



HAL
open science

MODÉLISATION AVEC LA MÉTHODE X-FEM DE LA PROPAGATION DYNAMIQUE ET DE L'ARRÊT DE FISSURE DE CLIVAGE DANS UN ACIER DE CUVE REP

Benoit Prabel

► **To cite this version:**

Benoit Prabel. MODÉLISATION AVEC LA MÉTHODE X-FEM DE LA PROPAGATION DYNAMIQUE ET DE L'ARRÊT DE FISSURE DE CLIVAGE DANS UN ACIER DE CUVE REP. Mécanique [physics.med-ph]. INSA de Lyon, 2007. Français. NNT : . tel-00278939

HAL Id: tel-00278939

<https://theses.hal.science/tel-00278939>

Submitted on 14 May 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

MODÉLISATION AVEC LA MÉTHODE X-FEM DE LA PROPAGATION DYNAMIQUE ET DE L'ARRÊT DE FISSURE DE CLIVAGE DANS UN ACIER DE CUVE REP

Présentée devant

l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

pour obtenir

le GRADE DE DOCTEUR

Ecole doctorale :

Mécanique, Energétique, Génie Civil, Acoustique

Spécialité :

MECANIQUE - GENIE MECANIQUE - GENIE CIVIL

par

Benoit PRABEL

Ingénieur

Thèse soutenue le 28 Septembre 2007 devant la Commission d'examen

Jury

ALLIX Olivier	Professeur (ENS Cachan)	Rapporteur
BOMPARD Philippe	Professeur (Centrale Paris)	Rapporteur
SMITH David	Professeur (University of Bristol)	Président du jury
GILLES Philippe	Docteur (AREVA)	Examineur
COMBESCURE Alain	Professeur (INSA Lyon)	Directeur de thèse
MARIE Stéphane	HDR (CEA)	Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Alain Combescure et Stéphane Marie, qui m'ont encadré durant ces trois années de thèse. Leur passion pour la mécanique est communicative et très stimulante. Alain Combescure a toujours su être disponible et son implication dans les aspects scientifiques, humains et matériels de la thèse est très appréciable. Je remercie Stéphane Marie pour toute l'aide qu'il m'a apporté au quotidien sans jamais compter son temps, pour ses précieux conseils, pour les nombreuses discussions que nous avons eu et les réflexions qu'elles amenèrent.

Je suis reconnaissant envers Olivier Allix et Philippe Bompard pour avoir accepté la lourde tâche de rapporteur, ainsi qu'envers David Smith, et Philippe Gilles pour leur participation au jury.

Je remercie également Anthony Gravouil pour m'avoir transmis sa connaissance des X-FEM, Lionel Ferry, pour m'avoir formé sur le plan expérimental, Stéphane Chapuliot pour m'avoir accueilli dans son laboratoire (et dans son club de foot).

Je pense aussi à tous les membres du Lamcos, et en particulier aux doctorants : à commencer par Ludo, Vincent, Guillaume, Bertrand et Nahiene, toujours prêts à prendre un café; n'oublions pas Julien, Thomas, Tomtom ("collègue"), Stéphane, Tong, David, Johann, Pierre et tous les autres...

Je souhaite remercier les membres du SEMT avec lesquels j'ai pu discuté, et l'ensemble du LISN, pour leur bonne humeur et leur aide précieuse : Catherine (l'efficacité administrative en personne), Michel, Gérard, Cédric, Yann, Marie-Hélène, Thierry, Tamara, Olivier, Vincent, Thaï, et les autres...

Enfin, je suis heureux de dédier ce mémoire à Amélie, ma femme.

Résumé

Ce mémoire de thèse présente l'étude de la propagation et de l'arrêt d'une fissure de clivage dans un acier de cuve REP.

L'étude bibliographique rappelle quelques éléments de mécanique de la rupture en dynamique. Elle montre que la compréhension des phénomènes associés à la propagation instable d'une fissure de clivage n'est pas complète à ce jour. Une bonne connaissance expérimentale des grandeurs en jeu, ainsi qu'un outil numérique capable de reproduire fidèlement ces phénomènes, sont des éléments permettant de faire progresser les modèles de propagation, notamment en ce qui concerne la définition d'un paramètre de fissuration pertinent.

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) a été implantée dans le code de calcul Cast3m. Cet outil numérique permet de simuler la propagation arbitraire de fissure sans avoir à la mailler. Afin d'améliorer cette méthode, on propose deux techniques. D'une part, on définit les fonctions de niveau qui décrivent la géométrie de la fissure sur une grille auxiliaire découplée du maillage de la structure, pour permettre une excellente qualité de la représentation de la fissure. D'autre part, afin d'étendre l'utilisation des éléments enrichis au cas d'un matériau inélastique, on propose une intégration non conforme des éléments proches du front de fissure. Cette technique permet d'intégrer de manière précise les fonctions d'enrichissements, et évite la projection de champs au voisinage de la pointe de fissure.

La campagne d'essais de propagation de fissure concerne deux géométries : des éprouvettes Compact Tension, et des éprouvettes annulaires en compression. Une attention particulière est portée aux mesures de vitesse de propagation, car elles constituent une donnée essentielle en mécanique de la rupture dynamique. On relève une vitesse comprise entre 200 et 500m/s pour les éprouvettes CT, et de l'ordre de 700m/s pour les éprouvettes annulaires. Le cas d'un chargement en mode mixte a également été examiné. Les analyses de faciès de rupture montrent que l'unique mécanisme de ruine rencontré pour tous les essais est le clivage (absence de ligaments ductiles).

Un modèle de propagation basé sur la contrainte principale en pointe de fissure a été identifié en imposant la vitesse de propagation des éprouvettes CT. Une dépendance de la contrainte critique de clivage avec la vitesse de sollicitation (vitesse de propagation ou de déformation) a été conclue. L'application de ce modèle aux éprouvettes CT, annulaires en mode I et annulaires en mode mixte, montre qu'il est possible de prédire par la simulation numérique, le trajet de la fissure, sa vitesse d'avancée, ainsi que sa longueur à l'arrêt, avec une très bonne précision.

Table des matières

Remerciements	3
Résumé	5
Tables des figures	11
Principales notations	17
Introduction générale	19
Chapitre I. Étude bibliographique	21
I.1. Introduction.....	22
I.2. Mécanique de la rupture en statique.....	22
I.2.1. Rappel de mécanique de la rupture en statique.....	22
I.2.2. Modèles d'amorçage de fissure en clivage.....	25
I.2.3. Remarque sur les analyses statiques pour traiter de l'arrêt de fissure.....	28
I.3. Propagation dynamique de fissure.....	30
I.3.1. Champs asymptotiques en dynamique.....	30
I.3.2. Bilan énergétique.....	33
I.3.3. Solutions analytiques de problèmes de propagation de fissure.....	38
I.3.4. Analyse élasto-dynamique d'essai de rupture fragile.....	40
I.3.5. Analyse élasto-viscoplastique d'essais de rupture fragile.....	42
I.4. Essais de propagation dynamique et d'arrêt de fissure.....	46
I.4.1. Essais définissant une température d'arrêt.....	46
I.4.2. Éprouvettes dérivées de la CT (Compact Tension).....	47
I.4.3. Éprouvettes chargées dynamiquement.....	48
I.4.4. Éprouvettes annulaires et choc thermique.....	50
I.5. Méthodes numériques pour simuler la propagation de fissure.....	52
I.5.1. Méthodes "classiques" basées sur les éléments finis.....	52
I.5.2. Méthodes non basées sur les éléments finis.....	55
I.5.3. Méthodes basées sur la partition de l'unité.....	56
I.6. Conclusion de l'étude bibliographique.....	61

Chapitre II. La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) en dynamique non-linéaire **63**

II.1. Introduction.....	64
II.2. État de l'art.....	64
II.2.1. Généralités sur la méthode des fonctions de niveau (Level set method).....	64
II.2.2. Méthode des éléments finis étendus (X-FEM).....	70
II.2.3. Conclusions.....	75
II.3. Actualisation des fonctions de niveau sur une grille auxiliaire.....	75
II.3.1. Principe de la méthode.....	75
II.3.2. Algorithme pour la propagation de fissures.....	77
II.4. Prise en compte des non linéarités matériau.....	83
II.4.1. Remarques générales.....	83
II.4.2. Technique d'intégration.....	83
II.4.3. Conservation de l'énergie en dynamique non linéaire.....	86
II.5. Exemples d'application.....	88
II.5.1. Translation d'une bulle de gaz.....	88
II.5.2. Cas de Broberg.....	88
II.5.3. Expérience de Kalthoff.....	92
II.5.4. Plaque trouée impactée.....	95
II.6. Conclusion.....	98

Chapitre III. Essais de propagation et d'arrêt de fissure sur un acier 16MND5 **101**

III.1. Introduction.....	102
III.2. Présentation du matériau.....	102
III.2.1. Caractéristiques générales.....	102
III.2.2. Effet de la vitesse de déformation sur le comportement.....	104
III.3. Protocole expérimental.....	107
III.3.1. Généralités.....	107
III.3.2. Mesure de la vitesse de propagation de fissure.....	108
III.4. Essais sur CT.....	111
III.4.1. Géométrie de l'éprouvette.....	111
III.4.2. Données de préfissuration et d'amorçage.....	112
III.4.3. Vitesse de propagation.....	116
III.5. Essais sur anneau.....	119
III.5.1. Géométrie de l'éprouvette.....	119
III.5.2. Données de préfissuration et d'amorçage.....	119

III.5.3. Étude de la propagation.....	121
III.6. Analyse du faciès de rupture.....	123
III.6.1. Objectifs des observations.....	123
III.6.2. Observations.....	123
III.7. Conclusions.....	125
Chapitre IV. Modélisation de la propagation de fissure de clivage	127
IV.1. Introduction.....	128
IV.1.1. Contexte.....	128
IV.1.2. Démarche.....	128
IV.2. Interprétation des essais sur éprouvettes CT.....	129
IV.2.1. Modèle mécanique.....	129
IV.2.2. Analyse énergétique.....	132
IV.2.3. Analyse locale.....	133
IV.2.4. Sur la nécessité de prendre en compte les aspects dynamiques.....	140
IV.3. Analyses prédictives.....	140
IV.3.1. Schémas numériques associés aux modèles de propagation.....	140
IV.3.2. Analyses prédictives sur éprouvettes CT.....	141
IV.3.3. Analyses prédictives sur éprouvettes annulaires en mode I.....	143
IV.3.4. Analyses prédictives en mode mixte.....	145
IV.4. Conclusion.....	155
Conclusion générale et perspectives	157
Chapitre V. Annexes	161
Annexe A : Implantation de la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) dans Cast3M.....	163
A.1 Implantation de la méthode des fonctions de niveau (Level Set method).....	163
A.2 Un nouveau type d'élément : l'élément enrichi.....	165
A.3 Gestion de l'enrichissement.....	166
Annexe B : Identification et modélisation du comportement dynamique de l'acier 16MND5.....	169
B.1 Identification d'une loi élasto-viscoplastique à partir d'essais réalisés sur barres de Hopkinson.....	169
B.2 Intégration dans le calcul d'une loi de comportement élasto-viscoplastique.....	175
Bibliographie	179

Tables des figures

Fig. 1 : (a) Modes de rupture. (b) Repère local en pointe de fissure et contrainte asymptotique dans le cas du mode I.....	23
Fig. 2 : Contour pour l'intégrale J.....	23
Fig. 3 : Solide en traction et courbe force-ouverture correspondante.....	24
Fig. 4 : Dominance des champs en pointe de fissure (tiré de [9]).....	25
Fig. 5 : Master Curves pour l'acier 16MND5 et essais isothermes sur CT25 (tiré de [17]).....	26
Fig. 6 : Calage à partir d'essais sur CT25 du modèle de Beremin pour l'acier 16MND5 à la température de -125°C (tiré de [21]).....	27
Fig. 7 : Observations expérimentales de Kalthoff sur des éprouvettes en Araldite B.....	29
Fig. 8 : Application soudaine d'une pression uniforme.....	30
Fig. 9 : Milieu fissuré.....	31
Fig. 10 : Partition des domaines : $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_\Gamma$	34
Fig. 11 : Définition des contours Γ_1 et Γ_2	35
Fig. 12 : Fonctions universelles de l'acier 16MND5.....	36
Fig. 13 : (a) Cas de Broberg. (b) Sa généralisation par Freund.....	39
Fig. 14 : Fonctions caractérisant l'équation de propagation.....	40
Fig. 15 : Corrélation entre vitesse de propagation et facteur d'intensité des contraintes K_{dyn} ..	42
Fig. 16 : Schématisation des deux régimes viscoplastiques (tiré de [10]).....	42
Fig. 17 : Évolution de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation pour différentes températures, comparaison modèle expérience (tiré de [55]).....	43
Fig. 18 : Comparaison entre le modèle de Symonds-Cowper et l'expérience (tiré de [56]).....	44
Fig. 19 : Zone active et sillage plastique laissée par la propagation d'une fissure dans un matériau élasto-viscoplastique.....	44
Fig. 20 : Ratio G_{ext}/G_{tip} en fonction de la vitesse de propagation et du paramètre matériau PC (tiré de [10]).....	45
Fig. 21 : Description des essais Robertson (a) et Pellini (b).....	47
Fig. 22 : Éprouvette Compact Crack Arrest (tiré de [65]).....	47
Fig. 23 : Éprouvette Double Cantilever Beam.....	48
Fig. 24 : Éprouvette Single Edge Notch Bending impactée par un projectile.....	48
Fig. 25 : Expérience de Kalthoff.....	49
Fig. 26 : Éprouvette Compact Tension Specimen.....	50
Fig. 27 : Schéma de l'éprouvette annulaire pour choc thermique utilisée au LISN [21].....	51

Fig. 28 : Résultats obtenus par Hajjaj [56].....	52
Fig. 29 : Méthode du relâchement de noeud.....	52
Fig. 30 : Méthode des éléments finis espace-temps.....	54
Fig. 31 : Modèle de zones cohésives.....	55
Fig. 32 : Méthodes sans maillage (tiré de [35]).....	56
Fig. 33 : Définition de la géométrie de la fissure.....	58
Fig. 34 : Stratégie d'enrichissement des noeuds.....	59
Fig. 35 : Comparaison de plusieurs méthodes numériques sur le cas test de Kalthoff.....	60
Fig. 36 : Paramètre d'endommagement pour une éprouvette flexion 4 points (tiré de [116])....	61
Fig. 37 : Interface Γ soumise au champs de vitesse V	64
Fig. 38 : (a) Méthode des "marqueurs". (b) Méthode des volumes finis.....	65
Fig. 39 : Définition d'une interface depuis une fonction de niveau.....	65
Fig. 40 : Utilisation de la méthode des marqueurs (tiré de [106]).....	66
Fig. 41 : Comparaison avec la solution théorique (a), d'un schéma "upwind" (b), et d'un schéma basé sur les différences centrées (c) (tiré de [106]).....	67
Fig. 42 : Définition de la géométrie de la fissure depuis les fonctions de niveau (ψ, ϕ).....	69
Fig. 43 : Les fonctions de niveau définissent un repère local en pointe de fissure.....	69
Fig. 44 : Stratégie d'enrichissement des noeuds lors de la propagation de fissure.....	71
Fig. 45 : Utilisation de la méthode X-FEM en dynamique explicite.....	73
Fig. 46 : Intégration par sous découpage, changement de position des points de Gauss.....	74
Fig. 47 : Définition d'une interface pour représenter implicitement une inclusion ou un trou (tiré de [133]).....	76
Fig. 48 : (a) Maillage de la structure. (b) Grille auxiliaire.....	77
Fig. 49 : (a) Ré-initialisation ne maintenant pas la position de l'interface. (b) Ré-initialisation maintenant la position de l'interface.....	78
Fig. 50 : Schéma de propagation de fissure.....	79
Fig. 51 : Comparaison avec la théorie (en rouge) des isovaleurs de ϕ et ψ obtenus avec différents algorithmes utilisant la fonction signe de Peng.....	80
Fig. 52 : Comparaison avec la théorie (en rouge) des isovaleurs de ϕ et ψ obtenus avec différents algorithmes utilisant une fonction signe proportionnelle.....	81
Fig. 53 : Comparaison avec la théorie (en rouge) des isovaleurs de ϕ et ψ obtenus avec l'algorithme de Gravouil vectoriel utilisant une fonction signe proportionnelle.....	82
Fig. 54 : Normes des gradients de ϕ et ψ obtenus par l'algorithme de Gravouil vectoriel en utilisant une fonction signe proportionnelle.....	82
Fig. 55 : Sous découpage non conforme.....	85
Fig. 56 : Courbe de comportement et discrétisation de l'énergie de déformation.....	87
Fig. 57 : Évolution de l'iso-zéro de la fonction de niveau représentant une bulle de gaz.....	88
Fig. 58 : Définition du champ q	90

Fig. 59 : Évolution du facteur d'intensité des contraintes dynamique.....	91
Fig. 60 : Comparaison avec la théorie du facteur d'intensité des contraintes dynamique calculé depuis l'intégrale J.....	92
Fig. 61 : (a) Géométrie de l'expérience de Kalthoff. (b) Trajet de fissure en fonction de la vitesse d'impact et du rayon de fond d'entaille.....	92
Fig. 62 : Résultats de la modélisation de l'expérience de Kalthoff.....	95
Fig. 63 : Expérience de Grégoire [76].....	96
Fig. 64 : Vitesse sur les bords gauche (a) et droit (b) de l'éprouvette.....	96
Fig. 65 : Longueur de fissure en fonction du temps, comparaison calcul-expérience.....	97
Fig. 66 : Trajet de fissure, comparaison calcul-expérience.....	98
Fig. 67 : Courbes de tractions lissées (trait continu) comparées aux courbes expérimentales (symboles) pour différentes températures (tiré de [17]).....	103
Fig. 68 : Comparaison entre la ténacité expérimentale (sur CT25) et les courbes de transition "Master Curve" pour l'acier 16MND5.....	104
Fig. 69 : Évolution du niveau de contrainte avec la température (a), et avec la vitesse de déformation (b).....	105
Fig. 70 : Comparaison avec l'expérience du modèle de Symonds-Cowper modifié à -150°C (a) et à +25°C (b).....	106
Fig. 71 : Exemple du montage d'une éprouvette CT.....	108
Fig. 72 : Jauges à brins Vishay de type CPD (a) et CPA (b).....	109
Fig. 73 : Schéma électrique du montage.....	109
Fig. 74 : Exemple de résultats expérimentaux obtenus pour la ct10ov.....	110
Fig. 75 : Exemple de longueur de fissure en fonction du temps (ct10ov).....	111
Fig. 76 : Plan de l'éprouvette CT25.....	111
Fig. 77 : (a) Trajet de fissure rectiligne. (b) Trajet de fissure branchée.....	112
Fig. 78 : Longueurs de fissure à l'amorçage et à l'arrêt.....	113
Fig. 79 : Courbes force - ouverture du clip.....	114
Fig. 80 : Facteur d'intensité des contraintes à l'amorçage pour les éprouvettes CT.....	115
Fig. 81 : Évolution de la ténacité avec l'épaisseur de l'éprouvette.....	116
Fig. 82 : Définition de la longueur de fissure projetée sur le ligament.....	116
Fig. 83 : Résultats d'essais pour les CT ayant un trajet de fissure rectiligne.....	117
Fig. 84 : Résultats d'essais pour les CT ayant un trajet de fissure branchée.....	118
Fig. 85 : Plans des anneaux.....	119
Fig. 86 : Longueur de fissure initiale a_0 et finale a_f pour les anneaux.....	120
Fig. 87 : Courbe force-ouverture pour les anneaux en mode I pur (a), et pour les anneaux chargés en mode mixte (b).....	120
Fig. 88 : Longueur de fissure en fonction du temps pour les anneaux en mode I pur.....	121
Fig. 89 : Trajet de fissure expérimental pour les anneaux en mode mixte.....	122

Fig. 90 : Longueur de fissure en fonction du temps dans le cas des anneaux en mode mixte...	123
Fig. 91 : Faciès de rupture de l'éprouvette ct10oy à mi-parcours de la propagation.....	124
Fig. 92 : Faciès de rupture de l'éprouvette ct10oy à proximité du front d'arrêt.....	124
Fig. 93 : Faciès de rupture de l'éprouvette ct10pc à l'amorçage.....	125
Fig. 94 : Définition du solide Ω présentant une discontinuité (partie grisée).....	129
Fig. 95 : Inconnues du modèle de propagation.....	131
Fig. 96 : Maillage de l'éprouvette CT.....	131
Fig. 97 : Comparaison entre la modélisation et l'expérience de la courbe force-ouverture pendant la mise en charge (a), et imposition des données expérimentales concernant l'évolution de longueur de fissure avec le temps (b).....	132
Fig. 98 : Évolution des termes énergétiques durant la propagation pour la ct5pm.....	132
Fig. 99 : Fonction de pondération w	136
Fig. 100 : Évolution de différentes mesures de la contraintes pour la ct5pm.....	136
Fig. 101 : Évolution de différentes mesures de la contraintes pour la ct5pm.....	137
Fig. 102 : Identification de critères dépendant de la vitesse de propagation.....	137
Fig. 103 : Identification de critère dépendant de la vitesse de déformation totale équivalente (RKR 100 μ m).....	138
Fig. 104 : Identification de critère dépendant de la vitesse de déformation inélastique équivalente (Half-Disc 200 μ m).....	139
Fig. 105 : Comparaison entre l'évolution de la contrainte critique σ_{Ic} et celle de la limite d'élasticité σ_y avec la vitesse de déformation inélastique équivalente.....	139
Fig. 106 : Comparaison entre une analyse quasi-statique et une analyse dynamique concernant l'évolution de la contrainte pour la ct5pm.....	140
Fig. 107 : Longueur de fissure en fonction du temps pour la ct5pm (a), et la ct10oy (b). Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.....	142
Fig. 108 : Longueur de fissure en fonction du temps pour la ct5pm (a), et la ct10oy (b). Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.....	143
Fig. 109 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau 520uo. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.....	144
Fig. 110 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau 520uo. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.....	144
Fig. 111 : Évolution angulaire des contraintes d'ouverture et principale interpolées sur un cercle de rayon de 100 μ m obtenue pour l'anneau 520uv.....	146
Fig. 112 : Trajet de fissure pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation obtenus en utilisant comme direction de propagation celle du maximum de la contrainte circonférentielle.....	147
Fig. 113 : Trajet de fissure pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience	

des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.....	147
Fig. 114 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.....	148
Fig. 115 : Trajet de fissure pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.....	148
Fig. 116 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.....	149
Fig. 117 : Évolution de la norme de la vitesse en fonction du temps.....	151
Fig. 118 : Évolution de la contrainte hydrostatique en fonction du temps (déformée x10).....	153
Fig. 119 : Comparaison avec l'expérience des trajets de fissure obtenus par la simulation pour les deux anneaux chargés en mode mixte 520uv et 520uw.....	154
Fig. 120 : Courbes force-ouverture expérimentales et obtenues par la simulation.....	154
Fig. 121 : Comparaison avec l'expérience des trajets de fissure obtenus par la simulation pour les deux anneaux chargés en mode mixte 520uv et 520uw.....	155
Fig. 122 : Numérotation des points d'intégration pour l'élément standard QUA4 (a), et pour les éléments enrichis QU4H ou QU4F (b).....	165
Fig. 123 : Principe des barres de Hopkinson.....	169
Fig. 124 : (a) Effet de la température. (b) Effet de la vitesse de déformation.....	170
Fig. 125 : Comparaison avec l'expérience du modèle de Symonds-Cowper ($D=1.E8$; $p=12$). 172	
Fig. 126 : Comparaison avec l'expérience du modèle de Symonds-Cowper modifié pour différentes températures.....	175
Fig. 127 : Illustration du phénomène d'oscillations numériques entre deux valeurs du couple (force, déplacement).....	176
Fig. 128 : Passage du temps n au temps n+1 par prédiction élastique, puis retour à la surface de charge.....	177

Principales notations

∇	opérateur gradient
$(\dot{}) = \frac{\partial()}{\partial t}$	opérateur de dérivation temporelle
δ	ouverture des lèvres de la fissure (crack mouth opening displacement)
Δx	discrétisation spatiale
Δt	discrétisation temporelle
$\underline{\underline{\epsilon}}$	tenseurs des déformations
Γ	frontière d'un domaine, interface
θ	angle de propagation d'une fissure
λ, μ	coefficients de Lamé
ν	coefficient de Poisson
Π	énergie potentielle
ρ	masse volumique
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseurs des contraintes
$\sigma_{\theta\theta}$	contrainte circonférentielle d'ouverture
σ_I	contrainte principale maximale
σ_{Ic}	contrainte critique de clivage
σ_Y	limite d'élasticité
ψ, ϕ	fonctions de niveau (Level Set)
Ω	domaine
$A_i \quad [i = I, II, III]$	fonctions universelles
A	aire de la fissure (en tridimensionnel)
a, a_0, a_f	longueur de fissure, longueur de préfissuration, longueur à l'arrêt
\dot{a}	vitesse de propagation d'une fissure
B_N	épaisseur de l'éprouvette
$c_i \quad [i = d, s, R]$	vitesse caractéristique des ondes de dilatation, de cisaillement, et de Rayleigh
CT	éprouvette Compact Tension
E	module d'Young
F_k	fonctions de la base asymptotique de Westergard
$F^{int} = \int B^T \sigma$	vecteur des forces internes
F^{ext}	vecteur des forces extérieures
G	taux de restitution d'énergie
H	fonction discontinue de Heavyside
J	intégrale de Rice
K	matrices de raideur
K_M	facteur d'intensité des contraintes du mode M
K_J	facteur d'intensité des contraintes en mode I généralisé au cas élastoplastique
K_{Ic}	ténacité

K_M^{dyn}	facteur d'intensité des contraintes dynamique du mode M
K_M^u	facteur d'intensité des déplacements (ou cinématique) du mode M
K_a	facteur d'intensité des contraintes à l'arrêt obtenu par une analyse statique
K_A	facteur d'intensité des contraintes à l'arrêt obtenu par une analyse dynamique
M	matrices de masse
N_i	fonctions de forme standard au noeud i
$N_i = \begin{pmatrix} N_i \\ N_i H \\ N_i F_k \end{pmatrix}$	ensemble des fonctions de forme au noeud i
p	déformation inélastique équivalente
$q_i = \begin{pmatrix} u_i \\ a_i \\ b_{i,k} \end{pmatrix}$	ensemble des inconnues au noeud i
r_p	rayon plastique estimé autour de la pointe de fissure
\underline{s}	déviateur des contraintes
T	température
t	temps
$\underline{u}, \underline{\dot{u}}, \underline{\ddot{u}}$	déplacement, vitesse, accélération
w	densité d'énergie
X	scalaire
\underline{X}	vecteur
$\underline{\underline{X}}$	matrice, ou tenseur du second ordre
$\underline{\underline{\underline{X}}}$	tenseur d'ordre 4
$x_i \quad [i=1,2,3]$	coordonnées de l'espace

Introduction générale

La présence de défauts dans les structures affaiblit leur résistance mécanique, peut entraîner leur ruine, et être à l'origine de catastrophes graves. Afin d'éviter celles-ci, ingénieurs et scientifiques doivent donc être capable de prédire le comportement des structures fissurées, et d'en garantir l'intégrité.

Selon les cas, la présence de fissures peut être constatée lors d'inspection si le composant est accessible au contrôle, ou supposée lorsque l'on souhaite évaluer la sûreté d'un composant.

La mécanique de la rupture est la science qui étudie le comportement des structures fissurées. Elle fournit les outils nécessaires pour l'analyse de l'intégrité de structures. Il s'agit d'un domaine scientifique relativement récent puisqu'il est apparu après la première guerre mondiale, notamment avec les études de Griffith en 1920 [1] et d'Irwin en 1957 [2].

La mécanique de la rupture couvre des phénomènes physiques variés. La rupture fragile est une rupture brutale, qui se produit alors que la structure est globalement élastique. A l'opposé, la déchirure ductile caractérise une progression stable de la fissure pour des niveaux de chargement et de plasticité élevés. La fissuration par fatigue se produit sous des conditions de chargement cyclique. Enfin, le fluage décrit les phénomènes de fissuration pour lesquels les déformations viscoplastiques interviennent.

La mécanique de la rupture trouve notamment ses applications dans les domaines aéronautiques, de construction naval, de génie civil, et dans les activités nucléaires...

Dans le domaine nucléaire, la sûreté des installations est un enjeu de premier plan. C'est pourquoi, les études réalisées envisagent les scénarii les plus pessimistes de dégradations des structures, et les sollicitations les plus pénalisantes.

Par exemple, le cas de l'Accident par Perte de Réfrigérant Primaire envisage la rupture du circuit primaire de refroidissement. Dans ce cas, il est prévu d'injecter de l'eau froide (à une température de l'ordre d'une dizaine de degrés) dans le coeur du réacteur. La paroi interne de la cuve du réacteur chute alors brutalement de 300°C à environ 10°C. Ce violent gradient thermique produit des contraintes de traction sur la paroi interne de la cuve. Dans ce cadre accidentel, l'analyse de sûreté prévoit l'étude de la stabilité d'un hypothétique défaut.

Cependant, la problématique d'extension de durée de vie des centrales REP incite à perfectionner les études menées, afin de préciser de nouvelles marges garantissant l'intégrité des structures. La prise en compte d'un possible arrêt de fissure après son amorçage fragile est l'un des éléments clés. Alors qu'en général, on se contente de vérifier le non amorçage d'un hypothétique défaut, on cherche alors à montrer que, même dans le cas improbable où ce défaut amorcerait, la fissure initiée s'arrêterait avant d'avoir mis en péril la fonctionnalité de la structure.

Une telle démonstration pousse à approfondir les modèles utilisés, et à améliorer leur prédictivité. En effet, la codification [3] intègre un critère d'arrêt de fissure, mais celui-ci est basé sur une analyse statique du problème, qui, bien que jugée pessimiste, est discutable. De nombreux auteurs (comme Kalthoff [4] ou Hahn et al [5]) ont d'ailleurs montré que seule une analyse dynamique permettait une interprétation physique des phénomènes de propagation et d'arrêt de fissure.

L'objectif du présent mémoire est ainsi de proposer un modèle de propagation permettant de prédire le comportement d'une fissure de clivage, en terme de vitesse de propagation et d'arrêt de fissure.

Le chapitre bibliographique expose les concepts inhérents à la mécanique de la rupture en statique et en dynamique. Il décrit également les principaux essais de propagation dynamique et d'arrêt de fissure fragile, et donne un aperçu des principales méthodes numériques utilisées pour modéliser ces phénomènes.

Le second chapitre entre dans le détail de la méthode des éléments finis étendus (ou eXtended Finite Element Method). C'est en effet, cette méthode moderne que nous avons choisi de développer dans le logiciel de calcul Cast3m, au vu des avantages qu'elle présente pour la simulation numérique de propagation arbitraire de fissure. Deux techniques pour améliorer la méthode sont présentées et éprouvées dans ce chapitre.

Le troisième chapitre regroupe les données expérimentales de l'étude. Une brève présentation du matériau y est proposée. Les conditions expérimentales et les résultats d'essais sont décrits pour chacune des configurations étudiées. Une analyse fractographique des faciès de rupture identifie les mécanismes de ruine impliqués pendant la propagation de fissure.

Finalement, le quatrième chapitre décrit les modélisations effectuées pour l'analyse de la propagation et de l'arrêt de fissure fragile. En particulier, un modèle de propagation basé sur la contrainte principale maximale en pointe de fissure est proposé et discuté.

Chapitre I.

Étude bibliographique

Sommaire

I.1. Introduction.....	22
I.2. Mécanique de la rupture en statique.....	22
I.2.1. Rappel de mécanique de la rupture en statique.....	22
I.2.2. Modèles d'amorçage de fissure en clivage.....	25
I.2.3. Remarque sur les analyses statiques pour traiter de l'arrêt de fissure.....	28
I.3. Propagation dynamique de fissure.....	30
I.3.1. Champs asymptotiques en dynamique.....	30
I.3.2. Bilan énergétique.....	33
I.3.3. Solutions analytiques de problèmes de propagation de fissure.....	38
I.3.4. Analyse élasto-dynamique d'essai de rupture fragile.....	40
I.3.5. Analyse élasto-viscoplastique d'essais de rupture fragile.....	42
I.4. Essais de propagation dynamique et d'arrêt de fissure.....	46
I.4.1. Essais définissant une température d'arrêt.....	46
I.4.2. Éprouvettes dérivées de la CT (Compact Tension).....	47
I.4.3. Éprouvettes chargées dynamiquement.....	48
I.4.4. Éprouvettes annulaires et choc thermique.....	50
I.5. Méthodes numériques pour simuler la propagation de fissure.....	52
I.5.1. Méthodes "classiques" basées sur les éléments finis.....	52
I.5.2. Méthodes non basées sur les éléments finis.....	55
I.5.3. Méthodes basées sur la partition de l'unité.....	56
I.6. Conclusion de l'étude bibliographique.....	61

I.1. Introduction

Ce chapitre bibliographique est consacré à l'analyse de la propagation dynamique de fissure fragile. L'état des lieux qui y est dressé n'est pas exhaustif, mais permet de situer les développements réalisés au cours de cette thèse. Le lecteur intéressé par certains sujets est invité à se reporter à des ouvrages plus complets. Le livre de Lemaitre et Chaboche [6] donne quelques éléments de compréhension concernant la fissuration dans le contexte général de la mécanique des milieux continus. Les ouvrages de Bui [7], de Kanninen et Popelar [8], et d'Anderson [9] approfondissent les notions de la mécanique de la rupture. Enfin, l'ouvrage de Freund [10] constitue une référence incontournable dans le domaine de la mécanique de la rupture en dynamique.

Le chapitre bibliographique s'organise de la manière suivante. Les notions essentielles de mécanique de la rupture en statique sont exposées dans un premier paragraphe. Le second paragraphe récapitule les principaux modèles de propagation dynamique de fissure rencontrés dans la littérature. Le troisième paragraphe présente des essais de rupture caractéristiques de ce domaine. Enfin, le quatrième paragraphe donne un aperçu des méthodes numériques fréquemment utilisées pour modéliser la propagation de fissure.

I.2. Mécanique de la rupture en statique

I.2.1. Rappel de mécanique de la rupture en statique

Cas d'un matériau élastique linéaire

Historiquement, c'est dès 1920 que Griffith [1] fit le lien entre la perte d'énergie du système et l'avancée de fissure en élasticité linéaire. Le taux de restitution d'énergie (noté G) quantifie l'énergie dépensée par la structure pour permettre l'accroissement de la surface fissurée (notée A dans l'équation (1)).

$$G = -\frac{d\Pi}{dA} = 2\gamma \quad (1)$$

Le comportement des fissures se caractérise donc par le transfert de l'énergie potentielle Π de la structure en énergie de décohésion (caractérisée par γ) au voisinage de la pointe de fissure.

L'application de l'équation d'équilibre dans cette zone permet de montrer l'existence pour les champs mécaniques d'une solution asymptotique singulière. Irwin [2] introduit en 1956 le concept de facteurs d'intensité des contraintes (notés K dans l'équation (2)) permettant ainsi de quantifier l'amplitude de cette singularité.

$$\sigma_{ij}(r, \theta) \underset{r \rightarrow 0}{\simeq} \frac{K_M}{\sqrt{2\pi r}} \Sigma_{ij}^M(\theta) \quad \text{avec} \quad M = \{I, II, III\} \quad (2)$$

où σ_{ij} désigne le tenseur des contraintes, Σ_{ij}^M sont des fonctions angulaires de θ . Les trois modes de rupture indicés par la lettre M sont représentés sur la Fig. 1 (a).

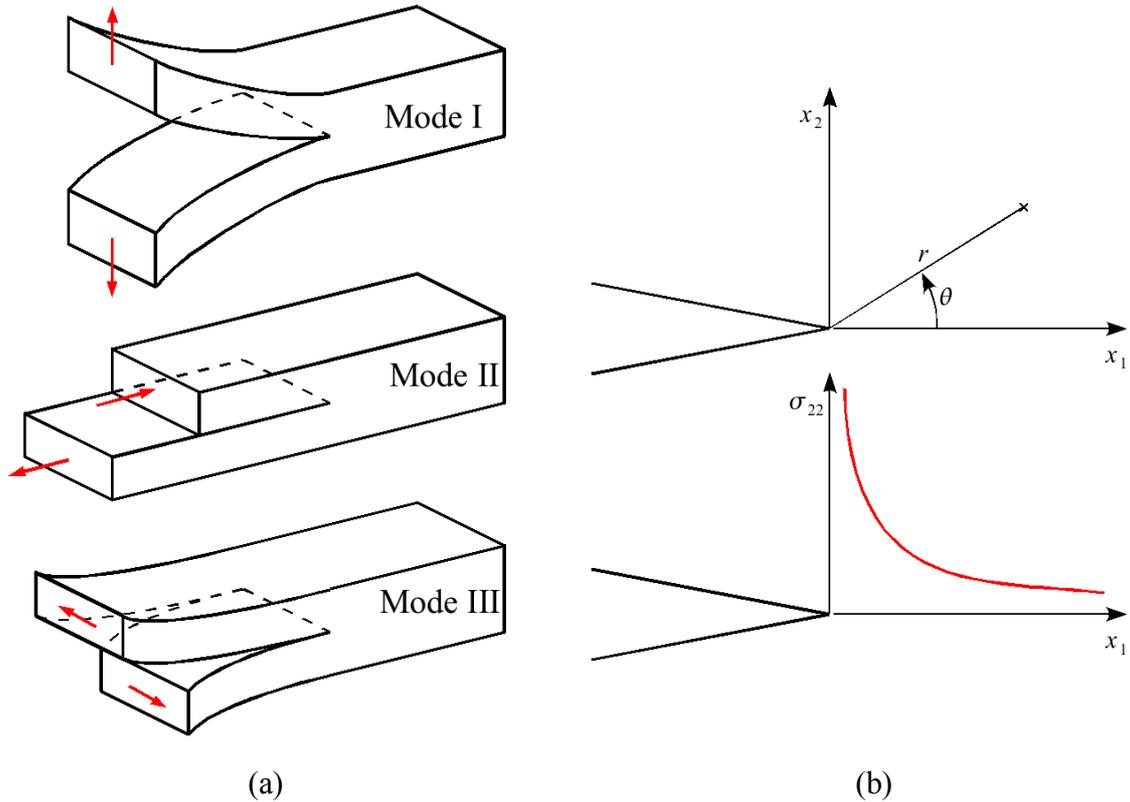


Fig. 1 : (a) Modes de rupture. (b) Repère local en pointe de fissure et contrainte asymptotique dans le cas du mode I.

Les facteurs d'intensité des contraintes sont par ailleurs directement reliés au taux de restitution d'énergie par la relation (3).

$$G = \frac{K_I^2 + K_{II}^2 + K_{III}^2}{E^*} + \frac{K_{III}^2}{\mu} \quad \text{avec} \quad E^* = \begin{cases} \frac{E}{1-\nu} & \text{en déformations planes} \\ E & \text{en contraintes planes} \end{cases} \quad (3)$$

L'intégrale J donnée par Rice [11] permet d'évaluer le taux de restitution d'énergie dans le cas d'un matériau élastique (linéaire ou non). Cette intégrale donnée par l'équation (4) est exprimée dans le repère local de la fissure (cf. Fig. 1 (b)).

$$J = \int_{\Gamma} (w^{def} n_1 + \sigma_{ij} \frac{\partial u}{\partial x_1} n_j) d\Gamma \quad \text{où} \quad w^{def} = \int_0^t \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} dt \quad (4)$$

L'intégrale J utilise un contour fermé Γ qui entoure la pointe de fissure (cf. Fig. 2).

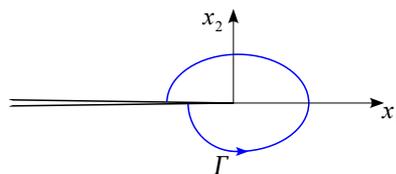


Fig. 2 : Contour pour l'intégrale J .

Extension au cas non linéaire

Traitant le cas de la plasticité comme s'il s'agissait d'élasticité non linéaire, Hutchinson [12] et Rice [13] donnent la forme des champs asymptotiques en pointe de fissure dits "champs HRR" pour un matériau obéissant à une loi de type Ramberg-Osgood (cf. relations (5)).

$$\text{Loi de Ramber-Osgood : } \frac{\epsilon}{\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\sigma_0} + \alpha \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^n \quad (5)$$

$$\text{Champs HRR : } \sigma_{ij} \underset{r \rightarrow 0}{\simeq} \sigma_0 \left(\frac{J}{\alpha \epsilon_0 \sigma_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta)$$

L'intensité des champs mécaniques se caractérise donc par l'intégrale J (définie par l'équation (4)) dont Rice [11] étend le concept au cas non linéaire en utilisant l'énergie de déformation totale (incluant les déformations plastiques irréversibles). Dans cette formulation, on apparente l'énergie de déformation totale à un comportement élastique non linéaire, ce qui limite l'application de cette intégrale au cas d'un matériau élasto-plastique soumis à un chargement monotone proportionnel. C'est le cas rencontré lorsque l'on traite de l'amorçage et c'est pourquoi les analyses expérimentales utilisent J comme paramètre de référence pour définir l'état de sollicitation. Cette interprétation est illustrée par la Fig. 3.

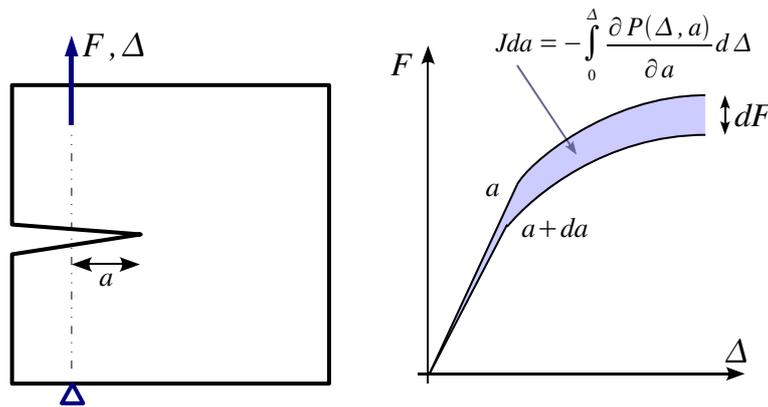


Fig. 3 : Solide en traction et courbe force-ouverture correspondante.

Si la plasticité reste confinée à la pointe de fissure (cf. Fig. 4 (a)), on peut observer à mesure que l'on se rapproche de la pointe de fissure les zones de K-dominance (champs élastiques), puis de dominance des champs HRR (champs élasto-plastiques), et enfin la zone sujette à l'érouissage. Plus l'intensité de la sollicitation augmente et plus la plasticité et l'érouissage deviennent importants comme indiquée sur la Fig. 4 (b) et (c).

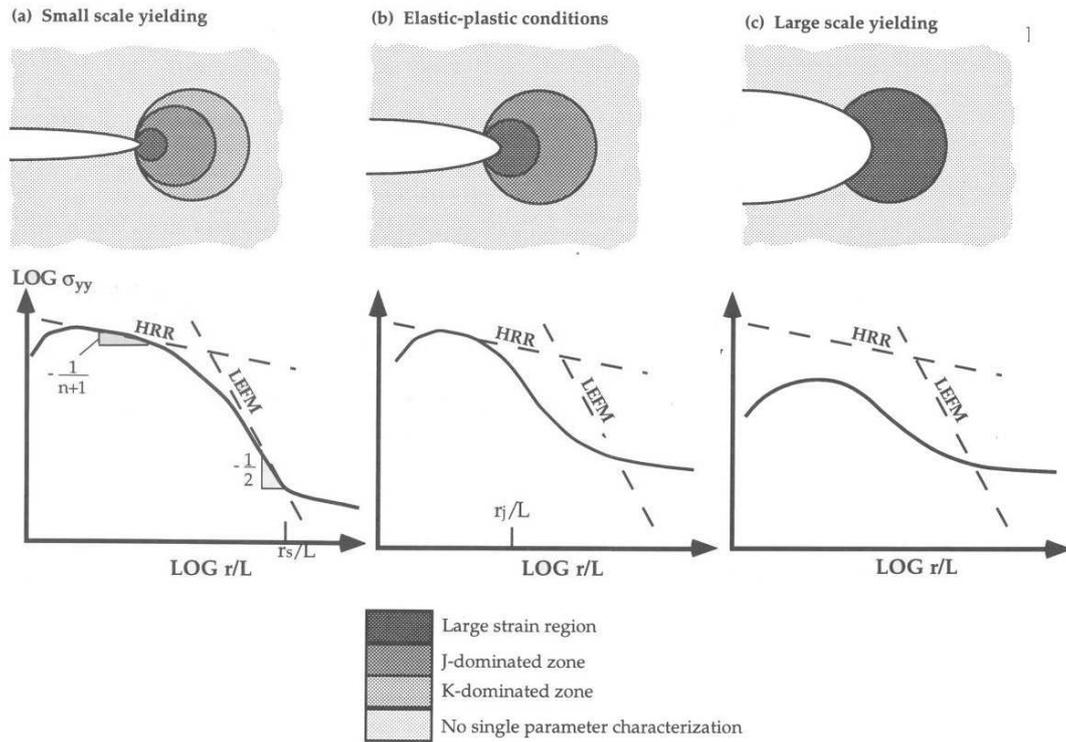


Fig. 4 : Dominance des champs en pointe de fissure (tiré de [9]).

Dans le cas d'un matériau dépendant de l'histoire, le concept d'intégrale J se limite à l'amorçage car les décharges introduites par l'avancée de fissure rendent l'intégrale dépendante du contour, et son interprétation devient ambiguë. De plus, l'utilisation de J comme paramètre unique ne suffit pas lorsque la plasticité est étendue. Un second paramètre (comme le taux de triaxialité), ou une approche énergétique semble inévitable dans de tels cas (déchirure ductile par exemple).

I.2.2. Modèles d'amorçage de fissure en clivage

On propose dans ce paragraphe une brève revue des principaux modèles d'amorçage de fissure de clivage utilisés en mécanique de la rupture quasi-statique, pour traiter le cas des aciers ferritiques de type 16MND5. Cela nous permet de poser les bases nécessaires à l'introduction des modèles de propagation de fissure en dynamique.

Approches globales

L'approche globale déterministe utilise la notion de facteur d'intensité des contraintes critique. Lorsque la plasticité est confinée à la pointe de fissure comme sur la Fig. 4(a), le facteur d'intensité des contraintes constitue un paramètre permettant de caractériser à lui seul l'état de sollicitation en pointe de fissure. Ce premier critère de rupture caractérise donc les matériaux fragiles, et s'énonce simplement par la relation (6).

$$K_I = K_{Ic} \quad (6)$$

Les codifications, comme l'ASTM [14] ou le RCCM [3], définissent pour les aciers de cuve une courbe enveloppe minimale de la ténacité K_{Ic} en fonction de la température T en pointe de fissure (7).

$$K_{Ic} = \min \left\{ 220, 29.43 + 1.355 \exp(0.0261(T - RT_{NDT} + 88.9)) \right\} \quad (\text{en } \text{MPa}\sqrt{\text{m}}) \quad (7)$$

où RT_{NDT} désigne la température de transition entre un comportement fragile et un comportement ductile. Celle-ci est définie à partir d'essais Charpy ou Pellini, et a donc un sens physique limité.

Deux principales critiques de ce modèle peuvent être avancées. D'abord, le facteur d'intensité des contraintes ne permet pas de prendre en compte des effets particuliers, comme le pré-chargement à chaud (Warm Pre-Stressing) [15] ou la présence d'un petit défaut. Ensuite, ce critère basé sur la mécanique linéaire de la rupture est déterministe et ne peut donc pas prendre en compte la dispersion que l'on observe sur les valeurs de ténacités.

Afin de permettre de représenter la dispersion de la ténacité, certains auteurs comme Wallin [16] proposent de remplacer la courbe de transition présentée ci-dessus par la "Master Curve". Cette approche relie la probabilité de rupture p à l'intensité des champs en fonction de la température T . On utilise l'intégrale J généralisée au cas élasto-plastique (équation (4)), ou le facteur d'intensité des contraintes généralisé au cas élasto-plastique : $K_J = (E^* J)^{0.5}$. Cette courbe a été établie à partir d'un lissage de résultats d'essais sur éprouvettes CT, pour les aciers ferritiques. Son expression, donnée par (8), introduit une température de référence T_0 , qui correspond à une probabilité de rupture égale à 50% pour une intensité de $100\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$.

$$K_{Ic} = A(p) + B(p) \exp(0.019(T - T_0)) \quad (8)$$

Cette expression est représentée pour différents niveaux de probabilité sur la Fig. 5.

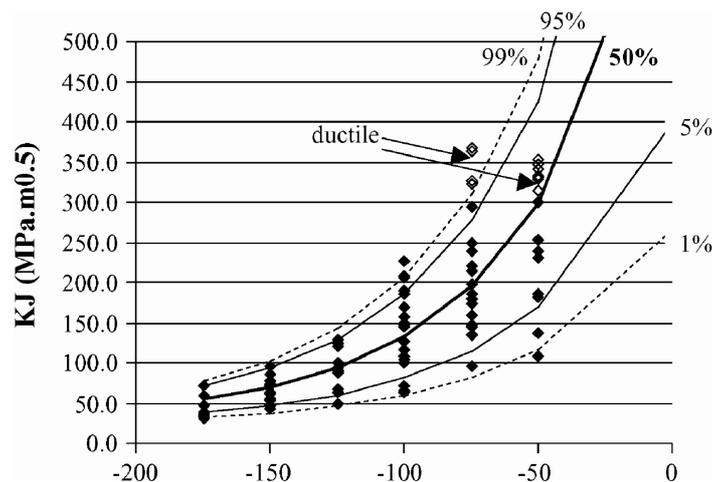


Fig. 5 : Master Curves pour l'acier 16MND5 et essais isothermes sur CT25 (tiré de [17]).

Dans cette approche, les coefficients A et B dépendent de la probabilité de rupture p , mais également de la largeur du front de fissure. De nombreux travaux de R&D ont été menés afin d'identifier la température de référence T_0 , notamment concernant le nombre minimum d'essais nécessaires, ou la prise en compte de l'amorçage ductile avant la rupture fragile [18].

Approches locales

Plutôt que de considérer des paramètres globaux comme le facteur d'intensité des contraintes, les approches locales considèrent les champs mécaniques à proximité du front de fissure.

Introduit historiquement par Ritchie, Knott et Rice [19], le modèle RKR suppose que la rupture par clivage se produit lorsque la contrainte σ_{22} atteint une valeur critique à une distance donnée de la pointe de fissure (cf. équation (9)). Cette distance est reliée par ces auteurs à une caractéristique microstructurale du matériau qui est généralement prise comme étant environ

deux fois la taille d'un grain.

$$\sigma_{22}(\theta=0, r=r_c) = \sigma_c \quad (9)$$

Ce modèle déterministe et relativement simple permet de prendre en compte dans une certaine mesure l'effet de la température. En effet, la limite d'élasticité diminue avec la température et il faut un chargement extérieur plus important pour atteindre la même contrainte critique.

Afin de tenir compte de la dispersion géométrique et géométriques des défauts, et de son influence sur le comportement à rupture, on peut introduire une statistique au modèle local.

Considérons un volume V composés de N volumes élémentaires V_i . On suppose que la ruine d'un volume élémentaire entraîne celle de la structure complète (hypothèse du maillon le plus faible). Cela conduit à adopter la statistique de Weibull. Finalement, la probabilité de rupture de la structure P_R s'exprime en fonction de celle d'un volume élémentaire p_{Ri} .

$$P_R = 1 - \exp \left[- \int_V \ln \left(\frac{1}{1 - p_{Ri}} \right) \frac{dV}{V_i} \right] \quad (10)$$

Ce type de modèle suppose que la distribution de défauts présents dans le matériau (caractérisée par le paramètre m) sont susceptibles de cliver avec une probabilité évaluée depuis la relation empirique (11).

$$\ln \left(\frac{1}{1 - p_{Ri}} \right) = \left(\frac{\sigma - \sigma_0}{\sigma_u} \right)^m \quad (11)$$

où σ , σ_0 , et σ_u représentent respectivement une mesure de la contrainte, une contrainte seuil et une contrainte ultime.

Le groupe Beremin [20] construit le modèle du même nom en adoptant la contrainte principale maximale pour mesure de la contrainte, une contrainte seuil nulle, et un volume V égal au volume plastique. La probabilité de rupture s'exprime alors par la relation (12).

$$P_R = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\sigma_W}{\sigma_u} \right)^m \right] \quad \text{avec la contrainte de Weibull} \quad \sigma_W = \left[\int_{V_p} \sigma_I^m \frac{dV}{V_0} \right]^{1/m} \quad (12)$$

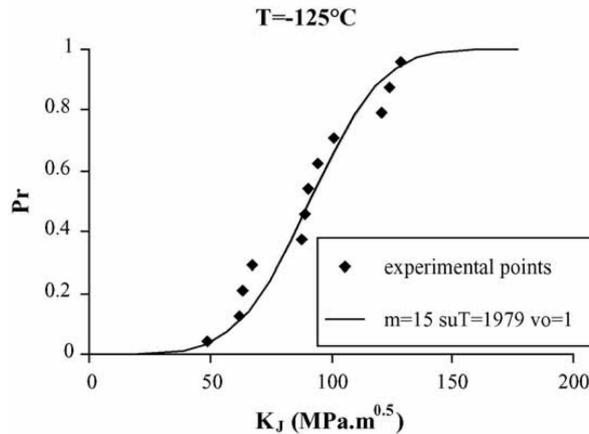


Fig. 6 : Calage à partir d'essais sur CT25 du modèle de Beremin pour l'acier 16MND5 à la température de -125°C (tiré de [21]).

Une application du modèle de Beremin à l'acier 16MND5 pour une température de -125°C est donnée sur la Fig. 6.

Ce type de modèle permet de prendre en compte l'aspect stochastique de la rupture fragile et de traiter certains phénomènes locaux agissant sur les contraintes qu'un paramètre global (comme le facteur d'intensité des contraintes) ne peut déceler.

Diverses améliorations du modèle de Beremin ont été proposées pour rendre compte de phénomènes particuliers.

Lorsque la plasticité devient importante, et que l'érouissage ou la contraction en direction transverse diminue la nocivité de la fissure, la correction de la contrainte principale proposée dans [20] peut être adoptée (13).

$$\sigma_I^{corrigée} = \sigma_I \exp\left(-\frac{\epsilon_I^p}{k}\right) \quad \text{avec} \quad 2 \leq k \leq 4 \quad (13)$$

où ϵ_I^p désigne la déformation plastique dans la direction des contraintes principales.

Dans [22], l'utilisation d'un seuil σ_W^{min} en dessous duquel on est certain de ne pas cliver transforme l'expression (12) en (14). De plus, ce paramètre supplémentaire réduit la valeur du coefficient de Weibull m (on passe d'une valeur comprise entre 15 et 20 à une valeur comprise entre 1 et 3), et diminue la sensibilité du modèle à l'évaluation des contraintes.

$$P_R = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\sigma_W - \sigma_W^{min}}{\sigma_u - \sigma_W^{min}}\right)^m\right] \quad (14)$$

Afin de permettre la prise en compte de l'effet d'histoire du chargement et de la température, Lefevre et al [23] propose d'intégrer en chaque point la valeur maximale (obtenue au cours du temps) du rapport entre la contrainte principale et la contrainte ultime (15).

$$P_R(t) = 1 - \exp\left[-\int_{V_p} \max_{\substack{0 \leq \tau \leq t \\ \dot{p}(\tau) > 0}} \left\{ \frac{\sigma_I^m(\tau)}{\sigma_u(T(\tau))} \right\} \frac{dV}{V_0}\right] \quad (15)$$

Cependant, le modèle de Beremin s'avère aujourd'hui encore incomplet. Par exemple, Bordet et al [24] et [25] montre que la nucléation des défauts n'apparaît pas dès le début de la plastification, mais que l'on peut définir une probabilité de nucléation en fonction de la déformation plastique et de la limite d'élasticité. L'auteur exprime ainsi la probabilité de rupture comme le produit de la probabilité de nucléation par la probabilité de propagation (fonction de la contrainte principale). Cette phase de nucléation des défauts est également traitée par Margolin et al [26].

L'application de ce type de modèle nécessite de calculer très précisément les champs au voisinage de la pointe de fissure. Cela suppose une connaissance approfondie du comportement du matériau. De plus, l'identification des paramètres du modèle demande de vastes campagnes expérimentales.

1.2.3. Remarque sur les analyses statiques pour traiter de l'arrêt de fissure

Lorsque l'on traite de l'arrêt de fissure consécutif à une rupture fragile d'une structure sollicitée en quasi-statique, on peut dans un premier temps penser à réaliser une analyse statique du problème. D'un point de vue pratique, négliger l'aspect dynamique de la propagation de fissure

permet de simplifier les modèles et de considérer une définition statique du facteur d'intensité des contraintes à l'arrêt (noté ici K_a par opposition avec sa définition dynamique K_A).

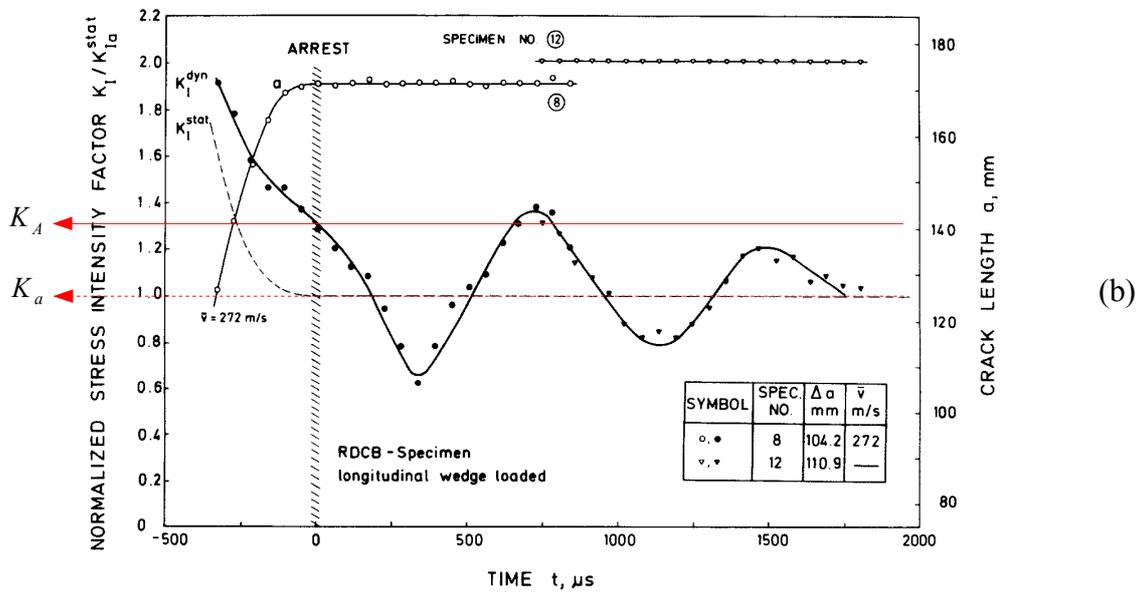
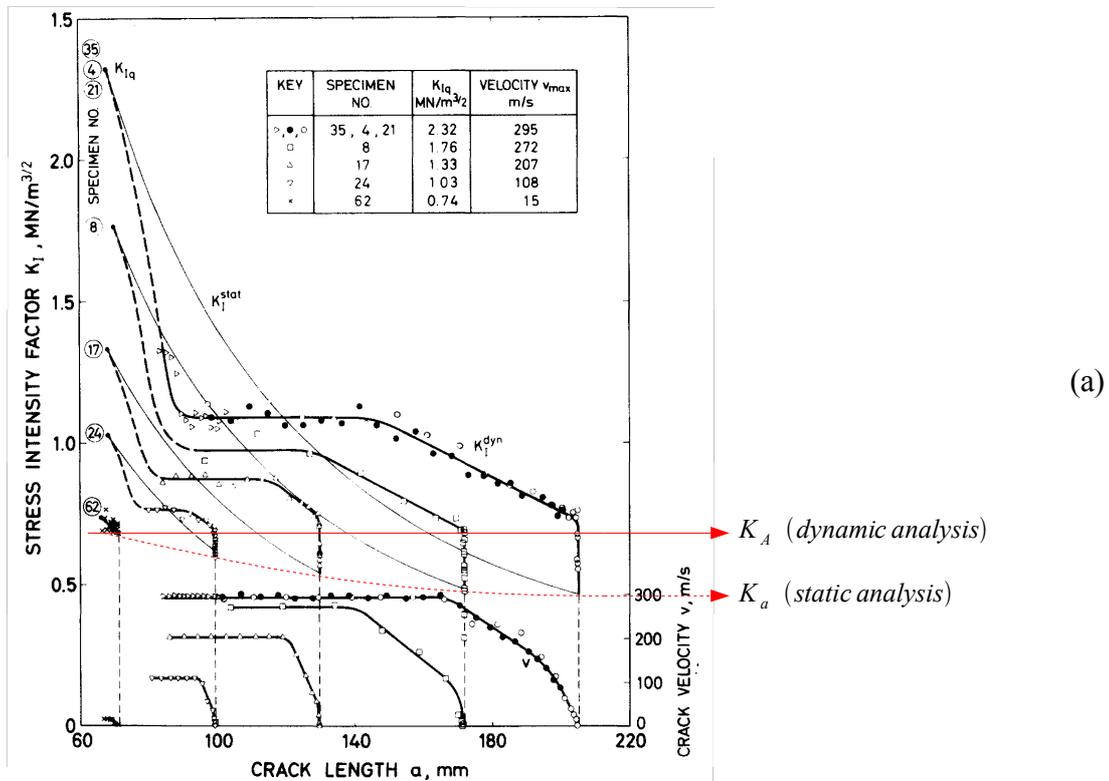


Fig. 7 : Observations expérimentales de Kalthoff sur des éprouvettes en Araldite B.
 (a) Comparaison du facteur d'intensité des contraintes dynamique et statique [27] et [4].
 (b) Évolution du facteur d'intensité des contraintes dynamique après l'arrêt de fissure [4].

Cependant, ce type d'approche montre ses limites dans de nombreux cas, et une approche dynamique semble être plus physique. Pour s'en convaincre, considérons la Fig. 7 (a). Celle-ci

est particulièrement intéressante car elle démontre la nécessité de prendre en compte l'aspect dynamique de la propagation pour prédire l'arrêt. En effet les interprétations statiques de diverses éprouvettes aboutissent à des valeurs du facteur d'intensité des contraintes à l'arrêt très variables contrairement à l'analyse dynamique. La Fig. 7 (b) explique pourquoi les valeurs de K_a et de K_A diffèrent. Le mouvement de la structure ne se fige pas instantanément après l'arrêt de la fissure. Pendant un certain temps, le facteur d'intensité des contraintes oscille autour de K_a à des valeurs inférieures à K_A .

Au vu de ces observations, il semble nécessaire d'aborder en profondeur l'aspect dynamique de la propagation de fissure de clivage.

I.3. Propagation dynamique de fissure

I.3.1. Champs asymptotiques en dynamique

L'aspect dynamique peut être la conséquence de deux facteurs :

- ◆ Un chargement rapide, comme celui provoqué par un impact ou par une onde de traction ou de cisaillement.
- ◆ La propagation à vitesse non négligeable de la fissure.

Le premier cas est la simple généralisation de la mécanique de la rupture aux phénomènes transitoires. Son étude montre que le niveau de chargement appliqué n'est pas suffisant pour décrire la concentration de contraintes en pointe de fissure, mais que la manière dont ce chargement est appliquée (aspect temporel) est aussi primordiale. L'application soudaine d'une pression uniforme σ^∞ sur les lèvres d'une fissure semi-infinie (cf. Fig. 8) engendre une contrainte proportionnelle au facteur d'intensité des contraintes instantané (équation (16)) [10].

$$\sigma_{22}(x_1, x_2=0, t) \simeq \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi x_1}} \quad \text{où} \quad K_I(t) = 2\sigma^\infty \frac{\sqrt{c_d t(1-2\nu)}/\pi}{(1-\nu)} \quad (16)$$

où c_d est la vitesse des ondes de dilatation que nous définirons à l'équation (24).

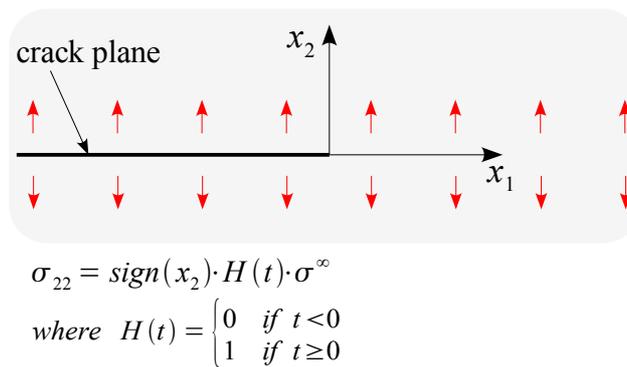


Fig. 8 : Application soudaine d'une pression uniforme.

L'introduction de la longueur de fissure comme dimension caractéristique invalide cette solution après un temps c_d/a caractérisant la propagation des ondes. Le facteur d'intensité des contraintes calculé en dynamique peut être temporairement supérieur à celui calculé en appliquant la charge de manière statique : on parle alors de "dynamic overshoot".

Le second cas concerne la propagation dynamique de fissure, et son traitement est développé

dans les paragraphes suivants. Nous poserons d'abord les hypothèses générales de l'analyse, avant de donner l'expression des champs asymptotiques, solutions du problème de la propagation dynamique d'une fissure dans un milieu élastique.

Hypothèse générales de travail

Considérons un milieu Ω homogène, isotrope, continu et présentant une fissure $\Gamma_+ \cup \Gamma_-$.

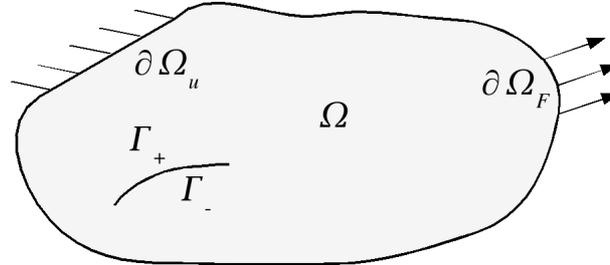


Fig. 9 : Milieu fissuré.

Dans le contexte de l'analyse asymptotique, on fait l'hypothèse de petites perturbations qui suppose que les déformations sont assez petites pour en négliger les termes quadratiques.

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}) \quad (17)$$

De plus, puisqu'on se place dans le cadre de l'élasticité linéaire, les déformations sont uniquement élastiques. On définit la loi de comportement thermo-élastique du milieu par le potentiel thermodynamique énergie libre spécifique. Il fait apparaître l'énergie de déformation réversible.

$$\Psi(\epsilon^e, T) = \frac{1}{\rho} \left[\underbrace{\frac{1}{2} \lambda (u_{k,k})^2 + \mu u_{i,j} u_{i,j} - \rho K \Delta T u_{k,k}}_{w^{def}(u_{i,j}, T)} \right] + C_\epsilon \frac{\Delta T^2}{T_0} \quad (18)$$

La masse volumique est désignée par ρ , tandis que λ et μ sont les coefficients de Lamé, reliés au module d'Young et au coefficient de Poisson par les relations :

$$\lambda = \frac{E \nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (19)$$

Les termes $\Delta T, K, \alpha$, et C_ϵ représentent respectivement la variation de température, la conductivité thermique, le coefficient de dilatation thermique, et la chaleur spécifique à déformation constante.

$$\Delta T = T - T_0, \quad K = (3\lambda + 2\mu)\alpha \quad (20)$$

La contrainte et l'entropie dérivant de ce potentiel, on peut écrire leur loi d'évolution (21).

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{ij} = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \epsilon_{i,j}} = \frac{\partial w^{def}}{\partial u_{i,j}} = \lambda u_{k,k} \delta_{ij} + 2\mu u_{i,j} - K \Delta T \delta_{ij} \\ s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T} = K u_{k,k} + \frac{C_\epsilon}{T_0} \Delta T \end{array} \right. \quad \text{soit} \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{\underline{\sigma}} = \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}}) \underline{\underline{1}} + 2\mu \underline{\underline{\epsilon}} \\ s = K \text{tr}(\underline{\underline{\epsilon}}) + \frac{C_p}{T_0} \Delta T \end{array} \right. \quad (21)$$

Équation d'équilibre dynamique

La formulation forte de l'équation d'équilibre peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \underline{\text{div}}(\underline{\sigma}) - \rho \ddot{\underline{u}} &= 0 \\ \text{soit } \sigma_{ij,j} - \rho \ddot{u}_i &= 0 \quad \forall i \end{aligned} \quad (22)$$

Si on injecte la loi de comportement dans l'équation précédente, on trouve l'équation de Navier.

$$\begin{aligned} (\lambda + \mu) \nabla(\text{div}(\underline{u})) + \mu \underline{\text{div}}(\nabla \underline{u}) - K \nabla T &= \rho \ddot{\underline{u}} \\ \text{soit } (\lambda + \mu) u_{j,j,i} + \mu u_{i,jj} - K T_{,j} &= \rho \ddot{u}_i \end{aligned} \quad (23)$$

En prenant respectivement le divergent et le rotationnel de cette équation, on trouve les équations d'onde :

$$\begin{aligned} c_d^2 \Delta(\text{div}(\underline{u})) + \text{div}(\nabla T) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\text{div}(\underline{u})) \\ c_s^2 \Delta(\underline{\text{rot}}(\underline{u})) &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\underline{\text{rot}}(\underline{u})) \end{aligned} \quad (24)$$

où $c_d = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ et $c_s = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ représentent respectivement la vitesse des ondes de dilatation et de cisaillement en déformations planes. Nous nous plaçons désormais dans un contexte isotherme. Freund [10] donne dans son ouvrage la forme des champs asymptotiques en élasto-dynamique isotherme. Le champ de déplacement prend la forme donnée par l'équation (25).

$$u_i = u_i(r^0) + \frac{K_M^{\text{dyn}}(t)}{\mu \sqrt{2\pi}} r^{1/2} U_i^M(\theta, \dot{a}) + u_i(r^1) + \dots \quad (25)$$

La partie correspondant aux contraintes asymptotiques utilisent les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} U_x^I = \frac{1}{D} \left\{ 2(1 + \alpha_s^2) \sqrt{y_d} \cos \frac{\theta_d}{2} - 4\alpha_d \alpha_s \sqrt{y_s} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\} \\ U_y^I = \frac{1}{D} \left\{ -2\alpha_d(1 + \alpha_s^2) \sqrt{y_d} \sin \frac{\theta_d}{2} + 4\alpha_d \sqrt{y_s} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\} \end{cases} \quad \text{pour le mode M=I,}$$

$$\begin{cases} U_x^{II} = \frac{1}{D} \left\{ 4\alpha_s \sqrt{y_d} \sin \frac{\theta_d}{2} - 2\alpha_s(1 + \alpha_s^2) \sqrt{y_s} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\} \\ U_y^{II} = \frac{1}{D} \left\{ 4\alpha_d \alpha_s \sqrt{y_d} \cos \frac{\theta_d}{2} - 2(1 + \alpha_s^2) \sqrt{y_s} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\} \end{cases} \quad \text{pour le mode M=II,}$$

$$\text{et } U_z^{III} = \frac{1}{D} \left\{ \frac{2}{\alpha_s} \sqrt{y_s} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\} \quad \text{pour le mode M=III.}$$

$$\text{avec : } \alpha_i = \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{a}}{c_i}\right)^2}, \quad y_i = \sqrt{1 - \left(\frac{\dot{a} \sin \theta}{c_i}\right)^2}, \quad \text{et } \tan(\theta_i) = \alpha_i \tan(\theta) \quad \text{pour } i = d, s.$$

Le dénominateur vaut quand à lui : $D = 4\alpha_d \alpha_s - (1 + \alpha_s^2)^2$. Il est intéressant de noter qu'il existe une vitesse c_R inférieure à c_d et c_s , appelée vitesse des ondes de Rayleigh (ou encore

"onde de surface"), qui annule le dénominateur $D(\dot{a})$.

Les contraintes s'écrivent quand à elles :

$$\sigma_{ij} \underset{r \rightarrow 0}{=} \frac{K_M^{dyn}(t)}{\sqrt{2\pi r}} \Sigma_{ij}^M(\theta, \dot{a}) + \sigma_{ij}^{(1)} + o(1) \quad (26)$$

avec les fonctions :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma_{xx}^I = \frac{1}{D} \left\{ \frac{(1+\alpha_s^2)(1+2\alpha_d^2-\alpha_s^2)}{\sqrt{\gamma_d}} \cos \frac{\theta_d}{2} - \frac{4\alpha_s\alpha_d}{\sqrt{\gamma_s}} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\} \\ \Sigma_{xy}^I = \frac{2\alpha_d(1+\alpha_s^2)}{D} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\gamma_d}} \sin \frac{\theta_d}{2} - \frac{1}{\sqrt{\gamma_s}} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\} \\ \Sigma_{yy}^I = \frac{1}{D} \left\{ \frac{(1+\alpha_s^2)^2}{\sqrt{\gamma_d}} \cos \frac{\theta_d}{2} - \frac{4\alpha_s\alpha_d}{\sqrt{\gamma_s}} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\} \end{array} \right. \quad \text{pour le mode M=I,}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Sigma_{xx}^{II} = -\frac{2\alpha_s}{D} \left\{ \frac{(1+2\alpha_d^2-\alpha_s^2)}{\sqrt{\gamma_d}} \sin \frac{\theta_d}{2} - \frac{(1+\alpha_s^2)}{\sqrt{\gamma_s}} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\} \\ \Sigma_{xy}^{II} = \frac{1}{D} \left\{ \frac{4\alpha_s\alpha_d}{\sqrt{\gamma_d}} \cos \frac{\theta_d}{2} - \frac{(1+\alpha_s^2)^2}{\sqrt{\gamma_s}} \cos \frac{\theta_s}{2} \right\} \\ \Sigma_{yy}^{II} = \frac{2\alpha_s(1+\alpha_s^2)}{D} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\gamma_d}} \sin \frac{\theta_d}{2} - \frac{1}{\sqrt{\gamma_s}} \sin \frac{\theta_s}{2} \right\} \end{array} \right. \quad \text{pour le mode M=II,}$$

$$\text{et } \Sigma_{xz}^{III} = -\frac{1}{\alpha_s\sqrt{\gamma_s}} \sin \frac{\theta_s}{2}, \quad \Sigma_{yz}^{III} = \frac{1}{\sqrt{\gamma_s}} \cos \frac{\theta_s}{2} \quad \text{pour le mode M=III.}$$

I.3.2. Bilan énergétique

Définition du taux de restitution d'énergie en élasto-dynamique

Ajoutons au premier principe de la thermodynamique un terme dissipatif correspondant à la décohésion de la matière pour obtenir le bilan (27).

$$P^{int} + P^{acc} = P^{ext} + Q - P^{diss}$$

$$\text{avec } \left\{ \begin{array}{l} P^{int} = \frac{d}{dt} \int w^{def} + Q \\ P^{acc} = \frac{d}{dt} \int w^{cin} \end{array} \right. \quad \text{et } \left\{ \begin{array}{l} P^{ext} = \int E^{ext} \dot{u} \\ Q = \int (r - \text{div}(\underline{q})) \\ P^{diss} = G \dot{a} \end{array} \right. \quad (27)$$

La puissance intérieure et cinétique est égale à la somme de la puissance des efforts extérieurs, du taux de chaleur et de la puissance dissipée. La densité d'énergie de déformation w^{def} a été définie par l'équation (4). La densité d'énergie cinétique vaut $w^{cin} = \frac{1}{2} \rho \dot{u}_i \dot{u}_i$. r et \underline{q} représentent respectivement la densité de production interne de chaleur et le vecteur courant de chaleur.

