



HAL
open science

Politiques de pilotage de flux dans les chaînes logistiques : impact de l'utilisation des prévisions sur la gestion de stocks

Mohamed Zied Babai

► **To cite this version:**

Mohamed Zied Babai. Politiques de pilotage de flux dans les chaînes logistiques : impact de l'utilisation des prévisions sur la gestion de stocks. Sciences de l'ingénieur [physics]. Ecole Centrale Paris, 2005. Français. NNT: . tel-00275292

HAL Id: tel-00275292

<https://theses.hal.science/tel-00275292>

Submitted on 23 Apr 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**ÉCOLE CENTRALE DES ARTS
ET MANUFACTURES
« ÉCOLE CENTRALE PARIS »**

THÈSE

présentée par

Mohamed Zied BABAI

pour l'obtention du

GRADE DE DOCTEUR

Spécialité : Génie Industriel

Laboratoire d'accueil : Laboratoire Génie Industriel

SUJET

**POLITIQUES DE PILOTAGE DE FLUX DANS LES CHAINES
LOGISTIQUES : IMPACT DE L'UTILISATION DES
PREVISIONS SUR LA GESTION DE STOCKS**

soutenue le : 30/11/2005 à l'Ecole Centrale Paris

devant un jury composé de :

John Buzacott : Professeur, York University - Schulich School of Business, Ontario **Président**

Yannick Frein : Professeur, INPG - ENSGI, Grenoble **Rapporteur**

Jean Claude Hennet : Directeur de Recherche CNRS, ISTIA - LISA, Angers **Rapporteur**

Yves Dallery : Professeur, École Centrale Paris **Directeur de thèse**

2005 - 37

À ma famille

Remerciements

Je remercie Yves Dallery pour la qualité de l'encadrement et du soutien qu'il m'a accordés tout au long de ces trois années. Grâce à lui, je dispose d'une meilleure méthodologie ainsi que d'un meilleur recul par rapport à la recherche que j'ai effectuée. Ses qualités humaines ont largement contribué à l'aboutissement de ce travail.

Qu'il me soit permis de remercier également Yannick Frein et Jean Claude Hennet qui m'ont fait l'honneur d'accepter d'évaluer ce travail, ainsi que John Buzacott pour l'honneur qu'il me fait en présidant le jury de cette thèse.

Je garderai un excellent souvenir des discussions diverses que j'ai eues avec mes collègues et amis Khaled Hadj Youssef, Salah Aguir, Zied Jemai. Ils n'ont cessé de m'encourager lors des périodes difficiles. Je les remercie pour ceci et je tiens à ce qu'ils sachent que leur amitié compte, et comptera, beaucoup pour moi.

Je remercie également mes amis Evren, Salma, Oualid, Yacine, Georges, Nabil et Ali qui m'ont beaucoup soutenu.

Je tiens aussi à remercier tous les membres du Laboratoire Génie Industriel, véritable communauté. En particulier Anne Prevot, Sylvie Guillemain, Corinne Ollivier et, bien sûr, Jean-Claude Bocquet.

Enfin, je rends hommage à ceux sans lesquels ce travail n'aurait pas pu être fait : à mes parents pour leurs sacrifices, à mon frère et mes sœurs pour leur soutien. Ce travail leur est dédié.

Zied

Table des matières

Table des matières.....	i
Liste des Figures.....	v
Liste des Tableaux.....	ix
Introduction Générale	1
1. Objectifs de la thèse	2
2. Organisation du mémoire	2
3. Principales contributions	4
Chapitre 1. Etude qualitative des politiques de pilotage de flux dans les chaînes logistiques	7
Introduction	7
1. Le pilotage de flux dans les chaînes logistiques	8
1.1 Notion de chaîne logistique.....	8
1.2 Différents niveaux de décision dans une chaîne logistique.....	9
1.3 Pilotage de flux.....	10
2. Les différentes politiques de pilotage de flux	12
2.1 Politiques de pilotage par renouvellement de la consommation	12
2.1.1 Politiques de gestion de stock classiques	13
2.1.1.1 Politique (r,Q)	14
2.1.1.2 Politique (T,S)	15
2.1.1.3 Politique (s,S)	16
2.1.1.4 Politique (T,r,S)	17
2.1.1.5 Politique (T,r,Q)	17
2.1.2 Politiques de type Kanban.....	20
2.1.2.1 Politique Kanban	20
2.1.2.2 Politique Kanban Généralisé.....	22
2.1.2.3 Politique Kanban Etendu.....	22
2.2 Politiques de pilotage par les besoins futurs	23
2.2.1 La politique Material Requirements Planning (MRP)	24
2.2.2 Politiques de gestion de stock sur prévisions	26
2.3 Equivalences entre les politiques de pilotage de flux	27
3. Classification des politiques de pilotage de flux	28
3.1 Classification en politiques à flux tiré et politiques à flux poussé.....	29

3.2	Classification basée sur le type du système d'approvisionnement	30
3.3	Classification des politiques suivant le type de l'information sur la demande.....	30
3.3.1	Information sur la demande.....	31
3.3.2	Pilotage de flux et information sur la demande.....	32
	Conclusions	35
Chapitre 2. Etude quantitative des politiques de gestion de stock		37
	Introduction	37
1.	Etude des politiques (r, Q) et (T, S) dans un système déterministe.....	38
2.	Etude des politiques de gestion de stock classiques en présence d'aléas	40
2.1	Qualité de service	41
2.1.1	Contrainte sur le niveau de service	42
2.1.2	Pénalité sur la rupture de stock	43
2.2	Autres coûts considérés	44
2.3	Détermination des paramètres optimaux.....	44
2.3.1	Détermination des paramètres optimaux de la politique (r, Q)	46
2.3.2	Détermination des paramètres de la politique (T, S)	52
2.3.3	Exemple de formulation avec une qualité de service exprimée en pénalité de rupture de stock	56
2.3.4	Détermination des paramètres de la politique (s, S)	58
3.	Etude des politiques de gestion de stock sur prévisions.....	59
3.1	Etude de la politique à stock nominal adaptatif	60
3.2	La politique avec niveau de reapprovisionnement dynamique	61
	Conclusions	62
Chapitre 3. Prévisions et incertitudes prévisionnelles		65
	Introduction	65
1.	Prévision de la demande.....	65
2.	Incertitude prévisionnelle	68
2.1	Modélisation de l'incertitude prévisionnelle	69
2.2	Détermination de l'incertitude prévisionnelle individuelle et cumulée.....	70
2.2.1	Approche empirique	71
2.2.2	Approche modèle	72
2.3	Détermination du besoin prévisionnel maximal cumulé.....	75
2.3.1	Approche empirique.....	75
2.3.2	Approche modèle	76
3.	Exemple numérique illustratif.....	77
3.1	Calcul du besoin prévisionnel avec l'approche empirique	77
3.2	Calcul du besoin prévisionnel maximal cumulé avec l'approche modèle.....	80
	Conclusions	81
Chapitre 4. Etude de politiques de gestion de stock sur prévisions.....		83
	Introduction	83
1.	Système étudié.....	84
2.	Politiques de gestion de stock sur prévisions	85
2.1	Politique à suivi "continu" et avec seuil de commande (r_k, Q)	85
2.1.1	Quantité commandée.....	86
2.1.2	Seuil de commande	87
2.2	Politique à reapprovisionnement périodique (T, S_k)	88

2.2.1	Période de suivi	89
2.2.2	Niveau de rechargement	90
2.3	Quantités de sécurité	91
2.3.1	Approche empirique	93
2.3.2	Approche modèle	94
2.4	Comparaison des paramètres des politiques	95
3.	Etude numérique des politiques	96
3.1	Principe de l'étude numérique	96
3.2	Etude numérique des politiques (r_k, Q) et $(1, r, Q)$	98
3.3	Etude numérique des politiques (T, S_k) et (T, S)	102
3.4	Conclusion de l'étude numérique	105
4.	Equivalences entre les politiques étudiées	106
4.1	Equivalence entre les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) et les politiques $(1, r, Q)$ et (T, S) ...	106
4.2	Equivalence des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) avec la politique MRP	107
4.2.1	Equivalence entre la politique (r_k, Q) et la politique MRP	108
4.2.2	Equivalence entre la politique (T, S_k) et la politique MRP	110
	Conclusions	112

Chapitre 5. Extension de l'étude des politiques de gestion de stock sur prévisions..... 115

	Introduction	115
1.	Méthodes de calcul de la taille de lots	116
2.	Calcul de la taille de lots avec l'heuristique de Silver-Meal	118
2.1	Heuristique de Silver-Meal dans le cas d'une demande déterministe	118
2.2	Heuristique proposée pour le cas de la gestion de stock sur prévisions	119
3.	Extensions des politiques de gestion de stock sur prévisions	121
3.1	La politique (r_k, S_k)	121
3.2	La politique (T_k, S_k)	122
4.	Etude numérique de la politique (r_k, S_k)	124
5.	Etude des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) en présence d'autres types d'incertitudes	128
5.1	Effet de l'incertitude prévisionnelle	129
5.2	Effet de l'incertitude sur le délai d'approvisionnement	130
5.2.1	Politique (r_k, Q)	130
5.2.2	Politique (T, S_k)	131
5.3	Effet de l'incertitude sur la quantité reçue	132
5.3.1	Politique (r_k, Q)	132
5.3.2	Politique (T, S_k)	133
5.4	Calcul des paramètres en présence des trois types d'incertitude	134
5.4.1	Politique (r_k, Q)	134
5.4.2	Politique (T, S_k)	135
6.	Etude de la politique (r_k, Q) pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité	136
	Conclusions	138

Chapitre 6. Etude de politiques de gestion de stock avec approvisionnement continu..... 141

	Introduction	141
1.	Détermination des paramètres optimaux pour une demande déterministe	142
2.	Détermination des paramètres optimaux en présence d'aléas	145

2.1	Calcul des paramètres optimaux de la politique (r, Q)	146
2.2	Calcul des paramètres optimaux de la politique (T, S)	147
3.	Gestion de stock sur prévisions dans un système avec approvisionnement continu..	149
3.1	Etude de la politique (r_k, Q)	150
3.2	Etude de la politique (T, S_k)	151
3.3	Effet d'autres types d'incertitudes.....	153
	Conclusions	153
	Conclusions et perspectives.....	155
1.	Conclusions	155
2.	Perspectives.....	157
	Annexes.....	159
	Bibliographie... ..	175

Liste des Figures

Figure 1.1. Différents niveaux de décision dans la chaîne logistique	10
Figure 1.2. Le pilotage de flux dans la chaîne logistique.....	11
Figure 1.3. Schéma d'une politique de gestion de stock classique.....	13
Figure 1.4. Evolution du stock avec la politique (r,Q)	14
Figure 1.5. Evolution du stock avec la politique (T,S)	15
Figure 1.6. Evolution du stock avec la politique (s,S)	16
Figure 1.7. Evolution du stock dans la politique (T,r,S)	17
Figure 1.8. Evolution du stock dans la politique (T,r,Q)	18
Figure 1.9. La politique à stock nominal pour un système à deux étages.....	18
Figure 1.10. La politique Kanban dans un système à deux étages.....	20
Figure 1.11. La politique Kanban Généralisé dans un système à deux étages.....	22
Figure 1.12. La politique Kanban Etendu dans un système à deux étages	23
Figure 1.13. Visibilité sur la demande et incertitude	32
Figure 1.14. Classification des politiques de pilotage de flux en fonction du type de l'information sur la demande	34
Figure 1.15. Information sur la demande et méthodes de pilotage	34
Figure 2.1. Modèle d'un système de gestion de stock mono-étage	38
Figure 2.2. Evolution du stock dans le système déterministe	39
Figure 2.3. Evolution du stock dans la politique (r,Q)	46
Figure 2.4. Principe de calcul du stock de sécurité	47
Figure 2.5. Rupture moyenne dans une politique (r,Q)	49
Figure 2.6. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans une politique (r,Q)	51
Figure 2.7. Evolution du stock dans une politique (T,S)	52
Figure 2.8. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans une politique (T,S)	55
Figure 2.9. Evolution du stock dans la politique (s,S)	59
Figure 3.1. Eléments caractéristiques d'un système de prévision	66
Figure 3.2. Prévisions et incertitudes prévisionnelles	69

Figure 3.3. Distribution empirique de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle	71
Figure 3.4. Approche globale de détermination de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection	74
Figure 3.5. Détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée (modèle absolu)	75
Figure 3.6. Détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée en pourcentage	76
Figure 3.7. Distribution de probabilité et fonction de répartition empiriques de l'incertitude prévisionnelle (modèle absolu)	78
Figure 3.8. Distribution de probabilité et fonction de répartition empiriques de l'incertitude prévisionnelle (modèle relatif)	78
Figure 3.9. Distribution de probabilité et fonction de répartition empiriques de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur 4 périodes (modèle absolu)	79
Figure 4.1. Modèle d'un système de gestion de stock mono-étage	84
Figure 4.2. Prévisions et incertitudes prévisionnelles	84
Figure 4.3. Evolution du stock avec la politique (r_k, Q)	86
Figure 4.4. Principe de calcul du seuil de commande	87
Figure 4.5. Evolution du stock avec la politique (T, S_k)	89
Figure 4.6. Quantités de sécurité dans la politique (r_k, Q)	91
Figure 4.7. Quantités de sécurité dans la politique (T, S_k)	92
Figure 4.8. Détermination de la quantité de sécurité pour une incertitude prévisionnelle absolue	93
Figure 4.9. Détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée en pourcentage	93
Figure 4.10. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle absolue sur le gain de la politique (r_k, Q) par rapport à $(1, r, Q)$	100
Figure 4.11. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle relative sur le gain de la politique (r_k, Q) par rapport à $(1, r, Q)$	100
Figure 4.12. Effet de la variabilité de la demande sur le gain de la politique (r_k, Q) par rapport à $(1, r, Q)$ pour $\sigma_{FU} = 20$	101
Figure 4.13. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle absolue sur le gain de la politique (T, S_k) par rapport à (T, S)	104
Figure 4.14. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle relative sur le gain de la politique (T, S_k) par rapport à (T, S)	104
Figure 4.15. Effet de la variabilité de la demande sur le gain en coût moyen de la politique (T, S_k) par rapport à (T, S) pour $\sigma_{FU} = 0$	105
Figure 5.1. Calcul de la quantité commandée avec l'heuristique de Silver-Meal	120
Figure 5.2. Evolution du stock avec la politique (r_k, S_k)	121
Figure 5.3. Evolution du stock avec la politique (T_k, S_k)	123

Figure 5.4. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur le gain de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique (r_k, Q)	125
Figure 5.5. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur le gain de la politique (r_k, S_k) par rapport à $(1, r, Q)$	126
Figure 5.6. Effet de la variabilité de la demande sur le gain de la politique (r_k, S_k) par rapport à (r_k, Q)	127
Figure 5.7. Effet de la variabilité de la demande sur le gain de la politique (r_k, S_k) par rapport à $(1, r, Q)$	127
Figure 5.8. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans la politique (r_k, Q)	132
Figure 5.9. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans la politique (T, S_k)	133
Figure 5.10. Rupture moyenne dans une politique (r_k, Q)	137
Figure 6.1. Evolution du stock dans un système déterministe avec approvisionnement continu	142
Figure 6.2. Evolution du stock dans un système déterministe avec temps de reconfiguration	144
Figure 6.3. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (r, Q)	146
Figure 6.4. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (T, S) avec décision avancée	148
Figure 6.5. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (T, S) avec décision retardée	148
Figure 6.6. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (r_k, Q)	150
Figure 6.7. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (T, S_k)	152

Liste des Tableaux

Tableau 1.1. Tableau MRP.....	24
Tableau 2.1. Exemple illustratif pour le calcul des mesures du niveau de service	42
Tableau 2.2. Récapitulatif des objectifs de qualité de service étudiés	43
Tableau 3.1. Historique des prévisions et de la demande	77
Tableau 3.2. Statistiques des incertitudes prévisionnelles absolues et relatives	77
Tableau 3.3. Statistiques des incertitudes prévisionnelles cumulées sur 4 périodes.....	79
Tableau 4.1. Tableau récapitulatif des paramètres des politiques.....	95
Tableau 4.2. Stocks moyens obtenus par la simulation et par l'approximation analytique.....	99
Tableau 4.3. Stocks moyens donnés par la simulation et par l'approximation analytique.....	103
Tableau 4.4. Tableau MRP pour le calcul des besoins.....	108

Introduction Générale

Dans un monde industriel marqué par une concurrence accrue, les entreprises sont confrontées à une demande de plus en plus variable et fortement influencée par de nombreux facteurs conjoncturels. Pour y faire face, les entreprises se penchent sur l'organisation de leurs chaînes logistiques, en particulier, en orientant leurs efforts vers le développement de nouvelles approches de pilotage de flux visant, ainsi, à mieux satisfaire le client tout en minimisant leurs coûts.

Outre les approches classiques de gestion de stock développées depuis les années 30, d'autres approches ont vu le jour au début des années 70 dans l'objectif de gérer simultanément, et de manière plus synchronisée, les flux tout au long de la chaîne logistique. Il s'agit, en particulier, des différentes techniques japonaises basées sur le principe Kanban, et de la méthode MRP sur laquelle se base la majorité des progiciels de gestion de la chaîne logistique. Dans toutes ces approches de pilotage de flux, les managers sont amenés à prendre d'importantes décisions afin de satisfaire les clients au moindre coût. Ces décisions doivent tenir compte non seulement de l'information concernant le système (niveau de stock, état du système, etc.), mais aussi de l'information sur la demande dont l'impact est très important sur le pilotage de flux.

Lorsque l'information sur la demande du client est disponible à l'avance, elle permet à l'entreprise de mieux estimer ses besoins futurs et d'améliorer, ainsi, les règles de son pilotage de flux. L'information sur la demande peut se présenter sous deux formes : les commandes (fermes ou prévisionnelles) passées par les clients et les prévisions effectuées par l'entreprise.

Durant la dernière décennie, les politiques de pilotage de flux en présence d'information à l'avance sur la demande ont fait l'objet de beaucoup de travaux. Malgré cet intérêt, les travaux que nous avons pu recenser sont basés sur des hypothèses simplificatrices permettant

d'avoir quelques résultats préliminaires qui restent à être approfondi. Il faut, également, souligner qu'en étudiant la littérature sur le pilotage de flux (avec ou sans information à l'avance sur la demande), nous avons remarqué qu'il existe très peu de travaux qui étudient l'ensemble des politiques de pilotage de flux pour en proposer une vision globale, structurée et cohérente. Ces deux constats sont à l'origine de la motivation de notre travail de recherche.

1. Objectifs de la thèse

Notre travail de recherche vise un double objectif. Le premier objectif est de proposer une vision globale des approches de pilotage de flux dans une chaîne logistique et ce, en effectuant une synthèse des politiques existantes en mettant en évidence leurs similarités et leurs différences. Cette étude permettra de donner un outil d'aide au choix de la meilleure politique de pilotage dans un contexte industriel donné.

Le second objectif consiste à effectuer une extension des politiques de gestion de stock classiques, basées sur une approche de renouvellement de la consommation, à des politiques de pilotage par les besoins futurs, les besoins étant exprimés sous forme de prévisions. Plus précisément, il s'agit de développer une approche générale, basée sur la notion d'incertitude prévisionnelle, et de l'adapter aux principaux modèles de gestion de stock, en particulier au modèle à suivi continu avec point de commande et au modèle à suivi périodique avec niveau de rechargement. Ceci nous permettra de proposer de nouvelles politiques de gestion de stock en présence de prévisions de la demande et de les comparer aux politiques déjà existantes afin de mettre en évidence les bénéfices de l'utilisation des prévisions de la demande dans le pilotage de flux.

2. Organisation du mémoire

Au terme de nos travaux de thèse, nous présentons dans ce mémoire les études réalisées et les principaux résultats obtenus. Le mémoire est structuré comme suit :

Dans le premier chapitre, nous présentons un état de l'art des principales politiques de pilotage de flux issues de la littérature. Nous y décrivons le principe de fonctionnement, les avantages et les inconvénients de chaque politique et nous donnons un aperçu sur les similarités et les différences qui existent entre elles. A la fin de cette étude, nous proposons une classification des différentes politiques basée sur le type de l'information disponible sur la demande et nous discutons d'autres classifications présentées dans la littérature.

Dans le deuxième chapitre, nous effectuons une synthèse des principales méthodes utilisées pour la détermination des paramètres optimaux dans les politiques de gestion de stock classiques. Ces méthodes correspondent à différentes mesures du niveau de service dont nous détaillons les approches de calcul. Nous présentons, par la suite, un aperçu sur certains travaux qui ont étudié des politiques de gestion de stock sur prévisions. Toutes les études effectuées dans ce chapitre ainsi que dans le reste du mémoire s'intéressent à un système mono-étage et mono-produit.

Nous présentons, dans le troisième chapitre, la structure de la demande utilisée dans les modèles de pilotage de flux que nous développons. La demande sera exprimée sous forme de prévisions et d'incertitudes prévisionnelles obtenues à l'avance sur un horizon donné. Pour mieux comprendre le modèle de la demande, quelques concepts généraux sur les prévisions ainsi que sur la notion d'incertitude prévisionnelle sont présentés. Nous proposons, également, des méthodes de détermination des distributions de probabilité de l'incertitude prévisionnelle que nous illustrons avec un exemple numérique. Deux modèles de l'incertitude prévisionnelle seront étudiés dans ce chapitre : un modèle absolu et un modèle relatif.

Dans le quatrième chapitre, nous proposons deux politiques de gestion de stock sur prévisions, à savoir : la politique avec seuil de commande, notée (r_k, Q) , et la politique à reconstituer périodiquement, notée (T, S_k) . Ces politiques sont des extensions des politiques de gestion de stock classiques (r, Q) et (T, S) . Nous mettons l'accent sur les différents paramètres qui les caractérisent, notamment le paramètre de sécurité qui sera déterminé pour un objectif de niveau de service par cycle. La première partie de ce chapitre est suivie d'une étude numérique qui montre le gain qui résulte de la mise en œuvre de ces politiques par rapport aux politiques de gestion de stock classiques. Nous étudions, dans la dernière partie de ce chapitre, les équivalences qui existent entre les différentes politiques de pilotage de flux.

Le cinquième chapitre est consacré à l'extension des études réalisées dans le chapitre 4. Nous y proposons deux nouvelles politiques de gestion de stock sur prévisions, à savoir : la politique (r_k, S_k) et la politique (T_k, S_k) . Ces politiques représentent des extensions des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) . Elles sont basées sur un modèle plus élaboré pour le calcul de la quantité commandée et de la période de suivi qui deviennent dynamiques. La deuxième extension étudie l'effet d'autres types d'incertitude (sur ces politiques de pilotage) tels que l'incertitude sur les délais de réapprovisionnement et l'incertitude sur les quantités commandées. Nous proposons aussi une troisième extension qui consiste à déterminer les

paramètres de la politique (r_k, Q) pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité.

Nous nous intéressons, dans le sixième chapitre, à un système de gestion de stock avec approvisionnement continu. Ce cas d'étude correspond typiquement à un système de fabrication par lots dans lequel les lots fabriqués sont disponibles en continu. Nous commençons par étudier le cas où la demande est déterministe et nous traitons, dans la suite, le cas où elle est stochastique, et où d'autres types d'aléas liés au système, tels que les aléas sur le temps de reconfiguration et sur les quantités fabriquées, existent. Nous présentons deux politiques de gestion de stock classiques pour ce système : une politique du type (r, Q) et une politique du type (T, S) . Nous proposons, vers la fin de ce chapitre, des extensions de ces politiques en présence d'une demande exprimée sous la forme de prévisions.

Enfin, dans la dernière partie de ce mémoire, nous présentons nos conclusions et nos perspectives pour le travail réalisé dans le cadre de la thèse.

3. Principales contributions

Les contributions de l'ensemble des travaux que nous avons menés dans le cadre de cette thèse peuvent être résumées en deux grandes parties.

Dans la première partie, nous avons effectué une synthèse globale des politiques de pilotage de flux existantes ainsi qu'une classification basée sur le type de l'information disponible sur la demande. Cette classification est, à notre sens, plus pertinente que celles présentées dans la littérature et elle peut être utilisée comme un outil d'aide au choix des politiques de pilotage de flux. En outre, nous avons proposé une synthèse structurée des principales approches et méthodes de détermination des paramètres optimaux dans les politiques de gestion de stock (r, Q) et (T, S) . Cette synthèse est très importante parce qu'elle peut servir de base pour de nouveaux modèles simplifiés en gestion de stock.

La deuxième partie est focalisée, essentiellement, sur le pilotage de flux en présence de prévisions de la demande. Nous y avons utilisé une approche qui est valable aussi bien pour le cas d'une demande stationnaire que pour le cas d'une demande non stationnaire. Cette approche nous semble être plus pragmatique, en la comparant à la majorité des travaux dans ce domaine, et les modèles que nous proposons sont plus faciles à mettre en œuvre et plus simples à utiliser. Nous avons également introduit la notion de quantités de sécurité dans le pilotage de flux. Les quantités de sécurité jouent le même rôle que le stock de sécurité, elles

sont cependant variables dans le temps et doivent être calculées d'une façon dynamique. Notons aussi que les études numériques effectuées mettent en évidence les bénéfices de l'utilisation des prévisions de la demande dans le pilotage de flux. Par ailleurs, l'étude des équivalences entre les politiques de pilotage de flux nous a permis de proposer une vision globale plus cohérente des différentes politiques, et de mettre en exergue les liens qui existent entre elles, ce qui permettra de mieux orienter les travaux futurs.

Chapitre 1. Etude qualitative des politiques de pilotage de flux dans les chaînes logistiques

Introduction

Etre compétitif pour une entreprise représente actuellement un enjeu majeur. Pour atteindre cet objectif, les entreprises visent de plus en plus à piloter leurs flux à des coûts réduits tout en satisfaisant un niveau de service vis-à-vis de leurs clients. Dans ce contexte, différentes politiques de pilotage de flux ont vu le jour depuis plusieurs décennies. Une synthèse globale portant sur ces politiques se révèle être nécessaire pour une bonne compréhension de chacune d'entre elles. D'autant plus que ce travail pourrait être utilisé comme un outil d'aide au choix de la meilleure politique, pour un contexte industriel donné. Dans ce chapitre, nous présentons un état de l'art des principales politiques de pilotage de flux étudiées dans la littérature. Nous allons décrire le principe de fonctionnement ainsi que les avantages et les inconvénients de ces politiques et ce, en se référant aux travaux de base qui ont été réalisés dans ce domaine.

Le plan de ce chapitre se présente comme suit : dans la première section, nous présentons les principaux concepts liés à la notion de pilotage de flux dans les chaînes logistiques. Dans la deuxième section, nous effectuons une description des principales politiques de pilotage de flux issues de la littérature. Nous proposons dans la troisième section une nouvelle classification de ces politiques basée sur la nature de l'information disponible sur la demande. Dans la quatrième section, nous présentons une discussion portant sur d'autres classifications utilisées dans la littérature, en mettant l'accent sur quelques incohérences dans ces classifications.

1. Le pilotage de flux dans les chaînes logistiques

Nous commençons, dans cette section, par présenter quelques concepts généraux liés à la chaîne logistique et nous donnons par la suite un aperçu sur l'évolution de la notion de pilotage de flux dans la chaîne logistique.

1.1 Notion de chaîne logistique

Jusqu'au milieu des années 70, la tendance générale dans l'industrie a été de "pousser" la production dans l'objectif d'inonder le marché puisque la demande était supérieure à l'offre. Dans la plupart des entreprises, les responsables d'activités essayaient de diminuer les coûts au niveau de leurs activités, sans se préoccuper des répercussions de ces décisions sur l'ensemble des activités de l'entreprise. A la fin des années 70, la présence de nombreuses entreprises dans un même segment de marché a eu pour effet l'augmentation de l'offre et l'exacerbation de la concurrence et de la compétition entre elles. Il est alors apparu nécessaire de prendre en compte dans les problèmes d'organisation industrielle, non seulement les contraintes de production, mais également les contraintes d'approvisionnement, de distribution, etc.. Ceci a pour objectif d'avoir une structure globale cohérente, capable de s'ajuster rapidement à la demande du client final. La notion de chaîne logistique vient, ainsi, de voir le jour.

D'un point de vue plus conceptuel, une chaîne logistique peut être considérée comme une succession d'activités d'approvisionnement, de fabrication et de distribution traversées par divers flux. Ces flux peuvent être classés en trois types, à savoir : les flux physiques, les flux d'information et les flux financiers.

- **Les flux physiques** : ces flux concernent toutes les entités physiques qui traversent la chaîne logistique, en particulier les flux de matière première, d'encours et de produits finis. Ces flux traversent la chaîne logistique essentiellement d'amont en aval. D'autres flux physiques annexes peuvent circuler dans la chaîne logistique d'amont en aval et aussi d'aval en amont, tels que les conteneurs, les emballages, les palettes et les produits retournés.
- **Les flux d'information** : il s'agit des échanges d'information entre les acteurs de la chaîne. L'information peut concerner l'état du système, le niveau des stocks et des encours, ou la demande du client. Ces flux peuvent s'effectuer dans les deux sens.

- **Les flux financiers** : il s'agit des flux monétaires associés aux flux physiques. Ces flux traversent la chaîne essentiellement d'aval en amont. Certains flux financiers peuvent aussi avoir lieu de l'amont vers l'aval tels que les remboursements ou les paiements en cas de litige.

Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons principalement aux flux physiques et aux flux d'information. L'aspect financier reste hors du périmètre de notre travail. Cependant, nous utiliserons différents types de coûts (coûts de stocks, coûts de commande, etc..) dans les modèles que nous étudions.

1.2 Différents niveaux de décision dans une chaîne logistique

Si la notion de chaîne logistique a réussi à réunir des domaines jusque là sans liaison apparente, les questions posées dans une chaîne logistique ne relèvent pas du même niveau de décision. Par exemple, redéfinir un réseau de distribution en choisissant le nombre et la localisation des entrepôts relève d'un choix stratégique, mettre en place un système de prévision est une décision située à un niveau tactique alors que la gestion des stocks peut être considérée comme un choix opérationnel.

La frontière entre les différents niveaux de décision n'est pas claire et dépend, entre autres, de la portée de la décision dans le temps et de l'étendue de la chaîne logistique. On s'accorde généralement sur trois niveaux de décision, à savoir : un niveau stratégique, un niveau tactique et un niveau opérationnel, qui sont étroitement liés à l'horizon d'application et à la nature des décisions.

Par ailleurs, Dallery (2000) propose une classification plus fine en quatre niveaux que nous adoptons. Nous donnons dans Figure 1.1 les quatre niveaux de décision dans la chaîne logistique ainsi que des exemples de décisions. Notons qu'une telle approche de la notion de chaîne logistique nécessite une cohérence des modèles utilisés dans les différents niveaux. En particulier, les décisions prises dans un niveau inférieur doivent nécessairement intégrer les contraintes résultantes des décisions prises au niveau supérieur.

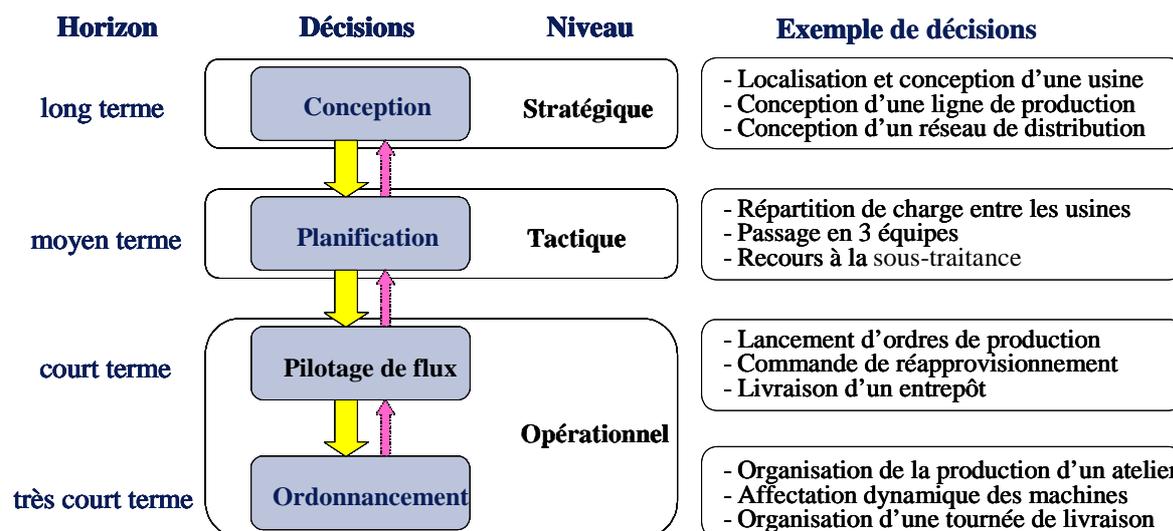


Figure 1.1. Différents niveaux de décision dans la chaîne logistique

Le niveau stratégique englobe toutes les décisions de conception dans la chaîne logistique telles que la conception des lignes de production et la conception des réseaux de transport. Le niveau tactique regroupe toutes les décisions de planification qui ont pour but d'aboutir à un équilibre entre la charge et la capacité en utilisant la sous-traitance ou en planifiant les équipes en trois postes par exemple. Le niveau opérationnel peut être divisé en deux sous-niveaux. Le premier sous-niveau regroupe l'ensemble des décisions court terme que nous appelons pilotage de flux et qui correspond aux décisions de lancement des ordres de réapprovisionnement, de production et de transport. Le deuxième sous-niveau représente, lui, les décisions de très court terme que nous appelons ordonnancement des tâches et qui consistent à organiser la production au sein des ateliers et à gérer l'affectation des tâches sur les machines. Dans ce qui suit, nous nous intéressons, essentiellement, au troisième niveau de décisions, à savoir : le pilotage de flux.

La longueur des horizons définis ci-dessus reste vague et dépend de l'étendue de la chaîne logistique et des politiques de ses acteurs. Néanmoins, nous pouvons donner un ordre de grandeur de plus de trois ans pour les décisions stratégiques, de 6 à 36 mois pour les décisions tactiques et de 1 jour à 6 mois pour les décisions opérationnelles voire même des durées de l'ordre de l'heure pour le très court terme.

1.3 Pilotage de flux

La notion de pilotage de flux a connu une évolution très importante à travers le temps. Cette évolution a suivi celle de la notion de chaîne logistique. Le pilotage de flux se limitait au

début, à l'ensemble des règles de gestion des stocks. Par la suite, il a évolué pour intégrer plusieurs caractéristiques endogènes des systèmes de production, à savoir : les contraintes de coordination des différents flux au sein des systèmes de production, les contraintes de capacité dans les systèmes de production, etc... Actuellement, cette notion s'étend de plus en plus pour englober toute la chaîne logistique depuis l'approvisionnement jusqu'à la distribution. Dès lors, le pilotage de flux consiste aujourd'hui à prendre toutes les décisions visant, à court terme, à coordonner tous les flux, à tous les niveaux de la chaîne logistique, dans l'objectif de garantir un certain niveau de service vis-à-vis du client tout en minimisant les coûts.

D'un point de vue plus pratique, piloter les flux dans la chaîne logistique consiste à prendre des décisions qui, à chaque étape de la chaîne (depuis les fournisseurs jusqu'au client final) et pour chaque entité (matière première, composant ou produit fini), répondent aux deux questions clés suivantes : quand lancer une activité (activité d'approvisionnement, de fabrication, d'assemblage, de transport ou de déploiement) et en quelle quantité ? Généralement, ces décisions d'approvisionnement, de fabrication, d'assemblage, de transport et de déploiement sont concrétisées par des ordres d'approvisionnement, de fabrication, d'assemblage, de transport et de déploiement (Figure 1.2).

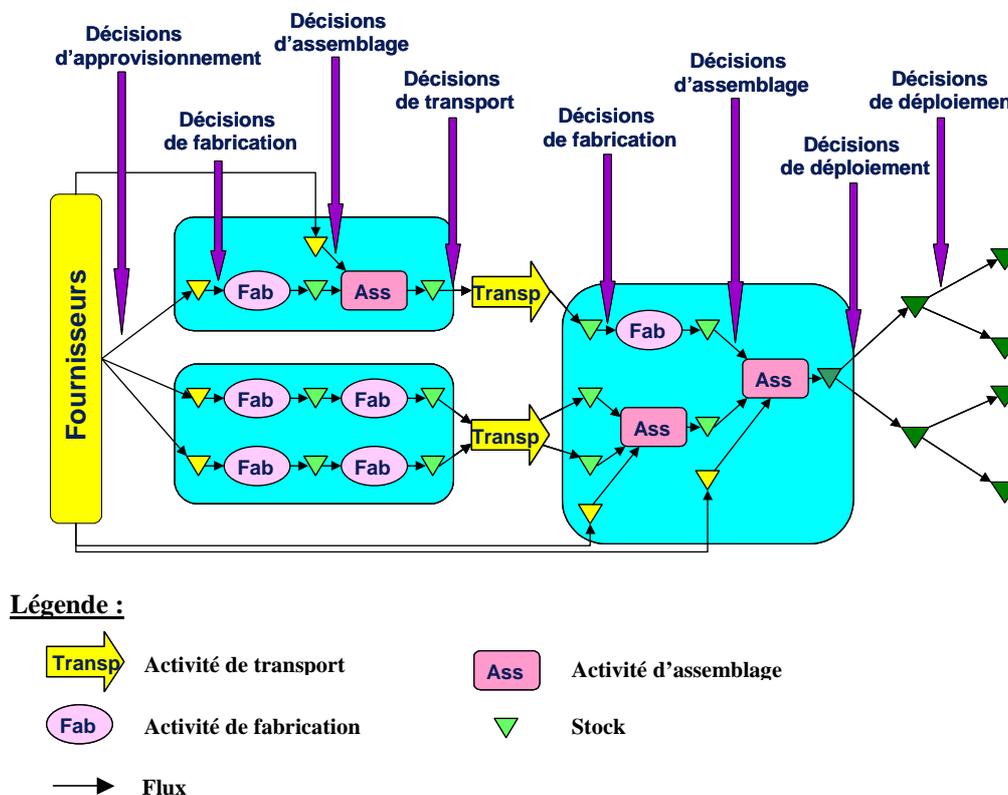


Figure 1.2. Le pilotage de flux dans la chaîne logistique

Les décisions en pilotage de flux tiennent compte de plusieurs informations que nous pouvons classer en trois types :

- Les informations sur l'état du système (telles que les machines en panne, etc.).
- Les informations sur les niveaux de stock.
- Les informations sur la demande.

Si les deux premiers types sont internes au système et peuvent être obtenus de diverses façons, l'information sur la demande est un paramètre difficile à cerner qui a une grande influence sur le mode de pilotage des chaînes logistiques. Une partie considérable de nos travaux traite de l'information sur la demande, en particulier lorsque l'information se présente sous la forme de prévisions de la demande.

2. Les différentes politiques de pilotage de flux

Nous présentons, dans cette section, les politiques de pilotage de flux données dans la littérature, en les classifiant en deux familles. La première famille, que nous appelons "politiques de pilotage par renouvellement de la consommation", regroupe les politiques de pilotage de flux basées sur la consommation du stock. La deuxième famille, que nous appelons "politiques de pilotage par les besoins futurs", regroupe les politiques de pilotage basées sur des commandes fermes ou prévisionnelles. Nous étudierons plus en détail cette classification des politiques de pilotage de flux dans la section 3.

Pour donner un état de l'art des politiques de pilotage de flux, nous nous limitons dans le cadre de ce chapitre, aux travaux qui se sont intéressés au développement de nouvelles politiques de pilotage de flux. Cependant, nous donnerons, dans le chapitre suivant, plus de références sur les études qui s'intéressent à la détermination des paramètres optimaux pour les politiques de pilotage.

2.1 Politiques de pilotage par renouvellement de la consommation

Les politiques de pilotage par renouvellement de consommation peuvent être classées en deux sous-familles, à savoir : les politiques de gestion de stock classiques et les politiques basées sur le système Kanban. Nous présentons, dans ce qui suit, plus en détails ces politiques, leurs principes de fonctionnement et la littérature associée.

2.1.1 Politiques de gestion de stock classiques

Nous appelons politiques de gestion de stock classiques, les premières politiques de gestion de stock développées depuis les années 30. Ces politiques assurent la gestion d'un ou plusieurs stocks alimentés par des systèmes d'approvisionnement qui peuvent être composés d'un ensemble d'activités de production, d'assemblage et de transport. L'objectif est de satisfaire la demande du client. A certains moments, des commandes sont passées pour réapprovisionner les stocks (Figure 1.3). L'intervalle de temps séparant le moment où une commande est passée et la réception des produits est en général appelé délai d'approvisionnement. Cet intervalle correspond, dans la réalité, aux délais engendrés par le lancement de la commande, la fabrication des produits, le transport et la mise en stock. Lorsque le contrôle de l'état du stock se fait en continu, on parle alors de politiques à suivi continu. Dans le cas où le contrôle est fait avec des périodes de temps fixes, on parle de politiques à suivi périodique.

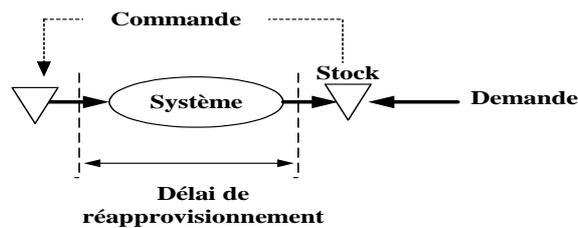


Figure 1.3. Schéma d'une politique de gestion de stock classique

Dans les politiques de gestion de stock classiques, on s'intéresse généralement à deux niveaux de stock : le stock net et la position du stock. Le stock net représente la différence entre le stock physique disponible et les demandes non encore satisfaites. Il représente un paramètre important à considérer pour l'évaluation des coûts de stock. La position du stock intègre, en plus du stock net, les commandes déjà passées et dont la livraison est encore attendue. Elle constitue un paramètre important à considérer pour la prise de décision du type instant de commande ou quantités à commander.

Les politiques de gestion de stock classiques les plus utilisées sont : la politique "à suivi continu et à point de commande", notée généralement (r, Q) , la politique dite "à recombêtement périodique", notée (T, S) et plusieurs autres variantes de ces politiques telles que la politique (s, S) , la politique (T, r, S) et la politique (T, r, Q) . Ces politiques sont utilisées pour la gestion des stocks dans des systèmes mono-étage ainsi que des systèmes multi-étages. Pour des raisons de simplification, nous commençons par présenter les principales politiques

de gestion de stock classiques dans le cas des systèmes mono-étage. Un exemple d'une politique de gestion de stock classique dans un système multi-étages sera présentée par la suite.

2.1.1.1 Politique (r, Q)

Cette politique est à suivi continu. Elle consiste à commander une quantité fixe Q chaque fois que la position de stock descend en dessous d'un seuil appelé point de commande, et noté r . La commande est réceptionnée à l'issue du délai d'approvisionnement L . L'évolution du stock suivant cette politique est donnée par la Figure 1.4.

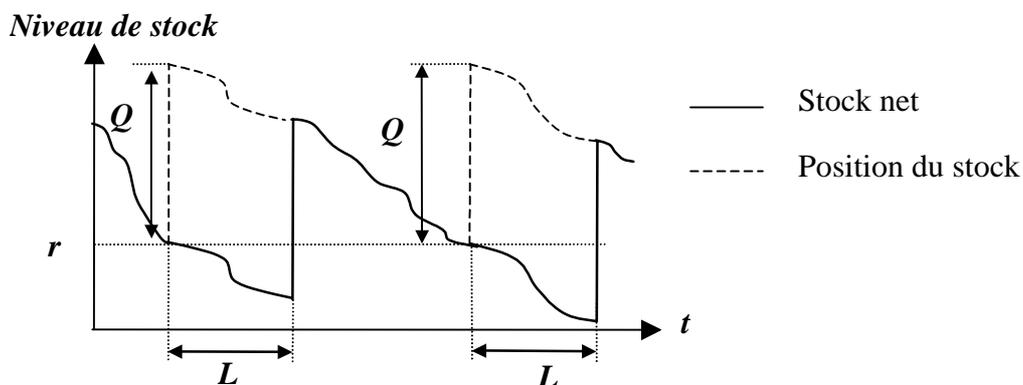


Figure 1.4. Evolution du stock avec la politique (r, Q)

Notons que dans le cas de cette politique, l'instant de passation de commande est variable : si la demande est plus grande que la moyenne, le point de commande sera atteint plus tôt; si la demande se ralentit, le point de commande sera atteint plus tard. Le stock correspondant au point de commande a pour but de couvrir la demande jusqu'à la réception de la commande. Son niveau est donc au moins égal à la demande pendant le délai d'approvisionnement.

Du fait que cette politique soit à suivi continu, la connaissance du stock disponible à tout instant est nécessaire pour être alerté dès qu'un produit atteint son point de commande. Ceci peut entraîner en pratique des coûts de gestion élevés (par exemple la mise en place d'un système de suivi informatisé). De plus, dans le cas où plusieurs produits proviennent d'un même fournisseur, on ne peut pas effectuer un regroupement des commandes parce que tous les produits n'atteignent pas forcément leurs points de commande au même moment.

2.1.1.2 Politique (T,S)

Cette politique est à suivre périodiquement. Au début de chaque période de longueur T , si la position du stock descend en dessous d'une valeur donnée, appelée niveau de reapprovisionnement et notée S , un ordre de réapprovisionnement est lancé de manière à ramener la position du stock à S . La commande est réceptionnée à l'issue du délai d'approvisionnement L . L'évolution du stock suivant cette politique est donnée par la Figure 1.5.

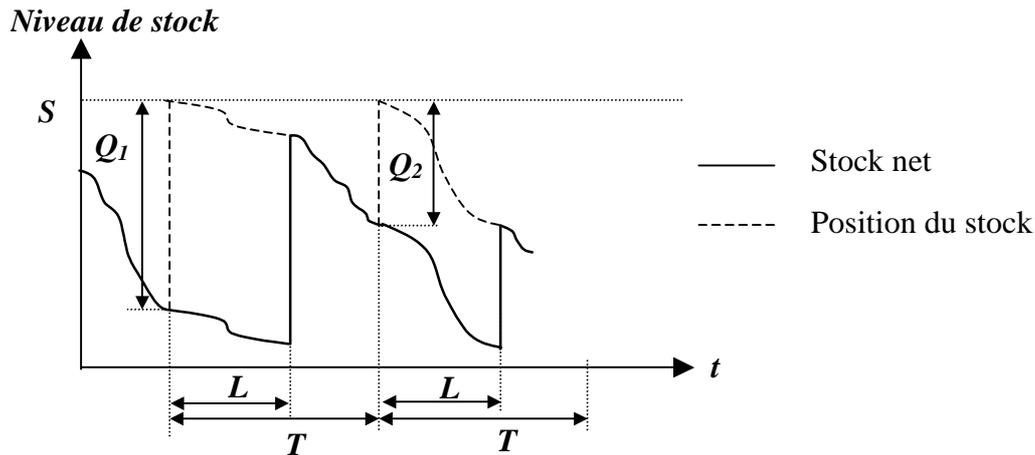


Figure 1.5. Evolution du stock avec la politique (T,S)

L'avantage de cette politique par rapport à la politique (r,Q) est qu'elle permet de regrouper les commandes par fournisseur, ce qui peut réduire les coûts de transport et de commande.

Il faut rappeler que la politique (T,S) présente aussi certains inconvénients. En effet, d'abord cette politique est "aveugle" à l'intérieur d'une période de révision, donc, une variation instantanée de la demande laisse le système insensible (à la différence de la politique (r,Q) qui est plus réactive du fait de son suivi continu). De plus, dans certains cas, le reapprovisionnement se fait en petites quantités, c'est à dire qu'à chaque période, si le niveau de stock baisse même très peu en dessous de S , une commande doit être lancée pour atteindre S même si la quantité en question est très petite.

(Wilson 1934) est l'un des premiers à avoir étudié les politiques (r,Q) et (T,S) en présence d'une demande déterministe. Par la suite, au début des années 50, ces politiques ont été développées pour le cas d'une demande stochastique par Scarf (1959), Karlin (1960), Iglehart (1963) et Hadley and Whitin (1963).

2.1.1.3 Politique (s,S)

Dans cette politique à suivi continu, dès que la position du stock descend en dessous du seuil de commande s , on reconstitue la position du stock jusqu'à un niveau de reconstituration S . Contrairement à la politique (r,Q) où la quantité commandée est fixe, avec cette politique, la commande est de taille variable. L'évolution du stock suivant cette politique est donnée par la Figure 1.6.

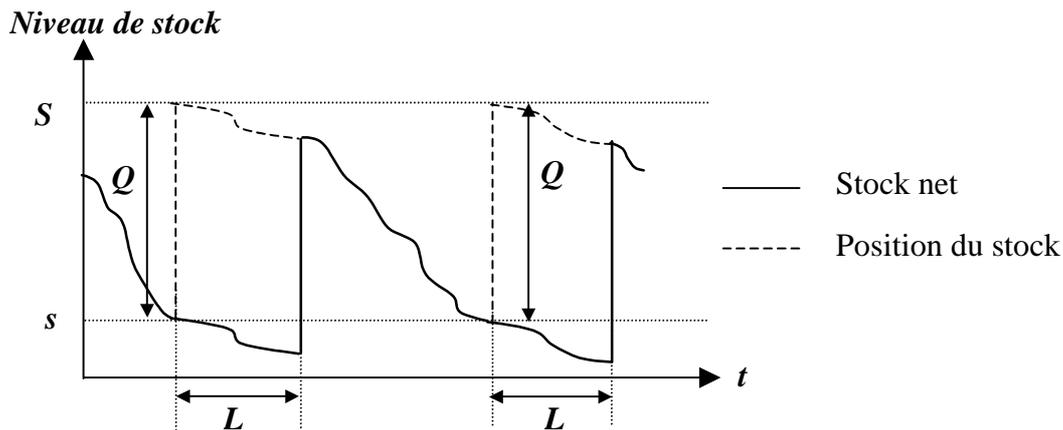


Figure 1.6. Evolution du stock avec la politique (s,S)

Il faut remarquer que si toutes les demandes sont unitaires, les commandes sont lancées exactement quand la position du stock atteint le niveau s , la quantité commandée est alors fixe et elle est égale à $S-s$, nous retrouvons alors la politique (r,Q) décrite précédemment (avec $r = s$ et $Q = S-s$). Le cas particulier de la politique (s,S) où les demandes sont unitaires et le seuil de commande est tel que $s = S-1$, est appelé politique à *stock nominal* (appelée aussi dans la littérature anglo-saxonne politique *Base stock*). Cependant, si les demandes ne sont pas unitaires, la quantité commandée pour reconstituer le niveau de stocks à S est variable et elle est supérieure ou égale à $Q = S-s$. Notons aussi, que la politique (T,S) peut être vue comme une implémentation périodique de la politique (s,S) avec $s = S-1$.

L'inconvénient de cette politique est la complexité de la procédure de détermination des paramètres optimaux s et S .

Clark and Scarf (1960) et Karlin (1960) font partie des premiers à avoir étudié la politique (s,S) . Par ailleurs, Gross and Harris (1971) et Buzacott and Shanthikumar (1993) se sont intéressés également à la politique (s,S) . Ils ont étudié des politiques du type (s,S) à travers une analyse basée sur la théorie des files d'attente.

2.1.1.4 Politique (T,r,S)

Dans cette politique à suivi périodique, les deux politiques (r,Q) et (T,S) sont combinées. En effet, à la fin de chaque période de suivi T , on examine la position du stock. On ne passe une commande que si cette position est inférieure à un seuil de commande noté r . La quantité commandée a pour but de ramener la position du stock à un niveau de reapprovisionnement S . L'évolution du stock suivant cette politique est donnée par la Figure 1.7.

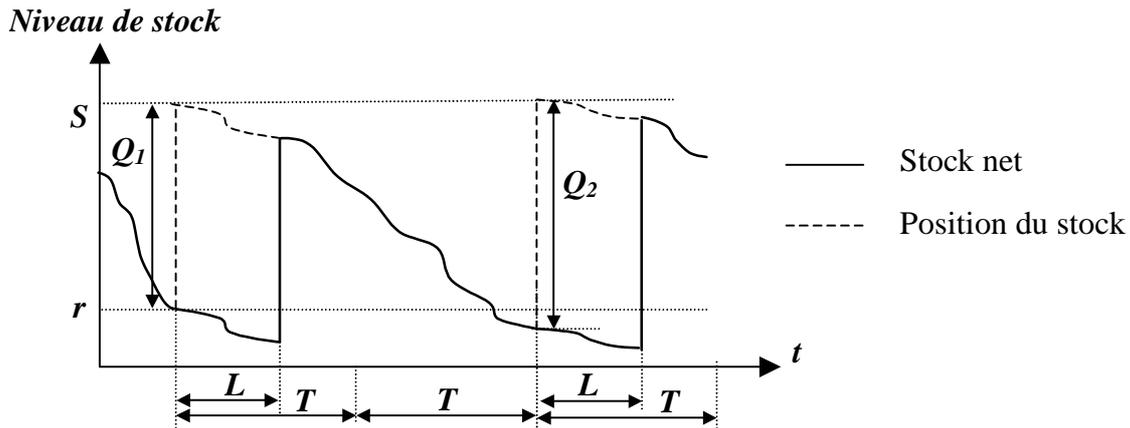


Figure 1.7. Evolution du stock dans la politique (T,r,S)

Par rapport à la politique (T,S) , l'avantage de cette politique est qu'elle permet d'éviter de passer des commandes de trop petites tailles si la demande pendant la période a été très faible.

