I}+\frac{G_i\cos\mathcal{I}}{G_e}\right)\frac{A}{n_i\mathcal{M}}; \\ \dot{\mathcal{I}}_i &= -\frac{15e_i^2}{8\sqrt{1-e_i^2}}\sin 2\omega_i\left(\sin 2\mathcal{I}+2\frac{G_i\sin\mathcal{I}}{G_e}\right)\frac{A}{n_i\mathcal{M}}; \\ n_i &= \sqrt{\mu_i}a_i^{-3/2}; \quad \text{et donc :} \quad \frac{A}{n_i\mathcal{M}} = 2\pi\frac{m_3}{M}\frac{P_i}{P_e^2}\frac{1}{\sqrt{1-e_i^2}}; \\ \frac{G_i}{G_e} &= \frac{m_1m_2}{m_Bm_3}\left(\frac{M}{m_B}\right)^{1/2}\left(\frac{a_i}{a_e}\right)^{1/2}\frac{\sqrt{1-e_i^2}}{\sqrt{1-e_e^2}}. \end{aligned} \tag{2.37}$$

Attention, Valtonen & Karttunen (2006) font une simplification abusive : $\mathcal{I}_e = 0$. C'est vrai que l'angle d'inclinaison est arbitraire parce qu'on peut

faire la même physique avec une rotation ; mais on ne travaille pas dans un système arbitraire. On a défini le système de référence du plan invariable comme celui ou le moment angulaire est parallèle au axe Z ; dans ce système, $\mathcal{I}_e = 0$ seulement si $\mathcal{I}_i = 0$. Les expressions correctes pour $\dot{\omega}_i$ se trouvent dans Ford et al. (2000) et Krymolowski & Mazeh (1999). Quant au système extérieur :

$$\begin{aligned}
\dot{\omega}_e = & \frac{3}{8\sqrt{1-e_e^2}} \\
& \left[4 + e_i^2 - 5\left(1-e_i^2\right)\sin^2\mathcal{I} + 5e_i^2\sin^2\omega_i\left(2 - 5\sin^2\mathcal{I}\right)\right. \\
& \left. \quad +2\frac{G_e\cos\mathcal{I}}{G_i}\left(1 - e_i^2 + 5e_i^2\sin^2\omega_i\right)\right]\frac{a}{n_e M}\left(\frac{a_i}{a_e}\right)^2; \\
\dot{\Omega}_e = & -\frac{3}{4\sqrt{1-e_e^2}\cos\mathcal{I}_e}\left(1 - e_i^2 + 5e_i^2\sin^2\omega_i\right) \\
& \left(1 - \sin^2\mathcal{I} + \frac{G_e\cos\mathcal{I}}{G_i}\right)\frac{a}{n_e M}\left(\frac{a_i}{a_e}\right)^2; \\
n_e = & \sqrt{\mu_e}a_e^{-3/2}; \quad \text{et donc :} \quad \frac{A}{n_e M} = 2\pi\frac{m_1 m_2}{m_B^2}\frac{1}{P_e}\frac{1}{\sqrt{1-e_e^2}}.
\end{aligned} \tag{2.38}$$

### 2.3.5 Les angles du point de vue de l'observateur

On a fait les calculs dans le système du plan invariable, mais quelles sont les conséquences du point de vue de l'observateur ? Les angles de position du système intérieure dans le système de référence du plan invariable sont $(\Omega_i, \mathcal{I}_i, \omega_i)$ ; ceux du corps extérieur sont $(\Omega_e, \mathcal{I}_e, \omega_e)$. Utilisons l'exposant "$o$" pour dénoter les coordonnées de la planète intérieure dans le système de référence de l'observateur : $(\Omega_i^o, \mathcal{I}_i^o, \omega_i^o)$ et $(\Omega_e^o, \mathcal{I}_e^o, \omega_e^o)$. Pour faire la transformation d'un système à l'autre il nous faut les coordonnées du plan invariable dans le système de référence de l'observateur : $(\Omega^o, \mathcal{I}^o, \omega^o)$. La transformation de coordonnées, que l'on peut voir aussi dans Soderhjelm (1975), se trouve avec l'aide du triangle sphérique de la figure 2.6 :

$$\begin{aligned}
&\Omega_i^o = \Omega^o + t; \qquad\qquad \omega_i^o = \omega_i + s; \\
&\cos\mathcal{I}_i^o = \cos\mathcal{I}^o\cos\mathcal{I}_i - \sin\mathcal{I}^o\sin\mathcal{I}_i\cos\Omega_i;
\end{aligned} \tag{2.39}$$

où :

$$\begin{aligned}
\tan s &= \frac{\sin\Omega_i\sin\mathcal{I}^o}{\cos\mathcal{I}^o\sin\mathcal{I}_i + \sin\mathcal{I}^o\cos\mathcal{I}_i\cos\Omega_i} \\
\tan t &= \frac{\sin\Omega_i\sin\mathcal{I}_i}{\cos\mathcal{I}_i\sin\mathcal{I}^o + \sin\mathcal{I}_i\cos\mathcal{I}^o\cos\Omega_i}
\end{aligned} \tag{2.40}$$

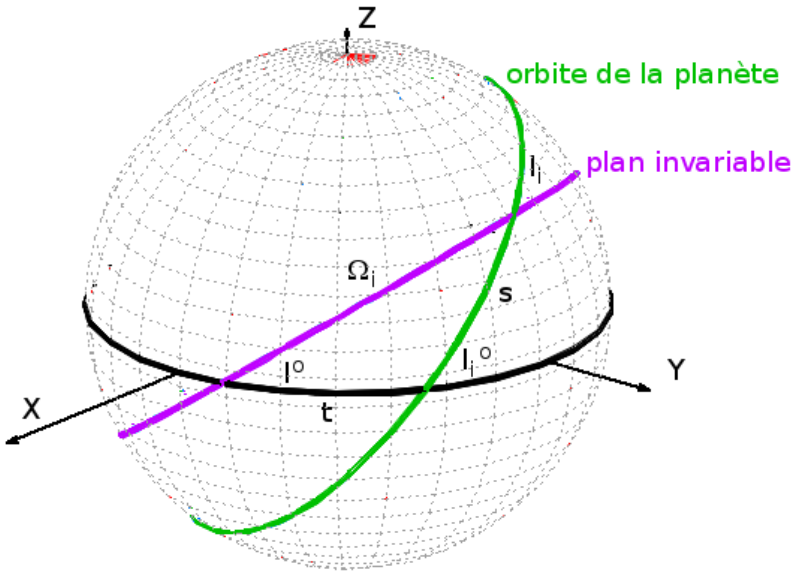



**Fig. 2.6** – Triangle sphérique pour la transformation de coordonnées entre les systèmes de référence du plan invariable et de l'observateur.

et on peut trouver les expressions équivalentes pour le système extérieur de la même façon.

Du point de vue de la recherche d'éclipses, la configuration la plus favorable pour un observateur situé à l'infini sur l'axe Z est d'avoir $\mathcal{I}^o = 90°$. Si les inclinaisons des systèmes par rapport au plan invariable sont faibles ($\mathcal{I}_i^o \ll 1$ et $\mathcal{I}_e^o \ll 1$), dans le système de référence de l'observateur on vérifie :

$$\begin{aligned} \Omega_i^o = \Omega^o + t \qquad \omega_i^o = \omega_i + s \qquad \cos\mathcal{I}_i^o = -\mathcal{I}_i \cos\Omega_i \\ \tan t = \mathcal{I}_i \sin\Omega_i \qquad s = \Omega_i \end{aligned} \tag{2.41}$$

et ses équivalentes pour le système extérieur. On utilisera plus tard la dérivée temporelle de l'inclinaison :

$$\frac{d\cos\mathcal{I}_i^o}{dt} = -\dot{\mathcal{I}}_i \cos\Omega_i + \dot{\Omega}_i \mathcal{I}_i \sin\Omega_i \tag{2.42}$$

### 2.3.6 Conséquences sur la découverte de planètes

Quel est l'ordre de grandeur de ces perturbations ? Pour une exoplanète qui orbite avec une période de 3 jours autour d'une étoile de masse solaire,

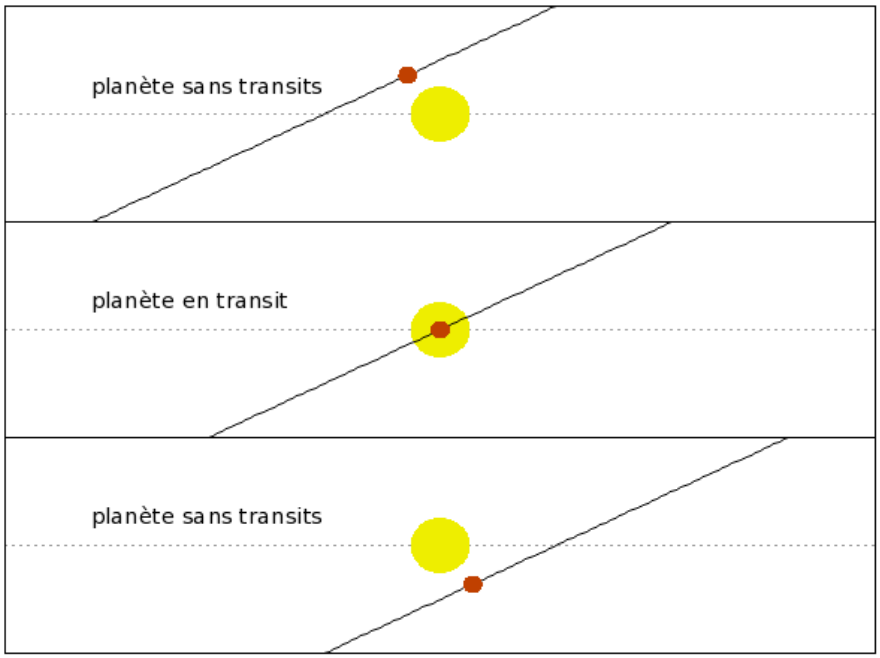



**Fig. 2.7** – Effet de la précesion de l'orbite dans l'apparition de transits.

les périodes typiques associés aux perturbations produites par une deuxième planète de la masse de Jupiter avec une période de 15 jours sont de l'ordre de 35 ans. Cette précession raccourci la période orbitale de la planète intérieure d'une minute. Si c'était un mouvement périodique, on aurait la possibilité de déceler cette perturbation ; mais étant un temps qui s'ajoute à la valeur de la période, ce n'est pas mesurable en considérant l'incertitude de la détermination des autres grandeurs physiques du système. Ce type de perturbations ont été étudiées dans le cadre de la mission Eddington dans Schneider (2004).

Mais il existe une autre approximation. Imaginons la situation décrite dans la section 2.3.5 : on a deux planètes dont l'inclinaison relative des orbites est faible. L'angle d'inclinaison du plan invariable est $\mathcal{I}^o = 90°$ et donc on utilise l'approximation 2.41. Imaginons que l'orbite de la planète intérieure est telle que l'observateur voit l'image de la figure 2.7. L'interaction du problème de trois corps font préceder l'orbite de la planète intérieure de sorte que les transits ne seulement changent leur durée et leur profondeur ; ils peuvent éventuellement disparaître et même réapparaître passé un certain temps.

Une telle situation a été proposé dans le système GJ 436 (Ribas et al.

2008a), mais presque aussitôt cette possibilité a été rejetée par des observations complémentaires (Ribas et al. 2008b; Alonso et al. 2008c).

Cette configuration a été décrite pour la première fois par (Schneider 1994) pour les transits d'une planète autour d'un système binaire ; la planète aurait ainsi une orbite de type P selon la notation de Dvorak (1984). Il faut que le demi-grand axe de la planète soit au moins trois fois plus grand que le demi-grand axe de la binaire pour que le système soit stable (Harrington 1977; Dvorak 1997; Holman & Wiegert 1999), ce qui rallonge les périodes orbitales. Mais les binaires nous offrent deux avantages fondamentalles : la géométrique favorable de l'orientation des orbites (Schneider & Chevreton 1990; Schneider & Doyle 1995) et leur plus grande masse, qui augmente l'ampleur de cettes perturbations.

Néanmoins, aujourd'hui on n'a pas encore trouvé de planètes autour d'une étoile binaire dans une orbite de type P, sauf à la limite dans le cas controversés de HD 202206 (Correia et al. 2005) et CM Draconis (Schneider & Doyle 1995; Deeg et al. 2008).

# CHAPITRE 3

# Les observations photométriques

## 3.1 Introduction

L'intérêt de ce chapitre n'est pas la détection directe des exoplanètes, mais l'étude de leur photométrie ; principalement, la lumière visible qu'elles réfléchissent. On peut détecter la lumière qui provient des exoplanètes (consulter les références de la section 4.1), mais il est très difficile, même dans les cas favorables comme celui de Chauvin et al. (2004), où on profite du contraste d'une grosse planète jeune autour d'une naine brune. La détection directe des exoplanètes reste aujourd'hui à la limite de notre technologie, mais elle canalise beaucoup d'efforts et beaucoup d'attention car c'est le seul moyen d'analyser les atmosphères des planètes pour savoir si elles peuvent héberger de la vie. Il y a plusieurs projets, aussi bien depuis l'espace (Darwin, Leger et al. 1996 ; TPF, Beichman et al. 1999 ; ou par coronographie, Schneider et al. 2006; Galicher et al. 2008) que sur sol (Lardièere & Schneider 2008) ; pour citer quelques exemples. Il faut être très prudent lorsque l'on donne son avis sur un sujet si sensible que les exoplanètes, mais personnellement je vois un long chemin devant nous. Struve (1952) se rend compte il y a 56 ans que l'on commence à avoir les outils pour détecter les perturbations en vitesse radiale produites par des planètes ainsi que leur transits. Mais ce n'est que 43 ans plus tard que l'on fait la mesure (Mayor & Queloz 1995) ; une fois que l'on avait déjà confirmé l'existance de la première planète (Wolszczan 1994). Et encore il a fallu attendre le premier transit (Charbonneau et al. 2000) pour dissiper définitivement les doutes. Quant à la vie, dans les 50 années qui viennent on peut s'attendre à découvrir la coexistence de l'eau, de l'oxygène, de l'ozone, du gaz carbonique et du méthane dans l'atmosphère d'une planète ; mais serons-nous sûrs d'avoir trouvé une preuve irréfutable

de la présence de vie ? N'y aura-t-il pas de possibles explications abiotiques ? On n'a toujours pas notre objectif au bout des doigts[1] et jusqu'alors il nous faudra apprendre beaucoup de choses sur leur formation, leurs atmosphères, leur évolution...

Mais revenons au sujet de ce chapitre, qui est bien plus modeste. On veut étudier la photométrie de la lumière réfléchie des exoplanètes, donc d'abord on s'occupe de la source de lumière en considerant comment l'activité stellaire peut affecter la photométrie (section 3.3). On construit une méthode numérique (section 3.3.1) pour intégrer le passage d'une tache sur la surface stellaire et on analyse sa signature photométrique (section 3.3.2). On verra que, en général, le signal produit par une tache se différencie nettement des signaux planétaires comme les transits ou les phénomènes mutuels entre planètes et satellites que l'on étudira dans la section 3.5.

Ensuite, après une section d'introduction au modèle de photométrie planétaire que l'on a choisi (section 3.4), on examine les phénomènes mutuels entre les satellites et les planètes. Il y a de nombreuses études sur la lumière réfléchie par les planètes en fonction de différents facteurs (Tinetti et al. 2005a,b; Hood et al. 2008), mais mais ici on veut étudier tout simplement la projection des ombres et les occultations mutuelles entre une planète et un de ses satellites. Ce type de phénomènes est connu dans le système solaire (consulter les références dans l'introduction de la section 3.5) et on veut étendre son étude aux exoplanètes. Dans les sections 3.5.1 à 3.5.4 on explique le traitement mathématique des différentes phénomènes (voir la figure 3.11) et finalement, dans la section 3.5.5, on considère la viabilité de sa détection et on montre un exemple des courbes de lumière.

## 3.2 Transfert de rayonnement

Selon la définition que l'on peut trouver dans Chandrasekhar (1960), la quantité d'énergie $dE_\nu$ dans un intervalle de fréquence $(\nu, \nu+d\nu)$ qui traverse une aire élémentaire $d\sigma$ dans la direction définie par l'angle $d\omega$ (qui forme un angle $\theta$ avec la normale à cette surface) pendant un intervalle de temps $dt$, s'exprime en fonction de l'intensité spécifique $I_\nu$ :

$$dE_\nu = I_\nu d\nu (d\sigma \cos\theta) d\omega dt. \tag{3.1}$$

On utilise la notation $\mu = \cos\theta$ et on considérera l'énergie par unité de temps[2] émise par une étoile dans un intervalle de longueur d'onde dans la direction de l'observateur :

$$E = \int d\phi \int d\theta \sin\theta R^2 I(\mu)\mu. \tag{3.2}$$

[1] sauf si l'on découvre des signes de vie intelligente, mais comment faire confiance à une hypothèse qui changerait tout ?

[2] qui est donc la puissance ; mais on garde la lettre $E$ dans un abus de langage.

La physique se trouve dans l'intensité spécifique, qui n'est pas constante, mais qui dépend du cosinus de l'angle d'observation $\mu$ ; en parlant d'une étoile, cette dépendance est appelée assombrissement centre-bord et elle est due à la distribution de températures à l'intérieur de l'astre. La loi la plus simple est celle d'une atmosphère grise[3] :

$$I(\mu) = \frac{\sigma}{2\pi} T_{\text{eff}}^4 \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) \tag{3.3}$$

où l'on trouve $\sigma$, la constante de Stefan-Boltzmann[4], et $T_{\text{eff}}$, la température effective de l'étoile ; de cette façon, la puissance émise par l'étoile dans la direction de l'observateur est[5] $R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$. Mais on peut trouver des lois plus sophistiquées comme celle de Claret (2000) :

$$\frac{I(\mu)}{I(1)} = 1 - \sum_{k=1}^{4} a_k (1 - \mu^{k/2}). \tag{3.4}$$

Les coefficients de 3.4 sont calculés à partir des modèles d'atmosphères stellaires. Idéellement on devrait les obtenir à partir des mesures photométriques de binaires ou de transits planétaires, mais normalement la signature de l'assombrissement centre-borde dans les données est faible et on n'arrive qu'à fixer le terme linéaire, qui ne suffit pas pour décrire l'émission de l'atmosphère (Heyrovský 2007).

## 3.3 Les taches peuvent-elles imiter une planète ?

Du point de vue de la recherche de planètes extrasolaires, les taches stellaires sont une importante source de confusion. Les mesures de vitesses radiales sont fortement affectées par l'activité stellaire, qui peut d'un côté noyer la signature de la planète ou de l'autre côté provoquer un fausse détection (Bouchy 2006). Mais la variabilité photométrique produite par les taches peut aussi, dans certaines conditions, provoquer des fausses alarmes de transit.

Les taches stellaires sont des régions de la photosphère d'une étoile plus froides que la surface stellaire qui les entoure. Comment est-ce qu'elles affectent le signal que l'on reçoit dans un télescope ?

Dans la section précédente on a calculé le flux qu'un observateur reçoit d'une étoile avec un modèle simple d'atmosphère stellaire : 3.3. Ce modèle définit une température effective constante pour toute la surface de l'étoile ;

[3] une atmosphère en équilibre thermodynamique local dans laquelle le coefficient d'absorption est constante pour toute longueur d'onde.

[4] dont la valeur est $\sigma = \dfrac{\pi^2 k^4}{60\hbar^3 c^2} = 5.670 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^2\,K^{-4}}$

[5] la puissance totale émise par l'étoile dans toutes les directions est la plus familière $4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$.

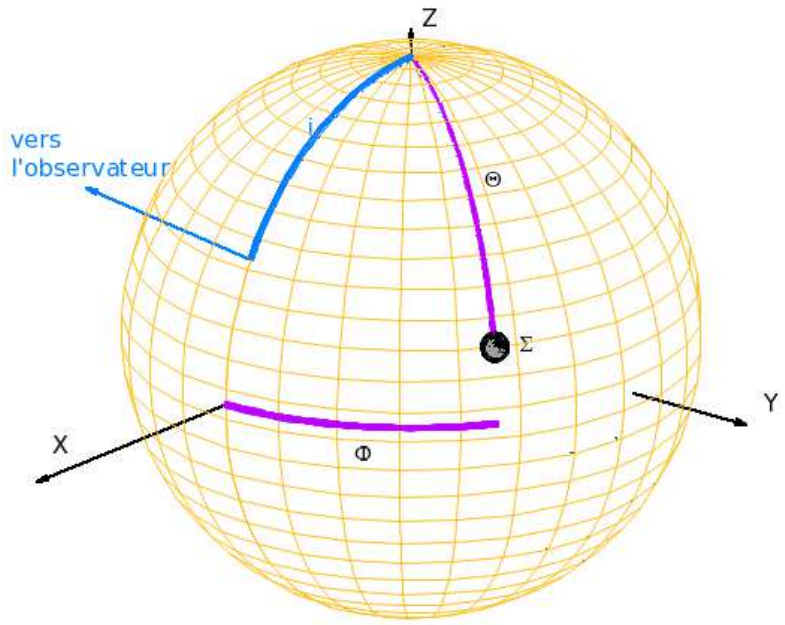



**Fig. 3.1** – Position relative de l'observateur et de la tache stellaire Σ.

pour simuler la présence d'une tache, on peut diviser la surface de l'étoile dans deux régions à des températures différentes. On va construire notre système de référence de sorte que l'axe Z coïncide avec l'axe de rotation de l'étoile ; on peut placer l'axe X de façon arbitraire de sorte que l'observateur se trouve dans une direction donnée par le vecteur $(\sin i, 0 \cos i)$ ; la tache Σ, de rayon angulaire $\alpha$ se trouvera dans des coordonnées sphériques $(\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta)$ (voir figure 3.1). A fur et à mesure que l'étoile tourne sur elle-même, la position de la tache changera et on pourra écrire $\Phi = \Omega t$; où $\Omega$ est la vitesse angulaire de rotation de l'étoile. En général $\Omega = \Omega(\theta)$ si on prend compte de la rotation différentielle et on observera aussi une évolution verticale de la tache vers l'équateur de l'étoile ; mais en première approximation on se contentera de travailler avec les coordonnées $(\Theta, \Phi)$. Finalement, on définit l'intensité spécifique à deux températures différentes : la température de la tache $T'$ étant entre 600 et 1 600K inférieure

à la température effective de surface $T_{\text{eff}}$ (Lanza et al. 2006) :

$$I(\mu) = \begin{cases} \frac{\sigma}{2\pi} T'^4 \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) & \text{dans la tache ;} \\ \frac{\sigma}{2\pi} T_{\text{eff}}^4 \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) & \text{dans le reste ;} \end{cases} \tag{3.5}$$
$$\mu = \sin i \sin\theta \cos\phi + \cos i \cos\theta;$$

la tache est le lieu géométrique des points $(\theta, \phi)$ qui vérifient :

$$\sin\theta \sin\Theta \cos(\phi - \Phi) + \cos\theta \cos\Theta > \cos\alpha. \tag{3.6}$$

Le problème est de considérer les limites de l'intégration analytique car le lieu des points définit par la tache ne trouve pas une expression simple (3.6). Il faut faire deux intégrales : la première pour toute la surface de l'étoile moins la tache à température $T_{\text{eff}}^4$, la deuxième pour la surface de la tache à température $T'^4$. Ceci est équivalente à intégrer toute la surface de l'étoile à température $T_{\text{eff}}^4$ et intégrer à la surface de la tache à température $T'^4 - T_{\text{eff}}^4$ :

$$\begin{aligned} E &= \int_\Sigma \frac{\sigma}{2\pi} T'^4 \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) \mu + \int_{S^2 - \Sigma} \frac{\sigma}{2\pi} T_{\text{eff}}^4 \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) \mu \\ &= \frac{\sigma}{2\pi} \left(T'^4 - T_{\text{eff}}^4\right) \int_\Sigma \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) \mu + \frac{\sigma}{2\pi} T_{\text{eff}}^4 \int_{S^2} \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right) \mu \end{aligned} \tag{3.7}$$

on connaît la valeur du deuxième opérant : $R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$. Pour calculer la première intégrale on utilise l'expression donnée en 3.6 qui décrit la surface $\Sigma$. Cependant, on peut simplifier cet expression si on fait un changement de coordonnées : une rotation $R_Z(\Phi) R_Y(\Theta)$ situe l'axe Z dans la direction de la tache, la surface $\Sigma$ se correspond à $0 \leq \theta \leq \alpha$ et $0 \leq \phi \leq 2\pi$ ; finalement la direction de l'observateur, nécessaire pour calculer l'angle $\mu$ est :

$$(\sin\Theta \cos\Phi \sin i - \sin\Theta \cos i, -\sin\Phi \sin i, \sin\Theta \cos\Phi \sin i + \cos\Theta \cos i).$$

On est parvenu à trouver une expression analytique, cependant complexe, pour la contribution de la surface de la tache. Malheureusement, cette expression n'est pas valable dans toutes les configurations possibles : en effet, il faut exiger que $\mu$ soit positif pour que la surface considérée soit visible par l'observateur. Si la tache se trouve dans le bord de l'étoile, de façon qu'il n'y ait qu'une partie d'elle qui reste sous le regard de l'observateur, les limites d'intégration ne sont pas simples et en général on aura besoin d'utiliser des fonctions non algébriques. Il existe une autre approximation possible qui est moins élégante mais plus pratique : une intégrale numérique.

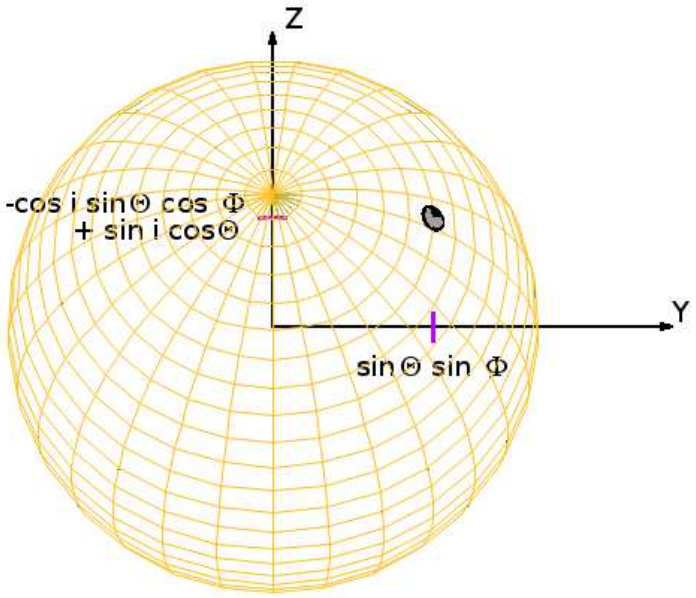



**Fig. 3.2** – Vue de l'étoile et la tache Σ depuis le point de vue de l'observateur qui est incliné par rapport à l'axe de rotation de l'étoile un angle de 60°. Les coordonnées Y et Z de la tache (3.8) sont indiquées.

### 3.3.1 L'intégrale numérique

Dans la figure 3.1 on a situé l'axe Z selon l'axe de rotation de l'étoile ; maintenant on va placer l'axe X selon la direction de l'observateur avec une rotation $R_Y(\pi/2 - i)$ (voir figure 3.2). Le cosinus de l'angle d'observation est $\mu = \sin\theta\cos\phi$ et la tache Σ aura dans ce système de référence des coordonnées :

$$(\sin i \sin\Theta\cos\Phi + \cos i\cos\Theta, \sin\Theta\sin\Phi, -\cos i\sin\Theta\cos\Phi + \sin i\cos\Theta) \qquad (3.8)$$

où $\Phi = \Phi_0 + \Omega t$; avec Ω la vitesse angulaire de rotation de l'étoile. La tache n'est visible que si sa coordonnée X est positive, c'est à dire pendant l'intervalle temps :

$$\Delta t = \frac{2}{\Omega}\arccos\frac{-1}{\tan i\tan\Theta} \qquad (3.9)$$

On ne peut pas exprimer de façon simple l'intégrale[6] :

$$I_\Sigma = \int_\Sigma \left(1 + \frac{3}{2}\mu\right)\mu = \iint_\Sigma d\theta d\phi \left(1 + \frac{3}{2}\sin\theta\cos\phi\right)\sin\theta\cos\phi \qquad (3.10)$$

[6] encore des abus de langage, il ne faut pas confondre cet $I$ avec l'intensité spécifique de la définition 3.1.

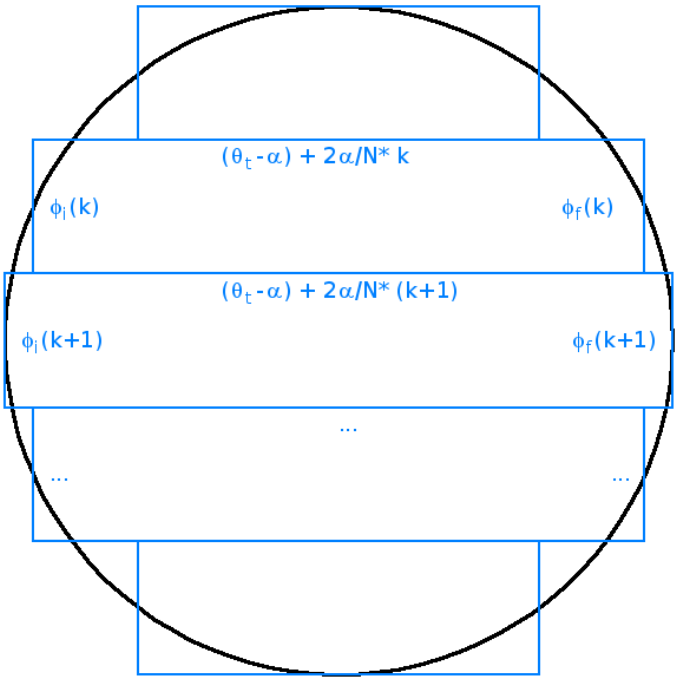



**Fig. 3.3** – Perte de résolution de la tache pour son intégration numérique.

parce que l'expression des limites d'intégration de la surface de la tache $\Sigma$ sont compliquées (voir 3.6) ; de sorte que l'on a décidé de faire une intégrale numérique.

Pour calculer cette intégrale, on va réduire la "résolution" de notre sphère comme le montre la figure 3.3 : on n'intègre pas une surface circulaire, mais la somme d'un grand nombre de surfaces rectangulaires. Le processus d'intégration est

– on trouve l'intervalle en $\theta$ occupé par $\Sigma$, qui a une taille $\alpha$. Celui-ci est $\mathcal{I}_\theta = [\theta_t - \alpha, \theta_t + \alpha]$ où $\theta_t$ est la colatitude de la tache, calculée à partir de la coordonnée rectangulaire Z de 3.8 :

$$\cos\theta_t = -\cos i \sin\Theta \cos\Phi + \sin i \cos\Theta.$$

– on divise l'intervalle $\mathcal{I}_\theta$ en $N$ sous-intervalles égaux. Pour chaque intervalle $k$ qui va de $\theta(k) = \theta_t - \alpha + \frac{2\alpha}{N}k$ à $\theta(k+1)$ on peut calculer l'intervalle en $\phi$ correspondant grâce à la relation :

$$\cos\left[\phi_t - \phi(k)\right] = \frac{\cos\alpha - \cos\theta_t \cos\theta(k)}{\sin\theta_t \sin\theta(k)}. \tag{3.11}$$

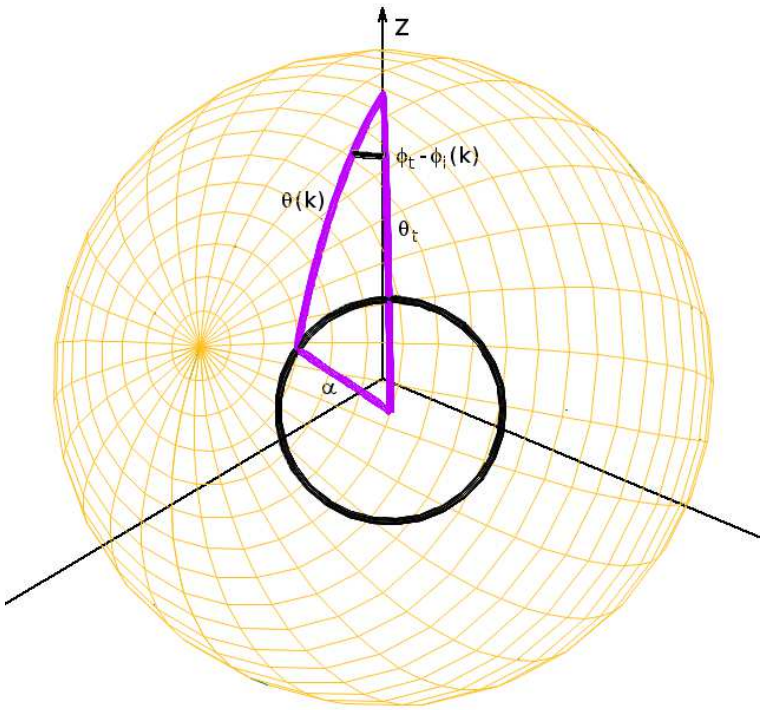



**Fig. 3.4** – Triangle sphérique pour le calcul de 3.11, la taille de la tache a été exagérée pour améliorer la visibilité.

qui est donnée par le triangle sphérique de la figure 3.4. La solution négative de 3.11 donne $\phi_i(k)$ et la positive $\phi_f(k)$. Il faudra prendre soin que $\phi_i(k) \geq -\frac{\pi}{2}$ et $\phi_f(k) \leq \frac{\pi}{2}$ pour ne tenir compte que de la surface visible de la tache.

L'intégrale numérique est

$$I_\Sigma = \sum_{k=0}^{N-1} I_k \left[\theta(k), \theta(k+1); \phi_i(k), \phi_f(k)\right];$$

avec

$$\begin{aligned} &I_k \left[\theta_i, \theta_f; \phi_i, \phi_f\right] \\ &\quad = \int_{\phi_i}^{\phi_f} d\phi \int_{\theta_i}^{\theta_f} d\theta \left(1 + \tfrac{3}{2} \sin\theta \cos\phi\right) \sin\theta \cos\phi \sin\theta \end{aligned} \tag{3.12}$$

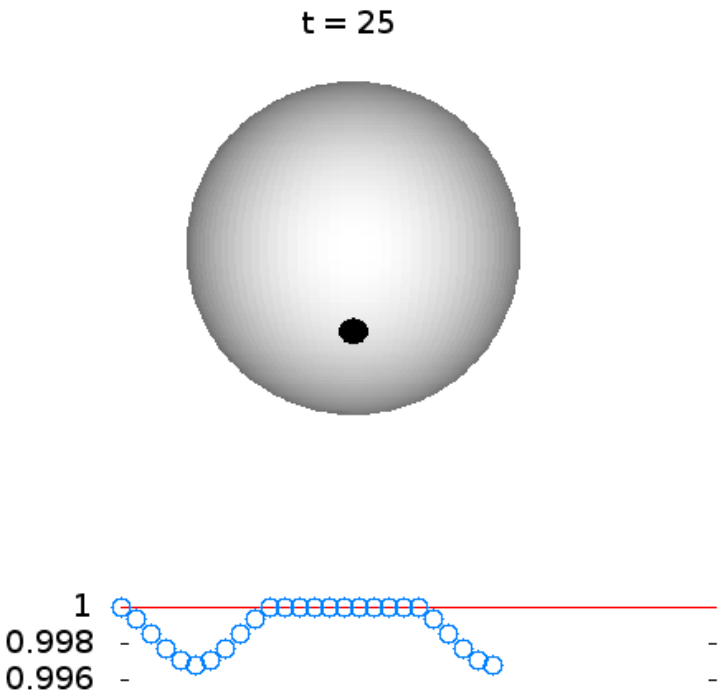



**Fig. 3.5** – Illustration de la diminution de flux provoquée par le passage d'une tache : la tache est en position équatoriale ($\Theta_t = \pi/2$) et elle a une taille $\alpha = 4.8°$ ; l'angle d'inclinaison de l'axe de rotation est de 60° par rapport à l'observateur . En dessus on voit la surface visible de l'étoile, où l'on peut apercevoir l'assombrissement centre-bord. En dessous on a la courbe de lumière : la diminution de flux est 0.3% (3 mmag environ).

$$= (\sin\phi_f - \sin\phi_i)\left[\tfrac{1}{2}(\theta_f - \theta_i) - \tfrac{1}{4}(\sin 2\theta_f - \sin 2\theta_i)\right]$$

$$+\tfrac{3}{2}\left[\tfrac{1}{2}(\phi_f - \phi_i) + \tfrac{1}{4}(\sin 2\phi_f - \sin 2\phi_i)\right]$$

$$\left[-\cos\theta_f + \cos\theta_i + \tfrac{1}{3}\left(\cos^3\theta_f - \cos^3\theta_i\right)\right]$$

et on a donc trouvé la solution de 3.10 pour résoudre 3.7.

### 3.3.2 Les courbes de lumière

On a trouvé une solution numérique pour l'intégrale 3.7, il ne nous reste qu'à l'appliquer dans des différentes configurations. Dans la figure 3.5 on voit

la diminution de flux provoquée par une tache dont le rayon angulaire est $\alpha = 4.8°$, une taille typique ; 800K plus froide que la température de surface située sur l'équateur de l'étoile. L'angle d'observation (celui qui fait l'axe de rotation avec la ligne de visée) est de 60°. La tache provoque une diminution de flux de 3mmag, ce qui est comparable au passage d'une planète. Toutefois, ce qui est très différent est le temps employée par la tache pour faire son parcours sur la surface visible ; on peut calculer celui-ci avec 3.9 : $\Delta t = \pi/\Omega$. Si la vitesse angulaire de rotation est constante, parce que la position de la tache n'évolue pas très rapidement, $\Omega = \frac{2\pi}{P}$ et donc la fraction de temps pendant laquelle la tache reste visible est $P/2$, c'est à dire, la moitié de la période de rotation de l'étoile. Si on avait une étoile de type solaire avec une planète de 2 rayons terrestres[7] qui orbitait avec une période de 10 jours, cette planète provoquerait un transit dont la profondeur serait 0.3%, mais dont la durée serait de 3.8 heures ; c'est à dire, 0.016 fois la période orbitale et non pas 0.5 fois la période de rotation caractéristique de la tache. Grâce à cette importante différence on peut distinguer facilement ces deux situations sans avoir besoin de réaliser des mesures spectroscopiques.

Cependant, on peut imaginer d'autres configurations (voir fig. 3.6) dans lesquelles la tache reste visible pendant un intervalle de temps plus petit. Par exemple, si l'on a une tache avec une colatitude de 170° vue à une inclinaison de 80°, la fraction de temps pendant laquelle cette tache reste visible est 0.04, la même qui aurait une planète avec une période de 2.6 jours. Malheureusement, cette tache provoque une diminution de flux de 0.003%, ce qui est vraiment faible. On peut comparer ce chiffre avec la profondeur des éclipses les plus faibles mesurés par CoRoT dont la profondeur, pour une période de 3 jours, est 0.09%. Le signal de la tache ici décrite serait 30 fois plus faible que la plus faible éclipse mesurée par CoRoT, l'instrument le plus précis aujourd'hui dédié à la recherche de exoplanètes, et donc elle ne serait pas détectée. De toute façon, qu'il soit fort improbable de confondre taches et transits n'empêche que l'activité stellaire nuise la détection de planètes (voir la section 4.5.6).

Par ailleurs, on a toujours négligé l'évolution de la position de la tache sur la surface de l'étoile. Dans le soleil, les taches ont une vie moyenne qui peut aller de quelques jours a quelques mois (voir fig. 3.7). Une évolution de la position de la tache la rendrait facilement distinguable d'une planète, qui doit avoir un signal constant. Cependant, dans certaines étoiles actives, des taches peuvent apparaître dans la même position pendant des intervalles de temps qui vont jusqu'à des années (Queloz et al. 2001). Cette stabilité, qui n'est pas fréquent, mais qui n'est pas exceptionnelle, nous oblige à traiter avec précaution les cas des candidats planétaires dont le rapport signal sur bruit est faible ; les cas, enfin, qui sont les plus intéressants.

[7] le rayon équatorial terrestre est de $6.3781 \cdot 10^6$ m.

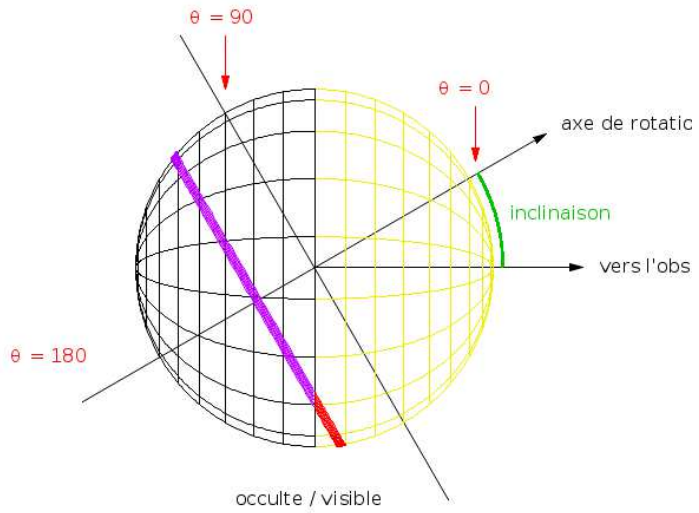



**Fig. 3.6** – En fonction de l'inclinaison de l'axe de rotation et de la latitude de la tache, l'intervalle de temps pendant lequel la tache reste visible varie.

## 3.4 Photométrie planétaire

Pour cette section on va utiliser comme document de base l'article de Lester et al. (1979) qui fait un traitement simple, complet et moderne du sujet ici traité avec l'appui de trois autres articles très bien expliqués : Fairbairn (2002, 2004, 2005).

