



**HAL**  
open science

# Ultrasons rayonnés par une source laser ponctuelle dans des milieux isotropes transverses et applications à la mesure du tenseur d'élasticité de cylindres et de couches minces

Mathieu Perton

► **To cite this version:**

Mathieu Perton. Ultrasons rayonnés par une source laser ponctuelle dans des milieux isotropes transverses et applications à la mesure du tenseur d'élasticité de cylindres et de couches minces. Acoustique [physics.class-ph]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2006. Français. NNT: . tel-00179548

**HAL Id: tel-00179548**

**<https://theses.hal.science/tel-00179548>**

Submitted on 15 Oct 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée à

## L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

par Mathieu PERTON

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : Mécanique

\*\*\*\*\*

Ultrasons rayonnés par une source laser ponctuelle dans des milieux isotropes transverses et applications à la mesure du tenseur d'élasticité de cylindres et de couches minces

\*\*\*\*\*

Date de soutenance : 13 Décembre 2006

Après avis de :

**Mr** C. GLORIEUX, Associate Professor, Katholieke Universiteit Leuven  
**Mr** D. ROYER, Professeur, Université Denis Diderot (Paris 7)

**Rapporteurs**

Devant la commission d'examen formée de :

**MM.** J.-C. BATSALE, Professeur, ENSAM Bordeaux  
**Mr** C. GLORIEUX, Associate Professor, Katholieke Universiteit Leuven  
**Mr** D. ROYER, Professeur, Université Denis Diderot (Paris 7)  
**Mr** B. AUDOIN, Professeur, Université Bordeaux I  
**Mr** B. DAMBRINE, Ingénieur expert matériaux  
**Mme** A.-C. HLADKY, Chargée de recherche CNRS  
**Mr** C. ROSSIGNOL, Chargé de recherche CNRS

**Président**

**Rapporteurs**

**Examineurs**



## Remerciements

*Ce travail a été effectué au sein de l'équipe Propagation Acoustique et Ultrasons Laser du Laboratoire de Mécanique Physique de l'Université de Bordeaux I.*

*Je remercie Mr D. Desjardins, Professeur à l'Université de Bordeaux I, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.*

*Je tiens à remercier Mr C. Glorieux, Associate Professor, Katholieke Universiteit Leuven, et Mr D. Royer, Professeur, Université Denis Diderot (Paris 7), pour avoir accepté d'examiner mon travail.*

*Mes remerciements vont également à Mr J.-C. Batsale, Professeur, ENSAM Bordeaux, pour avoir présidé le jury de soutenance.*

*Mme A.-C. Hladky, Chargée de recherche CNRS, et Mr B. Dambrine, Ingénieur expert matériaux, m'ont fait l'honneur d'avoir participé au jury d'examen; qu'ils voient en ces mots tous mes remerciements.*

*Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Mr B. Audoin, Professeur de l'Université de Bordeaux I et Mr C. Rossignol, Chargée de recherche CNRS, pour avoir encadré mes travaux de thèse.*

*De très grands remerciements iront particulièrement à H. Meri et J. M. Rampnoux pour tout ce qu'ils m'ont appris, pour leur gentillesse et leur patience.*

*Je tiens également à remercier chaleureusement l'ensemble des personnes qui m'ont aidé, T. Beaurain, O. Cellarier, N. Chigarev, T. Dehoux, E. Ducasse, S. Lalet, P. Malerne, Y. D. Pan, A. Sendat ainsi que les personnes qui contribuent au bien être du laboratoire C. Blanchard, L. Chazeaud, B. Desoudin, S. Guit, C. Oum, S. Pampliega.*

*Je remercie aussi toutes les personnes du LMP ainsi que celles de l'équipe Cox du CPMOH. Une mention spéciale ira à L. Moreau et A. Hadj Henni.*

À Eve, à ma famille.



# Table des matières

<b>Table des notations</b>	<b>i</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I. Rayonnement d’ultrasons générés par impulsions laser</b>	<b>7</b>
<b>1. Contexte de l’étude</b>	<b>9</b>
1.1. Dispositifs expérimentaux . . . . .	9
1.1.1. Dispositif d’acoustique microseconde . . . . .	10
1.1.2. Dispositif d’acoustique picoseconde . . . . .	11
1.2. Source linéique en géométrie plane . . . . .	14
1.2.1. Géométrie et hypothèses du problème . . . . .	14
1.2.2. Description de l’interaction élastique, thermique et électronique dans les semi-conducteurs . . . . .	15
1.2.3. Principe général du calcul . . . . .	16
1.2.4. Conclusion . . . . .	24
1.3. Conclusion . . . . .	27
<b>2. Source linéique en géométrie plane</b>	<b>29</b>
2.1. Extension à un bicouche . . . . .	29
2.1.1. Géométrie du problème . . . . .	30
2.1.2. Principe général du calcul . . . . .	30
2.1.3. Applications numériques . . . . .	35
2.2. Prise en compte des réflexions optiques . . . . .	38
2.2.1. Principe général du calcul . . . . .	38
2.2.2. Influence des interférences optiques sur la génération acoustique . . . . .	43
2.2.3. Conclusion . . . . .	46
2.3. Conclusion . . . . .	46
<b>3. Source ponctuelle</b>	<b>47</b>
3.1. Géométrie et hypothèses du problème . . . . .	48
3.2. Génération linéique et ponctuelle . . . . .	49
3.2.1. Source ponctuelle et noyau de Green d’une source linéique . . . . .	50
3.2.2. Visualisation de la transformation en régime d’ablation . . . . .	53
3.2.3. Comparaison avec des signaux expérimentaux . . . . .	56
3.2.4. Applications numériques . . . . .	56

3.3.	Extension de la méthode aux matériaux orthotropes . . . . .	58
3.4.	Conclusion . . . . .	59
<b>4.</b>	<b>Outils du problème inverse</b>	<b>61</b>
4.1.	Fonctions de directivité . . . . .	62
4.1.1.	d'une source linéique . . . . .	62
4.1.2.	d'une source linéique considérant l'effet de la pénétration optique .	70
4.1.3.	d'une source ponctuelle . . . . .	73
4.1.4.	pour des sources étendues en surface . . . . .	74
4.1.5.	Conclusions et discussion . . . . .	76
4.2.	Résolution du problème inverse . . . . .	78
4.2.1.	Synthèse de fronts plans acoustiques . . . . .	78
4.2.2.	Identification du tenseur d'élasticité à partir des vitesses de phase	80
4.3.	Conclusion . . . . .	81
<b>II.</b>	<b>Interprétations des signaux en vue du problème inverse</b>	<b>83</b>
<b>5.</b>	<b>Problème inverse dans les cylindres</b>	<b>85</b>
5.1.	Présentation du problème . . . . .	86
5.1.1.	Géométrie de l'échantillon . . . . .	86
5.1.2.	Propriétés de l'échantillon . . . . .	87
5.1.3.	Dispositif expérimental . . . . .	88
5.2.	Ondes générées par un point source fixe . . . . .	90
5.3.	Simulation des signaux . . . . .	93
5.4.	Synthèse des fronts d'onde . . . . .	96
5.4.1.	Synthèse des fronts d'onde de volume . . . . .	96
5.4.2.	Réflexions des fronts d'onde de volume . . . . .	97
5.4.3.	Synthèse des fronts d'onde de tête . . . . .	97
5.4.4.	Synthèse des fronts d'onde de surface . . . . .	99
5.4.5.	Signal synthétisé . . . . .	99
5.5.	Caractérisation des coefficients d'élasticité . . . . .	99
5.5.1.	Identification des ondes dans les signaux synthétisés . . . . .	100
5.5.2.	Mesure des vitesses de phase . . . . .	102
5.5.3.	Détermination du tenseur d'élasticité . . . . .	103
5.6.	Conclusion . . . . .	107
<b>6.</b>	<b>Films d'épaisseur micrométrique</b>	<b>109</b>
6.1.	Diffraction dans des films isotropes . . . . .	110
6.1.1.	Description de l'échantillon et du dispositif expérimental . . . . .	110
6.1.2.	Résultats expérimentaux . . . . .	111
6.1.3.	Simulations . . . . .	112
6.1.4.	Diffraction des ondes longitudinales . . . . .	114
6.1.5.	Diffraction des ondes transverses . . . . .	116

6.1.6.	Ondes de surface . . . . .	121
6.1.7.	Mesure des coefficients d'élasticité . . . . .	121
6.1.8.	Conclusion . . . . .	122
6.2.	Caractérisation d'un film d'or . . . . .	123
6.2.1.	Présentation de l'échantillon et du dispositif expérimental . . . . .	124
6.2.2.	Analyse de la diffraction à partir des résultats expérimentaux . . . . .	125
6.2.3.	Caractérisation des coefficients d'élasticité à partir des temps de groupe . . . . .	128
6.2.4.	Caractérisation des coefficients d'élasticité à partir des temps de phase . . . . .	130
6.2.5.	Conclusion . . . . .	133
6.3.	Perspectives . . . . .	134
6.3.1.	Présentation des problèmes . . . . .	134
6.3.2.	Calcul de la vitesse d'énergie pour une source étendue . . . . .	136
6.3.3.	Comparaison avec la pénétration optique . . . . .	140
6.3.4.	Conclusion . . . . .	141
6.4.	Conclusion . . . . .	143
<b>Conclusion</b>		<b>144</b>
<b>III. Annexes</b>		<b>147</b>
<b>A. Génération dans un semi-conducteurs bicouche</b>		<b>149</b>
A.1.	Géométrie, hypothèses et techniques . . . . .	149
A.2.	Calcul de la densité de plasma . . . . .	150
A.2.1.	Solutions particulières . . . . .	150
A.2.2.	Solutions homogènes . . . . .	150
A.2.3.	Solutions totales . . . . .	151
A.3.	Calcul du champ de température . . . . .	151
A.3.1.	Solutions particulières . . . . .	152
A.3.2.	Solutions homogènes . . . . .	152
A.3.3.	Solutions totales . . . . .	153
A.4.	Calcul du champ de déplacement . . . . .	153
A.4.1.	Solutions particulières . . . . .	153
A.4.2.	Solutions homogènes . . . . .	154
A.4.3.	Solutions totales . . . . .	156
<b>B. Réflexion optique dans un monocouche</b>		<b>163</b>
<b>C. Aide au calcul des fonctions de directivité</b>		<b>167</b>
<b>D. Complément de calculs divers</b>		<b>171</b>



## Table des notations

Notations mathématiques	
$\cdot$	: produit contracté une fois entre deux tenseurs
$:$	: produit contracté deux fois entre deux tenseurs
$\delta$	: distribution de Dirac
$\delta'$	: dérivée de la distribution de Dirac
$\delta_{ij}$	: symbole de Kronecker
$\Delta A$	: pas de discrétisation sur la variable $A$
$\nabla$	: opérateur gradient
$\nabla_s$	: opérateur gradient symétrique
$\omega$	: variable duale de $t$ au sens de la transformée de Fourier
$\xi$	: variable duale de $r$ au sens de la transformée de Hankel
$\mathbf{A}$	: vecteur
$\underline{\mathbf{A}}$	: vecteur unitaire
$\overline{\mathbf{A}}$	: tenseur d'ordre 1
$\overline{\overline{\mathbf{A}}}$	: tenseur d'ordre 2
$\overline{\overline{\overline{\mathbf{A}}}}^{(n)}$	: tenseur d'ordre $n$
$A^*$	: conjugué de la variable $A$
$\langle A \rangle$	: valeur moyenne d'une grandeur $A(t)$ ( $1/\tau \int_0^\tau A(t) dt$ )
$A^T$	: transposée de $A$
$\Im(A)$	: partie imaginaire de $A$
$\Re(A)$	: partie réelle de $A$
$\mathcal{F}[f]$	: transformée de Fourier de $f$
$\overset{1}{\sim} \overline{\mathbf{A}}$	: transformée de Fourier de $A$ sur une dimension spatiale
$\overset{3}{\sim} \overline{\overline{\mathbf{A}}}$	: triple transformée de Fourier de $A$ sur le temps et sur deux dimensions spatiales
$\overset{t}{\sim} \overline{\mathbf{A}}$	: transformée de Fourier de $A$ sur le temps
$\widetilde{\overline{\mathbf{A}}}$	: double transformée de Fourier spatio-temporelle de $A$
$\mathcal{A}$	: double transformée spatio-temporelle de Fourier inverse discrète
$\mathcal{H}_n[A](\xi) = \widehat{A}_n(\xi)$	: transformée de Hankel d'ordre $n$
$\mathcal{A}_n(\xi)$	: transformée inverse discrète de Hankel d'ordre $n$
$H_v$	: distribution de Heaviside

$\mathcal{I}_n$	:	fonction modifiée de Bessel de première espèce d'ordre $n$
$J_n$	:	fonction de Bessel de première espèce d'ordre $n$
$j$	:	nombre complexe
$k_1, k_2$	:	variables duales de $x_1, x_2$ au sens de la transformée de Fourier
$k_z$	:	variable duale de $z$ au sens de la transformée de Fourier
$\text{rot}(A)$	:	rotationnel de $A$
Notations pour la mécanique		
$\overline{\overline{\alpha}}$	:	tenseur de dilatation thermique d'ordre deux
$\chi_i$	:	diffusivité thermique dans la direction $\vec{x}_i$
$\delta_t$	:	déphasage temporel
$\delta_{x_2}, \delta_z$	:	décalage spatial selon $\vec{x}_2$ ou $\vec{z}$
$\overline{\overline{\Gamma}}$	:	tenseur de Christoffel
$\eta$	:	déformation
$\overline{\overline{\eta}}^{(4)}$	:	tenseur de viscosité
$\overline{\overline{\kappa}}$	:	tenseur de conductivité thermique d'ordre deux
$\overline{\overline{\lambda}}$	:	tenseur de rigidité-dilatation thermique d'ordre deux
$\lambda_m, m = \{l, p, q\}$	:	racines de l'équation de Christoffel
$\overline{\overline{\Lambda}}$	:	tenseur de diffusion ambipolaire d'ordre deux
$\varphi_p$	:	angle de phase dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$
$\varphi_g$	:	angle de groupe dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$
$\theta_p$	:	angle de phase dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$
$\theta_g$	:	angle de groupe dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$
$\omega$	:	pulsation acoustique
$\rho$	:	masse volumique du milieu
$\overline{\overline{\sigma}}$	:	tenseur des contraintes
$\tau_d$	:	temps caractéristique de relaxation thermique
$\tau_R$	:	durée de vie des porteurs de charges
$\overline{\overline{C}}^{(4)}$	:	tenseur d'élasticité d'ordre quatre
$C_{ij}$	:	coefficient du tenseur d'élasticité en notation contracté $\{i, j\} \in \llbracket 1, 6 \rrbracket^2$
$\overline{\overline{C}}^{*(4)}$	:	tenseur de viscoélasticité d'ordre quatre
$C_p$	:	chaleur spécifique à pression constante
$\overline{\overline{d}}$	:	tenseur d'ordre deux proportionnel à la dérivée de l'énergie de la bande interdite par rapport à la pression à température constante