Il est à noter que la politique (s,S) est un cas particulier de la politique (T,r,S) qui correspond au cas où la période de suivi T tend vers zéro. Donc, la politique (T,r,S) peut être considérée comme une version périodique de la politique (s,S) . Pour le cas où $r = S - 1$, nous retrouvons également la politique (T,S) .

2.1.1.5 Politique (T,r,Q)

Dans cette politique à suivi périodique, on combine les deux politiques (r,Q) et (T,S) . En effet, on revoit périodiquement l'état du stock et à chaque période T , si la position du stock est supérieure à un seuil de commande r , on ne commande rien, mais si la position du stock descend en dessous du seuil r , on commande une quantité fixe Q (Figure 1.8).

Cette politique est presque similaire à la politique (T,r,S) , sauf que l'approvisionnement dans ce cas se fait par des quantités fixes. De plus, cette politique permet aussi d'éviter de passer

des commandes de trop petites tailles si la demande pendant la période a été très faible comme c'est le cas dans la politique (T,S) .

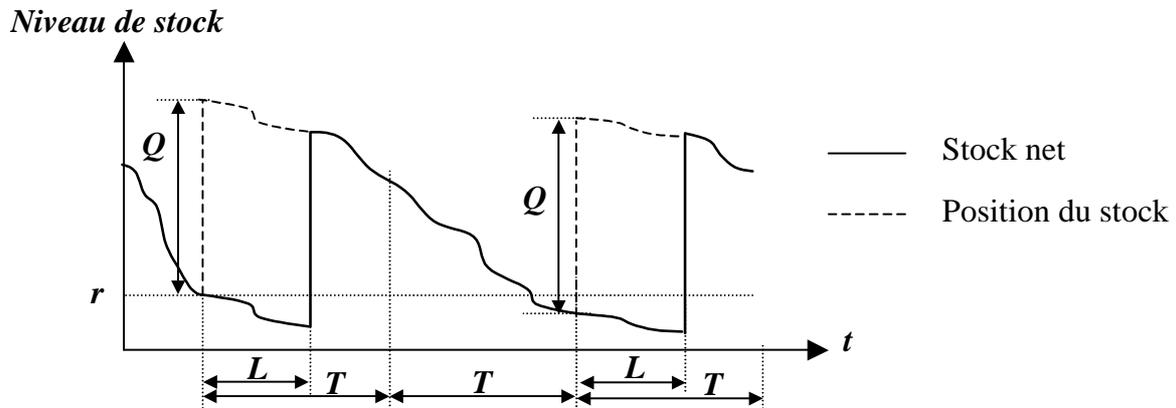


Figure 1.8. Evolution du stock dans la politique (T,r,Q)

Nous voyons bien que la politique (r,Q) représente un cas particulier de la politique (T,r,Q) lorsque la période de suivi T tend vers zéro.

De bons recueils bibliographiques sur les politiques de gestion de stock classiques sont donnés par Arrow et al. (1958), Hadley and Whitin (1963), Silver and Peterson (1985), Zipkin (2000) et Axsäter (2000).

Nous présenterons dans ce qui suit un exemple de politique de gestion de stock classique dans le cas d'un système multi-étages, à savoir : la politique à *stock nominal* (politique *Base stock*). La politique à stock nominal est l'une des politiques les plus rencontrées dans la littérature. Nous expliquerons son principe de fonctionnement avec un exemple d'un système à deux étages (Figure 1.9).

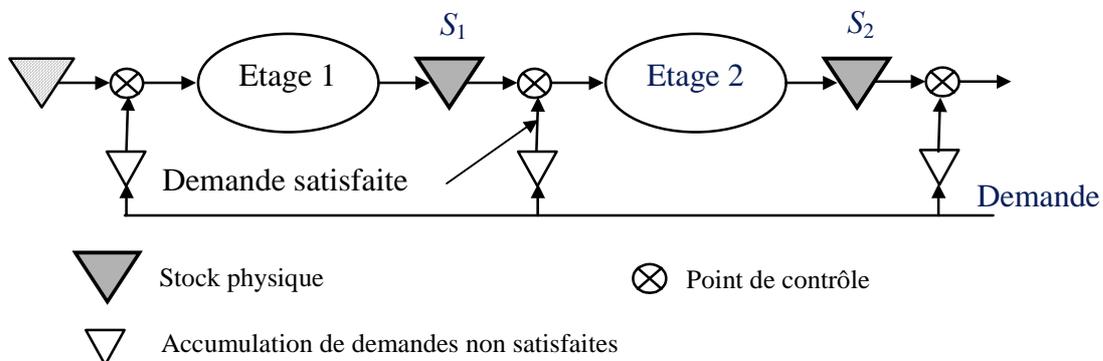


Figure 1.9. La politique à stock nominal pour un système à deux étages

Le principe de cette politique est qu'un stock nominal soit associé à chaque étage et doit être maintenu. Pour qu'une pièce du stock amont d'un étage soit lancée en fabrication dans cet étage, il suffit qu'une demande soit présente à l'entrée de cet étage (et que le stock amont en question ne soit pas vide). Dans l'état initial, chacun des stocks qui sépare les étages contient un nombre de produits égal à son stock nominal. Lorsqu'une demande se présente au dernier étage (étage 2), elle est automatiquement dupliquée à tous les étages, autorisant ainsi la fabrication dans l'étage correspondant, à condition toutefois qu'une pièce soit disponible. Si le stock est vide, la demande est mise en attente, sinon elle est satisfaite et disparaît lorsque la pièce entre en fabrication dans l'étage. Dallery and Liberopoulos (2000) ont montré que par un tel mécanisme les niveaux des stocks des points de contrôle sont bornés par les stocks nominaux. Cependant, les encours dans les étages ne sont pas limités.

Ce mécanisme répond rapidement au client puisque l'ordre de production est lancé à tous les niveaux de la chaîne lorsqu'une demande se présente. Cette transmission ne garantit pas de limite au nombre de pièces présentes dans chaque étage et les coûts de stock dus aux encours peuvent être importants.

Les paramètres de cette politique de gestion sont les stocks nominaux, S_k pour chaque étage k . Notons que la politique à stock nominal peut être vue comme un cas particulier de la politique (s,S) lorsque dans chaque étage $s = S - 1$.

Le premier travail traitant de la politique à stock nominal est Clark and Scarf (1960). Par la suite, plusieurs autres travaux se sont intéressés à la politique à stock nominal et ont analysé et évalué ses performances. Nous citons par exemple, les travaux de Gross and Harris (1971), Lee and Zipkin (1992) et Buzacott and Shanthikumar (1993) qui ont étudié cette politique en utilisant le formalisme de files d'attente.

Il est important de noter que dans la littérature, il existe d'autres politiques de gestion de stock multi-étages. Axsäter and Rosling (1993) montrent que ces politiques peuvent être classées en deux types, à savoir : les politiques "type échelon" et les politiques "type installation". Ces types dépendent de la définition de la position du stock utilisée dans chaque étage pour déterminer les paramètres de la politique considérée. En effet, dans les politiques type installation, la position du stock est définie pour chaque installation (ou étage) comme étant la position du stock définie classiquement pour l'étage en question. Dans les politiques type échelon, la position de stock d'un échelon est définie comme étant la somme des ordres de fabrication de l'étage en question et du nombre de produits présents dans tous les étages en

aval de l'échelon en question, moins le nombre de demandes de produits finis en attente. Parmi les politiques proposées dans la littérature, nous citons les politiques (r, Q) type échelon et installation, les politiques (s, S) type échelon et installation, etc.. Ces politiques ainsi que d'autres sont décrites par Zipkin (2000), Axsäter (2000) et Liberopoulos and Dallery (2003).

2.1.2 Politiques de type Kanban

Avec l'apparition de la philosophie du Juste A Temps (JAT) dans les années 70, la plupart des recherches ont été dirigées vers les politiques de pilotage dites à flux tiré et notamment les politiques basées sur le système Kanban. Le mot "Kanban" signifie "carte" en japonais et fait référence au mécanisme qui consiste à attacher une carte à une pièce (ou plus généralement à un lot de pièces), autorisant son lancement dans une étape de fabrication.

Les premiers travaux parlant du système JAT et du système Kanban sont ceux présentés par Sugimori et al. (1977) et Kimura and Terada (1981) à la fin des 70 décrivant les systèmes de production Toyota et mettant le point sur le nouveau système Kanban mis en place. Dans ce qui suit, nous allons décrire le principe de fonctionnement de la politique Kanban et ses deux extensions les plus utilisées, à savoir : la politique Kanban Généralisé et la politique Kanban Etendu. Nous présenterons également quelques travaux de la littérature étudiant ces politiques.

2.1.2.1 Politique Kanban

La Figure 1.10 illustre le principe de fonctionnement de la politique Kanban pour un système à deux étages.

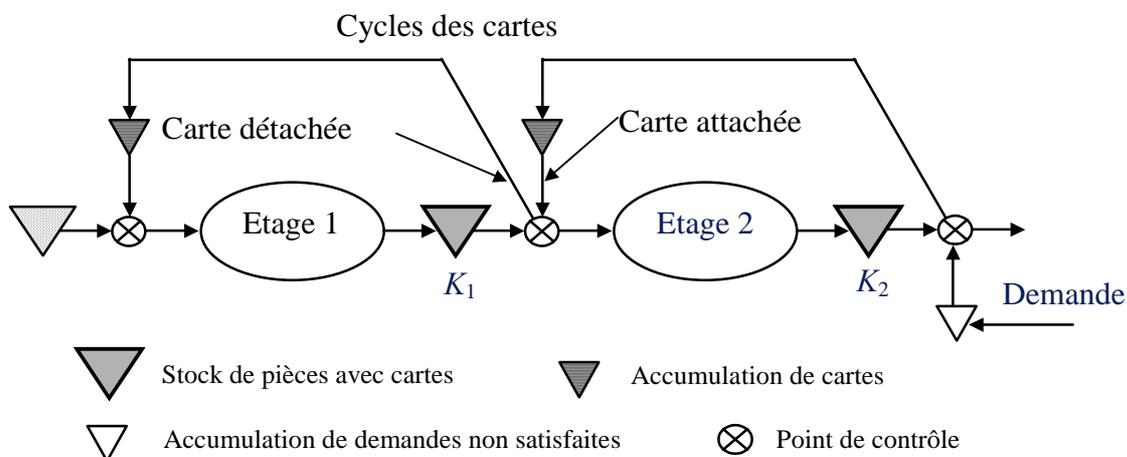


Figure 1.10. La politique Kanban dans un système à deux étages

Les paramètres de cette politique de gestion sont les nombres de cartes, K_k pour chaque étage k sachant que dans cette politique, un nombre de cartes est associé à chaque étage. Lorsqu'une demande se présente au dernier étage (étage 2), si une pièce avec une carte est présente dans le stock, la demande est satisfaite et la carte est détachée pour être transmise en amont. Cette carte propage la demande au point de contrôle précédent. A ce niveau, si une pièce est présente, sa carte est détachée (carte qui lui vient du premier système dans notre exemple) elle est remplacée par la carte qui a transmis la demande et la pièce est lancée en fabrication dans le dernier étage. La carte détachée est alors transmise en amont, propageant à son tour la demande. Ce mécanisme peut remonter ainsi toute la chaîne. Cependant, s'il arrive qu'une pièce ne soit pas disponible à un étage, aucune carte n'est transmise. Les cartes de l'étage en question s'accumulent et l'information qui déclenche la production est bloquée à ce niveau de la chaîne.

La politique Kanban permet une meilleure coordination entre les étages, n'autorisant la fabrication à chaque étage que si une pièce a été effectivement consommée en aval de cet étage. Une conséquence intéressante de ce mécanisme est que le nombre de pièces en cours de fabrication est limité par le nombre de cartes de chaque étage. Cependant, la demande pouvant ne pas être immédiatement transmise à toute la chaîne, les délais de fabrication peuvent être plus longs que pour la politique à stock nominal. Lorsque l'étage représente toute la chaîne de production, le pilotage revient à lancer en production une pièce dans l'usine, dès qu'un produit quitte le système en aval. Ce cas particulier de la politique Kanban est aussi connu sous le nom de CONWIP (CONstant Work In Process).

Beaucoup de travaux traitant de la politique Kanban ont été développés depuis son apparition. Une revue détaillée de la littérature sur la politique Kanban est donnée par Berkley (1992). D'autres travaux tels que Buzacott and Shanthikumar (1993), Frein et al. (1995) et Liberopoulos and Dallery (2000) se sont basés sur la théorie des files d'attente pour évaluer les performances de la politique Kanban dans des systèmes mono-étage et multi-étages. Outre ces politiques, ils ont proposé des extensions de politiques basées sur le système Kanban, telles que la politique Kanban Généralisé et la politique Kanban Etendu que nous décrivons plus en détails dans les sections suivantes. Par ailleurs, Liberopoulos and Dallery (2003) ont aussi étudié des politiques hybrides de pilotage de flux qui combinent les politiques de gestion de stocks classiques du type (s,S) et les politiques basées sur le système Kanban.

2.1.2.2 Politique Kanban Généralisé

La politique Kanban Généralisé peut être considérée comme une politique hybride de la politique à stock nominal et de la politique Kanban. Elle a été mise au point par (Buzacott 1989a). Une représentation de la politique Kanban Généralisé est donnée par la Figure 1.11.

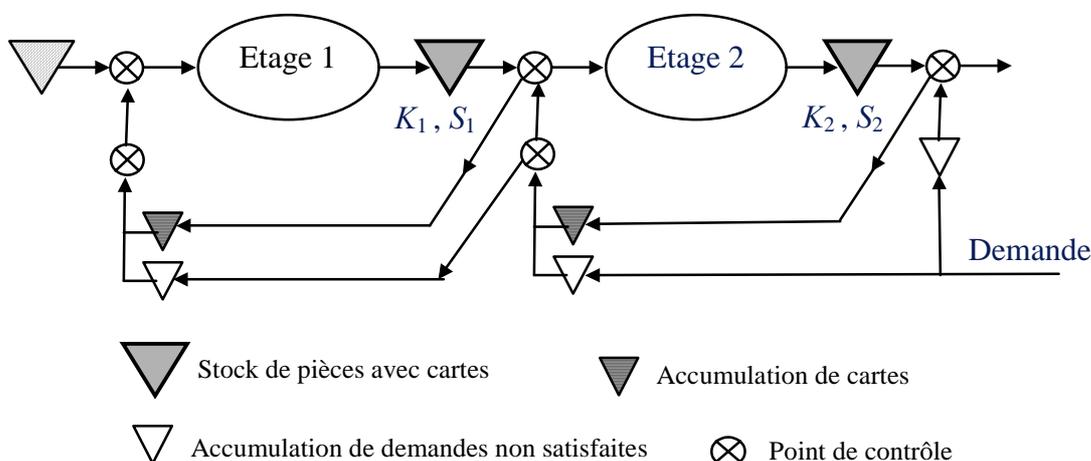


Figure 1.11. La politique Kanban Généralisé dans un système à deux étages

La politique Kanban Généralisé utilise deux paramètres par étage, à savoir : la valeur du stock nominal S_k et du nombre de cartes K_k pour chaque étage k . Dans l'état initial, avant que toute demande ne se présente, les stocks entre chaque étage contiennent un nombre de pièces égal au stock nominal. Une carte est attachée, comme pour le Kanban, à chacune d'entre elles, le reste des cartes disponibles étant placé en amont de chaque étage dans le stock d'accumulation des cartes. Quand la demande arrive, elle remonte progressivement pour permettre la transmission des ordres de fabrication nécessaires au maintien de chaque stock de produits au niveau nominal. Cette remontée de la demande peut être interrompue s'il n'y a pas de cartes. Pour débloquer la situation une carte doit être libérée. Il faut donc attendre qu'une pièce sorte de l'étage suivant. La file d'accumulation de cartes contient des cartes qui ont été associées à une demande; elles deviennent alors des autorisations de production et chacune d'elles va pousser une pièce dans le processus de fabrication qui suit.

2.1.2.3 Politique Kanban Etendu

La politique Kanban Etendu est, comme le Kanban Généralisé, une politique hybride de la politique Basestock et de la politique Kanban. Elle a été développée plus récemment par Dallery and Liberopoulos (2000). Une représentation de cette politique, pour un système à deux étages, est donnée par la Figure 1.12.

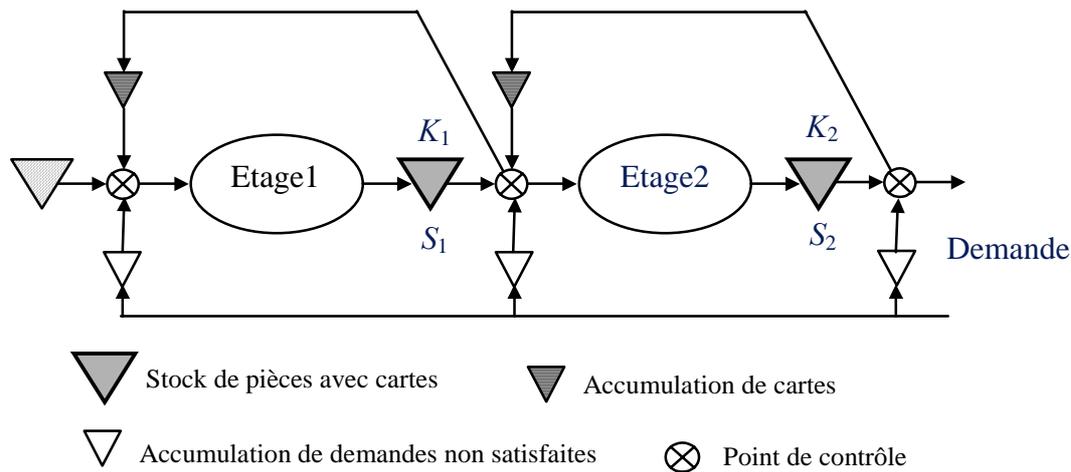


Figure 1.12. La politique Kanban Étendu dans un système à deux étages

La politique Kanban Étendu utilise deux paramètres : le stock nominal S_k et le nombre de cartes K_k pour chaque étage k (le nombre de cartes étant supérieur au stock nominal). Dans l'état initial, avant que toute demande ne se présente, les stocks entre chaque étage contiennent un nombre de pièces égal au stock nominal. Une carte est attachée, comme pour le Kanban, à chacune de ces pièces, le reste des cartes disponibles étant placé en amont de chaque étage. La dynamique du pilotage est une combinaison des systèmes à stock nominal et Kanban. Lorsqu'une demande se présente, à l'instar de la politique à stock nominal, elle est automatiquement transmise à tous les étages. A chaque point de contrôle, pour qu'une pièce soit lancée en fabrication, outre la présence d'une demande, une carte doit nécessairement être disponible. Dans ce cas, la carte du produit est détachée pour être transmise en amont. Elle est remplacée par une carte au point de contrôle et le produit entre en fabrication. Du fait de l'existence d'un nombre de cartes en avance au point de contrôle, le mécanisme peut délivrer une pièce dans un étage donné, dès qu'une demande arrive, même si aucune carte n'a été libérée en aval. Cependant, passé cette avance, une pièce finie doit quitter l'étage pour qu'une nouvelle soit autorisée à y entrer. Cette politique introduit donc plus de souplesse dans le pilotage que la politique Kanban.

2.2 Politiques de pilotage par les besoins futurs

Dans cette section, nous nous intéressons aux politiques de pilotage de flux exploitant la demande future. Dans la littérature, les travaux se divisent en deux types : ceux qui s'intéressent à la politique MRP et ceux qui étudient les politiques de gestion de stocks sur prévisions.

2.2.1 La politique Material Requirements Planning (MRP)

La politique MRP est développée depuis les années 70. Elle se base sur trois points essentiels, à savoir : le *Plan Directeur de Production* (PDP) qui spécifie les quantités à produire dans chaque période et pour chaque produit, la *nomenclature* qui spécifie les différents composants intervenant aux différentes étapes de la fabrication des produits, et enfin les *délais de production*, supposés constants, à chaque étape du processus. Le principe de fonctionnement de la politique MRP peut être résumé par les deux notions suivantes :

- Eclatement des besoins : Les besoins en produits finis, donnés par le plan directeur de production, sont transformés en besoins de produits semi-finis et de composants en utilisant la nomenclature.
- Décalage des besoins : Les besoins calculés sont transmis à tous les niveaux de la chaîne avec un décalage dans le temps suivant le principe de lancement "au plus tard" en tenant compte des délais de production. Ces décalages sont faits de façon à avoir les composants dans chaque étage et les produits finis juste à temps.

La mise en oeuvre de la politique MRP peut être faite en utilisant des tableaux permettant d'une façon simple de déterminer les décisions de lancement prévisionnelles pour chaque produit et à chaque période de l'horizon. Un tableau MRP se présente comme suit :

Périodes	0	1	2	3	4	5	6
Besoins Bruts								
Réceptions à venir								
Stock disponible								
Besoins nets								
Réceptions prévisionnelles								
Lancements prévisionnels								

Tableau 1.1. Tableau MRP

Les éléments du tableau MRP sont définis de la manière suivante :

- Besoins Bruts : demande totale en début de chaque période donnée par le PDP.
- Réceptions à venir : quantité déjà lancée et qui sera disponible en début de période
- Stock disponible : quantité disponible à la fin de chaque période
- Besoins nets : quantités effectivement requises en début de chaque période. Elles correspondent aux besoins bruts moins les réceptions à venir et le stock disponible.

- Réceptions prévisionnelles : quantités à mettre à disposition en début de chaque période. Elles sont déduites directement à partir des besoins nets en utilisant une méthode de groupage des commandes (commandes par lots).
- Lancement prévisionnel : quantités à lancer en début de chaque période. Elles sont déterminées en appliquant le principe de décalage des réceptions prévisionnelles.

La politique MRP consiste à déterminer, pour chaque produit et à chaque période de l'horizon, les différents éléments du tableau MRP en appliquant les deux principes énoncés précédemment et ce, dans l'objectif d'avoir les produits finis disponibles juste à temps. Ainsi, en présence de délais de production constants et en l'absence d'aléas, nous remarquons que la politique MRP peut être considérée comme un cas particulier d'une politique JAT. Par ailleurs, en présence d'aléas dans le système, la politique MRP nécessite la mise en place de paramètres de sécurité.

La littérature sur la politique MRP est très riche. La première référence décrivant les fondements de la politique MRP est Orlicky (1975) dans laquelle les avantages de cette politique de pilotage de flux sont évoqués. On peut également citer le livre de Vollmann et al. (1992) qui représente un recueil des premiers travaux étudiant la politique MRP. Cette dernière référence comporte des discussions intéressantes qui mettent en valeur les différents problèmes liés à la politique MRP, tels que les paramètres de sécurité, la capacité de production, etc.. Les auteurs évoquent également les interactions entre la politique MRP et les politiques de type JAT. Il faut dire que, excepté les quelques premiers travaux étudiant et analysant les performances de la politique MRP, la majorité des travaux de recherche se sont intéressés, essentiellement, soit au problème de calcul de la taille de lots dans la politique MRP (problème connu dans la littérature sous le nom de *lot-sizing problem*), soit aux paramètres de sécurité qui permettent de remédier à l'incertitude dans la politique MRP.

Buzacott (1989) et Buzacott and Shanthikumar (1989) sont parmi les premiers à avoir utilisé des modèles stochastiques pour analyser les performances de cette politique. Ils ont étudié des systèmes mono-étage pilotés par une politique MRP à temps continu (Continuous time MRP), c'est à dire où les prévisions de la demande et l'état du système sont connus de façon continue. Il a également étudié des systèmes mono-étage pilotés par une politique MRP à temps discret (Discrete time MRP system), c'est à dire une politique MRP dans laquelle les prévisions de la demande, les inventaires et les ordres de libération des produits sont effectués à des instants périodiques. Buzacott and Shanthikumar (1994) ont également étudié l'impact du choix entre

l'utilisation des stocks de sécurité et l'exploitation de délais de sécurité sur les performances des systèmes, notamment dans le cas où les prévisions ne sont pas fiables, ou en présence de délais de fabrication incertains.

2.2.2 Politiques de gestion de stock sur prévisions

Durant la dernière décennie, le pilotage de flux basé sur des prévisions de la demande a occupé une place importante dans la littérature. Nous avons constaté que les politiques proposées sont généralement des extensions des politiques de gestion de stock classiques. Une partie considérable de ces travaux utilise, en général, une approche de pilotage basée sur des modèles de mise à jour des prévisions, appelés dans la littérature *Forecast Updates models*. Les politiques proposées sont généralement des politiques à suivi périodique du type stock nominal.

La première politique de gestion de stock sur prévision a été proposée par Lee et al. (1997). Elle est appelée *politique avec niveau de rechargement* (connue aussi dans la littérature anglo-saxonne sous le nom de *Order-Up-To-Level policy*). Dans cette politique, à chaque période, une quantité qui correspond à la différence entre le niveau de rechargement et la position du stock est commandée. La quantité commandée est livrée après le délai d'approvisionnement. Puisque les prévisions sont variables dans le temps, le niveau de rechargement est dynamique et chaque période est caractérisée par un niveau de rechargement.

La deuxième politique étudiée dans la littérature est appelée *politique à stock nominal adaptatif*. Cette politique, connue dans la littérature sous le nom *Adaptive Base Stock policy*, a été introduite par Graves (1999). La politique à stock nominal adaptatif est une extension de la politique à stock nominal classique. Dans la politique à stock nominal adaptatif, à chaque période, après avoir observé la demande, la quantité commandée est constituée de deux parties. La première partie permet de réapprovisionner la quantité qui correspond à la dernière demande et qui vient d'être consommée (comme dans le cas d'une politique à stock nominal classique), alors que la deuxième partie sert à ajuster le niveau du stock nominal pour s'adapter au changement de la demande prévisionnelle durant le délai d'approvisionnement.

Nous présenterons dans le chapitre suivant une étude quantitative détaillée de ces deux politiques. Notons que les modèles de mise à jour des prévisions utilisés dans ces deux politiques ainsi que dans la majorité des politiques de gestion de stock sur prévisions se

basent sur un modèle connu sous le nom de *Martingale Method of Forecast Evolution (MMFE)* développé par Graves (1986) et par Heath and Jackson (1994).

Se basant sur les travaux de Lee et al. (1997) et de Graves (1999), plusieurs travaux ont développé d'autres politiques de gestion de stock sur prévisions. Pour plus de détails sur ces travaux, voir Chen et al. (2000), Lee et al. (2000), Toktay and Wein (2001) et Güllü (1996). La particularité de ces derniers travaux vient de leur utilisation du formalisme de files d'attente pour modéliser le système.

Notons aussi que le problème de pilotage par les prévisions dans des systèmes multi-étages et multi-acteurs a été toujours mêlé avec le problème connu sous le nom de *l'effet de coup de fouet* (connu dans la littérature sous le nom de *Bullwhip effect*). Ce problème est caractérisé par un phénomène d'amplification de la variabilité de la demande lorsque l'on se déplace vers l'amont de la chaîne logistique. Dans ce même cadre, Chen et al. (2000) et Lee et al. (2000) ont quantifié *l'effet de coup de fouet* dans un système de production multi-étages lorsque le pilotage se fait en présence de prévisions. Par ailleurs, Aviv (2002) a étudié le concept de processus de prévision collaboratif dans un système d'approvisionnement multi-acteurs et a montré la valeur du partage des prévisions entre les acteurs pour l'amélioration du pilotage du système.

2.3 Equivalences entre les politiques de pilotage de flux

Nous donnons dans ce qui suit un aperçu sur quelques travaux de la littérature qui ont étudié les équivalences existantes entre les différentes politiques de pilotage de flux. Nous précisons que par équivalence entre politiques, nous voulons dire équivalence en termes de performance. Nous étudions plus en détail, dans le chapitre 4, les équivalences qui existent entre ces politiques de pilotage et les politiques que nous proposons.

Karmarkar (1986) et Spearman and Zazanis (1992) ont étudié conjointement la politique à stock nominal et la politique Kanban, ils ont montré beaucoup de similarités entre ces deux politiques dans le cas d'un système multi-étages. Pour le cas d'un système mono-étage comportant une seule machine, ils ont prouvé que ces deux politiques sont équivalentes.

Liberopoulos and Dallery (2000) ont étudié les équivalences qui existent entre les politiques basées sur le système Kanban. Ils ont montré que les politiques à stock nominal et Kanban représentent des cas particuliers de la politique Kanban Généralisé et de la politique Kanban Etendu. En effet, lorsque le nombre de Kanban est infini dans tous les étages du système, la

transmission de l'information sur la demande est instantanée et les politiques Kanban Généralisé et Kanban Etendu deviennent identiques à la politique à stock nominal. Les politiques Kanban Généralisé et Kanban Etendu peuvent aussi être identiques à la politique Kanban à condition que dans chaque étage, le stock nominal soit égal au nombre de Kanban. Ils ont également démontré que la politique Kanban Etendu a un temps de réponse face à la demande inférieur à celui de la politique Kanban Généralisé.

Axsäter and Rosling (1994) et Axsäter and Rosling (1999) ont étudié la politique (r, Q) et la politique Kanban dans des systèmes d'assemblage et des systèmes de stock en série. Ils ont montré que la politique Kanban avec lots peut être équivalente à une politique (r, Q) de type installation.

Buzacott (1989) a analysé conjointement la politique MRP et la politique Kanban en se basant sur la théorie des files d'attente. Il a montré qu'en présence de prévisions de la demande, la politique Kanban permet d'obtenir une politique équivalente à la politique MRP. Il a aussi étudié les similarités existantes entre la politique MRP et la politique Kanban. Il a montré l'intérêt d'utiliser la politique MRP pour bénéficier à la fois des avantages des systèmes à flux tiré et des systèmes à flux poussé. Buzacott and Shanthikumar (1993) ont montré, également, que la politique à stock nominal peut, aussi, être vue comme un cas particulier de la politique MRP. En effet, le système à stock nominal, pour lequel on dispose d'une information à l'avance sur la demande et d'un mécanisme de temporisation de l'information, peut être vu comme un système MRP ayant un stock de sécurité égal au stock nominal. L'analyse des performances de ce système a été aussi effectuée par Karaesmen et al. (2002).

Dans les politiques de pilotage de flux sur prévisions, nous signalons que les deux politiques que nous avons présentées dans la section précédente, à savoir : la politique à stock nominal adaptatif et la politique avec niveau de rechargement, peuvent être vues comme une extension de la politique du type stock nominal en présence de prévisions sur la demande. Elles correspondent toutes les deux à une politique avec un stock nominal dynamique. Nous reviendrons à cette remarque dans le chapitre suivant après l'étude quantitative de ces deux politiques.

3. Classification des politiques de pilotage de flux

Dans la littérature, les politiques de pilotage de flux sont classifiées à l'aide de plusieurs critères. Dans cette section, nous présentons les classifications les plus connues en montrant qu'elles comportent certaines incohérences.

3.1 Classification en politiques à flux tiré et politiques à flux poussé

La classification des politiques de pilotage de flux en politiques à flux tiré et politiques à flux poussé fait l'objet de nombreux travaux dans la littérature. Cette problématique a été largement étudiée par Spearman and Zazanis (1992), Benton and Shin (1998) et Hopp and Spearman (2004).

La distinction classique entre politiques à flux tiré et politiques à flux poussé est basée sur l'instant de déclenchement de la production en réponse à la demande. En effet, suivant cette définition donnée par Karmarkar (1986), les politiques de pilotage à flux tiré sont celles où la demande tire la production et le déclenchement de la production est fait en réaction à la demande. Quant aux politiques à flux poussé, le déclenchement de la production est fait avant que la demande arrive. Avec cette classification, nous trouvons dans la classe des politiques à flux tiré, les politiques basées sur le système Kanban et certaines politiques de gestion de stock classiques. Dans la classe des politiques à flux poussé, nous trouvons la politique MRP et les politiques de gestion de stock sur prévisions.

Cependant, une des difficultés avec cette définition du flux tiré et flux poussé est liée à la politique MRP. En effet, le principe de calcul des besoins et de lancement "au plus tard" dans la politique MRP a pour objectifs d'avoir les produits finis juste à temps, donc, la politique MRP peut être considérée comme un bon exemple d'une politique du JAT. Pour cela, il existe une deuxième classification donnée par Bedworth and Bailey (1987) et Silver and Peterson (1985), dans laquelle la notion de flux tiré et flux poussé est liée respectivement à la notion de boucle fermée et boucle ouverte reliant la demande au système de production. Dans le système à boucle fermée, la production est déclenchée en réponse à une demande présente ou future alors que dans le système à boucle ouverte, la production est déclenchée en ignorant la demande. Suivant cette classification, même la politique MRP devient alors une politique à flux tiré dans laquelle, le plan directeur de production tire la production pour avoir les produits en JAT.

Nous constatons que la frontière entre flux tiré et flux poussé n'est pas toujours claire. Cette frontière dépend de la façon avec laquelle la notion de flux tiré et flux poussé est définie. Ainsi, toutes les politiques peuvent être considérées comme des politiques à flux tiré. En effet, dans un cas les flux sont tirés par la consommation réelle et dans l'autre cas, ils sont tirés par les besoins futurs.

3.2 Classification basée sur le type du système d'approvisionnement

Une autre classification très utilisée dans la littérature est celle qui se base sur le type du système d'approvisionnement. En effet, la littérature sur les politiques de pilotage de flux peut être classée en deux catégories basées sur ce critère. La première catégorie étudie des politiques de pilotage de flux dans des systèmes purement inventaires (connus dans la littérature sous le nom de Inventory Systems), c'est à dire des systèmes avec capacité illimitée. Ces travaux traitent le délai d'approvisionnement comme un paramètre exogène, indépendant de la charge du système. Dans cette catégorie, nous trouvons une grande partie des politiques de gestion de stock classiques et des politiques de gestion de stock sur prévisions. La deuxième catégorie étudie les politiques de pilotage dans les systèmes de production et de stock (connus dans la littérature sous le nom de Production/Inventory Systems). Les politiques proposées sont relatives à des systèmes avec capacité limitée. Le délai d'approvisionnement est supposé, dans ce cas, être un paramètre endogène qui dépend de la charge du système. Généralement, ces systèmes sont modélisés par des files d'attente. Dans cette catégorie, nous trouvons la politique à stock nominal telle qu'elle a été décrite par Buzacott and Shanthikumar (1993), les politiques basées sur le système Kanban et quelques politiques de gestion de stock sur prévisions étudiant les systèmes à capacité finie telles que la politique à stock nominal modifié étudiée par Toktay and Wein (2001). Une bonne discussion sur ce type de classification est présentée par Zipkin (2000).

Notons qu'à notre sens, cette classification représente plus une classification des systèmes qu'une classification des politiques. En effet, un système réel ou tel qu'il est analysé, est soit un système purement inventaire, soit un système de production et de stock. Par contre, une même politique peut s'appliquer, à la fois, à un système purement inventaire et à un système de production et de stock.

3.3 Classification des politiques suivant le type de l'information sur la demande

Nous avons montré que les critères utilisés dans la littérature pour classer les politiques ne sont pas pertinents. En effet, Le premier critère de classification, qui est le mode de réponse au marché, est lui même fonction de la demande, alors que le deuxième, ne doit pas être considéré comme un critère de classification des politiques, mais plutôt comme un critère d'analyse des systèmes. Partant de ce constat, nous proposons un autre critère pour la classification de ces politiques fondé, cette fois-ci, sur le type de l'information sur la demande. Dans ce qui suit, nous commençons par présenter quelques notions relatives à l'information

sur la demande et nous exposons, par la suite, notre propre classification des politiques de pilotage de flux. En se basant sur cette classification, nous présentons quelques éléments d'aide au choix des politiques de pilotage.

3.3.1 Information sur la demande

En pratique, la demande est généralement considérée comme un processus exogène au système, ce qui veut dire que le système n'influe pas sur les commandes des clients. Cependant, la demande peut, en réalité, être influencée par l'état du système. En effet, dans le cas de ruptures de stock successives qui engendrent une non satisfaction de la demande du client, l'entreprise peut perdre le client. L'entreprise est ainsi dans l'obligation d'anticiper les besoins de ses clients et d'avoir la bonne information au bon moment pour mieux gérer son système. Par ailleurs, l'information sur les besoins du client peut être disponible sur des horizons différents et variables dans le temps. Cette information demeure incertaine pour l'entreprise et l'incertitude qu'elle comporte diminue avec la visibilité. En effet, cette information est moins fiable quand on s'éloigne dans le temps et la demande est ainsi de plus en plus incertaine. Dès lors, nous pouvons classer l'information sur la demande en trois types, comme le montre la Figure 1.13. Nous distinguons alors :

- **Les commandes fermes** : Elles représentent une information fiable sur la demande, tant sur les quantités que sur les dates de besoin. Les commandes fermes sont définitives et ne comportent pas d'incertitude, c'est à dire qu'elles représentent un engagement de la part des clients.
- **Les prévisions** : Elles représentent une information incertaine sur la demande. Elles peuvent être de deux types :
 - Les commandes prévisionnelles : Ce sont les commandes émanant des clients finaux mais, contrairement aux commandes fermes, elles contiennent une incertitude sur la quantité et/ou sur la date du besoin.
 - Les prévisions de la demande : Ce sont des données provenant d'études prospectives marketing ou obtenues à l'aide d'autres méthodes qualitatives ou quantitatives de prévision basées sur des historiques de la demande.
- **Absence d'information à l'avance sur la demande** : C'est le cas où il n'y a pas d'information disponible sur la demande future.

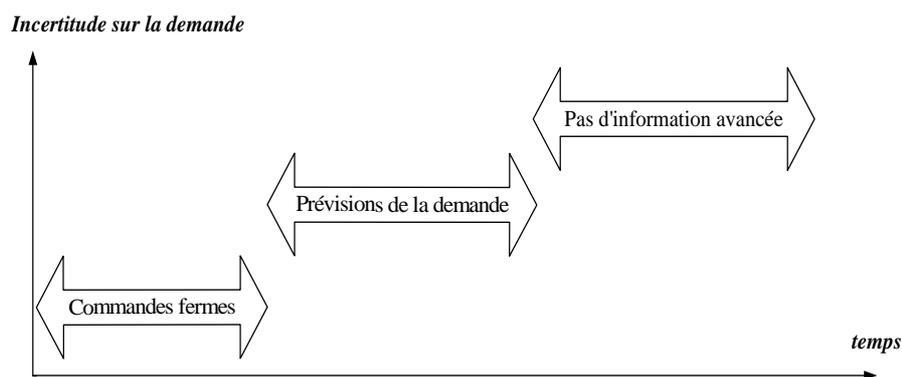


Figure 1.13. Visibilité sur la demande et incertitude

Les deux premiers types de l'information sur la demande, à savoir : les commandes fermes et les prévisions, représentent ce que nous appelons une information à l'avance sur la demande.

Le pilotage de flux doit constamment réagir et s'adapter au mieux à la demande du client, quel que soit le type d'information disponible, pour atteindre et maintenir un niveau de service objectif. Ce paramètre est d'une grande importance pour le contrôle du système et, suivant son degré de fiabilité, les approches de pilotage seront différentes.

Dans la suite, nous donnons les meilleures approches de pilotage de flux et les modes de gestion qui s'adaptent le mieux avec chaque type d'information sur la demande.

3.3.2 Pilotage de flux et information sur la demande

Tenant compte des différents types d'information sur la demande, nous classons les politiques de pilotage de flux en deux approches. Le choix de la première approche, que nous avons appelée "pilotage par les besoins futurs", doit se faire, généralement, dans le cas où on dispose d'information à l'avance sur la demande. En revanche, si on ne dispose d'aucune information à l'avance sur la demande, on optera pour la deuxième approche que nous avons appelée "pilotage par renouvellement de la consommation".

Notons que lorsque nous parlons de pilotage de flux en absence d'information sur la demande, nous voulons dire absence d'information pour le pilotage du système et non pas pour le paramétrage du système (tel que le choix du nombre de Kanban). En effet, il est évident que pour le paramétrage du système, il faut disposer d'un minimum d'information sur la demande. Cette information peut être obtenue par des estimations statistiques à partir de l'historique des demandes.

L'approche de pilotage par renouvellement de la consommation se base, essentiellement, sur la consommation des stocks et peut être considérée comme une approche de pilotage en temps réel. Dans cette approche, le choix d'une politique doit se faire parmi les politiques de gestion de stocks classiques ou parmi les politiques de pilotage basées sur le système Kanban. Une fois l'approche de pilotage par renouvellement de la consommation choisie, plusieurs autres critères peuvent être pris en compte pour le choix d'une politique particulière dans cette approche. Ces critères sont liés aux paramètres des politiques et influencent le choix de la politique de pilotage, à savoir : le type de suivi (suivi continu ou suivi périodique), le type de groupage (commandes groupées ou Lot par Lot), le type du système d'approvisionnement (système avec capacité limitée ou système avec capacité illimitée), etc..

L'approche de pilotage par les besoins futurs doit, quant à elle, être utilisée lorsqu'on dispose d'une information à l'avance sur la demande donnée sous la forme de commandes fermes ou de prévisions de la demande. Plus précisément, si on dispose de commandes fermes exprimées par le client, la politique MRP est bien adaptée à ce cas. Par ailleurs, si l'information sur la demande est donnée sous la forme de prévisions qui ne sont pas très fiables, alors le choix doit se faire parmi les politiques de gestion de stock sur prévisions. Il est évident que si les prévisions sont très fiables, la politique MRP est également bien adaptée à cette situation. Nous montrons à l'aide d'une étude quantitative dans le chapitre 4 que dans le cas où les prévisions ne sont pas fiables, il est préférable d'utiliser une politique de pilotage par renouvellement de la consommation.

Par ailleurs, avec la distinction des différents types d'information sur la demande, nous pourrions présenter une deuxième classification des politiques de pilotage suivant le mode de réponse à la demande. Cette classification distingue entre les politiques de *production à la commande* et les politiques de *production par anticipation*. En effet, dans le cas où on n'a pas une bonne visibilité sur la demande future (aucune information ou demande prévisionnelle), on constitue généralement des stocks d'anticipation et lesancements en production ont pour but de renouveler ce stock. Le client qui arrive est servi immédiatement à partir du stock, s'il est possible de satisfaire sa commande. Dans ce cas, on parle de politique de production par anticipation. En revanche, si la demande est connue sur un horizon donné (commandes fermes) et que la visibilité est suffisamment importante, il n'est pas nécessaire de constituer des stocks à l'avance, la production ne se déclenche qu'en réponse à une commande du client. Dans ce cas, on parle de politique de production à la commande.

Nous résumons notre classification des différentes politiques et approches de pilotage de flux en fonction du type de l'information sur la demande, dans la Figure 1.14.

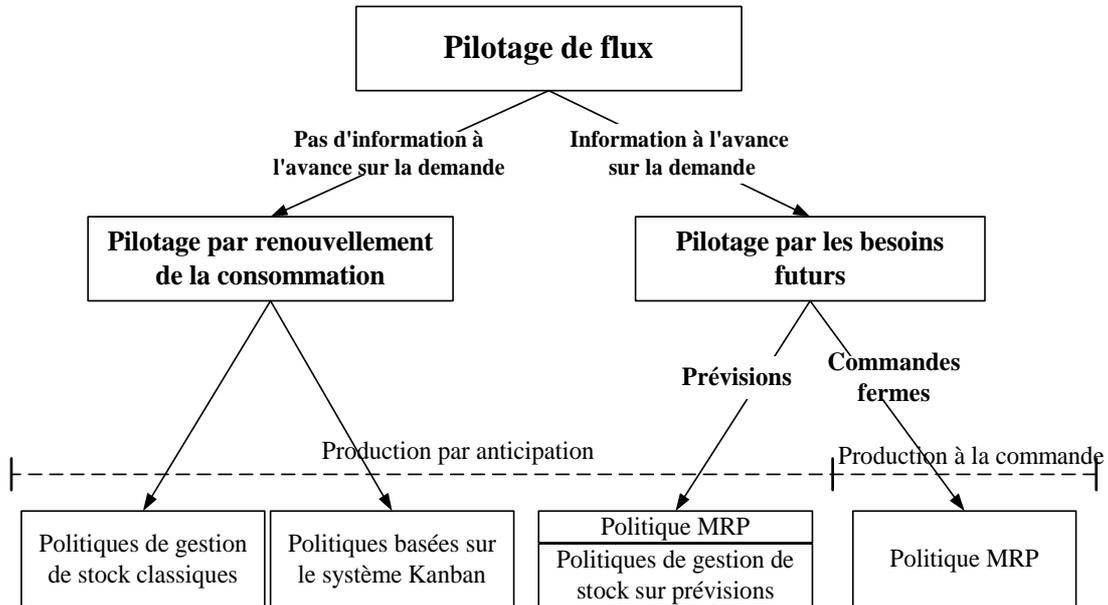


Figure 1.14. Classification des politiques de pilotage de flux en fonction du type de l'information sur la demande

En pratique, dans une chaîne logistique, la fiabilité de l'information sur la demande diminue en allant de l'aval vers l'amont, d'où la nécessité de combiner plusieurs politiques de pilotage de flux en fonction de l'information disponible sur la demande. Nous proposons dans la Figure 1.15, un modèle hybride qui combine les différentes approches de pilotage de flux dans une chaîne logistique.

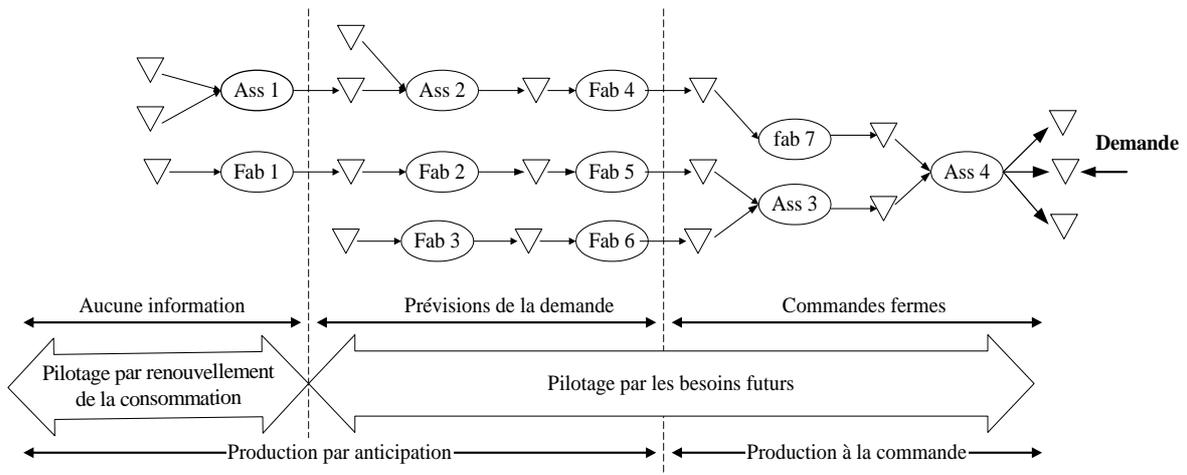


Figure 1.15. Information sur la demande et méthodes de pilotage

Généralement, en aval de la chaîne, les produits présentent une forte diversité et on trouve plusieurs références pour un seul produit de base. Ces produits doivent être pilotés par une politique de production à la commande. Plus précisément, si l'information dont on dispose, concernant la demande, est suffisamment fiable (des commandes fermes), alors une politique de pilotage par les besoins futurs, telle que la politique MRP, est très bien adaptée à cette situation.

Concernant les composants des produits et les matières premières qu'on trouve, généralement, en amont de la chaîne logistique, ils sont pilotés avec une politique de production par anticipation. De plus, si aucune information sur la demande n'est disponible, alors une politique de pilotage par renouvellement de la consommation doit être appliquée. Ceci s'explique, tout simplement, par le fait que les composants et les matières premières nécessitent, généralement, un simple réapprovisionnement basé sur la consommation du stock.

Dans un niveau intermédiaire de la chaîne logistique, on trouve, généralement, des produits standards et des produits semi-finis. Pour ces produits, l'information sur la demande, peut être donnée sous la forme de prévisions, ce qui nécessite une politique de pilotage par les besoins futurs.

Le modèle hybride présenté dans la Figure 1.15 ne doit pas être vu comme un modèle de référence pour le pilotage de flux dans la chaîne logistique. Il est, toutefois, en cohérence avec les différents points que nous avons évoqués dans notre discussion sur la classification et le choix des politiques de pilotage de flux en fonction du type d'informations sur la demande. Ce modèle est à l'origine d'autres problèmes qui restent à aborder, notamment le choix et la position des points de basculement entre les différentes approches dans la chaîne logistique. Ce problème est largement étudié dans la littérature par Federgruen and Katalan (1999), Gupta and Benjaafar (2001) et Donk (2001).

Conclusions

Après avoir donné quelques concepts généraux relatifs au pilotage de flux dans une chaîne logistique, nous avons présenté un panorama des politiques de pilotage de flux étudiées dans la littérature en expliquant le principe de fonctionnement de chacune d'elles. En outre, tout au long de ce chapitre, nous avons donné un aperçu sur les travaux de référence qui ont étudié ces politiques.

A l'issue de cette étude, nous remarquons que les différents travaux sur les politiques de pilotage de flux sont clairsemés. A notre connaissance, une synthèse globale qui récapitule toutes les politiques existantes et qui met en évidence les équivalences, les similarités et les différences qui existent entre elles, n'a pas encore été développée. Ce travail de synthèse constitue donc notre première contribution dans ce chapitre.

Nous avons également décrit certaines classifications des politiques de pilotage connues dans la littérature. Cette étude montre que la frontière entre les différentes classes de politiques n'est pas toujours claire. Nous avons donc proposé une classification basée sur le type de l'information disponible sur la demande. Ceci constitue un outil d'aide au choix des politiques de pilotage de flux en fonction de l'information dont on dispose sur la demande. Cette étude représente notre deuxième contribution dans ce chapitre.

Dans le chapitre 2, nous poursuivons notre étude sur les politiques de pilotage de flux et nous nous focalisons, cette fois, sur l'aspect quantitatif dans les politiques de gestion de stock.

Chapitre 2. Etude quantitative des politiques de gestion de stock

Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons étudié qualitativement les politiques de pilotage de flux et nous avons abordé le problème de choix des politiques. Une fois la politique choisie, il est important de bien déterminer ses paramètres afin d'améliorer les performances du système. Ceci est à l'origine des nombreux travaux dans la littérature qui étudient les paramètres optimaux des politiques de pilotage de flux, notamment les paramètres optimaux des politiques de gestion de stock classiques. Cependant, les travaux sur les politiques de gestion de stock sur prévisions sont moins nombreux.

Dans ce chapitre, nous étudions les approches existantes et les méthodes de calcul des paramètres optimaux dans le cas des politiques de gestion de stock classiques. Ceci va être notre point de départ pour la détermination des paramètres optimaux des politiques de gestion de stock sur prévisions que nous étudions dans les chapitres suivants. En effet, ces politiques sont des extensions des politiques de gestion de stock classiques (r, Q) et (T, S) . De plus, nous avons constaté que, bien que la littérature sur les politiques de gestion de stock classiques soit très riche, il y a très peu de travaux qui présentent d'une façon structurée et simplifiée les méthodes de détermination des paramètres optimaux des différentes politiques de gestion de stock classiques, d'où la motivation de ce chapitre qui a ce double enjeu. Nous présentons, en outre, vers la fin de ce chapitre une étude quantitative déterminant les paramètres optimaux pour les deux politiques de gestion de stock sur prévisions que nous avons étudiées dans le

chapitre 1 puisque ces deux politiques sont la base de la majorité des travaux sur la gestion de stock sur prévisions.

Après cette introduction, nous commençons par étudier, dans la première section de ce chapitre, les paramètres optimaux des politiques (r, Q) et (T, S) dans le cas où la demande est déterministe et nous traitons, ensuite, dans la deuxième section, le cas où la demande est stochastique. Pour le cas où la demande est stochastique, nous donnons différentes formulations pour la détermination des paramètres optimaux qui correspondent à différents objectifs de qualité de service. Avant d'aborder ces formulations, nous présentons les différentes mesures de qualité de service utilisées dans la littérature. Dans la section 3, nous présentons une étude quantitative des deux politiques de gestion de stock sur prévisions abordées dans le chapitre 1, à savoir : la politique à stock nominal adaptatif et la politique avec niveau de rechargement dynamique.

1. Etude des politiques (r, Q) et (T, S) dans un système déterministe

Nous considérons un système mono-étage, mono-produit sachant que l'étage en question assure une activité d'approvisionnement (production ou transport) nécessitant un délai L (Figure 2.1). Nous supposons qu'il n'y a pas de contraintes de capacité dans le système (système non-capacitaire) et que le délai L est exogène, c'est à dire indépendant de l'état du système. Nous supposons aussi que la demande ainsi que le délai d'approvisionnement sont déterministes et constants. L'objectif est de gérer le stock pour satisfaire la demande.

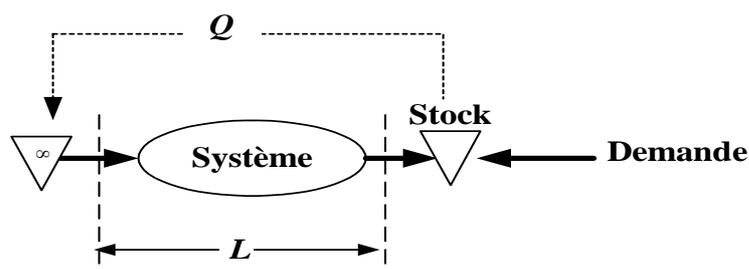


Figure 2.1. Modèle d'un système de gestion de stock mono-étage

L'évolution du stock dans ce système est donnée par la Figure 2.2.