### 3.4.1 Une question légale

Lester et al. (1979) commence avec une réflexion sur l'utilisation du système internationale de mesure dans le contexte de l'Astrophysique. Sans vouloir entrer dans la polémique, il faut rappeler ce qui établit la loi du 4 juillet 1837 :

> *A partir du 1er janvier 1840, tous les poids et mesures autres que les poids et mesures établis par les lois des 18 germinal an 3 et 19 frimaire an 8, constitutives du système métrique décimal, seront interdites sous les peines portées pour l'article 479 du Code*

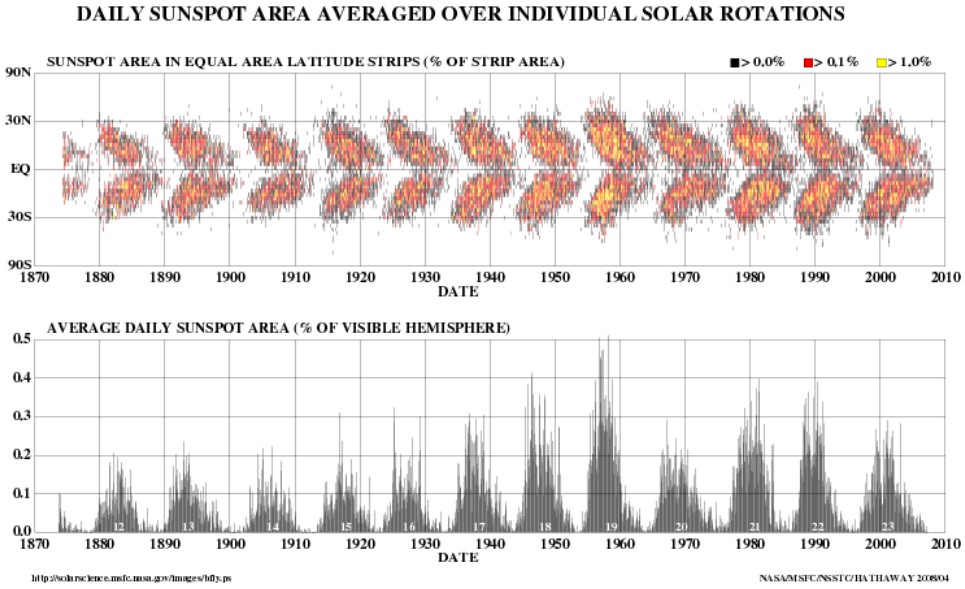



**Fig. 3.7** – Observations détaillées des taches solaires au Royal Greenwich Observatory depuis 1874. Image prise du NASA/Marshall Space Flight Center.

*Pénal.*

Les lois 61-501 du 3 mai 1961 et 2003-165 du 27 février 2003 (actuellement en vigueur) actualisent ce texte et incorporent les définitions du Système Internationale (SI) que l'on peut trouver au Bureau international de poids et mesures (BIPM). L'infraction à ces lois, qui interdissent l'utilisation d'unités de mesure autres que celles du SI, sont punies de la peine d'amende prévue pour les contraventions de la 3e classe[8]. Toutefois, en citant le texte légal, *les indications exprimées en d'autres unités peuvent être ajoutées à l'indication en unité de mesure légale, à condition qu'elles soient exprimées en caractère de dimensions au plus égales à l'indication exprimée dans l'unité de mesure légale.* J'ai pris soin d'indiquer toujours l'équivalence dans le SI des unités bizarres (masse du Soleil, masse de la Terre...) employées dans ce texte.

### 3.4.2 Quelques définitions

On définit la puissance ou flux énergétique $P$, qui est mesurée en watt, comme le taux auquel l'énergie est émise par une source. L'intensité énergétique, mesurée en watt par stéradian, est la puissance émise dans une direction donnée : $I_P = \frac{dP}{d\omega}$. L'indice $_P$ distingue cette intensité énergétique de l'intensité spécifique $I$ de la section précédente qui, dans la notation de

[8] qui vont accompagnées du paiement de la somme de 68€.

Lester et al. (1979) s'appellera luminance énergétique[9] et que l'on mesurera en watt par mètre carré par stéradian : $L = \frac{1}{\mu}\frac{dI}{dA}$, si la surface $dA$ fait un angle dont le cosinus est $\mu$ avec la direction de propagation de l'énergie. Finalement, on parlera du flux énergétique surfacique $\frac{dP}{d\sigma}$ mesure en watt par mètre carré : $F$ ; dans le cas où le flux est émis par la surface on l'appellera irradiance énergétique[10] $M$ mais si il est reçu par la surface on parlera d'éclairement énergétique[11] $E$. Normalement, la surface $d\sigma$ sera inclinée par rapport au flux d'un angle dont le cosinus est $\mu$. Cela paraît compliqué, mais finalement il suffira d'expliquer clairement à chaque point la situation dont on parle.

Le problème étudié est la réflexion de la lumière stellaire dans la surface d'une planète observée depuis la Terre ; la définition fondamentale dont on a besoin est la fonction de distribution bidirectionnelle de la lumière réfléchie :

$$f_r(\Theta_i, \Theta_r) = \frac{L_r(\Theta_r)}{E_i(\Theta_i)}; \tag{3.13}$$

qui est le quotient entre la luminance énergétique $L_r$ émise par une surface (la puissance $dP$ qui sort d'une unité de surface $dA$ dans une direction $d\omega$ donnée qui fait un angle $\Theta_r$ dont le cosinus est $\mu_r$ avec la dite surface) quand elle reçoit un éclairement énergétique $E_i$ (la puissance par mètre carré arrivée depuis la direction qui fait un angle $\Theta_i$ avec la surface).

### 3.4.3 La lumière réfléchie par une sphère

On va considérer l'intensité énergétique réfléchie dans une direction donnée par une sphère illuminée par une source distante qui envoie sur elle un flux d'énergie $F$ parallèle à sa direction de propagation. Soit $\hat{u}_i$ le vecteur unitaire dans la direction de propagation du flux $F$ déterminée par les coordonnées sphériques $(\theta_i, \phi_i)$ et soit $\hat{u}_r$ le vecteur unitaire dans la direction de l'observateur déterminé par les coordonnées $(\theta_r, \phi_r)$. Sur tout élément de surface sphérique $dA$ dans la direction $\hat{u}$ déterminé par les coordonnées $(\theta, \phi)$ arrive un éclairement énergétique $E = F \cos\Theta_i$ où :

$$\cos\Theta_i = \hat{u} \cdot \hat{u}_i = \sin\theta_i \sin\theta \cos(\phi - \phi_i) + \cos\theta_i \cos\theta.$$

Si la fonction de distribution bidirectionnelle de la lumière réfléchie est $f_r$, la luminance énergétique dans la direction de l'observateur est $L = f_r\, F \cos\Theta_i$.

[9] *radiance* en anglais ; mais le mot "radiance" en français, selon le Trésor de la Langue Française informatisé, est réservé pour le quotient du flux lumineux que rayonne une surface émettrice par l'aire de cette surface, s'exprimant en lux et phots. Toutefois, le BIPM utilise cette définition pour l'éclairement lumineux, d'où le choix de "luminance énergétique", extraite du BIPM.

[10] *exitance*.

[11] *irradiance* dans le sens d'énergie qui arrive ou traverse une surface ; même si ce mot vient du latin *irradiatio*, action de rayonner.

Pour calculer l'intensité énergétique dans la direction de l'observateur il faut considérer la surface projetée dans la ligne de visée de l'observateur : $dI_P = L\,\mu\,dA$ ; de cette façon, on vérifie que

$$dA = R^2 \sin\theta d\theta d\phi,$$

où $R$ est le rayon de la sphère, et

$$\mu = \cos\Theta_r = \hat{u}\cdot\hat{u}_r = \sin\theta_r \sin\theta\cos(\phi-\phi_r) + \cos\theta_r\cos\theta.$$

nous conduisent à :

$$dI_P = R^2 F f_r \cos\Theta_i \cos\Theta_r \sin\theta d\theta d\phi. \tag{3.14}$$

Le problème de cette équation est d'établir les limites d'intégration : la surface visible par l'observateur illuminée par la source. On peut s'amuser avec les définitions du terminateur et du bord (voir appendice B de Lester et al. 1979), mais il est plus pratique de faire un changement d'axes vers une configuration plus favorable. L'idée est de placer l'axe X dans la direction de l'observateur et faire appartenir la source au plan $z = 0$, l'angle $\alpha$ entre l'observateur et la source s'appelle *angle de phase* (voir figure 3.8). Dans ce système de référence[12], les limites sont :

$$0 \le \theta \le \pi$$
$$-\tfrac{\pi}{2} \le \phi \le \tfrac{\pi}{2} - \alpha$$

Dans ce système de référence, l'expression des angles $\Theta_r$ et $\Theta_i$ se simplifie énormément car $\theta_i = \frac{\pi}{2}$, $\phi_i = -\alpha$ et :$\theta_r = \frac{\pi}{2}$, $\phi_r = 0$ de sorte que :

$$\cos\Theta_r = \sin\theta\cos(\phi+\alpha)$$
$$\cos\Theta_i = \sin\theta\cos\phi$$

et l'équation à intégrer est donc :

$$I_P = R^2 F \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} d\phi \int_0^{\pi} d\theta f_r(\theta,\phi)\sin^3\theta\cos\phi\cos(\phi+\alpha) \tag{3.15}$$

et le seul point qui reste à déterminer est la fonction de distribution bidirectionnelle de la lumière réfléchie $f_r$.

[12] on n'a pas fait exactement le même choix que Lester et al. (1979) qui diffère dans une rotation de $\alpha$ dégrées autour de l'axe Z ; notre décision garde la cohérence avec le système choisi dans la section 3.3.1.

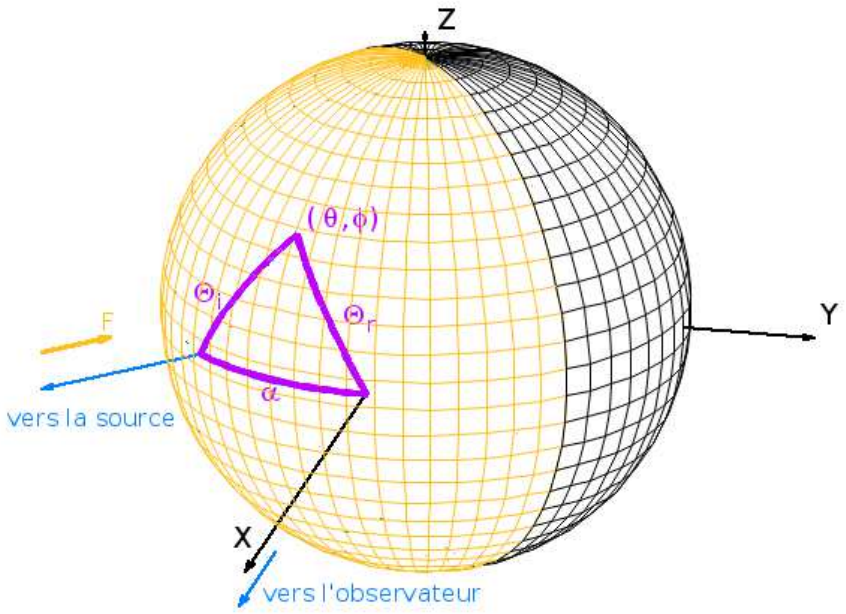



**Fig. 3.8** – Partie illuminée de la sphère avec les directions de la source et de l'observateur indiquées ainsi que les angles de 3.14.

### 3.4.4 Les surfaces lambertiennes

On peut construire un modèle de surface planétaire et calculer une fonction de distribution $f_r$ particulière ; cependant pour avoir une approximation assez correcte des propriétés d'une atmosphère planétaire on peut travailler avec uns surface qui obéisse la loi de Lambert. Cette loi définit des surfaces dont la luminance énergétique est indépendante de l'angle d'observation pour n'importe quel angle d'incidence de la radiation reçue ; c'est à dire : $f_r = \gamma$, où $\gamma$ est une constante. Il y a d'autres lois que l'on peut considérer, comme la loi des aires ($f_r = \gamma \sec \Theta_i$) ou la loi de Lommel-Seeliger ($f_r = \frac{\gamma}{\sec \Theta_i + \sec \Theta_r}$), mais la loi de Lambert, malgré sa simplicité, suffit pour avoir une description correcte de la réponse des surfaces planétaires considérées dans ce texte.

### 3.4.5 La loi de phase

On peut donc utiliser la loi de Lambert dans l'équation 3.15 et on obtient la solution :

$$I_P(\alpha) = R^2 F \frac{2\gamma}{3}\big(\sin\alpha + (\pi - \alpha)\cos\alpha\big), \tag{3.16}$$

**Tab. 3.1** – Magnitudes visuelles apparentes calculées avec 3.19 comparées avec les valeurs tabulées pour différentes planètes (y comprise la Lune) du Système Solaire calculées en opposition sauf pour Vénus (en élongation maximale).

| planète | $m_v$ calculée | $m_v$ tabulée |
|---|---|---|
| Jupiter | -2.7 | -2.7 |
| Vénus | -4.6 | -4.4 |
| Mars | -1.9 | -2.0 |
| Lune | -12.7 | -12.7 |

de sorte que l'intensité énergétique ne dépend que du flux arrivée, du rayon de la sphère et de l'angle de phase. En outre, on définit la loi de phase comme :

$$\Psi(\alpha) = \frac{I_P(\alpha)}{I_P(0)} = \frac{\sin\alpha + (\pi - \alpha)\cos\alpha}{\pi}. \tag{3.17}$$

Ce résultat se trouve aussi dans Russell (1916).

### 3.4.6 L'albédo géométrique

Soit une sphère de rayon $R$ illuminée avec un flux de radiation parallèle à sa direction de propagation $F$, soit l'intensité énergétique réfléchie dans la direction de la source par la sphère $I_P$. Si on illumine un disque lambertien de rayon $R$ dont la réflexion est totale avec le même flux $F$, l'intensité énergétique réfléchie est $R^2\,F$. Ainsi, on définit l'albédo géométrique $p$ d'une sphère comme le quotient :

$$p = \frac{I_P}{R^2\,F}, \tag{3.18}$$

dans le cas de l'équation 3.16 : $p = \frac{2\pi\gamma}{3}$.

Avec les albédos géométriques trouvées dans la littérature (principalement, dans les *NASA Planetary Science Fact Sheets*) on peut s'amuser à calculer les magnitudes visuelles apparentes des planètes du système solaire :

$$m_{\mathrm{pl}} = m_\odot - 2.5\log_{10}\frac{F_{\mathrm{pl}}(\odot)}{F_*(\odot)}$$

avec $F_{\mathrm{pl}}(\odot)$ le flux reçu à la Terre provenant de la planète et $F_*(\odot)$ le flux solaire à la Terre ; on sait par 3.16 et 3.18 que :

$$F_{\mathrm{pl}}(\odot) = \frac{I_P}{d^2_{\mathrm{pl}\to\oplus}} = \frac{pF_*(\mathrm{pl})R^2_{\mathrm{pl}}\Psi(\alpha)}{d^2_{\mathrm{pl}\to\oplus}},$$

si la planète est en opposition, $\Psi(0) = 1$ ; si elle est en élongation maximale,

$\Psi(\pi/2) = 1/\pi$. Pour le flux solaire on a :

$$\left.\begin{aligned} F_*(\mathrm{pl}) &= \frac{R_*^2\,\sigma\,T_{\mathrm{eff}}^4}{a_{\mathrm{pl}}^2} \\ F_*(\oplus) &= \frac{R_*^2\,\sigma\,T_{\mathrm{eff}}^4}{a_\oplus^2} \end{aligned}\right\} \quad F_*(\mathrm{pl}) = \left(\frac{a_\oplus}{a_{\mathrm{pl}}}\right)^2 F_*(\oplus);$$

de sorte que :

$$F_{\mathrm{pl}}(\odot) = p\left(\frac{R_{\mathrm{pl}}\,a_\oplus}{d_{\mathrm{pl}\to\oplus}\,a_{\mathrm{pl}}}\right)^2 \Psi(\alpha) F_*(\odot)$$

et finalement :

$$m_{\mathrm{pl}} = m_\odot - 2.5\log_{10} p\Psi(\alpha) - 5\log_{10}\frac{R_{\mathrm{pl}}\,a_\oplus}{d_{\mathrm{pl}\to\oplus}\,a_{\mathrm{pl}}} \tag{3.19}$$

Les valeurs que l'on obtient (et qui sont recueillies dans la table 3.1) sont comparables aux valeurs tabulées. Il faut dire que les albédos géométriques qui sont dans les tables sont calculées à partir des magnitudes apparentes, donc ici on n'a rien prouvé sauf la vérification que nos équations sont consistantes.

### 3.4.7 Les courbes de lumière

Les courbes de lumière produites par les planètes sont comme celles des figures 3.9 et 3.10. On a tracé la magnitude apparente calculée par la méthode expliquée dans la section précédente ; il faut dire que pour une étoile de magnitude 0, une planète de type Jupiter aurait une magnitude 21, ce qui serait détectable si la lumière de la planète ne se trouvait pas noyée dans le flux de l'étoile. Effectivement, une planète qui orbite à 5 ua vue à 10 pc se trouve à une distance angulaire de 0.5 secondes d'arc ; ce qui est déjà plus petit que le "seeing" de la plupart des observatoires du monde. Pour des planètes très proches (0.05 au) on peut obtenir des contrastes de 11 magnitudes, mais la distance n'est que de 5 miliarcsec.

## 3.5 Les compagnons des planètes

On a déjà étudié les courbes de lumière des planètes : elles suivent une relation simple (3.16) que l'on pourrait caractériser facilement si l'on arrivait à les mesurer (voir figs. 3.9 et 3.10). Mais dans le système solaire les planètes ne sont pas seules : 6 des 8 planètes ont des satellites. Même si la recherche de lunes autour des exoplanètes est prévue depuis le début (Sartoretti & Schneider 1999), à présent on n'a pas encore trouvé des satellites de planètes extrasolaires (Brown et al. 2001) (lire aussi Bennett & Rhie 2002 ou Han & Han 2002 sur la détection de satellites par effet de microlentille gravitationnelle).

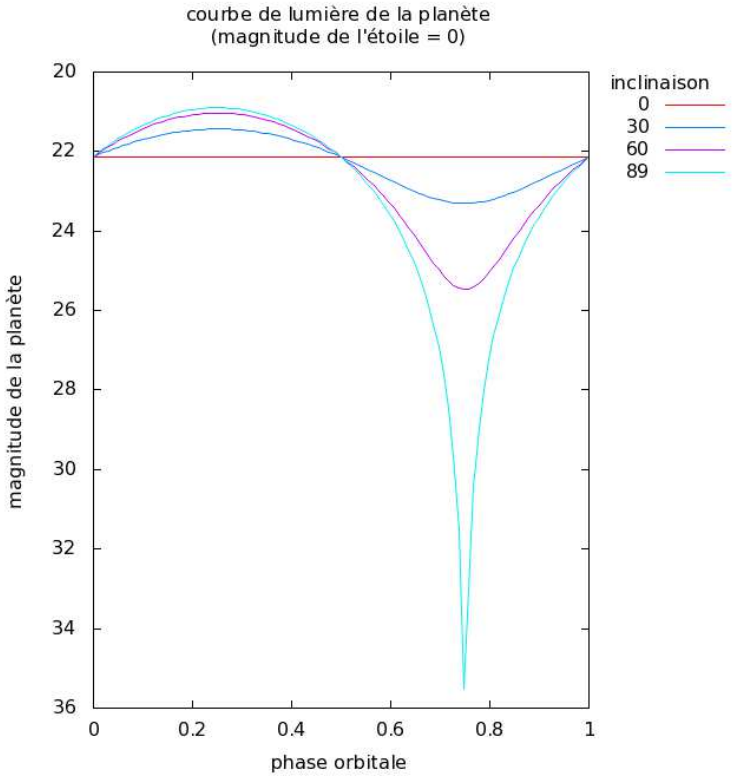



**Fig. 3.9** – Courbe de lumière calculée avec la théorie de la section 3.4 d'une planète de type Jupiter (située à la même distance de son étoile que Jupiter du Soleil, avec la même masse et le même rayon...) dans une orbite circulaire.

Néanmoins, nous n'allons pas uniquement prétendre qu'il y ait des satellites autour des exoplanètes, mais on va imaginer que ces compagnons ont une taille comparable à celle de l'exoplanète. Certes, on n'a pas trouvé ce type de configuration dans le système solaire, mais la recherche d'exoplanètes nous a donné pas mal de surprises sur le type d'orbites et de planètes que l'on pouvait trouver : non seulement les Jupiters chauds dont la formation était impossible, mais aussi des planètes dans des orbites très excentriques. La binarité existe entre corps de la taille des astéroïdes (Pravec et al. 2006), entre objets trans-neptuniens (Kern & Elliot 2006) et entre naines brunes (Stassun et al. 2006) et bien sûr entre étoiles ; pourquoi pas entre planètes ? En outre, des simulations très fines de formation planétaire montrent l'apparition de vortex proches à des planètes (Kley 2003) ce qui pourrait conduire à la formation de compagnons massives. Il faut noter que l'on ne se limite pas à la formation de satellites autour des Jupiter chauds (Barnes & O'Brien 2002), mais on envisage la détection de ces corps autour de planètes plus

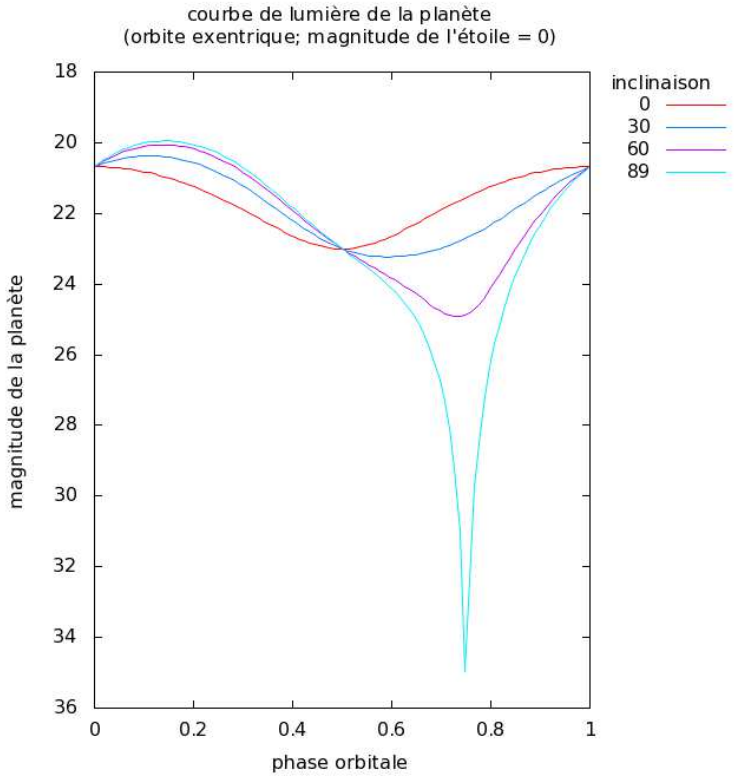



**Fig. 3.10** – Courbe de lumière calculée avec la théorie de la section 3.4 d'une planète de type Jupiter dans une orbite 10 fois plus excentrique que celle de Jupiter.

lointaines de leur étoile et dont le contraste avec la lumière émise par celle-ci serait (un peu) plus favorable.

Récemment Canup & Ward (2006) ont établi une limite au rapport entre la masse de la planète et la masse de ses compagnons dont la valeur est $7 \cdot 10^{-4}$. Il faudra attendre à avoir assez d'observations pour savoir si cette valeur se prouve correcte, maintenant on objectera simplement que cette relation ne se vérifie pas ni dans le cas de la Terre et la Lune ni dans le cas de Pluton et Charon ni dans le cas des naines brunes binaires.

L'intérêt du point de vue photométrique de ces planètes binaires tient aux phénomènes photométriques mutuels qui se produisent entre eux, que ce soient des éclipses ou des passages dans le cône d'ombre (voir fig. 3.11). Ce type de phénomènes ont été déjà étudies dans les cas des satellites des planètes géantes (Formisano et al. 2003) ou des astéroïdes (Descamps et al. 2008; Vasundhara 2008) dans le système solaire.

Les résultats des analyses qui suivent ont été publiés dans Cabrera &

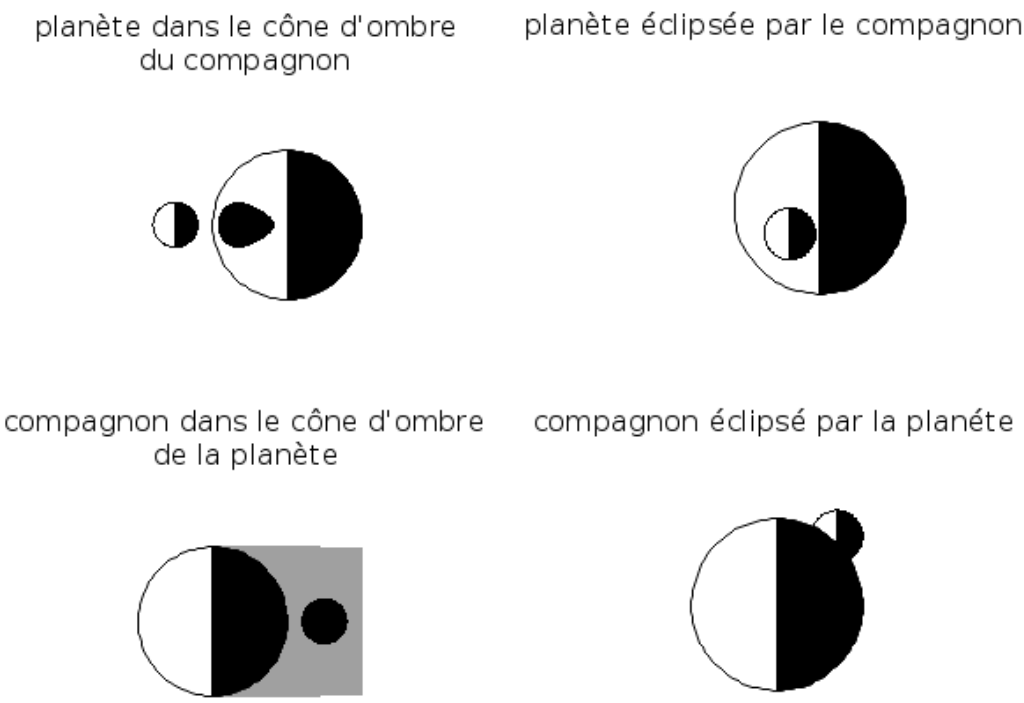



**Fig. 3.11** – Phénomènes mutuelles entre une planète et son compagnon illuminées par une étoile qui se trouve à gauche de la figure.

Schneider (2007).

### 3.5.1 Le transit du compagnon

Nous sommes dans le coin en haut à droite de la figure 3.11, le compagnon passe devant la planète et cache une partie de la lumière réfléchie par celle-ci. Pour calculer la quantité de lumière cachée on va suivre une procédure semblable a celle que l'on a utilisé dans la section 3.3.1 en réduisant la résolution de la surface considérée comme il a été montré dans la figure 3.3. Le premier pas est trouver l'intervalle d'intégration en $\theta$ : soit $\vec{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$ la position du satellite dans le système de référence défini dans la figure 3.8 ; soit $R_s$ le rayon du compagnon et $R_p$ le rayon de la planète. La zone cachée par la lune est l'intersection avec la surface sphérique de la planète du cylindre qui résulte de projeter le disque du satellite. Ce cylindre a des

coordonnées paramétriques :

$$(t, y_s + R_s \sin\xi, z_s + R_s \cos\xi)$$
$$\text{avec } t \in \mathbb{R}, \text{ et } \xi \in [0, 2\pi];$$

l'équation implicite de la sphère de la planète est $x^2 + y^2 + z^2 = R_p^2$ ; donc leur intersection sera le lieu géométrique des points qui vérifient :

$$\left(\sqrt{R_p^2 - (y_s + R_s \sin\xi)^2 - (z_s + R_s \cos\xi)^2}\,,\; y_s + R_s \sin\xi\,,\; z_s + R_s \cos\xi\right), \quad (3.20)$$

où il est sous-entendu que la racine carrée doit exister : le radical doit être positif.

Le cylindre occupe la région de l'axe Z entre $z_s - R_s$ et $z_s + R_s$, mais avant de se presser de dire $\cos\theta_i = \frac{z_s+R_s}{R_p}$ il faut vérifier que $z_s + R_s < R_p$ ; on peut alors définir[13] :

$$\begin{aligned} \cos\theta_i = &\quad z_s + R_s < R_p \;\; ? \;\; \frac{z_s + R_s}{R_p} \;\; : \;\; 1 \\ \cos\theta_f = &\quad z_s - R_s > -R_p \;\; ? \;\; \frac{z_s - R_s}{R_p} \;\; : \;\; -1 \end{aligned} \quad (3.21)$$

Une fois que l'on a l'intervalle $\mathcal{I}_\theta$, on le divise en $N$ parties égales et pour chaque tranche on trouve les limites en $\phi$. Mais attention, l'existence d'un $\theta$ tel que $\frac{z_s+R_s}{R_p} < 1$ ne garantit pas que l'intersection existe, il faut que le radical de 3.20 soit positif. En outre, pour calculer les limites en $\phi$ il va falloir utiliser la variable $\xi$, donc il est plus pratique d'utiliser depuis le début $\xi$ comme paramètre.

Recommençons, le cylindre occupe la région de l'axe Z entre $z_s - R_s$ quand $\xi = 0$ et $z_s + R_s$ quand $\xi = \frac{\pi}{2}$. Mais il faut garantir que l'on ne dépasse pas les limites de la planète, c'est à dire : $z_s + R_s < R_p$ et $z_s - R_s > -Rp$ ; on définit donc les limites en $\xi$ de sorte que :

$$\begin{aligned} \xi_i = &\quad z_s + R_s < R_p \;\; ? \;\; 0 \;\; : \;\; \arccos\frac{z_s + R_s}{R_p} \\ \xi_f = &\quad z_s - R_s > -R_p \;\; ? \;\; \pi \;\; : \;\; \arccos\frac{z_s - R_s}{R_p} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Ensuite, on divise l'intervalle $\mathcal{I}_\xi$ en $N$ parties égales, le $\theta(k)$ qui correspond au $\xi(k) = \xi_i + \frac{\xi_f - \xi_i}{N}\, k$ est $\cos\theta(k) = \frac{z_s + R_s * cos\xi(k)}{R_p}$. Pour finir la construction des régions comme celles de la figure 3.3 on a besoin des intervalles en $\phi$. D'abord, il faut vérifier qu'ils existent, c'est à dire, que le radical de 3.20 est positif. Dans la figure 3.12 on voit que la région du satellite dont la coordonnée Z vient déterminée par la ligne rouge ne cache pas la surface

[13] $a \;?\; b \;:\; c$ ; c'est un opérateur qui retourne la variable $b$ si la condition $a$ est vérifiée ou la variable $c$ en cas contraire.

de la planète ; dans cette région le radical est négatif. De l'autre côté, la région du satellite dont la coordonnée Z vient déterminée par la ligne verte ne cache que partiellement la surface de la planète.

Pour éviter le cas rouge de la figure 3.12 on va considérer les limites de la projection du disque du satellite. Pour que la région étudiée cache la surface planétaire il faut que le point le plus à gauche de la région du satellite considérée cache la planète ; on peut exprimer cet condition avec une inégalité :

$$y_s - R_s \sin \xi(k) < R_p \sin \theta(k);$$

ensuite il faut imposer que le point le plus à droite de la région du satellite considérée cache la planète, c'est à dire :

$$y_s + R_s \sin \xi(k) > -R_p \sin \theta(k);$$

ces deux conditions peuvent se réunir dans une seule :

$$|y_s| < R_p \sin \theta(k) + R_s \sin \xi(k).$$

Si cette condition ne se vérifie pas, l'intégrale pour cette $\theta(k)$ est nulle.

Dans le cas contraire, on peut calculer les limites en $\phi$ à partir de 3.20 :

$$\begin{aligned}
\phi_i(k) = R_p^2 - \left(y_s - R_s \sin \xi(k)\right)^2 - \left(z_s + R_s \cos \xi(k)\right)^2 > 0 \ ? \\
\arctan \left( \frac{y_s - R_s \sin \xi(k)}{\sqrt{R_p^2 - \left(y_s - R_s \sin \xi(k)\right)^2 - \left(z_s + R_s \cos \xi(k)\right)^2}} \right) \ : \\
-\frac{\pi}{2}; \\
\phi_f(k) = R_p^2 - \left(y_s + R_s \sin \xi(k)\right)^2 - \left(z_s + R_s \cos \xi(k)\right)^2 > 0 \ ? \\
\arctan \left( \frac{y_s + R_s \sin \xi(k)}{\sqrt{R_p^2 - \left(y_s + R_s \sin \xi(k)\right)^2 - \left(z_s + R_s \cos \xi(k)\right)^2}} \right) \ : \\
\frac{\pi}{2} - \alpha.
\end{aligned} \tag{3.23}$$

et on peut alors intégrer :

$$\begin{aligned}
& I_P(k) \left[\theta_i(k), \theta_f(k); \phi_i(k), \phi_f(k)\right] \\
& \quad = \int_{\phi_i}^{\phi_f} d\phi \int_{\theta_i}^{\theta_f} d\theta \sin^3 \theta \cos \phi \cos\left(\phi + \alpha\right) \\
& \quad = \left\{ \tfrac{1}{2} \cos \alpha \left(\phi_f - \phi_i\right) + \tfrac{1}{4} \left[\sin\left(2\phi_f + \alpha\right) - \sin\left(2\phi_i + \alpha\right)\right] \right\} \\
& \qquad \left[ \tfrac{1}{3} \left(\cos^3 \theta_f - \cos^3 \theta_i\right) - \left(\cos \theta_f - \cos \theta_i\right) \right].
\end{aligned} \tag{3.24}$$

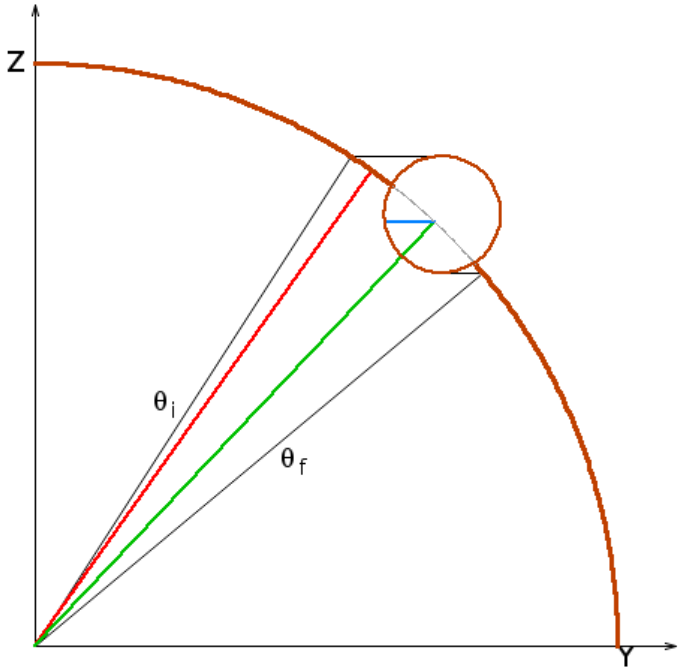



**Fig. 3.12** – Schéma pour expliquer les limites d'intégration. Le satellite occulte la région entre $\theta_i$ et $\theta_f$ (calculées avec 3.21). Cependant, les points qui correspondent à la ligne rouge ne cachent pas la planète, dans cette région le radical de 3.20 est négatif. Les points de la ligne verte occultent la planète seulement dans l'intervalle de couleur bleue.

Et on fini par présenter le flux reçu par un observateur situé à une distance $d$ de la source de la même manière que l'on a montré dans les sections 3.3.1 et 3.4.6 :

$$
\begin{aligned}
F(\oplus) &= F_{\rm pl}(\oplus) + F_{\rm sat}(\oplus);\\
F_{\rm pl}(\oplus) &= \frac{p_{\rm pl}\, R_p^2\, F_*({\rm pl})}{d^2}\, \Psi(\alpha_{\rm pl}) - \frac{\frac{3\,p_{\rm pl}}{2\pi}\, R_p^2\, F_*({\rm pl})}{d^2} \sum_{k=1}^{N} I_P(k);\\
F_{\rm sat}(\oplus) &= \frac{p_{\rm sat}\, R_s^2\, F_*({\rm sat})}{d^2}\, \Psi(\alpha_{\rm sat})
\end{aligned}
\tag{3.25}
$$

où $\Psi(\alpha)$ est donnée par 3.17 et $I_P(k)$ par 3.24. Les angles de phase pour la planète et pour le satellite se calculent à partir de la position de la planète dans le système de référence de l'étoile $\vec{r}_p = (x_p, y_p, z_p)$ et avec la position du satellite dans le système de référence de la planète $\vec{r}_s$. Dans le système

de référence de la planète, l'étoile se trouve dans la direction $-\hat{r}_p$ ; comme l'observateur est situé dans l'axe X, l'angle de phase de la planète est :

$$\cos \alpha_{\rm pl} = \frac{-x_p}{\|\vec{r}_p\|} \tag{3.26}$$

dans le système de référence du satellite, l'étoile se trouve dans la direction $-(\hat{r}_p + \hat{r}_s)$ et son angle de phase est donc :

$$\cos \alpha_{\rm sat} = \frac{-x_p - x_s}{\|\vec{r}_p + \vec{r}_s\|} \tag{3.27}$$

normalement, $r_s \ll r_p$ de sorte que $\alpha_{\rm sat} \simeq \alpha_{\rm pl}$.

Avant de conclure cette section, on va estimer la valeur de la diminution de flux et la durée du phénomène. Quant au flux :

$$\begin{aligned} F &= F_{\rm pl} + F_{\rm sat} \\ &= \frac{p_{\rm pl}\, R_p^2\, F_*({\rm pl})}{d^2}\, \Psi(\alpha_{\rm pl}) + \frac{p_{\rm sat}\, R_s^2\, F_*({\rm sat})}{d^2}\, \Psi(\alpha_{\rm sat}) \\ &\simeq \frac{\left(p_{\rm pl}\, R_p^2 + p_{\rm sat}\, R_s^2\right)\, F_*({\rm pl})}{d^2}\, \Psi(\alpha); \\ \Delta F &= \frac{\frac{3\, p_{\rm pl}}{2\pi}\, R_p^2\, F_*({\rm pl})}{d^2}\, I_P(k); \end{aligned} \tag{3.28}$$

pour estimer $I_P$ on reprend 3.14 et on suppose que la région cachée par le satellite est bien plus petite que la surface planétaire, de sorte que les angles $\Theta_r$ et $\Theta_i$ seront constantes dans la région. La région la plus brillante depuis le point de vue de l'observateur a des coordonnées $\theta = \frac{\pi}{2}$; $\phi = \frac{-\alpha}{2}$ ; parce que l'on intègre

$$\sin^2\theta \cos\phi \cos\left(\phi + \alpha\right) = \sin^2\theta \left[\frac{\cos\alpha}{2} + \frac{\cos\left(2\phi + \alpha\right)}{2}\right];$$

qui est maximum si $\theta = \frac{\pi}{2}$ et $\phi = \frac{-\alpha}{2}$. Ainsi,

$$\begin{aligned} I_P &= \iint d\theta d\phi \cos\Theta_i \cos\Theta_r \sin\theta \\ &\simeq \cos\Theta_i \cos\Theta_r \iint d\theta d\phi \sin\theta \\ &= \cos^2\frac{\alpha}{2} \iint d\theta d\phi \sin\theta \end{aligned}$$

pour estimer l'aire de la région considérée, on sait que la projection du disque du satellite dans des coordonnées $\theta = \frac{\pi}{2}$; $\phi = \frac{-\alpha}{2}$ ; cache une longitude verticale : $2\Delta\theta = 2\frac{R_s}{R_p}$; et une longitude horizontale : $2\Delta\phi = 2\frac{R_s}{R_p \cos\alpha/2}$; donc l'aire de cette ellipse sera : $\pi\Delta\theta\Delta\phi = \left(\frac{R_s}{R_p}\right)^2 \frac{1}{\cos\alpha/2}$ et ainsi :

$$\Delta F = \frac{\frac{3\,p_{\rm pl}}{2\pi}\,R_p^2\,F_*({\rm pl})}{d^2}\,\cos^2\frac{\alpha}{2}\left(\frac{R_s}{R_p}\right)^2\frac{1}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{3\,p_{\rm pl}}{2\pi}\,R_s^2\,F_*({\rm pl})}{d^2}\pi\cos\frac{\alpha}{2}.$$

Finalement on écrit :

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{p_{\rm pl}\,R_s^2\,\frac{3}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{\left(p_{\rm pl}\,R_p^2 + p_{\rm sat}\,R_s^2\right)\Psi(\alpha)}. \tag{3.29}$$

Quant à la durée du phénomène, la distance projetée parcourue par le satellite est $R_p\,(1+\cos\alpha)$, donc :

$$\Delta T = \frac{R_p\,(1+\cos\alpha)}{2\pi a_s}\,P_s. \tag{3.30}$$

### 3.5.2 Le transit de la planète

Nous nous trouvons dans la situation décrite dans le coin en bas à droite de la figure 3.11. Normalement $R_s \ll R_p$ et le satellite sera complètement occulté par la planète[14] et donc la diminution de flux sera :

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{p_{\rm sat}\,R_s^2}{p_{\rm pl}\,R_p^2 + p_{\rm sat}\,R_s^2}; \tag{3.31}$$

et la durée du phénomène :

$$\Delta T = \frac{R_p}{\pi a_s}\,P_s. \tag{3.32}$$

Toutefois, si on a un compagnon d'une taille comparable a celle de la planète, il faudra procéder de la même manière que dans la section précédente, en échangeant les rôles de planète et satellite ; mais il n'y a rien de nouveau.

### 3.5.3 La projection de l'ombre du satellite sur la planète

L'image de référence est celle d'en haut à gauche dans la figure 3.11, le satellite projette son ombre sur la surface planétaire. On va procéder de la même façon que dans la section 3.5.1, mais cette fois-ci on a l'intersection d'un cône avec une sphère. La notation est un peu plus compliquée, on commence par les positions de l'étoile, de la planète et du satellite dans

[14] ceci est vrai si $\sqrt{y_s^2 + z_s^2} + R_s < R_p$.

le système de référence du centre de masse des trois corps : $\vec{r}_e$, $\vec{r}_p$ et $\vec{r}_s$ respectivement. Si l'on travail dans le système de référence centré dans la planète décrit dans la figure 3.8 on utilisera $\vec{r}_e\,' = \|\vec{r}_s - \vec{r}_p\|\,(\cos\alpha, -\sin\alpha, 0)$ (par construction) et $\vec{r}_s\,' = \vec{r}_s - \vec{r}_p$.

