Stabilité et qualité du réglage de vitesses des turbines hydrauliques fonctionnant en parallèle

Alain Soucy

▶ **To cite this version:**

Alain Soucy. Stabilité et qualité du réglage de vitesses des turbines hydrauliques fonctionnant en parallèle. Modélisation et simulation. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 1963. Français. NNT : . tel-00278515

HAL Id: tel-00278515

https://theses.hal.science/tel-00278515

Submitted on 13 May 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSES

PRÉSENTÉES A LA

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

POUR OBTENIR LE TITRE D'INGÉNIEUR-DOCTEUR

PAR

Alain SOUCY

Ingénieur de l'Université Laval de QUÉBEC

—

PREMIÈRE THÈSE

STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES HYDRAULIQUES FONCTIONNANT EN PARALLÈLE

—

DEUXIÈME THÈSE

Proposition donnée par la Faculté :

PROBLÈME DE LA CAVITATION DANS LES ÉVACUATEURS DE FOND

—

Soutenues le ..... 1963 devant la Commission d'examen :

MM. M. FALLOT	Président
J. KUNTZMANN	Examinateurs
R. PERRET	
J. DODU	

GRENOBLE

1963

UNIVERSITE DE GRENOBLE

FACULTE DES SCIENCES

-

Doyens Honoraires ..... M. FORTRAT P.
M. MORET L.
Membre de l'Institut

Doyen ..... M. WEIL L.

Professeurs :

MM.	WOLFERS F.,	Physique
	NEEL L.,	Physique Expérimentale Membre de l'Institut
	DORIER A.,	Zoologie
	HEILMANN R.,	Chimie Organique
	KRAVTCHENKO J.	Mécanique Rationnelle
	CHABAUTY C.	Calcul différentiel et intégral
	PARDE M.,	Potamologie
	BENOIT J.,	Radioelectricité
	CHENE M.,	Chimie papetière
	BESSON J.,	Electrochimie
	WEIL L.,	Thermodynamique
	FELICI N.	Electrostatique
	KUNTZMANN J.,	Mathématiques appliquées
	BARBIER R.,	Géologie appliquée
	SANTON L.,	Mécanique des Fluides
	OZENDA P.,	Botanique
	FALLOT M.,	Physique Industrielle
	MOUSSA A.,	Chimie Nucléaire
	TRAYNARD P.,	Chimie
	SOUTIF M.,	Physique
	CRAYA A.,	Hydrodynamique
	REEB G.,	Mathématiques M. P. C.
	BLAMBERT M.,	Mathématiques
	BONNIER E.	Electrochimie
	DESSAUX G.	Physiologie animale
	PILLET E.,	Electrotechnique
	DEBELMAS J.,	Géologie
	VAUQUOIS B.,	Mathématiques appliquées
	PEAUD-LE-NOEL	Biosunthèse de la cellulose
	GALVANI O.,	Mathématiques
	REULOS R.,	Théorie des champs
	AYANT	Physique approfondie
	GALLISSOT F.,	Mathématiques appliquées

Mlle	LUTZ E.,	Mathématiques
MM.	BOUCHEZ R.,	Physique Nucléaire
	LLIBOUTRY L.,	Géophysique
	MICHEL R.,	Géologie et Minéralogie
	GERBER R.,	Mathématiques
	PAUTHENET R.,	Electrotechnique

Professeurs sans chaire :

MM.	SILBER R.,	Mécanique des Fluides
	MOUSSIEGT J.	Electronique
	BARBIER J.C.	Physique
	BUYLE-BODIN	Electronique
Mme	KOFLER	Botanique
	DREYFUS	Thermodynamique
	VAILLANT	Zoologie et Hydrobiologie
	GIRAUD P.,	Géologie
	SAVELLI M.,	Physique Générale

Professeurs associés :

MM.	REIZNICK	Physiologie végétale
	LUMER	Mathématiques

Maîtres de Conférences :

Mme	LUMER L.,	Mathématiques
MM.	PERRET R.,	Servomécanismes
	ARNAUD P.,	Chimie
Mme	BERBIER M.J.,	Electrochimie
MM.	BRISSONNEAU	Physique
	COHEN J.,	Electrotechnique
Mme	SOUTIF J.,	Physique
MM.	DEPASSEL R.,	Mécanique
	ROBERT	Chimie Papetière
	ANGLES d'AURIAC	Mécanique des Fluides
	BIAREZ J.,	Mécanique Physique
	COUMES A.,	Electronique
	DODU J.,	Mécanique des Fluides
	DUCROS P.,	Minéralogie et Cristallographie
	GIDON P.,	Géologie et Minéralogie
	GLENAT R.,	Chimie
	HACQUES G.,	Calcul numérique
	LANCIA R.,	Physique Automatique
	PEBAY-PEROULA J.,	Physique
	GASTINEL N.,	Mathématiques Appliquées
	LACAZE A.,	Thermodynamique

...

MM.	GAGNAIRE D.,	Chimie Papetière
	DEGRANGE D.,	Zoologie
	KLEIN J.,	Mathématiques
Mme	KAHANE J.,	Physique
	RASSAT	Chimie systématique
	DEPORTES C.,	Chimie
	DEPOMMIER P.,	Physique Nucléaire
	POLOUJADOFF M.,	Electrotechnique
	BARRA J.,	Mathématiques Appliquées
Mme	BOUCHE L.,	Mathématiques
	PERRIAUX J.,	Géologie
	SARROT-REYNAUD,	Géologie
	CAUQUIS G.,	Chimie Générale
	LABBE A.,	Botanique
	BETHOUX P.,	Mathématiques Appliquées
	BONNET G.,	Physique Générale

AVANT-PROPOS

L'étude présentée ici a été réalisée dans le cadre d'un stage que nous avons effectué à la SOCIETE GRENOBLOISE D'ETUDES ET D'APPLICATIONS HYDRAULIQUES (SOGREAH) grâce à la générosité du Gouvernement Français (A S T E F) et du Gouvernement du QUEBEC

La SOGREAH a mis à notre disposition son centre de calcul et les ressources de sa vaste documentation, tout en assumant le surpl de la charge financière. Il nous est très agréable de devoir en remerci la Direction de la Société et le Service des stagiaires. Nos plus sincère remerciements vont à M. G. D. RANSFORD, qui nous a fait bénéficier de son expérience et dont l'aide bienveillante et les nombreux conseils nous ont permis de mener à bien ce travail.

La Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble a bien voul s'intéresser à notre travail et l'accepter comme première thèse pour l'attribution du titre d'Ingénieur Docteur. Nous tenons à exprimer notre reconnaissance à M. M. FALLOT, Professeur à la Faculté des Scienc qui nous a fait l'honneur d'accepter la présidence du Jury. Nous remer cions vivement M. R. PERRET qui a bien voulu assumer la direction d notre travail et M. J. KUNTZMANN et M. J. DODU, dont les conseil nous ont été très précieux.

STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES HYDRAULIQUES FONCTIONNANT EN PARALLÈLE

par ALAIN SOUCY
Ingénieur de l'Université Laval
de Québec

INTRODUCTION:

Le problème du réglage de vitesse des turbines hydrauliques est un des chapitres de la "régulation" qui a été le plus étudié, et bon nombre d'auteurs l'ont abordé sous des aspects les plus divers. Pourtant, tous les travaux que l'on rencontre sur ce sujet peuvent entrer généralement dans les deux catégories suivantes:

1) étude d'une installation fonctionnant en réseau isolé; cas ne présentant à l'heure actuelle pratiquement plus aucune difficulté théorique.
2) étude des réseaux interconnectés comprenant un grand nombre de centrales; dans ce cas les méthodes se basent sur des connaissances

empiriques et sur des notions mises en évidence par la théorie de réglage d'un groupe isolé.

Il faut, quelques idées énoncées brièvement [7] [11], on ne trouve aucune théorie complète de la marche en parallèle des turbines hydrauliques. On peut se demander pourquoi on est passé du cas le plus simple au cas le plus général sans étudier, par exemple, le fonctionnement de deux groupes différents dans un même réseau.

Le défaut, à notre avis, vient de la grande complexité que présente l'étude du petit réseau composé de 2, 3, ou 4 groupes différents, car le nombre des paramètres est très grand et il est difficile à priori de fondre des moyennes globales ou d'en négliger certains. On peut noter que le réseau quasi-infini n'est pas en fait le cas le plus fastidieux à examiner; en effet, l'importance des réglages primaires s'effacent devant celle des réglages secondaires qui sont beaucoup plus lents.

Heureusement, les moyens de calculs modernes, qui sont mis aujourd'hui à la disposition de l'ingénieur sous forme d'ordinateurs puissants, permettent d'envisager une solution rapide à ce problème qui autrefois n'avait pu être abordé.

Même si l'étude de la marche en parallèle de deux ou plusieurs groupes dans un petit réseau interconnecté n'offre plus, en Europe, le même intérêt à cause des grandes interconnexions, elle mérite quand même d'être entreprise ne serait-ce que pour compléter la théorie de la régulation des turbines hydrauliques. De plus, le problème se pose actuellement dans les pays en voie de développement où il n'existe pratiquement pas de réseau, mais qu'on équipe de barrages à buts multiples pourvus de centrales souvent bien différentes. Il peut se poser également dans des pays très vastes, où l'interconnexion n'est pas toujours réalisables à cause des grandes distances entre les centres de production d'énergie.

Nous avons donc pensé qu'il serait intéressant d'entreprendre l'étude de l'interaction de groupes différents sur leur réglage de vitesse (ou fréquence) en tenant compte de leurs paramètres respectifs.

En fait, nous avons décidé de ne regarder que le cas où deux groupes de caractéristiques différentes fonctionnent en parallèle dans le même réseau isolé. Le but de ce travail ne consistera donc qu'à indiquer une méthode d'étude qui pourrait éventuellement être appliquée à trois, quatre et même plusieurs groupes.

Dans une première partie, après avoir décrit le fonctionnement et le rôle des régulateurs de vitesse dans les installations hydroélectriques, nous donnerons une bonne définition de la stabilité et de la qualité du réglage de vitesse, tout en faisant la restriction que sur ce point il y a matière à discuter longuement, car en régulation il n'existe malheureusement pas de "normalisation".

Le problème classique de la stabilité dans les installations hydro-électriques est, comme nous l'avons déjà dit : " la stabilité du réglage de fréquence (ou vitesse) des groupes ; le fonctionnement du régulateur étant contrarié par l'inertie de l'eau dans la conduite et par une courbe de rendement tombante." [1]. L'étude du réglage de fréquence peut se scinder en trois étapes.

1) Vérification de l'existence d'une solution de stabilité dans une certaine zone de fonctionnement ; détermination de la zone de stabilité.

2) Pour les cas de stabilité ainsi reconnus, la recherche des paramètres permettant le meilleur réglage possible ; dosage optimum du régulateur.

3) Enfin le calcul des courbes de réponse impulsionnelle du système réglé au mieux, permettant de chiffrer l'écart de fréquence maximum.

4) On y ajoute parfois l'analyse spectrale

des variations de la charge dans les réseaux industriels et la réponse des groupes à de telles variations (la "dentelle" des praticiens). Nous verrons plus loin que la réponse à l'entrée en "échelon unité" de caractère plus théorique suffit pour décrire le comportement d'un système de réglage de vitesse.

Les différentes étapes constitueront avec la mise en équations la deuxième partie de notre travail, que nous intitulerons: "Méthode employée pour l'étude de la stabilité de deux groupes hydro-électriques fonctionnant en parallèle."

Dans une dernière partie, cette méthode sera illustrée au moyen d'un exemple pratique, mais fictif, qui portera sur l'amélioration du réglage de vitesse d'un groupe "Bulbe" lorsque couplé en parallèle avec des groupes de caractéristiques différentes et "réputés" plus stables.

NOTATIONS PRINCIPALES :

A = le coefficient d'autoréglage du réseau, facteur compris normalement entre 0 et 2.

$a = A - 2x_1\delta_1 - 2x_2\delta_2$

$b = 1/2 - \delta + \zeta$; d'indice 1 et 2

$c = \varepsilon - \beta$; d'indice 1 et 2

$d = \delta - \zeta$; d'indice 1 et 2

$e = 3/2 - \delta$; d'indice 1 et 2

$g = b\, m\, \mu + \frac{\theta}{3} + m\, \lambda$; d'indice 1 et 2

H_m = chute sur la turbine en régime permanent

ΔH = variation de cette chute au cours d'une manœuvre de réglage

$h = \Delta H / H_m$, variation relative de la chute

I_m = moment d'inertie du rotor

K_i = constantes de l'équation caractéristique

k_0 = coefficient caractérisant la réponse du S.M lors d'une faible levée des soupapes de distribution d'huile

$k = \frac{\theta}{\tau} + m\lambda$; d'indice 1 et 2

$l = x_1 \tau_1 + x_2 \tau_2$

$M = \frac{W_h}{\phi^2 H \sqrt{H}}$; ordonnée d'une colline de rendement, (colline de puissance)

m = valeur du statisme permanent

$N = \frac{\Omega \phi}{\sqrt{H}}$; abscisse d'une colline de rendement, (colline de puissance)

n = indice caractérisant le fonctionnement de l'installation en régime non perturbé

p = nombre complexe figurant dans les transformations de Laplace

Q_n = débit de la turbine en régime non perturbé

ΔQ = variation de ce débit au cours d'une manoeuvre de réglage

$q = \frac{\Delta Q}{Q_n}$; variation relative du débit

T_r = temps de relaxation du dash-pot d'un régulateur à asservissement temporaire.

$u = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}$; variation relative de la vitesse de la roue

W_h = puissance motrice par groupe (puissance hydraulique disponible à un instant donné)

W_e = puissance à fournir au réseau électrique, compte tenu de la variation de fréquence en régime perturbé.

W_n = la puissance à fournir au réseau en régime non perturbé

w_0 = variation relative de la puissance demandée $= \frac{\Delta W}{W_n}$; saut brutal au temps $t = 0$

$x_1 = \frac{W_{n1}}{W_n}$, rapport de puissance d'un groupe sur la puissance du réseau.

$x_2 = \frac{W_{n2}}{W_n}$, rapport de puissance de l'autre groupe sur la puissance du réseau.

Y_n = ouverture du vannage avant la perturbation

$y = \frac{\Delta Y}{Y_n}$ mouvement relatif du vannage

α = paramètre qui intervient dans l'étude du tracé de la frontière de stabilité

$\beta = \frac{Y}{\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N$ = facteur évalué sur une verticale de la colline, exprimant la variation de rendement en fonction de l'ouverture du vannage

γ = poids spécifique de l'eau

$\delta = \frac{N}{2M}\left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_Y$ = facteur évalué à ouverture const. sur la colline, exprimant la variation de puissance

$\varepsilon = \frac{Y}{M}\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N$ = variation d'ouverture du vannage sur une verticale de la colline

$\zeta = \frac{N}{2\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$ = variation de rendement à ouverture constante sur la colline

η = rendement de la turbine

$\theta = \frac{Q}{gH}\sum\frac{L}{S}$ = temps de lancer de la conduite

$\lambda = \frac{\theta}{\mathcal{J}} \frac{1}{\sigma}$: l'effet accélérométrique du régulateur

$\mu = \frac{\theta^2}{\mathcal{J}} \frac{1}{\sigma T_r}$: l'effet tachymétrique du régulateur

σ = assenissement temporaire ; pente de la came d'assenissement

$\mathcal{J} = \frac{I_m \Omega_n^2}{W_n}$: temps de lancer du groupe à sa puissance nominale

ϕ = diamètre de la roue

Ω_n = vitesse de rotation en régime non perturbé.

$\Delta\Omega$ = variation de cette vitesse de rotation

— — — — —

PREMIÈRE PARTIE

NOTION DE STABILITÉ ET DE QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES HYDRAULIQUES.

CHAPITRE I :

DESCRIPTION ET RÔLE DES RÉGULATEURS DE VITESSE DES TURBINES.

Le principe du dispositif de réglage de la vitesse d'un groupe hydro-électrique est bien connu ; nous en rappellerons les éléments principaux, tout en insistant sur le rôle qu'il doit jouer dans un petit réseau composé de quelques groupes en parallèle.

Un régulateur de vitesse est un appareil automatique qui a pour fonction principale de maintenir constante la vitesse des groupes générateurs en assurant l'équilibre entre la puissance résistante de l'alternateur (qui dépend de la demande des utilisateurs) et la puissance motrice de la turbine (ajustable en agissant sur le réglage du débit).

Le régulateur consiste essentiellement en un tachymètre qui mesure l'écart de vitesse à corriger et qui, par un amplificateur d'effort, agit sur l'arrivée de l'eau à la turbine. Un dispositif de stabilisation (accéléromètre ou asservissement temporaire) freine l'action du régulateur pour empêcher ou éteindre les oscillations, dues au principe même du régulateur. [25]

Cet amortissement doit être dosé convenablement car un "freinage" excessif (comme insuffisant) est nuisible au bon fonctionnement du régulateur. "La nécessité est particulièrement pressante dans le cas des turbines hydrauliques, car l'inertie et l'élasticité de l'eau exacerbent la tendance du régulateur à osciller". [4]

La figure 1 montre le dispositif général de la régulation de vitesse d'un groupe hydro-électrique. La turbine T entraîne par son couple mécanique C_m le générateur G qui débite son énergie sur la charge K

du réseau et qui oppose son couple électrique résistant C_R. Le tachymètre R mesure la vitesse angulaire Ω et commande par le servo-moteur l'ouverture v de la turbine. Un régulateur de tension Ru (dont on verra l'influence) commande l'excitation de l'excitatrice E. Le dispositif de stabilisation du régulateur apparait sur la figure 2, où nous avons schématisé le principe à asservissement temporaire.

Nous montrerons plus loin que les deux types bien connus de régulateur, accélérotachymétrique et à asservissement temporaire, présentent des analogies assez importantes pour que " l'étude de l'un puisse constituer une bonne approximation de celle de l'autre".

Voyons comment fonctionne ce dispositif, lors d'une perturbation consécutive à une décharge de l'alternateur.[2] La vitesse du groupe augmente et les boules du tachymètre s'écartent. Le point v monte, le point o est provisoirement fixe, le point t descend et le déplacement

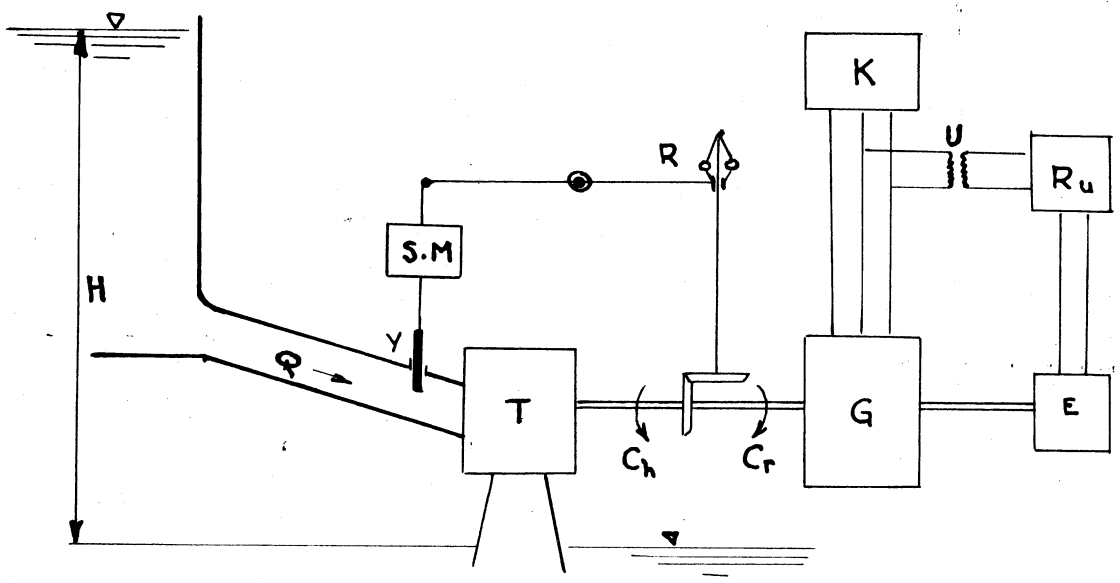


Fig 1. Dispositif général du réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique.

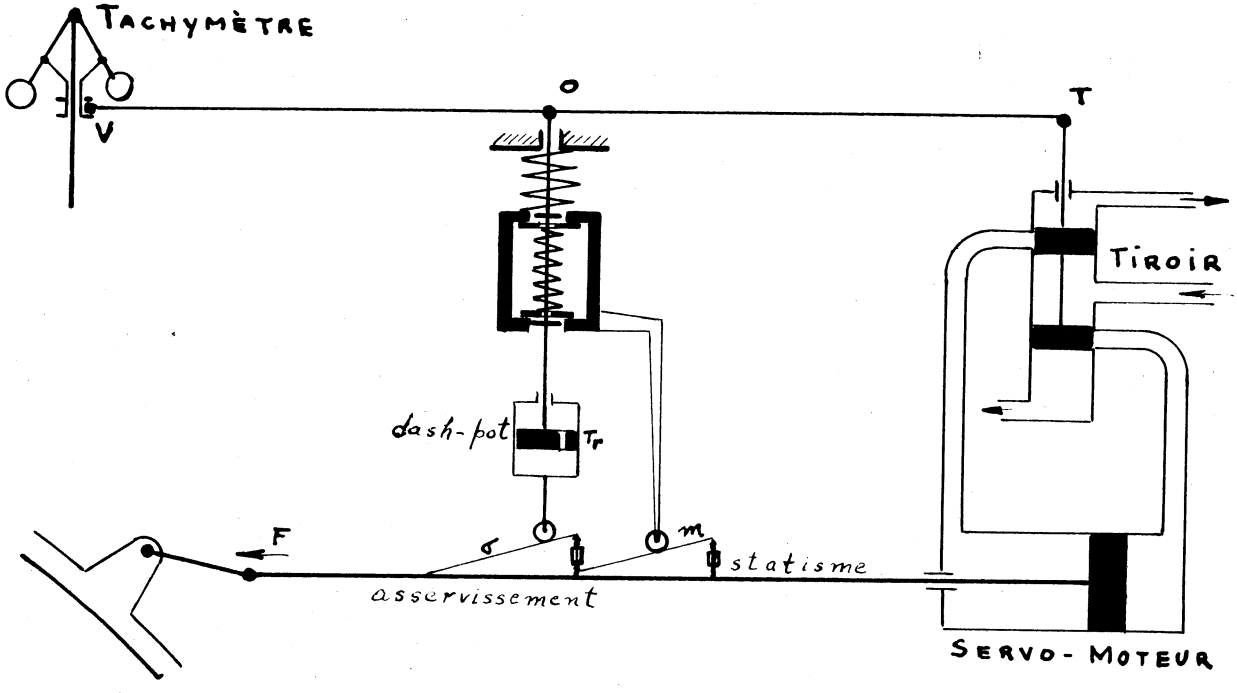


Fig 2. Schéma d'un régulateur à asservissement temporaire

R.

Dessiné par :

du tiroir provoque le fonctionnement du servo-moteur qui ferme le vannage. Faisons abstraction pour le moment du statisme permanent et considérons deux temps de réglage bien distincts : le premier très rapide pour égaliser les puissances et éviter la naissance d'oscillation (la tige GO est rigide), le second très lent pour ramener la vitesse à sa valeur initiale (le piston du dash-pot se déplace). Dans le premier temps, la came d'asservissement se déplaçant vers la gauche soulève le galet G, donc le point O, le point T remonte et le tiroir commence à fermer la distribution d'huile. Lorsque les puissances sont égalisées la vitesse se stabilise, mais à une valeur trop élevée. Mais le ressort de rappel du bloc de compensation agit sur le piston du dash-pot qui s'enfonce lentement dans le cylindre. Le point O descend ainsi doucement entraînant les articulations T et V vers leur position initiale : La vitesse reprend sa valeur de consigne. Pour plus de clarté, nous ne parlerons que plus loin de l'effet de l'inertie de l'eau.

Le régulateur, tel que nous venons de le décrire, fait intervenir deux grandeurs qui caractérisent l'asservissement: Le statisme ou degré d'asservissement (σ) et le temps de relaxation du dash-pot (T_r)

Degré d'asservissement (σ):

La liaison d'asservissement (came, leviers, etc....) détermine la forme de la courbe $R = \varphi(Y)$. On appelle "courbe de statisme", cette courbe liant la grandeur à régler (R) et l'ouverture du vannage (Y), et statisme ou "degré d'asservissement" la pente moyenne ou locale de cette courbe. Pour des petits mouvements de vannage la courbe en un point peut-être exprimée par sa tangente.

Temps de relaxation du dash-pot (T_r):

Considérons le schéma de la fig. 2. Le point O est ramené à une position fixe par un ressort de constante C_R. Soit S et s les surfaces du piston et de la lumière du dash-pot. Supposons que l'écoulement est laminaire à travers

la lumière du dash-pot (hypothèse valable pour des petits mouvements); alors la perte de charge dans la lumière est proportionnelle à la vitesse de l'huile. Soit k le coefficient de proportionnalité, et Δh_0 le déplacement du point O.

La force de rappel du ressort est donc : $C_R \Delta h_0$ et la pression dans le dash-pot s'exprime :

$$\frac{C_R \Delta h_0}{S}$$

La vitesse de l'huile dans la lumière peut s'écrire :

$$\frac{k C_R \Delta h_0}{S}$$

et celle du piston du dash-pot par rapport au cylindre

$$\frac{k C_R s}{S^2} \Delta h_0$$

On pose T_r ; le temps de relaxation du dash-pot

$$T_r = \frac{S^2}{k C_R s}$$

C'est le temps que mettrait le piston à rejoindre sa position d'équilibre s'il gardait pendant tout son mouvement sa vitesse initiale. Le dash-pot sera d'autant plus serré et l'asservissement plus rigide que le temps de relaxation sera plus grand.

Le régulateur serait "parfait" pour un groupe isolé, mais en marche en parallèle il faut lui adjoindre un statisme permanent qui a pour fonction de distribuer la variation de puissance entre les groupes interconnectés. Le statisme permanent se définit comme "la variation de fréquence (ou de vitesse) nécessaire pour faire passer le distributeur de la turbine de la position de marche à vide à la position de marche maximale" — exprimée en pourcentage. Les groupes ayant un faible statisme (1%) réagissent instantanément et fortement aux moindres variations de fréquence. Inversement les groupes de fort statisme (6%) ne verront leur débit modifié que pour une variation importante de la fréquence. On réalise l'effet du statisme permanent en agissant sur le bloc de commutation. A la suite d'une perturbation ayant causé un changement de vitesse, le point o ne revient pas à sa position initiale. A faible puissance le groupe tournera plus vite, et moins vite à forte puissance.

La marche en parallèle nécessite encore un dispositif supplémentaire de variation de vitesse et de charge. Avant de coupler un alternateur au réseau, il est nécessaire de lancer le groupe, à vide, à une vitesse déterminée, dite de synchronisme qui dépend de la fréquence du réseau à cet instant. La vitesse en tr/mn est liée à la fréquence par la relation bien connue:

$$\Omega = \frac{f \times 60}{p}$$

p = nombre de paires de pôles.

Pour ajuster la vitesse à la fréquence, on agira sur la position verticale du point O en faisant varier la longueur de la tige d'assemissement au moyen d'un écrou, mue à la main ou par un petit moteur relié à deux boutons "plus vite - moins vite"; d'où le nom de ce dispositif. [3]

Dès que l'alternateur sera couplé au réseau, sa vitesse de rotation sera rigidement liée à la fréquence de l'interconnexion.

À ce moment, si le chef de quart provoque la rotation de l'écou, les déplacements correspondants du point o et du tiroir équilibré auront pour conséquence une manoeuvre du distributeur modifiant puissance et débit ; la vitesse du groupe n'en sera pas affectée. Ce dispositif permet en plus d'établir en marche la puissance du groupe en fonction d'un "programme" par exemple.

Si on veut limiter l'ouverture du vannage à une certaine valeur pour régler un niveau par exemple, on introduit une butée réglable en marche, sur place ou à distance. Ce dispositif, dit "limiteur d'ouverture" est particulièrement utilisé sur les groupes des usines "au fil de l'eau", pour éviter une vidange de la chambre d'eau. À partir d'un débit fixé, il annule l'action du tachymètre. Il peut être réalisé de plusieurs façons selon le type de régulateur.

Conséquence du coup de bélier :

En fait, le fonctionnement que nous venons de décrire n'est pas aussi simple. La puissance produite par l'eau n'est pas fonction seulement de l'ouverture du vannage. Elle est mesurée par le produit du débit par la charge. Le débit lui-même équivaut sensiblement au produit de l'ouverture par la racine carrée de la charge. Donc, à ouverture constante, la puissance varie comme la charge à la puissance $3/2$.

Dans l'exposé que nous venons de faire sur le fonctionnement du régulateur nous avons supposé que la charge à l'entrée de la turbine était constante et ne variait pas avec l'action du vannage. Malheureusement, il n'en est pas ainsi. Dans la plupart des installations, par suite de l'inertie de l'eau, la fermeture du vannage commence par provoquer au début une augmentation de puissance ou du moins une diminution moindre que le voudrait

le régulateur. Ensuite, la puissance diminue au contraire davantage, "soit que le régulateur ainsi gêné a poursuivi plus longtemps son action, soit parce qu'en outre, à la période de surpression a succédé une période de dépression." (coup de bélier d'onde dû à l'élasticité de l'eau). [4]

Le régulateur se trouve ainsi contrarié, et chacun des mouvements du régulateur provoque un écart de vitesse plus important qu'il ne le serait en l'absence du coup de bélier. Dans les installations de haute chute, lorsque les oscillations du régulateur ont une période voisine de celle de la conduite, il y a "pompage" par suite du coup de bélier "d'onde" [6]. Dans les installations de basse chutes, l'élasticité de l'eau ne joue plus aucun rôle, mais seulement son inertie; toute la masse d'eau contenue dans la conduite au moment d'une manoeuvre du vannage change instantanément de vitesse; c'est le coup de bélier "de masse". [7]

Rôle des régulateurs de vitesse.

Un bon régulateur de vitesse doit pouvoir s'adapter aux conditions d'exploitation les plus sévères en service isolé ou (et) en en parallèle avec d'autres groupes.

La marche en régime isolé exige :

- une vitesse constante en régime stable, c'est à dire une bonne tenue de la fréquence,
- un retour aussi rapide que possible à la vitesse de consigne, après n'importe quelle perturbation,
- l'absence de variations périodiques de la vitesse du groupe ou de la pression d'eau dans la conduite forcée.

Les conditions essentielles paraissent simples, mais peuvent conduire à des solutions bien différentes suivant la nature du réseau et suivant que la turbine fonctionne à basse ou à haute chute.

La marche en parallèle de plusieurs groupes exige : (un seul réseau)

- les mêmes qualités que ci-dessus,
- une facile répartition de la charge entre les groupes,

Le dernier réglage a pour but de produire l'énergie au meilleur prix. Plusieurs facteurs peuvent intervenir : [3]

a) la possibilité de stockage dans les retenues,

b) les demandes actuelles de courant et les prévisions de ces demandes,

c) les variations de rendement des groupes en fonction de leur charge,

d) les pertes d'énergie dans les lignes d'interconnection et la capacité de transport de ces lignes,

etc ....

Ici dessin, nous faisons abstraction des réseaux interconnectés (ce n'est pas notre cas) où la répartition de puissance entre les réseaux se fait suivant un programme, et où la fréquence est souvent réglée par des groupes à faible statisme (et un "chef d'orchestre")

tandis que d'autres fonctionnent aux limites d'ouverture.

Nous considérerons un petit réseau isolé où tous les groupes ont un statisme permanent et participent au réglage de la fréquence.

Signalons également que les seuls phénomènes de réglage dont il sera question dans cette étude seront ceux relatifs au réglage "habituel", c'est-à-dire que les phénomènes accidentels tels que disjonction, décrochage du synchronisme, etc.... seront exclus. Pratiquement cela signifie que le travail du régulateur consistera toujours en un réglage de petites erreurs de fréquence ou de puissance, appelées "dentelle". [3]
La limitation de la vitesse de vannage à cause des coups de bélier n'intervient pas, de même que la compensation accélérée ou le double recouvrement servant à réduire la suvitesse.

CHAPITRE II :

STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES.

M. D. GADEN, dans son ouvrage : "Considérations sur le problème de la stabilité" [6] définit la stabilité du réglage de vitesse d'un groupe hydroélectrique comme suit : Le réglage est stable lorsque, la puissance consommée demeurant constante, chaque « petit écart de réglage fortuit est suivi d'un retour au régime dans le temps le plus court, sans surréglages exagérés ni trop répétés, voire si possible, suivant une loi présentant un caractère apériodique ».

Nous n'avons pas l'intention de discuter ici de la validité d'une telle définition, ni de la méthode employée par M. GADEN pour donner une « condition de stabilité » ; cela a déjà été fait par M. J. DANIEL dans sa thèse : " Récapitulation du réglage de vitesse des turbines hydrauliques" [4]

Nous disons seulement qu'elle n'a pas le caractère de généralité que lui voudrait son auteur ; car elle masque deux notions bien différentes que nous commandons de distinguer.

Avant même de savoir si un système donné reviendra vite après un écart à son état de régime, il peut être très utile de savoir s'il y reviendra. C'est ce que nous entendons par stabilité de réglage.

Dans bien des cas, et spécialement en régulation de vitesse des groupes hydroélectriques, il est aussi très important de connaître et de minimiser l'écart transitoire en amplitude et en durée. C'est ce que nous entendons par qualité du réglage.

1 : STABILITÉ DE RÉGLAGE.

Lorsqu'aucune sollicitation extérieure ne vient influencer un groupe, la grandeur à régler, par exemple la vitesse de rotation devrait rester constante, ou du moins ne varier

qu'à l'intérieur d'une certaine zone d'insensibilité. S'il en est ainsi, on dit que le réglage est stable. Certains auteurs parlent alors de "stabilité statique" [24] (la stabilité dynamique étant la qualité de réglage à la suite d'une perturbation), d'autres de "stabilité intrinsèque" [31]. Nous disons simplement "stabilité".

L'étude de la stabilité, étant avant tout une étude de petites oscillations, les équations du mouvement peuvent donc être linéarisées, comme nous le verrons au chapitre suivant. Parmi les solutions de ces équations, seules celles qui définissent le "mouvement libre" nous intéressent. En d'autres termes, au point de vue mathématique, nous ne retiendrons que les équations sans second membre; c'est-à-dire que l'étude de la stabilité se ramène à l'étude des racines de l'équation dite "caractéristique" obtenue en remplaçant le symbole $\frac{d}{dt}$ par "p" dans l'équation différentielle. [28]

Cette équation est algébrique et seule "p" est inconnue. A chaque racine "p" de cette équation, correspond un mouvement possible du système de forme e^{pt}. Le système est stable si l'amplitude de tous ces mouvements est décroissante, donc la partie réelle de toutes les racines "p" est négative.

Il existe de nombreuses méthodes permettant d'étudier la stabilité d'un système sans calculer effectivement les racines "p" de l'équation caractéristique : méthode de NYQUIST, HÜRWITZ, LEONHARD, des "séparatrices", etc....

C'est cette dernière méthode que nous avons retenue (voir chapitre VI), car elle nous permet de définir à l'intérieur du domaine des paramètres du régulateur une zone de stabilité de dimensions finies, dont les propriétés sont très intéressantes et nous permettent d'apprécier rapidement les qualités du réglage de plusieurs cas différents. (FIG. 3a) (FIG. 3b)

2: QUALITÉ DE RÉGLAGE :

Lorsqu'un système linéaire est stable au sens où nous l'avons entendu dans le paragraphe précédent, c'est à dire que son équation caractéristique n'a pas de racine à partie réelle positive dans un certain domaine de dosage, cela n'exclut pas la possibilité de racines gênantes quoique négatives, situés près de la frontière de stabilité.

La stabilité, au sens mathématique n'est donc pas une condition suffisante pour que les performances du système soient satisfaisantes. Il faut ajouter à l'étude de la stabilité proprement dite, l'étude des performances du système en régime transitoire. Les performances doivent posséder certaines qualités que les utilisateurs ont l'habitude de réunir sous un même terme général : "la précision du réglage".

On peut définir "une bonne précision

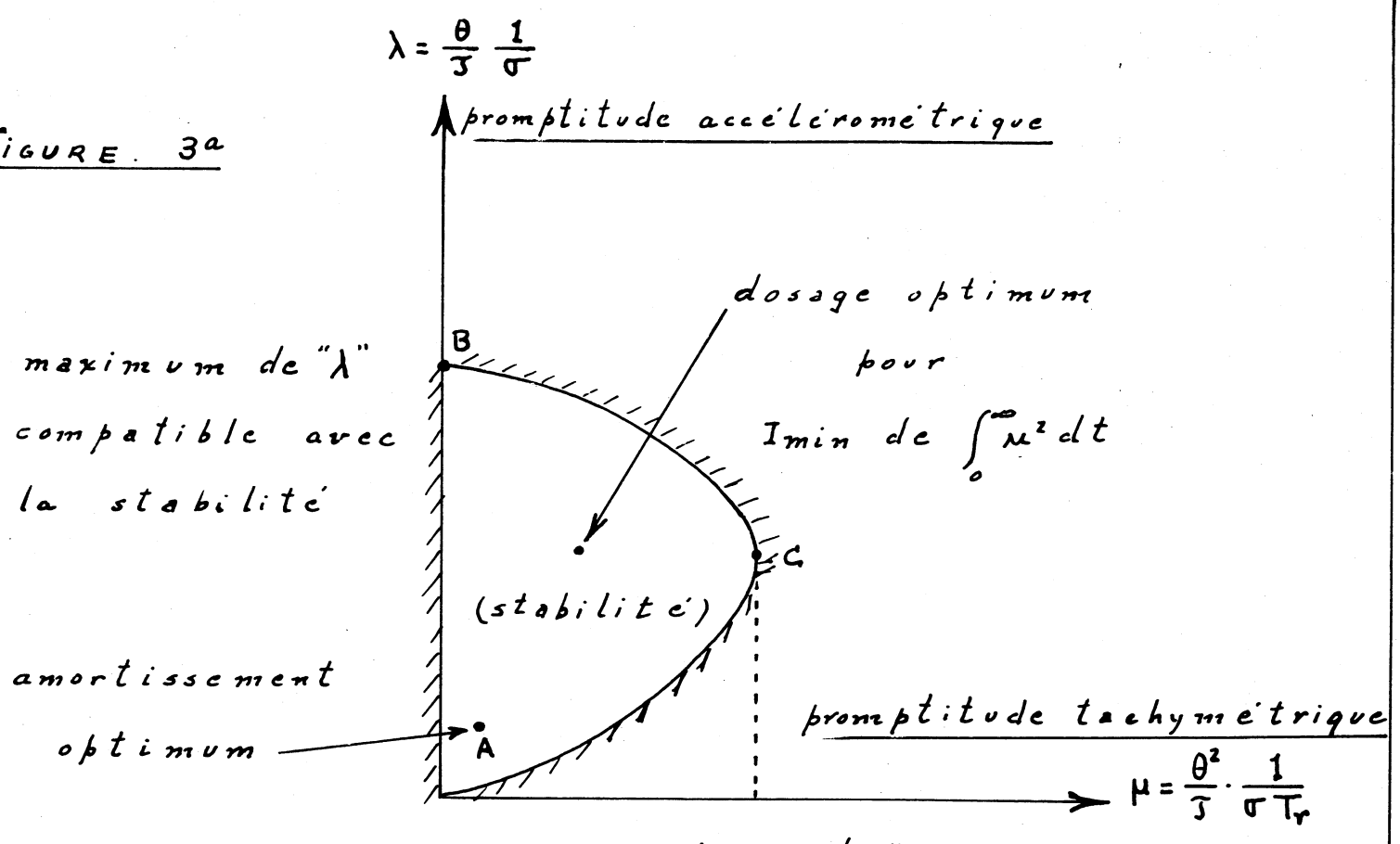
de réglage" par diverses grandeurs :

- Certains auteurs, comme M. GROEN, parlent de promptitude de réglage, d'autres, comme M. ARMERAS, de rapidité de réponse tachymétrique. Ces deux notions ne sont pas propres à caractériser une bonne qualité de réglage. En augmentant leur valeur, on diminue la période du mouvement, mais on augmente le délai de retour définitif car on se rapproche de la limite de stabilité où les oscillations sont entretenues. (voir figure 3 : fortes valeurs de μ)

- Pour une autre raison, la valeur du temps de l'amortissement ne peut pas non plus être adoptée comme caractéristique. Trop forte, elle empêche le retour à l'équilibre, trop faible, elle n'arrête pas les oscillations. [4]

- On peut parler aussi de promptitude accélérométrique (valeur de λ sur figure 3a) qui correspond à grande rapidité de

FIGURE 3a



ZONE DE STABILITÉ À L'INTÉRIEUR DU DOMAINE DES PARAMÈTRES DE DOSAGE

manoeuvre du vannage pour rattraper la variation de puissance électrique, mais une trop grande valeur de λ entraine des dépassements de vannage (par conséquent de puissance), incompatible avec l'amortissement, qui est de plus contrarié par l'inertie de l'eau.

La figure 3a montre une zone de stabilité à l'intérieur du domaine des paramètres de dosage λ et μ. Le point A est caractérisé par l'amortissement optimum, et les points B et C par la promptitude accélérométrique et la promptitude tachymétrique maximums. Le meilleur réglage sera donc celui qui réalisera un meilleur compromis entre les promptitudes et l'amortissement.

Les paramètres λ et μ, que nous introduirons au chapitre VI, s'expriment ainsi :

$$\lambda = \frac{\theta}{S}\,\frac{1}{\sigma} \qquad \text{et} \qquad \mu = \frac{\theta^2}{S}\,\frac{1}{\sigma T_r}$$

λ = caractérise l'influence de l'accélération sur la loi de fermeture (ouverture)

μ = caractérise l'influence de l'écart de vitesse

sur cette même loi.

Lors d'une perturbation, au début, l'écart de puissance et par suite l'accélération sont importants, tandis que l'écart de vitesse est encore faible. C'est donc la valeur de λ qui déterminera la rapidité de manoeuvre du vannage. Par contre, après quelques temps les puissances s'équilibrent et le vannage est rappelé à sa position correcte par l'écart de vitesse sous l'influence de μ. Le paramètre jouera donc un rôle prépondérant sur la précision de réglage. (Remarque II p. 150)

Il est, par conséquent, très important de pouvoir trouver les valeurs optimales de λ et μ, qui conduisent au meilleur réglage et permettent de doser convenablement les caractéristiques du réglage.

Nous adopterons au chapitre VII, un critère d'optimisation, qui tient compte de tous ces facteurs : C'est le critère de HALL-SARTORIUS, qui caractérise la qualité d'un asservissement

par "l'intégrale du carré de l'écart" [19] [20]

$$I = \int_0^\infty u(t)^2 \, dt$$

le réglage étant d'autant meilleur que la valeur de I est plus faible.

On voit facilement qu'un tel critère garantit :

a) l'absence d'écart en position, puisqu'un tel écart rendrait I infini ;

b) une certaine rapidité du régime transitoire puisque les valeurs de l'erreur au début du régime transitoire jouent un rôle prédominant dans l'expression de I ;

c) un certain degré d'amortissement, puisque les oscillations de part et d'autre de la position idéale s'ajoutent dans l'expression de I.

Le critère possède aussi l'avantage de permettre une unification de la zone de stabilité. Les courbes d'égales valeurs de I sont tracées à l'intérieur de la zone de stabilité et forme une colline (ou plutôt un lac)

au centre assez plat et aux abords très abrupts dont la limite correspond à la frontière de stabilité.

Finalement, le point optimum (I min.) se situe ordinairement à peu près au centre du triangle formé par les points A, B et C sur la figure 3a.

Pour apprécier "quantitativement" la qualité du réglage de vitesse, il faut déterminer la courbe de réponse impulsionnelle du système ainsi optimisé. En fait, nous calculerons plutôt la courbe de réponse "indicielle" due à une grandeur d'entrée en échelon unitaire, tandis que la courbe de réponse "impulsionnelle" résulte d'une impulsion de courte durée dite "fonction de DIRAC". [24]

Cette courbe de réponse nous permettra de mesurer la précision de réglage dans les effets de la stabilité, puisque, comme nous l'avons vu, il n'était pas possible de le faire dans les cannes. Nous retiendrons, comme

l'a fait M. DANIEL [4] les deux caractéristiques suivantes :

a) « un corps est en équilibre d'autant plus stable que, sous l'effet d'une impulsion donnée, il s'écarte moins de sa position » ; (chiffré par l'écart de vitesse maximum : U_{max})

b) « de même, un équilibre doit être d'autant plus sérieusement qualifié de stable qu'après avoir été troublé il se rétablit dans un moindre délai ».

Cette dernière notion de délai est cependant assez difficile à chiffrer, car il faut connaître les oscillations que l'on peut négliger. Aussi nous ne l'utiliserons que dans les cas où elle présente un caractère bien marqué

La notion de stabilité et de la qualité du réglage étant bien établie, voyons maintenant comment elle s'applique dans le cas du réglage de deux groupes en parallèle.

DEUXIÈME PARTIE

MÉTHODE EMPLOYÉE POUR L'ÉTUDE DE LA STABILITÉ DE DEUX GROUPES HYDRO-ÉLECTRIQUES FONCTIONNANT EN PARALLÈLE

CHAPITRE III :

MISE EN ÉQUATIONS DANS LE CAS D'UN GROUPE ISOLÉ, HYPOTHÈSES DE CALCUL ET LEURS JUSTIFICATIONS.

Nous nous proposons dans ce chapitre de ne regarder que le cas d'un groupe isolé, qui ne pose à l'heure actuelle pratiquement plus de difficulté théorique. La méthode décrite sera ensuite appliquée au cas de deux groupes différents fonctionnant en parallèle sur une même réseau.

Le point de départ d'une étude sur la stabilité de réglage d'une installation hydroélectrique consiste dans l'établissement d'une équation de réglage, en tenant compte

des facteurs suivants :

Dosage des paramètres du réglem,
Inertie de l'eau dans la conduite,
Inertie du groupe électrogène,
Caractéristiques de la colline de rendement
Autoréglage du réseau électrique.

Nous allons donc passer en revue les différents phénomènes qui interviennent dans la régulation des turbines et discuter de leur mise en équation.

Comme nous l'avons déjà signalé, notre attention va se porter sur les petits mouvements de réglage (problème de la tenue de la fréquence), et non pas sur les grands mouvements qui font intervenir les notions classiques de la suvitesse et de la suspension. Or, quand les oscillations ont une amplitude grande devant certaines imperfections et "non linéarités", tels que les jeux mécaniques, frottements, recouvrements de tiroir, etc .... mais petites devant les satu-

rations, de tiroir et de régulateur, la courbure des collines, etc .... il est légitime de modifier légèrement les équations en les "linéarisant". [3]

La linéarisation revient à remplacer les équations exactes par des équations linéaires très voisines, en négligeant les infiniments petits d'ordre supérieur. Elle est d'un usage très courant en régulation et a toujours été adoptée par les auteurs classiques. Des études particulières relatives justement à l'influence de certaines non-linéarités ont démontré que la linéarisation était assez fidèle pour des variations de vitesse de l'ordre de 2% à 5%. [27]

Ajoutons que par "système linéaire" nous entendons un système régie par des "équations différentielles linéaires à coefficients constants". Cette notion, propre aux ingénieurs, est plus restrictive que celle des mathématiciens qui renferme en plus les équations avec coefficients variables.

Voyons maintenant les équations qui régissent les phénomènes de réglage de vitesse d'un groupe hydro-électrique.

1: VITESSE DE ROTATION D'UN GROUPE

La vitesse de rotation d'un groupe s'exprime par l'équation fondamentale de la mécanique,

$$I_m \frac{d\Omega}{dt} = C_h - C_r$$

soit en multipliant par Ω

$$I_m \frac{d\Omega}{dt} = W_h - W_r$$

où : I_m = moment d'inertie du rotor

Ω = vitesse de rotation du groupe

W_h = puissance motrice, fournie par l'eau

W_r = puissance résistante

Nous appelons W_e, puissance électrique fournie au réseau.

$W_r - W_e$ = "w", puissance perdue par frottement, ventilation et variation d'énergie magnétique; elle est négligable, sauf aux charges partielles très petites du réseau. Donc, dans notre cas nous supposons que $W_r \cong W_e$ [1]

Pour de faibles variations relatives on obtient en linéarisant :

$$\frac{I_m \, \Omega_n^2}{W_n} \, \frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega_n}\right) = \frac{\Delta W_h}{W_n} - \frac{\Delta W_e}{W_n} \qquad (1)$$

Ω_n = correspond à la vitesse de consigne
W_n = correspond au fonctionnement permanent avant la perturbation.

---

2 : PUISSANCE FOURNIE À L'ALTERNATEUR PAR LA TURBINE.

En régime permanent, nous avons :

$$W_h = \gamma \, \eta \, Q \, H$$

soit pour de petits mouvements de réglage :

$$\frac{\Delta W_h}{W_n} = \frac{\Delta Q}{Q_n} + \frac{\Delta H}{H_n} + \frac{\Delta \eta}{\eta_n} \qquad (2)$$

Q_n, H_n, η_n : correspondent au fonctionnement permanent avant la perturbation. Nous verrons plus loin comment varient $\frac{\Delta Q}{Q_n}$, $\frac{\Delta H}{H_n}$, $\frac{\Delta \eta}{\eta_n}$, au cours de la perturbation selon la forme de la colline de la turbine.

3: Puissance fournie par le groupe au réseau électrique.

Cette puissance ne dépend que de la tension électrique et de l'impédance du réseau, vue des bornes de l'alternateur.

Nous avons admis jusqu'ici que la puissance demandé par le réseau (W_c dans l'équation (1)) ne dépendait pas de la variation de la fréquence (ou vitesse). En fait, la tension et l'impédance du réseau ne sont pas rigoureusement constants.

En régime transitoire, en effet, la tension varie : la f.e.m. et la réactance de l'alternateur sont influencées par la vitesse de rotation conformément à la courbe d'aimantation de l'alternateur. De plus, l'inertie magnétique du circuit d'excitation ne permet pas d'obtenir une tension rigoureusement constante. Heureusement, les fluctuations de tension, accompagnant les fluctuations de vitesse de rotation, ont d'une façon générale

pour effet de favoriser la bonne tenue de la fréquence. Dans le cas d'une diminution de l'impédance du réseau électrique, par exemple, la puissance à fournir par le groupe augmente. Or l'inertie de l'eau empêche la variation rapide de la puissance hydraulique et la vitesse du rotor diminue au début, entraînant une diminution de la f.e.m.. Comme l'inertie magnétique freine l'action du régulateur de tension, la tension diminue également et la puissance supplémentaire à fournir est finalement moins grande que si la tension pouvait être maintenue rigoureusement constante. [3]

Notons également qu'une variation de fréquence influe sur l'impédance du réseau électrique : les inductances sont fonction de la fréquence et les résistances ohmiques apparentes des moteurs varient avec leur vitesse, suivant la relation couple - vitesse de la machine entraînée par le moteur.

On définit donc, pour tenir compte de l'influence des caractéristiques du réseau sur les phénomènes du réglage, un coefficient dit « d'autoréglage », qui entraine une amélioration notable du réglage lorsqu'il croit. Selon MEYER [3], $A = \frac{f_0 \, \partial W_e}{W_n \, \partial f}$, et les calculs montrent que la puissance naie sensiblement comme suit :

$$W_c = (W_n + \Delta W)\left(1 + \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}\right)^A$$

W_n = puissance à fournir si Ω ne variait pas

Ω_n = vitesse de rotation correspondant à la fréquence de consigne (50 Hz)

A = coefficient dit d'autoréglage, dépendant de la nature de la charge du réseau, de la qualité du régulateur de tension et du "cos φ" du réseau.

En linéarisant, on obtient pour les petits mouvements de réglage :

$$\frac{\Delta W_e}{W_n} = \frac{\Delta W}{W_n} + A\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}\right) \quad (3)$$

Avant d'aller plus loin, il convient de parler davantage de ce coefficient d'autoréglage et de le mieux définir.

Un certain nombre d'auteurs définissent le coefficient d'autoréglage en fonction de la différence des couples moteur et résistant, ce qui fait intervenir les caractéristiques de la turbine. (M. GADEN [6]). A la suite de MM. MEYER et RANSFORD [1][3], nous nous baserons plutôt sur la variation de puissance absorbée par le réseau en fonction de la variation de fréquence, comme nous l'avons indiqué plus haut. Ceci nous permettra de tenir compte séparément des caractéristiques du réseau (A) et de celles de la turbine (le coefficient δ de la colline de rendement que nous verrons au paragraphe 6).

Nous avons vu qu'une variation de vitesse de rotation, et par conséquent une variation de fréquence, provoque une variation de puissance électrique fournie, à cause de la variation

de tension. La différence $W_h - W_e$ décroit et le rotor ne monte pas en vitesse aussi fortement que si ce phénomène n'existait pas. Ce phénomène se traduit donc par un certain réglage que l'installation effectue toute seule sans l'aide du régulateur ; c'est l'autoréglage du réseau.

L'influence de l'autoréglage du réseau s'exprime par le coefficient A tel qu'il apparait dans l'équation (3). Plus la valeur de A sera élevé plus le système aura tendance à s'autorégler.

Ce coefficient dépend de la nature du réseau utilisateur. Si le réseau contient par exemple des moteurs entrainant des pompes centrifuges d'irrigation, la valeur de A sera importante, car la puissance demandée par ces pompes varie beaucoup avec la vitesse de rotation. On exprime donc A en fonction de : [5]

e_1 = la sensibilité de la puissance résistante à la fréquence.

e_2 = la sensibilité de la puissance résistante à la tension.

a_1 : le statisme tension - fréquence du régulateur de tension.

Enfin, notre définition devrait faire intervenir les masses tournantes du réseau, en raison de leur inertie ; en fait, toutes ces inerties, si on pouvait les évaluer, devraient être prises dans le calcul du temps de lancer du groupe. [2] Nous obtenons, alors :

$$A = e_1 + a_1 e_2$$

dont les valeurs apparaissent dans le tableau suivant :

Nature de la charge	e_1	e_2
Purement ohmique	0	2
Ohmique et inductive	$-2\sin^2\varphi$	2
Moteurs à couple constant	1	$\simeq 0$
Moteurs à couple proportionnel à la vitesse	2	$\simeq 0$
Moteurs à couple proportionnel au carré de la vitesse	3	$\simeq 0$

Finalement, on trouve qu'en général "A" varie entre 0 et 2. [1]

---

4 : INFLUENCE DU COUP DE BÉLIER.

Dans notre étude du fonctionnement en parallèle des groupes hydroélectriques, nous nous proposons d'étudier surtout les turbines de moyenne et basse chute. Nous pouvons, donc, avec un très bon degré d'approximation (du moins pour les basses chutes) admettre la théorie du « coup de bélier de masse ». [7]

M. Daniel a déjà démontré [4], d'ailleurs, que si la grandeur :

$$\rho = \frac{a\,Q}{2 g_0 H S}$$

était supérieure à 1,5, les calculs de régulation pouvaient être faits avec la théorie du « coup de bélier de masse », ce qui revient à négliger l'élasticité de l'eau et de la conduite.

a = célérité des ondes de coup de bélier
Q = débit de la conduite forcée
S = section de cette conduite

On démontre, à partir de la loi de NEWTON et du théorème de BERNOUILLI, que la surpression, due au coup de bélier de masse, dans la conduite, lors de la fermeture du vannage, est égale à :

$$\Delta H = -\sum \frac{L}{g_0 S} \frac{dQ}{dT}$$

ΔH : surpression, exprimée en hauteur d'eau.

$\Sigma \frac{L}{S}$: somme étendue à toute la longueur des filets liquides.

$g_0 = 9,81 \text{ m/sec}^2$ (pesanteur)

Soit, en linéarisant, pour de faibles variations relatives

$$\frac{\Delta H}{H_n} = - \frac{Q_n}{H_n} \frac{1}{g_0} \Sigma\left(\frac{L}{S}\right) \frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta Q}{Q_n}\right)$$

On pose θ = temps de lancer de la conduite

$$\theta = \frac{Q_n}{H_n} \frac{1}{g_0} \Sigma\left(\frac{L}{S}\right)$$

Donc :

$$\frac{\Delta H}{H_n} = - \theta \frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta Q}{Q_n}\right) \qquad (4)$$

5 : DÉPLACEMENT DU VANNAGE SOUS L'ACTION DU RÉGULATEUR DE VITESSE.

Les équations précédentes montrent comment une variation de puissance du réseau électrique se traduit en une variation de vitesse de rotation du groupe. Le régulateur détecte cette variation et agit sur le groupe par l'intermédiaire du vannage.

Les régulateurs de vitesse de turbine sont essentiellement de deux types quel que soit leur mode de réalisation, hydraulique et électrique (ou électronique). Les régulateurs comportent tous un organe détecteur, le tachymètre ou frégumètre et ne diffèrent que par l'organe correcteur ou stabilisateur, qui est soit un asservissement temporaire, soit un accéléromètre. [25]

Les deux types de régulateurs ont été étudiés par de nombreux auteurs tant pour leur fonctionnement que pour leur comportement. Il en résulte que les régulateurs industriels peuvent être assimilés au régulateur idéal, dont

ils diffient que par les "phénomènes rapides" (comme la fréquence propre des différents appareils du régulateur, etc....). Habituellement, ces phénomènes sont négligés par les théoriciens de la régulation : MM. GADEN, CUÉNOD, EVANGELISTI, ALMÉRAS, etc.... [6,7,14,33]

Nous avons choisi d'introduire dans notre étude le régulateur tachymétrique à asservissement temporaire et nous montrerons par la suite que son équation s'apparente pratiquement à celle de l'équation d'un régulateur avec accéléromètre.

Nous ferons une hypothèse complémentaire en admettant que les variations relatives d'ouverture de la turbine sont identiques aux variations relatives de la course du servo-moteur.

L'équation de réglage d'un régulateur tachymétrique à asservissement temporaire s'écrit de différentes façons selon l'amplitude du déplacement de la tige compressible du

stabilisateur à "dash pot". Lors des petits déplacements, la loi d'ouverture du vannage en fonction de la vitesse s'exprime ainsi :

$$\frac{m}{\sigma T_r}\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right) + \left(1 + \frac{1}{\sigma T_r k_0} + \frac{m}{\sigma}\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right) + \frac{1}{\sigma k_0}\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right)$$
$$= -\frac{1}{\sigma T_r}\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_m}\right) - \frac{1}{\sigma}\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_m}\right)$$

où : m = valeur du statisme permanent

σ = degré de l'asservissement temporaire

T_r = temps de relaxation du dash-pot

k_0 = coefficient caractérisant la réponse du S-M, lors d'une levée faible des soupapes de distribution d'huile.