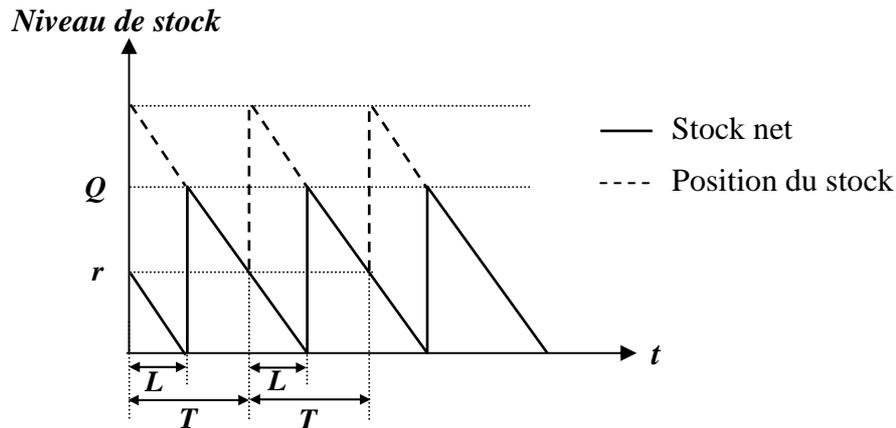


Figure 2.2. Evolution du stock dans le système déterministe

Harris (1913) et Wilson (1934) comptent parmi les premiers à avoir étudié ce système en présence de coûts fixes ou linéaires (coûts d'achat, coûts de stock et coûts de commande). Notons C le coût unitaire d'achat du produit, A le coût fixe de commande et h le coût de possession de stock par unité de produit et par unité de temps (plus de détails sur ces coûts, seront présentés dans la section suivante). Dans ce modèle, connu sous le nom de Economic Order Quantity (modèle EOQ), il s'agit de déterminer la quantité optimale à commander Q^* qui optimise le coût total moyen $Z(Q)$ donné par :

$$Z(Q) = CD + A \frac{D}{Q} + h \frac{Q}{2}.$$

C'est un problème qui consiste à trouver le compromis entre le coût de stock et le coût de commande. Les paramètres optimaux sont alors les suivants :

- La quantité optimale à commander est donnée par : $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$. Cette formule est connue sous le nom de formule de Wilson ou aussi "The Square Root Formula".
- Le coût total moyen optimal Z^* est donné par : $Z^* = CD + \sqrt{2ADh} = CD + hQ^*$.

Dans ce système, les politiques (r, Q) et (T, S) sont équivalentes. En effet, dès que la demande de taux D descend en dessous du seuil de commande $r = L.D$, la quantité constante $Q = \sqrt{(2AD)/h}$ est commandée. Cette quantité peut également être vue comme une quantité qui ramène la position de stock à un niveau de reapprovisionnement $S = r + Q = DL + \sqrt{(2AD)/h}$ et

les commandes sont passées à des cycles successifs de longueur $T = Q/D = \sqrt{(2A)/(hD)}$ et avec une fréquence $N = 1/T = \sqrt{(hD)/(2A)}$.

2. Etude des politiques de gestion de stock classiques en présence d'aléas

En réalité, les systèmes sont confrontés à des facteurs aléatoires qui impliquent, soit des ruptures de stock occasionnelles, à l'origine d'une dégradation de la qualité de service, soit des produits invendus en stock et, par conséquent, des coûts de stock importants supportés par l'entreprise. Ces aléas peuvent être dus, par exemple à :

- La non fiabilité du système d'approvisionnement qui résulte par exemple de problèmes de transport.
- La non fiabilité du délai de production qui peut être due par exemple à des pannes de machines ou à une indisponibilité des opérateurs.
- La non qualité qui résulte par exemple de problèmes dans le processus de production.
- La non fiabilité des prévisions (Quantités ou dates de besoin).

En présence de ces aléas, le modèle déterministe que nous avons présenté dans la section précédente n'est plus adéquat pour représenter le système réel. Dès lors, il est nécessaire de le modéliser en tenant compte des aléas qui lui sont liés. Dans le cadre de cette thèse, nous supposons que les différents aléas peuvent être traduits sous forme d'incertitudes sur certains paramètres. Nous distinguons alors trois types d'incertitudes :

- L'incertitude sur les délais d'approvisionnement
- L'incertitude sur les quantités commandées
- L'incertitude sur la demande

Pour faire face à ces incertitudes, plusieurs dispositifs peuvent être mis en place tels que les stocks de sécurité, les délais de sécurité et les quantités de sécurité. Les délais de sécurité sont utilisés pour couvrir l'incertitude sur les dates de disponibilité produit qui peut être due soit aux aléas dans le processus de production ou d'approvisionnement. Quant aux stocks de sécurité et quantités de sécurité, ils sont utilisés pour couvrir les incertitudes sur la demande et les incertitudes sur la qualité des produits. La notion de quantités de sécurité sera détaillée dans le chapitre 4.

Dans la plupart des modèles de base proposés dans la littérature sur la gestion de stock classique en présence d'une demande stochastique, la demande est supposée stationnaire, c'est à dire que les caractéristiques de la demande sont les mêmes d'une période à une autre et que la loi suivie par la demande conserve les mêmes valeurs pour ses paramètres caractéristiques sur toutes les périodes. Pour les besoins du calcul des coûts, il est nécessaire de chercher le processus théorique le plus approprié pour représenter la demande. Pour cela, des lois statistiques sont généralement utilisées telles que la loi de poisson pour des processus discrets et la loi normale pour des processus continus. Plus de détails à ce sujet sont donnés par Zipkin (2000).

Nous rappelons aussi qu'il y a deux types de modèles considérés pour les politiques de gestion de stock classiques en présence d'une demande stochastique. Ces modèles se distinguent par la nature de la réponse du système en cas de rupture de stock, c'est à dire si la demande excède le stock disponible. Le premier modèle est le modèle avec ventes perdues connu dans la littérature sous le nom de *Lost Sales Model* et dans lequel en cas de rupture, les demandes sont perdues. Le deuxième modèle est le modèle de ventes différées connu sous le nom de *Backordering Model* et dans lequel en cas de rupture, la demande est différée afin d'être satisfaite à partir du stock des périodes suivantes. Les premiers travaux sur les modèles de gestion de stock avec ventes perdues sont présentés par Hadley and Whitin (1963). Une revue bibliographique des travaux étudiant ces modèles est proposée par Rosling (2002). Nous précisons que dans ce chapitre, nous ne considérons que des modèles de gestion de stock avec ventes différées.

Dans cette section, nous commençons par présenter certaines mesures de qualité de service fréquemment utilisées dans les systèmes de gestion de stock ainsi que les différents types de coûts que nous considérons dans nos modèles. Nous donnons par la suite un aperçu sur les méthodes de détermination des paramètres optimaux pour les politiques (r, Q) et (T, S) en fonction des différentes mesures de qualité de service considérées. Ces paramètres seront donnés dans le cas d'un système mono-étage, mono-produit en présence d'une demande stochastique stationnaire.

2.1 Qualité de service

Généralement, dans la plupart des modèles de gestion de stock étudiés dans la littérature, l'objectif en termes de qualité de service est modélisé soit sous la forme d'une contrainte sur le niveau de service soit sous la forme d'une pénalité de rupture de stock.

2.1.1 Contrainte sur le niveau de service

Le service peut être défini comme étant "la probabilité qu'une demande ou un ensemble de demandes soit satisfait". Il existe plusieurs mesures du niveau de service utilisées en pratique Baglin et al. (2001). Cependant, dans nos travaux, nous nous intéressons particulièrement à deux mesures, à savoir : *le niveau de service par cycle* et *le taux de service en quantité*.

- **Niveau de service par cycle**

Le niveau de service par cycle, appelé dans la littérature anglo-saxonne *Cycle Service Level*, mesure la probabilité de ne pas avoir de rupture de stock entre deux commandes successives (la période entre deux commandes successives est appelée un cycle). Cette mesure peut être vue comme étant la fraction des périodes pour lesquelles il n'y a pas de rupture de stock. Ainsi, si par exemple nous voulons atteindre un niveau de service par cycle de 95 %, il faut que l'on soit capable de satisfaire les demandes dans 95 % des périodes et non pas satisfaire 95 % des demandes lorsqu'elles arrivent pendant une période.

- **Taux de service en quantité**

Le taux de service en quantité, appelé dans la littérature anglo-saxonne *Fill rate*, mesure la proportion des demandes satisfaites directement à partir du stock. Cela représente le rapport entre le nombre de produits livrés immédiatement sans rupture et le nombre total de produits à livrer. En pratique, le taux de service en quantité est très utilisé pour mesurer le niveau de service.

Pour comprendre clairement la différence entre ces deux mesures du niveau de service, nous donnons, dans ce qui suit, un exemple d'illustration. Considérons le Tableau 2.1 dans lequel les valeurs des demandes et des ruptures de stock sont représentées sur un horizon de 10 cycles consécutifs.

Cycle	Quantité demandée	Rupture
1	180	0
2	75	0
3	235	45
4	140	0
5	180	0
6	200	10
7	150	0
8	90	0
9	160	0
10	40	0
Total	1450	55

Tableau 2.1. Exemple illustratif pour le calcul des mesures du niveau de service

La fraction des périodes pour lesquelles il n'y a pas de rupture de stock est de 8/10, d'où un niveau de service par cycle de 80 %. Nous pouvons également noter que pour les 10 périodes considérées, sur 1450 demandes totales, 55 n'ont pas été satisfaites à cause des ruptures de stock, donc la proportion des demandes satisfaites est de $(1450-55)/1450 = 0,9621$, d'où un taux de service en quantité de 96,21 %.

2.1.2 Pénalité sur la rupture de stock

L'objectif en termes de qualité de service peut aussi être modélisé à partir de la minimisation d'un coût total moyen composé du coût de stock et du coût de rupture. Le coût de rupture de stock est le coût induit si la demande sur une période donnée excède le stock disponible. En pratique, ce coût peut être formulé sous deux formes :

- **Pénalité de rupture globale**

Dans ce cas, le coût de rupture de stock est exprimé sous forme d'une pénalité de rupture globale, c'est à dire une pénalité fixe qui doit être payée à chaque rupture de stock et ce, indépendamment du niveau de rupture.

- **Pénalité de rupture proportionnelle au nombre de demandes non satisfaites**

Dans ce cas, le coût de rupture de stock est exprimé sous forme d'une pénalité de rupture proportionnelle au nombre moyen de demandes qui n'ont pas été immédiatement satisfaites à partir du stock.

En pratique, il est souvent difficile de déterminer avec précision les valeurs des coûts de rupture de stock. En effet, ces coûts incluent généralement des composantes intangibles telles que la perte en image de marque, qui n'est pas facilement chiffrable.

Les objectifs de service que nous utilisons dans nos travaux peuvent être résumés par le Tableau 2.2.

Niveau de service	Contrainte	Coût de rupture
En quantité	Taux de service en quantité	Pénalité de rupture moyenne
Par cycle	Niveau de service par cycle	Pénalité de rupture globale

Tableau 2.2. Récapitulatif des objectifs de qualité de service étudiés

2.2 Autres coûts considérés

A part les coûts de rupture, que nous avons présentés dans la section précédente, deux autres types de coûts sont généralement considérés en gestion de stock classique, à savoir : les coûts de commande et les coûts de possession de stock.

En pratique, le coût de commande correspond à un coût administratif de gestion de la commande lorsque celle-ci déclenche un approvisionnement. Dans le cas où la commande correspond à un ordre de fabrication, ce coût inclut les coûts de réglage des machines ainsi que les rebus de ces réglages. Le coût de possession de stock comprend les charges fixes ou variables liées au stockage des produits ainsi que les coûts de détention du stock.

Dans les modèles que nous étudions, nous supposons que le coût de commande est proportionnel au nombre moyen de commandes, et que le coût de stock est exprimé sous forme d'un coût proportionnel au stock moyen. En présence d'une demande stochastique, l'expression exacte du stock moyen dans les politiques de gestion de stock classiques est difficile à trouver. Dès lors, dans la littérature, plusieurs travaux se sont intéressés à trouver des approximations du stock moyen pour certaines politiques de gestion de stock que nous utilisons dans la suite de ce chapitre. Parmi ces travaux, nous pouvons citer Lau and Lau (2002).

2.3 Détermination des paramètres optimaux

La détermination des paramètres optimaux pour les politiques de gestion de stock classiques, comporte deux problèmes : un problème d'économie d'échelle et un problème de sécurité face aux aléas. Le problème d'économie d'échelle consiste à trouver un compromis entre les coûts de commande et les coûts de stock. En effet, passer un nombre limité de commandes avec des quantités élevées peut engendrer des stocks importants et, donc des coûts de stock élevés, alors que des commandes fréquentes, en petites quantités, peuvent engendrer des coûts de commandes élevés d'où le compromis à trouver entre ces deux types de coûts. Quant au problème de sécurité, il consiste à faire face aux aléas en trouvant un compromis entre les coûts de stock et les coûts de rupture tout en assurant une certaine qualité de service au client. Ainsi, trouver les paramètres optimaux d'une politique de gestion de stock classique consiste à calculer les paramètres d'économie d'échelle et les paramètres de sécurité pour faire face aux incertitudes.

Deux approches sont utilisées pour la détermination des paramètres optimaux des politiques de gestion de stock classiques. La première approche est l'approche séquentielle. Elle consiste à calculer les paramètres en deux temps. Dans un premier temps, les paramètres d'économie d'échelle sont calculés en supposant que le système est déterministe. Les paramètres de sécurité sont calculés dans un deuxième temps, afin de remédier à la variabilité du système en assurant l'objectif de service avec le moindre coût. La deuxième approche est l'approche globale qui consiste à optimiser les paramètres d'économie d'échelle et les paramètres de sécurité en même temps. Comme l'ont mentionné Silver and Peterson (1985), la procédure de calcul des paramètres optimaux avec l'approche globale est plus complexe et les résultats sont très proches de ceux donnés par l'approche séquentielle.

Dans les modèles que nous étudions, nous utilisons essentiellement l'approche séquentielle pour la détermination des paramètres optimaux des politiques (r, Q) et (T, S) . Nous allons détailler les méthodes de calcul pour deux mesures de qualité de service, à savoir : le niveau de service par cycle et le taux de service en quantité. Nous donnons toutefois, vers la fin de ce chapitre, une formulation pour le calcul des paramètres de la politique (r, Q) en utilisant l'approche globale.

Dans tous les modèles que nous présentons dans la suite, nous supposons que :

- La demande D suit une loi normale $N(m_D, \sigma_D)$
- Le délai d'approvisionnement L suit une loi normale $N(m_L, \sigma_L)$

Pour des raisons de simplicité, nous commençons par étudier des modèles qui tiennent compte uniquement de l'incertitude sur la demande et sur le délai d'approvisionnement. L'effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans chaque politique sera étudié par la suite.

Dans la suite de ce chapitre, nous utilisons les notations suivantes :

C : le coût unitaire d'achat du produit

A : le coût fixe de commande

b : le coût de rupture de stock par unité de produit et par unité de temps

h : le coût de possession de stock par unité de produit et par unité de temps

Z : le coût total moyen

$\phi(.)$: la fonction densité de probabilité de la loi normale centrée réduite

$\Phi(.)$: la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite

$P(x)$: Probabilité d'un événement aléatoire x

2.3.1 Détermination des paramètres optimaux de la politique (r, Q)

Nous rappelons que dans cette politique, une quantité fixe Q est commandée chaque fois que la position de stock descend en dessous du seuil de commande r . La commande passée est réceptionnée à l'issue d'un délai d'approvisionnement L .

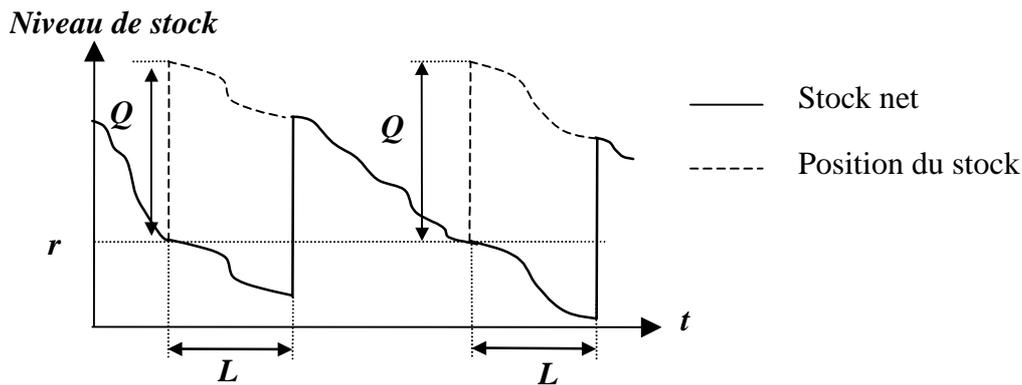


Figure 2.3. Evolution du stock dans la politique (r, Q)

Puisque nous utilisons une approche séquentielle pour la détermination des paramètres optimaux de la politique (r, Q) , nous optimisons, dans un premier temps, le paramètre d'économie d'échelle Q avec la formule de Wilson en supposant que le système est déterministe. La quantité optimale à commander est alors :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}}$$

Dans un deuxième temps, nous calculons le seuil de commande optimal r^* qui tient compte de tous les aléas liés au système en assurant la qualité de service au client. Puisque le seuil de commande est une fonction du stock de sécurité (Ss) comme suit : $r = m_D \cdot m_L + Ss$ (Figure 2.4), il suffit alors de calculer le stock de sécurité qui permettra de remédier aux aléas liés au système tout en respectant l'objectif de service donné. Nous rappelons que le stock de sécurité joue le rôle de protection contre les aléas pendant une période de temps spécifique appelée intervalle de protection. L'intervalle de protection correspond à la période pendant laquelle les demandes continuent à être satisfaites à partir du stock disponible, en attendant les livraisons

des commandes passées. Dans la politique (r, Q) , l'intervalle de protection correspond au délai d'approvisionnement L .

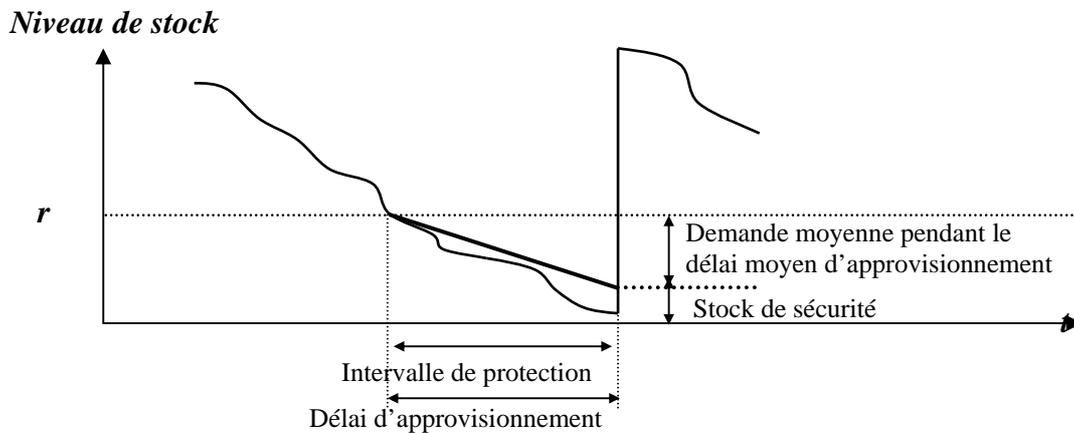


Figure 2.4. Principe de calcul du stock de sécurité

Dans ce qui suit, nous présentons deux formulations permettant de calculer les paramètres optimaux de la politique (r, Q) . Ces formulations correspondent aux deux types d'objectifs de service présentés précédemment, à savoir : le niveau de service par cycle et le taux de service en quantité.

- **Formulation 1 : Niveau de service par cycle**

Dans cette formulation, il s'agit de minimiser le coût de stock sous la contrainte de satisfaire un niveau de service par cycle, que nous noterons cs/l_0 . Ainsi, pour chaque cycle, il faut que la probabilité de non rupture, que nous noterons CSL , soit supérieure à cs/l_0 .

L'objectif est alors de minimiser le coût de stock sous la contrainte $CSL \geq cs/l_0$. En d'autres termes, il faut chercher la valeur du seuil de commande r telle que :

$$P(\text{Demande pendant le délai d'approvisionnement} \leq r) \geq cs/l_0$$

Le coût de stock et la qualité de service étant croissants en fonction du stock de sécurité, résoudre le problème selon cette formulation revient donc à déterminer le plus petit stock de sécurité qui satisfasse la contrainte de niveau de service. Il suffit alors de résoudre le problème pour $CSL = cs/l_0$, c'est à dire trouver la valeur de r telle que :

$$P(\text{Demande pendant le délai d'approvisionnement} \leq r) = cs/l_0 \quad (2.1)$$

Soient :

$\phi_{DL}(\cdot)$: la fonction densité de probabilité de la demande pendant le délai d'approvisionnement.

$\Phi_{DL}(\cdot)$: la fonction de répartition de la demande pendant le délai d'approvisionnement.

D'après (2.1), nous avons $\Phi_{DL}(r) = csI0$.

La demande pendant le délai d'approvisionnement est aussi distribuée selon une loi normale, de moyenne $m_{DL} = m_D m_L$ et d'écart-type $\sigma_{DL} = \sqrt{m_L \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$ (cf. Annexe 1).

Ce qui donne : $r = \Phi_{DL}^{-1}(csI0) = m_D m_L + \Phi^{-1}(csI0) \sigma_{DL}$

Le seuil de commande optimal est donc : $r^* = m_D m_L + \Phi^{-1}(csI0) \sqrt{m_L \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$.

Ainsi, les paramètres optimaux de la politique (r, Q) obtenus avec l'approche séquentielle, pour un objectif de service exprimé sous forme de niveau de service par cycle $(csI0)$, sont les suivants :

- Quantité optimale : $Q^* = \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}}$ (2.2)

- Point de commande optimal : $r^* = m_D m_L + \Phi^{-1}(csI0) \sqrt{m_L \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$ (2.3)

- Stock de sécurité optimal : $Ss^* = \Phi^{-1}(csI0) \sqrt{m_L \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$ (2.4)

Remarques :

Une bonne approximation du stock moyen dans la politique (r, Q) , que nous pouvons utiliser dans le cas où le niveau de service est élevé, est :

$$\bar{X} \approx \frac{Q^*}{2} + r^* - m_D m_L \tag{2.5}$$

Ceci nous permet d'obtenir une bonne approximation du coût total moyen :

$$Z^* \approx C m_D + h Q^* + h Ss^* \tag{2.6}$$

Dans le cas d'une politique (r, Q) à temps discret, c'est à dire une politique (T, r, Q) avec une période de suivi $T=1$, l'intervalle de protection est égal à la somme du délai d'approvisionnement L et d'une période de temps élémentaire. Une bonne approximation du stock moyen est alors :

$$\bar{X} \approx \frac{Q^*}{2} + \Phi^{-1}(csl_0) \sqrt{(m_L + 1) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2} \quad (2.7)$$

• **Formulation 2 : Taux de service en quantité**

Dans cette formulation, nous supposons que l'objectif de service consiste à minimiser le coût de stock sous la contrainte de satisfaire un taux de service en quantité, que nous noterons fr_0 . Cela revient à dire que pendant cycle, il faut que la proportion des demandes satisfaites directement à partir du stock, que nous noterons Fr , soit supérieure à fr_0 .

L'objectif est alors de minimiser le coût de stock sous la contrainte $Fr \geq fr_0$. En d'autres termes, il faut chercher la valeur du seuil de commande r tel que $Fr \geq fr_0$.

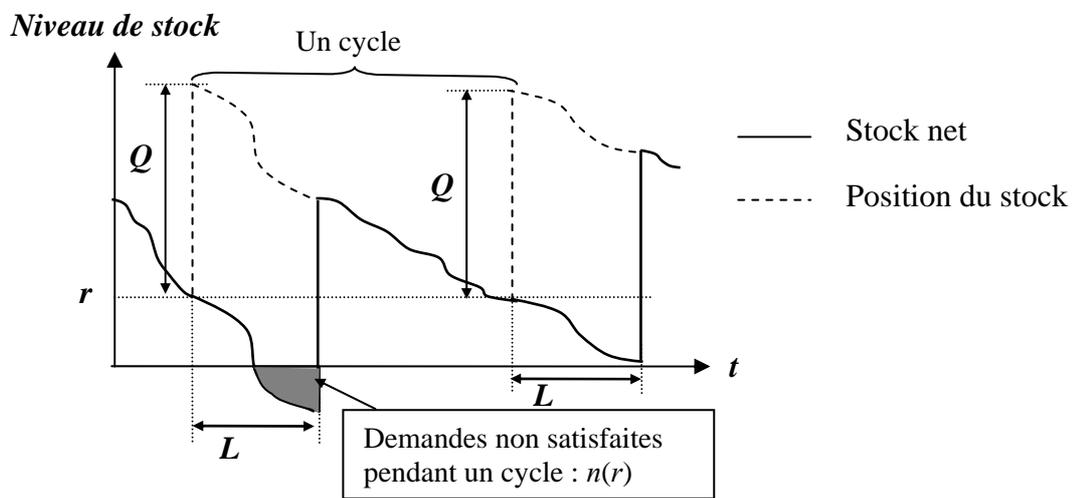


Figure 2.5. Rupture moyenne dans une politique (r, Q)

Soit $n(r)$ le nombre moyen de demandes non satisfaites dans le délai d'approvisionnement. Puisque la demande moyenne pendant un cycle est égale à Q (cf. Figure 2.5), alors le niveau de service en quantité est :

$$Fr = 1 - \frac{n(r)}{Q}.$$

Le coût de stock et la qualité de service sont croissants en fonction du stock de sécurité (S_s), ce qui implique que la résolution du problème selon cette formulation revient à déterminer le plus petit stock de sécurité qui satisfait la contrainte de niveau de service. Il suffit, donc de résoudre le problème pour $Fr = fr_0$ et de trouver la valeur de r telle que :

$$Fr = 1 - \frac{n(r)}{Q} = fr_0.$$

Le nombre moyen de demandes non satisfaites dans le délai d'approvisionnement est donné par :

$$n(r) = \int_{x=r}^{+\infty} (x-r) \phi_{DL}(x) dx.$$

Moyennant les calculs donnés dans l'Annexe 2, nous montrons que :

$$n(r) = -Ss \left[1 - \Phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right) \right] + \sigma_{DL} \phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right)$$

Ainsi, pour déterminer le point de commande optimal, il suffit de résoudre l'équation :

$$fr_0 = 1 - \frac{n(r)}{Q}, \text{ où } n(r) = -Ss \left[1 - \Phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right) \right] + \sigma_{DL} \phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right)$$

Pour ce faire, il faut déterminer, en premier lieu, le stock de sécurité optimal Ss^* en résolvant numériquement l'équation suivante :

$$Q(1 - fr_0) = -Ss \left[1 - \Phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right) \right] + \sigma_{DL} \phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right), \text{ où } Q = \sqrt{\frac{2Am_D}{h}} \text{ et } \sigma_{DL} = \sqrt{m_L \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$$

En second lieu, il faut déterminer le point de commande optimal r en utilisant l'équation :

$$r^* = m_D m_L + Ss^*$$

Ainsi, les paramètres optimaux de la politique (r, Q) obtenus avec l'approche séquentielle, pour un objectif de service exprimé sous forme de Fill rate (fr_0), sont les suivants :

- La quantité optimale est : $Q^* = \sqrt{\frac{2Am_D}{h}}$
- Le point de commande optimal est r^* . Le stock de sécurité optimal Ss^* est déterminé numériquement avec une méthode de point fixe (la dichotomie par exemple) en résolvant l'équation :

$$Q^*(1 - fr_0) = -Ss \left[1 - \Phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right) \right] + \sigma_{DL} \phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right)$$

- Une bonne approximation du coût total moyen est : $Z^* \approx C m_D + h Q^* + h Ss^*$.

• **Effet de l'incertitude sur la quantité reçue**

Dans les deux formulations précédentes, nous n'avons considéré que les incertitudes sur la demande et sur le délai d'approvisionnement sans discuter de l'effet de l'incertitude sur la quantité reçue.

L'incertitude sur la quantité reçue peut être absolue, relative ou mixte. En effet, elle peut être relative, c'est à dire proportionnelle à la quantité commandée, et cela correspond, par exemple, au cas où il y a une perte tout au long du processus de production ou d'approvisionnement. Elle peut, également, être absolue, c'est à dire indépendante de la quantité commandée, et cela peut correspondre au cas où il y a une perte constante pendant la préparation ou à la réception de la commande ou dans le cas où il y a des erreurs de saisie au moment où la commande est passée. Elle peut être mixte en comportant une partie indépendante et une partie proportionnelle à la quantité commandée. Nous supposons, dans ce qui suit, que l'incertitude sur la quantité reçue est absolue ou relative. Ainsi, la quantité reçue Q_s s'écrit en fonction de la quantité commandée Q sous la forme :

$$Q_s = \begin{cases} Q + EQ, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est absolue} \\ (1 + EQ)Q, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est relative} \end{cases}$$

Où EQ est une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(m_{EQ}, \sigma_{EQ})$.

Dans la politique (r, Q) , en présence d'une incertitude sur la quantité reçue, comme le montre la Figure 2.6, l'incertitude n'a aucune influence sur la probabilité de non rupture pendant le délai d'approvisionnement, il y a uniquement un décalage de l'instant de commande. Le stock de sécurité ne dépend, donc, pas de cette incertitude et, par conséquent, le seuil de commande reste le même.

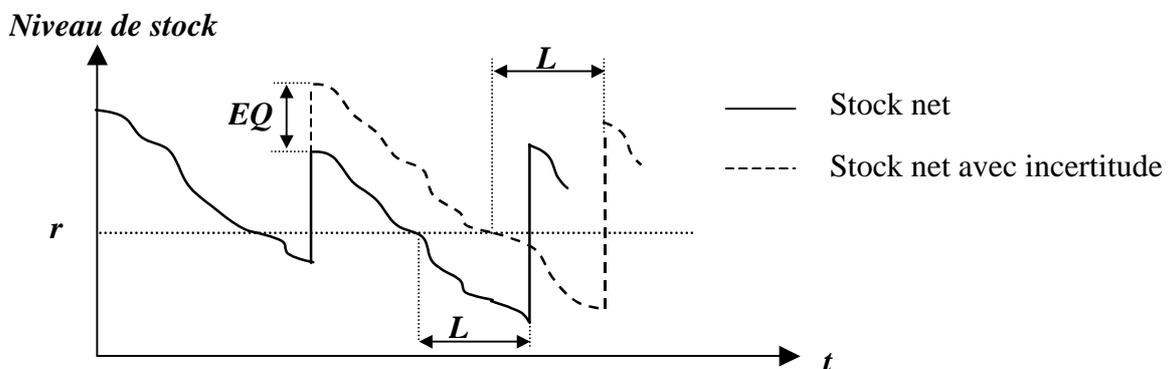


Figure 2.6. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans une politique (r, Q)

L'incertitude implique, toutefois, un changement de la quantité à commander (cf. Annexe 3) qui devient alors :

$$Q^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}} - m_{EQ}, & \text{dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité reçue.} \\ \frac{1}{1 + m_{EQ}} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}}, & \text{dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité reçue.} \end{cases}$$

D'autres travaux ont étudié l'effet de l'incertitude sur les quantités reçues pour calculer les quantités à commander dans différentes politiques de gestion de stocks. Pour plus de détails sur cette problématique, voir les travaux de Silver (1976), Henig and Gerchak (1990) et Yano and Lee (1995).

2.3.2 Détermination des paramètres de la politique (T,S)

Nous rappelons que dans cette politique à suivi périodique, au début de chaque période de longueur T , si la position du stock descend en dessous du niveau de rechargement S , une quantité variable est commandée de manière à ramener la position du stock à S (Figure 2.7). La commande passée est livrée à l'issue d'un délai d'approvisionnement L .

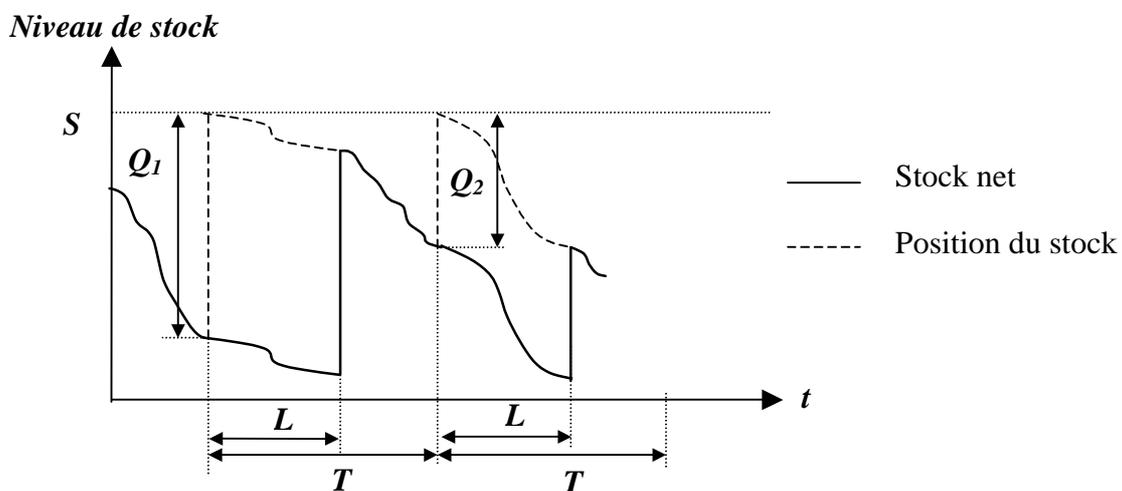


Figure 2.7. Evolution du stock dans une politique (T,S)

Nous donnons dans cette section les paramètres optimaux de la politique (T,S) en utilisant l'approche séquentielle. Nous optimisons, dans un premier temps, le paramètre T avec la formule de Wilson en supposant que tout est déterministe. Ensuite, dans un deuxième temps,

nous calculons le stock de sécurité qui permet d'assurer l'objectif de service avec le moindre coût, ce qui nous permet de déterminer S .

Il faut dire que par rapport à la politique (r, Q) , les résultats sont presque les mêmes sauf pour l'intervalle de protection qui change. En effet, dans la politique (T, S) , l'intervalle de protection est la somme du délai d'approvisionnement et de la période de suivi, i.e. $PI = T + L$.

Ainsi, pour trouver les nouvelles expressions des paramètres optimaux de la politique (T, S) avec l'approche séquentielle, il suffit d'effectuer les changements suivants dans les expressions des paramètres de la politique (r, Q) : il faut remplacer le paramètre r par S , la quantité Q par $m_D T$ et le délai moyen m_L par $m_L + T$.

Dans ce qui suit, nous donnons les résultats de calcul des paramètres optimaux de la politique (T, S) avec l'approche séquentielle en utilisant les deux formulations correspondant aux deux types d'objectif de service qui sont : le niveau de service par cycle et le taux de service en quantité.

• **Formulation 1 : Niveau de service par cycle**

La demande pendant l'intervalle de protection suit une loi normale de moyenne $m_{D(T+L)} = m_D (m_L + T)$ et d'écart-type $\sigma_{D(T+L)} = \sqrt{(m_L + T) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$.

Sans tenir compte de l'effet de l'incertitude sur la quantité reçue, les paramètres optimaux de la politique (T, S) obtenus avec l'approche séquentielle, pour un objectif de service exprimé sous forme de niveau de service par cycle ($csI0$), sont les suivants :

• La période de suivi optimale est : $T^* = \sqrt{\frac{2A}{hm_D}}$

• Le niveau de rechargement optimal est :

$$S^* = m_D (m_L + T) + \Phi^{-1}(csI0) \sqrt{(m_L + T) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$$

sachant que le stock de sécurité optimal Ss^* est : $Ss^* = \Phi^{-1}(csI0) \sqrt{(m_L + T) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$

• Une bonne approximation du stock moyen dans la politique (T, S) , pour un niveau de service élevé, est :

$$\bar{X} \approx \frac{m_D T}{2} + S^* - m_D (m_L + T).$$

Ceci nous permet d'obtenir une bonne approximation du coût total moyen :

$$Z^* \approx C m_D + h m_D T^* + h S s^* .$$

- **Formulation 2 : Taux de service en quantité**

Les paramètres optimaux de la politique (T, S) obtenus avec l'approche séquentielle, pour un objectif de service exprimé sous forme de taux de service en quantité ($fr0$), sont les suivants :

- Période de suivi optimale : $T^* = \sqrt{\frac{2A}{h m_D}}$

- Niveau de rechargement optimal : $S^* = m_D (m_L + T^*) + S s^*$. Le stock de sécurité optimal $S s^*$ étant déterminé numériquement, avec une méthode de point fixe, en résolvant l'équation :

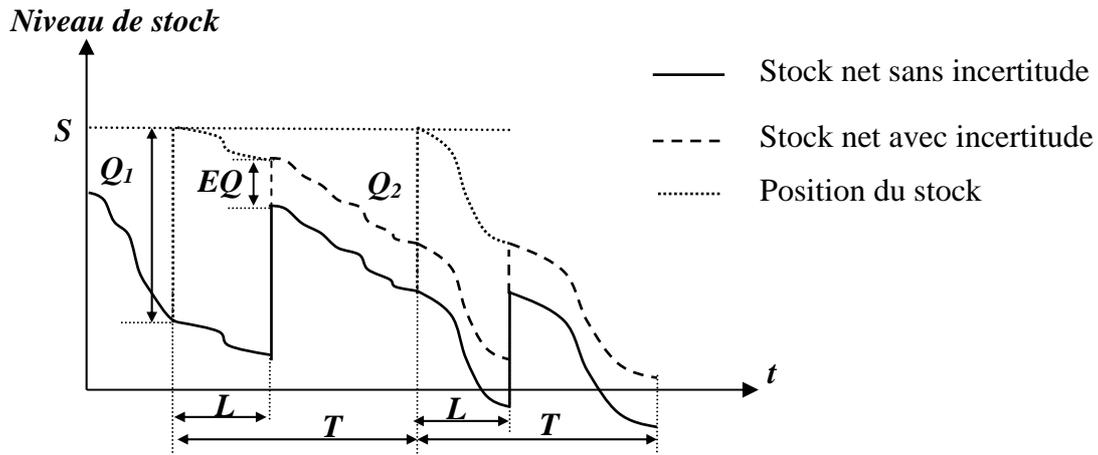
$$m_D (T^* + m_L) (1 - fr0) = -S s^* \left[1 - \Phi \left(\frac{S s^*}{\sigma_{D(T+L)}} \right) \right] + \sigma_{D(T+L)} \phi \left(\frac{S s^*}{\sigma_{D(T+L)}} \right)$$

- Approximation du coût total moyen : $Z^* \approx C m_D + h m_D T^* + h S s^*$.

- **Effet de l'incertitude sur la quantité reçue**

Dans les deux formulations précédentes, nous avons considéré les incertitudes sur la demande et sur le délai d'approvisionnement sans traiter l'incertitude sur la quantité reçue. Supposons que les trois types d'incertitudes existent en même temps et que l'incertitude sur la quantité reçue EQ peut être modélisée par une loi normale de moyenne m_{EQ} et d'écart-type σ_{EQ} .

En présence d'une incertitude supplémentaire sur la quantité reçue, comme le montre la Figure 2.8, nous pouvons la considérer comme étant une demande additionnelle. La demande pendant l'intervalle de protection change et, dans ce cas, le niveau de rechargement S change également.


 Figure 2.8. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans une politique (T,S)

Pour trouver les nouvelles expressions des paramètres optimaux de la politique (T,S) , il suffit d'effectuer les changements au niveau de la loi de la demande pendant l'intervalle de protection.

- Dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité reçue, la demande équivalente pendant l'intervalle de protection suit une loi normale de moyenne $m_{D(T+L)} = m_D(m_L + T) - m_{EQ}$ et d'écart-type $\sigma_{D(T+L)} = \sqrt{(m_L + T)\sigma_D^2 + m_D^2\sigma_L^2 + \sigma_{EQ}^2}$ (cf. Annexe 4).

Les paramètres optimaux de la politique (T,S) sont alors :

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{m_D h}}$$

$$S^* = m_D(m_L + T) + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{(m_L + T)\sigma_D^2 + m_D^2\sigma_L^2 + \sigma_{EQ}^2} - m_{EQ}$$

- Le cas d'une incertitude relative sur la quantité reçue dans une politique (T,S) n'est pas traité analytiquement dans le cadre de cette thèse vue la complexité du problème. Cependant, nous montrons dans l'Annexe 4 que le paramètre S peut être déterminé numériquement. Il faut aussi remarquer que, dans ce cas, le niveau de reapprovisionnement calculé n'est plus constant et qu'à chaque période de suivi, il faut le recalculer en utilisant la valeur de la position du stock. La démonstration de cette propriété est donnée dans l'Annexe 4.

2.3.3 Exemple de formulation avec une qualité de service exprimée en pénalité de rupture de stock

Nous donnons, dans cette section, une formulation pour le calcul des paramètres de la politique (r, Q) avec un objectif de service qui consiste à minimiser le coût total moyen composé du coût de commande, du coût de stock et du coût de rupture. Notons que dans cette formulation, le coût de rupture est donné sous la forme d'une pénalité proportionnelle au nombre moyen de demandes qui n'ont pas été immédiatement satisfaites.

Dans cette formulation, il s'agit alors de trouver les paramètres r^* et Q^* qui minimisent la fonction objectif :

$$Z(r, Q) \approx C m_D + A \frac{m_D}{Q} + h \left(\frac{Q}{2} + r - m_D m_L \right) + b m_D \frac{n(r)}{Q}$$

Comme nous l'avons expliqué précédemment, deux approches peuvent être utilisées pour la détermination des paramètres optimaux r^* et Q^* qui optimisent la fonction $Z(r, Q)$.

- **Approche séquentielle**

Dans cette approche, l'objectif de service est de minimiser le coût total moyen que représente la fonction $Z(r, Q)$ sachant que la quantité commandée Q^* est donnée par la formule de Wilson. Il s'agit donc de trouver la valeur r^* qui minimise la fonction :

$$Z(r) = C m_D + A \frac{m_D}{Q^*} + h \left(\frac{Q^*}{2} + r - m_D m_L \right) + b m_D \frac{n(r)}{Q^*}.$$

La fonction $Z(r)$ est convexe en r . Le point de commande optimal r^* doit donc satisfaire la condition : $\frac{\partial Z(r)}{\partial r} = 0$.

Puisque $\frac{\partial Z(r)}{\partial r} = h + \left(\frac{b m_D}{Q} \cdot \frac{\partial n(r)}{\partial r} \right)$, alors le point de commande optimal r^* est la solution de

l'équation : $h + \left(\frac{b m_D}{Q} \cdot \frac{\partial n(r)}{\partial r} \right) = 0$

Puisque $\frac{\partial n(r)}{\partial r} = -(1 - \Phi_{DL}(r))$, le point de commande optimal r^* apparaît comme étant la

solution de : $\Phi_{DL}(r) = 1 - \frac{hQ}{b m_D}$ (Cela suppose que : $\frac{hQ}{b m_D} < 1$).

Ce qui donne : $r^* = \Phi_{DL}^{-1} \left(1 - \frac{hQ}{b m_D} \right) = m_D m_L + \Phi^{-1} \left(1 - \frac{hQ}{b m_D} \right) \sigma_{DL}$

Ainsi, les paramètres optimaux de la politique (r, Q) obtenus avec l'approche séquentielle, et pour un objectif de service qui consiste à minimiser le coût total moyen, sont les suivants :

- Quantité à commander est : $Q^* = \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}}$.
- Point de commande : $r^* = m_D m_L + \Phi^{-1} \left(1 - \frac{h Q^*}{b m_D} \right) \sigma_{DL}$
- Stock de sécurité : $Ss^* = \Phi^{-1} \left(1 - \frac{h Q^*}{b m_D} \right) \sigma_{DL}$

Notons aussi que la quantité à commander doit tenir compte de l'effet de l'incertitude sur la quantité reçue. La quantité optimale à commander est alors :

$$Q^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}} - m_{EQ}, & \text{dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité reçue.} \\ \frac{1}{1 + m_{EQ}} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}}, & \text{dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité reçue.} \end{cases}$$

• **Approche globale**

Dans cette approche, l'objectif de service est de minimiser le coût total moyen donné par la fonction $Z(r, Q)$. Il s'agit alors de trouver simultanément les paramètres r^* et Q^* qui

minimisent : $Z(r, Q) = C m_D + A \frac{m_D}{Q} + h \left(\frac{Q}{2} + r - m_D m_L \right) + b m_D \frac{n(r)}{Q}$.

La fonction $Z(r, Q)$ étant convexe en r et en Q , ceci implique une condition nécessaire pour son optimalité :

$$\frac{\partial Z(r, Q)}{\partial r} = \frac{\partial Z(r, Q)}{\partial Q} = 0$$

Les équations résultantes sont alors :

$$\frac{\partial Z(r, Q)}{\partial r} = h + \left(\frac{b m_D}{Q} \cdot \frac{\partial n(r)}{\partial r} \right) = 0 \tag{2.8}$$

$$\frac{\partial Z(r, Q)}{\partial Q} = \frac{h}{2} - \frac{A m_D}{Q^2} - \frac{b m_D n(r)}{Q^2} = 0 \quad (2.9)$$

Puisque $\frac{\partial n(r)}{\partial r} = -(1 - \Phi_{DL}(r))$, alors les équations (2.8) et (2.9) donnent respectivement :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 m_D (A + b n(r^*))}{h}}$$

$$r^* = \Phi_{DL}^{-1} \left(1 - \frac{h Q^*}{b m_D} \right)$$

Ainsi, lorsque l'objectif de service consiste à minimiser le coût total moyen, les paramètres optimaux de la politique (r, Q) déterminés avec l'approche globale et sans tenir compte de l'effet de l'incertitude sur la quantité reçue, sont obtenus en résolvant numériquement le système d'équations suivant :

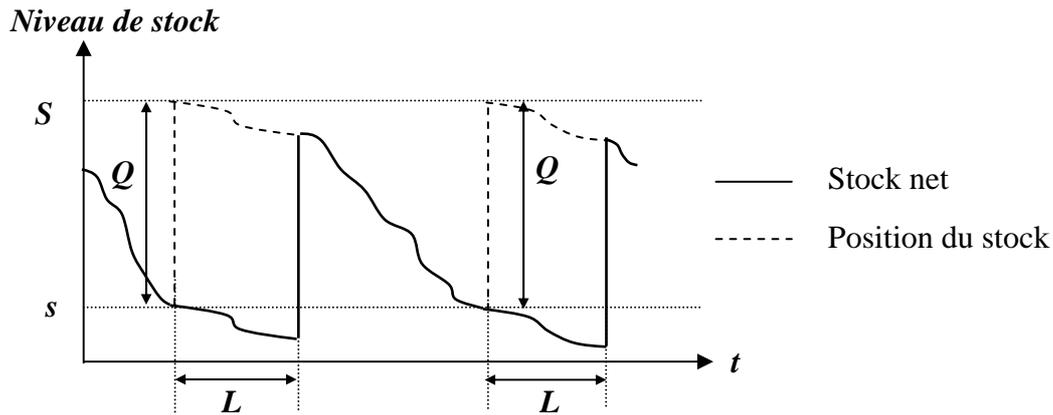
$$\begin{cases} Q^* = \sqrt{\frac{2 m_D (A + b n(r^*))}{h}} \text{ avec } n(r) = \int_{x=r}^{+\infty} (x-r) \phi_{DL}(x) dx \\ r^* = m_D m_L + \Phi^{-1} \left(1 - \frac{h Q^*}{b m_D} \right) \sigma_{DL} \end{cases}$$

Plusieurs algorithmes, connus sous le nom de "Square-Root Algorithms", ont été développés pour donner de bonnes approximations des paramètres optimaux de la politique (r, Q) pour différents modèles de la demande et avec différentes structures de coûts. Plus de détails sur ces algorithmes sont donnés par Hadley and Whitin (1963) et Rosling (1999).

2.3.4 Détermination des paramètres de la politique (s, S)

Dans cette section, nous nous intéressons à la politique (s, S) , puisque nous proposerons une extension de cette politique en présence de prévisions de la demande dans le chapitre 5.

Nous rappelons que dans cette politique à suivi continu, les deux politiques (r, Q) et (T, S) sont combinées et ce, en utilisant à la fois un seuil de commande s et un niveau de rechargement S . En effet, dès que la position du stock descend en dessous du seuil s , une commande doit être passée pour ramener la position du stock à S (Figure 2.9).

Figure 2.9. Evolution du stock dans la politique (s, S)

Le calcul des paramètres optimaux de la politique (s, S) est très complexe. Basées sur les travaux de Scarf (1959) et Clark and Scarf (1960), plusieurs études proposent des méthodes numériques approchées pour effectuer ce calcul. Un panorama de ces méthodes est donné par Porteus (1985). Une des idées les plus simples consiste à calculer les paramètres de la politique (r, Q) avec l'approche séquentielle puis à mettre $s = r$ et $S = r + Q$. Les paramètres r et Q sont déterminés avec les méthodes présentées précédemment. Porteus (1985) et Silver and Peterson (1985) ont montré que cette méthode donne de bons résultats lorsque les coûts de commande sont élevés et les ruptures sont faibles ou encore lorsque la demande est unitaire ou de moyenne faible.

Notons que Clark and Scarf (1960) ont montré l'optimalité de la politique (s, S) pour un système multi-étages à capacités illimitées, avec des délais constants, en présence d'une demande stochastique stationnaire, et avec des coûts de stock et de rupture linéaires et sans coûts de setup.

3. Etude des politiques de gestion de stock sur prévisions

Nous étudions, dans cette section, les deux politiques de gestion de stock sur prévisions présentées dans le chapitre 1, à savoir : la politique à stock nominal adaptatif et la politique avec niveau de recomplètement dynamique. Les paramètres de ces politiques seront présentés dans le cas d'un système mono-étage et mono-produit où la demande est supposée non-stationnaire. Notons que ces politiques de pilotage de flux sur prévisions sont basées sur une approche de mise à jour des prévisions et leurs paramètres dépendent des méthodes de

prévision utilisées. Nous n'allons pas détailler, dans ce qui suit, la notion de prévision de la demande puisque ceci fera l'objet du chapitre suivant.

3.1 Etude de la politique à stock nominal adaptatif

La politique à stock nominal adaptatif consiste à commander au début de chaque période t une quantité Q_t , après avoir observé la demande D_t . La quantité commandée est de la forme : $Q_t = D_t + L(F_{t+1} - F_t)$, où L représente le délai d'approvisionnement, F_t et F_{t+1} correspondent, respectivement, aux prévisions effectuées aux périodes $t-1$ et t pour les périodes t et $t+1$.

Cette quantité commandée est constituée de deux termes. Le premier terme D_t permet de réapprovisionner la quantité qui vient juste d'être consommée (comme dans le cas d'une politique à stock nominal classique), alors que le deuxième terme sert à ajuster le niveau nominal du stock pour s'adapter au changement de la demande prévisionnelle durant le délai d'approvisionnement. Notons que dans cette politique, Graves (1999) suppose que la quantité commandée peut être négative, ce qui n'est pas réaliste, cependant, cette hypothèse facilite l'analyse du modèle.

Afin de déterminer le stock de sécurité à mettre en place, il est nécessaire d'étudier la distribution de probabilité du niveau de stock à chaque période t . Graves (1999) considère ainsi une demande autocorrélée qui suit un processus stochastique non-stationnaire appelé *AutoRegressive Integrated Moving Average (ARIMA)* et dont l'expression est de la forme : $D_t = D_{t-1} - (1-\alpha)\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t$, où D_t représente la demande réalisée à la période t , α est une constante connue et $\{\varepsilon_t\}$ une série de variables aléatoires indépendantes identiquement distribuées suivant une loi normale de moyenne zéro et d'écart-type σ . La technique de prévision utilisée pour ce processus de demande est le lissage exponentiel avec un coefficient de lissage α , ce qui donne : $F_{t+1} = \alpha D_t + (1-\alpha)F_t$. Il est facile de montrer que $\varepsilon_t = D_t - F_t$, ce qui veut dire que ε_t est l'erreur prévisionnelle.

Désignons par X_0 le stock initial dans le système et X_t le niveau du stock en fin de période t . Le niveau du stock X_t suit alors une loi normale de moyenne \bar{X}_t et d'écart-type σ_{X_t} , donnés par :

$$\bar{X}_t = X_0$$

$$\sigma_{X_t} = \sigma \sqrt{\sum_{i=0}^{L-1} (1+i\alpha)^2} = \sigma \sqrt{L} \sqrt{1 + \alpha(L-1) + \alpha^2 \frac{(L-1)(2L-1)}{6}}$$

Le stock de sécurité S_s nécessaire pour satisfaire un niveau de service objectif SL est alors donné par : $S_s = \Phi^{-1}(SL) \sigma \sqrt{L} \sqrt{1 + \alpha(L-1) + \alpha^2 \frac{(L-1)(2L-1)}{6}}$. Notons que SL est la probabilité de ne pas tomber en rupture pendant chaque période. Dans le cas d'une demande stationnaire (i.e. $\alpha = 0$), le stock de sécurité se réduit à : $X_0 = \Phi^{-1}(SL) \sigma \sqrt{L}$.