Notre cône, produit par l'ombre du satellite[15], est caractérisé par trois vecteurs :

$$\begin{aligned}\hat{a} &= \frac{\vec{r}_s - \vec{r}_e}{\|\vec{r}_s - \vec{r}_e\|}\\ \hat{b} &= \mathrm{proj}_{\hat{a}}(\hat{k})\\ \hat{c} &= \hat{a} \times \hat{b}\end{aligned}$$

où $\mathrm{proj}_{\hat{a}}(\hat{k})$ est le vecteur unitaire dans la direction de la projection du vecteur $\hat{k}$ sur le plan définit par le vecteur $\hat{a}$, c'est à dire

$$\mathrm{proj}_{\hat{a}}(\hat{k}) = \frac{\hat{k} - \left(\hat{k}\cdot\hat{a}\right)\hat{a}}{1 - \left(\hat{k}\cdot\hat{a}\right)^2}.$$

L'unitaire $\hat{a}$ marque la direction de l'hauteur du cône $h$ qui est :

$$\tan\alpha = \frac{R_e - R_s}{\|\vec{r}_s - \vec{r}_e\|} = \frac{R_e}{h}; \qquad h = \frac{R_e}{R_e - R_s}\,\|\vec{r}_s - \vec{r}_e\|;$$

et les unitaires $\hat{b}$ et $\hat{c}$ les directions perpendiculaires a $\hat{a}$. Les coordonnées du cône sont donc :

$$\vec{r}_c(t,\xi) = \vec{r}_s + R_s\left(\cos\xi\hat{b} + \sin\xi\hat{b}\right)(1-t) + h\,t\,\hat{a}; \tag{3.33}$$

son intersection avec la sphère est le lieu géométrique des points qui vérifient $\|\vec{r}_c - \vec{r}_p\| = R_p$ ; on définit :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{\left(\vec{r}_s - \vec{r}_p\right)\cdot\hat{a}}{h} & \upsilon &= \frac{\left(\vec{r}_s - \vec{r}_p\right)^2 - R_p^2}{h^2}\\ \beta &= \frac{\left(\vec{r}_s - \vec{r}_p\right)\cdot\hat{b}}{h} & \rho &= \frac{R_s}{h}\\ \gamma &= \frac{\left(\vec{r}_s - \vec{r}_p\right)\cdot\hat{c}}{h} & u &= 1 - t\end{aligned}$$

et la condition est :

$$\underbrace{\left(1+\rho^2\right)}_{A}\,u^2 - 2\,\underbrace{\left[1 + \alpha - \rho\left(\beta\cos\xi + \sin\xi\right)\right]}_{B(\xi)}\,u + \underbrace{1 + 2\alpha + \upsilon}_{C}. \tag{3.34}$$

Le discriminant pour savoir si l'intersection existe ou pas est $\sqrt{B^2 - A\,C}$ et la équation complète :

$$t(\xi) = \frac{A + B(\xi) - \sqrt{B(\xi)^2 - A\,C}}{A}. \tag{3.35}$$

[15] on ne traitera pas la pénombre.

L'idée est paramétrer notre surface dans la variable $\xi$ ; si le cône intersecte complètement la sphère, $\xi_i = 0$ et $\xi_f = \pi$ ; si l'intersection est partielle ce cas est un peu plus difficile que celui de la section 3.5.1, car il s'agit d'un cône, non pas d'un cylindre, et donc son rayon est variable. En première approximation, on peut calculer quel est le rayon du cône à la position du centre de la planète : $R_s\,(1-t_c)$ ; on calcule $t_c$ à partir de la projection de la distance entre planète et satellite sur la direction définie par $\hat{a}$ : $t_c = -\alpha$ ; alors on définit :

$$\begin{aligned}
r_c^{\max} &= (z_s - z_p) + R_s\,(1-t_c)\,b_z + h\,t_c\,a_z \\
r_c^{\min} &= (z_s - z_p) - R_s\,(1-t_c)\,b_z + h\,t_c\,a_z \\
\xi_i &= \quad r_c^{\max} < R_p \;\; ? \;\; 0 \;\; : \;\; \arccos\left(\frac{R_p - (z_s - z_p) - h\,t_c\,a_z}{R_s\,(1-t_c)\,b_z}\right) \\
\xi_f &= \quad r_c^{\min} > -R_p \;\; ? \;\; \pi \;\; : \;\; \arccos\left(-\frac{R_p + (z_s - z_p) + h\,t_c\,a_z}{R_s\,(1-t_c)\,b_z}\right)
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Une fois que l'on a l'intervalle, on doit trouver les limites en $\phi$ pour chaque $\theta(k) = \arccos\frac{\vec{r}_c(t_c,\xi)-\vec{r}_p}{R_p}$. Par l'équation 3.35, l'intersection de la partie la plus à gauche du cône avec la sphère de la planète vérifie :

$$t\,[-\xi(k)] = \frac{A + B\,[-\xi(k)]\,\sqrt{B\,[-\xi(k)]^2 - A\,C}}{A}.$$

et l'intersection de la partie la plus à droite vérifie :

$$t\,[\xi(k)] = \frac{A + B\,[\xi(k)]\,\sqrt{B\,[\xi(k)]^2 - A\,C}}{A}.$$

de sorte que :

$$\begin{aligned}
\phi_i(k) = & B\,[-\xi(k)]^2 - A\,C > 0 \;\; ? \\
& \arctan\frac{\left(\vec{r}_c(t\,[-\xi(k)]\,,\xi(k)) - \vec{r}_p\right)_y}{\left(\vec{r}_c(t\,[-\xi(k)]\,,\xi(k)) - \vec{r}_p\right)_x} \;\; : \\
& -\frac{\pi}{2}; \\
\phi_f(k) = & B\,[\xi(k)]^2 - A\,C > 0 \;\; ? \\
& \arctan\frac{\left(\vec{r}_c(t\,[\xi(k)]\,,\xi(k)) - \vec{r}_p\right)_y}{\left(\vec{r}_c(t\,[\xi(k)]\,,\xi(k)) - \vec{r}_p\right)_x} \;\; : \\
& \frac{\pi}{2} - \alpha.
\end{aligned} \tag{3.37}$$

On intègre comme on l'a fait dans 3.24 pour obtenir une approximation très similaire à celle de 3.29, avec la différence que la taille de l'ombre sur la planète n'est pas le rayon du satellite, mais $R_s(1-t_c)$ ; on peut approximer $t_c \simeq \frac{a_s}{h}$ ; où $a_s$ est le demi-grand axe de l'orbite du satellite autour de la planète. Ainsi, le rayon effectif du satellite est $R'_s = R_s\left(1-\frac{a_s}{a_p}\frac{R_e-R_s}{R_e}\right)$ et on obtient :

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{p_{\rm pl}\, R'^2_s\, \frac{3}{2}\cos\frac{\alpha}{2}}{\left(p_{\rm pl}\, R_p^2 + p_{\rm sat}\, R_s^2\right)\Psi(\alpha)}. \tag{3.38}$$

et pour la durée du phénomène :

$$\Delta T = \frac{R_p\,(1+\cos\alpha)}{2\pi a_s}\, P_s. \tag{3.39}$$

### 3.5.4 Le passage du satellite sous l'ombre de la planète

Et voilà la situation décrite dans le coin en bas à gauche de la figure 3.11. A nouveau, $R_s \ll R_p$ et le satellite sera complètement plongé dans l'ombre de la planète et donc la diminution de flux sera :

$$\frac{\Delta F}{F} = \frac{p_{\rm sat}\, R_s^2}{p_{\rm pl}\, R_p^2 + p_{\rm sat}\, R_s^2}; \tag{3.40}$$

et la durée du phénomène :

$$\Delta T = \frac{R'_p}{\pi a_s}\, P_s; \tag{3.41}$$

ou $R'_p$ est le rayon de l'ombre de la planète à la hauteur du satellite, calculé comme dans la section précédente.

Toutefois, comme on l'a déjà commenté, si l'on a un compagnon d'une taille comparable a celle de la planète, il faudra procéder de la même manière que dans la section 3.5.3, en échangeant les rôles de planète et satellite.

### 3.5.5 Les courbes de lumière

Dans la section 3.4.7 on a calculé la courbe de lumière d'un planète en fonction de son angle de phase ; dans les sections 3.5.1 à 3.5.4 on a expliqué comment calculer les variations de flux provoquées par des phénomènes mutuelles entre une planète et son satellite décrites dans la figure 3.11. Maintenant, il ne nous reste que joindre tous ces informations pour calculer la courbe de lumière produite par un système planète-satellite. Les systèmes que l'on va préférer sont ceux où le satellite a une taille comparable a celle de la planète, c'est à dire : un système planétaire binaire, comme il a été déclaré au début de la section 3.5.

On présente 4 courbes de lumière (figures 3.13 à 3.16) pour un système planète-compagnon dont le rapport de tailles est $R_s/R_p = 1/3$. Dans chaque

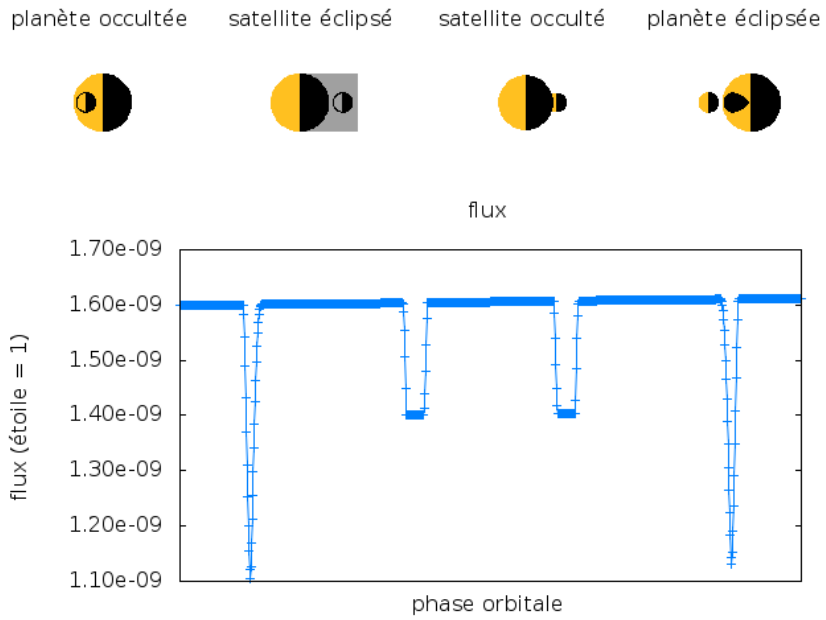



**Fig. 3.13** – Courbe de lumière d'une planète avec un satellite dont le rapport de tailles est $R_s/R_p = 1/3$ ; l'angle de phase est de 90°. La courbe a une tendance à monter due à l'évolution dans le temps de l'angle de phase au fur et à mesure que la planète et son satellite orbitent l'étoile.

image on représente en haut un portrait de la situation, avec les surfaces illuminées des corps, et en bas la courbe de lumière pendant une révolution du satellite autour de la planète. Chaque phénomène produit une diminution du flux, mais la position, la profondeur et la forme de ces diminutions de flux ne dépendent pas que du rapport de tailles des corps ou des distances orbitales, mais aussi de l'angle de phase (de la position relative par rapport à l'étoile). On n'observe plus une courbe de lumière monotone avec des transits qui se répètent périodiquement. L'évolution à long terme du seuil de la courbe est due au changement de l'angle de phase de la planète au fur et a mesure qu'elle orbite autour de l'étoile.

### 3.5.6 La viabilité des observations

L'étude de la viabilité de ce type de détection est publiée dans Cabrera & Schneider (2007). Le problème à résoudre est d'obtenir une précision photométrique :

1. meilleure que la profondeur de la diminution de flux produite par l'occultation ou par l'ombre, qui typiquement est de 10% ;
2. dans un intervalle de temps plus petit que le temps caractéristique du

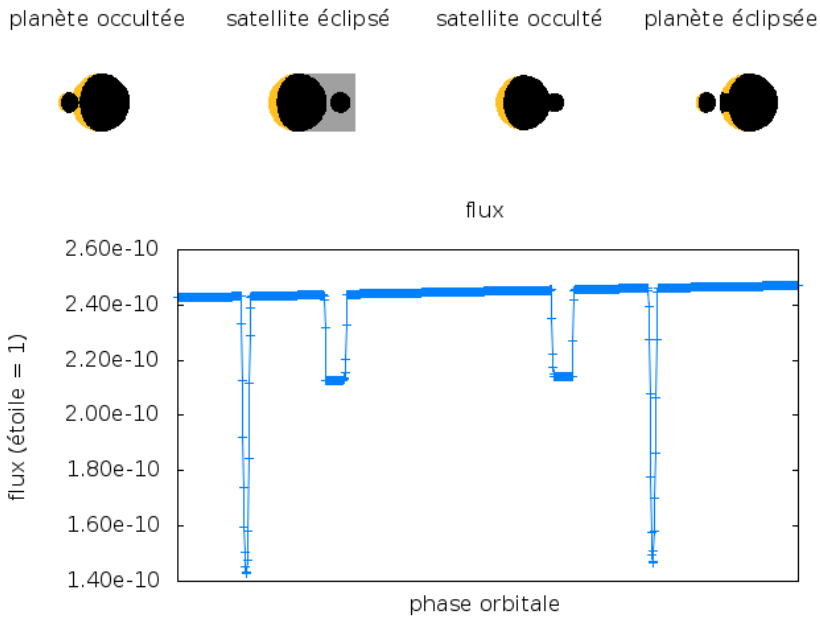



**Fig. 3.14** – Courbe de lumière d'une planète avec un satellite dont le rapport de tailles est $R_s/R_p = 1/3$ ; l'angle de phase est de 135°.

phénomène, qui typiquement est de 4 à 8 heures (en fonction de la taille et la séparation des corps).

Dans la technique coronographique la détection de la planète est limitée par le bruit de fond de la lumière stellaire qui n'a pas été rejetée par l'instrument. Si l'on considère un coronographe avec un taux de réjection de 50 000 dans le pic stellaire, avec une séparation angulaire de 15 ou 2 $\lambda/D$ (où $D$ est le diamètre du télescope), pour une étoile de magnitude 5 le bruit de fond est 100 fois plus important que le signal planétaire. Un télescope tel que SEE-COAST (1.5 m de diamètre) aurait besoin de 30h d'exposé, donc il faudrait superposer plusieurs orbites pendant un temps d'observation de 2 mois. Par contre, à TPF-C (7.5 m de diamètre) lui suffiraient 1.5h d'exposé.

Finalement, la probabilité géométrique de ces phénomènes est de l'ordre de $R_{\rm pl}/a_{\rm comp}$ pour les transits ; donc 10% pour une configuration de type Titan-Saturne. Mais la probabilité qu'ils se produisent des projections d'ombre est plus importante. Si la planète et son compagnon sont formés à partir du même nuage protoplanétaire, l'inclinaison relative des plans orbitaux de la planète (autour de l'étoile) et du satellite (autour de la planète) seront faibles et donc la probabilité de voir des ombres est de 100%. Par contre, la durée de ces phénomènes est de l'ordre de 10% de la période orbitale du satellite et pour ne pas les rater il faudrait faire des observations continues qui ne sont possibles que depuis l'espace ou depuis les pôles.

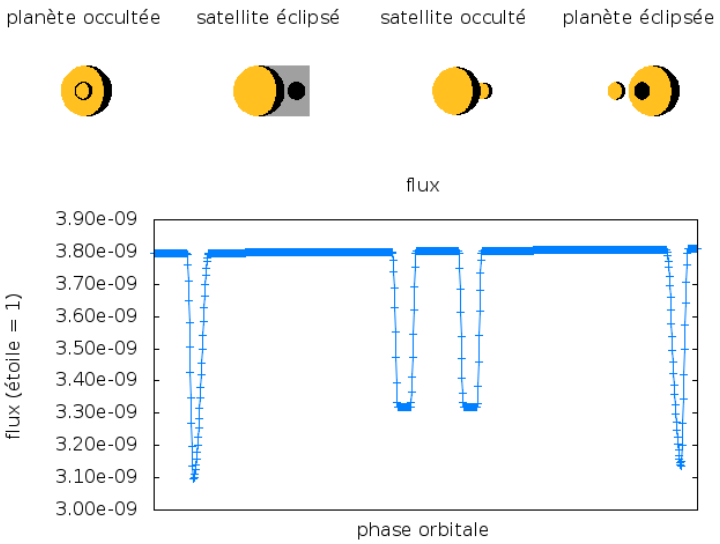



**Fig. 3.15** – Courbe de lumière d'une planète avec un satellite dont le rapport de tailles est $R_s/R_p = 1/3$ ; l'angle de phase est de 45°.

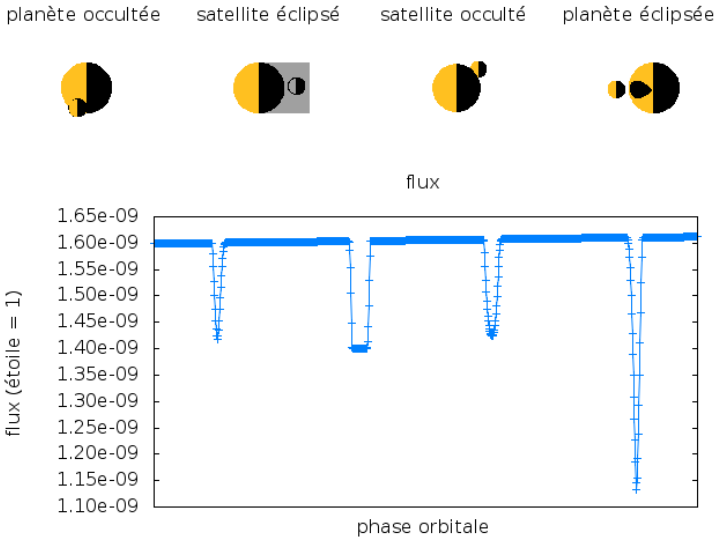



**Fig. 3.16** – Courbe de lumière d'une planète avec un satellite dont le rapport de tailles est $R_s/R_p = 1/3$ ; l'angle de phase est de 90°. L'orbite du satellite est inclinée para rapport à l'observateur d'un angle de 85°.

## 3.6 Les transits planétaires

On peut appliquer les mêmes outils des sections 3.3 et 3.5 à la photométrie d'un transit. L'intensité spécifique est celle de l'équation 3.4 ; dans le cas de la tache on avait soustrait au flux stellaire la contribution de la surface de la tache (section 3.3.1), dans le cas d'une planète qui transite devant son étoile il faut soustraire la surface cachée par la planète, qui aura la même géométrie que les occultations de la section 3.5. La situation la plus favorable est mettre l'axe Z en regardant l'observateur, comme dans la figure 3.17. On peut définir deux régions, une intérieure ou l'intégrale est exacte, car $\mu$ va du limite :

$$\mu_1 = \sqrt{\frac{1-(R_p-y)^2}{R_e^2}};$$

à $\mu = 1$ et l'intervalle en $\phi$ est $[0 : 2\pi]$. Dans l'autre région on peut appliquer la méthode de l'intégrale numérique, en calculant pour chaque $\mu$ les $\phi$ initiales et finales comme on l'a fait dans les sections précédentes. Mandel & Agol (2002) et Giménez (2006) ont aussi développé des méthodes théoriques et numériques pour calculer la photométrie des transits. Avec un peu plus de travail, on pourrait poursuivre le développement du logiciel et l'appliquer à l'analyse des transits des planètes avec des anneaux (Arnold & Schneider 2004; Barnes & Fortney 2004).

Les figures 3.18, 3.19 et 3.20 montrent les transits de trois des cinq planètes découverts pas CoRoT (dont les deux derniers n'ont été publiés que dans l'Encyclopédie des Planètes Extrasolaires). Le modèle ici décrit permet de calculer la taille de la planète et le demi-grand axe de l'orbite en fonction de la taille de l'étoile ainsi que l'inclinaison de l'orbite et les coefficients de l'assombrissement centre-bord. Les paramètres se trouvent dans la table 3.2. Pour la seule planète qui a été publié les valeurs que l'on obtient sont compatibles avec les valeurs publiées, mais les erreurs sont bien plus grandes. Pour CoRoT-exo-1b les différences entre le modèle et les données[16] sont deux fois plus grandes que dans Barge et al. (2008a), mais la courbe publié est pliée à 2.7 minutes tandis que celle de la figure 3.18 est pliée à 32 secondes pour obtenir la meilleur précision possible dans la position du transit. De toute façon on voit dans les figures 3.18 à 3.20 qu'il reste quelque bruit systématique qui nuit probablement la précision des paramètres. Il faudrait aussi vérifier qu'avec un autre modèle de assombrissement centre-bord on obtient les mêmes valeurs.

[16] *residuals.*

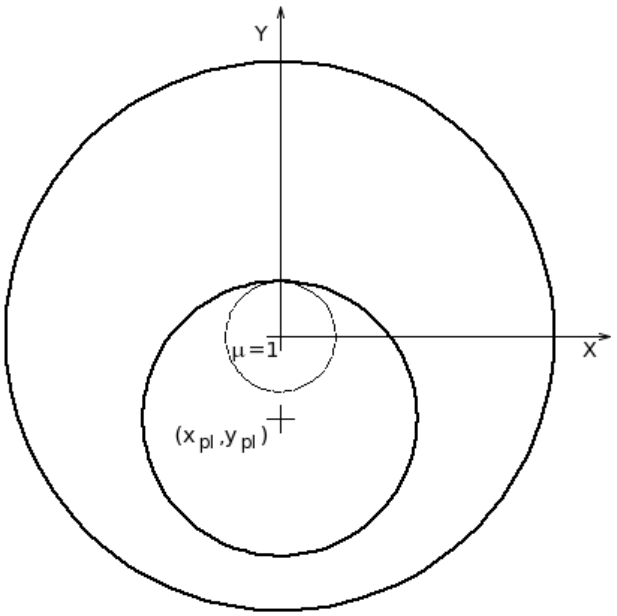



**Fig. 3.17** – Schéma des régions d'intégration pour calculer la photométrie d'un transit. La circonférence extérieure est celle de l'étoile ; la circonférence intérieure de trait gros est l'ombre de la planète ; la circonférence intérieure de trait fin est la région de l'ombre dont l'intégrale est exacte.

**Tab. 3.2** – Valeurs des paramètres du modèle de transit de la section 3.6. Pour CoRoT-exo-1b on compare avec les valeurs publiées par Barge et al. (2008a).

| paramètre | exo-1b | exo-1b Barge et al. (2008a) | exo-3b | exo-5b |
|---|---|---|---|---|
| $R_{\rm pl}/R_*$ | $0.14 \pm 0.02$ | $0.1388 \pm 0.0021$ | $0.07 \pm 0.02$ | $0.11 \pm 0.09$ |
| $a/R_*$ | $4.8 \pm 0.7$ | $4.92 \pm 0.08$ | $7 \pm 2$ | $9 \pm 5$ |
| $i(^\circ)$ | $84 \pm 1$ | $85.1 \pm 5$ | $85 \pm 1$ | $85 \pm 2$ |

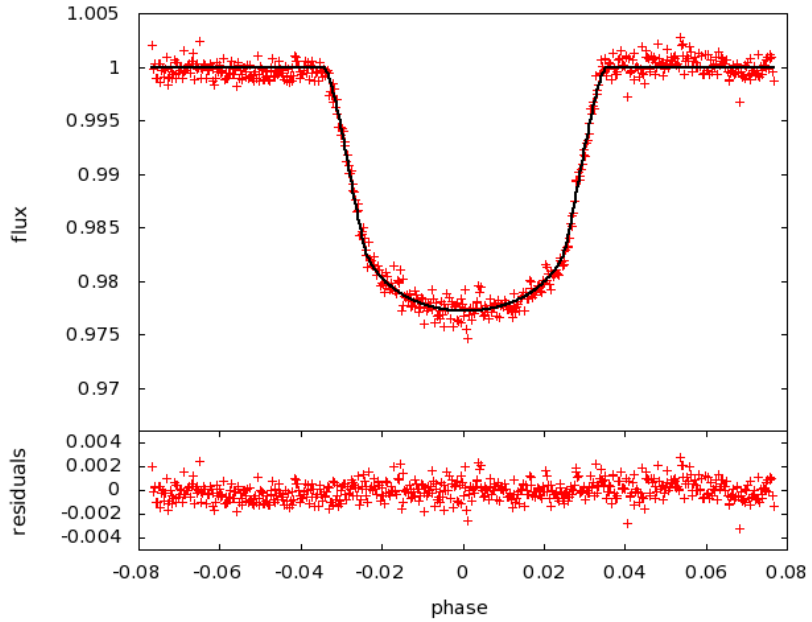



**Fig. 3.18** – Transit mesuré de la planète CoRoT-exo-1b avec le modèle de transit décrit dans la section 3.6 superposé.

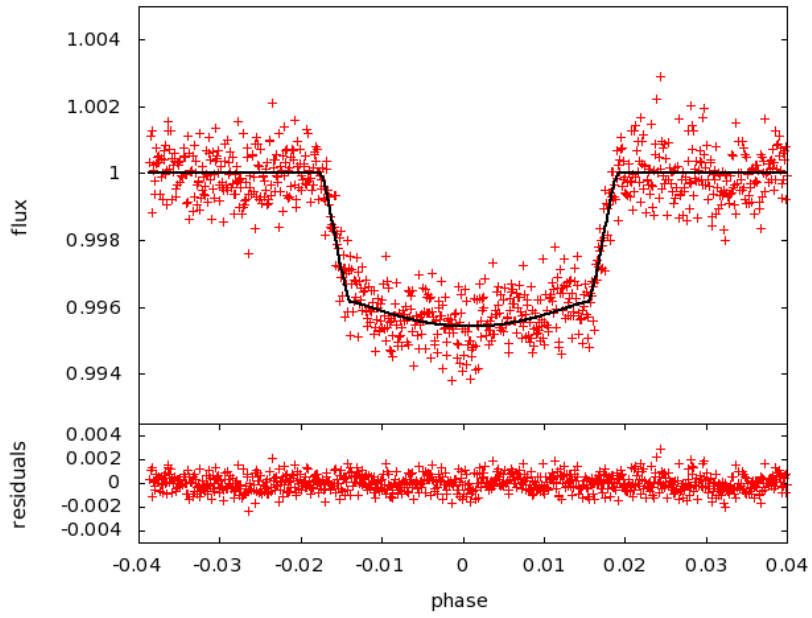



**Fig. 3.19** – Transit mesuré de la planète CoRoT-exo-3b avec le modèle de transit décrit dans la section 3.6 superposé.

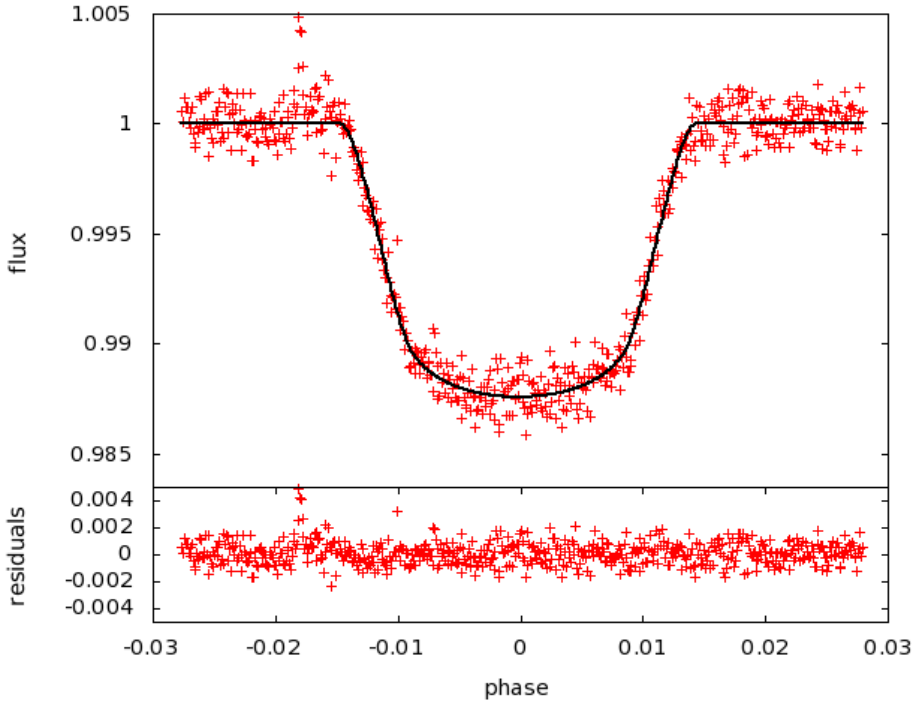



**Fig. 3.20** – Transit mesuré de la planète CoRoT-exo-5b avec le modèle de transit décrit dans la section 3.6 superposé.

CHAPITRE 4

# L'analyse de données de CoRoT

## 4.1 Introduction

Le satellite CoRoT a été lancé le 27 décembre 2006 avec un double objectif scientifique : l'étude de la sismologie stellaire d'une centaine d'étoiles et la recherche d'exoplanètes par la méthode de transits.

La sismologie nécessite des observations continues et régulières de la photométrie des étoiles pour analyser les modes de vibration dans l'espace de Fourier. Les vibrations de l'étoile se manifestent comme variations de luminosité dans la surface stellaire et son étude nous permet de connaître sa structure interne.

La méthode de transits planétaires repère la diminution de luminosité d'une étoile lorsqu'une planète s'interpose sur la ligne de visée. Cette variation de flux est faible : de l'ordre du carrée du rapport des tailles de la planète et son étoile (donc inférieure à 1%) et on a besoin d'observer continuement pour ne pas rater l'éclipse dont la durée est aussi rélativement brève (un ordre de grandeur tipique est 4 heures pour une période de 9 jours : 2% environ ; mais cette rapport diminue comme $P^{-2/3}$). La probabilité que l'orbite de la planète soit alignée avec l'observateur est aussi faible, de l'ordre du rapport de la taille de l'étoile sur le rayon orbital qui même pour les planètes très proches est inférieur à 5%. Tous ces désavantages font de la recherche de transits un metier très compliqué depuis le sol, même s'il n'y a pas mal de projets qui ont découvert des planètes : HAT, OGLE, Stare, Super WASP, Tenesse Automatic Photoelectronic Telescope, TrES et XO. CoRoT, depuis l'espace, bénéficie des conditions privilégiés de stabilité photométrique et de continuité des observations, mais la recherche est encore ardue. Et ce n'est pas tout, l'observation des éclipses périodiques ne donne

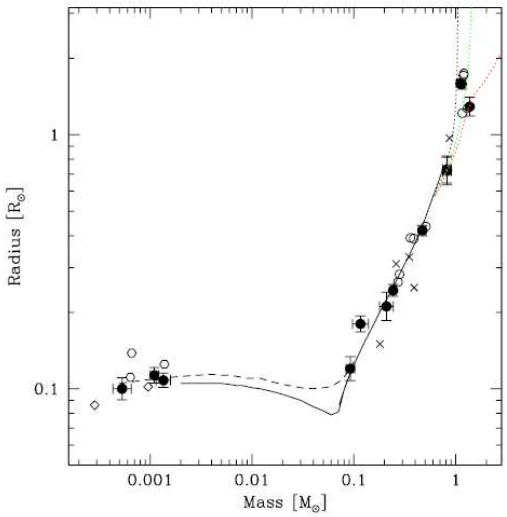



**Fig. 9.** Mass-radius relation for low-mass stars and planets. Black dots show the objects in this study with well-determined mass and radius, crosses the objects with higher uncertainties. Diamonds show Jupiter and Saturn, open circles the results of the OGLE bulge fields from Paper I, the hexagons are the three other transiting planets HD 209458 (Brown et al. 2001), OGLE-TR-56 (Konacki et al. 2003a) and TrES-1 (Alonso et al. 2004). The lines show the models of Girardi et al. (2002) for Solar-type stars, for ages 0, 3 and 10 Gyr, and of Baraffe et al. (1998) and Chabrier et al. (2000) for low-mass stars, brown dwarfs and planets for ages 0.5 and 5 Gyr.

**Fig. 4.1** – Figure extraite de l'article de Pont et al. (2005). On ne peut pas établir une correspondance biunivoque entre la taille et la masse des planètes, des naines brunes et des étoiles de très faible masse. CoRoT-exo-3b (voir la figure 4.34) se trouve a mi-chemin entre les planètes et les étoiles.

pas d'information sur la masse de l'objet qui passe devant l'étoile (voir la figure 4.1), donc nous sommes toujours obligés d'observer spectroscopiquement les candidats à planète pour déceler leur masse, ce qui posse d'autres contraintes car on ne peut pas tirer d'information ni des étoiles trop actives ni des étoiles trop faibles. Cependant, l'observation de transits donne deux informations essentielles : l'inclination de l'orbite, ce qui permet d'obtenir la masse sans l'incertitude de l'angle de projection sur le plan du ciel ; et le rayon de la planète, qui nous apporte la densité de l'objet et donc des indices sur sa structure interne. Ensuite, on peut faire des observations directes de l'atmosphère de la planète soit par absorption soit par réflexion de la lumière de l'étoile ce qui nous permet de faire des analyses très intéressantes si bien non pas trop précis aujourd'hui : voir Burrows et al. (2008a) et les références y incluses ; Charbonneau et al. (2002) pour la première détection de sodium dans l'atmosphère d'une planète, Tinetti et al. (2007) pour l'eau ou Swain et al. (2008) pour le méthane et d'autres espèces (Vidal-Madjar

et al. 2004) ; Harrington et al. (2006); Knutson et al. (2007) offrent des analyses de la lumière émise ; voir aussi Burrows et al. (2008b) et les références y incluses pour les études de l'albedo des exoplanètes. L'étude des exoplanètes en transit se révèle passionant et même si ces détections sont à la limite de nos possibilités, les scientifiques réussissent à produire pas mal d'articles sur le sujet. Et cela ne s'arrête pas ici car on veut bientôt atteindre les planètes de taille terrestre ; ceux qui ont besoin de nouveaux instruments, dont les coronographes, et qui nous offriront finalement la possibilité de savoir si nous sommes seuls ou pas dans la galaxie.

## 4.2 Chez CoRoT

La mission CoRoT est accompagnée d'un vocabulaire spécifique qui est aussi courant pour les scientifiques impliqués qu'incompréhensible pour les extérieurs au projet. C'est peut être une liste trop courte pour en faire un glossaire, mais une petite explication est nécessaire pour comprendre la suite.

CoRoT est un projet spatial dont le **PI** (la chercheuse principale ou responsable de la mission) est Annie Baglin, du LESIA, à l'Observatoire de Paris. La politique scientifique de la mission prevoit une période d'une année d'utilisation exclusive des données par les **CoIs** (chercheurs associés), après ce délai l'infromation est rendue publique.

Dans l'article de Boisnard & Auvergne (2006) ou encore dans celui plus récent de Barge et al. (2008b) il y a un description détaillée de la mission que l'on ne va pas répéter ici, mais il faut toutefois décrire certains concepts fondamentaux. CoRoT est un télescope afocal avec une pupille d'entrée de 27 cm de diamètre. Son orbite est polaire, à une hauteur entre 800 et 900 km ce qui donne une période de 1 heure et 43 minutes environ. Le satellite peut regarder dans la même direction du ciel pendant une demi année ; passé ce temps, le soleil commence à entrer dans le champ de vision du télescope et il est nécessaire de le retourner. Les zones d'observation, **CoRoT eyes**, ont été choisies dans les directions du centre et de l'anticentre galactique. Le programme d'observation est complètement fixé par ces contraintes de l'orbite et on divise les temps d'observation dans un intervalle de 150 jours, les **long run**, suivis ou précédés d'un intervalle de 20 jours, les **short runs**, avant de retourner le satellite et regarder dans la direction opposée. Il y a eu un seul **initial run** de 60 jours au début de la mission.

CoRoT a quatre CCDs de 2048 fois 2048 pixels[1] ; deux sont dédiés à la recherche d'exoplanètes et les deux autres aux études sismologiques : on parle des voies **exo** et **sismo** respectivement. Dans la voie exo on recherche

[1] en fait, ce n'est pas tout à fait vrai car ce sont des CCDs à transfert de trame : chacun a 2048 fois 4096 pixels. Une moitié de chaque CCD est dédiée à l'observation et lorsque l'observation est terminée, l'information est transférée immédiatement à l'autre moitié, où la lecture est réalisée tandis que les observations reprennent dans la première moitié.

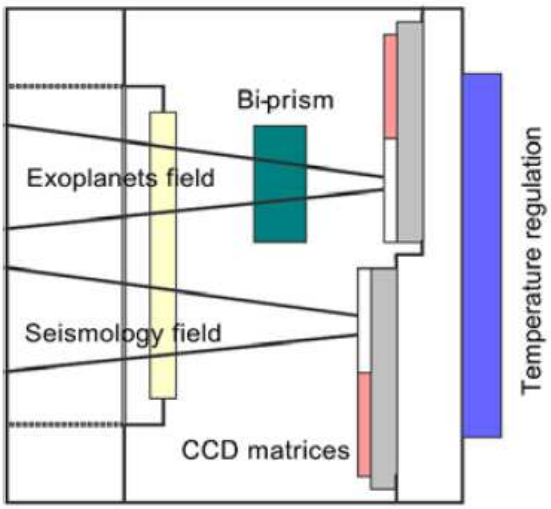



**Figure 4.** The two scientific channels inside the focal block

**Fig. 4.2** – Figure extraite de l'article de Barge et al. (2008b). Le plan focal de CoRoT avec les CCDs du voie sismo, décalés pour défocaliser l'image et empêcher sa saturation, et ceux de la voie exo, précédés d'un prisme qui disperse la lumière.

des transits, mais on a besoin des observations complémentaires, le **follow-up** (ou FU tout court) pour mesurer la masse des candidats à planète et réjeter les binaires de fond, les **bgb** ; ou les **grb**, les binaires dont l'inclination de l'orbite est telle que dans les éclipses il n'y a qu'une petite fraction de la surface de l'étoile primaire cachée ; ou encore les binaires dans des systèmes triples ou quadruples (Pont et al. 2005).

En continuant avec les CCDs, ceux de la voie sismo sont défocalisés pour empêcher la saturation de l'image des étoiles brillantes et ceux de la voie exo sont précédés d'un prisme qui disperse la lumière (voir figure 4.2). L'idée est de distinguer les transits, qui sont achromatiques, d'autres phénomènes comme ceux produites par l'activité stellaire, qui sont plutôt chromatiques.

Cependant, CoRoT n'a pas la capacité de transfert de données nécessaire pour transmettre des images au centre de contrôle, donc la photométrie est réalisé à bord avec des **masques** (Llebaria & Guterman 2006). En bref, la lumière de chaque étoile de la voie exo est dispersée sur un ensemble de pixels qu l'on appelle masque. Pour chaque étoile, en fonction de sa luminosité, sa température, sa position dans le CCD et en fonction des étoiles qui l'entourent, on applique un masque : une région du CCD dont on calcule à bord la photométrie. On peut définir des masques chromatiques pour ces

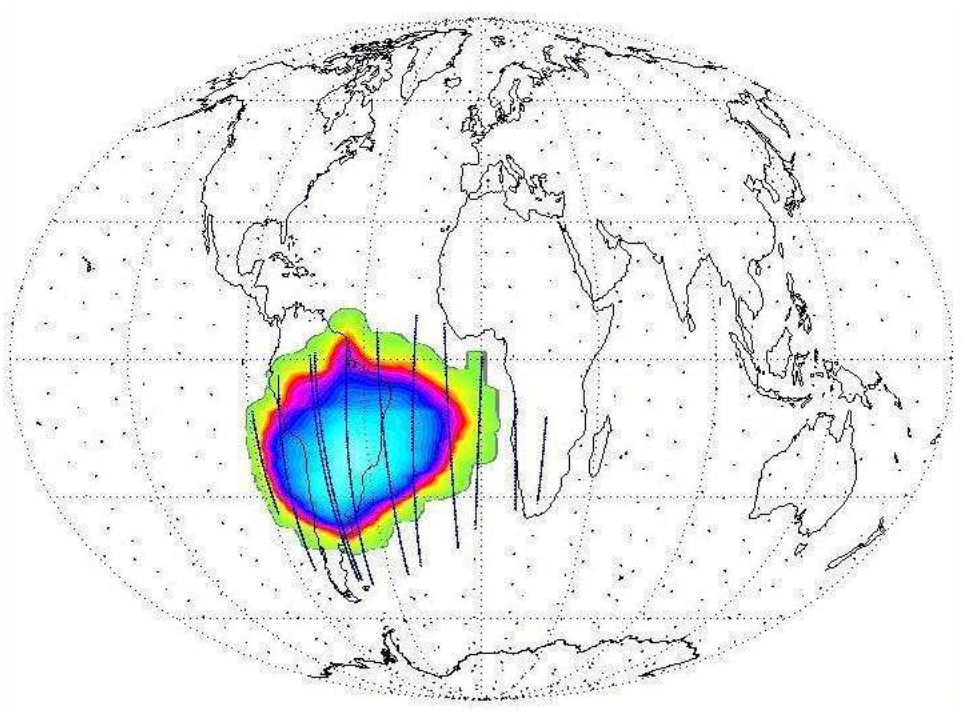


**Fig. 4.3** – L'anomalie de l'Atlantique Sud tel qu'elle a été cartographiée par CoRoT (source : CNES).

étoiles où on a assez de lumière pour définir trois sous-régions séparées que l'on appelle arbitrairement[2] *red*, *green* et *blue* ; ces masques donneront lieu aux courbes **CHR**. Mais pour les étoiles faibles où l'on ne peut pas faire cette division on applique des masques achromatiques qui produiront des courbes **MON**. Dans chaque CCD on peut placer jusqu'à 5000 masques CHR et jusqu'à 1000 masques MON. Le temps d'exposition dans la voie exo est de 512 secondes, mais on peut sur-échantilloner un certain nombre de masques à 32 secondes s'il se trouve qu'elles se correspondent avec des candidats intéressants ; de sorte que l'on puisse mieux étudier l'immersion et l'émersion des transits, par exemple. La date julienne de CoRoT (**CoRoT Julian date**) est le moment de l'observation en jours à partir du 1 Janvier 2000 à 12h00 : donc JD 2451545.0.