Si l'on considère une grande promptitude de réglage, supposant en première approximation que le S-M obéit rigidement à un mouvement du tiroir ; cela revient à négliger un retard fini de quelques centièmes de seconde, retard qui « n'a que peu d'influence sur la régulation » [2]. L'équation s'écrit en négligeant les termes en $1/k_0$:

$$\frac{m}{\sigma T_r}\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right) + \left(1 + \frac{m}{\sigma}\right)\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right) = -\frac{1}{\sigma T_r}\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_m}\right) - \frac{1}{\sigma}\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_m}\right) \quad (5)$$

L'équation d'un régulateur accélérotachymétrique idéal s'écrit d'une façon simplifiée : [7]

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta Y}{Y_m}\right) = - K_0\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}\right) - K_1 \frac{d}{dt}\left(\frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}\right)$$

où K_0 et K_1 sont les paramètres de dosage du régulateur.

Si on supprime le statisme permanent "m" dans l'équation (5), on retrouve l'équation du régulateur accélérotachymétrique.

Les deux types de régulateurs ont donc une forme mathématique assez voisine pour que l'emploi de l'un n'empêche pas celui de l'autre au point de vue théorique.

Rappelons en terminant que le statisme permanent "m" peut se définir comme "la diminution relative de vitesse de rotation en régime permanent en fonction de l'ouverture relative".

$$m = - \frac{Y_m}{\Omega_n} \frac{d(\Delta \Omega)}{d(\Delta Y)}$$

"m" est bien entendu positif et varie de ½ % à 6 %, quelquefois, zéro pour un groupe en "chef d'orchestre". [32]

6 : INFLUENCE DE LA COLLINE DE RENDEMENT DANS LES ÉQUATIONS DU SYSTÈME DE RÉGLAGE

Les équations que nous avons établies, font intervenir les grandeurs $\Delta Q/Q_m$ et $\Delta n/n_m$. Nous devons donc pour les évaluer faire appel aux dérivées partielles de Q et η, à partir de la colline de rendement; soit à rechercher :

$$\frac{\partial Q}{\partial H}, \frac{\partial Q}{\partial \Omega}, \frac{\partial Q}{\partial Y}$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial H}, \frac{\partial n}{\partial \Omega}, \frac{\partial \eta}{\partial Y}$$

Les collines, que nous utilisons, sont obtenues lors des essais de rendement de la turbine sur modèle réduit. On sait que le rendement : $\eta = \frac{C\Omega}{\gamma Q H}$. Pour l'évaluer, la roue modèle est montée sur un arbre accouplé à un frein; on fixe l'ouverture du distributeur(Y) et on règle le frein pour fournir un couple résistant C que l'on mesure sur le plateau de la balance; on note les valeurs Ω H et Q et on en déduit le rendement η.

Le rendement mesuré est fonction de trois variables Q, H, R. Pour représenter les résultats on préfère remplacer Q par une grandeur dérivée : la puissance W_h ; d'où la fonction $\eta(W_h, H, R)$. Pour représenter cette fonction sur un graphique il est nécessaire de garder une des variables constante. On choisi la choisi la chute H et pour uniformiser tous les essais, on calcule les résultats en envisageant la chute égale à un mètre et on ramène le diamètre ϕ de la roue à un mètre. Cette transformation se fait au moyen des formules suivantes :

$$M = \frac{W_h}{\phi^2 H \sqrt{H}} \quad ; \quad \text{puissance d'une roue de 1 m. fonctionnant sous 1 m. de chute}$$

$$N = \frac{\Omega \phi}{\sqrt{H}} \quad ; \quad \text{vitesse d'une roue de 1 m. fonctionnant sous 1 m. de chute}$$

Par rapport aux axes M et N, on obtient donc un point figuratif coté en rendement. En conservant la même ouverture, il suffit de modifier le couple résistant C pour trouver

un nouveau couple de valeur N et M. De proche en proche, il est alors facile de tracer la courbe d'égale ouverture coté en rendement. En recommençant l'opération pour différentes ouvertures et en joignant les points d'égal rendement, on obtient une représentation ayant l'aspect d'une "colline" dont les lignes de niveau sont les lignes d'égal rendement. (FIG. A)

Pour une turbine Kaplan, on trace les collines partielles en fixant l'incidence des pales (i). La colline générale est obtenue par superposition des collines partielles et par tracé des enveloppes des courbes à rendement constant.

Nous ferons l'hypothèse que le rendement de la turbine est très voisin du rendement de la colline d'essais. La "correction d'échelle", qui admettent les turbiniers joue un rôle important au point de vue production d'énergie, mais est tout à fait négligeable en régulation.

Dans le cas des turbines Kaplan, l'inclinaison des pales devrait intervenir également

mais le temps de manoeuvre des pales est beaucoup plus lent que celui du distributeur et nous pouvons supposer que cette inclinaison reste constante lors de petits déplacements du distributeur. Ainsi, ce n'est pas la colline géniale qui nous fournira les valeurs cherchées, mais les collines partielles correspondant aux différentes inclinaisons fixes des pales. [11]

Considérons une de ces collines :

$$M = \frac{W_h}{\phi^2 H \sqrt{H}}$$

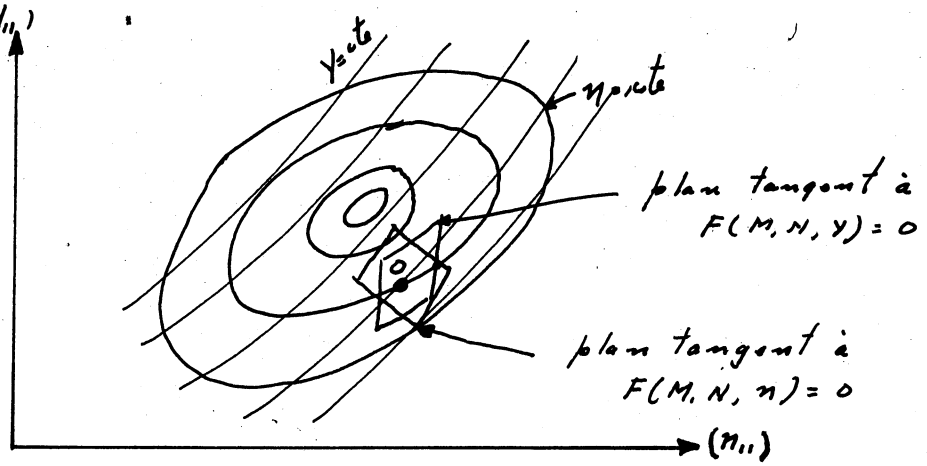


FIG. A

$$N = \frac{\Omega \phi}{\sqrt{H}}$$

Soit le point O (quelconque) du diagramme, caractérisant le régime permanent de la turbine. Le fait d'étudier un problème de stabilité, donc, des petits mouvements de réglage, nous conduit à admettre que toutes les grandeurs

varient en restant voisines de leur valeur de régime permanent. Nous pouvons donc négliger les infiniment petits d'ordre supérieur et ne retenir que le premier terme de ces grandeurs; c'est-à-dire remplacer dans le voisinage du point O toute courbe par sa tangente et toute surface par son plan tangent. C'est toujours le procédé de linéarisation qui revient à remplacer les différentielles "d" par les accroissements δ et les grandeurs non affectés des différentielles par leur valeur en régime permanent.

Au point O, le comportement de la turbine est déterminé par les deux plans tangents aux surfaces : [5]

$$F(M, N, Y) = 0$$

$$F(M, N, \pi) = 0$$

Or, l'orientation de chaque plan est déterminée par deux coefficients angulaires. Donc, "théoriquement, il est suffisant de connaître quatre coefficients angulaires pour traiter exactement n'importe quel problème de stabilité autour

d'un point déterminé de régime permanent" (BOREL). A la suite de M. RANSFORD [1], nous avons choisi les coefficients suivants :

- La pente $\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_Y$ des courbes $Y = \text{const.}$
- La pente $\left(\frac{\partial n}{\partial H}\right)_Y$ des courbes $Y = \text{const.}$
- La grandeur $\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N$ sur une // à l'axe OM ($N = \text{const}$)
- La grandeur $\left(\frac{\partial n}{\partial Y}\right)_N$ sur la même parallèle.

A) Dérivées partielles du rendement "η"

Nous savons que "η" et "Q" sont déterminés par H ; la chute, Ω ; la vitesse de rotation, et Y ; l'ouverture. Nous pouvons donc écrire :

$$d\eta = \frac{\partial \eta}{\partial Y} dY + \frac{\partial \eta}{\partial H} dH + \frac{\partial \eta}{\partial \Omega} d\Omega$$

De plus :

$$dN = \frac{\phi}{\sqrt{H}} d\Omega - \frac{\phi \Omega}{2H\sqrt{H}} dH$$

Pour $Y = \text{Cte}$:

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y,\Omega} dH + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} d\Omega \qquad (a)$$

Le rendement pour une ouverture donnée ne

dépend que de la vitesse spécifique N. Si on écrit :

$$\eta = \eta\,[N(H, \mathcal{R})]$$

on trouve en dérivant :

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \left[\left(\frac{\partial N}{\partial H}\right)_{\mathcal{R}} dH + \left(\frac{\partial N}{\partial \mathcal{R}}\right)_H d\mathcal{R}\right] \quad (b)$$

D'où en identifiant les expressions (a) et (b) :

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y,\mathcal{R}} = \left(\frac{\partial N}{\partial H}\right)_{\mathcal{R}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y = \frac{-\phi \mathcal{R}}{2H\sqrt{H}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{R}}\right)_{Y,H} = \left(\frac{\partial N}{\partial \mathcal{R}}\right)_H \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y = \frac{\phi}{\sqrt{H}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$$

Il vient alors :

$$\mathcal{R}\left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{R}}\right)_{Y,H} = N\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \quad (1')$$

$$H\left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y,\mathcal{R}} = -\frac{N}{2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y \quad (2')$$

<u>Pour N = cte</u> ; On obtient :

$$dN = \frac{\phi}{\sqrt{H}} d\mathcal{R} - \frac{\phi \mathcal{R}}{2H\sqrt{H}} dH = 0$$

et dans :

$$d\eta = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_{\mathcal{R},H} dY + \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y,\mathcal{R}} dH + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \mathcal{R}}\right)_{Y,H} d\mathcal{R}$$

les deux derniers termes s'éliminent ; on a :

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N = \left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_{\mathcal{R},H} \quad (3')$$

B) Dérivées partielles du débit "Q".

A partir de "M" l'ordonnée de la colline on exprime la valeur de Q suivante :

$$M = \frac{W_h}{\phi^2 H \sqrt{H}} = \frac{\gamma \eta Q H}{\phi^2 H \sqrt{H}} = \frac{\gamma \eta Q}{\phi^2 \sqrt{H}}$$

Donc : $$Q = \frac{M \phi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta}$$

On en tire l'équation :

$$dQ = \left(\frac{\phi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta}\right) dM + \left(\frac{M \phi^2}{2 \gamma \eta \sqrt{H}}\right) dH - \left(\frac{M \phi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta^2}\right) d\eta$$

qui devient en introduisant la valeur de Q :

$$dQ = \left(\frac{\phi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta}\right) dM + \left(\frac{Q}{2H}\right) dH - \left(\frac{Q}{\eta}\right) d\eta \quad (a)$$

D'autre part nous avons vu que :

$$dN = -\frac{\phi \Omega}{2 H \sqrt{H}} dH + \frac{\phi}{\sqrt{H}} d\Omega \quad (b)$$

Nous savons aussi que Q est fonction de Y, H, Ω, et nous pouvons écrire :

$$dQ = \left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H,\Omega} dY + \left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} dH + \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} d\Omega \quad (c)$$

Pour Y et H = const.

L'équation (c) devient :

$$(dQ)_{Y,H} = \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} d\Omega$$

L'équation (b) devient :

$$(dN)_H = \frac{\phi}{\sqrt{H}}\, d\Omega$$

Donc en remplaçant $d\Omega$:

$$(dQ)_{Y,H} = \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} \frac{\sqrt{H}}{\phi} (dN)_H$$

D'autre part, l'équation (a) devient :

$$(dQ)_{Y,H} = \frac{\phi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} (dM)_{Y,H} - \frac{Q}{\eta} (d\eta)_{Y,H}$$

On en tire en divisant par $d\Omega$:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} = \frac{\phi^2 \sqrt{H}}{\gamma \eta} \frac{\phi}{\sqrt{H}} \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{Y,H} - \frac{Q}{\eta} \frac{\phi}{\sqrt{H}} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_{Y,H}$$

où plus simplement en introduisant les valeurs de M et de N,

$$\frac{\Omega}{Q} \left(\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} = \frac{N}{M} \left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{Y,H} - \frac{N}{\eta} \left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_{Y,H} \qquad (4')$$

Pour Ω et γ = const :

L'équation (c) s'écrit maintenant :

$$(dQ)_{\Omega,\gamma} = \left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,\gamma} dH$$

L'équation (a) devient :

$$(dQ)_{\Omega,\gamma} = \frac{\phi^2\sqrt{H}}{\gamma\eta}(dM)_{\Omega,\gamma} + \frac{Q}{2H}(dH)_{\Omega,\gamma} - \frac{Q}{\eta}(d\eta)_{\Omega,\gamma}$$

Puis il vient en divisant par dH :

$$\frac{H}{Q}\left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,\gamma} = \frac{\phi^2\sqrt{H}\,H}{\gamma\eta\,Q}\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_{\Omega,\gamma} + \frac{1}{2} - \frac{H}{\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{\Omega,\gamma} \quad (i)$$

On nous avons vu que (2') :

$$H\left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{\Omega,\gamma} = -\frac{N}{2}\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_{\gamma} \quad (2')$$

De plus pour $N = \frac{\Omega\phi}{\sqrt{H}}$ on peut établir la relation suivante :

$$(dN)_{\Omega,\gamma} = -\frac{\Omega\phi}{2H\sqrt{H}}(dH)_{\Omega,\gamma}$$

ou

$$(dN)_{\Omega,\gamma} = -\frac{N}{2H}(dH)_{\Omega,\gamma}$$

ce qui donne en inversant les termes et en introduisant dM pour γ = cte.

$$\left(\frac{\partial M}{\partial H}\right)_{\Omega,\gamma} = -\frac{N}{2H}\left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{\Omega,\gamma} \quad (ii)$$

Si on combine les expressions (i) (ii) et (2') on trouve facilement :

$$\frac{H}{Q}\left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} = -\frac{N}{2M}\left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_{\Omega,Y} + \frac{N}{2\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_{Y} + \frac{1}{2} \qquad (5')$$

Pour $N = const.$

La valeur de $dN = 0$ et du moment que dH et $d\Omega$ sont nulles, nous trouvons pour :

l'équation (c) : $$(dQ)_{H,\Omega} = \left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H,\Omega} dY$$

l'équation (a) : $$(dQ)_{H,\Omega} = \frac{\phi^2\sqrt{H}}{\gamma\eta}(dM)_N - \frac{Q}{\eta}(d\eta)_N$$

Donc : $$\left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H,\Omega} = \frac{\phi^2\sqrt{H}}{\gamma\eta}\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N - \frac{Q}{\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N$$

Puis en multipliant par Y/Q et introduisant la valeur de M.

$$\frac{Y}{Q}\left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H,\Omega} = \frac{Y}{M}\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N - \frac{Y}{\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N \qquad (6')$$

C) Expression de la puissance et du débit.

Au premier chapitre nous avons établi l'équation suivante :

$$\frac{\Delta W_h}{W_h} = \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta H}{H} + \frac{\Delta n}{n} \qquad (2)$$

Nous pouvons exprimer $\frac{\Delta Q}{Q}$ et $\frac{\Delta n}{n}$ en fonction de H, y et Ω de la façon suivante :

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{H}{Q}\frac{\partial Q}{\partial H}\frac{\Delta H}{H} + \frac{Y}{Q}\frac{\partial Q}{\partial Y}\frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Omega}{Q}\frac{\partial Q}{\partial \Omega}\frac{\Delta \Omega}{\Omega}$$

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{H}{n}\frac{\partial n}{\partial H}\frac{\Delta H}{H} + \frac{Y}{n}\frac{\partial n}{\partial Y}\frac{\Delta Y}{Y} + \frac{\Omega}{n}\frac{\partial n}{\partial \Omega}\frac{\Delta \Omega}{\Omega}$$

Donc pour W_h :

$$\frac{\Delta W_h}{W_h} = \left[1 + \frac{H}{Q}\frac{\partial Q}{\partial H} + \frac{H}{n}\frac{\partial n}{\partial H}\right]\frac{\Delta H}{H} + \left[\frac{Y}{Q}\frac{\partial Q}{\partial Y} + \frac{Y}{n}\frac{\partial n}{\partial Y}\right]\frac{\Delta Y}{Y}$$

$$+ \left[\frac{\Omega}{Q}\frac{\partial Q}{\partial \Omega} + \frac{\Omega}{n}\frac{\partial n}{\partial \Omega}\right]\frac{\Delta \Omega}{\Omega}$$

Remarque : Dans tous ces calculs nous avons omis l'indice " n ", qui représente le régime permanent, pour une raison bien évidente de clarté de l'exposé. Nous l'introduirons de nouveau, plus loin.

A partir des coefficients angulaires, précédemment définis, nous établissons les paramètres suivant.

$\beta = \frac{Y}{\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N$: variation du rendement en fonction de l'ouverture de vannage sur une verticale de la colline.

$\delta = \frac{N}{2M}\left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_Y$: variation de puissance à ouverture constante sur la colline.

$\varepsilon = \frac{Y}{M}\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N$: variation d'ouverture de vannage sur une verticale de la colline.

$\zeta = \frac{N}{2\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y$: variation de rendement à ouverture constante sur la colline.

Si nous introduisons ces paramètres dans les équations (1') à (6') que nous avons démontrés, nous trouvons :

$$\Omega \left(\frac{\partial \eta}{\partial \Omega}\right)_{Y,H} = 2\eta\zeta \qquad (1')$$

$$H \left(\frac{\partial \eta}{\partial H}\right)_{Y,\Omega} = -\eta\zeta \qquad (2')$$

$$\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_{\Omega,H} = \frac{\beta\eta}{Y} \qquad (3')$$

$$\frac{\Omega}{Q}\left(\frac{\partial Q}{\partial H}\right)_{\Omega,Y} = -\delta + \zeta + \frac{1}{2} \qquad (5')$$

$$\frac{Y}{Q}\left(\frac{\partial Q}{\partial Y}\right)_{H,\Omega} = \varepsilon - \beta \qquad (6')$$

Nous introduisons ces six expressions dans les équations précédentes de $\frac{\Delta Q}{Q}$ et $\frac{\Delta W_h}{W_h}$ et nous obtenons les deux expressions simplifiés de $\frac{\Delta W_h}{W_h}$ et $\frac{\Delta Q}{Q}$.

$$\frac{\Delta W_h}{W_{h_m}} = \left(\frac{3}{2} - \delta\right)\frac{\Delta H}{H_m} + (\varepsilon)\frac{\Delta Y}{Y_m} + (2\delta)\frac{\Delta\Omega}{\Omega_m} \qquad (6)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q_m} = \left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta\right)\frac{\Delta H}{H_m} + (\varepsilon - \beta)\frac{\Delta Y}{Y_m} + 2(\delta - \zeta)\frac{\Delta\Omega}{\Omega_m} \qquad (7)$$

Comme convenu, nous avons réutilisé l'indice "m" de régime permanent ou non-perturbé.

— — — —

7: SYSTÈME D'ÉQUATIONS POUR UN GROUPE ISOLÉ, EXPRIMÉES EN VARIABLES PLUS COMMODES.

Afin de simplifier l'écriture, nous allons transformer les équations que nous avons établies en variables plus commodes, et nous réduirons le système à trois équations.

Posons : $y = \frac{\Delta Y}{Y_n}$; $h = \frac{\Delta H}{H_n}$; $u = \frac{\Delta \Omega}{\Omega_n}$

$\mathcal{T} = \frac{I \Omega_n^2}{W_n}$, temps de lancer du groupe en régime permanent,

$w_0 = \frac{\Delta W}{W_n}$, variation relative de puissance du réseau,

Comme nous l'avons dit au chapitre II, nous appliquerons la transformation de Laplace aux équations du système linéaire avant de les utiliser. Les propriétés bien commodes de cette transformation nous seront bien utiles dans les nombreux calculs qui vont suivre. Finalement nous trouvons les équations (A) (B) et (C).

Equation des masses tournantes.

Les équations (1) et (3) donnent:

$$\frac{I\,\Omega_m^2}{W_m}\,\frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega_m}\right) = \frac{\Delta W_h}{W_h} - \frac{\Delta W}{W_m} - A\left(\frac{\Delta\Omega}{\Omega_m}\right)$$

soit en simplifiant et en remplaçant $\frac{\Delta W_h}{W_h}$ par l'équation (6)

$$\mathcal{I}\,\frac{du}{dT} = \left(\frac{3}{2} - \delta\right) h + \varepsilon y + 2\delta u - w_0 - A u$$

ce qui donne après la transformation de Laplace :

$$\mathcal{I}\,p\,\tilde{u} = \left(\frac{3}{2} - \delta\right)\tilde{h} + \varepsilon\,\tilde{y} + 2\delta\,\tilde{u} - A\tilde{u} - \frac{w_0}{p} \quad (A)$$

Equation du coup de bélier.

Dans l'équation (4)

$$\frac{\Delta H}{H} = -\theta\,\frac{d}{dT}\left(\frac{\Delta Q}{Q_m}\right)$$

nous introduisons l'expression (7) de $\frac{\Delta Q}{Q_m}$:

$$h = -\theta\left[\left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta\right)\frac{dh}{dT} + (\varepsilon - \beta)\frac{dy}{dT} + 2(\delta - \zeta)\frac{du}{dT}\right]$$

Puis nous appliquons la transformation de Laplace :

Nous obtenons :

$$\tilde{h} = -\theta\left[\left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta\right) p\tilde{h} + (\varepsilon - \beta) p\tilde{y} + 2(\delta - \zeta) p\tilde{u}\right]$$

ou mieux :

$$\tilde{h}\left[1 + p\theta\left(\frac{1}{2} - \delta + \zeta\right)\right] + \tilde{y}\, p\theta(\varepsilon - \beta) + 2\tilde{u}\, p\theta(\delta - \zeta) = 0 \quad (B)$$

Equation du régulateur.

Dans l'équation (5) :

$$\left(\frac{m}{\sigma T_r}\right) y + \left(1 + \frac{m}{\sigma}\right)\frac{dy}{dT} = -\frac{1}{\sigma T_r} u - \frac{1}{\sigma}\frac{du}{dT}$$

nous introduisons les paramètres suivants :

$\lambda = \frac{\theta}{\mathfrak{I}}\frac{1}{\sigma}$: l'effet accélérométrique du régulateur.

$\mu = \frac{\theta^2}{\mathfrak{I}}\frac{1}{\sigma T_r}$: l'effet tachymétrique du régulateur.

et nous appliquons la transformation de Laplace.

Donc :

$$\tilde{y}\left(\frac{m\mathfrak{I}\mu}{\theta^2}\right) + p\tilde{y} + \left(\frac{m\mathfrak{I}\lambda}{\theta}\right) p\tilde{y} = -\left(\frac{\mathfrak{I}}{\theta^2}\mu\right)\tilde{u} - \left(\frac{\mathfrak{I}}{\theta}\lambda\right) p\tilde{u}$$

ou mieux :

$$\tilde{y}\left(p + \frac{m\mathfrak{I}}{\theta^2}\mu + \frac{m\mathfrak{I}}{\theta}\lambda p\right) + \tilde{u}\left(\frac{\mathfrak{I}}{\theta^2}\mu + p\frac{\mathfrak{I}}{\theta}\lambda\right) = 0 \quad (C)$$

CHAPITRE IV :

EQUATION DE RÉGLAGE POUR DEUX GROUPES EN PARALLÈLE.

Lorsqu'on veut étudier le réglage de la fréquence de centrales en parallèle, il suffit d'additionner les variations de puissance fournies par chaque centrale pour une variation de fréquence à déterminer (et égale partout) et d'identifier cette variation de puissance totale à celle demandée (ou rejetée) par le réseau. [11] Lorsque N groupes ou centrales différentes participent au réglage de la fréquence, leurs contributions individuelles s'ajoutent suivant une loi du genre :

$$\text{si} \sum_{1}^{N} f_i(p) = -\sum_{1}^{N} (w_0)_i = -w_0$$

où w_0 désigne la variation résultante de charge.

D'autre part, nous admettrons que les vitesses de rotation des différents groupes couplés en parallèle sont liés rigidement par une liaison de nature électrique portant sur

la fréquence du réseau. Cette hypothèse se traduit par le fait que le $\frac{4\pi}{n_n}$ est commun à tous les groupes. Tout se passe comme si les groupes entraînaient un même arbre directement ou par l'intermédiaire d'engrenages. [7]

En réalité, les caractéristiques mécaniques de cet arbre (leur élasticité) jouent un rôle analogue aux caractéristiques des lignes électriques. Rigoureusement, lors des variations de régime, les angles de phase entre les différents génératrices et utilisateurs ne sont pas constants : les nouvelles valeurs des angles de phase ne sont atteintes qu'après un certain nombre d'oscillations. Les périodes d'oscillation seront d'autant plus grandes que les lignes seront plus près de leur limite de stabilité et le PD^2 des rotors plus élevés. "L'hypothèse de la rigidité des interconnections sera d'autant mieux réalisée que les lignes seront plus éloignées de leur limite de stabilité statique, donc moins chargées". [2]

Nous nous proposons d'étudier un petit réseau composé de deux groupes en parallèle, nous faisons donc l'hypothèse de la rigidité du réseau, comme le font habituellement les auteurs classiques. [7] [11] [5] [6]

Nous supposons également que pour chaque groupe on peut faire les hypothèses faites à l'occasion de la marche en réseau séparé (notamment coup de bélier en masse et réglage de tension pratiquement instantané)

Notons, comme l'a démontré M. ALMÉRAS, que "lorsque plusieurs groupes sont couplés sur un réseau, l'ensemble se conduit en quelque sorte comme un seul groupe dont les caractéristiques (d'inertie, de régulation de conduites) sont les caractéristiques moyennes des groupes, pondérées par la puissance de chaque groupe." [7]

Précisons qu'il ne s'agira pas d'étudier la stabilité de la répartition de la charge entre les groupes, laquelle est obtenue par

leur statisme permanent, mais de l'étude des oscillations qui permettent le passage d'un régime à un autre.

La mise en parallèle de N groupes donnera les paramètres variables suivants :

N ouvertures de vannage (y)

N surpressions dues au coup de bélier (h)

N vitesses de rotation (Ω)

Mais par suite de l'hypothèse de la rigidité du couplage sur le réseau, les N vitesses de rotation seront proportionnelles à l'une d'elles choisie arbitrairement et l'écart relatif de vitesse sera le même pour tous les groupes. Nous aurons donc un système à $2N+1$ équations.

Soit la définition suivante des coefficients de pondération :

$$\gamma_i = \frac{W_{ni}}{\Sigma W_{ni}}$$

où W_{ni} est la puissance d'un groupe avant la perturbation.

Nous trouvons alors, pour deux groupes en parallèle, les coefficients suivants :

Soit $x_1 = \frac{W_{n1}}{W_n}$ et $x_2 = \frac{W_{n2}}{W_n}$

$W_{n1} + W_{n2} = W_n$ et $x_1 + x_2 = 1$

L'équation (A) des masses tournantes devient alors pour les deux groupes :

$$\frac{W_0}{p} = -(x_1 \mathfrak{z}_1 + x_2 \mathfrak{z}_2)\, p\tilde{u} - A\tilde{u} + 2(x_1 \delta_1 + x_2 \delta_2)\tilde{u}$$
$$+ x_1 (3/2 - \delta_1)\tilde{h}_1 + x_2 (3/2 - \delta_2)\tilde{h}_2$$
$$+ x_1 \varepsilon_1 \tilde{y}_1 + x_2 \varepsilon_2 \tilde{y}_2$$

L'équation (B) des couples de bélier donne :

$$\tilde{h}_1 \left[1 + p\theta_1 \left(\tfrac{1}{2} - \delta_1 + \zeta_1\right)\right] + \tilde{y}_1\, p\theta_1 (\varepsilon_1 - \beta_1) + 2\tilde{u}\, p\theta_1 (\delta_1 - \zeta_1) = 0$$

$$\tilde{h}_2 \left[1 + p\theta_2 (1/2 - \delta_2 + \zeta_2)\right] + \tilde{y}_2\, p\theta_2 (\varepsilon_2 - \beta_2) + 2\tilde{u}\, p\theta_2 (\delta_2 - \zeta_2) = 0$$

Enfin l'équation (C) des régulateurs devient :

$$\tilde{y}_1 \left[p + \frac{m_1 \mathfrak{z}_1}{\theta_1^2}\mu_1 + \frac{m_1 \mathfrak{z}_1}{\theta_1}\lambda_1 p\right] + \tilde{u}\left[\frac{\mathfrak{z}_1}{\theta_1^2}\mu_1 + p\frac{\mathfrak{z}_1}{\theta_1}\lambda_1\right] = 0$$

$$\tilde{y}_2 \left[p + \frac{m_2 \mathfrak{z}_2}{\theta_2^2}\mu_2 + \frac{m_2 \mathfrak{z}_2}{\theta_2}\lambda_2 p\right] + \tilde{u}\left[\frac{\mathfrak{z}_2}{\theta_2^2}\mu_2 + p\frac{\mathfrak{z}_2}{\theta_2}\lambda_2\right] = 0$$

Pour simplifier l'écriture, nous posons :

$(1/2 - \delta_1 + \zeta_1) = b_1$, b_2 idem

$(\varepsilon_1 - \beta_1) = c_1$, c_2 "

$(\delta_1 - \zeta_1) = d_1$, d_2 "

$(3/2 - \delta_1) = e_1$, e_2 "

Nous sortons des équations les valeurs de $\tilde{y}_1$ et de $\tilde{h}_1$

$$\tilde{y}_1 = -(\tilde{u}) \frac{\left[\frac{\tau_1}{\theta_1^2}\mu_1 + p\frac{\tau_1}{\theta_1}\lambda_1\right]}{\left[p + \frac{m_1\tau_1}{\theta_1^2}\mu_1 + p\frac{m_1\tau_1}{\theta_1}\lambda_1\right]}$$

soit en simplifiant par τ_1/θ_1

$$\tilde{y}_1 = -(\tilde{u}) \frac{\left[\frac{\mu_1}{\theta_1} + p\lambda_1\right]}{\left[p\frac{\theta_1}{\tau_1} + pm_1\lambda_1 + \frac{m_1\mu_1}{\theta_1}\right]}$$

$$\tilde{h}_1 = \frac{-\tilde{y}_1 p\theta_1(\varepsilon_1 - \beta_1) - 2\tilde{u}p\theta_1(\delta_1 - \zeta_1)}{1 + p\theta(1/2 - \delta_1 + \zeta_1)}$$

$$\tilde{h}_1 = \frac{-\tilde{y}_1 p c_1 - 2\tilde{u}p d_1}{1/\theta_1 + p b_1}$$

On procède de la même façon pour $\tilde{y}_2$ et $\tilde{h}_2$.

Finalement, de l'équation des masses tournantes (A) on tire, en y remplaçant les valeurs de $\tilde{h}_1$, $\tilde{h}_2$ et $\tilde{y}_1$, $\tilde{y}_2$ par leurs expressions en "u" : valeur qu'on explicite ensuite dans chaque terme :

$$\frac{w_0}{p} = [\tilde{u}] \left[-(x_1 \mathfrak{I}_1 + x_2 \mathfrak{I}_2)\, p - A + 2(x_1 \delta_1 + x_2 \delta_2) \right.$$

$$- \frac{x_1 \varepsilon_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} + p\lambda_1\right)}{\left(p\frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1} + p m_1 \lambda_1 + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1}\right)} \quad - \frac{x_2 \varepsilon_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} + p\lambda_2\right)}{\left(p\frac{\theta_2}{\mathfrak{I}_2} + p m_2 \lambda_2 + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)}$$

$$+ (x_1 e_1 p) \frac{c_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} + p\lambda_1\right) - 2 d_1 \left(p\frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1} + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} + p m_1 \lambda_1\right)}{\left(p\frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1} + p m_1 \lambda_1 + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1}\right)\left(\frac{1}{\theta_1} + p b_1\right)}$$

$$+ (x_2 e_2 p) \frac{c_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} + p\lambda_2\right) - 2 d_2 \left(p\frac{\theta_2}{\mathfrak{I}_2} + p m_2 \lambda_2 + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)}{\left(p\frac{\theta_2}{\mathfrak{I}_2} + p m_2 \lambda_2 + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)\left(\frac{1}{\theta_2} + p b_2\right)}$$

C'est l'équation de réglage de la vitesse de deux groupes différents fonctionnant en parallèle sur le même réseau.

— — — —

CHAPITRE V:

RECHERCHE DE L'ÉQUATION CARACTÉRISTIQUE

Lorsque les équations d'un système sont linéaires, le critère de stabilité du mouvement revient à étudier les racines de l'équation caractéristique [8] (voir CHAP. II)

Nous nous proposons donc, à partir de l'équation de réglage, de déterminer une équation de la forme:

$$(u)\left(K_n p^n + K_{n-1} p^{n-1} + \text{- - - - - - - } + K_1 p + K_0\right) = f(t)$$

qui donne l'équation caractéristique en faisant $f(t) = 0$

Plaçons, d'abord, tous les termes de l'équation de réglage sous le même dénominateur commun en posant:

$$B_1 = \left[p\left(\frac{\theta_1}{3_1} + m_1 \lambda_1\right) + \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right], \qquad B_2 = \text{idem}$$

$$C_1 = \left[p\, b_1 + \frac{1}{\theta_1} \right], \qquad C_2 = \text{idem}$$

L'équation prend alors cette forme:

$$(B,C,B_2C_2)\ \frac{w_0}{p} = [\mu]\ \Big[-(x_1\mathfrak{I}_1 + x_2\mathfrak{I}_2)\,p\ B,C,B_2C_2$$

$$- (A - 2x_1\delta_1 - 2x_2\delta_2)\ B,C,B_2C_2$$

$$+ x_1\varepsilon_1\left(p\lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1}\right)C,B_2C_2 - x_2\varepsilon_2\left(p\lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2}\right)B,C,C_2$$

$$+ x_1 e_1 c_1 p\left(p\lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1}\right)B_2C_2 + x_2 e_2 c_2 p\left(p\lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2}\right)B,C,$$

$$- 2x_1 e_1 d_1 p\ B,B_2C_2 - 2x_2 e_2 d_2 p\ B_2B,C, \Big]$$

Pour chaque terme, nous effectuons les opérations en classant les coefficients des divers ordres de "p". Pour simplifier l'écriture nous avons établi les valeurs suivantes :

$$k_1 = \left(\frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1} + m_1\lambda_1\right), \quad k_2 \text{ idem}$$

$$q_1 = \left(b_1 m_1 \mu_1 + k_1\right), \quad q_2 \text{ idem}$$

$$l = (x_1\mathfrak{I}_1 + x_2\mathfrak{I}_2)$$

$$a = (A - 2x_1\delta_1 - 2x_2\delta_2)$$

Nous trouvons donc en procédant dans le même ordre qu'ici-haut :

$$-(\gamma_1 \beta_1 + \gamma_2 \beta_2)\, p \quad B_1 C_1 B_2 C_2$$

$$-p^5 \left[l\, k_1 k_2\, b_1 b_2 \right]$$

$$-p^4 \left[l \left(k_2 b_2 \frac{q_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{q_2}{\theta_2} \right) \right]$$

$$-p^3 \left[l \left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{q_1 q_2}{\theta_1 \theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \right]$$

$$-p^2 \left[l \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{q_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{q_1}{\theta_1} \right) \right]$$

$$-p \left[l \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$-(A - 2\gamma_1 \delta_1 - 2\gamma_2 \delta_2)\, B_1 C_1 B_2 C_2$$

$$-p^4 \left[a\, k_1 b_1 k_2 b_2 \right]$$

$$-p^3 \left[a \left(k_2 b_2 \frac{q_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{q_2}{\theta_2} \right) \right]$$

$$-p^2 \left[a \left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{q_1 q_2}{\theta_1 \theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \right]$$

$$-p \left[a \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{q_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{q_1}{\theta_1} \right) \right]$$

$$- \left[a \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$- \chi_1 \varepsilon_1 \left(p \lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1} \right) C_1 B_2 C_2$$

$$- p^4 \left[\chi, \varepsilon, \lambda, b, k_2 b_2 \right]$$

$$- p^3 \left[\chi, \varepsilon, \left\{ \frac{k_2 b_2}{\theta_1} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \lambda_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right\} \right]$$

$$- p^2 \left[\chi, \varepsilon, \left\{ \frac{g_2}{\theta_1 \theta_2} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + k_2 b_2 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} + \lambda_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right\} \right]$$

$$- p \left[\chi, \varepsilon, \left\{ \frac{m_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \right\} \right]$$

$$- \left[\chi, \varepsilon, \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$- \chi_2 \varepsilon_2 \left(p \lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2} \right) C_2 B_1 C_1$$

Idem avec changement d'indice

$$+ \chi, e, c, p \left(p \lambda_1 + \frac{\mu_1}{\theta_1} \right) B_2 C_2$$

$$+ p^4 \left[\chi, e, c, \lambda, k_2 b_2 \right]$$

$$+ p^3 \left[\chi, e, c, \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} k_2 b_2 + \lambda_1 \frac{g_2}{\theta_2} \right) \right]$$

$$+ p^2 \left[\chi, e, c, \left(\frac{g_2 \mu_1}{\theta_2 \theta_1} + \lambda_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right) \right]$$

$$+ p \left[\chi, e, c, \frac{\mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$+ \chi_2 e_2 c_2 p \left(p \lambda_2 + \frac{\mu_2}{\theta_2} \right) B_1 C_1$$

Idem avec changement d'indice

$- 2x, e, d, p \; B, B_2 C_2$

$$- p^4 \left[2x, e, d, k, k_2 b_2 \right]$$

$$- p^3 \left[2x, e, d, \left(k, \frac{q_2}{\theta_2} + k_2 b_2 \frac{m, \mu,}{\theta,} \right) \right]$$

$$- p^2 \left[2x, e, d, \left(k, \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} + \frac{q_2}{\theta_2} \frac{m, \mu,}{\theta,} \right) \right]$$

$$- p \left[2x, e, d, \frac{m, \mu,}{\theta,} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$- 2x_2 e_2 d_2 \; p \; B_2 B, C,$

Idem avec changement d'indice.

En additionnant tous les coefficients de même ordre de "p", nous pouvons former les "K_n" de l'équation caractéristique. Dans notre cas n varie de 0 à 5; soit cette forme pour l'équation du réglage :

$$(B, B_2 C, C_2) \frac{w_0}{p} = [\mu] \left[K_5 p^5 + K_4 p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K, p + K_0 \right.$$

et: $K_5 = - k, b, k_2 b_2$

$$K_4 = -\ell\left(k_2 b_2 \frac{q_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{q_2}{\theta_2}\right) - \alpha\, k_2 b_2\, k_1 b_1$$
$$- x_1 \varepsilon_1 \lambda_1 b_1 k_2 b_2 - x_2 \varepsilon_2 \lambda_2 b_2\, k_1 b_1$$
$$+ x_1 e_1 c_1 \lambda_1 k_2 b_2 + x_2 e_2 c_2 \lambda_2\, k_1 b_1$$
$$- 2 x_1 e_1 d_1 k_1 k_2 b_2 - 2 x_2 e_2 d_2 k_2\, k_1 b_1$$

$$K_3 = -\ell\left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{q_1}{\theta_1}\frac{q_2}{\theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}\right)$$
$$- \alpha\left(k_2 b_2 \frac{q_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{q_2}{\theta_2}\right)$$
$$- x_1 \varepsilon_1 \left[\frac{k_2 b_2}{\theta_1}(\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \lambda_1 b_1 \frac{q_2}{\theta_2}\right]$$
$$- x_2 \varepsilon_2 \left[\frac{k_1 b_1}{\theta_2}(\lambda_2 + b_2 \mu_2) + \lambda_2 b_2 \frac{q_1}{\theta_1}\right]$$
$$+ x_1 e_1 c_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} k_2 b_2 + \lambda_1 \frac{q_2}{\theta_2}\right)$$
$$+ x_2 e_2 c_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} k_1 b_1 + \lambda_2 \frac{q_1}{\theta_1}\right)$$
$$- 2 x_1 e_1 d_1 \left(k_1 \frac{q_2}{\theta_2} + k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1}\right)$$
$$- 2 x_2 e_2 d_2 \left(k_2 \frac{q_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)$$

$$K_3 = -l\left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1}{\theta_1}\frac{g_2}{\theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}\right)$$
$$- a\left(k_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2}\right)$$
$$- x_1 \varepsilon_1 \left[\frac{k_2 b_2}{\theta_1}(\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \lambda_1 b_1 \frac{g_2}{\theta_2}\right]$$
$$- x_2 \varepsilon_2 \left[\frac{k_1 b_1}{\theta_2}(\lambda_2 + b_2 \mu_2) + \lambda_2 b_2 \frac{g_1}{\theta_1}\right]$$
$$+ x_1 e_1 c_1 \left(\frac{\mu_1}{\theta_1} k_2 b_2 + \lambda_1 \frac{g_2}{\theta_2}\right)$$
$$+ x_2 e_2 c_2 \left(\frac{\mu_2}{\theta_2} k_1 b_1 + \lambda_2 \frac{g_1}{\theta_1}\right)$$
$$- 2 x_1 e_1 d_1 \left(k_1 \frac{g_2}{\theta_2} + k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1}\right)$$
$$- 2 x_2 e_2 d_2 \left(k_2 \frac{g_1}{\theta_1} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)$$

$$K_2 = -l\left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}\frac{g_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}\frac{g_1}{\theta_1}\right)$$
$$- a\left(k_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1}{\theta_1}\frac{g_2}{\theta_2} + k_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}\right)$$
$$- x_1 \varepsilon_1 \left[\frac{g_2}{\theta_2 \theta_1}(\lambda_1 + b_1 \mu_1) + k_2 b_2 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} + \lambda_1 b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}\right]$$
$$- x_2 \varepsilon_2 \left[\frac{g_1}{\theta_1 \theta_2}(\lambda_2 + b_2 \mu_2) + k_1 b_1 \frac{\mu_2}{\theta_2^2} + \lambda_2 b_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}\right]$$
$$+ x_1 e_1 c_1 \left(\frac{g_2 \mu_1}{\theta_2 \theta_1} + \lambda_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}\right)$$
$$+ x_2 e_2 c_2 \left(\frac{g_1 \mu_2}{\theta_1 \theta_2} + \lambda_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}\right)$$

$$- 2 x_1 e_1 d_1 \left(k_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \right)$$

$$- 2 x_2 e_2 d_2 \left(k_2 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} + \frac{g_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_1 = - l \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$- a \left(\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{g_2}{\theta_2} + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{g_1}{\theta_1} \right)$$

$$- x_1 \varepsilon_1 \left[\frac{m_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2} (\lambda_1 + b_1 \mu_1) + \frac{g_2}{\theta_2} \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \right]$$

$$- x_2 \varepsilon_2 \left[\frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2 \theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2) + \frac{g_1}{\theta_1} \frac{\mu_2}{\theta_2^2} \right]$$

$$+ x_1 e_1 c_1 \frac{\mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} + x_2 e_2 c_2 \frac{\mu_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}$$

$$- 2 x_1 e_1 d_1 \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} - 2 x_2 e_2 d_2 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}$$

$$K_0 = - a \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$- x_1 \varepsilon_1 \frac{\mu_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$- x_2 \varepsilon_2 \frac{\mu_2}{\theta_2^2} \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2}$$

CHAPITRE VI:

ÉTUDE DE LA FRONTIÈRE DE STABILITÉ PAR LA MÉTHODE DES SÉPARATRICES.

La première étude approximative d'un dispositif de réglage consiste à étudier son fonctionnement autour d'un régime d'équilibre, pour les petits mouvements représentés par des équations différentielles (E), que nous avons convenu de linéariser.

"Pour qu'un tel dispositif soit stable, il faut et il suffit que toutes les fonctions exponentielles : $e^{z_i t}$, entrant dans la solution du système (E), tendent vers zéro lorsque t croit indéfiniment, donc que tous les termes z_i aient des parties réelles négatives. Or ces termes sont les racines d'une équation caractéristique $F(z) = 0$ que l'on forme à partir de (E) à l'aide de la transformation de Laplace, par exemple." [9]

Ainsi, le problème de la stabilité se ramène à l'étude des signes des parties réelles de l'équation caractéristique.

L'équation caractéristique $F(z)$ contient des paramètres de dosage, qui caractérisent le dispositif de réglage. Comme ces paramètres forment un espace (D), dit de dosage, il est très intéressant de chercher directement la région de (D) admettant des mouvements stables. Cette façon d'aborder le problème de la stabilité présente un grand intérêt car elle s'applique à des formes très générales de la fonction $F(z)$. Introduite par M. KUNTZMANN, [9] cette méthode a été employée pour la première fois, à notre connaissance, dans la thèse de M. DANIEL. [4]

Nous pouvons également décider les caractères des mouvements en question, dans des cas particuliers, par les critères bien connus de Routh-Hurwitz ou de Leonard-Hyquist, mais ces critères ont été établis, à l'origine, pour les cas où (F) est un polynome en z. Or, de nos jours, on rencontre de plus en plus dans la recherche scientifique et industrielle des $F(z)$ qui ne sont plus des polynomes.

certaines généralisations sur ces critères ont été faites [13], mais elles conduisent à des tracés de courbes fréquentielles sur le plan complexe $Z = F(z)$ et à des discussions quelquefois difficiles à suivre.

Nous leur avons donc préféré la méthode des séparatrices, qui opère directement dans l'espace de dosage. À la suite de MM. KUNTZMANN, DANIEL et MA, nous pouvons en énoncer le principe de la façon suivante :

En désignant par a, b, c ---- les paramètres de dosage de l'installation, l'équation caractéristique peut s'écrire :

$$F(z, a, b, c \ldots) = 0$$

et les racines en Z de $F = 0$ peuvent s'écrire sous la forme :

$$Z_n = x_n + i\, y_n \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

Si F est une fonction continue en a, b, ---, alors x_n et y_n le sont aussi. En remplaçant Z par 0 dans $F = 0$, nous trouvons une surface S_0 dans l'espace (D) définie par :

$$S_0 : \quad F(0, a, b, c, \ldots) = 0$$

De même, en remplaçant z par $i\alpha$ (α réel), nous trouvons :

$$F(i\alpha) = F_r(\alpha, a, b, \dots) + F_i(\alpha, a, b, \dots)$$

et la surface (S_i) définie dans l'espace (D) par :

$$S_i : \begin{cases} F_r(\alpha, a, b, \dots) = 0 \\ F_i(\alpha, a, b, \dots) = 0 \end{cases}$$

en considérant α comme variable indépendante. Les surfaces S_0 et S_i séparent ainsi l'espace (D) en plusieurs régions ; c'est pourquoi, on les appelle séparatrices de (F) dans son espace de dosage.

Pour un point donné M de (D) non situé sur S_0 ni sur S_i, l'équation caractéristique (F) admet des racines de la forme :

$$z_n = x_n + i y_n ,$$

et les valeurs de x_n sont toutes différentes de zéro. Nous disons qu'il y a, en M, N racines en z dont la partie réelle est positive. Comme nous avons dit que F est continu en $a, b, c \dots$ ainsi que x_n et y_n ; il résulte que, si M se déplace dans (D), x_n et y_n varient d'une façon continue. Donc lorsque M se déplace dans une même région par

raffort aux séparatrices, les x_m varient, mais gardent toujours le même signe ; et le nombre N reste le même. C'est seulement en passant d'une région à une autre que le nombre N pourrait changer. Nous allons donc voir comment varie le nombre N en traversant une séparatrice pour passer d'une région à une autre.

Soit $M(a, b, c \cdots)$ un point d'une séparatrice ; les paramètres correspondant à M donnent une seule racine en Z (par exemple Z_m) telle que $x_m = 0$ et $y_m = 0$ si M se trouve sur S_0 et $x_m = 0$ seulement si M se trouve sur S_1.

Nous savons que :

$$F(Z_m, a, b, \cdots) = 0$$

$$F'(Z_m, a, b, \cdots) \neq 0$$

et que ΔZ, variation de Z_m pour les petites variations de paramètres, est :

$$\Delta Z = - \frac{F'_a \Delta a + F'_b \Delta b + \cdots}{F'_{Z_m}}$$

On voit ainsi, que pour connaître la variation de N entre deux régions que sépare la séparatrice, il suffit d'examiner la partie réelle de ΔZ. En effet, la région vers laquelle la

partie réelle de Δz devient négative est celle qui admet un N moins grand. Il est alors commode de marquer ce fait par une flèche, dont la tête traversant la séparatrice en question indique la région qui a un N plus petit. (Pratiquement on peut se contenter de faire varier un seul paramètre pour traverser la séparatrice.) Grâce à ces flèches indicatrices, nous trouverons une ou plusieurs régions où N est minimum. Or la région correspondant à N nul est celle qui renferme les mouvements stables. "Donc la recherche de la région de la stabilité revient à vérifier si les N minimums sont nuls." [9]

Il existe plusieurs méthodes pour effectuer ces vérifications (théorie des équations, valeurs particulières des paramètres...), mais nous avons préféré employer celle de M. AIZERMAN pour le cas du "Régionnement à deux paramètres". Cette méthode, tirée du livre russe de M. AIZERMAN traduit par MM. GILLE et GUILLEMINET, a été publiée

dans la revue "Kentomatisme" des No: 3-7-8-1(
de 1960. Elle nous a paru s'appliquer très simplement au cas que nous étudions.

Il s'agit de remplacer dans l'équation caractéristique "p" par $i\alpha$, de séparer les parties réelles et imaginaires et de les égaler à 0 séparément. On écrit ces termes en séparant les facteurs de chacun des paramètres de dosage (dans notre cas λ_1 et μ_1) et ceux ne contenant ni λ_1 ni μ_1. On résoud pour λ_1 et μ_1 et on obtient.

$$\lambda_1 = \frac{\Delta_1(\alpha)}{\Delta(\alpha)} \quad , \quad \mu_1 = \frac{\Delta_2(\alpha)}{\Delta(\alpha)}$$

Dans le plan (λ_1, μ_1) on peut alors tracer la séparatrice S_i qui sert à délimiter la frontière de la stabilité. En effet, à chaque point de la courbe correspond une valeur bien définie de α et par conséquent une valeur bien définie de $\Delta(\alpha)$. En décrivant la courbe dans le sens des α croissants (de $-\infty$ à $+\infty$), il faut hachurer à gauche si $\Delta > 0$ et à droite si $\Delta < 0$.

(M. AJZERMAN préfère se servir du hachurage au lieu de fléche. La zone des moindres N se trouve ainsi du coté hachuré).

Au cours du mouvement, le signe de Δ ne change qu'à l'infini, ou pour des valeurs de α correspondants aux droites singulières (S_0 et S_∞ comme nous verrons). D'autre part nous parcourons la séparatrice S_i deux fois lorsque α varie (de $-\infty$ à 0 et de 0 à $-\infty$). "Donc, le même coté est toujours hachuré deux fois".

Les séparatrices S_0 et S_∞ sont obtenues en remplaçant "f" par 0 et ∞ dans l'équation caractéristique. La première sera définie pour $K_0 = 0$ et la seconde pour $K_S = 0$, ce qui nous donnera comme nous le verrons deux droites singulières.

Le hachurage des droites singulières "doit être coordonné avec celui de la courbe au point correspondant à la valeur de α relative à la droite singulière". Pour hachurer la séparatrice S_0 il faut considérer le point

$\alpha = 0$ commun à la courbe S_i et à la droite. Au voisinage de ce point le hachurage de la droite S_0 est simple et "fait en sorte que, d'un côté du point, les faces en regard de la courbe et de la droite soient toutes hachurées, et de l'autre côté du point les faces en regard non hachurées." Le hachurage ensuite ne change pas quelles que soient les intersections éventuelles de cette droite avec la courbe ou les autres droites singulières. Le même raisonnement s'applique pour la séparatrice S_∞ au voisinage du point $\alpha = \infty$.

La traversée de la courbe ou d'une droite singulière correspond au franchissement de l'axe imaginaire par une racine (si les hachures sont simples) et de deux racines (si les hachures sont doubles). Le nombre N des racines à partie réelle positive diminue donc d'une unité lorsqu'on passe d'un côté non hachuré à un côté hachuré une fois. Il diminuera de deux unités pour un côté hachuré deux fois.

Il suffit donc de connaître en un seul point du plan le nombre de racines à partie réelle positive pour délimiter la zone de stabilité. Cette zone sera celle pour laquelle $N = 0$.

Appliquons donc cette méthode à notre cas en faisant $F(p) = 0$ pour obtenir l'équation caractéristique :

$$K_5 p^5 + K_4 p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0 = 0$$

La courbe S_i s'obtient en remplaçant "p" par $i\alpha$.

$$i K_5 \alpha^5 + K_4 \alpha^4 - i K_3 \alpha^3 - K_2 \alpha^2 + i K_1 \alpha + K_0 = 0$$

en séparant les parties réelles et imaginaires :

$$K_5 \alpha^5 - K_3 \alpha^3 + K_1 \alpha = 0$$

$$K_4 \alpha^4 - K_2 \alpha^2 + K_0 = 0 \qquad [2]$$

ou en simplifiant par α la première équation

$$K_5 \alpha^4 - K_3 \alpha^2 + K_1 = 0 \qquad [1]$$

[1] et [2] sont des polynomes en α qu'il convient de résoudre en fonction des paramètres de dosages des régulateurs.

Nous allons donc transformer chacune de ces équations en exprimant tous les coefficients en fonction de "λ_1" et "μ_1".