La politique à stock nominal adaptatif a été étendue aussi par (Graves 1999) pour un système multi-étages puisqu'il a démontré que les ordres passés d'un étage à un étage amont suivent aussi des processus *ARIMA* avec des paramètres connus.

3.2 La politique avec niveau de reemplètement dynamique

Dans la politique avec niveau de reemplètement dynamique, à chaque début de période t , si la position du stock est inférieure au niveau de reemplètement S_t , elle est ramenée, par une commande de réapprovisionnement au niveau S_t . La quantité commandée est livrée après un délai L .

Le niveau de reemplètement est dynamique, c'est à dire qu'il évolue d'une période à une autre et ce, en fonction des prévisions disponibles. L'expression de ce niveau de reemplètement est : $S_t = \hat{D}_t^L + k\hat{\sigma}_{et}^L$, où \hat{D}_t^L est une estimation de la demande prévisionnelle cumulée sur L périodes, $\hat{\sigma}_{et}^L$ est une estimation de l'erreur prévisionnelle cumulée sur L périodes et k est une constante choisie pour garantir un niveau de service objectif. \hat{D}_t^L et $\hat{\sigma}_{et}^L$ sont déterminées en utilisant une moyenne mobile simple basée sur un historique de la demande composé de p périodes. Elles sont données par :

$$\hat{D}_t^L = L \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^p D_{t-i}}{p} \right) \text{ et } \hat{\sigma}_{et}^L = C \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^p (D_{t-i} - F_{t-i})^2}{p}}, \text{ } C \text{ étant une constante fonction de } L, \rho \text{ et } p.$$

Le terme $k\hat{\sigma}_{et}^L$ correspond au stock de sécurité mis en place à chaque période t pour couvrir l'erreur prévisionnelle. La quantité commandée en début de chaque période t est alors :

$$Q_t = D_{t-1} + (S_t - S_{t-1}).$$

Dans leurs travaux, Lee et al. (1997), Lee et al. (2000) et Chen et al. (2000) étudient cette politique en utilisant un processus de demande *Autorégressif d'ordre 1* dont l'expression est $D_t = d + \rho D_{t-1} + \varepsilon_t$, d étant une constante strictement positive, ρ le coefficient de corrélation entre les demandes, et ε_t représentent des erreurs indépendantes identiquement distribuées suivant une loi normale de moyenne 0 et de variance σ^2 . Pour $\rho = 0$, nous retrouvons le processus classique $D_t = d + \varepsilon_t$, et la demande à chaque période est donc indépendante identiquement distribuée de moyenne d et de variance σ^2 .

Sous ces hypothèses, Lee et al. (1997) ont montré que la quantité commandée en début de

chaque période t est :
$$Q_t = D_{t-1} + \frac{\rho(1-\rho^L)}{1-\rho}(D_t - D_{t-1}).$$

Comme dans la politique à stock nominal adaptatif, la quantité commandée est constituée de deux termes. Le premier terme permet de réapprovisionner la quantité qui vient juste d'être consommée et qui correspond à la dernière demande, alors que le deuxième terme sert à ajuster le niveau de rechargement pour s'adapter au changement de la demande prévisionnelle durant le délai d'approvisionnement. Notons que dans le modèle étudié par Lee et al. (1997) pour analyser cette politique, la quantité commandée peut être négative, ce qui n'est pas réaliste.

Remarque :

Bien que dans la littérature, les travaux distinguent entre la politique à stock nominal adaptatif et la politique avec niveau de rechargement, nous pouvons dire que ces deux politiques doivent être vues comme une politique avec niveau de rechargement dynamique et que la seule différence qui existe entre elles, à part les hypothèses du modèle, est la façon avec laquelle le niveau de rechargement est déterminé.

Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons effectué une étude quantitative des politiques de gestion de stock classiques (r,Q) , (T,S) et (s,S) . Nous avons montré, dans le cas d'un système déterministe, que ces politiques sont équivalentes. En présence d'aléas, plusieurs formulations ont été présentées pour la détermination des paramètres optimaux. Ces formulations correspondent à trois types d'objectif de service : le niveau de service par cycle, le taux de service en quantité et la pénalité de rupture de stock. Nous avons également étudié l'effet de

différents types d'incertitude sur les paramètres des politiques, tels que l'incertitude sur la demande, l'incertitude sur le délai d'approvisionnement et l'incertitude sur les quantités reçues. Quelques travaux de recherche, qui ont abordé ces problématiques, ont été présentés tout au long de ce chapitre.

Nous avons aussi effectué une étude quantitative de la politique à stock nominal adaptatif et de la politique avec niveau de rechargement dynamique qui représentent deux politiques de gestion de stock sur prévisions. Cette étude nous a permis de montrer que ces deux politiques doivent être considérées comme une seule politique avec niveau de rechargement dynamique. Nous proposons dans les chapitres suivants une autre approche de gestion de stock sur prévisions et nous mettons le point sur les différences qui existent entre les deux approches.

Notons que, dans notre revue bibliographique, nous nous sommes pas beaucoup intéressés aux travaux basés sur l'article de Scarf (1959) tels que Karlin (1960) et Iglehart (1963) qui étudient également des politiques dynamiques de gestion de stock du type (s,S) pour une demande non-stationnaire. En effet, d'une part, ces travaux ont pour objectif de trouver des politiques optimales sous différentes structures de coûts, ce qui n'est pas l'objectif de nos travaux, et d'autre part, ils utilisent des modèles qui minimisent le coût total en présence d'une pénalité de rupture, alors que nos modèles considèrent plutôt des niveaux de service.

Pour conclure, nous disons que l'étude effectuée dans ce chapitre représente une analyse simplifiée et structurée des principales méthodes de détermination des paramètres optimaux dans les politiques (r,Q) et (T,S) . Une telle analyse est, à notre connaissance, très peu proposée dans la littérature. Cette analyse peut, également, servir de base pour le développement de nouveaux modèles simplifiés en gestion de stock, d'où le double apport de ce chapitre.

Notons, enfin, que dans les chapitres suivants, nous allons étudier essentiellement des systèmes mono-étage et mono-produit en présence d'une demande qui suit un processus général, exprimée sous forme de prévisions incertaines.

Chapitre 3. Prévisions et incertitudes prévisionnelles

Introduction

Le besoin d'une bonne estimation de la demande est impérieux pour le pilotage de flux dans une chaîne logistique. Pour cela, il est nécessaire d'effectuer des prévisions et de les intégrer dans les modèles de pilotage de flux, en particulier dans des contextes où la demande est très variable. Toutefois, les prévisions de la demande ne sont jamais fiables d'où la nécessité de donner une mesure de la qualité de ces prévisions et ce, en donnant une mesure de l'incertitude prévisionnelle liée à l'estimation effectuée.

Avant de passer à l'étude des politiques de pilotage de flux sur prévisions dans les chapitres suivants, nous commençons, dans la première section de ce chapitre, par présenter quelques concepts généraux sur la notion de prévision de la demande. Nous clarifions, dans la deuxième section, la notion d'incertitude prévisionnelle et nous proposons des approches pragmatiques pour sa détermination. Les approches proposées sont en partie inspirées par Netter (2002). Nous illustrons toutes ces notions à travers un exemple numérique dans la troisième section.

1. Prévision de la demande

La prévision de la demande est d'une importance majeure pour la prise de décision dans la chaîne logistique. Les prévisions effectuées à moyen et long terme sont à la base de toutes les décisions stratégiques et tactiques de l'entreprise telles que les décisions d'investissement et de lancement de nouveaux produits. Elles permettent aussi de planifier la capacité à tous les niveaux de la chaîne logistique et de déterminer les plans de production. Ces prévisions sont

généralement effectuées par familles de produits et sur un horizon qui s'étend de quelques mois à quelques années. Quant aux prévisions à court terme, elles sont effectuées par produit sur un horizon qui peut aller de quelques jours à quelques semaines. Elles sont à la base d'une grande partie des décisions de pilotage de flux, notamment lorsque la demande est non-stationnaire.

En pratique, un système de prévision de la demande nécessite la considération de trois éléments essentiels, à savoir : la période élémentaire de prévision, la périodicité de révision et l'horizon de prévision (Figure 3.1).

- **Période élémentaire de prévision** : Elle correspond à la maille élémentaire de temps pour laquelle une prévision sera effectuée en utilisant une méthode de prévision.
- **Périodicité de révision** : la période de révision correspond à la maille de temps avec laquelle les prévisions sont mises à jour afin de tenir compte des changements affectant la demande.
- **Horizon de prévision** : Il correspond à l'intervalle de temps pour lequel les prévisions seront déterminées. La plupart des décisions prises à court terme utilisent les prévisions données sur cet intervalle. En pilotage de flux, l'horizon doit être au moins égal au cycle d'approvisionnement - fabrication, puisque c'est la période de temps nécessaire après la réception de la commande client pour pouvoir la livrer à temps.

Nous présentons, dans la Figure 3.1, un exemple dans lequel la période élémentaire de prévision est la semaine et nous prenons un horizon de 12 semaines (de $S1$ à $S12$), ce qui veut dire que les prévisions sont calculées pour toutes les semaines sur un horizon de 3 mois. Nous désignons par S_i et M_j , respectivement, la semaine i et le mois j . Supposons que la période de révision soit de 4 semaines. Si une mise à jour est effectuée au début du premier mois ($M1$), la mise à jour suivante est alors faite au début du deuxième mois ($M2$).

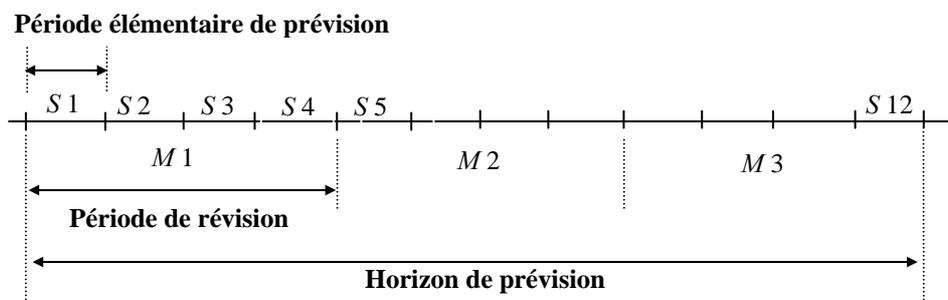


Figure 3.1. Eléments caractéristiques d'un système de prévision

Les prévisions de la demande peuvent être obtenues par plusieurs méthodes que nous pouvons classer en méthodes qualitatives et méthodes quantitatives.

- **Les méthodes qualitatives** : Ces méthodes de types prospectives cherchent à prédire la demande de façon déductive, par analyse future de ses éléments déterminants, ou de façon expérimentale. Elles sont basées sur des études de marché et des techniques développées en marketing. Les prévisions obtenues par ces méthodes sont rarement utilisées en pilotage de flux parce qu'elles sont peu précises. Elles sont donc plutôt utilisées pour la prévision à moyen et long terme.
- **Les méthodes quantitatives** : Ces méthodes s'appuient sur des modèles d'extrapolation statistique. Elles recherchent, dans les données de l'historique, des lois de comportement qui sont ensuite projetées dans l'avenir. Parmi ces méthodes, nous citons la méthode de la moyenne mobile et les méthodes de lissage exponentiel qui sont très utilisées pour prendre des décisions à court terme telles que le pilotage de flux. Ces méthodes s'appuient sur l'hypothèse fondamentale que les éléments qui ont influencé la demande passée se répètent dans l'avenir. Les résultats ne sont pas très sensibles à cette hypothèse si la structure de la demande ne change pas beaucoup dans le temps. Néanmoins, plusieurs indicateurs peuvent être utilisés pour mesurer la qualité et la pertinence d'un modèle de prévision, parmi ces indicateurs nous citons l'erreur prévisionnelle, l'écart prévisionnel algébrique et l'écart absolu moyen. Pour plus de détails sur les méthodes quantitatives de prévision de la demande, voir les travaux de Makridakis and Wheelwright (1998) et Bourbonnais and Usunier (2001).

Nous précisons que dans la suite de nos travaux, nous ne nous intéressons pas à l'étude des méthodes de prévision. Les modèles de pilotage de flux que nous étudions, supposent que les prévisions sont des données exogènes fournies au début de l'horizon, indépendamment de la méthode de prévision utilisée pour les obtenir. Nous supposons aussi que les prévisions que nous exploitons sont toujours actualisées et déjà mises à jour. Cette approche est différente de celle utilisée dans les travaux de Graves (1999) et Toktay and Wein (2001). Dans ces travaux, les paramètres du modèle de pilotage de flux dépendent de la méthode de prévision et du modèle de mise à jour utilisés.

La littérature sur les méthodes de prévisions est très riche. Elle propose différents modèles qui intègrent plusieurs paramètres tenant compte du secteur industriel considéré et des facteurs conjoncturels. Cependant, même si le modèle utilisé est adéquat, la prévision qu'il fournit, ne coïncide généralement pas avec la demande réelle. Ainsi, pour avoir une bonne estimation de

la demande future, outre les prévisions effectuées, il est nécessaire de déterminer une mesure de l'incertitude prévisionnelle qui leur est liée. Etant un élément clé dans notre approche de pilotage par les besoins futurs, la notion d'incertitude prévisionnelle fera l'objet des sections suivantes de ce chapitre.

2. Incertitude prévisionnelle

L'incertitude prévisionnelle est d'une grande importance dans toute décision basée sur des estimations de demandes futures, comme les décisions de planification de la production ou de pilotage de flux. En gestion de stock, Brown (1959) a montré l'importance de l'utilisation de l'incertitude prévisionnelle, notamment pour le calcul des stocks de sécurité.

Les incertitudes prévisionnelles représentent l'écart entre les demandes réelles et les prévisions. En pratique, les incertitudes prévisionnelles sont importantes parce qu'elles permettent d'analyser la précision des prévisions passées, pour comprendre quelles erreurs ont pu être faites dans leur détermination. Pour avoir une bonne estimation de l'incertitude prévisionnelle, il est donc indispensable de commencer par étudier et analyser l'historique des prévisions et ensuite, d'utiliser une méthode fiable pour la détermination de l'incertitude prévisionnelle.

Il est important de noter qu'en gestion de stock, certains travaux utilisent le terme "*erreur prévisionnelle*". Dans nos travaux, nous préférons plutôt utiliser le terme "*incertitude prévisionnelle*". En effet, le terme erreur prévisionnelle sous-entend que l'écart entre la demande réelle et la prévision est uniquement dû au fait que le modèle de prévision n'est pas parfait alors que la notion d'incertitude prévisionnelle permet de mieux exprimer le fait que cet écart est dû non seulement à l'erreur du modèle de prévision mais aussi à la part de l'incertain inhérente au système.

Plusieurs méthodes sont proposées dans la littérature pour la détermination de l'incertitude prévisionnelle. Elles sont regroupées, comme les prévisions de la demande, en deux familles : les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives.

- **Les méthodes qualitatives** : Ces méthodes sont basées sur des jugements d'experts et utilisent des historiques et des scénarios de prévision. Elles sont très subjectives, ce qui fait qu'elles sont rarement utilisées en pilotage de flux mais plutôt dans des décisions à moyen et long terme. Notons aussi que, d'après Ericsson (2002) et Wallis (2003), ces méthodes sont également utilisées pour l'estimation de résultats économiques et financiers.

- **Les méthodes quantitatives** : Ces méthodes sont basées sur des modèles mathématiques ayant pour objectif la détermination de l'incertitude prévisionnelle à partir d'un historique de prévisions. En pratique, elles permettent de donner des distributions de probabilité de l'incertitude prévisionnelle. Dans le cas de modèles complexes non linéaires, certaines méthodes se basent sur des modèles de simulation stochastiques.

Dans nos travaux, nous utilisons une méthode quantitative qui consiste à déterminer la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle à partir de l'historique de la demande. En fait, comme nous l'illustrons par la Figure 3.2, le calcul des écarts entre les prévisions et les demandes réelles sur toutes les périodes de l'historique permet d'obtenir la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle. Les écarts calculés peuvent être absolus, relatifs ou autres, d'où les différents modèles de l'incertitude prévisionnelle que nous présentons dans la section suivante.

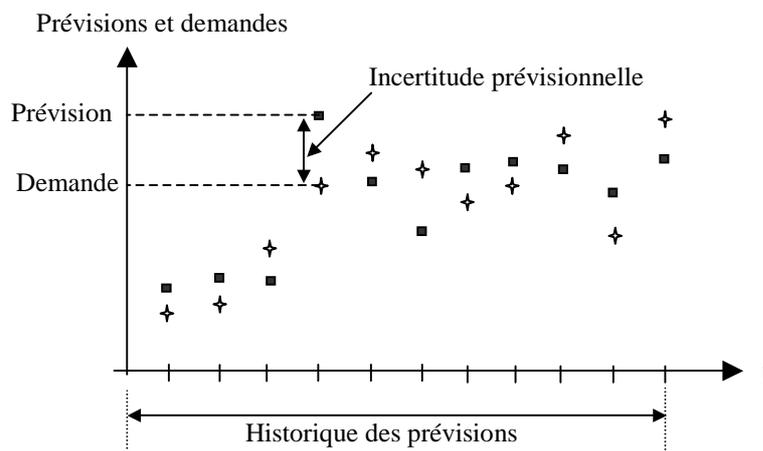


Figure 3.2. Prévisions et incertitudes prévisionnelles

2.1 Modélisation de l'incertitude prévisionnelle

Nous distinguons trois modèles basiques d'incertitude prévisionnelle : le modèle absolu, le modèle relatif et le modèle mixte. Dans la littérature, nous retrouvons ces mêmes modèles avec la terminologie "erreur prévisionnelle" sous les appellations de modèle additif, modèle multiplicatif et modèle mixte.

- **Modèle absolu** : Dans ce modèle, l'incertitude prévisionnelle représente l'écart entre demande et prévision. A une période k , l'incertitude prévisionnelle FU_k est fonction de la prévision F_k et de la demande D_k comme suit :

$$FU_k = D_k - F_k .$$

Ce modèle peut, également, être vu comme un modèle additif puisque la demande peut s'écrire sous la forme : $D_k = F_k + FU_k$.

- **Modèle relatif** : Dans ce modèle, l'incertitude prévisionnelle représente l'écart entre demande et prévision, rapporté à la valeur de la prévision. A une période k , l'incertitude prévisionnelle FU_k est fonction de la prévision F_k et la demande D_k comme suit :

$$FU_k = \frac{D_k - F_k}{F_k}$$

Ce modèle peut être vu comme un modèle multiplicatif puisque la demande peut s'écrire sous la forme : $D_k = F_k (1 + FU_k)$

- **Modèle mixte** : Dans ce modèle, l'incertitude prévisionnelle comporte une composante relative et une composante absolue. A une période k , la demande peut s'écrire sous la forme :

$D_k = (F_k + FU_k^A) + (FU_k^M F_k)$, où FU_k^A et FU_k^M désignent respectivement la partie additive et la partie multiplicative de l'incertitude prévisionnelle.

Notons que le modèle absolu et le modèle relatif représentent des cas particuliers du modèle mixte, où respectivement $FU_k^M = 0$ et $FU_k^A = 0$.

Dans le cas d'un modèle mixte, il est difficile de déterminer la distribution de probabilité de la composante absolue et la composante relative de l'incertitude prévisionnelle. Dès lors, nous nous limitons, dans le cadre de cette thèse, à l'utilisation des modèles d'incertitude prévisionnelle de type absolu et relatif. Nous montrons, en outre, que le modèle de l'incertitude prévisionnelle a un impact important sur certains paramètres des politiques de pilotage, notamment les paramètres de sécurité.

2.2 Détermination de l'incertitude prévisionnelle individuelle et cumulée

A partir de l'historique de la demande, en utilisant un modèle absolu ou relatif, les statistiques de l'incertitude prévisionnelle peuvent être calculées, soit par période élémentaire de prévision, c'est ce que nous appelons incertitudes prévisionnelles individuelles, soit par intervalle composé de plusieurs périodes élémentaires de prévision, et c'est ce que nous appelons incertitudes prévisionnelles cumulées sur un intervalle. Il est important de s'intéresser à l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle composé de plusieurs périodes élémentaires de prévision parce qu'en gestion de stock, il est souvent utile d'estimer la demande prévisionnelle pendant le délai d'approvisionnement.

A partir de ces statistiques, la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle et les distributions de probabilité des incertitudes prévisionnelles cumulées sur des intervalles peuvent être déterminées. Notons que dans le cas d'un modèle relatif, lorsque nous parlons de la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle, nous pouvons parler d'une distribution en quantité ainsi qu'une distribution en pourcentage, alors que dans le cas d'un modèle absolu, la distribution est toujours en quantité.

En pratique, deux approches peuvent être utilisées pour la détermination de l'incertitude prévisionnelle : une approche empirique, qui consiste à déterminer une distribution empirique de probabilité à partir des statistiques de l'incertitude prévisionnelle (par période ou cumulées sur un intervalle), et une approche modèle qui consiste à choisir une loi donnée pour la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle dont il faut déterminer les paramètres.

2.2.1 Approche empirique

Supposons que nous disposons des prévisions F_k et des demandes D_k sur chaque période k de l'historique considéré. La valeur de l'incertitude prévisionnelle individuelle, à une période k est donnée par :

$$FU_k = \begin{cases} D_k - F_k, & \text{dans le cas d'un modèle absolu.} \\ \frac{D_k - F_k}{F_k}, & \text{dans le cas d'un modèle relatif.} \end{cases} \quad (3.1)$$

Nous pouvons déterminer la distribution empirique de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle à partir des valeurs des incertitudes prévisionnelles sur toutes les périodes de l'historique. Notons FU la variable aléatoire "incertitude prévisionnelle individuelle" et $\phi_{FU}(\cdot)$ sa distribution empirique que nous illustrons dans la Figure 3.3.

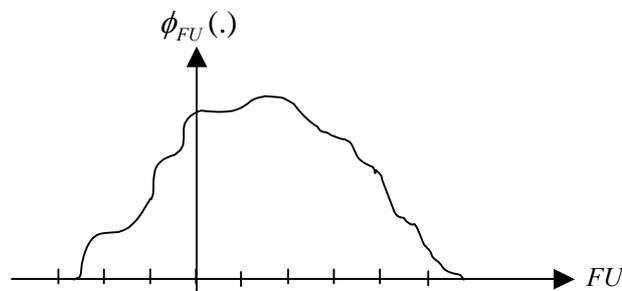


Figure 3.3. Distribution empirique de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle

Comment déterminer la distribution empirique de probabilité de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur plusieurs périodes ?

Désignons par CF_k^N et CD_k^N respectivement les prévisions et les demandes réelles cumulées sur N périodes à la période k . Ces valeurs cumulées sont calculées comme suit :

$$CF_k^N = \sum_{j=k}^{j=k+N-1} F_j \quad (3.2)$$

$$CD_k^N = \sum_{j=k}^{j=k+N-1} D_j \quad (3.3)$$

La valeur de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R , composé de N périodes, et calculée à une période k , notée CFU_k^N est donnée par :

$$CFU_k^N = \begin{cases} CD_k^N - CF_k^N, & \text{dans le cas d'un modèle absolu.} \\ \frac{CD_k^N - CF_k^N}{CF_k^N}, & \text{dans le cas d'un modèle relatif.} \end{cases} \quad (3.4)$$

A partir des valeurs CFU_k^N des incertitudes prévisionnelles cumulées sur un intervalle R composé de N périodes, nous pouvons directement déterminer la distribution empirique de probabilité de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle R .

Notons que dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, la distribution obtenue est une distribution en pourcentage.

2.2.2 Approche modèle

Dans cette approche, nous supposons que l'incertitude prévisionnelle individuelle suit une loi de probabilité donnée. Plusieurs lois de probabilité sont utilisées dans la littérature pour modéliser l'incertitude prévisionnelle, cependant, plusieurs travaux recommandent l'utilisation de la loi normale. Une discussion sur le choix de la distribution de l'incertitude prévisionnelle est donnée par Silver and Peterson (1985).

Supposons que l'incertitude prévisionnelle individuelle suit une loi de probabilité de moyenne m_{FU} et d'écart-type σ_{FU} . Soit H le nombre de périodes dans l'historique considéré. La moyenne et l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle individuelle sont calculés comme suit :

$$m_{FU} = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^H FU_i \text{ et } \sigma_{FU} = \sqrt{\frac{1}{H-1} \sum_{i=1}^H (FU_i - m_{FU})^2} \quad (3.5)$$

sachant que :

$$FU_k = \begin{cases} D_k - F_k, & \text{dans le cas d'un modèle absolu.} \\ \frac{D_k - F_k}{F_k}, & \text{dans le cas d'un modèle relatif.} \end{cases}$$

Notons que dans le cas d'un modèle relatif, la moyenne et l'écart type de l'incertitude prévisionnelle sont données en pourcentage.

De cette manière, la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle devient connue. Supposons maintenant que l'incertitude prévisionnelle suit une loi normale $N(m_{FU}, \sigma_{FU})$ et que les incertitudes prévisionnelles entre les différentes périodes sont indépendantes entre elles. Nous pouvons alors déterminer directement la distribution de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R composé de N périodes, de la façon suivante :

- Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle R suit une loi normale $N(m_{CFU_R}, \sigma_{CFU_R})$ avec :

$$m_{CFU_R} = \sum_{i=1}^N m_{FU} = N m_{FU} \text{ et } \sigma_{CFU_R} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{FU}^2} = \sigma_{FU} \sqrt{N} \quad (3.6)$$

- Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, à chaque période k , l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle R (donnée en quantité), suit une loi normale $N(m_{CFU_R}, \sigma_{CFU_R})$, où :

$$m_{CFU_R} = \sum_{i=1}^N m_{FU} F_{k+i-1} = m_{FU} \sum_{i=1}^N F_{k+i-1} \text{ et } \sigma_{CFU_R} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_{FU} F_{k+i-1})^2} = \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}^2} \quad (3.7)$$

La preuve de ces résultats est donnée dans l'Annexe 5.

Remarque :

En réalité, même si nous travaillons avec l'approche modèle, les paramètres de la loi de probabilité sont déterminés empiriquement et les deux approches sont complémentaires. La Figure 3.4 donne une approche globale de détermination de la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection PI .

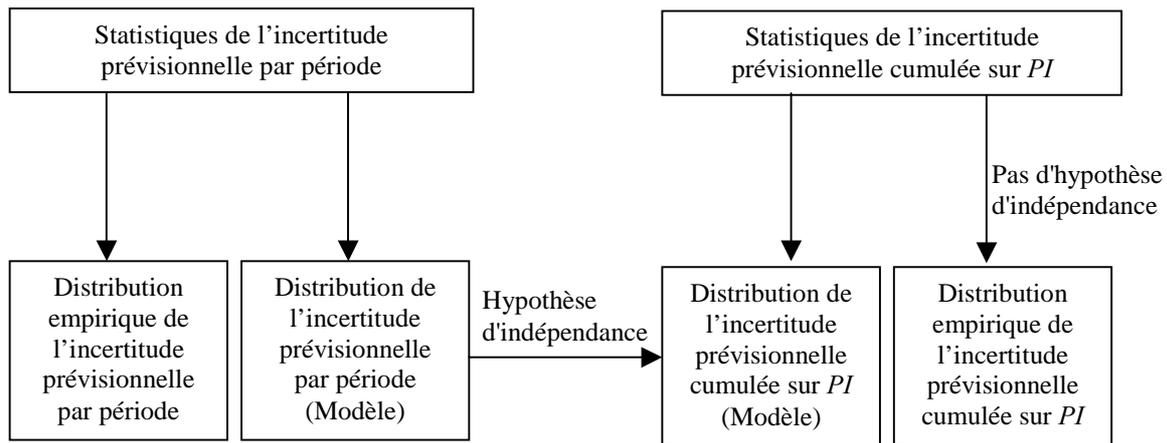


Figure 3.4. Approche globale de détermination de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection

Ainsi, comme le montre la Figure 3.4, à partir des statistiques de l'incertitude prévisionnelle, nous pouvons déterminer la distribution de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle de protection, soit en utilisant la distribution de l'incertitude prévisionnelle par période et en faisant une hypothèse d'indépendance entre les périodes, soit en utilisant directement les statistiques de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection. L'utilisation directe des statistiques de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection présente l'avantage de nous éviter de faire une hypothèse d'indépendance entre les mesures de chaque période. Par ailleurs, s'il y a réellement une indépendance entre ces valeurs, alors les deux approches deviennent asymptotiquement équivalentes.

Dans ce qui suit, nous supposons que l'historique de la demande nous permet d'obtenir les paramètres suivants :

FU : la variable aléatoire de l'incertitude prévisionnelle individuelle.

$\Phi(.)$: la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

$\Phi_{FU}(.)$: la fonction de répartition de l'incertitude prévisionnelle individuelle.

CFU_R : la variable aléatoire de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R .

$\Phi_{CFU_R}(.)$: la fonction de répartition de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R .

2.3 Détermination du besoin prévisionnel maximal cumulé

Après avoir obtenu la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle, individuelle ou cumulée sur un intervalle R , suivant un modèle donné, nous pouvons déduire ce que nous appelons *incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur un intervalle R* nécessaire pour satisfaire un objectif de service donné.

L'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur un intervalle R (composé de N périodes) nécessaire pour satisfaire un objectif de service CSL , que l'on notera $CFU_R(CSL)$ est par définition l'incertitude prévisionnelle qui correspond à une probabilité cumulée CSL exprimant l'objectif de service maximal à satisfaire.

2.3.1 Approche empirique

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur l'intervalle R est déterminée directement à partir de la distribution empirique de probabilité de l'incertitude prévisionnelle cumulée, comme l'illustre la Figure 3.5.

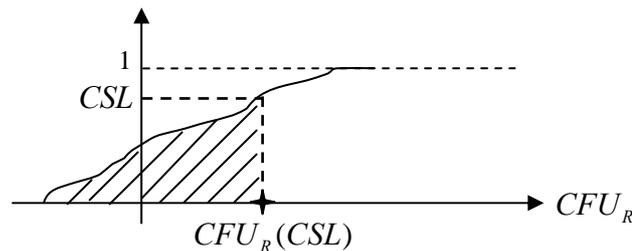


Figure 3.5. Détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée (modèle absolu)

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, à partir de la distribution empirique en pourcentage de l'incertitude prévisionnelle cumulée, nous pouvons directement déterminer l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur l'intervalle R (en pourcentage), notée $CFU_R^P(CSL)$, comme l'illustre la Figure 3.6. Une approximation de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur l'intervalle R (en quantité) est alors déterminée en multipliant l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur l'intervalle R (en pourcentage)

et les prévisions cumulées sur l'intervalle R , i.e. $CFU_R(CSL) \approx CFU_R^P(CSL) \sum_{i=1}^N F_{k+i-1}$.

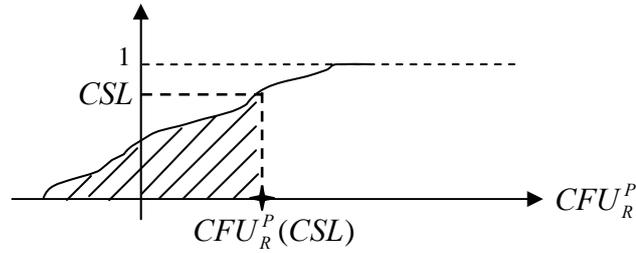


Figure 3.6. Détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée en pourcentage

2.3.2 Approche modèle

En utilisant l'approche modèle, nous supposons que l'incertitude prévisionnelle suit une loi normale $N(m_{FU}, \sigma_{FU})$. Avec l'hypothèse d'indépendance, l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle R suit une loi normale $N(m_{CFU_R}, \sigma_{CFU_R})$, où m_{CFU_R} et σ_{CFU_R} sont données par les équations (3.6) et (3.7). L'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur l'intervalle R nécessaire pour satisfaire un objectif de service CSL est donnée par :

$$CFU_R(CSL) = \Phi_{CFU_R}^{-1}(CSL) = m_{CFU_R} + \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{CFU_R} \quad (3.8)$$

Nous appelons *besoin prévisionnel maximal cumulé sur un intervalle R* la somme des prévisions cumulées sur l'intervalle R et de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur R , nécessaire pour satisfaire un niveau de service objectif. A une période k , le besoin prévisionnel maximal cumulé sur un intervalle R composé de N périodes, que nous notons F_R , est égal à :

$$F_R = \begin{cases} \sum_{i=1}^N (m_{FU} + F_{k+i-1}) + \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{N}, & \text{dans le cas d'un modèle absolu.} \\ \sum_{i=1}^N (1 + m_{FU}) F_{k+i-1} + \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}^2}, & \text{dans le cas d'un modèle relatif.} \end{cases} \quad (3.9)$$

Remarques :

Dans ce chapitre, nous avons supposé que l'incertitude prévisionnelle est une variable aléatoire biaisée, c'est à dire avec une moyenne non nulle. Pour simplifier les expressions des paramètres, que nous allons calculer avec l'approche modèle dans les chapitres suivants, nous supposons que l'incertitude prévisionnelle est non-biaisée. Notons que même si l'incertitude prévisionnelle est biaisée de moyenne m_{FU} , les expressions obtenues dans les chapitres suivants restent valables si nous remplaçons une prévision F_k par une prévision équivalente F_k' qui s'écrit sous la forme :

$$F'_k = \begin{cases} m_{FU} + F_k, & \text{dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue.} \\ (1 + m_{FU}) F_k, & \text{dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative.} \end{cases} \quad (3.10)$$

3. Exemple numérique illustratif

Dans cette section, nous étudions un exemple numérique pour illustrer toutes les notions que nous venons de présenter dans ce chapitre. L'historique de la demande, représenté par le Tableau 3.1, affiche les prévisions effectuées dans le passé et les demandes réelles sur 40 périodes. L'objectif est de déterminer les distributions de probabilité et les fonctions de répartition de l'incertitude prévisionnelle individuelle et de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle afin de déterminer, par la suite, l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée qui correspond à un objectif de service donné.

Période (k)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Prévision (F_k)	10	9	10	12	13	13	13	12	15	16	14	14	21	18	20	19	18	17	19	16
Demande réelle (D_k)	9	11	11	12	15	14	13	10	13	17	13	14	19	19	21	19	16	16	19	19
Période (k)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Prévision (F_k)	15	17	15	14	15	15	14	20	12	19	19	17	14	17	17	19	16	14	14	17
Demande réelle (D_k)	14	19	14	13	15	16	15	17	15	18	19	16	15	17	18	19	16	15	16	17

Tableau 3.1. Historique des prévisions et de la demande

3.1 Calcul du besoin prévisionnel avec l'approche empirique

Dans la suite, nous utilisons l'approche empirique pour la détermination de l'incertitude prévisionnelle et de l'incertitude prévisionnelle maximale. Les résultats du calcul des incertitudes prévisionnelles absolues et relatives sont donnés dans le Tableau 3.2, en utilisant l'équation (3.1).

Période (k)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Prévision (F_k)	10	9	10	12	13	13	13	12	15	16	14	14	21	18	20	19	18	17	19	16
Demande réelle (D_k)	9	11	11	12	15	14	13	10	13	17	13	14	19	19	21	19	16	16	19	19
FU_k (Abs)	-1	2	1	0	2	1	0	-2	-2	1	-1	0	-2	1	1	0	-2	-1	0	3
FU_k (Rel) (%)	-10	22	10	0	15	8	0	-17	-13	6	-7	0	-11	6	5	0	-11	-6	0	19
Période (k)	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Prévision (F_k)	15	17	15	14	15	15	14	20	12	19	19	17	14	17	17	19	16	14	14	17
Demande réelle (D_k)	14	19	14	13	15	16	15	17	15	18	19	16	15	17	18	19	16	15	16	17
FU_k (Abs)	-1	2	-1	-1	0	1	1	-3	3	-1	0	-1	1	0	1	0	0	1	2	0
FU_k (Rel) (%)	-7	12	-7	-7	0	7	7	-15	25	-5	0	-6	7	0	6	0	0	7	14	0

Tableau 3.2. Statistiques des incertitudes prévisionnelles absolues et relatives

A partir du Tableau 3.2, nous avons déterminé, dans le cas du modèle absolu, la distribution de probabilité ainsi que la fonction de répartition de l'incertitude prévisionnelle. Le résultat est illustré par la Figure 3.7.

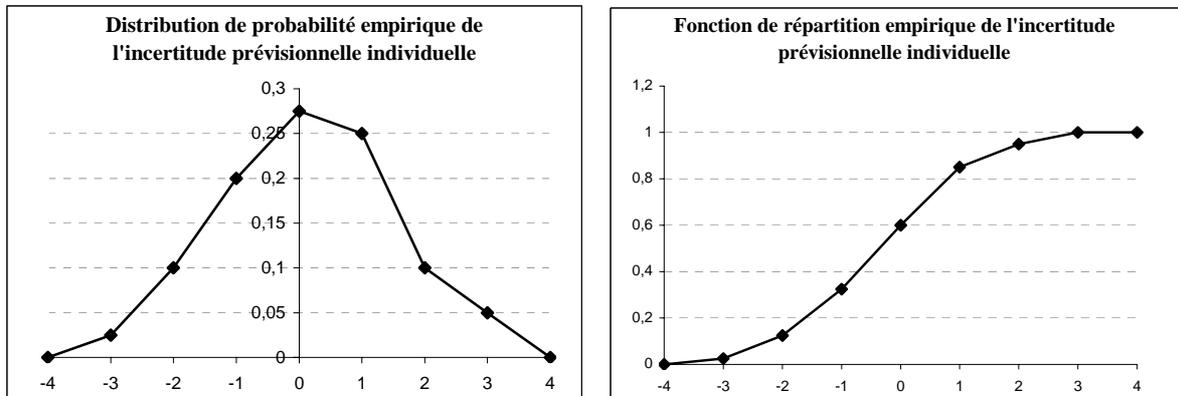


Figure 3.7. Distribution de probabilité et fonction de répartition empiriques de l'incertitude prévisionnelle (modèle absolu)

La Figure 3.8 représente la distribution de probabilité et la fonction de répartition de l'incertitude prévisionnelle dans le cas du modèle relatif.

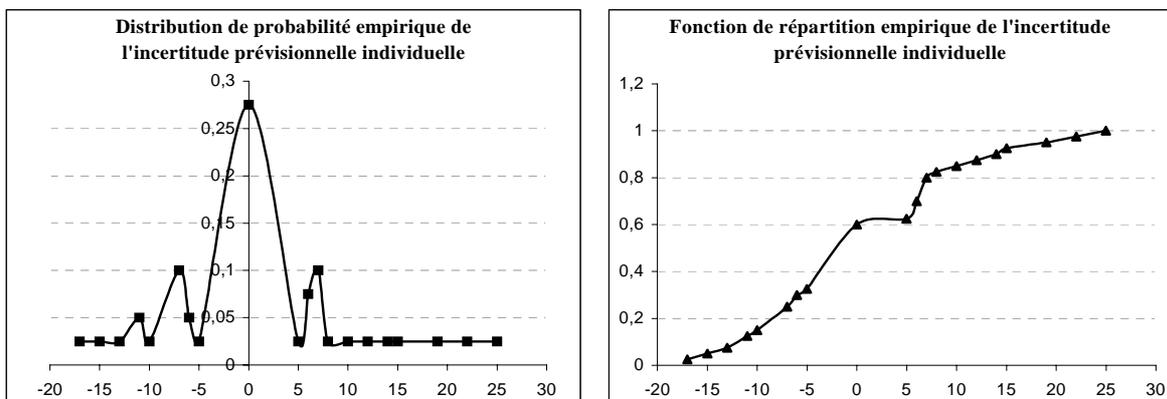


Figure 3.8. Distribution de probabilité et fonction de répartition empiriques de l'incertitude prévisionnelle (modèle relatif)

A partir des courbes représentatives de la fonction de répartition dans la Figure 3.7 et la Figure 3.8, nous pouvons déterminer, par exemple, l'incertitude prévisionnelle maximale individuelle nécessaire à la satisfaction d'un objectif de service de 90 % suivant le modèle utilisé :

- Dans le cas d'un modèle absolu, $CFU_1(90\%) = 1,5$
- Dans le cas d'un modèle relatif, $CFU_1^p(90\%) = 15 \%$

Dans le Tableau 3.3, nous illustrons les statistiques des incertitudes prévisionnelles cumulées sur un intervalle de quatre périodes dans le cas des modèles absolu et relatif. Dans ce tableau, les prévisions cumulées CF_k ont été déterminées avec l'expression (3.2), les demandes cumulées CD_k ont été calculées avec l'équation (3.3). Quant aux incertitudes prévisionnelles cumulées CFU_k , absolues et relatives, elles sont calculées à partir de l'équation (3.4).

k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
F_k	10	9	10	12	13	13	13	12	15	16	14	14	21	18	20	19	18	17	19	16
D_k	9	11	11	12	15	14	13	10	13	17	13	14	19	19	21	19	16	16	19	19
CF_k	41	44	48	51	51	53	56	57	59	65	67	73	78	75	74	73	70	67	67	63
CD_k	43	49	52	54	52	50	53	53	57	63	65	73	78	75	72	70	70	68	71	66
CFU_k (Abs)	2	5	4	3	1	-3	-3	-4	-2	-2	-2	0	0	0	-2	-3	0	1	4	3
CFU_k (Rel) (%)	5	11	8	6	2	-6	-5	-7	-3	-3	-3	0	0	0	-3	-4	0	1	6	5

k	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
F_k	15	17	15	14	15	15	14	20	12	19	19	17	14	17	17	19	16	14	14	17
D_k	14	19	14	13	15	16	15	17	15	18	19	16	15	17	18	19	16	15	16	17
CF_k	61	61	59	58	64	61	65	70	67	69	67	65	67	69	66	67	66			
CD_k	60	61	58	59	63	63	65	69	68	68	67	66	69	70	68	70	69			
CFU_k (Abs)	-1	0	-1	1	-1	2	0	-1	1	-1	0	1	2	1	2	3	3			
CFU_k (Rel) (%)	-2	0	-2	2	-2	3	0	-1	1	-1	0	2	3	1	3	4	5			

Tableau 3.3. Statistiques des incertitudes prévisionnelles cumulées sur 4 périodes

Le Tableau 3.3 nous permet de déterminer la distribution de probabilité et la fonction de répartition de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle de quatre périodes dans le cas des modèles absolu et relatif. Nous nous contentons de représenter, sur la Figure 3.9, le résultat dans le cas du modèle absolu.

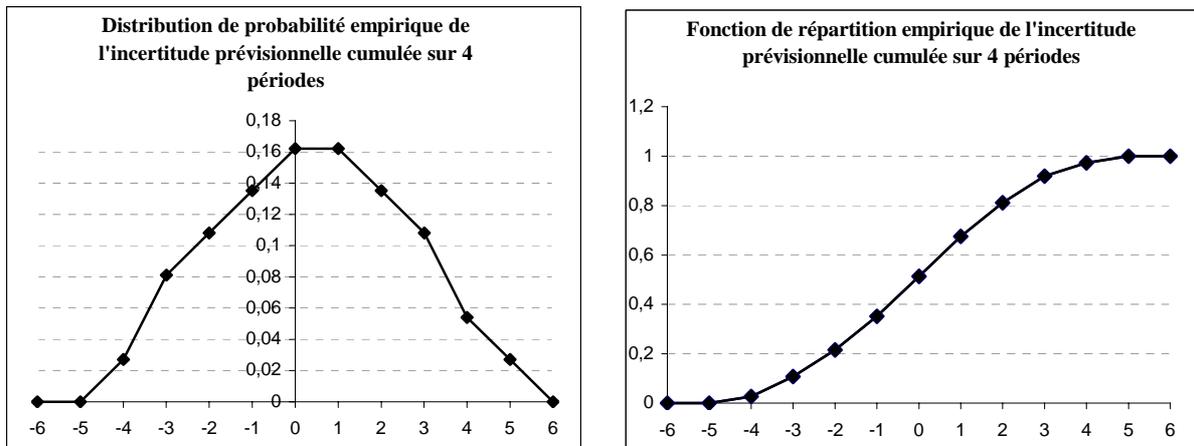


Figure 3.9. Distribution de probabilité et fonction de répartition empiriques de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur 4 périodes (modèle absolu)

A partir de la courbe de droite, nous pouvons déterminer l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur quatre périodes pour un objectif de service de 90 %. Ainsi, nous obtenons : $CFU_4(90\%) = 3$.

Supposons que nous sommes à la première période de l'horizon (période 41) et que les prévisions sur les quatre premières périodes de l'horizon (périodes 41, 42, 43 et 44) sont respectivement égales à 11, 10, 12, 11. Le besoin prévisionnel maximal cumulé sur cet intervalle, pour un objectif de service de 90 % est alors :

$$F_4 = \sum_{i=41}^{44} F_i + CFU_4(90\%) = 47$$

3.2 Calcul du besoin prévisionnel maximal cumulé avec l'approche modèle

Nous supposons dans cette section que l'incertitude prévisionnelle individuelle par période suit une loi normale centrée en zéro et d'écart-type σ_{FU} . A partir du Tableau 3.1, donnant les valeurs des prévisions de la demande sur les 40 périodes de l'historique, nous calculons les écarts-types des incertitudes prévisionnelles individuelles absolues et relatives en utilisant l'expression (3.5).

- Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, nous obtenons $\sigma_{FU} = 1,39$. Ainsi, pour chaque période k , supposons que l'incertitude prévisionnelle suit une loi normale $N(0; 1,39)$. D'après les expressions (3.6) et (3.8), l'incertitude prévisionnelle individuelle maximale nécessaire pour satisfaire un objectif de service de 90 % est $CFU_1(90\%) = 1,77$. En prenant l'hypothèse que les incertitudes prévisionnelles entre les différentes périodes sont indépendantes, l'expression (3.8) nous permet de dire que l'incertitude prévisionnelle cumulée sur 4 périodes suit une loi normale $N(0; 2,78)$. L'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur 4 périodes est alors $CFU_4(90\%) = 3,56$. Supposons que les prévisions sur les 4 premières périodes de l'horizon (périodes 41, 42, 43, et 44) soient respectivement égales à 11, 10, 12, 11. Le besoin prévisionnel maximal cumulé sur les 4 premières périodes est alors :

$$F_4 = \sum_{i=41}^{44} F_i + CFU_4(90\%) = 47,56$$

- Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, nous obtenons $\sigma_{FU} = 9,8\%$. Ainsi, pour chaque période k , supposons que l'incertitude prévisionnelle suit une loi normale $N(0; 9,8\%)$. Avec l'hypothèse d'indépendance des incertitudes prévisionnelles entre les

différentes périodes, d'après les expressions (3.7) et (3.8), l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur les quatre premières périodes de l'horizon (donnée en quantité), pour un objectif de service de 90 %, est $CFU_4(90\%) = 2,76$ (nous supposons que les prévisions sur les 4 premières périodes de l'horizon (périodes 41, 42, 43, et 44) sont respectivement égales à 11, 10, 12, 11). Le besoin prévisionnel maximal nécessaire pour couvrir les quatre premières périodes de l'horizon avec un objectif de service de 90 % est alors :

$$F_4 = \sum_{i=41}^{44} F_i + CFU_4(90\%) = 46,76.$$

Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons commencé par présenter quelques concepts relatifs à la prévision de la demande et ce, en énumérant les éléments caractéristiques d'un système de prévision ainsi que les méthodes de prévision les plus utilisées.

Ensuite, nous avons clarifié la notion d'incertitude prévisionnelle et nous avons proposé des méthodes pour déterminer les distributions de probabilité de l'incertitude prévisionnelle que nous avons illustrées par des exemples numériques. Tout au long du chapitre, nous avons étudié deux modèles de l'incertitude prévisionnelle : le modèle absolu et le modèle relatif.

Dans les chapitres suivants, nous supposons que la structure de la demande est définie sous la forme de prévisions et de distributions de probabilité de l'incertitude prévisionnelle établies sur un horizon donné. Cette structure de la demande sera utilisée dans tous les modèles de pilotage de flux que nous étudions dans le cadre de cette thèse. Pour des raisons de simplicité dans ces modèles, nous supposons que les distributions de probabilité de l'incertitude prévisionnelle sont déterminées une fois pour toutes au début de l'horizon à partir d'un historique figé et qu'elles ne seront pas mises à jour. Cependant, ces distributions peuvent être facilement mises à jour en supposant que l'historique est glissant. Dans ce cas, périodiquement, une nouvelle distribution de l'incertitude prévisionnelle peut être déterminée en intégrant les dernières prévisions et demandes réelles. Ceci permet d'obtenir des distributions actualisées et d'améliorer sensiblement la qualité de l'information utilisée pour le pilotage de flux.

Notons également que pour déterminer l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R , nous supposons que les incertitudes prévisionnelles individuelles sont indépendantes et que la distribution de l'incertitude prévisionnelle individuelle est la même sur toutes les périodes.

Il faut dire qu'en réalité, à une période k , les prévisions données pour les périodes futures sont moins fiables lorsqu'on s'éloigne dans le temps et donc, l'incertitude prévisionnelle d'une période éloignée de la période k , est plus grande que celle d'une période proche de la période k . Ainsi, pour calculer le besoin prévisionnel cumulé sur un intervalle R à une période k , il serait plus intéressant de considérer des distributions d'incertitudes prévisionnelles différentes et évidemment avec des variances plus grandes pour des prévisions données pour des périodes éloignées.

Par ailleurs, en utilisant des distributions d'incertitudes prévisionnelles déterminées directement à partir des valeurs cumulées des prévisions et des demandes, ceci permet de tenir compte, dans le calcul des besoins prévisionnels futurs, de la variabilité croissante de l'incertitude prévisionnelle associée à des prévisions données pour des périodes éloignées dans le temps.

Chapitre 4. Etude de politiques de gestion de stock sur prévisions

Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons deux politiques de gestion de stock sur prévisions, à savoir : la politique avec seuil de commande (r_k, Q) et la politique avec niveau de rechargement (T, S_k) , inspirées de deux politiques de gestion de stock classiques (r, Q) et (T, S) . Nous analysons les différents paramètres qui caractérisent les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) , tels que la quantité commandée, la période de commande, et le paramètre de sécurité. Une étude comparative entre les politiques de gestion de stock sur prévisions et les politiques de gestion de stock classiques est également effectuée pour mettre en évidence la valeur de l'information sur la demande dans le pilotage de flux. Notons que, dans ce chapitre, excepté les prévisions qui sont supposées incertaines, tous les autres paramètres du système sont supposés déterministes. Des extensions considérant d'autres types d'incertitude ainsi que d'autres variantes des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) seront présentées dans le chapitre 5.

Après cette introduction, nous commençons par présenter le système étudié. Nous présentons, dans la deuxième section, les deux politiques de gestion de stock sur prévisions et les paramètres qui les caractérisent. Dans la troisième section, nous effectuons une étude numérique des politiques de gestion de stock sur prévisions et nous montrons le gain qui résulte de la mise en œuvre de ces politiques par rapport aux politiques de gestion de stock classiques. La quatrième section est consacrée à une étude des équivalences qui existent entre les différentes politiques de pilotage de flux étudiées dans le cadre de cette thèse.

1. Système étudié

Dans les modèles de gestion de stock classiques que nous avons décrits dans le chapitre 2, la demande est supposée être stationnaire. Cependant, dans de nombreuses situations réelles, ce n'est pas forcément le cas, puisque la demande peut présenter une forte croissance ou une saisonnalité marquée. Dans ce cas, l'utilisation des prévisions de la demande s'avère indispensable pour que la gestion de stock s'adapte mieux avec la variabilité de la demande.

Dans ce chapitre, nous étudions un système mono-étage et mono-produit avec une demande non-stationnaire qui suit un processus général et qui est donnée sous la forme de prévisions incertaines (Figure 4.1). Le système considéré n'a pas contraintes de capacité et son réapprovisionnement nécessite un délai L constant et exogène (i.e. indépendant de la charge du système). Nous supposons aussi que toutes les demandes non satisfaites sont différées.

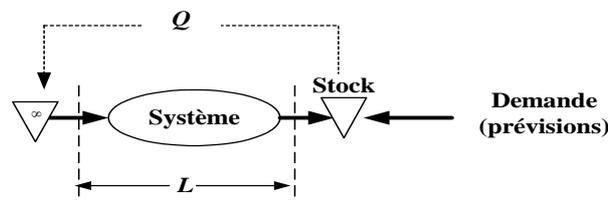


Figure 4.1. Modèle d'un système de gestion de stock mono-étage

Nous supposons que la demande est exprimée sous la forme de prévisions incertaines connues à l'avance sur un horizon donné (horizon de prévisions). Ceci veut dire que pour chaque période de l'horizon, nous disposons de la valeur de la prévision et de la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle, comme le montre la Figure 4.2.

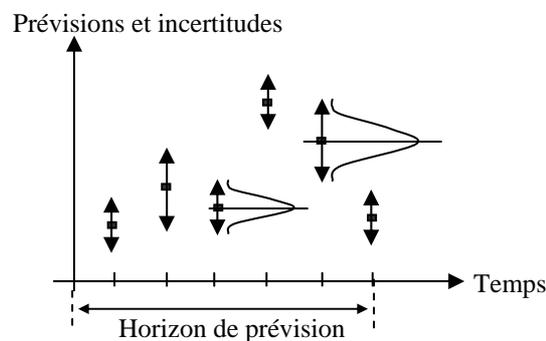


Figure 4.2. Prévisions et incertitudes prévisionnelles

Nous définissons deux mailles de temps pour le contrôle du système. La première est la maille élémentaire de prévision, notée T_f , qui peut être considérée comme égale à l'unité ($T_f = 1$). La deuxième maille est la maille de suivi, notée T_r , qui correspond à la période avec laquelle le suivi du stock est assuré. Nous supposons que le délai d'approvisionnement L et la période de suivi T_r sont des multiples de la maille élémentaire de prévision T_f . Dans ce qui suit, nous pouvons désigner la période élémentaire de prévision simplement par le mot "période".