On introduit le domaine $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_\Gamma$ représenté sur la Fig. 10.

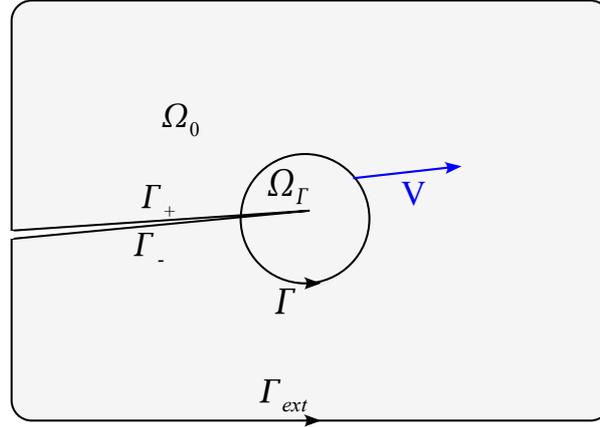


Fig. 10 : Partition des domaines : $\Omega = \Omega_0 \cup \Omega_\Gamma$
 Le contour Γ_{ext} est fixe, tandis que Γ avance à la vitesse V .

La puissance dissipée vaut :

$$P^{diss} = \frac{d}{dt} \left(- \int_{\Omega} (w^{def} + w^{cin}) d\Omega + \int_{\partial\Omega} w^{ext} d\Gamma \right) \quad (28)$$

On fait les hypothèses suivantes :

- ◆ La frontière Γ_{ext} est supposée de vitesse nulle.
- ◆ Les lèvres de la fissure sont libres de contraintes.
- ◆ La courbure de la fissure est suffisamment faible pour négliger sur $\Gamma_+ \cup \Gamma_-$ les termes multipliés par $\underline{V} \cdot \underline{n}$.

Ainsi, on peut écrire le dernier terme de l'équation (28) sous la forme :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\int_{\Gamma_{ext}} (w^{ext}) d\Gamma \right) &= \\ \int_{\Gamma_{ext}} \dot{w}^{ext} d\Gamma &= \int_{\partial\Omega_0} \dot{w}^{ext} d\Gamma + \int_{\Gamma} \dot{w}^{ext} d\Gamma = \int_{\Omega_0} \text{div}(\underline{\underline{\sigma}} \underline{\dot{u}}) d\Omega + \int_{\Gamma} \underline{\underline{\sigma}} \underline{\dot{u}} \underline{n} d\Gamma \end{aligned} \quad (29)$$

De plus, on a le développement :

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}} \underline{\dot{u}}) = \text{div}(\underline{\underline{\sigma}}) \underline{\dot{u}} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} \underline{\dot{u}} = \rho \underline{\dot{u}} + \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} \underline{\dot{u}} = \dot{w}^{cin} + \dot{w}^{def} \quad (30)$$

Grâce au théorème du transport : $\frac{d}{dt} \int_{\Omega} (...) = \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial t} (...) + \int_{\partial\Omega} (...) \underline{V} \cdot \underline{n}$, on peut ré-écrire les premiers termes de droite de l'équation (28):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega} (w^{def} + w^{cin}) d\Omega \right) &= \\ \int_{\Omega_0} (\dot{w}^{def} + \dot{w}^{cin}) d\Omega - \int_{\Gamma} (w^{def} + w^{cin}) \underline{V} \cdot \underline{n} d\Gamma + \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega_\Gamma} (w^{def} + w^{cin}) d\Omega \right) \end{aligned} \quad (31)$$

Finalement, on obtient :

$$P^{diss} = \underbrace{\int_{\Gamma} ((w^{def} + w^{cin}) \underline{V} + \underline{\sigma} \underline{\dot{u}}) \underline{n} d\Gamma}_{F(\Gamma)} - \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega_r} (w^{def} + w^{cin}) d\Omega \right) \quad (32)$$

On retrouve l'intégrale flux d'énergie $F(\Gamma)$ introduite par Freund dans [28]. Celle-ci traduit la somme de l'énergie mécanique qui traverse Γ et de l'énergie résultant des actions extérieures agissant sur ce contour.

Si la puissance dissipée est indépendante du contour d'intégration, cela n'est pas le cas de $F(\Gamma)$. En effet, on déduit directement de l'équation (31) :

$$\begin{aligned} F(\Gamma_2) - F(\Gamma_1) &= \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega_{r_2}} (w^{def} + w^{cin}) d\Omega \right) - \frac{d}{dt} \left(\int_{\Omega_{r_1}} (w^{def} + w^{cin}) d\Omega \right) \\ &= \int_{\Omega_c} \left(\frac{\partial}{\partial t} (w^{def} + w^{cin}) + V_k \frac{\partial}{\partial x_k} (w^{def} + w^{cin}) \right) d\Omega \end{aligned} \quad (33)$$

Dans le cas d'un matériau élastique linéaire, on trouve finalement :

$$F(\Gamma_2) - F(\Gamma_1) = \int_{\Omega_c} \sigma_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} (\dot{u}_i + V_k u_{i,k}) + \rho \dot{u}_i (\ddot{u}_i + V_k \dot{u}_{i,k}) d\Omega \quad (34)$$

Freund définit le taux de restitution d'énergie dynamique comme étant le flux d'énergie absorbée par la pointe de fissure par unité d'avance de la fissure. Si on identifie la vitesse du contour \underline{V} à celle de la fissure $\underline{\dot{a}}$, on obtient :

$$G = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{F(\Gamma)}{\dot{a}} = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{1}{\dot{a}} \int_{\Gamma} ((w^{def} + w^{cin}) \dot{a}_j + \sigma_{ij} \dot{u}_i) n_j d\Gamma \quad (35)$$

où \dot{a} désigne la norme de $\underline{\dot{a}}$. Puisque F n'est pas indépendant du contour, on ne peut pas directement éliminer la limite de l'expression de G . On applique donc la définition (35) sur un contour Γ_1 tendant vers 0, et on fait intervenir un second contour plus éloigné Γ_2 grâce au théorème de la divergence (cf. Fig. 11).

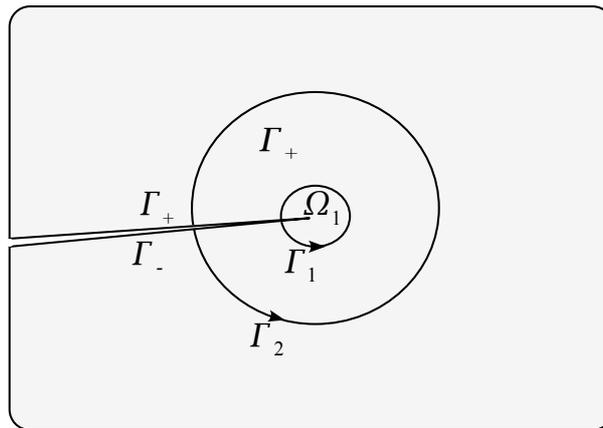


Fig. 11 : Définition des contours Γ_1 et Γ_2 .

A l'aide de l'équation (34), on obtient la relation (36).

$$\begin{aligned} \dot{a}G &= \int_{\Gamma_2} \left((w^{def} + w^{cin}) \dot{a}_j + \sigma_{ij} \dot{u}_i \right) n_j d\Gamma \\ &- \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Omega_c} \sigma_{ij} (\dot{u}_{i,j} + \dot{a}_k u_{i,kj}) + \rho \dot{u}_i (\ddot{u}_i + \dot{a}_k \dot{u}_{i,k}) d\Omega \end{aligned} \quad (36)$$

On constate qu'il subsiste dans l'expression (36) une intégrale de surface dont l'une des frontières (Γ_1) est évanouissante. Supposons que le premier contour Γ_1 englobe une région où l'hypothèse de stationnarité (décrite par l'équation (37) pour le champ f_i) s'applique pour les champs de déplacement u_i et de vitesse \dot{u}_i .

$$\frac{df_i}{dt} \simeq 0 \quad \text{soit} \quad \dot{f}_i \simeq -\dot{a}_k \frac{\partial f_i}{\partial x_k} \quad (37)$$

Alors, l'équation de G se simplifie en une expression indépendante du contour :

$$G \simeq \int_{\Gamma} \left((w^{def} + w^{cin}) \delta_{1j} - \sigma_{ij} u_{i,1} \right) n_j d\Gamma \quad (38)$$

Si on injecte dans l'expression précédente les champs asymptotiques décrits par les équations (25) et (26), on obtient la relation (39).

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} \left[A_I(\dot{a}) K_I^2 + A_{II}(\dot{a}) K_{II}^2 \right] + \frac{1}{\mu} A_{III}(\dot{a}) K_{III}^2 \quad (39)$$

où A_M désigne la fonction universelle (dans le sens où elle ne dépend que de la vitesse d'avancée de fissure \dot{a}) du mode M. Les trois fonctions universelles et leur évolution respective sont données par les équations (40) et la Fig. 12.

$$A_I(\dot{a}) = \frac{\dot{a}^2 \alpha_d}{(1-\nu)c_s^2 D} \quad A_{II}(\dot{a}) = \frac{\dot{a}^2 \alpha_s}{(1-\nu)c_s^2 D} \quad A_{III}(\dot{a}) = \frac{1}{\alpha_s} \quad (40)$$

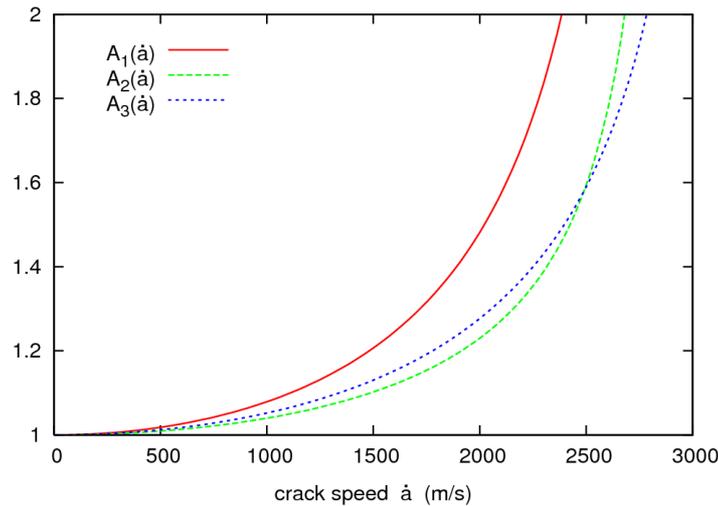


Fig. 12 : Fonctions universelles de l'acier 16MND5
($E=2.10^{11}Pa$, $\nu=0.3$, $\rho=7800kg.m^3$).

Formulation de l'intégrale J et son calcul numérique

L'intégrale J peut être identifiée depuis les expressions (35), (36) ou (38). On a donc :

$$J = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Gamma_1} \left((w^{def} + w^{cin}) \delta_{kj} - \sigma_{ij} u_{i,k} \right) (\dot{a}_k / \dot{a}) n_j d\Gamma \quad (41)$$

soit pour une propagation en mode I pur dirigée selon l'axe x_1 :

$$J = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Gamma_1} \left((w^{def} + w^{cin}) \delta_{1j} - \sigma_{ij} u_{i,1} \right) n_j d\Gamma \quad (42)$$

On identifie le tenseur $H_{kj} = (w^{def} + w^{cin}) \delta_{kj} - \sigma_{ij} u_{i,k}$ d'une part, et le champ $q_k = \dot{a}_k / \dot{a}$ continu, colinéaire à la direction de la fissure, et dont la norme vaut 1 à l'intérieur de Γ_1 , et 0 à l'extérieur de Γ_2 d'autre part. On rejoint ainsi l'idée originale basée sur une avancée virtuelle de fissure de la méthode "Gthéta" introduite par Destuynder [29], appelée aussi "area domain method" par Shih [30], ou "equivalent domain method" par Nikishkov [31]. On peut écrire les développements (43).

$$J = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Gamma_1} H_{1j} n_j d\Gamma = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Gamma_1} H_{kj} q_k n_j d\Gamma$$

donc
$$J = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \left(\int_{\Gamma_2 \cup \Gamma_+ \cup \Gamma_-} H_{kj} q_k n_j d\Gamma - \int_{\Omega_c} (H_{kj,j} q_k + H_{kj} q_{k,j}) d\Omega \right) \quad (43)$$

$$\text{avec } H_{kj,j} = \frac{\partial w^{def}}{\partial u_{i,j}} u_{i,jk} + \rho \dot{u}_{i,k} - \sigma_{ij,j} u_{i,k} - \sigma_{ij} u_{i,kj} = \rho \dot{u}_{i,k} - \rho \ddot{u}_{i,k}$$

Si on réutilise les hypothèses précédemment faites de lèvres libres d'effort et suffisamment droites, on obtient finalement l'expression de l'intégrale J en élasto-dynamique :

$$J^{dyn} = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Omega_c} \left[\left(-(w^{def} + w^{cin}) \delta_{kj} + \sigma_{ij} u_{i,k} \right) q_{k,j} + \left(\rho \ddot{u}_{i,k} - \rho \dot{u}_{i,k} \right) q_k \right] d\Omega \quad (44)$$

La mise en oeuvre numérique de cette intégrale n'est pas aussi directe qu'elle y paraît. La présence d'une limite demande une certaine prudence. Afin que les hypothèses de stationnarité locale et par conséquent l'indépendance du contour s'appliquent, il est nécessaire de conserver cette limite.

Autres formulations possibles pour J^{dyn}

Bui [7] a également écrit une intégrale J en dynamique. Celle-ci a été retrouvée par Attigui [32] qui a réalisé son intégration dans Castem. Ce dernier a également développé sur le même modèle l'intégrale d'interaction dans [33]. Une autre écriture possible est celle donnée par Réthoré [34], ou encore celle d'Organ [35] qui est la même que celle donnée par Nishioka [36] en élasto-dynamique. Ce dernier a voulu étendre cette dernière au cas de la plasticité via T^* , mais son interprétation varie selon le contour, comme on le voit dans [37] et [38]. L'intégrale d'Aoki [39] est elle aussi écrite dans le cas d'un matériau non linéaire en dynamique.

Le nombre relativement important de formulations existantes pour J^{dyn} est principalement dû à l'hypothèse de stationnarité locale faite lors du passage à la limite d'un contour évanouissant. En réalité, toutes découlent de la même équation de conservation locale.

Il suffit de multiplier l'équation d'équilibre (23) par le gradient des déplacements $u_{i,k}$.

$$(\sigma_{ij} u_{i,k})_{,j} - \sigma_{ij} u_{i,kj} - \frac{\partial}{\partial t} (\rho \dot{u}_i u_{i,k}) + \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k} = 0 \quad (45)$$

Ensuite, l'identification des densités d'énergie de déformation réversible et d'énergie cinétique conduisent à une loi de conservation proche de celles données par Eshelby [40] (en statique) et par Fletcher [41] (en dynamique). Il y a seulement le terme concernant la thermique en plus.

$$\left((w^{def} - w^{cin}) \delta_{jk} - \sigma_{ij} u_{i,k} \right)_{,j} + \frac{\partial}{\partial t} (\rho \dot{u}_i u_{i,k}) + K u_{i,i} T_{,k} = 0 \quad \forall k \quad (46)$$

On remarque qu'on peut arranger les différents termes de l'expression précédente pour obtenir :

$$\left((w^{def} + w^{cin}) \delta_{jk} - \sigma_{ij} u_{i,k} \right)_{,j} + (\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}) + K u_{i,i} T_{,k} = 0 \quad \forall k \quad (47)$$

Si on intègre l'équation (46) (en prenant k égal à 1) sur un domaine Ω_C qui suit la propagation rectiligne de la fissure à la vitesse $\underline{V} = \dot{a} \underline{x}_1$, et si on estime que le contour Γ_1 tends suffisamment vers 0 pour que la couronne se confondent avec le domaine total $\Omega_2 = \Omega_C \cup \Omega_1$, alors on obtient l'intégrale indépendante du contour donnée par Bui [7] :

$$J_{Bui}^{dyn} = \int_{\Gamma_2} \left((w^{def} - w^{cin} - \rho \dot{u}_i u_{i,1} \dot{a}) \delta_{j1} - \sigma_{ij} u_{i,1} \right) n_j d\Gamma + \frac{d}{dt} \int_{\Omega} (\rho \dot{u}_i u_{i,1}) d\Omega \quad (48)$$

Suivant un raisonnement analogue, et introduisant le champ q et le tenseur $P_{kj} = (w^{def} - w^{cin} - \dot{a} \rho \dot{u}_i u_{i,k}) \delta_{jk} - \sigma_{ij} u_{i,k}$, on montre que l'on peut obtenir l'expression donnée par Attigui [32] :

$$J_{Attigui}^{dyn} = \int_{\Omega} \left((-w^{def} + w^{cin}) \delta_{jk} + \sigma_{ij} u_{i,k} \right) q_{k,j} d\Omega + \frac{d}{dt} \int_{\Omega} (\rho \dot{u}_i u_{i,k}) q_k d\Omega \quad (49)$$

Pour l'implantation numérique dans Cast3M, le dernier terme est évalué en faisant la différence des quantités aux instants t et $t - \Delta t$.

Si l'on multiplie directement l'équation de conservation (46) par le vecteur q , et que l'on intègre sur un domaine contenant la pointe de fissure, alors on peut en déduire de manière quasi-identique l'expression de J donnée par Réthoré [34] :

$$J_{Réthoré}^{dyn} = \int_{\Omega} \left((-w^{def} + w^{cin}) \delta_{jk} + \sigma_{ij} u_{i,k} \right) q_{k,j} d\Omega + \int_{\Omega} (\rho \ddot{u}_i u_{i,k} + \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}) q_k d\Omega \quad (50)$$

Enfin, si l'on multiplie l'équation de conservation dans sa forme modifiée (45) par le vecteur q , alors on trouve l'expression (51), déjà donnée par l'équation (44).

$$J^{dyn} = \int_{\Omega_c} \left((-w^{def} + w^{cin}) \delta_{jk} + \sigma_{ij} u_{i,k} \right) q_{k,j} d\Omega + \int_{\Omega_c} (\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}) q_k d\Omega \quad (51)$$

Ces différentes expressions de l'intégrale J^{dyn} coexistent à cause des hypothèses de stationnarité locale et des passages à la limite des domaines d'intégration. Leur évaluation numérique donne en général des valeurs très proches.

I.3.3. Solutions analytiques de problèmes de propagation de fissure

Solutions de Broberg et de Freund

On a vu dans les paragraphes précédents que la vitesse de propagation de la fissure fait partie intégrante de la solution du problème élastodynamique. L'ajout de cette nouvelle variable

restreint le nombre de solutions analytiques disponibles. On dispose des solutions établies par Mott [42], Broberg [43], Rose [44] ou Freund [10] qui correspondent à des cas relativement simples. Par exemple, le cas académique de Broberg, généralisé par la suite par Freund, considère une propagation à vitesse constante dans un milieu élastique infini soumis à un chargement constant de traction sur les lèvres (cf. Fig. 13).

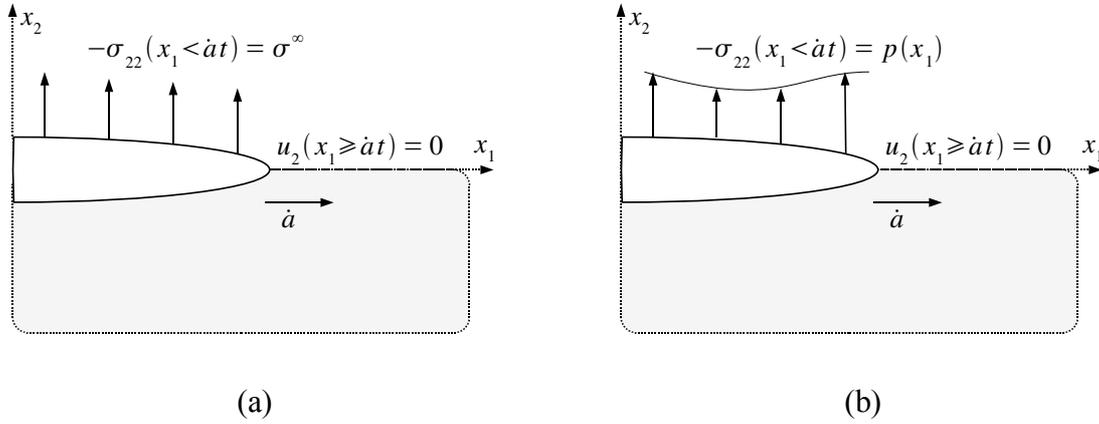


Fig. 13 : (a) Cas de Broberg. (b) Sa généralisation par Freund.

Broberg [43] établit la relation (52).

$$\frac{K^{dyn}(t, \dot{a})}{K^{stat}(a)} = \frac{I(\dot{a}/c_s)R(1/\dot{a})}{\sqrt{1-(\dot{a}/c_d)^2}} \dot{a}^2 c_s^2 \quad (52)$$

où $K^{stat}(a) = \sigma^\infty \sqrt{\pi a}$, R et I sont des fonctions de la vitesse de propagation et des vitesses caractéristiques du matériau. Freund [10] donne la relation (53) qui est assez proche de la précédente.

$$K^{dyn}(a, \dot{a}) = k(\dot{a}) K^{stat}(a, 0) \quad (53)$$

où $K^{stat}(a, 0)$ est le facteur d'intensité des contraintes obtenus pour le même chargement et la longueur de fissure à l'instant considéré en quasi-statique (54).

$$K^{stat}(a, 0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\dot{a}t} \frac{p(x)}{\sqrt{\dot{a}t - x}} dx \quad (54)$$

et où $k(\dot{a})$ est une fonction universelle car indépendante du chargement. Freund propose également pour le taux de restitution d'énergie la relation (55).

$$G^{dyn}(a, \dot{a}) = g(\dot{a}) G^{stat}(a, 0) \quad (55)$$

où $g(\dot{a})$ est une nouvelle fois une fonction universelle de la vitesse de propagation

Ces deux fonctions universelles décroissent depuis 1 pour une vitesse nulle jusqu'à 0 lorsque la vitesse atteint c_R . Son expression reste néanmoins assez compliquée à manipuler. C'est pourquoi, Freund propose les approximations suivantes :

$$\begin{aligned} k(\dot{a}) &\simeq (1 - \dot{a}/c_R) / \sqrt{1 - \dot{a}/c_d} \\ g(\dot{a}) &\simeq (1 - \dot{a}/c_R) \end{aligned} \quad (56)$$

Les deux fonctions universelles donnée par Freund sont tracées sur la Fig. 14.

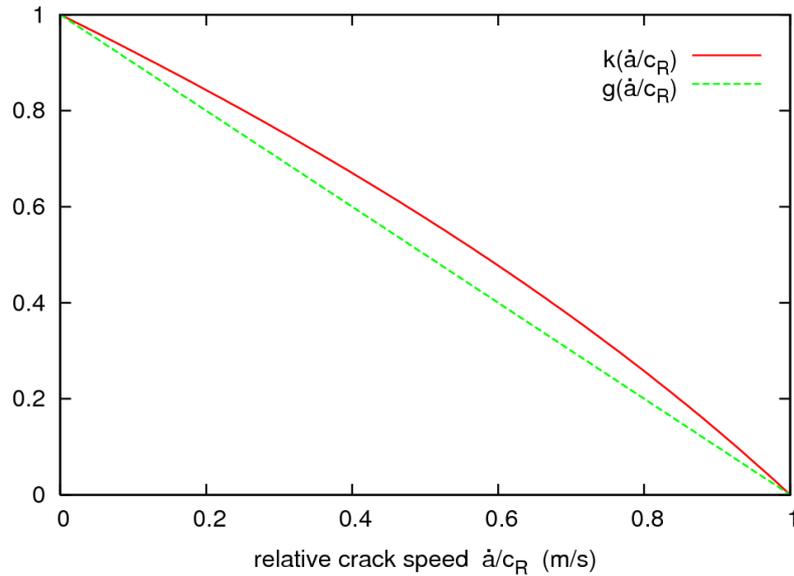


Fig. 14 : Fonctions caractérisant l'équation de propagation.

Utilisant l'expression (56) avec le critère $G^{dyn} = G_c = \sigma^2 \pi a_0$, on retrouve l'équation de propagation donnée par Mott [42] : $V = c_R (1 - a_0/a)$.

Discussion des résultats

Ces fonctions caractérisant l'équation de propagation montrent l'effet des termes d'inertie par le biais de la vitesse de propagation. Elles permettent de faire le raisonnement suivant.

Considérons le cas d'une fissure initialement fixe soumise à un chargement croissant. Lorsque le facteur d'intensité des contraintes atteint une valeur critique $K^{dyn}(a, t) = K_c$, alors la fissure va propager à une vitesse non nulle $\dot{a} \neq 0$. Comme $k(\dot{a}) < 1$, $K^{dyn}(a, \dot{a}, t)$ va brusquement diminuer. Si on considère une discontinuité dans la vitesse de propagation, alors on retrouve cette même discontinuité dans le facteur d'intensité des contraintes dynamique. Dans ce cas, le facteur d'intensité des contraintes redevient immédiatement inférieur à sa valeur critique et par conséquent la fissure s'arrête aussitôt. Ainsi, aucune propagation n'est possible.

Le même raisonnement s'applique pour l'arrêt de fissure, et il suggère qu'en réalité, la propagation se réalise avec une augmentation continue de la vitesse de propagation (afin de maintenir le niveau de sollicitation en pointe de fissure) ou que le critère d'amorçage diffère du critère de propagation. Une autre manière d'attaquer ce paradoxe est l'utilisation d'un modèle de comportement plus avancé, permettant d'augmenter les contraintes en pointe de fissure avec la vitesse de propagation.

En approximant $a(t)$ par une fonction $L(t)$ linéaire par morceaux, Freund retrouve sur les intervalles de temps $[t_k; t_{k+1}]$ un résultat semblable à l'équation (53), ce qui signifie qu'en propagation élastodynamique à vitesse constante par morceau, le facteur d'intensité des contraintes dépend uniquement de \dot{a} et de a .

I.3.4. Analyse élasto-dynamique d'essai de rupture fragile

Ce type d'analyse est particulièrement attrayant car la mécanique de la rupture en élasto-dynamique offre un cadre d'analyse rigoureux. La description des champs en pointe de fissure se résume en la connaissance des facteurs d'intensité des contraintes dynamique et de la vitesse de propagation (cf. paragraphe I.3.1).

Critères avec un paramètre matériau constant

Ce type de critère s'exprime par l'une ou l'autre des relations (57).

$$K^{dyn} = K_{Ic} \quad \text{ou} \quad G^{dyn} = G_c \quad (57)$$

Il est particulièrement important de noter que les deux expressions ne sont pas équivalentes puisque les facteurs d'intensité des contraintes sont liés au taux de restitution d'énergie via la vitesse de propagation de la fissure (cf. relation (39)).

Bien que ces critères s'interprètent facilement, ils ont été écartés rapidement à cause des observations expérimentales qui ont précocement montré une dépendance de la ténacité avec la vitesse de propagation (cf. Fig. 15). Hahn [45] et Kanninen [46] obtiennent en supposant une ténacité constante des résultats très proches de ceux obtenus en utilisant un critère avec une dépendance à la vitesse de propagation, mais sur une seule configuration expérimentale (Double Cantilever Beam) où la vitesse est quasiment constante.

Bui [7] suggère que la physique responsable de la rupture ne doit pas faire intervenir la vitesse de propagation et qu'un critère raisonnable serait une combinaison du facteur d'intensité des contraintes et du facteur d'intensité des déplacements. Le premier est celui que nous avons défini préalablement par l'équation (26), tandis que le second se définit par l'équation (58).

$$K_I^u \underset{r \rightarrow 0}{=} \frac{\mu}{1-\nu} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_y(\theta) - u_y(-\theta)] \quad (58)$$

On remarque que cette définition évite l'introduction des fonctions universelles de la Fig. 12 dans l'écriture de G , puisque celle-ci se réduit à l'expression (59).

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} [K_I^\sigma K_I^u + K_{II}^\sigma K_{II}^u] \quad (59)$$

Finalement le critère proposé par Bui s'énonce :

$$F(K_I^\sigma, K_I^u) = 0 \quad (60)$$

Maigre [47] décrit la complexité qu'il existe à exprimer un tel critère pour du verre qui est pourtant un matériau très fragile.

Critères avec un paramètre matériau dépendant de la vitesse de propagation

On trouve dans la littérature un très grand nombre d'analyses conduites pour identifier la variation de la ténacité dynamique en fonction la vitesse de propagation. Les travaux de Kalthoff [27], Hahn et al [45], Kobayashi [48], ou encore Zehnder et Rosakis [49] identifient une telle relation à partir de données d'essais. Sur la Fig. 15(b), on voit combien il peut être difficile d'établir une relation unique entre le facteur d'intensité des contraintes dynamique et la vitesse de propagation de fissure. Ceci est probablement principalement dû à la dispersion sur la mesure de vitesse.

On peut exprimer un critère de propagation avec la formule empirique de Kanninen [8] :

$$K_{Ic}^{dyn} = \frac{K_A}{1 - (\dot{a}/v_{lim})^m} \quad (61)$$

Il existe d'autre forme pour exprimer la dépendance de la ténacité avec la vitesse de propagation comme par exemple celle employée dans [50] ou [51]. Cette dernière s'écrit :

$$K_{Ic}^{dyn} = K_A (T - RT_{NDT}) + A (T - RT_{NDT}) \dot{a}^2 \quad (62)$$

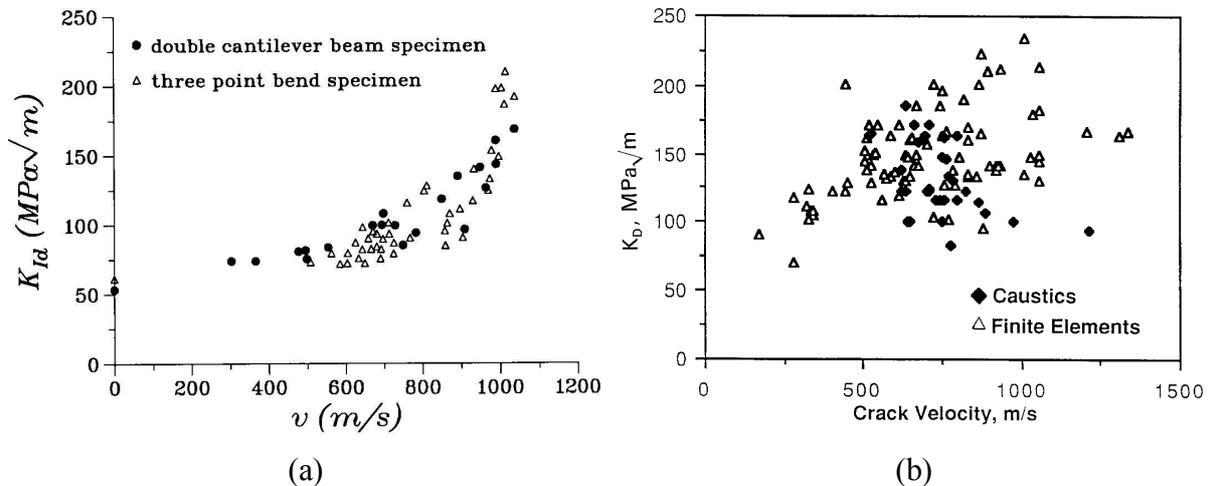


Fig. 15 : Corrélation entre vitesse de propagation et facteur d'intensité des contraintes K^{dyn} .
(a) tiré de [49], et (b) tiré de [51].

Dans les cas où la plasticité peut être négligée, ce type d'approche est à la fois simple et efficace. Il nécessite une identification préalable de plusieurs paramètres qui n'est pas toujours aisé (cf. Fig. 15(b)). Par ailleurs, il est parfois nécessaire de différencier la ténacité à l'arrêt K_A de la ténacité à l'amorçage K_{Ic} pour certains matériaux.

I.3.5. Analyse élasto-viscoplastique d'essais de rupture fragile

Comportement des aciers aux grandes vitesses de déformation

La propagation de fissure de clivage s'effectue généralement pour des vitesses relativement élevées (de l'ordre de 10^2 à 10^3 m/s pour un acier). Ce rapide déplacement de la singularité entraîne un grand taux de déformation autour de la pointe de fissure.

L'évolution de la contrainte avec la vitesse de déformation se caractérise généralement par deux régimes distincts schématisés sur la Fig. 16.

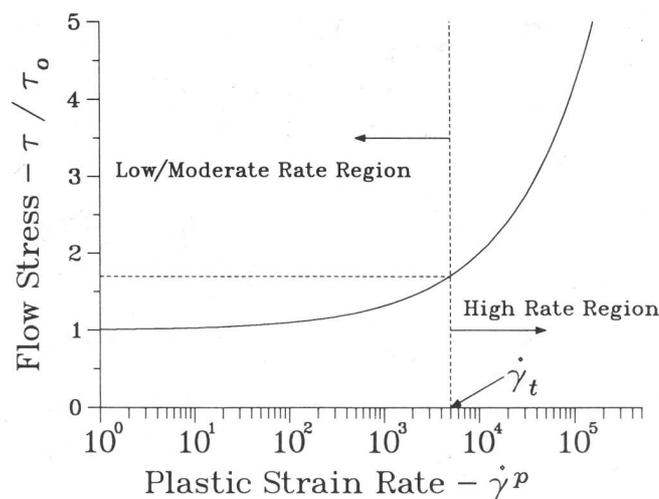


Fig. 16 : Schématisation des deux régimes viscoplastiques (tiré de [10]).

Il existe de nombreux modèles permettant de décrire le comportement visqueux des aciers. Leur

calage repose sur des essais dynamiques réalisés la plupart du temps à l'aide de barres de Hopkinson (Split Hopkinson Pressure Bar) qui permettent d'obtenir des vitesses de déformations de l'ordre de 10^2s^{-1} à 10^3s^{-1} (cf. [52]).

Rossol [53] réalise une identification viscoplastique d'un acier de type 16MND5 avec une loi de type Cowper-Symonds [54] (cf. équation (63)) pour les trois températures (-100°C , -40°C , 20°C) et les trois vitesses de déformations (10^{-3}s^{-1} , 0.56s^{-1} , 5.52s^{-1}).

$$\sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}, T) = \sigma^{stat}(\epsilon^{in}, T) \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \quad (63)$$

Il trouve le couple de paramètres : $p=12$ et $D=10^8\text{s}^{-1}$.

Afin de modéliser l'essai Charpy, Tanguy [55] identifie également le comportement de l'acier 16MND5 pour des vitesses de déformations s'étalant de 5.10^{-4}s^{-1} à 4.10^3s^{-1} . L'auteur propose l'utilisation d'une double loi de Norton correspondant aux deux mécanismes de plastification décrits par la Fig. 16. Il s'agit donc d'une loi élasto-viscoplastique additive avec quatre paramètres dépendant de la température. La comparaison du modèle proposé avec les résultats expérimentaux issus d'essais sur barres de Hopkinson est présentée sur la Fig. 17.

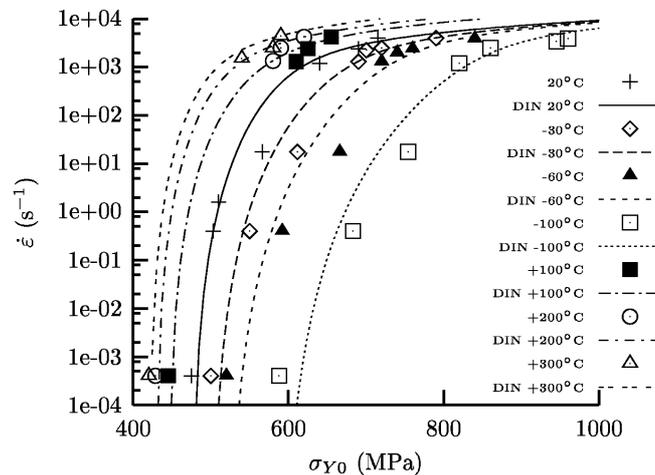


Fig. 17 : Évolution de la limite d'élasticité avec la vitesse de déformation pour différentes températures, comparaison modèle expérience (tiré de [55]).

Plus récemment, d'autres essais à hautes vitesses et sur un acier 18MND5 ont été menés par EDF. Hajjaj [56] utilise la même loi et les mêmes paramètres que ceux identifiés par Rossol. La comparaison entre modèle et expérience est donnée par la Fig. 18.

On voit que l'augmentation de la limite d'élasticité est bien pris en compte par ce modèle mais que l'adoucissement dû à l'échauffement adiabatique de l'éprouvette est relativement mal maîtrisé.

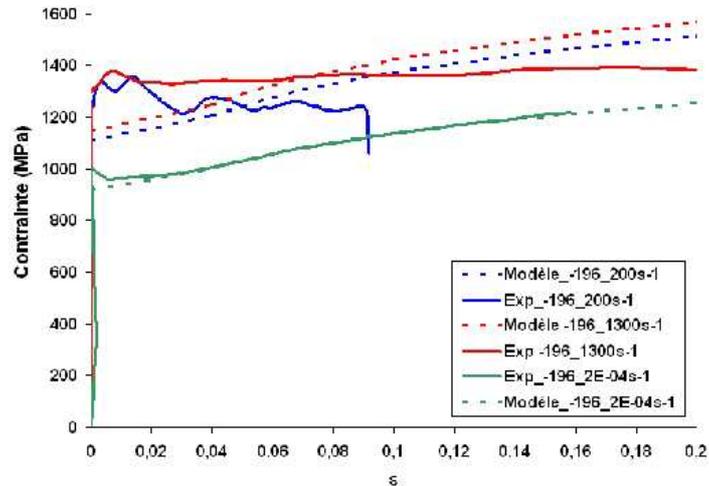


Fig. 18 : Comparaison entre le modèle de Symonds-Cowper et l'expérience (tiré de [56]).

Modèle de Freund

Une difficulté majeure lorsque l'on traite de mécanique de la rupture en non-linéaire, demeure la définition d'un paramètre pertinent mesurant l'intensité des champs en pointe de fissure, car avec la propagation se créent des zones locales de décharge. L'expression analytique d'une solution asymptotique dans un matériau dépendant de l'histoire n'est pas une chose simple et le cas d'une fissure se propageant dans un matériau élasto-viscoplastique à une vitesse pouvant varier ne connaît pas de solution analytique.

C'est pourquoi Freund et Hutchinson [57], puis Xu et al [58] cherchent à exprimer l'intensité des champs en pointe de fissure depuis l'intensité du chargement extérieur, moyennant quelques hypothèses. Ils supposent d'abord l'existence d'une zone très proche de la pointe de fissure à l'intérieur de laquelle les vitesses de déformation sont si grandes que la limite d'élasticité est très élevée et que les champs asymptotiques dominants (quantifiés par G_{tip}) sont de la forme des champs élasto-dynamiques (cf. Fig. 19).

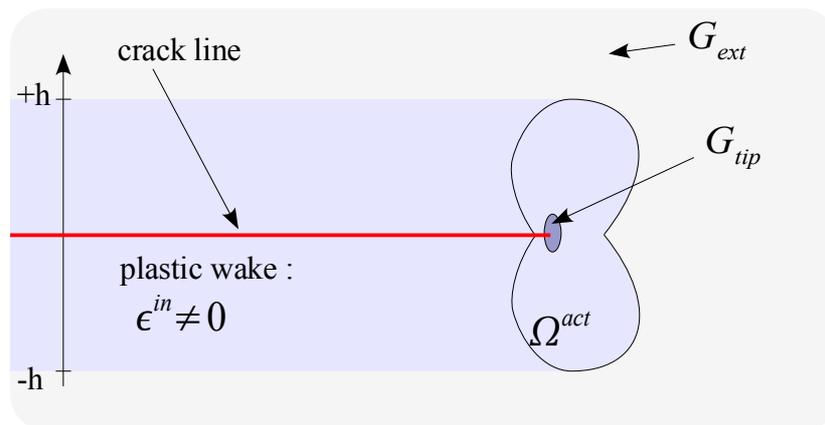


Fig. 19 : Zone active et sillage plastique laissée par la propagation d'une fissure dans un matériau élasto-viscoplastique.

Ensuite, un bilan énergétique est réalisé (cf. équation (64)).

$$G_{tip} = G_{ext} - \frac{1}{\dot{a}} \int_{\Omega^{act}} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^p d\Omega - \int_{-h}^{+h} U^{el*} dh \quad (64)$$

Ce bilan énonce simplement que l'énergie consommée par la pointe de fissure (G_{tip}) est égale à l'énergie extérieure (G_{ext}) à laquelle on ôte l'énergie de déformation plastique et l'énergie élastique (U^{el*}) bloquée dans le sillage plastique. Le dernier terme est jugé par Freund comme négligeable devant les autres, ce qui a été numériquement vérifié par lui-même et par Xu pour les cas qu'ils ont étudié.

Le terme correspondant à la dissipation plastique est évalué en supposant les contraintes singulières en $r^{-1/2}$ dans toute la zone plastique et les déformations inélastiques sont déduites du comportement viscoplastique du matériau. Selon le choix de l'intensité de la singularité, l'approximation varie quelque peu. Freund et al [57] choisissent la première expression de l'équation (65), surestimant ainsi les contraintes et sous-estimant la dissipation plastique. Mataga et al [59] utilisent la seconde expression de l'équation (65).

$$\text{Approximation de Freund et al : } \sigma_{ij} \approx \frac{K_{tip}}{\sqrt{2\pi r}} \Sigma_{ij}(\theta, \dot{a}) \quad (65)$$

$$\text{Approximation de Mataga et al : } \sigma_{ij} \approx \sqrt{\frac{K_{tip} K_{ext}}{2\pi r}} \Sigma_{ij}(\theta, \dot{a})$$

Xu montre numériquement que cette dernière surestime la dissipation plastique. Quelque soit l'expression utilisée, l'introduction d'un critère du type $G_{tip} = G_c$ amène à l'expression du rapport du taux de restitution d'énergie en pointe par le taux de restitution d'énergie extérieur. Par exemple, la seconde approximation conduit à l'équation (66) illustrée par la Fig. 20.

$$\frac{G_{ext}}{G_{tip}} = \frac{1}{1 - D(\dot{a}/c_R) P_c} \quad (66)$$

où P_c est une fonction adimensionnelle des paramètres matériau.

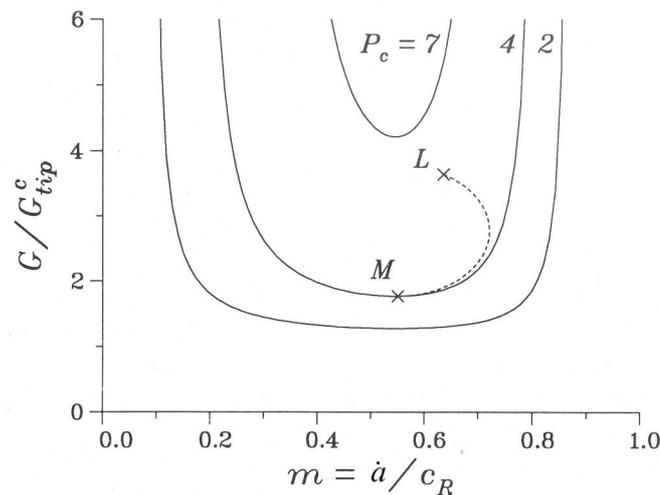


Fig. 20 : Ratio G_{ext}/G_{tip} en fonction de la vitesse de propagation et du paramètre matériau P_c (tiré de [10]).

Considérant une fissure pour laquelle la sollicitation permet de se situer au dessus de la courbe caractéristique du modèle (cf. point L de la Fig. 20), Freund montre que celle-ci va accélérer

jusqu'à atteindre la partie ascendante de la courbe. Uniquement cette partie est stable par rapport à la sollicitation. En effet, si l'on perturbe la vitesse de propagation de telle sorte qu'elle augmente un peu, alors la réponse mécanique du système est la diminution de G (cf. paragraphe I.3.3). Puisque l'on considère la branche ascendante de la Fig. 20, l'application du modèle produit alors une diminution de la vitesse de propagation, régulant ainsi cette dernière. Comme la perturbation est atténuée par le modèle, on en conclut que seule la partie ascendante de la courbe est mécaniquement stable. Finalement l'arrêt de fissure doit nécessairement se produire pour le minimum de la courbe (point M de la Fig. 20).

Malheureusement, les vitesses de propagation prédites par ce modèle sont bien supérieures à celles observées expérimentalement (ces dernières n'excèdent généralement pas $0.4c_R$).

Critères locaux

Plutôt que de définir un paramètre global, une alternative consiste à utiliser un critère local en pointe de fissure représentatif des mécanismes de ruine impliqués dans la rupture fragile. C'est le cas du modèle RKR [19] que nous avons présenté au paragraphe I.2.2. Ce critère a été utilisé dans le contexte d'une analyse élasto-viscoplastique de choc thermique sur anneau par Hajjaj [56]. L'auteur propose une dépendance de la contrainte critique avec la température similaire à celle de la ténacité. Cette démarche lui permet de retrouver des valeurs de longueur de fissure à l'arrêt très proches des résultats expérimentaux, même si la vitesse de propagation est moins bien reproduite. Puisque ce type de critère utilise une valeur ponctuelle de la contrainte, sa mise en oeuvre numérique introduit des imprécisions.

Il existe d'autres manières pour mettre en oeuvre un critère basé sur la contrainte principale maximale afin de se soustraire aux possibles erreurs numériques. Par exemple, Wells et al [60] et Remmers et al [61] s'inspirent des méthodes de délocalisation utilisées en mécanique de l'endommagement, pour moyenner le tenseur des contraintes en pointe de fissure. Cet aspect sera abordé plus en détails dans la partie consacrée à la modélisation des essais réalisés.

Les concepts probabilistes (comme ceux utilisés par le modèle de Beremin) sont difficilement applicables à la propagation de fissure, car la longueur de fissure à un instant donnée est à la fois la donnée et le résultat du calcul. Dans ce contexte, il semble difficile de transposer l'hypothèse de rupture de l'ensemble sujette à la rupture du maillon le plus faible. De plus, les mécanismes en jeu sont moins bien précisément connus. C'est pourquoi, à la connaissance de l'auteur, l'analyse de la propagation de fissure est toujours déterministe.

I.4. Essais de propagation dynamique et d'arrêt de fissure

I.4.1. Essais définissant une température d'arrêt

Essai Robertson

Développé par Robertson en 1953 [62], cet essai consiste à mettre en traction une plaque refroidie. La fissure s'amorce à partir d'une entaille lorsque l'on impacte un bord de l'éprouvette (cf. Fig. 21(a)). La température d'arrêt est alors définie comme la température la plus basse pour laquelle on observe l'arrêt.

Essai Pellini

Un cordon de soudure est déposé sur une plaque rectangulaire, puis est entaillé (cf. Fig. 21(b)). Un projectile vient impacter la plaque du côté opposé à la soudure la mettant en flexion, et ouvrant par conséquent l'entaille. On définit la Nil Ductility Transition Temperature (NDTT)

comme étant la température maximale pour laquelle le cordon est complètement traversé par la fissure amorcée dans l'entaille. Ce type d'essai est recommandé dans [63] pour caractériser l'arrêt de fissure.

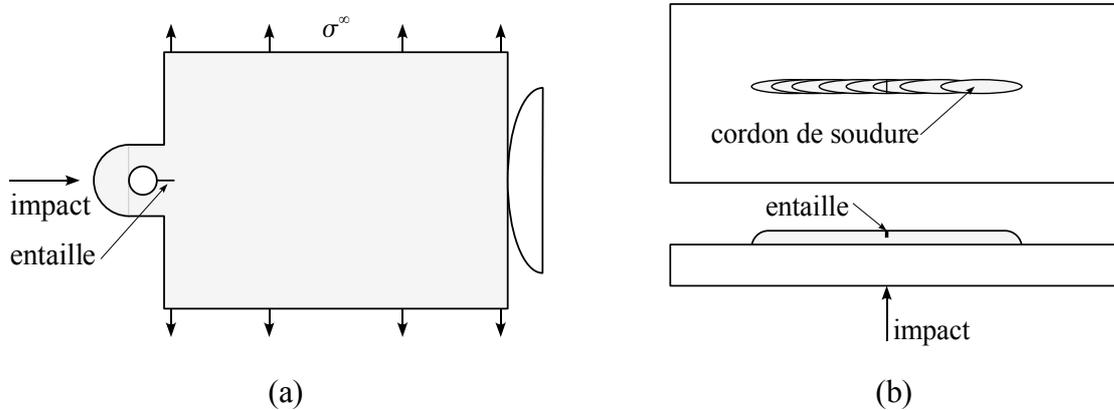


Fig. 21 : Description des essais Robertson (a) et Pellini (b).

I.4.2. Éprouvettes dérivées de la CT (Compact Tension)

Éprouvette Compact Crack Arrest

Il s'agit d'un essai isotherme préconisé par la norme ASTM E-1221 [64] pour caractériser la ténacité à l'arrêt. Il consiste à ouvrir un trou ("contre-coin") entaillé à l'aide d'un cône ("coin") jusqu'à atteindre la propagation et l'arrêt de la fissure (cf. Fig. 22). Ensuite en se basant sur une analyse statique, on détermine la facteur d'intensité des contraintes à l'arrêt depuis l'écartement à l'amorçage et la longueur à l'arrêt. Comme pour l'étude de l'amorçage, des spécifications géométriques sont nécessaires pour vérifier l'hypothèse de plasticité confinée. Néanmoins la présence d'un cordon de soudure en fond d'entaille ajoute d'autres conditions à respecter.

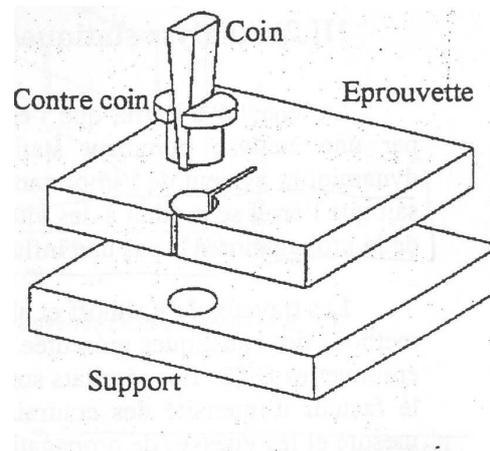


Fig. 22 : Éprouvette Compact Crack Arrest (tiré de [65]).

Les conditions aux limites sont mal maîtrisées pour ce type de géométrie, car elles dépendent de la précision du coin et du contact entre l'éprouvette et le support qui doit générer le moins de frottement possible.

Éprouvette Double Cantilever Beam (DCB)

Cette géométrie fut à l'honneur d'un nombre d'articles relativement importants : [66], [67], [5], [68], [45], et [46]. La configuration expérimentale est décrite par la Fig. 23 et consistait à

imposer un déplacement à une éprouvette rectangulaire entaillée. La mesure de l'avancée de fissure avec le temps peut être réalisée à l'aide de jauges à brins disposées sur le trajet de la fissure. Le modèle théorique repose sur la résolution de l'équation du mouvement d'une poutre. Celle-ci repose sur des fondations élastiques (cf. Fig. 23) qui se rompent à mesure que la fissure avance. Les conclusions mettent en évidence la défaillance des analyses statiques ou pseudo-dynamiques (ne prenant en compte que la dynamique du chargement et pas l'avancée de fissure).

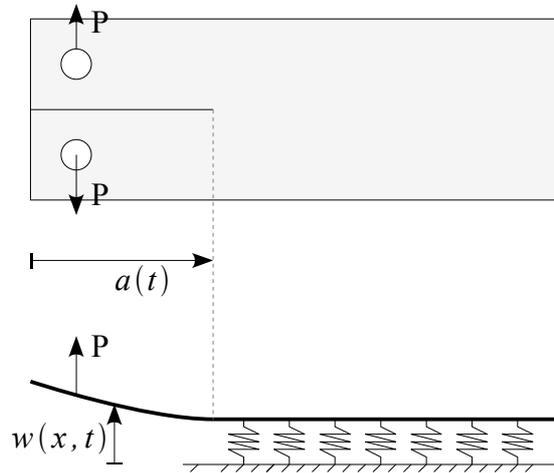


Fig. 23 : Éprouvette Double Cantilever Beam.

L'extension aux températures a été réalisé entre autres par Hahn et al [69]. Des ligaments non rompus à l'arrière du front de fissure ont été observés par Smith et al [70]. Rosenfield et al [71] pensent que ces ligaments limitent l'émoussement en pointe de fissure et que les contraintes sont donc plus élevées pour une même valeur de chargement. Par conséquent les auteurs concluent qu'en présence de ligaments non rompus, la valeur du facteur d'intensité des contraintes à la ré-initiation est plus basse que celle de l'amorçage.

I.4.3. Éprouvettes chargées dynamiquement

Impact sur une éprouvette Single Edge Notch Bending

Pour traiter l'initiation sous condition dynamique, il est courant d'employer un projectile impactant une éprouvette entaillée.

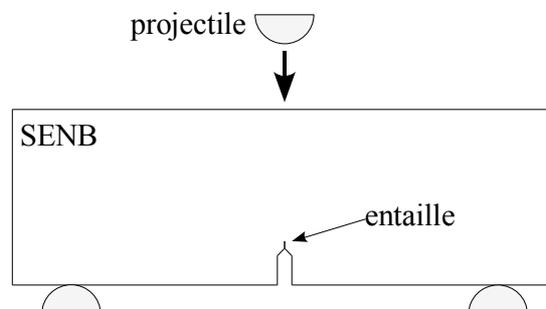


Fig. 24 : Éprouvette Single Edge Notch Bending impactée par un projectile.

Par exemple, l'impact d'un projectile sur une SENB a notamment été étudié par Zehnder et al [49]. Il s'agit d'une éprouvette SENB classique mais la sollicitation est produite par l'impact

d'un projectile qui met en flexion l'éprouvette (cf. Fig. 24). L'aspect dynamique de la sollicitation nécessite une prise en compte très fine de la dimension temporelle du problème, car le facteur d'intensité des contraintes varie beaucoup pendant et après l'impact.

Expériences de Kalthoff

L'influence de la dynamique du chargement est particulièrement approfondie par Kalthoff [27], qui met en évidence l'influence de la vitesse de montée en charge dans l'une de ces expériences. Cette dernière est présentée sur la Fig. 25. L'éprouvette présente deux entailles symétriques et est impactée par un projectile dont on peut faire varier la vitesse. Dans [72] et [73], Kalthoff montre une transition entre fissuration par ouverture et fissuration par bande de cisaillement. Le même phénomène est présent pour d'autres matériaux comme le marbre [74].

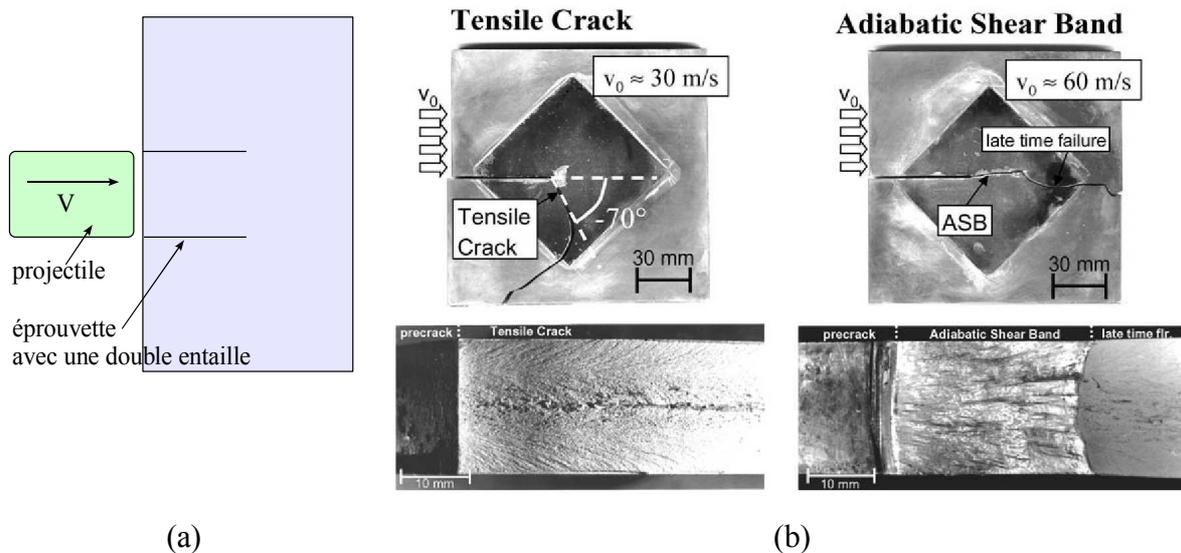


Fig. 25 : Expérience de Kalthoff.

(a) Schéma de principe. (b) Demi-éprouvettes mettant en avant la fissuration par ouverture (à gauche) et par bande de cisaillement (à droite) sur de l'acier 42CrMo4 (tiré de [73]).

La fissuration par ouverture correspond au cas prédit par les outils classiques de la mécanique de la rupture (critère en contrainte d'ouverture maximale par exemple). Lorsque la vitesse d'impact dépasse une certaine limite, des bandes de cisaillement apparaissent. Ce processus de rupture consomme une quantité d'énergie supérieure à la fissuration par ouverture et l'aspect de la surface de rupture est dans ce cas beaucoup moins lisse.

Compact Compression Specimen

Les éprouvettes étudiées par Rittel et Maigre [75] appelées Compact Compression Specimen ont une forme d'arche entaillée. Placées entre deux barres de Hopkinson, le choc sur la première "patte" de l'arche produit l'ouverture au niveau de la pointe de fissure (cf. Fig. 26). Cette sollicitation est à la fois dynamique et en mode mixte. En effet la dynamique implique que la flexion de la "patte" gauche se produit alors que la "patte" droite est encore immobile, déviant ainsi la fissure du plan de symétrie de l'éprouvette.

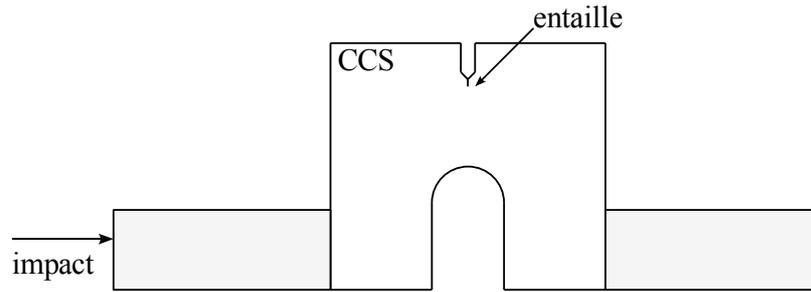


Fig. 26 : Éprouvette Compact Tension Specimen.

Ces essais ont été réalisés sur des éprouvettes en PMMA et l'analyse élasto-dynamique des auteurs montre une augmentation de la ténacité dynamique avec la vitesse de sollicitation.

Plus récemment une éprouvette trouée et entaillée également placée entre deux barres de Hopkinson a été étudiée par Grégoire ([76] et [77]). Nous reviendrons sur cet essai dans le chapitre suivant.

I.4.4. Éprouvettes annulaires et choc thermique

Les premiers essais

Développés en particulier à l'école des Mines de Paris notamment par Genty [78], et au laboratoire américain Oak Ridge National Laboratory (ORNL) [79], les essais sur anneaux peuvent être classés en essais de choc thermique et essais de compression mécanique. Le premier vise à se rapprocher du cas industriel, mais le gradient de température impose une prise en compte sur le critère de propagation et/ou d'arrêt de cette température. Ainsi, l'essai de compression mécanique tient son principal avantage dans le fait qu'il est isotherme. Comme le chargement est uniquement mécanique, le champ des interprétations possibles est réduit. L'analyse de la pertinence des critères est plus fiable car elle fait intervenir une variable de moins (la température).

Comme le souligne Lung et al [80] et [81], le chargement qu'on impose sur une éprouvette annulaire est relativement mieux maîtrisé que celui d'une CCA. De plus, une analyse statique montre que l'évolution du facteur d'intensité des contraintes avec la longueur de fissure suit une forme de "cloche", permettant virtuellement à la fissure d'accélérer, de ralentir et surtout de s'arrêter. Les auteurs analysent l'arrêt de fissure de manière quasi-statique et expliquent la dispersion des résultats concernant le facteur d'intensité des contraintes à l'arrêt (qui est toujours inférieur à sa valeur à l'amorçage) par la présence de ligaments non rompus.

Premières interprétations

Bouyne [65] a mené une étude sur l'acier $2^{1/4}\text{Cr-1 Mo}$ (en comparaison avec l'acier 16MND5) en utilisant les éprouvettes CCA, annulaires isothermes et annulaires sous choc thermique. Il compare l'évolution avec la température de la ténacité à l'amorçage et à l'arrêt, selon le modèle utilisé (modèles de Ritchie-Knott-Rice [19], et de Beremin [20]). Ainsi, concernant l'amorçage, l'auteur met en évidence que les deux modèles sous-estiment les valeurs expérimentales de contraintes critiques au delà de 100°C .

L'auteur utilise ces modèles d'amorçage pour la propagation et l'arrêt de fissure. Seuls les anneaux isothermes sont étudiés en dynamique, même si l'auteur recommande cette voie d'étude. Il démontre en effet que le ralentissement la fissure s'accompagne de l'élévation du facteur d'intensité des contraintes. Il estime également la vitesse de déformation aux environs de

10^3 à 10^4 s⁻¹ et conseille ainsi sa prise en compte dans la loi de comportement pour des modélisations futures. Pour ces analyses, l'auteur se contente de prendre en compte la viscosité du matériau par le biais de la variation de la limite d'élasticité. D'autre part, la plasticité n'est intégrée que pour l'analyse des anneaux sous choc thermique.

Les modèles d'amorçage appliqués à l'arrêt conduisent à des valeurs de contraintes critiques surévaluées. L'auteur conclut que l'énergie consommée durant la propagation se divise en trois termes : la première partie sert au clivage, la seconde partie est absorbée par les déformations inélastiques, et la dernière représente l'énergie nécessaire pour déchirer les ligaments non rompus par le clivage et observés à l'arrière du front.

Les essais de choc thermique ont également été étudiés au LISN (Cea Saclay). Les éprouvettes annulaires utilisées permettent de combiner les sollicitations d'origine mécanique et thermique. L'anneau entaillé et pré-fissuré sur le rayon extérieur, est initialement refroidi et mis en compression. Une douzaine de trous à travers lesquels on injecte de l'eau chauffée à 90°C permet d'obtenir le choc thermique. Cette technologie permet de solliciter mécaniquement l'éprouvette et d'obtenir un gradient de température d'environ 100°C, ce qui est nettement moins abrupt qu'avec l'utilisation d'un inducteur (gradient thermique compris entre 300°C et 600°C). Pendant le temps de la conduction thermique (de l'ordre de la seconde), la température augmente et le gradient thermique dans le ligament diminue alors que l'effort mécanique est maintenu constant. Cela se traduit par un trajet original dans le plan facteur d'intensité des contraintes (K) - température (T). Finalement, l'interprétation de l'amorçage permet d'éprouver les modèles analysés [21].

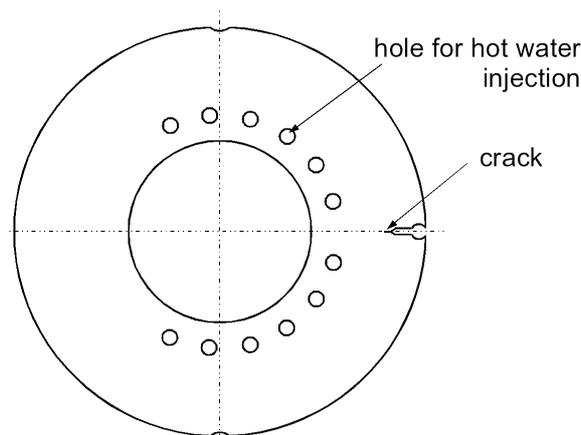


Fig. 27 : Schéma de l'éprouvette annulaire pour choc thermique utilisée au LISN [21].

Vers une modélisation complète du scénario amorçage-propagation-arrêt

Hajjaj [56] a modélisé des essais de choc thermique en utilisant un modèle de comportement élasto-viscoplastique. Il propose d'utiliser le critère de Ritchie-Knott-Rice [19] pour simuler la propagation de fissure. Il suppose que la variation avec la température de la contrainte critique est proportionnelle à celle de la ténacité du matériau. Les résultats obtenus prédisent des longueurs à l'arrêt très proches des résultats expérimentaux, même si la vitesse durant la propagation est un peu surestimée.

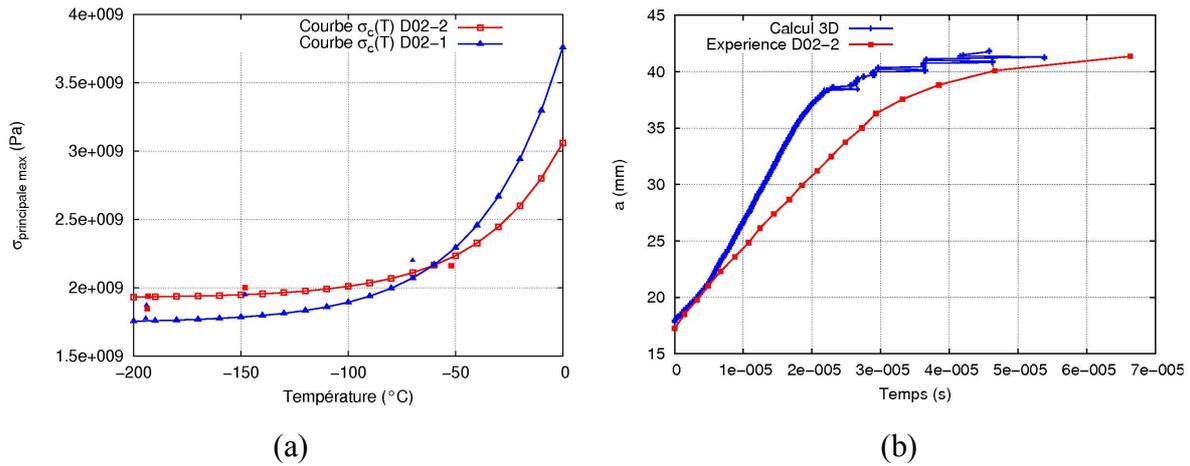


Fig. 28 : Résultats obtenus par Hajjaj [56].
 (a) Contrainte critique en fonction de la température pour deux essais.
 (b) Longueur de fissure en fonction du temps pour un calcul 3D.

Ces résultats sont très encourageants car ils montrent que l'utilisation d'un critère en contraintes relativement simple permet d'obtenir une réponse satisfaisante, particulièrement en ce qui concerne la longueur de fissure à l'arrêt prédite.

I.5. Méthodes numériques pour simuler la propagation de fissure

I.5.1. Méthodes "classiques" basées sur les éléments finis

Le relâchement de noeuds

Cette méthode, illustrée par la Fig. 29, consiste à bloquer les noeuds du ligament d'une fissure tant qu'ils ne sont pas rompus. Lorsqu'un critère de rupture est satisfait, on en déduit la nouvelle position de la fissure, et on relâche les noeuds correspondants.

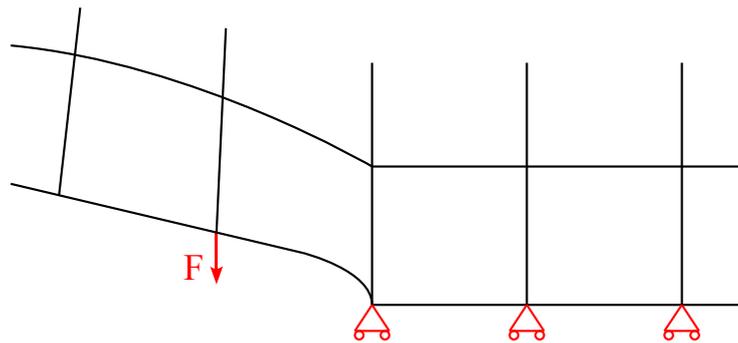


Fig. 29 : Méthode du relâchement de noeud.

Il existe plusieurs manières de relâcher les noeuds :

- ◆ Le relâchement instantané est le schéma le plus simple mais le risque de produire des chocs numériques est grand en dynamique.
- ◆ Le schéma qui consiste à imposer à la force de décroître linéairement dans le pas de temps est sans doute le plus répandu.

Enfin, il existe d'autres variantes du schéma précédent. Par exemple, Malluck et al [82] propose un schéma où on impose à la force de décroître de manière à maintenir le facteur d'intensité des contraintes K constant durant le pas de temps.

Cette méthode nécessite la connaissance préalable du trajet de fissure et impose à la pointe de fissure de se situer sur un noeud. Elle permet de simuler des ruptures en 2D, mais est beaucoup plus difficile à mettre en oeuvre en 3D lorsque le front de fissure n'est pas rectiligne. Elle a notamment été utilisée par Kobayashi [48], Bouyne [65], et Yuritzinn [83] pour l'analyse d'essais de rupture fragile. En dynamique, le relâchement de noeuds provoque des oscillations peu réalistes en pointe de fissure.

Méthodes de remaillage

Pour avoir une bonne idée des champs à proximité du front de fissure, il faut conserver un maillage suffisamment fin lors de la propagation. C'est pourquoi, partant de cette idée, il semble nécessaire de remailler la fissure lors de sa propagation. Les algorithmes de remaillage sont souvent complexes et délicats à mettre en oeuvre. On peut extraire deux principales sources d'erreur.

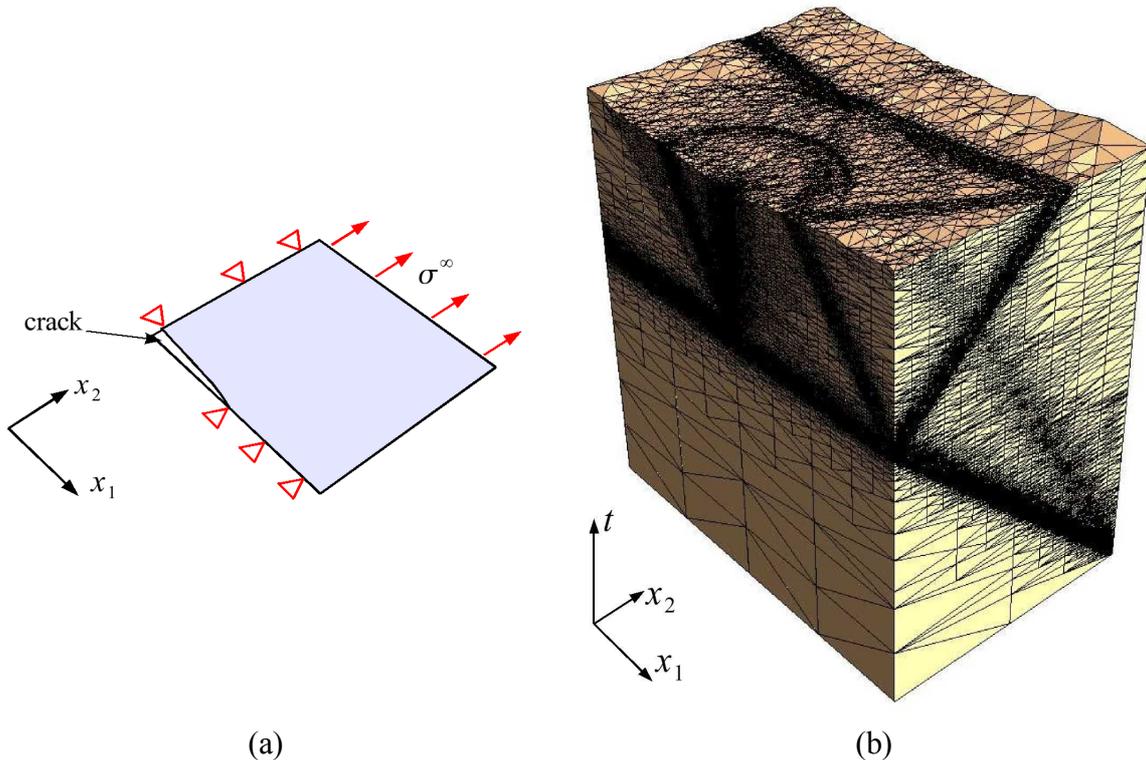
D'abord, après une opération de remaillage, il est nécessaire de projeter les champs de la solution du pas précédent sur le nouveau maillage. Comme les solutions discrétisées sur différents maillages ne sont pas les mêmes, une simple projection ne conduit pas à des champs en équilibre. Une étape supplémentaire de ré-équilibrage est donc souvent introduite en prenant garde à conserver fermée la surface de fissure fraîchement introduite par le remaillage. Malheureusement, cette étape de ré-équilibrage ne garantit pas la conservation de l'énergie mécanique du système pendant la projection.

Ensuite, tout comme pour la méthode de relâchement de noeud, il est nécessaire de libérer la nouvelle surface de fissure.

Finalement ces opérations de projection et de relâchement modifient l'énergie du système discret de manière purement numérique. L'influence de ces mouvements d'énergie sur l'application d'un critère de propagation est étudié en élastodynamique par Réthoré dans [84].

A mi-chemin entre le relâchement de noeud et le remaillage, le "Moving element method" présenté par Nishioka [85] consiste à repositionner les noeuds des éléments proches de la pointe de fissure pour tenir compte de sa nouvelle position.

L'utilisation d'éléments finis espace-temps peut aussi être considérée comme une variante des méthodes de remaillage puisque la discrétisation de la géométrie varie au cours du temps. Le principe de ces éléments est de considérer le temps de la même manière que les variables d'espace, et de remplacer les traditionnels schémas temporels basé sur les différences finies par des approximations de type éléments finis, ou même par des formulations de type Galerkin discontinu comme dans [86] ou [87]. Comme on le voit sur la Fig. 30, le temps est la troisième dimension d'un problème plan. L'avantage principal de ce type de formulation réside dans la capacité à raffiner le maillage où et quand on juge nécessaire de le faire grâce à un indicateur de qualité de la solution. Comme cela est illustré par la Fig. 30, le front d'une onde élastique et la pointe de fissure requièrent une finesse de maillage localement plus élevée que dans le reste de la structure.



(a) (b)

Fig. 30 : Méthode des éléments finis espace-temps.

(a) Exemple de calcul d'une plaque fissurée fixe soumise à un chargement brutal de traction.

(b) Le raffinement suit la propagation des ondes élastiques (tiré de [87]).

Élimination d'éléments ("Element deletion method")

Cette méthode consiste à attribuer une valeur proche de zéro au module d'Young des éléments satisfaisant un critère de rupture donné. Suivant les logiciels la masse correspondante est elle-aussi éliminée ou pas. Cette méthode simple à mettre en oeuvre et très utilisée dans le milieu industriel (cf. [56]) est également très grossière. Comme l'a récemment montré Song et al [88], l'énergie consommée par l'avancée de la fissure dépend de la taille de maille. En effet, lors de la propagation, on annule l'énergie d'un élément; donc si on augmente le volume des éléments, on dissipe plus d'énergie. Afin d'atténuer cette dépendance à la taille de maille, les auteurs ont utilisé une loi de comportement élastique endommageable modifiée en faisant dépendre la déformation à rupture du taux de restitution d'énergie, de la taille et du volume de l'élément. La comparaison effectuée par ces auteurs sur plusieurs cas tests entre la présente méthode ("element deletion method"), la méthode des éléments cohésifs ("interlement method"), et la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) est présentée en conclusion de ce chapitre.