<u>« K_5 » devient :</u>

$$"K_5 = - K_{51}(\lambda_1) - K_{52}"$$

où : $K_{51} = K_{503} = \ell\, b_1\, b_2\, k_2\, m_1$

$K_{52} = K_{502} = \ell\, b_1\, b_2\, k_2\, \frac{\theta_1}{J_1}$

<u>« K_4 » devient :</u>

$$"K_4 = - K_{41}(\lambda_1) - K_{42}(\mu_1) - K_{43}"$$

où : $K_{41} = K_{401} + K_{403} + K_{406} + K_{408} + K_{411}$

$K_{42} = K_{405}$

$K_{43} = K_{402} + K_{404} + K_{407} + K_{412}$

et : $K_{401} = \ell\, k_2\, b_2\, \frac{m_1}{\theta_1}$

$K_{402} = \ell\, k_2\, \frac{b_2}{J_1}$

$K_{403} = \ell\, \frac{q_2}{\theta_2}\, b_1\, m_1$

$K_{404} = \ell\, \frac{q_2}{\theta_2}\, \frac{b_1\, \theta_1}{J_1}$

$K_{405} = K_{401}(b_1)$

$K_{406} = a\, k_2\, b_2\, b_1\, m_1$

$K_{407} = a\, k_2\, b_2\, b_1\, \frac{\theta_1}{J_1}$

$K_{408} = r_1\, k_2\, b_2\, (b_1 \varepsilon_1 - e_1 c_1)$

$K_{409} = r_2\, \lambda_2\, b_1\, (b_2 \varepsilon_2 - e_2 c_2)$

$K_{410} = 2 k_2\, (r_1 e_1 d_1 b_2 + r_2 e_2 d_2 b_1)$

$K_{411} = m_1\, (K_{410} + K_{409})$

$K_{412} = \frac{\theta_1}{J_1}\, (K_{410} + K_{409})$

<< K_3 >> devient :

$$"K_3 = -K_{31}(\lambda_1) - K_{32}(\mu_1) - K_{33}"$$

où : $K_{31} = K_{302} + K_{304} + K_{306} + K_{309} + K_{311} + K_{312} + K_{317}$

$K_{32} = K_{301} + K_{305} + K_{310} - K_{313} + K_{318}$

$K_{33} = K_{303} + K_{307} + K_{308} + K_{319} + K_{314}$

et : $K_{301} = l\, k_2\, b_2\, \frac{m_1}{\theta_1^2}$

$K_{302} = l\, \frac{g_2}{\theta_2}\, \frac{m_1}{\theta_1}$

$K_{303} = \frac{l}{\mathfrak{I}_1 \theta_2}\left(g_2 + b_1 \theta_1\, \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)$

$K_{304} = l\, b_1\, m_1\, \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$

$K_{305} = K_{302}(b_1)$

$K_{306} = a\, k_2\, b_2\, \frac{m_1}{\theta_1}$

$K_{307} = a\, k_2\, b_2 / \mathfrak{I}_1$

$K_{308} = a\, b_1\, \frac{g_2}{\theta_2}\, \frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1}$

$K_{309} = a\, b_1\, \frac{g_2}{\theta_2}\, m_1$

$K_{310} = K_{306}(b_1)$

$K_{311} = \frac{x_1 \varepsilon_1 k_2 b_2}{\theta_1} - \frac{2 x_1 e_1 d_1 m_1 g_2}{\theta_2}$

$K_{312} = x_1 \frac{g_2}{\theta_2}\left(\varepsilon_1 b_1 - e_1 c_1\right)$

$K_{313} = x_1 e_1 k_2\, \frac{b_2}{\theta_1}\left(c_1 - 2 d_1 m_1 - \frac{\varepsilon_1}{e_1} b_1\right)$

$K_{314} = 2 x_1 e_1 d_1 \frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1}\, \frac{g_2}{\theta_2}$ $-2 d_2 m_1$

$K_{315} = -\frac{x_2 \varepsilon_2}{\theta_2} b_1 (\lambda_2 + b_2 \mu_2) + x_2 e_2 \mu_2 \frac{b_1}{\theta_2} (c_1$

$K_{316} = \frac{x_2}{\theta_1}\left(\varepsilon_2 \lambda_2 b_2 - e_2 c_2 \lambda_2 + 2 e_2 d_2 k_2\right)$

$K_{317} = (K_{316} - K_{315})\, m_1$

$K_{318} = (K_{316})\, m_1 b_1$

$K_{319} = (K_{316} - K_{315})\, \frac{\theta_1}{\mathfrak{I}_1}$

<< K_2 >> devient :

$$"K_2 = -K_{21}(\lambda_1) - K_{22}(\mu_1) - K_{23}"$$

où : $K_{21} = K_{201} + K_{204} + K_{207} + K_{213} + K_{216} - K_{222}$

$K_{22} = K_{202} + K_{205} + K_{208} + K_{211} - K_{212} + K_{215} + K_{218} - K_{220}$

$$K_{23} = K_{203} + K_{206} - K_{214} + K_{217} - K_{221}$$

et :

$$K_{201} = l \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} \frac{m_1}{\theta_1}$$

$$K_{202} = l \frac{m_1}{\theta_1 \theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{203} = l \frac{m_2 \mu_2}{J_1 \theta_2^2}$$

$$K_{204} = a \frac{m_1}{\theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{205} = a \frac{m_1}{\theta_1} \left(\frac{k_2 b_2}{\theta_1} + \frac{g_2 b_1}{\theta_2} \right)$$

$$K_{206} = \frac{a}{J_1 \theta_2} \left(g_2 + b_1 \theta_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{207} = \frac{x_1 \varepsilon_1}{\theta_2} \left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} \right)$$

$$K_{208} = \frac{x_1 \varepsilon_1}{\theta_1} \left(b_1 \frac{g_2}{\theta_2} + b_2 \frac{k_2}{\theta_1} \right)$$

$$K_{209} = \frac{x_2 \varepsilon_2}{\theta_1 \theta_2} \left(-\lambda_2 - b_2 \mu_2 \right)$$

$$K_{210} = x_2 \varepsilon_2 \frac{\mu_2}{\theta_2^2} b_1$$

$$K_{211} = x_2 \varepsilon_2 b_2 \lambda_2 \frac{m_1}{\theta_1^2}$$

$$K_{212} = (K_{209})\, b_1 m_1$$

$$K_{213} = (K_{210} - K_{209})\, m_1$$

$$K_{214} = (K_{209} - K_{210}) \frac{\theta_1}{J_1}$$

$$K_{215} = \frac{x_1 e_1}{\theta_1} \frac{g_2}{\theta_2} \left(2 d_1 m_1 - e_1 \right)$$

$$K_{216} = (K_{215}) \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2 g_2} \theta_1$$

$$K_{217} = 2 x_1 e_1 d_1 \frac{\theta_1}{J_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$K_{218} = x_2 e_2 \frac{m_1}{\theta_1^2} \left(2 d_2 k_2 - e_2 \lambda_2 \right)$$

$$K_{219} = \frac{x_2 e_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2} \left(e_2 - 2 d_2 m_2 \right)$$

$$K_{220} = (K_{219})\, b_1 m_1$$

$$K_{221} = (K_{219}) \frac{\theta_1}{J_1}$$

$$K_{222} = (K_{219})\, m_1$$

<u>« K_1 » devient :</u>

$$\text{“ } K_1 = -K_{11}(\lambda_1) - K_{12}(\mu_1) - K_{13} \text{ ”}$$

où :

$$K_{11} = K_{102} + K_{105} + K_{111}$$

$$K_{12} = K_{103} + K_{106} + K_{109} + K_{107} - K_{112} - K_{113} + K_{101}$$

$$K_{13} = K_{104} + K_{110}$$

et :

$$K_{101} = l \frac{m_1}{\theta_1^2} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$K_{102} = a \frac{m_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$K_{103} = \frac{a\, m_1}{\theta_1 \theta_2}\left(b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2} + \frac{g_2}{\theta_1}\right)$$

$$K_{104} = \frac{a}{J_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$K_{105} = \chi_1 \frac{\varepsilon_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

$$K_{106} = \frac{\chi_1 \varepsilon_1}{\theta_1 \theta_2}\left(\frac{g_2}{\theta_1} + b_1 \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2}\right)$$

$$K_{107} = \frac{m_1}{\theta_1^2} \frac{\chi_2 e_2}{\theta_2} (\lambda_2 + b_2 \mu_2)$$

$$K_{108} = \frac{\chi_2 e_2 \mu_2}{\theta_1 \theta_2^2}$$

$$K_{109} = b_1 m_1 (K_{108})$$

$$K_{110} = \frac{\theta_1}{J_1} (K_{108})$$

$$K_{111} = m_1 (K_{108})$$

$$K_{112} = \frac{\chi_1 e_1}{\theta_1} \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2} (c_1 - 2 d_1 m_1)$$

$$K_{113} = \frac{\chi_2 e_2}{\theta_2} \mu_2 \frac{m_1}{\theta_1^2} (c_2 - 2 d_2 m_2)$$

<< K_0 >> devient :

$$" K_0 = - K_{01}(\mu_1) "$$

où : $K_{01} = K_{001}$

et : $K_{001} = \frac{\mu_2}{\theta_1^2 \theta_2^2}\left(a\, m_1 m_2 + \chi_1 \varepsilon_1 m_2 + \chi_2 \varepsilon_2 m_1\right)$

Soit, en introduisant ces nouvelles expressions des " K_n " dans les équations [1] et [2]

$$[1]: \; -K_{51}(\lambda_1)\alpha^4 - K_{52}\alpha^4 + K_{31}(\lambda_1)\alpha^2 + K_{32}(\mu_1)\alpha^2 + K_{33}\alpha^2 - K_{11}(\lambda_1) - K_{12}(\mu_1) - K_{13} = 0$$

$$[2]: \; -K_{41}(\lambda_1)\alpha^4 - K_{42}(\mu_1)\alpha^4 - K_{43}\alpha^4 + K_{21}(\lambda_1)\alpha^2 + K_{22}(\mu_1)\alpha^2 + K_{23}\alpha^2 - K_{01}(\mu_1) = 0$$

En groupant les termes en λ_1 et en μ_1, et ceux qui ne dépendent ni de λ_1, ni de μ_1, nous trouvons :

$$\lambda_1\left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11}\right] + \mu_1\left[K_{32}\alpha^2 - K_{12}\right] + \left[-K_{52}\alpha^4 + K_{33}\alpha^2 - K_{13}\right] = 0$$

$$\lambda_1\left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2\right] + \mu_1\left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01}\right] + \left[-K_{43}\alpha^4 + K_{23}\alpha^2\right] = 0$$

Soit :

$$\lambda_1 = \frac{\left[-K_{43}\alpha^4 + K_{23}\alpha^2\right]\left[K_{32}\alpha^2 - K_{12}\right] - \left[-K_{52}\alpha^4 + K_{33}\alpha^2 - K_{13}\right]\left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01}\right]}{\left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11}\right]\left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01}\right] - \left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2\right]\left[K_{32}\alpha^2 - K_{12}\right]}$$

$$\mu_1 = \frac{\left[-K_{52}\alpha^4 + K_{33}\alpha^2 - K_{13}\right]\left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2\right] - \left[-K_{43}\alpha^4 + K_{23}\alpha^2\right]\left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11}\right]}{\left[-K_{51}\alpha^4 + K_{31}\alpha^2 - K_{11}\right]\left[-K_{42}\alpha^4 + K_{22}\alpha^2 - K_{01}\right] - \left[-K_{41}\alpha^4 + K_{21}\alpha^2\right]\left[K_{32}\alpha^2 - K_{12}\right]}$$

Pour obtenir la séparatrice S_i il nous faut résoudre le système λ_1 et μ_1 en prenant plusieurs valeurs de "α" comprises entre 0 et ∞ (nous en avons pris 400) pour pouvoir bien tracer la courbe. Si chaque cas étudié il faut calculer les "K_{ii}" qui sont très complexes comme nous venons de voir.

Une telle somme de calculs n'est possible qu'avec un outil puissant, tel l'ordinateur qui nous a permis d'étudier une centaine de zones de stabilité.

Les droites singulières S_0 et S_∞ s'obtiennent, comme nous l'avons dit, en faisant

$$K_0 = 0 \qquad \text{et} \qquad K_5 = 0$$

$K_0 = -K_{01}(\mu_1)$ donc $\mu_1 = 0$

c'est l'axe des λ_1 (fig. 3b)

$$K_5 = -K_{51}(\lambda_1) - K_{52} = 0$$

$$\lambda_1 = -\frac{K_{52}}{K_{51}} = -\frac{\theta_1}{J_1}\frac{1}{m_1}$$

c'est une droite parallèle à l'axe des μ_1

La figure No 3b montre la zone de stabilité d'un cas type que nous avons étudié. Les autres cas sont identiques à celui-là et nous avons montré seulement leur zone de stabilité.

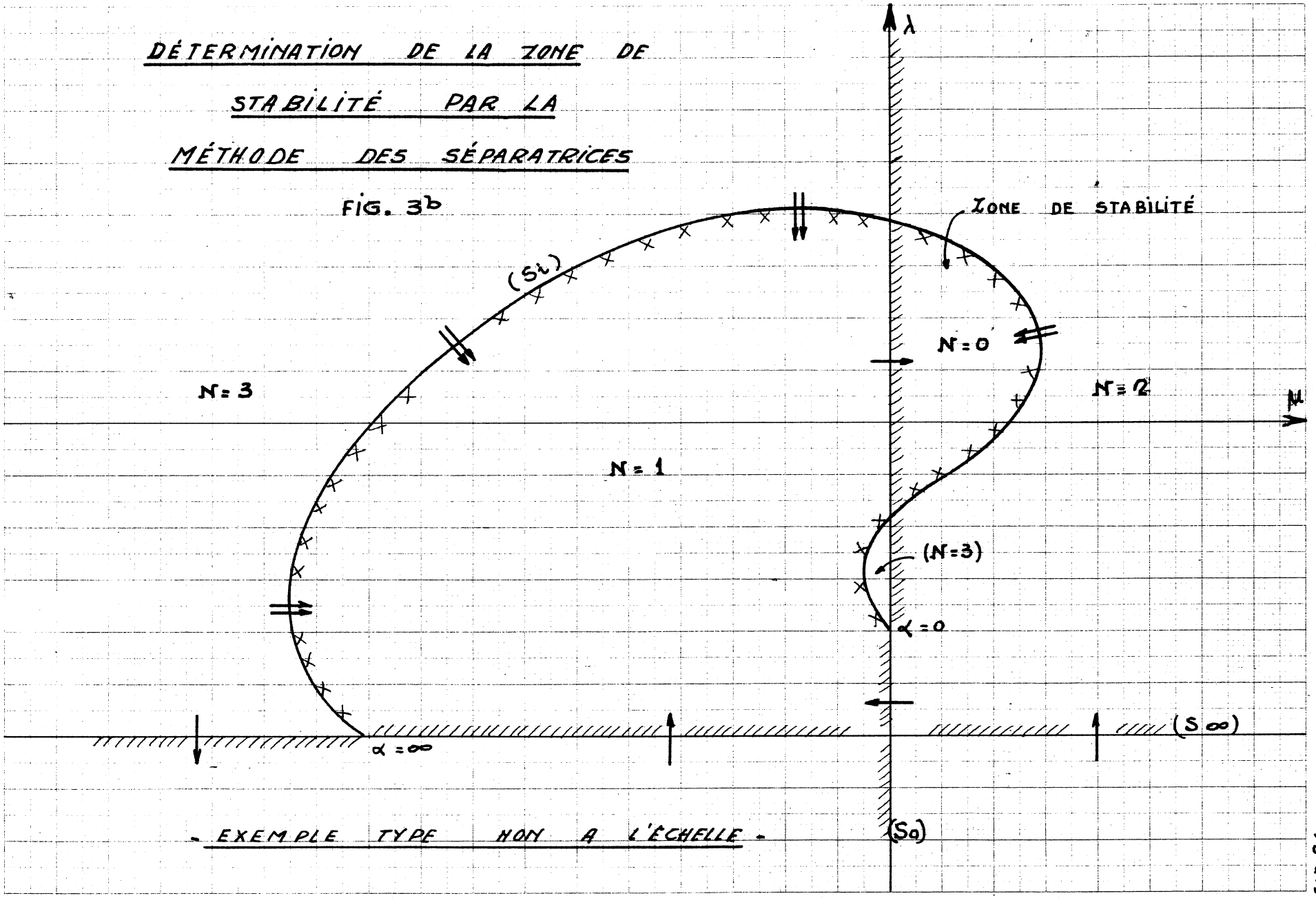
En traçant la séparatrice S_i nous avons vérifié que $\Delta(\alpha)$ restait positif à partir du point $\alpha = 0$ à $\alpha = \infty$. Nous avons donc hachuré deux fois à gauche de la courbe dans le sens parcouru. Au point $\alpha = 0$ la droite singulière S_0 est hachuré du même coté que la courbe vers le bas et de l'autre coté vers le haut. Au point $\alpha = \infty$ la séparatrice S_∞ est hachuré du même coté que la courbe vers la droite et de l'autre coté vers la gauche. La zone de stabilité est la zone d'indice $N = 0$, où nous avons vérifié que toutes les racines étaient à parties réelles négatives.

Nous avons donc déterminé à l'intérieur du domaine des paramètres une zone de stabilité pour laquelle les paramètres de dosage λ et μ donnent un système stable; mais il convient de doser convenablement ces paramètres pour obtenir un fonctionnement possédant de

Dessiné par : R.

DÉTERMINATION DE LA ZONE DE STABILITÉ PAR LA MÉTHODE DES SÉPARATRICES

FIG. 3b



- EXEMPLE TYPE NON A L'ÉCHELLE -

32187.

CHAPITRE VII :

OPTIMISATION DES PARAMÈTRES DE DOSAGE DES RÉGULATEURS :

Lorsqu'on veut préciser, à l'intérieur de la zone de stabilité, définie dans le plan des λ et μ, les valeurs des paramètres de dosage de chacun des éléments du régulateur (pente de statisme temporaire et temps de relaxation du dash-pot), qui entraînent le meilleur réglage, il faut d'abord définir un critère qui permette d'apprécier la qualité de réglage de ces paramètres.

Il existe pour les systèmes linéaires de nombreux critères d'optimisation dont les plus connus sont les critères statistiques de l'écart quadratique moyen que l'on traite par la méthode de Phillips ou de Wiener par exemple. [28]

Mais si ces critères statistiques sont très satisfaisants pour l'esprit au point

de vue théorique, ils présentent par contre un intérêt pratique direct assez faible, dans le cas des régulateurs de turbine en tout cas.

Les variations de puissance d'un réseau électrique sont difficilement prévisibles, car les enclenchements et déclenchements qui sont la cause première de ces variations se font au hasard et leur intensité peut varier considérablement à certaines heures du jour. Néanmoins, on peut essayer de connaître les spectres d'amplitude de certains réseaux; on trouve alors que les spectres les plus classiques sont très voisins du spectre d'amplitude de la fonction : échelon-unité.

[3]

Nous allons donc considérer une prise de charge instantanée, pour laquelle il existe plusieurs méthodes d'optimisation.

Le premier critère qui vient à l'esprit consiste à minimiser la valeur de l'écart maximum de R de sa valeur de consigne R_n. On s'aperçoit cependant

que dans ce cas, on fait abstraction de la période d'oscillation des écarts de vitesse et de l'amortissement de cette oscillation, et que la valeur minimum de $(\mu)_{max}$ correspond en fait à un système à statisme pour lequel $\mu = 0$.

On est alors tenté de prendre un critère plus recommandable qui tienne compte de l'amortissement des oscillations et de minimiser l'intégrale de la valeur absolue de l'écart :

$$I' = \int_0^\infty |\mu(t)|\, dt$$

pour obtenir des réglages suffisamment amortis.

Les difficultés mathématiques qui entraine la résolution d'une telle intégrale, nous lui font préférer cependant le critère de l'intégrale du carré de l'écart :

$$I = \int_0^\infty \mu^2(t)\, dt$$

En faisant intervenir le carré de l'amplitude des oscillations, ce critère permet

d'accorder plus d'importance aux phénomènes représentant de grands écarts ; phénomènes qui sont les moins acceptables en pratique même s'ils s'amortissent assez rapidement.

Signalons que les Américains ont mis au point un critère, dit "ITAE criterion" (abréviation de : Integral of Time-multiplied Absolute-value of Error) [22] :

$$I'' = \int_0^\infty t\,|\mu(t)|\,dt$$

dans le but de donner un poids plus grand aux écarts survenant pendant la fin du régime transitoire, c'est-à-dire de pénaliser les transitoires de longue durée.

Le critère de l'intégrale du carré de l'écart, imaginé indépendamment par A. HALL [19] et H. SARTORIUS [20], constitue la première en date des méthodes d'optimisation des asservissements linéaires. Nous l'avons choisie, car elle nous permet en plus de contrôler à l'aide des valeurs de I l'exactitude des frontières de stabilité et celle des courbes de réponse.

D'une part I doit tendre vers l'infini sur la frontière de stabilité ; et d'autre part, à l'intérieur du domaine de stabilité, on doit retrouver la valeur de I par l'intégration de la courbe de réponse correspondante.

La valeur de l'intégrale I, pour n'importe quelle équation différentielle linéaire à coefficients constants, peut être déduite directement de ses coefficients et des conditions initiales. Les conditions initiales définissent l'impulsion donnée au système en un temps $t = 0$, car il s'agit d'un déséquilibre survenant brutalement. Dans le cas des systèmes à statisme permanent, "u" désigne l'écart par rapport à la nouvelle valeur d'équilibre. Voyons maintenant le procédé de calcul qui nous permet de trouver assez simplement la valeur de l'intégrale I, et ce, sans qu'on soit obligé d'expliciter la solution de cette équation.

A) Méthode de calcul :

L'équation linéaire d'un système à stabilité permanent peut s'écrire sous la forme générale suivante :

$$(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0)\,\bar{x} = (b_s p^s + b_{s-1} p^{s-1} + \dots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0)\,\frac{v_0}{p}$$

où : $\bar{x}$ = transformée de Laplace de l'écart

v_0 = constante fixant l'intensité de la perturbation brutale.

Tout en restant dans la généralité, nous pouvons supposer :

a) $s \leq n-1$, le signe d'égalité étant rencontré le plus souvent dans la pratique

b) $v_0 = 1$, voir [15]

c) $x(t) = x(t) - \frac{b_0}{a_0}$, ceci en raison des conditions initiales. La valeur de l'intégrale prend alors la forme :

$$I = \int_0^\infty \left(x - \frac{b_0}{a_0}\right)^2 dt$$

Dans sa thèse [17], M. A.A. KRASOVSKY a montré que pour un tel système linéaire :

$$I = \int_0^\infty x^2 dt = \frac{1}{2 a_n^2 \Delta} \left(B_s \Delta_s + B_{s-1} \Delta_{s-1} + \dots + B_1 \Delta_1 + B_0 \Delta_0 \right) - \frac{b_s b_{s-1}}{a_n^2}$$

Dans cette équation, Δ est un déterminant qui correspond à celui de Hurwitz, mais qui s'écrit sous une forme différente : [15-16]

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_n & -a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ 0 & a_{n-1} & -a_{n-3} & \dots \\ 0 & -a_n & a_{n-2} & \dots \\ 0 & 0 & -a_{n-1} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots a_1 \end{vmatrix}$$

Les valeurs de B_s, B_{s-1}, ... se calculent en explicitant la formule suivante :

$$B_i = b_i^2 - 2 b_{i+1} b_{i-1} + 2 b_{i+2} b_{i-1} + \dots + 2(-1)^i b_s b_{2i-s},$$

Finalement, le calcul peut se faire en deux temps en posant "y" comme solution du système linéaire. Cela nous donne en développant A et B_i :

$$
(1)\quad
\begin{cases}
a_0 y_0 - a_2 y_1 + a_4 y_2 - a_6 y_3 + \dots = a_1 \\
+ a_1 y_1 - a_3 y_2 + a_5 y_3 - \dots = a_0 \\
- a_0 y_1 + a_2 y_2 - a_4 y_3 + \dots = 0 \\
- a_1 y_2 + a_3 y_3 - \dots = 0 \\
+ a_0 y_2 - a_2 y_3 + \dots = 0 \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
\dots + a_{n-2} y_{n-2} - a_n y_{n-1} = 0 \\
\dots - a_{n-3} y_{n-2} + a_{n-1} y_{n-1} = 0
\end{cases}
$$

soit n équations simultanées en tout.
On forme ensuite les facteurs :

$$
(2)\quad
\begin{cases}
B_0 = b_0^2 , \\
B_1 = b_1^2 - 2 b_0 b_2 , \\
B_2 = b_2^2 - 2 b_1 b_3 + 2 b_0 b_4 , \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
B_i = b_i^2 - 2 b_{i-1} b_{i+1} + 2 b_{i-2} b_{i+2} + \dots + 2(-1)^i b_0 b_2 \\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
B_{s-1} = b_{s-1}^2 - 2 b_s b_{s-2} , \\
B_s = b_s^2 ,
\end{cases}
$$

l'intégrale I recherchée s'exprime alors ainsi :

$$I = \int_0^\infty \left(x - \frac{b_0}{a_0}\right)^2 dt = \frac{1}{2a_0^2}\left(B_0 y_0 + B_1 y_1 + B_2 y_2 + \cdots + B_{s-1} y_{s-1} + B_s y_s\right) - \frac{b_0 b_1}{a_0^2}, \quad [17]$$

B) <u>Application au cas de deux turbines en parallèle.</u>

L'équation linéaire de notre système s'écrit pour $n = 5$ et $s = 4$:

$$\left(K_5 p^5 + K_4 p^4 + K_3 p^3 + K_2 p^2 + K_1 p + K_0\right) \bar{u} = \left(R_4 p^4 + R_3 p^3 + R_2 p^2 + R_1 p + R_0\right) \frac{w_0}{p}$$

où : $\bar{u}$ = transformée de la place de l'écart de vitesse de la turbine.

w_0 = intensité du saut de puissance à fournir au réseau électrique lors d'une perturbation.

Les constantes a et b ont été remplacées par K et par R. Les constantes "K" ont déjà été définies dans le chapitre cinquième en fonction de λ_1 et μ_1.

Les constantes "R" seront maintenant définies selon les valeurs de B_1, C_1, B_2, C_2, qui apparaissent dans le deuxième membre de l'équation de réglage, telle qu'elle figure dans le chapitre cinquième. Nous trouvons en classant par ordre décroissant de "p" :

$$R_4 = k_1 b_1 k_2 b_2$$

$$R_3 = \frac{k_2 b_2}{\theta_1}(b_1 m_1 \mu_1 + k_1) + \frac{k_1 b_1}{\theta_2}(b_2 m_2 \mu_2 + k_2)$$

$$R_2 = \frac{k_2 b_2}{\theta_1^2} m_1 \mu_1 + \left(\frac{b_1 m_1 \mu_1 + k_1}{\theta_1}\right)\left(\frac{b_2 m_2 \mu_2 + k_2}{\theta_2}\right) + \frac{k_1 b_1}{\theta_2^2} m_2 \mu$$

$$R_1 = \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2 \theta_2}(b_2 m_2 \mu_2 + k_2) + \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2 \theta_1}(b_1 m_1 \mu_1 + k_1)$$

$$R_0 = \frac{m_1 \mu_1}{\theta_1^2} \quad \frac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$$

Soit, comme toujours, en définissant les constantes en fonction de λ_1 et μ_1.

<u>« R_4 » devient :</u>

$$" R_4 = R_{41}(\lambda_1) + R_{42}$$

où : $R_{41} = b_1 b_2 k_2 m_1$

$$R_{42} = b_1 b_2 k_2 \frac{\theta_1}{3_1}$$

<< R_3 >> devient :

" $R_3 = R_{31}(\lambda_1) + R_{32}(\mu_1) + R_{33}$ "

où : $R_{301} = \dfrac{k_2 b_2}{\theta_1} + \dfrac{b_1 b_2 m_2 \mu_2}{\theta_2} + \dfrac{b_1 k_2}{\theta_2}$

$R_{31} = m_1 (R_{301})$

$R_{32} = \dfrac{m_1 b_1}{\theta_1} k_2 b_2$

$R_{33} = \dfrac{\theta_1}{J_1} (R_{301})$

<< R_2 >> devient :

" $R_2 = R_{21}(\lambda_1) + R_{22}(\mu_1) + R_{23}$ "

où : $R_{201} = \dfrac{b_2 m_2 \mu_2 + k_2}{\theta_1 \theta_2}$

$R_{202} = \dfrac{b_1 m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$

$R_{203} = \dfrac{k_2 b_2 m_1}{\theta_1^2}$

$R_{21} = m_1 (R_{201} + R_{202})$

$R_{22} = R_{203} + b_1 m_1 (R_{202})$

$R_{23} = \dfrac{\theta_1}{J_1} (R_{201} + R_{202})$

« R_1 » devient :

" $R_1 = R_{11}(\lambda_1) + R_{12}(\mu_1) + R_{13}$ "

où : $R_{101} = m_1 \left(\dfrac{b_2 m_2 \mu_2 + k_2}{\theta_1^2 \ \theta_2} \right)$

$R_{102} = \dfrac{m_2 \mu_2}{\theta_1 \ \theta_2^2}$

$R_{11} = (R_{102})\, m_1$

$R_{12} = R_{101} + b_1 m_1 (R_{102})$

$R_{13} = (R_{102}) \dfrac{\theta_1}{s_1}$

« R_0 » devient :

" $R_0 = R_{01}(\mu_1)$ "

où : $R_{01} = \dfrac{m_1}{\theta_1^2} \ \dfrac{m_2 \mu_2}{\theta_2^2}$

Dans la première étape du calcul de l'intégrale I nous obtenons les cinq ($n = 5$) équations simultanées suivantes :

$$+K_0 y_0 - K_2 y_1 + K_4 y_2 = K_1$$

$$+K_1 y_1 - K_3 y_2 + K_5 y_3 = K_0$$

$$-K_0 y_1 + K_2 y_2 - K_4 y_3 = 0$$

$$- K_1 y_2 + K_3 y_3 - K_5 y_4 = 0$$

$$+ K_0 y_2 - K_2 y_3 + K_4 y_4 = 0$$

Dans la seconde étape nous formons les facteurs en "$\mathcal{R}$" suivants :

$$\mathcal{R}_0 = R_0^2$$

$$\mathcal{R}_1 = R_1^2 - 2 R_0 R_2$$

$$\mathcal{R}_2 = R_2^2 - 2 R_1 R_3 + 2 R_0 R_4$$

$$\mathcal{R}_3 = R_3^2 - 2 R_2 R_4$$

$$\mathcal{R}_4 = R_4^2$$

La valeur de l'intégrale I, ou plutôt de $\frac{I}{w_0^2}$ (u étant proportionnel à w_0, I l'est par conséquent à w_0^2), nous est donnée par l'expression suivante :

$$\frac{I}{w_0^2} = \frac{1}{2 K_0^2} \left(\mathcal{R}_0 y_0 + \mathcal{R}_1 y_1 + \mathcal{R}_2 y_2 + \mathcal{R}_3 y_3 + \mathcal{R}_4 y_4 - 2 R_0 R_1 \right)$$

La valeur minimum de I/w_0^2 correspond pour mode aux paramètres optimisés, λ_1 et μ_1.

CHAPITRE VIII :

COURBE DE RÉPONSE IMPULSIONNELLE

La zone de stabilité en fonction des deux paramètres de dosage λ et μ étant connue, et ces paramètres étant optimisés, il nous reste, pour compléter cette étude de la stabilité de réglage, à déterminer la courbe de réponse impulsionnelle du système. Pour chacun des différents cas que nous envisageons, les paramètres du régulateur restent constants ; donc les coefficients en K et en R demeurent aussi constants. La courbe de réponse nous permet de chiffrer l'écart maximum de la grandeur réglée, la vitesse de la turbine, correspondant à une variation relative connue de la puissance du réseau "w_0".

Considérons l'équation de réglage en variables de Laplace :

$$\tilde{u}\left[K_0 + K_1 p + \cdots\cdots + K_4 p^4 + K_5 p^5\right] = \frac{w_0}{p}\left[R_0 + R_1 p + \cdots\cdots + R_4 p^4\right]$$

Pour construire la courbe de réponse, nous devons calculer "u" en fonction de t pendant le temps qui suit la perturbation. En fait, nous calculerons u/w_0 en fonction de t. La connaissance de $(u/w_0)_{max}$ nous donnera directement l'écart maximum de fréquence relatif $\frac{\Delta\Omega}{\Omega_n}$ correspondant à une variation de puissance relative $\frac{\Delta W}{W_n}$.

Nous avons choisi, pour résoudre l'équation différentielle de notre système, une méthode numérique par itérations, due à "Milne".[21] Cette méthode nous permet de calculer pas à pas un nombre suffisamment grand de points de la courbe $u = f(t)$ afin de construire cette courbe. Elle est une amélioration de la méthode de Taylor, qui, utilisant les dérivées de la fonction jusqu'à l'ordre 3, donne une précision d'ordre 6.

Il existe d'autres méthodes intéressantes pour résoudre un tel système, mais la facilité qui nous a été donnée

d'adapter la méthode de Milne sur un calculateur numérique, nous l'a fait préférer à ces autres méthodes.

Calculons d'abord "u" et ses dérivées à l'instant initial $t_0 = 0$, au moment où le régulateur détecte la perturbation de puissance.

1 : <u>Calcul de "u" et de ses dérivées au temps initial t_0</u>.

Considérons une équation différentielle du n° ordre, linéaire, à coefficients constants et avec un second membre égal à une constante.

$$K_n \frac{d^n u}{dt^n} + K_{n-1} \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} + \dots + K_1 \frac{du}{dt} + K_0 u = G$$

u étant une fonction de la seule variable t.

Si on applique la transformation de Laplace à cette équation ; ce qui revient à la multiplier par e^{-pt} et à l'intégrer de 0 à ∞, on trouve : [34]

$$\phi(p)\int_0^{\infty} e^{-pt}u\,dt = K_n\left(p^{n-1}u_0 + p^{n-2}u_0' + \dots + p\,u_0^{(n-2)} + u_0^{(n-1)}\right)$$

$$+ K_{n-1}\left(p^{n-2}u_0 + \dots + p\,u_0^{(n-3)} + u_0^{(n-2)}\right)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$+ K_2\left(p\,u_0 + u_0^{(1)}\right)$$

$$+ K_1\,u_0$$

$$+ \int_0^{\infty} e^{-pt}\,G\,dt$$

où : u_0, $u_0^{(1)}$, $u_0^{(2)}$, $u_0^{(3)}$ $\dots$ $u_0^{(n-1)}$, sont respectivement u, $\frac{du}{dt}$, $\frac{d^2u}{dt^2}$, $\frac{d^3u}{dt^3}$ $\dots$ $\frac{d^{n-1}u}{dt^{n-1}}$ à l'instant initial t_0.

Pour $n = 5$ on trouve finalement :

$$\tilde{u}\left[K_5 p^5 + \dots + K_1 p + K_0\right] = K_1 u_0 + K_2\left(p u_0 + u_0^{(1)}\right)$$

$$+ K_3\left(p^2 u_0 + p u_0^{(1)} + u_0^{(2)}\right) + K_4\left(p^3 u_0 + p^2 u_0^{(1)} + p\,u_0^{(2)} + u_0^{(3)}\right)$$

$$+ K_5\left(p^4 u_0 + p^3 u_0^{(1)} + p^2 u_0^{(2)} + p\,u_0^{(3)} + u_0^{(4)}\right) + \frac{G}{p}$$

Or le premier membre de cette expression est identique au premier membre de notre équation de réglage ; nous pouvons donc écrire :

$$K_1 u_0 + K_2 (p u_0 + u_0^{(1)}) + \text{- - - -} + K_5 (p^4 u_0 + \text{- - -} + u_0^{(4)}) + \frac{C}{p} :$$

$$\frac{w_0}{p} (R_0 + R_1 p + \text{- - - -} R_4 p^4)$$

On égale les coefficients de même puissance de "p" dans les deux membres de cette identité et on obtient alors un système à 6 équations dont la résolution nous donne la valeur de C, de u et de ses quatre premières dérivées à l'instant initial t_0.

$$\begin{aligned}
K_1 u_0 + K_2 u_0^{(1)} + K_3 u_0^{(2)} + K_4 u_0^{(3)} + K_5 u_0^{(4)} &= R_1 w_0 \\
K_2 u_0 + K_3 u_0^{(1)} + K_4 u_0^{(2)} + K_5 u_0^{(3)} &= R_2 w_0 \\
K_3 u_0 + K_4 u_0^{(1)} + K_5 u_0^{(2)} + &= R_3 w_0 \\
K_4 u_0 + K_5 u_0^{(1)} &= R_4 w_0 \\
K_5 u_0 &= 0 \\
C &= R_0 w_0
\end{aligned}$$

Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre précédent, la variation relative de puissance sera considérée comme un saut unitaire qui survient au temps t_0 ; donc en faisant $w_0 = 1$, échelon unité, la courbe de réponse obtenue sera donnée pour u/w_0.

Nous obtenons finalement les conditions initiales suivantes.

$$u_0 = 0$$

$$u_0^{(1)} = R_4 / K_5$$

$$u_0^{(2)} = \frac{R_3}{K_5} - \frac{K_4 R_4}{K_5^2}$$

$$u_0^{(3)} = \frac{R_2}{K_5} - \frac{(R_3 K_4 + R_4 K_3)}{K_5^2} + \frac{R_4 K_4^2}{K_5^3}$$

$$u_0^{(4)} = \frac{R_1}{K_5} - \frac{(R_2 K_4 + R_3 K_3 + R_4 K_2)}{K_5^2} + \frac{K_4 (R_3 K_4 + 2 R_4 K_3)}{K_5^3} - \frac{R_4 K_4^3}{K_5^4}$$

2: Courbe de réponse - Méthode de Milne.

Connaissant les conditions initiales, nous appliquons une méthode aux différences finies, la méthode de Milne pour trouver la courbe de réponse. Elle consiste à calculer pas à pas un grand nombre de points en prenant une intervalle de temps Δt choisi à l'avance. Le pas de temps peut être augmenté ou diminué en fonction des écarts entre les points au suivant le nombre des itérations.

Le calcul de la fonction et de ses dérivées se fait au moyen des trois formules suivantes en prenant les temps $t_1 = t_0 + \Delta t$, puis $t_2 = t_1 + \Delta t$, etc .....

(1) la formule de Taylor limitée à quatre termes pour le calcul du premier point.

$$u_1 = u_0 + \Delta t\, u_0^{(1)} + \frac{\Delta t^2}{2!} u_0^{(2)} + \frac{\Delta t^3}{3!} u_0^{(3)} + \frac{\Delta t^4}{4!} u_0$$

On calcule alors les dérivées successives u', u'', u''' ; puis on applique les formules de MILNE : [21]

(2) formule d'itération :

$$u_1 = u_0 + \frac{\Delta t}{2}\left(u_1^{(1)} + u_0^{(1)}\right) - \frac{\Delta t^2}{10}\left(u_1^{(2)} - u_0^{(2)}\right) + \frac{\Delta t^3}{120}\left(u_1^{(3)} - u_0^{(3)}\right)$$

(3) formule de première approximation :

$$u_2 = 2u_1 - u_0 + 7\Delta t\left(u_1^{(1)} - u_0^{(1)}\right) - 3\Delta t^2\left(u_1^{(2)} + u_0^{(2)}\right) + \frac{\Delta t^3}{12}\left(11 u_1^{(3)} - 5 u_0^{(3)}\right)$$

pour le point suivant.

Dans ces formules l'exposant de u représente l'ordre de la dérivée de u. Les indices 0, 1, 2, indiquent à quel temps sont calculées ces dérivées.

Pour le calcul des dérivées supérieures on utilise l'équation différentielle

$$(4) \quad K_5 u^{(5)} + K_4 u^{(4)} + \dots\dots + K_1 u^{(1)} + K_0 u = R_0$$

dont l'équation fondamentale est la transformée de Laplace.

Notre système étant à "statisme permanent", nous avons une équation différentielle avec second membre constant. Pour $t \to \infty$ la fonction u tend vers R_0/K_0. Ici correspond physiquement à une courbe de réponse qui s'amortit à une valeur finie, inférieure à u_0 pour une variation positive de w_0 et supérieure à u_0 pour une valeur négative de w_0. Comme nous l'avons signalé, les groupes à statisme permanent tournent moins vite sous forte charge que sous faible charge.

L'équation (4) nous donne :

$$u^{(5)} = \frac{(R_0 - K_0 u - K_1 u^{(1)} - K_2 u^{(2)} - K_3 u^{(3)} - K_4 u^{(4)})}{K_5}$$

et par dérivation successives les dérivées supérieures d'ordre 6 et 7 .

Voici schématiquement le processus de calcul :

a) Les valeurs approchées de u et de ses dérivées sont calculées au moyen de la formule (1) (pour le premier point) et (3) pour les autres points.

b) Les valeurs sont introduites dans la formule (2) qui donne les valeurs améliorées de u et de ses dérivées.

c) Si ces valeurs améliorées sont assez différentes des premières valeurs, le calcul est recommencé avec ces nouvelles valeurs

d) Le procédé est appliqué jusqu'à un écart minimum (la précision) entre les deux valeurs ; puis on passe à la dérivée suivante

e) Pour éviter les erreurs dues à un st trop grand ou pour diminuer le temps de calcul, l'intervalle de temps peut être diviser ou multiplier par deux en cours de calcul.

Nous avons exposé dans cette deuxième partie une méthode mathématique, applicable à des calculs sur ordinateur numérique, qui nous permet d'étudier la stabilité et la qualité du réglage de vitesse des turbines hydrauliques fonctionnant en parallèle sur un même réseau. Nous avons limité la démonstration à un couplage de deux turbines (ou centrales composée de groupes identiques) dont les caractéristiques sont différentes. Nous allons dans une troisième partie appliquer cette méthode à un cas pratique, dont nous essayerons ensuite de tirer quelques conclusions plus générales sur la marche en parallèle.

TROISIÈME PARTIE

STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE D'UN GROUPE "BULBE" FONCTIONNANT EN PARALLÈLE AVEC DES GROUPES DE CARACTÉRISTIQUES DIFFÉRENTES

CHAPITRE IX : CAS ÉTUDIÉS ET CHOIX DES PARAMÈTRES.

Comme application pratique à notre étude du réglage de vitesse de deux groupes différents couplés en parallèle sur un même réseau isolé, nous avons choisi de regarder la stabilité d'un groupe "Bulbe" (à la rigueur une centrale) fonctionnant en interconnexion avec un groupe (ou centrale) de même puissance nominale mais de caractéristiques différentes et réputé "plus stable".

Possédant les performances du groupe "Bulbe" en marche isolé, nous voulons voir si son comportement au point de vue sta-

bilité se trouve amélioré (et de quelle façon) par le couplage d'un groupe possédant de meilleures qualités de réglage.

Dans un premier cas ce groupe sera une turbine FRANCIS de chûte moyenne d'un ns d'environ 250 et pour lequel le coup de bélier "de masse" est applicable.

Le deuxième cas sera celui d'une turbine KAPLAN classique, dont nous possédons également les performances en marche isolé.

Ce sont les deux cas les plus susceptibles d'être rencontrés et correspondant le mieux à des cas réels.

FRANCIS : Deux groupes d'une puissance de 266000 cv. chacun sont alimentés sous 92 m. de chûte par une conduite de 225 m. de long et de 3,30 m. de diamètre. Le débit maximum par groupe compte tenu des pertes est de 23,5 m^3/s. Chaque groupe tourne à une vitesse de 428 t/mn. et possède une inertie de 270 tonnes-m^2.

Le n_s est alors de 245. On vérifie que le ρ de la conduite est supérieur à 1.5 de sorte que l'on puisse négliger les phénomènes élastiques comme l'indique notre hypothèse du début. (chap III, partie 4).

$$\rho = \frac{1000 \times 2 \times 23.5}{2 \times 9.81 \times 92 \times \frac{\pi}{4}(3,3)^2} = 3,2$$

On calcule alors le temps de lancer du groupe et de la conduite.

$$T = \frac{270 \times (428,6)^2}{270 \times 26600} = 7 \text{ sec.}$$

La vitesse de l'eau dans la conduite est de 5,56 m/s

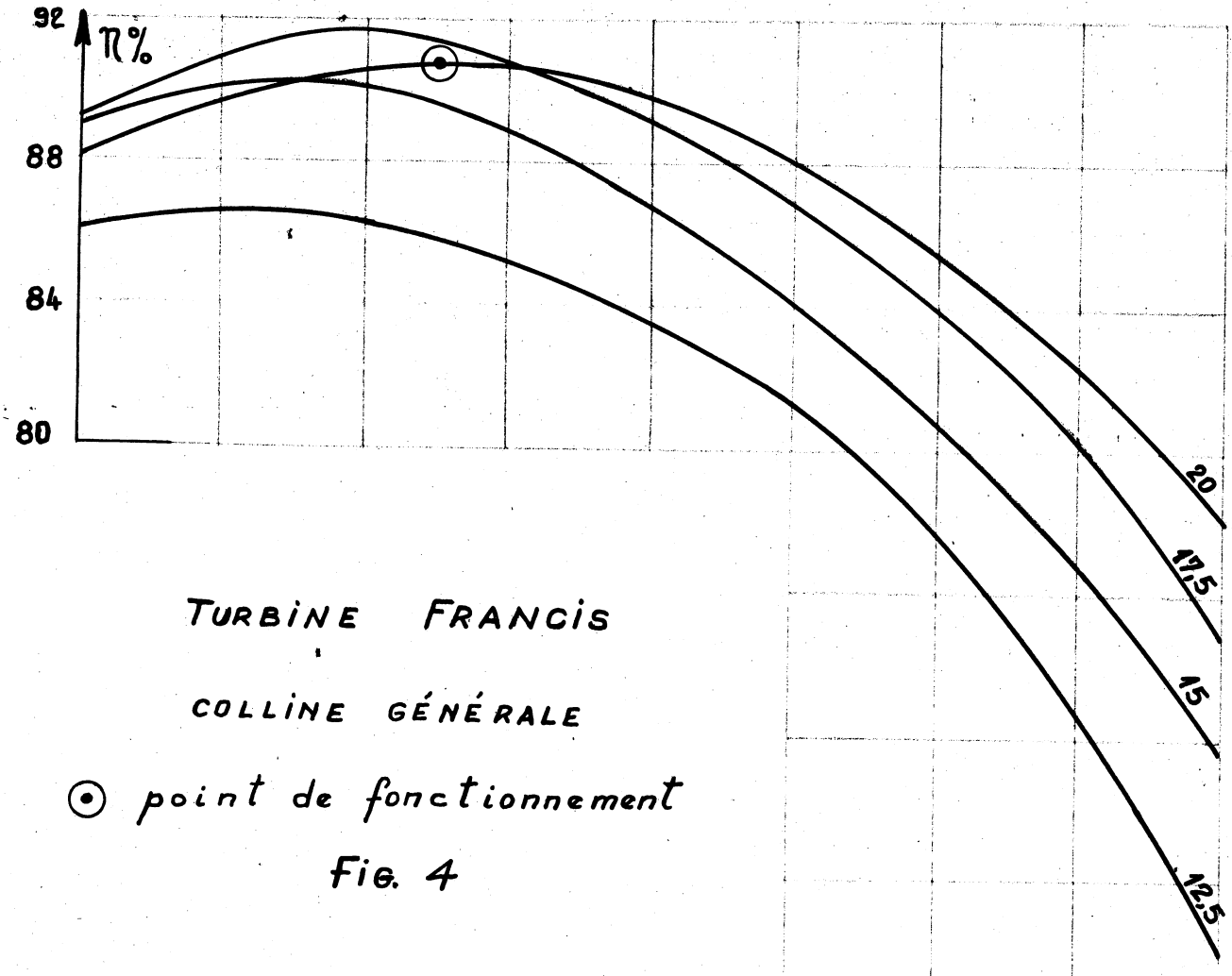
$$\theta = \frac{225 \times 5.56}{9.81 \times 92} \quad \text{(conduite principale)}$$

$$\frac{15 \times 4,12}{9.81 \times 92} \quad \text{(culotte et conduite secondaire)}$$

$$\frac{5.4 \times 9,25}{9,81 \times 92} \quad \text{(bâche et aspirateur)}$$

$$\theta = 1,5 \text{ sec.}$$

Le calcul de $M = 10,7$ et de $N = 74$ nous donne un point de fonctionnement situé près du coeur de la colline avec un rendement de 89 %. L'ouverture du vannage d'angle $\beta = 32°.30$ correspond à une ouverture de 70 %. (Fig. 4)

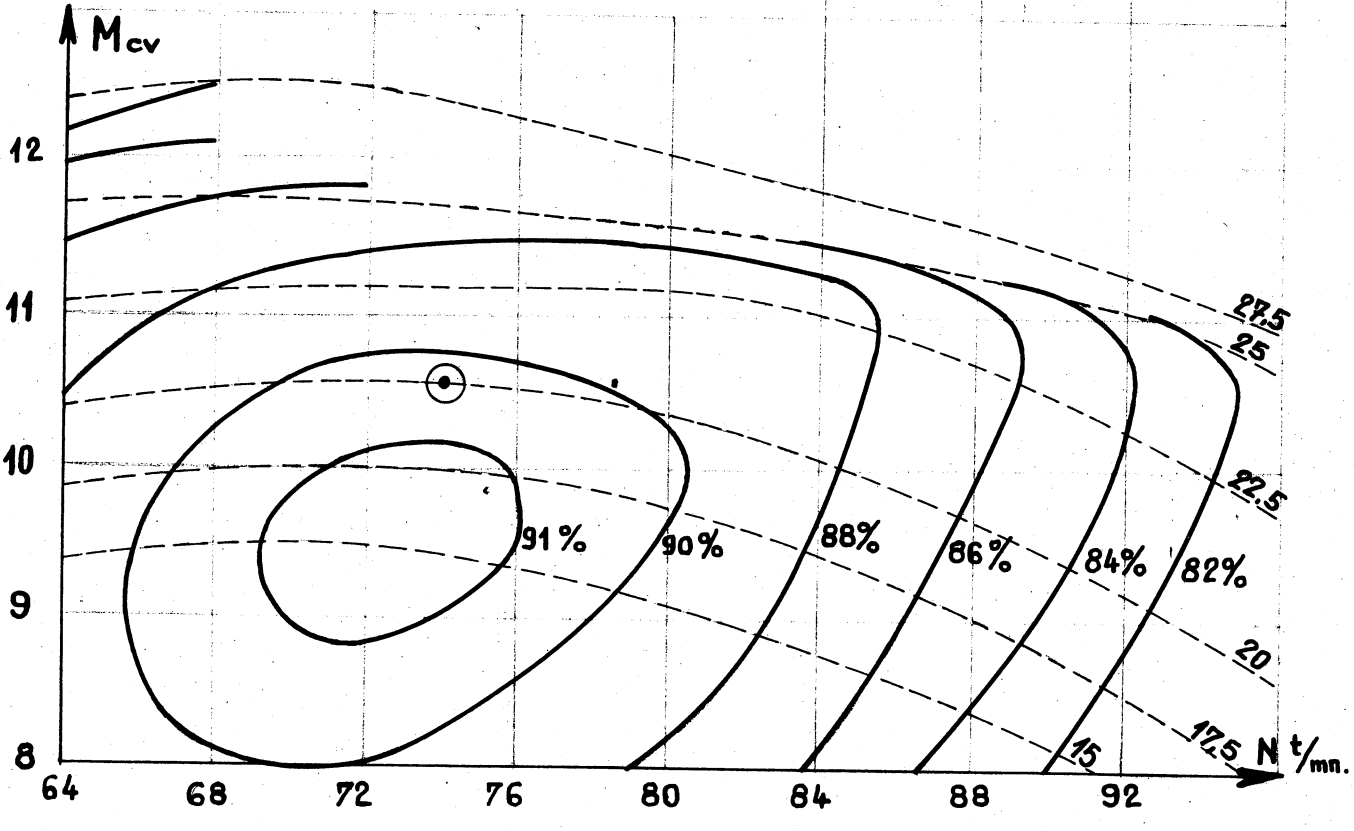


TURBINE FRANCIS

COLLINE GÉNÉRALE

⊙ point de fonctionnement

Fig. 4



On calcule alors sur la colline les caractéristiques du point de fonctionnement.

$$\delta = \frac{N}{2M}\left(\frac{\partial M}{\partial N}\right)_Y = \frac{74}{2 \times 10{,}7}(0) = 0$$

La tang. de la courbe Y dans la partie inférieure $\simeq 0$

$$\zeta = \frac{N}{2\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial N}\right)_Y = \frac{74}{2 \times 1{,}89}(0) = 0$$

La tang. de la courbe Y dans la partie supérieure $\simeq 0$

$$\varepsilon = \frac{Y}{M}\left(\frac{\partial M}{\partial Y}\right)_N = \frac{20}{10{,}5}(0{,}5) \simeq 1$$

évalué sur une verticale dans la partie inférieure.

$$\beta = \frac{Y}{\eta}\left(\frac{\partial \eta}{\partial Y}\right)_N = \frac{20}{1{,}89}(0) = 0$$

évalué sur une verticale dans la partie supérieure.

Nous avons un peu schématisé le fonctionnement du groupe Francis et ne prendrons que ce seul point sur la colline ; le but de l'étude étant de voir davantage le comportement du groupe "Bulbe".

KAPLAN : Les groupes font 26800 cv sous 7,75 m pour un débit de 318 m³/sec. La vitesse de rotation est de 75 t/min et le PD^2 de 9300 t-m². La quantité $\Sigma + V$ a été évaluée à 235. Le n_s fait 950 et la valeur de ρ est supérieure à 4. On calcule les temps de lancer de la façon suivante :

$$\tau = \frac{9300 \times (75)^2}{270 \times 26800} = 8,0 \text{ sec.}$$

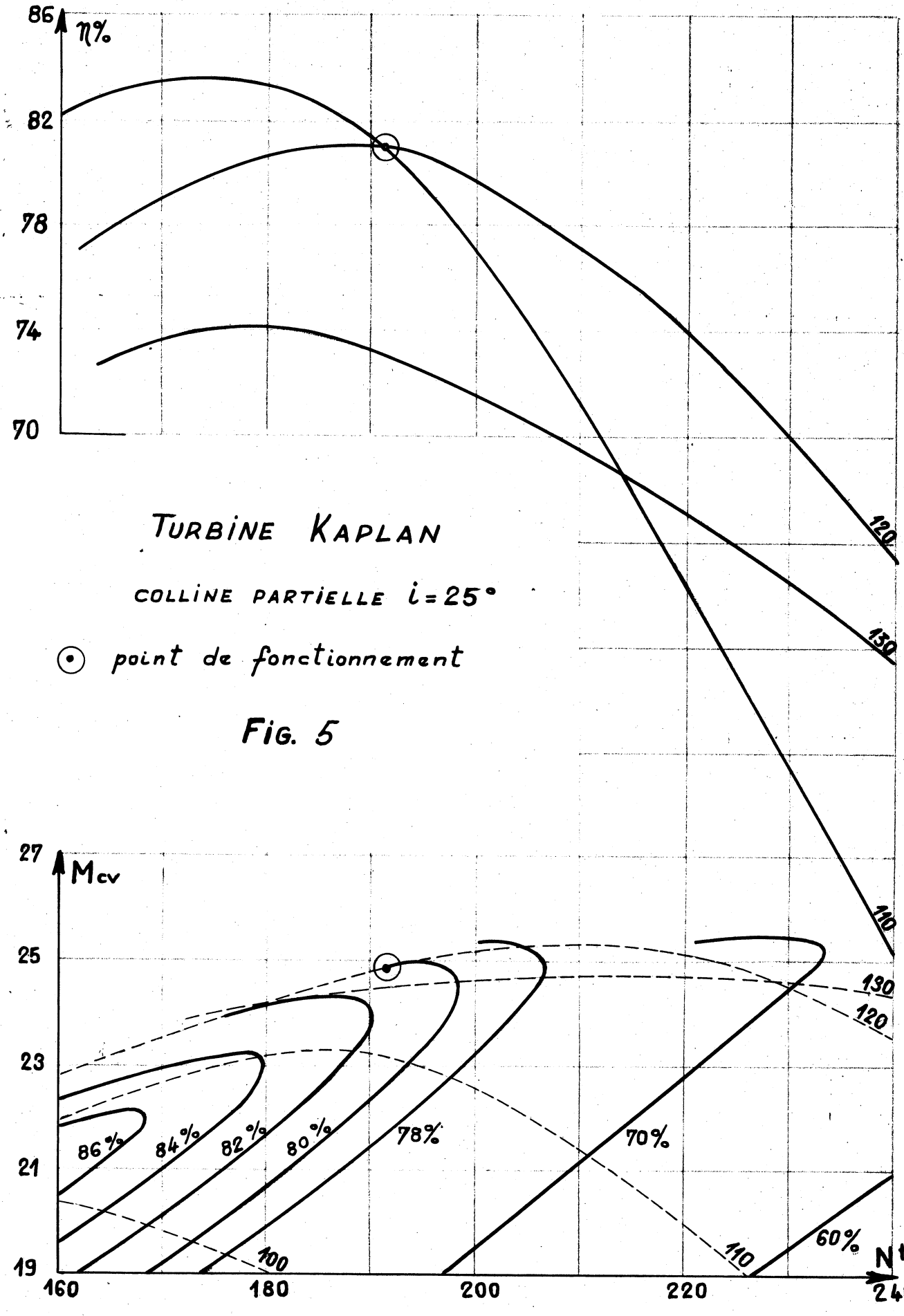
$$\theta = \frac{235}{9.81 \times 7.75} = 3,1 \text{ sec.}$$

Les valeurs de $N = 191$ et de $M = 24,6$ donnent un point de fonctionnement d'ouverture de pales $i = 25°$ et d'ouverture du distributeur à 129. Pour ce point, le rendement est de 81 %. (Fig. 5)
Les caractéristiques du point sur la colline partielle donnent les valeurs suivantes.

$\delta = 0,14$ $\qquad$ $\varepsilon = 0,70$

$\zeta = -0.25$ $\qquad$ $\beta = 0$

Comme pour le groupe Francis c'est le seul point de fonctionnement que nous considérerons.



TURBINE KAPLAN

COLLINE PARTIELLE $i = 25°$

⊙ point de fonctionnement

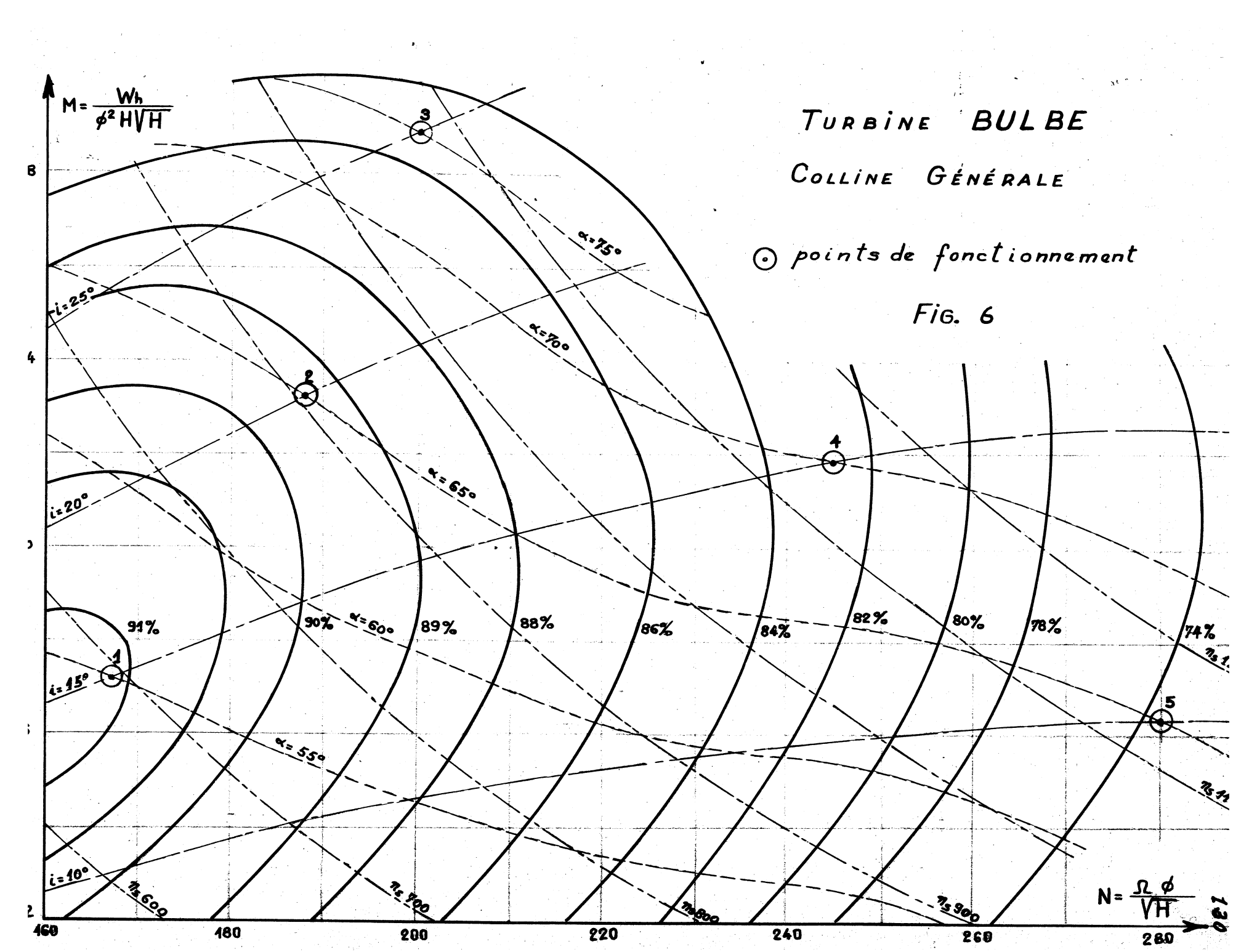
FIG. 5

BULBE : Chaque turbine d'une puissance nominale de 27400 cv sous 7,90 m a été conçue pour fonctionner entre 12 et 3,50 m. de chute. Le groupe tournne à une vitesse de 88 t/min et a un PD^2 de 1500 t-m². La quantité $\Sigma L V$ est égale à 0,90 fois le débit. Le diamètre de sortie de la roue est de 6,5 m.