2. Politiques de gestion de stock sur prévisions

Dans cette section, nous commençons par étudier la politique à suivi "continu" avec seuil de commande (r_k, Q) et la politique à suivi périodique avec niveau de rechargement (T, S_k) . Ainsi, nous décrivons le principe de fonctionnement de ces politiques et nous étudions en détails les différents paramètres qui les caractérisent. Ces paramètres sont calculés en utilisant une approche séquentielle. Pour déterminer les paramètres de sécurité, nous modélisons l'objectif de service sous forme d'une contrainte sur le niveau de service. Ici nous nous limitons au niveau de service par cycle (Cycle Service Level), en imposant, à chaque cycle, une probabilité de non rupture supérieure à une valeur fixée, que nous notons CSL . Des politiques s'appuyant sur des idées similaires ont été proposées par Netter (2002).

2.1 Politique à suivi "continu" et avec seuil de commande (r_k, Q)

Dans la politique (r_k, Q) , la maille de suivi T_r et la maille élémentaire de prévision T_f sont les mêmes ($T_r = T_f = 1$), ce qui veut dire que le suivi du stock est effectué à chaque période. La politique (r_k, Q) est caractérisée par deux paramètres : le seuil de commande r_k et la quantité commandée Q .

Dans la politique (r_k, Q) , en début de chaque période k , si la position du stock I_{k-1} descend en dessous d'un seuil de commande r_k (i.e. $I_{k-1} < r_k$), une quantité fixe Q doit être commandée. La quantité Q est livrée après un délai L .

Puisque les prévisions sont exprimées sur des périodes élémentaires, le suivi du stock n'est pas continu au vrai sens du terme. Cependant, par définition, cette politique est l'extension de la politique de gestion de stock classique à suivi continu (r, Q) . Donc, pour cette raison, nous disons que la politique (r_k, Q) est une politique de pilotage sur prévisions à suivi continu et nous mettons le mot continu entre guillemets. Notons que, lorsque la période élémentaire de prévision T_f est petite ou tend vers zéro, nous avons effectivement un suivi continu.

L'évolution du stock avec la politique (r_k, Q) est illustrée par la Figure 4.3.

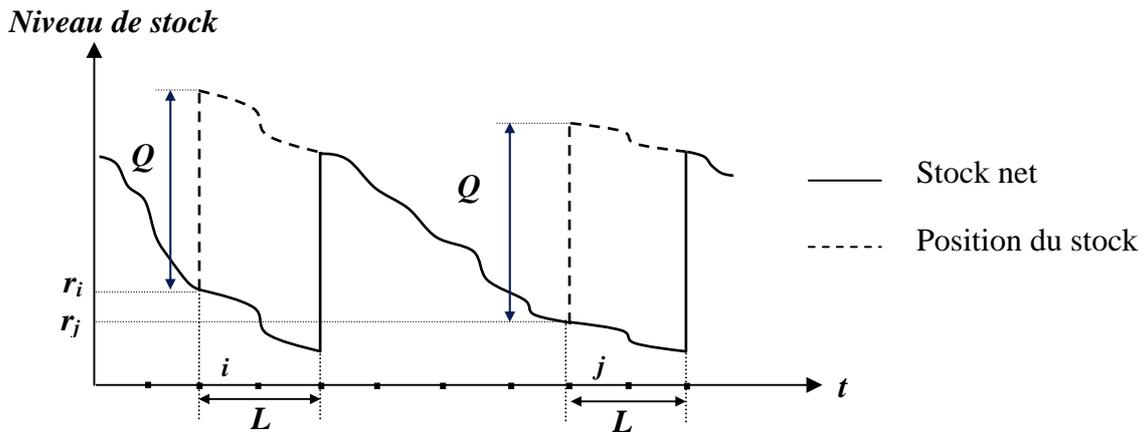


Figure 4.3. Evolution du stock avec la politique (r_k, Q)

Dans cette figure, nous supposons que deux commandes sont passées au début des périodes i et j . Nous supposons aussi que la position du stock, au début de ces deux périodes, est exactement égale aux seuils de commande r_i et r_j même si, en réalité, au début des périodes i et j , la position du stock peut être inférieure ou égale au seuil de commande.

Pour déterminer les paramètres de la politique (r_k, Q) , nous utilisons une approche séquentielle. Ainsi, nous déterminons, dans un premier temps, le paramètre d'économie d'échelle Q sans tenir compte de l'incertitude prévisionnelle et, dans un deuxième temps, nous calculons le seuil de commande en tenant compte de cette incertitude. Nous présentons dans ce qui suit, avec plus de détails, les méthodes de calcul des différents paramètres de la politique (r_k, Q) .

2.1.1 Quantité commandée

La quantité à commander, Q est supposée fixe. En pratique, cette quantité peut être fixée à l'avance, en respectant certaines caractéristiques ou contraintes du système, ou optimisée, en tant que compromis entre les coûts de stock et les coûts de commande. Dans le dernier cas, cette quantité peut être calculée par l'une des méthodes de calcul de la taille de lots, étudiées dans la littérature que nous présenterons dans le chapitre suivant.

Pour calculer la quantité commandée Q , le modèle de Wilson peut être utilisé. En effet, supposons que nous disposons des prévisions de la demande sur un horizon de longueur H , et soient A le coût de commande et h le coût de stock par unité de produit et par unité de temps. La quantité commandée est alors :

$$Q = \sqrt{\frac{2A \sum_{i=1}^H F_i}{hH}} \quad (4.1)$$

Un autre modèle de calcul du paramètre Q sera présenté dans le chapitre suivant.

2.1.2 Seuil de commande

La détermination du seuil de commande repose sur la constatation suivante : au début de chaque période, il faut vérifier s'il faut commander ou non.

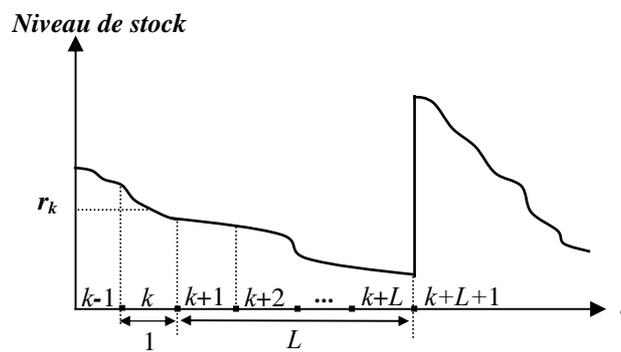


Figure 4.4. Principe de calcul du seuil de commande

Rappelons d'abord que le suivi est effectué par périodes élémentaires de longueur $T_f = 1$. Si aucune commande n'est passée au début de la période k , la commande suivante ne peut pas être passée avant le début de la période $k+1$, et la livraison arrive, donc au plus tôt au début de la période $k+L+1$ (Figure 4.4). Partant de cette constatation, il faut vérifier au début de chaque période k si la position du stock suffit pour couvrir l'intervalle qui s'étend jusqu'au début de la période $k+L+1$. Dès lors, au début de la période k , le seuil de commande doit être calculé pour protéger le système sur $L+1$ périodes. Ainsi, nous pouvons définir l'intervalle de protection et le seuil de commande dans la politique (r_k, Q) .

L'intervalle de protection PI correspond à la somme du délai d'approvisionnement L et d'une période élémentaire de prévision : $PI = L + T_f = L + 1$. Ce résultat semble être différent de la première intuition qui dit que l'intervalle de protection est égal au délai d'approvisionnement (i.e. $PI = L$). Pour illustrer cette propriété et mieux la clarifier, nous donnons dans l'Annexe 6 un petit exemple de 5 périodes élémentaires avec un délai d'approvisionnement $L = 3$ et sans incertitudes prévisionnelles.

Le seuil de commande, à chaque période k , peut être défini comme étant la position du stock minimale qu'il faut avoir en début de la période k pour ne pas commander. En d'autres termes, au début de la période k , le seuil de commande r_k doit être choisi de façon à ce qu'il puisse couvrir le besoin prévisionnel maximal cumulé sur l'intervalle de protection. Le seuil r_k est donc égal à la somme de la demande prévisionnelle et de l'incertitude prévisionnelle cumulées sur l'intervalle de protection et nécessaires pour satisfaire le niveau de service objectif.

Notons CSL le niveau de service par cycle, F_k la prévision de la demande à la période k et $CFU_{L+1}(CSL)$ l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur $L+1$ périodes. Le seuil de commande r_k , à chaque période k , peut s'écrire sous la forme :

$$r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + CFU_{L+1}(CSL) \quad (4.2)$$

Le seuil de commande r_k est variable dans le temps. En effet, le seuil de commande est composé du besoin prévisionnel et de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulés sur PI . Or, le besoin prévisionnel cumulé sur PI est variable dans le temps (parce que les prévisions ne sont pas les mêmes d'une période à une autre), de même l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur PI peut aussi être variable (dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative), alors le seuil de commande r_k est forcément variable dans le temps.

Remarque :

La politique (r_k, Q) est une politique à temps discret alors que la politique (r, Q) est une politique à temps continu. La notation (r_k, Q) est réellement une simplification de la notation (T_f, r_k, Q) , ce qui veut dire que la politique (r_k, Q) peut aussi être vue comme une extension de la politique à temps discret (T_f, r, Q) .

2.2 Politique à recombplètement périodique (T, S_k)

La politique (T, S_k) est caractérisée par deux paramètres : la période de suivi T , qui correspond à la maille de suivi T_r (i.e. $T = T_r$), et le niveau de recombplètement S_k .

Dans cette politique, le système est contrôlé au début de chaque période de suivi. Si, au début de la période élémentaire de prévision k , la position du stock est inférieure au niveau de recombplètement S_k , une quantité Q_k doit être commandée pour ramener la position du stock au niveau S_k . La quantité Q_k est livrée après le délai L . Puisque le suivi est assuré à chaque

période de suivi T , alors le paramètre S_k est calculé uniquement pour les périodes $k, k+T, k+2T, k+3T$, etc.

L'évolution du stock avec la politique (T, S_k) est illustrée par la Figure 4.5. Dans cette figure, nous supposons que trois commandes sont passées respectivement au début des périodes i, j et k .

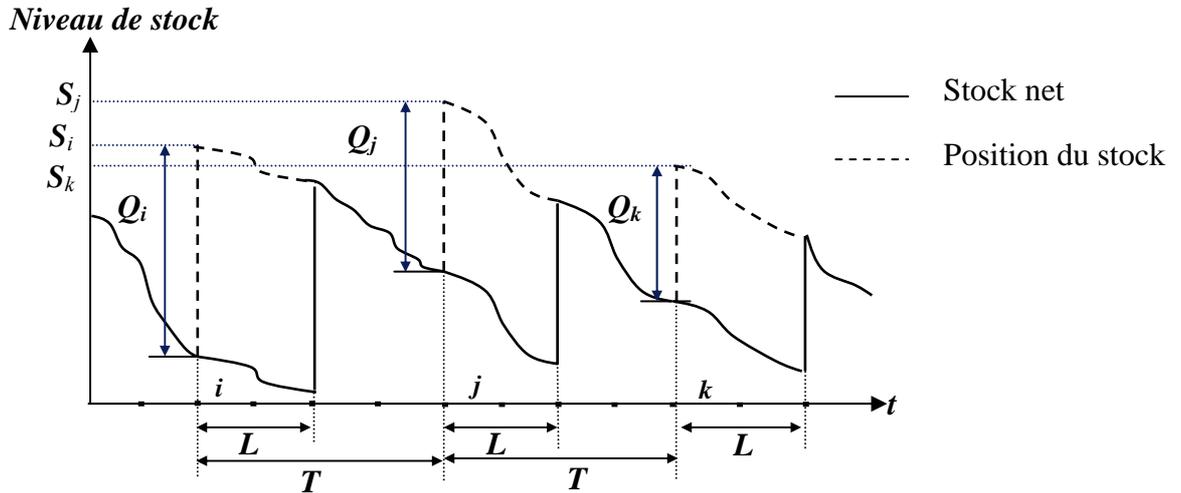


Figure 4.5. Evolution du stock avec la politique (T, S_k)

Pour déterminer les paramètres de la politique (T, S_k) , nous utilisons une approche séquentielle. Ainsi, nous commençons par déterminer le paramètre d'économie d'échelle T sans tenir compte de l'incertitude prévisionnelle, et, par la suite, nous calculons le niveau de rechargement S_k en réintégrant cette incertitude. Nous détaillons dans ce qui suit les méthodes de calcul des paramètres de la politique (T, S_k) .

2.2.1 Période de suivi

La période de suivi T est supposée fixe. En pratique, ce paramètre peut être fixé à l'avance (en respectant certaines caractéristiques ou contraintes du système) ou optimisé en tant que compromis entre les coûts de stock et les coûts de commande.

De la même façon que pour la quantité commandée Q dans la politique (r_k, Q) , la formule de Wilson représente l'une des méthodes de calcul du paramètre T . Supposons que nous disposons des prévisions de la demande sur un horizon de longueur H . Soient A le coût de commande et h le coût de stock par unité de produit et par unité de temps. La période de suivi peut, alors, être donnée par :

$$T = \sqrt{\frac{2AH}{h \sum_{i=1}^H F_i}} \quad (4.3)$$

2.2.2 Niveau de reemplètement

La détermination du niveau de reemplètement repose sur la constatation suivante : puisque le suivi est effectué par périodes de suivi T , alors si une commande n'est pas passée au début de la période k , la commande suivante ne peut être passée avant le début de la période $k+T$. La livraison arrive alors, au plus tôt, au début de la période $k+L+T$. Donc, au début de chaque période k , la position du stock doit couvrir le besoin prévisionnel sur l'intervalle qui s'étend jusqu'au début de la période $k+L+T$. Ainsi, le niveau de reemplètement doit être calculé pour protéger le système sur l'intervalle de protection $PI = L + T$.

En ce qui concerne le niveau de reemplètement S_k , il doit être choisi de façon à couvrir le besoin prévisionnel maximal cumulé sur l'intervalle de protection. Ainsi, le niveau de reemplètement S_k est égal à la somme de la demande prévisionnelle et de l'incertitude prévisionnelle cumulées sur l'intervalle de protection, nécessaires pour satisfaire l'objectif de service.

Notons CSL le niveau de service par cycle, F_k la prévision de la demande à la période k et $CFU_{L+T}(CSL)$ l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur $L+T$ périodes. Le niveau de reemplètement S_k est donné par :

$$S_k = \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + CFU_{L+T}(CSL) \quad (4.4)$$

En utilisant les mêmes arguments que ceux avancés pour le seuil de commande dans la politique (r_k, Q) , nous montrons que le niveau de reemplètement S_k est variable dans le temps.

La quantité commandée dans la politique (T, S_k) est déterminée d'une façon dynamique. En effet, si la position du stock au début d'une période élémentaire k (qui correspond au début d'une période de suivi) est inférieure au niveau de reemplètement S_k , la quantité commandée doit la ramener au niveau S_k :

$$Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}$$

$$Q_k \text{ peut aussi s'écrire sous la forme : } Q_k = \max\left\{\sum_{i=k-T}^{k-1} D_i + (S_k - S_{k-T}), 0\right\}.$$

Cette expression de la quantité commandée est connue dans les politiques du type Order-Up-To-Level. Elle est généralement utilisée pour une période de suivi $T = 1$, comme dans les travaux de Chen et al. (2000) et Lee et al. (2000).

2.3 Quantités de sécurité

Généralement, en gestion de stock classique, la demande est supposée stationnaire avec une variabilité constante sur tout l'horizon. Dès lors, un stock de sécurité est calculé et mis en place une fois pour toutes au début de l'horizon pour remédier à la variabilité de la demande. En revanche, en gestion de stock sur prévisions, le besoin prévisionnel est variable dans le temps et l'incertitude prévisionnelle peut également être variable dans le temps (dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative). Il serait donc plus judicieux que le stock de sécurité soit aussi variable dans le temps pour couvrir au mieux le besoin prévisionnel maximal cumulé. Ainsi, en gestion de stock sur prévisions, il est plus adéquat de ne plus parler de stock de sécurité, mais plutôt de ce que nous appelons *Quantités de sécurité*. D'une façon plus pratique, les Quantités de sécurité jouent le même rôle que le stock de sécurité mais elles sont variables et elles sont déterminées d'une façon dynamique pour couvrir au mieux les incertitudes prévisionnelles sur les différents intervalles de protection pour un objectif de service fixé.

Comme montré par la Figure 4.6 et la Figure 4.7, la notion de quantité de sécurité est incorporée, dans les deux politiques (r_k, Q) et (T, S_k) , respectivement, dans le seuil de commande r_k et dans le niveau de rechargement S_k . Dans ces figures, les termes SQ_i et SQ_j correspondent respectivement aux quantités de sécurité aux périodes i et j . Les termes CF^{PI} correspondent aux prévisions cumulées sur les intervalles de protection. Par exemple CF_k^{PI} représente les prévisions cumulées sur PI , calculées à la période k (i.e. $CF_k^{PI} = \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}$).

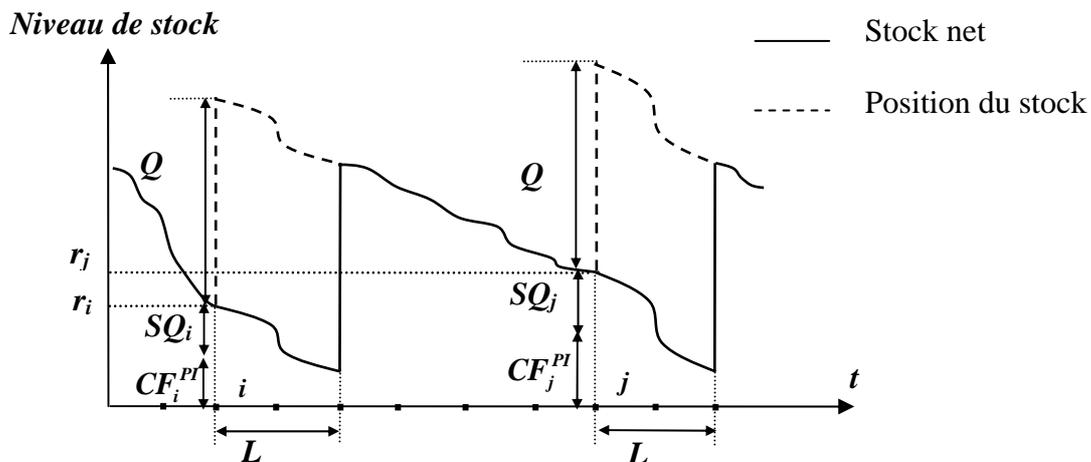


Figure 4.6. Quantités de sécurité dans la politique (r_k, Q)

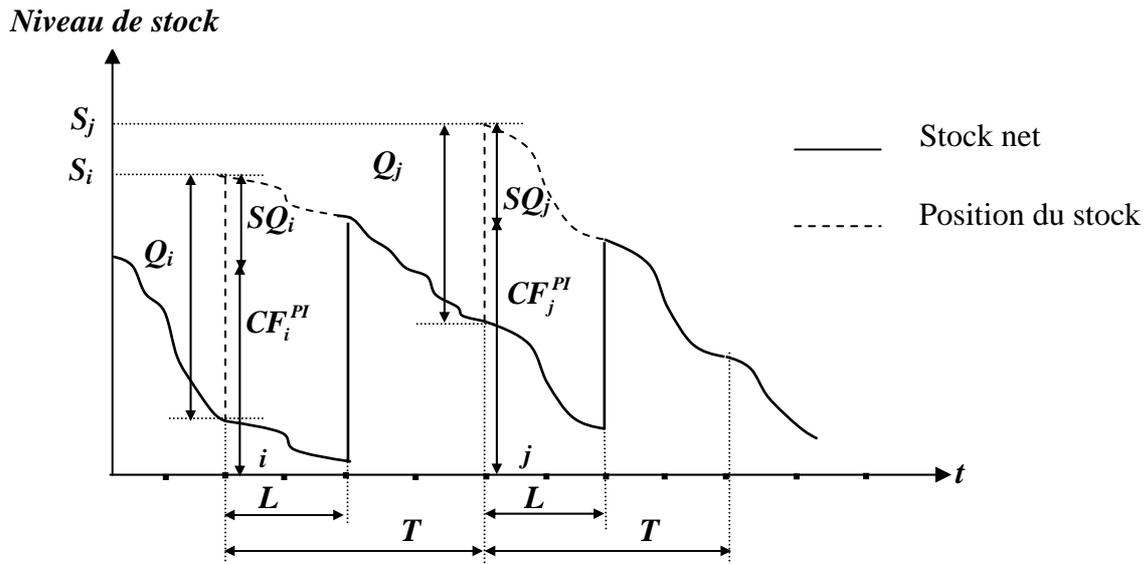


Figure 4.7. Quantités de sécurité dans la politique (T, S_k)

Dans les expressions du seuil de commande r_k et du niveau de reapprovisionnement S_k , la quantité de sécurité correspond au terme $CFU_{PI}(CSL)$, i.e. $SQ_k = CFU_{PI}(CSL)$. Ainsi :

- Dans la politique (r_k, Q) , r_k peut s'écrire sous la forme : $r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + SQ_k$.
- Dans la politique (T, S_k) , S_k peut s'écrire sous la forme : $S_k = \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + SQ_k$.

Dans ce qui suit, nous distinguons entre stock de sécurité et quantités de sécurité pour dire que le stock de sécurité est constant et mis en place une fois pour toutes afin de couvrir la variabilité de la demande sur l'horizon considéré alors que les quantités de sécurité sont calculées et mises en place d'une façon dynamique pour couvrir les incertitudes prévisionnelles sur l'horizon considéré.

Le calcul des quantités de sécurité, à une période k , nécessite la connaissance des distributions de probabilité de l'incertitude prévisionnelle individuelle et de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection. Nous rappelons que dans les politiques de gestion de stock sur prévisions (r_k, Q) et (T, S_k) , l'intervalle de protection correspond à la somme du délai d'approvisionnement L et de la période de suivi T_r ($PI = L + T_r$). La période de suivi T_r est égale à l'unité dans la politique (r_k, Q) , et elle est égale à T dans la politique (T, S_k) .

Deux approches peuvent être utilisées pour le calcul des quantités de sécurité, à savoir : l'approche empirique et l'approche modèle. Nous retrouvons les mêmes approches utilisées pour la détermination des incertitudes prévisionnelles puisque les quantités de sécurité sont

déterminées directement à partir des distributions de probabilité des incertitudes prévisionnelles.

2.3.1 Approche empirique

Supposons que la distribution de probabilité de l'incertitude prévisionnelle CFU_{PI} sur chaque intervalle de protection est déterminée empiriquement.

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, à une période k , nous pouvons déterminer directement la valeur de la quantité de sécurité SQ_k à partir de la distribution de probabilité de CFU_{PI} , comme nous l'illustrons dans la Figure 4.8.

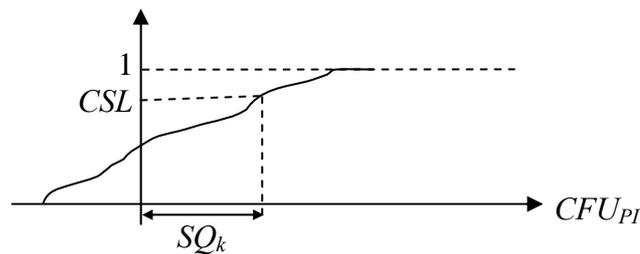


Figure 4.8. Détermination de la quantité de sécurité pour une incertitude prévisionnelle absolue

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, à chaque période k , nous devons commencer par la détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur l'intervalle de protection (donnée en pourcentage), notée $CFU_{PI}^P(CSL)$, à partir de la distribution empirique de l'incertitude prévisionnelle en pourcentage (comme l'illustre la Figure 4.9).

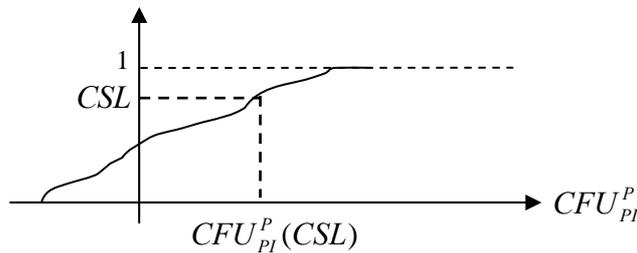


Figure 4.9. Détermination de l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée en pourcentage

Nous déduisons par la suite, la quantité de sécurité à la période k comme suit :

$$SQ_k = CFU_{PI}^P(CSL) \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}$$

2.3.2 Approche modèle

Dans l'approche modèle, nous supposons que l'incertitude prévisionnelle sur chaque période suit une loi donnée. Nous supposons en plus qu'elles sont indépendantes sur les différentes périodes, ce qui nous permet de déterminer les distributions de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection, à chaque période k . Le calcul des quantités de sécurité, nécessaires pour satisfaire un niveau de service, est effectué directement à partir de cette loi.

Pour simplifier les expressions données dans la suite, nous allons supposer que l'incertitude prévisionnelle est une variable aléatoire non-biaisée (i.e. centrée en zéro). Cependant, si l'incertitude prévisionnelle est biaisée avec une moyenne m_{FU} , pour retrouver les expressions des paramètres, il suffit d'utiliser des prévisions équivalentes F'_k qui sont une fonction des vraies prévisions F_k et de la moyenne de l'incertitude prévisionnelle m_{FU} , comme le montre l'équation (3.10) présentée dans le chapitre 3.

Propriété 4.1

Si l'incertitude prévisionnelle individuelle suit une loi normale $N(0, \sigma_{FU})$ et si les incertitudes entre les différentes périodes sont indépendantes, alors :

i. Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, la quantité de sécurité à chaque

période k , est donnée par : $SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{PI} \sigma_{FU}$

ii. Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, la quantité de sécurité à chaque

période k , est donnée par : $SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}^2}$

$\Phi(\cdot)$ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Preuve

La preuve de cette propriété est donnée en Annexe 7. □

Propriété 4.2

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue et d'un délai d'approvisionnement déterministe, les quantités de sécurité sont constantes et elles sont donc équivalentes à un stock de sécurité, que nous notons SQ , où :

$$SQ = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{L + T_r} \sigma_{FU} \quad (4.5)$$

Preuve

Comme l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection est la même (dans un modèle absolu) sur toutes les périodes k (pour un délai d'approvisionnement L qui est constant sur tout l'horizon), alors pour satisfaire le même objectif de service, la quantité de sécurité doit être la même sur toutes les périodes. Cette quantité est donnée par : $\Phi_{CFU_{PI}}^{-1}(CSL)$. Dans ce cas, nous ne pouvons pas parler de quantités de sécurité mais plutôt d'un stock de sécurité qui est mis en place une fois pour toutes pour satisfaire le même objectif de service. Ainsi, $SQ_k = SQ = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{L+T_r} \sigma_{FU} \quad \forall k$. □

2.4 Comparaison des paramètres des politiques

Nous résumons dans le Tableau 4.1 les paramètres des différentes politiques étudiées pour le cas particulier d'un délai d'approvisionnement déterministe. Précisons que le terme "suivi périodique" désigne les politiques (T,S) et (T,S_k) et que le terme "suivi continu" est relatif aux politiques (r,Q) et (r_k,Q) .

	Politiques	Gestion de stock classique	Gestion de stock sur prévisions
Intervalle de protection (PI)	Suivi Continu	$PI = L$	$PI = L+1$
	Suivi périodique	$PI = L+T$	$PI = L+T$
Seuil de commande	Suivi Continu	Le seuil de commande est statique $r = m_D PI + Ss$	Le seuil de commande est dynamique $r_k = \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1} + SQ_k$
Niveau de reapprovisionnement	Suivi périodique	Le niveau de reapprovisionnement est statique $S = m_D PI + Ss$	Le niveau de reapprovisionnement est dynamique $S_k = \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1} + SQ_k$
Quantité de commande	Suivi Continu	Q peut être calculée, par exemple, avec la formule de Wilson	Q peut être calculée, par exemple, avec la formule de Wilson
	Suivi périodique	$Q_k = \max\{S - I_{k-1}, 0\}$	$Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}$
Paramètre de sécurité		Stock de sécurité $Ss = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{PI}$	Quantité de sécurité à une période k - Incertitude prévisionnelle absolue : $SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{PI}$ - Incertitude prévisionnelle relative : $SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}^2}$

Tableau 4.1. Tableau récapitulatif des paramètres des politiques

En présence de prévisions fiables, la variabilité de la demande est normalement supérieure à la variabilité de l'incertitude prévisionnelle. Ainsi, les quantités de sécurité utilisées dans les politiques de gestion de stock sur prévisions sont inférieures au stock de sécurité utilisé dans les politiques de gestion de stock classiques, ce qui implique un gain considérable dans les coûts de stocks. Pour confirmer ces résultats, nous effectuons, dans la section suivante, une comparaison numérique des politiques de gestion de stock sur prévisions avec les politiques de gestion de stock classiques et nous mettons en évidence le gain qu'elles apportent en termes de coût total moyen.

Remarque :

Comme nous l'avons mentionné précédemment, la politique (r_k, Q) peut être vue comme une extension de la politique à temps discret (T_f, r, Q) avec $T_f = 1$, que nous notons $(1, r, Q)$ dans la suite de ce chapitre. Par souci de cohérence, dans l'étude numérique effectuée dans la section suivante, nous comparons le coût moyen de la politique (r_k, Q) à celui de la politique à temps discret $(1, r, Q)$ et non pas à celui de la politique à temps continu (r, Q) . Nous soulignons toutefois que, dans le cas où le délai d'approvisionnement est largement supérieur à la période élémentaire de temps, le coût total moyen de la politique $(1, r, Q)$ est presque égal à celui de la politique (r, Q) .

3. Etude numérique des politiques

Dans cette section, nous effectuons une étude numérique des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) pour une demande stationnaire et nous montrons les bénéfices de l'utilisation des prévisions dans le pilotage du système. Pour ce faire, nous effectuons des simulations numériques de ces deux politiques en utilisant une application que nous avons développée sur Microsoft Excel avec des macros programmées avec le langage Visual Basic. Nous étudions les gains relatifs en coût total moyen (coût de stock + coût de commande) qui résulte de la mise en oeuvre des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) par rapport aux politiques de gestion de stock classiques $(1, r, Q)$ et (T, S) .

3.1 Principe de l'étude numérique

Dans les simulations que nous réalisons, nous supposons que la demande est stationnaire et suit une loi normale $N(m_D, \sigma_D)$ et que l'incertitude prévisionnelle suit, également, une loi normale $N(0, \sigma_{FU})$. Dans les politiques de gestion de stock classiques, que nous considérons

comme références pour notre étude comparative, nous utiliserons la loi de demande et les expressions données dans le chapitre 2, pour calculer les paramètres des politiques $(1,r,Q)$ et (T,S) . Par ailleurs, dans l'étude numérique que nous réalisons pour les politiques de gestion de stock sur prévisions, l'idée est de générer une réalisation de la demande et une réalisation de l'incertitude prévisionnelle sur un horizon composé de N périodes, ce qui nous permet de calculer les prévisions de la demande sur tout l'horizon. Nous considérons alors ces prévisions ainsi que la loi de l'incertitude prévisionnelle comme étant les besoins futurs utilisés pour piloter le système, en supposant que nous ne connaissons pas la demande réelle à l'avance.

L'étude numérique consiste à calculer le gain relatif en coût total moyen des deux politiques (r_k,Q) et (T,S_k) par rapport, respectivement, aux politiques $(1,r,Q)$ et (T,S) . Les paramètres et les coûts moyens des politiques de gestion de stock classiques sont calculés en utilisant la distribution de probabilité de la demande. Quant aux paramètres des politiques de gestion de stock sur prévisions, ils sont obtenus à l'aide de l'étude numérique en utilisant les prévisions de la demande et l'incertitude prévisionnelle que nous supposons connues à l'avance. Cette étude nous permettra de mettre en évidence la valeur de l'information sur la demande dans le pilotage de flux. Nous montrons également que dans certains cas, il est préférable de gérer le système avec les politiques de gestion de stock classiques.

Nous étudions également l'impact des deux modèles de l'incertitude prévisionnelle (i.e. le modèle absolu et le modèle relatif) sur le gain en coût moyen et nous analysons l'effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle et de la variabilité de la demande sur ce gain.

Précisons enfin, que dans toutes les politiques étudiées, nous utilisons un niveau de service élevé pour garantir que le taux de rupture soit faible. Les valeurs des paramètres utilisés dans l'étude numérique sont :

Le nombre de périodes : $N = 1000$ périodes

La moyenne de la demande : $m_D = 100$ unités

Le délai d'approvisionnement : $L = 2$ périodes

Le taux de service objectif : $CSL = 98$ %

Le coût de commande : $A = 100$ €/commande

Le coût de stock : $h = 0.2$ €/unité/période

Les résultats de l'étude numérique des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) et les comparaisons avec les politiques $(1, r, Q)$ et (T, S) sont présentés dans les sections 3.2 et 3.3.

3.2 Etude numérique des politiques (r_k, Q) et $(1, r, Q)$

Dans cette section, nous calculons le gain relatif en coût moyen de la politique de gestion de stock sur prévisions (r_k, Q) par rapport à la politique de gestion de stock classique $(1, r, Q)$. Nous étudions, en premier lieu, l'effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur ce gain pour un écart-type de la demande $\sigma_D = 50$. Les résultats sont donnés pour le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue et une incertitude prévisionnelle relative. En deuxième lieu, nous étudions l'effet de la variabilité de la demande sur le gain obtenu.

Le gain relatif en coût moyen G est donné par : $G = \frac{\bar{Z}_{(1,r,Q)} - \bar{Z}_{(r_k,Q)}}{\bar{Z}_{(1,r,Q)}}$, où $\bar{Z}_{(r_k,Q)}$ et $\bar{Z}_{(1,r,Q)}$

désignent les coûts moyens calculés en utilisant, respectivement, les politiques (r_k, Q) et $(1, r, Q)$.

Pour la politique $(1, r, Q)$, nous rappelons qu'une bonne approximation du stock moyen $\bar{X}_{(1,r,Q)}$ dans le cas d'un niveau de service élevé est donnée par l'équation (2.7) comme suit :

$$\bar{X}_{(1,r,Q)} \approx \Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{L+1} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}} \quad (4.6)$$

$$\text{Le nombre moyen de commandes est : } \bar{N} = \frac{m_D}{Q} = \sqrt{\frac{h m_D}{2 A}} \quad (4.7)$$

Les équations (4.6) et (4.7) nous permettent de donner une bonne approximation du coût total moyen dans le cas d'un niveau de service élevé :

$$\bar{Z}_{(1,r,Q)} = h \bar{X}_{(1,r,Q)} + A \bar{N} \approx h \left(\Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{L+1} + \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}} \right) \quad (4.8)$$

Pour calculer le coût moyen $\bar{Z}_{(r_k,Q)}$, dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, nous proposons une approximation analytique du stock moyen basée sur la Propriété 4.2, ce qui nous permettra d'obtenir une expression analytique approchée pour le coût moyen de la politique (r_k, Q) . Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, il est difficile de trouver une approximation analytique du stock moyen. Nous nous contentons alors des résultats issus de la simulation pour calculer le coût total moyen.

Nous avons vu précédemment que, dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, les quantités de sécurité sont constantes et qu'elles sont équivalentes à un stock de sécurité SQ donné par l'expression (4.5). Nous pouvons alors approcher le stock moyen par l'expression :

$$\bar{X}_{(r_k, Q)} \approx SQ + \frac{Q}{2} \approx \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{L+1} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2Am_D}{h}}$$

Pour vérifier cette approximation du stock moyen, nous calculons les erreurs absolues et relatives entre le stock moyen calculé avec cette approximation, noté $\bar{X}_{(r_k, Q), approx}$ et le stock moyen donné par simulation, noté $\bar{X}_{(r_k, Q), simu}$. Ces erreurs sont données par :

$$Erreur\ relative = \frac{\bar{X}_{(r_k, Q), simu} - \bar{X}_{(r_k, Q), approx}}{\bar{X}_{(r_k, Q), simu}}$$

$$Erreur\ absolue = \bar{X}_{(r_k, Q), simu} - \bar{X}_{(r_k, Q), approx}$$

Les résultats du calcul des erreurs absolues et relatives, en faisant varier σ_{FU} , sont donnés dans le Tableau 4.2.

σ_{FU}	$\bar{X}_{(r_k, Q), simu}$	$\bar{X}_{(r_k, Q), approx}$	Erreur relative (%)	Erreur absolue
0	166,67	158,11	5,13	8,55
2	173,36	165,23	4,69	8,13
5	183,40	175,90	4,09	7,50
8	193,45	186,57	3,55	6,88
10	200,14	193,69	3,23	6,46
15	216,88	211,47	2,49	5,41
20	233,62	229,26	1,87	4,36
30	267,09	264,83	0,85	2,27
40	300,57	300,40	0,06	0,17
50	334,05	335,97	-0,58	-1,92
60	367,52	371,54	-1,09	-4,02

Tableau 4.2. Stocks moyens obtenus par la simulation et par l'approximation analytique

Le Tableau 4.2 montre que les erreurs sont faibles, d'où la qualité de l'approximation que nous avons effectuée. Ces erreurs peuvent être encore plus petites si la variabilité de la demande est plus faible.

Nous avons vérifié par simulation que le nombre moyen de commandes dans la politique (r_k, Q) est le même que celui de la politique (r, Q) , ce qui était attendu puisque la demande est supposée stationnaire sur tout l'horizon.

Ainsi, une bonne approximation du coût total moyen dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue est donnée par :

$$\bar{Z}_{(r_k, Q)} = h \bar{X}_{(r_k, Q)} + A \bar{N} \approx h \left(\Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{L+1} + \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}} \right).$$

Le gain relatif en coût moyen de la politique (r_k, Q) par rapport à la politique $(1, r, Q)$ est alors :

$$G \approx \frac{\Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{L+1} - \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{L+1}}{\Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{L+1} + \sqrt{\frac{2 A m_D}{h}}}$$

Dans la Figure 4.10, nous représentons le gain G en fonction de l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle σ_{FU} .

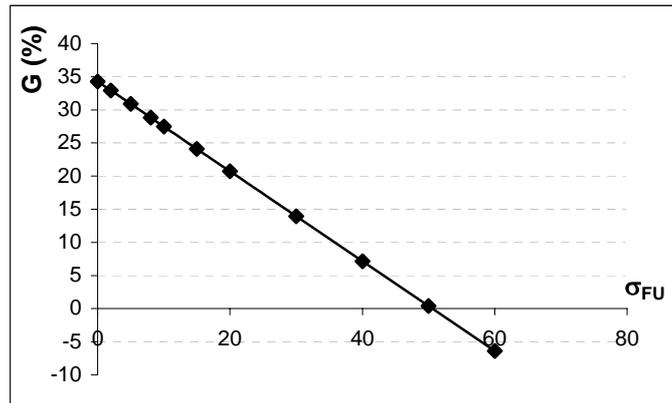


Figure 4.10. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle absolue sur le gain de la politique (r_k, Q) par rapport à $(1, r, Q)$ pour $\sigma_D = 50$

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, la courbe du gain G en fonction de l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle σ_{FU} est donnée par la Figure 4.11.

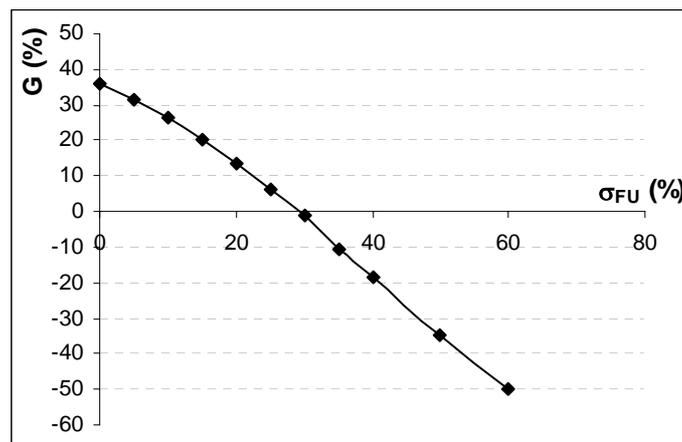


Figure 4.11. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle relative sur le gain de la politique (r_k, Q) par rapport à $(1, r, Q)$ pour $\sigma_D = 50$

D'après les graphiques ci-dessus, la courbe du gain en coût moyen présente deux plages : une plage où le gain est positif, ce qui correspond à un coût moyen de la politique $(1, r, Q)$ supérieur à celui de la politique (r_k, Q) et une plage où le gain est négatif, ce qui correspond au cas contraire. La plage où le gain est positif met en évidence l'avantage d'utiliser les prévisions pour piloter le système puisque ce gain peut aller jusqu'à 35 % si les prévisions sont fiables. Cependant, au delà d'une certaine valeur de la variance de l'incertitude prévisionnelle (qui est égale à la variance de la demande dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue), il est plus avantageux de gérer le système avec la politique de gestion de stock classique $(1, r, Q)$. Dans ce cas, gérer le système avec la politique de gestion de stock avec prévisions (r_k, Q) détériore la performance du système à cause d'une prévision tellement peu fiable qu'elle devient inutile.

Nous avons aussi étudié l'effet de la variabilité de la demande sur le gain en coût moyen pour une incertitude prévisionnelle fixée. Nous présentons, dans la Figure 4.12, la courbe de gain en coût moyen pour une incertitude prévisionnelle absolue ayant un écart-type $\sigma_{FU} = 20$.

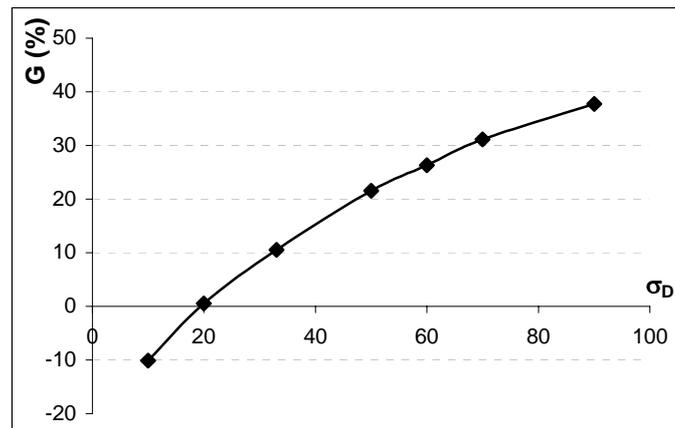


Figure 4.12. Effet de la variabilité de la demande sur le gain de la politique (r_k, Q) par rapport à $(1, r, Q)$ pour $\sigma_{FU} = 20$

D'après, le graphique ci-dessus, nous constatons que le gain est une fonction croissante de l'écart-type de la demande, c'est à dire que, plus la demande est variable, plus il est avantageux de gérer le système avec la politique (r_k, Q) . Il est évident que la plage qui nous intéresse le plus dans cette courbe est celle où la variabilité de l'incertitude prévisionnelle est plus petite que celle de la demande.

3.3 Etude numérique des politiques (T, S_k) et (T, S)

Dans cette section, nous effectuons les mêmes analyses que celles faites dans la section précédente. Nous calculons le gain relatif en coût moyen de la politique de gestion de stock sur prévisions (T, S_k) par rapport à la politique de gestion de stock classique (T, S) . Comme dans la section précédente, en première partie, nous étudions l'effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur ce gain. En deuxième partie, nous étudions l'effet de la variabilité de la demande sur ce même gain.

Le gain relatif en coût moyen G est donné par : $G = \frac{\bar{Z}_{(T,S)} - \bar{Z}_{(T,S_k)}}{\bar{Z}_{(T,S)}}$, où $\bar{Z}_{(T,S_k)}$ et $\bar{Z}_{(T,S)}$

représentent les coûts moyens calculés en utilisant respectivement les politiques (T, S_k) et (T, S) .

Dans la politique (T, S) , nous rappelons qu'une bonne approximation du stock moyen $\bar{X}_{(T,S)}$, pour un niveau de service élevé, est donnée par :

$$\bar{X}_{(T,S)} \approx \Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{T+L} + \frac{T m_D}{2} \quad (4.9)$$

Le nombre moyen de commandes est : $\bar{N} = \frac{1}{T}$ (4.10)

Les équations (4.9) et (4.10) nous permettent d'obtenir, dans le cas où la période de suivi T est calculée avec la formule de Wilson, une bonne approximation du coût total moyen donnée par :

$$\bar{Z}_{(T,S)} = h \bar{X}_{(T,S)} + A \bar{N} \approx h \left(\Phi^{-1}(CSL) \sigma_D \sqrt{T+L} + T m_D \right)$$

Comme pour la politique (r_k, Q) , pour calculer le coût moyen $Z_{(T,S_k)}$ dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, nous utilisons une approximation analytique du stock moyen basée sur la Propriété 4.2, ce qui nous permet d'obtenir une expression analytique approchée pour le coût moyen de la politique (T, S_k) . Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, nous nous contentons des résultats de la simulation pour calculer le coût total moyen.

Nous avons vu précédemment que, dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue, la quantité de sécurité dans la politique (T, S_k) est constante et qu'elle est équivalente à un stock de sécurité SQ . Nous pouvons alors approcher le stock moyen par l'expression :

$$\bar{X}_{(T,S_k)} \approx SQ + \frac{T m_D}{2} \approx \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{L+T} + \frac{T m_D}{2}$$

Pour vérifier cette approximation du stock moyen, nous calculons les erreurs absolues et relatives entre le stock moyen calculé avec cette approximation, noté $\bar{X}_{(T,S_k),approx}$, et le stock moyen trouvé par les simulations, noté $\bar{X}_{(T,S_k),simu}$. Ces erreurs sont données par :

$$Erreur\ relative = \frac{\bar{X}_{(T,S_k),simu} - \bar{X}_{(T,S_k),approx}}{\bar{X}_{(T,S_k),simu}}$$

$$Erreur\ absolue = \bar{X}_{(T,S_k),simu} - \bar{X}_{(T,S_k),approx}$$

Les erreurs absolues et relatives, pour différentes valeurs de σ_{FU} , sont données par le Tableau 4.3.

σ_{FU}	$\bar{X}_{(T,S_k),simu}$	$\bar{X}_{(T,S_k),approx}$	Erreur relative (%)	Erreur absolue
0	152,76	150,00	1,80	2,76
10	198,54	195,92	1,32	2,61
20	244,39	241,84	1,04	2,55
30	291,58	287,77	1,31	3,81
40	336,18	333,69	0,74	2,49
50	379,35	379,61	-0,07	-0,26
60	425,05	425,53	-0,11	-0,48
70	476,64	471,45	1,09	5,18
80	525,12	517,38	1,47	7,74

Tableau 4.3. Stocks moyens donnés par la simulation et par l'approximation analytique

D'après le tableau ci-dessus, nous pouvons voir que les erreurs sont très faibles. Ceci montre la qualité de l'approximation que nous avons faite. Ces erreurs peuvent être encore plus petites si la variabilité de la demande est plus faible.

Nous avons aussi vérifié par simulation que le nombre moyen des commandes dans la politique (T,S_k) est le même que celui de la politique (T,S) , ce qui veut dire que le nombre moyen de commandes est : $\bar{N} = \frac{1}{T}$.

Dans le cas où la période de suivi T est calculée avec la formule de Wilson, une bonne approximation du coût total moyen pour une incertitude prévisionnelle absolue est alors :

$$\bar{Z}_{(T,S_k)} = h \bar{X}_{(T,S_k)} + A \bar{N} \approx h \left(\Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{L+T} + T m_D \right).$$

Le gain relatif en coût total moyen de la politique (T, S_k) par rapport à la politique (T, S) peut donc être approché par :

$$G \approx \frac{\Phi^{-1}(CSL)\sigma_D\sqrt{L+T} - \Phi^{-1}(CSL)\sigma_{FU}\sqrt{L+T}}{\Phi^{-1}(CSL)\sigma_D\sqrt{L+T} + T m_D}$$

Nous faisons maintenant varier l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle σ_{FU} pour un écart-type de la demande $\sigma_D = 50$ et nous traçons la courbe du gain G en fonction de σ_{FU} . La courbe obtenue est représentée dans la Figure 4.13.

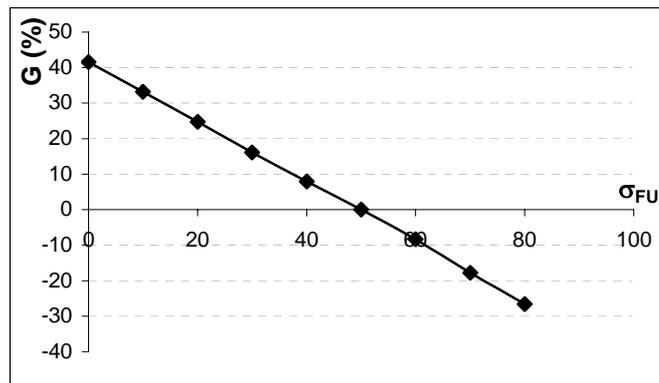


Figure 4.13. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle absolue sur le gain de la politique (T, S_k) par rapport à (T, S) pour $\sigma_D = 50$

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle relative, la courbe du gain en coût moyen G en fonction de l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle σ_{FU} est représentée dans la Figure 4.14.

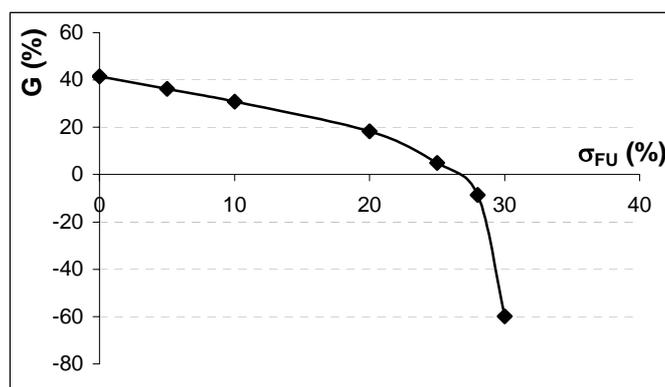


Figure 4.14. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle relative sur le gain de la politique (T, S_k) par rapport à (T, S) pour $\sigma_D = 50$

D'après les graphiques ci-dessus, comme dans le cas des politiques (r_k, Q) et $(1, r, Q)$, la courbe du gain relatif en coût moyen présente deux plages, à savoir : une plage où le gain est positif, ce qui correspond à un coût moyen dans la politique (T, S) supérieur à celui de la politique (T, S_k) , et une plage où le gain est négatif, ce qui correspond au cas contraire. La plage où le gain est positif met en évidence l'avantage d'utiliser les prévisions pour piloter le système puisque ce gain peut aller jusqu'à 40 % si les prévisions sont fiables. Cependant, au delà d'une certaine variabilité de l'incertitude prévisionnelle (qui correspond à la variabilité de la demande dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue), il est plus avantageux de gérer le système avec la politique de gestion de stock classique (T, S) et il n'est plus avantageux de faire des prévisions et de gérer le système avec la politique de gestion de stock avec prévisions (T, S_k) . Ceci résulte, comme précédemment, de la non fiabilité des prévisions.

Nous avons aussi étudié l'effet de la variabilité de la demande sur le gain en coût moyen pour une incertitude prévisionnelle donnée. Nous présentons, dans la Figure 4.15, la courbe de gain pour une incertitude prévisionnelle ayant un écart-type $\sigma_{FU} = 0$.

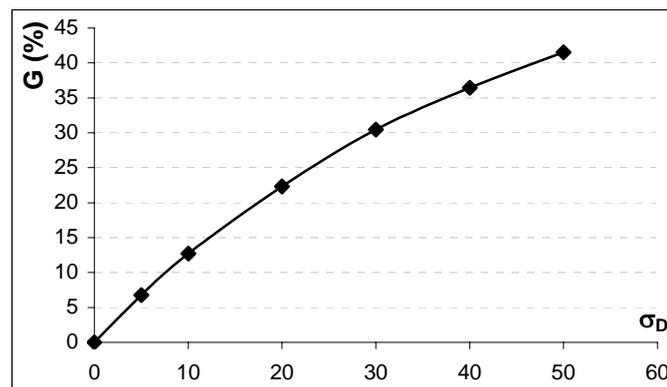


Figure 4.15. Effet de la variabilité de la demande sur le gain en coût moyen de la politique (T, S_k) par rapport à (T, S) pour $\sigma_{FU} = 0$

D'après le graphique ci-dessus, nous constatons que le gain est une fonction croissante de l'écart-type de la demande. En d'autres termes, plus la demande est variable, plus il est avantageux de gérer le système avec la politique (T, S_k) .

3.4 Conclusion de l'étude numérique

D'après cette étude numérique, nous pouvons conclure que si les prévisions sont fiables, il est avantageux d'utiliser les politiques de gestion de stock sur prévisions. En revanche, dans le cas où les prévisions ne sont pas assez fiables, alors au delà d'un certain seuil de la variabilité

de l'incertitude prévisionnelle, il est plus intéressant de gérer le système avec les politiques de gestion de stock classiques et il est déconseillé d'utiliser les politiques de gestion de stock sur prévisions. Nous avons également montré que la variabilité de la demande a un impact important sur cette décision, puisque le gain en coût moyen augmente en fonction de la variabilité de la demande. En particulier, lorsque la demande est très variable, il est souvent avantageux de gérer le système avec prévisions

4. Equivalences entre les politiques étudiées

Dans cette section, nous étudions les similarités et les équivalences qui existent entre les politiques de gestion de stock sur prévisions et les autres politiques de pilotage de flux étudiées dans le cadre de cette thèse. Précisons que par le mot équivalence entre les politiques, nous voulons dire équivalence en termes de performances. Ainsi, deux politiques sont équivalentes si les quantités commandées et les périodes de commande sont les mêmes dans les deux politiques.