$\overline{D}$	: tenseur du potentiel de déformation électronique d'ordre deux
$E$	: énergie des photons
$E_g$	: énergie de gap
$F$	: force
$H$	: onde de tête
$\mathbf{k}$	: vecteur d'onde acoustique
$L, T_q, T_p, T$	: onde longitudinale, quasi-transverse, transverse pure et transverse
$N$	: densité de plasma
$R$	: onde de Rayleigh
$u_0$	: déplacement en surface
$\overline{u}$	: tenseur des déplacements d'ordre un
$T$	: champ de température
$V_p$	: vitesse de phase
$V_g$	: vitesse de groupe
$V^e$	: vitesse d'énergie
Notations pour le modèle monocouche	
$h$	: épaisseur monocouche
$S$	: vitesse de recombinaison des paires électrons trous en surface
Notations pour le modèle bicouche	
$A_i$	: variable $A$ dans la couche $i$ ( $i \in \{I, II\}$ )
$I_I$	: intensité optique incidente sur la couche $II$ par unité de longueur
$2h$	: épaisseur de la couche $I$
$2H$	: épaisseur de la couche $II$
$R_{0 \rightarrow I}$	: coefficient de réflexion de l'onde électromagnétique à l'interface $0/I$
$R_{I \rightarrow II}$	: coefficient de réflexion de l'onde électromagnétique à l'interface $I/II$
$S_I$	: vitesse de recombinaison sur la surface définie par $x_1 = -H - 2h$
$S_{I \rightarrow II}, S_{II \rightarrow I}$	: vitesses de recombinaison électron-trou au niveau de l'interface $I/II$ suivant le sens du flux

Notations en électromagnétisme	
$\beta$	: coefficient d'absorption optique du matériau
$\lambda_0^{opt}$	: longueur d'onde optique du laser dans le vide
$\lambda^{opt}$	: longueur d'onde optique du laser dans le milieu
$\lambda_p^{opt}$	: longueur d'onde optique du faisceau laser pompe
$\lambda_s^{opt}$	: longueur d'onde optique du faisceau laser sonde
$\varepsilon_0$	: constante diélectrique dans le vide (permittivité électrique)
$\varepsilon$	: constante diélectrique dans le milieu
$\mu_0$	: perméabilité magnétique du vide
$\mu$	: perméabilité magnétique du milieu
$\mu_r$	: la perméabilité magnétique relative
$\tau \simeq 1/\Gamma$	: durée de l'impulsion laser
$\omega_0$	: fréquence centrale de l'impulsion laser
$\Delta r/r_0$	: variation relative du coefficient de réflectivité
$\partial\varepsilon/\partial\eta$	: constante photoélastique dans le milieu
$a = a_0\sqrt{8\ln 2}$	: largeur à mi-hauteur de la gaussienne décrivant le profil spatial de l'impulsion laser
$a_{ps}$	: largeur à mi-hauteur de la gaussienne décrivant le profil spatial de l'énergie déposée par les impulsions laser pompe et sonde
$a_{exp}$	: largeur à $e^{-2}$ de la gaussienne décrivant le profil spatial de l'impulsion laser
$a_{exp}^{\{p,s\}}$	: largeur à $e^{-2}$ de la gaussienne décrivant le profil spatial de l'impulsion laser pompe ou sonde
$A_0, B_0$	: amplitudes des composantes progressive et rétrograde du champ électromagnétique dans le vide se réfléchissant sur une interface
$A_t$	: amplitude du champ électromagnétique transmis dans le milieu
$c$	: vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide
$E_0$	: amplitude de l'onde électrique dans le vide
$f_B$	: fréquence des oscillations Brillouin
$\mathbf{E}$	: champ électrique
$\mathbf{H}$	: champ magnétique
$I_0$	: énergie optique incidente par unité de longueur

$I$	:	énergie optique absorbée par le matériau par unité de longueur
$I_a(x_2)$	:	énergie optique absorbée par le matériau par unité de longueur pour une source large en $x_2$
$\mathbf{j}$	:	vecteur de densité de courant volumique
$k_0$	:	vecteur d'onde optique dans le vide
$l_p$	:	longueur de cohérence du laser
$k = k' + jk''$	:	vecteur d'onde optique dans le milieu
$n_0$	:	indice complexe de réfraction dans le vide
$n = n' + jn''$	:	indice complexe de réfraction
$Q$	:	densité volumique d'énergie électromagnétique
$r_{01} = -r_{10}$	:	coefficient de réflexion en amplitude entre le vide et le milieu
$R_{01}$	:	coefficient de réflexion en énergie
$\mathbf{S}$	:	vecteur de Poynting
$t_{01}$	:	facteur de transmission entre le vide et le milieu
$v_p^{opt}$	:	vitesse de phase d'une onde plane électromagnétique monochromatique
$v_g^{opt}$	:	vitesse de groupe d'un paquet d'ondes planes électromagnétiques
Notations pour les ondes acoustiques générées par un réseau optique § 2.2		
$\lambda_{refl}^{ac}$	:	longueur d'onde de l'onde acoustique générée par les interférences optiques
$\lambda_s^{ac}$	:	longueur de l'onde acoustique générée par la partie purement décroissante de la densité volumique d'énergie électromagnétique
$f_B$	:	fréquence des oscillations Brillouin
$f_{refl}$	:	fréquence de l'onde de longueur d'onde $\lambda_{refl}^{ac}$
$v^{ac}$	:	vitesse des ondes acoustiques
Notations pour les fonctions de directivité		
$\lambda_L$	:	longueur d'onde acoustique de l'onde longitudinale
$f_n, n = \{L, T_q, T_p\}$	:	fonction de directivité de l'onde $L, T_q,$ ou $T_p$
$\mathbf{F}$	:	force de génération
$\underline{\mathbf{n}}$	:	le vecteur unitaire portant la direction de polarisation
$R_{LL}$	:	coefficient de réflexion de l'onde longitudinale en onde longitudinale

$R_{LT_q}$	:	coefficient de réflexion de l'onde longitudinale en onde transverse de type $T_q$
$R_{LT_p}$	:	coefficient de réflexion de l'onde longitudinale en onde transverse de type $T_p$
$u_L^i, u_{T_q}^i$ et $u_{T_p}^i$	:	amplitudes des ondes incidentes quasi-longitudinales, quasi-transverses et transverses pures
$U$	:	amplitude de l'onde acoustique
Notations pour le modèle dans les milieux de géométrie cylindrique		
$\theta_c, \Psi_c$	:	angles critiques de conversion des ondes de volume en onde rasante dans les plans $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ ou $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$
$a_\phi$	:	rayon du cylindre
$H_{\{nl\},\{pq\}}^I, n = \{p, q\}$	:	ondes de tête issues d'une conversion à l'angle critique dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$
$H^{II}$	:	onde de tête issue d'une conversion à l'angle critique dans le plan $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$

# Introduction

Depuis une vingtaine d'années, les méthodes ultrasonores ont montré leur efficacité dans la caractérisation de différentes propriétés macroscopiques de matériaux et dans la détection de défauts. Les techniques dites de génération active ont été développées afin de mieux contrôler la propagation des ondes élastiques et de simplifier l'interprétation des formes d'ondes obtenues expérimentalement [1,2]. Les ultrasons sont de plus particulièrement bien adaptés à l'évaluation non-destructive des constantes d'élasticité d'échantillons dont l'une des dimensions est inférieure au centimètre. Les techniques usuelles, qui nécessitent un contact ou un couplage liquide pour la génération et la détection des ondes, sont par contre inadaptées pour des dimensions plus petites. En effet, d'une part le couplage entre l'instrumentation et le matériau perturbe la mesure, et d'autre part, le découpage des pièces selon de multiples directions peut être nécessaire afin de mesurer les vitesses pour différentes directions cristallographiques [3]. De nombreuses méthodes sans contacts, à couplage aérien ou utilisant par exemple des excitateurs et détecteurs EMAT ou des traducteurs électrocapacitifs ou piézo-électriques, permettent alors de répondre aux différentes préoccupations du contrôle et de l'évaluation non-destructifs sans contact d'échantillons d'épaisseur millimétrique. Elles autorisent aussi l'inspection des matériaux dans des conditions extrêmes de température, chimique, ou de géométries complexes. De plus, les couplants liquides n'étant plus utiles, il est possible de contrôler des matériaux poreux ou hydrophobes, sans craindre de créer des conditions favorables au développement de la corrosion. Malgré tout, les techniques restent, pour la plupart d'entre elles, limitées par les caractéristiques (magnétiques et élastiques si le couplage est élasto-optique, électriques et élastiques si le couplage est élasto-électrique, ...) du matériau à contrôler.

La génération d'ultrasons par la technique d'ultrasons laser est, quant à elle, envisageable quelle que soit la nature du matériau. Le principe de cette technique repose sur l'interaction laser-matière pour générer les ultrasons. La première expérience permettant l'observation de cette interaction est associée à A. G. Bell en 1880 [4,5]. Néanmoins, il a fallu attendre les années 1960 et l'avènement des lasers pour que la technique d'ultrasons laser soit appliquée à l'étude des propriétés de solides isotropes [6,7]. L'instrumentation relative aux expériences a ensuite été perfectionnée. La conception de lasers impulsifs et de montages interférométriques a par exemple permis d'améliorer la génération et la détection des ondes acoustiques [8–11].

L'interaction laser-matière est complexe et fait intervenir des couplages de natures très différentes dont notamment les couplages opto-mécanique, thermo-mécanique et électromécanique. Selon leurs importances dans le processus de génération d'ondes élastiques, les formes d'ondes obtenues présentent des caractéristiques très variées. Toutefois, elles sont aussi très révélatrices des mécanismes de génération, de propagation et de détection,

et renseignent donc avec précision, sur de nombreux paramètres optiques, thermiques et mécaniques. Leurs interprétations nécessitent alors la modélisation des phénomènes qui sont intervenus pendant la génération et la propagation des ondes acoustiques.

Deux régimes de génération sont principalement distingués selon l'énergie des impulsions laser : le régime d'ablation et le régime thermoélastique. Le premier est atteint pour de grandes énergies et correspond à l'ablation de matière en surface du matériau. La force imposée par l'échange de quantité de mouvement est alors normale à la surface. Ce régime fut étudié par J. F. Ready [12]. Le régime de génération thermoélastique intervient, pour sa part, pour de plus petites énergies. Les déformations élastiques proviennent alors du gradient thermique consécutif au dépôt d'énergie du faisceau laser dans le matériau. Mais quand l'épaisseur du matériau est suffisamment importante pour permettre de négliger la distance de pénétration optique du faisceau laser à l'intérieur du matériau, l'échauffement peut être considéré localisé sur la surface. Le chargement est alors orienté parallèlement à la surface de part et d'autre du centre de la tache laser. Cette génération, qualifiée de dipolaire [13], fut étudiée par White [6, 14], lors des tous premiers travaux sur la génération d'ultrasons par laser dans les solides. Différents modèles permettent alors de rendre compte du rayonnement de la source [6, 13, 15–17]. Lorsqu'il n'est plus possible de négliger la distance de pénétration optique du laser, l'énergie lumineuse déposée en profondeur génère une déformation mécanique. Celle-ci correspond à la contribution d'une déformation liée au champ thermique, et d'une déformation liée aux ondes élastiques. La génération des ondes acoustiques est ainsi considérée dans toute la profondeur illuminée par le laser pompe [18, 19]. Plusieurs modèles permettant de simuler les déplacements générés par une telle source ont été développés, soit en négligeant la diffusion thermique [20–22], soit en la considérant [23–27]. Dans ces derniers modèles, plusieurs équations de diffusion ont été étudiées dans la littérature. Nous n'utiliserons dans ce mémoire que l'équation de diffusion parabolique [24]. Un dernier régime de génération considère en plus de l'effet thermoélastique, un couplage électronique [28–31]. Les équations permettant de modéliser une telle génération sont les plus générales. Celles associées à une génération thermoélastique peuvent en effet être déduites de celles-ci.

L'étude de la propagation d'onde dans des objets, dont l'une des dimensions est plus petite que le millimètre, n'avait jamais été envisagée jusqu'au développement de l'acoustique picoseconde [32]. Cependant cette technique ne permet plus la mesure explicite des déplacements en surface comme c'était le cas précédemment, mais donne accès aux variations relatives du coefficient de réflectivité électromagnétique en fonction du temps. Les modèles analytiques et numériques ont alors évolués de manière à décrire de nouveaux couplages entre la matière et les faisceaux lasers. En effet, à l'échelle du micromètre, la génération des ondes acoustiques est d'avantage liée à l'excitation électronique imposée par l'énergie déposée par le laser de génération, même lorsque le matériau n'est pas un semi-conducteur [28–30, 33, 34].

