



HAL
open science

Choix probabiliste et différenciation par attributs

Reynald-Alexandre Laurent

► **To cite this version:**

Reynald-Alexandre Laurent. Choix probabiliste et différenciation par attributs. Economies et finances. Université Panthéon-Sorbonne - Paris I, 2007. Français. NNT: . tel-00226419

HAL Id: tel-00226419

<https://theses.hal.science/tel-00226419>

Submitted on 30 Jan 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Paris I Panthéon Sorbonne

Numéro attribué par la bibliothèque :

2007 - PA01 - 0049

Thèse pour le doctorat de Sciences Economiques

soutenue par

Reynald-Alexandre LAURENT

le 1er Décembre 2007.

**CHOIX PROBABILISTE ET
DIFFÉRENCIATION PAR ATTRIBUTS**

Directeur de thèse

Monsieur Jacques-François Thisse - Professeur Université Catholique de Louvain

Composition du jury

Monsieur Simon Anderson - Professeur University of Virginia (rapporteur)

Monsieur Antoine Billot - Professeur Université Paris II

Monsieur David Encaoua - Professeur Université Paris I

Monsieur Régis Renault - Professeur Université de Cergy-Pontoise (rapporteur)

Monsieur Jean-Marc Tallon - Directeur de Recherche CNRS

"L'université de Paris I Panthéon-Sorbonne n'entend donner aucune approbation, ni improbation aux opinions émises dans cette thèse ; elles doivent être considérées comme propres à leur auteur".

Remerciements

La thèse constitue une aventure dont on voit arriver la fin avec soulagement mais aussi avec un petit pincement au coeur : j'apprécie la chance d'avoir pu y consacrer ces quelques années et je n'en retiendrai certainement que les épisodes heureux. Cette démarche intellectuelle n'aurait pu être achevée sans le soutien et le concours de nombreuses personnes à qui je tiens ici à exprimer toute ma gratitude.

Ma première pensée va à mon directeur de thèse qui a toujours réussi à me consacrer du temps malgré son agenda surchargé et à me faire bénéficier de son expérience dans les moments cruciaux ou difficiles. Sur la base d'une brève description de mon projet par mail, Jacques Thisse a accepté de m'accorder un rendez-vous sans m'avoir jamais rencontré auparavant, ce qui témoigne d'une rare accessibilité. Sa gentillesse lors de ce premier contact, qui s'est déroulé dans un bureau provisoire aux Saints Pères (une pièce minuscule totalement nue avec une petite table et deux chaises rudimentaires!), restera gravée dans ma mémoire. J'ai beaucoup apprécié les marges de manoeuvre qu'il m'a laissées dans le choix des thèmes de recherche et ses conseils m'ont souvent permis d'éviter de nombreux pièges. Ses encouragements à améliorer sans relâche l'interprétation et la présentation de mes résultats m'ont fait prendre conscience de l'importance de ces aspects, en particulier pour la rédaction des articles.

Cette thèse a également bénéficié de nombreux commentaires des membres du jury. Certains d'entre eux étaient déjà là au commencement de ce travail. Jean-Marc Tallon avait encadré mon mémoire de DEA. Les discussions initiales avec Antoine Billot m'ont ouvert de nouvelles perspectives même si la thèse s'est finalement peu orientée vers la théorie de la décision. Enfin David Encaoua a suivi de près mon parcours à la sortie du DEA. Je lui suis particulièrement reconnaissant d'avoir joué le rôle du pompier de service à la veille de ma première présentation alors que j'étais en proie, heureusement à tort, à une question existentielle menaçant mon équilibre (...de Nash bien sûr). A l'occasion de la pré-soutenance, leurs remarques m'ont notamment permis d'améliorer l'organisation de ce travail et de rectifier plusieurs imprécisions. Enfin, Simon Anderson et Régis Renault m'ont conseillé d'approfondir les liens avec la littérature existante, leurs suggestions donnant ainsi naissance à la majeure partie du chapitre 2 et je leur exprime ici toute ma gratitude.

Les observations des participants aux différents séminaires et colloques auxquels j'ai participé ont permis d'améliorer ce travail : je profite de cette occasion pour remercier le laboratoire PSE de son soutien financier, me donnant ainsi l'opportunité de présenter mes recherches dans ces différentes manifestations. J'ai souvent pu tirer bénéfice des commentaires francs mais justes qui m'ont été adressés dans les séminaires lunch PSE et CREST-LEI et lors des journées doctorales de l'ADRES. Je remercie enfin trois rapporteurs anonymes pour leurs critiques très constructives et un quatrième rapporteur, aujourd'hui beaucoup moins anonyme puisqu'il fait partie du jury de thèse...

De nombreuses personnes ont joué un rôle décisif en me donnant à la fois l'idée et la possibilité d'entreprendre cette thèse. Je souhaite d'abord rendre hommage à Richard Racine, mon professeur en classe préparatoire à l'ENS Cachan dans un lycée dijonnais, qui m'a donné goût à la Microéconomie et sans qui je ne me serais peut-être jamais engagé dans cette voie. Bernard Walliser n'en est sans doute pas conscient mais ses ouvrages ont, à cette époque, éveillé mon intérêt pour le thème de la rationalité et m'ont communiqué l'envie de faire de la recherche. Cette thèse n'aurait pas vu le jour sans un financement et, à ce titre, je tiens à exprimer ma gratitude à Philippe Fontaine, alors directeur du département D2 à l'ENS Cachan, pour avoir défendu ce projet dans un contexte de rude concurrence pour la répartition des bourses. Face aux quelques péripéties administratives qui ont émaillé le début de cette thèse, je souhaite remercier Elda Andrée pour la patience dont elle a fait preuve.

Cette thèse a été en partie réalisée sur le site des Saints-Pères qui n'a inévitablement cessé de se dépeupler année après année. Merci à mes collègues de bureau pour m'avoir réservé un accueil si chaleureux : Basak Bayramoglu, Emmanuel Doumas, Anne Duchêne et David Meunier. Je garde aussi un bon souvenir des discussions avec beaucoup de thésards des laboratoires CREST-LEI et EUREQUA dont la liste serait trop longue à énumérer.

J'adresse une pensée appuyée à tous ceux qui ont supporté au quotidien mes (trop rares) moments d'euphorie et mes (trop fréquents) coups de blues. Je pense en particulier aux "amis de Cachan" (et à leurs conjoints) avec qui le contact n'a jamais été rompu : Guillaume Chastellière, Valérie Courtin, Claudine Desrieux, Christophe Hachon, Sumudu Kankanamge, Pierre Labardin, Ziad Malas, Henry-Pierre Méloné et Anabelle Perdriau. Enfin, je souhaite rendre un affectueux hommage à mes parents pour leur implication, leur soutien, leurs encouragements... et la relecture des chapitres grâce auxquels il m'a été possible de réaliser cette thèse.

Table des matières

<u>Introduction générale</u>	8
1 Modèles déterministes et modèles probabilistes de différenciation des produits	11
2 Pouvoir descriptif des modèles et comportements d'achat observés	14
3 Questions ouvertes sur la différenciation des produits	16
4 Organisation de la thèse	17
<u>Chapitre 1 : Le modèle "Elimination par attributs" (EPA), une mise en perspective</u>	20
1 Introduction	20
2 Le modèle "Elimination par attributs" de Tversky	21
2.1 L'heuristique de décision	22
2.2 Formulation du modèle	24
2.3 Un exemple d'application du modèle	26
2.4 Une heuristique efficace dans l'"adaptive toolbox"	28
3 Elimination Par Attributs : une mise en perspective dans les modèles de choix discrets	31
3.1 Un élément central des modèles à règle de décision aléatoire	32
3.2 Liens avec les modèles à utilité aléatoire	35
4 L'estimation des paramètres du modèle EPA	39
4.1 Les difficultés d'estimation	39
4.2 Définition d'une structure d'attributs	40
4.3 Méthode des différences de probabilité	41
5 Intégration des variables continues	43
5.1 Le recours aux différences de variables continues	43

5.2	Le modèle EPA généralisé	46
5.3	La forme des différences de variables continues	49
6	Conclusion	50
7	Annexe 1 : le modèle Elimination Par Stratégie	51
 Chapitre 2 : Demandes avec différenciation par attributs (DPA)		55
1	Introduction	55
2	Demandes d'un duopole différencié par attributs	57
2.1	Formulation du système de demande	57
2.2	Existence d'un coude et forme de la différence de prix	60
2.3	Hétérogénéité des préférences	63
3	Consommateur représentatif et consommateur du modèle DPA	65
3.1	Choix discrets et approche du consommateur représentatif	65
3.2	Maximisation d'une fonction objectif et modèle DPA	66
3.3	La fonction objectif est-elle une fonction de bien-être ?	68
4	Approche spatiale et approche probabiliste avec DPA	69
4.1	Hypothèses classiques des modèles spatiaux	69
4.2	Equivalence par modification de la répartition des consommateurs	71
4.3	Equivalence par modification de la règle de décision	75
5	Différenciation par les qualités et DPA	76
5.1	Différenciation verticale et prise en compte des attributs	77
5.2	Equivalence avec le modèle DPA	79
6	Différenciations horizontale et verticale	81
6.1	La prise en compte d'une double différenciation dans le modèle DPA	81
6.2	Comparaison avec les modèles déterministes multi-dimensionnels	82
7	Modèle logit et modèle DPA	83
7.1	Logit binomial standard et modèle DPA horizontal	83

7.2	La prise en compte d'une différenciation verticale	85
8	Seuils de réservation des consommateurs et choix probabiliste avec DPA	86
8.1	Modèles avec seuils de décision et comportements d'achat	86
8.2	Différenciation par attributs et seuil de réservation	87
9	Conclusion	89
Chapitre 3 : Équilibre en prix dans le duopole avec différenciation par attributs		90
1	Introduction	90
2	Existence et unicité de l'équilibre en prix	91
3	Quels types de différenciation ?	96
3.1	Différenciation horizontale pure	96
3.2	Différenciation verticale pure	96
3.3	Double différenciation, verticale et horizontale	97
3.4	Le cas particulier de Bertrand	97
4	Propriétés de l'équilibre avec coûts asymétriques	97
4.1	Prix d'équilibre et firme de référence	98
4.2	Comparaison des demandes et profits à l'équilibre	99
4.3	Rôle du paramètre θ et option extérieure	100
5	Statique comparative des profits avec les attributs	103
5.1	L'analyse avec différenciation par attributs	103
5.2	Comparaison avec la différenciation spatiale	104
5.3	Comparaison avec la différenciation par les qualités	105
5.4	Comparaison avec le logit binomial	106
6	Asymétrie de coûts et non-existence de l'équilibre de duopole	107
6.1	Différenciation verticale pure et sortie de marché	107
6.2	Double différenciation et cycle de prix à la Edgeworth	108

7 Conclusion	110
8 Annexe 1 : fonctions de réaction en prix	111
8.1 Fonctions de meilleure réponse conditionnelles à la hiérarchie des prix	111
8.2 Fonctions de meilleure réponse non-conditionnelles	112
9 Annexe 2 : Existence et unicité de l'équilibre	115
9.1 Existence de l'équilibre	115
9.2 Unicité de l'équilibre	116
10 Annexe 3 : sortie de marché et cycle à la Edgeworth	117
10.1 Sortie de marché	117
10.2 Existence du cycle à la Edgeworth	118
Chapitre 4 : Innovation de produit dans le duopole différencié par les attributs	120
1 Introduction	120
2 Hypothèses sur les choix d'attributs et jeux séquentiels	122
2.1 Hypothèses et variables de décision	123
2.2 Jeu séquentiel avec innovation et concurrence en prix	125
3 Choix des attributs spécifiques avec coûts exogènes	127
4 Choix des attributs spécifiques avec coûts unitaires endogènes	128
4.1 Hypothèses sur les coûts unitaires	128
4.2 Équilibre avec choix d'attributs simultanés	128
4.3 Équilibre avec choix d'attributs séquentiels	131
5 Choix des attributs spécifiques avec coûts fixes endogènes	132
5.1 Hypothèses sur les coûts fixes	133
5.2 Existence et unicité de l'équilibre	133
6 Surplus des consommateurs et différenciation des produits	135
6.1 Définition d'un surplus des consommateurs : difficultés et hypothèses	135

6.2	Hétérogénéité des préférences et surplus des consommateurs	138
6.3	L'impact de la différenciation des produits	140
7	Choix d'attributs par innovation et bien-être social	141
7.1	Choix d'attributs et bien-être social avec coûts exogènes	141
7.2	Optimum social avec des coûts unitaires dépendant des attributs	143
7.3	Optimum social avec des coûts fixes dépendant des attributs	145
8	Conclusion	146
9	Annexe 1 : équilibre avec coût unitaire endogène	147
9.1	Équilibre avec choix d'attributs simultanés	147
9.1.1	Détermination du maximum local	147
9.1.2	Preuve de l'existence d'un maximum global	148
9.2	Équilibre avec choix séquentiels	150
10	Annexe 2 : équilibre avec coût fixe endogène	150
Chapitre 5 : Innovation et imitation dans le duopole différencié par les attributs		153
1	Introduction	153
2	Innovation et imitation de produit	155
2.1	Innovation et imitation en différenciation verticale	155
2.2	Jeu avec innovation et imitation des attributs	156
3	Incitation à imiter des firmes et forme des coûts	158
3.1	Condition d'existence d'un gain à l'imitation	158
3.2	Gain à l'imitation et hypothèses sur les coûts	159
4	Existence de l'équilibre avec coûts unitaires dépendant des attributs	160
4.1	Hypothèses sur l'imitation des attributs	160
4.2	Existence de l'équilibre	162

5	Propriétés de l'équilibre avec imitation	163
5.1	Classification des équilibres potentiels	163
5.2	Equilibre avec coûts d'imitation nuls	164
5.3	Equilibre avec coûts d'imitation concaves	166
5.4	Equilibre avec coûts d'imitation convexes	168
5.5	Synthèse	172
6	Innovation, imitation et bien-être	174
6.1	Effets de l'imitation sur les choix de spécification et tarification	174
6.2	Formes d'imitation et bien-être dans le modèle DPA	175
7	Conclusion	176
8	Annexe 1 : incitation à l'imitation et forme des coûts	177
9	Annexe 2 : existence de l'équilibre de Nash parfait	178
10	Annexe 3 : équilibre avec coûts d'imitation concaves	179
11	Annexe 4 : équilibre avec coûts d'imitation convexes	181
	Chapitre 6 : Existence de l'équilibre et oligopole différencié par les attri-	
	buts	183
1	Introduction	183
2	Demandes d'un oligopole avec DPA	183
2.1	Types de généralisation et mode d'intégration des prix	184
2.2	Différenciation horizontale pure	185
2.3	Différenciation verticale pure	185
2.4	Différenciation horizontale et verticale	186
3	Non-existence de l'équilibre en prix avec 3 firmes ou plus	187
3.1	Propriétés du système de demande	187
3.2	Non-existence de l'équilibre	188

4 Conclusion	189
5 Annexe 1 : résultat d'impossibilité pour l'oligopole avec EPA	189
5.1 L'absence d'équilibre en $p_1 > p_2 > p_3$	190
5.2 L'absence d'équilibre en $p_1 = p_2 \geq p_3$	191
5.3 L'absence d'équilibre en $p_1 \geq p_2 = p_3$	192
<u>Conclusion générale</u>	196
1 Unification des théories de la différenciation	197
2 Nouveaux résultats	198
3 Que reste-t-il à accomplir ?	200
<u>Références bibliographiques</u>	202

Introduction générale

When faced with a choice among several alternatives, people often experience uncertainty and exhibit inconsistency. That is, people are often not sure which alternative they should select, nor do they always make the same choice under seemingly identical conditions.

Amos Tversky, 1972.

"Elimination by aspects : A Theory of Choice", p 281.

Les achats que réalise un consommateur dans un centre commercial sont le résultat d'une multitude de "petites" décisions prises lors de son parcours dans les différents rayons. Malgré la variété des produits proposés, rendant les choix difficiles, les consommateurs accordent peu de temps à chaque rayon, prenant la plupart des décisions en quelques secondes. D'un individu à l'autre, les critères de choix peuvent pourtant changer de façon radicale. Pour s'en convaincre, prenons l'exemple d'acheteurs de café se rendant dans un supermarché de quartier qui propose à la vente deux produits différents, que nous désignons par A et B. Un premier acheteur note que le café A est beaucoup plus cher que le café B et l'élimine d'emblée, choisissant ainsi par défaut le café B, avant de continuer ses courses dans un autre rayon. Un second acheteur remarque un label de "commerce équitable" sur le café A et place immédiatement ce produit dans son panier. Un troisième, souhaitant éviter les effets stimulants de la caféine présente dans le café A, jette rapidement son dévolu sur le produit B décaféiné. Enfin, un quatrième acheteur reconnaît immédiatement que le café A est un pur Arabica d'une qualité gustative bien supérieure à celle de son concurrent, et effectue son choix en conséquence sans passer davantage de temps dans le rayon. Des comportements d'achat similaires à ceux développés dans cet exemple peuvent être observés pour beaucoup d'autres produits de consommation courante.

Malgré la variété des motivations ayant conduit aux différents achats, les quatre décisions évoquées ci-dessus possèdent plusieurs propriétés communes. Tout d'abord, ces décisions ont été réalisées directement face aux produits concernés et sur la base de leurs attributs : plus précisément, c'est la présence d'un *attribut spécifique* à un certain café, lui procurant un avantage relatif sur son concurrent, qui a motivé l'acquisition. Les habitudes de consommation ont peut-être eu une influence sur ces achats mais l'approvisionnement variable dans les supermarchés de taille

réduite conduit fréquemment les consommateurs à ajuster leurs choix. Ensuite, aucun des produits n'a été acheté à l'issue d'une énumération complète de ses attributs ou d'une comparaison exhaustive et détaillée : par exemple, le second acheteur a négligé l'écart de qualité ou de prix pour se concentrer exclusivement sur le label de commerce équitable. Cette *simplification de la procédure de choix* permet au consommateur de réaliser un gain de temps pouvant être consacré à d'autres décisions d'achat, tout en maintenant la durée globale des emplettes à un niveau raisonnable.

L'étude de ces décisions est un enjeu important en économie¹ car elle permet de jeter un éclairage nouveau sur la *différenciation des produits* (l'offre de variétés et de qualités différentes), une dimension essentielle pour comprendre le fonctionnement des marchés concernés. Cette différenciation permet aux firmes de mieux satisfaire les goûts des consommateurs et ainsi de vendre leurs produits à des prix plus élevés, permettant au final de dégager des parts de marchés significatives et une marge bénéficiaire élevée.

Cette thèse propose de renouveler les approches de la différenciation des produits en mettant l'accent sur le rôle joué par les *attributs spécifiques*. Notre approche présente les avantages suivants. D'une part, elle permet une étude fine des caractéristiques des biens et conduit ainsi à un système de demande plus riche que ceux utilisés jusqu'ici en économie industrielle. En effet, la différenciation par attributs fournit un cadre général englobant de façon nouvelle les formes existantes de la différenciation. D'autre part, cette approche intègre d'emblée des règles de comportement empruntées à la psychologie et au marketing, contribuant ainsi à une réconciliation partielle de ces disciplines avec l'économie industrielle, tout en permettant une étude détaillée de l'impact de ces règles sur les choix des entreprises. De nouveaux résultats sont obtenus en analysant la différenciation des produits à l'équilibre ou les interactions entre innovation et imitation.

Plus précisément, ce travail utilise une nouvelle catégorie de modèles de choix discrets, dits à "règle de décision aléatoire", pour décrire le comportement des consommateurs. En effet, dans certains modèles de cette famille, les attributs spécifiques sont au coeur du processus de choix des consommateurs : ils peuvent servir de critère de sélection (Restle, 1961) ou d'élimination (Tversky, 1972a,b) des produits. Alors que ces modèles ont reçu peu d'attention de la part des économistes, ils sont largement diffusés en Psychologie ou en Marketing et il paraît donc raisonnable de les

¹L'importance des petites décisions a déjà été soulignée par Schelling, récent prix Nobel d'économie, qui leur a consacré un ouvrage "Micromotives and Macrobehavior" (1978).

appliquer à la théorie de la différenciation.

Un modèle probabiliste de différenciation par attributs, ou *DPA*, semble pertinent lorsque le consommateur fait face à une offre complexe de produits mais alloue peu de temps à sa prise de décision : cette description fait référence à une *petite décision* ayant pour enjeu l'emploi d'une quantité de ressources peu cruciale. Face à la difficulté de choisir parmi les multiples attributs des produits, l'individu utilise une *heuristique* lui permettant de limiter le temps et le "coût cognitif" de la réalisation du choix, mais ayant pour effet d'occulter de son raisonnement certains attributs ou même certains produits. L'emploi de telles heuristiques paraît d'autant plus plausible que le nombre de petites décisions à réaliser augmente, ce qui correspond bien à l'achat de produits courants. Les consommateurs effectuent alors leur choix *sans réaliser d'examen complet des différentes options* : ils se focalisent plutôt sur un attribut donné et traitent une quantité limitée d'informations. Plusieurs études de marketing portant sur les consommateurs semblent confirmer cette observation à travers l'analyse du mouvement des yeux (Russo et Doshier, 1983), des explications verbales des agents (Payne et Ragsdale, 1978) ou de leur utilisation de l'information (Lussier et Olshavsky, 1979).

De façon plus générale, nous sommes convaincus qu'un tel modèle fournit une bonne approximation des comportements d'achat lorsque *les attributs spécifiques jouent un rôle direct de déclencheur* pendant l'examen des produits disponibles, même en présence d'un achat important qui impliquerait davantage de réflexion et une évaluation globale des options de la part des consommateurs. Par exemple, les achats d'automobiles "impulsifs", motivés par la présence d'un équipement exclusif (cabriolet, pare-brise panoramique...) peuvent être également décrits par le modèle.

Après ce préambule, notre introduction générale est structurée de la façon suivante. La section 1 rappelle les théories actuelles de la différenciation des produits en précisant les origines du modèle DPA. La section 2 compare ces différentes structures selon leur aptitude à décrire le comportement des acheteurs et souligne l'intérêt de la différenciation par attributs dans cette optique. La section 3 évoque plusieurs questions actuelles du domaine auxquelles le modèle DPA propose quelques réponses. Enfin, l'organisation générale de la thèse est détaillée en section 4.

1 Modèles déterministes et modèles probabilistes de différenciation des produits

A ce stade, il est utile de mettre le modèle DPA en perspective par rapport aux modèles d'économie industrielle consacrés à l'analyse des marchés de produits différenciés. Ces structures classiques supposent que les consommateurs se comportent de façon *déterministe* : dans ce cadre, les individus prennent en compte l'ensemble des caractéristiques des produits sur le marché et choisissent celui qu'ils préfèrent (c'est-à-dire qui maximise leur utilité) sans dépasser la contrainte liée à leurs ressources disponibles. Deux principales formes de différenciation ont alors été mises en évidence dans la littérature : la différenciation horizontale et la différenciation verticale.

En présence d'une différenciation horizontale, les consommateurs ont des préférences hétérogènes sur les variétés de produits : si ces variétés étaient offertes à un prix égal, tous les agents ne réaliseraient pas le même choix. Par exemple, si les cafés A et B étaient de prix, de qualités et de labels identiques, certains consommateurs choisiraient le produit B décaféiné alors que d'autres préféreraient clairement le café traditionnel A. Deux approches majeures doivent alors être distinguées. D'une part, les modèles "spatiaux" (ou "Kaldoriens") supposent que les consommateurs diffèrent par leurs goûts, ces préférences étant décrites dans un espace de caractéristiques : les plus connus ont été élaborés par Hotelling (1929, espace linéaire) et Salop (1979, espace circulaire). En fonction des prix des biens, chaque consommateur achète la variété qui lui procure la plus grande utilité. L'intensité de la concurrence est plus forte entre les firmes peu éloignées car leurs produits sont de proches substituts. D'autre part, les modèles avec consommateurs représentatifs s'inspirent des travaux de Chamberlin (1933) (modèles "Chamberliniens") : les agents possèdent une préférence pour la diversité, qui est représentée par un paramètre dans leur fonction d'utilité. La satisfaction des agents peut provenir de la consommation de plusieurs variétés de biens (goût pour les mélanges), comme dans le modèle de Dixit et Stiglitz (1977). Par exemple, un agent peut préférer consommer un café décaféiné en soirée et non-décaféiné au repas du midi. La concurrence n'est pas localisée : si une firme modifie son prix, l'effet est réparti également sur l'ensemble des firmes.

En présence d'une différenciation verticale, il existe une hiérarchie de préférence des consommateurs sur les produits : à prix égal, tous les consommateurs préfèrent posséder le bien ayant la qualité la plus élevée. Ainsi, si les cafés ne diffèrent que par leur qualité, tous les agents préfèrent disposer d'un Arabica de qualité plutôt que d'un café ordinaire. Cependant, les consommateurs

sont hétérogènes en terme de revenu ou de goût pour la qualité, ce qui explique pourquoi des qualités différentes sont vendues sur le marché. Les premiers modèles de différenciation verticale ont été élaborés par Mussa et Rosen (1978) et Gabszewicz et Thisse (1979).

A la fin des années 1980, l'analyse de la différenciation des produits par des modèles déterministes fut confrontée à quelques difficultés. D'une part, l'absence de cadre intégrateur entre les approches de concurrence localisée et non-localisée rendait difficile la compréhension générale du fonctionnement des marchés et la formulation de recommandations de politique économique. Les principaux résultats de l'approche spatiale étaient obtenus pour des espaces de caractéristiques de forme très particulière et pour des fonctions spécifiques de densité (souvent uniforme). De même, les résultats des modèles à consommateur représentatif découlaient de la forme de la fonction d'utilité retenue. L'absence de lien entre ces deux courants de recherche rendait délicate la mise en évidence de conclusions robustes à une modification des formes fonctionnelles et il était difficile d'identifier clairement quel modèle était pertinent pour décrire un marché donné. D'autre part, les conclusions issues de la littérature étaient souvent dépendantes d'hypothèses informationnelles et comportementales fortes sur les agents économiques : information parfaite des firmes sur les déterminants de la demande, rationalité parfaite des consommateurs, clairvoyance dans les préférences et les buts des agents. Or l'information des firmes sur les goûts des consommateurs est généralement imparfaite alors que la différenciation croissante des produits a rendu le problème de choix des consommateurs de plus en plus complexe. Les décisions des agents ne sont donc pas toujours aussi déterministes que ne l'affirment les modèles classiques.

Face à cette difficulté à appréhender les comportements individuels, une alternative consiste à intégrer les changements de choix à travers une approche *probabiliste* : au mieux, le comportement d'un individu peut être prédit à une fonction de probabilité près.² Cette utilisation des probabilités est d'ailleurs parfaitement cohérente avec la tradition économétrique (Manski, 1977). Le comportement de chaque consommateur est alors représenté par un vecteur de probabilités de choix qui dépend des caractéristiques des différentes options. L'utilisation de *modèles de choix*

²Du point de vue du modélisateur, il est délicat de conserver une démarche déterministe en incorporant les facteurs responsables du changement de choix dans le programme de maximisation du consommateur. Cette méthode, suggérée par Becker et Stigler (1977), suppose en effet d'identifier la totalité des facteurs expliquant les choix, ce qui semble difficilement réalisable. Par ailleurs, même si cette tâche était réalisée avec succès, le nombre d'états mis en évidence serait si élevé qu'il en deviendrait ingérable (de Palma et Thisse, 1989).

discrets, issus des travaux réalisés en Économétrie ou en Psychologie, permet alors de déterminer l'expression des probabilités et ainsi de construire de nouvelles formes de demande. De tels modèles supposent que le nombre de consommateurs est fixe et qu'un acheteur est confronté à un ensemble fini d'actions mutuellement exclusives, le conduisant à acheter une unité d'un seul produit. Dans le domaine de la consommation, de telles hypothèses peuvent paraître contraignantes : elles sont d'ailleurs absentes de la théorie standard, un panier de biens pouvant comporter plusieurs unités d'un même produit. Cependant, cette restriction est acceptable sur de nombreux marchés arrivés à maturité et dont le volume échangé est approximativement constant au cours du temps.

L'existence de probabilités suppose que le comportement des consommateurs est soumis à un certain *aléa*. Lorsque l'aléa affecte l'évaluation des options, on parle de "modèle à utilité aléatoire", des exemples de telles structures étant fournis par Thurstone (1927) et McFadden (1974). L'existence d'un tel aléa peut provenir d'"états d'esprit" fluctuants des décideurs (Billot et Thisse, 1995) à cause, par exemple, de facteurs contextuels affectant leur processus d'évaluation de ces actions. Cette catégorie de modèle a acquis une place importante dans l'analyse économique grâce à ses liens avec la tradition économétrique et à sa proximité avec l'approche standard de maximisation de l'utilité³. Les modèles à utilité aléatoire ont été appliqués à la différenciation des produits, permettant d'importantes avancées par rapport aux structures déterministes évoquées précédemment. En effet, les modèles linéaires à utilité aléatoire (ou "LRUM") fournissent un cadre général permettant de relier l'approche du consommateur représentatif et l'approche spatiale. D'une part, les travaux de McFadden (1981), Sattinger (1984) et Anderson et al (1987, 1988, 1992) ont montré que différents LRUM pouvaient être utilisés pour représenter les demandes dans un cadre de consommateur représentatif, à condition que ces modèles vérifient certaines propriétés. D'autre part, Anderson et al (1989, 1992) ont mis en évidence des conditions de cohérence établissant une relation similaire entre les LRUM et les modèles spatiaux. Le modèle Logit Multinomial, dans lequel l'aléa affectant l'utilité suit une loi de Gumbel, constitue un exemple de LRUM particulièrement intéressant : ce modèle est cohérent à la fois avec une approche de consommateur représentatif et avec une approche spatiale tout en conservant un formalisme assez simple⁴.

³Voir le survey proposé par McFadden (2001).

⁴Ce modèle appartient à la classe des modèles à "valeurs extrêmes généralisées" (McFadden, 1981), dont

De façon alternative, une approche probabiliste peut également être fondée sur un aléa affectant la règle de décision, l'utilité étant alors déterministe, comme au sein des modèles de Restle (1961) ou Tversky (1972). En terme d'interprétation, les "modèles à règle de décision aléatoire" semblent exprimer davantage une rationalité limitée des consommateurs que l'existence d'états d'esprit : en effet, les individus éprouvent des difficultés à traiter de grands ensembles d'informations à cause de leurs capacités cognitives (de mémorisation, de calcul...) limitées⁵. Or réaliser un choix parmi un ensemble de produits possédant de multiples attributs est une tâche complexe, incitant les agents à utiliser des heuristiques de décision. Ces dernières leur permettent de choisir des produits "satisfaisants" ("satisficing"), conformément à la théorie de Simon (1955, 1957).

Notre travail est fondé sur cette dernière classe de modèles. Il s'inscrit alors dans une littérature récente étudiant les interactions entre agents imparfaitement rationnels et leurs conséquences sur le fonctionnement des marchés. Alos-Ferrer (2004) examine un oligopole dans lequel les firmes ont une mémoire limitée sur les quantités et les profits et apprennent les meilleures stratégies. Anderson et de Palma (2005) étudient les stratégies de prix des firmes lorsque les consommateurs utilisent des règles simples pour déterminer leurs prix de réservation. Chen, Iyer et Pazgal (2005) proposent un modèle dans lequel les consommateurs se rappellent imparfaitement des prix. Enfin, Spiegler (2006a,b) analyse les interactions de marché lorsque les consommateurs choisissent en se basant sur des anecdotes.

2 Pouvoir descriptif des modèles et comportements d'achat observés

Les modèles à règle de décision aléatoire semblent posséder de nombreux atouts par rapport aux structures traditionnelles pour représenter la différenciation des produits telle que nous l'avons évoquée en début d'introduction.

les autres membres (comme le Logit Emboîté élaboré par Ben-Akiva en 1973) sont aussi dotés de propriétés permettant d'établir une cohérence avec ces deux approches.

⁵L'interprétation en terme de rationalité limitée a souvent été adoptée par les psychologues alors que les économistes se sont surtout intéressés aux facteurs contextuels. Les différences d'interprétation n'ont pas d'impact au niveau descriptif mais cette équivalence n'est plus vraie si les modèles de choix discrets sont utilisés pour analyser des problèmes de bien-être ou d'interaction sociale. Ce point sera discuté plus longuement au sein de cette thèse (notamment dans le chapitre 4).

Premièrement, le modèle DPA permet de représenter de façon plus compacte que les structures existantes une différenciation selon de *multiples aspects*. Il est clair que la différenciation sur le marché du café revêt de nombreuses formes : différences de variété (décaféiné ou caféiné) ou d'image de marque, écart de qualité, existence ou non d'un label. Nous aurions également pu distinguer entre les cafés en sachets individuels et en paquets, les cafés moulus, solubles et en grains, prendre en compte d'éventuelles offres spéciales (une cuillère à café de collection offerte...) et même évoquer la provenance du café, le mode de torréfaction ou la finesse de la mouture pour les consommateurs les plus experts. Une si longue énumération pour un produit à priori aussi basique que le café montre à quel point la différenciation revêt de nombreuses dimensions sur les marchés actuels.

Or les modèles déterministes évoqués plus haut ne considèrent qu'une seule dimension de différenciation et ne peuvent donc proposer qu'une représentation partielle du marché du café. Face à cette difficulté, certaines structures permettant de prendre en compte plusieurs dimensions de la différenciation furent développées par Neven et Thisse (1990), Economides (1993) et Irmen et Thisse (1998). Toutefois, la complexité de ces modèles est proportionnelle au nombre de caractéristiques de différenciation. Par exemple, sur le marché du café, trois caractéristiques doivent être représentées (qualité, label, variété) ce qui alourdit le formalisme du modèle alors que deux d'entre elles (la différence de qualité et le label) concernent en fait la même forme (verticale) de différenciation. De plus, pour un nombre de caractéristiques donné, ces travaux montrent que les firmes ne sont incitées à se différencier que dans une caractéristique particulière, dite dominante, préférant limiter la différenciation dans les autres aspects. Ce résultat est pertinent sur certains marchés, comme celui des magazines (voir Irmen et Thisse, 1998, p. 78) mais il s'applique assez mal à l'exemple du marché du café, sur lequel les firmes ont visiblement choisi une différenciation multi-dimensionnelle.

Le modèle logit multinomial permet de surmonter partiellement cette difficulté en intégrant une différenciation de forme horizontale et verticale de façon plus compacte. Cependant, dans un cadre d'hypothèses assez classiques, Anderson et al (1992, ch 7) montrent qu'en choisissant la spécification de leur produit, les firmes sélectionnent un niveau de qualité identique, conduisant ainsi à une différenciation unidimensionnelle de type horizontal. Ce résultat est similaire à celui des modèles déterministes. De plus, la forme d'hétérogénéité des agents découlant d'une utilité aléatoire ne permet pas d'expliquer l'émergence d'une différenciation verticale.

Deuxièmement, les consommateurs que nous décrivons n'effectuent pas d'étude exhaustive des différentes options : de tels comportements semblent difficilement compatibles avec la règle de décision des modèles déterministes, basée sur la maximisation d'une fonction d'utilité aux propriétés identiques pour tous les consommateurs.

Là encore, les modèles à utilité aléatoire sont plus adaptés car ils représentent les comportements de façon probabiliste. Néanmoins, le type d'aléa considéré porte sur l'évaluation globale des options (et non sur des composants particuliers de l'utilité) alors que, dans les exemples de comportement cités, l'aléa concerne plutôt le choix d'un attribut discriminant permettant de sélectionner un produit. L'existence d'un aléa sur l'utilité ne permet pas d'expliquer de façon convaincante ces petites décisions d'achat car il paraît tout simplement peu plausible que les consommateurs réalisent une évaluation complète des options. L'étude de Fader et McAlister (1990) montre d'ailleurs que le modèle "Elimination Par Attributs" de Tversky permet une meilleure analyse de l'impact des promotions sur le comportement des acheteurs de café, en comparaison du modèle logit ⁶.

Les modèles à règle de décision aléatoire basés sur les attributs semblent donc légitimes pour représenter le comportement des acheteurs de café décrit au début de cette introduction. A l'inverse, les modèles à utilité aléatoire sont davantage pertinents sur les marchés de produits constituant des achats importants (automobile, gros électroménager).

3 Questions ouvertes sur la différenciation des produits

De façon plus générale, les théories existantes ne dégagent pas de conclusion claire sur deux aspects importants de la différenciation des produits. D'une part, les modèles contemporains laissent de côté la question du nombre et de la nature des caractéristiques de différenciation choisies par les firmes. Or de telles décisions stratégiques sont essentielles pour expliquer la naissance d'une certaine forme de différenciation sur le marché : horizontale, verticale ou horizontale et verticale. En particulier, l'analyse actuelle des choix de spécification du produit ne permet pas d'expliquer l'émergence d'une différenciation multi-dimensionnelle. D'autre part, les structures actuelles ne permettent pas de distinguer sans ambiguïté les comportements d'innovation

⁶De plus, le modèle EPA fournit des informations supplémentaires sur les attributs stratégiques et sur la substituabilité entre les produits. A ce sujet voir, Batsell et Seetharaman (2005).

et d'imitation des firmes, alors que ces modes d'amélioration du produit sont très courants. Par exemple, dans les modèles déterministes de différenciation verticale, chaque firme a intérêt à maximiser l'écart de qualité : ainsi, la firme de basse qualité est davantage incitée à diminuer sa qualité qu'à imiter sa rivale.

Malgré de nombreuses avancées, le programme de recherche sur les modèles de choix discrets ne permet d'expliquer ni les diverses formes de différenciation émergeant sur les marchés ni la diversité des comportements d'amélioration de produit des firmes. Une partie des difficultés actuelles nous semble provenir du rôle relativement mineur accordé aux attributs dans les théories existantes. Dans les modèles de différenciation verticale ou spatiale, les attributs jouent un rôle *indirect* dans les choix des agents : leur existence a pour seule fonction de définir un *positionnement* abstrait des produits (en terme de variété et de qualité) dans un espace géométrique donné, appelé "espace de caractéristiques". Le positionnement du produit est alors supposé être le seul critère de décision pris en compte par les consommateurs et les firmes : le nombre de caractéristiques étant fixé de façon exogène, les actions d'ajout ou de suppression des attributs ne sont pas étudiées. Les modèles à utilité aléatoire accordent un rôle tout aussi indirect aux attributs.

A l'inverse, dans la théorie de Lancaster, les produits sont consommés pour l'utilité procurée par leurs attributs : «Les biens en eux-mêmes ne procurent aucune utilité aux consommateurs ; ils possèdent des caractéristiques et ces caractéristiques fournissent une utilité.» (Lancaster, 1966, p 134, traduction personnelle). Les attributs jouent ici un rôle *direct* dans les choix des agents, indépendamment du positionnement qu'ils impliquent pour le produit. Les attributs sont également pris en compte de façon directe dans le duopole probabiliste avec DPA : ils constituent le fondement même de la différenciation. Comme nous le verrons au sein de cette thèse, le développement d'un tel modèle "à la Lancaster" ne permet pas seulement de mieux décrire certains comportements : il génère aussi de nouveaux résultats théoriques en expliquant l'émergence de structures de différenciation variées sur les marchés et en permettant d'analyser les choix d'innovation et d'imitation des firmes.

4 Organisation de la thèse

Le chapitre 1 présente les structures à règle de décision aléatoire basée sur les attributs. L'exposé se concentre essentiellement sur le modèle d'"Elimination par attributs" (Tversky, 1972a) et

nous montrons comment l'heuristique sous-jacente permet de limiter la quantité d'information à traiter. Lorsque l'ensemble de choix ne comporte que deux options, ce modèle est formellement équivalent au modèle d'arbitrage entre attributs de Restle (1961). Son degré de généralité est comparable aux structures à utilité aléatoire déjà employées dans la théorie de la différenciation, un indice supplémentaire du potentiel du modèle. Ses conditions d'application à l'économie industrielle sont finalement discutées. L'estimation des paramètres du modèle "Elimination par attributs", qui soulève aujourd'hui quelques difficultés, devrait pouvoir être réalisée plus aisément à l'avenir grâce à de nouvelles méthodes qui sont présentées brièvement : les résultats des premières études empiriques comparant les modèles à règle de décision et à utilité aléatoire sont également rappelés. Nous discutons enfin plus longuement du mode d'intégration des caractéristiques continues (comme le prix ou la qualité...) dans les probabilités de choix.

Les chapitres 2 à 5 appliquent les probabilités du modèle "Elimination par attributs" à une situation de choix parmi deux produits différenciés comportant plusieurs attributs spécifiques : nous préférons employer le terme de *différenciation par les attributs* car ces probabilités sont compatibles aussi bien avec une logique d'élimination qu'avec une logique d'arbitrage entre les produits. Le chapitre 2 étudie les propriétés du système de demande coudeé issu de ces probabilités : sous certaines conditions, ce système est compatible avec une hétérogénéité partielle des préférences des consommateurs sur les attributs. Les fonctions de demande sont ensuite mises en perspective avec les modèles actuels. Une comparaison est réalisée avec les approches du consommateur représentatif et de différenciation spatiale, ce qui met en évidence la possibilité de relier ces paradigmes. Ensuite, le système de demande avec différenciation par les attributs est mis en relation avec le modèle logit et avec le modèle à différences de qualité : la prise en compte des formes de différenciation est discutée.

Le chapitre 3 étudie le comportement de fixation de prix des firmes confrontées aux demandes introduites dans le chapitre précédent, en supposant que les utilités procurées par les attributs sont données. Ce travail démontre l'existence d'un équilibre de Nash en prix avec deux firmes actives lorsque l'entreprise vendant le produit le plus apprécié ne possède pas un trop grand avantage sur sa rivale en terme de coût. En fonction des paramètres d'utilité, plusieurs formes de différenciation peuvent être observées à cet équilibre : purement horizontale, purement verticale ou horizontale et verticale. En présence de coûts unitaires asymétriques, l'équilibre est caractérisé par l'existence d'un "prix de référence" fixé par la firme vendant le produit le plus apprécié. Lorsqu'une firme cumule des avantages importants en terme de produit mais aussi de coûts,

un équilibre avec prix limite est obtenu en situation de différenciation verticale pure. Dans les autres configurations, il n'existe aucun équilibre : le tâtonnement en prix des firmes peut toutefois conduire à la formation d'un cycle semblable à celui décrit par Edgeworth (1925).

Le chapitre 4 établit l'existence d'un équilibre de Nash parfait en sous-jeux lorsque les firmes choisissent des "niveaux d'attributs" innovants puis se font concurrence en prix. Différentes formes de coûts sont étudiées : coûts exogènes (indépendants) avec les niveaux d'attributs, coûts unitaires endogènes et coûts fixes endogènes. A l'équilibre, la différenciation sur le marché est à la fois horizontale et verticale. Dans ce cadre, la firme vendant le produit le moins apprécié par les consommateurs peut réaliser le plus grand profit. Une analyse de bien-être est également menée, sous l'hypothèse que les consommateurs se comportent de façon parfaitement rationnelle dans leur évaluation post-achat. Dans ce cadre, la différenciation des produits à l'équilibre est excessive par rapport à l'optimum social.

Le chapitre 5 étend l'analyse précédente à un jeu de trois étapes : choix d'attributs innovants, imitation puis concurrence en prix. Si le coût d'imitation n'est pas trop élevé, la firme vendant le produit le moins apprécié peut être incitée à imiter sa rivale. La firme menacée peut alors diminuer son niveau d'attributs spécifiques de façon stratégique afin de décourager l'imitation : cette action a pour impact de réduire ses coûts et le degré de différenciation sur le marché, ces deux effets diminuant l'incitation de sa rivale à innover. Lorsque les coûts d'imitation sont faibles, la firme vendant le produit le plus apprécié dissuade complètement l'imitation de sa concurrente à l'équilibre. En revanche, lorsque les coûts sont élevés, il est davantage profitable pour la firme menacée de simplement s'accommoder de l'imitation réalisée par sa rivale. Pour des valeurs intermédiaires des coûts d'imitation, un équilibre mixte avec dissuasion partielle et accommodation partielle est obtenu. L'effet de l'imitation sur le bien-être est ambigu dans le cas général.

Enfin, le chapitre 6 discute de l'existence de l'équilibre en présence de $n > 2$ options de choix. Dans ce cadre, le système de demande de duopole utilisé dans les chapitres précédents admet plusieurs généralisations possibles. Nous présentons les fonctions de demande compatibles avec le modèle "Elimination par Attributs" en présence de trois produits et discutons leurs propriétés. La non-existence d'un équilibre de Nash en prix est ensuite démontrée pour de telles fonctions. Ce résultat est mis en perspective par rapport à la littérature. Finalement, la possibilité de recours à d'autres systèmes de demande permettant de généraliser la structure à deux options est évoquée.

Chapitre 1

Le modèle "Elimination par attributs" (EPA) : une mise en perspective

1 Introduction

Ce chapitre présente la formulation mathématique et les propriétés théoriques du modèle "Elimination by aspects" élaboré par Tversky (1972), dénomination que nous proposons de traduire par "Elimination par attributs" (EPA). Cette synthèse s'inscrit dans une perspective interdisciplinaire en regroupant des contributions appartenant à des domaines variés : psychologie, marketing, science de la décision, économie.

L'objectif de ce chapitre est de montrer que le modèle EPA constitue un bon "candidat" pour l'application à l'analyse des marchés de produits différenciés. Un premier pas est franchi dans cette direction en adoptant le point de vue de l'"économie behavioriste". Dans cette optique, l'heuristique EPA constitue une règle de décision pertinente pour des acheteurs confrontés à une offre complexe de produits différenciés : elle propose un compromis efficace entre le nombre d'opérations de traitement exigé (une approximation du coût cognitif) et la "qualité" de la décision réalisée. Par ailleurs, le modèle EPA est doté de propriétés et d'un degré de flexibilité comparable à certains modèles à utilité aléatoire ayant déjà été appliqués en économie industrielle. L'utilisation de la structure EPA dans une même perspective soulève néanmoins quelques difficultés, à la fois sur le plan empirique et sur le plan théorique : ces dernières sont évoquées et des solutions proposées.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. La section 2 introduit l'heuristique "Elimination par attributs" et le modèle de choix discrets auquel elle a donné naissance, puis propose un exemple permettant d'appréhender le fonctionnement de ce modèle. En utilisant les travaux de Payne et Bettman (2001) en économie "behavioriste", nous montrons également que l'heuristique de décision sous-jacente permet de réaliser un gain de temps par rapport au modèle optimisateur en réduisant la quantité d'information à traiter. Son utilisation par des consommateurs possédant un budget temps limité paraît donc crédible lorsqu'ils sont confrontés à des produits différenciés selon de multiples attributs.

Les relations entre le modèle EPA et les autres modèles de choix discrets sont présentées dans la section 3. Dans un premier temps, nous montrons que le modèle EPA constitue une généralisation des structures à règle de décision aléatoire proposées par Luce (1959) et Restle (1961), ce qui permet d'élargir le champ des interprétations possibles du modèle. Dans un second temps, nous récapitulons les conditions de cohérence et d'équivalence mises en évidence dans la littérature entre le modèle EPA et différents modèles à utilité aléatoire : cette étude révèle que les degrés de flexibilité et de généralité sont comparables entre ces structures. Les modèles à utilité aléatoire ayant déjà fait l'objet d'applications en économie industrielle, il paraît légitime d'utiliser aussi le modèle EPA pour aborder de nouvelles questions et tester la robustesse des résultats existants.

La section 4 évoque les difficultés d'estimation des paramètres du modèle EPA en économie industrielle empirique par rapport aux modèles courants à utilité aléatoire. Les premières études réalisées en Marketing sur les choix de consommation montrent toutefois que le modèle EPA peut fournir une modélisation plus fidèle des comportements et surtout des informations supplémentaires sur les relations entre produits. La section présente également de nouvelles approches récentes permettant d'améliorer le travail d'estimation : la méthode des différences de probabilité (Batsell et al, 2003) et la méthode de Monte Carlo par Chaînes de Markov (Gilbride et Allenby, 2006).

La section 5 aborde les conditions d'application du modèle en économie industrielle. Un enjeu crucial concerne la prise en compte des caractéristiques continues, peu satisfaisante dans la version initiale de Tversky. Afin de surmonter cette difficulté, Rotondo (1986) a suggéré de représenter l'écart de prix comme un attribut du produit le moins cher, donnant naissance à une formulation du modèle EPA avec prix. Nous proposons ici une généralisation de cette expression des probabilités à un ensemble de variables continues (pouvant inclure, par exemple, la qualité).

Une brève conclusion est fournie en section 6. L'annexe 1 présente une extension du modèle EPA nommée "Elimination Par Stratégie" tout en précisant davantage son interprétation que dans la preuve originelle, due à McFadden (1981).

2 Le modèle "Elimination par attributs" de Tversky

Cette section introduit le modèle de choix discrets avec "Elimination par attributs" (EPA), élaboré par Tversky (1972a,b), en détaillant d'abord l'heuristique d'élimination sous-jacente puis

en exposant sa formulation mathématique. Un exemple d'application du modèle est ensuite fourni. Comme le montrent les simulations réalisées dans la littérature, ce dernier permet d'aboutir à un résultat d'une qualité satisfaisante tout en traitant une quantité limitée d'information.

2.1 L'heuristique de décision

En présence de situations de choix complexes ou incertaines dans lesquelles la maximisation de l'utilité est délicate à mettre en oeuvre, les individus recourent fréquemment à des "heuristicues", comme l'ont souligné Kahneman et Tversky (1972). Il s'agit de principes de raisonnement simples visant à réduire la complexité de la tâche de décision. Dans le modèle de Tversky, le choix d'une option est le résultat d'un processus stochastique ayant conduit à l'élimination des autres options. Tversky (1972a,b) définit une option de choix comme un ensemble de caractéristiques : par exemple, si l'option correspond à l'achat d'un bien, ce dernier est décrit par l'ensemble d'attributs qu'il possède.¹ Cette démarche rappelle la théorie du consommateur développée par Lancaster (1966), dans laquelle les biens sont utilisés comme des inputs afin de produire des caractéristiques procurant une utilité au consommateur.

Traditionnellement, une distinction est réalisée entre les caractéristiques discrètes (comme la couleur ou la présence d'un certain équipement dans une automobile) et les caractéristiques continues (comme le prix ou la puissance du véhicule). A l'origine, seules les caractéristiques discrètes étaient prises en compte par Tversky² : à chacune d'elles est associée une utilité exprimant l'importance de la caractéristique pour l'individu. Comme le montre la figure 1, les caractéristiques (représentées par des cercles) peuvent être spécifiques aux options ou partagées entre les options.

Soulignons que l'utilité associée aux attributs partagés par un ensemble d'options donné peut aussi s'interpréter comme l'utilité du "contexte" associé à cet ensemble de choix (la possibilité de choisir procurant une utilité). Dans ce sens, le modèle EPA peut être relié à un modèle plus

¹Une interprétation alternative du modèle EPA n'utilisant pas les attributs a également été suggérée par Tversky (1972b) : cette version "abstraite" considère simplement que l'individu sélectionne un ensemble d'actions de plus en plus restreint lors d'un processus séquentiel sur la base d'un critère d'élimination abstrait. Si cette version a été utile pour obtenir les conséquences testables du modèle, la prise en compte d'une élimination fondée explicitement sur les attributs semble plus légitime dans la perspective d'une application à la différenciation des produits.

²Une méthode d'intégration des caractéristiques continues est présentée en section 5.

général élaboré par Billot et Thisse (1999) et qui met l'accent sur le contexte du choix.

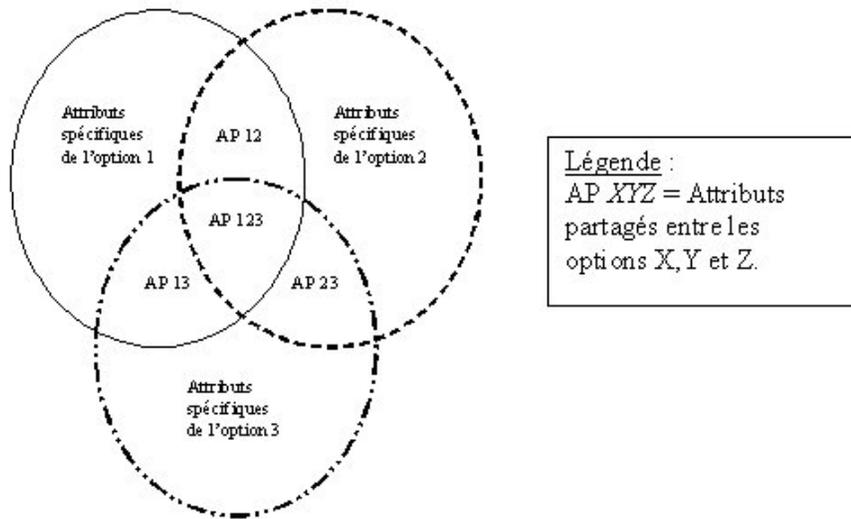


FIG. 1 – Attributs spécifiques et partagés

A partir de cette définition des options, Tversky propose une procédure de sélection fonctionnant à la manière d'un algorithme :

- tout d'abord, les caractéristiques communes de l'ensemble de choix considéré sont éliminées car elles ne peuvent servir à discriminer entre les options ;
- ensuite, une caractéristique est sélectionnée et toutes les options ne possédant pas cette caractéristique sont éliminées. La probabilité de sélectionner une caractéristique est d'autant plus forte que l'utilité de cette caractéristique est élevée ;
- enfin, si les options restantes possèdent encore des caractéristiques spécifiques, on retourne à la première étape. Dans le cas contraire, si les choix résiduels ont tous les mêmes caractéristiques, la procédure prend fin. S'il ne reste qu'une option, cette dernière est sélectionnée. Dans le cas contraire, toutes les options ont une probabilité égale d'être sélectionnée ;

Cette stratégie d'"Elimination par attributs" s'inscrit donc dans une perspective de "rationalité procédurale" au sens de Simon (1978). L'heuristique incorpore à la fois des éléments de l'approche lexicographique et des éléments de la procédure satisficing (Payne et Bettman, 2001, p 128).

La stratégie lexicographique suppose que l'option avec la meilleure valeur dans l'attribut

le plus important est simplement sélectionnée. Cette stratégie nécessite peu de traitement de l'information. Elle se distingue de la procédure EPA car l'ordre de sélection des caractéristiques y est aléatoire alors qu'il est défini a priori dans le modèle lexicographique.

Dans le modèle de "satisficing" proposé par Simon (1955), chaque option est dotée du même ensemble de caractéristiques continues : seul le niveau absolu de ces caractéristiques varie entre les options. Or le consommateur dispose d'une grille de "seuils d'aspiration" pour chaque attribut. Il analyse les options de façon séquentielle : dès que l'un des attributs d'une option n'atteint pas le niveau d'aspiration requis, cette option est éliminée car jugée non satisfaisante. A l'issue du premier examen, s'il reste plusieurs options, certains niveaux d'aspiration augmentent (s'il n'y en a aucune, ils baissent) et le processus se poursuit jusqu'à ce qu'il ne reste qu'une option. Cette règle de décision suppose donc un processus séquentiel d'élimination des options, comme dans l'heuristique EPA. En revanche, les modalités d'élimination diffèrent entre les processus, puisqu'une option éliminée peut être "repêchée" après ajustement d'un seuil dans le modèle satisficing alors que ce n'est jamais le cas dans le modèle EPA.

Comme la plupart des heuristiques, ces trois stratégies forment des modèles dits "non compensateurs" (cf. Reed, 1999, pp 507-514) car la règle de décision n'autorise pas de compensation entre les caractéristiques des options. Par exemple, il est impossible de "forcer le choix" d'une option en augmentant indéfiniment le niveau d'une caractéristique peu essentielle pour l'individu. Cette classe de modèles vise à décrire le raisonnement des individus en présence de situations de choix complexes ou incertaines. Elle s'oppose donc aux modèles dits "compensateurs" dans lesquels de telles compensations sont permises.

2.2 Formulation du modèle

Exprimons désormais cette heuristique de façon formelle en reprenant une version du modèle de Tversky très proche de celle adoptée par Batsell et al (2003). Soit $A = \{i, j, k, \dots\}$ un ensemble d'actions (ou "options de choix") et $\mathcal{A} = \{\alpha, \beta, \gamma, \dots\}$ l'ensemble des attributs (ou caractéristiques) des options de A . Ces caractéristiques peuvent appartenir à une ou plusieurs options. Supposons qu'il existe une fonction d'utilité $u : \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $\forall \alpha \in \mathcal{A}$, $u(\alpha)$ est une échelle mesurant la satisfaction ressentie par l'individu disposant de l'attribut α . Un modèle EPA peut donc se définir par un triplet $\{A, \mathcal{A}, u\}$. Les fonctions d'utilité sont supposées *additives* entre les caractéristiques : $u(\alpha \cup \beta) = u(\alpha) + u(\beta)$.

Selon la procédure de décision, un individu face à un ensemble d'options A choisit une des

caractéristiques dans \mathcal{A} et élimine toutes les options ne possédant pas cette caractéristique. Retenons alors les définitions suivantes :

- L'ensemble des caractéristiques d'une option $k \in A$ donnée est :

$$\mathcal{K} = \{\alpha \in \mathcal{A} / k \text{ a la caractéristique } \alpha\}$$

- L'ensemble des caractéristiques partagées par toutes les options de A est noté :

$$\mathcal{A}_0 = \{\alpha \in \mathcal{A} / \alpha \in \mathcal{K} \quad \forall k \in A\} = \bigcap_{k \in A} \mathcal{K}$$

- L'ensemble des options de A possédant une caractéristique α donnée est :

$$A_\alpha = \{k \in A / \alpha \in \mathcal{K}\}$$

Voyons maintenant comment ces ensembles peuvent être utilisés pour traduire la procédure EPA. Dans un premier temps, l'individu sélectionne une caractéristique discriminante et élimine toutes les options ne possédant pas cette caractéristique. Pour un ensemble A donné, une caractéristique est discriminante si elle appartient au moins à une option de A mais n'est pas commune à toutes les options. Formellement, l'ensemble des caractéristiques discriminantes correspond à $\mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0$. Parmi toutes les caractéristiques discriminantes, la probabilité de retenir une caractéristique α donnée pour discriminer est égale au rapport de l'utilité de α sur la somme totale des utilités des caractéristiques de $\mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0$. Mathématiquement, cette probabilité est notée :

$$P(\alpha) = \frac{u(\alpha)}{\sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\beta)} \quad (2.1)$$

La probabilité de choix d'une option k parmi A (notée P_k^A) est alors égale à la somme, pour chaque caractéristique discriminante de k , de la probabilité de sélectionner cette caractéristique comme critère discriminant (donnée par la formule précédente) multipliée par la probabilité de choisir k parmi toutes les autres options possédant cette caractéristique (qui s'écrit $P_k^{A_\alpha}$). Formellement, si $\mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0 \neq \emptyset$, ce processus se traduit par la formule récursive suivante :

$$P_k^A = \sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{A}_0} P(\alpha) \cdot P_k^{A_\alpha} = \sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{A}_0} \left(\frac{u(\alpha)}{\sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\beta)} \right) \cdot P_k^{A_\alpha} \quad (2.2)$$

Si les options restantes au sein de A partagent toutes les mêmes caractéristiques ($\mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0 = \emptyset$), alors la probabilité de choisir k devient $P_k^A = 1/|A|$. Puisque $P_k^{A_\alpha} = 0$ si $\alpha \notin \mathcal{K}$, l'équation (2.2) peut se réécrire sous la forme :

$$P_k^A = \sum_{\alpha \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} \left(\frac{u(\alpha)}{\sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\beta)} \right) \cdot P_k^{A_\alpha} \quad (2.3)$$

Un exemple d'application de cette formule pour le choix de cafés est fourni dans la section suivante. Notons enfin que Tversky et Sattath (1979) ont élaboré un modèle EPA "hiérarchique" (ou "HEPA") dans lequel les options sont organisées sous forme d'arbre en fonction de leurs attributs. Chaque branche (ou "lien") est associée à un aspect discriminant et possède une option à son extrémité. Cette variante entraîne une perte de généralité mais permet de faciliter l'estimation des paramètres du modèle, comme nous le verrons en section 4.

2.3 Un exemple d'application du modèle

Afin de faciliter la compréhension du fonctionnement du modèle EPA, une application au choix de cafés, notés 1, 2 et 3, est proposée ici. Le café 2 est décaféiné alors que les café 1 et 3 sont traditionnels : le café 1 bénéficie en plus d'un label de commerce équitable alors qu'une offre spéciale (un cadeau ne portant ni sur le prix, ni sur la quantité) concerne le café 3. En revanche, d'éventuels attributs communs à tous les cafés (comme par exemple l'emballage) ne sont pas pris en compte car ils ne permettent pas de discriminer entre les produits. Le tableau suivant récapitule les attributs de ces différents cafés, tous vendus à un prix identique :

	Café 1	Café 2	Café 3
Décaféiné : D		X	
Non-décaféiné : ND	X		X
Label Commerce Equitable : CE	X		
Offre spéciale : OS			X

FIG. 2 – Attributs spécifiques et partagés

Dans cet exemple, la probabilité de choisir le café 2 est donnée par :

$$P_2^A = \frac{u(D)P_2^2}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(OS)}$$

Le dénominateur de la probabilité de choix correspond à la somme des utilités des 4 attributs associés à l'ensemble A . Le numérateur de la probabilité de choix indique tous les attributs discriminants que possède le bien considéré : dans le cas présent, le café 2 ne possède que l'attribut "D". Ainsi, ce café ne sera choisi que si le consommateur décide d'éliminer tous les cafés n'étant pas décaféinés (le produit 2 est le seul à posséder cet attribut ce qui implique $P_2^2 = 1$). La probabilité que cet attribut "D" soit choisi parmi l'ensemble des attributs spécifiques présents sur le marché est donné par le rapport des utilités des attributs.

La probabilité de choix du café 1 est notée :

$$P_1^A = \frac{u(ND)P_1^{(1,3)} + u(CE)P_1^1}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(OS)}$$

L'analyse du numérateur de P_1^A montre que ce café sera choisi si le consommateur décide d'éliminer tous les cafés qui ne sont pas issus du commerce équitable (auquel cas la probabilité de choisir le café 1 est $P_1^1 = 1$ puisqu'il est le seul à posséder ce dernier attribut) ou si le consommateur élimine tous les cafés décaféinés (auquel cas la probabilité de choisir le café 1 est $P_1^{(1,3)}$ puisque les cafés 1 et 3 possèdent l'attribut "ND").

Voyons maintenant comment calculer la probabilité $P_2^{(1,3)}$ qui est imbriquée dans P_2^A . Tous les cafés appartenant à l'ensemble (1,3) étant dotés de l'attribut "non-décaféiné", cet attribut ne fait plus office de critère de choix et n'est donc pas pris en compte dans la probabilité. Seuls les attributs "CE" et "OS" sont considérés, ce qui conduit à la formule suivante :

$$P_1^{(1,3)} = \frac{u(CE)}{u(CE) + u(OS)}$$

La probabilité de sélectionner ces deux attributs est égale au rapport des utilités. De plus, chacun de ces attributs n'est possédé que par un seul café : s'il est sélectionné comme attribut discriminant, le café correspondant sera automatiquement choisi.

Finalement, la probabilité de choix du café 3 suit une logique similaire :

$$P_3^A = \frac{u(ND)P_3^{(1,3)} + u(OS)P_3^3}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(OS)}$$

avec $P_3^{(1,3)} = 1 - P_1^{(1,3)}$.

Considérons alors une application numérique de cet exemple : $u(D) = 2$, $u(ND) = 2$, $u(CE) = 1$, $u(OS) = 3$. Pour ces valeurs, les probabilités de choix d'un acheteur de café dont les préférences sont représentatives du marché sont :

$$P_1^A = \frac{3}{16} ; P_2^A = \frac{1}{4} ; P_3^A = \frac{9}{16}$$

2.4 Une heuristique efficace dans l'"adaptive toolbox"

Gigerenzer, un psychologue, et Selten, prix Nobel d'économie, ont proposé en 2001 de modéliser la rationalité limitée au moyen d'une "boîte à outils adaptable" (ou "adaptive toolbox"). Pour ces auteurs, les individus ont recours à une multitude de règles de décisions simples et rapides, formant une "boîte à outils", face aux problèmes de décision qu'ils abordent souvent en situation d'incertitude, de ressources limitées et de temps contraint. *L'un de ces outils correspond à l'heuristique EPA*. Cette boîte à outils est "adaptable" car les heuristiques utilisées dépendent du contexte, des paramètres de la décision, de son importance, etc. Les stratégies de décision possèdent des propriétés différentes : ainsi, face à un certain contexte, l'individu choisit la stratégie la mieux adaptée.

La question de la sélection des heuristiques par les individus est essentielle : comment une règle de décision peut-elle être jugée assez performante pour appartenir à la "boîte à outils" ? Pour répondre à cette question, Johnson et Payne (1985) proposent d'évaluer les heuristiques en fonction de deux critères : la faiblesse du coût cognitif nécessaire à leur utilisation et la pertinence de la décision à laquelle elles conduisent. Ainsi, si une heuristique est plus coûteuse qu'une autre au niveau cognitif, alors elle doit conduire à un meilleur résultat pour être jugée efficace. Cependant, le recours à de tels critères suppose la définition d'instruments de mesure adaptés.

D'une part, Newell et Simon (1972) ont montré que *l'effort cognitif* pouvait être mesuré par le nombre d'opérations élémentaires de traitement de l'information requises pour accomplir une tâche de décision donnée, avec une certaine stratégie de décision. En effet, une stratégie de décision peut se décomposer en processus d'information plus élémentaires (EIP), comme "lire un élément d'information", "comparer deux éléments d'information", "multiplier ou ajouter des éléments d'information", etc.

