



HAL
open science

Aspects de la recherche de coalescences binaires avec le détecteur Virgo

Daniel Grosjean

► **To cite this version:**

Daniel Grosjean. Aspects de la recherche de coalescences binaires avec le détecteur Virgo. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université de Savoie, 2007. Français. NNT : . tel-00184887

HAL Id: tel-00184887

<https://theses.hal.science/tel-00184887>

Submitted on 2 Nov 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Laboratoire d'Annecy-le-vieux de Physique des Particules

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE SAVOIE

pour obtenir le titre de

DOCTEUR EN SCIENCES,

Spécialité :

Physique des particules

par

Daniel Grosjean

Aspects de la recherche de coalescences binaires

avec le détecteur Virgo

Soutenue le 2 juillet 2007

Devant un jury composé de :

Gérard	Auger	<i>Rapporteur</i>
Damir	Buskulic	<i>Co-directeur de thèse</i>
Gianluca	Guidi	<i>Rapporteur</i>
Yannis	Karyotakis	<i>Président du jury</i>
Frédérique	Marion	<i>Directrice de thèse</i>
Jean-Yves	Vinet	<i>Examineur</i>

A mon père,

Introduction

La théorie de la Relativité Générale définit aujourd'hui le cadre dans lequel la gravitation est décrite. Formulée en 1915 par Albert Einstein, elle s'est rapidement imposée grâce à de solides confirmations expérimentales comme l'explication de l'anomalie de l'avance du périhélie de Mercure ou la confirmation de la déviation des rayons lumineux à proximité d'astres massifs. Plus tard, cet effet fût confirmé à des échelles galactiques par l'observation de phénomènes de lentilles gravitationnelles. D'autres succès vinrent ensuite avec l'expérience de Robert V. Pound et Glen A. Rebka ou la confirmation de l'effet Shapiro.

En 1974, la découverte par Joseph Taylor et Robert Hulse du pulsar binaire PSR_1913+16B ouvrit la voie à la confirmation d'une autre prédiction de la Relativité Générale : la perte d'énergie d'un tel système par émission d'ondes gravitationnelles. Celle-ci fut mesurée par la décroissance de la période orbitale de ce nouveau système en très bon accord avec les prédictions théoriques. Ce rayonnement dont la réalité physique put parfois théoriquement être mise en doute reçut ainsi sa première mise en évidence expérimentale indirecte. La question d'une détection directe des effets du rayonnement gravitationnel connut alors un regain d'intérêt.

Les motivations d'une telle détection sont de deux ordres. Il s'agit tout d'abord d'apporter une confirmation supplémentaire de la Relativité Générale. Ensuite s'ouvrira la voie de l'astronomie gravitationnelle. Celle-ci sera à la fois un complément aux astronomies électromagnétique et neutrino et une source d'informations inédites sur des zones de l'Univers opaques à toute autre forme de rayonnement.

Des implications dans des domaines très divers sont envisageables. L'étude du rayonnement gravitationnel émis par des étoiles à neutrons permettra de contraindre leur équation d'état. L'étude de systèmes binaires d'astres compacts offrira une nouvelle chandelle standard à l'astronomie. L'observation d'un fond diffus cosmologique de rayonnement gravitationnel permettrait de scruter l'univers avant même le découplage photon-matière. Cette astronomie apportera donc un regard nouveau sur l'Univers.

Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans une démarche de détection directe des ondes gravitationnelles avec le détecteur interférométrique Virgo. Parmi les nombreux types de sources potentielles de rayonnement gravitationnel, nous concentrons nos efforts sur **les systèmes binaires d'astres compacts**. Ces astres peuvent être des étoiles à neutrons ou des trous noirs plus massifs. Bien que rares, ces systèmes représentent des sources prometteuses. L'observation de systèmes binaires d'étoiles à neutrons a déjà permis une mise en évidence indirecte du rayonnement gravitationnel. La solide description théorique du rayonnement qu'ils émettent permet également d'en envisager une recherche performante.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous présentons le contexte théorique dans lequel la description des ondes gravitationnelles est envisagée. On y aborde également les effets attendus de ces ondes sur la matière et les autres types de source envisagés. Ensuite dans le second chapitre, on présente la méthode de détection interférométrique mise en oeuvre pour détecter les effets du rayonnement gravitationnel. Les caractéristiques principales du détecteur Virgo sont alors décrites. Le chapitre suivant revient plus en détails sur la description théorique de l'évolution d'un système binaire d'astres compacts.

La deuxième partie est consacrée au travail mené dans le cadre de la recherche de systèmes binaires à basse masse. Il s'agit typiquement de systèmes binaires d'étoiles à neutrons. On décrit dans le chapitre 4 la méthode de recherche mise en oeuvre et son implémentation. Nous l'appliquons ensuite à l'analyse des données du détecteur Virgo recueillies depuis août 2005 au cours de différentes campagnes de prises de données. Notre étude se concentre essentiellement sur la notion de qualité de données et permet de montrer l'évolution du détecteur au cours de cette période de mise en route.

En raison de la rareté des phénomènes de coalescence de systèmes binaires, il est important d'étendre la recherche au cas de systèmes de plus haute masse comportant un ou plusieurs trous noirs. Nous abordons cette problématique dans une troisième partie. Le chapitre 6 expose plus en détails pourquoi la recherche de ces systèmes demande une approche spécifique. Des solutions sont alors envisagées. Certains aspects techniques relatifs à leur mise en oeuvre font l'objet des études détaillées dans le chapitre 7. On conclut cette partie en détaillant le travail nécessaire pour poursuivre la mise en oeuvre d'une recherche à haute masse.

Enfin, dans une dernière partie, on aborde un autre aspect de la recherche d'ondes gravitationnelles : l'analyse en réseau. Il s'agit ici d'exploiter les résultats de plusieurs détecteurs pour augmenter les chances et le niveau de confiance d'une détection, ainsi que pour extraire le maximum d'information d'un signal détecté. On introduit dans un premier temps les bénéfices attendus de ce type d'analyse. On présente ensuite les résultats d'une étude menée dans cette perspective et portant sur la définition d'un nouveau temps de référence pour les coalescences binaires. Celui-ci permet d'améliorer la résolution temporelle au niveau de chaque détecteur pour ces signaux, ce qui prend tout son sens dans le cadre d'une analyse en réseau.

Table des matières

I	Contexte théorique et expérimental	9
1	Ondes gravitationnelles	11
1.1	Les ondes gravitationnelles en Relativité Générale	11
1.1.1	Cadre théorique : la Relativité Générale	11
1.1.2	Linéarisation des équations d'Einstein et ondes gravitationnelles .	12
1.2	Effet des ondes gravitationnelles sur la matière	14
1.3	Sources d'ondes gravitationnelles	17
1.3.1	Génération des ondes gravitationnelles	17
1.3.2	Mise en évidence indirecte de l'existence des ondes gravitationnelles	18
1.3.3	Sources astrophysiques et cosmologiques d'ondes gravitationnelles	20
2	Détection des ondes gravitationnelles	25
2.1	Généralités	25
2.1.1	Les méthodes de détection des ondes gravitationnelles	25
2.1.2	Principe de la détection interférométrique	26
2.1.3	Limitation en sensibilité d'un interféromètre simple	29
2.2	Le détecteur Virgo	30
2.2.1	Interféromètre réel	30
2.2.2	Configuration optique de Virgo	32
2.2.3	Sensibilité nominale de Virgo	37
2.3	La mise en route du détecteur Virgo	39
3	Sources binaires d'ondes gravitationnelles	43
3.1	Généralités sur les systèmes binaires d'astres compacts et leur évolution .	44
3.1.1	Les systèmes binaires	44
3.1.2	Les différentes phases de l'évolution d'un système binaire	45
3.2	Description approchée de la phase spiraleante	47
3.2.1	Formalisme post-newtonien	47
3.2.2	Forme d'onde	47
3.2.3	Au delà du formalisme PN	52
3.3	Evolution des systèmes après la phase spiraleante	57
3.3.1	Phase de plongée et de fusion	57
3.3.2	Phase de relaxation	58
3.4	L'approche effective à un corps	59
3.4.1	Principe	60
3.4.2	Forme d'onde « EOB »	61

3.4.3	Intérêt des formes d'onde EOB	62
3.5	Estimation des taux de détection de coalescences de systèmes binaires . .	63
3.5.1	Systèmes binaires d'étoiles à neutrons	63
3.5.2	Systèmes binaires avec trous noirs	65
3.5.3	Conclusion	65
II Recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons		67
4	Méthode d'analyse appliquée à la recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons	69
4.1	Etapes préliminaires à l'analyse	69
4.2	Le filtrage adapté	71
4.2.1	La théorie du filtrage adapté	71
4.2.2	Fonction d'ambiguïté	74
4.3	Application à la recherche de signaux de coalescence émis par des systèmes binaires d'étoiles à neutrons	75
4.3.1	Calques utilisés pour la recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons	75
4.3.2	Implémentation du filtrage adapté : MBTA	79
4.3.3	Validation de la chaîne d'analyse	81
5	Analyse de données de l'interféromètre Virgo	85
5.1	Analyse des données de mise en route de l'interféromètre	86
5.1.1	Contexte de l'analyse	86
5.1.2	Analyse de C6	89
5.1.3	Analyse de C7	96
5.2	Analyse des données scientifiques de « fin de semaine »	110
5.2.1	Contexte et objectifs des WSR	110
5.2.2	Résultats généraux au cours des WSR	113
5.2.3	Etude des événements à haut SNR dans les données des WSR . .	114
5.2.4	Amélioration du contrôle de l'interféromètre	120
5.2.5	Conclusion	123
5.3	Perspectives et conclusions	123
III Recherche de systèmes binaires composés d'un ou deux trous noirs		125
6	Comparaison de différentes familles de modèles décrivant la coalescence de systèmes binaires massifs	127
6.1	Comparaison de différentes familles de calques	128
6.1.1	Définition des notions de <i>fidélité</i> et d' <i>effectivité</i>	128
6.1.2	<i>Fidélité</i>	130
6.1.3	<i>Effectivité</i>	133
6.1.4	Conclusion : solution envisageable	135
6.2	Famille de calques de détection	137

6.2.1	Description des calques de détection	137
6.2.2	<i>Effectivité</i>	138
6.2.3	Conclusion	141
7	Mise en oeuvre de la recherche de systèmes binaires de trous noirs	143
7.1	Aspects techniques relatifs à une analyse utilisant des calques BCV . . .	143
7.1.1	Génération d'une grille de calques de détection	144
7.1.2	Utilisation des calques de détection pour l'analyse des données . .	153
7.2	Aspects techniques relatifs à une analyse utilisant des calques « EOB » .	154
7.2.1	Pavage de l'espace des paramètres	154
7.2.2	Exemple d'analyse utilisant des calques « EOB »	158
7.3	Perspectives et conclusion	159
IV	Analyse en réseau	161
8	Un aspect de l'analyse en réseau	163
8.1	Généralités sur l'analyse en réseau	163
8.1.1	Le réseau mondial d'interféromètres	163
8.1.2	Analyse en coïncidence	166
8.1.3	Analyse cohérente	167
8.2	Amélioration de la résolution temporelle pour une analyse en réseau . . .	169
8.2.1	Définition d'un nouveau temps de référence	169
8.2.2	Amélioration de la précision sur le temps de vol entre détecteurs	175
8.2.3	Amélioration de la reconstruction de la position de la source . . .	177
8.2.4	Conclusion	178
A	Notations et grandeurs	181
B	Méthode de maximisation pour les calculs d'« effectivité »	183
C	Vetos topologiques dans le contexte de la recherche de coalescences binaires	185
	Bibliographie	188

Première partie
Contexte théorique et expérimental

Chapitre 1

Ondes gravitationnelles

Le contexte théorique dans lequel les ondes gravitationnelles sont communément décrites est présenté dans ce chapitre. Le formalisme introduit nous permettra d'aborder les différentes notions indispensables à la compréhension des prochains chapitres.

Dans un premier temps, les équations d'Einstein de la Relativité Générale nous permettront de comprendre les propriétés principales des ondes gravitationnelles. L'effet de ces ondes sur la matière est ensuite expliqué. Enfin, la question de la génération des ondes gravitationnelles est abordée et les principaux types de sources astrophysiques présentés.

1.1 Les ondes gravitationnelles en Relativité Générale

1.1.1 Cadre théorique : la Relativité Générale

Après avoir tenté en vain de décrire la gravitation dans le cadre de l'espace temps plat de Minkowski de la Relativité Restreinte, Albert Einstein élabore une nouvelle théorie dans laquelle la gravitation n'apparaît plus comme une force. Dans ce nouveau cadre conceptuel, la gravitation est une expression de la géométrie de l'espace-temps. Dès lors, la gravitation se démarque des autres interactions fondamentales puisqu'elle définit le cadre dans lequel les autres interactions se manifestent.

Il est possible de résumer la Relativité Générale par les équations dites « équations d'Einstein »

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}. \quad (1.1)$$

Dans cette équation, \mathbf{T} représente le tenseur énergie-impulsion qui correspond au contenu en énergie (sous toutes ses formes) de l'espace-temps. Le tenseur \mathbf{G} est le tenseur d'Einstein qui définit la géométrie de l'espace-temps. Il est défini par :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R, \quad (1.2)$$

où R est le scalaire de courbure obtenu par contraction du tenseur de Ricci $R^{\mu\nu}$, lui-même obtenu par contraction du tenseur de Riemann $R^{\lambda}_{\nu\rho\sigma}$.

L'équation (1.1) stipule donc que dans le cadre de la Relativité Générale la distribution de matière et d'énergie engendre une courbure de l'espace-temps. La géométrie de l'espace-temps (sa courbure) est donc déterminée par son contenu en matière et énergie. Mais la gravitation, manifestation de la courbure de l'espace temps, va à son tour agir sur la distribution de matière et d'énergie. La théorie d'Einstein est donc une théorie non-linéaire dont le traitement se révélera dans les cas généraux très complexes. Il est donc nécessaire d'en établir des formalismes approchés qui dans certaines limites (champs gravitationnels faibles, vitesses faibles...) « correspondent » à la Relativité Générale.

La distribution de matière et d'énergie entraînant une courbure de l'espace-temps, on peut accepter l'idée qu'une telle distribution en mouvement puisse dans certaines conditions créer des déformations de cette courbure se propageant. Ces dernières représentent les **ondes gravitationnelles**. Nous allons les décrire dans le cadre d'une théorie linéarisée des équations d'Einstein de la Relativité Générale.

1.1.2 Linéarisation des équations d'Einstein et ondes gravitationnelles

Afin de décrire les propriétés de ces ondes gravitationnelles, il est nécessaire d'introduire la notion de métrique qui permet de définir la géométrie de l'espace-temps étudié. De façon générale, on associe à un espace-temps une métrique notée $g_{\mu\nu}$ telle que la distance infinitésimale séparant deux événements x et $x + dx$ de composantes x_μ et $x_\mu + dx_\mu$ soit localement définie par

$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^{\mu=3} \sum_{\nu=0}^{\nu=3} g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \equiv g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu. \quad (1.3)$$

Dans le cadre de la Relativité Restreinte, l'espace-temps est plat. Il s'agit d'un espace-temps de Minkowski dans lequel la métrique $\eta_{\mu\nu}$ s'écrit simplement

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.4)$$

Un intervalle infinitésimal dans cet espace est alors simplement défini par $ds^2 = -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2$.

Dans le contexte de la Relativité Générale, la métrique de l'espace-temps $g_{\mu\nu}$ est plus complexe. Il est localement possible de l'écrire sous la forme [39]

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}(x). \quad (1.5)$$

Apparaît dans cette expression la métrique de l'espace plat de Minkowski à laquelle on ajoute le terme $h_{\mu\nu}(x)$ qui représente une perturbation de cette métrique. Cette perturbation représente le champ de gravitation. En introduisant les notations suivantes

$$\bar{h}^{\mu\nu} = h^{\mu\nu} - \frac{1}{2} \eta^{\mu\nu} h \text{ où } h = \eta^{\mu\nu} h_{\nu\mu}, \quad (1.6)$$

il est possible de réécrire l'équation (1.1) sous la forme d'un développement en puissance de $h^{\mu\nu}$ et de ses dérivées ($\frac{\partial}{\partial x^\mu} = \partial_\mu$). On obtient [39]

$$\square \bar{h}^{\mu\nu} - \partial^\mu \partial_\rho \bar{h}^{\nu\rho} - \partial^\nu \partial_\rho \bar{h}^{\mu\rho} + \eta^{\mu\nu} \partial_\rho \partial_\sigma \bar{h}^{\rho\sigma} = -\frac{16\pi G}{c^4} (T^{\mu\nu} + \mathcal{O}(\bar{h}^2)). \quad (1.7)$$

Dans cette équation où apparaît l'opérateur d'Alembertien $\square = -\frac{1}{c^2} \partial_t^2 + \Delta$, on a conservé uniquement les termes dépendant linéairement de $\bar{h}^{\mu\nu}$. Les autres termes sont regroupés dans $\mathcal{O}(\bar{h}^2)$. En faisant un choix de jauge approprié (jauge harmonique ou de Lorentz dans laquelle $\partial_\nu \bar{h}^{\mu\nu} = 0$ [93]) et en se plaçant dans le cadre de perturbations à la métrique de Minkowski faibles ($|h^{\mu\nu}| \ll 1$, soit un champ gravitationnel faible), il est possible de réécrire l'équation (1.7)

$$\square \bar{h}^{\mu\nu} = -\frac{16\pi G}{c^4} T^{\mu\nu}. \quad (1.8)$$

Il s'agit là d'une version linéarisée des équations d'Einstein qui demande que l'hypothèse de champ gravitationnel faible soit vérifiée. Dans un tel contexte, les équations d'Einstein se réduisent à l'équation d'onde (1.8). Remarquons que l'hypothèse de champ faible est la seule hypothèse nécessaire ici. Aucune restriction sur les vitesses des objets n'est requise.

1.1.2.1 Propagation des ondes gravitationnelles

En l'absence de sources, l'équation d'onde (1.8) devient simplement

$$\square \bar{h}^{\mu\nu} = 0. \quad (1.9)$$

Insistons sur le fait que $\bar{h}^{\mu\nu}$ (ou de façon équivalente $h^{\mu\nu}$) représente le champ d'ondes gravitationnelles se propageant dans l'espace-temps plat de métrique $\eta_{\mu\nu}$. Obéissant à une équation d'onde, ce champ est décrit par des solutions ondulatoires. On peut alors le décomposer en ondes monochromatiques selon

$$\bar{h}^{\mu\nu} = \int d^4k A^{\mu\nu}(k) \exp(ik_\sigma x^\sigma). \quad (1.10)$$

Dans l'équation précédente, on a introduit le quadri-vecteur d'onde k de composante k^σ et l'amplitude $A^{\mu\nu}(k)$ de chacune des ondes monochromatiques. En utilisant l'expression (1.10) dans l'équation d'onde (1.9) il vient

$$k_\sigma x^\sigma = \eta_{\mu\sigma} k^\mu k^\sigma = k^2 = 0. \quad (1.11)$$

Le quadri-vecteur k est donc de type lumière. **Les ondes gravitationnelles se propagent à la vitesse de la lumière.**

De façon similaire en utilisant l'expression (1.10) dans la relation de jauge harmonique mentionnée plus haut, on arrive à

$$A^{\mu\nu} k_\nu = 0. \quad (1.12)$$

Ceci signifie que le vecteur d'onde k des ondes gravitationnelles est orthogonal aux composantes de l'amplitude A du champ d'ondes gravitationnelles. **La propagation des ondes gravitationnelles est transverse.**

Cette dernière propriété conduit à faire un choix de jauge harmonique particulier pour exprimer les composantes du champ gravitationnel $h^{\mu\nu}$. Il s'agit de la jauge transverse et sans trace notée TT. On admettra ici l'existence de cette jauge [94]. L'idée consiste à introduire un quadri-vecteur v constant et perpendiculaire au quadri-vecteur d'onde k . Il peut par exemple correspondre au quadri-vecteur vitesse d'un observateur détectant le rayonnement gravitationnel. Dans la jauge TT, les composantes de l'amplitude \mathbf{A} satisfont la relation (1.12) mais aussi

$$\begin{cases} A^{\mu\nu}v_\nu = 0 \text{ (caractère transverse),} \\ \eta_{\mu\nu}A^{\mu\nu} = 0 \text{ (caractère sans trace).} \end{cases} \quad (1.13)$$

La jauge TT est d'un grand intérêt puisque dans cette dernière le nombre de degrés de liberté des ondes gravitationnelles est réduit à 2. Initialement le nombre de degrés de liberté est de 10 (les dix composantes indépendantes du tenseur métrique). En utilisant les conditions définies par les équations (1.12) et (1.13) (9 au total dont 8 indépendantes), on obtient seulement deux degrés de liberté. Ils correspondent aux deux états de polarisations des ondes gravitationnelles. En supposant par exemple que la direction de propagation est selon la direction z , on parvient finalement à écrire le champ gravitationnel $h^{\mu\nu}$ (dans la jauge TT $\bar{h}^{\mu\nu} = h^{\mu\nu}$) sous la forme

$$h_{\mu\nu}^{TT} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+(t - z/c) & h_\times(t - z/c) & 0 \\ 0 & h_\times(t - z/c) & -h_+(t - z/c) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

soit

$$h_{ij}^{TT} = \begin{pmatrix} h_+(t - z/c) & h_\times(t - z/c) & 0 \\ h_\times(t - z/c) & -h_+(t - z/c) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.15)$$

Retenons donc qu'une onde gravitationnelle se propage dans le vide à la vitesse de la lumière de façon transverse et que **deux états de polarisations $h_{+, \times}$ suffisent à caractériser cette onde dans la jauge TT**. Ayant déterminé les propriétés générales des ondes gravitationnelles dans le contexte d'une formulation linéarisée des équations d'Einstein, nous nous intéressons maintenant aux effets des ondes gravitationnelles sur la matière et ensuite à la façon de générer ces ondes. Le premier point nous permettra de comprendre comment le détecteur Virgo[1] décrit dans le chapitre 2 tentera de détecter les ondes gravitationnelles. Le second point nous amènera à décrire les sources astrophysiques d'intérêt pour la détection des ondes gravitationnelles.

1.2 Effet des ondes gravitationnelles sur la matière

On se place ici dans un contexte idéal où une onde gravitationnelle se propageant selon une direction donnée rencontre de la matière organisée en un anneau de masses test en chute libre. C'est l'étude du mouvement relatif des particules de cet anneau qui va nous permettre de comprendre l'effet des ondes gravitationnelles (voir chapitre 6 de [50]).

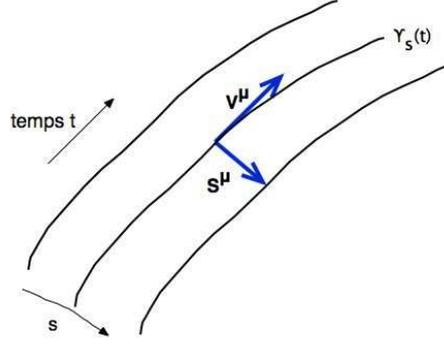


FIG. 1.1 – Illustration des quantités intervenant dans l'équation de déviation géodésique (1.18). On définit une famille de géodésique $\gamma_s(t)$. Elles représentent une surface à deux dimensions dans l'espace-temps. L'ensemble de ces points x^μ sont repérés par leur coordonnées $(t, s) : x^\mu(t, s)$. On définit alors les vecteurs tangents $V^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial t}$ et $S^\mu = \frac{\partial x^\mu}{\partial s}$.

Lorsque les particules de l'anneau sont libres, elles suivent les géodésiques de l'espace considéré. Pour une particule suivant une géodésique $x^\mu(\lambda)$, l'équation des géodésiques est

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\lambda^2} + \Gamma_{\rho\sigma}^\mu \frac{dx^\rho}{d\lambda} \frac{dx^\sigma}{d\lambda} = 0, \quad (1.16)$$

où le symbole de Christoffel $\Gamma_{\rho\sigma}^\mu$ dépend uniquement de la métrique. De façon plus condensée, en introduisant l'opérateur de dérivation covariante D , on peut simplement écrire l'équation (1.16) sous la forme

$$\frac{D}{d\lambda} \frac{dx^\mu}{d\lambda} = 0. \quad (1.17)$$

Pour connaître l'accélération relative entre deux géodésiques, on considère l'équation de déviation géodésique (établie dans le chapitre 3 de [50]) qui stipule que l'accélération relative entre deux géodésiques est proportionnelle à la courbure. En introduisant le quadri-vecteur S de composantes S^μ définissant la séparation entre les particules de test, ainsi qu'un champ de quadri-vitesse représenté pour les particules voisines par le quadri-vecteur V de composantes $V^\mu(x)$ (voir la figure 1.1), cette équation s'écrit en introduisant le temps propre τ

$$\frac{D^2}{d\tau^2} S^\mu = R_{\nu\rho\sigma}^\mu V^\nu V^\rho S^\sigma. \quad (1.18)$$

Le tenseur $R_{\nu\rho\sigma}^\mu$ est le tenseur de Riemann qui définit la courbure, et par contraction duquel on obtient le tenseur de Ricci. Au premier ordre en $h^{\mu\nu}$ et en se plaçant dans l'hypothèse de mouvement lent des particules, on peut simplement écrire $V^\mu = (1, 0, 0, 0)$ [50](cf. figure 1.1). Dans cette approximation, seul le terme $R_{00\sigma}^\mu$ contribue alors.

On a vu dans l'équation (1.14) que $h_{\mu 0} = 0$ donc le terme $R_{00\sigma}^\mu$ se réduit¹ à $\frac{1}{2}\partial_0\partial_0 h_{\sigma}^\mu$.

¹Immédiat à partir de l'expression du tenseur de Riemann [39].

Enfin, on peut encore utiliser l'hypothèse de mouvement lent des particules pour approximer le temps propre τ par le temps t . Ainsi l'équation (1.18) se simplifie en

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} S^\mu = \frac{1}{2} S^\sigma \frac{\partial^2}{\partial t^2} h^\mu{}_\sigma. \quad (1.19)$$

Comme précédemment, on choisit la direction de propagation selon la direction z . On cherche donc à connaître les déviations induites par l'onde gravitationnelle dans le plan xOy , c'est-à-dire S^x et S^y . Etudions de façon séparée les effets des deux états de polarisations $h_{+,\times}$. L'équation (1.19) devient alors pour la polarisation +

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t^2} S^x = \frac{1}{2} S^x \frac{\partial^2}{\partial t^2} h_+, \\ \frac{\partial}{\partial t^2} S^y = -\frac{1}{2} S^y \frac{\partial^2}{\partial t^2} h_+, \end{cases} \quad (1.20)$$

et pour la polarisation \times

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t^2} S^x = \frac{1}{2} S^y \frac{\partial^2}{\partial t^2} h_\times, \\ \frac{\partial}{\partial t^2} S^y = \frac{1}{2} S^x \frac{\partial^2}{\partial t^2} h_\times. \end{cases} \quad (1.21)$$

Ces deux systèmes d'équations permettent de comprendre de façon simple l'effet d'une onde gravitationnelle sur un anneau de particules.

On illustre sur les figures 1.2 et 1.3 les effets des deux états de polarisation d'une onde gravitationnelle monochromatique telle qu'on ait dans le plan xOy , $h_{+,\times}(t, z = 0) = A_{+,\times} \cos(\omega t)$. A différents instants t , on indique par des flèches le mouvement subi par les particules test dans le plan xOy .

Pour la polarisation +, dans le cas $\omega t = 2n\pi$ (n entier), on a une déviation positive (un allongement) dans la direction x et une déviation négative (une compression) dans la direction y . L'allongement en x et la compression en y sont alors maximaux. Lorsque $\omega t = (2n + 1)\pi$, on a la situation opposée. Les cas $\omega t = (2n + 1/2)\pi$ et $\omega t = (2n + 3/2)\pi$ indiquent les situations où l'action de l'onde gravitationnelle sur les particules test est nulle. Remarquons que la topologie des ces déformations est à l'origine de la dénomination de polarisation + (les déformations maximales sont obtenues selon les axes de repère xOy).

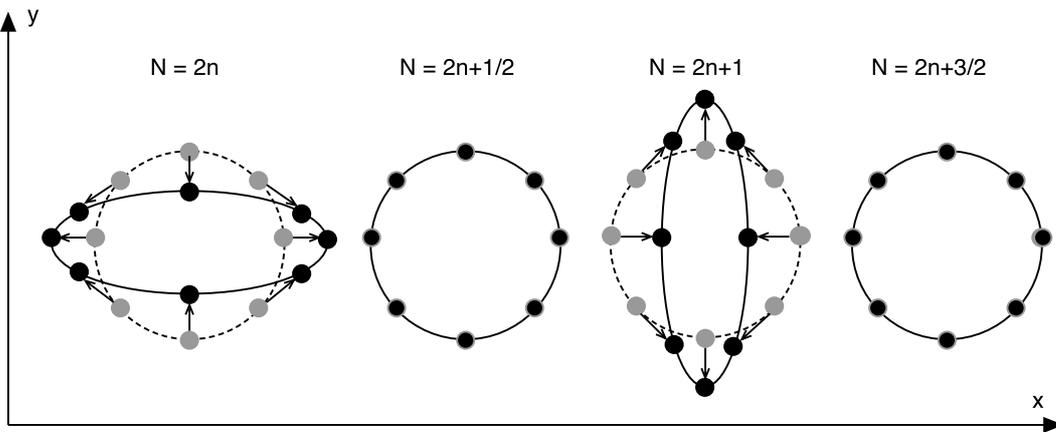


FIG. 1.2 – Effet de l'état de polarisation h_+ d'une onde gravitationnelle sur un anneau de particule test à différents instants $\omega t = N\pi$.

Pour la polarisation \times , les allongements maximaux ont lieu selon des bissectrices principales du repère xOy (d'où la notation \times).

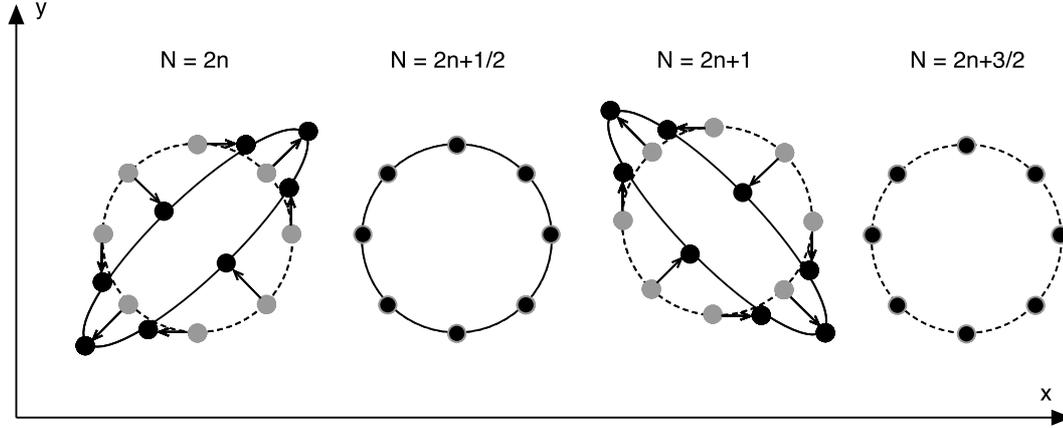


FIG. 1.3 – Effet de l'état de polarisation h_{\times} d'une onde gravitationnelle sur un anneau de particule test pour différentes valeurs de $\omega t = N\pi$.

Ces effets de déformation relative sont donc l'empreinte des ondes gravitationnelles. Nous verrons dans le chapitre suivant comment mettre expérimentalement en oeuvre leur détection.

1.3 Sources d'ondes gravitationnelles

Avant de présenter les principales sources astrophysiques d'ondes gravitationnelles, détaillons le mécanisme à l'origine de leur production.

1.3.1 Génération des ondes gravitationnelles

Pour comprendre la génération des ondes gravitationnelles, il faut résoudre l'équation (1.8) dans le cas où la source est décrite par le tenseur énergie-impulsion \mathbf{T} . Une telle équation d'onde admet une solution « retardée » de la forme [39]

$$\bar{h}^{\mu\nu} = \frac{4G}{c^4} \int_{source} \frac{d^3\vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|} T^{\mu\nu} \left(\vec{x}', t - \frac{1}{c}|\vec{x} - \vec{x}'| \right). \quad (1.22)$$

La source est supposée être localisée à une distance D ($\vec{x} = D\vec{n}$) suffisamment importante pour pouvoir écrire l'équation (1.23) sous la forme

$$\bar{h}^{\mu\nu} = \frac{4G}{c^4 D} \int_{source} d^3\vec{x}' T^{\mu\nu} \left(\vec{x}', t - \frac{D}{c} + \frac{\vec{n} \cdot \vec{x}'}{c} \right). \quad (1.23)$$

Cette équation dans le cas où les vitesses internes à la source sont faibles admet, en la projetant dans la jauge TT, pour solution

$$h_{ij}^{TT}(t) = \frac{2G}{c^4 D} \frac{d^2 Q_{ij}^{TT}}{dt^2} \left(t - \frac{D}{c} \right). \quad (1.24)$$

Le terme Q_{ij}^{TT} représente, projeté dans la jauge TT, le moment quadrupolaire Q_{ij} donné par la formulation newtonienne classique

$$Q_{ij}(t) = \int_{source} d^3\vec{x} \rho(t, \vec{x}) \left[x_i x_j - \frac{1}{3} \vec{x}^2 \delta_{ij} \right]. \quad (1.25)$$

Dans l'équation précédente, apparaît la densité de matière de la source ρ qui est reliée au tenseur énergie-impulsion par $\rho \simeq T^{00}/c^2$. La connaissance de ce moment quadrupolaire permet de déduire le flux d'énergie gravitationnelle \mathcal{L} émis par la source considérée. On l'associe à l'énergie totale du système binaire E par la relation $dE/dt = -\mathcal{L}$. Il est défini par

$$\mathcal{L} = \frac{G}{5c^5} \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \cdot \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3}. \quad (1.26)$$

Ainsi le rayonnement gravitationnel est-il quadrupolaire à l'ordre newtonien. Remarquons que l'expression du flux gravitationnel \mathcal{L} est obtenue de façon relativement simple puisqu'elle ne demande que le calcul du moment quadrupolaire newtonien utilisant les équations newtoniennes du mouvement. Cette formulation s'est néanmoins révélée suffisamment précise pour être en accord avec les premières mesures permettant la mise en évidence indirecte des ondes gravitationnelles.

1.3.2 Mise en évidence indirecte de l'existence des ondes gravitationnelles

Toute source astrophysique dont le moment quadrupolaire est variable dans le temps doit donc selon l'équation (1.26) perdre de l'énergie par émission de rayonnement gravitationnel. Cette prédiction a pu être vérifiée en étudiant une source astrophysique particulière : le pulsar binaire PSR_1913+16B. Premier pulsar binaire découvert grâce au radio-télescope d'Arecibo[2] en 1974 par Hulse et Taylor², il peut être étudié de façon très précise depuis sa découverte.

Ce système comprend un pulsar d'une période nominale de 59 ms dont le compagnon n'a pas encore été observé. Sa période orbitale est de 7.75 heures. Son excentricité est encore relativement importante : $e = 0.6171338(4)^3$ [117]. La séparation entre les deux composants de ce système est de l'ordre d'un million de kilomètres.

Le chronométrage très précis (la précision est de l'ordre de 13 μs) des temps d'arrivée des signaux radio[86] émis par ce système permet de déterminer, en utilisant simplement les lois de Kepler du mouvement, cinq de ces paramètres orbitaux dont l'excentricité e et la période orbitale P_b . De plus, trois quantités relativistes peuvent également être déterminées dans le cadre d'une approximation *post-keplérienne* de la Relativité Générale. Parmi elles, la variation temporelle de la période orbitale P_b : $\dot{P}_b = \frac{dP_b}{dt}$ peut être mesurée avec une très bonne précision [117] :

$$\dot{P}_b = -(2.4056 \pm 0.0051)10^{-12}. \quad (1.27)$$

Cette valeur corrigée des effets liés à l'accélération relative du système solaire par rapport au système binaire (cette correction est aujourd'hui la limitation principale en

²Cette découverte leur valut l'obtention du prix Nobel de Physique en 1993.

³Voir le chapitre 3 pour une discussion sur l'excentricité des systèmes binaires.

terme de précision de mesure) est en très bon accord avec celle attendue en relativité générale ($\dot{P}_{b,RG}$). On a en effet

$$\frac{\dot{P}_b}{\dot{P}_{b,RG}} = (1.0013 \pm 0.0021). \quad (1.28)$$

La figure 1.4[117] est l'illustration classique de l'accord entre les mesures et la prédiction de la Relativité Générale.

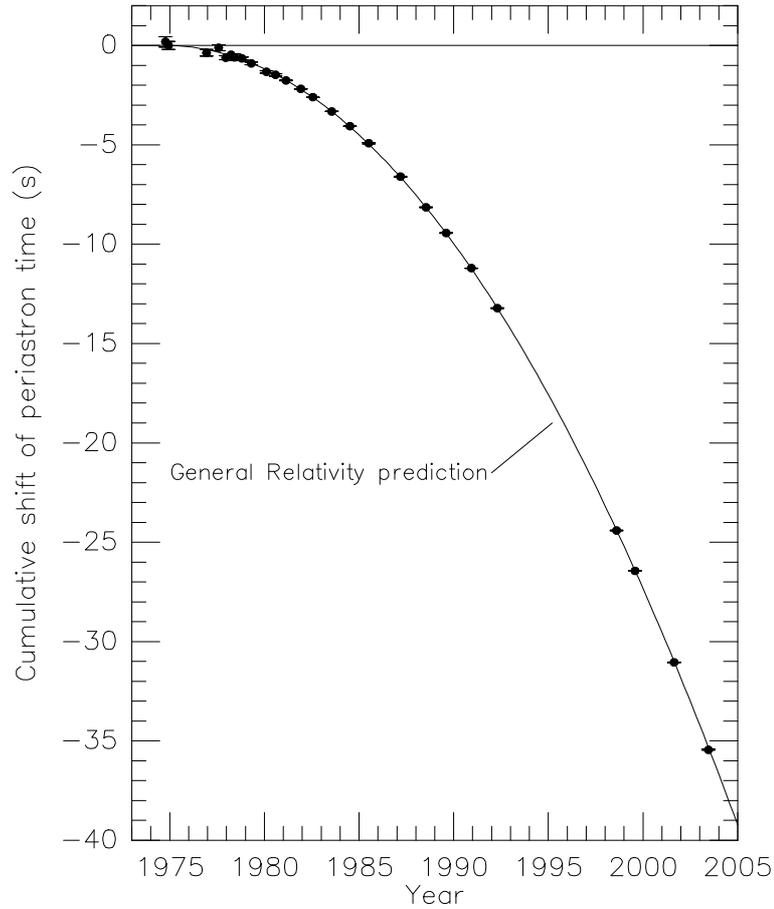


FIG. 1.4 – Variation du décalage cumulé du périastre entre 1975 et 1995. La courbe représente la prédiction de la Relativité Générale. L'absence de points de mesure dans les années 1995 est due à un arrêt du radio-télescope d'Arecibo.

L'étude du pulsar binaire PSR_1913+16B a donc permis la première mise en évidence indirecte de l'existence des ondes gravitationnelles. Avant d'envisager la description des méthodes de détection directe de ces ondes (dans le chapitre suivant), intéressons-nous aux différents types de sources potentielles. Pour cela, il est intéressant de préciser que l'amplitude h des ondes gravitationnelles est inversement proportionnelle à la distance à la source D et qu'elle peut de façon générale être associée à la mesure de la déformation δL d'un corps de dimension caractéristique L soumis à l'action de l'onde gravitationnelle

selon

$$h \sim \frac{\delta L}{L} \quad (1.29)$$

Nous verrons plus précisément dans le chapitre suivant comment associer l'amplitude de ces ondes aux différents états de polarisation les définissant.

Prenons alors le cas d'une barre de masse M de longueur L en rotation autour d'un axe perpendiculaire à son axe à la vitesse angulaire ω . Le moment quadrupolaire correspondant est $Q \sim ML^2$. L'amplitude des ondes gravitationnelles émises par ce système est de l'ordre de

$$h \sim \frac{GML^2\omega^2}{c^4 D} \quad (1.30)$$

Considérons une barre de 1000 tonnes, d'une longueur de 10 mètres, animée d'une vitesse angulaire de 1 *rad/s* et estimons l'amplitude des ondes gravitationnelles à 10 mètres de cette source. On obtient alors $h \sim 10^{-48}$. Il est clairement hors de portée des technologies actuelles de mesurer de telles variations relatives. Seules des sources astrophysiques ou cosmologiques pourront donc être détectées.

1.3.3 Sources astrophysiques et cosmologiques d'ondes gravitationnelles

Les différents types de sources astrophysiques et cosmologiques d'ondes gravitationnelles sont présentées dans cette partie. La distinction adoptée repose sur l'échelle de temps caractérisant l'émission d'ondes gravitationnelles.

1.3.3.1 Les sources continues

Le rayonnement gravitationnel émis par certaines sources peut l'être de façon périodique. Ce peut être le cas pour des étoiles à neutrons en rotation sur elle-même (seules ou en système binaire) dès lors que ces dernières présentent un écart à la symétrie axiale. Les ondes gravitationnelles sont alors émises à une fréquence qui est le double de la fréquence de rotation. L'amplitude de ces ondes sera d'autant plus importante que la vitesse de rotation sera élevée et que l'écart à la symétrie axiale sera important. L'ordre de grandeur de l'amplitude des ondes émises par une étoile à neutrons à une distance D , d'ellipticité ϵ et de moment d'inertie autour de l'axe de rotation intrinsèque I_{zz} est donné par [72]

$$h \sim 3 \times 10^{-27} \left(\frac{10 \text{ kpc}}{D} \right) \left(\frac{I_{zz}}{10^{45} \text{ gcm}^2} \right) \left(\frac{f}{200 \text{ Hz}} \right) \left(\frac{\epsilon}{10^{-6}} \right). \quad (1.31)$$

L'amplitude des ondes gravitationnelles émises par ces sources peut être faible (de l'ordre de 10^{-27} pour une source typique à 10kPc) par rapport à celle des sources qu'on présentera dans la suite. Cependant leur périodicité permet d'intégrer les signaux sur de longues périodes (~ 1 an) et donc de recueillir suffisamment d'information pour une détection. Une analyse s'étendant sur de telles périodes demande de prendre en compte les mouvements relatifs de la source et du détecteur, ce qui rend l'analyse très coûteuse en moyens de calcul.

D'autres types de sources périodiques peuvent être étudiés. Il s'agit des systèmes binaires d'astres compacts (trous noirs, étoiles à neutrons, naines blanches) lorsque les astres sont encore très éloignés les uns des autres. Leur évolution est alors marquée par l'émission d'ondes gravitationnelles à fréquence variant très lentement à l'échelle de la période orbitale. Pendant cette phase, certains de ces systèmes seront détectables par le détecteur interférométrique spatial LISA[3] dont la fenêtre de sensibilité s'étend de 10^{-4} à 0.1 Hz.

Le pulsar binaire PSR_1913+16B est actuellement dans une situation telle qu'on peut le décrire comme une source périodique émettant des ondes gravitationnelles à une fréquence de l'ordre de 10^{-4} Hz.

1.3.3.2 Les sources quasi-périodiques

Dans le cas de systèmes binaires d'astres compacts, les variations de la fréquence des ondes émises sont suffisamment faibles pour être négligées à l'échelle de la durée de l'analyse lorsque les astres sont très éloignés. Cependant lorsqu'après une très longue évolution, les astres se sont suffisamment rapprochés, les variations de la fréquence ne peuvent plus être négligées. Les signaux correspondants ont alors une forme caractéristique marquée par une augmentation conjointe de la fréquence et de l'amplitude. On illustre sur la figure 1.5 un tel signal. Sa forme caractéristique est usuellement qualifiée de *chirp*.

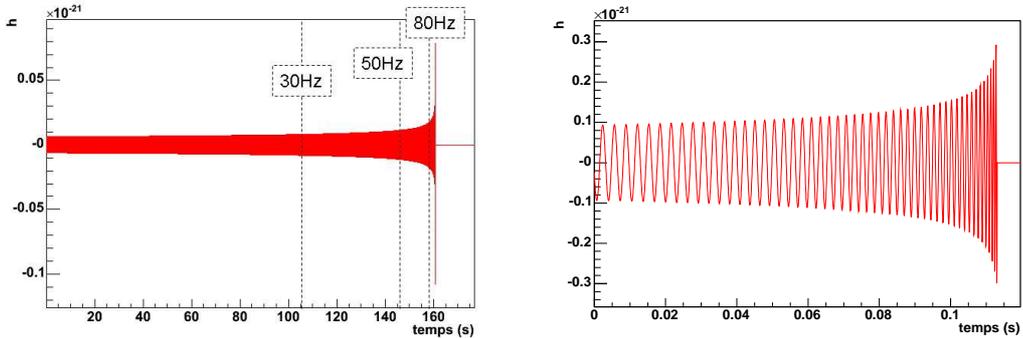


FIG. 1.5 – Signal d'onde gravitationnelle émis par la coalescence d'un système binaire d'étoiles à neutrons de masse $(1.4, 1.4)M_{\odot}$. Le graphe de droite montre l'évolution du signal depuis une fréquence de 20Hz. Les traits pointillés indiquent les moments où la fréquence atteint 30, 50 et 80Hz. Le graphe de gauche montre la fin de l'évolution (depuis une fréquence de 300Hz).

Considérons un système binaire de masses (m_1, m_2) , situé à une distance D . L'ordre de grandeur de l'amplitude de tels signaux est donné en fonction de la fréquence f des ondes gravitationnelles émises par [72]

$$h(f, m_1, m_2, D) \sim \frac{G^{5/3}}{c^4} \frac{\mathcal{M}^{5/3}}{D} (\pi f)^{2/3}, \quad (1.32)$$

où on a introduit la *chirp mass* $\mathcal{M} \equiv \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)^{3/5} (m_1 + m_2)^{2/5}$. Pour un sys-

tème binaire d'étoiles à neutrons de masse $(1.4,1.4)M_{\odot}$ situé à 10Mpc et une fréquence d'émission de 100Hz, on obtient une amplitude $h \sim 10^{-22}$.

Ce type de source sera décrit de façon plus détaillée dans le chapitre 3 ; de même que les méthodes d'analyse mises en oeuvre pour leur recherche le seront dans le chapitre 4. Ces dernières tirent tout le parti de la bonne connaissance théorique des signaux émis pendant cette phase.

1.3.3.3 Les sources impulsives

Les sources impulsives correspondent à des événements cataclysmiques pour lesquels l'émission d'ondes gravitationnelles intervient sur de très courtes durées. Il s'agit par exemple des supernovae qui marquent la fin de vie d'étoiles supermassives⁴ (supernova de type II,Ib ou Ic). Dès lors que l'effondrement de l'étoile se déroule de façon asphérique, l'émission d'ondes gravitationnelles peut être importante. Remarquons cependant que la description physique de ces effondrements reste empreinte de nombreuses incertitudes. Il est ainsi difficile d'estimer la part d'énergie rayonnée sous forme électromagnétique de celle rayonnée sous forme d'ondes gravitationnelles. La connaissance théorique limitée des formes d'onde associées à ces événements est une difficulté pour la recherche de tels signaux. On peut cependant donner un ordre de grandeur pour l'amplitude des ondes gravitationnelles émises par ces phénomènes. On a d'après [84]

$$h \sim 10^{-20} \epsilon \left(\frac{10 \text{ kpc}}{D} \right) \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right)^2 \left(\frac{T_{dyn}}{1 \text{ ms}} \right)^{-2}. \quad (1.33)$$

Dans cette expression, le paramètre ϵ décrit l'écart à la symétrie sphérique de la source située à une distance D et dont le coeur a un rayon R . T_{dyn} définit l'échelle de temps caractéristique de la dynamique de l'explosion. Dans un scénario optimiste et pour une source typique à 10kPc, on peut s'attendre à avoir une amplitude $h \sim 10^{-21}$ dans un domaine de fréquence entre 500Hz et quelques kHz.

Remarquons que la fin de vie des systèmes binaires lorsque que les deux astres fusionnent constitue également une source impulsive d'ondes gravitationnelles. Il a été suggéré que les sursauts gamma courts pourraient être associés à la coalescence de systèmes binaires[81]. Là encore, les descriptions théoriques sont incertaines. L'ordre de grandeur de la fréquence à laquelle ces événements se produisent est $1000 \left(\frac{M}{2.8M_{\odot}} \right)$ Hz pour des systèmes binaires d'étoiles à neutrons.

1.3.3.4 Fond stochastique

Deux composantes contribuent au fond stochastique d'ondes gravitationnelles. La première est liée à la superposition aléatoire de signaux émis par un grand nombre de sources indépendantes rendant l'extraction de ces signaux source par source impossible. Ce type de fond stochastique peut se révéler être une limitation à la sensibilité de certains instruments de détection. Dans le cas du détecteur interférométrique spatial LISA, la population nombreuse de systèmes binaires galactiques peut produire un bruit de fond supérieur à la sensibilité de l'instrument dans la région basse fréquence [56] (figure 1.6).

⁴Voir le début du chapitre 3 pour davantage de détails.

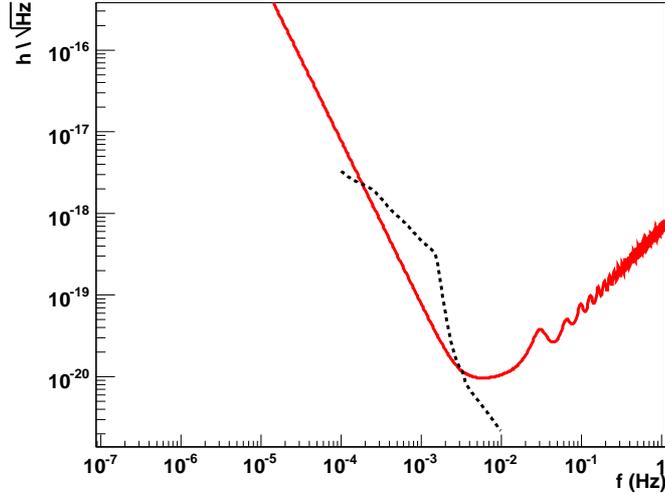


FIG. 1.6 – Sensibilité du détecteur LISA . Le trait plein correspondant à la limitation instrumentale. Le trait pointillé indique le bruit de fond de confusion lié la population galactique de naines blanches[22].

La seconde contribution est celle du fond stochastique d'origine cosmologique produit lors de l'évolution de l'univers primordial. Différentes origines sont avancées comme l'amplification des fluctuations du champ gravitationnel ou les transitions de phase de l'univers primordial. L'intérêt de l'étude de ce rayonnement est la possibilité d'étudier l'univers primordial bien avant le découplage des photons avec la matière.

On caractérise le fond diffus gravitationnel par sa densité d'énergie ρ_{fd} . En introduisant la quantité sans dimension $\Omega_{fd}(f) = \frac{1}{\rho_c} \frac{d\rho_{fd}}{d\log f}$ où⁵ $\rho_c = 3H_0^2/(8\pi G)$ est la densité d'énergie critique de l'univers, on obtient comme amplitude caractéristique [89]

$$h \sim 10^{-21} \left(\frac{1 \text{ mHz}}{f} \right) \left(\frac{h_0^2 \Omega_{fd}(f)}{10^{-8}} \right)^{1/2} \left(\frac{\Delta f}{3.17 \times 10^{-8} \text{ Hz}} \right)^{1/2}. \quad (1.34)$$

Le terme Δf est l'inverse de la durée d'observation. On a choisi une valeur de référence de 1an.

Le spectre du fond diffus de rayonnement gravitationnel s'étend sur de nombreux ordres de grandeurs. Sa recherche intéresse les détecteurs terrestres (au delà de 10Hz). Il faut alors intégrer les données sur de longues périodes pour extraire le signal recherché du bruit (en corrélant les données de deux détecteurs différents). On peut également l'étudier avec les détecteurs spatiaux comme LISA.

⁵On écrit la constante de Hubble sous la forme $H_0 = h_0 \times 100 \text{ km}/(\text{sec.Mpc})$.

Chapitre 2

Détection des ondes gravitationnelles

Après avoir présenté les propriétés principales des ondes gravitationnelles, leur action sur la matière et les principaux types de sources astrophysiques, nous nous intéressons dans ce chapitre à la question de la détection directe du rayonnement gravitationnel.

Nous avons indiqué dans le chapitre précédent que le domaine en fréquence couvert par ce rayonnement est très large. Des méthodes de détection spécifiques doivent alors être envisagées selon la bande de fréquence considérée[112]. Nous nous limiterons ici à une bande de fréquence entre 1Hz et 10kHz pour laquelle des méthodes de détection terrestres résonnantes ou interférométriques sont appropriées. Pour le domaine de fréquence entre 0.1mHz et 1Hz des détecteurs spatiaux comme LISA[4] doivent être envisagés. A plus basses fréquences, les perturbations de l'environnement interstellaire ne permettent plus de contrôler avec une précision suffisante les satellites. Des informations pourraient cependant être extraites à partir de techniques de chronométrages des pulsars[87] ou par l'étude de la polarisation du fond diffus cosmologique de photons[79].

Dans un premier temps, un rapide aperçu des méthodes de détection terrestre est proposé. On introduira alors plus en détail le principe de la méthode interférométrique. On comprendra à partir de ces principes la nécessité de mettre en oeuvre une configuration optique complexe pour les détecteurs comme Virgo. Nous détaillerons ensuite certaines caractéristiques de ce détecteur permettant de comprendre les facteurs limitant aujourd'hui sa sensibilité.

2.1 Généralités

2.1.1 Les méthodes de détection des ondes gravitationnelles

Pour des ondes gravitationnelles ayant une fréquence comprise entre $\sim 1\text{Hz}$ et 10kHz , deux types de méthodes de détection peuvent être envisagés sur Terre.

Les méthodes résonnantes cherchent à mesurer la déformation subie par un corps rigide au passage d'une onde gravitationnelle. Ce corps peut être une barre. Les premiers détecteurs de ce type furent construits par Weber[116]. A sa suite¹, d'autres

¹Un engouement certain est né de l'annonce d'une détection coïncidente par Weber, qui n'a pas été confirmée.

barres résonnantes furent développées : EXPLORER au CERN[5], ALLEGRO aux Etats-Unis[6], NIOBE² en Australie[7], NAUTILUS[8] et AURIGA[9] en Italie. Ces deux derniers détecteurs fonctionnant à très basses températures ($T = 0.1\text{K}$) ont des sensibilités améliorées par rapport au premier fonctionnant à $\sim 2\text{-}4\text{ K}$. Leur sensibilité atteint $2 \times 10^{-22}\text{Hz}^{-1/2}$. L'inconvénient majeur de ce type de détecteur est leur bande passante limitée à quelques Hz autour de la fréquence de résonance de la barre.

D'autres systèmes résonnants de forme sphérique ont également été proposés : TIGA [92], MiniGrail[10], Schenberg[57].

Une autre méthode permettant de pallier à l'inconvénient de la bande passante étroite des détecteurs résonnants fut proposée dès 1963[70]. Cette méthode reposant sur une technique interférométrique fût décrite avec précision par Weiss en 1970 puis mise en oeuvre pour la première fois par Forward en 1972[69]. Après cette première tentative, d'autres prototypes furent développés conduisant à la situation actuelle où plusieurs détecteurs interférométriques sont en fonctionnement à sensibilité nominale ou s'en approchent. On résume dans le tableau 2.1 les propriétés principales de ces détecteurs.

Détecteur	Longueur des bras (km)	Sens. nominale ($\text{Hz}^{-1/2}$)	Meilleur sens. ($\text{Hz}^{-1/2}$)
GEO 600	0.6	10^{-22} à 350Hz	$3 \cdot 10^{-22}$ à 600Hz
LIGO Hanford	4	$3 \cdot 10^{-23}$ à 150Hz	$3 \cdot 10^{-23}$ à 150Hz
LIGO Livingston	2	-	$5 \cdot 10^{-23}$ à 150Hz
LIGO Livingston	4	$3 \cdot 10^{-23}$ à 150Hz	$3 \cdot 10^{-23}$ à 150Hz
TAMA	0.3	$2 \cdot 10^{-22}$ à 300Hz	$2 \cdot 10^{-21}$ à 1000Hz
VIRGO	3	$4 \cdot 10^{-23}$ à 250Hz	10^{-22} à 400Hz

TAB. 2.1 – Propriétés principales des détecteurs interférométriques en terme de sensibilité.

Nous comprendrons dans la suite la nécessité de construire des détecteurs kilométriques. Pour cela, décrivons plus en détail le fonctionnement d'un détecteur interférométrique simple.

2.1.2 Principe de la détection interférométrique

Comme nous l'avons illustré dans le chapitre précédent (paragraphe 1.2), l'effet d'une onde gravitationnelle sur un anneau de particules test libres est de modifier de façon différentielle dans deux directions perpendiculaires la distance relative entre ces particules. On peut tirer parti de cet effet en considérant un interféromètre de Michelson simple comprenant une séparatrice et deux miroirs situés à l'extrémité de deux bras perpendiculaires de longueur L (voir figure 2.1). Dans la mesure où ces miroirs peuvent être considérés comme libres dans le plan de l'interféromètre (xOy), l'effet d'une onde gravitationnelle sera de modifier la longueur relative des bras de l'interféromètre entraînant ainsi un déphasage visible sur la figure d'interférence.

Quantifions cet effet dans le cas d'une onde gravitationnelle monochromatique de pulsation ω , d'amplitude h ($h(t) = h\cos(\omega t)$) se propageant selon la direction z avec

²NIOBE ne prend plus de données. Tout comme Allegro depuis peu de temps.

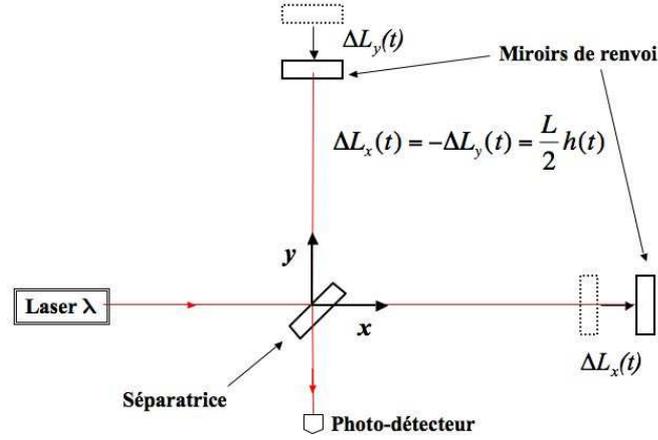


FIG. 2.1 – Schéma d'un interféromètre de Michelson.

une polarisation selon les axes Ox et Oy . D'après les équations (1.3), (1.5) et (1.15), on peut écrire l'élément de longueur entre deux points de l'espace infiniment proches

$$ds^2 = -cdt^2 + (1 + h(t))dx^2 + (1 - h(t))dy^2 = 0 \text{ (pour un photon)}. \quad (2.1)$$

Les temps mis par un photon pour parcourir l'aller-retour entre la séparatrice et un des miroirs d'extrémités sur les axes Ox et Oy sont respectivement $\tau_x(t)$ et $\tau_y(t)$ donnés par [108]

$$\begin{cases} \tau_x(t) = \frac{2L}{c} + h\frac{L}{c} \operatorname{sinc}\frac{\omega L}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{L}{c}\right)\right), \\ \tau_y(t) = \frac{2L}{c} - h\frac{L}{c} \operatorname{sinc}\frac{\omega L}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{L}{c}\right)\right). \end{cases} \quad (2.2)$$

On a introduit la fonction sinus cardinal ($\operatorname{sinc}x = \frac{\sin x}{x}$). Dans l'hypothèse d'une longueur d'onde gravitationnelle grande devant la taille du détecteur ($\frac{c}{\omega} \gg L$), ces expressions deviennent

$$\begin{cases} \tau_x(t) = \frac{2L}{c} + h\frac{L}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{L}{c}\right)\right), \\ \tau_y(t) = \frac{2L}{c} - h\frac{L}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{L}{c}\right)\right). \end{cases} \quad (2.3)$$

On retrouve dans ces expressions que l'effet de modulation de l'onde gravitationnelle affecte de façon opposée les deux directions perpendiculaires Ox et Oy . En l'absence d'onde gravitationnelle, la différence de temps de parcours entre les deux bras est nulle. Sinon elle vaut

$$\Delta\tau(t) = \tau_x - \tau_y = \frac{2Lh}{c} \cos\left(\omega\left(t - \frac{L}{c}\right)\right). \quad (2.4)$$

Il est plus intuitif d'interpréter cette différence de temps de parcours en terme de modification de la longueur des bras de l'interféromètre. En se plaçant dans un repère

rigide lié à la séparatrice, on obtient une différence de longueur de parcours des deux bras donnée par

$$\Delta L(t) = \Delta L_x(t) - \Delta L_y(t) = 2Lh \cos \left(\omega \left(t - \frac{L}{c} \right) \right). \quad (2.5)$$

Cette modification de la longueur des bras se traduit (pour un laser de longueur d'onde λ) par un déphasage de la figure d'interférence en sortie de l'interféromètre qui vaut

$$\Delta \Phi(t) = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L(t) = \frac{4\pi L}{\lambda} h \left(t - \frac{L}{c} \right). \quad (2.6)$$

Ainsi la détection de l'onde gravitationnelle revient-t-elle à mesurer un déphasage de la figure d'interférence. En pratique, c'est par l'intermédiaire de la mesure des variations de puissance en sortie de l'interféromètre qu'on accède à ce déphasage et donc à l'amplitude de l'onde gravitationnelle. Nous y reviendrons dans la suite.

Remarquons que nous sommes placés dans un contexte très particulier où la direction de propagation de l'onde est perpendiculaire au plan de l'interféromètre et où les axes de polarisation correspondent aux bras de l'interféromètre (dans cette situation l'effet de la polarisation \times agissant selon les bissectrices du repère xOy est nul). Dans le cas général, on doit tenir compte de la position (θ, ϕ) de la source et de l'orientation ψ des axes de polarisation (voir figure 2.2).

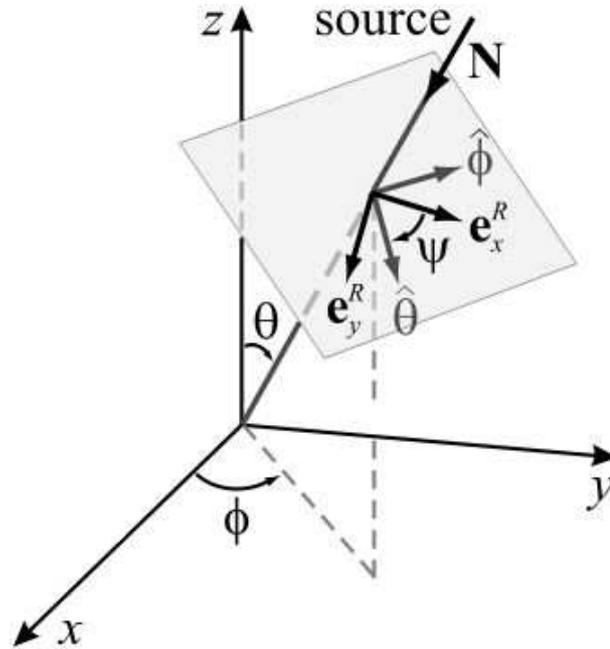


FIG. 2.2 – Définition des angles (θ, ϕ) définissant la position de la source par rapport au référentiel (x, y, z) lié au détecteur (les bras sont selon les axes x et y) et ψ mesurant l'angle de polarisation de l'onde.

La réponse de l'interféromètre est toujours donnée par la relation (2.6) avec

$$h(t) = F_+(\theta, \phi, \psi)h_+(t) + F_\times(\theta, \phi, \psi)h_\times(t). \quad (2.7)$$

Dans cette expression, les termes F_+ and F_\times définissent les fonctions d'antenne de l'interféromètre. On a [66]

$$\begin{cases} F_+ = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi \cos 2\psi - \cos \theta \sin 2\phi \sin 2\psi \\ F_\times = \frac{1}{2}(1 + \cos^2 \theta) \cos 2\phi \sin 2\psi + \cos \theta \sin 2\phi \cos 2\psi. \end{cases} \quad (2.8)$$

Nous verrons dans le chapitre 4 lors de la description de la méthode de filtrage adapté dédiée à la recherche de coalescences binaires que l'équation (2.7) peut être simplifiée en raison de la faible dépendance en temps des termes F_+ et F_\times à l'échelle de la durée des signaux recherchés.

2.1.3 Limitation en sensibilité d'un interféromètre simple

La sensibilité d'un détecteur caractérise son aptitude à détecter des signaux d'ondes gravitationnelles. L'amplitude attendue pour de tels signaux est relativement faible. L'ordre de grandeur est $h \sim 10^{-23}$ pour un signal de coalescence émis à 10Hz par un système binaire (1.4,1.4) M_\odot situé à 10Mpc. Nous avons dit précédemment que la détection des ondes gravitationnelles reposait sur la mesure des fluctuations de la puissance en sortie du détecteur. La sensibilité à une onde gravitationnelle est donc la sensibilité à la mesure de ces fluctuations.

Pour un interféromètre de Michelson caractérisé par une puissance d'entrée P_{in} , la puissance de sortie s'exprime par³

$$P_{out}(t) = \frac{P_{in}}{2}(1 - \cos(\Phi(t))), \quad (2.9)$$

avec $\Phi(t) = \Phi_0 + \Delta\Phi(t)$. Φ_0 est le déphasage induit par une différence de longueur statique entre les bras et $\Delta\Phi(t)$ est le déphasage induit par le passage de l'onde gravitationnelle.

La limitation fondamentale en terme de mesure de fluctuations de puissance est liée à l'incertitude sur le dénombrement des photons qui atteignent le photo-détecteur. Cette incertitude correspond à un niveau irréductible de fluctuations de puissance et constitue ce qu'on appelle le bruit de photons. En se plaçant au point de fonctionnement le plus sensible où $\frac{dP_{out}}{d\Phi} = 0$ soit au point ⁴ où $P_{out} = P_{in}/2$, le bruit de photon est décrit par une densité spectrale d'amplitude h_{bp} indépendante de la fréquence donnée par [108]

$$h_{bp}(f) = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{4\pi P_{in}}}. \quad (2.10)$$

On peut réécrire cette relation sous la forme :

$$h_{bp}(f) = 7.3 \times 10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2} \left(\frac{1000 \text{ km}}{L} \right) \sqrt{\frac{\lambda}{1.064 \text{ } \mu\text{m}}} \sqrt{\frac{1 \text{ watt}}{P_{in}}} \quad (2.11)$$

³On se place ici dans un cas idéal où l'asymétrie de réflectivité entre les miroirs de renvoi est nulle de sorte que le contraste de l'interféromètre C vaut 1.

⁴Ce point de fonctionnement (qu'on peut qualifier de franche blanche) n'est pas celui du détecteur Virgo. Nous y reviendrons dans la partie suivante.

Il apparaît donc d'après cette expression que deux éléments peuvent permettre d'abaisser le niveau de bruit de photons. On peut pour cela augmenter la longueur L des bras ou accroître la puissance du laser. Ces deux aspects connaissent cependant des limitations.

Pour ce qui est de la longueur des bras, on conçoit facilement que construire un interféromètre avec des bras de 100km puisse poser quelques difficultés. Pour l'augmentation de la puissance, une limitation existe en raison de l'effet lié à la pression de radiation qui pour des puissances importantes devient le facteur limitant. Le bruit de pression de radiation ne devient cependant un bruit fondamental limitant qu'à des puissances bien supérieures à celles rencontrées dans les détecteurs actuels. La puissance à laquelle les bruits de photon et de pression de radiation sur un miroir de 10 kg à une fréquence de 100Hz avec un laser de longueur d'onde $\lambda = 1.064\mu\text{m}$ deviennent équivalent est en effet de l'ordre du megawatt⁵.

Retenons donc que pour atteindre un niveau de sensibilité de l'ordre de $h \sim 10^{-23}$, il est nécessaire d'accroître la longueur des bras et la puissance du laser. Une configuration optique plus complexe que celle d'un interféromètre simple doit donc être envisagée. Nous décrivons dans la suite la configuration optique du détecteur interférométrique Virgo.

2.2 Le détecteur Virgo

2.2.1 Interféromètre réel

Bruit de photons pour un interféromètre réel

Dans la partie précédente, nous avons considéré un interféromètre simple idéal pour lequel le défaut de contraste était nul. Considérons le cas d'un interféromètre de contraste C . On peut montrer que la sensibilité du détecteur est donnée par l'expression

$$h_{bp} = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{2\pi P_{in}}} \frac{\sqrt{1 - C \cos \Phi_0}}{C |\sin \Phi_0|} \quad (2.12)$$

On peut alors choisir la valeur de Φ_0 de façon à optimiser la sensibilité. La fonction $F(C) = \frac{\sqrt{1 - C \cos \Phi_0}}{|\sin \Phi_0|}$ admet des minima pour $\Phi_0 = 0[2\pi]$ dans le cas idéal $C = 1$ (voir figure 2.3). Dans ce cas idéal, la puissance en sortie est nulle. Ceci justifie le nom de frange noire pour ce point de fonctionnement. Notons qu'on retrouve bien l'expression (2.10).

Dans le cas réaliste où le contraste C est proche de 1, on a

$$h_{bp}(f) = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{\hbar c \lambda}{4\pi P_{in}}} \frac{1}{\sqrt{1 - \sqrt{1 - C^2}}}. \quad (2.13)$$

Abordons désormais les deux méthodes permettant d'améliorer la sensibilité.

⁵Avec de telles puissances il est clair que des bruits thermiques entreraient en jeu.