Les études présentées dans ce mémoire font suite à plusieurs thèses réalisées au sein du Laboratoire de Mécanique Physique. Les travaux ont porté sur la résolution du problème direct qui cherche à rendre compte des déplacements issus de l'interaction laser-matière

dans des solides isotropes et anisotropes, et sur la résolution du problème inverse dont le but est la caractérisation des paramètres viscoélastiques des solides à partir des signaux en déplacement obtenus pour plusieurs directions “source-détection”.

Les déplacements liés aux ondes élastiques générées par une source laser dans une plaque monocouche, en régime d’ablation ou thermoélastique dipolaire ont tout d’abord été étudiés par A. Mourad [35] et C. Bescond [36]. A. Mourad étudia plus particulièrement le rayonnement des ondes acoustiques générées par des sources ponctuelles et linéiques grâce au formalisme de Cagniard-de Hoop. C. Bescond considéra la propagation des ondes de surface d’un milieu semi-infini. La réponse à une source linéique dans des milieux viscoélastiques a ensuite été considérée par S. Guilbaud [37]. Cette étude a été étendue à un milieu bicouche par F. Reverdy [38]. Enfin H. Meri [39] considéra différents modèles d’interaction laser-matière pour un solide monocouche viscoélastique et pour une génération linéique. On distinguera au cours de ce mémoire, en fonction des caractéristiques optiques, thermiques, électroniques et géométriques de l’échantillon étudié et de la puissance et de la longueur d’onde du laser, les simulations des déplacements effectuées pour les générations :

- de type ablation
- de type thermoélastique dipolaire pour une source linéique
- de type thermoélastique quadripolaire pour une source ponctuelle
- tenant compte de la pénétration optique
- tenant compte de la pénétration optique et de la diffusion thermique
- tenant compte de la pénétration optique et des diffusions thermique et électronique dans les semi-conducteurs

La description du modèle qui a été développé pour simuler des déplacements générés par une source laser linéique focalisée sur un échantillon de géométrie plane et monocouche sera rappelée dans le premier chapitre.

Les méthodes permettant la résolution du problème inverse, c’est-à-dire les méthodes donnant les constantes du tenseur d’élasticité de matériaux anisotropes à partir des signaux obtenus par des techniques d’ultrasons laser, sont différentes des techniques développées dans le domaine de l’évaluation non destructif de matériaux épais. En effet, les ondes observées habituellement sont généralement planes et se propagent à la vitesse de phase. Dans le cas des ultrasons laser, les signaux correspondent à l’arrivée d’ondes transitoires qui se propagent à la vitesse de groupe. En “inversant” ces vitesses, il a été montré que les techniques d’ultrasons laser permettait la caractérisation des constantes d’élasticité de plaques de quelques millimètres d’épaisseur [40–44]. C. Bescond et S. Guilbaud ont également utilisé cette méthode. Cependant la détermination des temps d’arrivée des ondes se propageant avec un vitesse de groupe est souvent difficile à partir de signaux relatifs à des matériaux anisotropes. F. Reverdy développa alors une méthode plus performante en synthétisant des signaux où les ondes se propagent virtuellement à la vitesse de phase. Cette méthode sera rappelée au chapitre 4.

Les connaissances acquises au laboratoire sont donc relatives aux techniques d’ultrasons laser menées dans des échantillons de géométrie plane de quelques millimètres d’épaisseur. Plus récemment, plusieurs bancs d’acoustique picoseconde ont été déve-

loppés en collaboration avec l'équipe Cox du Centre de Physique Moléculaire Optique et Hertzienne <sup>1</sup> [45]. L'objet d'une partie de cette thèse est de transposer le savoir acquis sur la caractérisation des constantes d'élasticité d'échantillons millimétriques de géométrie plane à l'étude de films d'épaisseur micrométriques ou sub-micrométriques. Parallèlement, une collaboration avec le Dr Pan permis de développer des modèles de rayonnement d'une source laser dans une géométrie cylindrique. Les modèles de génération envisagés correspondent à l'ablation et au régime thermoélastique quadripolaire. La caractérisation des constantes d'élasticité de cylindres de quelques millimètres d'épaisseur a donc été recherchée.

Ce mémoire est organisé en deux parties. La première, relative à l'étude du problème direct, est constituée de quatre chapitres. Le premier présentera les dispositifs expérimentaux relatifs aux signaux qui seront présentés tout au long de cette thèse. Il rappellera aussi le modèle développé au laboratoire pour simuler les déplacements générés par une source laser linéique focalisée le long d'un axe principal d'un matériau orthotrope. La géométrie considérée est alors une plaque monocouche. Le deuxième chapitre étend ce modèle à des matériaux bicouches. Le but est de pouvoir simuler les formes d'onde relatives à des films d'épaisseur micrométrique. Ces films sont en effet généralement constitués d'une couche déposée sur un substrat. Ce chapitre permettra aussi d'analyser la génération d'ondes acoustiques lorsque les réflexions du faisceau laser sur les interfaces d'un échantillon monocouche sont considérées. L'ensemble des modèles de la littérature néglige pourtant ces réflexions. L'analyse apportée montrera effectivement que l'influence de ces réflexions ne peut être observée que dans des conditions de génération et de détection très particulières. Le troisième chapitre adaptera l'ensemble de ces modèles de manière à examiner les déplacements générés par une source ponctuelle. Les expériences réalisées sur des échantillons de géométrie cylindrique et sur des films d'épaisseur micrométrique présentent en fait plus d'intérêt avec une génération ponctuelle plutôt qu'avec une génération linéique. Enfin le dernier chapitre de cette partie établira les expressions des fonctions de directivité pour divers système de symétrie cristalline du matériau en considérant l'effet de la pénétration optique. Ces fonctions serviront à comprendre les amplitudes des formes d'onde rencontrées dans les signaux qui sont présentés dans la deuxième partie de la thèse. Ce chapitre présentera aussi la méthode de détermination des constantes d'élasticité qui a été développées dans le laboratoire.

La seconde partie de la thèse correspond à l'étude de problèmes inverses. La méthode de caractérisation des constantes d'élasticité d'un cylindre isotrope transverse sera tout d'abord explicitée. La technique utilisée est semblable à celle développée par F. Reverdy. Cependant l'interprétation des formes d'onde obtenues avec une source ponctuelle dans une géométrie cylindrique est beaucoup plus complexe que celle des formes d'onde relatives à une source linéique dans une géométrie plane. Le dernier chapitre de la thèse présentera les considérations nécessaires à la caractérisation des constantes d'élasticité de films plans d'épaisseurs micrométriques. La diffraction des ondes acoustiques sera notamment étudiée. Les constantes d'élasticité de films d'aluminium seront obtenues. De

---

<sup>1</sup>Le CPMOH est une Unité Mixte de Recherche N° 5798 Université Bordeaux 1 et CNRS.

même, celles d'un échantillon d'or de  $2.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur seront également déduites à partir de signaux expérimentaux.

---

**Première partie .**

**Rayonnement d'ultrasons générés  
par impulsions laser**



# 1. Présentation des dispositifs expérimentaux et du modèle de simulation existant

## 1.1. Dispositifs expérimentaux

Les échantillons étudiés au cours de cette thèse par les techniques d’ultrasons laser ont des épaisseurs comprises entre la centaine de nanomètres et la dizaine de millimètres. Puisque l’évaluation des constantes du tenseur d’élasticité dépend de l’analyse des ondes de volume, les plus grandes longueurs d’onde acoustique doivent être alors générées de manière à être plus petites que l’épaisseur. Les vitesses des ondes ultrasonores étant généralement de l’ordre de quelques milliers de mètres par seconde, la gamme de fréquences des échos acoustiques est comprise entre le mégahertz et la centaine de gigahertz. Ainsi, afin d’obtenir des ondes acoustiques de longueurs d’onde adaptées aux structures, et de permettre une mesure précise de leurs temps d’arrivée aux interfaces, les dispositifs expérimentaux cherchent à générer et détecter l’ensemble de ces fréquences

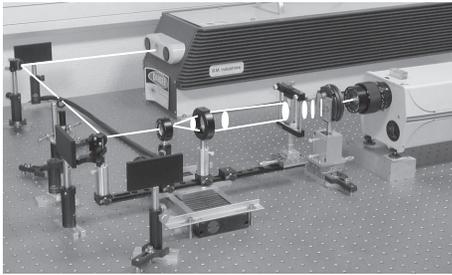
Des impulsions lasers sont utilisées pour la génération. Elles doivent être suffisamment brèves pour permettre l’excitation de toutes les fréquences exploitables avec une amplitude égale, et suffisamment énergétiques pour que les échos soient ensuite détectables. Cependant, les techniques de génération d’impulsions lasers ne permettent pas de faire varier leur durée entre la centaine de femtosecondes et la dizaine de nanosecondes. Différents types de lasers pulsés sont donc utilisés dans les dispositifs expérimentaux afin de pouvoir étudier des échantillons de tailles variées.

Lorsque les fréquences à analyser sont inférieures au gigahertz, des photodiodes ultrarapides permettent de détecter, en continu, les ondes arrivant sur la surface du matériau. Par contre, lorsque les fréquences sont plus élevées, l’électronique des détections n’est pas adaptée. La détection est alors effectuée de façon discontinue avec des impulsions lasers aussi brèves que celles de la génération [32].

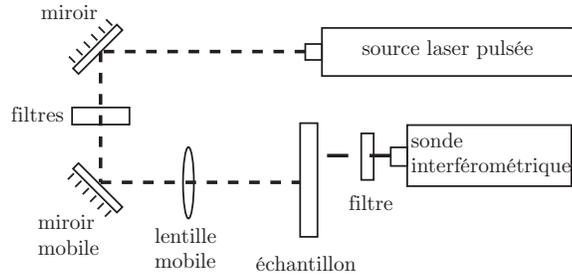
Deux dispositifs expérimentaux sont alors majoritairement employés en fonction de l’épaisseur des échantillons à étudier. Lorsque l’épaisseur est de l’ordre du millimètre, les échos acoustiques ont une durée supérieure à la nanoseconde. Le dispositif expérimental sera alors appelé dans ce mémoire “dispositif d’acoustique microseconde”. Lorsque l’épaisseur est micrométrique ou submicrométrique, les échos ont une durée de l’ordre de la picoseconde. Le dispositif expérimental est alors appelé “dispositif d’acoustique picoseconde”.

### 1.1.1. Dispositif d'acoustique microseconde

Dans nos expériences d'acoustique microseconde, la génération d'ondes ultrasonores est assurée par un laser ND : Yag impulsif monomode. La longueur d'onde optique d'émission pour un tel cristal appartient à l'infrarouge (1064 nm). L'énergie de chaque impulsion laser peut être réglée entre 10 et 340 mJ. Cependant, l'insertion de plusieurs couches de matériaux optiquement absorbants permet d'obtenir une énergie inférieure à 1 mJ. Les impulsions ont un profil temporel gaussien et une largeur à mi-hauteur proche de 20 ns. Le faisceau laser a un diamètre de 5 mm en sortie de la cavité. Un jeu de lentilles collimatrices et une lentille cylindrique ou sphérique focalisent ensuite ce faisceau sur la surface de l'échantillon en une forme rectiligne de 0.1 mm de large et d'une trentaine de millimètres de long ou en un disque de 0.1 mm de diamètre. Ces lentilles sont montées sur un dispositif de translation piloté par ordinateur afin de permettre le déplacement de la tache focale sur la surface du matériau (figures 1.1 et 1.2). L'acquisition des signaux pour différentes directions d'observation peut alors être effectuée précisément et rapidement.



**Fig. 1.1 :** Dispositif expérimental d'acoustique microseconde



**Fig. 1.2 :** Schéma du dispositif expérimental d'acoustique microseconde

Le déplacement normal à la surface est mesuré ponctuellement par une sonde interférométrique hétérodyne de type Mach-Zehnder [46] (SH-140 de l'entreprise BMI). Le principe de fonctionnement de cette détection repose sur les variations de phase entre deux faisceaux lasers continus. Le premier est fourni par un oscillateur local, et le second, a d'abord été focalisé sur la surface de l'échantillon au moyen d'une lentille sphérique, puis est réfléchi en direction de la sonde. Lorsque les ondes acoustiques arrivent en surface, elles imposent une vitesse à cette dernière et modifient donc aussi la phase entre les deux faisceaux lasers de détection. La puissance du laser continu est de l'ordre de 100 mW, et la détectivité du système est de  $5.10^{-5} \text{ \AA} (\text{W/Hz})^{1/2}$  pour une largeur de bande comprise entre 20 kHz et 45 MHz [10].

Lorsque le matériau ne possède pas un état de surface permettant une bonne réflexion du faisceau sonde, un autre type d'interféromètre (TEMPO-FS200 de l'entreprise Bossa Nova Technologie) est utilisé. Son principe de fonctionnement repose sur l'interférence, dans un cristal photoréfractif, de l'onde de référence avec le "speckle"<sup>1</sup> du faisceau réfléchi. La puissance du laser continu est de l'ordre de 200 mW et la détectivité est de  $2.10^{-6} \text{ \AA}$

<sup>1</sup>Le speckle correspond au champ lumineux diffracté par l'échantillon.

$(\text{W}/\text{Hz})^{1/2}$  pour une largeur de bande comprise entre 100 kHz et 120 MHz (données du constructeur [47]).

Ces deux interféromètres utilisent un laser Yag dont la fréquence est doublée. Les longueurs d'onde des lasers utilisés pour la génération et la détection ne sont donc pas égales. Cette différence permet de rejeter, grâce à un filtre optique sélectif en fréquence, l'énergie du faisceau laser de génération qui pourrait arriver jusqu'aux cristaux des interféromètres.