Méthodes des éléments cohésifs

Les modèles d'interface endommageable (dits de zones cohésives) sont basés sur le modèle de Dugdale-Barenblatt. Ce dernier suppose l'existence d'une zone de transition d'une longueur caractéristique en pointe de fissure à l'intérieur de laquelle la séparation des surfaces est progressive (cf. Fig. 31). La loi de comportement à l'intérieur de cette zone d'épaisseur nulle définit le modèle de la zone cohésive, et consiste en général en une relation liant les contraintes d'ouverture avec l'ouverture elle-même. L'aire sous la courbe représente le travail dissipé par l'ouverture des lèvres identifié comme le taux de restitution d'énergie.

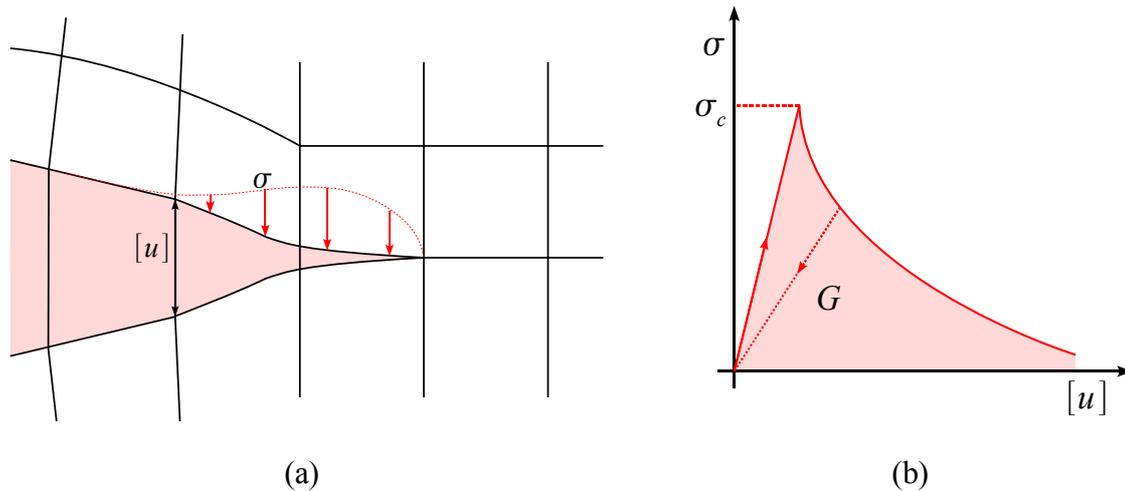


Fig. 31 : Modèle de zones cohésives.
(a) Maillage. (b) Loi de comportement.

Intellectuellement très intéressante, cette méthode possède néanmoins quelques inconvénients. D'abord, elle introduit un élément d'épaisseur nul, mais de rigidité finie, qui modifie la rigidité globale de la structure, ce qui, en dynamique, perturbe le trajet des ondes mécaniques. De plus, il faut connaître le trajet de la fissure a priori. L'argument le plus souvent reproché à ce modèle est le fait qu'il introduit une dépendance au maillage. Ceci a été démontré par Xu et Needleman [89] en introduisant des éléments cohésifs entre tous les éléments, et plus récemment par Zhou et Molinari [90]. La direction de propagation montre alors une forte dépendance à la construction du maillage en terme d'orientation et de taille des éléments.

Une première évolution de cette méthode est celle que propose Camacho, Pandolfi et Ortiz [91], [92] et Zhou et Molinari [90]. Les auteurs n'introduisent de zones cohésives qu'aux bords des éléments qui vérifient un critère de rupture ou qui sont situés dans le prolongement immédiat de la fissure préexistante.

Une seconde évolution des zones cohésives est leur introduction via la méthode de partition de l'unité. Nous la développons donc dans le paragraphe I.5.3 de ce chapitre.

I.5.2. Méthodes non basées sur les éléments finis

Méthodes des éléments frontières (Boundary element method)

Cette méthode exprime le problème de référence de façon intégrale. Elle suppose que l'on connaisse à ce type de problème des solutions analytiques qui correspondent à des conditions aux limites particulières (aussi appelées fonctions de Green). Celles-ci sont utilisées dans le cas particulier étudié afin d'obtenir une équation intégrale de frontière. Seul le bord (et les lèvres de la fissure) sont discrétisés, ce qui constitue le principal avantage de la méthode. Elle n'est applicable que sur des cas simples, car l'introduction de non linéarités suppose la connaissance des fonctions de Green associées, ou la discrétisation du volume (ce qui revient à renoncer au principal avantage de la méthode) (cf. [93]).

Méthodes sans maillage (ou méthodes particulières)

Parmi les méthodes sans maillage, la méthode SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) et la méthode "Element Free Galerkin method" sont certainement les plus utilisées. Ces méthodes sans maillage ne raisonnent plus sur un découpage de la géométrie en éléments, mais sur une représentation du volume par une densité de noeuds. Ces derniers sont munis de fonctions poids

non nulles sur une zone d'influence qui peut contenir d'autres noeuds comme cela est représenté sur la Fig. 32(a).

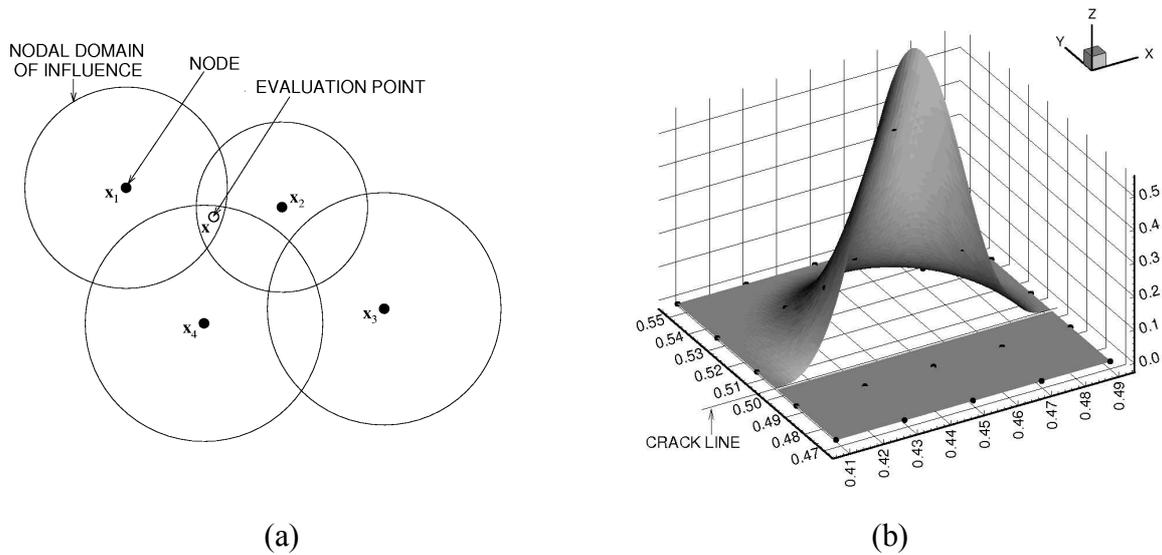


Fig. 32 : Méthodes sans maillage (tiré de [35]).
 (a) Représentation des noeuds et de leur zone d'influence.
 (b) Modification de la fonction de forme en présence d'une fissure.

De par leur nature, ces méthodes sont très efficaces lorsque l'on traite de très grandes déformations ou de fragmentation. Belytschko [94] et Duflot [95] donne un aperçu des possibilités de ces méthodes appliquées à la mécanique de la rupture. La présence d'une fissure peut être modélisée par l'ajout de critère(s). Le critère de "visibilité" modifie les fonctions poids afin que deux noeuds de part et d'autre de la fissure ne s'influencent pas l'un l'autre (cf. Fig. 32(b)). Organ [35] et Krysl [96] ont démontré la possibilité de traiter des problèmes de fissuration dynamique en utilisant ce type de formulation pour la zone de propagation de la fissure d'une part, et une méthode d'éléments finis standard pour le reste de la structure d'autre part. Les problèmes de fragmentation se prêtent également très bien aux méthodes particulières. Rabczuck [97] traite par exemple le cas d'une plaque en béton impactée par un projectile.

Parmi les méthodes sans maillage, la dynamique moléculaire a récemment fourni des résultats intéressants d'un point de vue théorique sur la mécanique de la rupture dynamique. Son principe est simple puisqu'il consiste à résoudre l'équilibre dynamique d'un grand nombre d'atomes (plusieurs dizaines de millions) qui interagissent via un potentiel d'attraction. De la forme de celui-ci découle le comportement du milieu (par exemple, on obtient un comportement élastique linéaire en utilisant un potentiel quadratique). En utilisant une loi de comportement hyperélastique, Buehler [98] montre l'existence d'une vitesse seuil observée expérimentalement au-delà de laquelle le trajet de la fissure devient beaucoup plus chahuté, pouvant même devenir branché. L'auteur s'est également penché sur le problème de fissuration supersonique.

I.5.3. Méthodes basées sur la partition de l'unité

La partition de l'unité

Le concept de partition de l'unité (Partition of Unity Method) a été introduit par Babuska et Melenk [99]. Les auteurs cherchent à améliorer la qualité de la solution fournie par la méthode des éléments finis non pas en raffinant le maillage, mais en injectant dans la base de fonctions utilisée pour approximer le problème des fonctions a priori proches de la solution attendue. Cette méthode s'applique donc particulièrement bien à tout problème présentant une singularité

ou une couche limite dans sa solution.

Mathématiquement, une partition de l'unité de l'espace Ω est un ensemble de fonctions $\{N_i\}$ qui vérifie notamment la propriété essentielle rappelée par l'équation (67).

$$\sum_i N_i(\underline{x}) = 1 \quad \forall \underline{x} \in \Omega \quad (67)$$

Si $\{\Phi_{i,p}\}$ constitue une base de fonctions dont on espère être une bonne approximation locale, on peut construire et ajouter à l'approximation l'ensemble de fonctions $\{N_i \Phi_{i,p}\}$. Il faut toutefois être prudent car rien ne garantit que cet ensemble de fonctions soit une base, et l'existence de deux fonctions trop proches peut conduire à un mauvais conditionnement de la matrice à résoudre. Si cet ensemble constitue une base de fonctions indépendantes, alors on peut enrichir l'approximation de la manière suivante :

$$u(\underline{x}) = \sum_i N_i(\underline{x}) u_i + \sum_{i,p} N_i(\underline{x}) \Phi_{i,p}(\underline{x}) a_{i,p} \quad (68)$$

L'équation (68) permet de se rendre compte que la fonction $\Phi(\underline{x})$ peut être exactement représentée grâce à la présence de la base de fonctions enrichis.

En pratique et pour des raisons de coût de calculs, on limite l'introduction de fonctions de la base d'enrichissement aux sous-domaines Ω_i , $i \in I_\phi$ où cela est nécessaire. I_ϕ représente par exemple l'ensemble des noeuds des éléments appartenant à la zone que l'on souhaite enrichir. Ainsi on crée une couche d'éléments de transition pour lesquels une partie seulement des noeuds est enrichie et qui ne vérifie donc plus vraiment la propriété de partition de l'unité. Chessa [100] démontre que le traitement de cette zone de transition a des conséquences sur l'ordre de convergence de la méthode. L'auteur propose de masquer l'influence des fonctions d'enrichissement en éliminant les termes indésirables introduit par les fonctions d'enrichissement dans cette couche d'éléments de transition. Farhat [101] propose également un moyen de s'affranchir de cette zone de transition. L'auteur sépare l'espace enrichi du reste du domaine et impose la continuité des champs aux frontières entre ces deux sous-domaines avec des multiplicateurs de Lagrange.

Méthode des éléments finis étendus (X-FEM)

Basée sur le concept de partition de l'unité présenté au paragraphe précédent, la méthode des éléments finis étendus (ou "eXtended Finite Element Method") est une idée originale de Belytschko et Black [102]. Les champs asymptotiques solutions du problème d'une fissure dans un milieu élastique sont connus (69), et peuvent être exprimés comme une combinaison linéaire de la base F_j donnée par l'équation (70).

$$\begin{cases} u_1(\underline{x}) \underset{r \rightarrow 0}{=} \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \cos \frac{\theta}{2} (\kappa - \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (\kappa + 2 + \cos \theta) \right] \\ u_2(\underline{x}) \underset{r \rightarrow 0}{=} \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[K_I \sin \frac{\theta}{2} (\kappa - \cos \theta) + K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (\kappa - 2 + \cos \theta) \right] \\ u_3(\underline{x}) \underset{r \rightarrow 0}{=} \frac{2}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} K_{III} \sin \frac{\theta}{2} \end{cases} \quad (69)$$

La constante de Kolosov est donnée par : $\kappa = \begin{cases} 3-4\nu & \text{en déformation plane} \\ \frac{3-\nu}{1+\nu} & \text{en contrainte plane} \end{cases}$

$$u_i(\underline{x}) \underset{r \rightarrow 0}{\approx} \sum_j F_j(\underline{x}) u_{ij} \quad \text{où} \quad F_j(\underline{x}) = \sqrt{r} \begin{cases} \sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \sin(\theta) \\ \cos(\theta/2) \\ \cos(\theta/2) \sin(\theta) \end{cases} \quad (70)$$

Grâce à la méthode de partition de l'unité, ces enrichissements sont ajoutés au champ de déplacement.

Ensuite, Moës et al [103] éliminent complètement les opérations de remaillage en ajoutant une fonction discontinue dans la base d'enrichissement (cf. équation (71)). Ainsi, le (re-)maillage ne représente plus une contrainte lors de la modélisation par éléments fini de propagation de fissures.

$$H(\underline{x}) = \begin{cases} +1 & \text{si } \phi > 0 \\ -1 & \text{si } \phi < 0 \end{cases} \quad (71)$$

où ϕ représente la seconde coordonnée du repère local attaché à la pointe de fissure. La généralisation de ce repère local est réalisée par Stolarska et al [104] en utilisant un couple de fonctions de niveau (ϕ, ψ) qui définissent implicitement la position du plan et du front de fissure comme cela est illustré par la Fig. 33. Gravouil et al [105] généralisent l'utilisation des fonctions de niveau au cas tridimensionnel et donnent un schéma numérique pour actualiser les fonctions de niveau basé sur la résolution d'équations de type Hamilton-Jacobi (cf. "Level Set method" de Sethian [106]).

L'enrichissement du champ de déplacement est réalisé de manière locale selon la position de l'élément par rapport au plan et au front de fissure, c'est à dire selon les valeurs des fonctions de niveau.

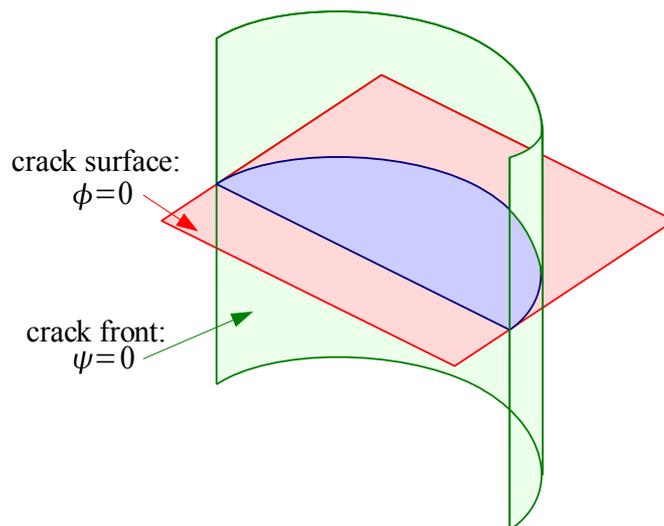


Fig. 33 : Définition de la géométrie de la fissure depuis le couple de fonctions de niveau (ψ, ϕ) .

La stratégie d'enrichissement peut être résumée par l'équation (72) et la Fig. 34.

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) \simeq \sum_i N_i(\mathbf{x}) \cdot \left(\underline{u}_i + H(\underline{x}_i) \cdot \underline{a}_i + \left(\sum_{k=1, \dots, 4} F_k(\underline{x}_i) \cdot \underline{b}_{i,k} \right) \right) \quad (72)$$

soit $\mathbf{u}(\mathbf{x}) \simeq \sum_i N_i(\mathbf{x}) \cdot \underline{q}_i$ où $N_i = \{ N_i, N_i H, N_i F_k \}$

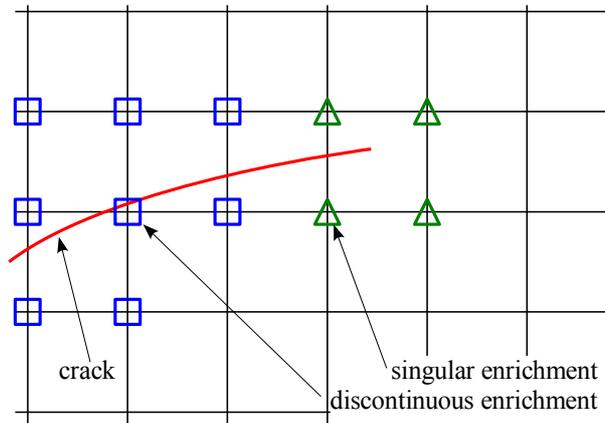


Fig. 34 : Stratégie d'enrichissement des noeuds.

On remarque sur la Fig. 34 que les noeuds de l'élément contenant la pointe de fissure ne sont pas enrichis par la fonction discontinue H . Cela n'empêche pas l'ouverture de cet élément puisque la fonction F_1 présente une discontinuité entre $-\pi$ et π .

L'utilisation de la méthode X-FEM bien que récente a connu un vif succès pour des cas de propagation de fissure très divers.

- ◆ Rupture par fatigue ([105], [107], [108], etc...).
- ◆ Rupture fragile élasto-dynamique([34], [109], [110], etc...).
- ◆ Déchirure ductile ([60],[111], etc...).
- ◆ Fissuration multiple ([112], [113], etc...).

Une description plus détaillée de cette méthode est fournie au chapitre suivant. Pour se convaincre de ses capacités, citons un récent article de Song et Belytschko [88], dans lequel les auteurs comparent pour plusieurs cas tests les méthodes numériques :

- ◆ La méthode d'élimination d'éléments,
- ◆ La méthode des zones cohésives,
- ◆ La méthode des éléments finis étendus.

La Fig. 35 montre les résultats obtenus concernant l'expérience de Kalthoff [73]. Il semble que la première méthode échoue totalement à la prédiction du trajet de fissure. La seconde se comporte relativement bien jusqu'à la mi-parcours de la propagation, après quoi la fissure s'oriente à 45° . Enfin, la méthode X-FEM permet de reproduire correctement le trajet de fissure expérimental.

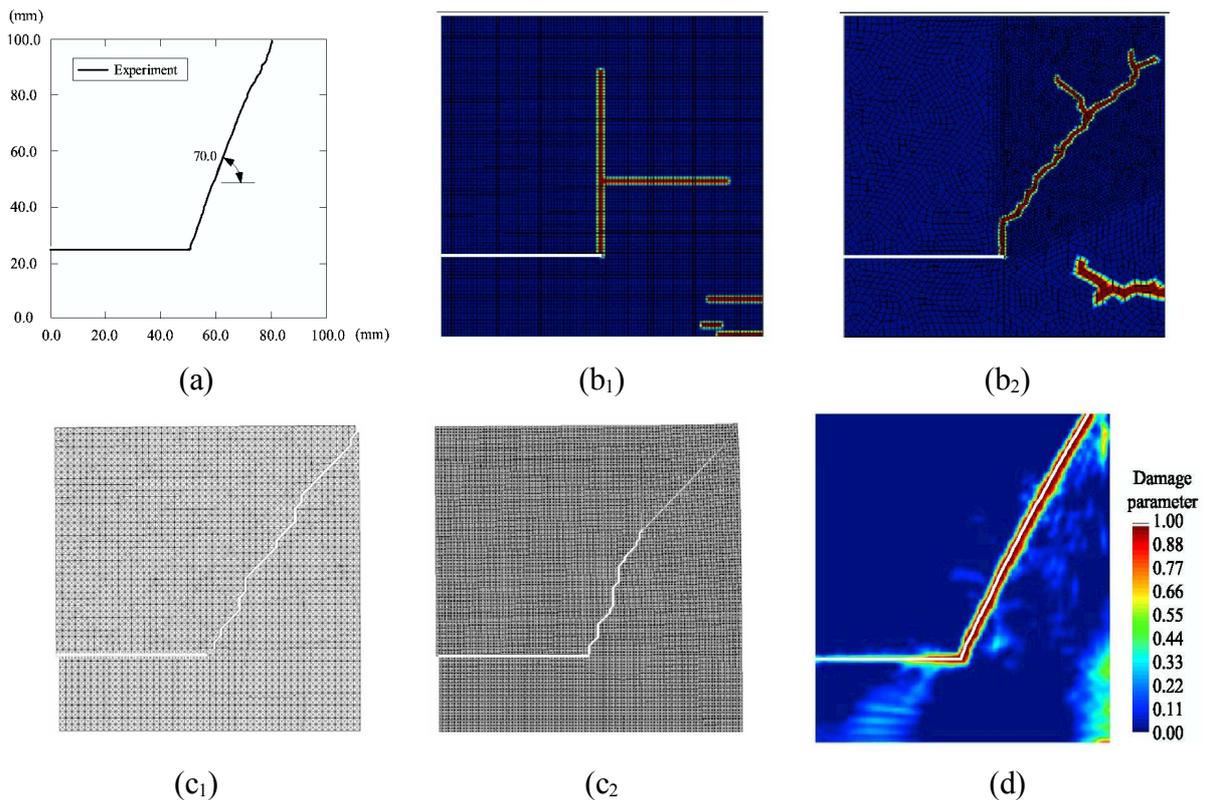


Fig. 35 : Comparaison de plusieurs méthodes numériques sur le cas test de Kalthoff. (a) Expérience, (b₁) et (b₂) Méthode d'élimination d'éléments avec un maillage structuré et non structuré, (c₁) et (c₂) Méthode des zones cohésives avec des maillages structurés 50×50 et 100×100, (d) Méthode X-FEM avec un maillage structuré 100×100 (tiré de [88]).

Grâce à la base de fonctions d'enrichissement judicieusement choisie, la méthode des éléments finis étendus permet d'avoir une bonne qualité de solution même avec des maillages relativement grossiers. Cependant, il apparaît certains cas où l'échelle de la structure diffère beaucoup de l'échelle des phénomènes associés à la fissure (cas des fissures courtes par exemple). C'est pourquoi, le couplage de la méthode X-FEM avec des méthodes multi-échelles peut être envisagé. Les travaux de Guidault et al [114], et plus récemment de Rannou et al [115] montrent l'intérêt de ce type d'extension de la méthode.

Autres méthodes utilisant la partition de l'unité

Le concept de partition de l'unité permet l'introduction d'une fonction arbitrairement discontinue dans le champ de déplacement. Il ouvre ainsi la porte à une nouvelle approche de la modélisation des phénomènes de rupture. Dans ce cadre, on distingue classiquement :

- ◆ La modélisation du volume ("the continuum") ,
- ◆ La modélisation de la zone de rupture ("the discontinuous part").

Ainsi, les modèles classiques de mécanique des milieux continus (élastique, plastique, viscoplastique, endommageable, ...) s'appliquent directement au volume, tandis que le traitement de la fissure est réalisé avec la méthode de partition de l'unité en :

- ◆ Ajoutant simplement des fonctions "saut" lorsqu'un critère de rupture est vérifié,
- ◆ Introduisant un segment cohésif qui coupe de manière arbitraire un élément qu'un critère désigne comme rompu.

Le premier cas est présenté par Simone dans [116] avec une loi non-locale d'endommagement pour la partie continue. L'auteur montre que l'ajout de fonctions "saut" permet de maîtriser le comportement du matériau une fois le dommage critique atteint (la Fig. 36 montre que le paramètre d'endommagement cesse de croître après avoir atteint sa valeur critique).

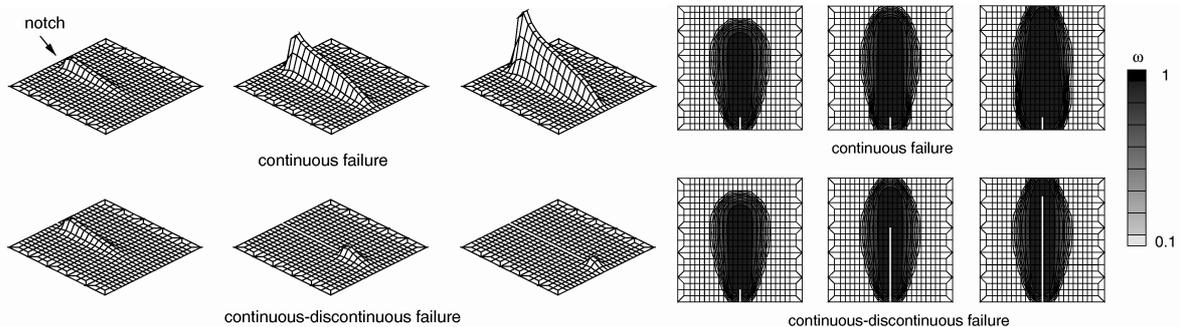


Fig. 36 : Paramètre d'endommagement pour une éprouvette flexion 4 points (tiré de [116]).
 Comparaison entre un modèle d'endommagement seul ("continuous failure"),
 et un modèle d'endommagement accompagné d'un déplacement enrichi par une fonction
 discontinue ("continuous-discontinuous failure").

Le second cas représente une avancée importante dans l'utilisation des modèles cohésifs. L'utilisation de la partition de l'unité permet de résoudre les problèmes de trajet de fissure dépendant du maillage et de raideurs numériques de l'interface. Cette méthode est en fait très proche de la méthode X-FEM originale, puisqu'au lieu d'utiliser des fonctions singulières en pointe de fissure, on introduit des zones cohésives censées être représentatives du processus de rupture (cf. modèle de Dugdale-Barenblatt). Cette méthode est très prisée (cf. [109], [111]) car elle permet de s'affranchir des problèmes d'éléments de transition ("blending elements") et d'intégration numérique des fonctions singulières.

I.6. Conclusion de l'étude bibliographique

L'arrêt d'une fissure fragile initiée sous un chargement quasi-statique a longtemps été considéré comme un phénomène pouvant être abordé avec une analyse statique. Cependant, les résultats fournis par ce type d'approche sont très limités (cf. paragraphe I.2.3). La propagation d'une fissure de clivage s'effectue à une vitesse suffisamment élevée pour justifier la prise en compte de l'inertie, des réflexions d'ondes, et de la viscosité du matériau. Ces aspects dynamiques complexifient le problème mais permettent d'apporter des éléments de compréhension supplémentaires au problème.

La mécanique de la rupture élastodynamique offre un cadre théorique d'analyse bien établi (cf. [7], [8], et [10]) qui permet une bonne compréhension des phénomènes tant que le matériau est suffisamment fragile. Lorsque le problème fait intervenir une plasticité plus importante, il n'existe plus de paramètre unique (comme le facteur d'intensité des contraintes par exemple) caractérisant la sollicitation en pointe de fissure. Les modèles théoriques (comme celui de Freund [57]) montrent certaines limites dans leur champ d'application et l'utilisation d'un critère local devient alors plus attrayante.

L'étude de la propagation dynamique d'une fissure de clivage nécessite la mise en place de campagnes expérimentales sophistiquées. Il faut en particulier être capable de réaliser des mesures très rapides (supérieures au MHz) pour connaître la vitesse de propagation de la fissure. De plus, la configuration expérimentale doit être maîtrisée notamment en ce qui concerne les conditions aux limites. C'est pourquoi, les éprouvettes CCA (recommandées par la

norme ASTM) et les éprouvettes impactées (comme les SENB impactées) ne semblent pas adéquates dans ce contexte, à moins de réaliser une mesure précise permettant de déterminer le chargement et les conditions aux limites.

Il apparaît également qu'une prise en compte fine du comportement du matériau nécessite son identification expérimentale à de hautes vitesses de déformation. Les mécanismes de rupture en jeu requièrent également une attention toute particulière, car certains auteurs attribuent à la présence de ligaments non rompus un rôle très important dans l'arrêt de fissure.

Les méthodes numériques utilisées pour simuler la propagation de fissure ne sont pas toutes équivalentes. Il semble que les méthodes classiques basées sur la méthode des éléments finis montrent certaines limites face à ce type d'analyse. L'utilisation de zones cohésives est relativement difficile à mettre en oeuvre notamment afin de se prémunir de la dépendance au maillage. Les méthodes sans maillage semblent être dans ce contexte une alternative attrayante, bien que leur usage reste peu répandu, et que leur couplage avec la méthode des éléments finis traditionnels demande des développements coûteux. Enfin, les méthodes basées sur la partition de l'unité permettent de réaliser des simulations efficaces et bien adaptées à ce type de problème.

Cette étude bibliographique souligne le fait que l'analyse de la propagation et de l'arrêt de fissure de clivage initiée sous un chargement quasi-statique nécessite la mise en oeuvre d'outils de diverses natures.

Pour ne pas limiter les interprétations et être capable de reproduire précisément les essais de rupture, il faut posséder un outil numérique adapté à la propagation arbitraire de fissure. C'est pourquoi, nous avons choisi de développer la méthode des éléments finis étendus dans Cast3m.

Le comportement du matériau aux grandes vitesses de déformation doit également être identifié. Des essais de propagation et d'arrêt de fissure, ainsi que la mesure de la vitesse de propagation, constituent les données indispensables à l'analyse des phénomènes.

Des critères permettant de réaliser des simulations prédictives de la propagation et de l'arrêt de fissure doivent être proposés et éprouvés. La comparaison des résultats fournis par les simulations prédictives aux données expérimentales permet de juger de la pertinence des modèles de propagation proposés.

Ces aspects sont développés dans la suite du mémoire au cours de trois chapitres traitant respectivement de la méthode des éléments finis étendus, de la campagne expérimentale, et de l'analyse de ces essais.

Chapitre II.

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) en dynamique non-linéaire

Sommaire

II.1. Introduction.....	64
II.2. État de l'art.....	64
II.2.1. Généralités sur la méthode des fonctions de niveau (Level set method).....	64
II.2.2. Méthode des éléments finis étendus (X-FEM).....	70
II.2.3. Conclusions.....	75
II.3. Actualisation des fonctions de niveau sur une grille auxiliaire.....	75
II.3.1. Principe de la méthode.....	75
II.3.2. Algorithme pour la propagation de fissures.....	77
II.4. Prise en compte des non linéarités matériau.....	83
II.4.1. Remarques générales.....	83
II.4.2. Technique d'intégration.....	83
II.4.3. Conservation de l'énergie en dynamique non linéaire.....	86
II.5. Exemples d'application.....	88
II.5.1. Translation d'une bulle de gaz.....	88
II.5.2. Cas de Broberg.....	88
II.5.3. Expérience de Kalthoff.....	92
II.5.4. Plaque trouée impactée.....	95
II.6. Conclusion.....	98

II.1. Introduction

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) a été brièvement introduite au cours du chapitre bibliographique. Le second chapitre entre dans le détail de la méthode. Un état de l'art approfondi sur le sujet est présenté dans la première partie. Ensuite les deux parties suivantes abordent des techniques spécifiques à la méthode, mises en oeuvre durant cette thèse. Il s'agit de l'actualisation des fonctions de niveau sur une grille auxiliaire d'une part, et de la prise en compte du comportement non-linéaire du matériau d'autre part. Enfin, ce chapitre se conclut par quelques exemples numériques démontrant l'efficacité de la méthode et des techniques proposées.

II.2. État de l'art

II.2.1. Généralités sur la méthode des fonctions de niveau (Level set method)

Généralités sur la représentation de discontinuités mobiles

Avant de nous concentrer sur la méthode des fonctions de niveau ("Level set method"), nous exposons la problématique générale des interfaces mobiles, ainsi que les méthodes traditionnellement utilisées pour ce genre de problème.

On considère donc le problème très général d'une interface mobile Γ , séparant deux régions de l'espace (cf. Fig. 37). Le but est de représenter le mieux possible le mouvement de cette frontière. Les lois physiques régissant la vitesse \underline{V} de l'interface sont supposées connues par ailleurs.

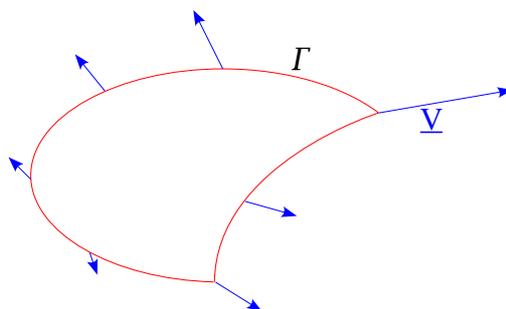


Fig. 37 : Interface Γ soumise au champs de vitesse \underline{V} .

Les méthodes traditionnelles sont explicites dans le sens où elles discrétisent explicitement la frontière (cf. Fig. 38(a)). Lorsque celle-ci évolue, il est nécessaire d'actualiser la position des "marqueurs" représentant l'interface, voire d'adapter la discrétisation. Dans un contexte éléments fini, cela se traduit souvent par des remaillages.

Il existe aussi des méthodes implicites, comme celle des volumes de fluides, où l'on attribue à chaque cellule élémentaire un pourcentage correspondant à la fraction de fluide intérieur à l'interface qu'elle contient. La frontière se situe ainsi à l'intérieur des cellules comprises strictement entre 0 et 1 (cf. Fig. 38(b)). La séparation entre "l'intérieur" et "l'extérieur" est donc diffuse, et l'épaisseur de la frontière dépend de la finesse de la discrétisation.

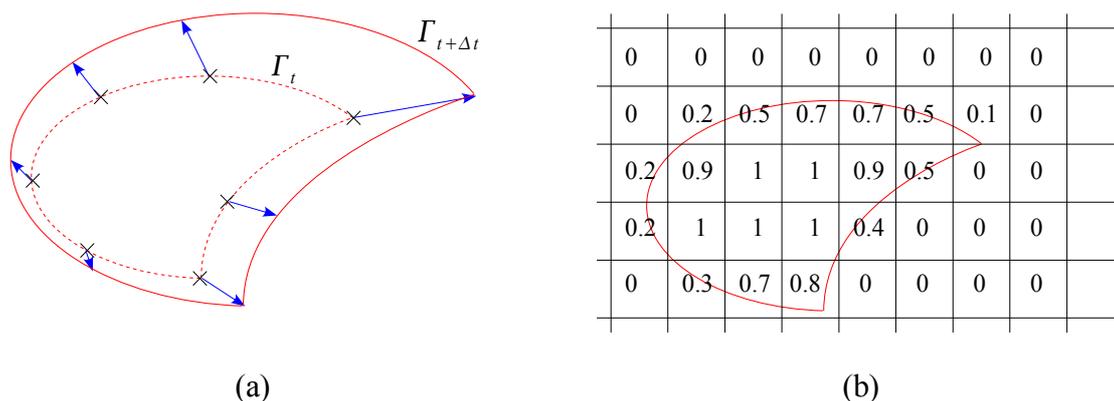


Fig. 38 : (a) Méthode des "marqueurs". (b) Méthode des volumes finis.

Fondamentaux de la méthode des fonctions de niveau (Level Set method)

Idée originale de Osher et Sethian [117], la méthode des fonctions de niveau (ou "Level Set method") propose une définition implicite de l'interface. Plutôt que de considérer directement les points de l'interface, on adopte une vision eulérienne du problème. Sur une grille fixe, on définit une fonction ϕ représentant la distance signée à l'interface considérée (cf. équations (73) et Fig. 39).

$$\begin{aligned} \phi(\underline{x}) &= \text{sign}((\underline{x} - \underline{x}_p) \cdot \underline{n}) \cdot |\underline{x} - \underline{x}_p| \\ \Gamma(t) &= \{ \underline{x}, \phi(\underline{x}, t) = 0 \} \\ \|\nabla \phi\| &= 1 \end{aligned} \tag{73}$$

où \underline{x} et \underline{x}_p désignent les coordonnées respectives d'un point courant et du point le plus proche situé sur l'interface, et \underline{n} est la normale à cette interface orientée de l'intérieur vers l'extérieur.

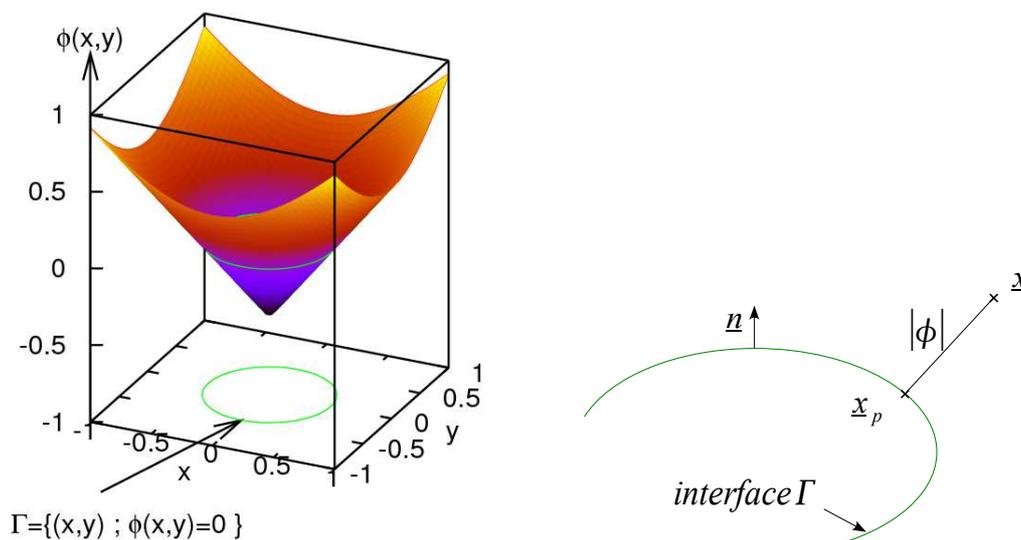


Fig. 39 : Définition d'une interface depuis une fonction de niveau.

Pour obtenir l'équation d'évolution de la fonction de niveau, il faut remarquer que l'ensemble des points appartenant à l'interface vérifie l'égalité (74).

$$\underline{x}(t) \in \Gamma \Rightarrow \phi(\underline{x}(t), t) = 0 \tag{74}$$

En dérivant cette expression, on obtient l'équation de propagation (75).

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + V \cdot \|\nabla \phi\| = 0 \quad \text{où} \quad V = \underline{V} \cdot \underline{n} = \underline{V} \cdot \frac{\nabla \phi}{\|\nabla \phi\|} \quad (75)$$

Notons que seule la composante normale de la vitesse intervient dans la propagation de l'interface. L'utilisation d'une fonction de niveau permet d'exprimer très simplement des quantités géométriques propres à l'interface comme sa normale \underline{n} ou sa courbure κ (cf. équation (76)).

$$\underline{n} = \frac{\nabla \phi}{\|\nabla \phi\|} \quad \kappa = \text{div}(\underline{n})$$

soit $\underline{n} = \begin{pmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{1/2}} \quad \kappa = \frac{\phi_{xx}\phi_y^2 - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + \phi_{yy}\phi_x^2}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}} \quad \text{en 2D.} \quad (76)$

L'équation de propagation de l'interface est de type Hamilton-Jacobi car on peut l'écrire sous la forme générale donnée par l'équation (77).

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = -H(\underline{x}, \phi, \nabla \phi, \dots) \quad (77)$$

Un point essentiel de la méthode réside dans la construction de schémas numériques appropriés à la résolution de ce type d'équation. En effet, la solution numérique doit vérifier la condition d'entropie, c'est à dire qu'elle doit être la limite des solutions du même problème augmenté d'un terme visqueux, lorsque ce terme visqueux tend vers zéro (cf. chapitre 4 et 5 de [106]). C'est à cette condition que l'on peut s'assurer d'obtenir une solution physique.

Considérons l'exemple donné par Sethian dans [106] d'une interface initialement sinusoïdale, à laquelle on applique un champ de vitesse d'expansion unité (cf. Fig. 40).

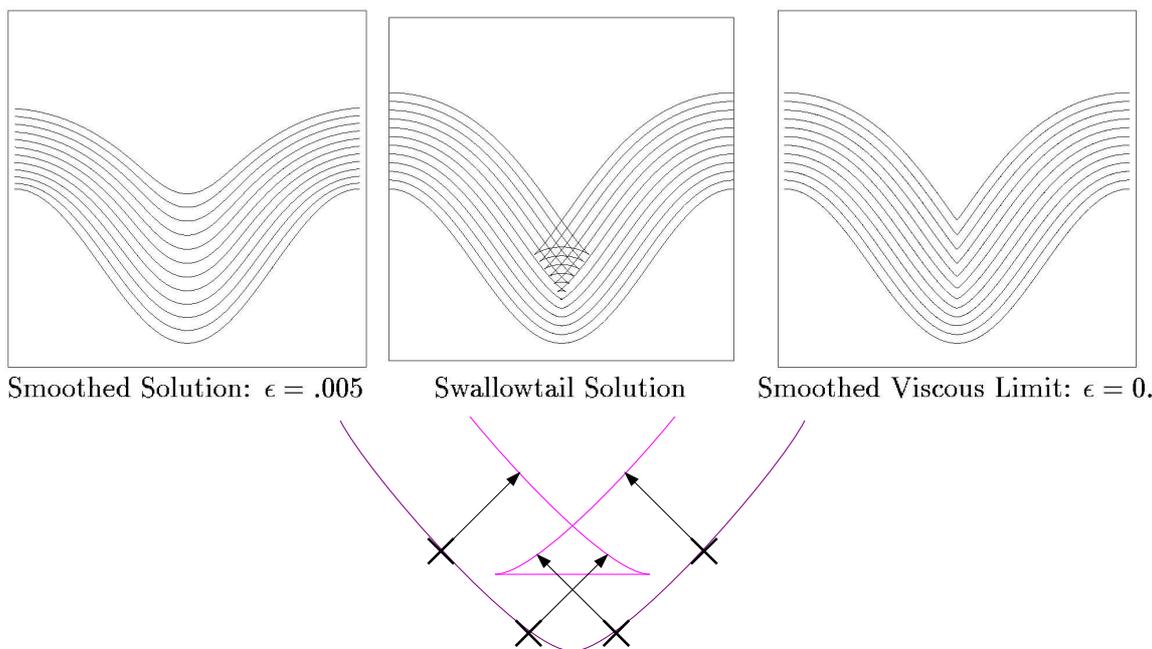


Fig. 40 : Utilisation de la méthode des marqueurs (tiré de [106]).

L'utilisation directe de la méthode des "marqueurs" (discrétisation explicite de l'interface en

segments) conduit à une interface qui se recoupe, formant une "swallowtail" (=queue d'hirondelle). Cela s'explique en considérant deux points proches du "creux" de la sinusoïde dont la trajectoire se coupe. L'introduction d'un terme visqueux (via la courbure κ) dans la vitesse $V=1-\epsilon\kappa$ permet d'éviter ce phénomène, mais ne permet toujours pas d'obtenir la solution physique attendue.

La construction de schémas numériques vérifiant la condition d'entropie passe par l'utilisation d'approximation décentrée amont, ou "upwind" (=regardant dans la direction d'où vient le vent) des différentes quantités. L'approximation numérique utilisée n'a pas besoin d'être extrêmement précise, mais elle doit transmettre l'information de l'interface vers les points les plus éloignés. Ainsi, pour approximer le gradient dans le cas d'une vitesse positive, plutôt que d'utiliser l'approximation basée sur les différences centrée (78), on préfère utiliser la relation (79).

$$\text{Schéma des différences centrées : } \phi_{,x} \simeq \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2 \Delta x} \quad (78)$$

$$\text{Schéma "upwind" : } \phi_{,x} \simeq \max(D_i^{+x}, 0) + \min(D_i^{-x}, 0)$$

$$\text{où l'on définit les opérateurs : } D_i^{+x} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x} \quad \text{et} \quad D_i^{-x} = \frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} \quad (79)$$

Un exemple comparant les deux approximations est fournie sur la Fig. 41.

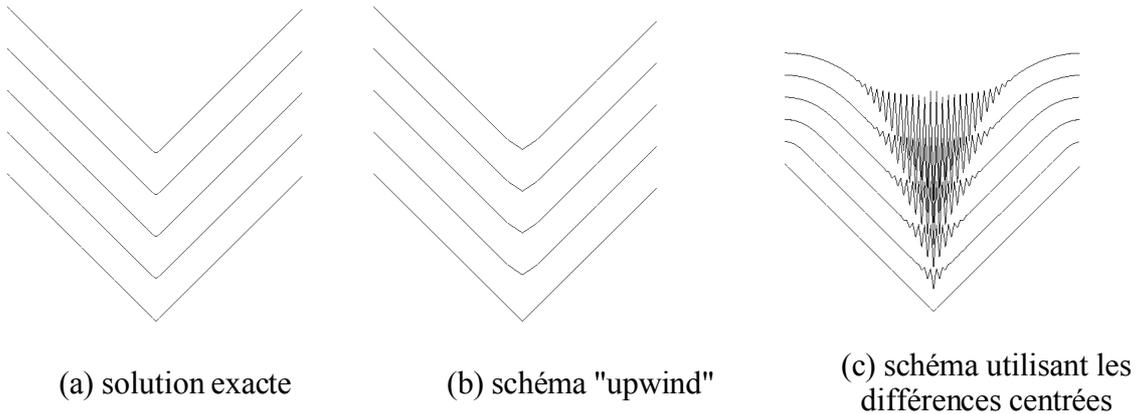


Fig. 41 : Comparaison avec la solution théorique (a), d'un schéma "upwind" (b), et d'un schéma basé sur les différences centrées (c) (tiré de [106]).

L'approximation du gradient qui a été adopté dans Cast3m est le schéma "upwind" de Godunov présenté par les équations (80).

$$H = \max(F, 0) \cdot \nabla^{+F} + \min(F, 0) \cdot \nabla^{-F}$$

$$\text{où } \begin{cases} \nabla^{+F} = [\max(\{D^{-x}\}^{+2}, \{D^{+x}\}^{-2}) + \max(\{D^{-y}\}^{+2}, \{D^{+y}\}^{-2})]^{0.5} \\ \nabla^{-F} = [\max(\{D^{-x}\}^{-2}, \{D^{+x}\}^{+2}) + \max(\{D^{-y}\}^{-2}, \{D^{+y}\}^{+2})]^{0.5} \end{cases} \quad (80)$$

On remarque que selon le signe de la vitesse, on bascule d'une expression du gradient à une autre, afin de toujours regarder dans le sens de l'information.

L'intégration temporelle est explicite, et nous utilisons le schéma de Runge-Kutta d'ordre 2 décrit par les relations (81). La première étape donne le prédicteur ϕ^{n+1*} , résultat du schéma d'Euler. La deuxième étape utilise ce prédicteur dans le calcul de H^{n+1*} , permettant ainsi de corriger le second membre.

$$\begin{aligned}\phi^{n+1*} &= \phi^n - \Delta t H^n \\ \phi^{n+1} &= \phi^n - \frac{\Delta t}{2} (H^n + H^{n+1*})\end{aligned}\quad (81)$$

La condition de stabilité du schéma général (ou condition de Courant-Friedrichs-Lewy) peut s'écrire comme le produit de la condition du schéma temporel par celle du schéma spatial. Gottlieb [118] montre que l'utilisation du schéma temporel de Runge-Kutta d'ordre 2 décrit par les équations (81) est optimum puisqu'il n'affecte pas la stabilité. Par contre, il subsiste la limite du schéma spatial qui dans notre cas est donnée par l'équation (82) qu'on peut retrouver dans [117] ou [119].

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{2 \max(|V|)} \quad (82)$$

Malheureusement, la propriété de distance signée n'est pas nécessairement conservée. Une opération de ré-initialisation décrite par l'équation (83), et basée sur la résolution d'une équation de type Hamilton-Jacobi permet de réajuster la norme du gradient de la fonction de niveau.

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \text{sign}(\phi) \cdot (\|\nabla \phi\| - 1) = 0 \quad (83)$$

Lorsque l'état stationnaire est atteint, par définition, la dérivée temporelle s'annule, et la norme du gradient de la fonction de niveau égale bien l'unité.

Il existe d'autres détails relatifs à la méthode que nous n'exposerons pas dans ce mémoire. Nous invitons le lecteur intéressé à consulter l'ouvrage de Sethian [106] ou l'article d'Osher [120].

La méthode des fonctions de niveau a été appliquée avec succès dans des domaines aussi variés que la mécanique des fluides avec la modélisation de l'écoulement de fluides bi-phases [119] ou du phénomène de combustion, la modélisation de la croissance et de la germination de cristaux [121], l'amélioration d'image [122], etc...

Application à la propagation de fissure

Le front de fissure peut être assimilé à une courbe en trois dimensions ou à un point en deux dimensions. Or, une fonction de niveau définit une interface d'une dimension inférieure à l'espace considéré (c'est à dire une surface en trois dimensions et une courbe en deux dimensions).

Le problème de l'évolution de courbes dans l'espace tridimensionnel a été notamment traité par Burchard et Cheng dans [123] et [124]. Les auteurs proposent l'utilisation d'un couple de fonctions de niveau orthogonales (ϕ, ψ) , dont l'intersection des iso-zéro définit la courbe étudiée. Afin de conserver la propriété d'orthogonalité, une étape d'orthogonalisation doit être introduite à la fin de l'étape de propagation. Cette dernière reste dans la même ligne d'idées que l'étape de ré-initialisation, et est décrite par la relation (84).

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \text{sign}(\phi) \frac{\nabla \phi}{\|\nabla \phi\|} \cdot \nabla \psi = 0 \quad (84)$$

Ainsi, pour décrire l'évolution du front de fissure, nous utilisons le couple de fonctions de niveau orthogonales (ϕ, ψ) dont les iso-zéro représentent respectivement le plan et le front de fissure (cf. Fig. 42), tout comme Stolarska [104] et Gravouil [105].

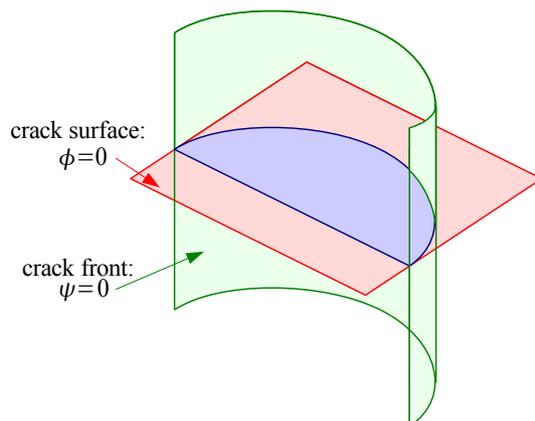


Fig. 42 : Définition de la géométrie de la fissure depuis les fonctions de niveau (ψ, ϕ).

La partie fissurée vérifie ainsi les relations (85).

$$\mathbf{x} \in (\text{crack surface}) \Rightarrow \begin{cases} \phi(\mathbf{x})=0 \\ \psi(\mathbf{x})\leq 0 \end{cases} \quad (85)$$

Finalement, grâce à leurs propriétés, ces fonctions de niveau définissent un repère local en pointe de fissure (cf. Fig. 43).

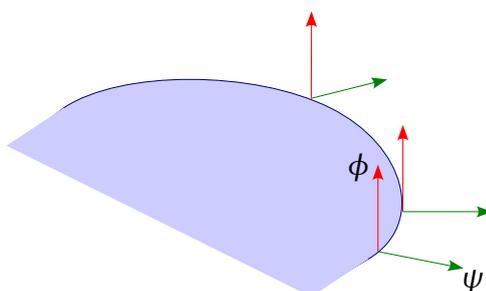


Fig. 43 : Les fonctions de niveau définissent un repère local en pointe de fissure.

Dans une récente étude, Duflot [125] compare plusieurs algorithmes d'actualisation des fonctions de niveaux. Il s'avère que l'actualisation par des formules géométriques proposée par Stolarska [104] conduit à des champs discontinus. La méthode des fonctions de niveau vectorielle proposée par Ventura [126] repose également sur des considérations géométriques mais à la connaissance de l'auteur n'a pas été étendu au cas tridimensionnel.

Il semble que l'utilisation des équations de type Hamilton-Jacobi soit la voie la plus simple et la plus efficace pour actualiser les fonctions de niveau aussi bien en deux qu'en trois dimension.

Pour cela, l'algorithme général donné par Gravouil dans [105] et exposé dans les relations (86), est un point de départ intéressant. A partir de l'angle et de la vitesse de propagation, cet algorithme décrit la manière d'actualiser les fonctions de niveau pour reproduire l'avancée de la fissure. Une attention particulière est portée sur la fonction ϕ représentant le plan de fissure. En effet, la vitesse est corrigée afin de figer le plan de fissure pour la partie ayant déjà rompue (pour $\psi \leq 0$), et pour permettre le changement éventuel d'orientation en avant du front de fissure (rotation de θ pour $\psi > 0$).

1. Calcul de la vitesse et de l'angle de propagation depuis le modèle mécanique

$$\begin{cases} \dot{a} = \dot{a}(K_1^{dyn}, K_2^{dyn}, \underline{\sigma}, \dots) \\ \theta = \theta(K_1^{dyn}, K_2^{dyn}, \underline{\sigma}, \dots) \end{cases} \quad \text{puis} \quad \begin{cases} V_\psi = \dot{a} \cos(\theta) \\ V_\phi = \dot{a} \sin(\theta) \end{cases}$$

2. Extension de ces quantités à tout le domaine (dans le cas tridimensionnel)

$$\frac{\partial V_\psi}{\partial \tau} + \text{sign}(\psi) \frac{\underline{\nabla} \psi}{\|\underline{\nabla} \psi\|} \cdot \underline{\nabla} V_\psi = 0 \quad \frac{\partial V_\psi}{\partial \tau} + \text{sign}(\phi) \frac{\underline{\nabla} \phi}{\|\underline{\nabla} \phi\|} \cdot \underline{\nabla} V_\psi = 0$$

idem pour V_ϕ

3. Modification de la vitesse du plan de fissure

$$\bar{V}_\phi = \frac{\{\psi\}^+ V_\phi}{\Delta t V_\psi} \quad (86)$$

4. Actualisation et ré-initialisation du plan de fissure pendant Δt

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{V}_\phi \cdot \|\underline{\nabla} \phi\| = 0 \quad \frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \text{sign}(\phi) \cdot (\|\underline{\nabla} \phi\| - 1) = 0$$

5. Actualisation du front de fissure pendant Δt

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} + V_\psi \cdot \|\underline{\nabla} \psi\| = 0$$

6. Orthogonalisation et ré-initialisation du plan de fissure

$$\frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \text{sign}(\phi) \frac{\underline{\nabla} \phi}{\|\underline{\nabla} \phi\|} \cdot \underline{\nabla} \psi = 0 \quad \frac{\partial \psi}{\partial \tau} + \text{sign}(\psi) \cdot (\|\underline{\nabla} \psi\| - 1) = 0$$

DufLOT [125] propose une légère modification de la formule d'actualisation de ϕ afin de permettre le traitement des grands angles de propagation. La relation à utiliser dans ce contexte est donnée par (87) et introduit $\underline{\nabla} \phi^0$ le gradient de ϕ avant l'actualisation.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \bar{V}_\phi \cdot \underline{\nabla} \phi = 0 \quad \text{où} \quad \bar{V}_\phi = \frac{\{\psi\}^+ V_\phi}{\Delta t V_\psi} \underline{\nabla} \phi^0 \quad (87)$$

Il propose également une méthode baptisée "smooth level set method", mêlant équations géométriques et itératives de type Hamilton-Jacobi afin d'obtenir des champs continus et lisses.

II.2.2. Méthode des éléments finis étendus (X-FEM)

Approximation spatiale du déplacement

S'appuyant sur le concept de partition de l'unité [99], la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) introduit dans l'approximation du champ de déplacement deux types de fonctions :

- ◆ Une fonction discontinue H (ou fonction "saut"),
- ◆ La base de fonctions singulières F_k .

On rappelle l'expression de ces fonctions dans l'équation (88).

$$H(\underline{x}) = \begin{cases} +1 & \text{si } \phi > 0 \\ -1 & \text{si } \phi < 0 \end{cases} \quad F_j(\underline{x}) = \sqrt{r} \begin{cases} \sin(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \sin(\theta) \\ \cos(\theta/2) \\ \cos(\theta/2) \sin(\theta) \end{cases} \quad (88)$$

où ϕ représente la seconde coordonnée du repère local attaché à la pointe de fissure (cf. Fig. 43). Les inconnues supplémentaires correspondant à ces deux types de fonctions (respectivement notées a et b_k pour les fonctions H et F_k) viennent s'ajouter aux degrés de liberté traditionnels (notés u). L'approximation du champ de déplacement devient ainsi :

$$\underline{u}(\underline{x}) \simeq \sum_i N_i(\underline{x}) \underline{u}_i + \sum_{i \in I_H} N_i(\underline{x}) H(\underline{x}) \underline{a}_i + \sum_{i \in I_F} N_i(\underline{x}) \left(\sum_{k=1,..,4} F_k(\underline{x}) \underline{b}_{i,k} \right) \quad (89)$$

Dans l'équation (89), I_H et I_F désignent respectivement l'ensemble des noeuds appartenant à des éléments ayant été coupés, et l'ensemble des noeuds contenant ou ayant contenu la pointe de fissure.

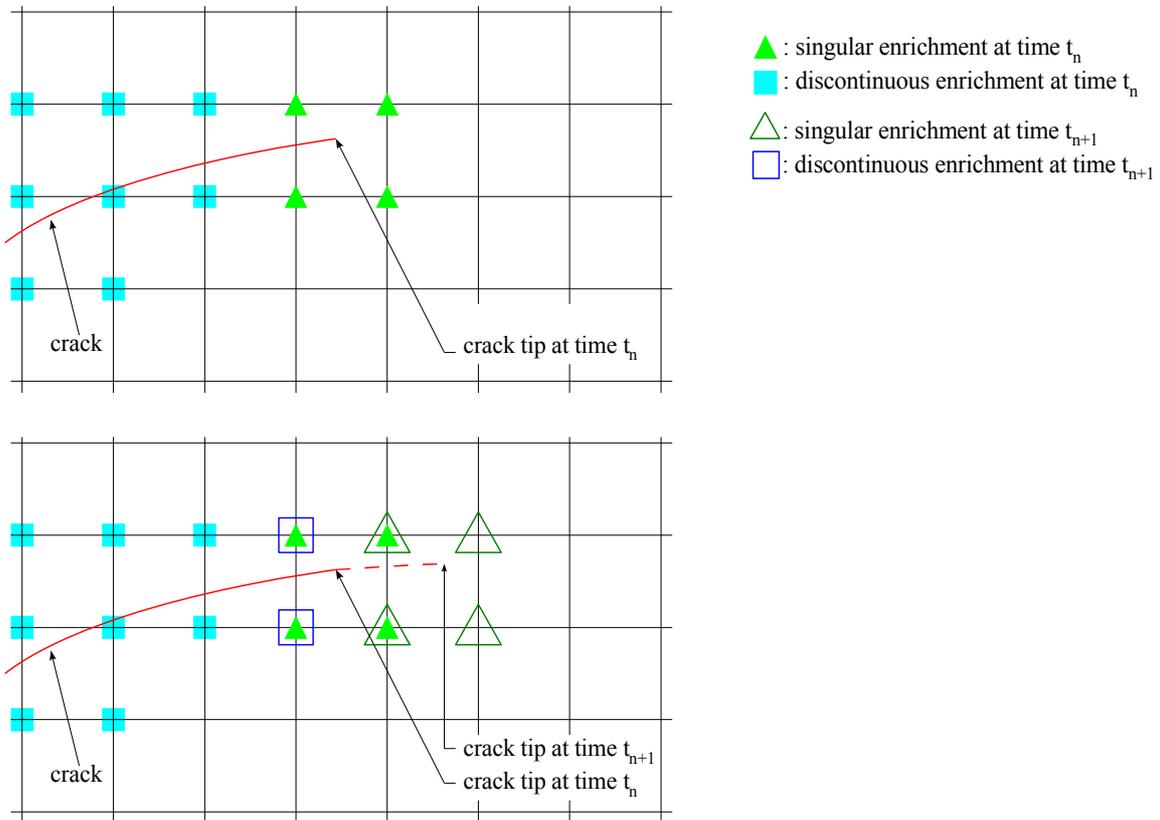


Fig. 44 : Stratégie d'enrichissement des noeuds lors de la propagation de fissure.

Bien qu'il ne semble pas "naturel" de conserver les degrés de liberté correspondant aux précédentes positions de la fissure lorsque celle-ci propage, cette stratégie d'enrichissement est un point essentiel de la méthode. Afin de l'illustrer, considérons une propagation élémentaire entre deux instants successifs dans milieu fissuré (cf. Fig. 44). Puisque la fissure avance, la discrétisation change. C'est pourquoi on adopte la notation X_n^m pour représenter la grandeur X à l'instant n exprimée dans la configuration m (ou de manière équivalente la discrétisation m).

Les étapes du calcul sont :

- ◆ D'abord, la résolution de l'équilibre dynamique à l'instant t_n permet d'obtenir le vecteur déplacement solution q_n^n .
- ◆ Ensuite, l'avancée de la fissure entre les instants t_n et t_{n+1} change la discrétisation du problème, et il faut "projeter" la solution du pas précédent sur cette nouvelle discrétisation. On obtient alors le vecteur q_n^{n+1} , somme du vecteur q_n^n et du vecteur des nouveaux degrés de liberté \tilde{q} correspondant à la nouvelle configuration (cf. équation (90)). Cette étape de projection, pénalisante dans les techniques de remaillage, n'introduit ici aucune énergie artificielle, car on initialise les nouveaux degrés de liberté à zéro.
- ◆ Enfin, la résolution de l'équilibre dynamique à l'instant t_{n+1} permet d'obtenir le vecteur déplacement solution q_{n+1}^{n+1} (cf. équation (90)).

$$q_n^{n+1} = \begin{pmatrix} q_n^n \\ \tilde{q}_n = 0 \end{pmatrix} \quad q_{n+1}^{n+1} = \begin{pmatrix} q_n^n \\ \tilde{q}_{n+1} \end{pmatrix} \quad (90)$$

Réthoré [34] a démontré que cette stratégie, associée au schéma de Newmark de l'accélération moyenne permet d'assurer la conservation de l'énergie. L'unique dissipation est celle introduite par la valeurs des nouveaux degrés de liberté à l'instant t_{n+1} , et correspond au travail d'ouverture des lèvres de la fissure. Ce résultat théorique est démontré en élasto-dynamique dans [34]. Sa généralisation au cas d'un matériau non-linéaire est fournie au paragraphe II.4.3 de ce chapitre.

A partir des champs HRR ([12] et [13]), Elguedj [107] effectue une analyse de Fourier pour extraire une base de fonctions représentative des champs asymptotiques en pointe de fissure pour un matériau élasto-plastique. Il propose ainsi la base de 6 fonctions décrite par l'équation (91).

$$F_j^{HRR}(\mathbf{x}) = r^{\frac{1}{n+1}} \left\{ \begin{array}{l} \sin \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \cos \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta, \\ \sin \frac{\theta}{2} \sin 3\theta, \cos \frac{\theta}{2} \sin 3\theta \end{array} \right\} \quad (91)$$

Le coefficient n est le paramètre matériau de la loi de Ramberg-Osgood. Mise à part cette modification de la singularité, deux fonctions de θ sont ajoutées par rapport au cas élastique.

Schéma temporel

Il existe de nombreux schémas temporels pour traiter de la dynamique des structures (cf. [127] pour une revue détaillée), mais le plus simple et le plus répandu reste sans doute celui de Newmark [128]. Ce dernier suppose les champs de vitesse et de déplacement suffisamment réguliers dans le temps pour que l'on puisse écrire le développement limité (92), qui se ré-écrit sous la forme (93).

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n + \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_n + \frac{\Delta t^3}{6} 6\beta \left(\frac{\ddot{u}_{n+1} - \ddot{u}_n}{\Delta t} \right) \\ \dot{u}_{n+1} &= \dot{u}_n + \Delta t \ddot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} 2\gamma \left(\frac{\ddot{u}_{n+1} - \ddot{u}_n}{\Delta t} \right) \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned} u_{n+1} &= u_n + \Delta t \dot{u}_n + \Delta t^2 \left(\frac{1}{2} - \beta \right) \ddot{u}_n + \Delta t^2 \beta \ddot{u}_{n+1} \\ \dot{u}_{n+1} &= \dot{u}_n + \Delta t (1 - \gamma) \ddot{u}_n + \Delta t \gamma \ddot{u}_{n+1} \end{aligned} \quad (93)$$

Ainsi, il est possible d'écrire les différentes quantités cinématiques en fonction d'une seule, et de résoudre ainsi l'équation d'équilibre dynamique en fonction de la quantité choisie. Les conditions de stabilité de ce schéma sont bien connues pour la méthode des éléments finis classique (cf. [127] par exemple). Elles se résument par les relations (94).

Pour $\frac{1}{2} \leq \gamma \leq 2\beta$, le schéma est inconditionnellement stable.

$$\text{Pour } \frac{1}{2} \leq \gamma \text{ et } 2\beta \leq \gamma, \text{ le schéma est stable si } \Delta t \leq \Delta t_c = \frac{1}{w \sqrt{\gamma/2 - \beta}}. \quad (94)$$

où w représente la plus grande fréquence propre de la structure. Celle-ci est déterminée en pratique par l'estimation de la plus grande fréquence propre du plus petit élément. En général, on estime ainsi grossièrement $\Delta t_c \propto \min\{\Delta x_e\} / \sqrt{E/\rho}$ où Δx_e est la taille d'un élément. Les deux schémas les plus fréquemment utilisés sont :

- ◆ Avec $\left(\gamma = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4} \right)$ comme paramètres, le schéma implicite de l'accélération moyenne est inconditionnellement stable.
- ◆ Avec $\left(\gamma = \frac{1}{2}, \beta = 0 \right)$, le schéma explicite de la différence centrée nécessite l'utilisation d'un pas de temps inférieur à un pas de temps critique défini par la structure.

Le choix $\gamma = 1/2$ s'explique par la précision du schéma qui est de l'ordre de $o(\Delta t^2)$ dans ce cas (alors qu'elle est de l'ordre de $o(\Delta t)$ lorsque $\gamma \neq 1/2$). Dans la littérature, il est conseillé de choisir le schéma de l'accélération moyenne lorsque l'on traite de phénomènes relativement lents, et par opposition, d'utiliser le schéma de la différence centrée pour traiter des problèmes de dynamique rapide.

Dans le cadre des éléments finis étendus, l'analyse dynamique explicite pose le problème du pas de temps critique qui est proportionnel à la dimension du plus petit élément du maillage. Ainsi, un élément "coupé" de manière arbitraire peut avoir une dimension tendant vers zéro.

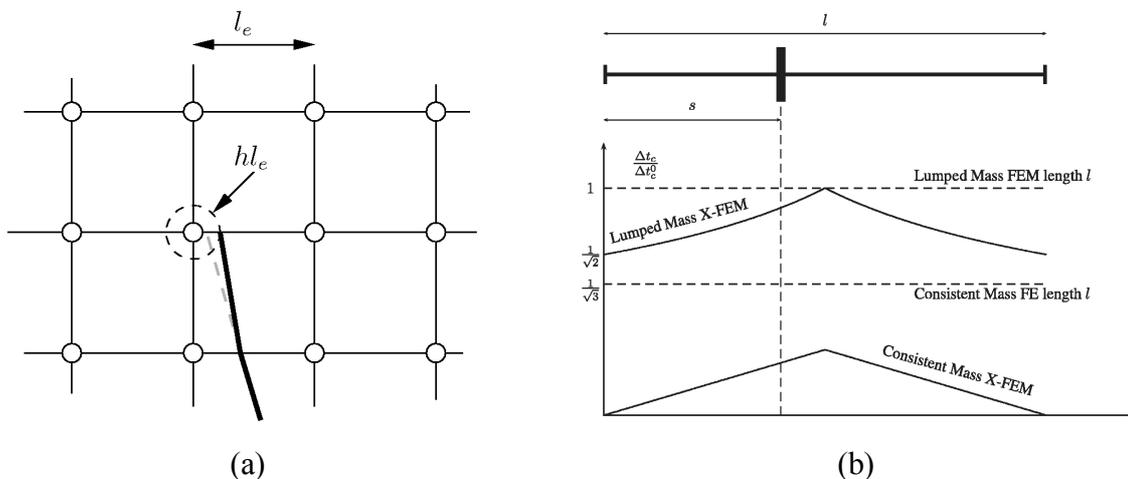


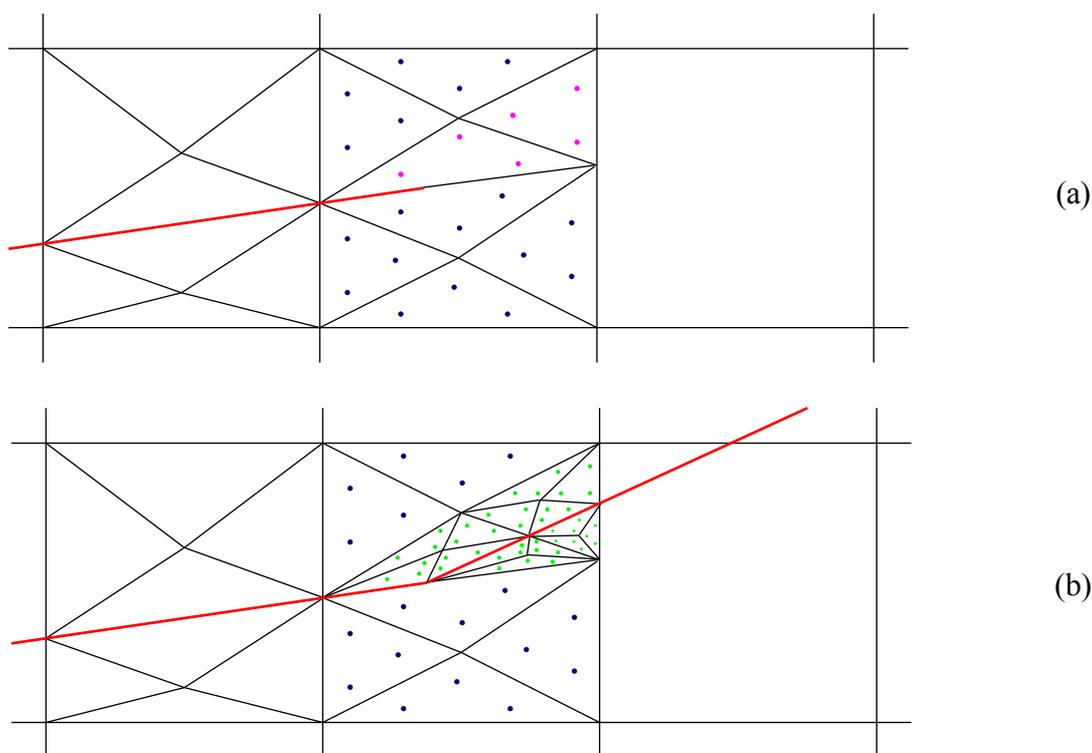
Fig. 45 : Utilisation de la méthode X-FEM en dynamique explicite. Problème du pas de temps critique résolu par De Borst [129] (a), et par Menouillard [110] (b).

De Borst [129] choisit d'éviter la situation en interdisant à la fissure de trop s'approcher des noeuds des éléments qu'elle traverse. Menouillard [110] montre que l'utilisation d'une matrice de masse diagonalisée permet d'éviter cette question, et d'effectuer des calculs explicites avec la méthode X-FEM.

Afin de garantir la stabilité du schéma utilisé sans aucune réserve sur le pas de temps, les résultats présentés dans ce mémoire utilisent toujours le schéma implicite de l'accélération moyenne, qui est également inconditionnellement stable dans le cadre de la méthode des éléments finis étendus (démonstration disponible dans [34]). De plus, comme nous l'avons déjà signalé, ce schéma garantit la conservation de l'énergie en élastodynamique.

Technique d'intégration

Il est clair que la présence de fonction discontinue et/ou singulière dans un élément rend imprécise l'intégration de cet élément si l'on conserve la même méthode que si l'élément n'était pas enrichi. Moës et al [103] propose donc de sous découper les éléments enrichis, et d'appliquer à ces triangles une technique d'intégration classique. Samaniego et al [130] utilise cette méthode dans le cas d'un matériau au comportement non linéaire.



*Fig. 46 : Intégration par sous découpage, changement de position des points de Gauss.
(a) Avant la propagation. (b) Après la propagation.*

Comme l'illustre la Fig. 46, cette technique d'intégration introduit une modification du support d'intégration pour l'élément contenant la pointe de fissure. Dans un calcul non linéaire, cela signifie qu'il faut projeter les champs sur les nouveaux points de Gauss. Or, un des principaux avantages de la méthode X-FEM provient du fait qu'elle permet d'éviter les opérations de re-maillage et de projection. Il semble donc nécessaire d'adopter une autre stratégie d'intégration.

Ventura [131] montre qu'une intégration exacte des fonctions "saut" H est possible sans sous-découpage explicite des éléments enrichis. L'approche développée par l'auteur est attrayante, cependant, à notre connaissance, le cas des fonctions singulières n'est pas traité à ce jour.

II.2.3. Conclusions

La méthode des éléments finis étendus est une méthode moderne et efficace pour simuler la propagation de fissure. La représentation de la fissure est implicite et s'appuie sur la méthode des fonctions de niveau (ou "Level Set method"). Cette description est ensuite utilisée pour enrichir le champ de déplacement (méthode des éléments finis étendus ou "X-FEM").

Cette méthode numérique permet de réaliser avec succès des simulations efficaces de propagation arbitraire de fissure dans un domaine d'applications variées : fatigue (cf. [107] et [108]), rupture fragile en élasto-dynamique (cf. [34] et [110]), multi-fissuration (cf. [112] et [113]), etc...

Bien qu'elle constitue une avancée notable dans le domaine de la simulation numérique de propagation de fissure, certains points de la méthode peuvent encore être améliorés. Pour deux d'entre eux, nous essayons de donner une réponse dans les prochains paragraphes.

En premier lieu, l'actualisation des fonctions de niveau est issue des méthodes de différences centrées, et son application au cas de maillage non-structuré n'est pas immédiate, notamment lorsque l'on considère des éléments distordus ou dont la taille dans l'espace varie rapidement. Par exemple considérons un maillage contenant à la fois des éléments gros et petits. Le pas de temps critique étant proportionnel à la taille du plus petit des éléments, l'actualisation nécessite un grand nombre d'itérations. De plus, la représentation des fonctions de niveau dans les éléments de grosse dimension est imprécise.

Une réponse simple et efficace à ce type de problème consiste à introduire une grille auxiliaire différente du maillage de la structure sur laquelle l'actualisation des fonctions de niveau est bien maîtrisée. Cette technique est développée dans le paragraphe II.3 de ce chapitre et dans [132].

En second lieu, les fonctions enrichies n'étant pas polynomiales, leur intégration numérique pose problème. Classiquement, un sous-découpage en triangles munis d'un nombre élevé de points de Gauss est utilisé. Cela introduit des changements de points de Gauss à proximité de la pointe de fissure, et par conséquent des projections de champs dans une zone où leur gradient est particulièrement élevé. Cette étape est fortement pénalisante sur la qualité d'un calcul non linéaire.

Ainsi nous exposons dans le paragraphe II.4 de ce chapitre une technique d'intégration non conforme, développée dans [107] et [132], permettant d'obtenir une intégration précise des matrices élémentaires malgré la présence des fonctions d'enrichissement, tout en évitant les projections de champs au voisinage de la pointe de fissure.