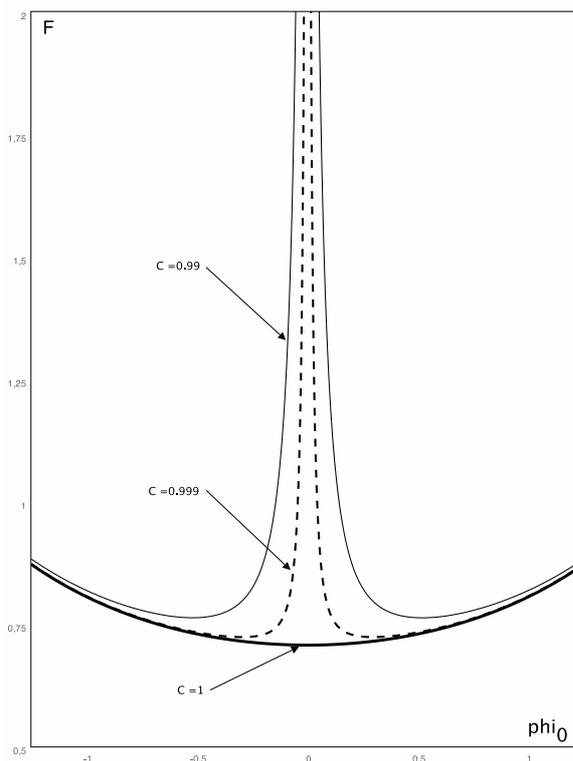


FIG. 2.3 – Variation de la fonction F pour différentes valeurs du contraste C .

Utilisation de cavités Fabry-Perot

Les plus grands détecteurs interférométriques actuellement construits ont des bras d'une longueur $L = 4\text{km}$. Avec une telle longueur, la relation (2.11) montre qu'on atteint des sensibilités insuffisantes de l'ordre de $h \sim 10^{-20}$ (avec un laser de 1 watt de longueur d'onde $1.064\mu\text{m}$). Pour accroître la sensibilité, on ajoute, après la séparatrice et à chacun des bras, des miroirs (qualifiés de miroirs d'entrée) de réflectivité r_1 (voir figure 2.4). En bout de bras, les miroirs de renvoi ont une réflectivité r_2 . On forme ainsi des cavités Fabry-Perot dans lesquelles le faisceau résonne et parcourt un nombre d'aller-retours moyen égal à $\frac{2F}{\pi}$. F représente la finesse des cavités et dépend des réflectivités des miroirs selon

$$F = \frac{\pi\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2}. \quad (2.14)$$

On a désormais un interféromètre dont les bras ont une longueur effective $L_{eff} = \frac{2F}{\pi}L$. La sensibilité est donc améliorée d'un facteur $\frac{2\pi}{F}$. Cette considération est correcte à une limitation près. En effet, les cavités Fabry-Perot se comportent comme des filtres passe-bas de fréquence de coupure $f_c = \frac{c}{4FL}$. L'amélioration précédente est donc valable à des fréquences $f \ll f_c$. Pour Virgo, cette fréquence est de l'ordre de 500Hz.

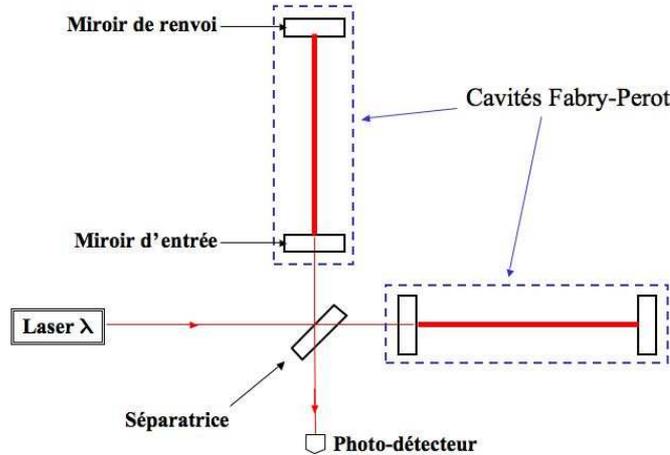


FIG. 2.4 – Schéma d'un interféromètre muni de cavités Fabry-Perot.

Utilisation d'un miroir de recyclage

Lorsqu'un interféromètre fonctionne à son point de fonctionnement (proche de la frange noire), la puissance en sortie de l'interféromètre est minimale. Le faisceau laser parcourant les bras est donc réfléchi vers le laser en totalité. Il est possible de tirer parti de cette puissance en plaçant un miroir de recyclage comme indiqué sur la figure 2.5. Ce miroir partiellement réfléchissant permet de ré-injecter la puissance réfléchie vers le laser dans l'interféromètre. En contrôlant la position de ce miroir de façon à ce que le faisceau soit résonnant dans la nouvelle cavité formée, on peut accroître la puissance incidente d'un facteur G_R . En terme de sensibilité, l'amélioration est donc d'un facteur $\sqrt{G_R}$.

Le gain de recyclage dépend de la réflectivité r_{PR} et de la transmittivité t_{PR} du miroir de recyclage ainsi que de la réflectivité des cavités Fabry-Perot r_{cav} selon

$$G_R = \left(\frac{t_{PR}}{1 + r_{PR} \cdot r_{cav}} \right)^2. \quad (2.15)$$

La valeur nominale de ce gain est d'environ 50.

2.2.2 Configuration optique de Virgo

Description

Les notions abordées dans le paragraphe précédent permettent de comprendre la configuration optique complète du détecteur Virgo détaillée sur la figure 2.6. Détaillons en rapidement les principales caractéristiques.

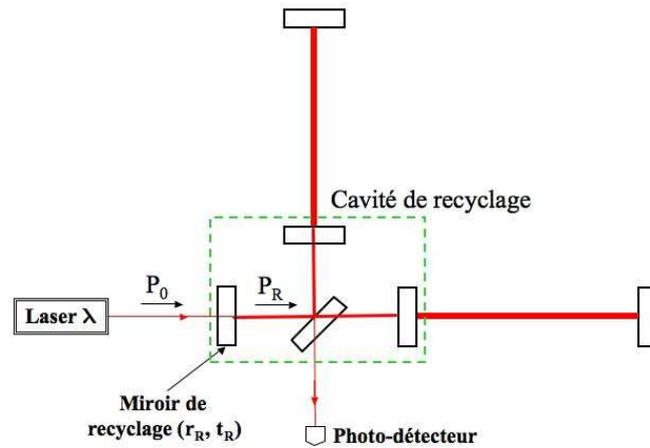


FIG. 2.5 – Schéma d'un interféromètre muni d'un miroir de recyclage formant une cavité de recyclage.

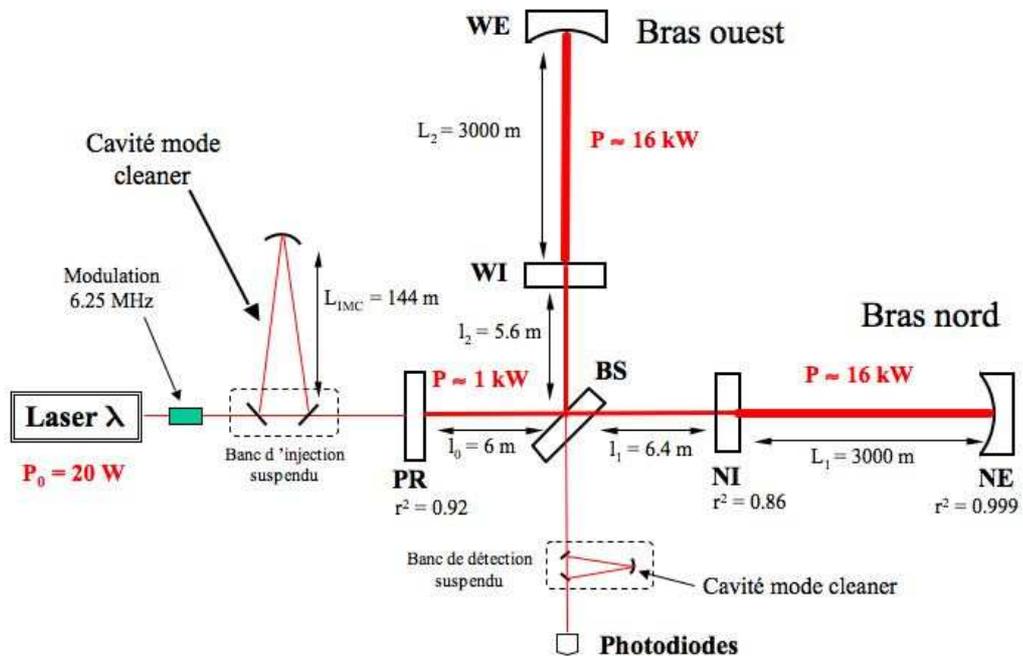


FIG. 2.6 – Schéma de la configuration optique du détecteur Virgo.

Le système d'**injection** de Virgo comprend un laser NdYAG de 20 watts de longueur d'onde $1.064 \mu\text{m}$. Avant d'entrer dans l'interféromètre ce faisceau est modulé en fréquence (par une cellule de Pockels) et traverse une cavité optique triangulaire (*mode cleaner*).

Pourquoi moduler ce faisceau? Pour un interféromètre réel (avec un défaut de contraste non nul), le bruit de photons peut être dominé par le bruit en puissance du laser. Les fluctuations de puissance du laser sont toutefois moindres à haute fréquence. Le bruit en puissance est en effet réduit d'un facteur 1000 à 6MHz par rapport ce qu'il vaut entre 100Hz et 1kHz. Moduler le faisceau permet donc de limiter l'impact du bruit en puissance du laser, de sorte qu'à haute fréquence le bruit limitant soit le bruit de photons.

La cavité de filtrage *mode cleaner* permet de limiter les imperfections du faisceau avant de l'injecter dans l'interféromètre. Il peut s'agir de fluctuations de position du faisceau induites par les mouvements du banc laser non suspendu donc très sensible aux bruits sismique et acoustique ou d'imperfections géométriques. Après cette cavité, le faisceau a un profil de puissance gaussien.

En sortie de cette cavité, le faisceau rencontre le miroir de recyclage (PR), la séparatrice (BS) et se propage ensuite dans les deux cavités Fabry-Perot d'une longueur de 3km. La finesse de ces cavités est d'environ 50 : le chemin optique du faisceau est donc multiplié par un facteur ~ 32 .

Après avoir parcouru les deux bras, les faisceaux interfèrent sur la face avant de la séparatrice. Le faisceau en sortie de l'interféromètre atteint ensuite la cavité *mode cleaner de sortie* (placée sur un banc de détection suspendu) dont le rôle est la suppression des défauts géométriques accumulés par le faisceau dans l'interféromètre. Ce dernier est également focalisé par l'optique du banc de détection. Il atteint alors les photo-diodes (B1) placées sur le banc de détection externe. C'est le signal de ces photo-diodes qui contient l'information sur la présence d'ondes gravitationnelles.

Point de fonctionnement

Pour exploiter les propriétés de cette configuration optique, il faut être en mesure d'amener et de maintenir le détecteur à son point de fonctionnement.

Celui-ci correspond à une configuration dans laquelle les cavités Fabry-Perot et la cavité de recyclage sont résonnantes avec un interféromètre réglé sur la frange noire. Pour atteindre cet état, il faut être en mesure de contrôler la position des miroirs. En terme de déplacements longitudinaux, l'amplitude caractéristique des fluctuations de position ne doit pas dépasser quelques 10^{-12}m . Pour ce qui est des déplacements angulaires, la précision de positionnement doit atteindre des valeurs de quelques 10^{-9}rad [71].

Les six miroirs du détecteur Virgo sont suspendus à un système complexe illustré sur la figure 2.7. On y distingue différents filtres numérotés de 0 à 7. Au filtre 7 est suspendu un dispositif nommé marionnette auquel les miroirs associés à des masses de référence sont suspendus.

Ces ensembles sont qualifiés de super-atténuateurs. Ils ont un rôle essentiel à double titre. Ce sont eux qui permettent en compensant la pesanteur de faire des miroirs des masses libres dans le plan de l'interféromètre. Cette exigence est liée au principe même de la détection interférométrique. D'autre part, des suspensions performantes

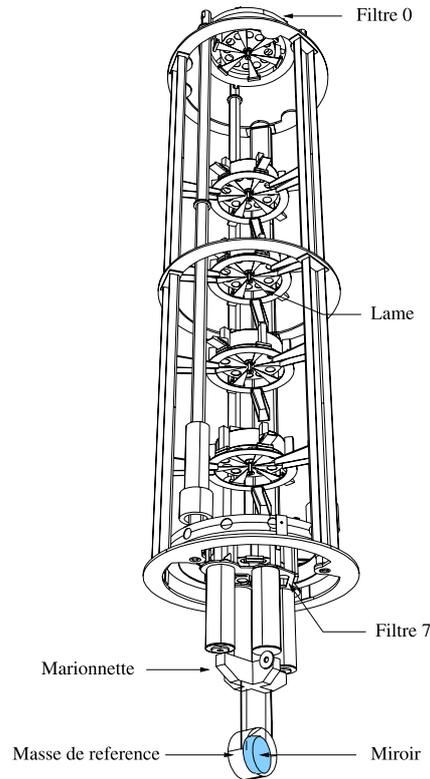


FIG. 2.7 – Super-atténuateur des miroirs de Virgo.

sont nécessaires afin d'isoler les miroirs des fluctuations de position induites par le bruit sismique d'origine naturelle ou lié à l'activité humaine. A basse fréquence ($\sim 10\text{Hz}$), ce bruit est bien au-delà de la sensibilité souhaitée. Ces super-atténuateurs doivent donc être de très performants filtres sismiques.

Ils sont pour cela composés de sept pendules en cascades. Ces pendules (dont la fréquence de résonance est proche de 0.5 Hz) permettent d'atténuer les mouvements horizontaux des miroirs. Un pendule simple permet au-delà de sa fréquence de résonance f_0 d'atténuer les mouvements de translation d'un facteur $\left(\frac{f_0}{f}\right)^2$. Avec une succession de sept filtres, on atteint un facteur $\sim \left(\frac{f_0}{f}\right)^{14}$. Pour ce qui est du nécessaire amortissement des mouvements verticaux, six masses intermédiaires de la chaîne de suspension agissant comme des ressorts (grâce à des lames) sont mises en oeuvre. La fréquence de résonance de ces ressorts est abaissée à 0.5Hz grâce à des aimants agissant comme des anti-ressorts. Grâce à ce dispositif, le bruit sismique n'est limitant qu'à très basse fréquence ($< 3\text{Hz}$).

Pour agir sur la position des miroirs, des actionneurs sont mis en oeuvre. Il s'agit de couples bobine-aimant. En alimentant la bobine par le courant adapté, on génère un champ magnétique qui en interagissant avec l'aimant permet de contrôler le déplacement du corps duquel l'aimant est solidaire. On trouve de tels systèmes à différents niveaux :

- trois au niveau du filtre 0 permettent le contrôle des mouvements de translation

horizontaux et de rotation autour de l'axe vertical du super-atténuateur ;

- quatre bobines au niveau du filtre 7 agissent sur des aimants fixés sur la marionnette et permettent un contrôle angulaire et longitudinal de celle-ci ;
- quatre aimants collés au miroir sont soumis aux forces engendrées par les bobines solidaires de la masse de référence. Il est alors possible de contrôler la position angulaire et longitudinale du miroir.

Il est donc possible par l'intermédiaire de ces dispositifs d'agir sur la position des miroirs pour amener l'interféromètre à son point de fonctionnement. Le processus permettant d'atteindre cet état dans lequel les différentes cavités de l'interféromètre sont résonnantes et l'interféromètre réglé sur la frange noire est qualifié d'acquisition du verrouillage. Il comporte un certain nombre d'étapes⁶.

D'après la description précédente, l'interféromètre au-delà de quelques hertz n'est plus limité par le bruit sismique grâce aux super-atténuateurs. La difficulté apparaît dans le domaine basse fréquence entre quelques mHz et quelques Hz où les résonances mécaniques des suspensions sont excitées par le bruit sismique et tendent donc à écarter l'interféromètre de son point de fonctionnement[88]. Les déplacements longitudinaux peuvent atteindre 10^{-5} m ou plus dans le cas de conditions météorologiques défavorables. Les déplacements angulaires peuvent eux atteindre 10^{-5} rad. Il est donc nécessaire d'exercer un contrôle continu de l'interféromètre. Cela consiste à asservir la position des miroirs au point de fonctionnement en envoyant aux différents actionneurs les signaux de contrôle adaptés.

Deux stratégies complémentaires pour la détermination de ces signaux de contrôle peuvent être mises en oeuvre. La première consiste à mesurer à l'aide de capteurs dédiés les différents déplacements à limiter. Ce type de mesure effectuée localement en faisant abstraction du fonctionnement global de l'interféromètre détermine ce qu'on appelle le contrôle local. La seconde consiste à déduire des différents signaux des photodiodes de l'interféromètre les déplacements des miroirs. On parle dans ce second cas de contrôle global.

Les contrôles locaux

Ces contrôles utilisent l'information locale enregistrée par des capteurs. On peut citer :

- Le contrôle du pendule inversé, qui utilise des accéléromètres placés sur le filtre 0, permet de limiter l'impact des résonances mécaniques entre 30 mHz et 5Hz [88]. A plus basse fréquence des capteurs de position sont utilisés⁷.
- L'amortissement fourni par les contrôles précédents peut se révéler inopérant pour amortir certaines résonances. Ainsi un contrôle local peut être mis en oeuvre au niveau de la marionnette et du miroir. Des capteurs de position optiques sont alors utilisés[71].

⁶Le nombre et la durée des étapes évolue au cours du développement de la machine. Ainsi en août 2005, on comptait 15 étapes d'une durée totale de quelques minutes. Aujourd'hui ce nombre est de 12. La durée de l'acquisition du verrouillage est plus longue (~ 15 minutes) en raison d'effets thermiques (liés à un fonctionnement à puissance plus élevée).

⁷Les accéléromètres présentent l'intérêt d'opérer des mesures non liées au référentiel auquel ils sont liés contrairement aux capteurs de position.

Ces contrôles sont utiles pour la stabilisation des différents miroirs pris isolément. Cependant le verrouillage d'une cavité nécessite un contrôle relatif des positions des miroirs. Ce sont les contrôles globaux qui entrent alors en jeu.

Les contrôles globaux

Deux types de contrôles globaux sont à mettre en oeuvre : les contrôles longitudinaux et angulaires.

- Les **contrôles longitudinaux** ont pour rôle de contrôler les différentes longueurs influant le point de fonctionnement de l'interféromètre (voir la figure 2.8) . Il s'agit
 1. du mode différentiel des cavités Fabry-Perot ($L_1 - L_2$) : c'est ce mode qui est sensible aux ondes gravitationnelles,
 2. du mode commun des cavités Fabry-Perot ($L_1 + L_2$),
 3. du mode différentiel du Michelson formé par les miroirs d'entrée ($l_1 - l_2$),
 4. de la longueur de la cavité de recyclage ($l_0 + \frac{l_1+l_2}{2}$).

Les informations sur les variations de ces longueurs sont extraites grâce aux différents photo-détecteurs représentés sur la figure 2.8. La photodiode B1 recueille le faisceau en sortie de l'interféromètre après le *mode cleaner*. C'est à partir de ce signal qu'est extrait le signal d'ondes gravitationnelles. Le signal de B1p est celui obtenu en sortie avant le *mode cleaner*. Le signal de B5 est celui réfléchi par la face de la séparatrice sur laquelle n'ont pas lieu les interférences. Les photodiodes B7 et B8 sont sensibles au faisceau transmis par les miroirs de bout de bras nord et ouest. Enfin la photodiode B2 reçoit une partie du faisceau réfléchi par le miroir de recyclage vers le laser.

A partir de l'information recueillie par ces différentes photodiodes, il est possible de construire les différents signaux d'erreur permettant de verrouiller l'interféromètre. Les corrections nécessaires sont appliquées sur les miroirs de bout de bras, la séparatrice et le miroir de recyclage. L'application aux différents actionneurs est répartie en fonction de la fréquence de la correction. On parle de contrôle hiérarchique.

- Les **contrôles angulaires** ont pour objectif de maintenir les miroirs alignés entre eux, c'est-à-dire de compenser leur rotation autour de leurs axes horizontal et vertical. Pour ce faire, les photodiodes utilisées pour ce contrôle sont composées de quadrants. Selon la répartition du signal entre ceux-ci, il est possible de corriger la position angulaire des miroirs. Ce sont les actionneurs de la marionnette qui reçoivent le signal de contrôle et asservissent le miroir à la bonne position angulaire.

Ainsi grâce à ces différents éléments de contrôle est-il possible de maintenir le détecteur à son point de fonctionnement.

2.2.3 Sensibilité nominale de Virgo

Le point de fonctionnement nominal de l'interféromètre Virgo est celui où les différents bruits limitant sa sensibilité sont des bruits correspondant aux limitations physiques liées au cahier des charges de l'interféromètre. On parle de bruits fondamentaux. Ils sont de trois types.

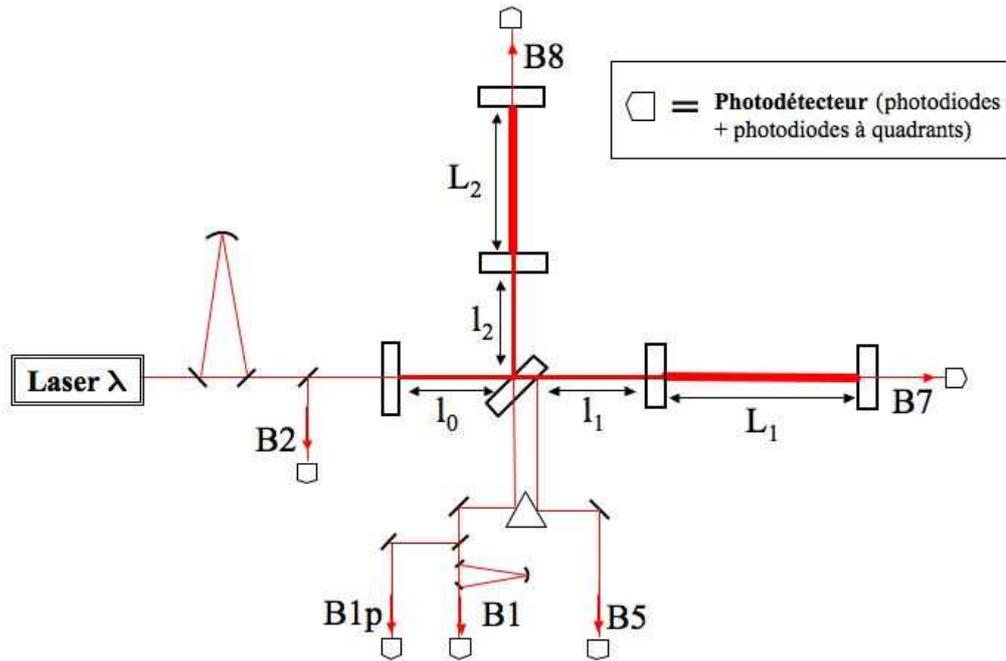


FIG. 2.8 – Schéma de la configuration optique de Virgo indiquant les longueurs de cavité à contrôler et les photodiodes utilisées.

Nous en avons déjà rencontré deux. Le premier est le bruit de photons limitant la sensibilité d'un interféromètre idéal. Dans le cas d'un interféromètre réel, nous avons mentionné qu'il s'agissait d'un bruit limitant à haute fréquence ($\sim 1-10\text{kHz}$). A plus basse fréquence, le bruit limitant est le bruit sismique. Les super-atténuateurs de Virgo permettent de s'affranchir de ce bruit pour des fréquences supérieures à $\sim 10\text{Hz}$. Un troisième type de bruit fondamental limite la sensibilité de Virgo dans la région intermédiaire de fréquence entre $\sim 10\text{ Hz}$ et quelques centaines de Hz. Il s'agit de bruit thermique ([108] chapitre 7). La dissipation d'énergie dans un système se traduit par des fluctuations de celui-ci. Différents systèmes de l'interféromètre contribuent au bruit thermique. Il s'agit de l'ensemble miroir-suspension (bruit thermique pendulaire), des miroirs eux-mêmes et des fils de suspension dont les modes propres sont qualifiés de modes violons.

On illustre sur la figure 2.9 les contributions des différents bruits fondamentaux. Leur somme quadratique définit la sensibilité nominale de Virgo. Elle est de 5×10^{-23} à 200 Hz. La fenêtre de sensibilité de l'interféromètre Virgo s'étend donc de $\sim 10\text{ Hz}$ à $\sim 10\text{ kHz}$.

Dans la suite de ce manuscrit, on notera $[f_b, f_h]$ l'intervalle de fréquence considéré pour l'analyse envisagée. La valeur minimale de f_b sera 10Hz.

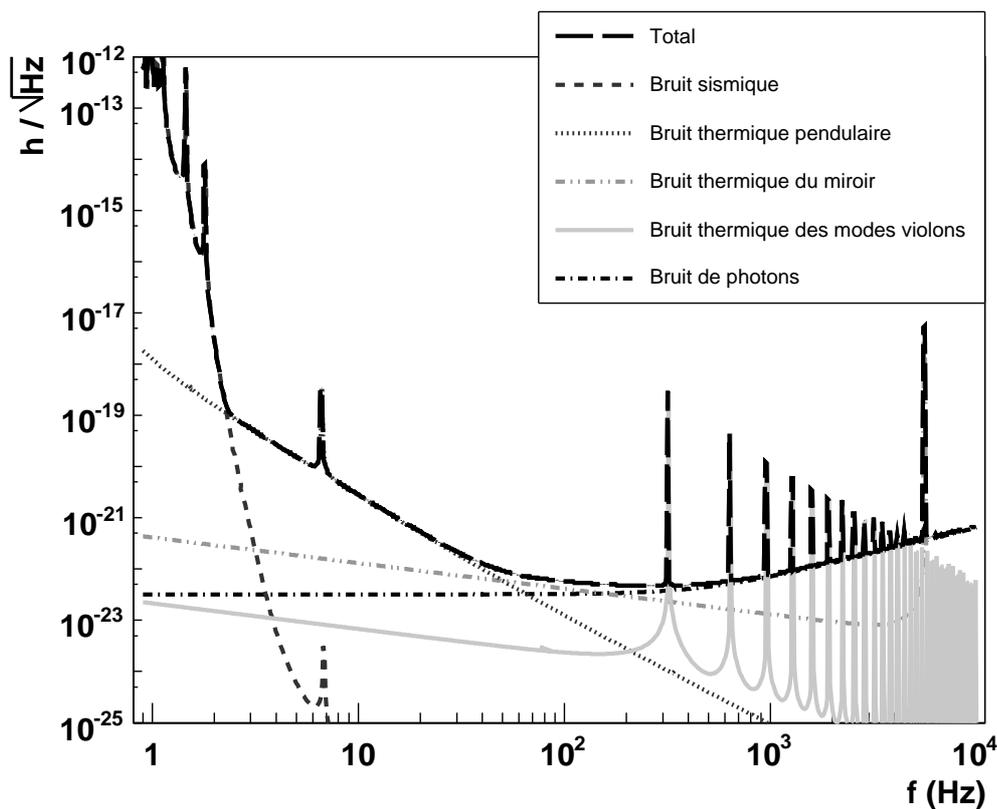


FIG. 2.9 – Sensibilité nominale de l'interféromètre Virgo.

2.3 La mise en route du détecteur Virgo

La phase de développement de Virgo permettant d'atteindre sa sensibilité nominale a débuté en 2003. Elle est marquée par des prises de données régulières. Les objectifs de ces prises de données sont divers.

Du point de vue du développement de la machine, elles permettent de tester et de valider les nouvelles solutions mises en oeuvre. Ces dernières ont pour objectif d'améliorer la sensibilité. Il ne faut cependant pas que ces progrès se fassent au détriment de la stabilité du détecteur dans le temps. Des prises de données s'étalant sur plusieurs journées sont donc un moyen d'évaluer la stabilité du détecteur. Cette notion de stabilité recouvre différents aspects. Il s'agit de la capacité du détecteur à rester à son point de fonctionnement malgré les variations des perturbations environnementales (variations de l'activité météorologique, sismique...) tout en présentant une sensibilité la plus stationnaire possible. D'autre part, il s'agit de sa capacité à recouvrer rapidement son point de fonctionnement en cas de perturbations entraînant la perte du verrouillage de l'interféromètre.

Ces prises de données sont également un moyen de mettre en oeuvre et de tester les différents outils d'analyse sur des données réelles. Les résultats de ces analyses permettent également de fournir des informations sur le fonctionnement du détecteur et d'indiquer les actions à mettre en oeuvre pour les améliorations ultérieures.

Entre 2003 et septembre 2005, sept périodes de prises de données C1 à C7 ont été

organisées. On peut voir sur la figure 2.10 l'évolution de la sensibilité au cours de ces différentes prises de données.

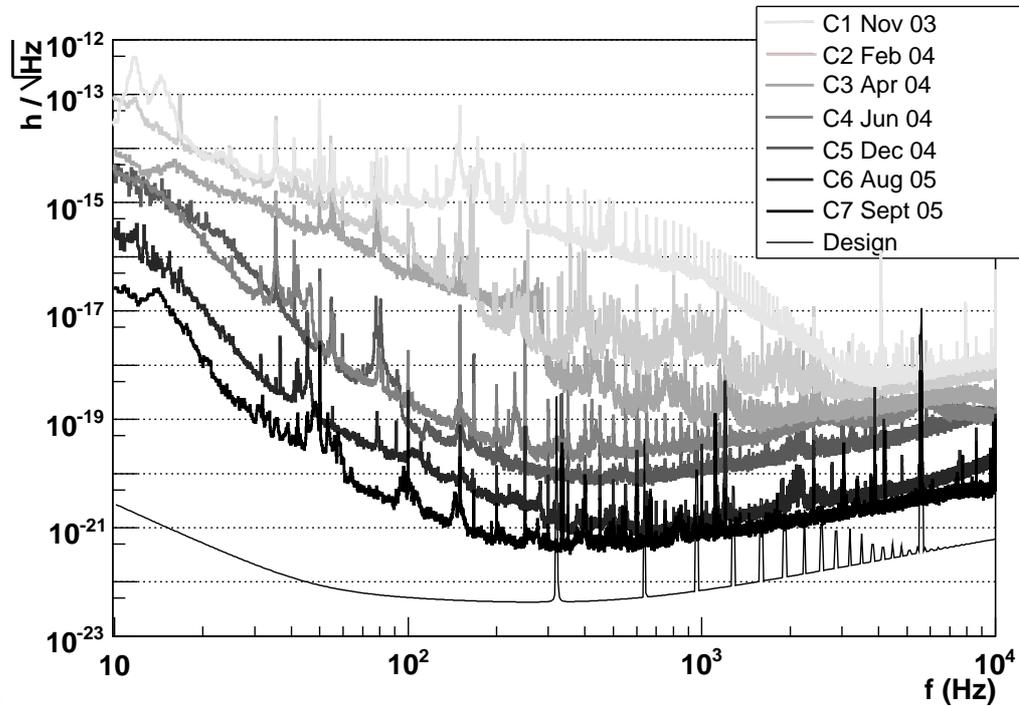


FIG. 2.10 – Evolution de la sensibilité de Virgo au cours des différentes prises de données C1 à C7.

L'évolution très nette de la sensibilité s'explique par une complexification de la configuration optique du détecteur. Lors de C1 et C2, une seule cavité était résonnante. La configuration pendant C3, C4 et C5 correspondait à une configuration dite recombinaison où seules les deux cavités Fabry-Perot étaient verrouillées. A la fin de C5, la configuration recyclée (la configuration finale) a pu être testée. C'était également le cas de C6 et C7. Une analyse complète des bruits instrumentaux limitant la sensibilité pendant ces différentes prises de données peut être trouvée dans [71].

Après ces deux dernières prises de données, un arrêt de la machine a été opéré afin de remplacer le banc d'injection. La motivation de ce remplacement était la nécessité d'y intégrer un isolateur de Faraday permettant de résoudre les problèmes associés à la lumière réfléchi par le miroir de recyclage vers le laser. Ces problèmes interdisaient alors d'utiliser le laser à pleine puissance. Le miroir de recyclage a également été remplacé par un miroir de réflectivité accrue permettant d'augmenter le facteur de recyclage.

De nouvelles prises de données furent alors organisées à partir de septembre 2006. Ces prises de données réalisées pendant les week-end utilisaient un interféromètre en configuration recyclée. On reviendra sur ces différentes prises de données dans le chapitre 5. On compare sur la figure 2.11 les sensibilités atteintes pendant C7 et la dernière prise de données de fin de semaine (WSR10). A basse fréquence (<100 Hz), les bruits limitant la sensibilité sont les bruits de contrôle longitudinaux et angulaires. A haute fréquence

(> 1000 Hz), le bruit de photons est proche de la sensibilité nominale (facteur ~ 2). Dans la région intermédiaire des bruits d'origine acoustique et électromagnétique couplés par lumière diffusée au signal de frange noire limitent la sensibilité.

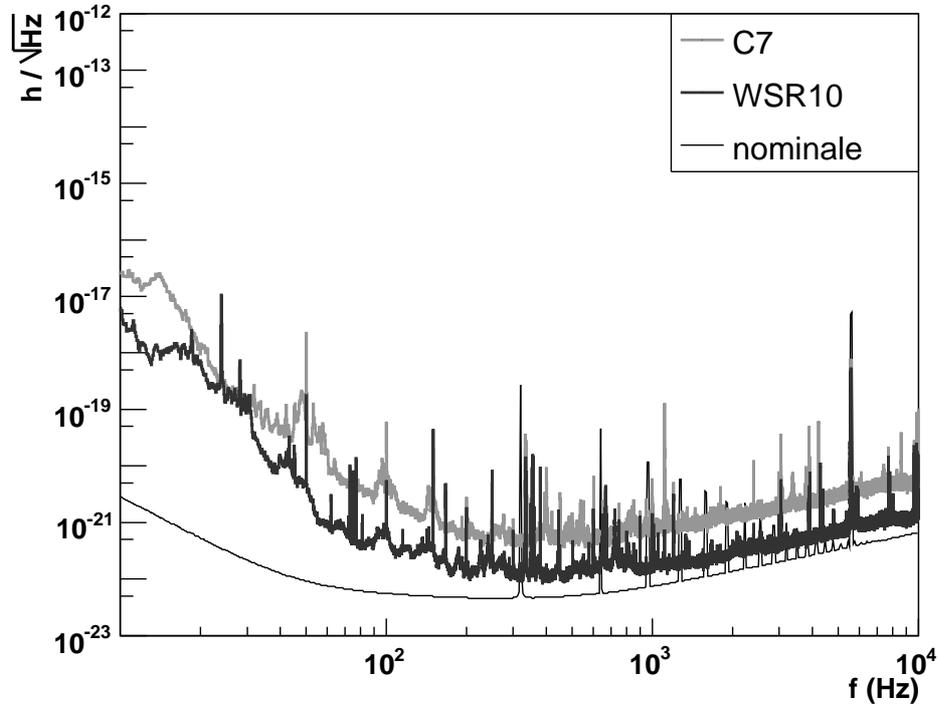


FIG. 2.11 – Evolution de la sensibilité de Virgo entre les prises de données C7 et WSR10.

Chapitre 3

Sources binaires d'ondes gravitationnelles

Parmi les différents types connus de sources d'ondes gravitationnelles¹, les systèmes binaires d'astres compacts² (étoiles à neutrons ou trous noirs) figurent parmi les plus prometteurs. En effet pour de tels systèmes, des formulations approchées de la Relativité Générale permettent de décrire avec précision leur évolution et l'émission de rayonnement gravitationnel associé. Il est alors possible de construire des formes d'onde (appelées calques) utilisables par des méthodes d'analyse performantes comme celle de filtrage adapté.

Les formes d'onde ainsi construites doivent cependant être fidèles aux signaux physiques réellement émis afin d'arriver à extraire du bruit en sortie du détecteur l'information physique éventuellement présente. La description des méthodes conduisant à l'extraction la plus optimale possible de cette information fait l'objet de chapitres ultérieurs.

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux méthodes permettant de construire des formes d'onde les plus proches possibles de celles attendues par une résolution complète des équations d'Einstein. La validation la plus correcte des méthodes présentées dans ce chapitre consisterait à comparer leurs résultats avec ceux obtenus par les travaux de Relativité Numérique. Seuls ces derniers sont à même d'aborder une résolution complète des équations d'Einstein³. Lorsque ce type de comparaison existe, on y fera référence. Des comparaisons systématiques n'ont pas encore été obtenues. Toutefois les progrès récents en Relativité Numérique dans le domaine de la description de l'évolution de système binaire (de trous noirs notamment) apporteront sans doute rapidement de nombreuses clarifications.

Avant de s'intéresser aux méthodes approchées de génération de formes d'onde, on décrira les différentes phases de l'évolution d'un système binaire. Nous verrons que cette

¹Voir le chapitre 1 pour une présentation des différentes types de sources envisageables.

²La compacité des sources est fondamentale pour deux raisons. D'un point de vue physique dans le cas de sources non-compactes, les effets de marées newtoniens sont dominants par rapport aux effets de dissipation d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles. D'autre part, il a été démontré que dans le cas de sources compactes, les effets liés à la taille finie des sources constituaient des corrections à des ordres post-newtoniens élevés (voir la suite de ce chapitre).

³Ces solutions numériques ne sont pour autant envisagées que dans le contexte simple de systèmes binaires isolés (problème à deux corps).

dernière peut s'étendre sur des millions d'années mais que seuls ces derniers instants peuvent être détectés sur Terre grâce au rayonnement gravitationnel émis.

Nous montrerons également que selon le type de systèmes binaires considérés, des précautions particulières doivent être envisagées pour leur description.

3.1 Généralités sur les systèmes binaires d'astres compacts et leur évolution

3.1.1 Les systèmes binaires

Les systèmes binaires qui nous intéressent ici sont des systèmes binaires d'astres compacts[82]. Ces derniers sont des étoiles à neutrons ou des trous noirs⁴ qui sont le produit de l'effondrement gravitationnel d'étoiles massives en fin de vie. Une étoile initiale de masse comprise entre 8 et $30M_{\odot}$ produira en fin de vie une étoile à neutrons de masse moyenne $1.35M_{\odot}$. Au-delà on aura formation d'un trou noir d'une masse moyenne $\sim 10M_{\odot}$. La formation de ces astres compacts est associée aux phénomènes de supernovae (de type II, Ib ou Ic)⁵.

L'existence de systèmes binaires de tels astres compacts s'explique par le fait qu'une fraction importante des étoiles appartiennent à des systèmes multiples. Dans le cas de systèmes binaires d'étoiles massives ($>8M_{\odot}$), il est possible, après les supernovae marquant la fin de vie de ces étoiles, que les astres compacts formés restent liés en systèmes binaires. Ces systèmes sont alors d'un premier intérêt pour ce qui est de l'étude du rayonnement gravitationnel. En effet, après formation et jusqu'à ce que les astres soient très proches le moteur unique de leur évolution est la perte d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles.

De tels systèmes semblent relativement rares. Il est toutefois important de noter que l'estimation de leur population est empreinte de nombreuses incertitudes. Deux cas de figure différents se dessinent toutefois.

Pour ce qui est des systèmes binaires de trous noirs (notés dans la suite BH-BH) ou les systèmes binaires mixtes trou noir-étoile à neutrons (BH-NS), aucune observation directe n'existe. La seule façon d'estimer la population de tels systèmes repose donc sur des travaux théoriques de synthèse de populations dépendant d'un grand nombre de paramètres.

La situation est plus encourageante pour les systèmes binaires d'étoiles à neutrons (NS-NS). En effet, certains d'entre eux contiennent un pulsar détectable en ondes radio sur terre grâce à des radio-télescopes (observatoires d'Arecibo [2], de Parkes [11], Green Bank [12]...). Les mesures des temps d'arrivée des impulsions radio permettent des déterminations précises des paramètres des systèmes binaires. La mesure de la variation de la période orbitale d'un de ces systèmes (PSR B1913+16) a ainsi permis une première mise en évidence de la perte d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles (voir 1.3.2).

⁴Les naines blanches en systèmes binaires ne constituent pas un type de source intéressant pour les détecteurs terrestres comme Virgo. En revanche, il est de premier intérêt pour le détecteur spatial LISA. Ces sources contribuent notamment à un bruit de fond détectable.

⁵Les supernovae de type Ia sont généralement associées à la fin de vie de systèmes binaires de naines blanches. Celles-ci sont d'ailleurs utilisées en cosmologie comme chandelles standards.

3.1. GÉNÉRALITÉS SUR LES SYSTÈMES BINAIRES D'ASTRES COMPACTS ET LEUR ÉVOLUTION

PSR	Masse totale (M_{\odot})	τ_{OG} (10^6 années)
J0737-3039A	2.58	87
J0737-3039B	2.58	87
B1534+12	2.75	2690
J1756-2251	2.57	1690
B1913+16	2.83	310
B2127+11C	2.71	222
J1811-1736	2.6	1.7×10^6
J1906+074	2.61	300
J1518+4904	2.62	9.6×10^6

TAB. 3.1 – Liste des pulsars en système binaire d'étoiles à neutrons[82]. J037-3039 est un système double de pulsars.

On liste dans le tableau 3.1 les différents systèmes NS-NS actuellement connus et le temps τ_{OG} nécessaire pour que ces systèmes finissent par rentrer en collision[82, 118]. L'étude statistique des systèmes pour lesquels τ_{OG} est sensiblement inférieur au temps de Hubble⁶ permet d'estimer les taux de coalescence de ces systèmes dans la Galaxie. La statistique étant faible, chaque nouvelle découverte peut conduire à des modifications importantes de ces taux.

On reviendra en fin de chapitre sur les taux de coalescence déduits de méthodes statistiques ou de synthèse de population et les taux de détection attendus avec les détecteurs interférométriques terrestres.

3.1.2 Les différentes phases de l'évolution d'un système binaire

Dans les paragraphes qui vont suivre, on s'intéresse à la description de l'évolution de systèmes binaires d'astres compacts nouvellement formés. Comme on a pu le voir dans le tableau 3.1, une période très longue s'écoule avant que les deux astres soient suffisamment proches pour entrer en collision.

Pendant cette longue phase, les astres spiralent l'un autour de l'autre. Il en résulte l'émission d'ondes gravitationnelles. La perte d'énergie associée tend à faire se rapprocher les deux astres et décroître la période orbitale. Les ondes gravitationnelles émises sont alors caractérisées par une amplitude et une fréquence croissantes dans le temps.

Pour les systèmes binaires nouvellement formés, les orbites peuvent être excentriques. Cette excentricité si elle persistait compliquerait fortement la description théorique de leur évolution. Cependant au cours du très long rapprochement des astres, l'émission d'ondes gravitationnelles tend à circulariser les orbites[40]-[B1.2]⁷. Cette circularisation progressive permet de décrire la fin de cette **phase spiralante** par une succession d'orbites quasi-circulaires. Cette hypothèse sera largement exploitée dans la suite.

Il faut ici insister sur le fait que malgré la très longue durée de la phase spiralante

⁶Ce temps est défini comme l'inverse de la constante de Hubble $\tau_H = 1/H_0 = 9,77813.10^9/h$ années. Avec la valeur présente de $h = 0.73_{-0.03}^{+0.04}$ [111], on obtient $\tau_H \sim 13.7$ milliard d'années.

⁷On précise ainsi la partie et les paragraphes de la référence [40] d'intérêt.

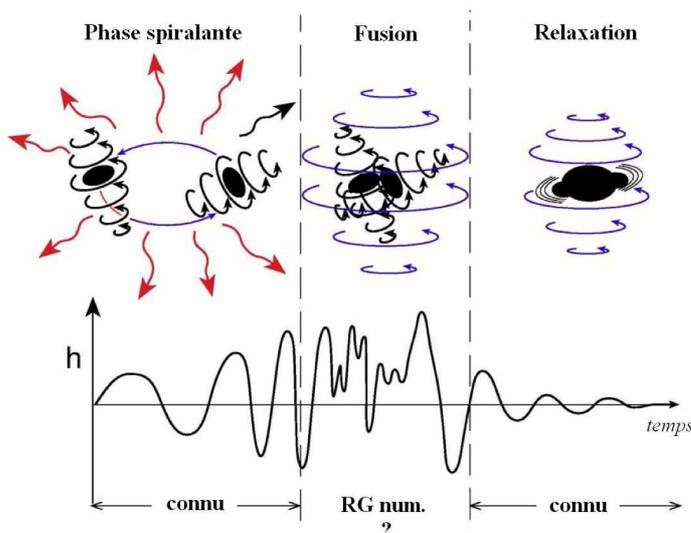


FIG. 3.1 – Schématisation des différentes phases de l'évolution d'un système binaire.

seuls ces derniers instants sont détectables par un détecteur comme Virgo. Nous avons en effet compris dans le chapitre précédent que la fenêtre de sensibilité de ce détecteur s'étendait de $\sim 10\text{Hz}$ à $\sim 10\text{kHz}$. Le temps mis par le signal pour évoluer d'une fréquence f_0 jusqu'à la fin de la phase spirale peut être donnée de façon approximative⁸ par la relation

$$\tau \sim 34 \left(\frac{\mathcal{M}}{M_\odot} \right)^{-5/3} \left(\frac{f_0}{40\text{Hz}} \right)^{-8/3} \text{ s.} \quad (3.1)$$

Pour $f_0=10\text{Hz}$, on a donc une durée de phase spirale détectable par Virgo de ~ 17 minutes dans le cas d'un système binaire composé de deux étoiles à neutrons de masse $1.4M_\odot$. Elle n'est plus que de ~ 52 secondes pour $f_0=30\text{Hz}$ et de ~ 4 secondes pour $f_0=80\text{Hz}$. Ceci illustre l'intérêt d'atteindre une bonne sensibilité à basse fréquence.

Cette phase spirale se termine lorsque les deux astres sont suffisamment proches pour que la dynamique antérieurement animée par la seule réaction aux effets du rayonnement gravitationnel devienne instable. Ce sont des effets de marées newtoniens⁹ et d'autres effets relativistes liés à la structure des astres qui « déclenchent » cette instabilité[67, 85]. On a alors une **phase de plongée** des astres l'un vers l'autre qui s'achève par leur **fusion** et la formation d'un trou noir unique. Cette phase est caractérisée par une dynamique hautement non-linéaire et relativiste. Les progrès sur la description de cette phase sont indissociables de ceux réalisés en Relativité Numérique. Ils ont été nombreux dans les toutes dernières années [47, 63, 51]. On y reviendra dans la partie 3.3.1.

La phase précédente se termine donc par la formation d'un trou noir unique. Il est

⁸Nous verrons dans le chapitre suivant comment définir de façon plus exacte la durée de la phase spirale. En toute rigueur, il faut tenir compte de la fréquence à laquelle s'achève la phase spirale. Nous nous attachons à cette question dans la suite de ce chapitre.

⁹Ceux-ci dépendent dans le cas d'étoiles à neutrons de leur équation d'état.

initialement dans un état non-stationnaire fortement déformé. Il tend alors vers un état stationnaire au cours d'une **phase de relaxation** pendant laquelle l'émission d'ondes gravitationnelles est source d'information sur le trou noir final.

On peut donc décomposer l'évolution d'un système binaire d'astres compacts en trois phases plus ou moins distinctes. La phase spiralante constitue l'essentiel de sa durée de vie. Cependant seule la toute fin de cette phase peut-être détectée par les détecteurs terrestres comme Virgo. On quantifiera cela dans la partie suivante. Ensuite deux phases à la dynamique beaucoup plus complexe se succèdent : une phase de plongée qui se termine par la fusion des deux astres puis une phase de relaxation où le trou noir final se stabilise. Nous verrons que l'importance de ces deux dernières phases dépend fortement du type de systèmes binaires considéré. Il apparaîtra que c'est principalement pour les systèmes les plus massifs de type BH-BH ou BH-NS que ces dernières phases peuvent contribuer significativement à la détectabilité des signaux.

3.2 Description approchée de la phase spiralante

Notre objectif est ici de présenter une description simplifiée mais la plus exacte possible vis à vis de la Relativité Générale de l'émission d'ondes gravitationnelles des systèmes binaires pendant la phase spiralante. Nous avons montré dans le chapitre 1 que dans le cadre d'une théorie linéarisée des équations d'Einstein deux états de polarisation h_+ et h_\times étaient nécessaires à la description de ces ondes. Nous allons dans la suite montrer comment s'expriment ces quantités dans le cadre de l'approximation post-newtonienne.

3.2.1 Formalisme post-newtonien

C'est grâce à des « principes de correspondance » [113] que la complexité des équations de la Relativité Générale peut être contournée. L'un de ces principes définit le formalisme post-newtonien (PN dans la suite) dans la limite où les champs gravitationnels et les mouvements internes à la source sont lents. Cette « structure de correspondance » particulière de la Relativité Générale consiste à exprimer les équations d'Einstein comme un développement en puissance de $\frac{v}{c}$ au delà de la théorie de Newton, v étant la vitesse orbitale et c la célérité de la lumière¹⁰. Un développement en $(\frac{v}{c})^{2n}$ sera qualifié de développement post-newtonien d'ordre n et noté n PN.

La description de l'évolution des systèmes binaires pendant la phase spiralante et la construction des formes d'onde correspondantes seront d'autant plus précises que les ordres PN atteints seront élevés. Plus les mouvements de la source deviennent relativistes (c'est le cas à la fin de la phase spiralante), plus les contributions des ordres PN élevés deviennent importantes.

3.2.2 Forme d'onde

On s'intéresse donc à un système binaire de masse totale $M = m_1 + m_2$. On introduit alors deux quantités usuelles. La masse réduite μ est définie par $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$. Le rapport

¹⁰C'est aussi la vitesse de propagation des ondes gravitationnelles.

symétrique des masses est $\eta = \frac{\mu}{M}$. On utilisera également la quantité $\mathcal{M} = \eta^{3/5}M$. Les deux états de polarisation $h_{+, \times}$ décrivant les ondes gravitationnelles émises par ce système peuvent s'exprimer en fonction de la variable $x = (\frac{GM\omega}{c^3})^{2/3}$ (ω désignant la pulsation orbitale). Un développement à l'ordre 2,5PN en cette variable est donné par[40]-[B10.4]

$$h_{+, \times} = \frac{2G\mu x}{c^2 D} \left[H_{+, \times}^{(0)} + x^{1/2} H_{+, \times}^{(1/2)} + x^{3/2} H_{+, \times}^{(3/2)} + x^{5/2} H_{+, \times}^{(5/2)} + \mathcal{O}\left(\frac{1}{c^6}\right) \right]. \quad (3.2)$$

Dans cette équation, D désigne la distance à la source. Mentionnons que les deux corps peuvent être décrits de façon ponctuelle en raison d'un « principe d'effacement » qui stipule que les effets liés à la taille finie des astres compacts ne se manifestent qu'à l'ordre 5PN dans l'expression de l'énergie, ordre supérieur à ceux qui seront utilisés dans la suite[104].

Les différents termes $H_{+, \times}^{(i)}$ sont donnés dans [40]-[B10.4]. Ils correspondent aux différentes harmoniques au-delà du mode fondamental au double de la fréquence orbitale. Dans la suite, on considérera essentiellement des formes d'onde dont le développement en amplitude est restreint aux termes newtoniens $H_{+, \times}^{(0)}$. Ces termes dépendent de l'angle ι d'inclinaison entre la direction du détecteur vu du centre de masse du système binaire et la normale au plan orbital et d'une variable de phase ψ dépendant de la phase orbitale ϕ ¹¹ : $\psi \simeq \phi - \frac{2GM\omega}{c^3} \ln\left(\frac{\omega}{\omega_b}\right)$. La pulsation ω_b correspond à la fréquence basse de sensibilité du détecteur interférométrique considéré ($\omega_b = 2\pi f_b$). Pour le mode fondamental, on a

$$\begin{cases} H_+^{(0)} = -(1 + \cos^2 \iota) \cos 2\psi, \\ H_\times^{(0)} = -2 \cos \iota \sin 2\psi. \end{cases} \quad (3.3)$$

A ce stade, le seul terme dont l'expression est inconnue est la phase orbitale ϕ . La précision avec laquelle une forme d'onde décrira un signal physique sera donc liée à la précision avec laquelle la phase orbitale est déterminée. Pour atteindre une précision suffisante sur la phase avec les détecteurs terrestres comme Virgo ($\delta\phi \sim \pi$ pour un nombre de cycle de l'ordre de 10000), il a été montré qu'un développement à l'ordre 3PN de l'expression de la phase orbitale était nécessaire[40]-[B]. Nous présentons dans la suite une méthode permettant d'atteindre cet ordre.

Insistons ici sur le fait que les différents modèles de formes d'onde étudiés dans la suite de ce manuscrit se limitent au premier terme newtonien $H_{+, \times}^{(0)}$ à l'exception du modèle dit « Taylor Amplitude ». Pour celui-ci les termes $H_{+, \times}^{(i)}$ pour lesquels $i > 0$ sont pris en compte. Nous verrons dans le chapitre 6 que leur prise en compte n'est pas importante en comparaison de la prise en compte des ordres de développements plus élevés pour la phase.

Avant de s'intéresser à l'expression de la phase orbitale, notons que de façon plus usuelle les termes $h_{+, \times}$ sont exprimés en fonction du temps t en utilisant le fait que

¹¹En toute rigueur, le terme de masse intervenant dans l'expression de ψ s'exprime comme un développement PN autour de la masse M . Pour simplifier, on n'a conservé que le premier terme.

$x = \frac{1}{4}\Theta^{-1/4}$ avec $\Theta \equiv \frac{\eta c^3}{5GM}(t_{coal} - t)$ où le temps t_{coal} est le temps où la pulsation tend vers l'infini.

On obtient pour les expressions de h_+ et h_\times :

$$\begin{cases} h_+(t) &= \frac{1+\cos^2(\iota)}{2}\mathcal{A}(t)\cos[\phi_{coal} - \phi(t - t_{coal})], \\ h_\times(t) &= \cos(\iota)\mathcal{A}(t)\sin[\phi_{coal} - \phi(t - t_{coal})], \end{cases} \quad (3.4)$$

avec un terme d'amplitude $\mathcal{A}(t)$ donné par la relation :

$$\mathcal{A}(t) = \frac{GM}{c^2 D} \left(\frac{t_{coal} - t}{5GM/c^3} \right)^{-1/4}. \quad (3.5)$$

3.2.2.1 Développement à l'ordre 3PN de la phase orbitale

Une méthode directe pour obtenir l'expression de la phase orbitale à l'ordre 3PN au-delà de l'ordre newtonien consiste à écrire les équations du mouvement à un ordre PN suffisant. Cet ordre se révèle cependant être supérieur à l'ordre actuellement déterminé [40]-[B.10]. Une méthode alternative doit donc être envisagée pour atteindre la précision requise. Celle présentée dans [40] consiste à écrire la relation entre l'énergie E de liaison entre les deux astres compacts (exprimée dans le centre de masse) et le flux gravitationnel \mathcal{L} qui correspond à la puissance totale émise par la source. Pendant la phase spiralante dont le seul moteur est la perte d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles, on a la relation

$$\frac{dE}{dt} = -\mathcal{L}. \quad (3.6)$$

Le but fixé peut être atteint en exprimant un développement à l'ordre 3PN de l'énergie E et du flux gravitationnel \mathcal{L} . Le terme d'ordre 3.5PN est connu pour ce dernier. La construction rigoureuse de ces développements est détaillée dans [40]. Nous nous contentons ici d'indiquer les éléments importants pour la compréhension des sujets abordés dans la suite de ce manuscrit.

Expression de l'énergie E

L'expression à l'ordre 3PN de l'énergie E est donnée dans le contexte d'orbites quasi-circulaires par

$$E(x) = -\frac{\mu c^2 x}{2} \left(1 + a_1(\eta)x + a_2(\eta)x^2 + a_3(\eta)x^3 + \mathcal{O}(x^4) \right), \quad (3.7)$$

avec

$$\begin{cases} a_1(\eta) = -\frac{3}{4} - \frac{\eta}{12}, & a_2(\eta) = \frac{27}{8} + \frac{19}{8}\eta - \frac{\eta^2}{24}, \\ a_3(\eta) = -\frac{675}{64} + \left[\frac{209323}{4032} - \frac{205}{96}\pi^2 - \frac{110}{9}\lambda \right] \eta - \frac{155}{96}\eta^2 - \frac{35}{5184}\eta^3. \end{cases} \quad (3.8)$$

Remarquons que le terme d'ordre 1 correspond bien à l'expression newtonienne de l'énergie. D'autre part, le terme d'ordre 3 fait apparaître un coefficient numérique λ qui n'est pas déterminé par la résolution des équations du mouvement. La valeur de ce

paramètre peut toutefois être déterminée par « régularisation dimensionnelle » ([40]-[B8.3]). Dans le contexte de la Relativité Générale, on obtient $\lambda = -\frac{1987}{3080}$.

Une notion intéressante relative à l'énergie est celle de dernière orbite circulaire ICO¹². L'orbite ICO correspond à l'orbite pour laquelle l'énergie de liaison du système atteint un minimum (pour des orbites circulaires). On illustre sur la figure 3.2 les variations des valeurs de x correspondant à l'ICO (x_{ICO}) en fonction du rapport symétrique de masse η .

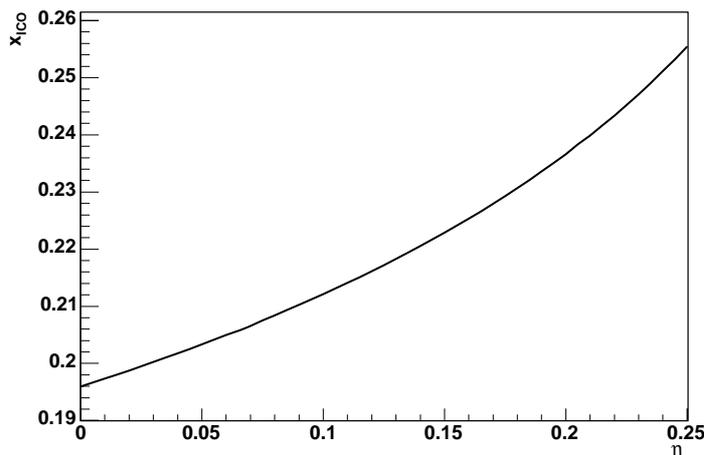


FIG. 3.2 – Variation de x_{ICO} calculé à l'ordre 3PN en fonction de η .

On constate que dans le cas où η tend vers zéro (c'est-à-dire dans le cas physique d'un astre compact léger en mouvement autour d'un trou noir beaucoup plus massif), l'énergie dans le centre de masse tend vers l'énergie E_{sch} d'une particule test dans une métrique de Schwarzschild :

$$\lim_{\eta \rightarrow 0} E = E_{sch} = \mu c^2 \left[\frac{1 - 2x}{\sqrt{1 - 3x}} - 1 \right]. \quad (3.9)$$

Dans cette limite, l'énergie atteint un minimum pour $x = x_{sch,ICO} = 1/6$. La fréquence des ondes gravitationnelles sur cette orbite est alors donnée par

$$f_{sch,ICO} = \left(\frac{1}{6} \right)^{3/2} \frac{\pi c^3}{GM}. \quad (3.10)$$

Nous pouvons dès à présent introduire la notion de **dernière orbite circulaire stable ISCO**¹³. Physiquement, elle marque la fin de la partie de l'évolution spiraleante pouvant être décrite comme une succession d'orbites quasi-circulaires (régie uniquement par le rayonnement gravitationnel). Nous verrons dans la suite que la notion d'ISCO soulève quelques difficultés. Toutefois dans le cas $\eta \rightarrow 0$, les notions d'ICO et d'ISCO sont équivalentes : $f_{sch,ISCO} = f_{sch,ICO}$.

¹²Acronyme de l'anglais « innermost circular orbit ».

¹³Acronyme de l'anglais « innermost stable circular orbit ».

Remarquons enfin que l'énergie E_{sch} admet un pôle pour $x = \frac{1}{3}$. Cette singularité définit la dernière orbite stable pour une particule de masse nulle (un photon). La fréquence correspondante est¹⁴

$$f_{sch,LR} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3/2} \frac{\pi c^3}{GM}. \quad (3.11)$$

Expression du flux gravitationnel \mathcal{L}

L'expression du flux gravitationnel à l'ordre 3,5PN est donnée par l'équation 231 de [40]. On se contentera ici de préciser que son expression peut être décomposée en différents termes selon

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{inst} + \mathcal{L}_{sillage} + \mathcal{L}_{(sillage)^2} + \mathcal{L}_{sillage(sillage)}. \quad (3.12)$$

Le premier terme \mathcal{L}_{inst} dépend uniquement des moments multipolaires de la source. A l'ordre newtonien, il ne comporte que le terme quadrupolaire (voir chapitre 1, équation 1.26). Les autres termes sont liés à l'effet de sillage d'onde gravitationnelle. Cet effet est lié au fait qu'une partie de l'onde gravitationnelle se propage à une vitesse inférieure à c en raison de sa diffusion sur la courbure de l'espace-temps induite par la source elle-même. Pour obtenir une expression à l'ordre 3PN du flux, il est nécessaire de prendre en compte les effets de sillage du sillage lui-même (représentés par le dernier terme de l'équation (3.12)).

Expression de la phase

La connaissance des expressions de E et de \mathcal{L} permet en utilisant l'équation d'équilibre 3.6 de déterminer l'expression de la phase ϕ . En utilisant la variable x dépendant de $\omega = \frac{d\phi}{dt}$, on parvient à trouver l'expression de la phase orbitale ϕ :

$$\begin{aligned} \phi = & -\frac{1}{32\eta} \left\{ x^{-5/2} + \left(\frac{3715}{1008} + \frac{55}{12}\eta \right) x^{-3/2} - 10\pi x^{-1} \right. \\ & + \left(\frac{15293365}{1016064} + \frac{27145}{1008}\eta + \frac{3085}{144}\eta^2 \right) x^{-1/2} + \left(\frac{38645}{1344} - \frac{65}{16}\eta \right) \pi \ln \left(\frac{x}{x_0} \right) \\ & + \left[\frac{12348611926451}{18776862720} - \frac{160}{3}\pi^2 - \frac{1712}{21}C - \frac{856}{21} \ln(16x) \right. \\ & + \left. \left(-\frac{15335597827}{12192768} + \frac{2255}{48}\pi^2 \right) \eta + \frac{76055}{6912}\eta^2 - \frac{127825}{5184}\eta^3 \right] x^{1/2} \\ & \left. + \left(\frac{77096675}{2032128} + \frac{378515}{12096}\eta - \frac{74045}{6048}\eta^2 \right) \pi x \right\}. \quad (3.13) \end{aligned}$$

Dans cette expression apparaissent un terme x_0 qui est une constante d'intégration et la constante d'Euler $C = 0.577$. La phase donc est connue à l'ordre 3,5PN dans le contexte présent où on ne prend pas en compte les effets de spin. Lorsque ces effets sont pris en compte, un développement à l'ordre 2.5PN est établi[41].

¹⁴LR fait référence au terme anglais « light ring ».

3.2.3 Au delà du formalisme PN

3.2.3.1 Limitation du formalisme PN

La façon la plus rigoureuse de vérifier les résultats précédents consisterait à les comparer aux résultats de Relativité Numérique. Un des aspects de cette comparaison consiste à calculer par les deux méthodes la position en énergie de l'orbite ICO.

Il est montré [40]-[B9.5] que les résultats obtenus en Relativité Numérique dans le cadre d'un modèle approché dit de symétrie hélicoïdale sont en bon accord avec les résultats des développements post-newtoniens à l'ordre 3PN pour des systèmes binaires pour lesquels $\eta \sim 0.25$ (composés de deux objets de masses similaires). Ceci indique que les développements PN à l'ordre 3 restent précis même dans le régime hautement relativiste qu'est celui de l'ICO. Si ils le sont à ce stade, ils le sont antérieurement c'est-à-dire tout au long de la phase spirale. Cela contredit certains résultats selon lesquels les développements PN seraient défailants dans les régimes relativistes de fin de phase spirale. Nous reviendrons sur ce point dans la suite.

Il est toutefois important de rappeler que la notion d'ICO se justifie essentiellement dans le contexte des précédentes comparaisons. Pour ce qui est de l'évolution dynamique du système c'est au contraire la notion d'ISCO qui se révèle être prépondérante. Rappelons que cette notion précise jusqu'à quel stade de l'évolution du système binaire l'approximation d'orbites quasi-circulaires est valable au regard de la dynamique de ce système.

On trouve dans [42] une étude de la stabilité dynamique des orbites circulaires dans le cadre du formalisme post-newtonien. Des développements jusqu'à l'ordre 3PN sont obtenus. Jusqu'à cet ordre, un critère de stabilité est défini par la relation suivante

$$C_0 = 1 - 6x_0 + 14\eta x_0^2 + \left(\left[\frac{5954}{35} - \frac{123}{16}\pi^2 - 44\lambda \right] \eta - 14\eta^2 \right) x_0^3 + \mathcal{O}(x_0^4) > 0. \quad (3.14)$$

Rappelons que le terme x_0 est lié à la fréquence des ondes gravitationnelles selon la relation $x_0 \equiv \left(\frac{\pi GM f_0}{c^3} \right)^{2/3}$. Connaissant la valeur x_{ISCO} de x_0 pour laquelle C_0 s'annule, on en déduit $f_{ISCO} = x_{ISCO}^{3/2} \frac{c^3}{\pi GM}$. Apparaît également dans cette expression le coefficient numérique $\lambda = -\frac{1987}{3080}$. Quelles informations peut-on extraire de ce critère ?

A l'ordre 1PN, on retrouve l'expression obtenue dans le contexte d'une particule test dans une métrique de Schwarzschild. On obtient en effet pour toute valeur de η le critère $x_0 > 1/6$. On retrouve la valeur limite de la fréquence au-delà de laquelle le critère de stabilité n'est plus vérifié

$$f_{1PN,ISCO} = f_{sch,ISCO} = \left(\frac{1}{6} \right)^{3/2} \frac{c^3}{\pi GM}. \quad (3.15)$$

A l'ordre 2PN, l'expression est dépendante de la valeur de η selon

$$x_{2PN,ISCO} = \frac{1}{6} \left[1 + \frac{7}{18}\eta + \mathcal{O}(\eta^2) \right]. \quad (3.16)$$

On a à cet ordre pour $\eta > 0$ des valeurs de fréquence de ISCO légèrement supérieures à celles obtenues au premier ordre. Les corrections restent cependant faibles.

A l'ordre 3PN, la situation est différente puisqu'il apparaît que pour tous les systèmes tels que $\eta > \eta_c \simeq 0.183$ les orbites sont toujours stables lorsqu'on donne à λ la valeur $\frac{-1987}{3080}$.

On illustre sur la figure 3.3 les variations de la quantité $x_{nPN,ISCO}$ (lorsqu'elles existent) en fonction du paramètre η .

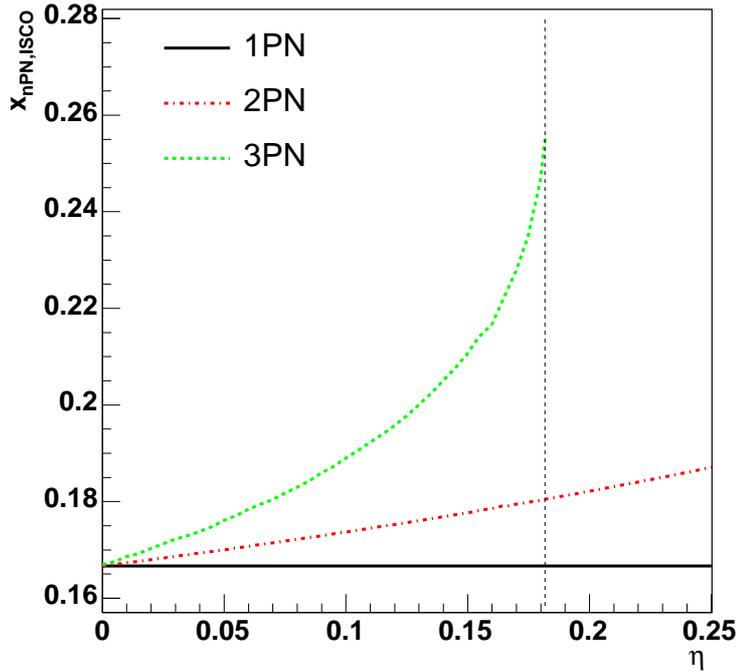


FIG. 3.3 – Variation de $x_{nPN,ISCO}$ (pour $n=1,2$ et 3) en fonction de η .

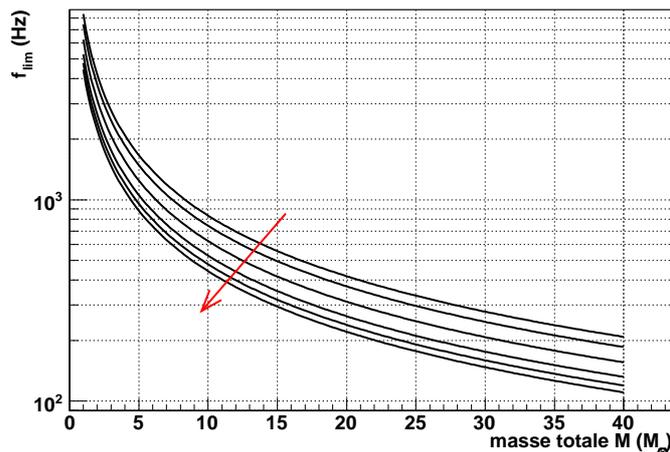
Les résultats déduits du critère de stabilité 3.14 sont limités par le fait que ce critère repose sur un développement PN où les termes d'ordre supérieurs peuvent jouer un rôle important. Cependant les valeurs de $x = x_{nPN,ISCO}$ restent proches de zéro indiquant que la connaissance de l'ordre 3PN confère déjà une précision intéressante à ce critère. La pertinence physique de ce critère est discutée plus en détail dans [42].

Des résultats précédents, on conclut que lorsque l'ISCO existe à l'ordre 3PN alors elle définit une limitation de la validité des développements PN. Le point délicat est soulevé par les systèmes pour lesquels l'ISCO n'existent pas ($\eta > 0.183$). Comme nous l'avons souligné plus haut dans le domaine $\eta \sim 0.25$ les développements PN à l'ordre 3 semblent encore suffisamment précis dans la région de l'ICO. En conséquence, lorsque l'ISCO n'est pas définie on peut choisir de limiter la validité des développements PN à l'ICO. On notera f_{lim} la fréquence correspondante.

On montre sur la figure 3.4 la valeur de la fréquence f_{lim} en fonction de la masse totale du système binaire considéré pour différentes valeurs de η (voir le tableau 3.2).