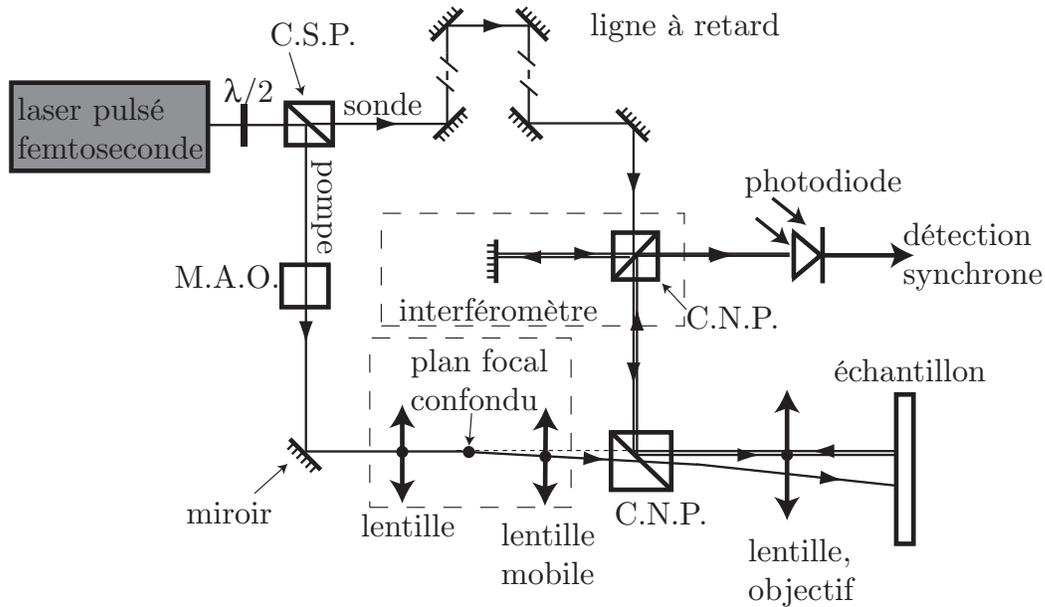
### 1.1.2. Dispositif d'acoustique picoseconde

Lors de nos expériences d'acoustique picoseconde, un seul laser est utilisé pour générer et détecter les ondes acoustiques. Le laser continu (*Millennia* de Spectra-Physics) délivre un faisceau, de mode spatial  $TEM_{00}$ , d'une puissance en sortie de 5 W, et d'une longueur d'onde de 532 nm. Ce faisceau est ensuite dirigé en direction d'un oscillateur afin d'apporter l'énergie nécessaire à la génération d'impulsions laser. L'oscillateur, qui utilise un cristal Ti : Saphire (*Tsunami* de Spectra-Physics), est en mode femtoseconde et permet d'obtenir des impulsions d'une durée comprise entre 100 et 400 fs selon les réglages. La cadence de répétition est de 82 MHz. L'énergie par impulsion est de quelques nanojoules et la longueur d'onde est centrée autour de 790 nm.

L'ensemble du dispositif d'acoustique picoseconde est illustré sur la figure 1.3. Le faisceau en sortie de l'oscillateur est séparé en deux parties par un cube séparateur de polarisation. La répartition d'énergie entre ces deux nouveaux faisceaux est contrôlée avec l'orientation de la lame à retard demi-onde  $\lambda/2$ . Un faisceau est utilisé pour la génération des ultrasons, c'est le faisceau pompe. Le deuxième permet la mesure des changements de réflectivité, c'est le faisceau sonde.

Le faisceau pompe est modulé par un modulateur acousto-optique à une fréquence accordable autour de la fréquence de 300 kHz. L'intérêt de cette modulation est de déplacer le signal intéressant dans un domaine fréquentiel où le bruit est faible afin de permettre à la détection de supprimer le bruit qui n'est pas corrélé à la modulation. La fréquence de modulation est donc déterminée en minimisant le bruit dans les signaux. Puisqu'elle est beaucoup plus basse que la fréquence de répétition du laser (82 MHz), le profil temporel de chaque impulsion reste gaussien. Ensuite, le faisceau pompe traverse un système de lentilles permettant de déplacer horizontalement le faisceau sur l'échantillon. Le passage à travers la première lentille permet de construire l'image du faisceau au point focal. La deuxième lentille ayant son plan focal confondu avec la première, permet de reconstruire le faisceau dans une direction qui n'est plus forcément colinéaire avec la direction d'incidence. Enfin, la dernière lentille permet de focaliser le faisceau sur la surface du matériau en une tache circulaire. Le diamètre est égal à une dizaine de micromètres pour une distance focale de la lentille d'environ 90 mm. Lorsque la taille focale doit être plus petite, par exemple proche du micromètre, la lentille est remplacée par des objectifs de microscope dont le grossissement varie de  $\times 20$  à  $\times 200$ . Le grossissement maximum permet alors de focaliser jusqu'à la limite de diffraction optique.

Le faisceau sonde passe au travers d'un rétro-rélecteur monté sur une ligne à retard. En changeant la longueur de parcours du faisceau sonde, l'instant d'arrivée de l'impul-



**Fig. 1.3 :** Schéma du dispositif d'acoustique picoseconde en interférométrie. L'impulsion laser est séparée en deux faisceaux (pompe et sonde) grâce à un cube séparateur de polarisation (C.S.P.). La pompe est modulée en amplitude par le modulateur acousto-optique (M.A.O.) puis focalisée en surface de l'échantillon par une lentille ou un objectif. La tache focale est déplacée sur la surface de l'échantillon par deux lentilles de plans focaux confondus. L'une d'elles est mobile. L'arrivée de l'impulsion sonde sur l'échantillon est retardée par rapport à celle de la pompe grâce à une ligne à retard. Le système de détection est constitué d'un cube non-polarisant (C.N.P.), d'une photodiode et d'une détection synchrone.

sion laser sur l'échantillon est alors retardé ou avancé par rapport à celui de la pompe. La détection que nous considérerons toujours au cours de la thèse est une détection interférométrique. Par conséquent, l'impulsion laser est encore séparée en deux parties : l'une sert de référence et l'autre est réfléchiée par l'échantillon. Ces deux faisceaux interfèrent enfin sur une photodiode. L'amplitude du signal d'interférence est alors composée du produit de deux facteurs, l'un relatif à l'oscillation de la pompe et l'autre d'amplitude beaucoup plus faible, spécifique à la réponse acoustique. Ce dernier est extrait du signal total en utilisant une électronique de détection synchronisée avec le modulateur acousto-optique. De plus, de façon à ne pas être sensible au bruit mécanique basse fréquence de la table d'expérience qui est de forte amplitude, le faisceau de référence est stabilisé par un miroir monté sur un matériau piézo-électrique [48]. Ce matériau est piloté par le signal de la photodiode via un schéma de contrôle actif. L'ensemble de la détection constitue un interféromètre de Michelson stabilisé.

Alors que les déplacements de la surface étaient directement mesurés par le dispositif d'acoustique microseconde, il n'en est plus de même pour les signaux acquis par le dispositif d'acoustique picoseconde. En effet, les ondes acoustiques imposent, lors de leur

propagation dans le matériau, un changement de réflectivité. Celui-ci est détecté par le faisceau sonde, dont la longueur de pénétration optique ne peut plus être négligée. La détection mesure donc la variation de phase de ce changement de réflectivité. Il a été montré que l'amplitude et la phase, du faisceau sonde réfléchi, sont égaux respectivement à la partie réelle et imaginaire de la variation relative du coefficient de réflectivité [49]. Il a aussi été démontré que, pour un matériau monocouche d'épaisseur  $h$  et pour une configuration unidimensionnelle, cette variation s'écrit en fonction du champ de déplacement en surface  $u_0$ , des amplitudes  $A_0$  et  $B_0$  des champs électromagnétiques progressif et rétrograde dans le vide, du vecteur d'onde optique dans le vide  $k_0$ , de la constante diélectrique dans le vide  $\varepsilon_0 = n_0^2$ , de la profondeur  $x_1$ , de la déformation  $\eta$  dans l'épaisseur, de l'amplitude du champ électromagnétique transmis  $A_t$ , du vecteur d'onde optique dans le milieu  $k$ , et de la constante photoélastique dans le milieu  $\partial\varepsilon/\partial\eta$  :

$$\frac{\Delta r}{r_0} = \frac{jk_0}{n_0 A_0 B_0} \left( 2\varepsilon_0 u_0 A_0 B_0 + \frac{1}{2} \frac{\partial\varepsilon}{\partial\eta} \int_0^h \eta(x_1) A_t^2 e^{2jkx_1} dx_1 \right) \quad (1.1)$$

Cette équation est établie en supposant un milieu opaque, c'est-à-dire dans lequel l'amplitude du faisceau laser est fortement atténuée jusqu'à être nulle à la deuxième interface. Lorsque le terme  $\partial\varepsilon/\partial\eta$  est faible, ou lorsque la déformation est de longueur d'onde beaucoup plus grande que la distance de pénétration optique du laser, le couplage avec la déformation en profondeur peut être négligé si bien que les mesures interférométriques correspondent à la mesure des déplacements normaux à la surface [50]. Ce montage expérimental permet donc de justifier le calcul des déplacements et non des changements de réflectivité lors de la simulation des signaux correspondant à ceux des expériences.

## 1.2. Présentation du modèle simulant le déplacement généré par une source laser linéique dans des échantillons de géométrie plane monocouche

Historiquement, les déplacements générés par laser ont été simulés en considérant une source ponctuelle dans des matériaux isotropes transverses [17]. Le calcul des déplacements générés par une source laser linéique a ensuite été considéré en vue de l'évaluation non-destructive des constantes d'élasticité d'un matériau de géométrie plane [51–54]. Il a en effet été montré, qu'en focalisant le faisceau laser selon une ligne orientée parallèlement à un axe principal de matériaux orthotropes monocouches et de géométrie plane, les formes d'ondes étaient plus simples à identifier. Les raisons sont multiples : tous les plans orthogonaux à cette ligne sont équivalents, la propagation dans toute la plaque peut être représentée dans un espace à deux dimensions seulement, et, l'onde transverse polarisée selon la direction de la source ne peut être générée. De plus, les réflexions des ondes de volumes à l'intérieur d'un matériau de géométrie plane sont plus simples à prévoir pour l'interprétation des signaux que si elles avaient eu lieu à l'intérieur d'une géométrie quelconque. La compréhension et l'interprétation des formes d'ondes obtenues ont été alors simplifiées.

L'objet de ce paragraphe est de présenter la méthode de simulation des déplacements générés par différentes interactions "laser-matière" dans des plaques monocouche et lorsque la génération est linéique. Elle a été développée sous la direction de B. Audoin et a déjà fait l'objet de plusieurs thèses [38, 39]. Cette méthode constitue la base sur laquelle reposent certains développements qui seront présentés ultérieurement. La géométrie de l'échantillon et les hypothèses du problème seront d'abord présentées. Le principe du calcul sera ensuite exposé dans ses grandes lignes.

### 1.2.1. Géométrie et hypothèses du problème

Le milieu de propagation est homogène, de masse volumique  $\rho$ , de géométrie plane et d'épaisseur  $h$ . Les propriétés mécaniques, thermiques et optiques sont supposées de symétrie orthotrope<sup>1</sup>. On définit un repère cartésien  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  où la direction  $\vec{x}_1$  est orthogonale à la surface et où  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  constitue un plan principal. Le centre  $O$  est situé au milieu de l'épaisseur. En  $x_1 = -h/2$ , la source est supposée de dimension infinie selon la direction  $\vec{x}_3$  et est représentée par la distribution de Dirac spatiale selon  $\vec{x}_2$ . Le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  constitue le plan d'étude. La géométrie est illustrée sur la figure 1.4. Le plan défini par  $x_1 = -h/2$  est appelé "face avant" et celui défini par  $x_1 = h/2$  "face arrière".

---

<sup>1</sup>Les propriétés sont dites orthotropes s'il existe deux plans de symétrie de comportement mécanique, thermique ou optique, c'est-à-dire s'il y a trois axes d'orthotropie [55].

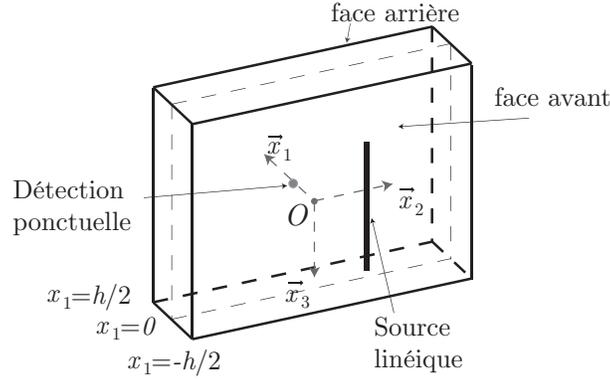


Fig. 1.4 : Géométrie du problème pour une source linéique

### 1.2.2. Description de l'interaction élastique, thermique et électronique dans les semi-conducteurs

Les phénomènes physiques d'échanges énergétiques entre le photon, particule associée à l'onde électromagnétique, et le phonon, particule associée à l'onde acoustique, sont maintenant analysés pour un matériau semi-conducteur. Ils supposent que l'interaction fait intervenir un transfert d'énergie en cascade, du photon à l'électron, de l'électron au réseau cristallin, et du réseau au phonon [56]. En effet, une partie de l'énergie lumineuse transportée par les photons interagit plus fortement avec certains électrons du réseau cristallin qu'avec les atomes. L'énergie fournie est suffisante pour que ces électrons sortent de leur orbite (la couche de valence), se séparent de leur atome et qu'ils se propagent dans la bande de conduction. Ce gain d'énergie impose un mouvement désordonné à l'électron qui le redistribue au cours de ses collisions avec d'autres électrons ou phonons. La majeure partie des phonons se met alors à vibrer en phase et une vision plus macroscopique conduit à l'observation de la propagation d'ondes. Les milieux étant souvent denses électroniquement, le libre parcours moyen des électrons est petit et le temps entre deux collisions est de l'ordre de  $10^{-14}$  s [7]. Ce temps étant très court, les modèles tenant compte d'une génération thermoélastique considèrent alors les échanges instantanés vis-à-vis de la durée d'impulsion. Cependant, dans les semi-conducteurs, une déformation, indépendante du réseau cristallin mais liée à la densité des électrons, est générée et est importante. Les modèles faisant intervenir un couplage avec la densité électronique sont relativement récents [28–31].