La colline générale et les collines partielles nous ont permis de préciser cinq points de fonctionnement s'étageant entre la chute maximum et la chute minimum et couvrant à peu près le domaine normal d'exploitation des groupes. La détermination des caractéristiques de chaque point s'est fait de la façon suivante :

1° : Un point était choisi sur la colline générale d'essai correspondant à une valeur de i donnée et une chute déterminée le plus près d'une ligne d'ouverture Y. (FIG. 6)

2° : Les valeurs de N et de M sont alors fixées et on calcule la puissance, le débit et le n_s.


M = Wh / φ² H √H
TURBINE BULBE
COLLINE GÉNÉRALE
⊙ points de fonctionnement
FIG. 6
N = Ω φ / √H
α=75°
α=70°
α=65°
α=60°
α=55°
i=25°
i=20°
i=15°
i=10°
91%
90%
89%
88%
86%
84%
82%
80%
78%
74%
1
2
3
4
5
460
480
200
220
240
260
280

3°: Les temps de lancer de la conduite et du groupe se déduisent alors facilement :

$$\mathcal{Z} = \frac{1500 \times (88)^2}{270 \times P_{cv}}$$

$$\theta = \frac{0,90 \times Q}{9,81 \times H}$$

où : $$H = \left(\frac{88 \times 6,5}{N}\right)^2$$

$$P_{cv} = (6,5)^2 H^{3/2} M$$

$$Q = (6,5)^2 \sqrt{H}\, Q_{11}$$

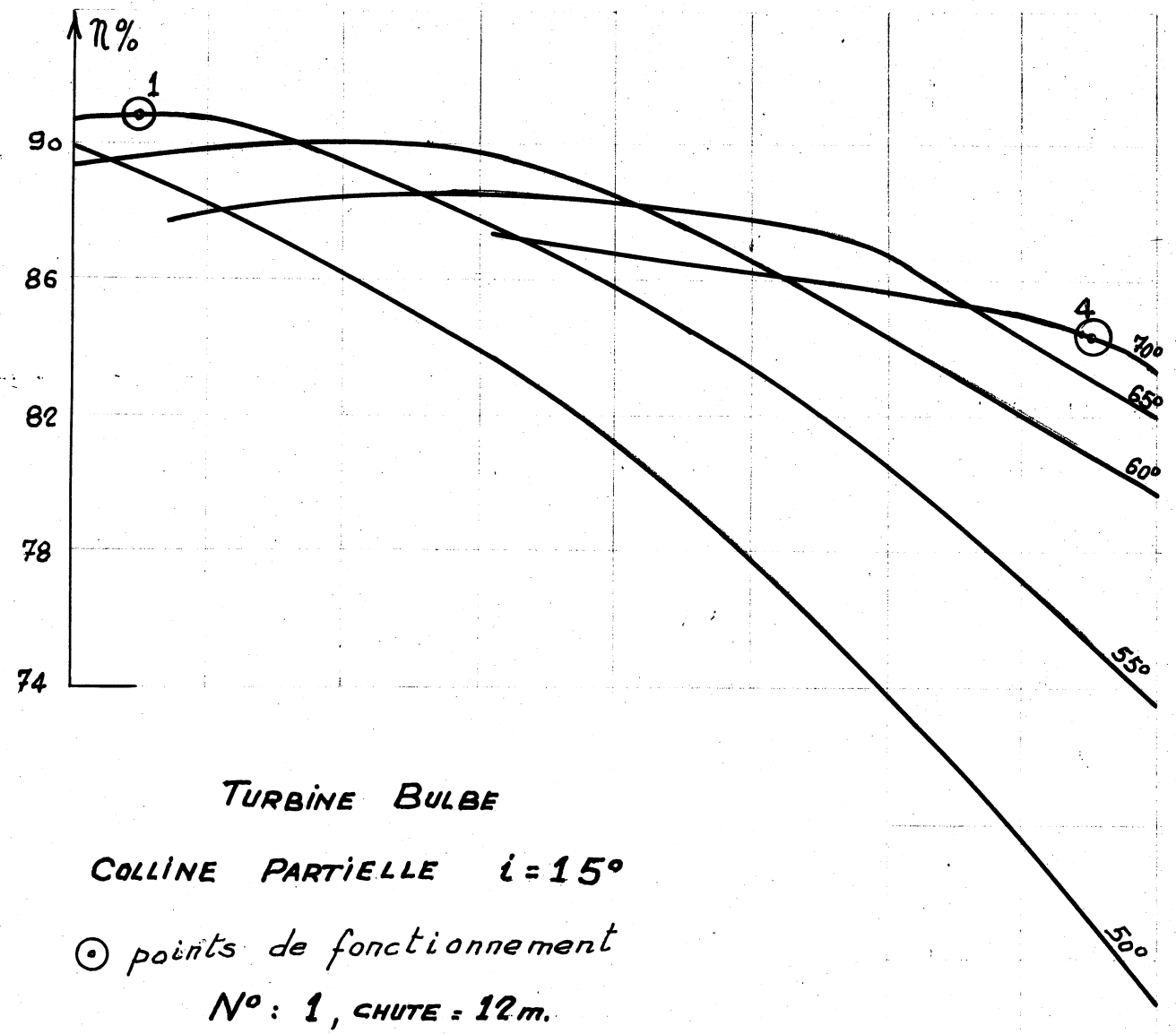
4°: Les valeurs des caractéristiques δ, ζ, ε, β sont ensuite évaluées en chacun des points sur les collines partielles d'ouverture de pales fixes (i = const). (FIG. 7 à 10)
Les chutes choisies sont respectivement de 12 m, 9,5 m, 8 m, 6 m et 4 m.
Le dernier point de fonctionnement est peu probable industriellement parlant mais nous avons quand même tenu à l'étudier du moins en partie pour connaître toutes les possibilités. Finalement on obtient le tableau suivant :

GROUPE BULBE : POINTS CHOISIS SUR LA COLLINE					
H (m)	12 (1)	9,5 (2)	8 (3)	6 (4)	4 (5)
N (t/mn)	165	185	200	235	285
M (cv)	17,0	23,0	28,7	21,5	16,2
i	15°	20°	25°	15°	10°
$\gamma_{ouv.}$	55°	65°	70°	70°	65°
η	90,5%	89,5%	85%	84%	72%
Q_{11} (m^3/s)	1.40	1.94	2.62	1.92	1,67
W (cv)	29800	28800	27900	13400	5400
Q (m^3/s)	205	254	314	200	141
n_s	700	900	1100	1150	1125
T (sec)	1,45	1,5	1,55	3,2	8
θ (sec)	1,60	2,5	3,60	3,1	3,2
δ	0,23	0,28	0,08	0,16	- 0,18
ζ	0,02	0	- 0,15	- 0,28	- 0,56
ε	0,50	0,45	0,70	0,45	0,55
β	0	0	0	0	0

TABLEAU I

POINTS DE FONCTIONNEMENT

DU GROUPE BULBE



TURBINE BULBE

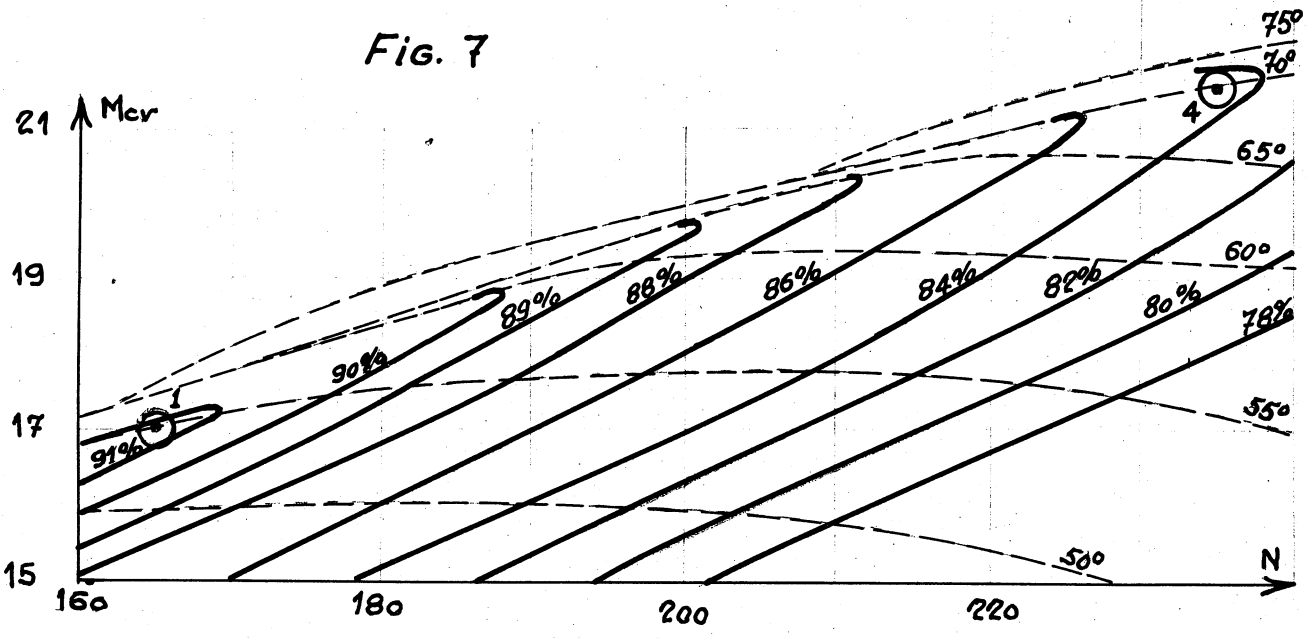
COLLINE PARTIELLE $i = 15°$

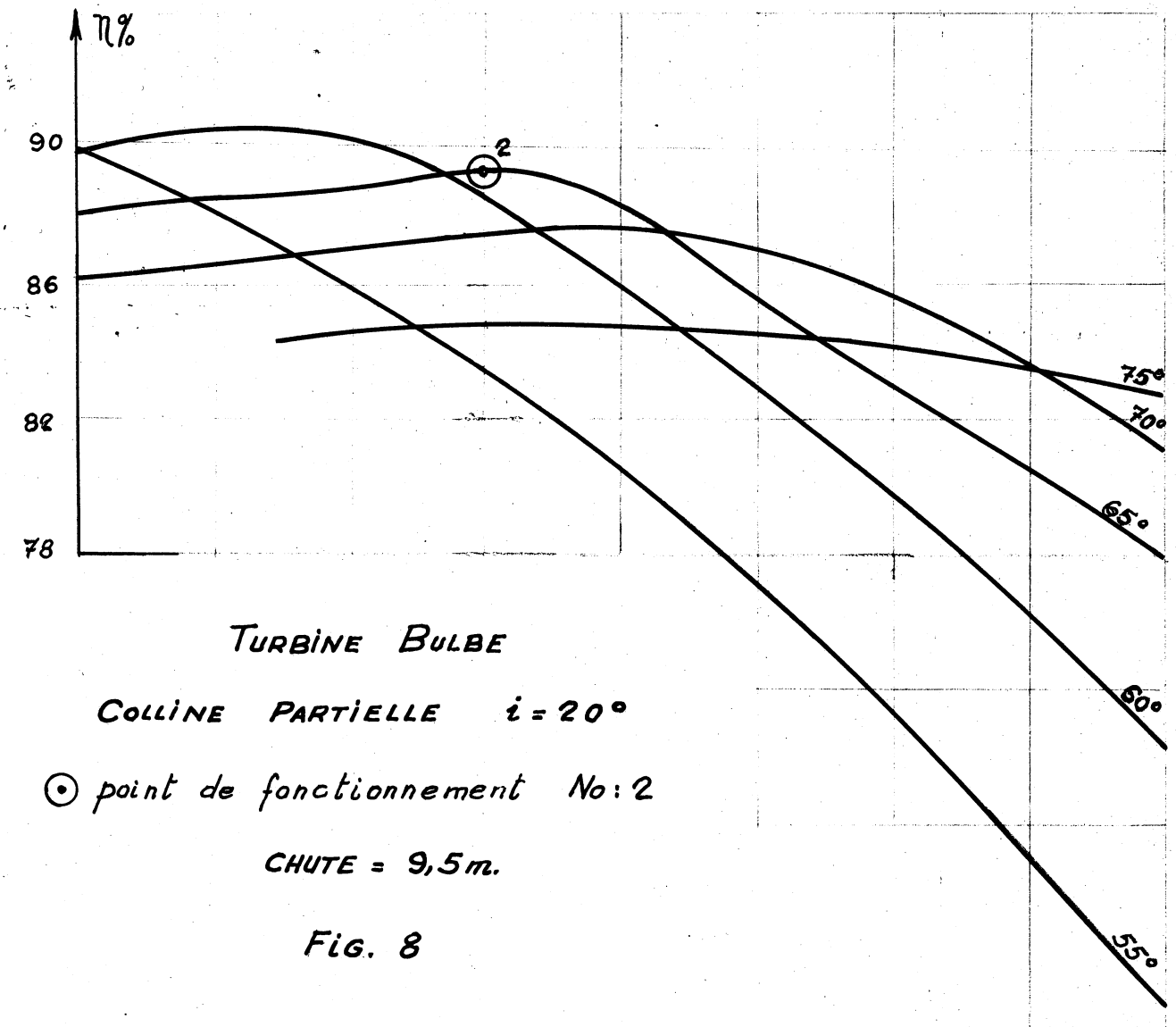
⊙ points de fonctionnement

N°: 1, CHUTE = 12 m.

N°: 4, CHUTE = 6 m.

FIG. 7





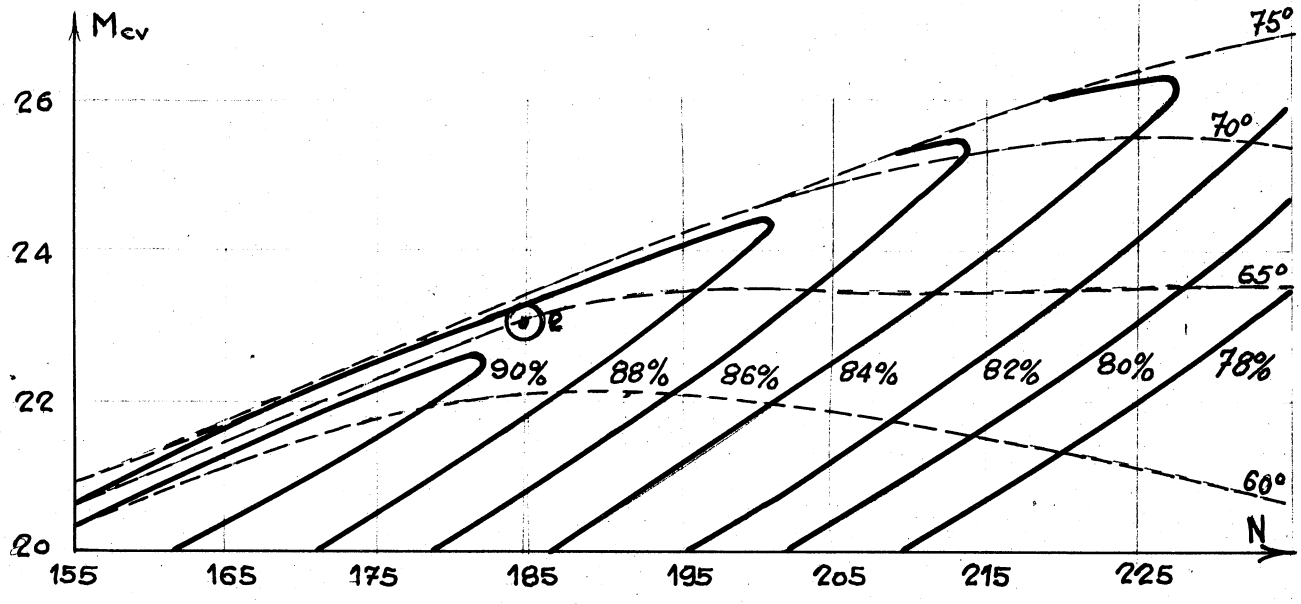
TURBINE BULBE

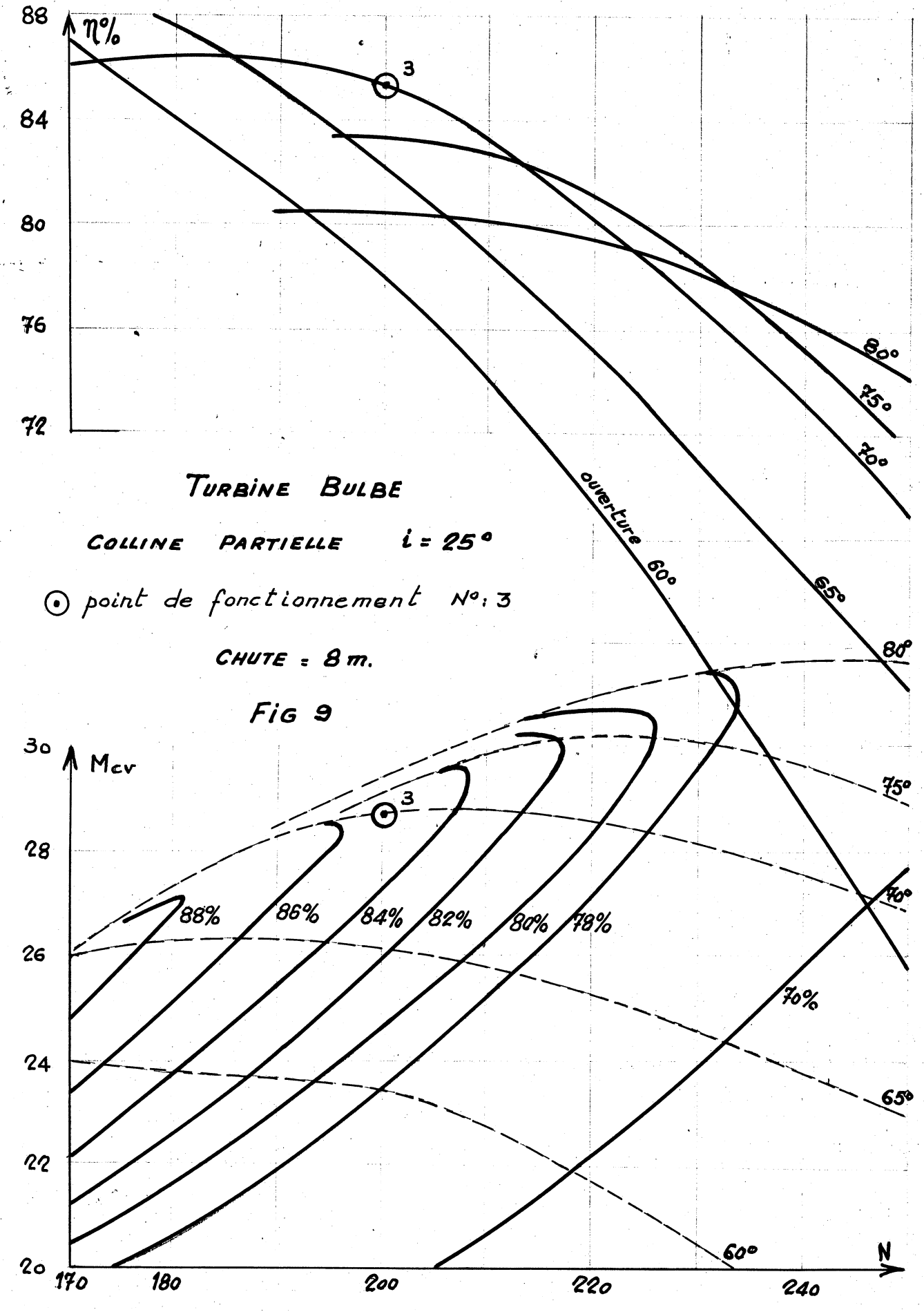
COLLINE PARTIELLE $i = 20°$

⊙ point de fonctionnement No: 2

CHUTE = 9,5m.

FIG. 8





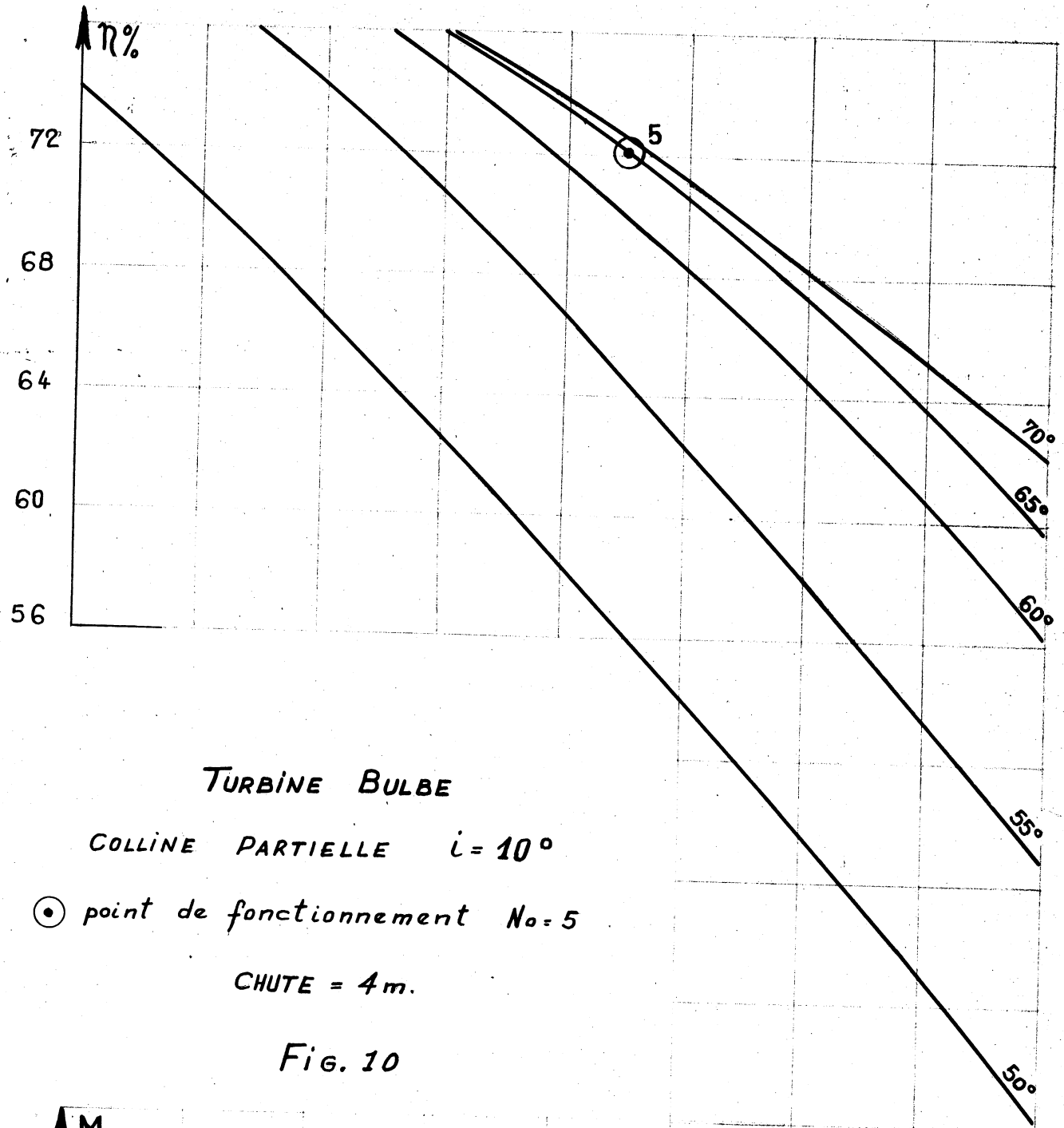
TURBINE BULBE

COLLINE PARTIELLE $i = 25°$

⊙ point de fonctionnement N°: 3

CHUTE = 8 m.

FIG 9



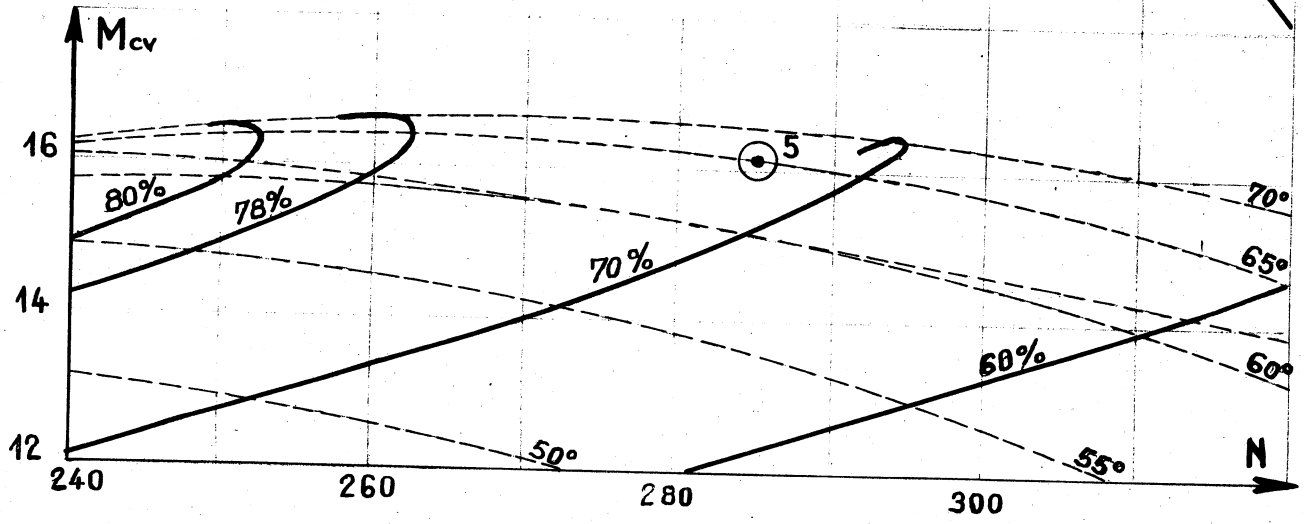
TURBINE BULBE

COLLINE PARTIELLE $i = 10°$

⊙ point de fonctionnement No = 5

CHUTE = 4m.

FIG. 10



Pour chacun de ces cinq points de fonctionnement, le coefficient d'autoréglage (A) du réseau a été pris égal à 0, 1, 2 et nous avons fait varier la puissance du groupe Bulbe par rapport à la puissance totale du réseau en posant successivement $X_1 = 1/4$, $1/2$, $3/4$.

Nous avons donc étudié 45 cas différents pour chacun des deux couplages choisis : Francis - Bulbe et Kaplan - Bulbe.

Dans la recherche de la zone de stabilité, des essais ont montré que pour définir correctement la courbe (λ, μ) il fallait prendre quelques "400 valeurs de "α", comprises entre 10^{-4} et 10 . Pour obtenir la zone de stabilité, l'équation de réglage devait donc être résolue $2 \times 45 \times 400 = 36000$ fois à chaque cas étudié.

On voit la nécessité d'un ordinateur pour effectuer de tels calculs, qui à la main ne sont pas concevables.

L'étude du dosage des paramètres du groupe Bulbe a été faite avec des valeurs approximatives des paramètres des groupes Francis et Kaplan. En fait, nous avons pris le dosage optimum de chaque turbine, tel que déterminé par la méthode du groupe isolé. [11]

Au cours des calculs, nous avons vérifié, en prenant cette fois le groupe Bulbe comme connu, que les nouvelles valeurs du dosage optimum du groupe Kaplan (ou Francis) ne s'écartaient pas beaucoup de celles d'abord introduites dans les calculs. Voici donc ces valeurs :

FRANCIS :	$A = 0$	$\lambda = 0,88$	$\mu = 0,18$
	$A = 1$	$\lambda = 0,90$	$\mu = 0,225$
	$A = 2$	$\lambda = 0,92$	$\mu = 0,27$
KAPLAN :	$A = 0$	$\lambda = 1,25$	$\mu = 0,24$
	$A = 1$	$\lambda = 1,30$	$\mu = 0,45$
	$A = 2$	$\lambda = 1,35$	$\mu = 0,57$

Le stathme permanent "m" a été pris égal à 0,04 pour le Francis et à 0,06 pour le Kaplan et le Bulbe.

CHAPITRE X :

PRÉSENTATION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

1: Calculs effectués et résultats obtenus:

Pour chacun des deux cas de marche en parallèle : "FRANCIS- BULBE" et "KAPLAN- BULB nous avons déterminé par la méthode des séparatrices, exposée au chapitre VI et dont nous avons donné un exemple à la figure 3b, 45 zones de stabilité dans le plan des paramètres de dosage du régulateur du groupe BULBE.

En prenant 5 points choisis sur la colline de rendement du Bulbe, nous avons fait varier pour chacun d'eux le coefficient d'autoréglage du réseau ($A = 0, 1, 2$) et la puissance relative du Bulbe par rapport à la puissance totale du réseau ($X_1 = 0,25, 0,50, 0,75$).

Pour alléger la présentation, nous n'avons joint à ce travail que les zones de stabilité déterminées pour des centrales ayant même puissance relative par rapport au réseau:

$X_1 = 0,50$ (sauf pour les points de fonctionnement (1) et (3), où nous avons voulu montrer justement l'influence du coefficient X_1).

Les figures 11 à 47 montrent les différentes zones de stabilité que nous avons déterminées. Nous avons noté les points singuliers : a, b, c, et d, qui représente aussi bien les limites de la zone de stabilité. Un petit tableau donne les valeurs de λ et de μ de chacun de ces points pour les zones de stabilité qui n'apparaissent pas sur ces figures. Pour un cas donné, la courbe (Sia) a la même forme pour $X_1 = 0,50$ (telle qu'illustré) que pour $X_1 = 0,25$ et $X_1 = 0,75$.

A chacun des points singuliers, nous avons joint la valeur de ALFA (α) qui lui est propre et qui correspond physiquement à la fréquence d'oscillation du système. (voir Remarque I). Les points c et d donnent respectivement la valeur maximum de la promptitude tachymétrique et accélérométrique, compatible avec la stabilité.

Le temps réduit, mis à notre disposition pour des calculs à l'ordinateur, ne nous a pas permis de rechercher le dosage optimum de tous les cas que nous avons étudiés. Nous nous sommes donc limités au calcul de I_{MIN} pour les cas d'autoréglage $A = 1$, sauf pour le point (3), où nous avons voulu montrer justement l'influence de ce coefficient sur la marche en parallèle.

A l'intérieur du domaine de stabilité de chacun de ces cas, nous avons montré les courbes d'égale valeur de I (ou plutôt I/w_0^2) et finalement le point optimum obtenu par ce critère de l'intégrale du carré de l'écart. Nous avons effectivement vérifié que près de la frontière de stabilité I tendait vers l'infini. Les caractéristiques optimales du régulateur (en l'occurrence le degré de statisme temporaire "σ" et la temps de relaxation du dashpot "T_r") furent alors déduits des paramètres de dosage optimisés λ_0 et μ_0.

Pour chacun des points optimums nous avons ensuite calculé, en admettant une prise de charge en échelon unitaire, les courbes de réponse de vitesse (en fait ω/ω_0) que nous avons représentées par les figures 51 à 60. En plus de nous donner l'écart maximum de fréquence en % pour une variation de puissance du réseau de 1%, ces courbes nous permettent d'apprécier les qualités d'amortissement et de finesse du réglage. Nous les avons groupées par catégorie pour permettre des comparaisons entre la marche isolée et en parallèle d'une part et entre les deux cas de couplage d'autre part.

Enfin, nous avons joint aux figures des tableaux comparatifs pour nous permettre d'apprécier les différents effets du couplage en parallèle, de la colline de rendements et de l'autoréglage du réseau sur les diverses caractéristiques du système réglé au mieux. (voir les tableaux 2 à 5) Voyons donc ces différents effets.

POINT (1) SUR LA COLLINE, A = 1				
PUISSANCE DU BULBE	X_1 =	0,25	0,50	0,75
FRANCIS BULBE	σ	0,31	0,33	0,37
	T_r	4,1	4,8	4,8
	$I_{MIN.}$	0,43	0,62	1,00
KAPLAN BULBE	σ	0,10	0,16	0,28
	T_r	3,0	3,7	4,2
	$I_{MIN.}$	0,47	0,67	1,00

TABLEAU 2

COMPARAISON DES CARACTÉRISTIQUES DU RÉGULATEUR DANS LES DEUX CAS DE MARCHE EN PARALLÈLE SUIVANT LA VALEUR DE X_1, OU L'IMPORTANCE DU GROUPE BULBE DANS LE RÉSEAU.

Note:

σ : pente de la came de l'asservissement temporaire.

T_r : temps de relaxation du dash-pot exprimé en secondes.

$I_{MIN.}$ = valeur minimum de l'intégrale du carré de l'écart, pour une variation de puissance de 1 %

AUTORÉGLAGE DU RÉSEAU ; $A = 1$	KAPLAN SEUL	KAPLAN- BULBE EN PARALLÈLE			BULBE SEUL
TEMPS DE LANCER HYDRAULIQUE ; $\theta =$	3,1	3,6			
TEMPS DE LANCER MÉCANIQUE ; $T =$	8,0	1,55			
CARACTÉRISTIQUES DE LA COLLINE DE RENDEMENTS AU POINT (3) $\delta =$	0,14	0,08			
CARACTÉRISTIQUES DE LA COLLINE DE RENDEMENTS AU POINT (3) $\zeta =$	- 0,25	- 0,15			
CARACTÉRISTIQUES DE LA COLLINE DE RENDEMENTS AU POINT (3) $\varepsilon =$	0,70	0,70			
PUISSANCE DU BULBE DANS LE RÉSEAU ; $X_1 =$	0	0,25	0,50	0,75	1,0
PROMPTITUDE ACCÉLÉROMÉTRIQUE : $\lambda_{MAX.} =$	2,75	19,2	8,0	5,1	5,25
PROMPTITUDE TACHYMÉTRIQUE = $\mu_{MAX.} =$	2,70	25,7	10,0	6,0	6,30
DOSAGE OPTIMUM DES PARAMÈTRES DE RÉGLAGE $\lambda_0 =$	1,3	8,0	4,2	3,2	2,8
DOSAGE OPTIMUM DES PARAMÈTRES DE RÉGLAGE $\mu_0 =$	0,45	4,8	2,6	2,0	1,9
CARACTÉRISTIQUES OPTIMUM DE L'ASSERVISSEMENT TEMPORAIRE DU RÉGULATEUR $\sigma =$	0,30	0,29	0,55	0,73	0,83
CARACTÉRISTIQUES OPTIMUM DE L'ASSERVISSEMENT TEMPORAIRE DU RÉGULATEUR $T_r =$	9,0	6,0	5,9	5,7	5,3
INTÉGRALE DU CARRÉ DE L'ÉCART $I_{MIN.} =$	1,1	1,0	1,45	2,23	3,50

TABLEAU 3

COMPARAISON ENTRE LA MARCHE ISOLÉE ET LA MARCHE EN PARALLÈLE DANS LE CAS KAPLAN- BULBE

INFLUENCE DE LA COLLINE SUR LA STABILITÉ						
points de fonctionnement		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
θ/T du Bulbe		1.10	1.68	2.32	0.97	0.40
FRANCIS BULBE A = 1 $X_1 = 0,50$ $X_2 = 0,50$	λ MAX.	9,05	9,40	5,55	5,95	2,60
	μ MAX.	5,40	10,45	10,95	7,00	2.85
	λ_o	3,3	2,8	1,3	2,4	1.15
	μ_o	1,1	2,2	2,4	1,5	0,9
	σ	0,33	0,60	1,80	0,40	0,35
	T_r	4,8	3,2	2,0	4,8	4,0
	I MIN.	0,62	0,73	0,73	0,60	0,47
KAPLAN BULBE A = 1 $X_1 = 0,50$ $X_2 = 0,50$	λ MAX.	14,40	14,00	8,0	6,9	2.95
	μ MAX.	9,75	14.20	10,0	8,8	3,15
	λ_o	7,0	7,8	4,2	4,4	1,85
	μ_o	3,0	4,0	2.6	2.5	1,15
	σ	0,16	0,21	0,55	0,22	0,21
	T_r	3,7	5,0	5,9	5,5	5,2
	I MIN	0,67	1,08	1,45	0,97	0,72

TABLEAU 4

COMPARAISON ENTRE LES DEUX CAS DE MARCHE EN PARALLÈLE

INFLUENCE DU COEFFICIENT (A) D'AUTORÉGLAGE DU RÉSEAU						
Point (3)	BULBE SEUL			FRANCIS - BULBE (X_1 = 0,50)		
A =	0	1	2	0	1	2
$\lambda_{MAX.}$ =	4,05	5,25	6,10	3,60	5,55	7,40
$\mu_{MAX.}$ =	2,25	6,30	10,20	5,45	10,95	17,00
λ_o =	2,6	2,8	2,9	0,9	1,3	1,6
μ_o =	0,5	1,9	3,2	1,1	2,4	4,4
σ =	0,90	0,83	0,80	2,6	1,8	1,5
T_r =	18,0	5,3	3,2	3,2	2,0	1,2
I MIN.	38,5	3,5	1,4	2,00	0,74	0,35
E MAX.(%)	2,90	1,10	0,66	0,74	0,48	0,37

TABLEAU 5

COMPARAISON ENTRE LA MARCHE ISOLÉE ET LA MARCHE EN PARALLÈLE : FRANCIS - BULBE

EFFET DE "A" SUR L'ÉCART MAXIMUM DE FRÉQUENCE POUR UNE VARIATION DE CHARGE DE 1%

REMARQUE I :

Il convient, avant de tirer des conclusions sur la marche en parallèle, de faire quelques remarques au sujet des zones de stabilité que nous avons obtenues. Premièrement, aux points a et d les valeurs de (α) n'ont aucune utilité en pratique ; elles signifient seulement qu'à la limite de stabilité le système ne peut entretenir des oscillations de fréquence inférieure à $\alpha \simeq 0,10$ pour le point a, ni supérieure à $\alpha \simeq 1,00$ pour le point d.

Notons également que la zone de stabilité située sous l'axe des λ ; ce qui revient à introduire un statisme négatif, ne correspond pas à un régulateur réel et seule la zone définie par un λ positif est retenue en pratique. La zone de λ négatif vient de l'autoréglage (A et S) que nous avons admis dans nos équations. Dans un cas particulier où la puissance du groupe Bulbe était faible par rapport au réseau ($X_1 = 0,25$) et où l'autoréglage du réseau n'était pas

négligeable, nous avons obtenu un point optimum dans cette zone (figure 20). Le groupe Bulbe était alors couplé en parallèle avec un groupe Francis et fonctionnait autour du point (3), dont les caractéristiques sont les moins intéressantes au point de vue stabilité: les valeurs de σ et de T_r n'ont aucun sens dans ce cas; c'est un peu comme si l'amortissement temporaire n'était plus en fonction et que le groupe était stabilisé par l'effet de l'autoréglage et du statisme permanent. Evidemment un tel cas n'est pas à retenir en pratique et un choix approprié des paramètres de réglage devrait être fait dans la zone de stabilité des "λ" positifs. Nous avons donc choisi un point dans cette zone pour pouvoir analyser le fonctionnement du régulateur dans un cas réel. La courbe de réponse alors obtenue a été portée sur la figure 60, où il apparaît que l'écart maximum de fréquence n'est pas beaucoup plus important que pour le point optimum théorique, mais que le mouvement est par contre moins amorti.

2: <u>Influence du coefficient d'autoréglage du réseau (A) sur la stabilité du groupe Bulbe.</u>

Les courbes sont suffisamment éloquentes par elles-mêmes pour se passer de commentaires. Le domaine de stabilité augmente très rapidement lorsqu'on introduit dans le système l'effet d'autoréglage du réseau. Le fait de passer de A = 0 à A = 1 double d'une manière générale les dimensions du domaine de stabilité.

De plus, cette influence semble se manifester davantage sur l'effet tachymétrique du régulateur (μ) que sur l'effet accélérométrique (λ) et davantage en couplage Kaplan qu'en couplage Francis. Les figures 37, 39, 41 à ce point de vue sont convaincantes. (voir REMARQUE II).

Par contre, l'effet de l'autoréglage est très atténué en ce qui concerne le dosage optimum du régulateur. Le point optimum (λ_0, μ_0) ne bouge pratiquement pas même si la zone de stabilité

augmente beaucoup (Fig. 19, 21, 23). Ceci s'explique par l'effet du couplage en parallèle sur l'influence de l'autoréglage, comme nous le verrons plus loin. (§ 4) Le tableau 5 montre d'ailleurs que la différence entre les temps de relaxation du dash-pot (T_r) pour $A=0$ et $A=1$ en marche isolé est de près de 70% alors qu'en marche en parallèle cette différence n'est plus que de 35%.

Notons cependant que sur la valeur de $I_{MIN.}$ et sur l'écart maximum de fréquence, cette influence reste prépondérante et que l'autoréglage contribue non seulement à réduire l'écart maximum de fréquence, mais aussi augmente l'amortissement des oscillations (Fig. 58)

REMARQUE II :

Rappelons que :

$$\lambda = \frac{\theta}{s}\,\frac{1}{\sigma} \qquad \text{et} \qquad \mu = \frac{\theta^2}{s}\,\frac{1}{\sigma T_r}$$

λ caractérise l'influence de l'accélération sur la loi de fermeture.

μ caractérise l'influence de l'écart de vitesse sur cette même loi.

Considérons les équations de base des masses tournantes et du régulateur en les simplifiant un peu pour mieux comprendre l'influence de λ et de μ pendant un mouvement de réglage ; on trouve pour un seul groupe :

Masses tournantes : $\mathfrak{I} \frac{du}{dt} = w_h - w_c$ $\quad (A = 0)$

Régulateur : $\frac{dy}{dt} = -\frac{\mathfrak{I}}{\theta^2} \mu(u) - \frac{\mathfrak{I}}{\theta} \lambda\left(\frac{du}{dt}\right)$ $\quad (m = 0)$

d'où : $\frac{dy}{dt} = -\frac{\mathfrak{I}}{\theta^2} \mu(u) - \frac{\lambda}{\theta} (w_h - w_c)$

La vitesse de vannage dépend d'une part de l'erreur de fréquence et d'autre part de l'erreur de puissance. Lors d'une perturbation, au début, l'erreur de puissance est grande et l'accélération qui agit par l'intermédiaire de λ est grande ; mais l'écart de vitesse qui agit par l'intermédiaire de μ ne devient important qu'après un certain temps c'est donc la pseudo-fidélité accélérométrique qui influence la rapidité de manœuvre et par suite

l'écart maximum de vitesse puisque le groupe continue d'accélérer tant que ω_h n'a pas rattrapé ω_c. Dans une deuxième phase, la différence entre les puissances est faible et le vannage est rappelé à sa position correcte par l'écart de vitesse ; l'influence de μ devient alors prépondérante, de même que dans la troisième phase où il y a amortissement des oscillations.

Ces quelques explications nous permettent de tirer les deux conclusions suivantes que nous précisons dans les paragraphes § 3 et § 4

- λ a une influence prépondérante sur la rapidité de manoeuvre du vannage et la valeur maximum de l'écart de vitesse l'influence de μ_0 est plus faible.
- μ, par contre, joue un rôle actif pour la précision de réglage ; c'est-à-dire l'amortissement des oscillations.

3: Influence de la colline de rendements sur la stabilité: Comparaison entre les points de fonctionnement choisis.

Le tableau 4 met en évidence les différents points choisis sur la colline de rendements, le rapport (°/5) des inerties mécanique et hydraulique et les valeurs caractéristiques de la stabilité du groupe Bulbe, obtenues pour les deux cas de couplage en parallèle.

D'une façon générale, l'influence de la colline de rendements est beaucoup moins importante qu'on aurait pu le penser. Pour des valeurs de A et x, égales les zones de stabilité pour les divers points sont assez semblables et les courbes de réponse (FIG. 54 et 55) se suivent d'assez près. Les écarts de fréquence sont du même ordre de grandeur et les valeurs de $I_{min.}$, si on excepte le point (3) ne s'écartent pas beaucoup entre elles.

Le rapport 0/3 joue cependant un rôle prépondérant et le tableau 4 montre bien la progression des valeurs de σ et T_r (par exemple) en fonction du rapport des inerties 0/3. Ici ce point de vue le point (3) est assez défavorisé et conduit à une perte de stabilité un peu élevée.

D'un autre côté, les courbes de réponse obtenues pour les points (1) et (2) sont bien moins amorties que pour les autres points. Dans ces deux cas, comme l'indique le tableau 4, la valeur de λ_0 comparativement à celle de μ_0 est plus importante ; la manoeuvre du vannage est plus rapide et entraine des dépassements de réglage plus importants.

Une analyse comparative des courbes de réponse des figures 54 et 55 et des valeurs du tableau 4 est riche d'enseignements concernant l'influence des paramètres λ et μ sur la qualité de réglage et vient confirmer la remarque que nous avons faite (REMARQUE II) au sujet de la promptitude accélérométrique et tachymétrique.

4 : Effet du couplage en parallèle sur la stabilité du groupe Bulbe.

Du point de vue strictement "marge de stabilité" (zone), les nouvelles conditions, créées par le couplage en parallèle d'un groupe Francis ou Kaplan avec un groupe Bulbe, sont beaucoup plus favorables. Le domaine de stabilité du groupe Bulbe augmente à mesure que le groupe plus stable prend de l'importance sur le réseau. (Fig. 21, 39, 48). Par contre, lorsque le groupe Bulbe représente 75% de la charge totale du réseau, l'effet du couplage en parallèle perd beaucoup de son intérêt et les caractéristiques de réglage du groupe Bulbe sont voisines de celles obtenues en marche isolée.

On peut tirer les mêmes conclusions au sujet du dosage optimum et des valeurs de σ et T_r (voir tableau 3).

Mais c'est surtout dans la valeur de I_{MIN} et celle de l'écart maximum

de fréquence que l'on retrouve le inévitable avantage de l'interconnexion ; en d'autres termes l'effet du couplage en parallèle se manifeste surtout dans la qualité du réglage plutôt que dans la stabilité proprement dite. Les figures 52, 53 et 57, les tableaux 2 et 3 illustrent bien ce fait ; même lorsque le groupe Bulbe représente 75% de la charge du réseau la courbe de réponse accuse un écart maximum encore bien inférieur à celui de la marche en réseau isolé (de l'ordre de 20 à 40%).

Le couplage en parallèle a également un effet très marqué sur l'influence du coefficient d'autoréglage du réseau (voir fig. 56) l'écart maximum de fréquence, par exemple, qui devient très important en marche isolée lorsque A passe de 1 à 0 (variation de 170%), ne varie plus que de 50% en marche en parallèle FRANCIS - BULBE et de 85% pour le fonctionnement KAPLAN - BULBE, (voir les fig. 58 et 59). Le tableau 5 montre de plus que la valeur de I_{MIN} pour A = 0, en marche

en parallèle, est très inférieure à celle déjà trouvée pour le Bulbe seul.

D'une façon générale, on ne peut pas dire que le couplage FRANCIS-BULBE soit plus heureux que le couplage KAPLAN-BULBE. Pour des cas de fonctionnement identiques, les zones de stabilité sont très semblables et si certains points sur la colline semblent plus favorables au couplage Francis-Bulbe, par contre d'autres, comme le point (3), donnent de bien meilleurs résultats en couplage Kaplan-Bulbe (Tableau 3). Notons cependant qu'au point de vue écart maximum de fréquence le fonctionnement Francis-Bulbe est plus intéressant, mais que les courbes de réponse ne présentent pas, comme dans le cas Kaplan-Bulbe, le même caractère d'amortissement apériodique. (voir fig. 51, 52, 53, 56, 57)

5: Présentation des figures :

FIG. 11 à 29 : Zones de stabilité dans le cas FRANCIS - BULBE.

FIG. 30 à 47 : Zones de stabilité dans le cas KAPLAN - BULBE.

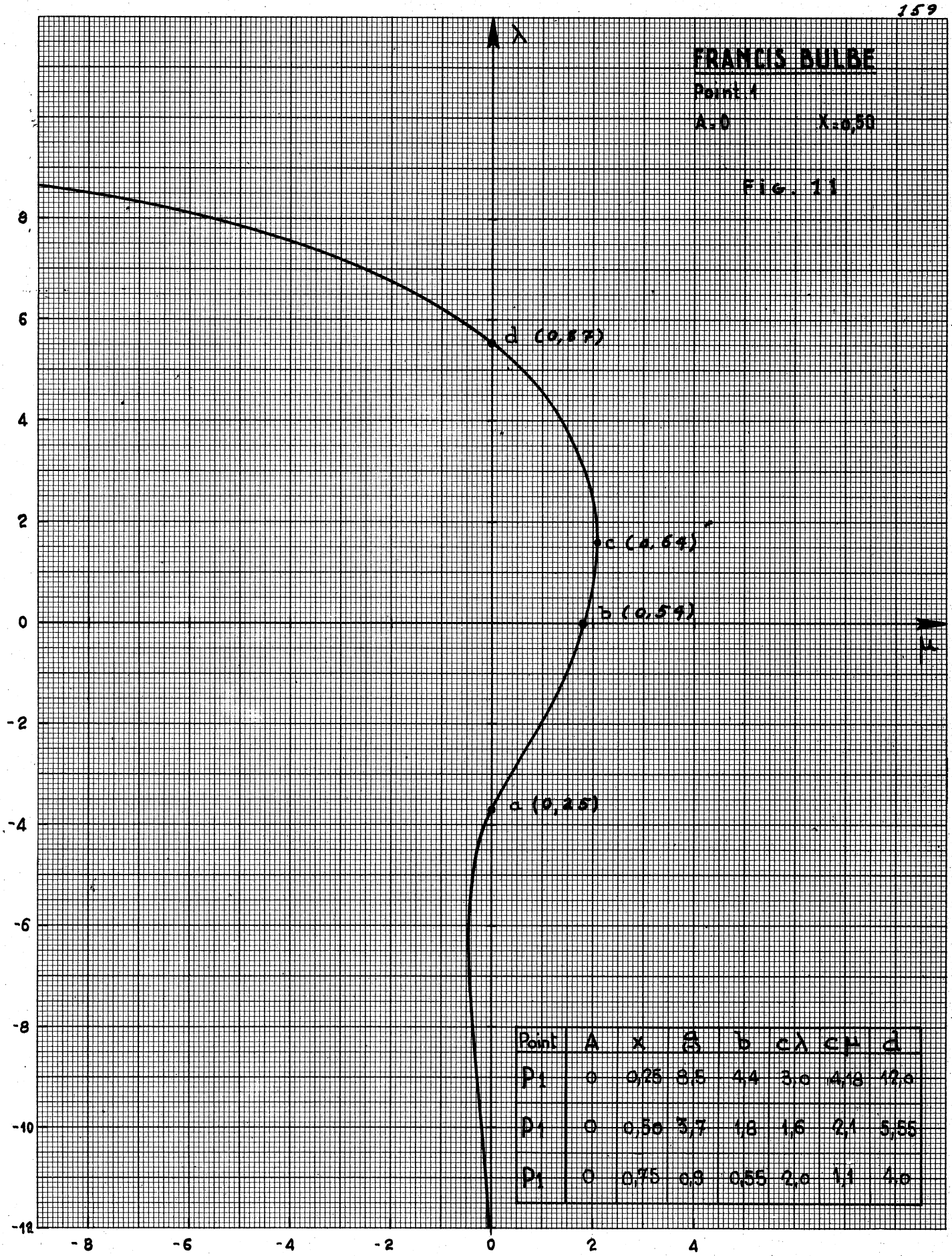
FIG. 48 à 50 : Zones de stabilité pour chacun des trois groupes en marche isolée.

FIG. 51 à 55 : Courbes de réponse pour les deux cas de marche en parallèle permettant d'apprécier la qualité du réglage.

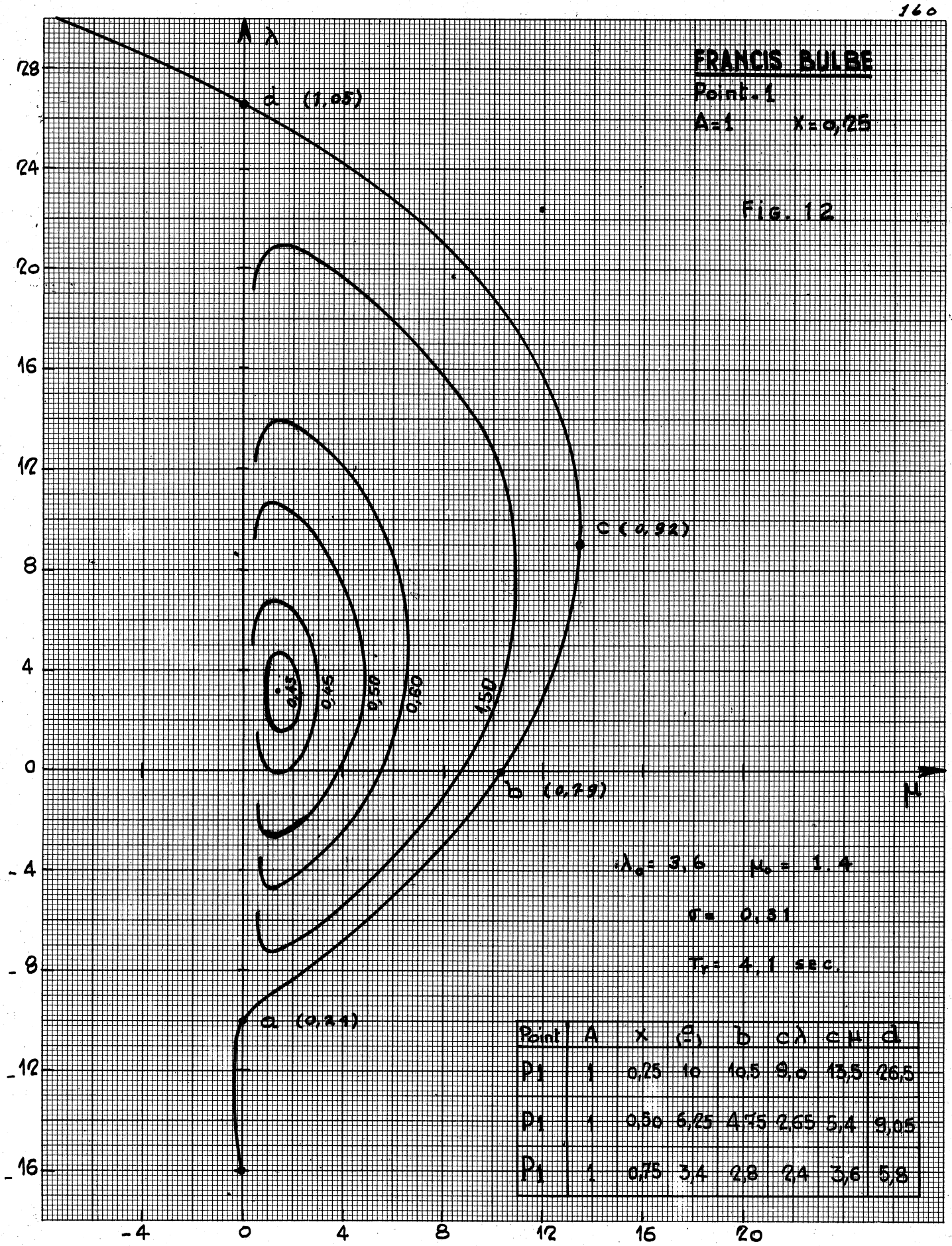
FIG. 56 et 57 : Variation de l'écart maximum de fréquence suivant différents effets.

FIG. 58 et 59 : Influence du coefficient (A) d'auto-réglage du réseau.

FIG. 60 : Comparaison entre un point optimum théorique et un point réel.



Point	A	X	a	b	cλ	cμ	d
P1	0	0,25	8,5	4,4	3,0	4,18	12,0
P1	0	0,50	3,7	1,8	1,6	2,1	5,55
P1	0	0,75	0,3	0,55	2,0	1,1	4,0



$\lambda_0 = 3,6 \quad \mu_0 = 1,4$

$\sigma = 0,31$

$T_r = 4,1$ sec.