Il apparaît que pour des masses faibles la valeur de f_{lim} est élevée. En d'autres termes la fin de la phase spiralante couvre un domaine de fréquence large par rapport à la fenêtre de bonne sensibilité $[f_b, f_h]$ du détecteur Virgo. La phase spiralante appar-

η	0.25	0.20	0.15	0.10	0.05	0
x_{ICO}	0.255	0.236	0.223	0.212	0.203	0.195
x_{ISCO}	-	-	0.210	0.188	0.176	0.167

 TAB. 3.2 – Valeurs de $x_{3PN,ICO}$ et $x_{3PN,ISCO}$ pour différentes valeurs de η .

 FIG. 3.4 – Variations de f_{lim} en fonction de la masse totale pour différentes valeurs de η spécifiées dans le tableau 3.2. La flèche indique les valeurs décroissantes de η .

tera donc l'essentiel de l'information physique sur ces systèmes binaires. En pratique, pour des systèmes binaires dont les composants ont des masses comprises entre 0.9 et $3M_{\odot}$ (systèmes NS-NS) rechercher la phase spiralante seule n'entraînera pas une perte importante de rapport signal sur bruit (SNR). On limitera donc la recherche à cette phase.

Pour les systèmes plus massifs, la situation est différente. La fréquence f_{lim} peut en effet être basse. Pour une masse totale de $20M_{\odot}$, elle varie entre 200Hz et 400Hz . A $30M_{\odot}$, elle varie entre 300Hz et 400Hz . Plus la fréquence f_{lim} est basse, plus la fenêtre de fréquence dans laquelle le signal de phase spiralante sera visible par Virgo sera réduite. Cela a deux conséquences directes : l'importance d'être capable de décrire la toute fin de la phase spiralante (hautement relativiste) avec précision afin de la détecter avec le plus grand rapport signal sur bruit ; l'intérêt d'étudier l'évolution des systèmes binaires massifs au-delà de la phase spiralante afin d'exploiter au maximum la large bande de sensibilité de Virgo. Il apparaît donc utile d'adapter la recherche de systèmes BH-BH ou BH-NS pour tenir compte de ces remarques.

Dans la suite, on aborde donc deux points différents. Tout d'abord : comment améliorer la « mauvaise convergence »¹⁵ des développements PN dans les régions très relati-

¹⁵Cette idée de « mauvaise convergence » ou de « limitation fondamentale » des développements PN est critiquée dans [40]-[B9.6]. Elle a en fait été moteur de nouveaux développements à une époque où les développements PN n'étaient connus qu'à un ordre 2PN et où la détermination des termes d'ordre supérieurs était freinée par les difficultés apparaissant à l'ordre 3PN ; difficultés liées à la présence de coefficients numériques ($\lambda\dots$) indéterminés.

vistes ? Pour cela, on aborde des solutions alternatives pour décrire la phase spiralante. Ensuite on s'intéressera à décrire l'évolution ultérieure des systèmes binaires de type BH-BH ou BH-NS.

3.2.3.2 Solutions alternatives

Alors que l'expression de la phase orbitale n'était pas encore connue à l'ordre 3PN, différentes méthodes ont été proposées pour substituer les développements PN par des développements à la convergence améliorée et au comportement plus monotone. Les développements PN sont en effet critiqués sur ces deux aspects que sont la lenteur de leur convergence (et donc la nécessité de connaître des ordres de développements élevés) et leur comportement oscillatoire par nature[60].

Une première solution a donc été envisagée pour pallier à ces deux défauts. Il s'agit d'une méthode de *resommation* des développements PN dite *resommation* de « Padé ». Les développements PN standard (on les qualifiera dans la suite de développement de « Taylor ») consistent à partir d'expressions approchées à l'ordre n de l'énergie E_n^{Taylor} et du flux gravitationnel \mathcal{L}_n^{Taylor} à déduire l'expression de la phase ϕ et donc la forme d'onde qui nous intéresse h_n^{Taylor} :

$$(E_n^{Taylor}, \mathcal{L}_n^{Taylor}) \longrightarrow h_n^{Taylor}. \quad (3.17)$$

On peut schématiser le principe de cette méthode « Padé » de la façon suivante :

$$\begin{array}{ccc} (E_n^{Taylor}, \mathcal{L}_n^{Taylor}) & \longrightarrow & (e_n^{Taylor}, f_n^{Taylor}) \longrightarrow (e_n^{Pade}, f_n^{Pade}) \\ \longrightarrow & & (E_n^{Pade}, \mathcal{L}_n^{Pade}) \longrightarrow h_n^{Pade}. \end{array} \quad (3.18)$$

La méthode proposée passe donc par l'introduction de deux nouvelles fonctions décrivant l'énergie et le flux, e et f , et par l'utilisation de développements de Padé¹⁶ (au lieu de se limiter à des développements de Taylor) lors du calcul des approximations successives de ces fonctions. Les détails (mathématiques) de l'implémentation de cette méthode peuvent être trouvés dans [60]. Une fois déterminées les nouvelles fonctions d'énergie E^{Pade} et de flux \mathcal{L}^{Pade} , la construction des formes d'onde de type « Pade » s'obtient d'une façon similaire à celle présentée plus haut pour les formes d'onde PN standard.

Dans [61], on trouve une formulation dans le domaine des fréquences des formes d'onde déduites de ces méthodes. Ces dernières ont l'intérêt de présenter des besoins en coût de calcul moindres.

Quelles sont les performances de cette méthode en comparaison des développements PN standards ? Dans le contexte de ce chapitre, la pertinence des développements de type « Padé » devrait être quantifiée en comparant les formes d'onde h_n^{Pade} (ou l'énergie du système) avec des formes d'onde (ou l'énergie) déduites de la Relativité Numérique. Il est important ici de noter que les résultats donnés dans [60, 61] ne suivent pas cette

¹⁶D'après [13] : « Au voisinage d'un point le développement de Taylor d'une fonction donnée fournit un polynôme qui réalise une approximation de la fonction. Mais on peut également chercher une fraction rationnelle qui satisfait le même type de conditions que la partie polynomiale de Taylor : l'égalité des dérivées jusqu'à un certain ordre. On peut alors comparer les deux types de développements suivant le comportement de la fonction. Cette technique est à la base des approximations dites de Padé donnant pour une fonction des fractions rationnelles l'approchant avec une précision croissante quand on augmente le degré du numérateur et du dénominateur. »

stratégie. Les performances en terme de rapidité de convergence et de précision des développements Padé sont obtenues par comparaison avec des solutions de référence (formes d'onde ou expression de l'énergie). Deux situations différentes sont étudiées.

Dans la première, on s'intéresse au cas limite $\eta \rightarrow 0$ d'une particule test en orbite autour d'un trou noir. Dans ce cas l'expression de l'énergie est connue de façon exacte. Il est alors montré dans [60] que, dès l'ordre 2 des développements de Padé de l'énergie, l'expression approchée est très proche du résultat exact. Au contraire dans le cas d'un développement de Taylor, la convergence est plus lente et des développements d'ordre plus élevé sont requis.

Toujours dans le cas $\eta \rightarrow 0$, une autre comparaison s'intéressant aux formes d'onde est présentée. Il s'agit de calculer la *fidélité* et l'*effectivité* des formes d'onde « Padé » et « Taylor » avec des formes d'onde de référence. Ces notions importantes seront définies de façon rigoureuse dans le chapitre 6. On se contente ici d'une définition rapide permettant de préciser les résultats obtenus dans [60].

Elles reposent toutes deux sur la notion de recouvrement entre formes d'onde qui quantifie leur similarité. Ce recouvrement sera égal à 1 si les deux formes d'onde sont identiques et d'autant plus proche de zéro que les formes d'onde diffèrent. La notion d'*effectivité* permet de quantifier quel recouvrement maximum entre formes d'onde peut être atteint sans considération sur les paramètres les définissant (les masses par exemple). C'est un critère important dans un contexte de détection. La notion de *fidélité* apporte une information sur la capacité d'une forme d'onde à estimer les paramètres d'une autre. La conclusion de [60] est la suivante : les formes d'onde de type « Padé » sont à la fois plus *effectives* et *fidèles* que les formes d'onde de type « Taylor » (par rapport aux formes d'onde de référence).

La seconde situation correspond aux cas $\eta > 0$. Il est alors reconnu que la situation est plus délicate puisqu'aucune solution exacte n'existe. Des solutions analytiques paramétrées permettant de tenir compte de la dépendance en η ont toutefois été proposées. Pour les valeurs des paramètres choisis, il a été montré que les conclusions précédentes (convergence plus rapide, *fidélité* et *effectivité* plus élevées) tenaient encore, étendant ainsi le comportement intéressant des solutions de la méthode de resommation « Padé » dans le cas limite $\eta \rightarrow 0$ au cas pratique $0 < \eta \leq 1/4$.

Ces dernières conclusions sont critiquées dans [40]-[B9.6] où il est mis en évidence que les développements de type Padé convergent vers des solutions qui ne sont pas en accord avec celles attendues en Relativité Générale contrairement à celles obtenues avec des développements PN standards d'ordre 3. Le rôle du coefficient numérique λ devient dans cette situation très important. Malgré cette limitation, la convergence rapide et monotone des développements de Padé constitue une formulation intéressante. La validation de ces développements en termes de *fidélité* passera par des comparaisons avec les résultats obtenus en Relativité Numérique.

Les développements de type Padé restent basés sur des développements PN et constituent donc une description adiabatique de l'évolution des systèmes binaires. D'autres solutions de ce type ont pu être proposées avec pour objectif d'améliorer la rapidité et la monotonie de la convergence des développements PN. On peut par exemple citer [103] qui propose d'approcher la fonction décrivant le flux gravitationnel \mathcal{L} en utilisant une approximation de Chebyshev. Dans le cas limite $\eta \rightarrow 0$, cette approximation dont

la convergence est également très rapide à un comportement amélioré par rapport à l'approximation de Padé en terme de *fidélité*.

3.3 Evolution des systèmes après la phase spiralante

Dans la partie précédente, nous avons décrit la phase spiralante dans le contexte d'une approximation adiabatique. Dans le cas de systèmes binaires de masse totale élevée (BH-BH ou BH-NS), il est apparu que cette phase se terminait à des fréquences dans la partie basse de la fenêtre de bonne sensibilité de Virgo. Dès lors, la question de la précision de la description de cette phase spiralante est devenue cruciale. De plus, la prise en compte des phases ultérieures telles que la phase de plongée suivie de la fusion des astres et enfin la phase de relaxation peut apporter une contribution significative en terme de détectabilité des signaux d'ondes gravitationnelles (nous l'illustrerons plus loin). Donnons quelques détails sur la description de ces phases.

3.3.1 Phase de plongée et de fusion

Cette phase est marquée par une dynamique hautement relativiste et non-linéaire. Contrairement à la phase précédente, une formulation analytique des formes d'onde n'est pas envisageable. Tout au plus, comme nous le verrons dans la partie 3.4, est-il envisageable de décrire le début de la phase de plongée comme une extension de la phase spiralante. Au-delà il est nécessaire de se rattacher aux résultats issus de la Relativité Numérique. Comme nous l'avons déjà mentionné, des progrès sensibles dans ce domaine ont été récemment obtenus. Il est toutefois hors de portée du présent manuscrit de faire un résumé de ces nombreux résultats. A titre d'illustration, on se contente de présenter un exemple de résultat obtenu dans [47] et illustré par la figure 3.5. Celle-ci présente quelques caractéristiques de l'évolution d'un système binaire de deux trous noirs (avec spin) de masses égales autour de la phase de fusion.

L'évolution de la fréquence orbitale ($M\omega$) en fonction du temps t y est évaluée de deux façons différentes (voir [51] pour une description des méthodes de Relativité Numérique employées). La ligne pointillée indique les variations du flux gravitationnel \mathcal{L} . Le temps t_{peak} correspond au temps auquel l'amplitude des ondes gravitationnelles atteint son maximum.

Différents points sont marqués sur cette courbe. Ils représentent dans le sens du temps croissant les moments où :

1. 50% de l'énergie associée au moment angulaire du système a été rayonnée.
2. la séparation entre des deux composants du système binaire atteint la dernière orbite stable pour un photon (orbite LR).
3. 50% de l'énergie totale du système binaire a été rayonnée.
4. l'horizon apparent commun aux deux trous noirs se forme.
5. le pic du flux gravitationnel est atteint. A ce stade 23% de l'énergie totale n'a pas encore été rayonnée.
6. 99 % de l'énergie totale a été rayonnée.

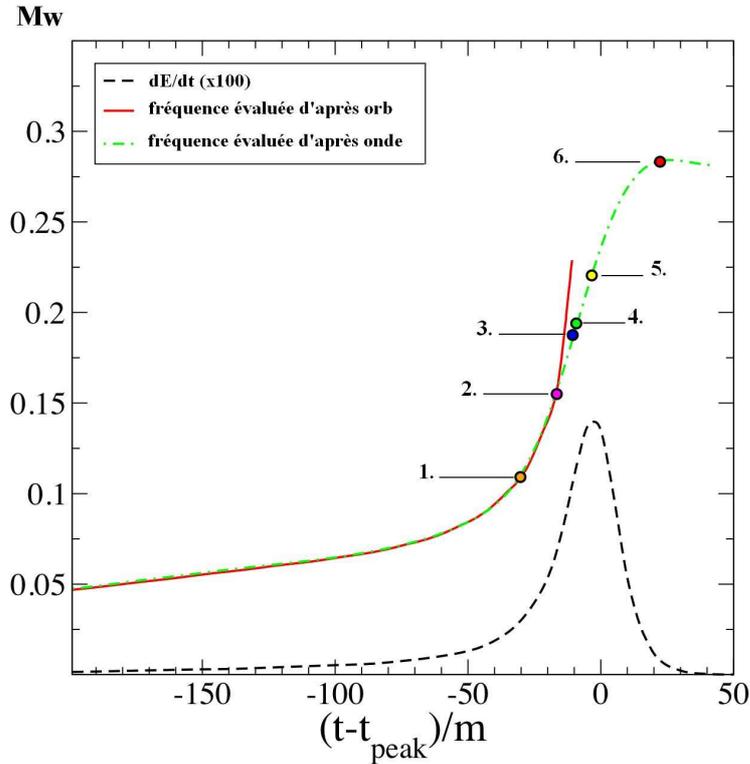


FIG. 3.5 – Caractéristiques de l'évolution d'un système binaire autour de la phase de fusion[47]. Voir le texte pour les explications des différents points caractérisant cette évolution.

En définissant la phase de fusion comme la phase séparant les moments 4 et 5, il apparaît que cette phase bien qu'associée à une grande radiation d'énergie est très brève. Remarquons que les résultats restent encore qualitatifs et ne permettent pas de construire des formes d'onde.

3.3.2 Phase de relaxation

Contrairement à la phase précédente, il est possible de construire des formes d'onde analytiques pour décrire cette phase[58]. En effet, alors que les excitations du trou noir final s'amortissent la dynamique hautement non-linéaire devient graduellement describable par des oscillations de modes de dissipation d'énergie dits modes quasi-normaux du trou noir de Kerr final[83]. Les formes d'onde h_{amort} correspondantes sont alors dominées par les modes quasi-normaux définis par les indices longitudinal et azimutal $l = m = 2$. Elles s'expriment alors simplement sous la forme d'une sinusoïde exponen-

tiellement amortie selon

$$h_{amort}(t) = A \exp(-\pi ft/Q) \cos(2\pi ft + B). \quad (3.19)$$

Le terme d'amplitude A dépend de l'amplitude de la perturbation de la métrique et est lié à la distance et à l'orientation de la source relativement au détecteur. La fréquence centrale f et le facteur de qualité Q dépendent de la masse totale M_{final} et du spin $S = \hat{a}GM_{final}/c^2$ du trou noir de Kerr final. On peut paramétrer ces deux quantités par les relations[58]

$$\begin{cases} f \simeq 32k Hz [1 - 0.63(1 - \hat{a})^{3/10}] \left(\frac{M_{final}}{M_{\odot}} \right), \\ Q \simeq 2(1 - \hat{a})^{-9/20}. \end{cases} \quad (3.20)$$

Ces équations font intervenir le paramètre de spin sans dimension \hat{a} qui est nul dans le cas d'un trou noir de Schwarzschild et vaut 1 dans le cas d'un trou noir de Kerr de spin maximum.

La connaissance des formes d'onde pour la phase de relaxation permet de faire une recherche spécifique de ces signaux par une méthode de filtrage adapté où l'espace des paramètres est défini par les valeurs du facteur de qualité Q et de la fréquence centrale f ¹⁷.

Toutefois afin d'extraire le maximum d'information d'un signal physique émis par un système binaire et éventuellement présent dans le signal de sortie du détecteur, il peut être intéressant d'opérer une recherche de ces signaux en conjonction avec une recherche des signaux émis durant la phase spiralante et la phase de transition entre phase spiralante et phase d'amortissement. Nous avons vu que la complexité de la phase de fusion ne permettait pas de construire des formes d'ondes ouvrant la possibilité d'une recherche par filtrage adapté. Une solution alternative a été proposée qui consiste à offrir une description non adiabatique de l'évolution d'un système binaire permettant de construire des formes d'onde couvrant l'ensemble des phases. Nous décrivons cette méthode dans la partie suivante.

3.4 L'approche effective à un corps

Contrairement aux différentes méthodes présentées jusqu'à présent, la méthode que nous allons décrire dans la suite est non-adiabatique¹⁸. Elle ne prétend pas limiter la description de l'évolution des systèmes binaires aux seules périodes où les orbites sont quasi-circulaires. En conséquence il est envisageable de décrire l'évolution du système au-delà de la phase spiralante. Nous détaillons ici cette méthode.

¹⁷C'est le cas dans la collaboration scientifique LIGO. Dans ce contexte d'analyse spécifique, toutes les formes d'excitation de trou noir avec spin sont recherchées et pas uniquement celles produites par la fusion de systèmes binaires.

¹⁸D'autres formulations non-adiabatiques reposant sur des formalismes hamiltonien ou lagrangien existent. Nous ne nous y intéressons pas ici. Elles ne sont en effet pas implémentées dans nos librairies de génération de formes d'onde. On pourra cependant en trouver une description complète dans [46]. Notons qu'on y trouve également une description des méthodes adiabatiques.

3.4.1 Principe

La méthode proposée repose sur la combinaison de deux techniques :

- la première est la méthode de *resommation* de Padé présentée précédemment qui permet d'améliorer la convergence des développements PN standards.
- la seconde consiste à décrire la dynamique complexe du système à deux corps de masse m_1 et m_2 par la dynamique d'une particule unique de masse $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ se déplaçant dans une métrique effective $g_{\mu\nu}^{eff}$. On parle alors d'approche effective à un corps ou EOB¹⁹[48].

Dans le cadre d'un formalisme PN, la connaissance de la phase orbitale²⁰ passait par la détermination de l'énergie E du système dans le centre de masse et du flux gravitationnel \mathcal{L} . L'approche proposée ici consiste à décomposer l'évolution en deux parties[49]. D'une part, la partie non-dissipative de la dynamique du système est décrite dans le contexte d'une approche effective à un corps (ceci revient à déterminer E). D'autre part, la contribution dissipative de la dynamique est décrite de façon similaire à celle présentée dans [60] en utilisant les resommations de Padé (ceci revient à déterminer \mathcal{L}).

Partie conservative de la dynamique

La métrique effective dans laquelle se déplace la particule de masse μ est définie par

$$ds_{\text{eff}}^2 = g_{\mu\nu}^{\text{eff}}(x^\lambda) dx^\mu dx^\nu = -A(R)c^2 dt^2 + B(R)dR^2 + C(R)R^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (3.21)$$

où les coordonnées polaires (R, θ, φ) décrivent le mouvement relatif des deux corps. On introduit également l'impulsion relative de coordonnées $(P_R, P_\theta, P_\varphi)$.

En coordonnées polaires (avec $\theta = \pi/2$) avec un choix de jauge dans lequel $C(R) = 1$, les équations du mouvement peuvent s'écrire

$$\frac{dR}{dt} - \frac{\partial H}{\partial P_R}(R, P_R, P_\varphi) = 0, \quad (3.22)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} - \frac{\partial H}{\partial P_\varphi}(R, P_R, P_\varphi) = 0, \quad (3.23)$$

$$\frac{dP_R}{dt} + \frac{\partial H}{\partial R}(R, P_R, P_\varphi) = 0, \quad (3.24)$$

$$\frac{dP_\varphi}{dt} = 0, \quad (3.25)$$

¹⁹Acronyme de Effective One Body.

²⁰On se place toujours dans le contexte de forme d'onde dont le terme d'amplitude est restreint au terme newtonien (voir le chapitre 6). Dès lors, la construction des formes d'onde repose essentiellement sur la détermination de l'expression de la phase orbitale.

avec un hamiltonien décrivant le système à deux corps et obtenu par resommation de l'hamiltonien déduit de développement PN donné par

$$H(R, P_R, P_\varphi) = M c^2 \sqrt{1 + 2\eta \left[\sqrt{A(R) \left(1 + \frac{P_R^2}{\mu^2 c^2 B(R)} + \frac{P_\varphi^2}{\mu^2 c^2 R^2} \right)} - 1 \right]}. \quad (3.26)$$

Les coefficients de la métrique $A(R)$ et $B(R)$ sont donnés par

$$A(r) \equiv 1 - \frac{2}{r} + \frac{2\eta}{r^3}, \quad B(r) \equiv \frac{1}{A(r)} \left(1 - \frac{6\eta}{r^2} \right). \quad (3.27)$$

Prise en compte de la perte d'énergie par émission d'ondes gravitationnelles

Lorsqu'on prend en compte les effets de réaction du rayonnement qui se manifestent par une force dissipative $\vec{\mathcal{F}}$ les équations (3.22) et (3.23) sont inchangées alors que les équations (3.24) et (3.25) deviennent respectivement

$$\frac{dP_R}{dt} + \frac{\partial H}{\partial R}(R, P_R, P_\varphi) = \mathcal{F}_R(R, \varphi, P_R, P_\varphi), \quad (3.28)$$

$$\frac{dP_\varphi}{dt} = \mathcal{F}_\varphi(R, \varphi, P_R, P_\varphi). \quad (3.29)$$

Dans le contexte d'orbite quasi-circulaires²¹, il est possible de négliger la composante selon R de la force $\vec{\mathcal{F}}$. Le problème revient donc à exprimer la composante selon φ . Une solution est obtenue en utilisant les résultats de [60] relatifs à l'expression des fonctions f (3.2.3.2) qui repose sur l'utilisation de développements de Padé.

Dès lors, il est possible de déterminer l'expression de la phase orbitale φ par intégration numérique du système d'équations \mathcal{S} : (3.22), (3.23), (3.24) (puisque on a $\mathcal{F}_R = 0$) et (3.29).

3.4.2 Forme d'onde « EOB »

La méthode précédente permet de décrire l'évolution du système lors de la phase spiralante. Il est montré dans [48] que, dans le cas d'un système de masses égales ($\eta = 1/4$), la transition à l'ISCO entre la phase spiralante et la phase de plongée est régulière et qu'il est acceptable de décrire l'évolution par des orbites quasi-circulaires (conditions pour lesquelles les équations du système \mathcal{S} sont encore vérifiées) même au-delà de la phase spiralante. Le point d'arrêt de l'intégration du système \mathcal{S} est choisi à LR. La méthode EOB permet donc de faire évoluer le système jusqu'à cet instant et d'en déduire la forme d'onde correspondante.

Il a été proposé dans [49] de compléter la forme d'onde précédente en lui ajoutant une contribution décrivant l'évolution du système après LR. Celle-ci permet alors de décrire les phases ultérieures de fusion et de relaxation. Ceci est obtenu en ajoutant à la forme

²¹Cette hypothèse tient jusqu'à la fin de la phase spiralante et même au début de la phase de plongée.

d'onde un terme correspondant à l'amortissement des modes quasi-normaux $l = m = 2$ décrit par l'équation 3.19. Les termes d'amplitude A et de phase B apparaissant dans cette dernière sont déterminés en demandant la continuité de la forme d'onde et de sa dérivée temporelle au point de jonction. En toute rigueur le traitement de la phase de fusion n'est pas spécifiquement abordé. Sa brièveté mentionnée dans le paragraphe 3.3.1 rend cependant cette approximation acceptable. Elle l'est moins au regard de l'énergie importante alors potentiellement émise. Répétons que la complexité de la phase de fusion n'autorise pas une approche plus spécifique.

On qualifiera de forme d'onde « EOB » une telle forme d'onde décrivant à la fois la phase spiralante, la transition entre la phase spiralante et la fusion et enfin la phase de relaxation. On en donne un exemple²² sur la figure 3.6.

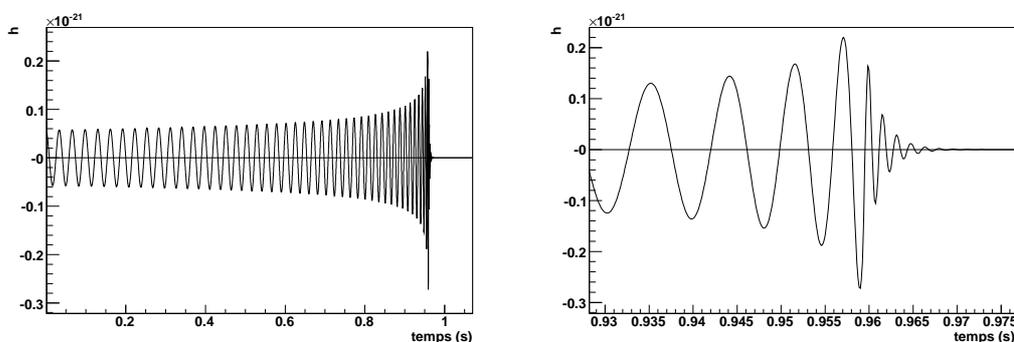


FIG. 3.6 – Exemple de forme d'onde EOB pour $(m_1, m_2) = (15, 15)M_\odot$.

3.4.3 Intérêt des formes d'onde EOB

Pour les systèmes BH-BH et BH-NS, les phases succédant à la phase spiralante peuvent contribuer à accroître leur détectabilité. Pour quantifier l'intérêt des formes d'onde « EOB », on peut introduire une quantité appelée distance horizon. Il s'agit de la distance maximale à laquelle un système binaire dont l'orientation et la position sont optimales par rapport au détecteur²³ peut être détecté (avec un rapport signal sur bruit fixé à 8^{24}) par le détecteur Virgo. On calcule cette distance pour des formes d'onde « EOB » et « Taylor ». Ses variations en fonction de la masse totale M sont illustrées sur la figure 3.7. Celle-ci permet de dire que pour une masse totale supérieure à $\sim 25M_\odot$, la prise en compte des phases de plongée et d'amortissement permet d'améliorer la détectabilité des signaux. Cette figure est obtenue en supposant le détecteur Virgo à sensibilité nominale.

²²L'implémentation des formes d'ondes EOB utilisées dans ce manuscrit est décrite dans [53].

²³L'orientation et la position optimales du système binaire sont obtenues lorsque le plan orbital du système est perpendiculaire à la direction entre le détecteur et la source et que cette direction est perpendiculaire au plan du détecteur.

²⁴Cette valeur de SNR correspond dans le cas d'un bruit stationnaire et gaussien à une probabilité de fausse alarme très faible. Dans le contexte d'une analyse standard (voir le chapitre suivant pour plus de détails) couvrant de 1 à 30 masses solaires pour un détecteur de première génération à sensibilité nominale, cette probabilité correspond à un taux de fausse alarme de 1 par an[64].

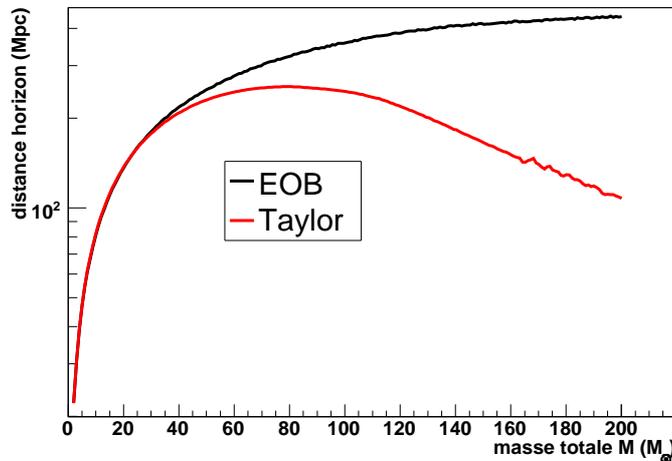


FIG. 3.7 – Variation de la distance horizon en fonction de la masse totale M avec des formes d’onde « EOB » et « Taylor ». On utilise la sensibilité nominale de Virgo.

3.5 Estimation des taux de détection de coalescences de systèmes binaires

Pour conclure, revenons sur les questions relatives aux taux d’événements attendus abordées en début de chapitre. Comme nous l’avons déjà précisé, deux cas de figures distincts sont à considérer. Dans un premier temps, on s’intéresse à l’étude des systèmes binaires d’étoiles à neutrons NS-NS. On s’intéressera ensuite aux systèmes BH-BH ou BH-NS.

3.5.1 Systèmes binaires d’étoiles à neutrons

La distinction entre les systèmes NS-NS et BH-BH ou BH-NS tient au fait que les premiers ont déjà été observés grâce à la présence d’un pulsar en leur sein. Le chronométrage très précis de ces pulsars permet de déterminer avec une très grande précision certains des paramètres de ces systèmes. On a listé dans le tableau 3.1 les différents systèmes binaires connus grâce au(x) pulsar(s) qu’ils contiennent. Parmi eux, quatre entreront en coalescence après un temps sensiblement inférieur au temps de Hubble et contribuent à l’estimation du taux de coalescence galactique \mathcal{R}_G . Notons cependant que le système PSR B2127+11C y contribue de façon négligeable[87]. Ainsi seuls trois systèmes binaires sont utilisés pour accéder à la connaissance de \mathcal{R}_G .

Bien que de tels systèmes soient peu nombreux, une méthode empirique utilisant les informations associées à leur connaissance permet de contraindre la valeur du taux de coalescence de façon plus stricte qu’une méthode purement théorique de synthèse de population[78]. Mais ce faible nombre entraîne néanmoins une incertitude importante sur l’estimation de \mathcal{R}_G .

Cette méthode empirique repose sur une analyse statistique présentée dans [80]. Cette dernière prend en compte les biais introduits par la faible statistique accessible et permet d’établir des intervalles de confiance pour les valeurs des taux de coalescence.

D (Mpc)	N_G
31	133
63	1253

TAB. 3.3 – Nombres de galaxies N_G (exprimés en équivalent de Voie Lactée) pour différentes distances horizon D .

Elle repose notamment sur la simulation des effets de sélection²⁵ des recherches de pulsar par chronométrage. Ces simulations pour les différents modèles de population de pulsars étudiés permettent d'établir des densités de probabilité pour les taux de coalescences.

Jusqu'à 27 modèles différents de population de pulsars ont été étudiés dans [80]. Il est cependant apparu que l'un d'eux (le modèle 6) était favorisé par certaines observations de pulsars très peu intenses[77]. De plus dans [77], l'effet du dernier système système découvert J0737-3039 a été étudié. La prise en compte de ce système (dont la fin de vie se produira dans 3.5 fois moins de temps que pour le système PSR 1913+16B et qui apparaît être membre d'une population plus nombreuse) s'est traduit par un accroissement d'un facteur 6.4 du taux de coalescences²⁶.

La valeur communément admise pour le taux de coalescence galactique est dans ce contexte[77]

$$\mathcal{R}_G = 83_{-66}^{+209} \times 10^{-6} \text{ an}^{-1} \text{ (intervalle de confiance à 95\%)}. \quad (3.30)$$

Connaissant ce taux, on peut en déduire un taux d'événements \mathcal{N} en considérant la sensibilité du détecteur. On peut exprimer cette sensibilité en terme du nombre de galaxies équivalentes à La Voie Lactée que le détecteur sera capable de sonder. Ce nombre dépend du catalogue de galaxies envisagé. En suivant [54], on obtient en fonction de la distance horizon D le nombre de galaxies accessibles N_G (voir le tableau 3.3).

Le détecteur Virgo a sensibilité nominale atteindra une distance horizon de ~ 30 Mpc (en considérant une fréquence basse de 30 Hz). On en déduit un taux d'événement le plus probable :

$$\mathcal{N}_{Virgo,NS-NS} = \mathcal{R}_G \times N_G \sim 1/100 \text{ an}^{-1}. \quad (3.31)$$

L'intervalle de confiance à 95% pour ce taux est $[\sim 2 \times 10^{-3}, \sim 4 \times 10^{-2}] \text{ an}^{-1}$

Ces résultats montrent la nécessité d'améliorer la sensibilité du détecteur Virgo. Des modifications sont déjà programmées dans le cadre du projet Virgo+[65] permettant de gagner un facteur 2 en terme de sensibilité. En terme de taux d'événements, on obtient alors

$$\mathcal{N}_{Virgo+,NS-NS} \sim 1/10 \text{ an}^{-1}. \quad (3.32)$$

Enfin avec un détecteur de deuxième génération[65] permettant d'atteindre une distance horizon de ~ 300 Mpc, on obtient un taux donné par

$$\mathcal{N}_{advVirgo,NS-NS} \sim 0.6 \times 10^{-3} \mathcal{R}_G \left(\frac{D}{50\text{Mpc}} \right)^3 \times N_G \sim 11 \text{ an}^{-1}. \quad (3.33)$$

²⁵On peut citer parmi ces effets celui lié à la directionnalité du faisceau d'un pulsar[87].

²⁶On obtient ce facteur pour le modèle 6. Sur l'ensemble des 27 modèles une augmentation d'un facteur 5 à 7 a été observée.

3.5.2 Systèmes binaires avec trous noirs

L'absence d'observations directes de systèmes BH-BH ou BH-NS ne permet pas d'envisager une méthode empirique d'estimation des taux de coalescences attendus pour ces systèmes. Seuls des travaux de synthèse de populations permettent alors d'estimer les taux de coalescences. Cependant la description théorique de l'évolution des étoiles simples ou en systèmes binaires est encore empreinte de nombreuses incertitudes. En conséquence un grand nombre de paramètres sont introduits dans les modèles théoriques envisagés[98]. Chaque variation de ces paramètres peut conduire à de fortes modifications du taux de coalescence.

Devant l'impossibilité d'explorer toute l'étendue de l'espace des paramètres, des solutions consistant à contraindre les régions accessibles sont proposées. Dans [98], ce sont les observations des systèmes binaires d'étoiles à neutrons connus (voir paragraphe précédent) qui permettent d'imposer certaines contraintes. Dans [97] est ajoutée à cette contrainte celle imposée par l'observation des supernovae de type Ib/c et II.

De [98], on peut extraire pour les systèmes binaires BH-BH et BH-NS

$$\begin{cases} \mathcal{R}_{G,BH-BH} \sim 0.7_{-0.6}^{+10} 10^{-6} \text{ an}^{-1}, \\ \mathcal{R}_{G,BH-NS} \sim 1.3_{-1.1}^{+7} 10^{-6} \text{ an}^{-1}. \end{cases} \quad (3.34)$$

Lorsque les distances horizons atteintes sont élevées (>50 Mpc, au-delà de l'amas local), on peut estimer les taux d'évènements attendus par la formule

$$\mathcal{N} \sim 0.6 \times 10^{-3} \mathcal{R}_G \left(\frac{D}{50\text{Mpc}} \right)^3. \quad (3.35)$$

Considérons un système binaire de deux trous noirs de $10M_{\odot}$ et un système binaire mixte composé d'une étoile à neutrons ($1.4M_{\odot}$) et d'un trou noir ($10M_{\odot}$). Les distances horizon correspondantes pour le détecteur Virgo à sensibilité nominale sont respectivement d'environ 140Mpc et 60Mpc.

$$\begin{cases} \mathcal{N}_{Virgo,BH-BH} \sim 9 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}, \\ \mathcal{N}_{Virgo,BH-NS} \sim 1 \times 10^{-3} \text{ an}^{-1}. \end{cases} \quad (3.36)$$

Avec la seconde génération de détecteurs, on peut espérer atteindre

$$\begin{cases} \mathcal{N}_{advVirgo,BH-BH} \sim 10 \text{ an}^{-1}, \\ \mathcal{N}_{advVirgo,BH-NS} \sim 1 \text{ an}^{-1}. \end{cases} \quad (3.37)$$

Insistons sur le fait que pour les systèmes BH-BH ou BH-NS l'absence de contraintes observationnelles directes rend l'estimation des taux d'évènements fortement dépendante des hypothèses théoriques utilisées. Il est ainsi mentionné dans [35] qu'une description différente des processus de formation des systèmes binaires de trous noir pourrait entraîner une réduction d'un facteur ~ 500 de leur taux de formation. Ce résultat ne prend en compte que les systèmes BH-BH formés hors des amas denses d'étoiles.

3.5.3 Conclusion

Les résultats précédents montrent que, pour le détecteur Virgo fonctionnant à sensibilité nominale, les taux de détection attendus sont faibles. Entrer dans l'ère de l'astronomie gravitationnelle demandera donc le développement de détecteur de deuxième

génération permettant de gagner un ordre de grandeur en sensibilité (soit 3 ordres de grandeur en volume sondé). Des projets de troisième génération sont également à l'étude : EURO[14], EGO[15].

Deuxième partie

Recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons

Chapitre 4

Méthode d'analyse appliquée à la recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode d'analyse pour la recherche d'ondes gravitationnelles émises par des systèmes binaires d'étoiles à neutrons en fin de phase spirale. Nous abordons dans une première partie les étapes préliminaires nécessaires à cette analyse. Nous présentons ensuite le principe général de la méthode de filtrage utilisée pour cette recherche. Les détails spécifiques à une recherche utilisant des calques basés sur les développements post-newtoniens présentés dans le chapitre précédent viennent ensuite. Enfin, une implémentation particulière de la méthode de filtrage adapté sera présentée. C'est cette dernière que nous utiliserons pour analyser les données de l'interféromètre Virgo.

4.1 Etapes préliminaires à l'analyse

Le signal en sortie de l'interféromètre contenant l'information sur un éventuel signal d'onde gravitationnelle est enregistré dans le canal Pr_B1_ACp (cf. chapitre 2). Ce signal de frange noire n'est cependant pas directement utilisable par les différents algorithmes d'analyse. Il est en effet modifié par les signaux de contrôle de l'interféromètre indispensables à son fonctionnement. L'opération permettant d'obtenir un signal corrigé de ces effets de contrôle est appelée la « reconstruction » du signal gravitationnel. Nous noterons $h(t)$ ce signal.

Le principe de la méthode de reconstruction utilisée pour les données de Virgo est d'éliminer les effets des contrôles¹ dans la réponse de l'interféromètre vis à vis traitant comme des perturbations au signal de frange noire. L'enregistrement continu des signaux de contrôle de l'interféromètre (avec une fréquence d'échantillonnage de 10000 Hz) permet une reconstruction du signal gravitationnel à tout instant.

La figure 4.1 présente une vue schématique de l'algorithme de reconstruction. Nous en donnons ici une description rapide.

Tout d'abord, le signal de frange noire $s(t)$ ainsi que les signaux de correction

¹dont les effets sont visibles dans le signal de frange noire.

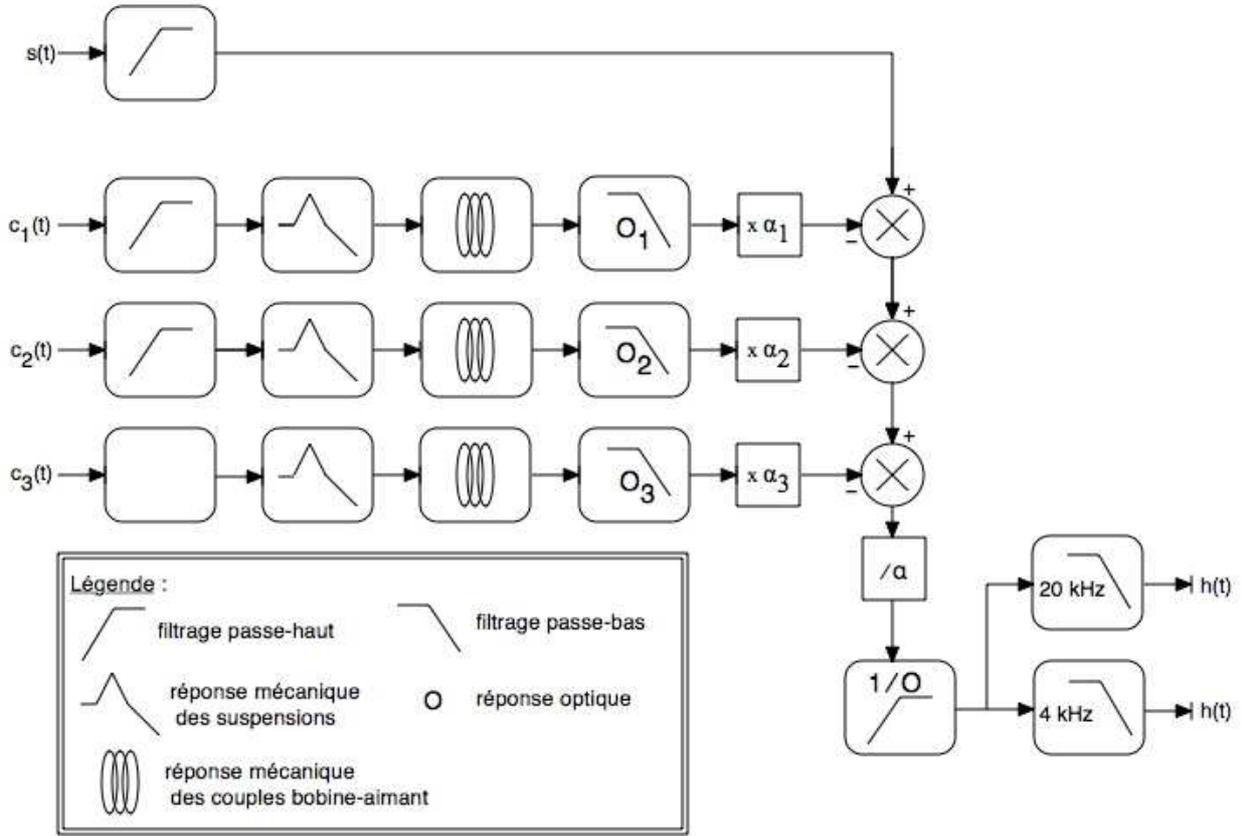


FIG. 4.1 – Schéma de l'algorithme de reconstruction du signal gravitationnel

$c_i(t)$ dont on souhaite éliminer les effets² sont mis en forme (filtrage passe-haut, sur-échantillonnage si nécessaire) pour les étapes suivantes.

Il faut ensuite déterminer la contribution des signaux de contrôle au signal de frange noire. Ceci nécessite de connaître les effets de filtrage, les gains et retards associés aux actionneurs. La connaissance des gains optiques α_i (en watt/m) est également indispensable. Ces différents éléments sont déterminés lors d'opérations d'étalonnage du détecteur. On peut dès lors calculer les différentes contributions des signaux de contrôle au signal de frange noire et les soustraire.

Il reste à prendre en compte le gain optique du mode différentiel de l'interféromètre α . Les cavités optiques de l'interféromètre agissant comme des filtres, il faut ensuite appliquer leur réponse inverse O^{-1} pour obtenir le signal $h(t)$. Enfin, ce signal est produit à deux fréquences d'échantillonnage de 20 kHz et 4 kHz selon les besoins des différentes analyses.

Les détails de cette méthode de reconstruction ainsi que de la méthode d'étalonnage de l'interféromètre peuvent être trouvés dans [31].

²Ce sont principalement les signaux de contrôle envoyés aux actionneurs de bout de bras nord, de bout de bras ouest et de la séparatrice et éventuellement du miroir de recyclage.

Elle peut être validée de différentes manières. La plus directe consiste à comparer le spectre du signal $h(t)$ à la courbe de sensibilité obtenue en calculant le produit entre le spectre du signal en sortie de l'interféromètre et la réponse inverse du détecteur préalablement déterminée. Une vérification indépendante peut être obtenue par la mesure du bruit de photons qui limite la sensibilité à haute fréquence. Celle-ci demande notamment une mesure de la puissance en sortie de l'interféromètre et ne présuppose pas la connaissance des gains des actionneurs ou gains optiques intervenant dans la détermination de $h(t)$. Il s'agit là d'une validation partielle à haute fréquence.

Enfin, en opérant des injections matérielles simulant l'effet d'un signal d'onde gravitationnelle sur l'interféromètre (voir la fin de ce chapitre), il est possible de valider à la fois la méthode de reconstruction et l'analyse effectuée en aval. Nous reviendrons sur ce point à la fin de ce chapitre.

4.2 Le filtrage adapté

4.2.1 La théorie du filtrage adapté

Les sources d'ondes gravitationnelles pour lesquelles la connaissance des formes d'onde est solidement établie théoriquement peuvent être détectées en utilisant une méthode de filtrage dit de filtrage adapté ou filtrage de Wiener. Cette méthode repose sur le calcul d'une corrélation entre le signal reconstruit en sortie du détecteur $h(t)$ et un filtre dont on cherche ici l'expression.

Le signal en sortie du détecteur s'écrit

$$\begin{cases} h(t) = n(t) \text{ en l'absence de signal d'onde gravitationnelle} \\ h(t) = n(t) + h^S(t; \vec{\lambda}^S) \text{ en présence de signal d'onde gravitationnelle} \end{cases} \quad (4.1)$$

Dans cette dernière expression, la quantité $n(t)$ représente le bruit du détecteur. Nous considérerons ce bruit comme une variable aléatoire réelle gaussienne et centrée³ ($\langle n(t) \rangle = 0$). Cette hypothèse de gaussianité du bruit est une hypothèse forte. En réalité, le bruit n'est ni stationnaire ni gaussien et des méthodes particulières d'étude des données doivent être envisagées. Ce sera l'objet du chapitre 5.

Le signal d'onde gravitationnelle cherché est noté sous la forme $h^S = h^S(t; \vec{\lambda}^S)$ où le vecteur $\vec{\lambda}^S = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N^S\}$ représente l'ensemble des N^S paramètres dont il dépend.

Le filtre à déterminer dans le cadre du filtrage adapté est noté $q = q(t; \vec{\lambda}^T)$ et dépend de N_T paramètres $\vec{\lambda}^T$.

La corrélation du filtre q avec le signal reconstruit $h(t)$ est alors définie par⁴

$$Corr = Corr(\tau; \vec{\lambda}^S, \vec{\lambda}^T) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} h(t)q(t + \tau; \vec{\lambda}^T)dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(f)\tilde{q}^*(f, \vec{\lambda}^T)\exp(2\pi if\tau)df. \quad (4.2)$$

La quantité $Corr(\tau; \vec{\lambda}^S, \vec{\lambda}^T)$ dépend de la variable aléatoire $n(t)$ et doit donc être traitée comme telle. La présence ou l'absence d'un signal d'onde gravitationnelle dans

³La notation pour une moyenne d'ensemble est dans ce manuscrit représentée par le symbole $\langle \cdot \rangle$.

⁴Les notations utilisées dans ce manuscrit sont résumées dans l'annexe A.

le signal reconstruit en sortie du détecteur est déterminée par l'évaluation du rapport signal sur bruit (SNR dans la suite) ρ défini comme le rapport de la moyenne de fonction de corrélation précédente sur la moyenne quadratique de ses fluctuations[107]

$$\rho = \rho(\tau, \vec{\lambda}^S, \vec{\lambda}^T) \equiv \frac{\langle Corr \rangle}{\sqrt{\langle [Corr - \langle Corr \rangle]^2 \rangle}}. \quad (4.3)$$

Le bruit du détecteur $n(t)$ est caractérisé par une densité spectrale de puissance (unilatérale) $S_n(f)$ telle que

$$\langle \tilde{n}(f) \tilde{n}^*(f') \rangle = \frac{1}{2} S_n(f) \delta(f - f'). \quad (4.4)$$

On introduit également le produit scalaire hermitien $(.|\cdot)$ entre deux fonctions $x(t)$ et $y(t)$

$$(x(t)|y(t + \tau)) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{df}{S_n(f)} \tilde{x}(f) \tilde{y}^*(f) \exp(2\pi i f \tau). \quad (4.5)$$

Dans le cas où ces fonctions sont à valeurs réelles, on l'écrira en utilisant la symétrie hermitienne de leur transformée de Fourier

$$(x(t)|y(t + \tau)) = 4\Re \int_0^{+\infty} \frac{df}{S_n(f)} \tilde{x}(f) \tilde{y}^*(f) \exp(2\pi i f \tau). \quad (4.6)$$

Ce produit scalaire permet de définir une norme pour toute forme d'onde h . Nous la noterons $\|h\| = (h|h)^{\frac{1}{2}}$. En utilisant les équations (4.1) à (4.5), nous obtenons pour l'expression du SNR :

$$\rho = \frac{(h^S | S_n q)}{(S_n q | S_n q)^{1/2}}. \quad (4.7)$$

De cette équation, on déduit que le filtre q permettant d'obtenir la valeur maximale du SNR est donnée dans le domaine fréquentiel par $\tilde{q}(f) = \alpha \frac{\tilde{h}^S(f)}{S_n(f)}$ où α est une constante. **Le filtre adapté s'exprime donc comme le signal recherché pondéré par la densité spectrale de bruit.** La valeur optimale du SNR est alors donnée par

$$\rho_{opt} = (h^S | h^S)^{\frac{1}{2}}, \quad (4.8)$$

ou encore d'après (4.6),

$$\rho_{opt} = 2 \sqrt{\int_0^{+\infty} \frac{df}{S_n(f)} |h^S|^2}. \quad (4.9)$$

En pratique, l'analyse est limitée à la bande de fréquence $[f_b, f_h]$ et il convient donc d'écrire

$$\rho_{opt} \simeq 2 \sqrt{\int_{f_b}^{f_h} \frac{df}{S_n(f)} |h^S|^2}. \quad (4.10)$$

Cette valeur optimale est une limite supérieure qui en pratique ne saurait être atteinte. En effet, la description du signal physique émis par la source ne saurait être

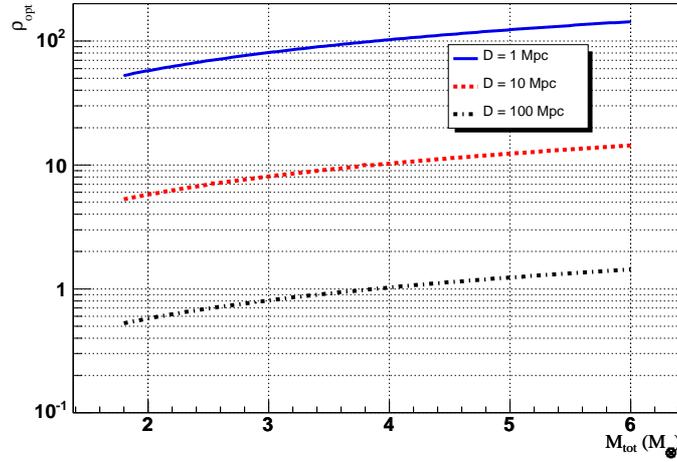


FIG. 4.2 – Variation du rapport signal sur bruit optimal ρ_{opt} en fonction de la masse totale du système binaire. La source composée de deux objets de même masse est à une distance D de 1,10 ou 100 Mpc et est optimalement orientée par rapport au détecteur Virgo à sensibilité nominale. Le signal utilisé est celui décrit dans le paragraphe 4.3.1.

exacte. La description la plus précise serait celle issue d’une résolution complète des équations d’Einstein (par les travaux de Relativité Numérique). Ce type de travaux ne permet pas de générer des signaux utilisables pour le filtrage envisagé. L’approche communément suivie consiste donc à générer des signaux issus d’approximations telles que celles décrites dans le chapitre précédent. Nous noterons h^T ces formes d’onde théoriques ou calques⁵.

Si on recherche le signal h^S avec des calques h^T , on peut donc obtenir le SNR

$$\rho = \frac{(h^S|h^T)}{(h^T|h^T)^{1/2}} < \rho_{opt}. \quad (4.11)$$

Une des difficultés principales de cette méthode de filtrage tient au fait que le signal h^S éventuellement présent dans les données est défini par des paramètres $\vec{\lambda}^S$ inconnus (il s’agit par exemple de la masse des objets composant la source, de leur spin, de la position et de l’orientation de la source). Afin de déterminer quelles valeurs des paramètres $\vec{\lambda}^T$ de h^T permettent de se « rapprocher » au mieux de h^S , il est nécessaire de considérer un ensemble de calques h^T permettant de « couvrir » la totalité de l’espace des signaux physiquement accessibles.

Dans la suite, nous détaillerons, dans le contexte particulier d’une recherche utilisant des calques définis par des développements post-newtoniens, comment définir le nombre de calques nécessaires.

Une fois connu cet ensemble de calques, chacun d’entre eux est utilisé pour filtrer les données. Finalement dans ce contexte idéal d’un bruit stationnaire et gaussien, un

⁵Les travaux de Relativité Numérique permettent cependant de construire des formes d’onde à partir desquelles la pertinence des calques utilisés peut être vérifiée. Cette démarche est actuellement envisagée dans la collaboration LIGO.

des critères permettant d'établir la présence ou l'absence d'un signal dans le signal reconstruit repose sur la comparaison des SNR obtenus à un seuil prédéterminé. Une valeur de SNR supérieure à ce seuil indique la présence d'un événement correspondant à un signal d'onde gravitationnelle potentiel. L'analyse de ces candidats sera abordée dans le chapitre suivant.

4.2.2 Fonction d'ambiguïté

La théorie du filtrage adapté permet d'introduire une notion très importante pour quantifier la similarité entre différents signaux. Nous considérons ici un signal d'onde gravitationnelle $h^S(t; \vec{\lambda}^S)$ et un calque $h^T(t; \vec{\lambda}^T)$. Soient $\hat{h}^T(t; \vec{\lambda}^T)$ et $\hat{h}^S(t; \vec{\lambda}^S)$, les formes d'onde correspondantes de norme unité :

$$\hat{h}^{T,S} = \frac{h^{T,S}}{(h^{T,S}|h^{T,S})^{\frac{1}{2}}} \quad (4.12)$$

Pour de tels signaux normalisés, la quantité $(\hat{h}^S(t; \vec{\lambda}^S)|\hat{h}^T(t; \vec{\lambda}^T))$ varie entre 0 et 1. Elle quantifie la similarité entre eux. Dans le cas où le calque $\hat{h}^T(t; \vec{\lambda}^T)$ constitue une description fidèle du signal $\hat{h}^S(t; \vec{\lambda}^S)$, cette quantité sera proche de 1. Elle dépend naturellement des paramètres $\vec{\lambda}^S$ et $\vec{\lambda}^T$.

Parmi ses paramètres apparaissent un paramètre de temps $t_{ref}^{T,S}$ (temps d'arrivée ou temps de coalescence) et un paramètre de phase à cet instant $\phi_{ref}^{T,S}$. Ils ne dépendent pas des paramètres physiques intrinsèques de la source mais des moments relatifs d'émission et de détection du signal. On les qualifie parfois de paramètres extrinsèques. Pour ce qui est de l'estimation de la similarité entre signaux ceux-ci ne sont donc pas pertinents et il convient de ne pas tenir compte des différences entre ces paramètres. Ceci est obtenu en maximisant l'expression $(\hat{h}^S(t; \vec{\lambda}^S)|\hat{h}^T(t; \vec{\lambda}^T))$ en fonction des paramètres t_{ref}^T et ϕ_{ref}^T (pour des paramètres t_{ref}^S et ϕ_{ref}^S fixés mais inconnus). La quantité résultante est appelée recouvrement et notée \mathcal{M} :

$$\mathcal{M} = \max_{t_{ref}^T, \phi_{ref}^T} (\hat{h}^S|\hat{h}^T) \quad (4.13)$$

Cette quantité en tant que fonction des (N_T-2) autres paramètres de h^T (notés $\vec{\mu}^T$ ⁶, et qualifiés de paramètres intrinsèques) est parfois appelée fonction d'ambiguïté $\mathcal{A}(\vec{\mu}^S, \vec{\mu}^T)$. Elle permet de quantifier la sensibilité à des changements de paramètres. Cette notion sera utile pour limiter le nombre de calques nécessaires à la couverture complète de l'espace des paramètres comme nous le verrons dans la suite de ce chapitre.

⁶On peut écrire $:\vec{\lambda}^{T,S} = \{t_{ref}^{T,S}, \phi_{ref}^{T,S}, \vec{\mu}^{T,S}\}$

4.3 Application à la recherche de signaux de coalescence émis par des systèmes binaires d'étoiles à neutrons

4.3.1 Calques utilisés pour la recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons

Les calques h^T utilisés dans le processus de filtrage adapté doivent se rapprocher au mieux des signaux h^S éventuellement présents dans le signal de frange noire de l'interféromètre. Dans le cas de systèmes binaires d'étoiles à neutrons émettant en fin de phase spiralante, choisir des calques reposant sur un développement post-newtonien d'ordre 2 pour la phase est une approximation satisfaisante dans un objectif de détection (voir 3.2.1). Comme nous l'avons vu ce n'est pas la meilleure (les termes à l'ordre 3.5PN étant connus[40]) mais son utilisation n'apparaît pas comme une limitation dans un contexte de détection des ondes gravitationnelles.

Ces calques h^T sont définis par la relation (2.7) avec pour expressions de h_+^T et h_\times^T celles données par l'équation (3.4). En raison de la faible dépendance temporelle sur les durées des signaux considérés des fonctions d'antenne de l'interféromètre F_+ et F_\times , on peut écrire les calques h^T sous une forme plus condensée

$$h^T(t) = \mathcal{A}_{eff}(t) \cos[2\phi_0 - 2\phi(t - t_{coal}; M, \mu)], \quad (4.14)$$

où l'expression de \mathcal{A}_{eff} est donnée par l'équation

$$\mathcal{A}_{eff}(t) = \frac{GM}{c^2 D_{eff}} \left(\frac{t_{coal} - t}{5GM/c^3} \right)^{-1/4}. \quad (4.15)$$

Les quantités D_{eff} et ϕ_0 dans les expressions précédentes sont données par

$$\begin{cases} D_{eff} &= D \left[F_+^2 \left(\frac{1+\cos^2(\iota)}{2} \right)^2 + F_\times^2 \cos^2 \iota \right]^{-1/2}, \\ 2\phi_0 &= 2\phi_{coal} + \arctan \left(\frac{F_\times}{F_+} \frac{2\cos \iota}{1+\cos^2 \iota} \right). \end{cases} \quad (4.16)$$

En résumé, les paramètres $\vec{\lambda}^T$ définissant la forme d'onde avec laquelle on recherche un signal émis par un système binaire d'étoiles à neutrons sont au nombre de huit : les masses des composants de ce système, la distance entre la source et le détecteur D , la position céleste (θ, ϕ) , la polarisation ψ (via les fonctions d'antenne), l'angle d'inclinaison ι et la phase orbitale ϕ_0 . A ces paramètres s'ajoute l'inconnue sur la valeur du temps de référence (ici le temps de coalescence t_{coal}).

Les valeurs prises par ces paramètres sont a priori inconnues. Il faut filtrer les données avec un ensemble de calques permettant de couvrir l'ensemble des valeurs possibles. On parvient en pratique à filtrer les données avec un nombre de filtres raisonnable grâce aux remarques qui suivent.

- **Position et orientation de la source**

La prise en compte de la dépendance en les paramètres (θ, ϕ) , ψ et ι est obtenue en réécrivant l'équation 4.14 sous la forme

$$h^T(t) = \frac{1}{D_{eff}} h_{eff}^T. \quad (4.17)$$

La dépendance en ces paramètres étant factorisée dans le terme D_{eff} il est suffisant de générer les calques h_{eff}^T pour qu'ils correspondent au signal émis par une source optimalement orientée par rapport au détecteur et située à une distance de 1 Mpc ($D_{eff}=D=1$ Mpc) et de filtrer les données avec ces calques h_{eff}^T . On obtient alors

$$\rho_{opt} \simeq \frac{2}{D_{eff}} \sqrt{\int_{f_b}^{f_h} \frac{df}{S_n(f)} |h_{eff}^T|^2}. \quad (4.18)$$

- **Phase initiale**

L'inconnue sur la phase orbitale initiale ϕ_0 est facilement levée en décomposant le calque précédent h_{eff}^T dans une base de calques en phase $h_{eff,p}^T$ et quadrature $h_{eff,q}^T$ (voir l'annexe de [60] pour description mathématique complète). Les données sont alors filtrées avec chacun des filtres correspondants. On recombine enfin les résultats de ces deux filtrages en les ajoutant quadratiquement.

- **Temps de référence**

Le filtrage adapté avec un calque de temps de référence t_{ref}^T (ici t_{coal}) très différent du temps correspondant pour un signal présent dans le signal $h(t)$ ne donnera lieu à aucune détection (SNR faible). Il convient donc d'évaluer la quantité $Corr(\tau; \vec{\lambda}^S, \vec{\lambda}^T)$ pour tout τ . La deuxième égalité de l'équation (4.2) (qui utilise la propriété de translation de la transformée de Fourier) permet de l'évaluer par un calcul unique de la transformée de Fourier inverse de la quantité $\tilde{h}(f)\tilde{q}^*(f)$.

Ces remarques sont importantes. En effet pour ce qui concerne les paramètres précédents, elles permettent d'éviter l'introduction d'autant de calques que de valeurs accessibles. Il reste cependant à traiter le cas des paramètres de masse (m_1, m_2). Pour eux aucune simplification similaire n'est possible. Il convient donc de définir l'étendue de l'espace des masses et de déterminer comment le « couvrir ».

Pour les sources qui nous intéressent ici, les masses seront comprises entre m_{min} et m_{max} . Le fait qui permet de « couvrir » cet espace avec un nombre fini de calques est lié à la similarité entre calques proches définis par des points proches dans l'espace des masses.

Cette similarité est quantifiée grâce à la fonction d'ambiguïté introduite précédemment. Nous pouvons définir une fonction d'ambiguïté entre deux calques h_1^T et h_2^T . Ceux-ci sont représentés dans l'espace des paramètres intrinsèques (qui se réduit ici à l'espace à deux dimensions des masses) par les points $O = \vec{\mu}$ et $P = \vec{\mu}'$ tels que $\vec{\mu}' = \vec{\mu} + \vec{\Delta\mu}$. Soit $\mathcal{A}_{12}(\vec{\mu}, \vec{\mu}')$ la fonction d'ambiguïté entre ces calques.

$$\mathcal{A}_{12}(\vec{\mu}, \vec{\mu}') = \max_{t_{ref2}, \phi_{ref2}} (\hat{h}_1^T | \hat{h}_2^T) \quad (4.19)$$

Si $\vec{\Delta\mu} = \vec{0}$ la fonction d'ambiguïté vaut 1. Pour des points P suffisamment proches

du point central O , les variations de cette fonction d'ambiguïté seront faibles. Le recouvrement entre les calques correspondants sera lui élevé. On peut donc accepter de représenter l'ensemble de ces points suffisamment proches de O par le point O lui-même. Cet ensemble de points obéit donc à la relation : $\mathcal{A}_{12} \geq \mathcal{M}\mathcal{M} = 1 - \Delta\mathcal{M}$ où $\Delta\mathcal{M}$ est la perte maximum de recouvrement acceptée et $\mathcal{M}\mathcal{M}$ la valeur minimale du recouvrement acceptable pour dire que le point central est un bon représentant de ses voisins.

En pratique, une perte de recouvrement $\Delta\mathcal{M}$ se traduit par une diminution du SNR ρ . Cette quantité est inversement proportionnelle à la distance de la source (puisque l'amplitude du signal d'onde gravitationnelle l'est). Dans l'hypothèse d'une distribution homogène des sources une perte de SNR de $\Delta\mathcal{M}\%$ se traduira par une diminution du taux de détection pour un seuil de détection fixé de $1 - (1 - \Delta\mathcal{M})^3\%$ soit $1 - \mathcal{M}\mathcal{M}^3$ (cf. tableau 4.3.1).

$\mathcal{M}\mathcal{M}$	Diminution du taux de détection (%)
0.99	3
0.98	6
0.97	9
0.96	12
0.95	15

TAB. 4.1 – Diminution du taux de détection en fonction de la perte de recouvrement maximum acceptée ($1 - \mathcal{M}\mathcal{M}$)

Ayant fixé la perte de recouvrement maximum acceptable $1 - \mathcal{M}\mathcal{M}$, il reste à déterminer pour un point de référence O quelconque de l'espace des paramètres représentant h_1^T quels sont les points P représentant h_2^T tels que $\mathcal{A}_{12} \geq \mathcal{M}\mathcal{M}$. Nous cherchons donc à construire un contour (dit contour d'iso-recouvrement) autour de O tel que $\mathcal{A}_{12} = \mathcal{M}\mathcal{M}$. Cette question peut être traitée de façon géométrique simple en introduisant une métrique dans l'espace des paramètres intrinsèques. On la définit au point $\vec{\mu}$ par :

$$g_{ij}(\vec{\mu}) \equiv -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mathcal{M}(\vec{\mu}, \vec{\mu}')}{\partial \mu^i \partial \mu'^j} \Big|_{\mu^k = \mu'^k} . \quad (4.20)$$

Les g_{ij} sont obtenus par développement de Taylor du recouvrement $\mathcal{M}(\vec{\mu}, \vec{\mu}')$ autour du point $\vec{\mu} = \vec{\mu}'$ où un maximum est atteint. On peut alors dans le cas où $1 - \mathcal{M} \ll 1$ approcher le recouvrement par l'expression :

$$\mathcal{M}(\vec{\mu}, \vec{\mu} + \vec{\Delta\mu}) \simeq 1 - g_{ij} \Delta\mu^i \Delta\mu^j \quad (4.21)$$

La connaissance des g_{ij} permet donc de construire les contours d'iso-recouvrement à partir desquels l'espace des paramètres intrinsèques sera pavé. Les coefficients de la métrique sont en pratique évalués dans un espace qui n'est pas directement l'espace des masses (m_1, m_2) mais un espace équivalent défini à partir de celles-ci. Il s'agit de l'espace ($\tau_0, \tau_{1.5}$). Il apparaît que les variations des coefficients de la métrique sont moindres dans cet espace que dans l'espace des masses[99]. Dès lors, les contours d'iso-

recouvrement ont des formes plus proches sur l'ensemble de l'espace facilitant ainsi le pavage. Les paramètres $(\tau_0, \tau_{1.5})$ sont définis par

$$\begin{cases} \tau_0 &= \frac{5}{256\eta M^{5/3}(\pi f_b)^{8/3}}, \\ \tau_{1.5} &= \frac{\pi}{8\eta M^{2/3}(\pi f_b)^{5/3}}, \end{cases} \quad (4.22)$$

avec $M = m_1 + m_2$, $\eta = \frac{m_1 m_2}{M^2}$. f_b désigne la fréquence basse de l'analyse. On s'est placé dans un système d'unité où $G = c = 1$.

En introduisant également les paramètres⁷ τ_1 et τ_2 , on peut exprimer le temps τ mis par un signal pour évoluer d'une fréquence f_b à une fréquence infinie. On a $\tau = \tau_0 + \tau_1 - \tau_{1.5} + \tau_2$. On peut donc en déduire la durée de la phase spiralante entre deux fréquences données. On peut ainsi retrouver le résultat indiqué donné par l'équation (3.1).

Dans l'espace $(\tau_0, \tau_{1.5})$ et tant que l'approximation exprimée par l'équation (4.21) est vérifiée, on montre en diagonalisant la métrique g_{ij} que les contours d'iso-recouvrement sont des ellipses à partir desquelles un pavage de l'espace des paramètres peut être réalisé. Il faut remarquer que la taille et l'orientation de ces ellipses varient en fonction de la position dans l'espace $(\tau_0, \tau_{1.5})$. L'ellipse de taille minimale est celle correspondant aux paramètres de masse $(m_{1,min}, m_{2,min})$ pour lesquels la durée du signal est la plus longue.

Une première façon de paver l'espace des paramètres consiste à utiliser cette ellipse de taille minimale pour couvrir tout l'espace. Une méthode tenant compte de la variation de la métrique dans l'espace a été proposée dans [32] et implémentée. Elle permet de réduire le nombre de calques nécessaires et permet ainsi un gain en terme de temps de calcul.

Un exemple de pavage d'un espace $(m_{min}, m_{max}) = (0.9, 3) M_\odot$ avec une fréquence basse $f_b = 30\text{Hz}$, une perte maximum de recouvrement de 5% ($MM = 95\%$) et une densité spectrale de puissance correspondant à la sensibilité nominale de l'interféromètre Virgo est illustré sur la figure 4.3.

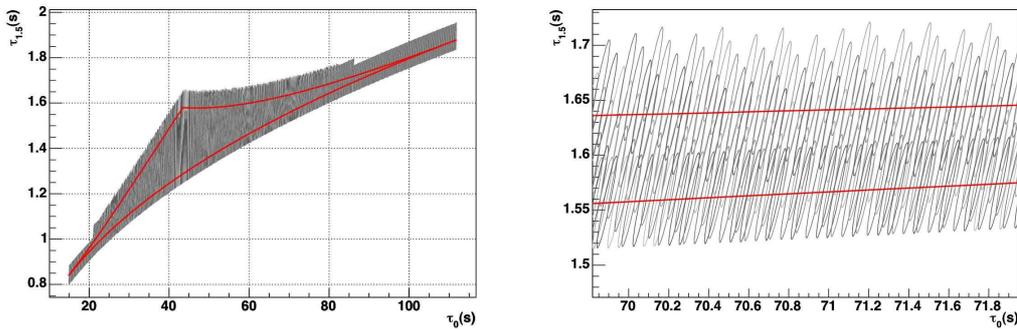


FIG. 4.3 – Exemple de couverture de l'espace des paramètres : $(0.9, 3)M_\odot$ avec $f_b = 30\text{Hz}$ et $MM = 95\%$. Le trait plein représente la frontière de l'espace des paramètres

Un total de 10346 contours est nécessaire à la couverture complète de l'espace des paramètres. Nous appellerons **grille** l'ensemble des points centraux de ces contours.

⁷Voir [99] pour l'expression de τ_1 et τ_2 .

(m_{min}, m_{max}) (M_{\odot})	\mathcal{MM} (%)	f_b (Hz)	Nombre de calques
(0.9,3)	95	50	4028
(0.9,3)	95	30	10346
(0.9,3)	95	20	17278
(0.5,3)	95	50	20168
(0.5,3)	95	30	56625
(0.5,3)	95	20	101679

TAB. 4.2 – Nombres de calques nécessaires pour le filtrage adapté pour différentes configurations d'analyse. On utilise la sensibilité nominale de Virgo.