L'équation du mouvement permettant le calcul des déplacements fait intervenir le champ de température  $T$  et celui de la densité de plasma  $N$  en tant que termes sources :

$$-\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left( \bar{C}^{*(4)} : \nabla_s \bar{u} \right) = \bar{\lambda} \cdot \nabla_s (T) + \bar{D} \cdot \nabla_s (N), \quad (1.2)$$

avec  $\bar{u}$  le tenseur des déplacements d'ordre un,  $\rho$  la masse volumique du milieu,  $\bar{C}^{*(4)}$ , le tenseur de viscoélasticité d'ordre quatre,  $\bar{\lambda}$  le tenseur de rigidité-dilatation thermique

d'ordre deux et  $\overline{\overline{D}}$  le tenseur du potentiel de déformation électronique d'ordre deux.  $\nabla$  est l'opérateur gradient, et la notation  $\nabla_s = \frac{1}{2}(\nabla + \nabla^t)$  désigne le gradient symétrique. L'exposant  $^t$  exprime la transposition. Les notations “.” et “:” sont utilisées, respectivement, pour le produit contracté une, et deux fois, entre deux tenseurs. L'expression du tenseur de viscoélasticité choisie dans notre modélisation est :

$$\overline{C^{*(4)}} = \overline{C^{(4)}} + j\omega\overline{\eta^{(4)}}, \quad (1.3)$$

où  $\omega$  est la pulsation acoustique,  $\overline{C^{(4)}}$  le tenseur d'élasticité et  $\overline{\eta^{(4)}}$  le tenseur de viscosité. La viscosité du milieu est donc modélisée en ajoutant une partie imaginaire au tenseur d'élasticité [57]. La dépendance linéaire en fréquence correspond au modèle de Kelvin-Voigt qui tient compte d'un amortissement plus fort des hautes fréquences. Le tenseur de rigidité-dilatation thermique est obtenu par le produit doublement contracté du tenseur d'élasticité et du tenseur de dilatation thermique :  $\overline{\lambda} = \overline{C^{*(4)}} : \overline{\alpha}$ . De même,  $\overline{\overline{D}} = \overline{C^{*(4)}} : \overline{\overline{d}}$ , où  $\overline{\overline{d}}$  est un tenseur d'ordre deux proportionnel à la dérivée de l'énergie de la bande interdite par rapport à la pression à température constante [58].

### 1.2.3. Principe général du calcul

L'équation du mouvement tenant compte de la diffusion électronique (éq. 1.2) est la description la plus aboutie des interactions “laser-matière” considérées dans cette thèse. Elle comprend en effet tous les échanges énergétiques pris en comptes dans les modèles thermoélastiques classiques, c'est-à-dire le modèle thermoélastique dipolaire et les modèles dont la génération tient compte de la pénétration optique et de la diffusion thermique. Sa résolution peut alors être dégradée pour permettre celle des autres modèles. Le rayonnement d'une source laser linéique dans une plaque semi-conductrice ayant déjà été traité par H. Meri [39], cette partie n'a pas pour vocation d'étudier la physique de la génération mais seulement d'exposer la méthode de résolution qui sera alors prise comme base pour le reste de ce chapitre.

L'équation du mouvement 1.2, dont le terme source est égal à la somme de la contrainte thermique et de la contrainte électronique, est maintenant exprimée dans le repère cartésien  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ . En utilisant la notation d'Auld [59], l'écriture tensorielle est remplacée par une écriture matricielle. Les notations  $C_{ij}^*$ ,  $C_{ij}$ ,  $\eta'_{ij}$  où  $\{i, j\} \in \llbracket 1, 6 \rrbracket$ , correspondent donc aux notations contractées des tenseurs de viscoélasticité, d'élasticité et de viscosité. Par ailleurs, plusieurs considérations permettent de s'affranchir d'une dimension spatiale du problème. L'hypothèse d'une source linéique orientée selon  $(O, \vec{x}_3)$  permet en effet de supposer une invariance selon cette dimension :

$$\frac{\partial}{\partial x_3} = 0 \quad (1.4)$$

Ensuite, puisque la source est orientée selon un axe principal, la composante  $u_3$  du déplacement selon  $\vec{x}_3$  est nulle [55] :

$$u_3 = 0 \quad (1.5)$$

La résolution de l'équation 1.2 est à présent recherchée. Puisque, le champ de déplacement est lié au champ de température et à la densité de plasma, il faut *a priori* traiter la résolution de tous les champs de façon concomitante. Cependant, l'équation décrivant l'évolution de la densité de plasma peut être résolue de façon indépendante. Ensuite il est supposé que le champ thermique est indépendant du champ de déplacement. Les résolutions des différents champs  $N$ ,  $T$  et  $\mathbf{u}$  sont ainsi partiellement couplées. Elles sont maintenant détaillées.

### 1.2.3.1. Évolution de la densité électronique

L'équation de diffusion de la densité de plasma  $N$  décrit les processus de diffusion et d'absorption interbande ainsi que le processus de recombinaison non-radiative. Elle ne fait ni intervenir le champ thermique ni le champ acoustique. Elle s'écrit de manière tensorielle :

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \nabla_s \cdot (\bar{\Lambda} \cdot \nabla_s N) + \frac{1}{\tau_R} N = \frac{Q}{E} \quad (1.6)$$

où  $\bar{\Lambda}$  est le tenseur de diffusion ambipolaire d'ordre deux,  $\tau_R$  la durée de vie des porteurs de charges ou temps de recombinaison électronique,  $Q$  la densité volumique d'énergie électromagnétique par unité de temps et  $E$  l'énergie des photons. Contrairement aux modèles ne considérant qu'une génération thermoélastique, celui-ci n'est plus linéaire en énergie [39]. Le temps de recombinaison électronique est en effet dépendant de l'énergie [60].

L'expression couramment utilisée pour le terme  $Q$  est calculée en supposant que l'onde lumineuse n'est pas réfléchiée à la deuxième interface de l'échantillon. Cette hypothèse sera discutée dans le paragraphe 2.2. Le calcul de  $Q$  [12] sera explicité au paragraphe 2.2.1.1 et donne dans le repère choisi :

$$Q(x_1, x_2, t) = \beta I e^{-\beta x_1} \delta(t) \delta(x_2) \quad (1.7)$$

où  $I = I_0(1 - R_{01})$  et  $I_0$  correspondent respectivement aux énergies optiques absorbée et incidente par unité de longueur pour une focalisation linéique de la lumière.  $R_{01}$  est le coefficient de réflexion optique en énergie entre le vide et le milieu.  $\beta$  est le coefficient d'absorption optique du matériau à la longueur d'onde optique  $\lambda^{opt}$  du laser dans le milieu. Ce coefficient correspond à l'inverse de la distance de pénétration optique.  $\delta$  est la distribution de Dirac.

L'équation de diffusion de la densité électronique (éq. 1.6) s'écrit pour un milieu monocouche dans le système de coordonnées choisi<sup>1</sup> [61] :

$$\frac{\partial N}{\partial t} - \Lambda_{11} \frac{\partial^2 N}{\partial x_1^2} - \Lambda_{22} \frac{\partial^2 N}{\partial x_2^2} + \frac{N}{\tau_R} = \frac{Q}{E} \quad (1.8)$$

<sup>1</sup>Le tenseur de diffusion ambipolaire est supposée s'écrire, dans le repère choisi, comme une matrice diagonale.

Ces équations forment avec les conditions aux limites un système pouvant être parfaitement résolu. La plaque étant de dimensions transverses infinies, seuls les échanges électroniques aux travers des deux faces doivent être pris en compte. L'énergie lumineuse étant supposée purement décroissante avec la profondeur dans l'équation 1.7, la densité électronique est de même profil spatial à l'instant initial. La diffusion dans le sens des  $x_1$  négatifs est alors imposée nulle.

Les recombinaisons entre les porteurs s'effectuent dans la profondeur et aussi de façon importante sur les surfaces. Puisque le flux d'électrons à travers les surfaces est supposé nul, les électrons de surface, excités par le laser et diffusant dans la profondeur, sont remplacés par des électrons de surface non excités par le laser [62]. Ce phénomène est décrit, en  $x_1 = -h/2$ , par l'équation :

$$\left( \Lambda_{11} \frac{\partial N}{\partial x_1} - SN \right) \Big|_{x_1=-h/2} = 0, \quad (1.9)$$

avec  $S$  la vitesse de recombinaison électrons-trous en surface.

Les électrons qui atteignent la surface opposée à la génération sont, en raison de la forte recombinaison en surface, rapidement absorbés. Par conséquent, aucune accumulation de charge ne peut s'effectuer à la surface arrière. La densité électronique de porteur est ainsi supposée constamment de profil exponentiel décroissant et l'hypothèse d'un milieu semi-infini pour la diffusion électronique est retenue pour la simulation de manière à simplifier les calculs.

### Résolution :

La résolution sous forme intégrale de ce système d'équations est complexe. La densité de plasma est une fonction des variables  $x_1$ ,  $x_2$ , et  $t$  et il est impossible de l'écrire en sous fonctions d'une seule variable. Certains changements de variables conduisent néanmoins à une résolution analytique de ce système mais elle s'avère très complexe [63, 64]. Une méthode de résolution semi-analytique [65] a donc été choisie. En appliquant une double transformée de Fourier par rapport aux variables de temps  $t$  et d'espace  $x_2$ , la solution est décomposée sur une base de solutions orthogonales  $e^{j(\omega t - k_2 x_2)}$ , où  $k_2$  est la variable duale de  $x_2$  et  $\omega$  celle de  $t$ . Le système d'équations est alors transformé en un système d'équations différentielles linéaires en  $x_1$ , c'est-à-dire que la transformée de la densité de plasma,  $\tilde{N}$ , est considérée comme une fonction de la variable  $x_1$  et paramétrée par  $k_2$  et  $\omega$  :

$$\Lambda_{11} \frac{\partial^2 \tilde{N}}{\partial x_1^2} - \left( j\omega + \frac{1}{\tau_R} + \Lambda_{22} k_2^2 \tilde{N} \right) = \frac{\tilde{Q}(x_1, \omega)}{E} \quad (1.10)$$

$$\left( \Lambda_{11} \frac{\partial \tilde{N}}{\partial x_1} - S \tilde{N} \right) \Big|_{x_1=0} = 0 \quad (1.11)$$

La notation  $\tilde{f}(k_2, \omega) = \mathcal{F}[\mathcal{F}[f(x_2, t)]]$  a été introduite pour représenter la double transformée de Fourier spatio-temporelle de  $f$ . Les variables étant découplées, la résolution

de ce système transformé est alors rendue possible. La forme de l'équation 1.10 impose l'expression de la solution particulière ainsi que l'expression de la solution homogène à une constante près. La solution particulière est directement liée aux conditions de génération et reflète les hypothèses faites sur le profil spatio-temporel de la source. Par contre, il existe une infinité de solutions homogènes vérifiant l'équation de diffusion électronique. La forme sous laquelle est recherchée la solution est donc indépendante de la génération. Elle n'exprime que les relations existant entre l'espace et le temps, mais ne tient pas encore compte de l'amplitude et de la phase. Par conséquent, cette solution correspond à la diffusion incohérente des électrons à l'intérieur du matériau en dehors de tout mécanisme de génération particulier : il n'est pas possible d'observer un mouvement d'ensemble des électrons. En tenant compte des conditions aux limites, une des solutions homogènes est favorisée et une diffusion cohérente peut alors être observée. Finalement, l'expression de la densité de plasma s'écrit dans l'espace  $(x_1, k_2, \omega)$  :

$$\tilde{N}(x_1, k_2, \omega) = A_N^h(k_2, \omega)e^{-\Pi x_1} + B_N^p(k_2, \omega)e^{-\beta x_1}, \quad (1.12)$$

où  $A_N^h$  est l'amplitude de la solution homogène,  $\Pi$  la racine de l'équation caractéristique associée à l'équation 1.10 et  $B_N^p$  l'amplitude de la solution particulière.

L'expression de  $N$  dans le domaine spatio-temporel peut alors être évaluée numériquement par une double transformée de Fourier inverse discrète. Cependant, nos expériences ne nous permettent pas d'accéder à la mesure de la densité électronique. Cette solution ne sera donc pas confrontée avec des signaux expérimentaux. L'expression dans l'espace de Fourier est alors conservée en l'état pour être introduite dans le calcul de l'évolution du champ de température et dans celui du déplacement.

### 1.2.3.2. Évolution du champ de température

L'évolution du champ thermique est dépendante de celle de la densité de plasma et est dictée par l'équation de diffusion [66] :

$$\frac{\partial T}{\partial t} - \frac{1}{\rho C_p} \nabla_s \cdot (\overline{\kappa} \cdot \nabla_s T) = \frac{1}{\rho C_p} \left( \frac{E - E_g}{E} Q + \frac{E_g}{\tau_R} N \right), \quad (1.13)$$

où  $C_p$  est la chaleur spécifique à pression constante,  $\overline{\kappa}$  le tenseur de conductivité thermique d'ordre deux et  $E_g$  l'énergie de gap.

Le même formalisme est alors utilisé pour le calcul du champ thermique. Cependant la contribution de la densité de plasma dans le terme source conduit à prendre en compte une deuxième solution particulière. La solution générale est alors constituée de trois termes : l'un propre à la diffusion thermique, un autre lié à la chaleur apportée par le laser et un dernier relatif à la thermalisation électronique.