Par exemple, une stratégie lexicographique peut se décomposer en :

a) Lire le poids de chaque attribut

- b) Comparer ce poids avec le plus grand poids trouvé précédemment
- Puis après avoir sélectionné l'attribut avec le plus grand poids :
- c) Lire la valeur de cet attribut pour chaque option
- d) Comparer cette valeur avec la plus grande valeur trouvée précédemment

Au final, l'option ayant la plus grande valeur pour cet attribut est retenue.

Ainsi, face à un problème de décision, il est possible de déterminer combien d'EIP sont nécessaires selon la stratégie retenue : la mesure du coût cognitif est fournie par le nombre d'opérations de traitement d'information nécessaire à la mise en oeuvre de l'heuristique. Cette approche a été validée empiriquement en montrant que la somme pondérée des EIP caractérisant une stratégie de décision est un bon estimateur du temps passé à prendre la décision et de l'intensité de l'effort ressentie par l'individu (Bettman et al, 1990).

D'autre part, pour mesurer la pertinence ou la *qualité de la décision* qui résulte de l'utilisation d'une certaine heuristique, Payne et Bettman (2001) proposent d'utiliser un critère de performance relative : ils comparent le niveau d'utilité obtenu par le choix auquel l'heuristique conduit et le niveau d'utilité obtenu en ayant recours à deux règles de décision de référence. La première règle de référence maximise l'utilité obtenue sans tenir compte du nombre d'opérations de traitement requis. La seconde règle de référence ne demande à l'inverse aucune opération de traitement : l'utilité d'une option choisie de façon aléatoire est prise en compte. En désignant par "EV" l'espérance d'utilité d'une certaine heuristique, calculée par simulation, cette performance est donnée par :

$$Perf.relative = \frac{EV_{Heuristique} - EV_{Alea}}{EV_{Max.U} - EV_{Alea}}$$

Toute la difficulté consiste alors à identifier une règle de décision permettant de maximiser cette utilité : Payne et Bettman suggèrent d'adopter comme point de référence la stratégie réalisant la meilleure cohérence avec les préférences du décideur. Or la théorie des préférences révélées (Samuelson, 1938 ; Houthakker, 1950 ; Afriat, 1967) a montré que la maximisation d'utilité peut être reliée par construction aux préférences des agents. En conséquence, une variante de la maximisation d'utilité transposée dans un cadre multi-attributs, nommée "pondération additive" (ou WADD), est employée comme un standard de réponse rationnelle.³ Cette stratégie de

³Notons que les conditions de révélation des préférences dans un cadre multi-attribut n'ont pas été mises en évidence de façon formelle. Aucun résultat ne montre donc que la "pondération additive" propose la meilleure

pondération additive suppose que l'utilité d'une option est égale à la somme pondérée de l'utilité de ses composants. Formellement, si l'on note a_{ik} la valeur de l'attribut k de l'option i , w_k la pondération en terme d'utilité de cet attribut par l'individu et b_i l'utilité spécifique de l'option i pour le décideur, alors ce dernier choisit l'option qui maximise :

$$V_i = b_i + \sum_k w_k a_{ik}$$

Un tel processus suppose de considérer une option à la fois, d'examiner chacun de ses attributs et de déterminer leur valeur subjective, puis de calculer la valeur globale de cette option. Au final, l'option avec la plus grande valeur sera choisie. L'utilisation de cette règle impose que le décideur connaisse ou puisse estimer l'importance relative de chaque attribut et puisse affecter une valeur subjective à chaque niveau possible d'attribut.

Comment l'heuristique EPA est-elle positionnée par rapport à ces critères? A l'aide d'une simulation informatique, il est possible de déterminer, pour un environnement donné, le nombre d'EIP et la solution retenue selon différentes stratégies. La figure 3 reprend l'un des résultats obtenus par Payne et Bettman (2001, p 135) : l'heuristique EPA est évaluée en fonction de l'effort cognitif et de la qualité de la décision obtenue.

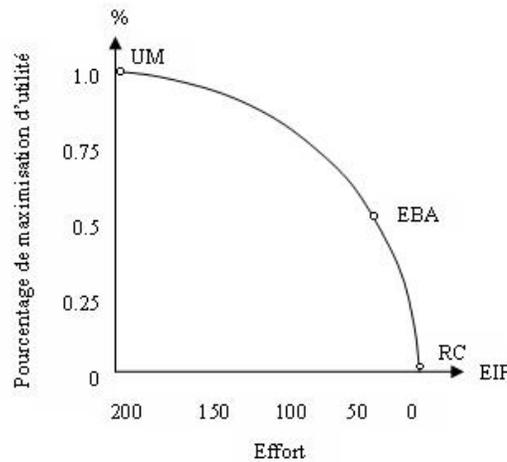


FIG. 3 – Position des stratégies de décision en fonction de l'effort et de la qualité de la décision

représentation des préférences, ce qui constitue une limite de cette approche. Toutefois, cette hypothèse semble assez raisonnable et Johnson et Payne (1985) montrent que l'utilisation de critères différents pour représenter la qualité d'une décision ne semble pas affecter les conclusions de l'étude.

Par comparaison, les points correspondant à la maximisation de l'utilité "UM" (pondération additive) et au choix aléatoire "RC" (random choice) sont également représentés. La courbe exprime la frontière d'efficacité des heuristiques, qui est construite à partir de l'ensemble des heuristiques réalisant le meilleur compromis entre le nombre d'EIP et la performance relative. Une heuristique efficace est donc située sur la frontière alors qu'une heuristique inefficace est positionnée en deçà de la frontière.

Sous réserve que les critères de mesure utilisés soient effectivement pertinents, cette figure montre que l'heuristique EPA est efficace : en ce sens, il semble plausible qu'elle appartienne à la "boîte à outils" mentale des agents. L'utilisation de telles heuristiques est pertinente lorsque l'individu prend en compte la pénibilité des décisions : or Payne et al (1996) ont montré empiriquement que cette dimension jouait un rôle important dans les choix.

Au final, cette étude indique que l'utilisation de l'heuristique EPA permet d'aboutir à un résultat satisfaisant tout en limitant la quantité d'information à traiter pour aboutir à ce résultat. Cette heuristique propose une approximation assez pertinente du comportement d'achat de produits courants en supermarché, qui est généralement réalisé dans un laps de temps réduit. Comme nous l'avons déjà mentionné en introduction, plusieurs études réalisées en Marketing vérifient cette observation (Lussier et Olshavsky, 1979 ; Payne et Ragsdale, 1978 ; Russo et Doshier, 1983). De plus, l'heuristique EPA est fondée directement sur les attributs, qui ont une influence importante sur le choix des produits. Du point de vue behavioriste, le modèle EPA semble doté de bonnes propriétés en vue d'une application à la différenciation des produits.

3 Elimination Par Attributs : une mise en perspective dans les modèles de choix discrets

Cette section étudie les relations entre le modèle EPA et les autres modèles de choix discrets. Dans un premier temps, différentes structures à règle de décision aléatoire sont comparées avec le modèle EPA : ce dernier réalise un bon compromis entre le degré de flexibilité dans la représentation des choix et la facilité d'utilisation. Dans un second temps, nous montrons que le modèle EPA est doté de propriétés similaires aux structures à utilité aléatoire ayant déjà été utilisées dans l'analyse des marchés de produits différenciés : différentes conditions de cohérence ou d'équivalence ont été mises en évidence dans la littérature et sont rappelées dans la section.

3.1 Un élément central des modèles à règle de décision aléatoire

Le modèle EPA est un membre incontournable de la famille des modèles à règle de décision aléatoire : il fournit une généralisation des structures proposées par Restle (1961) et Luce (1959) mais est moins abstrait et plus facilement utilisable que le modèle d'"Elimination Par Stratégie" de McFadden (1981).

Une généralisation du modèle de Restle. En présence d'un ensemble de choix à deux options, la structure avec EPA est équivalente au modèle de choix discrets proposé par Restle (1961). En supposant que les deux options k et l possèdent des ensembles de caractéristiques notés \mathcal{K} et \mathcal{L} , les probabilités P_k et P_l de choisir les options correspondantes sont données par :

$$P_k = \frac{u(\mathcal{K} \setminus \mathcal{L})}{u(\mathcal{K} \setminus \mathcal{L}) + u(\mathcal{L} \setminus \mathcal{K})} ; \quad P_l = \frac{u(\mathcal{L} \setminus \mathcal{K})}{u(\mathcal{K} \setminus \mathcal{L}) + u(\mathcal{L} \setminus \mathcal{K})}$$

Ainsi, la probabilité de choisir une option est égale au rapport des utilités de ses caractéristiques spécifiques sur la somme des utilités de toutes les caractéristiques spécifiques existantes. Plus l'avantage relatif d'une option est important, plus la probabilité de la sélectionner est élevée. Ce modèle suit une logique d'arbitrage entre les options : les individus se focalisent sur une caractéristique et choisissent l'option possédant cette caractéristique.

Pour prouver l'équivalence avec EPA, notons $\mathcal{K} \setminus A_0 = \mathcal{K} \setminus \mathcal{L}$ pour l'option k et $\mathcal{L} \setminus A_0 = \mathcal{L} \setminus \mathcal{K}$ pour l'option l . En conséquence, les caractéristiques sont disjointes et, comme dans le cas précédent, on a $\forall \alpha \in \mathcal{A}, P_k^{A\alpha} = 1$. La formule (2.3) devient :

$$P_k^A = \sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{L}} \left(\frac{u(\alpha)}{\sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus A_0} u(\beta)} \right) = \sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{L}} \left(\frac{u(\alpha)}{\sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{L}} u(\alpha) + \sum_{\beta \in \mathcal{L} \setminus \mathcal{K}} u(\beta)} \right) \quad (3.1)$$

Il suffit alors de poser $u(\mathcal{K} \setminus \mathcal{L}) = \sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{L}} u(\alpha)$ pour retrouver la formule du modèle de Restle. Lorsque l'ensemble de choix ne comporte que deux options, le modèle EPA est donc formellement équivalent à celui de Restle (1961).

Cette équivalence montre que les probabilités de choix sont compatibles à la fois avec une optique d'élimination et avec une optique d'arbitrage entre les options. Or, le cadre d'un duopole mono-produit sera privilégié en vue d'une application du modèle à la différenciation des produits dans les chapitres 2 à 5 : nous utiliserons alors le qualificatif de *différenciation par les attributs*

afin de ne pas restreindre de façon injustifiée l'interprétation des probabilités à une logique d'élimination. Par ailleurs, le caractère probabiliste du modèle peut avoir trois origines différentes, déjà évoquées en introduction : incertitude sur les préférences, états d'esprits liés au contexte et rationalité limitée. Ces différents facteurs peuvent être reliés sans difficulté aux attributs des options. Dans le premier cas l'incertitude concerne les préférences sur les attributs discriminants. Dans le second cas, le contexte de choix influe le décideur qui accorde une attention plus ou moins grande à certains attributs. Dans le dernier cas, la difficulté de la tâche de décision en situation de temps contraint conduit l'agent à se focaliser sur un nombre restreint d'attributs.

Une généralisation du modèle de Luce. Luce a proposé en 1959 un modèle à règle de décision aléatoire dont le point de départ est un "axiome de choix" portant sur l'évolution des probabilités lorsque l'ensemble A des options est fractionné. Si les probabilités observées de choix individuel vérifient les propriétés énoncées dans l'axiome, alors il existe une fonction d'utilité positive u définie sur A et la probabilité de choisir une certaine option a est donnée par :

$$P_a^A = \frac{u(a)}{\sum_{b \in A} u(b)} \quad (3.2)$$

Cette fonction d'utilité est unique à un facteur positif près⁴. La probabilité de choisir une option a est égale au rapport entre l'utilité qu'elle procure et la somme des utilités de toutes les options existantes. De cette façon, la probabilité de choisir a augmente avec son utilité et diminue lorsque l'utilité d'une autre option dans A augmente.

Établissons désormais un lien entre cette structure et le modèle EPA. Considérons un cas particulier du modèle EPA dans lequel *les caractéristiques appartiennent soit à une seule option, soit à toutes les options* ce qui amène à leur inclusion dans \mathcal{A}_0 . En conséquence, quelle que soit la caractéristique $\alpha \in \mathcal{K}$ sélectionnée, la probabilité de choisir l'option possédant cette caractéristique est $P_k^{A_\alpha} = 1$. L'équation (2.3) peut alors être réécrite ainsi :

$$P_k^A = \sum_{\alpha \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} \left(\frac{u(\alpha)}{\sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\beta)} \right) \quad (3.3)$$

En posant $u(k) = \sum_{\alpha \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\alpha)$, on retrouve $P_k^A = u(k) / \sum_{l \in A} u(l)$ qui correspond à l'expres-

⁴Anderson, de Palma et Thisse (1992, p 22) ont fourni une présentation plus formelle et détaillée de cet axiome.

sion du modèle de Luce. Ce dernier est donc un cas particulier du modèle de Tversky dans lequel les attributs spécifiques sont nécessairement disjoints entre les options.

Comme le reconnaît Luce (1977, p 228), les conséquences de l'axiome de choix constituent néanmoins une limite à cette structure : elles ne sont pas toujours vérifiées empiriquement, alors que les tests portant sur les conséquences du modèle EPA sont plus concluants. En particulier, le modèle de Luce vérifie une propriété d'indépendance par rapport aux choix extérieurs (IIA), selon laquelle le rapport des probabilités de choix entre deux options est indépendant de l'ensemble qui les contient (c'est-à-dire des choix extérieurs). Cette propriété donne toutefois lieu à des résultats contre-intuitifs (Debreu, 1960) connus sous le nom de "paradoxe du bus bleu-bus rouge"⁵. En effet, dans les modèles vérifiant cette propriété, l'ajout de caractéristiques "fictives" procurant une faible utilité entraîne une modification significative et peu intuitive des probabilités de choix. Or le modèle EPA n'est pas sujet à une telle propriété et offre une résolution possible au paradoxe de Debreu⁶. Les propriétés du modèle EPA permettent ainsi de décrire des relations complexes de substituabilité entre les produits, ce qui en fait un candidat sérieux pour l'analyse de la différenciation.

Un cas particulier du modèle d'Elimination Par Stratégie. Le modèle d'Elimination Par Stratégie proposé par McFadden (1981) constitue une généralisation à deux niveaux de la structure EPA. D'une part, le critère d'élimination séquentielle des options est une "stratégie" pouvant éventuellement comporter plusieurs attributs, alors qu'un attribut unique est utilisé à chaque étape de la procédure EPA. D'autre part, le critère de sélection des stratégies n'est plus nécessairement égal au rapport d'utilité des attributs, comme c'est le cas dans le modèle EPA. Ce modèle est présenté de façon formelle en Annexe 1 de ce chapitre, tout en mettant l'accent sur les interprétations, auxquelles McFadden avait accordé assez peu d'attention dans sa formulation initiale. Une telle formalisation est utile pour établir des conditions de cohérence avec les modèles à utilité aléatoire, comme nous le verrons dans la prochaine section. Toutefois, la complexité du modèle et le caractère abstrait des stratégies constituent des handicaps en vue d'une utilisation pour l'étude de la différenciation des produits.

⁵Un exposé complet de ce paradoxe peut être trouvé dans de Palma et Thisse (1989, p 161-162).

⁶Pour plus de précisions, voir Anderson et al (1992, p 29). Pour une autre résolution de ce paradoxe au sein du modèle de choix avec contexte, voir Billot et Thisse (1999).

3.2 Liens avec les modèles à utilité aléatoire

L'application des modèles à utilité aléatoire, et plus particulièrement des modèles à valeurs extrêmes généralisées (comme le logit multinomial), à l'analyse des marchés de produits différenciés a été couronnée de succès à la fois sur le plan théorique (Anderson et al., 1992) et sur le plan empirique (Berry et al, 1995). Après avoir présenté brièvement la classe des modèles à utilité aléatoire, cette section met en évidence plusieurs équivalences avec la famille des modèles à élimination des options, pour différents niveaux de généralité.

Présentation des modèles à utilité aléatoire. Dans ces structures, l'utilité \widetilde{V}_k associée à une option k se décompose en une utilité déterministe observable v_k et une variable aléatoire ε_k de moyenne nulle. Les sujets sont supposés indépendants les uns des autres et statistiquement identiques : chacun d'eux peut alors être représenté par la même variable aléatoire absolument continue. Les modèles à utilité aléatoire supposent que la probabilité de choix est égale à la fonction de distribution cumulée de ε suivant une certaine loi de probabilité. Un exposé formel de ces différents modèles pourra être trouvé dans Anderson et al. (1992, chapitre 2).

Si le comportement d'un agent est le résultat d'un grand nombre de facteurs indépendants, le théorème central limite permet l'emploi d'une loi normale, qui semble la plus pertinente. Ce modèle appelé *probit* correspond à la forme initiale proposée par Thurstone (1927). Toutefois, l'utilisation du modèle soulève quelques difficultés lorsque le nombre d'options est trop élevé, les termes aléatoires n'étant pas indépendamment distribués.

Une forme plus compacte fournissant des valeurs approchées tout en ayant recours à des termes d'erreurs indépendamment et identiquement distribués a donc rencontré un grand succès : il s'agit de la fonction de distribution logistique (loi de Gumbel). En effet, McFadden (1974) a montré qu'elle conduit à des résultats très proches de ceux obtenus en utilisant la loi normale pour des valeurs suffisamment différentes de 0 ou de 1. Cette loi est à l'origine du nom du modèle *logit multinomial* (MNL) : comme l'a prouvé Yellott (1977), si la distribution de ε_k est double exponentielle, alors la probabilité de choix d'une option k parmi un ensemble A est :

$$P_k^A = \frac{\exp(v_k/\mu)}{\sum_{j=1}^n \exp(v_j/\mu)}$$

où μ désigne une constante positive liée à la variance de la distribution. Si $\mu \rightarrow 0$ alors $P_k^A = 1$

si et seulement si l'utilité de k est la plus élevée parmi toutes les options de A : l'option préférée est toujours retenue, comme dans le modèle néoclassique. A l'inverse, si $\mu \rightarrow \infty$, les probabilités vérifient $P_k^A = 1/|A|, \forall k \in A$: le choix est parfaitement aléatoire. Ainsi, le paramètre μ peut s'interpréter comme un critère d'inobservabilité de l'action ou comme un indicateur des limites à la rationalité du décideur. La principale limite du modèle logit est qu'il vérifie la propriété d'IIA, dont les inconvénients ont été évoqués en section précédente.

Afin de surmonter cette limite, d'autres modèles n'étant pas contraints par cette propriété d'IIA ont été proposés, tout en conservant une forme assez simple et donc aisée à manipuler. Ainsi, le modèle *logit emboîté*, initialement proposé par Ben-Akiva (1973), permet de modéliser le processus de choix selon une procédure emboîtée à deux ou plusieurs étapes : l'individu choisit d'abord un certain sous-ensemble A_l de $A = \{A_l; l = 1 \dots m\}$ regroupant des options possédant plusieurs caractéristiques communes. Puis l'individu choisit une option particulière parmi cet ensemble. Les probabilités de choix à chaque étape sont données par le modèle logit multinomial, d'où le nom de "logit emboîté". Le principal inconvénient du modèle est que les probabilités dépendent du regroupement des options au sein des différents ensembles A^k , qui est défini a priori. Or le choix d'une certaine partition de A ne s'impose pas toujours d'emblée. Plus récemment, un modèle *récurif emboîté à valeurs généralisées* a été proposé par Daly et Bierlaire (2006). Ce modèle permet des emboitements à de multiples niveaux (en ce sens, il généralise le travail de Small, 1987). La probabilité de choisir une certaine option dépend de sa position au sein d'un réseau non-cyclique, l'utilité associée à un noeud du réseau étant donné par une formule récursive (comportant les utilités des successeurs immédiats de ce noeud au sein du réseau).

Enfin, soulignons que les modèles logit, logit emboîté et récurif emboîté à valeurs généralisées appartiennent à une classe de "modèles à valeurs extrêmes généralisées" (ou "GEV") mise en évidence par McFadden (1978). Dans cette famille, les agents maximisent une utilité aléatoire dont les différents niveaux sont distribués selon une fonction multi-variée de valeurs extrêmes.

Cohérence entre un modèle à élimination et un modèle à utilité aléatoire. Depuis Block et Marschak (1960), il a été établi qu'un système de probabilités de choix pouvait être représenté comme un modèle à utilité aléatoire si et seulement si il vérifiait une "rationalité stochastique". Cette propriété signifie que la probabilité de choisir une option au sein d'un ensemble est égale à un polynôme comportant la somme des probabilités de tous les classements où cette option est première. Falmagne (1978) a ensuite établi une condition nécessaire et suffisante pour que

cette propriété soit vérifiée : les polynômes de Block-Marschak doivent être non-négatifs⁷. Plus récemment, en transformant les systèmes de probabilité de choix en systèmes de coefficients de Möbius, Billot et Thisse (2005), ont montré que ces polynômes de Block-Marschak pouvaient s’interpréter comme la probabilité de retirer l’option considérée de l’ensemble de choix.

Ainsi, des structures axiomatiques permettent de montrer si un système de probabilités de choix est cohérent avec les modèles à utilité aléatoire. Or Tversky (1972b, théorème 7) a démontré que les probabilités du modèle EPA vérifient cette rationalité stochastique : le modèle EPA peut donc être reformulé comme un modèle à utilité aléatoire général. Mais cette relation de cohérence existe également dans le sens inverse : en effet, McFadden (1981, p 268-269) a établi, dans une démonstration peu diffusée, que *tout modèle à utilité aléatoire* peut être reformulé comme un modèle d’Elimination Par Stratégie, tel que nous l’avons présenté en section 3.1. Nous reprenons en Annexe 1 la démonstration de McFadden, en précisant les notations et interprétations de la preuve d’origine. Ainsi, tout système de probabilités vérifiant la rationalité stochastique est également cohérent avec les modèles de type élimination.

Equivalence entre Elimination Par Attributs et Valeurs Extrêmes Généralisées. Le paragraphe précédent a mis en évidence l’existence d’une cohérence réciproque entre les modèles à utilité aléatoire et les modèles à élimination. Toutefois, différents travaux ont fourni des précisions supplémentaires sur les relations entre ces classes de modèles, en établissant des conditions formelles d’équivalence. Tout d’abord, *le logit multinomial est l’équivalent du modèle de Luce* au sein des structures à utilité aléatoire : pour s’en convaincre, il suffit de remarquer que les probabilités de choix du logit peuvent être obtenues à partir de celles du modèle de Luce (équation 3.2) en posant simplement $u(k) = \exp(v_k/\mu)$. Cette relation explique pourquoi ces modèles sont affectés de limites similaires, liées à la propriété d’IIA. Ensuite, Batley et Daly (2006) ont identifié des conditions formelles sous lesquelles *un modèle logit emboîté est équivalent au modèle EPA hiérarchique* (évoqué en section 2.2). Ces deux modèles sont, eux aussi, sujets à des limites semblables : les probabilités du logit emboîté dépendent de la partition de l’ensemble des choix et les probabilités du modèle EBA hiérarchique dépendent de l’organisation retenue sous forme d’arbre.

Les relations entre les modèles à utilité aléatoire et les modèles fondés sur des heuristiques d’élimination peuvent alors être représentées par la figure suivante.

⁷Cf. Anderson, de Palma et Thisse, 1992, appendix 2.10.1 pour une revue du thème.

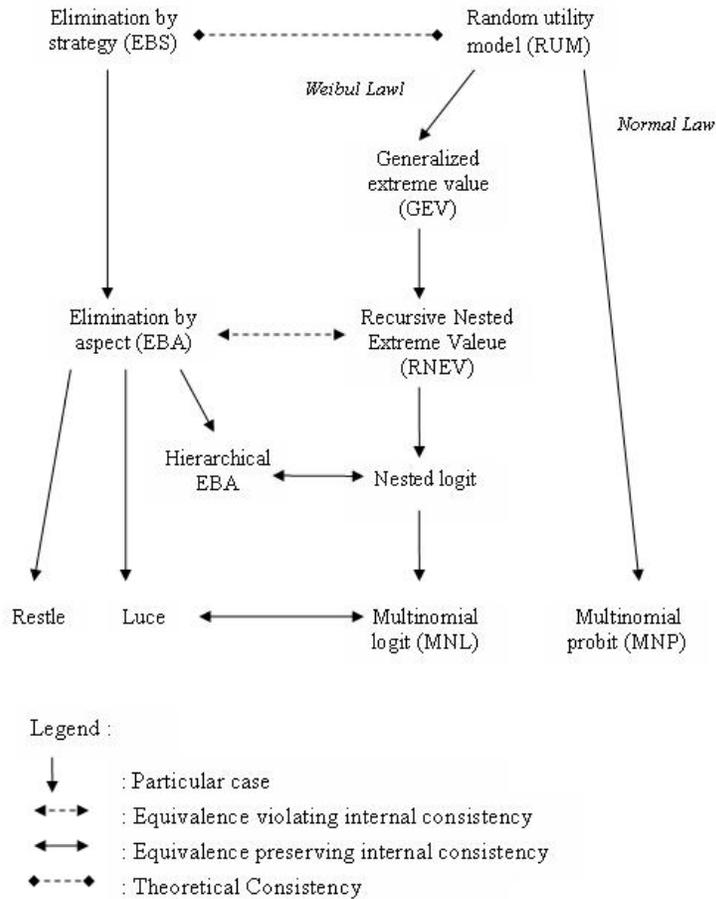


FIG. 4 – Liens entre les différents modèles de choix discrets

Comme le montre ce schéma, Batley et Daly ont également tenté d'établir une équivalence entre le modèle récursif emboîté à valeur généralisée et le modèle EPA, mais sans succès. En effet, il est possible d'identifier une condition d'équivalence entre ces deux structures mais cette dernière entraîne nécessairement une violation de cohérence interne pour l'un des deux modèles. Il semble donc qu'une équivalence formelle ne puisse être trouvée que si les options sont organisées sous forme d'arbre.

Le modèle EPA est doté d'un degré de flexibilité comparable à des modèles à utilité aléatoire relativement sophistiqués, ce qui confirme son potentiel pour une application à la différenciation des produits. Toutefois, l'existence d'équivalences formelles entre ces familles pourrait jeter un doute sur la fertilité potentielle de l'utilisation des fonctions de demande issues de la structure EPA. Les sections suivantes fournissent un début de réponse à cette interrogation en montrant

que les conditions d'application de ce modèle, sur les plans empirique et théorique, diffèrent de celles des modèles à utilité aléatoire (une comparaison détaillée des systèmes de demande sera ensuite fournie au chapitre 2).

4 L'estimation des paramètres du modèle EPA

Cette section discute de l'intérêt du modèle EPA pour l'économie industrielle empirique. Après avoir évoqué les difficultés d'estimation et les premières études réalisées, nous présentons brièvement de nouvelles méthodes d'estimation des paramètres du modèle. Cette analyse suggère qu'une comparaison au cas par cas soit menée avec les modèles à utilité aléatoire, à la fois pour la facilité d'estimation et la qualité des prédictions.

4.1 Les difficultés d'estimation

Les paramètres d'utilité des modèles de choix discrets n'étant pas observables et ne pouvant être déterminés par une démarche de "révélation des préférences"⁸, leur estimation s'appuie sur les probabilités de choix qui, elles, sont observables. Dans les modèles à utilité aléatoire, cette estimation des paramètres a fait l'objet de nombreux travaux. Les méthodes économétriques, basées sur la simulation, sont aujourd'hui très abouties : l'ouvrage de Train (2000) leur est consacré.

L'utilisation des modèles à valeurs extrêmes généralisées pour analyser la différenciation des produits a donné lieu à d'importantes avancées. Les premiers travaux réalisés sur le marché de l'automobile ont ainsi permis de calculer les paramètres de demande et de coût sur une durée importante (Berry et al. 1995), de mesurer l'impact de restrictions commerciales (Goldberg, 1995) ou encore d'analyser la dispersion des prix (Goldberg et Verboven, 2001). Sans être exhaustif, ces études ont ensuite été élargies à d'autres secteurs d'activité comme le marché des camions (analyse des fusions par Ivaldi et Verboven, 2005) ou des ordinateurs individuels (Foncel et Ivaldi, 2005). Soulignons que les principales contributions concernent les marchés de produits sophistiqués ayant fait l'objet d'une *décision d'achat importante* de la part des ménages, qui y consacrent un budget élevé.

En revanche, l'estimation des paramètres du modèle EPA soulève deux types de difficultés,

⁸Les fonctions obtenues par les préférences révélées sont ordinales et donc définies à transformation monotone croissante près (Houthakker, 1950) alors que la fonction d'utilité d'un modèle de choix discrets doit être définie à une transformation linéaire près.

expliquant le faible nombre d'applications du modèle à des cas concrets. D'une part, le nombre de paramètres à déterminer dans le modèle EPA est élevé puisqu'il progresse de façon exponentielle : comme l'ont montré Batsell et al (2003, pp 543-544), un ensemble comportant n options nécessite l'estimation de $2^n - n - 1$ paramètres. Il devient alors fastidieux de concevoir toutes les séquences d'élimination possibles. D'autre part, les paramètres ne sont pas linéaires avec les probabilités de choix, ce qui empêche l'utilisation des techniques économétriques courantes.

Le développement récent de méthodes d'estimation et de nouvelles formes de données semble cependant limiter ces difficultés et appelle à un plus grand pluralisme dans l'utilisation des modèles. Les deux solutions suivantes peuvent être mises en oeuvre :

- la définition d'une structure d'attributs préalable. En limitant le nombre de paramètres, ces contraintes ont permis le développement de certaines méthodes d'estimation (ex : "arbres de préférence"). De plus, l'utilisation des simulations avec la méthode de Monte Carlo par Chaînes de Markov permet aujourd'hui d'estimer la totalité des paramètres du modèle, à condition de connaître la structure des attributs.

- le recours aux "différences de probabilités" lorsqu'on ajoute ou retire une option. Ces différences sont linéaires avec les paramètres du modèle, ce qui permet leur estimation sans qu'il soit nécessaire de supposer une structure d'attributs préalable. En revanche, cette méthode est exigeante en terme d'information sur les probabilités de choix.

4.2 Définition d'une structure d'attributs

Le modèle EPA ne restreint la structure des attributs d'aucune façon, d'où un grand nombre de paramètres à estimer. Le modèle EPA hiérarchique de Tversky et Sattath (1979) a constitué une première solution à ce problème malgré une perte substantielle de généralité. En effet, le nombre de paramètres se réduit à $2n - 2$ et ces derniers peuvent être estimés par la méthode du maximum de vraisemblance à partir des probabilités de choix dans l'ensemble total des options. De telles probabilités sont aisément calculables à partir des demandes observées mais cette méthode est exigeante en terme d'information sur les attributs : la répartition précise des options au sein de l'arbre doit être connue par le modélisateur, ce qui n'est pas le cas en général⁹.

⁹Dans le cas particulier du modèle EPA hiérarchique, Tversky et Sattath ont toutefois montré que la structure d'attributs pouvait être déduite des probabilités de choix binaires. Le problème est alors de pouvoir observer les choix des agents pour toutes les combinaisons possibles de deux options, comme dans la méthode des différences de probabilité présentée en section 4.3.

Récemment, une méthode compatible avec n'importe quelle structure d'attributs (qui doit être fixée a priori) et permettant l'estimation de la totalité des paramètres du modèle a été proposée par Gilbride et Allenby (2006). Pour un ensemble donné de paramètres du modèle (les poids associés aux différents attributs), les séquences d'élimination de type EPA sont simulées par des Chaînes de Markov avec la méthode de Monte Carlo, en répétant la simulation un grand nombre de fois. L'hétérogénéité des poids est prise en compte par une structure Bayésienne hiérarchique : ces poids sont reliés à une variable aléatoire suivant une loi Normale. A l'issue des simulations, une fonction de vraisemblance conditionnelle traduisant les fréquences observées est obtenue. Elle constitue un estimateur sans biais des probabilités de choix, dont la variance décroît avec le nombre de répétitions. Finalement, les tests usuels permettent de déterminer le jeu de paramètres conduisant à la meilleure adéquation entre les probabilités théoriques et les probabilités observées. Cette approche nécessite toutefois d'avoir identifié les attributs pertinents pour le modèle¹⁰.

Au final, la démarche de Gilbride et Allenby (2006) présente l'avantage d'être peu exigeante au niveau de l'observation des probabilités (la connaissance des parts de marché suffit pour l'estimation des paramètres) mais l'identification préalable des attributs pertinents reste une difficulté à surmonter. Une démarche alternative, présentant les avantages et inconvénients inverses, est basée sur les différences de probabilité.

4.3 Méthode des différences de probabilité

Batsell et al (2003) ont montré que les différences de probabilité sont linéaires avec les paramètres du modèle ce qui permet de faciliter leur estimation. Cette méthode est fondée sur l'analyse des variations des probabilités de choix quand un objet est ajouté ou retiré de l'ensemble d'options disponibles. Si T est l'ensemble total d'options (cette méthode ne fonctionne que si $|T| \geq 3$) et A l'ensemble des options de choix, on définit $\forall k \in A \subset T$ une différence de probabilité comme :

$$C_k^A = P_k^A - P_k^T$$

Cette différence montre comment la probabilité de choisir k varie quand on retire de T les options dans A (ou quand on ajoute à $T \setminus A$ les options de A). En utilisant les probabilités

¹⁰En Marketing, une méthode à base de questionnaire permettant de réaliser cette tâche a été proposée par Young et al (1981), dans une application du modèle EPA au choix du transport de fret entre la route et le rail.

de transition révélées par le décideur suite à l'ajout ou au retrait d'une option, on peut ainsi calculer les différences de probabilités. Or ces différences peuvent être organisées sous forme d'un système d'équations linéaires dont les utilités sont les inconnues : elles sont alors calculées par la méthode des moindres carrés pondérés. Les tests de significativité permettent ensuite d'identifier les paramètres pertinents. Des exemples d'application de cette méthode ont été fournis par Batsell et al. (2003, p. 542) et Batsell (2004).

Cette méthode peut être utilisée sans qu'une structure des attributs doive être définie a priori, ce qui constitue son principal atout. En revanche, cette démarche impose de connaître les probabilités de choix *au sein de chaque sous-ensemble* de T (T inclus). Or de telles informations sont relativement difficiles à obtenir en général. Elles sont toutefois disponibles dans les cas particuliers suivants :

- si la demande est stationnaire au sein d'une zone géographique et lorsque le nombre et l'identité des concurrents varient selon différentes régions au sein de cette zone. Dans ce cas, l'observation des demandes au niveau régional peut permettre le calcul des probabilités de choix pour des sous-ensembles d'options. Il est alors possible de réaliser des prédictions sur l'évolution des parts de marché en cas d'entrée (ou éventuellement de sortie) des concurrents.

- s'il existe un panel de données de type "scanner". De telles informations ont, par exemple, été utilisées dans l'étude de Fader et McAlister (1990) qui applique le modèle EPA au marché du café. Ces données rendent compte des consommations d'un produit, sur un lieu fixé (typiquement un supermarché) et sur une période courte (jour, semaine). Ainsi, les ruptures de stock de certains produits ou l'existence de promotions permettent d'observer les demandes sur certains sous-ensembles d'options. Le développement de telles bases de données permettrait d'appliquer le modèle EPA à tous les produits pour lesquels les grandes surfaces sont le lieu de vente traditionnel.

En utilisant la méthode des différences de probabilité, une comparaison du modèle EPA avec deux modèles à utilité aléatoire (le logit multinomial et le probit multinomial) a été effectuée par Batsell et Seetharaman (2005). Ces auteurs montrent que le modèle EPA permet une meilleure représentation des données de marché grâce à une plus grande flexibilité dans la prise en compte des choix des agents. De plus, le modèle EPA permet de révéler les attributs stratégiques des produits sur le marché. Au vu de ces résultats, ces auteurs suggèrent de travailler au développement d'une approche permettant l'estimation des paramètres pour un plus grand nombre de problèmes, dans lequel les demandes ne sont pas disponibles pour tous les ensembles de choix. Cela suppose

d'élaborer une méthode d'interpolation des probabilités sur les sous-ensembles inconnus à partir des informations connues.

L'intérêt potentiel du modèle EPA pour l'économie industrielle empirique est donc établi ici. Les progrès récents réalisés pour estimer le modèle EPA appellent à une comparaison plus systématique avec les modèles à utilité aléatoire. En effet, le modèle EPA nécessite davantage d'informations pour l'estimation des paramètres mais semble fournir une meilleure représentation que les modèles classiques à utilité aléatoire pour des achats de produits courants en supermarché. Cette thèse n'a toutefois pas pour vocation d'appliquer le modèle EPA à des données de marché en adoptant un point de vue empirique : elle propose de renouveler l'analyse théorique des marchés de produits différenciés à l'aide du modèle EPA. L'intégration dans ce modèle de variables continues couramment employées, comme le prix ou la qualité, doit alors être abordée, ce qui fait l'objet de la section suivante.

5 Intégration des variables continues

Cette section montre tout d'abord que les différences de variables continues peuvent être représentées comme des attributs au sein du modèle EPA. La formulation du modèle EPA généralisé (avec attributs discrets et continus) est ensuite présentée. Enfin, la forme des différences de variables continues est discutée.

5.1 Le recours aux différences de variables continues

Comme nous l'avons vu dans la section 2.2, la version initiale du modèle EPA ne permet de prendre en compte que des caractéristiques discrètes, ce qui est rédhibitoire pour les modèles d'économie industrielle. Afin d'intégrer les caractéristiques continues, Tversky a initialement suggéré de transformer les caractéristiques continues en caractéristiques binaires en utilisant un seuil d'aspiration. Par exemple, si l'attribut "bon marché" d'un produit est associée à un seuil d'aspiration de "100 euros", alors un produit dont le prix est 99 euros possède cet attribut mais un produit de 101 euros n'en est pas doté. Un tel mode d'intégration par un seuil unique dont le niveau est impossible à éliciter semble complètement arbitraire.

Une représentation plus pertinente des variables continues, telles que le prix ou la qualité d'un produit, a alors été proposée par Rotondo (1986) en s'inspirant des travaux de Tversky (1977) sur la similarité. Cette méthode d'intégration est basée sur les *différences* de variables

continues : derrière le concept d'attribut spécifique cher à Tversky se trouve l'idée que cet attribut procure un avantage relatif sur le produit concurrent. Cette vision correspond aussi à la différence de caractéristiques spécifiques utilisée dans le modèle Restle (1961) que nous avons introduit précédemment.

Dans le cas de variables continues, l'avantage relatif d'une certaine option peut être mesuré facilement par la différence entre la variable continue de l'option considérée et la variable continue de l'option concurrente. Par exemple, si un produit est vendu à 99 euros et son concurrent à 101 euros, alors le produit le moins cher possède un attribut spécifique "2 euros économisés" permettant de mesurer le montant monétaire économisé par l'individu lorsqu'il adopte le bien le moins cher. Les différences de variables continues se voient alors affecter une fonction d'utilité et *sont prises en compte comme tous les autres attributs spécifiques* lors du processus d'élimination des options du modèle EPA.

Avant de présenter la formulation générale du modèle, nous proposons d'introduire des prix et des qualités au sein de l'exemple sur les choix de cafés développé en section 2.3. Supposons que les cafés 2 et 3 soient vendus à un prix identique noté p_{23} alors que le prix p_1 du café 1 est plus élevé : dans ce cas, les cafés 2 et 3 partagent un attribut spécifique $p_1 - p_{23}$ correspondant à l'économie réalisée. Ensuite, supposons que les qualités gustatives des cafés vérifient $q_1 > q_2 > q_3$. Dans ce cas, le café 1 possède un attribut spécifique, un supplément de qualité exclusif $q_1 - q_2$ sur ses deux concurrents. Les cafés 1 et 2 se partagent également un attribut spécifique, l'avantage de qualité $q_2 - q_3$ sur le café 3. En revanche, le niveau minimum de qualité $q_3 - 0$ est partagé par tous les cafés : il ne s'agit donc pas d'un attribut spécifique et n'est pas pris en compte dans le modèle. Le tableau qui suit récapitule les attributs spécifiques des différents produits.

	Café 1	Café 2	Café 3
Décaféiné : D		X	
Non-décaféiné : ND	X		X
Label Commerce Equitable : CE	X		
Offre spéciale : OS			X
Economie réalisée : $p_1 - p_{23}$		X	X
Supplément de qualité : $q_1 - q_2$	X		
Supplément de qualité : $q_2 - q_3$	X	X	

FIG. 5 – Attributs spécifiques et partagés

Dans ce cadre, la probabilité de choisir le bien 1 est donnée par :

$$P_1^A = \frac{u(ND)P_1^{(1,3)} + u(CE) + u(q_1 - q_2) + u(q_2 - q_3)P_1^{(1,2)}}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(OS) + u(q_1 - q_2) + u(q_2 - q_3) + u(p_{12} - p_3)}$$

Comme dans l'exemple initial, le dénominateur de la probabilité de choix représente la somme des utilités de tous les attributs spécifiques des biens disponibles sur le marché, mais en intégrant cette fois les attributs continus en supplément des attributs discrets. Les attributs spécifiques du produit concerné sont représentés au numérateur. Par exemple, l'analyse du numérateur de P_1^A montre que le café 1 sera acheté si :

- a) le consommateur élimine tous les cafés décaféinés (ceux qui ne possèdent pas l'attribut "ND"). Cet attribut est partagé à la fois par le café 1 et le café 3. L'importance de cet attribut discriminant est mesurée par $u(ND)$. Après l'élimination du café 2, la probabilité de choisir le café 1 plutôt que le café 3 est donnée par $P_1^{(1,3)}$.
- b) le consommateur élimine tous les cafés qui ne sont pas issus du commerce équitable (attribut "CE"). L'utilité procurée par cet attribut est $u(CE)$. Ce dernier étant présent exclusivement sur le café 1, la probabilité de choisir ce café sera égale à 1 ($P_1^1 = 1$).
- c) le consommateur élimine tous les cafés de qualité inférieure ou égale à q_2 . Dans ce cas, le supplément de qualité est mesuré par $q_1 - q_2$ et procure une certaine utilité. Si l'individu recherche un café de qualité élevée, le café 1 sera nécessairement choisi car il est le seul à satisfaire ce critère.
- d) Le consommateur élimine tous les cafés de qualité inférieure ou égale à q_3 . Il apprécie de disposer d'une qualité au moins égale à q_2 et l'utilité procurée par ce supplément de qualité est $u(q_2 - q_3)$. Les cafés 1 et 2 sont dotés d'un niveau de qualité satisfaisant pour le consommateur : la probabilité de choisir le café 1 plutôt que son rival est alors $P_1^{(1,2)}$.

En utilisant une démarche similaire, les probabilités de choix des autres cafés sont :

$$P_2^A = \frac{u(D) + u(q_2 - q_3)P_2^{(1,2)} + u(p_{12} - p_3)P_2^{(2,3)}}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(OS) + u(q_1 - q_2) + u(q_2 - q_3) + u(p_{12} - p_3)}$$

$$P_3^A = \frac{u(ND)P_3^{(1,3)} + u(OS) + u(p_{12} - p_3)P_3^{(2,3)}}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(OS) + u(q_1 - q_2) + u(q_2 - q_3) + u(p_{12} - p_3)}$$

Ces produits étant moins onéreux, une différence de prix apparaît au numérateur des probabilités de choix. En revanche, le produit 3 ne possède aucun avantage en terme de qualité. Pour les différents sous-ensembles de choix, les probabilités sont données par :

$$P_1^{(1,2)} = 1 - P_2^{(1,2)} = \frac{u(ND) + u(CE) + u(q_1 - q_2)}{u(D) + u(ND) + u(CE) + u(q_1 - q_2) + u(p_{12} - p_3)}$$

$$P_1^{(1,3)} = 1 - P_3^{(1,3)} = \frac{u(CE) + u(q_1 - q_2) + u(q_2 - q_3)}{u(CE) + u(OS) + u(q_1 - q_2) + u(q_2 - q_3) + u(p_{12} - p_3)}$$

$$P_2^{(2,3)} = 1 - P_3^{(2,3)} = \frac{u(D) + u(q_2 - q_3)}{u(D) + u(ND) + u(OS) + u(q_2 - q_3)}$$

Voyons maintenant quelle formule de calcul des probabilités peut être utilisée pour un nombre quelconque d'options de choix et d'attributs.

5.2 Le modèle EPA généralisé

Rotondo (1986) a proposé une extension de la formule des probabilités du modèle EPA permettant de prendre en compte les prix. Plus précisément, l'avantage relatif d'un produit sur un rival, en terme de prix, est donné par une fonction de l'écart de prix entre ces biens. Nous proposons ici une extension de ce travail à l'ensemble des caractéristiques continues, en conservant le même axe de recherche.

Supposons que les notations introduites dans la section 2.2 s'appliquent à l'ensemble des attributs discrets et proposons de nouvelles définitions pour les attributs continus. Alors que l'ensemble \mathcal{A} comporte les attributs discrets, les attributs continus appartiennent à un ensemble \mathcal{A}' . Pour chaque attribut continu $\alpha \in \mathcal{A}'$ et pour chaque option $k \in A$, il existe une réalisation de cet attribut α_k indiquant le niveau de variable continue atteint (par exemple, pour un attribut qualité $q \in \mathcal{A}'$ et pour un produit $k \in A$, la qualité de ce produit est q_k).

Nous faisons l'hypothèse que, pour chaque $\alpha \in \mathcal{A}'$, il existe une *relation de préférence* $\succsim_\alpha \subset A \times A$ (réflexive, transitive et totale) permettant de classer les options relativement à l'attribut α . La seule comparaison inter-options des valeurs de la caractéristique α concernée permet de réaliser ce classement. Par exemple, considérons qu'un produit 1 est d'une qualité supérieure à son rival 2, de sorte que $q_1 > q_2$, mais aussi d'un prix supérieur $p_1 > p_2$. Puisque les consommateurs ont une préférence pour une qualité élevée et pour un prix faible, les relations suivantes sont vérifiées : $1 \succ_q 2$ et $2 \succ_p 1$.

L'ensemble des options préférées à une certaine option i pour une caractéristique continue α est noté :

$$A_\alpha(i) = \{j \in A/\alpha_j \succ \alpha_i\}$$

De même, l'ensemble des options pour lequel le consommateur a la même préférence qu'une certaine option i pour un attribut continu α est :

$$A_\alpha^0(i) = \{j \in A/\alpha_j \sim \alpha_i\}$$

Pour une caractéristique continue $\alpha \in \mathcal{A}'$, l'ensemble des *successeurs* d'une certaine option i dans la relation de préférence \succsim_α (par exemple, le produit d'un prix juste inférieur à i ou d'une qualité juste supérieure à i) est donné par l'ensemble :

$$s_\alpha(i) = \{j \in A/i \prec_\alpha j \text{ et } \nexists l/i \prec_\alpha l \prec_\alpha j\}$$

Une option i a généralement un successeur mais peut aussi en posséder plusieurs lorsque ces successeurs sont strictement équivalents dans la relation de préférence \succsim_α .

Le supplément d'utilité procuré par l'écart de caractéristique continue entre le successeur de i et l'option i elle-même (par exemple, l'utilité découlant d'un supplément de qualité) est noté :

$$v_\alpha(i) = \frac{f_\alpha(|\alpha_{s_\alpha(i)} - \alpha_i|)}{\#(A_\alpha^0(i))}$$

où $\#(A_\alpha^0(i))$ le cardinal de l'ensemble $A_\alpha^0(i)$. La fonction f_α mesure l'utilité associée à la différence de caractéristique α (prise en valeur absolue) et vérifie les propriétés suivantes :

$$\begin{cases} f_\alpha(0) = 0 \\ \frac{\partial f_\alpha}{\partial \alpha_i} \Big|_{\alpha_{s_\alpha(i)} > \alpha_i} < 0 ; \quad \frac{\partial f_\alpha}{\partial \alpha_i} \Big|_{\alpha_{s_\alpha(i)} < \alpha_i} > 0 \end{cases}$$

Considérons alors une extension de la formule de calcul des probabilités (2.3) intégrant les caractéristiques continues :

$$P_k^A = \frac{\sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{A}_0} u(\alpha) P_k^{A_\alpha} + \sum_{(\alpha \in \mathcal{A}')} \sum_{(i \in A/i \prec_\alpha k)} v_\alpha(i) P_k^{A_\alpha(i)}}{\sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\beta) + \sum_{(\alpha \in \mathcal{A}')} \sum_{(i \in A/s_\alpha(i) \neq \emptyset)} v_\alpha(i)} \quad (5.1)$$

Si l'on exclut de l'analyse tous les attributs discrets, la probabilité de choisir une option k sur la base d'une caractéristique continue $\alpha \in \mathcal{A}'$ dépend de deux éléments. Le premier est la probabilité d'éliminer toutes les options dont la variable continue est moins avantageuse que le seuil d'une certaine option i (ce seuil ne conduisant pas à l'élimination de k) : $P_i = v_\alpha(i)/v_\alpha$ avec $v_\alpha = \sum_{i \in A/s_\alpha(i) \neq \emptyset} v_\alpha(i)$. Le second est la probabilité $P_k^{A_\alpha(i)}$ de sélectionner k parmi les options restantes une fois l'élimination réalisée, qui sont regroupées dans l'ensemble $A_\alpha(i)$. Cette procédure est ensuite répétée pour tous les attributs continus jusqu'à obtenir la formule 5.1.

Notons que l'expression de $v_\alpha(i)$ garantit l'absence de redondance en cas d'équivalence entre plusieurs options dans la relation de préférence \succsim_α (par exemple, si trois produits vérifient $p_1 = p_2 > p_3$ alors l'attribut spécifique $p_{12} - p_3$ du bien 3 ne doit être pris en compte qu'une fois, et non deux, au numérateur de la probabilité de choix). D'une part, si l'option i possède plusieurs successeurs équivalents, alors un seul d'entre eux sera pris en compte dans $v_\alpha(i)$: tous les successeurs ayant le même niveau $\alpha_{s_\alpha(i)}$, l'identité exacte du successeur choisi pour le calcul n'a aucune importance. D'autre part, si plusieurs options sont équivalentes à l'option i dans la relation \succsim_α alors le cardinal de $A_\alpha^0(i)$ présent au dénominateur de $v_\alpha(i)$ permet d'éviter les répétitions (l'ensemble $A_\alpha^0(i)$ ne comportant qu'un élément si l'option i n'a aucun autre équivalent).

Reprenons l'exemple des cafés en supposant que $\alpha = q$. Ici la qualité du café 1 est la plus élevée : l'ensemble des options pour laquelle la qualité est moins préférée que celle du café 1 ($i \in A/i \prec_q 1$) correspond à $\{2, 3\}$.

Pour $i = 2$, $v_q(2) = u(q_1 - q_2)$, le café 1 étant le successeur immédiat du café 2 en terme de qualité. La somme des utilités est $v_q = u(q_2 - q_3) + u(q_1 - q_2)$, le café 1 n'ayant pas de successeur. De plus $A_q(2) = \{1\}$ puisqu'il est le seul à avoir une qualité strictement supérieure à celle du café 2 : les cafés 2 et 3 sont éliminés, ce qui conduit à $P_1^{A_q(2)} = 1$.

Pour $i = 3$, $v_q(3) = u(q_2 - q_3)$, le café 2 étant le successeur immédiat du café 3 en terme de qualité (avec, là encore, $v_q = u(q_2 - q_3) + u(q_1 - q_2)$). De plus, $A_q(3) = \{1, 2\}$ puisque ces deux cafés proposent une qualité supérieure à celle du café 3 ; seul ce dernier est éliminé, ce qui nécessite alors de calculer $P_1^{A_q(3)}$.

En introduisant des prix hétérogènes au sein du modèle, il devient alors possible de reconstituer l'exemple de la section 5.1. Si toutes les options partagent un certain niveau d'une variable continue, ce niveau n'est pas pris en compte par les consommateurs car il ne permet pas de dis-

criminer. De plus, si les options ne diffèrent que par une seule variable continue, l'option préférée par rapport à cette variable est choisie avec une probabilité 1 (par exemple, le bien homogène le moins cher). Cette observation met en évidence une limite de ce mode d'intégration des variables continues dans le modèle : ces caractéristiques doivent porter sur une *dimension verticale de différenciation* des produits, sur laquelle tous les acheteurs sont unanime. Cette condition est vérifiée pour des variables telles que le prix ou la qualité mais il serait inapproprié de représenter la quantité de caféine aux 100mg comme un attribut continu, puisque les préférences des consommateurs sur la dose de caféine sont hétérogènes.

5.3 La forme des différences de variables continues

Les différences de variables continues peuvent prendre différentes formes selon la spécification retenue pour la fonction v . Dans son analyse de l'intégration des prix, Rotondo (1986) étudie une forme fonctionnelle particulière $v_p(i) = \int_{p_i}^{p_{sp}(i)} w(\alpha) d\alpha$: par exemple si $w = 1$, la différence de prix est de forme linéaire alors que si $w = \alpha$, elle est de type quadratique. Quelle forme est-il préférable de choisir ?

Pour répondre à cette question, Rotondo a mis en évidence une propriété intéressante du modèle EPA. Notons $a = \sum_{\alpha \in \mathcal{K} \setminus \mathcal{A}_0} u(\alpha) P_k^{A\alpha}$ et $b = \sum_{\beta \in \mathcal{A} \setminus \mathcal{A}_0} u(\beta)$. Dans ce cas, si $p_x \leq p_y$ et $(b - a) \neq 0$ alors :

$$\frac{P(x > y)}{P(y > x)} = \frac{a}{b - a} + \frac{1}{b - a} \int_{p_x}^{p_y} w(\alpha) d\alpha$$

Cette propriété montre que le ratio des probabilités de choix par paires est linéaire avec l'intégrale, ce qui permet de tester la forme des différences de prix correspondant le mieux au comportement des individus. Pour réaliser ce test, une étude utilisant des données sur la demande de 3 types d'opérateurs de téléphone a été menée. Des triplets d'options sont présentés aux sujets qui doivent établir un classement de préférences. Les probabilités de choix par paires sont ensuite obtenues en calculant la proportion des occasions dans lesquelles une option domine l'autre.

Rotondo montre alors que le coefficient de corrélation entre le ratio des probabilités de choix et la différence de prix retenue est maximum lorsque la différence de prix est de forme linéaire. Au vu de ce résultat, l'hypothèse d'une différence de prix de forme linéaire semble être acceptable, du moins en l'absence d'investigations plus poussées. L'attribut prix est alors noté :

$$v_p(i) = \theta(p_{i+1} - p_i)$$

où θ peut s'interpréter comme une mesure de l'importance relative de l'économie réalisée par rapport aux caractéristiques non-prix¹¹.

Le forme fonctionnelle à retenir pour d'autres variables continues, comme l'utilité procurée par un supplément de qualité, n'est pas une question tranchée. Afin de simplifier l'analyse, nous aurons fréquemment recours à une forme linéaire dans les chapitres suivants.

6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que le modèle "Elimination par attributs" (Tversky, 1972a,b) constitue un exemple de la fertilité des liens entre économie et psychologie. En effet, l'heuristique sous-jacente réalise un bon compromis entre le coût et la qualité d'une décision : en conséquence le modèle EPA est particulièrement pertinent pour décrire les choix des individus face à de "petites décisions" de consommation, réalisées en temps contraint. De plus, ce modèle possède un degré de flexibilité comparable aux modèles probit ou nested logit, ce qui ouvre des perspectives de recherche intéressantes en économie, sur le plan empirique et théorique.

Au niveau empirique, la question de l'estimation des paramètres du modèle EPA semble un thème de recherche très actuel, après 20 ans de silence à ce sujet. Cette estimation est rendue possible par le développement, d'une part, des bases de données scanner et des méthodes qui les exploitent (comme les différences de probabilité) et, d'autre part, des simulations de type Monte Carlo avec Chaînes de Markov. Les liens unissant les modèles à utilité aléatoire et les modèles à élimination des options, mais aussi l'existence de propriétés différentes, suggèrent que ces modèles soient utilisés et comparés plus systématiquement lors de l'analyse des secteurs économiques.

Au niveau théorique, la difficulté d'intégrer des variables continues avait jusque-là empêché toute application à l'économie industrielle. Nous avons montré ici comment prendre en compte les prix et les qualités, en s'inspirant de la démarche suivie par Rotondo (1986). Cet axe de recherche sera développé dans les chapitres suivants.

¹¹Dans l'article de Rotondo (1986, p 394), ce paramètre θ est appelé "c"

7 Annexe 1 : le modèle Elimination Par Stratégie

Cette Annexe reprend le modèle d'"Elimination Par Stratégie" (EBS) élaboré par McFadden (1981) en expliquant les notations et en précisant les interprétations du travail original. Voyons d'abord les ensembles utilisés par McFadden :

- soit H un ensemble d'attributs et \mathcal{H} un σ -algèbre de sous-ensembles de H .
- soit T un ensemble bien ordonné selon une relation \prec : il peut s'interpréter comme une séquence d'étapes d'élimination où la relation $a \prec b$ s'interprète comme "l'étape a précède l'étape b ".
- soit K l'ensemble de stratégies d'élimination des options du modèle EBS. Une stratégie associe à chaque étape un ensemble d'attributs qui servent de critère d'élimination des options : formellement, il existe un espace mesurable de fonctions de T sur H noté (K, \mathcal{H}) . Ainsi, à chaque étape d'une stratégie, plusieurs attributs peuvent être utilisés comme critère d'élimination des options, alors qu'un seul est utilisé dans le cas du modèle EPA.
- soit I l'ensemble des options. Chaque option $i \in I$ possède un ensemble d'attributs $D_i \in \mathcal{H}$. Pour un ensemble composé de deux options i et j , l'ensemble des attributs spécifiques à i est noté $D_i - D_j$ et vice versa.

Soit un décideur avec une stratégie k et un ensemble d'options disponibles $B \subset I$. Supposons qu'à l'étape $t \in T$, il lui reste un ensemble $B_t \subseteq B$ d'options non-éliminées et montrons que ce dernier découle d'un processus d'élimination basé sur les stratégies.

D'une part, si $i, j \in B_t$, cela implique que $k(t') \notin (D_i - D_j) \cup (D_j - D_i)$ pour tout $t' \prec t$. Si i et j n'ont pas été éliminées à l'étape t , alors pour chaque étape antérieure à t , la stratégie d'élimination n'a porté ni sur les attributs spécifiques de i (auquel cas j aurait été éliminée) ni sur les attributs spécifiques de j (auquel cas i aurait été éliminée). La stratégie d'élimination a porté sur un ou des attributs communs aux deux options.

D'autre part, si $i \in B_t$ et $j \in B - B_t$, cela implique que $k(t') \in D_i - D_j$ pour un certain $t' \prec t$ mais que $k(t'') \notin (D_i - D_j) \cup (D_j - D_i)$ pour $t'' \prec t'$. En effet, si j a été éliminée à l'étape t , alors cela signifie que la stratégie d'élimination a porté sur un ou des attributs spécifiques à i lors d'une étape t' antérieure. En revanche, les deux options étaient toujours présentes à une étape t'' précédant t' .

Puisque T est ordonné, B_t est bien défini et monotone non-décroissant vers un ensemble limite non-vide lorsque t augmente.

A ce stade, les probabilités de choix du modèle EBS peuvent être obtenues en supposant qu'il existe une mesure de probabilité ν définie sur l'espace des fonctions de (K, \mathcal{H}) . Cette mesure permet le calcul des probabilités de choix car la probabilité de sélectionner une stratégie pour laquelle l'ensemble limite de B_t est un singleton est égale à 1.

Le processus du modèle EBS peut être décrit ainsi : à chaque étape, on retient avec une certaine probabilité dépendant de ν une stratégie d'élimination des options sur la base d'attributs, puis on procède à l'élimination. A l'étape suivante, on réalise la même démarche avec les options restantes et ainsi de suite. Il est possible qu'à certaines étapes, aucune option ne soit éliminée mais sur l'ensemble des étapes, il est toujours possible d'aboutir à une option unique.

Sous certaines conditions, ce modèle EBS admet comme cas particulier le modèle EPA de Tversky.

- Il est d'abord nécessaire que $K = H^\infty$. Le recours à l'ensemble H signifie que l'élimination à chaque étape se fait sur la base d'un seul et unique attribut et la dimension infinie s'explique par l'indétermination du nombre d'étapes d'élimination, du fait de la formule récursive du modèle EPA.

- Ensuite, une mesure de probabilité sur H (que McFadden appelle η et qui est égale dans EPA au rapport des utilités des attributs) permet de déterminer quel attribut discriminant sera retenu (à l'issue d'un échantillonnage indépendant) pour l'élimination à chaque étape. Cette mesure permet enfin de déterminer les probabilités de choix de ν .

Le modèle "elimination by strategy" est donc bien une généralisation du modèle EPA.

Montrons désormais que tout modèle avec préférence aléatoire peut se réécrire comme un modèle EBS. En effet, avec cette interprétation, chaque stratégie $k \in K$ correspond à un ordre de préférence lexicographique sur H et la distribution de ces préférences est donné par ν .

PROPOSITION (McFadden, 1981, p 268-269) *Tout modèle à préférence aléatoire doté d'une mesure de probabilité μ est équivalent à un certain modèle avec "elimination by strategy" possédant une mesure de probabilité ν .*

Preuve : Dans le cas général, un modèle à préférence aléatoire se caractérise par un espace probabiliste de préférence sur I donné par (J, \mathcal{J}, μ) . J est un ensemble de préférence, \mathcal{J} le σ -

algèbre de J et μ une mesure de probabilité fournissant la distribution des préférences de J sur I dans la population d'individus. Tout modèle à préférence aléatoire possède ainsi des probabilités de choix des options $P(i|B, J)$ dépendant de μ qui mesure la probabilité que chaque préférence $j \in J$ soit la plus élevée pour cette option i .

Dans un premier temps, les concepts utilisés dans le modèle EBS peuvent être interprétés à la manière d'un modèle à préférence aléatoire. Supposons que $T = I$ avec une relation d'ordre $<$ sur I .

L'ensemble des attributs H peut ensuite être défini en $H = J \times I$ d'où $\mathcal{H} = \mathcal{J} \otimes 2^I$: ainsi, pour chaque option, l'ensemble des attributs possédés est donné par toutes les valorisations possibles de cette option en terme de préférence. Les attributs de l'option i prennent alors la forme $D_i = \{(\succsim, l) \in J \times I\}$: ils correspondent à tous les couples (\succsim, l) tels que l'option i domine l'option l pour la relation de préférence \succsim .

L'ensemble K peut être reformulé en un ensemble de fonctions $k : I \rightarrow H$ avec $k_i = (\succsim, i)$ exprimant une relation de préférence $\succsim \in J$ par rapport à l'option i mais définie indépendamment de cette dernière. Cette relation de préférence dans J déterminée par $k \in K$ est notée \succsim_k .

Dans un second temps, une équivalence entre la mesure de probabilité ν du modèle EBS et la mesure μ du modèle à préférence aléatoire peut être établie : $\nu(K_1) = \mu(\{\succsim_k \in J | k \in K_1\})$ pour tout $K_1 \in \mathcal{K}$.

Après cette reformulation, montrons l'équivalence entre les deux structures. Supposons qu'un décideur face à un ensemble de choix disponibles B retienne une stratégie $k \in K$ qui induise un processus d'élimination conduisant au choix d'une option $i \in B$. En se focalisant sur deux options, i et j , étudions le fonctionnement de ce processus.

D'une part, pour chaque $j \in B$, $j \neq i$, il existe nécessairement une option $l' \in I$ (puisque I est bien ordonné) telle que $k(l') \in D_i - D_j$. Cela signifie qu'il est possible d'éliminer une option l' avec la stratégie k en sélectionnant un attribut spécifique à i par rapport à j et cela implique que $i \succsim_k l'$

D'autre part, pour chaque $j \in B$, $j \neq i$, il existe aussi une option $l'' \in I$, $l'' < l'$ telle que $k(l'') \notin (D_i - D_j) \cup (D_j - D_i)$. Il n'est pas possible d'éliminer l'option l'' avec cette même stratégie k sur la base d'un attribut spécifique à i ou à j . En conséquence, la relation $j \succsim_k l'$ ne peut être vérifiée.

Il en découle que $i \succ_k j$. Le sous-ensemble K_1 se réécrit désormais comme l'ensemble de

stratégies pour lesquelles i est préférée à j : $K_1 = \{k \in K | i \succ_k j \text{ pour } j \in B, j \neq i\}$. Or, avec une telle définition, on constate que la mesure de probabilité μ (reliée à ν) est égale aux probabilités de choix des options du modèle à préférence aléatoire :

$$\nu(K_1) = \mu(\{\succ \in J | i \succ j \text{ pour } j \in B, j \neq i\}) = P(i|B, J)$$

En conclusion, le modèle EBS conduit bien au même système de probabilités de choix qu'un modèle à préférence aléatoire quelconque. ■

Chapitre 2

Demandes avec différenciation par attributs

1 Introduction

Ce chapitre établit les fonctions de demande d'un duopole mono-produit à partir des probabilités de choix du modèle EPA étudié dans le chapitre précédent. Lorsque l'ensemble de choix ne comporte que deux options, nous avons montré que le modèle d'élimination à la Tversky est équivalent au modèle d'arbitrage à la Restle. Le dénominateur commun entre ces structures est toutefois l'utilisation d'attributs spécifiques comme critère de décision des agents : c'est pourquoi nous utiliserons le terme de "différenciation par attributs" (ou DPA) pour décrire les demandes du duopole à règle de décision aléatoire considéré ici.