Enfin, le paragraphe II.5 de ce chapitre donne quelques exemples d'applications des techniques exposées.

II.3. Actualisation des fonctions de niveau sur une grille auxiliaire

II.3.1. Principe de la méthode

En pratique, une structure ne peut pas être représentée par un maillage structuré. Les bords, les éventuels trous et autres courbures géométriques rendent le maillage mécanique très différent d'une grille régulière. Il est évidemment possible de représenter implicitement la présence d'un trou ou d'une inclusion en ajoutant des fonctions discontinues spécifiques comme dans [133] et sur la Fig. 47, mais cela ne nous semble pas toujours possible et très souvent plus fastidieux que le maillage par éléments finis traditionnel de la structure et de ses frontières.

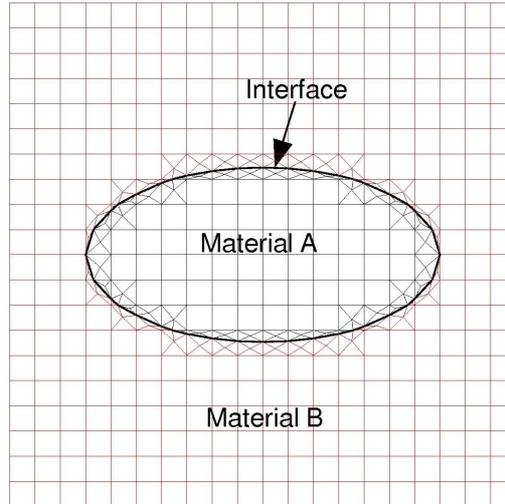


Fig. 47 : Définition d'une interface pour représenter implicitement une inclusion ou un trou (tiré de [133]).

D'autre part, l'actualisation des fonctions de niveau sur un maillage non structuré nécessite l'utilisation d'un schéma numérique de type Petrov-Galerkin développé dans [134], relativement plus complexe que celui que nous avons présenté au paragraphe II.2.1.

Partant du constat que la méthode des fonctions de niveau a initialement été développée dans un contexte de différences finies, nous proposons d'introduire une grille auxiliaire structurée et régulière, indépendante du maillage mécanique (cf. Fig. 48).

Cette grille représente le support pour la définition et l'actualisation des fonctions de niveau. Elle couvre la zone où est susceptible de se propager la fissure et sert exclusivement à sa représentation. C'est pourquoi, nous qualifions cette grille d'auxiliaire (cf. [132]).

Le calcul mécanique donne le champ de vitesse (il s'agit des deux scalaires \dot{u} et $\dot{\theta}$ en deux dimensions). Cette donnée est utilisée sur la grille auxiliaire pour actualiser les fonctions de niveau en suivant l'algorithme exposé par les relations (86). Ensuite les nouvelles fonctions de niveau sont projetées sur le maillage de la structure en utilisant une approximation de type élément fini. Par exemple, la valeur de ψ au point p de coordonnée x^p est déterminée par la relation (95).

$$\psi(x^p) = \sum_i N_i(x^p) \psi_i \quad (95)$$

Afin de prendre en compte la courbure éventuelle de la fissure, on constate qu'il est préférable d'utiliser un raffinement suffisant pour la grille auxiliaire. Typiquement, on remarque qu'une taille d'élément de la grille égale à un dixième du rayon de courbure suffit pour obtenir une erreur sur la représentation de la fonction de niveau de l'ordre de quelques pourcents.

Il semble nécessaire d'assurer une précision suffisante concernant la représentativité des fonctions de niveau sur la grille auxiliaire. En effet, ces données sont les sources d'information de l'étape de projection (95). Pour être clair, il ne semble pas raisonnable d'envisager sur la grille auxiliaire une précision inférieure à celle du maillage mécanique. On utilise donc la règle pratique (96).

$$\Delta x_{\text{auxiliary grid}} \leq \min_e \left(\Delta x_{\text{mechanical mesh}}^e \right) \quad (96)$$

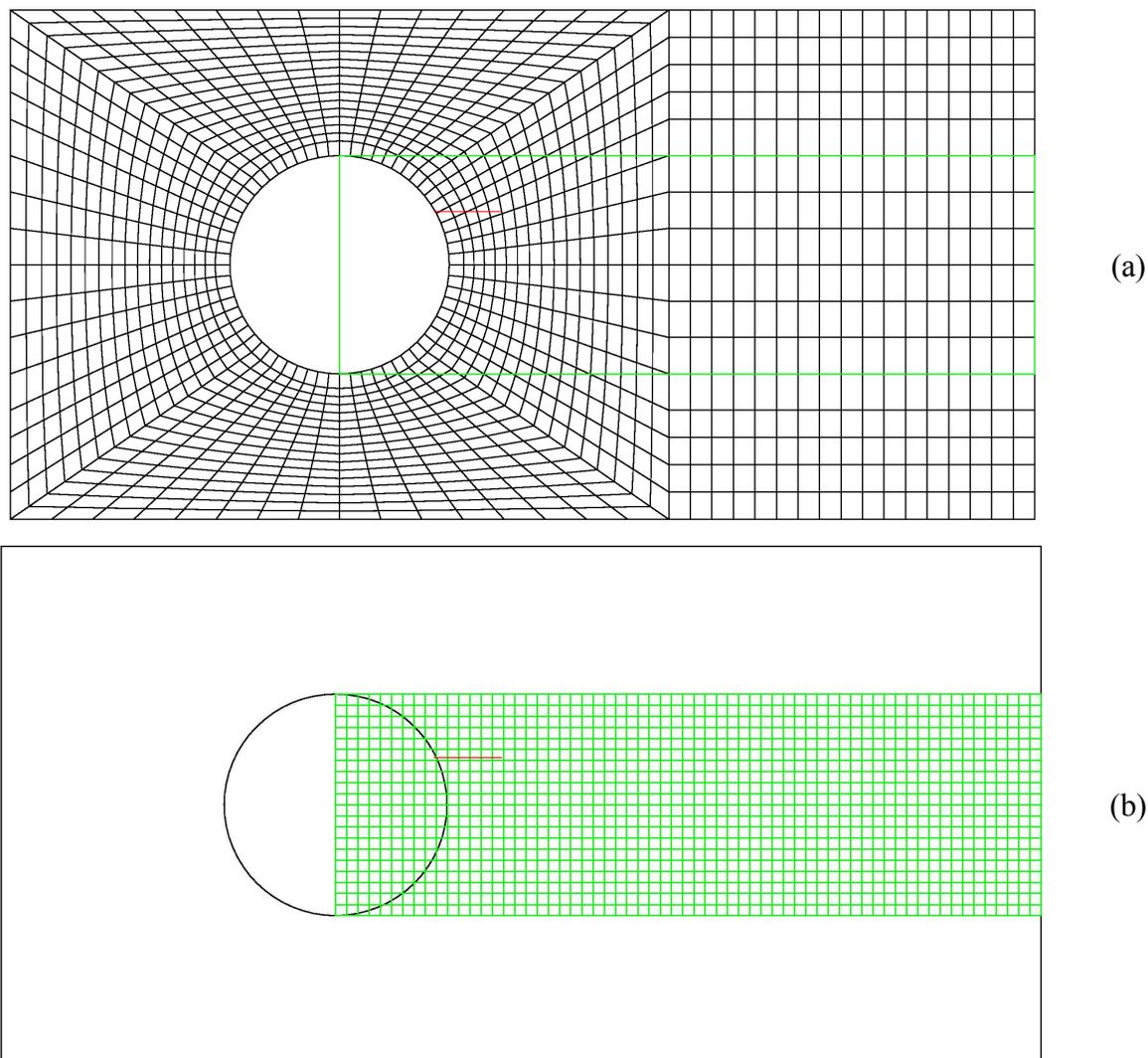


Fig. 48 : (a) Maillage de la structure. (b) Grille auxiliaire.

Même en choisissant une discrétisation plusieurs fois plus fine pour la grille auxiliaire que pour le maillage mécanique, le coût en temps de calcul reste minime car aucune matrice ne doit être inversée, ni aucun système linéaire résolu. L'algorithme est purement explicite, l'unique restriction concerne le pas de temps critique, proportionnel à la taille d'élément utilisé.

D'autre part, on peut choisir de ne définir la grille auxiliaire que sur une zone où pourra vraisemblablement croître la fissure. Cette zone couvre une surface plus petite que celle du maillage mécanique, permettant un gain de temps substantiel.

II.3.2. Algorithme pour la propagation de fissures

L'algorithme utilisé pour l'actualisation des fonctions de niveau est celui de Gravouil [105], décrit dans les relations (86). Puisqu'on envisage la possibilité de changement brutal de direction de la fissure, la correction (87) de Duflot [125] est également utilisée.

Réinitialisation avec une fonction signe proportionnelle

L'application de certains cas test permettent de relever un problème concernant l'étape de réinitialisation. Celle-ci ne permet pas toujours d'assurer la conservation de la position de l'iso-zéro.

Des solutions ont été proposées dans la littérature. Sussman et al ([119] et [135]) contraignent par exemple la préservation du volume élémentaire de fluide contenu dans une cellule pendant la ré-initialisation en ajoutant dans l'équation d'évolution un terme correctif.

Afin de rester dans une démarche simple, on propose d'utiliser une fonction signe différente de celles développées par Peng [136] ou Sussman [119]. La fonction signe utilisée pendant l'étape de ré-initialisation (mais aussi pour l'orthogonalisation) indique de quel coté de l'interface on se situe, et permet d'adapter le schéma numérique en conséquence. La définition mathématique de la fonction signe est très simple (cf. équation (97)), mais aussi très discontinue.

$$\text{sign}(\phi) = \begin{cases} +1 & \text{si } \phi > 0 \\ 0 & \text{si } \phi = 0 \\ -1 & \text{si } \phi < 0 \end{cases} \quad (97)$$

C'est pourquoi Peng [136] et Sussman [119] introduisent différents lissages à proximité de l'interface. La fonction signe de Peng s'écrit par exemple :

$$\text{sign}(\phi) = \frac{\phi}{\sqrt{\phi^2 + |\nabla \phi|^2 \Delta x^2}} \quad (98)$$

Nous proposons l'utilisation d'une fonction signe proportionnelle à la fonction de niveau. Ce choix est motivé par l'observation suivante.

Considérons une fonction de niveau non réinitialisée $\tilde{\phi}$, et plaçons nous dans la direction de son gradient. Soit deux points A et B situés de part et d'autre de cette interface, alors une modification des valeurs de la fonction en ces deux points modifie généralement la position de l'iso-zéro (cf. Fig. 49 (a)).

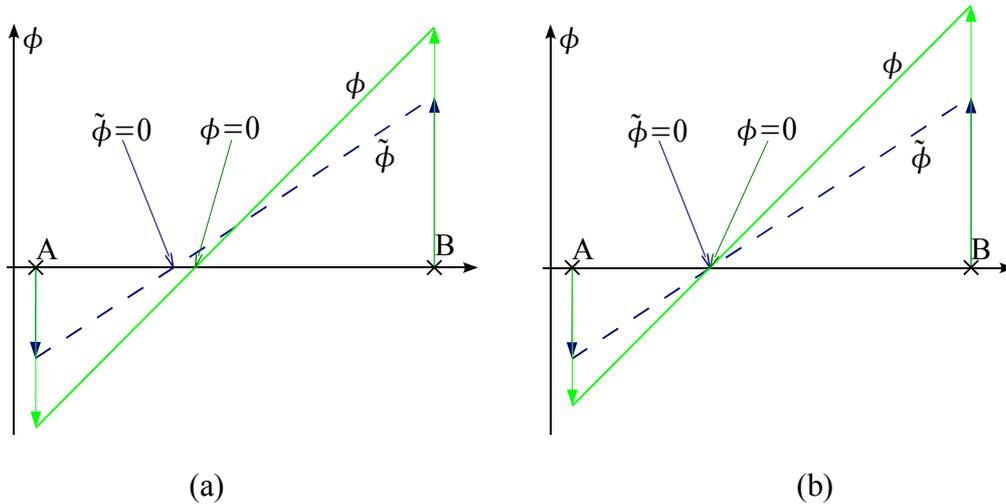


Fig. 49 : (a) Ré-initialisation ne maintenant pas la position de l'interface. (b) Ré-initialisation maintenant la position de l'interface.

Le maintien de la position de l'interface peut être vérifié en assurant la relation (99) illustrée par la Fig. 49 (b).

$$\frac{\phi_A}{\phi_B} = \frac{\tilde{\phi}_A}{\tilde{\phi}_B} \quad (99)$$

Pour vérifier cette condition lors de la ré-initialisation, on introduit une fonction signe

proportionnelle permettant de vérifier que $\phi \propto \tilde{\phi}$ pour les points à proximité de l'interface. On définit cette fonction par l'équation (100).

$$\text{sign}(\phi) = \begin{cases} +1 & \text{si } \alpha \Delta x < \phi \\ \frac{\phi}{\alpha \Delta x} & \text{si } -\alpha \Delta x \leq \phi \leq \alpha \Delta x \\ -1 & \text{si } \phi < -\alpha \Delta x \end{cases} \quad (100)$$

Exemple d'application

On considère un carré de dimension $[-1:1] \times [-1:1]$ avec une taille d'élément de $\Delta x = 0.05$ soit une grille de 41x41 points, ce qui est relativement grossier.

Un premier cas de propagation du front de fissure est définies par la vitesse, l'incrément de temps et l'angle suivant :

V	Δt	θ
1	0,2	45°

Une représentation graphique de ces données est proposée sur la Fig. 50.

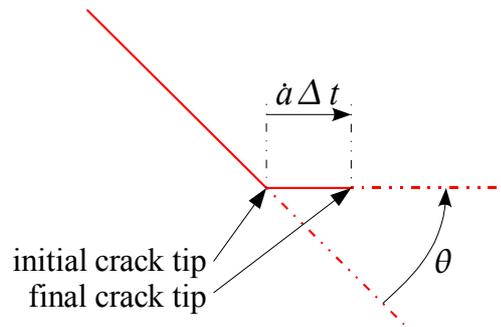


Fig. 50 : Schéma de propagation de fissure.

La ré-initialisation est réalisée dans un premier temps avec la fonction signe de Peng [136].

La Fig. 51 compare avec la solution théorique les résultats fournis par les algorithmes de :

- ◆ Stolarska [104],
- ◆ Gravouil avec une vitesse scalaire [105],
- ◆ Gravouil modifié [125] (c'est à dire avec une vitesse vectorielle).

Le premier (Fig. 51 (a)) fournit une solution précise, mais qui souffre d'une discontinuité dans les iso-valeurs de ϕ . Le seconde (Fig. 51 (b)) surestime l'orientation du plan de fissure. Le troisième (Fig. 51 (c)) donne un résultat satisfaisant en terme d'orientation du plan de fissure, mais le changement d'orientation est lissé et le front de fissure est mal positionné. Ces deux inconvénients sont dûs à la ré-initialisation.

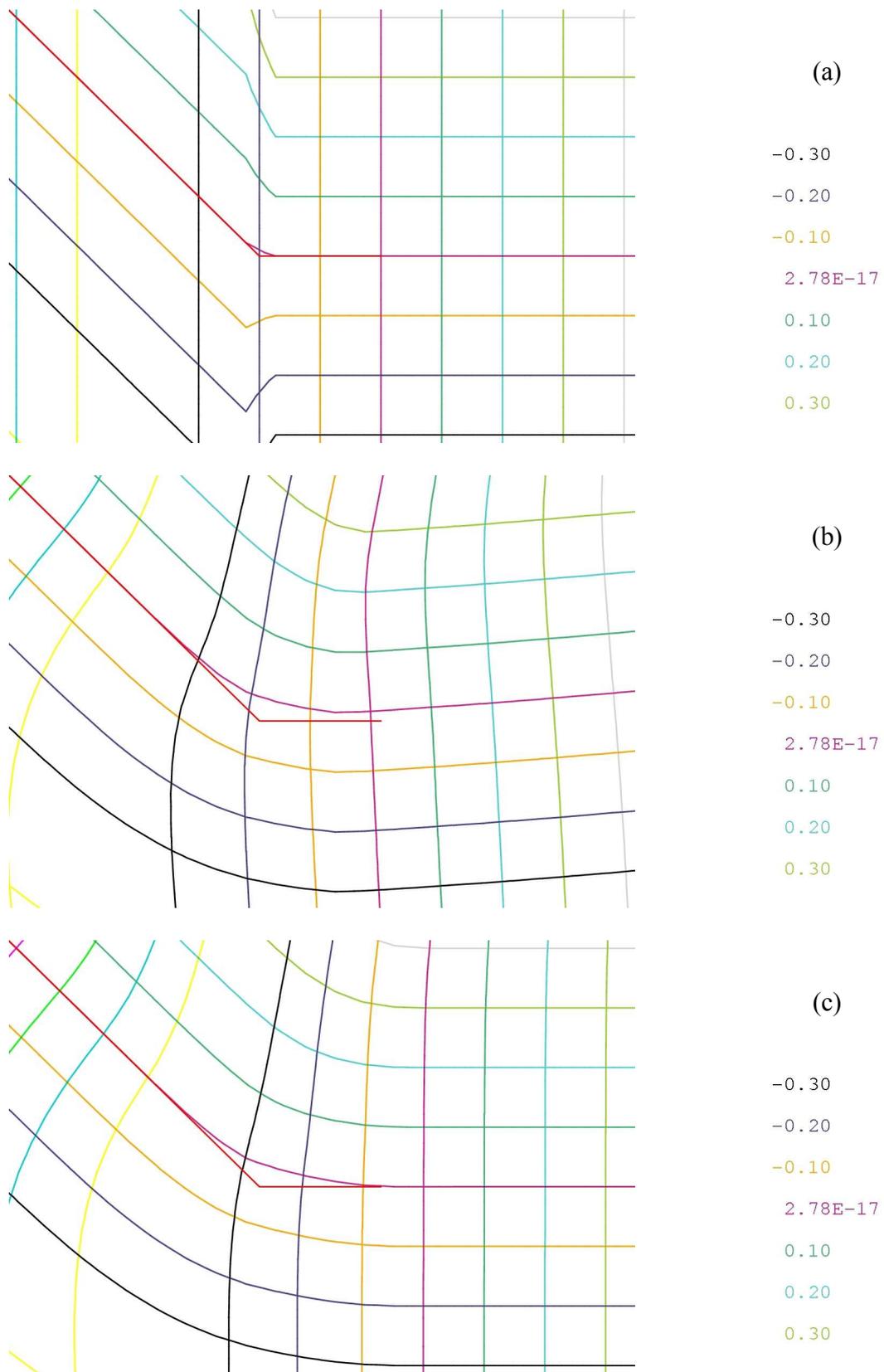


Fig. 51 : Comparaison avec la théorie (en rouge) des isovaleurs de ϕ et ψ obtenus avec différents algorithmes utilisant la fonction signe de Peng.
(a) Stolarska. (b) Gravouil scalaire. (c) Gravouil vectoriel.

La Fig. 52 présente les résultats obtenus avec l'utilisation d'une fonction signe proportionnelle.

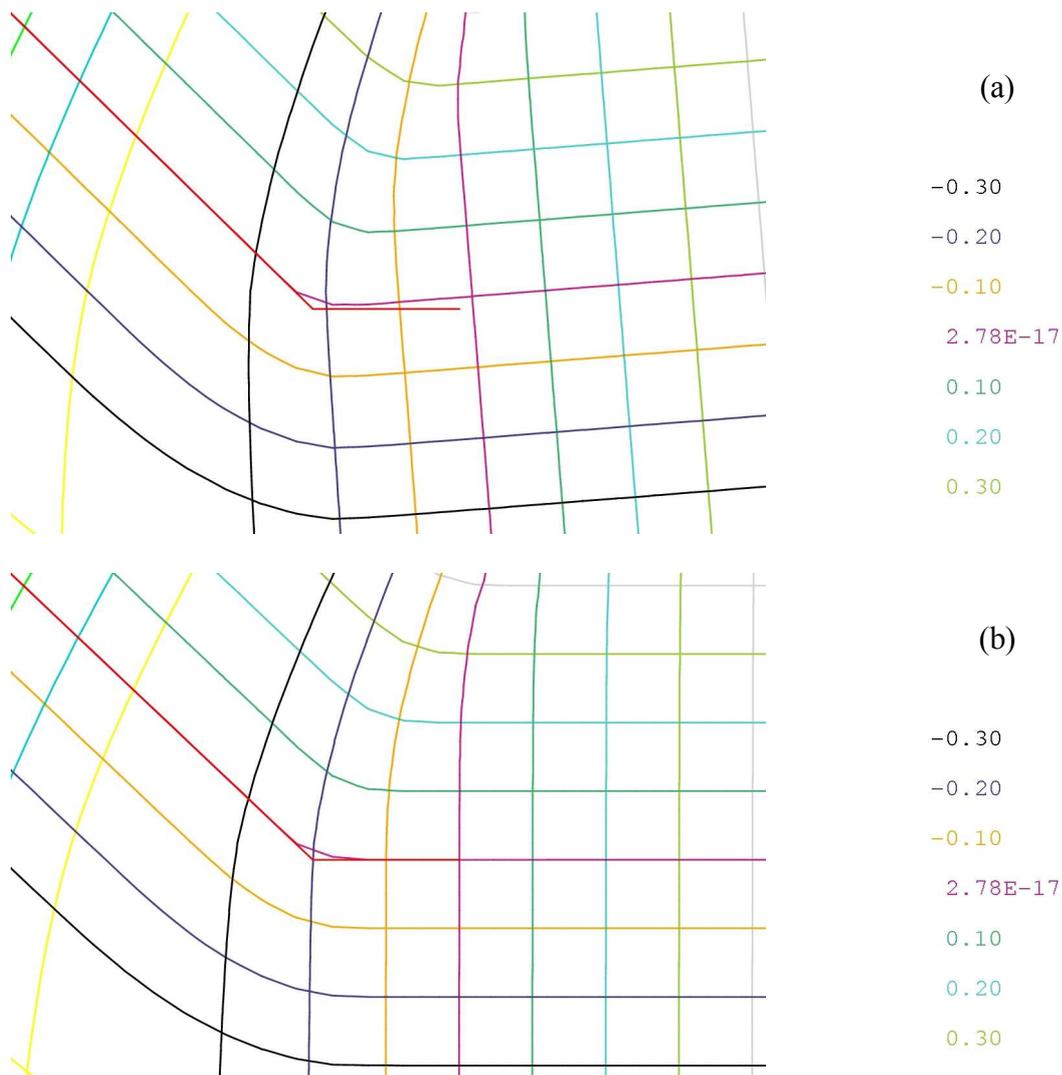


Fig. 52 : Comparaison avec la théorie (en rouge) des isovaleurs de ϕ et ψ obtenus avec différents algorithmes utilisant une fonction signe proportionnelle.
(a) Gravouil scalaire. (b) Gravouil vectoriel.

Les résultats obtenus sont nettement meilleurs et un second cas test défini par le tableau ci-dessous montre également le bon comportement de l'algorithme même pour de très grands angles de bifurcations (cf. Fig. 53).

V	Δt	θ
1	0,3	70°

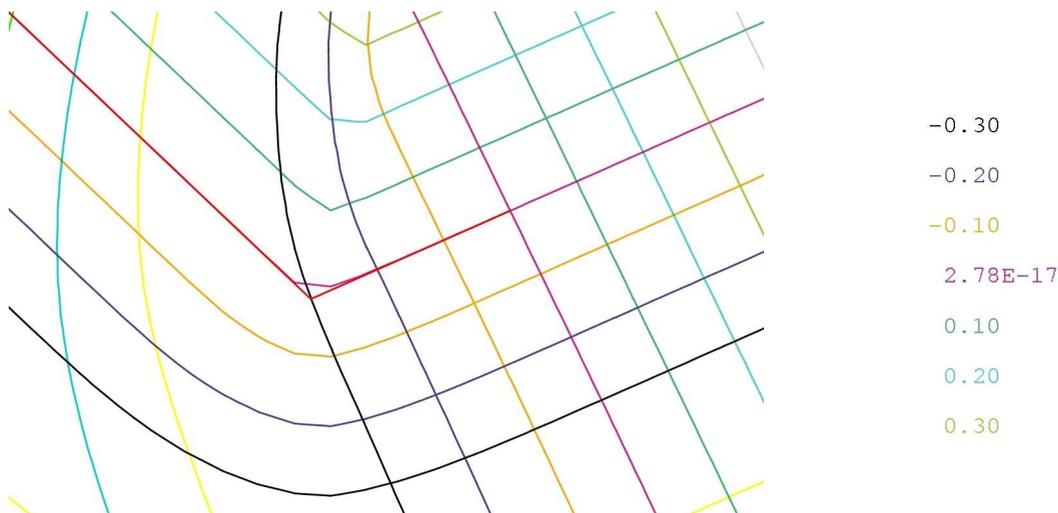


Fig. 53 : Comparaison avec la théorie (en rouge) des isovaleurs de ϕ et ψ obtenus avec l'algorithme de Gravouil vectoriel utilisant une fonction signe proportionnelle.

L'utilisation de la fonction signe proportionnelle permet d'obtenir un gradient proche de l'unité au voisinage de la pointe de fissure (cf. Fig. 54).

Il est important de noter qu'étant donné une fonction ϕ , il est impossible de construire une fonction ψ qui lui soit orthogonale et dont le norme du gradient vale 1. On favorise donc volontairement la première propriété, la seconde étant vérifiée du mieux possible. C'est pourquoi il existe une zone étirée (en bleu sur la Fig. 54) et une zone contractée (en rouge sur la Fig. 54) pour la norme du gradient de ψ . Cependant, les résultats sont satisfaisants, puisque la zone en avant du front de fissure vérifie parfaitement les deux propriétés souhaitées.

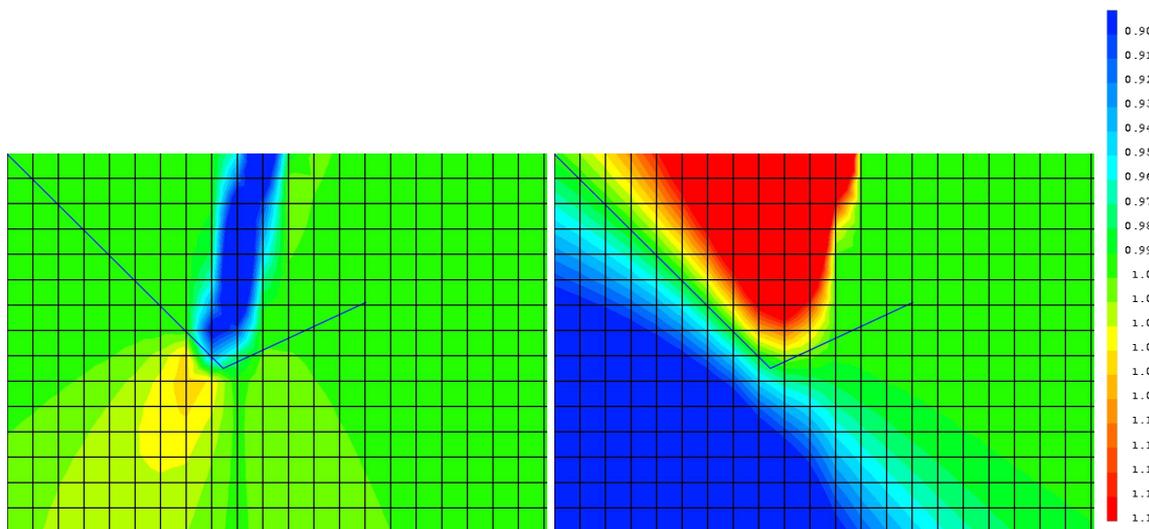


Fig. 54 : Normes des gradients de ϕ et ψ obtenus par l'algorithme de Gravouil vectoriel en utilisant une fonction signe proportionnelle.

II.4. Prise en compte des non linéarités matériau

II.4.1. Remarques générales

Base de fonction asymptotique

Nous avons précédemment montré que les champs asymptotiques dominants en pointe de fissure dépendent du cas étudié et de la modélisation réalisée.

- ◆ Si l'on considère la propagation dynamique d'une fissure dans un milieu élastique, les champs asymptotiques dépendent de la vitesse de propagation \dot{a} .
- ◆ Dans le cas d'un chargement monotone quasi-statique d'une fissure dans un matériau élasto-plastique écrouissable, les champs HRR semblent plus appropriés pour modéliser la singularité.

Les travaux menés par Elguedj [107] en élasto-plastique montrent que l'utilisation d'une base de fonctions asymptotiques issues des champs HRR par rapport à la base de fonctions asymptotiques élastiques, n'apporte pas de gain significatif. De plus, les champs HRR ne sont valables qu'à fissure fixe, et à notre connaissance, il n'existe pas de solution analytique au problème de la propagation dynamique d'une fissure dans un milieu élasto-viscoplastique.

Ainsi, afin de rester simple et pour permettre une utilisation dans un cadre très général, nous faisons le choix d'utiliser la base de fonctions singulières F_k de la solution asymptotique élastique statique (cf. équation (88)).

Nous jugeons que l'important n'est pas d'avoir une approximation exacte des champs asymptotiques, mais d'utiliser une base de fonctions bien meilleure que les fonctions linéaires ou quadratiques traditionnellement utilisées dans la méthode des éléments finis.

Traitement général des non-linéarités matériau

La formulation des éléments finis étendus garde le formalisme de la méthode des éléments finis classique. Nous soulignons le fait que mis à part l'intégration des éléments, le traitement de l'aspect non linéaire comportemental est identique à celui des éléments finis standard. Par exemple, le calcul des contraintes est réalisée à l'aide de l'opérateur "ECO" de Cast3M sans aucune modification de celui-ci.

II.4.2. Technique d'intégration

Les premières applications de la méthode X-FEM concernaient des matériaux élastiques linéaires. Dans ce cadre, aucun transfert de variables élémentaires (contraintes, déformations, variables internes, ...) n'est envisagé, et la technique d'intégration avec remaillage des éléments coupés, présentée au paragraphe II.2.2, est tout à fait envisageable.

Néanmoins, dans le cadre d'un matériau non linéaire, l'utilisation d'une telle technique conduit à un changement du nombre et de la position des points de Gauss (cf. Fig. 46). Il faut dans ce cas effectuer une projection des champs élémentaires (contraintes, déformations, variables internes, ...) dans une zone où leur gradient est particulièrement élevé.

Il semble nécessaire de développer une alternative permettant :

- ◆ d'intégrer suffisamment précisément les contributions des fonctions d'enrichissement (discontinues et singulières),
- ◆ d'éviter les projections des champs mécaniques, notamment à proximité de la pointe de fissure.

Pour satisfaire à ces deux exigences, nous développons ici une technique d'intégration alternative, également exposée dans [107] et [132]. Elle consiste à sous-découper de manière non conforme les éléments enrichis et proches de la pointe de fissure.

En premier lieu, il faut être capable de sélectionner l'ensemble des éléments que l'on souhaite sous-découper. Il s'agit du regroupement :

- ◆ des éléments dont au moins l'un des noeuds est enrichi,
- ◆ et des éléments susceptibles de bientôt s'enrichir pour lesquels on souhaite éviter une projection de champs.

Cette deuxième catégorie est constituée des éléments dont l'un des noeuds vérifie une condition de proximité avec la pointe de fissure (cf. équation (101)).

$$(\psi^2 + \phi^2)^{1/2} \leq r_p \quad (101)$$

En utilisant le critère de Von Mises dans la solution élasto-statique, on obtient une estimation du rayon plastique [6]. La formule (102) donne cette estimation pour deux angles particuliers en déformation plane.

$$r_p(\theta=0) \simeq \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_Y} \right)^2 (1-2\nu)^2$$

$$r_p(\theta=45^\circ) \simeq \frac{1}{4\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (102)$$

Une fois ces éléments sélectionnés, on les sous-découpe. Ainsi, un quadrangle à 4 noeuds est divisé en 16 sous quadrangles, amenant le nombre total de points d'intégration à 64. La Fig. 55 résume cette transition.

L'opération de projection de champ est donc réalisée au niveau élémentaire pendant que le matériau est encore élastique. Ainsi, la conservation de la masse et de l'énergie dépend uniquement des termes m_{ij} et k_{ij} des matrices de masse et de raideur qui correspondent aux degrés de libertés standards. Si ces derniers ne sont pas modifiés lorsque l'on passe d'un éléments standard (à 4 points d'intégration) à un élément sous-découpé (à 64 points de Gauss), alors on vérifie mieux la conservation de la masse et de l'énergie. L'approximation introduite est de l'ordre de grandeur de l'erreur d'intégration de ces termes de masse et de raideur, c'est à dire très faible.

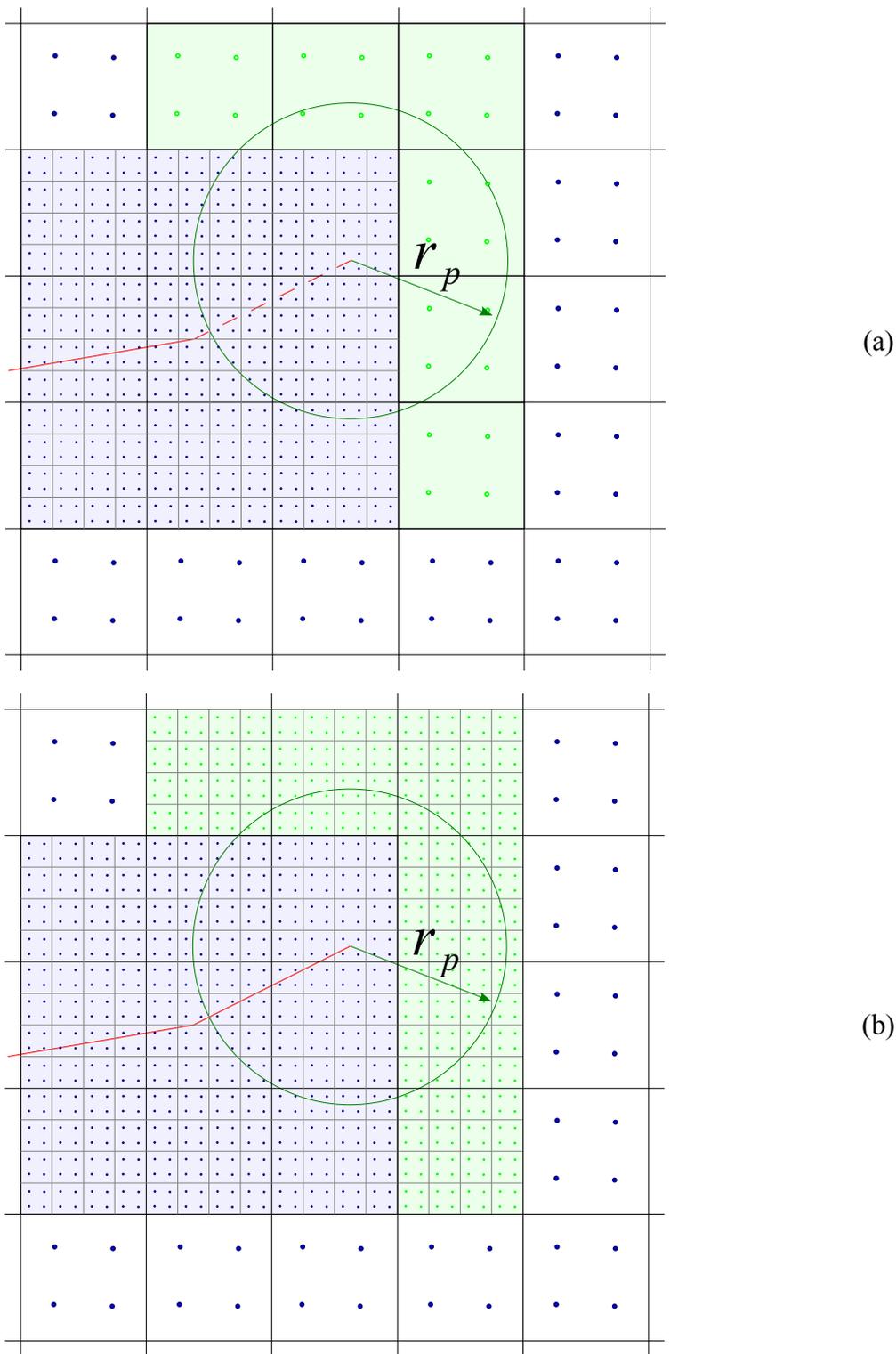


Fig. 55 : Sous découpage non conforme.
 (a) Sélection des éléments à sous découper. (b) Sous-découpage.

On peut également considérer ce sous découpage comme un raffinement local permettant une description à une échelle fine des champs en pointe de fissure.

II.4.3. Conservation de l'énergie en dynamique non linéaire

Pour établir le bilan énergétique discrétisé, on suit l'idée originale de Hughes [127], reprise par Gravouil [137] dans le cadre des méthodes multi-échelles, et par Réthoré [34] dans le cadre des éléments finis étendus en élasto-dynamique. On généralise donc le précédent résultat au cas non-linéaire. Pour cela, on adopte les notations $[X] = X_{n+1} - X_n$ et $\langle X \rangle = (X_{n+1} + X_n) / 2$, et on remarque les propriétés suivantes du schéma de Newmark :

$$\begin{aligned} [q] &= \Delta t \langle \dot{q} \rangle + \Delta t^2 (2\beta - \gamma) [\ddot{q}] \\ [\dot{q}] &= \Delta t \langle \ddot{q} \rangle + \Delta t^2 (\gamma - 1/2) [\ddot{q}] \end{aligned} \quad (103)$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned} \langle X \rangle^T \cdot [X] &= \left[\frac{1}{2} X^2 \right] \\ \langle X \rangle^T \cdot A \cdot [X] &= \left[\frac{1}{2} X^T A X \right] \quad \text{si } A \text{ est symétrique} \end{aligned} \quad (104)$$

L'équilibre est d'abord vérifié à l'instant n :

$$M_n \ddot{q}_n + F_n^{int}(\sigma_n) = F_n^{ext} \quad (105)$$

Puis la fissure se propage : $a_{n+1} = a_n + \Delta a$. On ajoute en conséquence à la base d'approximation les nouveaux degrés de libertés. Les vecteurs déplacement sur cette nouvelle base aux instants t_n et t_{n+1} sont respectivement :

$$q_n^{n+1} = \begin{pmatrix} q_n^n \\ \tilde{q}_n = 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad q_{n+1}^{n+1} = \begin{pmatrix} q_{n+1}^n \\ \tilde{q}_{n+1} \end{pmatrix} \quad (106)$$

Cette étape intermédiaire de projection fait apparaître une force de re-fermeture des lèvres :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} M_n & \tilde{M} \\ \tilde{M}^T & \tilde{M} \end{bmatrix}}_{M_{n+1}} \underbrace{\begin{pmatrix} \ddot{q}_n^n \\ \tilde{\ddot{q}}_n = 0 \end{pmatrix}}_{\ddot{q}_n^{n+1}} + \int \underbrace{\begin{bmatrix} B_n \\ \tilde{B} \end{bmatrix}}_{B_{n+1}}(\sigma_n) = \begin{pmatrix} F_n^{ext} \\ F_n^{crack} \end{pmatrix} \quad (107)$$

Il est de première importance de noter que l'initialisation des nouveaux degrés de liberté à 0 permet de conserver l'équilibre exact à l'instant n (première ligne de l'équation (107)), et définit explicitement la force de re-fermeture des lèvres.

$$F_n^{crack} = [M] \ddot{q}_n^{n+1} + \left[\int B \right]^T \sigma_n \quad (108)$$

Enfin, l'équilibre est de nouveau vérifié à l'instant n+1 :

$$M_{n+1} \ddot{q}_{n+1}^{n+1} + F_{n+1}^{int}(\sigma_{n+1}) = F_{n+1}^{ext} \quad (109)$$

Pour établir un bilan d'énergie discret, on calcule la moyenne des équations d'équilibre (notées (Eq) dans l'équation (106)) pré-multipliée par la variation du déplacement.

$$\left\langle q_{n+1}^{n+1} - q_n^{n+1} \right\rangle^T \cdot \left[(Eq)_{n+1} + (Eq)_n \right] / 2 \quad (110)$$

Après quelques développements, on obtient le bilan donné par l'équation (105).

$$\begin{aligned}
 & [1/2 \dot{q}^T M \dot{q}] + [q \int B]^T \cdot (\langle \sigma \rangle + (\gamma - 1/2)[\sigma]) \\
 & = [q]^T \cdot (\langle F^{ext} \rangle + (\gamma - 1/2)[F^{ext}]) \\
 & - 1/2 [q]^T \cdot ([M] \ddot{q}_n + [\int B]^T \sigma_n) - (\gamma - 1/2) [q]^T \cdot ([M] \ddot{q}_n + [\int B]^T \sigma_n) \\
 & - \Delta t / 2 (2\beta - \gamma) [\ddot{q}] M_{n+1} [\dot{q}]
 \end{aligned} \tag{111}$$

Avec la définition du travail d'une force entre les instants t_n et t_{n+1} donnée par (104),

$$\Delta W_{n \rightarrow n+1} = \int_n^{n+1} \dot{q}(t) \cdot F(t) dt \simeq [q]^T \cdot (\langle F \rangle + (\gamma - 1/2)[F]) \tag{112}$$

on peut mettre le bilan sous la forme :

$$\Delta W^{cin} + \Delta W^{def} = \Delta W^{ext} + \Delta W^{crack} - \underbrace{\Delta t / 2 (2\beta - \gamma) [\ddot{q}] M_{n+1} [\dot{q}]}_{\Delta W^{diss. num.}} \tag{113}$$

Plusieurs conclusions peuvent être tirées de ce bilan.

En choisissant $2\beta = \gamma$, on assure la conservation de l'énergie mécanique du système. Néanmoins, la définition classique du travail d'une force correspond à l'expression (104) avec $\gamma = 1/2$. On en conclut donc qu'il y a conservation de l'énergie pour le choix de paramètres $2\beta = \gamma = 1/2$, c'est à dire pour le schéma de Newmark de l'accélération moyenne.

Nous soulignons le fait que c'est la discrétisation de l'énergie de déformation totale qui est conservée (cf. équation (103)). Cette discrétisation de la densité d'énergie de déformation est une approximation que l'on rappelle par la relation (98).

$$w^{def} \simeq \sum_{i=0..n} [q]^T \cdot \langle F^{int} \rangle = \sum_{i=0..n} [\epsilon] \cdot \langle \sigma \rangle = \sum_{i=1..n} (\underline{\epsilon}_i - \underline{\epsilon}_{i-1}) : (\underline{\sigma}_i + \underline{\sigma}_{i+1}) / 2 \tag{114}$$

$$\text{Ce qui amène en toute rigueur à } \int_0^{t_n} \underline{\sigma} \dot{\underline{\epsilon}} dt = w^{def} + w^{erreur}$$

Afin de correctement reproduire le comportement du matériau en terme de correspondance entre énergie de déformation et état de contrainte-déformation, on peut envisager l'introduction d'une force correctrice dans l'équation d'équilibre dynamique pour tenir compte de w^{erreur} . Cette idée a été développée par Verpeaux et Charras [138].

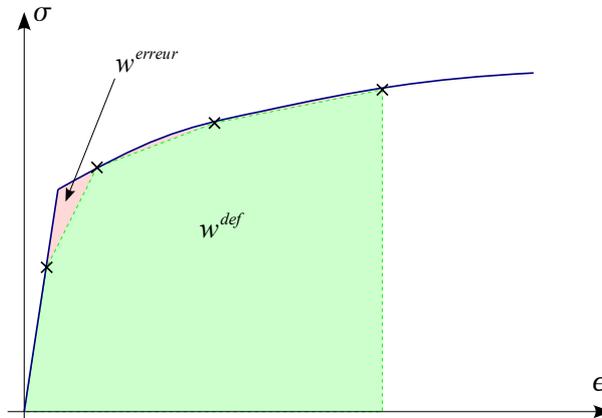


Fig. 56 : Courbe de comportement et discrétisation de l'énergie de déformation.

II.5. Exemples d'application

Afin d'éprouver l'implantation de la méthode des éléments finis étendus dans Cast3M, et de valider les techniques numériques exposées dans ce chapitre, plusieurs cas test ont été menés. Le premier concerne la méthode des fonction de niveau, tandis que les trois suivants concernent la modélisation de la propagation dynamique de fissure par la méthodes des éléments finis étendus.

II.5.1. Translation d'une bulle de gaz

On définit initialement une fonction de niveau par $\phi^0 = \left((x-x_c)^2 + (y-y_c)^2 \right)^{0.5} - r$ et on applique le champ de vitesse $\underline{V} = V \underline{e}_y$. La translation du cercle obtenue nécessite une discrétisation suffisamment fine et une approximation des dérivées spatiales du second ordre pour éviter les problèmes dû à la courbure de la fonction de niveau. On choisit dans notre cas un maillage 40x100 et un rayon de la bulle égal à 10 fois la taille d'un élément. On choisit la vitesse afin que le cercle traverse complètement la structure en 100 pas de temps. Les résultats sont fournis sur la Fig. 57.

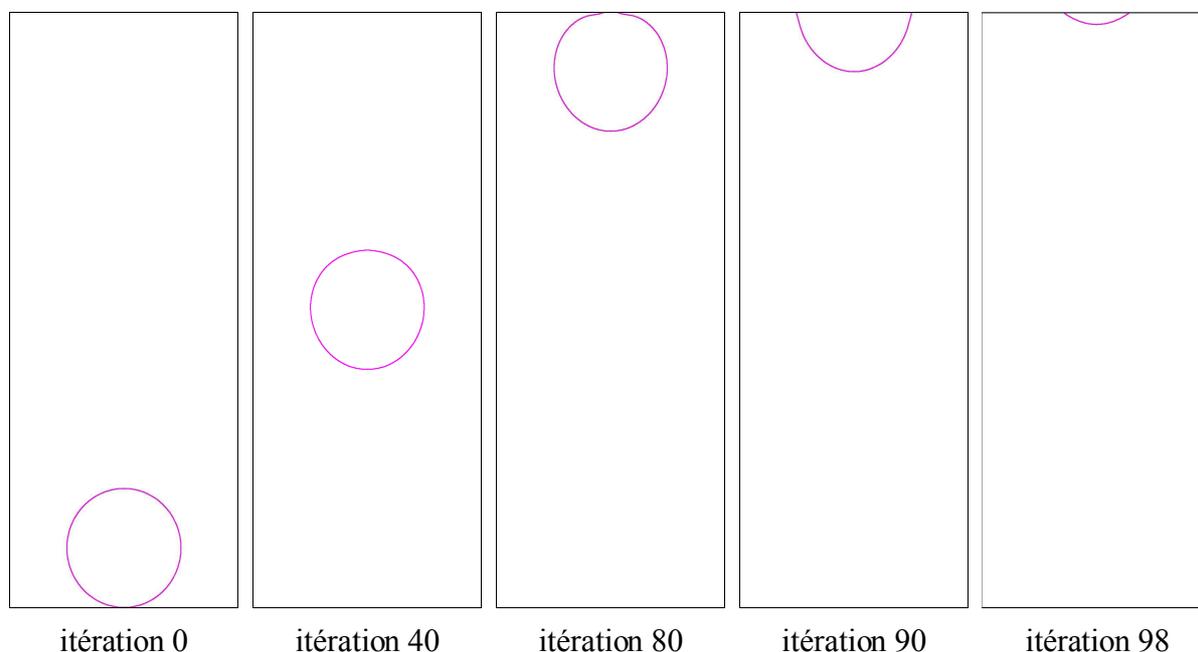


Fig. 57 : Évolution de l'iso-zéro de la fonction de niveau représentant une bulle de gaz.

Il existe de nombreux autres cas test pour éprouver la méthode des fonctions de niveau, mais nous ne les détaillerons pas dans ce mémoire.

II.5.2. Cas de Broberg

Présentation du problème

Broberg [43] a fourni la solution analytique d'une fissure de longueur initiale nulle se propageant à vitesse constante dans un milieu unidimensionnel en traction pure. L'expression complète de cette solution est détaillée au chapitre I. Elle se caractérise par un rapport K^{dyn}/K^{stat} constant (avec $K^{stat} = \sigma^\infty \sqrt{\pi a}$).

Afin de comparer les résultats obtenus avec ceux obtenus par Bouyne [65], Hajjaj [56], et Yuritzinn ([83] et [139]), on choisit les paramètres matériaux

($E=210\text{GPa}$, $\nu=0.3$, $\rho=7800$) et les deux vitesses de propagation : 500m/s et 1500m/s . Pour ces deux vitesses les valeurs de K^{dyn} correspondantes sont données par la relation (115).

$$\frac{K^{dyn}(t, \dot{a})}{K^{stat}(a)} = \begin{cases} 0.9386 & \text{si } \dot{a}=500\text{ms}^{-1} \\ 0.6532 & \text{si } \dot{a}=1500\text{ms}^{-1} \end{cases} \quad (115)$$

Calcul du facteur d'intensité des contraintes en dynamique

On compare deux approches permettant d'obtenir le facteur d'intensité des contraintes en dynamique :

- ◆ l'approche utilisant le profil d'ouverture pour déterminer le facteur d'intensité des contraintes cinématique K_I^u ,
- ◆ l'approche utilisant l'intégrale J^{dyn} .

La première approche est utilisée par Bouyne [65] avec une méthode de relâchement de noeuds. L'auteur détermine le facteur d'intensité des contraintes cinématique en cherchant la meilleure approximation (au sens des moindres carrés) du profil de l'ouverture de la fissure avec une fonction racine sur plusieurs noeuds. En d'autres termes, il cherche à minimiser la fonction d donnée par (116).

$$\begin{aligned} \text{Minimiser } d &= \sum_{i=0..N} (\tilde{u}_y(x_i) - u_y(x_i))^2 \\ \text{où } \tilde{u}_y(x) &= \frac{4(1-\nu^2)}{E\sqrt{2\pi}} K_I^u \sqrt{x} \\ \text{conduit à } K_I^u &\simeq \frac{E\sqrt{2\pi}}{4(1-\nu^2)} \frac{\sum_i u_y(x_i)\sqrt{x_i}}{\sum_i x_i} \end{aligned} \quad (116)$$

Ensuite, connaissant la vitesse de propagation, il en déduit le facteur d'intensité des contraintes dynamiques car $K_I^{dyn} = K_I^u / A_I(\dot{a})$.

Bouyne montre que le type de relâchement (instantané ou linéaire) et la méthode pratique de calcul du facteur d'intensité des contraintes dynamique (nombre de noeuds utilisé pour l'approximation) influence le résultat. On peut penser que la méthode de relâchement de noeuds provoque des oscillations dans le profil d'ouverture des lèvres de la fissure plus ou moins amortie ou amplifié selon le type de relâchement. Pour lisser ce profil, il faut utiliser une approximation sur un nombre de noeuds raisonnable (4 à 8) pour déterminer le facteur d'intensité des contraintes. Hajjaj [56] montre également des résultats très dispersés selon le nombre de noeuds et le type de relâchement utilisé. Yuritzinn [83] trouve que l'amplitude des oscillations du facteur d'intensité des contraintes dans le temps diminue lorsque l'approximation prend en compte un nombre assez important de noeuds.

La seconde approche est notamment utilisée par Yuritzinn [139]. Pour déterminer la valeur du facteur d'intensité des contraintes dynamique, l'intégrale J en dynamique est calculée avec une méthode G-thêta et pour deux expressions données au chapitre I que l'on rappelle dans les équations (117) et (118). Les résultats obtenus sont identiques et l'ordre de grandeur du facteur d'intensité des contraintes est bon même s'il subsiste des oscillations.

$$J^{dyn} = \lim_{\Gamma_1 \rightarrow 0} \int_{\Omega_c} \left[(-w^{def} + w^{cin}) \delta_{kj} + \sigma_{ij} u_{i,k} \right] q_{k,j} + (\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}) q_k \Big] d\Omega \quad (117)$$

$$J_{Attigui}^{dyn} = \int_{\Omega} \left((-w^{def} + w^{cin}) \delta_{jk} + \sigma_{ij} u_{i,k} \right) q_{k,j} d\Omega + \frac{d}{dt} \int_{\Omega} (\rho \dot{u}_i u_{i,k}) q_k d\Omega \quad (118)$$

Pour l'implantation numérique dans Cast3M de $J_{Attigui}^{dyn}$, le dernier terme est évalué en faisant la différence des quantités aux instants t et $t - \Delta t$.

Résultats et discussion

La simulation est réalisée en considérant une plaque carrée de grande dimension (demi coté égal à 100m). La taille des éléments en pointe de fissure est de 0.25m. La longueur initiale de la fissure est de 1m. La plaque est initialement mise en traction de manière quasi-statique avant d'imposer la vitesse de propagation. L'avancée s'effectue par saut discret d'un élément par pas de temps.

L'expression de J^{dyn} (cf. équation (117)) fait intervenir des termes multipliés par le champ q , non nuls sur un domaine évanouissant Ω_1 représenté sur la Fig. 58. Certains auteurs estiment que les champs en pointe de fissure sont de trop mauvaise qualité pour être utilisés et conseillent de n'intégrer que sur Ω_c . Afin de lever toute ambiguïté sur la prise en compte ou non de ce domaine, on compare les résultats fournis avec et sans ce domaine.

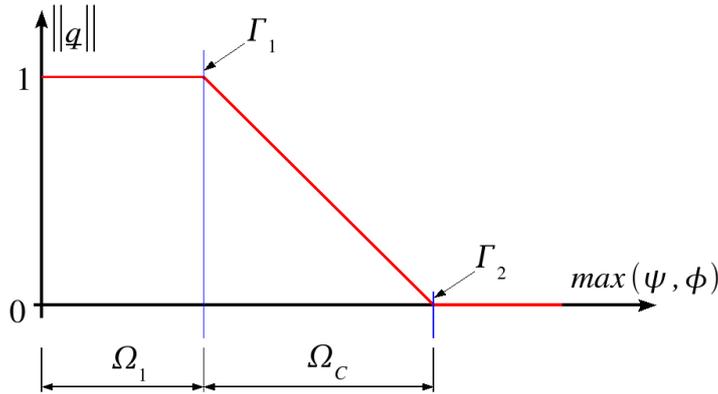


Fig. 58 : Définition du champ q .

Il s'avère, en comparant les graphiques (b) et (c) de la Fig. 59, que si on évite de passer à la limite et que l'on n'intègre pas sur le domaine intérieur Ω_1 , la qualité de l'intégrale est bonne, mais elle est instable par rapport au contour choisi. Par contre, en prenant en compte la participation du domaine Ω_1 à l'intégrale, l'indépendance vis-à-vis du contour est vérifiée de manière quasi-exacte.

On constate également qu'un certain temps est nécessaire pour établir le régime dynamique, quelque soit la méthode de calcul de K^{dyn} utilisée.

L'utilisation de la méthode basée sur K_I^u sous-estime le facteur d'intensité des contraintes, et la valeur dépend assez fortement du nombre de noeuds utilisés pour l'approximation.

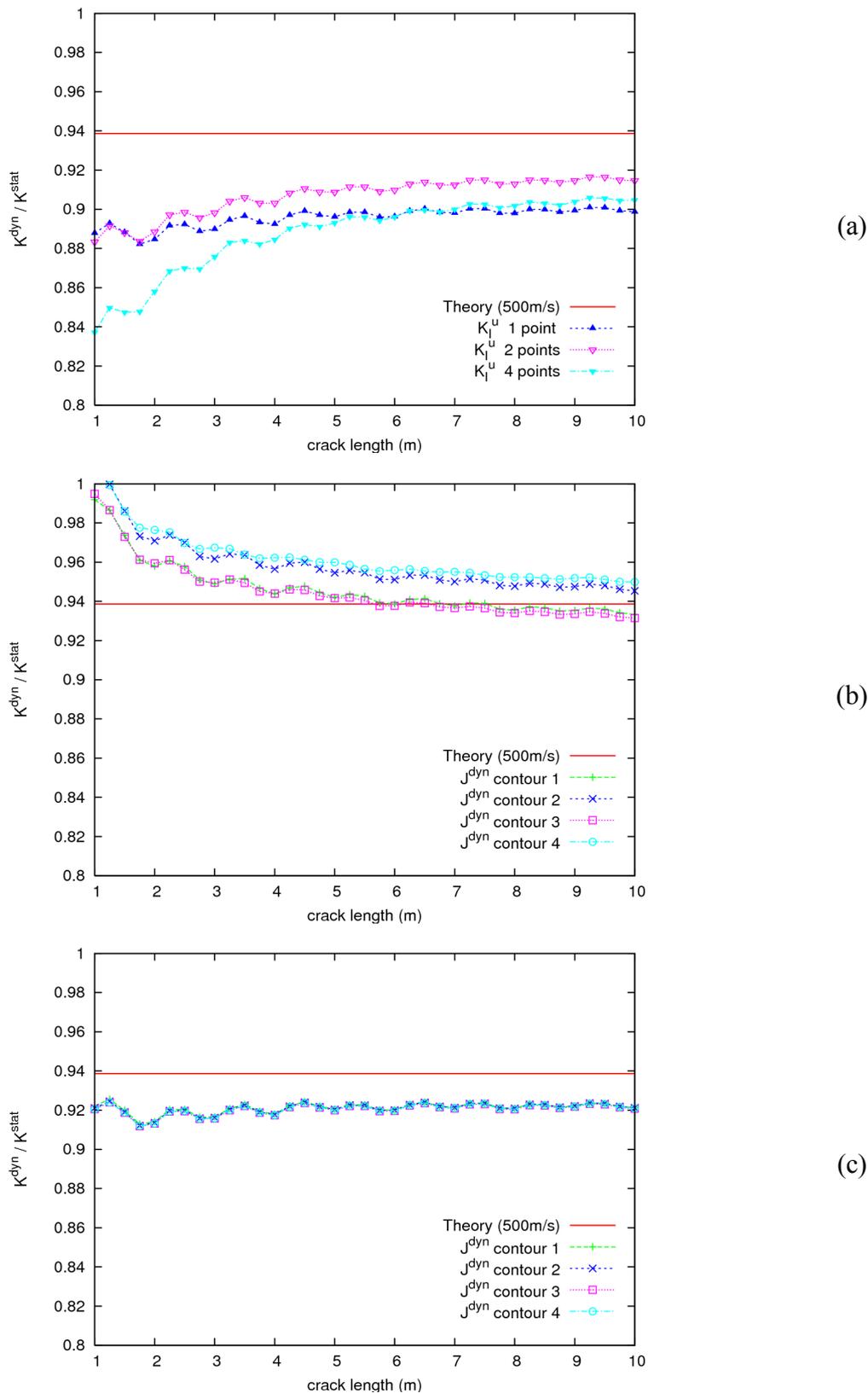


Fig. 59 : Évolution du facteur d'intensité des contraintes dynamique.
 (a) Calcul depuis le profil de déplacement.
 (b) Calcul depuis l'intégrale J sans passer à la limite.
 (c) Calcul depuis l'intégrale J en passant à la limite.

On remarque qu'en général, on sous-estime la solution (de 2% à 500m/s et de 10% à 1500m/s avec J^{dyn}). Pour expliquer cet écart, il faut rappeler que les hypothèses unidimensionnelle du problème de Broberg n'ont pas été imposées de manière forte, et que le système tend alors vers un état de moindre énergie. De plus, les valeurs obtenues sont normalisées par K^{stat} qui augmente avec la longueur de fissure. Les résultats obtenus montre une très grande stabilité et une précision satisfaisante (cf. Fig. 60).

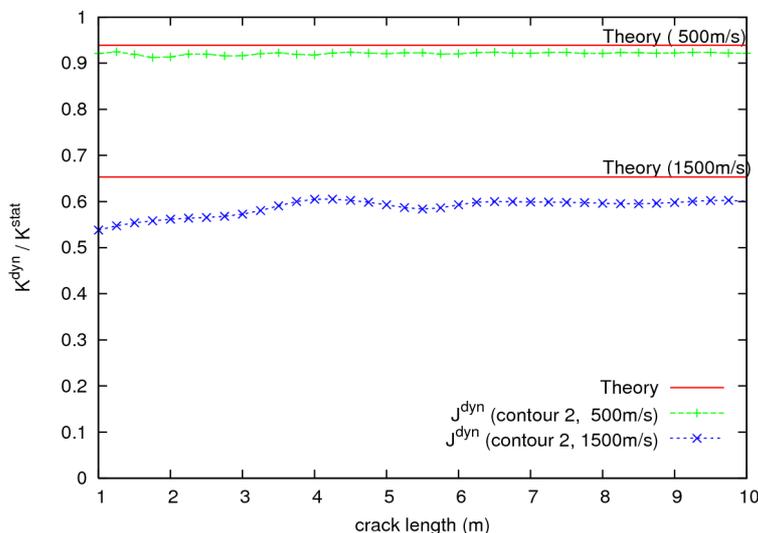


Fig. 60 : Comparaison avec la théorie du facteur d'intensité des contraintes dynamique calculé depuis l'intégrale J.

II.5.3. Expérience de Kalthoff

Présentation de l'expérience

L'expérience de Kalthoff [72] est un cas de rupture fragile en mode mixte qui a déjà servi comme cas test pour Belytchko ([140] et [88]) et Réthoré [34]. Cette expérience est décrite dans le chapitre I, mais nous en rappelons les caractéristiques géométriques sur la Fig. 61 (a) et les principaux résultats sur la Fig. 61 (b).

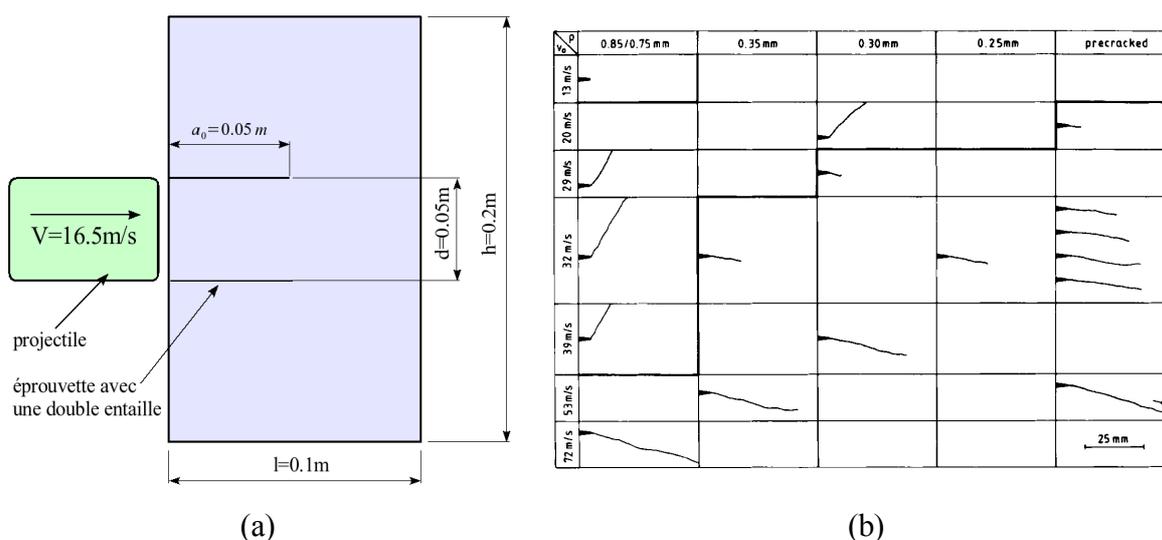


Fig. 61 : (a) Géométrie de l'expérience de Kalthoff. (b) Trajet de fissure en fonction de la vitesse d'impact et du rayon de fond d'entaille.

Il s'agit de la rupture d'une plaque possédant deux entailles symétriques suite à l'impact d'un projectile lancé à la vitesse V . Pour des vitesses d'impact relativement basses, la rupture s'effectue par ouverture, tandis que des bandes de cisaillement s'observent pour des vitesses plus élevées. Nous nous restreignons au premier cas de figure en adoptant $V=16.5\text{m/s}$ comme dans [34] et [140]. Les résultats expérimentaux fournissent un trajet de fissure incliné d'environ 70° avec l'horizontale. Kalthoff précise que dans ce cas, la rupture de l'éprouvette est complète.

Le matériau étudié est un acier haute résistance X2 NiCoMo18 9 5 (18Ni1900), dont la limite d'élasticité peut être évaluée à 2.1GPa. Puisque celle-ci est très haute, on peut modéliser le comportement de cet acier comme élastique linéaire avec pour caractéristiques :

E	ν	ρ	K_{Ic}
190 GPa	0,3	8000 kg.m ⁻³	68 MPa.m ^{0.5}

Modèle de propagation

Le modèle de propagation utilisé est basé sur la mécanique de la rupture linéaire. La direction est donnée comme étant celle de la contrainte d'ouverture maximale. En utilisant les champs asymptotique, on trouve que l'angle de propagation peut s'exprimer en fonction de K_I et K_{II} (cf. formule (119)).

$$\theta = 2 \operatorname{atan} \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} - \operatorname{sign}(K_{II}) \left[\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8 \right]^{1/2} \right) \right] \quad (119)$$

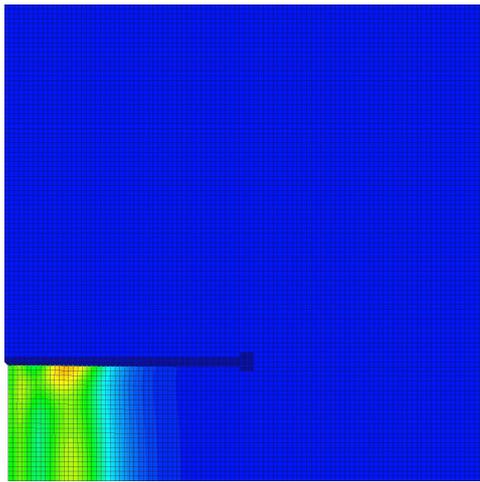
En ce qui concerne la vitesse de propagation, plutôt que de l'imposer comme dans [34], on choisit d'utiliser le critère empirique de Kanninen [8] exprimé dans la formule (120), où l'on choisit les paramètres $G_c=22\text{E}3 \text{ N.m}^{-1}$, $m=1$ et $v_{lim}=c_R$. La ténacité G_c est estimée depuis les données fournies dans [88].

$$\dot{a} = v_{lim} \left[1 - \left(\frac{G_c}{J^{dyn}} \right)^{1/2} \right]^{1/m} \quad (120)$$

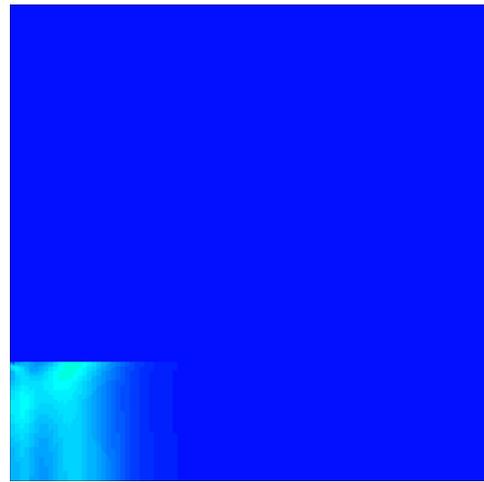
Résultats de la simulation

La symétrie nous permet de ne discrétiser que la moitié de l'éprouvette. On choisit un maillage uniforme avec une taille de maille de 1mm, ce qui conduit à un total de 10000 éléments. Pour ce cas extrêmement simple, le maillage de la structure est également le support pour l'actualisation des fonctions de niveau. Le pas de temps du calcul est pris égal à $1\mu\text{s}$ pendant la mise en charge, puis à $2\mu\text{s}$ pendant la propagation.

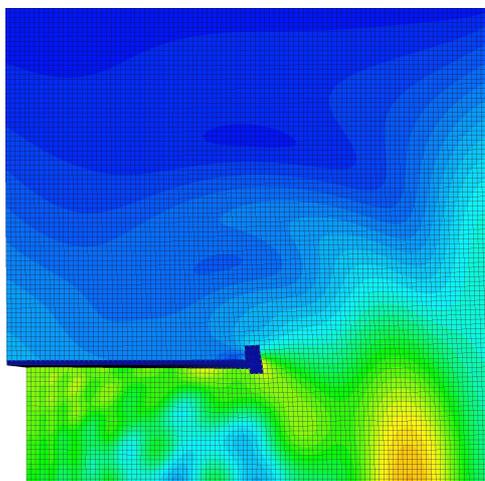
La Fig. 62 représente la norme de la vitesse sur le maillage déformé (a), et la contrainte de Von Mises (b) pour différents instants de la propagation.



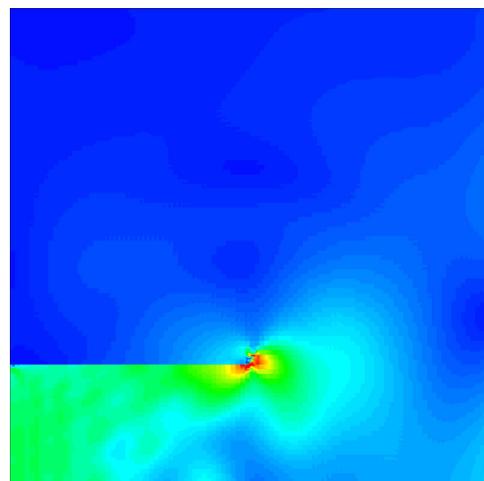
$t=5\mu\text{s}$



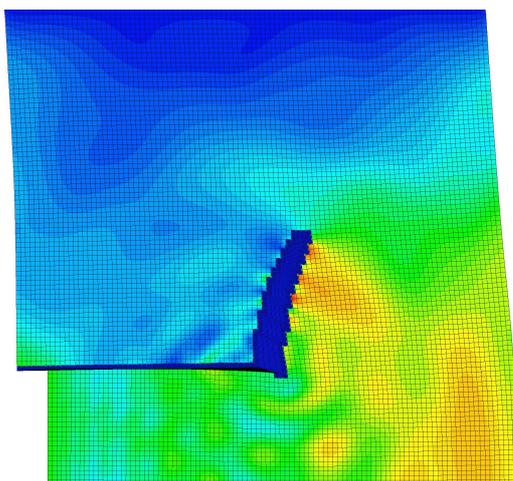
$t=5\mu\text{s}$



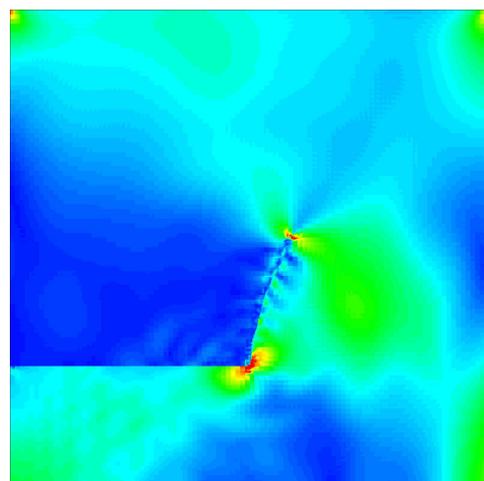
$t=27\mu\text{s}$



$t=27\mu\text{s}$



$t=55\mu\text{s}$



$t=55\mu\text{s}$

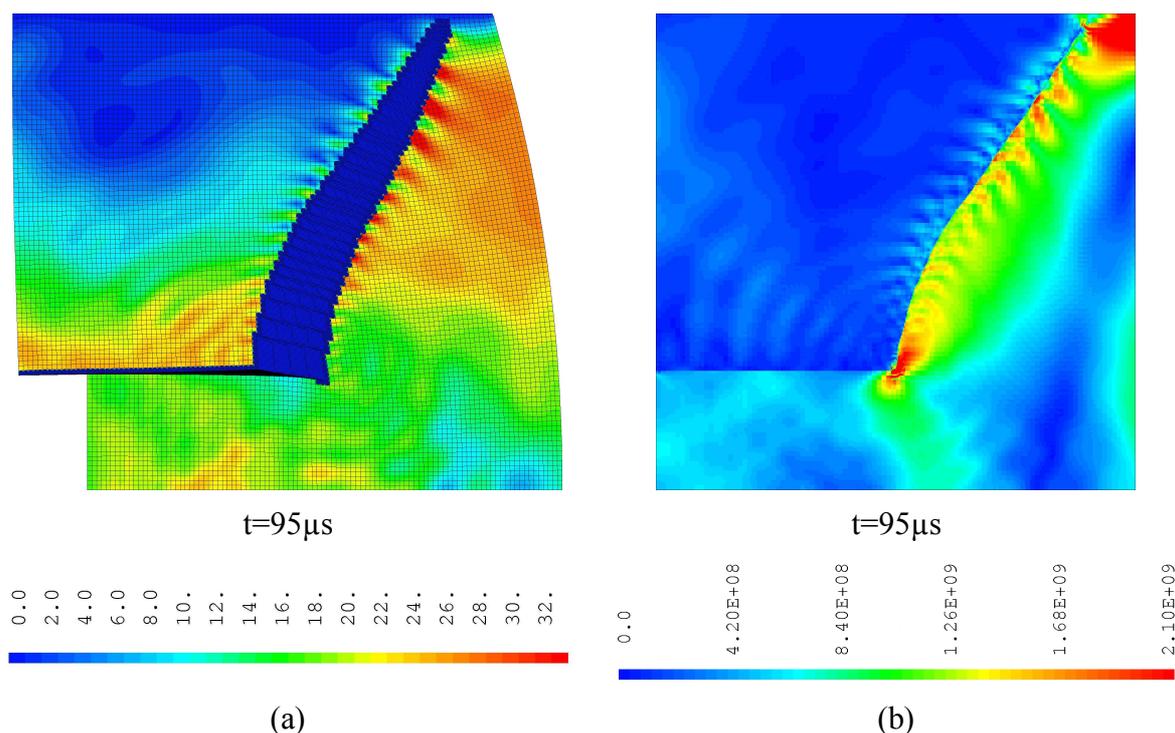


Fig. 62 : Résultats de la modélisation de l'expérience de Kalthoff.
 (a) Norme de la vitesse sur maillage déformé ($\times 10$). (b) Contrainte de Von Mises.

On constate que la contrainte dépasse rarement la limite d'élasticité validant l'hypothèse de matériau élastique.

Le trajet de fissure est correctement prédit dans l'espace. L'angle de la fissure avec l'horizontale est d'environ 75° au début de la propagation, et de 55° à la fin de la propagation. Les résultats expérimentaux donne une valeur moyenne de 70° .

Concernant l'évolution temporelle, aucune information expérimentale sur la vitesse d'avancée de la fissure n'est disponible à la connaissance de l'auteur.

II.5.4. Plaque trouée impactée

Présentation de l'expérience

Ce dernier cas test provient d'expériences réalisés par Grégoire et al [76] sur des éprouvettes en PMMA (Polyméthacrylate de méthyle). Ces dernières sont trouées, entaillées et placées entre deux barres de Hopkinson comme indiqué sur la Fig. 63.

Ce matériau a été choisi car il est très fragile à la température ambiante, et parce qu'il est transparent. Ainsi, il est possible d'observer à l'aide d'une caméra rapide l'avancée de la fissure dans le temps. Seulement quelques clichés peuvent être réalisés par essais, mais comme les essais sont très reproductibles, l'ensemble des clichés de tous les essais permet de déterminer de manière très précise l'évolution temporelle de la longueur de fissure dans le temps.