4.1 Equivalence entre les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) et les politiques $(1, r, Q)$ et (T, S)

Nous commençons par étudier l'équivalence entre les politiques de gestion de stock sur prévisions (r_k, Q) et (T, S_k) et les politiques de gestion de stock classiques $(1, r, Q)$ et (T, S) .

Propriété 4.3

Si les prévisions sont constantes, alors les deux politiques de gestion de stock avec prévisions (r_k, Q) et (T, S_k) sont respectivement équivalentes aux politiques de gestion de stock classiques $(1, r, Q)$ et (T, S) .

Preuve

- Equivalence entre les politiques (r_k, Q) et $(1, r, Q)$:

Si $F_k = F \quad \forall k$, alors il n'y a aucune différence entre incertitude prévisionnelle absolue et relative. Dans ce cas, d'après la Propriété 4.2, les quantités de sécurité sont équivalentes à un stock de sécurité, c'est à dire $SQ_k = SQ = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{L+1} \sigma_{FU} \quad \forall k$. Les seuils de commande sont aussi les mêmes $r_k = r = (L+1)F + SQ \quad \forall k$.

Puisque les prévisions sont effectuées par périodes élémentaires, nous pouvons dire alors que la politique (r_k, Q) est équivalente à la politique $(1, r, Q)$. Le seuil de commande r est donné par

l'expression ci-dessus et la quantité commandée est fixée et peut être calculée, par exemple, par la formule de Wilson.

- Equivalence entre les politiques (T, S_k) et (T, S) :

Si $F_k = F \forall k$, alors il n'y a aucune différence entre incertitude prévisionnelle absolue et relative. Dans ce cas, d'après la Propriété 4.2, les quantités de sécurité sont équivalentes à un stock de sécurité, c'est à dire $SQ_k = SQ = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{L+T} \sigma_{FU} \forall k$ et les niveaux de rechargement sont constants $S_k = S = (L+T)F + SQ \forall k$.

Ainsi, nous pouvons dire que la politique (T, S_k) est équivalente à la politique (T, S) . Le niveau de rechargement S est donné par l'expression ci-dessus et la période de suivi est fixée et peut être calculée par exemple avec la formule de Wilson. \square

4.2 Equivalence des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) avec la politique MRP

Dans la littérature sur le pilotage de flux, nous avons remarqué que les travaux existants distinguent entre les politiques de type MRP et les politiques de gestion de stocks classiques. En plus, nous avons constaté que ces deux classes de politiques représentent deux courants de littérature très différents qui se rejoignent rarement (sauf lorsqu'il s'agit de les comparer pour montrer l'avantage de l'une par rapport à l'autre). Seuls quelques travaux ont étudié conjointement ces deux classes de politiques. Parmi ces travaux, nous citons celui de Karaesmen et al. (2002) qui ont montré qu'en présence d'information à l'avance sur la demande sous forme de commandes fermes, la politique à stock nominal (Base stock) peut être vue comme un cas particulier de la politique MRP. Nous montrons dans ce qui suit, qu'en présence de prévisions de la demande, lorsque l'incertitude prévisionnelle est absolue et le délai d'approvisionnement est constant, la politique MRP est équivalente aux politiques de gestion de stock sur prévisions que nous avons étudiées dans ce chapitre. Nous montrons, plus précisément, que dans un système mono-étage et mono-produit, la politique (r_k, Q) est équivalente à une politique MRP dans laquelle les commandes sont groupées par lots de taille fixe Q . Nous montrons aussi que la politique (T, S_k) est équivalente à une politique MRP dans laquelle les commandes sont groupées et passées périodiquement suivant une période T .

Reprenons le tableau MRP donné dans le chapitre 1 ainsi que les notations exprimées à une période k (Tableau 4.4).

Périodes	0	1	2	3	..	k	$k+1$
Besoins Bruts						GR_k		
Réceptions à venir						SR_k		
Stock disponible						OHI_k		
Besoins nets						NR_k		
Réceptions prévisionnelles						POR_k		
Lancements prévisionnels						Q_k		

Tableau 4.4. Tableau MRP pour le calcul des besoins

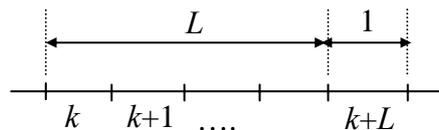
D'après les définitions données dans le chapitre 1, la position du stock à la fin de la période $k-1$ (notée I_{k-1}) est définie comme étant la somme du stock disponible à la fin de la période $k-1$ et de toutes les réceptions ($SR_k, SR_{k+1}, \dots, SR_{k+L-1}$) à venir au début des périodes $k, k+1, \dots,$ et $k+L-1$ (i.e. $I_{k-1} = OHI_{k-1} + \sum_{j=k}^{k+L-1} SR_j$). Les réceptions à venir sont lesancements déjà effectués avant la période k .

Dans la politique MRP, les besoins nets sont déterminés, à une période k , à partir des besoins bruts en tenant compte de la position du stock I_{k-1} . Les besoins bruts sont composés des prévisions F_k et des incertitudes prévisionnelles. Les réceptions prévisionnelles sont calculées à partir des besoins nets en appliquant une méthode de groupage, c'est à dire que lesancements sont effectués par lots dont la taille peut être calculée par l'une des méthodes de calcul de la taille de lots dont nous rappellerons quelques unes dans le chapitre suivant. Avec un décalage L , les réceptions prévisionnelles permettent de déterminer lesancements prévisionnels Q_k .

Nous montrons, dans ce qui suit, que les quantités lancées en utilisant la politique MRP sont les mêmes en appliquant les deux politiques (r_k, Q) et (T, S_k) .

4.2.1 Equivalence entre la politique (r_k, Q) et la politique MRP

Considérons une politique MRP dans laquelle les commandes sont groupées par lots de taille Q .



D'après le principe de décalage, la quantité lancée à une période k est $Q_k = POR_{k+L}$. S'il y a un besoin prévisionnel net positif à la période $k+L$ (i.e. $NR_{k+L} > 0$), alors l'ordre qui doit être

reçu au début de la période $k+L$ a pour but de satisfaire ce besoin net (i.e. $POR_{k+L} = Q$ si $NR_{k+L} > 0$).

Soit \hat{I}_{k+L-1} la position prévisionnelle du stock à la fin de la période $k+L-1$, calculée à la période k .

A la période k , le besoin prévisionnel net peut s'écrire : $NR_{k+L} = \max\{GR_{k+L} - \hat{I}_{k+L-1}, 0\}$. Donc, à une période k , une quantité $Q_k = Q$ doit être commandée si $\hat{I}_{k+L-1} < GR_{k+L}$.

La position prévisionnelle du stock à la fin de la période $k+L-1$ peut être déterminée à partir de la position du stock à la fin de la période $k-1$ et des besoins prévisionnels des périodes k à $k+L-1$, avec l'expression suivante :

$$\hat{I}_{k+L-1} = I_{k-1} - \sum_{i=1}^L GR_{k+i-1}$$

Ainsi, à une période k , une quantité Q doit être commandée si $I_{k-1} - \sum_{i=1}^L GR_{k+i-1} < GR_{k+L}$, ou

encore si $I_{k-1} < \sum_{i=1}^{L+1} GR_{k+i-1}$.

Soit $CFU_{L+1}(CSL)$ l'incertitude prévisionnelle cumulée sur $L+1$ périodes. A la période k , le besoin brut cumulé sur cet intervalle est alors donné par :

$$\sum_{i=1}^{L+1} GR_{k+i-1} = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + CFU_{L+1}(CSL)$$

Ainsi, à une période k , une quantité Q doit être commandée si la position du stock I_{k-1} à la

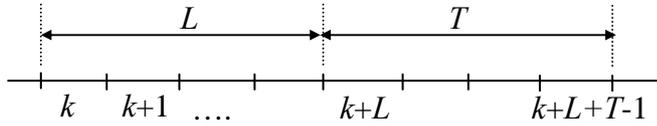
fin de la période $k-1$ est telle que : $I_{k-1} < \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + CFU_{L+1}(CSL)$

Posons : $r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + CFU_{L+1}(CSL)$

La politique MRP ainsi présentée consiste à commander une quantité $Q_k = Q$ si la position du stock au début de la période k est $I_{k-1} < r_k$. Ceci n'est autre que la politique (r_k, Q) , d'où l'équivalence entre les deux politiques.

4.2.2 Equivalence entre la politique (T, S_k) et la politique MRP

Considérons une politique MRP dans laquelle les commandes sont groupées et lancées périodiquement avec une période T .



La quantité lancée à une période k est $Q_k = POR_{k+L}$ (principe de décalage). Puisque les commandes sont groupées avec un lancement périodique de période T , alors l'ordre qui doit être reçu au début de la période $k+L$ a pour but de satisfaire le besoin prévisionnel net cumulé sur la période de suivi T (noté $\sum_{i=L+1}^{L+T} NR_{k+i-1}$), si ce besoin net est positif.

Soit \hat{I}_{k+L-1} la position prévisionnelle du stock à la fin de la période $k+L-1$, calculée à la période k . La réception prévisionnelle à la période $k+L$ est alors donnée par :

$$POR_{k+L} = \max \left\{ \sum_{i=L+1}^{L+T} GR_{k+i-1} - \hat{I}_{k+L-1}, 0 \right\}$$

La quantité lancée à la période k est alors :

$$Q_k = \max \left\{ \sum_{i=L+1}^{L+T} GR_{k+i-1} - \hat{I}_{k+L-1}, 0 \right\}$$

La position prévisionnelle du stock à la fin de la période $k+L-1$ est donnée par la position du stock I_{k-1} à la fin de la période $k-1$ et les besoins prévisionnels des périodes k à $k+L-1$, comme suit :

$$\hat{I}_{k+L-1} = I_{k-1} - \sum_{i=1}^L GR_{k+i-1}$$

Ainsi, la quantité lancée à une période k est :

$$Q_k = \max \left\{ \sum_{i=1}^{L+T} GR_{k+i-1} - I_{k-1}, 0 \right\}$$

Puisqu'à la période k , les besoins bruts cumulés sur l'intervalle $T+L$ sont donnés par :

$$\sum_{i=1}^{L+T} GR_{k+i-1} = \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + CFU_{T+L}(CSL)$$

Alors, la quantité Q_k peut s'écrire sous la forme :

$$Q_k = \max \left\{ \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + CFU_{T+L}(CSL) - I_{k-1}, 0 \right\}$$

Si nous posons $S_k = \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + CFU_{T+L}(CSL)$, alors $Q_k = \max \{S_k - I_{k-1}, 0\}$

Ces deux expressions de Q_k et S_k ne sont autres que la quantité commandée et le niveau de recomplètement calculés à une période k dans la politique (T, S_k) . D'où l'équivalence entre la politique MRP, dans laquelle les commandes sont groupées et lancées périodiquement avec une période T , utilisant un stock de sécurité donné par $CFU_{T+L}(CSL)$, et la politique (T, S_k) en présence d'une incertitude prévisionnelle absolue et de délais constants (et avec le même stock de sécurité).

Notons que la seule différence entre les deux politiques est le mécanisme de calcul de la quantité commandée (la quantité et l'instant de commande sont les mêmes). En effet, dans la politique MRP, le besoin cumulé sur un intervalle de T périodes est calculé puis décalé avec le délai d'approvisionnement L alors que dans les politiques de gestion de stock, le besoin est calculé directement sur l'intervalle de protection composé de $T+L$ périodes. Le stock de sécurité correspond à l'incertitude prévisionnelle maximale cumulée sur $T+L$ périodes.

D'après ce qui précède, nous pouvons déduire la propriété suivante.

Propriété 4.4

Dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue et d'un délai d'approvisionnement constant, les deux politiques de gestion de stock sur prévisions (r_k, Q) et (T, S_k) sont équivalentes à une politique MRP. Plus précisément :

i. La politique (r_k, Q) est équivalente à une politique MRP utilisant un stock de sécurité et des lots de taille fixe Q .

ii. La politique (T, S_k) est équivalente à une politique MRP utilisant un stock de sécurité et des lancements périodiques avec une période T .

Remarque :

Notons que même si les incertitudes prévisionnelles sont relatives, les deux politiques de gestion de stock sur prévisions (r_k, Q) et (T, S_k) sont équivalentes à une politique de type MRP

dans laquelle des quantités de sécurité variables sont utilisées pour couvrir les incertitudes prévisionnelles au lieu d'un stock de sécurité constant.

Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié deux politiques de gestion de stock sur prévisions : la politique avec seuil de commande dynamique (r_k, Q) et la politique à niveau de rechargement dynamique (T, S_k) . Nous avons proposé des approches pragmatiques de détermination des paramètres caractérisant ces politiques et nous avons analysé leurs paramètres de sécurité.

Il faut souligner que l'approche proposée dans la littérature par Graves (1999), Lee et al. (1997), Chen et al. (2000) et Toktay and Wein (2001) pour le calcul des paramètres optimaux des politiques de pilotage de flux sur prévisions, relève d'une grande maîtrise des outils mathématiques liés aux modèles de prévision de la demande ainsi qu'aux modèles de gestion de stock. Cependant, les modèles utilisés ainsi que les hypothèses qu'ils supposent (processus de la demande, modèle de l'erreur prévisionnelle, quantité commandée) sont contraignants et difficiles à mettre en œuvre. De plus, dans ces travaux, il n'y a pas de politiques de pilotage sur prévisions du type "seuil de commande" et les politiques étudiées sont essentiellement du type avec "niveau de rechargement". D'où la contribution de nos travaux qui proposent une approche pragmatique de pilotage ainsi que des modèles simples à utiliser et faciles à mettre en œuvre. En effet, nous ne considérons pas de contraintes sur le processus de la demande et nous utilisons différents types de modèles de l'incertitude prévisionnelle, indépendants de la méthode de prévision utilisée.

Nous avons également effectué une étude numérique à travers laquelle nous avons mis en évidence la valeur de l'information sur la demande, en l'occurrence les prévisions, dans le pilotage de flux. En effet, cette étude nous a permis de montrer que dans le cas où les prévisions sont fiables, il est plus intéressant d'utiliser les politiques de gestion de stock sur prévisions et de bénéficier de l'information à l'avance sur la demande. En revanche, dans le cas où les prévisions de la demande ne sont pas fiables, ce qui correspond au cas où l'incertitude prévisionnelle est élevée, il est plus intéressant d'utiliser les politiques de gestion de stock classiques et de piloter le système par renouvellement de la consommation.

Nous avons aussi montré que les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) sont équivalentes à la politique MRP, ce qui nous a permis, en particulier, de proposer une méthode de calcul du stock de sécurité dans la politique MRP. De telles méthodes de calcul du stock de sécurité dans la

politique MRP ne sont pas bien traitées dans la littérature. Ainsi, nous pouvons dire que pour un système mono-étage et en présence de besoins futurs, seule la vision diffère lors du pilotage des flux. En effet, dans la vision MRP, le besoin est calculé sur un intervalle de T périodes puis décalé du délai d'approvisionnement L , alors que dans la vision gestion de stock sur prévisions, le besoin est calculé directement sur l'intervalle de protection composé de $T+L$ périodes. Malgré ces deux visions, les politiques restent équivalentes.

Le chapitre 5 sera consacré à l'extension des modèles présentés dans ce chapitre. Nous développons une extension de la politique (r_k, Q) dans laquelle nous utilisons un modèle plus élaboré pour le calcul des quantités commandées. La deuxième extension nous permet de calculer les paramètres de cette politique en considérant un autre type d'objectif de service. Nous étudions également l'effet d'autres types d'incertitudes sur les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) , telles que l'incertitude sur le délai d'approvisionnement et l'incertitude sur la quantité reçue.

Chapitre 5. Extension de l'étude des politiques de gestion de stock sur prévisions

Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons utilisé le modèle de Wilson pour le calcul des quantités à commander dans les politiques de gestion de stock sur prévisions. Par ailleurs, les travaux sur les méthodes de calcul des quantités à commander en présence d'une demande variable dans le temps, sont très nombreux. Ces méthodes, appelées *méthodes de calcul de la taille de lots*, sont très utilisées dans les systèmes MRP pour déterminer la taille optimale des lots à lancer lorsque les commandes sont groupées. Dans ce chapitre, nous utilisons l'une de ces méthodes, appelée méthode de Silver-Meal, pour proposer un nouveau modèle de calcul des quantités à commander dans le cas où la demande est exprimée sous la forme de prévisions et d'incertitudes prévisionnelles. Nous proposons, par la suite, deux politiques de gestion de stock sur prévisions basées sur cette méthode. Nous présentons également d'autres extensions de l'étude des politiques de gestion de stock sur prévisions effectuée dans le chapitre 4. Plus précisément, nous étudions l'effet d'autres types d'incertitudes sur les paramètres des politiques et nous effectuons l'analyse dans le cas d'un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité.

Dans la première section de ce chapitre, nous commençons par donner un aperçu sur les méthodes les plus utilisées dans la littérature pour calculer la taille de lots. Nous nous focalisons sur quelques références importantes ayant traité ce problème dans le cas d'une demande déterministe, et aussi dans le cas d'une demande stochastique. Dans la deuxième section, nous présentons l'heuristique de Silver-Meal traitant une demande déterministe et

nous nous basons sur cette heuristique pour proposer une méthode de calcul de la taille de lots dans le cas de la gestion de stock sur prévisions. Nous exploitons cette méthode pour présenter un nouveau modèle de calcul de la quantité à commander dans la politique (r_k, Q) et de la période de suivi dans la politique (T, S_k) . Nous proposons, dans la troisième section de ce chapitre, deux nouvelles politiques de gestion de stock sur prévisions : la politique (r_k, S_k) et la politique (T_k, S_k) . Nous étudions en détails les paramètres de ces nouvelles politiques et nous réalisons, dans la quatrième section, une étude numérique de ces politiques pour montrer le gain en coût total moyen qui résulte de leur mise en œuvre par rapport aux politiques proposées dans le chapitre précédent. Dans la cinquième section, nous intégrons d'autres types d'incertitude et nous étudions leurs impacts sur les paramètres des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) . Enfin, nous étudions dans la sixième section, les paramètres de la politique (r_k, Q) pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité.

1. Méthodes de calcul de la taille de lots

Les méthodes de calcul de la taille de lots, connues dans la littérature anglo-saxonne sous le nom de *Lot sizing methods*, sont des méthodes de gestion de stock souvent utilisées dans les systèmes MRP pour lancer des commandes groupées dans l'objectif de minimiser les coûts. Depuis quelques décennies, plusieurs méthodes de calcul de la taille de lots, dont les performances varient en fonction du type de problème, ont été développées. Les performances des différentes méthodes sont obtenues suite à la comparaison du coût total qu'elles engendrent et du temps de résolution qu'elles nécessitent pour résoudre le problème en question. Généralement, le coût total est défini par la somme des coûts de commande (coûts de lancement), des coûts de stocks restant d'une période à une autre (coûts de détention du stock) et des coûts résultant de contraintes liées au système.

Comme l'a mentionné Solomon (1991), les méthodes de calcul de la taille de lots qui utilisent uniquement les coûts de lancement et les coûts de détention de stock, sont appelées *méthodes non capacitaires de calcul de la taille de lots* (Uncapacitated lot-sizing techniques) puisqu'elles n'incluent aucun type de contrainte sur la ressource disponible (ces méthodes supposent, par exemple, que la capacité de production est illimitée). Par ailleurs, les méthodes qui considèrent une structure des coûts tenant compte de différentes contraintes sur les ressources disponibles (comme la contrainte de limitation de la capacité), sont appelées *méthodes capacitaires de calcul de la taille de lots* (Capacitated lot-sizing techniques). Dans l'aperçu de la littérature que nous donnons dans cette section, nous nous limitons aux

méthodes non capacitaires de calcul de la taille de lots puisqu'elles correspondent au type de systèmes que nous étudions dans le cadre de ce chapitre.

Dans la littérature, les deux méthodes de base pour le calcul de la taille des lots sont développées depuis les années 30. La première méthode, proposée par Wilson (1934), est la méthode de la quantité économique de commande, appelée également *Economic Order Quantity (EOQ)*, dans laquelle la taille du lot est donnée par la formule de Wilson. La deuxième méthode est la méthode de la quantité périodique de commande, appelée également *Periodic Order Quantity* qui est basée sur la notion de période économique de commande et calculée aussi avec la formule de Wilson. Cependant, il a été démontré par Wagner and Whitin (1958) et par Silver and Meal (1973) que ces méthodes sont inadéquates dans le cas d'une demande variable dans le temps. Dès lors, plusieurs méthodes de calcul de la taille de lots pour le cas de demandes variables ont été développées depuis les années 50. Parmi ces méthodes, nous citons l'algorithme de *Wagner-Whitin*, basé sur la programmation dynamique, qui donne une solution optimale pour le problème de calcul de la taille de lots. Il présente, toutefois, l'inconvénient d'une implémentation pratique complexe et difficile à mettre en œuvre. Il existe aussi d'autres méthodes qui donnent des solutions proches de la solution optimale et qui sont plus simples à mettre en œuvre. Parmi ces méthodes figurent l'heuristique de *Silver-Meal*, l'heuristique *Least Unit Cost*, l'heuristique *Part-Period Balancing* et l'heuristique *Incremental Part-Period Balancing*. Ces heuristiques, qui sont des extensions de la méthode *EOQ*, consistent à calculer la taille de lot en équilibrant entre les coûts de stock et les coûts de lancement. Il existe d'autres techniques plus sophistiquées telles que les méthodes *Minimum Demand Technique* et *Technique for Order Placement and Sizing*. Une revue de la littérature sur ces méthodes est donnée par Jeunet and Jonard (2000).

Notons que l'étude des méthodes de calcul de la taille de lots pour une demande variable dans le temps a commencé avec Wagner and Whitin (1958). Il existe actuellement, dans ce domaine, une littérature considérable qui étend les modèles de base pour considérer les contraintes de la capacité, le cas multi-produits, le cas des systèmes multi-étages, etc. Cependant, la majorité de ces travaux considèrent le cas de demandes déterministes. Plus de détails, sur ces méthodes de calcul de la taille de lots, sont présentés par Berry (1972), Silver and Meal (1973), DeBodt et al. (1984), Potts and Wassenhove (1992), Kimms (1997), Jeunet and Jonard (2000) et Sanchez et al. (2001).

Le problème pratique réside dans l'aspect stochastique de la demande dans la majorité des cas réels. Dans ces conditions, aucune estimation de la demande future n'est certaine et, donc, le

modèle déterministe de la demande constitue juste une approximation de la réalité dont la pertinence dépend du cas d'étude. Dans les travaux cités précédemment, les prévisions sont traitées typiquement comme dans le cas de demandes déterministes, c'est à dire comme si elles étaient des commandes fermes. Cependant, l'existence d'erreurs dans les prévisions affecte radicalement le comportement des procédures de calcul de la taille de lots qui sont basées sur des hypothèses déterministes. Les erreurs prévisionnelles impliquent des demandes insatisfaites (à cause des ruptures de stocks) ou des coûts de stocks excessifs (à cause de stocks résiduels de très grandes tailles).

Bien que les problèmes de gestion de stock avec une demande stationnaire soient bien connus et bien étudiés depuis plusieurs décennies, rares sont les travaux qui traitent le cas de demandes stochastiques non-stationnaires. Il y a eu, par la suite, une reconnaissance croissante, comme illustré par Wemmerlov (1989), de la nécessité d'introduire les aspects stochastiques et dynamiques dans les méthodes de calcul de la taille de lots pour s'approcher plus de la réalité des choses. Dès lors, plusieurs travaux développés ont essayé de prendre en compte les erreurs prévisionnelles dans les méthodes de calcul de la taille de lots.

Silver (1978) a suggéré une méthode pour le calcul de la taille de lots en présence d'une demande stochastique et d'erreurs prévisionnelles distribuées suivant une loi normale. Cette méthode est une extension de l'heuristique de Silver-Meal développée par Silver and Meal (1973). Bookbinder and Tan (1988) ont proposé une autre heuristique dans laquelle les périodes d'approvisionnement sont fixées dès le début de l'horizon et les ordres lancés sont déterminés seulement à ces périodes d'approvisionnement pour minimiser le coût moyen sous une contrainte de niveau de service.

2. Calcul de la taille de lots avec l'heuristique de Silver-Meal

Dans cette section, nous commençons par donner un aperçu sur l'heuristique de Silver-Meal dans le cas où la demande est déterministe. Nous utiliserons cette heuristique, par la suite, pour proposer une méthode de calcul des quantités commandées adaptée à notre approche de pilotage sur prévisions, c'est à dire dans le cas où la demande est donnée sous forme de prévisions et d'incertitudes prévisionnelles.

2.1 Heuristique de Silver-Meal dans le cas d'une demande déterministe

L'heuristique de Silver-Meal nous permet de calculer des lots dynamiques dans le cas d'une demande variable. Elle consiste à déterminer le nombre de périodes à couvrir par le lot

commandé de façon à optimiser le coût total moyen en équilibrant entre coûts de stocks et coûts de commandes. Pour présenter l'heuristique de Silver-Meal, nous supposons que nous disposons des demandes sur un horizon donné et que le lot commandé arrive après un délai L .

Soient D_k la demande à une période k , A le coût de lancement et h le coût de possession de stock par période et par unité de produit. A l'instant de commande, si un lot est lancé pour couvrir la demande sur N périodes, alors le coût total moyen $CT(N)$ sur les N périodes, est :

$$CT(N) = \frac{A + h \sum_{i=L+1}^{L+N} [i - (L + 1)] D_i}{N} .$$

L'esprit de l'heuristique est d'incrémenter progressivement le nombre de périodes N , et de chercher la 1^{ère} période N pour laquelle le coût $CT(N)$ commence à augmenter (i.e. $CT(N + 1) > CT(N)$). Si cette condition est réalisée, un lot de taille Q est lancé pour couvrir la demande jusqu'à la période N . Q est donné par :

$$Q = \sum_{j=1}^N D_j .$$

Une fois la taille du lot calculée, la même procédure de calcul doit être effectuée en se plaçant après $N + 1$ périodes. Notons que le nombre de périodes N donné par l'heuristique de Silver-Meal pour le calcul de la taille du lot Q n'est qu'un minimum local de la fonction coût $CT(N)$.

2.2 Heuristique proposée pour le cas de la gestion de stock sur prévisions

Dans cette section, nous utilisons l'heuristique de Silver-Meal pour le calcul de la quantité à commander lorsque la demande se présente sur chaque période sous la forme de prévisions incertaines. Nous utilisons les notations du chapitre précédent pour présenter les politiques de gestion et leurs paramètres.

L'objectif de l'heuristique proposée est de trouver le nombre de périodes N_k qu'il faut couvrir par la quantité lancée au début de la période k et reçue au début de la période $k+L$ de façon à minimiser le coût total moyen, composé du coût de lancement et du coût de stock, sachant que les prévisions de la demande et les incertitudes prévisionnelles sont connues sur tout l'horizon à partir de la période k (Figure 5.1). Nous utilisons l'heuristique de Silver-Meal présentée précédemment pour le calcul du nombre de périodes N_k (à couvrir par le lot lancé) et de la taille du lot à lancer.

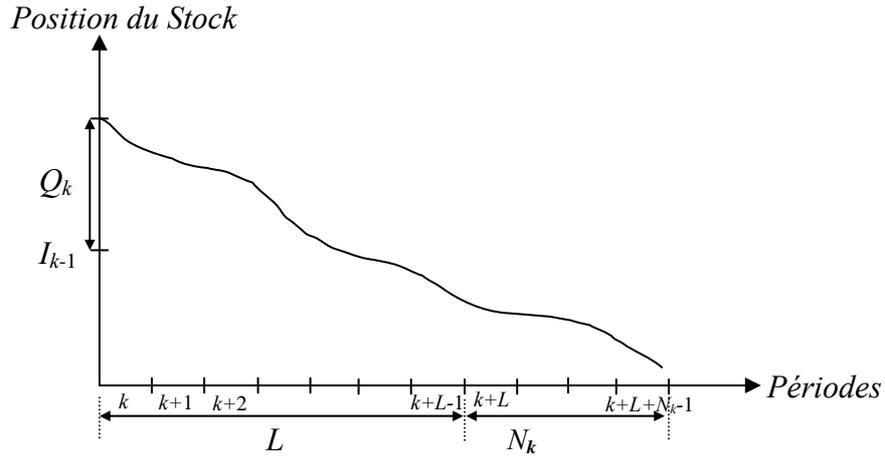


Figure 5.1. Calcul de la quantité commandée avec l'heuristique de Silver-Meal

Désignons par A le coût de commande et h le coût de stock par unité de produit par unité de temps. Nous montrons, dans l'Annexe 8, que le coût total moyen $CT(N_k)$ calculé sur les N_k périodes (i.e. sur l'intervalle allant du début de la période $k+L$ à la fin de la période $k+L+N_k-1$), pour un lot lancé au début de la période k et reçu après L périodes, est donné par :

$$CT(N_k) = \frac{A + h \left[\sum_{i=L+1}^{L+N_k} [i - (L+1)] F_{k+i-1} + N_k CFU_{L+N_k}(CSL) \right]}{N_k}$$

L'heuristique consiste à incrémenter, à chaque étape, N_k par 1 (en commençant par la valeur initiale $N_k = 1$) et à calculer, chaque fois, le coût total moyen $CT(N_k)$. La 1^{ère} période N_k^* pour laquelle $CT(N_k^* + 1) > CT(N_k^*)$ correspond au nombre de périodes recherché.

Si cette condition est réalisée, un lot de taille $Q_k(N_k^*)$ doit être lancé au début de la période k pour couvrir le besoin prévisionnel maximal cumulé sur $L + N_k^*$ périodes en tenant compte de la position du stock I_{k-1} . Ceci donne :

$$Q_k(N_k^*) = \max \left\{ \sum_{i=1}^{L+N_k^*} F_{k+i-1} + CFU_{L+N_k^*}(CSL) - I_{k-1}, 0 \right\}$$

Ainsi, à l'aide de cette heuristique, que nous appelons dans la suite de ce chapitre "*heuristique de Silver-Meal modifiée*", nous pourrions calculer, au début d'une période k , la quantité Q_k à commander pour équilibrer les coûts de stock et les coûts de commande.

3. Extensions des politiques de gestion de stock sur prévisions

Dans cette section, nous présentons deux extensions des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) , à savoir : la politique (r_k, Q_k) et la politique (T_k, S_k) . Dans ces deux nouvelles politiques, la seule différence par rapport aux politiques (r_k, Q) et (T, S_k) vient du fait que la quantité commandée Q et la période de suivi T deviennent variables pour minimiser le coût total moyen composé du coût de stock et du coût de commande. En effet, pour le calcul de la quantité commandée Q_k dans la politique (r_k, Q_k) et pour le calcul de la période de commande T_k dans la politique (T_k, S_k) , nous utilisons l'heuristique de Silver-Meal modifiée au lieu de la formule de Wilson.

Nous montrons, dans l'Annexe 9, que la politique (r_k, Q_k) qui représente une extension de la politique (r_k, Q) doit être vue comme une politique du type (r_k, S_k) et il serait, donc, plus judicieux d'utiliser le nom (r_k, S_k) pour désigner cette politique au lieu de (r_k, Q_k) .

3.1 La politique (r_k, S_k)

Dans la politique (r_k, S_k) , la maille de suivi T_r et la maille élémentaire de prévision T_f sont les mêmes ($T_r = T_f = 1$), ce qui veut dire que le suivi du stock est effectué à toutes les périodes élémentaires de prévision.

Dans la politique (r_k, S_k) , le système est contrôlé au début de chaque période. Si au début de la période k , la position du stock descend en dessous du seuil de commande r_k (i.e. $I_{k-1} < r_k$), alors une quantité Q_k doit être commandée pour ramener la position du stock à un niveau de recombplètement S_k . La quantité Q_k est livrée après le délai L .

L'évolution du stock dans le système est représentée par la Figure 5.2.

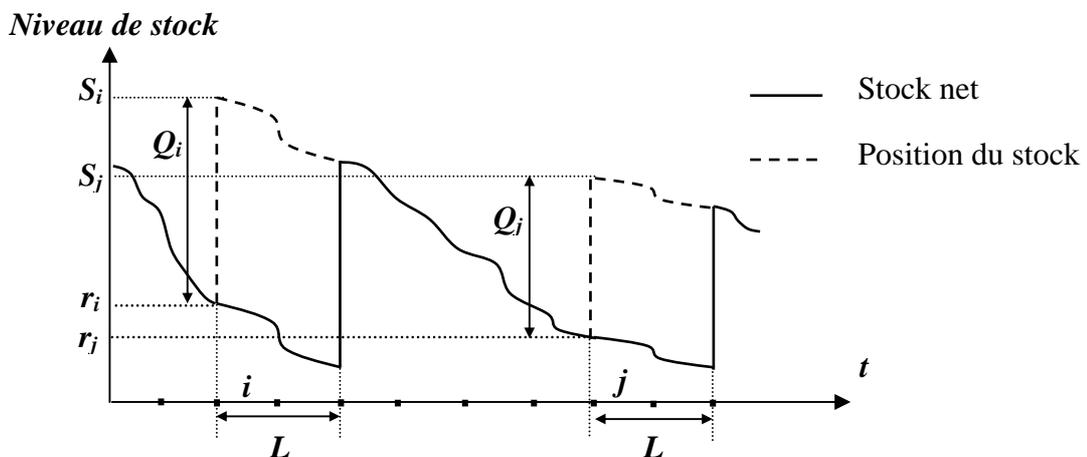


Figure 5.2. Evolution du stock avec la politique (r_k, S_k)

Dans la figure ci-dessus, nous supposons que deux commandes sont passées respectivement au début des périodes i et j . Nous supposons aussi que la position du stock au début des périodes i et j est exactement égale aux seuils de commande r_i et r_j , même si, en réalité, au début de ces périodes la position du stock peut être différente du seuil de commande. Nous présentons dans ce qui suit les méthodes de calcul des différents paramètres de la politique (r_k, S_k) .

- **Seuil de commande**

Le seuil de commande r_k est déterminé de la même façon que dans la politique (r_k, Q) . En effet, le seuil de commande r_k correspond au besoin prévisionnel maximal cumulé sur $L+1$ périodes pour satisfaire l'objectif de service CSL . Le seuil de commande est donné par :

$$r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + CFU_{L+1}(CSL)$$

- **Niveau de reapprovisionnement**

Pour trouver le niveau de reapprovisionnement S_k , il faut commencer par calculer le nombre de périodes N_k , à couvrir par la quantité commandée au début de la période k , afin d'équilibrer entre coûts de stock et coûts de commandes et de satisfaire l'objectif de service CSL . Le calcul de N_k est effectué en utilisant l'heuristique de Silver-Meal modifiée décrite dans la section 2.2. Le niveau de reapprovisionnement S_k correspond alors au besoin prévisionnel maximal cumulé sur $L + N_k$ périodes et il est donné par :

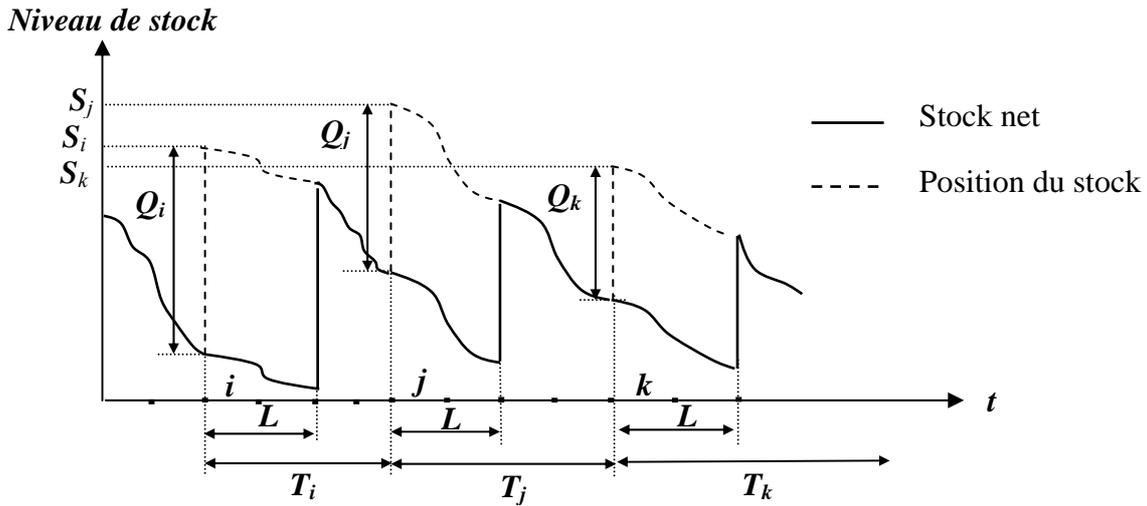
$$S_k = \sum_{i=1}^{L+N_k} F_{k+i-1} + CFU_{L+N_k}(CSL)$$

La quantité commandée est : $Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}$

3.2 La politique (T_k, S_k)

La politique (T_k, S_k) est caractérisée par la période de suivi T_k et le niveau de reapprovisionnement S_k . Dans cette politique, le système est contrôlé au début de chaque période de suivi de longueur T_k . Si la position du stock est inférieure au niveau de reapprovisionnement S_k , une quantité Q_k doit être commandée pour ramener la position du stock au niveau S_k . La quantité Q_k est livrée après un délai L .

L'évolution du stock avec la politique (T_k, S_k) est représentée par la Figure 5.3.


 Figure 5.3. Evolution du stock avec la politique (T_k, S_k)

Nous présentons, dans ce qui suit, les méthodes de calcul des paramètres de la politique (T_k, S_k) .

- **Période de suivi**

Au début d'une période k , la période de suivi T_k est déterminée en utilisant l'heuristique de Silver-Meal modifiée. Ainsi, nous calculons le nombre de périodes N_k à couvrir par la quantité commandée pour équilibrer entre coûts de stock et coûts de commande et satisfaire l'objectif de service CSL . La période de suivi T_k est alors égale à $L + N_k$ (i.e. $T_k = L + N_k$).

- **Niveau de reapprovisionnement**

Après avoir calculé la période de suivi T_k , la quantité commandée au début de la période k , est : $Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}$, sachant que le niveau de reapprovisionnement S_k est donné par :

$$S_k = \sum_{i=1}^{T_k+L} F_{k+i-1} + CFU_{T_k+L}(CSL)$$

Remarques :

- En définissant les deux politiques (T_k, S_k) et (r_k, S_k) , nous avons l'intuition qu'elles étaient équivalentes puisqu'au début d'une période de commande k , dans les deux cas, nous utilisons l'heuristique de Silver-Meal modifiée afin de déterminer une période optimale T_k ($T_k = L + N_k$) et nous calculons la quantité commandée Q_k nécessaire pour ramener la position du stock à un niveau de reapprovisionnement S_k . En fait, il s'avère que ce raisonnement est faux et que les deux politiques ne sont pas équivalentes. En effet, il faut d'abord remarquer

que le niveau de rechargement S_k dans la politique (r_k, S_k) doit couvrir le besoin prévisionnel maximal cumulé sur T_k périodes alors que dans la politique (T_k, S_k) , le niveau de rechargement S_k doit couvrir le besoin prévisionnel maximal sur $L+T_k$ périodes. Par ailleurs, dans la politique (T_k, S_k) , une fois la période de commande T_k déterminée, la commande suivante n'est effectuée qu'à la fin de cette période, alors que dans la politique (r_k, S_k) , une fois la période T_k calculée et la quantité Q_k (couvrant T_k) commandée, la commande suivante peut être effectuée avant la fin de T_k (si la demande réelle pendant T_k est supérieure aux prévisions cumulées) ou après la fin de T_k (dans le cas contraire). Grâce à ces deux contradictions, nous pouvons conclure que les deux politiques ne sont pas équivalentes.

- Dans la politique (T_k, S_k) , la période de suivi est variable et déterminée d'une façon dynamique, d'où la perte de la notion de suivi périodique. Il faut noter qu'en pratique, cette politique engendre des coûts supplémentaires dus à la difficulté de regrouper les commandes dans le cas multi-produits, contrairement aux politiques du type suivi périodique. Dès lors, dans la suite de nos travaux, nous n'allons pas développer l'étude de cette politique et nous nous concentrerons sur la politique (r_k, S_k) .

4. Etude numérique de la politique (r_k, S_k)

Dans la section précédente de ce chapitre, nous avons étudié la politique de gestion de stock sur prévisions (r_k, S_k) et nous avons présenté les paramètres qui la caractérisent. Dans cette section, nous montrons que cette politique présente un gain considérable en termes de réduction du coût total moyen par rapport aux politiques $(1, r, Q)$ et (r_k, Q) .

Pour montrer le gain qui résulte de la mise en œuvre de la politique (r_k, S_k) par rapport aux autres politiques, nous réalisons une étude numérique de la politique (r_k, S_k) et nous étudions le gain relatif en coût total moyen par rapport à la politique (r_k, Q) , que nous notons G_1 , et par rapport à la politique $(1, r, Q)$, que nous notons G_2 . Ces gains sont donnés par les expressions suivantes :

$$G_1 = \frac{\bar{Z}_{(r_k, Q)} - \bar{Z}_{(r_k, S_k)}}{\bar{Z}_{(r_k, Q)}}$$

$$G_2 = \frac{\bar{Z}_{(1, r, Q)} - \bar{Z}_{(r_k, S_k)}}{\bar{Z}_{(1, r, Q)}}$$

où $\bar{Z}_{(r_k, S_k)}$, $\bar{Z}_{(r_k, Q)}$, $\bar{Z}_{(1, r, Q)}$ désignent, respectivement les coûts moyens calculés en utilisant les politiques (r_k, S_k) , (r_k, Q) et $(1, r, Q)$. Pour le calcul du coût moyen $\bar{Z}_{(1, r, Q)}$, nous utilisons

l'approximation donnée dans le chapitre 4 par l'équation (4.8). Les coûts moyens $\bar{Z}_{(r_k, S_k)}$ et $\bar{Z}_{(r_k, Q)}$ sont déterminés par simulations numérique.

Nous étudions l'effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle et de la variabilité de la demande sur les gains G_1 et G_2 . Les valeurs des différents paramètres utilisés dans l'étude numérique sont :

Le nombre de périodes : $N = 1000$ périodes

La moyenne de la demande : $m_D = 100$ unités

Le délai d'approvisionnement : $L = 2$ périodes

Le taux de service objectif : $CSL = 98 \%$

Le coût de commande : $A = 100$ €commande

Le coût de stock : $h = 0.2$ €unité/période

- **Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle**

Dans cette section, nous fixons l'écart-type de la demande à $\sigma_D = 30$ et nous étudions l'effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur le gain en coût moyen de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique (r_k, Q) et par rapport à la politique de gestion de stock classique $(1, r, Q)$. Nous nous contentons de présenter les résultats dans le cas d'une incertitude prévisionnelle absolue.

La courbe du gain relatif en coût moyen de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique (r_k, Q) en fonction de l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle est donnée par la Figure 5.4.

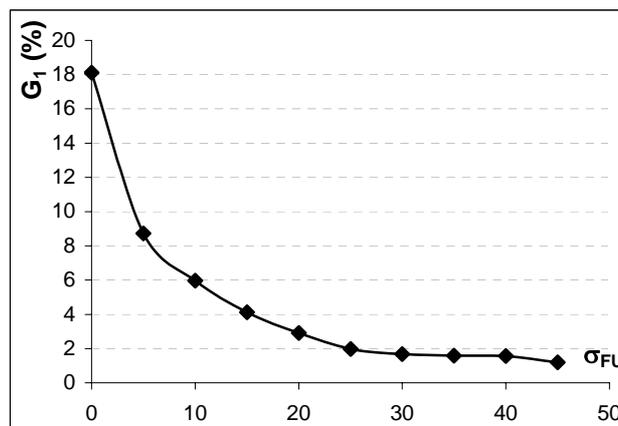


Figure 5.4. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur le gain de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique (r_k, Q) pour $\sigma_D = 30$

D'après la Figure 5.4, nous remarquons que pour des valeurs faibles de l'incertitude prévisionnelle, le gain relatif en coût moyen de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique (r_k, Q) est considérable puisqu'il peut atteindre jusqu'à 18 %. Ceci met en évidence l'avantage d'utiliser la politique (r_k, S_k) pour piloter le système lorsque les prévisions sont fiables. Ce gain est décroissant et devient faible (de l'ordre de 1 %) lorsque la variance de l'incertitude prévisionnelle augmente. Dans cette plage, où les prévisions ne sont pas fiables, la politique (r_k, S_k) n'apporte pas beaucoup par rapport à la politique (r_k, Q) .

Nous avons déjà vu dans le chapitre précédent que lorsque les prévisions ne sont pas fiables, même la politique (r_k, Q) ne présente pas de gain par rapport à la politique de gestion de stock classique $(1, r, Q)$. Il serait donc judicieux de comparer les coûts moyens de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique $(1, r, Q)$ afin de voir la plage pour laquelle il est plus avantageux d'utiliser une politique par rapport à une autre. La courbe du gain relatif en coût moyen de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique $(1, r, Q)$ est donnée par la Figure 5.5.

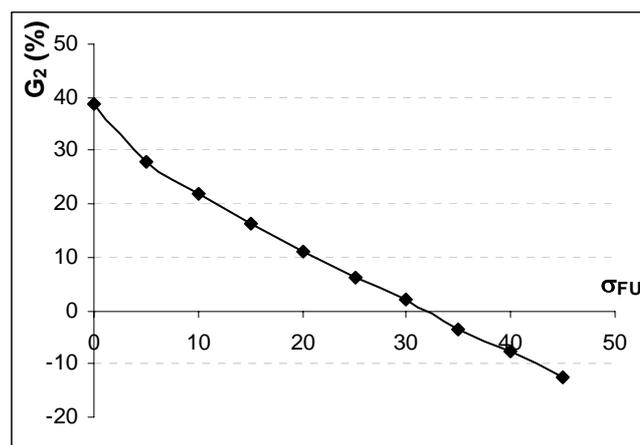


Figure 5.5. Effet de la variabilité de l'incertitude prévisionnelle sur le gain de la politique (r_k, S_k) par rapport à $(1, r, Q)$ pour $\sigma_D = 30$

La courbe de gain en coût moyen de la politique (r_k, S_k) par rapport à la politique $(1, r, Q)$ présente une allure linéaire et comporte deux plages : l'une où le gain est positif et l'autre où il est négatif. La plage où le gain est positif met en évidence l'avantage d'utiliser la politique (r_k, S_k) pour piloter le système (avec un gain pouvant atteindre 40 %) lorsque les prévisions sont fiables. Cependant, au delà d'une certaine valeur de la variance de l'incertitude prévisionnelle (proche de la variance de la demande pour une incertitude prévisionnelle absolue), il devient plus avantageux de gérer le système avec la politique de gestion de stock

classique $(1,r,Q)$ et cela ne sert plus à rien de faire des prévisions et de gérer le système avec la politique de gestion de stock avec prévisions (r_k,S_k) .

- **Effet de la variabilité de la demande**

Dans ce qui suit, nous supposons que l'écart-type de l'incertitude prévisionnelle est fixé à $\sigma_{FU} = 20$ et nous étudions l'effet de la variabilité de la demande sur le gain en coût total moyen de la politique (r_k,S_k) par rapport aux politiques (r_k,Q) et $(1,r,Q)$.

Les courbes du gain relatif en coût moyen de la politique (r_k,S_k) par rapport à la politique (r_k,Q) et par rapport à la politique $(1,r,Q)$ sont données par la Figure 5.6 et la Figure 5.7.

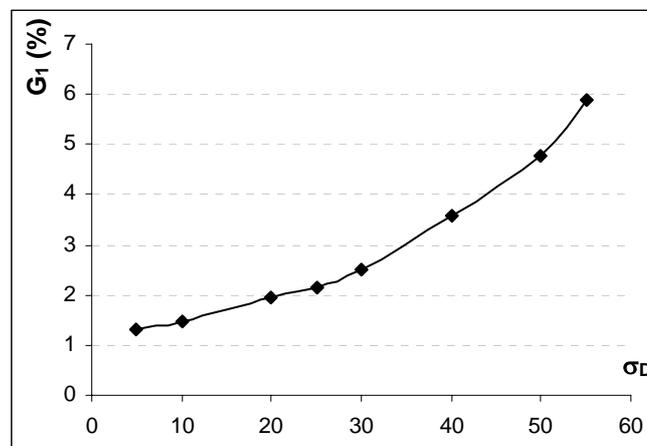


Figure 5.6. Effet de la variabilité de la demande sur le gain de la politique (r_k,S_k) par rapport à (r_k,Q) pour $\sigma_{FU} = 20$

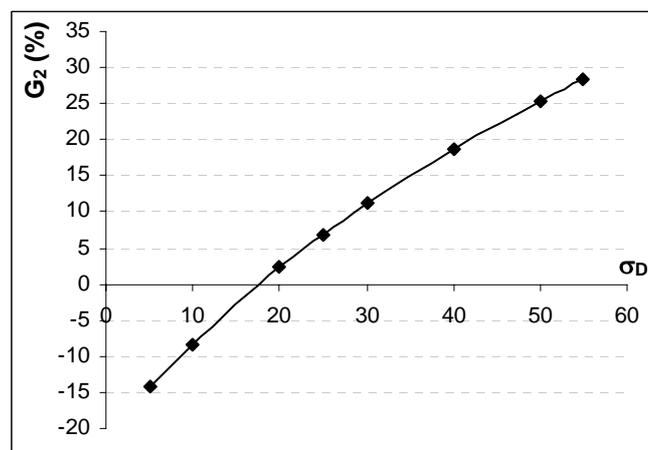


Figure 5.7. Effet de la variabilité de la demande sur le gain de la politique (r_k,S_k) par rapport à $(1,r,Q)$ pour $\sigma_{FU} = 20$

D'après, les graphiques ci-dessus, nous constatons que la politique (r_k, S_k) apporte un gain considérable par rapport aux politiques (r_k, Q) et par rapport à la politique $(1, r, Q)$ lorsque la variabilité de la demande est plus grande que celle de l'incertitude prévisionnelle. En revanche, comme le montre la courbe de la Figure 5.6, lorsque la variabilité de la demande est faible, la politique (r_k, S_k) n'apporte pas beaucoup par rapport à la politique (r_k, Q) . Ces courbes montrent aussi que ce gain augmente lorsque la variabilité de la demande augmente. Ainsi, en présence d'une demande variable, plus les prévisions sont fiables, plus il est plus avantageux de gérer le système avec la politique (r_k, Q) et surtout avec la politique (r_k, S_k) .

5. Etude des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) en présence d'autres types d'incertitudes

Dans le chapitre 4, nous n'avions pris en compte qu'un seul type d'incertitude, qui est l'incertitude prévisionnelle, pour déterminer les paramètres des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) . Mais en réalité, plusieurs types d'aléas entrent en jeu, ce qui rend le pilotage du système encore plus difficile.

Pour mieux piloter le système, il faut tenir compte des différents aléas dans le calcul des paramètres des politiques de pilotage, afin de garantir un meilleur niveau de service pour les clients. Dès lors, dans les modèles que nous présentons dans ce chapitre, nous étudions l'effet de plusieurs incertitudes, à savoir :

- L'incertitude prévisionnelle
- L'incertitude sur le délai d'approvisionnement
- L'incertitude sur la quantité reçue

Ces incertitudes peuvent être absolues ou relatives, cependant, pour l'incertitude sur le délai d'approvisionnement, nous ne nous intéressons pas au cas d'une incertitude relative puisque ce cas n'a pas beaucoup de sens en pratique.

Nous rappelons que pour la détermination des paramètres des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) en présence des différents types d'incertitude, nous utilisons l'approche séquentielle qui consiste à déterminer, dans un premier temps, la quantité commandée Q ou la période de commande T en utilisant la formule de Wilson et en supposant que tout est déterministe et ensuite, dans un deuxième temps, le seuil de commande r_k ou le niveau de rechargement S_k en tenant compte des différentes incertitudes.

Pour déterminer les nouvelles expressions des paramètres en tenant compte des différents types d'incertitude, nous supposons que l'incertitude prévisionnelle FU suit une loi normale $N(0, \sigma_{FU})$ et que la quantité reçue Q_s s'écrit en fonction de la quantité commandée Q sous la forme :

$$Q_s = \begin{cases} Q + EQ, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est absolue} \\ (1 + EQ)Q, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est relative} \end{cases}$$

Où EQ est une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(m_{EQ}, \sigma_{EQ})$.

Puisque nous considérons que le délai d'approvisionnement L est un multiple de la période élémentaire de prévisions $T_f = 1$, alors nous supposons que le délai d'approvisionnement L suit une loi de probabilité discrète qui prend les valeurs L_i avec les probabilités $P(L=L_i)$, où

$$\sum_i P(L = L_i) = 1.$$

Dans ce qui suit, nous présentons les nouvelles expressions des paramètres des politiques en présence de ces trois incertitudes. Pour cela, nous commençons par étudier l'effet de chaque incertitude sur le système (en plus de l'incertitude prévisionnelle déjà présente) et nous décrivons, à la fin, une procédure de calcul des paramètres des politiques en présence de toutes les incertitudes simultanément. Nous utilisons les mêmes notations que celles du chapitre 4.