L'étude des propriétés du système de demande avec DPA est enrichissante à plus d'un titre. D'une part, les modalités d'intégration des prix déterminent la continuité et la concavité de la demande, deux aspects essentiels pour déterminer si l'existence d'un équilibre de Nash en prix est garantie ou même possible. D'autre part, les élasticités-prix de la demande ou les proportions d'achats lorsque les biens sont vendus à prix identique fournissent des renseignements importants sur la substituabilité entre les biens et sur le type de différenciation représenté.

Une autre problématique importante est de relier le modèle DPA aux structures classiques utilisées pour l'analyse de la différenciation des produits. De telles relations peuvent être établies en *comparant les hypothèses conduisant les consommateurs à effectuer des choix hétérogènes*. Dans le cas du modèle DPA, l'asymétrie des comportements provient de la règle de décision utilisée alors que les structures classiques considèrent plutôt des individus maximisant une fonction d'utilité. Dans ces modèles, l'existence de choix différents peut provenir d'agents identiques ayant une préférence pour la diversité (approche du consommateur représentatif) ou au contraire d'agents hétérogènes selon un certain facteur : type de variété préférée (approche spatiale), disposition à payer pour la qualité (différenciation verticale), état d'esprit (modèle à utilité aléatoire) ou prix de réservation. Nous montrons que des relations peuvent être mises en évidence entre le modèle DPA et ces différentes théories.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. La section 2 présente les demandes associées au modèle DPA. Ces dernières admettent un coude lorsque la hiérarchie des prix s'inverse, à

condition que les utilités des attributs spécifiques soient asymétriques. Quand les produits sont vendus à des prix égaux, les proportions d'achat varient entre 0 et 1/2 pour le produit le moins apprécié et entre 1/2 et 1 pour le produit le plus apprécié. Nous retenons une différence de prix de forme linéaire, cette hypothèse étant cruciale pour la suite de l'analyse. Enfin, cette section montre que le modèle DPA est compatible avec une hétérogénéité partielle des préférences des agents sur les attributs spécifiques.

La section 3 présente un modèle classique de différenciation horizontale avec consommateur représentatif et montre qu'il est possible de déterminer une "fonction objectif" permettant de retrouver les probabilités de choix du modèle DPA après maximisation de cette fonction. Il ne nous paraît cependant pas légitime de qualifier cette dernière d'"utilité" ou de l'employer pour mesurer le bien-être des consommateurs.

La section 4 prouve que deux formes d'équivalence peuvent être établies entre le modèle DPA et les modèles spatiaux de différenciation horizontale, dans lesquels les consommateurs ont des préférences hétérogènes sur les variétés. Une telle relation peut être mise en évidence soit en modifiant la répartition des préférences des agents, soit en modifiant la règle de décision qu'ils utilisent. Ainsi, lorsque l'utilité procurée par les attributs est identique pour les deux produits, le modèle DPA admet une différenciation de forme purement horizontale.

La section 5 expose les propriétés des modèles classiques de différenciation verticale pure. Cette forme de différenciation est mise en évidence dans le modèle DPA lorsqu'un seul produit possède la totalité des attributs spécifiques du marché. Dans ce cas précis, en modifiant la distribution de la disposition à payer pour la qualité (dans la population de consommateurs) retenue dans les modèles standards, il est possible de retrouver le système de demande du modèle DPA.

La section 6 montre comment le modèle DPA permet d'incorporer les dimensions horizontale et verticale de différenciation des produits. Le nombre de paramètres nécessaire à l'expression d'une telle différenciation est réduit par rapport aux modèles déterministes multi-dimensionnels.

La section 7 rappelle les principales propriétés du modèle logit de produits différenciés, dont les probabilités de choix découlent de la maximisation par les consommateurs d'une utilité aléatoire. A cause du mode d'intégration des prix différent entre les modèles DPA et logit binomial, aucune équivalence formelle ne peut être établie entre ces structures. Par ailleurs, le modèle DPA est plus général dans sa prise en compte des formes de différenciation, le cas d'une dimension verticale pure ne pouvant être représenté à l'aide du logit.

La section 8 évoque une contribution récente à l'analyse de la différenciation basée sur les prix

de réservation des agents plutôt que sur la maximisation d'utilité. En introduisant des seuils de réservation dépendant des attributs spécifiques mais répartis uniformément dans la population, nous montrons que cette approche peut être reliée au modèle DPA.

Nos conclusions sont présentées en section 9.

2 Demandes d'un duopole différencié par attributs

Cette section expose d'abord les demandes issues du modèle de choix probabiliste avec DPA. Puis les propriétés de ces fonctions de demande sont étudiées : en particulier, les conditions d'existence d'un coude sont mises en évidence. Enfin, une hétérogénéité des préférences des consommateurs est introduite au sein du modèle.

2.1 Formulation du système de demande

Soit un marché composé de N consommateurs et sur lequel deux firmes sont actives : chaque firme vend un produit différencié i à un prix p_i . Dans ce chapitre, nous supposons que chaque consommateur acquiert exactement une unité de bien pour une période donnée sur ce marché (la prise en compte d'une contrainte de participation est discutée dans le chapitre 3). Par exemple, un consommateur réalisant ses courses chaque semaine sait qu'il doit acheter un pack d'eau minérale ou un paquet de café pour satisfaire ses besoins hebdomadaires. La décision de réaliser l'achat est supposée indépendante du contexte de choix. Ainsi, en établissant sa liste de courses, le consommateur décide de faire l'acquisition d'un paquet de café mais ne sait pas encore quel produit il achètera : son choix dépendra d'une éventuelle promotion ou des produits disponibles. Le revenu du consommateur est supposé suffisamment élevé afin de ne pas affecter sa décision.

Le consommateur se rend ensuite sur un lieu de vente, tel un supermarché, dans lequel il réalise un grand nombre de petits achats. Disposant d'un temps limité pour réaliser ses courses, cet agent focalise son attention sur un attribut distinctif d'un produit, sans détailler toutes les caractéristiques de l'offre. Il est alors pertinent de décrire son comportement par un *modèle probabiliste avec différenciation par attributs (DPA)*, comme le modèle EPA de Tversky (1972). Le nombre d'options disponibles étant fixé à deux, les attributs sont soit spécifiques à l'un des produits, soit partagés par tous les produits, comme le montre la figure suivante :

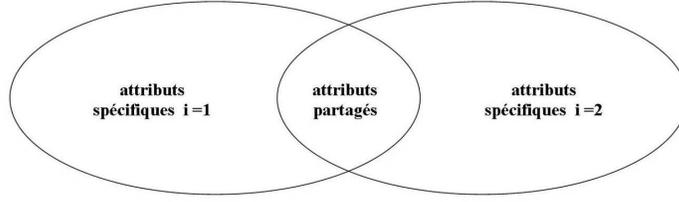


FIG. 6 – Attributs partagés et attributs spécifiques

Le choix du consommateur dépend à la fois des prix des biens et des attributs spécifiques hors-prix qu'ils possèdent. En reprenant les notations adoptées dans le chapitre 1, les attributs hors-prix d'un produit i procurent une utilité notée :

$$u_i = \sum_{\alpha \in \mathcal{I} \setminus \mathcal{A}_0} u(\alpha) + \sum_{(\alpha \in \mathcal{A}' \setminus p)} \sum_{(j \neq i / j \prec_{\alpha} i)} f_{\alpha}(|\alpha_i - \alpha_j|)$$

où $\mathcal{I} \setminus \mathcal{A}_0$ désigne l'ensemble des attributs discrets spécifiques de i , $\mathcal{A}' \setminus p$ l'ensemble des attributs continus hors-prix, \succ_{α} une relation de préférence sur l'attribut continu α et $f_{\alpha}(|\alpha_i - \alpha_j|)$ l'utilité procurée par la différence de variable continue α . Par exemple, si l'agent valorise la différence simple de qualité q et la différence simple de temps d'apprentissage t entre les produits 1 et 2, alors l'utilité spécifique du produit 1, ayant une qualité $q_1 > q_2$ et nécessitant un temps d'apprentissage $t_1 > t_2$, est de forme $u_1 = q_1 - q_2$. De même, la différence de temps d'apprentissage est un attribut spécifique du produit 2 procurant une utilité $u_2 = t_1 - t_2$.

Conformément à l'analyse de Rotondo (1986), l'avantage en prix d'une option est une fonction de la différence de prix entre les biens. Une telle représentation paraît plausible si les consommateurs ont un revenu suffisamment élevé : l'écart de tarif est pris en compte lors du choix de variétés mais le niveau général des prix sur le marché ne peut décourager l'achat. Lorsque le consommateur achète un bien i moins cher que son concurrent $j \neq i$, il réalise une économie monétaire dont l'utilité est donnée par :

$$v_p(i) = f_p(p_j - p_i)$$

où f_p est une fonction monotone croissante de la différence de prix positive $p_j - p_i$ vérifiant

$$f_p(0) = 0 \text{ et } (\partial f_p(p_j - p_i))/(\partial p_i) = -(\partial f_p(p_i - p_j))/(\partial p_i).^1$$

Ainsi, la probabilité pour un certain consommateur de choisir le produit i dépend de son niveau de prix p_i relativement au prix p_j , $j \neq i$ de l'autre bien :

- si $p_i \geq p_j$,

$$P_i^{\bar{p}} = \frac{u_i}{u_i + u_j + f_p(p_i - p_j)} \quad P_j = \frac{u_j + f_p(p_i - p_j)}{u_i + u_j + f_p(p_i - p_j)}$$

- si $p_j \geq p_i$,

$$P_i^p = \frac{u_i + f_p(p_j - p_i)}{u_i + u_j + f_p(p_j - p_i)} \quad P_j = \frac{u_j}{u_i + u_j + f_p(p_j - p_i)}$$

Lorsque la situation de choix ne comporte que deux biens, rappelons que le modèle EPA est équivalent à celui de Restle (1961). Dans le modèle EPA, l'expression de P_i correspond à la probabilité d'éliminer j en ayant sélectionné un attribut spécifique (prix ou non-prix) de i comme critère d'élimination. En revanche, dans le modèle de Restle, P_i exprime la probabilité de sélectionner le bien i afin de pouvoir bénéficier d'un attribut spécifique qu'il possède.

Nous sommes en présence d'un modèle à "règle de décision aléatoire" car les choix d'attributs discriminants conduisent à la sélection d'un bien sans qu'il soit possible de prédire avec certitude le choix effectué par les consommateurs. Ainsi, l'hétérogénéité des agents dans ce modèle ne provient pas d'une caractéristique individuelle (comme le revenu, ou une préférence) mais plutôt de la règle de décision aléatoire suivie par les consommateurs. Afin de mener une comparaison avec les modèles existants, il est utile de calculer la part de marché de chaque firme lorsque les produits sont vendus à des prix égaux. Ces proportions sont données par :

$$P_i = \frac{u_i}{u_i + u_j} \quad P_j = \frac{u_j}{u_i + u_j}$$

Ainsi, lorsque les attributs spécifiques de chaque bien sont valorisés de façon égale par l'ensemble de la population de consommateurs ($u_i = u_j$), ces derniers optent pour leur variété préférée et se répartissent de façon égale entre les produits vendus à des prix identiques. En revanche, lorsqu'un produit possède la totalité des attributs spécifiques sur le marché ($u_i > u_j = 0$), ce produit est préféré par l'ensemble des consommateurs et la firme vendant le bien i récupère toute

¹Par similarité, lorsque $p_i > p_j$, l'attribut-prix spécifique du bien j procure une utilité $v_p(j)$ notée $f_p(p_i - p_j)$.

la demande. Les formes de différenciation correspondant à ces cas particuliers seront mises en évidence dans les prochaines sections.

Les N consommateurs suivant une règle de décision identique, la fonction de demande espérée de la firme vendant le produit i est $X_i = NP_i$. Par ailleurs, N est supposé suffisamment grand pour que les demandes espérées convergent vers les demandes réalisées : c'est pourquoi les choix d'attributs prix et hors-prix des firmes sont fondés sur de telles demandes espérées. Étudions maintenant les propriétés du système de demande considéré ci-dessus.

2.2 Existence d'un coude et forme de la différence de prix

Les demandes $X_i = NP_i$ et $X_j = NP_j$ sont définies par morceaux, comme le montre une rapide observation des probabilités utilisées en section précédente. Par ailleurs, puisque $f_p(0) = 0$, $\lim_{p_j \rightarrow p_i} P_i^{\bar{p}} = \lim_{p_i \rightarrow p_j} P_i^p = u_i/(u_i + u_j)$ ce qui prouve que les fonctions de demande sont continues.

Les pentes de ces dernières sont données par les expressions suivantes :

$$\frac{\partial X_i^{\bar{p}}}{\partial p_i} = \frac{-Nu_i f'_{p_i}(p_i - p_j)}{(u_i + u_j + f_p(p_i - p_j))^2}$$

$$\frac{\partial X_i^p}{\partial p_i} = \frac{Nu_j f'_{p_i}(p_j - p_i)}{(u_i + u_j + f_p(p_j - p_i))^2}$$

Trois propriétés peuvent être tirées de ces expressions. Tout d'abord, les demandes sont décroissantes puisque $f'_{p_i}(p_j - p_i) < 0$ et $f'_{p_i}(p_i - p_j) > 0$. Ensuite, ces fonctions n'admettent jamais de coude en $p_i = p_j$ lorsque $u_i = u_j$ car $f'_{p_i}(p_j - p_i) = -f'_{p_i}(p_i - p_j)$. Enfin, la pente de X_i devient nulle si $u_i > u_j = 0$ et $p_j > p_i$: en effet, la firme i monopolise le marché quel que soit le niveau de p_j dans cet intervalle (le produit j est vendu plus cher et ne dispose d'aucun attribut hors-prix spécifique).

Considérons désormais deux formes particulières de fonction d'utilité. La fonction \mathcal{G} résulte d'une transformation de la *différence de prix* :

$$\mathcal{G}_p(i) = (p_j - p_i)^\gamma$$

La fonction \mathcal{H} résulte d'une transformation de chaque prix au sein de la différence (cette dernière configuration a notamment été étudiée par Rotondo) :

$$\mathcal{H}_p(i) = p_j^\gamma - p_i^\gamma$$

Si l'on utilise la fonction \mathcal{G} , les pentes des demandes sont données par :

$$\frac{\partial X_i^{\bar{p}}}{\partial p_i} = \frac{-N\gamma u_i (p_i - p_j)^{\gamma-1}}{(u_i + u_j + (p_i - p_j)^\gamma)^2}$$

$$\frac{\partial X_i^p}{\partial p_i} = \frac{-N\gamma u_j (p_j - p_i)^{\gamma-1}}{(u_i + u_j + (p_j - p_i)^\gamma)^2}$$

Ainsi, lorsque les utilités sont asymétriques $u_i \neq u_j$, il existe un coude en $p_i = p_j$ pour $\gamma = 1$. Cependant, ce coude disparaît lorsque $\gamma \neq 1$, auquel cas les pentes sont égales à 0 en $p_i = p_j$: cette fonction de demande de forme inhabituelle comporte au moins un point d'inflexion.

Si l'on utilise la fonction \mathcal{H} , les pentes des demandes deviennent :

$$\frac{\partial X_i^{\bar{p}}}{\partial p_i} = \frac{-N\gamma u_i p_i^{\gamma-1}}{(u_i + u_j + p_i^\gamma - p_j^\gamma)^2}$$

$$\frac{\partial X_i^p}{\partial p_i} = \frac{-N\gamma u_j p_i^{\gamma-1}}{(u_i + u_j + p_i^\gamma - p_j^\gamma)^2}$$

Dans ce cas, il existe une demande coudée dès lors que $u_i \neq u_j$.

Au final, *la forme des fonctions de demande est intrinsèquement liée à la formulation de la différence de prix*. L'analyse précédente fournit peu d'indice sur l'expression de la différence de prix la plus pertinente. En revanche, comme nous l'avons évoqué dans le chapitre 1, l'étude empirique préliminaire menée par Rotondo (1986) suggère qu'une différence de prix de forme linéaire constitue une bonne approximation du comportement des individus. Cette formulation a également le mérite de la simplicité, c'est pourquoi nous choisirons de l'utiliser dans la suite de ce travail :

H21 : *La fonction d'utilité associée à une différence de prix positive $p_j - p_i$ est de forme linéaire :*
 $v_p(i) = \theta(p_i - p_j)$.

Le paramètre θ peut s'interpréter comme l'importance relative des attributs prix par rapport aux attributs non-prix. Pour une telle fonction, la concavité de la demande est alors étudiée de façon plus précise :

$$\frac{\partial^2 X_i^{\bar{p}}}{\partial p_i^2} = \frac{2N\theta^2 u_i}{(u_i + u_j + \theta(p_i - p_j))^3} > 0$$

$$\frac{\partial^2 X_i^p}{\partial p_i^2} = \frac{-2N\theta^2 u_j}{(u_i + u_j + \theta(p_j - p_i))^3} < 0$$

La demande est strictement concave tant que $p_j > p_i$ mais devient strictement convexe dès que $p_i > p_j$. Ce type de coude rappelle celui des modèles avec “inertie de marché” ou “switching costs” (Klemperer, 1987a et Farrell et Shapiro, 1987), qui utilisent également les différences de prix. La figure 2 fournit un exemple de la demande de produit 1 lorsque p_1 évolue, en supposant que $N = 1$, $p_2 = 4$, $\theta = 1$, $u_1 = 4$ et $u_2 = 1$.

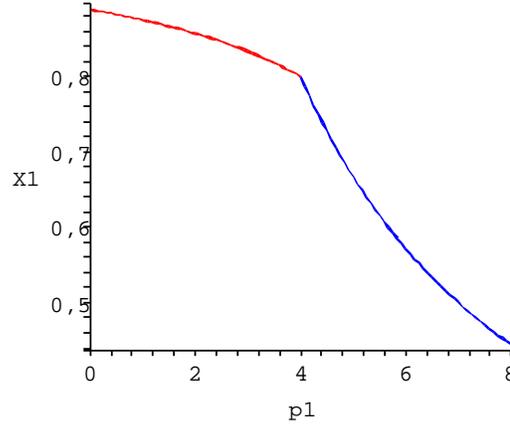


FIG. 7 – Evolution de la demande en fonction du prix dans le modèle différencié par attributs

Dans la suite de l’analyse, nous supposons généralement que $p_1 \geq p_2$ et utilisons donc les fonctions de demande :

$$X_1 = \frac{Nu_1}{u_1 + u_2 + \theta(p_1 - p_2)} \quad (2.1)$$

et

$$X_2 = \frac{N(u_2 + \theta(p_1 - p_2))}{u_1 + u_2 + \theta(p_1 - p_2)} \quad (2.2)$$

Bien entendu, il faudra vérifier que les prix d’équilibre, s’ils existent, satisfont cette condition $p_1 \geq p_2$. Les expressions des demandes montrent que *le paramètre θ peut être aisément normalisé à 1 en transformant simplement les utilités u_i/θ en u_i* . Ce paramètre renseigne cependant sur

les modalités d'une éventuelle prise en compte d'une option extérieure dans le modèle : ce point sera discuté dans le chapitre 3. Dans les autres sections de ce chapitre, il est en revanche plus commode de retenir la normalisation $\theta = 1$.

Finalement, les élasticités prix directes et croisées montrent que les biens sont normaux et substituables :

$$\varepsilon_{X_1/p_1} = \frac{-\theta p_1}{u_1 + u_2 + \theta(p_1 - p_2)} < 0$$

$$\varepsilon_{X_2/p_2} = \frac{-\theta u_1 p_2}{(u_1 + u_2 + \theta(p_1 - p_2))(u_2 + \theta(p_1 - p_2))} < 0$$

$$\varepsilon_{X_1/p_2} = \frac{\theta p_2}{u_1 + u_2 + \theta(p_1 - p_2)} > 0$$

$$\varepsilon_{X_2/p_1} = \frac{\theta u_1 p_1}{(u_1 + u_2 + \theta(p_1 - p_2))(u_2 + \theta(p_1 - p_2))} > 0$$

2.3 Hétérogénéité des préférences

Comme indiqué précédemment, l'hétérogénéité des comportements dans le modèle avec différenciation par les attributs provient de la règle de décision aléatoire utilisée par les consommateurs. Elle ne provient pas d'une hétérogénéité des préférences : ainsi, le paramètre u_i s'interprète comme l'utilité des attributs spécifiques du bien i pour un consommateur représentatif. Cependant, le duopole différencié par attributs est compatible avec une certaine hétérogénéité des préférences des consommateurs.

Supposons que la population de taille N soit répartie en $m = \{1, \dots, M\}$ groupes d'agents en notant $\sum_{m=1}^M N_m = N$ où N_m indique le nombre d'agents appartenant au groupe m . Le goût pour les attributs spécifiques diffère entre les groupes : chaque agent du groupe m retire une utilité u_{im} de la consommation du bien i . L'entreprise ne peut discriminer entre les différents groupes. Dans ce cas, si $p_1 \geq p_2$, les demandes avec préférences hétérogènes sont données par :

$$X_1 = \sum_{m=1}^M \frac{N_m u_{1m}}{u_{1m} + u_{2m} + p_1 - p_2} \quad (2.3)$$

et

$$X_2 = \sum_{m=1}^M \frac{N_m(u_{2m} + p_1 - p_2)}{u_{1m} + u_{2m} + p_1 - p_2} \quad (2.4)$$

L'hypothèse suivante permet de simplifier ces expressions :

H22 : La somme des utilités des attributs spécifiques non-prix de l'ensemble des biens est constante

entre les groupes d'individus :
$$\sum_{i=1}^2 u_{im} = \sum_{i=1}^2 u_{il} \quad \forall l \neq m$$

Cette hypothèse signifie que chaque individu valorise de la même façon l'ensemble total des caractéristiques des biens. Par exemple, si les produits sont des automobiles et les attributs spécifiques des équipements, cela signifie que chaque individu associe la même utilité à l'ensemble total des équipements possibles existants. Cette hypothèse semble acceptable lorsque le nombre d'attributs est suffisamment élevé. Dans ce cas, l'utilité de l'ensemble d'attributs est approximativement égale pour tous les individus mais la répartition de l'utilité d'un attribut spécifique varie d'un groupe à l'autre.

Dans ce cadre, la proposition suivante peut être formulée :

PROPOSITION 2.1 *Sous l'hypothèse H22, les demandes avec préférences hétérogènes (2.3) et (2.4) sont formellement équivalentes aux fonctions (2.1) et (2.2) dans lesquelles les paramètres u_1 et u_2 représentent les utilités moyennes des attributs spécifiques au sein de la population de consommateurs.*

Preuve : En fixant $u = u_{1m} + u_{2m} \quad \forall m$, il est possible de reformuler les demandes de la façon suivante :

$$X_1 = \frac{\sum_{m=1}^M N_m u_{1m}}{u + p_1 - p_2} = \frac{N \left(\sum_{m=1}^M \frac{N_m}{N} u_{1m} \right)}{u + p_1 - p_2}$$

et

$$X_2 = \frac{\sum_{m=1}^M N_m u_{2m} + N(p_1 - p_2)}{u + p_1 - p_2} = \frac{N \left(\sum_{m=1}^M \frac{N_m}{N} (u_{2m} + p_1 - p_2) \right)}{u + p_1 - p_2}$$

Par la suite, il est possible de retrouver la formulation traditionnelle de la demande en fixant $u_i = \sum_{m=1}^M (N_m/N) u_{im}$, ce qui correspond à l'utilité moyenne pondérée dans la population de

l'ensemble des caractéristiques spécifiques du bien i . ■

Dès lors, le modèle DPA est compatible avec une certaine forme d'hétérogénéité des préférences sur les attributs spécifiques des produits.

3 Consommateur représentatif et consommateur du modèle DPA

Cette section discute des relations entre les fonctions de demandes du modèle DPA et l'approche standard d'un consommateur représentatif maximisant son utilité. Après avoir rappelé cette théorie, nous montrons qu'une fonction objectif directe permettant d'obtenir les demandes du modèle DPA peut être construite. Toutefois, le statut de cette fonction comme indicateur de bien-être pertinent pour l'ensemble des consommateurs soulève quelques interrogations, qui seront discutées en fin de section.

3.1 Choix discrets et approche du consommateur représentatif

L'approche du consommateur représentatif a été fréquemment employée pour l'analyse théorique des marchés de produits différenciés : elle propose de représenter la préférence agrégée d'un ensemble d'agents pour la diversité au sein d'une fonction d'utilité unique. Dans ce cadre, le système de demande est construit simplement par la maximisation d'utilité du consommateur représentatif sous contrainte budgétaire. Cette fonction sert également à réaliser des jugements de bien-être. Par exemple, dans le modèle de Dixit et Stiglitz (1977), la fonction d'utilité dépend de la quantité consommée d'un bien homogène x_0 (pris comme numéraire) et des quantités de produits différenciés x_i pour $i = 1 \dots n$. L'élasticité de substitution entre ces biens différenciés est supposée constante (CES) et de valeur $1/(1 - \rho)$:

$$U = u \left(x_0, \left(\sum_{i=1}^n x_i^\rho \right)^{1/\rho} \right)$$

En maximisant cette fonction sous la contrainte de budget $q_0 + \sum_{i=1}^n p_i q_i = R$, on obtient les fonctions de demande qui sont décrites de la façon suivante :

$$x_i = k p_i^{-1/(1-\rho)}$$

où $k > 0$ représente un paramètre. Ces expressions peuvent, par exemple, permettre de comparer le nombre de variétés produites par les firmes maximisant leur profit et le nombre socialement optimal de variétés². Une limite importante de cette approche est que chaque consommateur achète généralement une variété (ou, au plus, quelques-unes) ce qui pose la question du mode d'agrégation de la préférence pour la variété.

Lorsque deux variétés i et j vendues à des prix identiques sont présentes, la proportion des demandes est donnée par $P_i = P_j = 1/2$. Ainsi, les demandes sont symétriques et les agents consomment les variétés dans des proportions égales, ce qui est le signe d'une *différenciation horizontale* sur le marché. Le modèle DPA semble plus général dans sa prise en compte des formes de différenciation car les proportions sont données par $P_i = u_i/(u_i + u_j)$ et $P_j = u_j/(u_i + u_j)$. Le cas particulier dans lequel $u_i = u_j > 0$ permet cependant de retrouver les proportions du modèle de Dixit et Stiglitz : cette égalité implique l'existence d'une différenciation horizontale pure dans le modèle DPA.

3.2 Maximisation d'une fonction objectif et modèle DPA

Après avoir comparé les propriétés de ces systèmes de demande, voyons comment le modèle DPA peut être relié de façon plus formelle à l'approche du consommateur représentatif. Dans le cadre des modèles à utilité aléatoire, Anderson et al. (1992, chapitre 3) ont déjà montré que l'utilité d'un agent représentatif pouvait être construite à partir d'une population de consommateurs réalisant des choix discrets. Plus précisément, un consommateur représentatif dont la fonction d'utilité indirecte (dépendant des prix et des revenus) vérifie certaines propriétés génère des demandes compatibles avec un modèle à utilité aléatoire. De plus, il est possible de mettre en évidence une fonction d'utilité directe (dépendant des paramètres de qualité et des quantités) conduisant aux probabilités de choix du logit multinomial, après maximisation sous contrainte budgétaire. Les demandes issues des probabilités de choix des agents ayant une utilité aléatoire peuvent aussi être obtenues à partir d'un consommateur représentatif choisissant la combinaison de produits qui maximise son utilité.

De telles équivalences peuvent-elles être établies pour le modèle DPA ? La construction d'une fonction d'utilité *indirecte* suppose de réaliser une intégration en prix des probabilités de choix : cette tâche paraît impossible à réaliser pour les expressions (2.1) et (2.2). En effet, contrairement

²Dans le cas du modèle de Dixit et Stiglitz, le nombre de variétés à l'équilibre peut être inférieur ou supérieur à l'optimum social.

à la plupart des modèles de produits différenciés, les demandes du modèle DPA ne sont pas le résultat d'une maximisation d'utilité indirecte mais d'une heuristique de décision basée sur les attributs. En revanche, la construction d'une fonction objectif *directe* permettant de retrouver les probabilités de choix reste possible sous certaines conditions.

Supposons qu'un ensemble de consommateurs représentatifs achètent un total de N unités réparties entre les produits 1 et 2. La proportion de bien 1 qu'ils décident d'acheter est donnée par P_1 et la proportion de bien 2 par $1 - P_1$. Chaque produit i est vendu à un prix p_i : il possède des attributs spécifiques procurant une utilité u_i . Les acheteurs choisissent les consommations qui maximisent une fonction objectif dépendant des proportions $g(P_1, 1 - P_1)$ sous une contrainte de revenus $Y = NP_1p_1 + NP_2p_2$. Il reste alors à déterminer la forme de la fonction g permettant d'aboutir, après l'étape de maximisation, aux probabilités de choix du modèle DPA. Cette fonction est indiquée par la proposition suivante :

PROPOSITION 2.2 *La maximisation sous contrainte budgétaire de la fonction suivante :*

$$g(P_1, 1 - P_1) = -P_1(u_1 + u_2) + u_1 \ln(P_1)$$

conduit aux probabilités du modèle DPA.

Preuve : Le consommateur représentatif maximise la fonction $G = Ng(P_1, 1 - P_1) + Y - NP_1p_1 - NP_2p_2$. Cette maximisation doit permettre de retrouver les probabilités de choix du modèle DPA, dont le ratio (pour $\theta = 1$) est donné par :

$$\frac{P_1}{1 - P_1} = \frac{u_1}{u_2 + p_1 - p_2} \quad (3.1)$$

La condition de premier ordre par rapport à P_1 est donnée par :

$$\frac{\partial G}{\partial P_1} = \frac{dg}{dP_1} - (p_1 - p_2) = 0 \quad (3.2)$$

En utilisant l'équation (3.1), on trouve que :

$$p_1 - p_2 = \frac{u_1}{P_1} - (u_1 + u_2)$$

La différentielle de g est obtenue en remplaçant cette expression dans l'équation (3.2). Il suffit alors d'intégrer cette formule par rapport à P_1 pour retrouver la fonction objectif g indiquée dans

la proposition. ■

La fonction g ne peut cependant être révélée que si les choix des agents sont fondés sur les proportions d'achat des biens P_1 et $1 - P_1$. En calculant la dérivée de g , les proportions optimales d'achat du consommateur représentatif peuvent être mises en évidence :

$$\frac{\partial g}{\partial P_1} = -(u_1 + u_2) + \frac{u_1}{P_1} = 0$$

d'où $P_1^* = u_1/(u_1 + u_2)$ et $P_2^* = u_2/(u_1 + u_2)$. On retrouve ainsi les proportions de la section 2.1 : la fonction objectif est telle que la préférence pour la variété des agents, déterminant les proportions d'achat optimales, est décrite par le modèle DPA.

3.3 La fonction objectif est-elle une fonction de bien-être ?

Dans les modèles à utilité aléatoire, la règle de décision est fondée directement sur une maximisation d'utilité : les fonctions objectif mises en évidence peuvent donc être qualifiées d'"utilité" sans risque d'interprétation injustifiée. Cette interprétation n'est pas nécessairement légitime dans le cas des modèles à règle de décision aléatoire, comme le modèle DPA. La section précédente montre qu'il est possible de déterminer une fonction objectif permettant de retrouver les probabilités de choix du modèle après maximisation sous contrainte budgétaire mais *rien ne prouve que cette fonction constitue un indicateur fiable du bien-être ressenti par le consommateur*.

En effet, une fonction unique peut-elle à la fois décrire les choix, refléter les intérêts de la personne, résumer son opinion sur ce qu'il convient de faire et mesurer son bien-être ? Une critique semblable a été adressée à la théorie des préférences révélées par Sen (1977)³ et *ce risque d'amalgame semble d'autant plus élevé que les choix des individus découlent d'un comportement imparfaitement rationnel*. Comme nous l'avons montré dans le chapitre 1, la principale motivation à l'utilisation de cette règle de choix probabiliste est la réduction du temps nécessaire à la décision. L'utilisation d'une fonction objectif construite à partir de cette règle semble donc un critère peu légitime pour mesurer le bien-être : cette fonction est davantage un outil de représentation des choix.⁴

³L'auteur parle à ce sujet d'"idiots rationnels". Voir Sen (1993), p 106, pour la traduction française.

⁴Une telle observation a des conséquences lors de l'analyse de bien-être, comme nous le verrons au chapitre 4.

4 Approche spatiale et approche probabiliste avec DPA

Cette section présente les modèles spatiaux et discute des modalités de réalisation d’une convergence avec les modèles de choix discrets. Dans le cas du modèle DPA, une relation peut être mise en évidence soit en modifiant la répartition des préférences des consommateurs sur l’espace des caractéristiques, soit en modifiant leur règle de décision.

4.1 Hypothèses classiques des modèles spatiaux

Les modèles dits “spatiaux” supposent que les consommateurs diffèrent par leurs goûts, ces préférences étant décrites dans un espace de variétés idéales. Comme dans les modèles à consommateurs représentatifs, la différenciation des produits y est *de type horizontal* car les acheteurs choisissent leur variété préférée dans l’espace considéré. Les structures classiques ont été élaborées pour un espace de forme circulaire (Salop, 1979) ou de forme linéaire (Hotelling, 1929).

En adoptant cette dernière optique, supposons que deux firmes soient localisées aux extrémités (la firme 1 étant à gauche et la firme 2 à droite) d’un segment de longueur 1, représentant un espace des variétés de dimension $m = 1$. Un tel espace peut, par exemple, décrire le degré de caféine contenu dans un café, l’une des firmes vendant un café décaféiné et sa rivale un café avec un degré important de caféine. Un groupe de N consommateurs est réparti le long du segment (par exemple, le degré préféré de caféine des agents est compris entre celui des deux cafés vendus) et chaque individu achète nécessairement un bien à l’une des firmes.

Indépendamment de sa position sur l’espace des variétés, un certain consommateur reçoit une utilité brute \tilde{U}_i de la consommation d’un bien i qui dépend des caractéristiques intrinsèques du bien et du prix de vente de ce bien. Cette utilité brute doit ensuite être ajustée en fonction de la proximité entre la préférence du consommateur et la variété vendue : cette proximité est mesurée par une fonction de distance d_i sur l’espace des variétés. Au final, chaque consommateur choisit le bien qui maximise son utilité nette U_i , qui dépend à la fois de l’utilité brute et de la distance dans l’espace.

Les modèles spatiaux classiques respectent plusieurs hypothèses importantes, que nous présentons ici :

H23 (forme de l’utilité brute) : *l’utilité brute d’un bien est une fonction décroissante du prix de ce bien et indépendante du prix de l’autre bien.*

H24 (règle de décision) : l'utilité nette est égale à l'utilité brute à laquelle on soustrait une fonction de la distance (modèle additif).

H25 (répartition des consommateurs) : les consommateurs sont répartis uniformément le long de l'espace de variété.

Voyons les conséquences formelles de ces hypothèses. H23 signifie que l'utilité brute d'un produit i est décrite par $\tilde{U}_i = u_0 + u_i - p_i$ où u_0 représente une utilité commune fournie par chaque bien, u_i une utilité spécifique de i (indépendante de sa position de l'espace de variété) et p_i le prix du bien i . Dans le modèle de Hotelling standard, la spécificité des biens dépend de la seule distance, ce qui implique $u_i = 0$. Dans d'autres contextes, ce terme peut exprimer une différence de qualité entre les variantes.

H24 signifie que l'utilité nette est de forme $U_i = \tilde{U}_i - tf(d_i)$ où t désigne le coût de transport. Ce coût peut s'interpréter comme un coût de déplacement physique ou un coût psychologique lié à l'éloignement entre la variété idéale du consommateur et la variété proposée. Dans le modèle de Hotelling, l'utilité de la distance est décroissante et linéaire $f(d_i) = d_i$ alors qu'elle est de forme quadratique $f(d_i) = d_i^2$ dans le modèle de d'Aspremont et al. (1979). Dans ce dernier cas, l'utilité de la distance est donc décroissante et concave avec cette distance.

H25 implique qu'il est possible de déterminer la position du consommateur indifférent entre les biens 1 et 2 sur l'espace des variétés en comparant simplement U_1 et U_2 .

A titre d'exemple, déterminons les fonctions de demande du modèle de Hotelling (1929) lorsque les firmes sont localisées aux extrémités de l'espace de variété représenté par un segment de longueur 1 (dans ce cas particulier, les demandes sont identiques à celles du modèle de d'Aspremont et al., 1979). Soit x^* la position du consommateur indifférent entre les variétés 1 et 2. En utilisant les formules et les hypothèses énoncées précédemment, les utilités nettes des biens pour un consommateur en x sont données par $U_1 = u_0 - p_1 - tx$ et $U_2 = u_0 - p_2 - t(1 - x)$. Les utilités nettes du consommateur situé en x^* vérifient $U_1 = U_2$, ce qui permet de déterminer la coordonnée :

$$x^* = \frac{1}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t}$$

Ainsi, le consommateur indifférent est situé au milieu du segment lorsque les variétés sont

vendues à un prix égal. Cette coordonnée est néanmoins affectée par l'écart de prix entre les variétés, ce qui peut même conduire à écarter une firme du marché. Les fonctions de demande sont données par :

$$\begin{cases} X_1 = 1 \text{ et } X_2 = 0 & \text{si } p_1 - p_2 \leq -t \\ X_1 = x^* \text{ et } X_2 = 1 - x^* & \text{si } -t < p_1 - p_2 < t \\ X_1 = 0 \text{ et } X_2 = 1 & \text{si } p_1 - p_2 \geq t \end{cases}$$

Notons que ce type de modèle peut être aisément généralisé à un espace de variété comportant $m > 1$ dimensions (ou caractéristiques), tout en respectant les hypothèses H23 à H25.

Lorsque les prix sont égaux, la moitié des consommateurs présents sur le marché préfère la variété 1 et l'autre moitié la variété 2, comme dans le modèle de Dixit et Stiglitz présenté précédemment.⁵ Ces proportions peuvent, là encore, être retrouvées dans le modèle DPA lorsque les attributs spécifiques des produits procurent la même utilité $u_1 = u_2 > 0$. De plus, les demandes du modèle DPA admettent un coude lorsque $p_1 - p_2 \rightarrow 0$ si $u_1 \neq u_2$ mais cette propriété, qui n'est pas vérifiée dans le modèle de Hotelling, disparaît dès lors que $u_1 = u_2$. Comme le confirment ces observations, l'égalité précédente implique l'existence d'une *différenciation horizontale pure* dans le modèle DPA. Après cette discussion sur les propriétés des systèmes de demande, les sections suivantes étudient comment établir une équivalence formelle entre le modèle DPA et une approche spatiale.

4.2 Equivalence par modification de la répartition des consommateurs

Anderson et al. (1992, chapitre 4) ont montré que les modèles de choix discrets comportant n options peuvent être reliés à un modèle spatial quadratique à condition de déterminer une fonction de répartition des consommateurs dans un espace de variétés à $m = n - 1$ dimensions conduisant aux mêmes fonctions de demande. Par exemple, il est possible de retrouver les demandes du logit multinomial à partir d'un modèle spatial pour une fonction de densité particulière des préférences des consommateurs (op. cit. p 118). Cela revient à remplacer H25 par une hypothèse alternative.

Voyons maintenant si une telle démarche peut être utilisée dans le cas du modèle DPA. L'en-

⁵Si le positionnement des firmes sur le marché est asymétrique, une dimension verticale de la différenciation peut être introduite dans le modèle. Ce cas ne sera pas utilisé ici pour comparer les systèmes de demande mais sera discuté dans le chapitre 3 à l'occasion de l'analyse des profits d'équilibre en statique comparative.

semble de choix ne comportant que deux options, le nombre de dimensions de l'espace de variété nécessaire à l'établissement d'une relation avec le modèle DPA est $m = n - 1 = 1$. Remplaçons alors H25 par une hypothèse H25' sans remettre en cause ni H23 ni H24 :

H25' : *les consommateurs forment un continuum et sont répartis sur un espace unidimensionnel selon une fonction de densité continue et non-négative $h(x)$.*

Soit x_i la position d'une firme i sur cet espace. Dans le modèle quadratique, l'utilité procurée par la variété i pour un consommateur situé en x est donnée par :

$$U_i(x) = u_0 + u_i - p_i - t(x - x_i)^2$$

L'ensemble des consommateurs préférant la variété i est noté :

$$M_i = \{x \in \mathbb{R} / (u_j - p_j) - (u_i - p_i) \leq t(x_j - x_i)(x_j + x_i - 2x), j \neq i\}$$

La demande de bien i est alors $X_i = \int_{M_i} h(x)dx$. Supposons que les firmes soient positionnées aux points de coordonnée $x_i = -1/2$ et $x_j = 1/2$ dans l'espace de caractéristique. Dans ce cas, le positionnement du consommateur indifférent entre les variétés 1 et 2 est donné par :

$$x^* = \frac{u_i - u_j + p_j - p_i}{2t}$$

A l'aide de cette expression, on peut déterminer la différence de prix caractérisant le consommateur marginal en position x et qui est notée :

$$\{p_i - p_j\}(x) = u_i - u_j - 2tx \tag{4.1}$$

Nous utilisons alors un résultat établi par Anderson et al. (1992, p 112) qui montrent que la fonction de densité h permettant de retrouver une probabilité de choix P_i dépend de la dérivée croisée de P_i par rapport à p_j (estimée en $p_i - p_j = \{p_i - p_j\}(x)$) :

$$h(x) = 2Nt \left. \frac{\partial P_i}{\partial p_j} \right|_{p_i - p_j = \{p_i - p_j\}(x)} \tag{4.2}$$

Dans le modèle DPA, cette probabilité (lorsque $\theta = 1$) a pour expression :

$$P_i = \begin{cases} \frac{u_i}{u_i + u_j + p_i - p_j} & \text{si } p_i - p_j \geq 0 \\ \frac{u_i + p_j - p_i}{u_i + u_j + p_j - p_i} & \text{si } p_i - p_j < 0 \end{cases}$$

La fonction h est alors définie dans la proposition suivante :

PROPOSITION 2.3 *Sous les hypothèses H23, H24 et H25', la fonction de densité permettant de retrouver les demandes du modèle DPA lorsque le comportement des consommateurs est décrit par le modèle spatial quadratique est :*

$$h(x) = \begin{cases} \frac{Ntu_i}{2(u_i - tx)^2} & \text{pour } x \leq \frac{u_i - u_j}{2t} \\ \frac{Ntu_j}{2(u_j + tx)^2} & \text{pour } x > \frac{u_i - u_j}{2t} \end{cases}$$

Preuve : En dérivant la probabilité de choix, on obtient :

$$\frac{\partial P_i}{\partial p_j} = \begin{cases} \frac{u_i}{(u_i + u_j + p_i - p_j)^2} & \text{si } p_i - p_j \geq 0 \\ \frac{u_j}{(u_i + u_j + p_j - p_i)^2} & \text{si } p_i - p_j < 0 \end{cases}$$

On utilise ensuite l'équation 4.2 en substituant la différence de prix avec la formule 4.1 pour retrouver le résultat de la proposition. ■

Une simple vérification permet de retrouver la fonction de demande du modèle DPA.

Si $p_i \geq p_j$,

$$X_i = \int_{-\infty}^{\frac{u_i - u_j + p_j - p_i}{2t}} \frac{Ntu_i}{2(u_i - tx)^2} dx = \frac{Nu_i}{u_i + u_j + p_i - p_j}$$

Si $p_i < p_j$,

$$\begin{aligned} X_i &= \int_{-\infty}^{\frac{u_i - u_j}{2t}} \frac{Ntu_i}{2(u_i - tx)^2} dx + \int_{\frac{u_i - u_j}{2t}}^{\frac{u_i - u_j + p_j - p_i}{2t}} \frac{Ntu_j}{2(u_j + tx)^2} dx \\ &= \frac{Nu_i}{u_i + u_j} - 0 + \frac{N(u_i + p_j - p_i)}{u_i + u_j + p_j - p_i} - \frac{Nu_i}{u_i + u_j} = \frac{N(u_i + p_j - p_i)}{u_i + u_j + p_j - p_i} \end{aligned}$$

La fonction de densité mise en évidence est définie par morceaux et au voisinage du changement d'intervalle, elle prend les valeurs :

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2Ntu_i}{(u_i + u_j)^2} \text{ pour } \varepsilon \rightarrow 0 \text{ et } x \rightarrow \frac{u_i - u_j}{2t} - \varepsilon \\ \frac{2Ntu_j}{(u_i + u_j)^2} \text{ pour } \varepsilon \rightarrow 0 \text{ et } x \rightarrow \frac{u_i - u_j}{2t} + \varepsilon \end{cases}$$

Lorsque $u_i = u_j$, la fonction de densité est continue, symétrique et centrée en 0. En revanche, la fonction de densité est discontinue et asymétrique si $u_i \neq u_j$: ce résultat était prévisible, la vérification de la condition précédente impliquant l'existence d'un coude dans la fonction de demande. Dans le cas particulier où $u_i > u_j = 0$, la densité de population devient nulle pour $x > u_i/(2t)$. La figure 3 propose une représentation de la densité pour $u_i = 3$, $u_j = 2$ et $t = N = 1$.

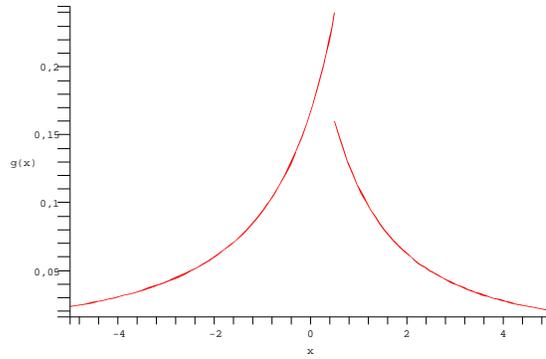


FIG. 8 – Fonction de densité

Pour une certaine répartition des consommateurs, le modèle spatial quadratique peut donc donner lieu aux fonctions de demandes du modèle DPA. Une telle équivalence paraît surtout pertinente lorsque $u_i = u_j$: dans ce cas, la densité de population est plus importante pour la variété médiane de l'espace considéré et la forme de la fonction mise en évidence est assez classique. En revanche, il est plus difficile de relier la fonction de densité obtenue aux modèles existants lorsque $u_i \neq u_j$. Dans ce cas, la modification de $H25$ constitue-t-elle le meilleur vecteur

permettant de relier le modèle DPA à l'approche spatiale ? Une démarche alternative est présentée dans la prochaine section.

4.3 Equivalence par modification de la règle de décision

Au lieu de changer la répartition des préférences des agents (hypothèse H25), il est également possible de modifier la règle de décision (hypothèse H24) du modèle spatial afin d'établir un lien avec le modèle DPA. Cette approche paraît légitime puisque le modèle DPA est fondé sur une règle de décision aléatoire : lorsque les utilités sont asymétriques, la représentation du modèle dans un contexte spatial peut être améliorée en y transposant la règle de décision correspondante. Par ailleurs, la différence de prix étant perçue comme un attribut spécifique, une modification de l'hypothèse H23 devient également nécessaire dans ce contexte. En revanche, H25 peut être conservée en l'état.

Ces nouvelles hypothèses se formulent ainsi :

H23' : *l'utilité brute dépend des prix perçus comme des attributs. L'utilité brute du bien le plus cher est indépendante des prix alors que l'utilité brute du bien le moins cher dépend de la différence de prix entre les biens.*

H24' : *l'utilité nette est égale à l'utilité brute pondérée (ou divisée) par une fonction de la distance (modèle multiplicatif).*

Ainsi, H23' signifie que les utilités brutes dépendent des attributs non-prix et prix des biens. Lorsque $p_i > p_j$, ces variables prennent les valeurs suivantes $\widetilde{U}_1 = u_1$ et $\widetilde{U}_2 = u_2 + p_1 - p_2$. H24' implique que les utilités nettes sont de la forme $U_i = \widetilde{U}_i / tf(d_i)$: comme nous le verrons plus loin, cette hypothèse traduit l'existence d'une *préférence pour la proximité*.

Pour une fonction de distance classique $f(d_i) = d_i$, le résultat suivant peut alors être obtenu :

PROPOSITION 2.4 *Un modèle spatial avec coûts de transports linéaires vérifiant les hypothèses H23', H24' et H25 conduit à un système de demande identique à celui du modèle DPA.*

Preuve : Soit x la position sur l'espace des variétés du consommateur indifférent entre les biens 1 et 2. Puisque H25 est vérifiée, il suffit de comparer les utilités nettes de ce consommateur :

$$\frac{\widetilde{U}_1}{tx} = \frac{\widetilde{U}_2}{t(1-x)}$$

Comme le paramètre t ne joue aucun rôle ici, cette égalité conduit à :

$$(1 - x)u_1 = x(u_2 + p_1 - p_2) \Leftrightarrow x = \frac{u_1}{u_1 + u_2 + p_1 - p_2}$$

Les demandes sont alors données par :

$$X_1 = Nx = \frac{Nu_1}{u_1 + u_2 + p_1 - p_2}$$

et

$$X_2 = N(1 - x) = \frac{N(u_2 + p_1 - p_2)}{u_1 + u_2 + p_1 - p_2}$$

Nous retrouvons bien les fonctions de demandes (2.1) et (2.2) dans le cas où $\theta = 1$. ■

Discutons désormais des implications de H24'. Cette hypothèse signifie que les consommateurs maximisent leur *utilité brute par unité de distance*. Ainsi, leur utilité nette est toujours décroissante avec la distance mais elle est cette fois *convexe* avec cette distance⁶. De plus, contrairement au modèle additif, il n'y a plus d'arbitrage entre l'utilité brute d'un bien et le coût engendré par la distance (puisque l'utilité nette ne dépend plus de t) : c'est l'utilité brute elle-même qui est décroissante avec la distance. Cela signifie que les consommateurs ont une *préférence pour la proximité* : par exemple, ils peuvent préférer des biens de fabrication nationale plutôt que des biens étrangers.

Ainsi, le modèle différencié par attributs peut être reformulé dans un cadre spatial avec de nouvelles hypothèses de comportement des consommateurs : préférence pour la proximité et différences de prix perçues comme des attributs spécifiques. Pour les raisons invoquées en début de section, ce mode d'établissement d'une équivalence nous semble plus légitime que la démarche traditionnelle dès lors que le modèle DPA comporte des paramètres d'utilité différents.

5 Différenciation par les qualités et DPA

Cette section introduit d'abord les modèles déterministes classiques de différenciation par les qualités et compare leurs propriétés avec celles du modèle DPA. Puis une distribution de

⁶Rappelons que cette utilité nette est linéaire avec la distance dans le modèle de Hotelling (1929) et concave avec la distance dans le modèle d'Aspremont, Gabszewicz et Thisse (1979).

l'intensité de préférence pour la qualité permettant d'établir une équivalence formelle entre ces structure est présentée.

5.1 Différenciation verticale et prise en compte des attributs

Les modèles traditionnels de différenciation verticale supposent que les firmes vendent des biens de qualités différentes, qu'il s'agisse d'une qualité objective ou d'une simple perception différente des consommateurs. La différenciation est qualifiée de *verticale* car, si les biens ne diffèrent que par leur qualité, tous les consommateurs expriment une préférence pour le produit dont la qualité est la plus élevée. Par exemple, si les acheteurs doivent choisir entre deux cafés dont la seule différence est la qualité gustative, tous les agents préfèrent le café de qualité élevée. Cependant, la disposition à payer du consommateur pour la qualité est hétérogène dans la population et représentée par un paramètre σ , distribué au sein d'un intervalle $[\underline{\sigma}; \bar{\sigma}]$ avec $\underline{\sigma} \geq 0$. Une telle hétérogénéité explique pourquoi des produits de qualités différentes sont achetés sur le marché. Chaque firme i fixe à la fois une qualité q_i et un prix p_i . Nous limitons cet exposé à une situation de marché couvert (chaque consommateur achète exactement une unité de bien) comportant deux firmes actives dont les qualités vérifient $q_1 \geq q_2$.

Deux types de modèles ont été développés dans la littérature en fonction de la nature du paramètre σ . Dans les modèles à la Gabszewicz et Thisse (1979)⁷, les consommateurs diffèrent par leurs revenus. Pour un consommateur dont le revenu est σ , l'utilité procurée par un produit i est notée $U_i = q_i(\sigma - p_i)$. Dans les modèles à la Mussa et Rosen (1978)⁸, σ s'interprète comme l'intensité de préférence pour la qualité (qui peut d'ailleurs être corrélée au revenu) et l'utilité fournie par un bien i est $U_i = \sigma q_i - p_i$. En d'autres termes, la perception des prix est directement affectée par la qualité dans les modèles de type Gabszewicz et Thisse mais pas dans les modèles à la Mussa et Rosen. Par souci de simplicité, nous utilisons ce dernier modèle comme point de référence (les propriétés de ces deux formalisations sont très similaires).

L'intensité de préférence pour la qualité $\tilde{\sigma}$ d'un consommateur indifférent lors du choix entre les produits 1 et 2 vérifie l'égalité suivante : $\sigma q_1 - p_1 = \sigma q_2 - p_2$ d'où :

⁷Voir aussi Shaked et Sutton (1982).

⁸Leur travail initial portait sur une firme en monopole : il a été étendu à la situation de duopole par Tirole (1988). Voir aussi Choi et Shin (1992).

$$\tilde{\sigma} = \frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2} \quad (5.1)$$

Les consommateurs ayant une préférence pour la qualité plus élevée que $\tilde{\sigma}$ choisiront tous le produit 1 et vice versa. En conséquence, les demandes sont données par $X_1 = \bar{\sigma} - \tilde{\sigma}$ et $X_2 = \tilde{\sigma} - \underline{\sigma}$. Lorsque les prix sont égaux, tous les consommateurs préfèrent posséder le bien 1, dont la qualité est supérieure : $P_1 = X_1/(X_1 + X_2) = 1$ et $P_2 = 0$. Cette propriété est le signe d'une forme verticale de différenciation, comme nous l'avons indiqué en début de section.

De telles proportions peuvent également être obtenues dans le modèle DPA lorsque $u_1 > 0$ et $u_2 = 0$. Dans ce cas, l'un des produits possède la totalité des attributs spécifiques présents sur le marché : il est donc logique que tous les consommateurs préfèrent ce bien à son rival, ce qui traduit une différenciation verticale.

L'existence de qualités hétérogènes peut être intégrée dans le modèle DPA comme *une forme particulière* de différenciation verticale. Nous avons montré dans le chapitre 1 qu'il est pertinent de représenter une différence de variable continue comme un attribut spécifique du produit possédant un avantage dans cette variable. Supposons que les produits ne diffèrent que par leur qualité dans le modèle DPA. Le différentiel $q_1 - q_2$ est alors pris en compte comme un attribut spécifique du bien de qualité élevée : le paramètre d'utilité du bien 1 prend la forme $u_1 = q_1 - q_2$. Le niveau de qualité minimum q_2 est partagé par les produits 1 et 2 et n'est donc pas pris en compte lors du processus de choix⁹ : ainsi le produit 2 n'a aucun attribut spécifique, ce qui implique $u_2 = 0$.

Les probabilités de choix du modèle DPA (pour $\theta = 1$) s'écrivent alors :

$$P_1 = \frac{q_1 - q_2}{q_1 - q_2 + p_1 - p_2} \quad (5.2)$$

$$P_2 = \frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2 + p_1 - p_2} \quad (5.3)$$

Finalement, soulignons que les fonctions de demande du duopole à la Mussa et Rosen admettent un coude en $p_1 = p_2$, ce qui traduit la sortie de marché de la firme vendant le bien de qualité faible (ici la firme 2). Cette propriété est aussi vérifiée dans le modèle DPA à condition que $u_1 > u_2 = 0$: ainsi, la différenciation verticale peut prendre d'autres formes qu'un

⁹Un tel attribut peut, en revanche, être utilisé lors de l'évaluation des produits achetés. Ce point sera discuté plus longuement dans le chapitre 4.

avantage en terme de qualité. Par exemple, si deux cafés sont identiques en tout point mais que l'un d'eux est doté d'une offre spéciale (un cadeau à l'intérieur du paquet) procurant une utilité u_1 , tous les consommateurs préfèrent acheter le café 1 et la différenciation est purement verticale.

A l'issue de cette comparaison des deux systèmes de demande, la prochaine section montre qu'un duopole DPA dans lequel les produits sont différenciés par les seules qualités est formellement équivalent à un duopole à la Mussa et Rosen, pour une répartition particulière de l'intensité de préférence pour la qualité dans la population de consommateurs.

5.2 Equivalence avec le modèle DPA

Considérons un duopole à la Mussa et Rosen dans lequel la disposition à payer pour la qualité est distribuée selon une fonction $g(\sigma)$ dans l'intervalle $[\underline{\sigma}; \bar{\sigma}]$ avec $\underline{\sigma} \geq 0$. A l'aide de l'équation 5.1, il est possible de déterminer la différence de prix permettant de retrouver la coordonnée σ du consommateur indifférent entre les produits 1 et 2 :

$$\{p_1 - p_2\}(\sigma) = \sigma(q_1 - q_2) \quad (5.4)$$

La fonction de densité g permettant de retrouver la probabilité de choix P_i du modèle DPA (avec différenciation par les seules qualités) peut alors être déterminée par la fonction suivante :

$$g(\sigma) = N(q_1 - q_2) \left. \frac{\partial P_i}{\partial p_j} \right|_{p_1 - p_2 = \{p_1 - p_2\}(\sigma)} \quad (5.5)$$

Ces probabilités de choix sont fournies par les expressions (5.2) et (5.3) et en utilisant ces différentes équations, on aboutit à la proposition suivante :

PROPOSITION 2.5 *La fonction de densité permettant de retrouver les demandes du duopole DPA lorsque le comportement des consommateurs est décrit par un modèle à la Mussa et Rosen est définie sur $[0; \infty[$. Elle est de forme :*

$$g(\sigma) = \frac{N}{(1 + \sigma)^2}$$

Preuve : En dérivant les probabilités de choix, on trouve :

$$\frac{\partial P_1}{\partial p_2} = \frac{\partial P_2}{\partial p_1} = \frac{q_1 - q_2}{(q_1 - q_2 + p_1 - p_2)^2}$$

Puisque les dérivées sont égales, la fonction de densité est continue. Il suffit ensuite de remplacer dans la formule précédente la différence de prix par son expression en (5.4) et d'utiliser l'équation (5.5) pour retrouver la fonction g . Enfin, les bornes de l'intervalle de définition peuvent être déterminées en calculant les demandes issues de g :

$$X_1 = \int_{\bar{\sigma}}^{\bar{\sigma}} g(\sigma) d\sigma = N \left(\frac{\bar{\sigma}}{1 + \bar{\sigma}} - \frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2 + p_1 - p_2} \right)$$

On retrouve la probabilité (5.2) pour $\bar{\sigma} \rightarrow +\infty$.

$$X_2 = \int_{\underline{\sigma}}^{\tilde{\sigma}} g(\sigma) d\sigma = N \left(\frac{p_1 - p_2}{q_1 - q_2 + p_1 - p_2} - \frac{\underline{\sigma}}{1 + \underline{\sigma}} \right)$$

On retrouve la probabilité (5.3) pour $\underline{\sigma} = 0$. Les bornes de l'intervalle de définition sont ainsi définies. ■

La figure suivante fournit un tracé de cette fonction de densité pour $N = 1$:

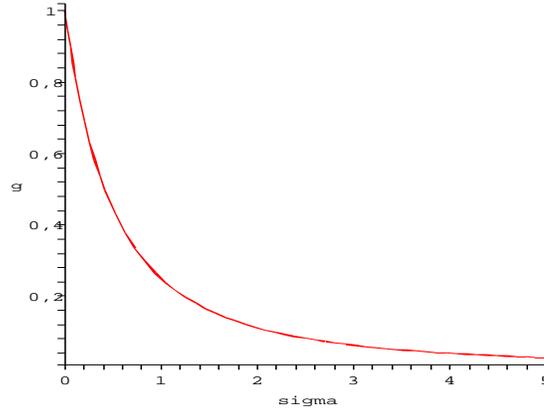


FIG. 9 – Fonction de densité

Ainsi, le duopole DPA avec différenciation par les seules qualités est l'équivalent d'un duopole à la Mussa et Rosen dans lequel le nombre de consommateurs ayant une certaine disposition à payer pour la qualité décroît avec ce niveau de qualité (distribution non-uniforme). Une telle fonction propose une approximation intéressante de la répartition observée des revenus des acheteurs sur les marchés contemporains.

6 Différenciations horizontale et verticale

Dans les sections précédentes, différents cas particuliers du modèle DPA ont été reliés respectivement à un modèle de différenciation horizontale à la Hotelling et à un modèle de différenciation verticale à la Mussa et Rosen. Cette section poursuit cette analyse par la prise en compte simultanée de ces deux formes de différenciation dans le modèle DPA. Elle présente ensuite l'intérêt d'un tel modèle par rapport aux structures déterministes classiques.

6.1 La prise en compte d'une double différenciation dans le modèle DPA

Considérons à nouveau le cadre de différenciation verticale étudié dans la section précédente : par exemple, deux cafés de qualités différentes $q_1 > q_2$ sont vendus sur le marché. Essayons d'ajouter un attribut procurant une utilité α (identique pour tous les consommateurs) à l'un des deux produits. Dans l'exemple des cafés, cet attribut peut correspondre à un label de commerce équitable.

Si le café 1 possède ce label, alors les paramètres d'utilité du modèle DPA sont $u_1 = q_1 - q_2 + \alpha$ et $u_2 = 0$. Dans cette configuration, *la différenciation verticale sur le marché est accrue* car le produit 1 possède un attribut spécifique supplémentaire : cette dimension peut être mesurée par $u_1 - u_2$.

En revanche, si le café 2 a obtenu le label, les utilités sont $u_1 = q_1 - q_2$ et $u_2 = \alpha$. Trois cas doivent alors être distingués. Si $\alpha = q_1 - q_2$, l'utilité procurée par le label est équivalente à l'utilité procurée par la différence de qualité : dans ce contexte, *l'ajout de l'attribut spécifique transforme complètement la différenciation verticale en différenciation horizontale*, pour aboutir à une situation similaire à celle décrite en section 4. Si $\alpha < q_1 - q_2$ (ce qui implique $u_1 > u_2 > 0$), cette transformation est partielle et les deux dimensions, verticale et horizontale, sont présentes sur le marché. En effet, la différenciation est horizontale jusqu'au niveau u_2 , les biens offrant des services similaires au consommateur, puis verticale pour un niveau $u_1 - u_2$, le bien 1 proposant alors des caractéristiques additionnelles. Enfin, une configuration inverse est obtenue si $\alpha > q_1 - q_2$, le café 2 devenant dominant en terme de différenciation verticale, bien que le café 1 soit de qualité supérieure. Cette analyse montre que la différenciation par attribut est plus générale qu'une simple différenciation par les qualités.

Ainsi, *le modèle DPA propose un cadre général permettant d'incorporer les formes existantes de différenciation selon les valeurs prises par les paramètres d'utilité du modèle*. Lorsque $u_1 >$

$u_2 = 0$, la différenciation est purement verticale. Lorsque $u_1 = u_2 > 0$, la différenciation est purement horizontale. Lorsque $u_1 > u_2 > 0$, la différenciation est à la fois horizontale et verticale. Enfin, lorsque $u_1 = u_2 = 0$, il n'existe aucun attribut spécifique et donc aucune différenciation sur le marché. La section suivante étudie les relations entre les modèles déterministes à double différenciation et le modèle DPA.

6.2 Comparaison avec les modèles déterministes multi-dimensionnels

Les modèles intégrant les dimensions horizontales et verticales sont relativement peu fréquents dans la littérature. Neven et Thisse (1990) ont proposé un duopole différencié selon deux dimensions et permettant la triple analyse de l'équilibre en prix, en qualité et en variété. Ce modèle considère une différenciation horizontale de type Hotelling selon une variété y_i (avec un coût de transport quadratique) et une différenciation verticale à la Mussa et Rosen (1978) selon une qualité q_i (avec une distribution uniforme de l'intensité de préférence pour la qualité). Economides (1993) a étudié un modèle similaire avec un espace de variétés circulaire à la Salop (1979). Enfin, Irmen et Thisse (1998) ont généralisé le premier modèle en utilisant un espace de différenciation à $m > 1$ caractéristiques¹⁰. Le modèle DPA diffère de ces structures sur deux points.

D'une part, dans les modèles déterministes cités précédemment, la complexité des systèmes de demande est proportionnelle au nombre de caractéristiques de différenciation, qui est fixé de façon exogène. A l'inverse, dans le modèle DPA, les paramètres d'utilité peuvent englober plusieurs caractéristiques portant sur la même dimension de la différenciation ce qui permet un formalisme plus compact¹¹. Par exemple, si le produit 1 est doté d'une qualité supérieure à son rivale et possède aussi un équipement supplémentaire procurant une utilité α , les variables d'utilité sont notées $u_1 = \alpha + q_1 - q_2$ et $u_2 = 0$. Ces variables (et donc le nombre de caractéristiques de différenciation) sont déterminées de façon endogène par les choix d'attributs des firmes, comme nous le montrons dans les chapitres 4 et 5.

D'autre part, les dimensions de la différenciation sont indépendantes dans les systèmes de demande des modèles déterministes. En revanche, dans le modèle DPA, l'ajout d'un attribut peut affecter simultanément le positionnement horizontal et vertical du produit, comme nous

¹⁰Un modèle spatial avec des coûts de transport hétérogènes entre les firmes permet aussi de prendre en compte une différenciation horizontale et verticale, comme le montrent Dos Santos Ferreira et Thisse (1996).

¹¹Cette compacité permet, par exemple, une analyse du marché en présence de coûts unitaires asymétriques, alors que les modèles déterministes font l'hypothèse de coûts unitaires nuls.

l'avons montré dans la section précédente. Cette représentation *indirecte* du positionnement, comme une conséquence du choix d'attributs, nous semble plus réaliste que la représentation *directe* de ce positionnement adoptée dans les modèles déterministes.