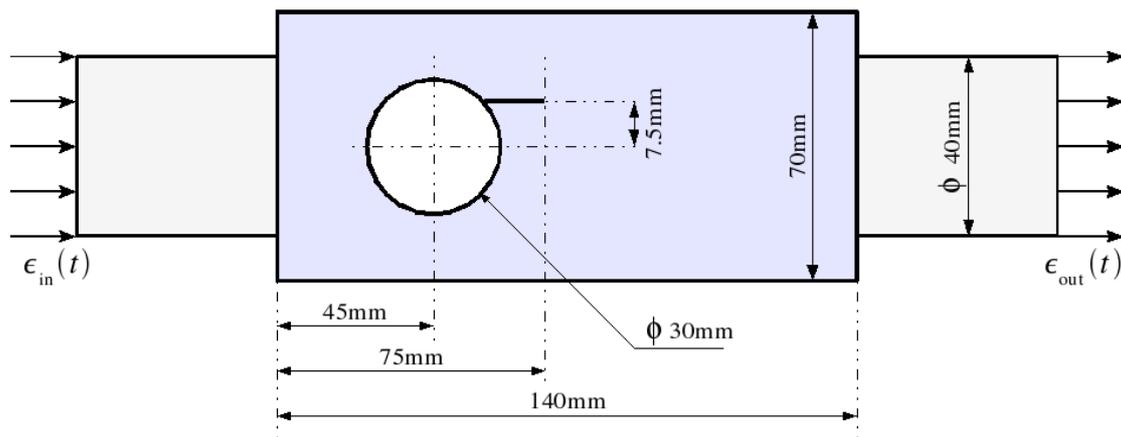


Fig. 63 : Expérience de Grégoire [76].

On dispose de relativement peu de données concernant le matériau, c'est pourquoi, les valeurs utilisées sont celles trouvées dans la littérature, et permettant de reproduire au mieux la réponse enregistrée par les barres de Hopkinson en terme de vitesses.

E	ν	ρ	K_{Ic}	σ_Y
$\simeq 3 \text{ GPa}$	0,42	1180 kg.m^{-3}	$\simeq 1.2 \text{ MPa.m}^{0.5}$	$\simeq 80 \text{ MPa}$

En effet, on modélise cet essai en imposant la vitesse enregistrée sur la face gauche de l'éprouvette (face d'entrée des ondes), et on simule la présence de la barre à droite (face de sortie des ondes) en utilisant une condition d'impédance décrite par l'équation (121) et utilisée dans [76] et [132].

$$F_x^{ext} = -z\dot{u}_x \quad \text{où} \quad z = \sqrt{\rho E} \quad (121)$$

Cette prise en compte de la présence de la barre nous permet de reproduire très correctement la vitesse sur le bord droit de l'éprouvette comme le montre la Fig. 64.

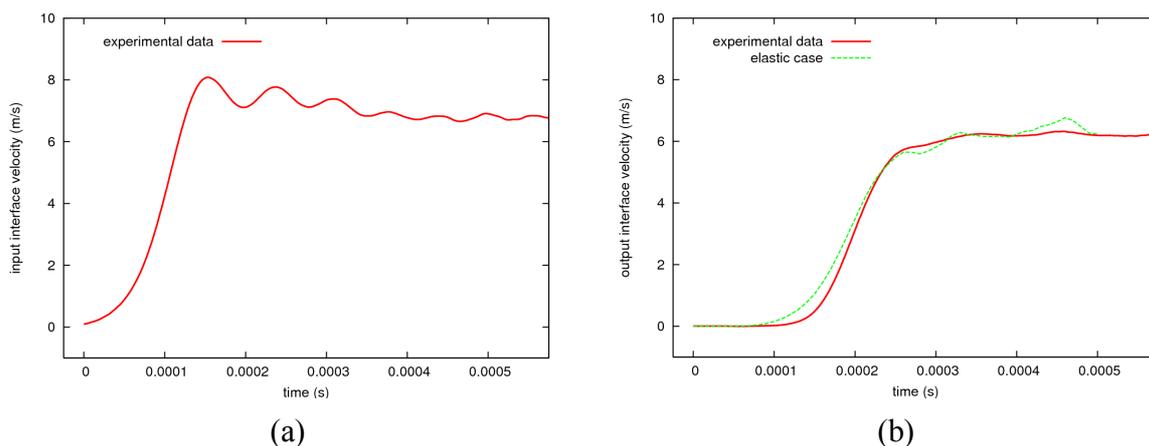


Fig. 64 : Vitesse sur les bords gauche (a) et droit (b) de l'éprouvette.

Modèle de propagation

Le modèle de propagation adopté pour simuler la propagation de la fissure est le même que celui de l'exemple précédent (cf. équations (119) et (120)).

Résultats de la simulation

On compare dans un premier les réponses fournies par une modélisation du comportement du matériau comme étant élastique, et une modélisation avec un comportement élasto-plastique parfait. Comme on le constate sur la Fig. 56 (a) et la Fig. 45, les deux réponses sont quasiment les mêmes. Cela permet de conclure que l'hypothèse de plasticité confinée est particulièrement bien adaptée à ce type de configuration.

De plus, le critère de propagation utilisé permet de reproduire l'amorçage, l'arrêt et le re-démarrage de la fissure dans un contexte fortement marquée par la dynamique. L'évolution dans le temps et dans l'espace de la propagation de fissure obtenue par simulation numérique est très proche des résultats expérimentaux.

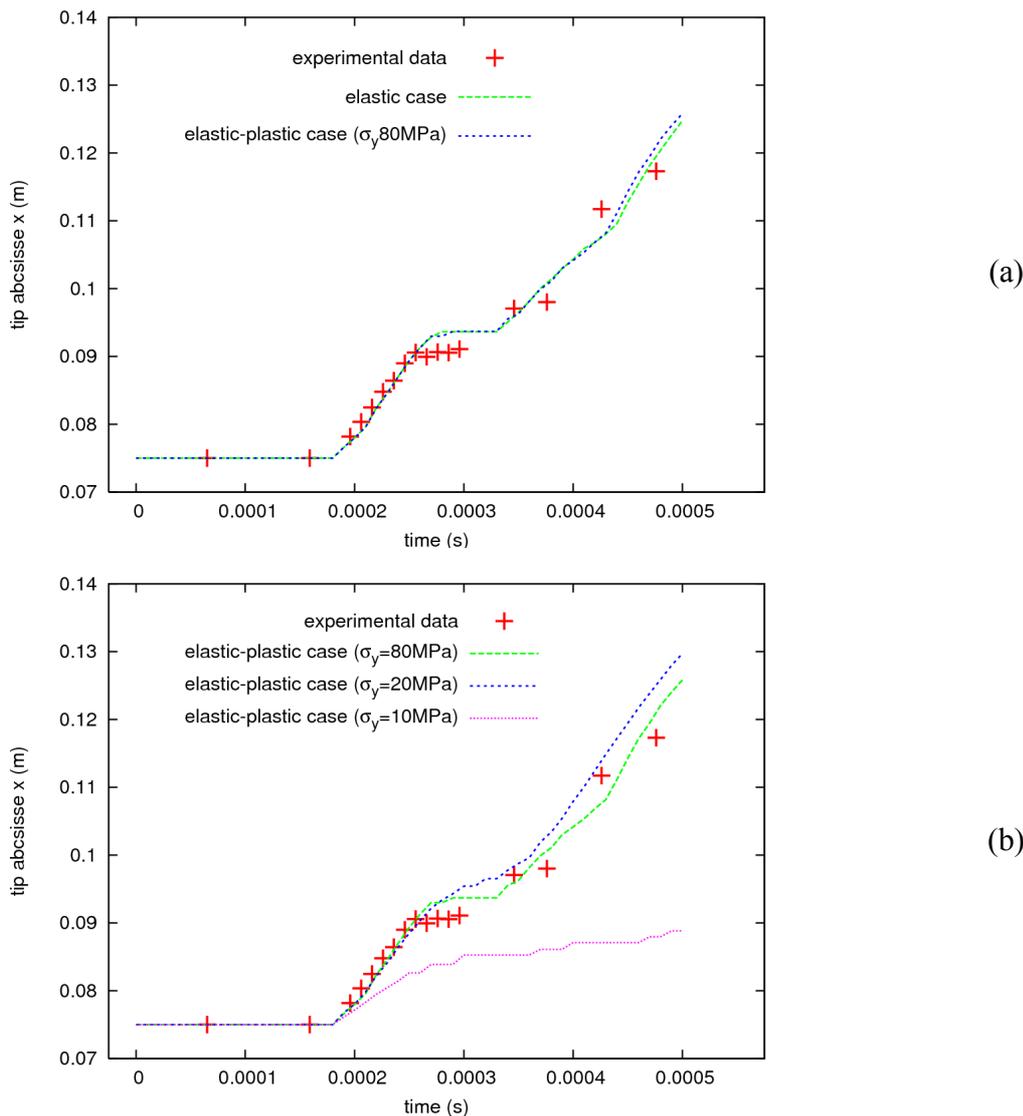


Fig. 65 : Longueur de fissure en fonction du temps, comparaison calcul-expérience.
 (a) Calcul élastique et avec une limite d'élasticité raisonnable,
 (b) Calcul avec diverses limites d'élasticité.

Afin d'évaluer l'influence du comportement du matériau sur la propagation de la fissure, on décide d'abaisser la limite d'élasticité à des valeurs inférieures à la réalité.

On constate que pour des valeurs de σ_y comprises entre 80 MPa et 15 Mpa, l'avancée de la

fissure varie relativement peu, seul l'arrêt semble moins marqué. Mais dans un second temps, pour des valeurs de σ_y inférieures à 15MPa, la vitesse chute brutalement et la fissure propage à peine (cf. Fig. 56(b) et Fig. 45). Ce changement de comportement traduit l'influence de la plasticité. En effet, une si faible limite d'élasticité entraîne une très forte plastification dans les zones cisailées par l'impact de la barre d'entrée (à gauche) et autour du trou. La plasticité devient une source si importante de dissipation d'énergie que la pointe de fissure ne parvient pas à avancer.

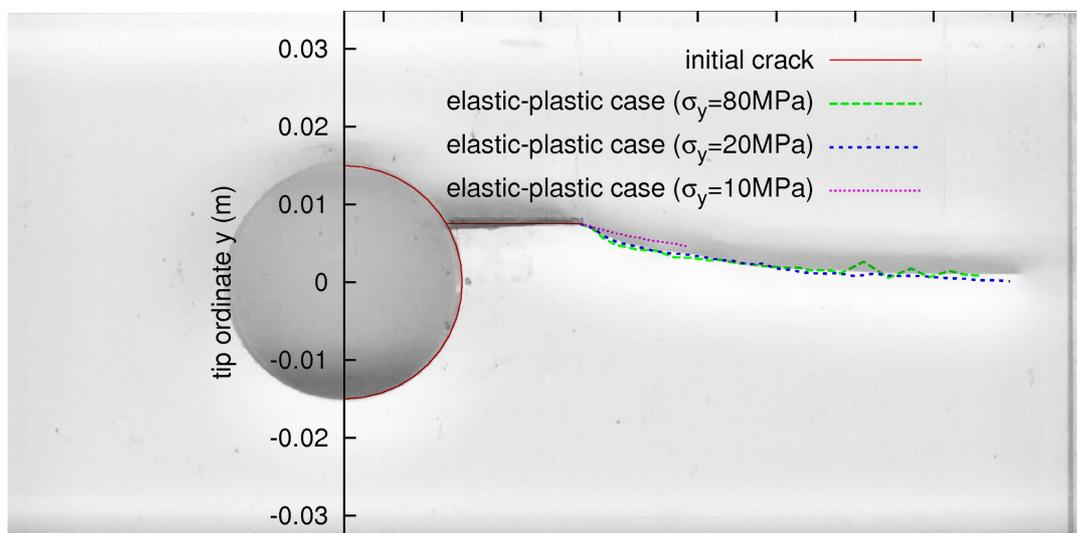


Fig. 66 : Trajet de fissure, comparaison calcul-expérience.

II.6. Conclusion

La méthode des éléments finis étendus a été exposée de manière approfondie dans ce chapitre. Elle permet de simuler efficacement la propagation arbitraire de fissure sans avoir à remailler la structure. Elle repose sur deux ingrédients :

- ◆ la description implicite de la fissure à l'aide d'un couple de fonctions de niveau orthogonales,
- ◆ l'enrichissement du champ de déplacement avec des fonctions discontinues et asymptotiques.

Afin d'améliorer encore cette méthode, quelques idées ont été avancées dans ce chapitre.

Nous avons d'abord proposé l'introduction d'une grille auxiliaire découplée du maillage de la structure permettant une actualisation efficace des fonctions de niveau. En effet, la méthode des fonctions de niveau perd de son efficacité et de sa simplicité lorsque l'on cherche à l'appliquer à un maillage non structuré ou irrégulier. La grille auxiliaire constitue un support de définition régulier sur lequel l'actualisation des fonctions de niveau est simple et bien maîtrisée. Nous avons également proposé l'utilisation d'une fonction signe proportionnelle afin de maintenir la position de l'iso-zéro durant l'étape de ré-initialisation.

L'intégration numérique des éléments enrichis est classiquement réalisée en les sous-découpant en triangles. Dans un calcul non-linéaire, cette technique introduit des projections de champs en pointe de fissure. Nous avons donc exposé une technique de sous-découpage non conforme qui utilise un grand nombre de points d'intégration par élément. D'une part, cette technique permet d'intégrer les fonctions non polynomiales utilisées dans l'enrichissement. D'autre part, en sous-découpant les éléments proches de la pointe de fissure, on effectue la transition d'un élément standard en élément sous-découpé avant que la plasticité ne l'affecte, et on évite ainsi la projection des champs inélastiques.

L'implantation de la méthode des éléments finis étendus et des techniques présentées dans ce chapitre a été réalisée dans Cast3m. Les exemples d'application montrent l'efficacité de la méthode pour simuler la propagation arbitraire et l'arrêt de fissure en dynamique non linéaire. Ces développements numériques ainsi que le dernier exemple ont fait l'objet d'une publication dans IJNME [132].

Chapitre III.

Essais de propagation et d'arrêt de fissure sur un acier 16MND5

Sommaire

III.1. Introduction.....	102
III.2. Présentation du matériau.....	102
III.2.1. Caractéristiques générales.....	102
III.2.2. Effet de la vitesse de déformation sur le comportement.....	104
III.3. Protocole expérimental.....	107
III.3.1. Généralités.....	107
III.3.2. Mesure de la vitesse de propagation de fissure.....	108
III.4. Essais sur CT.....	111
III.4.1. Géométrie de l'éprouvette.....	111
III.4.2. Données de préfissuration et d'amorçage.....	112
III.4.3. Vitesse de propagation.....	116
III.5. Essais sur anneau.....	119
III.5.1. Géométrie de l'éprouvette.....	119
III.5.2. Données de préfissuration et d'amorçage.....	119
III.5.3. Étude de la propagation.....	121
III.6. Analyse du faciès de rupture.....	123
III.6.1. Objectifs des observations.....	123
III.6.2. Observations.....	123
III.7. Conclusions.....	125

III.1. Introduction

Ce chapitre présente l'ensemble des travaux expérimentaux réalisés au cours de cette thèse concernant l'étude des phénomènes de propagation dynamique de fissure de clivage.

Le matériau étudié est un acier 16MND5 déjà largement caractérisé lors de précédents travaux au CEA [141] et [17]. Afin de compléter la connaissance de son comportement, une identification aux grandes vitesses de déformation est menée. La première partie de ce chapitre présente les principales caractéristiques mécaniques du matériau.

La seconde partie de ce chapitre décrit le protocole expérimental de cette campagne d'essais, en détaillant notamment les moyens de mesure de vitesse de propagation de fissure mis en oeuvre.

Plusieurs géométries sont considérées : des éprouvettes CT de type CT25 mais d'épaisseur réduite (5 et 10mm), des anneaux fissurés en compression dont certains sont adaptés pour amorcer et propager en mode mixte. Les résultats expérimentaux de ces deux géométries font l'objet des troisième et quatrième parties de ce chapitre.

Enfin, on présente, dans une dernière partie, les analyses fractographiques des faciès de rupture qui décrivent les mécanismes de ruine en jeu.

III.2. Présentation du matériau

III.2.1. Caractéristiques générales

Présentation générale du matériau

Le matériau utilisé dans cette campagne d'essais est un acier ferritique de nuance 16MND5 (A508), dont la composition chimique est rappelée dans le tableau ci-dessous :

élément	C	S	P	Si	Mn	Ni	Cr	Mo	Cu	Co
% masse	0,16	0,005	0,006	0,19	1,35	0,74	0,18	0,51	0,07	0,01

Il provient d'une virole de cuve de réacteur à eau pressurisée (REP) français (correspondant au code matériau LISN 520). Le prélèvement des éprouvettes est effectué de manière à les solliciter dans le sens circonférentiel de la cuve d'origine, et à faire propager la fissure dans le sens de l'épaisseur.

Comportement mécanique quasi-statique

Dans le cadre d'études réalisées au laboratoire LISN (CEA DEN/DM2S/SEMT) concernant les critères d'amorçage [17], des essais de traction ont été réalisés pour une gamme de température s'étalant de -175°C à l'ambiante (25°C). Le module d'Young et la limite d'élasticité augmentent lorsque la température diminue. Le comportement du matériau peut être reproduit en utilisant le lissage par une loi puissance proposée par Chapuliot et al [141] et présentée par les relations (122).

$$\epsilon = \begin{cases} \frac{\sigma}{E} & \text{si } \sigma < \sigma_Y \\ \frac{\sigma}{E} + \epsilon_0 + \frac{\sigma - \sigma'_Y}{E'} + \left(\frac{\sigma - \sigma'_Y}{K} \right)^{\text{lovers } n} & \text{si } \sigma \geq \sigma_Y \end{cases} \quad \text{où } \sigma_Y = \sigma'_Y - E' \epsilon_0 \quad (122)$$

Les paramètres E , σ'_Y , ϵ_0 , E' , K' , et n sont des fonctions de la température données par

les relations (123) et le tableau suivant.

$$\begin{cases} E = a_E + b_E \tau + c_E \tau^2 + d_E \tau^3 \\ \sigma'_Y = a_{\sigma'_Y} + b_{\sigma'_Y} \tau + c_{\sigma'_Y} \tau^2 + d_{\sigma'_Y} \tau^3 + e_{\sigma'_Y} \tau^4 \\ \epsilon_0 = 100 \cdot (a_{\epsilon_0} + b_{\epsilon_0}) [\text{atan}(c_{\epsilon_0} \tau + d_{\epsilon_0}) + e_{\epsilon_0}] \\ E' = (a_{E'} + b_{E'}) [\text{atan}(c_{E'} \tau + d_{E'}) + e_{E'}] \\ K' = (a_{K'} + b_{K'}) [\text{atan}(c_{K'} \tau + d_{K'}) + e_{K'}] \\ 1/n = (a_n + b_n) [\text{atan}(c_n \tau + d_n) + e_n] \end{cases} \quad \text{où} \quad \tau = \frac{T(^{\circ}\text{C})}{273} \quad (123)$$

coefficients	E	σ'_Y	ϵ_0	E'	K'	$1/n$
a	205860	386,875	-3,184	708,041	125,924	6,878
b	-6741,7	-11,315	8,188	503,098	-81,622	3,476
c	5223,3	-5,987	-8,716	-5,513	-13,893	-6,542
d	-1136,4	-0,361	-3,915	-0,756	-5,629	-3,040
e		-0,006	1,611	5,862	4,895	2,296

La comparaison entre ce lissage et les essais de traction est donnée par la Fig. 67.

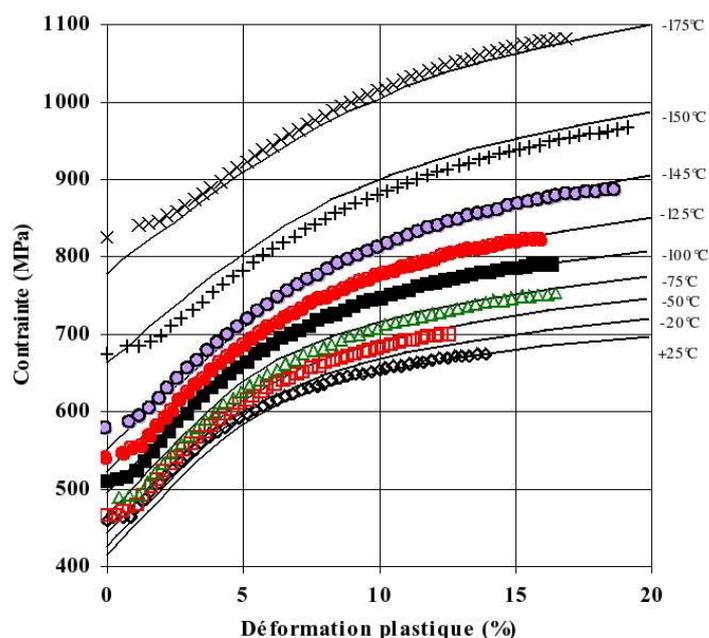


Fig. 67 : Courbes de tractions lissées (trait continu) comparées aux courbes expérimentales (symboles) pour différentes températures (tiré de [17]).

La conductivité et la capacité calorifique du matériau ont également été évaluées pour cette gamme de température dans [17].

Propriétés à rupture

Plusieurs campagnes d'essais sur différentes géométries et pour différentes sollicitations ont été réalisées sur cet acier au laboratoire. Cela a permis d'étudier en détail l'amorçage d'une fissure en clivage et de l'ensemble des phénomènes associés (comme l'effet de triaxialité, le Warm Pre-Stressing, ou la spécificité d'une sollicitation thermique, ...). La courbe de transition de cet acier

a ainsi pu être déterminée. La Fig. 68 compare les données expérimentales d'essais sur CT25 aux "Master Curves".

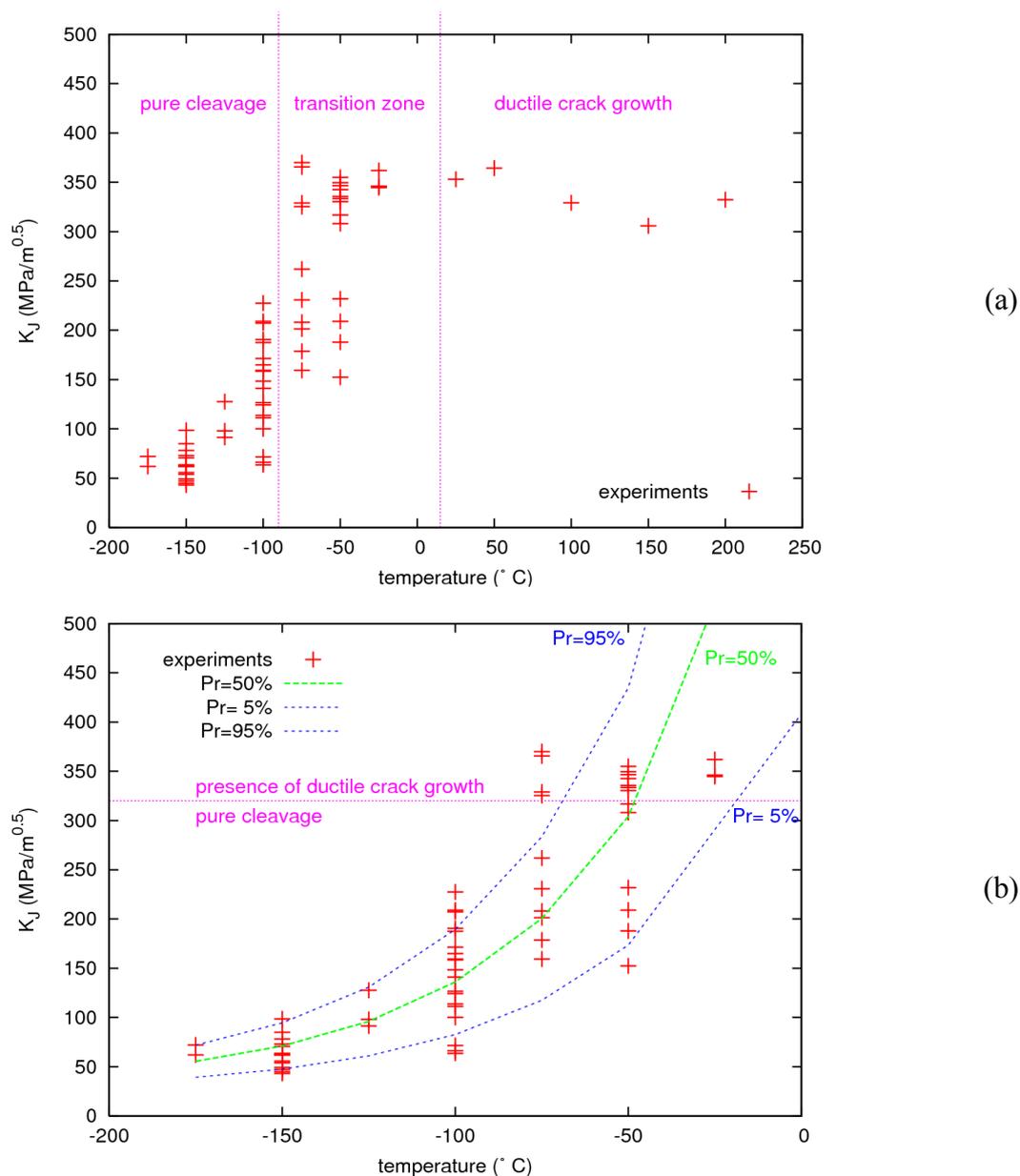


Fig. 68 : Comparaison entre la ténacité expérimentale (sur CT25) et les courbes de transition "Master Curve" pour l'acier 16MND5.

On remarque que tous les essais effectués à une température inférieure à -100°C amorcent en clivage, contrairement aux essais effectués pour une température située entre -75°C et -50°C qui présentent parfois un amorçage ductile. Le clivage disparaît entre -50°C et 25°C , laissant place à une rupture ductile caractérisée par un plateau évalué à $320\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$.

III.2.2. Effet de la vitesse de déformation sur le comportement

Généralités

Comme nous l'avons déjà signalé dans le chapitre bibliographique, des aciers de type 16MND5 ont été caractérisés aux grandes vitesses de déformation, notamment par Rossol [53] et Tanguy [55]. Afin d'identifier le comportement dynamique de l'acier 16MND5 dont nous disposons

pour la campagne d'essais, des essais sur barres de Hopkinson ont été réalisés par le Laboratoire de Mécanique du Solide de l'école Polytechnique de Paris (cf. [142] et [143]).

Le principe des essais sur barres de Hopkinson, l'identification d'une loi de comportement élasto-viscoplastique permettant de prendre en compte l'adoucissement du matériau dû à l'échauffement adiabatique, ainsi que l'intégration de ce comportement dans Cast3m, sont décrits dans l'annexe B. Nous ne présentons que les principaux résultats dans ce paragraphe.

Loi de Symonds-Cowper modifiée

Nous avons vu sur la Fig. 67 que l'augmentation de la température abaissait la limite d'élasticité du matériau étudié en quasi-statique. Cette tendance demeure lors des essais dynamiques sur barres de Hopkinson (cf. Fig. 69(a)). La Fig. 69(b) montre par ailleurs que la contrainte augmente avec la vitesse de déformation.

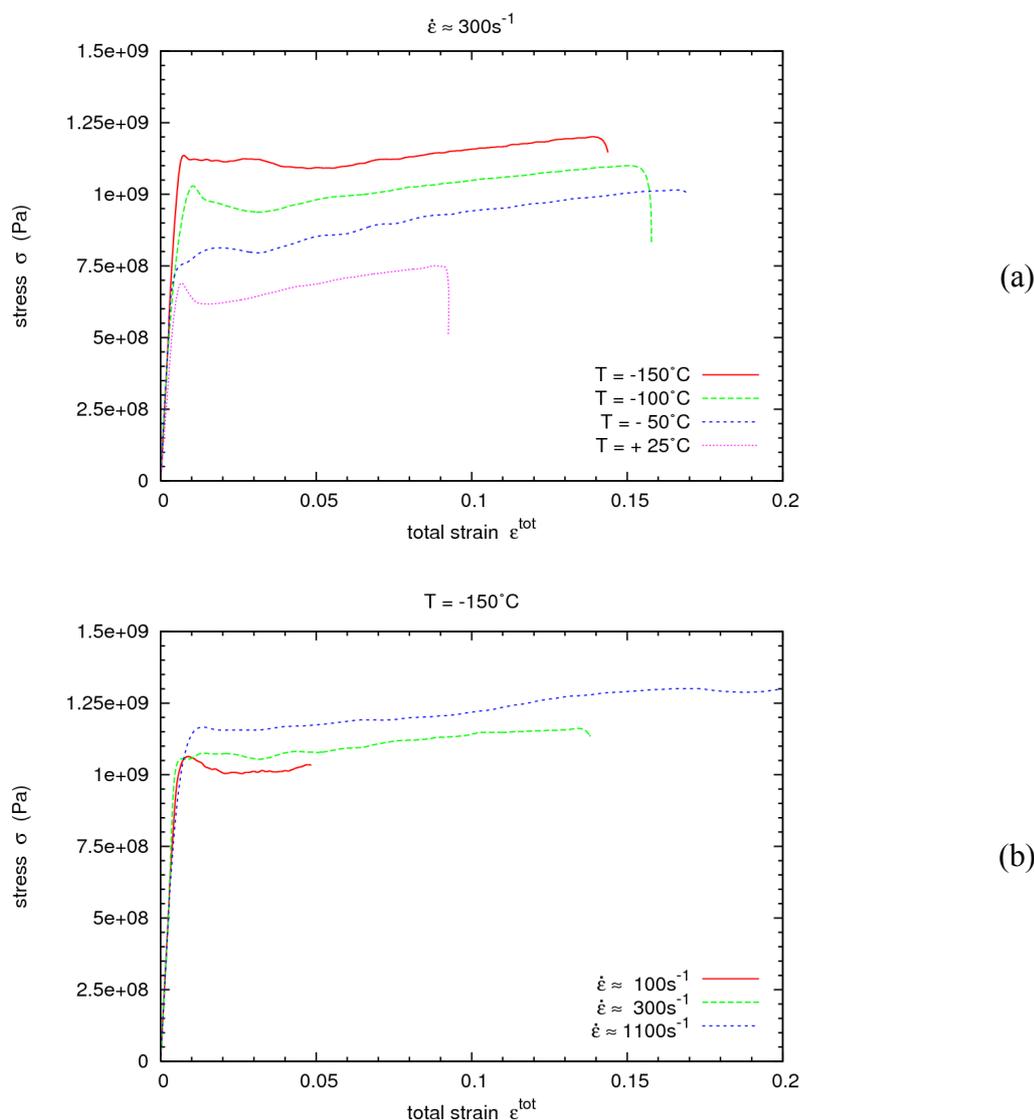


Fig. 69 : Évolution du niveau de contrainte avec la température (a), et avec la vitesse de déformation (b).

La pente des courbes d'érouissage est plus faible en dynamique qu'en statique. Les essais dynamiques sont de durée suffisamment faibles pour être considérés comme adiabatiques.

Ainsi, la chaleur produite par la dissipation plastique élève la température, et adoucit le comportement du matériau. Plutôt que de prendre en compte explicitement cette élévation de température, nous avons choisi d'adapter le modèle de Symonds-Cowper (124).

$$\sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) = \sigma^{stat}(\epsilon^{in}, 0, T) \left[1 + H (\dot{\epsilon}^{in})^{\frac{1}{p}} \right]$$

où $\begin{cases} p = 4.25 - 0.015 T \\ H(T, \epsilon^{in}) = a + b \exp(\epsilon^{in}/c) \end{cases}$ et $\begin{cases} a = 0.07592 - (0.07182 \cdot T/273.) \\ b = 0.06352 - (0.2397 \cdot T/273.) \\ c = 0.02528 - (0.04124 \cdot T/273.) \end{cases}$ (124)

Deux modifications ont été apportées à la loi originale de Symond-Cowper. D'une part, les coefficients H et p dépendent de la température afin de reproduire au mieux les essais sur toute la gamme de température étudiée. D'autre part, le coefficient H dépend également de la déformation inélastique, afin de reproduire l'effet d'adoucissement thermique. Le modèle ainsi identifié peut être comparé aux résultats expérimentaux sur la Fig. 70 pour deux températures et pour l'ensemble des essais dans l'annexe B.

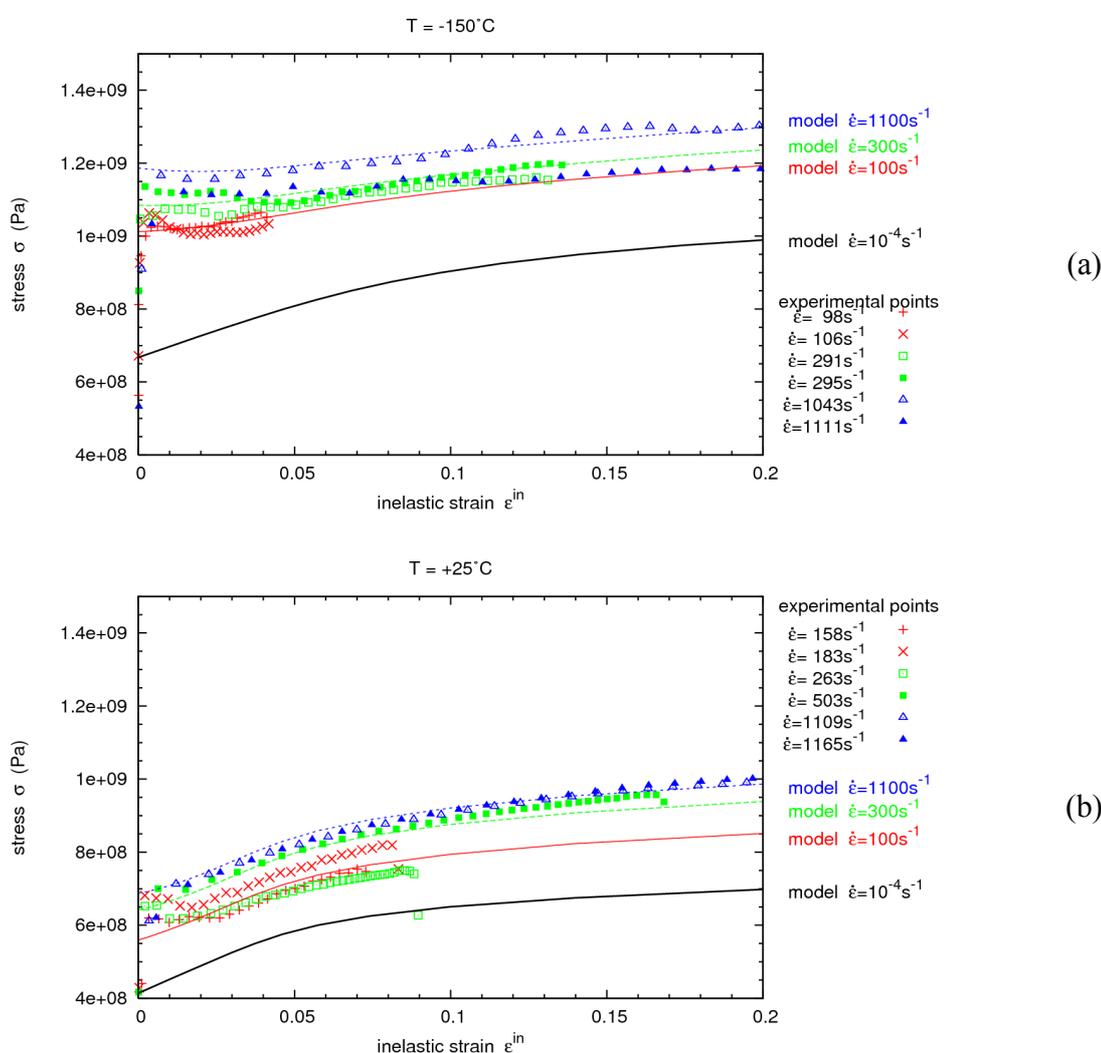


Fig. 70 : Comparaison avec l'expérience du modèle de Symonds-Cowper modifié à -150°C (a) et à $+25^\circ\text{C}$ (b).

Intégration dans le code de calcul

Le modèle de comportement identifie ainsi la fonction $\sigma_y(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in})$. Son intégration dans le code de calcul Cast3m est réalisée en considérant la surface de charge définie par (125).

$$\phi(\underline{\sigma}, \epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}) = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} - \sigma_y(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}) \quad (125)$$

$$\text{où } s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$$

Cette fonctionnelle dépend des contraintes, de la déformation inélastique équivalente, et de la vitesse de déformation inélastique équivalente. Cette dernière est définie de manière implicite sur le pas de temps par l'équation (126).

$$\dot{\epsilon}^{in} = \frac{\epsilon_{t+\Delta t}^{in} - \epsilon_t^{in}}{\Delta t} \quad (126)$$

Le lecteur intéressé pourra se reporter à l'annexe B, qui donne plus de détails sur la mise en oeuvre dans le calcul élément fini de cette loi de comportement élasto-viscoplastique.

III.3. Protocole expérimental

III.3.1. Généralités

Pré-fissuration

Les éprouvettes sont d'abord pré-fissurées par fatigue afin de créer une vraie fissure à partir de l'entaille usinée. On connaît la longueur de pré-fissuration par mesure de complaisance que l'on affine ensuite par examen post-mortem du faciès. Ce dernier permet également de déterminer la longueur à l'arrêt le cas échéant.

Mise en température

Les éprouvettes sont refroidies par injection d'azote dans une enceinte isolante. Il faut en général environ 1 heure pour atteindre la température de consigne (-125°C). Ensuite, afin d'assurer une température homogène dans l'éprouvette, une étape de stabilisation est observée. La durée minimale de celle-ci est de 30 minutes pour les CT, et d'1 heure pour les anneaux. La température est mesurée à l'aide de thermocouple de type K ou T, directement fixé sur l'éprouvette. L'ensemble des essais est réalisé à -125°C, afin de s'assurer d'un amorçage systématiquement par clivage. Par comparaison, la température de référence T_0 définissant la master curve pour ce matériau est de -120.5°C [144].

Mise en charge

L'essai de traction à rupture est quant à lui piloté à partir du logiciel WAVEMAKER d'INSTRON. Il permet d'enregistrer en cours d'essai :

- ◆ le déplacement du vérin,
- ◆ la force,
- ◆ l'ouverture (à l'aide d'un capteur d'ouverture au préalable étalonné),
- ◆ (et éventuellement la tension d'une jauge à brins).

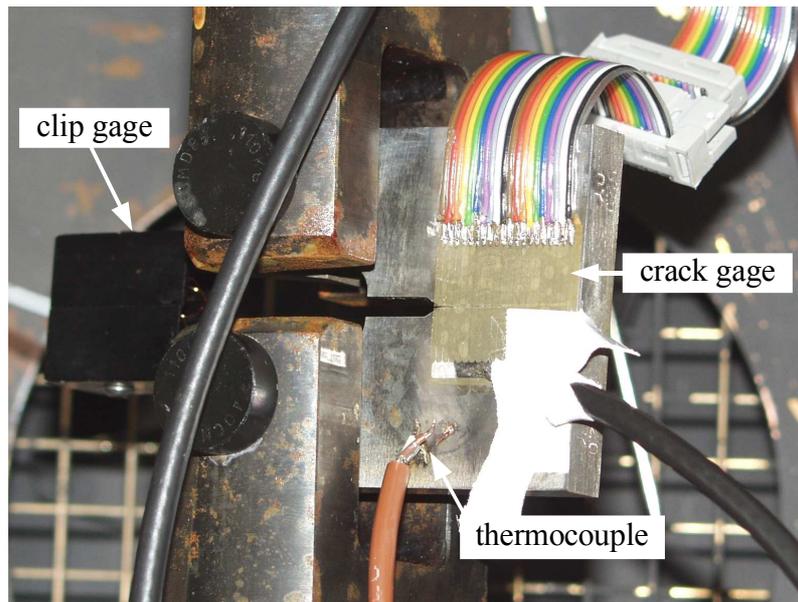


Fig. 71 : Exemple du montage d'une éprouvette CT.

Conformément au protocole standard des essais sur éprouvette CT défini par les différentes normes (norme ASTM par exemple [145]), le chargement s'effectue à déplacement imposé.

De plus, une séquence de maintien en position est intégrée afin de suspendre la mise en charge pour le cas où l'acquisition rapide se déclencherait avant la rupture finale suite à la rupture de quelques brins. En effet, une fois l'acquisition rapide déclenchée, un temps relativement conséquent (pouvant aller jusqu'à 2 ou 3 minutes pour une quantité de points échantillonnés importante) est nécessaire pour l'écriture des données depuis les cartes d'acquisition (passage de la mémoire vive à la mémoire dure). Ainsi, si la rupture de quelques brins avant la rupture finale de l'éprouvette suffit à déclencher l'acquisition rapide, un maintien en position est opéré, permettant la ré-initialisation du système, puis, la mise en charge peut reprendre. Ce type de situation se rencontre lorsque les premiers brins de la jauge sont proches de l'entaille initiale, et que l'ouverture de la pré-fissure de fatigue suffit à les rompre.

III.3.2. Mesure de la vitesse de propagation de fissure

Principe de la mesure

Comme nous l'avons vu lors de l'étude bibliographique, l'avancée de fissure en fonction du temps est une donnée essentielle en mécanique de la rupture dynamique.

Comme les essais sont réalisés à -125°C , il est impossible d'utiliser une caméra rapide à cause du givre qui se formerait sur l'éprouvette. De plus, la résolution des caméras décroît avec la rapidité de prise de vue. Le fournisseur "vision research" propose par exemple des résolutions de 32×32 , 64×64 , et 128×128 pour des vitesses de prise de vue de 190 000, 150 000, et 130 000 images par seconde, soit environ 9, 7, et 6 images de qualité médiocre prises pour une durée de propagation de $50\mu\text{s}$.

Ainsi, le choix d'utiliser une jauge à brins (comme celles présentées sur la Fig. 72) semble être la solution la plus efficace.

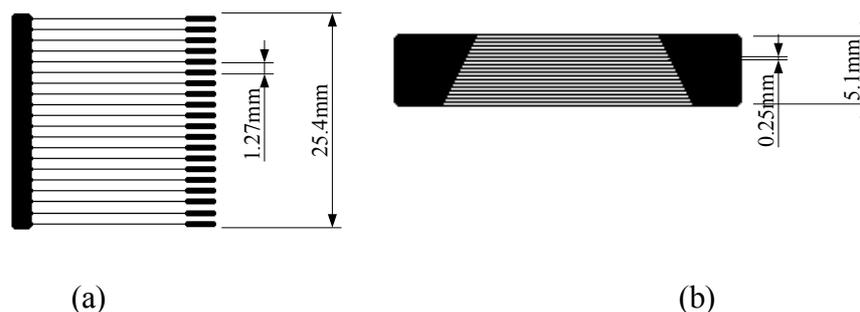


Fig. 72 : Jauges à brins Vishay de type CPD (a) et CPA (b).

L'avancée de la fissure produit la rupture des brins de la jauge disposée sur son trajet. Lorsqu'un brin se rompt, la résistance globale de la jauge diminue et la tension mesurée augmente. Cette tension est enregistrée au cours du temps à l'aide d'un PC équipé de cartes d'acquisition rapide. Ces dernières peuvent enregistrer jusqu'à environ 17 millions points à une fréquence allant jusqu'à 60MHz, soit une durée de 0,28 secondes. En divisant la fréquence, on augmente la durée d'acquisition du même facteur. Un programme d'acquisition a été créé à l'aide du logiciel LABVIEW.

L'une des voies de mesure est utilisée comme trigger (pour déclencher l'acquisition). Comme la carte d'acquisition rapide fonctionne avec des entrées simples (et pas différentielles), des problèmes de référence de masse ont surgi. Un re-câblage des boîtiers électriques, ainsi que l'utilisation d'un PC annexe dédié au déclenchement du trigger ont permis de les résoudre.

D'autre part, les jauges de différents constructeurs ont été testées. Il s'est avéré que les jauges Vishay fournissent un signal moins bruité que les jauges HBN. Le schéma électrique général est décrit par la Fig. 73.

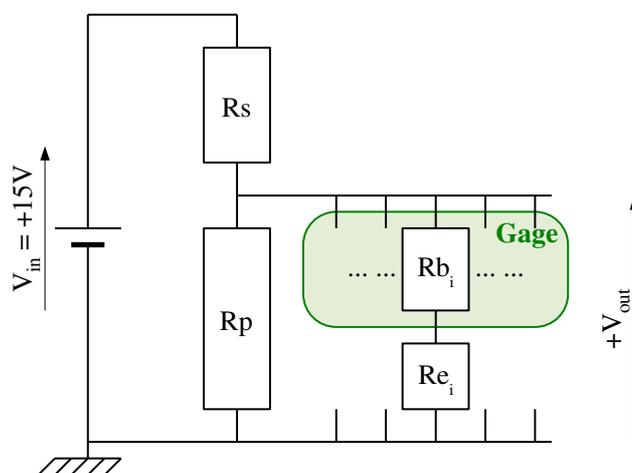


Fig. 73 : Schéma électrique du montage.

Ce schéma électrique permet d'écrire les relations suivantes :

$$V_{out} = \frac{V_{in}}{1 + (R_s / R_{eq})} \quad (127)$$

$$\text{avec } R_{eq} = (R_p^{-1} + R_j^{-1})^{-1} \quad \text{et} \quad R_j = \left(\sum_{i=1, Nbrins} (R_{b_i} + R_{e_i})^{-1} \right)^{-1}$$

Pour les jauge de type CPD (Fig. 72), on ajoute à la résistance R_b de chaque brin une résistance

montée en série notée R_e , afin de linéariser le signal de sortie en fonction du nombre de brins rompus.

Pour les autres types de jauges (comme le type CPA de la Fig. 72), le schéma électrique est le même mais avec les résistances R_e nulles, puisqu'il est impossible de câbler indépendamment les brins. Ainsi, le signal de ce type de jauges n'est pas linéaire avec le nombre de brins rompus. Néanmoins, ces jauges ont un pas relativement fin (20 brins sur 5 ou 10mm selon le modèle). On les a donc utilisées lorsque la longueur d'avancée de fissure était trop petite pour être mesurée précisément par les jauges de type CPD (20 brins sur 20mm).

Les résistances propres des brins R_b valent environ 110 ohms, tandis que celles notées R_p et R_s pour "parallèle" et "série" ont respectivement les valeurs de 82 et 180 Ohms, déterminées afin d'utiliser pleinement la plage d'entrée admissible des cartes (jusqu'à 5V).

Exemple de résultats

L'analyse des données brutes issues de la mesure s'effectue à deux échelles de temps.

Pendant la mise en charge, on observe la rupture des brins qui recouvrent la préfissuration ou en sont très proches (cf. Fig. 74(a)).

Lors de la rupture fragile, la rupture des brins se fait à grande vitesse (cf. Fig. 74(b)). On note une bonne simultanéité des signaux fournis par les deux jauges placées sur chaque face de l'éprouvette.

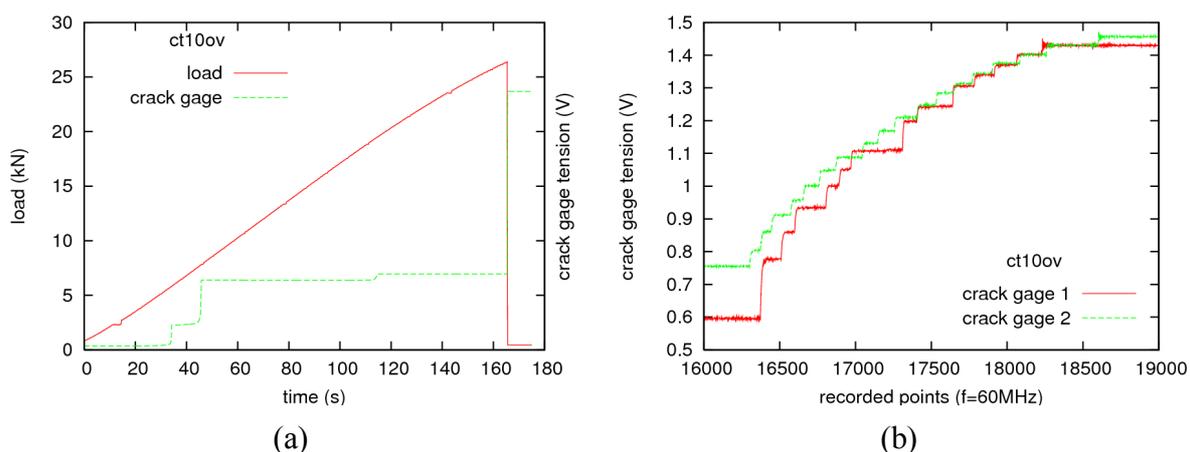


Fig. 74 : Exemple de résultats expérimentaux obtenus pour la ct10ov.
(a) Courbes force-temps et tension de la jauge-temps (basse fréquence).

(b) Signaux enregistrés par deux jauges situées sur les deux faces de la même éprouvette CT (haute fréquence).

A partir de la fréquence d'acquisition et des numéros des points échantillonnés, on en déduit l'instant de rupture de chacun des brins. Connaissant la position de chaque brin, on obtient la courbe longueur de fissure-temps (cf. Fig. 75).

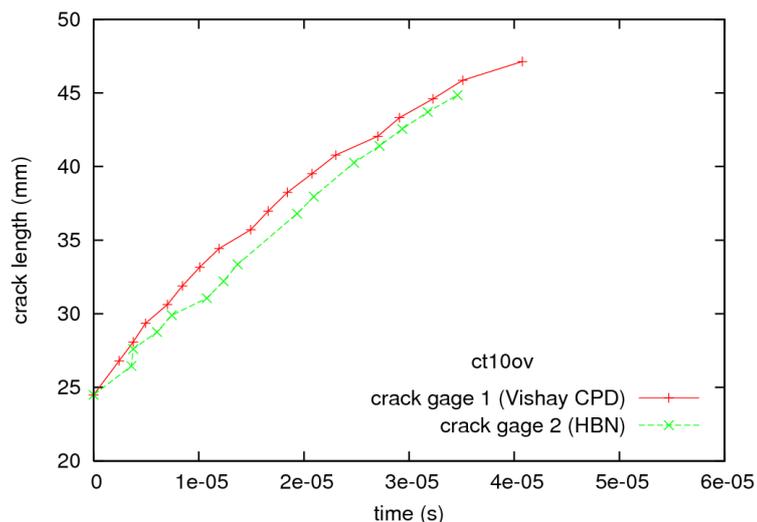


Fig. 75 : Exemple de longueur de fissure en fonction du temps (ct10ov).

On constate que les mesures fournies par les jauges de deux fournisseurs sont très proches. Les jauges Vishay sont préférées car elles fournissent à l'usage un signal moins bruité.

III.4. Essais sur CT

III.4.1. Géométrie de l'éprouvette

La première partie de cette campagne expérimentale porte sur des éprouvettes CT25 sans entaille latérale dont le plan est donné par la Fig. 76, mais avec une épaisseur réduite à 5mm ou 10mm.

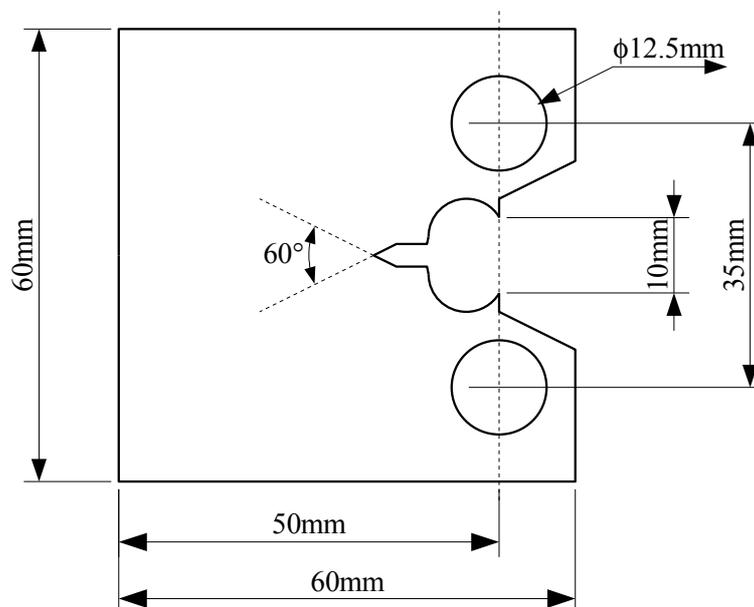


Fig. 76 : Plan de l'éprouvette CT25.

III.4.2. Données de préfissuration et d'amorçage

Longueur et trajet de fissure

Si la rupture est toujours fragile avec un faciès de type clivage, on peut distinguer deux catégories de trajets de fissure illustrées sur la Fig. 77 :

- ◆ Trajet de fissure rectiligne (Fig. 77 (a)) : la propagation s'effectue dans le plan de symétrie de l'éprouvette.
- ◆ Trajet de fissure branché (Fig. 77 (b)) : la propagation s'initie avec un angle compris entre 30° et 45°, et l'orientation des deux branches de la fissure revient progressivement vers l'horizontale au cours de la propagation.

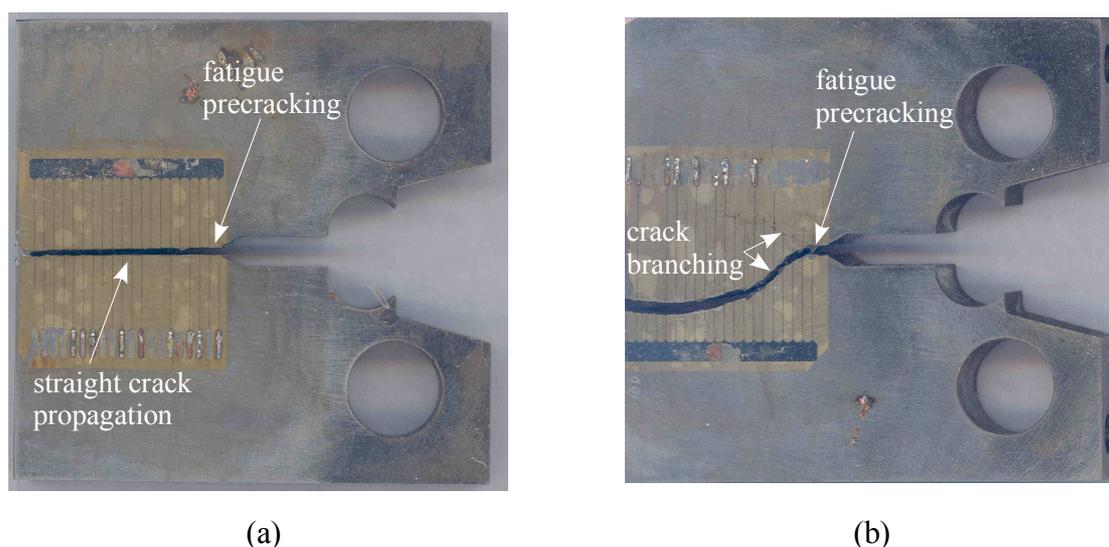


Fig. 77 : (a) Trajet de fissure rectiligne. (b) Trajet de fissure branchée.

Le tableau suivant et la Fig. 78 récapitulent les données expérimentales concernant les longueurs de fissure à l'amorçage et à l'arrêt, ainsi que le type de trajet de fissure (rectiligne ou branché).

n° essai LISN	éprouvette	épaisseur BN (mm)	a0 (mm)	a0/w	Fissure branchée?	Mesure d'avancée de fissure?	af (mm)
05-217	CT10_520OY	10	25,25	0,51	NON	OUI	48,5
06-064	CT10_520OZ	10	24,81	0,5	NON	OUI	48
06-065	CT10_520PC	10	24,76	0,5	OUI	OUI	50
05-216	CT10_520PA	10	24,93	0,5	OUI	OUI	50
06-066	CT10_520OU	10	25,34	0,51	OUI	OUI	50
05-214	CT10_520OV	10	25,05	0,5	OUI	OUI	50
06-069	CT5_520PM	5	24,2	0,48	NON	OUI	48,5
05-212	CT5_520PJ	5	24,72	0,49	NON	OUI	49,5
05-215	CT5_520PE	5	25,22	0,5	OUI	NON	50
05-211	CT5_520PF	5	24,49	0,49	OUI	NON	50
06-067	CT5_520PK	5	24,25	0,49	OUI	OUI	50
05-213	CT5_520PI	5	24,48	0,49	OUI	NON	50
06-063	CT5_520PG	5	24,69	0,49	OUI	OUI	50

La longueur de pré-fissuration est calculée comme étant le rapport entre l'aire pré-fissurée et sa largeur, constituant ainsi une longueur moyenne. Elle s'élève à environ 2mm pour les éprouvettes de largeur B=10mm et à 1.5mm pour celles de largeur B=5mm, à l'exception de l'éprouvette CT5_520PD qui ne semble pas pré-fissurée du tout.

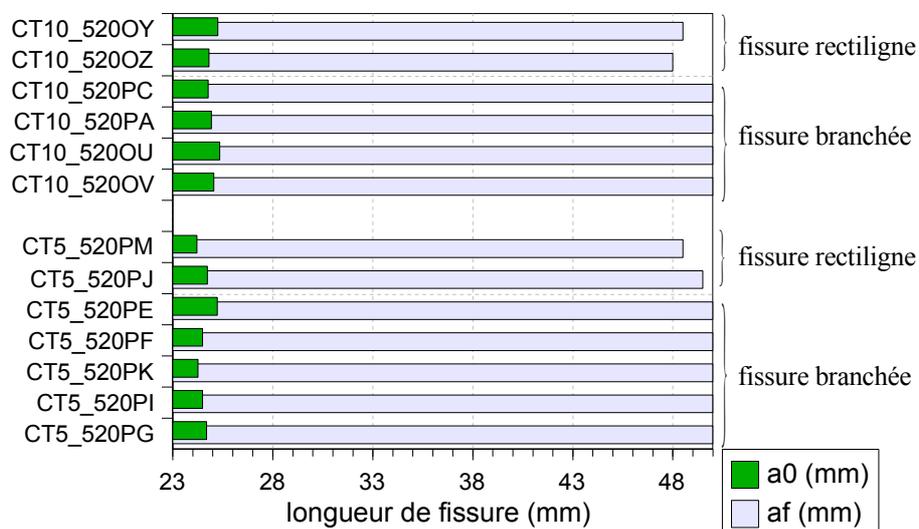


Fig. 78 : Longueurs de fissure à l'amorçage et à l'arrêt.

Données d'amorçage

Les enregistrements effectués lors de la mise en charge permettent de tracer les courbes force-ouverture pour les différentes éprouvettes (cf. Fig. 79).

L'ensemble des données relatives à l'amorçage sont résumées dans le tableau suivant.

n° essai LISN	éprouvette	épaisseur BN (mm)	a0 (mm)	a0/w	F rupture (kN)	K _I (MPa√m)	J total (kJ/m ²)	K _I (Mpa√m)
05-217	CT10_520OY	10	25,25	0,505	8,99	39,42	6,92	39,95
06-064	CT10_520OZ	10	24,81	0,496	11,62	49,62	11,04	50,44
06-065	CT10_520PC	10	24,76	0,495	20,34	86,58	37,22	92,63
05-216	CT10_520PA	10	24,93	0,499	25,75	110,75	68,52	125,69
06-066	CT10_520OU	10	25,34	0,507	26,04	114,89	78,67	134,68
05-214	CT10_520OV	10	25,05	0,501	26,39	114,36	85,49	140,39
06-069	CT5_520PM	5	24,20	0,484	6,14	50,55	11,31	51,06
05-212	CT5_520PJ	5	24,72	0,494	8,59	72,98	25,09	76,05
05-215	CT5_520PE	5	25,22	0,504	13,86	121,38	97,52	149,95
05-211	CT5_520PF	5	24,49	0,490	17,21	144,09	174,49	200,57
06-067	CT5_520PK	5	24,25	0,485	16,61	137,13	196,39	212,78
05-213	CT5_520PI	5	24,48	0,490	17,43	145,85	340,82	280,32
06-063	CT5_520PG	5	24,69	0,494	17,49	148,29	369,36	291,81
06-068	CT5_520PD	5	23,00	0,460	19,48	149,48	392,23	300,71

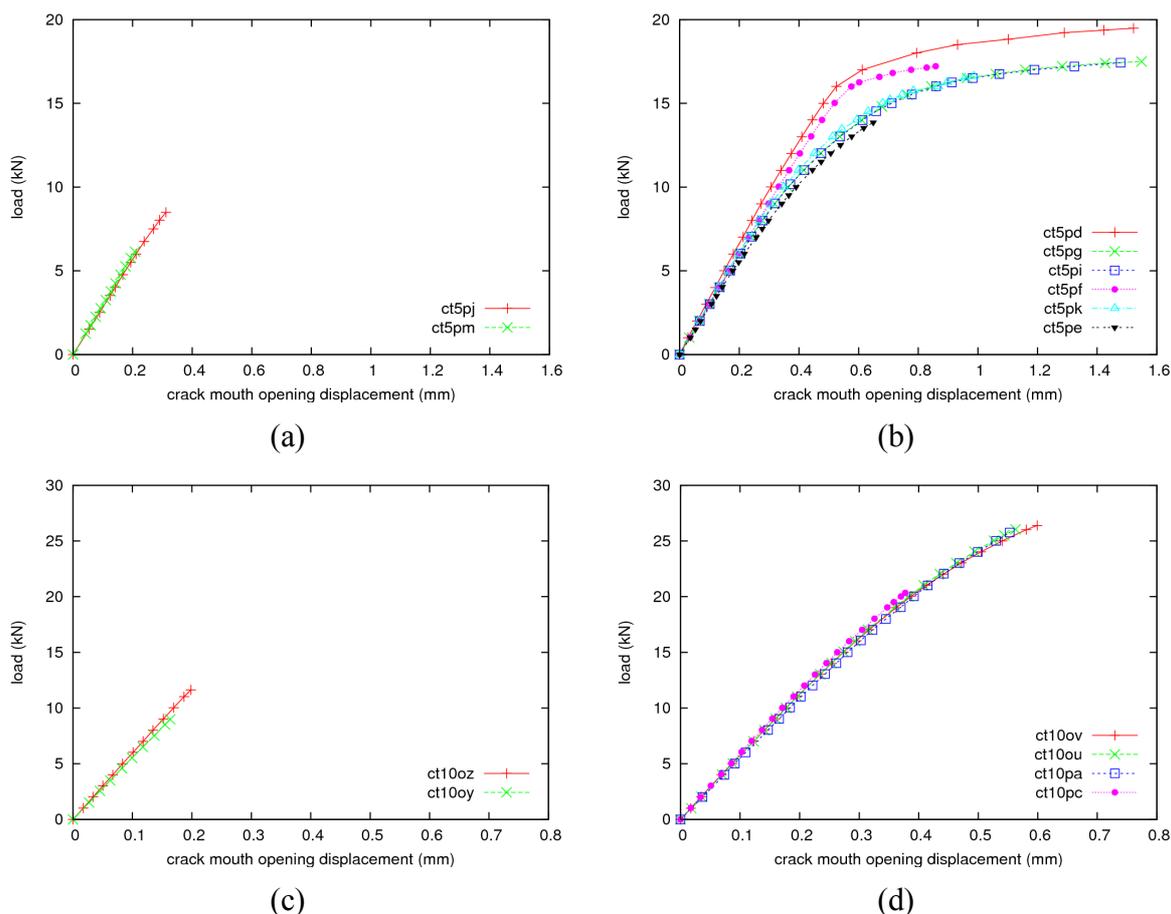


Fig. 79 : Courbes force - ouverture du clip.
 (a) ct5 avec un trajet rectiligne, (b) ct5 avec un trajet branchée,
 (c) ct10 avec un trajet rectiligne, (d) ct10 avec un trajet branchée.

On remarque déjà une forte dispersion dans l'instant de rupture qui se confirme dans le calcul du facteur d'intensité des contraintes généralisé en élasto-plastique (cf. Fig. 80).

Le calcul de ce dernier est réalisé à l'aide de la norme ASTM E 1820 [145]. Rappelons néanmoins que cette dernière demande que la condition $2 \leq w/B \leq 4$ soit vérifiée, ce qui n'est pas le cas ici, puisque $w=50\text{mm}$, et $B=5$ ou 10mm . Si, malgré cela, on applique cette norme, on peut calculer le facteur d'intensité des contraintes à partir de la charge à rupture et de l'aire sous la courbe force-ouverture plastique. Ce type de formule suppose une condition de déformation plane qui peut être remise en cause par la faible épaisseur de nos éprouvettes, mais qui reste cependant une bonne approximation en général.

Un lien fort entre l'instant d'amorçage et le trajet de la fissure est mis en évidence ici. En effet, les éprouvettes qui ont rompu de manière rectiligne ont toutes cassé plus tôt que celles qui présentent une fissure branchée.

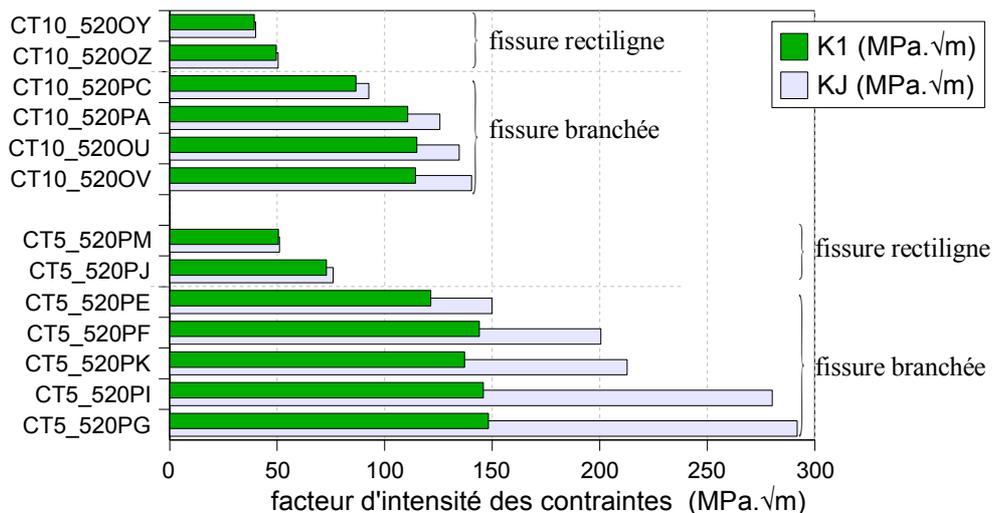


Fig. 80 : Facteur d'intensité des contraintes à l'amorçage pour les éprouvettes CT.

Malgré des conditions de symétrie évidentes, la majorité des éprouvettes présentent un trajet de fissure branché. Pour expliquer ce phénomène, plusieurs éléments de réponses peuvent être avancés. Tout d'abord, les éprouvettes n'ont pas d'entailles latérales qui réduisent l'épaisseur du ligament dans le plan de symétrie, créant ainsi un plan de rupture privilégié. Ensuite, la faible épaisseur des CT conduit à une plastification plus étendue en pointe de fissure. Cette plastification se développe notamment pour les angles avoisinant 45° créant une zone plastique en forme d' "oreille". Lorsque l'amorçage est tardif, le niveau de chargement élevé accentue l'influence de cette zone plastique, où va se diriger la fissure dans les premiers instants de propagation.

Compte tenu du chargement, un critère en contrainte circonférentielle maximale (traditionnellement utilisé en mécanique linéaire de la rupture) donne toujours le trajet rectiligne comme direction privilégiée. Or, on observe bien que si la rupture ne se produit pas à des niveaux de chargement faible, un branchement se produit pour des niveaux de chargement plus élevés. Il semble donc nécessaire de recourir à un autre type de critères (basé sur la contrainte de cisaillement par exemple) pour prédire l'éventuel branchement de la fissure. Nous nous contentons dans ce mémoire de décrire ce type de trajet sans y investir plus de temps, même son étude permettrait sans doute d'apporter un éclairage nouveau sur la physique du clivage.

Le second facteur influent sur la ténacité à l'amorçage est l'épaisseur de l'éprouvette. Pour chaque trajet de fissure respectifs, les CT d'épaisseur 10mm ont cassées plus tôt que celles de 5mm d'épaisseur. Les modèles basés sur une approche probabiliste (Master Curve [16] ou Beremin [20]) prédisent une dispersion dans l'amorçage fonction de l'épaisseur de l'éprouvette à la puissance $\frac{1}{4}$ comme indiquée par l'équation (128).

$$K = K_{min} + (B_{ref}/B)^{1/4} (K_{ref} - K_{min}) \quad (128)$$

On utilise les résultats précédemment obtenus pour des CT d'épaisseur 25mm comme références, et on applique la formule précédente avec $K_{min} = 20 \text{ MPa} \sqrt{m}$ pour prédire une valeur maximale de K aux épaisseurs 10 et 5mm. En estimant $K_{ref} \approx 130 \text{ MPa} \sqrt{m}$ comme étant la valeur maximale, on construit la courbe enveloppe tracée sur la Fig. 81. On n'observe pas de réelle corrélation avec les résultats expérimentaux. Pour placer les fortes valeurs de ténacité à l'amorçage observées sur les CT d'épaisseur 5mm sous la courbe enveloppe, il

faudrait vérifier une valeur maximale de $K_{ref} > 210 \text{MPa} \sqrt{m}$ pour les CT d'épaisseur 25mm.

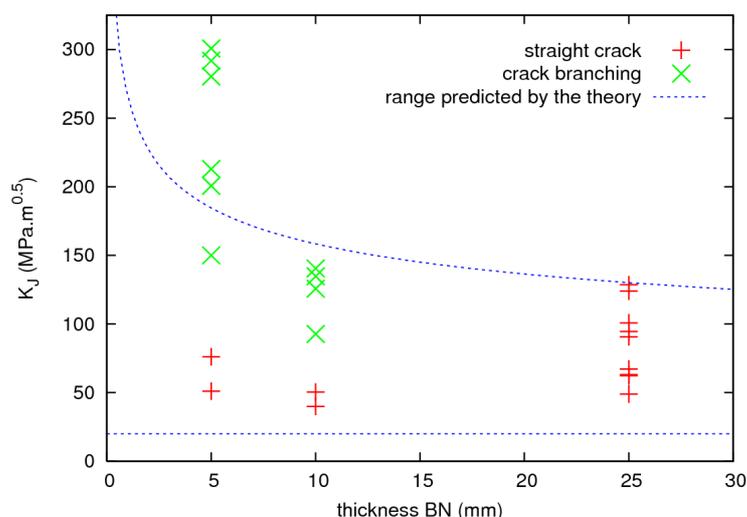


Fig. 81 : Évolution de la ténacité avec l'épaisseur de l'éprouvette.

Bien que l'on puisse remettre en cause le calcul de K (puisque'il est basé sur l'hypothèse de déformations planes et qu'on l'applique à des éprouvettes minces), il est peu probable que cela soit le seul facteur expliquant l'écart entre les résultats et les modèles. La compréhension de ces écarts passe par une étude plus approfondie sur les spécificités du comportement à rupture des structures minces.

III.4.3. Vitesse de propagation

Méthodologie

Dans le cas des fissures rectilignes, l'évolution de la position de la pointe de fissure avec le temps est unidimensionnelle. Mais dans le cas des fissures branchées, on trace l'évolution dans le temps de la position de la pointe de fissure selon l'axe x_1 (c'est à dire l'évolution de la longueur de fissure projetée sur le ligament), comme indiqué sur la Fig. 82.

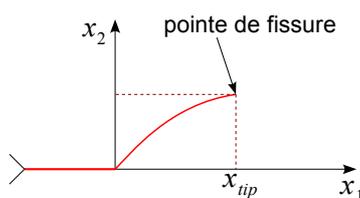


Fig. 82 : Définition de la longueur de fissure projetée sur le ligament.

Pour les fissures ayant branché, on notera que la mesure concerne uniquement la fissure ayant la propagation la plus rapide. Aucune information n'est disponible sur la position relative des deux pointes de fissures, mais on peut s'autoriser à penser que les deux pointes de fissure propagent de manière symétrique quasi-simultanément.

La mesure expérimentale fournit donc l'abscisse de la pointe de fissure (ou la plus grande des deux abscisses lorsque la fissure branche) en fonction du temps. Ceci constitue le premier type de courbe que nous présentons. On propose également le calcul de la vitesse instantanée, en interpolant la pente de la courbe précédente sur plusieurs points, comme cela est fait par Zenhder et al dans [49]. Plus le nombre de points utilisés pour l'interpolation est grand, plus on

lisse les éventuelles oscillations, mais on risque alors de perdre des informations. Puisque l'on cherche à éliminer les erreurs de mesure et à extraire une tendance globale à l'évolution de la vitesse dans le temps, une interpolation sur 5 points semble raisonnable.

Vitesse de propagation pour les fissures rectilignes

L'ensemble des données expérimentales est illustrée par la Fig. 83. La mesure d'avancée de fissure en fonction du temps donne des tendances assez reproductibles.

La propagation débute avec une vitesse de propagation élevée. Celle-ci s'élève à environ 750m/s pour des trajets de fissures rectilignes. Ensuite, la fissure propage à une vitesse relativement constante, avant de décélérer de manière très brusque dans les derniers millimètres précédant le bord de l'éprouvette, jusqu'à l'arrêt de fissure.

On note que les vitesses relevées sont d'autant plus élevées que la ténacité à l'amorçage est importante (cf. Fig. 80). La CT100Y est par exemple l'éprouvette ayant rompu le plus tôt et dont la vitesse enregistrée est aussi la plus faible. Cela signifie que la vitesse de propagation croît avec l'énergie emmagasinée par la structure et disponible pour la rupture.

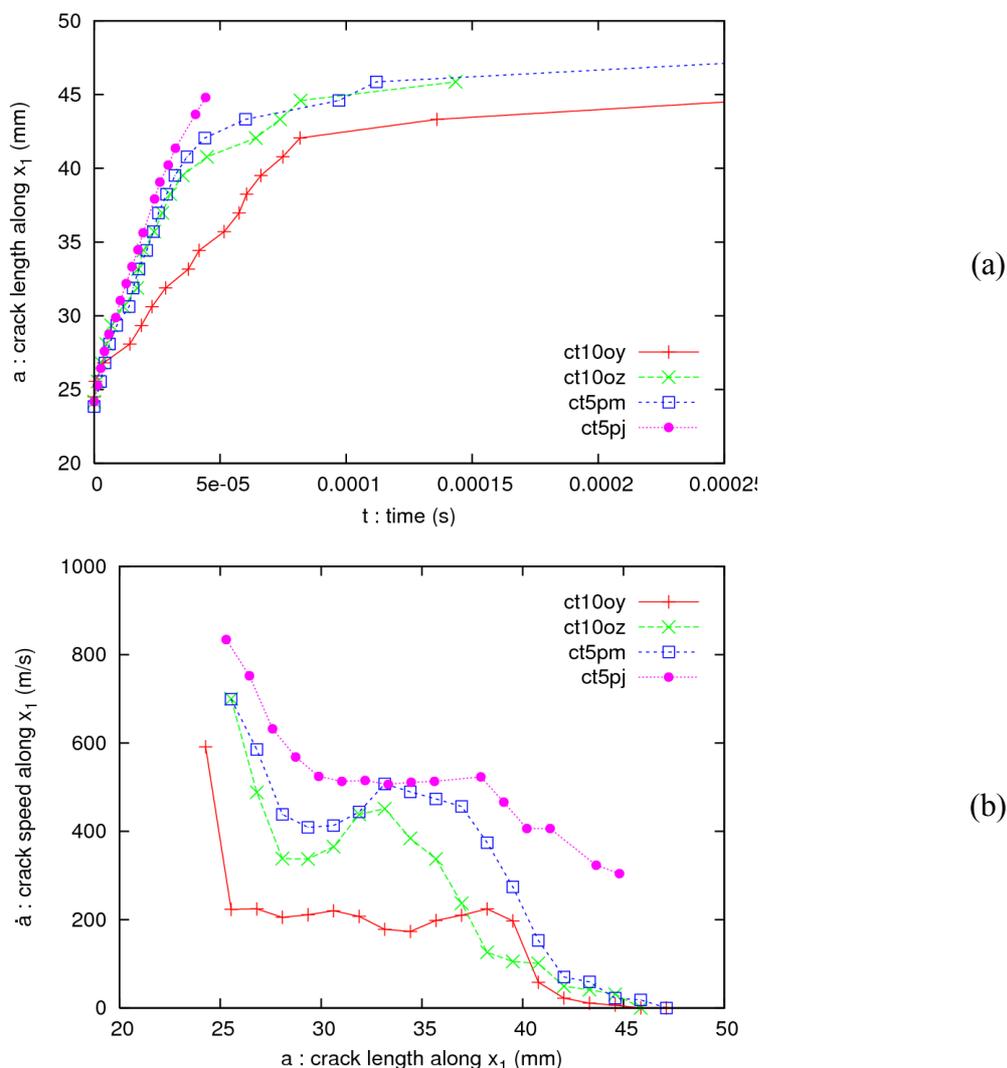


Fig. 83 : Résultats d'essais pour les CT ayant un trajet de fissure rectiligne.