C'est l'ensemble des calques correspondants à ces points (la banque) qui sera utilisé dans le processus de filtrage adapté.

On donne dans le tableau 4.3.1 le nombre de calques nécessaires pour différents paramètres de l'analyse.

Dans la partie suivante, nous présentons l'implémentation de la méthode de filtrage adaptée utilisée pour la recherche de signaux de coalescences binaires dans les données de Virgo.

4.3.2 Implémentation du filtrage adapté : MBTA

La partie précédente a permis de déterminer le nombre de calques nécessaires à l'analyse des données. Une utilisation de ces calques par une implémentation directe du filtrage adapté décrit précédemment est envisageable⁸. Cependant ce type de recherche s'avère coûteux en temps de calcul et ce d'autant plus que la recherche se concentre sur des régions à basse masse et que la sensibilité du détecteur s'améliore à basse fréquence.

Comme on peut le voir dans le tableau 4.3.1, le nombre de calques peut atteindre $\sim 10^5$. Ce nombre important de calques est une des contributions importante au coût en moyens de calculs. S'y s'ajoute celle liée à la taille des transformées de Fourier rapides (FFT) nécessaires à l'opération de filtrage adapté. Cette dernière dépend de la durée du signal et de sa fréquence d'échantillonnage et est donc liée à la fenêtre de l'analyse $[f_b, f_h]$.

Il a été montré dans [91] qu'on pouvait limiter l'impact de ces deux contributions en décomposant la bande de fréquence précédente en deux bandes de fréquence $[f_b, f_c]$ et $[f_c, f_h]$. La corrélation (4.2) entre le signal reconstruit et le filtre q est alors évaluée selon

$$\int_{f_b}^{f_h} \tilde{r}(f) \tilde{q}^*(f, \vec{\lambda}^T) \exp(2\pi i f \tau) df = \int_{f_b}^{f_c} \tilde{r}(f) \tilde{q}^*(f, \vec{\lambda}^T) \exp(2\pi i f \tau) df + \int_{f_c}^{f_h} \tilde{r}(f) \tilde{q}^*(f, \vec{\lambda}^T) \exp(2\pi i f \tau) df. \quad (4.23)$$

Ceci revient donc en pratique à opérer le processus de filtrage adapté sur chacune des deux bandes en associant à chacune d'elle une grille différente. Un coût en temps de calcul moindre est obtenu pour deux raisons différentes. La première raison est une

⁸Une telle implémentation est utilisée dans la collaboration Virgo. Celle-ci dont le nom est Merlino[23] met en oeuvre une parallélisation de l'algorithme de filtrage adapté pour faire face aux coûts élevés en moyen de calculs.

réduction du nombre de calques surtout significative pour la grille « haute-fréquence » qui avec une fréquence basse élevée contient peu de calques. La seconde est liée à la réduction de la taille des FFT dans la bande basse-fréquence. La fréquence haute de cette bande étant basse, on peut diminuer la fréquence d'échantillonnage et ainsi réduire la taille des FFT.

Cette réduction du coût en temps de calcul offerte par cette analyse multi-bandes (dont l'implémentation utilisée dans la suite s'appelle MBTA⁹) a une contre-partie liée à la complexité de l'étape de recombinaison permettant à partir des résultats de l'analyse sur chacune des bandes d'obtenir des résultats identiques à ceux obtenus sur la bande complète. Il faut par exemple prendre en compte les temps différents auxquels un calque donné entrera dans chacune des bandes d'analyse et les phases correspondantes.

En sortie de cette étape de recombinaison sont enregistrés les événements dépassant un seuil en SNR prédéterminé ρ_{min} . Pour chacun de ces candidats, les informations relatives au temps du maximum de la sortie du filtrage adapté (figure 4.4), aux paramètres de masse du calque correspondant sont alors enregistrées.

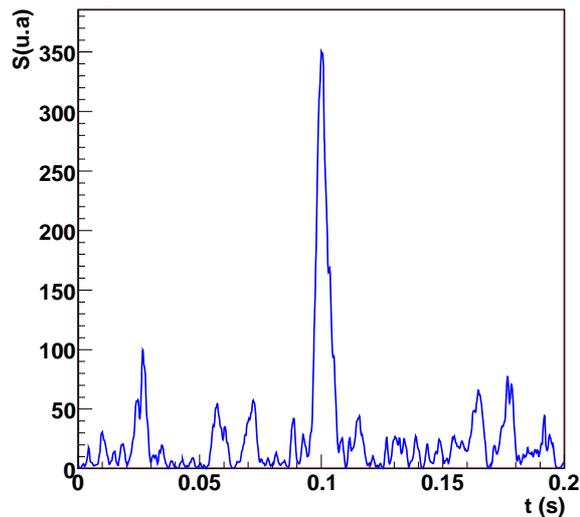


FIG. 4.4 – Signal en sortie de l'algorithme de filtrage adapté sur une durée de 200ms autour d'un événement détecté. Le temps du maximum définit le temps d'arrivée du signal.

Une dernière opération est nécessaire avant d'analyser les résultats. En effet, tout signal présent dans les données ne produit pas un candidat unique. Il est en effet possible qu'un même calque produise plusieurs dépassements de seuil et donc plusieurs candidats. D'autre part, par construction même des calques proches sont sensibles à des signaux similaires et donc un même signal pourra entraîner une réponse de différents calques.

Il est donc nécessaire de regrouper les candidats produits par la même cause. Cette opération repose sur une comparaison du temps de fin des événements défini comme le

⁹Acronyme de Multi-Band Template Analysis.

temps correspondant au maximum de la sortie du filtrage adapté auquel on ajoute la durée du calque correspondant. Ce regroupement en temps se fait de part et d'autre du temps $t_{fin,max}$ de l'événement dont le SNR est le plus fort ρ_{max} sur une durée σ préalablement déterminée ($\sigma \sim 100\text{ms}$). Les événements initialement enregistrés dont le temps de fin t_{fin} est tel que $t_{fin} \in [t_{fin,max} - \sigma, t_{fin,max} + \sigma]$ sont supprimés de la liste des événements. Si un événement peut être associé à deux groupements différents, il est placé dans celui ayant le ρ_{max} le plus élevé (choix arbitraire).

On dispose ainsi d'une liste d'événements correspondant potentiellement à la détection de signaux d'ondes gravitationnelles. On s'attachera dans le chapitre suivant à l'étude de ces événements.

4.3.3 Validation de la chaîne d'analyse

Différentes validations de la recherche multi-bande ont pu être obtenues à la fois en l'appliquant à des données simulées et à des données réelles [31]. Les résultats se sont avérés concluants dans ces différentes situations.

Lorsqu'appliquée à des données réelles, l'analyse vient en aval de la méthode de reconstruction du signal gravitationnel $h(t)$. Une des façons de vérifier le bon fonctionnement de la chaîne d'analyse incluant la reconstruction et l'analyse par filtrage adapté est d'opérer des injections matérielles simulant l'effet d'une onde gravitationnelle sur le détecteur et d'étudier la détection de ces injections.

4.3.3.1 Les injections matérielles

Ces injections consistent à imposer à l'un des miroirs de l'interféromètre un mouvement à l'aide des actionneurs électromagnétiques associés aux ensembles miroir-masse de référence. Nous avons expliqué que l'étape de reconstruction du signal gravitationnel consistait à soustraire du signal de frange noire les effets des signaux de contrôle de l'interféromètre. Afin de ne pas soustraire l'effet des injections durant la phase de reconstruction, il faut agir sur un miroir ne recevant aucun signal de correction. C'est le cas du miroir d'entrée du bras nord (NI).

Connaissant la réponse des actionneurs de cet ensemble miroir-masse de référence, il est possible de faire subir au miroir un mouvement correspondant à celui qu'induirait un signal de coalescence d'un système binaire atteignant le détecteur Virgo. Les signaux injectés en pratique sont des signaux PN d'ordre 2 identiques aux calques utilisés pour l'analyse avec des paramètres de masse donnés.

Des injections matérielles sont effectuées durant chaque période de prises de données. Elles s'étalent généralement sur des périodes d'une heure. On s'intéresse dans la suite à la détection des injections matérielles durant les prises de données de fin de semaine (WSR) qui se déroulent depuis septembre 2006. Plus de détails concernant ces différentes périodes seront donnés dans le chapitre suivant. Dans la suite, on se concentre uniquement sur la façon dont sont détectées les injections matérielles à la fois en termes des paramètres de masse et du paramètre de temps de fin.

4.3.3.2 Détection des injections

Pour illustrer les performances de MBTA à détecter les injections matérielles, on considère deux prises de données particulières WSR1 et WSR8. Une période d'injection a été effectuée durant WSR1 et deux durant WSR8. Dans tous les cas les signaux injectés ont des masses de (1.39, 1.47) M_{\odot} correspondant à une « chirp » masse de 1.2443 M_{\odot} . La fréquence initiale des injections était de 50Hz bien inférieure à la fréquence basse f_b de l'analyse fixée à 100Hz. Les données ont été analysées avec des grilles couvrant un espace des masses s'étendant de 0.9 à 3 M_{\odot} . Le recouvrement minimal entre calques voisins dans cet espace est de 95%.

La figure 4.5 présente les résultats de l'analyse des données sur une période de 4000 secondes contenant les différentes périodes d'injection.

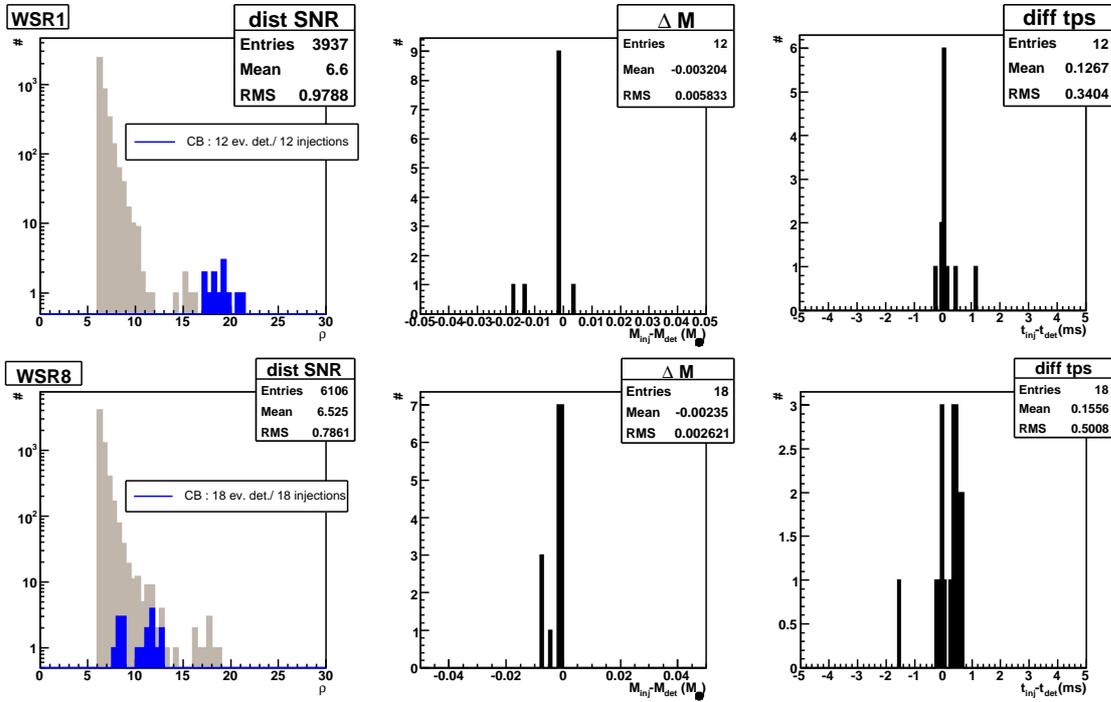


FIG. 4.5 – Résultat de l'analyse des périodes d'injections pendant WSR1 (graphes du haut) et WSR8 (graphes du bas). Les graphes de la colonne de gauche montrent les distributions de SNR correspondantes avec indiqués en bleu les événements détectés en coïncidence avec les injections. Ceux de la colonne du milieu montrent la précision de l'estimation de la « chirp » masse. Ceux de la colonne de droite la précision sur le temps de fin.

On obtient dans les deux cas une très bonne précision pour l'estimation de la « chirp » masse \mathcal{M} (de l'ordre de 10^{-4}) et une dispersion faible. Il en va de même pour le temps de fin où la résolution est d'environ 0.5ms¹⁰. Nous verrons dans le dernier chapitre comment améliorer encore cette valeur.

¹⁰La comparaison des SNR injectés et détectés est rendue délicate par les fluctuations du bruit du détecteur ainsi que par les incertitudes associées à la reconstruction du signal d'onde gravitationnelle. Ce point n'est pas discuté ici.

4.3. APPLICATION À LA RECHERCHE DE SIGNAUX DE COALESCENCE ÉMIS PAR DES SYSTÈMES BINAIRES D'ÉTOILES À NEUTRONS

Dans le chapitre suivant, on applique cette méthode d'analyse aux données des différentes prises de données organisées depuis août 2005.

Chapitre 5

Analyse de données de l'interféromètre Virgo

La phase de mise en route de l'interféromètre Virgo est ponctuée de périodes de prises de données consécutives à des développements ou améliorations techniques majeurs. Les données recueillies permettent alors de comprendre quels sont les bruits instrumentaux nouveaux ou fondamentaux limitant désormais la sensibilité. Les techniques mises en oeuvre pour étudier ces bruits sont décrites dans [71]. Ces données sont également utilisées pour tester les différentes étapes des diverses analyses dédiées à la recherche de signaux physiques. Même si les sensibilités atteintes au cours de ces différentes périodes ne permettent pas d'envisager une détection, caractériser le comportement des chaînes d'analyse sur des données réelles est un complément indispensable aux études sur données simulées.

L'analyse de données réelles soulève en effet des problèmes nécessitant des approches spécifiques. Ainsi les perturbations de courtes durées du bruit du détecteur peuvent produire en sortie des chaînes d'analyse des événements à haut rapport signal sur bruit dont l'exclusion est nécessaire puisqu'ils sont sans lien avec des événements physiques d'intérêt scientifique. Présents en grand nombre, de tels événements peuvent masquer de vrais signaux. Celle-ci peut être opérée selon trois approches différentes.

Le premier aspect consiste à définir des critères de qualité de données. Ces critères se doivent d'être généraux dans le sens où leur prise en compte est utile quel que soit le type d'analyse envisagé. Celle-ci assure que toute période de données ne satisfaisant pas à ces critères est sans intérêt d'un point de vue physique (sans considération préalable sur la sensibilité atteinte par l'interféromètre) en raison d'un comportement anormal de l'interféromètre. Nous verrons que ces critères sont évolutifs au cours des différentes prises de données. Une fois définis, ils sont appliqués a priori : les données dont la qualité est insuffisante sont exclues de l'analyse.

Bien qu'indispensables les critères précédents sont insuffisants. Il apparaît alors requis de définir des méthodes d'exclusion (vetos) utilisant les informations enregistrées dans les nombreux canaux de données auxiliaires de Virgo. Des bruits identifiés dans ces canaux peuvent en effet être corrélés à des événements détectés par les algorithmes d'analyse.

Enfin, un autre type de veto est envisageable. Il s'agit de vetos topologiques (dépendant de l'analyse conduite) basés sur la concordance du signal détecté avec le signal

physique attendu. On présente en annexe C différents vetos topologiques utilisables dans le contexte de la recherche d'ondes gravitationnelles émises par des systèmes binaires. Ces vetos permettent d'exclure un nombre important d'événements de bruit. Cependant ils ne permettent pas de comprendre les sources de bruits à l'origine des événements exclus. Dans la phase actuelle de développement de l'interféromètre, il est indispensable d'identifier les sources de bruits afin de tenter de les supprimer et d'améliorer les performances du détecteur. De plus, il faut mentionner que ces vetos ne sont pas applicables dans tous les contextes d'analyse. Lorsqu'ils le sont, ils sont souvent coûteux en terme de moyens de calcul. Pour ces différentes raisons, nous concentrerons nos efforts sur les deux premières méthodes présentées.

La pertinence de ces méthodes se doit d'être évaluée au regard des trois quantités suivantes[52] :

- **Efficacité de réjection** : il s'agit du pourcentage d'événements détectés exclus en prenant en compte la méthode d'exclusion.
- **Utilisation** : une des façons de définir un veto est d'analyser un canal auxiliaire et d'en extraire une liste d'événements correspondant à des excès de bruit ponctuels. On quantifie alors la pertinence du veto en calculant le pourcentage d'événements de cette liste secondaire permettant d'exclure au moins un événement détecté par l'algorithme de recherche.
- **Temps mort** : il s'agit du pourcentage du temps de données en mode scientifique rejeté par l'application de la méthode d'exclusion étudiée.

Une méthode d'exclusion performante doit présenter une efficacité élevée, un pourcentage d'utilisation élevé le cas échéant et un temps mort faible. Ceci n'est cependant pas suffisant et une autre quantité doit être introduite. Il s'agit de la **surûté**. Tester la surûté de la méthode envisagée consiste à vérifier qu'un signal physique éventuellement présent ne serait pas systématiquement exclu.

Nous nous intéresserons dans un premier temps à l'analyse de données recueillies en deux temps entre août et septembre 2005. L'analyse de ces données nous amènera notamment à clarifier les notions de qualité de données, à identifier certains comportements problématiques de l'interféromètre et à définir des méthodes d'exclusion adaptées.

Nous montrerons ensuite dans quelle mesure les résultats obtenus lors de cette analyse peuvent être appliqués aux premières données recueillies lors des prises de données scientifiques qui ont démarré en septembre 2006.

5.1 Analyse des données de mise en route de l'interféromètre

5.1.1 Contexte de l'analyse

Les données analysées dans cette partie ont été recueillies en août et septembre 2005. La première prise de données (appelée C6) a duré 14 jours, la seconde (C7) 5 jours. Les principales caractéristiques de la configuration de l'interféromètre pendant ces deux périodes sont données dans le tableau 5.1.

5.1. ANALYSE DES DONNÉES DE MISE EN ROUTE DE L'INTERFÉROMÈTRE

	C6	C7
mode de fonctionnement	mode recyclé	mode recyclé
puissance ¹ en entrée de l'ITF	0,8 W	0,8 W
corrections longitudinales	appliquées directement sur les miroirs par les actionneurs des masses de référence	contrôle hiérarchique
corrections angulaires	alignement linéaire partiel ²	alignement linéaire sur tous les miroirs à l'exception du miroir d'entrée de la cavité ouest

TAB. 5.1 – Configuration de l'interféromètre Virgo pendant les prises de données C6 et C7.

Le cycle utile¹ atteint pendant C6 était de 86 %. Pendant C7 celui-ci a diminué et n'était que de 65 %. Cette diminution du cycle utile est à mettre en parallèle avec l'amélioration significative de sensibilité entre ces deux périodes. Pendant C7 la sensibilité atteinte est de $h \sim 6 \times 10^{-22} \text{ Hz}^{-1/2}$ à 300 Hz (à comparer avec une valeur de sensibilité nominale de $h \sim 4.5 \times 10^{-23} \text{ Hz}^{-1/2}$ à 260 Hz). On indique sur la figure 5.1 la (meilleure) sensibilité atteinte au cours des périodes C6 et C7. Figure également sur cette courbe la sensibilité nominale de l'interféromètre Virgo. Les bruits limitant la sensibilité pendant ces prises de données sont clairement identifiés. Une analyse complète et détaillée peut-être trouvée dans le chapitre 7 de [71].

Avant de présenter l'analyse des données de C6, donnons quelques précisions utiles pour la suite.

Atténuation de la lumière diffusée pendant C6

La courbe de sensibilité relative à la période C6 montrée sur la figure 5.1 correspond à la meilleure sensibilité atteinte. La sensibilité était sensiblement moins bonne en début de prise de données où on pouvait observer dans la région de fréquence entre 100 Hz et 300 Hz une « bosse » non-stationnaire. Il a été montré (voir [71]) que cette variation de la sensibilité était liée à un phénomène de lumière diffusée au niveau du banc optique

¹Cette puissance a été réduite d'un facteur 10 après les prises de données en mode recombinaison (sans recyclage de puissance) en raison d'un problème de lumière rétro-diffusée au niveau du banc d'injection produisant des franges d'interférences parasites. La modification de ce banc après la prise de données C7 a permis d'augmenter la puissance en entrée.

²Les miroirs de la cavité ouest, le miroir d'entrée de la cavité nord, le miroir de recyclage reçoivent des corrections angulaires basse fréquence issues des signaux d'erreurs de l'alignement linéaire. Les contrôles haute fréquence sont alors locaux. La séparatrice est sous contrôle local. Seul le miroir de bout de bras nord est complètement contrôlé par des signaux d'erreur issus de l'alignement linéaire.

¹ Il s'agit là du cycle utile en mode scientifique. Ce mode est enclenché lorsque le détecteur est à son point de fonctionnement et qu'aucunes interventions sur la machine, autre que celles nécessaires à son étalonnage et aux injections matérielles, ne sont envisagées. Seules les données recueillies pendant ce mode sont généralement analysées (voir plus loin).

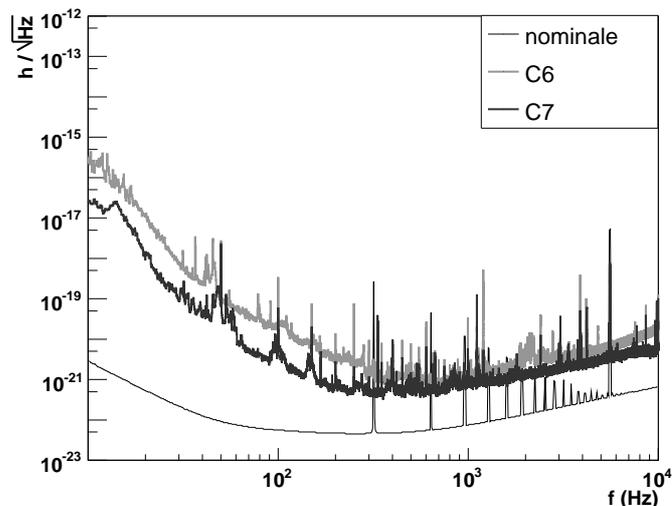


FIG. 5.1 – Sensibilité atteinte pendant les périodes de prise de données C6 (courbe supérieure) et C7 (courbe intermédiaire). Est également représentée la sensibilité nominale de l'interféromètre Virgo.

de bout de bras nord. L'absorption de ces faisceaux de lumière diffusée a permis la disparition de la bosse non-stationnaire. Il est intéressant de noter que ce type de problème de lumière diffusée constaté pendant l'été 2005 se révèle être en ce début d'année 2007 une source de bruit importante dans une région de fréquence intermédiaire. Nous reviendrons sur ce point lors de l'analyse des prises de données scientifiques WSR1 à WSR8.

L'absorption de la lumière diffusée au niveau du banc optique du bout de bras nord a été opérée dans la journée du 4 août 2005 (temps \sim GPS 807195000). Nous étudierons plus en détail l'effet de cette intervention dans le paragraphe 5.1.2.

Pré-requis sur la qualité des données

La notion de qualité des données revêt un intérêt crucial pour toute analyse des données. Après chaque prise de données, les différents critères hérités des analyses précédentes sont mis à jour. Si de nouvelles sources de bruit sont identifiées, de nouveaux critères peuvent alors être définis. Ainsi après les prises de données de mise en route de l'interféromètre C1 à C5 différents critères ont été définis. Comme nous l'avons précisé en introduction, ces critères se doivent de rester des critères généraux.

En pratique, on associe à chaque seconde de données une information codée sous la forme d'un nombre QN relatif à la qualité des données. Ainsi après la prise de données C5, ce nombre vaut 8 si les conditions suivantes sont respectées :

- Les différentes lignes utiles à la calibration doivent être présentes avec une amplitude suffisante. Si tel n'est pas le cas, le canal contenant éventuellement le signal d'onde gravitationnelle ne pourrait être reconstruit empêchant toute analyse ultérieure des données.
- La procédure de d'acquisition du verrouillage de l'interféromètre a atteint la der-

nière étape (étape 15)².

- Le moniteur de suivi de la qualité des données « QcMoni » [16] ne doit détecter dans les différents canaux pris en compte aucun comportement anormalement bruyant de l'interféromètre. On peut citer comme exemple de tel comportement celui des picomoteurs au niveau du banc de détection³ qui pendant la prise de données C5 a eu pour conséquence de polluer fortement les distributions d'événements.

Il prend la valeur 12 si de plus le mode scientifique de prise de données est enclenché. Cette information étant connue, seules les données pour lesquelles le nombre QN est supérieur à 8 ou 12 seront analysées.

Définition d'un segment de verrouillage

Un segment de verrouillage est défini comme une période pendant laquelle l'interféromètre a atteint la dernière étape de la procédure de verrouillage sans considération sur l'enclenchement du mode scientifique de prise de données. Cela définit donc les segments de données analysables. Pour la période C6, nous analyserons cinquante-sept tels segments entre les temps GPS 806681400 et 807892344. Le segment le plus long a une durée d'environ quarante heures. Pendant la période C7, sur un total de cinquante-cinq segments entre les temps GPS 810746841 et 811146490, dix-neuf ont une durée supérieure à une heure. Nous focaliserons notre attention sur ces derniers. La raison de ce choix est expliquée dans la partie suivante.

5.1.2 Analyse de C6

Pour comprendre l'importance de la notion de qualité de données, il est intéressant de considérer la figure 5.2. Elle montre la distribution de rapport signal sur bruit (SNR) ρ des événements détectés lors d'une analyse des cinquante-sept segments de C6. Notons qu'il s'agit là d'une analyse simple où un seul type de signal correspondant à celui émis par un système binaire composé d'objets de $1.4M_{\odot}$ est cherché dans le canal d'onde gravitationnelle. En d'autres termes, un seul calque est utilisé pour filtrer les données. La bande de fréquence considérée s'étend de 80Hz à 2000Hz. Nous nous contenterons pour ce qui concerne les données de C6 d'une telle analyse.

Ces graphes montrent clairement que les critères de qualité de données issus des prises de données précédentes ne sont pas suffisants pour l'analyse des données de C6. En effet, la distribution de SNR s'étend jusqu'à des valeurs de ~ 30 et des valeurs de 900 sont atteintes.

Avant d'étudier l'origine des événements à très haut SNR, remarquons l'effet de l'atténuation de la lumière diffusée mentionnée plus haut. Pour cela, on s'intéresse à la distribution de SNR dans la deuxième période de C6 (après le 4 août). En comparant les graphes des figures 5.2 et 5.3, l'effet de la disparition de la non-stationnarité apparaît nettement. De façon plus quantitative, on constate que le taux d'événement en mode scientifique est d'environ $3.4 \cdot 10^{-2} \text{s}^{-1}$ avant le 4 août (entre les temps GPS 8066811400

²Aujourd'hui le nombre d'étapes pour atteindre le verrouillage est de 12.

³Ils interviennent dans le positionnement de miroirs utiles au verrouillage de l'interféromètre sur la frange noire.

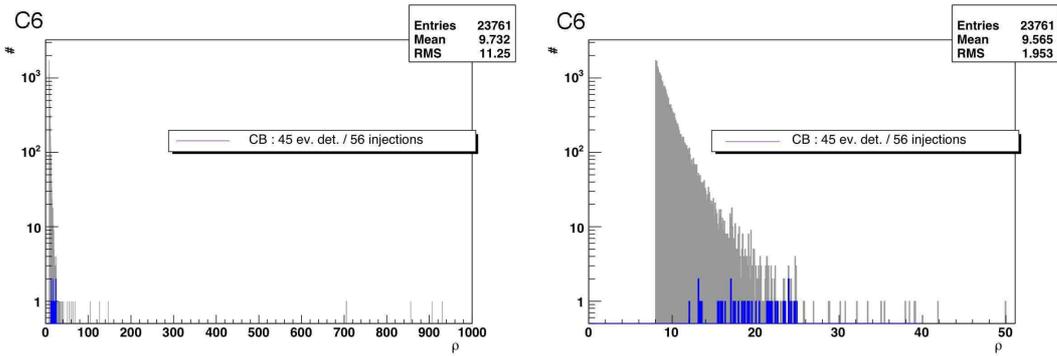


FIG. 5.2 – Distribution du SNR des événements détectés par une analyse mono-calque des données de C6. Le graphe de gauche montre toute la distribution. Celui de droite met l'accent sur des valeurs de SNR inférieures à 50. En bleu sont indiqués les événements détectés en coïncidence avec les injections matérielles (il en sera de même sur toutes les distributions montrées).

et 807195902) . Ce taux diminue nettement par la suite (entre les temps GPS 807195902 et 807892344) pour atteindre une valeur de⁴ $1.2 \cdot 10^{-2} \text{s}^{-1}$. En conséquence, l'analyse des données de C6 qui suit se concentre principalement sur cette seconde période.

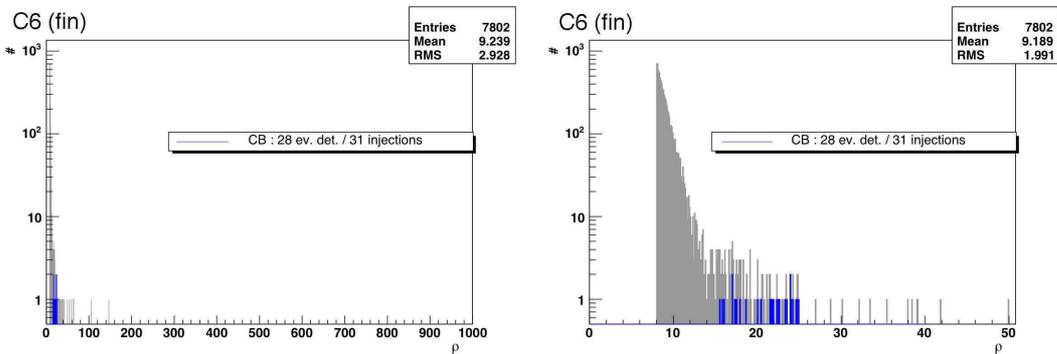


FIG. 5.3 – Distribution de SNR pour la deuxième période de C6. Le graphe de gauche montre toute la distribution. Celui de droite met l'accent sur des valeurs de SNR inférieures à 50.

Celle-ci bien que moins bruitée présente encore des événements à très haut SNR. Des valeurs d'environ 140 sont atteintes et de nombreux événements ont un SNR au-dessus de 20. L'étude de ces événements permet d'identifier différentes sources de bruit impulsives dans certains canaux auxiliaires de l'interféromètre.

5.1.2.1 Sources de bruit impulsives dans les canaux auxiliaires

L'étude des événements à très haut SNR détectés dans les données de C6 a montré que deux comportements anormaux détectés dans certains canaux de l'interféromètre

⁴Cette valeur faible tient au fait qu'on effectue une analyse mono-calque.

pouvaient en expliquer l'origine.

- **Anomalie dans les courants des bobines basse et haute de la masse de référence de bout de bras nord**

A titre d'exemple, la figure 5.4 montre un comportement anormal se manifestant au niveau des courants parcourant les bobines basse et haute de la masse de référence de bout de bras nord. Les canaux correspondant sont Sc_NE_RM_CoilD pour la bobine basse et Sc_NE_RM_CoilU pour la bobine haute. Ce problème peut être clairement associé à un événement détecté au temps GPS 807871592,5 avec un SNR de 21. Remarquons que ce temps correspond au temps de fin de l'événement dont la durée est d'environ quatre secondes si on choisit une valeur de 80Hz pour la fréquence basse de l'analyse (pour un système dont les paramètres de masses sont $(1.4, 1.4) M_{\odot}$).

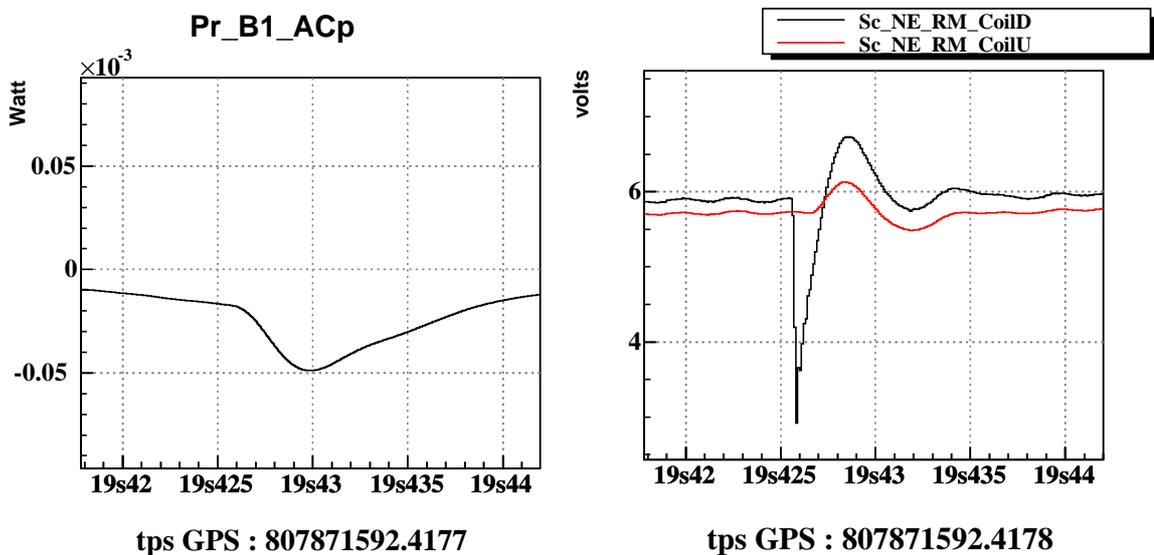


FIG. 5.4 – Exemple de comportement anormal dans les courants des bobines haute et basse de la masse de référence de bout de bras nord. Le graphe de gauche montre le signal visible dans le canal d'onde gravitationnelle Pr_B1_ACp. Celui de droite illustre l'évolution des courants dans les bobines.

Les courants parcourant les bobines haute et basse de la masse de référence déterminent le champ magnétique qui, agissant sur les aimants permanents haut et bas solidaires du miroir, permet de contrôler la position longitudinale du miroir. Pour assurer un déplacement du miroir selon la direction z de façon à contrôler la longueur de la cavité Fabry-Perot et à maintenir l'interféromètre verrouillé sur la frange noire, il faut que des forces similaires agissent sur chaque aimant. En terme de courant parcourant les bobines, on s'attend à observer des évolutions similaires. On illustre une telle situation sur le diagramme de dispersion de gauche de la figure 5.5 .

Quand une anomalie similaire à celle mentionnée précédemment se produit, le diagramme de dispersion est donné par le graphe de droite de cette même figure.

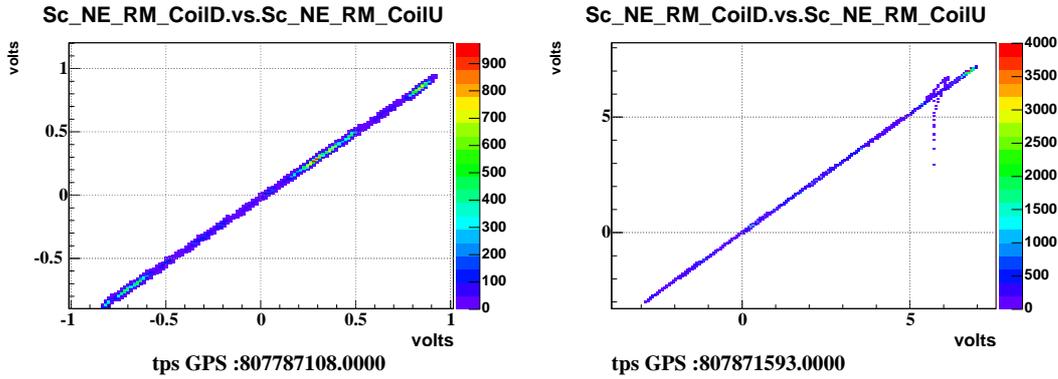


FIG. 5.5 – Diagramme de dispersion des courants dans les bobines haute et basse de la masse de référence du bout de bras nord. Le diagramme de gauche correspond à une situation normale. Celui de droite à une situation anormale.

Afin de rejeter les événements associés, on recherche un écart à la relation linéaire entre les courants. Pour chaque seconde de données, un ajustement linéaire entre les valeurs des courants est opéré et un test du χ^2 calculé (on le notera dans la suite χ_{bob}^2). Les distributions des valeurs de χ_{bob}^2 obtenues pour les bobines de bout de bras nord (NE) et du bras ouest (WE) sont données par la figure 5.6. En notant qu'aucune anomalie n'est présente au niveau des bobines du bout de bras ouest, on utilise la distribution correspondante pour fixer un seuil sur la valeur de χ_{bob}^2 du bout de bras nord.

Ce seuil fixé à 0.006 permet de détecter 41 anomalies similaires. En définissant un veto consistant à exclure les événements se produisant entre plus ou moins 10 secondes autour de la détection d'une telle anomalie, 37 événements avec un SNR compris entre 8 et 21 sont exclus.

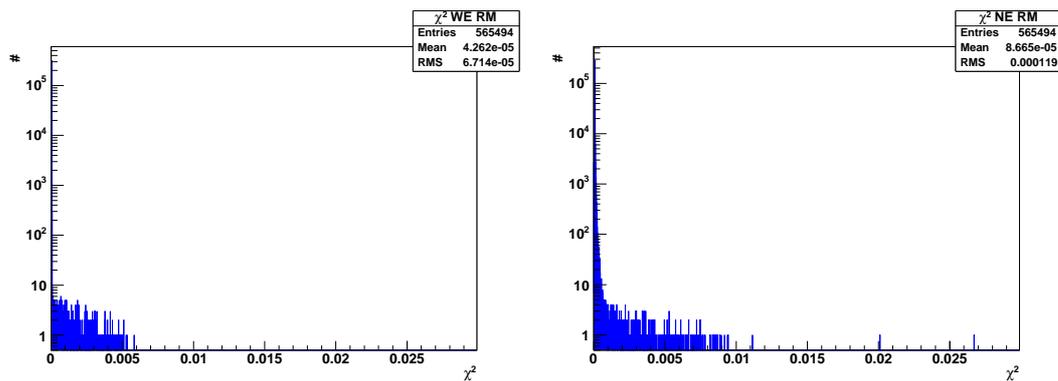


FIG. 5.6 – Distribution de χ_{bob}^2 . Le graphe de gauche correspond à la distribution obtenue en l'absence d'anomalies (bout de bras ouest). Celui de droite au bout de bras nord où des problèmes sont observés.

Il a été montré que ces événements étaient liés à un mauvais fonctionnement du convertisseur analogique numérique lisant le courant des bobines. Une fois son remplacement opéré, de telles anomalies n'ont plus été enregistrées. Il n'est donc

pas nécessaire de définir un nouveau critère de qualité de données associé à cet effet.

- **Saturation d'un signal de la SSFS**

Une autre catégorie d'événements à haut SNR mise en évidence était liée à une saturation du signal de correction de la SSFS⁵ Sc_IB_SSFS_Corr. La figure 5.7 illustre un telle situation. La saturation observée est associée à un événement détecté au temps GPS 807281349.5 avec un SNR de 39.

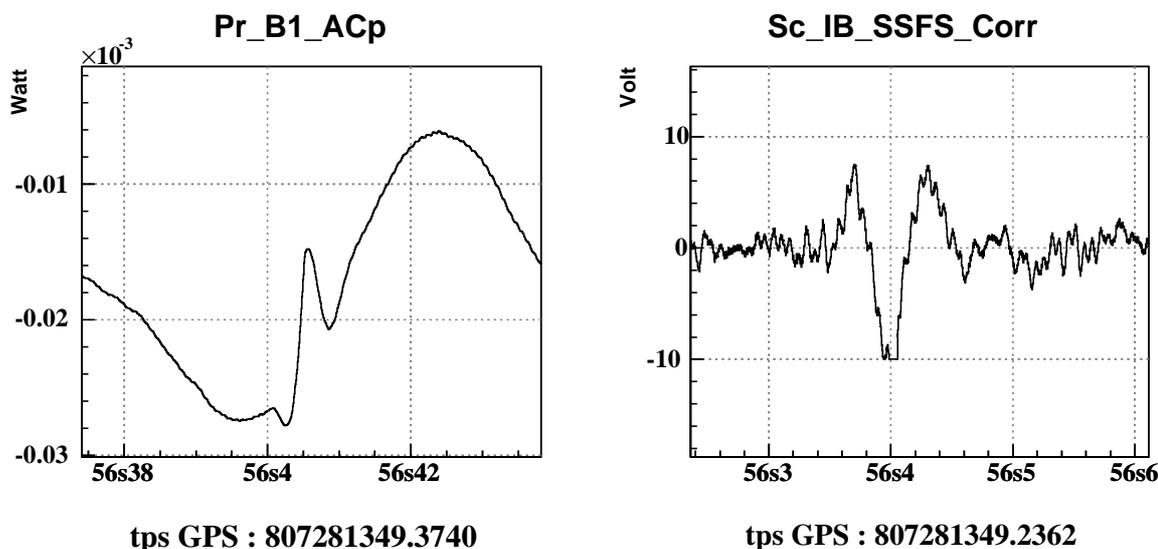


FIG. 5.7 – Exemple de saturation d'un canal auxiliaire de la SSFS (graphe de droite) corrélée à un événement vu dans le canal d'onde gravitationnelle (graphe de gauche).

Le suivi du canal Sc_IB_SSFS_Corr permet une détection immédiate de ces saturations. Il apparaît en excluant 5 secondes de données de part et d'autre de ces saturations que 14 événements détectés avec un SNR compris entre 8 et 39 peuvent être exclus. Ce type de saturation pouvant se produire à nouveau, un nouveau critère de qualité de données est défini qui consiste à répertorier les dix secondes de données avant et après ces saturations comme étant de mauvaise qualité.

On donne dans le tableau 5.2 les performances des vetos définis précédemment. Ils permettent essentiellement d'exclure des événements à haut SNR et n'ont donc des efficacités élevées que pour des SNR élevés.

Dans la suite, on s'intéresse à un comportement de l'interféromètre qui perturbe significativement l'analyse.

5.1.2.2 Événements produits à la suite d'un nouveau verrouillage de l'interféromètre ou avant un déverrouillage

Lorsqu'on considère la figure 5.3, il apparaît que la queue de la distribution de SNR s'étend jusqu'à des valeurs d'environ 25. En conséquence, les injections matérielles bien

⁵Acronyme de Second Stage Frequency Stabilization.

que réalisées avec une amplitude élevée (elles sont en effet détectées avec un SNR entre 15 et 28) ne peuvent pas être distinguées des événements de bruit. Nous allons voir ici qu'une majorité des événements dans la queue de la distribution se produisent dans les minutes consécutives au verrouillage de l'interféromètre ou dans les secondes précédents son déverrouillage.

Une première illustration de ce point apparaît sur la figure 5.8 qui montre le taux d'événements en fonction du temps depuis l'acquisition du verrouillage pour tous les segments de C6 d'une durée supérieure à quinze minutes. Afin d'accentuer le fait que la phase suivant l'acquisition du verrouillage de l'interféromètre produit des événements à haut SNR, on donne à chaque événement un poids différent selon leur SNR ρ ($\rho \leq 10$: poids 1, $10 < \rho \leq 15$: poids 10, $15 < \rho \leq 20$: poids 100, $\rho > 20$: poids 1000).

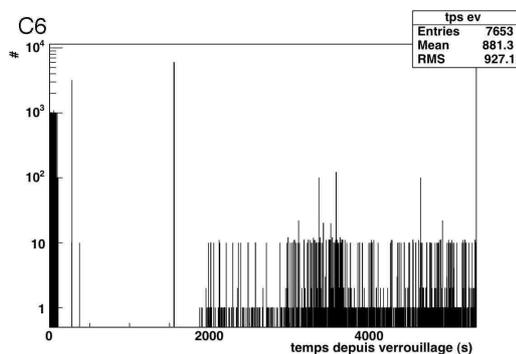


FIG. 5.8 – Répartition dans le temps depuis le verrouillage des événements détectés avec un SNR supérieur à 8

Il apparaît clairement que de nombreux événements à haut SNR sont détectés immédiatement après le verrouillage. Une façon simple d'exclure ces événements consisterait simplement à exclure 300 secondes de données après chaque verrouillage. Cela se traduit par un temps mort acceptable de 1.8%. Cependant, comme on peut clairement le voir sur la figure précédente, l'excès d'événements à haut SNR est suivi d'une chute brutale du taux d'événements entre 500 et 2000 secondes après verrouillage. Ceci est lié à l'impact du bruit post verrouillage sur les estimateurs de la sensibilité courante du détecteur.

Bien qu'insatisfaisante, nous adoptons cette solution temporairement pour l'analyse des données de C6. Nous verrons lors de l'analyse des données de C7 que ces effets sont liés à l'excitation des modes violon des fils de suspension des miroirs et qu'une solution évitant les écueils de celle adoptée ici peut être trouvée.

Il apparaît donc que l'impact du verrouillage de l'interféromètre sur la production d'événements à haut SNR est significatif. Dans une moindre mesure, c'est également vrai pour ce qui est de la perte du verrouillage. Ceci est illustré par la figure 5.9 qui montre la répartition des événements en fonction du temps précédent la fin de chaque segment (ou du temps précédant la perte du verrouillage). Un excès d'événements à haut SNR existe dans les secondes qui précèdent la fin de segment. En pratique, l'apparition de non-stationnarités peut provoquer des événements à haut SNR avant de provoquer le déverrouillage de l'interféromètre. Pour cette raison, on exclut les 20 secondes de données précédant toutes pertes de verrouillage.

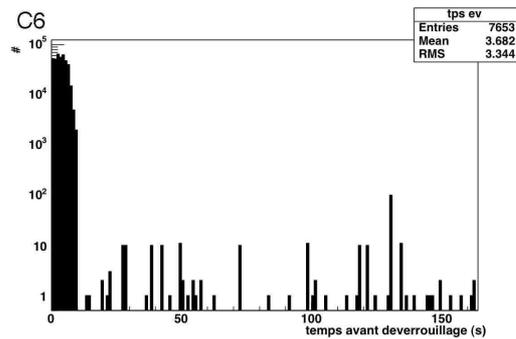


FIG. 5.9 – Répartition dans le temps avant le déverrouillage des événements détectés avec un SNR supérieur à 8.

5.1.2.3 Résumé

L'application des critères simples étudiés dans les paragraphes précédents (absence d'anomalies dans le courant des bobines de la masse de référence du bout de bras nord, absence de saturation de la SSFS et écart temporel suffisant depuis le verrouillage ou avant le déverrouillage) permet d'obtenir la distribution de la figure 5.10.

	Efficacité ($\rho > 8$)	Temps mort	Sûreté	ρ_{max}
anomalie du courant des bobines	0.5%	0.2%	100%	39
saturation de la SSFS	0.2%	0.1%	100%	21
effet du verrouillage et du déverrouillage	7.6 %	1.8%	100%	140

TAB. 5.2 – Propriétés des différents vetos définis lors de l'analyse des données de C6 en terme d'efficacité d'exclusion (pour l'ensemble des événements), de temps et de sûreté. L'événement à plus haut SNR exclu ρ_{max} par chaque critère est indiqué.

Les propriétés des différents vetos définis jusqu'à présent sont regroupés dans le tableau 5.2. L'efficacité de réjection (pour l'ensemble des événements détectés avec un SNR supérieur à 6) obtenue est d'environ 8 % pour un temps mort de 2%. La queue de la distribution atteint désormais une valeur de SNR de 15. Des efforts supplémentaires auraient sans doute pu permettre de diminuer cette valeur mais il est intéressant de concentrer notre attention sur les données de C7 qui avec une sensibilité améliorée sont susceptibles de révéler des sources de bruits nouvelles.

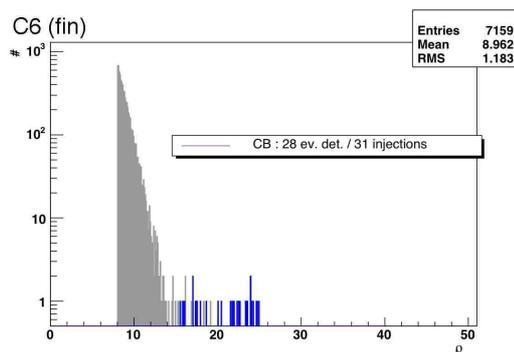


FIG. 5.10 – Distribution de SNR des événements détectés par MBTA pendant la deuxième période de C6 en appliquant les vetos définis dans les paragraphes 5.1.2.1 et 5.1.2.2.

5.1.3 Analyse de C7

Les informations issues de l'analyse des données de C6 ont permis de définir un nouveau critère de qualité de données. Le problème lié aux anomalies sur le courant des bobines de la masse de référence du bout de bras nord ayant été résolu par le remplacement du convertisseur ADC défectueux, seul le critère lié à aux saturations sur le canal de la SSFS reste pertinent pour l'analyse des données de C7 et est pris en compte comme critère de qualité de données. Le problème lié au verrouillage de l'interféromètre n'ayant pas encore trouvé de solutions satisfaisantes, aucun critère relatif à cet effet n'est appliqué a priori aux données de C7.

Les données analysées sont celles des dix-neuf segments d'une durée supérieure à une heure. Contrairement à l'étude précédente, l'analyse utilise ici une grille de calques couvrant un espace des masses de 0.9 à $3M_{\odot}$. La gamme de fréquence de l'analyse s'étend de 80Hz à 2kHz . Le recouvrement minimal requis entre calques voisins dans l'espace des paramètres est de 95% . Avec ces paramètres, le nombre de calques utilisé est de 1396 .

Dans la partie suivante, nous présentons une solution à l'effet de verrouillage de l'interféromètre.

5.1.3.1 Prise en compte des effets de verrouillage et de déverrouillage de l'interféromètre

Comme on pouvait s'y attendre, les effets de verrouillage constatés lors de l'analyse des données de C6 sont encore présents dans les données de C7. Le graphe de gauche de la figure 5.11 montre un excès d'événements à haut SNR (la même pondération des événements que la figure 5.8 est utilisée) suivi d'une diminution du taux d'événements (moins flagrante que lors de C6).

L'origine physique de ces effets réside dans l'excitation des modes violon des fils de suspension des différents miroirs de l'interféromètre lors de la procédure de verrouillage. Cette excitation fait apparaître des raies d'amplitude élevée dans le spectre de bruit de l'interféromètre. Ces modes ont une fréquence fondamentale d'environ 167Hz et des temps de décroissance caractéristique compris entre 500 et 1000 secondes. La densité

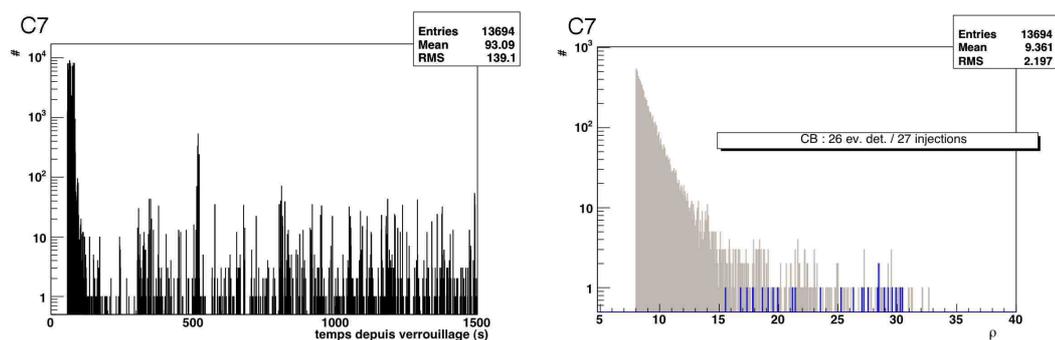


FIG. 5.11 – Sur le graphe de gauche est indiquée la répartition dans le temps depuis l’acquisition du verrouillage des événements détectés avec un SNR supérieur à 8 pour les 19 segments les plus longs de C7 **sans prise en compte des effets de verrouillage**. La distribution de SNR correspondante apparaît sur le graphe de droite.

spectrale de puissance (PSD) intervenant dans le calcul de la corrélation (équation 4.2) entre les données et les calques est évaluée sur les 600 secondes écoulées. La PSD ne rend donc pas bien compte du bruit instantané du détecteur d’où un excès d’événements à haut SNR. En revanche, après quelques centaines de secondes le niveau de bruit réel décroît. La PSD n’étant pas encore mise à jour, on tend à sous-estimer le SNR des événements. On obtient le défaut d’événements déjà mentionné. Ensuite grâce à la mise à jour de la PSD par MBTA, on retrouve une situation normale où le taux d’événement est plus stationnaire.

En rejetant de l’ordre de 1000 secondes de données après chaque verrouillage de façon à retrouver un spectre de bruit non perturbé par les lignes des modes violon, on pourrait défaire des effets de verrouillage de l’interféromètre. Cette solution n’est cependant pas acceptable en raison du temps mort important qu’elle induit (environ 6%). Nous avons dit précédemment que rejeter 300 secondes de données entraînait un temps mort acceptable.

Mais on doit s’attendre à ce que rejeter a priori (avant analyse) 300 secondes de données ne soit pas suffisant. Cela est confirmé sur le graphe de gauche de la figure 5.12 qui montre la répartition en temps des événements après verrouillage en ne démarrant l’analyse que 300 secondes après le verrouillage. Un excès est toujours visible. L’effet des modes violon sur le niveau de bruit est encore trop important.

Une solution permettant de rejeter peu de données (300 secondes après chaque verrouillage) tout en compensant l’effet de l’excitation des modes violon consiste à annuler l’inverse de la densité spectrale de bruit intervenant dans l’étape de filtrage adapté dans certaines zones de fréquence. Les fréquences des modes violon étant précisément connues, les zones de fréquences à annuler sont fixées au début de l’analyse. Elles sont au nombre de trois centrées sur des fréquences de 167, 333.5 et 667Hz sur des fenêtres de 1, 1.5 et 3Hz. L’intérêt de cette solution mixte est illustré sur le graphe de gauche de la figure 5.13 où ni excès ni diminution du taux d’événements n’est observable.

Une comparaison des distributions de SNR des figures 5.12 et 5.13 indique un nombre d’événements détectés légèrement plus important lorsque qu’on adopte la solution mixte d’exclusion de 300 secondes et d’annulation de certaines zones de fréquences. Ceci n’est

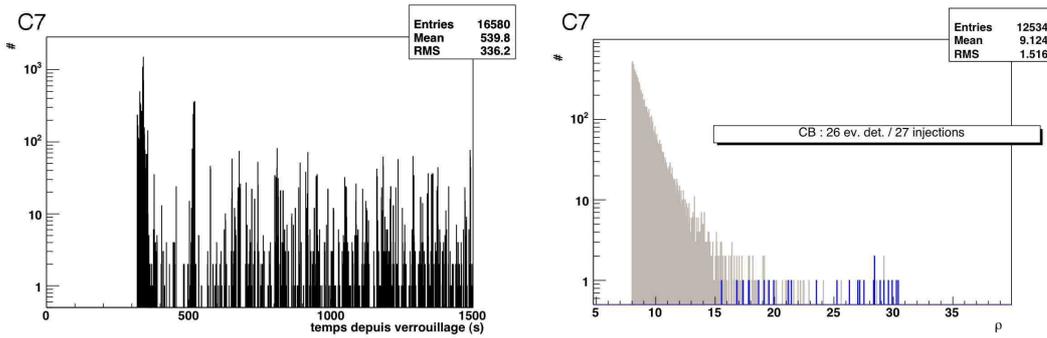


FIG. 5.12 – Sur le graphe de gauche est indiquée la répartition dans le temps depuis l'acquisition du verrouillage des événements détectés avec un SNR supérieur à 8 pour les 19 segments les plus longs de C7 **en excluant 300 secondes de données a priori**. La distribution de SNR correspondante apparaît sur le graphe de droite.

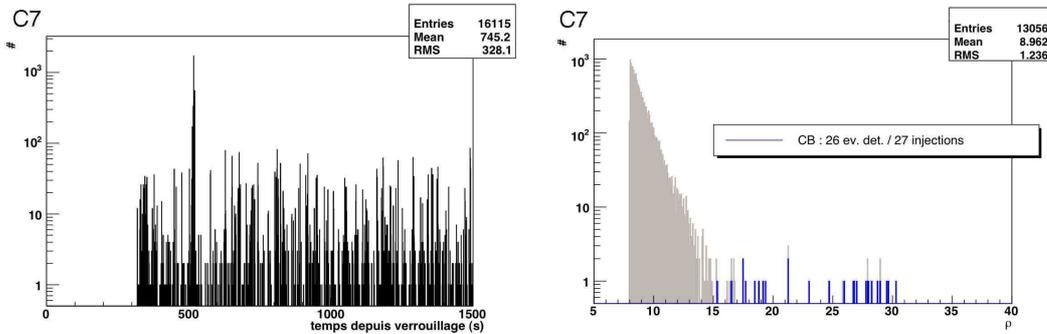


FIG. 5.13 – Sur le graphe de gauche est indiquée la répartition dans le temps depuis l'acquisition du verrouillage des événements détectés avec un SNR supérieur à 8 pour les 19 segments les plus longs de C7 **en excluant 300 secondes de données a priori ET en annulant les lignes des modes violon**. La distribution de SNR correspondante apparaît sur le graphe de droite.

pas surprenant dans la mesure où la solution basée sur la seule exclusion de 300 secondes de données peut entraîner un déficit d'événements comme nous l'avons remarqué précédemment. On peut cependant remarquer que dans cette situation la distribution est plus étalée. La solution adoptée permet donc bien de compenser l'effet d'excitation des modes violon.

5.1.3.2 Prise en compte des fluctuations de puissance sur la photodiode B2

Fluctuations de puissance sur B2

L'étude des événements à plus haut SNR détectés dans les données de C7 montrent un regroupement de ces événements dans des périodes d'une durée typique de 10 secondes corrélée avec des variations notables de la puissance sur la photodiode B2 me-

surant la lumière réfléchiée en entrée de l'interféromètre par le miroir de recyclage. Un exemple d'une telle période a pu être identifié dans le segment # 6 autour du temps GPS 810820830 où environ une centaine d'événements avec un SNR compris entre 8 et 22 se regroupent sur une période de 20 secondes. Ceci est illustré sur le graphe de gauche de la figure 5.14 qui montre le rapport de la puissance sur la photodiode B2 intégré pendant 20 secondes autour du temps de chaque événement (notée P_{B2}) à la puissance moyenne sur cette même photodiode pendant tout le segment #6 (notée P_{moy}). Les étoiles noires correspondent à des événements pour lesquels la valeur de P_{B2} est inférieure à $P_{moy} - 3\sigma$, σ étant la variance de la puissance sur B2 pendant tout le segment # 6. La chute de puissance corrélée à ces événements est représentée sur le graphe de droite de la même figure.

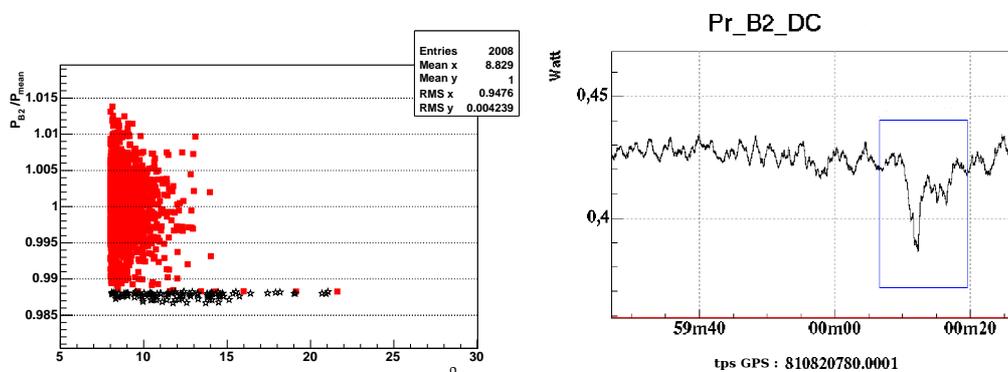


FIG. 5.14 – Sur le graphe de gauche, on observe la variation de P_{B2}/P_{moy} pour le segment #6 (avec $T=20s$). Sur le graphe de droite est représentée la fluctuation de puissance sur B2 autour de la période bruitée (810820820-810820830).

Cette corrélation entre la production d'événements à haut SNR et les brusques variations de puissance de courtes durées (environ 10 secondes) sur la photodiode B2 nous conduit à la définition d'une méthode de réjection de ces événements.

Définition du « veto B2 »

Le but est ici d'identifier les variations importantes de puissance sur la photodiode B2 et de vérifier de façon systématique la corrélation entre ces variations et la détection d'événements à haut SNR.

Pour identifier ces périodes, on calcule la variance de la puissance sur B2 sur une période de référence A de durée T_{ref} (~ 1000 secondes). On note RMS_{ref} cette valeur. On calcule ensuite sur une période B de durée T ($T \ll T_{ref}$) suivant la période A la variance de la puissance sur B2, notée RMS_T . On définit alors le critère suivant : si RMS_T est supérieure à $\alpha \times RMS_{ref}$, les T secondes de données de la période B sont répertoriées comme début d'une période bruitée montrant des variations de puissance excessives sur B2. La durée de la période bruitée est alors incrémentée tant que RMS_T est au-dessus du seuil. Lorsque la fin de la période bruitée est détectée, la valeur de référence RMS_{ref} est remise à jour par la valeur calculée sur les T_{ref} secondes précédentes

(cette durée étant toujours très grande devant la durée de la période bruitée).

Le nombre de périodes exclues dépend principalement des valeurs choisies pour le paramètre T et pour le seuil α . Nous avons déjà mentionné que la durée caractéristique des variations de puissance observées était de l'ordre de 10 secondes. On choisit donc pour T une valeur de 10 secondes. La paramètre α se révèle être plus important. En effet, une valeur trop faible se traduit par un temps mort élevé. Afin de fixer la valeur de α pour l'analyse des données de C7, rappelons que notre objectif ici est d'établir un critère d'exclusion des événements à haut SNR.

Sur la figure 5.15, on montre pour les événements détectés avec un SNR supérieur à 12 et 15 les variations de l'efficacité et du temps mort lorsque la valeur de α augmente. Ces graphes nous montrent que choisir pour α une valeur de 1,5 permet de rejeter 80% des événements ayant un SNR supérieur à 15 pour un temps mort de seulement 3%.

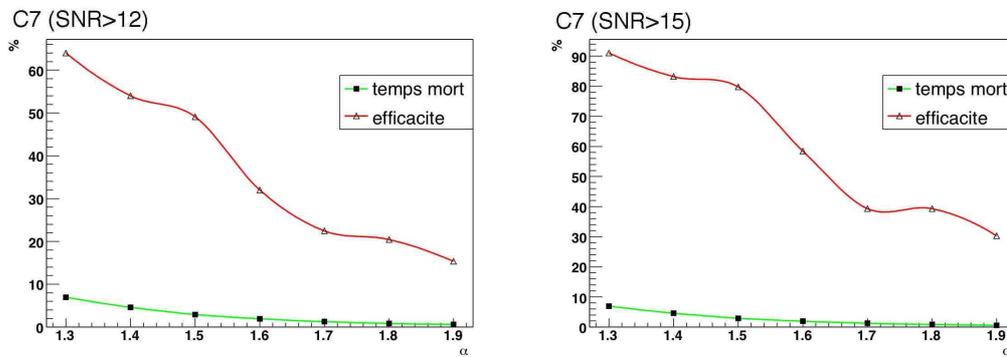


FIG. 5.15 – Variation de l'efficacité et du temps mort du « veto B2 » en fonction de α pour différents seuils de SNR. Graphe de gauche : $\rho > 12$. Graphe de droite : $\rho > 15$.

Nous pouvons confirmer le bon fonctionnement de ce veto en s'intéressant à la façon dont la forte variation de puissance indiquée sur la figure 5.14 est détectée : nous avons montré la corrélation entre cette chute de puissance et les événements à haut SNR détectés entre les temps GPS 810820817 et 810820840 ; la période bruitée correspondante détectée par le « veto B2 » est [810820816,810820836].

Application du « veto B2 »

Nous appliquons ce veto après la prise en compte de l'effet de verrouillage-déverrouillage de l'interféromètre. Nous devons ici insister sur un aspect fondamental du travail de compréhension et d'exclusion d'événements. Il est indispensable de vérifier que l'efficacité obtenue est supérieure à celle obtenue en raison de l'exclusion aléatoire liée au temps mort. En conséquence, évaluer les performances d'un veto passe par le suivi de l'évolution de l'efficacité et du temps mort lorsque des décalages en temps sont appliqués aux périodes détectées par le veto. Ceci est illustré sur les graphes de la figure 5.16 pour des événements détectés avec un SNR supérieur à 15, 10 et 6.

Les performances du « veto B2 » (obtenues pour une valeur de décalage nulle) apparaissent être significativement au-dessus de celles obtenues lorsque des décalages sont appliqués aux périodes exclues. Lorsque le SNR est supérieur à 15, l'efficacité est de 80%. Elle varie entre 0 et 20 % lorsque les décalages sont appliqués. On constate que

5.1. ANALYSE DES DONNÉES DE MISE EN ROUTE DE L'INTERFÉROMÈTRE

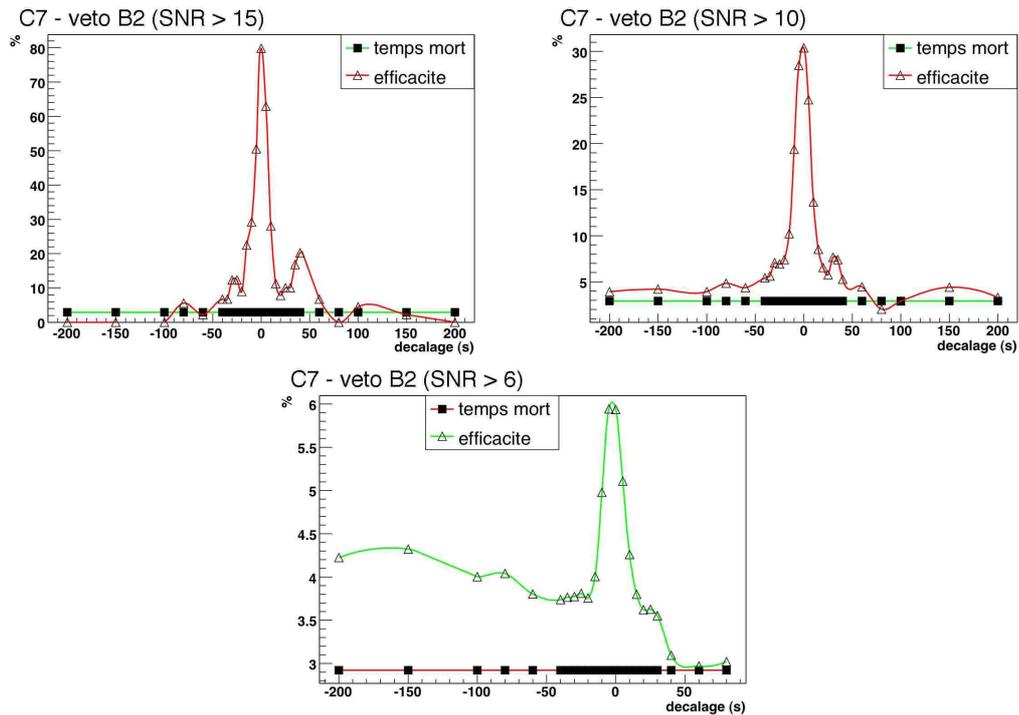


FIG. 5.16 – Efficacité et temps mort du « veto B2 » pour les événements détectés avec un SNR supérieur à 15 (graphe en haut à gauche) , à 10 (graphe en haut à droite) et à 6 (graphe du bas). Les graphes montrent leur variation en fonction du décalage en temps appliqué aux périodes bruitées détectées.

l'efficacité décroît lorsqu'on considère des événements à SNR de plus en plus faibles (elle est de 30% (6%) lorsque le SNR est supérieur à 10 (6) pour une efficacité « aléatoire » de $\sim 5\%$ (3%). Cependant même s'il est moins important l'excès à décalage nul reste significatif.

La distribution de SNR obtenue en appliquant le critère de qualité relatif aux effets de verrouillage-déverrouillage ainsi que le « veto B2 » apparaît sur le graphe de droite de la figure 5.17. Ceci confirme les bonnes performances de ce veto à haut SNR (>15).

Nous pouvons également remarquer que le « veto B2 » est « sûr » à 100 % au regard des 26 injections matérielles ayant eu lieu pendant les 19 segments les plus longs de C7.

La distribution de droite de la figure 5.17 montre que malgré la prise en compte de deux sources importantes d'événements à haut SNR un nombre important de tels événements est encore à expliquer. Dans les paragraphes suivants, nous étudions la portée des vetos définis et utiles dans le cadre de la recherche de sources impulsives sur les événements détectés par une analyse dédiée à la recherche de systèmes binaires.

5.1.3.3 Etude des vetos définis dans le contexte de l'analyse des sources impulsives

Les principaux vetos définis par le groupe d'analyse étudiant les sources impulsives montrent des corrélations entre les événements « impulsifs » et les phénomènes qualifiés

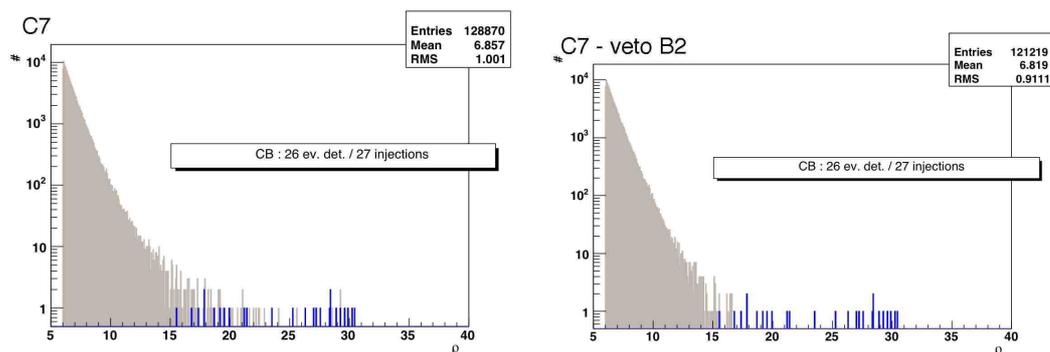


FIG. 5.17 – Distribution de SNR après prise en compte des effets de verrouillages-déverrouillages (graphe de gauche) et aussi application du « veto B2 » (graphe de droite).

de « BoB »⁶ (dont on donnera une définition dans la suite) ou des perturbations enregistrées par des capteurs environnementaux. Dans la suite, nous nous intéressons à l'effet de ces différents phénomènes pour l'analyse dédiée à la recherche de systèmes binaires.