7 Modèle logit et modèle DPA

Après avoir comparé le modèle DPA avec les modèles déterministes de différenciation des produits dans les sections précédentes, nous établissons ici un parallèle avec un modèle probabiliste à utilité aléatoire très employé pour analyser la différenciation : le logit multinomial. Deux versions de ce modèle sont étudiées, selon que les différences de qualité entre les produits sont intégrées ou non.

7.1 Logit binomial standard et modèle DPA horizontal

Les modèles à utilité aléatoire supposent que les consommateurs choisissent le produit qui maximise leur utilité, cette dernière étant affectée par un aléa. Lorsque cet aléa suit une distribution de Gumbel, nous avons montré dans le chapitre 1 que les probabilités de choix sont décrites par le modèle logit multinomial. Lorsque deux produits sont disponibles, les probabilités du *logit binomial* prennent la forme suivante :

$$P_1 = \frac{\exp(v_1/\mu)}{\exp(v_1/\mu) + \exp(v_2/\mu)} \quad (7.1)$$

$$P_2 = \frac{\exp(v_2/\mu)}{\exp(v_1/\mu) + \exp(v_2/\mu)} \quad (7.2)$$

Les paramètres v_i représentent la partie déterministe de l'utilité associée à chaque option i et le terme μ renseigne sur la variance de la distribution : lorsque $\mu \rightarrow 0$, les décisions des agents sont parfaitement homogènes (les probabilités ne peuvent prendre que les valeurs 0 et 1) alors que si $\mu \rightarrow \infty$, leurs décisions sont parfaitement aléatoires. Dans l'exposé qui suit, nous écartons de l'analyse ces deux cas particuliers, et supposons que μ prend une valeur positive et finie quelconque.

Lorsque les prix des biens ne sont pas pris en compte dans l'analyse, nous avons montré dans le chapitre 1 que les probabilités de choix du logit binomial sont équivalentes à celles du modèle

de Luce et donc aussi à celles du modèle DPA à deux options. Ces dernières étant données par $P_1 = u_1/(u_1 + u_2)$ et $P_2 = u_1/(u_2 + u_2)$, il est facile de retrouver les équations (7.1) et (7.2) en posant $u_i = \exp(v_i/\mu)$.

Cependant, lorsque les prix sont introduits dans le modèle, *cette connexion cesse d'être vérifiée*. Dans la version standard du logit binomial, les paramètres d'utilité des options vérifient $v_i = u - p_i$ et les probabilités de choix peuvent se réécrire (Anderson et al., 1992, ch 7) en :

$$P_1 = \frac{\exp((p_2 - p_1)/\mu)}{1 + \exp((p_2 - p_1)/\mu)} ; P_2 = \frac{1}{1 + \exp((p_2 - p_1)/\mu)} \quad (7.3)$$

Lorsque les prix sont égaux, on retrouve $P_1 = P_2 = 1/2$, ce qui indique la présence d'une différenciation purement horizontale : en fonction de la réalisation de l'aléa affectant l'utilité, chaque consommateur choisit la variété qui maximise cette dernière. Une telle forme de différenciation est réalisée dans le modèle DPA si $u_i = u_j = u > 0$, ce qui conduit aux probabilités de choix suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 = \frac{u}{2u + p_1 - p_2} ; P_2 = \frac{u + p_1 - p_2}{2u + p_1 - p_2} \text{ si } p_1 - p_2 \geq 0 \\ P_1 = \frac{u + p_2 - p_1}{2u + p_2 - p_1} ; P_2 = \frac{u}{2u + p_2 - p_1} \text{ si } p_1 - p_2 \leq 0 \end{array} \right. \quad (7.4)$$

Le niveau d'attribut spécifique est pris en compte au numérateur de la probabilité de choix et la différence de prix est vue comme un attribut du bien le moins cher. En transformant les paramètres d'utilité dans les probabilités notées en (7.4), il n'est désormais plus possible de retrouver les probabilités de l'équation (7.3) : l'équivalence entre les modèles est donc brisée lorsque les prix sont intégrés.

Dans ce cadre, il est délicat de déterminer lequel des deux modèles est le plus pertinent : le logit est basé sur une distribution particulière de l'aléa affectant l'utilité et le modèle DPA sur une règle de décision spécifique. Comme nous l'avons indiqué en introduction, le modèle DPA fournit une description pertinente des petites décisions d'achat, lorsque les individus n'ont pas le temps de réaliser une évaluation complète des options. A l'inverse, l'utilisation du logit semble plus appropriée pour les décisions importantes dans lesquelles l'état d'esprit des agents joue un rôle primordial.

7.2 La prise en compte d'une différenciation verticale

Introduisons désormais des variables de qualité, notées q_i pour une option i , dans le logit binomial. Dans ce cas, les utilités déterministes deviennent $v_i = q_i - p_i$ et les probabilités de choix sont :

$$P_1 = \frac{\exp((q_1 - q_2 + p_2 - p_1)/\mu)}{1 + \exp((q_1 - q_2 + p_2 - p_1)/\mu)} ; P_2 = \frac{1}{1 + \exp((q_1 - q_2 + p_2 - p_1)/\mu)}$$

Là encore, aucune équivalence ne peut être établie avec les probabilités (5.2) et (5.3) du modèle DPA ou même avec les demandes (2.1) et (2.2).

Lorsque les prix sont égaux, les proportions de choix sont $P_1 = \exp((q_1 - q_2)/\mu)/(1 + \exp((q_1 - q_2)/\mu))$ et $P_2 = 1/(1 + \exp((q_1 - q_2)/\mu))$. Pour des qualités identiques, on retrouve la situation de différenciation horizontale décrite dans la section précédente. En revanche, si les niveaux de qualités sont différents (et finis), aucune proportion ne tend vers 1 : il n'est pas possible de représenter une préférence homogène des agents pour un bien de qualité élevée en modifiant v_i . Ainsi, l'introduction de qualités différentes dans le logit permet d'ajouter une dimension verticale de différenciation au modèle mais *ne peut faire disparaître complètement la dimension horizontale pré-existante*.

Le modèle DPA est plus général dans sa prise en compte des dimensions de la différenciation, puisqu'il peut représenter à la fois une différenciation horizontale pure, verticale pure ou horizontale et verticale. Les probabilités du logit ne peuvent exprimer une différenciation purement verticale¹². D'ailleurs, aucune équivalence formelle n'a été établie entre le logit et un modèle de différenciation par les qualités alors qu'une telle connexion peut être construite dans le cas du modèle DPA, en modifiant la répartition de la disposition à payer pour la qualité dans la population d'agents (voir section 5). Ainsi, malgré leur proximité formelle, les modèles logit et DPA diffèrent quant à leurs conditions d'application à la différenciation des produits.

¹²En revanche, la généralisation du logit à une situation de choix comportant $n > 2$ options est plus aisée que pour le modèle DPA, comme nous le verrons dans le chapitre 6.

8 Seuils de réservation des consommateurs et choix probabiliste avec DPA

Dans les sections précédentes, le modèle DPA a été comparé à différentes structures, déterministes ou probabilistes, dans lesquelles les agents maximisent une fonction d'utilité. Un autre critère de décision fréquemment étudié en économie est basé sur les prix de réservation des agents : le modèle DPA est relié à cette approche dans les développements de cette section.

8.1 Modèles avec seuils de décision et comportements d'achat

Pour un objet dont les caractéristiques hors-prix sont données, il est fréquent que les décisions d'achat ou de vente des agents dépendent d'un seuil psychologique sur le niveau de prix, appelé "prix de réservation". Ainsi, un consommateur n'acceptera d'acheter un produit que si le prix de ce dernier est inférieur à son prix de réservation personnel. L'importance de tels seuils a notamment été étudiée dans la théorie des enchères (voir Riley et Samuelson, 1981 ; Levin et Smith, 1996) et pour l'analyse de la dispersion des prix (voir les travaux précurseurs de Stigler, 1961 ; Reinganum, 1979).

Dans les modèles classiques de différenciation des produits, le prix de réservation est le montant pour lequel l'utilité nette procurée par la consommation devient nulle. Dans le cas de la différenciation verticale, ce prix est donc fonction de la qualité du bien et de la disposition de l'agent à payer pour une plus grande qualité. Dans le cas de la différenciation horizontale (modèle spatial ou logit standard), le prix de réservation est plutôt déterminé en fonction de l'utilité associée à la non-consommation, appelée utilité de réservation.

De façon plus générale, de tels seuils peuvent aussi déterminer le choix parmi des produits concurrents : un modèle développant cette idée a été récemment proposé par Anderson et de Palma (2005). Comme dans le cas du modèle DPA, l'emploi d'une telle règle de décision par les consommateurs semble plausible en présence d'une multitude de petites décisions à réaliser dans un laps de temps limité (par exemple, achats au supermarché). Ces auteurs supposent que les prix de réservation ν sont distribués selon une fonction $F(\nu)$ sur $[0, 1]$. Chaque consommateur achète le premier produit rencontré qui est inférieur à son prix de réservation.

Supposons que les produits soient classés par prix croissants : $0 \leq p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_n \leq 1$. Seuls les consommateurs dont le prix de réservation est supérieur à p_n pourront choisir le bien le

plus cher n : en conséquence, leur masse est donnée par $1 - F(p_n)$. De plus, ce bien n sera choisi s'il est rencontré en premier, ce qui est le cas avec une probabilité $1/n$ (les consommateurs avec un tel prix de réservation peuvent acheter n'importe quel bien : la probabilité de choix est égale pour tous les biens). Dans ce cas, la demande de produit n est notée :

$$X_n = \frac{1}{n}[1 - F(p_n)]$$

Les demandes des autres biens peuvent alors être construites par récursivité (voir Anderson et de Palma, 2005, p 67).

On obtient les expressions suivantes :

$$X_{n-1} = \frac{1}{n-1}[F(p_n) - F(p_{n-1})] + X_n$$

⋮

$$X_i = \frac{1}{i}[F(p_{i+1}) - F(p_i)] + X_{i+1}$$

⋮

$$X_1 = [F(p_2) - F(p_1)] + X_2$$

Voyons maintenant comment représenter les demandes du modèle DPA dans cette approche avec seuils de réservation.

8.2 Différenciation par attributs et seuil de réservation

Lorsque l'ensemble de choix ne comporte que deux options vérifiant $p_1 > p_2$, les demandes du modèle d'Anderson et de Palma prennent la forme :

$$X_1 = \frac{1}{2}(1 - F(p_1)) \quad ; \quad X_2 = (F(p_1) - F(p_2)) + \frac{1}{2}(1 - F(p_1))$$

En présence d'attributs spécifiques ou de qualités différentes entre les produits, les seuils de réservation des agents ne dépendent cependant pas des seuls prix : ils peuvent concerner d'autres caractéristiques des produits. C'est par exemple le cas dans les modèles avec seuils d'aspiration (Simon, 1955 ; Selten, 1998).

Considérons alors une variante du modèle d'Anderson et de Palma dans laquelle les consommateurs diffèrent par leurs seuils de réservation S , dépendant des prix p_i et des utilités des attributs spécifiques non-prix u_i . Cette variante est plus générale que le modèle initial de ce

point de vue, mais en contrepartie nous utilisons une distribution spécifique : les seuils S sont distribués de façon uniforme sur un intervalle $[0; 1]$. Désignons par $S_i < 1$ le seuil de réservation minimum pour qu'un consommateur accepte d'acheter le bien i : autrement dit, seuls les consommateurs dont le seuil de réservation est supérieur à S_i peuvent acheter le bien i . Comme précédemment, un consommateur achète le premier bien rencontré dont le seuil de réservation est inférieur à son seuil personnel. Les seuils de réservation sont classés dans le même ordre que les prix, ce qui implique $S_1 > S_2$ car $p_1 > p_2$. Dans ce cas, les demandes du modèle avec seuil de réservation deviennent :

$$X_1 = \frac{1}{2}(1 - S_1) ; X_2 = (S_1 - S_2) + \frac{1}{2}(1 - S_1) \quad (8.1)$$

Ce système de demande peut désormais être relié aux probabilités de choix du modèle DPA, fournies par les équations (2.1) et (2.2) (pour $\theta = 1$) en déterminant les valeurs des seuils S_1 et S_2 permettant de réaliser l'équivalence :

PROPOSITION 2.6 *Les seuils de réservation des demandes indiquées en (8.1) permettant de retrouver les probabilités de choix du modèle DPA sont :*

$$\widetilde{S}_1 = \frac{(p_1 - p_2) - (u_1 - u_2)}{u_1 + u_2 + p_1 - p_2} ; \widetilde{S}_2 = 0$$

Preuve : Dans le cas du produit 1, l'égalité suivante est vérifiée :

$$\frac{1}{2} - \frac{S_1}{2} = \frac{u_1}{u_1 + u_2 + p_1 - p_2}$$

On en déduit l'expression de \widetilde{S}_1 . Le second seuil peut alors être calculé en utilisant la demande de produit 2 :

$$\frac{1}{2} + \frac{S_1}{2} - S_2 = \frac{u_2 + p_1 - p_2}{u_1 + u_2 + p_1 - p_2}$$

En remplaçant \widetilde{S}_1 par son expression, on obtient \widetilde{S}_2 . ■

La valeur de \widetilde{S}_2 signifie que tous les consommateurs peuvent acheter le produit 2. En revanche, certains consommateurs ne souhaitent pas acquérir le produit 1 car $\widetilde{S}_1 > 0$. Le numérateur de \widetilde{S}_1 représente la différence entre l'avantage relatif du produit 2 en terme de prix ($p_1 - p_2$) et l'avantage relatif du produit 1 en terme d'attributs spécifiques ($u_1 - u_2$). De façon classique,

le dénominateur représente la somme des utilités de tous les attributs spécifiques des différents produits. Au final, il est confirmé que le modèle DPA peut être relié à une approche dans laquelle les consommateurs décident à partir de seuils de réservation.

9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que le modèle DPA possède de nombreux points communs avec les modèles de différenciation des produits existants. Cependant, le système de demande du modèle DPA le plus général n'est formellement identique à aucune structure déjà connue : il diffère notamment du logit binomial avec qualités hétérogènes ou des modèles déterministes multi-dimensionnels. La différenciation par attributs définit un cadre général permettant d'englober les approches existantes.

Lorsque la différenciation est purement verticale, le modèle DPA peut être relié aux modèles classiques de différenciation par les qualités en modifiant la distribution de la disposition à payer pour la qualité dans la population de consommateurs. Aucune équivalence entre les modèles de choix discrets et cette forme de différenciation n'avait jusqu'ici été établie : lorsque la situation de choix ne comporte que deux options, le modèle DPA permet ainsi d'élargir le champ des connexions initialement mises en évidence à l'aide du logit multinomial. De façon plus classique, le modèle DPA avec différenciation horizontale pure peut être relié aux modèles spatiaux traditionnels en modifiant la répartition des préférences des agents sur l'espace des caractéristiques.

Les relations étudiées ici plaident largement en faveur d'une analyse plus approfondie des interactions de marché lorsque les consommateurs adoptent un choix probabiliste basé sur les attributs. Toutefois, ce chapitre révèle également que les demandes du modèle DPA admettent un coude lorsque la différenciation est verticale et horizontale. L'inverse de la demande n'étant pas nécessairement convexe, l'existence d'un équilibre de Nash en prix n'est pas garantie a priori. Cette question fera l'objet du chapitre 3.

Chapitre 3

Équilibre en prix dans le duopole avec différenciation par attributs

1 Introduction

Soit un duopole de produits différenciés dans lequel les firmes sont confrontées aux demandes présentées dans le chapitre précédent. Afin de maximiser leurs profits, ces entreprises choisissent leurs variables stratégiques de façon rationnelle : dans une perspective de court terme, nous supposons qu'elles ajustent principalement leurs prix. Ce chapitre utilise le concept d'équilibre de Nash en prix pour analyser ces choix de tarification, en supposant comme donnés les coûts de fabrication et les utilités des attributs pour les produits.

Un premier enjeu est de déterminer s'il existe un équilibre de Nash pour tous les paramètres d'utilités et de coûts unitaires et si cet équilibre est unique. L'étude du nombre de firmes actives permet aussi de caractériser le type d'équilibre. Un second enjeu est d'analyser les propriétés de cet équilibre et de le mettre en perspective par rapport à la littérature théorique existante. Plusieurs aspects méritent l'attention, comme les formes de différenciation sur le marché ou la hiérarchie des parts de marchés et des profits des firmes. En étudiant, par une démarche de statique comparative, l'évolution des profits d'équilibre lorsque les utilités des attributs varient, il est possible de mettre en lumière les incitations à la différenciation. Une telle analyse permet aussi de comparer la différenciation par attributs aux différenciations spatiale ou par les qualités.

Dans un cadre de stratégies pures, la section 2 étudie l'existence et l'unicité d'un équilibre de Nash en prix dans le duopole différencié par attributs. L'analyse de l'intersection des fonctions de réaction fournit les résultats suivants. Lorsque les attributs spécifiques des deux produits procurent une même utilité positive, il existe toujours un équilibre, quels que soient les paramètres de coût. Lorsque les utilités des attributs sont hétérogènes, l'existence de l'équilibre de duopole nécessite que la firme vendant le bien le plus apprécié ne possède pas un trop grand avantage en terme de coûts unitaires.

Les formes de différenciation à l'équilibre en prix sont discutées en section 3, sous l'hypothèse d'une symétrie des coûts unitaires. Les expressions des prix d'équilibre sont comparées avec celles

des modèles classiques de différenciation purement horizontale, purement verticale et horizontale et verticale.

La section 4 étudie les propriétés de l'équilibre en présence de coûts unitaires asymétriques. L'analyse des prix d'équilibre met en évidence une relation entre les firmes qui peut s'interpréter comme la pratique d'un "prix de référence". La hiérarchie entre les firmes en terme de parts de marché ou de profits dépend de la différence entre l'écart de coûts unitaires et l'écart d'utilités des attributs. La question de l'intégration d'une option extérieure dans le modèle est aussi évoquée.

La section 5 présente les propriétés des profits en statique comparative lorsque les utilités des attributs évoluent. L'influence de ces variables d'utilité peut être décomposée en un "effet attractivité" et un "effet différenciation". L'analyse de ce dernier montre que l'ajout de nouveaux attributs au bien le plus apprécié accroît la différenciation verticale. De plus, l'ajout de nouveaux attributs au bien le moins apprécié transforme la différenciation verticale en horizontale et renforce globalement la différenciation sur le marché. Une comparaison est réalisée avec l'approche spatiale, la différenciation par les qualités et le logit binomial.

La section 6 étudie la configuration de marché quand les conditions d'équilibre du duopole ne sont pas vérifiées. Lorsque la différenciation est purement verticale, si une firme possède un avantage important en terme de coûts unitaires et d'attributs, elle choisit un prix limite et monopolise tout le marché. En revanche, dans le cas général avec différenciation verticale et horizontale, il n'existe aucun équilibre. Le tâtonnement en prix des firmes peut cependant conduire à la formation d'un cycle de prix semblable à celui décrit par Edgeworth.

Nos conclusions sont présentées en section 7. La plupart des preuves sont reportées en Annexe, sections 8 à 11.

2 Existence et unicité de l'équilibre en prix

Chaque firme participe à un jeu non-coopératif avec sa rivale dans lequel elle choisit de façon stratégique le prix de vente de son bien. Soit $S_i \subseteq \mathbb{R}_+$ l'ensemble de stratégies de la firme pour le produit i (l'ensemble des prix admissibles). Chaque firme supporte un coût unitaire de production constant c_i et un coût fixe F_i . On suppose que ces coûts fixes sont suffisamment faibles pour garantir la positivité des profits à l'équilibre. Chaque firme est neutre vis-à-vis du risque et considère les demandes espérées du chapitre 2 comme des demandes réalisées. Lorsque la différence de prix est de forme linéaire (hypothèse H21), les expressions des profits sont :

- si $p_i \geq p_j$,

$$\Pi_i = \frac{Nu_i(p_i - c_i)}{u_i + u_j + \theta(p_i - p_j)} - F_i$$

- si $p_j \geq p_i$,

$$\Pi_i = \frac{N(u_i + \theta(p_j - p_i))(p_i - c_i)}{u_i + u_j + \theta(p_j - p_i)} - F_i$$

Nous utilisons le concept d'équilibre de Nash en stratégies pures. En présence de deux biens, un "équilibre en prix" est un vecteur de prix $(p_1^*; p_2^*)$ tel que chaque firme i ($i = \{1, 2\}$) maximise son profit pour la valeur p_i^* de p_i conditionnellement au prix p_j ($j \neq i$) choisi par l'autre firme j . Formellement, cela signifie que :

$$\Pi_i(p_i^*, p_j^*) \geq \Pi_i(p_i, p_j^*) \quad \forall p_i \in S_i, \quad \forall i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$$

Lorsque la demande est concave avec le prix du bien, il n'est pas utile de prouver l'existence d'un tel équilibre : Caplin et Nalebuf (1991) ont montré que si l'inverse de la demande $1/X_i$ est croissant et convexe avec le prix, alors le profit est quasi-concave, ce qui garantit l'existence d'un équilibre en prix. Cependant, le chapitre 2 a prouvé que la demande coudée du duopole différencié par attributs n'est pas quasi-concave : le théorème de Caplin et Nalebuf ou sa généralisation (Mizuno, 2003) ne peuvent être employés ici.

Afin d'établir l'existence de l'équilibre, nous étudions les fonctions de meilleure réponse des firmes¹. Dans un premier temps, il est nécessaire de déterminer la fonction de meilleure réponse d'une firme i face au prix p_j fixé par sa rivale, selon que i choisit $p_i \leq p_j$ ou $p_j \leq p_i$. Il découle de cette analyse que les fonctions de meilleure réponse *sur tout l'intervalle de définition* dépendent de la hiérarchie entre u_i et u_j : ces fonctions sont fournies par le lemme suivant :

¹Une autre méthode consiste à déterminer l'équilibre local sur un intervalle de prix puis à vérifier que cet équilibre local est bien global. Cette méthode conduit évidemment au même résultat, mais au prix de calculs plus fastidieux...

LEMME 3.1 *Les fonctions de meilleure réponse $p_i^*(p_j)$ et $p_j^*(p_i)$ des firmes i et j prennent les expressions suivantes :*

$$\left\{ \begin{array}{ll} p_i^*(p_j) = \tilde{p}_i & \text{si } p_j > \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j \theta} + c_i \text{ ou } p_j = \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j \theta} + c_i \text{ et } u_i > u_j \\ p_i^*(p_j) = p_j & \text{si } \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i < p_j < \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j \theta} + c_i \text{ et } u_i > u_j \\ p_i^*(p_j) \in [p_j; +\infty[& \text{si } p_j = \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i \\ p_i^*(p_j) \rightarrow +\infty & \text{si } p_j < \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} p_j^*(p_i) = \tilde{p}_j & \text{si } p_i > \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j \\ p_j^*(p_i) = \tilde{p}_j \text{ ou } p_j^*(p_i) \rightarrow +\infty & \text{si } p_i = \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j \text{ et } u_i > u_j \\ p_j^*(p_i) \in [p_i; +\infty[& \text{si } p_i = \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j \text{ et } u_i = u_j \\ p_j^*(p_i) \rightarrow +\infty & \text{si } p_i < \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j \end{array} \right.$$

$$\text{avec } \tilde{p}_i = \frac{u_i + u_j + \theta p_j - \sqrt{u_j(u_i + u_j + \theta(p_j - c_i))}}{\theta}$$

$$\text{et } \tilde{p}_j = \frac{u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}}{\theta}.$$

Preuve : La preuve de ce lemme est présentée en Annexe 1.

Ces fonctions de réaction permettent ensuite d'identifier les conditions d'existence et d'unicité des équilibres en prix symétriques et asymétriques.

PROPOSITION 3.2 *Il existe un équilibre de Nash en prix comportant deux firmes actives et vérifiant $p_i \geq p_j$, avec $i, j \in \{1, 2\}$ et $i \neq j$ si et seulement si :*

$$u_i \geq u_j \tag{2.1}$$

et

$$c_i - c_j \geq \frac{\sqrt{u_i u_j} - u_i}{\theta} \tag{2.2}$$

De plus, cet équilibre est unique.

Preuve : La preuve de cette proposition est présentée en Annexe 2.

La représentation graphique des fonctions de meilleure réponse permet d'appréhender aisément les conditions d'existence et d'unicité de l'équilibre. La forme des fonctions de réaction diffère selon que $u_i > u_j$ ou que $u_i = u_j$, c'est pourquoi ces deux cas seront distingués.

Tout d'abord, lorsque $u_i > u_j$, la proposition 3.2 montre que l'existence de l'équilibre n'est pas garantie pour tous les paramètres de coût : la figure suivante illustre les deux situations (existence et inexistence). La fonction de réaction de la firme i est représentée en traits continus et celle de la firme j en traits discontinus.

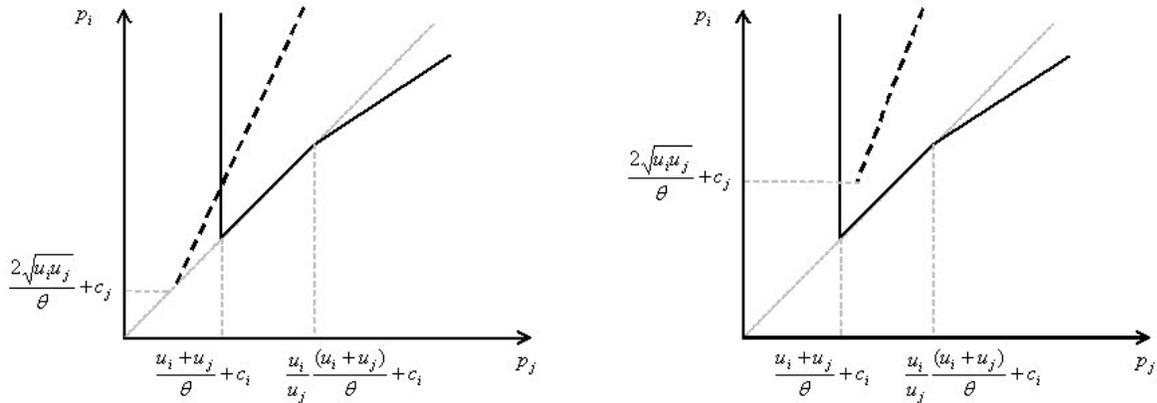


FIG. 10 – Pour $u_i > u_j$, existence de l'équilibre (à gauche) et inexistence (à droite)

Lorsque $u_j \rightarrow 0$, le seuil $(u_i(u_i + u_j)/(\theta u_j)) + c_i$ tend vers l'infini et la fonction de réaction de i est confondue avec l'axe à 45° pour tout $p_j > ((u_i + u_j)/\theta) + c_i$. L'équilibre existe tant que le coût unitaire de i est plus élevé que celui de j , ce qui est conforme à l'intuition. Cependant, la firme j peut également avoir un coût unitaire plus élevé que i puisque $\sqrt{u_i u_j} - u_i \leq 0$. L'écart des coûts unitaires ne doit alors pas être trop important, sous peine de retrouver la situation décrite dans la figure de droite. Il s'agit d'un équilibre de Nash au sens faible puisque la firme i pourrait obtenir le même profit en choisissant un autre prix appartenant à un intervalle $[p_j; +\infty[$ (l'intersection est située sur la partie strictement verticale de la fonction de réaction de i). L'unicité de l'équilibre de duopole est garantie.²

²En cas de non-existence de cet équilibre, la section 6 montre que la situation de marché évolue vers un monopole avec prix limite lorsque $u_j \rightarrow 0$. Dans le cas contraire, aucun équilibre ne peut exister : le tâtonnement en prix des firmes peut toutefois générer un cycle de prix semblable à celui décrit par Edgeworth (1925).

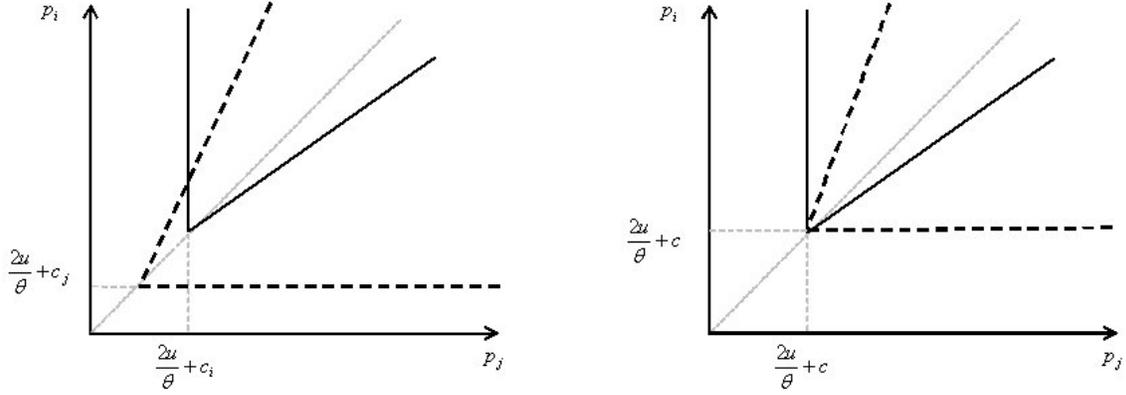


FIG. 11 – Pour $u_i = u_j$, équilibre avec coûts asymétriques (à gauche) et symétriques (à droite)

Ensuite, pour $u_i = u_j = u$, l'existence de l'équilibre en prix est toujours garantie. La figure 11 représente cet équilibre pour des coûts symétriques ou non. La fonction de réaction de i n'est jamais confondue avec l'axe à 45° .

Le couple de prix d'équilibre en $p_i \geq p_j$ est donné par :

$$p_i^* = \frac{u_i + \sqrt{\Delta}}{2\theta} + c_i \quad (2.3)$$

$$p_j^* = \frac{u_i + u_j}{\theta} + c_i \quad (2.4)$$

où $\Delta = u_i^2 + 4u_i(u_i + u_j + \theta(c_i - c_j))$. Lorsque la condition (2.2) est vérifiée, il est clair que $p_j^* > c_j$. A l'équilibre, la firme i dont le bien est le plus apprécié par les consommateurs choisit toujours un prix plus élevé que sa rivale. En effet, la comparaison des prix conduit à :

$$\begin{aligned} p_i^* \geq p_j^* &\Leftrightarrow \sqrt{\Delta} \geq u_i + 2u_j \\ &\Leftrightarrow c_i - c_j \geq \frac{u_j^2}{\theta u_i} - \frac{u_i}{\theta} \end{aligned} \quad (2.5)$$

Or $u_j^2/u_i \leq \sqrt{u_i u_j}$: la condition (2.5) est donc toujours vraie lorsque la condition d'équilibre (2.2) est vérifiée. Dans ce modèle, soulignons que la firme vendant un produit de haute qualité ne fixe pas nécessairement le prix le plus élevé. Supposons que le produit 2 possède un avantage en terme de qualité de sorte que $u_2 = q_2 - q_1$ alors que le produit 1 est doté d'un autre attribut

spécifique procurant une utilité u_1 . Si $u_1 > u_2$, la firme 1 vendant le bien de qualité faible choisit le prix le plus élevé. Sur le marché du café, il est fréquent que les produits issus du commerce équitable, d'une qualité parfois inférieure à certains concurrents, soient pourtant vendus à un prix plus élevé. Le modèle DPA permet d'expliquer ce choix de tarification : il suffit que le label de commerce équitable soit un attribut spécifique davantage valorisé que la différence de qualité au sein de la population de consommateurs. Les sections suivantes étudient les propriétés de l'équilibre *en supposant que $u_1 \geq u_2$* (afin d'alléger les notations).

3 Quels types de différenciation ?

En présence de coûts unitaires symétriques, cette section analyse les formes de différenciation à l'équilibre de duopole en fonction des valeurs des paramètres u_1 et u_2 . Une comparaison entre les prix d'équilibre du modèle avec DPA et ceux des modèles classiques est également réalisée.

3.1 Différenciation horizontale pure

Lorsque $u_1 = u_2 = u > 0$, chaque consommateur choisit sa variante préférée lorsqu'elles sont vendues au même prix, ce qui fait référence à une différenciation horizontale pure. Dans ce cadre, il y a toujours un équilibre de Nash en prix.

Si $c_1 = c_2 = c$, alors les prix d'équilibre sont donnés par $p_1^* = p_2^* = c + (2u/\theta)$ et les profits par $\Pi_1^* = \Pi_2^* = Nu/\theta$. Les prix sont supérieurs aux coûts marginaux, ce qui traduit la différenciation. De tels prix sont similaires à ceux obtenus dans un modèle de Hotelling (1929) : $p = c + t$ lorsque les firmes sont localisées aux extrémités, où t représente le coût de transport. La forme de différenciation est également semblable à celle du logit binomial standard, dans lequel chaque prix est égal à $p = 2\mu + c$ où μ est un indicateur de dispersion des préférences des agents.

3.2 Différenciation verticale pure

Lorsque $u_1 > 0$ et $u_2 = 0$, l'un des biens possède des attributs spécifiques supplémentaires qui sont valorisés par les consommateurs. Ainsi, à prix égal, tous les consommateurs préfèrent posséder le bien 1 plutôt que le bien 2, ce qui est le signe d'une différenciation verticale pure.

Dans ce cadre, les prix d'équilibre sont donnés par $p_1^* = c + (u_1(1 + \sqrt{5})) / (2\theta)$ et $p_2^* = c + (u_1/\theta)$. La firme vendant le bien le plus apprécié fixe le prix le plus élevé, ce qui est classique dans ce type de modèle. Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, une différence de qualité à

l'avantage du produit 1 est prise en compte comme un attribut spécifique de ce bien. Lorsque la différenciation verticale concerne seulement la qualité des biens, nous avons $u_1 = q_1 - q_2$ et $u_2 = 0$ ce qui permet de reformuler les prix d'équilibre en $p_1^* = c + ((q_1 - q_2)(1 + \sqrt{5}))/2\theta$ et $p_2^* = c + (q_1 - q_2)/\theta$. Les profits ont alors pour expression $\Pi_1^* = N(q_1 - q_2)/\theta$ et $\Pi_2^* = N(\sqrt{5} - 1)(q_1 - q_2)/(\theta(\sqrt{5} + 1))$. Dans un duopole à la Mussa et Rosen, lorsque la disposition à payer des consommateurs est répartie uniformément sur $[0, 1]$, les prix d'équilibre sont $p_1 = c + (2(q_1 - q_2))/3$ et $p_2 = c + ((q_1 - q_2))/3$. Les expressions de ces prix d'équilibre sont donc très similaires entre les deux modèles, la différence observée provenant seulement de la distribution de la disposition à payer (cf. chapitre 2).

3.3 Double différenciation, verticale et horizontale

Le cas général avec $u_1 > u_2 > 0$ incorpore à la fois une différenciation horizontale pour un niveau u_2 et une différenciation verticale pour un niveau $u_1 - u_2$.

Ici, les prix sont donnés par $p_1^* = c + ((u_1 + \sqrt{\Delta})/2)$ et $p_2^* = c + u_1 + u_2$ avec $\Delta = u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2)$ et les profits prennent la forme $\Pi_1^* = Nu_1/\theta$ et $\Pi_2^* = N(u_1 + u_2)(\sqrt{\Delta} - u_1)/(\theta(\sqrt{\Delta} + u_1))$. L'expression de ces prix d'équilibre est moins complexe que dans les modèles de différenciation multi-dimensionnels. En effet, dans ces structures, la caractéristique pour laquelle la différenciation des produits est la plus forte est qualifiée de dominante : les prix d'équilibre dépendent alors du type de caractéristique dominante (horizontale ou verticale) et des différences de positionnement sur les caractéristiques (voir, par exemple, Neven et Thisse, 1990).

3.4 Le cas particulier de Bertrand

Lorsque $u_1 = u_2 = 0$ ou $\theta \rightarrow +\infty$, toute forme de différenciation disparaît. Pour $c_1 = c_2 = c$, on retrouve la situation de concurrence en prix à la Bertrand (1883), avec des biens homogènes, et dans laquelle $p_1 = p_2 = c$.

4 Propriétés de l'équilibre avec coûts asymétriques

En introduisant une asymétrie des coûts unitaires dans le modèle, cette section étudie les propriétés des prix, demandes, marges unitaires et profit à l'équilibre de Nash.

4.1 Prix d'équilibre et firme de référence

Dans cette section et les suivantes, nous considérerons la forme de différenciation la plus générale avec $u_1 > u_2 > 0$. Alors que les modèles de différenciation multi-dimensionnels font l'hypothèse de coûts nuls, la Proposition 3.2 montre qu'il peut exister un équilibre dans le duopole DPA en présence de coûts asymétriques. Les prix d'équilibres prennent la forme suivante :

$$p_1^* = c_1 + \frac{u_1 + \sqrt{\Delta}}{2\theta} ; p_2^* = c_1 + \frac{u_1 + u_2}{\theta}$$

avec $\Delta = u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2))$. Les deux prix p_1^* et p_2^* sont croissants à la fois avec u_1 et avec u_2 . Chaque prix s'accroît donc avec le degré *global* de différenciation sur le marché : un effort de différenciation de la part d'un concurrent bénéficiera à tous les protagonistes.

Le prix d'équilibre p_1^* est de forme assez conventionnelle : il est égal au coût unitaire c_1 auquel on ajoute une marge découlant de la différenciation des produits. En revanche, l'expression de p_2^* est plus inhabituelle : ce prix est croissant avec c_1 mais ne dépend pas de c_2 . Une analyse des interactions stratégiques entre les firmes permet d'expliquer une telle relation. Nous avons précédemment indiqué que la firme 1 peut obtenir le même profit en déviant du prix d'équilibre p_1^* dans l'intervalle $[p_2; +\infty[$ (équilibre de Nash faible). Si la firme 1 décide de modifier son prix à l'équilibre, alors la meilleure réponse locale de 2 est de modifier son propre prix dans le même sens (cas J1 de l'Annexe 1, section 8.2). En revanche, à l'équilibre, la firme 1 est *localement insensible à de petites variations de prix* de la firme 2 (cas I3 de l'Annexe 1).

Cette observation rappelle les pratiques d'imitation tarifaire, comme celles décrites par Lazer (1957 p. 130-131), et en particulier le cas où la firme vendant le bien de meilleure qualité fixe un *prix de référence* sur le marché (ou "prix focal" au sens de Schelling, 1960). Dans ce cas, les autres firmes tarifent au prix de référence moins un certain montant qui est fonction de l'écart de qualité avec la firme de référence. Une telle explication permet aussi de justifier l'existence d'un équilibre en prix pour des valeurs de c_1 très supérieures à c_2 .³ Un tel comportement de la firme 2 (vendant le produit le moins apprécié) semble plausible puisque les consommateurs eux-mêmes raisonnent en fonction de la différence de prix, qui est un attribut spécifique dans le système de demande utilisé ici.

³Dans un cadre plus symétrique, un modèle de fixation des prix basé sur l'imitation entre les firmes dans un oligopole à la Bertrand a également été élaboré par Ostmann et Selten (2001).

Les marges brutes des firmes $m_i = p_i - c_i$ sont données par :

$$m_1^* = \frac{u_1 + \sqrt{\Delta}}{2\theta} ; m_2^* = c_1 - c_2 + \frac{u_1 + u_2}{\theta}$$

Ces deux marges sont croissantes avec le degré global $(u_1 + u_2)$ de différenciation sur le marché mais aussi avec le différentiel de coûts unitaires $c_1 - c_2$: ainsi, la firme 1 tire profit de sa position de référence puisqu'un accroissement de ses coûts unitaires ne la contraint pas à réduire sa marge brute.

Les marges nettes prennent la forme $L_i = (p_i - c_i)/p_i$. Elles sont égales à l'indice de Lerner, qui mesure le pouvoir de marché des firmes, c'est-à-dire leur faculté à élever leurs prix au-dessus de leurs coûts unitaires.

$$L_1^* = \frac{1}{1 + \mu_1} ; L_2^* = 1 - \frac{\theta c_2}{\theta c_1 + u_1 + u_2}$$

avec $\mu_1 = 2\theta c_1/(u_1 + \sqrt{\Delta})$. Le pouvoir de marché de chaque firme est décroissant avec son coût unitaire et croissant avec le degré global de différenciation sur le marché.

4.2 Comparaison des demandes et profits à l'équilibre

A l'équilibre, les quantités demandées prennent les valeurs suivantes :

$$X_1 = NP_1^* = \frac{2Nu_1}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \text{ et } X_2 = NP_2^* = \frac{N(\sqrt{\Delta} - u_1)}{u_1 + \sqrt{\Delta}}$$

avec toujours $\Delta = u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2))$. Déterminons sous quelles conditions une firme peut réaliser la plus grande part de marché. La comparaison montre que :

$$\begin{aligned} X_1^* > X_2^* &\Leftrightarrow 3u_1 > \sqrt{\Delta} \\ &\Leftrightarrow \theta(c_1 - c_2) < u_1 - u_2 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Cette condition souligne l'importance du paramètre de coût dans la détermination des parts de marché des firmes : la firme vendant le produit "le plus apprécié" ($u_1 > u_2$) par les consommateurs n'obtiendra la plus grande part de marché que si l'écart de différenciation est suffisamment élevé par rapport à l'écart de coûts. En effet, une trop forte différence de coûts inciterait la firme 1

à fixer un prix élevé qui provoquerait un report vers la demande de bien 2. Notons ensuite que X_1 décroît avec θ alors que X_2 croît avec θ : une augmentation de la préférence relative pour les attributs prix engendre un report de la demande du bien le plus cher vers celle du bien le moins cher.

Une analyse similaire peut être menée pour les profits qui, à l'équilibre, prennent les valeurs :

$$\Pi_1^* = \frac{Nu_1}{\theta} - F_1 \quad \text{et} \quad \Pi_2^* = \frac{N(u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2))(\sqrt{\Delta} - u_1)}{\theta(\sqrt{\Delta} + u_1)} - F_2 \quad (4.2)$$

Une comparaison des profits peut alors être réalisée lorsque les coûts fixes sont identiques $F_1 = F_2$:

$$\Pi_1^* \geq \Pi_2^* \Leftrightarrow \theta(c_1 - c_2) < u_1 - u_2$$

Ainsi, la condition (4.1) est également déterminante dans l'analyse du profit. Une telle propriété a aussi été mise en évidence par Anderson et Renault (2006) dans un cadre général de duopole avec différenciation verticale : les auteurs montrent que la firme dont l'écart entre la qualité et le coût marginal est le plus élevé réalise toujours un plus grand profit. En reprenant l'hypothèse $c_1 = c_2$, assez fréquente dans les modèles de différenciation verticale, on retrouve aussi un résultat standard (Shaked et Sutton, 1982 ; Tirole, 1988, Choi et Shin, 1992 ; Wauthy, 1996) : la firme vendant le bien de qualité élevée réalise toujours un plus grand profit que sa rivale.

En conclusion, il existe une convergence des objectifs des firmes dans ce modèle : la maximisation du profit, objectif de court terme, correspond également à la maximisation de la part de marché, objectif de long terme. Une telle convergence est également présente dans les structures avec "switching costs" (comme le montre Farrell, 1986) ou dans l'oligopole logit (Anderson et de Palma, 2001).

4.3 Rôle du paramètre θ et option extérieure

Dans le modèle DPA, nous avons fait jusqu'ici l'hypothèse de couverture complète du marché : chaque consommateur achète exactement une unité de bien. Or certains modèles de produits différenciés prennent en compte la possibilité que les consommateurs décident de ne pas acheter de bien. En effet, ces consommateurs peuvent préférer une "option extérieure" à l'achat ou conserver leur argent, ce qui leur procure une certaine utilité. Ainsi, l'attrait de la non-consommation est

représenté par un paramètre et en fonction de l'intervalle auquel ce paramètre appartient, le marché est couvert ou non : cela définit la contrainte de participation du modèle.

Ce paramètre se représente souvent comme une utilité de réservation, notée par exemple U_0 : c'est le cas dans les modèles de différenciation verticale ou encore dans le modèle logit d'oligopole. Les propriétés de l'équilibre en fonction de ce paramètre sont assez semblables dans ces différentes structures : les prix d'équilibre sont toujours décroissants avec ce paramètre, ainsi que les marges des firmes et généralement les profits. En effet, la possibilité que les consommateurs sortent du marché joue comme un frein au niveau des prix fixés par les firmes, ce qui peut également affecter les choix de qualité.

En présence d'une différenciation verticale avec $p_1^* > p_2^*$, une augmentation de l'utilité de réservation a généralement un double effet sur les demandes. D'une part, elle traduit une plus forte désutilité accordée au prix et entraîne un report de la demande de produit 1 vers celle de produit 2. D'autre part, elle peut engendrer une sortie de marché de consommateurs préférant ne pas consommer plutôt qu'acheter le bien 2. Ainsi, une hausse de U_0 diminue X_1^* et a un effet ambigu sur X_2^* . Par exemple, dans le modèle de Gabszewicz et Thisse (1979), X_2^* augmente lorsque le marché est couvert et diminue dans le cas contraire.

Dans le duopole probabiliste avec DPA, il est impossible d'intégrer une utilité de réservation car le choix du produit est basé sur des comparaisons d'attributs spécifiques et non sur la maximisation d'utilité globale. Il n'existe aucune façon satisfaisante d'intégrer en toute généralité une option extérieure dans le modèle tout en préservant l'existence de l'équilibre en prix, ce qui constitue une limite à l'analyse. Néanmoins, le paramètre θ , qui mesure la préférence relative des attributs-prix par rapport aux attributs non-prix, remplit dans le modèle DPA un rôle similaire à une utilité de réservation. On constate en effet que les prix et les marges des firmes sont décroissants avec θ .⁴

Il semble plausible que les individus sortent du marché lorsqu'ils attachent une grande importance aux prix par rapport aux caractéristiques non-prix du bien : c'est pourquoi le paramètre θ peut être employé pour intégrer une option extérieure dans le modèle DPA, de façon certes un peu ad hoc. Définissons $\mu(\theta)$ comme la probabilité de ne pas acheter le bien pour chaque

⁴S'il paraît logique que p_1^* soit décroissant avec θ , il semble plus paradoxal que p_2^* le soit également. Cette contradiction apparente est résolue en rappelant que la firme 1 joue un rôle de "référence" pour la firme 2 lors de la fixation des prix : puisque p_1^* décroît avec θ , c'est également le cas pour p_2^* .

consommateur. Cette probabilité vérifie $\mu(\theta) = 0$ si $\theta \leq \bar{\theta}$ (où $\bar{\theta}$ est un seuil sur θ) et $\mu(\theta) > 0$ si $\theta > \bar{\theta}$. Évidemment, $\mu'(\theta) > 0$.

La contrainte de participation ici définie n'est pas reliée directement aux prix mais seulement à θ , un paramètre de "préférence" sur les prix. Cette hypothèse n'est pas surprenante si l'on sépare la décision du consommateur *d'entrer* sur le marché, à une première étape, ("Je dois acheter mon paquet de café hebdomadaire") du choix parmi l'ensemble des produits proposés sur le marché, à une seconde étape ("Je dois choisir entre les deux cafés disponibles, le premier proposant une meilleure qualité mais le second étant plus économique"). Le choix probabiliste s'applique seulement à la seconde étape, dans laquelle des arbitrages de prix ont lieu, ce qui n'est pas nécessairement vrai à la première étape.⁵

Dans un tel cadre, la demande devient $X_i^* = N(1-\mu(\theta))P_i$ et deux cas doivent être distingués :

- Lorsque $\mu(\theta) = 0$, le marché est complètement couvert. X_1^* décroît avec θ alors que X_2^* augmente avec ce paramètre (ce résultat étant similaire à celui du modèle de Gabszewicz et Thisse).
- Mais lorsque $\mu(\theta) > 0$, le marché n'est pas complètement couvert. Par simplification, supposons que $c_1 - c_2 \geq 0$ et étudions la variation des demandes avec θ :

$$\left. \frac{\partial X_1^*}{\partial \theta} \right|_{\mu(\theta) > 0} = \frac{2Nu_1[-\mu'(\theta)(u_1 + \sqrt{\Delta})\sqrt{\Delta} - 2u_1(c_1 - c_2)(1 - \mu(\theta))]}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} < 0$$

$$\left. \frac{\partial X_2^*}{\partial \theta} \right|_{\mu(\theta) > 0} = \frac{4Nu_1[-\mu'(\theta)(u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2))\sqrt{\Delta} + u_1(c_1 - c_2)(1 - \mu(\theta))]}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2}$$

avec $\Delta = u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2))$. La demande de produit 1 est toujours décroissante avec θ . Mais le signe de la dérivée de X_2^* est inconnu dans le cas général car il dépend des deux effets contradictoires précédemment évoqués, le "transfert de demande inter-firmes" et la "sortie des consommateurs du marché". Lorsque le premier effet est dominant, cette pente est toutefois négative et cela est vrai pour de nombreuses valeurs des paramètres (par exemple, pour $c_1 = c_2$). Quand cette propriété est vérifiée, on obtient alors un résultat similaire au modèle de différenciation verticale : un accroissement de θ bénéficie à l'option extérieure alors que la demande pour le bien 2 décroît avec θ .

⁵En effet, dans les marchés de produits différenciés matures, la motivation à l'entrée provient davantage des *services rendus par le bien, qui incorporent les attributs communs* à tous les biens disponibles (ici, par exemple, les substances contenues dans le café). Si θ est élevé, alors, pour une proportion importante de consommateurs, les attributs non-prix du produit ne procurent pas une utilité suffisante en comparaison de la perte d'utilité liée à l'argent dépensé.

5 Statique comparative des profits avec les attributs

Cette section étudie l'évolution des profits dans le modèle DPA lorsque les utilités des attributs spécifiques varient. Ces propriétés sont ensuite mises en perspective par rapport à celles des modèles classiques de différenciation.

5.1 L'analyse avec différenciation par attributs

La proposition suivante présente les résultats de la statique comparative du profit avec les utilités des attributs.

PROPOSITION 3.3 *Lorsque $u_i > u_j$, Π_i^* est strictement croissant avec u_i et constant avec u_j . Π_j^* est strictement croissant avec u_j . Lorsque u_i varie, le niveau de Π_j^* augmente strictement si $c_1 - c_2 < (5u_1 - u_2)/\theta$ et diminue dans le cas contraire.*

Preuve : En reprenant les expressions des profits de l'équation 4.2 lorsque $u_1 \geq u_2$, on vérifie immédiatement que Π_1^* est strictement croissant avec u_1 et constant avec u_2 . L'analyse de Π_2^* est moins immédiate. Lorsque u_2 varie, la dérivée de Π_2^* est :

$$\frac{\partial \Pi_2^*}{\partial u_2} = \frac{4Nu_1x}{\theta\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)} > 0$$

avec $\Delta = u_1^2 + 4u_1x$ et $x = u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2)$. Lorsque u_1 varie, la dérivée est :

$$\frac{\partial \Pi_2^*}{\partial u_1} = \frac{4Nu_1x(u_1 + \sqrt{\Delta} - x)}{\theta\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)^2}$$

La condition $u_1 + \sqrt{\Delta} - x > 0$ se reformule en $c_1 - c_2 < (5u_1 - u_2)/\theta$, ce qui permet de retrouver le seuil indiqué dans la proposition. ■

L'impact des utilités des attributs sur les profits peut être décomposé en un double effet. D'une part, lorsque u_i augmente, la position de la firme i est améliorée par rapport à celle de la firme j car son produit est plus attractif : cet "*effet attractivité*" influe de façon positive sur Π_i et de façon négative sur Π_j . D'autre part, lorsque u_i augmente, certaines formes de différenciation sur le marché peuvent être renforcées et d'autres réduites. Lorsque la différenciation globale est accrue, l'"*effet différenciation*" engendre une augmentation de Π_i et Π_j . Dans le cas contraire, cet effet entraîne une diminution des deux profits. Dans le modèle DPA, une augmentation de u_1 renforce

la différenciation verticale sans affecter la différenciation horizontale : l'effet différenciation est donc strictement positif. Une augmentation de u_2 accroît la différenciation horizontale mais réduit la différenciation verticale : le signe de l'effet différenciation est donc ambigu. Voyons maintenant comment utiliser ces effets pour expliquer l'évolution des profits en statique comparative.

Lorsque u_1 augmente, la firme 1 bénéficie d'effets attractivité et différenciation positifs : son profit augmente donc. La firme 2 est sujette à un effet attractivité négatif et un effet différenciation positif mais ce dernier semble dominant dans la plupart des cas : la hausse de u_1 augmente globalement la différenciation et donc le profit de la firme 2. Cela est notamment vrai pour des coûts unitaires identiques entre les firmes : l'effet attractivité ne devient dominant pour la firme 2 que si la firme 1 cumule un coût unitaire très important et une utilité des attributs élevée.

Lorsque u_2 augmente, la firme 1 bénéficie d'un effet attractivité négatif et d'un effet différenciation ambigu : l'analyse montre toutefois que son profit est constant avec u_2 . Cette observation révèle que l'effet différenciation d'un accroissement de u_2 est positif puisque cet effet compense exactement l'effet attractivité négatif subi par la firme 1. La firme 2 tire donc bénéfice d'effets attractivité et différenciation positifs, ce qui explique pourquoi son profit augmente. Ainsi, dans le modèle DPA, le développement de nouveaux attributs par la firme 2 *renforce la différenciation des produits* sur le marché.

5.2 Comparaison avec la différenciation spatiale

Considérons un modèle spatial linéaire comportant deux firmes. Dans ce cadre, le choix de caractéristiques d'une firme est représenté par son positionnement sur le segment de longueur 1, l'adresse de la firme 1 étant notée a et celle de la firme 2 notée $1 - b$ (avec $a \leq 1 - b$: la firme 1 est "à gauche"). Lorsque les positions sont asymétriques ($a \neq b$), une dimension verticale de différenciation peut être introduite dans le modèle : en effet, pour des coûts de transport linéaires (Hotelling, 1929) ou quadratiques (d'Aspremont et al., 1979), les parts de marché à prix égal peuvent être comprises entre 0 et 1 et ont pour expression $P_1 = a + ((1 - a - b)/2)$ et $P_2 = b + ((1 - a - b)/2)$ (voir Tirole, 1988). En effet, la proximité du centre du marché procure un avantage vertical pour la firme qui s'y positionne : par exemple, si la firme 1 se rapproche du centre, alors elle attirera tous les consommateurs situés à sa gauche ("hinterland") et la moitié des consommateurs situés entre les deux firmes.

A l'équilibre en prix, le rapprochement d'une firme du centre du marché a deux effets. D'une part, cette firme parvient à capter de nouveaux consommateurs sur le marché (apparition de

l'hinterland) : cet effet attractivité accroît son profit et diminue le profit de sa rivale. D'autre part, la différenciation horizontale sur le marché diminue et la différenciation verticale augmente : au final, la distance entre les variétés est réduite et donc la différenciation globale diminue dans le modèle spatial. Cet effet différenciation négatif réduit les profits des deux firmes. Lorsque l'effet attractivité est dominant, les firmes sont incitées à réduire leur différenciation horizontale et à se localiser au centre du marché : cette situation est vérifiée quand les consommateurs subissent des coûts de transport linéaires (Hotelling). A l'inverse, lorsque l'effet différenciation est dominant, les firmes se localisent aux extrémités du segment : ce cas est réalisé quand les consommateurs subissent des coûts de transport quadratiques (d'Aspremont et al.)

Ces résultats peuvent être reliés à l'analyse réalisée en section précédente. Tout d'abord, une diminution de u_2 par la firme 2 dans le modèle DPA a un impact sur la différenciation similaire à un rapprochement du centre dans le modèle spatial : la différenciation verticale remplace la différenciation horizontale existante. Dans les deux modèles, cette substitution entraîne une réduction de la différenciation globale sur le marché (avec respectivement une diminution du nombre d'attributs ou une diminution de la distance). En revanche, les incitations sont *symétriques* dans le modèle spatial (elles concernent les deux firmes) alors qu'elles sont asymétriques lorsque les firmes ajoutent des attributs à leurs produits (la firme 1 accroît la différenciation verticale et la firme 2 transforme la différenciation verticale en horizontale).

5.3 Comparaison avec la différenciation par les qualités

Dans un duopole avec différenciation pure par les qualités (la répartition de la disposition à payer la qualité étant uniforme et le marché couvert), l'évolution des profits d'équilibre avec les qualités dépend de la hiérarchie de ces dernières. Lorsque $q_1 > q_2$, on constate que Π_1^* et Π_2^* sont strictement croissants avec q_1 et strictement décroissants avec q_2 . Ce résultat découle des effets mis en évidence dans les sections précédentes. Une augmentation de q_i augmente toujours l'attractivité de la firme i . Cette hausse peut aussi accroître la différenciation des produits sur le marché si $q_i \geq q_j$ ou au contraire la diminuer pour une hiérarchie inverse des qualités. Or, dans ce type de modèle, l'effet différenciation négatif domine l'effet attractivité positif. En conséquence, chaque firme trouve un intérêt à l'accroissement du degré de différenciation verticale $q_1 - q_2$.

Dans le modèle DPA, lorsque les produits sont différenciés par les seules qualités, nous avons $u_1 = q_1 - q_2$ et $u_2 = 0$. Or Π_1^* et Π_2^* sont tous deux croissants avec u_1 (à condition que l'asymétrie de coûts ne soit pas trop importante) : ce cas particulier du modèle DPA permet donc de retrouver

les propriétés des modèles traditionnels tout en proposant un cadre plus général permettant de prendre en compte d'autres relations.⁶

Il existe toutefois des situations où un effet attractivité positif peut dominer un effet différenciation négatif : c'est notamment le cas dans les modèles déterministes comportant plusieurs caractéristiques de différenciation. Considérons l'exemple du modèle de Neven et Thisse (1990) qui possède deux variables de décision mesurant le positionnement horizontal et vertical d'une firme dans la différenciation. A l'équilibre, chaque firme choisit une différenciation maximum dans une dimension (la caractéristique concernée est qualifiée de "dominante") et une différenciation minimum dans l'autre dimension (caractéristique "dominée"). Pour une caractéristique verticale dominante, l'analyse de statique comparative montre que les prix augmentent quand les variétés se rapprochent : un effet de localisation centrale domine l'effet traditionnel de concurrence en prix. De plus, lorsque la caractéristique horizontale est dominante, le prix du produit de basse qualité augmente si l'écart de qualité diminue, car l'effet de concurrence en prix est atténué par l'impact de la qualité. Dans les deux cas, l'effet différenciation négatif est dominé par un effet attractivité positif, augmentant le profit de la firme concernée. Une telle relation n'est généralement pas mise en évidence dans le modèle DPA⁷.

5.4 Comparaison avec le logit binomial

A l'équilibre en prix d'un logit binomial avec qualités hétérogènes et coûts symétriques (Anderson et al., 1992, p 236), on peut montrer que, pour tout q_i et q_j , Π_i^* est croissant avec q_i et décroissant avec q_j . Ainsi, dans ce modèle, seul l'effet attractivité importe : le profit d'une firme s'accroît lorsque sa qualité augmente et diminue lorsque celle de sa rivale augmente, que cet accroissement de qualité renforce ou réduise la différenciation verticale sur le marché.

Les propriétés de statique comparative ne dépendent pas de la hiérarchie entre les qualités, à l'inverse des duopoles à la Mussa et Rosen ou avec DPA. Ainsi, comme nous l'avons montré dans le chapitre 2, les modèles incorporant plusieurs formes de différenciation (multi-dimensionnels, logit, DPA) peuvent souvent être reliés aux formes pures de différenciation : cependant, à cause

⁶De telles propriétés de statique comparative ont souvent été utilisées comme un cadre d'hypothèse pour l'analyse des choix de qualité (Aoki et Prusa, 1997 ; Lehmann-Grube, 1997) ou de l'innovation (Beath et al, 1987, ou Rosenkrantz, 1997). Le remplacement de ces hypothèses par les nouvelles propriétés issues du modèle DPA pourrait permettre d'intégrer facilement une dimension horizontale de différenciation dans les analyses existantes.

⁷Un cas fait toutefois exception : lorsque les coûts sont asymétriques, une hausse de q_2 (pour $q_1 > q_2$) peut engendrer une baisse de u_1 (réduction de la différenciation) et une hausse de Π_2^* (augmentation de l'attractivité)

de l'hétérogénéité du mode d'intégration des formes de différenciation, les propriétés générales de ces modèles ne sont pas équivalentes.

6 Asymétrie de coûts et non-existence de l'équilibre de duopole

Voyons à présent quel est le comportement des firmes dans le modèle DPA lorsqu'une des conditions d'existence de l'équilibre de Nash en prix est vérifiée mais l'autre violée. Deux configurations doivent être distinguées. Lorsque la différenciation est purement verticale, la firme vendant le bien le plus apprécié monopolise le marché en choisissant un "prix limite" si son coût unitaire est suffisamment faible par rapport à sa rivale. Lorsque la différenciation est verticale et horizontale, il n'existe aucun équilibre : l'étude du tâtonnement en prix met en évidence l'existence d'un cycle.

6.1 Différenciation verticale pure et sortie de marché

Supposons que $u_i > u_j = 0$ (différenciation verticale pure) mais que la condition d'équilibre (2.2) soit violée, ce qui implique l'inégalité $c_i - c_j < -u_i$. Dans ce cas, la firme j possède un désavantage en terme de coûts unitaires mais aucun attribut spécifique pour compenser cet handicap. Elle est alors exclue du marché :

PROPOSITION 3.4 *Lorsque les conditions d'équilibre du duopole ne sont pas vérifiées, la firme i obtient un monopole en choisissant une tarification de prix limite $p_i = c_j$ si la différenciation est purement verticale $u_i > u_j = 0$.*

Preuve : La preuve de cette proposition est présentée en Annexe 3, section 10.1.

Un tel équilibre de monopole existe également dans les modèles classiques de différenciation verticale. Étant donné que la distribution des goûts (ou des revenus) des consommateurs est bornée "en haut" et "en bas", une firme possédant un désavantage suffisamment important en terme de coûts unitaires sera exclue du marché par sa rivale, même si elle vend une qualité élevée : il est toutefois plus difficile à la firme vendant le bien de basse qualité d'exclure sa rivale que l'inverse (l'asymétrie de coûts unitaires requise est plus importante).

En revanche, dans le duopole DPA, la firme vendant le bien le plus apprécié ne peut être exclue du marché car elle possède certains attributs spécifiques et pourra toujours réaliser un

profit positif, même en fixant un prix élevé, ce qui rappelle une stratégie de "niche" (ce point est précisé dans la prochaine section).

6.2 Double différenciation et cycle de prix à la Edgeworth

Supposons désormais que $u_i \geq u_j > 0$ (double différenciation), la condition (2.2) n'étant pas vérifiée ce qui implique l'inégalité $c_i - c_j < (\sqrt{u_i u_j} - u_i)/\theta$. Dans ce cas, l'équilibre mis en évidence à la section précédente disparaît : en effet, grâce à ses attributs spécifiques, la firme j peut toujours attirer une petite proportion de consommateurs, même en fixant un prix très élevé. De plus, par corollaire de la proposition 3.2, *il n'existe aucun autre équilibre en stratégies pures*. L'étude des fonctions de réaction établies en annexe 8.2 peut cependant permettre une analyse partielle du marché dans ce cadre.

Supposons que les firmes choisissent leur prix de façon séquentielle dans une interaction à horizon infini. Chaque firme ignore la fonction de réaction de sa rivale, ce qui limite son horizon temporel de maximisation du profit à une période. Les interactions en prix des firmes sont alors décrites par un *mécanisme de tâtonnement* qui rappelle celui utilisé par Cournot (1838) à propos des quantités. Ainsi, à chaque moment t que la firme i agit, cette dernière observe p_j^{t-1} et choisit le prix p_i^t qui maximise son profit pour la période en cours. L'évolution des prix est donc décrite par les interactions successives et "naïves" des fonctions de réaction des firmes.

Dans un tel cadre, une forme particulière de cycle émerge :

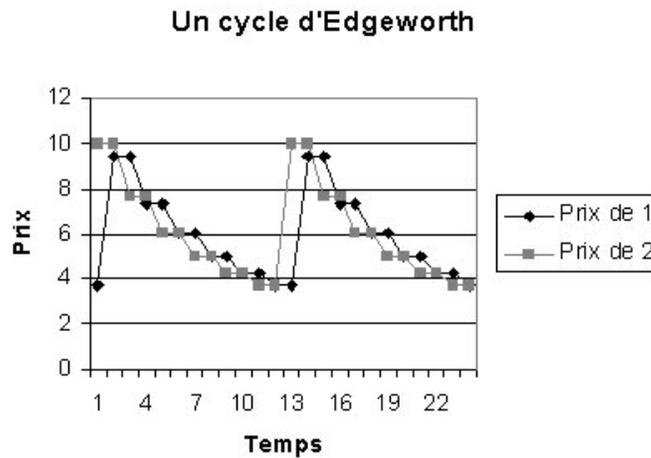
PROPOSITION 3.5 *Lorsque les conditions d'équilibre du duopole en $u_i > u_j > 0$ ne sont pas vérifiées, l'étude du tâtonnement séquentiel en prix des firmes donne lieu à un cycle de prix à la Edgeworth (1925).*

Preuve : La preuve de cette proposition est présentée en Annexe 3, section 10.2.