(a) Évolution de la longueur de fissure avec le temps.

(b) Évolution de la vitesse avec la longueur de fissure (vitesse interpolée sur 5 points).

Vitesse de propagation pour les fissures ayant branchées

L'ensemble des données expérimentales est illustrée par la Fig. 84.

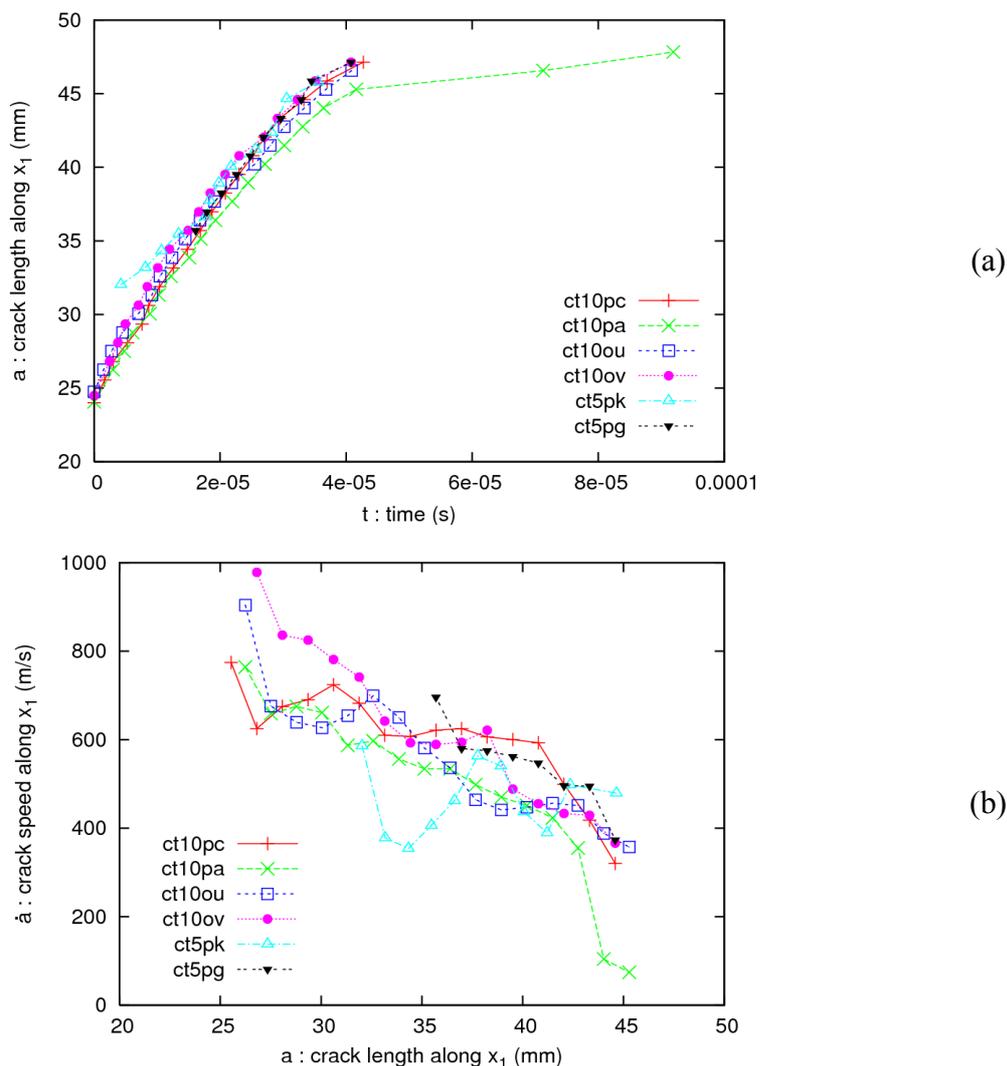


Fig. 84 : Résultats d'essais pour les CT ayant un trajet de fissure branchée.

(a) Évolution de la longueur de fissure selon x_1 avec le temps.

(b) Évolution de la vitesse selon x_1 avec la longueur de fissure (interpolée sur 5 points).

Dans le cas des éprouvettes présentant une fissure branchée, la propagation débute avec une vitesse de l'ordre de 900m/s selon x_1 (soit 1100m/s en norme en considérant une inclinaison de 35°). La vitesse décroît sur l'ensemble du trajet, mais ne semble pas atteindre zéro, car l'éprouvette est à chaque fois complètement rompue. Ces éprouvettes amorcent pour des niveaux de sollicitation plus élevés, et la propagation des fissures branchées s'effectue toujours plus vite que celle des éprouvettes à fissure unique. Ainsi, il apparaît que la quantité d'énergie disponible dans la structure pour rompre influence notablement la vitesse de propagation.

Pour ces éprouvettes branchées, la question se pose de savoir si la fissure amorce directement avec un angle important, ou si elle démarre dans le plan de symétrie de l'éprouvette avant de changer de direction et de se séparer en deux. Dans le premier cas, ceci plaiderait pour un effet significatif de la plasticité sur l'amorçage de ces éprouvettes minces où un critère en cisaillement prendrait le pas sur un critère en contrainte d'ouverture maximale en plasticité confinée.

III.5. Essais sur anneau

III.5.1. Géométrie de l'éprouvette

La géométrie de l'éprouvette annulaire est donnée par la Fig. 85.

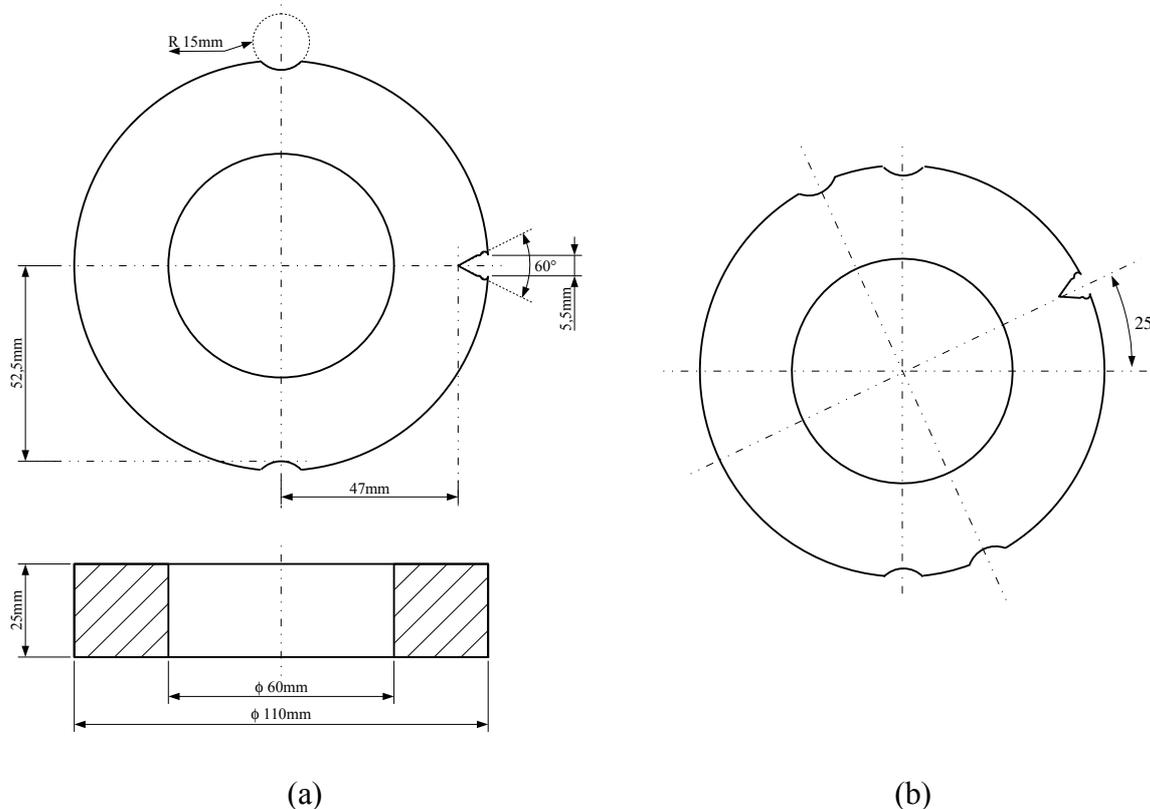


Fig. 85 : Plans des anneaux.

(a) Anneau pour chargement mécanique en mode I pur.

(b) Usinage supplémentaire pour chargement mécanique en mode mixte.

Afin de réaliser des essais en mode mixte, on usine un couple d'encoches supplémentaire pour permettre d'incliner le plan de fissure de 25° avec l'horizontale lors de l'essai à rupture. Cette géométrie est décrite sur la Fig. 85 (b).

III.5.2. Données de préfissuration et d'amorçage

De la même façon que les éprouvettes CT, tous les anneaux sont préfissurés par fatigue en mode I en imposant un chargement décroissant. L'amplitude ΔK évolue de $25\text{MPa}\sqrt{m}$ à $15\text{MPa}\sqrt{m}$. Les données concernant la longueur initiale préfissurée a_0 de la fissure sont fournies par la Fig. 86 et le tableau suivant.

On calcule également le facteur d'intensité des contraintes à l'amorçage à l'aide d'un calcul éléments finis 2D avec l'hypothèse de déformations planes. On constate que les éprouvettes ont toutes rompues pour des valeurs de K_I comprises entre 50 et $80\text{MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$.

Les courbes force-ouverture sont fournies sur la Fig. 87.

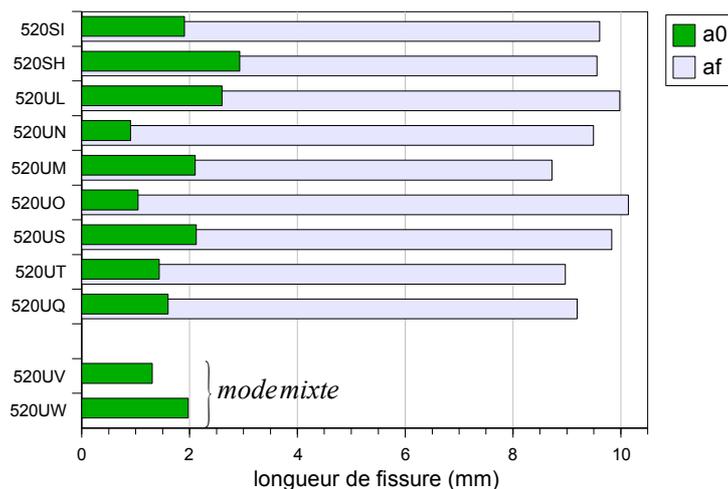


Fig. 86 : Longueur de fissure initiale a_0 et finale a_f pour les anneaux.

Le tableau suivant récapitule les principales données expérimentales.

n° essai LISN	éprouvette	a_0 (mm)	F rupture (kN)	δ clip à rupture (mm)	KJ ($\text{Mpa}\sqrt{\text{m}}$)	Mode	a_f (mm)
06-002	520SI	1,90	-201	0,138	55	I	9,61
06-001	520SH	2,93	-192	0,148	52	I	9,56
06-052	520UL	2,60	-	-	-	I	9,98
06-053	520UN	0,91	-214	0,155	62	I	9,49
06-054	520UM	2,10	-227	0,247	73	I	8,72
06-055	520UO	1,05	-216	0,160	59	I	10,14
06-058	520US	2,12	-211	0,173	61	I	9,83
06-059	520UT	1,44	-233	0,320	79	I	8,97
06-056	520UQ	1,60	-219	0,193	66	I	9,19
06-060	520UV	1,31	-251	0,213	-	mixte	-
06-061	520UW	1,98	-272	0,783	-	mixte	-

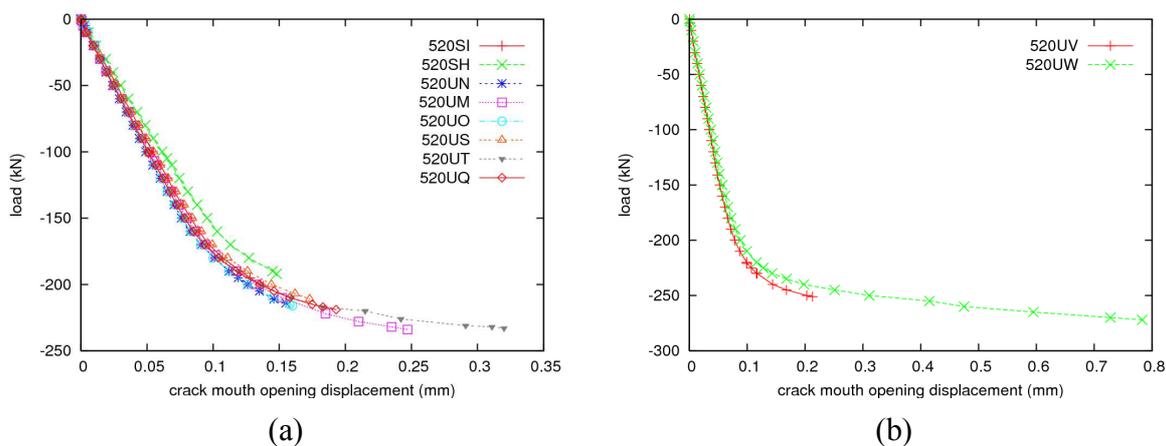


Fig. 87 : Courbe force-ouverture pour les anneaux en mode I pur (a), et pour les anneaux chargés en mode mixte (b).

Bien qu'ayant des longueurs de fissure variables, les anneaux fournissent des courbes force-

ouverture relativement proches. On note que ces courbes sont loin d'être linéaires, ce qui signifie qu'une zone importante de la structure a plastifié durant la mise en charge.

III.5.3. Étude de la propagation

Vitesse de propagation pour les anneaux en mode I

La distance parcourue par la fissure est relativement faible (7.7mm en moyenne). Afin d'obtenir une quantité d'informations expérimentales suffisante, il est nécessaire d'adopter des jauges avec un pas entre deux brins consécutifs suffisamment fin. Ainsi, les jauges de type CPD ont été progressivement abandonnées pour les jauges de type CPA, permettant de recueillir un plus grand nombre de points de mesure. La Fig. 88 (a) donnent les points expérimentaux mesurés.

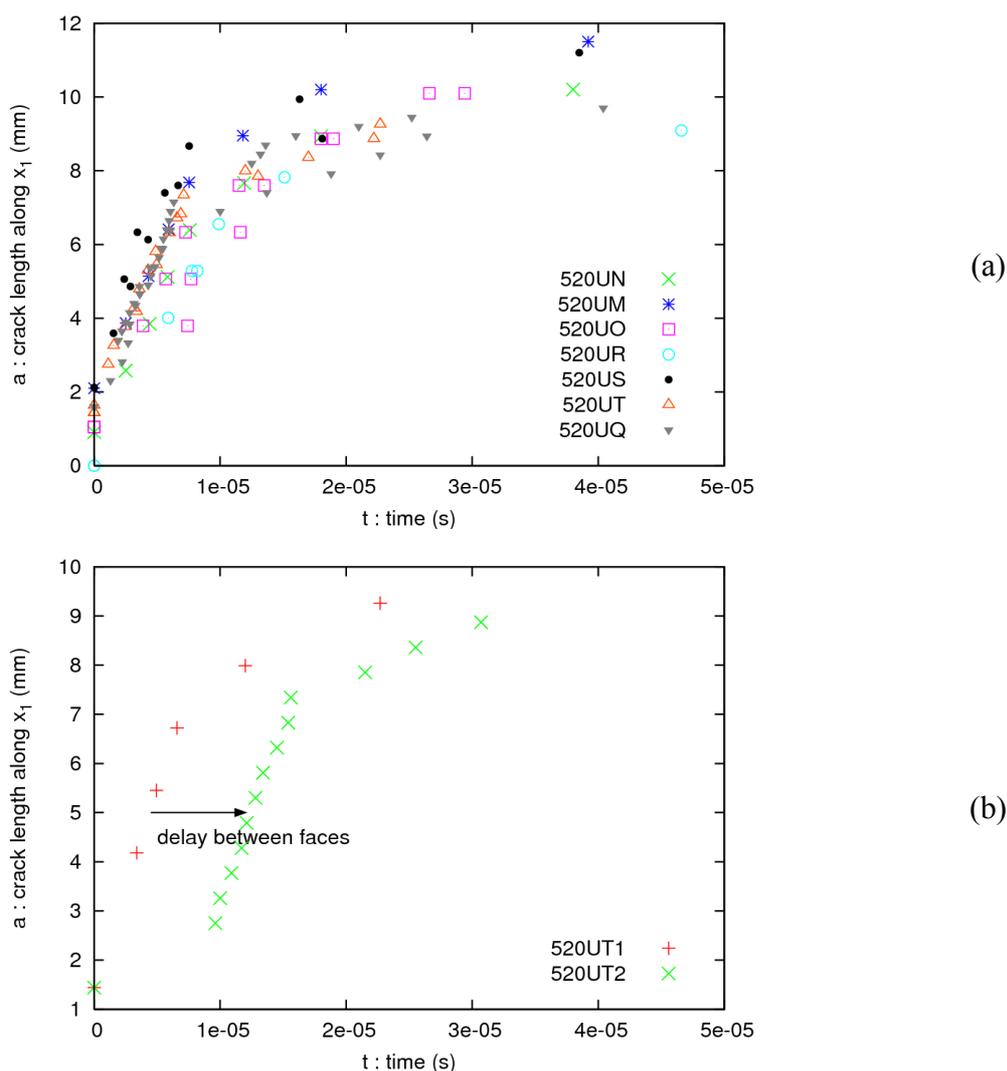


Fig. 88 : Longueur de fissure en fonction du temps pour les anneaux en mode I pur.

(a) Résultats expérimentaux de l'ensemble des anneaux.

(b) Mise en évidence du déphasage temporel entre les mesures des deux faces d'un anneau.

On constate parfois l'existence d'un léger décalage temporel entre les mesures réalisées de part et d'autre de l'éprouvette (cf. Fig. 88 (b)). Ce déphasage s'explique par l'importante largeur des anneaux par rapport à l'avancée totale de la fissure. Si l'amorçage a lieu en un point du front plus proche d'un bord que d'un autre, alors il existe un décalage temporel entre les mesures enregistrées sur ces deux bord, correspondant à la différence de temps nécessaire au défaut pour

atteindre chacun des bords. D'ailleurs, ce déphasage temporel est inférieur au temps de propagation de la fissure sur une distance égale à l'épaisseur des anneaux (en se basant sur les vitesses mesurées aux premiers instants), ce qui conforte cette hypothèse. Bien que non négligeable, ce déphasage ne modifie pas l'évolution de la vitesse de propagation avec la longueur de fissure. Les profils obtenus restent très proches.

Vitesse de propagation et trajet de fissure pour les anneaux en mode mixte

La Fig. 89(a) est une photographie post-mortem de l'éprouvette 520UV, tandis que la Fig. 89(b) définit le repère de la jauge et donne les points expérimentaux relevés post-mortem.

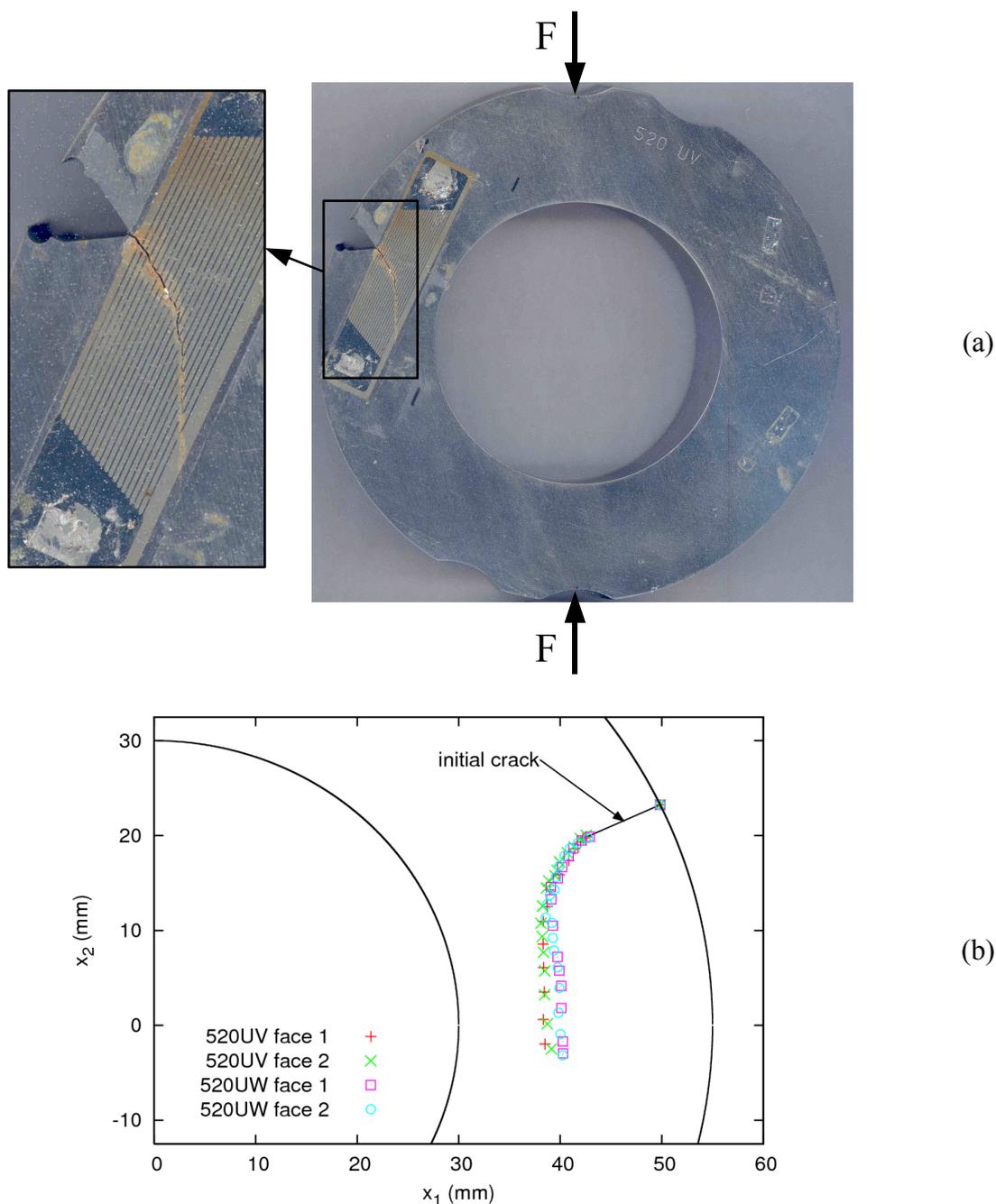


Fig. 89 : Trajet de fissure expérimental pour les anneaux en mode mixte.
 (a) Photographie post-mortem de l'anneau 520UV.
 (b) Relevé expérimental post-mortem du trajet de fissure.

Concernant l'évolution temporelle de la longueur de fissure, les jauges ne fournissent qu'une information uniaxiale selon x_1^{gauge} . On utilise le trajet expérimental présenté Fig. 89(b) pour en déduire l'inclinaison locale entre la fissure et la jauge α . On approxime ainsi la longueur curviligne de la fissure par (127).

$$a = \int \dot{a} dt \simeq \sum_{strands} \frac{\Delta x_1^{gauge}}{\cos(\alpha)} \quad (129)$$

L'évolution de la longueur de fissure dans le temps peut donc être représentée de deux manières différentes comme on le voit sur la Fig. 90.

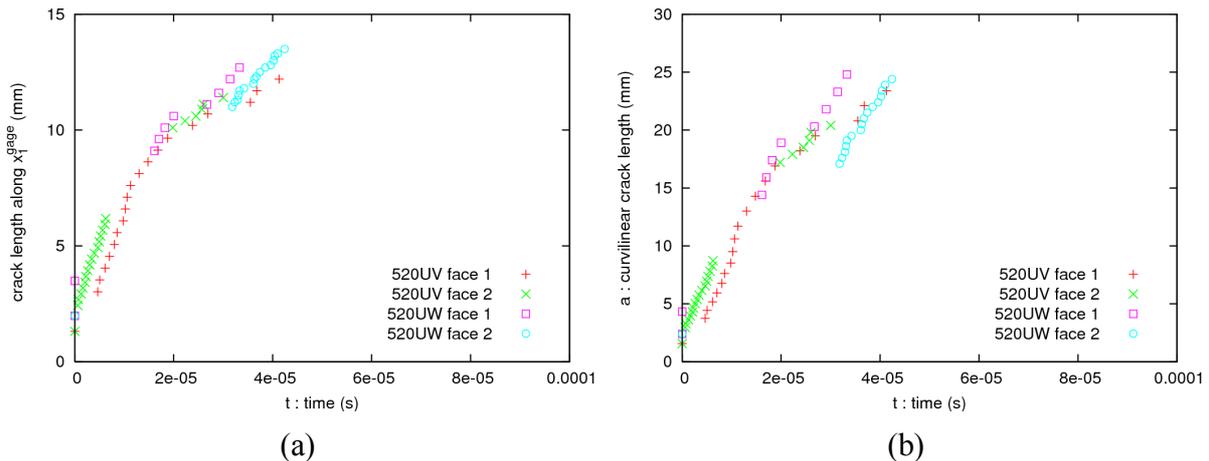


Fig. 90 : Longueur de fissure en fonction du temps dans le cas des anneaux en mode mixte.
 (a) Dans le repère de la jauge. (b) Dans le repère curviligne suivant la pointe de fissure.

III.6. Analyse du faciès de rupture

III.6.1. Objectifs des observations

Des observations au microscope électronique à balayage (SEM) des faciès de rupture sont réalisées afin de répondre aux interrogations concernant principalement les mécanismes en jeu lors de la propagation et de l'arrêt de fissure.

- ◆ Quel est le mode de ruine lors de la propagation?
- ◆ Le faciès de rupture présente-t-il des ligaments ductiles non rompus, comme l'ont observé de nombreux auteurs (notamment [80], [81], [65] et [71])?
- ◆ Quelles particularités peut-on observer à proximité du front d'arrêt?
- ◆ Comment se présente la zone d'amorçage des éprouvettes CT ayant branchées? La bifurcation est-elle effective dès l'amorçage ou après quelques grains clivés dans le plan de symétrie?

III.6.2. Observations

L'initiation et la propagation

La Fig. 91 est représentative du faciès observé sur l'ensemble des géométries où la vitesse de propagation est importante. On constate un faciès de rupture caractéristique de la rupture par clivage. Surtout, aucun ligament ductile n'est visible dans cette zone.

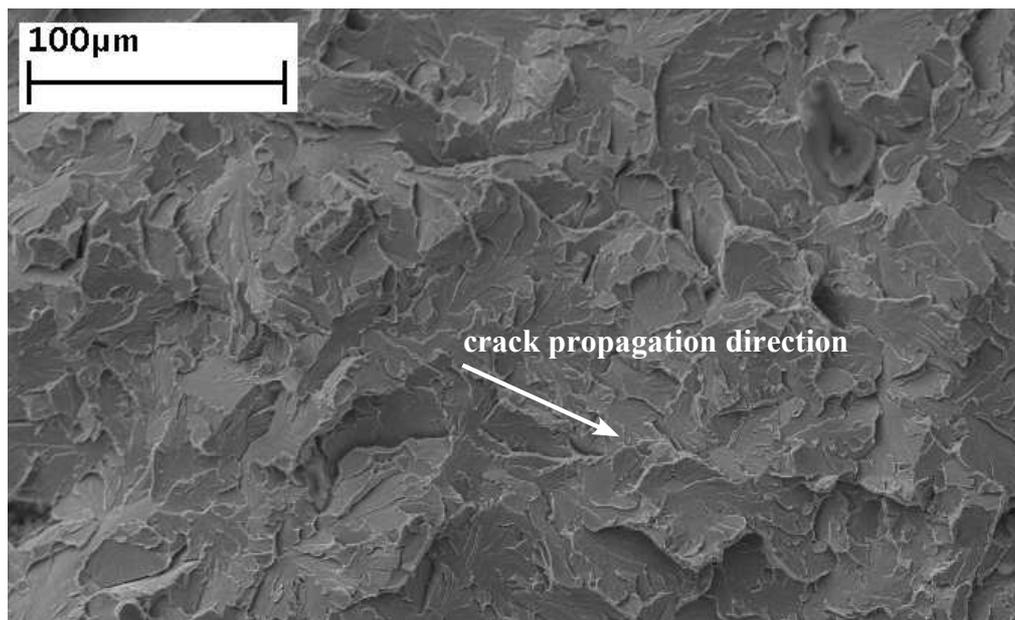


Fig. 91 : Faciès de rupture de l'éprouvette ct10oy à mi-parcours de la propagation.

L'arrêt

La Fig. 92 présente le même faciès mais près du front de fissure. On constate le même type de mécanisme, sans ligament ductile visible mais présentant ici des marches de cisaillement. Ces marches sont certainement créées à la jonction de deux plans parallèles plus faciles à rompre pour la fissure qui à cette endroit dispose de nettement moins d'énergie que lors de la phase précédente.

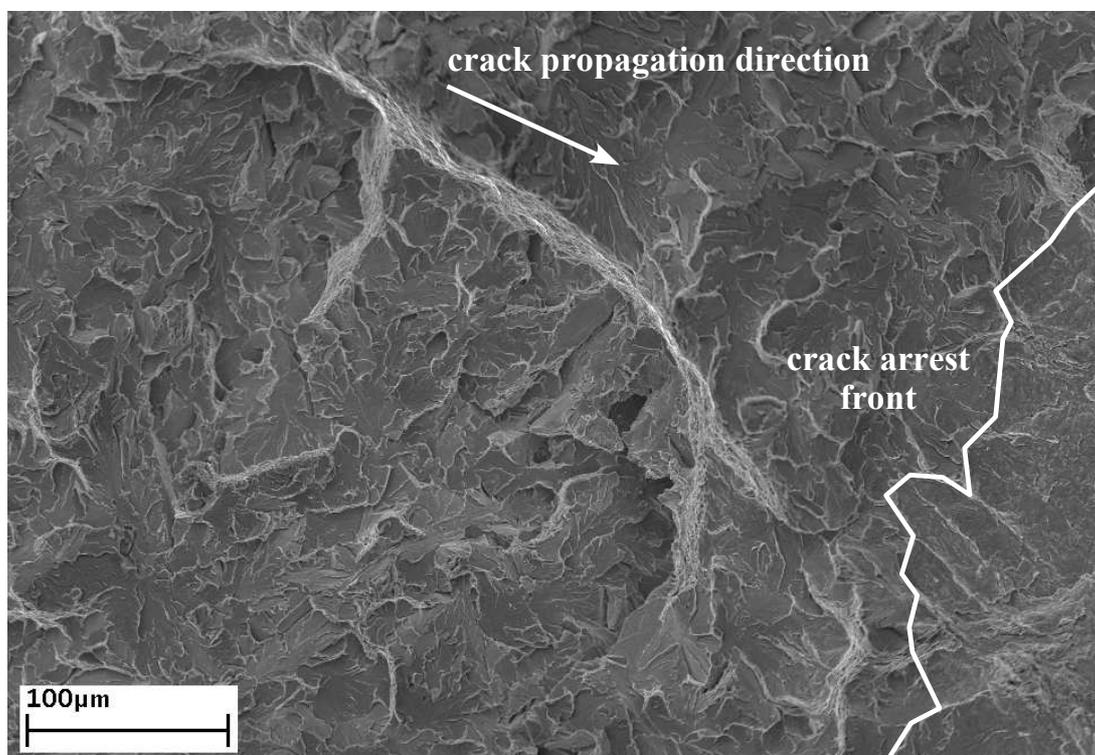


Fig. 92 : Faciès de rupture de l'éprouvette ct10oy à proximité du front d'arrêt.

Le branchement des CT

La Fig. 71 présente le faciès de rupture à l'amorçage d'une CT ayant branchée. Il y apparaît que la fissure s'amorce directement avec un angle important. On distingue même l'amorce de la second fissure qui se fait dans la continuité de la première. Ceci confirme pour ces éprouvettes minces le rôle important de la plasticité lors de l'amorçage.

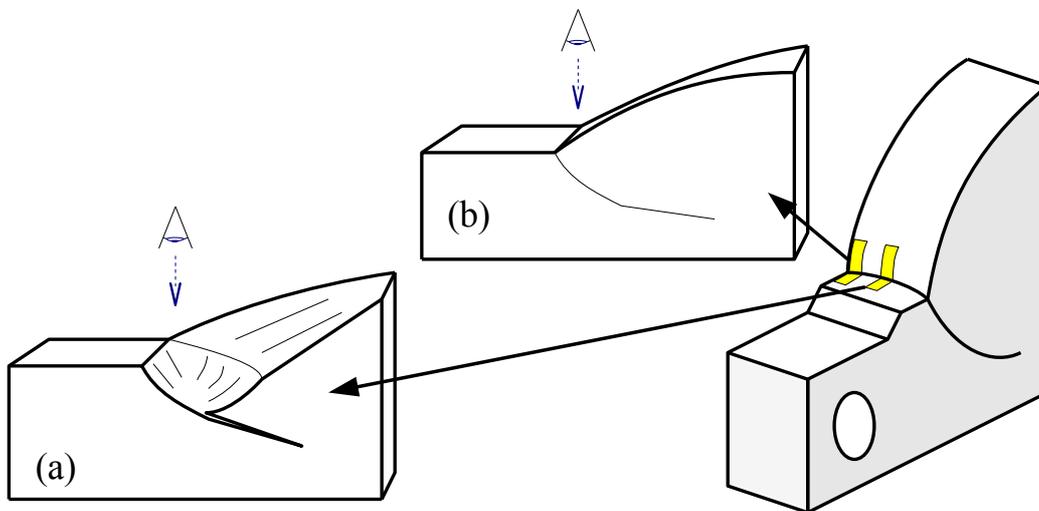
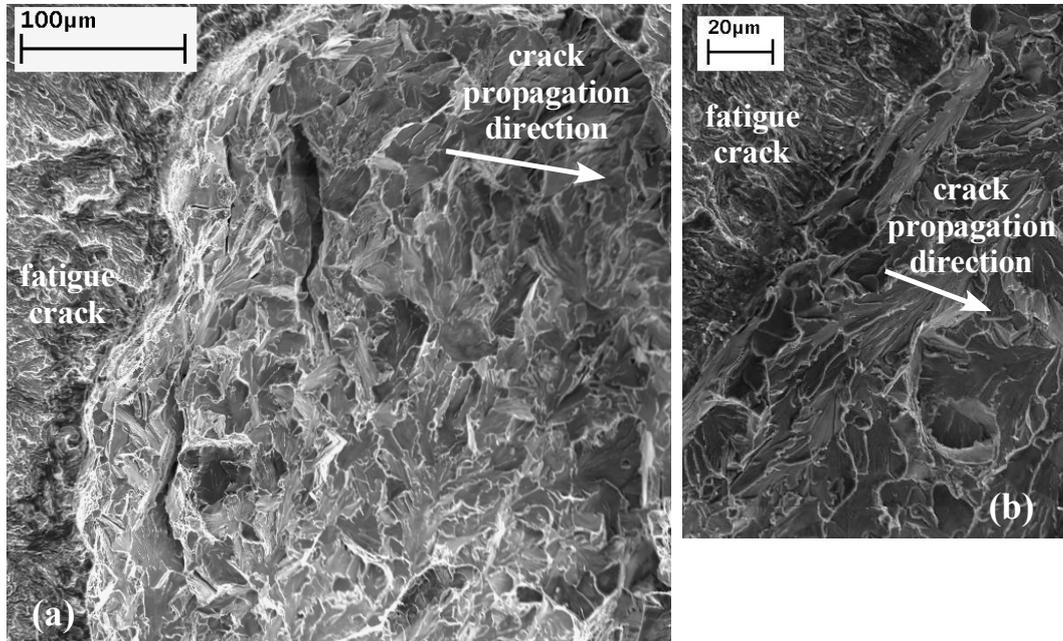


Fig. 93 : Faciès de rupture de l'éprouvette ct10pc à l'amorçage.

III.7. Conclusions

Après une présentation du matériau de l'étude et de son comportement mécanique (notamment aux grandes vitesses de déformation), la campagne expérimentale de propagation et d'arrêt de fissure a été présentée au cours de ce chapitre. Deux géométries ont été considérées : il s'agit d'éprouvettes CT, et d'anneaux entaillés en compression. Ces derniers ont également été adaptés pour permettre un chargement en mode mixte.

Pour chacune des configurations, les données relatives à la préfissuration et la mise en charge des éprouvettes, ainsi que les informations concernant l'avancée de la fissure dans le temps (et éventuellement dans l'espace pour les anneaux en mode mixte) ont été présentées en détail.

Il s'avère que les éprouvettes CT présentent deux types de trajet de fissure très différents. Soit la fissure amorce à de faibles niveaux de chargement et propage dans le plan de symétrie; soit l'éprouvette rompt plus tardivement et présente une fissure branchée dès l'initiation. Par contre, les anneaux, plus larges, ont tous rompus dans le plan de symétrie lorsqu'ils ont été sollicités en mode I. Le cas d'un chargement en mode mixte a également été traité.

Les mesures de vitesse de propagation sont très cohérentes entre elles. On constate que pour les éprouvettes CT, la propagation de fissure s'effectue à une vitesse moyenne comprise entre 200 et 500m/s, alors qu'elle avoisine 700m/s pour les anneaux en mode I. De plus, la vitesse de propagation semble augmenter avec la quantité d'énergie emmagasinée par la structure et disponible pour le clivage.

Les observations fractographiques ont montré des surfaces caractéristiques du clivage, avec des marches de cisaillement plus marquées vers le front d'arrêt. Aucun ligament ductile n'a été rencontré. Ainsi, l'analyse de ces essais devra utiliser un critère de propagation et d'arrêt de fissure décrivant uniquement les mécanismes de clivage.

Les données expérimentales récoltées vont faire l'objet d'une analyse mécanique détaillée dans le prochain chapitre. Elles constituent de ce fait la base physique de l'identification d'un modèle de propagation de fissure de clivage.

Chapitre IV.

Modélisation de la propagation de fissure de clivage

Sommaire

IV.1. Introduction.....	128
IV.1.1. Contexte.....	128
IV.1.2. Démarche.....	128
IV.2. Interprétation des essais sur éprouvettes CT.....	129
IV.2.1. Modèle mécanique.....	129
IV.2.2. Analyse énergétique.....	132
IV.2.3. Analyse locale.....	133
IV.2.4. Sur la nécessité de prendre en compte les aspects dynamiques.....	140
IV.3. Analyses prédictives.....	140
IV.3.1. Schémas numériques associés aux modèles de propagation.....	140
IV.3.2. Analyses prédictives sur éprouvettes CT.....	141
IV.3.3. Analyses prédictives sur éprouvettes annulaires en mode I.....	143
IV.3.4. Analyses prédictives en mode mixte.....	145
IV.4. Conclusion.....	155

IV.1. Introduction

IV.1.1. Contexte

Les modèles d'amorçage font l'objet d'un plus grand nombre d'études que les modèles de propagation et d'arrêt de fissure. Néanmoins, ces derniers sont nécessaires lorsque l'on envisage de démontrer qu'une fissure ayant amorcé en fragile s'arrête avant de mettre en péril l'intégrité de la structure.

Dans le chapitre bibliographique, nous avons vu que la plupart des analyses de propagation et d'arrêt de fissure fragile sont effectuées dans un contexte élastodynamique. L'extension au cas non linéaire complexifie les analyses, notamment parce qu'il est difficile de définir un paramètre unique représentatif de la sollicitation en pointe de fissure. La plasticité et les effets de déchargement locaux lors de la propagation, invalide le sens physique de l'intégrale J^{dyn} . Les modèles locaux (comme le critère RKR [19]) semblent dans ce contexte plus attrayants. Ceux-ci postulent en général l'existence d'une contrainte critique de clivage. Ce type de critère semble a priori être facilement généralisable au cas de la propagation et de l'arrêt de fissure.

Ce chapitre présente une analyse avancée de la propagation et de l'arrêt d'une fissure fragile, et propose un modèle de propagation, qui sera validé ou non par l'étude des différentes configurations expérimentales présentées au cours du chapitre précédent.

IV.1.2. Démarche

L'identification du modèle de propagation s'appuie sur deux macros-étapes :

- ◆ L'identification du modèle en réalisant des simulations numériques où la vitesse de propagation est imposée ("generation phase").
- ◆ L'application de ce modèle pour prédire par la simulation l'avancée de la fissure dans le temps ("application phase").

Cette démarche proposée par Kanninen [51] a également été utilisée par Nishioka et al [36]. Nous proposons d'effectuer l'identification du modèle de propagation à partir des expériences sur éprouvettes CT, et d'appliquer ensuite ce modèle à ces mêmes éprouvettes CT, ainsi qu'aux éprouvettes annulaires en mode I et en mode mixte.

La pertinence du modèle est évaluée en comparant aux résultats expérimentaux, la vitesse de propagation et la longueur de fissure à l'arrêt obtenues par application du modèle (calculs prédictifs).

Lors de la phase d'application du modèle, l'utilisation d'une géométrie différente de celle qui a servi à l'identification est un indicateur quant à la transférabilité du modèle. Pour qu'un critère ait un sens physique, il est nécessaire qu'il ne dépende pas de la géométrie étudiée, ni d'une variable de configuration (comme la longueur de préfissuration, ou la mixité des modes par exemple). Cette démarche donne du poids à la démonstration si la confrontation avec l'expérience des résultats de simulation est réellement prédictive.

La première partie de ce chapitre (paragraphe IV.2) correspond à l'interprétation des essais sur éprouvette CT. Il expose d'abord le modèle mécanique utilisé dans l'ensemble des simulations, avant de présenter les résultats des simulations et de proposer une identification d'un modèle de propagation.

La seconde partie (paragraphe IV.3) concerne l'application du modèle de propagation identifié. Des simulations prédictives de propagation de fissure en mode I sur éprouvettes CT, en mode I sur éprouvettes annulaires, et en mode mixte sur éprouvettes annulaires y sont détaillées.

IV.2. Interprétation des essais sur éprouvettes CT

IV.2.1. Modèle mécanique

Notations et hypothèses

On considère le solide Ω présentant une discontinuité représenté sur la Fig. 94. Le front de fissure est désigné par Γ^{tip} , et les lèvres de la fissure par Γ^+ et Γ^- .

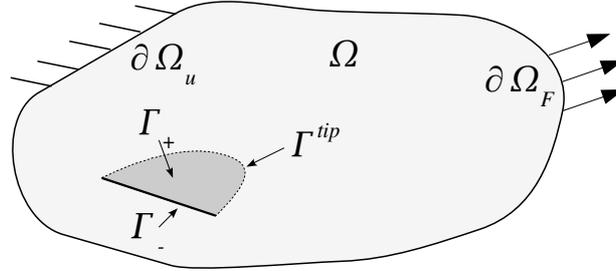


Fig. 94 : Définition du solide Ω présentant une discontinuité (partie grisée).

Le déplacement du point \underline{x} à l'instant t est noté $\underline{u}(\underline{x}, t)$. $\dot{(\)} = \partial(\) / \partial t$ désigne l'opérateur de dérivation temporelle. On considère le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\sigma}$. Dans notre analyse, le tenseur des grandes déformations de Green-Lagrange défini par l'équation (130) est pris en compte.

$$\epsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}u_{k,j}) / 2 \quad (130)$$

L'hypothèse de déformation plane (131) est adoptée pour l'ensemble des modélisations présentées dans ce mémoire.

$$\forall i, \epsilon_{i3} = 0 \quad (131)$$

Cette dernière semble justifiée pour les anneaux qui ont une épaisseur de 25mm, mais elle est plus controversée pour les CT, en particulier pour la ct5pj. En effet cette éprouvette de 5mm d'épaisseur a amorcé relativement tard et a donc développé une forte plasticité en pointe de fissure comparativement aux autres essais. L'hypothèse de déformation plane réduit notablement l'état de plasticité en pointe de fissure et affecte ainsi de manière non-négligeable l'état de contrainte. Il est probable que cette hypothèse éloigne notre modélisation de la réalité sur cette unique éprouvette. Un calcul tridimensionnel permettrait de s'affranchir de tout doute.

Équation d'équilibre

En l'absence de force volumique, l'équilibre dynamique, les conditions initiales et aux limites sont définis par le jeu d'équations (132).

$$\begin{aligned} \text{équation d'équilibre : } & \underline{div}(\underline{\sigma}) = \rho \underline{\ddot{u}} \\ \text{conditions aux limites : } & \begin{cases} \underline{\sigma} \cdot \underline{n} = \underline{F}^{ext} & \text{sur } \partial\Omega_F \\ \underline{\sigma} \cdot \underline{n} = \underline{0} & \text{sur } \partial\Gamma_+ \cup \partial\Gamma_- \\ \underline{u} = \underline{u}^{ext} & \text{sur } \partial\Omega_u \end{cases} \\ \text{conditions initiales : } & \begin{cases} \underline{u}(\underline{x}, t=0) = \underline{u}^0 \\ \underline{\dot{u}}(\underline{x}, t=0) = \underline{\dot{u}}^0 \end{cases} \end{aligned} \quad (132)$$

Les trois premières lignes du jeu d'équations (132) peuvent se mettre sous la forme variationnelle (133) (formulation faible).

$$\forall v \in V^0, \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\epsilon}}(v) d\Omega + \int_{\Omega} \rho \ddot{u} \cdot v d\Omega = \int_{\partial\Omega_f} E^{ext} \cdot v dS \quad (133)$$

avec $V^0 = \{v, v=0 \text{ sur } \partial\Omega_u\}$

Équations constitutives

Le comportement du matériau est élasto-viscoplastique à écrouissage isotrope, avec une loi d'écoulement associée. La partition de la déformation en une partie élastique et une partie inélastique est rappelée par les équations (134).

$$\text{Partition de la déformation : } \underline{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{\epsilon}}^e + \underline{\underline{\epsilon}}^{in}$$

$$\text{avec } \underline{\underline{\epsilon}}^e = \mathbf{D}^{-1} \underline{\underline{\sigma}} \quad \text{et} \quad \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{in} = \begin{cases} 0 & \text{si } \Phi(\underline{\underline{\sigma}}, p, \dot{p}) < 0 \\ \dot{p} \frac{\partial \Phi}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} & \text{si } \Phi(\underline{\underline{\sigma}}, p, \dot{p}) = 0 \end{cases} \quad (134)$$

où \mathbf{D} est la matrice de Hooke, $\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{in} : \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^{in}}$ représente la vitesse de déformation inélastique équivalente, et Φ est la fonction seuil définie par (135).

$$\Phi(\underline{\underline{\sigma}}, p, \dot{p}) = \sigma^{eq} - \sigma_y(p, \dot{p}) \quad (135)$$

La surface de charge utilise la contrainte de Von Mises (136).

$$\sigma^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \underline{\underline{\underline{s}}} : \underline{\underline{\underline{s}}}} \quad \text{avec le déviateur} \quad s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad (136)$$

On remarque que la viscosité est prise en compte dans la contrainte seuil σ_y qui dépend de la vitesse de déformation inélastique équivalente \dot{p} . La loi $\sigma_y(p, \dot{p})$ est en fait la courbe d'écrouissage issue de l'identification expérimentale du comportement du matériau, qu'on a présenté au chapitre III et dans l'annexe B. Rappelons qu'il s'agit d'une loi de Symonds-Cowper modifiée pour tenir compte de l'adoucissement dû à l'échauffement créé par la dissipation plastique (cet échauffement étant considéré comme adiabatique, la température T n'est pas indépendante et peut être directement reliée à p et \dot{p}).

Modèle de propagation

Pour être complet dans notre description du problème, il faut ajouter les inconnues décrivant la l'évolution de la fissure dans le temps. Pour un problème bidimensionnel en mode I pur, il s'agit simplement de $a(t)$. Dans un cadre plus général (tridimensionnel en mode mixte), il faut décrire l'évolution du front de fissure $\Gamma^{ip}(t)$ (cf. Fig. 94).

On considère deux types de modélisations :

- ◆ Les modélisations à vitesse de propagation imposée, où $\Gamma^{ip}(t) = \Gamma^{imp}(t)$.
- ◆ Les modélisations prédictives, où $\Gamma^{ip}(t) = F(\underline{u}(t), \underline{\underline{\sigma}}(t), \dots)$

La démarche adoptée pour identifier le modèle de propagation s'appuie sur ces deux types de modélisations.

Avec la méthode X-FEM, le mouvement du front de fissure est décrit naturellement par l'évolution des fonctions de niveau dans le temps. En chaque point du front, il faut être capable

de déterminer si la fissure propage, et dans le cas affirmatif, dans quelle direction et à quelle vitesse, comme cela est schématisé sur la Fig. 95.

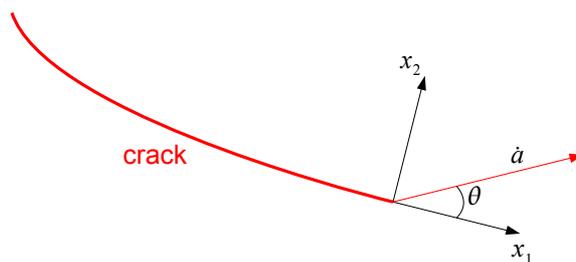


Fig. 95 : Inconnues du modèle de propagation.

Maillage

Le maillage utilisé pour l'étude de l'éprouvette CT est donné sur la Fig. 96. Il compte environ 4200 éléments (soit 4350 noeuds) avec une taille de maille en pointe de fissure de 200 μm . Les éléments dans la zone de propagation de fissure sont uniquement des quadrangles à 4 noeuds (QUA4). Les fonctions d'interpolation géométriques sont donc du 1^{er} ordre.

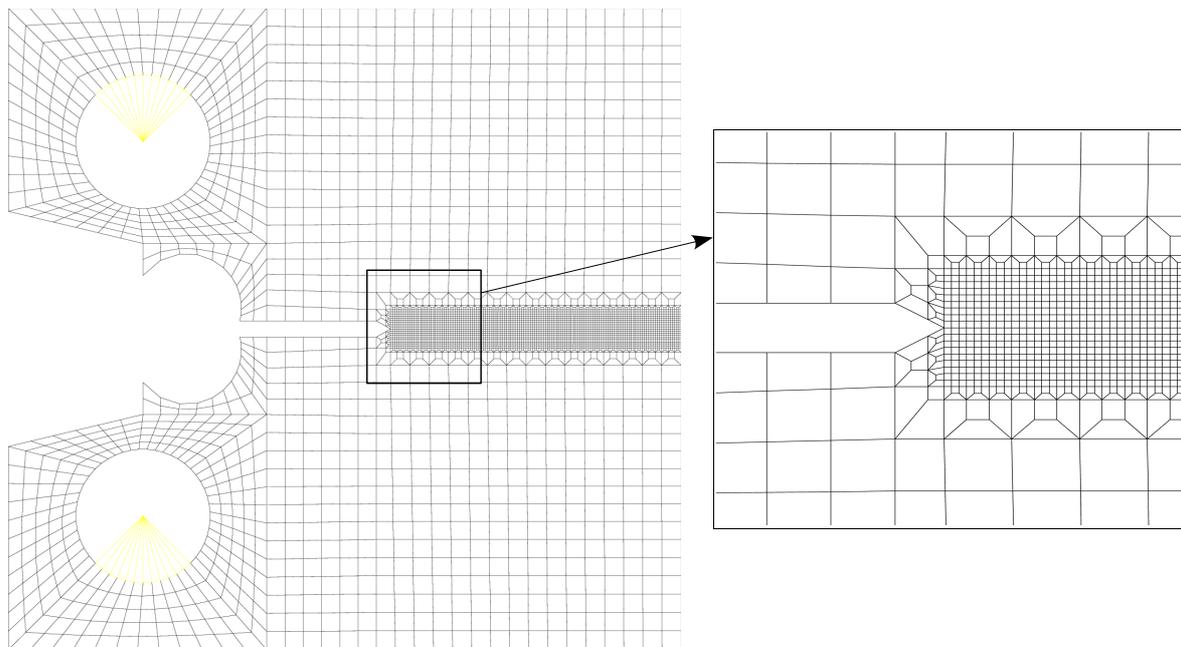


Fig. 96 : Maillage de l'éprouvette CT.

Conditions aux limites

Seul un quart des goupilles est modélisé par un maillage (en jaune sur la Fig. 96) épousant parfaitement le trou des CT. Une barre élastique (non représentée sur la Fig. 96) simule la ligne d'amarrage. L'une de ces extrémités est attachée à la goupille, tandis que l'on impose le déplacement de l'autre extrémité. Ce type de condition aux limites permet de prendre en compte le mouvement de la goupille pendant la propagation de la fissure. En effet, la rupture de l'éprouvette se traduit par une chute brutale de sa rigidité, et le système éprouvette-machine de traction n'est alors plus en équilibre. Cette observation a déjà été réalisée par Kaninnen et al [46] pour des éprouvettes Double Cantilever Beam.

IV.2.2. Analyse énergétique

Résultats énergétiques

On réalise le calcul par éléments finis de la rupture fragile des éprouvettes CT en appliquant directement l'évolution temporelle de la longueur de fissure mesurée expérimentalement (cf. Fig. 97(b)). Nous soulignons le fait que les données expérimentales sont utilisées sans les lisser. On se restreint à présenter les résultats concernant une seule éprouvette (ct5pm), les tendances observées étant transposables aux autres éprouvettes.

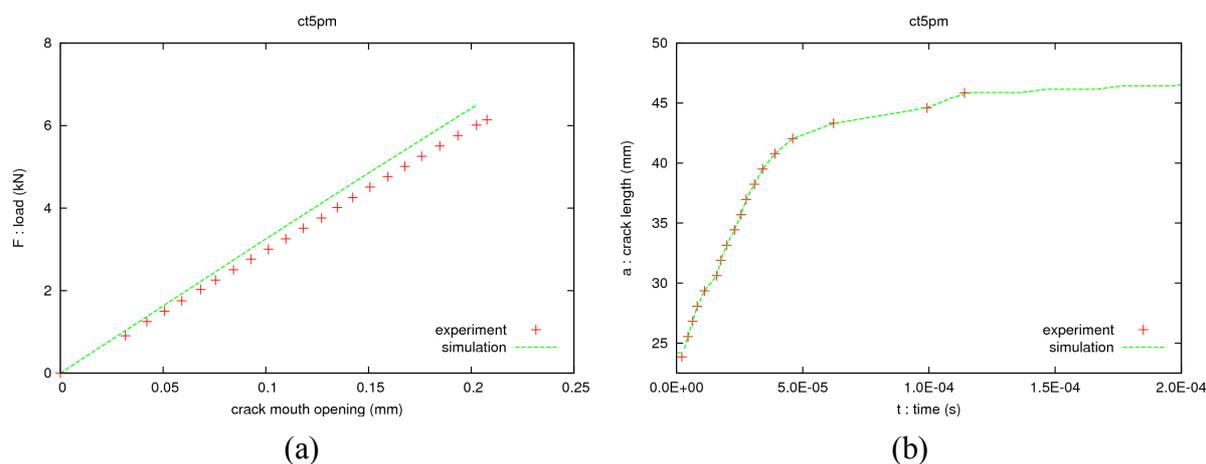


Fig. 97 : Comparaison entre la modélisation et l'expérience de la courbe force-ouverture pendant la mise en charge (a), et imposition des données expérimentales concernant l'évolution de longueur de fissure avec le temps (b).

On procède d'abord à une étape de mise en charge quasi-statique représentée sur la Fig. 97(a), et réalisée jusqu'à l'amorçage déterminé à partir de la ténacité expérimentale. Ensuite, la propagation de la fissure s'effectue en dynamique avec la loi de comportement élasto-viscoplastique précédemment décrite.

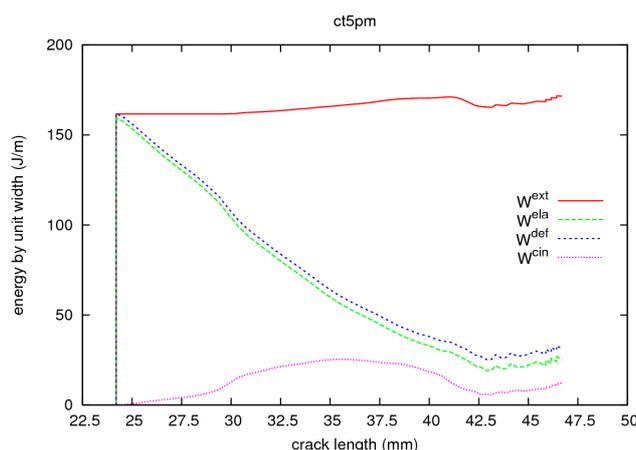


Fig. 98 : Évolution des termes énergétiques durant la propagation pour la ct5pm.

Les bilans d'énergie effectués sur les CT révèlent que la quasi-totalité de l'énergie emmagasinée est utilisée pour rompre l'éprouvette (cf. Fig. 98). L'énergie extérieure apportée par le relâchement de la barre qui simule la complaisance de la machine d'essais n'est négligeable que durant les premiers millimètres de propagation. L'énergie de déformation élastique décroît significativement durant la propagation, mais n'est pas compensée par l'énergie plastique qui

reste relativement faible dans l'éprouvette. L'énergie cinétique augmente pendant la moitié de la propagation avant de diminuer. Des tendances similaires ont déjà été observées par Hahn et al [45] sur une Double Cantilever Beam en acier et par Kobayashi [48] sur une éprouvette CT en polymère.

Conclusion de l'analyse énergétique

Les critères utilisés pour modéliser la propagation d'une fissure de clivage peuvent être énergétiques ou locaux.

Les critères énergétiques sont basés sur la notion du taux de restitution d'énergie G . Dans le cas d'un comportement quasi-élastique de la structure (hypothèse de plasticité confinée), ou de chargement proportionnel sans décharge, G s'évalue relativement facilement à partir d'intégrales indépendantes du contour comme l'intégrale J de Rice [11], ou l'intégrale F de Freund [28]. Par contre, l'utilisation d'une approche énergétique devient beaucoup plus complexe à mettre en oeuvre dans les cas où ne peuvent être négligés : les non linéarités du comportement du matériau, ou les effets dû à l'histoire du chargement, ou encore des mécanismes particuliers de détérioration. Freund et al [57], ou plus récemment Nguyen et al [146], s'accordent pour séparer l'énergie consommée par l'avancée de fissure en deux termes :

- ◆ la dissipation due au comportement (visco-)plastique du matériau,
- ◆ l'énergie utilisée pour cliver, pour séparer les surfaces.

Cette séparation n'est pas directement accessible par l'expérience puisque la dissipation plastique dépend notamment des conditions de chargement, de la géométrie, de la vitesse de déformation. C'est pourquoi Freund et al [57], puis Mataga et al [59], et enfin Xu et al [58] essaient d'exprimer le rapport entre l'énergie apportée à la création de surfaces G^{tip} et l'énergie extérieure G^{ext} en fonction de la vitesse de propagation \dot{a} . Les auteurs considèrent une propagation à vitesse constante, le critère $G^{tip} = G_c$, et négligent certains termes, comme l'énergie élastique bloquée dans le sillage. Cependant, il apparaît que les vitesses prédites par ce type de modèles surestiment les valeurs observées expérimentalement. A la connaissance de l'auteur, peu d'applications basées sur ce modèle sont disponibles dans la littérature.

Dans ce contexte, un critère local en contrainte s'avère une solution à la fois simple dans son principe et attrayante pour la compréhension et l'interprétation des phénomènes en jeu.

IV.2.3. Analyse locale

Vers un critère en contrainte principale maximale

Comme nous l'avons vu au chapitre bibliographique, les modèles d'amorçage basés sur une approche locale utilisent la contrainte principale maximale pour évaluer la possibilité de rupture par clivage. Le critère de Ritchie Knott et Rice [19] suppose qu'il y a rupture fragile lorsque la contrainte principale maximale (qui est également la contrainte d'ouverture) atteint une valeur critique à une certaine distance de la pointe de fissure. Les auteurs essaient de relier cette distance à une grandeur caractéristique du matériau (deux fois la taille du grain en l'occurrence).

Contrairement à d'autres auteurs (comme Bouyne [65]), nous n'observons pas de ligament ductile sur les faciès de rupture à l'arrière du front de fissure. Ainsi, l'unique mécanisme intervenant dans la ruine du matériau est le clivage. Celui-ci est conditionné par les sollicitations en avant du front de fissure, ce qui justifie l'utilisation du modèle RKR.

L'application d'un modèle de rupture local nécessite une connaissance précise du comportement du matériau. Dans le cas de la propagation dynamique de fissure de clivage, les vitesses de déformation étant très grandes, il semble judicieux de prendre en compte la viscosité du

matériau. Nous pensons qu'il s'agit probablement d'un élément essentiel pour la compréhension des phénomènes (cf. Kanninen [51]). Parmi les travaux les plus récents sur ce sujet, Hajjaj [56] suit une démarche similaire pour simuler la propagation de fissure d'un anneau sous choc thermique. Il modélise la propagation et l'arrêt de fissure en considérant un comportement élasto-viscoplastique du matériau étudié, un acier de cuve REP. L'auteur s'appuie dans son analyse sur un critère RKR avec une contrainte critique de clivage dépendant uniquement de la température, à partir d'une relation découlant de celle entre la ténacité à l'amorçage et la température.

Comment évaluer la contrainte principale en pointe de fissure

On choisit d'utiliser la contrainte principale maximale comme grandeur pertinente pour établir un critère de propagation de fissure. Il reste à déterminer comment évaluer numériquement cette contrainte, et quel impact sur la valeur calculée aura la méthodologie utilisée. On répertorie trois méthodes pour "mesurer" la contrainte principale en pointe de fissure :

- ◆ On peut tout d'abord extrapoler la contrainte principale en un point situé à une distance fixe de la pointe de fissure dans une direction donnée (par exemple en $r=r_c, \theta=0$). Les valeurs des contraintes étant connues aux points de Gauss, leur évaluation en un point arbitraire souffre des approximations numériques dues à la méthode d'extrapolation employée.
- ◆ On peut aussi directement tester la valeur de la contrainte principale en chaque point de Gauss.
- ◆ On peut enfin moyenniser les contraintes dans une zone de forme fixe proche de la pointe de fissure, afin de se prémunir d'approximations numériques.

La première méthode est certainement la plus répandue puisqu'il s'agit de l'application basique du critère RKR : on calcule ponctuellement la contrainte principale dans une direction jugée comme critique. Bien que la distance critique utilisée soit objective, l'extrapolation des contraintes connues aux points de Gauss vers un point quelconque de l'espace introduit une erreur d'autant plus grande que les contraintes présentent de fortes variations spatiales et temporelles dans cette région. Afin de choisir une longueur à la fois proche de l'entité micro-structurale du matériau, et de préserver une bonne qualité de la solution numérique, nous avons choisi de considérer une distance critique r_c de 100 μm .

$$\text{Critère RKR} (r_c) : \quad \sigma_I(r=r_c, \theta=0) = \sigma_c \quad (137)$$

La seconde méthode est utilisée par Mariani et al [147], Wells et al [60] et Remmers et al [148]. Pour savoir si il y a propagation ou non, ces auteurs comparent la contrainte principale maximale de chaque points de Gauss à une valeur critique. Si celle-ci est dépassée, un segment cohésif est introduit pour simuler l'avancée de la fissure. Le critère peut être vérifié de deux manières :

- ◆ Explicitement. On évalue la contrainte à la fin de chaque pas de temps pour décider de la rupture. Cela suppose un pas de temps très petit et un nombre d'itérations suffisant pour permettre une vitesse de propagation cohérente avec la physique, car le processus s'effectue par sauts successifs discontinus.
- ◆ Implicitement. On utilise un processus itératif pour que le critère soit vérifié exactement à la fin de chaque pas de temps.

Cependant, la valeur de la contrainte en un point de Gauss dépend fortement de la distance qui le sépare de la pointe de fissure. Ceci risque d'engendrer une dépendance à la taille de maille du critère. De plus, elle oscille fortement dans le temps lorsque la fissure propage dynamiquement. Pour cette raison nous n'avons pas testé cette méthode.

C'est le calcul de l'angle de propagation chez ces mêmes auteurs qui a inspiré la troisième méthode de calcul de la contrainte principale.

Mariani et al [147] cherche par exemple une approximation polynomiale en r du tenseur des contraintes sur un demi-disque en avant de la pointe de fissure. Puis, il utilise la direction perpendiculaire à la contrainte principale maximale comme direction de propagation.

Wells et al [60] et Remmers et al [148] moyennent le tenseur des contraintes sur un disque en pointe de fissure de rayon égal à trois fois la taille d'un élément via une fonction de pondération Gaussienne w définie par l'équation (138). Ils décident également de fixer la direction d'avancée de la fissure comme étant la direction perpendiculaire à la contrainte principale maximale de ce tenseur moyen.

$$w = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} l^3} \exp\left(\frac{-r^2}{2l^2}\right) \quad (138)$$

L'idée de ces méthodes n'est pas de délocaliser le tenseur des contraintes (comme on le fait pour les modèles d'endommagement par exemple), mais de s'affranchir de possibles erreurs numériques locales en intégrant les contraintes sur un petit volume. Rappelons que le modèle de Beremin [20] calcule une probabilité de rupture en intégrant sur le volume plastique en pointe de fissure, une fonction dépendant de la contrainte principale maximale.

Au lieu de prendre un disque complet de rayon égal à trois fois la taille d'un élément, on choisit de fixer la dimension l sur laquelle est effectuée la moyenne du tenseur des contraintes. Cette technique introduit donc la notion d'une distance caractéristique comme le critère RKR. Cette distance doit être suffisamment faible pour caractériser l'état en pointe de fissure, mais également assez élevée pour définir une zone de dimension raisonnable par rapport à la taille d'un élément. Nous la fixons à $200\mu\text{m}$. Comme une fonction Gaussienne est utilisée pour pondérer cette moyenne, plus les points d'intégration seront proches de la pointe de fissure et plus ils auront un poids important. Mis à part cette propriété, le choix de la forme de cette fonction de pondération demeure arbitraire. On décide ne pas prendre en compte les points pour lesquels $w < 0.1$, et de normaliser la contrainte par l'intégrale de la fonction poids seule. D'autre part comme l'état de contrainte en arrière de la pointe de fissure est faible et ne joue pas de rôle prédominant dans le processus de rupture, on ne moyenne les contraintes que sur un demi disque en avant du front de fissure. Cette méthode de calcul de la contrainte moyennée sur un demi disque est résumée par le jeu d'équations (139).

$$\text{Critère sur un Hémi-Disque (} l \text{) : } \quad \tilde{\sigma}_I = \left[\frac{\int w \underline{\underline{\sigma}} d\Omega}{\int w d\Omega} \right]_I \quad (139)$$

$$\text{avec } w = \begin{cases} w_0(r) H(\psi) & \text{si } w_0 > 0.1 \\ 0 & \text{si } w_0 \leq 0.1 \end{cases}, \quad w_0 = \exp\left(\frac{-r^2}{2l^2}\right) \quad \text{et} \quad H(\psi) = \begin{cases} 1 & \text{si } \psi > 0 \\ 0 & \text{si } \psi \leq 0 \end{cases}$$

car ψ désigne la fonction de niveau associée au front de fissure, et $[\dots]_I$ représente la contrainte principale maximale en traction.

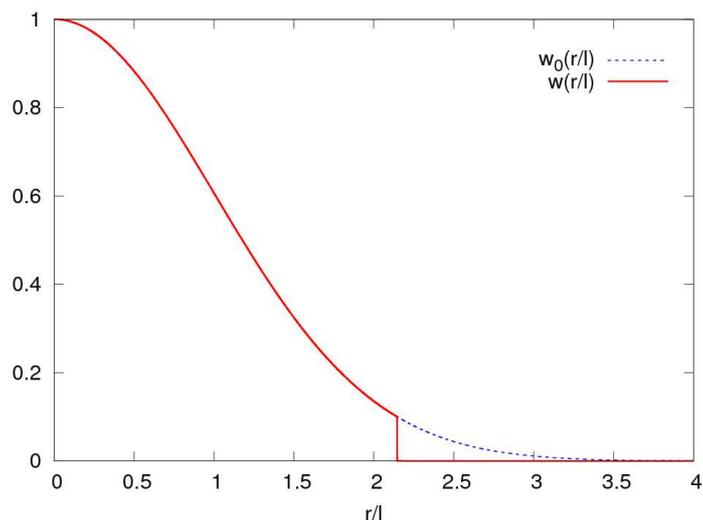


Fig. 99 : Fonction de pondération w .

La forme de la fonction de pondération est une gaussienne tronquée dont l'allure est donnée par la Fig. 99.

Évolution de la contrainte principale maximale

Au niveau de la pointe de fissure, la Fig. 100 présente l'évolution pendant la propagation de la contrainte principale calculée selon les deux méthodes exposées précédemment. Les deux grandeurs présentent des évolutions similaires. Pendant la majeure partie de la propagation où la vitesse est élevée et à peu près constante, la contrainte est relativement constante. Dès que l'on entre dans la phase de décélération (pour $a > 42\text{mm}$), la contrainte diminue.

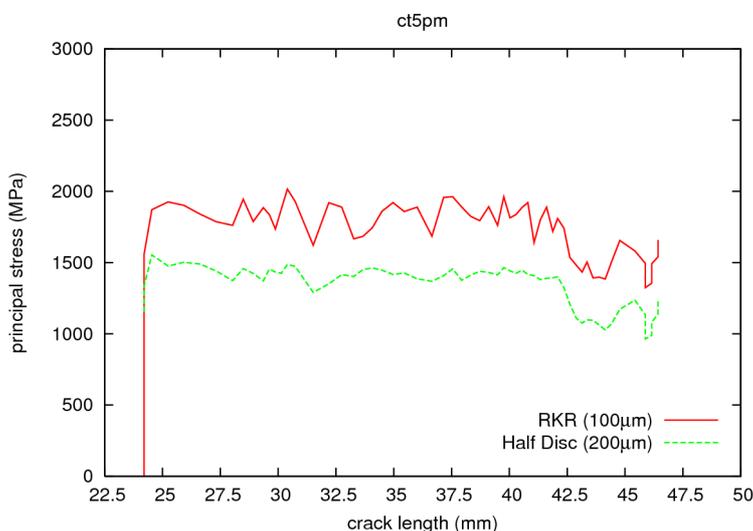


Fig. 100 : Évolution de différentes mesures de la contraintes pour la ct5pm.

D'autres longueurs et d'autres mesures de la contrainte principale en pointe de fissure ont été examinées (comme la moyenne sur un disque complet, ou la limite quand r tend vers 0 d'une interpolation polynomiale en r du tenseur des contraintes). On constate que ces différentes mesures montrent une évolution similaire à celle des deux mesures que l'on a choisi de présenter dans ce mémoire (cf. Fig. 101).

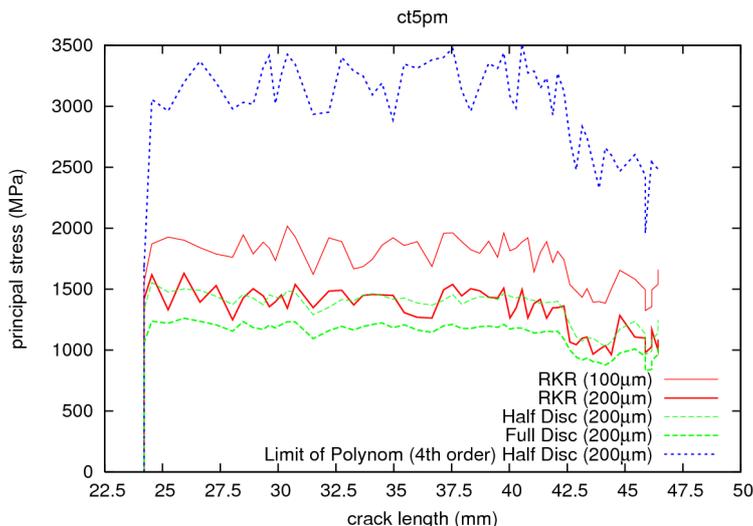


Fig. 101 : Évolution de différentes mesures de la contraintes pour la ct5pm.

Influence de la vitesse des phénomènes

Afin de limiter la dispersion de la vitesse instantanée de propagation mesurée expérimentalement, on découpe chaque essais en intervalles de temps. On construit ces intervalles de temps afin de pouvoir considérer que la vitesse de propagation y est constante. En général, trois intervalles suffisent à décrire correctement l'évolution expérimentale de la longueur de fissure en fonction du temps. On déduit alors pour chacun de ces intervalles un couple vitesse et contrainte moyennée temporellement.

Les courbes obtenues pour les critères respectifs RKR (100µm) et Half Disc (200µm) sont représentées sur la Fig. 102. Comme on l'a précédemment évoqué, l'une des éprouvette a rompu tardivement avec, par conséquent, un fort niveau de plasticité qui n'est pas bien représenté par l'hypothèse de déformation plane. En attendant une future modélisation tri-dimensionnelle, on décide d'exclure des courbes d'identification les points qui correspondent à cette éprouvette particulière.

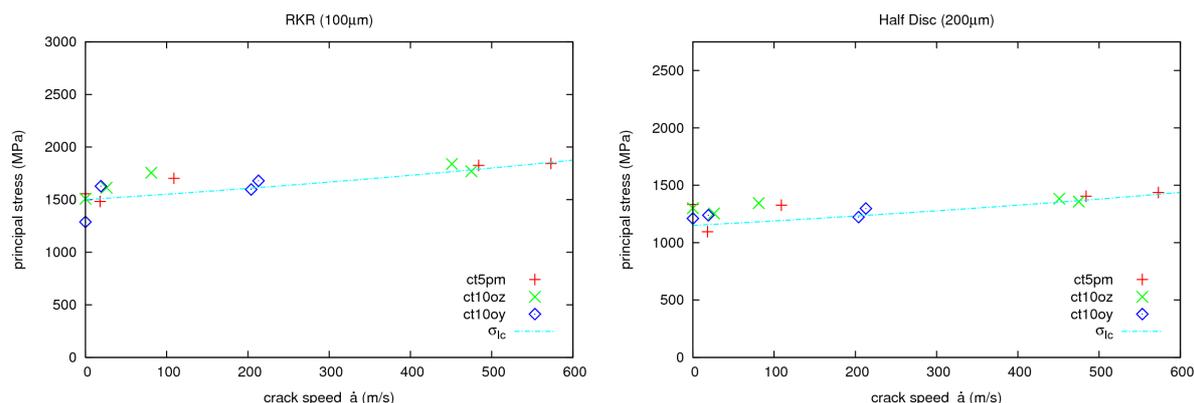


Fig. 102 : Identification de critères dépendant de la vitesse de propagation.