Nous serons amenés à considérer deux lots de données distincts. Comme précédemment on étudiera les dix-neuf segments les plus longs de C7. On considérera également une sous-partie de ces données qui ont fait l'objet d'un échange avec la collaboration scientifique LIGO afin de tester les capacités des différents groupes à analyser des données réelles issues d'une autre collaboration. Les principaux objectifs de ce projet (projet P2A dans la suite) étaient techniques. Sans surprise, dans ce contexte de données réelles, une conclusion est l'importance prise par les informations relatives à la qualité des données et aux vetos.

Exclusion des « événements BoB » dans les données du projet P2A

Les données échangées pour le projet P2A sont divisées en cinq segments représentant 9162 secondes en mode scientifique entre les temps GPS 811132263 et 811143059. La définition de ces segments exclut déjà 300 secondes après verrouillage et de 20 secondes avant déverrouillage.

L'application du « veto B2 » sur ces données (avec des paramètres identiques à ceux définis pour l'ensemble des données de C7) correspond à un temps mort de 4,1% pour une efficacité de réjection de 9% (21,9%) pour les événements détectés avec un SNR supérieur à 6 (8). Parmi les 10 événements détectés avec un SNR supérieur à 10, 4 sont exclus par ce veto. La distribution de SNR obtenue avec et sans application du « veto B2 » apparaît sur la figure 5.18.

Pour aller plus loin dans la compréhension des événements à plus haut SNR, nous prenons en considération les vetos définis dans le contexte de l'analyse des sources impulsives. Un de ces vetos présente une très bonne efficacité. Il a été défini afin d'exclure des « événements BoB ». Ces événements d'une durée typique de 1 seconde apparaissent

⁶Acronyme du terme anglais *burst of bursts* traduisant un excès d'événements impulsifs à haut SNR.

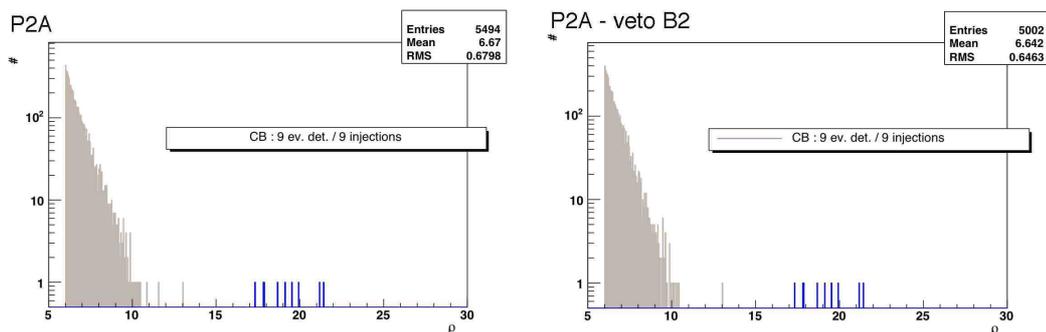


FIG. 5.18 – Distributions de SNR pour les données du projet P2A. Le graphe de gauche donne les résultats d’une analyse directe des données. Sur le graphe de droite, le « veto B2 » est pris en compte.

quand le facteur de rejet du mode commun qui exprime le couplage du bruit en fréquence au signal de frange noire se dégrade. Il a pu être montré une corrélation entre l’occurrence de ces événements et les variations de certains degrés de liberté angulaires notamment le mouvement θ_y du miroir de bout de bras nord.

Différentes définitions de veto ont été proposées pour exclure ce type d’événements. La principale difficulté tient à la difficulté d’isoler la non-stationnarité responsable des « événements BoB » dans un canal auxiliaire donné. Ainsi la définition retenue est celle qui pour un temps mort arbitrairement fixé ($\sim 20\%$) permet d’obtenir l’efficacité la plus élevée. Plus de détails concernant ce veto peuvent être trouvés dans [17].

Nous utilisons donc la liste « d’événements BoB » à exclure produite pour l’analyse des sources impulsives. Parmi les différentes informations fournies, celles relatives au temps de début et de fin des événements nous sont utiles. La corrélation entre ces événements et les événements détectés par MBTA permet d’atteindre une efficacité de réjection de 75% pour les événements détectés avec un SNR supérieur à 6 et de 95% lorsqu’on considère les événements dont le est supérieur à 8. Ceci est montré par la figure 5.19.

Notons que la performance de ce veto peut également être quantifiée en terme de pourcentage d’utilisation des « événements BoB » permettant d’exclure au moins un événement détecté par MBTA. Dans la cas présent, le pourcentage d’utilisation est supérieur à 50% . Cependant un inconvénient majeur est le temps mort élevé de ce veto. Environ un quart des données est exclu. Malgré cela l’excès à décalage nul reste significatif confirmant l’utilité de ce veto.

Malgré le temps mort élevé du « veto BoB », il peut être intéressant d’évaluer les performances du « veto B2 » après application du « veto BoB ». Les distributions de SNR obtenues sont celles de la figure 5.20.

Le « veto BoB » a une efficacité de 75.8%. Le « veto B2 » appliqué ensuite a une efficacité de 9.8% pour un temps mort de 2.9%. Notons que dans le cas présent les événements exclus par le « veto B2 » sont dans le coeur de la distribution. L’efficacité globale est de 78.2%.

Pour ce qui concerne la surtété des vetos étudiés jusqu’à présent, remarquons que sur les 9 injections matérielles présentes dans les données du projet P2A deux sont exclues

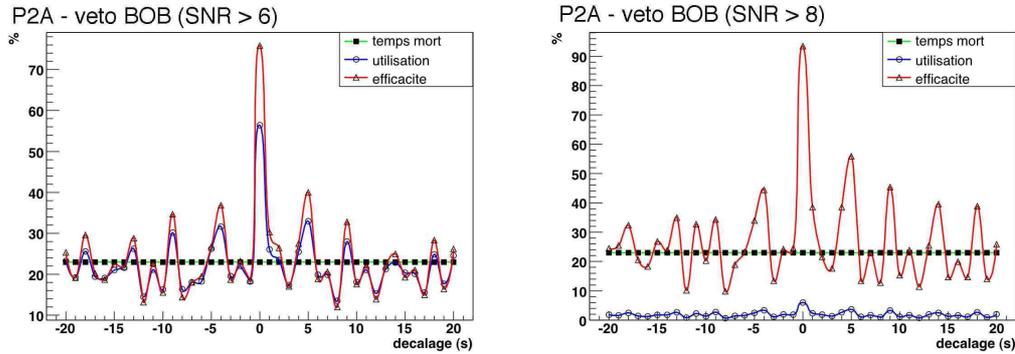


FIG. 5.19 – Efficacité, pourcentage d'utilisation et temps mort du « veto BoB » pour les données du projet P2A. Sur le graphe de gauche, sont considérés tous les événements. Sur celui de droite, seuls les événements dont le SNR est supérieur à 8 sont considérés.

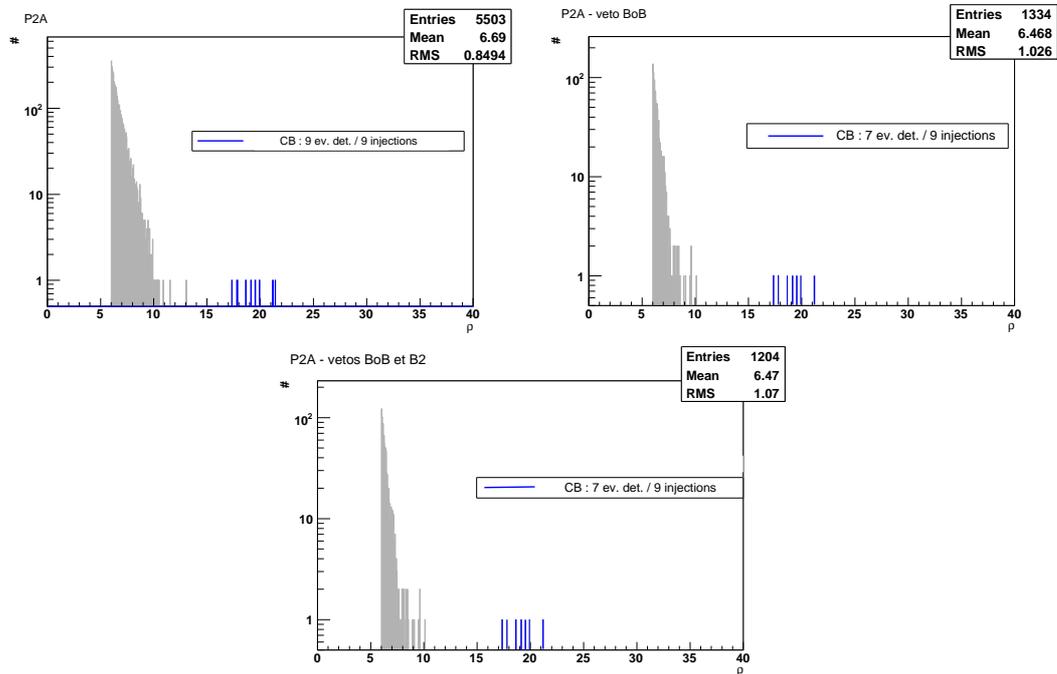


FIG. 5.20 – Distribution de SNR pour les données du projet P2A. Le graphe en haut à gauche indique la distribution obtenue sans appliquer de veto ; celui de droite, celle obtenue en appliquant le « veto BoB » seul ; celui du bas, celle obtenue en appliquant à la fois le « veto BoB » et le « veto B2 ».

5.1. ANALYSE DES DONNÉES DE MISE EN ROUTE DE L'INTERFÉROMÈTRE

par le « veto BoB ». Ceci est compatible avec le temps mort élevé de ce veto. Aucune n'est exclue par le « veto B2 ».

Exclusion des « événements BoB » dans l'ensemble des données de C7

D'après les lignes précédentes, nous pouvons conclure à une très forte corrélation entre événements « BoB » et événements détectés par MBTA dans les données du projet P2A. Le bruit à l'origine de ces événements pollue donc une large partie de ces données. En fait il en est de même sur l'ensemble des données de C7 comme l'illustre la figure 5.21. Là encore, l'efficacité d'exclusion est élevée et significative par rapport à des exclusions aléatoires malgré le temps mort élevé.

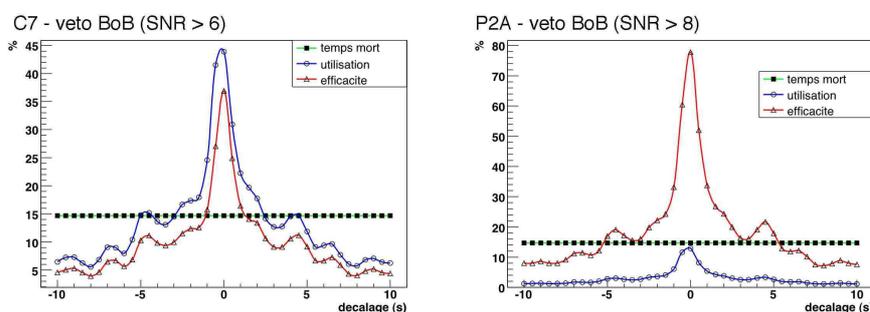


FIG. 5.21 – Variation de l'efficacité, du pourcentage d'utilisation et du temps mort du « veto BoB » pour l'ensemble des données de C7. Sur le graphe de gauche, sont considérés tous les événements. Sur celui de droite, seuls les événements dont le SNR est supérieur à 8 sont considérés.

Bruit sismique au niveau du « Mode clamer » et du banc de détection

Parmi les sources de bruit pertinentes lors de l'analyse dédiée à la recherche de sources impulsives, des excès de bruit impulsifs dans les canaux En_SEBDMC01 et Em_SEDBDL03 qui assurent un suivi du bruit sismique au niveau du bâtiment du « mode cleaner » et du banc de détection peuvent être corrélés à des événements à haut SNR. Ces excès de bruit sont facilement détectés par l'évaluation de la variance de ces canaux au cours du temps. On en montre un exemple dans le canal Em_SEBDMC01 sur la figure 5.22.

Pour ce qui est des données du projet P2A, nous utilisons les listes produites par le groupe s'intéressant aux sources impulsives donnant un temps de début et de fin. Pour les données de C7, des listes similaires ont été produites. Pour rechercher un éventuel excès d'événements détectés par MBTA en corrélation avec ces événements, on se contente de considérer une fenêtre d'une seconde centrée sur le temps moyen des événements détectés dans les canaux. Cette durée d'une seconde est fixée a priori pour minimiser le temps mort. Mais comme l'indiquent les figures 5.23 et 5.24 relatives

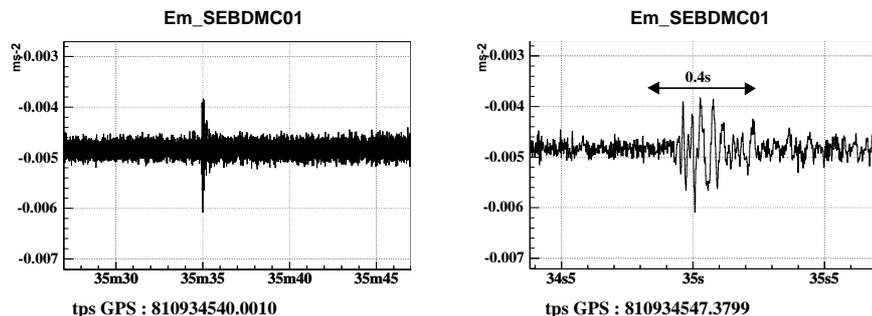


FIG. 5.22 – Exemple de perturbation dans le canal Em_SEBDMC01.

aux deux lots de données aucun excès significatif en terme d'efficacité n'est relevé. En conséquence un travail d'optimisation est superflu.

Une périodicité de 6 secondes peut être observée sur les anomalies dans le canal Em_SEBDDL03 sur l'ensemble des données de C7. L'excès en terme d'efficacité à décalage nul modulo 6 secondes est d'environ 4.8 % et 5% pour une efficacité aléatoire d'environ 4.6%. Cette caractéristique disparaît lorsqu'on considère les événements à plus haut SNR.

Ces différents graphes montrent donc qu'aucune corrélation significative entre les événements (excès de bruit) détectés dans les canaux sismiques Em_SEBDMC01 et Em_SEBDDL03 et les événements détectés par MBTA ne peut être établie. Ceci est valable quel que soit le SNR considéré.

Il a également été vérifié qu'aucun excès en terme de corrélation n'apparaissait même après prise en compte du « veto BoB ».

5.1.3.4 Oscillation dans le canal Sc_IB_TyErrGc

Il est apparu que des oscillations clairement visibles dans le canal Sc_IB_TyErrGc (qui définit le signal de correction en θ_y du banc d'injection) pouvaient parfois être associées à un excès d'événements détectés par MBTA. Les oscillations en question ont une fréquence de 4 Hz et une durée d'environ une seconde. On définit une méthode reposant sur un calcul de corrélation pour détecter ces oscillations. Nous pourrions alors vérifier l'éventuelle corrélation entre ces oscillations et les événements détectés par MBTA.

Détection des oscillations

Les oscillations dans le canal Sc_IB_TyErrGc ayant une forme simple, une façon efficace de les détecter consiste à calculer la corrélation entre le signal correspondant à ces oscillations et le signal du canal où celles-ci apparaissent. Nous appellerons ces signaux g et h . La corrélation entre ces deux signaux échantillonnés est définie par :

$$Corr(g, h)_j = \sum_k g_{j+k} h_k \quad (5.1)$$

Le principe de la méthode de détection des oscillations est illustrée sur la figure 5.25. Le graphe du haut représente le signal sinusoïdal recherché dans les données, celui

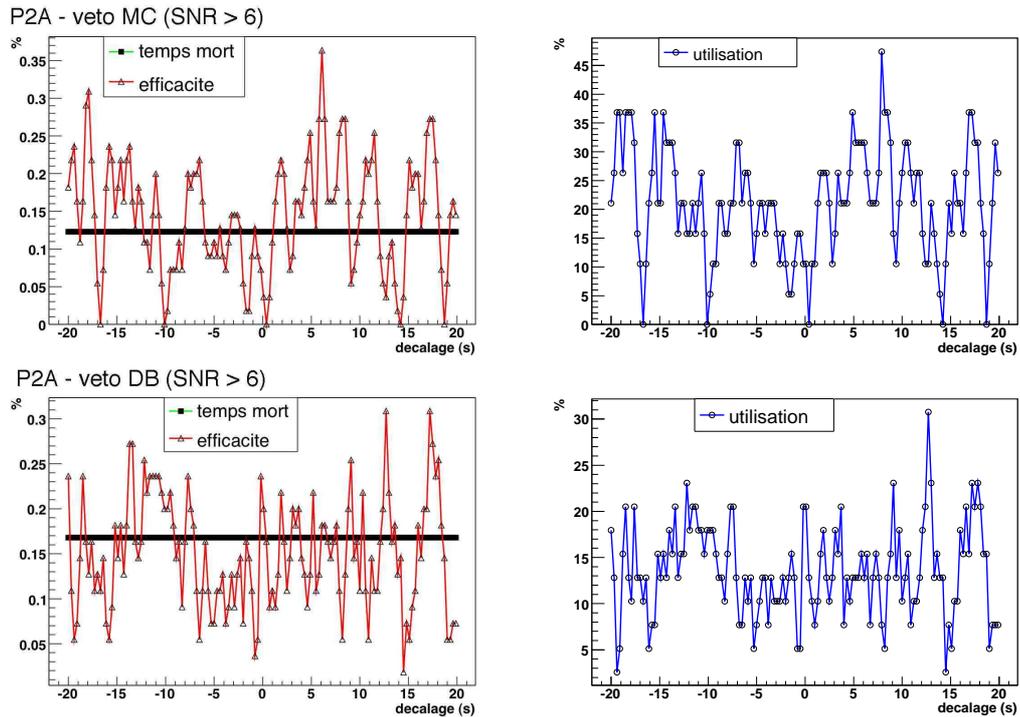


FIG. 5.23 – Performances des vetos basés sur les non-stationnarités détectées dans le canal Em_SEBDMC01 (graphes du haut) et le canal Em_SEDBDL03 (graphes du bas) pour les données du projet P2A. Les graphes de gauche montrent les variations de l'efficacité et du temps mort. Ceux de droite les pourcentages d'utilisation seuls.

du milieu correspond au canal où les oscillations se produisent et celui du bas montre les variations du carré de la corrélation entre les deux signaux précédents. En fixant un seuil sur la valeur de cette quantité les oscillations sont détectées. Pendant les 19 segments les plus longs de C7, 12373 oscillations similaires sont détectées avec un seuil déterminé.

Définition d'un veto et application

A partir de la liste d'oscillations déterminée précédemment, nous pouvons déterminer de façon quantitative la corrélation entre l'occurrence de ces oscillations et la détection d'événements par MBTA.

La figure 5.26 montre les performances du veto construit à partir de cette liste. On y considère tous les événements détectés par MBTA. La fenêtre considérée autour de chaque oscillation détectée est de 0.5 seconde. Le temps mort correspondant est d'environ 6%. En ce qui concerne le pourcentage d'utilisation, un léger excès peut-être observé à décalage nul. Pour ce qui est de l'efficacité, l'excès est faible alors que le temps reste relativement important. En considérant les événements à plus haut SNR,

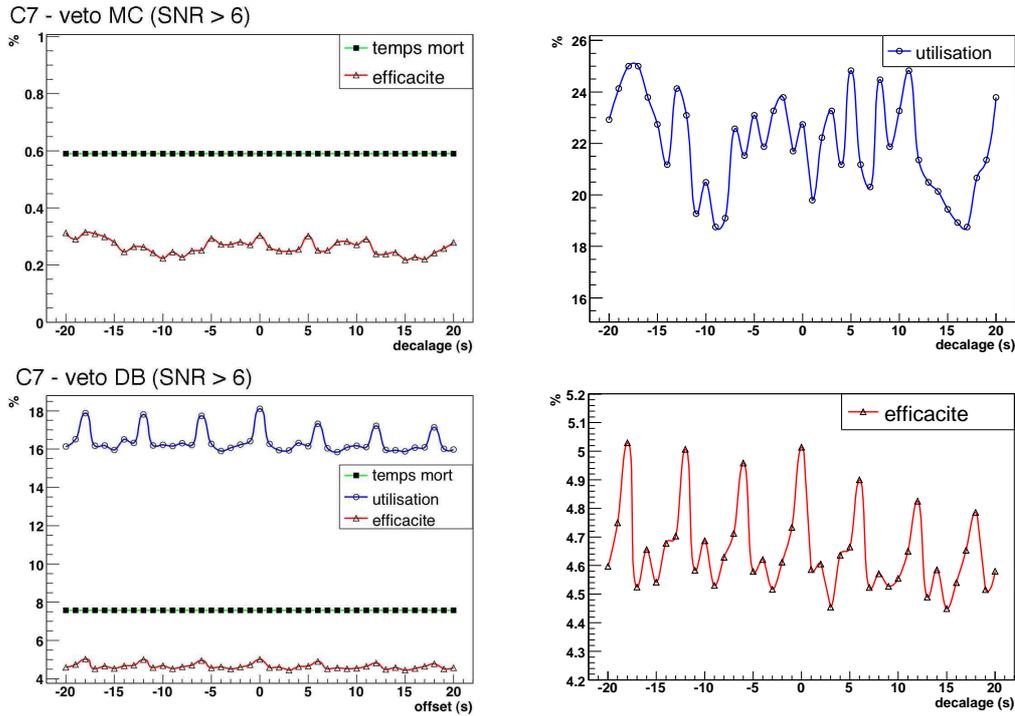


FIG. 5.24 – Performances des vetos basés sur les événements détectés dans le canal Em_SEBDMC01 (graphes du haut) et le canal Em_SEDBDL03 (graphes du bas) pour l'ensemble des données de C7. Les graphes de gauche montrent les variations de l'efficacité et du temps mort. Celui en haut à droite le pourcentage d'utilisation seul. Celui en bas à droite l'efficacité seule.

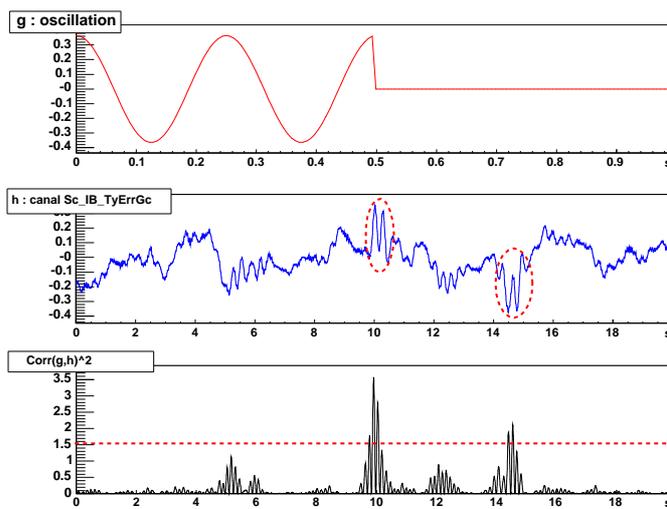


FIG. 5.25 – Illustration de la méthode de détection des oscillations dans la canal Sc_IB_TyErrGc.

tout excès disparaît.

En conclusion, ce veto n'est pas pertinent pour ce qui concerne les événements détectés par MBTA.

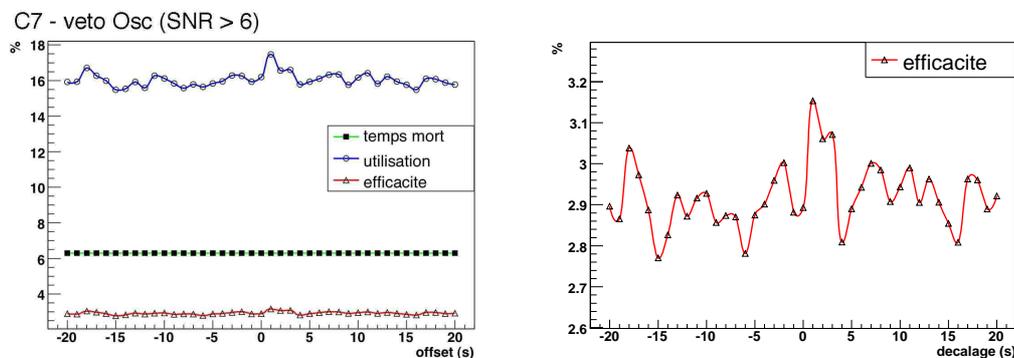


FIG. 5.26 – Performances du veto basé sur les oscillations détectées dans le canal Sc_IB_TyErrGc. Le graphe de gauche montre les variations de l'efficacité, du temps mort et de l'utilisation. Celui de droite l'efficacité seule.

5.1.3.5 Résumé et autres événements à haut SNR

Concernant les différentes méthodes présentées lors de l'analyse de C7, on peut retenir les points suivants :

- Les verrouillages-déverrouillages de l'interféromètre produisent un excès d'événements à haut SNR. Une solution basée sur l'exclusion de 300 secondes de données après verrouillage, 20 secondes avant déverrouillage et une annulation des lignes correspondant aux modes violon des fils de suspension permet d'exclure ces événements.
- Des variations de puissance importantes sur la photodiode B2 sont nettement corrélées à la production d'événements à haut SNR. La détection de ces variations de puissance et l'exclusion des périodes correspondantes amènent une bonne efficacité d'exclusion avec un temps mort faible.
- Les événements de type « BoB » mis en évidence dans la cadre de l'analyse dédiée à la recherche de sources impulsives peuvent être corrélés à la production d'événements détectés par MBTA. Le temps mort correspondant est très important. La mise en évidence et la compréhension d'autres sources de bruits sera facilitée lorsque la cause de ces événements sera supprimée.
- Les excès de bruit impulsifs enregistrés au niveau de capteurs sismiques et corrélés à des événements détectés par les recherches de sources impulsives ne permettent pas l'exclusion d'événements de bruit détectés par MBTA.

Lorsqu'on prend en compte l'effet des verrouillage-déverrouillage et qu'on applique le « veto BoB » et le « veto B2 », les distributions de SNR obtenues sont illustrées sur la figure 5.27.

L'efficacité pour les événements ayant un SNR supérieur à 8 est de 85.6% pour un temps mort de 17%. La contribution majeure au temps mort vient du « veto BoB » .

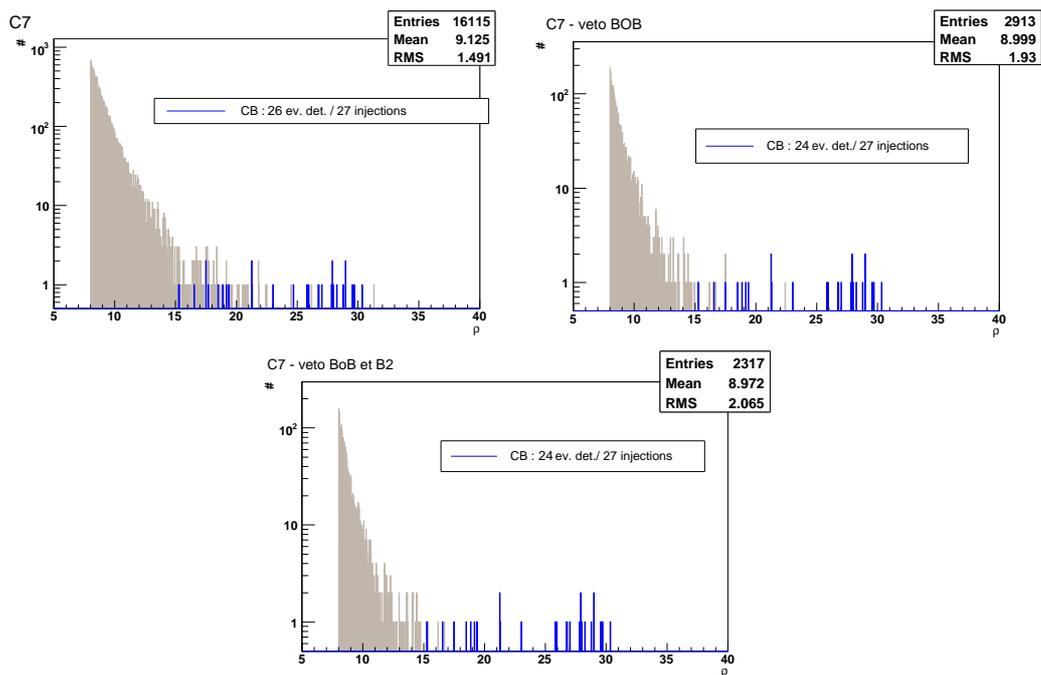


FIG. 5.27 – Distributions de SNR obtenues en appliquant les critères de qualité de données et les vetos pertinents dans le contexte d'une recherche de signaux émis par des systèmes binaires. De haut en bas et de gauche à droite : avec prise en compte des effets de verrouillage seuls (300 secondes et compensation des lignes) ; avec aussi application du « veto BoB » ; avec aussi application de « veto B2 ».

5.2 Analyse des données scientifiques de « fin de semaine »

5.2.1 Contexte et objectifs des WSR

Après C7, des interventions importantes nécessitant l'arrêt de l'interféromètre pendant plusieurs semaines ont été réalisées. L'action principale était liée à la modification du banc d'injection. En configuration recyclée, des problèmes de lumière rétro-diffusée au niveau du banc d'injection empêchaient le fonctionnement à pleine puissance. Une diminution de la puissance incidente avait pu apporter une solution temporaire. La mise en place d'un isolateur de Faraday⁷ a permis un redémarrage de l'interféromètre avec une puissance d'entrée plus élevée. Après une période de mise en service de quelques mois, la sensibilité et la stabilité atteintes par l'interféromètre justifiaient le démarrage de prises de données régulières.

L'objectif principal de ces prises de données scientifiques se déroulant en fin de semaine (on y fera référence en utilisant l'acronyme WSR⁸) est de recueillir des données alors que l'interféromètre fonctionne en mode recyclé sans intervention aucune sur le

⁷Cet appareillage permet d'empêcher le retour du rayonnement et donc de supprimer les effets liés à la lumière rétro-diffusée.

⁸Acronyme de week-end science run.

détecteur autre que les opérations nécessaires à la calibration et aux injections matérielles. Le rythme initialement prévu était d'une prise de données un week-end sur deux. En raison d'interventions importantes sur le détecteur ce rythme a parfois été modifié. Jusqu'à présent 10 prises de données ont été planifiées (WSR1 à WSR10). Deux ont été annulées (WSR3 et WSR4) devant l'impossibilité de maintenir l'interféromètre à son point de fonctionnement. On étudiera dans la suite les prises de données WSR1 à WSR8. La tableau 5.2.1 en indique les dates. Y figurent également quelques informations relatives à la configuration de l'interféromètre en terme d'alignement linéaire et une description qualitative des conditions météorologiques pendant les différentes prises de données.

WSR	Date	Alignement linéaire	Conditions environnementales
WSR1	8 au 11 septembre 2006	6 degrés de liberté	vent fort en début de prise de données
WSR2	22 au 25 septembre 2006	6 degrés de liberté	mer forte en fin de prise de données
WSR3	6 au 9 octobre 2006	-	-
WSR4	13 au 16 octobre 2006	-	-
WSR5	10 au 13 novembre 2006	7 degrés de liberté	mer forte
WSR6	1 ^{er} au 4 décembre 2006	7 degrés de liberté	calmes
WSR7	12 au 17 janvier 2007	7 degrés de liberté	très calmes. Séisme en début de prise de données (magnitude 7.7)
WSR8	9 au 12 février 2007	7 degrés de liberté	vent, mer agitée. Séisme de faible magnitude 4.7

TAB. 5.3 – Dates des différents WSR. Ce tableau précise également le nombre de degrés de liberté sous alignement linéaire ainsi que les conditions météorologiques pendant chaque prise de données.

On illustre sur la figure 5.28 l'évolution de la sensibilité du détecteur au cours des différentes prises de données WSR1 à WSR8. Les différents WSR se distinguent principalement par l'évolution de la sensibilité à des fréquences inférieures à 1000 Hz. Au-delà le facteur limitant la sensibilité est principalement le bruit de photon. La puissance entrant dans l'interféromètre ($\sim 7W$) étant similaire pour toutes les prises de données, ce niveau de bruit ne varie que faiblement d'un WSR à l'autre. Notons que l'écart à la sensibilité nominale s'explique en partie par une puissance d'entrée inférieure à la puissance nominale (20W).

Pour les fréquences inférieures, on peut distinguer deux zones différentes. La zone intermédiaire entre $\sim 100Hz$ et $\sim 1000Hz$ présente des structures complexes mal expliquées par les projections de bruit. L'hypothèse favorisée pour expliquer ces structures est liée à des phénomènes de lumière diffusée couplés par des perturbations acoustiques. Des perturbations d'origine électromagnétique ont également pu être identifiées comme

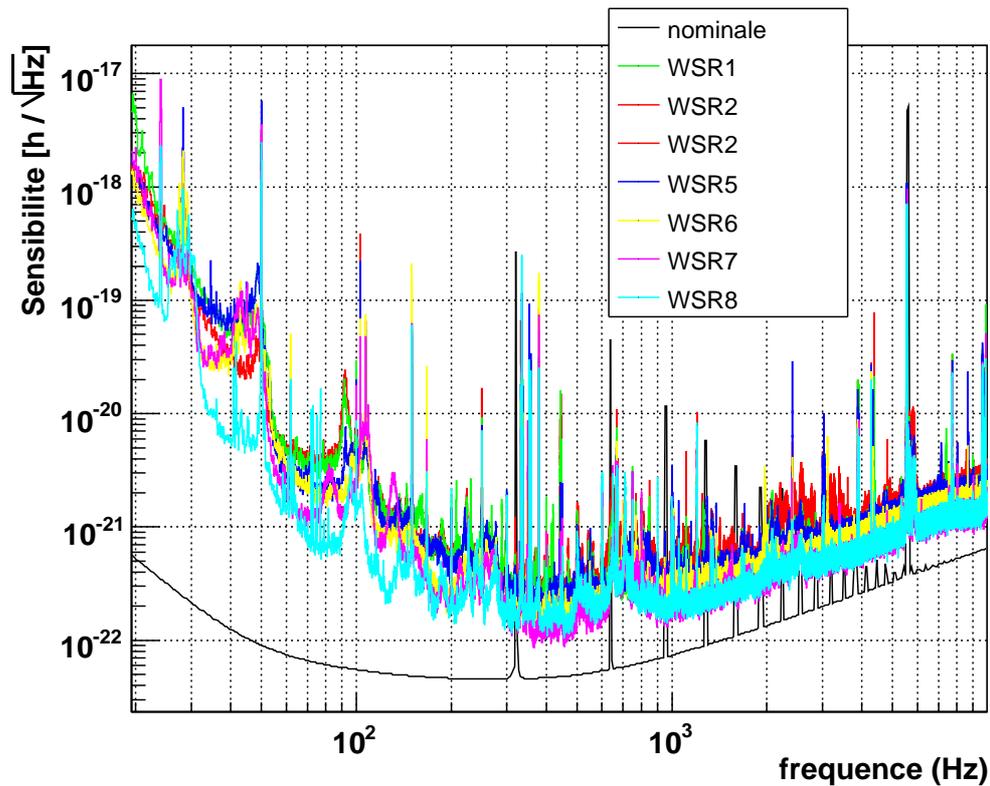


FIG. 5.28 – Evolution de la sensibilité au cours des prises de données WSR1 à WSR8.

explication de l'excès de bruit à 100Hz.

A plus basse fréquence, le bruit limitant principalement la sensibilité est le bruit de contrôle longitudinal du miroir de recyclage de puissance.

Les critères de qualité de données principaux appliqués a priori et nouveaux par rapport à ceux spécifiés dans le paragraphe 5.1.1 sont les suivants :

- Absence de saturations des canaux Pr_B1_d2_ACq, Pr_B1_d3_ACq, des courants des bobines basses et hautes des miroirs de bout de bars nord et ouest et du canal Sc_IB_SSFS_Corr de la SSFS.
- Qualité de la reconstruction correcte (atténuation suffisante de certaines lignes de calibration).

Dans les paragraphes suivants, nous analysons les données recueillies au cours des différents WSR. Après avoir présenté quelques résultats généraux, nous concentrons nos efforts sur la compréhension des événements à haut SNR. Cela nous conduira à tester les performances des méthodes d'exclusion précédemment définies. Dans une dernière partie, on insiste sur quelques aspects de l'amélioration du contrôle de l'interféromètre permettant d'expliquer la réduction du taux de fausses alarmes au cours des différents WSR.

5.2.2 Résultats généraux au cours des WSR

Dans cette partie, on donne des résultats généraux obtenus lors de l'analyse des données des WSR. Les analyses réalisées couvrent un espace des masses allant de 0.9 à $3M_{\odot}$ dans une bande de fréquence de 100Hz à 2kHz . Le nombre de calques nécessaires pour couvrir cet espace des paramètres au cours de WSR1, WSR2, WSR5, WSR6, WSR7 et WSR8 est respectivement de 825, 893, 829, 818, 727 et 1011.

Les distributions de SNR pour les différentes prises de données apparaissent sur la figure 5.29.

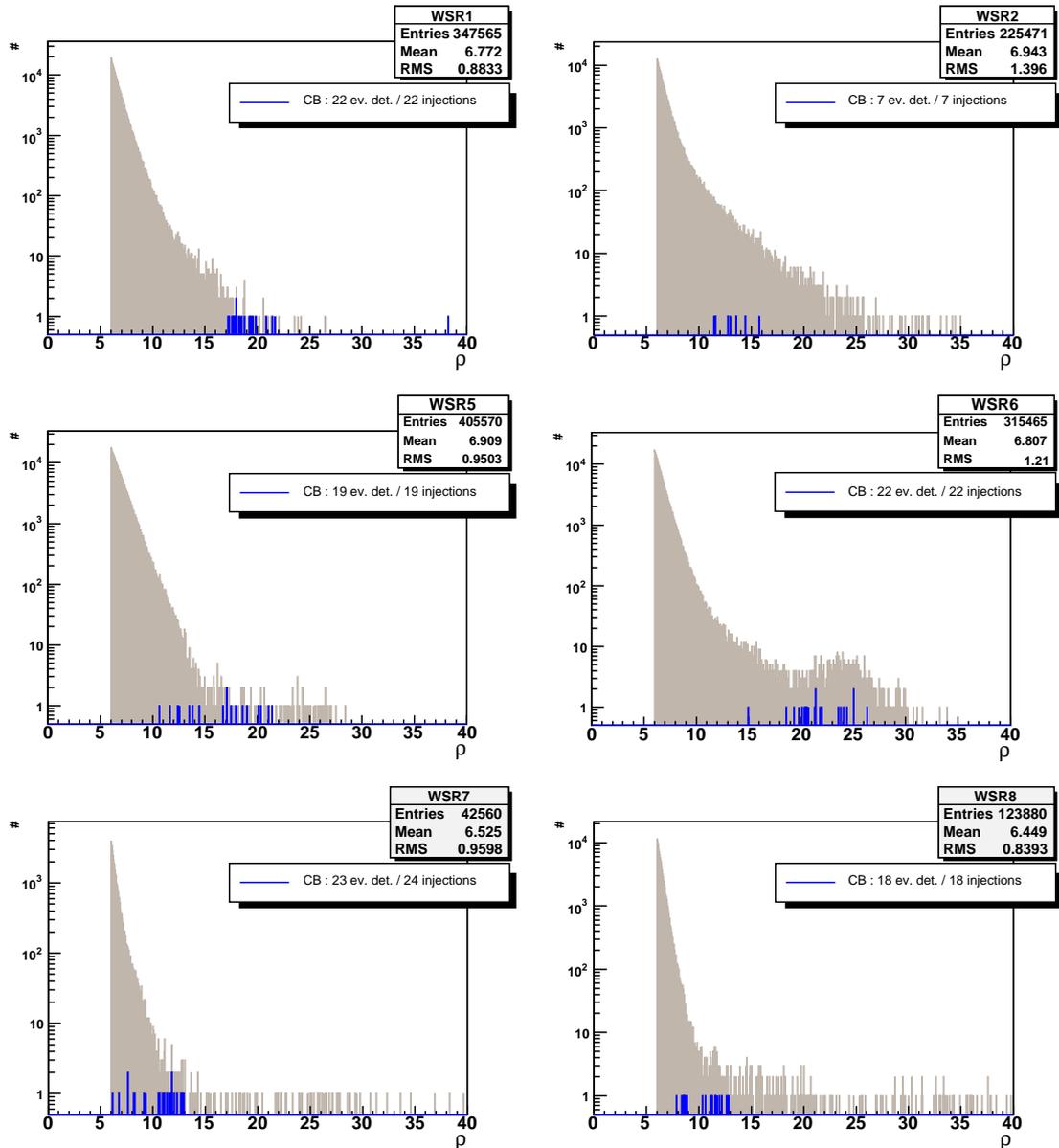


FIG. 5.29 – Distribution de ρ pour les différents WSR. En bleu sont indiqués les événements détectés en coïncidence avec des injections matérielles.

Ces distributions ainsi que les informations données dans le tableau 5.4 permettent

de faire les remarques générales suivantes :

- Les prises de données WSR7 et WSR8 sont caractérisées par des taux d'événements sensiblement plus faibles que les prises de données précédentes et par des queues de distribution atteignant des valeurs de ~ 10 hors excès ponctuels d'événements à haut SNR. La période WSR7 pendant laquelle les conditions météorologiques étaient particulièrement calmes a vu une réduction du taux d'événement d'un facteur au moins 6 par rapport aux prises de données précédentes. La période WSR8 aux conditions météorologiques plus habituelles a vu une réduction d'un facteur 3 de ce taux. Les efforts menés au niveau de l'interféromètre pour l'isoler au mieux des bruits environnementaux (activité sismique) expliquent ces diminutions. Le cycle utile élevé de WSR8 témoigne également de ce point. Notons que la valeur plus faible du cycle utile de WSR7 s'explique en raison d'un tremblement de terre de magnitude élevée qui a perturbé la première partie de la prise de données. Nous reviendrons dans la suite sur l'amélioration de l'isolation sismique du détecteur.
- Les taux d'événements plus élevés pendant WSR1, WSR2, WSR5 et WSR6 traduisent la présence de non-stationnarités qui semblent ne plus perturber les dernières prises de données. Les queues de distributions peuvent atteindre des valeurs de ~ 20 . Les événements à haut SNR (> 15) sont nombreux. Un net excès apparaît autour de $\rho=25$ dans les données de WSR6. On étudie dans le paragraphe suivant les performances du « veto B2 » en terme de réjection de ces événements.
- Les prises de données WSR7 et WSR8 sont globalement moins bruitées. Cependant les distributions sont aussi polluées par des événements à haut SNR (jusqu'à ~ 40) regroupés sur des périodes de courtes durées (5 secondes). Nous montrerons que des variations de puissance brusques sur la photodiode B2 ne fournissent plus ici une explication satisfaisante.

WSR	Cycle utile en science mode (%)	Taux d'événements (Hz)	ρ_{max}
WSR1	82,1	1,96	38,2
WSR2	62,4	1,70	40,1
WSR5	62,4	3,01	28,4
WSR6	74,9	1,94	34,0
WSR7	67,5	0,30	39,6
WSR8	86,7	0,66	43,2

TAB. 5.4 – Cycle utile, taux d'événements et SNR maximum pour chaque WSR.

5.2.3 Etude des événements à haut SNR dans les données des WSR

5.2.3.1 Effet du « veto B2 » sur les données des WSR

Le « veto B2 » est apparu comme un veto performant pour exclure des événements de bruit à haut SNR dans les données de C7. Nous étudions ici les performances de ce

veto sur les données des différents WSR. Les paramètres utilisés pour l'application de ce veto sont identiques à ceux utilisés pendant C7.

Il apparaît que ce veto est inégalement performant d'un WSR à l'autre. Il donne de bons résultats sur les données de WSR6. On indique sur la figure 5.30 les variations de l'efficacité de ce veto en fonction du décalage en temps appliqué aux périodes montrant une variation de puissance excessive sur la photodiode B2. A décalage nul, l'efficacité obtenue montre un net excès lorsqu'on considère les événements à SNR supérieur à 8 ou 15.

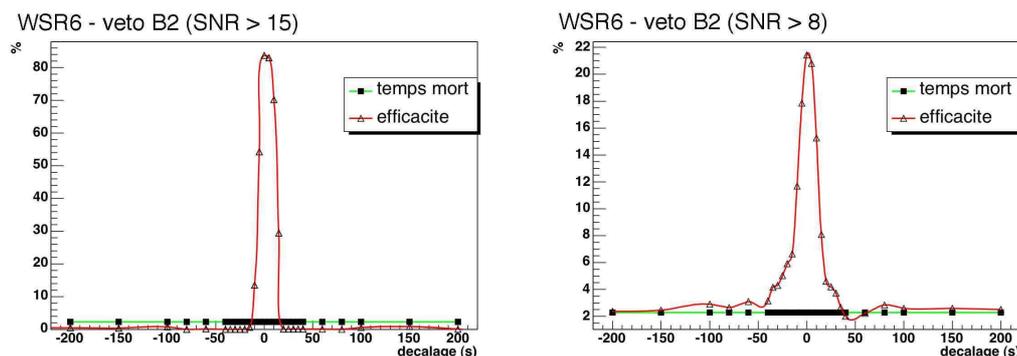


FIG. 5.30 – Efficacité et temps mort du « veto B2 » appliqué aux données de WSR6 en fonction du décalage en temps appliqué aux périodes montrant une variation de puissance excessive sur la photodiode B2. Sur le graphe de gauche sont considérés les événements pour lesquels $\rho > 15$. Sur celui de droite, ceux pour lesquels $\rho > 8$.

L'incidence de la prise en compte de ce veto sur la distribution de SNR est appréciable comme on peut le voir sur la figure 5.31.

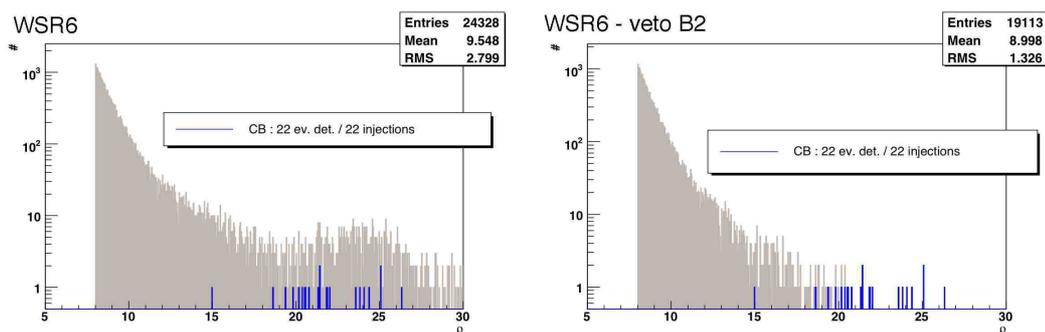


FIG. 5.31 – Distribution de SNR pour les données de WSR6. Sur le graphe de gauche, le « veto B2 » n'est pas appliqué. Il l'est sur le graphe de droite.

Les performances du veto sur l'ensemble des WSR sont résumées dans le tableau 5.5.

Pour les données de WSR2, le « veto B2 » est peu performant avec un temps mort élevé et une efficacité faible. Il apparaît (le graphe relatif à WSR2 de la figure 5.32 l'indique) que les données de WSR2 sont de qualité inégale. Les performances du « veto

WSR	Efficacité % ($\rho > 15$)	Efficacité % ($\rho > 8$)	Temps mort (%)	$\rho_{max,B2}$
WSR1	80.7 (1)	41.6 (4.6)	3.9	22.1
WSR2	19.0 (12.5)	6.0 (3.8)	11.5	26.9
WSR5	-	37.7 (7.0)	23,9	28.3
WSR6	83,7 (0,2)	21,4 (2,4)	2,28	20.3
WSR7	-	36,7 (5,6)	3,9	39.6
WSR8	-	3,8 (4,1)	3,9	43.2

TAB. 5.5 – Performances du « veto B2 » au cours des différents WSR. Les résultats entre parenthèses correspondent à la valeur moyenne de l'efficacité aléatoire obtenue pour des décalages supérieur à 50 secondes en valeur absolue. L'absence de valeurs dans la première colonne indique une valeur non pertinente au regard des distributions de SNR.

B2 » s'améliorent si on considère les données de meilleure qualité (temps GPS entre 843076814 et 843120014). Le temps mort est faible (1,3%). L'efficacité présente un excès à décalage nul mais reste cependant faible (4% pour les événements détectés avec un SNR supérieur à 8, pour une efficacité aléatoire inférieure à 1%).

Pour les données de WSR1 et WSR6, le « veto B2 » a un temps mort faible et une efficacité de réjection des événements à haut SNR élevée ($\sim 80\%$). On constate en comparant les graphes correspondants des figures 5.32 et 5.33 que le « veto B2 » supprime bien les différents afflux d'événements à haut SNR.

Si on considère les mêmes graphes relatifs aux données de WSR7, on constate qu'un seul tel afflux est supprimé par le « veto B2 ». Il faut trouver une autre explication pour les événements à haut SNR.

Pour ce qui est des données de WSR8, l'effet du « veto B2 » est nul; les événements exclus le sont de façon aléatoire. Ceci témoigne d'un meilleur comportement de l'interféromètre. Dans le paragraphe suivant, nous donnons une possible explication des événements à haut SNR détectés dans les données de WSR7 et WSR8.

5.2.3.2 Evènements à haut SNR pendant WSR7 et WSR8

Origine de ces événements

Comme l'indiquent les graphes de la figure 5.33 relatifs à WSR7 et WSR8, seuls quelques périodes sont caractérisées par un excès d'événements à haut SNR. Certaines de ces périodes peuvent être mises en corrélation avec des perturbations impulsives visibles dans les canaux Pr_B1_d2_ACq ou Pr_1_d2_DC. On donne un exemple de telles perturbations mises en corrélation avec un excès d'événements à haut SNR (valeur maximum ρ_{max} de 31) détectés au temps GPS 855216358 sur la figure 5.34 pendant WSR8.

Pour les excès d'événements à haut SNR détectés dans les données de WSR7 avec un ρ_{max} supérieur à 11, de telles perturbations sont clairement visibles d dans les canaux précédents. Le spectrogramme du canal Pr_B1_ACp montre également un excès de bruit à basse fréquence (cf figure 5.35). Pour les autres cas ($10,6 < \rho_{max} < 10,9$), des

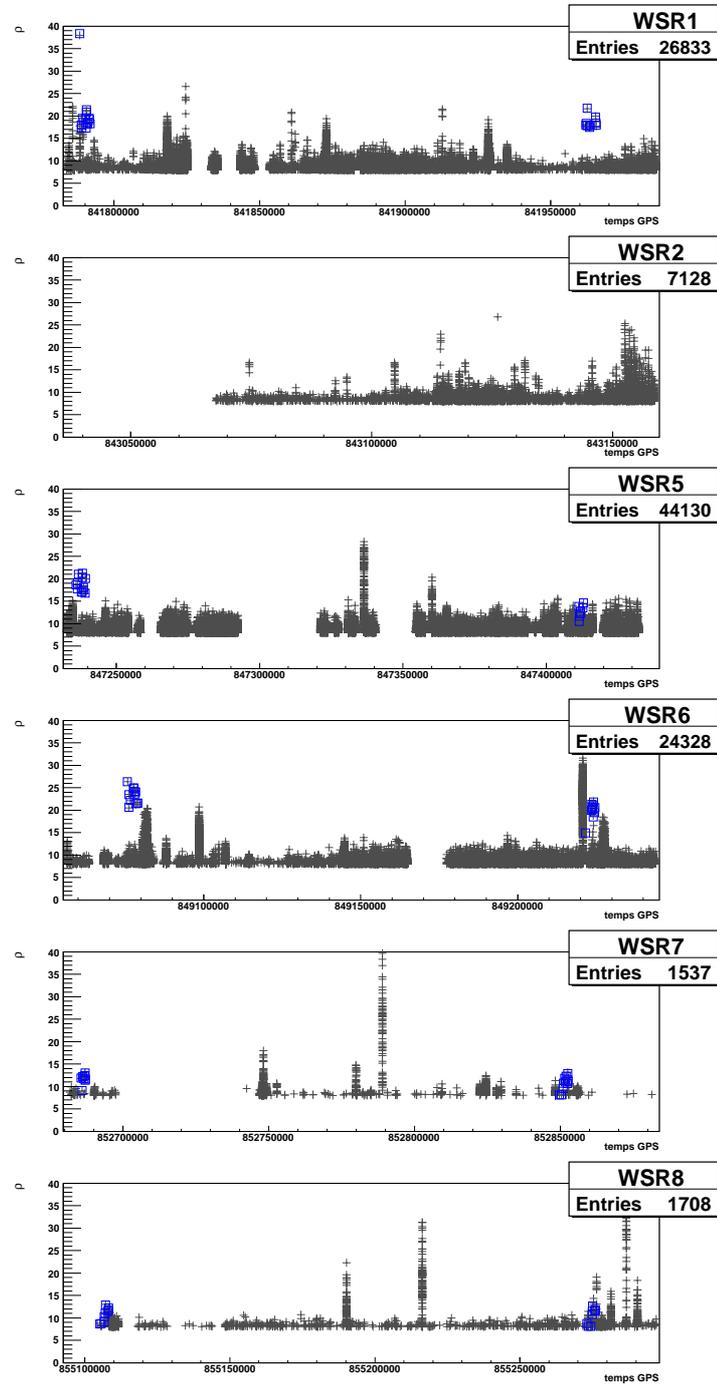


FIG. 5.32 – Distribution de SNR en fonction du temps pour les différents WSR avant application du « veto B2 » (événements de SNR supérieur à 8). En bleu sont indiqués les événements détectés en coïncidence avec des injections matérielles.

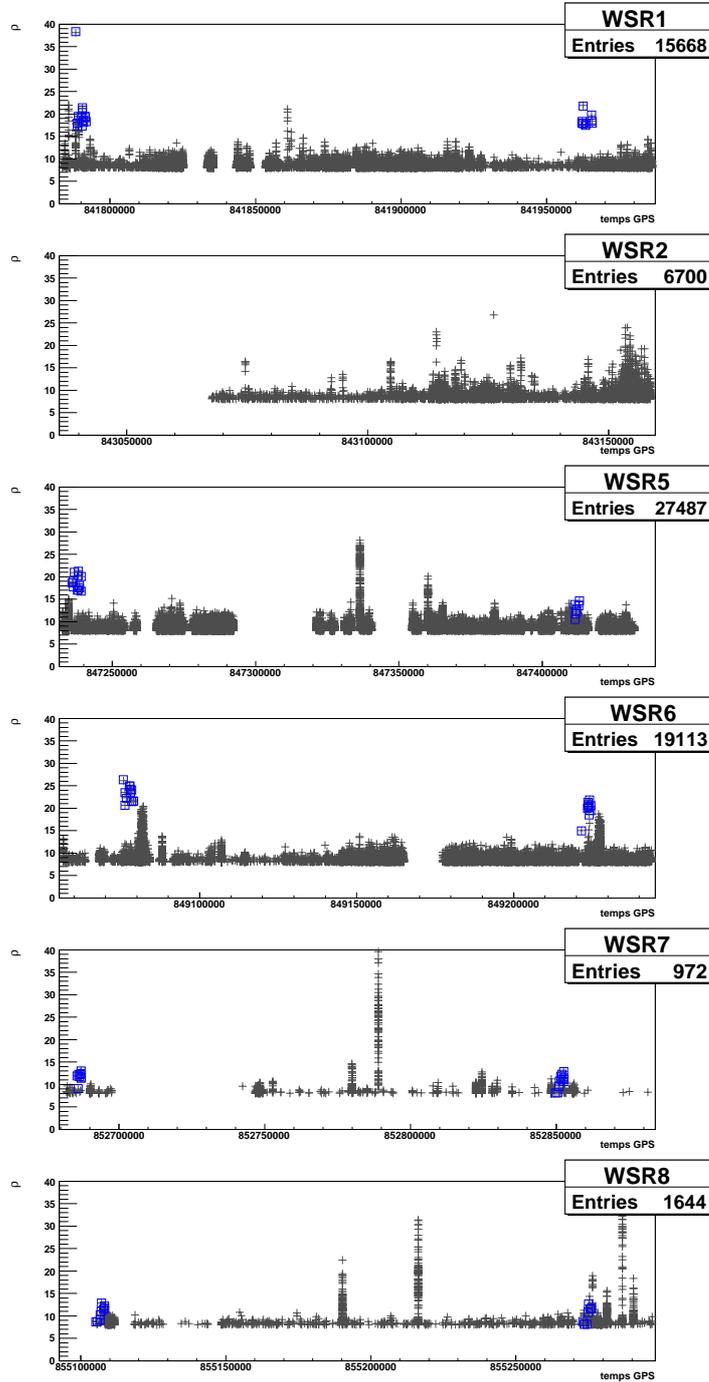


FIG. 5.33 – Distribution de SNR en fonction du temps pour les différents WSR après application du « veto B2 » (événements de SNR supérieur à 8). En bleu sont indiqués les événements détectés en coïncidence avec des injections matérielles.

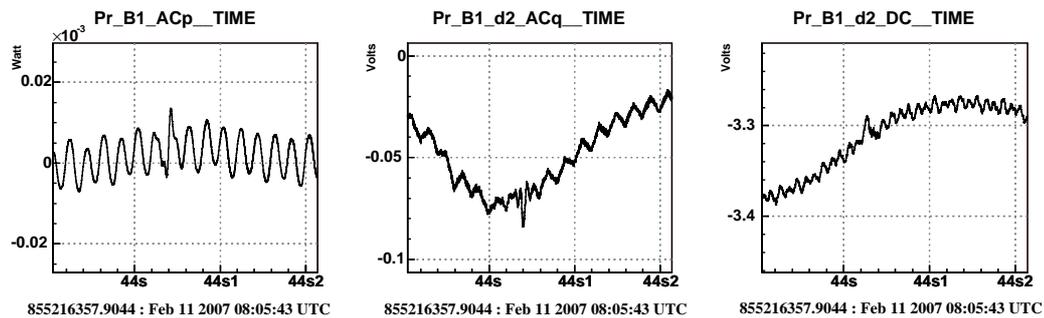


FIG. 5.34 – Exemple de perturbation impulsive corrélée à un excès d'événements à haut SNR détectés autour du temps GPS 855216358.

spectrogrammes montrant les mêmes caractéristiques permettent de suspecter la même origine. Pour cinq des six excès observés dans les données de WSR8, ces perturbations constituent également une source satisfaisante (mêmes spectrogrammes). L'événement restant n'est pas encore expliqué.

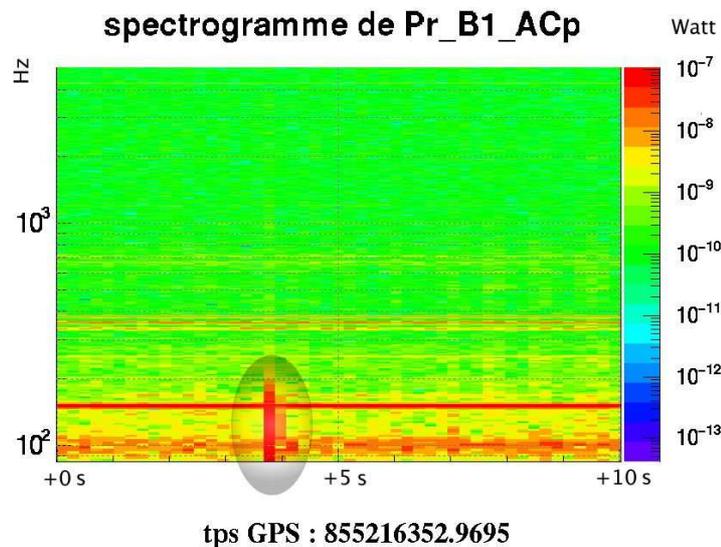


FIG. 5.35 – Spectrogramme du canal Pr_B1_ACp sur une période de 10 secondes après le temps GPS 855216352.9695. L'excès de bruit est souligné par une ellipse.

L'hypothèse avancée pour expliquer l'origine de ces perturbations impulsives et donc bon nombre des excès d'événements à haut SNR est le passage de particules de poussières sur le chemin du faisceau principal du banc de détection externe. Cette hypothèse est difficile à vérifier. L'hypothèse d'une origine liée à l'environnement immédiat du banc de détection est confortée par le fait qu'aucun autre signal de photodiode des autres bancs n'est ainsi perturbé. Aucun des canaux environnementaux auxiliaires liés au banc de détection ne montrant d'excès de bruit à l'instant de ces excès, l'hypothèse des poussières est favorisée.

Une intervention matérielle a depuis eu lieu au niveau du banc de détection. Elle a consisté à isoler le faisceau laser de l'air environnant. L'éventuelle disparition de ce type d'événements consécutive à cette intervention offrira une confirmation a posteriori valable de cette hypothèse.

Application d'un veto

Dans l'attente de cette intervention, il est intéressant de chercher à exclure ces événements. Un veto a été défini [21]. Il repose sur l'analyse des données du canal Pr_B1_ACq avec un algorithme de recherche d'événements impulsifs. Les événements à haut SNR détectés dans ce canal peuvent être associés à des perturbations impulsives telles que celle illustrée sur la figure 5.34. Des précautions sont cependant indispensables pour définir un veto utilisant ces coïncidences. En effet, le canal Pr_B1_ACq n'est parfaitement découplé du canal d'onde gravitationnelle Pr_B1_ACp. Il est donc crucial de vérifier qu'une onde gravitationnelle n'induit dans le canal Pr_B1_ACq le même effet qu'une poussière intersectant le faisceau. On étudie pour cela les injections matérielles d'événements impulsifs. Il apparaît que lorsque le SNR d'un événement détecté dans le canal Pr_B1_ACq est supérieur au SNR de celui détecté en coïncidence dans Pr_B1_ACp, aucune injection matérielle n'est détectée en coïncidence. Le veto défini demande donc de détecter dans le canal Pr_B1_ACq un événement à haut SNR qui ne soit pas en coïncidence avec un SNR plus élevé dans le canal Pr_B1_ACp. L'étude de la surêté de ce veto est encore en cours.

On se contente simplement ici d'utiliser la liste de ces événements et de vérifier leur corrélation éventuelle avec les événements à haut SNR dans WSR8. Pour cela, on considère une fenêtre d'exclusion de 2.5 secondes autour des événements d'amplitude caractéristique supérieure⁹ à 9. On illustre alors sur la figure 5.36 l'efficacité du veto (« veto PQ ») ainsi défini pour les événements de SNR supérieur à 10. Elle atteint 83% pour un temps mort de 1.2%. L'utilisation est naturellement faible (5/865) pour ces hauts SNR. On a une efficacité de 30% pour les événements de SNR supérieur à 8 et une utilisation de 3%. A plus bas SNR, les excès à décalage nul en terme d'efficacité et d'utilisation sont faibles. Retenons donc la capacité de ce veto à exclure les événements à haut SNR.

Pour conclure, on indique sur la figure 5.37 la distribution en fonction du temps du SNR des événements détectés dans les données de WSR8 en appliquant le veto PQ. La stationnarité est très correcte.

5.2.4 Amélioration du contrôle de l'interféromètre

Des taux d'événements sensiblement moindres ont été constatés lors de l'analyse des données de WSR7 et WSR8 en comparaison des prises de données précédentes. Comme l'illustrent les graphes de la figure 5.33, les taux d'événements peuvent varier sensiblement durant certaines périodes (abstraction faite des afflux d'événements à haut SNR dont nous avons expliqué qu'elles avaient une origine locale au banc de détection). On considère donc pour chaque prise de données deux cas de figure différents. On

⁹Ces paramètres permettent d'optimiser les performances du veto.

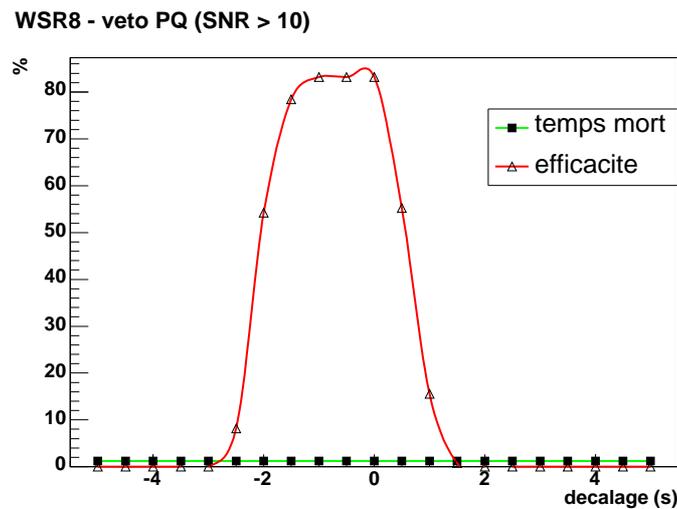


FIG. 5.36 – Efficacité et temps mort du « veto PQ » pour les données de WSR8.

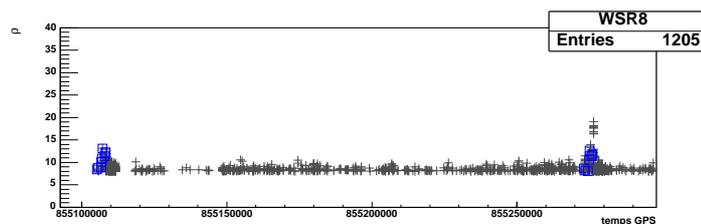


FIG. 5.37 – Distribution de SNR en fonction du temps pour WSR8 après application du « veto PQ ». En bleu sont indiqués les événements détectés en coïncidence avec des injections matérielles.

définit qualitativement pour chaque lot de données une période « calme » (caractérisée par un taux d'événements faible relativement à l'ensemble de la prise de données) et une période plus « agitée » (période où le taux d'événements est plus élevé). Ces périodes sont choisies d'une durée de deux heures.

On s'intéresse alors aux spectres d'amplitude du SNR total au cours de ces périodes pour les différentes prises de données. Les résultats sont donnés pour les périodes « agitées » sur la figure 5.38 et pour les périodes « calmes » sur la figure 5.39.

Ces deux figures indiquent que les périodes « calmes » des WSR1, 2 et 6 sont caractérisées par des spectres plus plats que les périodes « agitées ». Ceci n'apparaît pas fortement pour WSR7 et WSR8 où seule l'amplitude globalement varie. Ceci témoigne de l'amélioration du contrôle de l'interféromètre vis-à-vis des perturbations environnementales induites par l'activité sismique ou éolienne.

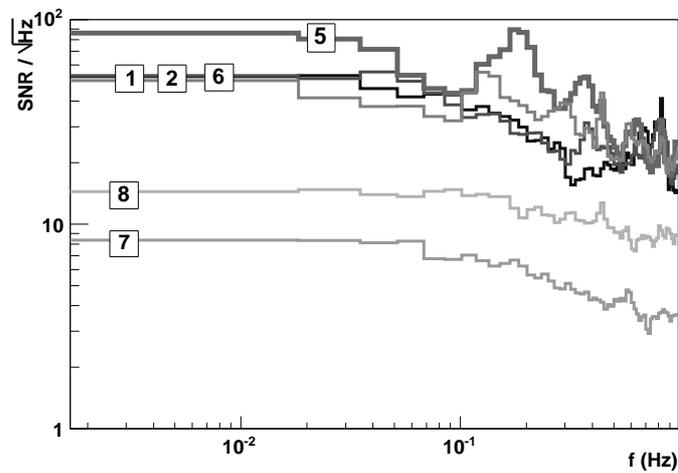


FIG. 5.38 – Fluctuations des spectres d'amplitude du SNR total calculés sur les périodes « agitées » des différents WSR (numéro indiqué par une étiquette sur chaque courbe).

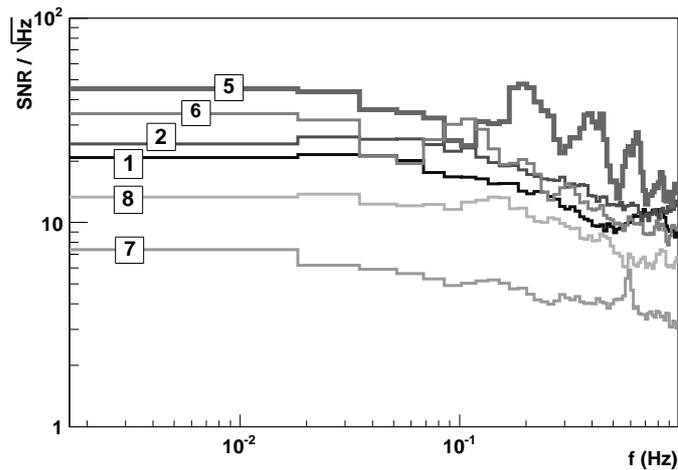


FIG. 5.39 – Fluctuations des spectres d'amplitude du SNR total calculés sur les périodes « calmes » des différents WSR (numéro indiqué par une étiquette sur chaque courbe).

5.2.5 Conclusion

Les données recueillies au cours des différents WSR ont permis de montrer l'impact positif sur la qualité des données des progrès en terme de contrôle de l'interféromètre. La réduction d'un facteur au moins 3 du taux d'événement entre WSR8 et les premiers WSR en est une indication forte. De plus, les graphes montrant les distributions de SNR des événements en fonction du temps témoignent d'une très bonne stationnarité.

L'amélioration très nette de la stationnarité du détecteur au cours des différents WSR s'est accompagnée d'une amélioration de la sensibilité à basse fréquence ayant pour conséquence une amélioration de la distance horizon accessible. On montre sur la figure 5.40 l'évolution de cette distance pour un système binaire d'étoile à neutrons de masse $1.4 M_{\odot}$.