Les étoiles dans le champ de vue de CoRoT sont identifiés par deux étiquettes : la **CoRoT-id** et la **win-id**. La première est un numèro de dix chiffres (du genre 0102890318) et la deuxième est composée du nombre du run (LR pour les *long run*, SR pour les *short run* et IR pour *l'initial run*), une lettre "a" ou "c" qui désigne si les observations ont été prises dans la di-

[2]car elles n'ont pas aucun rapport avec des filtres photométriques.

rection de l'anticentre ou le centre galactique plus le nombre consécutif d'observation ; ensuite le numéro du CCD (E1 ou E2[3]) ; et finalement un chiffre clé de 4 positions qui identifie le masque. Par example : IRa01_E2_1126 est la courbe du premier *initial run* dans la direction de l'anticentre galactique enregistrée dans le deuxième CCD exo dont le numéro qui l'identifie est 1126 (en court, c'est CoRoT-exo-1b).

On a dit que la stratégie d'observation de CoRoT est complètement determinée par les contraintes de son orbite polaire. Un des restrictions les plus importantes est l'anomalie de l'Atlantique Sud [4], **SAA** dans ses initiales anglaises. Les passages du satellite par cette zone sont accompagnés d'une forte augmentation du flux de rayons cosmiques qui rend inservibles les observations ; c'est ainsi que ces passages sont balisés par le centre de contrôle pour que les scientifiques ne tiennent pas compte du flux y recueilli.

## 4.3 Les données

Le satellite CoRoT produit des courbes de lumière qui seront analyses par les astronomes. Or, les scientifiques ne reçoivent pas les données brutes, mais dans un format appelé "N2" ; ce sont des données traitées pour éliminer la contribution instrumentale au bruit du signal. De plus, ils sont fournis aux chercheurs dans un format FITS[5] avec toute l'information utile dont ils ont besoin : date julienne héliocentrique, flux, corrections, balises[6], ainsi que les principaux caractéristiques de l'étoile observée extraites de la base de données Exodat (Meunier et al. 2007).

Dans la mission il y a trois niveaux différents de données : N0, N1 et N2. En principe, N0 ce sont les données brutes ; N1 sont corrigées des effets instrumentaux et du signal de fond[7] et N2 devraient être les données propres et bien coiffées : prêtes à utiliser. Aujourd'hui, malheureusement, les données N2 sont les mêmes que les données N1 et la correction de "jitter" est faite seulement dans les courbes CHR, non pas dans les MON.

Je ne veux pas recopier ce qui est expliqué dans Samadi et al. (2006) sur les corrections photométriques réalisés aux courbes, mais on peut dire en sorte de résumée qu'il y a une série de processus complexes qui séparent les effets instrumentaux du signal scientifique. Un des effets les plus compliqués est celui du "jitter", dont la définition anglaise est : *to make small quick jumpy movements ;* ce sont des effets de dépointage. Pour des causes

[3] en fait, il faudrait inclure les lettres R ou L pour les moitiés droite ou gauche du CCD, et donc on aurait E1L, E1R...

[4] lire `http://www.cnes.fr/web/5709-corot-cerne-les-contours-de-lanomalie-de-latlantique-sud.php`

[5] *Flexible Image Transport System ;* voir `http://fits.gsfc.nasa.gov`

[6] pour les données qui ne sont pas valides, comme celles enregistrés pendant le passage du satellite sur l'anomalie de l'Atlantique Sud (SAA).

[7] aujourd'hui le fond calculé est le même pour toutes les étoiles du champ : la médiane des 200 "background windows".

diverses (pointage, différence de temperature, petits lutins méchants...) la position de la PSF de l'étoile peut se déplacer par rapport au CCD ce qui provoque un changement de la distribution de la lumière dans le masque. La photométrie est réalisée à bord, donc on ne mesure qu'un brève diminution de flux momentanée dans un instant donnée. Cependant, ces effets se révèlent plus complexes et récalcitrants que prevu, comme on expliquera dans la section 4.5.

Les données N1 sont analysées chaque semaine par le "Alarm Mode" qui décide quelles étoiles doivent être échantillonnées à la cadence de 32s parce qu'elles montrent des transits ou d'autres caractéristiques intéressantes. Ils ont l'avantage du gain de temps par rapport aux autres Co-I qui doivent attendre que le "run" soit fini, mais par contre ils ont accès à des données de moindre qualité que les N2 ; les données ainsi analysées sont envoyées immédiatement au FU pour réaliser les premières mesures pendant que le champ reste observable.

## 4.4 Le pipeline

Voici une vision générale du traitement de données pour chaque courbe :

1. on extrait du ficher .fits les propriétés physiques de l'étoile tirées de la base de données Exodat[8] : température de couleur, magnitudes V et B, win-id...
2. on lit dans le fichier les données de temps et flux reçus. On ne tient pas compte des points balisés comme invalides par les différents raisons décrites dans le *N2 Data Description* ;[9] ;
3. si la courbe a été sur-échantillonnée, on la réchantillonne à la fréquence de 512 secondes. En principe, le filtrage ne dépend pas de l'échantillonnage, mais le temps de calcul augmente considérablement et la détection se voit affecté parce que le rapport signal sur bruit est plus faible. Il vaut mieux réchantillonner et plus tard, si l'on a besoin de caractériser le transit ou de chercher des variations de chronométrage, on peut récupérer la courbe avec son échantillonnage originel ;
4. filtrage (voir section 4.5) :
   - on enlève les rayons cosmiques ;
   - on filtre les variations périodiques entre 0.1 et 0.5 jours ainsi que à la période orbitale de CoRoT ;
   - on enlève la "pluie" ;
   - on soustrait la variabilité stellaire ;
   - on élimine les pixels chauds ;
5. recherche de transits dans le signal filtré ;

[8] `http://lamwws.oamp.fr/exodat`
[9] chez `http://idoc-corot.ias.u-psud.fr`

6. caractérisation des transits trouvés et classification automatique de la courbe : candidat planétaire, étoile binaire ou rien trouvé.

## 4.5 Le filtrage

### 4.5.1 Considérations préalables

L'observation depuis l'espace subit d'une façon très attenué les limitations des observations depuis le sol : le rapport cyclique[10], la précision photométrique et le faible nombre d'étoiles observées (Brown 2003). Cependant, il y a deux nouveaux effets à tenir en compte : les rayons cosmiques et la variabilité stellaire, qui est assez bien connue pour le Soleil, mais dont on ne sait presque rien pour les étoiles avec périodes de rotation plus grandes que 10 jours ; parce que l'amplitude de leur variation est plus faible que la limite de détection (Lanza et al. 2006).

Les rayons cosmiques affectent plus intensément les signaux enregistrés depuis l'espace car on n'a pas la couche protectrice de l'atmosphère. En outre, l'orbite basse de CoRoT lui fait traverser l'anomalie de l'Atlantique Sud (SAA) dont le flux de particules est nettement supérieur à la moyenne. Les passages du satellite par la SAA sont balisés par le pipeline CoRoT, donc la méthode ici décrite n'y est pas concerné ; mais il y en a d'autres rayons cosmiques qui parviennent au CCD et qui laissent une signature repérable.

Il y a plusieurs études sur la modélisation de la variabilité stellaire, Aigrain et al. (2004); Lanza et al. (2003, 2004), celui que l'on vient de citer (Lanza et al. 2006) et ceux qui on servi pour préparer le premier CoRoT "blind test" (Moutou et al. 2005). Dans le contexte de CoRoT, l'idée était de simuler la variabilité pour pouvoir valider ensuite les méthodes de détection (Defaÿ et al. 2001). Toutefois, les outils développées dans cette thèse ne vont pas dans la direction de la simulation de la variabilité, mais dans son filtrage.

La première idée qui nous vient dans la tête si l'on parle du filtrage c'est la transformée de Fourier. Or, cette méthode entraîne beaucoup de difficultés (voir Foster 1995 pour quelques conseils ou pistes, comme Scargle 1982 ; et sur ce dernier ne manque pas d'intérêt Press & Rybicki 1989). En effet la transformée de Fourier c'est un outil extrêmement utile en mathématiques et en physique, mais elle ne peut s'appliquer que sur des fonctions de carrée intégrable[11] ; pourtant, le signal photométrique mesuré par un satellite ne l'est pas. En fait, ce signal n'est pas une fonction, c'est plutôt une distribution :

$$f(x) = \begin{cases} f_i, & x = t_i \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{4.1}$$

[10] *duty cyle.*

[11] pas tout à fait vrai, mais être rigoureux dans le domaine des applications complexes est difficile ; disons que le domaine le plus utile en physique est l'espace des fonctions de carrée intégrable.

où les points $t_i$ sont ceux ou l'on a mesuré le flux $f_i$ ; la série des points $t_i$ est idéellement équiespaciée, mais dans la réalité ce n'est pas vrai non plus. Cette fonction n'est pas intégrable Riemann, il faut utiliser l'intégrale Lebesgue ; mais la fonction n'est différente de zéro que dans un intervalle de mesure nulle, donc la valeur de l'intégrale est nulle. On peut utiliser une autre définition que l'on reprendra plus tard :

$$f(x) = \begin{cases} f_i, & t_i < x \leq t_{i+1} \\ 0, & \text{ailleurs} \end{cases} \tag{4.2}$$

cette fonction est intégrable Riemann, mais elle n'est pas continue. Alors, quand on fait un développement en série de Fourier d'une fonction discontinue, la convergence de la série dans la discontinuité est vers la moyenne des valeurs de la fonction à chaque côté de la discontinuité[12] ; ce qui donne lieu au bien connu phénomène de Gibbs. On pourrait interpoler notre signal d'une façon plus ou moins compliquée, mais interpoler le signal, qui est la seule information physique dont on dispose, est ouvrir la boîte de Pandore : on risque libérer des monstres. Finalement, l'analyse de Fourier déforme les transits, car l'entrée et la sortie de la planète devant le disque de l'étoile est un phénomène relativement brusque.

Je ne veux pas du tout desservir la transformée de Fourier comme méthode de filtrage des données, je n'oserai pas, par ailleurs ; elle accompli sa mission malgré ses limitations, comme n'importe quelle autre méthode. En plus, dans le domaine de CoRoT, d'autres équipes ont choisi le filtrage de Fourier, y compris l'algorithme "match filter," avec succès. Voir Moutou et al. (2005, 2007) pour avoir une vue d'ensemble sur ce qui a été fait dans le "blind test" de CoRoT par les différents équipes ; Aigrain (2005); Carpano et al. (2003) avec les références y comprises pour une discussion des méthodes de filtrage et détection du type "match filter" et Jenkins (2002) pour l'analyse des "ondelettes"[13] que je n'ai pas eu le temps d'implementer mais qui semble très intéressant. Cependant, j'ai assez d'éléments pour préférer une autre approximation et en outre j'ai été séduit par la méthode des moindres carrées ; mais non pas comme une façon alternative de calculer la transformée de Fourier, comme le filtrage proposé par Aigrain (2005) ou l'algorithme SysRem (Tamuz et al. 2005) qui décompose le signal en somme d'une série de sinus et cosinus, mais comme la méthode qui crée un filtrage adapté à chaque courbe.

### 4.5.2 Les rayons cosmiques

Les rayons cosmiques sont un flux de particules de haute énergie, principalement des protons. Dans les courbes de lumière, les rayons cosmiques

[12] par le théorème de Dirichtlet.
[13] *wavelets*.

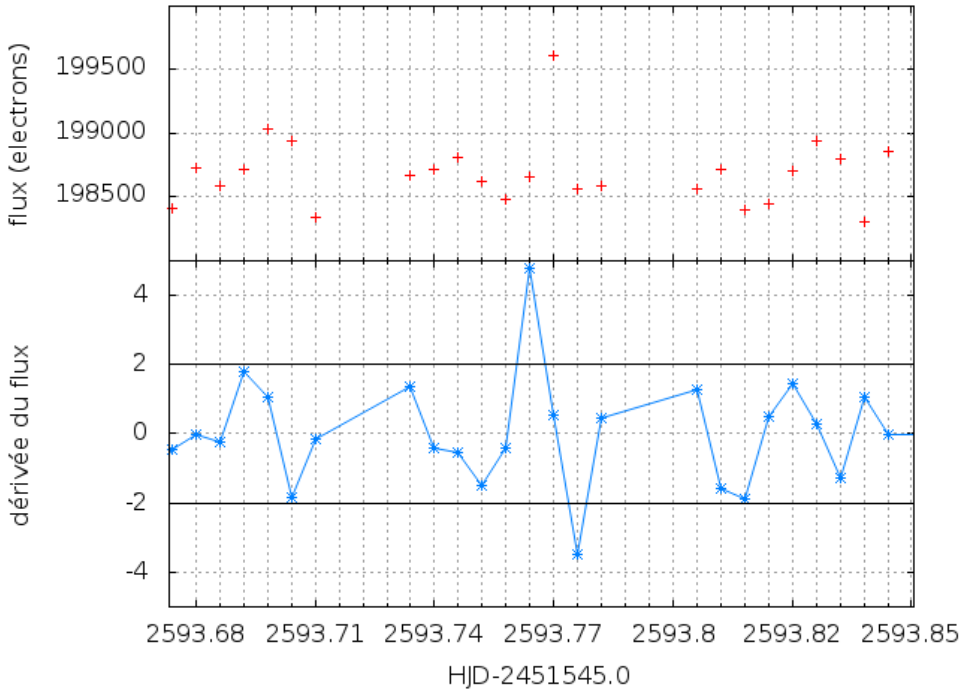



**Fig. 4.4** – La dérivée du flux est l'outil qui trouve les rayons cosmiques. Suivre l'explication dans le texte.

apparaissent comme des points isolés avec un flux nettement supérieur aux points qui les entourent ; pour cette raison on les appelle des déviations[14] et le pipeline de CoRoT, qui est plutôt conservateur pour limiter les possibles pertes d'information, balise les plus importants.

La détection des rayons cosmiques est relativement facile car ils déposent une quantité importante d'énergie dans un intervalle de temps plus petit que la résolution temporelle de CoRoT (512s) ; ce qui donne lieu à une discontinuité dans la dérivée de la fonction flux. La dérivée du flux a l'expression suivante, correcte à l'ordre 4 :

$$\frac{df(x_i)}{dt} = \frac{8\,[f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})] - [f(x_{i+2}) - f(x_{i-2})]}{12\Delta t} \tag{4.3}$$

où l'on fait l'approximation que tous les points mesurées sont équidistantes d'un intervalle $\Delta t$ ; ce qui n'est pas vrai s'il y a des trous dans le signal, mais ce n'est pas une approximation très forte dans notre contexte car l'échantillonage est bien plus petit que la période caractéristique d'évolution de la courbe. Il faut utiliser cette approximation à l'ordre 4 pour réduire le

[14] *outliers.*

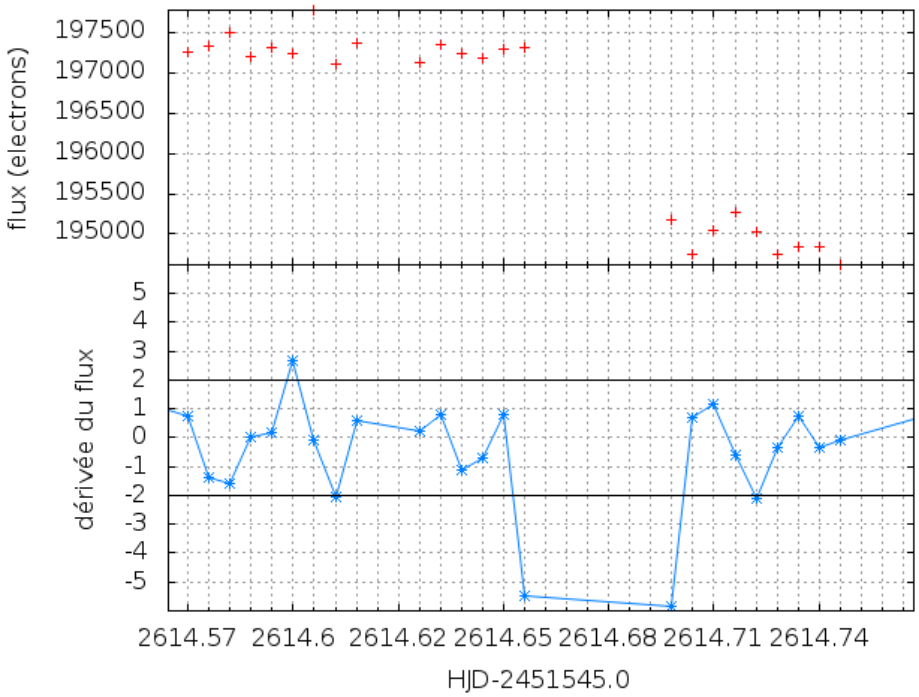



**Fig. 4.5** – Le signal provoqué par un transit est différent de celui produit par un rayon cosmique (comparer avec la figure 4.4). Ici, l'immersion est très brusque car elle se produit pendant que le satellite se trouve dans la SAA : c'est dans cette situation que le risque de filtrer des transits comme si c'étaient des rayons cosmiques est plus élevé.

poids statistique de la contribution aléatoire du bruit de photons au signal : le risque étant de filtrer l'entrée ou la sortie des transits qui produisent aussi des discontinuités dans la dérivée, mais de différente nature (voir la figure 4.5).

Dans la figure 4.4 on voit le signal produit dans la dérivée du flux par le rayon cosmique qui se trouve à $t = 2593.77$ jours. Dans la moitié en dessus on voit, en rouge, le flux en électrons mesuré par CoRoT. Dans la moitié en dessous, en bleu, la dérivée du flux calculée avec la rélation 4.3 moins la moyenne de la dérivée divisée par l'écart typique :

$$\frac{df - \langle df \rangle}{\sigma_{df}}.$$

La plupart des points de la dérivée se trouvent à une distance inférieure à 2 fois l'écart typique par rapport à la moyenne. Le rayon cosmique, ayant une valeur considérablement supérieure au flux moyen local, provoque que la dérivée du flux du point précédant soit plus de 2 fois $\sigma$ en dessus de la

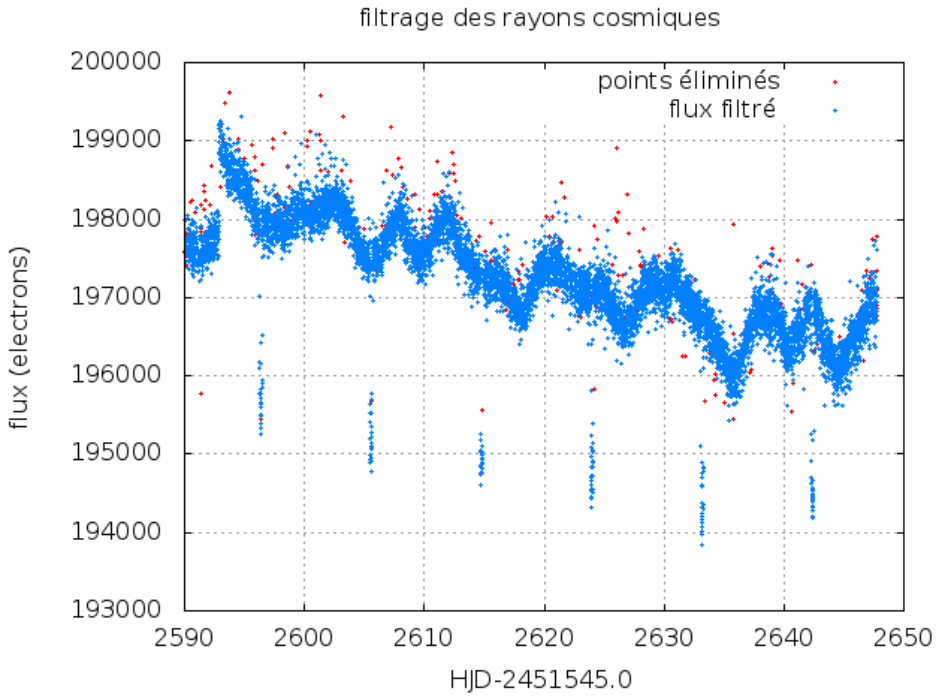



**Fig. 4.6** – Exemple du filtrage des rayons cosmiques.

moyenne et en même temps la dérivée du point suivant soit plus de 2 fois $\sigma$ en dessous de la moyenne.

A son tour, un transit provoque un autre type de discontinuité dans la dérivée, mais de nature différente (voir figure 4.5). On peut éviter de filtrer les transits et aussi de sur-filtrer des points des zones bruitées avec une condition restrictive pour définir un rayon cosmique ; on en aura un au point $i$ si :

1. la valeur absolue de la dérivée du flux dans le point $i$ s'écarte moins de 2 fois $\sigma$ de la moyenne ;
2. la dérivée dans le point $i-1$ s'écarte plus de deux fois $\sigma$ en dessus de la moyenne et celle du point $i+1$ s'écarte plus de deux fois $\sigma$ en dessous de la moyenne ;
3. la valeur absolue de la dérivée dans les points $i-2$ et $i+2$ s'écarte moins de deux fois $\sigma$ de la moyenne.

Cette condition un peu complexe nous permet de filtrer la plupart des points déviés de la courbe sans filtrer les transits, qui provoquent un signal différent, même si l'on a mal échantillonné l'entrée ou la sortie à cause d'un des trous qui existent dans la série des données. On a un exemple du filtrage dans la figure 4.6.

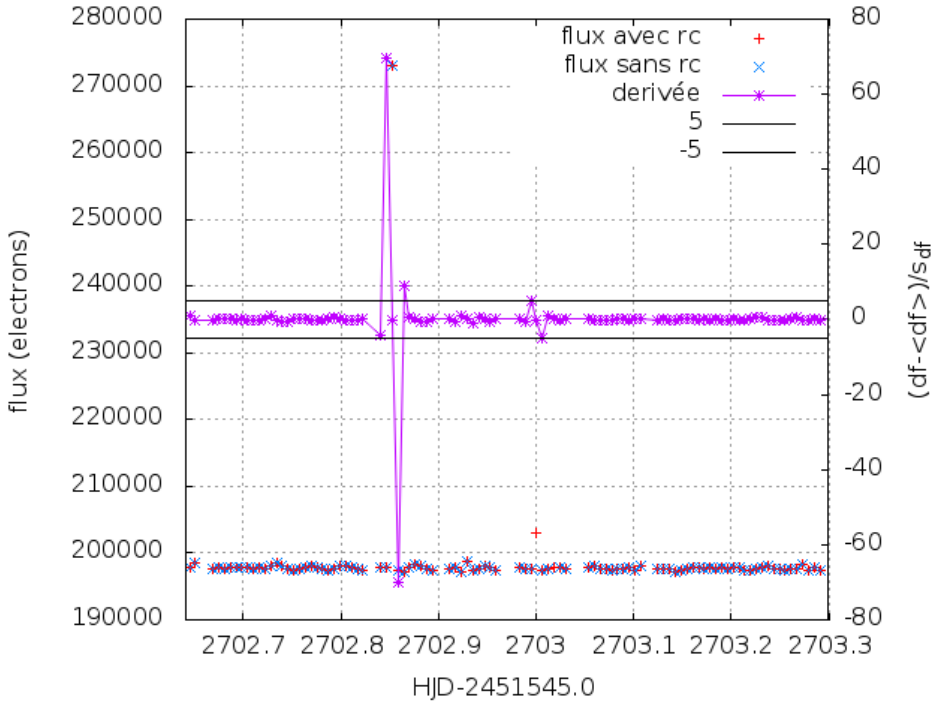



**Fig. 4.7** – rayons cosmiques d'intensité exceptionnelle.

### 4.5.3 Les rayons cosmiques le mois de juin de 2008

Le pipeline officiel de CoRoT qui produit les données N2 marque les "outliers" avec l'étiquette "OVER=1". Cependant, il a été découvert que l'entrée et la sortie des transits est parfois marquée à tort comme "OVER=1". Il est bien plus gênant pour la caractérisation et pour la découverte de transits de sous-échantillonner un transit que de laisser passer un rayon cosmique dans les données ; donc au LUTh on a décidé de ne pas prendre en compte la classification "OVER=1" et de faire notre propre filtrage de rayons cosmiques.

Toutefois, ce filtrage ne peut pas être identique à celui décrit dans la section 4.5.2 ; la raison est très simple : pas mal des points marquées comme "OVER=1" sont des vrais "outliers", parfois très violents, comme celui que l'on peut voir dans la figure 4.7, qui est un 10% en dessus de la valeur moyenne de la courbe. Un tel rayon cosmique provoque une forte perturbation dans la dérivée du flux qui peut être bien plus grande que 5 fois l'écart typique dans les points antérieurs et postérieurs. Avec la condition décrite dans la section 4.5.2 un tel rayon cosmique ne serait pas filtré parce que ni le point i-2 ni le point i+2 s'écartent moins de 5 fois (n'en parlons plus de 2 fois) l'écart typique par rapport à la moyenne. Il faut alors une dérivée

d'ordre 1 :

$$\frac{df(x_i)}{dt} = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})}{t_{x+1} - t_{x-1}}$$

où cette fois-ci on a inclut le temps pour prendre en compte que tous les points ne sont pas équidistants ; cette précaution protège un peu mieux les transits s'ils sont affectées par des trous dans les données. La condition pour éliminer le point $i$ sera cette fois :

1. la dérivée dans le point $i-1$ s'écarte plus de dix fois $\sigma_{90\%}$ en dessus de la moyenne et celle du point $i+1$ s'écarte plus de dix fois $\sigma_{90\%}$ en dessous de la moyenne simultanément ;
2. la dérivée dans le point $i-1$ ou la dérivée dans le point $i+1$ s'écarte plus de vingt fois $\sigma_{90\%}$ par rapport à la moyenne ;

De cette façon on élimine les rayons cosmiques vraiment violents qui affectent non pas seulement le flux au moment ou ils sont tombées, mais le flux au point suivants. On n'a pas utilisé l'écart typique habituel $\sigma$ ; les points vraiment violents ont un flux si important que même s'ils ne sont pas très nombreux (0.1%) ils affectent considérablement le calcul de l'écart type. On a décidé d'ignorer cet effet en calculant $\sigma_{90\%}$ comme l'écart typique du 90% des points plus proches de la moyenne.

Avec cette procédure on a éliminé les rayons cosmiques les plus violents, mais il nous reste un résidu de rayons cosmiques moyens que la méthode de la section 4.5.2 a failli à filtrer par la raison montrée dans la figure 4.7 : ils sont encore un peu trop violents. Mais cette fois, l'approximation de la section 4.5.2 pour la dérivée est plus recommandable car elle protège mieux les transits. Ce qu'il faut faire c'est d'abord filtrer avec le seuil à cinq fois l'écart type et ensuite filtrer encore une fois avec le seuil a trois fois l'écart type. On ne redescend à 2 fois $\sigma$ car avec les filtrages précédents on a déjà enlevé les rayons cosmiques les plus importantes et il est préférable de faire un filtrage plus conservatif.

### 4.5.4 Les oscillations

Le filtrage des oscillations se divise en deux parties. D'abord, pour toutes les courbes, on filtre la période orbitale du satellite. Ensuite, on filtre les courbes des étoiles dont on trouve des pulsations avec des périodes entre 0.1 et 0.5 jours.

L'amplitude des perturbations synchronisés avec l'orbite du satellite varient dans le temps. Pour les filtrer, on divise la courbe en intervalles de 10 jours et dans chaque tranche on plie la courbe à la période orbitale et on soustrait la courbe pliée. Pour les pulsations, on plie toute la courbe à la période de la pulsation et on soustrait la courbe pliée.

On trouve pas mal d'étoiles pulsantes dans le champ de CoRoT (Karoff et al. 2007) et celles des fréquences plus hautes nuisent à la détection des

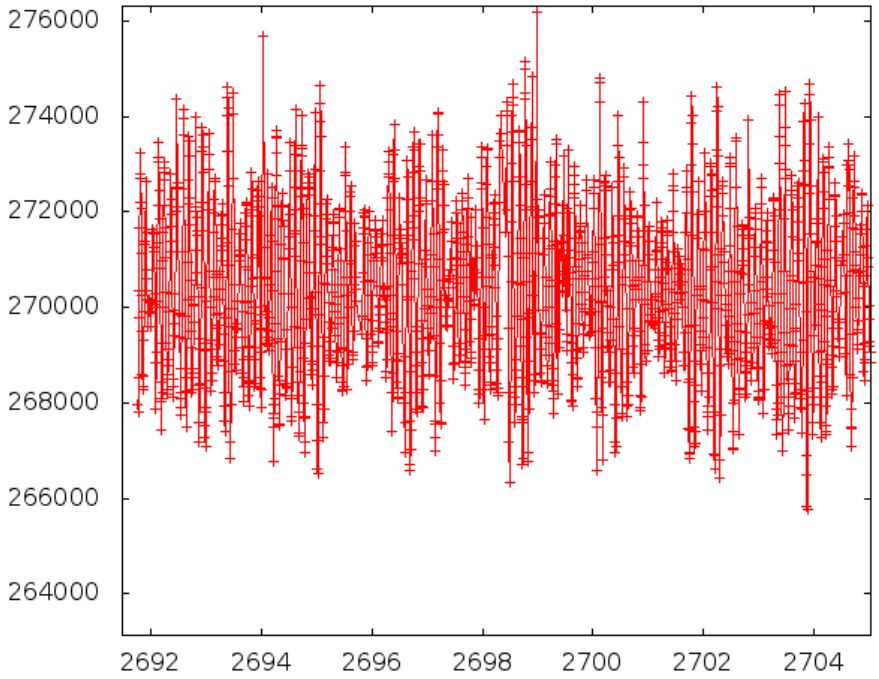



**Fig. 4.8** – Détail de la courbe de lumière d'une étoile variable. Suivre l'explication dans le texte.

transits. En même temps, ce sont des variations très régulières (pour une description des différents types de variables, lire Sterken & Jaschek 1996) que l'on peut caractériser facilement avec un nombre réduit de paramètres.

En fait, c'est plus compliqué que cela parce que parfois il y a des étoiles qui pulsent avec deux fréquences caractéristiques à des périodes très différentes. Ensuite, la méthode utilisé pour trouver ces périodes est l'analyse de Lomb-Scargle Scargle 1982 qui est très gourmand en temps de calcul lorsque l'on cherche à hautes fréquences, ce qui nous oblige à faire des économies qui portent préjudice à la précission. Par exemple, dans la figure 4.8 on a la courbe de lumière d'une étoile variable : elle a une première fréquence d'oscillation de 0.1125 jours et ensuite une deuxième pulsation qui n'est pas vraiment périodique, mais qui a une pseudo-fréquence de 1.9 jours. L'analyse de Lomb-Scargle trouve la première fréquence sans problème, mais échoue à l'heure de trouver la deuxième et donc le filtrage n'est pas parfait ; mais il suffit au moins pour nettoyer le périodogramme (voir la section 4.7) des harmoniques de l'oscillation.

On a trouvé des courbes chez CoRoT (J.M. Almenara, communication privée) dont une oscillation à courte période (0.7965 jours) peut cacher des

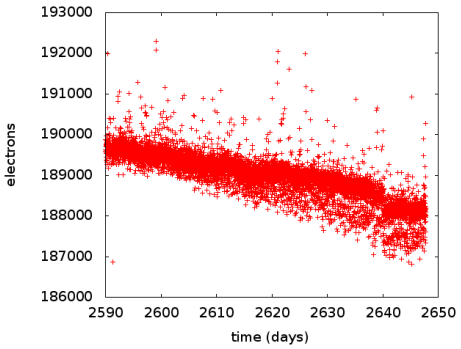



**Fig. 4.9** – Courbe du IRa01. La dispersion des points augmente avec le temps.

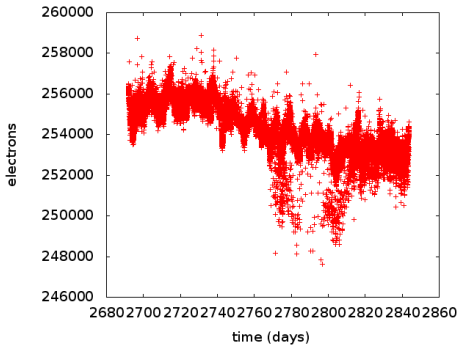



**Fig. 4.10** – Courbe du LRc01. Le niveau de bruit augmente brusquement à partir du jour 2768.42.

éclipses à une autre période (5.298 jours) ; donc cette analyse est fondamentale.

### 4.5.5 Il pleut chez CoRoT

Qu'est-ce qu'on appelle la pluie ? C'est un effet instrumental qui n'est pas filtré par la pipeline CoRoT parce qu'il n'est pas bien compris. Probablement c'est lié a des mouvements du genre "jitter" dans lesquels une partie de la lumière de l'étoile sort du masque pendant un court intervalle de temps pour revenir ensuite. La pluie commence a tomber un peu après la moitié du run dans le IRa01 et le LRc01 (voir figures 4.9 et 4.10).

Ce phénomène est très evident seulement dans certaines courbes, mais il est présent dans tout le "run". Pour le mettre en évidence, il faut regarder de près les courbes. Dans la figure 4.11 on compare 5 courbes du LRc01 (d'en bas en haut) : E1 5566 (la courbe de la figure 4.10), E1 5027, E1 3133, E2 3601 et E1 0523 (CoRoT-exo-3b, voir 4.34). La courbe E1 5566 montre les variations les plus grandes qui sont à peu près à la période orbitale du satellite CoRoT ce qui nous oblige à leur attribuer une origine instrumentale. Dans l'image à gauche on observe que E1 5027 montre une variation synchronisée avec celle de la première courbe, mais avec une amplitude bien plus petite. Les autres courbes ne montrent aucune variation. Cependant, à droite E1 5566 montre toujours les variations les plus importantes tandis que E1 5027 ne montre aucune ; cette fois c'est E1 3133 qui oscille en phase avec la première. On voit donc un phénomène qui se présente dans plusieurs courbes en même temps dont l'amplitude évolue dans le temps et qui oscille en phase avec la période orbitale de CoRoT.

En regardant la figure 4.11 on aurait pu croire que ce phénomène n'était pas présent dans toutes les courbes, car par exemple E1 0523 (CoRoT-exo-

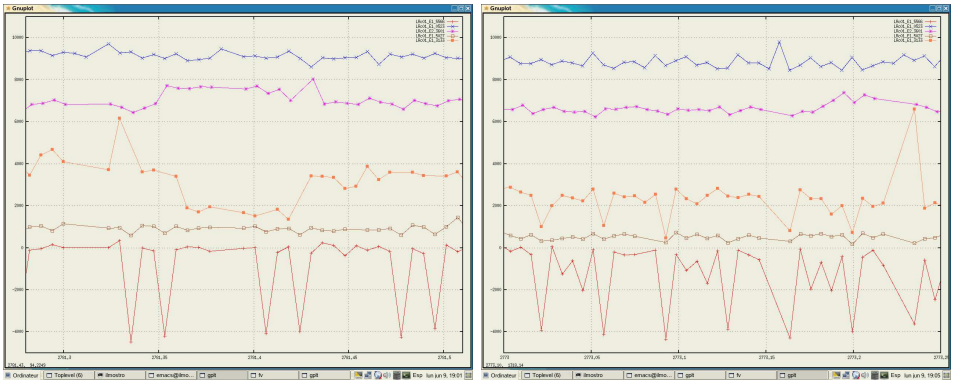


**Fig. 4.11** – Détail de la pluie dans 5 courbes du LRc01. Suivre l'explication dans le texte.

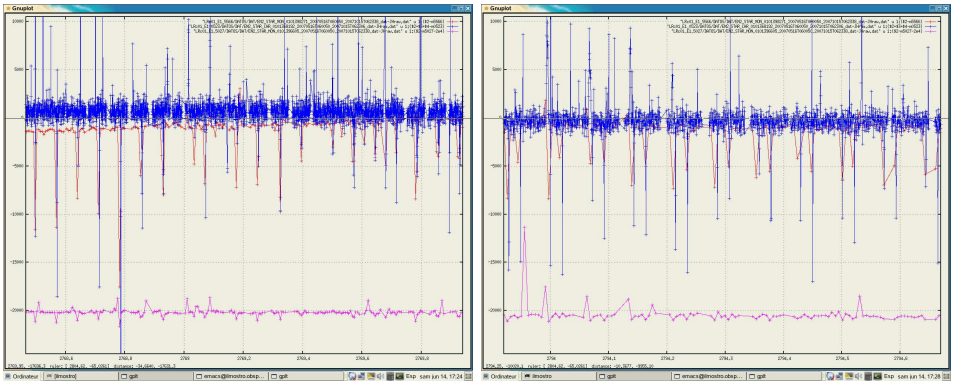


**Fig. 4.12** – Vue en détail de trois courbes du LRc01 sous la pluie. Lire l'explication dans le texte.

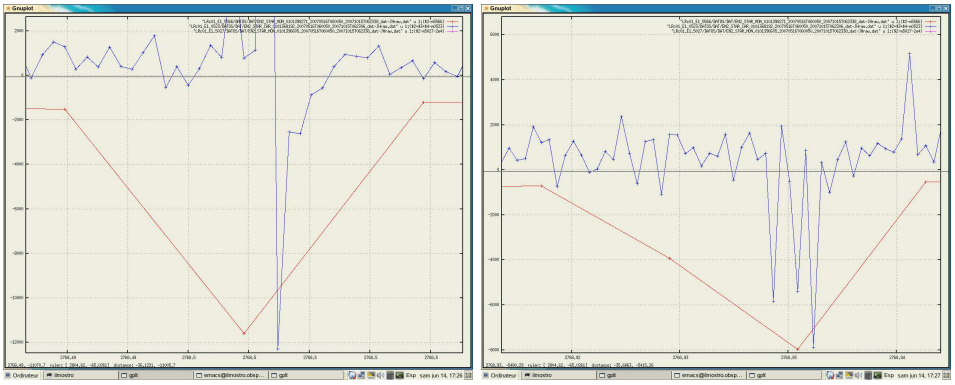


**Fig. 4.13** – Gros détail de la pluie.

3b) n'oscille pas ; mais on aurai tort. Dans la figure 4.12 on a une vue plus en détail de trois courbes : E1 5566 (celle qui montrait les oscillations les plus importantes), E1 5027 et E1 0523 échantillonnée à 32s. Les trois courbes présentent le même phénomène en phase ; ce phénomène n'était pas visible chez E1 0523 dans la figure 4.11 car le réchantillonnage efface la signature du bruit. Je n'ai pas eu le temps de vérifier les 10000 courbes car mon but est de filtrer le bruit ; malheureusement je n'ai pas eu le temps de le comprendre ; mais mon impression est qu'il s'agit d'un phénomène global qui affecte toutes courbes dans différentes mesures.

La pluie est une diminution brusque et éphémère du flux ; brusque parce qu'il n'y a pas de transition et éphémère car dans les courbes échantillonnées à 32s la pluie n'affecte qu'un seul temps chaque fois ; nécessairement son temps de vie est court, inférieur à 32s. En opposition, les pixels chauds (voir la section 4.5.7) présentent des phénomènes de transition et affectent la valeur moyenne de la courbe après son aparition. La pluie tombe presque régulièrement à chaque orbite du satellite CoRoT, mais la période n'est pas parfaitement régulière : il y a des sursauts et de périodes calmes suivies de périodes plus actives.

La morphologie de la pluie est compliquée : dans la figure 4.13 on compare très en détail les courbes E1 0523, échantillonnée à 32s, et E1 5566, échantillonnée à 512s et on voit que dans l'image à gauche la pluie tombe d'un seule fois tandis qu'à droite elle tombe en trois fois. Une autre caractéristique qui rend la pluie encore plus intéressante et qui en même temps nous offre une piste sur son origine c'est le fait que elle ne tombe pas en même temps sur les différents canaux (*red*, *green* et *blue*) et que la diminution de flux dans un instant affecté par la pluie est accompagné d'une augmentation du flux dans l'arrière-plan[15]. CoRoT dédie 200 masques au calcul de l'arrière-plan, avec ces 200 courbes on construit une seule courbe d'arrière-plan qui est utilisée pour corriger toutes les autres courbes de lumière. Dans la figure 4.14 on voit une capture d'écran avec un détail du flux de E1 0523 sous la pluie dans les canneaux rouge, vert et bleu (en noire c'est la somme des trois canneaux) : le flux diminue d'abord dans le canal bleu (du flux sort du masque) et la diminution du flux postérieure dans le canal rouge est accompagné d'une augmentation dans le canal bleu (le flux va du canal rouge au bleu, mais ne sort pas du masque) ; en dessous on a un détail de la courbe d'arrière-plan sous la pluie : le flux augmente probablement car le flux qui sort des masques des étoiles finit dans l'arrière-plan. Voici la piste. Si l'on fait attention à la quantité de flux qui réprésente la pluie, pour la courbe E1 5566 en moyenne il y a une diminution de $1.6e4$ électrons sur une valeur moyenne de $1.9e5$ ; c'est à dire 6%. Le masque de cette courbe est la numéro 175 qui ne comprend que 36 pixels ; donc chaque pixel a en moyenne $7e3$ électrons, donc il suffit que 2 ou 3 pixels sortent du masque pour avoir une

[15] *background*.