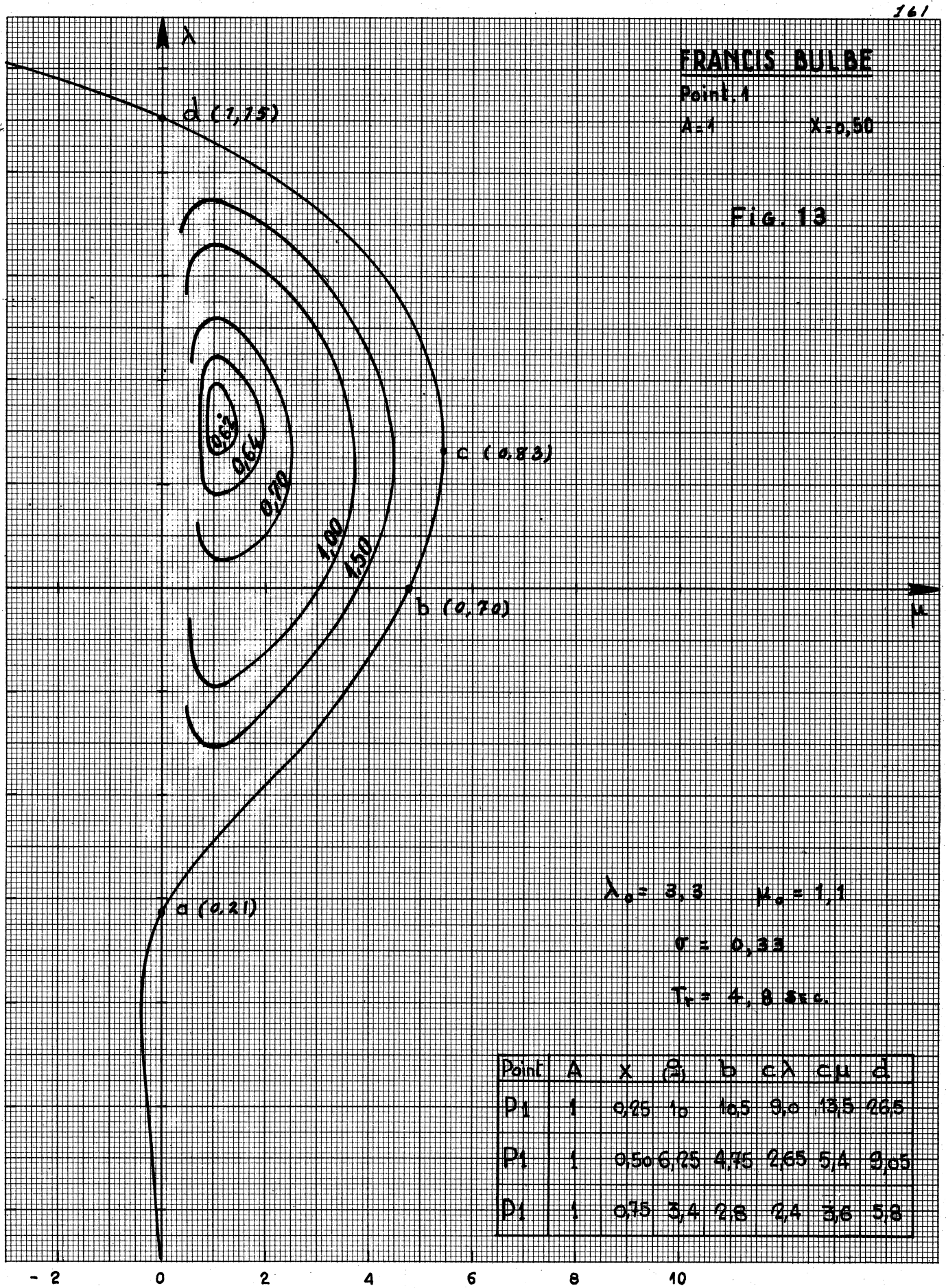
Point	A	X	a (=)	b	c λ	c μ	d
P1	1	0,25	10	10,5	9,0	13,5	26,5
P1	1	0,50	6,25	4,75	2,65	5,4	9,05
P1	1	0,75	3,4	2,8	2,4	3,6	5,8

FRANCIS BULBE

Point 1

A = 1 X = 0,50

Fig. 13

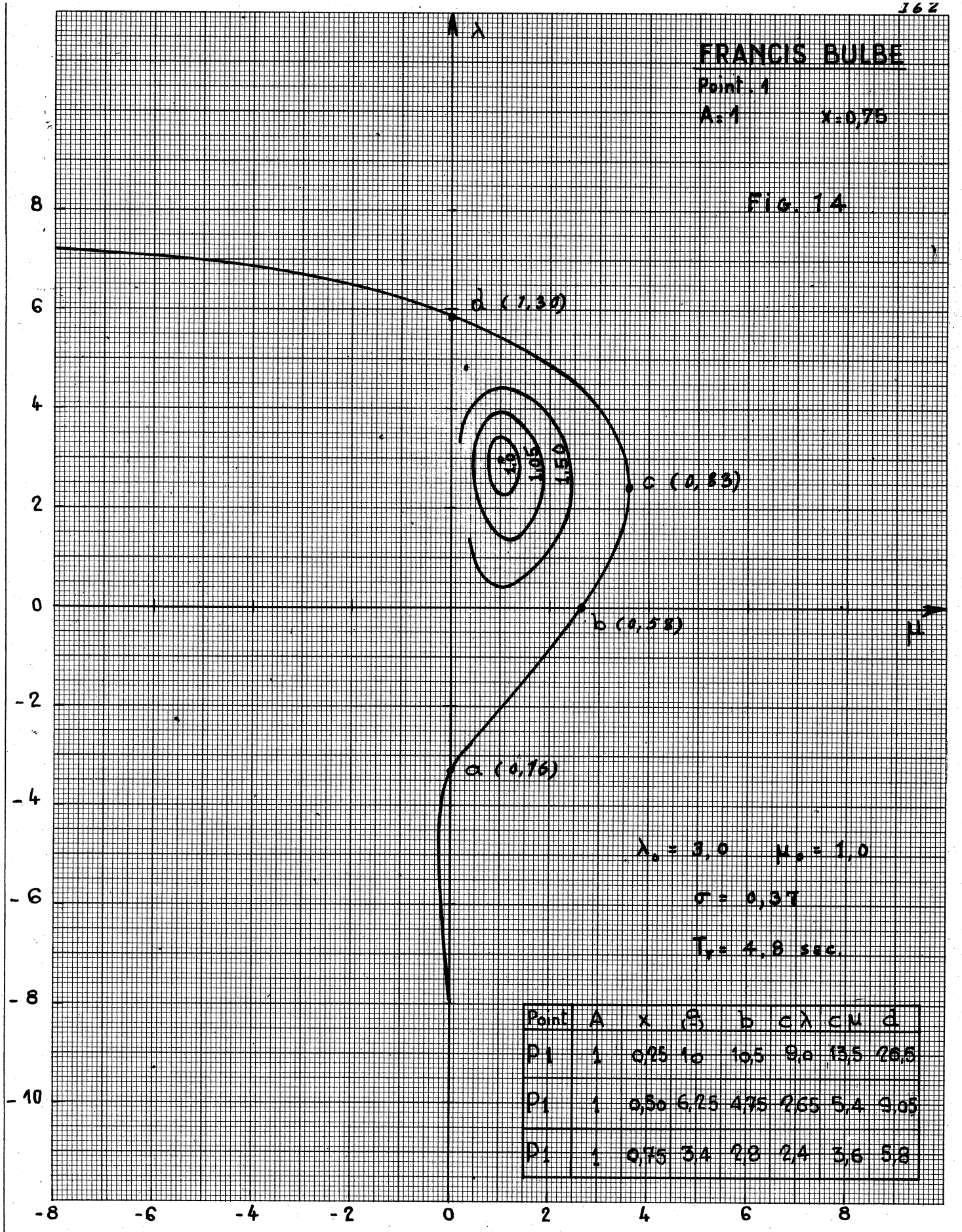


$\lambda_0 = 3,3 \quad \mu_0 = 1,1$

$\sigma = 0,33$

$T_r = 4,8$ sec.

Point	A	X	θ_1	b	c λ	c μ	d
P1	1	0,25	10	10,5	9,0	13,5	26,5
P1	1	0,50	6,25	4,75	2,65	5,4	9,05
P1	1	0,75	3,4	2,8	2,4	3,6	5,8



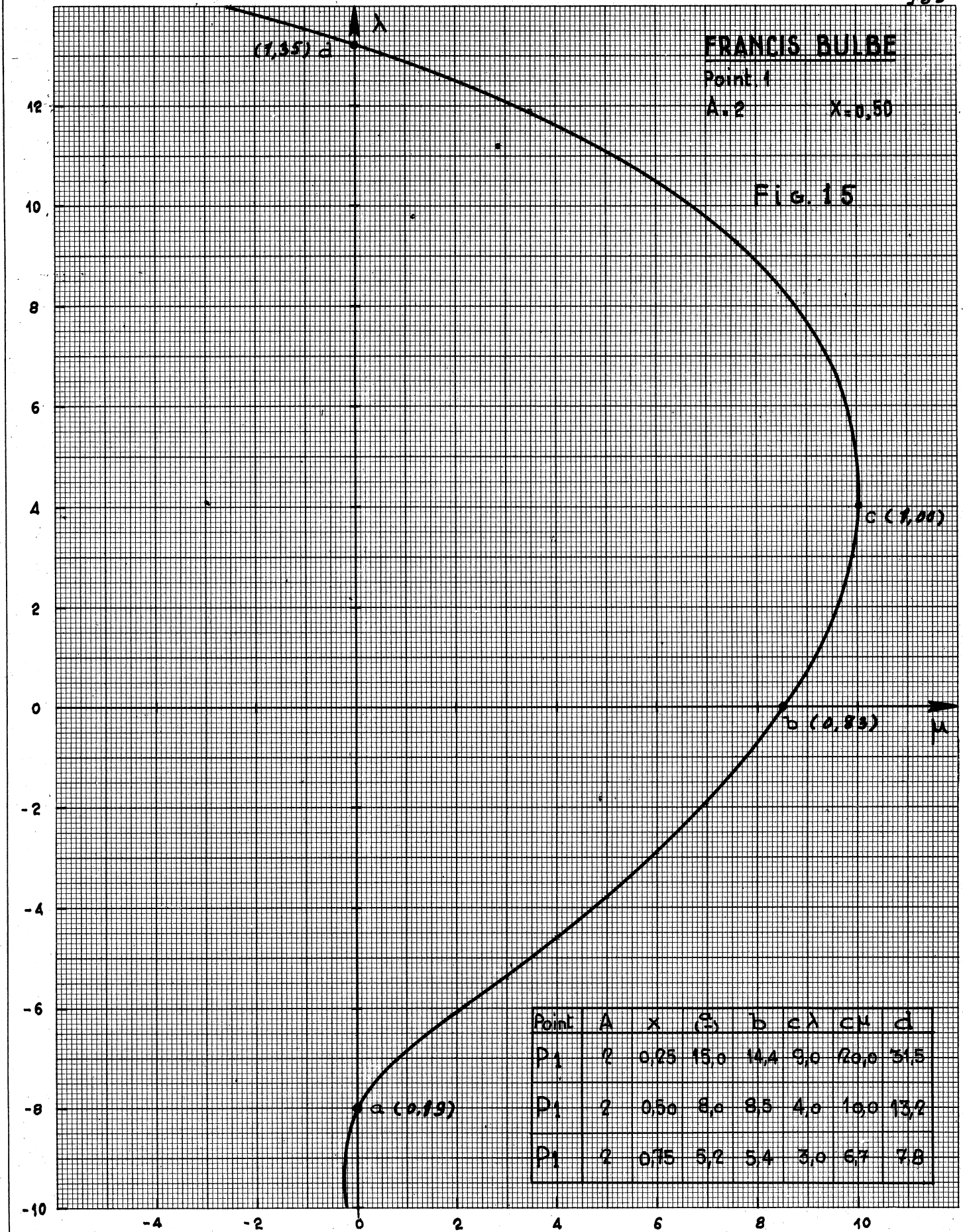
Point	A	x	(S)	b	c λ	c μ	d
P1	1	0,25	10	10,5	9,0	13,5	26,5
P1	1	0,50	6,25	4,75	2,65	5,4	9,65
P1	1	0,75	3,4	2,8	2,4	3,6	5,8

FRANCIS BULBE

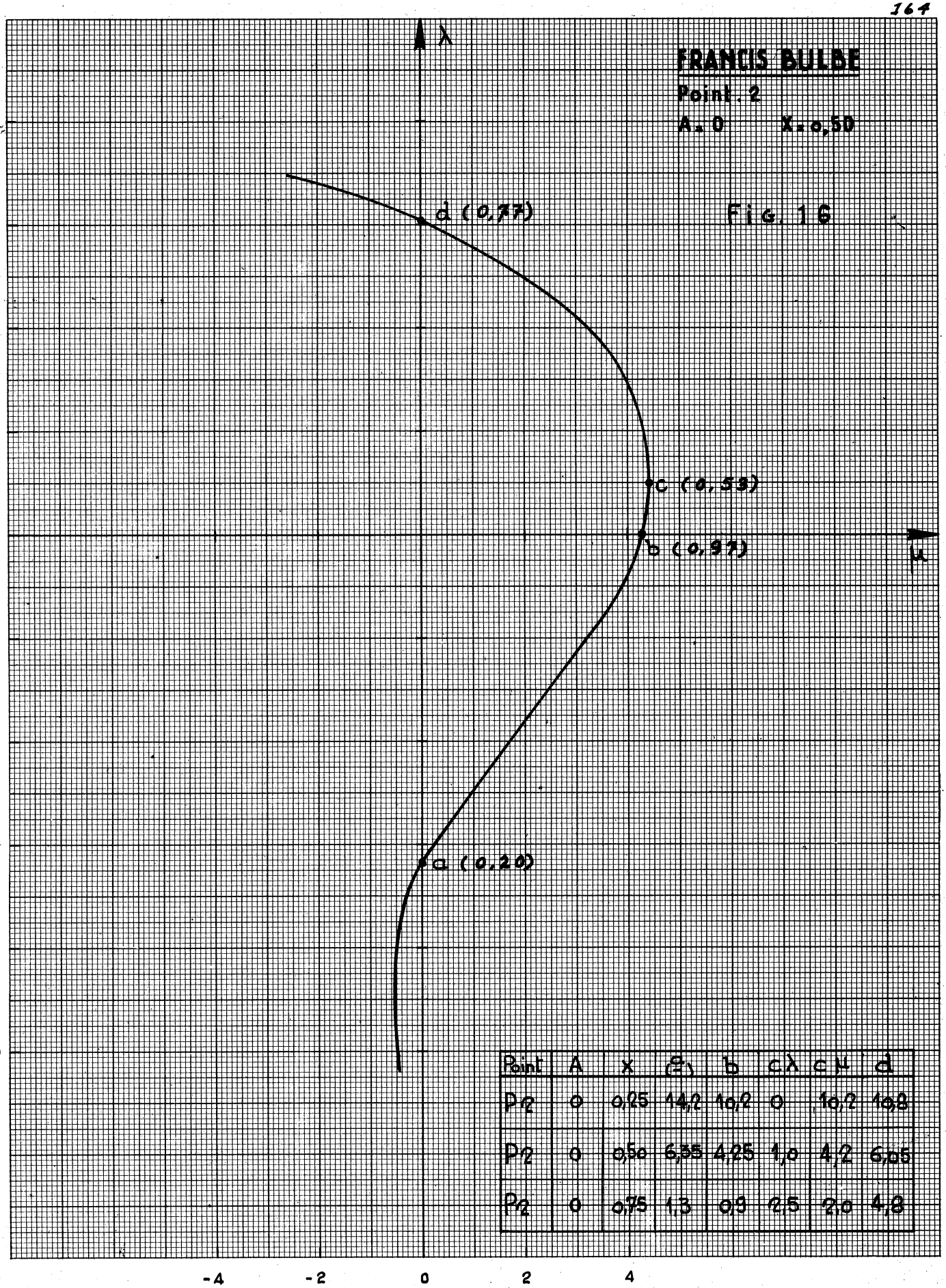
Point 1

A. 2 X=0,50

Fig. 15



Point	A	x	$\frac{a}{b}$	b	c λ	c M	d
P_1	1	0,25	15,0	14,4	9,0	20,0	31,5
P_1	2	0,50	8,0	8,5	4,0	10,0	13,2
P_1	2	0,75	5,2	5,4	3,0	6,7	7,8



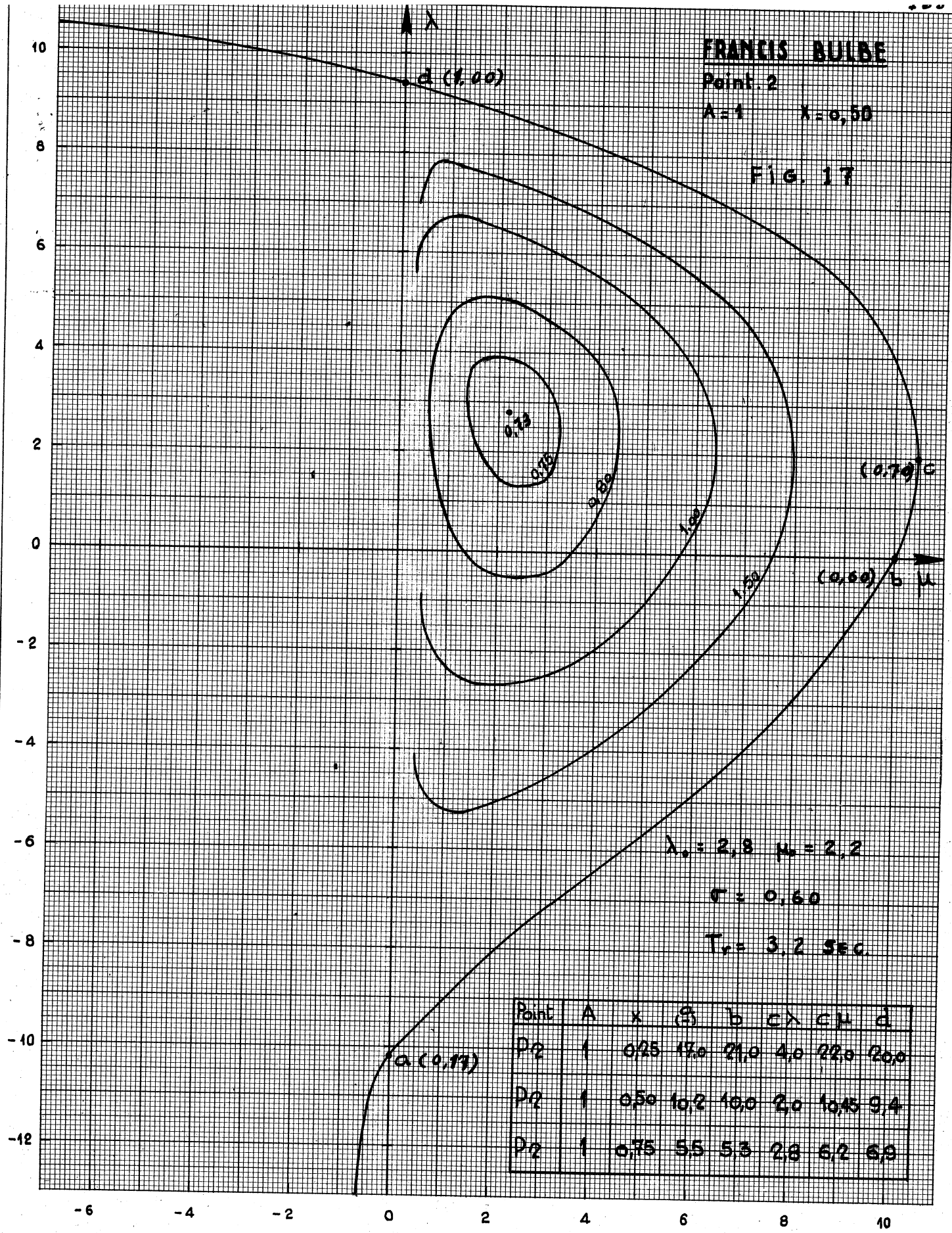
FRANCIS BULBE

Point 2

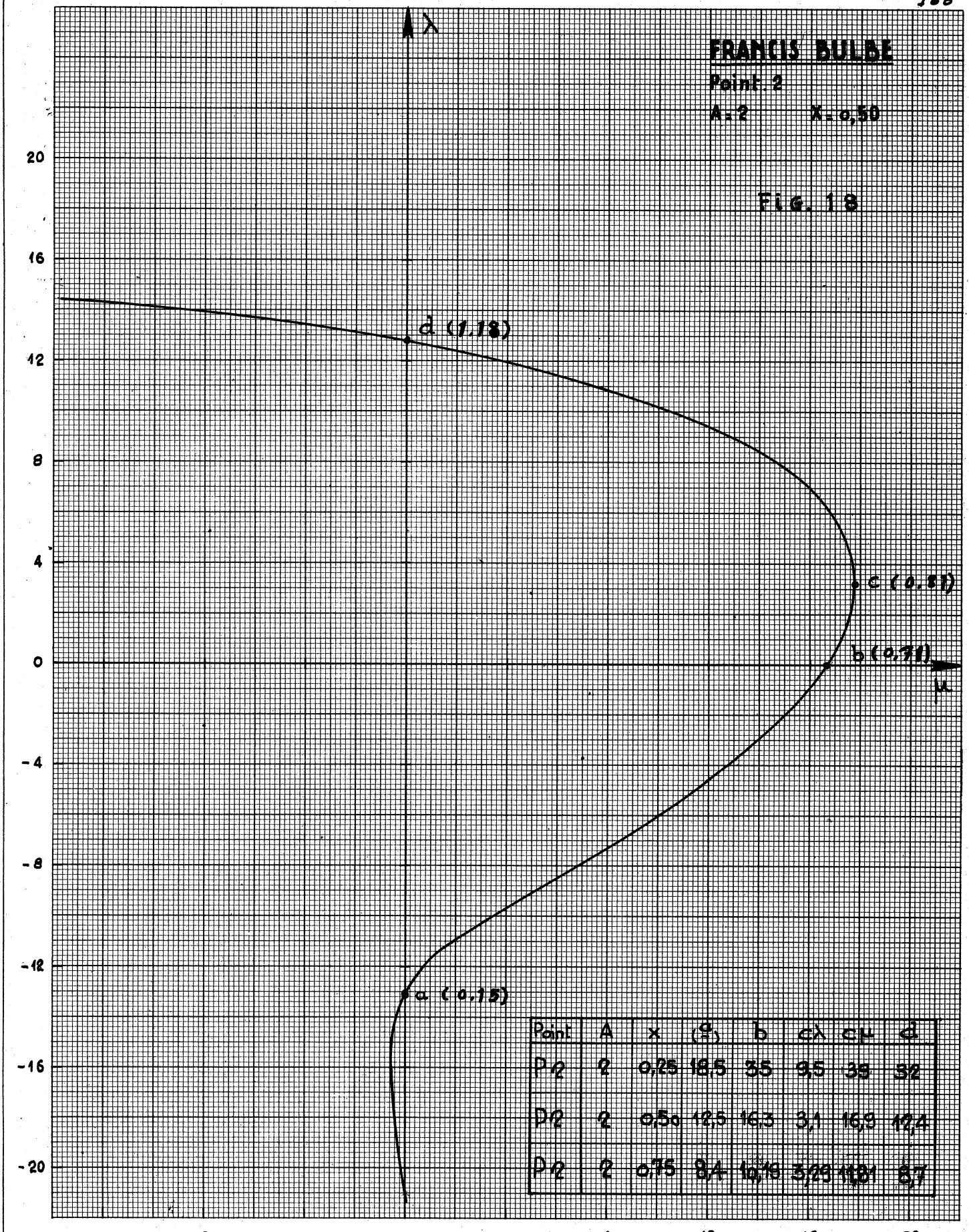
A = 0 X = 0,50

Fig. 16

Point	A	x	$\frac{e}{r}$	b	cλ	cμ	d
P1/2	0	0,25	14,2	10,2	0	10,2	10,8
P2	0	0,50	6,35	4,25	1,0	4,2	6,05
P1/2	0	0,75	1,3	0,3	2,5	2,0	4,8



Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P2	1	0,25	17,0	21,0	4,0	22,0	20,0
P2	1	0,50	10,2	10,0	2,0	10,45	9,4
P2	1	0,75	5,5	5,3	2,8	6,2	6,9



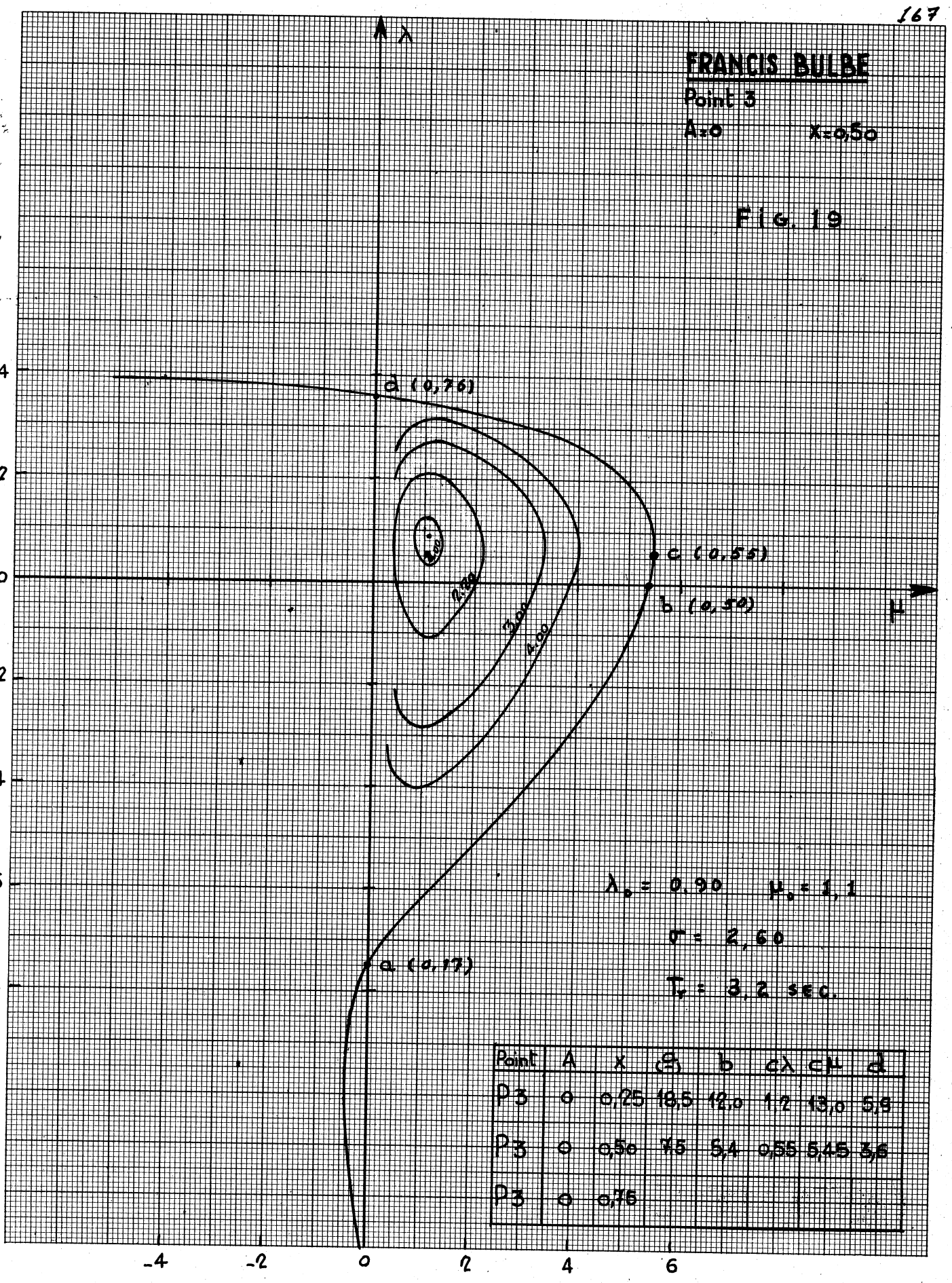
FRANCIS BULBE

Point 2

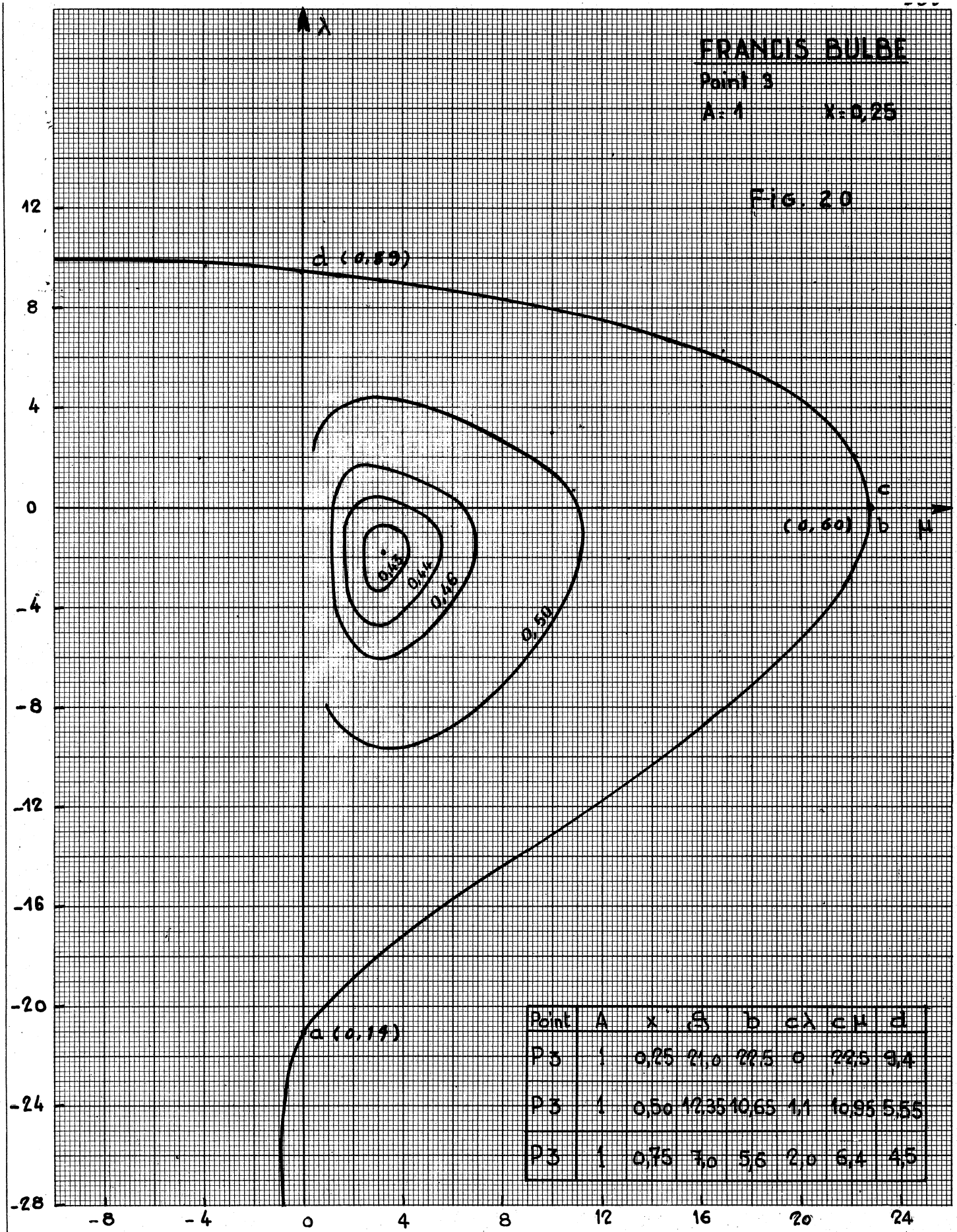
A = 2 X = 0,50

Fig. 18

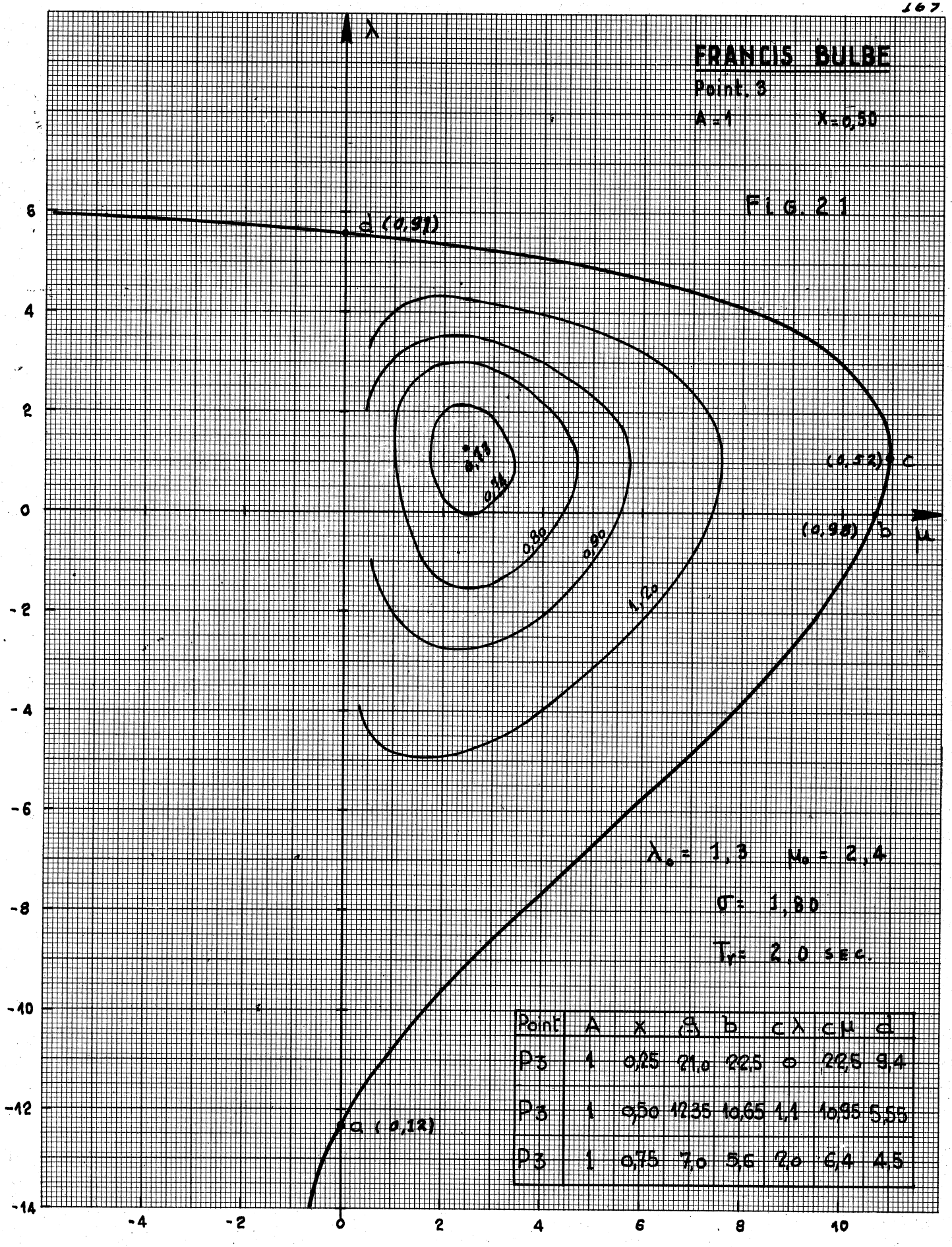
Point	A	x	(°)	b	cλ	cμ	d
P 2	2	0,25	18,5	3,5	9,5	33	32
P 2	2	0,50	12,5	16,3	3,1	16,9	12,4
P 2	2	0,75	8,4	10,19	3,23	11,81	8,7



Point	A	x	a	b	cλ	cμ	d
P3	0	0,25	18,5	12,0	1,2	13,0	5,9
P3	0	0,50	7,5	5,4	0,55	5,45	3,6
P3	0	0,75					



Point	A	x	cλ	b	cλ	cμ	d
P3	1	0,25	21,0	22,5	0	22,5	9,4
P3	1	0,50	12,35	10,65	1,1	10,95	5,55
P3	1	0,75	7,0	5,6	2,0	6,4	4,5



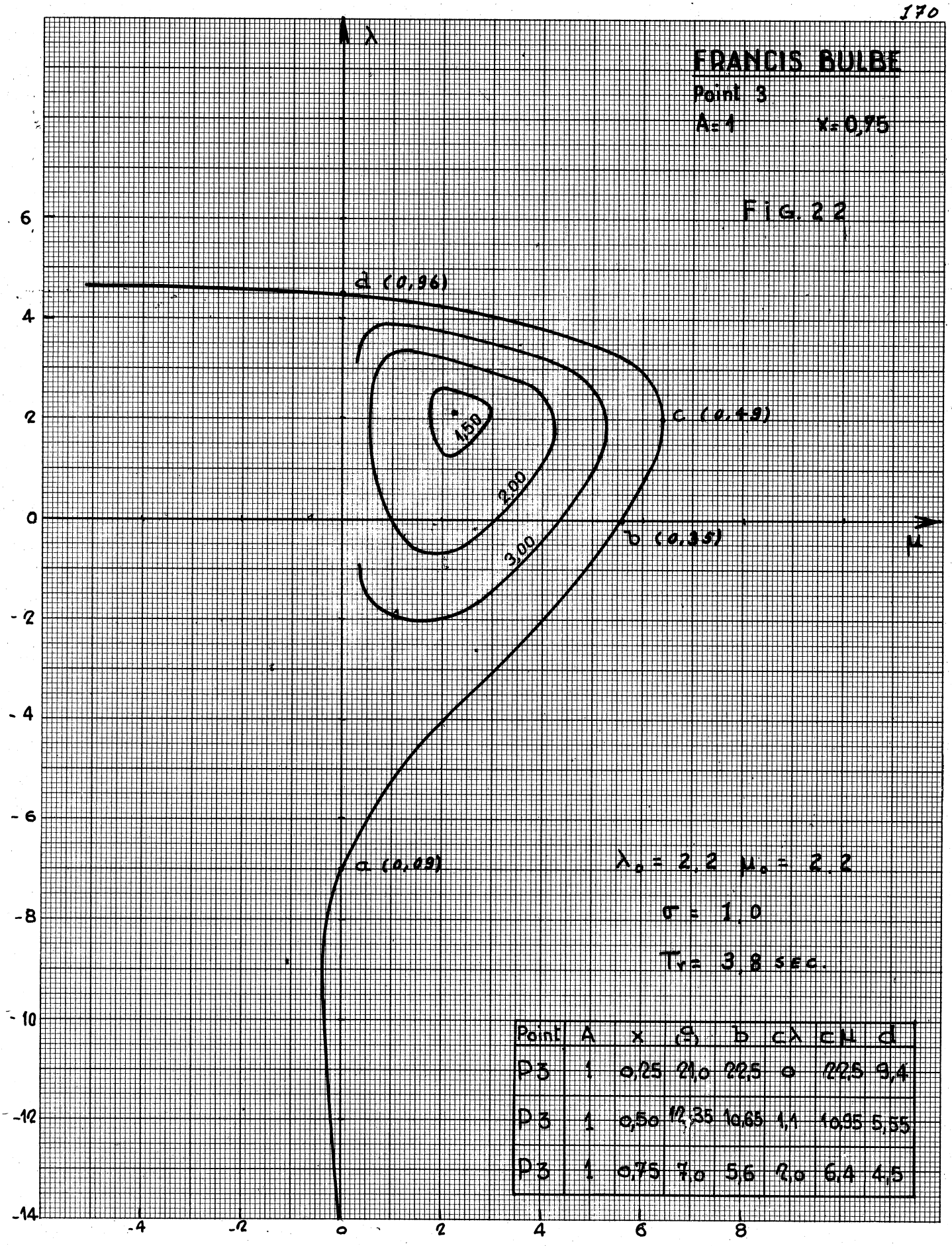
Point	A	X	a	b	c λ	c μ	d
P3	1	0,25	21,0	22,5	0	22,5	9,4
P3	1	0,50	12,35	10,65	1,1	10,95	5,55
P3	1	0,75	7,0	5,6	2,0	6,4	4,5

FRANCIS BULBE

Point 3

A = 1 x = 0,75

Fig. 22



$\lambda_0 = 2,2 \quad \mu_0 = 2,2$

$\sigma = 1,0$

$T_v = 3,8$ sec.

Point	A	x	a (=)	b	cλ	cμ	d
P3	1	0,25	21,0	22,5	0	22,5	9,4
P3	1	0,50	12,35	10,65	1,1	10,95	5,55
P3	1	0,75	7,0	5,6	2,0	6,4	4,5

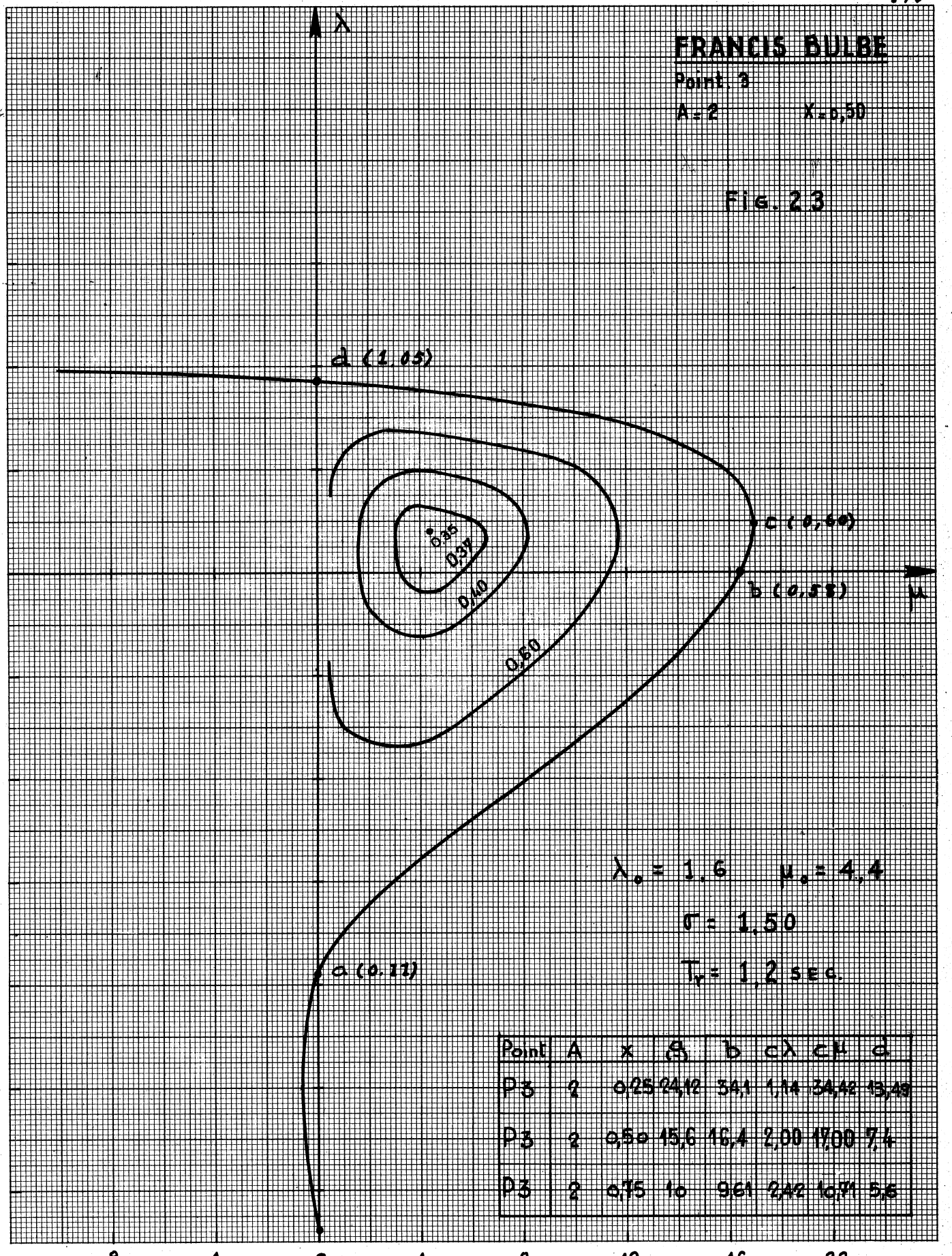


Fig. 23

$\lambda_0 = 1,6 \qquad \mu_0 = 4,4$

$\Gamma = 1,50$

$T_r = 1,2$ s e c.

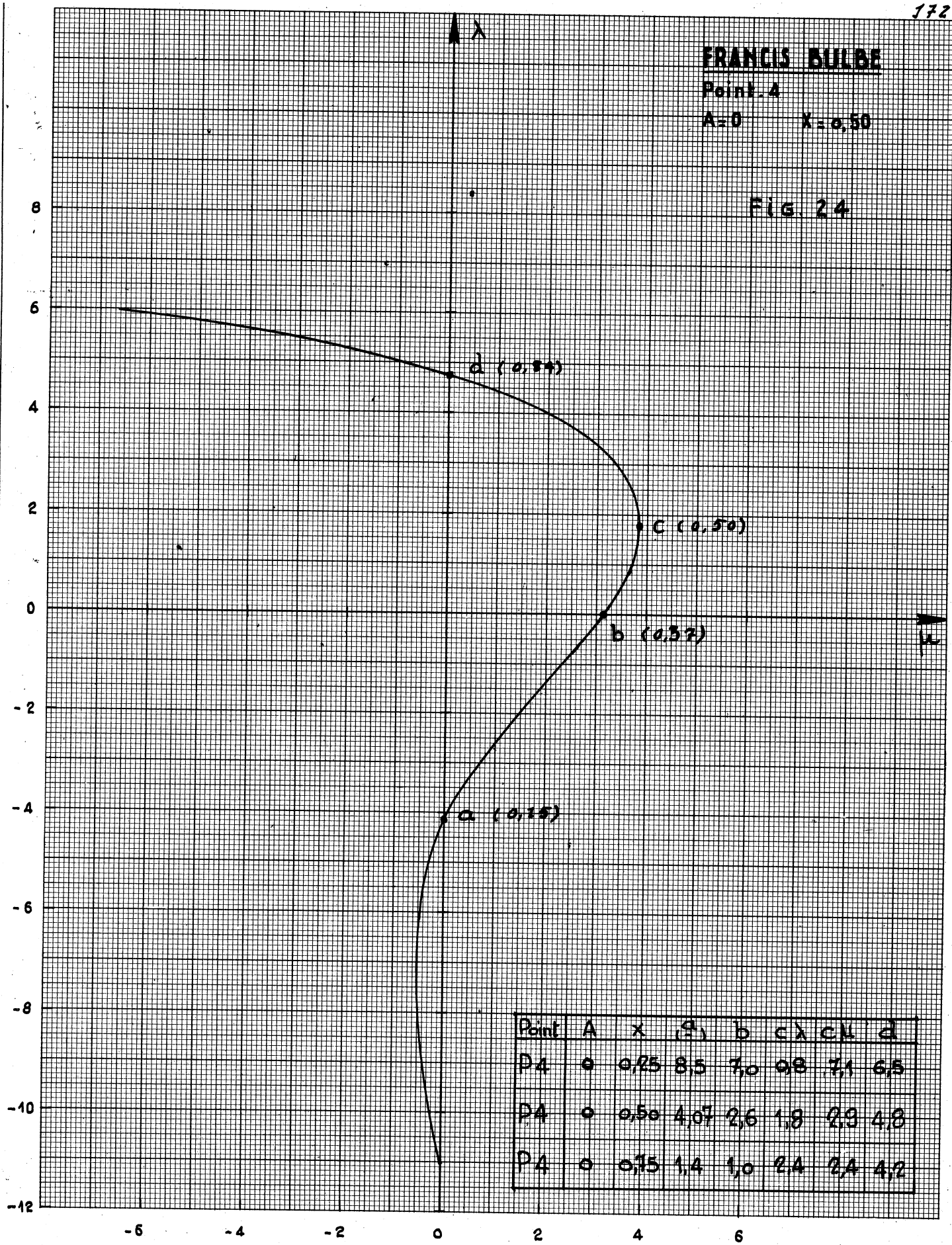
Point	A	x	θ	b	$c\lambda$	$c\mu$	a
P3	2	0,25	24,12	34,1	1,14	34,42	13,43
P3	2	0,50	15,6	16,4	2,00	17,00	7,4
P3	2	0,75	10	9,61	2,42	10,71	5,6

FRANCIS BULBE

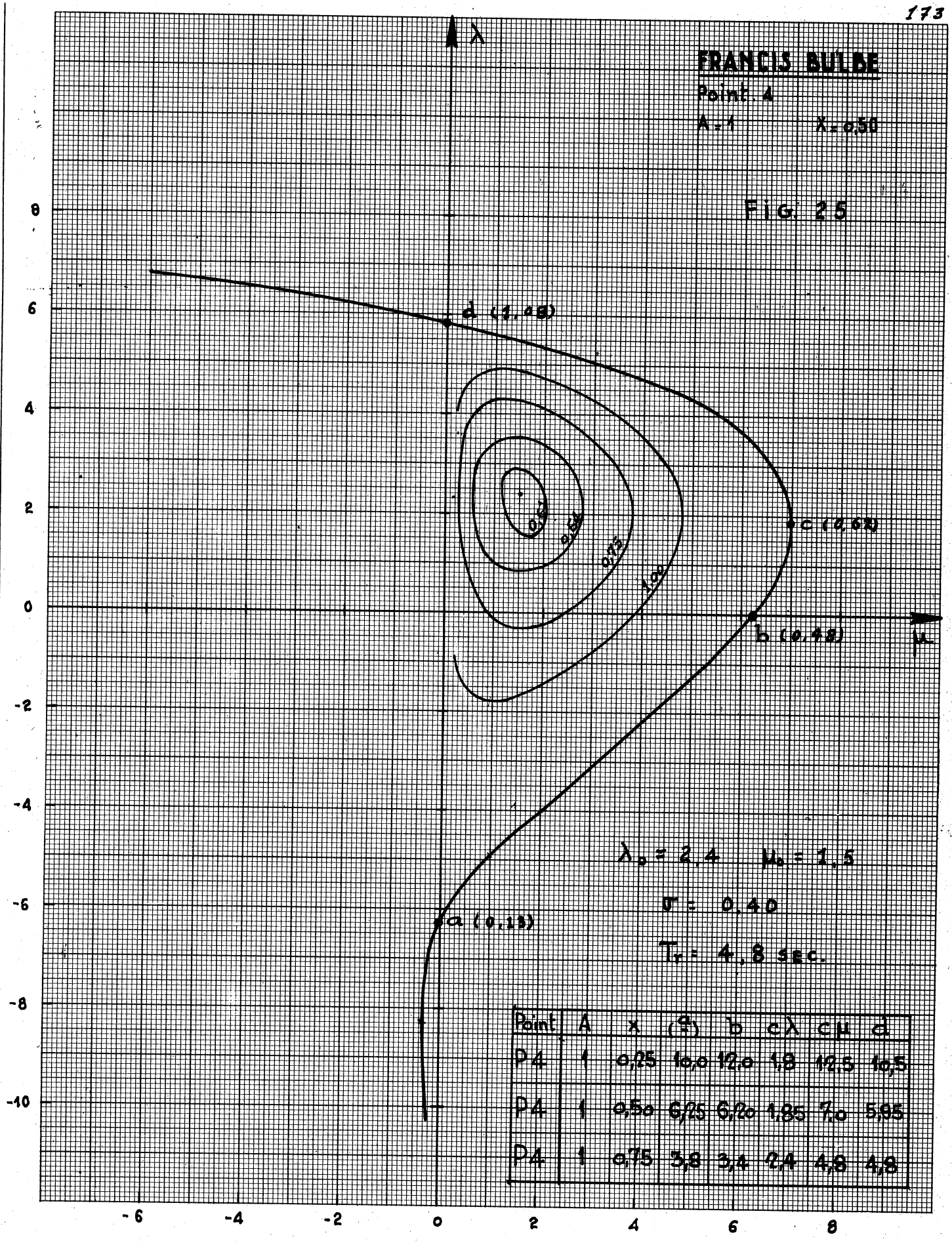
Point 4

A = 0 X = 0,50

Fig. 24



Point	A	X	a	b	c λ	c μ	d
P4	0	0,25	8,5	7,0	0,8	7,1	6,5
P4	0	0,50	4,07	2,6	1,8	2,3	4,8
P4	0	0,75	1,4	1,0	2,4	2,4	4,2



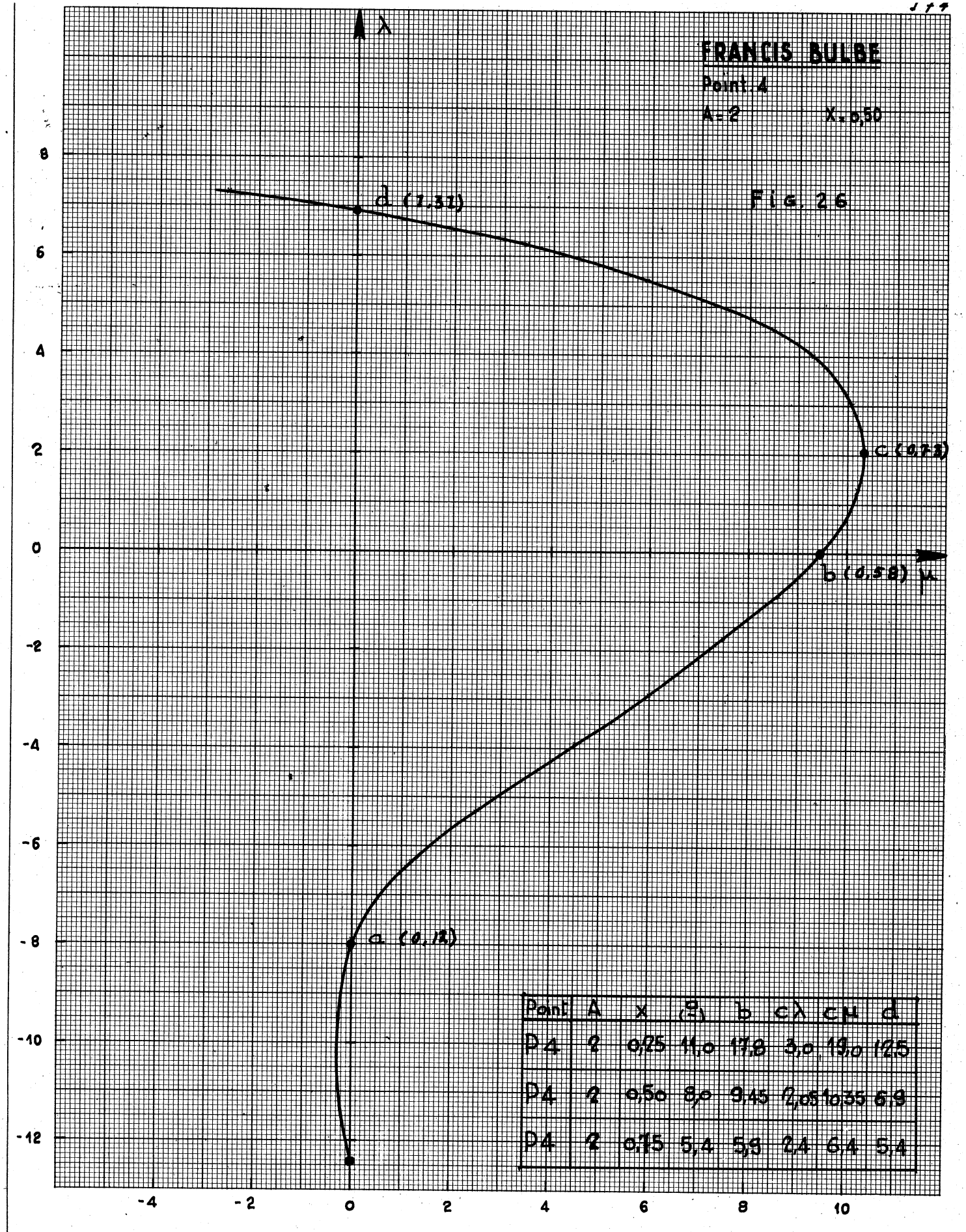
Point	A	x	(θ)	b	cλ	cμ	d
P4	1	0,25	10,0	12,0	1,8	12,5	10,5
P4	1	0,50	6,25	6,20	1,85	7,0	5,95
P4	1	0,75	3,8	3,4	2,4	4,8	4,8

FRANCIS BULBE

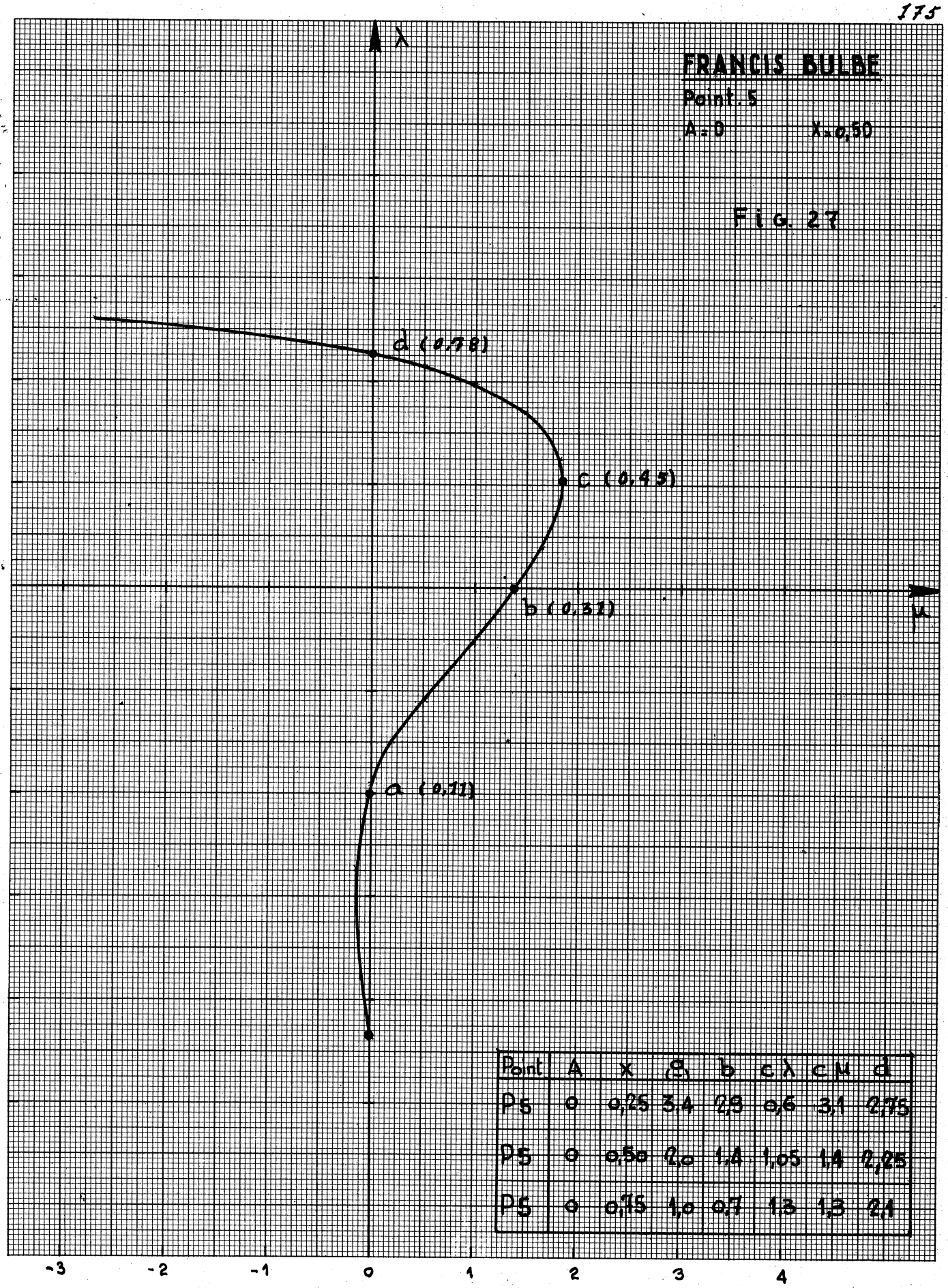
Point 4

A = 2 X = 0,50

Fig. 26



Point	A	x	θ_1	b	cλ	cμ	d
P4	2	0,25	11,0	11,8	3,0	13,0	12,5
P4	2	0,50	8,0	9,45	2,05	10,35	6,9
P4	2	0,75	5,4	5,9	2,4	6,4	5,4