Dans la phase descendante du cycle, les prix diminuent pendant plusieurs périodes mais lorsqu'ils tombent en dessous d'un certain seuil, l'une des firmes décide d'accroître brutalement son prix. Cette augmentation, qui caractérise la phase ascendante du cycle, est unique. L'existence de tels cycles a été établie en premier lieu par Edgeworth (1925) dans un cadre de biens homogènes. Pour cet auteur, chaque firme avait dans un premier temps à fixer un prix inférieur à sa rivale pour accroître sa part de marché mais ne récupérait pas la totalité de la demande du fait de l'existence de contraintes de capacité. Ainsi, les firmes diminuent leur prix respectivement jusqu'à ce

que la guerre devienne trop coûteuse et qu'une firme augmente son prix, immédiatement suivie par ses rivales. La guerre des prix recommence ensuite. De tels cycles ont ensuite été étudiés par Maskin et Tirole (1988) dans un cadre de duopole dynamique et symétrique avec concurrence en prix, coûts identiques et biens homogènes⁸.

En l'absence de prix de réservation et d'option extérieure, le maximum du profit lors de la phase ascendante est réalisé pour $p \rightarrow +\infty$, ce qui caractérise une augmentation des prix d'une ampleur extrême et conditionne une phase descendante extrêmement longue. Une telle ampleur n'est évidemment pas observable dans la réalité. Mais le but de cette analyse est seulement de montrer que les propriétés fondamentales du cycle à la Edgeworth sont vérifiées en l'absence d'équilibre dans le duopole, pas de confronter le cycle obtenu avec un marché particulier. Une modification marginale du modèle réduisant l'ampleur des fluctuations permet d'obtenir un cycle plus représentatif. Un exemple est fourni ici lorsque le prix maximum admet une borne finie avec $p_{max} \rightarrow 10$, $u_1 = 2$, $u_2 = 1$, $c_1 = 0$, et $c_2 = 1$:



La phase ascendante du cycle comporte bien une étape unique alors que la phase descendante est composée dans ce cas de 11 diminutions de prix successives⁹.

Ainsi, en présence d'une différenciation par attributs horizontale et verticale, lorsqu'une firme cumule un désavantage en terme de coût unitaire et en terme d'attributs spécifiques, elle choisit

⁸Ces auteurs montrent alors que les cycles à la Edgeworth peuvent constituer des équilibres markoviens parfaits pour certaines stratégies mixtes maximisant le profit actualisé des firmes, si le facteur d'actualisation est assez élevé. Une extension à la différenciation des produits du système de demande a été étudiée par Noel (2006), qui prouve que des cycles d'Edgeworth peuvent émerger si la différenciation n'est pas trop élevée.

⁹Lorsque p_{max} augmente, il semble que ce nombre d'étapes varie de façon logarithmique.

d'accroître fortement son prix. Cette forme de différenciation lui permet de conserver un profit positif malgré une part de marché infime, ce qui rappelle une stratégie de "niche". Cette solution est préférable à la sortie du marché, qui procure un profit nul, et constitue le point de départ des fluctuations. Par la suite, chaque firme peut obtenir un plus grand profit en diminuant son prix et la guerre des prix se poursuit jusqu'à ce que la situation ne devienne plus acceptable pour la firme ayant un coût unitaire élevé.

Ce résultat semble confirmer qu'un équilibre avec sortie du marché d'une firme est moins fréquent lorsqu'une différenciation horizontale existe en supplément de la différenciation verticale. En effet, Anderson, de Palma et Thisse (1992) ont précédemment souligné, en utilisant le modèle de Neven et Thisse (1990), qu'une firme entrante peut toujours réaliser une part de marché positive en choisissant une nouvelle variété horizontale avec la plus haute qualité sur le marché¹⁰.

7 Conclusion

Ce chapitre a analysé l'existence et les propriétés de l'équilibre de Nash en prix dans un duopole de choix discrets avec différenciation des produits selon les attributs. Lorsque le modèle décrit une différenciation horizontale et verticale, l'existence et l'unicité de l'équilibre sont établies à condition que la firme vendant le bien le plus apprécié ne possède pas un trop grand avantage en terme de coûts. Dans le cas contraire, il n'existe aucun équilibre. Quand le modèle décrit une différenciation horizontale pure, l'existence de l'équilibre est toujours garantie. Lorsque le modèle décrit une différenciation verticale pure, il existe toujours un équilibre mais une ou deux firmes peuvent être actives : si une firme cumule un avantage important en terme de coûts et de produits, elle parvient à exclure sa rivale du marché grâce à une tarification de prix limite.

Les propriétés de cet équilibre en prix sont intéressantes à plus d'un titre. Tout d'abord, comme le montre le paragraphe précédent, le modèle propose un cadre général de différenciation permettant de retrouver les formes existantes. Ensuite, en cas d'asymétrie de coûts unitaires, la firme vendant le bien le plus apprécié par les consommateurs semble faire office de "référence" pour sa rivale lors de la fixation des prix. Cette firme obtiendra une plus grande part de marché et un plus grand profit si le différentiel d'utilité des attributs spécifiques est plus élevé que le différentiel de coûts unitaires. Enfin, l'évolution des profits avec les utilités des attributs peut être analysée à travers un "effet attractivité" et un "effet différenciation" : l'ajout d'attributs

¹⁰L'impact des formes de différenciation sur les structures de marché a aussi été étudié par Encaoua (1989).

supplémentaires à son produit permet à une firme de capter des consommateurs de sa rivale (attractivité) mais accroît également la différenciation sur le marché, ce qui profite aux deux firmes. L'analyse de ces mécanismes met en lumière la nouveauté du modèle DPA par rapport aux approches traditionnelles de différenciation. Au final, le système de demande du modèle DPA est doté de fondements aussi solides que celui de ses rivaux tout en permettant d'aboutir à de nouveaux résultats lors de l'analyse de l'équilibre en prix.

8 Annexe 1 : fonctions de réaction en prix

8.1 Fonctions de meilleure réponse conditionnelles à la hiérarchie des prix

Nous supposons ici que les deux firmes sont actives sur le marché et établissons les fonctions locales de meilleure réponse, qui dépendent de la hiérarchie de prix retenue. Quel prix p_i constitue la meilleure réponse de la firme i sachant le prix p_j de sa rivale ?

Meilleure réponse en $p_i \geq p_j$.

Lorsque $p_i \geq p_j$, le profit de i est donné par : $\Pi_i = \frac{Nu_i(p_i - c_i)}{(u_i + u_j + \theta(p_i - p_j))} - F_i$

Pour la firme i , la dérivée première est :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = \frac{Nu_i(u_i + u_j + \theta c_i - \theta p_j)}{(u_i + u_j + \theta(p_i - p_j))^2}$$

Il est alors nécessaire de distinguer trois cas :

- Si $p_j < \frac{u_i + u_j}{\theta} + c_i$, alors $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} > 0$ et la meilleure réponse est $p_i^*(p_j) \rightarrow +\infty$.
- Si $p_j = \frac{u_i + u_j}{\theta} + c_i$, alors $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0$ et la meilleure réponse appartient à l'intervalle $p_i^*(p_j) \in [p_j; +\infty[$.
- Si $p_j > \frac{u_i + u_j}{\theta} + c_i$, alors $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} < 0$ et la meilleure réponse est $p_i^*(p_j) = p_j$.

Meilleure réponse en $p_i \leq p_j$.

Lorsque $p_j \geq p_i$, le profit de la firme i est donné par $\Pi_i = \frac{N(u_i + \theta(p_j - p_i))(p_i - c_i)}{u_i + u_j + \theta(p_j - p_i)} - F_i$

La dérivée première est :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = \frac{N[(u_i + u_j + \theta(p_j - p_i))(u_i + \theta(p_j - p_i)) - \theta u_j(p_i - c_i)]}{(u_i + u_j + \theta(p_j - p_i))^2}$$

Cette fonction possède un extremum unique dont l'expression est :

$$\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow \theta^2 p_i^2 - 2\theta p_i(u_i + u_j + \theta p_j) + (u_i + \theta p_j)(u_i + u_j + \theta p_j) + \theta u_j c_i = 0$$

Une seule racine de ce polynôme vérifie $p_j \geq p_i$ (l'autre ne respecte jamais une telle hiérarchie) :

$$p_i^c(p_j) = \frac{u_i + u_j + \theta p_j - \sqrt{u_j(u_i + u_j + \theta(p_j - c_i))}}{\theta}$$

Nous étudions si cet extremum est un maximum :

$$\left. \frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial p_i^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0} = \frac{2N(\theta p_i - u_i - u_j - \theta p_j)}{(u_i + u_j + \theta(p_j - p_i))^2}$$

Cette dérivée est toujours négative dans l'intervalle $p_j \geq p_i$ et le profit est donc non-monotone concave. De plus, $p_i^c(p_j)$ est à l'intérieur de l'intervalle de définition si :

$$p_j \geq \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j} + c_i \quad (8.1)$$

La fonction de meilleure réponse peut prendre deux formes différentes :

- si $p_j > \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j} + c_i$, le profit est strictement quasi-concave dans l'intervalle et la meilleure réponse est : $p_i^*(p_j) = \frac{u_i + u_j + \theta p_j - \sqrt{u_j(u_i + u_j + \theta(p_j - c_i))}}{\theta}$
- si $p_j \leq \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j} + c_i$, le profit est croissant dans l'intervalle et la meilleure réponse est $p_i^*(p_j) = p_j$.

8.2 Fonctions de meilleure réponse non-conditionnelles

Des fonctions de réaction locales aux fonctions globales : A partir des fonctions de réaction conditionnelles (ou "locales"), il est possible d'établir les fonctions de meilleure réponse de chaque firme quelle que soit la hiérarchie des prix. Cependant, la condition (8.1) révèle que la forme de la fonction de réaction dépend de la hiérarchie des utilités des attributs spécifiques, comme nous le montrons ici.

Supposons que $p_j \geq \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j} + c_i$ auquel cas Π_i est non-monotone concave sur $[0; p_j]$.

- Si $u_i \geq u_j$, il est certain que $p_j > \frac{u_i + u_j}{\theta} + c_i$ et, en conséquence, Π_i est strictement décroissant sur $[p_j; +\infty]$. Dans ce cas, puisque les fonctions de profit sont continues, le maximum global est facile à identifier : il s'agit du maximum local au sein de l'intervalle $[0; p_j]$.

- Si $u_i \leq u_j$, il est désormais possible que $p_j < \frac{u_i + u_j}{\theta} + c_i$ (l'inégalité inverse pouvant aussi être vraie). Dans ce cas précis, Π_i est strictement croissant sur $[p_j; +\infty]$ et il existe deux équilibres

locaux dans les intervalles $[0; p_j]$ et $[p_j; +\infty]$. Une analyse complémentaire est nécessaire pour identifier quel maximum local est aussi global. Ainsi, la combinaison de fonctions de réaction locales pour déterminer une fonction globale nécessite de choisir une hiérarchie entre u_i et u_j car *les fonctions de réaction sont asymétriques*. Sans perte de généralité, nous supposons désormais (et pour le reste de la preuve) que $u_i \geq u_j$. Définissons maintenant les fonctions de meilleure réponse de la firme i , dont le produit est le plus apprécié par les consommateurs, et de la firme j .

Fonction de meilleure réponse globale de la firme i . Sous l'hypothèse $u_i \geq u_j$, la fonction de meilleure réponse de i est :

a) si $p_j > \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j \theta} + c_i$, ou $p_j = \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j \theta} + c_i$ et $u_i > u_j$, Π_i est non-monotone concave sur $[0; p_j]$ et strictement décroissant sur $[p_j; +\infty[$. Dans ce cas, la fonction de meilleure réponse de i est $p_i^*(p_j) = \frac{u_i + u_j + \theta p_j - \sqrt{u_j(u_i + u_j + \theta(p_j - c_i))}}{\theta}$ ce qui vérifie $p_i \leq p_j$. (Cas I1)

b) si $u_i > u_j$ et $\frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i < p_j < \frac{u_i(u_i + u_j)}{u_j \theta} + c_i$, Π_i est strictement croissant dans $[0; p_j]$ et strictement décroissant dans $[p_j; +\infty[$. Dans ce cas, la meilleure réponse de i est "sur le coude" : $p_i^*(p_j) = p_j$. (Cas I2)

c) si $p_j = \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i$, Π_i est strictement croissant dans $[0; p_j]$ et constant dans $[p_j; +\infty[$. La meilleure réponse appartient à l'intervalle $p_i^*(p_j) \in [p_j; +\infty[$. (Cas I3)

d) si $p_j < \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i$, Π_i est strictement croissant sur tout l'intervalle de définition et la meilleure réponse est $p_i^*(p_j) \rightarrow +\infty$. (Cas I4).

Fonction de meilleure réponse globale de la firme j . Construisons cette fonction sous l'hypothèse $u_i \geq u_j$.

- Si $p_i > \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$, ou $p_i = \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$ avec $u_i > u_j$, Π_j est strictement non-monotone concave sur $[0; p_i]$ et strictement décroissant ou constant sur $[p_i; +\infty]$. La fonction de profit étant continue, la meilleure réponse est nécessairement $p_j^*(p_i) = \frac{u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}}{\theta}$

ce qui vérifie $p_j \leq p_i$.

- Si $u_i > u_j$ et $\frac{u_j(u_i + u_j)}{u_i \theta} + c_j < p_i < \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$, Π_j est strictement non-monotone concave sur $[0; p_i]$ et strictement croissant sur $[p_i; +\infty]$. Il existe deux maxima locaux et il est nécessaire de comparer les profits pour identifier lequel est global.

Lorsque $p_j = (u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))})/\theta$ (maximum local dans $[0; p_i]$), le profit

est égal à :

$$\Pi_j^c = \frac{N(\sqrt{u_i + u_j + \theta(p_i - c_j)} - u_i)^2}{\theta u_i}$$

Lorsque $p_j \rightarrow +\infty$ (maximum local dans $[p_i; +\infty[$), le profit est :

$$\Pi_j^{cc} = \frac{N u_j}{\theta}$$

La comparaison des profits conduit à la condition suivante :

$$\Pi_j^c > \Pi_j^{cc} \Leftrightarrow p_i > \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$$

De plus, on peut montrer facilement que $\frac{u_j}{u_i}(u_i + u_j) < 2\sqrt{u_i u_j} < u_i + u_j$ lorsque $u_i > u_j$.

Lorsque $\frac{u_j}{u_i} \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j < p_i < \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$, le second maximum local vérifiant $p_j \rightarrow +\infty$ constitue le maximum global.

Quand $\frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j < p_i < \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$, le maximum global est confondu avec le premier maximum local vérifiant $p_j = (u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))})/\theta$.

Lorsque $p_i = \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$, les deux maxima locaux conduisent au même profit.

- Si $p_i = \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$ et $u_i = u_j$, Π_j est strictement croissant sur $[0; p_i]$ et constant sur $[p_i; +\infty[$ et la meilleure réponse appartient à l'intervalle $p_j^*(p_i) \in [p_i; +\infty[$.

- Si $p_i < \frac{u_j}{u_i} \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$ ou si $p_i = \frac{u_j}{u_i} \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_j$ avec $u_i > u_j$, Π_j est strictement croissant sur tout l'intervalle de définition et la meilleure réponse est : $p_j^*(p_i) \rightarrow +\infty$.

Ces résultats peuvent désormais être synthétisés de façon plus pratique :

a) si $p_i > \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$, alors le maximum global appartient à l'intervalle $[0; p_i]$ dans lequel le profit est non-monotone concave et la meilleure réponse de j est :

$$p_j^*(p_i) = \frac{u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}}{\theta} \text{ ce qui vérifie } p_j \leq p_i. \text{ (cas J1)}$$

b) si $p_i = \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$ et $u_i > u_j$, alors il existe deux maxima locaux et la meilleure réponse est

$$\text{soit } p_j^*(p_i) = \frac{u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}}{\theta}, \text{ soit } p_j^*(p_i) \rightarrow +\infty. \text{ (cas J2)}$$

c) si $p_i = \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$ et $u_i = u_j$, alors le profit est strictement croissant sur $[0; p_i]$ et constant sur $[p_i; +\infty[$ et la meilleure réponse appartient à l'intervalle $p_j^*(p_i) \in [p_i; +\infty[$. (cas J3)

d) si $p_i < \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$, alors le maximum global est situé dans l'intervalle $[p_i; +\infty[$ dans lequel le profit est croissant et la meilleure réponse de j est $p_j^*(p_i) \rightarrow +\infty$. (cas J4)

9 Annexe 2 : Existence et unicité de l'équilibre

9.1 Existence de l'équilibre

L'équilibre de Nash en prix est fourni par l'intersection des fonctions de meilleure réponse : cette section montre que l'équilibre en $p_i \geq p_j$ existe lorsque les conditions (2.1) et (2.2) sont vérifiées (la preuve de l'unicité sera réalisée dans la section suivante).

D'une part, l'intersection des fonctions de réaction globales en I3 et J3 conduit à l'équilibre en prix symétrique $p_i = p_j$. Lorsque $u_i = u_j$ (cas J3), la firme i choisit un prix identique si et seulement si $p_j = \frac{2u}{\theta} + c_i$ (cas I3). La condition $c_i = c_j = c$ est ainsi nécessaire à l'existence d'un équilibre symétrique. Dans ce cas, $p_i^*(p_j) = \frac{2u}{\theta} + c$ est l'une des meilleures réponses de la firme i et nous avons donc un équilibre faible de Nash en prix.

D'autre part, l'intersection des fonctions de réaction globales en I3 et J1 conduit à un équilibre en prix asymétrique $p_i > p_j$. I3 implique que : $p_j^c = \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i$. Nous cherchons désormais la valeur de p_i telle que la fonction de réaction de j dans le cas J1 conduise au choix d'un tel p_j^c . En utilisant cette fonction de réaction, nous trouvons que p_i doit vérifier $\theta(p_i - c_i) = \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}$. Cette équation peut être réécrite comme le polynôme du second degré suivant : $\theta^2 p_i^2 - \theta p_i(u_i + 2\theta c_i) - u_i(u_i + u_j - \theta c_j) + \theta^2 c_i^2$. Seule une racine vérifie $p_i > p_j$: $p_i^c = \frac{u_i + \sqrt{\Delta}}{2\theta} + c_i$ avec $\Delta = u_i^2 + 4u_i(u_i + u_j + \theta(c_i - c_j))$. Dans le cas particulier où $u_i > u_j = 0$, la firme i peut forcer sa rivale à sortir du marché en choisissant $p_i = p_j^c$ (comme en différenciation verticale pure) mais une telle déviation n'est pas jamais strictement profitable pour i et n'est donc pas réalisée. En conclusion, p_i^c est la meilleure réponse globale de i pour tout u_i et u_j .

Mais ce prix doit aussi vérifier l'inégalité $p_i \geq \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$ telle que la firme j choisisse effectivement p_j^c dans le cas J1. Cette condition est vérifiée si et seulement si $c_i - c_j \geq \frac{\sqrt{u_i u_j} - u_i}{\theta}$ (la positivité de Δ étant garantie). Les prix sont à l'intérieur des intervalles de définition des cas I3 et J1 et donc constituent un équilibre de Nash. *En combinant les conditions d'existence des équilibres de Nash symétriques et asymétriques, les inégalités (2.1) et (2.2) sont obtenues.*

9.2 Unicité de l'équilibre

Cette section démontre l'unicité de l'équilibre mise en évidence dans la section précédente. D'abord, la preuve est réalisée sous l'hypothèse que deux firmes sont actives. Ensuite, nous fournissons la preuve de l'absence d'équilibre avec seulement une firme active.

Unicité avec deux firmes actives. D'une part, la seule fonction de réaction locale de j compatible avec un équilibre symétrique appartient à J3 et cette fonction vérifie $p_j^*(p_i) = p_i$ si et seulement si $u_i = u_j = u$ et $p_i = \frac{2u}{\theta} + c_j$. Pour la firme i , les fonctions de réaction dans les cas I2 et I3 peuvent vérifier $p_i^*(p_j) = p_j$ mais seul le cas I3 est compatible avec $u_i = u_j = u$, ce qui prouve l'unicité de l'équilibre symétrique.

D'autre part, il n'existe aucun équilibre asymétrique avec $p_i \rightarrow +\infty$ et $p_j \rightarrow +\infty$. En effet, si la firme i fixe $p_i \rightarrow +\infty$, la meilleure réponse de j est :

$$p_j^*(p_i) = \bar{p} = \frac{u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}}{\theta}$$

De plus, $\lim_{p_i \rightarrow +\infty} \bar{p} \rightarrow +\infty$, ce qui viole la condition $p_j < \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i$ sous laquelle la firme i choisirait ce prix $p_i \rightarrow +\infty$ (la démonstration est similaire pour $p_j \rightarrow +\infty$). Les cas I4, J2 et J4 sont donc éliminés de l'analyse. Le seul équilibre possible dans le cas I2 est symétrique car la meilleure réponse est "sur le coude" : ce cas est aussi écarté ici.

Ensuite, le cas J3 ne peut comporter d'équilibre asymétrique. Premièrement, le seul équilibre correspondant à l'intersection de I3 et J3 est symétrique, comme nous l'avons montré précédemment. Deuxièmement, considérons l'intersection de I1 et J3. J3 implique que $u_i = u_j = u$ et $p_i = \frac{2u}{\theta} + c_j$. J1 implique que $p_i^*(p_j) = \frac{2u + \theta p_j - \sqrt{u(2u + \theta(p_j - c_i))}}{\theta}$. L'égalité $p_i = p_i^*(p_j)$ implique que $p_j = \frac{2u}{\theta} + c_j = p_i$ qui n'est donc pas un équilibre asymétrique.

En conséquence, le seul équilibre asymétrique possible correspond nécessairement au cas J1 associé au cas I3 (I1 n'est jamais compatible avec J1), ce qui démontre l'unicité de l'équilibre avec deux firmes actives.

Non-existence d'un équilibre de monopole. Nous prouvons ici qu'aucun équilibre de monopole n'existe sous les conditions (2.1) et (2.2). Lorsque $u_j > 0$, la firme j n'est jamais exclue du marché car elle conserve toujours au moins une petite part de marché quel que soit le prix choisi. Mais si $u_i > u_j = 0$ et $c_j > c_i$, l'existence d'un équilibre de monopole avec "prix limite" dans

lequel i choisit $p_i = c_j$ ne semble pas impossible.

Dans un tel équilibre, la firme j réaliserait un profit nul et il n'existerait aucun prix p_j tel que la firme j puisse réaliser un profit positif. Le profit de monopole de i serait $\Pi_i^m = N(c_j - c_i)$ et la firme i ne serait jamais incitée à diminuer son prix. Cependant, si la firme i augmentait son prix et choisissait $p_i = c_j + \varepsilon$ avec $\varepsilon \geq 0$, la firme j deviendrait active et i obtiendrait une demande plus faible mais une marge unitaire plus élevée. La différence de prix étant désormais ε , le nouveau profit de la firme i serait donné par :

$$\Pi_i^{cc} = \frac{Nu_i(c_j + \varepsilon - c_i)}{u_i + \theta\varepsilon}$$

Un équilibre de monopole existe si et seulement si le maximum de Π_i^{cc} est atteint pour $\varepsilon = 0$. La dérivée de la fonction de profit conduit à :

$$\frac{\partial \Pi_i^{cc}}{\partial \varepsilon} = \frac{Nu_i(u_i - \theta(c_j - c_i))}{(u_i + \theta\varepsilon)^2} \quad (9.1)$$

Mais lorsque $u_j = 0$, la condition (2.2) se réécrit en $c_i - c_j \geq -u_i/\theta$ et *cette dérivée est toujours positive* : en conséquence, il n'existe pas d'équilibre de monopole sous (2.2). Puisqu'il existe un équilibre unique avec deux firmes actives et qu'il n'existe aucun équilibre avec une firme active, *la preuve de l'unicité affirmée dans la Proposition 3.2 est désormais terminée.*

10 Annexe 3 : sortie de marché et cycle à la Edgeworth

La première partie de cette section est consacrée à l'équilibre de monopole avec prix limite en présence d'une différenciation verticale pure. La seconde partie démontre que le tâtonnement en prix des firmes conduit à un cycle à la Edgeworth lorsque la différenciation est verticale et horizontale.

10.1 Sortie de marché

Cette preuve est réalisée par complémentarité avec l'analyse menée en section 9.1. Dans un cadre de monopole, la firme i choisit $p_i = c_j$ et la firme j est exclue du marché : les profits sont $\Pi_j = 0$ et $\Pi_i^m = N(c_j - c_i)$. Un équilibre de monopole existe si la dérivée (9.1) est toujours négative. Comme nous l'avons montré précédemment, *cette propriété est toujours vraie si (2.2) est violée.* Comme il n'existe aucun équilibre avec deux firmes actives, l'équilibre de monopole mis en évidence ici est unique.

10.2 Existence du cycle à la Edgeworth

Nous montrons ici que l'interaction des fonctions de réaction par tâtonnement conduit à un cycle dont la forme rappelle celle décrite par Edgeworth. Cette preuve sera réalisée en deux temps : d'une part, nous montrons que la phase descendante du cycle comporte plusieurs étapes, et d'autre part, nous prouvons que l'accroissement de prix caractérisant la phase ascendante est unique et réalisé par la firme à coûts unitaires élevés.

LEMME 3.6 *Lorsque la condition (2.1) est vérifiée et la condition (2.2) violée, la phase descendante du cycle comporte plusieurs étapes.*

Preuve : Considérons à nouveau les fonctions de réaction de l'Annexe 1 (section 8.2) lorsque $u_i > u_j > 0$ et supposons que la firme j choisisse un prix très élevé (car son profit est strictement croissant), $p_j \rightarrow +\infty$. Dans ce cas, la meilleure réponse de i est de choisir :

$$p_i^*(p_j) = \frac{u_i + u_j + \theta p_j - \sqrt{u_j(u_i + u_j + \theta(p_j - c_i))}}{\theta}$$

qui est inférieur à p_j mais vérifie $\lim_{p_j \rightarrow +\infty} p_i^*(p_j) \rightarrow +\infty$. En conséquence, la firme j est aussi incitée à fixer un prix plus faible :

$$p_j^*(p_i) = \frac{u_i + u_j + \theta p_i - \sqrt{u_i(u_i + u_j + \theta(p_i - c_j))}}{\theta} < p_i$$

mais qui reste à un niveau très élevé, et ainsi de suite. La phase descendante comporte donc plusieurs étapes. ■

LEMME 3.7 *Lorsque la condition (2.1) est vérifiée et la condition (2.2) violée, la firme j est la première à accroître son prix. Cette augmentation, qui caractérise la phase ascendante du cycle, est unique.*

Preuve : La première partie de ce lemme sera prouvée par contradiction. Nous montrons que les prix ne peuvent décroître dans la zone dans laquelle Π_i est croissant avec p_i : ainsi, Π_j devient strictement croissant pour un niveau de prix inférieur à celui pour lequel Π_i devient croissant. Supposons que Π_i est strictement croissant avec p_i^t pour une certaine période t . Dans ce cas, p_j^{t-1} vérifie nécessairement $p_j^{t-1} < \frac{(u_i + u_j)}{\theta} + c_i$. En utilisant la preuve d'existence de

l'équilibre asymétrique réalisée en section 8.2, nous en déduisons que p_i^{t-1} doit vérifier à la fois $p_i^{t-1} < \frac{u_i + \sqrt{u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2 + \theta(c_1 - c_2))}}{2\theta} + c_i$ et $p_i^{t-1} > \frac{2\sqrt{u_i u_j}}{\theta} + c_j$. Mais cela est impossible puisque la condition (2.2) est violée par définition.

En conséquence, à la fin de la phase descendante, la firme i finira par choisir un prix tel que Π_j soit strictement croissant et j choisira $p_j^* \rightarrow +\infty$ à la période suivante. Pour ce prix, la meilleure réponse de i sera de proposer un prix plus faible qui donnera naissance à une nouvelle phase descendante. La phase ascendante ne peut donc comporter qu'une seule étape. ■

Soulignons que ce lemme garantit seulement que $\Pi_i(p_j^*)$ n'est pas strictement croissant pour un niveau de prix tel que $\Pi_j(p_i^*)$ devient strictement croissant. Ainsi, à l'issue de la phase ascendante, la meilleure réponse de la firme i peut consister à fixer un prix inférieur ou égal à celui de sa rivale.

En combinant les lemmes 6 et 7, nous établissons la preuve de la proposition 3.5.

Chapitre 4

Innovation de produit

dans le duopole différencié par les attributs

1 Introduction

Au 16^{ème} siècle, les marchands vénitiens acquirent une position enviable sur le marché des vêtements et tissus dans la zone de commerce de Méditerranée : leur réputation fut bâtie en produisant des vêtements en laine de haute qualité grâce à un avantage technologique de tissage sur leurs concurrents d'Europe du Nord. Ce statut de référence en terme de qualité permit aux Vénitiens d'attirer de nombreux clients disposés à payer un prix important, leur donnant l'assurance de couvrir leurs coûts de production élevés (Rapp, 1975, p. 508).

Un tel positionnement rappelle également la stratégie menée par l'entreprise américaine Caterpillar sur le marché des matériels de travaux lourds (pelleteuse, bulldozer...) jusqu'en 1982 : tous les efforts de la firme étaient entièrement focalisés sur la qualité de ses produits, au point de négliger toutes les considérations de coût (Miller, 1992, p. 35). Les produits de Caterpillar étaient perçus comme des références par ses concurrents, toujours imités mais jamais égalés. Dans leur célèbre ouvrage "Le prix de l'Excellence" (1982, p 183), Peters et Waterman soulignent que la firme était réputée pour sa fiabilité légendaire auprès de ses clients, cet avantage lui garantissant un volume de vente régulier grâce à une clientèle fidèle et peu avare.

Les choix stratégiques de ces entreprises soulèvent plusieurs questions. Quels sont les fondements d'un positionnement axé sur la dimension verticale de la différenciation ? Cette stratégie est-elle profitable ? Un tel degré de différenciation est-il socialement optimal ? L'analyse des choix de nouveaux attributs des firmes au sein du duopole avec différenciation par attributs (*ou DPA*) peut fournir un éclairage intéressant sur ces questions. Du point de vue de l'acheteur, la réalisation d'un choix sur les marchés décrits précédemment n'est pas exactement une "petite décision" car elle met en jeu un montant important de ressources. Cependant, l'utilisation du modèle DPA apparaît légitime pour comprendre le fonctionnement de tels marchés. En effet, les choix des acheteurs ne sont pas ici le résultat d'une évaluation complète des options mais sont plutôt motivés par la présence d'un attribut décisif, jouant le rôle d'un déclencheur à l'achat : l'image de

marque et la qualité. L'étude du choix de nouveaux attributs est réalisée dans ce chapitre et complète l'analyse des stratégies en prix des firmes menée dans le précédent.

Les modèles économiques supposent habituellement que les produits sont différenciés selon une dimension verticale, le niveau de qualité, ou selon une dimension horizontale, le type de variété. Pourtant, il paraît peu plausible que les firmes utilisent cette classification abstraite (et "académique") pour choisir le positionnement de leurs produits. En revanche, les "responsables produit" des firmes ont perçu depuis longtemps l'importance de développer des attributs *spécifiques* pour leurs produits, afin d'obtenir un avantage concurrentiel sur leur marché (les stratégies de développement du produit étaient déjà détaillées dans Nash, 1937, p. 256). Il semble donc plus pertinent de décrire le comportement d'un département de marketing par le choix d'un ensemble d'attributs pour le produit que par un choix de "variétés" ou de "qualités". Une firme peut ajouter à son produit un attribut inédit afin d'obtenir un avantage concurrentiel (innovation), ou doter son produit d'un attribut déjà présent sur le marché afin de faire disparaître l'avantage concurrentiel d'un rival (imitation)¹. Cependant, proposer de nouveaux attributs peut occasionner des coûts liés à l'invention (la R&D entraîne une hausse des coûts fixes) ou une hausse des coûts unitaires de production. Ce chapitre sera consacré aux choix d'innovation des firmes alors que le chapitre 5 étudiera les interactions entre innovation et imitation.

De tels choix d'attributs sont importants pour l'analyse économique car ils affectent le bien-être social sur le marché et déterminent sa répartition entre les firmes et les consommateurs. En effet, l'innovation de produit améliore sa qualité, ce qui est valorisé par le consommateur, mais augmente aussi le pouvoir de marché des firmes.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. La section 2 introduit le concept de "niveaux d'attributs", la variable de décision des firmes, et présente un jeu séquentiel comportant deux phases. La première phase est consacrée au choix de nouveaux attributs par les firmes, qui peuvent agir de façon simultanée (une seule étape) ou séquentielle (deux étapes). La seconde phase est caractérisée par une étape de concurrence en prix. Ce jeu séquentiel est résolu dans les sections suivantes.

La section 3 étudie les choix d'attributs des firmes lorsque les coûts fixes et variables sont indépendants de ces attributs. Dans ce cas, chaque firme choisit le niveau d'attributs le plus élevé possible et la différenciation des produits sur le marché est maximale. Ce résultat est identique

¹Ainsi nous désignerons par les termes "innovation" et "imitation" deux facettes du choix d'attributs dans le duopole différencié.

à celui obtenu dans le modèle de différenciation verticale pure.

La section 4 considère des coûts unitaires dépendant des niveaux d'attributs. Là encore, il existe un équilibre de Nash parfait dans le jeu séquentiel : l'une des firmes choisit le niveau d'attributs maximum et sa rivale choisit un niveau qui égalise l'utilité marginale et le coût marginal des attributs. A l'équilibre, la différenciation est à la fois verticale et horizontale. La firme vendant le bien le moins apprécié par les consommateurs réalise toutefois le profit le plus élevé, contrairement au résultat traditionnel de la littérature théorique : la dimension horizontale de la différenciation lui permet de pratiquer un prix relativement élevé tout en réalisant des économies de coût de production.

La section 5 établit l'existence d'un équilibre de Nash parfait lorsque l'utilité est linéaire et les coûts fixes quadratiques avec les niveaux d'attributs. Comme dans la section précédente, la différenciation à l'équilibre est à la fois horizontale et verticale et la firme dont les coûts unitaires sont les plus faibles réalise le plus grand profit.

En présence d'une rationalité imparfaite des consommateurs, la définition d'une fonction de surplus est délicate : nos hypothèses sont présentées en section 6. La tâche d'évaluation du choix étant souvent plus facile à réaliser que le choix lui-même, nous supposons que les consommateurs font preuve d'une plus grande rationalité dans leur évaluation post-achat. Cette hypothèse est cohérente avec un comportement des consommateurs maximisant l'efficience, c'est-à-dire le rapport entre le coût cognitif d'une tâche et la qualité du résultat auquel elle conduit.

La section 7 présente les conclusions de notre analyse sur le plan normatif, sous l'hypothèse d'une évaluation post-achat rationnelle des consommateurs. Dans ce cadre et en l'absence d'imitation, il y a trop de différenciation à l'équilibre lorsque les coûts dépendent des niveaux d'attributs. Lorsque les coûts unitaires sont endogènes, il y a trop de différenciation verticale. Lorsque les coûts fixes sont endogènes, il y a trop de différenciation horizontale et verticale.

Nos conclusions sont récapitulées en section 8. Les preuves de toutes les propositions sont reportées en Annexe, sections 9 et 10.

2 Hypothèses sur les choix d'attributs et jeux séquentiels

Cette section propose d'abord de représenter les attributs choisis par les firmes sous forme d'une variable continue, le "niveau d'attributs". Nous présentons ensuite la structure d'un jeu à deux étapes dans lequel les firmes choisissent des niveaux attributs spécifiques et se font concu-

rence en prix.

2.1 Hypothèses et variables de décision

Voyons d'abord les modalités du choix d'attributs des firmes et les hypothèses associées. Chaque firme i choisit de doter son produit d'un vecteur d'attributs spécifiques k_i parmi l'ensemble de tous les attributs spécifiques disponibles K_i ($k_i \subset K_i$). Certains attributs spécifiques du vecteur k_i peuvent être discrets, comme un équipement exclusif du produit considéré (par exemple, une climatisation). D'autres attributs spécifiques peuvent être représentés comme un différentiel de niveaux d'une certaine variable continue, conformément à la théorie de Rotondo (1986). Par ce biais, les choix d'attributs peuvent être reliés aux choix de qualité des modèles traditionnels de différenciation verticale : un différentiel de qualité constitue alors un attribut spécifique du produit de plus haute qualité. De façon standard, les attributs sont choisis par la firme afin de maximiser son profit. Définissons le cadre d'hypothèses de ces choix.

H41 (information parfaite) : *chaque firme est parfaitement informée du caractère spécifique ou non de ses attributs.*

Ainsi, en choisissant un attribut pour son produit, chaque firme sait si cet attribut lui est spécifique ou non. Les ensembles d'attributs spécifiques disponibles des deux firmes sont donc disjoints : $K_i \cap K_j = \emptyset$. Cette hypothèse peut sembler problématique lorsque le degré de spécificité d'un attribut dépend d'un choix du concurrent, notamment dans le cas d'une variable continue : par exemple, si un différentiel de qualité positif est un attribut spécifique pour une firme, l'existence d'un tel attribut dépend évidemment du choix de qualité du concurrent. Cette question est discutée en fin de section.

H42 (niveaux d'attributs) : *tout ensemble d'attributs spécifiques peut être représenté par un indicateur synthétique noté a_i , une variable continue et positive $a_i : k_i \rightarrow [0; A_i[$ avec $A_i = a(K_i)$.*

Cet indicateur est vu comme une mesure du niveau d'"équipement" du bien considéré. Différents ensembles d'attributs spécifiques peuvent être associés à un même niveau a . Cet indicateur permet de représenter de façon simplifiée l'information sur les attributs : cela facilite la comparaison des caractéristiques des produits alors qu'une telle comparaison est difficile à mener lorsque les attributs sont représentés par des vecteurs.

En présence de différenciation par attributs, une firme i peut améliorer de deux façons l'attractivité de son produit par rapport à un concurrent j : *l'innovation et l'imitation*. L'innovation consiste à développer de nouveaux attributs spécifiques pour son produit, ce qui augmente a_i . Mais chaque firme peut aussi améliorer son produit en le dotant de certains attributs qui étaient jusque-là exclusivement présent chez le produit concurrent : il s'agit d'une amélioration par imitation. Dans ce cas, l'imitation diminue a_j , certains attributs spécifiques de j devenant communs aux deux biens, mais n'affecte pas a_i , qui ne dépend que des attributs spécifiques au bien i .

Un niveau d'attributs spécifiques a_i affecte plusieurs variables, et en particulier la fonction d'utilité de la façon suivante :

H43 (fonction d'utilité) : *Il existe une fonction d'utilité identique à chaque firme $u : a \rightarrow \mathbb{R}^+$ vérifiant $u'(a_i) > 0$, $u''(a_i) \leq 0$ et les conditions d'Inada $\lim_{a_i \rightarrow +\infty} u'(a_i) = 0$ et $\lim_{a_i \rightarrow 0} u'(a_i) \rightarrow +\infty$.*

Lorsque les consommateurs ont des préférences hétérogènes, cette fonction exprime l'utilité moyenne au sein de la population pour un niveau d'attributs spécifiques a retenu. Ainsi, l'acheteur d'un bien i avec un ensemble d'attributs k_i obtient une utilité $u_i = u(a_i)$ (en normalisant $u(0) = 0$). Si les firmes choisissent des ensembles d'attributs spécifiques k_1 et k_2 vérifiant $a_1 = a_2$, les produits fournissent au consommateur le même niveau d'utilité. L'hypothèse $u'(a_i) > 0$ signifie qu'une augmentation des attributs spécifiques engendre un supplément d'utilité pour le consommateur. Enfin, l'utilité marginale des attributs décroît lorsque le niveau d'attributs augmente d'où $u''(a_i) \leq 0$. Des hypothèses supplémentaires sur cette fonction seront précisées pour des formes de jeu particulières ou dans certains exemples.

Outre l'utilité du bien i , le niveau d'attribut a_i peut aussi affecter les coûts de la firme i . Dans les sections suivantes, nous distinguerons 3 situations : coût exogène (indépendant) avec le niveau d'attributs, coût unitaire de production dépendant du niveau d'attribut et coût fixe de Recherche et Développement (R & D) dépendant du niveau d'attributs.

Après avoir présenté l'effet des niveaux d'attributs sur les différentes variables, il convient de préciser notre interprétation de H41. Cette hypothèse n'est pas contradictoire avec une définition de certains attributs comme différentiel d'une variable continue, à condition de réaliser notre analyse pour des dotations d'attributs "stationnaires" des produits. Ainsi, à l'étape de choix d'attributs, nous identifions seulement les niveaux d'attributs d'équilibre a_i^* et a_j^* et supposons que chaque firme est capable de choisir un ensemble d'attributs k_i^* ou k_j^* permettant d'atteindre

de tels niveaux. Il ne peut y avoir d'éventuelle "découverte simultanée" d'attributs identiques par les firmes car toute croyance initialement infondée sur la spécificité d'un attribut a été rectifiée : ainsi, cette analyse des niveaux d'attributs d'équilibre ne se situe pas nécessairement à la première période de mise en vente (alors que c'est le cas pour un modèle différencié verticalement) mais *après que chaque firme ait ajouté à son produit assez d'attributs spécifiques pour atteindre le niveau désiré en toute connaissance de cause.*

2.2 Jeu séquentiel avec innovation et concurrence en prix

Dans ce chapitre, l'imitation de produit est supposée impossible : par exemple, les attributs spécifiques des firmes font l'objet d'un procédé de fabrication secret qui empêche toute duplication. Dans ce cas, les choix d'attributs des firmes peuvent être représentés dans un jeu à plusieurs phases. Ce jeu comporte deux étapes si les choix d'attributs des firmes sont simultanés et trois étapes si ces choix sont séquentiels. Nous étudions les seules stratégies pures des firmes. Les niveaux d'attributs sont parfaitement observables par les consommateurs : il n'y a donc pas de signalement sur le marché.

En présence de *choix d'attributs simultanés*, le jeu est organisé de la façon suivante. A la première étape, chaque firme i choisit un niveau d'attributs spécifiques a_i , qui induit une utilité $u(a_i)$ et peut affecter les coûts de cette firme. A la seconde étape, les firmes se font concurrence en prix. Elles ont anticipé les conséquences de leurs choix d'attributs à la première étape sur les prix. Comme indiqué dans le chapitre 2, il est possible de normaliser $\theta = 1$: cette égalité est supposée vérifiée ici et dans le chapitre suivant. Nous avons montré précédemment qu'il existe un équilibre de Nash en prix en $p_i \geq p_j$, avec $i, j \in \{1, 2\}$ et $i \neq j$ lorsque les conditions suivantes sont vérifiées :

$$u_i \geq u_j \tag{2.1}$$

et

$$c_i - c_j \geq \sqrt{u_i u_j} - u_i \tag{2.2}$$

Dans ce cas, les prix d'équilibre sont donnés par :

$$p_i^* = \frac{u_i + \sqrt{\Delta}}{2} + c_i \quad (2.3)$$

$$p_j^* = u_i + u_j + c_i \quad (2.4)$$

Les profits prennent les valeurs suivantes :

$$\Pi_i^* = Nu_i - F_i \quad (2.5)$$

et

$$\Pi_j^* = \frac{N(u_i + u_j + c_i - c_j)(\sqrt{\Delta} - u_i)}{\sqrt{\Delta} + u_i} - F_j \quad (2.6)$$

avec $\Delta = u_i^2 + 4u_i(u_i + u_j + (c_i - c_j))$.

Supposons maintenant que les *choix d'attributs sont séquentiels* car une firme choisit son niveau d'attribut avant sa rivale. Le jeu comporte alors 3 étapes. A la première étape, la firme j choisit a_j . A la seconde étape, la firme i observe a_j et choisit a_i . A la troisième étape, les firmes se font concurrence en prix.

Ces jeux sont résolus par récurrence à rebours. Pour un vecteur de niveaux d'attributs d'équilibre $(a_1^*; a_2^*)$, le sous-jeu en prix à la dernière étape est résolu par un vecteur de prix $(p_1^*(a_1^*; a_2^*); p_2^*(a_1^*; a_2^*))$ tel que l'inégalité suivante soit vérifiée pour chaque firme i ($i = \{1; 2\}$) :

$$\Pi_i(p_i^*, p_j^*; a_1^*, a_2^*) \geq \Pi_i(p_i, p_j^*; a_1^*, a_2^*) \quad \forall p_i \in [0; +\infty[, \forall i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$$

Aux étapes précédentes, l'équilibre du sous-jeu avec choix d'attributs est résolu par un vecteur de niveaux d'attributs $(a_1^*; a_2^*)$ vérifiant :

$$\widehat{\Pi}_i(a_i^*, a_j^*) \geq \widehat{\Pi}_i(a_i, a_j^*) \quad \forall a_i \in [0; A_i[, \forall i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$$

avec $\widehat{\Pi}_i(a_i^*, a_j^*) = \Pi_i(p_1^*(a_i^*, a_j^*), p_2^*(a_i^*, a_j^*); a_i^*, a_j^*)$ correspondant à la fonction de profit évaluée à l'issue de la seconde étape. Un *équilibre de Nash parfait* en sous-jeux est défini par un vecteur de niveaux d'attributs d'équilibre $(a_1^*; a_2^*)$ et un vecteur de prix d'équilibre $(p_1^*(a_1, a_2), p_2^*(a_1, a_2))$ valable pour toutes les configurations (a_1, a_2) .

Les sections suivantes proposent une résolution de ce jeu séquentiel pour différentes hypothèses sur les coûts : coûts exogènes avec les attributs, coûts unitaires endogènes et coûts fixes endogènes.

3 Choix des attributs spécifiques avec coûts exogènes

Dans cette section, tous les coûts sont indépendants des niveaux d'attributs : nous ferons l'hypothèse que ces coûts vérifient $c_1 = c_2$ et $F_1 = F_2$. Quel sera alors le niveau d'attributs choisi par les deux firmes ?

A la dernière étape, si la condition (2.1) est vérifiée (la condition 2.2 étant toujours vraie quand $c_1 = c_2$), les prix sont donnés par les équations (2.3) et (2.4). A la première étape, chaque firme choisit le niveau d'attributs qui maximise son profit. Or, comme il a été indiqué dans le chapitre 3, le profit de chaque firme est croissant avec l'utilité des attributs spécifiques de son produit. Lorsque les coûts sont exogènes, chaque firme choisit donc le plus haut niveau d'attributs possible. Cependant, l'existence d'un équilibre de Nash parfait en sous-jeux n'est garantie que si les niveaux d'attributs d'équilibre vérifient effectivement la condition (2.1), ce qui impose $A_1 \geq A_2$. Ces conclusions sont reprises ici :

PROPOSITION 4.1 *Lorsque les coûts sont indépendants des niveaux d'attributs, il existe deux équilibres parfait de Nash vérifiant $p_i \geq p_j$ avec $i, j \in \{1, 2\}$ et $i \neq j$ si $A_i \geq A_j$. Les firmes choisissent les niveaux d'attributs les plus élevés possibles.*

Le résultat de cette proposition est similaire à celui obtenu dans un modèle de différenciation verticale avec couverture complète du marché (Tirole, 1988) ou dans le modèle logit d'oligopole par Anderson, de Palma et Thisse (1992, p 237). De plus, les firmes choisissent le plus grand nombre d'attributs spécifiques disponible : ce modèle respecte donc un "principe de différenciation maximum". Chaque firme est incitée à pousser son avantage en terme de différenciation le plus loin possible. La différenciation entre les firmes est de nature horizontale pour un niveau A_j et de nature verticale pour un niveau $A_i - A_j$. Puisque les coûts sont identiques, la firme avec le niveau d'attributs le plus élevé obtient le plus grand profit, comme cela a été mis en évidence dans le Chapitre 3. Toutefois, l'ensemble de ces résultats est étroitement lié à l'hypothèse d'absence de coûts dépendant des attributs, qui est remise en cause dans les sections suivantes.

4 Choix des attributs spécifiques avec coûts unitaires endogènes

Après avoir précisé la forme retenue pour la fonction de coût unitaire, l'existence d'un équilibre est mise en évidence lorsque ce coût varie avec le niveau d'attributs. Les choix d'attributs peuvent alors être simultanés ou séquentiels, ce qui conduit à des résultats similaires.

4.1 Hypothèses sur les coûts unitaires

La hausse des niveaux d'attributs engendre désormais un supplément de coût unitaire de production. Les coûts fixes exogènes sont supposés identiques $F_1 = F_2$. Ainsi, chaque firme dispose d'un ensemble d'attributs spécifiques inédits (découverts par son département de recherche appliquée, par exemple) et son objectif consiste à déterminer les attributs qui seront finalement associés au produit. Une telle décision est généralement prise en fin de phase d'innovation par une concertation entre les services de Développement et de Marketing. L'hypothèse de coûts unitaires endogènes est notamment pertinente lorsque la qualité des produits est liée aux matériaux utilisés, ce qui était le cas à la fois pour les textiles à la fin du 16ème siècle (exemple des marchands vénitiens) et pour les équipements lourds (exemple de Caterpillar).

Le coût unitaire de production de chaque entreprise est représenté par une même fonction $c : a \rightarrow \mathbb{R}^+$ avec $c(0) = 0$. Ainsi, si $a_1 = a_2$ alors $c(a_1) = c(a_2)$. Ce coût unitaire est constant avec la quantité produite mais croissant avec le niveau d'attributs : pour une firme i , il vérifie $c'(a_i) > 0$. La fonction de coût est convexe : $c''(a_i) \geq 0$. Cette hypothèse classique dans la littérature (cf. par exemple Motta, 1993) signifie qu'il est d'autant plus coûteux d'améliorer le bien qu'il est déjà pourvu de nombreux attributs spécifiques.

Finalement, nous supposons que les niveaux d'attributs spécifiques accessibles aux deux firmes sont identiques : $A_1 = A_2 \rightarrow +\infty$: cela implique que l'on puisse fixer $\lim_{a_i \rightarrow A_i} u(a_i) = u_\alpha$ où u_α désigne le seuil d'"utilité de saturation" atteint par les consommateurs.

4.2 Équilibre avec choix d'attributs simultanés

Cette section étudie l'existence d'un équilibre parfait en sous-jeux dans lequel les firmes choisissent simultanément leurs niveaux d'attributs et se font concurrence en prix. Les choix à la première étape sont résumés dans la proposition suivante :

PROPOSITION 4.2 *Lorsque les choix d'attributs sont simultanés, il existe deux équilibres de Nash parfait vérifiant $p_i \geq p_j$ et qui ne diffèrent que par l'identité des firmes. La firme i choisit le plus haut niveau d'attributs possible tel que $u'(a_i) = 0$. La firme j choisit un niveau d'attributs tel que l'utilité marginale soit égale au coût marginal de ces attributs : $u'(a_j) = c'(a_j)$.*

Preuve : la preuve de cette proposition est présentée en Annexe 1, section 9.

Supposons que la firme 1 vende le bien le plus apprécié par les consommateurs. Le choix de cette firme n'est pas affecté par l'introduction d'un coût unitaire dépendant des attributs puisque le plus haut niveau d'attributs possible est retenu. Ce résultat s'explique par le caractère faible de l'équilibre de Nash en prix dans le modèle, que nous avons qualifié d'"effet prix de référence" dans le chapitre 3. La firme 1 faisant office de référence, tout accroissement de son coût unitaire engendre une augmentation de son prix, ce qui accroît aussi le prix de sa rivale dans une même proportion. La position de 1 sur le marché n'est pas affaiblie. Puisque son profit ne varie pas avec c_1 , cette firme de référence est incitée à fixer le plus haut niveau d'attributs, quel que soit le coût induit.

En revanche, les décisions de la firme 2 sont affectées par la prise en compte d'un coût unitaire endogène : le niveau d'attributs choisi est plus faible. Dans le cas général, les deux aspects de la différenciation sont présents à l'équilibre : la différenciation est horizontale pour un niveau a_2^* (chaque produit offrant des attributs spécifiques dont le niveau est comparable) et verticale pour un niveau $a_1^* - a_2^*$ (le bien 1 fournissant des attributs spécifiques supplémentaires). Lorsque le degré de convexité des coûts unitaires est très élevé, la dimension horizontale devient négligeable sur le marché. Par ailleurs, une modification du nombre de consommateurs N ou des coûts de production exogènes n'a aucun impact sur les choix d'attributs : une telle propriété a aussi été obtenue dans le logit avec coûts unitaires endogènes.

Les niveaux d'attributs obtenus dans cette section peuvent-ils être reliés aux pratiques des firmes sur le marché ? A première vue, le choix d'un niveau d'attributs si élevé pour la firme i n'est pas observé très fréquemment. Toutefois, le modèle peut constituer une bonne approximation de la stratégie de suprématie en qualité, comme celle menée par les marchands vénitiens². Caterpillar

²Comme le note Rapp (1975, p. 507-508, traduction personnelle), «Venise avait un pouvoir de marché considérable dans le commerce méditerranéen ce qui lui permettait de maximiser la qualité de ses marchandises, accordant peu d'attention aux coûts tout en tirant bénéfice de prix élevés. (...) Sa réputation de haute qualité était un fort argument de vente.»

adopta également une telle stratégie jusqu'au début des années 1980 : l'entreprise ne cessa de doter son produit d'attributs spécifiques afin d'accroître la dimension verticale de la différenciation³. Son statut de référence lui permit de pratiquer des prix très élevés conformément aux conclusions du modèle⁴

Une autre question importante concerne la hiérarchie des profits réalisés par les firmes dans ce cadre. En présence de coûts unitaires exogènes, nous avons vu que la firme avec le plus haut niveau d'attributs réalise le plus grand profit : cette propriété est-elle conservée lorsque les coûts unitaires dépendent des attributs ? En comparant les profits, on retrouve la condition mise en évidence dans le chapitre 3 :

$$\Pi_1^* \leq \Pi_2^* \Leftrightarrow c(a_1^*) - u(a_1^*) \geq c(a_2^*) - u(a_2^*) \quad (4.1)$$

Or cette inégalité est toujours vraie du fait de la concavité de l'utilité et de la convexité du coût unitaire. En effet, de telles fonctions vérifient la propriété suivante :

$$\frac{d(c(a) - u(a))}{da} > 0 \quad \forall a \geq \bar{a} \quad \text{avec } \bar{a} > 0 \quad \text{tel que } c'(\bar{a}) = u'(\bar{a})$$

Puisque a_2^* vérifie $a_2^* = \bar{a}$ et $a_1^* > a_2^*$, l'inégalité (9.3) est toujours vraie. Ainsi, *la firme avec le plus faible niveau d'attributs réalise toujours le plus grand profit* dans ce cadre. En effet, lorsque les coûts unitaires sont convexes avec les attributs, le choix d'un faible niveau d'attributs permet à la firme 2 de conserver un coût raisonnable tout en vendant son produit à un prix relativement élevé, grâce à la dimension horizontale de la différenciation présente sur le marché. Lorsque le marché est couvert, la propriété inverse est vérifiée dans un modèle de différenciation verticale pure comportant un coût unitaire quadratique avec la qualité vendue (Motta, 1993, p 124) : à

³Par exemple, les produits furent dotés d'un service après-vente exclusif : «La société était réputée pour la qualité exceptionnelle de ses matériaux, pour la rigueur de ses tolérances et pour la compétence de ses mécaniciens (...) Caterpillar offrait à sa clientèle un service de livraison de pièces garanti de 48 heures n'importe où dans le monde, que ce soit sur un chantier de construction au Nebraska ou dans un village du Zaïre. Caterpillar était très sûre de son service, au point que si elle ne pouvait pas respecter ses engagements, le client recevait la pièce gratuitement.» (Miller, 1992, p 35).

⁴Tom Peters, l'un des auteurs du célèbre ouvrage "Le Prix de l'Excellence" (1982), a décrit ainsi le comportement d'un acheteur de la marine américaine : «Il était prêt à toutes les extrémités, contournant presque les règlements pour demander l'équipement Caterpillar qui était toujours le plus cher. Il y était obligé car il savait pertinemment que son commandant lui tordrait le cou s'il ne trouvait pas le moyen d'obtenir Caterpillar.» (Peters et Waterman, 1982, p 183).

l'équilibre de Nash parfait en qualités, la firme vendant la qualité élevée réalise le plus grand profit⁵. L'absence de différenciation horizontale accroît la concurrence et donc le désavantage à proposer une qualité faible.

Ce désavantage compétitif de la firme vendant le produit avec un niveau d'attributs élevé semble faire écho aux difficultés rencontrées par les fabricants vénitiens au début du 17ème siècle : confrontés à l'imitation de leurs produits par les marchands d'Europe du Nord affichant des tarifs plus compétitifs, les vénitiens perdirent peu à peu leur suprématie. De même l'entreprise Caterpillar fut confrontée à une érosion de ses profits et à la montée de son principal concurrent, le japonais Komatsu : «Obsédée par la qualité, Caterpillar avait accru ses dépenses à tel point qu'elle ne pouvait plus faire concurrence. Ses méthodes de fabrication étaient devenues trop peu efficaces pour lui permettre de pratiquer les mêmes prix que Komatsu.» (Miller, 1992, p 347).

Au final, l'intérêt des résultats obtenus dans cette section ne réside évidemment pas dans les valeurs exactes de niveaux d'attributs mises en évidence mais plutôt dans les interactions stratégiques fondamentales décrites. Il convient toutefois de garder en mémoire les hypothèses de modélisation qui sont à l'origine de ces résultats. Tout d'abord, l'accroissement du niveau d'attributs de la firme vendant le bien le plus apprécié aurait pu être limité par la présence d'une option de choix extérieure par les consommateurs. Ensuite, l'hypothèse d'absence d'imitation semble porter une grande part de responsabilité dans les résultats obtenus. En effet, nous montrons dans le chapitre 5 que l'existence d'une menace d'imitation sur le marché incite la firme 1 à diminuer son niveau d'attributs spécifiques et permet d'obtenir une configuration d'attributs plus proche des spécifications traditionnelles des produits.

4.3 Équilibre avec choix d'attributs séquentiels

En présence de coûts endogènes, supposons que la firme 2 choisisse en premier son niveau d'attributs et que la firme 1 le choisisse en second. Le jeu se déroule alors selon la séquence définie en section 2.2.

La différence entre le choix de qualité séquentiel et le choix de qualité simultané a notamment

⁵En revanche, Kuhn (2007) montre que la firme offrant le bien de qualité faible peut obtenir le plus grand profit lorsque le marché n'est pas couvert. Par ailleurs, dans un oligopole asymétrique avec différenciation horizontale et un coût unitaire dépendant de la variété (Waterson, 1990), il est possible que la firme vendant au prix le plus faible réalise le plus grand profit.

été discutée par Aoki et Prusa (1997), dans le cas de modèles avec différenciation verticale. Ce mode de choix semble dépendre de la configuration d'industrie. Les choix de qualité sont réalisés de façon séquentielle dans une industrie où les nouveaux produits sont régulièrement fournis par les mêmes firmes, comme dans l'industrie pharmaceutique. En revanche, si les nouveaux produits sont développés par des générations successives et par de multiples firmes (cas de l'industrie automobile), alors un choix de qualité simultané peut sembler plus approprié.

En présence de choix d'attributs séquentiels, le résultat suivant est obtenu :

PROPOSITION 4.3 *Lorsque les choix d'attributs sont séquentiels, il existe un équilibre parfait de Nash vérifiant $p_1 \geq p_2$. La firme 2 choisit un niveau d'attributs tel que l'utilité marginale pondérée soit égale au coût marginal de ces attributs : $u'(a_2) = c'(a_2)$. La firme 1 choisit le plus haut niveau d'attributs possible tel que $u'(a_1) = 0$.*

Preuve : la preuve de cette proposition est présentée en Annexe 1, section 9.2.

Dans le modèle DPA, l'introduction d'une séquentialité dans les choix d'attributs ne change pas les résultats par rapport à un choix simultané. En effet, pour une certaine *hiérarchie* des niveaux d'attributs, il y a indépendance entre les *valeurs* de ces niveaux d'attributs à l'équilibre. Le "first mover advantage" réside seulement dans le choix par la firme 2 de la position (niveau d'attributs "élevé" ou "faible") qui lui procure le plus grand profit, sachant que la firme 1 adoptera nécessairement l'autre position à l'étape suivante. Or *la firme proposant le niveau d'attributs le plus faible obtient toujours le plus grand profit : une telle position est donc choisie par la firme leader 2*. En présence de différenciation purement verticale, le résultat inverse est obtenu par Aoki et Prusa (1997, p. 111) : la firme leader choisit la qualité la plus élevée.

5 Choix des attributs spécifiques avec coûts fixes endogènes

Après avoir précisé les hypothèses sur les coûts fixes lorsque ces derniers varient avec les niveaux d'attributs, nous établissons l'existence d'un équilibre parfait en sous-jeux avec choix d'attributs puis concurrence en prix.

5.1 Hypothèses sur les coûts fixes

Alors que l'hypothèse d'un coût unitaire endogène correspond au point de vue d'un service de développement des innovations, l'hypothèse d'un coût fixe endogène correspond davantage au point de vue d'un service de recherche appliquée. La quantité d'attributs inédits fournis par ce service dépend de l'investissement réalisé, qui se traduit par un coût fixe.

Cette section conserve l'hypothèse $A_1 = A_2 = +\infty$ et les propriétés de la fonction $u_i = u(a_i)$ introduite précédemment. Mais nous supposons désormais que le coût unitaire est invariant avec les niveaux d'attributs alors que le coût fixe est une fonction $F : a \rightarrow \mathbb{R}^+$, identique pour les deux firmes, avec $F(0) = 0$. Cette fonction est croissante et convexe avec le niveau d'attributs choisi pour le bien i : $F'(a_i) > 0$ et $F''(a_i) \geq 0$. Une telle hypothèse est relativement classique dans la littérature : il est de plus en plus coûteux de découvrir de nouveaux attributs lorsque le nombre d'attributs utilisé augmente. Les coûts unitaires vérifient $c_1 = c_2 = c$.

Cependant, il est fréquent que la preuve de l'équilibre ne puisse être réalisée avec des fonctions de forme générale. C'est le cas dans le modèle DPA lorsque les coûts fixes sont endogènes et c'est pourquoi nous étudions la *configuration* suivante :

C1 : L'utilité est de forme linéaire $u_i = a_i$ et les coûts fixes de forme quadratique : $F_i = a_i^2$.

De telles fonctions sont à la fois plausibles et assez classiques dans la littérature. Par exemple, une utilité linéaire est utilisée par Anderson, de Palma et Thisse (1992) pour certains aspects du choix de variétés dans le modèle logit. Une fonction de coût fixe quadratique a déjà été utilisée par Ronnen (1991), Motta (1993) ou Pepall et Richards (1994).

Comme précédemment, étudions l'existence d'un équilibre parfait dans lequel les firmes choisissent simultanément leurs niveaux d'attributs et se font ensuite concurrence en prix.

5.2 Existence et unicité de l'équilibre

Si l'équilibre de Nash à la seconde étape satisfait $p_i \geq p_j$, les prix d'équilibre sont donnés par les équations (2.1) et (2.2) tandis que les profits deviennent :

$$\Pi_i(a_i) = Nu(a_i) - F(a_i) \quad \text{et} \quad \Pi_j(a_j) = \frac{N(u(a_i) + u(a_j))(\sqrt{\Delta} - u(a_i))}{u(a_i) + \sqrt{\Delta}} - F(a_j)$$

avec $\Delta = u(a_i)^2 + 4u(a_i)(u(a_i) + u(a_j))$

Notre étude se limite à l'analyse des choix d'attributs simultanés des firmes. Elle conduit à la proposition suivante :

PROPOSITION 4.4 *Lorsque $a_i \geq a_j$ pour $i, j \in \{1, 2\}$ et $i \neq j$, la fonction Π_i est concave et le maximum vérifie $u'(a_i) = \frac{F'(a_i)}{N}$. La condition de premier ordre de maximisation de Π_j est vérifiée pour $u'(a_j) \frac{4u_i x}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_i)} = \frac{F'(a_j)}{N}$. La configuration C1 garantit à la fois la concavité de Π_j et l'existence d'un équilibre de Nash parfait global dans le jeu séquentiel avec choix de niveaux d'attributs et de prix.*

Preuve : cette preuve est présentée en Annexe 2, section 10.

Ainsi, l'existence d'un équilibre de Nash global n'est pas garantie pour des configurations différentes de C_1 : la concavité de l'utilité et la convexité des coûts fixes sont des conditions nécessaires mais non suffisantes.

Comme dans le cas des coûts unitaires endogènes, il n'est pas possible de prédire à l'avance laquelle des firmes choisira le niveau d'attributs le plus élevé. Le niveau d'attributs retenu par la firme i égalise le supplément d'utilité fourni aux consommateurs et le supplément de coût fixe supporté par la firme. Le niveau d'attributs retenu par la firme j est plus faible. Les deux niveaux d'attributs sont croissants avec N le nombre de consommateurs, comme dans le modèle logit. Autrement dit, l'investissement marginal en qualité est d'autant plus profitable que les consommateurs sont nombreux (Anderson, de Palma et Thisse 1992, p 245).

A l'équilibre, la différenciation est verticale et horizontale : ce résultat est donc valable quel que soit le type de coût (unitaire ou fixe) affecté par le choix d'attributs spécifiques. Cette conclusion diffère de celle obtenue dans les modèles multi-dimensionnels qui analysent les choix de différenciation des firmes en présence de coûts nuls : dans ce cadre, la différenciation est maximale pour une caractéristique "dominante" sur le marché et minimale pour les autres caractéristiques (Neven et Thisse, 1990 ; Economides, 1993 ; Irmen et Thisse, 1998). A l'inverse, aucun attribut n'est dominant et les coûts sont endogènes dans le modèle DPA, ce qui peut expliquer une telle différence de résultat.