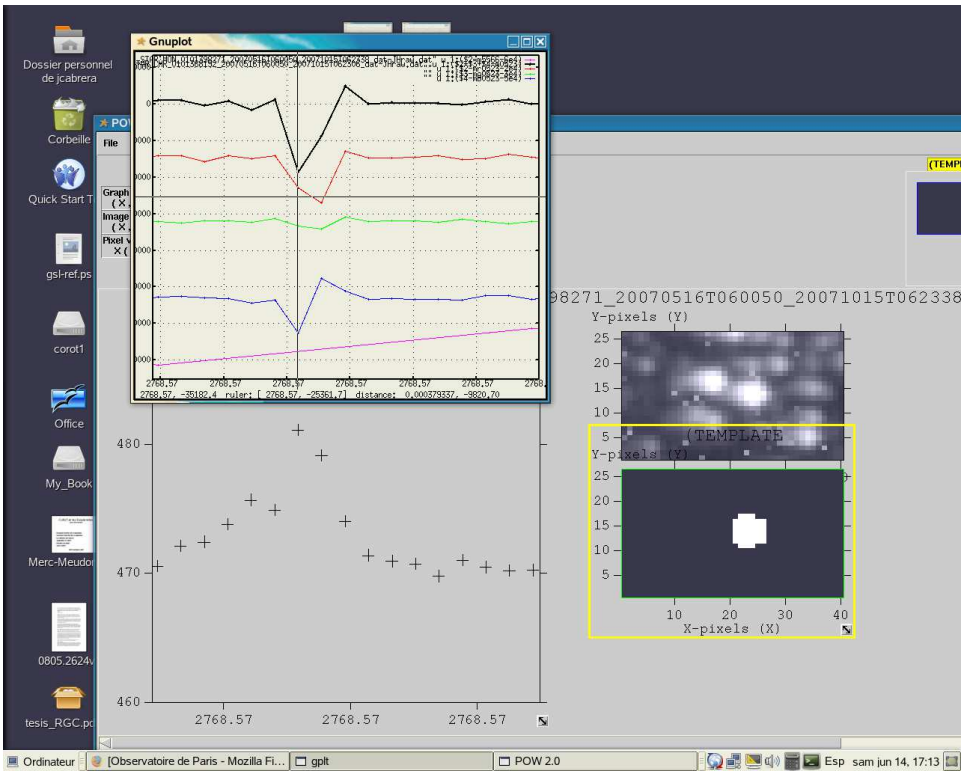



**Fig. 4.14** – Capture d'écran avec le détail de la pluie qui tombe sur E1 0523 dans les trois cannaux juste en dessus de l'image de la courbe de l'arrière-plan. Le flux qui échappe des courbes de lumière au moment de la pluie tombe sur l'arrière-plan.

diminution de flux de 6%. Le masque de la courbe E1 0523 est la numéro 13, si l'on fait le même exercice, on voit qu'il suffit qu'une poignée de pixels (moins de 5 en tout cas) sortent du masque pour provoquer la diminution de flux. On sait déjà que le flux passe d'un canal à l'autre dans un masque (voir la figure 4.15), même si la correction de jitter est présente ; mais on ne s'attendait pas à que le flux sortait du masque.

Il y a deux moyens de corriger la pluie :

1. on peut la traiter comme si c'étaient des rayons cosmiques négatifs : on calcule la dérivée comme dans la section 4.5.2 et on enlève les points $i$ dont $i-1$ s'écarte moins de deux fois $\sigma$ et le points $i+1$ plus de deux fois $\sigma$ par rapport à la moyenne (on n'a change que le signe de la dérivée) ;
2. on peut profiter que la pluie tombe en même temps sur tout le CCD ; si l'on parvient à fabriquer une liste de points affectés, on peut les enlever de toutes les courbes.

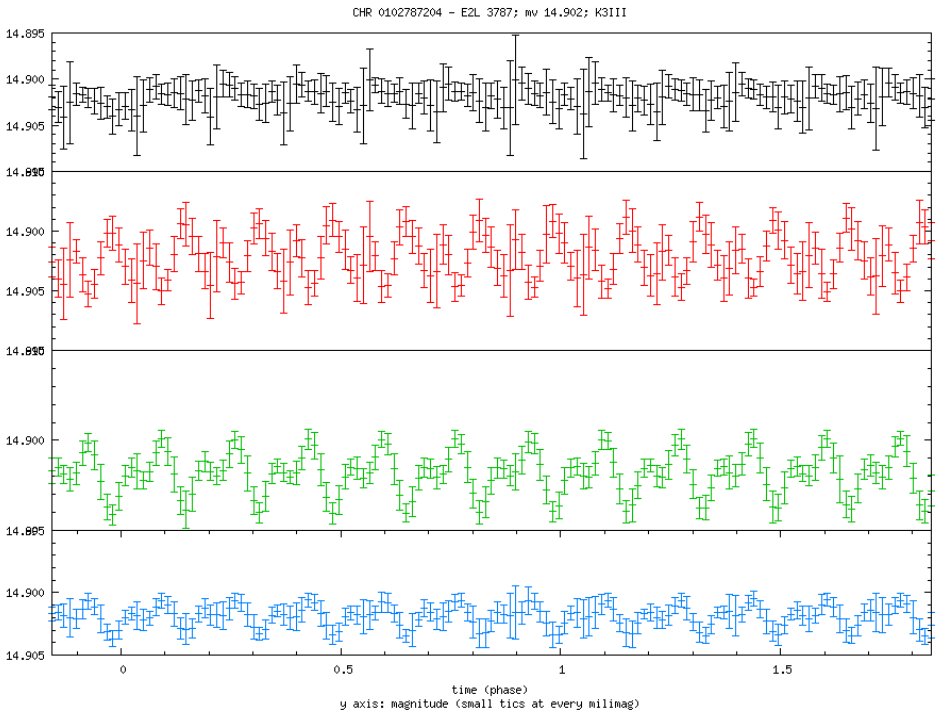



**Fig. 4.15** – Courbe de IRa01 qui montre la migration des électrons de façon périodique d'un canal à l'autre. A différence de la pluie, tout le flux reste dans le masque. La courbe est pliée à 0.8587 jours qui est 12 fois la période orbitale de CoRoT.

pour le IRa01 et le SRc01 on applique la première méthode tandis que pour LRc01 on applique les deux.

### 4.5.6 La variabilité stellaire

La méthode choisi pour filtrer la variabilité stellaire est une filtre de Savitzky-Golay comme il est décrit dans Press et al. (2002). L'idée est d'obtenir un canevas de la variation de la courbe de lumière qui tient compte de toute variation à n'importe quelle échelle qui ne soit pas un transit et ensuite filtrer cette variabilité. Faire un modèle de la courbe complète n'est pas faisable parce qu'il a des variations à des échelles très différents et alors on aura besoin d'avoir un grand nombre de termes pour ajuster la courbe à une série de fonctions quelconque. La solution est d'étudier la courbe par tranches et proposer un ajustement local dans chaque section ; l'ensemble des ajustements sera le modèle de filtrage de la courbe. Pour ne pas filtrer les transits comme s'ils n'étaient qu'une forme particulière de variabilité stellaire on tiendra compte de ses caractéristiques particulières : ses frontières

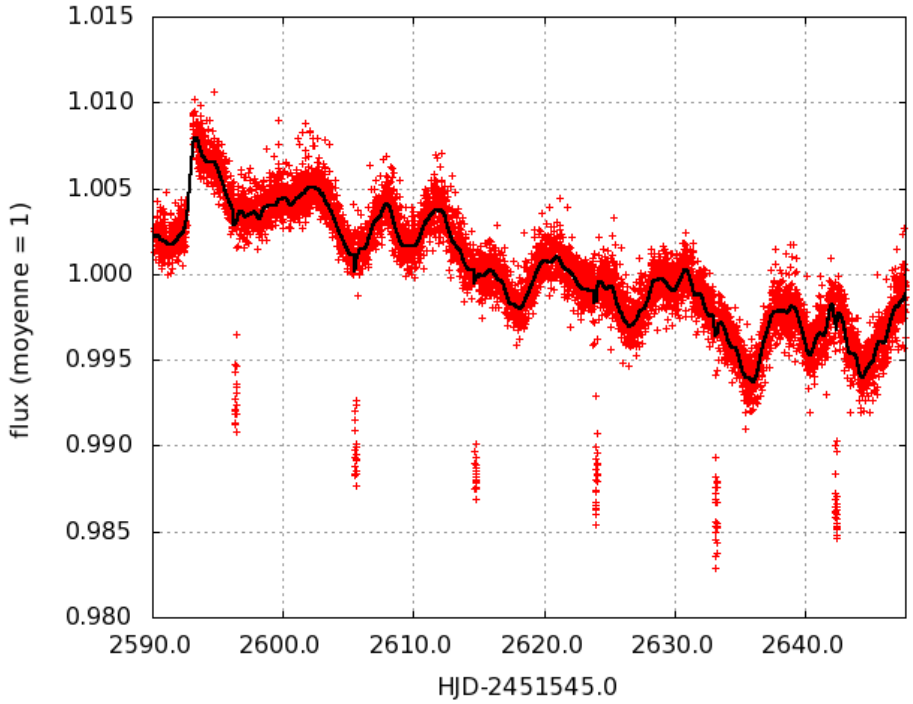



**Fig. 4.16** – Filtrage de la variabilité stellaire. Suivre l'explication dans le texte.

relativement tranchantes et sa durée, qui n'est que de quelques heures tandis que le temps de déplacement des régions actives d'une étoile est comparable à sa période de rotation (cif. 3.9).

Le filtrage automatique ne peut pas remplacer l'analyse détaillée fait à la main. Chaque courbe est différente et chacune a ses particularités spécifiques, normalement des problèmes instrumentaux qu'il faut traiter en détail ; en outre, il est très difficile d'apprendre à un logiciel de faire ce qui pour le cerveau peut apparaître comme évident. De l'autre côté, le traitement automatique doit être très rapide ; en effet, si l'on emploie 5 minutes par courbe, il faut 40 jours pour analyser les 11408 courbes du LRc01. Heureusement, Jean Schneider a obtenu du financement pour acheter un ordinateur avec 4 processeurs[16], donc la tache ne prend que 10 jours ; la plupart du temps étant investie dans la recherche de transits et non pas dans le filtrage. Avoir une programmation optimisée est fondamental pour réussir dans la tache, ce qui mène à faire des économies. L'équilibre se trouve quand on parvient à avoir une méthode de filtrage qui filtre presque tout type de variation en nuisant le moindre possible la forme des transits.

L'idée derrière la méthode de filtrage est de traduire le processus qui se

[16]Transtec SENYO 700X PC Intel Core2 Duo, 2.4 GHz, 2Go RAM.

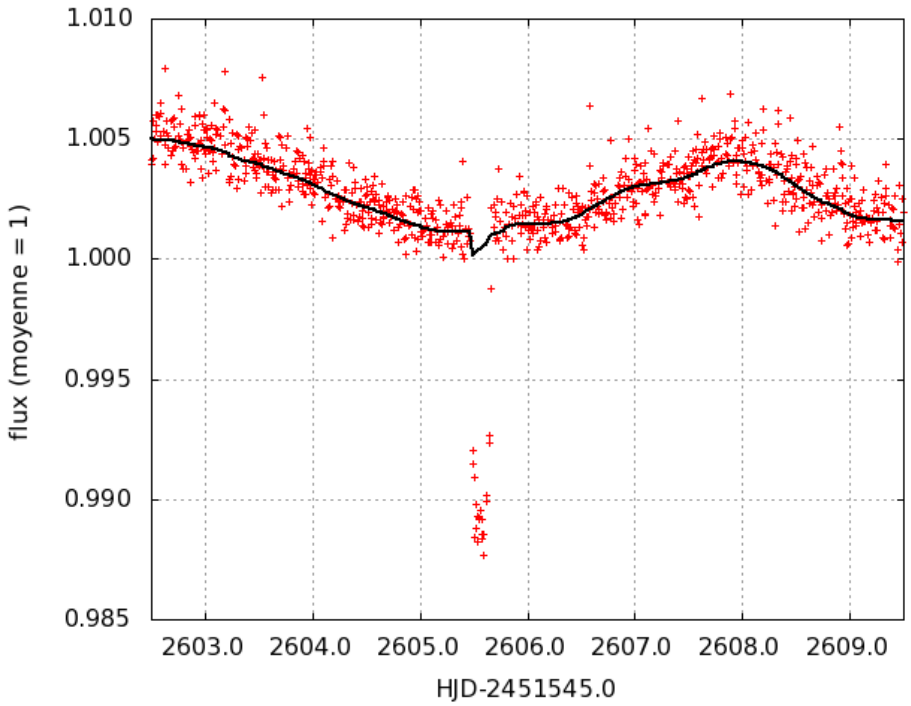



**Fig. 4.17** – Filtrage de la variabilité stellaire, détail.

fait dans le cerveau quand on regarde une courbe. Dans la figure 4.16 les points correspondent au flux mesuré par CoRoT et la ligne correspond au canevas. Dans la figure 4.17 on voit la même courbe en plus de détail : on peut voir un transit et apprécier une oscillation qui n'est pas périodique, mais dont l'échelle de variation est de l'ordre de 4 ou 5 jours (en fait, la période de rotation de l'étoile est de 8.9 jours). La figure 4.18 nous présente une autre courbe. Dans le même intervalle de temps, l'évolution est très différente ; des variations d'un 3% ont lieu dans des échelles de deux jours (la période de rotation de cette étoile est de 4 jours environ). On a plus de transits, mais plus courts (2h environ). On ne prétend pas faire un modèle de la surface de l'étoile pour simuler ces variations ; on a déjà le logiciel (voir la section 3.3) et on sait qu'un modèle de trois taches suffit pour simuler correctement le comportement du flux (Lanza et al. 2003), mais cela prendrait un temps de calcul que l'on ne peut pas se permettre. De l'autre côté, nous ne sommes pas intéressés à la nature de la variation, on ne veut que la filtrer. Notre cerveau sait faire le travail : on sait que les mesures sont affectées du bruit de photons, mais cela ne nous empêche pas de tracer une ligne qui crayonne l'évolution du flux moyen en ignorant la présence du transit. Mais comment traduire ce processus à des instructions informatiques ? Pour réduire l'impact

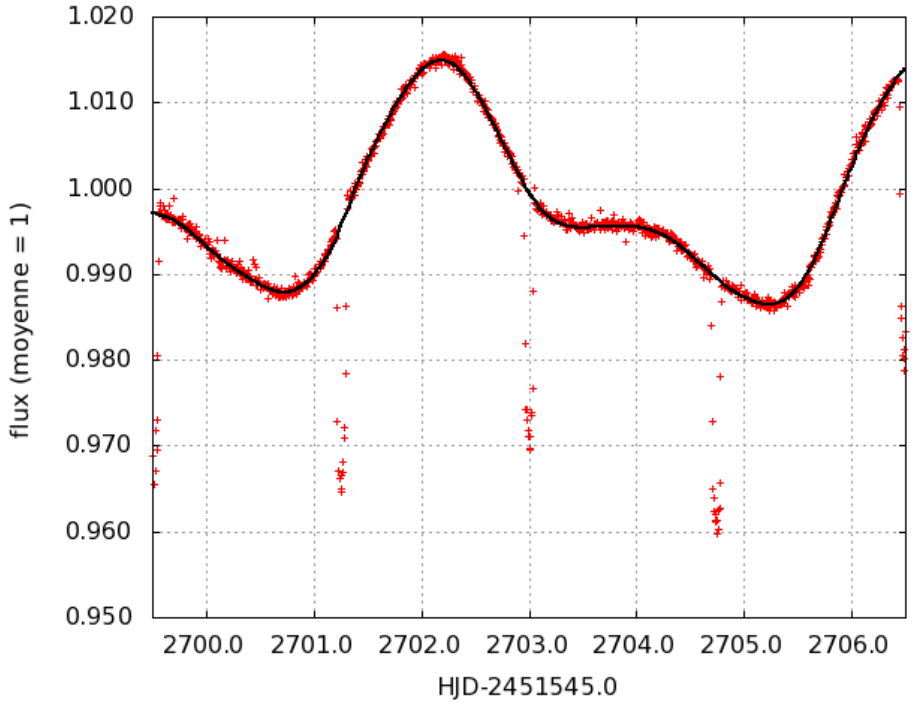



**Fig. 4.18** – Filtrage de la variabilité stellaire, détail.

du bruit de photons, on peut faire la moyenne d'un groupe de points. En fait, nous sommes tentés de construire un modèle de courbe en calculant pour chaque point la valeur moyenne des points qui l'entourent ; cependant, cette méthode est trop sensible à la présence de transits et n'est pas valable dans le contexte de CoRoT[17].

Mais il y a une autre option. Situons notre problème : on a un ensemble de points temps-flux $(t_i, F_i)$ ; pour la recherche de transits on doit filtrer la contribution de $F_i$ due a la variabilité stellaire que l'on appellera $D_i$. Dans la plupart des cas, la variabilité stellaire a un temps d'évolution de quelques jours et une amplitude d'oscillation relativement importante. Les transits, que l'on ne veut pas filtrer, n'apparaissent qu'à des moments déterminés, durent quelques heures et les immersions et émersions sont relativement brusques. On va profiter de ces différences pour construire la méthode de filtrage, ceci sera un modèle de la courbe qui tiendra compte des structures à longe échelle dans le flux et qu'ignorera les structures à court terme comme les transits. La méthode est indirecte : on calcule un canevas de la courbe $F_j^b$ à partir des valeurs du flux $F_i$ et avec le canevas on fait un ajustement qui nos donnera la contribution à filtrer $D_i$.

[17] en anglais, ces méthodes reçoivent le nom de *smoothing*.

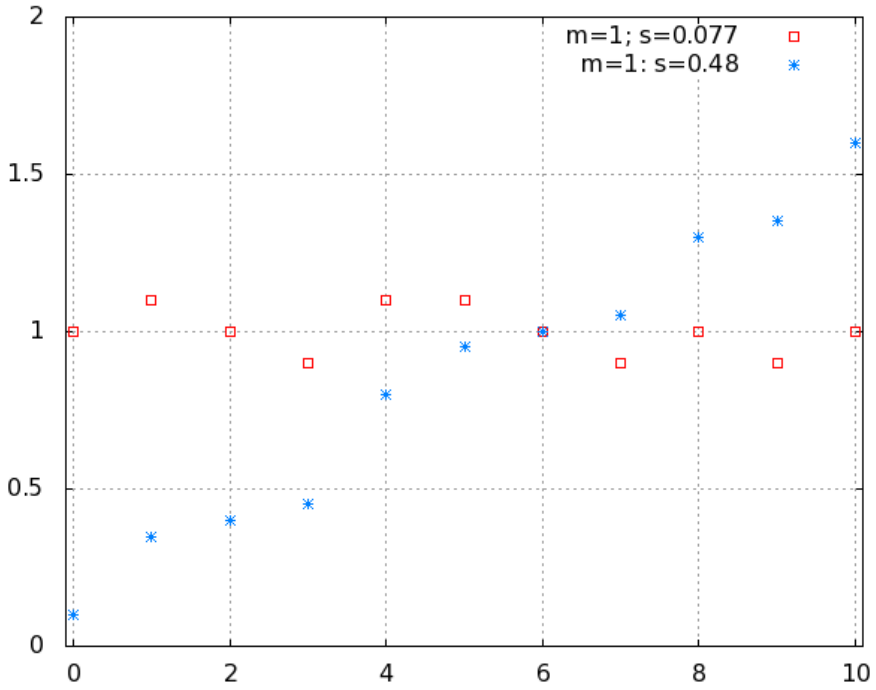



**Fig. 4.19** – Exemple de calcul de l'écart type dans une boîte.

On peut calculer un canevas de la courbe de lumière $(t_j^b, F_j^b)$ de sorte que chaque point soit calculé avec la moyenne de $n_{\text{boîte}}$ points :

$$t_j^b = \frac{1}{n_{\text{boîte}}} \sum_{i=j\cdot n_{\text{boîte}}}^{(j+1)\cdot n_{\text{boîte}}-1} t_i; \qquad F_j^b = \frac{1}{n_{\text{boîte}}} \sum_{i=j\cdot n_{\text{boîte}}}^{(j+1)\cdot n_{\text{boîte}}-1} F_i;$$

Les points de la courbe $(t_i, F_i)$ n'ont pas d'erreur associée, mais les points du canevas si : on peut calculer l'écart type $s_j^b$ dans chaque boîte. Toutefois, il y a encore une astuce. Si le flux est plutôt constant dans la boîte, les $s_j^b$ ainsi calculés sont un bon modèle de l'erreur. Mais si le flux n'est pas constant, l'écart type calculé avec :

$$s_j^b = \frac{1}{n_{\text{boîte}} - 1} \sum_{i=j\cdot n_{\text{boîte}}}^{(j+1)\cdot n_{\text{boîte}}-1} (F_i - F_j^b)^2$$

ne caractérise pas bien la dispersion. Dans la figure 4.19 on a deux fois la même distribution de points, la seule différence est que la distribution des points avec la forme d'étoile est inclinée de 8.5° par rapport aux axes. Tous les deux ont la même valeur moyenne : 1.0 ; mais la dispersion de la deuxième

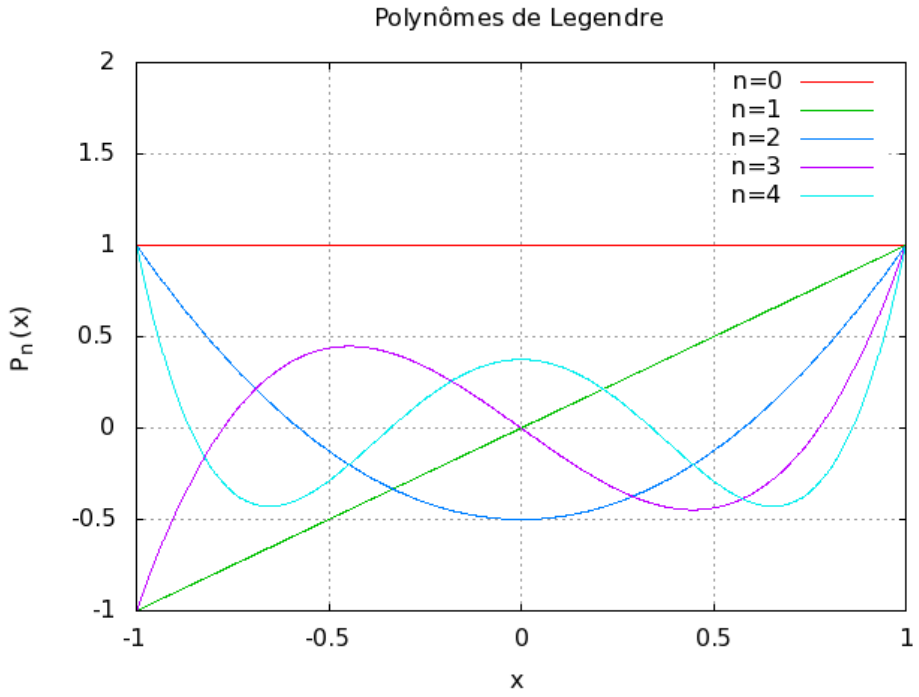



**Fig. 4.20** – Les cinq premiers polynômes de Legendre.

est presque 7 fois plus importante. Ceci est correcte si l'on a la distribution d'une variable statistique, mais dans notre exemple on veut estimer le bruit de photons et pour cela on doit soustraire l'évolution temporaire du flux. Comme la boîte est relativement petite, on soustrait une approximation d'ordre un à la courbe : une régression linéaire ; et on calcule $s_j^b$ avec les points ainsi traités.

Ensuite, il faut trouver la taille de la boîte ; on doit trouver l'équilibre pour un boîte qui ne soit pas trop petite parce qu'il faut filtrer le bruit de photons et parce que il ne faut pas que les points de la boîte soient très sensibles à la présence de transits ; mais qui ne soit pas trop grande non plus parce qu'il faut avoir un nombre suffisamment grand de points pour bien échantillonner la variation de la courbe. On sait qu'un transit peut durer quelques heures pour une période de quelques jours. On pourrait utiliser des boîtes d'une durée d'un jour, mais ces boîtes sont déjà trop grandes pour filtrer des structures de variabilité stellaire, qui évoluent plus rapidement. Empiriquement, la taille minimale de la boîte pour filtrer correctement la variabilité est de 2.8 heures (environ 20 points séparées 512s) ; cela veut dire que les points $F_j^b$ voient légèrement les transits. Comment réduire l'influence des transits ?

La solution vient naturellement quand on considère le calcul de $D_i$. Les points $F_j^b$ sont définies dans des temps $t_j^b$ qui sont $n_{\text{boîte}}$ fois moins nombreux que les points $t_i$ pour lesquels on doit calculer les $D_i$. La solution est de faire un ajustement de $n_{\text{échelle}}$ points $F_j^b$ à une série de fonctions $P_k$ et utiliser les coefficients $a_k$ de l'ajustement pour calculer les $D_i$ : le modèle est :

$$F_j^b = \sum_{k=0}^{n_k-1} a_k P_k(t_j^b);$$

pour trouver les coefficients on minimise la fonction :

$$\chi^2 = \sum_{j=0}^{n_{\text{échelle}}-1} \left( \frac{F_j^b - \sum_{k=0}^{n_k-1} a_k P_k(t_j^b)}{s_j^b} \right)^2 ;$$

et avec les coefficients ainsi obtenus on calcule :

$$D_i = \sum_{k=0}^{n_k-1} a_k P_k(t_i);$$

dans l'intervalle des points $i$ qui correspond a l'intervalle $j$ choisi.

Quel est l'ensemble de fonctions le plus adéquat ? Cela dépend de la forme de la courbe que l'on veut ajuster : on a des exemples représentatifs dans les figures 4.17 et 4.18. Ce sont des fonctions non périodiques (á l'échelle considérée) avec des pentes prononcés qui vont de zéro a 60° dans quelques jours. La courbe à l'air d'être un polynôme compliqué et donc les séries de Fourier ne sont pas du tout la meilleur approximation possible ; pour les polynômes il est plus convenable d'utiliser les séries de Legendre, qui convergent à n'importe quelle fonction de carré intégrable dans l'intervalle $[-1, 1]$. On a les cinq premiers polynômes dans la figure 4.20. Dans l'intervalle montré dans la figure 4.17, à l'oeil nu, on a l'impression que l'ensemble de polynômes peut ajuster la forme de la courbe dehors le transit, mais qu'il aura du mal a ajuster la forme du transit. C'est précisément le comportement que l'on cherche ! Un ajustement qui se colle à la courbe mais qu'ignore les transits. Cependant, dans l'intervalle montré dans la figure 4.18, qui a la même longueur que l'antérieur, on a l'impression que l'ensemble des polynômes choisi ne suffira pas pour se coller à la courbe. La raison est que la courbe de la figure 4.18 a cinq points dont la dérivée est nulle, si c'était un polynôme il aura besoin d'avoir au moins un degré 6 et on aura besoin de au moins 7 polynômes de Legendre. Mais avec 7 polynômes de Legendre on risque de commencer a filtrer les transits des courbes du genre 4.17. La solution est de considérer un intervalle de temps plus petit, si l'on a 5 polynômes, on a

besoin d'au moins $n_{\text{échelle}} = 5$ points $F_j^b$ ; si chaque point $F_j^b$ est calculé avec $n_{\text{boîte}} = 20$ points $F_i$ séparés 512s, la longueur minimale de l'intervalle est $512s \cdot 20 \cdot 5 = 14.2$h, bien plus petit que les 7 jours des figures 4.17 et 4.18.

Toutefois, on sait que certains $F_j^b$ voient les transit et si on les utilise pour calculer les coefficients $a_k$ on fera un mauvaise filtrage. La solution est de prendre plus de points $n_{\text{échelle}}$ ; ajuster la série de polynômes ; trouver le points $F_j^b$ le plus séparé de l'ajustement ; l'éliminer et refaire l'ajustement la série. De cette façon, on supprime la contribution des points les plus affectés par la présence de transits à l'ajustement et on obtient un meilleur modèle de la courbe. Empiriquement, les meilleurs résultats s'obtient quand $n_{\text{échelle}} = 11$ et on supprime 3 fois un point (on repète trois fois l'algorithme décrit ci-dessus). On n'est pas arrivé à ces nombres de façon aléatoire, le raisonnement derrière ces chiffres est avoir un $n_{\text{boîte}}$ de l'ordre de quelques heures et un intervalle d'ajustement de l'ordre d'un jour : les tailles caractéristiques de notre problème.

Les résultats du filtrage sont dans les figures 4.17 et 4.18 ; dans la première on s'aperçoit que le filtrage est légèrement affecté par la présence du transit, qui est long et deux fois plus profond que l'échelle de la variabilité stellaire présente dans la courbe, mais le transit n'est pas effacé, seulement un peu déformé ; dans la deuxième image le filtrage est parfait, au moins vu à l'oeil nu.

Dans un seul "run" de CoRoT on peut trouver tous les variations de courbe de lumière que l'on peut imaginer entre ces deux exemples. Cette méthode ne fournit pas le filtrage optimale pour chaque courbe, mais le moins mauvais filtrage qui s'adapte a tout type de courbe.

Le filtrage de la variabilité stellaire est fondamental pour la recherche de transits. On n'a toujours pas montré les périodogrames utilisés pour la recherche de transits, mais le rapport signal sur bruit dépend critiquement du filtrage ; dans une courbe mal filtré, un signal fort reste indecélable.

### 4.5.7 Les pixels chauds

Les pixels chauds sont une phénomène instrumental de la caméra CCD. Pour des raisons qui n'ont pas été définitivement établies, un ou plusieurs des pixels qui enregistrent le signal d'une étoile produisent des enregistrements de flux erronés, plus élevés que les valeurs précédentes sans qu'il ne s'ait produit aucune variation d'éclairage. La durée de vie d'un de ces phénomènes est limitée et normalement la courbe retourne à la normalité. Parfois, la valeur moyenne de la courbe est affectée et il faut en tenir compte pour calculer les variations de flux. Malheureusement, ce problème est dix fois plus important qu'il n'a été prévu dans la conception de la mission (Barge et al. 2008b) et il affecte au 50% des courbes. Le satellite n'envoyant pas au centre de mission la valeur de chaque pixel, mais la somme des pixels dans les masques qui l'ont été attribués à chaque étoile, il n'est pas possible de

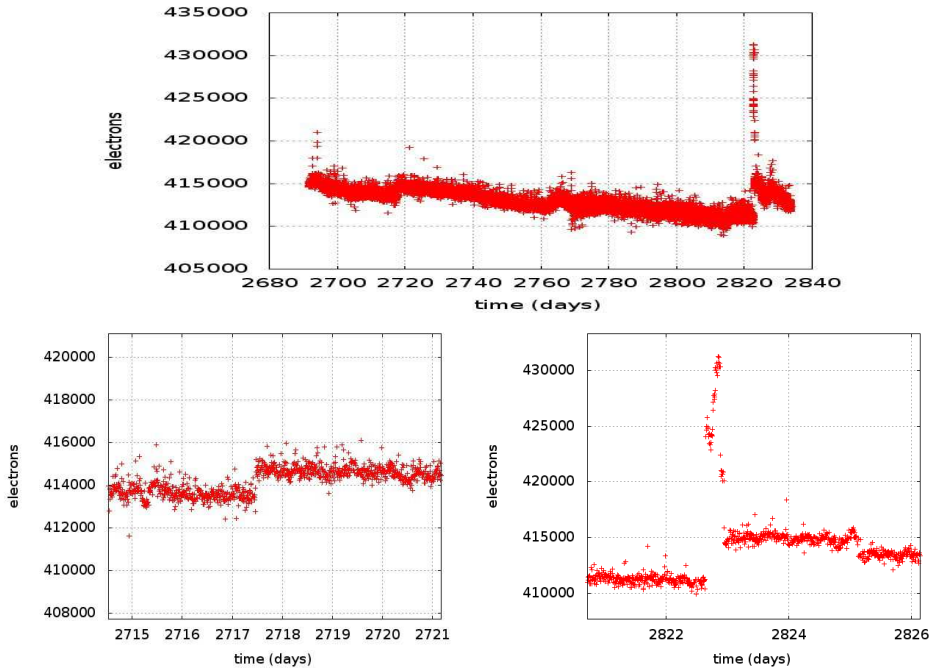



**Fig. 4.21** – Deux pixels chauds différents dans la même courbe.

soustraire de façon facile cet effet.

Dans la figure 4.21 on voit une courbe avec deux pixels chauds différentes : le premier est petit, son amplitude est de 0.3% et son seul effet est de changer la valeur moyenne du flux de la courbe. Le deuxième, par contre, et bien plus important (5%) et il produit deux effets : d'abord il deforme la courbe pendant au moins 5 heures et ensuite il change la valeur moyenne du flux, qui se relaxe brusquement dans plusieurs sauts. La méthode de filtrage arrive a filtrer assez correctement les pixels chauds de faible intensité, mais elle a un peu du mal pour traiter les violents. Une astuce est d'examiner la dérivée de la fonction $D_i$ que l'on utilise pour filtrer la variabilité. Les pixels chauds sont des transitions tranchantes qui produisent une forte perturbation de la dérivée ; on n'a qu'à filtrer les régions où la dérivée de $D_i$ présente ce type de problèmes. Finalement, il faut dire que l'on peut trouver aussi des pixels froids, c'est à dir, non pas des augmentations soudaines de flux, mais des diminutions (voir la figure 4.22) ; on les filtre de la même façon.

## 4.6 La recherche de transits

Quel algorithme choisir pour la recherche de transits ? On peut trouver pas mal d'algorithmes dans la bibliographie, par exemple Aigrain & Irwin (2004); Cicuttin et al. (1998); Collier Cameron et al. (2006); Defaÿ et al. (2001); Kovács et al. (2002); Protopapas et al. (2005), et on peut même trou-

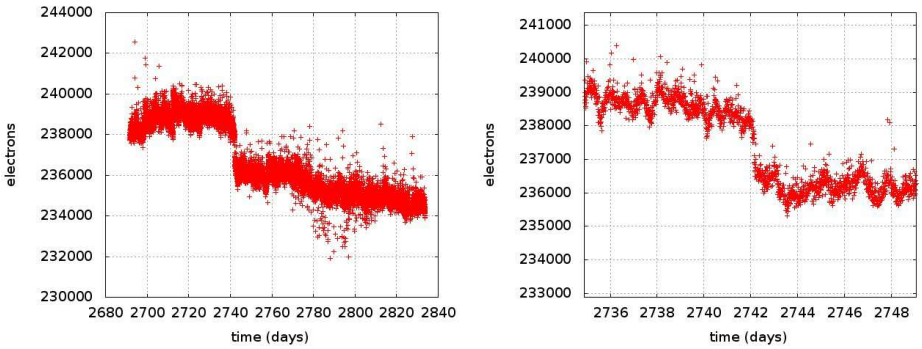



**Fig. 4.22** – Exemple de pixel froid.

ver des comparaisons entre eux (Tingley 2003). Dans le contexte de CoRoT, deux exercices appelés "blind test" ont été réalisés pour tester les limites de détection de planètes extrasolaires. Personnellement, je suis arrivé après le premier de ces essais, qui était centré sur la détection de planètes dans un grand nombre (999) de courbes simulées avec le bruit instrumental et la variabilité stellaire prévue avant le lancement de la mission (Moutou et al. 2005). Le deuxième test ne cible tant la détection comme la caractérisation des objets qui provoquent les éclipses : les planètes et les binaires. J'ai commencé a construire mes algorithmes de filtrage et de détection sur les courbes du deuxième essai : le "blind test 2" (Moutou et al. 2007).

Dans la bibliographie citée il y a une certaine tendance a faire remarquer l'algorithme BLS (Kovács et al. 2002). Au risque de simplifier en excès, on peut décrire BLS comme une méthode des moindres carrés appliquée à un modèle simplifié de transit : une fonction porte qui prend la valeur $L$ dans le transit et $H$ dehors. En pratique, on plie la série temporelle de données à une certaine période P et on calcule une statistique qui mesure la vraisemblance de la courbe avec le modèle de transit de profondeur $H-L$ de durée $d$ dans la position $x_o$. BLS parte de la courbe pliée qui est échantillonnée régulièrement et n'utilise nominalement $x_o$ et $d$ mais les instants initial $i_1$ et final $i_2$, en fait c'est le même principe. Si l'on a bien choisi $i_1$ et $i_2$, notre statistique, à la guise d'un $\chi^2$, sera grande ; la stratégie consiste a parcourir tout l'espace de durées et positions initiales possibles et trouver les meilleures valeurs pour chaque période cherchée. Il faut jouer avec le nombre d'intervalles dans lesquels on plie la courbe pour ne pas sous-échantillonner les transits, mais pour ne pas investir non plus trop de temps dans les calculs.

L'algorithme BLS est un très bonne idée parce qu'il est mathématiquement très simple, le temps de calcul est inférieur à celui d'une transformée de Fourier et il s'est prouvé très performant pour trouver des signaux qui, à cause de leur faible rapport signal sur bruit, ne sont visibles que lorsque la courbe est pliée avec la bonne période. Une discussion plus détaillée des avantages et des problèmes posés par cet algorithme est en dehors du but de cette

introduction, l'article original comprend déjà un étude très intéressant du sujet. Mais il faut dire que des variations de la méthode BLS sont utilise par pas mal d'équipes de détection chez CoRoT et ailleurs (Lister et al. 2007; Bakos et al. 2007). Disons que dans la pratique il s'est révélé comme un des algorithmes les plus performants.

### 4.6.1 La distance chez BLS

La statistique utilisé par BLS est appelée un peu génériquement "déviation par rapport au fit"[18], mais elle est donnée *a priori*, sans justification. Cependant, on se rend compte rapidement du principe physique sous-jacent si l'on définit :

- la fonction modèle de transit :

$$f(x) = \begin{cases} L, & x_{i_1} \leq x \leq x_{i_2} \\ H, & \text{ailleurs;} \end{cases} \tag{4.4}$$

  l'intervalle $[x_{i_1}, x_{i_2}]$ recevra le nom de $\in$ et le complémentaire $\notin$.
- la fonction construite à partir des points expérimentaux (voir 4.2)

$$g(x) = \sum_{i=0}^{N-1} g_i \, \Pi_h(x - x_i); \tag{4.5}$$

  avec

$$\Pi_h(x - x_i) = \begin{cases} 1, & x_i \leq x < x_i + h \\ 0, & \text{ailleurs;} \end{cases} \tag{4.6}$$

- et si l'on assigne a chaque point un poids calculé à partir de l'écart typique $\sigma_i$ :

$$\omega(x) = \sum_{i=0}^{N-1} \omega_i \, \Pi_h(x - x_i); \qquad \text{avec } \omega_i = \sigma_i^{-2} \left[ \sum_{j=0}^{N-1} \sigma_j^{-2} \right]^{-1} \tag{4.7}$$

et on peut définir le carré de la distance entre les fonctions $f$ et $g$ comme :

$$\mathcal{D}^2 = \int \omega \, (f - g)^2 \, . \tag{4.8}$$

En effet, on vérifie que :

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^2 &= \int \omega \, (f - g)^2 = \int_{\notin} \omega \, (H - g)^2 + \int_{\in} \omega \, (L - g)^2 \\ &= \int_{\notin} \sum_i \omega_i \, \Pi_h(x - x_i) \Big[ H - \sum_j g_j \, \Pi_h(x - x_j) \Big]^2 \\ &+ \int_{\in} \sum_i \omega_i \, \Pi_h(x - x_i) \Big[ L - \sum_j g_j \, \Pi_h(x - x_j) \Big]^2 \\ &= h \sum_{\notin} \omega_i \, (H - g_i)^2 + h \sum_{\in} \omega_i \, (L - g_i)^2 \end{aligned} \tag{4.9}$$

[18] en anglais, *average squared deviation of the fit.*

qui n'est que l'expression (1) de Kovács et al. (2002) multipliée par $h$, la taille de l'intervalle choisi lorsque la courbe est pliée.

Alors, la statistique utilisée par BLS n'est que la distance entre les points expérimentaux et le modèle de transit définie par 4.8. A ce point, on peut se demander si l'on peut améliorer le modèle en appliquant la même méthode. La première idée est jouer avec la forme du transit : ne pas utiliser une fonction porte (disons, l'ordre zéro) mais une parabole (disons, l'ordre un). Ensuite, l'idée est ne pas chercher de planètes, mais des binaires.

### 4.6.2 L'affaire des binaires

Pourquoi chercher des binaires ? Les systèmes multiples posent deux problèmes majeurs : ils sont plus nombreux et leur rapport signal sur bruit est plus important que les systèmes planétaires qui transitent ; et ce sont des différences jusqu'à deux ordres de grandeur. En fait, on peut calculer que la plus grande source de fausses alarmes sont les mélanges[19] de la lumière d'une binaire à éclipses avec une troisième étoile (Brown 2003). Si on ne travaillait qu'avec des binaires dont les éclipses primaire et secondaire étaient très différentes, il ne faudrait pas se soucier de les confondre avec des planètes ; mais parfois soit on ne détecte pas le transit secondaire parce qu'il est trop faible, soit le transit primaire et le secondaire sont identiques. Il y a d'autre moyens : l'analyse de la forme de la courbe de lumière en dehors du transit[20] (Drake 2003; Sirko & Paczyński 2003) ou des analyses photométriques détaillés (Seager & Mallén-Ornelas 2003; Tingley 2004; Tingley & Sackett 2005; Gallardo et al. 2005) ; mais il est impossible de distinguer avec une complète certitude les transits planétaires et les éclipses.