Une légère mais significative augmentation de la contrainte principale avec la vitesse de propagation de fissure est observée pour chacune des mesures. On décide donc d'identifier pour chacune de ces deux méthodes de calcul de la contrainte principale, le critère (140) basé sur la relation empirique proposée originalement par Kaninen et Popelar [8] pour la dépendance du facteur d'intensité des contraintes dynamique avec la vitesse de propagation.

$$\sigma_{Ic}(\dot{a}) = \frac{\sigma_A}{1 - (\dot{a}/v_{lim})^m} \quad (140)$$

Par rapport à la formule générale ci-dessus, on a fixé les paramètres $m=1$ et $v_{lim}=c_R$. Ainsi, on obtient respectivement pour les critères de type RKR100 μm et HD200 μm les grandeurs suivantes : $\sigma_A=1500\text{MPa}$ et $\sigma_A=1150\text{MPa}$.

La dépendance observée de la contrainte critique avec la vitesse de propagation indique certainement une sensibilité de cette contrainte vis à vis de la vitesse de déformation associée.

En effet, d'un point de vue mécanique, c'est la vitesse de propagation qui entraîne la rapidité des phénomènes en pointe de fissure. D'un point de vue plus phénoménologique, la rupture est une réponse du matériau à des sollicitations qui se caractérisent par les champs de contraintes, déformation, vitesse de déformation, températures, etc... En fait, il s'agit d'un problème couplé, dans lequel la propagation dynamique est à la fois la cause et la conséquence des champs mécaniques en pointe de fissure. Aussi, il apparaît que la dépendance de la contrainte critique de clivage à la rapidité des phénomènes en pointe de fissure, peut être traduite aussi bien par la vitesse de propagation que par la vitesse de déformation, l'une et l'autre décrivant la même chose mais d'un point de vue différent.

Pour le vérifier, on représente sur la Fig. 103 l'évolution de la contrainte calculée avec le critère RKR100 μm avec la vitesse de la déformation totale équivalente calculée au même point.

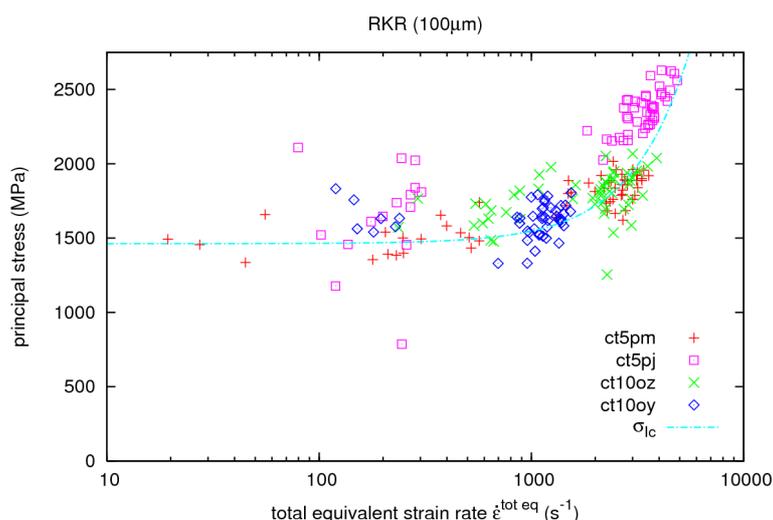


Fig. 103 : Identification de critère dépendant de la vitesse de déformation totale équivalente (RKR 100 μm).

La Fig. 103 confirme effectivement une dépendance entre la contrainte critique et la vitesse de déformation. L'équation (141) propose une relation entre ces deux grandeurs.

$$\sigma_{Ic} = \sigma_{Ic0} \left[1 + 10^{-6} (\dot{\epsilon}_{eq}^{tot})^{1/0.63} \right] \quad \text{avec} \quad \sigma_{Ic0} \approx 1463\text{MPa} \quad (141)$$

Une dépendance de la contrainte critique avec la vitesse de déformation n'est pas un fait actuellement reconnu. Une contrainte critique constante est très souvent supposée dans la littérature. Hajjaj [56] a par exemple considéré une unique dépendance à la température de la contrainte critique. Néanmoins, les essais de choc thermique qu'il a modélisé présente un gradient de température de plus de 400°C. La variation de la contrainte due à la température est si importante qu'elle peut masquer la dépendance avec la vitesse de déformation présentée ici.

Un résultat identique est obtenu avec la seconde méthode de calcul de la contrainte sur un demi disque (cf. Fig. 104 et équation (142)).

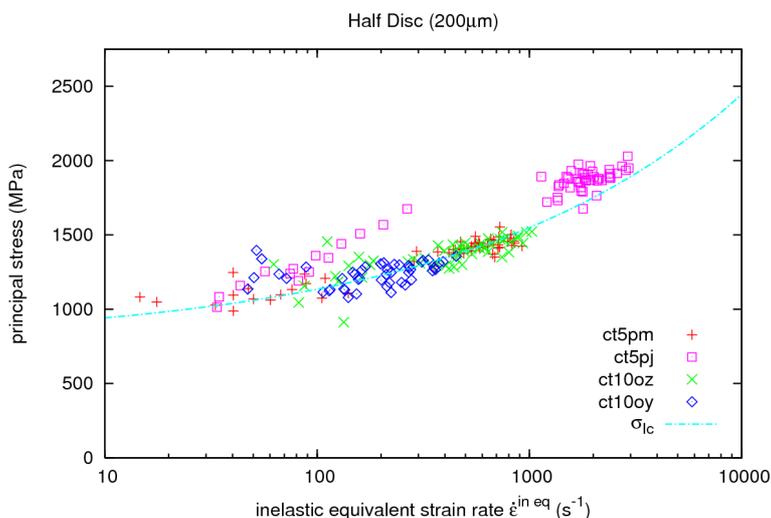


Fig. 104 : Identification de critère dépendant de la vitesse de déformation inélastique équivalente (Half-Disc 200µm).

La variation de la contrainte critique prend alors la forme suivante.

$$\sigma_{1c} = \sigma_{1c0} \left[1 + 0.1 (\dot{\epsilon}^{in eq})^{1/3} \right] \quad \text{avec} \quad \sigma_{1c0} \approx 775 \text{MPa} \quad (142)$$

La comparaison entre ces courbes et l'évolution de la limite d'élasticité avec cette vitesse de déformation semble indiquer une dépendance similaire. L'existence d'un lien direct entre la contrainte critique de clivage σ_{1c} et la limite d'élasticité $\sigma_y(\dot{\epsilon}, T)$ permettrait d'extrapoler les valeurs de contraintes critique de clivage aux températures et vitesses de déformation.

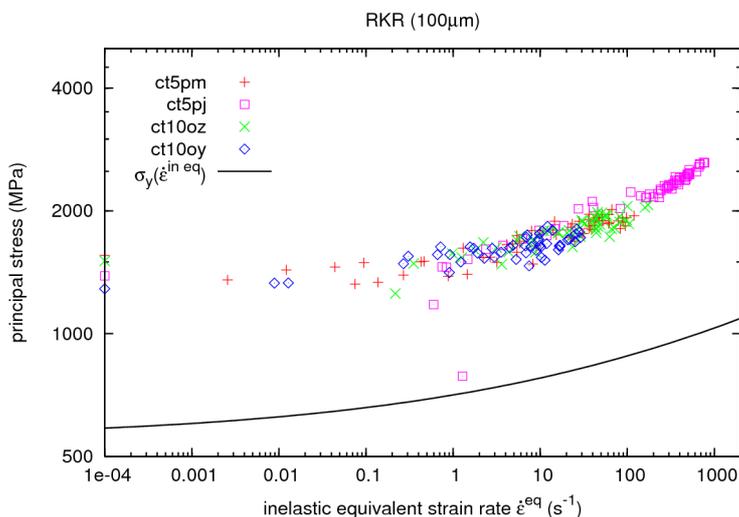


Fig. 105 : Comparaison entre l'évolution de la contrainte critique σ_{1c} et celle de la limite d'élasticité σ_y avec la vitesse de déformation inélastique équivalente.

Cependant, des essais de caractérisation à des vitesses de déformation plus importantes (de l'ordre de 10^4 s^{-1}) que ceux réalisés aujourd'hui sont nécessaires pour conforter cette hypothèse.

IV.2.4. Sur la nécessité de prendre en compte les aspects dynamiques

Dans le paragraphe I.1.3 du chapitre bibliographique, nous avons exposé les résultats expérimentaux de Kalthoff [4]. Ses observations ont démontré qu'une analyse statique conduit à des valeurs de ténacité à l'arrêt différentes selon les éprouvettes, alors qu'une analyse dynamique permet de trouver une valeur de ténacité à l'arrêt commune aux différentes éprouvettes.

Il s'avère que pour des raisons de simplicité, les codifications existantes concernant l'arrêt de fissure [149] se basent sur des raisonnements statiques. Bien que conservatifs, les critères utilisés pour déterminer l'arrêt de fissure dans de telles codifications, ne permettent pas de prédire le comportement réel de la fissure.

Afin de démontrer la nécessité de la prise en compte des aspects dynamiques dans les analyses de propagation et d'arrêt de fissure, nous allons montrer dans ce paragraphe les résultats obtenus en considérant la propagation de la fissure dans des conditions quasi-statiques.

La Fig. 106 compare les résultats obtenus en terme de contraintes principales pour des analyses quasi-statiques et dynamiques.

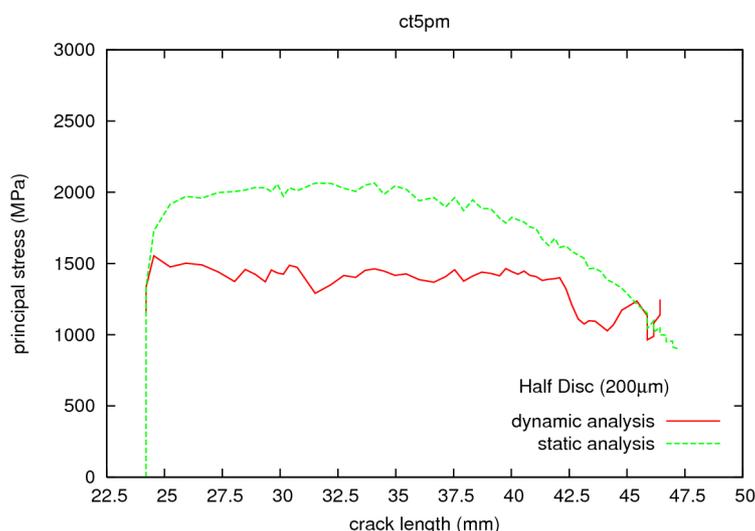


Fig. 106 : Comparaison entre une analyse quasi-statique et une analyse dynamique concernant l'évolution de la contrainte pour la ct5pm.

On s'aperçoit qu'une analyse statique conduit à des valeurs de contrainte variables au cours de la propagation, et ne permet donc pas d'identifier un critère de propagation et d'arrêt de fissure.

IV.3. Analyses prédictives

Afin de vérifier la pertinence de nos résultats sur les éprouvettes CT, les deux types de critères proposés (contrainte critique en fonction de la vitesse de propagation ou de la vitesse de déformation) sont mis en oeuvre de manière prédictives sur les éprouvettes CT et les essais sur anneaux (en mode I et en mode mixte).

IV.3.1. Schémas numériques associés aux modèles de propagation

Cas où la contrainte critique dépend de la vitesse de propagation

Un critère qui fait directement intervenir la vitesse de propagation autorise l'utilisation d'un

algorithme explicite pour l'avancée de la fissure :

$$a_{n+1} = a_n + \dot{a}_n \Delta t \quad \text{où} \quad \dot{a}_n = \sigma_{Ic}^{-1}(\tilde{\sigma}_n) \quad (143)$$

Ce schéma peut également être raffiné en utilisant une méthode de Runge-Kutta pour corriger la valeur de la vitesse de propagation afin de tenir compte de l'état final prédit de manière explicite.

$$\text{Résolution de l'équilibre dynamique au temps : } t_{n+1}^{try} = t_n + \Delta t^{try}$$

$$\text{Application du critère : } \dot{a}_{n+1}^{try} = \sigma_{Ic}^{-1}(\tilde{\sigma}_{n+1}^{try})$$

$$\text{Correction de la vitesse de propagation : } \Delta t = \frac{2 \Delta a}{(\dot{a}_n + \dot{a}_{n+1}^{try})} \quad (144)$$

$$\text{Résolution de l'équilibre dynamique au temps : } t_{n+1} = t_n + \Delta t$$

$$\text{Application du critère : } \dot{a}_{n+1} = \sigma_{Ic}^{-1}(\tilde{\sigma}_{n+1})$$

Le pas de temps est initialement fixé à 1.10^{-6} s, mais avec la possibilité d'être augmenté lorsque la vitesse décroît, afin de ne pas réaliser des avancées discrètes inférieures à la taille d'un élément. On préserve ainsi le bon conditionnement de la matrice de raideur.

Cas où la contrainte critique dépend de la vitesse de déformation

Lorsque le critère ne fait pas intervenir la vitesse de propagation, un autre type de schéma doit être considéré. On propose le schéma décrit par (145). On impose l'avancée de fissure Δa et on cherche le pas de temps qui vérifie le critère. Si le critère ne peut pas être vérifié pour un pas de temps inférieur à une borne prédéfinie (1.10^{-5} s par exemple), alors la fissure s'arrête pour le prochain pas de temps et ce jusqu'à que le critère soit à nouveau vérifié.

$$\text{Initialisation: } a_{n+1} - a_n = \Delta a \quad \text{et} \quad \Delta t_{n+1}^{(0)} = \Delta t_n$$

$$\text{Résolution de l'équilibre dynamique au temps : } t_{n+1}^{(i)} = t_n + \Delta t_{n+1}^{(i)}$$

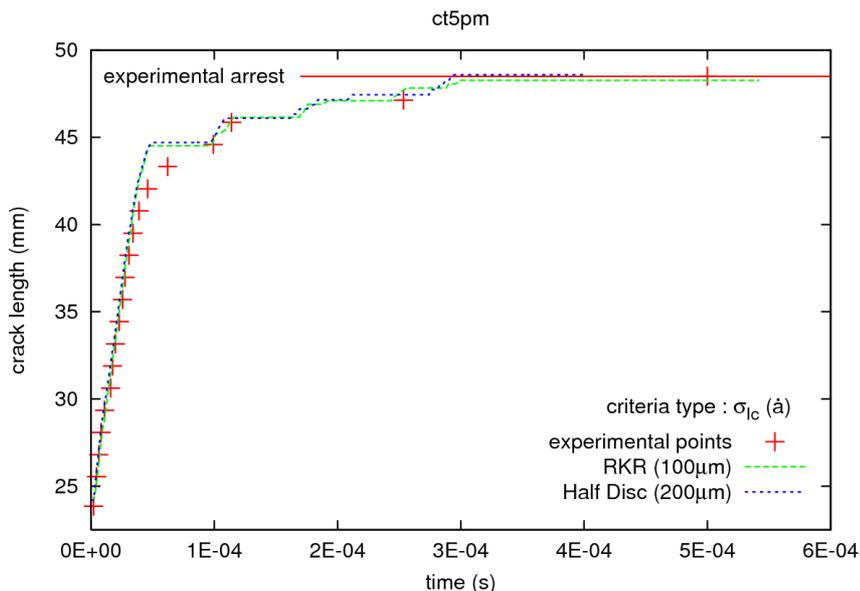
$$\text{Application du critère : } B(\underline{\sigma}_{n+1}^{(i)}, \dot{\epsilon}_{n+1}^{(i)}) \quad (145)$$

$$\text{Correction de la vitesse de propagation avec par ex. : } \Delta t_{n+1}^{(i+1)} = \Delta t_{n+1}^{(i)} [1 - B^{(i)}]$$

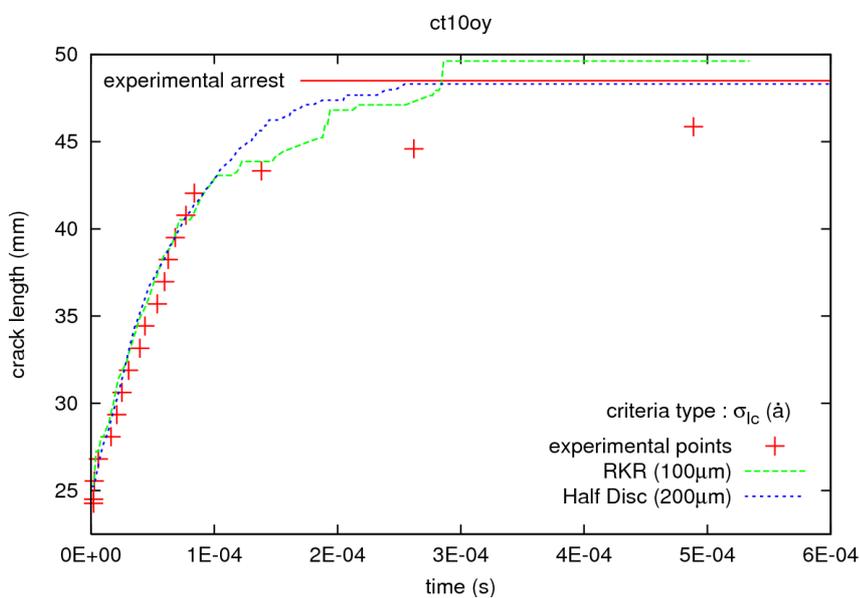
$$\text{Itération jusqu'à obtenir : } B=0$$

IV.3.2. Analyses prédictives sur éprouvettes CT

La modélisation des éprouvettes CT ne pose pas de problème particulier et l'application des critères précédemment identifiés fournit une très bonne représentation des résultats expérimentaux. Les critères de propagation basés sur une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation sont présentés sur la Fig. 107, tandis que ceux basés sur dépendance avec la vitesse de déformation sont présentés sur la Fig. 108.



(a)



(b)

Fig. 107 : Longueur de fissure en fonction du temps pour la ct5pm (a), et la ct10oy (b). Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.

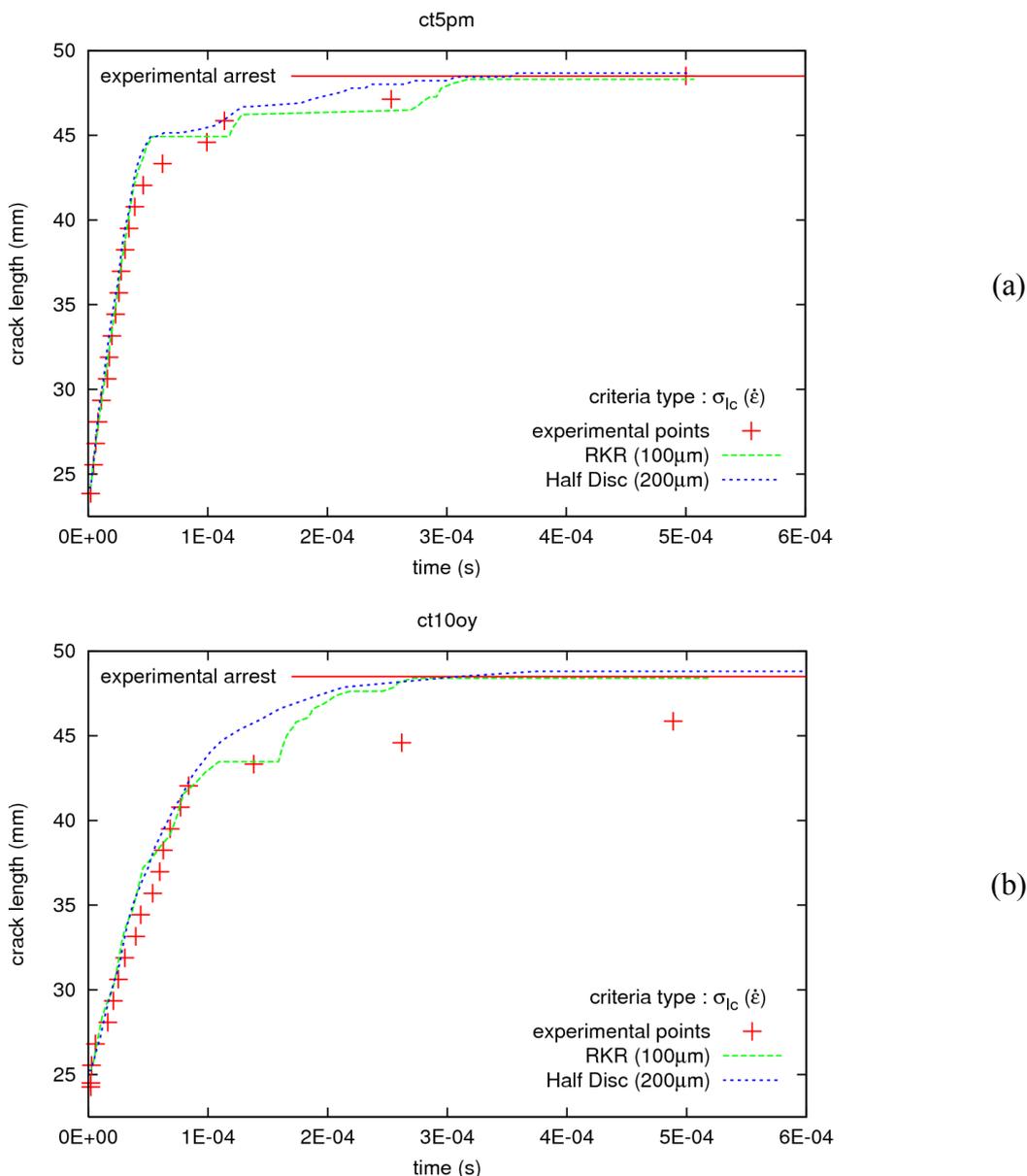


Fig. 108 : Longueur de fissure en fonction du temps pour la ct5pm (a), et la ct10oy (b). Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.

IV.3.3. Analyses prédictives sur éprouvettes annulaires en mode I

Des simulation prédictives concernant les anneaux en mode I pur sont réalisées avec les mêmes schémas numériques et les mêmes critères que ceux décrits précédemment. Les résultats de ces simulations sont présentées sur les Fig. 109 et Fig. 110.

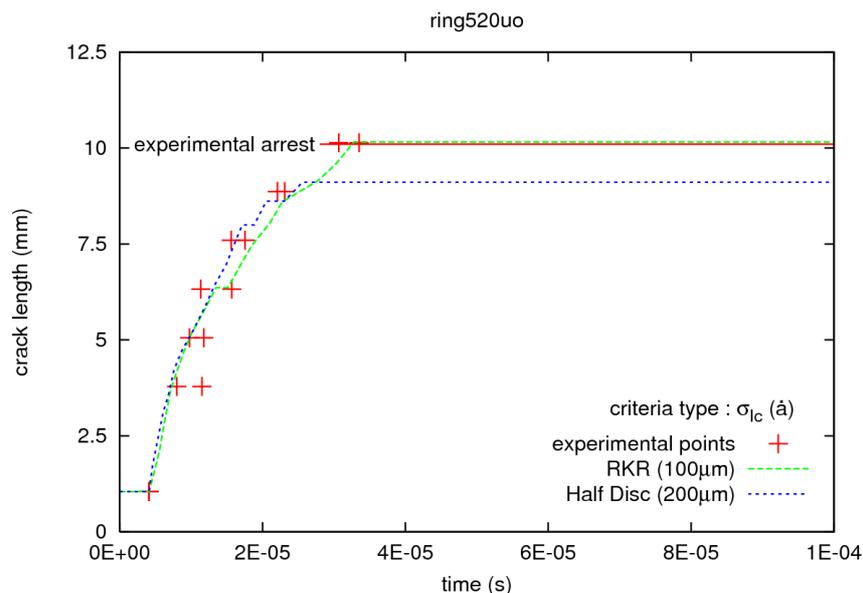


Fig. 109 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau 520uo. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.

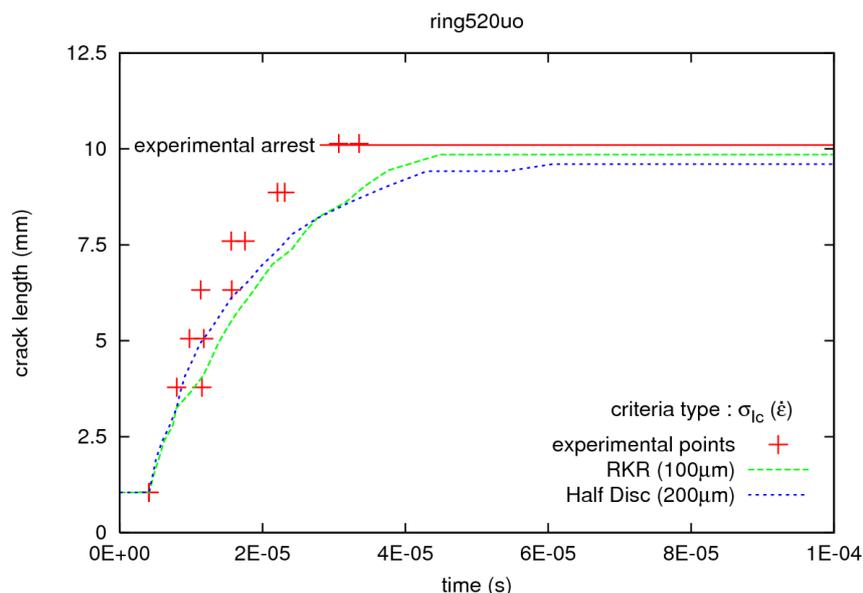


Fig. 110 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau 520uo. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.

Le transfert des critères au cas des anneaux en mode I pur s'avère très satisfaisant, car la prédiction de la vitesse de propagation et de la longueur de fissure à l'arrêt est très précise. Ceci est d'autant plus remarquable, que les vitesses de propagation et les longueurs de fissure sont bien différentes de celles considérées pour les éprouvettes CT : jusqu'à 1000 m/s sur les anneaux à comparer au maximum de 600 m/s observées sur les éprouvettes CT. on note néanmoins une vitesse un peu moindre lorsque le critère utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation est utilisé.

IV.3.4. Analyses prédictives en mode mixte

Critères pour l'orientation de la fissure

La modélisation de la propagation des anneaux en mode mixte nécessite l'ajout dans le modèle de propagation d'une loi supplémentaire permettant de prédire l'orientation de la fissure. Les critères les plus répandus choisissent comme direction de propagation :

- ◆ La direction du maximum de la contrainte d'ouverture ("maximum hoop stress criterion"). En élasticité (LEFM), ce critère peut s'exprimer en fonction des facteurs d'intensité des contraintes, comme cela est rappelé par l'équation (144).

$$\theta_c = \{\theta, \max(\sigma_{\theta\theta})\}$$

$$\text{s'écrit en LEFM : } \theta_c = 2 \operatorname{atan} \left(\frac{1}{4} \left[\frac{K_I}{K_{II}} - \operatorname{sign}(K_{II}) \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right] \right) \quad (146)$$

- ◆ La direction perpendiculaire à la contrainte principale maximale. Il existe deux manières d'appliquer ce critère. La première est le "global tracking algorithm" développé par Oliver et al [150] et [151]. Cette méthode consiste à calculer une fonction dont les isovalues sont perpendiculaires au champ des contraintes principales maximales, et à faire propager la fissure selon ces lignes d'isovaleurs. La seconde méthode développée notamment dans [60], se base sur un tenseur des contraintes moyenné en pointe de fissure ("average stress tensor criterion"). La direction de propagation est la direction perpendiculaire à la contrainte principale maximale de ce tenseur des contraintes.
- ◆ La direction qui minimise l'énergie de la structure ("minimum of energy criterion"). Ce critère a notamment été étudié par Dumstorff [152] et comparé aux critères précédemment cités. Une telle approche semble également donner des résultats satisfaisants.

Afin de rester cohérent dans notre démarche, nous avons testé des critères basés sur les contraintes locales en pointe de fissure.

Dans un premier temps, un critère qui cherche pour une distance r_c donnée, l'angle pour lequel la contrainte atteint son maximum, semble être très proche du principe du critère RKR. Deux composantes de la contrainte ont été considérées.

D'abord on a utilisé le maximum de la contrainte d'ouverture pour définir la direction de la propagation de la fissure. Comme nous l'avons dit précédemment, l'évaluation ponctuelle de la contrainte est sujette à des bruits numériques. En conséquence, les résultats obtenus avec ce critère (noté $\theta_c(\sigma_{\theta\theta})$) fournissent des trajets de fissure cohérents, proches des résultats expérimentaux, mais présentant des oscillations numériques, comme on peut le constater sur la Fig. 112.

Ensuite, nous avons voulu utiliser le maximum de la contrainte principale comme direction de propagation de la fissure, afin de rester cohérent avec le critère de rupture. Là encore, l'évaluation ponctuelle de la contrainte est sujette à un bruit numérique important. Mais le plus important est le fait que l'application de ce critère donne des trajets de fissure aberrants (la fissure s'écarte très rapidement et de plus en plus de trajet expérimental). En réalité, la propagation ne s'effectue pas dans la direction où la contrainte principale est la plus élevée (cette direction est en effet différente de celle fournie par le critère de contrainte d'ouverture maximum comme indiquée par la Fig. 111).

On peut donc raisonnablement penser qu'il n'est pas pertinent de regarder la contrainte principale maximale ponctuellement. Une certaine sommation (ou moyenne) des effets locaux

est probablement à l'origine de la création d'une macro-fissure. L'orientation du repère principal par rapport à la direction de propagation globale, et l'interaction des micros-fissures initiées localement avec la macro-fissure préexistante, sont probablement des éléments à prendre en compte pour modéliser plus finement le clivage.

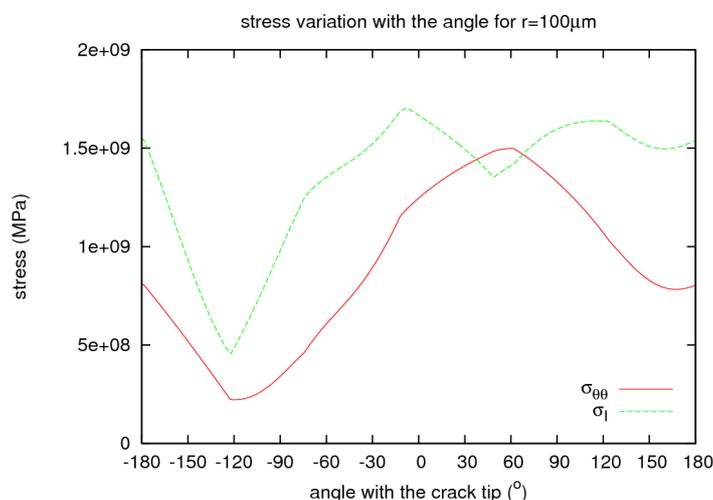


Fig. 111 : Évolution angulaire des contraintes d'ouverture et principale interpolées sur un cercle de rayon de 100µm obtenue pour l'anneau 520uv.

Dans un second temps, nous avons ainsi préféré utiliser le critère noté $\theta_c(\sigma_1)$, basé sur la direction perpendiculaire à la contrainte principale maximale du tenseur des contraintes moyenné. En effet, cette méthode donne un trajet de fissure de bonne qualité, et élimine les oscillations dues à des problèmes numériques. Les détails relatifs au calcul de ce tenseur moyenné ont déjà été présentés par l'équation (139) au paragraphe IV.2.3.

Résultats prédictifs

Les résultats des simulations prédictives en terme de trajet de fissure et d'évolution dans le temps sont respectivement fournis par les Fig. 113 et Fig. 114 pour les critères basés sur une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation, et par les Fig. 115 et Fig. 116 pour les critères basés sur une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.

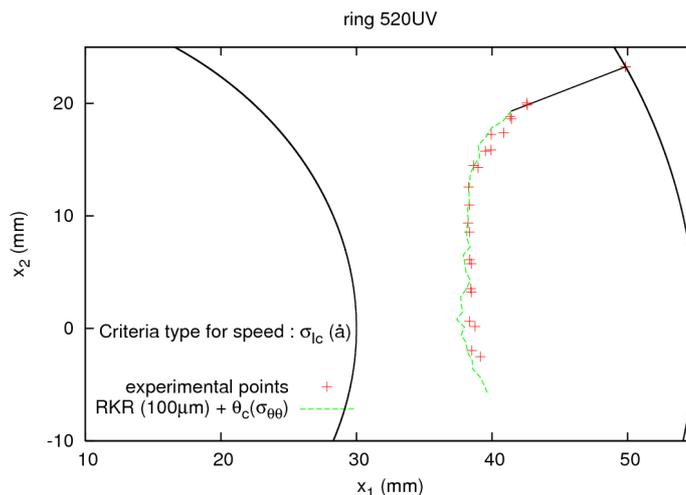


Fig. 112 : Trajet de fissure pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation obtenus en utilisant comme direction de propagation celle du maximum de la contrainte circonférentielle.

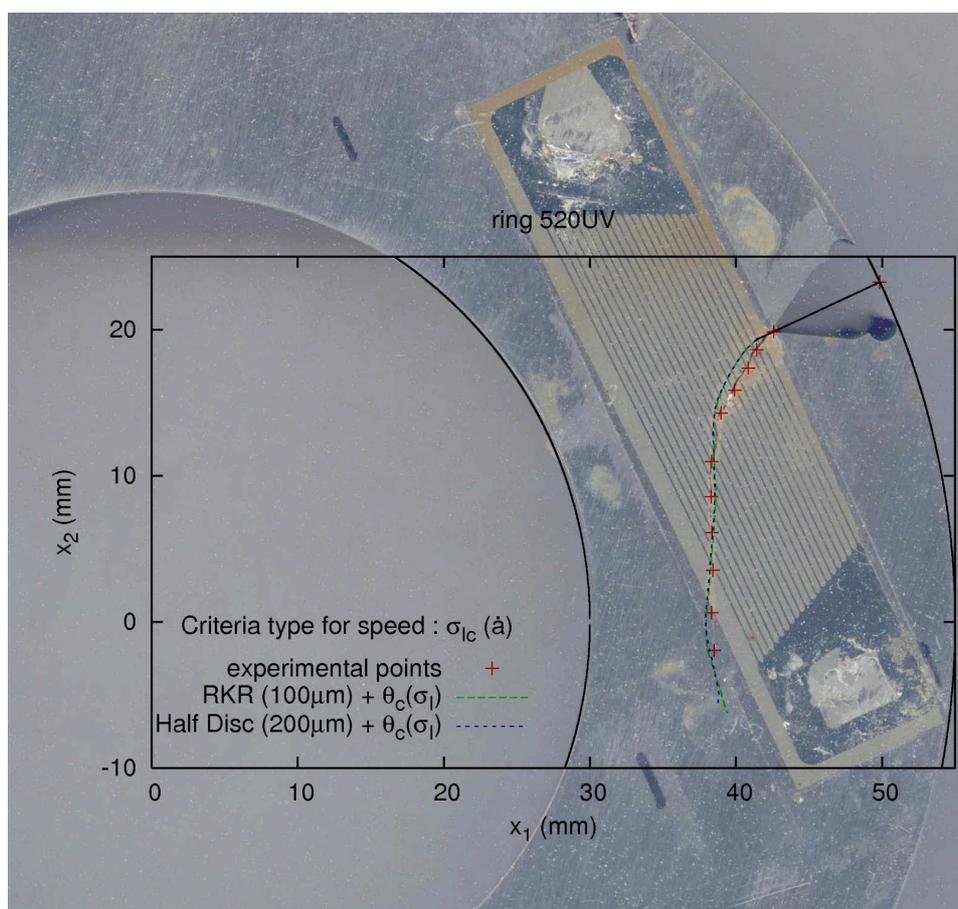


Fig. 113 : Trajet de fissure pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.

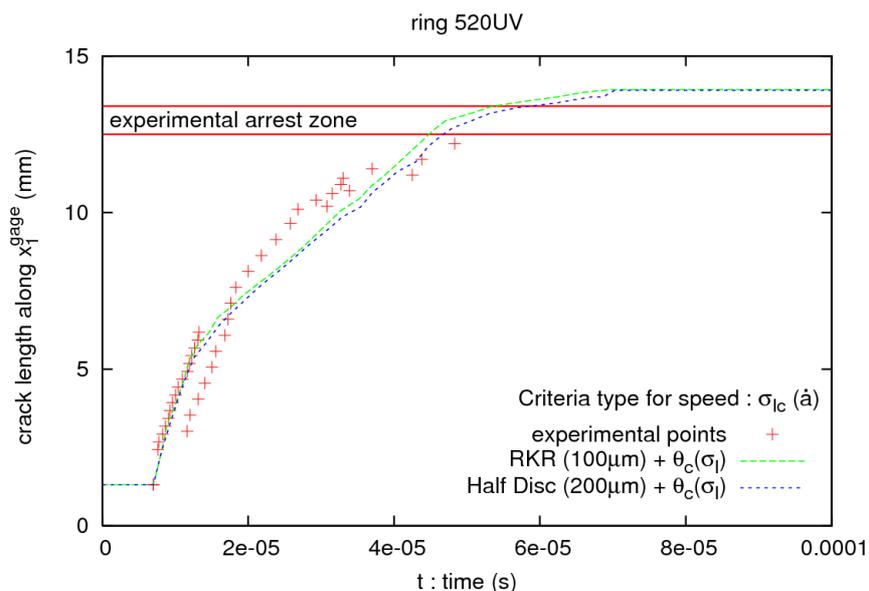


Fig. 114 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de propagation.

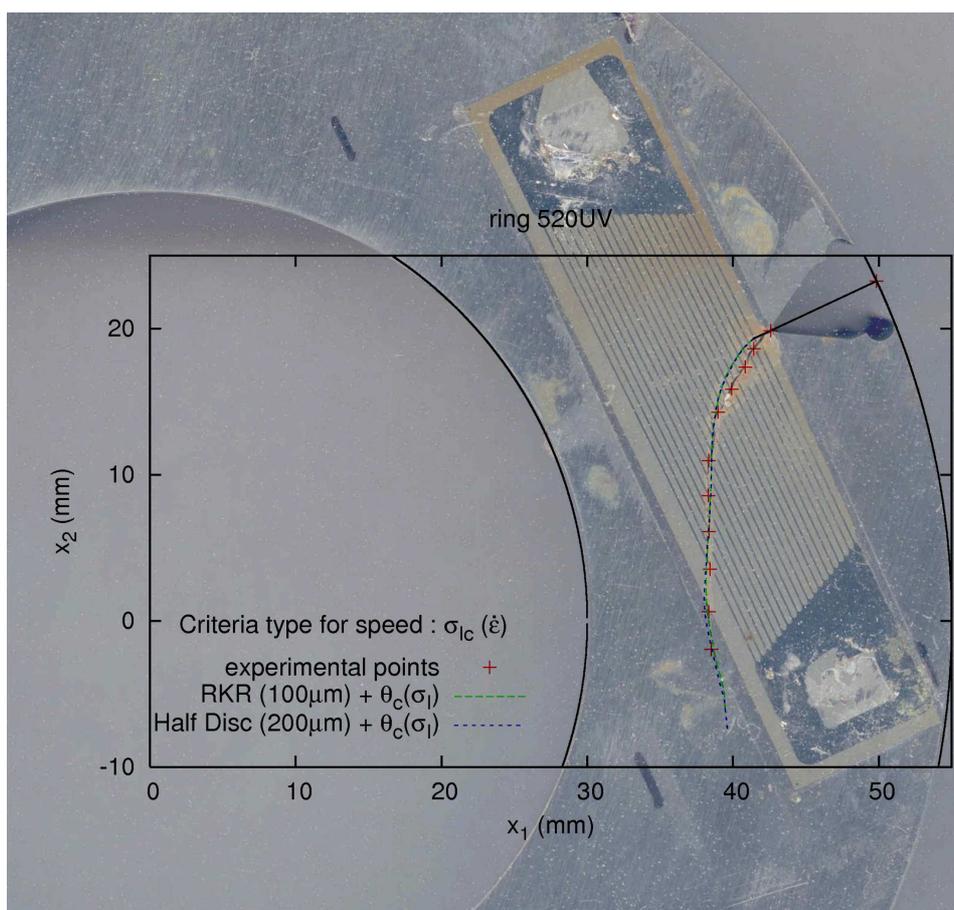


Fig. 115 : Trajet de fissure pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.

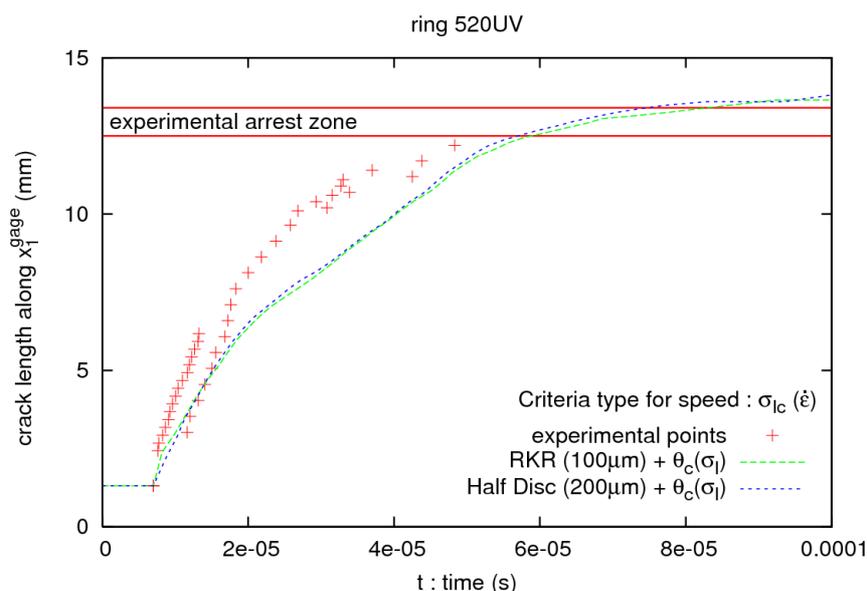
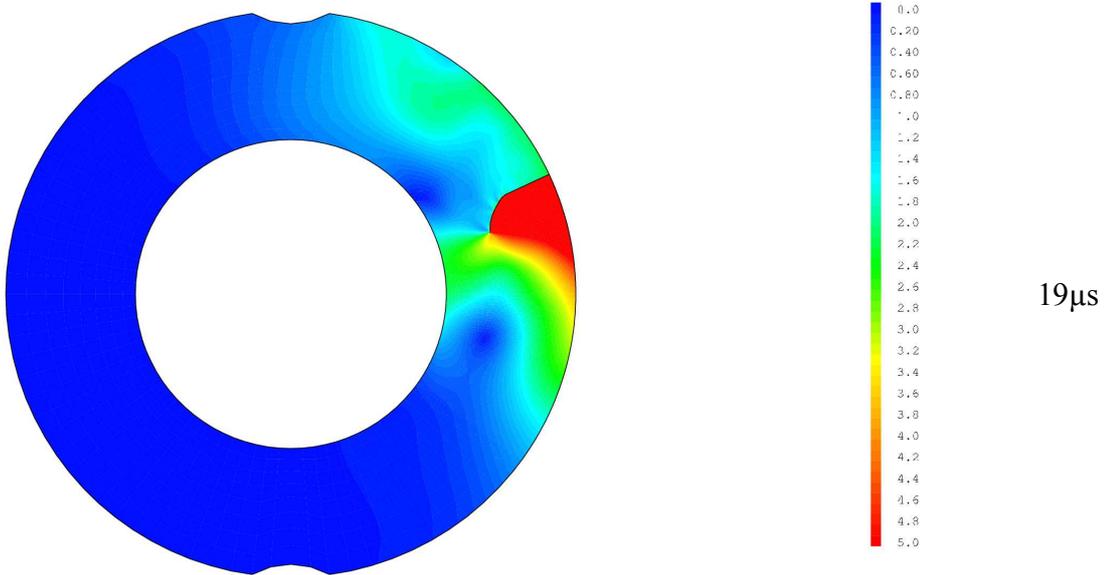
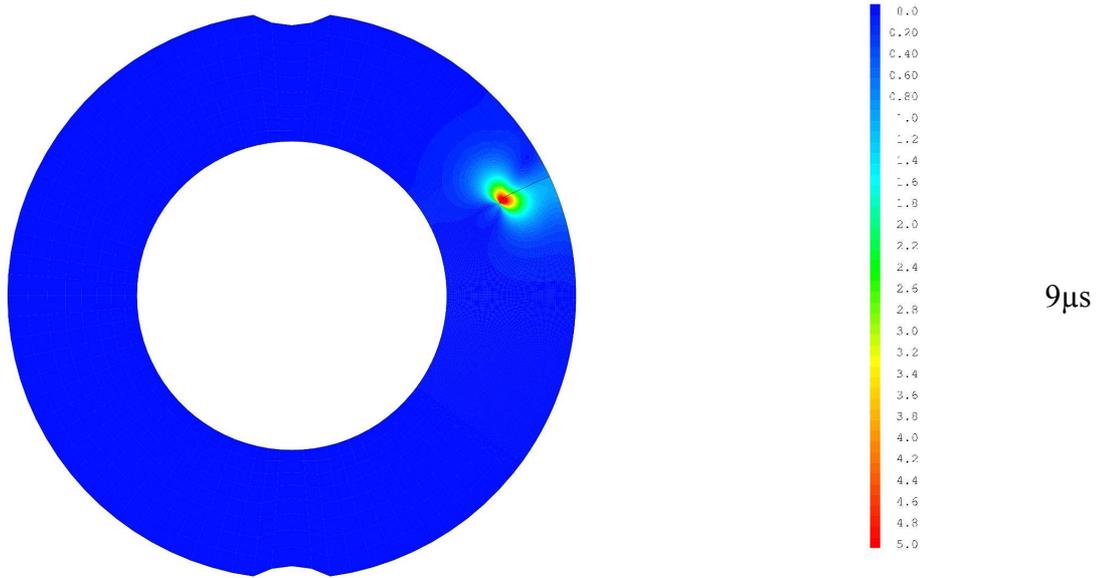


Fig. 116 : Longueur de fissure en fonction du temps pour l'anneau en mode mixte 520uv. Comparaison avec l'expérience des résultats de simulation utilisant une contrainte critique dépendant de la vitesse de déformation.

On observe un bon accord entre les résultats expérimentaux et les simulations par éléments finis pour les deux types de critère. Le trajet de fissure prédit se superpose aux points expérimentaux relevés. La vitesse de propagation est un peu moins bien estimée par le critère utilisant une contrainte critique fonction de la vitesse de déformation, mais cela est probablement la conséquence d'un effet tridimensionnel. En effet, l'épaisseur des anneaux diffère de celle des éprouvettes CT sur lesquels a été identifié le modèle de propagation. Les deux critères surestiment légèrement la longueur de fissure à l'arrêt, mais les évolutions prédites restent de bonne qualité.

Interprétation mécanique de l'essai

Une interprétation mécanique de ces essais de propagation de fissure peut être entreprise. La Fig. 117 représente l'évolution de la norme de la vitesse $|\underline{\dot{u}}|$, tandis que la Fig. 118 représente l'évolution de la contrainte hydrostatique $\sigma_H = Tr(\underline{\sigma})$.



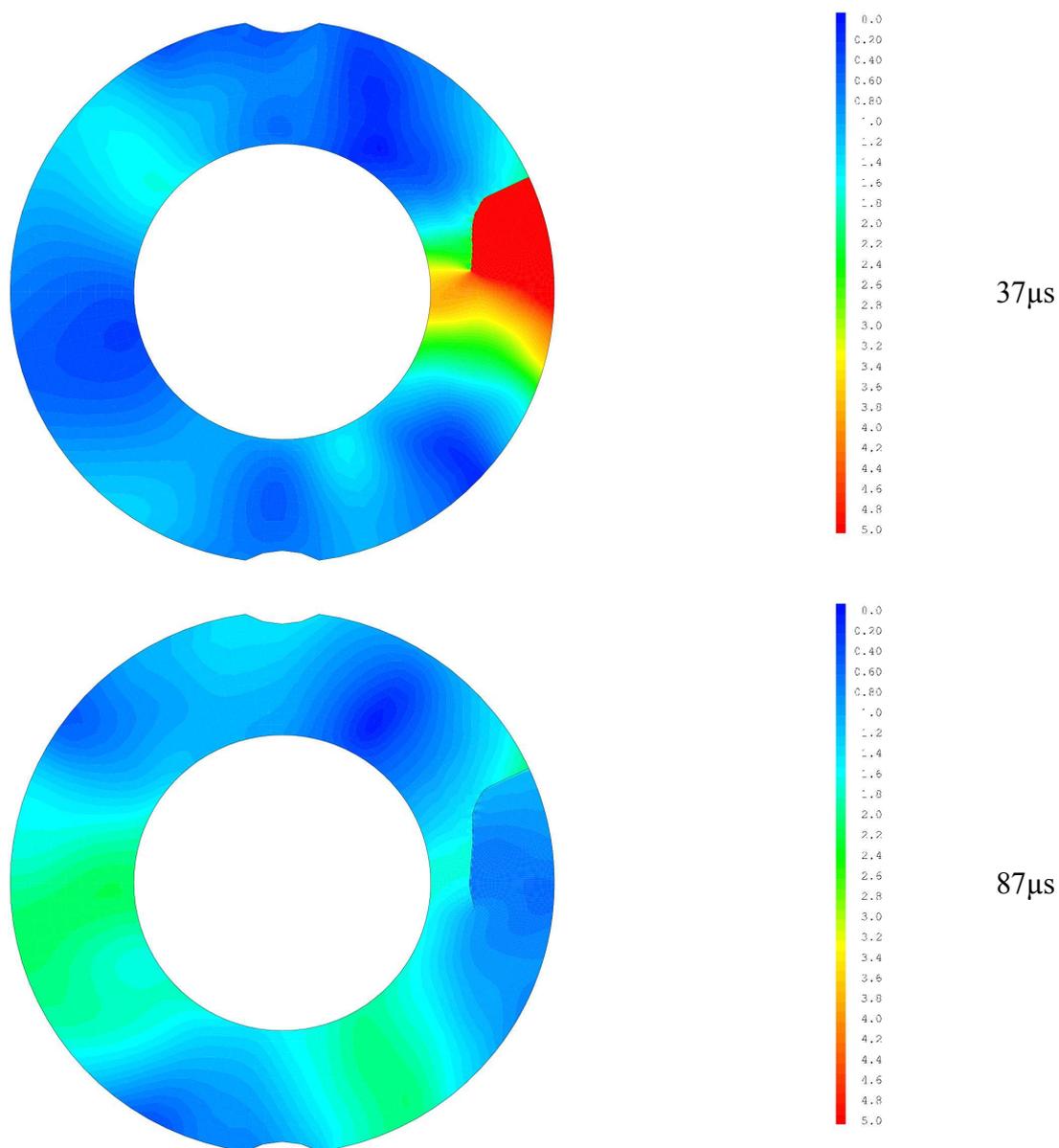
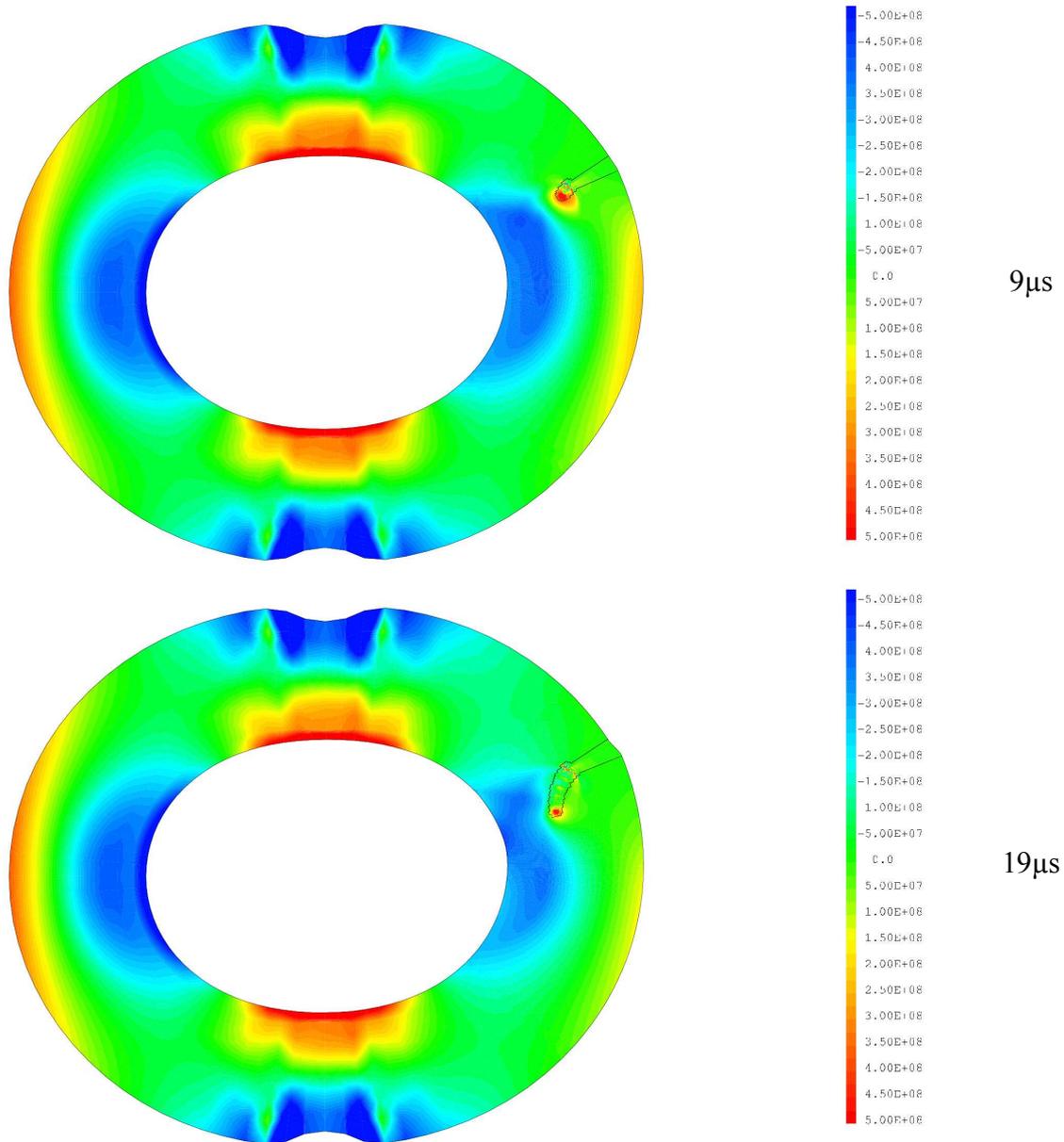


Fig. 117 : Évolution de la norme de la vitesse en fonction du temps.

L'amorçage déclenche une onde mécanique que l'on distingue nettement dans les premiers instants. Puis, à mesure que propage la fissure, un morceau sur la droite de l'éprouvette se détache, permettant ainsi l'ouverture des lèvres. Lorsque la fissure s'arrête, ce morceaux ralentit sa course vers la droite, s'arrête et enfin retourne vers le reste de l'anneau.



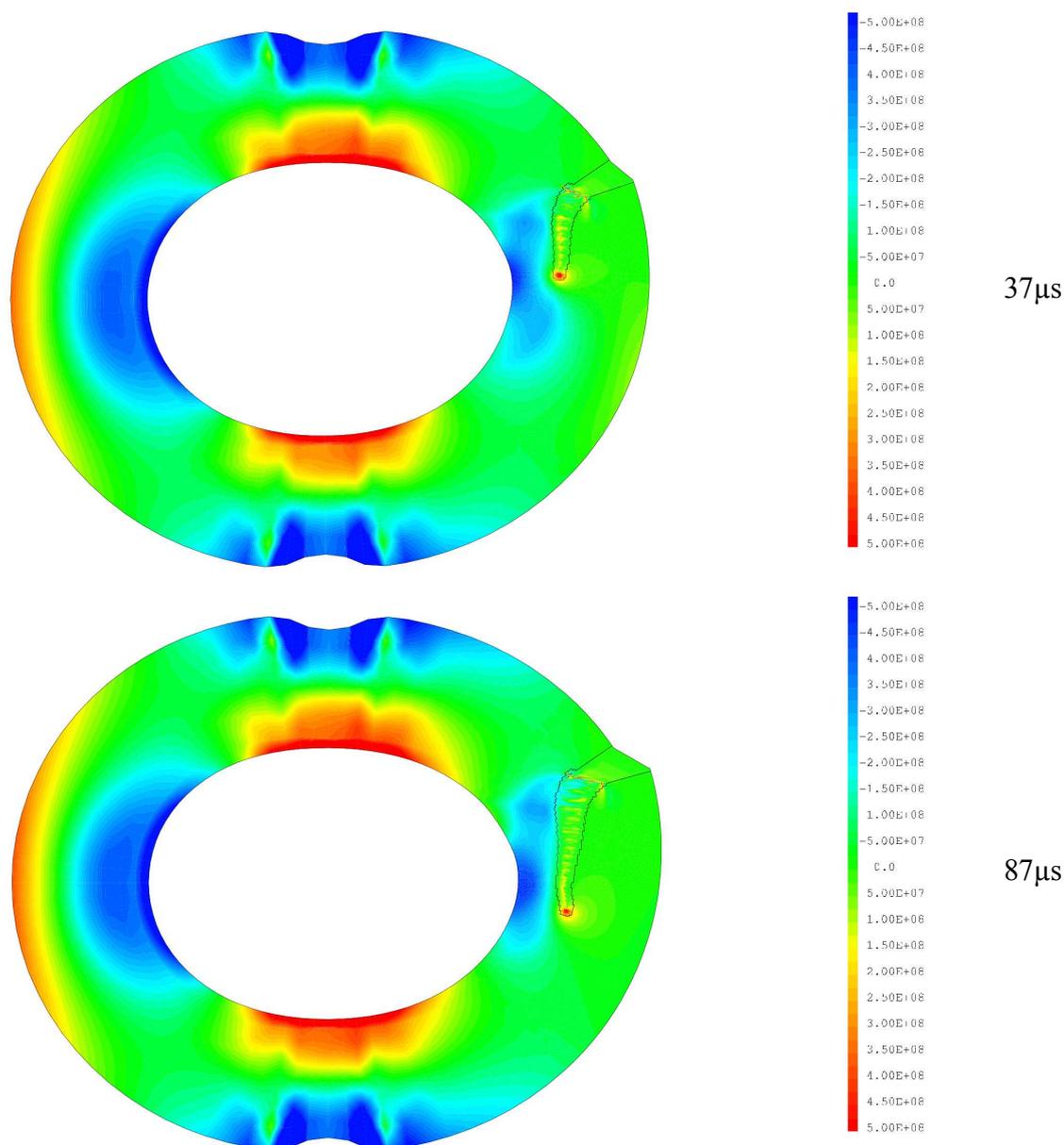


Fig. 118 : Évolution de la contrainte hydrostatique en fonction du temps (déformée $\times 10$).

La contrainte hydrostatique met en évidence les zones en compression ($\sigma_H < 0$) et les zones en traction ($\sigma_H > 0$). On remarque qu'au cours de la propagation, la fissure tourne pour éviter les zones en compression. En retour, l'avancée de la fissure réduit la taille de la zone comprimée située sur le bord intérieur droit de l'anneau, augmentant ainsi la dissymétrie de l'éprouvette.

Comparaison entre deux essais en mode mixte

Lors de la campagne expérimentale, une légère différence entre les trajets de fissure obtenus pour les deux anneaux mécaniques chargés en mode mixte a été observés. Nous essayons dans ce paragraphe de voir si le modèle de propagation permet de reproduire cette différence. La longueur initiale de la fissure et l'instant d'amorçage sont les seuls paramètres qui varient entre les deux anneaux. La Fig. 119 représente les trajets de fissure prédits par la simulation numérique.

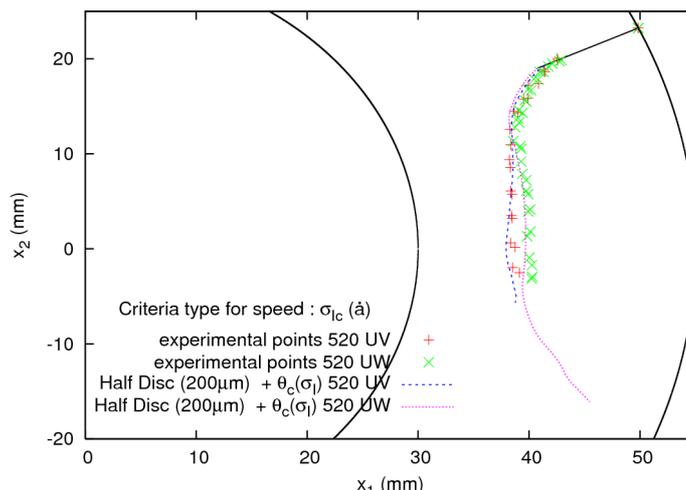


Fig. 119 : Comparaison avec l'expérience des trajets de fissure obtenus par la simulation pour les deux anneaux chargés en mode mixte 520uv et 520uw.

On constate que le modèle de propagation permet de reproduire correctement la différence de trajet de fissure qu'il existe entre les deux anneaux chargés en mode mixte, mais également que l'arrêt tardif observé sur l'anneau 520uv est encore plus flagrant sur l'anneau 520uw. Cela peut s'expliquer en considérant la Fig. 120.

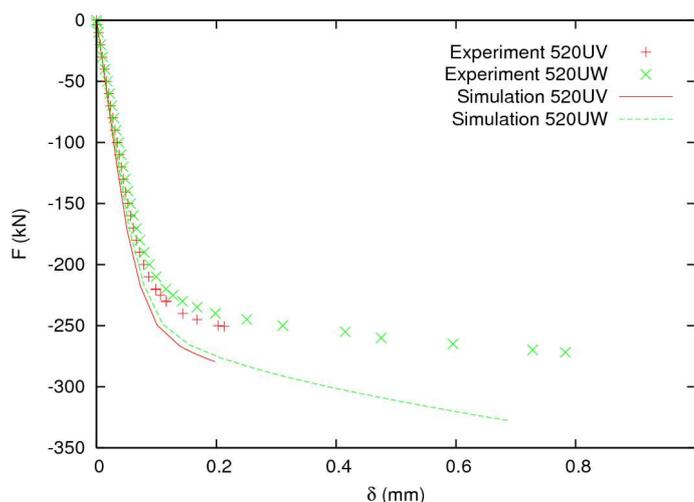


Fig. 120 : Courbes force-ouverture expérimentales et obtenues par la simulation.

Dans les simulations numériques, on a imposé l'amorçage comme étant celui pour lequel l'aire sous la courbe force ouverture de la simulation est égale à l'aire sous la courbe expérimentale (cf. Fig. 120). L'instant t d'amorçage dans les simulations est donc défini par l'égalité (143).

$$\int_0^t F d\delta|_{simulation} = \int_0^{t_{Rupture}} F d\delta|_{experience} \quad (147)$$

Il s'avère que la modélisation bidimensionnelle sous-estime l'énergie dissipée plastiquement pendant la mise en charge. Comme l'amorçage a lieu pour une énergie de déformation totale équivalente à l'expérience, une quantité d'énergie élastique supérieure à l'expérience est disponible pour la rupture. L'anneau 520uw ayant rompu tardivement, il dispose de suffisamment d'énergie pour permettre la propagation de la fissure bien au-delà des longueurs à l'arrêt observées expérimentalement. L'amorçage tardif accentue donc ce phénomène, par

rapport au cas de l'anneau 520uv, ou même des autres anneaux et des éprouvettes CT.

Afin de confirmer cette hypothèse, on réalise des simulations identiques, mais en imposant cette fois ci un amorçage lorsque le produit force-ouverture de la simulation atteint le produit expérimental, espérant ainsi obtenir une rupture à énergie de déformation élastique équivalente. L'instant t d'amorçage est ainsi défini par l'égalité (137).

$$F(t) \delta(t)|_{simulation} = F(t_{Rupture}) \delta(t_{Rupture})|_{experience} \quad (148)$$

Les résultats des simulations obtenues avec cet amorçage sont présentés sur la Fig. 105.

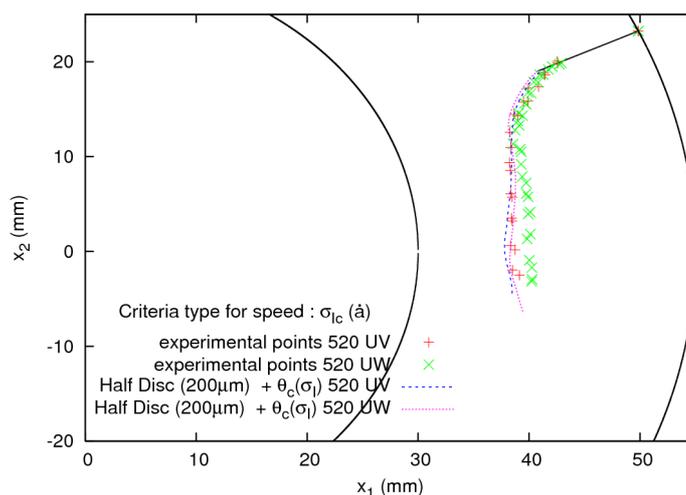


Fig. 121 : Comparaison avec l'expérience des trajets de fissure obtenus par la simulation pour les deux anneaux chargés en mode mixte 520uv et 520uw.

On constate que les longueurs à l'arrêt prédites sont nettement plus proches des résultats expérimentaux, confortant ainsi l'explication avancée sur les précédents résultats, mais le trajet de fissure s'éloigne légèrement de celui relevé expérimentalement sur le bord des éprouvettes.

Finalement, il s'avère qu'une modélisation tridimensionnelle du problème serait souhaitable. Cela permettrait notamment de reproduire plus fidèlement la courbe force-ouverture expérimentale, et d'éviter ainsi les mises au point dû à la définition de l'instant d'amorçage. De plus, il est fort probable qu'une étude tridimensionnelle favoriserait la description fine des nuances de trajet de fissure que nous avons présentées dans ce paragraphe.

En outre, on peut vraisemblablement penser que les conditions aux limites jouent un rôle dissipatif (frottement du cylindre d'appui sur l'anneau) dans le mouvement d'ensemble de la structure, ce qui limiterait l'ouverture de la fissure. De manière générale, des données expérimentales plus pointues concernant les conditions aux limites et le chargement, sont souhaitables afin d'affiner les modélisations.

IV.4. Conclusion

Afin de prédire le comportement d'une structure fissurée, il est nécessaire d'introduire un modèle de propagation décrivant l'évolution de la fissure en fonction des paramètres mécaniques.

Dans une première étape, on a imposé aux éprouvettes CT l'avancée de la fissure en fonction du temps mesurée expérimentalement. Deux manières d'évaluer la contrainte principale en pointe de fissure ont été mises en avant : la méthode ponctuelle de Ritchie-Knott-Rice [19], et une

méthode qui moyenne le tenseur des contraintes [60]. Pour chacune de ces méthodes, nous avons montré qu'il existait une dépendance de la contrainte critique de clivage avec la vitesse des phénomènes en jeu, qui peut être décrite soit par la vitesse de propagation de la fissure directement, soit par l'évaluation de la vitesse de déformation.

Les critères ainsi identifiés ont ensuite été éprouvés lors de simulations prédictives, c'est à dire en considérant la position du front de fissure comme une inconnue supplémentaire au problème mécanique. Les simulations prédictives sur éprouvettes CT donnent de bons résultats, mais il s'agit de la même géométrie qui a servi à l'identification. Ainsi, afin d'assurer une certaine transférabilité des critères, des simulations des essais sur anneaux en compression ont été menées. Les vitesses de propagation et les longueurs de fissures à l'arrêt obtenues par la simulation sont en bon accord avec les résultats expérimentaux. La généralisation des modèles de propagation proposés au cas d'une sollicitation en mode mixte, a permis de mettre une nouvelle fois en évidence de bons résultats prédictifs. Les vitesses mais également les trajets de fissure expérimentaux ont pu être retrouvés par la simulation. Une surestimation de la longueur de fissure est néanmoins observée dans les cas où l'amorçage est tardif et introduit dans les simulations bidimensionnelles une quantité d'énergie élastique supérieure à l'expérience. Cette légère erreur pourrait sans doute être gommée en adoptant une modélisation tridimensionnelle du problème.

Conclusion générale et perspectives

Afin de garantir l'intégrité de structures industrielles vieillissantes, la présence d'éventuelles fissures et leur influence sont de plus en plus étudiées. Pour aller au-delà de la vérification de la non-initiation d'un éventuel défaut, il est nécessaire d'envisager le cas de la propagation instable et de l'arrêt d'une fissure fragile.

Si les travaux sur les modèles d'amorçage sont nombreux, il n'est en pas de même pour les modèles de propagation. Afin d'améliorer la capacité prédictive des modèles, on entreprend dans ce mémoire une analyse fine des phénomènes, en s'appuyant sur des données expérimentales solides, et des outils numériques performants.

Dans un premier temps, la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) a été implantée dans le code de calcul Cast3m. Cet outil numérique permet de simuler efficacement la propagation arbitraire de fissure, puisque l'on évite les opérations de maillage et de remaillage.

Afin de garantir un bon comportement de la méthode dans le cas inélastique, une méthode d'intégration non conforme des éléments proches du front de fissure est présentée. Elle permet d'intégrer de manière précise les fonctions d'enrichissements, et évite la projection de champs au voisinage de la pointe de fissure lors de la propagation.

Une seconde amélioration présentée dans ce mémoire concerne l'utilisation des fonctions de niveau (Level Set function). Ces dernières permettent de représenter implicitement la position et la géométrie de la fissure. Mais leur actualisation souffre d'imprécisions numériques lorsqu'elle est réalisée sur un maillage irrégulier, ou si la taille de maille varie rapidement. Afin d'améliorer cette technique, on propose d'introduire une grille auxiliaire et régulière, sur laquelle on définit et actualise les fonctions de niveau. Ainsi, on découple complètement le maillage de la structure, du support définissant les fonctions de niveau et donc de la géométrie de la fissure. Cette technique permet à la fois d'augmenter si nécessaire le raffinement de la description de la fissure, et d'utiliser un schéma aux différences finies, simple et efficace, pour actualiser les fonctions de niveau. Ce point est important car la méthode des fonctions de niveau a originellement été développée dans un contexte de méthodes aux différences finies.

La méthode des élément finis étendus et les deux techniques particulières rappelées ci-dessus ont fait l'objet de plusieurs tests développés dans le chapitre II de ce mémoire. Les bons résultats rapportés permettent d'envisager la finalisation de leur implantation dans le code de calcul Cast3m.

Dans un second temps, une campagne d'essais s'appuyant sur un acier 16MND5 utilisé pour les cuves de réacteurs nucléaires REP, a été menée. Une loi de comportement élasto-viscoplastique basée sur le modèle de Symonds-Cowper est proposée afin de reproduire la réponse de ce matériau aux grandes vitesses de déformation.

Les essais de rupture fragile concernent deux géométries : des éprouvettes Compact Tension, et des éprouvettes annulaires en compression. Ces dernières sont également adaptées pour traiter le cas du mode mixte. La mesures de la vitesse de propagation est obtenue en utilisant des

jauges à brins collées sur la surface des éprouvettes. Il s'avère que la propagation de fissure s'effectue sur les éprouvettes CT à une vitesse comprise entre 200 et 500m/s, tandis qu'elle atteint environ 700m/s sur les éprouvettes annulaires sollicitées en mode I. On constate que cette vitesse semble augmenter avec la quantité d'énergie disponible dans la structure au moment de l'amorçage.

Pour des niveaux d'amorçage très élevés, un branchement de la fissure est même observé sur les CT : la fissure se sépare dès l'initiation en deux branches évoluant hors du plan de symétrie de l'éprouvette. L'épaisseur réduite et par conséquent la plasticité, peut probablement être un facteur retardant l'amorçage et conduisant à ce type de trajet particulier.

Les analyses fractographiques entreprises sur l'ensemble des éprouvettes montrent clairement que le mécanisme à l'origine de la ruine du matériau est le clivage. Des marches de cisaillement plus marquées à proximité du front d'arrêt semblent traduire la faible quantité d'énergie alors disponible pour séparer les plans cristallographiques. En effet, vers la fin de la propagation, la fissure n'a plus d'autre choix que de se diriger là où les plans cristallins sont les plus favorables. Par ailleurs, contrairement à des études précédentes, aucun ligament ductile n'est relevé. Ainsi, un critère de propagation et d'arrêt de fissure pertinent doit uniquement décrire les mécanismes de clivage.

Les données expérimentales sont le support de l'analyse mécanique entreprise dans le chapitre IV. On adopte une démarche en deux temps. D'abord, une modélisation par éléments finis des essais sur éprouvettes CT est réalisée en imposant de manière forte la vitesse de propagation de la fissure mesurée expérimentalement. Pendant cette étape, certaines grandeurs caractéristiques sont relevées et discutées. Ensuite, on construit un modèle de propagation basé sur l'identification précédente, et on l'applique à l'ensemble des éprouvettes : CT, annulaires en mode I et en mode mixte.

Afin de construire un modèle de propagation robuste et direct dans son interprétation, on oriente la discussion vers un critère local, basé sur une "mesure" de la contrainte principale en pointe de fissure. L'étape d'identification sur CT montre que quelque soit la définition de la contrainte principale, on observe une dépendance de la contrainte critique de clivage avec la vitesse de sollicitation. Cette vitesse de sollicitation peut être quantifiée par la vitesse de propagation, ou par la vitesse déformation en pointe de fissure.

L'application de cette classe de modèles aux éprouvettes CT, permet de retrouver naturellement l'évolution du front de fissure en fonction du temps. L'extension aux anneaux en mode I fournit également des résultats très satisfaisants. Ceci est d'autant plus remarquable que les vitesses de propagation des anneaux sont supérieures à celles des CT, et que le modèle identifié extrapole la contrainte critique à ces vitesses. Pour traiter du mode mixte, on montre qu'un critère local basé sur la contrainte d'ouverture maximale, ou sur la contrainte principale du tenseur moyenné en pointe de fissure permet de retrouver de manière extrêmement précise le trajet de la fissure dans l'espace. Les vitesses de propagation restent encore satisfaisantes.

De nombreuses perspectives à ce travail peuvent être envisagées.

D'une part, l'utilisation d'une modélisation tridimensionnelle est nécessaire pour s'affranchir des incertitudes liées aux effets d'épaisseur et notamment à l'énergie de la structure bloquée par la plastification.

D'autre part, la dépendance de la contrainte critique de clivage avec la vitesse de sollicitation doit être validée sur d'autres cas. Il serait également intéressant d'identifier le comportement du matériau à des vitesses de déformation encore plus grandes ($\sim 10^4 \text{s}^{-1}$), pour pouvoir comparer les

évolutions relatives de la contrainte critique de clivage et de la limite d'élasticité. L'existence d'un lien entre ces deux grandeurs permettrait une meilleure compréhension de la physique des mécanismes du clivage, et une extension immédiate du modèle de rupture aux températures.

Cette extension du modèle reste une voie à explorer afin de pouvoir traiter le cas du choc thermique sur anneau.

Enfin, le développement du modèle de propagation par clivage doit aussi être capable de prédire les fissurations plus surprenantes, comme le branchement observé sur les éprouvettes CT à épaisseur réduite.