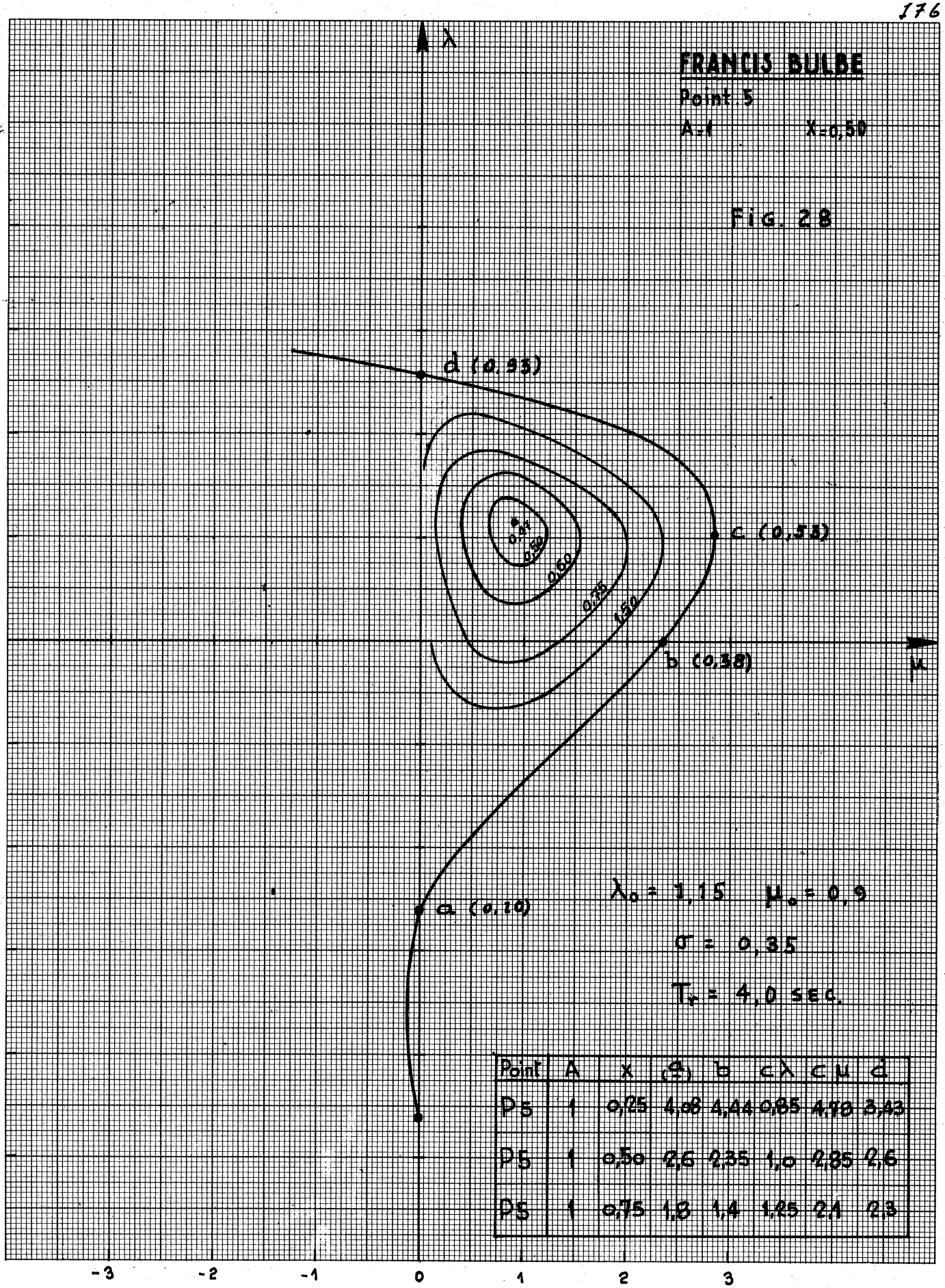
FRANCIS BULBE

Point 5

A = 0 X = 0,50

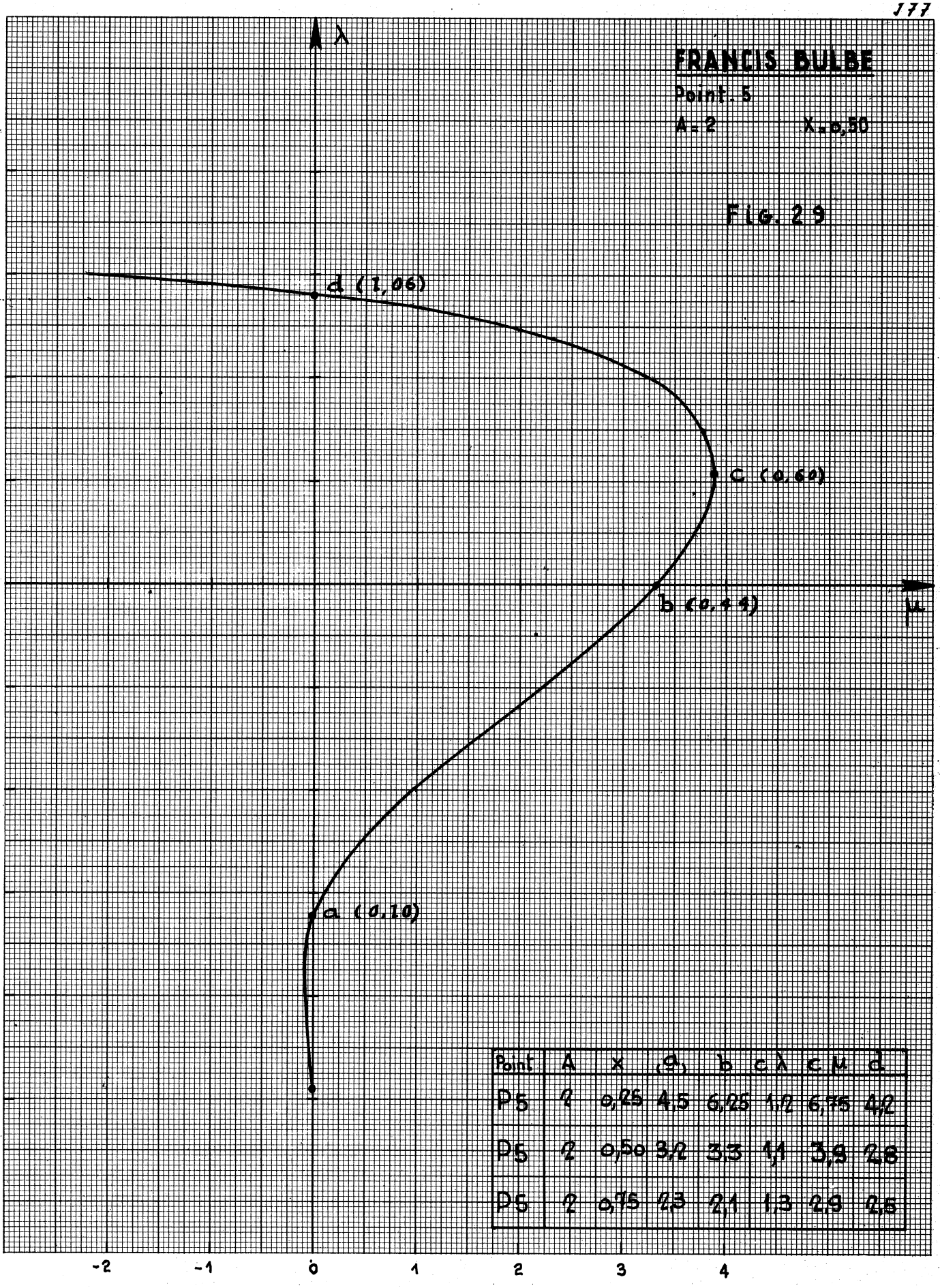
Fig. 27

Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P5	0	0,25	3,4	2,3	0,6	3,1	2,75
P5	0	0,50	2,0	1,4	1,05	1,4	2,25
P5	0	0,75	1,0	0,7	1,3	1,3	2,1



Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P5	1	0,25	4,08	4,44	0,85	4,90	3,43
P5	1	0,50	2,6	2,35	1,0	2,85	2,6
P5	1	0,75	1,8	1,4	1,25	2,1	2,3

FIG. 28



FRANCIS BULBE

Point. 5

A = 2 X = 0,50

Fig. 29

Point	A	x	(a)	b	c λ	c μ	d
P5	2	0,25	4,5	6,25	1,2	6,75	4,2
P5	2	0,50	3,2	3,3	1,1	3,9	2,8
P5	2	0,75	2,3	2,1	1,3	2,9	2,5

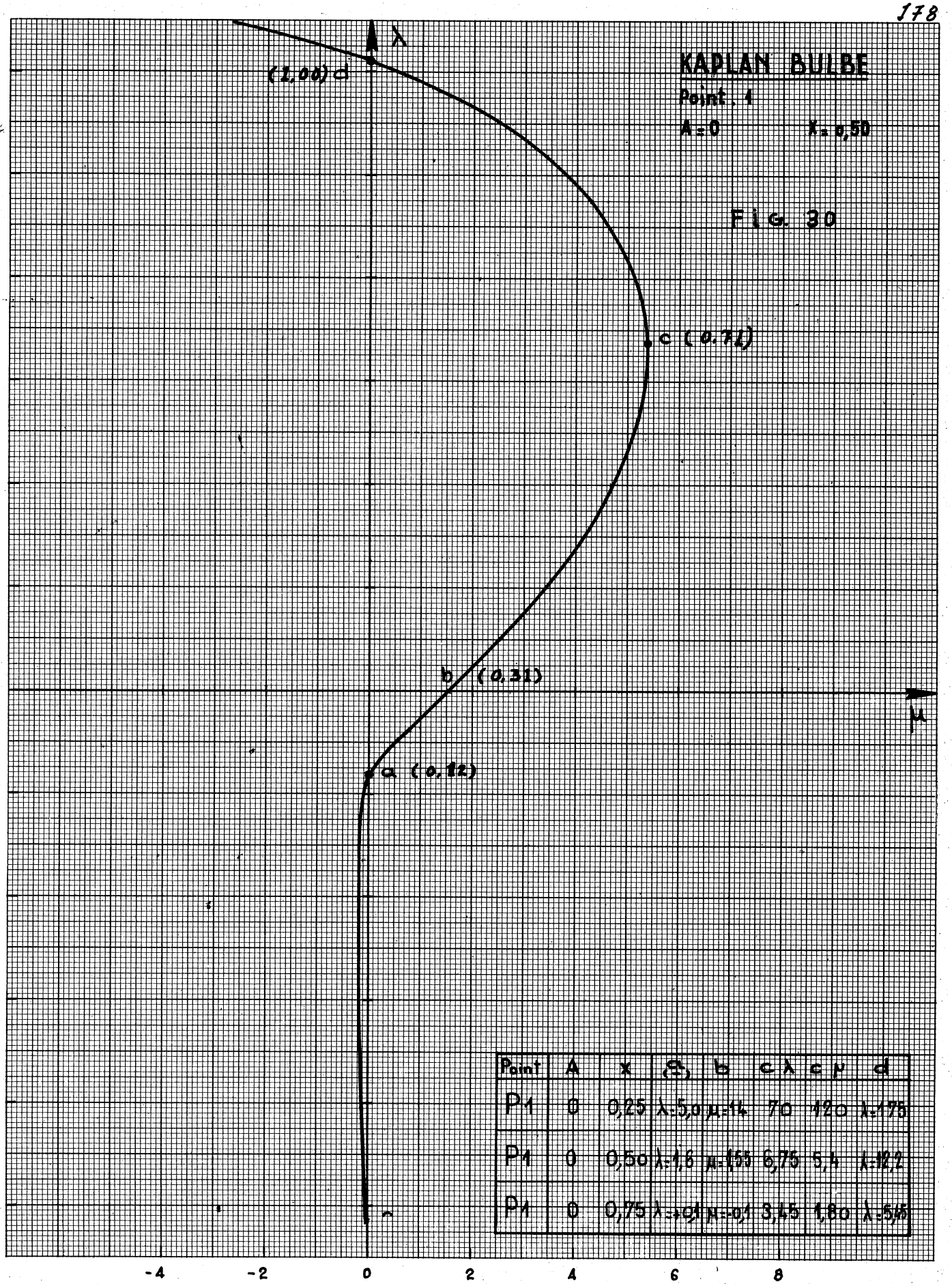
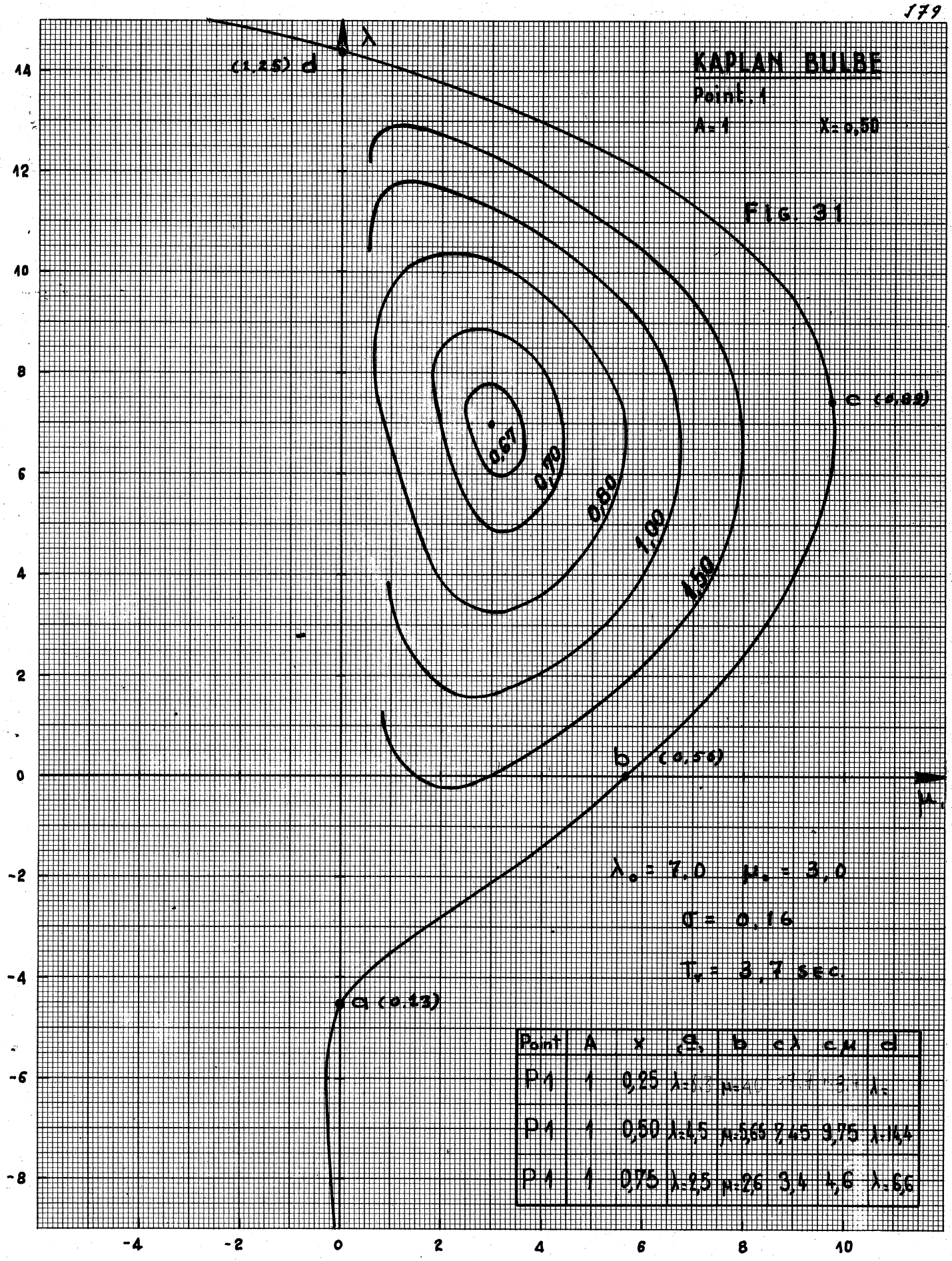


Fig. 30

Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P1	0	0,25	λ=5,0	μ=14	7,0	12,0	λ=17,5
P1	0	0,50	λ=1,6	μ=15,5	6,75	5,4	λ=12,2
P1	0	0,75	λ=0,1	μ=0,1	3,45	1,80	λ=5,45



Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P 1	1	0,25	λ=[illegible]	μ=[illegible]	[illegible]	[illegible]	λ=
P 1	1	0,50	λ=4,5	μ=5,65	7,45	3,75	λ=14,4
P 1	1	0,75	λ=2,5	μ=2,6	3,4	4,6	λ=6,6

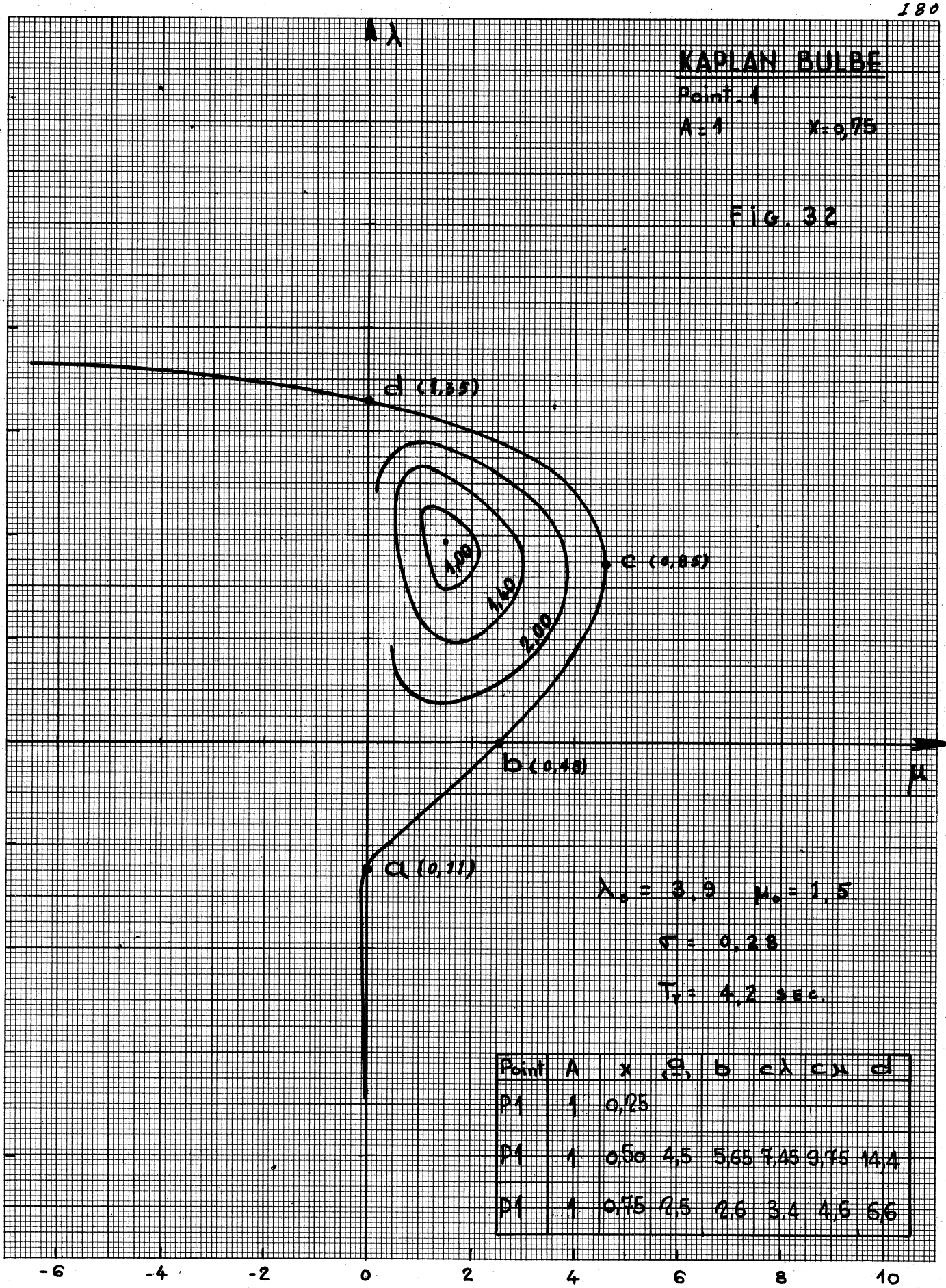


Fig. 32

$\lambda_0 = 3,9 \quad \mu_0 = 1,5$

$\sigma = 0,28$

$T_r = 4,2$ sec.

Point	A	x	φ_1	b	c λ	c μ	d
P1	1	0,25					
P1	1	0,50	4,5	5,65	7,45	9,75	14,4
P1	1	0,75	2,5	2,6	3,4	4,6	6,6

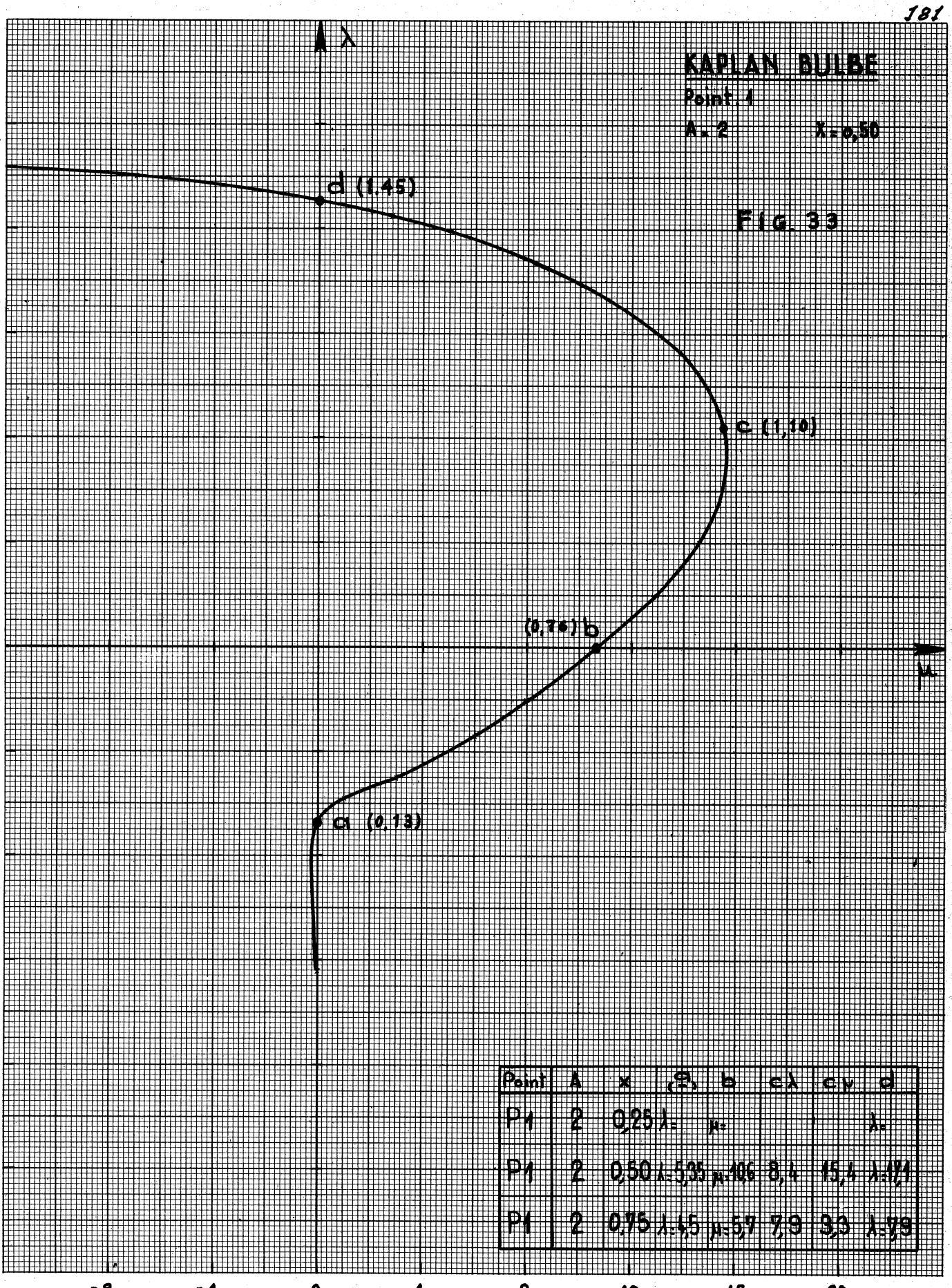


FIG. 33

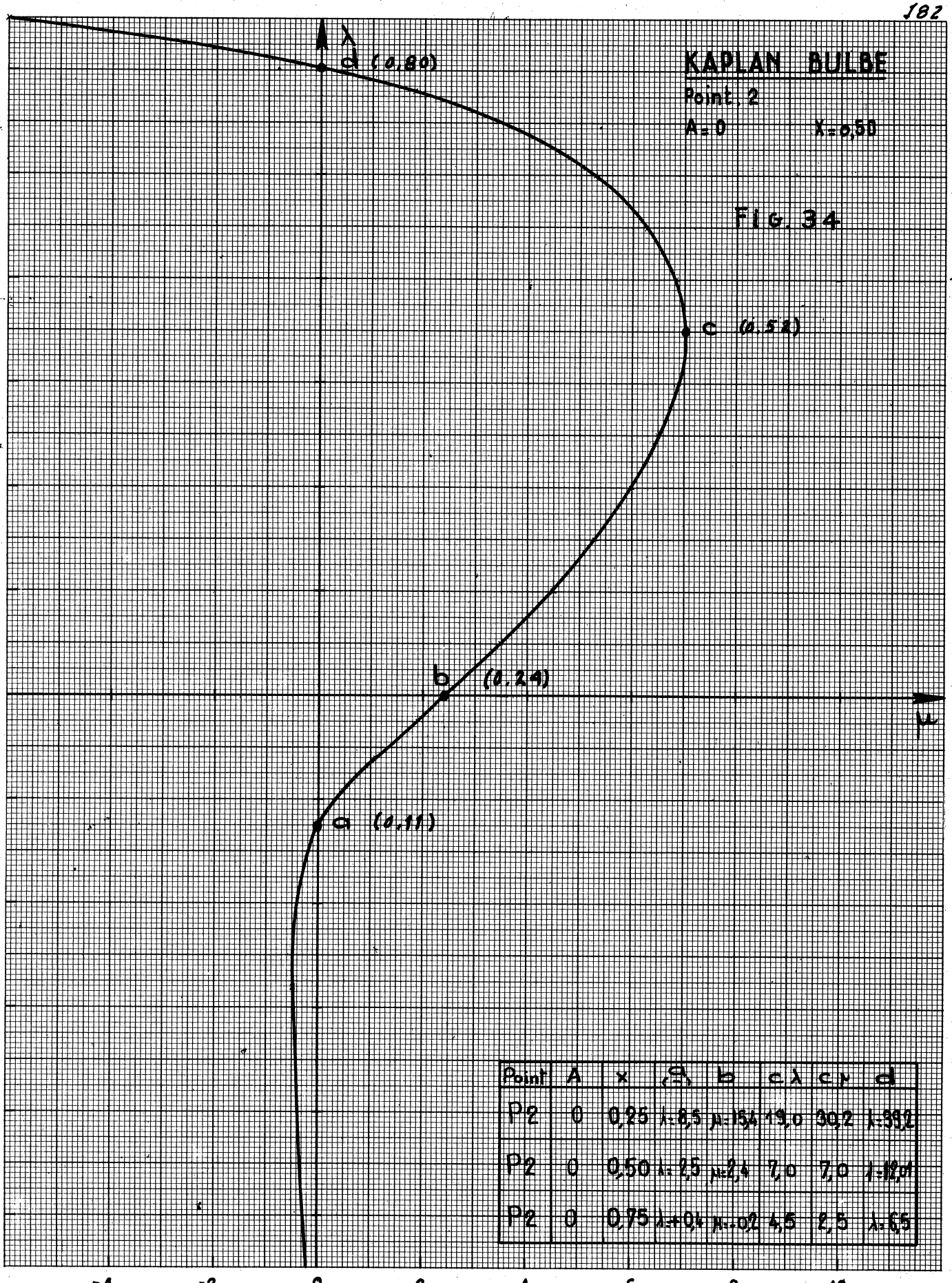
Point	A	x	Φ	b	c λ	c μ	d
P1	2	0,25	λ=	μ=			λ=
P1	2	0,50	λ=5,35	μ=10,6	8,4	15,4	λ=17,1
P1	2	0,75	λ=4,5	μ=5,7	7,9	3,3	λ=7,9

KAPLAN BULBE

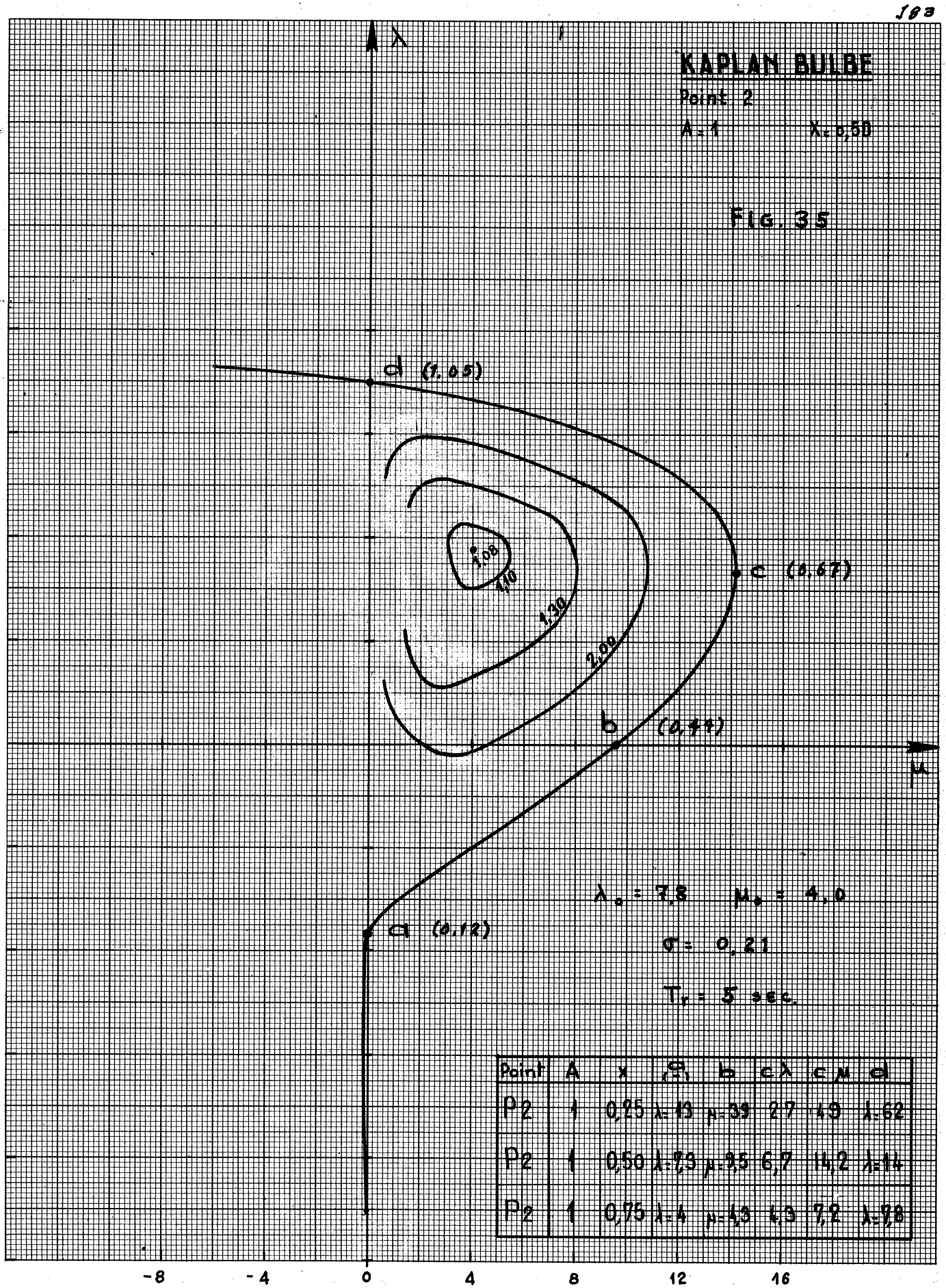
Point 2

A = 0 X = 0,50

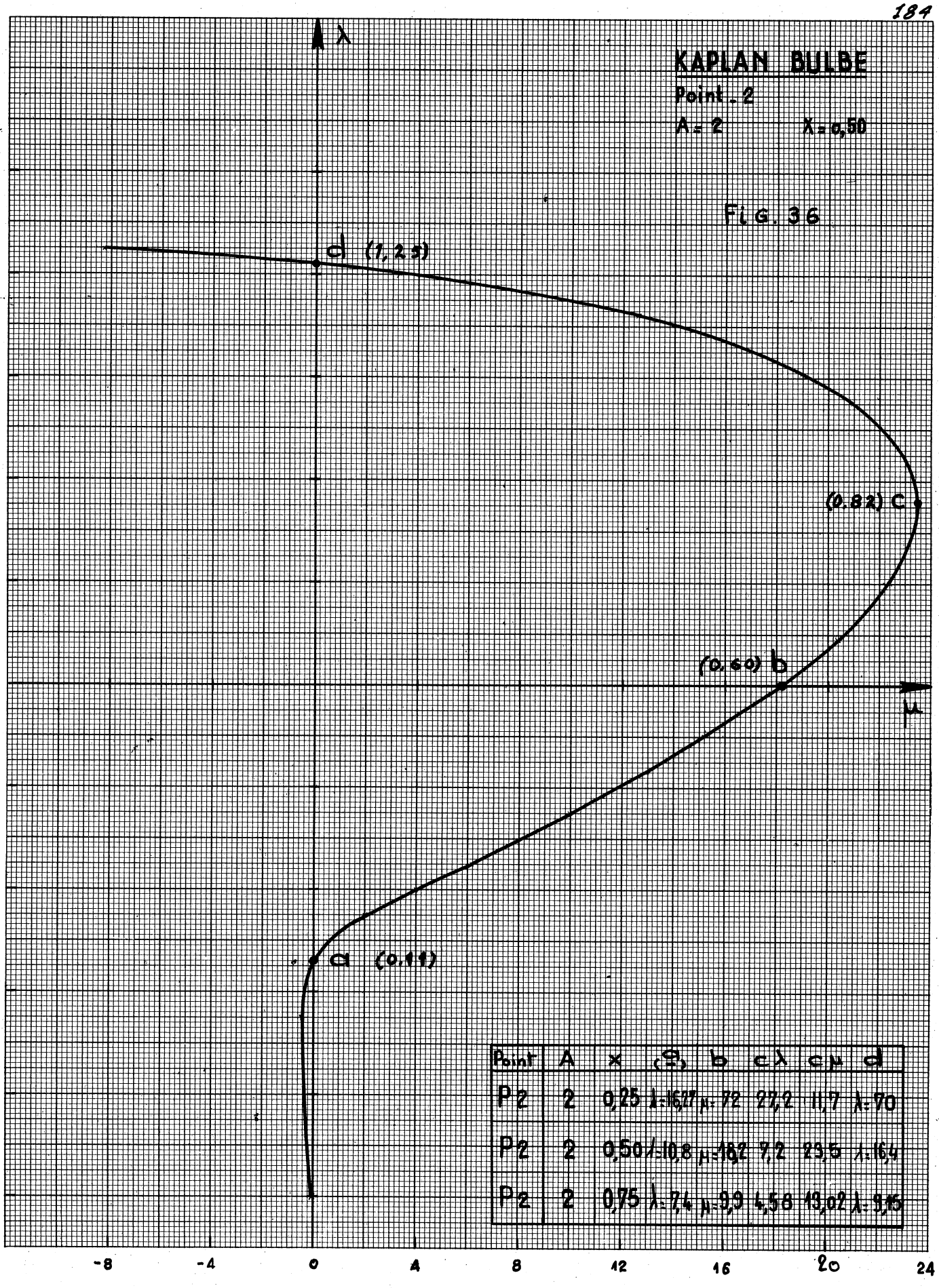
FIG. 34



Point	A	X	a	b	c λ	c μ	d
P2	0	0,25	λ=8,5	μ=15,4	13,0	30,2	λ=39,2
P2	0	0,50	λ=2,5	μ=2,4	7,0	7,0	λ=12,01
P2	0	0,75	λ=+0,4	μ=-0,2	4,5	2,5	λ=6,5



Point	A	x	(φ)	b	cλ	cμ	d
P2	1	0,25	λ=13	μ=3,9	2,7	1,9	λ=6,2
P2	1	0,50	λ=7,3	μ=2,5	6,7	4,2	λ=11
P2	1	0,75	λ=4	μ=1,3	4,3	7,2	λ=7,8



Point	A	x	b	c λ	c μ	d
P 2	2	0,25	λ=16,27 μ=72	27,2	11,7	λ=70
P 2	2	0,50	λ=10,8 μ=18,2	7,2	23,5	λ=16,4
P 2	2	0,75	λ=7,4 μ=9,9	4,58	13,02	λ=9,15

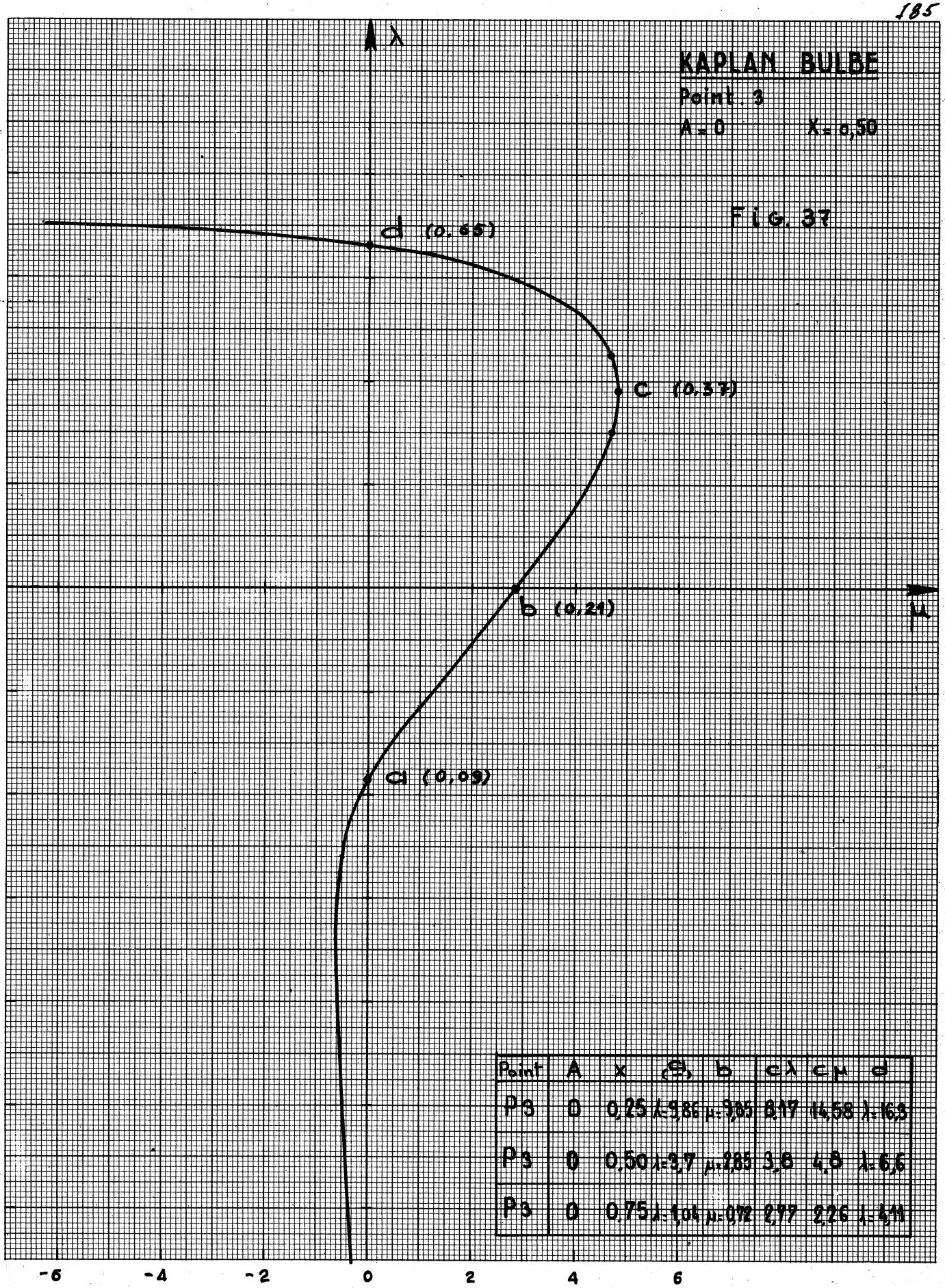
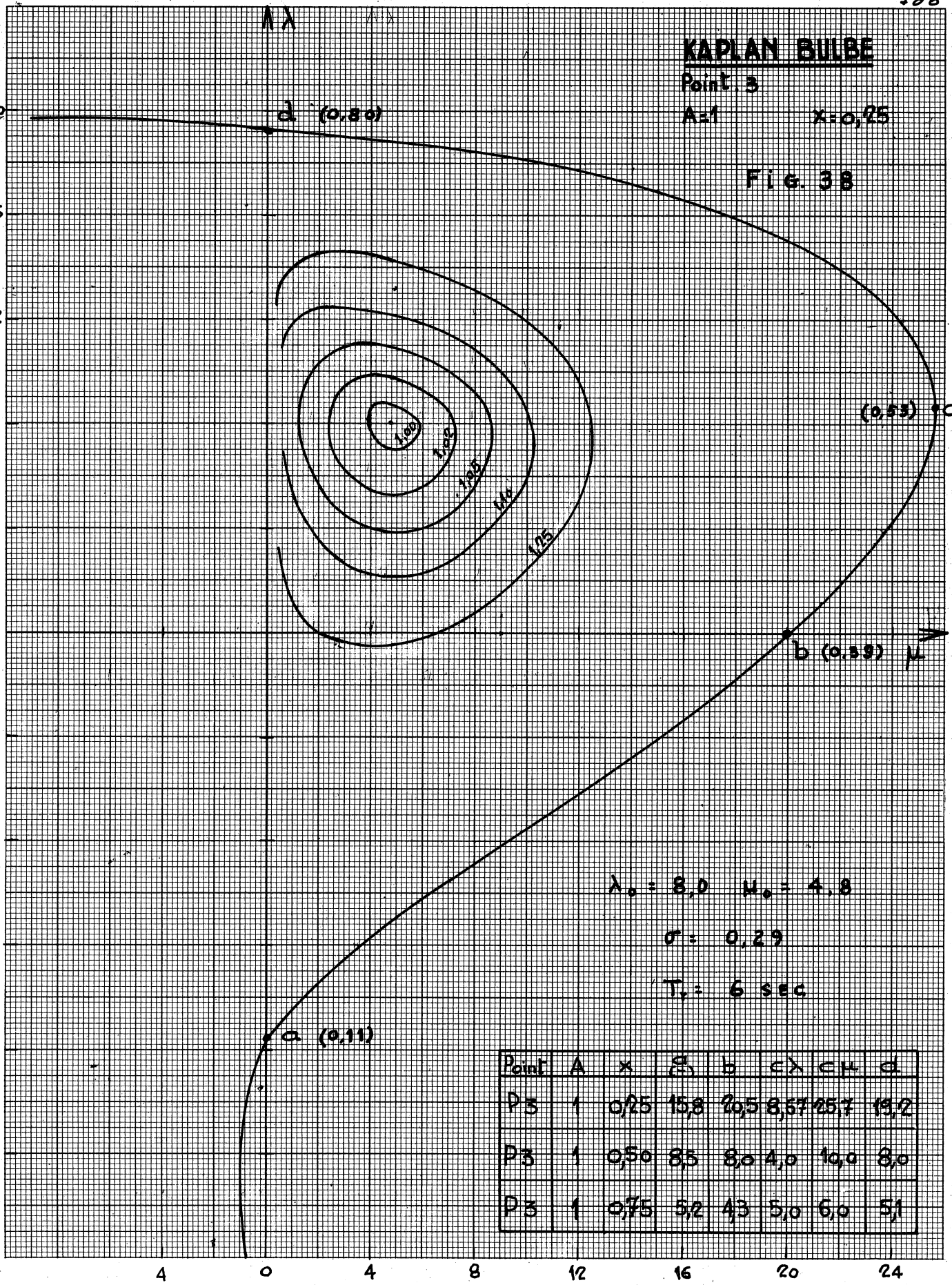


Fig. 37

Point	A	X	(Φ)	b	cλ	cμ	Φ
P3	0	0,25	λ=3,86	μ=3,05	8,17	14,58	λ=16,3
P3	0	0,50	λ=3,7	μ=2,85	3,6	4,8	λ=6,6
P3	0	0,75	λ=1,04	μ=0,72	2,77	2,26	λ=4,11

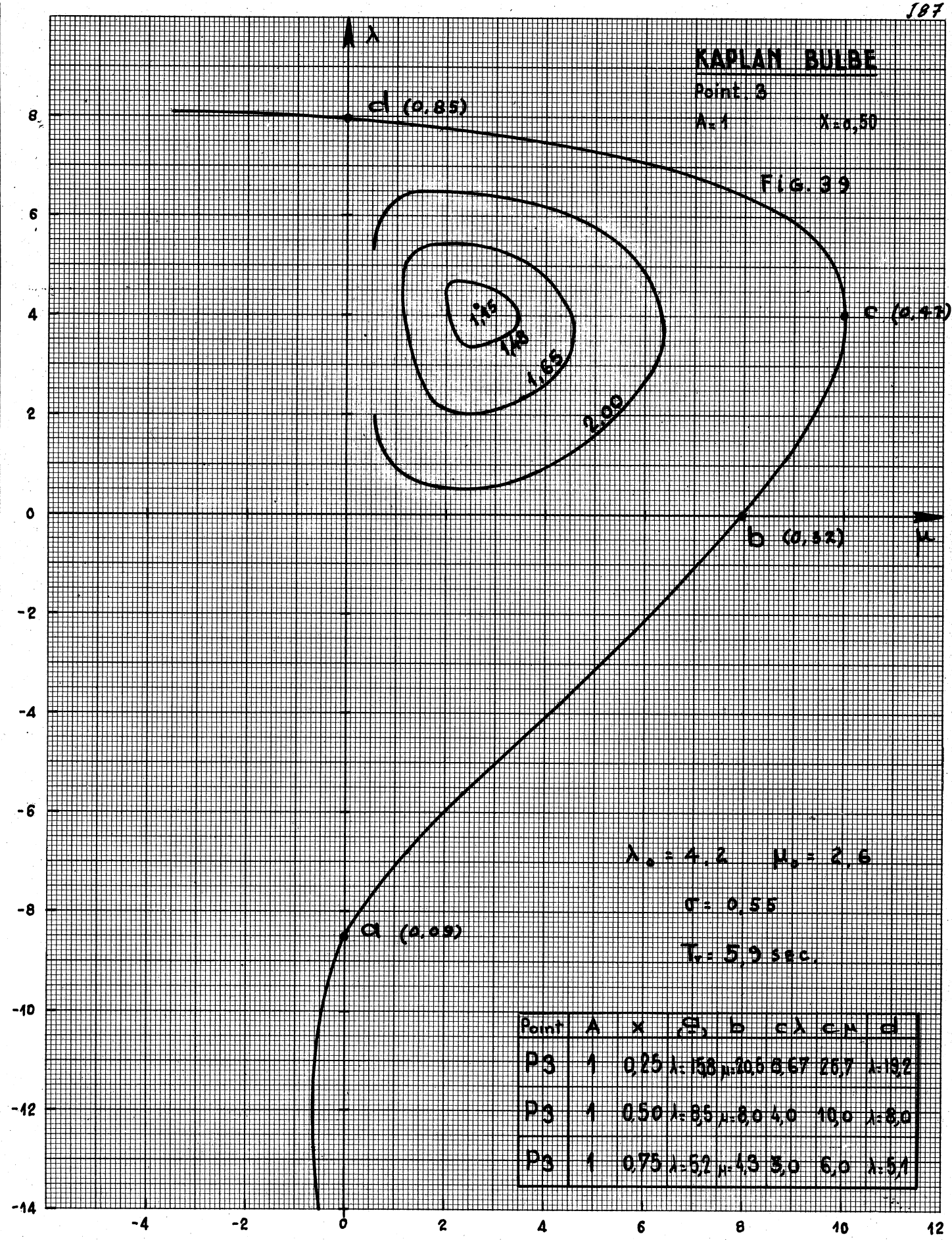


$\lambda_0 = 8,0 \quad \mu_0 = 4,8$

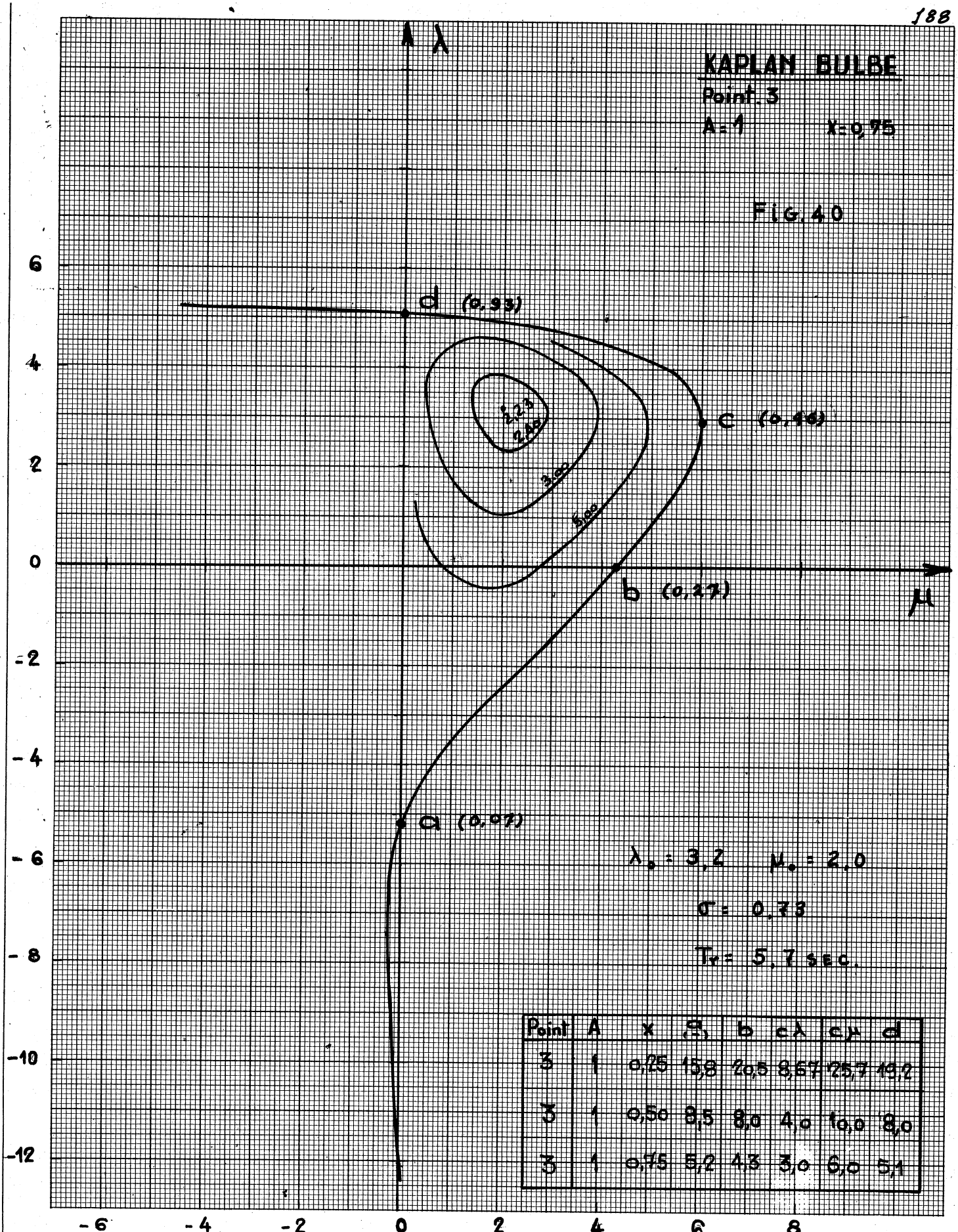
$\sigma = 0,29$

$T_1 = 6$ sec

Point	A	x	$\frac{a}{b}$	b	c λ	c μ	d
P 3	1	0,25	15,8	2,0,5	8,67	25,7	19,2
P 3	1	0,50	8,5	8,0	4,0	10,0	8,0
P 3	1	0,75	5,2	4,3	5,0	6,0	5,1



Point	A	X	a	b	c λ	c μ	d
P3	1	0,25	λ=15,8	μ=20,6	6,67	26,7	λ=19,2
P3	1	0,50	λ=8,5	μ=8,0	4,0	10,0	λ=8,0
P3	1	0,75	λ=5,2	μ=4,3	3,0	6,0	λ=5,1



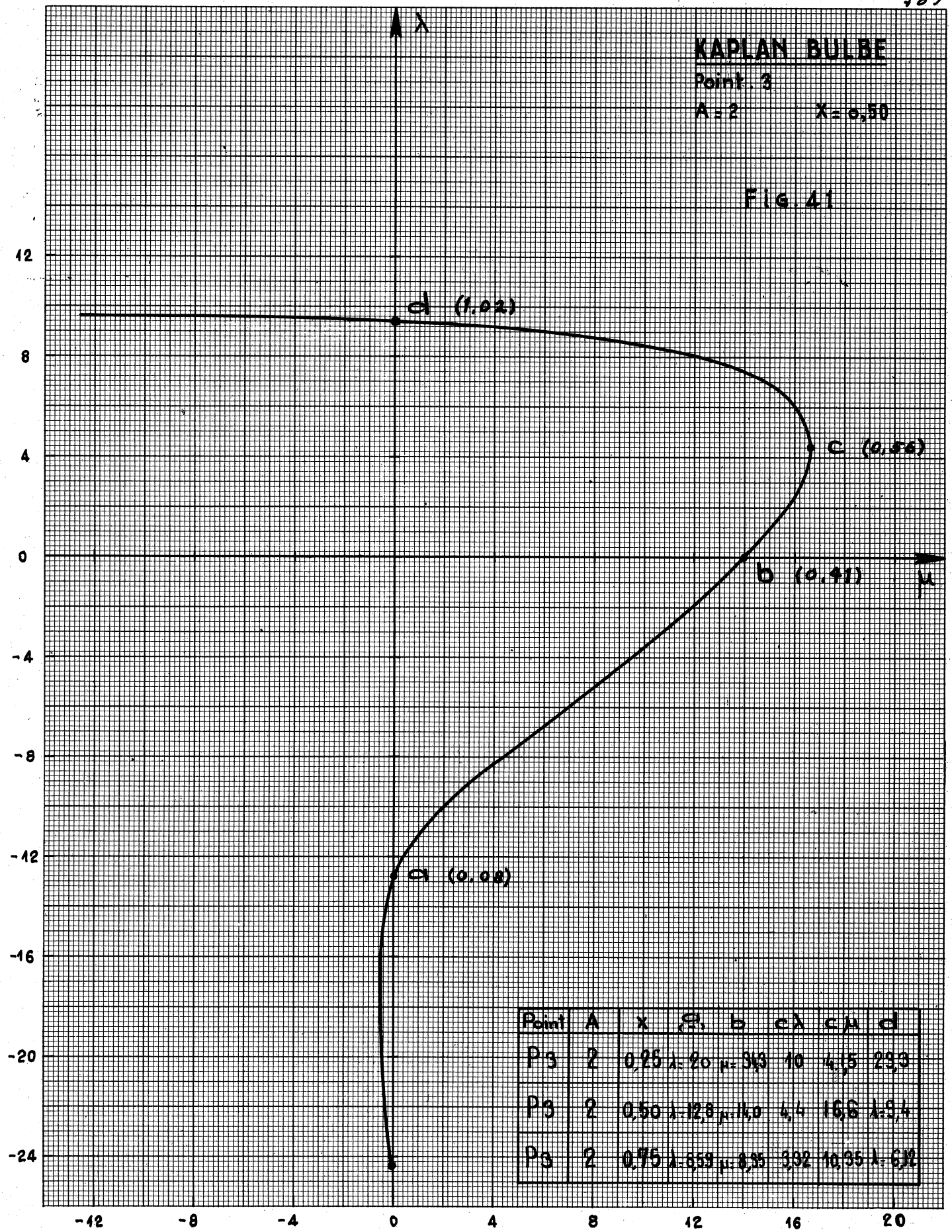
Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
3	1	0,25	15,8	20,5	8,67	25,7	13,2
3	1	0,50	8,5	8,0	4,0	10,0	8,0
3	1	0,75	5,2	4,3	3,0	6,0	5,1