En négligeant les transferts de chaleur par radiation, convection et conduction avec l'air (le matériau étant considéré sans contact avec d'autres matériaux de capacité calorifique proche), les échanges thermiques sont supposés adiabatiques. Par conséquent, les flux de chaleur à travers les surfaces sont nuls. Néanmoins, il est supposé, de façon analogue à la diffusion électronique, que la diffusion thermique possède un profil

exponentiel décroissant selon la profondeur. La condition de flux nul en  $x_1 = h$  est donc remplacée par l'hypothèse d'un milieu semi-infini du point de vue thermique. Cette hypothèse implique que l'énergie thermique et la température seront nulles après un certain temps alors que la première devrait être conservée et la deuxième devrait devenir constante. Malgré tout, la conséquence n'est visible que pour de longues durées d'observations, d'une part parce que si le milieu est transparent<sup>1</sup>, le gradient thermique est faible et donc la diffusion thermique aussi, et d'autre part parce que si le milieu est opaque, la diffusion de l'énergie thermique est beaucoup moins rapide que la propagation des ondes élastiques. Par ailleurs, le flux de chaleur sur la surface de génération étant nul, la quantité de chaleur qui diffuse dans la profondeur du matériau compense celle créée par la recombinaison électronique des paires électron-trou.

### Résolution :

Le système permettant de calculer l'évolution de la température, constitué de l'équation de diffusion de la chaleur (eq. 1.13), et de l'expression du flux thermique nul en  $x_1 = -h/2$  s'écrit dans l'espace transformé  $(x_1, k_2, \omega)^2$  :

$$\chi_1 \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x_1^2} - (\mathcal{J}\omega + \chi_2 k_2^2) \tilde{T} = \frac{1}{\rho C_p} \left( \frac{E - E_g}{E} \tilde{Q}(x_1, \omega) + \frac{E_g}{\tau_R} \tilde{N}(x_1, k_2, \omega) \right) \quad (1.14)$$

$$\left( \kappa_{11} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_1} + E_g S \tilde{N} \right) \Big|_{x_1 = -h/2} = 0 \quad (1.15)$$

où  $\chi_i = \kappa_{ii}/(\rho C_p)$  représente la diffusivité thermique dans la direction  $\vec{x}_i$  ( $i \in \llbracket 1, 2 \rrbracket$ ), et  $\tilde{T}$  la double transformée de Fourier de  $T$ . L'équation 1.14 étant une équation différentielle linéaire du deuxième ordre analogue à celle rencontrée avec la diffusion électronique (eq. 1.10), elle se résout de la même manière. La solution s'écrit alors sous la forme :

$$\tilde{T}(x_1, k_2, \omega) = A_T^p(k_2, \omega) e^{-\Pi x_1} + B_T^p(k_2, \omega) e^{-\beta x_1} + C_T^h e^{-\Gamma x_1} \quad (1.16)$$

où  $A_T^p$  est l'amplitude de la solution particulière associée à la thermalisation électronique,  $B_T^p$  l'amplitude de la solution particulière associée à la chaleur déposée directement par le laser,  $C_T^h$  l'amplitude de la solution homogène et  $\Gamma$  la racine de l'équation caractéristique associée à l'équation 1.14 dans le domaine  $(x_1, k_2, \omega)$ .

Lorsque la diffusion électronique n'a pas besoin d'être considérée, le champ thermique est calculé en posant  $E_g = 0$ . Le modèle est alors celui associé à une génération tenant compte d'une diffusion thermique parabolique et de l'effet de la pénétration optique.

<sup>1</sup>Un matériau sera appelé transparent quand la longueur de pénétration optique est plus grande que son épaisseur, semi-transparent quand elle est non négligeable par rapport à l'épaisseur du matériau, et opaque sinon.

<sup>2</sup>Le tenseur de conductivité thermique est supposé s'écrire dans le repère choisi comme une matrice diagonale.

### 1.2.3.3. Évolution du champ de déplacement

Maintenant que les champs de température et de densité de plasma sont connus, il est possible de calculer le champ de déplacement. Comme précédemment, la solution est d'abord exprimée dans l'espace des transformées. Cependant, les systèmes résolus aux paragraphes précédents concernaient des grandeurs scalaires. Le champ de déplacement étant une grandeur vectorielle, le système est alors résolu par un formalisme matriciel, et les différentes composantes qui sont couplées sont calculées simultanément. Ainsi, l'équation 1.2 s'écrit sous la forme<sup>1</sup> :

$$\begin{bmatrix} C_{11}^* & 0 \\ 0 & C_{66}^* \end{bmatrix} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\rho\omega^2 - k_2^2 C_{66}^*) & -jk_2(C_{12}^* + C_{66}^*) \\ -jk_2(C_{12}^* + C_{66}^*) & (\rho\omega^2 - k_2^2 C_{22}^*) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 \\ \tilde{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x_1}(\lambda_{11}\tilde{T} + D_{11}\tilde{N}) \\ -jk_2(\lambda_{22}\tilde{T} + D_{22}\tilde{N}) \end{bmatrix}, \quad (1.17)$$

où  $\tilde{u}_1$  et  $\tilde{u}_2$  correspondent respectivement aux transformées de Fourier des composantes selon  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$  des déplacements. En posant  $\tilde{\mathbf{u}} = [\tilde{u}_1, \tilde{u}_2]$ , cette équation différentielle linéaire d'ordre deux est réécrite sous une forme compacte :

$$A \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \tilde{\mathbf{u}} + B \tilde{\mathbf{u}} = C. \quad (1.18)$$

Les matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  représentent donc celles de l'équation 1.17. Les solutions particulières sont alors directement liées à l'écriture des termes du second membre et sont calculées de la même manière que précédemment. Cependant le milieu ne peut plus être considéré comme semi-infini comme pour la température et la densité électronique. La solution homogène de l'équation 1.17 est composée de deux termes, chacun associé à une racine de l'équation caractéristique. Ainsi, en cherchant une solution du type  $\tilde{\mathbf{u}}^h = \tilde{\mathbf{u}}^{h0} e^{jk_1 x_1}$ , l'équation caractéristique définit l'équation de dispersion des ondes de volumes.  $k_1$  est donc identifié comme la composante selon  $\vec{x}_1$  du vecteur d'onde acoustique. La composante  $k_2$ , introduite avec la transformée de Fourier selon  $\vec{x}_2$ , prend alors le sens de la composante selon  $\vec{x}_2$  de ce même vecteur d'onde. L'équation de dispersion est calculée par  $\det[-Ak_1^2 + B] = 0$ . Les quatre racines solutions, opposées deux à deux, correspondent aux composantes selon la direction  $\vec{x}_1$  des vecteurs d'onde longitudinaux et transverses<sup>2</sup>. Les ondes se propagent ainsi suivant les directions positive et négative de  $x_1$ .

Le calcul des amplitudes de la solution homogène  $\tilde{\mathbf{u}}^{h0}$  est alors effectué en considérant les conditions aux limites. L'échantillon étant supposé libre mécaniquement, les

<sup>1</sup>Le tenseur du potentiel de déformation électronique est supposé s'écrire dans le repère choisi comme une matrice diagonale.

<sup>2</sup>Les ondes de polarisation longitudinale et de polarisation transversale sont appelées par abus de langage dans ce mémoire ondes longitudinales et ondes transverses

contraintes normales aux surfaces définies par  $x_1 = -h/2$  et  $x_1 = h/2$  sont donc nulles :

$$\left( C_{11}^* \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + C_{12}^* \frac{\partial u_2}{\partial x_2} - \lambda_{11} T - D_{11} N \right) \Big|_{x_1 = -h/2, h/2} = 0 \quad (1.19a)$$

$$C_{66}^* \left( \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \Big|_{x_1 = -h/2, h/2} = 0 \quad (1.19b)$$

Ces équations traduisent l'équilibre des contraintes d'origine électronique, thermique et mécanique en surface.

### Résolution :

La solution homogène des déplacements est écrite sous forme symétrique et antisymétrique, de façon à pouvoir découpler la résolution du système de quatre équations (éq. 1.19) en deux sous systèmes de deux équations. La résolution numérique est ainsi accélérée et plus précise. Le champ de déplacement est finalement écrit sous la forme :

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}}(x_1, k_2, \omega) = & \sum_{n=L,T} \left( \mathbf{A}_u^{hS} \cos(k_1 x_1) + \mathbf{B}_u^{hA} \sin(k_1 x_1) \right) + \\ & \mathbf{C}_u^p(k_2, \omega) e^{-\Pi x_1} + \mathbf{D}_u^p(k_2, \omega) e^{-\beta x_1} + \mathbf{E}_u^p e^{-\Gamma x_1}, \end{aligned} \quad (1.20)$$

avec respectivement  $\mathbf{A}_u^{hS}$  et  $\mathbf{B}_u^{hA}$  les amplitudes de la solution homogène symétrique et antisymétrique,  $\mathbf{C}_u^p$  et  $\mathbf{D}_u^p$  les amplitudes des solutions particulières associées aux contraintes thermiques et électroniques, et  $\mathbf{E}_u^p$  les amplitudes des solutions particulières associées seulement aux contraintes thermiques.

Lorsque la diffusion thermique et la diffusion électronique sont négligées, la solution est simplifiée en posant  $\kappa_{ii} = 0$  ( $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$ ) dans les équations 1.14 et 1.15, et le champ de déplacement correspond alors à celui du modèle ne tenant compte que de la pénétration optique. Enfin la réponse à une excitation de type dipolaire est calculée en prenant le cas limite d'une pénétration optique nulle, (l'inverse de la pénétration optique  $\beta$  est pris infini).

L'expression analytique du champ de déplacement est maintenant complètement déterminée dans l'espace  $(x_1, k_2, \omega)$ . Les différents termes intervenant dans l'équation 1.20 sont difficiles à exprimer dans l'espace  $(x_1, x_2, t)$ . Par conséquent, le champ de déplacement est évalué numériquement grâce à une double transformée de Fourier inverse discrète :

$$\mathbf{u}(x_1, x_2, t) = \frac{\Delta k_2 \Delta \omega}{(2\pi)^2} \sum_{k_2 = -k_2^{max}}^{k_2^{max}} \sum_{\omega = -\omega^{max}}^{\omega^{max}} \tilde{\mathbf{u}}(x_1, k_2, \omega) e^{-j(k_2 x_2 - \omega t)}. \quad (1.21)$$

La notation  $\mathbf{u}$  a été introduite afin de préciser que la variable  $\mathbf{u}$  est obtenue par transformée de Fourier inverse discrète.  $\Delta k_2$  et  $\Delta \omega$  sont respectivement les pas de discrétisation sur la composante selon  $\vec{x}_2$  des vecteurs d'onde et fréquentiel.  $k_2^{max}$  et  $\omega^{max}$  sont les limites du domaine d'intégration. La génération ayant été supposée de type Dirac en

$x_2$  et en  $t$ , le terme  $\tilde{\mathbf{u}}(x_1, k_2, \omega)$  correspond donc au noyau de Green du problème et le terme  $\mathbf{u}(x_1, x_2, t)$  à la réponse impulsionnelle. Le champ de déplacement pour une source rectiligne de dimension latérale finie et pour une durée d'excitation quelconque sera donc calculé en convoluant la réponse impulsionnelle avec le profil spatio-temporel de la source.

Cette transformation inverse discrète ne permet pas d'avoir une formulation explicite des contributions élastiques, thermiques ou électroniques au déplacement. Il est donc impossible d'obtenir l'amplitude des ondes longitudinales et transverses, et de connaître leur temps d'arrivée en différents points de l'épaisseur à partir des modèles qui ont été décrits. L'identification des ondes de volume dans les signaux expérimentaux à partir des signaux simulés n'est donc pas toujours facile. D'autres méthodes seront présentées au chapitre 4 afin d'aider à l'interprétation des signaux.

#### 1.2.3.4. Applications numériques

L'interaction laser-matière est maintenant schématisée pour les différents modèles de génération. Un signal simulé accompagne chacune des représentations de façon à révéler les différences qu'impose le modèle de génération. Les temps d'arrivée des ondes longitudinales et des ondes transverses sont notés  $L$  et  $T$  respectivement. Les notations  $3L$  et  $2LT$  correspondent aux temps des ondes ayant subies deux réflexions sans et avec changement de polarisation. Les signaux sont calculés avec la méthode qui a été exposée, pour une plaque monocouche isotrope d'aluminium d'épaisseur  $5 \mu\text{m}$  lorsque les modèles ne prennent pas en compte la diffusion électronique, c'est-à-dire pour une génération en ablation (figure 1.5b), thermoélastique (figure 1.6b), ou une génération tenant compte de la pénétration optique (figure 1.7b) et de l'effet de la diffusion thermique (figure 1.8b). Les simulations considérant aussi la diffusion électronique (figure 1.9b) ont été réalisées pour un cristal de silicium d'épaisseur égale à  $5 \text{ mm}$  et dont la direction cristalline (110) est orientée normalement à la surface.

Les signaux représentent les déplacements normaux à la surface en fonction du temps. L'ordonnée est en unité arbitraire parce que les signaux sont proportionnels à l'énergie de la source, sauf pour la génération tenant compte de la diffusion électronique où les unités sont données pour des énergies égales à  $5 \cdot 10^5$  et  $5 \cdot 10^4 \text{ nJ}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Des graduations permettent néanmoins de comparer les différentes amplitudes entre les signaux obtenus pour des générations thermoélastiques. L'échelle pour le signal obtenu en régime d'ablation ne doit pas être comparée aux échelles des régimes thermoélastiques. Elle est pourtant indiquée afin de pouvoir comparer le signal avec d'autres signaux obtenus en ablation mais pour d'autres géométries du milieu ou de la source. Cette dernière est supposée, pour toutes les simulations présentées, linéique en surface. Les déplacements sont calculés à l'épicentre, sur la surface opposée à la source (cf. figure 1.5a).