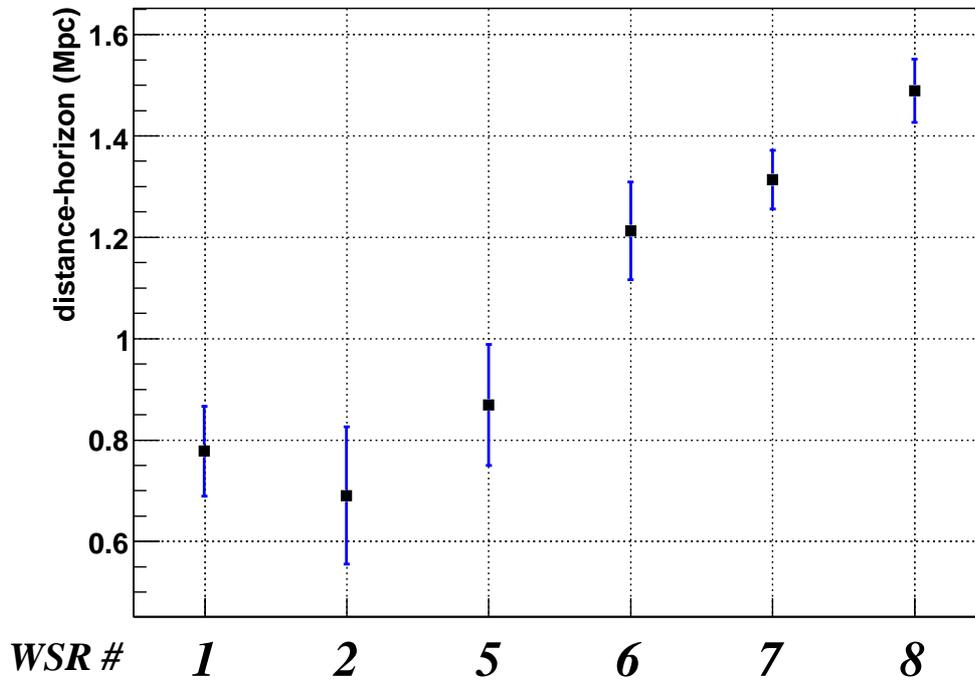


FIG. 5.40 – Evolution de la distance horizon (moyennée) pour un système binaire d'étoiles à neutrons de masse $1.4M_{\odot}$ pendant les différents WSR. Les points correspondent aux valeurs moyennes. Sont indiquées également les fluctuations à un sigma.

5.3 Perspectives et conclusions

L'analyse des données de C6 et C7 a permis de souligner l'importance de la notion de qualité de données. Cela a conduit à définir de nouveaux critères généraux et applicables a priori pour les prises de données futures (par exemple la prise en compte des effets de verrouillage-déverrouillage). D'autres sources de bruit ne permettent pas ce genre de traitement et demandent de définir des méthodes d'exclusions appliquées a

posteriori aux listes d'événements et utilisant les informations contenues dans les canaux auxiliaires de l'interféromètre. Il est ainsi apparu que le « veto B2 » et le « veto BoB » étaient performants. Ils ont également l'intérêt (contrairement aux vetos topologiques) de permettre d'associer les excès d'événements à un comportement anormal particulier du détecteur. Ceci permet ainsi d'améliorer son fonctionnement ultérieur.

Les dernières prises de données (WSR) ont fait suite à des modifications importantes du détecteur, notamment au niveau du banc d'injection. L'amélioration de la sensibilité a été évoquée. Mais il est important aussi d'insister sur l'amélioration de la stationnarité du détecteur, témoignant de sa meilleure isolation vis à vis des perturbations environnementales.

Les modifications apportées ont permis de faire disparaître certaines des sources de bruit perturbant la qualité des données de l'interféromètre (événements BoBs et fluctuations importantes de puissance sur la photodiode B2). D'autres sont apparus (problème vraisemblable de poussières au niveau du banc de détection). Certaines ne sont pas encore expliquées, montrant l'importance de continuer ce type de travail sur les vetos.

Troisième partie

Recherche de systèmes binaires composés d'un ou deux trous noirs

Chapitre 6

Comparaison de différentes familles de modèles décrivant la coalescence de systèmes binaires massifs

L'analyse présentée dans le chapitre précédent s'intéressait à la détection de systèmes binaires d'étoiles à neutrons. Les formes d'ondes utilisées dans le processus de filtrage adapté sont obtenues par développement post-newtonien d'ordre 2 restreint à la phase. Ce type de calques constitue une approximation satisfaisante tant que les objets composant le système binaire sont de masses relativement faibles (étoiles à neutrons). Comme nous l'avons déjà souligné dans le chapitre 3, de tels développements se révèlent mal adaptés à la description de signaux d'ondes gravitationnelles émis par des systèmes binaires composés d'objets de masses plus élevées. Il convient lorsque les systèmes considérés sont des systèmes binaires de trous noirs ou des systèmes mixtes trou noir-étoile à neutrons¹ d'utiliser des développements dont la convergence est améliorée par rapport aux développements PN d'ordre 2. Ces développements introduits dans le chapitre sont étudiés plus en détails dans cette partie. Pour cela, nous introduirons les notions de *fidélité* et d'*effectivité* entre familles de calques.

Après une comparaison des différentes familles de calques disponibles, nous serons amenés à étudier une idée proposée par A. Buonanno, Y. Chen et M. Vallisneri qui consiste en l'introduction d'une famille de calques destinés uniquement à la détection (ou calque « BCV »). L'intérêt de cette famille sera montré en étudiant son *effectivité* vis à vis des différentes autres familles.

Rappelons que dans cette partie et dans la suite, nous limiterons notre étude au cas de trous noirs sans spin. Cette limitation est forte. En effet, le mouvement de rotation intrinsèque des trous noirs peut induire des modulations d'amplitude importantes (voir figure 6.1) réduisant l'efficacité des calques ne prenant pas en compte ces effets. L'étude présentée sur les calques de détection constitue une première étape qui pourra dans le futur être complétée par la prise en compte des effets de spin.

¹On fera référence dans la suite à de tels systèmes avec les acronymes BH-BH et BH-NS. On parle de trou noir pour des astres de masses supérieures à $3M_{\odot}$.

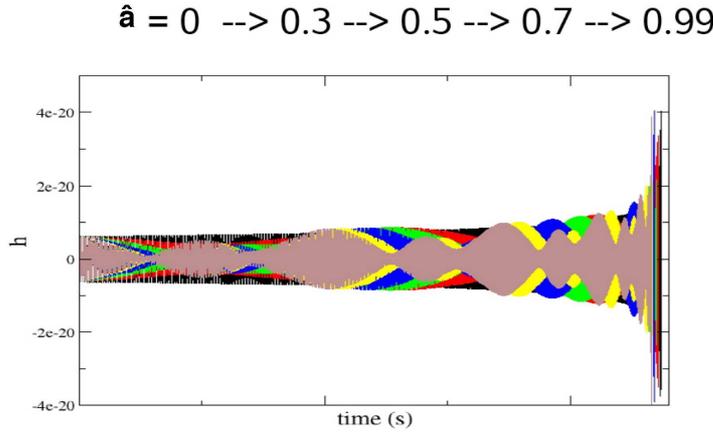


FIG. 6.1 – Illustration de la modulation d’amplitude du signal d’onde gravitationnelle lorsque le spin d’un des objets est pris en compte. Un des objets a un spin nul. L’autre de masse m un spin $S = \hat{a} \frac{Gm}{c^2}$. \hat{a} prend les valeurs 0, 0.3, 0.5, 0.7, 0.99.

6.1 Comparaison de différentes familles de calques

6.1.1 Définition des notions de *fidélité* et d’*effectivité*

Pour pallier à la « défaillance » des développements PN dans le cadre de l’étude de systèmes BH-BH ou BH-NS, d’autres types de développement ont été envisagés (voir le chapitre 3). On détaille dans le tableau 6.1 les différents modèles de génération de calques présentés dans le chapitre 3 et implémentés. Pour chacun sont indiqués les ordres PN du développement de la phase $\phi(t)$ et de l’amplitude $\mathcal{A}(t)$ disponibles.

Dans le cas de développements restreints à la phase, la forme d’onde s’écrit de façon standard sous la forme (d’après l’équation (4.14))

$$h^T(t; \vec{\lambda}^T) = \mathcal{A}(t) \cos 2\phi(t). \quad (6.1)$$

Pour les développements de type « Taylor Amplitude », on a

$$h^T(t; \vec{\lambda}^T) = \sum_i \mathcal{A}_i(t) \cos(2 + 2i)\phi(t), \quad (6.2)$$

avec $i = 0, 0.5, 1, 2$.

Les différents modèles sont introduits avec l’objectif de calculer des formes d’onde qui se rapprochent au mieux du signal réellement émis par le système binaire étudié. Nous allons dans un premier temps comparer le comportement de ces différentes familles de calques les unes avec les autres. Nous ne comparons pas ici ces formes d’onde à un signal cible qui serait obtenu par résolution numérique des équations de la relativité générale et donc s’approcherait au mieux du signal physique. On a mentionné dans le chapitre 3 quelques résultats issus de ce type de comparaison.

¹Ce modèle n’est pas disponible dans la librairie Inspiral. Une librairie externe doit être appelée pour générer de tels calques.

Modèle	Ordre PN phase	Ordre PN amplitude
Taylor	0, 1, 1.5, 2	0
Taylor Amplitude	0, 1, 1.5, 2, 2.5, 3	0, 1, 2
Padé ¹	0, 0.5, 1, 1.5, 2, 2.5	0
EOB	3	0

TAB. 6.1 – Ordres de développement PN de la phase et de l’amplitude pour les différents modèles de génération de formes d’onde étudiés dans ce chapitre.

Nous considérerons que le signal physique émis par le système binaire est représenté par une forme d’onde (notée h^S) issue de l’une des quatre familles disponibles et que nous cherchons à le détecter en utilisant un calque (noté h^T) issu de l’une des trois autres familles.

Deux quantités se révèlent alors pertinentes pour quantifier ces comparaisons. Il s’agit de la *fidélité* et de l’*effectivité*². La définition de ces deux quantités repose sur une extension de la notion de recouvrement introduite dans le chapitre 4 et définie par l’équation (4.13). **Notons que le calcul du recouvrement fait intervenir la densité spectrale de puissance du bruit du détecteur. Les résultats présentés dans ce chapitre sont obtenus en utilisant la sensibilité nominale de Virgo.**

La *fidélité* entre deux formes d’onde h^S et h^T correspondant à des modèles différents est donnée en utilisant les notations introduites dans le chapitre 4 par

$$F_{S-T} = \max_{t_{ref}^T, \phi_{ref}^T} (\widehat{h}^S(t; \vec{\lambda}^S) | \widehat{h}^T(t; \vec{\lambda}^T)) \quad (6.3)$$

avec

$$\begin{cases} \vec{\lambda}^S = \{t_{ref}^S, \phi_{ref}^S, \vec{\mu}^S\} \\ \vec{\lambda}^T = \{t_{ref}^T, \phi_{ref}^T, \vec{\mu}^T\} \\ \text{tels que } \vec{\mu}^S = \vec{\mu}^T. \end{cases} \quad (6.4)$$

La *fidélité* est donc le recouvrement entre formes d’onde déduites de modèles différents **mais définis par les mêmes paramètres intrinsèques**. Dans notre étude où le spin des composants du système n’est pas pris en compte, les paramètres intrinsèques se réduisent aux masses des objets composant le système binaire. Cette quantité permet donc d’évaluer les performances d’un modèle à estimer les paramètres de masses d’un autre modèle. En toute rigueur, on ne pourra avoir confiance en l’estimation des paramètres d’une source¹ que si le modèle de calques utilisé est *fidèle* à la forme d’onde gravitationnelle dérivée de la résolution complète et exacte des équations de la Relativité Générale.

Cette quantité n’est donc pas la plus intéressante dans un contexte de détection. On

²Ces termes sont des traductions des termes « faithfulness » et « effectualness ».

introduit de préférence une quantité appelée *effectivité* définie par

$$E_{S-T} = \max_{t_{ref}^T, \phi_{ref}^T, \mu^T} (\widehat{h}^S(t; \vec{\lambda}^S) | \widehat{h}^T(t; \vec{\lambda}^T)). \quad (6.5)$$

Pour calculer cette quantité, la maximisation sur les paramètres temporels et de phase s'accompagne d'une maximisation sur les paramètres intrinsèques. L'*effectivité* est donc la plus haute valeur du recouvrement obtenue par variation des paramètres de masse du calque. L'*effectivité* entre un signal h^S et un calque h^T pourra donc être élevée (proche de 1) alors que la *fidélité* sera faible. Le calque sera donc performant en terme de détection de signal mais inexploitable pour l'estimation des paramètres de la source.

Nous pouvons rappeler qu'une perte d'*effectivité* se traduit en pratique par une diminution du nombre d'événements détectés selon $1 - E_{S-T}^3$. Ainsi une *effectivité* de 95 (97 ou 98)% correspond donc à une diminution de 15 (9 ou 6)% des événements détectés. Il convient donc dans un but de détection d'obtenir une *effectivité* la plus élevée possible.

6.1.2 Fidélité

La *fidélité* entre différentes familles de calques n'est pas une donnée pertinente dans un contexte de détection de signaux. Toutefois étudier la *fidélité* entre modèles permet, par exemple, de montrer l'incidence de la prise en compte de développement PN d'ordres supérieurs dans le développement de l'amplitude et de la phase.

Dans un premier temps, nous allons montrer que l'hypothèse de ne considérer que le terme newtonien dans l'expression de l'amplitude des calques n'a pas de conséquences pour la recherche de signaux. Pour cela, nous considérons des calques du modèle « Taylor Amplitude » et nous calculons la *fidélité* entre calques caractérisés par un ordre de développement de la phase donnée (ici 2) et des ordres de développement de l'amplitude différents³ : 0, 1 et 2.

La figure 6.2 montre les variations de la *fidélité* en fonction de la masse totale du système binaire. Dans ce chapitre, on fixe la limite supérieure de la masse totale des systèmes binaires à 40 masses solaires. Deux configurations différentes sont étudiées : la première correspond au cas d'un système binaire dont les deux objets sont des trous noirs de même masse (BH-BH); l'autre correspond à un système composé d'un trou noir et d'une étoile à neutrons de $1.4 M_{\odot}$ (BH-NS).

Ces courbes montrent que la *fidélité* entre les différents modèles considérés est toujours supérieure à 99.4%. Ces variations très faibles montrent que les corrections d'ordre supérieurs à l'ordre newtonien pour l'amplitude constituent un raffinement mineur dont la prise en compte se révèle dans un premier temps secondaire.

Remarquons que ces graphes illustrent le comportement de convergence lente et non monotone des développements PN (aux ordres PN faibles). En effet, la *fidélité* entre les calques « Taylor Amplitude » (2.0,2.0) et « Taylor Amplitude » (2.0,0.0) est supérieure à celle entre calques « Taylor Amplitude » (2.0,1.0) et « Taylor Amplitude » (2.0,0.0)

³Pour un calque issu d'un modèle Mod d'ordres de développement PN de la phase n et de l'amplitude m , on utilisera la notation Mod (n, m) .

6.1. COMPARAISON DE DIFFÉRENTES FAMILLES DE CALQUES

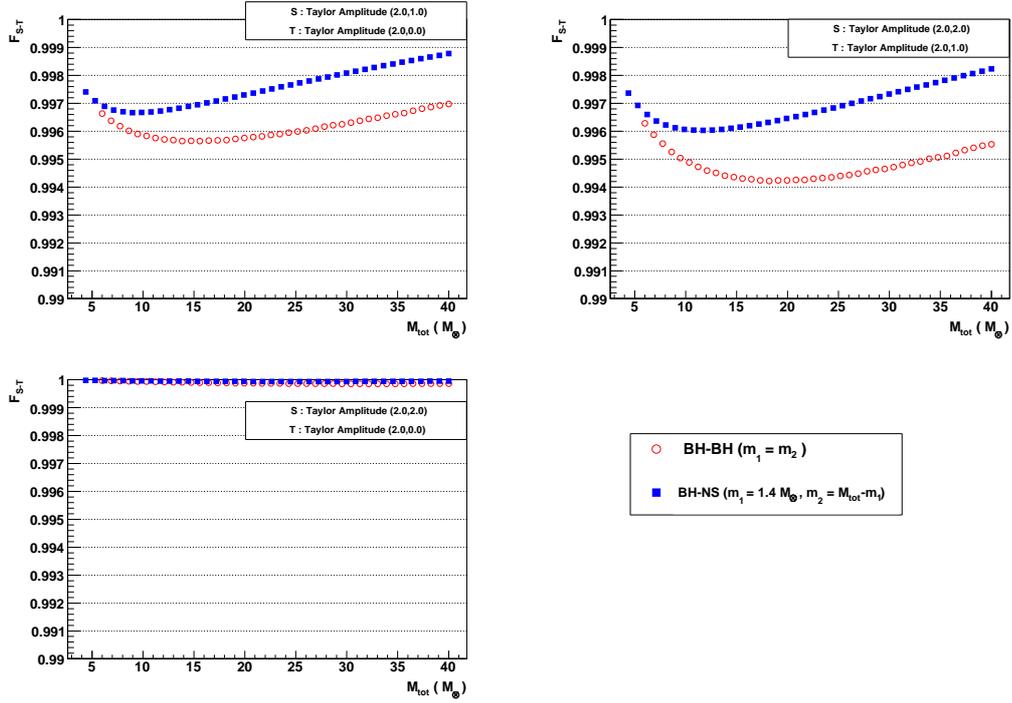


FIG. 6.2 – *Fidélités* F_{S-T} entre calques « Taylor Amplitude » définis par différents ordres PN pour l’amplitude en fonction de la masse totale du système binaire. L’ordre PN du développement de la phase est 2. Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH. On indique entre parenthèses, pour le modèle correspondant au signal S et pour le modèle définissant la famille de calques T, l’ordre de développement de la phase et de l’amplitude.

ou (2.0,2.0).

Pour ce qui est de l’ordre de développement de la phase les conclusions sont radicalement différentes. Nous allons illustrer ce point en considérant des calques « Taylor » générés avec différents ordres de développement de la phase. Les résultats sont donnés sur la figure 6.3.

Il apparaît que deux calques dont les ordres de développement PN de la phase diffèrent ont toujours un recouvrement inférieur à 90%. Dans les trois cas où l’on calcule la *fidélité* entre des calques d’ordre PN pour la phase 1-0, 2-0 et 1.5-1, on obtient un recouvrement inférieur à 50%. La *fidélité* croît alors linéairement avec la masse. Lorsque la masse totale augmente, la durée des signaux diminue. Les différences entre la phase des signaux s’accumulent sur une durée moindre expliquant l’accroissement de la *fidélité*. Cette explication qualitative tient encore en comparant les ordres de développement de la phase 2 et 1.5 où la *fidélité* croît avec la masse tout en étant plus importante (elle varie entre $\sim 40\%$ et $\sim 85\%$).

Dans les deux derniers cas où l’on compare les ordres 2-0 et 1.5-0, la situation est différente. Entre 10 et $20M_{\odot}$ pour les systèmes BH-NS et entre 15 et $20M_{\odot}$ pour les systèmes BH-BH, la *fidélité* décroît. On a ensuite une augmentation lente avec la masse.

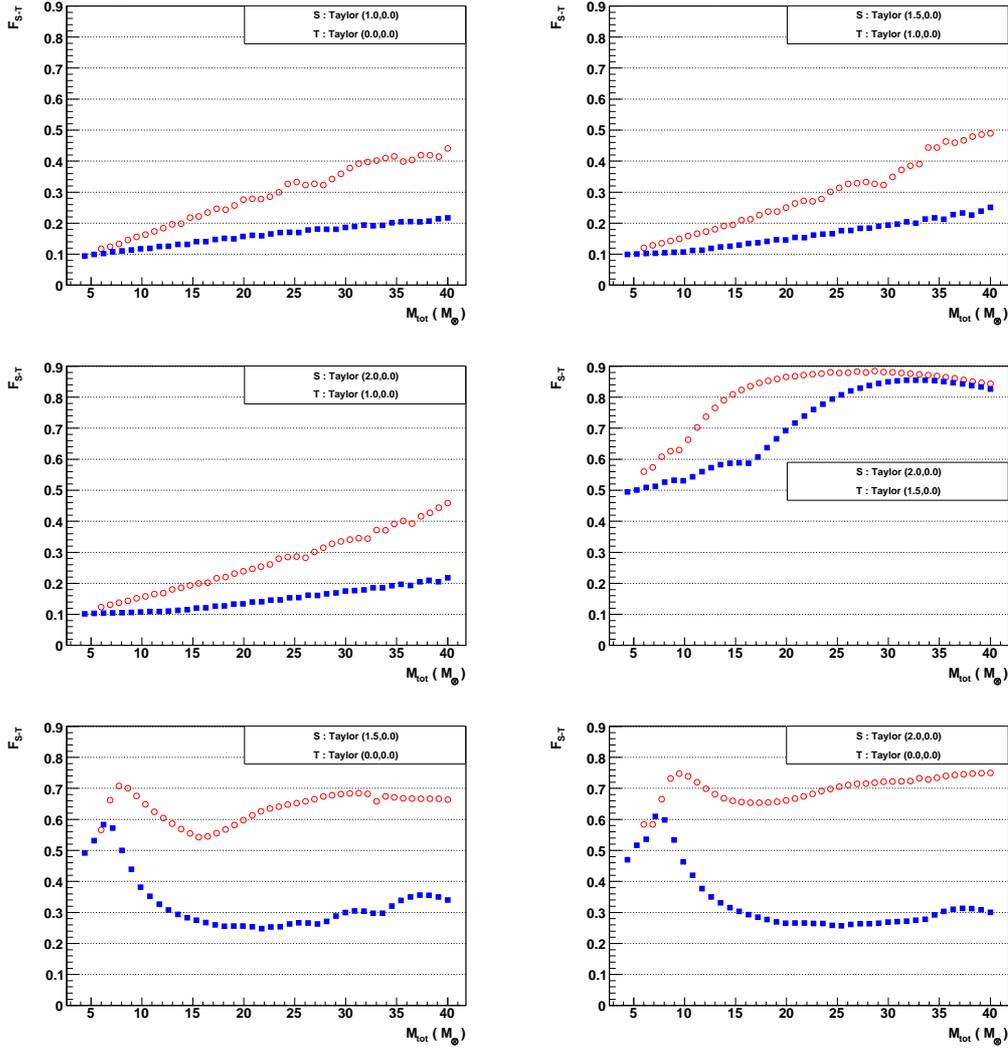


FIG. 6.3 – Fidélités F_{S-T} entre calques « Taylor » définis par différents ordres PN pour la phase en fonction de la masse totale du système binaire. Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH.

Dans ces deux situations l'*effectivité* varie entre 50% et 75% pour les systèmes BH-BH et entre 25% et 60% pour les systèmes BH-NS.

Nous retiendrons de cette analyse qu'il est vain de vouloir estimer les paramètres de masse d'un signal avec un calque dont l'ordre de développement de la phase est différent de celui du signal.

L'implication de ce résultat dans le cadre d'une recherche réelle est l'importance d'utiliser des calques contenant le développement PN pour la phase le plus élevé connu. Aujourd'hui cet ordre est 3.5 [40]. Remarquons cependant que les recherches menées actuellement se limitent à un développement d'ordre 2.

6.1.3 *Effectivité*

On s'intéresse maintenant à la comparaison des différentes familles de calques listées dans le tableau 6.1. Pour cela, on calcule l'*effectivité* entre elles. Ces calculs demandent une maximisation⁴ sur les valeurs des paramètres intrinsèques (les masses) du calque avec lequel on « recherche » le signal. Cette maximisation doit se faire sans a priori sur les valeurs des masses permettant d'obtenir le recouvrement maximum. Il s'avère en effet que des valeurs d'*effectivité* maximales sont parfois obtenues pour des paramètres de masse du calque très différents de ceux du signal. On impose simplement une contrainte sur le domaine dans lequel peut varier chacune des masses. On le fixe à $[0.5, 50]M_{\odot}$.

Les résultats sont présentés dans les figures 6.4 à 6.6.

La figure 6.4 montre la variation des *effectivités* « Taylor-TaylorAmplitude », « Taylor-EOB » et « Taylor-EOB ».

Pour ce qui est de l'*effectivité* « Taylor-TaylorAmplitude », on a (comme on pouvait s'y attendre d'après les résultats de la partie précédente) des comportements très similaires lorsqu'on utilise des développements d'ordre 0 ou 2 pour le développement de l'amplitude des calques « TaylorAmplitude ». Ce fait sera vérifié pour l'ensemble des résultats présentés dans la suite. L'*effectivité* est toujours supérieure à 97%. Elle est supérieure à 99% pour des masses totales inférieures à $10M_{\odot}$. A plus haute masse, l'*effectivité* obtenue peut décroître jusqu'à des valeurs de 97%. On pourrait s'attendre à des valeurs plus élevées puisqu'il s'agit là de deux implémentations du même modèle. Des différences au niveau de la fréquence de fin d'évolution des calques semblent pouvoir expliquer les différences observées.

Remarquons que l'absence de résultats pour des masses totales supérieures à $27M_{\odot}$ pour les systèmes BH-NS vient de la non-convergence de la méthode de maximisation vers le maximum absolu cherché. On rencontre alors un maximum secondaire duquel la méthode de maximisation ne parvient pas à s'extraire. En pratique, un tel échec se manifeste par une discontinuité dans les variations de l'*effectivité* en fonction de la masse. Les points correspondants sont alors rejetés.

L'*effectivité* « Taylor-EOB » s'établit à une valeur de $\sim 93\%$ au-delà de $15 M_{\odot}$ pour les systèmes BH-BH. Elle varie entre 98% et $\sim 85\%$ au-delà de $10M_{\odot}$ pour les systèmes BH-NS. En-dessous de ces valeurs, on a une *effectivité* croissante avec la masse (voir plus loin).

⁴Cette opération de maximisation sur les paramètres intrinsèques des calques est obtenue en utilisant la méthode de recherche d'extremum de Nedler et Mead. On donne en annexe B quelques détails sur la méthode utilisée.

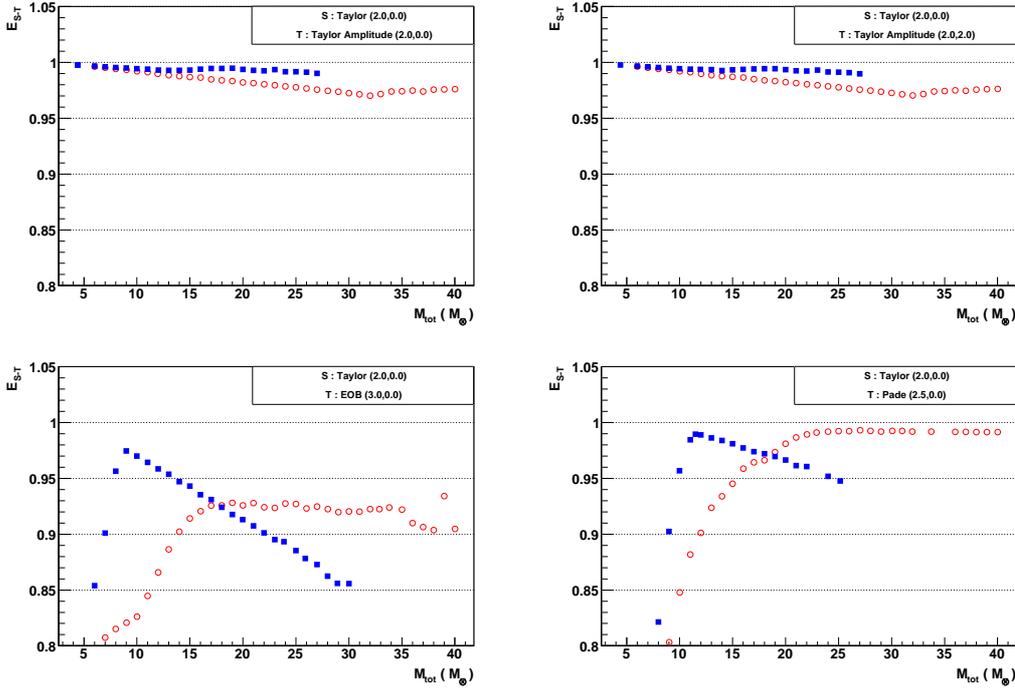


FIG. 6.4 – *Effectivités* « Taylor-Taylor Amplitude », (pour des ordres PN de développement de l’amplitude 0 et 2), « Taylor-EOB » et « Taylor-Padé » en fonction de la masse totale du système binaire. Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH.

L’*effectivité* « Taylor-Padé » présente le même type de variation. Elle est cependant plus élevée. Elle s’établit à une valeur de $\sim 99\%$ au-delà de $23M_{\odot}$ pour les systèmes BH-BH. Elle est supérieure à 95% au-delà de $15M_{\odot}$. Pour ce qui est du cas des systèmes BH-NS, l’*effectivité* décroît de 99% à 95% entre $10M_{\odot}$ et $25M_{\odot}$ (la maximisation échoue ensuite). On peut dans ce cas clairement associer l’augmentation rapide de l’*effectivité* à basse masse à des effets de bord. Il apparaît en effet que les calques qui permettent de maximiser le recouvrement avec le signal « Taylor » ont un de leur paramètres de masse égal à la limite inférieure de $0.5M_{\odot}$.

La figure 6.5 montre les variations des *effectivité* « EOB-Taylor », « EOB-Taylor Amplitude » et « EOB-Padé ».

Dans les différents cas, on a une *effectivité* décroissant avec la masse totale. Le fait que la contribution de la phase d’amortissement dans les calques « EOB » augmente avec la masse et que les autres familles de calques n’en apportent aucune description peut expliquer cette tendance. En outre, la présence de cette contribution supplémentaire pour les calques « EOB » permet de comprendre l’*effectivité* « Taylor-EOB » supérieure à l’*effectivité* « EOB-Taylor » à haute masse.

L’*effectivité* tend respectivement vers 83% , 85% et 90% à haute masse dans les cas « EOB-Taylor », « EOB-Taylor Amplitude » et « EOB-Padé ». En dessous de $10M_{\odot}$, elle dépasse 95% .

6.1. COMPARAISON DE DIFFÉRENTES FAMILLES DE CALQUES

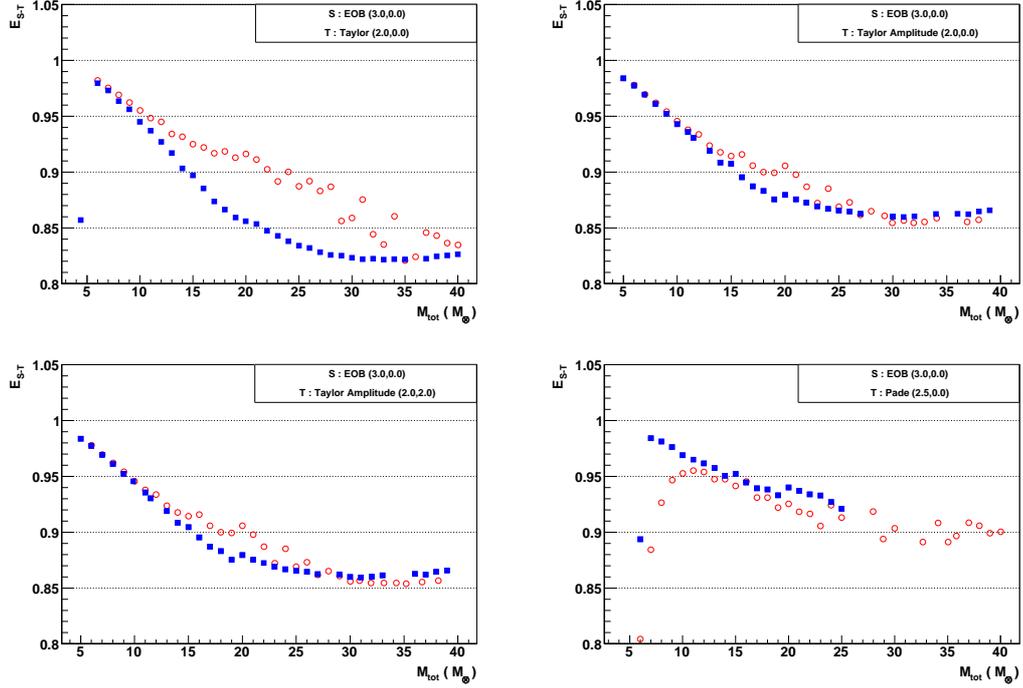


FIG. 6.5 – *Effectivités* « EOB-Taylor », « EOB-Taylor Amplitude » et « EOB-Padé » en fonction de la masse totale du système binaire. Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH.

Enfin, la figure 6.4 montre la variation des *effectivités* « Padé-Taylor », « Padé-Taylor Amplitude » et « Padé-EOB ».

On obtient pour les systèmes BH-BH dans les cas « Padé-Taylor », « Padé-Taylor Amplitude » une *effectivité* élevée supérieure à 98%. Pour les systèmes BH-NS elle décroît jusqu'à des valeurs de 90% jusqu'à des masses totales d'environ $22M_{\odot}$ puis croît à nouveau légèrement.

Dans le cas « Padé-EOB », on a des variations similaires pour les systèmes BH-BH et BH-NS jusqu'à une masse totale de $35M_{\odot}$. Au-delà pour les systèmes BH-BH, on observe une discontinuité semblant traduire une défaillance de la méthode de maximisation. Ces points mis à part, on constate ici encore une *effectivité* « Padé-EOB » supérieure à l'*effectivité* « EOB-Padé ». Remarquons enfin qu'entre environ 15 et $30M_{\odot}$ dans le cas de système BH-BH, on a un comportement similaire de l'*effectivité* « Padé-EOB » et « Taylor-EOB » cohérente au regard de l'*effectivité* « Padé-Taylor » élevée.

6.1.4 Conclusion : solution envisageable

Les résultats précédents montrent des *effectivités* variables entre les différentes familles de calques et pouvant atteindre des valeurs inférieures à 95%. En outre les effets de bord qui limitent la convergence de notre méthode de maximisation vers les maxima globaux malgré un domaine de variation des masses des calques largement étendu par rapport à celui des signaux soulignent qu'une recherche utilisant un seul type de calque pourrait ne pas contenir les paramètres permettant de se rapprocher au mieux du si-

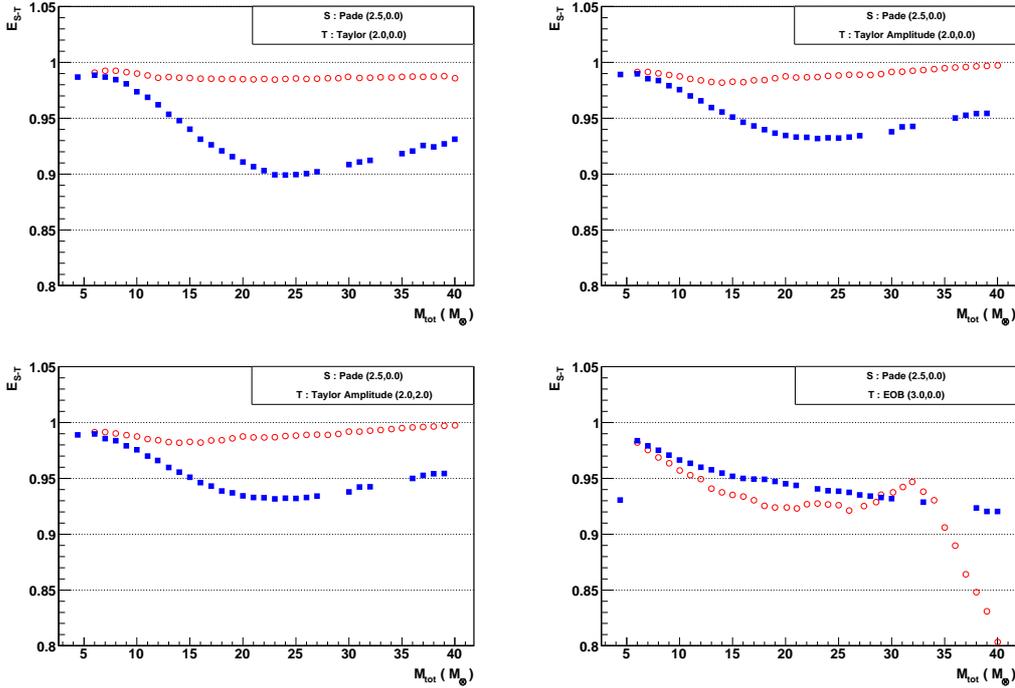


FIG. 6.6 – *Effectivités* « Padé-Taylor », « Padé-Taylor Amplitude » et « Padé-EOB » en fonction de la masse totale du système binaire. Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH.

gnal. La question soulevée est donc de savoir quelle famille utiliser dans le cadre d'une recherche de signaux physiques. De façon évidente, on rejettera les calques uniquement basés sur des développements de « Taylor » standards puisque c'est leur défaillance même qui a conduit à introduire de nouvelles familles de calques. Mais ensuite concernant les calques « Padé » et « EOB », il n'apparaît pas d'arguments permettant d'exclure un modèle plutôt qu'un autre. Une première solution pourrait consister à analyser les données avec ces différentes familles. Notons toutefois que notre approche n'a pas été exhaustive et que d'autres modèles auraient également pu être introduits (une description plus exhaustive peut être trouvée dans [46]). Envisager de faire autant d'analyses que de familles de calques disponibles est peu satisfaisant. La première raison est liée au coût en moyens de calcul qui pourraient rapidement devenir excessifs. S'y ajoutent les étapes consécutives à la production des listes d'événements qui elles aussi seraient multipliées.

Face à la multiplicité des familles de calques utilisables et sans argument pour préférer une famille plutôt qu'une autre, une idée a été proposée par Buonanno, Chen et Vallisneri qui consiste à construire une unique famille de calques qui permet de « recouvrir » l'ensemble des modèles existants. Nous développons cette idée plus en détail dans la partie suivante.

6.2 Famille de calques de détection

6.2.1 Description des calques de détection

L'hypothèse initiale ayant conduit à la construction de la famille « BCV »[46] repose sur l'idée que la conjonction des différents modèles de calques existants (que ce soient celles étudiées dans la partie précédente ou d'autres) occupe un volume de « l'espace des signaux » qui contient le vrai signal physique. La stratégie proposée consiste donc à construire une famille de calques ayant une *effectivité* élevée avec l'ensemble des modèles disponibles. Aucun signal cible particulier n'est recherché⁵. Les performances de cette famille de calques de détection sont définies par sa capacité à recouvrir au mieux l'ensemble des modèles existants. Après avoir introduit l'expression fréquentielle des calques de détection, nous montrerons les performances atteintes en terme de recouvrement avec l'ensemble des modèles de calques étudiés précédemment.

Dans le domaine fréquentiel, Buonanno, Chen et Vallisneri définissent un signal effectif non physique. L'expression obtenue n'est pas issue d'une modélisation physique directe de la dynamique du mouvement mais a été construite de façon à reproduire phénoménologiquement le comportement du signal physique. De plus, le caractère non physique de ces calques réside dans le fait que les paramètres dont ils dépendent ne peuvent être bijectivement associés à des paramètres physiques du système modélisé.

Un calque « BCV » est défini par la relation

$$h_{BCV}(f) = \mathcal{A}_{BCV}(f)e^{i\psi_{BCV}(f)}. \quad (6.6)$$

Le terme d'amplitude \mathcal{A}_{BCV} et le terme de phase $\psi_{BCV}(f)$ sont donnés par

$$\begin{cases} \mathcal{A}_{BCV}(f) = f^{-7/6}(1 - \alpha f^{2/3})\theta(f_{cut} - f) \\ \psi_{BCV}(f) = 2\pi f t_{ref} + \phi_{ref} + f^{-5/3}(\psi_0 + \psi_{1/2}f^{1/3} + \psi_1 f^{2/3} + \psi_{3/2}f + \psi_2 f^{4/3} + \dots) \end{cases} \quad (6.7)$$

La fonction d'amplitude \mathcal{A}_{BCV} est issue d'une modification de l'amplitude newtonienne (en $f^{-7/6}$) incluant une fréquence de coupure f_{cut} . Cette fréquence est un des paramètres intrinsèques dont dépendront les calques « BCV ». A ce paramètre s'ajoute un second paramètre d'amplitude α ($\alpha > 0$).

Dans l'expression de la phase apparaissent différents termes ψ_i ($i=0,1/2,3/2,4/3\dots$). De façon similaire au résultat obtenu avec des développements de Taylor standards où seulement deux paramètres ($\tau_0, \tau_{3/2}$) sont utilisés, on peut se contenter de deux paramètres de phase. En pratique, les deux paramètres de phase utilisés sont ψ_0 et $\psi_{3/2}$.

En conclusion, quatre paramètres sont nécessaires à la génération de calques « BCV ». Sur ces quatre paramètres, le paramètre α peut être traité comme un paramètre extrinsèque de façon analytique. Le principe consiste à exprimer le calque comme une combinaison linéaire de deux calques ayant respectivement une amplitude en $f^{-7/6}$ et $f^{-1/2}$. La valeur du paramètre α est alors celle qui maximise le rapport signal sur bruit. Pour des raisons présentées plus loin, nous n'aborderons pas ici le traitement analytique de ce paramètre.

⁵L'approche suivie par la suite par BCV pour prendre en compte les effets de spin est différente. Les performances des calques de détection sont relatifs à un modèle cible particulier[45][102][44].

Le paramètre d'amplitude f_{cut} et les deux paramètres de phase sont donc les trois paramètres à traiter comme des paramètres intrinsèques. Une conséquence immédiate est que l'espace des paramètres à couvrir est tridimensionnel. Son pavage apparaît donc au premier abord plus complexe que dans le cas d'une recherche avec des calques dépendant de deux paramètres. Nous verrons dans le chapitre suivant que le pavage de l'espace des paramètres malgré une dimension supplémentaire peut, moyennant certaines approximations, être simplifié.

6.2.2 Effectivité

Dans la suite, nous confirmons que la famille de calques de détection a un bon recouvrement avec l'ensemble des modèles étudiés dans la partie précédente. La méthode de recherche des paramètres de calques donnant l'*effectivité*⁶ la plus élevée avec le signal recherché est similaire à celle utilisée dans la partie précédente. Cette recherche s'étend cette fois-ci dans un espace à quatre dimensions. Précisons les domaines de variations des différents paramètres des calques BCV.

6.2.2.1 Etendue de l'espace des paramètres

Comme nous l'avons déjà mentionné, les calques « BCV » ne sont pas des calques physiques dans le sens où il n'y a pas de relation bijective entre les paramètres de phase et les valeurs des masses des trous noirs étudiés. Cependant les domaines de variations des paramètres de phase ($\psi_0, \psi_{3/2}$) peuvent être obtenus en utilisant les relations approchées suivantes⁷

$$\begin{cases} \psi_0 = \frac{3}{128} \frac{1}{(\pi\mathcal{M})^{5/3}}, \\ \psi_{3/2} = \frac{-3}{128\eta} \frac{16\pi}{(\pi\mathcal{M})^{2/3}}. \end{cases} \quad (6.8)$$

Sachant que l'on souhaite « recouvrir » des signaux émis par des systèmes BH-BH et BH-NS d'une masse totale inférieure à $40M_{\odot}$, on fixe le domaine de variation du paramètre ψ_0 à l'intervalle $[10000, 500000]$ et celui du paramètre $\psi_{3/2}$ à l'intervalle $[-5000, -500]$.

Si on se contentait de traiter les calques « BCV » comme des calques de détection sans chercher à les relier aux modèles physiques qu'ils sont censés recouvrir, on pourrait se contenter de définir un domaine en f_{cut} indépendant des valeurs des paramètres de phase ψ_0 et $\psi_{3/2}$. La borne inférieure serait fixée en fonction de la fréquence basse f_b de l'analyse (fréquence à laquelle démarre le calcul de la forme d'onde) selon $f_{cut,b} = f_b + \Delta f$ (avec Δf arbitrairement choisi à 50Hz). Pour la borne supérieure, on pourrait choisir la fréquence haute f_h de l'analyse.

Il s'avère cependant que les variations du recouvrement entre calques de détection en fonction de f_{cut} pour des valeurs de f_{cut} élevées ($\sim 1000\text{Hz}$) sont faibles. On peut le voir sur la figure 6.7 qui montre le recouvrement entre un calque de f_{cut} fixé (à 1000Hz) et un calque de mêmes paramètres de phase ψ_0 et $\psi_{3/2}$ mais de f_{cut} variable ($> 1000\text{Hz}$). La perte de recouvrement ne dépasse pas 1%. On obtient des résultats similaires pour

⁶On ne s'intéresse pas ici à la *fidélité* en raison du caractère non-physique des calques de détection.

⁷Ces expressions sont obtenues par analogie avec le terme newtonien d'un développement PN dans l'approximation de phase stationnaire[46].

d'autres choix de paramètres de phase. En conséquence, une valeur de $f_{cut,h}$ fixée à 1000Hz constitue une borne supérieure absolue.

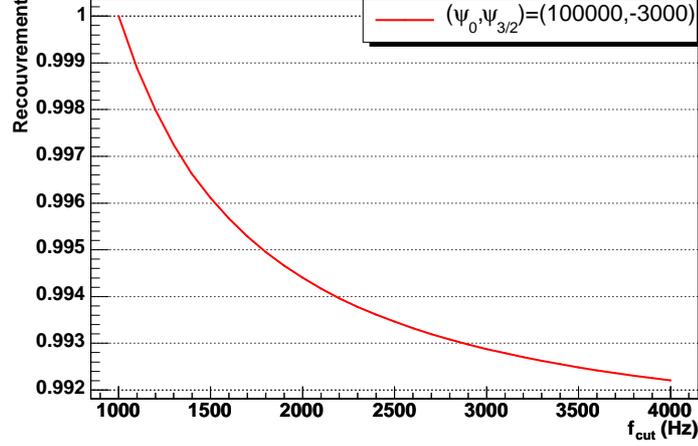


FIG. 6.7 – Recouvrement entre un calque « BCV » défini par des paramètres de phase $(\psi_0, \psi_{3/2})$ et un paramètre $f_{cut} = 1000\text{Hz}$ et des calques de mêmes paramètres de phase mais des f_{cut} variant au-delà de 1000Hz.

En pratique, on fixe des domaines en f_{cut} dépendant des valeurs des paramètres de phase. Une des raisons de ce choix apparaîtra dans le chapitre suivant lorsqu'on décrira le pavage de l'espace des paramètres des calques « BCV ». On définit alors pour chaque valeur de $(\psi_0, \psi_{3/2})$ le domaine en f_{cut} , $[f_{cut,min}, f_{cut,max}]$, de la façon suivante :

1. On calcule à partir des valeurs de $(\psi_0, \psi_{3/2})$ les valeurs de \mathcal{M} et η d'après 6.8 selon :

$$\begin{cases} \mathcal{M} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{3}{128\psi_0} \right)^{3/5} \\ \eta = \left(\frac{-3\pi}{8\psi_{3/2}} \right)^{5/3} \frac{1}{(\pi\mathcal{M})^{10/9}} \end{cases} \quad (6.9)$$

Lorsque $\eta > 0.25$, on impose $\eta = 0.25$. On en déduit alors la valeur de la masse totale M du système : $M = \frac{\mathcal{M}}{\eta^{3/5}}$.

2. On calcule alors les valeurs des fréquences de dernière orbite stable f_{ISCO} et « d'orbite stable pour un photon » f_{LR} (définies dans le chapitre 3) selon (en unités $G = c = 1$) :

$$\begin{cases} f_{LR} = \frac{1}{3^{3/2}\pi M} \\ f_{ISCO} = \frac{1}{6^{3/2}\pi M} \end{cases} \quad (6.10)$$

3. On en déduit :

$$\begin{cases} f_{cut,min} = \text{MAX}[f_{cut,b}, \beta f_{ISCO}] \\ f_{cut,max} = \text{MIN}[f_{cut,h}, f_{LR}] \end{cases} \quad (6.11)$$

où $[f_{cut,b}, f_{cut,h}]$ est le domaine de variation de f_{cut} indépendamment de toutes contraintes physiques.

L'introduction d'un facteur β ($\beta < 1$) permet de prendre en compte les différences entre les fréquences f_{ISCO} déduites de différents modèles. La définition de f_{ISCO} donnée ci-dessus correspond au cas d'une particule test autour d'un trou noir. Des valeurs plus faibles peuvent en effet être obtenues avec d'autres modèles. Le paramètre β permet de prendre en compte ces situations qui dépendent à la fois des modèles mais aussi des valeurs de masse. L'influence de ce paramètre sur la génération de grille sera étudiée dans le chapitre suivant.

Pour ce qui est du dernier paramètre α , on demande simplement qu'il satisfasse à la relation $0 \leq \alpha f_{cut}^{2/3} < 1$.

6.2.2.2 Calcul d'effectivité

En faisant varier les différents paramètres dans les intervalles précédents, on calcule l'effectivité entre des signaux « Taylor », « Padé » et « EOB » et des calques de détection « BCV ». Les résultats sont présentés sur la figure 6.8.

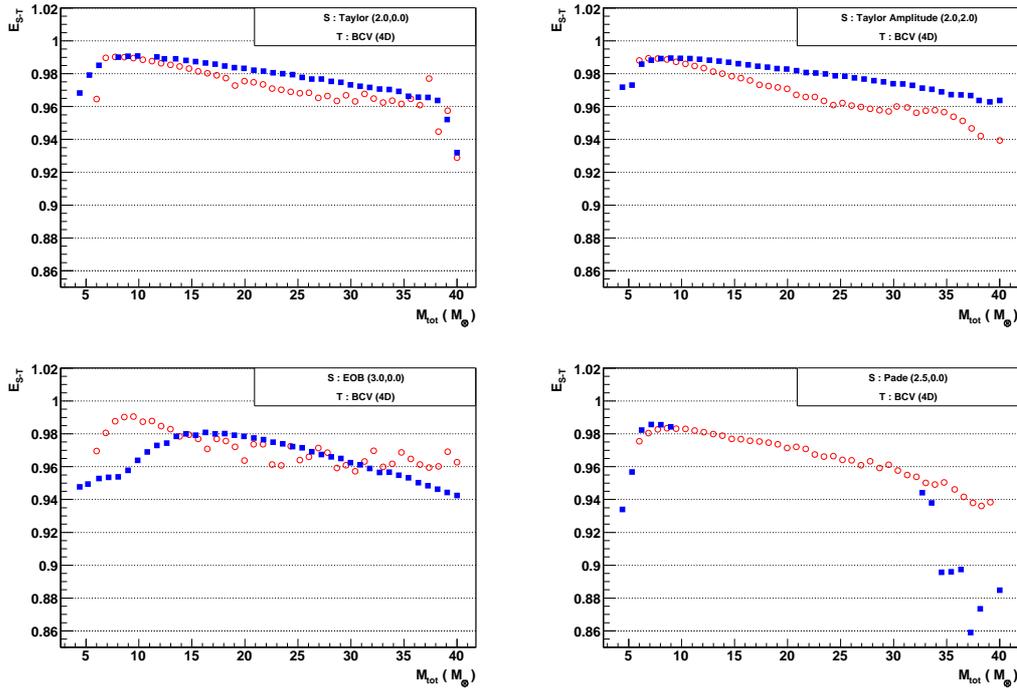


FIG. 6.8 – Effectivités « Taylor-BCV », « Taylor Amplitude-BCV », « EOB-BCV » et « Padé-BCV » en fonction de la masse totale du système binaire. Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH.

Ces résultats confirment la capacité des calques BCV à « recouvrir » efficacement les différents modèles considérés. En effet, l'effectivité obtenue est toujours supérieure à 94% (en excluant les points à haute masse totale dans le cas « Padé-BCV » où la

convergence de l'algorithme de maximisation est très mauvaise dans le cas de systèmes BH-NS).

Les résultats précédents ont été obtenus avec une maximisation sur les quatre paramètres définissant les calques BCV. La maximisation selon le paramètre α n'a pas été obtenue de façon analytique comme nous avons mentionné qu'il était possible de faire. Avant d'envisager ce type de traitement analytique, il peut être intéressant de vérifier l'influence de ce paramètre sur les précédents résultats.

Pour ce faire, l'*effectivité* obtenue précédemment en faisant une recherche d'extremum sur quatre paramètres a été recalculée en faisant une recherche sur les paramètres de phase et le paramètre f_{cut} en donnant au paramètre α une valeur nulle. Les nouveaux résultats sont présentés sur la figure 6.9. Ils montrent que la prise en compte du paramètre α permet bien d'améliorer l'*effectivité*. Le gain apporté par ce paramètre est très faible à basse masse totale. A haute masse, il permet un gain en *effectivité* de l'ordre de 3 à 4 points.

Bien que l'influence du paramètre α sur les gains en terme d'*effectivité* puisse être notable à haute masse, la complication induite par sa prise en compte nous suggère de donner à ce paramètre une valeur fixe nulle. Dans ce contexte, la plus faible valeur obtenue pour l'*effectivité* entre les différents modèles étudiés et les calques BCV est de l'ordre de 96% (97%, 92%, 90%) pour une masse totale de 10 (20, 30, 40) M_{\odot} . On a donc une perte plus importante que le minimum généralement requis ($\sim 95\%$) essentiellement à haute masse. Toutefois les calques « BCV » offrent la possibilité de « recouvrir » un éventail large de modèles (y compris un modèle qui pourrait différer de ceux étudiés). Ils constituent donc une méthode de détection pertinente.

6.2.3 Conclusion

L'introduction de la famille de calques de détection « BCV » permet d'obtenir des *effectivités* élevées avec l'ensemble des modèles présentés. Les résultats obtenus sont en accord avec ceux présentés dans [46] où en considérant une gamme de modèles plus large il a été montré que des *effectivités* supérieures à $\sim 95\%$ pouvaient être généralement atteintes en considérant le même domaine de masse et la sensibilité nominale de LIGO. Les résultats obtenus ici le sont avec la sensibilité nominale de Virgo.

En considérant que l'hypothèse ayant conduit à l'introduction des calques « BCV » est correcte, ces derniers constituent une solution bien adaptée à la recherche de signaux émis lors de la coalescence de système binaire de type BH-BH ou BH-NS. Nous aborderons dans le chapitre suivant les étapes préliminaires à l'analyse de données avec ces calques de détection.

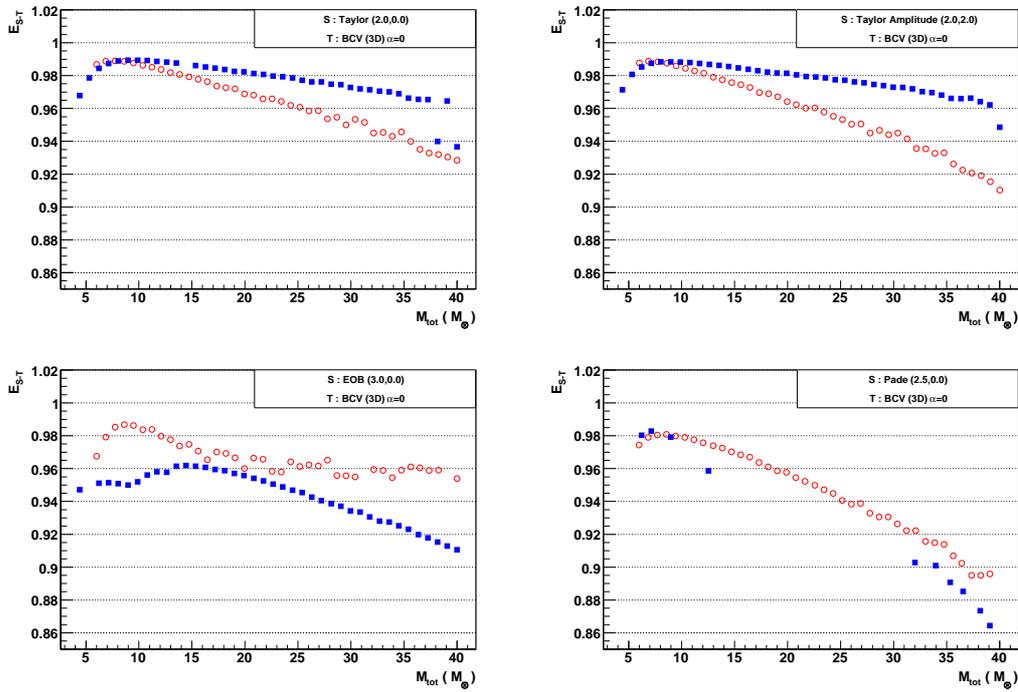


FIG. 6.9 – *Effectivités* « Taylor-BCV », « Taylor Amplitude-BCV », « EOB-BCV » et « Padé-BCV » en fonction de la masse totale du système binaire. On fixe à 0 la valeur du paramètre α . Les carrés pleins correspondent à des systèmes BH-NS et les cercles vides à des systèmes BH-BH.

Chapitre 7

Mise en oeuvre de la recherche de systèmes binaires de trous noirs

Les systèmes binaires de trous noirs (BH-BH) et les systèmes mixtes trou noir-étoile à neutron (BH-NS) constituent des sources d'ondes gravitationnelles prometteuses pour une détection par la première génération de détecteurs interférométriques. La recherche de signaux émis par de tels systèmes soulève toutefois certaines difficultés. Celles-ci ont été évoquées dans le chapitre 3 et des solutions basées sur la définition de modèles spécifiques à ces systèmes ont été présentées. Dans le chapitre précédent, la comparaison de ces différents modèles a conduit à introduire un nouveau type de calques qualifiés de calques de détection ou calques « BCV ». Ceux-ci ayant la propriété d'avoir une *effectivité* élevée avec un éventail large de modèles envisageables (voir le chapitre précédent) apparaissent comme un outil de recherche intéressant.

Dans le présent chapitre, nous abordons les questions relatives à la construction d'une grille de calques de détection. Les aspects nécessaires à la mise en oeuvre d'une recherche utilisant ces calques sont également présentés.

Le fait que la phase spiralante se termine dans la bande de fréquence de l'interféromètre implique que les ondes gravitationnelles émises lors des phases suivantes de plongée des astres l'un vers l'autre, de fusion et de relaxation soient également potentiellement détectables par ces mêmes détecteurs. Il est donc intéressant d'étendre la recherche à ces différentes phases avec une famille de calques qui rend compte de ces phases finales. Les calques « EOB » (cf. 3.4) sont une alternative intéressante permettant de décrire avec une forme d'onde unique ces différentes phases. Nous abordons dans une seconde partie certains des aspects relatifs à une analyse utilisant ces calques EOB.

Les perspectives d'une recherche dans la région des hautes masses sont présentées en fin de chapitre.

7.1 Aspects techniques relatifs à une analyse utilisant des calques BCV

Comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 4, toute analyse reposant sur une méthode de filtrage adapté passe par la construction d'une grille de calques permettant

avec un nombre limité de points de recouvrir l'ensemble de l'espace des paramètres considéré. Nous décrivons dans la suite la construction d'une telle grille dans le contexte d'une analyse utilisant des calques de détection.

7.1.1 Génération d'une grille de calques de détection

La difficulté introduite par une analyse utilisant les calques de détection est liée à la dimensionnalité de l'espace des paramètres. Dans le contexte d'une analyse basée sur des calques « Taylor », l'espace des paramètres est de dimension 2. Il est ici de dimension 3, les calques BCV dépendant en effet de trois paramètres : deux paramètres de phase $(\psi_0, \psi_{3/2})$ et un paramètre de fréquence de coupure f_{cut} . On cherche donc à paver cet espace tridimensionnel. Rappelons que cette opération consiste à définir un ensemble de points (définissant la grille) tel que pour tout point P quelconque dans l'espace $(\psi_0, \psi_{3/2}, f_{cut})$, on puisse trouver un élément de la grille définissant un calque ayant un recouvrement supérieur à une valeur prédéterminée avec le calque correspondant au point P . La valeur minimale du recouvrement est notée \mathcal{MM} .

7.1.1.1 Stratégie de pavage

La stratégie de pavage envisagée utilise une propriété importante de l'espace des paramètres des calques de détection. Cette propriété est justifiée dans [46] (partie VI.A). En y calculant une métrique dans le sous-espace $(\psi_0, \psi_{3/2})$, il apparaît que celle-ci est constante. En d'autres termes, les contours d'iso-recouvrement sont indépendants du point du plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ considéré¹.

En utilisant l'invariance des contours d'iso-recouvrement dans un plan $\psi_0, \psi_{3/2}$, le pavage de ce plan (défini par une valeur de f_{cut} donné) est très simple. On cherchera à paver l'espace en plaçant autant de plans en f_{cut} que nécessaire (voir la figure 7.8 pour une illustration).

La première étape du pavage consiste donc à déterminer le nombre n de plans en f_{cut} nécessaires à couvrir le domaine en fréquence $[f_{cut,b}, f_{cut,h}]$. Ensuite, chacun de ces n plans est pavé. La grille ainsi obtenue ne tient pas compte de la dépendance en $(\psi_0, \psi_{3/2})$ du domaine en fréquence $[f_{cut,min}, f_{cut,max}]$ discutée dans le chapitre précédent (6.2.2.1). La dernière étape consiste à tenir compte de cette dépendance.

7.1.1.2 Détermination de la répartition des plans en f_{cut}

La question est ici de déterminer quels sont le nombre n et la position dans l'intervalle $[f_{cut,b}, f_{cut,h}]$ des différents plans en f_{cut} . Ayant déterminé une fréquence de départ $f_{cut,0}$, on détermine les fréquences suivantes $f_{cut,i}$ en demandant à ce que la relation (7.1) avec $\varepsilon \sim 10^{-3}$ et $i \in [1, n]$ soit vérifiée :

$$\left| \left(\widehat{h}^{BCV}(\psi_0, \psi_{3/2}, f_{cut,i-1}) \mid \widehat{h}^{BCV}(\psi_0, \psi_{3/2}, f_{cut,i}) \right) - \mathcal{MM} \right| \leq \varepsilon. \quad (7.1)$$

¹Cette propriété est vérifiée en utilisant la méthode de construction des contours d'iso-recouvrement présentée dans la suite.

Le nombre n de plan est fonction de l'intervalle de fréquence et de la densité spectrale de bruit considérés. Il est qualitativement donné par la relation[46]

$$n_{th} \sim 1 + \frac{\log \left(\widehat{h}^{BCV}(\psi_0, \psi_{3/2}, f_{cut,b}) \mid \widehat{h}^{BCV}(\psi_0, \psi_{3/2}, \infty) \right)}{\log \mathcal{MM}}. \quad (7.2)$$

La dépendance en $(\psi_0, \psi_{3/2})$ étant négligeable², on choisit de déterminer le nombre de plans n et les fréquences correspondantes au point définissant le centre du plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$. On en donne quelques exemples dans le tableau 7.1.

$[f_{cut,b}, f_{cut,h}]Hz$	PSD	\mathcal{MM}	n (n_{th})	$f_{cut,i}$ (Hz)
[100,1000]	Virgo	0.95	8 (8.4)	1000,296,210,169,143,124,112,103
[100,1000]	Virgo	0.97	13 (13.5)	1000,381,275,231,198,174,155,141, 131,123,114,107,101
[100,1000]	Virgo	0.98	19 (19.8)	1000,437,353,289,254,225,201,182,167, 154,144,136,129,121,116,112,109,104,101
[200,1000]	Virgo	0.95	3 (3.3)	1000,300,213
[200,1000]	Virgo	0.97	4 (4.8)	1000,400,275,228
[200,1000]	Virgo	0.98	6 (6.8)	1000,450,325,262,231,207
[200,1000]	WSR8	0.95	9 (9.7)	1000,500,425,368,316,290,253,216,205
[200,1000]	WSR8	0.97	15 (15.6)	1000,600,475,440,403,377,333,312, 298,286,259,236,218,209,204
[200,1000]	WSR8	0.98	24 (23.1)	1000,700,512,473,447,416,396,384, 362,341,323,311,304,295,283,262, 254,240,230,219,211,207,204,202

TAB. 7.1 – Nombre de plans en f_{cut} et valeurs de fréquence correspondantes pour différents domaines de fréquences, différentes densités spectrales de puissance¹ (PSD) et différentes valeurs de \mathcal{MM} .

On remarquera notamment dans ce tableau le nombre de plans en f_{cut} entre 200 et 1000 Hz 3 à 4 fois plus important lorsqu'on considère la sensibilité de WSR8. Cette différence est illustrée de façon quantitative sur la figure 7.1 qui montre la variation du carré de la densité de SNR (calculée pour des signaux de type « Taylor ») en fonction de la fréquence lorsqu'on utilise les sensibilités nominales et de WSR8. Il y apparaît clairement que la contribution de la bande de fréquence au-delà de 200Hz a une contribution en terme de SNR bien moindre à sensibilité nominale que pour WSR8. On comprend aussi pourquoi pour la sensibilité de WSR8 on n'a pas envisagé le domaine de fréquence [100,1000]Hz qui conduit à un nombre de plans en f_{cut} d'environ 30 pour une valeur de \mathcal{MM} de 0.95.

Dans le tableau précédent, on a implicitement choisi pour $f_{cut,0}$ la valeur maximum de f_{cut} (c'est-à-dire $f_{cut,h}$). La raison de ce choix apparaîtra dans les paragraphes suivants où on étudie la forme des contours d'iso-recouvrement dans un plan en f_{cut} .

²Ceci est mentionné dans [46]. On le vérifie par exemple en calculant la valeur de n_{th} pour différentes valeurs des paramètres de phase.

¹Virgo désigne la densité spectrale de puissance nominale.

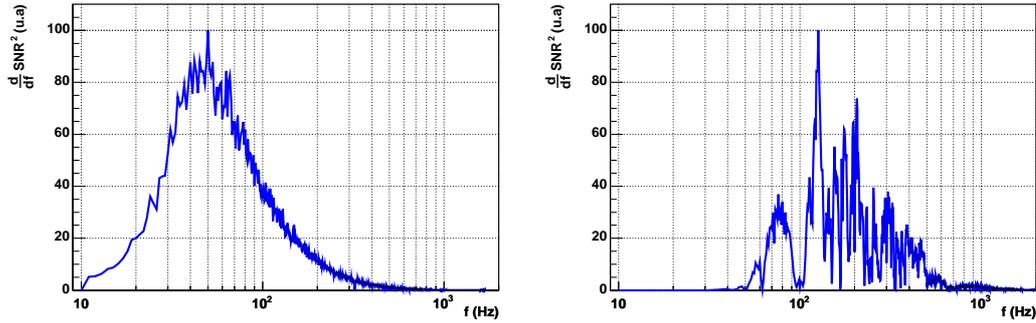


FIG. 7.1 – Variation en fonction de la fréquence de la densité carrée du SNR pour la sensibilité nominale (graphe de droite) et celle de WSR8 graphe de gauche).

7.1.1.3 Pavage d'un plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ à f_{cut} fixé

Ayant déterminé la position des différents plans en f_{cut} , il reste à paver chacun d'eux.

Construction des contours d'iso-recouvrement

La première étape consiste à déterminer la forme et l'orientation des contours d'iso-recouvrement dans de tels plans. On illustre sur la figure 7.2 un tel contour obtenu en calculant le recouvrement \mathcal{M} entre un point fixé de paramètres $(100000, -3000, 1000Hz)$ et les points environnants dans le plan $f_{cut}=1000 Hz$. Il apparaît que les contours d'iso-recouvrement sont de forme elliptique pour des recouvrements suffisant élevés.

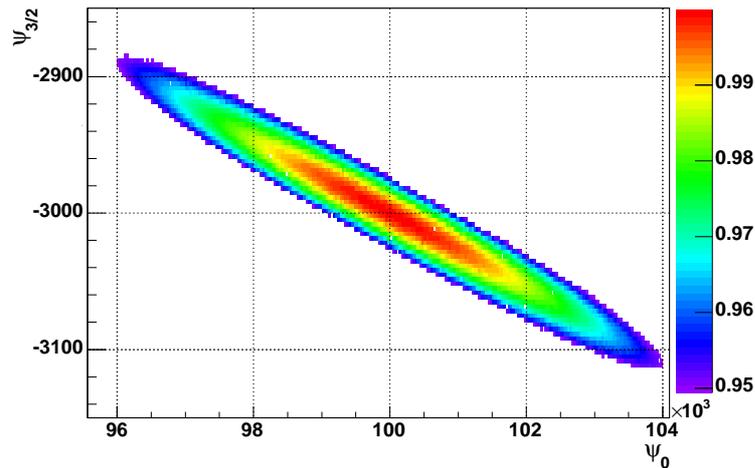


FIG. 7.2 – Distribution du recouvrement entre un calque de paramètres $(100000, -3000, 1000Hz)$ et les points environnants dans le plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ défini par une même valeur de f_{cut} . La frontière de l'ellipse définit un contour d'iso-recouvrement à 95%.

La forme elliptique de ces contours permettra un pavage efficace des différents plans

en f_{cut} . La méthode la plus rapide pour calculer ces contours passe par la définition analytique d'une métrique dans l'espace $(\psi_0, \psi_{3/2})$. C'est cette méthode qui a été utilisée dans le contexte de la recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons dans l'espace des paramètres $(\tau_0, \tau_{3/2})$. Dans ce contexte, où une stratégie de pavage optimale a été proposée, l'intérêt de l'introduction d'une telle métrique est le calcul rapide des différents contours en fonction de la position dans l'espace $(\tau_0, \tau_{3/2})$ (où la métrique n'est pas constante). Ici une autre méthode est envisagée³. Elle repose sur l'ajustement d'un hyperboloïde dans l'espace $(\psi_0, \psi_{3/2}, \mathcal{M})$ autour du point considéré. On peut ainsi construire un contour d'iso-recouvrement en tout point du plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ considéré.

On illustre sur les figures 7.3 et 7.4 les résultats obtenus par cette méthode de construction. Les contours obtenus sont proches des contours exacts. Ces figures montrent qu'une fraction faible des points à l'intérieur des contours (2.5 % avec la sensibilité nominale, 5% avec la sensibilité atteinte pendant WSR8) conduisent à un recouvrement inférieur à la valeur minimale requise ($MM=95\%$) et qu'une fraction faible des points à l'extérieur (0.19 % avec la sensibilité nominale, 0.25% avec la sensibilité atteinte pendant WSR8) conduisent à un recouvrement supérieur à MM . Ces résultats obtenus en un point particulier du plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ sont généralisables à l'ensemble des points de ce plan. Ils valident la méthode de construction des contours d'iso-recouvrement.