Chapitre V. Annexes

Sommaire

Annexe A : Implantation de la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) dans Cast3M.....163

A.1 Implantation de la méthode des fonctions de niveau (Level Set method).....163

Objet.....163

Syntaxe163

Commentaire.....163

Exemple : procédure de propagation de fissure en 2D.....164

A.2 Un nouveau type d'élément : l'élément enrichi.....165

Méthode.....165

Particularités d'un élément enrichi.....165

A.3 Gestion de l'enrichissement.....166

Construction du modèle et du MCHAML d'enrichissement.....166

Opérateur TRIELE.....166

Autres opérateurs et procédures.....167

Annexe B : Identification et modélisation du comportement dynamique de l'acier 16MND5.....169

B.1 Identification d'une loi élasto-viscoplastique à partir d'essais réalisés sur barres de Hopkinson.....169

Principe des essais sur barres de Hopkinson.....169

Résultats.....170

Présentation de quelques lois de comportement à hautes vitesses de sollicitation.....171

Modification de la loi de Symonds-Cowper.....172

Comparaison modèle courbes d'essais.....173

B.2 Intégration dans le calcul d'une loi de comportement élasto-viscoplastique.....175

L'approche explicite.....175

L'approche implicite itérative.....176

L'approche implicite directe.....176

Annexe A :

Implantation de la méthode des éléments finis étendus (X-FEM) dans Cast3M

A.1 Implantation de la méthode des fonctions de niveau (Level Set method)

Objet

Nous avons décrit au paragraphe II.1.1. le principe de la méthode des fonctions de niveau (ou level set method) qui permet de décrire l'évolution d'une interface au cours du temps. Nous donnons ici quelques points concernant son implantation numérique dans Cast3m .

Les fonctions de niveau sont définies comme étant des CHPOINT. Leur actualisation est réalisée via l'opérateur HPROPA.

Syntaxe

La syntaxe de l'opérateur HPROPA est donnée par :

- ◆ cas 1 : on réalise l'actualisation d'une fonction de niveau.

```
CHPO2 = HPRO CHPO1 | CHPO3 FLOT1 (MOT1) (MOT2) |  
| MOT3 CHPO4
```

- ◆ cas2 : on calcule une grandeur associée à une fonction de niveau.

```
CHPO2 = HPRO CHPO1 MOT4
```

Commentaire

Il est nécessaire que le maillage support de tous les champs par points fournis dans cet opérateur soit le même rectangle régulier orienté selon le repère global.

Nom	Description	Grandeur
CHPO1 cas 1	Fonction de niveau à l'instant t.	ϕ_t
CHPO3	Vitesse de l'interface, scalaire (terme d'expansion) ou vectorielle (terme d'advection).	V_ϕ ou \underline{V}_ϕ
FLOT1	Pas de temps.	Δt
MOT1	= "NOREINIT". Évite l'opération de réinitialisation.	

MOT2	= "SIGNPENG", "SIGNPROP". Choix éventuel de la fonction signe utilisée (fonction proportionnelle par défaut).	
MOT3	= "ORTHOOGON". Ajoute après la propagation et la ré initialisation une étape d'orthogonalisation de la fonction de niveau par rapport à une seconde fonction de niveau CHPO4	
CHPO4	Fonction de référence par rapport à la quelle on orthogonalise la fonction de niveau en traitement.	ϕ^\perp
cas 2 MOT4 CHPO2	= "GRADIENT" ou "COURBURE". Grandeur associée à MOT4 et à la la fonction de niveau CHPO1.	$\nabla\phi$ ou κ_ϕ

Exemple : procédure de propagation de fissure en 2D

```
'DEBPROC' UPDATE7
ps7*'CHPOINT' ph7*'CHPOINT' geo7*'MAILLAGE'
va7*'FLOTTANT' teta7*'FLOTTANT' dt7*'FLOTTANT' ;
*qq chpoint utiles
un7 = 'MANUEL' 'CHPO' geo7 'SCAL' 1. ;
*calcul de la vitesse
Vps7 = (va7 * ('COS' teta7)) * un7 ;
Vph7 = (0.5 * ('SIN' teta7) '/' (dt7 * ('COS' teta7))) * ((ps7 '+' ('ABS' ps7)) * un7) ;
*calcul de la vitesse vectorielle pour phi
gph7 = 'HPRO' ph7 'GRADIENT' ;
Vph7v = Vph7 * gph7 ;
*propagation..
*... de phi + reini,
ph8 = 'HPRO' ph7 Vph7v dt7 ;
*... de psi + reini + ortho + (ortho + reini 2pas*1/5)
ps8 = 'HPRO' ps7 (Vps7) dt7 'ORTHOOGON' (ph8) ;
'FINPROC' ps8 ph8 ;
```

A.2 Un nouveau type d'élément : l'élément enrichi

Méthode

Afin d'intégration la méthode des éléments finis dans Cast3m, on décide de créer deux nouveaux éléments (le QU4H et le QU4F) basés sur la géométrie du QUA4. Pour cela, on utilise le rapport du CEA-DMT [153] relatif à l'implantation dans Castem d'un nouvel élément fini. Nous ne développons ici que les particularités de ces éléments enrichis.

Particularités d'un élément enrichi

Dans le fichier "elquoi.eso", on prend notamment bien garde à bien préciser les données suivantes :

éléments	nombre de fonctions de forme	nombre de points d'intégration	nombre max. de degrés de liberté par noeuds	nombre de composantes pour les contraintes
QU4H	8	64	4 (4*4)	4
QU4F	40	64	20 (4*20)	4

Il est important de noter que nombre de fonction de forme, le nombre de points d'intégration (cf. Fig. 122) et le nombre de noeuds de l'élément sont tous différents.

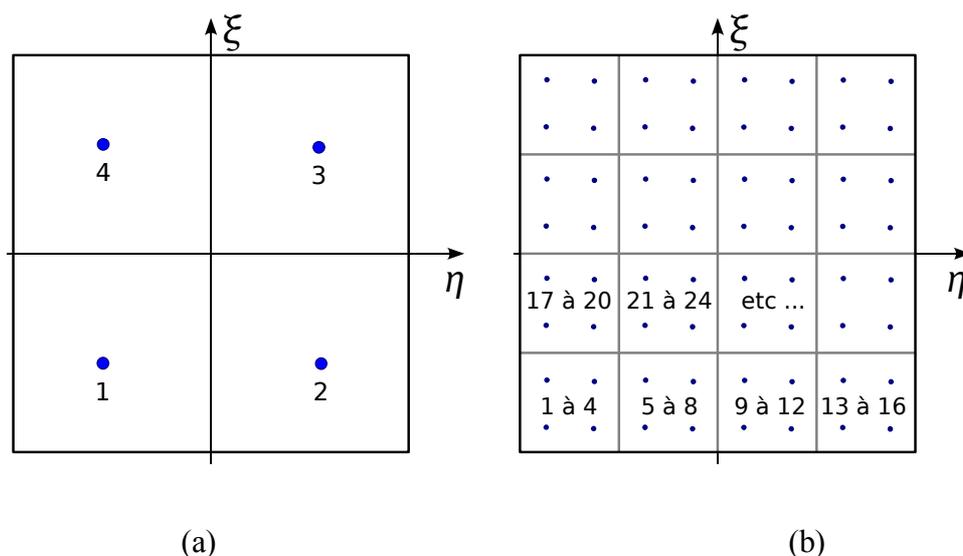


Fig. 122 : Numérotation des points d'intégration pour l'élément standard QUA4 (a), et pour les éléments enrichis QU4H ou QU4F (b).

La plupart des éléments nécessaires pour l'introduction d'éléments enrichis sont présents dans Cast3m. Cependant, deux points sont à traiter avec prudence.

- ◆ Il faut vérifier que chaque procédure utilise la bonne variable (par exemple, il faut parfois boucler sur les fonctions de forme et pas sur les noeuds).
- ◆ L'enrichissement utilise des fonctions définies localement. Il faut donc disposer de cette information lorsque l'on en a besoin au cours du calcul.

Dans reshpx.eso (jumeau de reshpt.eso pour les éléments enrichis), on n'introduit pas les fonctions enrichies car celles-ci varient selon l'élément considéré, mais les fonctions de forme standards. On crée dans les opérateurs RIGI, MASS, SIGM, EPSI, BSIGM, des branchements

vers les fichiers `rigix.eso`, `massex.eso`, `sigmax.eso`, `epix.eso`, `bsigmx.eso`, qui eux-mêmes utilise `shapx.eso` (jumeau de `shape.eso`) lorsque le type d'élément correspond à un élément enrichi. Cette stratégie a été adoptée afin de ne pas modifier trop lourdement les fichiers en place utilisés pour les calculs avec des éléments standards. Toutes ces procédures reposent sur une bonne gestion de l'enrichissement durant la propagation.

A.3 Gestion de l'enrichissement

Construction du modèle et du MCHAML d'enrichissement

Les éléments enrichis sont différents des éléments standards. On propose donc à l'utilisateur de définir initialement un modèle standard (constitué d'éléments QUA4), puis on utilise l'information de la position de la fissure pour diviser ce modèle en trois parties correspondantes aux éléments QUA4, QU4H, et QU4F. Cette opération est réalisée par l'opérateur TRIELE dont la syntaxe est donnée dans le paragraphe suivant.

Opérateur TRIELE

◆ cas 1

CHAMX2 MODX2 = TRIE MODS1 CHPO1 CHPO2 (FLOT1)

◆ cas 2

CHAMX2 MODX2 (CHAM21 CHAM22 ...) = TRIE CHAMX1 MODX1 CHPO1 CHPO2 (CHAM11 CHAM12 ...) (FLOT1)

Nom	Description
CHPO1	Fonction de niveau représentant le front de fissure à l'instant n
CHPO2	Fonction de niveau représentant le plan de fissure à l'instant n
FLOT1	Permet de tester la proximité d'un noeud à la pointe de fissure. Les éléments dont un des noeuds est proche de la pointe de fissure sont intégrés comme des éléments enrichis (sous-découpage non conforme).
CHAMX2	Champ par élément contenant l'information sur tous les enrichissements depuis le début du calcul jusqu'à l'instant n.
MODX2	Modèle avec trois zones correspondantes aux trois types d'éléments définis à l'instant n.
cas 1	
MOD1S	Modèle standard (QUA4).
cas 2	
CHAMX1	Champ par élément contenant l'information sur tous les enrichissements depuis le début du calcul jusqu'à l'instant n-1.
MODX1	Modèle avec trois zones correspondantes aux trois types d'éléments définis à l'instant n-1.
CHAM11, CHAM12, ...	Champs par élément définis sur le modèle MODX1.
CHAM21, CHAM22, ...	Champs par élément définis sur le modèle MODX2, issus de la projection des champs CHAM11, CHAM12, ...

Autres opérateurs et procédures

Afin de réaliser des calculs dynamique non-linéaires et leur post-traitements (calcul de l'intégrale J^{dyn} , des paramètres K_I et K_{II} , représentation de la déformée d'un champ de déplacement enrichi, tracé des champs de contraintes, etc...). Les procédures et opérateurs suivants ont été réalisés :

- ◆ La procédure DYNL, clône simplifiée de PASAPAS permettant de maîtriser le calcul d'une solution à un problème de dynamique non linéaire.
- ◆ La procédure JDYN, qui calcule les différentes grandeurs de mécanique de la rupture d'une solution utilisant des éléments finis étendus.
- ◆ L'opérateur XPOST, transforme un champ de déplacement enrichi (avec des inconnues u_x , u_y , a_x , a_y , b_{1x} , etc..) en un champ de déplacement plus facilement manipulable (avec pour inconnue u_x , u_y).

Annexe B :

Identification et modélisation du comportement dynamique de l'acier 16MND5

B.1 Identification d'une loi élasto-viscoplastique à partir d'essais réalisés sur barres de Hopkinson

Principe des essais sur barres de Hopkinson

Un échantillon est placé entre deux barres de Hopkinson (Split Hopkinson Pressure Bar) comme indiquée sur la Fig. 123. Un projectile impacte l'une des barres, où se développe une onde de compression. A l'interface avec l'échantillon, une partie de l'onde se réfléchit et une partie est transmise. Des jauges de déformation placées judicieusement sur les barres permettent d'obtenir la déformation sur le bord gauche (face entrante) et droit (face sortante) de l'éprouvette.

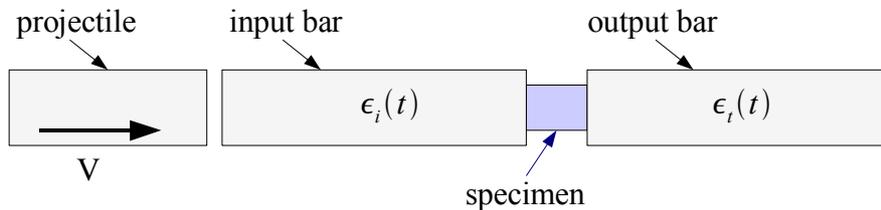


Fig. 123 : Principe des barres de Hopkinson.

Appliquant les équations unidimensionnelles des ondes élastiques aux barres, on peut en déduire la vitesse et la force appliquées au matériau.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{E}{\rho} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad \text{conduit à} \quad \begin{cases} V_i = -C(\epsilon_i(t) - \epsilon_r(t)) \\ V_t = -C \epsilon_t(t) \end{cases} \quad (149)$$

puis à $\begin{cases} F_i = S E (\epsilon_i(t) + \epsilon_r(t)) \\ F_t = S E \epsilon_t(t) \end{cases}$

où les indices i,r, et t signifient respectivement incident, réfléchi et transmis.

Considérant les champs mécaniques (contraintes et déformations) comme étant homogènes, ceux-ci peuvent être calculés. Un calage temporel ainsi qu'une correction de dispersion sont effectués pour accéder précisément à ces grandeurs (cf. Zhao et al [52] pour plus de détails). Les valeurs nominales de déformations et de contraintes sont ensuite corrigées pour tenir compte de l'effet de poinçonnement et sont exprimées en termes de déformations vraies

(déformations logarithmiques) et de contraintes vraies (contraintes de Cauchy).

Résultats

La vitesse de déformation varie légèrement durant l'essai. C'est pourquoi la définition d'une seule vitesse de déformation est conventionnelle.

La température initiale de l'essai est obtenue en refroidissant dans un premier temps l'échantillon par injection d'azote liquide, et en le laissant se réchauffer dans un second temps. La durée du choc est suffisamment courte pour considérer le chargement comme étant adiabatique. On peut considérer que toute l'énergie dissipée plastiquement est convertie en chaleur. En prenant une capacité calorifique de $3,53E6 \text{ J/}^\circ\text{C/m}^3$ [17], on obtient une augmentation de la température non négligeable pendant la durée de l'essai (entre 20 et 30°C à 10% de déformation). En procédant à des essais interrompus, il a été montré que ce réchauffement conduit à une baisse significative de l'érouissage (cf. [143]).

Les effets de la température initiale et de la vitesse de chargement sont illustrés sur la Fig. 124.

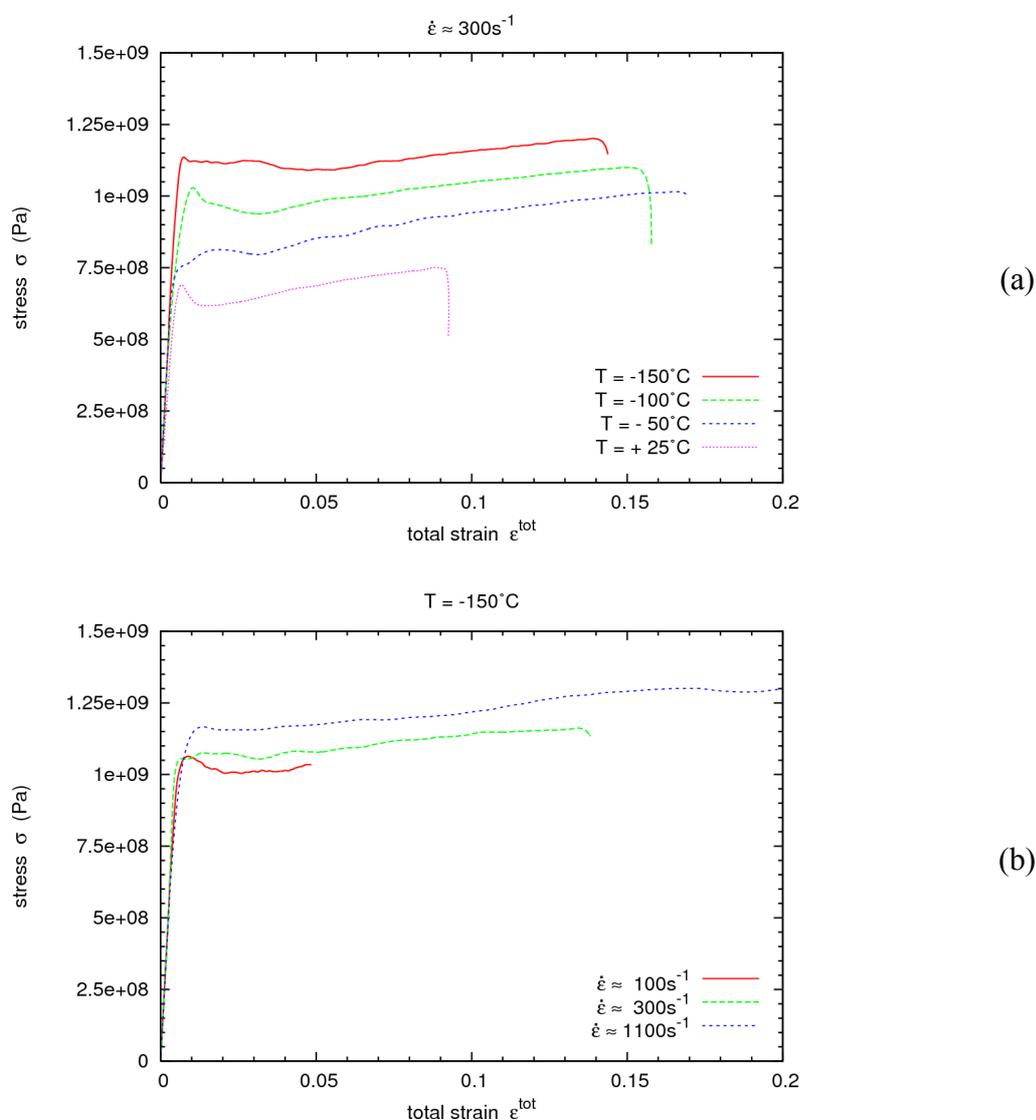


Fig. 124 : (a) Effet de la température. (b) Effet de la vitesse de déformation.

On constate que le niveau de contrainte augmente lorsque la température diminue et lorsque la

vitesse de sollicitation augmente. Il s'agit d'une tendance générale, et on observe une variabilité assez marquée dans ces essais. Néanmoins, on peut affirmer que, dans notre intervalle d'étude, la sensibilité de la contrainte avec la température est nettement plus marquée que la variation de la contrainte avec la vitesse de déformation.

Présentation de quelques lois de comportement à hautes vitesses de sollicitation

Il existe un grand nombre de lois permettant de décrire le comportement des matériaux aux grandes vitesses de sollicitation. On distingue les lois additives, qui ajoutent à la contrainte statique une contrainte due à la viscosité, des lois multiplicatives, qui multiplient la contrainte statique par un facteur dépendant de la vitesse de déformation.

Le modèle de Zhao [154] est une loi additive complète possédant 9 paramètres (dont 6 concernent directement l'aspect viscoplastique) exposée dans l'équation (150).

$$\begin{aligned}\sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) &= \sigma^{stat}(\epsilon^{in}, T) + \sigma^{th}(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) + \sigma^v(\dot{\epsilon}^{in}, T) \\ &= \left[A + B \epsilon^{inn} + (C - D \epsilon^{inn}) \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}^{in}}{\dot{\epsilon}^0}\right) + E \dot{\epsilon}^{ink} \right] (1 - \mu \Delta T)\end{aligned}\quad (150)$$

La seconde ligne de l'équation (150) montre que la même dépendance linéaire avec la température est supposée pour toutes les composantes de la contrainte. La contrainte d'activation thermique est prépondérante pour les faibles vitesses de déformations ($\leq 1s^{-1}$), alors que pour les vitesses élevées, c'est le terme en puissance qui prévaut. Ce modèle permet de prendre en compte un écrouissage viscoplastique différent du cas statique, et est capable de donner de très bons résultats (cf. [154]).

La loi de Johnson-Cook [155] est une loi multiplicative développée initialement pour des essais balistiques. L'influence de chaque variable est clairement visible dans la relation (151).

$$\begin{aligned}\sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) &= [A + B \epsilon^n] \left[1 + C \ln(\dot{\epsilon}^{in}) \right] \left[1 - \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}} \right] \\ \text{peut se ré-écrire } \sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) &= \sigma^{stat}(\epsilon^{in}, T) \left[1 + C \ln\left(\frac{\dot{\epsilon}^{in}}{\dot{\epsilon}^{stat}}\right) \right]\end{aligned}\quad (151)$$

On remarque qu'à priori, seul le paramètre C doit être identifié puisque l'on connaît le comportement quasi-statique du matériau étudié. Néanmoins, $\dot{\epsilon}^{stat}$ peut également être interprété comme un seuil à partir duquel les effets de viscosité ne sont plus négligeable. Dans ce cas, il ne représente plus la vitesse de déformation statique et il doit également être identifié.

La loi de Symonds-Cowper [54] est une loi multiplicative puissance à 2 paramètres (152).

$$\sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) = \sigma^{stat}(\epsilon^{in}, T) \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}^{in}}{D} \right)^{\frac{1}{p}} \right] \quad (152)$$

Cette loi a été utilisée par Rossol [53] pour identifier le comportement de l'acier 16MND5. Les coefficients issus de cette identification sont : $D=1.E8$; $p=12$.

Ce modèle a ensuite été repris directement par Hajjaj [56]. La comparaison entre le modèle et l'expérience est illustrée par la Fig. 125.

Hajjaj explique que l'écart entre le modèle et l'expérience est dû à l'adoucissement thermique. Cependant, cet effet devrait pouvoir être pris en compte dans la modélisation afin d'être

représentatif du comportement réel du matériau. Cela suppose donc soit une intégration explicite du champ de température et de l'échauffement dû à la déformation plastique, soit une intégration indirecte de cet échauffement via la loi de comportement. Cette seconde voie est explorée dans le prochain paragraphe.

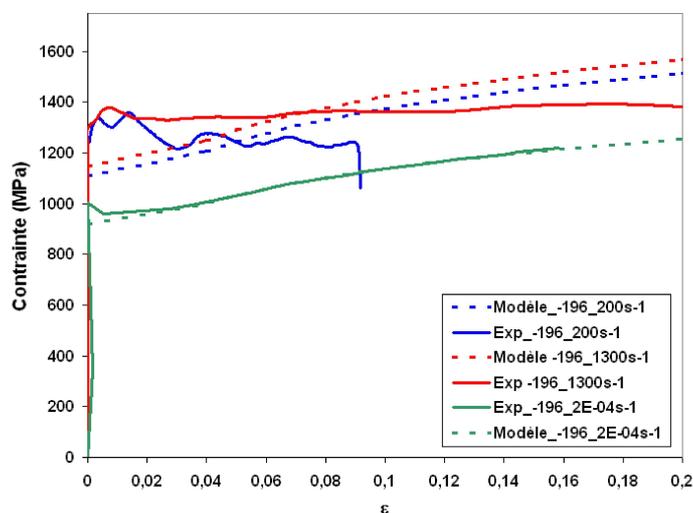


Fig. 125 : Comparaison avec l'expérience du modèle de Symonds-Cowper ($D=1.E8$; $p=12$) (tiré de [56]).

Modification de la loi de Symonds-Cowper

On choisit d'appuyer l'identification du modèle sur les valeurs de contraintes et de vitesses de déformation enregistrées pour des déformations inélastiques de 3, 5, et 10%.

Dans un premier temps, on essaye de caler le modèle de Symonds-Cowper aux résultats d'expériences. Pour cela, on utilise une régression linéaire sur l'équation de droite (153).

$$\ln\left(\frac{\sigma^{VP}(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T)}{\sigma^{stat}(\epsilon^{in}, 0, T)} - 1\right) = \frac{1}{p} \ln(\dot{\epsilon}^{in}) - \frac{1}{p} \ln(D) \quad (153)$$

Lors de cette phase, plusieurs observations ont été faites.

D'abord, il semble impossible d'utiliser le même couple de paramètres pour l'ensemble des températures.

Ensuite, même en restreignant l'identification à une seule température, il subsiste des difficultés pour reproduire correctement la pente de l'écroûissage. Cela est probablement dû à l'adoucissement thermique dont nous avons déjà parlé.

Pour répondre à ces deux inconvénients, nous avons utilisé un modèle de Symonds-Cowper modifié exposé dans la relation (154) utilisant des coefficients dépendants de la température initiale T .

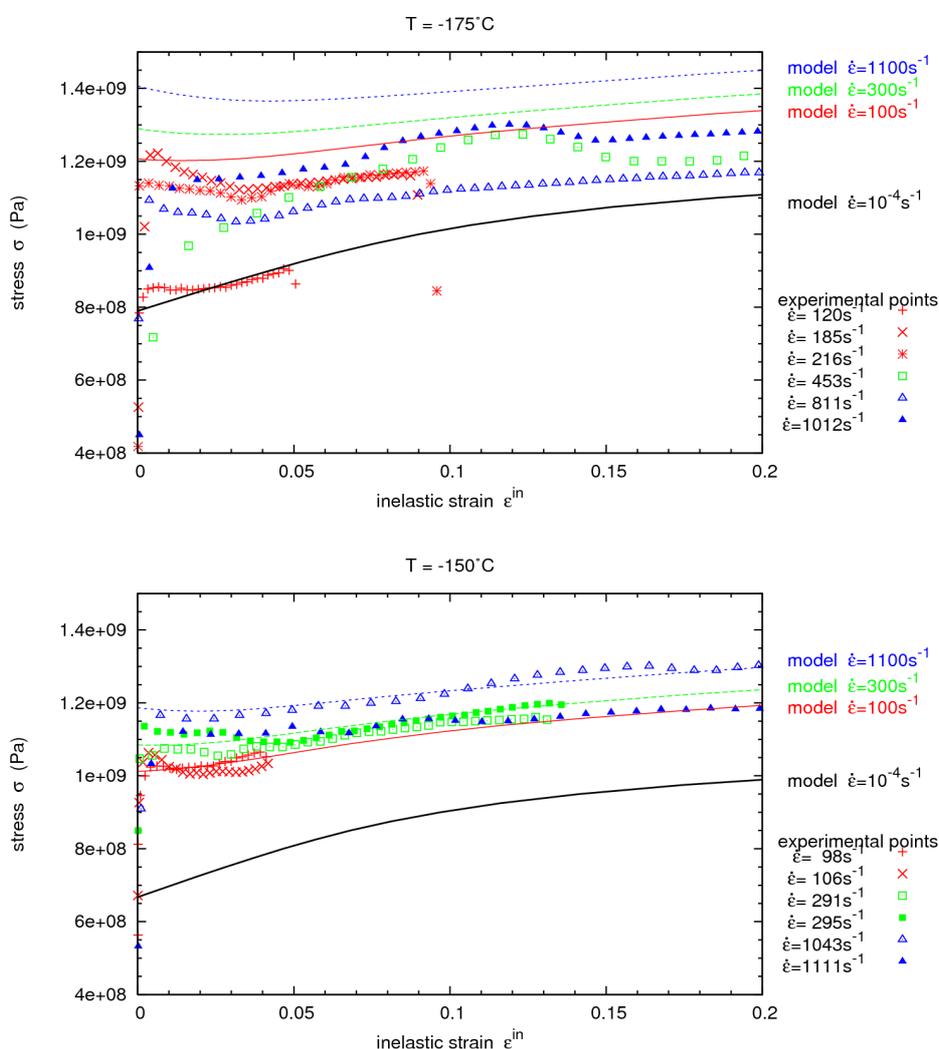
$$\sigma(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}, T) = \sigma^{stat}(\epsilon^{in}, 0, T) \left[1 + H \left(\dot{\epsilon}^{in} \frac{1}{p} \right) \right]$$

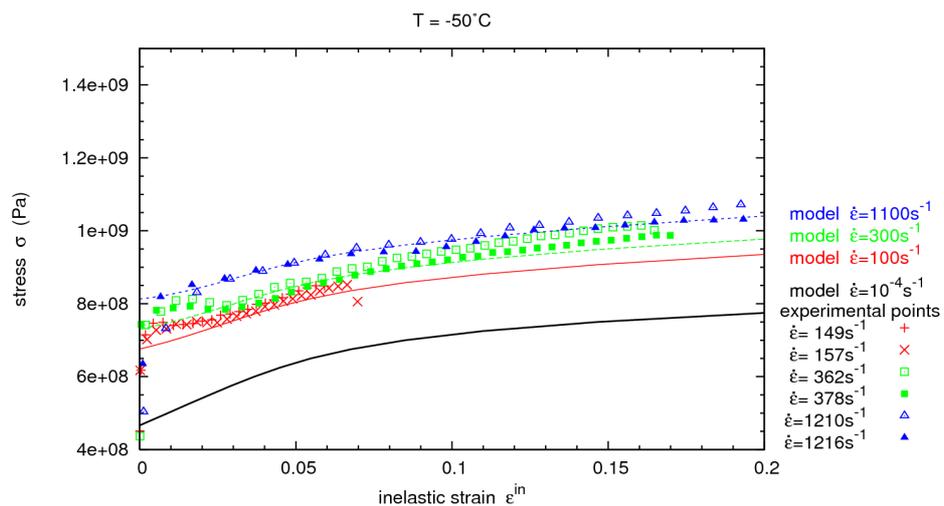
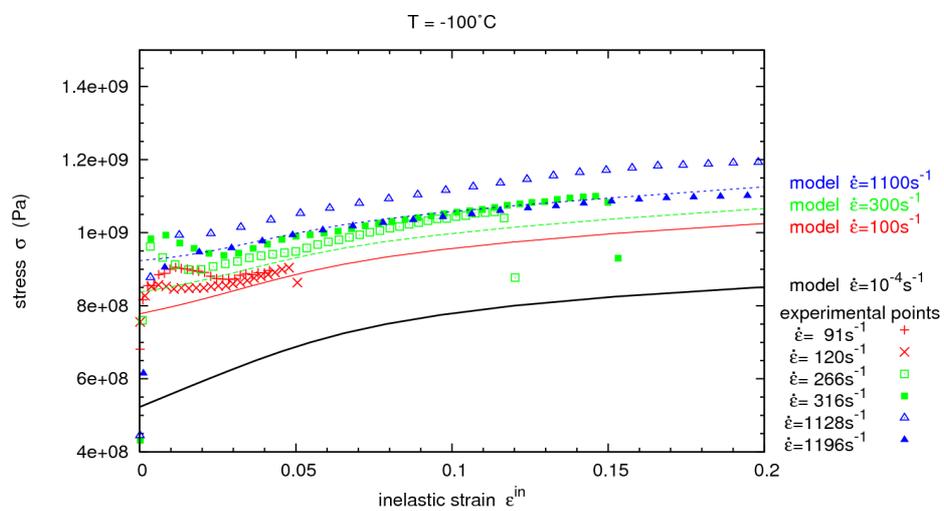
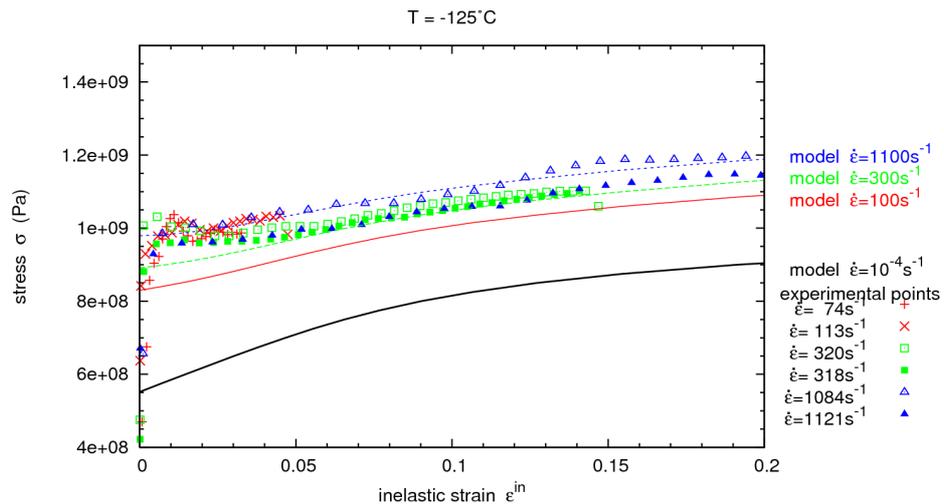
$$\text{où } \begin{cases} p = 4.25 - 0.015 T \\ H(T, \epsilon^{in}) = a + b \exp(\epsilon^{in}/c) \end{cases} \quad (154)$$

$$\text{et } \begin{cases} a = 0.07592 - (0.07182 \cdot T / 273.) \\ b = 0.06352 - (0.2397 \cdot T / 273.) \\ c = 0.02528 - (0.04124 \cdot T / 273.) \end{cases}$$

Cette légère modification de la loi de Symonds-Cowper permet de prendre en compte via la déformation inélastique l'érouissage visqueux et l'adoucissement thermique de manière simple. Le modèle obtenu peut être comparé aux résultats expérimentaux.

Comparaison modèle courbes d'essais





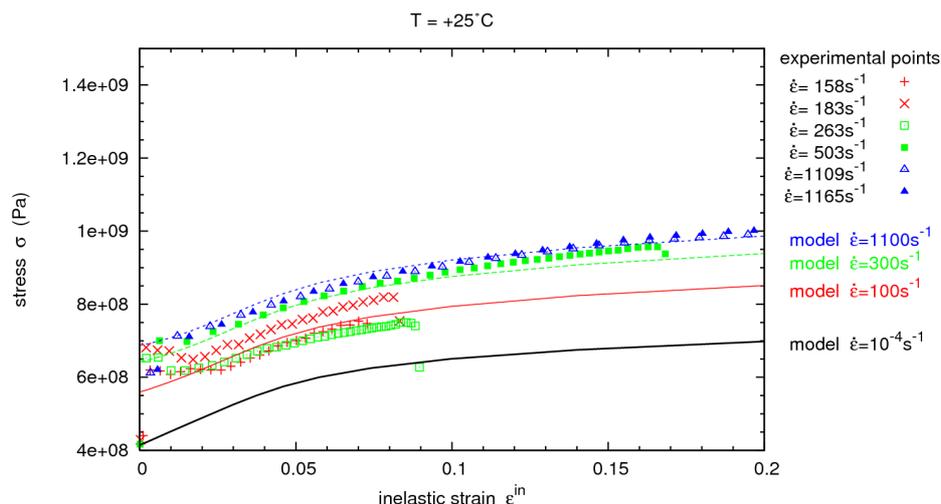


Fig. 126 : Comparaison avec l'expérience du modèle de Symonds-Cowper modifié pour différentes températures.

On constate sur la Fig. 126 qu'à toutes les températures, les essais sont relativement bien représentés avec un modèle simple.

B.2 Intégration dans le calcul d'une loi de comportement élasto-viscoplastique

Cast3m dispose d'un nombre important de modèles prenant en compte la viscosité du matériau (notamment les modèles de fluage), mais aucun ne se rapproche de celui que l'on souhaite utiliser.

Connaissant l'état à l'instant t , on suppose pour réaliser l'équilibre à l'instant $t + \Delta t$ qu'il est nécessaire d'appliquer un incrément de déformation totale. Il s'agit donc de calculer les contraintes, variables internes et déformations inélastiques à $t + \Delta t$ obéissant à la loi de comportement qui dépend elle-même de la vitesse de déformation. Cette dernière peut être définie de deux manières rappelées par les relations (155).

$$\text{Définition explicite de la vitesse de déformation : } \dot{\epsilon}^{in} = \frac{\epsilon_t^{in} - \epsilon_{t-\Delta t}^{in}}{\Delta t} \quad (155)$$

$$\text{Définition implicite de la vitesse de déformation : } \dot{\epsilon}^{in} = \frac{\epsilon_{t+\Delta t}^{in} - \epsilon_t^{in}}{\Delta t}$$

On distingue 3 principaux type d'approches pour intégrer une loi de comportement de ce type.

- ◆ L'approche explicite.
- ◆ L'approche implicite itérative.
- ◆ L'approche implicite directe.

L'approche explicite

On suppose que la vitesse de déformation varie suffisamment lentement pour permettre d'utiliser la valeur du pas précédent. Cette méthode est inadaptée au cas de la propagation d'une fissure car les déformations inélastiques (et donc leur variations) sont localisées en pointe de

fissure, laquelle n'occupe pas la même place entre deux pas de temps successifs.

L'approche implicite itérative

On profite des itérations plastiques pour ajuster la valeur de la vitesse de déformation en chaque points d'intégration. La présence d'instabilités numériques compliquent cette méthode. En effet, il s'avère qu'il existe des points pour lesquels la vitesse de déformation oscille entre plusieurs valeurs (cf. Fig. 127). On peut attribuer ce phénomène au fait qu'une plastification, même très faible, peut changer radicalement la courbe de comportement.

Sur la Fig. 127, l'état initial est représenté par le point A. On applique un incrément de déplacement de manière à atteindre F_{sol} et arriver en B, mais l'écoulement plastique nous amène en C. Si on utilise pour la prochaine itération la déformation inélastique obtenue, on obtient une autre courbe de traction. Corrigeant la force pour atteindre F_{sol} , on arrive en D qui est élastique. A la prochaine itération, on utilise la première courbe de traction et une valeur moindre de F qui se trouve être F_{sol} . On retourne ainsi à la configuration initiale.

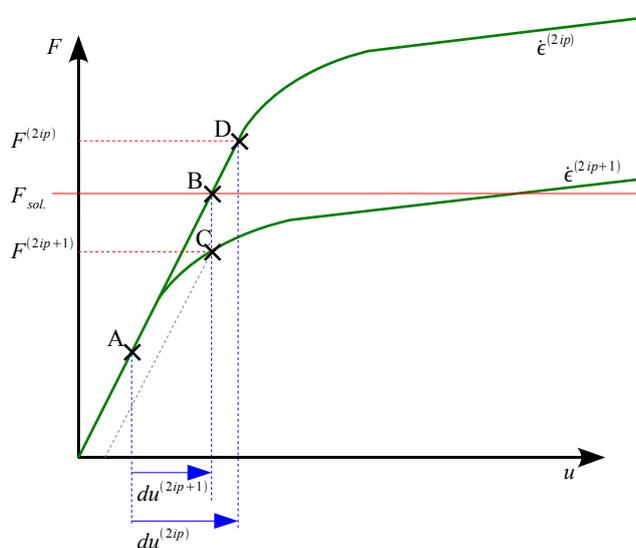


Fig. 127 : Illustration du phénomène d'oscillations numériques entre deux valeurs du couple (force, déplacement).

Afin de contourner ce problème, on pourrait insérer une seconde boucle dans les itérations plastiques qui chercherait pour un incrément de déplacement donné, quelle valeur de vitesse de déformation $\dot{\epsilon}^{in}$ permet de vérifier la relation implicite de l'équation (155). Ce problème de point fixe peut être résolu par dichotomie, par la méthode des sécantes, ou d'autres encore, mais toutes consomment beaucoup de temps de calcul (multiplié d'un facteur 30 environ).

L'approche implicite directe.

L'idée est d'intégrer directement au calcul de l'écoulement le modèle élasto-viscoplastique afin d'éviter des itérations supplémentaires. La procédure ecoin0.eso de Cast3m utilise un algorithme d'écoulement décrit par Ortiz et Simo [156]. Cet article propose également une extension à la viscoplasticité linéaire. En s'inspirant des travaux de Wang et al [157], nous allons décrire comment adapter l'algorithme de Ortiz et Simo à notre modèle de comportement. Celui-ci est divisé en 2 étapes représentées sur la Fig. 128 : une prédiction élastique, suivie d'un éventuel retour sur la surface de charge.

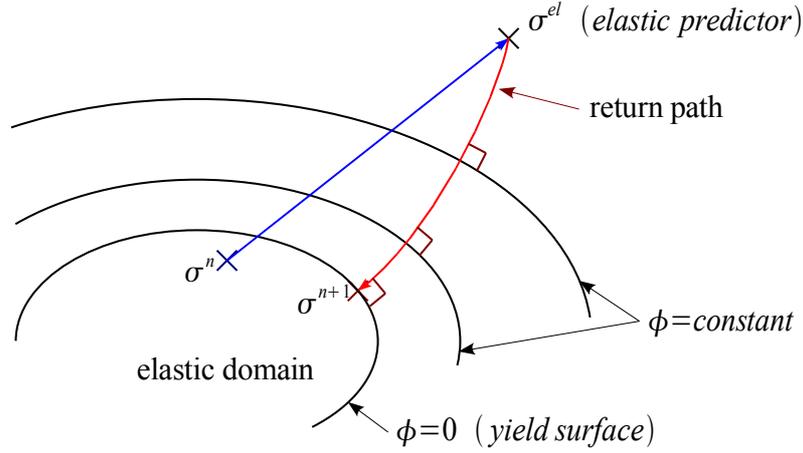


Fig. 128 : Passage du temps n au temps $n+1$ par prédiction élastique, puis retour à la surface de charge.

Le calcul du prédicteur élastique est réalisé depuis la déformation totale de l'itération plastique : $\Delta \underline{\sigma}^{el} = \mathbf{D}^{-1} \Delta \underline{\epsilon}^{tot}$. On en déduit un état de contrainte. Si celui-ci est élastique, alors c'est fini.

Dans le cas contraire, il faut effectuer un retour sur la surface de charge à déformation totale constante. Pour cela, on différencie la fonction surface de charge :

$$\begin{aligned} \phi(\underline{\sigma}, \underline{\epsilon}^{in}, \dot{\underline{\epsilon}}^{in}) \\ \approx \phi(\underline{\sigma}^{(i)}, \underline{\epsilon}^{in(i)}, \dot{\underline{\epsilon}}^{in(i)}) + \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial \underline{\sigma}}}_{\underline{n}} (\underline{\sigma} - \underline{\sigma}^{(i)}) + \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial \underline{\epsilon}^{in}}}_{h} (\underline{\epsilon}^{in} - \underline{\epsilon}^{in(i)}) + \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial \dot{\underline{\epsilon}}^{in}}}_{\xi} (\dot{\underline{\epsilon}}^{in} - \dot{\underline{\epsilon}}^{in(i)}) \end{aligned} \quad (156)$$

Par rapport à l'algorithme initial, seul le dernier terme a été ajouté. On propose d'autre part les relations de récurrence suivantes :

$$\begin{aligned} \underline{\sigma}^{(i+1)} &= \underline{\sigma}^{(i)} + \delta \underline{\sigma} & \delta \underline{\sigma} &= -\mathbf{D}^{-1} \underline{n} \delta p \\ \dot{\underline{\epsilon}}^{in(i+1)} &= \dot{\underline{\epsilon}}^{in(i)} + \delta \dot{\underline{\epsilon}}^{in} & \text{avec } \delta \dot{\underline{\epsilon}}^{in} &= \delta p / \Delta t \\ \underline{\epsilon}^{in(i+1)} &= \underline{\epsilon}^{in(i)} + \delta \underline{\epsilon}^{in} & \delta \underline{\epsilon}^{in} &= \delta p \end{aligned} \quad (157)$$

En reportant les relations précédentes dans l'équation (149), on obtient l'expression du multiplicateur plastique qui annule ϕ :

$$\delta p = \frac{\phi^{(i)}}{\underline{n} \mathbf{D}^{-1} \underline{n} - h - \xi / \Delta t} \quad (158)$$

Détaillons le calcul de ξ pour notre cas particulier.

$$\text{Prenant } \phi(\underline{\sigma}, \epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}) = \sqrt{\frac{3}{2}} s_{ij} s_{ij} - \sigma_y(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in})$$

$$\text{et } \sigma_y(\epsilon^{in}, \dot{\epsilon}^{in}) = \sigma_y^{stat}(\epsilon^{in}) \left[1 + H \dot{\epsilon}^{in \frac{1}{p}} \right] / \left[1 + H 1E-4^{\frac{1}{p}} \right], \quad (159)$$

$$\text{on voit que : } -\xi = -\frac{\partial \phi}{\partial \dot{\epsilon}^{in}} = +\frac{\partial \sigma_y}{\partial \dot{\epsilon}^{in}} = \frac{\sigma_y^{stat}(\epsilon^{in}) H}{p \left[1 + H 1E-4^{\frac{1}{p}} \right]} \dot{\epsilon}^{in \left(\frac{1}{p} - 1 \right)}$$

Une fois les multiplicateur plastique connu, il ne reste qu'à actualiser les variables qui interviennent dans le calcul. On répète cette procédure jusqu'à obtenir une valeur de la surface de charge suffisamment proche de 0. On choisit en pratique le critère suivant :

$$\phi \leq \min(1E-6, 0.1 \Delta t) \sigma_{y0} .$$

Bibliographie

- [1] Griffith AA, The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1921, vol. 221, pp. 163-198.
- [2] Irwin GR, Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate, Journal of Applied Mechanics, 1957, vol. 24, pp. 361-364.
- [3] Règles de Conception et de Construction relatives aux matériels Mécaniques, Annexe A16 - Tome I - Vol Z, RCC-M, AFCEN, 2002.
- [4] Kalthoff JF, On the measurement of dynamic fracture toughness: a review of recent work, International Journal of Fracture, 1985, vol. 27, pp. 277-298.
- [5] Hahn GT, Hoagland RG, Kanninen MF, Rosenfield AR, A Preliminary Study of Fast Fracture and Arrest in DCB Test Specimen, Proceedings of the Conference on Dynamic Crack Propagation - Leyden (Netherlands), 1973.
- [6] Lemaitre J, Chaboche JL, Mécanique des matériaux solides, Paris : Dunod, 1985.
- [7] Bui HD, Mécanique de la rupture fragile, Paris : Masson, 1978.
- [8] Kanninen MF, Popelar CH, Advanced fracture mechanics, New York : Oxford University Press, 1985.
- [9] Anderson TL, Fracture mechanics, Cambridge UK : Cambridge University Press, 1995.
- [10] Freund LB, Dynamic fracture mechanics, Cambridge UK : Cambridge University Press, 1989.
- [11] Rice JR, A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks, Providence US : Division of Engineering, Brown University, 1967.
- [12] Hutchinson JW, Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968, vol. 16, pp. 13-31.
- [13] Rice JR, Rosengren GF, Plane strain deformation near a crack tip in a power law hardening material, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1968, vol. 16, pp. 1-12.
- [14] American Society for Testing and Material, Analysis of flaws - Section XI, Appendix A, ASTM Code, US ASTM, 1986.
- [15] Smith DJ, Hadidimoud S, Fowler H, The effects of warm pre-stressing on cleavage fracture. Part 1: evaluation of experiments., Engineering Fracture Mechanics, 2004, vol. 71, pp. 2015-2032.
- [16] Wallin K, The scatter in K_{Ic}-results, Engineering Fracture Mechanics, 1984, vol. 19, pp. 1085-1093.
- [17] Reytier M, Criter/Fister : conclusions/synthèse des travaux effectués sur les critères d'amorçage sous choc thermique dans la transition, Rapport SEMT/LISN/RT/04-037/A, CEA, 2004.

- [18] Wallin K, The effect of ductile tearing on cleavage fracture probability in fracture toughness testing, *Engineering Fracture Mechanics*, 1989, vol. 32, pp. 523-531.
- [19] Ritchie RO, Knott JF, Rice J, On the relationship between critical tensile stress and fracture stress in mild steels, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 1973, vol. 21, pp. 395-410.
- [20] Beremin FM, A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel, *Metallurgical transactions A*, 1983, vol. 14, pp. 2277-2287.
- [21] Reytier M, Chapuliot S, Marie S, Ferry L, Nedelec M, Study of cleavage initiation under thermal shock by tests on cracked rings and thermomechanical calculations, *Nuclear Engineering and Design*, 2006, vol. 236, pp. 1039-1050.
- [22] Yin S, Bass R, Williams P, Ludwig M, Keim E, Effect of shallow flaws and biaxial loading on transition temperatures using a Weibull stress model, *ASME PVP Conference - Cleveland (USA)*, 2003.
- [23] Lefevre W, Barbier G, Masson R, Rousselier G, A modified Beremin model to simulate the warm pre-stress effect, *Nuclear Engineering and Design*, 2002, vol. 216, pp. 27-42.
- [24] Bordet SR, Karstensen AD, Knowles DM, Wiesner CS, A new statistical local criterion for cleavage fracture in steel. Part I: model presentation, *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, vol. 72, pp. 435-452.
- [25] Bordet SR, Karstensen AD, Knowles DM, Wiesner CS, A new statistical local criterion for cleavage fracture in steel. Part II: application to an offshore structural steel, *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, vol. 72, pp. 453-474.
- [26] Margolin BZ, Gulenko AG, Nikolaev VA, Ryadkov LN, Prediction of the dependence of KJC (T) on neutron fluence for RPV steels on the basis of the Unified Curve concept, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2005, vol. 82, pp. 679-686.
- [27] Kalthoff JF, Shockey DA, Instability of cracks under impulse loads, *Journal of Applied Physics*, 1977, vol. 48, pp. 986-996.
- [28] Freund LB, Energy flux into the tip of an extending crack in an elastic solid, *Journal of Elasticity*, 1972, vol. 2, pp. 341-349.
- [29] Destuynder P, Djaoua M, Lescure S, Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique, *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 1983, vol. 2, pp. 113-135.
- [30] Shih CF, Moran B, Nakamura T, Energy release rate along a three dimensional crack front in a thermally stressed body, *International Journal of Fracture*, 1986, vol. 30, pp. 79-102.
- [31] Nikishkov GP, Atluri SN, Calculation of fracture mechanics parameters for an arbitrary three dimensional crack by the equivalent domain integral method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1987, vol. 24, pp. 1801-1821.
- [32] Attigui M, Petit C, Valeta MP, Identification des paramètres de fissuration en élasto-dynamique par la méthode G-Théta, *Rapport DMT 95-675*, CEA, 1995.
- [33] Attigui M, Petit C, Mixed mode separation in dynamic fracture mechanics: New path independent integrals, *International Journal of Fracture*, 1997, vol. 84, pp. 19-36.
- [34] Réthoré J, Méthode des éléments finis étendus en espace et en temps: Application à la propagation dynamique des fissures, *Thèse, Villeurbanne : INSA de Lyon*, 2005.
- [35] Organ DJ, Numerical solutions to dynamic fracture problems using the element free Galerkin method, *PhD thesis, Chicago : Northwestern University*, 1996.

- [36] Nishioka T, Computational dynamic fracture mechanics, *International Journal of Fracture*, 1997, vol. 86, pp. 125-159.
- [37] Okada H, Atluri SN, Omori Y, Kobayashi AS, Direct evaluation of T^* integral from experimentally measured near tip displacement field, for a plate with stably propagating crack, *International Journal of plasticity*, 1999, vol. 15, pp. 869-897.
- [38] Okada H, Atluri SN, Further study of the T^* integral; Plane stress stable crack propagation in ductile materials, *Computational Mechanics*, 1999, vol. 23, pp. 339-352.
- [39] Aoki S, Kishimoto K, Sakata M, Energy-release rate in elastic-plastic fracture problems, *Journal of Applied Mechanics*, 1981, vol. 48, pp. 825-829.
- [40] Eshelby JD, The elastic energy-momentum tensor, *Journal of Elasticity*, 1975, vol. 5, pp. 321-335.
- [41] Fletcher DC, Conservation laws in linear elastodynamics, *Archive for Rational Mechanics and Analysis*, 1976, vol. 60, pp. 329-353.
- [42] Mott NF, Brittle fracture in mild steel plates, *Engineering*, 1947, vol. 165, pp. 16-18.
- [43] Broberg KB, The propagation of a brittle crack, *Arkiv fur Fysik*, 1960, vol. 18, pp. 159-192.
- [44] Rose LRF, Recent theoretical and experimental results on fast brittle fracture, *International Journal of Fracture*, 1976, vol. 12, pp. 799-813.
- [45] Hahn GT, Hoagland RG, Kanninen MF, Rosenfield AR, Crack arrest in steels, *Engineering Fracture Mechanics*, 1975, vol. 7, pp. 583-591.
- [46] Kanninen MF, Popelar C, Gehlen PC, Dynamic analysis of crack propagation and arrest in the double-cantilever-beam specimen, *ASTM special technical publication*, 1977, vol. 627, pp. 19-38.
- [47] Maigre H, Contribution théorique à l'identification des grandeurs caractéristiques en mécanique de la rupture dynamique, Thèse, Palaiseau : Ecole Polytechnique, 1990.
- [48] Kobayashi AS, Seo K, Jou JY, Urabe Y, A dynamic analysis of modified compact-tension specimens using homalite-100 and polycarbonate plates, *Experimental Mechanics*, 1980, vol. 20, pp. 73-79.
- [49] Zehnder AT, Rosakis AJ, Dynamic fracture initiation and propagation in 4340 steel under impact loading, *International Journal of Fracture*, 1990, vol. 43, pp. 271-285.
- [50] Schwartz CW, Crack-speed relations inferred from large single-edge notched specimens of a 533B steel, Report ORNL/Sub/79-7778/9, Oak Ridge National Laboratory, 1994.
- [51] Kanninen MF, Hudak SJ, Couque HR, Dexter RJ, O'Donoghue PE, Viscoplastic-dynamic crack propagation: Experimental and analysis research for crack arrest applications in engineering structures, *International Journal of Fracture*, 1990, vol. 42, pp. 239-260.
- [52] Zhao H, Gary G, On the use of SHPB techniques to determine the dynamic behavior of materials in the range of small strains, *International Journal of Solids and Structures*, 1996, vol. 33, pp. 3363-3375.
- [53] Rossoll A, Local approach of ductile cast iron fracture toughness measured by Charpy test, Diploma Thesis, Centrale Paris - TVFA TU Wien, 1993.
- [54] Cowper GR, Symonds PS, Strain-hardening and Strain-rate Effects in the Impact Loading of Cantilever Beams, Providence US : Division of Applied Mathematics, Brown University, 1957.

- [55] Tanguy B, Modélisation de l'essai Charpy par l'approche locale de la rupture. Application au cas de l'acier 16MND5 dans le domaine de transition, Thèse, Paris : Ecole des Mines de Paris, 2001.
- [56] Hajjaj M, Propagation et arrêt de fissure dans les cuves de réacteurs à eau pressurisée, Thèse, Paris : Ecole Centrale de Paris, 2006.
- [57] Freund LB, Hutchinson JW, Lam PS, Analysis of high strain rate elastic plastic crack growth, *Engineering Fracture Mechanics*, 1986, vol. 23, pp. 119-129.
- [58] Xu Y, Saigal S, An element free Galerkin analysis of steady dynamic growth of a mode I crack in elastic plastic materials, *International Journal of Solids and Structures*, 1999, vol. 36, pp. 1045-1079.
- [59] Mataga PA, Freund LB, Hutchinson JW, Crack tip plasticity in dynamic fracture, *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, 1987, vol. 48, pp. 985-1005.
- [60] Wells GN, Sluys LJ, A new method for modelling cohesive cracks using finite elements, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2001, vol. 50, pp. 2667-2682.
- [61] Remmers JC, De Borst R, Needleman A, The cohesive segment method for the simulation of dynamic fracture, IUTAM Symposium on Discretization for evolving discontinuities - Lyon (France), 2006.
- [62] Robertson TS, Propagation of brittle fracture in steel, *Journal of the Iron and Steel Institute*, 1953, vol. 175, pp. 361-374.
- [63] Wiesner C.S., Predicting structural crack arrest behaviour using small-scale material characterisation tests, *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 1996, vol. 69, pp. 185-196.
- [64] American Society for Testing and Material, Standard Test Method for Determining Plane-Strain Crack-Arrest Fracture Toughness, K_{Ia}, of Ferritic Steels, ASTM E1221, US ASTM, 2006.
- [65] Bouyne E, Propagation et arrêt de fissure de clivage dans l'acier 2 1/4 Cr-1 Mo, Thèse, Paris : Ecole des Mines de Paris, 1999.
- [66] Kanninen MF, An augmented double cantilever beam model for studying crack propagation and arrest, *International Journal of Fracture*, 1973, vol. 9, pp. 83-92.
- [67] Hoagland RG, Rosenfield AR, Hahn GT, Mechanisms of fast fracture and arrest in steels, *Metallurgical Transactions*, 1972, vol. 3, pp. 123-136.
- [68] Hahn GT, Hoagland RG, Rosenfield AR, Sejnoha R, Rapid crack propagation in a high strength steel, *Metallurgical Transactions*, 1974, vol. 5, pp. 475-482.
- [69] Hahn GT, Hoagland RG, Lereim J, Markworth AJ, Rosenfield AR, Fast fracture toughness and crack arrest toughness of reactor pressure vessel, ASTM special technical publication, 1980, vol. 711, pp. 289-320.
- [70] Smith E, The reinitiation of fracture at the tip of an arrested crack in a Reactor Pressure Vessel: the effect of ligaments on the reinitiation K value, *Journal of Nuclear Materials*, 1986, vol. 137, pp. 203-206.
- [71] Rosenfield AR, Majumdar BS, A Micromechanical Model for Cleavage-Crack Reinitiation, *Metallurgical Transactions*, 1987, vol. 18, pp. 1053-1059.
- [72] Kalthoff JF, Modes of dynamic shear failure in solids, *International Journal of Fracture*, 2000, vol. 101, pp. 1-31.

- [73] Kalthoff JF, Burgel A, Influence of loading rate on shear fracture toughness for failure mode transition, *International Journal of Impact*, 2004, vol. 30, pp. 957-971.
- [74] Ramsey JM, Chester FM, Hybrid fracture and the transition from extension to shear fracture, *Nature*, 2004, vol. 428, pp. 63-66.
- [75] Rittel D, Maigre H, An investigation of dynamic crack initiation in PMMA, *Mechanics of Materials*, 1996, vol. 23, pp. 229-239.
- [76] Gregoire D, Maigre H, Réthoré J, Simulations of dynamic crack propagation experiments under combined mode loading, 16th European Conference of Fracture - Alexandroupolis (Grèce), 2006.
- [77] Gregoire D, Maigre H, Réthoré J, Combescure A, Dynamic crack propagation under mixed-mode loading : Comparison between experiments and X-FEM simulations, *International Journal of Solids and Structures*, 2007, vol. 44, pp. 6517-6534.
- [78] Genty A, Etude expérimentale et numérique de l'amorçage et de l'arrêt de fissure sous choc thermique dans un acier faiblement allié (16MND5), Thèse, Paris : Ecole des Mines de Paris, 1989.
- [79] Bryan RH, Bass BR, Merkle JG, The Heavy-Section Steel Technology Pressurized-Thermal-Shock Experiment, PTSE-1, *Engineering Fracture Mechanics*, 1986, vol. 23, pp. 81-97.
- [80] Lung T, Pineau A, Dynamic crack propagation and crack arrest investigated with a new specimen geometry: Part I: Experimental and numerical calculations, *Fatigue and fracture of engineering materials and structures*, 1996, vol. 19, pp. 1357-1367.
- [81] Lung T, Pineau A, Dynamic crack propagation and crack arrest investigated with a new specimen geometry: Part II: Experimental study on a low-alloy ferritic steel, *Fatigue and fracture of engineering materials and structures*, 1996, vol. 19, pp. 1369-1381.
- [82] Malluck JF, King WW, Fast fracture simulated by the conventional finite elements : A comparison of two energy-release algorithms, *Crack Arrest Methodology and Applications*, 1980, vol. 711, pp. 38-53.
- [83] Yuritzinn T, Blanchet N, Rapport d'avancement 2004 de la fiche "Analyse du critère KIa pour l'arrêt de fissure", Rapport SEMT/LISN/RT/04-048/A, CEA, 2004.
- [84] Réthoré J, Gravouil A, Combescure A, A stable numerical scheme for finite element simulation of dynamic crack propagation with remeshing, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, vol. 193, pp. 4493-4510.
- [85] Nishioka T, Atluri SN, Numerical modeling of dynamic crack propagation infinite bodies, by moving singular elements, Part 1: Formulation, *Journal of Applied Mechanics*, 1980, vol. 47, pp. 570-582.
- [86] Huang H, Costanzo F, On the use of space-time finite elements in the solution of elastodynamic fracture problems, *International Journal of Fracture*, 2004, vol. 127, pp. 119-146.
- [87] Abedi R, Haber R, Thite S, Erickson J, An h-adaptive space-time discontinuous Galerkin method for linear elastodynamics, *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 2006, vol. 15, pp. 609-758.
- [88] Song JH, Wang H, Belytchko T, A comparative study on finite element methods for dynamic fracture, Private communication, 2007, vol. , pp. .
- [89] Xu XP, Needleman A, Numerical simulations of fast crack growth in brittle solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1994, vol. 42, pp. 1397-1407.

- [90] Zhou F, Molinari JF, Dynamic crack propagation with cohesive elements: a methodology to address mesh dependency, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2004, vol. 59, pp. 1-24.
- [91] Camacho G, Ortiz M, Computational modelling of impact damage in brittle materials, *International Journal of Solids and Structures*, 1996, vol. 33, pp. 2899-2938.
- [92] Pandolfi A, Guduru PR, Ortiz M, Rosakis AJ, Three dimensional cohesive-element analysis and experiments of dynamic fracture in C300 steel, *International Journal of Solids and Structures*, 2000, vol. 37, pp. 3733-3760.
- [93] Fedelinski P, Boundary element method in dynamic analysis of structures with cracks, *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2004, vol. 28, pp. 1135-1147.
- [94] Belytschko T, Krongauz Y, Organ D, Fleming M, Krysl P, Meshless methods: An overview and recent developments, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1996, vol. 139, pp. 3-47.
- [95] DufLOT M, Application des méthodes sans maillage à la mécanique de la rupture, Thèse, Liège : Université de Liège, 2004.
- [96] Krysl P, Belytschko T, The element free Galerkin method for dynamic propagation of arbitrary 3D cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 44, pp. 767-800.
- [97] Rabczuk T, Belytschko T, Adaptivity for structured meshfree particle methods in 2D and 3D, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2005, vol. 63, pp. 1559-1582.
- [98] Buehler MJ, Gao H, Hyperelasticity governs dynamical crack tip instabilities, *Nature*, 2006, vol. 439, pp. 307-310.
- [99] Babuska I, Melenk JM, The partition of unity method, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1997, vol. 40, pp. 727758.
- [100] Chessa J, Wang H, Belytschko T, On the construction of blending elements for local partition of unity enriched finite element, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2003, vol. 57, pp. 1015-1038.
- [101] Farhat C, Harari I, Franca LP, The discontinuous enrichment method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, vol. 190, pp. 6455-6479.
- [102] Belytschko T, Black T, Elastic crack growth in finite element with minimal remeshing, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 45, pp. 601620.
- [103] Moes N, Dolbow J, Belytschko T, A finite element method without remeshing, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1999, vol. 46, pp. 131-150.
- [104] Stolarska M, Chopp DL, Moes N, Belytschko T, Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2001, vol. 51, pp. 943-960.
- [105] Gravouil A, Moes N, Belytschko T, Non planar 3d crack growth by the extended finite element and level sets : Part ii : Level set update, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2002, vol. 53, pp. 2569-2586.
- [106] Sethian JA, Level set methods and fast marching methods, Cambridge UK : Cambridge University Press, 1999.
- [107] Elguedj T, Gravouil A, Combescure A, Appropriate extended functions for xFEM simulation of plastic fracture mechanics, *Computer Methods in Applied Mechanics and*

- Engineering, 2006, vol. 195, pp. 501-515.
- [108] Ribeaucourt R, Gestion du contact avec frottement le long des faces de fissures dans le cadre de la méthode X-FEM. Application à la fatigue tribologique, Thèse, Villeurbanne : INSA de Lyon, 2006.
- [109] Zi G, Belytschko T, New crack tip elements for X-FEM and applications to cohesive cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2003, vol. 57, pp. 2221-2240.
- [110] Menouillard T, Réthoré J, Combescure A, Bung H, Efficient explicit time stepping for the eXtended Finite Element Method, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2006, vol. 68, pp. 911-939.
- [111] De Borst R, Remmers J, Needleman, Mesh-independent discrete numerical representations of cohesive-zone models, *Engineering Fracture Mechanics*, 2006, vol. 73, pp. 160-177.
- [112] Budyn E, Zi G, Moes N, Belytschko T, A method for multiple crack growth in brittle materials without remeshing, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2004, vol. 61, pp. 1741-1770.
- [113] Liang J, Huang R, Prevost JH, Suo Z, Evolving pattern in thin films with the extended finite element method, *International Journal of Solids and Structures*, 2003, vol. 40, pp. 2343-2354.
- [114] Guidault PA, Allix O, Champaney L, Cornuault C, Une approche micro-macro pour le suivi de fissure avec enrichissement local, *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, 2006, vol. 15, pp. 187-198.
- [115] Rannou J, Gravouil A, Combescure A, Eléments finis étendus multi-grilles avec raffinement local pour la mécanique de la rupture, 8ème colloque national en calcul de structure - Giens (France), 2007.
- [116] Simone A, Wells G, Sluys L, From continuous to discontinuous failure in a gradient-enhanced continuum damage model, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2003, vol. 192, pp. 4581-4607.
- [117] Osher S, Sethian JA, Fronts propagating with curvature -dependent speed: algorithms based on hamilton-jacobi formulations, *Journal of Computational Physics*, 1988, vol. 79, pp. 12-49.
- [118] Gottlieb S, Shu CW, Total Variation Diminishing Runge-Kutta Schemes, *Mathematics of Computation*, 1998, vol. 67, pp. 73-85.
- [119] Sussman M, Fatemi E, Smereka P, Osher S, An improved level set method for incompressible two-phase flows, *Computer and Fluids*, 1998, vol. 27, pp. 663-680.
- [120] Osher S, Fedkiw RP, Level set methods- An overview and some recent results, *Journal of Computational Physics*, 2001, vol. 169, pp. 463-502.
- [121] Sethian JA, Strain J, Crystal growth and dendritic solidification, *Journal of Computational Physics*, 1992, vol. 98, pp. 231-253.
- [122] Malladi R, Sethian JA, Image Processing: Flows under Min/Max Curvature and Mean Curvature, *Graphical Models and Image Processing*, 1996, vol. 58, pp. 127-141.
- [123] Burchard P, Cheng LT, Merriman B, Osher S, Motion of curves in three dimensions using a level set approach, *Journal of Computational Physics*, 2001, vol. 170, pp. 720-741.
- [124] Cheng LT, Burchard P, Merriman B, Osher S, Motion of curves constrained on surfaces

- using a level set approach, *Journal of Computational Physics*, 2002, vol. 175, pp. 604-644.
- [125] Duflo M, A study of the representation of cracks with level sets, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2006, vol. 70, pp. 1261-1302.
- [126] Ventura G, Xu JX, Belytschko T, A vector level set method and a new discontinuity approximations for crack growth by efg, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2002, vol. 54, pp. 923-944.
- [127] Hughes TJR, *The Finite Element Method: Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*, Englewoods Cliffs NJ : Prentice-Hall, 1987.
- [128] Newmark NM, A method of computation for structural dynamics, *Proc. A.S.C.E.*, 1959, vol. 85, pp. 6794.
- [129] De Borst R, Remmers J, Needleman A, Computational aspect of cohesive zone models, *Advanced Fracture Mechanics for Life and Safety Assesments - Stockholm (Sweden)*, 2004.
- [130] Samaniego E, Belytschko T, Continuum discontinuum modelling of shear band, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2005, vol. 62, pp. 1857-1872.
- [131] Ventura G, On the elimination of quadrature subcells for discontinuous functions in the eXtended Finite-Element Method, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2006, vol. 66, pp. 761-795.
- [132] Prabel B, Combescure A, Gravouil A, Marie S, Level set non-matching meshes: Application to dynamic crack propagation in elastic-plastic media, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2007, vol. 69, pp. 1553-1569.
- [133] Sukumar N, Chopp DL, Moes N, Belytschko T, Modeling holes and inclusions by level sets in the xfem, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, vol. 190, pp. 61836200.
- [134] Barth TJ, Sethian JA, Numerical schemes for the hamilton-jacobi and level set equations on triangulated domains, *Journal of Computational Physics*, 1998, vol. 145, pp. 1-40.
- [135] Sussman M, Fatemi E, An Efficient, Interface-Preserving Level Set Redistancing Algorithm and Its Application to Interfacial Incompressible Fluid Flow, *SIAM Journal on Scientific Computing*, 1999, vol. 20, pp. 1165-1191.
- [136] Peng D, Osher S, Merriman B, Zhao H, Kang M, A pde-based fast local level set method, *Journal of Computational Physics*, 1999, vol. 155, pp. 410-438.
- [137] Gravouil A, Méthode multi-échelles en temps et en espace avec décomposition de domaines pour la dynamique non-linéaire des structures, Thèse, Cachan : Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2000.
- [138] Verpeaux P, Charras T, Dynamique du solide : modification du schéma de Newmark aux cas non-linéaire, 6ème colloque national en calcul de structure - Giens (France), 2003.
- [139] Yuritzinn T, Synthèse de la fiche "Analyse du critère KIa pour l'arrêt de fissure", Rapport SEMT/LISN/RT/06-003/A, CEA, 2006.
- [140] Belytschko T, Chen H, Xu J, Zi G, Dynamic crack propagation based on loss of hyperbolicity and a new discontinuous enrichment, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2003, vol. 58, pp. 1873-1905.
- [141] Chapuliot S, Marie S, Dubarle PE, Première campagne de caractérisation de l'acier

- 16MND5 des essais FISTER, Rapport SEMT/LISN/00-001/A, CEA, 2001.
- [142] Gary G, Essais de compression dynamique de l'acier FISTER 16MND5, Rapport de contrat (proposition CEA 5077), LMS X, 2005.
- [143] Gary G, Essais de compression dynamique de l'acier FISTER 16MND5, Rapport de contrat (proposition CEA 6101), LMS X, 2006.
- [144] Reytier M, Elements visant à la proposition d'un critère de rupture dans la transition fragile/ductile, Rapport SEMT/LISN/RT/03-035/A, CEA, 2003.
- [145] American Society for Testing and Material, A2 - Special requirements for testing compact specimen, ASTM E1820, US ASTM, 1986.
- [146] Nguyen TD, Govindjee S, Klein PA, Gao H, A material force for inelastic fracture mechanics, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 2005, vol. 53, pp. 91-121.
- [147] Mariani S, Perego U, Extended finite element method for quasi-brittle fracture, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 2003, vol. 58, pp. 103-126.
- [148] Remmers JC, De Borst R, Needleman A, The cohesive segment method for the simulation of dynamic fracture, IUTAM Symposium on Discretization for evolving discontinuities, Lyon (France), 2006.
- [149] Règles de Conception et de Construction relatives aux matériels Mécaniques, Annexe A16 - Tome I - Vol Z, RCC-M, AFCEN, 2002.
- [150] Oliver J, Huespe AE, Theoretical and computational issues in modelling material failure in strong discontinuity scenarios, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, vol. 193, pp. 2987-3014.
- [151] Oliver J, Huespe AE, Continuum approach to material failure in strong discontinuity settings, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2004, vol. 193, pp. 3195-3220.
- [152] Dumstorff P, Meschke G, Crack propagation criteria in the framework of X-FEM-based structural analyses, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2007, vol. 31, pp. 239-259.
- [153] Combescure A, Implantation d'un nouvel élément fini dans le code de calcul Castem 2000, Rapport DMT/93 654, CEA, 1993.
- [154] Zhao H, A constitutive model for metals over a large range of strain rates: Identification for mild-steel and aluminium sheets, *Materials Science and Engineering*, 1997, vol. 230, pp. 95-99.
- [155] Johnson GR, Cook WH, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics - The Haghe (Netherlands)*, 1983.
- [156] Ortiz M, Simo JC, An analysis of a new class of algorithms for elastoplastic constitutive relations, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1986, vol. 23, pp. 353-366.
- [157] Wang WM, Sluys LJ, De Borst R, Viscoplasticity for instabilities due to strain softening and strain-rate softening, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1997, vol. 40, pp. 3839-3864.

FOLIO ADMINISTRATIF

THESE SOUTENUE DEVANT L'INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUEES DE LYON

NOM : PRABEL

DATE de SOUTENANCE : 28 Septembre 2007

Prénoms : Benoit

TITRE : MODÉLISATION AVEC LA MÉTHODE X-FEM DE LA PROPAGATION DYNAMIQUE ET DE L'ARRÊT DE FISSURE DE CLIVAGE DANS UN ACIER DE CUVE REP

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2007 ISAL 0054

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Mécanique

Cote B.I.U. - Lyon : T 50/210/19 / et bis

CLASSE :

RESUME :

Ce mémoire de thèse présente l'étude de la propagation et de l'arrêt d'une fissure de clivage dans un acier de cuve REP.

L'étude bibliographique rappelle quelques éléments de mécanique de la rupture en dynamique. Elle montre que la compréhension des phénomènes associés à la propagation instable d'une fissure de clivage n'est pas complète à ce jour. Une bonne connaissance expérimentale des grandeurs en jeu, ainsi qu'un outil numérique capable de reproduire fidèlement ces phénomènes, sont des éléments permettant de faire progresser les modèles de propagation, notamment en ce qui concerne la définition d'un paramètre de fissuration pertinent.

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) a été implantée dans le code de calcul Cast3m. Cet outil numérique permet de simuler la propagation arbitraire de fissure sans avoir à la mailler. Afin d'améliorer cette méthode, on propose deux techniques. D'une part, on définit les fonctions de niveau qui décrivent la géométrie de la fissure sur une grille auxiliaire découplée du maillage de la structure, pour permettre une excellente qualité de la représentation de la fissure. D'autre part, afin d'étendre l'utilisation des éléments enrichis au cas d'un matériau inélastique, on propose une intégration non conforme des éléments proches du front de fissure. Cette technique permet d'intégrer de manière précise les fonctions d'enrichissements, et évite la projection de champs au voisinage de la pointe de fissure.

La campagne d'essais de propagation de fissure concerne deux géométries : des éprouvettes Compact Tension, et des éprouvettes annulaires en compression. Une attention particulière est portée aux mesures de vitesse de propagation, car elles constituent une donnée essentielle en mécanique de la rupture dynamique. On relève une vitesse comprise entre 200 et 500m/s pour les éprouvettes CT, et de l'ordre de 700m/s pour les éprouvettes annulaires. Le cas d'un chargement en mode mixte a également été examiné. Les analyses de faciès de rupture montrent que l'unique mécanisme de ruine rencontré pour tous les essais est le clivage (absence de ligaments ductiles).

Un modèle de propagation basé sur la contrainte principale en pointe de fissure a été identifié en imposant la vitesse de propagation des éprouvettes CT. Une dépendance de la contrainte critique de clivage avec la vitesse de sollicitation (vitesse de propagation ou de déformation) a été conclue. L'application de ce modèle aux éprouvettes CT, annulaires en mode I et annulaires en mode mixte, montre qu'il est possible de prédire par la simulation numérique, le trajet de la fissure, sa vitesse d'avancée, ainsi que sa longueur à l'arrêt, avec une très bonne.

MOTS-CLES : rupture, clivage, éléments finis étendus, propagation de fissure, arrêt de fissure, dynamique, plasticité, 16MND5.

Laboratoire (s) de recherche : Laboratoire de Mécanique du Contact et des Structures
UMR CNRS 5259
18-20 allée des sciences - INSA de LYON
69621 VILLEURBANNE CEDEX FRANCE

Directeur de thèse: Monsieur le Professeur Alain COMBESURE

Président de jury : SMITH David

Composition du jury : ALLIX Olivier
BOMPARD Philippe
SMITH David
GILLES Philippe
COMBESURE Alain
MARIE Stéphane