Les différents paramètres utiles aux simulations dans l'aluminium sont données dans le tableau 1.1. Les coefficients du tenseur d'élasticité sont exprimés en notation contractée. Le coefficient d'absorption et le coefficient de réflexion correspondent à une longueur d'onde optique égale à  $\lambda^{opt} = 1024 \text{ nm}$ . Seuls les éléments diagonaux ( $i \in \{1, 2, 3\}$ ) du tenseur de dilatation thermique et du tenseur de diffusion thermique sont indiqués. Les

coefficients hors diagonale sont en effet considérés nuls. Toutes les constantes nécessaires à la simulation dans le silicium sont indiquées dans le tableau 1.2. Le modèle considérant la diffusion électronique n'étant pas linéaire en énergie, deux simulations sont réalisées pour les valeurs du temps de recombinaison égales à  $\tau_R = 3.8 \cdot 10^{-9}$  s ( $I = 5 \cdot 10^5$  nJ.mm<sup>-1</sup> ligne hachurée) et à  $\tau_R = 380 \cdot 10^{-9}$  s ( $I = 5 \cdot 10^4$  nJ.mm<sup>-1</sup> ligne pleine).

**Tab. 1.1** : Constantes de l'aluminium isotrope

$C_{11}$ (GPa)	$C_{12}$ (GPa)	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> )		
109	56	2.7		
$C_p$ (J.Kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	$R_{01}$	$\alpha_{ii}$ (K <sup>-1</sup> )	$\kappa_{ii}$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
900	140	0.88	25e-6	237

**Tab. 1.2** : Constantes du cristal de silicium (orientation [110])

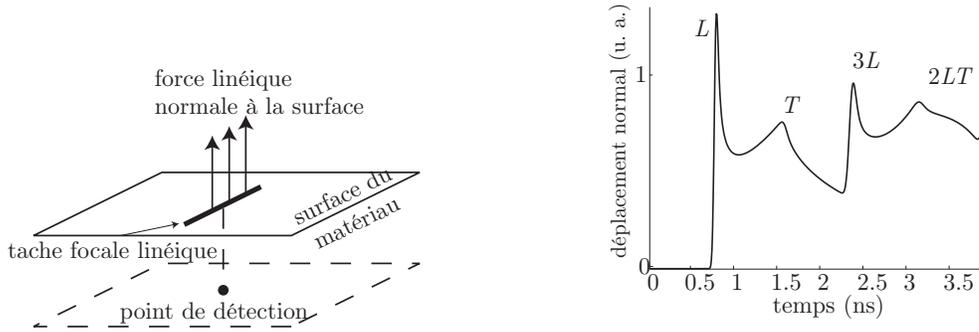
$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}$ (GPa)	$C_{12}$ (GPa)	$C_{66}$ (GPa)	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> )
194	194	35	51	2.3
$C_p$ (J.Kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )	$\beta$ (mm <sup>-1</sup> )	$R_{01}$	$\alpha_{ii}$ (K <sup>-1</sup> )	$\kappa_{ii}$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> )
757	1e-6	0.33	1.2e-5	150
$\Lambda_{ii}$ (m <sup>2</sup> s <sup>-1</sup> )	$E$ (eV)	$E_g$ (eV)	$d_{ii}$ (cm <sup>3</sup> )	
35e-4	1.55	1.11	-9.5e-21	

### 1.2.4. Conclusion

La section 1.2 a présenté une méthode de simulation permettant de rendre compte du rayonnement ultrasonore généré par une source laser linéique dans une plaque monocouche orthotrope. Les équations de diffusion électronique, thermique et de mouvement ont été linéarisées grâce à une double transformée de Fourier spatio-temporelle. Une solution analytique a été obtenue dans le domaine des transformées en considérant les conditions aux limites relatives aux différents champs calculés : densité électronique, température, déplacements. Cette solution a finalement été exprimée numériquement dans l'espace spatio-temporel grâce à une double transformée de Fourier inverse discrète. Des signaux ont été simulés pour les différents modèles d'interaction "laser-matière" et présentés au paragraphe précédent (1.2.3.4).

Les aspects numériques n'ont pas été discutés parce que l'ensemble de cette section résume les travaux présentés dans la thèse de H. Meri [39]. Le modèle présenté sera étendu à d'autres configurations géométriques dans les sections 2.1 et 3.2. Le modèle d'interaction "laser-matière" tenant compte de la pénétration optique sera enrichi en tenant compte des réflexions du faisceau laser sur les faces avant et arrière d'un échantillon monocouche. Il sera développé à la section 2.2 en utilisant le même principe que celui

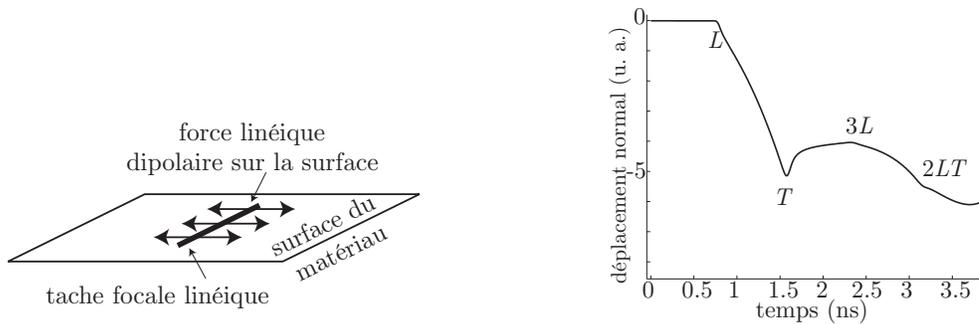
qui vient d'être exposé. Le contexte et les bases de certains développements présentés dans ce mémoire reposent donc sur ce paragraphe.



**a** : Modélisation d'une génération en ablation : le chargement est surfacique, normal à la surface et de durée égale à la durée de l'impulsion laser.

**b** : Déplacements normaux à la surface en fonction du temps. Les déplacements sont positifs et l'onde longitudinale contribue fortement aux déplacements. Les ondes réfléchies avec et sans conversion de polarisation sont également présentes avec une grande amplitude.

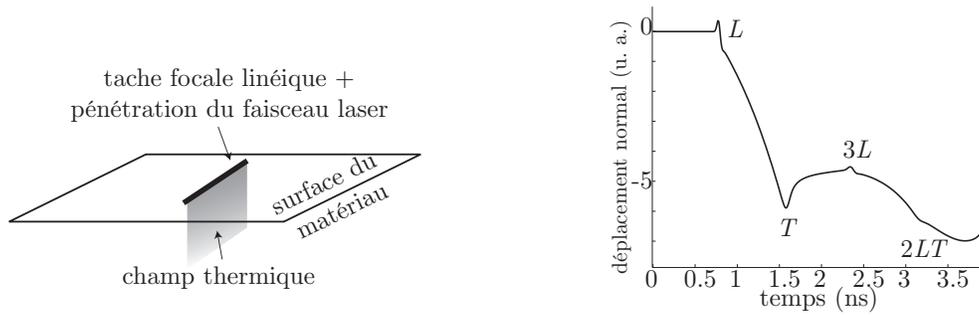
Fig. 1.5 : En régime d'ablation



**a** : Modélisation d'une génération thermoélastique dipolaire : le chargement est surfacique, parallèle à la surface et constant.

**b** : Déplacements normaux à la surface en fonction du temps. Les déplacements sont de signe opposé à ceux obtenus en régime d'ablation. Les ondes longitudinales comme les ondes transverses ne contribuent au déplacement que par diffraction.

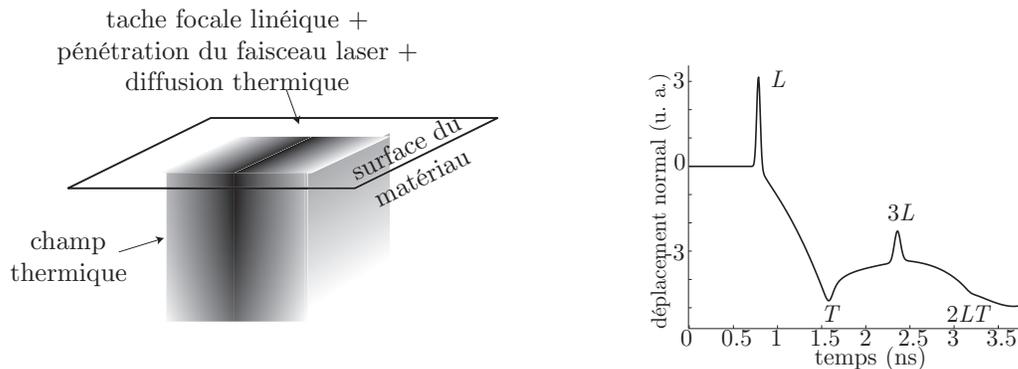
Fig. 1.6 : En régime thermoélastique dipolaire



**a :** Modélisation d'une génération thermoélastique et de l'effet de la pénétration optique : l'énergie lumineuse est déposée en profondeur avec un profil exponentiel décroissant pendant la durée de l'impulsion laser. Le champ thermique possède le même profil et reste constant.

**b :** Déplacements normaux à la surface en fonction du temps. Le signal ressemble à celui obtenu en régime thermoélastique dipolaire lorsque la longueur de pénétration est faible par rapport à l'épaisseur. Néanmoins, l'onde longitudinale contribue aussi au déplacement grâce au vecteur d'onde normal à la surface et crée un écho plus fin souvent appelé "précurseur".

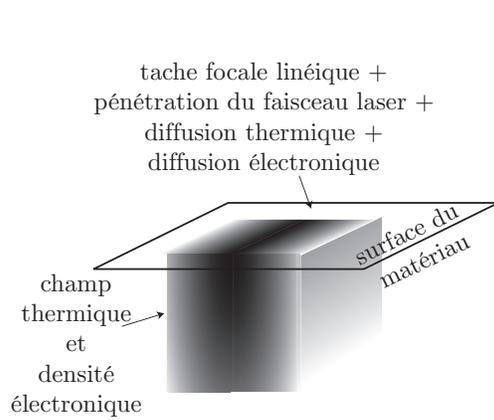
**Fig. 1.7 :** Pour une génération tenant compte de la pénétration optique



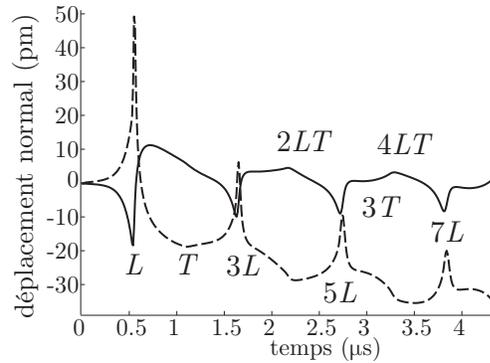
**a :** Modélisation d'une génération thermoélastique et des effets de la pénétration optique et de la diffusion thermique : l'énergie lumineuse est déposée en profondeur avec un profil exponentiel décroissant pendant la durée de l'impulsion laser. Le champ thermique possède le même profil à l'instant initial puis diffuse dans tout le volume.

**b :** Déplacements normaux à la surface en fonction du temps. La génération des ondes longitudinales est plus forte que dans le cas d'une génération tenant seulement compte de l'effet de la pénétration optique.

**Fig. 1.8 :** Pour une génération tenant compte de l'effet de la diffusion thermique



**a** : Modélisation d'une génération tenant compte de la pénétration optique de la diffusion thermique et de la diffusion électronique : l'énergie lumineuse est déposée en profondeur avec un profil exponentiel décroissant pendant la durée de l'impulsion laser. La densité électronique et le champ thermique possèdent le même profil à l'instant initial puis diffusent dans tout le volume.



**b** : Déplacements normaux à la surface en fonction du temps. Les deux signaux correspondent à deux niveaux d'énergie lumineuse distinct. La ligne hachurée est obtenue pour  $I = 5 \cdot 10^5 \text{ nJ.mm}^{-1}$ , et la ligne continue pour  $I = 5 \cdot 10^4 \text{ nJ.mm}^{-1}$ . La génération des ondes acoustiques devient non linéaire. Le signal en trait interrompu correspond à un niveau élevé d'énergie linéique incidente où la contribution de la diffusion électronique est négligeable. Il est donc semblable à celui qui serait obtenu si seule l'effet de la pénétration optique et de la diffusion thermique aurait été considérée [39]

**Fig. 1.9** : Pour une génération tenant compte de l'effet de la diffusion électronique

### 1.3. Conclusion

Ce chapitre a donc permis d'exposer les différentes interactions "laser-matière", et les différents dispositifs expérimentaux utilisés. Il a aussi permis de rappeler la méthode de simulation des déplacements générés par une source laser linéique dans une plaque monocouche qui a été développée au Laboratoire de Mécanique Physique. Son extension, à des géométries constituées de deux couches, sera explicitée dans le chapitre suivant.

## 2. Déplacements générés par une source laser linéique dans des échantillons de géométrie plane

Ce chapitre présente tout d’abord la méthode de calcul développée pour un milieu de géométrie plane bicouche. Elle correspond à une extension du modèle présenté dans le chapitre précédent. Ensuite, l’hypothèse d’un faisceau laser se réfléchissant sur les interfaces d’un échantillon monocouche et les conséquences de ces réflexions sur les déplacements seront considérées.

### 2.1. Extension du calcul du champ de déplacement pour un matériau bicouche

Le contrôle de la fabrication des composants électroniques constitue un marché important du contrôle non-destructif. La taille des nouveaux composants étant inférieure au micromètre, ceux-ci sont généralement déposés sur un substrat de façon à assurer leur solidité, un isolement électronique ou thermique. Les réflexions des ondes acoustiques à l’interface entre le composant et le substrat ne sont pas équivalentes à celles qui auraient eu lieu dans l’échantillon isolé. De plus, l’épaisseur du substrat est souvent considérée infinie par rapport à celle de la couche supérieure. Par conséquent, les amplitudes des formes d’ondes mesurées avec ou sans substrat ne seront pas les mêmes. À l’inverse, pour protéger certains matériaux sensibles de la corrosion ou de tout autre phénomène qui pourrait dégrader leur surface, un revêtement est parfois déposé. Lorsque des méthodes acoustiques sont utilisées dans le contrôle des propriétés du matériau, la couche en surface rajoute un nombre important d’événements acoustiques aux formes d’onde mesurées. Les informations relatives seulement au matériau sont alors dissimulées dans des signaux riches et difficiles à interpréter.