Dans la configuration C1, et en posant $N = 1$, les niveaux d'attributs des firmes à l'équilibre sont $a_i = 0.5$ et $a_j = 0.317954$. Par ailleurs, *la firme j réalise un plus grand profit que sa rivale dans cette configuration*⁶. Là encore, cette propriété diffère des résultats obtenus en différenciation

⁶Cette propriété semble aussi vérifiée pour beaucoup d'autres configurations mais il n'a pas été possible d'ob-

verticale pure puisque la firme vendant le bien de haute qualité réalise toujours le plus grand profit, quelle que soit la fonction de coût fixe endogène retenue (Lehmann-Grube, 1997).

Après avoir adopté jusqu'ici un point de vue descriptif, les sections suivantes étudient si les choix d'attributs sont optimaux en terme de bien-être social. Cette analyse nécessite toutefois de définir une fonction de surplus des consommateurs utilisant la règle de décision aléatoire basée sur les attributs. L'impact de la différenciation des produits sur ce surplus est analysé en section 6 puis une comparaison est réalisée entre l'équilibre et l'optimum social pour différentes formes de coûts en section 7.

6 Surplus des consommateurs et différenciation des produits

Après avoir discuté de la définition d'une fonction de surplus des consommateurs, ce surplus est calculé pour des préférences des acheteurs homogènes ou partiellement hétérogènes sur les attributs. L'influence d'un accroissement de la différenciation des produits sur ce surplus est finalement analysé.

6.1 Définition d'un surplus des consommateurs : difficultés et hypothèses

Dans la plupart des modèles actuels, les consommateurs choisissent parmi des produits différenciés en maximisant une fonction d'utilité : cela est vrai pour les modèles déterministes et pour les modèles à utilité aléatoire (ex : logit multinomial). Cette approche a notamment été légitimée par la "théorie des préférences révélées" (Samuelson, 1938 ; Houthakker, 1950 ; Richter, 1966) : si les choix observés des individus respectent différents axiomes de cohérence, alors il est possible de construire une fonction permettant de représenter ces choix, que l'on peut qualifier d'"utilité". Dans ce cadre, une fonction de surplus peut être facilement élaborée à partir de la fonction d'utilité employée lors de la prise de décision. Cette approche traditionnelle suppose toutefois que le consommateur *utilise le même critère pour réaliser son choix et pour évaluer ce choix ex post*. Cette hypothèse de cohérence est cruciale : en ce sens, les individus sont rationnels car ils agissent de façon toujours parfaitement efficace et réalisent des choix individuellement optimaux.

Dans un premier temps, cette hypothèse a semblé remise en question par certains travaux de psychologie, notamment sur la dissonance cognitive (Festinger, 1957) : les décideurs expriment

tenir un résultat aussi général qu'en présence de coûts unitaires endogènes

parfois une "déception" ou un "regret" après leur choix. Appliqués au domaine de la consommation⁷, la déception correspond au déficit entre les services motivant le choix du produit et les services rendus après l'achat alors que le regret mesure le coût d'opportunité, en terme de bien-être, qui est généré par les services des produits n'ayant pas été choisis. Ainsi, la déception ou le regret ne sont pas nécessairement le signe d'un changement de comportement des agents entre le choix et son évaluation ex-post : la principale difficulté est plutôt d'identifier la "bonne" fonction d'utilité permettant de prendre en compte ces phénomènes⁸.

En présence de consommateurs imparfaitement rationnels, la construction d'une fonction de surplus est plus délicate, en particulier lorsque les consommateurs suivent une règle de décision aléatoire. En supposant que les consommateurs soient les mieux placés pour évaluer leurs propres choix⁹, nous avons montré dans le chapitre 2 qu'il est peu pertinent d'utiliser une fonction déterministe de représentation des choix comme un indicateur de bien-être.

Lorsque les agents imparfaitement rationnels sont hétérogènes selon un certain paramètre connu, une démarche alternative a été suggérée par Mirrlees (1987) : le surplus individuel est défini comme l'utilité espérée de la consommation, le surplus agrégé étant alors construit en utilisant la distribution du paramètre d'hétérogénéité au sein de la population¹⁰. Une telle méthode ne peut être appliquée à l'identique dans un modèle à règle de décision aléatoire car le paramètre d'hétérogénéité est inconnu. Cependant, en s'inspirant de cette démarche, nous définissons le surplus agrégé du consommateur comme la somme pour chaque option, de la quantité demandée multipliée par l'utilité associée à cette option. Rappelons ici que les demandes réalisées convergent vers les demandes espérées NP_i lorsque le nombre de consommateurs N est très élevé, ce qui conduit à la formulation suivante :

⁷Différents travaux empiriques et théoriques ont été réalisés en Marketing sur ces phénomènes : voir Simonson (1992), Anderson et Sullivan (1993) et Inman et al (1997).

⁸Plusieurs variantes du modèle à espérance d'utilité ont été suggérées dans la littérature : la déception peut être modélisée par l'écart entre une croyance initiale des agents sur la performance et la réalisation de cette performance (Bell, 1985 ; Loomes et Sugden, 1986) et le regret par une désutilité associée aux options non-choisies (Bell, 1982, Loomes et Sugden, 1982, 1987).

⁹Cette question a notamment été soulevée pour l'évaluation des biens environnementaux : dans certains cas, le recours à des experts peut s'avérer préférable (voir par exemple Gans, 1999).

¹⁰Dans ce contexte, il devient possible de déterminer le nombre optimal d'options à proposer à un décideur doté de capacités cognitives limitées (voir Sheshinski, 2002 et 2003).

H44 : Le surplus agrégé des N consommateurs est donné par $SC = N \sum_i P_i V_i$ où P_i représente la probabilité de choix et V_i l'utilité indirecte d'une option i appartenant à l'ensemble de choix.

Puisque des fonctions différentes sont utilisées pour décrire la réalisation du choix et l'évaluation de ce dernier, il existe une *déconnexion entre ces deux phases, entre la partie descriptive du modèle et sa partie normative*. Une telle divergence peut se justifier par l'existence de fluctuations dans l'environnement décisionnel interne ou externe du décideur.¹¹

Le calcul du surplus agrégé nécessite de connaître l'utilité "globale" d'une option, comme dans le logit multinomial. Mais une telle variable n'intervient pas dans le processus de choix du bien (seule l'utilité des attributs spécifiques est prise en compte) : une hypothèse supplémentaire sur la forme de l'utilité globale est donc requise. Nous supposons que cette dernière dépend de l'ensemble des attributs du bien concerné, qu'il s'agisse d'attributs spécifiques à ce bien ou d'attributs communs avec d'autres biens, et de son prix de vente. Comme nous l'avons défini auparavant, les attributs spécifiques k_i des biens, pour $i = \{1, 2\}$, procurent aux consommateurs une utilité $u_i = u(a_i)$ où a_i désigne le niveau de ces attributs. L'ensemble des attributs k_0 communs aux deux biens sont également pris en compte : ils procurent aux consommateurs une utilité moyenne $u_0 = u(a_0)$. L'hypothèse suivante précise la forme fonctionnelle retenue :

H45 : L'utilité nette d'un bien i est de forme $V_i = u_0 + u_i - p_i$ pour $i = \{1, 2\}$.

Cette fonction est semblable à celle utilisée dans les modèles de *rationalité forte* du consommateur. Pour s'en convaincre, supposons que les produits sont différenciés par leurs seules qualités, qui vérifient $q_1 > q_2$. Dans ce cas, la firme 1 possède un attribut spécifique représenté par l'écart de qualité entre les biens $u_1 = q_1 - q_2$ alors que la firme 2 n'a aucun attribut spécifique $u_2 = 0$. Mais les consommateurs valorisent également l'attribut partagé par les biens, représenté par le dénominateur commun en qualité, c'est-à-dire $u_0 = q_2$. En remplaçant les paramètres d'utilité par les variables de qualité, on trouve $V_i = q_i - p_i$ pour $i = \{1, 2\}$: cette fonction est similaire à celle employée dans les modèles déterministes de différenciation par les qualités.

Il semble raisonnable de supposer que les consommateurs sont plus rationnels lors de l'évalua-

¹¹Plusieurs auteurs ont critiqué la démarche traditionnelle visant à construire une fonction de bien-être à partir des seules données de choix observables : voir Sen (1993), Gul et Pesendorfer (2001), Köszegi et Rabin (2007).

tion de leur décision que lors de la prise de cette décision. En effet, réaliser un choix nécessite de prendre en compte les attributs d'une multitude de produits, dans un environnement peu familier (le lieu de vente) et souvent en situation de temps contraint. A l'inverse, l'évaluation de l'achat ne concerne que les attributs du produit acheté et s'effectue souvent dans un environnement plus familier (lorsque le produit est utilisé au domicile de l'acheteur, par exemple). Sur le plan cognitif, la tâche d'évaluation est donc moins exigeante que la tâche de décision, ce qui conduit les agents à adopter un règle de décision davantage axée sur l'efficacité (ou sur la "qualité").

6.2 Hétérogénéité des préférences et surplus des consommateurs

Après avoir défini la fonction de surplus, calculons désormais cette fonction à l'équilibre de Nash en prix vérifiant $p_1 \geq p_2$. Lorsque les *préférences des consommateurs sont homogènes*, c'est-à-dire lorsque les consommateurs valorisent tous les attributs spécifiques de la même façon, le surplus agrégé est donné par :

$$\begin{aligned} SC &= \frac{2Nu_1}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \left(u_0 + \frac{u_1 - \sqrt{\Delta}}{2} - c_1 \right) + \frac{N(\sqrt{\Delta} - u_1)}{u_1 + \sqrt{\Delta}} (u_0 - u_1 - c_1) \\ &= N \left(u_0 - c_1 + \frac{2u_1(u_1 - \sqrt{\Delta})}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right) \end{aligned} \quad (6.1)$$

avec toujours $\Delta = u_1^2 + 4u_1x$ et $x = u_1 + u_2 + c_1 - c_2$.

Cependant, il est possible que les préférences des agents sur les attributs soient hétérogènes : comme nous l'avons montré dans le chapitre 2, les probabilités du modèle DPA sont compatibles avec une forme partielle d'hétérogénéité. Ce cadre d'analyse est repris ici afin d'étudier l'impact d'une telle hétérogénéité sur la fonction de surplus.

Soit une population de taille N répartie en $m = \{1, \dots, M\}$ groupes d'agents avec $\sum_{m=1}^M N_m = N$ où N_m indique le nombre d'agents dans le groupe m . Le facteur $\alpha_m = N_m/N$ désigne la proportion de consommateurs du groupe m dans la population (avec $\sum_{m=1}^M \alpha_m = 1$). Le goût pour les attributs spécifiques diffère entre les groupes mais pas à l'intérieur des groupes : chaque agent du groupe m retire une utilité u_{im} de la consommation du bien i . Dans ce cadre, chaque terme u_i des fonctions de demande peut s'interpréter comme l'utilité moyenne des attributs du bien i au sein de la population ($u_i = \sum_{k=1}^M \alpha_k u_{ik}$) si l'hypothèse H22 est respectée¹². Le contenu de cette

¹²La preuve de cette affirmation est fournie dans le chapitre 2.

dernière est rappelé ici :

H22 : La somme des utilités des attributs spécifiques non-prix de l'ensemble des biens est constante

$$\text{entre les groupes d'individus : } \sum_{i=1}^2 u_{im} = \sum_{i=1}^2 u_{ik} \quad \forall k \neq m$$

Sous cette hypothèse, voyons si la formule du surplus des consommateurs est affectée par l'hétérogénéité des préférences des agents. Dans ce cadre, la différence de prix prend la forme $p_1 - p_2 = (\sqrt{\Delta} - u_1 - 2u_2)/2$. La demande de bien 1 est alors égale à :

$$X_{1m} = \alpha_m N \frac{2u_{1m}}{\lambda_1}$$

avec $\lambda_1 = 2u_{1m} + 2u_{2m} + \sqrt{\Delta} - u_1 - 2u_2$. En sachant que $u_{2k} = u_{2m} + u_{1m} - u_{1k} \quad \forall k \neq m$ (cette égalité découle de H31), ce terme peut se réécrire en :

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 2u_{1m} + 2u_{2m} + \sqrt{\Delta} - \sum_{k=1}^M \alpha_k u_{1k} - 2 \sum_{k=1}^M \alpha_k (u_{2m} + u_{1m} - u_{1k}) \\ &= \sqrt{\Delta} + \sum_{k=1}^M \alpha_k u_{1k} = \sqrt{\Delta} + u_1 \end{aligned}$$

Les demandes de bien 1 et 2 sont donc égales à :

$$X_{1m} = \alpha_m N \left(\frac{2u_{1m}}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right) \quad \text{et} \quad X_{2m} = \alpha_m N \left(\frac{u_1 + \sqrt{\Delta} - 2u_{1m}}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right)$$

Dans ce cas, le surplus des consommateurs du groupe m est donné par $S_m = X_{1m}U_{1m} + X_{2m}U_{2m}$ avec $U_{1m} = u_0 + u_{1m} - ((u_1 + \sqrt{\Delta})/2) - c_1$ et $U_{2m} = u_0 + u_{2m} - (u_1 + u_2) - c_1$ désignant les utilités globales des biens 1 et 2 sur le marché. En utilisant à nouveau l'égalité $u_{2k} = u_{2m} + u_{1m} - u_{1k}$, la formule de cette seconde utilité peut se simplifier en :

$$\begin{aligned} U_{2m} &= u_0 - c_1 + u_{2m} - \sum_{k=1}^M \alpha_k u_{1k} - \sum_{k=1}^M \alpha_k (u_{2m} + u_{1m} - u_{1k}) \\ &= u_0 - c_1 - u_{1m} \end{aligned}$$

Après quelques simplifications, S_m s'écrit alors :

$$S_m = \alpha_m N \left(u_0 - c_1 + \frac{u_{1m}[4u_{1m} - 2u_1 - 2\sqrt{\Delta}]}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right)$$

Le surplus de l'ensemble des consommateurs est ensuite donné par l'expression :

$$\begin{aligned} SC' = \sum_{k=1}^M S_k &= N \left(u_0 - c_1 + \frac{4 \sum_{k=1}^M \alpha_k u_{1k}^2 - 2u_1^2 - 2u_1 \sqrt{\Delta}}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right) \\ &= N \left(u_0 - c_1 + \frac{4V(u_1) + 2u_1(u_1 - \sqrt{\Delta})}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right) > SC \end{aligned}$$

où $V(u_1) = \sum_{k=1}^M \alpha_k u_{1k}^2 - u_1^2$ désigne la variance de l'utilité des attributs du bien 1 au sein de la population. Ainsi, lorsqu'une hétérogénéité des préférences est introduite en supplément de l'hétérogénéité provenant de la règle de décision aléatoire, *le surplus des consommateurs est plus élevé*. Une telle propriété est également mise en évidence dans le modèle logit : le surplus des consommateurs croît avec le paramètre μ d'hétérogénéité des préférences. Ce résultat semble assez intuitif : si les attributs d'un bien procurent à certains consommateurs une utilité supérieure à la moyenne de la population, cela augmente la probabilité que ce bien soit choisi et améliore la concordance entre les préférences des consommateurs et les attributs.

6.3 L'impact de la différenciation des produits

L'impact du degré de différenciation sur le surplus des consommateurs est ambigu. D'une part, les consommateurs apprécient de pouvoir disposer d'un produit leur fournissant des services spécifiques mais, d'autre part, la différenciation procure un pouvoir de marché aux firmes, ce qui augmente le prix des produits et diminue le surplus des consommateurs. Nous supposons ici que les préférences des consommateurs sont inobservables par les firmes ce qui empêche toute discrimination parfaite de premier rang par les prix. Cette section étudie l'impact de ces différents effets dans le modèle DPA.

Notons d'abord que le surplus des consommateurs est strictement croissant avec l'utilité des attributs communs u_0 . Une augmentation des attributs spécifiques a_1 ou a_2 est supposée affecter l'utilité des attributs de façon homogène dans la population : comment varie le surplus avec u_1 et u_2 ?

$$\frac{\partial SC}{\partial u_1} = \frac{-4N(x - u_1)}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2}$$

$$\frac{\partial SC}{\partial u_2} = \frac{-8Nu_1^3}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} < 0$$

Ainsi, le surplus décroît avec l'utilité retirée des attributs spécifiques du bien 2 mais la dérivée pour le bien 1 est négative si et seulement si :

$$x - u_1 \geq 0 \Leftrightarrow c_1 - c_2 \geq -u_2 \quad (6.2)$$

Supposons que cette condition soit vérifiée, ce qui est vrai dès que $c_1 \geq c_2$. Dans ce cas, le surplus des acheteurs décroît avec les niveaux d'attributs des producteurs : une différenciation minimum entre les firmes correspondrait à la meilleure situation pour les consommateurs. La perte de surplus réalisée par les consommateurs peut cependant être moindre si l'augmentation du niveau d'attributs n'affecte pas tous les consommateurs de la même manière au sein de la population.

Cette décroissance du surplus avec les niveaux d'attributs peut sembler surprenante par rapport aux propriétés du surplus des consommateurs dans les modèles avec différenciation verticale pure. Dans ces modèles, le surplus des acheteurs du bien de qualité élevé est croissant avec la qualité alors que la relation inverse est vraie pour les acheteurs du bien de basse qualité. Mais en fait, ces deux résultats sont équivalents : le surplus des consommateurs à l'équilibre *décroît avec le degré de différenciation sur le marché* car la différenciation fournit un trop grand pouvoir de marché aux firmes. En effet, dans les modèles de différenciation verticale pure, une augmentation de la différenciation correspond à un accroissement de l'écart entre les qualités alors que dans le modèle DPA, la hausse de chacun des niveaux d'attributs renforce la différenciation.

7 Choix d'attributs par innovation et bien-être social

Cette section définit la fonction de bien-être lorsque les consommateurs évaluent rationnellement leur achat puis elle analyse si les choix d'attributs des firmes sont optimaux en terme de surplus total. En l'absence d'imitation, nous distinguons entre des coûts exogènes, des coûts unitaires endogènes et des coûts fixes endogènes.

7.1 Choix d'attributs et bien-être social avec coûts exogènes

Par souci de simplification, nous supposons dorénavant que la fonction de surplus de consommateurs dotés de préférences homogènes constitue une approximation satisfaisante : la mesure de bien-être SC est donc retenue. De façon traditionnelle, la fonction de bien-être social correspond

à la somme du surplus des producteurs et de celui des consommateurs : $W = \Pi_1 + \Pi_2 + SC$. A l'équilibre en prix, cette fonction vérifie :

$$\begin{aligned} W &= N \left(u_0 - c_1 + \frac{2u_1(u_1 - \sqrt{\Delta})}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \right) + Nu_1 + \frac{N(u_1 + u_2 + \Delta c)(\sqrt{\Delta} - u_1)}{(\sqrt{\Delta} + u_1)} \\ &= N \left(u_0 - c_1 + u_1 + \frac{(\sqrt{\Delta} - u_1)(x - 2u_1)}{\sqrt{\Delta} + u_1} \right) \end{aligned} \quad (7.1)$$

Supposons que $A_1 \geq A_2$, $c_1 = c_2$ et $F_1 = F_2$, ce qui garantit l'existence d'un équilibre de Nash parfait (la condition 6.2 est vérifiée pour ces valeurs). Dans ce cadre, la différenciation des produits a deux effets opposés sur le bien-être : les profits sont croissants avec les termes u_i alors que le surplus des consommateurs est décroissant avec ces variables.

Étudions d'abord le cas du *bien 1*. Après simplifications, la pente de la fonction de bien-être est :

$$\frac{\partial W}{\partial u_1} = \frac{2Nu_1[u_1(\sqrt{\Delta} + 5u_1 + 4u_2) + 2u_2(u_1 - u_2)]}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)^2} > 0$$

Le niveau d'attributs u_1 socialement optimal est donc atteint pour la plus grande valeur possible de u_1 . Or, comme cela est démontré à la section 3, cette valeur est précisément celle choisie par la firme 1 : le niveau d'attributs d'équilibre pour cette firme correspond à l'optimum social.

Pour le *bien 2*, la variation de bien-être avec u_2 est :

$$\frac{\partial W}{\partial u_2} = \frac{4Nu_1(u_1(u_2 - u_1) + (u_1 + u_2)\sqrt{\Delta})}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} > 0$$

Ainsi, la fonction de bien-être est toujours croissante avec u_2 et le niveau d'attributs socialement optimal pour la firme 2 est le plus élevé possible. Cet optimum est également choisi par la firme 2 à l'équilibre.

Ces résultats sont repris dans la proposition suivante :

PROPOSITION 4.5 *En présence de consommateurs rationnels dans l'évaluation post-achat, les niveaux d'attributs d'équilibre maximisent la différenciation et sont socialement optimaux lorsque les coûts unitaires sont exogènes et symétriques.*

Ce résultat est équivalent à celui obtenu par Anderson, de Palma et Thisse (1992) dans le cadre du modèle logit. Ainsi, lorsque les utilités augmentent, le gain de profit des firmes est supérieur à la perte de surplus des consommateurs. Les sections suivantes étudient si l'équilibre est toujours socialement optimal lorsque les coûts dépendent des niveaux d'attributs.

7.2 Optimum social avec des coûts unitaires dépendant des attributs

Les fonctions d'utilité et de coûts utilisées dans cette section sont supposées identiques à celles de la section 4, ce qui garantit l'existence d'un équilibre de Nash parfait.

Nous étudions d'abord quel niveau d'attributs a_2 maximise le bien-être social :

$$\frac{\partial W}{\partial a_2} = \frac{4Nu_1(u'(a_2) - c'(a_2))(u_1(x - 2u_1) + x\sqrt{\Delta})}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2}$$

Ainsi, la dérivée s'annule lorsque $u'(a_2) = c'(a_2)$ et la concavité de la fonction de bien-être est vérifiée :

$$\left. \frac{\partial^2 W}{\partial a_2^2} \right|_{\frac{\partial W}{\partial a_2}=0} = \frac{4Nu_1(u''(a_2) - c''(a_2))(u_1(x - 2u_1) + x\sqrt{\Delta})}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} \leq 0$$

Le niveau d'attributs socialement optimal est tel que l'utilité marginale pondérée des attributs pour les consommateurs soit égale au coût marginal de ces attributs pour la firme. Or ce seuil est identique au niveau d'équilibre retenu par la firme 2.

Le niveau d'attributs spécifiques a_1 qui maximise le bien-être est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial a_1} = N & \left(u'(a_1) - c'(a_1) - \frac{4u_1x(u'(a_1) - c'(a_1))}{(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} \right. \\ & \left. + \frac{4u_1(x - 2u_1)(u_1(u'(a_1) + c'(a_1)) - u'(a_1)x)}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} \right) \end{aligned}$$

Sachant que le niveau optimal pour le bien 2 est donné par $u'(a_2) = c'(a_2)$, cette dérivée s'annule pour $u'(a_1) = c'(a_1)$, soit $a_1 = a_2$. En effet, la dérivée pour cette valeur est donnée par :

$$\frac{\partial W}{\partial a_1} = N \left(\frac{-4u_1u'(a_1)(x - 2u_1)^2}{\sqrt{\Delta}(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} \right)$$

Or, comme les fonctions de coût et d'utilité des attributs sont identiques entre les firmes, $x - 2u_1 = u_2 - u_1 + c_1 - c_2 = 0$ car $a_1 = a_2$. Il s'agit bien d'un maximum puisque la fonction de bien-être social est strictement quasi-concave :

$$\left. \frac{\partial^2 W}{\partial a_1^2} \right|_{\frac{\partial W}{\partial a_1} = 0} = \frac{2Nu_1(u''(a_1) - c''(a_1))}{u_1 + \sqrt{\Delta}} \leq 0$$

Ainsi, à l'équilibre, la firme 1 choisit un niveau d'attributs trop élevé par rapport à l'optimum social. Ces résultats sont résumés ici :

PROPOSITION 4.6 *En présence de consommateurs rationnels dans l'évaluation post-achat, les niveaux d'attributs optimaux des firmes i et j vérifient $a_i = a_j = a$ et $u'(a) = c'(a)$ lorsque les coûts unitaires dépendent des attributs. A l'équilibre parfait en $p_i \geq p_j$, le niveau d'attributs choisi par j maximise le bien-être alors que le niveau de i est trop élevé par rapport à l'optimum social.*

L'expression des indices optimaux est similaire à celle obtenue dans le cadre du logit par Anderson, de Palma et Thisse (1992, p 242). En revanche, contrairement au résultat du logit, les qualités d'équilibre ne sont pas optimales dans le modèle DPA : le niveau d'attributs choisi par la firme 1 est trop élevé. Ainsi, un excès de différenciation verticale des produits semble être la principale cause de l'accroissement des prix : la firme choisissant un niveau d'attributs élevé ne prend pas en compte le coût additionnel de cette hausse de qualité qui accroît également le prix du bien concurrent (effet "prix de référence"). Cet accroissement des prix diminue alors le surplus des consommateurs et entraîne une perte de bien-être global. Un tel résultat de différenciation excessive a déjà été mis en évidence dans l'approche par les caractéristiques de Lancaster (1975, 1990), dont nous avons déjà mentionné la proximité avec le modèle DPA : dans ce cadre, le nombre de variétés à l'équilibre est inférieur à l'optimum social.¹³

Comme le montre la proposition précédente, l'optimum social en choix d'attributs est atteint pour une différenciation purement horizontale. Ce résultat découle néanmoins de l'hypothèse d'absence d'hétérogénéité des préférences des consommateurs, utilisée pour calculer leur surplus. Si ces préférences sont hétérogènes, il est possible que certains agents accordent davantage de valeur aux attributs et que l'optimum social soit atteint pour une double différenciation des biens. Toutefois, l'introduction d'une hétérogénéité des préférences ne devrait pas suffire à faire disparaître l'excès de différenciation verticale à l'équilibre par rapport à l'optimum social. Voyons maintenant si des résultats similaires sont obtenus en présence de coûts fixes endogènes.

¹³D'autres modèles de différenciation aboutissent à une conclusion différente : voir en particulier Dixit et Stiglitz (1977).

7.3 Optimum social avec des coûts fixes dépendant des attributs

Afin de garantir l'existence d'un équilibre lors du choix d'attributs, nous retenons à nouveau la configuration C1 (utilité linéaire et coûts fixes quadratiques avec les attributs) présentée en section 5.1. Comme précédemment, les coûts unitaires sont supposés identiques.

Les dérivées de la fonction de bien-être avec a_1 et a_2 sont :

$$\begin{aligned}\frac{\partial W}{\partial a_1} &= N \left(\frac{2a_1^2(\sqrt{\Delta} + 9a_2)}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + a_1)^2} \right) - 2a_1 \\ \frac{\partial^2 W}{\partial a_1^2} &= N \left(\frac{2a_1^2 a_2 [4(\sqrt{\Delta} + 9a_2)\sqrt{\Delta} - 9(5a_1 + 2a_2)(\sqrt{\Delta} + a_1)]}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + a_1)^3} \right) - 2 \\ \frac{\partial W}{\partial a_2} &= N \left(\frac{4a_1(\sqrt{\Delta}(a_1 + a_2) - a_1(a_1 - a_2))}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + a_1)^2} \right) - 2a_2 \\ \frac{\partial^2 W}{\partial a_2^2} &= N \left(\frac{8a_1^3[(\sqrt{\Delta} + a_1)(5a_1 + 4a_2) + (a_1 - a_2)(3\sqrt{\Delta} + a_1)]}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + a_1)^3} \right) - 2\end{aligned}$$

avec $\Delta = a_1^2 + 4a_1(a_1 + a_2)$.

Dans la configuration C1, il existe un couple de niveaux d'attributs (a_1^W, a_2^W) tel que les conditions de premier ordre sont vérifiées. Pour ces niveaux, la fonction de bien-être est concave avec a_2 sur l'intervalle $[0, a_1]$ et avec a_1 sur l'intervalle $[a_2, +\infty]$. L'optimum atteint est défini par la proposition suivante :

PROPOSITION 4.7 *En présence de consommateurs rationnels dans l'évaluation post-achat, les niveaux d'attributs socialement optimaux des firmes i et j vérifient $a_i = a_j = 1/4$ dans la configuration C1. A l'équilibre parfait en $p_i \geq p_j$, les niveaux d'attributs choisis par i et j sont trop élevés par rapport à l'optimum social.*

A l'équilibre, nous avons montré en section 5.2 que les niveaux d'attributs choisis par les firmes vérifient $a_i = 0.5$ et $a_j = 0.317954$ ce qui est supérieur à l'optimum social. Comme dans la section précédente, l'optimum social est atteint pour une différenciation purement horizontale. Ce résultat peut, là aussi, être remis en question par l'existence d'une hétérogénéité des préférences des acheteurs sur les attributs des biens.

Ainsi, la présence d'une différenciation verticale accroît le pouvoir de marché des firmes ce qui diminue le bien-être social. Cependant, le niveau d'attributs choisi par la firme 2 est aussi

trop élevé par rapport à l'optimum social. Il y a trop de différenciation horizontale sur le marché à l'équilibre : contrairement au cas de coûts unitaires endogènes, l'excès de différenciation n'est pas seulement vertical.

8 Conclusion

Ce chapitre propose de représenter les choix d'attributs des produits par les firmes à travers un indice synthétique, le "niveau d'attributs". L'utilité ressentie par les consommateurs est supposée concave avec ces niveaux d'attributs. L'existence d'un équilibre parfait est alors établie dans un jeu avec choix d'attributs des firmes puis concurrence en prix. A l'équilibre, la différenciation est horizontale et verticale mais les propriétés de l'équilibre dépendent des hypothèses sur les coûts.

Lorsque les coûts sont indépendants des niveaux d'attributs, les firmes choisissent les niveaux les plus élevés possibles, ce qui correspond également à l'optimum social. Ce résultat est similaire à celui du modèle logit.

En présence de coûts unitaires convexes avec les niveaux d'attributs, la firme de référence sur le marché peut choisir un niveau maximum, sans tenir compte des coûts engendrés. Ce comportement rappelle l'obsession de la qualité entretenue par certaines entreprises : en particulier, le modèle apporte un éclairage intéressant aux choix de la firme Caterpillar face à sa rivale Komatsu à la fin des années 1970. Sous l'hypothèse d'une évaluation post-achat rationnelle des consommateurs, l'optimum social est atteint pour une différenciation horizontale pure, lorsque l'utilité marginale des attributs égalise le coût marginal de ces attributs. A l'équilibre, il y a donc trop de différenciation verticale par rapport à cet optimum social.

Lorsque les coûts fixes dépendent des niveaux d'attributs, des hypothèses supplémentaires sur les fonctions d'utilité et de coût sont nécessaires pour démontrer l'existence de l'équilibre. Nous établissons cette preuve pour une utilité de forme linéaire et un coût fixe de forme quadratique. Le bien-être social est, là encore, maximisé pour une différenciation purement horizontale. A l'équilibre, les différenciations horizontale et verticale des produits sont excessives par rapport à l'optimum social.

Toutefois, il convient de garder à l'esprit les hypothèses sous lesquelles cette analyse a été menée, à la fois sur le plan descriptif et sur le plan normatif.

- Sur le plan descriptif, la représentation des choix d'attributs des firmes sous la forme d'une variable continue (hypothèse H42) peut sembler discutable. Une démarche alternative consiste

à représenter ce choix comme une sélection d'attributs discrets parmi un ensemble défini : cette approche soulève néanmoins des problèmes informationnels et aurait rendu délicate la comparaison avec les modèles traditionnels de différenciation. Les propriétés mises en évidence dépendent également de la forme des fonctions d'utilité et de coût choisies. Enfin, les hypothèses de couverture complète du marché et d'absence d'imitation ont un impact sur certains résultats : comme nous le verrons dans le chapitre 5, l'absence d'imitation est une condition nécessaire au choix d'un niveau d'attributs maximum par la firme vendant le bien le plus apprécié.

- Sur le plan normatif, l'analyse est réalisée sous deux hypothèses importantes qui déterminent la forme du surplus des consommateurs. D'une part, nous supposons que chaque consommateur obtient une utilité identique pour un même niveau d'attributs. Le caractère socialement optimal d'une différenciation verticale nulle pourrait être remis en cause si cette hypothèse était abandonnée. D'autre part, les consommateurs se comportent de façon moins rationnelle lorsqu'ils sont confrontés à une tâche complexe de choix parmi des produits différenciés que lorsqu'ils remplissent une tâche plus simple d'évaluation de ce choix. Cette hypothèse diffère des modèles traditionnels dans lesquels les consommateurs se comportent de façon parfaitement rationnelle lors de la prise de décision et lors de son évaluation. Tout comme cette dernière hypothèse peut clairement favoriser la convergence entre l'équilibre et l'optimum social, notre hypothèse de déconnexion positif-normatif peut aussi contribuer à l'existence d'une certaine divergence entre équilibre et optimum.

9 Annexe 1 : équilibre avec coût unitaire endogène

9.1 Équilibre avec choix d'attributs simultanés

La preuve de la proposition 4.2 est présentée ici en supposant que $a_1 \geq a_2$. Dans un premier temps, nous déterminons le maximum local candidat à l'équilibre pour l'intervalle de définition retenu. Puis nous montrons que ce candidat est bien un maximum global pour tous les vecteurs d'attributs possibles.

9.1.1 Détermination du maximum local

Lorsque $a_1 \geq a_2$, les prix d'équilibre à l'issue de la seconde étape prennent les valeurs $p_1^* = c(a_1) + \frac{u(a_1)}{2} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$ et $p_2^* = u(a_1) + u(a_2) + c(a_1)$ avec $\Delta = u(a_1)^2 + 4u(a_1)x$ et $x = u(a_1) +$

$$u(a_2) + c(a_1) - c(a_2)$$

Pour la *firme 1*, la condition de premier ordre est donnée par :

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial a_1} = Nu'(a_1) = 0$$

La condition de second ordre calculée à l'équilibre est :

$$\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial a_1^2} \Big|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial a_1} = 0} = Nu''(a_1) \leq 0$$

Les hypothèses sur la fonction d'utilité garantissent que cette condition est toujours vérifiée. La firme souhaite donc choisir a_1^c tel que $u'(a_1^c) = 0$: elle retient le niveau d'attributs accessible le plus élevé soit $a_1^c \rightarrow +\infty$.

Pour la *firme 2*, on aboutit, après simplification, à l'expression suivante :

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_2} = \frac{4Nu_1x(u'(a_2) - c'(a_2))}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)} = 0 \quad (9.1)$$

Ainsi, la condition de premier ordre s'annule pour une valeur a_2^* vérifiant $u'(a_2^*) = c'(a_2^*)$. A l'équilibre, la condition de second ordre est :

$$\frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial a_2^2} \Big|_{\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_2} = 0} = \frac{4Nu_1x(u''(a_2) - c''(a_2))}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)} \leq 0 \quad (9.2)$$

Le profit est donc concave si $u''(a_2) \leq c''(a_2)$. Cette condition est toujours vérifiée sous les hypothèses habituelles de concavité de l'utilité et de convexité de la fonction de coût.

Enfin, les niveaux d'attributs vérifient $a_1^c > a_2^c$ d'où $u(a_1) \geq u(a_2)$ et $c(a_1) \geq c(a_2)$ (car les fonctions sont identiques). En conséquence, les conditions nécessaires et suffisantes (2.1) et (2.2) d'équilibre en $p_1 \geq p_2$ à la seconde étape sont vérifiées.

9.1.2 Preuve de l'existence d'un maximum global

Nous allons à présent montrer que les firmes n'ont pas intérêt à dévier du choix que constitue le candidat à l'équilibre : ce dernier est bien un maximum global des fonctions de profits des deux firmes.

Voyons d'abord le *cas de la firme 1*. Existe-t-il un niveau de caractéristiques a_1^{cc} défini sur l'intervalle $a_1^{cc} \leq a_2^c$ et vérifiant $\Pi_1(a_1^c) < \Pi_1(a_1^{cc})$? Puisque $a_1^c = +\infty$, le profit de référence est : $\Pi_1^c(a_1^c) = Nu_\alpha$. Si a_1^{cc} existe, alors on retrouve pour le profit de l'entreprise 1 une forme similaire à $\Pi_2^c : \Pi_1^{cc}(a_1^{cc}) = \frac{Nx(\sqrt{\Delta} - u_2^c)}{(u_2^c + \sqrt{\Delta})}$ avec $\Delta = (u_2^c)^2 + 4u_2^c x$ et $x = u(a_1^{cc}) + u_2^c + c_2^c - c(a_1^{cc})$. La dérivée première est semblable à l'équation (9.1) et il en découle que le niveau optimal de caractéristiques est donné par $u'(a_1^{cc}) = c'(a_1^{cc})$ (de façon symétrique, la condition de second ordre est toujours vérifiée, comme dans l'équation (9.2))

Or, les fonctions d'utilité et de coût étant identiques entre les firmes, il en découle que $a_1^{cc} = a_2^c$ et donc que $c_1^{cc} = c_2^c$ et $u_1^{cc} = u_2^c$. Désignons ce dernier niveau d'utilité par u_β . Lorsque la firme 1 dévie du maximum local, elle choisit le même niveau d'attributs que la firme 2. Pour cette valeur de a_1^{cc} , on vérifie par le calcul que : $\Pi_1^{cc}(a_1^{cc}) = Nu_\beta$. Mais comme $a_2^c \leq a_1^c$, on sait que $u_\beta \leq u_\alpha$. Il en découle immédiatement que $\Pi_1^c \geq \Pi_1^{cc}$. La firme 1 n'a pas intérêt à dévier du maximum local : en cas de déviation, elle peut obtenir, au mieux, le même profit.

Voyons désormais le *cas de la firme 2*. Existe-t-il un niveau a_2^{cc} défini sur l'intervalle $a_2^{cc} \geq a_1^c$ et vérifiant $\Pi_2(a_2^c) < \Pi_2(a_2^{cc})$? Le profit de référence de la firme 2 est donné par : $\Pi_2^c(a_2^c) = \frac{Nx(\sqrt{\Delta} - u(a_1^c))}{(u(a_1^c) + \sqrt{\Delta})}$. Si la firme 2 dévie par rapport au maximum local, elle ne peut cependant choisir un niveau d'attributs strictement supérieur à celui de la firme 1 puisque $a_1^c = A_1 = A_2$: la seule possibilité de déviation est offerte par le choix de $a_2^{cc} = a_1^c$. Dans ce cas, la firme 2 fait le profit : $\Pi_2^{cc}(a_2^{cc}) = Nu(a_1^c)$.

En comparant les profits, on aboutit à la condition :

$$\Pi_2^{cc} \leq \Pi_2^c \Leftrightarrow c(a_1^c) - u(a_1^c) \geq c(a_2^c) - u(a_2^c) \quad (9.3)$$

Or cette inégalité est toujours vraie grâce à la concavité de l'utilité et à la convexité du coût unitaire. En effet, des fonctions de cette forme possèdent la propriété suivante :

$$\frac{d(c(a) - u(a))}{da} > 0 \quad \forall a \geq \bar{a} \quad \text{avec } \bar{a} > 0 \quad \text{tel que } c'(\bar{a}) = u'(\bar{a})$$

Puisque a_2^c vérifie $a_2^c = \bar{a}$ et $a_1^c > a_2^c$, l'inégalité (9.3) est toujours vraie. La firme 2 n'a pas intérêt à dévier du maximum local car elle ne pourrait accroître son profit.

Aucune firme n'a intérêt à dévier du maximum local et les valeurs trouvées à la première étape

vérifient les conditions nécessaires et suffisantes d'un équilibre de Nash en prix à la seconde étape : l'existence d'un équilibre de Nash parfait en sous-jeux est donc démontrée. ■

9.2 Équilibre avec choix séquentiels

La preuve de la proposition 4.3 est assez similaire à celle de la proposition 4.2. A la *troisième* étape, si $a_1 \geq a_2$ les prix d'équilibre sont donnés par : $p_1^* = c(a_1) + \frac{u(a_1)}{2} + \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$ et $p_2^* = u(a_1) + u(a_2) + c(a_1)$ avec $\Delta = u(a_1)^2 + 4u(a_1)x$ et $x = u(a_1) + u(a_2) + c(a_1) - c(a_2)$.

A la *seconde* étape, la firme i connaît le niveau d'attributs a_j^c choisi par j à la première étape. Seuls deux niveaux d'attributs peuvent être sélectionnés par j : un niveau "élevé" vérifiant $u'(a_j^c) = 0$ ou un niveau "faible" vérifiant $u'(a_j^c) = c'(a_j^c)$. Ces deux niveaux d'attributs optimaux ont été mis en évidence dans la section section 9.1.1 pour les hiérarchies possibles. Lorsque j choisit le niveau élevé, la section 9.1.2 montre que i a intérêt à choisir le niveau faible vérifiant $u'(a_i^c) = c'(a_i^c)$. Lorsque j choisit le niveau faible, cette section montre également que i a intérêt à choisir le niveau élevé $u'(a_i^c) = 0$.

En conséquence, à la *première* étape, la firme j choisit le niveau d'attributs qui lui procure le plus grand profit en anticipant le choix de i à la seconde étape. Or nous avons montré en section 9.1.2 que le niveau d'attributs le plus faible procure le plus grand profit : la firme j choisit donc a_j^* tel que $u'(a_j^*) = c'(a_j^*)$ et i choisit ensuite a_i^* tel que $u'(a_i^*) = 0$. ■

10 Annexe 2 : équilibre avec coût fixe endogène

La preuve de la proposition 4.4 est réalisée ici. Supposons que la firme 1 choisisse le plus haut niveau d'attributs tel que $a_1 \geq a_2$. Dans un premier temps, l'équilibre local en choix d'attributs est identifié pour la hiérarchie des attributs postulée. Dans un second temps, nous montrons qu'un équilibre de Nash parfait existe dans la configuration C1.

A la dernière étape du jeu, les profits sont donnés par les équations (2.5) et (2.6). Étudions le choix d'attributs de la *firme 1* :

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial a_1} = Nu'(a_1) - F'(a_1) \quad (10.1)$$

A l'équilibre, le niveau d'attributs choisi respecte $u'(a_1) = \frac{F'(a_1)}{N}$ et la condition de second ordre est :

$$\left. \frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial a_1^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial a_1} = 0} = Nu''(a_1) - F''(a_1) \leq 0$$

Puisque l'utilité est concave et les coûts fixes convexes, le profit est concave.

Considérons maintenant le choix d'attributs de la *firme 2*. Après simplifications, la dérivée première s'écrit :

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_2} = \frac{4Nu_1xu'(a_2)}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)} - F'(a_2) \quad (10.2)$$

A cet extremum, le niveau d'attributs choisi par 2 vérifie :

$$u'(a_2) \frac{4u_1x}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)} = \frac{F'(a_2)}{N}.$$

La condition de second ordre est :

$$\left. \frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial a_2^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_2} = 0} = \frac{4Nu_1[u_1u'^2(a_2)(\sqrt{\Delta} + u_1 + 2x) + xu''(a_2)(u_1 + \sqrt{\Delta})(u_1 + 4x)]}{\sqrt{\Delta}(u_1 + 4x)(u_1 + \sqrt{\Delta})^2} - F''(a_2) \leq 0 \quad (10.3)$$

Les hypothèses de convexité des coûts fixes et de concavité des utilités ne sont pas suffisantes pour garantir la concavité du profit dans le cas général : le coût fixe doit être suffisamment convexe (ou l'utilité fortement concave).

Lorsque les profits sont concaves, les niveaux d'attributs choisis vérifient $a_1 \geq a_2$. En effet, les fonctions de coût et d'utilité sont identiques entre les firmes et l'inégalité suivante est vérifiée :

$$\frac{4u_1x}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)} = \frac{4u_1x}{u_1^2 + 4u_1x + u_1\sqrt{\Delta}} < 1 \quad (10.4)$$

En conséquence, la condition (2.1) est respectée et un équilibre de Nash parfait local existe.

Dans la configuration C1 et lorsque $N = 1$, les niveaux d'attributs à l'équilibre sont $a_1^c = 0.5$ et $a_2^c = 0.317954$. Dans ce cadre, le profit de la firme 2 est strictement concave : $\left. \frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial a_2^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_2} = 0} \approx -1.8$ (la condition de second ordre est toujours respectée pour la firme 1). Les profits sont $\Pi_1(a_1^c) \approx 0.25$ et $\Pi_2(a_2^c) \approx 0.28$.

Prouvons désormais que le candidat mis en évidence est bien un maximum global, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de déviation profitable. Pour la valeur de a_2^c calculée, il est facile de vérifier en utilisant l'équation (10.2) que le profit de la *firme 1* est strictement croissant pour tout $a_1^{cc} \in [0, a_2^c]$. Ainsi, la valeur optimale de a_1 lorsque la firme 1 dévie est $a_1^{cc} = a_2^c \approx 0.3179$. Mais $a_1^{cc} = a_2^c$ ne peut constituer un équilibre car la firme 1 n'a pas retenu la valeur a_2^c lors de son choix de a_1^c au sein de l'intervalle $[a_2^c; +\infty[$. La firme 1 préfère donc $a_1^c = 0.5$ à une éventuelle déviation.

Si la *firme 2* dévie de a_2^c , alors elle choisira $a_2^{cc} = a_1^c$, comme nous l'avons montré précédemment. Le profit obtenu sera $\Pi_2(a_2^{cc}) = \Pi_1(a_1^c) < \Pi_2(a_2^c)$. En conséquence, la valeur $a_2^c = 0.3179$ maximise le profit de la firme 2.

Les fonctions d'utilité et de coût de la configuration C1 garantissent donc l'existence d'un équilibre de Nash parfait car aucune firme n'a intérêt à modifier son choix à chaque étape du jeu. ■

Chapitre 5

Innovation et imitation

dans le duopole différencié par les attributs

1 Introduction

Doter son produit de nouveaux attributs ou copier les attributs existants d'un produit rival sont des pratiques courantes d'entreprises présentes sur les marchés de biens différenciés. La menace d'imitation semble peser plus particulièrement sur les firmes leader vendant un produit très apprécié par les consommateurs. Un tel constat peut être étayé par les deux exemples déjà présentés dans le chapitre 4.

Le premier remonte au début du 17^{ème} siècle : les producteurs de vêtements vénitiens, alors réputés pour leur qualité ont subi une imitation des fabricants d'Europe du Nord. Comme le note Rapp (1975, p 508, traduction personnelle), « le principal stratagème des copieurs de vêtements était d'imiter les signes et marques distinctifs des vénitiens à la lisière du tissu. (...) Il en résultait un vêtement de très belle apparence mais qui perdait rapidement son poil. Cette forme particulière de fraude permettait d'économiser les coûts de la laine pure et fine et de son tissage supportés par les vénitiens. »

Plus récemment, la firme Caterpillar fut en proie à des difficultés similaires au début des années 1980 : « la puissante société Komatsu, qui avait été initialement un petit fabricant japonais d'équipement lourd, réussit à surpasser sa rivale Caterpillar en étudiant à fond ses appareils et en découvrant comment produire une qualité équivalente à un coût bien moindre » (Miller, 1992, p 311). Ainsi, la montée en puissance des firmes émergentes est souvent déclenchée par une imitation partielle des firmes de référence, obligeant ensuite ces firmes leader à accorder davantage d'attention à leurs coûts.

L'innovation et l'imitation de produit affectent le bien-être social de différentes façons. L'innovation accroît la qualité des produits, ce qui provoque une augmentation directe du surplus global. L'imitation permet la diffusion de l'innovation et augmente la concurrence, ce qui permet une hausse indirecte du bien-être social. Mais la menace d'une imitation peut aussi modifier l'incitation à innover des firmes. En effet, lorsque la réalisation d'une innovation nécessite une dépense

fixe de R & D, la firme menacée d'imitation peut limiter de telles dépenses jugées improductives. Cependant, comme le montrent Pepall et Richards (1994), la firme leader peut aussi augmenter son niveau d'innovation pour accroître le coût d'imitation de sa rivale et ainsi décourager l'imitation. Ces résultats ont été établis dans un modèle de différenciation verticale pure.

Que deviennent ces effets sur un marché différencié verticalement et horizontalement ? Comment évoluent les comportements d'imitation lorsque les coûts unitaires sont endogènes (et non les coûts fixes) ? Les firmes peuvent-elles tolérer une imitation tout comme elles s'accommodent de l'entrée de concurrents ? Quelques esquisses de réponses sont fournies dans ce chapitre, qui s'inscrit dans le prolongement du précédent : il introduit une phase d'imitation dans le jeu séquentiel avec innovation de produit et concurrence en prix. Le modèle avec différenciation par attributs (*ou "DPA"*) est toujours utilisé pour décrire le comportement des acheteurs.

Ce chapitre est organisé de la façon suivante. La section 2 montre que le modèle de différenciation verticale pure ne permet pas d'analyser l'imitation d'un produit de façon convaincante. En revanche, dans le modèle DPA, l'imitation peut être présentée comme la réduction du niveau d'attributs spécifiques d'un concurrent. Nous proposons d'étudier l'interaction entre innovation et imitation dans ce cadre à travers un jeu à trois étapes, qui est résolu dans les sections suivantes.

Comme cela est expliqué dans la section 3, l'imitation peut améliorer l'attractivité du produit qui en bénéficie mais aussi réduire la différenciation sur le marché. Ces deux effets agissent de façon contraire sur le profit de la firme imitante. Dans le modèle DPA, seule une firme possédant un avantage relatif en terme de coûts unitaires mais un désavantage relatif en terme d'attributs spécifiques peut dégager un gain à l'imitation. En conséquence, l'imitation sera étudiée en présence de coûts unitaires dépendant des attributs.

La section 4 présente les hypothèses sur le choix d'attributs : nous considérons une utilité linéaire et un coût d'innovation quadratique avec les attributs spécifiques. Le coût d'imitation est une fonction croissante du niveau d'imitation. L'existence d'un équilibre parfait dans le jeu séquentiel avec innovation, imitation et concurrence en prix est établie par la suite.

La section 5 étudie les propriétés de l'équilibre pour différentes formes de coût d'imitation. Lorsque le coût d'imitation est nul ou concave, la firme vendant le bien le plus apprécié décourage complètement l'imitation en diminuant stratégiquement son niveau d'attributs, ce qui caractérise un équilibre de "dissuasion". Lorsque le coût d'imitation est fortement convexe, une imitation de faible ampleur est réalisée et il est plus rentable pour l'entreprise victime de ne pas réagir : ce résultat caractérise l'équilibre avec "accommodation". Enfin, lorsque le coût d'imitation est

faiblement convexe, un équilibre de "dissuasion" ou un équilibre "mixte" (dans lequel l'imitation est partiellement tolérée et partiellement découragée) peuvent se réaliser.

La section 6 montre qu'une imitation découragée a un effet différent d'une imitation réalisée sur le bien-être social. Lorsqu'une firme diminue son niveau d'attributs de façon stratégique pour décourager une éventuelle imitation, cette action permet toujours d'augmenter le bien-être. En revanche, une imitation réalisée a un effet ambigu sur ce bien-être.

Nos conclusions sont présentées en section 7. Les preuves des propositions sont exposées dans les Annexes 1 à 4, sections 8 à 11.

2 Innovation et imitation de produit

Cette section présente l'état actuel de la recherche sur l'interaction entre innovation et imitation de produit. Puis la séquence d'un jeu avec innovation, imitation et concurrence en prix est exposée.

2.1 Innovation et imitation en différenciation verticale

Les articles fondateurs de Gilbert et Newberry (1982) et Benoit (1985) ont d'abord été consacrés à l'imitation de processus. L'imitation de produit dans un duopole avec différenciation verticale des produits a été étudiée plus récemment par Pepall et Richards (1994), Pepall (1997) et Häckner et Murren (2005). Mais ce cadre de différenciation verticale n'est pas idéal pour traiter du problème de l'imitation. En effet, dans le cas standard d'une concurrence à la Bertrand, les profits des deux firmes sont décroissants avec l'écart de qualité entre les biens¹. Ainsi, la firme vendant le bien de haute qualité est toujours incitée à augmenter sa qualité, ce qui traduit une certaine forme d'innovation. En revanche, la firme vendant le bien de basse qualité n'est jamais incitée à augmenter sa propre qualité car cela réduirait la différenciation sur le marché (à l'issue de l'augmentation de qualité, les biens seraient de plus proches substituts : augmenter la qualité d'un bien de qualité inférieure équivaut donc à une certaine forme d'imitation).

Afin de surmonter ces limites du cadre théorique de différenciation verticale, les trois articles cités précédemment ont recours à des hypothèses peu habituelles. Pepall et Richards (1994)

¹Plus précisément, ce résultat est toujours vrai si le marché est couvert. Dans le cas contraire, le gain à l'amélioration de qualité du produit de basse qualité est nul dans un modèle à la Gabszewicz et Thisse (1979) et très faible dans un modèle à la Mussa et Rosen (1978).

étudient un duopole à la Stackelberg avec une entrée séquentielle pré-déterminée : dans leur structure, le niveau d'imitation est exogène (la seule forme d'imitation possible est une copie parfaite du bien en contrepartie d'un coût fixe) mais la firme de haute qualité peut choisir son niveau de qualité stratégiquement afin de décourager une telle imitation. Pepall (1997) considère également une entrée séquentielle mais suppose qu'une imitation réduit les coûts fixes de la firme "imitante"² : ce cadre permet le choix d'un niveau d'imitation endogène, tout en conservant la possibilité de décourager une imitation. Enfin, Häckner et Murren (2005) considèrent une concurrence à la Cournot et un niveau d'imitation endogène mais pas de possibilité de décourager l'imitation.

Le duopole DPA fournit un cadre permettant de surmonter ces limites car chaque firme peut à la fois innover et imiter le produit concurrent. De plus, le niveau d'imitation est choisi de façon endogène, l'imitation peut être découragée et les firmes se font concurrence par les prix.

2.2 Jeu avec innovation et imitation des attributs

Pour décrire les choix de spécification des produits, nous utilisons à nouveau le concept de "niveaux d'attributs" précédemment introduit dans le chapitre 4 (ainsi que les hypothèses associées) : le niveau d'attributs spécifiques choisi par une firme i est noté a_i . Mais, dans ce chapitre, chaque firme i peut améliorer la qualité de son produit de deux façons : elle peut soit *développer de nouveaux attributs* (innovation), c'est-à-dire augmenter a_i , soit *imiter les attributs de sa rivale*, ce qui a pour effet de diminuer le niveau a_j d'attributs spécifiques de la firme j (en effet, les attributs imités ne sont plus spécifiques à j mais sont désormais partagés par i et j : ils ne sont alors plus pris en compte par les consommateurs lors du choix entre les produits). Les interactions en stratégies pures entre les firmes sont représentées par un jeu en trois étapes.

Dans une *première étape*, chaque firme i choisit un niveau d'attributs spécifiques $a_i \in [0; A_i[$, de façon similaire au processus décrit dans le chapitre 4. A la fin de cette étape, les niveaux d'attributs retenus sont notés a_i^* et a_j^* : une firme qui accroît son niveau d'attributs peut supporter un coût d'innovation³. Afin de faciliter la description de ce jeu, supposons que $a_i^* \geq a_j^*$.

²Cette hypothèse est plus forte qu'il n'y paraît à première vue. Elle ne signifie pas seulement que le coût d'imitation est plus faible que le coût d'innovation pour atteindre un certain niveau de qualité. Elle signifie également qu'une amélioration de qualité de la firme "de basse qualité" réduit ses coûts fixes (inversement, une diminution de la qualité de la firme "imitante" augmenterait ses coûts fixes).

³Les hypothèses sur la forme des paramètres de coûts et d'utilité sont présentées en section 4.1

Dans une *seconde étape*, chaque firme observe le produit de sa concurrente et peut décider d'imiter certains des attributs de ce produit. Ainsi, l'action d'imitation d'une firme i peut engendrer une diminution du niveau d'attributs spécifiques du produit concurrent j en dessous de a_j^* . Notons $a_j^d(a_i^*, a_j^*)$ le niveau d'attributs spécifiques du produit de j après son imitation par la firme i : ce niveau vérifie $a_j^d(a_i^*, a_j^*) \leq a_j^*$. Ainsi, le niveau d'imitation réalisé est $a_j^* - a_j^d(a_i^*, a_j^*)$. Lorsque la firme i renonce à imiter sa rivale, le niveau d'attributs vérifie $a_j^d(a_i^*, a_j^*) = a_j^*$. A l'issue de cette étape, les attributs spécifiques définitifs sont connus et procurent une utilité $u_i = u(a_i^D)$ aux consommateurs d'un certain bien i .

A la *troisième étape*, les firmes se font concurrence en prix. Nous avons montré dans le chapitre 3 qu'il existe un équilibre en prix vérifiant $p_i \geq p_j$, avec $i, j \in \{1, 2\}$ et $i \neq j$ lorsque les conditions suivantes sont respectées : $u_i \geq u_j$ et $c_i - c_j \geq \sqrt{u_i u_j} - u_i$. Dans ce cas, les prix d'équilibre sont donnés par :

$$p_i^* = \frac{u_i + \sqrt{\Delta}}{2} + c_i \quad (2.1)$$

$$p_j^* = u_i + u_j + c_i \quad (2.2)$$

Les profits réalisés par les firmes sont :

$$\Pi_1^* = N u_1 - F_1$$

$$\Pi_2^* = \frac{N(u_1 + u_2 + c_1 - c_2)(\sqrt{\Delta} - u_1)}{\sqrt{\Delta} + u_1} - F_2$$

avec $\Delta = u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2 + c_1 - c_2)$.

Le jeu est résolu par récurrence à rebours. Pour un vecteur donné de niveaux d'attributs $(a_1^d; a_2^d)$ à la troisième étape, le sous-jeu en prix est résolu par un couple de valeurs $(p_1^*(a_1^d; a_2^d); p_2^*(a_1^d; a_2^d))$ tel que l'inégalité suivante est vérifiée pour chaque firme i ($i = \{1, 2\}$) :

$$\Pi_i(p_i^*, p_j^*; a_1^d, a_2^d) \geq \Pi_i(p_i, p_j^*; a_1^d, a_2^d) \quad \forall p_i \in [0; +\infty[, \forall i, j \in \{1, 2\}, i \neq j$$

A la seconde étape, l'équilibre du sous-jeu d'"imitation des attributs" est résolu par un vecteur de niveaux d'attributs après imitation $(a_1^d(a_1^*, a_2^*); a_2^d(a_1^*, a_2^*))$ maximisant le profit des

firmes, connaissant le vecteur des niveaux d'attributs d'équilibre de première étape $(a_1^*; a_2^*)$. Ces expressions définissent l'équilibre parfait en sous-jeux pour toutes les configurations (a_1, a_2) .

3 Incitation à imiter des firmes et forme des coûts

Dans cette section, nous montrons que l'incitation à imiter n'est positive que pour une firme possédant un avantage en terme de coûts unitaires mais un désavantage en terme d'attributs spécifiques. En conséquence, l'imitation n'est réalisée qu'en présence de coûts dépendant des attributs.

3.1 Condition d'existence d'un gain à l'imitation

Sur un marché de produits différenciés, il n'est pas évident que chaque firme souhaite imiter un bien concurrent : l'existence d'un gain à l'imitation n'est pas garantie, même si cette imitation est gratuite. Dans le chapitre 3, nous avons montré que l'évolution des profits des firmes avec les utilités des attributs est expliquée par deux effets : l'"effet différenciation" et l'"effet attractivité". D'une part, l'accroissement du niveau d'attributs de l'un ou l'autre des biens augmente la différenciation des produits (diminue leur substituabilité) et cet effet permet d'augmenter le profit des deux firmes. D'autre part, l'accroissement du niveau d'attributs d'un produit i améliore l'attractivité relative de ce produit par rapport au concurrent : cet effet attractivité augmente le profit de i et diminue celui de j .

Une imitation de la firme i qui diminuerait a_j a donc un effet attractivité positif et un effet différenciation négatif sur Π_i : il n'existe un gain à l'imitation pour i que si le premier effet domine le second. Le poids relatif de ces deux effets dépend à la fois de la position de la firme i sur le marché (son niveau d'attributs avant imitation est-il le plus élevé?) et de l'impact des attributs sur les coûts (coûts exogènes, coûts unitaires endogènes, coûts fixes endogènes). La proposition 5.1 identifie la condition d'existence d'un gain potentiel à l'imitation :

PROPOSITION 5.1 *Soient deux firmes dont les niveaux d'attributs avant imitation vérifient $a_i^* > a_j^*$. La firme i ne réalise jamais de gain à l'imitation. La firme j réalise un gain à l'imitation si :*

$$5u(a_i^*) - u(a_j^*) < c_i - c_j \quad (3.1)$$

avec $c_i = c(a_i^)$ si les coûts unitaires dépendent des attributs et c_i constant dans le cas contraire.*

Preuve : cette preuve est présentée en Annexe 1, section 8.

Si la condition (3.1) est vérifiée à l'issue du choix de nouveaux attributs (première étape), le profit de la firme j décroît avec a_i et cette firme peut donc tirer avantage à imiter les attributs de i en seconde étape. En effet, pour la firme j , l'effet attractivité domine l'effet différenciation dès lors que l'écart initial de coût est élevé et l'écart de différenciation faible. *La firme i vendant le bien le plus apprécié ne réalise jamais de gain en imitant le produit concurrent* car l'effet différenciation est toujours dominant.

Les résultats obtenus ici sont relativement nouveaux : dans les modèles de différenciation verticale pure, la firme de basse qualité n'a généralement aucun intérêt à une diminution de qualité du produit rival (car cela accroît la concurrence) et il n'existe aucune incitation à l'imitation. Mais lorsqu'une différenciation horizontale supplémentaire est introduite sur le marché (augmentation de u_j), cette incitation à imiter est accrue.

Enfin, la vérification de la condition (3.1) implique nécessairement que la firme j réalise un plus grand profit que i avant l'imitation. Ainsi, dans ce modèle, l'imitation provient d'une firme de "basse qualité" et à "coûts faibles". Ce résultat semble cohérent avec l'observation ; en particulier, il est assez fréquent que les firmes des pays développés soient imitées par des entreprises des pays en développement. Cette conclusion trouve aussi un écho dans les exemples fournis en introduction : les imitations des fabricants vénitiens ou de l'entreprise Caterpillar ont également été réalisées par des concurrents possédant un tel profil.

3.2 Gain à l'imitation et hypothèses sur les coûts

Pour quelles formes de coût l'ajout d'une étape d'imitation peut-elle conduire à des résultats différents du jeu sans imitation étudié dans le chapitre 4 ? Supposons que le niveau d'attributs le plus élevé à l'issue de la première étape soit choisi par la firme 1.

Tout d'abord, lorsque les coûts unitaires de production sont indépendants des niveaux d'attributs, nous avons montré que chaque firme choisit le plus haut niveau d'attributs possible à la première étape du jeu : $a_1^* = A_1$ et $a_2^* = A_2$ avec $A_1 \geq A_2$. Faisons l'hypothèse que les coûts d'imitation sont nuls mais que les coûts unitaires de production sont asymétriques. Dans ce cas, à la seconde étape, la décision de la firme 2 dépend de la vérification ou non de (3.1). Si cette condition n'est pas vérifiée, il n'existe jamais de gain à l'imitation pour les firmes. Dans le cas contraire, la firme 2 réalise une imitation radicale $a_1^d = A_2$ et la différenciation sur le marché

devient purement horizontale. Les hypothèses considérées ici étant assez peu plausibles, notre attention sera davantage consacrée au cas de coûts endogènes.

Ensuite, lorsque les coûts fixes dépendent des niveaux d'attributs, les coûts unitaires sont généralement supposés identiques : $c_1 = c_2$. En conséquence, la condition (3.1) n'est jamais vérifiée : il n'existe pas de gain à l'imitation dans ce cadre.

Enfin, la configuration fournie par le modèle est plus riche lorsque les coûts unitaires dépendent des attributs. Dans le jeu sans imitation du chapitre 4, nous avons montré que la firme 1 choisit le plus haut niveau d'attributs spécifiques possible, c'est-à-dire a_1^* tel que $u'(a_1^*) = 0$. En revanche, la firme 2 choisit a_2^* tel que $u'(a_2^*) = c'(a_2^*)$. Or la condition (3.1) pourrait être vérifiée à l'équilibre car les coûts unitaires d'innovation sont convexes avec les niveaux d'attributs. *La firme 2 peut donc être incitée à imiter le produit de sa rivale* : le niveau d'imitation dépend alors de la forme des coûts d'imitation. Si le risque d'imitation en seconde étape est anticipé par la firme 1, elle peut décourager l'imitation en diminuant stratégiquement son niveau de a_1^* à la première étape, afin que la condition (3.1) ne soit pas vérifiée. Les résultats du chapitre 4 peuvent donc être remis en cause par une imitation découragée ou réalisée lorsque les coûts unitaires dépendent des attributs : c'est pourquoi notre analyse se focalisera sur ce type de coûts dans les sections suivantes.

4 Existence de l'équilibre avec coûts unitaires dépendant des attributs

Cette section précise les hypothèses sur les fonctions d'utilité et de coûts ainsi que sur la forme d'imitation, puis établit la preuve de l'existence d'un équilibre dans le jeu à 3 étapes.

4.1 Hypothèses sur l'imitation des attributs

Nous avons montré en section 3 que seule la firme 2, vendant le bien le moins apprécié par les consommateurs, pouvait être incitée à imiter sa rivale. Notre analyse du choix d'imitation de cette firme sera conditionnée par les hypothèses suivantes.

H51 (imitation partielle) : *L'imitation du produit de la firme 1 par la firme 2 ne peut conduire à une inversion de la hiérarchie des niveaux d'attributs spécifiques.*

En d'autres termes, cela signifie que l'imitation de la firme 2 conduit à un niveau d'attributs

spécifiques après imitation a_1^d compris dans l'intervalle des niveaux d'attributs avant imitation $[a_2^*, a_1^*]$. Cette hypothèse est raisonnable lorsque certains attributs spécifiques de 1 sont impossibles à imiter, auquel cas la firme 2 ne peut jamais annuler tous les avantages comparatifs de sa rivale.