KAPLAN BULBE

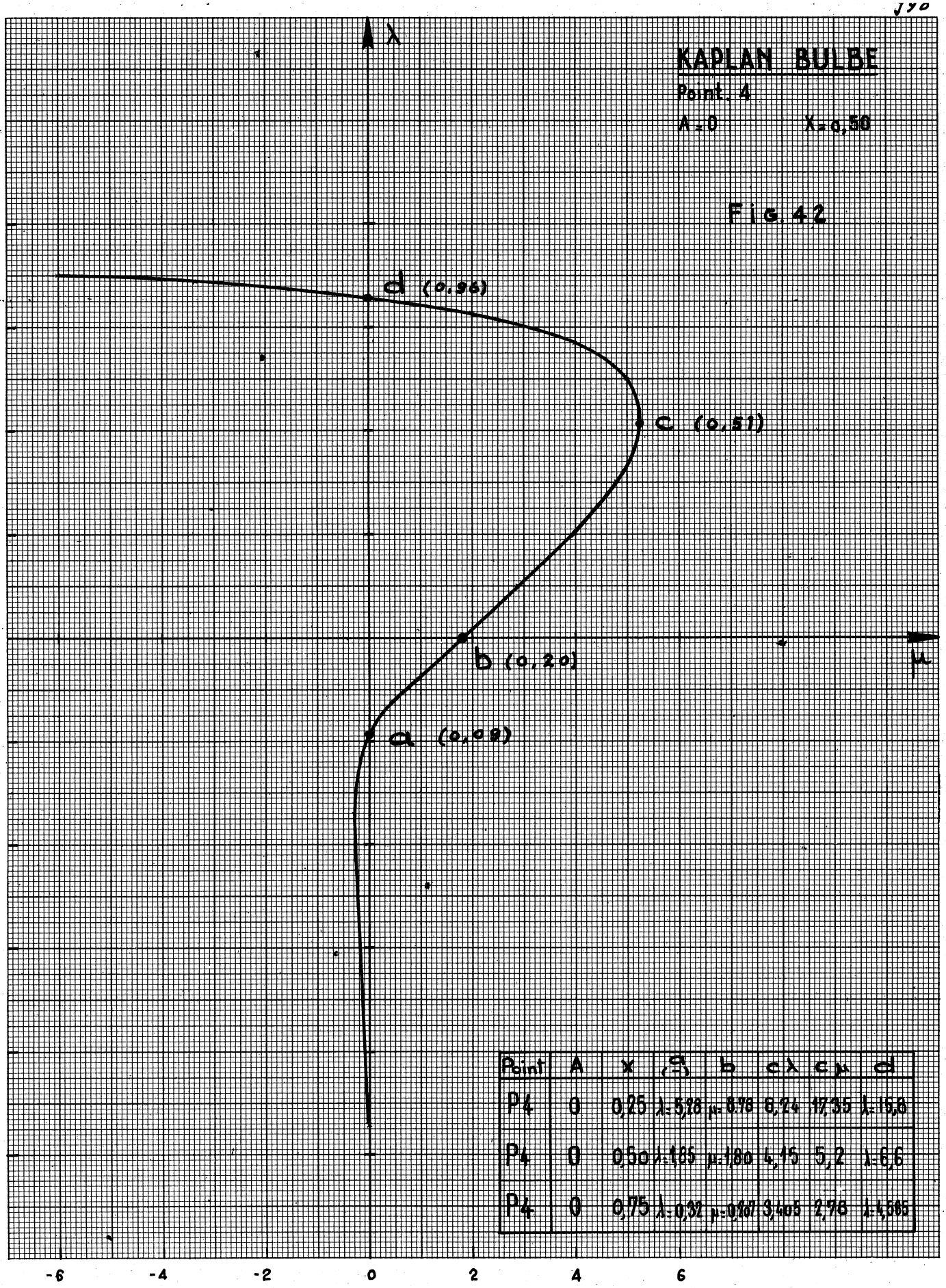
Point 3

A = 2 X = 0,50

Fig. 41



Point	A	x	a	b	cλ	cμ	d
P3	2	0,25	λ=20	μ=3,3	10	4,15	23,3
P3	2	0,50	λ=12,8	μ=11,0	4,4	16,6	λ=3,4
P3	2	0,75	λ=8,59	μ=8,35	3,92	10,35	λ=6,10



KAPLAN BULBE

Point. 4

A = 0 X = 0,50

Fig. 42

Point	A	X	a	b	c λ	c μ	d
P4	0	0,25	λ: 5,98	μ: 6,78	6,24	17,35	λ: 15,6
P4	0	0,50	λ: 1,85	μ: 1,80	4,15	5,2	λ: 6,6
P4	0	0,75	λ: 0,32	μ: 0,67	3,405	2,76	λ: 4,565

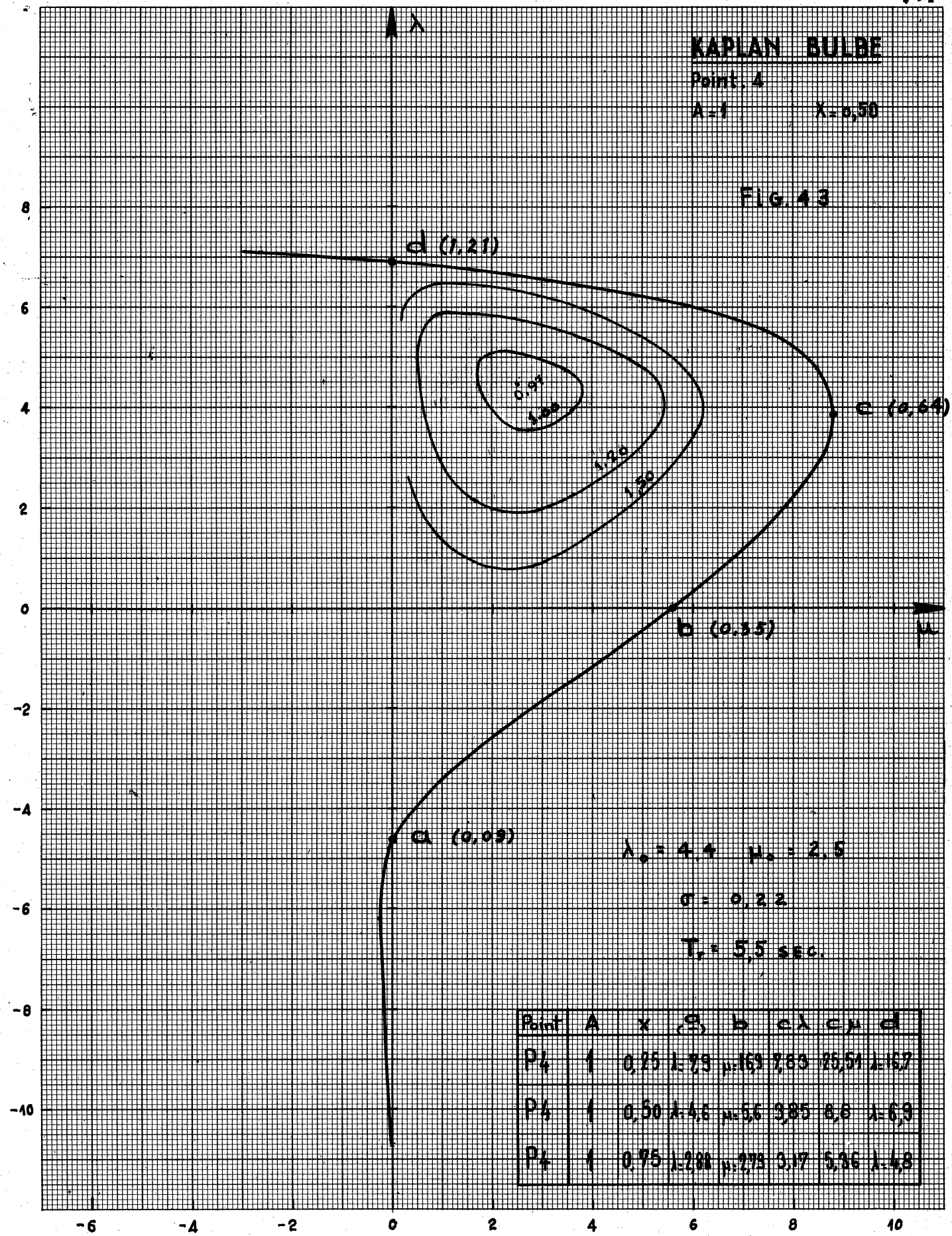


FIG. 43

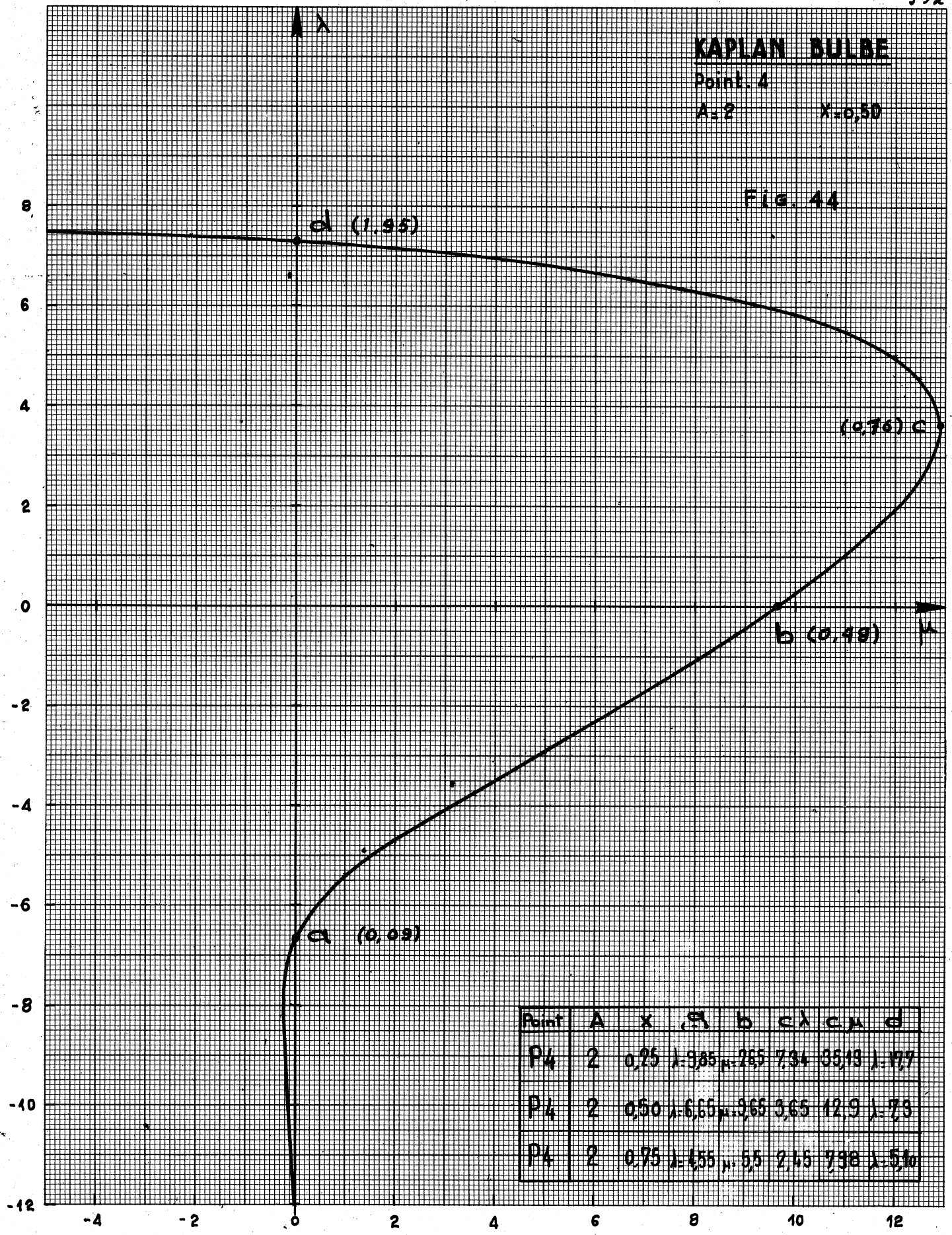
Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P4	1	0,25	λ=7,3	μ=16,3	7,85	25,51	λ=16,7
P4	1	0,50	λ=4,6	μ=5,6	3,85	6,6	λ=6,9
P4	1	0,75	λ=2,88	μ=2,73	3,17	5,36	λ=4,8

KAPLAN BULBE

Point 4

A = 2 X = 0,50

Fig. 44



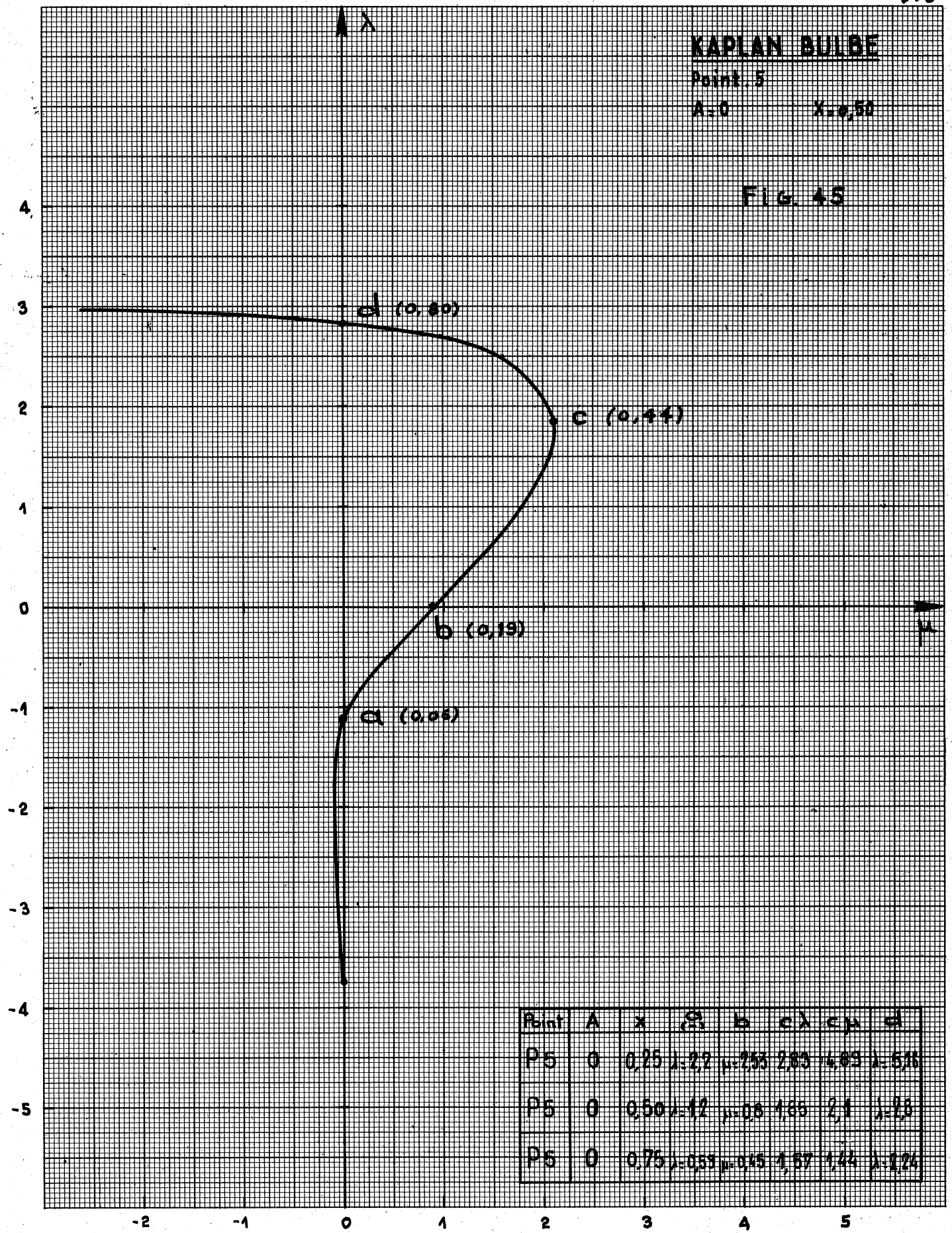
Point	A	X	a	b	c λ	c μ	d
P4	2	0,25	λ=9,85	μ=2,65	7,34	35,13	λ=11,7
P4	2	0,50	λ=6,65	μ=3,65	3,65	12,9	λ=7,3
P4	2	0,75	λ=4,55	μ=5,5	2,45	7,38	λ=5,10

KAPLAN BULBE

Point 5

A=0 X=0,50

Fig. 45



Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P5	0	0,25	λ=2,2	μ=2,53	2,83	4,69	λ=5,16
P5	0	0,50	λ=1,2	μ=0,6	1,65	2,1	λ=2,8
P5	0	0,75	λ=0,53	μ=0,45	1,57	1,44	λ=1,24

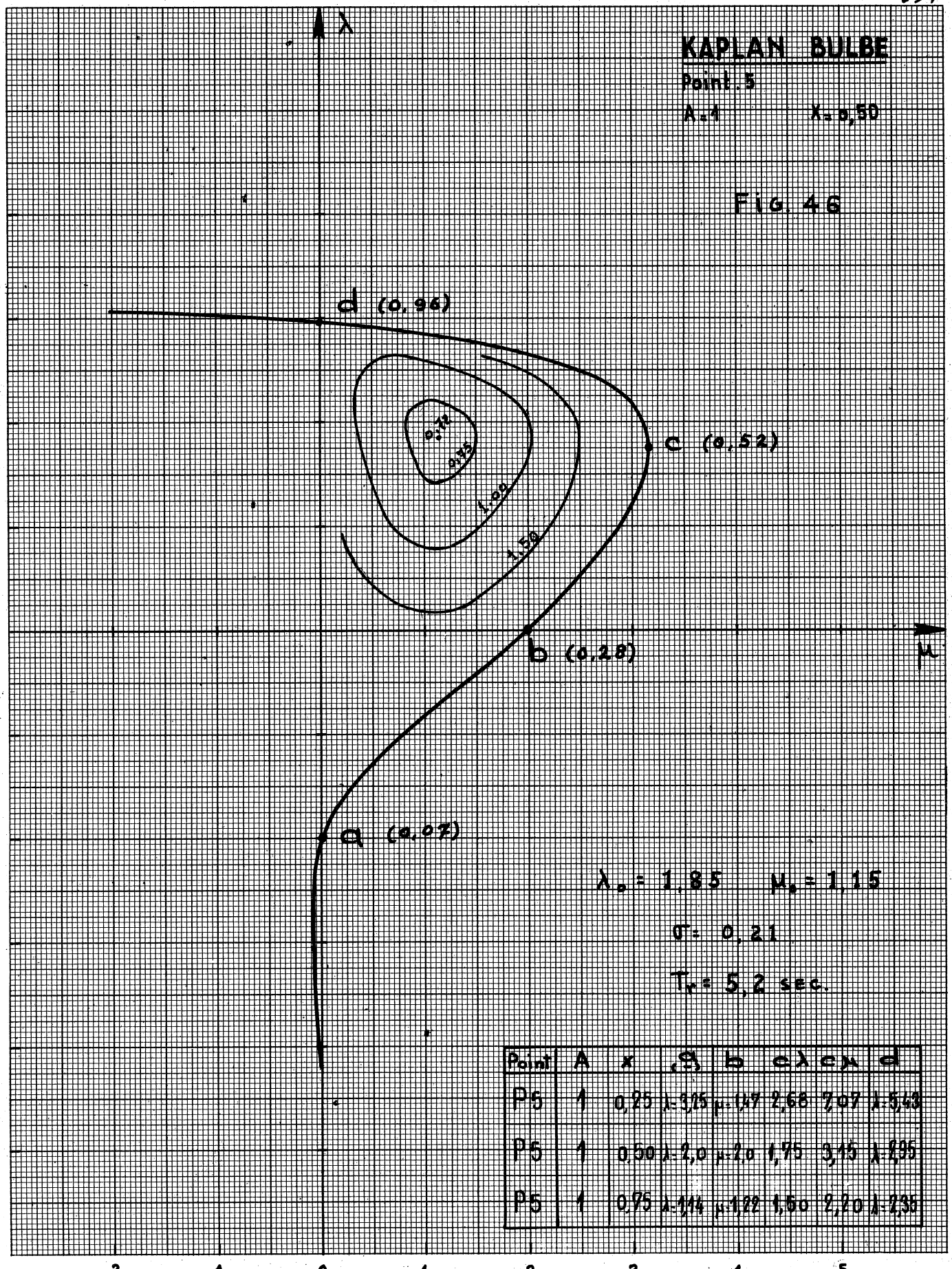


Fig. 46

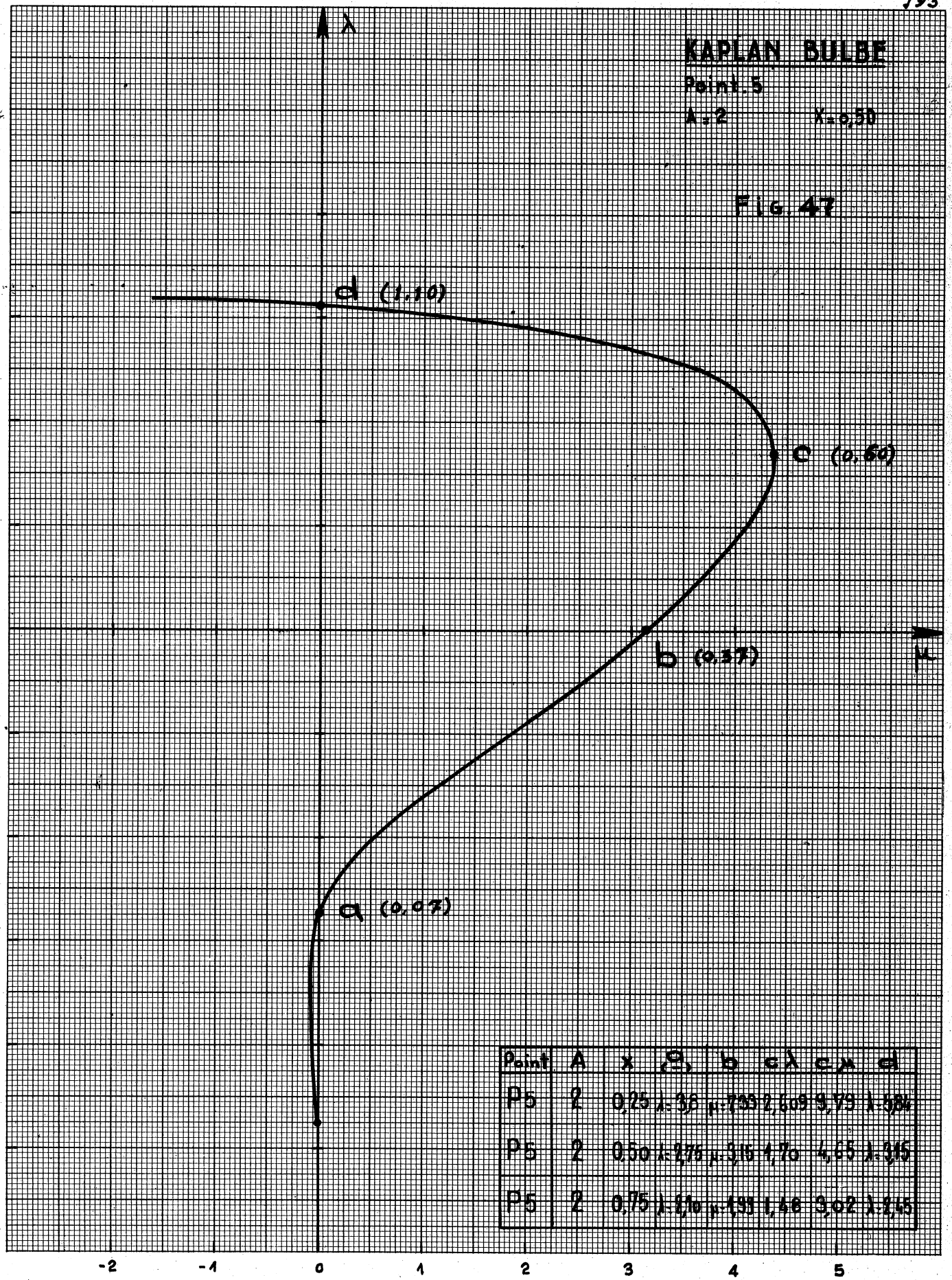
Point	A	x	(φ)	b	eλ	eμ	a
P5	1	0,25	λ=3,15	μ=0,47	2,68	7,07	λ 5,43
P5	1	0,50	λ=2,0	μ=2,0	1,75	3,15	λ 2,95
P5	1	0,75	λ=1,14	μ=1,22	1,50	2,20	λ 2,36

KAPLAN BULBE

Point 5

A = 2 X = 0,50

Fig. 47



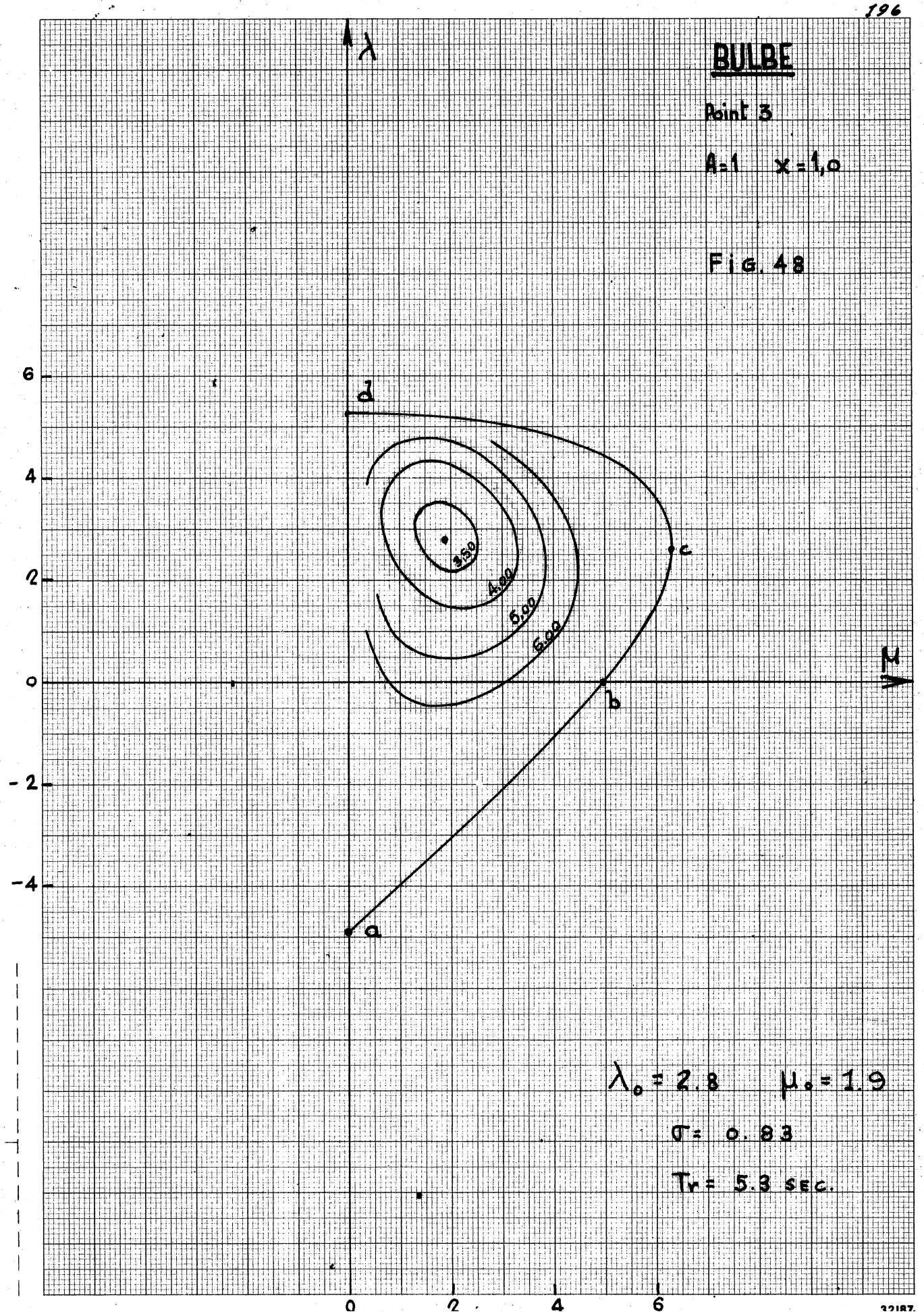
Point	A	x	a	b	c λ	c μ	d
P5	2	0,25	λ: 3,36	μ: 7,33	2,609	9,79	λ: 5,84
P5	2	0,50	λ: 2,76	μ: 3,15	1,70	4,65	λ: 3,15
P5	2	0,75	λ: 2,10	μ: 1,93	1,46	3,02	λ: 2,45

BULBE

Point 3

A=1 X=1,0

Fig. 48

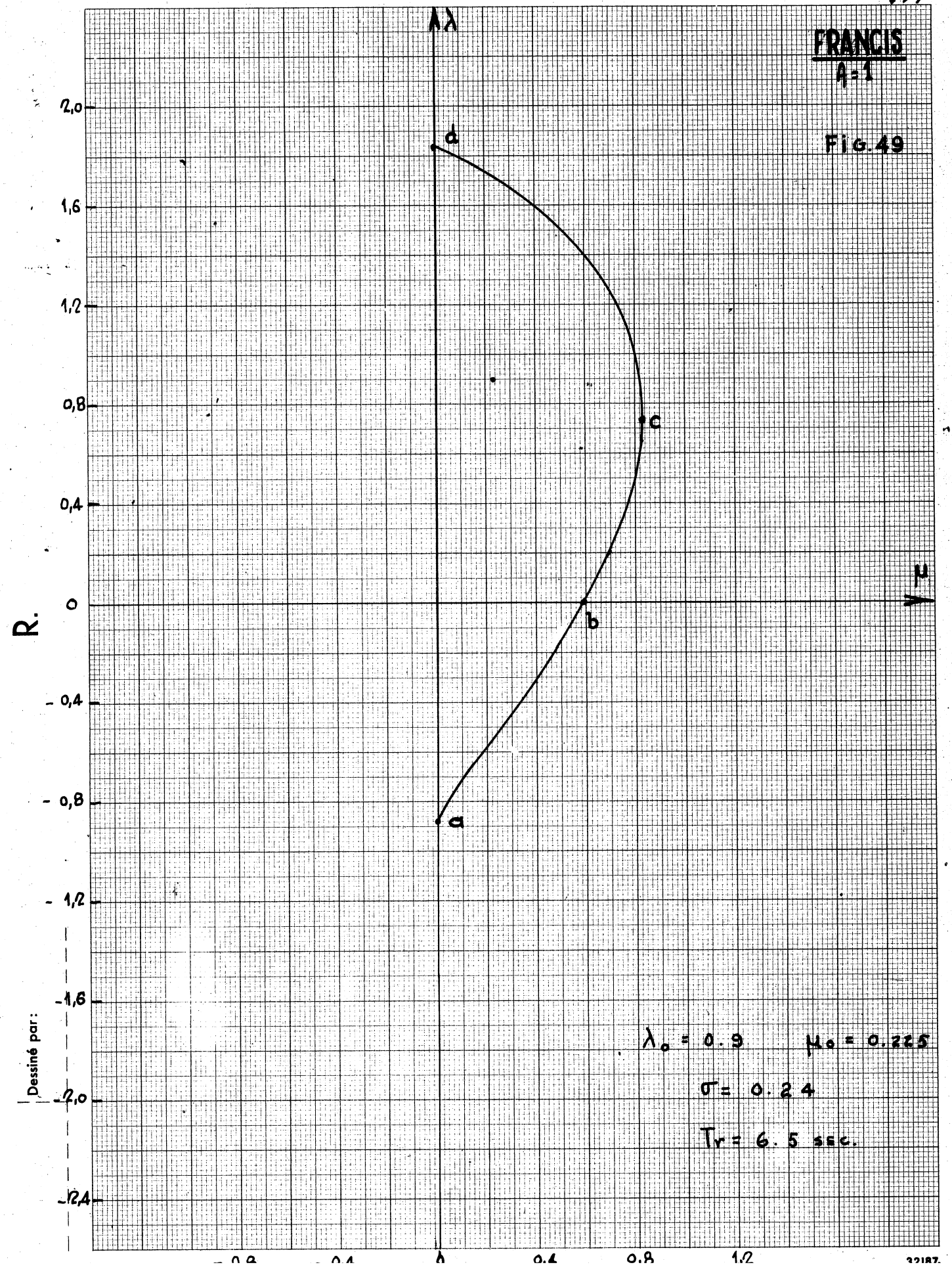


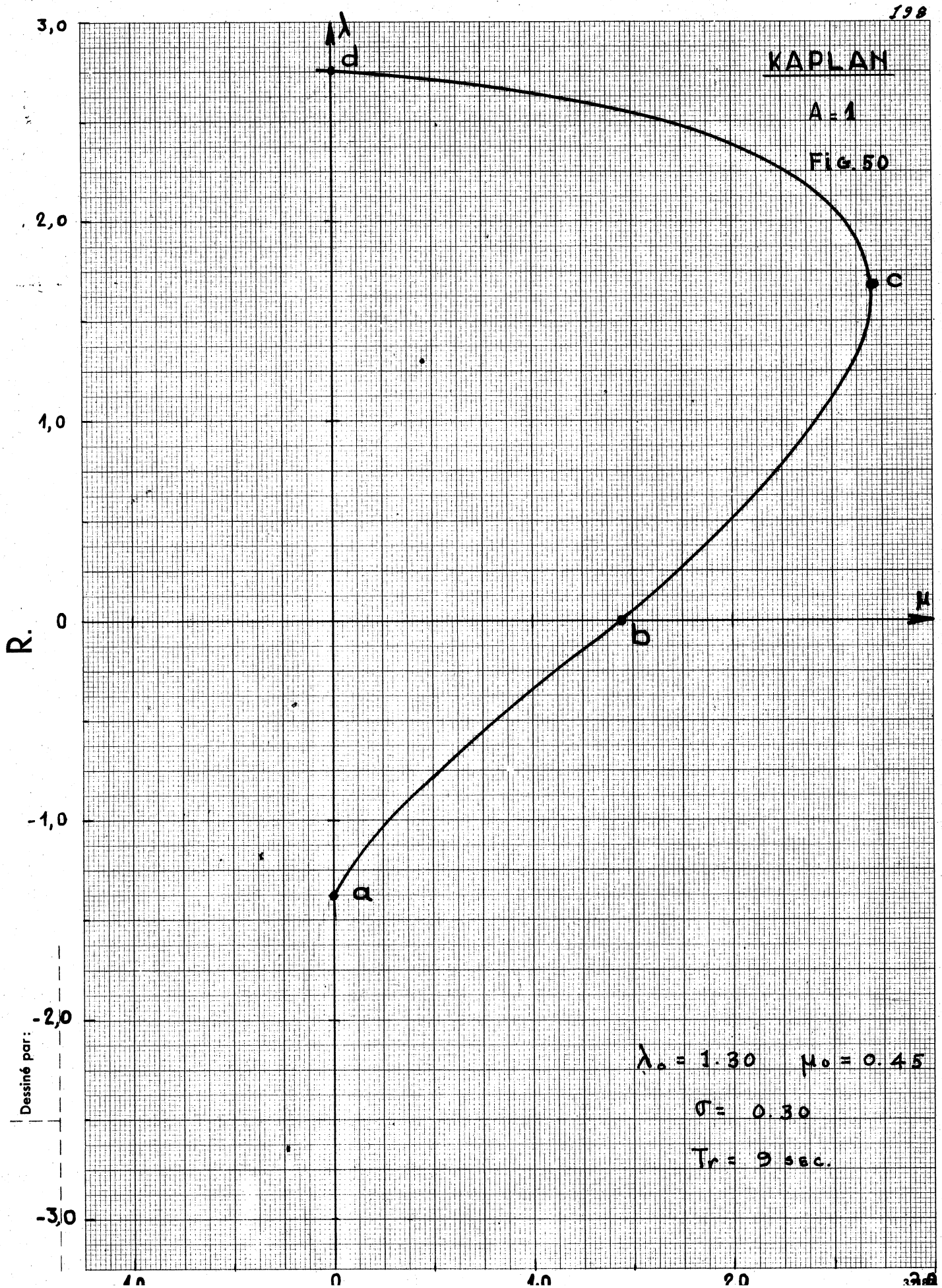
$\lambda_o = 2.8$ $\mu_o = 1.9$

$\sigma = 0.83$

$Tr = 5.3$ sec.

Dessiné par:


FRANCIS
A=1
Fig. 49
λλ
μ
R.
2,0
1,6
1,2
0,8
0,4
0
- 0,4
- 0,8
- 1,2
- 1,6
- 2,0
- 2,4
a
b
c
d
λ₀ = 0.9
μ₀ = 0.225
σ = 0.24
Tr = 6.5 sec.
Dessiné par:
32187


KAPLAN
A = 1
Fig. 50
λ
μ
R.
a
b
c
d
3,0
2,0
1,0
0
-1,0
-2,0
-3,0
4,0
0
4,0
2,0
λ₀ = 1.30
μ₀ = 0.45
σ = 0.30
Tr = 9 sec.
Dessiné par:

Dessiné par : R.

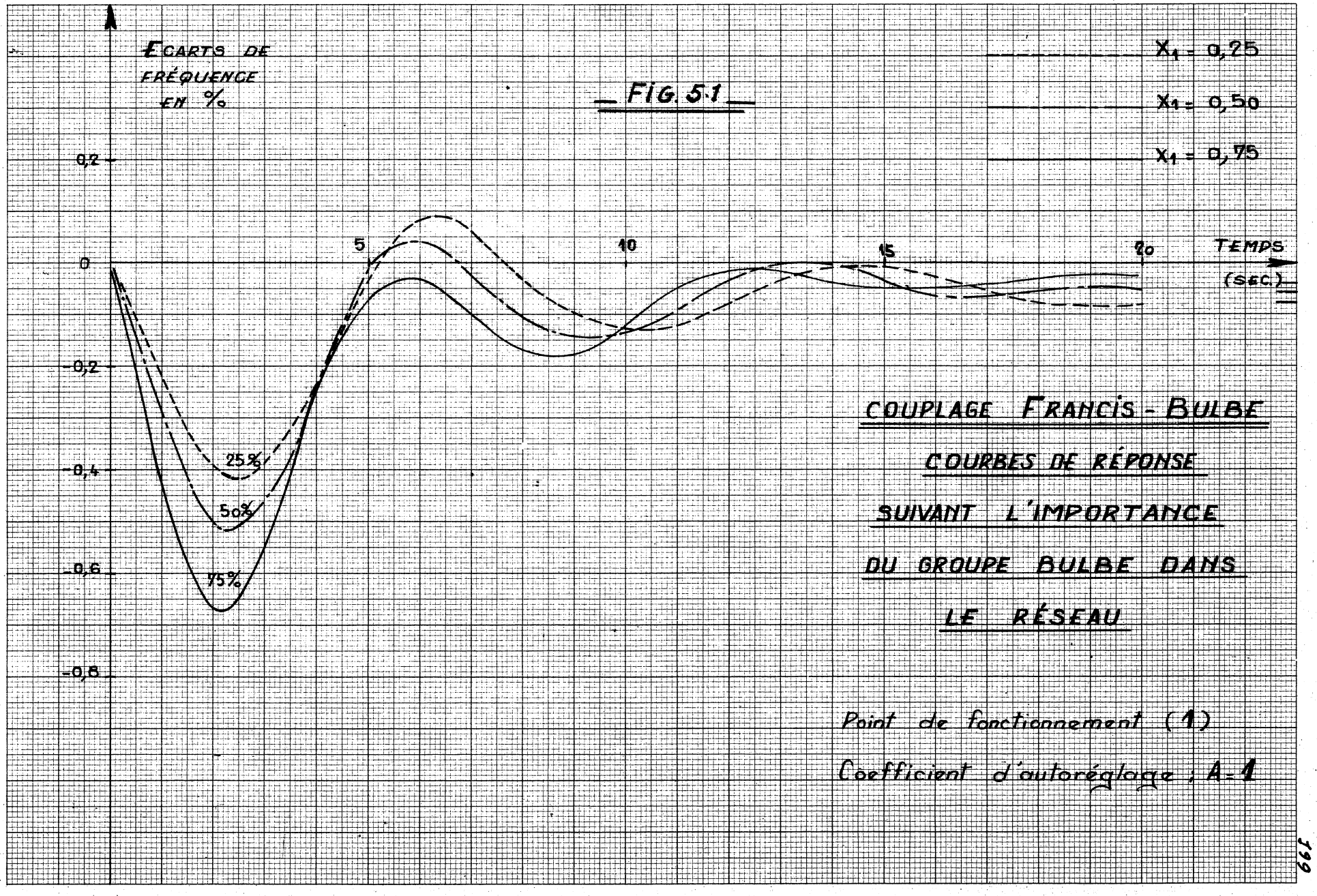


FIG. 5.1

COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE SUIVANT L'IMPORTANCE DU GROUPE BULBE DANS LE RÉSEAU

Point de fonctionnement (1)

Coefficient d'autoréglage : A = 1

799

Dessiné par :

R.

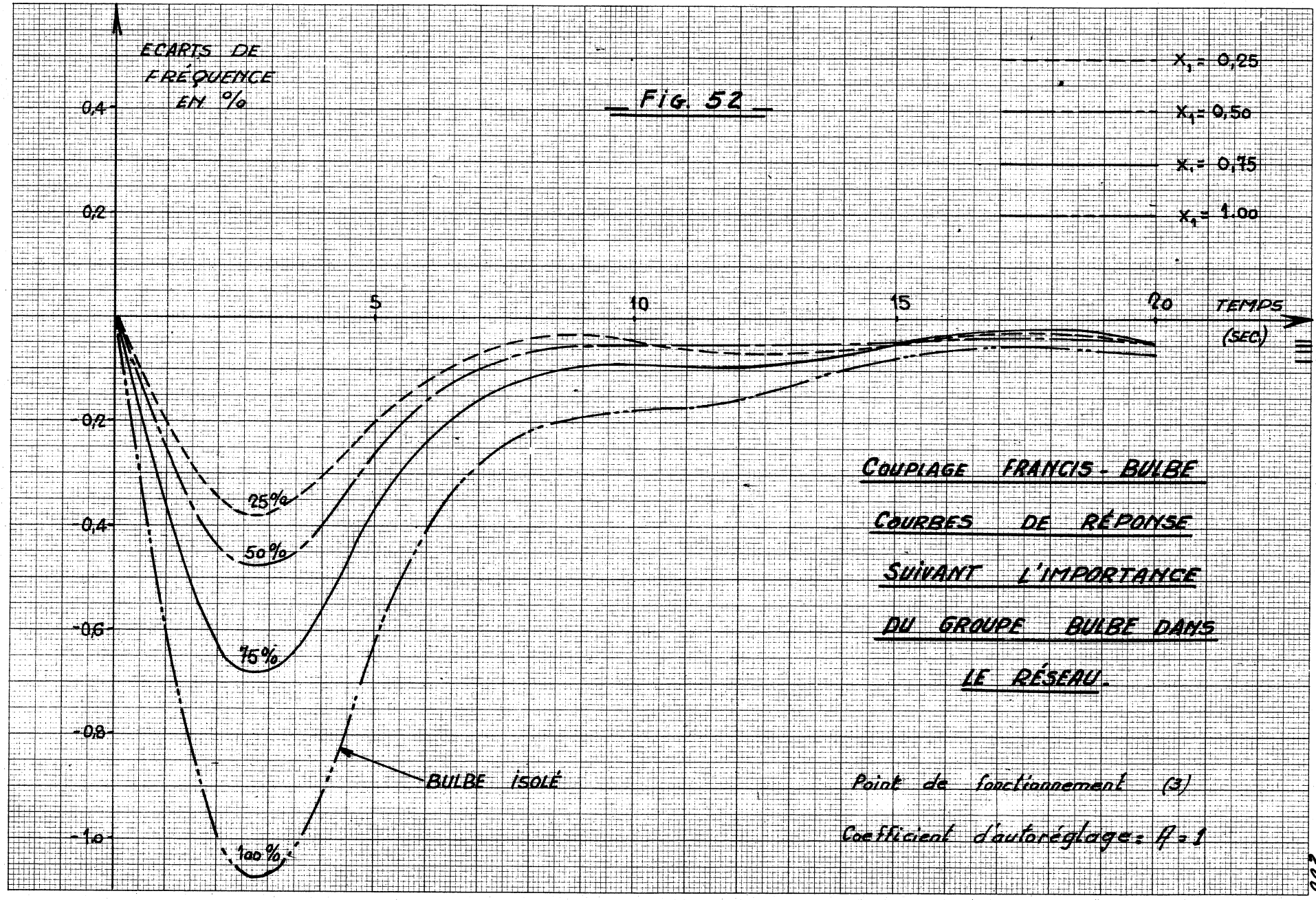


Fig. 52

COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE SUIVANT L'IMPORTANCE DU GROUPE BULBE DANS LE RÉSEAU.

Point de fonctionnement (3)

Coefficient d'autoréglage : $\beta = 1$

32187.

200

Dessiné par :

R.

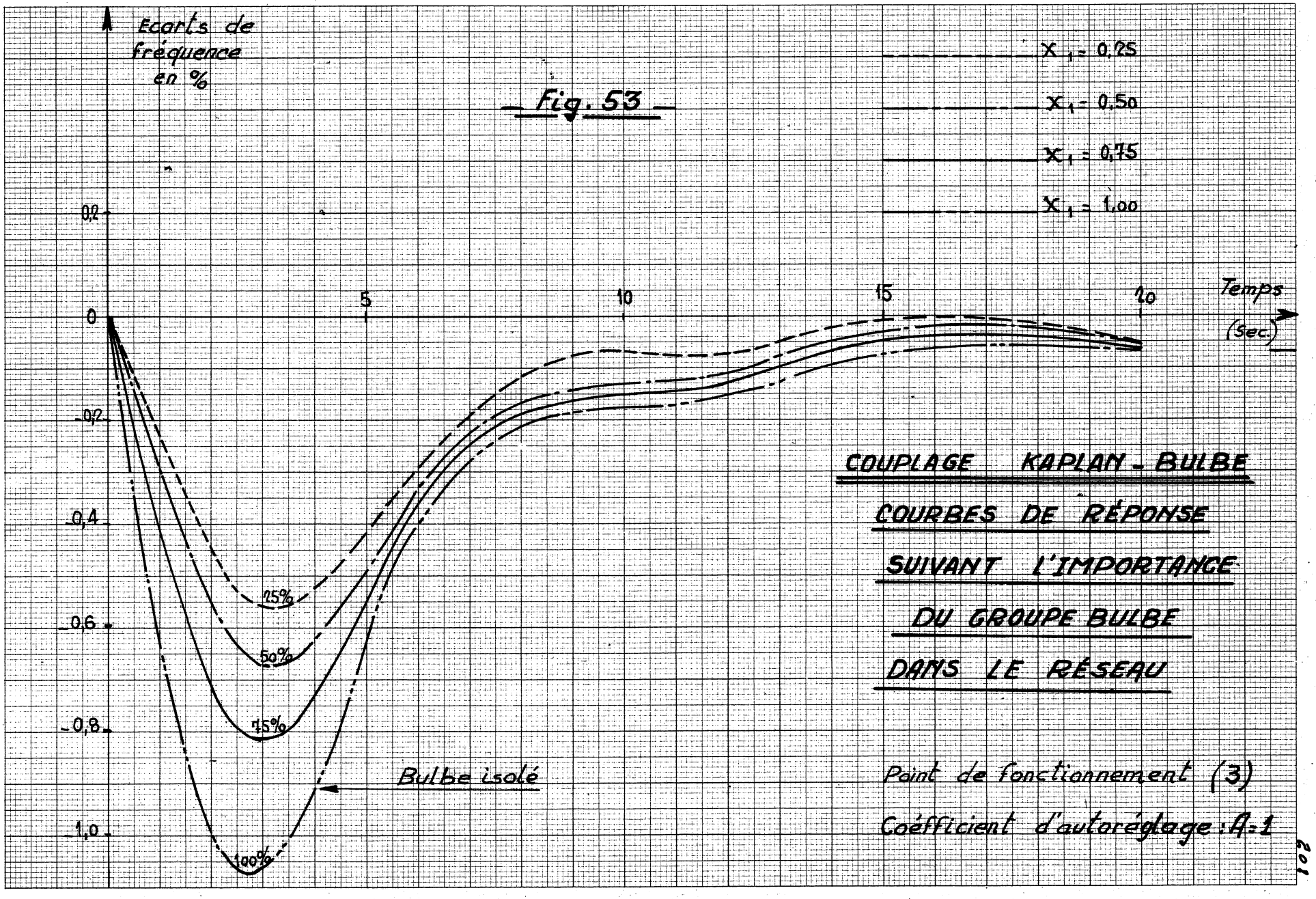


Fig. 53

COUPLAGE KAPLAN - BULBE

COURBES DE RÉPONSE

SUIVANT L'IMPORTANCE

DU GROUPE BULBE

DANS LE RÉSEAU

Point de fonctionnement (3)

Coefficient d'autoréglage : q = 1

201

28187

Dessiné par : R.

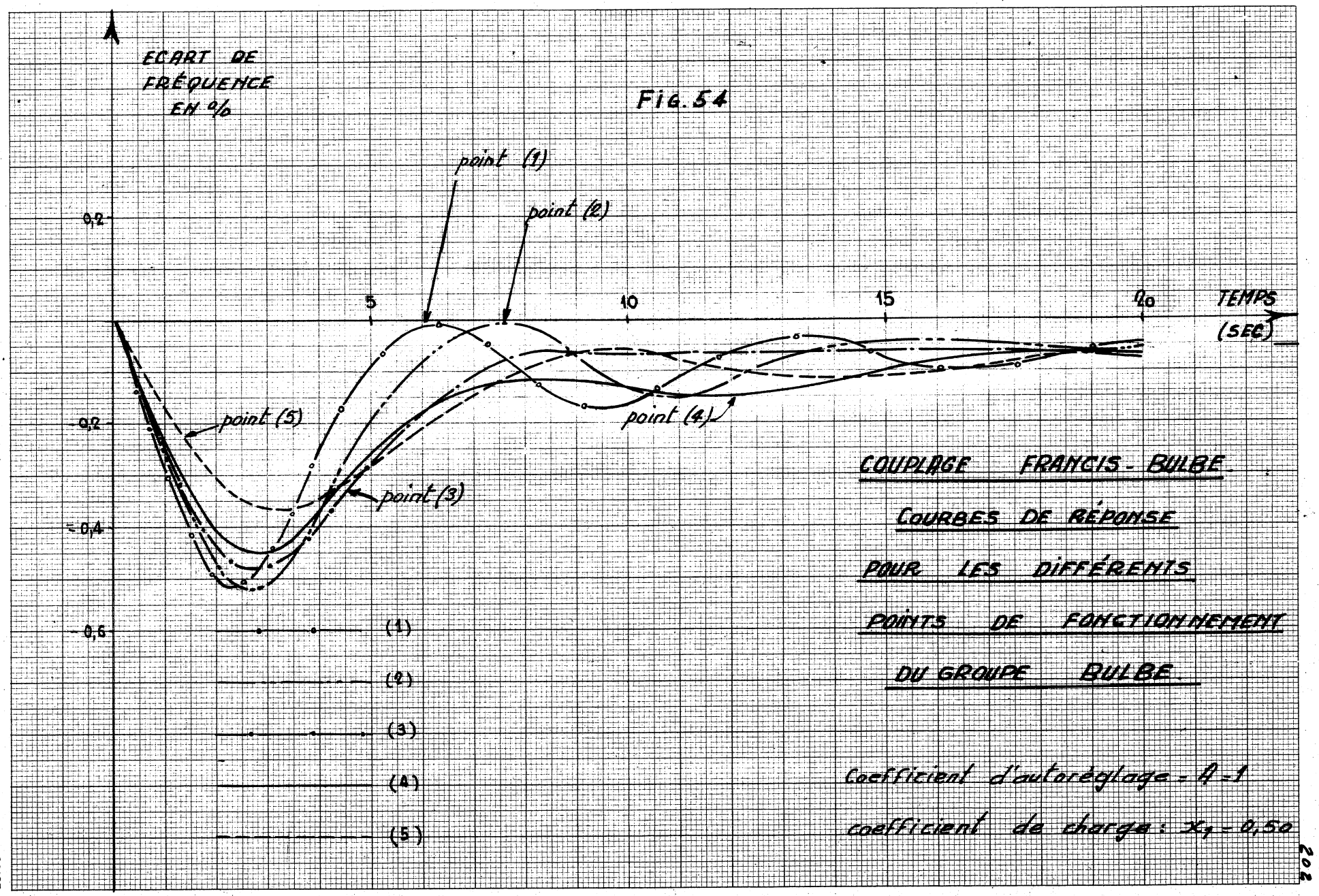


Fig. 54

COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE

POUR LES DIFFÉRENTS

POINTS DE FONCTIONNEMENT

DU GROUPE BULBE.

Coefficient d'autoréglage = $\beta = 1$

coefficient de charge : $x_1 = 0,50$

Dessiné par :

R.

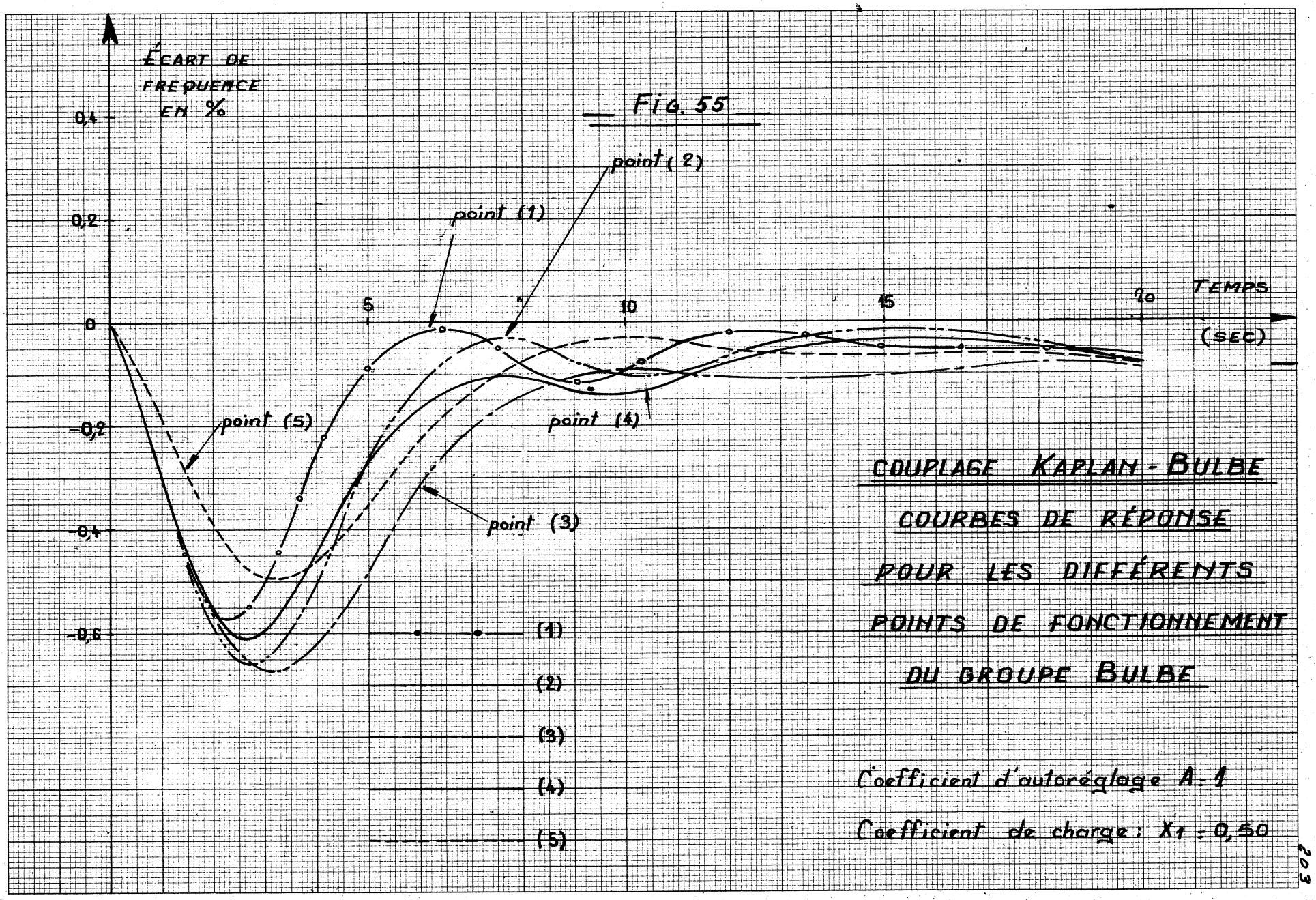


Fig. 55

COUPLAGE KAPLAN - BULBE

COURBES DE RÉPONSE POUR LES DIFFÉRENTS POINTS DE FONCTIONNEMENT DU GROUPE BULBE

Coefficient d'autoréglage A-1

Coefficient de charge : $X_1 = 0,50$

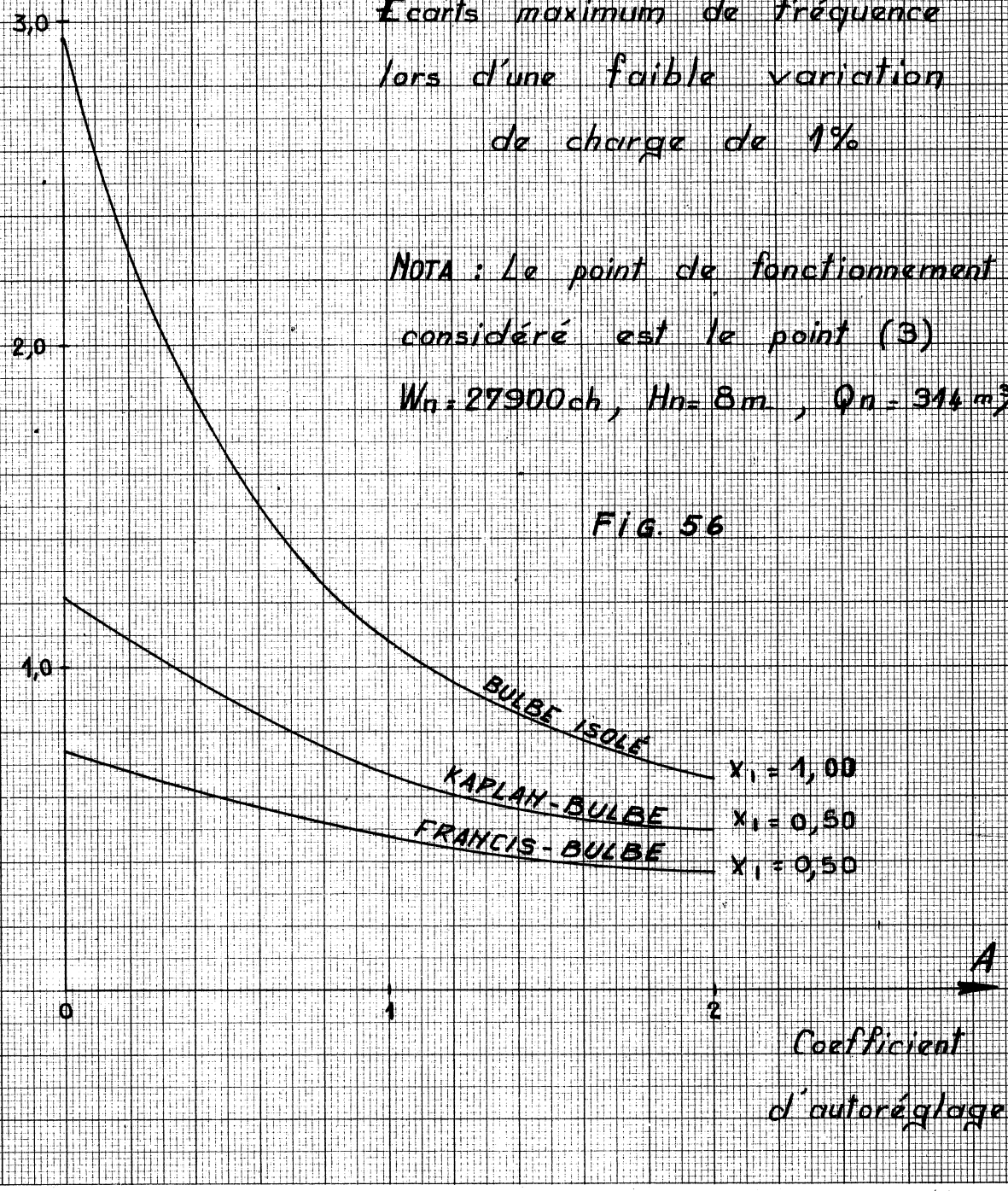
EFFETS DU COUPLAGE EN PARALLÈLE SUR L'INFLUENCE DU COEFFICIENT D'AUTORÉGLAGE

$\left(\frac{\Delta l}{W_o}\right)_{MAX.}$

Ecarts maximum de fréquence lors d'une faible variation de charge de 1%

NOTA : Le point de fonctionnement considéré est le point (3)
$W_n = 27900 ch$, $H_n = 8 m$, $Q_n = 314 m^3/s$

FIG. 56



R.