5.1 Effet de l'incertitude prévisionnelle

Nous avons vu, précédemment, qu'en la présence unique d'une incertitude prévisionnelle absolue, la quantité de sécurité à une période k est donnée par :

$$SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{L + T_r} \sigma_{FU} \quad \forall k$$

En présence d'une incertitude prévisionnelle relative, la quantité de sécurité à une période k est donnée par :

$$SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^{L+T_r} F_{k+i-1}^2}$$

Ces expressions sont valables pour les deux politiques (r_k, Q) et (T, S_k) . Ceci nous donne, dans

la politique (T, S_k) , le niveau de recombêtement $S_k = \sum_{i=1}^{T+L} F_{k+i-1} + SQ_k$. Dans la politique

(r_k, Q) , nous obtenons le seuil de commande $r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + SQ_k$. Les paramètres T et Q peuvent être fixés à l'avance ou optimisés.

5.2 Effet de l'incertitude sur le délai d'approvisionnement

Dans la section précédente, nous avons supposé que le délai d'approvisionnement L est constant. Dans cette section, nous étudions le cas où, en plus de l'incertitude prévisionnelle, il y a une incertitude sur le délai d'approvisionnement L . Dans ce cas, l'intervalle de protection est une variable aléatoire et, donc, les expressions des paramètres des politiques que nous avons présentées précédemment ne sont plus valables. Dans ce qui suit, nous décrivons une procédure de calcul des paramètres lorsque le délai d'approvisionnement L est aléatoire.

5.2.1 Politique (r_k, Q)

Puisque nous utilisons une approche séquentielle pour la détermination des paramètres des politiques, alors le paramètre Q ne change pas même si le délai d'approvisionnement L est aléatoire. En revanche, l'expression du paramètre r_k dans le cas où L est aléatoire n'est plus la même.

La détermination du paramètre r_k lorsque L est aléatoire est inspirée de la preuve que nous avons effectuée pour L constant (cf. Annexe 7).

Nous cherchons à trouver la valeur de r_k telle que :

$$P(\text{Demande prévisionnelle cumulée sur } PI \leq r_k) = CSL \quad (5.1)$$

Puisque L suit une loi discrète, qui prend des valeurs L_i avec des probabilités données $P(L=L_i)$ et $PI = L + 1$, en utilisant le théorème de la probabilité totale et l'équation (5.1), nous avons alors :

$$\sum_i P(L = L_i) P(\text{Demande prévisionnelle cumulée sur } PI_i \leq r_k) = CSL, \text{ où } PI_i = L_i + 1$$

Soient FD_{PI_i} la variable aléatoire "Demande prévisionnelle cumulée sur PI_i " et $\Phi_{FD_{PI_i}}(\cdot)$ sa fonction de répartition.

$$\Rightarrow \text{A la période } k : FD_{PI_i} = CFU_{PI_i} + \sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1}$$

Si nous supposons que l'incertitude prévisionnelle par période suit une loi normale $N(0, \sigma_{FU})$ et que les incertitudes sur les différentes périodes sont indépendantes, alors l'incertitude prévisionnelle cumulée sur PI_i (en quantité), que nous notons CFU_{PI_i} suit une loi normale $N(0, \sigma_{CFU_{PI_i}})$. A la période k , la variable aléatoire FD_{PI_i} suit alors une loi normale de moyenne $\sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1}$ et d'écart-type $\sigma_{CFU_{PI_i}}$. Cet écart-type est donné comme suit :

$$\sigma_{CFU_{PI_i}} = \begin{cases} \sigma_{FU} \sqrt{PI_i}, & \text{en présence d'une incertitude prévisionnelle absolue.} \\ \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1}^2}, & \text{en présence d'une incertitude prévisionnelle relative.} \end{cases}$$

Ainsi, seuil de commande r_k doit satisfaire la contrainte :

$$\sum_i P(L = L_i) \Phi_{FD_{PI_i}}(r_k) = CSL, \text{ où } \Phi_{FD_{PI_i}}(r_k) = \int_{-\infty}^{r_k} \frac{1}{\sigma_{CFU_{PI_i}} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y - \sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1}}{\sigma_{CFU_{PI_i}}} \right)^2} dy \text{ et } PI_i = L_i + 1$$

Le seuil de commande r_k qui satisfait cette contrainte peut être calculé numériquement avec une méthode de point fixe.

5.2.2 Politique (T, S_k)

Puisque nous utilisons une approche séquentielle pour la détermination des paramètres des politiques, alors le paramètre T ne change pas. Il reste, donc, à calculer le niveau de reemplètement S_k dans le cas où L est aléatoire.

Le niveau de reemplètement S_k est déterminé de la même façon que le seuil de commande r_k de la politique (r_k, Q) . En effet, le niveau de reemplètement S_k doit satisfaire la contrainte :

$$\sum_i P(L = L_i) \Phi_{FD_{PI_i}}(S_k) = CSL, \text{ où } PI_i = L_i + T.$$

Le niveau de reemplètement S_k qui satisfait cette contrainte peut être calculé numériquement avec une méthode de point fixe.

La démonstration du calcul du niveau de reemplètement S_k dans la politique (T, S_k) est presque la même que celle donnée dans la section précédente pour la politique (r_k, Q) .

5.3 Effet de l'incertitude sur la quantité reçue

Dans cette section, nous supposons qu'il y a, en plus de l'incertitude prévisionnelle qui peut être absolue ou relative, une incertitude sur la quantité reçue qui peut, elle aussi, être absolue ou relative. Nous supposons dans cette section qu'il n'y a pas d'incertitudes sur le délai d'approvisionnement.

5.3.1 Politique (r_k, Q)

Comme le montre la Figure 5.8, dans la politique (r_k, Q) , une incertitude supplémentaire sur la quantité reçue n'a aucune influence sur la probabilité de non rupture pendant le délai d'approvisionnement et il y a uniquement un décalage de la période de commande. Par conséquent, le seuil de commande ne dépend pas de cette incertitude et son expression ne change pas en présence d'une incertitude sur la quantité reçue.

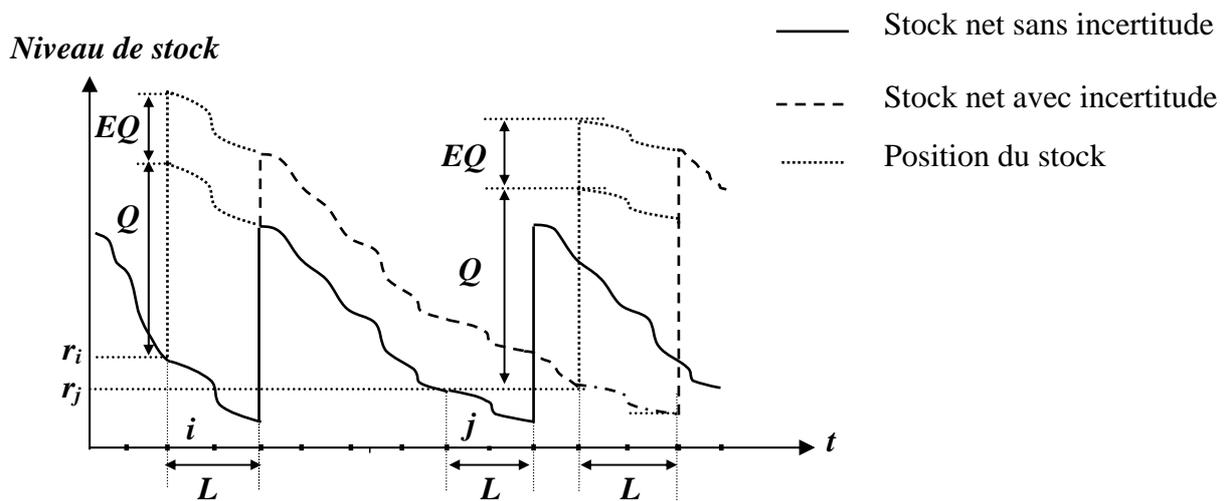


Figure 5.8. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans la politique (r_k, Q)

Ainsi, l'expression du seuil de commande est donnée par :

- $r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{L+1} \sigma_{FU}$, en présence d'une incertitude prévisionnelle absolue, et d'une incertitude sur la quantité reçue.

- $r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1}^2}$, en présence d'une incertitude prévisionnelle relative, et une incertitude sur la quantité reçue.

Supposons, par exemple, que la quantité commandée est calculée avec la formule de Wilson. Le paramètre Q^* à commander réellement doit tenir compte de l'incertitude sur la quantité

reçue. Soient H le nombre de périodes dans l'horizon de prévisions, A le coût de commande et h le coût de stock par unité de produit et par unité de temps. La quantité optimale à commander est alors :

$$Q^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2A \sum_{i=1}^H F_i}{hH}} - m_{EQ}, & \text{dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité reçue.} \\ \frac{1}{1+m_{EQ}} \sqrt{\frac{2A \sum_{i=1}^H F_i}{hH}}, & \text{dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité reçue.} \end{cases}$$

Pour plus de détails sur le calcul de la quantité à commander en présence d'une incertitude sur la quantité reçue, cf. Annexe 3.

5.3.2 Politique (T, S_k)

Puisque nous utilisons une approche séquentielle, le paramètre T est calculé sans tenir compte des incertitudes liées au système. Ainsi, en présence d'une incertitude supplémentaire sur la quantité reçue, le paramètre T ne change pas. En revanche, le niveau de reapprovisionnement S_k change et les expressions de la quantité de sécurité et de la quantité commandée ne sont plus les mêmes. Nous présentons, dans la suite, les nouvelles expressions du niveau de reapprovisionnement, dans les cas où les incertitudes sont absolues et relatives.

Dans la politique (T, S_k) , comme le montre la Figure 5.9, l'incertitude sur la quantité reçue peut être vue comme étant une demande additionnelle. Ceci implique que la demande prévisionnelle équivalente pendant l'intervalle de protection doit tenir compte de l'incertitude sur la quantité reçue.

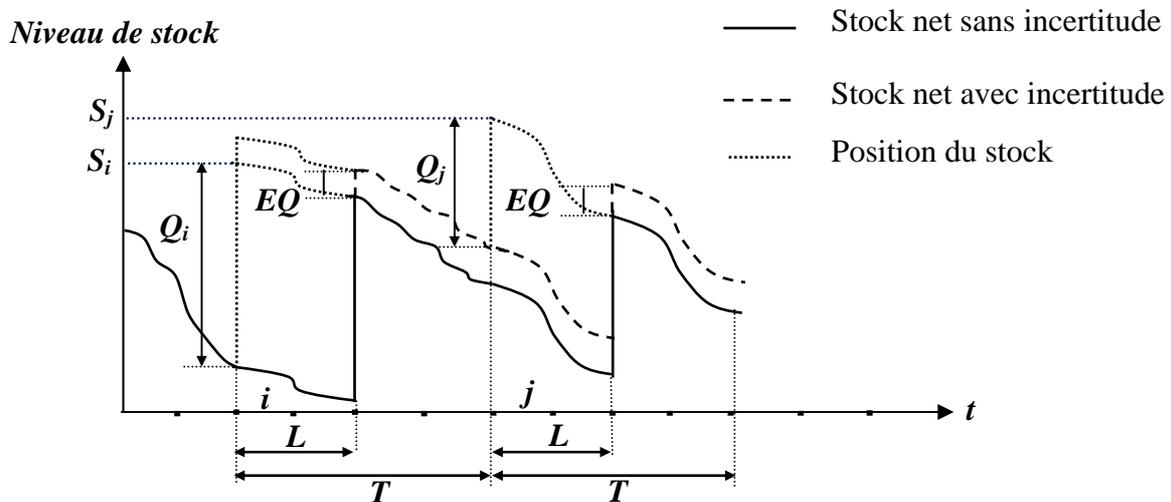


Figure 5.9. Effet de l'incertitude sur la quantité reçue dans la politique (T, S_k)

Ainsi, avec le même esprit de la preuve donnée dans l'Annexe 4, nous montrons que :

- En présence d'une incertitude prévisionnelle absolue et d'une incertitude absolue sur la quantité reçue, les quantités de sécurité sont donc constantes et le niveau de reapprovisionnement est donné par :

$$S_k = \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{(L+T) \sigma_{FU}^2 + \sigma_{EQ}^2} - m_{EQ}$$

- En présence d'une incertitude prévisionnelle relative et d'une incertitude absolue sur la quantité reçue, l'expression de la quantité de sécurité à une période k devient :

$$S_k = \sum_{i=1}^{L+T} F_{k+i-1} + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{\sigma_{FU}^2 \left(\sum_{i=1}^{L+T} F_{k+j-1}^2 \right) + \sigma_{EQ}^2} - m_{EQ}$$

- En présence d'une incertitude relative sur la quantité reçue dans une politique (T, S_k) , compte tenu de la complexité du problème, nous ne pouvons pas donner une expression analytique du paramètre S_k . Cependant, le niveau de reapprovisionnement S_k peut être déterminé numériquement comme dans le cas de la gestion de stock classique (cf. Annexe 4).

5.4 Calcul des paramètres en présence des trois types d'incertitude

Dans cette section, nous supposons l'existence simultanément des trois types d'incertitude : l'incertitude prévisionnelle (absolue ou relative), l'incertitude sur la quantité reçue (absolue ou relative) et l'incertitude sur le délai d'approvisionnement (uniquement en absolue). Nous présentons dans ce qui suit une méthode de calcul des paramètres des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) en présence de ces trois types d'incertitude.

5.4.1 Politique (r_k, Q)

Supposons, par exemple, que la quantité à commander est calculée avec la formule de Wilson. Le paramètre Q^* doit tenir compte de l'incertitude sur la quantité à commander (cf. Annexe 3). Soient H le nombre de périodes dans l'horizon de prévisions, A le coût de commande et h le coût de stock par unité de produit et par unité de temps. La quantité optimale à commander réellement est alors :

$$Q^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2A \sum_{i=1}^H F_i}{hH}} - m_{EQ}, & \text{dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité reçue.} \\ \frac{1}{1+m_{EQ}} \sqrt{\frac{2A \sum_{i=1}^H F_i}{hH}}, & \text{dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité reçue.} \end{cases}$$

Par ailleurs, en présence d'une incertitude prévisionnelle, d'une incertitude sur la quantité reçue et dans le cas où L est aléatoire, le calcul du paramètre r_k doit tenir compte de la variabilité de la demande pendant l'intervalle de protection. Supposons que la loi de probabilité de L est une loi discrète qui prend les valeurs L_i avec les probabilités données $P(L=L_i)$. A une période k , considérons la variable aléatoire FD_{PI_i} qui suit une loi normale de

moyenne $\sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1}$ et d'écart-type $\sigma_{CFU_{PI_i}}$ (où $PI_i = L_i + 1$). Cet écart-type est alors défini comme suit :

- En présence d'une incertitude prévisionnelle absolue et d'une incertitude absolue sur la quantité reçue, $\sigma_{CFU_{PI_i}} = \sigma_{FU} \sqrt{L_i + 1}$.
- En présence d'une incertitude prévisionnelle relative et d'une incertitude sur la quantité reçue (absolue ou relative), $\sigma_{CFU_{PI_i}} = \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{j=1}^{L_i+1} F_{k+j-1}^2}$.

Le seuil de commande r_k est alors déterminé numériquement avec une méthode de point fixe afin de satisfaire la contrainte $\sum_i (L = L_i) \Phi_{FD_{PI_i}}(r_k) = CSL$.

5.4.2 Politique (T, S_k)

Puisque nous utilisons une approche séquentielle, le paramètre T reste le même. Dès lors, nous nous intéressons uniquement au calcul du paramètre S_k en présence des différentes incertitudes simultanément.

Supposons que L suit une loi de probabilité discrète, qui prend les valeurs L_i avec les probabilités données $P(L=L_i)$, où $\sum_i P(L = L_i) = 1$.

Le niveau de recombplètement S_k est alors déterminé numériquement pour satisfaire la contrainte $\sum_i P(L = L_i) \Phi_{FD_PI_i}(S_k) = CSL$, sachant qu'à une période k , la variable aléatoire

FD_PI_i suit une loi normale de moyenne $\sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1} - m_{EQ}$ (avec $PI_i = L_i + T$) et d'écart-type $\sigma_{CFU_{PI_i}}$. Cet écart-type est calculé comme suit :

- En présence d'une incertitude prévisionnelle absolue et d'une incertitude absolue sur la quantité reçue, $\sigma_{CFU_{PI_i}} = \sqrt{\sigma_{FU}^2 PI_i + \sigma_{EQ}^2}$.

- En présence d'une incertitude prévisionnelle relative et d'une incertitude absolue sur la quantité reçue, $\sigma_{CFU_{PI_i}} = \sqrt{\sigma_{FU}^2 \left(\sum_{j=1}^{PI_i} F_{k+j-1}^2 \right) + \sigma_{EQ}^2}$.

Ainsi, pour déterminer le niveau de recombplètement à une période k , il faut d'abord commencer par calculer, pour toutes les valeurs L_i de L , les valeurs de $\sigma_{CFU_{PI_i}}$. Le niveau de recombplètement S_k peut alors être déterminé numériquement avec une méthode de point fixe pour satisfaire la contrainte : $\sum_i P(L = L_i) \Phi_{FD_PI_i}(S_k) = CSL$.

6. Etude de la politique (r_k, Q) pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité

Dans ce qui précède, nous avons étudié les paramètres des politiques de gestion de stock sur prévisions pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un niveau de service par cycle. Dans cette section, nous étudions la politique (r_k, Q) pour un objectif de service donné sous la forme d'un taux de service en quantité. Ainsi, il s'agit désormais de minimiser le coût de stock sous la contrainte de satisfaire un taux de service en quantité (ce qui veut dire que la proportion des demandes satisfaites directement à partir du stock, doit être supérieure au taux de service en quantité).

Notre objectif est de calculer, au début de chaque période k , la valeur du seuil de commande r_k nécessaire pour satisfaire un taux de service en quantité. Rappelons qu'en gestion de stock classique, un taux de service en quantité est fixé pour calculer le seuil de commande nécessaire pour satisfaire la demande en moyenne sur tous les cycles de l'horizon. Par

ailleurs, en gestion de stock sur prévisions, comme pour tous les paramètres de la politique, un taux de service en quantité est fixé à chaque période afin de calculer le seuil de commande nécessaire pour satisfaire la demande pendant le cycle correspondant. Nous supposons, dans ce qui suit, que le taux de service en quantité à satisfaire est le même pour toutes les périodes.

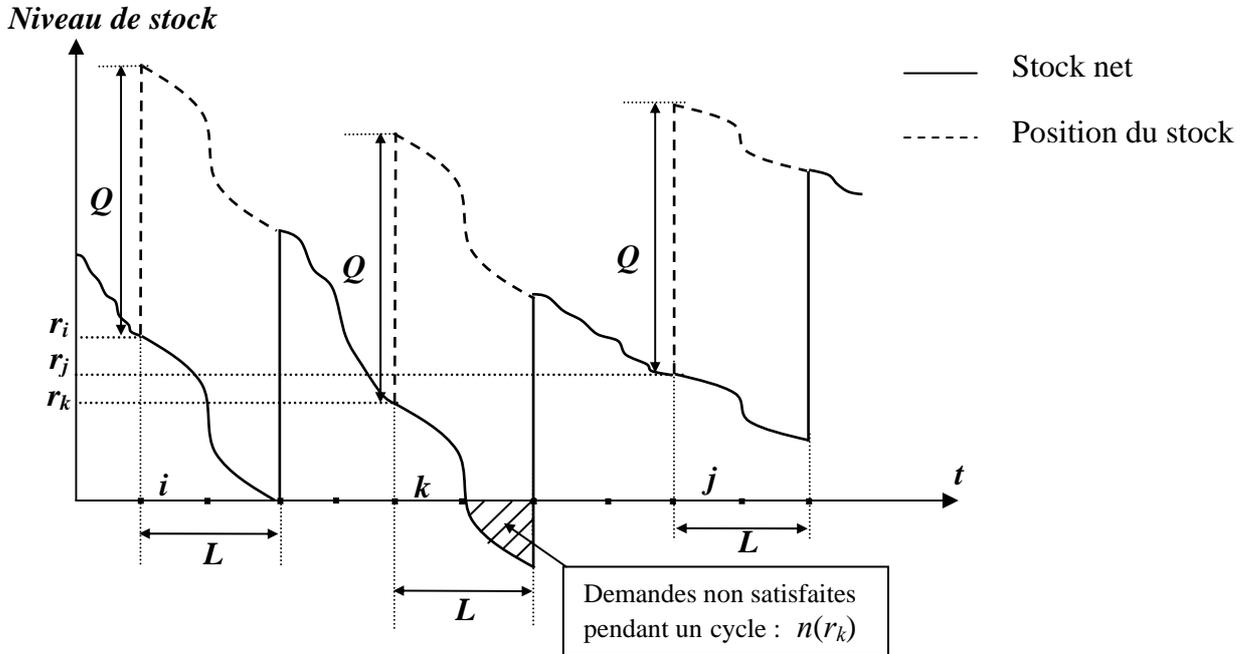


Figure 5.10. Rupture moyenne dans une politique (r_k, Q)

Soient Fr le taux de service en quantité à satisfaire à chaque période k et $n(r_k)$ le nombre moyen de demandes non satisfaites pendant le cycle correspondant, alors :

$$Fr = 1 - \frac{n(r_k)}{\text{Demande moyenne pendant un cycle}}$$

Si nous définissons le cycle comme étant la période de temps entre deux commandes successives, alors, comme le montre la

Figure 5.10, la demande pendant le cycle qui commence à la période k est : $Q + I_{k-1} - I_{j-1}$ où j est la première période de commande qui suit la période k . Or, à la période k , la position du stock I_{j-1} ne peut pas être connue puisqu'il est impossible de savoir exactement à quelle période j la commande suivante doit être effectuée.

En pratique, si nous considérons un horizon de prévisions suffisamment grand, nous pouvons dire que la demande moyenne par cycle peut être approchée par la quantité commandée Q . Pour calculer le seuil de commande nécessaire à la satisfaction du taux de service en quantité

Fr , nous pouvons supposer que la demande moyenne pendant un cycle est égale à Q . Ainsi le taux de service en quantité à satisfaire à chaque période k peut s'écrire sous la forme :

$$Fr = 1 - \frac{n(r_k)}{Q}$$

Soit $\phi_{PI}(\cdot)$ la densité de probabilité de la demande prévisionnelle pendant l'intervalle de protection $L+1$.

Le nombre moyen des demandes non satisfaites à considérer pour le calcul de la quantité de sécurité à une période k est donné par :

$$n(r_k) = \int_{x=r_k}^{+\infty} (x - r_k) \phi_{PI}(x) dx$$

Puisque $r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + SQ_k$ alors nous montrons, dans l'Annexe 10, que $n(r_k)$ peut être donné par :

$$n(r_k) = -SQ_k \left[1 - \Phi \left(\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}} \right) \right] + \sigma_{CFU_{L+1}} \phi \left(\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}} \right) \quad (5.2)$$

Ainsi, pour déterminer le point de commande optimal, il suffit de résoudre l'équation :

$$Fr = 1 - \frac{n(r_k)}{Q}, \text{ où } n(r_k) \text{ est donné par (5.2). Pour ce faire, il faut d'abord déterminer } SQ_k^* \text{ en}$$

résolvant numériquement l'équation suivante :

$$Q(1 - Fr) = -SQ_k^* \left[1 - \Phi \left(\frac{SQ_k^*}{\sigma_{CFU_{L+1}}} \right) \right] + \sigma_{CFU_{L+1}} \phi \left(\frac{SQ_k^*}{\sigma_{CFU_{L+1}}} \right)$$

Il faut, ensuite, déterminer r_k^* en utilisant l'équation : $r_k^* = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + SQ_k^*$.

Conclusions

Dans ce chapitre, après avoir présenté l'heuristique de Silver-Meal, nous l'avons utilisé pour proposer un modèle de calcul de la quantité à commander dans la politique (r_k, Q) et de la période de suivi dans la politique (T, S_k) . Nous avons alors étudié deux nouvelles politiques de gestion de stock sur prévisions. La première, que nous avons notée (T_k, S_k) , est une extension de la politique (T, S_k) . La deuxième, notée (r_k, S_k) , est celle à laquelle nous nous sommes le

plus intéressés. Elle représente une extension de la politique (r_k, Q) . Nous avons, en particulier, montré numériquement le gain qui résulte de la mise en œuvre de cette politique en termes de coût total moyen par rapport aux autres politiques.

Il faut souligner que l'heuristique proposée par Silver (1978) dans le cas stochastique utilise une approche séquentielle pour la détermination de la taille du lot à lancer, ce qui veut dire que cette méthode ne tient pas compte de l'incertitude prévisionnelle dans l'étape de calcul de la période à couvrir par le lot. En revanche, la méthode que nous avons proposée intègre, dès le début de cette étape, l'incertitude prévisionnelle, ce qui permet d'améliorer le résultat donné par l'heuristique proposée par Silver (1978).

Dans la deuxième partie, nous avons étudié les paramètres des politiques (r_k, Q) et (T, S_k) en présence de différentes incertitudes liées au système et que nous avons distinguées en trois types : l'incertitude prévisionnelle, l'incertitude sur la quantité reçue et l'incertitude sur le délai d'approvisionnement.

Enfin, dans la dernière partie, nous avons proposé une extension de l'étude de la politique (r_k, Q) pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité et nous avons réussi à déterminer, dans ce cas, le seuil de commande numériquement. Il faut noter que pour le calcul du taux de service en quantité, nous avons approché la demande moyenne pendant chaque cycle par la quantité commandée Q . Cette approximation est à notre sens acceptable, cependant, elle peut être améliorée en utilisant la demande prévisionnelle et les positions du stock prévisionnelles pendant chaque cycle.

Chapitre 6. Etude de politiques de gestion de stock avec approvisionnement continu

Introduction

Dans les chapitres précédents, nous avons étudié des politiques de gestion de stock dans un système mono-étage de capacité illimitée. Dans toutes les politiques étudiées, nous avons supposé que l'approvisionnement de la quantité commandée se fait par lots, et que ces lots sont disponibles, pour alimenter le stock final, après un délai L . Dans ce chapitre, nous étudions un système mono-étage avec capacité limitée dans lequel l'approvisionnement se fait aussi par lots, disponibles, cette fois-ci, en continu. En pratique, ce cas de figure correspond au cas où la commande est interne à l'entreprise (c'est à dire lorsque la commande d'approvisionnement est passée à un atelier de fabrication). En présence d'un système déterministe, ce problème est étudié dans la plupart des livres de gestion de stock, comme Hadley and Whitin (1963), Silver and Peterson (1985) ou encore Elsayed and Boucher (1985). Le cas d'un système déterministe dans lequel les ruptures sont permises a aussi fait l'objet de beaucoup de travaux, parmi lesquels nous citons Cadenas-Barron (2001), Ronald et al. (2004) et Sphicas (2004). En revanche, en présence d'aléas liés au système, les travaux sont nettement moins nombreux et c'est dans cette perspective que nous étudions, dans ce chapitre, des politiques de gestion de stock pour une demande stochastique et en présence d'incertitudes liées au système. Nous proposons, par la suite, une extension de ces politiques lorsque la demande s'exprime sous la forme de prévisions.

Dans ce chapitre, avant d'aborder le cas d'un système de gestion de stock avec approvisionnement continu et en présence de prévisions de la demande, nous commençons

par rappeler, dans la première section, le modèle de base pour un système déterministe. Nous étudions dans la deuxième section le cas où la demande est stochastique, en présence d'autres types d'aléas liés au système tels que les aléas sur le temps de reconfiguration et sur les quantités fabriquées. Nous présentons, alors, deux politiques de gestion de stock et nous développons une approche simple pour le calcul de leurs paramètres. Dans la troisième section, nous présentons les extensions de ces politiques en présence d'une demande exprimée sous la forme de prévisions connues à l'avance sur un horizon donné.

1. Détermination des paramètres optimaux pour une demande déterministe

Considérons un système mono-étage, mono-produit dans lequel l'étage en question assure une activité de production par lots de taille Q . Nous supposons que les produits du lot sont disponibles en continu, ce qui veut dire qu'au fur et à mesure que les produits du lot sont fabriqués, ils alimentent le stock en continu et la consommation du stock se fait en même temps. Nous supposons, également, que le lancement d'un nouveau lot dans le système nécessite un temps de préparation, que nous appelons temps de reconfiguration. Ce temps correspond en pratique à la préparation, au réglage et à la mise au point des machines. L'objectif est de gérer le stock pour satisfaire la demande.

Dans cette section, nous supposons que la demande est constante de taux D , la production est constante de taux P et que la capacité du système de production est beaucoup plus grande que la demande (i.e. $P \gg D$). Dans le système que nous considérons, les produits du lot sont disponibles en continu et le lancement du lot suivant n'est effectué que si le stock est épuisé. Dans une première partie, nous supposons qu'il n'y a pas de temps de reconfiguration entre les différents lots lancés. Ceci équivaut à considérer un temps de reconfiguration nul.

Dans ce système, tous les paramètres sont déterministes. L'évolution du stock dans ce système est donnée par la Figure 6.1.

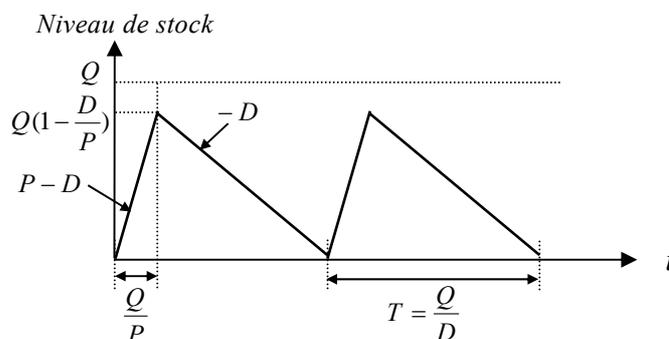


Figure 6.1. Evolution du stock dans un système déterministe avec approvisionnement continu

Nous remarquons que dans chaque cycle de longueur $T = Q/D$, la courbe représentant l'évolution du stock comporte deux parties. La première partie correspond à une production et une consommation du stock simultanées. La courbe y est linéaire avec une pente $P - D$. Après une période de longueur Q/P , la production s'arrête et il ne reste plus qu'une consommation du stock durant un intervalle de temps de durée $Q\left(\frac{1}{D} - \frac{1}{P}\right)$. Dans cette partie la courbe est linéaire avec une pente $-D$.

Partant de cette illustration du système, nous sommes confrontés à un problème d'économie d'échelle qui consiste à trouver le compromis entre le coût de stock et le coût de lancement. Dans ce problème, le seul paramètre de gestion à optimiser est la quantité commandée Q . Notons A le coût de lancement et h le coût de possession de stock par unité de produit et par unité de temps. Il s'agit donc de déterminer la quantité optimale Q^* à commander qui optimise le coût total moyen $Z(Q)$ donné par :

$$Z(Q) = A\frac{D}{Q} + h\frac{Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)$$

La fonction $Z(Q)$ étant convexe., les paramètres optimaux sont alors les suivants :

- La quantité optimale à commander : $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$ (6.1)

- Le temps de cycle optimal : $T^* = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2A}{hD\left(1 - \frac{D}{P}\right)}}$ (6.2)

- Le coût total moyen : $Z^* = \sqrt{2ADh\left(1 - \frac{D}{P}\right)}$

Notons que le stock moyen \bar{X} dans ce système est : $\bar{X} = \frac{Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P}\right)$

Ce modèle est connu dans la littérature sous le nom de "Economic Production Quantity" (modèle EPQ). Des extensions de ce modèle au cas où les ruptures sont possibles (avec des coûts de rupture composés de coûts fixes et/ou de coûts variables) sont présentées par Cadenas-Barron (2001) et Sphicas (2004).

Considérons maintenant le cas où le temps de reconfiguration dans le système est non nul. Nous représentons l'évolution du stock dans ce système avec la Figure 6.2.

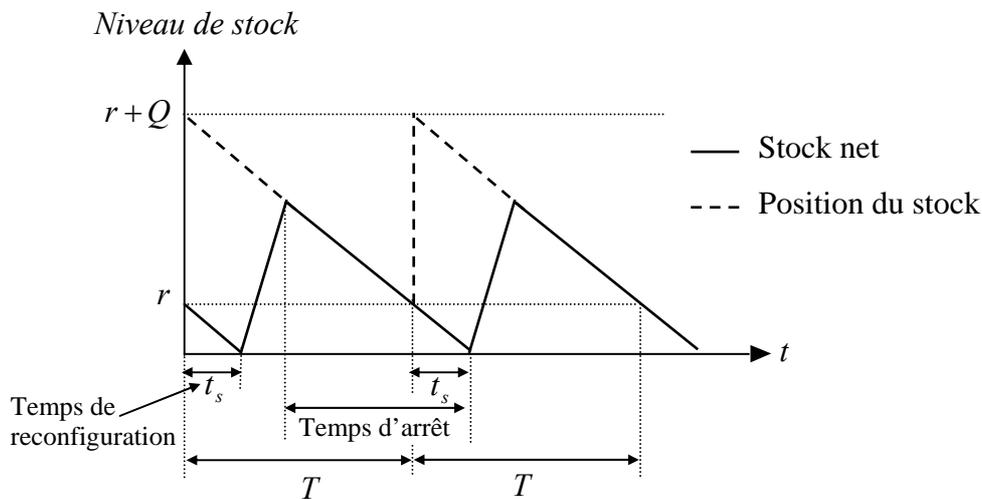


Figure 6.2. Evolution du stock dans un système déterministe avec temps de reconfiguration

Si nous définissons le temps d'arrêt comme étant le temps pendant lequel la production est arrêtée, alors, la solution optimale formulée par l'équation (6.1) reste valable si le temps de reconfiguration est plus petit que le temps d'arrêt (cf. Figure 6.2). Soit t_s le temps de reconfiguration du système. Nous montrons dans l'Annexe 11 que la quantité optimale à commander est donnée par :

$$Q^* = \max \left\{ \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}, \frac{t_s D}{1-\frac{D}{P}} \right\}$$

Il faut remarquer que dans ce système, il n'y a pas de différence entre les politiques (r, Q) et (T, S) . En effet, dès que la demande de taux D atteint le seuil de commande $r = Dt_s$, une quantité Q est commandée. La fabrication effective de ce lot commence après le temps de reconfiguration t_s . La commande passée peut aussi être vue comme une commande qui ramène la position du stock à un niveau de recombplètement $S = r + Q$ et les commandes sont faites à des cycles successifs de longueur $T = Q/D$.

2. Détermination des paramètres optimaux en présence d'aléas

En réalité, le système que nous avons décrit dans la section précédente peut être confronté à des aléas dont il faut tenir compte pour améliorer ses performances. Ces aléas peuvent être à l'origine d'une incertitude sur :

- La demande
- La quantité fabriquée
- Le temps de reconfiguration

L'incertitude sur la quantité fabriquée peut être relative si elle est proportionnelle à la quantité fabriquée (à cause, par exemple, d'une non qualité tout au long de la production du lot), ou absolue si elle est indépendante de la quantité fabriquée (à cause, par exemple, d'une perte constante pendant le réglage de la machine). Cette incertitude peut aussi être due à une variabilité du taux de production. Cependant, dans ce qui suit, nous supposons que le taux de production est constant. Par ailleurs, l'incertitude sur le temps de reconfiguration peut être due à des aléas pendant le réglage des machines ou à une indisponibilité des opérateurs de maintenance, etc.

En présence de toutes ces incertitudes, le modèle du système déterministe n'est plus adéquat pour modéliser le système réel. Dès lors, pour mieux le modéliser, il faut tenir compte de ces différentes incertitudes.

Dans cette section, nous considérons le même système décrit dans la section précédente. Toutefois, nous supposons à présent que la demande, le taux de production, le temps de reconfiguration et les quantités commandées sont aléatoires. Les mêmes politiques de gestion de stock classiques traitées précédemment, à savoir : la politique (r, Q) et la politique (T, S) peuvent être utilisées pour gérer ce système. Nous expliquerons alors le principe de fonctionnement de ces politiques et nous donnerons un aperçu sur les résultats du calcul des paramètres optimaux de ces politiques obtenus en utilisant une approche séquentielle. Nous étudions une formulation qui correspond à la minimisation des coûts de stock avec une contrainte sur le niveau de service exprimé sous la forme d'un niveau de service par cycle (*CSL*).

Dans les modèles que nous présentons dans la suite, nous supposons que :

- La demande suit une loi normale $N(m_D, \sigma_D)$

- Le temps de reconfiguration t_s suit une loi normale $N(m_{t_s}, \sigma_{t_s})$
- La quantité fabriquée Q_p s'écrit en fonction de la quantité commandée Q comme suit :

$$Q_p = \begin{cases} Q + EQ, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est absolue} \\ (1 + EQ)Q, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est relative} \end{cases}$$

Où EQ est une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(m_{EQ}, \sigma_{EQ})$.

- La production est constante de taux P .

Nous supposons aussi que la capacité du système de production est largement supérieure à la demande. Notons que, dans ce qui suit, nous donnons les paramètres des politiques dans le cas où le temps de reconfiguration est plus petit que le temps d'arrêt.

Soient A le coût de lancement, h le coût de possession de stock par unité de produit et par unité de temps et $\Phi(\cdot)$ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

2.1 Calcul des paramètres optimaux de la politique (r, Q)

Dans cette politique, le lancement de la production s'effectue à des instants variables avec des quantités commandées fixes. En effet, comme le montre la Figure 6.3, dès que la position du stock atteint le seuil de commande r , la reconfiguration du système commence et dure pendant un temps t_s au bout duquel la production d'une quantité fixe Q est lancée.

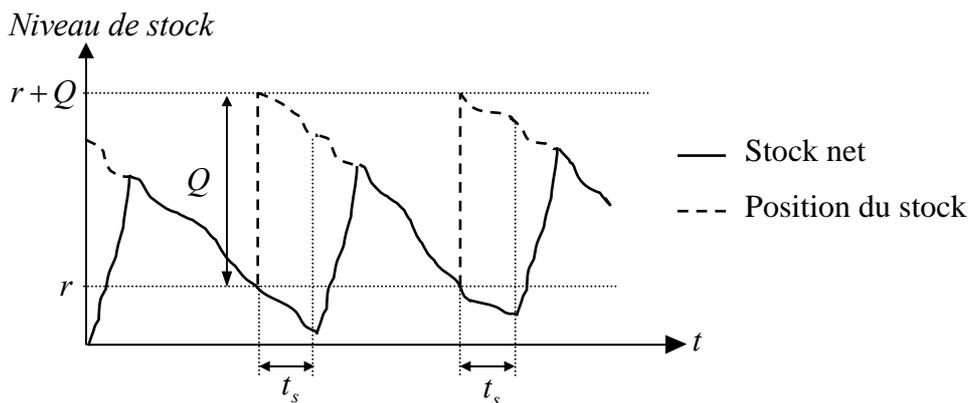


Figure 6.3. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (r, Q)

Puisque nous utilisons une approche séquentielle pour la détermination des paramètres optimaux de la politique (r, Q) , alors nous commençons par optimiser le paramètre d'économie d'échelle Q en supposant que le système est déterministe. Cependant, cette quantité doit tenir

compte de la variabilité sur la quantité fabriquée. D'après l'Annexe 3, en utilisant l'équation (6.1), la quantité optimale à commander est alors :

$$Q^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h(1 - \frac{m_D}{P})}} - m_{EQ}, & \text{dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité fabriquée} \\ \frac{1}{1 + m_{EQ}} \sqrt{\frac{2 A m_D}{h(1 - \frac{m_D}{P})}}, & \text{dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité fabriquée} \end{cases}$$

Nous calculons, maintenant, le seuil de commande optimal r^* qui tient compte de tous les aléas liés au système en assurant le niveau de service par cycle CSL . Notons que l'intervalle de protection dans ce cas est égal au temps de reconfiguration t_s . Par analogie avec l'équation

$$(2.4), \text{ le stock de sécurité optimal est alors : } Ss^* = \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{m_{t_s} \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_{t_s}^2}.$$

Or, le seuil de commande s'écrit en fonction du stock de sécurité Ss comme suit :

$$r = m_D m_{t_s} + Ss.$$

Nous en déduisons le seuil de commande optimal qui s'écrit :

$$r^* = m_D m_{t_s} + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{m_{t_s} \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_{t_s}^2}.$$

L'incertitude sur la quantité fabriquée n'a aucun effet sur la probabilité de rupture du stock pendant le temps de reconfiguration, puisqu'il y a uniquement un décalage dans l'instant de lancement de la production. Ainsi, l'expression du stock de sécurité ne change pas et, par conséquent, les autres paramètres de gestion restent inchangés.

2.2 Calcul des paramètres optimaux de la politique (T,S)

Dans cette politique, comme le montre la Figure 6.4, le lancement de la production est effectué à des instants fixes avec des quantités commandées variables. Le système est contrôlé périodiquement, avec une période de suivi T , pour ramener, à chaque contrôle, la position du stock à un niveau de recomplètement S en lançant une certaine quantité en production.

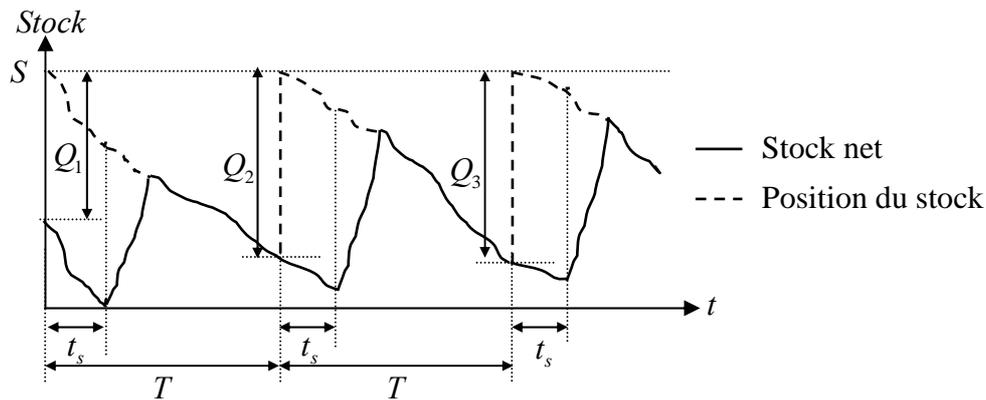


Figure 6.4. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (T,S) avec décision avancée

Dans cette politique, comme nous l'avons représenté dans la Figure 6.4, la reconfiguration du système et le lancement de la quantité à commander sont effectués au début de chaque période de suivi T et la production effective commence après un temps de reconfiguration t_s (décision avancée). Cependant, il est possible de prendre la décision de la quantité à lancer pour ramener la position du stock au niveau de recomplètement à la fin de la période de reconfiguration du système, comme le montre la Figure 6.5 (décision retardée).

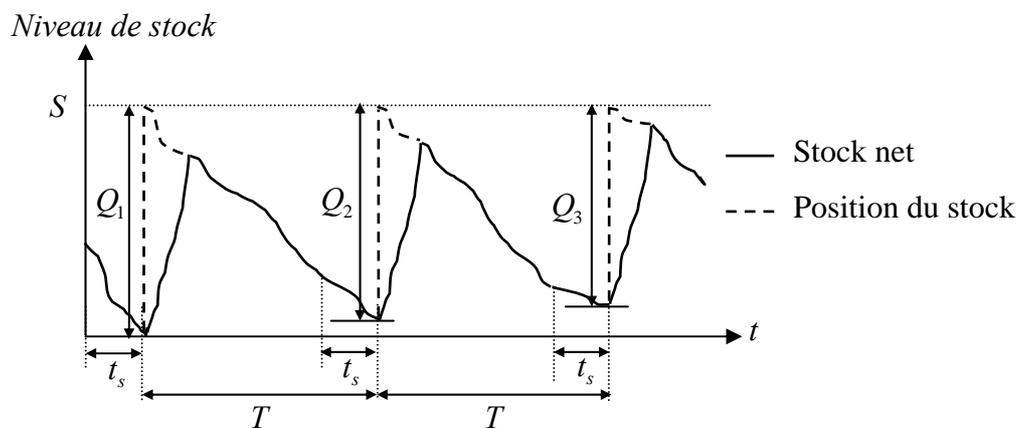


Figure 6.5. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (T,S) avec décision retardée

Dans la suite, nous calculons les paramètres de la politique (T,S) dans le cas où la décision de la quantité à lancer est prise au début de la période de reconfiguration et la commande est faite à ce moment. Dans l'autre cas, que nous ne détaillons pas dans ce mémoire, l'expression du niveau de recomplètement change puisque l'intervalle de protection n'est plus le même.

Dans l'approche séquentielle que nous utilisons, nous commençons par optimiser, dans un premier temps, la période de suivi T en supposant que le système est déterministe. La période optimale est alors déterminée en utilisant l'équation (6.2), ce qui donne :

$$T^* = \sqrt{\frac{2A}{hm_D(1-\frac{m_D}{P})}}$$

Dans un deuxième temps, nous calculons le niveau de rechargement optimal S^* qui tient compte de tous les aléas liés au système en assurant la qualité de service au client. En remarquant que l'intervalle de protection est égal à la somme de la période de suivi T et du temps de reconfiguration t_s , nous pouvons écrire le niveau de rechargement en fonction du stock de sécurité S_s comme suit : $S = m_D(m_{t_s} + T) + S_s$.

Notons que l'incertitude sur la quantité fabriquée dans cette politique peut être vue comme étant une demande additionnelle. En utilisant l'Annexe 4, nous montrons que dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité fabriquée, la demande équivalente pendant l'intervalle de protection suit une loi normale de moyenne $m_D(m_{t_s} + T) - m_{EQ}$ et d'écart-type

$$\sqrt{(m_{t_s} + T)\sigma_D^2 + m_D^2\sigma_{t_s}^2 + \sigma_{EQ}^2}.$$

Ainsi, le stock de sécurité optimal est : $S_s^* = \Phi^{-1}(CSL)\sqrt{(m_{t_s} + T)\sigma_D^2 + m_D^2\sigma_{t_s}^2 + \sigma_{EQ}^2}$

Le niveau de rechargement optimal est, donc, donné par :

$$S^* = m_D(m_{t_s} + T) + \Phi^{-1}(CSL)\sqrt{(m_{t_s} + T)\sigma_D^2 + m_D^2\sigma_{t_s}^2 + \sigma_{EQ}^2} - m_{EQ}$$

Dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité fabriquée, nous ne pouvons pas donner l'expression analytique du niveau de rechargement S^* . Cependant, ce paramètre peut être déterminé numériquement comme nous l'avons montré, dans le cas de l'approvisionnement par lots disponibles après un délai L , en utilisant l'Annexe 4.

3. Gestion de stock sur prévisions dans un système avec approvisionnement continu

Dans cette section, nous étudions le même système présenté dans la section précédente. Nous supposons, en plus, que la demande est exprimée sous la forme de prévisions connues à l'avance sur un horizon donné (horizon de prévisions), et que toutes les demandes non satisfaites sont différées.

Nous étudions deux politiques (r_k, Q) et (T, S_k) adaptées à la gestion du stock dans ce système. Nous présentons le principe de fonctionnement de ces deux politiques ainsi que les résultats de calcul de leurs paramètres optimaux, obtenus avec une approche séquentielle et pour un objectif de service exprimé sous la forme d'un niveau de service par cycle.

Dans les modèles que nous présentons dans la suite, nous supposons que l'incertitude prévisionnelle suit une loi normale de moyenne zéro et d'écart-type σ_{FU} , que le temps de reconfiguration est inférieur au temps d'arrêt, et que la capacité du système de production est largement supérieure à la demande. Nous nous contentons, dans une première partie, de donner les paramètres des politiques dans le cas où il n'y a pas d'incertitudes sur le temps de reconfiguration et sur la quantité fabriquée, ce qui veut dire que nous supposons que le taux de production P , le temps de reconfiguration t_s , et la quantité fabriquée Q sont déterministes. Nous montrons, par la suite, qu'en présence d'incertitudes sur le temps de reconfiguration t_s et sur la quantité fabriquée Q , les extensions peuvent être obtenues à partir de celles présentées dans le chapitre 5 en effectuant de simples changements dans les expressions des paramètres des politiques.

Notons A le coût de commande, h le coût de possession de stock par unité de produit et par unité de temps, H la longueur de l'horizon de prévisions et $\Phi(.)$ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

3.1 Etude de la politique (r_k, Q)

Dans cette politique, le suivi du stock est effectué à toutes les périodes élémentaires de prévision. Au début de chaque période k , si la position du stock I_{k-1} descend en dessous du seuil de commande r_k , alors la préparation du système commence et après un temps de reconfiguration t_s , la production d'une quantité fixe Q est lancée. Nous supposons que la commande est passée au début de la période de reconfiguration. L'évolution du stock dans ce système est illustrée par la Figure 6.6.

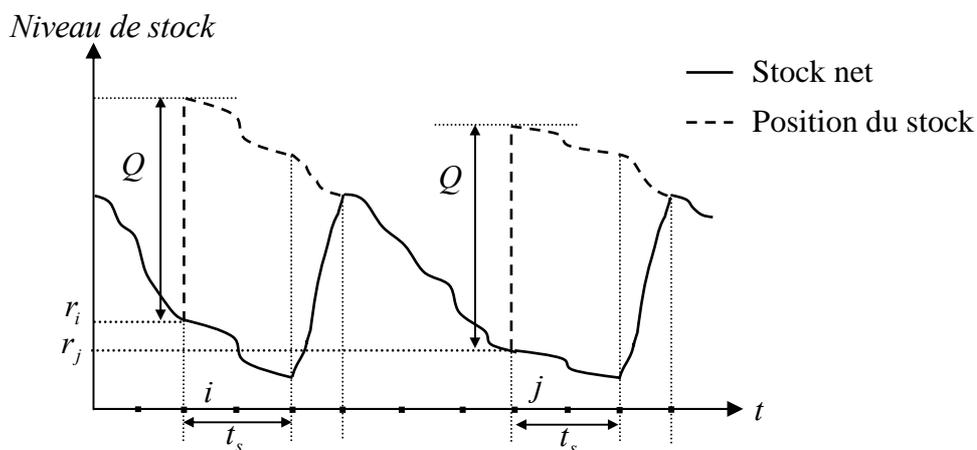


Figure 6.6. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (r_k, Q)

Dans la figure ci-dessus, la reconfiguration du système commence respectivement au début des périodes i et j . Nous supposons que la position du stock au début de ces deux périodes, est exactement égale aux seuils de commande r_i et r_j . Nous présentons dans ce qui suit les expressions des paramètres de cette politique.

- **Quantité commandée**

La quantité Q , à commander lorsque le seuil de commande est atteint, est supposée fixe. Cette quantité peut être préalablement fixée ou optimisée en tant que compromis entre les coûts de stock et les coûts de commande. Elle peut être calculée, par exemple, à l'aide de la formule de Wilson. Dans ce cas, elle est donnée par :

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 A \sum_{i=1}^H F_i}{h H (1 - \frac{\sum_{i=1}^H F_i}{H P})}} \quad (6.3)$$

- **Seuil de commande**

Le seuil de commande, à une période k , est égal à la somme de la demande prévisionnelle et de l'incertitude prévisionnelle cumulées sur l'intervalle de protection et nécessaires pour satisfaire l'objectif de service. L'intervalle de protection correspond au temps de reconfiguration t_s auquel est ajoutée une période élémentaire de prévision.

Si l'objectif de service à satisfaire est noté CSL , alors à chaque période k , le seuil de commande r_k peut s'écrire sous la forme :

$$r_k = \sum_{i=1}^{t_s+1} F_{k+i-1} + CFU_{t_s+1}(CSL)$$

3.2 Etude de la politique (T, S_k)

Dans cette politique, le système est contrôlé en début de chaque période de suivi. Si, au début de la période élémentaire de prévision k , la position du stock est inférieure au niveau de rechargement S_k , alors une quantité Q_k doit être commandée afin de ramener la position du stock au niveau S_k . La production effective commence après un temps de reconfiguration t_s , comme le montre la Figure 6.7.

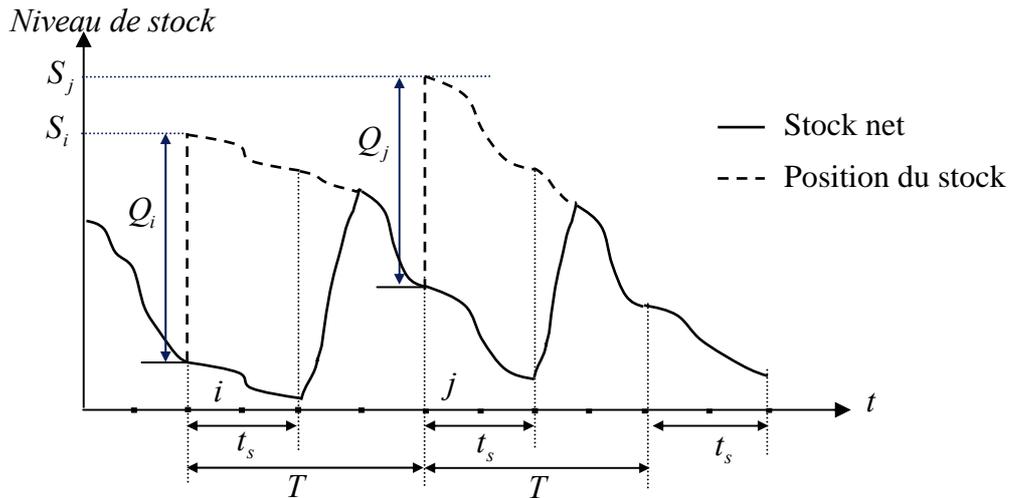


Figure 6.7. Evolution du stock dans un système avec approvisionnement continu géré par la politique (T, S_k)

Dans la figure ci-dessus, la reconfiguration du système commence respectivement au début des périodes i et j . Nous présentons dans ce qui suit les expressions des différents paramètres de cette politique.