Nous avons rapidement mentionné que les contours d'iso-recouvrement étaient invariants dans un plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ (valeur de f_{cut} donnée). On vérifie ce point en calculant en différents points d'un tel plan les grandeurs définissant les contours d'iso-recouvrement. Il s'agit du demi-grand axe a de l'ellipse, de son demi-petit axe b et de l'angle θ entre le grand-axe et l'axe des abscisses (ψ_0) . Les valeurs de a et b sont directement liés aux valeurs (g_{00}, g_{11}) de la métrique diagonalisée dans l'espace $(\psi_0, \psi_{3/2})$ selon

$$\begin{cases} a = \sqrt{\frac{1-MM}{g_{00}}} \\ b = \sqrt{\frac{1-MM}{g_{11}}} \end{cases} \quad (7.3)$$

Les résultats sont donnés par la figure 7.5 pour une valeur de f_{cut} de 1000 Hz et deux densités spectrales de bruit différentes. Dans le cas où on considère la sensibilité nominale, les valeurs de a , b et θ fluctuent peu autour de la valeur moyenne avec des écart-type relatifs de l'ordre du pourcent. Lorsqu'on considère la sensibilité atteinte pendant WSR8, les distributions des valeurs de a et b présentent deux sous-populations proches. Ces résultats indiquent que la précision requise dans la méthode de construction des contours peut-être insuffisante. Notons néanmoins que les valeurs sont suffisamment proches pour ne pas remettre en cause l'hypothèse de constance des contours d'iso-recouvrement.

Pavage d'un plan en f_{cut}

A partir des contours ainsi construits, tout plan en f_{cut} peut être pavé. En raison de l'invariance des contours, on effectue un simple pavage triangulaire consistant à placer

³La construction d'une métrique serait intéressante si elle permettait de traiter les trois dimensions de l'espace. Hors la dépendance en f_{cut} étant au premier ordre linéaire et non quadratique rend délicate la construction d'une telle métrique.

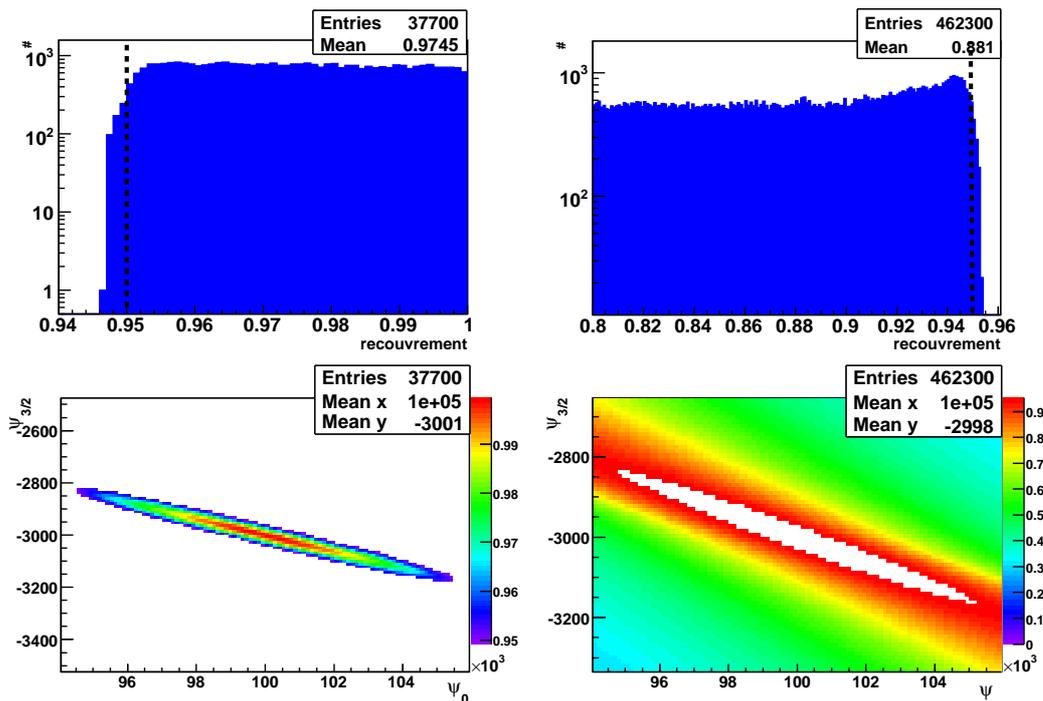


FIG. 7.3 – Distributions du recouvrement entre un calque de paramètres ($100000, -3000, 1000Hz$) et les points environnants choisis aléatoirement et uniformément dans le plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$. Les graphes de la colonne de gauche sont relatifs aux points situés à l'intérieur du contour d'iso-recouvrement déterminé par la méthode d'ajustement et correspondant à une valeur de $MM=95\%$. Ceux de droite aux points à l'extérieur. On utilise ici la densité spectrale de puissance de bruit nominale de Virgo.

au sommet de triangles adjacents couvrant le plan les contours d'iso-recouvrement. Un exemple en est donné sur la figure 7.6.

Cette méthode de pavage aurait pu être appliquée aux n plans nécessaires à couvrir l'étendue en f_{cut} . Toutefois afin d'assurer une couverture tri-dimensionnelle complète de l'espace des paramètres on utilise un contour d'iso-recouvrement unique pour les différents plans. Le choix se porte naturellement sur le contour de taille la plus réduite. Il apparaît que ce contour se situe dans le plan correspondant à la valeur de f_{cut} la plus élevée (c'est-à-dire $f_{cut,h}$). On illustre sur la figure 7.7 les variations de la taille et de l'orientation des contours d'iso-recouvrement en fonction du paramètre f_{cut} . La taille de ces contours diminue bien lorsque la valeur de f_{cut} augmente. L'orientation varie légèrement. Ces variations sont suffisamment faibles pour accepter l'hypothèse que d'un plan en f_{cut} à l'autre les contours de f_{cut} plus élevé sont contenus dans les contours de f_{cut} plus faible.

Enfin toujours dans l'objectif d'obtenir un recouvrement complet de l'espace des paramètres, il convient une fois effectué le pavage d'un plan de débuter le pavage du plan suivant avec un décalage tel que le premier contour de ce dernier se situe au centre du triangle ayant défini le placement des trois premiers contours dans le premier. La figure 7.8 illustre ce décalage.

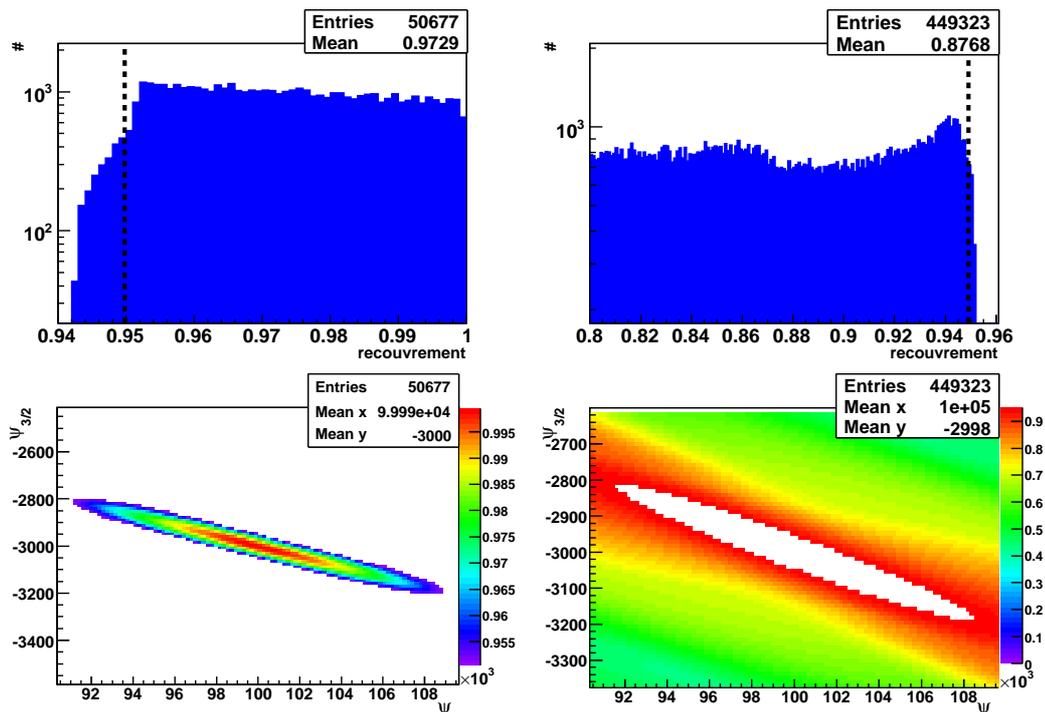


FIG. 7.4 – Distributions du recouvrement entre un calque de paramètres $(100000, -3000, 1000Hz)$ et les points environnants dans le plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$. Les graphes de la colonne de gauche sont relatifs aux points situés à l’intérieur du contour d’isorecouvrement déterminé par la méthode d’ajustement. Ceux de droite aux points à l’extérieur. On utilise ici la densité spectrale de puissance de bruit obtenue pendant WSR8.

On parvient ainsi à paver l’ensemble de l’espace des paramètres. La méthode proposée ne tenant pas compte des variations de la métrique d’un plan en f_{cut} à l’autre tend à surpaver l’espaces des paramètres. Un surpavage est également induit par le recouvrement des contours voisins. En contrepartie, elle a l’avantage de permettre un pavage complet de l’espaces des paramètres.

Pour tester le pavage ainsi réalisé, on choisit de façon aléatoire et uniforme des points dans l’espace des paramètres à 3 dimensions. Pour le calque défini par chacun de ces points, on détermine quel point de la grille définit le calque le plus proche (c’est-à-dire celui permettant d’obtenir la valeur maximum du recouvrement). La distribution des valeurs maximales du recouvrement illustre les performances du pavage en terme de couverture de l’espaces des paramètres. On donne un exemple de résultat sur la 7.9. Les résultats obtenus dans d’autres cas de figure sont résumés dans le tableau 7.2. On définit la qualité du recouvrement par le pourcentage des points de test pour lesquels le recouvrement maximum obtenu est supérieur à la valeur de recouvrement minimale requise \mathcal{MM} pour construire la grille.

On constate qu’avec un pourcentage faible (0.8 % au maximum) des points⁴ donnant un recouvrement maximum inférieur à \mathcal{MM} les grilles ainsi obtenues permettent une

⁴Ces points ont tendance à se concentrer à la frontière de l’espace des paramètres.

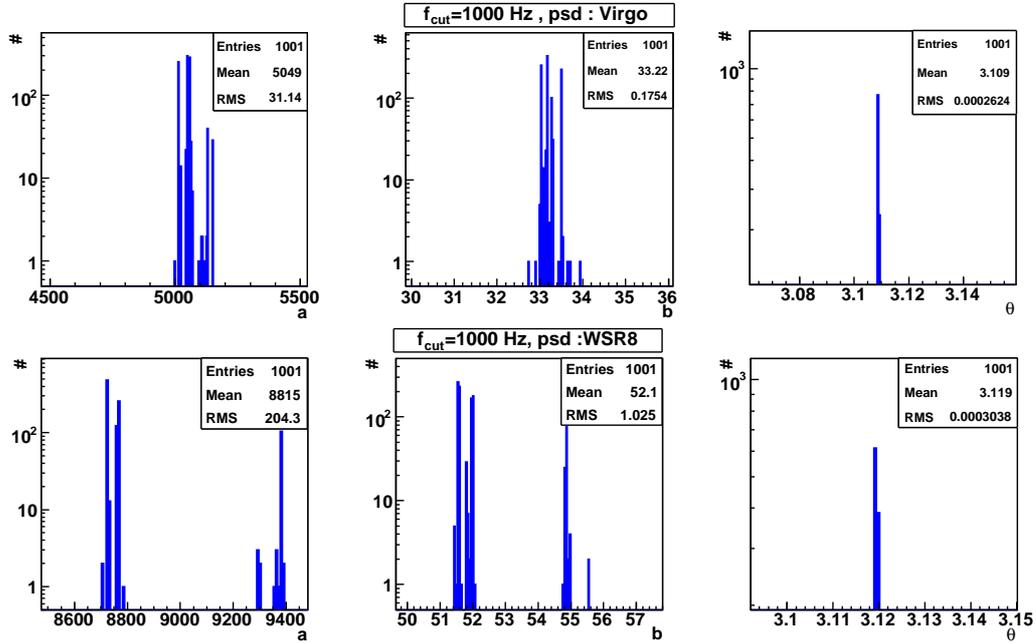


FIG. 7.5 – Variation des valeurs des paramètres des contours d’iso-recouvrement a , b et θ pour des points choisis aléatoirement dans un plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ placé en $f_{cut} = 1000\text{Hz}$. Le graphe du haut est obtenu en utilisant la sensibilité nominale de Virgo. Celui du bas utilise la sensibilité atteinte pendant WSR8.

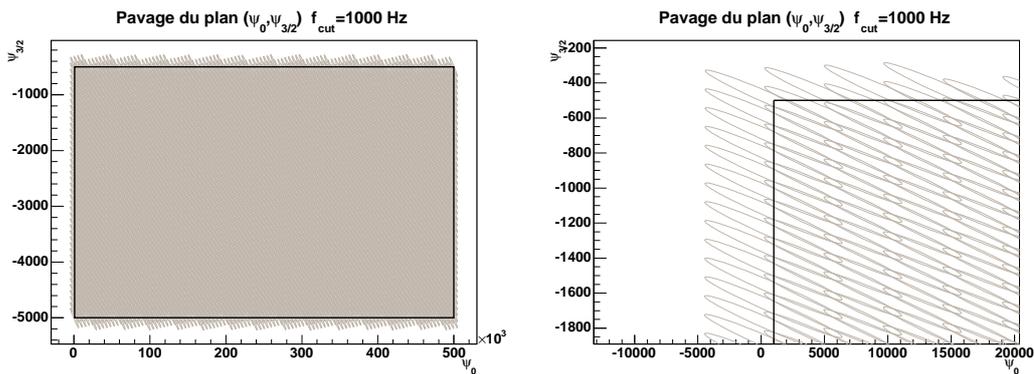


FIG. 7.6 – Pavage d’un plan $(\psi_0, \psi_{3/2})$ correspondant à une valeur de f_{cut} de 1000Hz. Le graphe de droite montre le pavage complet de l’espace pour des valeurs de ψ_0 comprise entre 10000 et 500000 et des valeurs de $\psi_{3/2}$ comprise entre -5000 et -500. Le graphe de gauche en montre un grossissement. Les lignes noires définissent la frontière de l’espace des paramètres.

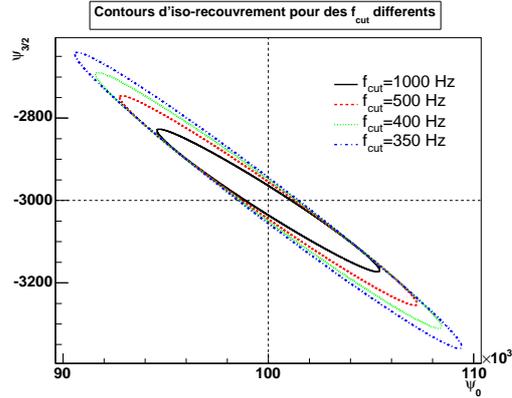


FIG. 7.7 – Variation de la taille et de l'orientation des contours d'iso-recouvrement autour du point $\Psi = (100000, -3000)$ dans différents plans en f_{cut} .

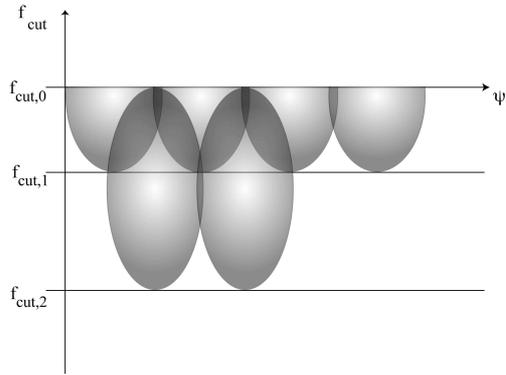


FIG. 7.8 – Schématisation du pavage selon la dimension f_{cut} illustrant l'importance d'un décalage des contours d'un plan f_{cut} à l'autre.

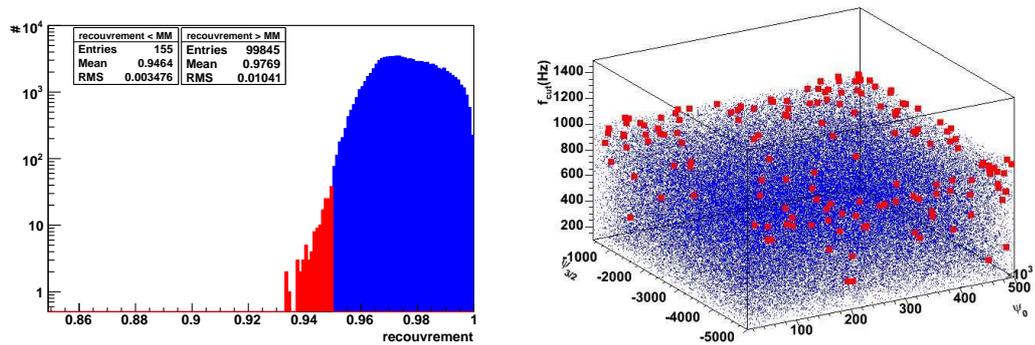


FIG. 7.9 – Test du recouvrement de l'espace des paramètres. ψ_0 , $\psi_{3/2}$ et f_{cut} varient respectivement dans les intervalles $[10000, 500000]$, $[-5000, -500]$ et $[100, 1000]$ Hz. On a fixé MM à 0.95 et utilisé la sensibilité nominale de Virgo. Le graphe de gauche indique la distribution de recouvrement obtenu entre des points quelconques dans l'espace des paramètres et le calque le plus proche dans la grille. Le graphe de gauche indique par des carrés la localisation des points pour lesquels le recouvrement est inférieur à MM .

$[f_{cut,b}, f_{cut,h}]$ (Hz)	PSD psd psd	\mathcal{MM}	Qualité (%)
[100,1000]	Virgo	0.95	99.8
[100,1000]	Virgo	0.97	99.8
[100,1000]	Virgo	0.98	99.8
[200,1000]	Virgo	0.95	99.8
[200,1000]	Virgo	0.97	99.8
[200,1000]	Virgo	0.98	99.7
[200,1000]	WSR8	0.95	99.5
[200,1000]	WSR8	0.97	99.5
[200,1000]	WSR8	0.98	99.2

TAB. 7.2 – Qualité du pavage de l’espace des paramètres exprimée en pourcentage de points de test présentant un recouvrement avec le calque le plus proche dans la grille inférieur à \mathcal{MM} . Les paramètres de phase ψ_0 et $\psi_{3/2}$ varient respectivement dans les intervalles $[10000, 500000]$, $[-5000, -500]$.

couverture complète de l’espace des paramètres. Insistons sur le fait qu’une optimisation de ce pavage (permettant tout en obtenant une couverture complète de réduire le nombre de points dans la grille) n’a pas été envisagée. Elle est fondamentalement limitée par la difficulté de paver un espace à trois dimensions avec des éléments de volume variable. Une des possibilités d’optimisation peut éventuellement être obtenue en modifiant le critère de détermination des plans en f_{cut} . Nous n’aborderons pas cela ici.

La méthode de pavage présentée ne prend pas encore en compte de la dépendance en $(\psi_0, \psi_{3/2})$ de l’intervalle en fréquence. Nous abordons ce point dans le paragraphe suivant.

7.1.1.4 Grille finale

Lors de l’introduction des calques de détection dans le chapitre précédent, nous avons précisé qu’en fonction des valeurs prises par les paramètres $(\psi_0, \psi_{3/2})$ l’intervalle de fréquence à considérer pouvait être réduit par rapport à l’intervalle large $[f_{cut,b}, f_{cut,h}]$. L’intervalle à considérer noté $[f_{cut,min}, f_{cut,max}]$ a été défini par la relation (7.4) :

$$\begin{cases} f_{cut,min} = \text{MAX}[f_{cut,b}, \beta f_{ISCO}] \\ f_{cut,max} = \text{MIN}[f_{cut,h}, f_{LR}] \end{cases} \quad (7.4)$$

Les fréquences f_{LSO} et f_{LR} sont définies par les équations (6.10). Le facteur β a été introduit pour prendre en compte les différences dans les valeurs de f_{LSO} déduites de différents modèles.

On réduit donc l’intervalle en f_{cut} en ajoutant un caractère physique aux calques de détection. Cette réduction permet alors de limiter le nombre de calques utilisés dans l’étape de filtrage adapté. Ceci apparaît dans le tableau 7.3. On y trouve le nombre de calques finalement obtenus pour différentes sensibilités, différentes valeurs de \mathcal{MM} . On considère deux cas pour la valeur de β ($\beta = 1/2$ et $\beta = 1$). On indique également le nombre N_{tot} de calques nécessaires au pavage de l’espace des paramètres complet.

$[f_{cut,b}, f_{cut,h}](Hz)$	PSD	\mathcal{MM}	N_{tot}	$N_{\beta=1/2}$	$N_{\beta=1}$
[100,1000]	Virgo	0.95	35804	15649	7435
[100,1000]	Virgo	0.97	99462	45552	20784
[100,1000]	Virgo	0.98	221445	102810	46610
[200,1000]	Virgo	0.95	13427	7639	4373
[200,1000]	Virgo	0.97	30604	19058	10714
[200,1000]	Virgo	0.98	69930	43878	23386
[200,1000]	WSR8	0.95	16502	10879	5801
[200,1000]	WSR8	0.97	48405	32417	17160
[200,1000]	WSR8	0.98	123264	82874	43036

TAB. 7.3 – Nombre de calques nécessaires au pavage de l’espace des paramètres. N_{tot} est le nombre de calques nécessaire au pavage de l’espace des paramètres complet. Les nombres $N_{\beta=1/2}$ et $N_{\beta=1}$ correspondent aux nombres de calques finals pour des valeurs de β égale à $1/2$ et 1 .

Pour $f_{cut,b}=100$ Hz, le nombre de calques est réduit d’un facteur ~ 4.8 pour $\beta = 1$ par rapport au nombre de calques nécessaire au pavage de l’espace complet. Ce facteur diminue à ~ 2.2 lorsqu’on choisit $\beta = 1/2$.

Pour $f_{cut,b}=200$ Hz, on obtient des réductions d’un facteur ~ 2.8 pour $\beta = 1$ et ~ 1.7 pour $\beta = 1/2$.

Il semble préférable d’analyser les données avec une valeur de β égale à $1/2$ ouvrant aux basses fréquences une fenêtre en fréquence plus large. Dans le contexte actuel de fonctionnement de l’interféromètre Virgo (avec une sensibilité proche de celle obtenue pendant WSR8), le nombre de calques à utiliser pour analyser les données est donc de l’ordre de 10000 pour une valeur de $\mathcal{MM}=0.95$.

7.1.2 Utilisation des calques de détection pour l’analyse des données

La partie précédente a permis de déterminer l’ensemble des calques à utiliser pour filtrer les données. Une utilisation directe de ces calques par l’implémentation multi-bande du filtrage adapté (MBTA) n’est pas aisée. Ceci tient notamment au fait que ces calques sont générés dans le domaine fréquentiel alors que le code MBTA est conçu pour utiliser des calques générés dans le domaine temporel. En outre, les gains en temps de calcul apportés à basse masse par cette méthode ne sont plus aussi significatifs à haute masse (où les calques sont de courtes durées).

Un autre implémentation du filtrage adapté capable d’utiliser des calques générés à la fois dans le domaine temporel et le domaine fréquentiel est développée au sein de la collaboration Virgo. C’est cette dernière appelée Merlino que l’on envisage d’utiliser.

7.2 Aspects techniques relatifs à une analyse utilisant des calques « EOB »

Pour des raisons détaillées dans le chapitre 3, les calques « EOB » constituent une solution intéressante pour la recherche de signaux d’ondes gravitationnelles émis par des systèmes BH-BH ou BH-NS. Contrairement aux calques de type « Pade », ils constituent une tentative de modélisation unifiée des signaux émis pendant les différentes phases de l’évolution d’un système binaire comportant un ou plusieurs objets de type trou noir.

Nous présentons dans cette partie un exemple d’analyse utilisant de tels calques. En préliminaire à cette analyse, on s’intéresse à la question du pavage de l’espace des paramètres de masse.

7.2.1 Pavage de l’espace des paramètres

7.2.1.1 Pavage standard à haute masse

La méthode de pavage de l’espace des paramètres présentée dans le chapitre 4 dans le contexte de la recherche de coalescence de systèmes binaires d’étoiles à neutrons a été testée et validée pour des domaines de masse couvrant de ~ 1 à $\sim 3M_{\odot}$. Peut-on couvrir un espace plus étendu à haute masse de façon performante ? Pour vérifier cela, on détermine la qualité du pavage pour différents domaines de masse. On la définit de la même façon que dans la partie précédente. Dans ce contexte, les points de test sont choisis de façon aléatoire et uniforme dans l’espace des masses.

m_{min} (M_{\odot})	m_{max} (M_{\odot})	PSD	\mathcal{MM}	Qualité (%)
1	3	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	99.9 (99.8)(99.8)
1	5	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	99.8 (99.7)(99.5)
1	10	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	99.1 (98.6)(98.4)
1	15	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	97.9 (96.9)(96.3)
1	20	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	95.9 (93.5)(93.4)
1	3	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	98.5 (98.0)(97.5)
1	5	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	97.7 (96.9)(96.1)
1	10	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	92.8 (88.4)(79.5)
1	15	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	89.0 (79.8)(62.8)
1	20	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	80.4(63.9)(47.7)

TAB. 7.4 – Qualité du pavage de l’espace des paramètres. On fait varier la masse maximale m_{max} . Lorsqu’on utilise la PSD nominale (Virgo), on fixe f_b à 30 Hz. Pour la PSD de WSR8, on fixe f_b à 100Hz.

La tableau 7.4 indique que la qualité du pavage se dégrade lorsqu’augmente la limite supérieure du domaine de masse. Elle reste supérieure à 95% lorsqu’on génère une grille avec la sensibilité nominale de Virgo, une masse maximum de $20M_{\odot}$ et $\mathcal{MM}=0.95$. Pour des valeurs de \mathcal{MM} plus élevées, la qualité se dégrade légèrement. Pour la suite, on fixe un seuil à 95% sur la qualité du pavage. Des pavages de qualité inférieure à ce seuil seront considérés comme insatisfaisants.

Avec la sensibilité de WSR8, on obtient des qualités inférieures à ce seuil pour des masses maximales supérieures à $5M_{\odot}$. La qualité du passage n'est donc pas satisfaisante. La solution la plus immédiate pour obtenir un pavage de qualité satisfaisante pour une valeur de \mathcal{MM} donnée (\mathcal{MM}_{requis} dans la suite) est alors de générer des grilles avec des valeurs de \mathcal{MM} ($\mathcal{MM}_{const.}$ dans la suite) supérieures à \mathcal{MM}_{requis} .

On indique dans le tableau 7.5 les valeurs de $\mathcal{MM}_{const.}$ nécessaires pour atteindre \mathcal{MM}_{requis} ⁵.

m_{min} (M_{\odot})	m_{max} (M_{\odot})	PSD	\mathcal{MM}_{requis}	\mathcal{MM}_{const}	Qualité (%)
1	10	WSR8	0.95	0.96	94.8
1	15	WSR8	0.95	0.97	94.9
1	20	WSR8	0.95	0.99	95.3

TAB. 7.5 – Tableau indiquant les valeurs $\mathcal{MM}_{const.}$ permettant d'atteindre \mathcal{MM}_{requis} .

Il est donc possible d'obtenir une qualité de pavage proche du seuil déterminé en générant les grilles avec des valeurs de $\mathcal{MM}_{const.}$ supérieures aux valeurs de \mathcal{MM}_{requis} . Cette solution ne peut cependant pas permettre d'atteindre des valeurs de \mathcal{MM}_{requis} élevées. Ainsi en utilisant la sensibilité de WSR8 avec une valeur maximum de masse de $20M_{\odot}$ et une valeur de \mathcal{MM}_{const} de 0.999 atteint-on au mieux une valeur de \mathcal{MM}_{requis} de 95%.

La dégradation de la qualité du pavage lorsque la masse augmente est liée à la construction des contours d'iso-recouvrement. Rappelons que celle-ci utilise une évaluation numérique de la métrique dans l'espace des paramètres $(\tau_0, \tau_{1.5})$. Il est indiqué dans [99] que la métrique ainsi construite tend à sous-estimer le recouvrement vrai. Ce fait n'est cependant pas problématique. La conséquence illustrée sur la figure 7.10 est d'obtenir des contours d'iso-recouvrement plus petits qu'en réalité⁶. La qualité du pavage n'est donc pas dégradée⁷.

En revanche, à plus haute masse, la situation devient différente dans certaines situations. On l'illustre sur la figure 7.11. Lorsqu'on utilise la sensibilité nominale, on retrouve la tendance de la métrique à sous-évaluer le recouvrement. A la différence de taille entre contours s'ajoute une différence d'orientation qui peut elle aussi conduire à une dégradation de la qualité du pavage (telle que celle constatée à haute masse avec la sensibilité nominale). Lorsqu'on utilise la sensibilité de WSR8, la situation change avec une tendance des contours issus de la métrique à dépasser en taille les contours vrais et une différence d'orientation très importante. On comprend dès lors qualitativement la mauvaise qualité de pavage obtenue avec la sensibilité de WSR8.

7.2.1.2 Pavage pour une analyse EOB

Notre objectif est ici de réaliser une recherche par filtrage adapté utilisant des calques « EOB ». Pour cela, il est nécessaire de paver l'espace des paramètres et d'obtenir, selon les termes précisés précédemment, une qualité de pavage satisfaisante. Rappelons que

⁵On considère que cette valeur est obtenue lorsque la qualité de pavage est proche du seuil fixé.

⁶Les contours vrais sont construits en parcourant autour du point d'intérêt l'espace des paramètres.

⁷Son optimalité l'est.

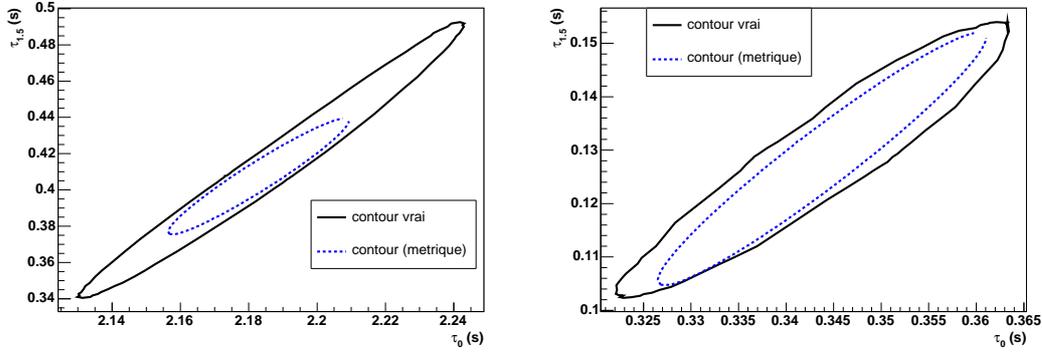


FIG. 7.10 – Comparaison des contours d’iso-recouvrement vrai et construit à partir de la métrique. On considère un système binaire de masse $(2,8)M_{\odot}$ (choix arbitraire représentatif). Pour le graphe de gauche, on utilise la sensibilité nominale de Virgo ($f_b = 30\text{Hz}$). Pour celui de droite la sensibilité de WSR8 ($f_b = 100\text{Hz}$). La sous-estimation du recouvrement par la métrique conduit à des contours d’iso-recouvrement plus petits qu’en réalité.

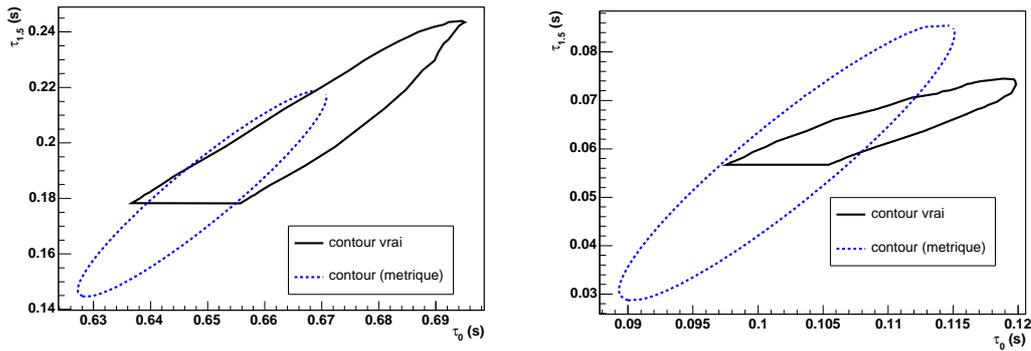


FIG. 7.11 – Comparaison des contours d’iso-recouvrement vrai et construit à partir de la métrique. On considère un système binaire de masse $(7,11)M_{\odot}$ (choix arbitraire représentatif). Pour le graphe de gauche, on utilise la sensibilité nominale de Virgo ($f_b = 30\text{Hz}$). Pour celui de droite la sensibilité de WSR8 ($f_b = 100\text{Hz}$). Seule une moitié des contours vrais est représentée.

la métrique utilisée pour la pavage de l'espace des paramètres calculée dans l'espace $(\tau_0, \tau_{1.5})$ est adaptée (avec les limitations mentionnées en fin de paragraphe précédent) à la construction de grille de calques « Taylor ». La question se pose alors de savoir si on peut utiliser cette méthode de pavage (cette métrique) pour construire des grilles de calques « EOB » de qualité satisfaisante. On génère donc une grille standard et on vérifie la qualité du pavage en substituant aux calques « Taylor » les calques « EOB » et on vérifie la qualité par rapport à des signaux « EOB ». Les résultats sont donnés dans le tableau 7.6.

m_{min} (M_{\odot})	m_{max} (M_{\odot})	PSD	$\mathcal{MM}_{const.}$	Qualité (%)
1	3	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	87.6(83.6)(78.4)
1	5	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	90.5(83.9)(79.1)
1	10	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	78.9(71.9)(68.4)
1	15	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	68.4(-)(60.8)
1	20	Virgo	0.95 (0.97)(0.98)	-(64.2)(61.7)
1	3	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	93.2 (89.0)(82.6)
1	5	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	74.9 (69.1)(64.2)
1	10	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	65.6 (58.8)(53.4)
1	15	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	70.5 (62.2)(52.7)
1	20	WSR8	0.95 (0.97)(0.98)	70.6 (56.6)(46.6)

TAB. 7.6 – Qualité du pavage de l'espace des paramètres pour une grille de calques « EOB » construite avec une métrique adaptée aux calques « Taylor ». On fait varier la masse maximale m_{max} . Lorsqu'on utilise la PSD nominale (Virgo), on fixe f_b à 30 Hz. Pour la PSD de WSR8, on fixe f_b à 100Hz.

Ces résultats indiquent que la qualité du pavage obtenu est dans la plupart des cas insuffisante. Comme dans le paragraphe précédent, on peut penser à une solution simple qui consiste à générer les grilles avec des valeurs de \mathcal{MM}_{const} supérieures à la valeur requise. On donne dans le tableau 7.7 quelques résultats.

Il y apparaît qu'à sensibilité nominale on peut atteindre ou se rapprocher d'une qualité de pavage suffisante en générant les grilles avec des valeurs de \mathcal{MM} supérieures à celles requises. Pour les cas envisagés, on parvient jusqu'à $m_{max} = 15M_{\odot}$ à atteindre une qualité de $\sim 95\%$. A $20M_{\odot}$, cette qualité est obtenue pour une valeur de $\mathcal{MM}_{requis}=94\%$.

Lorsqu'on considère la sensibilité de WSR8 et en se limitant à une valeur de $\mathcal{MM}_{const.}=99\%$, il n'est possible d'atteindre $\mathcal{MM}_{requis}=95\%$ que pour des masses maximales inférieures à $5M_{\odot}$. Au-delà on obtient la qualité requise pour des valeurs $\mathcal{MM}_{requis}=92\%$.

7.2.1.3 Limitations de la méthode de pavage

Les paragraphes précédents ont donc soulevé deux problèmes. Dans le contexte d'une recherche utilisant des calques « Taylor » et une sensibilité non nominale, il est nécessaire au-delà d'une masse maximum supérieure à $5M_{\odot}$ d'augmenter la valeur de \mathcal{MM} pour atteindre la valeur requise (avec un seuil donné sur la qualité du pavage). Ensuite dans le contexte d'une recherche utilisant des calques « EOB », la méthode de

m_{min} (M_{\odot})	m_{max} (M_{\odot})	PSD	$\mathcal{M}\mathcal{M}_{requis}$	$\mathcal{M}\mathcal{M}_{const.}$	Qualité (%)
1	3	Virgo	0.95	0.99	95.3
1	5	Virgo	0.95	0.97	95.8
1	10	Virgo	0.95	0.98	95.7
1	15	Virgo	0.95	0.99	95.4
1	20	Virgo	0.94	0.99	94.5
1	3	WSR8	0.95	0.99	94.4
1	5	WSR8	0.95	0.99	95.1
1	10	WSR8	0.92	0.99	94.5
1	15	WSR8	0.92	0.99	94.8
1	20	WSR8	0.92	0.99	94.6

TAB. 7.7 – Tableau indiquant les valeurs de $\mathcal{M}\mathcal{M}_{const}$ permettant d’atteindre une valeur de $\mathcal{M}\mathcal{M}_{requis}$ dans le cas où l’on souhaite construire une grille de calques « EOB » avec une méthode adaptée à la construction d’une grille de calques « Taylor ».

pavage utilisant la métrique définie dans le précédent contexte ne permet pas toujours d’atteindre les spécifications requises.

Il est vrai qu’on pourra atteindre des valeurs $\mathcal{M}\mathcal{M}_{requis}$ suffisamment élevées en acceptant une réduction du seuil sur la qualité du pavage et en augmentant la valeur de $\mathcal{M}\mathcal{M}_{const.}$ (au-delà de 99%). Toutefois on ne peut pas simplement établir une relation entre $\mathcal{M}\mathcal{M}_{const.}$ et $\mathcal{M}\mathcal{M}_{requis}$ qui prendrait en compte les domaines de masse et les variations de sensibilité. Il semble donc nécessaire de mettre en oeuvre une nouvelle méthode de construction des contours d’iso-recouvrement.

On peut envisager pour cela une extension de la méthode utilisée dans la partie précédente (dans le contexte d’une analyse BCV) et consistant à ajuster un paraboloïde dans l’espace $(\tau_0, \tau_{1.5}, \mathcal{M})$. L’avantage de cette méthode est son indépendance vis-à-vis des formes d’onde utilisées. Un inconvénient peut être le coût en moyens de calcul. Dans le cas d’une analyse BCV ne demandant que le calcul d’un contour et utilisant des calques générés dans le domaine fréquentiel, ce problème ne se pose pas. Dans le cas d’une analyse où les contours d’iso-recouvrement sont de tailles et orientations variables dans l’espaces des paramètres et doivent donc être calculés en différents points, il peut en aller différemment. De plus, les calques y sont générés dans le domaine temporel. L’implémentation de cette méthode est actuellement en cours d’étude.

7.2.2 Exemple d’analyse utilisant des calques « EOB »

Nonobstant les limitations évoquées dans les paragraphes précédents, il est possible d’utiliser l’implémentation multi-bande du filtrage adapté (MBTA, voir le chapitre 4 pour une description) pour filtrer les données avec des calques « EOB ». On donne ici un exemple d’analyse des données de WSR8. On considère un domaine de masse couvrant de 1 à $6M_{\odot}$. La fréquence basse de l’analyse est fixée à 100Hz. Afin d’atteindre une qualité de pavage satisfaisante, on choisit un domaine de $\mathcal{M}\mathcal{M}=99\%$. Le nombre de calques utilisés pour l’analyse est de 2168. La figure 7.12 indique la distribution de SNR des événements détectés.

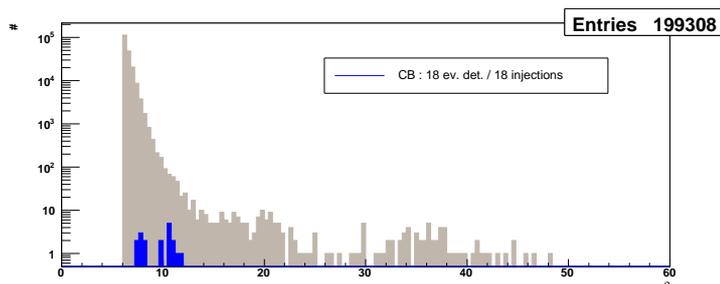


FIG. 7.12 – Distribution de SNR des événements détectés par une analyse utilisant des calques « EOB » des données de WSR8 (SNR>6).

Le taux d'événements est sensiblement plus élevé que dans le cas de l'analyse à basse masse (voir le chapitre 5). Il atteint désormais 1,1 Hz contre 0.66 Hz. Ceci n'est pas surprenant. Il s'agit là d'une des caractéristiques des recherches à haute masse qui, sensibles à des signaux de plus courtes durées, détectent des perturbations plus brèves du signal de frange noire.

On indique sur la figure 7.13 le SNR des événements détectés en fonction du temps.

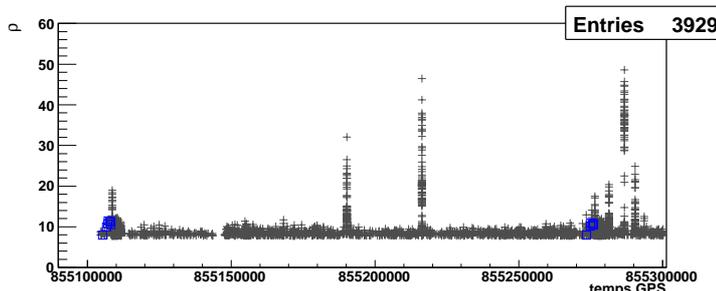


FIG. 7.13 – Distribution du SNR en fonction du temps pour tous les événements détectés (SNR>6). Analyse des données de WSR8 utilisant des calques « EOB » (SNR >8).

On retrouve sur cette figure des comportements proches de ceux observés sur le graphe similaire de la figure 5.32 (chapitre 5) où l'analyse s'étendait sur un domaine de masse de 0.9 à $3M_{\odot}$. En particulier, les afflux d'événements à haut SNR sont présents. Les SNR atteints y sont plus élevés. Ceci est cohérent avec le fait que les bruits causant ces excès d'événements sont de courte durée et donc mieux détectés par des signaux à plus haute masse.

Ces quelques résultats confirment la possibilité d'utiliser l'implémentation MBTA du filtrage adapté avec des calques « EOB ».

7.3 Perspectives et conclusion

Nous avons indiqué dans le chapitre 3 que la recherche de signaux de coalescences émis par des systèmes BH-BH ou BH-NS nécessite une adaptation de l'approche par

filtrage adapté utilisant des calques « Taylor ». Celle-ci a été présentée dans le chapitre 4 et appliquée dans le chapitre 5 dans le contexte de la recherche de systèmes NS-NS. Deux solutions ont été envisagées et nous avons principalement décrit dans ce chapitre les aspects techniques relatifs à leur mise en oeuvre.

La première consiste à utiliser une famille de calques de détection (BCV) dont on a montré dans le chapitre 6 qu'elle présentait une *effectivité* élevée avec un large éventail de modèles. L'étape préliminaire à l'analyse que constitue la construction de la grille de calques a été étudiée dans ce chapitre. Il apparaît qu'un nombre de calques de l'ordre de 10000 devra être utilisé dans un contexte de fonctionnement de Virgo proche de celui de WSR8. L'étape suivante est le filtrage des données avec cette banque de calques. Les adaptations nécessaires pour l'implémentation du filtrage adapté constituent l'étape suivante de cette étude.

La seconde solution consiste à utiliser une famille de formes d'onde spécifiquement adaptée à la description de l'évolution des systèmes binaires de masse totale élevée ($>6M_{\odot}$). L'utilisation de ces calques « EOB » demande de considérer l'étape de pavage de l'espace des paramètres avec précaution. Ainsi est-il possible d'obtenir un pavage correct de l'espace des paramètres en utilisant la méthode décrite dans le contexte d'une recherche utilisant des calques « Taylor » mais en construisant les grilles avec une valeur de $\mathcal{M}\mathcal{M}$ sensiblement supérieure à celle requise. La situation se dégrade toutefois sensiblement lorsqu'on se place à haute masse et qu'on utilise des sensibilités non nominales. Une adaptation de la méthode de calcul des contours d'iso-recouvrement utilisée dans le cadre d'une analyse BCV est envisageable dans ce contexte.

Une analyse succincte des données de WSR8 a permis de montrer qu'une fois les problèmes de génération de grilles résolus une analyse à haute masse utilisant des calques « EOB » est envisageable. On peut alors s'attendre à des taux d'événements plus élevés. Les étapes ultérieures de l'analyse similaires à celles abordées dans le chapitre 5 seront alors encore d'un intérêt central.

Quatrième partie
Analyse en réseau

Chapitre 8

Un aspect de l'analyse en réseau

Alors que les détecteurs interférométriques terrestres de première génération ont atteint leur sensibilité nominale ou s'en approchent, la recherche d'ondes gravitationnelles peut être optimisée en mettant en oeuvre une analyse en réseau. Dans une première partie, nous présenterons les intérêts d'une telle analyse. On décrira brièvement les différentes approches possibles que sont l'analyse en coïncidence et l'analyse cohérente.

Dans une deuxième partie, en se plaçant dans le contexte d'une analyse en coïncidence dédiée à la recherche de coalescences binaires, on présentera une méthode permettant d'améliorer la précision de la reconstruction de la position des sources détectées[24].

8.1 Généralités sur l'analyse en réseau

8.1.1 Le réseau mondial d'interféromètres

Six détecteurs interférométriques sont actuellement en fonctionnement à sensibilité nominale ou dans la phase finale de leur développement. Trois d'entre eux sont localisés aux Etats-Unis : deux à Hanford (état de Washington) dotés de bras de 2 et 4km, un à Livingston (état de Louisiane). Deux sont en Europe : GEO en Allemagne dont les bras mesurent 600 mètres, Virgo en Italie avec des bras de 3km. Enfin, on trouve en Asie le détecteur TAMA dont les bras font 300 mètres.

Ces détecteurs se différencient par leur courbe de sensibilité (voir figure 8.1). Les détecteurs pourvus des bras les plus longs sont les plus sensibles. Les sensibilités atteintes par les détecteurs américains et par Virgo sont proches au-delà de 1kHz. Virgo a une sensibilité meilleure d'un facteur ~ 2 par rapport au détecteur de 2km d'Hanford et une sensibilité réduite d'un facteur ~ 2 par rapport aux deux détecteurs de 4km. Entre 30Hz et 1 kHz, jusqu'à un ordre de grandeur différence les sensibilités du meilleur détecteur américain et Virgo. En dessous de 20Hz, les super-atténuateurs permettent à Virgo d'atteindre une meilleure sensibilité. Malgré des bras plus courts le détecteur GEO peut atteindre une très bonne sensibilité autour de 600Hz (facteur ~ 6 au-delà de la sensibilité atteinte par le détecteur de Livingston) en raison de la mise en oeuvre d'une technique de recyclage du signal en conjonction avec la technique de recyclage de puissance[74]. Le détecteur japonais avec les bras les plus courts et une configuration optique similaire à celle de Virgo est le moins performant.

Nous avons indiqué dans le chapitre 2 (équation (2.7)) que la réponse de l'interféro-

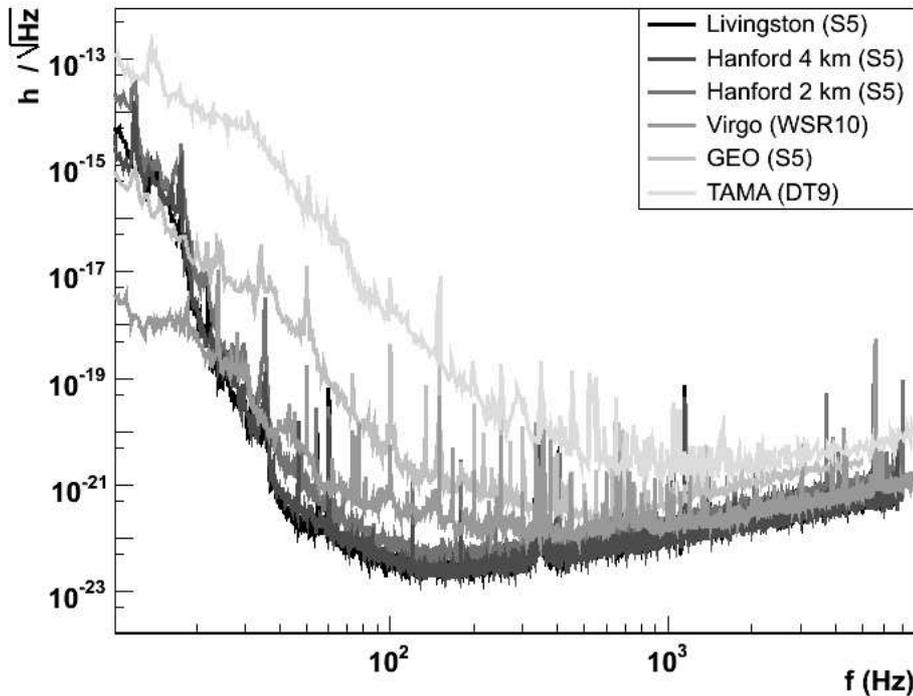


FIG. 8.1 – Sensibilité des principaux détecteurs interférométriques mondiaux.

mètre dépendait de la localisation de la source par rapport au détecteur. Ainsi dans un référentiel lié au détecteur, sa réponse moyenne est telle qu'illustrée sur la figure 8.2.

L'orientation et la localisation différentes de ces détecteurs se traduisent par une sensibilité directionnelle variable. On illustre sur la figure 8.3 les variations de leur réponse à une onde gravitationnelle polarisée circulairement en fonction de la position de la source dans le ciel.

Ces figures montrent que les interféromètres américains ont des sensibilités directionnelles similaires. Ceci illustre la volonté de maximiser le parallélisme de leur bras lors de leur conception afin d'accroître leur sensibilité à un état de polarisation donné[66]. Ce choix a l'inconvénient de ne pas assurer une couverture complète et optimale du ciel. L'orientation des autres détecteurs permet cependant d'y remédier. On constate en effet sur les graphes de la figure 8.3 que ceux-ci ont des réponses optimales dans des régions du ciel où la réponse des détecteurs américains est minimale. Cette complémentarité donne tout son sens à une opération en réseau de ces différents instruments.

Du point de vue de l'analyse des données, deux approches différentes peuvent être envisagées. La plus immédiate est l'analyse en coïncidence. Elle consiste à analyser les données des différents détecteurs de façon indépendante puis à mettre en commun et comparer les résultats d'analyse. La seconde méthode d'analyse dite cohérente consiste à considérer les données recueillies comme issues d'un détecteur unique dont la sensibilité dépasse celles de tous les interféromètres considérés. Détaillons brièvement les bénéfices apportés par ces deux stratégies.

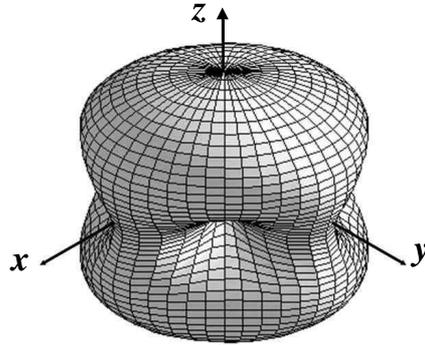


FIG. 8.2 – Sensibilité d'un détecteur interférométrique en fonction de la direction[108]. Les bras du détecteur sont selon les axes x et y .

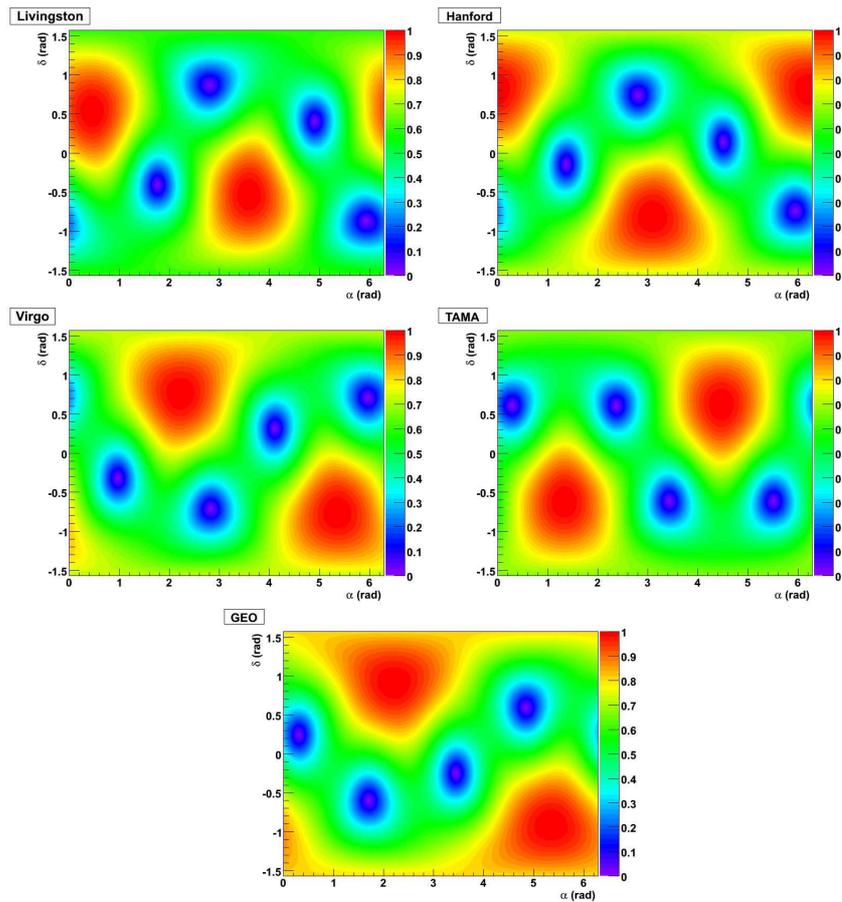


FIG. 8.3 – Réponse $\sqrt{F_+^2 + F_\times^2}$ (à une heure donnée arbitraire) des différents détecteurs interférométriques à une onde gravitationnelle polarisée circulairement en fonction de la position (α, δ) de la source dans le ciel. α est l'ascension droite et δ la déclinaison.

8.1.2 Analyse en coïncidence

Le premier objectif des analyses dédiées à la recherche des ondes gravitationnelles est leur détection. Une découverte ne saurait être garantie que dans le contexte d'une détection coïncidente dans différents détecteurs géographiquement distants. Une telle détection permet en effet d'exclure qu'une source de bruit inconnue ou non modélisée soit à l'origine de l'événement détecté¹.

Au-delà de cet objectif, des interféromètres fonctionnant en réseau ouvriront l'ère de l'astronomie gravitationnelle. Des observations complémentaires de celles obtenues dans le domaine électromagnétique permettront d'accroître la connaissance des propriétés des sources. Dans le cas de systèmes binaires, des paramètres d'importance astrophysique comme la distance, l'orientation, la position dans le ciel, les masses et spins des composants pourront être déterminés. Les prédictions de la Relativité Générale concernant les propriétés des ondes gravitationnelles pourront être vérifiées. La détermination de paramètre cosmologique comme la constante de Hubble H_0 est également envisageable avec une grande précision[90]. Intéressons-nous au nombre de détecteurs nécessaires pour de telles études.

On se place ici dans le contexte de la recherche de signaux émis par des systèmes binaires d'étoiles à neutrons. La détection d'un signal dans trois interféromètres donne accès à sept grandeurs : trois amplitudes, deux différences de phases et deux temps de vol indépendants[96]. Les informations temporelles permettent de déterminer deux positions possibles pour la source[76]. Pour chacune de ces positions, on peut à partir des réponses des trois détecteurs déterminer les informations relatives à l'amplitude du signal et sa polarisation. Enfin, l'information sur les différences de phases permet d'exclure une des deux positions. En l'absence de cette information, un quatrième détecteur est nécessaire pour déterminer de façon unique la position de la source.

Notons qu'on accède ainsi à une mesure absolue de la distance du système binaire. Si, en outre, on détermine par une observation dans le domaine électromagnétique le redshift de la source lié à l'expansion de l'univers, on parvient ainsi à mesurer la constante de Hubble H_0 [90].

La détection coïncidente d'un signal d'onde gravitationnelle émis par un système binaire dans trois interféromètres distants permet donc de reconstruire complètement la forme d'onde. La redondance des informations obtenues par une détection dans quatre détecteurs ou plus permettra de tester leur cohérence et d'augmenter la précision des tests de la Relativité Générale.

Une telle analyse en coïncidence est mise en oeuvre au sein de la collaboration LIGO utilisant les trois détecteurs américains et le détecteur allemand. La figure 8.4[55] indique un schéma de la chaîne d'analyse mise en oeuvre pour analyser les données des quatre détecteurs considérés. Il y apparaît que la mise en coïncidence des événements prend en considération un paramètre de temps et deux paramètres de masse (\mathcal{M} et η).

On constate qu'après une seconde étape de coïncidence, une analyse cohérente intervient. On décrit dans le paragraphe suivant les idées principales d'une telle analyse.

¹Ceci est valable dans la limite où les taux de fausses alarmes sont faibles. On trouvera par exemple dans [28] une discussion sur l'analyse en coïncidence dédiée à la recherche de sources impulsives.

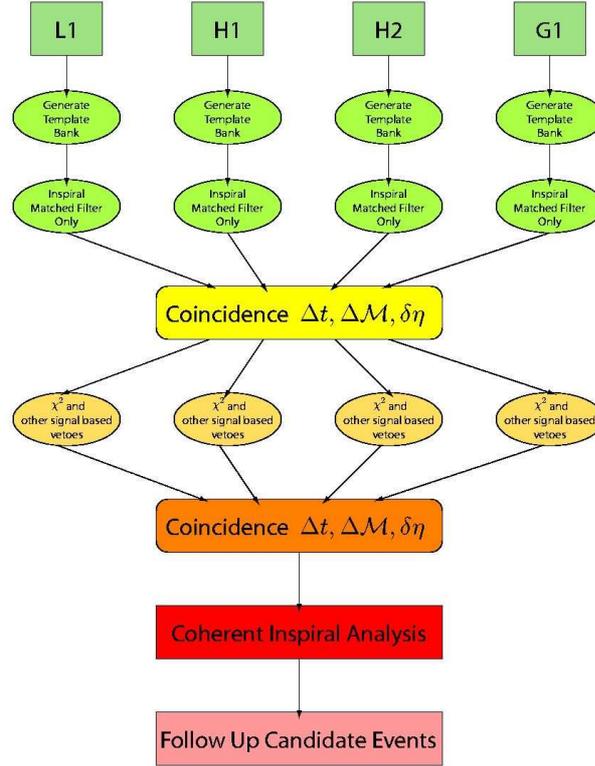


FIG. 8.4 – Schéma de la chaîne d’analyse dédiée à la recherche de systèmes binaires dans la collaboration LIGO[55]. Après analyse (filtrage adapté) des données des différents détecteurs, on applique aux événements détectés en coïncidence des vetos topologiques (cf annexe 3). Une nouvelle étape de coïncidence est mise en oeuvre pour les événements passant ces vetos. Une analyse cohérente intervient alors en dernière étape.

8.1.3 Analyse cohérente

Une méthode d’analyse cohérente repose sur le principe suivant : dans l’hypothèse où les bruits limitant la sensibilité des n détecteurs formant le réseau sont indépendants, la probabilité de détecter dans l’ensemble des données des différents détecteurs un signal donné est le produit des probabilités de détection dans chaque détecteur.

Dans la description du filtrage adapté présentée dans le chapitre 4, nous n’avons pas adopté une description probabiliste. La décision sur la présence ou l’absence de signal h_i^S dans les données $h_i(t)$ du détecteur i a été évaluée en terme de rapport signal sur bruit dépassant ou non un seuil. En terme probabiliste, cette décision passe par la maximisation d’un rapport de vraisemblance noté λ_i pour le détecteur i considéré. Ce dernier s’exprime simplement en fonction de l’opérateur $(\cdot|\cdot)$ qui a été défini par l’équation (4.5). On a [101]

$$\ln \lambda_i = (h_i^S|h_i)_i - \frac{1}{2}(h_i^S|h_i^S)_i, \quad (8.1)$$

Dans l’hypothèse de bruits indépendants, on obtient simplement un rapport de vrai-

semblance pour le réseau λ_{res} donné par

$$\ln \lambda_{res} = \sum_{i=1}^n \ln \lambda_i. \quad (8.2)$$

En introduisant les vecteurs de signaux $h^S = (h_1^S, \dots, h_n^S)$ et de données $h = (h_1, \dots, h_n)$ et l'opérateur $(\cdot|\cdot)_{res} = \sum_{i=1}^n (\cdot| \cdot)_i$, on obtient l'expression suivante pour le rapport de vraisemblance du réseau [101]

$$\ln \lambda_{res} = (h^S|h)_{res} - \frac{1}{2}(h^S|h^S)_{res}. \quad (8.3)$$

Ceci illustre la philosophie de l'analyse cohérente. Les différents détecteurs caractérisés par leur sensibilité en amplitude et directionnelle spécifique sont traités comme un détecteur unique. L'analyse est ensuite conceptuellement identique à celle réalisée dans le cas d'un détecteur unique. La probabilité de détection sera maximisée en filtrant les données du réseau h avec des calques (de réseau) h^T décrivant le signal (de réseau) h^S .

Dans un contexte post-newtonien similaire à celui abordé dans le chapitre 4, les calques de réseau dépendent de neuf paramètres[100]. La maximisation de la quantité $\ln \lambda_{res}$ doit donc se faire sur l'ensemble de ces paramètres. De façon similaire à une analyse mono-détecteur, on peut traiter certains de ces paramètres de façon analytique (on parle de paramètres extrinsèques). Quatre paramètres intrinsèques (liés aux masses et à la position) demandent cependant un traitement discret. Ce traitement dans le contexte d'un réseau de trois détecteurs s'avèrent cependant extrêmement coûteux en moyens de calculs puisque il peut atteindre quelques dizaines de TFlops[100].

L'intérêt d'une méthode d'analyse cohérente est illustré sur la figure 8.5[114]. On y compare les probabilités de détection par une analyse cohérente et en coïncidence entre trois détecteurs en fonction du SNR des événements détectés. Il apparaît que l'analyse cohérente permet d'accroître la probabilité de détection pour les SNR faibles.

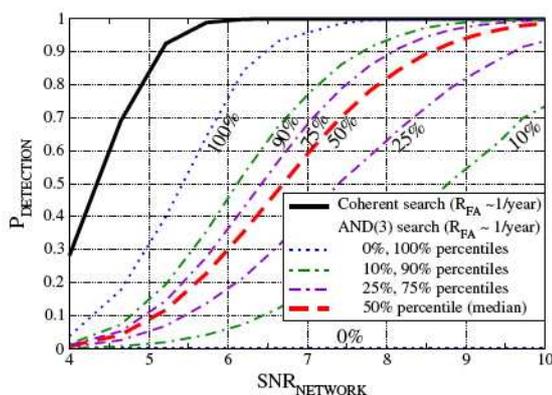


FIG. 8.5 – Probabilités de détection en fonction du SNR pour un réseau de trois détecteurs pour un taux de fausses alarmes de 1 par an. Le trait plein correspond au cas d'une analyse cohérente. Les traits pointillés aux résultats d'une analyse coïncidente[114].

Insistons sur le fait qu'une analyse cohérente est excessivement coûteuse en moyens de calculs. Il est donc nécessaire d'envisager des méthodes de recherche hiérarchiques.

C'est par exemple le cas pour la chaîne d'analyse schématisée par la figure 8.4. D'autres stratégies peuvent également être envisagées[37].

8.2 Amélioration de la résolution temporelle pour une analyse en réseau

Nous avons vu dans la partie précédente que la détection d'un signal d'onde gravitationnelle en coïncidence dans trois détecteurs géographiquement distincts permet de reconstruire la position de la source. La détermination de cette position par une méthode de triangulation repose sur la mesure des temps de vol entre détecteurs. L'amélioration de la précision sur cette position passe par une amélioration de la précision de mesure des temps d'arrivée des signaux à chaque détecteur.

Il a été montré dans [30] que choisir comme temps de référence le temps de coalescence² plutôt que le temps d'arrivée permet d'améliorer de façon sensible la précision temporelle. La raison proposée dans [30] pour justifier cette amélioration tient au fait que le temps d'arrivée ne dépend que de la fréquence basse de la fenêtre de bonne sensibilité du détecteur alors que le temps de coalescence dépend également des caractéristiques physiques de la source étudiée.

Les résultats présentés dans la suite confirmeront cette affirmation[24]. Nous montrerons cependant que faire le choix du temps de coalescence comme temps de référence n'est pas optimal. Tout d'abord, après avoir présenté d'où viennent les imprécisions temporelles dans le cadre d'une recherche par filtrage adapté, nous introduirons un nouveau temps de référence qui permet de les compenser en partie. Enfin, nous montrerons dans le contexte d'un projet de collaboration LIGO-Virgo utilisant des données simulées les améliorations obtenues pour une analyse en coïncidence.

8.2.1 Définition d'un nouveau temps de référence

8.2.1.1 Effet du filtrage adapté

Dans le contexte d'une recherche de signaux de coalescence de système binaire (en négligeant le spin des composants), les formes d'onde utilisées dans le processus de filtrage adapté ne dépendent que de deux paramètres intrinsèques dérivés des paramètres de masse du système ; les autres paramètres qualifiés d'extrinsèques pouvant être traités de façon analytique. Dans la suite, on utilise des formes d'onde obtenues par développement post-newtonien d'ordre 2 restreint à la phase. Les signaux injectés sont générés de la même façon.

L'espace des paramètres requis pour détecter les signaux d'ondes gravitationnelles simulés se réduit donc à un espace à deux dimensions. Le pavage de cet espace permettant de rechercher les signaux d'ondes gravitationnelles avec un nombre restreint de calques a également été détaillé dans le chapitre 4. Nous ne retiendrons ici qu'une conséquence liée à ce pavage : le calque pour lequel le rapport signal sur bruit ρ est maximum est défini par des paramètres de masse $(m_1 + \delta m_1, m_2 + \delta m_2)$ qui ne sont pas exactement ceux de la source (m_1, m_2) .

²Le temps de coalescence défini dans le chapitre 3 correspond au temps auquel le signal se termine.

Cette imprécision sur la détermination des paramètres de masse se traduit par une imprécision sur la détermination des temps des événements détectés. Nous avons déjà mentionné que le paramètre de temps utilisé est le temps de coalescence correspondant à la fin de l'évolution du système binaire. On peut définir ce temps par la relation suivante [101] :

$$t_{coal} = t_{max} + T_{spi} \quad (8.4)$$

Le temps t_{max} est le temps auquel la sortie du filtrage adapté atteint sa valeur maximale et correspond au temps auquel le signal entre dans la bande de fréquence de l'analyse (le signal d'onde gravitationnelle atteint la fréquence f_b). C'est le temps d'arrivée du signal. Le paramètre T_{spi} représente la durée de la phase spiralante. Il dépend des paramètres de masse m_1 et m_2 , de la fréquence f_b et de la fréquence à laquelle s'arrête l'évolution de la forme d'onde f_{stop} . Il s'agit donc de la plus petite valeur parmi la fréquence de Nyquist et la fréquence de dernière orbite stable.

La précision avec laquelle le temps de coalescence est déterminé au niveau de chaque détecteur est donc liée à la précision avec laquelle les paramètres de masse sont estimés par l'algorithme de filtrage adapté. Nous présentons dans la suite une façon de compenser les effets liés à la non-correspondance exacte entre les paramètres de masse du signal et du calque le détectant. On utilisera pour cela l'implémentation multi-bande du processus de filtrage adapté (MBTA) présentée dans le chapitre 4. Afin de quantifier la pertinence des résultats présentés dans la suite, quantifions quelles sont les limites inférieures et supérieures de la résolution temporelle.

Pour cela, nous nous plaçons dans le cadre d'un projet d'analyse commune entre les expériences LIGO et Virgo[33]. Après une première étape de comparaison des différentes méthodes de recherche de signaux transitoires et des signaux de coalescence utilisant trois heures de données simulées[38], une seconde étape a conduit à produire vingt-quatre heures de données simulées[34]. Les réponses de trois interféromètres (les deux détecteurs de quatre kilomètres de LIGO et le détecteur Virgo) ont été simulées en utilisant les courbes de sensibilité nominale des différents détecteurs et en injectant des signaux astrophysiques coïncidents de différents types. Nous étudions ici les 145 signaux de coalescence binaire injectés avec des paramètres de masses et des temps d'injections connus.

Afin de déterminer la meilleure précision temporelle accessible avec cette population d'événements, une analyse *mono-calque* est réalisée. Il s'agit d'une analyse utilisant des calques définis par des paramètres de masse correspondant exactement aux paramètres de masses des signaux injectés. Ainsi toute imprécision liée à une non-correspondance entre paramètres de masse des calques et des signaux est annulée. Les incertitudes viennent alors des fluctuations statistiques liées au bruit et de la fréquence d'échantillonnage finie des signaux (4 kHz). Les paramètres de masses des signaux injectés étant choisis parmi les valeurs 1, 1.4, 2 et 3 masses solaires, dix analyses *mono-calques* sont nécessaires.