H52 (non-brevetabilité) : *La firme 1 ne peut choisir de breveter certains attributs afin de restreindre les possibilités d'imitation de sa rivale.*

Autrement dit, la firme 2 choisit librement a_1^d au sein de $[a_2^*, a_1^*]$. Différentes justifications peuvent soutenir cette hypothèse : la protection par brevet n'est pas efficace sur ce marché, le coût du brevet est trop élevé ou plus simplement, l'équipement est proposé aux deux firmes par un fournisseur en amont exploitant lui-même un brevet sur cet équipement (une telle hypothèse semble plausible lorsque les attributs affectent les seuls coûts unitaires, ce qui est le cas ici)⁴.

H53 (coût d'imitation) : *L'imitation peut engendrer un coût pour la firme 2 dont la forme est donnée par $c_2^d = \alpha(a_1^* - a_1^d)^\beta$ avec $0 \leq \alpha \leq 1$ et $0 < \beta \leq 2$.*

Il paraît légitime que l'imitation affecte le coût unitaire de la firme "imitante" mais n'ait aucun impact sur le coût unitaire de la firme imitée. Lorsque la firme 2 imite la firme 1, ce coût dépend de l'écart entre le niveau d'attributs spécifiques de 1 avant l'imitation (première étape), a_1^* , et le niveau d'attributs après l'imitation (seconde étape), a_1^d . Cette fonction de coût d'imitation est assez générale : par exemple, dans le modèle de Pepall (1997), le coût d'imitation est une fonction quadratique du différentiel de qualités, un cas particulier de la fonction présentée en H53.

L'imitation est gratuite lorsque $\alpha = 0$. Il est généralement moins coûteux d'imiter un certain niveau d'attributs que d'innover pour atteindre ce même niveau, ce qui motive les hypothèses sur α et β . Ce postulat semble vérifié empiriquement : le rapport entre les coûts d'imitation et d'innovation a été estimé, en moyenne, à 0.65 par Mansfield, Schwartz et Wagner (1981). Toutefois, lorsque $\alpha > 0$, les coûts d'imitation ne sont jamais inférieurs aux coûts d'innovation pour tous les niveaux d'attributs : il existe une intersection entre ces deux fonctions pour un seuil $\tilde{a} = \alpha^{2-\beta}$. Lorsque le niveau d'attributs est inférieur à ce seuil, le coût d'imitation est supérieur au coût d'innovation. Ainsi, il existe un petit ensemble d'attributs très coûteux à imiter, car ils

⁴Pour une analyse complète du champ d'utilisation des brevets comme instrument de politique d'innovation, voir notamment Encaoua et al. (2006).

nécessitent par exemple de découvrir des secrets de fabrication.

Enfin, pour simplifier l'analyse, nous utilisons dans ce chapitre des fonctions de coût d'innovation et d'utilité plus spécifiques. Cet ensemble des fonctions définit la *configuration* suivante : **C2** : L'utilité est de forme linéaire $u_i = a_i$ et les coûts unitaires d'innovation de forme quadratique : $c_i = a_i^2$. Le coût unitaire d'imitation de i par j est $c_j^d = \alpha(a_i^* - a_i^d)^\beta$.

Par la suite, nous distinguons plusieurs cas particuliers de cette configuration pour étudier les propriétés de l'équilibre, ce qui correspond aux hypothèses suivantes :

C21 : $\alpha = 0$. Ici, le coût d'imitation est nul, ce qui nous permet de focaliser notre attention sur les seuls effets de différenciation et d'attractivité liés à l'imitation.

C22 : $\alpha > 0$ et $0 \leq \beta \leq 1$. Dans ce cas, les coûts d'imitation sont concaves ou linéaires avec le niveau des attributs. Le rapport entre les coûts d'innovation et d'imitation augmente rapidement après le seuil \tilde{a} .

C23 : $\alpha > 0$ et $1 < \beta \leq 2$. Dans cette configuration, les coûts d'imitation sont convexes .

4.2 Existence de l'équilibre

Étudions d'abord les dérivées de la fonction de coût d'imitation :

$$c_2^{d'} = \frac{\partial c_2^d}{\partial a_1^d} = -\alpha\beta(a_1^* - a_1^d)^{\beta-1}$$

$$c_2^{d''} = \frac{\partial^2 c_2^d}{\partial (a_1^d)^2} = \alpha\beta(\beta - 1)(a_1^* - a_1^d)^{\beta-2}$$

Puisque N n'a pas d'impact sur les prédictions qualitatives du modèle, nous supposons dans cette section et les suivantes que $N = 1$ pour alléger les notations. L'existence d'un équilibre de Nash parfait dans le jeu à trois étapes est désormais établie.

PROPOSITION 5.2 *Dans la configuration C2, il existe toujours un équilibre de Nash parfait dans le jeu à trois étapes avec innovation de produit, imitation et concurrence en prix. A la première étape, la firme 2 choisit $a_2^* = 0.5$ et la firme 1 une valeur $a_1^* > a_2^*$. A la seconde étape,*

la firme 1 n'imité jamais sa rivale alors que la firme 2 peut imiter sa concurrente de telle sorte que $a_1^d \in [a_2^*, a_1^*]$.

Preuve : La preuve de cette proposition est fournie en Annexe 2, section 9.

La variation du profit de la firme 2 en fonction de a_1^d dépend du niveau a_1^* choisi par la firme 1 à la première étape et de la fonction de coût d'imitation retenue. A la seconde étape, il est utile de préciser la dérivée première du profit de la firme 2 :

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_1^d} = \frac{4xa_1^d[(a_1^d + \sqrt{\Delta})(1 - c_2^{d'}) - x]}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + a_1^d)} \quad (4.1)$$

avec $\Delta = (a_1^d)^2 + 4a_1^d x$ et $x = a_1^d + a_2^* + (a_1^*)^2 - (a_2^*)^2 - c_2^d$.

Ainsi, tout extremum de Π_2 est déterminé par la condition de premier ordre suivante :

$$(a_1^d + \sqrt{\Delta})(1 - c_2^{d'}) - x = 0 \quad (4.2)$$

Il est possible qu'il existe zero, un ou plusieurs extrema au sein de l'intervalle $[a_2^*; a_1^*]$ en fonction de la valeur de a_1^* choisie par la firme 1. La nature d'un extremum peut être identifiée grâce à la condition de second ordre suivante :

$$\left. \frac{\partial^2 \Pi_2}{\partial (a_1^d)^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_1^d} = 0} = \frac{4xa_1^d[(2x + 2a_1^d c_2^{d'} + 3a_1^d)(1 - c_2^{d'}) - \sqrt{\Delta}(a_1^d + \sqrt{\Delta})c_2^{d''}]}{\Delta(\sqrt{\Delta} + a_1^d)^2} \quad (4.3)$$

5 Propriétés de l'équilibre avec imitation

Dans cette section, les propriétés de l'équilibre parfait dans le jeu avec innovation, imitation et concurrence en prix sont étudiées pour différentes hypothèses sur les coûts.

5.1 Classification des équilibres potentiels

Ayant précédemment établi l'existence d'un équilibre de Nash parfait en sous-jeux, cette section étudie les propriétés de cet équilibre pour différentes formes de coût d'imitation (configurations C21 à C23). Au préalable, il est utile de préciser les types d'équilibre pouvant être réalisés dans un tel jeu, ce qui nous conduit à proposer la classification suivante :

Equilibre de "dissuasion". Dans ce cas, la firme 1 adopte un comportement stratégique visant à décourager l'imitation par sa rivale et ce comportement est parfaitement efficace car aucune imitation n'est réalisée. Après imitation, on a $a_1^{d*} = a_1^*$.

Equilibre d'"accommodation". Dans ce cas, la firme 2 imite le produit de la firme 1 et cette dernière tolère cette imitation : elle ne modifie pas son comportement par rapport à la situation sans imitation. Après imitation, on a $a_1^{d*} \in [a_2^*, a_1^*[$.

Equilibre "mixte". Dans ce cas, le comportement stratégique de la firme 1 décourage en partie l'imitation de la firme 2 mais pas complètement. Cette configuration est possible lorsqu'il est trop coûteux pour la firme 1 de décourager totalement l'imitation : la firme 1 s'accommode partiellement de cette imitation. Après imitation, $a_1^{d*} \in]a_2^*, a_1^*[$

Equilibre "de statu quo". Le coût d'imitation est trop élevé relativement au gain à l'imitation et la firme 2 préfère ne pas imiter sa rivale. Aucune modification de comportement n'est nécessaire à la firme 1 par rapport au jeu sans imitation et on a $a_1^{d*} = a_1^*$.

Cette classification est inspirée des travaux de Fudenberg et Tirole (1984) sur les stratégies des firmes face à l'entrée potentielle d'un rival⁵. En effet, les auteurs montrent qu'une firme installée peut modifier stratégiquement son investissement, soit pour décourager l'entrée d'un rival (dissuasion), soit pour l'inciter à adopter un comportement peu agressif lorsqu'il pénètre sur le marché (accommodation). Une firme menacée d'imitation peut aussi adopter de telles stratégies : dans le modèle avec différenciation par attributs, cette firme choisit son niveau d'attributs spécifiques de façon stratégique afin de dissuader l'imitation ou de minimiser le désagrément engendré par celle-ci.

5.2 Equilibre avec coûts d'imitation nuls

Nous supposons ici que l'imitation n'entraîne aucun coût, ce qui permet de mettre en évidence les effets liés à la seule différenciation des produits sur le comportement d'imitation. Lorsque l'imitation est anticipée par la firme 1, cette firme peut choisir de façon stratégique son niveau d'attributs a_1^* à la première étape afin de décourager l'imitation. En effet, le profit de 1 à la seconde étape est donné par $\Pi_1^* = a_1^d$: l'objectif de la firme 1 est donc de choisir à la première étape la valeur a_1^* maximisant la valeur a_1^d après imitation (seconde étape) sachant que la firme 2 choisira $a_2^* = 0.5$ en première étape (Proposition 5.2). Quels sont les choix réalisés par les firmes

⁵La dissuasion à l'entrée par un choix stratégique d'investissement a aussi été étudiée par Spence (1977), Schmalensee (1978), Dixit (1980) et Gilbert et Vives (1986).

dans ce cadre ?

PROPOSITION 5.3 *En l'absence de coûts d'imitation, la firme 1 choisit $a_1^* \approx 2.45542$ à l'équilibre en première étape. En seconde étape, Π_2 est strictement non-monotone convexe et vérifie $\Pi_2(a_1^*) \approx \Pi_2(a_2^*)$ de sorte que la firme 2 n'imité pas sa rivale, ce qui conduit à un équilibre de "dissuasion" vérifiant $a_1^{d*} = a_1^*$.*

Preuve : Puisqu'il est de connaissance commune que $a_2^* = 0.5$, l'étude de la condition (4.2) en seconde étape montre que $\Pi_2(a_1^d)$ admet un extremum unique donné par l'équation $\tilde{a}_1^d = (1/5)a_1^{*2} + 1/20$. Cet extremum est un minimum comme le montre la condition de second ordre (4.3) : il peut être à l'intérieur de l'intervalle de choix d'imitation $[a_2^*, a_1^*]$ ou à l'extérieur de cet intervalle. En conséquence, le profit de la firme 2 est strictement croissant avec a_1^d lorsque $\tilde{a}_1^d \leq a_2^* \Leftrightarrow a_1^* \leq 1.5$, strictement décroissant avec a_1^d lorsque $\tilde{a}_1^d \geq a_1^* \Leftrightarrow a_1^* \geq 2.5 + \sqrt{6}$, et non-monotone convexe lorsque $1.5 \leq a_1^* \leq 2.5 + \sqrt{6}$.

A la première étape, la firme 1 choisit la valeur de a_1^* afin de maximiser le niveau de a_1^d après imitation. Pour une valeur $a_1^* \leq 1.5$, la firme 2 préfère ne pas imiter ce qui implique $a_1^d = a_1^*$. Pour une valeur $1.5 \leq a_1^* \leq 2.5 + \sqrt{6}$, la firme 2 choisit de ne pas imiter si $\Pi_2(a_2^*) \leq \Pi_2(a_1^*)$ et choisit d'imiter ($a_1^d = a_2^* = 0.5$) si $\Pi_2(a_2^*) > \Pi_2(a_1^*)$. Pour une valeur $a_1^* \geq 2.5 + \sqrt{6}$, la firme 2 préfère toujours imiter, de sorte que $a_1^d = a_2^*$. En conséquence, la valeur de a_1^* qui maximise le niveau a_1^d appartient à l'intervalle $[1.5, 2.5 + \sqrt{6}]$: elle égalise $\Pi_2(a_1^*) = \Pi_2(a_2^*)$, ce qui correspond à la valeur donnée dans la proposition. ■

Ainsi, la firme 1 *décourage sa rivale à l'imitation en diminuant son niveau d'attributs* par rapport à la situation dans laquelle aucune imitation n'est possible. On aboutit alors à un équilibre de dissuasion.

Quels sont les mécanismes conduisant à un tel résultat ? En diminuant a_1^* , la firme 1 réduit la différenciation sur le marché avant imitation et améliore sa compétitivité en terme de coûts unitaires. Ces deux aspects influent sur le comportement d'imitation de la firme 2.

Premièrement, la réalisation d'une imitation par la firme 2 a un double effet sur son profit en terme d'attractivité et de différenciation (pour reprendre la terminologie introduite au chapitre 3). D'une part, l'imitation améliore l'attractivité du produit de la firme 2, ce qui accroît le profit de cette dernière. D'autre part, *l'imitation réduit la différenciation sur le marché*, ce qui diminue

le profit de la firme 2. Or le second effet est dominant lorsque le degré initial de différenciation est relativement faible (c'est-à-dire lorsque a_1 est faible) et vice-versa. Ce type de comportement n'a jamais été mis en évidence dans un modèle de différenciation verticale pure car l'effet attractivité est nul pour la firme vendant le bien de basse qualité.

Deuxièmement, comme le montre la condition (3.1), la firme 2 n'est incitée à imiter sa rivale que si elle possède un avantage suffisant en terme de coûts unitaires : or une réduction stratégique de a_1^* permet à la firme 1 de diminuer son coût unitaire et de *faire ainsi disparaître le gain à l'imitation de sa rivale*.

5.3 Equilibre avec coûts d'imitation concaves

Dans cette section et la suivante, un coût d'imitation positif et dépendant du niveau d'imitation est introduit dans le modèle : avant d'étudier le type d'équilibre obtenu pour une fonction de coût concave ou convexe, il est utile d'analyser comment l'introduction d'un tel coût peut affecter les mécanismes mis en évidence à la section précédente. Lorsque l'imitation est coûteuse, la firme 1 peut être incitée à choisir un niveau d'attributs plus élevé en première période afin d'accroître le coût d'imitation de sa rivale et la dissuader d'une telle action.

Dans un cadre de différenciation verticale, Pepall et Richards (1994) ont montré qu'une firme pouvait choisir d'accroître stratégiquement sa qualité pour augmenter le coût fixe d'imitation de sa concurrente et ainsi décourager l'imitation. Un tel comportement rappelle la stratégie de dissuasion du "chien méchant" (la firme installée sur-investit pour décourager l'entrée) dans la taxonomie de Fudenberg et Tirole (1984, p 365). Dans le modèle DPA avec coûts unitaires endogènes, l'introduction d'un coût d'imitation va plutôt atténuer la réduction stratégique du niveau d'attributs opérée par la firme 1, qui reste l'effet dominant. Dans la classification de Fudenberg et Tirole, une telle stratégie rappelle la configuration "la peau et les os" : la firme installée sous-investit afin de dissuader l'entrant d'adopter un comportement agressif en faisant peser une menace de représailles (capacités d'investissement intactes). De façon similaire ici, en réduisant son niveau d'attributs, la firme 1 fait peser la menace d'une forte concurrence qui résulterait d'une imitation réduisant la différenciation des produits.

Étudions désormais les comportements d'imitation en présence d'un coût croissant et concave avec le niveau d'imitation (configuration C22). Dans ce cadre, l'équilibre peut être calculé de façon explicite dans le cas particulier où $\beta = 1$. Pour cette valeur, $\Pi_2(a_1^d)$ admet un minimum unique en

seconde étape dont la coordonnée est donnée par $\tilde{a}_1^d = (a_1^2 + 0.25 - \alpha a_1) / ((1 + \alpha)(5 + 4\alpha))$. En conséquence, le profit de la firme 2 est strictement croissant avec a_1^d lorsque $a_1^* \leq 2\alpha + 1.5$, strictement décroissant avec a_1^d lorsque $a_1^* \geq 2(1 + \alpha)^2 + 0.5 + \alpha + 2\sqrt{[(1 + \alpha)^2 + 0.5\alpha][(1 + \alpha)^2 + 0.5(\alpha + 1)]}$ et non-monotone convexe lorsque a_1^* est compris entre ces deux bornes. Ainsi, à la première étape, la firme 1 choisit une valeur de a_1^* dépendant de α telle que $\Pi_2(a_1^*) = \Pi_2(a_2^*)$ et la firme 2 choisit de ne pas imiter en seconde étape $a_1^{d*} = a_1^*$. Lorsque $\beta = 1$, l'équilibre est donc caractérisé par une "dissuasion" provoquée par la diminution stratégique de a_1^* , comme dans la configuration C21. Cependant, l'effort requis pour décourager l'imitation est moins important lorsque les coûts d'imitation sont positifs : a_1^* est plus élevé dans ce cas.

Puisque les configurations dans lesquelles $\beta = 0$ et $\beta = 1$ donnent lieu à des résultats similaires, il semble probable que le type d'équilibre soit similaire pour des valeurs de β comprises entre ces deux bornes. Cette intuition est confirmée par la proposition suivante :

PROPOSITION 5.4 *Dans la configuration C22, $\Pi_2(a_1^d)$ est soit strictement croissante, soit non-monotone convexe dans l'intervalle $]0.5; a_1^*[$ en fonction de la valeur de a_1^* . Deux types d'équilibre sont potentiellement réalisables : "statu quo" ou "dissuasion".*

Preuve : La preuve de cette proposition est fournie en Annexe 3, section 10.

Afin de déterminer quels équilibres sont effectivement réalisés parmi les équilibres potentiellement réalisables associés à $\Pi_2(a_1^d)$, il est nécessaire d'utiliser une simulation numérique. La figure suivante fournit un exemple d'évolution de $\Pi_2(a_1^d)$ pour certaines valeurs de a_1 :

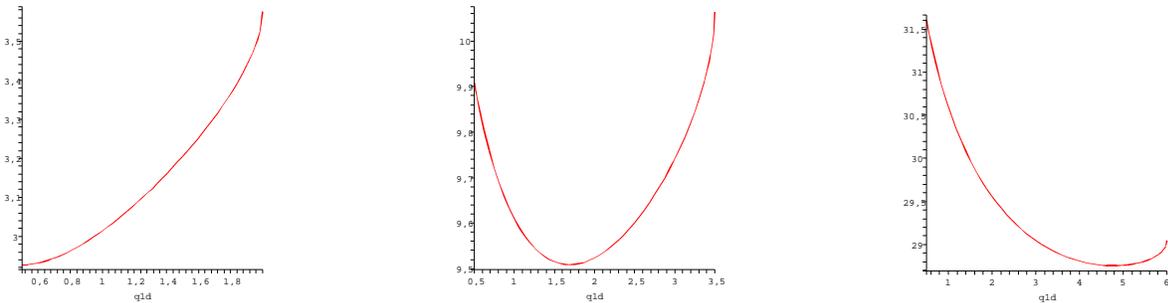


FIG. 12 – Evolution de Π_2 avec a_1^d lorsque $\alpha = 0.5$ et $\beta = 0.5$ pour $a_1 = 2$, $a_1 = 3.5$ et $a_1 = 6$.

Dans cet exemple, la firme 2 choisit de ne pas imiter du tout la firme 1 en seconde étape

$(a_1^d = a_1^*)$ si Π_2 est croissant ou s'il est non-monotone convexe avec $\Pi_2(a_2^*) < \Pi_2(a_1)$ (ce qui est le cas pour $a_1 = 3.5$). En revanche, elle choisit d'imiter le produit de la firme 1 ($a_1^d = a_2^*$) si Π_2 est décroissant ou s'il est non-monotone convexe avec $\Pi_2(a_2^*) > \Pi_2(a_1)$. A la première étape, la firme 1 choisit la valeur de a_1 qui conduit à la selection de la valeur de a_1^d la plus élevée possible par la firme 2. La firme 1 choisit donc a_1 de telle sorte que $\Pi_2(a_2^*) = \Pi_2(a_1^*)$ ($a_1^* \simeq 3.7289$ dans cet exemple) et la firme 2 préfère ne pas imiter. L'équilibre est de type "dissuasion", comme dans le cas particulier où $\beta = 1$.

Cette analyse numérique montre aussi que l'équilibre n'est jamais caractérisé par un "statu quo" : *l'équilibre de "dissuasion" est toujours réalisé dans la configuration C22* car la firme 1 est contrainte de diminuer son niveau d'attributs spécifiques pour empêcher complètement l'imitation. En effet, dans la configuration C22, l'inégalité $\Pi_2(0.5) \geq \Pi_2(a_1)$ est toujours vérifiée lorsque $a_1 \rightarrow +\infty$. La concavité des coûts d'imitation joue un rôle important dans la réalisation d'un tel équilibre. Pour une telle fonction, il est très coûteux pour la firme 2 d'imiter les premiers niveaux d'attributs car le coût marginal d'imitation est élevé. En revanche, une fois ce "coût de démarrage" payé, il est de moins en moins coûteux d'imiter les niveaux suivants. Dans ce cadre, la firme 1 diminue fortement son niveau d'attributs spécifiques afin de bloquer l'imitation dès le début.

5.4 Equilibre avec coûts d'imitation convexes

Cette section étudie les propriétés de l'équilibre en présence d'un coût d'imitation croissant et convexe avec le niveau d'imitation (configuration C23). La proposition suivante indique les propriétés de $\Pi_2(a_1^d)$ dans l'intervalle $[a_2^*, a_1^*]$ et les différents types d'équilibre potentiellement réalisables :

PROPOSITION 5.5 *Dans la configuration C23, la fonction $\Pi_2(a_1^d)$ admet au plus deux extrema dans l'intervalle $]a_2^*, a_1^*[$ en fonction de la valeur de a_1^* , le premier étant un minimum et le second un maximum. En présence d'un extremum unique, le profit peut être strictement concave ou strictement convexe. Trois types d'équilibre sont potentiellement réalisables : "dissuasion", "accommodation" et "mixte".*

Preuve : La preuve de cette proposition est fournie en Annexe 4, section 11.

Là aussi, il est nécessaire d'utiliser une simulation afin de déterminer quels équilibres sont effectivement réalisés parmi les équilibres potentiellement réalisables de la proposition 5.5. Le type d'équilibre dépend des paramètres α et β du coût d'imitation. Il est possible d'en fournir une représentation graphique en définissant une borne maximale finie pour a_1 (alors que la firme 1 peut théoriquement choisir dans l'intervalle $[a_2^*, +\infty[$)⁶ : nous retiendrons ici la valeur $a_1^{max} = 10^8$.

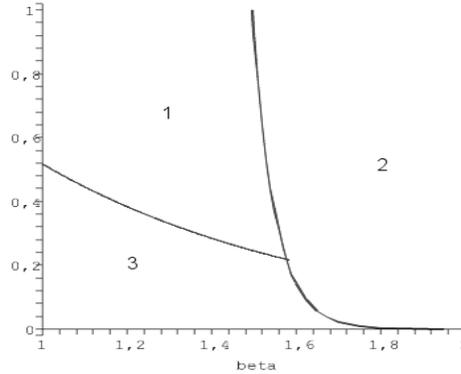


FIG. 13 – Classification des équilibres de C23 avec α en axe Y et β en axe X. Zone 1 : "mixte". Zone 2 : "accommodation". Zone 3 : "dissuasion".

Lorsque β est élevé, l'équilibre est caractérisé par une accommodation : la firme 1 n'adopte aucun comportement stratégique et la firme 2 réalise une imitation de faible ampleur à cause du fort degré de convexité des coûts d'imitation. Lorsque β est faible et α relativement élevé, la firme 1 décourage en partie l'imitation mais laisse sa rivale réaliser une imitation de faible ampleur (équilibre "mixte"). Enfin, lorsque α et β sont suffisamment faibles, la situation est identique à celle des configurations C21 et C22 : la firme 1 diminue fortement son niveau d'attributs et parvient à décourager complètement l'imitation ("dissuasion").

Considérons le cas particulier dans lequel $\alpha = 0.4$: pour cette valeur, les trois types d'équilibre peuvent être représentés en fonction du seuil β retenu. Nous présentons ici trois exemples d'évolution de $\Pi_2(a_1^d)$ lorsque a_1 varie pour des valeurs de β correspondant à différents types d'équilibre ($\beta = 1.1$, $\beta = 1.45$ et $\beta = 1.6$).

⁶Une modification de cette valeur peut affecter marginalement le périmètre de définition des zones dans la figure 2 mais pas les propriétés qualitatives du modèle.

La figure 3 présente un exemple d'équilibre avec "dissuasion".

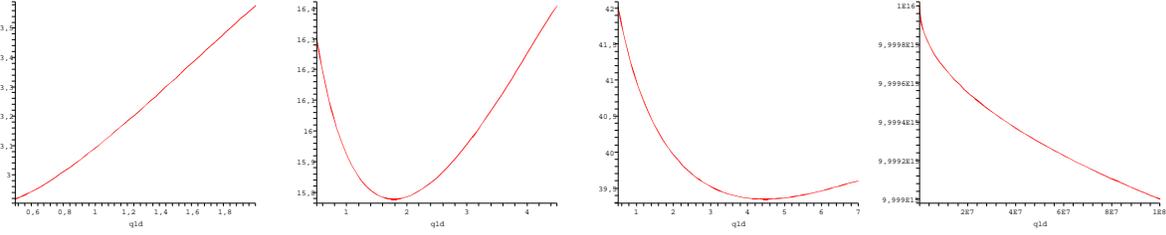


FIG. 14 – Evolution de Π_2 avec a_1^d lorsque $\alpha = 0.4$ et $\beta = 1.1$ pour $a_1 = 2$, $a_1 = 4.5$, $a_1 = 7$ et $a_1 = 10^8$.

En seconde étape, le niveau d'attributs après imitation a_1^d dépend de deux seuils notés \underline{a}_1 et \overline{a}_1 . Si $a_1 \leq \underline{a}_1$, alors $\Pi_2(a_1^d)$ est strictement croissant et la firme 2 n'imité pas sa rivale, ce qui implique $a_1^d = a_1^*$. Si $\underline{a}_1 < a_1 < \overline{a}_1$ alors $\Pi_2(a_1^d)$ est non-monotone convexe et la firme 2 choisit d'imiter sa rivale si $\Pi_2(a_2^*) > \Pi_2(a_1)$, ce qui implique $a_1^d = a_2^*$, et de ne pas l'imiter dans le cas contraire ($a_1^d = a_1^*$). Enfin, si $a_1 \geq \overline{a}_1$, $\Pi_2(a_1^d)$ est strictement décroissant et la firme 2 imite sa rivale ($a_1^d = a_2^*$). En première étape, la firme 1 choisit a_1 de sorte à maximiser a_1^d : elle choisit $a_1^* \approx 4.652$ de sorte que $\Pi_2(a_2^*) = \Pi_2(a_1^*)$ et aucune imitation n'est réalisée.

Analysons désormais un exemple d'équilibre "mixte", représenté sur le graphe suivant pour $\alpha = 0.4$ et $\beta = 1.45$.

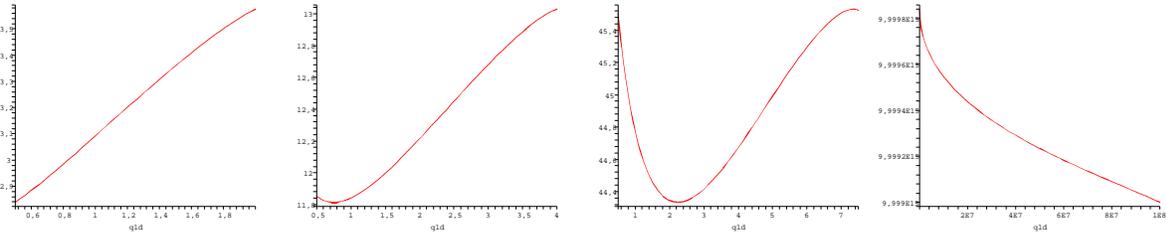


FIG. 15 – Evolution de Π_2 avec a_1^d lorsque $\alpha = 0.4$ et $\beta = 1.45$ pour $a_1 = 2$, $a_1 = 4$, $a_1 = 7.5$ et $a_1 = 10^8$.

Le niveau d'attributs après imitation a_1^d dépend ici de trois seuils \underline{a}_1 , \widehat{a}_1 et \overline{a}_1 . Si $a_1 \leq \underline{a}_1$, alors $\Pi_2(a_1^d)$ est strictement croissant et la firme 2 n'imité pas sa rivale, ce qui implique $a_1^d = a_1^*$. Si $\underline{a}_1 < a_1 < \widehat{a}_1$ alors $\Pi_2(a_1^d)$ admet un minimum unique dans l'intervalle et la firme 2 choisit d'imiter sa rivale si $\Pi_2(a_2^*) > \Pi_2(a_1)$, ce qui implique $a_1^d = a_2^*$, et de ne pas l'imiter dans le cas

contraire ($a_1^d = a_1^*$). Si $\hat{a}_1 < a_1 < \bar{a}_1$, alors le profit est non-monotone convexe puis non-monotone concave au sein de l'intervalle et la firme 2 choisit toujours d'imiter sa rivale. Soit \tilde{a}_1^d la valeur de a_1^d correspondant au maximum atteint dans la partie concave : le niveau d'attributs spécifiques de 1 après l'imitation réalisée par la firme 2 est donné par $a_1^d = \tilde{a}_1^d$ si $\Pi_2(a_2^*) \leq \Pi_2(\tilde{a}_1^d)$ et par $a_1^d = a_2^*$ dans le cas contraire. Enfin, si $a_1 \geq \bar{a}_1$, $\Pi_2(a_1^d)$ est strictement décroissant et la firme 2 imite sa rivale ($a_1^d = a_2^*$). La plus haute valeur possible de a_1^d peut être atteinte lorsque $\hat{a}_1 < a_1 < \bar{a}_1$: en conséquence, la firme 1 choisit une valeur de a_1 appartenant à cet intervalle de sorte que $\Pi_2(a_2^*) = \Pi_2(\tilde{a}_1^d)$ (dans cet exemple, $a_1^* \approx 7.535$) et une imitation partielle est réalisée par la firme 2 ($a_1^d \in]a_2^*, a_1^*]$).

Enfin, lorsque $\alpha = 0.4$ et $\beta = 1.6$, l'équilibre est de type "accommodation".

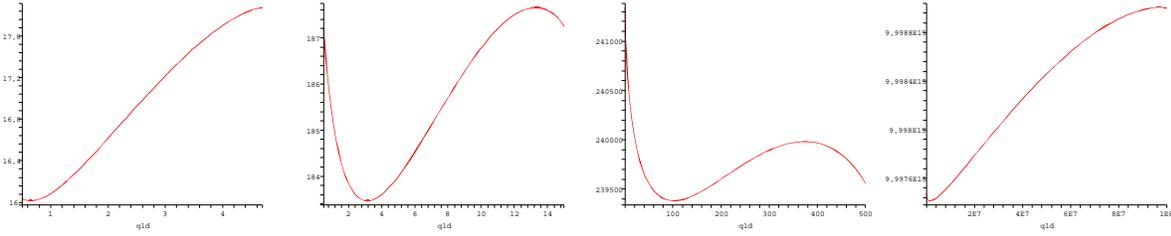


FIG. 16 – Evolution de Π_2 avec a_1^d lorsque $\alpha = 0.4$ et $\beta = 1.6$ pour $a_1 = 4.7$, $a_1 = 15$, $a_1 = 500$ et $a_1 = 10^8$

Dans ce cas, le niveau d'attributs après imitation a_1^d dépend à nouveau de deux seuils \underline{a}_1 et \bar{a}_1 . Si $a_1 \leq \underline{a}_1$, alors $\Pi_2(a_1^d)$ est strictement croissant et la firme 2 choisit de ne pas imiter, d'où $a_1^d = a_1^*$. Si $\underline{a}_1 < a_1 < \bar{a}_1$ alors $\Pi_2(a_1^d)$ admet un minimum unique dans l'intervalle et la firme 2 choisit d'imiter sa rivale si $\Pi_2(a_2^*) > \Pi_2(a_1)$, ce qui conduit à l'égalité $a_1^d = a_2^*$, et de ne pas l'imiter dans le cas contraire ($a_1^d = a_1^*$). Si $a_1 \geq \bar{a}_1$, alors le profit est non-monotone convexe puis non-monotone concave au sein de l'intervalle : la firme 2 imite sa rivale. En notant à nouveau \tilde{a}_1^d la valeur de a_1^d correspondant au maximum atteint dans cette partie concave, le niveau d'attributs spécifiques du produit 1 après imitation est donné par $a_1^d = \tilde{a}_1^d$ si $\Pi_2(a_2^*) \leq \Pi_2(\tilde{a}_1^d)$ et par $a_1^d = a_2^*$ dans le cas contraire. Or, pour tous les couples (α, β) appartenant à la zone 3 de la figure 2, l'analyse montre que $\Pi_2(a_2^*) \leq \Pi_2(\tilde{a}_1^d)$ si a_1 est suffisamment élevé.⁷ Ainsi, en première étape,

⁷Dans cet exemple, on constate que $\Pi_2(a_2^*) \leq \Pi_2(\tilde{a}_1^d)$ pour des valeurs de a_1 assez faibles ou très élevées de l'intervalle $[\bar{a}_1, +\infty[$ (par exemple, ici $a_1 = 15$ et $a_1 = 10^8$) mais que $\Pi_2(a_2^*) > \Pi_2(\tilde{a}_1^d)$ pour des valeurs intermédiaires de a_1 au sein de ce même intervalle.

la firme 1 est incitée à choisir la valeur la plus élevée possible de a_1 afin que a_1^d soit maximale. Une imitation partielle est réalisée dans cet équilibre avec "accommodation".

Après avoir présenté ces trois exemples, il est possible d'expliquer la relation entre le type d'équilibre et les valeurs correspondantes des paramètres α et β au sein de la configuration C23.

Tout d'abord, pour une valeur donnée de α , lorsque le degré de convexité des coûts (β) est suffisamment élevé, la firme 1 tolère une imitation par sa rivale. En effet, lorsque la convexité est forte, il est peu coûteux pour la firme 2 d'imiter les premiers attributs spécifiques de sa rivale mais le coût d'une imitation supplémentaire augmente très rapidement. Dans ce cas, un effort très important serait nécessaire à la firme 1 pour décourager totalement l'imitation alors que la firme 2 ne réalise qu'une imitation de faible ampleur lorsque $a_1 \rightarrow +\infty$.

Ensuite, lorsque α et β sont faibles, la convexité du coût d'imitation n'est pas suffisante pour décourager la firme 2 à réaliser une imitation de forte envergure pour des valeurs élevées de a_1 : dans ce cadre, il est préférable pour la firme 1 de dissuader totalement sa rivale, comme dans les configurations C21 et C22.

Enfin, lorsque α est élevé et β faible, une situation intermédiaire est obtenue : la firme 1 tolère une imitation de faible ampleur mais dissuade sa rivale de réaliser une imitation plus importante.

5.5 Synthèse

Ce travail met en évidence un comportement stratégique des firmes qui souhaitent éviter une imitation de leur produit : une diminution de niveau d'attributs peut réduire la différenciation et améliorer la compétitivité-coûts de la firme leader, faisant ainsi disparaître le gain à l'imitation du concurrent⁸. Un tel équilibre de "dissuasion", dans lequel la firme 1 décourage complètement l'imitation par sa rivale, est réalisé lorsque les coûts d'imitation sont nuls, concaves ou faiblement convexes. Cette stratégie de dissuasion se distingue des travaux actuels sur l'imitation qui mettent davantage l'accent sur l'incitation des firmes à sur-investir en qualité pour accroître le coût d'imitation du concurrent : en revanche, une telle stratégie peut être reliée à la littérature sur la dissuasion à l'entrée.

Par ailleurs, lorsque les coûts d'imitation sont convexes et suffisamment élevés, la firme 1 tolère une imitation de faible ampleur que réalise sa rivale et l'équilibre est de type "accommodation"

⁸Cet effet ne doit pas être confondu avec la simple désincitation aux dépenses de R & D résultant d'une menace d'imitation.

(ou "mixte"), ce qui fait écho aux travaux de Fudenberg et Tirole. L'équilibre de "statu quo" n'est jamais réalisé : l'introduction d'une phase d'imitation dans le jeu avec choix d'attributs induit toujours un comportement stratégique de la firme menacée d'imitation. Ainsi, la dimension verticale de la différenciation est plus faible à l'équilibre du jeu avec imitation que dans le jeu sans imitation du chapitre 4. En mettant en évidence une grande variété d'équilibres, le duopole avec différenciation par attributs fournit un cadre intéressant pour analyser les interactions entre imitation et innovation.

Soulignons que le niveau a_1^d est d'autant plus fort que les coûts d'imitation sont élevés, conformément à l'intuition (il est croissant avec α et β) : en effet, la réduction stratégique de a_1 réalisée par la firme 1 pour décourager l'imitation est d'autant plus importante que les coûts d'imitation sont faibles. En revanche, contrairement à l'intuition, l'imitation n'est réalisée que si le degré de convexité des coûts d'imitation est suffisamment élevé. En effet, la firme 1 ne tolère une imitation de faible ampleur que si la dissuasion lui demande un effort important. Dans le même temps, l'effort requis pour dissuader une imitation de forte ampleur est de plus en plus limité à mesure que β augmente.

Finalement, une telle réduction stratégique de niveau d'attributs peut être reliée au comportement observé dans certaines entreprises. Ainsi, la firme Caterpillar, qui avait choisi une politique d'amélioration permanente de ses produits en négligeant les considérations de coût (cf. Chapitre 4), connut des difficultés au début des années 1980. Son manque de compétitivité incita sa rivale japonaise Komatsu à réaliser quelques imitations de produit rentables ce qui lui permit de vendre des produits de qualité acceptable à des prix avantageux⁹. Afin de décourager la poursuite d'une telle imitation, « son directeur général, George Schaefer, lança alors le programme "Une usine d'avenir" d'une valeur de 1.8 milliard de dollars. Il mit en place un système de fabrication rapide et souple qui parvint à réduire de 20% les coûts de certaines activités. L'entreprise ferma aussi les portes de ses usines non efficaces et réduisit son personnel de 30%.» (Miller, 1992, p 347). Par la suite, Komatsu se consacra davantage au développement de nouveaux attributs et services pour ses produits qu'à l'imitation de son concurrent.

⁹«Caterpillar était chef de file en matière de qualité, non de coûts. Mais elle se mit à subir les assauts de Komatsu, sa concurrente japonaise super-efficace, ce qui lui fit perdre près d'un milliard de dollars entre 1982 et 1984. Obsédée par la qualité, Caterpillar avait accru ses dépenses à tel point qu'elle ne pouvait plus faire concurrence. Ses méthodes de fabrication étaient devenues trop peu efficaces pour lui permettre de pratiquer les mêmes prix que Komatsu.» (Miller, 1992, p 347)

6 Innovation, imitation et bien-être

Dans un premier temps, cette section met en évidence l'effet direct de l'imitation sur les qualités et l'effet indirect sur les prix des biens. Puis nous étudions l'impact sur le bien-être social d'une imitation découragée ou réalisée dans le modèle DPA.

6.1 Effets de l'imitation sur les choix de spécification et tarification

Dans un cadre de biens différenciés, quel est l'impact d'une imitation de produit sur le bien-être social? Supposons que la firme 2 tente d'imiter le bien 1. Dans ce cas, deux effets peuvent jouer un rôle contradictoire.

L'imitation a d'abord un *effet direct sur les "qualités"* (ou sur les niveaux d'attributs) des biens. Lorsque l'imitation est anticipée par la firme 1, cette dernière peut choisir de faire varier sa qualité stratégiquement : la firme 1 peut diminuer sa qualité (soit pour annihiler le gain à l'imitation de sa rivale en intensifiant la concurrence, soit pour éviter des frais de R&D improductifs) ou l'augmenter (afin de rendre l'imitation plus onéreuse). A l'issue de cette action stratégique, l'imitation peut être réalisée ou non par la firme 2 : il faut alors prendre en compte l'évolution des qualités des deux firmes pour déterminer l'effet net sur le bien-être.

Cet effet direct sur les qualités peut cependant être contrecarré par un *effet indirect sur les prix*. D'une part, l'évolution des qualités des firmes modifie leur pouvoir de marché et donc affecte les prix dans le même sens. D'autre part, une imitation découragée ou réalisée peut accroître les coûts unitaires d'imitation de la firme 2 et augmenter ou diminuer les coûts unitaires d'innovation des firmes 1 et 2 : ces variations affectent les prix de marché. Finalement, une augmentation des prix a un effet ambigu sur le bien-être total car elle augmente les profits des firmes mais diminue le surplus des consommateurs.

Pour illustrer ces différents effets, considérons le duopole utilisé par Pepall et Richards (1994) dans lequel la différenciation est verticale. Dans ce modèle, les coûts unitaires sont exogènes avec les qualités choisies : l'innovation et l'imitation affectent les seuls coûts fixes. En conséquence, l'effet prix et l'effet qualité affectent toujours le bien-être dans des sens opposés. Deux cas doivent alors être distingués. D'une part, lorsque le coût d'imitation est élevé, la firme innovante décourage l'imitation en accroissant sa qualité : il y a un effet qualité positif et un effet prix négatif sur le bien-être. D'autre part, lorsque le coût d'imitation est faible, l'imitation est réalisée, ce qui incite la firme innovante à diminuer son investissement en R & D et sa qualité : il y a un effet qualité

négatif et un effet prix positif sur le bien-être. Mais dans ce modèle, l'effet qualité sur le bien-être domine toujours l'effet prix : le bien-être est accru lorsque l'imitation est découragée et diminué lorsque l'imitation est réalisée.

6.2 Formes d'imitation et bien-être dans le modèle DPA

Voyons maintenant les effets de l'imitation sur le bien-être dans le modèle DPA, lorsque l'innovation et l'imitation affectent les coûts unitaires. La fonction de bien-être utilisée ici est identique à celle du chapitre 4 : ainsi, les résultats sont obtenus sous l'hypothèse que les consommateurs réalisent une évaluation post-achat rationnelle. D'ailleurs l'optimum social avec coût unitaire endogène n'est pas affecté par l'existence d'une imitation car le coût de cette imitation constitue une perte nette de bien-être. L'optimum social est donc atteint pour $a_1 = a_1^d = a_2 = \bar{a}$ (absence d'imitation) tel que $c'(\bar{a}) = u'(\bar{a})$. Ainsi, à l'inverse du modèle de Pepall et Richards (1994), le bien-être ne varie pas de façon monotone avec le niveau d'attributs : l'effet net de l'imitation sur le bien-être dépend de l'hypothèse retenue sur la forme des coûts d'imitation.

Dans les configurations C21 et C22, la firme 1 diminue son niveau d'attributs par rapport à la situation d'innovation pure du chapitre 4 (tout en conservant $a_1^* > a_2^*$) dans le but de décourager l'imitation et la firme 2 décide de ne pas imiter. Ainsi, lorsqu'un équilibre de dissuasion est réalisé, *la menace d'imitation a un effet strictement positif sur le bien-être* puisque le niveau d'attributs d'équilibre de la firme 1 se rapproche de l'optimum social. L'imitation a un effet qualité négatif et un effet prix positif sur le bien-être mais l'effet prix est dominant.

Dans la configuration C23, des équilibres avec "accommodation" ou "mixte" peuvent être atteints, dans lesquels l'imitation est partiellement réalisée par la firme 2. Une imitation réalisée a un effet qualité positif sur le bien-être (le niveau des attributs u_0 partagés par les deux biens augmente) mais un effet prix négatif (le coût d'imitation augmente). L'effet net de cette imitation sur le bien-être est incertain mais semble assez peu significatif (le niveau d'imitation réalisée est faible et cette imitation génère des effets de sens opposés). Ainsi, lorsque les consommateurs évaluent leur achat de façon rationnelle, il semble qu'un équilibre avec "accommodation" ait un effet négligeable sur le bien-être par rapport à un équilibre de "statu quo" mais que l'équilibre "mixte" permette une faible augmentation du bien-être.

Ces résultats sont récapitulés dans la proposition suivante :

PROPOSITION 5.6 *Sous l'hypothèse d'évaluation post-achat rationnelle des consommateurs, le bien-être est plus élevé dans un équilibre de "dissuasion" par rapport à l'équilibre de "statu quo". La comparaison entre les équilibres "mixte" ou avec "accommodation" et l'équilibre de "statu quo" en terme de bien-être est ambiguë.*

Ainsi, une imitation découragée a un effet positif sur le bien-être à la fois dans le modèle de Pepall et Richards (1994) et dans le modèle DPA. Mais les effets à l'oeuvre dans les deux structures sont assez différents : décourager l'imitation nécessite d'augmenter la qualité dans le premier modèle et de diminuer le niveau d'attributs dans le second.

7 Conclusion

Ce chapitre montre qu'un équilibre de Nash parfait existe dans le jeu à trois étapes avec innovation, imitation et concurrence en prix, sous des hypothèses assez générales sur l'utilité et les coûts d'innovation et d'imitation. Dans le duopole DPA, une imitation de produit peut être profitable pour une firme produisant un bien de basse qualité à un coût unitaire plus faible que sa rivale. Cette incitation à l'imitation disparaît lorsque les coûts d'imitation sont trop élevés.

Lorsqu'un danger crédible d'imitation est anticipé, notre analyse met en évidence un nouveau comportement stratégique de la firme menacée. Cette entreprise diminue son niveau d'attributs afin d'améliorer sa compétitivité relative sur le marché par une baisse de coût et afin de réduire la différenciation, ce qui fait disparaître un gain potentiel de sa rivale à l'imitation. Au final, trois types d'équilibre peuvent être réalisés en fonction du degré de convexité des coûts d'imitation. Lorsque les coûts d'imitation sont nuls ou concaves, un équilibre de dissuasion est réalisé : la firme vendant le bien le plus apprécié choisit de réduire fortement son niveau d'attributs spécifiques et parvient ainsi à décourager efficacement l'imitation. Lorsque les coûts d'imitation sont convexes, la firme vendant le bien le plus apprécié peut préférer tolérer l'imitation réalisée par sa rivale ou la décourager partiellement : ces deux cas caractérisent les équilibres d'"accommodation" ou "mixte". Ainsi, la typologie d'équilibres utilisée pour décrire les comportements stratégiques face à l'entrée de concurrents (Fudenberg et Tirole, 1984) semble aussi adaptée pour décrire les comportements face à l'imitation.

Lorsque la firme menacée réduit son niveau d'attributs spécifiques, le bien-être social aug-

mente par rapport à l'équilibre de "statu quo" (similaire à celui obtenu dans le chapitre 4) : ce comportement diminue la dimension verticale de la différenciation sur le marché ce qui rapproche l'équilibre de l'optimum social, caractérisé par une différenciation horizontale pure. Une imitation réalisée diminue également la différenciation verticale mais augmente aussi les coûts d'imitation : l'effet sur le bien-être social est donc ambigu. Ces résultats découlent cependant des hypothèses proposées pour la construction de la fonction de bien-être : les agents sont plus rationnels dans l'évaluation de la décision que lors de la prise de décision et le goût des consommateurs pour les attributs spécifiques n'est pas trop hétérogène dans la population.

Les implications de ces résultats en terme de politique économique restent à développer de façon plus approfondie, en particulier dans le domaine de la propriété intellectuelle. Considérons par exemple un marché sur lequel les produits sont différenciés horizontalement et verticalement. Sur un tel marché, la décision d'accorder ou non un brevet pour une innovation de produit devrait prendre en compte le positionnement du produit considéré. Ainsi, une firme vendant un bien de qualité élevée à un prix élevé et obtenant un brevet lui permettant d'accroître encore sa différenciation verticale peut provoquer une hausse des prix généralisée, ce qui est néfaste en terme de bien-être social. Un tel brevet risque d'encourager le développement d'innovations dont la valeur sociale est trop faible par rapport au coût. A l'inverse, une "innovation de rattrapage" de la firme de qualité faible, va remplacer partiellement la différenciation verticale par une différenciation horizontale, ce qui peut être positif en terme de bien-être si les préférences des acheteurs sont assez homogènes.

8 Annexe 1 : incitation à l'imitation et forme des coûts

Cette annexe fournit la preuve de la proposition 5.1. Pour une firme i , il existe un gain à l'imitation s'il est possible d'accroître Π_i en diminuant u_j . Supposons que la firme 1 vende le produit le plus apprécié sur le marché ($u_1 > u_2$). Dans ce cas, la firme 1 n'augmente jamais sa qualité par imitation car $\partial \Pi_1^* / \partial u_2 = 0$. La situation est différente pour la firme 2 :

$$\frac{\partial \Pi_2^*}{\partial u_1} = \frac{4Nu_1x(u_1 - x + \sqrt{\Delta})}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + u_1)^2}$$

avec $x = u_1 + u_2 + c_1 - c_2$. Cette dérivée est égale à zero pour $5u_1 = u_2 + c_1 - c_2$, ce qui nous conduit à la condition 3.1. La condition de second ordre est :

$$\frac{\partial^2 \Pi_2^*}{\partial u_1^2} \Big|_{\frac{\partial \Pi_2^*}{\partial u_2} = 0} = \frac{4Nu_1x(3u_1 + 2x)}{(u_1^2 + 4u_1x)(\sqrt{\Delta} + u_1)^2} \geq 0$$

Le profit de la firme 2 est donc convexe avec u_1 : cette firme est incitée à l'imitation si l'écart de coût unitaire en sa faveur est suffisamment élevé. ■

9 Annexe 2 : existence de l'équilibre de Nash parfait

Cette section fournit la preuve de la proposition 5.2 : le jeu à trois étapes est résolu par récurrence à rebours.

A la *dernière étape* du jeu, les prix d'équilibre sont donnés par (2.1) et (2.2).

A la *seconde étape*, le profit de 1 ne varie pas avec a_2 et la firme 1 n'imité jamais la firme 2 : le niveau d'attributs spécifique a_2^d à l'issue de cette étape est donc toujours identique à celui choisi par la firme 2 en première étape. Puisque $a_2^d = a_2^*$, le profit de 2 ne dépend que de a_2^* et des niveaux d'attributs de la firme 1 avant l'imitation a_1^* et après l'imitation a_1^d . Le choix de a_1^* affecte le coût unitaire d'innovation de la firme 1, qui est égal à $c_1 = (a_1^*)^2$. Pour les fonctions d'utilité et de coût retenues, le profit de 2 est donné par l'équation suivante :

$$\Pi_2(a_1^d) = \frac{(\sqrt{\Delta} - a_1^d)x}{\sqrt{\Delta} + a_1^d}$$

avec $\Delta = (a_1^d)^2 + 4a_1^d x$ et $x = a_1^d + a_2^* + (a_1^*)^2 - (a_2^*)^2 - c_2^d(a_1^*, a_1^d)$.

Étudions désormais comment Π_2 varie avec a_1^d .

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial a_1^d} = \frac{4xa_1^d[(a_1^d + \sqrt{\Delta})(1 - c_2^{d'}) - x]}{\sqrt{\Delta}(\sqrt{\Delta} + a_1^d)^2}$$

Les extrema vérifient $x = (a_1^d + \sqrt{\Delta})(1 - c_2^{d'})$, les deux membres de l'égalité étant positifs (il est impossible que $x = 0$ car $x > 0$ pour $a_1^d = 0$ et x croît avec a_1^d). Le profit peut donc admettre zéro, un ou plusieurs extrema, selon la fonction de coût d'imitation retenue. La nature de ces extrema peut être identifiée grâce à la condition de second ordre (4.3). Si $c_2^{d''} < 0$, tout extremum est nécessairement un minimum mais le signe de cette dérivée seconde est inconnu lorsque $c_2^{d''} > 0$.

La connaissance du niveau exact d'imitation n'est pas nécessaire pour démontrer l'existence d'un équilibre de Nash parfait global : puisque a_1^d appartient nécessairement à $[a_2^*, a_1^*]$, la preuve

d'existence de l'équilibre peut être réalisée simplement en étendant au jeu à trois étapes la preuve correspondante du jeu à deux étapes avec innovation pure (chapitre 4, Annexe 1).

A la *première étape*, la firme 2 sait que la firme 1 n'imitera pas son produit à la seconde étape : son choix d'attributs n'est pas modifié par rapport au jeu sans imitation et la firme choisit $u'(a_2^c) = c'(a_2^c)$. Or nous avons montré dans le chapitre 4 que toute valeur de déviation $a_2^{cc} \geq a_1^c$ (avec $a_1^c \in [a_2^*; +\infty[$) conduit la firme 2 à réaliser un profit plus faible.

Par ailleurs, la possibilité d'imitation ne peut que diminuer le profit de déviation de la firme 2 par rapport au cas sans imitation : toute déviation en première étape afin de proposer le niveau d'attributs le plus élevé expose la firme 2 au risque d'être imitée en seconde étape. Pour les fonctions retenues, le niveau d'attributs d'équilibre est donné par $a_2^* = 0.5$, $u_2 = 0.5$ et $c_2 = 0.25$.

En l'absence d'imitation, nous avons montré au chapitre 4 que la firme 1 choisit le niveau d'attributs le plus élevé $a_1^* \rightarrow +\infty$. Lorsque l'imitation est anticipée, le maximum local de la firme 1 peut être atteint pour un niveau plus faible de a_1 (noté $a_1^c \in [a_2^*; +\infty[$) car un tel niveau peut décourager l'imitation par la firme 2 en seconde étape. Dans ce cas, le profit de 1 est donné par $\Pi_1^c(a_1^c) = a_1^c$.

Par ailleurs, la firme 1 peut être incitée à dévier du maximum local afin d'inverser les hiérarchies des niveaux d'attributs : toutefois, la valeur a_1^{cc} qui maximise le profit de déviation n'est pas affectée par l'introduction d'une imitation et vérifie donc $u'(a_1^{cc}) = c'(a_1^{cc})$ comme il a été prouvé dans le chapitre 4. Ainsi, la firme 1 choisit $a_1^{cc} = a_2^*$ et n'a donc aucun intérêt à imiter le produit de la firme 2 en seconde étape. Les coûts unitaires des firmes devenant égaux, le profit de déviation de la firme 1 est donné par $\Pi_1^{cc}(a_1^{cc}) = a_2^*$. La comparaison des profits montre que $\Pi_1^c \geq \Pi_1^{cc}$ si $a_1^c \geq a_2^*$, ce qui est toujours vrai puisque $a_1^c \in [a_2^*; +\infty[$. Ainsi, une déviation du maximum local a_1^c conduit la firme 1 à réaliser un profit plus faible.

Le maximum local est aussi global, ce qui démontre l'existence d'un équilibre de Nash global dans le jeu à trois étapes. ■

10 Annexe 3 : équilibre avec coûts d'imitation concaves

Cette section fournit la preuve de la proposition 5.4, qui sera réalisée en trois étapes. Premièrement, nous montrons que le signe de la pente de la fonction de profit $\Pi_2(a_1^d)$ est égal à l'écart

entre une fonction strictement décroissante sur l'intervalle $[0.5, a_1^*]$ et une fonction strictement croissante sur ce même intervalle. En conséquence, le profit est soit strictement croissant, soit strictement décroissant, soit non-monotone concave sur tout l'intervalle. Deuxièmement, nous montrons que le signe de cette pente est toujours positif lorsque $a_1^d \rightarrow a_1$ quel que soit a_1 , ce qui prouve que le profit ne peut être strictement décroissant sur tout l'intervalle. Troisièmement, nous montrons qu'aucun équilibre de type "accommodation" ou "mixte" ne peut être réalisé dans ce cadre.

La condition de premier ordre 4.2 peut se réécrire sous forme d'une égalité $f(a_1^d) - g(a_1^d) = 0$ où les fonctions f et g sont définies par :

$$f(a_1^d) = \sqrt{\Delta}(1 - c_2^{d'}) - x \quad (10.1)$$

$$g(a_1^d) = a_1^d(c_2^{d''} - 1) - x \quad (10.2)$$

avec $\Delta = (a_1^d)^2 + 4a_1^d x$ et $x = a_1^d + a_2^* + (a_1^*)^2 - (a_2^*)^2 - c_2^d$.

En gardant à l'esprit que $c_2^{d'} < 0$ et $c_2^{d''} < 0$, l'étude des fonctions f et g conduit aux résultats suivants :

$$\frac{\partial g(a_1^d)}{\partial a_1^d} = -1 + c_2^{d'} + a_1^d c_2^{d''} < 0 \quad (10.3)$$

$$\frac{\partial f(a_1^d)}{\partial a_1^d} = \frac{(1 - c_2^{d'})[a_1^d + 2x + 2a_1^d(1 - c_2^{d'}) - \sqrt{\Delta}] - a_1^d(a_1^d + 4x)c_2^{d''}}{\sqrt{\Delta}} \quad (10.4)$$

Or cette dernière dérivée est toujours positive car $a_1^d + 2x > \sqrt{\Delta}$ (ce qui peut être aisément vérifié en mettant les termes au carré). Ainsi, la fonction f est strictement croissante avec a_1^d et la fonction g strictement décroissante avec cette variable. En conséquence, la fonction de profit admet au plus un extremum dans l'intervalle $[0.5, a_1^*]$.

De plus, la pente de Π_2 est toujours positive lorsque $a_1^d \rightarrow a_1$ pour tout a_1 . En effet, $\lim_{a_1^d \rightarrow a_1} c_2^{d'} \rightarrow -\infty$ ce qui implique $\lim_{a_1^d \rightarrow a_1} f(a_1^d) \rightarrow +\infty$ et $\lim_{a_1^d \rightarrow a_1} g(a_1^d) \rightarrow -\infty$. Cette propriété est valable quel que soit a_1 . En conséquence, si le maximum de $\Pi_2(a_1^d)$ est réalisé à une borne de l'intervalle, ce profit est nécessairement croissant sur tout l'intervalle.

Montrons désormais qu'aucun équilibre avec "accommodation" ne peut exister dans ce cadre. Notons d'abord que le seul type d'équilibre possible avec accommodation est caractérisé par l'égalité $a_1^{d*} = a_2^*$, la fonction Π_2 étant non-monotone convexe (ce qui exclut de fait toute forme d'équilibre "mixte"). Or la firme 1 peut toujours éviter une imitation d'une telle ampleur en diminuant a_1 ce qui écarte la possibilité d'un tel équilibre. La preuve de cette affirmation est réalisée en étudiant le signe de la pente de Π_2 lorsque $a_1 \rightarrow 0.5$: il suffit d'utiliser la propriété mise en évidence dans le paragraphe précédent (valable pour tout a_1) pour montrer que la pente de Π_2 est positive sur tout l'intervalle $[0.5; a_1]$ ce qui conduit à $a_1^d = a_1 > 0.5$. Aucun équilibre avec accommodation ne peut donc être réalisé. ■

11 Annexe 4 : équilibre avec coûts d'imitation convexes

Cette section fournit la preuve de la proposition 5.5, qui sera réalisée en deux étapes. Premièrement, nous montrons que le signe de la pente de la fonction $\Pi_2(a_1^d)$ est égal à la différence entre une fonction concave (monotone ou non) sur l'intervalle $[0.5, a_1^*]$ et une fonction convexe (monotone ou non) sur ce même intervalle. En conséquence, Π_2 admet au plus deux extrema, soit un minimum suivi d'un maximum. Deuxièmement, nous montrons qu'aucun équilibre avec "statu quo" ne peut exister dans cette configuration.

Nous utilisons ici la même décomposition de la condition de premier ordre (4.2) que celle présentée en Annexe 3, ce qui nous conduit à distinguer la fonction f (équation 10.1) de la fonction g (équation 10.2). En gardant à l'esprit que $c_2^{d'} < 0$ et $c_2^{d''} > 0$, les signes des dérivées premières (équations 10.3 et 10.4) sont indéterminés. Il est donc nécessaire d'étudier le signe des dérivées secondes. Définissons d'abord la dérivée troisième du coût d'imitation :

$$c_2^{d'''} = \frac{\partial^3 c_2^d}{\partial (a_1^d)^3} = -\alpha\beta(\beta - 1)(\beta - 2)(a_1^* - a_1^d)^{\beta-3} > 0$$

La dérivée seconde de la fonction f est donnée par l'expression suivante :

$$\left. \frac{\partial^2 f(a_1^d)}{\partial (a_1^d)^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial a_1^d} = 0} = c_2^{d''} \frac{\sqrt{\Delta} - 2(a_1^d + 2x + 2a_1^d(1 - c_2^{d'}))}{\sqrt{\Delta}} - \sqrt{\Delta} c_2^{d'''} + (1 - c_2^{d'})h(a_1^d) \quad (11.1)$$

avec

$$h(a_1^d) = \frac{a_1^d(a_1^d + 4x)[1 + 4(1 - c_2^{d'}) - 2a_1^d c_2^{d''}] - [a_1^d + 2x + 2a_1^d(1 - c_2^{d'})]^2}{\sqrt{\Delta^3}}$$

et toujours $\Delta = (a_1^d)^2 + 4a_1^d x$ et $x = a_1^d + a_2^* + (a_1^*)^2 - (a_2^*)^2 - c_2^d$.

Il suffit de prouver que $h(a_1^d) \leq 0$ pour établir que $f''(a_1^d) < 0$. Or en simplifiant la fonction h , on trouve :

$$h(a_1^d) = \frac{-4[x - a_1^d(1 - c_2^d)]^2}{\sqrt{\Delta^3}} - \frac{2a_1^d c_2^{d''}}{\sqrt{\Delta}} < 0$$

En conséquence, la fonction f est concave.

De plus, la dérivée seconde de la fonction g prend la forme suivante :

$$\left. \frac{\partial^2 g(a_1^d)}{\partial (a_1^d)^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial a_1^d} = 0} = 2c_2^{d''} + a_1^d c_2^{d'''} > 0$$

Ainsi, il existe au plus deux intersections entre la fonction concave f et la fonction convexe g dans l'intervalle $]0.5, a_1^*[$ et Π_2 admet au plus deux extrema dans l'intervalle. S'il n'existe qu'un extremum, il peut s'agir d'un minimum ou d'un maximum. S'il existe deux extrema, le premier est nécessairement un minimum et le second un maximum.

Enfin, montrons que la configuration C23 ne peut admettre aucun équilibre avec "statu quo" dans lequel la firme 1 choisit le niveau d'attributs spécifiques le plus élevé et sa rivale décide de ne pas imiter. Une condition suffisante à l'absence d'équilibre de "statu quo" est que la pente de Π_2 soit strictement négative pour $a_1^d = a_1$. Lorsque cette égalité est vérifiée, notons d'abord que $c_2^{d'} = 0$ car $\beta > 1$. En utilisant la dérivée 4.1, nous pouvons écrire cette pente sous la forme :

$$\left. \frac{\partial \Pi_2}{\partial a_1^d} \right|_{a_1^d = a_1} = \frac{4a_1^{1/2} \frac{x}{a_1^2} \left[\frac{a_1 + \sqrt{\Delta}}{a_1^{3/2}} \frac{1}{a_1^{1/2}} - \frac{x}{a_1^2} \right]}{\frac{\sqrt{\Delta}}{a_1^{3/2}} \frac{(\sqrt{\Delta} + a_1)^2}{a_1^3}}$$

avec $\Delta = a_1^2 + 4a_1 x$ et $x = a_1 + 0.25 + a_1^2$.

En remarquant que $\lim_{a_1 \rightarrow +\infty} x/a_1^2 = 1$ et $\lim_{a_1 \rightarrow +\infty} \sqrt{\Delta}/a_1^{3/2} = 2$, on montre aisément que :

$$\lim_{a_1 \rightarrow +\infty} \left. \frac{\partial \Pi_2}{\partial a_1^d} \right|_{a_1^d = a_1} = -\infty$$

En conséquence, lorsque $a_1 \rightarrow +\infty$, l'équilibre ne peut jamais être réalisé pour $a_1^d \approx a_1$ ce qui écarte la possibilité d'un équilibre de "statu quo". ■

Chapitre 6

Existence de l'équilibre et oligopole différencié par les attributs

1 Introduction

Au vu des nouveaux résultats obtenus grâce au duopole avec différenciation par attributs, il paraît légitime d'essayer de généraliser ce modèle à un ensemble de choix comportant trois produits ou plus. Ce chapitre aborde cette question sans fournir de réponse tranchée à l'heure actuelle. En effet, plusieurs généralisations du système de demande de duopole sont possibles alors que notre analyse se limite à la seule extension permettant de conserver une équivalence avec le modèle "Elimination Par Attributs", développé dans le chapitre 1.

La section 2 discute du lien entre le mode d'intégration des différences de prix et la forme de généralisation supposée dans le modèle. De plus, le système de demande à trois produits compatible avec EPA permet de représenter des formes de différenciation similaires à celles des demandes de duopole : horizontale pure, verticale pure, horizontale et verticale.

La section 3 montre que la demande compatible avec EPA possède plusieurs coudes lorsque tous les attributs spécifiques sont exclusifs à un produit. La preuve de la non-existence d'un équilibre de Nash en prix en stratégies pures est établie. Ce résultat est mis en perspective avec la littérature sur l'inertie de marché.