Néanmoins, notre intérêt n'est pas d'apprendre la méthode de recherche de transits à distinguer planètes de binaires, ceci viendra plus tard avec la caractérisation ; mais de réaliser notre recherche de la manière la plus performante possible. La méthode BLS est construite pour rechercher des planètes, mais celles-ci sont deux ordres de grandeur moins nombreuses que les binaires, donc l'algorithme devrait faire face plus fréquemment à des binaires. BLS est conçu pour trouver un seul transit par courbe, alors pour une binaire il trouvera le meilleur rapport signal sur bruit quand la courbe de lumière est pliée a $P/2$, la demie-période de la binaire, quand les éclipses primaire et secondaire sont superposées. Malheureusement, plier deux éclipses de différente profondeur fausse la vraie profondeur de l'éclipse et augmente la dispersion statistique des points dans l'éclipse, ce qui nuit la détection à cause du facteur de poids 4.7. La solution est de chercher pour toute période considérée deux éclipses : le primaire et le secondaire. Qu'est-ce qui arrive maintenant dans le cas des planètes ? On aura donc le meilleur rapport signal sur bruit pour $2P$, le double de la période de la planète car on aura

[19] *blend.*
[20] *out of transit variations.*

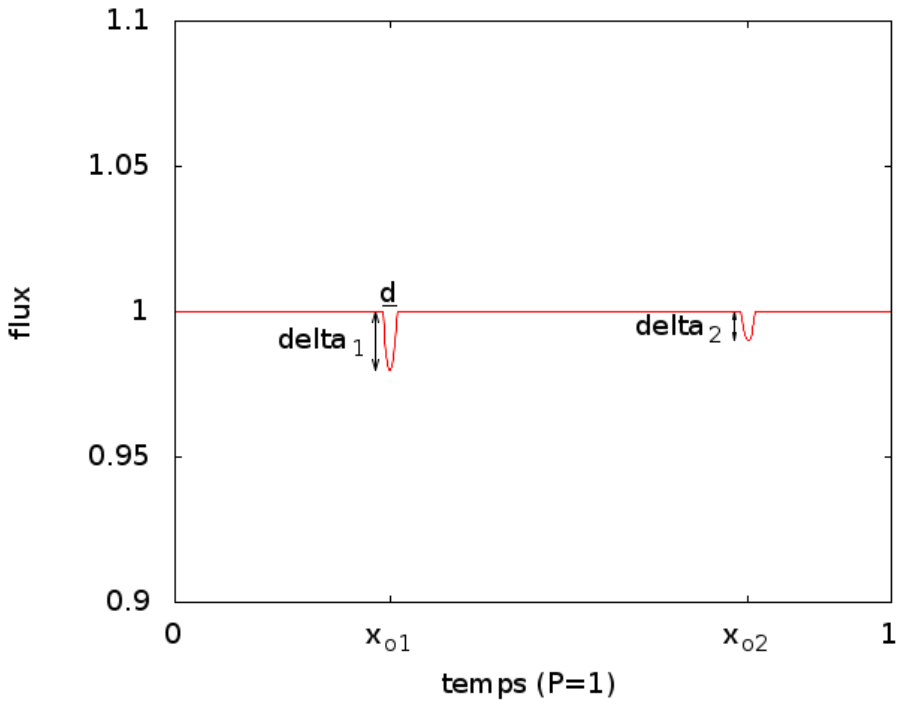



**Fig. 4.23** – Le modèle utilisé pour la recherche de transits.

donc deux transits égaux. C'est à dire, nos candidats à planètes seront ces "binaires" dont les deux éclipses sont identiques. Finalement, on tiendra compte de cette méthode de travail pour corriger la période de la planète à l'heure de la caractérisation.

### 4.6.3 Notre modèle de distance

On utilise la définition de distance 4.8, la définition des points expérimentaux 4.5 avec la fonction porte 4.6 et les poids statistiques 4.7 ; ensuite on défini la fonction modèle avec la forme de parabole :

$$f(x) = \begin{cases} H - \delta_k + \dfrac{4\delta_k}{d_k^2}\,(x - x_{ok})^2\,, & x \text{ appartient à } \in_k;\ k = 1, 2 \\ H, & x \text{ appartient à } \notin; \end{cases} \tag{4.10}$$

avec :

$$x \text{ appartient à } \in_k \iff x_{ok} - \frac{d_k}{2} \leq x \text{ modulo } P < x_{ok} + \frac{d_k}{2}$$

où $x_{ok}$ est la position de l'éclipse $k$ dont la durée est $d_k$ et la profondeur $\delta_k$ (voir la figure 4.23). On a deux éclipses car on est en train de chercher

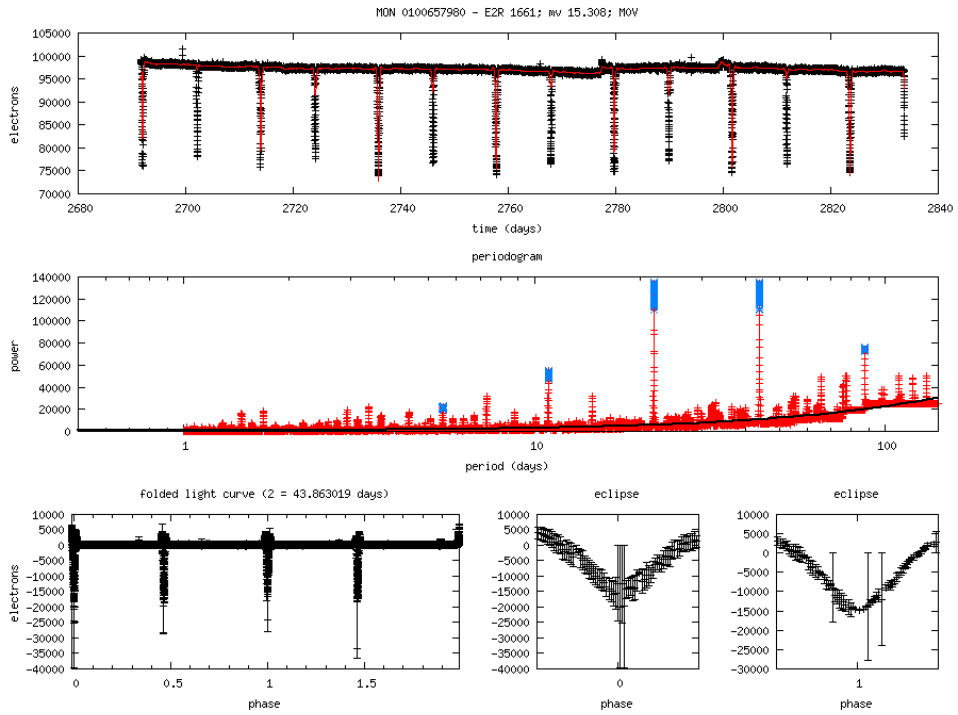



**Fig. 4.24** – Binaire excentrique. Ceci est un diagramme “multiplot” (voir la section 4.7) de détection. Comme la binaire est excentrique, on n’a pas trouvé l’éclipse secondaire dans la phase 0.5 et la méthode n’arrive pas à trouver la bonne période, mais deux fois la valeur correcte.

des binaires, comme on a expliqué dans la section 4.6.2, et on considérera une “binaire” comme candidate à planète si les deux éclipses sont identiques (en forme, durée et profondeur ; avec ce modèle on ne contrôle pas la forme, mais seulement la durée et la profondeur).

Si la période de la binaire est $P$, le premier éclipse ($x_{o1}$) aura lieu entre $t = 0$ et $t = P/2$ tandis que le deuxième éclipse ($x_{o2}$) se trouvera entre $t = P/2$ et $t = P$. Cependant, pour diminuer le temps de calcul on va “tricher” et on va dire que $x_{o2} = x_{o1} + P/2$ et $d_2 = d_1$. Ceci n’est pas vrai si la binaire est excentrique, mais la plupart des orbites des binaires de courte période sont circulaires à cause des effets de marée et le bénéfice en temps de calcul est considérable, même si nous serons obligés de refaire “à la main” la caractérisation des binaires excentriques. Par exemple, dans la figure 4.24 on voit que cette méthode arrive à la conclusion d’avoir trouvé une binaire à la période de 43.86 jours ; mais il s’agit d’une binaire excentrique à 21.93 jours. Par contre, dans la figure 4.25 la méthode a correctement identifié la binaire dont le transit secondaire est 5 fois moins important que le primaire (5% et 0.6% respectivement).

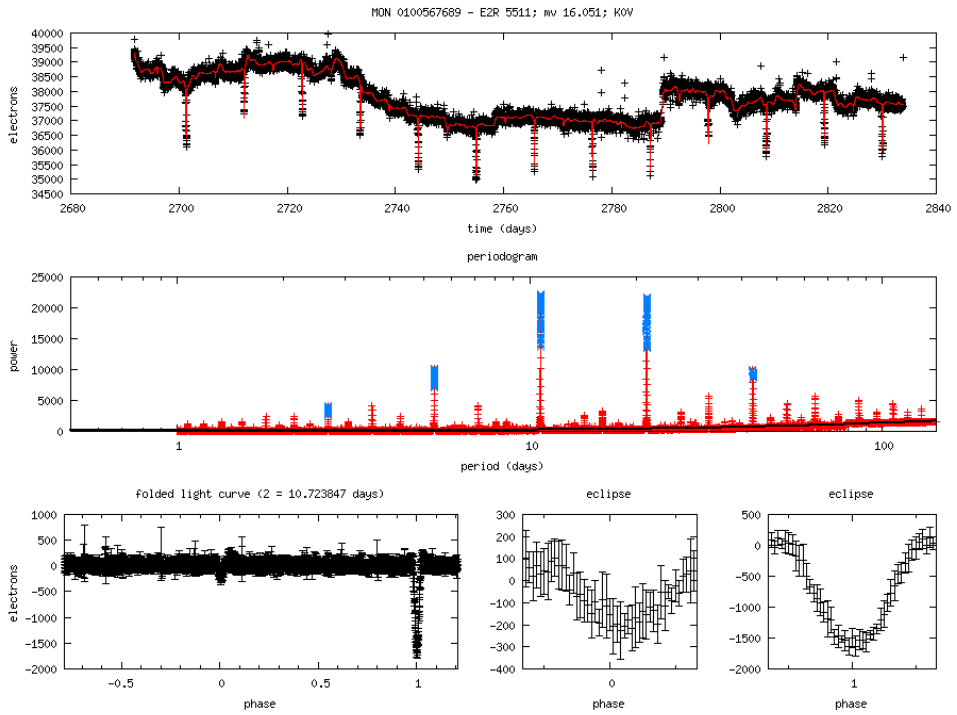



**Fig. 4.25** – Binaire. Ceci est un diagramme "multiplot" (voir la section 4.7) de détection. La méthode trouve la bonne période pour la binaire, dont les éclipses ont une profondeur de 5% et 0.6% respectivement.

Comment est-ce que cela affecte à la détection de transits planétaires ? Dans la figure 4.26 on a l'exemple de CoRoT-exo-2b (Alonso et al. 2008b; Bouchy et al. 2008) : la méthode croit avoir trouvé une binaire à la période de 3.49 jours avec des éclipses identiques. Or, le fait d'avoir deux éclipses identiques, avec la forme en "U", plutôt que la forme en "V" des binaires nous fait classifier ce candidat comme "planétaire" et non pas comme "binaire" (voir la section 4.7). On expliquerai plus tard en détail tous les critères de l'algorithme automatique de classification, ici on ne voulait que montrer trois exemples du fonctionnement de la méthode.

### 4.6.4 Les calculs

On a présenté notre modèle (4.10), maintenant il ne nous reste que minimiser la distance 4.8 par rapport aux variables $H$ et $\delta_k$ :

$$\mathcal{D}^2 = \int_{\notin} \omega \left(H - g\right)^2 + \sum_{k=1}^{2} \int_{\in_k} \omega \left[H - \delta_k + \frac{4\delta_k}{d}\left(x - x_{ok}\right)^2 - g\right]^2$$

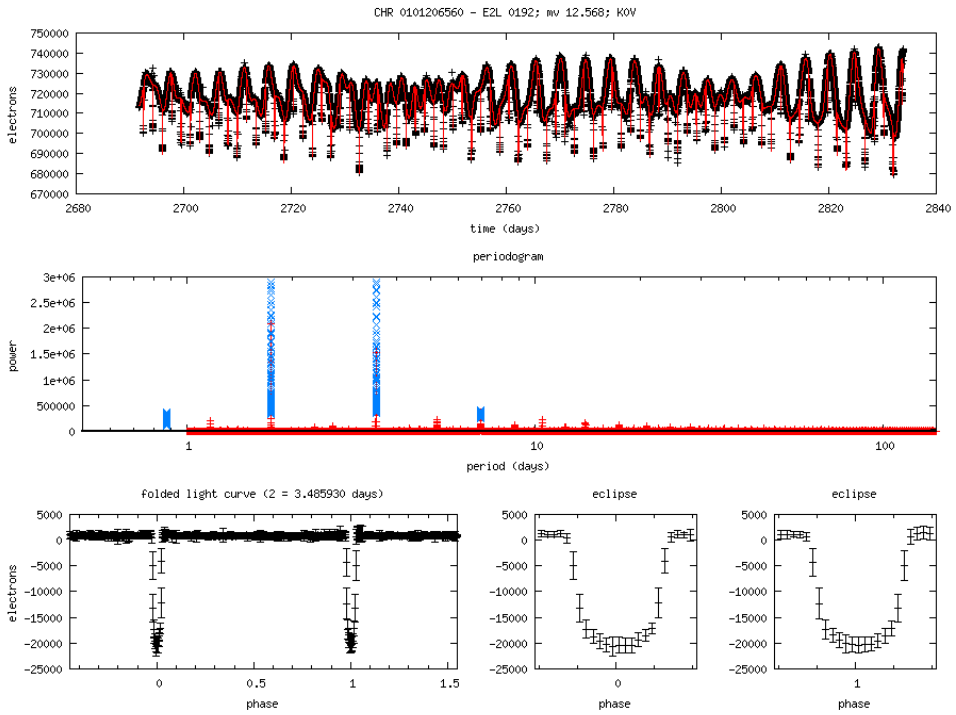



**Fig. 4.26** – CoRoT-exo-2b, la deuxième planète trouvée par CoRoT. Ceci est un diagramme "multiplot" (voir la section 4.7) de détection. La méthode trouve le double de la période de la planète, exactement ce que l'on espérait avec notre modèle de distance. Les deux transits ont une profondeur identique de 3%.

Commençons par $H$ :

$$\begin{aligned}
\partial_H \mathcal{D}^2 &= 2\int_{\notin} \omega\,(H-g) + 2\sum_{k=1}^{2}\int_{\in_k} \omega\left[H-\delta_k+\frac{4\delta_k}{d^2}\,(x-x_{ok})^2-g\right] \\
&= 2H\int_{\notin}\omega - 2\int_{\notin}\omega g \\
&\quad + \sum_{k=1}^{2}\left[2H\int_{\in_k}\omega - 2\int_{\in_k}\omega g + 2\int_{\in_k}\left(\frac{4\delta_k}{d^2}\,(x-x_{ok})^2-\delta_k\right)\right] \\
&= 2hH\sum_{l=0}^{N-1}\omega_l - 2h\sum_{l=0}^{N-1}\omega_l g_l + 2h\sum_{k=1}^{2}\frac{4\delta_k}{d^2}\Lambda_k^2;
\end{aligned}$$

avec :

$$\Lambda_k^2 = \sum_{l=0}^{N-1}\omega_l\left[\left(x_l - x_{ok} - \frac{h}{2}\right)^2 - \frac{d^2}{4} + \frac{h^2}{12}\right].$$

De cette façon :

$$\partial_H \mathcal{D}^2 = 2h \left[ H \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l - \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l g_l + \sum_{k=1}^{2} \frac{4\delta_k}{d^2} \Lambda_k^2 \right]$$

et donc pour que $\partial_H \mathcal{D}^2 = 0$ :

$$H = \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l g_l - \sum_{k=1}^{2} \frac{4\delta_k}{d^2} \Lambda_k^2; \tag{4.11}$$

où on a pris en compte le fait que $\sum \omega_l = 1$ par construction (voir 4.7).

Ensuite, on s'occupe de $\delta_k$ :

$$\begin{aligned}
\partial_{\delta_k} \mathcal{D}^2 &= 2 \int_{\in_k} \omega \left[ \frac{4}{d^2} (x - x_{ok})^2 - 1 \right] \left[ H - \delta_k + \frac{4\delta_k}{d^2} (x - x_{ok})^2 - g \right] \\
&= 2 \left\{ H \int_{\in_k} \omega \left[ \frac{4}{d^2} (x - x_{ok})^2 - 1 \right] - \int_{\in_k} \omega \left[ \frac{4}{d^2} (x - x_{ok})^2 - 1 \right] g \right. \\
&\quad \left. + \int_{\in_k} \omega \left[ \frac{4}{d^2} (x - x_{ok})^2 - 1 \right] \left[ \frac{4\delta_k}{d^2} (x - x_{ok})^2 - \delta_k \right] \right\} \\
&= \frac{8h}{d^2} \left\{ H\Lambda_k^2 - g\Lambda_k^2 + \frac{4\delta_k}{d^2} \Lambda_k^4 \right\};
\end{aligned}$$

avec :

$$g\Lambda_k^2 = \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l \left[ \left( x_l - x_{ok} - \frac{h}{2} \right)^2 - \frac{d^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right] g_l.$$

et :

$$\begin{aligned}
\Lambda_k^4 = \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l \left[ \left( x_l - x_{ok} - \frac{h}{2} \right)^4 + \frac{1}{2} \left( h^2 - d^2 \right) \left( x_l - x_{ok} - \frac{h}{2} \right)^2 \right. \\
\left. + \frac{1}{8} \left( \frac{h^4}{10} - \frac{d^2 h^2}{3} + \frac{d^4}{4} \right) \right].
\end{aligned}$$

Et donc pour que $\partial_{\delta_k} \mathcal{D}^2 = 0$ :

$$\frac{4\delta_k}{d^2} = \frac{g\Lambda_k^2 - H\Lambda_k^2}{\Lambda_k^4} \tag{4.12}$$

Finalement, on obtient l'expression pour la distance :

$$\begin{aligned}
\mathcal{D}^2 &= \int_{\notin} \omega\,(H-g)^2 + \sum_{k=1}^{2}\int_{\in_k} \omega\left[H-\delta_k+\frac{4\delta_k}{d}\,(x-x_{ok})^2-g\right]^2 \\
&= H^2\int_{\notin}\omega - 2H\int_{\notin}\omega g + \int_{\notin}\omega g^2 \\
&\quad + \sum_{k=1}^{2}\left\{H^2\int_{\in_k}\omega + \int_{\in_k}\omega\left[\frac{4\delta_k}{d^2}\,(x-x_{ok})^2-\delta_k\right]^2 + \int_{\in_k}\omega g^2\right. \\
&\qquad -2H\int_{\in_k}\omega g + 2H\int_{\in_k}\omega\left[\frac{4\delta_k}{d^2}\,(x-x_{ok})^2-\delta_k\right] \\
&\qquad \left.-2\int_{\in_k}\omega\left[\frac{4\delta_k}{d^2}\,(x-x_{ok})^2-\delta_k\right]g\right\} \\
&= H^2\int\omega + \int\omega g^2 - 2H\int\omega g \\
&\quad + h\sum_{k=1}^{2}\left\{\frac{16\delta_k^2}{d^4}\Lambda_k^4 + 2H\frac{4\delta_k}{d^2}\Lambda_k^2 - 2\frac{4\delta_k}{d^2}g\Lambda_k^2\right\} \\
&= h\left[\sum_{l=0}^{N-1}\omega_l g_l^2 - H\sum_{l=0}^{N-1}\omega_l g_l - \sum_{k=1}^{2}\frac{4\delta_k}{d^2}g\Lambda_k^2\right];
\end{aligned}$$

où l'on a utilisé les simplifications :

$$\begin{aligned}
H &= \frac{\displaystyle\sum_{l=0}^{N-1}\omega_l g_l - \sum_{k=1}^{2}\frac{g\Lambda_k^2\Lambda_k^2}{\Lambda_k^4}}{\displaystyle 1-\sum_{k=1}^{2}\frac{\left(\Lambda_k^2\right)^2}{\Lambda_k^4}} \\
\delta_k &= \frac{d^2}{4}\,\frac{g\Lambda_k^2 - H\Lambda_k^2}{\Lambda_k^4}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

Et voilà tout le développement mathématique ; maintenant il faut calculer pour chaque courbe la distance minimale. En fait, on peut faire mieux : on a un série de points expérimentaux auxquelles on applique un modèle et ensuite on calcule une statistique (la distance définie par 4.8) pour estimer le bon ou mauvais ajustement entre théorie et données. Schwarzenberg-Czerny (1998) démontre que lorsque l'on a des points $x$ que l'on décompose en modèle $x_\parallel$ et résidus $x_\perp$, alors $x = x_\parallel + x_\perp$; si la décomposition est orthogonale, où orthogonal veut dire $\|x\| = \|x_\parallel\| + \|x_\perp\|$ ; l'estimateur le plus performante pour obtenir une statistique de l'ajustement par une méthode de moindres carrées est $\|x_\parallel\|/\|x_\perp\|$. Dans notre notation, $x = g$ et $x_\parallel = f$,

tandis que $\mathcal{D} = \|f - g\| = \|x - x_{\|}\| = \|x_{\perp}\|$; et l'estimateur est $\|f\|/\mathcal{D}$. Quelle est la norme de $f$ ?

$$\begin{aligned}\|f\|^2 &= \int \omega f^2 = H^2 \int_{\notin} \omega + \sum_{k=1}^{2} \int_{\in_k} \omega \left[ H + \frac{4\delta_k}{d^2} (x - x_{ok})^2 - \delta_k \right]^2 \\ &= h \left( H^2 \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l + 2H \frac{4\delta_k}{d^2} \Lambda_k^2 + \frac{16\delta_k^2}{d^4} \Lambda_k^4 \right) \\ &= h \left( \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l g_l + \frac{4\delta_k}{d^2} g \Lambda_k^2 \right)\end{aligned}$$

où l'on a utilisé les expressions de 4.13. On récrit finalement l'expression de notre estimateur :

$$\frac{\|f\|}{\mathcal{D}} = \sqrt{\frac{\displaystyle\sum_{l=0}^{N-1} \omega_l g_l + \frac{4\delta_k}{d^2} g \Lambda_k^2}{\displaystyle\sum_{l=0}^{N-1} \omega_l g_l^2 - H \sum_{l=0}^{N-1} \omega_l g_l - \sum_{k=1}^{2} \frac{4\delta_k}{d^2} g \Lambda_k^2}}. \tag{4.14}$$

### 4.6.5 L'algorithme

La méthode de travail de ces algorithmes consiste à parcourir l'espace des phases du problème et trouver le point qui offre la meilleure solution possible. L'espace des phases de notre problème est configuré par la période, la position initiale du transit et sa durée.

On a $T$ jours de données (150 dans le cas d'un *long run* ou 20 dans le cas d'un *short run*), donc on peut y chercher des binaires avec des périodes entre 1 jour et $T$ jours, c'est à dire, des planètes entre 0.5 et $T/2$ jours. Avec $P = T/2$ on n'a que deux transits, si l'on veut être prudents on devrait exiger 3 transits pour un candidat ; mais les phénomènes de longue période sont rares et on se contentera d'avoir au moins deux transits. Il y en aura aussi des *monotransits*, des courbes ou l'on ne trouve qu'un transit. Ces candidats sont très difficiles de suivre en FU car on ne peut pas les surveiller photométriquement et leur traitement spectroscopique peut se révéler trop coûteux en temps de télescope ; mais ils sont en même temps des candidats très intéressants : on connaît déjà pas mal de Jupiter chauds et on veut étudier des planètes plus lointaines et donc susceptibles d'être dans la zone d'habitabilité de leur étoile.

Pourquoi ne pas chercher des binaires en dessous de 1 jour, ou des planètes en dessous de 0.5 jours ? En fait, si l'on étudie la distribution du nombre de planètes en fonction de sa période on voit une distribution bimodale avec un premier pic à 3 jours qui est fort probablement réel et un

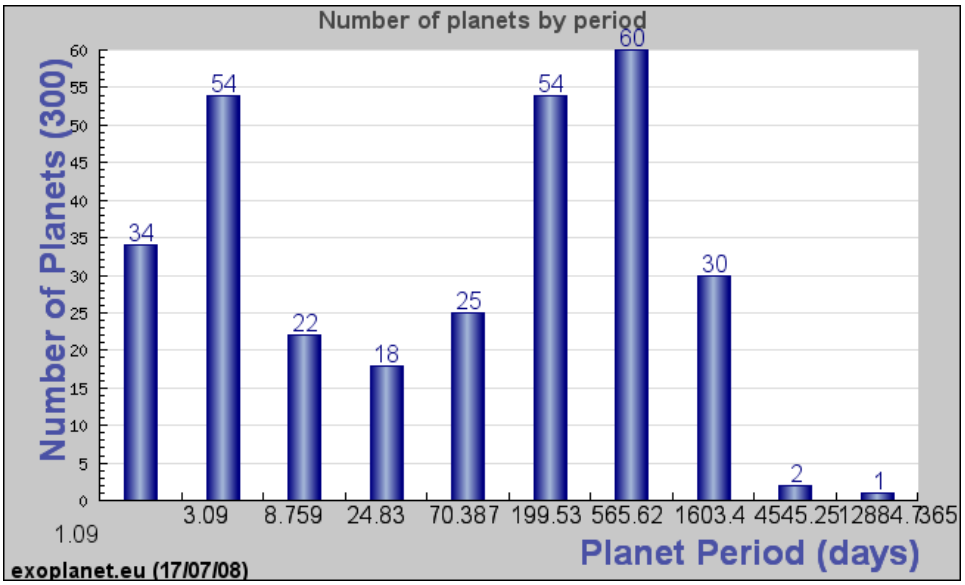



**Fig. 4.27** – Distribution du nombre de planètes en fonction de leur période. Pour la discussion sur la bimodalité de la distribution, lire le texte.

deuxième pic plus loin, toujours en discussion, qui est probablement dû à des effets de sélection (Marcy et al. 2004; Jones et al. 2004; Wu et al. 2007; Nagasawa et al. 2008). L'origine du premier pic se trouve dans les mécanismes de formation des exoplanètes, un terrain que j'ai étudié, forcement, mais que je ne veux pas inclure ici car il exige un traitement rigoureux. Seulement citer comme bibliographie habituelle, sans prétention d'exhaustivité : Goldreich & Tremaine (1979, 1980); Lin & Papaloizou (1993); Ward (1997); Lin et al. (2000); Ida & Lin (2004a,b) ; plus concrètement, sur la migration type I et les mécanismes pour l'arrêter : Menou & Goodman (2004); Masset et al. (2006); Paardekooper & Mellema (2006); Baruteau & Masset (2008) ; sur la migration type II : Lin et al. (1996); Papaloizou et al. (2007) ou encore la migration type III : Ward (2004); Pepliński et al. (2008a,b,c) ; et simplement pour compléter, un article recent sur la formation de planètes dans des systèmes binaires : Takeda et al. (2008). La conclusion de cette discussion est que, finalement, 0.5 jours semble une chiffre raisonnable pour commencer à rechercher des transits.

Dans notre espace de phases, on a décidé les limites de travail pour la période, mais il nous faut décider aussi l'écart entre les points. On a des points séparés une distance $h$ qui est de 512s[21] ; si l'on connaît la position initiale du premier transit $x_o$ avec une erreur $\Delta x_o$ et la période $P$ avec une

[21] dans la section 4.4 on a expliqué que l'on sous-échantillonne les courbes à 32s pour réduire le temps de calcul.

erreur $\Delta P$, la position du transit $n$ avec son erreur sera :

$$x_n + \Delta x_n = (x_o + \Delta x_o) + n\,(P + \Delta P)\,;$$

mais le nombre de transits $n$ doit être de l'ordre de $T/P$, où $T$ est l'intervalle de temps pour lequel on a des données (150 jours ou 20 jours) ; donc :

$$x_n + \Delta x_n \approx (x_o + n \cdot P) + \Delta x_o + T\frac{\Delta P}{P}.$$

Alors, si l'on veut fixer la position du transit $x_n$ avec une erreur plus petite que $h$ on doit exiger que :

$$\Delta x_o \leq \frac{h}{2} \qquad\qquad \Delta P \leq \frac{hP}{2T}.$$

Dans notre modèle de distance, on s'attend à trouver un transit dans la première moitié de la période et un autre dans la deuxième moitié ; alors l'intervalle pour $x_o$ est $[0, P/2]$. Bien entendu, $x_o$ est $x_{o1}$ dans la notation de 4.10 et, comme il a été expliqué dans la section 4.6.3 : $x_{o2} = x_{o1} + P/2$.

Ensuite, on devrait s'occuper de la durée des transits. Il y a des moyens d'obtenir des expressions exactes à partir des lois de Kepler (Seager & Mallén-Ornelas 2003), mais on va utiliser une approximation plus simple. Une planète, dans une orbite circulaire vue par la tranche, dont la période est $P$, autour d'une étoile de masse $M$ et taille $R$, produit des transits dont la durée est :

$$d = \frac{2R}{\frac{2\pi a}{P}} = \frac{2R}{(2\pi GM)^{1/3}} P^{1/3}$$

c'est à dire, $d/P^{1/3}$ est constante. CoRoT observe des étoiles de la séquence principale ; les étoiles géantes étant trop grandes pour pouvoir détecter des planètes qui seraient toujours trop petites pour produire un signal détectable et qui probablement n'auraient pas de périodes suffisamment courtes, pourvu qu'il y en avait des planètes. On peut calculer le rapport $R/M^{1/3}$ pour les étoiles de classe V avec les données de Allen (1973), par exemple, et on vérifie que ce rapport varie entre 1.5 et 3.5 environ (en masses solaires et rayons solaires). On n'a pas tenu compte ni de l'inclinaison ni de l'excentricité. L'inclinaison raccourci la durée ; l'excentricité la rallonge d'un facteur maximal $\sqrt{(1-e)/(1+e)}$ (ou la raccourci de l'inverse de ce facteur, mais c'est l'allongement qui nous pose des problèmes pour fixer la durée maximale) ; mais ce n'est pas trop grave sauf si l'on a des excentricités plus grandes que 0.6, dont le facteur d'allongement est 2 ; avec une excentricité typique de 0.3 le facteur vaut 1.36, qui n'est pas si mauvais. Quant à la durée minimale, elle peut être zéro si le transit est vraiment rasant, mais on va exiger qu'elle soit de 3 fois $h$ (1536s ou un peu moins d'une demie heure) pour que la détection soit significative. Empiriquement, on atteint une bonne résolution si l'on divise l'intervalle en durée en $N_d = 30$ ou 40 parties égales.

Cela dit, on va modifier le choix de $\Delta x_o$ et $\Delta P$. La raison est simple, des valeurs trop petites rallongent énormément le temps de calcul. En même temps, on a vu que la durée des transits évolue comme $P^{1/3}$, donc on devrait les trouver plus facilement lorsque leur période est plus longue (ignorant le fait que l'on a moins de données), alors on peut relaxer la condition. Le compromis entre précision et temps de calcul s'atteint en faisant une recherche avec :

$$\begin{aligned} 1 \leq P \leq T & \qquad \Delta P = 20\frac{hP}{2T} \\ 0 \leq x_o \leq 0.5P & \qquad \Delta x_o = hP^{1/3} \\ 3h \leq d \leq 3.5\frac{2R_\odot}{(2\pi GM_\odot)^{1/3}}P^{1/3} & \qquad N_d = 30; \end{aligned} \tag{4.15}$$

pour toute $1 < P < T$ ; en ensuite chercher aux alentours du pic $P_1$ le plus important trouvé avec une précision :

$$\begin{aligned} P_i - \Delta P_i \leq P \leq P_i + \Delta P_i & \qquad \Delta P = \frac{hP}{2T} \\ 0 \leq x_o \leq 0.5P & \qquad \Delta x_o = 0.1hP^{1/3} \\ 3h \leq d \leq 3.5\frac{2R_\odot}{(2\pi GM_\odot)^{1/3}}P^{1/3} & \qquad N_d = 40; \end{aligned} \tag{4.16}$$

en non seulement autour de ce pic, mais aussi autour de ses principaux harmoniques : $2P_1$, $4P_1$, $0.5P_1$ et $0.25P_1$. La raison pour étudier les harmoniques vient de la caractérisation.

Il y a une dernière astuce. Si l'on recherche des positions initiales entre 0 et $P/2$ on rate les transits qui sont déjà commencés en début de l'observation. Alors, il vaut mieux chercher dans l'intervalle $-d_{\max}/2 \leq x_o \leq P/2 - d_{\max}/2$ (ou $d_{\max}$ est la durée maximale du transits à la période donnée).

### 4.6.6 Les transits dans les systèmes multiples

L'algorithme ici décrit ne cherche que des systèmes planétaires simples. Or, les systèmes multiples, dont on a déjà parlé dans la section 2.1, sont fort intéressants et pour le moment on n'a pas découvert aucun qui possède de transits (Fabrycky 2008). En principe, l'algorithme ici décrit peut chercher facilement ce type de systèmes. Si l'on a de multiples transits à deux périodes différentes, il suffirait de dire à l'algorithme de ne pas prendre le pic le plus important et ses harmoniques ; mais, par exemple, les deux pics les plus importants et ses harmoniques. Une autre solution est de chercher le transit principal, enlever de la courbe de lumière tous les transits (c'est facile une fois que l'on a caractérisé la planète, voir la section 4.7) et répéter les calculs sur cette courbe réduite en cherchant d'autres transits. Malheureusement, jusqu'à la date de la rédaction de cette thèse on n'a pas encore trouvé de systèmes multiples dans les données de CoRoT.

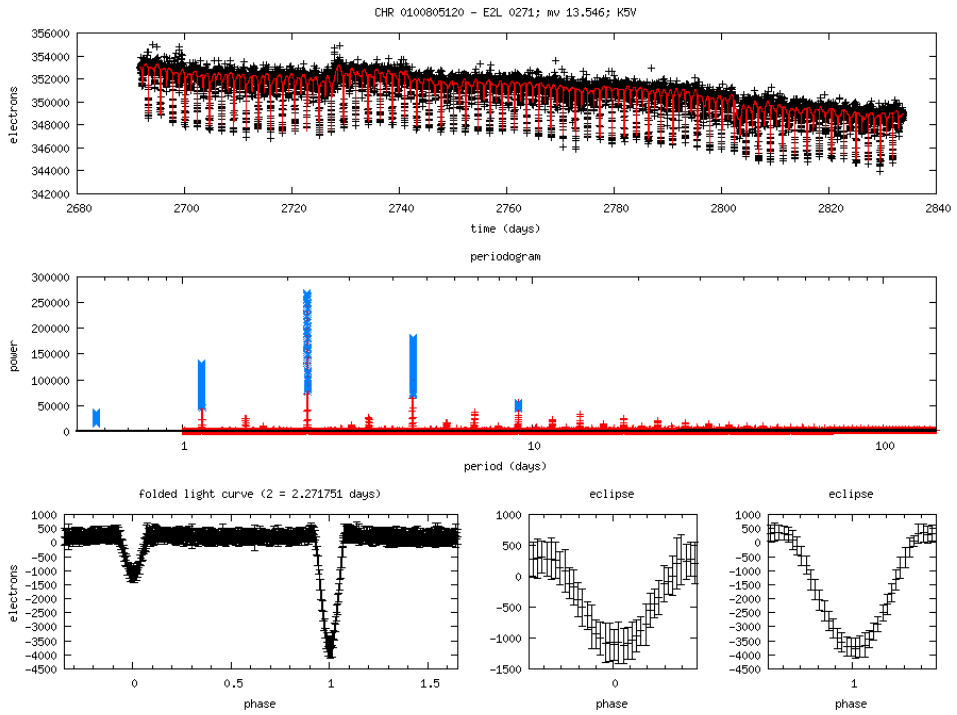



**Fig. 4.28** – Exemple de diagramme "multiplot" (suivre l'explication détaillée dans la section 4.7). Il s'agit d'une binaire dont l'éclipse primaire est 3 fois plus importante que la secondaire.

## 4.7 La caractérisation

### 4.7.1 La classification préliminaire

Dans la section 4.6.5 on a décrit le processus par lequel on obtient, en parcourant l'espace de phases du problème, la période $P_1$ pour laquelle la valeur de l'estimateur 4.14 est maximale. Avec notre modèle de distance 4.10, pour cette période $P_1$, et pour ses harmoniques $2P_1$, $4P_1$, $0.5P_1$ et $0.25P_1$, on obtient un ensemble de paramètres : la position initiale du transit $x_o$, sa durée $d$ et les profondeurs $\delta_1$ et $\delta_2$ de chaque éclipse par rapport à la valeur moyenne de la courbe $H$. Notre objectif est maintenant d'exclure la possibilité que notre candidat soit une fausse alarme et ensuite le classifier comme binaire ou comme candidat planétaire.

On a deux séries :

- la série générale de paramètres **"bsc"** pour des périodes de 1 à $T$ jours avec des précisions données par 4.15 ;
- la série particulière de paramètres **"car"** pour la période $P_1$ et ses harmoniques avec des précisions données par 4.16.

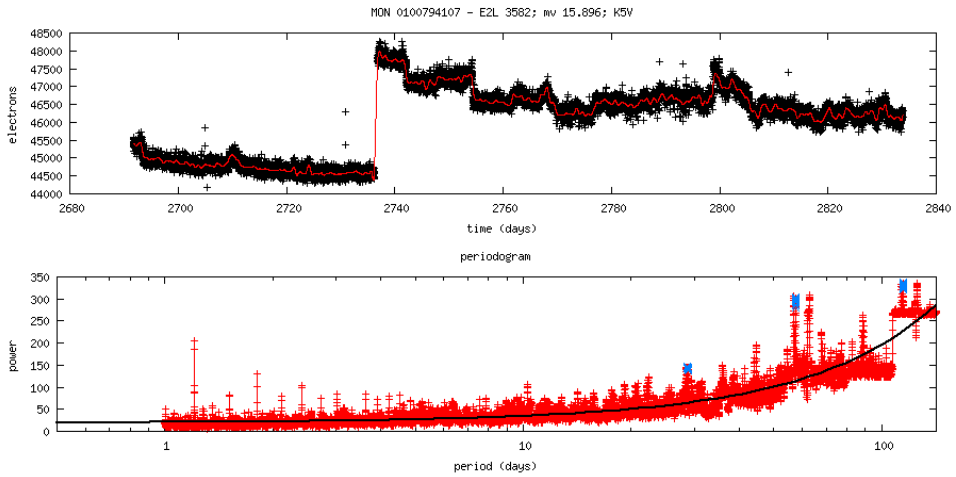



**Fig. 4.29** – Un autre exemple de diagramme “multiplot” (voir la section 4.7). La méthode n’arrive pas à découvrir la binaire à 0.6 jours (voir la figure 4.30) : elle trouve le pic à 115 jours et elle décide qu’il s’agit d’un fausse alarme. Comme c’est une fausse alarme, la méthode ne plie pas la courbe à la période trouvée, donc il manque la troisième partie du diagramme “multiplot”.

On va résumer notre diagnostic dans un diagrammes “multiplot” comme ceux que l’on a déjà montré dans les figures 4.24, 4.25, 4.26, 4.28 ou 4.29 ; chaque diagramme est divisé horizontalement en trois parties :

1. la courbe de lumière filtrée de rayons cosmiques, mais non pas de pixels chauds ; pour distinguer la contribution de ceux-ci au niveau de bruit. Superposée, on a le modèle filtré de la courbe 4.10 avec les paramètres de $P_1$ ;
2. le **périodogramme**, qui est la valeur de l’estimateur 4.14 pour la série de paramètres “bsc” en couleur rouge (qui comprend tout l’intervalle $1 \leq P \leq T$) et en couleur bleue pour la série de paramètres “car” (qui ne comprend que les harmoniques de $P_1$) ;
3. la courbe pliée à la période $P_1$ plus un détail des éclipses. La phase montrée est 2 parce que l’on sait que s’il s’agissait d’un candidat planétaire, sa période serait $P_{\text{planète}} = P_1/2$. Les éclipses sont donc dans les phases 0 et 1.

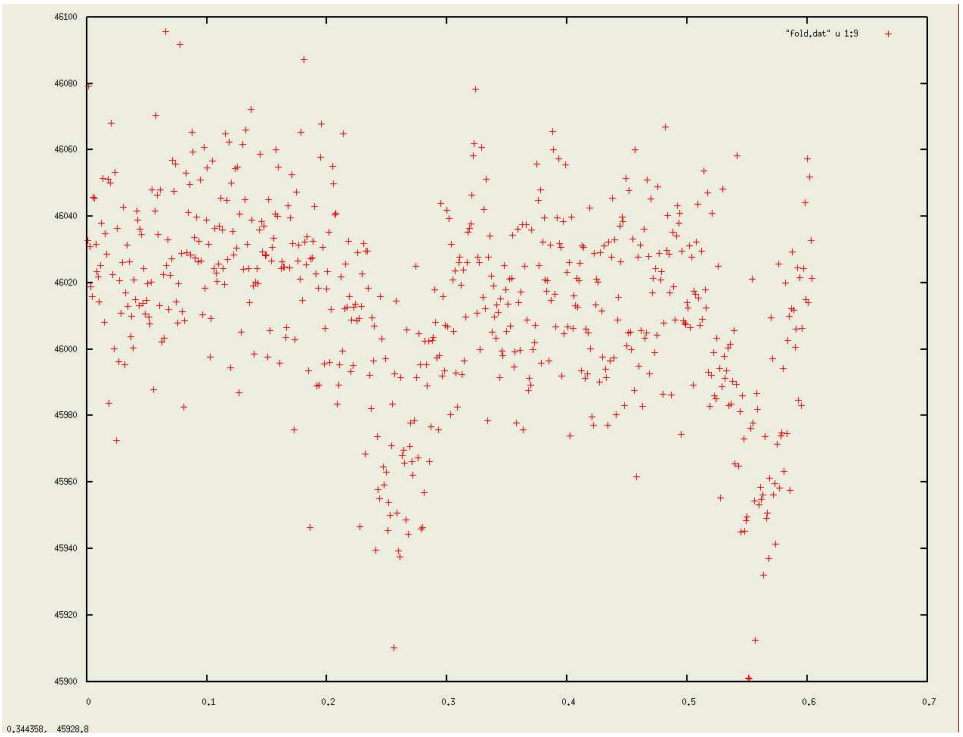



**Fig. 4.30** – La courbe LRc01_E2_3582 pliée à 0.60 jours, on voit deux éclipses très faibles, autour de 0.14%.

Normalement, on espère trouver un pic $P_1$ bien plus important que n'importe quel de ses harmoniques dont le rapport signal sur bruit est important. Par exemple, dans la figure 4.28 le pic à 2.27 jours a une hauteur de 44 fois $\sigma$ par rapport à la moyenne tandis que celui à 4.54 jours mesure 32 fois $\sigma$ et celui à 1.14 jours seulement $23\sigma$ ; les deux éclipses ont à peu près la même durée, 3.5 heures, mais la deuxième est 3 fois plus importante que la première, dont la profondeur est 1%. Il s'agit clairement d'une binaire.