Dessiné par :

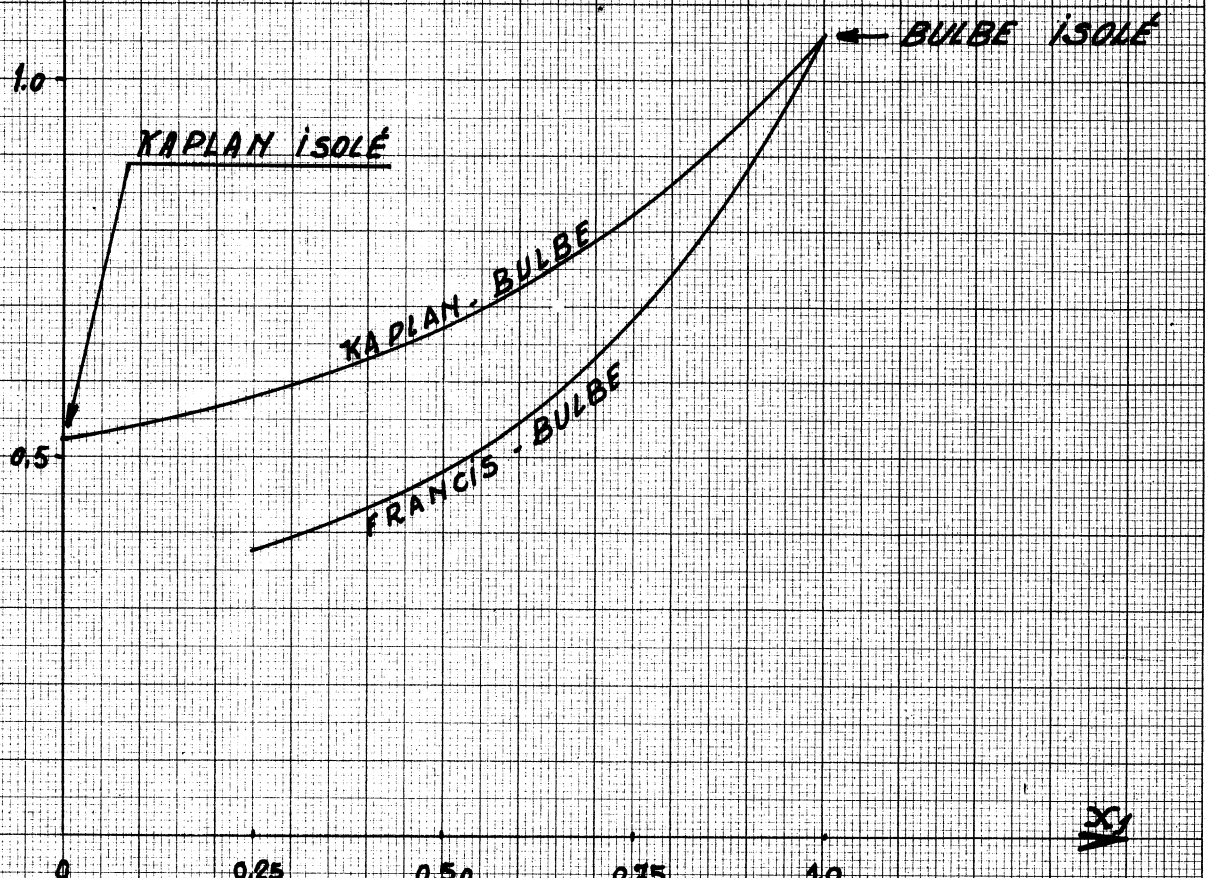
ECARTS MAXIMUM DE FREQUENCE POUR UNE VARIATION DE CHARGE DE 1% AUTOUR DU POINT (3)

$\Delta\left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)_{MAX.}$

(q = 1)

(INFLUENCE DU COEFFICIENT X_1)

FIG. 57



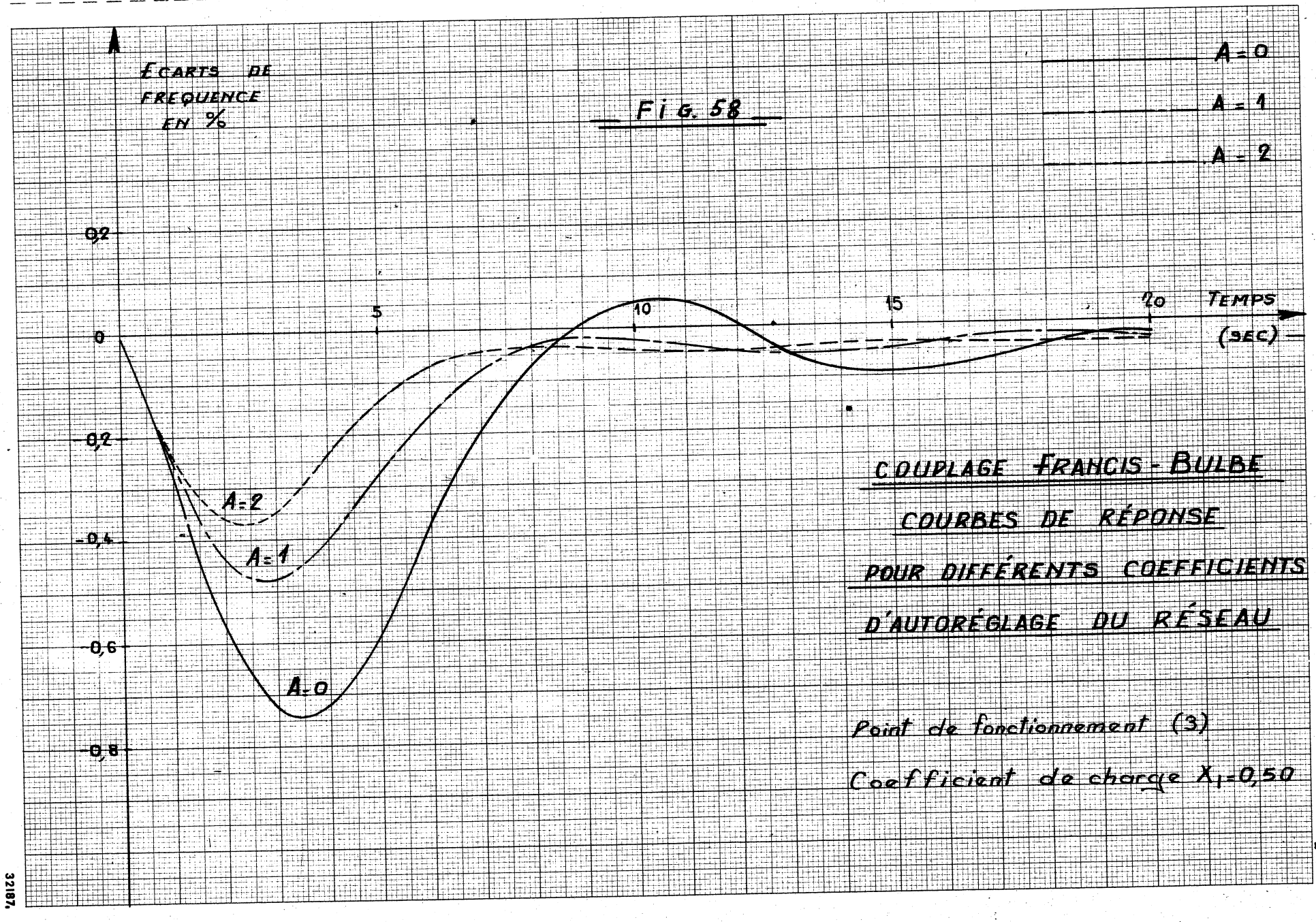
X_1 = charge du groupe BULBE par rapport à la charge totale du réseau.

R.

Dessiné par :

Dessiné par :

R.



COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE

POUR DIFFÉRENTS COEFFICIENTS

D'AUTORÉGLAGE DU RÉSEAU

Point de fonctionnement (3)

Coefficient de charge $X_1 = 0,50$

32187.

Dessiné par :

R.

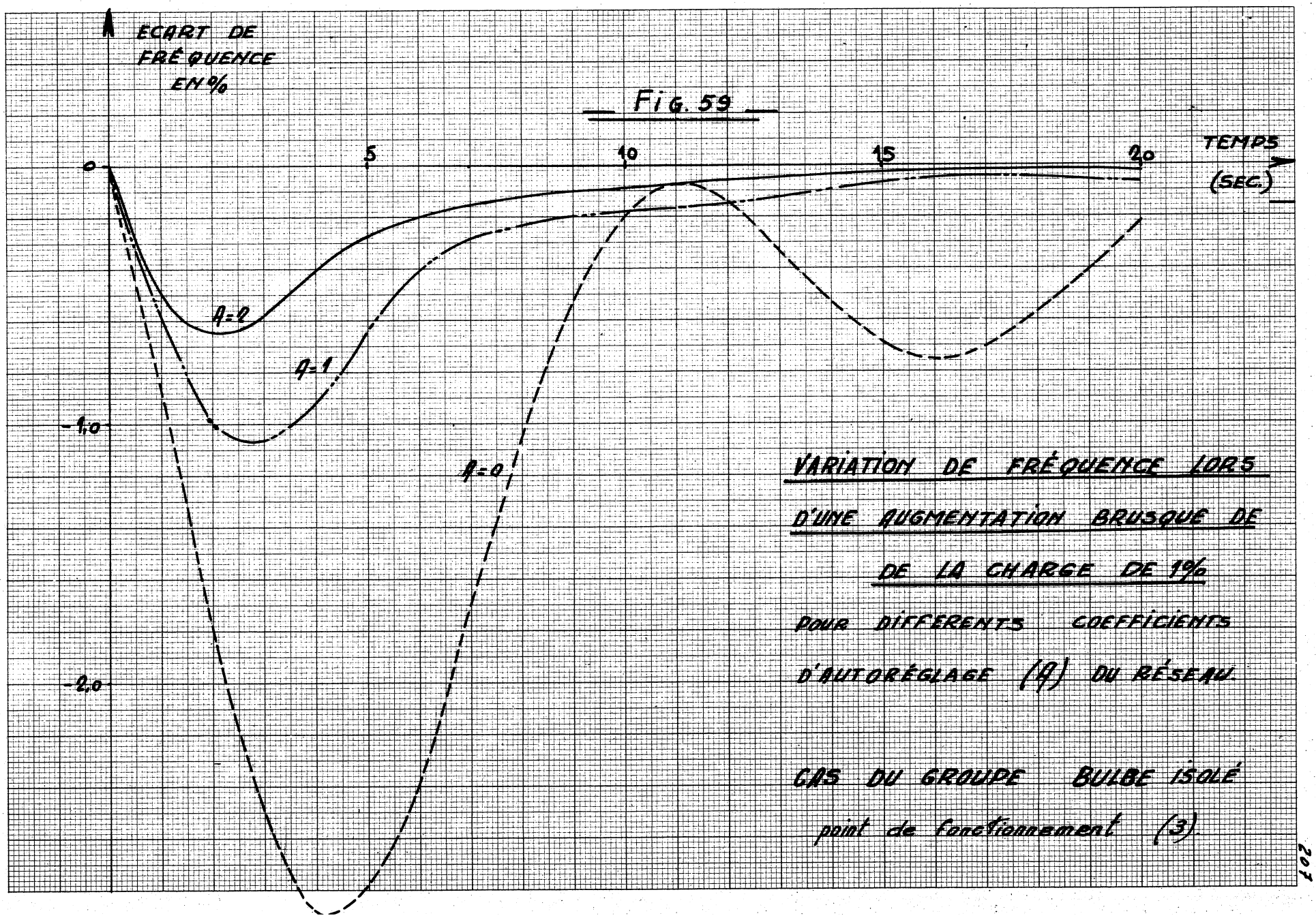


Fig. 59

VARIATION DE FRÉQUENCE LORS D'UNE AUGMENTATION BRUSQUE DE DE LA CHARGE DE 1%

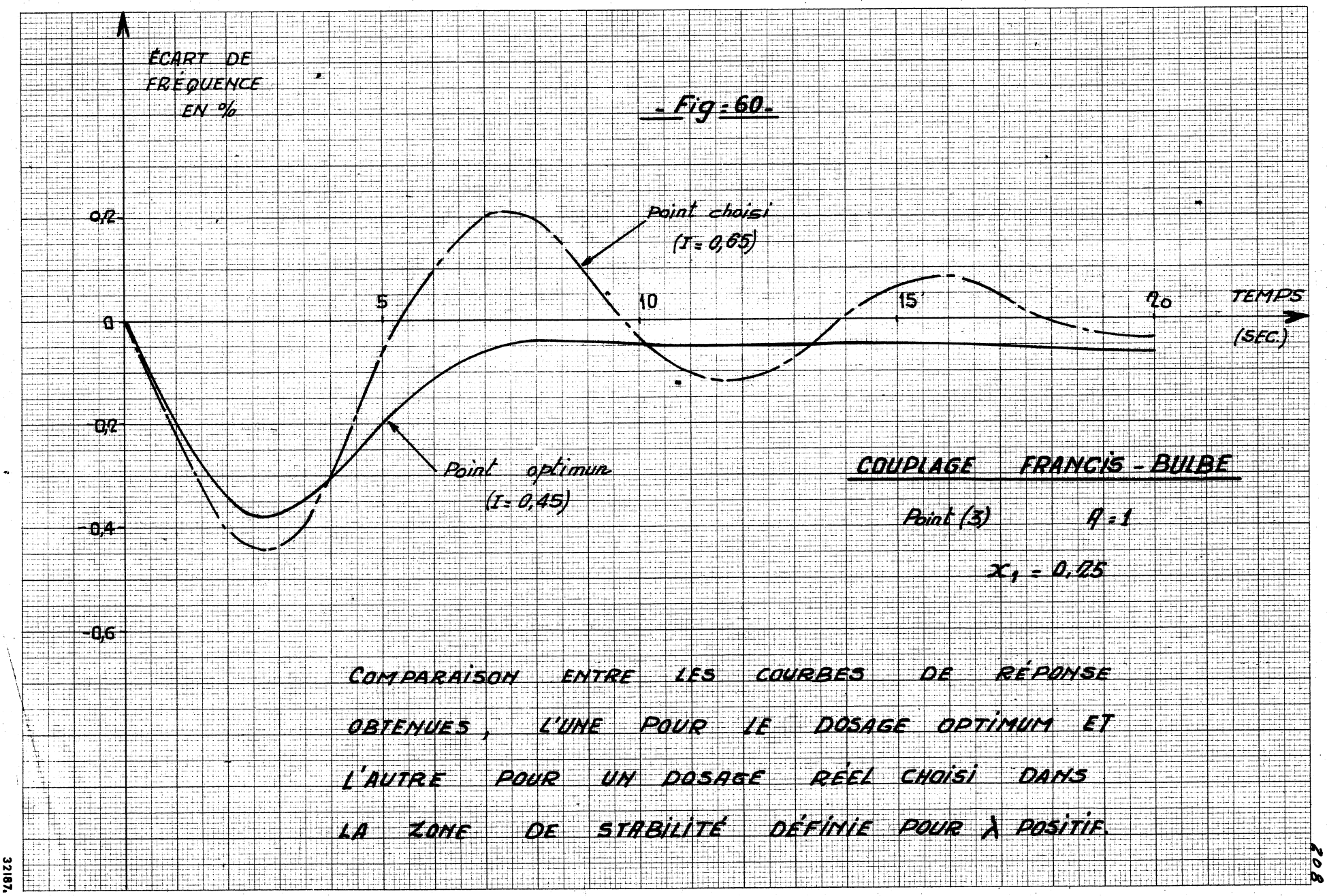
POUR DIFFERENTS COEFFICIENTS D'AUTORÉGLAGE (q) DU RÉSEAU.

CAS DU GROUPE BULBE ISOLÉ

point de fonctionnement (3).

Dessiné par :

R.



- Fig - 60 -

COUPLAGE FRANCIS - BULBE

Point (3) $q = 1$

$x_1 = 0,25$

COMPARAISON ENTRE LES COURBES DE RÉPONSE OBTENUES, L'UNE POUR LE DOSAGE OPTIMUM ET L'AUTRE POUR UN DOSAGE RÉEL CHOISI DANS LA ZONE DE STABILITÉ DÉFINIE POUR λ POSITIF.

32187.

208

CONCLUSIONS :

Le travail que nous avons entrepris sur la stabilité et la qualité du réglage de vitesse des turbines hydrauliques nous a permis de préciser une méthode d'étude pour deux groupes fonctionnant en parallèle dans un même réseau isolé. Tout en restant le plus général possible, nous avons négligé l'effet de l'élasticité de l'eau et de la conduite ; nous limitant ainsi aux turbines de moyennes et basses chûtes. Nous avons également admis que le réseau pouvait être considéré comme rigide ; donc que la fréquence était la même partout. Cette hypothèse, justifiable dans notre cas pour un petit réseau faiblement chargé, ne le serait plus pour un réseau plus important (lignes longues et fortement chargées) et on devrait tenir compte des variations d'angle de phase entre les différents générateurs et utilisateurs. Signalons également que pour certains cas particuliers, il est souvent intéressant d'expliciter, en plus de la courbe de réponse de vitesse, l'évolution

de la puissance motrice et du vannage au cours du régime transitoire.

Le second but que nous nous étions fixé consistait à étudier le comportement d'un groupe Bulbe, couplé en parallèle avec un groupe de caractéristiques différentes. Le choix de ce cas nous a été dicté par l'intérêt que présentait l'étude de la stabilité d'un groupe ayant mauvaise réputation au point de vue réglage de la fréquence ; mais nous aurions pu étudier n'importe quel cas de couplage en parallèle (de turbines de basses et moyennes chutes), la méthode et les programmes de calculs ayant été conçus à cet effet.

Les résultats que nous avons obtenus dans les deux cas de marche en parallèle : Kaplan - Bulbe et Francis - Bulbe, et les comparaisons que nous avons pu établir avec la marche en réseau isolé, nous permettent de tirer les conclusions suivantes :

- Les groupes Bulbes se comportent beau-

coup mieux en réseau interconnecté qu'on l'aurait d'abord cru, et peuvent contribuer utilement au réglage de la fréquence.

- la qualité de réglage d'un réseau interconnecté peut être bien meilleure que celle du réseau isolé, même si les fluctuations relatives de puissance sont les mêmes.

- la théorie de réglage en réseau isolé ne contenant qu'un seul groupe ne peut être utilisée pour déterminer les paramètres de dosage optimum du régulateur.

- un réseau stable composé de plusieurs groupes en parallèle est à peu près équivalent à un groupe fictif dont les caractéristiques sont les moyennes pondérées des caractéristiques de tous les groupes.

A la lumière de ces deux dernières conclusions, déjà énoncées par certains auteurs comme MM. GADEN, ALMERAS, MEYER [6] [7] [31], nous pensons que notre méthode d'étude de deux groupes en

parallèle pourrait s'appliquer directement à trois groupes différents en considérant les deux premiers comme un ensemble stable.

Dans cet ordre d'idées, un grand réseau pourrait être considéré comme un ensemble de petits réseaux partiels à l'intérieur desquels le couplage serait rigide, mais reliés entre eux par des lignes d'interconnexions non rigides. L'étude des petits réseaux, composés de 3 ou 4 installations différentes en parallèle, permettrait sans doute de définir pour chaque groupe un meilleur dosage que celui obtenu par la théorie de réglage du groupe isolé. On contribuerait à augmenter ainsi la marge de stabilité de chaque réseau partiel et, éventuellement, le nombre de groupes pouvant régler la fréquence

---

Grenoble, 1° mai 1963

OUVRAGES CONSULTÉS :

[1] : RANSFORD, ROTTNER : "Optimisation du réglage de vitesse des groupes hydroélectriques". LA HOUILLE BLANCHE ; No 3 - 1958, No 1 et 6 1959, No 1 - 1960.

[2] : ALMÉRAS, P : "Cours de Régulation". E.N.S.E.H. Grenoble (1955)

[3] : MEYER, R : "Cours de Régulation et de Servo-mécanismes". E.N.S.E.H.G. (1958)

[4] : DANIEL, J : "Amélioration du réglage de vitesse des turbines hydrauliques". (THÈSE présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble). H.B. No 1 et 2 - 194

[5] : BOREL, L : "Stabilité de réglage des installations hydroélectriques". DUNOD - PARIS (1960)

[6] : GADEN, D : "Considérations sur le problème de la stabilité" : LA CONCORDE, Lausanne 1945

[7] : ALMÉRAS, P : "Influence de l'inertie de l'eau sur la stabilité d'un groupe hydroélectrique." La Houille Blanche : No 1 - 1945

[8] : MACMILLAN : "Theory of Control in Mechanical Engineering" : Cambridge University Press, 1951

[9] : KUNTZMANN, DANIEL, MA : "Stabilité des systèmes de réglage". (Méthode des séparatrices) Revue Générale de l'Electricité : No 3 et 11 (1952,

[10] : AIZERMAN, A : "Détermination de la frontière du domaine de stabilité dans l'espace des paramètres." AUTOMATISME ; No 3, 7, 8 et 10 (1960,

[11] : MEYER, R : "Réglage de la fréquence dans les réseaux électriques interconnectés. H. B. No 5 (1956)

[12] : CUÉNOD, M : "Influence des phénomènes de coup de bélier sur le réglage de la vitesse des turbines hydrauliques." HOUILLE BLANCHE No 2 (194

[13] : MEYER, R : "Quelques résultats nouveaux concernant la régulation des turbines et des installations hydrauliques en général". H. B. No 4 (1952)

[14] : CUÉNOD, WAHL : "Amélioration de la tenue de la fréquence dans un réseau alimenté par une centrale hydro-électrique." Bulletin de la Suisse Romande, Mars et Avril (1954)

[15] : POPOV, E.P. : "The Dynamics of Automatic Control Systems." PERGAMON PRESS, LONDON (1962)

[16] : SOLODOWNIKOW : " Grundlagen Der Selbstätigen Regelung". (Band I, chap 20) KINDLER (1959)

[17] : KRASOVSKY, A.A. : "Sur le choix des paramètres d'un régulateur automatique", THÈSE présentée à l'Académie JOUKOVSKY de l'Armée de l'Air Russe. (1948)

[18] : WIENER, N. : " Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series." (M.I.T, WILEY AND SONS, U.S.A. (1949)

[19] : HALL, A. : " The Analysis and Synthesis of linear Servomechanisms" CHAP. 2, Technology Press, Cambridge, Mass. (U.S.A) (1943)

[20]: SARTORIUS, H.: "Die Zweckmässige Festlegung der frei wählbaren Regelungskonstanten." THÈSE présentée à la Technische Hochschule de Stutlgart (Allemagne) (1944)

[21] : MILNE, W.E. : "Numerical solution of Differential Equations." JOHN WILEY, New York (1953)

[22] : OLDENBOURG, SARTORIUS : "A uniform approach to the optimum adjustement of control systems". A. S. M. E., Paper 53-A-18 (1954)

[23] : SHIOTT, H : "Optimum setting of water-turbine governors". Transactions of the Society of Instrument Technology. Nov. (1959)

[24] : CUÉNOD, M. : "Le langage et les symboles de l'automatique". NOUVELLES TECHNIQUES No 6 (1959)

[25] : CAYÈRE, ABBÉ : "Les régulateurs automatiques de vitesse pour groupes hydro-électriques." La Machine Moderne : mai à novembre 1960

[26] : MEYER, R. : "Comportement et stabilité des régulateurs contenant des éléments à caractéristique non linéaire." LA HOUILLE BLANCHE : No 3-1952, No 1-1953

[27] : KRIVTCHENKO, G. I. : "Influence de quelques nonlinéarités sur la marche des systèmes de réglage des turbines hydrauliques." Traduction No 906 de E. D. F. extrait de TRUDY V. I. G. M. MOSCOU (1960)

[28] : GILLE, DECAULNE, PELEGRIN : "Théorie et calcul des asservissements". DUNOD (1958)
"Méthodes modernes d'étude des systèmes asservis". DUNOD, Paris (1960)

[29] : RANSFORD, LÉON : "Effet d'un retard fini dans un régulateur de turbine hydraulique".
AUTOMATISME. No. 4 avril (1961)

[30] : PUN, L : "Application de la théorie des systèmes asservis à la régulation de vitesse des groupes hydro-électriques". THÈSE présentée à la Faculté des Sciences de l'Université de Grenoble (1954). GAUTHIER-VILLARS (1955)

[31] : AIZERMAN, A : "La notion de stabilité intrinsèque des asservissements linéaires."
AUTOMATISME. No 4 avril (1961)

[32] : LONG, L.O. : "Outlook on the Relationship between load-frequency control and Turbine Governors on Interconnected Power Systems."
The Engineering Journal (Canada) Dec. 1961

[33] : EVANGELISTI, G. : "La regolazione delle turbine idrauliche." ZANICHELLI, Bologne (1947)

[34] : CARSLAW, JAEGER : "Operational Methods in Applied Mathematics." Oxford University Press, LONDON (1941)

TABLE DES MATIÈRES

pages

INTRODUCTION : 1

INDEX DES NOTATIONS : 7

PREMIÈRE PARTIE

NOTION DE LA STABILITÉ ET DE LA QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES HYDRAULIQUES

CHAPITRE I. — DESCRIPTION ET RÔLE DES RÉGULATEURS DE VITESSE :

1 : Description et fonctionnement d'un régulateur à asservissement temporaire. 12

2 : Consignes du coup de bélier 20

3 : Rôle des régulateurs de vitesse 22

CHAPITRE II. — STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE DE VITESSE DES TURBINES :

1 : Stabilité de réglage 25

2 : Qualité du réglage 29

DEUXIÈME PARTIE

MÉTHODE EMPLOYÉE POUR L'ÉTUDE DE LA STABILITÉ DE DEUX GROUPES HYDROELECTRIQUES EN PARALLÈLE

pages

CHAPITRE III. — MISE EN ÉQUATIONS DANS LE CAS D'UN GROUPE ISOLÉ, HYPOTHÈSES DE CALCUL ET LEURS JUSTIFICATIONS :

1: Vitesse de rotation d'un groupe 39

2: Puissance fournie à l'alternateur par la turbine 40

3: Puissance fournie au réseau électrique par le groupe 41

4: Influence du coup de bélier 46

5: Déplacement du vannage sous l'action du régulateur de vitesse 48

6: Influence de la colline de rendements dans les équations du système de réglage 52

7: Système d'équations pour un groupe isolé, exprimées en variables réduites 64

CHAPITRE IV. — EQUATION DE RÉGLAGE POUR DEUX GROUPES EN PARALLÈLE:

1: Hypothèse de la rigidité du réseau 67

2: Système d'équations pour deux groupes fonctionnant en parallèle dans un même réseau 71

pages

CHAPITRE V : —— RECHERCHE DE L'EQUATION CARACTERISTIQUES :

Coefficients "K" de l'équation 74

CHAPITRE VI : —— ÉTUDE DE LA FRONTIÈRE DE STABILITÉ PAR LA MÉTHODE DES SÉPARATRICES

1: Exposé de la méthode de M. Kuntzmann 82

2: Application par la méthode de M. Ajzerman 87

3: Calcul des séparatrices S_0, $S_{i\alpha}$ et S_∞ 91

CHAPITRE VII : —— OPTIMISATION DES PARAMÈTRES DE DOSAGE DU RÉGULATEUR :

1: Critères d'optimisation 99

2: Méthode de calcul de $\int_0^\infty u^2 dt$ 104

3: Application au cas de deux turbines en parallèle 107

CHAPITRE VIII : —— COURBES DE RÉPONSE IMPULSIONNELLES :

1: Choix d'une méthode de résolution de l'équation différentielle 112

2: Calcul de "u" et de ses dérivées au temps initial t_0 114

3: Exposé de la méthode de Milne 117

pages

TROISIÈME PARTIE

STABILITÉ ET QUALITÉ DU RÉGLAGE D'UN GROUPE BULBE FONCTIONNANT EN PARALLÈLE AVEC DES GROUPES DE CARACTÉRISTIQUES DIFFÉRENTES.

CHAPITRE IX : —— CAS ÉTUDIÉS ET CHOIX DES PARAMÈTRES :

1: Caractéristiques du groupe Francis.....123
2: Caractéristiques du groupe Kaplan.....127
3: Caractéristiques du groupe Bulbe.....129

CHAPITRE X : —— PRÉSENTATION ET INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS.

1: Calculs effectués et résultats obtenus.....139
2: Influence du coefficient d'autoréglage du réseau sur la stabilité du groupe Bulbe.....149
3: Influence de la colline de rendement sur la stabilité.....153
4: Effet du couplage en parallèle sur la stabilité du groupe Bulbe.....155
5: Présentation des figures.....158

CONCLUSIONS.....209

OUVRAGES CONSULTÉS.....213

DEUXIEME THESE

PROPOSITIONS DONNEES PAR LA FACULTE

Le problème de la cavitation dans les évacuateurs de fond

-

VU :

Grenoble, le
Le Président de la Thèse :

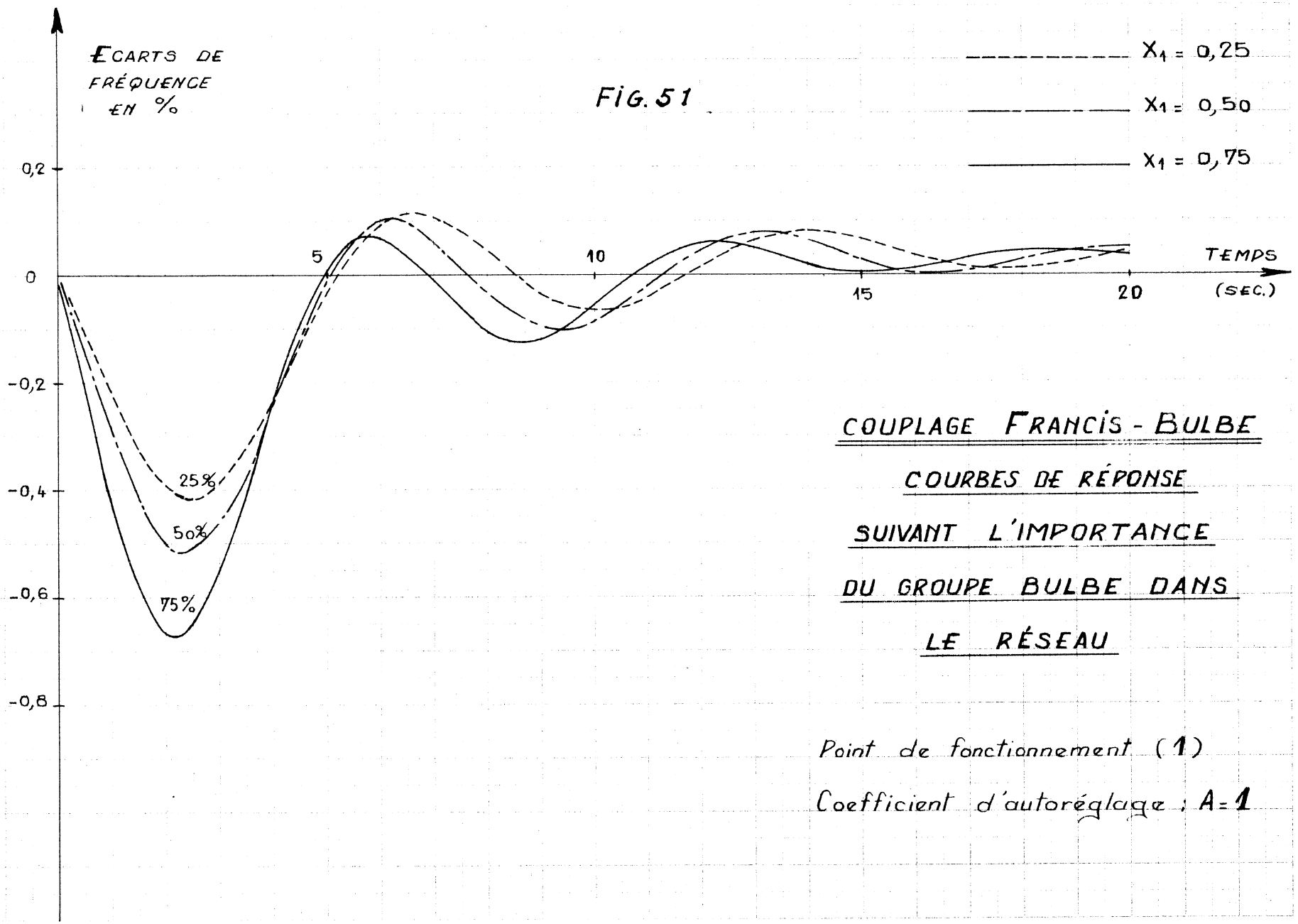
VU :

Grenoble, le
Le Doyen de la Faculté des Sciences

VU et permis d'imprimer,

Grenoble, le
Le Recteur de l'Académie de Grenoble :

FIG. 51



COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE SUIVANT L'IMPORTANCE DU GROUPE BULBE DANS LE RÉSEAU

Point de fonctionnement (1)

Coefficient d'autoréglage : A = 1

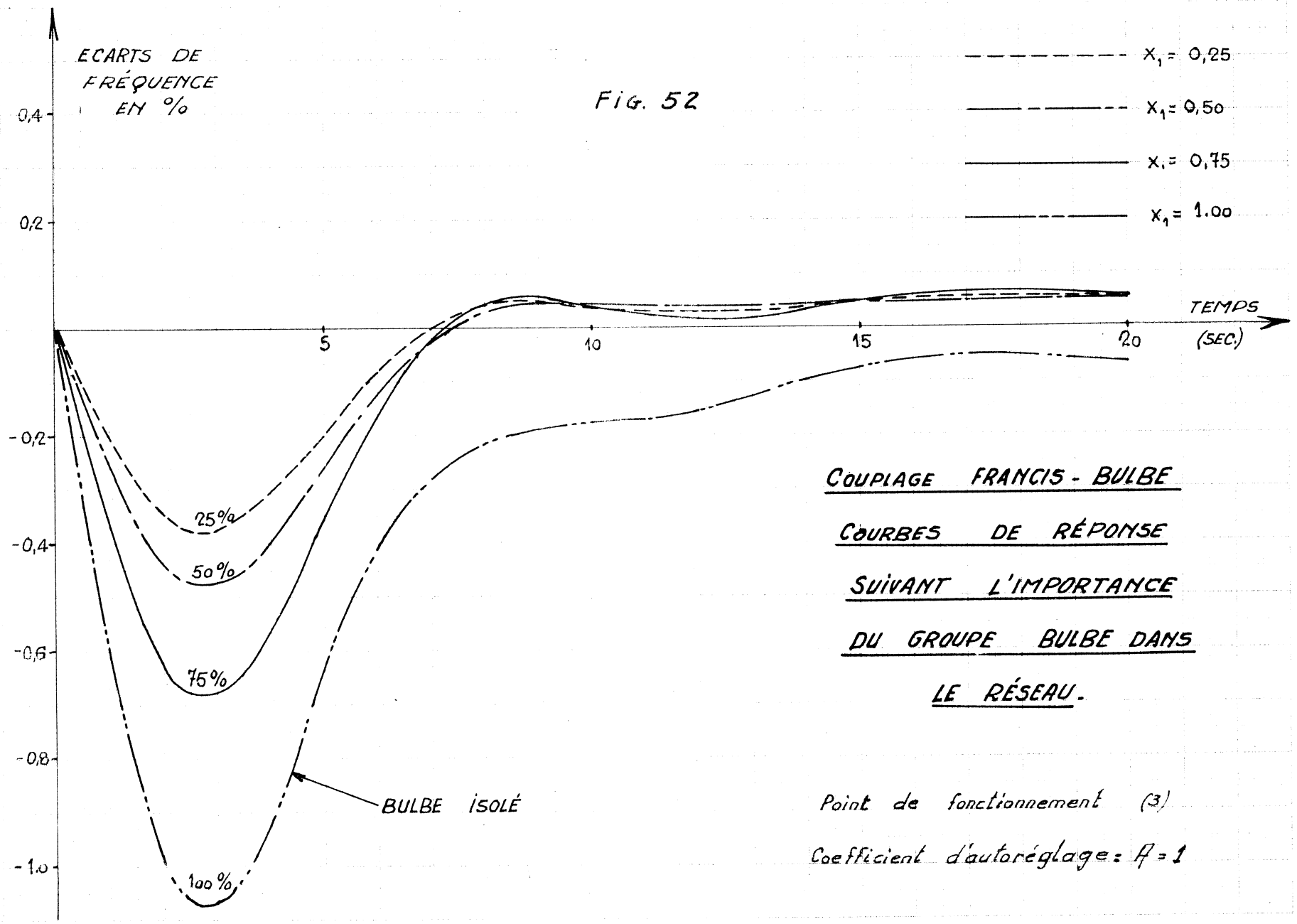


FIG. 52

COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE

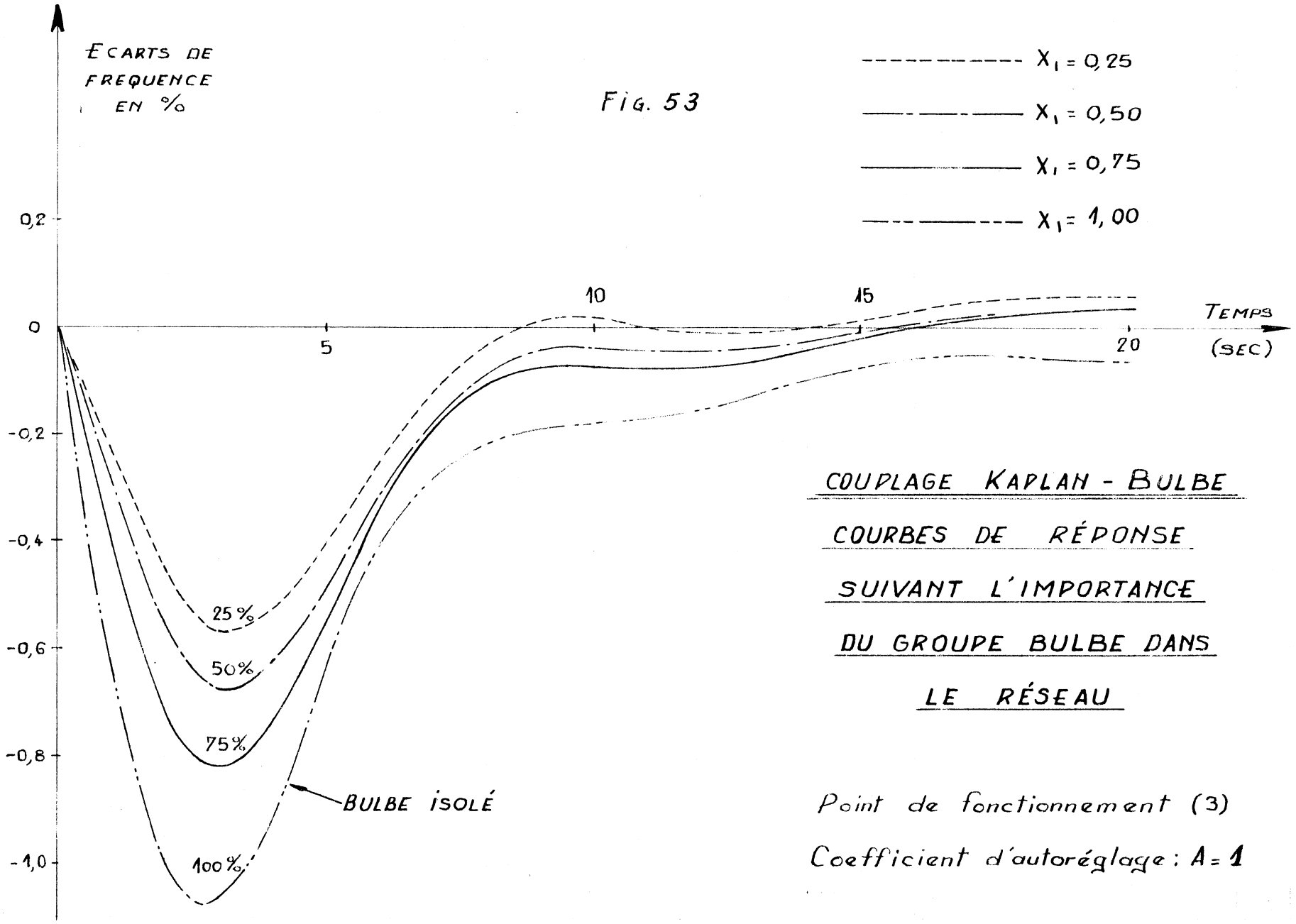
SUIVANT L'IMPORTANCE

DU GROUPE BULBE DANS

LE RÉSEAU.

Point de fonctionnement (3)

Coefficient d'autoréglage: $A = 1$



COUPLAGE KAPLAN - BULBE

COURBES DE RÉPONSE

SUIVANT L'IMPORTANCE

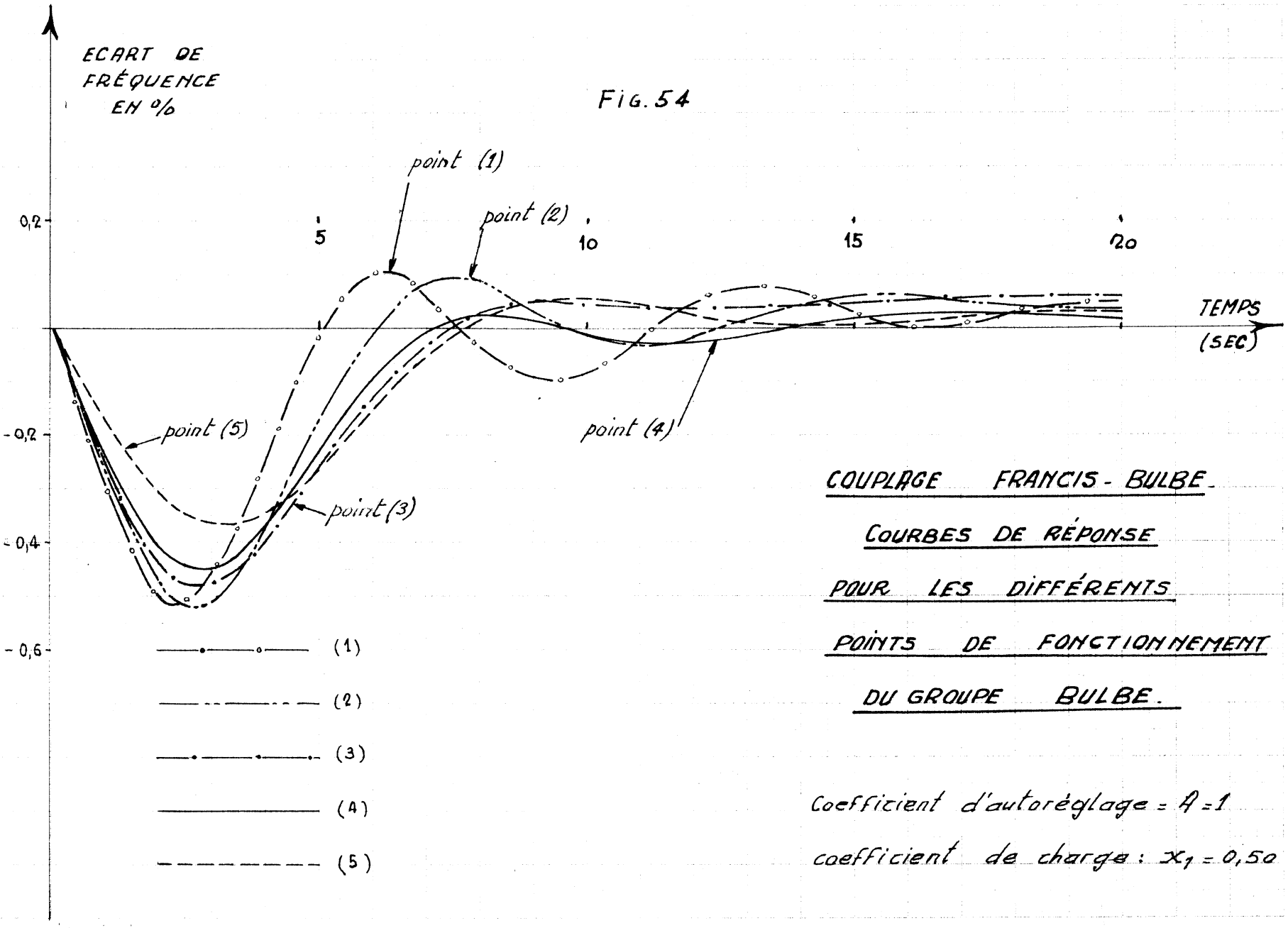
DU GROUPE BULBE DANS

LE RÉSEAU

Point de fonctionnement (3)

Coefficient d'autoréglage : A = 1

Fig. 54



COUPLAGE FRANCIS - BULBE.

COURBES DE RÉPONSE POUR LES DIFFÉRENTS POINTS DE FONCTIONNEMENT DU GROUPE BULBE.

Coefficient d'autoréglage = $A = 1$

coefficient de charge : $x_1 = 0,50$

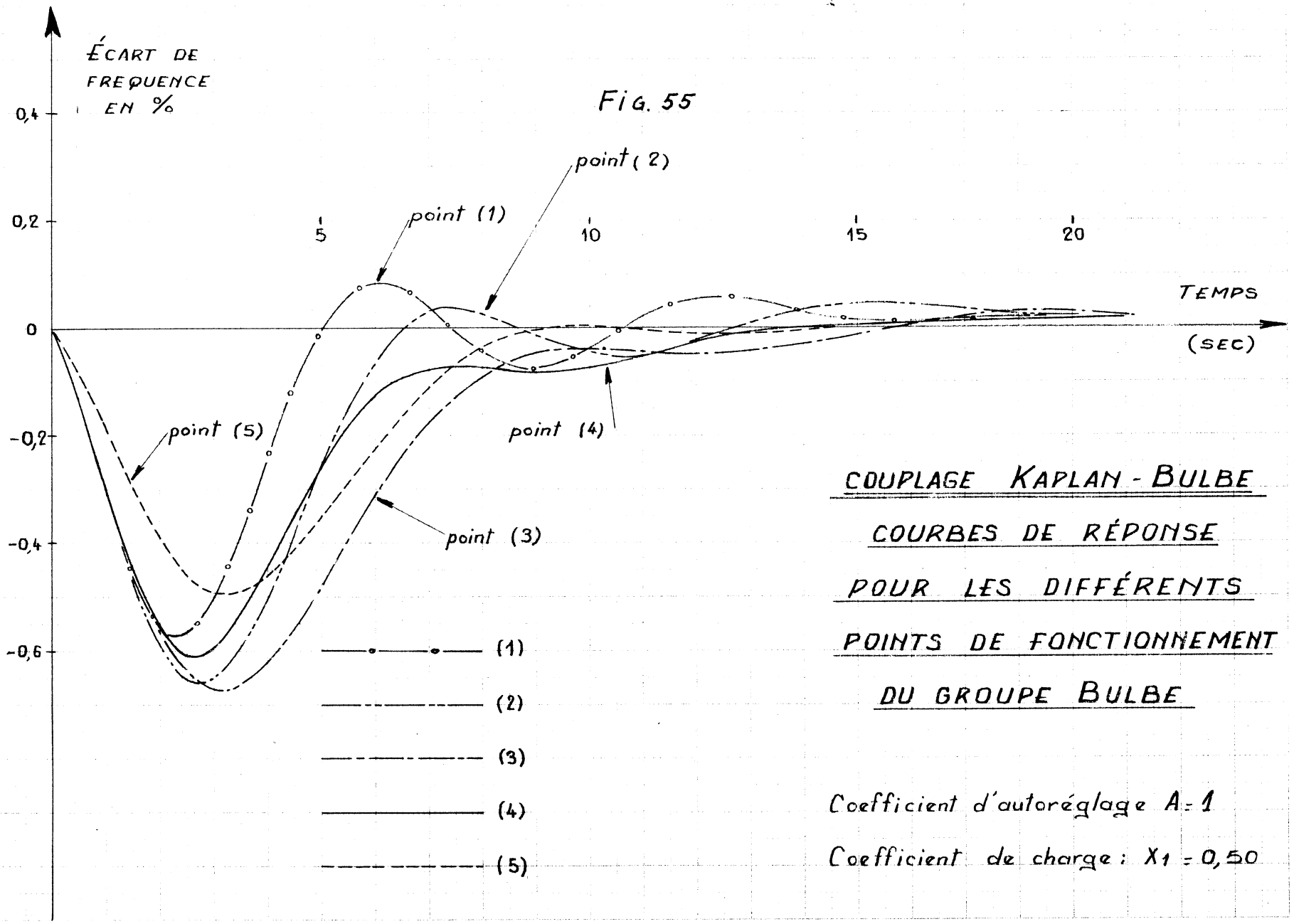


Fig. 55

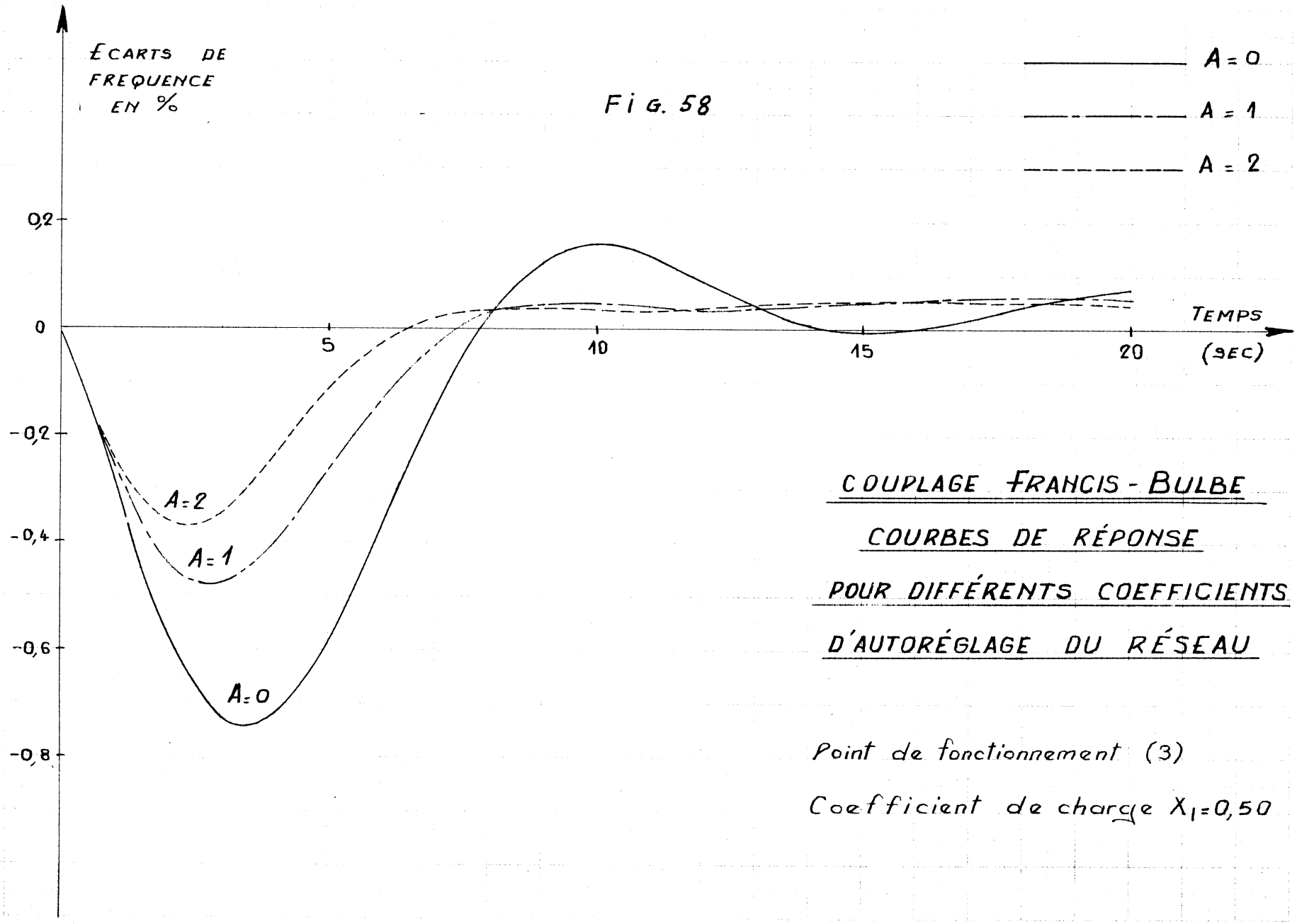
COUPLAGE KAPLAN - BULBE

COURBES DE RÉPONSE POUR LES DIFFÉRENTS POINTS DE FONCTIONNEMENT DU GROUPE BULBE

Coefficient d'autoréglage A = 1

Coefficient de charge : $X_1 = 0,50$

Fig. 58



COUPLAGE FRANCIS - BULBE

COURBES DE RÉPONSE

POUR DIFFÉRENTS COEFFICIENTS

D'AUTORÉGLAGE DU RÉSEAU

Point de fonctionnement (3)

Coefficient de charge $X_1 = 0,50$

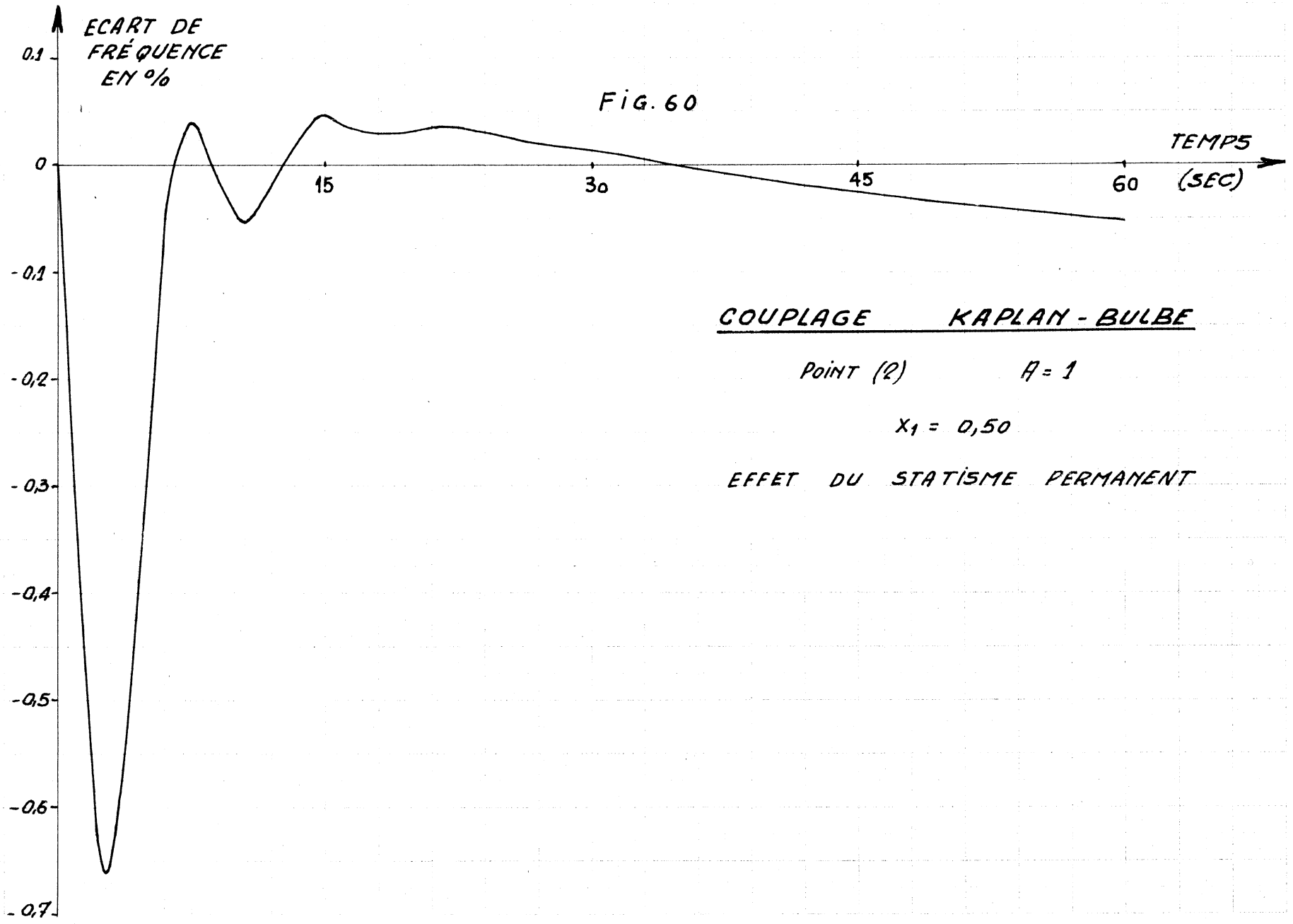


FIG. 60

COUPLAGE KAPLAN - BULBE

POINT (2) $A = 1$

$X_1 = 0,50$

EFFET DU STATISME PERMANENT