La fenêtre de coïncidence choisie pour détecter les injections est de 10 ms. Pour chaque injection détectée, on calcule alors la différence entre le temps de coalescence correspondant et le temps de coalescence de l'événement associé. Dans le cas des données de Virgo, la distribution de cette différence pour les 79 injections détectées est indiquée sur le graphe de gauche de la figure 8.6. La résolution de cette distribution définit la

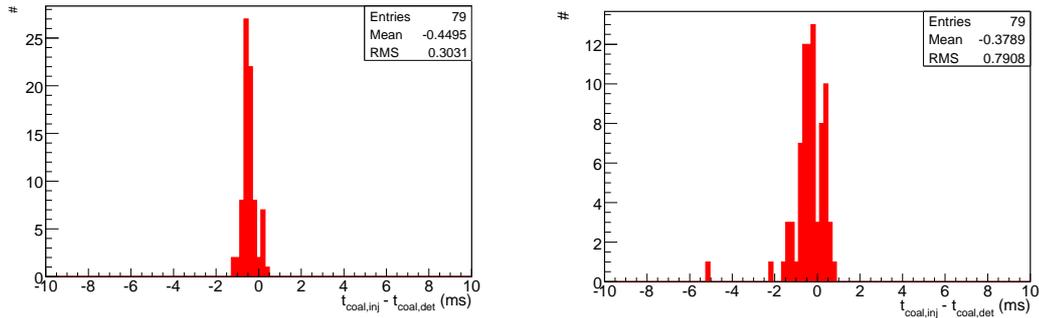


FIG. 8.6 – Différence entre temps d’injection et temps de l’événement détecté (t_{coal} est la référence) Graphe de gauche : analyse mono-calque. Graphe de droite : analyse avec grille standard

limite inférieure de la résolution temporelle notée σ_{exact} . On a pour les données de Virgo $\sigma_{exact} = 0.30 \pm 0.02$ ms. On trouve les valeurs correspondantes pour les données de LIGO dans le tableau 8.1.

Déterminons maintenant la limite supérieure de cette résolution. Il s’agit de la valeur obtenue en analysant les données de façon standard avec une grille de calques. La grille utilisée couvre un espace des masses allant de 1 à 3 masses solaires. La fenêtre fréquentielle considérée est $[30,2000]$ Hz. Dans le cas d’une analyse standard avec une grille, la distribution obtenue est celle montrée dans le graphe de droite de la figure 8.6. Cette grille couvre un espace des masses allant de 1 à 3 masses solaires. La valeur minimale du recouvrement acceptée est $\mathcal{MM} = 95\%$. Pour les 79 injections également détectées lors de l’analyse *mono-calque* des données de Virgo, on obtient une résolution $\sigma_{std} = 0.79 \pm 0.06$ ms. Cette valeur σ_{std} définit notre limite supérieure.

Détecteur	Livingston	Hanford	Virgo
Nombre d’injections détectées	83	85	79
SNR moyen	10.7	10.9	7.3
SNR max	28,5	26.7	20.8
σ_{exact}	0.39 ± 0.03	0.38 ± 0.03	0.30 ± 0.02
σ_{std}	1.61 ± 0.12	1.18 ± 0.09	0.80 ± 0.06

TAB. 8.1 – Résultats d’une analyse *mono-calque* et d’une analyse standard couvrant un espace des masses de 1 à 3 masses solaires avec une valeur minimale du recouvrement \mathcal{MM} de 95%. La fréquence basse vaut 40 Hz pour les données de LIGO et 30 Hz pour les données de Virgo.

Dans le cas d’une analyse standard, la résolution est donc dégradée d’un facteur ~ 3 . Notons bien que ces résultats ne sont pas absolus. Ils dépendent du rapport signal sur bruit des événements détectés mais aussi, dans le cas d’une analyse avec grille, de la densité des calques dans l’espace des paramètres (liée à la valeur de \mathcal{MM}). Ils nous permettront cependant de quantifier l’intérêt des résultats présentés dans la suite.

8.2.1.2 Amélioration de la précision temporelle : analyse mono-détecteur

Détecter un signal avec un calque de paramètres de masse légèrement différents entraîne une incertitude temporelle. Ceci est lié aux différences d'évolution de la phase du signal et du calque et de temps nécessaires pour parcourir la fenêtre d'analyse.

La maximisation impliquée dans la procédure de filtrage adapté détermine la façon dont le calque doit être décalé par rapport au signal injecté afin d'obtenir le recouvrement le plus élevé entre le calque et le signal. C'est le SNR de l'événement détecté qui quantifie ce recouvrement. Cependant le SNR ne s'accumule pas de façon uniforme dans la bande de fréquence de détection. On illustre cela sur la figure 8.7. C'est donc la région de fréquence qui contribue le plus au SNR qui va déterminer quel calque avec quel temps d'arrivée permet de maximiser le recouvrement. D'autre part, la différence entre les phases qui conduit à l'incertitude en temps s'accumule sur toute la bande de fréquence. Il apparaît donc que choisir une référence en temps dans un domaine de fréquence contribuant le plus au SNR puisse améliorer la résolution temporelle.

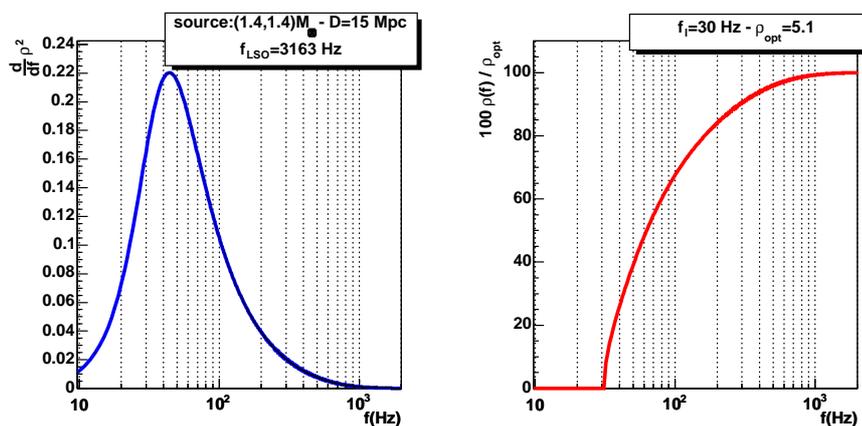


FIG. 8.7 – Graphe de gauche : densité fréquentielle du carré du SNR en fonction de la fréquence pour un signal (1.4, 1.4) M_{\odot} détecté par le détecteur Virgo à sensibilité nominale. Graphe de droite : accumulation du SNR en fonction de la fréquence pour le même signal.

Pour vérifier cette hypothèse, on introduit un nouveau temps de référence défini par

$$t_{ref, f_S} = t_{max} + T_{f_0 \rightarrow f_S}. \quad (8.5)$$

Celui-ci dépend du paramètre $T_{f_0 \rightarrow f_S}$ (avec f_S dans la bande de fréquence $[f_b, f_h]$) qui représente le temps nécessaire pour que le signal évolue de la fréquence f_0 à la fréquence f_S . Dans la définition standard (8.4), la durée du signal T_{spi} pourrait s'écrire $T_{f_0 \rightarrow f_h}$.

On calcule pour différentes valeurs de la fréquence f_S la résolution temporelle σ entre les temps de référence des injections et les temps de référence des calques les détectant. Il s'agit comme précédemment de l'écart type de la distribution de ces différences en temps. Les résultats pour les données de Virgo, LIGO Livingston et Hanford sont présentés sur la figure 8.8. Sur chaque graphe, on indique par une ligne horizontale

pleine la valeur de la limite inférieure σ_{exact} et par une ligne pointillée celle de la limite supérieure σ_{std} .

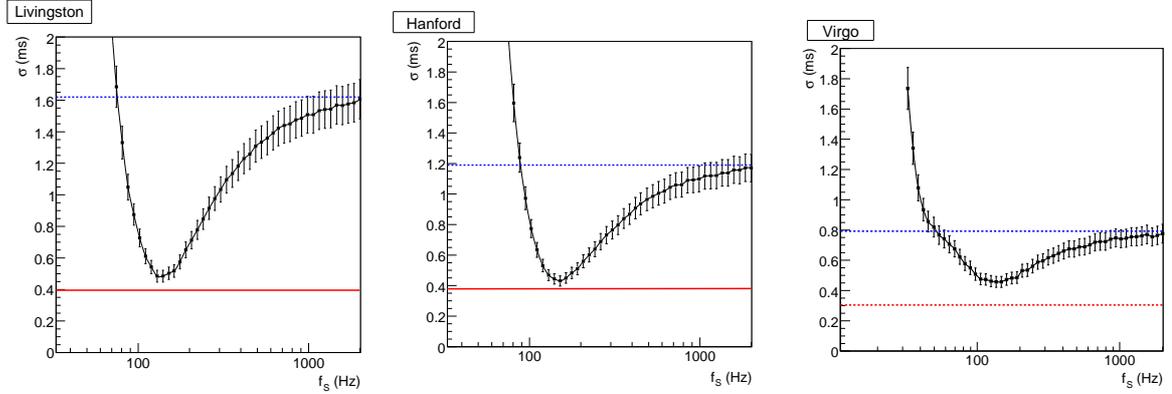


FIG. 8.8 – Variation de la résolution temporelle σ en fonction de la fréquence de référence f_S pour les données de LIGO Livingston, LIGO Hanford et Virgo en utilisant le temps de référence t_{ref,f_S} .

Tous ces graphes ont les mêmes caractéristiques. A haute fréquence (~ 2 kHz), la résolution σ tend vers la valeur obtenue dans le cas d'une analyse standard (σ_{std}). A basse fréquence, la résolution est bien au-delà de cette valeur. Ceci est la confirmation du résultat mentionné précédemment selon lequel le temps de coalescence est un paramètre plus adapté que le temps d'arrivée. Le résultat nouveau montré par ces courbes est le minimum atteint dans la région entre 100 et 300 Hz. Dans la figure 8.9, on montre un grossissement des graphes précédents dans cette zone de fréquence.

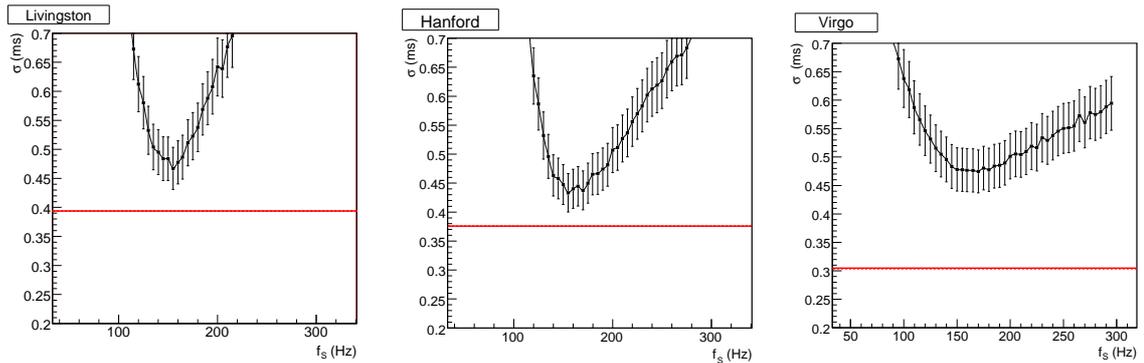


FIG. 8.9 – Variation de la résolution temporelle σ en fonction de la fréquence de référence f_S (entre 100 Hz et 300 Hz) pour les données de LIGO Livingston, LIGO Hanford et Virgo en utilisant le temps de référence t_{ref,f_S} .

La fréquence f_{opt} pour laquelle la résolution optimale σ_{opt} est obtenue est donnée pour chaque détecteur dans le tableau 8.2. Cette valeur diffère pour différentes sensibilités. On trouve également dans ce tableau les améliorations en résolution obtenues.

La grandeur $\sigma_{std}/\sigma_{opt}$ quantifie l'amélioration en résolution obtenue lorsque le temps de référence choisi est celui correspondant à la fréquence $f_S = f_{opt}$. Cette amélioration

Detector	Livingston	Hanford	Virgo
f_{opt} (Hz)	155 ± 20	160 ± 20	170 ± 40
σ_{opt} (ms)	0.47 ± 0.04	0.43 ± 0.03	0.48 ± 0.04
$\sigma_{std}/\sigma_{opt}$	3.42 ± 0.38	2.74 ± 0.28	1.66 ± 0.19
$\sigma_{opt}/\sigma_{exact}$	1.21 ± 0.14	1.13 ± 0.14	1.60 ± 0.17

TAB. 8.2 – Ce tableau indique pour les différents lots de données la fréquence f_{opt} à laquelle la valeur optimale de la résolution est obtenue. On y compare également cette valeur optimale aux limites supérieure et inférieure obtenues précédemment.

est significative dans les trois cas. On a une amélioration d'un facteur ~ 3 pour les données de LIGO. Elle se réduit à une amélioration d'un facteur ~ 1.6 pour les données de Virgo.

La quantité $\sigma_{opt}/\sigma_{exact}$ exprime la qualité de l'amélioration obtenue par rapport à la limite inférieure. Pour les données LIGO, on s'approche davantage de la limite inférieure que pour les événements Virgo.

Comme nous l'avons déjà remarqué, il est important de noter que les améliorations obtenues peuvent dépendre du SNR des événements considérés. Etudions brièvement ce point en considérant les événements détectés dans les données du détecteur de Livingston. Il sera difficile dans le contexte de cette analyse où le nombre d'événements est faible de donner des conclusions quantitatives précises.

La distribution du rapport signal sur bruit des événements détectés est illustrée dans la figure 8.10. On divise ces événements en deux sous-populations. La première sous-population contient 40 événements avec des événements de SNR variant entre 6 et 9.4 et la seconde de 43 événements avec des SNR entre 9.5 et 27. On donne pour ces deux populations l'ensemble des résultats dans le tableau 8.4.

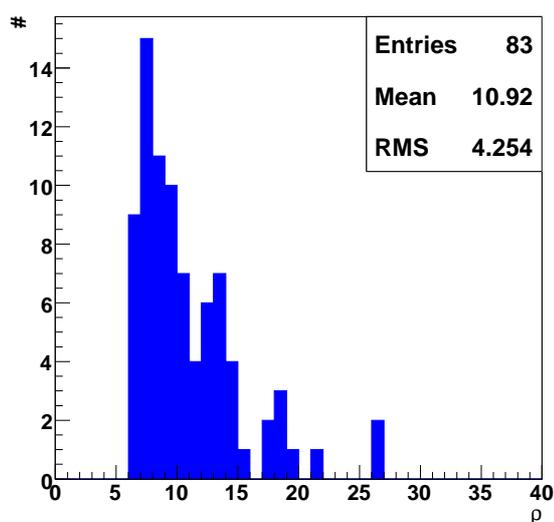


FIG. 8.10 – Distribution de SNR pour les données de L1.

	Sous-population A	Sous-population B
Nb. d'év.	40	43
SNR min (max)	6 (9.4)	9.5 (27)
SNR moyen	7.8	13.8
σ_{exact} (ms)	0.49 ± 0.07	0.25 ± 0.03
σ_{std} (ms)	2.05 ± 0.23	1.06 ± 0.12
σ_{opt} (ms)	0.62 ± 0.07	0.26 ± 0.03
$\sigma_{std}/\sigma_{opt}$	3.30 ± 0.52	4.04 ± 0.65
$\sigma_{opt}/\sigma_{exact}$	1.27 ± 0.23	1.04 ± 0.17

TAB. 8.3 – Résultats de l'analyse des données de Livingston selon deux populations en SNR.

Comme on pouvait s'y attendre, on constate que pour la population à plus bas SNR les résolutions obtenues dans les différentes situations sont plus élevées (d'un facteur 2) par rapport à celles obtenues pour l'autre population. Mais il est intéressant de constater que dans les deux cas les améliorations obtenues sont comparables. On se rapproche en utilisant le temps de référence sensiblement de la résolution optimale. En outre, l'amélioration obtenue par rapport à une analyse utilisant le temps de fin atteint dans les deux situations un facteur ~ 3.8 .

8.2.2 Amélioration de la précision sur le temps de vol entre détecteurs

Dans cette partie, nous allons montrer que les améliorations précédentes peuvent s'appliquer à la mesure des temps de vol entre détecteurs. Nous considérons les différents couples de détecteurs possibles : Hanford-Livingston, Livingston-Virgo, Virgo-Hanford. Les résultats obtenus dans cette partie ne s'appliquent donc qu'aux événements détectés en triple coïncidence. Sur les 145 événements injectés, 47 sont détectés par les trois détecteurs. Pour ces événements et pour chaque couple de détecteurs, on calcule donc les précisions obtenues sur les différences entre temps de référence mesurés à chaque détecteur. Ceci en fonction de f_S . Ces résultats sont comparés à ceux obtenus en utilisant le temps de fin ou les calques exacts (voir la figure 8.11).

Ces graphes montrent les mêmes propriétés que celles obtenues dans la figure 8.11. La figure 8.12 en est un grossissement dans la région basse-fréquence. A haute fréquence, on retrouve bien la résolution attendue en utilisant le temps de coalescence. Des minima sont atteints à basse fréquence ($\sim 160\text{Hz}$).

Les résultats principaux sont résumés dans le tableau 8.4.

Comme nous l'avons montré précédemment, il apparaît que définir un nouveau temps de référence avec $f_S = f_{opt}$ permet d'améliorer la variance sur les temps de vol entre détecteurs d'un facteur ~ 2 . Il est intéressant d'étudier comment cette amélioration se traduit en terme de reconstruction de la position de la source.

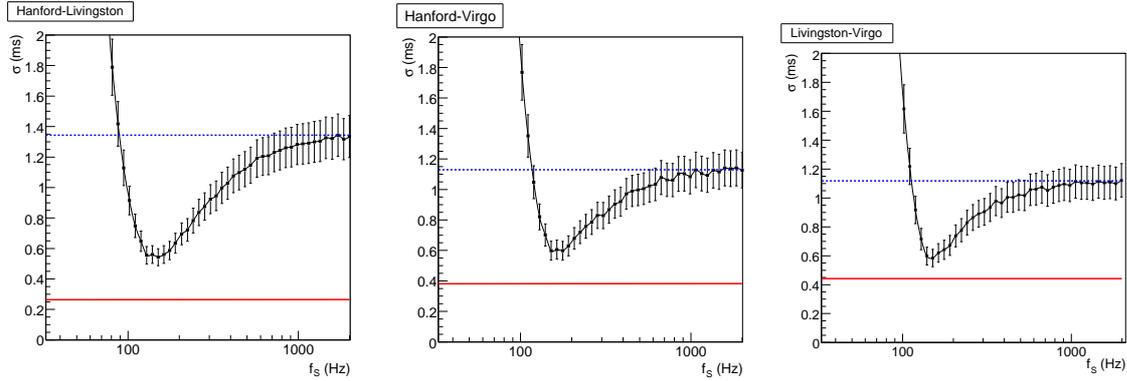


FIG. 8.11 – Evolution en fonction de f_S de la précision sur le temps de vol σ calculée à partir du temps de référence, pour les injections détectées en coïncidence dans les données de Livingston, d'Hanford et de Virgo.

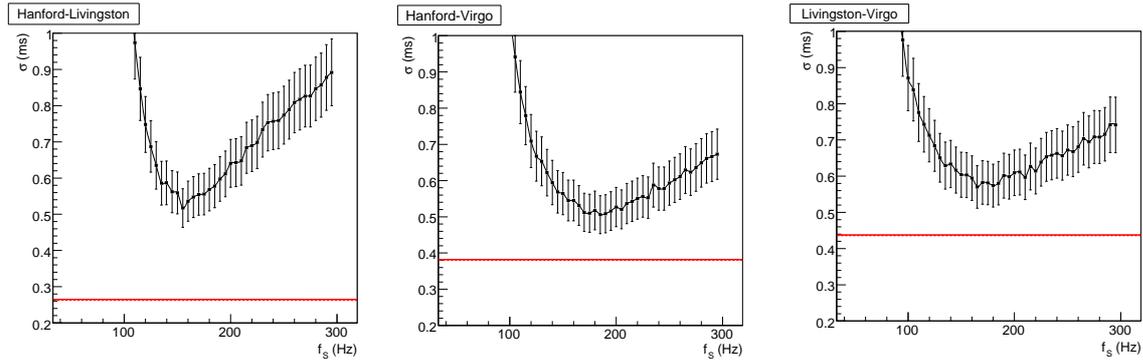


FIG. 8.12 – Evolution en fonction de f_S (entre 100 Hz et 300 Hz) de la précision σ sur le temps de vol calculé à partir du temps de référence, pour les injections détectées en coïncidence dans les données de Livingston, d'Hanford et de Virgo.

Détecteur	Hanford	Livingston	Virgo
SNR moyen des triples coïncidences	12.1	12.6	11.6
Couple de détecteur	Hanford-Livingston	Hanford-Virgo	Livingston-Virgo
f_{opt} (Hz)	155	180	155
σ_{opt} (ms)	0.52 ± 0.02	0.50 ± 0.05	0.57 ± 0.06
σ_{std} (ms)	1.34 ± 0.14	1.12 ± 0.12	1.10 ± 0.11
σ_{exact} (ms)	0.26 ± 0.03	0.38 ± 0.04	0.44 ± 0.05
$\sigma_{std}/\sigma_{opt}$	2.57 ± 0.37	2.24 ± 0.33	1.93 ± 0.28
$\sigma_{opt}/\sigma_{exact}$	2.00 ± 0.32	1.31 ± 0.19	1.29 ± 0.18

TAB. 8.4 – Cette table indique pour différents couples de détecteur les valeurs optimales de la précision sur le temps de vol obtenues en utilisant le temps de référence à la fréquence f_{opt} . On compare ces valeurs aux limites inférieures σ_{exact} et supérieures σ_{std} .

8.2.3 Amélioration de la reconstruction de la position de la source

L'amélioration obtenue en terme de précision sur les temps de vol entre détecteurs permet d'envisager une amélioration de la détermination de la position de la source. Pour vérifier cela, on est contraint de considérer le même temps de référence pour déterminer les temps de vol entre détecteurs en fixant une valeur unique à f_S . La valeur optimale de cette fréquence dépend de la sensibilité des détecteurs et varie donc pour chaque détecteur. On fait donc nécessairement un choix sous-optimal pour certains détecteurs. Cependant les différences entre ces fréquences optimales ne sont pas importantes. Choisir une fréquence de référence à 160 Hz permettra donc d'obtenir un résultat proche de l'optimal pour chaque détecteur.

Testons les améliorations en terme de reconstruction de la position de la source apportées par l'utilisation du nouveau temps de référence. On considère parmi les 47 événements détectés en triple coïncidence, les 30 correspondants à des signaux d'ondes gravitationnelles provenant de la galaxie NGC 6744 localisée à 10 Mpc, d'ascension droite $\alpha=286^\circ$ et de déclinaison $\delta=-64^\circ$.

Pour reconstruire la position de la source dans le ciel, on utilise les deux temps de vol entre les détecteurs LIGO Livingston et LIGO Hanford et entre les détecteurs LIGO Livingston et Virgo (τ_{HL} et τ_{LV}). On obtient pour chaque signal détecté une estimation de la position de la source par une méthode des moindres carrés. On montre dans le graphe de gauche de la figure 8.13 les différentes positions de sources reconstruites en utilisant le temps de coalescence. Les positions obtenues en utilisant le nouveau temps de référence apparaissent comparativement sur le graphe de droite. L'amélioration obtenue est sensible.

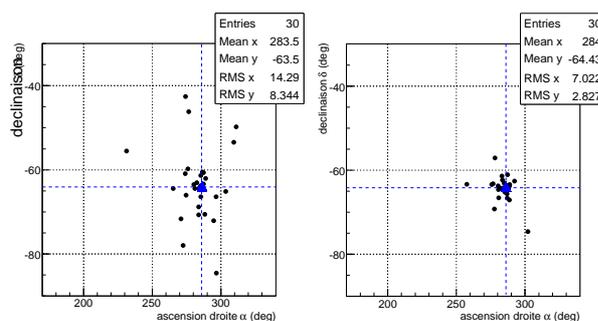


FIG. 8.13 – Positions reconstruites (points) des signaux issus de NGC 6744 (triangle à l'intersection des lignes tiretées horizontale et verticales). Graphe de gauche : en utilisant le temps de coalescence. Graphe de droite : en utilisant le nouveau temps de référence.

Les erreurs obtenues ici sont en accord avec celles attendues lorsqu'on utilise la formule géométrique approchée (8.6) qui exprime l'angle solide sous lequel on voit une source depuis la Terre en fonction des incertitudes sur les temps de vol τ_{HL} et τ_{LV} :

$$\Delta\Omega = \frac{2c^2\Delta\tau_{LV}\Delta\tau_{HL}}{A\cos\theta} \quad (8.6)$$

Dans l'équation (8.6), l'angle θ est l'angle entre la direction de la source et la normale au plan formé par les trois détecteurs et A désigne la surface du triangle qu'ils définissent.

8.2.4 Conclusion

Dans cette, nous avons montré qu'un nouveau choix simple du temps de référence $t_{ref, f_{ref}}$ (avec $f_{ref}=160\text{Hz}$ pour des détecteurs à sensibilité nominale) permet d'améliorer la précision de mesure des temps des événements détectés par les différents détecteurs. L'amélioration attendue en terme de précision sur la position de la source a été vérifiée.

Ce nouveau paramètre est calculé de façon simple et il apparaît donc intéressant de l'ajouter comme paramètre standard aux événements détectés. Il pourrait être intéressant d'étudier les résultats obtenus avec une statistique plus importante en utilisant davantage d'injections simulées.

Il a été vérifié sur des données réelles que l'utilisation de ce temps de référence (avec une fréquence de référence adapté à la sensibilité) permet d'obtenir des améliorations sur la précision temporelle ($t_{inj} - t_{det}$) similaires à celles exposées dans la partie 8.2.1.2. Ce nouveau paramètre pourrait éventuellement être utilisé dans l'étape de regroupement des événements produits par filtrage adapté.

Conclusion

Nous avons étudié dans ce manuscrit différents aspects de la recherche d'ondes gravitationnelles émises lors de la coalescence de systèmes binaires. La nécessité d'une description théorique très précise des formes d'ondes correspondantes, nous a amené à distinguer deux catégories différentes de sources binaires.

On s'est d'abord intéressé aux systèmes binaires d'étoiles à neutrons d'une masse totale typique d'environ trois masses solaires. Pour de tels systèmes, la chaîne d'analyse déjà testée et éprouvée lors des différentes prises de données ponctuant le développement du détecteur Virgo permet d'envisager des recherches performantes. Nous l'avons donc utilisé pour l'analyse des données recueillies depuis août 2005.

Nous avons concentré notre attention sur la notion de qualité de données. Cela a conduit à définir de nouveaux critères de qualité de données et à étudier la possibilité d'établir des méthodes de réjection d'événements performantes. L'analyse de données recueillies à des périodes de développement différentes de la machine a permis de tester ces méthodes dans des situations variées. Les interventions sur la machine font disparaître certaines sources de bruit. Elles peuvent aussi en révéler de nouvelles dont les effets peuvent prendre plus d'importance en raison d'une sensibilité améliorée. Il est alors nécessaire de développer de nouveaux vetos. Malgré cela, une amélioration régulière du contrôle de l'interféromètre s'est traduit par une amélioration sensible de la qualité des données caractérisées par un taux d'événements plus faible et également plus stationnaire. Cela, en parallèle à une amélioration sensible de la sensibilité.

L'autre catégorie de systèmes binaires envisagés correspond à des systèmes plus massifs comportant un trou noir et une étoile à neutrons ou deux trous noirs. La dynamique de ces systèmes devient hautement relativiste à des fréquences dans la partie basse de la fenêtre de bonne sensibilité de l'interféromètre. Les formes d'ondes adaptées dans le contexte d'une recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons peuvent se montrer inadaptées. Des approches spécifiques doivent alors être envisagées. Deux directions ont été suivies.

La première consiste à utiliser une famille de calques de détection. Nous avons dans un premier temps confirmé l'intérêt attendu de ces calques dans le contexte d'une analyse avec le détecteur Virgo à sensibilité nominale. Ensuite, en préliminaire à une analyse utilisant ces calques, nous avons défini une méthode de pavage de l'espace des paramètres correspondant. L'étape prochaine est le filtrage des données avec ces calques. La seconde direction suivie est l'utilisation de famille de formes d'onde spéciquement adaptée à la recherche de systèmes binaires de trous noirs. Une analyse à haute masse utilisant ces calques n'est actuellement limitée que par les performances de la méthode de pavage de l'espace des paramètres.

Enfin, nous nous sommes intéressés à un aspect d'une recherche coïncidente d'ondes

gravitationnelles par le réseau mondial de détecteurs actuellement en fonctionnement ou dans leur phase finale de développement. En utilisant des données simulées dans le cadre d'un projet de collaboration LIGO-Virgo, nous avons montré que l'introduction d'un nouveau temps de référence permettait d'améliorer la précision de reconstruction de la position des sources binaires.

Les sensibilités atteintes pendant les prises de données étudiées ici ainsi que leur courte durée limitaient l'intérêt scientifique des différentes recherches menées. Remarquons que la situation sera différente dans un futur très proche. En effet, la première prise de données scientifiques de longue durée est programmée pour débiter le 18 mai 2007 en coïncidence avec la prise de données S5 de la collaboration LIGO.

La sensibilité à basse fréquence du détecteur Virgo s'écarte encore de sa valeur nominale. En conséquence, la distance horizon atteinte par Virgo est d'environ 8Mpc. Le poids de ce détecteur dans un réseau où le détecteur le plus performant (celui de Livingston) atteint une distance horizon d'environ 30Mpc sera donc limitée. En revanche, à plus haute fréquence (au-delà de 1000Hz), les détecteurs américains et le détecteur Virgo ont des sensibilités comparables. Les recherches de sources impulsives dans ce domaine de fréquence bénéficieront d'un contexte de recherche en réseau très favorable.

Annexe A

Notations et grandeurs

Notation

- Soit le signal $h(t)$. La transformée de Fourier de ce signal est donnée par :

$$h(\tilde{f}) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \exp(-2i\pi ft) df$$

- La quantité complexe-conjuguée de la grandeur complexe A est notée A^* .
- Soit un système binaire de masse $(m_1, m_2)M_\odot$.
La masse totale est $M = m_1 + m_2$.
La masse réduite est $\mu = \frac{m_1 m_2}{M}$.
Le rapport symétrique de masse est $\eta = \frac{\mu}{M}$.
La « chirp » masse est ¹ $\mathcal{M} = \mu^{3/5} M^{2/5} = \eta^{3/5} M$.
- Une moyenne d'ensemble est notée : $\langle \cdot \rangle$.
- On définit le produit scalaire : $(h|g) = \int_{f_b}^{f_h} \frac{df}{S_n(f)} \tilde{h}(f) \tilde{g}^*(f)$ (voir chapitre 4).

Grandeur [18]

- Constante gravitationnelle $G = 6.6742(10) \cdot 10^{11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.
- Vitesse de la lumière : $c = 299792458 \text{ m s}^{-1}$.
- Masse solaire : $M_\odot = 1.98844(30) \cdot 10^{30} \text{ kg} = 4.9255 \cdot 10^{-6} \frac{c^3}{G} \text{ s}$.
- Parsec : $1 \text{ pc} = 3.261564 \text{ années lumières} = 3.0856775807(4) \times 10^{16} \text{ m}$.
- Constante de Hubble : $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, $h = 0.73_{-0.03}^{+0.04}$.
- Constante de Planck : $\hbar = 1.05457168(18) \times 10^{-34} \text{ J s}$.

¹Le symbole \mathcal{M} est aussi utilisé pour noter le recouvrement entre formes d'ondes.

Annexe B

Méthode de maximisation pour les calculs d'« effectivité »

Soit un calque h^S issu d'un modèle A et défini par p paramètres intrinsèques μ_i^S . Etant donné un calque h^T issu d'un modèle B , on cherche à déterminer les paramètres μ_i^T de ce calque permettant de maximiser l'*effectivité* E_{S-T} (voir le chapitre 6 et l'équation (6.5) pour une définition précise) entre h^S et h^T . En pratique, on minimise la fonction $f(\mu_i^T) = 1 - E_{S-T}(\mu_i^T)$. Pour cela, il est nécessaire de faire varier les paramètres intrinsèques de h^T dans leur domaine respectif.

La méthode utilisée ici est la méthode de minimisation de Nelder et Mead[95]. On utilise l'implémentation disponible dans la librairie GSL[19]. Dans l'espace à p dimensions des variables dont dépend la fonction f , cette méthode consiste à considérer des simplexes de $p + 1$ points dans cet espace. La fonction f est alors évaluée aux différents points de ces simplexes qualifiés de vertexes. Le vertexe où la fonction f prend la plus grande valeur est rejeté et remplacé par un nouveau. Un nouveau simplexe est donc formé. Le processus d'évaluation en chaque vertexe est alors répété. En pratique, trois type de construction de vertexes interviennent : réflexion, expansion et contraction (voir par exemple [20] pour plus de détails). La taille des simplexes¹ diminue à chaque étape. Lorsque la taille atteinte par le simplexe est inférieure à un seuil prédéterminé, le processus s'arrête et le point où la fonction f atteint sa valeur minimum est retourné comme étant un minimum de cette fonction.

Une des difficultés dans le contexte de calcul d'*effectivité* est le fait que la fonction f possède de nombreux minima locaux. La procédure de Nelder et Mead ne différencie pas minimaux locaux et global mais retourne le premier minimum rencontré. Des méthodes spécifiquement adaptées à la recherche de minimum global existent. On peut par exemple mentionner les méthodes de recuit simulé. Toutefois, il a été ici possible de déterminer les minima globaux en utilisant comme algorithme de base celui de Nelder et Mead.

En pratique, pour chaque opération de minimisation, plusieurs itérations du même processus sont opérés. Après une première itération, les coordonnées d'un premier minimum sont retournés. Un déplacement aléatoire autour de ce point (faible par rapport à l'étendue totale de l'espace des paramètres) détermine un nouveau point depuis le-

¹Dans le cas d'un problème dépendant de deux variables, un simplexe est un triangle. Sa taille est alors sa surface.

quel on effectue une nouvelle itération de la procédure de minimisation. Cette itération converge alors vers un minimum qui peut être le même que précédemment ou un nouveau minimum. Le processus précédent est répété tant que le minimum trouvé n'est pas supérieur au précédent. Un maximum de 10 itérations est opéré.

Pour valider cette méthode, nous avons vérifié qu'elle permettait dans le cas où h^S et h^T étaient issus du même modèle de retrouver une *effectivité* proche de 1 malgré des paramètres de masses initialement différents. On donne un exemple de cette vérification sur la figure B.1. Il apparaît que la méthode de minimisation permet de converger vers les minima globaux cherchés (et donc les maxima de l'*effectivité*). Il y a cependant quelques points où cette méthode ne parvient pas à s'extraire du minimum local rencontré. Nous avons déjà mentionné cette limitation dans le chapitre 6.

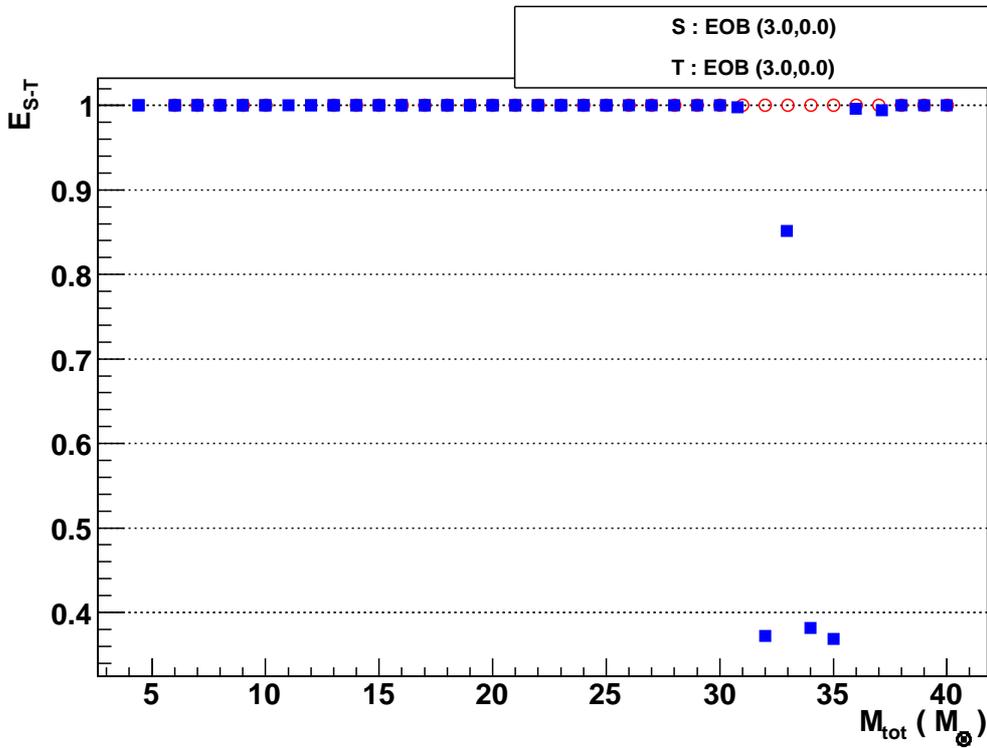


FIG. B.1 – Calcul de l'*effectivité* entre calques « EOB » initialement définis par des paramètres de masses sensiblement différents. Des résultats similaires sont obtenus avec les autres modèles étudiés dans le chapitre 6.

Annexe C

Vetos topologiques dans le contexte de la recherche de coalescences binaires

Cette annexe présente l'intérêt des vetos topologiques et en donne deux exemples utilisables dans le contexte de la recherche de signaux de coalescences binaires.

Objectif de ces vetos

Nous avons étudié dans le chapitre 5 des vetos utilisant les informations enregistrées dans les nombreux canaux auxiliaires de l'interféromètre Virgo. Ceux-ci utilisaient les listes d'événements produites par l'algorithme de recherche sans considération sur les propriétés des signaux détectés dans le signal de frange noire. Les vetos topologiques s'intéressent eux à vérifier la concordance entre le signal détecté dans la frange noire et le signal physique attendu en réponse à une onde gravitationnelle émise par un système binaire. Différents types de vetos topologiques existent. On s'intéresse ici au veto dit du χ^2 et au veto d'Oschner-Shawhan.

Veto du χ^2

Le veto du χ^2 [27] repose sur une décomposition temps-fréquence du signal en sortie de l'algorithme de filtrage adapté. L'idée consiste à diviser la bande de fréquence de l'analyse en n sous-bandes. En pratique, ces intervalles sont construits de façon à ce que la contribution d'un signal de coalescence en terme de SNR soit identique dans chacun d'eux.

Dans le cas d'une source de bruit instrumentale ou environnementale, la répartition en fréquence du SNR tend à se concentrer dans des bandes de fréquence spécifiques.

Considérons un événement détecté avec un SNR ρ_{tot} . Le SNR dans chaque bande est ρ_j , $j \in [1, n]$. Le test statistique construit est le suivant :

$$\chi^2 = n \sum_{j=1}^{j=n} \left(\rho_j - \frac{\rho_{tot}}{n} \right)^2 \quad (C.1)$$

On s'attend dans le cas d'un bruit gaussien à une valeur moyenne $\langle \chi^2 \rangle = n - 1$, pour une largeur de distribution $\sqrt{2(n - 1)}$.

Pour un signal de coalescence, on a par construction une répartition égale du SNR dans chaque bande et donc une valeur de χ^2 faible. Dans le cas d'un bruit où la contribution d'une bande de fréquence peut être particulièrement importante par rapport aux autres, on s'attend à des valeurs plus élevées.

L'implémentation multi-bande du filtrage adapté MBTA permet de mettre en oeuvre ce veto. Il apparaît cependant qu'un nombre de bandes supérieur à 2 permet d'obtenir de meilleures performances. En contre-partie, ce veto peut s'avérer coûteux en moyens de calculs.

Veto d'Oschner-Shawhan

Le test précédent peut montrer des limitations pour rejeter des événements de bruit à haut SNR. Oschner et Shawhan ont proposé une nouvelle méthode permettant de les exclure. Celle-ci consiste à étudier l'évolution temporelle de la sortie du filtrage adapté autour de son maximum. Son principe est illustré sur la figure C.1 extraite de [109].

Le critère considéré est le nombre de dépassement d'un seuil préalablement déterminé. On peut considérer un seuil fixe (dans le cas illustré par la figure C.1, il est fixé à $\rho_{\times} = 6.5$). Pour les événements de bruit, on a un grand nombre de dépassement de ce seuil (cas a). Ce n'est pas le cas pour des événements simulés de même SNR (cas b). On peut cependant obtenir un nombre important de dépassement de ce seuil lorsque le SNR de l'événement détecté est élevé. En conséquence, un seuil ρ_{var} dépendant du SNR maximum est introduit. Avec ce seuil, le nombre de dépassement observé est faible (cas c).

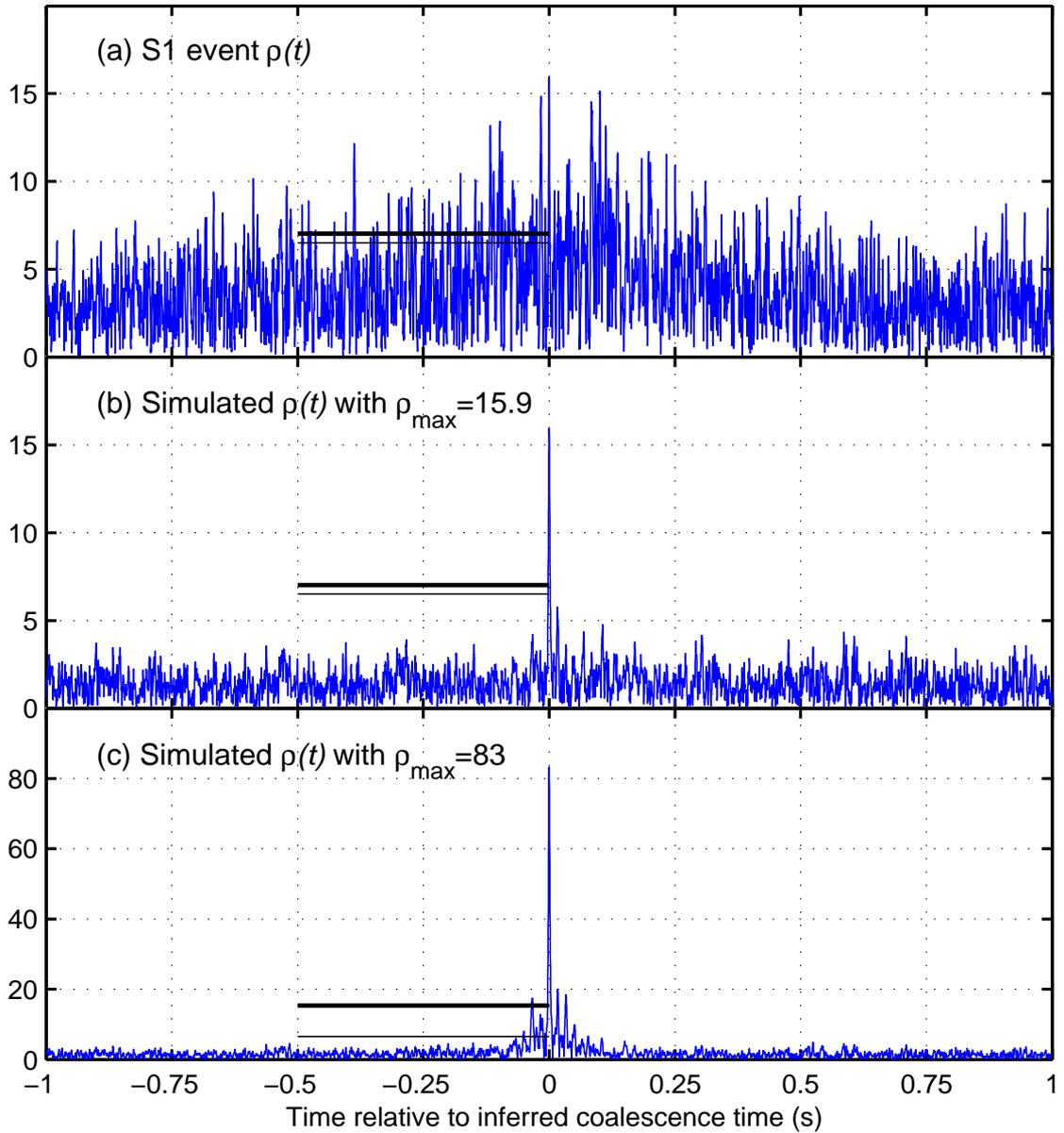


FIG. C.1 – Série temporelle $\rho(t)$ pour (a) un événement à haut SNR détecté dans des données réelles; (b) un événement simulé de même SNR; (c) un événement simulé de SNR plus élevé. Apparaissent sur chacun de ces graphes deux lignes horizontales. La ligne fine inférieure correspond à un seuil fixe ($\rho_{\times} = 6.5$). La ligne supérieure épaisse définit un seuil dépendant du SNR maximum ρ_{var} . [109].

Bibliographie

- [1] [<http://www.virgo.infn.it/>].
- [2] [www.naic.edu].
- [3] [<http://lisa.nasa.gov/>].
- [4] [lisa.nasa.gov].
- [5] [www.roma1.infn.it/rog/explorer].
- [6] [sam.phys.lsu.edu/].
- [7] [gravity.pd.uwa.edu.au/].
- [8] [www.roma1.infn.it/rog/nautilus/].
- [9] [www.auriga.lnl.infn.it/].
- [10] [www.minigrail.nl].
- [11] [www.parkes.atnf.csiro.au].
- [12] [www.gb.nrao.edu].
- [13] [lumimath.univ-mrs.fr/~jlm/travaux/livretab/node7.html].
- [14] [www.astro.cf.ac.uk/geo/euro].
- [15] [www.astro.cf.ac.uk/geo/ego].
- [16] [<http://wwwcascina.virgo.infn.it/DataAnalysis/Quality/>].
- [17] [<http://wwwcascina.virgo.infn.it/DataAnalysis/Burst/home.html>].
- [18] [pdg.lbl.gov/2006/reviews/contents_sports.html#constantsetc].
- [19] [<http://www.gnu.org/software/gsl/>].
- [20] [math.fullerton.edu/mathews/n2003/NelderMeadMod.html].
- [21] Accès restreint aux membres de la collaboration virgo. [<https://workarea.ego-gw.it/ego2/virgo/data-analysis/burst/auth-only/vetoed-for-burst>].
- [22] Génération de courbes de sensibilités pour lisa. [<http://www.srl.caltech.edu/~shane/sensitivity/MakeCurve.html>].
- [23] F. Acernese and al. A parallel in-time analysis system for virgo. *Journal of Physics : Conference Series*, 32 :35–43, 2006.
- [24] F. Acernese et al. Improving the timing accuracy for inspiral signals found by interferometric gravitational wave detectors. *Class. Quantum Grav.*, 24 :S617–S625, 2007.

- [25] P. Ajith, B. R. Iyer, C. A. K. Robinson, and B. S. Sathyaprakash. Complete adiabatic waveform templates for a test-mass in the schwarzschild spacetime : Virgo and advanced ligo studies. *Class. Quant. Grav.*, 22 :S1179–S1188, 2005. [[gr-qc/0503124](#)].
- [26] B. Allen. The stochastic gravity-wave background : Sources and detection. 1996. [[gr-qc/9604033](#)].
- [27] B. Allen. A χ^2 time-frequency discriminator for gravitational wave detection. *Phys. Rev.*, D71 :062001, 2005. [[gr-qc/0405045](#)].
- [28] N. Arnaud et al. Coincidence and coherent data analysis methods for gravitational wave bursts in a network of interferometric detectors. *Phys. Rev.*, D68 :102001, 2003. [[gr-qc/0307100](#)].
- [29] J. G. Baker, J. R. van Meter, S. T. McWilliams, J. Centrella, and B. J. Kelly. Consistency of post-newtonian waveforms with numerical relativity. 2006. [[gr-qc/0612024](#)].
- [30] R. Balasubramanian, B. S. Sathyaprakash, and S. V. Dhurandhar. Gravitational waves from coalescing binaries : Detection strategies and monte carlo estimation of parameters. *Phys. Rev.*, D53 :3033–3055, 1996. [[gr-qc/9508011](#)].
- [31] F. Beauville. *Prélude à l'analyse des données du détecteur Virgo : De l'étalonnage à la recherche de coalescences binaires*. PhD thesis, Université de Savoie, 2005. [<http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00010297>].
- [32] F. Beauville et al. Placement of templates technique in a 2d parameter space for binary inspiral searches. *Class. Quant. Grav.*, 22 :4285–4309, 2005. [[gr-qc/0504046](#)].
- [33] F. Beauville et al. Benefits of joint ligo - virgo coincidence searches for burst and inspiral signals. *J. Phys. Conf. Ser.*, 32 :212, 2006. [[gr-qc/0509041](#)].
- [34] F. Beauville et al. Detailed comparison of ligo and virgo inspiral pipelines in preparation for a joint search. 2007. [[gr-qc/0701027](#)].
- [35] K. Belczynski, V. Kalogera, F. A. Rasio, R. E. Taam, and T. Bulik. On the rarity of double black hole binaries : Consequences for gravitational-wave detection. 2006. [[astro-ph/0612032](#)].
- [36] B. Bhawal and S. V. Dhurandhar. Coincidence detection of broadband signals by networks of the planned interferometric gravitational wave detectors. 1995. [[gr-qc/9509042](#)].
- [37] S. Birindelli. Testing a coherent follow-up for coalescing binaries events. *Proceedings de GWDAW11 (en préparation)*, 2006.
- [38] L. Blackburn et al. A first comparison of search methods for gravitational wave bursts using ligo and virgo simulated data. *Class. Quant. Grav.*, 22 :S1293–S1302, 2005. [[gr-qc/0504060](#)].
- [39] L. Blanchet. Introduction à la relativité générale. [elbereth.obspm.fr/DEA/enseignements/poly/relativite.ps.gz].
- [40] L. Blanchet. Gravitational radiation from post-newtonian sources and inspiralling compact binaries. *Living Rev. Relativity*, 5, 2002. [www.livingreviews.org/lrr-2002-3].

-
- [41] L. Blanchet, A. Buonanno, and G. Faye. Higher-order spin effects in the dynamics of compact binaries. ii : Radiation field. *Phys. Rev.*, D74 :104034, 2006. [gr-qc/0605140].
- [42] L. Blanchet and B. R. Iyer. Third post-newtonian dynamics of compact binaries : Equations of motion in the center-of-mass frame. *Class. Quant. Grav.*, 20 :755, 2003. [gr-qc/0209089].
- [43] A. Buonanno, Y. Chen, Y. Pan, H. Tagoshi, and M. Vallisneri. Detecting gravitational waves from precessing binaries of spinning compact objects. ii. search implementation for low-mass binaries. *Physical Review D*, 72(8) :084027, 2005. [gr-qc/0508064].
- [44] A. Buonanno, Y. Chen, Y. Pan, and M. Vallisneri. Quasiphsical family of gravity-wave templates for precessing binaries of spinning compact objects : Application to double-spin precessing binaries. *Physical Review D*, 70(10) :104003, 2004. [gr-qc/0405090].
- [45] A. Buonanno, Y. Chen, and M. Vallisneri. Detecting gravitational waves from precessing binaries of spinning compact objects : Adiabatic limit. *Phys. Rev. D*, 67(10) :104025, May 2003. [gr-qc/0211087].
- [46] A. Buonanno, Y. Chen, and M. Vallisneri. Detection template families for gravitational waves from the final stages of binary–black-hole inspirals : Nonspinning case. *Phys. Rev. D*, 67(2) :024016, Jan 2003. [gr-qc/0205122].
- [47] A. Buonanno, G. B. Cook, and F. Pretorius. Inspiral, merger and ring-down of equal-mass black-hole binaries. 2006. [gr-qc/0610122].
- [48] A. Buonanno and T. Damour. Effective one-body approach to general relativistic two-body dynamics. *Phys. Rev.*, D59 :084006, 1999. [gr-qc/9811091].
- [49] A. Buonanno and T. Damour. Transition from inspiral to plunge in binary black hole coalescences. *Phys. Rev.*, D62 :064015, 2000. [gr-qc/0001013].
- [50] S. M. Carroll. Lecture notes on general relativity. 1997. [gr-qc/9712019].
- [51] J. M. Centrella. The final merger of comparable mass binary black holes. *AIP Conf. Proc.*, 873 :70–81, 2006. [astro-ph/0609172].
- [52] N. Christensen. Veto studies for ligo inspiral triggers. *Class. Quant. Grav.*, 22 :S1059–S1068, 2005. [gr-qc/0504067].
- [53] T. Cokelaer. *Détection d’ondes gravitationnelles émises par les coalescences de trous noirs*. PhD thesis, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2003.
- [54] L. Collaboration. Host galaxies catalog used in ligo searches for compact binary coalescence events. *en prparation*.
- [55] L. S. Collaboration. The ligo scientific collaborations inspiral search pipeline. *en prparation*.
- [56] N. J. Cornish. Detecting a stochastic gravitational wave background with the laser interferometer space antenna. *Phys. Rev.*, D65 :022004, 2002. [gr-qc/0106058].
- [57] C. A. Costa, O. D. Aguiar, and N. S. Magalhaes. The mario schenberg gravitational wave detector : A mathematical model for its quadrupolar oscillations. 2003. [gr-qc/0312035].

- [58] J. D. E. Creighton. Search techniques for gravitational waves from black-hole ringdowns. *Phys. Rev.*, D60 :022001, 1999. [gr-qc/9901084].
- [59] T. Damour, B. R. Iyer, P. Jaranowski, and B. S. Sathyaprakash. Gravitational waves from black hole binary inspiral and merger : The span of third post-newtonian effective-one-body templates. *Phys. Rev.*, D67 :064028, 2003. [gr-qc/0211041].
- [60] T. Damour, B. R. Iyer, and B. S. Sathyaprakash. Improved filters for gravitational waves from inspiralling compact binaries. *Phys. Rev.*, D57 :885–907, 1998. [gr-qc/9708034].
- [61] T. Damour, B. R. Iyer, and B. S. Sathyaprakash. Frequency-domain p-approximant filters for time-truncated inspiral gravitational wave signals from compact binaries. *Phys. Rev.*, D62 :084036, 2000. [gr-qc/0001023].
- [62] T. Damour, B. R. Iyer, and B. S. Sathyaprakash. A comparison of search templates for gravitational waves from binary inspiral. *Phys. Rev.*, D63 :044023, 2001. [gr-qc/0010009].
- [63] T. Damour and A. Nagar. Binary black hole merger waveforms in the extreme mass ratio limit. 2006. [gr-qc/0612151].
- [64] S. V. Dhurandhar. Data analysis techniques for gravitational wave observations. *Pramana Journal of Physics*, 63 :717–730, 2004.
- [65] F. A. et al. Virgo upgrade investigations. *Journal of Physics : Conference Series*, 32 :223–229, 2006. [www.iop.org/EJ/abstract/1742-6596/32/1/033/].
- [66] L. S. Finn and D. F. Chernoff. Observing binary inspiral in gravitational radiation : One interferometer. *Phys. Rev.*, D47 :2198–2219, 1993. [gr-qc/9301003].
- [67] E. E. Flanagan and S. A. Hughes. Measuring gravitational waves from binary black hole coalescences. i : Signal to noise for inspiral, merger, and ringdown. *Phys. Rev.*, D57 :4535–4565, 1998. [gr-qc/9701039].
- [68] E. E. Flanagan and S. A. Hughes. Measuring gravitational waves from binary black hole coalescences. ii : The waves' information and its extraction, with and without templates. *Phys. Rev.*, D57 :4566–4587, 1998. [gr-qc/9710129].
- [69] R. L. Forward. Wideband laser-interferometer gravitational-radiation experiment. *Phys. Rev. D*, 17(2) :379–390, Jan 1978.
- [70] M. E. Gertsenshtein and V. I. Pustovoit. *Sov. Phys. JETP*, 16 :433, 1963.
- [71] R. Gouaty. *Analyse de la sensibilité du détecteur d'ondes gravitationnelles Virgo*. PhD thesis, Université de Savoie, 2006. [http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/11/25/68/PDF/These_Gouaty.pdf].
- [72] L. P. Grishchuk, V. M. Lipunov, K. A. Postnov, M. E. Prokhorov, and B. S. Sathyaprakash. Gravitational wave astronomy : In anticipation of first sources to be detected. *Phys. Usp.*, 44 :1–51, 2001. [astro-ph/0008481].
- [73] L. P. Grishchuk, V. M. Lipunov, K. A. Postnov, M. E. Prokhorov, and B. S. Sathyaprakash. Gravitational wave astronomy : In anticipation of first sources to be detected. *Phys. Usp.*, 44 :1–51, 2001. [astro-ph/0008481].

- [74] H. Grote, A. Freise, M. Malec, G. Heinzl, B. Willke, H. Lück, K. A. Strain, J. Hough, and K. Danzmann. Dual recycling for geo 600. *Classical and Quantum Gravity*, 21 :S473–S480, 2004. [<http://stacks.iop.org/0264-9381/21/S473>].
- [75] R. Hulse. Nobel lecture : The discovery of the binary pulsar. *Rev. Mod. Phys.*, 66 :699–710, 1994.
- [76] P. Jaranowski and A. Krolak. Optimal solution to the inverse problem for the gravitational wave signal of a coalescing compact binary. *Phys. Rev. D*, 49(4) :1723–1739, Feb 1994.
- [77] V. Kalogera et al. The cosmic coalescence rates for double neutron star binaries. *Astrophys. J.*, 601 :L179–L182, 2004. [[astro-ph/0312101](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0312101)].
- [78] V. Kalogera, R. Narayan, D. N. Spergel, and J. H. Taylor. The coalescence rate of double neutron star systems. *Astrophys. J.*, 556 :340–356, 2001. [[astro-ph/0012038](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0012038)].
- [79] M. Kamionkowski and A. H. Jaffe. Detection of gravitational waves from inflation. *Int. J. Mod. Phys.*, A16S1A :116–128, 2001. [[astro-ph/0011329](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0011329)].
- [80] C. Kim, V. Kalogera, and D. R. Lorimer. The probability distribution of binary pulsar coalescence rates. i. double neutron star systems in the galactic field. *Astrophys. J.*, 584 :985–995, 2003. [[astro-ph/0207408](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0207408)].
- [81] S. Kobayashi and P. Meszaros. Gravitational radiation from gamma-ray burst progenitors. *Astrophys. J.*, 589 :861–870, 2003. [[astro-ph/0210211](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0210211)].
- [82] L. R. Y. Konstantin A. Postnov. The evolution of compact binary star systems. *Living Reviews in Relativity*, 9(6), 2006. [www.livingreviews.org/lrr-2006-6].
- [83] B. S. Kostas D. Kokkotas. Quasi-normal modes of stars and black holes. *Living Reviews in Relativity*, 2, 1999. [www.livingreviews.org/lrr-1999-2].
- [84] K. Kotake, K. Sato, and K. Takahashi. Explosion mechanism, neutrino burst, and gravitational wave in core-collapse supernovae. *Rept. Prog. Phys.*, 69 :971–1144, 2006. [[astro-ph/0509456](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0509456)].
- [85] D. Lai and A. G. Wiseman. Innermost stable circular orbit of inspiraling neutron-star binaries : Tidal effects, post-newtonian effects and the neutron-star equation of state. *Phys. Rev.*, D54 :3958–3964, 1996. [[gr-qc/9609014](http://arxiv.org/abs/gr-qc/9609014)].
- [86] D. R. Lorimer. Binary and millisecond pulsars. *Living Reviews in Relativity*, 8(7), 2005. [<http://www.livingreviews.org/lrr-2005-7>].
- [87] D. R. Lorimer. Binary and millisecond pulsars. *Living Reviews in Relativity*, 8(7), 2005. [www.livingreviews.org/lrr-2005-7].
- [88] G. Losurdo et al. Inertial control of the mirror suspensions of the virgo interferometer for gravitational wave detection. *Rev. Sci. Instrum.*, 72 :3653–3661, 2001. [[gr-qc/0105110](http://arxiv.org/abs/gr-qc/0105110)].
- [89] M. Maggiore. Stochastic backgrounds of gravitational waves. 2000. [[gr-qc/0008027](http://arxiv.org/abs/gr-qc/0008027)].
- [90] M. Maggiore. Gravitational waves and fundamental physics. 2006. [[gr-qc/0602057](http://arxiv.org/abs/gr-qc/0602057)].
- [91] F. Marion. Muti-band search of coalescing binaries applied to virgo citf data. *Proceedings des Rencontres de Moriond*, 2003.

- [92] S. M. Merkowitz and W. W. Johnson. The tiga technique for detecting gravitational waves with a spherical antenna. *Phys. Rev.*, D56 :7513–7528, 1997. [gr-qc/9706062].
- [93] W. Misner, Thorne. *Gravitation*. W.H. Freeman and Company, 1970. (chapitre 18).
- [94] W. Misner, Thorne. *Gravitation*. W.H. Freeman and Company, 1970. (chapitre 35).
- [95] J. A. Nelder and R. Mead. A simplex method for function minimization. *Comput. J.*, 7 :308–313, 1965.
- [96] D. Nicholson. Inverse problems in gravitational waves astronomy. *Inverse Problems*, 11 :677–686, 1995.
- [97] R. O’Shaughnessy, V. Kalogera, and K. Belczynski. Constraining population synthesis models via observations of compact-object binaries and supernovae. 2006. [astro-ph/0610076].
- [98] R. O’Shaughnessy, C. Kim, T. Frakgos, V. Kalogera, and K. Belczynski. Constraining population synthesis models via the binary neutron star population. *Astrophys. J.*, 633 :1076–1084, 2005. [astro-ph/0504479].
- [99] B. J. Owen and B. S. Sathyaprakash. Matched filtering of gravitational waves from inspiraling compact binaries : Computational cost and template placement. *Phys. Rev.*, D60 :022002, 1999. [gr-qc/9808076].
- [100] A. Pai, S. Bose, and S. Dhurandhar. Computational cost for detecting inspiraling binaries using a network of laser interferometric detectors. *Class. Quant. Grav.*, 19 :1477–1484, 2002. [gr-qc/0110041].
- [101] A. Pai, S. Dhurandhar, and S. Bose. A data-analysis strategy for detecting gravitational-wave signals from inspiraling compact binaries with a network of laser-interferometric detectors. *Phys. Rev.*, D64 :042004, 2001. [gr-qc/0009078].
- [102] Y. Pan, A. Buonanno, Y. Chen, and M. Vallisneri. Physical template family for gravitational waves from precessing binaries of spinning compact objects : Application to single-spin binaries. *Physical Review D*, 69(10) :104017, 2004. [gr-qc/0310034].
- [103] E. K. Porter. Modelling the post-newtonian test-mass gravitational wave flux function for compact binary systems using chebyshev polynomials. *Class. Quant. Grav.*, 23 :S837, 2006. [gr-qc/0609015].
- [104] O. Poujade. *Iteration post-Newtonienne du champ de gravitation d’un système isolé en Relativité Générale*. PhD thesis, Université Denis Diderot - Paris VII, 2002. [<http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00002179>].
- [105] R. V. Pound and G. A. Rebka. Gravitational red-shift in nuclear resonance. *Phys. Rev. Lett.*, 3(9) :439–441, Nov 1959.
- [106] B. Sathyaprakash. Filtering post-newtonian gravitational waves from coalescing binaries. *Phys. Rev.*, D50 :R7111–R7115, 1994. [gr-qc/9411043].
- [107] B. S. Sathyaprakash. Signal analysis of gravitational waves. 1996. [gr-qc/9612009].

-
- [108] P. R. Saulson. *Fundamentals of interferometric gravitational wave detectors*. World Scientific, 1994.
- [109] P. Shawhan and E. Ochsner. A new waveform consistency test for gravitational wave inspiral searches. *Class. Quant. Grav.*, 21 :S1757–S1766, 2004. [[gr-qc/0404064](#)].
- [110] X. Siemens, V. Mandic, and J. Creighton. Gravitational wave stochastic background from cosmic (super)strings. *Phys. Rev. Lett.*, 98 :111101, 2007. [[astro-ph/0610920](#)].
- [111] D. N. Spergel et al. Wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) three year results : Implications for cosmology. 2006. [[astro-ph/0603452v2](#)].
- [112] K. S. Thorne. Gravitational waves. 1995. [[gr-qc/9506086](#)].
- [113] W. Thorne. *300 years of gravitation*. pages 412-423 et chapitre 39.
- [114] A. Viceré. Network analysis for coalescing binaries : coherent versus coincidence based strategies. *Classical and Quantum Gravity*, 21(20) :S1793–S1800, 2004.
- [115] J. Wambsganss. Gravitational lensing in astronomy. *Living Reviews in Relativity*, 1(12), 1998. [<http://www.livingreviews.org/lrr-1998-12>].
- [116] J. Weber. Gravitational-wave-detector events. *Phys. Rev. Lett.*, 20(23) :1307–1308, Jun 1968.
- [117] J. M. Weisberg and J. H. Taylor. Relativistic binary pulsar b1913+16 : Thirty years of observations and analysis. 2004.
- [118] C. M. Will. The confrontation between general relativity and experiment. *Living Reviews in Relativity*, 9(3), 2006. [<http://www.livingreviews.org/lrr-2006-3>].

Remerciements

Ces trois années de thèse se sont déroulées dans d'excellentes conditions de travail. Je remercie Jacques Colas de m'avoir accueilli au LAPP et toutes les personnes du laboratoire qui ont contribué à rendre cette période agréable et plus facile. Merci notamment à Myriam Froger et Nicole Berger.

Mes remerciements s'adressent également aux membres du groupe Virgo toujours disponibles : Nicolas Letendre, Alain Masserot, Benoît Mours, Emmanuel Pacaud, Edwige Tournefier, Didier Verkindt, Sébastien Vivalte. Je n'oublie pas le dernier arrivant, Loïc Rolland qui joue assez bien au ping-pong et a eu la gentillesse de relire quelques chapitres de ce manuscrit.

Merci plus de mille fois et pour beaucoup de raisons différentes aux collègues : Fabrice Beauville, Anais Bret, Pierre Brun, Romain Gouaty, Valeria Granata Di Piu, Florent Wood... Pour faire court : grazie mille a tutti.

A ma famille aussi, merci pour tout. Merci de m'avoir toujours soutenu et pour certains d'être venus de loin pour assister à ma soutenance.

Je remercie également les rapporteurs de ce manuscrit, Gianluca Guidi et Gerard Auger, qui par leur remarques et commentaires ont permis d'apporter des améliorations à ces quelques pages. Merci aussi aux autres membres du jury , Yannis Karyotakis et Jean-Yves Vinet, pour le temps qu'ils ont consacré à la critique de ce travail.

Enfin je n'oublie bien évidemment pas ceux sans qui ce manuscrit n'aurait pas vu le jour. Merci à Damir Buskalic pour ces trois années de collaboration. Je suis aussi très reconnaissant à Frédérique Marion pour la patience et le temps qu'elle a consacré à m'aider à réaliser ce travail. Merci.

Résumé

Le détecteur d'ondes gravitationnelles Virgo est un interféromètre laser pourvu de bras d'une longueur de trois kilomètres. Ce détecteur a atteint une sensibilité qui permet depuis mai 2007 de mener une première prise de données scientifiques en réseau avec les autres interféromètres mondiaux. Parmi les sources d'ondes gravitationnelles prometteuses pour ce réseau figurent les coalescences de systèmes binaires d'astres compacts. La connaissance théorique solide du rayonnement gravitationnel émis par ces sources permet d'envisager, malgré l'amplitude faible des signaux recherchés, une méthode de recherche performante. A partir de calques décrivant le rayonnement émis, on peut en effet filtrer les données pour en extraire un signal physique éventuellement présent et « noyé » dans le bruit du détecteur. Le travail présenté dans cette thèse s'intéresse à différents aspects de cette recherche.

La sensibilité actuelle du détecteur a été atteinte après une période de mise en route de l'interféromètre ponctuée par différentes campagnes de prises de données. L'analyse dans le contexte d'une recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons des données recueillies depuis août 2005 s'est concentrée sur la notion de qualité de données et a conduit à développer des méthodes d'exclusion d'événements liés à un fonctionnement anormalement bruyant de l'interféromètre. La compréhension de ces sources de bruit a parfois permis d'en améliorer le fonctionnement.

La méthode d'analyse utilisée pour la recherche de systèmes binaires d'étoiles à neutrons peut s'avérer mal adaptée au cas de systèmes binaires plus massifs comportant un ou deux trous noirs. Après avoir clarifié ce point, nous envisageons dans le contexte du détecteur Virgo fonctionnant à sensibilité nominale différentes solutions pour une recherche performante de tels systèmes. Il s'agit d'une part de l'utilisation d'une famille de calques de détection, dont on confirme les performances. D'autre part, on s'intéresse à l'utilisation de calques spécifiquement adaptés à la description de l'évolution de systèmes binaires de trous noirs. Certains aspects techniques nécessaires à la mise en oeuvre d'une recherche utilisant ces solutions sont discutés.

Enfin, le dernier aspect de la recherche de systèmes binaires abordé concerne l'analyse en réseau des données recueillies par les différents détecteurs mondiaux. En utilisant des données simulées, on montre que la définition d'un nouveau temps de référence pour les événements de coalescences permet d'améliorer la précision de reconstruction de la position des sources binaires.

Mots-clé : ondes gravitationnelles, coalescence de systèmes binaires, étoile à neutrons, trou noir, filtrage adapté, vetos instrumentaux, calques de détection, temps de référence, analyse en réseau

Abstract

The Virgo detector for gravitational waves is a laser interferometer with three kilometers long arms. It has now reached a sensitivity that have allowed to conduct the first science data taking in conjunction with other interferometers worldwide since May 2007. Among the most promising gravitational wave sources for this network are binary systems of compact objects. The gravitational radiation emitted by these sources is theoretically well established. This allows to define templates with which the data can be filtered so as to extract a physical signal that may be present in the data even if its amplitude is very weak. The work described in this thesis focuses on different aspects of the search for binary systems.

The present sensitivity of the Virgo detector was reached after a commissioning period which was punctuated with several periods of data taking. We analyze data taken since August 2005 focusing our attention on the search for neutron star binary systems. We mainly concentrate our attention on the notion of data quality. This leads us to define methods to exclude events produced by noisy behavior of the detector. The understanding of these noise sources sometimes translates in an improvement of the detector.

The method used for neutron star searches may be not be adapted for a search of higher mass systems including one or two black holes. We study this point and take into consideration two different strategies to search efficiently for high mass binary systems. The first one is based on a detection template family which performances are investigated in the context of a detector at nominal sensitivity. The second one relies on the use of templates especially designed to describe black hole binaries evolution. Technical studies necessary to conduct searches using these templates are discussed.

The last point concerns the search for binary systems in a network of detectors. Using simulated data, we present results that show that introducing a new reference time for coalescing binary events allows to improve the precision of source position reconstruction.

Keywords : gravitational waves, coalescing binary system, neutron star, black hole, matched filtering, instrumental veto, detection template, reference time, network analysis