Parfois, la différence entre le pic $P_1$ et ses harmoniques est moins importante. Par exemple, dans la figure 4.25, le pic à 10.7 jours est à $30\sigma$ tandis que le pic à 21.4 jours est à $29.5\sigma$. Mais si l'on compare le pic a 5.36 jours ($P_1/2$) avec celui à 42.9 jours ($4P_1$), on voit que le premier et encore une fois plus important que le deuxième, ce qui fait tomber la balance sur la première option. Dans le cas inverse, ou $P_1 \approx 2P_1$ mais $4P_1 > P_1/2$ la méthode aurait choisi $2P_1$ comme la période du candidat.

Si la méthode trouve que la différence entre la profondeur des pics est significative, on décide qu'il s'agit d'une binaire, comme dans les cas de 4.25 ou 4.28. On considère que la différence est significative si elle est plus grande que 1 fois l'écart typique de la courbe pliée à la période donnée. Par

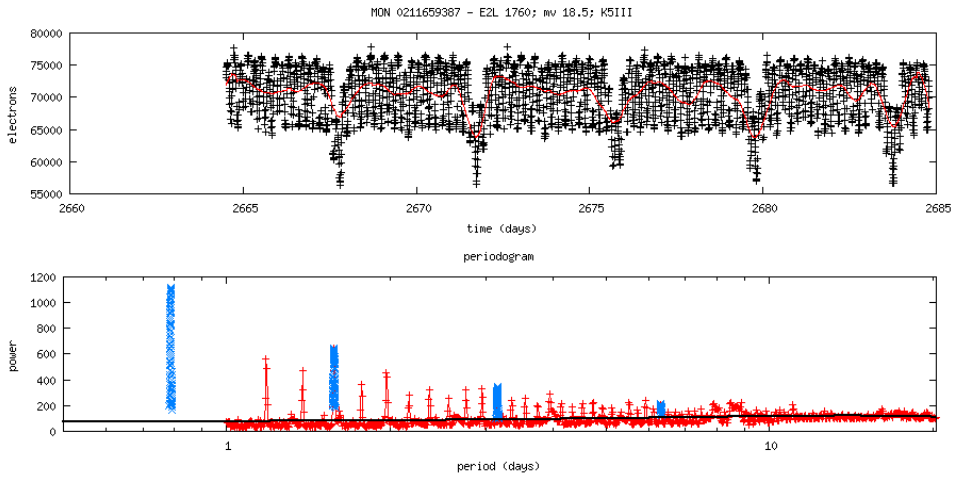



**Fig. 4.31** – La méthode n'arrive pas a filtrer l'oscillation à 1.18 jours et elle ne peut pas trouver donc la binaire à 4 jours qui se cache derrière. Dans le périodogramme on voit clairement les pics à 1.18 jours, qui a une hauteur de 9 $\sigma$, mais à cette période la méthode maximise l'estimateur pour des profondeurs négatives car il s'agit d'une oscillation et non pas d'une éclipse, donc le candidat est rejetée comme fausse alarme.

contre, on peut trouver que cette différence n'est pas significative, comme dans les cas de 4.24 ou 4.26 (dont la différence est de $0.04\sigma$) ; on les classifie préliminairement comme des candidats planétaires.

Quant aux fausses alarmes, on a le cas de 4.29. En fait, il s'agit d'une binaire à 0.60 jours dont la profondeur des transits est de 0.13% et 0.14% ; en fait, elles ont une signification de seulement 0.6 et $0.65\sigma$. Le pic à 1.2 jours dans le périodogramme a une hauteur de $8\sigma$, mais il n'a pas été sélectionné par la méthode automatique parce qu'il y a encore un autre pic plus important à 115 jours avec une signification de $14\sigma$. Tous les pics avec des périodes plus grandes que 30 jours sont provoqués par le pixel chaud qui a lieu le jour 2737 (le 30 juin 2007). Si l'on regarde la forme du périodogramme, on voit qu'elle est croissante avec la période : c'est l'effet des sources de bruit qui ne sont pas correctement filtrées. La méthode de filtrage fait sont mieux, mais elle n'arrive pas a nettoyer tous les effets systématiques, ce qui provoque assez de bruit dans le périodogramme pour rater la détection d'une

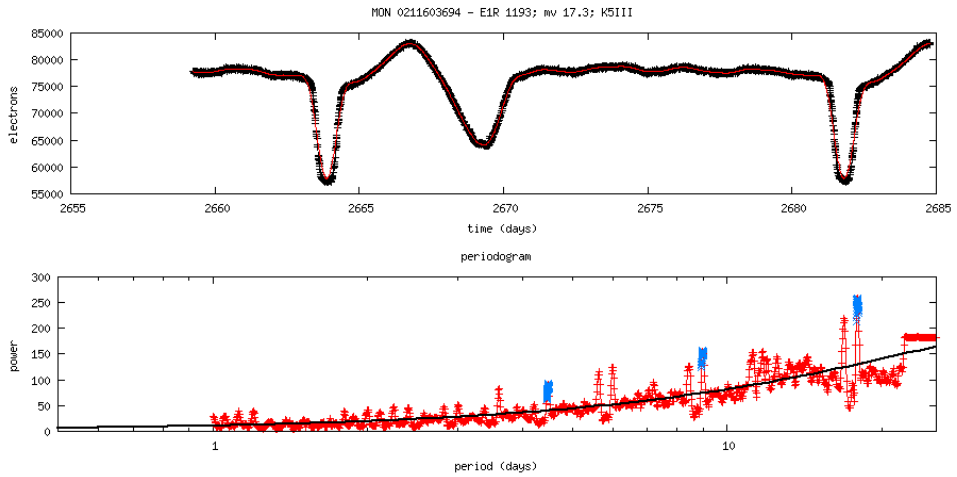



**Fig. 4.32** – Voici une drôle de binaire. Il y a des courbes qui se ressemblent, comme celles de l'étoile R 81, de type P-Cygni (Stahl et al. 1987; Tubbesing et al. 2002), mais avec une période très différente. Les éclipses durent plus d'une journée, donc elles sont presque complètement effacées par l'algorithme de filtrage de la variabilité stellaire (voir la section 4.5.6). Néanmoins, la méthode trouve du signal à la période de la binaire, 17.63 jours, avec une signification de 11 sigma ; mais elle la rejette parce que l'estimateur est maximisé pour des profondeurs négatives, car presque la totalité du signal a été filtrée, donc le candidat est rejetée comme fausse alarme.

source faible qui dans ce cas là est une binaire, mais si c'était le cas d'une planète, elle serait très intéressante parce que sa taille serait plus petite que celle de Neptune. Pour améliorer la détection, on ajuste à la forme du périodogramme un polynôme de Legendre (voir section 4.5.6) d'ordre 2 et on compare l'hauteur des pics avec la valeur du polynôme à l'hauteur donnée et non pas avec la valeur moyenne de l'estimateur. Dans le périodogramme, le polynôme se correspond avec la ligne noire. Dans le cas concret de LRc01_E2_3582, on n'a pas réussi à déceler la binaire, mais dans d'autres cas cette méthode se révèle puissante ; en fait, il ne s'agit pas d'un problème de la méthode de détection, mais du filtrage.

Mais quels sont les critères que la méthode utilise pour classifier comme fausse alarme LRc01_E2_3582 à la période de 115 jours ? On va présenter sous

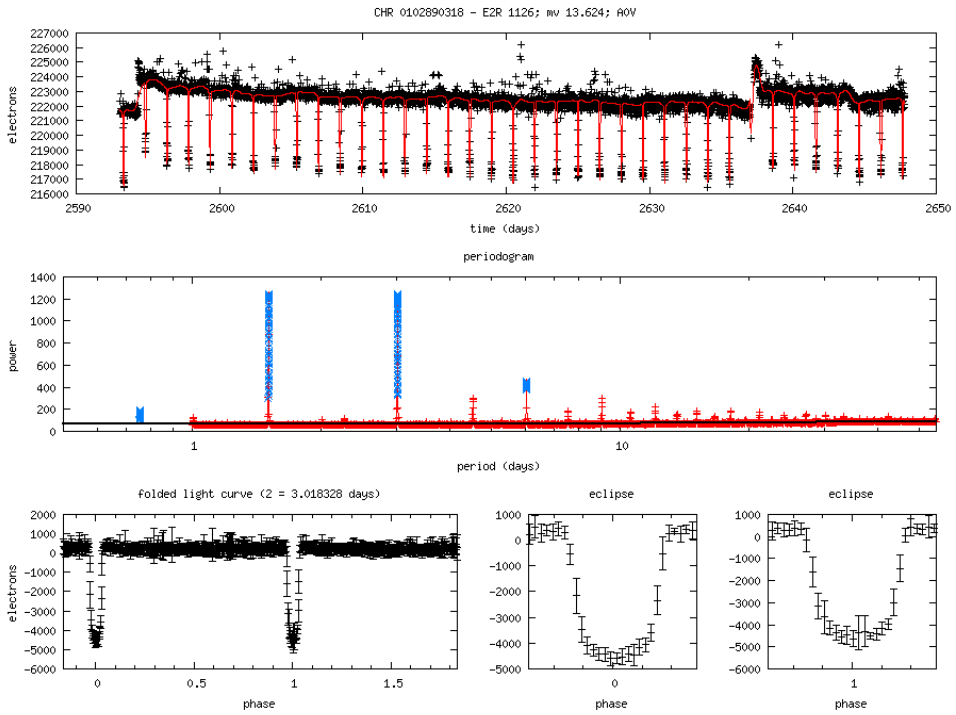



**Fig. 4.33** – CoRoT-exo-1b, la première planète trouvée par CoRoT (Barge et al. 2008a).

une liste tous les conditions que doit vérifier un signal pour être considéré comme réel :

- on ne considère que les pics du périodogramme “bsc” qui sont plus grands que 5 fois $\sigma$ ; c’est le premier seuil.
- il faut que les pics “bsc” ne soient pas isolés ; c’est à dire, on ne peut pas avoir un pic plus grand que le seuil entouré des points en dessous de celui-ci. En d’autres mots, on cherche des pics gaussiens et non pas de la forme d’une distribution $\delta$ de Dirac ; car ces derniers sont provoqués par le bruit instrumental à fréquences de l’ordre de la période orbitale du satellite.
- on exige que les harmoniques $P_1/2$ et $2P_1$ soient plus importantes que 4 fois $\sigma$ ; c’est le deuxième seuil.
- il faut que les profondeurs des transits soient positives.

La dernière condition est inhérente au modèle de la courbe 4.10 : on cherche la valeur maximale de l’estimateur 4.14, mais on ne pose aucune condition préalable aux profondeurs, il se peut que l’on maximise l’estimateur avec une profondeur négative. Il s’agira donc du bruit instrumental ou d’un phénomène d’activité stellaire, mais non pas d’un transit ou d’une

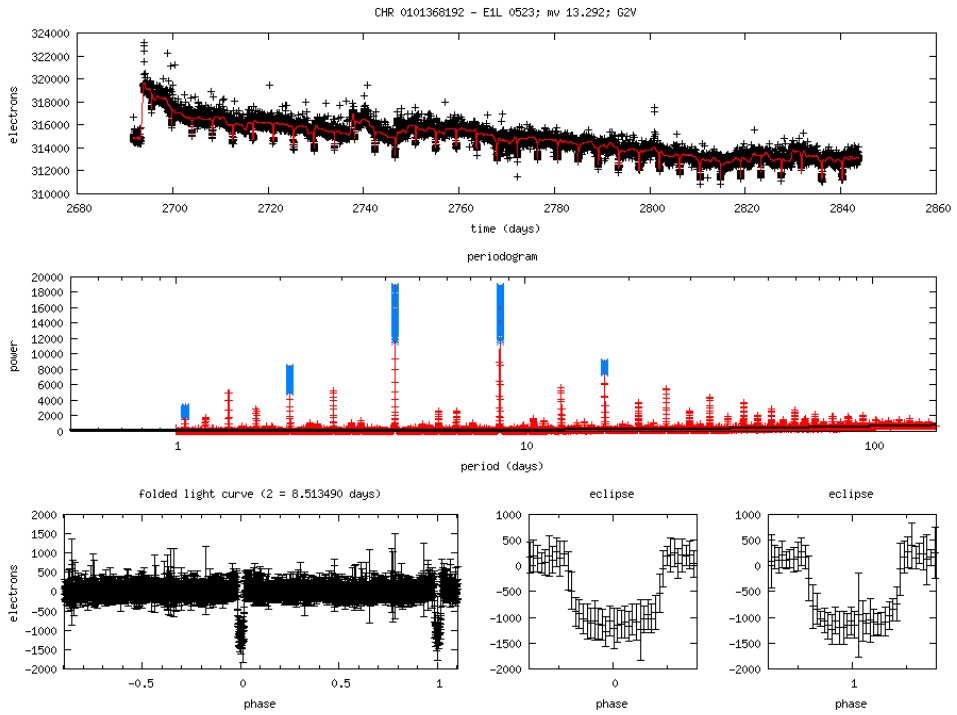



**Fig. 4.34** – CoRoT-exo-3b, l'objet compact de 20 masses de Jupiter trouvé par CoRoT (Deleuil et al. 2008).

éclipse. Toutefois, il peuvent se produire de fausse rejections, voir les cas de 4.31 et 4.32.

On a commenté dans la section 4.6.3 que la forme en "V" des éclipses était typique des binaires tandis que la forme en "U" indiquait la nature planétaire. En général, c'est vrai ; mais attention aux exceptions ! Il s'avère que les objets de nature planétaire trouvés par CoRoT (figures 4.33, 4.26, 4.34 et 4.35) ont une forme en "U" ; tandis que les binaires ont une forme en "V" (figures 4.24, 4.25, 4.28). Mais il peut arriver que l'on trouve des planètes avec des transits en forme de "V", comme TrES-3 (voir la figure 4.36) qui a un paramètre d'impacte de 0.83 (O'Donovan et al. 2007). On ne peut pas faire confiance à l'oeil, il faut modéliser la courbe pour obtenir les paramètres. Il faut se méfier aussi de la profondeur des éclipses, car une troisième étoile dans la PSF peut diluer l'image d'une éclipse et nous faire penser qu'il s'agit d'un objet plus petit qu'il ne l'est ; ou par contre, on peut avoir des transits dont la profondeur est 3% comme c'est le cas de CoRoT-exo-2b (figure 4.26), une planète gonflée qui orbite une étoile de type G (Alonso et al. 2008b).

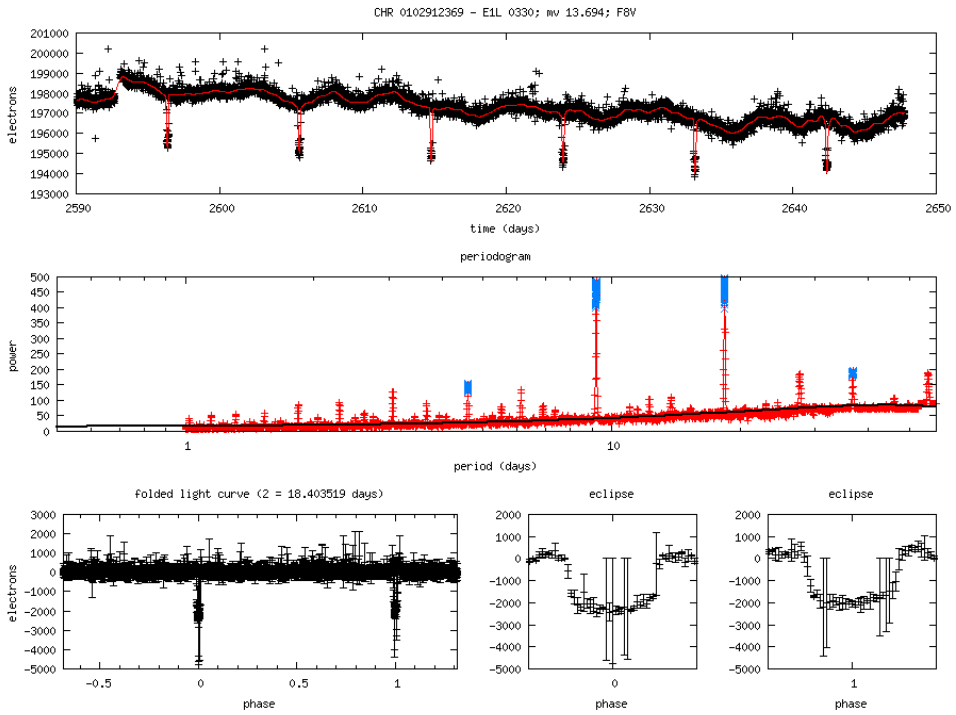



**Fig. 4.35** – CoRoT-exo-4b, une planète de 0.73 masses de Jupiter trouvée par CoRoT (Aigrain et al. 2008; Moutou et al. 2008).

### 4.7.2 Les fausses alarmes

La table 4.1 comprend un résumé des résultats des analyses à la date de la redaction de cette thèse. Il faut dire que le FU continue dans les trois runs, donc on ne peut pas exclure l'apparition de nouveux candidats ou de nouveaux planètes bientôt. Pour chaque run on compare la durée des observations ; le nombre de courbes de lumière analysées ; le nombre de courbes où l'on a trouvé, avec la méthode ici décrite, des éclipses (c'est à dire, des possibles binaires) ; le sous-ensemble de ces courbes qui présentent des transits dont l'origine est possiblement planétaire et finalement le nombre de planètes confirmées par FU.

Un *long run* contient 7 fois plus de données qu'un *short run* et cependant on ne trouve pas une différence significative dans le nombre candidats. En fait, la plupart des binaires (70%) trouvées dans le LRc01 ont des périodes plus petites que 10 jours, donc on peut les trouver facilement dans le SRc01, mais on se demande si le rapport signal sur bruit est pareil dans les deux cas. Le nombre de candidats planétaires est aussi comparable dans les deux runs, mais cette fois c'est parce qu'il est plus difficile de distinguer si un candidat est de nature binaire ou planétaire avec seulement 20 jours de données ;

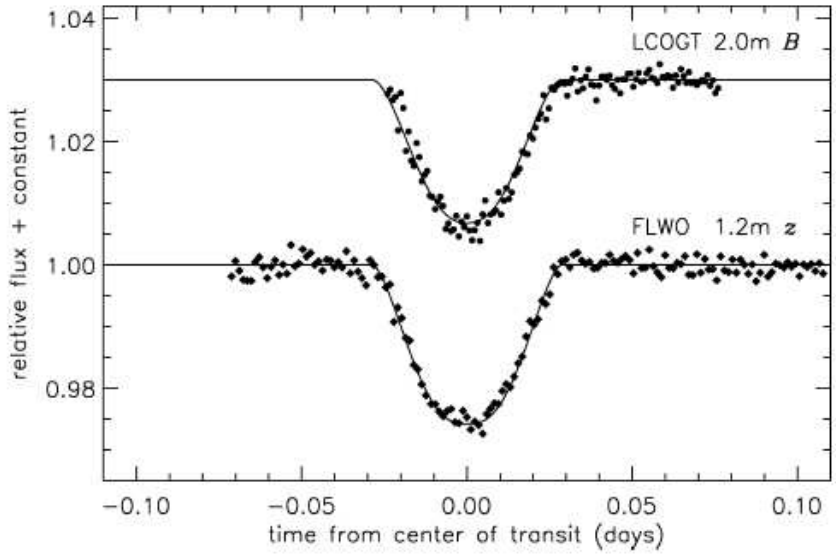



FIG. 2.—Relative flux of the TrES-3 system as a function of time from the center of transit, adopting the ephemeris in Table 3, and including the residual color-dependent extinction correction (§ 3). Each of these follow-up light curves is labeled with the telescope and filter employed. We have overplotted the simultaneous best-fit solution, adopting the appropriate quadratic limb-darkening parameters for each band pass.

**Fig. 4.36** – Le transit de TrES-3 publié par O'Donovan et al. (2007). Attention à la forme en "V" du transit ; l'inclinaison de l'orbite est de 82.15°.

comme on ne veut pas rater des planètes, pour le SRc01 on fait un sélection moins conservatrice et on a donc plus de candidats.

Mais tous les candidats de la table 4.1, qui sont les candidats qui ont été considérés pour le FU, ne sont pas tous les candidats qui sortent de l'algorithme de classification. Si tous les paramètres étaient parfaitement ajustés, la différence ne serait pas trop grande. Hélas, ce n'est pas le cas. Normalment, l'algorithme trouve entre 300 et 400 candidats, donc presque la moitié sont des fausses alarmes qu'il faut rejeter avec une observation détaillée de la courbe ; de cette façon on apprend à mieux connaître l'algorithme et on peut faire des améliorations qui, en général, vont toujours dans la direction du fitrage. Le problème est de savoir comment faire la différence entre le bruit d'origine instrumental et le signal des candidats les plus faibles, et donc les plus intéressants, quand cette différence n'est pas très évidente.

Dans la figure 4.37 on voit que l'algorithme a trouvé un signal périodique à 42.7 jours. Dans la courbe pliée le signal n'est pas très clair ete n fait il paraît que l'on a surestimé la période car il y a des transits en dehors des

| run | jours | nombre de courbes | candidats binaires | candidats planétaires | planètes |
|---|---|---|---|---|---|
| IRa01 | 60 | 9872 | 176 | 23 | 2 |
| SRc01 | 20 | 6973 | 169 | 38 | 0 |
| LRc01 | 150 | 11407 | 178 | 39 | 2 |
| LRa01 | 150 | 11408 | 171 | 35 | 1 |

**Tab. 4.1** – Table résumé des résultats des analyses de données de CoRoT.

phases 0 et 1. On a un détail des transits de cette courbe dans la figure 4.38. La forme des transits n'est pas correcte : il n'y a pas d'immersion ni d'émersion. En outre, la période n'est pas parfaitement définie. En fait, c'est très intéressant que ce soit comme cela car les transits non périodiques sont signe d'une perturbation dans le système produite par un troisième corps, mais ici il s'agit de perturbations de quelques heures, ce qui est trop grande. Le premier transit et le deuxième sont séparés de 16.3 jours ; le $2^{\text{ème}}$ et le $3^{\text{ème}}$ 16.4 jours (2.4 heures de différence) ; le $3^{\text{ème}}$ et le $4^{\text{ème}}$ 19.5 jours (3 jours de différence !) ; on ne voit ni le $5^{\text{ème}}$, ni le $6^{\text{ème}}$ transits, mais le $7^{\text{ème}}$ se trouve à 3 fois 16.4 jours du $4^{\text{ème}}$ et on voit encore un $8^{\text{ème}}$ transit à 18.17 jours du $7^{\text{ème}}$. Il faut se méfier de ces différences si on compare leur ordre de grandeur avec les valeurs que l'on a trouvées dans la section 2.3.6.

Pour avancer dans la compréhension du phénomène, on regarde les différentes couleurs de la courbe. Dans la figure 4.39 on voit les transits 1 et 4 dans les différentes couleurs. Visiblement la diminution de flux est très brusque et elle ne se produit que dans un des canaux. Même s'il s'agit d'une source de bruit quasi-périodique, on doit conclure qu'il s'agit du bruit instrumental.

La figure 4.40 montre l'évolution du flux dans les différents canaux. La somme totale du flux dans le masque est presque constante, mais le flux se déplace dans le masque du canal rouge au bleu. C'est un phénomène qui est présent dans d'autres courbes, mais on n'a pas reussi à comprendre son origine : une possibilité c'est le mouvement propre de l'étoile, mais chaque pixel de CoRoT se correspond à 2.2 secondes d'arc ce qui est un déplacement trop grande pour une étoile dans l'intervalle de temps d'un *long run* ; une autre possibilité est un défaut du pointage qui provoque un déplacement des étoiles dans le CCD, mais dans ce cas le déplacement devrait être le même pour toutes les étoiles du champ, ce qui n'est pas vrai.

Dans cette même courbe de lumière il y a d'autres défaut instrumentaux (voir la figure 4.41) comme l'oscillation du flux entre les canaux rouge et bleu (le même phénomène que l'on avait trouvé dans la figure 4.15) et des échanges temporels de flux entre deux canals. On arrive à la conclusion que les transits pseudopériodiques trouvés par l'algorithme ne sont que pertes temporaires de flux du canal bleu : une partie de la lumière qui sort du masque et qui rentre quelques heures plus tard.

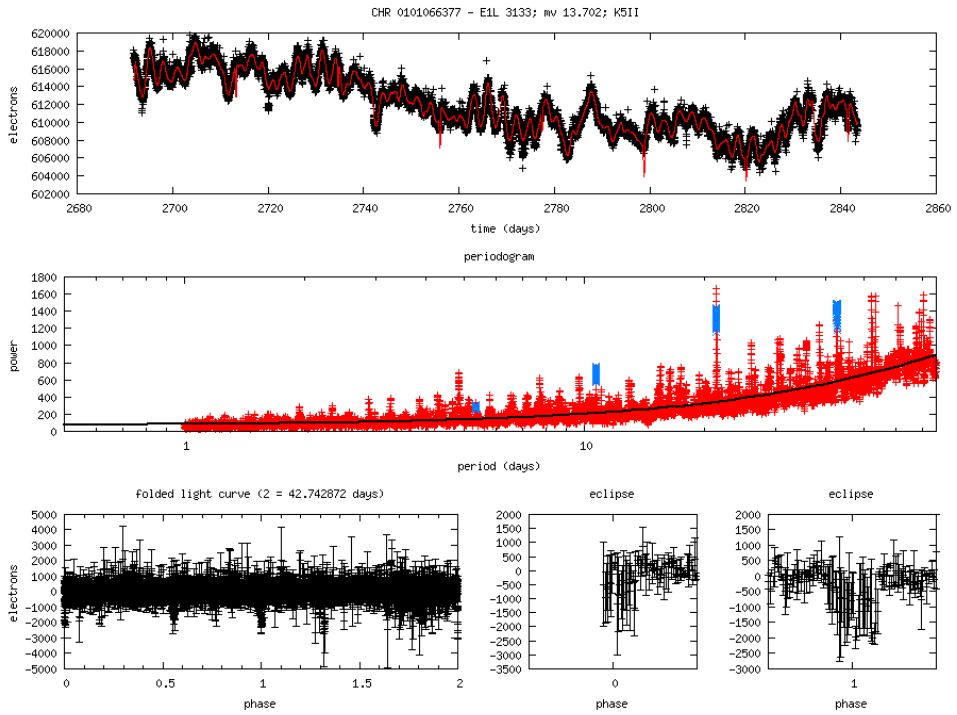



**Fig. 4.37** – Exemple de fausse alarme, suivre l'explication dans le texte.

En fait, il ne s'agit ici que d'un cas singulièrement périodique de la source de bruit des "pixels fous"[22] : une diminution brusque et de courte durée du flux qui est facile de repérer dans les courbes CHR car elle n'affecte qu'un seul canal ; l'ordre de grandeur de cette diminution est 1%. Une planète qui provoquait une oscurcissement de cette ampleur devrait avoir une immersion et une émersion très nettes ; son absence nous fait classifier ces phénomènes comme du bruit instrumental.

Finalement, une dernière source de bruit qui pose des problèmes c'est la variabilité stellaire. On a vu dans la section 3.3 que dans certaines conditions, les taches peuvent imiter la forme des transits. Certaines étoiles montrent une tache, ou un groupe de taches, qui réapparaît quelques fois au fur et à mesure que l'étoile tourne sur elle même ; puis elle disparaît pendant quelques dizaines de jours pour renaître plus tard. Dans un *long run*, l'algorithme montre une certaine tendence à interpréter ce phénomène comme un transit exceptionnellement long avec une période de plus de 50 jours.

[22] *crazy pixel.*

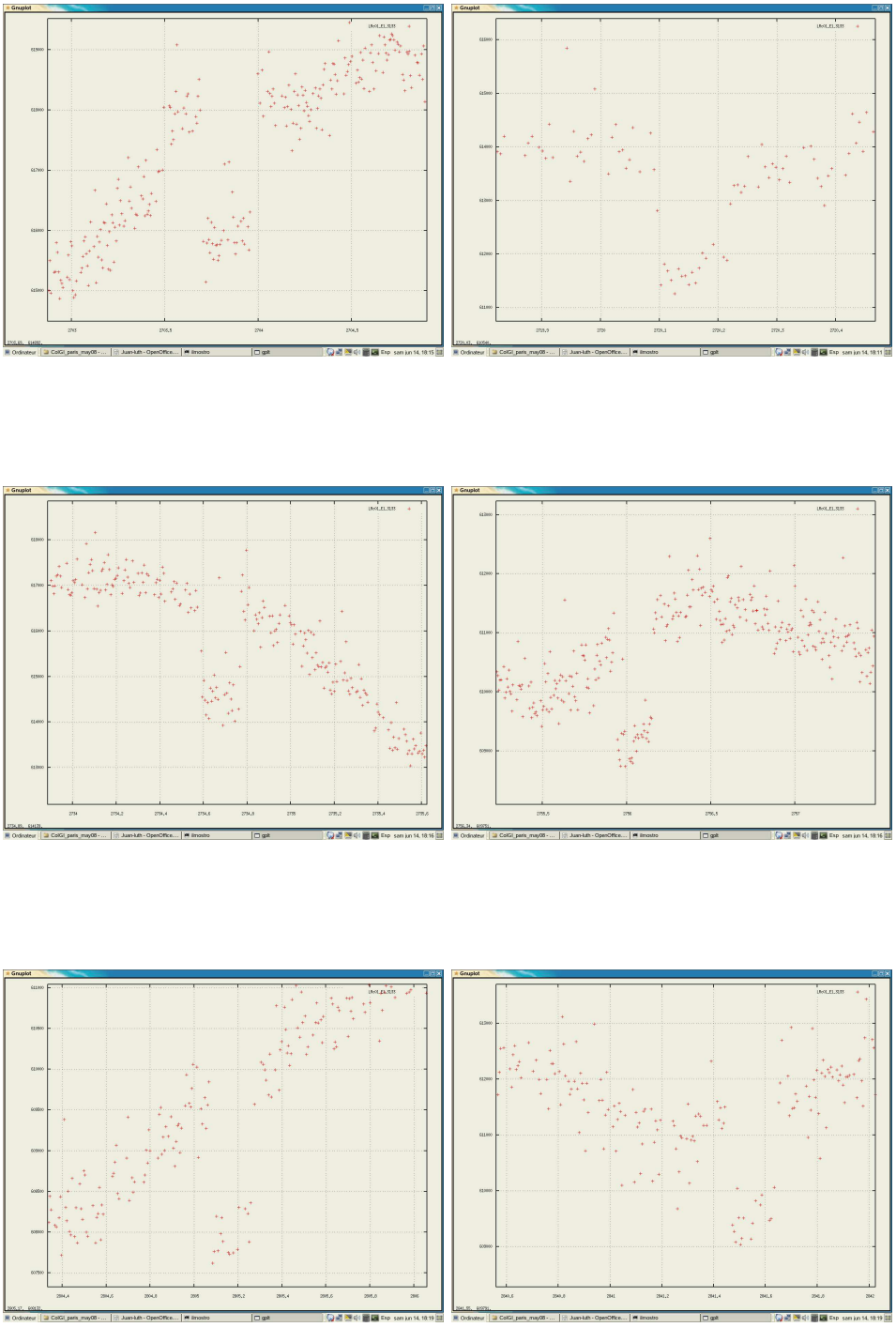


**Fig. 4.38** – Les faux transits.

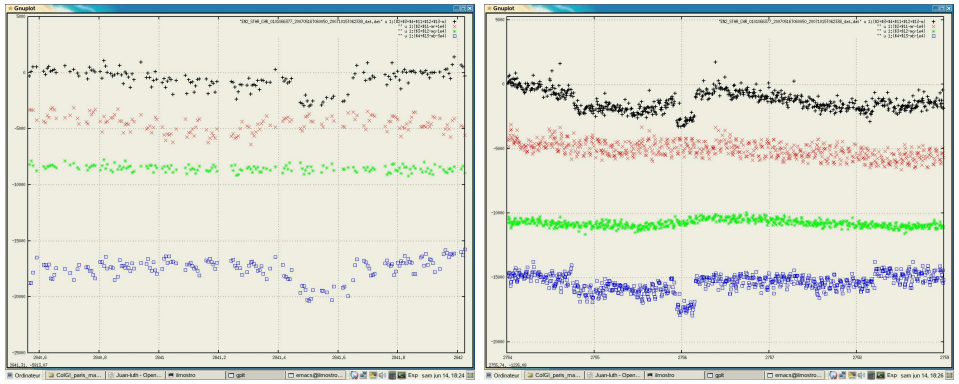


**Fig. 4.39** – Vue des faux transits en couleur.

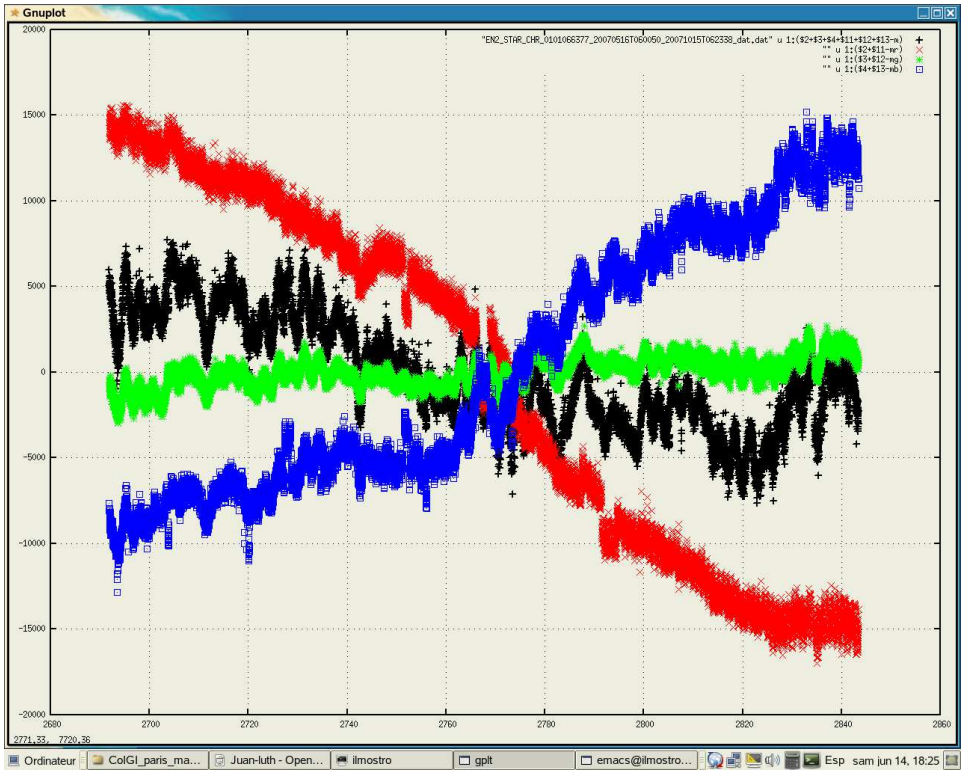



**Fig. 4.40** – L'évolution du flux dans les différentes canaux de la courbe.

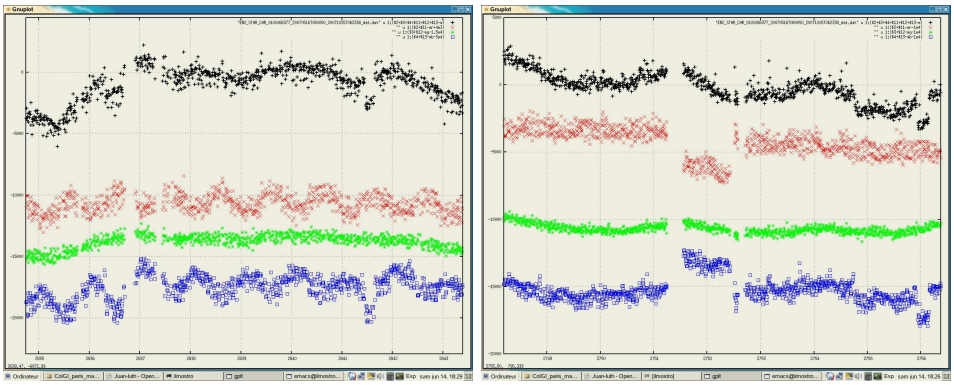


**Fig. 4.41** – D'autres problèmes instrumentaux : l'oscillation du flux entre les différents canaux (comme dans la figure 4.15) ; le transvasement brusque de flux d'un canal à l'autre ; du flux qui sort brusquement du masque (comme l'effet de la pluie, voir la section 4.5.5, mais à une échelle plus large).

### 4.7.3 La base de données

Dans la section 4.7.1 on a expliqué comment un candidat est classifié comme binaire ou comme planète une fois écartée la possibilité qu'il s'agisse d'une fausse alarme. Dans le premier cas on ne pursuit plus les analyses, mais on garde dans la base de données les paramètres (période, position initiale, durée et profondeur) pour des études postérieurs. Par contre, s'il s'agit d'un candidat planétaire on étudie la forme du transit et le rapport entre la durée et la période.

Comme il a été déjà expliqué, il s'agit d'une analyse complexe. Le rapport durée sur période doit suivre la loi de Seager & Mallén-Ornelas (2003), mais on ne connaît pas l'excentricité qui peut le rallonger ou le raccourcir sensiblement. Pour étudier la forme du transit on doit utiliser des modèles comme ceux de Mandel & Agol (2002) ou Giménez (2006), mais il se peut que l'on ne connaisse suffisamment bien les paramètres de l'étoile (les coefficients de l'assombrissement centre-bord, le rayon et la masse) et donc les résultats ne soient pas concluants.

Il vaut mieux attribuer une classification aux points. En fait, telle a été la demande des scientifiques dediés au FU, qui avaient besoin d'une hiérarchisation simple des candidats pour organiser les observations. Un bon candidat, avec priorité 1, est celui dont les transits vérifient le rapport durée sur période, dont leur forme est plutot en "U" et dont la taille du candidat, tirée de la profondeur, est inférieure ou de l'ordre de celle de Jupiter. Si le candidat ne vérifie que deux de ces conditions, sa priorité sera 2 et 3 s'il ne satisfait qu'une. Si aucune condition n'est vérifiée, le candidat sera consideré une binaire.

Finalement, les candidats avec leur priorité et ses paramètres sont stockés

dans une base de données MySQL[23] spécifiquement dessinée pour les résultats de notre algorithme qui peut être consultée avec des routines PHP[24] programmées pour l'occasion. CoRoT génère un grand nombre de courbes (de l'ordre de 10000 par run) qui occupent une quantité importante d'espace de disque dur (80 GB pour un *long run*) ; des chiffres peu confortables. La base de données permet un accès rapide et fiable à tous les paramètres d'un candidat ainsi que leur rangement en fonction des différents critères et la sortie de l'information dans plusieurs formats : texte, HTML, XML, CSV... La base de données nécessite quelque développement informatique, mais elle fait gagner énormement de temps et simplifie le traitement de l'information. L'expérience acquise dans l'élaboration de ces outils informatiques peut s'appliquer à l'adaptation du catalogue de naines froides (Ultracool Dwarf Catalog, Martín et al. 2005) aux conditions de l'Observatoire Virtuel.

## 4.8 Le chronométrage de transits

Dans la section 2.3 on a calculé la magnitude des perturbations produites dans un système à trois corps et on a vu que ces perturbations opèrent à long terme. Dans la dynamique des systèmes planétaires d'autres sources de perturbations opèrent comme celles causées par la rélativité générale, par le moment quadrupolaire du potentiel gravitationnel de l'étoile, par les effets de marée ou encore par le mouvement propre de l'étoile (Miralda-Escudé 2002; Jordán & Bakos 2008; Pál & Kocsis 2008; Rafikov 2008). Les échelles de temps y impliquées sont trop longues pour les mesurer avec le satellite CoRoT, qui au maximum fournit jusqu'à 150 jours d'observations ininterrompues. Néanmoins, ils existent encore des perturbations à plus court terme, comme celles produites par les corps placés dans des orbites troyennes (Laughlin & Chambers 2002; Dvorak et al. 2004; Ford & Holman 2007), la cinématique des orbites (Holman & Murray 2005; Agol et al. 2005) ou les effets dus à la propagation du signal à la vitesse de la lumière.

### 4.8.1 Les troyens

Dans le système solaire ils existent les asteroïdes troyens, un ensemble de corps de faible masse dans les points de Lagrange L4 et L5 de l'orbite de Jupiter. Mais dans le domaine des exoplanètes on considère la formation et la stabilité de corps de masse planétaire dans les mêmes orbites (lire Ford & Gaudi 2006 et Dvorak et al. 2004 ainsi que les références y incluses). On peut estimer les perturbations que ces corps produiront sur le temps d'arrivée du

[23] `http://www.mysql.com`
[24] `http://www.php.net`

signal des transits d'une exoplanète :

$$\delta t = \frac{M_{\rm Trojan}}{M_{\rm planet}} \frac{\rm angle}{2\pi} P_{\rm planet}; \tag{4.17}$$

pour un objet troyen de la masse de la Lune, une planète de la masse de Jupiter, un angle typique de 30° et une période de 20 jours la perturbation est de 5 secondes.

Il faut pouvoir comparer cette perturbation avec la précision dans la détermination des éphémérides des transits avec CoRoT. D'après Doyle & Deeg (2004), la précision maximale $\delta t_0$ que l'on peut obtenir dans la position du minimun d'un transit dont la durée est $T_{\rm tr}$ et la profondeur $\Delta L$, avec un instrument dont la précision photométrique est $\delta_L$ qui a pris $N$ points de mesure est :

$$\delta t_0 = \delta_L \frac{T_{\rm tr}}{2\Delta L\sqrt{N}}.$$

La précision photométrique de CoRoT, qui devrait nous permettre d'atteindre au moins 0.1% pour des transits dont la profondeur est 1% et la durée typique est de quelques heures ; en prennant des mesures à la cadence de 32s, on devrait atteindre une précision de quelques secondes.

Ces troyens ont été recherches photométriquement (Moldovan & Matthews 2008) ou dans les perturbations de vitesse radiale (Madhusudhan & Winn 2008) sans succès. Chez CoRot, à la date de la rédaction de cette thèse, on n'en a pas trouvé.