- **Période de suivi**

La période de suivi T est supposée fixe. Ce paramètre peut être fixé à l'avance ou optimisé en tant que compromis entre les coûts de stock et les coûts de commande.

Cependant, de la même façon que pour la quantité commandée Q dans la politique (r_k, Q) , la période de suivi T peut être calculée, par exemple, par la formule de Wilson pour équilibrer entre les coûts de stock et coûts de commande. En utilisant les équations (6.2) et (6.3), nous montrons que la période de suivi dans ce cas est alors :

$$T^* = \sqrt{\frac{2AH}{h \sum_{i=1}^H F_i \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^H F_i}{H.P}\right)}}$$

- **Niveau de rechargement**

Le niveau de rechargement S_k est égal à la somme de la demande prévisionnelle et de l'incertitude prévisionnelle cumulées sur l'intervalle de protection et nécessaires pour

satisfaire l'objectif de service. Dans cette politique, l'intervalle de protection est égal à la somme du temps de reconfiguration t_s et de la période de suivi T .

D'après ce qui précède et par analogie avec l'équation (4.4), le niveau de rechargement S_k pour une période k est donné par :

$$S_k = \sum_{i=1}^{T+t_s} F_{k+i-1} + CFU_{T+t_s}(CSL)$$

En ce qui concerne la quantité commandée, elle est déterminée d'une façon dynamique. En effet, si la position du stock au début de la période élémentaire k est inférieure à S_k , alors la quantité commandée doit ramener la position du stock exactement au niveau S_k . Ainsi, la quantité à commander est :

$$Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}$$

3.3 Effet d'autres types d'incertitudes

Notons que les paramètres des politiques pour le système avec approvisionnement continu dans le cas déterministe peuvent être directement déterminés à partir des paramètres des politiques dans le cas du système avec approvisionnement par lots disponibles après un délai L et ce, en remplaçant le coût de stock h par un coût de stock équivalent $h' = h \left(1 - \frac{D}{P}\right)$ et en remplaçant le délai de réapprovisionnement L par le temps de reconfiguration t_s .

L'effet sur le système des incertitudes sur le temps de reconfiguration et sur la quantité fabriquée est le même que celui sur le système avec approvisionnement par lots disponibles après un délai L . Dès lors, la procédure de calcul des paramètres optimaux est la même que celle présentée dans la section 5.4 du chapitre 5 en remplaçant le délai moyen de réapprovisionnement m_L par le temps de reconfiguration m_{t_s} , et le coût de stock h par un coût de stock équivalent $h' = h \left(1 - \frac{m_D}{P}\right)$.

Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons étudié un système de gestion de stock avec approvisionnement continu. Nous avons d'abord étudié le cas où le système est déterministe. Ensuite, nous avons étudié le système où la demande est stochastique, en présence d'une incertitude sur le temps

de reconfiguration et sur la quantité fabriquée. Pour ce dernier système, nous avons étudié les politiques de gestion de stock (r, Q) et (T, S) .

Notons que dans ce système, la décision de la quantité à lancer peut être prise à deux moments différents : soit au début de la période de reconfiguration, soit à la fin. Dans la politique (r, Q) , les paramètres sont indépendants de cette décision puisque la quantité lancée est fixe, alors qu'elle est variable dans la politique (T, S) . Nous nous sommes intéressés au cas où la décision est prise au début de la période de reconfiguration pour être en cohérence avec les modèles présentés dans les chapitres précédents.

Cette étude nous a permis de présenter des extensions de ces politiques pour le cas d'un système avec approvisionnement continu en présence de prévisions de la demande. Nous avons montré que, dans ce cas, les paramètres des politiques peuvent être déterminés facilement à partir des paramètres des politiques présentées dans le chapitre 4, en moyennant de simples changements dans les expressions. En effet, les nouveaux paramètres peuvent être obtenus en remplaçant le coût de stock h par un coût de stock équivalent $h' = h(1 - \frac{m_D}{P})$ et en remplaçant le délai de réapprovisionnement L par le temps de reconfiguration t_s .

Signalons que, dans la politique (T, S_k) , il est plus avantageux de retarder la décision de la quantité à lancer pour ramener la position du stock au niveau de rechargement afin de bénéficier de prévisions plus actualisées. Ce qui veut dire qu'il serait plus intéressant d'étudier cette politique dans le cas où l'ordre de fabrication est lancé à la fin de la période temps de reconfiguration.

Conclusions et perspectives

1. Conclusions

Dans la première partie de ce mémoire, nous avons d'abord effectué une synthèse globale des principales politiques de pilotage de flux étudiées dans la littérature. Cette synthèse nous a permis de rappeler le principe de fonctionnement de ces politiques et de montrer les équivalences, les similarités et les différences qui existent entre elles. Après avoir étudié certaines classifications de ces politiques, nous avons montré que la frontière entre les différentes classes n'est pas toujours claire. Nous avons donc proposé une classification basée sur le type de l'information disponible sur la demande, qui distingue entre les politiques de pilotage par les besoins futurs, utilisées lorsque l'on dispose de commandes fermes ou de prévisions de la demande, et les politiques de pilotage par renouvellement de la consommation, utilisées en absence d'information sur la demande.

Nous avons ensuite effectué une étude quantitative des politiques de gestion de stock classiques (r, Q) et (T, S) . Plusieurs formulations ont été présentées pour la détermination des paramètres optimaux de ces politiques dans un système stochastique. Ces formulations correspondent à trois types d'objectif de service : le niveau de service par cycle, le taux de service en quantité et la pénalité de rupture de stock. Nous avons également étudié l'effet de différents types d'incertitude sur les paramètres des politiques. Cette étude préliminaire constitue la base de notre étude des politiques de gestion de stock sur prévisions. Dans cette optique, nous nous sommes également intéressés aux travaux ayant traité les systèmes de gestion de stock sur prévisions et nous avons montré que les différentes politiques proposées dans la littérature peuvent être considérées comme une seule politique avec niveau de recombplètement dynamique.

Dans la deuxième partie du mémoire, nous avons commencé par présenter quelques concepts relatifs à la prévision de la demande et à la notion d'incertitude prévisionnelle. Nous avons

alors proposé des méthodes de détermination des incertitudes prévisionnelles que nous avons illustrées par des exemples numériques. Ceci nous a permis de présenter la structure de la demande utilisée dans le reste du mémoire. Par la suite, en considérant cette structure, nous avons proposé deux politiques de gestion de stock sur prévisions : la politique avec seuil de commande dynamique (r_k, Q) et la politique à niveau de recombplètement dynamique (T, S_k) . Une étude numérique de ces deux politiques nous a permis de mettre en évidence les bénéfices de l'utilisation des prévisions de la demande dans le pilotage de flux. Ainsi, nous avons montré qu'il est plus intéressant d'utiliser les politiques de gestion de stock sur prévisions, dans le cas où les prévisions sont fiables, ce qui est de nos jours possible grâce à la mise en œuvre de méthodes de prévision avancées. En revanche, dans le cas où les prévisions de la demande sont moins fiables, le pilotage par renouvellement de la consommation est plus avantageux. Nous avons également montré que les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) sont équivalentes à la politique MRP, ce qui nous a permis de proposer une méthode de calcul du stock de sécurité dans la politique MRP, en présence de deux modèles d'incertitude prévisionnelle.

Cette étude a été poursuivie en proposant de nouvelles politiques de gestion de stock sur prévisions. La première politique, notée (T_k, S_k) , est une extension de la politique (T, S_k) . La deuxième, notée (r_k, S_k) , représente une extension de la politique (r_k, Q) . Pour le calcul des quantités commandées dans la politique (r_k, S_k) et des périodes de commande dans la politique (T_k, S_k) , nous avons développé une méthode basée sur l'heuristique de Silver-Meal. Ainsi, nous avons montré le gain qui résulte de la mise en œuvre de la politique (r_k, S_k) en terme de coût total moyen par rapport aux politiques (r_k, Q) et $(1, r, Q)$. Une autre extension proposée consiste à déterminer les paramètres de la politique (r_k, Q) en considérant un objectif de service exprimé sous la forme d'un taux de service en quantité. Nous avons alors montré, dans ce cas, comment le seuil de commande peut être déterminé numériquement. Nous avons également étudié l'effet d'autres types d'incertitudes sur les politiques (r_k, Q) et (T, S_k) , telles que l'incertitude sur le délai d'approvisionnement et l'incertitude sur la quantité reçue.

Dans la dernière partie du mémoire, nous nous sommes intéressés à des politiques de gestion de stock dans un système avec approvisionnement continu, en présence d'aléas liés au système. Cette étude nous a permis de présenter des extensions de ces politiques dans le cas d'un système avec approvisionnement continu disposant de prévisions de la demande. Nous avons montré que, dans ce cas, les paramètres des politiques peuvent être déterminés facilement à partir des paramètres des politiques de gestion de stock classiques en moyennant de simples changements dans les expressions.

Enfin, pour conclure nous disons que, dans le cadre de cette thèse, nous avons étudié, aussi bien qualitativement que quantitativement, des politiques de pilotage de flux et nous en avons proposé des nouvelles basées sur les prévisions de la demande. Cette étude nous a permis de mettre en évidence le lien qui existe entre la politique MRP et les politiques de gestion de stock, et enfin de donner une vision plus cohérente de toutes ces politiques. Ceci représente le principal apport scientifique de nos travaux. Notons aussi que dans le cadre de cette thèse, nous ne prétendons pas avoir proposé des modèles très développés pour le pilotage de flux en présence de prévisions de la demande, cependant, nous avons proposé une approche pragmatique pour le pilotage de flux et nous avons développé des politiques simples et faciles à mettre en œuvre, ce qui représente une contribution appréciable pour l'amélioration du pilotage de flux dans le monde industriel.

2. Perspectives

Dans tous les travaux présentés dans le cadre de cette thèse, nous avons étudié des systèmes mono-étage et mono-produit. Cette étude est très importante pour comprendre et analyser des systèmes plus complexes composés de plusieurs étages et/ou de plusieurs types de produits. Dans la continuité des travaux déjà effectués, il serait intéressant d'étudier les systèmes mono-étage et multi-produits. L'étude de ce type de systèmes peut être simplifiée en considérant un système à capacité illimitée, avec un niveau de service objectif pour chaque produit. Ceci se résume à étudier plusieurs systèmes indépendants, et l'analyse effectuée dans le cadre de cette thèse reste valable pour chaque produit. Cependant, le cas où le système a une capacité limitée est plus complexe puisque des problèmes de partage de capacité apparaissent. Notons que lorsque le niveau de service objectif est exprimé pour des commandes composées de plusieurs types de produits, même si le système est de capacité illimitée, l'analyse est complexe et mérite d'être étudiée en profondeur dans des futurs travaux.

Par ailleurs, il est clair qu'en étudiant les politiques de pilotage de flux, notamment la politique MRP, l'étude des systèmes multi-étages s'impose. Il serait donc intéressant d'étendre l'approche utilisée dans cette thèse à des systèmes multi-étages disposant de prévisions de la demande. Signalons que pour utiliser notre approche de pilotage sur prévisions dans des systèmes multi-étages, différents aspects sont à considérer : l'une des problématiques est de savoir comment les prévisions de la demande doivent être utilisées pour piloter les différents étages du système, i.e. (i) faut-il utiliser des prévisions sur les produits

finis et appliquer une méthode de type MRP pour en déduire les besoins sur les produits dans les étages en amont ? (ii) faut-il utiliser des prévisions sur les produits à chaque étage et appliquer une méthode de type MRP pour piloter indépendamment chaque étage ? (iii) faut-il piloter le système comme étant un système mono-étage à partir d'un seul point de contrôle, utilisant les prévisions sur les produits finis ? Dans ce dernier cas, l'étude effectuée dans le cadre de cette thèse peut facilement être appliquée au système. En revanche, dans le cas d'un système multi-étages, avec plusieurs points de contrôle, il serait intéressant d'étudier les différentes approches afin de définir les meilleures politiques de pilotage.

Notons enfin que, même dans le cadre de la gestion de stock classique, c'est à dire pour une demande stationnaire, il y a peu de travaux sur les politiques de gestion de stock dans des systèmes multi-étages. Il serait donc intéressant de commencer par étudier ce type de systèmes avant même d'introduire les prévisions de la demande dans les politiques de pilotage.

Annexes

Annexe 1 : Rappels mathématiques (Moyenne et écart type d'une somme de variables aléatoires)

Soient $X_i, i = 1 \dots N$, N variables aléatoires indépendantes et Y la variable aléatoire définie par :

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i .$$

Alors la moyenne et la variance de Y sont définies par :

$$m_Y = \sum_{i=1}^N m_{X_i} \quad \text{et} \quad \sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^N \sigma_{X_i}^2$$

De plus, si N est une variable aléatoire, de moyenne m_N et d'écart type σ_N , et si les X_i sont indépendantes et identiquement distribuées de moyenne m_X et d'écart type σ_X , alors :

$$m_Y = m_N m_X \quad \text{et} \quad \sigma_Y^2 = m_N \sigma_X^2 + m_X^2 \sigma_N^2$$

- **Application :**

La demande D est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne m_D et d'écart type σ_D . Le délai d'approvisionnement L est une variable aléatoire qui suit une loi normale de moyenne m_L et d'écart type σ_L .

La demande pendant le délai d'approvisionnement est aussi distribuée selon une loi normale, de moyenne $m_{DL} = m_D m_L$ et d'écart type $\sigma_{DL} = \sqrt{m_L \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2}$.

Annexe 2 : Calcul du nombre moyen de demandes en rupture dans la politique (r, Q)

Nous détaillons dans cette annexe le calcul du nombre moyen de demandes en rupture dans la politique (r, Q) .

$$n(r) = \int_{x=r}^{+\infty} (x-r) \phi_{DL}(x) dx$$

Puisque $r = m_D m_L + Ss$ alors :

$$n(r) = \int_{x=m_D m_L + Ss}^{+\infty} (x - m_D m_L - Ss) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{DL}} e^{-\frac{(x - m_D m_L)^2}{2\sigma_{DL}^2}} dx$$

Avec le changement de variable $z = \frac{x - m_D m_L}{\sigma_{DL}}$, nous obtenons :

$$n(r) = -Ss \int_{z=\frac{Ss}{\sigma_{DL}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sigma_{DL} \int_{z=\frac{Ss}{\sigma_{DL}}}^{+\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Avec le changement de variable $w = \frac{z^2}{2}$ au deuxième terme, nous obtenons :

$$n(r) = -Ss \int_{z=\frac{Ss}{\sigma_{DL}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sigma_{DL} \int_{w=\frac{1}{2}\left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}}\right)^2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-w} dw$$

$$\Rightarrow n(r) = -Ss \int_{z=\frac{Ss}{\sigma_{DL}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sigma_{DL} \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}}\right)^2}{2}} \right)$$

$$\Rightarrow n(r) = -Ss \left[1 - \Phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right) \right] + \sigma_{DL} \phi \left(\frac{Ss}{\sigma_{DL}} \right)$$

Annexe 3 : Quantité optimale à commander en présence d'une incertitude sur la quantité reçue

L'incertitude sur la quantité reçue est une variable aléatoire qui peut être absolue, relative ou mixte. Supposons que l'incertitude sur la quantité reçue soit mixte, c'est à dire composée d'une composante relative et d'une composante absolue. Dès lors, nous pouvons écrire la quantité reçue Q_s en fonction de la quantité commandée Q comme suit : $Q_s = p.Q + \varepsilon$, avec p une variable aléatoire de moyenne m_p et d'écart type σ_p et ε une variable aléatoire de moyenne m_ε et d'écart type σ_ε .

L'espérance de la quantité reçue $E(Q_s)$ est : $E(Q_s) = m_p Q + m_\varepsilon$. Supposons que la quantité optimale qui doit être reçue soit calculée avec la formule de Wilson, notée Q_{EOQ}^* , alors la quantité optimale à commander Q^* en présence d'une incertitude sur la quantité reçue est :

$$Q^* = \frac{Q_{EOQ}^* - m_\varepsilon}{m_p}$$

• **Application :**

Supposons que l'incertitude sur la quantité reçue suit une loi normale de moyenne m_{EQ} et d'écart type σ_{EQ} . Supposons également que l'incertitude sur la quantité reçue est, soit absolue, soit relative, ce qui veut dire que la quantité reçue s'écrit sous la forme :

$$Q_s = \begin{cases} Q + EQ, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est absolue} \\ (1 + EQ)Q, & \text{si l'incertitude sur la quantité reçue est relative} \end{cases}$$

La quantité optimale à commander en présence d'une incertitude sur la quantité reçue et dans le cas où la quantité optimale est calculée avec la formule de Wilson $Q_{EOQ}^* = \sqrt{\frac{2Am_D}{h}}$, est alors :

$$Q^* = \begin{cases} \sqrt{\frac{2Am_D}{h}} - m_{EQ}, & \text{dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité reçue.} \\ \frac{1}{1+m_{EQ}} \sqrt{\frac{2Am_D}{h}}, & \text{dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité reçue.} \end{cases}$$

Annexe 4 : Calcul du niveau de reapprovisionnement en présence d'une incertitude sur la quantité reçue

Supposons que l'incertitude sur la quantité reçue soit mixte. L'expression de la quantité reçue Q_s peut s'écrire en fonction de la quantité commandée Q comme suit : $Q_s = pQ + \varepsilon$, avec p une variable aléatoire de moyenne m_p et d'écart type σ_p et ε une variable aléatoire de moyenne m_ε et d'écart type σ_ε . Dans ce qui suit nous supposons que les variables aléatoires p et ε suivent les lois normales.

Le niveau de reapprovisionnement S , doit couvrir la demande pendant l'intervalle de protection $T+L$, afin de garantir le niveau de service CSL , pour une quantité reçue Q_s . Le niveau S est tel que :

$$P(\text{Demande pendant } T+L \leq S) = CSL$$

Soit $D(T+L)$ la variable aléatoire "Demande pendant $T+L$ ". $D(T+L)$ suit une loi normale de moyenne $m_{D(T+L)} = m_D(m_L + T)$ et d'écart type $\sigma_{D(T+L)} = \sqrt{(m_L + T)\sigma_D^2 + m_D^2\sigma_L^2}$.

Nous considérons la valeur de la position du stock à l'instant de commande I pour calculer le niveau de reapprovisionnement S . Il s'agit alors de calculer la quantité à commander Q pour ramener la position du stock I au niveau de reapprovisionnement S qui est comme suit :

$$P(D(T+L) \leq S) = CSL, \text{ où } S = I + Q_s = I + p \cdot Q + \varepsilon$$

- Dans le cas d'une incertitude absolue sur la quantité commandée (i.e. $Q_s = Q + \varepsilon$) :

$$P(D(T+L) \leq I + Q + \varepsilon) = CSL \Rightarrow P(D(T+L) - \varepsilon - I \leq Q) = CSL$$

La variable aléatoire $D(T+L) - \varepsilon - I$ suit une loi normale de moyenne et d'écart type :

$$m_{D(T+L)-\varepsilon-I} = m_D \cdot (m_L + T) - m_\varepsilon - I \quad \text{et} \quad \sigma_{D(T+L)-\varepsilon-I} = \sqrt{(m_L + T) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2 + \sigma_\varepsilon^2}.$$

La quantité à commander est alors : $Q = \Phi_{D(T+L)-\varepsilon-I}^{-1}(CSL)$, où $\Phi_{D(T+L)-\varepsilon-I}(\cdot)$ désigne la fonction de répartition de la variable aléatoire $D(T+L) - \varepsilon - I$.

$$\text{Ainsi, } Q = m_D (m_L + T) - m_\varepsilon - I + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{(m_L + T) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2 + \sigma_\varepsilon^2}.$$

Puisque le niveau de reapprovisionnement à atteindre en commandant la quantité Q est $S = Q + I$

$$\text{alors : } S = m_D (m_L + T) + \Phi^{-1}(CSL) \sqrt{(m_L + T) \sigma_D^2 + m_D^2 \sigma_L^2 + \sigma_\varepsilon^2} - m_\varepsilon$$

- Dans le cas d'une incertitude relative sur la quantité commandée (i.e. $Q_s = p \cdot Q$) :

$$P(D(T+L) \leq I + p \cdot Q) = CSL \Rightarrow P\left(\frac{D(T+L) - I}{p} \leq Q\right) = CSL$$

Ainsi, la quantité à commander Q peut être déterminée numériquement. Q est la solution de l'équation :

$$P\left(\frac{D(T+L) - I}{p} \leq Q\right) = CSL$$

Le niveau de reapprovisionnement S à atteindre en commandant la quantité Q est alors : $S = Q + I$.

Nous remarquons qu'avec cette approche de calcul, dans la politique (T, S) , s'il y a une incertitude relative sur la quantité reçue, le niveau de reapprovisionnement n'est plus constant et, à chaque période de suivi, il faut recalculer un niveau de reapprovisionnement S en utilisant la valeur de la position du stock I .

Il est possible déterminer un niveau de reconstituement constant en utilisant la distribution de probabilité de la position du stock, mais cela devient un problème très complexe.

Annexe 5 : Incertitude prévisionnelle cumulée sur N périodes

Notons FU^k la variable aléatoire "incertitude prévisionnelle sur une période k ". Supposons que les FU^k sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées qui suivent une loi normale $N(m_{FU}, \sigma_{FU})$.

- **Modèle absolu :**

Dans le cas du modèle absolu, la variable aléatoire "incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R composé de N périodes", que nous notons CFU_R , s'écrit sous la forme :

$$CFU_R = \sum_{k=1}^N FU^k$$

D'après le rappel mathématique donné dans l'Annexe 1, l'incertitude prévisionnelle cumulée CFU_R suit une loi normale $N(m_{CFU_R}, \sigma_{CFU_R})$, où :

$$m_{CFU_R} = \sum_{i=1}^N m_{FU} = N m_{FU} \text{ et } \sigma_{CFU_R} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \sigma_{FU}^2} = \sigma_{FU} \sqrt{N}$$

- **Modèle relatif :**

Dans le cas du modèle relatif, la distribution de l'incertitude prévisionnelle sur chaque période est donnée en pourcentage, (i.e. la moyenne m_{FU} et l'écart-type σ_{FU} sont des pourcentages).

Soient CFU_R l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R composé de N périodes (donnée en quantité) et F_k la prévision à la période k . Nous pouvons écrire CFU_R sous la

$$\text{forme : } CFU_R = \sum_{k=1}^N F_k \cdot FU^k .$$

Pour déterminer la distribution de CFU_R , nous commençons par le rappel mathématique suivant qui permet de calculer la moyenne et l'écart type d'une somme pondérée de variables aléatoires.

Rappel mathématique :

Soient X_i ($i = 1 \dots N$), N des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées, qui suivent une loi normale $N(m_{X_i}, \sigma_{X_i})$.

Soit Y la variable aléatoire : $Y = \sum_{i=1}^N a_i X_i$

Alors, Y suit une loi normale de moyenne m_Y et de variance σ_Y^2 données par :

$$m_Y = \sum_{i=1}^N a_i m_{X_i} \quad \text{et} \quad \sigma_Y^2 = \sum_{i=1}^N a_i^2 \sigma_{X_i}^2$$

Application : Incertitude prévisionnelle relative cumulée sur N périodes :

D'après ce rappel mathématique, à une période k , l'incertitude prévisionnelle cumulée sur un intervalle R composé de N périodes (donnée en quantité), est une variable aléatoire qui suit une loi normale $N(m_{CFU_R}, \sigma_{CFU_R})$, où :

$$m_{CFU_R} = \sum_{i=1}^N m_{FU} F_{k+i-1} = m_{FU} \sum_{i=1}^N F_{k+i-1} \quad \text{et} \quad \sigma_{CFU_R} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\sigma_{FU} F_{k+i-1})^2} = \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}^2}$$

Si nous supposons qu'à une période k , la variable aléatoire "incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle R donnée en quantité" (notée CFU_R) est proportionnelle à la variable aléatoire "incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle R donnée en pourcentage" (notée CFU_R^P), c'est à dire : $CFU_R = CFU_R^P \sum_{i=1}^N F_{k+i-1}$, alors l'incertitude prévisionnelle cumulée sur

l'intervalle R (donnée en pourcentage), est une variable aléatoire de moyenne $m_{CFU_R^P}$ et

d'écart type $\sigma_{CFU_R^P}$, où :

$$m_{CFU_R^P} = \frac{m_{CFU_R}}{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}} = m_{FU}$$

$$\sigma_{CFU_R^P} = \frac{\sigma_{CFU_R}}{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}^2}}{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}} \sigma_{FU} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{F_{k+i-1}}{\sum_{i=1}^N F_{k+i-1}} \right)^2} \sigma_{FU}$$

Annexe 6 : Intervalle de protection dans la politique (r_k, Q)

Pour mieux voir que l'intervalle de protection est égal à $L+1$ et non pas égal à L , nous allons le montrer sur ce petit exemple de 5 périodes élémentaires avec un délai d'approvisionnement $L = 3$ périodes et sans incertitude prévisionnelle.

Période	0	1	2	3	4	5
Prévision		80	60	40	60	30
Stock net = Position du stock	200					

Nous devons vérifier au début de la période 1, si une commande doit être effectuée ou non, pour voir si le seuil de commande est atteint ou non, et s'il est atteint, quel intervalle couvre-t-il (L ou $L+1$ périodes) ?

Soit r'_k le seuil de commande calculé sur un intervalle de protection de L périodes et r_k le seuil de commande calculé sur un intervalle de protection de $L+1$ périodes

- **Si on considère que $PI = L = 3$ (i.e. on considère r'_k au lieu de r_k)**

Au début de la période 1 : position du stock = 200 > besoin prévisionnel sur PI ($r'_k = 180$)

⇒ Donc le point de commande n'est pas atteint au début de la période 1, et au début de la période 2, comme le montre le tableau ci-dessous, le seuil de commande est atteint, donc, une commande doit être effectuée pour une quantité qui arrive après 3 périodes. Cette quantité commandée (supposée égale à 100) arrive en début de la période 5. Donc, le système est en rupture pour la période 4. (voir tableau ci-dessous).

Période	0	1	2	3	4	5
Prévision		80	60	40	60	30
Stock net	200	120	60	20	- 40	30
Commande			100			
Position du stock	200	120	160	120	60	30

- **Si on considère que $PI = L+1 = 4$ (i.e. on considère $r_k = 240$)**

En début de la période 1, position du stock = 200 < besoin prévisionnel sur PI ($r_k = 240$)

⇒ Donc le point de commande est atteint au début de la période 1. Une commande doit être effectuée au début de la période 1 et qui arrive après 3 périodes (i.e. début de la période 4). Par exemple, si la quantité commandée est $Q = 100$, le système n'est plus en rupture de stock pour la période 4. (voir tableau ci-dessous).

Période	0	1	2	3	4	5
Prévision		80	60	40	60	50
Stock net	200	120	60	20	60	10
Commande		100		200		
Position du stock	200	220	160	320	260	210

Il est évident que la quantité commandée doit être assez grande pour couvrir la période 4, alors que dans le premier cas, quelle que soit la quantité commandée Q , la demande de la période 4 ne peut pas être satisfaite.

Cet exemple montre bien que l'intervalle de protection dans le cas d'une politique (r_k, Q) est égal à $L+1$ et non pas égal à L . Cette période supplémentaire est due au caractère discret du suivi.

Annexe 7 : Calcul des quantités de sécurité

Nous allons faire la démonstration pour la politique (r_k, Q) , mais la preuve est presque la même pour la politique (T, S_k) . Soient

r_k : le seuil de commande à une période k

CSL : le niveau de service objectif à atteindre

$P(x)$: la probabilité de l'événement aléatoire x .

Alors, il faut chercher la valeur de r_k telle que :

$$P(\text{Demande prévisionnelle cumulée sur } PI \leq r_k) = CSL$$

$$\Rightarrow P(\text{Incertitude prévisionnelle cumulée sur } PI + \text{Prévisions cumulées sur } PI \leq r_k) = CSL$$

Soit CFU_{PI} la variable aléatoire "incertitude prévisionnelle cumulée sur PI ".

Les prévisions cumulées sur PI à une période k sont données par : $\sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}$

$$\text{Alors : } P(CFU_{PI} + \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1} \leq r_k) = CSL$$

Si PI est constant ($PI = L + T_f$) (pas d'incertitude sur le délai d'approvisionnement L), alors

pour une période k , la quantité $\sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}$ est une constante. Nous avons alors :

$$P(CFU_{PI} \leq S_k - \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}) = CSL$$

Si l'incertitude prévisionnelle suit une loi normale $N(0, \sigma_{FU})$. Avec l'hypothèse d'indépendance sur les différentes périodes, l'incertitude prévisionnelle cumulée (CFU_{PI}) sur l'intervalle de protection suit une loi normale $N(0, \sigma_{CFU_{PI}})$.

Soit $\Phi_{CFU_{PI}}(.)$ la fonction de répartition de l'incertitude prévisionnelle cumulée sur l'intervalle de protection et $\Phi(.)$ la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

Donc :

$$\Phi_{CFU_{PI}}\left(r_k - \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}\right) = CSL$$

Puisque $SQ_k = r_k - \sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}$, alors la quantité de sécurité est donnée par :

$$SQ_k = \Phi_{CFU_{PI}}^{-1}(CSL) = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{CFU_{PI}}$$

Pour distinguer entre le cas absolu et relatif, la quantité de sécurité est comme suit :

- **Incertaine prévisionnelle absolue :**

$$SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{CFU_{PI}}, \text{ où } \sigma_{CFU_{PI}} = \sqrt{\sum_{i=1}^{PI} \sigma_{FU}^2}$$

$$\text{Alors : } SQ_k = SQ = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{PI} \quad \forall k$$

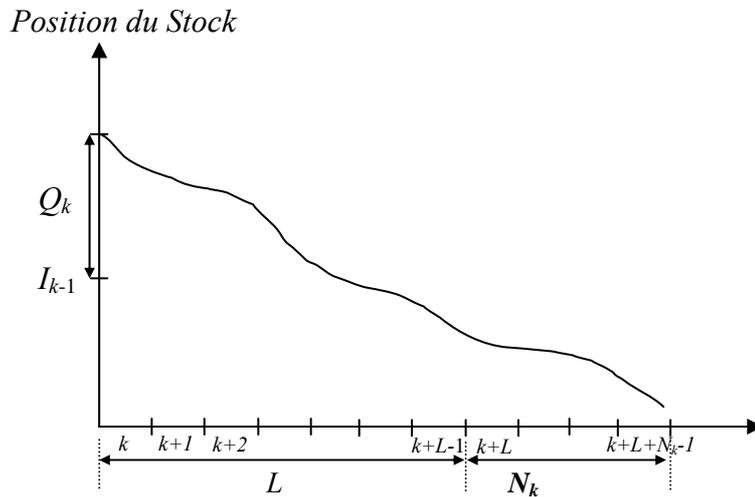
- **Incertaine prévisionnelle Relative :**

$$SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{CFU_{PI}}, \text{ où } \sigma_{CFU_{PI}} = \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}^2} \quad (\text{cf. Annexe 5})$$

$$\text{Alors : } SQ_k = \Phi^{-1}(CSL) \sigma_{FU} \sqrt{\sum_{i=1}^{PI} F_{k+i-1}^2}$$

Annexe 8 : Heuristique de Silver-Meal en gestion de stock sur prévisions

Au début de la période k , il faut décider de la quantité à commander pour couvrir le besoin prévisionnel maximal cumulé sur $L + N_k$ périodes en satisfaisant un niveau de service CSL .



Soient :

Q_k : la quantité à commander à la période k

I_k : la position du stock en fin de la période k .

X_k : le stock net en fin de la période k .

Le nombre de périodes N_k à couvrir est choisi de façon à minimiser le coût total moyen (coût de stock et coût de commande) sur les N_k périodes (de la période $k+L$ jusqu'à la période $k+L+N_k-1$).

$$Q_k = \sum_{i=1}^{L+N_k} F_{k+i-1} + CFU_{L+N_k}(CSL) - I_{k-1}$$

Pour cela, calculons les espérances des stocks nets en fin des périodes : $k+L$, $k+L+1$, ..., $k+L+N_k-1$, que nous notons \bar{X}_{k+L} , \bar{X}_{k+L+1} , ..., \bar{X}_{k+L+N_k-1} .

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}_{k+L} = \bar{X}_{k+L-1} + Q_k - F_{k+L} \\ \bar{X}_{k+L+1} = \bar{X}_{k+L-1} + Q_k - F_{k+L} - F_{k+L+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{X}_{k+L+N_k-1} = \bar{X}_{k+L-1} + Q_k - F_{k+L} - F_{k+L+1} - F_{k+L+2} - \dots - F_{k+L+N_k-1} \end{array} \right.$$

Ainsi le stock total moyen sur les N_k périodes est :

$$N_k \bar{X}_{k+L-1} + N_k Q_k - \sum_{i=L+1}^{L+N_k} [L + N_k - i + 1] F_{k+i-1}$$

$$\text{Puisque : } \bar{X}_{k+L-1} = I_{k-1} - \sum_{i=1}^L F_{k+i-1}$$

Le stock total moyen sur les N_k périodes est égal à :

$$N_k I_{k-1} - N_k \sum_{i=1}^L F_{k+i-1} + N_k Q_k - \sum_{i=L+1}^{L+N_k} [L + N_k - i + 1] F_{k+i-1}$$

$$\text{Puisque : } Q_k = \sum_{i=1}^L F_{k+i-1} + \sum_{i=L+1}^{L+N_k} F_{k+i-1} + CFU_{L+N_k}(CSL) - I_{k-1}$$

Alors le stock moyen sur les N_k périodes est : $N_k CFU_{L+N_k}(CSL) + \sum_{i=L+1}^{L+N_k} [i - (L + 1)] F_{k+i-1}$

D'où le coût total moyen sur les N_k périodes, noté $CT(N_k)$, donnée par :

$$CT(N_k) = \frac{A + h \left[N_k CFU_{L+N_k}(CSL) + \sum_{i=L+1}^{L+N_k} [i - (L + 1)] F_{k+i-1} \right]}{N_k}$$

Annexe 9 : Equivalence entre la politique (r_k, Q_k) et la politique (r_k, S_k)

Dans la politique (r_k, Q_k) , la quantité commandée Q_k est telle que :

$$Q_k = \max \left\{ \sum_{i=1}^{L+N_k} F_{k+i-1} + CFU_{L+N_k}(CSL) - I_{k-1}, 0 \right\}$$

La quantité commandée Q_k peut être vue comme étant une quantité qui ramène la position du stock jusqu'au niveau de recombêtement S_k , c'est à dire :

$$Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}, \text{ où } : S_k = \sum_{i=1}^{N_k+L} F_{k+i-1} + CFU_{N_k+L} (CSL)$$

Ainsi la politique (r_k, Q_k) peut être vue comme une politique (r_k, S_k) avec le même paramètre r_k et la quantité Q_k équivalente qui est donnée comme suit : $Q_k = \max\{S_k - I_{k-1}, 0\}$.

Nous précisons que les paramètres de la politique (r_k, S_k) peuvent être calculés sur tout l'horizon des prévisions indépendamment de l'état du système, alors que le paramètre Q_k de la politique (r_k, Q_k) dépend de l'état du système, en l'occurrence de la position du stock à chaque période. Dès lors, il serait plus judicieux d'utiliser l'appellation (r_k, S_k) pour désigner cette politique au lieu de l'appellation (r_k, Q_k) .

Annexe 10 : Calcul du nombre moyen de demandes en rupture dans la politique (r_k, Q)

$$n(r_k) = \int_{x=r_k}^{+\infty} (x - r_k) \phi_{PI}(x) dx \text{ avec } r_k = \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + SQ_k$$

Le besoin prévisionnel sur $L+1$ périodes suit une loi normale de moyenne $\sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1}$ et d'écart type $\sigma_{CFU_{L+1}}$. Alors :

$$n(r_k) = \int_{x=\sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} + SQ_k}^{+\infty} \left(x - \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1} - SQ_k \right) \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{CFU_{L+1}}} e^{-\frac{(x - \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1})^2}{2\sigma_{CFU_{L+1}}^2}} dx$$

Avec le changement de variable $z = \frac{x - \sum_{i=1}^{L+1} F_{k+i-1}}{\sigma_{CFU_{L+1}}}$, nous obtenons :

$$n(r_k) = -SQ_k \int_{z=\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sigma_{CFU_{L+1}} \int_{z=\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}}}^{+\infty} z \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz \text{ Avec le changement de}$$

variable $w = \frac{z^2}{2}$ au deuxième terme, nous obtenons :

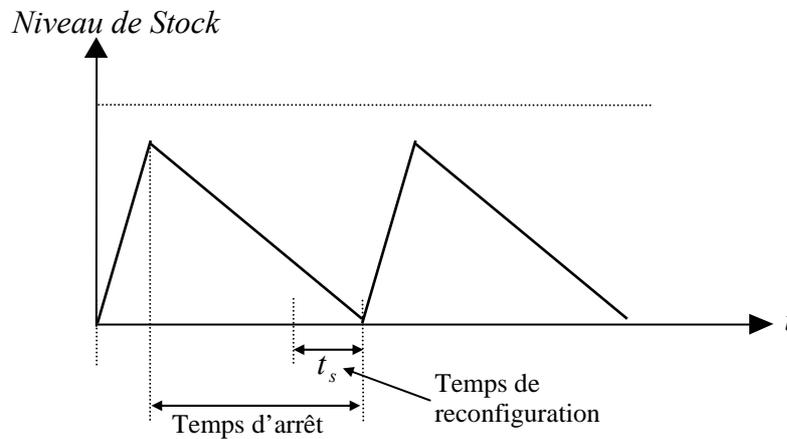
$$n(r_k) = -SQ_k \int_{z=\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sigma_{CFU_{L+1}} \int_{w=\frac{1}{2}(\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}})^2}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-w} dw$$

$$\Rightarrow n(r_k) = -SQ_k \int_{z=\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz + \sigma_{CFU_{L+1}} \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\left(\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}}\right)^2}{2}} \right)$$

$$\Rightarrow n(r_k) = -SQ_k \left[1 - \Phi \left(\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}} \right) \right] + \sigma_{CFU_{L+1}} \phi \left(\frac{SQ_k}{\sigma_{CFU_{L+1}}} \right)$$

Annexe 11 : Calcul de la quantité à commander en présence d'un temps de reconfiguration

Calcul de la quantité optimale à commander dans un système de gestion de stock avec approvisionnement continu, en présence d'un temps de reconfiguration t_s .



La solution optimale trouvée en absence d'un temps de reconfiguration $\tilde{Q}^* = \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}$ reste

valable si le temps de reconfiguration est plus petit que le temps d'arrêt égal à : $\frac{\tilde{Q}^*}{D} \left(1 - \frac{D}{P}\right)$.

C'est à dire si $t_s \leq \frac{\tilde{Q}^*}{D} \left(1 - \frac{D}{P}\right)$

Ainsi, la quantité à commander doit satisfaire : $\tilde{Q}^* \geq t_s \frac{D}{1-\frac{D}{P}}$

Alors, la quantité optimale à commander en présence d'un temps de reconfiguration t_s est :

$$Q^* = \max \left\{ \sqrt{\frac{2AD}{h(1-\frac{D}{P})}}, \frac{t_s D}{1-\frac{D}{P}} \right\}$$

Bibliographie

- [1] Arrow, K. A., Karlin, S. and Scarf, H. E. *Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production*, Stanford University Press, California, 1958.
- [2] Aviv, Y. Gaining Benefits from Joint Forecasting and Replenishment Processes: The Case of Auto-correlated Demand, *Manufacturing & Service Operations Management*, vol. 4, pp. 55-74, 2002.
- [3] Axsäter, S. *Inventory Control*, MA : Kluwer, Norwell, 2000.
- [4] Axsäter, S. and Rosling, K. Installation vs. Echelon Stock Policies for Multilevel Inventory Control, *Management Science*, vol. 39, pp. 1274-1280, 1993.
- [5] Axsäter, S. and Rosling, K. Multi-level production-inventory control: Material requirements planning or reorder point policies?, *EJOR*, vol. 75, pp. 405-412, 1994.
- [6] Axsäter, S. and Rosling, K. Ranking of generalised multi-stage KANBAN policies, *EJOR*, vol. 113, pp. 560-567, 1999.
- [7] Babaï, M. Z. and Dallery, Y. Impact de l'information sur la demande sur le choix du mode de pilotage de flux dans la chaîne logistique, *MOSIM'04*, Nantes (France), 2004.
- [8] Babaï, M. Z. and Dallery, Y. A study of forecast based flow management policies, *Biennial Beta conference*, Eindhoven (the Netherlands), 2004.
- [9] Babaï, M. Z. and Dallery, Y. Inventory Management : A Forecast Based Approach vs. The Standard Approach, *IESM'05*, Marrakech (Morocco), 2005.
- [10] Babaï, M. Z. and Dallery, Y. A Study of Flow Management Policies with Advance Demand Information, *7th ISIR Summer School on Supply Chain Inventory Management*, Mannheim (Germany), 2005.
- [11] Baglin, G., Bruel, O., Garreau, A., Greif, M. and VanDelft, C. *Management logistique et industriel*, Economica, Paris, 2001.
- [12] Bedworth, D. D. and Bailey, J. E. *Integrated Production Control Systems*, New York: Wiley, 1987.
- [13] Benton, W. C. and Shin, H. Manufacturing planning and control : the evolution of MRP and JIT integration, *European Journal of Operations Research*, vol. 110, pp. 411-440, 1998.
- [14] Berkley, B. J. A review of the kanban production control research literature, *Production and Operations Management*, vol. 1, pp. 393-411, 1992.
- [15] Berry, W. L. Lot sizing procedures for requirements planning systems : A framework for analysis, *Production and Inventory Management Journal*, vol. 13, pp. 19-34, 1972.

- [16] Bookbinder, J. H. and Tan, J. Y. Strategies for the probabilistic lot-sizing problem with service level constraints, *Management Science*, vol. 34, pp. 1096-1108, 1988.
- [17] Bourbonnais, R. and Usunier, J. C. *Prévision des ventes : Théorie et pratique*, ECONOMICA, Paris, 2001.
- [18] Brown, R. G. *Statistical Forecasting for Inventory Control*, McGraw-Hill, New York, 1959.
- [19] Buzacott, J. A. Queuing models of kanban and MRP controlled manufacturing Systems, *Engineering Cost and Production Economics*, vol. 17, pp. 17, 1989.
- [20] Buzacott, J. A. and Shanthikumar, J. G. Stochastic Models of single stage MRP controlled production Systems, *Working paper, University of Waterloo*, 1989.
- [21] Buzacott, J. A. and Shanthikumar, J. G. *Stochastic Models of Manufacturing Systems*, Printice Hall, New Jersey, 1993.
- [22] Buzacott, J. and Shanthikumar, J. G. Safety Stock versus safety Time in MRP Controlled Production Systems, *Management Science*, vol. 40, pp. 1678-1689, 1994.
- [23] Cadenas-Barron, L. E. The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically, *International Journal of Production Economics*, vol. 70, pp. 289-292, 2001.
- [24] Chen, F., Drezner, Z., Ryan, J. K. and Simchi-Levi, D. Quantifying the Bullwhip Effect in a Simple Supply Chain : The impact of Forecasting, Lead Times, and Information, *Management Science*, vol. 46, pp. 436-443, 2000.
- [25] Clark, A. J. and Scarf, H. Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem, *Management Science*, vol. 6, pp. 474-490, 1960.
- [26] Dallery, Y. Notes de cours de logistique industrielle, *Ecole Centrale Paris*, 2000.
- [27] Dallery, Y. and Liberopoulos, G. Extended Kanban Control System: Combining Kanban and Base Stock, *IIE Transactions*, vol. 32, pp. 369-386, 2000.
- [28] DeBodt, M. A., Gelders, L. F. and Wassenhove, L. N. Van. Lot-sizing under dynamic demand conditions : A review, *Engineering Costs and Production Economics*, vol. 8, pp. 165-187, 1984.
- [29] Donk, D. P. Van. Make To Stock or Make To Order : The decoupling point in the food processing industries, *International Journal of Production Economics*, vol. 69, pp. 297-306, 2001.
- [30] Elsayed, E. A. and Boucher, T. O. *Analysis and Control of Production Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.
- [31] Ericsson, N. R. *Predictable uncertainty in economic forecasting*, In A Companion to Economic Forecasting, M.P. Clements and D.F. Hendry, eds, Oxford: Blackwell, 2002.
- [32] Federgruen, A. and Katalan, Z. The impact of adding a MTO item to a MTS production system, *Management Science*, vol. 45, pp. 980-994, 1999.
- [33] Frein, Y., Mascolo, M. Di and Dallery, Y. On the design of generalized kanban control systems, *International Journal of Operations & Production Management*, vol. 15, pp. 158-184, 1995.

-
- [34] Graves, S. C. A Tactical Planning Model for a Job Shop., *Operations Research*, vol. 34, pp. 522-533, 1986.
- [35] Graves, S. C. A Single-Item Inventory Model for a Nonstationary Demand Process, *Manufacturing & Service Operations Management*, vol. 1, pp. 50-61, 1999.
- [36] Gross, D. and Harris, C. M. On one-for-one-ordering inventory policies with statedependent leadtimes, *Operations Research*, vol. 19, pp. 735-760, 1971.
- [37] Güllü, R. On the Value of Information in Dynamic Production/Inventory Problems under Forecast Evolution, *Naval Research Logistics*, vol. 43, pp. 289-303, 1996.
- [38] Gupta, D. and Benjaafar, S. Make-to-order, Make-to-stock, or Delay Product Differentiation ? - A Common Framework for Modeling and Analysis, *Working Paper, University of Minnesota*, 2001.
- [39] Hadley, G. and Whitin, T. *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, NJ, 1963.
- [40] Harris, F. How many parts to make at once, *Factory, The magazine of Management*, vol. 10, pp. 135-136, 1913.
- [41] Heath, D. C. and Jackson, P. L. Modeling the evolution of demand forecasts with application to safety-stock analysis in Production/Distribution systems, *IIE Transactions*, vol. 26, pp. 17-30, 1994.
- [42] Henig, M. and Gerchak, Y. The structure of periodic review policies in the presence of variable yield, *Operations Research*, vol. 38, pp. 634-643, 1990.
- [43] Hopp, W. J. and Spearman, M. L. To Pull or Not to Pull : What Is the Question, *Manufacturing & Service Operations Management*, vol. 6 (2), pp. 133-148, 2004.
- [44] Iglehart, D. L. Optimality of (s,S) Policies in the Infinite Horizon Dynamic Inventory Problem, *Management Science*, vol. 9, pp. 259-267, 1963.
- [45] Jeunet, J. and Jonard, N. Measuring the performance of lot-sizing techniques in uncertain environments, *International Journal of Production Economics*, vol. 2000, pp. 197-208, 2000.
- [46] Karaesmen, F., Buzacott, J. and Dallery, Y. Integrating Advance Order Information in Make-to-Stock Production Systems, *IIE Transactions*, vol. 34, pp. 649-662, 2002.
- [47] Karlin, S. Dynamic Inventory Policy With Varying Stochastic Demands, *Management Science*, vol. 6, pp. 231-258, 1960.
- [48] Karmarkar, U. S. Kanban systems, *Workin Paper Series No. QM8612, Center for Manufacturing and Operations Management, The Graduate School of Management, The University of Rochester*, 1986.
- [49] Kimms, A. *Multi-Level Lot-Sizing and scheduling Methods for Capacitates Dynamic and Deterministic Models*, Physica Verlag Series on Production and Logistics, Berlin, 1997.
- [50] Kimura, O. and Terada, H. Design and analysis of pull system, a method of multi-stage production control, *International Journal of Production Research*, vol. 19, pp. 241-253, 1981.
- [51] Lau, A. H-L. and Lau, H-S. A comparison of different methods for estimating the average inventory level in a (Q,R) system with backorders, *International Journal of Production Economics*, vol. 79, pp. 303-316, 2002.
-

- [52] Lee, H. L., Padmanabhan, P. and Whang, S. Information distortion in a supply chain : The bullwhip effect, *Management Science*, vol. 43, pp. 546-558, 1997.
- [53] Lee, H. L., So, K. C. and Tang, C. S. The Value of Information Sharing in a Two-Level Supply Chain, *Management Science*, vol. 46, pp. 626-643, 2000.
- [54] Lee, Y. J. and Zipkin, P. Tandem queues with a planned inventories, *Operations Research*, vol. 40, pp. 936-947, 1992.
- [55] Liberopoulos, G. and Dallery, Y. A Unified Framework for Pull Control Mechanisms in Multi-Stage Manufacturing Systems, *Annals of Operations Research*, vol. 93, pp. 325-355, 2000.
- [56] Liberopoulos, G. and Dallery, Y. Comparative Modelling of Multi-Stage Production-Inventory Control Policies with Lot Sizing, *International Journal of Production Research*, vol. 41, pp. 1273-1298, 2003.
- [57] Makridakis, S. and Wheelwright, S. S. *Forecasting : Methods and Applications*, John Wiley & Sons, 3rd edition, New York, 1998.
- [58] Netter, J. P. Planifier les approvisionnements à capacité infinie, *Document de formation, Diagma International*, 2002.
- [59] Netter, J. P. Prévisions de la demande, *Document de formation, Diagma International*, 2002.
- [60] Orlicky, J. *Material Requirements Planning : The New Way of Life in Production and Inventory Management*, McGraw-Hill, New York, 1975.
- [61] Porteus, E. L. Numerical Comparisons of Inventory Policies for Periodic Review Systems, *Operations Research*, vol. 33, pp. 134-152, 1985.
- [62] Potts, C. N. and Wassenhove, L. N. Van. Integrating scheduling with batching and lot-sizing : A review of algorithms and complexity, *Journal of the Operational Research Society*, vol. 43, pp. 395-406, 1992.
- [63] Ronald, R. J., Yang, G. K. and Chu, P. Technical note : The EOQ and EPQ models with shortages derived without derivatives, *International Journal of Production Economics*, vol. 92, pp. 181-184, 2004.
- [64] Rosling, K. The Square-Root Algorithm for Single-Item Inventory Optimization, *Working paper, Växjö University*, 1999.
- [65] Rosling, K. The (r,Q) inventory model with lost sales, *Working paper, Växjö university*, 2002.
- [66] Sanchez, S. N., Triantaphyllou, E., Webster, D. B. and Liao, T. W. A study of the total inventory cost as a function of the reorder interval of some lot-sizing techniques used in material requirements planning systems, *Computers & Industrial Engineering*, vol. 40, pp. 101-116, 2001.
- [67] Scarf, H. *The optimality of (S,s) policies in the Dynamic Inventory Problem*, Mathematical Methods in the Social Sciences, Stanford University Press, Stanford, California, 1959.
- [68] Silver, E. A. Establishing the Reorder Quantity When the Amount Received is Uncertain, *INFOR*, vol. 14, pp. 32-39, 1976.
- [69] Silver, E. A. Inventory Control Under A Probabilistic Time-Varying, Demand Pattern, *AIIE Transactions*, vol., pp. 371-379, 1978.

-
- [70] Silver, E. A. and Meal, H. A. A heuristic for selecting lot size requirements for the case of a deterministic time-varying demand rate with discrete opportunities for replenishment, *Production and Inventory Management Journal*, vol. 14, pp. 64-74, 1973.
- [71] Silver, E. A. and Peterson, R. *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*, John Wiley and Sons, New York, 1985.
- [72] Solomon, M. Deterministic lotsizing models for production planning, *New York:Springer*, 1991.
- [73] Spearman, M. L. and Zazanis, M. A. Push and pull production systems: issues and comparisons, *Operations Research*, vol. 40, pp. 521-532, 1992.
- [74] Sphicas, G. P. EOQ and EPQ with linear and fixed backorder costs: Two cases identified and models analyzed without calculus, *International Journal of Production Economics*, vol., pp. To appear, 2004.
- [75] Sugimori, Y., Kusunoki, F., Cho, F. and Uchikawa, S. Toyota production system and kanban system : Materialization of just-in-time and respect-for-human system, *International Journal of Production Research*, vol. 15, pp. 553-564, 1977.
- [76] Toktay, L. B. and Wein, M. Analysis of a Forecasting-Production-Inventory System with Stationary Demand, *Management Science*, vol. 47, pp. 1268-1281, 2001.
- [77] Vollmann, T., Berry, W. and Whybark, D. *Manufacturing Planning and Control Systems*, Irwin, USA, 1992.
- [78] Wagner, H. M. and Whitin, T. M. Dynamic Version of the Economic Lot Size Model, *Management Science*, vol. 5, pp. 89-96, 1958.
- [79] Wallis, K. F. Forecast Uncertainty, its Representatation and Evaluation, *EU & US Inflation and Macroeconomic Analysis*, Universidad Carlos III de Madrid, 2003.
- [80] Wemmerlov, U. The behaviour of lot-sizing procedures in the presence of forecast errors, *Journal of Operations Management*, vol. 8, pp. 37-47, 1989.
- [81] Wilson, R. H. Scientific Routine for Stock Control, *Harvard Business Review*, vol. 13, pp. 116-128, 1934.
- [82] Yano, C. A. and Lee, H. L. Lot sizing with random yields : a review, *Operations Research*, vol. 43, pp. 311-334, 1995.
- [83] Zipkin, P. H. *Foundations of Inventory Management*, McGraw-Hill, USA, 2000.