Dans la section 4, la conclusion évoque diverses perspectives de recherche concernant d'autres généralisations du modèle. Les preuves sont fournies en section 5.

2 Demandes d'un oligopole avec DPA

Cette section présente différentes formulations des fonctions de demande en fonction du type de généralisation retenu, de la forme des attributs prix et de la nature de la différenciation sur le marché.

2.1 Types de généralisation et mode d'intégration des prix

Comme nous l'avons montré dans le chapitre 2, le modèle EPA est équivalent au modèle de Restle lorsque les individus doivent choisir parmi un ensemble de deux options. Cette équivalence cesse toutefois d'être vraie pour un plus grand nombre d'options, ce qui influe sur le mode d'intégration de la différence de prix comme un attribut spécifique.

Prenons d'abord l'exemple du modèle EPA : la formule de calcul pour $n \geq 2$ options et l'intégration des différences de prix ont déjà été évoquées dans le chapitre 1. Supposons que 3 produits soient vendus sur le marché à des prix $p_1 > p_2 > p_3$ et que leurs attributs non-prix procurent une utilité identique u . Dans ce cas, chaque différence de prix $p_1 - p_2$ et $p_2 - p_3$ est un attribut spécifique. Il est clair que $p_2 - p_3$ est un attribut *exclusif* du bien 3, puisque ce dernier est moins cher que ses deux concurrents. En revanche, $p_1 - p_2$ est un attribut *partagé* par les produits 2 et 3, qui sont tous deux moins onéreux que le bien 1. L'élimination des produits sur la base de cette seule différence de prix ne permet alors pas de choisir un produit unique et la formule récursive du modèle EPA doit être utilisée. Les probabilités de choix sont alors données par :

$$P_1 = \frac{u}{3u + p_1 - p_3} \quad (2.1)$$

$$P_2 = \frac{u + (p_1 - p_2)P_2^{(2,3)}}{3u + p_1 - p_3} \quad (2.2)$$

$$P_3 = \frac{u + (p_1 - p_2)P_3^{(2,3)} + p_2 - p_3}{3u + p_1 - p_3} \quad (2.3)$$

avec $P_2^{(2,3)} = 1 - P_3^{(2,3)} = u/(2u + p_2 - p_3)$.

Il existe toutefois d'autres généralisations possibles des probabilités du chapitre 2. Par exemple, la généralisation du modèle peut épouser l'idée d'une "sélection par attributs", comme dans le modèle de Restle (1961), auquel cas le numérateur de la probabilité récapitule les attributs spécifiques pouvant déclencher l'achat du bien concerné. Ici, l'avantage relatif du bien 2 sur le bien 1 en terme de prix prend la forme $p_1 - p_2$ et se retrouve au numérateur de P_2 . Les avantages relatifs du produit 3 sur les biens 1 et 2 sont notés respectivement $p_1 - p_3$ et $p_2 - p_3$ au numérateur de P_3 . Dans ce contexte, la récursivité disparaît au sein des probabilités de choix :

$$P_1 = \frac{u}{3u + 2(p_1 - p_3)}$$

$$P_2 = \frac{u + p_1 - p_2}{3u + 2(p_1 - p_3)}$$

$$P_3 = \frac{u + p_1 + p_2 - 2p_3}{3u + 2(p_1 - p_3)}$$

Ainsi, le mode d'intégration des prix dépend de la généralisation du duopole qui est utilisée. Comme nous l'avons indiqué dans le chapitre 2, la forme fonctionnelle (linéaire, quadratique, exponentielle...) affectée aux différences de prix peut aussi influencer sur la représentation des probabilités. Dans ce chapitre, nous analysons l'existence de l'équilibre en utilisant *une généralisation à 3 options compatible avec le modèle EPA* de Tversky (1972).

2.2 Différenciation horizontale pure

Lorsque trois produits possèdent des attributs spécifiques procurant une utilité positive identique u , les probabilités de choix sont données par les formules (2.1) à (2.3). Lorsque les prix sont égaux, chacune de ces probabilités est égale à $1/3$: nous sommes donc en présence d'une différenciation horizontale pure.

2.3 Différenciation verticale pure

En présence de différenciation verticale pure, tous les consommateurs préfèrent acheter le même produit lorsque les biens sont vendus à un prix identique. Supposons que les attributs hors-prix des biens se limitent à des qualités hétérogènes de sorte que $q_1 > q_2 > q_3$. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, le mode d'intégration de ces variables continues est similaire à celui des prix. La différence de qualité $q_1 - q_2$ est un attribut spécifique exclusif du bien 1. En revanche, la différence $q_2 - q_3$ est un attribut spécifique partagé par les biens 1 et 2, qui possèdent tous deux un avantage relatif en terme de qualité sur le bien 3. Les paramètres d'utilité hors-prix prennent alors les valeurs $u_1 = q_1 - q_2$ et $u_{12} = q_2 - q_3$ où u_{ij} désigne l'utilité d'un attribut spécifique partagé par les produits i et j . A l'inverse $q_3 - 0$ est un attribut partagé par tous les produits : il n'est donc pas pris en compte.

Supposons que la hiérarchie des prix soit inversée par rapport à celle des qualités, comme dans les modèles traditionnels. Dans ce cas, les probabilités de choix des différents produits sont :

$$P_1 = \frac{q_1 - q_2 + (q_2 - q_3)P_1^{(1,2)}}{q_1 - q_3 + p_1 - p_3}$$

$$P_2 = \frac{(q_2 - q_3)P_2^{(1,2)} + (p_1 - p_2)P_2^{(2,3)}}{q_1 - q_3 + p_1 - p_3}$$

$$P_3 = \frac{p_2 - p_3 + (p_1 - p_2)P_3^{(2,3)}}{q_1 - q_3 + p_1 - p_3}$$

avec $P_1^{(1,2)} = 1 - P_2^{(1,2)} = (q_1 - q_2)/(q_1 - q_2 + p_1 - p_2)$

et $P_2^{(2,3)} = 1 - P_3^{(2,3)} = (q_2 - q_3)/(q_2 - q_3 + p_2 - p_3)$.

Lorsque tous les prix sont égaux, on constate que le produit 1, dont la qualité est la plus élevée, est choisi avec une probabilité 1. Nous sommes donc bien en présence d'une différenciation verticale pure.

2.4 Différenciation horizontale et verticale

Le modèle de différenciation le plus général dans le modèle à 3 biens peut prendre en compte l'existence d'attributs exclusifs pour chaque produit ($u_i > 0$ pour tout i) et l'existence d'attributs partagés pour chaque sous-ensemble de deux produits ($u_{ij} > 0$ pour tout i et $j \neq i$). Les probabilités de choix sont données par :

$$P_1 = \frac{u_1 + u_{12}P_1^{(1,2)} + u_{13}P_1^{(1,3)}}{u_1 + u_2 + u_3 + u_{12} + u_{13} + u_{23} + p_1 - p_3}$$

$$P_2 = \frac{u_2 + u_{12}P_2^{(1,2)} + (u_{23} + p_1 - p_2)P_2^{(2,3)}}{u_1 + u_2 + u_3 + u_{12} + u_{13} + u_{23} + p_1 - p_3}$$

$$P_3 = \frac{u_3 + p_2 - p_3 + u_{13}P_3^{(1,3)} + u_{23}P_3^{(2,3)}}{u_1 + u_2 + u_3 + u_{12} + u_{13} + u_{23} + p_1 - p_3}$$

avec $P_1^{(1,2)} = 1 - P_2^{(1,2)} = (u_1 + u_{23})/(u_1 + u_2 + u_{13} + u_{23} + p_1 - p_2)$

$P_1^{(1,3)} = 1 - P_3^{(1,3)} = (u_1 + u_{12})/(u_1 + u_3 + u_{12} + u_{23} + p_1 - p_3)$

et $P_2^{(2,3)} = 1 - P_3^{(2,3)} = (u_2 + u_{13})/(u_2 + u_3 + u_{12} + u_{13} + p_2 - p_3)$.

Toutefois, il n'est pas indispensable d'introduire des attributs partagés pour prendre en compte toutes les dimensions de la différenciation. Par exemple, si $u_1 > u_2 > u_3 > 0$, la différenciation est horizontale entre les trois biens pour un niveau u_3 . Elle est horizontale entre les

produits 1 et 2 pour un écart $u_2 - u_3$ et verticale par rapport au bien 3 pour un niveau identique. Enfin, elle est verticale pour un niveau $u_1 - u_2$

3 Non-existence de l'équilibre en prix avec 3 firmes ou plus

Cette section précise la fonction de demande utilisée pour l'analyse de l'existence de l'équilibre et identifie la présence de coudes. Par la suite, la non-existence de l'équilibre en prix est établie.

3.1 Propriétés du système de demande

Afin de simplifier l'analyse, nous supposons que chaque produit i possède des attributs hors-prix exclusifs ($u_i > 0$) mais qu'il n'existe aucun attribut spécifique hors-prix partagé par exactement deux biens ($u_{ij} = 0$ pour toute combinaison de i et j). Ce système de demande peut admettre comme cas particulier une différenciation horizontale pure (lorsque $u_1 = u_2 = u_3$) ou représenter une différenciation horizontale et verticale, mais pas de différenciation verticale pure. Les configurations pouvant être obtenues sont donc similaires à celles d'un oligopole logit.

Étudions désormais les propriétés de ce système de demande et notamment l'existence de coudes. Lorsque les trois firmes sont actives et quand $p_2 \geq p_3$, la forme de la demande de bien 1 dépend de la position de p_1 dans cette hiérarchie de prix. Après quelques transformations, on obtient les expressions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} D_1 = \frac{Nu_1}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p_3} & \text{si } p_1 \geq p_2 \\ D_1 = \frac{Nu_1(u_1 + u_3 + p_2 - p_3)}{(u_1 + u_2 + u_3 + p_2 - p_3)(u_1 + u_3 + p_1 - p_3)} & \text{si } p_2 \geq p_1 \geq p_3 \\ D_1 = \frac{N(u_1 + u_3 + p_2 - p_1)(u_1 + p_3 - p_1)}{(u_1 + u_2 + u_3 + p_2 - p_1)(u_1 + u_3 + p_3 - p_1)} & \text{si } p_3 \geq p_1 \end{array} \right.$$

Lorsque $p_1 \rightarrow p_2$ (noté p), les dérivées premières des demandes prennent la forme :

$$\frac{\partial X_1^{p_1 > p_2}}{\partial p_1} = \frac{-Nu_1}{(u_1 + u_2 + u_3 + p - p_3)^2}$$

$$\frac{\partial X_1^{p_2 > p_1}}{\partial p_1} = \frac{-Nu_1}{(u_1 + u_2 + u_3 + p - p_3)(u_1 + u_3 + p - p_3)}$$

Ces expressions étant différentes, la demande admet un premier coude.

Lorsque $p_1 \rightarrow p_3$ (noté p), l'analyse des dérivées au voisinage du seuil conduit à :

$$\frac{\partial X_1^{p_1 > p_3}}{\partial p_1} = \frac{-N}{2(u_1 + u_2 + u_3 + p_2 - p)}$$

$$\frac{\partial X_1^{p_3 > p_1}}{\partial p_1} = \frac{-N(-u_1^2 + u_3(u_2 + u_3 + p_2 - p))}{(u_1 + u_3 + p_2 - p)((u_1 + u_2 + u_3 + p_2 - p)^2)}$$

Ainsi, la demande de bien 1 est continue mais possède deux coudes. Les propriétés obtenues sont similaires pour les demandes de produits 2 et 3.

Par ailleurs, à la différence du modèle à deux biens étudié dans le chapitre 2, ces coudes ne disparaissent pas en présence d'indices d'utilité identiques.

3.2 Non-existence de l'équilibre

Nous faisons ici l'hypothèse que les firmes produisent toutes à un coût unitaire identique c . Le profit d'une firme i est donc égal à $\Pi_i = X_i(p_i - c) - F_i$. L'étude de l'existence d'un équilibre de Nash en prix pour ce système de demande conduit alors au résultat suivant :

PROPOSITION 6.1 *Supposons qu'il existe un nombre de firme $n > 2$ produisant un bien différencié à un coût c sur un marché où les consommateurs utilisent l'heuristique EPA. Alors, dans un cadre statique, il n'existe aucun équilibre de Nash global en stratégie pure.*

Preuve : la preuve de cette proposition est présentée en Annexe 1, section 5

Cette conclusion semble également robuste à l'introduction d'asymétries de coûts ou d'attributs spécifiques appartenant à deux options.

Ce résultat négatif n'est pas complètement surprenant : il peut être relié à celui obtenu par Scotchmer (1986) dans le cadre de modèles avec inertie de part de marché (dont les modèles avec "switching costs" sont un cas particulier). Le duopole avec switching costs admet des demandes de forme similaires à celles que nous étudions : par exemple, elles dépendent aussi des différences de prix, bien que les produits soient homogènes. Dans les modèles avec inertie, l'absence d'équilibre découle d'une incitation des firmes à augmenter leur prix, puisqu'elles subiront une baisse de demande modérée à cause de l'inertie. Dans le modèle EPA, l'absence d'équilibre découle, à l'inverse, d'une incitation de certaines firmes à diminuer leur prix afin d'accroître leur demande.

De façon plus générale, la construction d'un oligopole asymétrique avec une forme complète de différenciation est une tâche délicate qui n'a encore jamais été accomplie dans la littérature.

4 Conclusion

Ce chapitre montre qu'une généralisation des demandes de duopole à trois produits, ou plus, permet de conserver une cohérence avec le modèle "Elimination Par Attributs" tout en intégrant les formes de différenciation évoquées dans les chapitres précédents : horizontale pure, verticale pure, horizontale et verticale. En revanche, il n'existe aucun équilibre de Nash en prix en stratégies pures pour une formulation simple (tous les attributs spécifiques sont exclusifs) de ce système de demande.

Ce résultat doit ici être nuancé. D'une part, il ne remet pas en cause l'intérêt potentiel d'appréhender la différenciation des produits en fonction de leurs attributs dans un modèle d'oligopole. D'autre part, les demandes obtenues dans le cadre du duopole peuvent aussi bien résulter d'une "sélection par attributs" (Restle, 1961) que d'une élimination. Les équivalences établies dans le chapitre 2 sont autant de voies à explorer en vue d'une potentielle généralisation du modèle binomial avant de tirer une conclusion définitive.

5 Annexe 1 : résultat d'impossibilité pour l'oligopole avec EPA

Cette annexe fournit la preuve de la proposition 6.1. En présence d'un nombre de biens supérieur à 2, plusieurs configurations des demandes peuvent exister en fonction de la hiérarchie des prix retenue. Supposons, comme précédemment, que la firme i fixe le i ème prix le plus élevé. Dans ce cas, les hiérarchies de prix possibles sont $p_1 > p_2 > p_3$, $p_1 = p_2 \geq p_3$ et $p_1 \geq p_2 = p_3$. Dans toutes les preuves, les probabilités de choix binaires de i parmi $\{i, j\}$ seront notées $P_i^{i,j}$. Les paramètres θ et N ne jouant aucun rôle dans l'existence de l'équilibre, fixons également $\theta = N = 1$.

Nous allons montrer qu'il n'existe pas d'équilibre pour chacun de ces trois cas, soit parce qu'il n'existe pas de solution au système donné par les conditions de premier ordre, soit parce que les solutions de ce système ne sont pas des équilibres.

5.1 L'absence d'équilibre en $p_1 > p_2 > p_3$

L'existence d'un tel équilibre est possible si et seulement $u_1 > 0$ et $u_2 > 0$: en effet, dans le cas contraire, la firme 3 récupérerait toute la demande. Nous supposons que ces conditions sont vérifiées. En utilisant la formule des probabilités du modèle EPA fournies dans le chapitre 1, les profits des firmes sont :

$$\Pi_1 = \frac{u_1(p_1 - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p_3}$$

$$\Pi_2 = \frac{(u_2 + (p_1 - p_2)P_2^{2,3})(p_2 - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p_3}$$

$$\Pi_3 = \frac{(u_3 + (p_1 - p_2)P_3^{2,3} + (p_2 - p_3))(p_3 - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p_3}$$

avec $P_2^{2,3} = \frac{u_2}{u_2 + u_3 + p_2 - p_3}$ et $P_3^{2,3} = 1 - P_2^{2,3}$.

LEMME 6.2 *Il n'existe aucun équilibre local en $p_1 > p_2 > p_3$.*

Preuve : $\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0$ si et seulement si $p_3^c = u_1 + u_2 + u_3 + c$. $\frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial p_1^2} \Big|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0} \leq 0$ est vérifiée. En maximisant le profit de la firme 2 et en remplaçant p_3 par son expression, on trouve :

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial p_2} = 0 \Leftrightarrow (p_2 - u_1 - c)^2 + (p_1 - p_2)(p_2 - u_1 - c) - (p_1 - u_1 - c)(p_2 - c) = 0$$

Cette condition du premier ordre se simplifie en $p_1^c = u_1 + c$. Or $p_1^c < p_3^c$, ce qui est impossible au vu de la hiérarchie des prix initiale. ■

Cette preuve peut être étendue au cas de coûts unitaires asymétriques sans difficulté et conduit au même résultat. Pour un prix $p_1 > p_3$ quelconque, Π_2 serait décroissant avec p_2 et la firme 2 aurait donc intérêt à diminuer son prix pour accroître sa part de marché et son profit. Le même raisonnement est également valable pour la firme 1. Une tendance au regroupement à des niveaux de prix identiques existe donc.

Lorsque l'oligopole comporte n firmes, les prix obtenus seront $p_n^c = c + \sum_{i=1}^n u_i$ et toujours $p_1^c = u_1 + c$: la hiérarchie des prix initiale est donc violée. *Il n'existe aucun équilibre avec plus de deux niveaux de prix différents sur le marché.*

5.2 L'absence d'équilibre en $p_1 = p_2 \geq p_3$

Soit $p_1 = p_2 = p$. Comme précédemment, l'existence d'un tel équilibre n'est possible que si $u_1 > 0$ et $u_2 > 0$. Les profits sont :

$$\Pi_1 = \frac{u_1(p - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p - p_3}$$

$$\Pi_2 = \frac{u_2(p - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p - p_3}$$

$$\Pi_3 = \frac{(u_3 + p - p_3)(p_3 - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p_3}$$

LEMME 6.3 *Lorsque $p_1 = p_2 \geq p_3$, il existe une solution au système formé par les conditions du premier ordre. Mais cette solution n'est pas un équilibre car les firmes 1 et 2 sont incitées à diminuer leur prix.*

Preuve : Établissons d'abord les conditions de premier ordre. Pour $i = \{1, 2\}$, $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0$ si et seulement si $p_3^c = u_1 + u_2 + u_3 + c$ et $\left. \frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial p_i^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0} \leq 0$.

En maximisant le profit de la firme 3 et en remplaçant p_3 par son expression, on obtient : $\frac{\partial \Pi_3}{\partial p_3} = 0 \Leftrightarrow p^2 - p(u_1 + u_2 + 2c) - (u_1 + u_2)(u_1 + u_2 + u_3) + c(u_1 + u_2 + c) = 0$.

De plus, $\left. \frac{\partial^2 \Pi_3}{\partial p_3^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_3}{\partial p_3} = 0} \leq 0$. Le prix des firmes 1 et 2 est alors donné par $p^c = (u_1 + u_2 + \sqrt{\Delta})/2 + c$ avec $\Delta = (u_1 + u_2)^2 + 4(u_1 + u_2)(u_1 + u_2 + u_3)$. Les prix sont dans l'intervalle de définition $p \geq p_3$ si $u_1 + u_2 \geq u_3$

Montrons désormais que ces conditions de premier ordre ne constituent pas un équilibre car il existe un prix p_1^{cc} tel que $p_2^c > p_1^{cc} > p_3^c$ et $\Pi_1(p_1^{cc}) > \Pi_1(p_1^c)$. En remplaçant p_2^c et p_3^c par leurs expressions, le profit en cas de déviation prend la forme :

$$\Pi_1^{cc} = \gamma \left(2 + \frac{u_1 + u_2 + \sqrt{\Delta} + 2c - 2p_1}{p_1 - u_2 - c} \right) (p_1 - c)$$

avec $\gamma = \frac{u_1}{u_1 + u_2 + \sqrt{\Delta}}$. De plus, $\frac{\partial \Pi_1^{cc}}{\partial p_1} = \frac{\gamma u_2 (u_2 - u_1 - \sqrt{\Delta})}{(p_1 - u_2 - c)^2} < 0$.

Ainsi, le profit de la firme 1 est strictement décroissant sur l'intervalle $]p_3; p[$: la firme 1 a donc intérêt à diminuer son prix jusqu'à p_3 . Par une preuve similaire, la firme 2 a également intérêt à diminuer son prix à ce niveau. Il ne s'agit donc pas d'un équilibre puisque les firmes tarifant au niveau le plus élevé ont intérêt à diminuer leur prix. ■

Dans le cas de coûts unitaires asymétriques tels que $c_1 > c_2 = c_3$, le résultat n'est pas affecté. En réalisant l'extension à n firmes, ce cas peut se généraliser soit par une configuration avec 3 niveaux de prix différents, soit par une configuration où $n - 1$ firmes choisissent un même prix et une firme un prix inférieur. L'impossibilité a été prouvée par le Lemme 6.2 dans le premier cas. Dans le second cas, les prix d'équilibre seront donnés par $p_n^c = c + \sum_{i=1}^n u_i$ et $p^c = c + \frac{\sum_{i=1}^{n-1} u_i + \sqrt{\Delta}}{2}$ avec $\Delta = (\sum_{i=1}^{n-1} u_i)^2 + 4(\sum_{i=1}^{n-1} u_i)(\sum_{i=1}^n u_i)$. Le profit des $n - 1$ firmes choisissant p^c sera alors décroissant : $\frac{\partial \Pi_1^{cc}}{\partial p_1} = \frac{\gamma u_2 (\sum_{i=2}^{n-1} u_i - u_1 - \sqrt{\Delta})}{(p_1 - u_2 - c)^2} < 0$ avec $\gamma = \frac{u_1}{\sum_{i=1}^{n-1} u_i + \sqrt{\Delta}}$ d'où l'absence d'équilibre.

5.3 L'absence d'équilibre en $p_1 \geq p_2 = p_3$

Soit $p_2 = p_3 = p$. Là encore, une firme ne peut rester sur le marché que si le bien vendu possède un avantage relatif soit en terme de prix soit en terme d'attribut non-prix. La firme 1 ne peut se maintenir sur le marché que si $u_1 > 0$. Si $u_2 > 0$, la firme 3 ne peut rester sur le marché que si $u_3 > 0$ et vice versa. En revanche, les firmes 2 et 3 peuvent se maintenir toutes deux sur le marché si $u_2 = u_3 = 0$. Ce cas doit être étudié séparément de la situation où $u_2 > 0$ et $u_3 > 0$ car les demandes sont formulées de façon différente.

LEMME 6.4 *Lorsque $p_1 \geq p_2 = p_3$, il existe une solution au système formé par les conditions du premier ordre. Mais cette solution n'est pas un équilibre car les firmes 2 et 3 sont incitées à diminuer leur prix.*

Preuve :

1) Prouvons tout d'abord l'absence d'équilibre lorsque $u_1 > 0, u_2 > 0$ et $u_3 > 0$. Dans ce cas, les profits sont :

$$\Pi_1 = \frac{u_1(p_1 - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p}$$

$$\Pi_2 = \frac{(u_2 + (p_1 - p)P_2^{2,3})(p - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p}$$

$$\Pi_3 = \frac{(u_3 + (p_1 - p)P_3^{2,3})(p - c)}{u_1 + u_2 + u_3 + p_1 - p}$$

avec $P_2^{2,3} = \frac{u_2}{u_2 + u_3}$ et $P_3^{2,3} = 1 - P_2^{2,3}$. Voyons maintenant les conditions du premier ordre.

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0 \text{ si et seulement si } p^c = u_1 + u_2 + u_3 + c \text{ et } \left. \frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial p_1^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0} \leq 0.$$

Dans le cas des firmes 2 et 3, la maximisation du profit est identique à celle réalisée par la firme 2 dans le duopole, en remplaçant seulement u_2 par $u_2 + u_3$. En conséquence, pour $i = \{2, 3\}$, $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow p_1^c = \frac{u_1 + \sqrt{\Delta}}{2} + c$ où $\Delta = u_1^2 + 4u_1(u_1 + u_2 + u_3)$ et la condition de second ordre est vérifiée $\left. \frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial p_i^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0} \leq 0$. Les prix sont dans l'intervalle de définition $p_1 \geq p$ si $u_1 \geq u_3 + u_2$.

Montrons désormais que cette solution ne peut constituer un équilibre car il existe un prix p_2^{cc} tel que $p_1^c > p_3^c > p_2^{cc}$ et $\Pi_2(p_2^{cc}) > \Pi_2(p_3^c)$. Puisque le coût marginal intervient de façon symétrique sur tous les prix en les augmentant d'un montant c , supposons ici que $c = 0$. Le profit en cas de déviation de l'équilibre local est alors donné par :

$$\Pi_2^{cc} = \frac{(u_2 + p_3^c - p_2^{cc})(u_2 + u_3 + p_1^c - p_2^{cc})p_2^c}{(u_2 + u_3 + p_3^c - p_2^{cc})(u_1 + u_2 + u_3 + p_1^c - p_2^{cc})}$$

Le signe de la dérivée première est alors égal au signe d'un polynôme de p_2^{cc} que nous noterons $f(p_2^{cc})$ tel que $\text{sign}\left(\frac{\Pi_2^{cc}}{p_2^{cc}}\right) = \text{sign}(f(p_2^{cc}))$. Ce polynôme s'écrit :

$$\begin{aligned} f(p_2) &= p_2^4 - 2p_2^3(3p_3 + p_1 - u_1) + p_2^2(11p_3^2 + 10p_3p_1 - 7p_3u_1 - 5p_1u_1 + p_1^2 + 2u_2p_3 + u_1^2) \\ &\quad - 2p_2(p_1 + 2p_3 + u_2 - u_1)(2p_3 - u_1)(p_3 + p_1) \\ &\quad + (u_2 + p_3)(p_3 + p_1 - u_1)(p_3 + p_1)(2p_3 - u_1) \end{aligned}$$

avec $p_3 = p_3^c = u_1 + u_2 + u_3$ et $p_1 = p_1^c = \frac{u_1 + \sqrt{\Delta}}{2}$.

Une condition suffisante de l'absence d'équilibre global est donnée par $\left. \frac{\partial \Pi_2^{cc}}{\partial p_2} \right|_{p_2^{cc} = p_3^c} < 0$. En effet, dans ce cas, cela signifie que la firme 2 a au moins intérêt à choisir $p_2 = p - \varepsilon$ avec $\varepsilon \rightarrow 0$ plutôt que $p_2 = p$. Or $f(u_1 + u_2 + u_3) = -2u_1^2u_2u_3 - u_1u_2^2u_3 - 2u_1u_2u_3^2 - u_1^3u_3 - 2u_1^2u_3^2 - u_1u_3^3 < 0$

Cette condition suffisante est donc vérifiée et la solution précédemment déterminée ne constitue pas un maximum global car la firme 2 a intérêt à diminuer son prix. Par une preuve similaire, la firme 3 a également intérêt à baisser son prix.

Parmi les généralisations à n firmes qui n'ont pas encore été évoquées, il existe une configuration où une firme tarife en p_1 et $n - 1$ firmes choisissent un prix p inférieur. Dans ce cas, il est possible de vérifier que l'on aboutira au même polynôme $f(p_2)$ lorsque la firme 2 dévie, mais dans lequel $p_3 = p^c = \sum_{i=1}^n u_i$ et $p_1 = p_1^c = \frac{u_1 + \sqrt{\Delta}}{2}$ avec $\Delta = u_1^2 + u_1(\sum_{i=1}^n u_i)$. En conséquence, ce polynôme est également négatif pour $p_2 = p^c$ et le résultat d'impossibilité est étendu. Enfin, par combinaison de ce résultat et du lemme 6.3, il n'existe pas d'équilibre global dans la configuration où m firmes ($m > 1$) choisissent un certain prix p_m alors que les $n - m$ firmes restantes choisissent un prix p inférieur.

2) Prouvons ensuite l'absence d'équilibre lorsque $u_1 > 0$ et $u_2 = u_3 = 0$. Les profits sont donnés par :

$$\Pi_1 = \frac{u_1(p_1 - c)}{u_1 + p_1 - p}$$

$$\Pi_2 = \Pi_3 = \frac{(p_1 - p)(p - c)}{2(u_1 + p_1 - p)}$$

Pour le bien 1, $\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0$ si et seulement si $p^c = u_1 + c$ et $\left. \frac{\partial^2 \Pi_1}{\partial p_1^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_1}{\partial p_1} = 0} \leq 0$.

Pour $i = \{2, 3\}$, $\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0 \Leftrightarrow p_1^c = \frac{u_1(1 + \sqrt{5})}{2} + c$ avec $\left. \frac{\partial^2 \Pi_i}{\partial p_i^2} \right|_{\frac{\partial \Pi_i}{\partial p_i} = 0} \leq 0$.

A l'équilibre, les prix vérifient toujours $p_1 > p$

Cette solution n'est pourtant pas un équilibre car il existe un prix p_2^{cc} tel que $p_1^c > p_3^c > p_2^{cc}$ et $\Pi_2(p_2^{cc}) > \Pi_2(p_2^c)$. En cas de baisse du prix de la firme 2 à un niveau inférieur à p , son profit est donné par :

$$\Pi_2^{cc} = \frac{(p_1^c - p_2^{cc})(p_2 - c)}{(u_1 + p_1 - p_2)}$$

Dans ce cas, $\frac{\partial \Pi_2^{cc}}{\partial p_2^{cc}} = 0 \Leftrightarrow p_2^{cc} = p^c = u_1 + c$ et $\left. \frac{\partial^2 \Pi_2^{cc}}{\partial p_2^{cc}} \right|_{\frac{\partial \Pi_2^{cc}}{\partial p_2^{cc}} = 0} \leq 0$. Mais en tarifant à $p^c - \varepsilon$ avec $\varepsilon \rightarrow 0$, la firme 2 récupère toute la demande qui s'adressait auparavant à la firme 3 et réalise un profit $\Pi_2^{cc} = 2\Pi_2^c$.

Par une preuve similaire, la firme 3 a également intérêt à diminuer légèrement son prix pour récupérer la demande de la firme 2. La solution n'est donc pas un équilibre. Dans le cas de coûts unitaires asymétriques tels que $c_1 > c_2 = c_3$, on aboutit à la même conclusion. Cette preuve

peut être étendue à la configuration où m firmes ($m \geq 1$) choisissent un prix élevé et les $n - m$ restantes un prix inférieur : chacune de ces $n - m$ firmes est incitée à diminuer son prix. ■

La combinaison des lemmes 6.2 à 6.4 implique la proposition 6.1. ■

Conclusion générale

Alternative bases to choice theory could be built using some of the insights developed in mathematical psychology. The "elimination by aspects" model of Tversky is one such alternative approach. This model moves away from rational consumer and has considerable intuitive appeal. However, it deals only with binary characteristics. An important step would be to expand the model to the case of continuous characteristics. It then would be much more useful in modelling demand for differentiated products, since the effect of price changes could be determined.

Anderson, de Palma et Thisse, 1992, "Further directions".

Le projet de recherche déjà entrevu, il y a 15 ans, par Anderson et al. a été partiellement réalisé à travers cette thèse. Comme indiqué dans le chapitre 1, l'analyse de Rotondo (1986) permet d'intégrer les différences de variables continues (prix, qualités...) comme des attributs spécifiques au sein du modèle "Elimination Par Attribut", ou "EPA" (Tversky, 1972). Ce mode d'intégration offre la possibilité de construire des fonctions de demandes qui peuvent être reliées à différentes théories de la différenciation des produits (chapitre 2). En revanche, la prise en compte de la forme la plus générale du modèle EPA soulève des difficultés (chapitre 6), c'est pourquoi les principaux résultats obtenus dans cette thèse concernent le cadre du duopole. Différents équilibres de marché ont été analysés dans cette thèse. D'une part, il existe un équilibre de Nash lorsque les firmes se font concurrence en prix (chapitre 3). D'autre part, un équilibre parfait a été mis en évidence dans un jeu séquentiel avec choix d'attributs innovants et concurrence en prix (chapitre 4). L'intégration d'une phase d'imitation dans ce jeu est également possible (chapitre 5).

L'étude de ces équilibres permet de réaliser certains progrès dans l'analyse théorique mais donne aussi lieu à de nouvelles interrogations. C'est pourquoi cette conclusion est organisée de la façon suivante. Tout d'abord, la section 1 précise comment le développement du modèle probabiliste avec Différenciation Par Attributs ("DPA") a mis en lumière des relations inédites entre plusieurs domaines de la littérature. Ensuite, la section 2 rappelle les prédictions théoriques

nouvelles auxquelles le modèle a conduit. Enfin, la section 3 évoque les nombreux progrès restant à accomplir dans le domaine de la différenciation des produits et discute des pistes de recherches ultérieures à explorer.

1 Unification des théories de la différenciation

L'approche probabiliste peut exprimer une disposition hétérogène à payer pour la qualité chez les consommateurs. A travers les modèles à utilité aléatoire, Anderson et al. (1992) ont montré précédemment que plusieurs théories majeures de la différenciation peuvent être reliées de façon formelle à une approche par les choix discrets. Ainsi, un choix probabiliste peut traduire une hétérogénéité des préférences des consommateurs dans l'espace des variétés : le lien avec les modèles spatiaux (ou "Kaldoriens") est réalisé en modifiant la distribution des consommateurs sur cet espace. Sous certaines conditions, le choix probabiliste peut aussi exprimer le goût pour la diversité d'un consommateur représentatif (modèles "Chamberliniens"). Toutefois, aucune équivalence formelle n'avait été établie jusqu'ici entre les modèles déterministes de différenciation par les qualités et les modèles de choix discrets. Dans le cadre de duopole, le chapitre 2 construit une telle relation entre ces théories en modifiant la distribution de la disposition à payer pour la qualité des agents. Le succès de la démarche probabiliste pour exprimer de nombreuses formes d'hétérogénéité des comportements est ici conforté. De façon plus mineure, le chapitre 2 révèle aussi qu'une équivalence entre les approches probabilistes et spatiales peut être obtenue en modifiant la règle de décision suivie par les agents plutôt que leur répartition sur l'espace de variété.

La différenciation par attributs permet d'intégrer simplement les dimensions horizontales et verticales dans un duopole. Les modèles classiques prennent en compte une forme de différenciation unique, horizontale ou verticale. La prise en compte simultanée de ces deux formes dans un cadre déterministe suppose de combiner les modèles classiques dans une structure multi-dimensionnelle. Comme le montre le chapitre 2, la différenciation par attributs permet d'englober de façon immédiate ces deux dimensions au sein d'un même système de demande, les configurations "pures" correspondant à des cas particuliers du modèle. De plus, un modèle avec différenciation par attributs est plus aisé à manipuler que les modèles multi-dimensionnels. En effet, ces derniers raisonnent à coût nul, dépendent du type de caractéristique dominante et sont d'autant plus complexes que le nombre de caractéristiques augmente. A l'inverse, nous montrons dans le chapitre

3 que le modèle DPA tolère une asymétrie de coûts unitaires, propose un couple unique de prix d'équilibre et permet d'intégrer une multitude d'attributs à travers seulement deux variables de différenciation.

2 Nouveaux résultats

La forme de différenciation sur le marché est déterminée de façon endogène par les firmes. Dans les modèles multi-dimensionnels, le type et le nombre de caractéristiques de différenciation est fixé à priori. Pourtant, ces éléments sont reliés de façon endogène aux choix d'attributs des firmes et aux variables qui les déterminent. Ainsi, l'ampleur des différenciations horizontale et verticale dépend du type de coût (variable ou fixe) affecté par le développement de nouveaux attributs et de la forme de ces coûts. Par exemple, lorsque les coûts unitaires sont croissants et très fortement convexes avec le niveau d'attributs spécifiques, la différenciation horizontale peut disparaître du marché (chapitre 4). Les firmes peuvent aussi influencer de façon asymétrique sur le type de différenciation. Par exemple, lorsque la firme vendant le produit le plus apprécié propose de nouveaux attributs innovants, seule la différenciation verticale est accrue. Si sa rivale réalise la même opération, alors une différenciation horizontale se substitue partiellement à la différenciation verticale (chapitre 3). Cette analyse révèle aussi que le choix d'une entreprise peut influencer de façon simultanée sur plusieurs dimensions de différenciation (alors qu'il y a indépendance dans les modèles multi-dimensionnels).

Les firmes peuvent se différencier à la fois horizontalement et verticalement. Dans les modèles multi-dimensionnels avec différenciations verticale et horizontale, la différenciation est maximale pour la caractéristique dominante et minimale pour la (ou les) caractéristique(s) dominée(s). En l'absence de telles conditions, le modèle DPA montre néanmoins que les firmes peuvent se différencier à la fois de façon verticale et de façon horizontale, quelle que soit la forme des coûts endogènes (chapitre 4).

La firme vendant le bien dont le niveau d'attributs est le plus faible peut réaliser le plus grand profit. Dans les modèles de différenciation verticale pure par les qualités, la firme vendant le bien de haute qualité réalise toujours le plus grand profit lorsque le marché est couvert. Mais quand une dimension horizontale supplémentaire est introduite sur le marché, le résultat inverse peut

se produire (chapitre 4).

L'excès de différenciation à l'équilibre par rapport à l'optimum social peut concerner une ou deux dimensions. La comparaison entre la différenciation d'équilibre et l'optimum social a conduit à des résultats contrastés dans la littérature : la différenciation d'équilibre peut être socialement optimale, trop faible ou trop élevée selon les modèles et les configurations. Sous l'hypothèse d'une évaluation post-achat rationnelle des consommateurs, la différenciation socialement optimale dans le modèle DPA est purement horizontale (chapitre 4), comme dans le modèle logit. Toutefois, en présence de coûts endogènes, la différenciation à l'équilibre est trop élevée par rapport à cet optimum (alors qu'il y a concordance dans le logit). Notons que l'analyse du chapitre 4 est plus précise par rapport à la littérature existante : elle permet d'identifier quelle forme de différenciation est excessive. Ainsi, il y a trop de différenciation verticale pour des coûts unitaires dépendant des attributs et trop de différenciations verticale et horizontale pour des coûts fixes endogènes.

Comme pour une menace d'entrée, une firme peut s'accommoder d'une menace d'imitation ou la dissuader. Face à une menace d'entrée, une firme installée sur un marché peut ajuster sa capacité de production à la hausse ou à la baisse et adopter deux attitudes possibles : dissuader l'entrée de sa rivale ou s'en accommoder au mieux quand la dissuasion est trop coûteuse. Face à une menace d'imitation, la littérature théorique s'est limitée jusqu'ici à l'étude du seul comportement de dissuasion : en utilisant un modèle DPA avec coûts unitaires endogènes, le chapitre 5 montre qu'une accommodation totale ou partielle est aussi une stratégie possible pour la firme menacée d'imitation. Le type d'équilibre atteint dépend de la forme des coûts d'innovation et d'imitation.

La réduction stratégique de son niveau d'attributs par une firme peut décourager l'imitation par sa rivale. Un seul comportement de dissuasion pour une firme menacée d'imitation avait jusqu'ici été mis en évidence dans la littérature : l'accroissement stratégique de qualité pour augmenter le coût fixe d'imitation d'une rivale. En présence de coûts unitaires endogènes affectant l'innovation et l'imitation, l'analyse du modèle DPA identifie un nouvel effet : une firme peut aussi diminuer son niveau d'attributs pour décourager l'imitation en réduisant la différenciation ex ante sur le marché et en améliorant sa compétitivité-coût (chapitre 5). L'analyse du modèle DPA montre également que l'imitation provient de firmes dominées en terme de qualité mais possédant des

coûts de production faible, ce qui confirme une hypothèse fréquemment admise.

3 Que reste-t-il à accomplir ?

Rationalité imparfaite et analyse normative. Lorsque les consommateurs se comportent de façon imparfaitement rationnelle, la définition d'une fonction de surplus est une tâche délicate qui a fait l'objet de peu de travaux dans la littérature. Il semble plausible que les consommateurs fassent preuve de davantage de rationalité lors de l'évaluation du choix que lors de sa réalisation. En effet, l'utilisation d'heuristiques en présence d'une petite décision (ou en situation de fatigue) permet de réduire le temps consacré au choix, alors que l'évaluation est une tâche bien moins complexe. Toutes les analyses normatives réalisées dans les chapitres 4 et 5 sont conditionnelles à cette hypothèse. Cette dernière devrait toutefois faire l'objet de tests plus poussés afin d'évaluer sa pertinence. Plus généralement, une méthode permettant de réaliser une analyse normative en présence de rationalité imparfaite reste à construire.

Généralisation à $n > 2$ produits du duopole probabiliste. Depuis longtemps, la construction d'un oligopole asymétrique avec une forme générale de différenciation des produits soulève des difficultés dans la littérature théorique. Hélas, le modèle EPA n'échappe pas à cet écueil puisque l'existence de l'équilibre ne peut être établie que dans le cadre d'un duopole. D'autres généralisations du système de demande utilisé dans le chapitre 2 pourraient peut-être permettre d'aboutir à un équilibre tout en préservant les dimensions existantes de la différenciation. En terme de méthode, il est indispensable de découvrir d'abord un équilibre de Nash en prix symétrique dans l'oligopole avant de poursuivre plus loin les investigations mais cette première étape n'a pas été franchie à l'heure actuelle.

Construction d'un modèle déterministe de différenciation par attributs. Le cadre théorique de différenciation par attributs est doté d'un degré de flexibilité et de généralité prometteur et a permis la mise en évidence de nouveaux résultats. Néanmoins, le duopole probabiliste étudié dans cette thèse est essentiellement pertinent pour de petites décisions ou lorsque certains attributs jouent un rôle de déclencheur à l'achat. Il serait intéressant d'étudier si une telle différenciation par attributs peut être exprimée dans un cadre déterministe, ce qui pourrait ensuite faciliter une application à l'oligopole.

Application de nouvelles règles de décision à la différenciation des produits. L'introduction d'une nouvelle forme de rationalité imparfaite des consommateurs dans le duopole différencié a permis d'aboutir à un cadre de différenciation très général sans soulever de difficultés techniques particulières. Le recours à une représentation plus plausible des comportements permet aussi de dégager de nouveaux résultats. Ce programme de recherche doit désormais être étendu à d'autres règles de décision qui semblent fréquemment employées par les agents économiques, firmes ou consommateurs. De nombreuses théories issues de la psychologie, de la science de décision ou du marketing peuvent être utilisées dans cette optique.

Références bibliographiques

- AFRIAT S. (1967), "The construction of a utility function from expenditure data", *International Economic Review*, 8, 67-77.
- ALOS-FERRER C. (2004), "Cournot versus Walras in dynamic oligopolies with memory", *International Journal of Industrial Organization*, 22, 193-217.
- ANDERSON E.W. et SULLIVAN M. W. (1993), "The Antecedents and Consequences of Customer Satisfaction for Firms", *Marketing Science*, 12, 125-143.
- ANDERSON S.P. et DE PALMA A. (2001), "Product Diversity in Asymmetric Oligopoly : Is the Quality of Consumer Goods Too Low?", *Journal of Industrial Economics*, 49, 113-135.
- ANDERSON S.P. et DE PALMA A. (2005), "Price Dispersion and Consumer Reservation Prices", *Journal of Economics and Management Strategy*, 14, 61-91.
- ANDERSON S.P., DE PALMA A. et THISSE J-F. (1987), "The CES Is a Discrete Choice Model?", *Economics Letters*, 24, 139-140.
- ANDERSON S.P., DE PALMA A. et THISSE J-F. (1988), "A Representative Consumer Theory of the Logit Model", *International Economic Review*, 29, 461-466.
- ANDERSON S.P., DE PALMA A. et THISSE J-F. (1989), "Demand for Differentiated Products, Discrete Choice Models, and the Characteristics Approach", *Review of Economic Studies*, 56, 21-35.
- ANDERSON S.P., DE PALMA A. et THISSE J-F. (1992), *Discrete choice theory of product differentiation*, Cambridge, MIT Press.
- ANDERSON S.P. et RENAULT R. (2006), "Comparative advertising", working paper.
- AOKI R. et PRUSA T.J. (1997), "Sequential versus simultaneous choice with endogenous quality", *International Journal of Industrial Organization*, 15, 103-121.
- BATLEY R. et DALY A. (2006), "On the equivalence between elimination-by-aspects and generalised extreme value models of choice behaviour", *Journal of Mathematical Psychology*, 50, 456-467.
- BATSELL R.R., POLKING J.C., CRAMER R.D., MILLER C.M. (2003), "Useful mathematical relationships embedded in Tversky's *elimination by aspects* model", *Journal of Mathematical Psychology*, 47, 538-544.

- BATSELL R.R. (2004), "A New Approach for Capturing and Potraying the Competitive Structure of a Market : An Application To The Bush-Kerry-Nader Presidential Contest", *Review of Marketing Science*, 2, article 7.
- BATSELL R.R. et SEETHARAMAN P.B. (2005), "Advancing the modeling of choice : to log-it, prob-it or eliminate-it ?", Rice University, mimeo.
- BEATH J., KATSOULACOS Y. et ULPH D. (1987), "Sequential Product Innovation and Industry Evolution", *Economic Journal*, 97, 32-43.
- BECKER G.S. et STIGLER G.J. (1977), "De Gustibus Non Est Disputandum", *American Economic Review*, 67, 76-90.
- BELL D. (1982), "Regret in Decision Making Under Uncertainty", *Operations Research*, 30, 961-981.
- BELL D. (1985), "Disappointment in Decision Making Under Uncertainty", *Operations Research*, 33, 1-27.
- BEN-AKIVA M. (1973), "Structure of Passager Travel Demand Models", Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, MIT, Cambridge.
- BEN-AKIVA M. et LERMAN S. (1985), *Discrete choice analysis : Theory and Application to Predict Travel Demand*, Cambridge, MIT Press.
- BENOIT J-P (1985), "Innovation and Imitation in a Duopoly", *Review of Economic Studies*, 52, 99-106.
- BERRY S., LEVINSOHN J. et PAKES A. (1995), "Automobile Prices in Market Equilibrium", *Econometrica*, 63, 841-890.
- BERTRAND J. (1883), "Théorie Mathématique de la Richesse Sociale", *Journal des Savants*, 67, 499-508.
- BETTMAN J.R., JOHNSON E.J. et PAYNE J.W. (1990), "A componential analysis of cognitive effort in choice", *Organizational Behaviour and Human Decision Process*, 45, 111-139.
- BILLOT A. et THISSE J-F. (1995), "Modèles de choix individuels discrets : théorie et applications à la microéconomie", *Revue Économique*, 46, 921-930.
- BILLOT A. et THISSE J-F. (1999), "A Discrete Choice Model When Context Matters", *Journal of Mathematical Psychology*, 43, 518-538.
- BILLOT A. et THISSE J-F. (2005), "Stochastic rationality and Möbius inverse", *International Journal of Economic Theory*, Vol 1, 211-218.
- BLOCK H.D. et MARSCHAK J. (1960), "Random Ordering and Stochastic Theories of Res-

- ponse" dans I. OLKIN (ed.), *Contributions to Probability and Statistics*, Stanford University Press, 97-132.
- CAPLIN A. et NALEBUF B. (1991), "Aggregation and Imperfect Competition : On the Existence of Equilibrium", *Econometrica*, 59, 25-59.
- CHAMBERLIN E. (1933), *The Theory of Monopolistic Competition*, Cambridge : Harvard University Press.
- CHEN Y., IYER G. et PAZGAL A. (2005), "Limited Memory and Market Competition", mimeo.
- CHOI C.J. et SHIN H.S. (1992), "A Comment on a Model of Vertical Product Differentiation", *Journal of Industrial Economics*, 40, 229-231.
- COURNOT A. (1838), *Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses*, Editions Hachette.
- D'ASPREMONT C., GABSZEWICZ J. et THISSE J-F. (1979), "On Hotelling's Stability in Competition", *Econometrica*, 47, 1145-1150.
- DALY A. et BIERLAIRE M. (2006), "A general and operational representation of Generalised Extreme Value models", *Transportation Research*, 40, 285-305.
- DEBREU G. (1960), "Review of R.D.Luce, Individual Choice Behavior : a Theoretical Analysis", *American Economic Review*, 50, 186-188.
- DE PALMA A. et THISSE J-F. (1989), "Les modèles de choix discrets", *Annales d'économie et de statistique*, 14, 151-190.
- DIXIT A. K. (1980), "The Role of Investment in Entry Deterrence", *Economic Journal*, 90, 95-106.
- DIXIT A. et STIGLITZ J. E. (1977), "Monopolistic Competition and Optimum product diversity", *American Economic Review*, 67, 297-308.
- DOS SANTOS FERREIRA R. et THISSE J-F. (1996), "Horizontal and vertical differentiation : The Launhardt model", *International Journal of Industrial Organization*, 14, 485-506.
- ECONOMIDES A. (1993), "Quality variations in the circular model of variety-differentiated products", *Regional Science and Urban Economics*, 23, 235-257.
- EDGEWORTH F.Y. (1925), "The pure Theory of Monopoly", *Papers relating to political economy, Volume 1*, Mc Millan
- ENCAOUA D. (1989), "Différenciation des produits et structures de marché : un tour d'horizon", *Annales d'Économie et de Statistique*, 15, 51-83.

- ENCAOUA D., GUELLEC D. et MARTINEZ C. (2006), "Patent systems for encouraging innovation : Lessons from economic analysis", *Research Policy*, 35, 1423-1440.
- FADER P. S. et MCALISTER L. (1990), "An Elimination by Aspects Model of Consumer Response to Promotion Calibrated on UPC Scanner Data", *Journal of Marketing Research*, 37, 322-332.
- FALMAGNE J-C. (1978), "A Representation Theorem for Finite Random Scale Systems", *Journal of Mathematical Psychology*, 18, 52-72.
- FARRELL J. (1980), *Prices as Signals of Quality*, Phd Dissertation, Brasenose College, Oxford.
- FARRELL J. (1986), "A note on inertia in market share", *Economics Letters*, 21, 73-75.
- FARRELL J. et SHAPIRO K. (1987), "Dynamic competition with switching costs", *The RAND Journal of Economics*, 19, 123-137.
- FESTINGER L. (1957), *A Theory of Cognitive Dissonance*, Stanford, CA : Stanford University Press.
- FONCEL J. et IVALDI M. (2005), "Operating System Prices in the Home PC Market", *The Journal of Industrial Economics*, 53, 265-297.
- FUDENBERG D. et TIROLE J. (1984), "The Fat-Cat Effect, the Puppy-Dog Ploy, and the Lean and Hungry Look", *The American Economic Review*, 74, 361-366.
- GABSZEWICZ J.J. et THISSE J-F. (1979), "Price Competition, Quality and Income Disparities", *Journal of Economic Theory*, 20, 340-59.
- GABSZEWICZ J.J. et THISSE J-F. (1980), "Entry (and Exit) in a Differentiated Industry", *Journal of Economic Theory*, 22, 327-338.
- GABSZEWICZ J.J. et THISSE J-F. (1986), "On the Nature of Competition with Differentiated Products", *The Economic Journal*, 96, 160-172.
- GANS J. (1999), "Limited information, the possibility of rational choice and the contingent valuation method", *International Journal of Social Economics*, 26, 402-414.
- GIGERENZER G. et SELTEN R. (2001), *Bounded rationality, the adaptive toolbox*, 123-145, Cambridge MIT Press.
- GILBERT R. J. et NEWBERRY D. M. G. (1982), "Pre-emptive patenting and the persistence of monopoly", *American Economic Review*, 73, 741-748.
- GILBERT R. J. et VIVES X. (1986), "Entry Deterrence and the Free Rider Problem", *The Review of Economic Studies*, 53, 71-83.
- GILBRIDE T.J. et ALLENBY G.M. (2006), "Estimating Heterogeneous EBA and Economic

- Screening Rule Choice Models", *Marketing Science*, 25, 494-509.
- GOLDBERG P. K. (1995), "Product Differentiation and Oligopoly in International Markets : The Case of the U.S. Automobile Industry", *Econometrica*, 63, 891-951.
- GOLDBERG P. K. et VERBOVEN F. (2001), "The Evolution of Price Dispersion in European Car Markets", *Review of Economic Studies*, 68, 811-848.
- GUL F. et PESENDORFER W. (2001), "Temptation and Self-Control", *Econometrica*, 69, 1403-35.
- HÄCKNER J. et MURREN A. (2005), "Trademark protection and product differentiation", mimeo.
- HOTELLING H. (1929), "Stability in Competition", *Economic Journal*, 39, 41-57.
- HOUTHAKKER H.S. (1950), "Revealed Preference and the Utility Function", *Economica*, 17, p.159-174.
- IRMEN A. et THISSE J-F. (1998), "Competition in multi-characteristics. spaces : Hotelling was almost right", *Journal of Economic Theory*, 78, 76-102.
- IVALDI M. et VERBOVEN F. (2005), "Quantifying the Effects from Horizontal Mergers in European Competition Policy", *International Journal of Industrial Organization*, 23, 669-691.
- KAHNEMAN D. et TVERSKY A. (1972), "On Prediction and Judgment", *Oregon Research Institute Research Bulletin*, 12, 14.
- KLEMPERER P. (1987), "Markets with Consumer Switching costs", *The Quarterly Journal of Economics*, 102, 375-394.
- KÖSZEGI B. et RABIN M. (2007), "Mistakes in Choice-Based Welfare Analysis", Manuscript.
- KUHN M. (2007), "Minimum quality standards and market dominance in vertically differentiated duopoly", *International Journal of Industrial Organization*, 25, 275-290.
- LANCASTER K.J. (1966), "A New Approach to Consumer Theory", *Journal of Political Economy*, 74, 132-157.
- LANCASTER K.J. (1975), "Socially Optimal Product Differentiation", *American Economic Review*, 65, 567-585.
- LANCASTER K.J. (1990), "The Economics of Product Variety : A Survey", *Marketing Science*, 9, 189-206.
- LAZER W. (1957), "Price Determination in the Western Canadian Garment Industry", *The Journal of Industrial Economics*, 5, 124-136.
- LEHMANN-GRUBE U. (1997), "Strategic Choice of Quality When Quality is Costly : The

- Persistence of the High-Quality Advantage", *RAND Journal of Economics*, 28-2, p 372-384.
- LEVIN D. et SMITH J. L. (1996), "Optimal Reservation Prices in Auctions", *The Economic Journal*, 106, 1271-1283.
- LOOMES G. et SUGDEN R. (1982), "Regret Theory : An Alternative Theory of Rational Choice Under Uncertainty", *The Economic journal*, 92, 805-824.
- LOOMES G. et SUGDEN R. (1986), "Disappointment and Dynamic Consistency in Choice Under Uncertainty", *Review of Economic Studies*, 53, 271-282.
- LOOMES G. et SUGDEN R. (1987), "Some Implications of a More General Form of Regret Theory", *Journal of Economic Theory*, 41, 270-287.
- LUCE R.D. (1959), *Individual Choice Behavior : A Theoretical Analysis*, New York, Wiley.
- LUCE R.D. et SUPPES P. (1965), "Preferences, utility and subjective probability" dans LUCE R.D., BUSH R. et GALANTER (eds), *Handbook of Mathematical Psychology*, John Wiley and Sons, New York, 249-410.
- LUCE R.D. (1977), "The Choice Axiom after Twenty Years", *Journal of Mathematical Psychology*, 15, 215-233.
- LUSSIER D. A. et OLSHAVSKY R. W. (1979), "Task Complexity and Contingent Processing in Brand Choice", *Journal of Consumer Research*, 6, 154-165.
- MANSFIELD E., SCHWARTZ M. et WAGNER S. (1981), "Imitation costs and patents : an empirical study", *Economic Journal*, 91, 907-918.
- MANSKI C. (1977), "The structure of Random Utility Models", *Theory and Decision*, 8, 229-254.
- MASKIN E. et TIROLE J. (1988), "A theory of Dynamic Oligopoly II : Price Competition, Kinked Demand Curves, and Edgeworth Cycles", *Econometrica*, 56, 571-599.
- MCFADDEN D. (1974), "Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior" dans P. ZAREMBKA (ed), *Frontiers in Econometrics*, New York : Academic Press, 105-142.
- MCFADDEN D. (1978), "Modelling the Choice of Residential Location" dans A. KARLVIST, L. LUNDQVIST, F. SNICKARS et J. WEIBULL (eds.), *Spatial Interaction Theory and Planning Models*, Amsterdam : North Holland, 75-96.
- MCFADDEN D. (1981), "Econometric models of probabilistic choice". Dans C. MANSKI et D. MCFADDEN (Eds), *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, p. 198-272, Cambridge MIT Press.
- MCFADDEN D. (1999), "Rationality for economists?", *Journal of Risk and Uncertainty*, 19, 73-105.

- MCFADDEN D. (2001), "Economic choices", *American Economic Review*, 91, 351-378.
- MILLER D. (1992), *Le paradoxe d'Icare : comment les grandes entreprises se tuent à réussir*, Editions ESKA.
- MIRRLEES, J. (1987), "Economic Policy and Nonrational Behavior" Working Paper No.8728, University of California, Berkeley.
- MIZUNO T. (2003), "On the existence of a unique price equilibrium for models of product differentiation", *International Journal of Industrial Organization*, 21, 761-793.
- MOTTA M. (1993), "Endogenous quality choice : Price vs. Quantity Competition", *The Journal of Industrial Economics*, 41, 113-131.
- MUSSA M. et ROSEN S. (1978), "Monopoly and Product Quality", *Journal of Economic Theory*, 18, 301-17.
- NASH B. (1937), "Product Development", *Journal of Marketing*, 3, 254-262.
- NEVEN D., THISSE J.F. (1990), "On Quality and Variety in Competition", dans GABSZEWICZ J.J., RICHARD J.F., WOLSEY L.A. eds., *Decision Making : Games, Econometrics and Optimization*, North Holland, Amsterdam, 175-199.
- NEWELL A. et SIMON H.A. (1972), *Human problem solving*, Englewood Cliffs, NJ : Prentice-Hall.
- NOEL M. (2006), "Edgeworth Cycles and Focal Prices : Computational Dynamic Markov Equilibria", University of California, mimeo.
- OSTMANN A. et SELTEN R. (2001), "Imitation Equilibrium", *Homo oeconomicus*, 16, 114-152.
- PAYNE J.W., BETTMAN J.R et LUCE M.F. (1996), "When time is money : Decision behaviour under opportunity-cost time pressure", *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 66, 131-152.
- PAYNE J.W. et BETTMAN J.R (2001), "Preferential Choice and Adaptive Strategy Use". Dans G. GIGERENZER et R. SELTEN (Eds), *Bounded rationality, the adaptive toolbox*, 123-145, Cambridge MIT Press.
- PAYNE J.W. et RAGSDALE E.K.E. (1978), "Verbal Protocols and Direct Observation of Supermarket Shopping Behavior : Some Findings and a Discussion of Methods". Dans H. K. HUNT, *Advances in Consumer Research*, Vol 5, 571-577.
- PEPALL L.M. et RICHARDS D.J. (1994), "Innovation, Imitation and Social Welfare", *Southern Economic Journal*, 60, p. 673-684.
- PEPALL L. M. (1997), "Imitative Competition and Product Innovation in a Duopoly Model",

Economica, 64, 265-279.

PERLOFF J.M. et SALOP S.C. (1985), "Equilibrium with product differentiation", *Review of Economic Studies*, 52, 107-120.

PETERS T. J. et WATERMAN R. H. (1982), *In search of excellence : Lessons from America's best-run companies*, Harper & Row (New York).

RAPP R. T. (1975), "The Unmaking of the Mediterranean Trade Hegemony : International Trade Rivalry and the Commercial Revolution", *The Journal of Economic History*, 35, 499-525.

REED S. (1999), *Cognition, théories et applications*, De Boeck Université.

REINGANUM J. F. (1979), "A Simple Model of Equilibrium Price Dispersion", *The Journal of Political Economy*, 87, 851-858.

RESTLE F. (1961), *Psychology of judgement and choice*, New York, Wiley.

RICHTER M. K. (1966), "Revealed Preference Theory", *Econometrica*, 34, 635-645.

RILEY J. G. et SAMUELSON W. F. (1981), "Optimal auctions", *American Economic Review*, 71, 381-92.

RONNEN U. (1991), "Minimum Quality Standards, Fixed Costs, and Competition", *The RAND Journal of Economics*, 22, 490-504.

ROSENKRANTZ S. (1997), "Quality Improvements and the Incentive to Leapfrog", *International Journal of Industrial Organization*, 15, 243-61.

ROTONDO J. (1986), "Price as an Aspect of Choice in EBA", *Marketing Science*, 5, Special issue on Consumer Choice Models, 391-402.

RUSSO J. et DOSHER B. (1983), "Strategies for Multiattribute Binary Choice", *Journal of Experimental Psychology*, 9, 676-696.

SALOP S. C. (1979), "Monopolistic Competition with Outside Goods", *Bell Journal of Economics*, 10, 141-156.

SAMUELSON P. A. (1938), "A Note on the pure theory of consumer's behavior", *Economica*, 5, 61-71.

SATTINGER M. (1984), "Value of an Additional Firm in Monopolistic Competition", *Review of Economic Studies*, 51, 321-332.

SCHELLING T.D. (1960), *The strategy of conflict*, Harvard University Press, Cambridge Mass.

SCHELLING T.D. (1978), *Micromotives and Macrobehavior*, New York, Norton.

SCHMALENSEE, R. (1978), "Entry Deterrence in the Ready-to-Eat Breakfast Cereal Industry", *Bell Journal of Economics*, 9, 305-327.

- SCOTCHMER S. (1986), "Market share inertia with more than two firms", *Economics letters*, 21, 77-79.
- SELTEN R. (1998), "Aspiration adaptation theory", *Journal of Mathematical Psychology*, 42, 191-214.
- SEN A. K. (1977), "Rational Fools : A Critique of the Behavioural Foundations of Economic Theory", *Philosophy and Public Affairs*, 6, 317-344.
- SEN A. K. (1993), "*Éthique et Économie*", Presses Universitaires de France.
- SHAKED A. et SUTTON J. (1982), "Relaxing Price Competition through Product Differentiation", *Review of Economic Studies*, 69, 3-13.
- SHAKED A. et SUTTON J. (1983), "Natural Oligopolies", *Econometrica*, 5, 1469-1484.
- SHAKED A. et SUTTON J. (1987), "Product Differentiation and Industrial Structure", *Journal of Industrial Economics*, 36, 131-146.
- SHESHINSKI E. (2002), "Bounded Rationality and Socially Optimal Limits on Choice In A Self-Selection Model", mimeo.
- SHESHINSKI E. (2003), "Optimal Policy to Influence Individual Choice Probabilities", mimeo.
- SIMON H.A. (1955), "A behavioral model of rational choice", *Quarterly Journal of Economics*, 69, 99-118.
- SIMON H.A. (1957), *Models of Man*, New York, Wiley.
- SIMONSON, I. (1992), "The Influence of Anticipating Regret and Responsibility on Purchase Decisions," *Journal of Consumer Research*, 19, 105-118.
- SMALL K. A. (1987), "A discrete choice model for ordered alternatives", *Econometrica*, 55, 409-424.
- SPENCE, A. M. (1977), "Entry, Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing", *Bell Journal of Economics*, 8, 534-547.
- SPIEGLER R. (2006a), "The Market for Quacks", *Review of Economic Studies*, 73, 1113-1131.
- SPIEGLER R. (2006b), "Competition over agents with boundedly rational expectations", *Theoretical Economics*, 1, 207-231.
- STIGLER G.J. (1961), "The Economics of Information", *Journal of Political Economy*, 69, 213-225.
- STIGLER G.J. et BECKER G.S. (1977), "De Gustibus Non Est Disputandum", *American Economic Review*, 67, 76-90.

- THURSTONE L.L. (1927), "A Law of Comparative Judgement", *Psychological Review*, 34, 273-286.
- TIROLE J. (1988), *The Theory of Industrial Organization*, Cambridge, MIT Press.
- TRAIN K. E. (2000), *Discrete Choice Methods with Simulation*, Cambridge University Press.
- TVERSKY A. (1972a), "Elimination by aspects : A Theory of Choice.", *Psychological Review*, 79, 281-299.
- TVERSKY A. (1972b), "Choice by Elimination", *Journal of Mathematical Psychology*, 9, 341-367.
- TVERSKY A. (1977), "Features of similarity", *Psychological review*, 84, 327-352.
- TVERSKY A. et SATTATH S. (1979), "Preference Trees", *Psychological Review*, 86, 542-573.
- WATERSON M. (1990), "Product Differentiation and Profitability : An Asymmetric Model", *The Journal of Industrial Economics*, 39, 113-130.
- WAUTHY X. (1996), "Quality Choices in Models of Vertical Differentiation", *The Journal of Industrial Economics*, 44, 345-353.
- WICKELMAIER F. et SCHMID C. (2004), "A Matlab function to estimate choice model parameters from paired-comparison data", *Behavior Research Methods, Instruments and Computers*, 36, 29-40.
- YELLOTT J.I. (1977), "The Relationship between Luce's Choice Axiom, Thurstone's Theory of Comparative Judgement, and the Double Exponential Distribution", *Journal of Mathematical Psychology*, 5, 109-144.
- YOUNG W., RICHARDSON A.J., OGDEN K.W. et RATTRAY A.L. (1981), "Road and Rail Freight Mode Choice : Application of an Elimination-by-Aspects Model", *Transportation research record*, 838, 38-44.