### 4.8.2 La cinématique des orbites

Dans la figure 4.42 on voit une figure extraite de l'article d'Agol et al. (2005) où l'on montre comment le temps d'arrivée du signal d'un transit est perturbé par la présence d'une deuxième planète dans une orbite intérieure. Avec les équations de mouvement utilisées dans la section 2.3 on peut calculer l'amplitude de cette perturbation :

$$\delta t = \frac{P_e}{2\pi} \frac{m_i}{m_* + m_i} \frac{a_i}{a_e} \tag{4.18}$$

qui pour une planète perturbatrice de la masse de la Terre, une étoile d'une masse solaire, une planète en transit de la masse de Jupiter dans une orbite de période 20 jours est de 1 seconde.

Il faut noter que l'on n'a pas pris compte des résonances qui peuvent amplifier notablement la magnitude de ces perturbations.

Seulement cette année 2008 il y a eu au moins 8 publications sur la recherche de ces perturbations dans des planètes en transit (Agol et al. 2008; Alonso et al. 2008a; Díaz et al. 2008; Hrudková et al. 2008; Irwin et al. 2008; Miller-Ricci et al. 2008a,b; Shporer et al. 2008) ; il y en aura d'autres qui suivront. Je voudrais aussi citer (Winn 2008) qui inclut une liste non

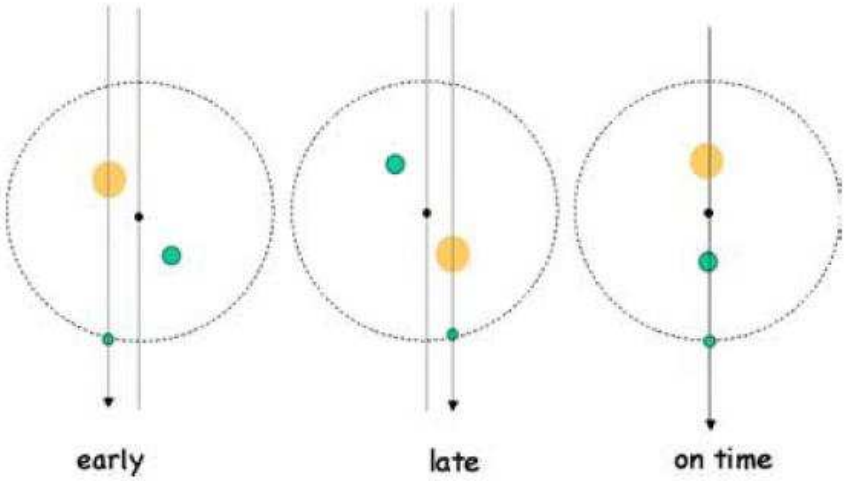



**Figure 1.** Schematic diagram showing changes in the timing of transit due to a perturbing planet interior to the orbit of a transiting planet.

**Fig. 4.42** – Figure extraite de Agol et al. (2005) qui montre les perturbations dans le temps d'arrivée du signal d'un transit lorsque le mouvement de la planète est perturbée par la présence d'une autre planète dans une orbite intérieure.

exhaustive, mais très intéressante, des observations des différents paramètres physiques que l'on peut tirer des transits.

### 4.8.3 La vitesse de la lumière

Ole Römer se dirige à l'Observatoire de Paris où il travaille avec Cassini[25] dans les chronométrage des éclipses des satellites de Jupiter ; plus concrètement d'Io. A l'époque on avait l'intention d'utiliser cette mesure pour établir la latitude d'un observateur sur la sphère terrestre. A 1676 il publie un article dans le Journal des Sçavants ou il explique que les différences de temps observé moins calculé dans les observations des éclipses d'Io étaient dues à la propagation de la lumière à une vitesse finie (Römer 1676).

Le même principe s'applique quand on étudie le temps d'arrivé des transits d'une planète dans une système où il y a une deuxième planète dans une orbite extérieure. Jupiter provoque un mouvement réflexe sur le Soleil dont l'amplitude est d'un rayon solaire qui la lumière parcourt dans 2 secondes. Si l'orbite d'une exoplanète est de 0.15 ua, l'amplitude maximale de cette

[25] Jean-Dominique Cassini (1625-1712), le célèbre astronome, ne porta pas le nom de directeur de l'Observatoire de Paris, mais il fut responsable de sa construction, suivant l'appel de Colbert ; et il fut membre de l'Académie des Sciences.

perturbation sur une planète intérieure serait de 0.1s.

$$\delta t = 2\frac{m_e}{M_*}\frac{a_e}{c} \tag{4.19}$$

On peut consulter Schneider (2005) sur d'autres applications de la recherche des perturbations dues à la propagation du signal à la vitesse finie de la lumière.

### 4.8.4 Les satellites

Il est difficile de calculer la magnitude de la perturbation par des satellites parce que l'on n'en a pas encore trouvé. Une planète de la masse de Jupiter avec une orbite dont la période est de 20 jours, ne peut pas avoir des satellites dans des orbites très éloignées car elles ne seront pas stables. Si le satellite a la masse de la Lune et il se trouve à 2 rayons de Jupiter de la planète (ce qui est très proche, il faudrait prouver que des satellites peuvent se former à cette distance) la perturbation produite dans le chronométrage des transits ne serait que de 0.1 secondes.

### 4.8.5 Les observations de CoRoT

L'analyse des différences entre les temps calculés et observés (O-C) pour l'arrivée des signaux périodiques a été apliquée d'abord aux étoiles binaires. Irwin (1952) et Irwin (1959) offrent une excellente exposition du traitement de la mesure de ces différences, mais Scott (1940) offre un point de vue plus pratique. C'est la même idée que Woltjer (1922) a utilisé pour ressoudre le problème (posé par Hertzsprung 1922) d'analyser les signaux comme celles mesurés par Chandler (1892). On utilise toujours cette méthode pour étudier les binaires, même si pour elles les périodes typiques sont plus grandes que dans le cas des planètes et si il faut considerer d'autres sources de perturbations (Mardling 2007; Lee et al. 2008).

Les figures 4.43 à 4.47 montrent les différences de temps O-C pour les cinq planètes de CoRoT. Malheureusement, ce sont des analyses préliminaires car il manque un travail de filtrage soigneux des courbes de lumière ainsi que une modèle du transit complet (incluant les paramètre stellaires). On peut comparer ces graphiques avec celles publiés pour certains planètes : Alonso et al. (2008a) pour CoRoT-exo-2b et Aigrain et al. (2008) pour CoRoT-exo-4b.

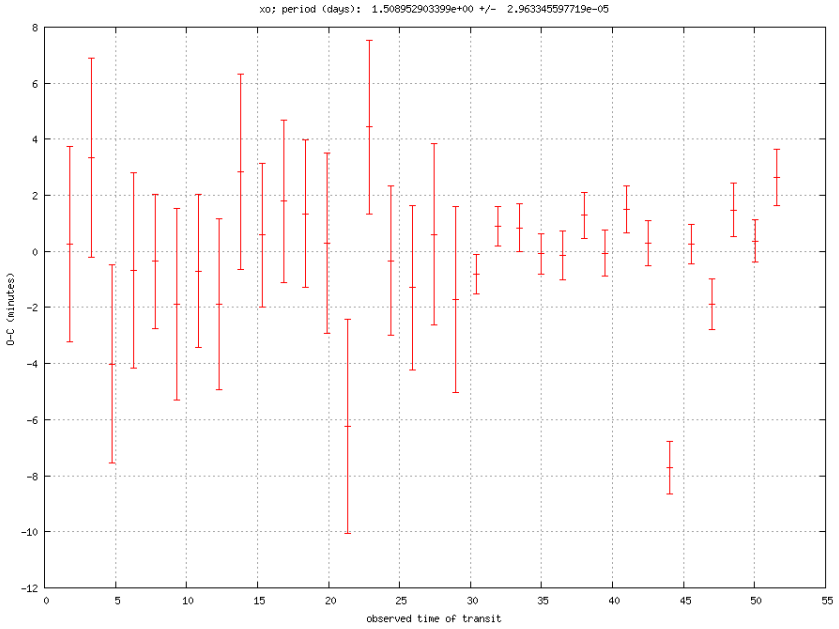



**Fig. 4.43** – Différences O-C pour CoRoT-exo-1b.

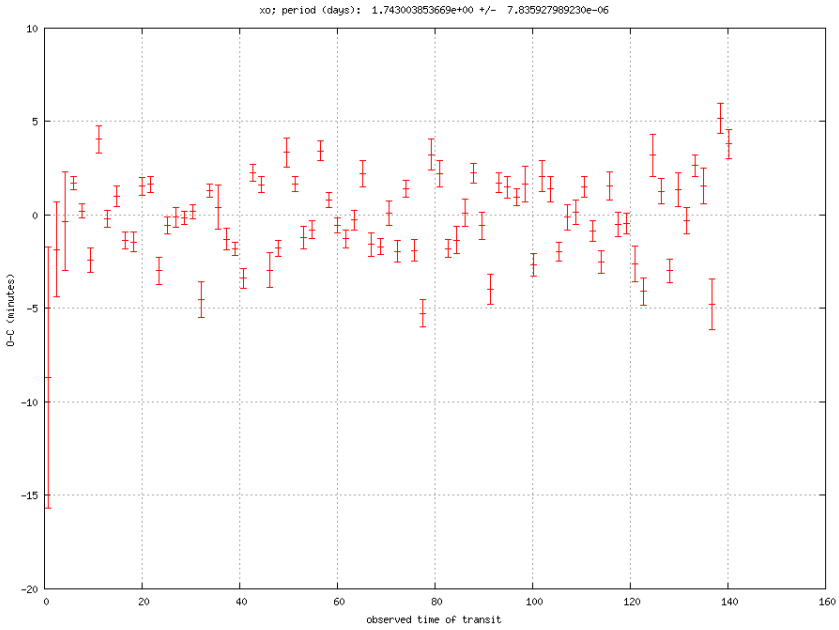



**Fig. 4.44** – Différences O-C pour CoRoT-exo-2b.

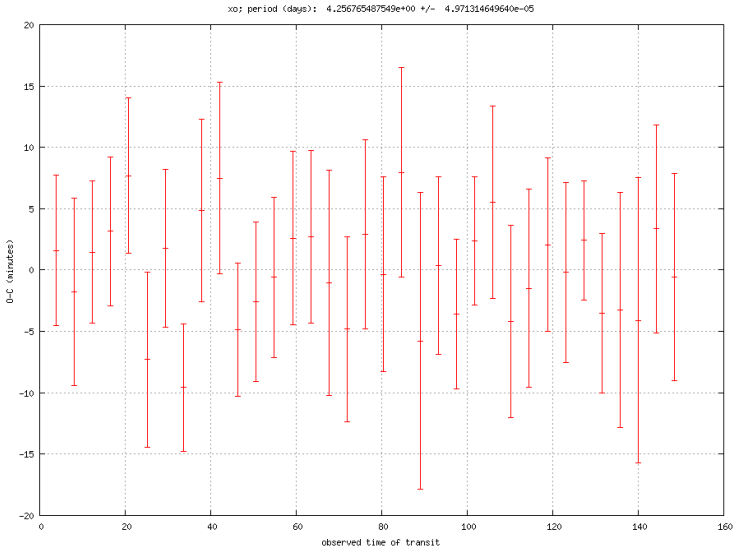



**Fig. 4.45** – Différences O-C pour CoRoT-exo-3b.

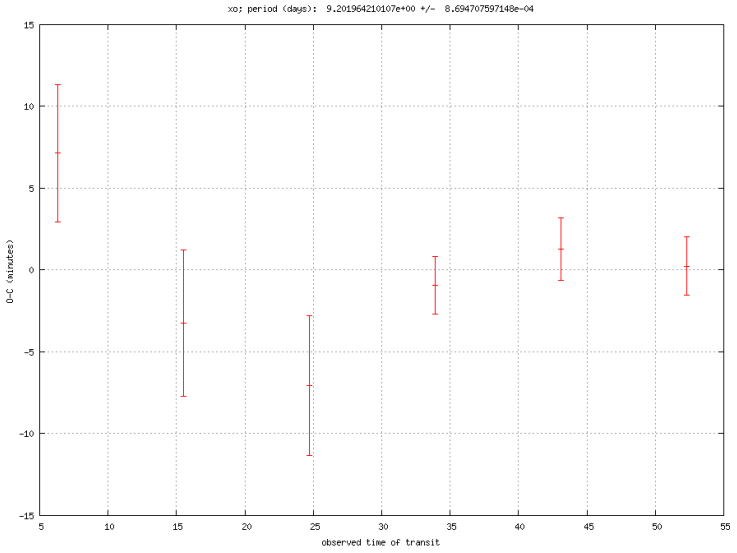



**Fig. 4.46** – Différences O-C pour CoRoT-exo-4b. Il faut être très prudent avec celles-ci ; il n'y a que six observations qui sont affectées du bruit instrumental. Ces résultats ne sont pas compatibles avec ceux publiés pas Aigrain et al. (2008).

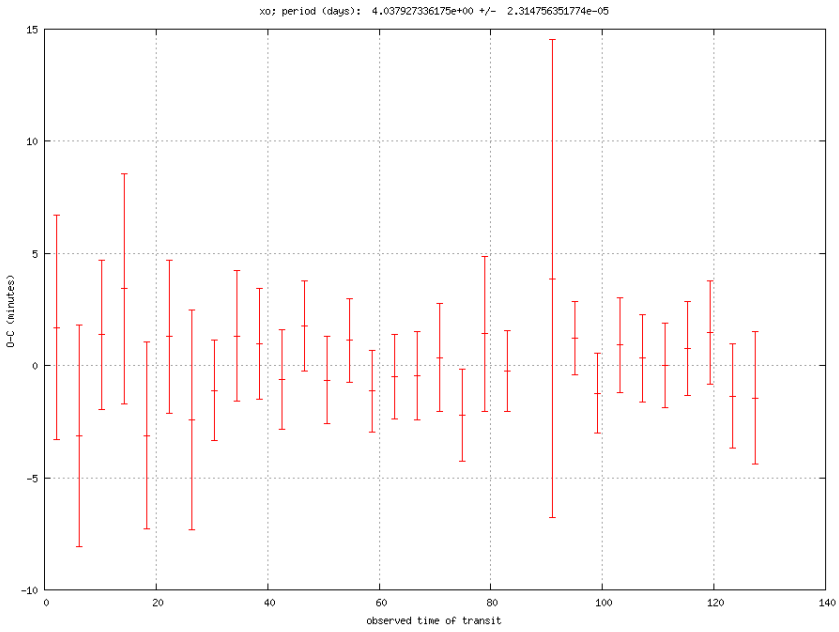



**Fig. 4.47** – Différences O-C pour CoRoT-exo-5b.

# CHAPITRE 5

# Conclusions

> Toute généralisation est une hypothèse ; l'hypothèse a donc un rôle nécessaire que personne n'a jamais contesté. Seulement elle doit toujours être, le plus tôt possible et le plus souvent possible, soumise à la vérification. Il va sans dire que, si elle ne supporte pas cette épreuve, on doit l'abandonner sans arrière-pensée. C'est bien ce qu'on fait en général, mais quelquefois avec une certaine mauvaise humeur.
>
> Eh bien, cette mauvaise humeur même n'est pas justifiée ; le physicien qui vient de renoncer à une de ses hypothèses devrait être, au contraire, plein de joie, car il vient de trouver une occasion inespérée de découverte.
>
> Henri Poincaré. La Science et l'hypothèse, 1902

Ah, si c'était aussi facile que ça... Il faut dire que tout au long de la thèse j'ai trouvé pas mal de ces occasions et parfois j'ai manqué un peu de cet "esprit olympique" de Poincaré (1902).

Dans cette thèse j'ai démontre (section 2.2) que la présence d'une binaire dans la banlieue d'une étoile peut imiter les perturbations produites dans celle-ci par une planète et j'ai étudié l'impact de ce phénomène dans les recherches futures d'exoplanètes. On peut calculer ces perturbations avec une formulation simple du problème de trois corps restreint, mais si l'on veut étudier l'évolution à plus long terme d'un système multiple simple, comme celui formé par une étoile avec deux planètes, on doit utiliser un autre formalisme. Dans la section 2.3 les outils du traitement hamiltonien du problème de trois corps ont été introduites pour pouvoir calculer son impact dans la recherche d'exoplanètes.

Dans la première partie du chapitre 2 on a vu comment les perturbations produites par l'étoile binaire pouvaient être repérées par les méthodes de détection actuelles ; bien que dans tous les cas étudiés jusqu'à ce jour le résultat de ces recherches a été négatif (voir la section 2.2.2). Les perturbations analysées dans la deuxième partie de ce chapitre sont plus faibles en magnitude, mais son influence constante dans l'évolution de l'inclinaison des orbites rend son étude beaucoup plus intéressant. Aujourd'hui on a découvert seulement 31 systèmes multiples, mais il est difficile de croire que la plupart des planètes se trouvent isolées dans leurs systèmes ; il est fort probable que l'on n'a pas assez de sensibilité dans nos détecteurs pour trouver leurs compagnons. Il y a des fondements théoriques pour cette affirmation (les références sur la formation planétaire se trouvent dans la section 4.6.5), mais ici je donne simplement mon impression personnelle. Néanmoins, les planètes nous ont déjà prouvé plusieurs fois[1] que l'on ne sait pas tout sur leur nature et que nos hypothèses, comme nous l'avertit M. Poincaré, sont parfois dangereuses. Il n'y a aucun système multiple détecté par transits ou par chronométrage de transits, mais il n'est pas téméraire dire qu'ils apparaîtront très bientôt. Des analyses préliminaires sur les données de CoRoT ont été présentées dans la section 4.8.5.

La photométrie planétaire est un domaine fascinant qui vient tout juste de faire ses premiers pas (voir les références de la section 4.1) et qui a un avenir enviable. Cette branche de l'astrophysique exige un des défis technologiques les plus importantes aujourd'hui, mais sa promesse de trouver de la vie lui donne un élan imparable. Pourvu que l'on arrive à faire comprendre au grand public que la détection de la vie n'est pas pour demain (voir la discussion de la section 3.1) : on risque de fatiguer le contribuable avec un climax qui tarde à arriver.

Il faut toujours s'attaquer aux problèmes par leur flanc le plus accessible, et ainsi dans le chapitre 3 on ne s'est pas occupé de la détection de la lumière directe (voir les références de l'introduction 3.1), mais du signal que l'on pourrait détecter. D'abord, on étudie la lumière émise par l'étoile, source en principe constante mais qui est affectée d'une certaine activité que l'on peut simuler par la présence d'un nombre réduit de taches. Dans la section 3.3 j'ai analysé ce signal pour ensuite pouvoir le comparer avec les signaux planétaires ; je suis arrivé à la conclusion que si leur impact dans l'imitation de transits est limitée (section 3.3.2), leur présence affecte sérieusement l'efficacité des algorithmes de détection de transits (sections 4.5.6 et 4.7.2).

Les logiciels numériques utilisés pour étudier les taches (section 3.3.1) et la théorie photométrique décrite dans la section 3.4 nous permettent d'aborder l'étude des phénomènes mutuels (voir leur description dans la figure 3.11)

[1] j'hésite à les citer à nouveau : l'abondance de Jupiters chauds, l'importance de la migration, l'excentricité des orbites, la taille des planètes...

entre un planète et un de ses satellites. Ces phénomènes ne sont toujours pas observables, mais une étude de leur viabilité (section 3.5.6) montre qu'il est envisageable que ces observations soient abordables dans un futur proche. Evidemment, ce type de signal aura besoin d'un traitement de données très soigneux. Une caractéristique particulière c'est la non périodicité du signal (section 3.5.5), un motif en plus pour créer des nouveaux algorithmes de recherche comme celui proposé dans la section 4.6.3.

Le dernier, mais pas le moindre, est le chapitre 4 sur l'analyse de données de CoRoT. Les chapitres 2 et 3 sont dédiés à l'analyse du signal produit par les taches et les planètes et au calcul de l'ordre de grandeur des perturbations dans le problème de trois corps ; mais c'est un étude théorique. Le chapitre 4 est un effort pour déceler le signal dans le cas pratique des données du satellite CoRoT.

J'ai développé un logiciel de filtrage de données adapté aux problèmes particuliers du signal chez CoRoT (section 4.5) et ensuite j'ai crée un algorithme de recherche de transits (section 4.6) qui dans le cas de CoRoT fait la recherche des signaux périodiques, mais qui peut être très facilement adapté à la recherche de signaux non périodiques comme celles des planètes autour des binaires ou, dans le cas des données futures, aux phénomènes mutuels décrits dans la section 3.5.5. Les succès et les problèmes trouvés dans l'analyses des courbes (section 4.7) permettent d'améliorer les algorithmes.

Finalement, j'ai cherché les perturbations dans le chronométrage de transits (section 4.8) dans les données de CoRoT. Les résultats de cette section sont malheureusement préliminaires car il faut préparer un filtrage spécifique pour chaque courbe afin de pousser vers la limité la précision des mesures, qui doit être de l'ordre de quelques secondes.

L'analyse des données de CoRoT ne s'arrête pas, il continuera pendant au moins deux années en plus. En attendant, il faut progresser dans l'implémentation des algorithmes de filtrage pour améliorer le rapport signal sur bruit des périodogrammes et passer au crible les données à plusieurs reprises. C'est un travail ingrat, mais on se rend compte que les planètes que l'on a trouvé avec CoRoT sont, si l'on me permet l'expression, des cas faciles : des gros Jupiter chauds avec quelques jours de période. CoRoT a été lancé pour aller plus loin, au-delà des Neptunes, ce qui exige un gros investissement de temps. Le pas qui suit la détection des planètes est leur caractérisation. Cette caractérisation a besoin de nouvelles technologies qui comportent des forts investissements. Pour justifier ces dépenses il faut d'abord tirer le meilleur profit des instruments dont on dispose et trouver suffisamment des candidats pour avoir une certaine statistique de la population planétaire. Je préfère que ce soit CoRoT et ne pas attendre Kepler ; les outils décrites dans cette thèse sont un modeste pas dans cette direction. *Vale.*

# Bibliographie


Agol, E., Cowan, N. B., Bushong, J., et al. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0807.2434)

Agol, E., Steffen, J., Sari, R., & Clarkson, W. 2005, MNRAS, 359, 567

Aigrain, S. 2005, PhD thesis, University of Cambridge, UK

Aigrain, S., Collier Cameron, A., Ollivier, M., et al. 2008, A&A, 488, L43

Aigrain, S., Favata, F., & Gilmore, G. 2004, A&A, 414, 1139

Aigrain, S. & Irwin, M. 2004, MNRAS, 350, 331

Allen, C. W. 1973, Astrophysical quantities (London : University of London, Athlone Press, —c1973, 3rd ed.)

Alonso, R. 2006, PhD thesis, Universidad de La Laguna, E

Alonso, R., Aigrain, S., Pont, F., Mazeh, T., & the CoRoT Exoplanet Science Team. 2008a, ArXiv e-prints, (astro-ph 0807.4828)

Alonso, R., Auvergne, M., Baglin, A., et al. 2008b, A&A, 482, L21

Alonso, R., Barbieri, M., Rabus, M., et al. 2008c, A&A, 487, L5

Arnold, L. & Schneider, J. 2004, A&A, 420, 1153

Bakos, G. Á., Shporer, A., Pál, A., et al. 2007, ApJ, 671, L173

Barge, P., Baglin, A., Auvergne, M., et al. 2008a, A&A, 482, L17

Barge, P., Baglin, A., Auvergne, M., & the CoRoT team. 2008b, in IAU Symposium, Vol. 249, IAU Symposium, 3–16

Barnes, J. W. & Fortney, J. J. 2004, ApJ, 616, 1193

Barnes, J. W. & O'Brien, D. P. 2002, ApJ, 575, 1087

Baruteau, C. & Masset, F. 2008, ApJ, 678, 483

Beichman, C. A., Woolf, N. J., & Lindensmith, C. A. 1999, The Terrestrial Planet Finder (TPF) : a NASA Origins Program to search for habitable planets (The Terrestrial Planet Finder (TPF) : a NASA Origins Program to search for habitable planets / the TPF Science Working Group ; edited by C.A. Beichman, N.J. Woolf, and C.A. Lindensmith. [Washington, D.C.] : National Aeronautics and Space Administration ; Pasadena, Calif. : Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, [1999] (JPL publication ; 99-3))

Bennett, D. P. & Rhie, S. H. 2002, ApJ, 574, 985

Boisnard, L. & Auvergne, M. 2006, CoRoT in Brief in *The CoRoT Mission - Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding*, ed. A. Baglin, M. Fridlund, J. Lochard, & L. Conroy (ESA SP-1306)

Bouchy, F. 2006, in Observatoire astronomique de Strasbourg et Société Française d'Astronomie et d'Astrophysique, Vol. 28, Formation planétaire et exoplanètes, Ecole thématique du CNRS, Goutelas (Loire), 23 - 27 mai 2005, ed. J.-L. Halbwachs, D. Egret, & J.-M. Hameury, 27–53

Bouchy, F., Queloz, D., Deleuil, M., et al. 2008, A&A, 482, L25

Brown, T. M. 2003, ApJ, 593, L125

Brown, T. M., Charbonneau, D., Gilliland, R. L., Noyes, R. W., & Burrows, A. 2001, ApJ, 552, 699

Burrows, A., Budaj, J., & Hubeny, I. 2008a, ApJ, 678, 1436

Burrows, A., Ibgui, L., & Hubeny, I. 2008b, ApJ, 682, 1277

Cabrera, J. & Schneider, J. 2007, A&A, 464, 1133

Canup, R. M. & Ward, W. R. 2006, Nature, 441, 834

Carpano, S., Aigrain, S., & Favata, F. 2003, A&A, 401, 743

Chandler, S. C. 1892, AJ, 11, 113

Chandrasekhar, S. 1960, Radiative transfer (New York : Dover, 1960)

Charbonneau, D., Brown, T. M., Latham, D. W., & Mayor, M. 2000, ApJ, 529, L45

Charbonneau, D., Brown, T. M., Noyes, R. W., & Gilliland, R. L. 2002, ApJ, 568, 377

Chauvin, G., Lagrange, A.-M., Dumas, C., et al. 2004, A&A, 425, L29

Cicuttin, A., Colavita, A. A., Cerdeira, A., Mutihac, R., & Turrini, S. 1998, ApJ, 498, 666

Claret, A. 2000, A&A, 363, 1081

Collier Cameron, A., Pollacco, D., Street, R. A., et al. 2006, MNRAS, 373, 799

Correia, A. C. M., Udry, S., Mayor, M., et al. 2005, A&A, 440, 751

Deeg, H. J., Ocaña, B., Kozhevnikov, V. P., et al. 2008, A&A, 480, 563

Defaÿ, C., Deleuil, M., & Barge, P. 2001, A&A, 365, 330

Deleuil, M., Deeg, H. J., Alonso, R., et al. 2008, A&A, 491, 889

Descamps, P., Marchis, F., Pollock, J., et al. 2008, Icarus, 196, 578

Desidera, S. & Barbieri, M. 2007, A&A, 462, 345

Díaz, R. F., Rojo, P., Melita, M., et al. 2008, ApJ, 682, L49

Doyle, L. R. & Deeg, H.-J. 2004, in IAU Symposium, Vol. 213, Bioastronomy 2002 : Life Among the Stars, ed. R. Norris & F. Stootman, 80

Drake, A. J. 2003, ApJ, 589, 1020

Dvorak, R. 1984, Celestial Mechanics, 34, 369

Dvorak, R. 1997, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 68, 63

Dvorak, R. 2007, Extrasolar Planets. Formation, Detection and Dynamics (Extrasolar Planets. Formation, Detection and Dynamics, Edited by Rudolf Dvorak. ISBN : 978-3-527-40671-5 Wiley-VCH, 2007.)

Dvorak, R., Pilat-Lohinger, E., Funk, B., & Freistetter, F. 2003, A&A, 398, L1

Dvorak, R., Pilat-Lohinger, E., Schwarz, R., & Freistetter, F. 2004, A&A, 426, L37

Edberg, S. J., Shao, M., & Beichman, C. A. 2005, SIM PlaneTQuest : A Mission for Astrophysics and Planet-Finding, Tech. rep., Whitepaper by JPL

Eggenberger, A., Udry, S., & Mayor, M. 2004, A&A, 417, 353

Fabrycky, D. C. 2008, ArXiv e-prints, 806

Fairbairn, M. B. 2002, JRASC, 96, 18

Fairbairn, M. B. 2004, JRASC, 98, 149

Fairbairn, M. B. 2005, JRASC, 99, 92

Fitzpatrick, P. M. 1970, Principes of Celestial Mechanics (Academic Press, New York and London, 1970)

Ford, E. B. & Gaudi, B. S. 2006, ApJ, 652, L137

Ford, E. B. & Holman, M. J. 2007, ApJ, 664, L51

Ford, E. B., Kozinsky, B., & Rasio, F. A. 2000, ApJ, 535, 385

Formisano, V., D'Aversa, E., Bellucci, G., et al. 2003, Icarus, 166, 75

Foster, G. 1995, AJ, 109, 1889

Galicher, R., Baudoz, P., & Rousset, G. 2008, A&A, 488, L9

Gallardo, J., Minniti, D., Valls-Gabaud, D., & Rejkuba, M. 2005, A&A, 431, 707

Gaudi, B. S., Bennett, D. P., Udalski, A., et al. 2008, Science, 319, 927

Giménez, A. 2006, A&A, 450, 1231

Goldreich, P. & Tremaine, S. 1979, ApJ, 233, 857

Goldreich, P. & Tremaine, S. 1980, ApJ, 241, 425

Goldstein, H. 1950, Classical mechanics (Addison-Wesley World Student Series, Reading, Mass. : Addison-Wesley, 1950)

Han, C. & Han, W. 2002, ApJ, 580, 490

Harrington, J., Hansen, B. M., Luszcz, S. H., et al. 2006, Science, 314, 623

Harrington, R. S. 1968, AJ, 73, 190

Harrington, R. S. 1977, AJ, 82, 753

Hertzsprung, E. 1922, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 1, 87

Heyrovský, D. 2007, ApJ, 656, 483

Holman, M. J. & Murray, N. W. 2005, Science, 307, 1288

Holman, M. J. & Wiegert, P. A. 1999, AJ, 117, 621

Hood, B., Wood, K., Seager, S., & Collier Cameron, A. 2008, MNRAS, 799

Hrudková, M., Skillen, I., Benn, C., et al. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0807.1000)

Ida, S. & Lin, D. N. C. 2004a, ApJ, 604, 388

Ida, S. & Lin, D. N. C. 2004b, ApJ, 616, 567

Irwin, J., Charbonneau, D., Nutzman, P., et al. 2008, ApJ, 681, 636

Irwin, J. B. 1952, ApJ, 116, 211

Irwin, J. B. 1959, AJ, 64, 149

Jefferys, W. H. & Moser, J. 1966, AJ, 71, 568

Jenkins, J. M. 2002, ApJ, 575, 493

Jones, H. R. A., Butler, R. P., Tinney, C. G., et al. 2004, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 321, Extrasolar Planets : Today and Tomorrow, ed. J. Beaulieu, A. Lecavelier Des Etangs, & C. Terquem, 298

Jordán, A. & Bakos, G. Á. 2008, ApJ, 685, 543

Karoff, C., Rauer, H., Erikson, A., et al. 2007, AJ, 134, 766

Kaula, W. M. 1968, An Introduction to Planetary Physics (Wiley, 1968)

Kern, S. D. & Elliot, J. L. 2006, Icarus, 183, 179

Kley, W. 2003, in ESA Special Publication, Vol. 539, Earths : DARWIN/TPF and the Search for Extrasolar Terrestrial Planets, ed. M. Fridlund, T. Henning, & H. Lacoste, 163–173

Knutson, H. A., Charbonneau, D., Allen, L. E., et al. 2007, Nature, 447, 183

Kovács, G., Zucker, S., & Mazeh, T. 2002, A&A, 391, 369

Kozai, Y. 1962, AJ, 67, 591

Krymolowski, Y. & Mazeh, T. 1999, MNRAS, 304, 720

Lanza, A. F., Messina, S., Pagano, I., & Rodonò, M. 2006, Astronomische Nachrichten, 327, 21

Lanza, A. F., Rodonò, M., & Pagano, I. 2004, A&A, 425, 707

Lanza, A. F., Rodonò, M., Pagano, I., Barge, P., & Llebaria, A. 2003, A&A, 403, 1135

Lardièere, O. & Schneider, J. 2008, in The Power of Optical/IR Interferometry : Recent Scientific Results and 2nd Generation, ed. A. Richichi, F. Delplancke, F. Paresce, & A. Chelli, 371

Laughlin, G. & Chambers, J. E. 2002, AJ, 124, 592

Lee, J. W., Youn, J.-H., Kim, C.-H., Lee, C.-U., & Kim, H.-I. 2008, AJ, 135, 1523

Leger, A., Mariotti, J. M., Mennesson, B., et al. 1996, Icarus, 123, 249

Lester, T. P., McCall, M. L., & Tatum, J. B. 1979, JRASC, 73, 233

Lin, D. N. C., Bodenheimer, P., & Richardson, D. C. 1996, Nature, 380, 606

Lin, D. N. C. & Papaloizou, J. C. B. 1993, in Protostars and Planets III, ed. E. H. Levy & J. I. Lunine, 749–835

Lin, D. N. C., Papaloizou, J. C. B., Terquem, C., Bryden, G., & Ida, S. 2000, Protostars and Planets IV, 1111

Lister, T. A., West, R. G., Wilson, D. M., et al. 2007, MNRAS, 379, 647

Llebaria, A. & Guterman, P. 2006, Building up Photometric Apertures for the Exoplanet Channel in *The CoRoT Mission - Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding*, ed. A. Baglin, M. Fridlund, J. Lochard, & L. Conroy (ESA SP-1306)

Madhusudhan, N. & Winn, J. N. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0811.1996)

Mandel, K. & Agol, E. 2002, ApJ, 580, L171

Marchal, C. 1990, The Three-Body Problem (Elsevier, 1990)

Marcy, G. W., Butler, R. P., Fischer, D. A., & Vogt, S. S. 2004, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 321, Extrasolar Planets : Today and Tomorrow, ed. J. Beaulieu, A. Lecavelier Des Etangs, & C. Terquem, 3

Mardling, R. A. 2007, MNRAS, 382, 1768

Martín, E. L., Cabrera, J., & Cenizo, E. 2005, Astronomische Nachrichten, 326, 1026

Masset, F. S., Morbidelli, A., Crida, A., & Ferreira, J. 2006, ApJ, 642, 478

Mayor, M. & Queloz, D. 1995, Nature, 378, 355

Mayor, M., Udry, S., Lovis, C., et al. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0806.4587)

Menou, K. & Goodman, J. 2004, ApJ, 606, 520

Meunier, J.-C., Deleuil, M., Moutou, C., et al. 2007, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 376, Astronomical Data Analysis Software and Systems XVI, ed. R. A. Shaw, F. Hill, & D. J. Bell, 339

Miller-Ricci, E., Rowe, J. F., Sasselov, D., et al. 2008a, ApJ, 682, 586

Miller-Ricci, E., Rowe, J. F., Sasselov, D., et al. 2008b, ApJ, 682, 593

Miralda-Escudé, J. 2002, ApJ, 564, 1019

Moldovan, R. & Matthews, J. 2008, Canadian Undergraduate Physics Journal, 6, 7

Moutou, C., Aigrain, S., Almenara, J., et al. 2007, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 366, Transiting Extrapolar Planets Workshop, ed. C. Afonso, D. Weldrake, & T. Henning, 127–132

Moutou, C., Bruntt, H., Guillot, T., et al. 2008, A&A, 488, L47

Moutou, C., Pont, F., Barge, P., et al. 2005, A&A, 437, 355

Nagasawa, M., Ida, S., & Bessho, T. 2008, ApJ, 678, 498

O'Donovan, F. T., Charbonneau, D., Bakos, G. Á., et al. 2007, ApJ, 663, L37

Paardekooper, S.-J. & Mellema, G. 2006, A&A, 459, L17

Pál, A. & Kocsis, B. 2008, MNRAS, 389, 191

Papaloizou, J. C. B., Nelson, R. P., Kley, W., Masset, F. S., & Artymowicz, P. 2007, in Protostars and Planets V, ed. B. Reipurth, D. Jewitt, & K. Keil, 655–668

Pepliński, A., Artymowicz, P., & Mellema, G. 2008a, MNRAS, 386, 164

Pepliński, A., Artymowicz, P., & Mellema, G. 2008b, MNRAS, 386, 179

Pepliński, A., Artymowicz, P., & Mellema, G. 2008c, MNRAS, 387, 1063

Perryman, M. A. C. 2000, Reports of Progress in Physics, 63, 1209

Poincaré, H. 1902, La Sciece et l'Hypothèse (Flammarion)

Poincaré, H. 1905, La Valeur de la Science (Flammarion)

Pont, F., Bouchy, F., Melo, C., et al. 2005, A&A, 438, 1123

Pravec, P., Scheirich, P., Kušnirák, P., et al. 2006, Icarus, 181, 63

Press, W. H. & Rybicki, G. B. 1989, ApJ, 338, 277

Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 2002, Numerical Recipes in C++, 2nd edn. (Cambridge University Press)

Protopapas, P., Jimenez, R., & Alcock, C. 2005, MNRAS, 362, 460

Queloz, D., Henry, G. W., Sivan, J. P., et al. 2001, A&A, 379, 279

Rafikov, R. R. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0807.0008)

Raghavan, D., Henry, T. J., Mason, B. D., et al. 2006, ApJ, 646, 523

Reffert, S., Ségransan, D., Launhardt, R., et al. 2006, in Presented at the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference, Vol. 6268, Advances in Stellar Interferometry. Edited by Monnier, John D. ; Schöller, Markus ; Danchi, William C.. Proceedings of the SPIE, Volume 6268, pp. 626846 (2006).

Ribas, I., Font-Ribera, A., & Beaulieu, J.-P. 2008a, ApJ, 677, L59

Ribas, I., Font-Ribera, A., Beaulieu, J.-P., Morales, J. C., & Garcia-Melendo, E. 2008b, ArXiv e-prints, 807

Römer, O. 1676, Journal des Sçavans, 233, (http ://gallica.bnf.fr)

Roy, A. E. 1978, Orbital motion (Bristol : Hilger, 1978)

Russell, H. N. 1916, ApJ, 43, 173

Samadi, R., Fialho, F., Costa, J. E. S., et al. 2006, Extraction of the Photometric Information : Corrections in *The CoRoT Mission - Pre-Launch Status - Stellar Seismology and Planet Finding*, ed. A. Baglin, M. Fridlund, J. Lochard, & L. Conroy (ESA SP-1306)

Sartoretti, P. & Schneider, J. 1999, A&AS, 134, 553

Scargle, J. D. 1982, ApJ, 263, 835

Schneider, J. 1994, Planet. Space Sci., 42, 539

Schneider, J. 2004, in ESA Special Publication, Vol. 538, Stellar Structure and Habitable Planet Finding, ed. F. Favata, S. Aigrain, & A. Wilson, 407–410

Schneider, J. 2005, in Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Vol. 335, The Light-Time Effect in Astrophysics : Causes and cures of the O-C diagram, ed. C. Sterken, 191–197

Schneider, J. & Cabrera, J. 2006, A&A, 445, 1159

Schneider, J. & Chevreton, M. 1990, A&A, 232, 251

Schneider, J. & Doyle, L. R. 1995, Earth Moon and Planets, 71, 153

Schneider, J., Riaud, P., Tinetti, G., et al. 2006, in SF2A-2006 : Semaine de l'Astrophysique Francaise, ed. D. Barret, F. Casoli, G. Lagache, A. Lecavelier, & L. Pagani, 429–432

Schwarzenberg-Czerny, A. 1998, Baltic Astronomy, 7, 43

Scott, R. M. 1940, Harvard College Observatory Bulletin, 912, 3

Seager, S. & Mallén-Ornelas, G. 2003, ApJ, 585, 1038

Shporer, A., Mazeh, T., Winn, J. N., et al. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0805.3915)

Sirko, E. & Paczyński, B. 2003, ApJ, 592, 1217

Soderhjelm, S. 1975, A&A, 42, 229

Stahl, O., Wolf, B., & Zickgraf, F.-J. 1987, A&A, 184, 193

Stassun, K. G., Mathieu, R. D., & Valenti, J. A. 2006, Nature, 440, 311

Sterken, C. & Jaschek, C. 1996, Light Curves of Variable Stars, A Pictorial Atlas (Light Curves of Variable Stars, A Pictorial Atlas, ISBN 0521390168, Cambridge University Press, 1996.)

Struve, O. 1952, The Observatory, 72, 199

Swain, M. R., Vasisht, G., & Tinetti, G. 2008, Nature, 452, 329

Takeda, G., Kita, R., & Rasio, F. A. 2008, in IAU Symposium, Vol. 253, IAU Symposium

Tamuz, O., Mazeh, T., & Zucker, S. 2005, MNRAS, 356, 1466

Tinetti, G., Meadows, V. S., Crisp, D., et al. 2005a, Astrobiology, 5, 461

Tinetti, G., Meadows, V. S., Crisp, D., et al. 2005b, ArXiv Astrophysics e-prints

Tinetti, G., Vidal-Madjar, A., Liang, M.-C., et al. 2007, Nature, 448, 169

Tingley, B. 2003, A&A, 403, 329

Tingley, B. 2004, A&A, 425, 1125

Tingley, B. & Sackett, P. D. 2005, ApJ, 627, 1011

Tubbesing, S., Kaufer, A., Stahl, O., et al. 2002, A&A, 389, 931

Valtonen, M. & Karttunen, H. 2006, The Three-Body Problem (Cambridge, UK : Cambridge University Press, 2006)

Vasundhara, R. 2008, Planetary and Space Science

Vidal-Madjar, A., Désert, J.-M., Lecavelier des Etangs, A., et al. 2004, ApJ, 604, L69

Ward, W. R. 1997, Icarus, 126, 261

Ward, W. R. 2004, AGU Fall Meeting Abstracts, A6

Winn, J. N. 2008, ArXiv e-prints, (astro-ph 0807.4929)

Wolszczan, A. 1994, Science, 264, 538

Woltjer, Jr., J. 1922, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 1, 93

Wu, Y., Murray, N. W., & Ramsahai, J. M. 2007, ApJ, 670, 820