La modélisation des déplacements générés par une source laser dans un matériau bicouche facilite alors l’interprétation des signaux expérimentaux mesurés et contribue ainsi à l’identification des propriétés des matériaux étudiés. Dubois *et al.* [67] ont proposé un modèle permettant d’évaluer la réponse à une excitation laser ponctuelle dans un matériau bicouche en considérant une génération thermoélastique mais en négligeant la pénétration optique. D’autres modèles, semblables à celui-ci, s’attachent à décrire la propagation d’ondes élastiques dans des milieux multicouches grâce à un formalisme matriciel [68–70]. Puis, R. Coulette [71] a développé un modèle semi-analytique pour des matériaux à symétrie hexagonale en tenant compte de l’effet de la pénétration optique.

Enfin, F. Reverdy [38] proposa un modèle considérant une génération linéique pour deux milieux orthotropes afin de permettre une analyse des temps d'arrivée des ondes acoustiques de volume en vue de la caractérisations des propriétés d'élasticité. Les diverses avancées réalisées permirent des simulations de plus en plus rapides, plus précises et mieux adaptées aux différents problèmes rencontrés.

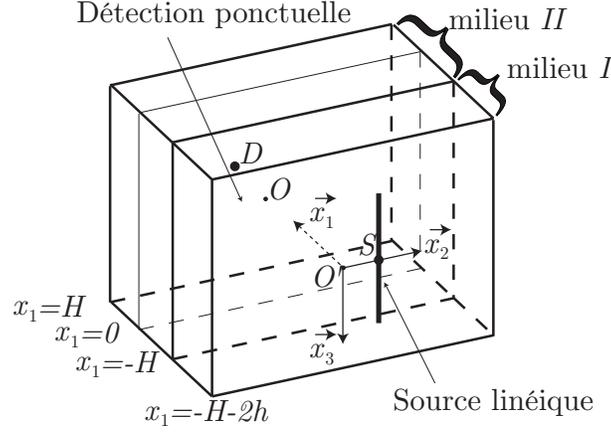
La méthode de simulation du rayonnement ultrasonore d'une source laser linéique dans un matériau bicouche orthotrope est à présent explicitée en considérant toutes les interactions "laser-matières" précédemment évoquées. Les conditions aux limites associées aux modèles tenant compte des diffusions thermique et électronique seront notamment discutées. Le principe des calculs développés au paragraphe 1.2 pour des matériaux monocouches sera transposé aux matériaux bicouches.

### 2.1.1. Géométrie du problème

La couche où se situe la génération est notée  $I$  et la deuxième  $II$ . L'indice  $i \in \{I, II\}$  est utilisé pour qualifier les grandeurs relatives à chacune des couches. Les milieux de propagation sont considérés homogènes, de masse volumique  $\rho_i$  et de géométrie plane. Les propriétés tensorielles mécaniques, thermiques et optiques sont supposées à symétrie orthotrope. Les axes principaux des deux milieux sont confondus. L'épaisseur du milieu  $I$  est notée  $2h$  tandis que celle du milieu  $II$  est notée  $2H$ . Les directions  $\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3$  sont les mêmes que celles utilisées avec le modèle monocouche, c'est-à-dire que  $\vec{x}_1$  correspond à la direction normale à la surface de génération, et que  $\vec{x}_3$  est orienté parallèlement à la source linéique, selon un axe de symétrie cristallographique commun aux deux matériaux. L'origine  $O$  du repère  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  est fixée au milieu de la couche  $II$  pour des raisons numériques. En  $x_1 = -H - 2h$ , le faisceau laser est supposé de dimension infinie selon  $\vec{x}_3$  et de type Dirac spatial selon  $\vec{x}_2$ . Le plan défini par  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  constitue alors un plan principal d'étude. Les plans définis par  $x_1 = -H - 2h$  et  $x_1 = H$  sont appelés respectivement face avant et face arrière. Le point d'intersection de l'axe  $(O, \vec{x}_1)$  avec la face avant est noté  $O'$ . La géométrie est illustrée sur la figure 2.1.

### 2.1.2. Principe général du calcul

Le principe du calcul est similaire à celui utilisé pour un matériau monocouche. L'équation du mouvement 1.2 est utilisée pour décrire l'évolution du champ de déplacement dans chacun des milieux. Cependant, l'hypothèse de diffusion électronique et thermique dans un seul sens ne peut plus être justifiée. En effet, si l'énergie déposée par le laser dans le milieu  $II$  impose une densité électronique supérieure à celle du milieu  $I$  au niveau de l'interface, une diffusion électronique dans le sens des  $x_1$  négatifs doit aussi être considérée pour le milieu  $I$ . Il en sera de même pour la diffusion thermique. De façon à simplifier les calculs, le rayon optique se réfléchissant à l'interface entre le milieu  $I$  et  $II$  est négligé. Cette hypothèse n'est cependant pas toujours vérifiée pour un matériau constitué d'une couche  $I$  transparente et dont l'interface entre les deux couches est réfléchissante (section 2.2). Malgré tout, les densités volumiques d'énergie électromagnétique



**Fig. 2.1 :** Géométrie du problème pour une source linéique

déposées par le laser dans les couches  $I$  et  $II$  sont supposées égales à :

$$\begin{aligned} Q_I(x_1, t) &= \beta_I I_0 (1 - R_{0 \rightarrow I}) e^{-\beta_I (x_1 + 2h + H)} \delta(x_2) \delta(t), \\ Q_{II}(x_1, t) &= \beta_{II} I_I (1 - R_{I \rightarrow II}) e^{-\beta_{II} (x_1 + H)} \delta(x_2) \delta(t), \end{aligned} \quad (2.1)$$

avec  $R_{0 \rightarrow I}$  et  $R_{I \rightarrow II}$  les coefficients de réflexion de l'onde électromagnétique à l'interface  $0/I$  et  $I/II$  respectivement,  $\beta_i$  ( $i \in \{I, II\}$ ) le coefficient d'absorption optique de la couche  $i$ , et  $I_I = I_0 (1 - R_{0 \rightarrow I}) e^{-2\beta_I h}$ .

### 2.1.2.1. Évolution de la densité électronique

Les équations de diffusion électronique pour les milieux  $I$  et  $II$  sont analogues à l'équation 1.6 mais utilisent les propriétés électroniques propres à chacun des milieux. En considérant cette fois-ci une diffusion dans les sens  $x_1$  positif et négatif pour le milieu  $I$ , les solutions de l'équation homogène seront alors du type  $e^{-\Pi_I (x_1 + 2h + H)}$  et  $e^{+\Pi_I (x_1 + 2h + H)}$ , où  $\Pi_I$  est la racine de l'équation caractéristique associée à l'équation de diffusion électronique exprimée pour le milieu  $I$ . La solution pour le milieu  $II$  reste, quant à elle, similaire au cas monocouche puisque le milieu  $II$  peut être considéré semi-infini du point de vue de la diffusion électronique.

Les coefficients des solutions homogènes sont ensuite identifiés grâce aux conditions aux limites. Ces conditions nécessitent de prendre en compte les vitesses de recombinaison aux différentes interfaces. Cependant, ces vitesses ne sont pas toujours connues et sont alors parfois utilisées comme variables d'ajustement ou fixées à zéro. La littérature [72–75] propose des écritures diverses de ces conditions aux limites. Une nouvelle expression est maintenant proposée à partir des équations nous semblant le mieux décrire la physique intervenant aux interfaces. Elle inclut toutes les représentations exprimées dans les références citées en précisant que les flux aux différentes interfaces doivent être

formulés de la même manière, c'est-à-dire avec un terme comportant une dérivée spatiale et un autre comportant une vitesse. Les conditions de flux nul en  $x_1 = -2h - H$ , et  $x_1 = +H$ , de continuité du flux ainsi que d'égalité des densités de plasma  $N_i$  ( $i \in \{I, II\}$ ) à l'interface s'écrivent ainsi :

$$\begin{aligned} \Lambda_{11}^I \frac{\partial N_I}{\partial x_1} - S_I N_I \Big|_{x_1 = -H-2h} &= 0 \\ \Lambda_{11}^I \frac{\partial N_I}{\partial x_1} - S_{I \rightarrow II} N_I \Big|_{x_1 = -H} &= \Lambda_{11}^{II} \frac{\partial N_{II}}{\partial x_1} - S_{II \rightarrow I} N_{II} \Big|_{x_1 = -H} \\ N_I \Big|_{x_1 = -H} &= N_{II} \Big|_{x_1 = -H}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

avec  $S_I$  la vitesse de recombinaison sur la surface définie par  $x_1 = -H - 2h$ ,  $S_{I \rightarrow II}$  et  $S_{II \rightarrow I}$  les vitesses de recombinaison électron-trou au niveau de l'interface  $I/II$  dans le milieu  $I$  et  $II$  réciproquement,  $\Lambda_{11}^i$  ( $i \in \{I, II\}$ ) la composante selon la direction  $\vec{x}_1$  du tenseur de diffusion ambipolaire. La condition de flux nul en  $x_1 = +H$  n'est pas considérée puisque le milieu  $II$  est estimé semi-infini pour la diffusion électronique. Par ailleurs, par manque de connaissance sur les vitesses de recombinaisons à l'interface  $I/II$ , elles seront considérées comme nulles dans nos applications numériques. La résolution du système d'équation composé des équations aux limites et des équations de diffusion permet de déterminer les champs de densité électronique des milieux  $I$  et  $II$  dans l'espace  $(x_1, k_2, \omega)$  :

$$\begin{aligned} N_I(x_1) &= N_I^{h-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + N_I^{h+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} + N_I^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\ N_{II}(x_1) &= N_{II}^{h-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + N_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

où  $N_I^{h-}$  (respectivement  $N_I^{h+}$ ) et  $N_{II}^{h-}$  sont les amplitudes des solutions homogènes des milieux  $I$  et  $II$  progressant dans le sens des  $x_1$  négatifs (respectivement positif).  $N_I^{p\beta}$  et  $N_{II}^{p\beta}$  sont les amplitudes des solutions particulières, et  $\Pi_{II}$ , la racine de l'équation caractéristique associée à l'équation de diffusion électronique dans le milieu  $II$ .

### 2.1.2.2. Évolution du champ de température

Le système permettant de calculer l'évolution des champs de température  $T_i$  ( $i \in \{I, II\}$ ) est constitué de deux équations de diffusion thermique similaires à l'équation 1.13 mais relatives aux milieux  $I$  et  $II$ , des conditions de flux nul en  $x_1 = -H - 2h$ , et des conditions d'égalité des flux et des températures à l'interface ( $x_1 = -H$ ) [72–75]. La résistance thermique d'interface a été négligée en supposant qu'elle a une très faible participation dans la génération des signaux acoustiques. De plus, les valeurs de cette résistance sont rarement connues et sont souvent prises comme paramètres d'ajustement

[76]. Les conditions aux limites des différents milieux sont donc les suivantes :

$$\begin{aligned}
\kappa_{11}^I \frac{\partial T_I}{\partial x_1} \Big|_{x_1=-H-2h} &= -S_I E_g^I N_I \Big|_{x_1=-H-2h} \\
\kappa_{11}^I \frac{\partial T_I}{\partial x_1} + S_{I \rightarrow II} E_g^I N_I \Big|_{x_1=-H} &= \kappa_{11}^{II} \frac{\partial T_{II}}{\partial x_1} + S_{II \rightarrow I} E_g^{II} N_{II} \Big|_{x_1=-H} \\
T_I \Big|_{x_1=-H} &= T_{II} \Big|_{x_1=-H}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

où  $\kappa_{11}^i$  et  $E_g^i$  sont respectivement, la composante selon la direction  $\vec{x}_1$  du tenseur de conductivité thermique, et l'énergie de gap du milieu  $i$  ( $i \in \{I, II\}$ ). Les champs de température solutions sont alors déterminés par :

$$\begin{aligned}
T_I(x_1) &= \begin{cases} T_I^{h-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + T_I^{h+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + \\ T_I^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + T_I^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} + T_I^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \end{cases} \\
T_{II}^h(x_1) &= T_{II}^{h-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + T_{II}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + T_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)},
\end{aligned} \tag{2.5}$$

avec  $T_I^{h-}$  (respectivement  $T_I^{h+}$ ) et  $T_{II}^{h-}$ , les amplitudes des solutions homogènes pour les milieux  $I$  et  $II$  diffusant dans le sens des  $x_1$  négatifs (respectivement positif),  $T_I^{p\Pi-}$  (respectivement  $T_I^{p\Pi+}$ ) et  $T_{II}^{p\Pi-}$ , les amplitudes des solutions homogènes pour les milieux  $I$  et  $II$  diffusant dans le sens des  $x_1$  négatifs (respectivement positif).  $T_i^{p\beta}$  et  $\Gamma_i$  correspondent respectivement à l'amplitude de la solution particulière associée à la chaleur déposée par le laser, et à la racine de l'équation caractéristique associée à l'équation de diffusion thermique, exprimées dans le milieu  $i$ .

### 2.1.2.3. Évolution du champ de déplacement

Maintenant que les champs de température et de densité de plasma sont connus, les amplitudes des solutions particulières en déplacement sont calculées. Elles sont associées aux membres de droite de l'équation 1.2 pour les milieux  $I$  et  $II$ . Les dépendances en  $x_1$  des solutions homogènes se déterminant toujours de la même façon, seule l'amplitude de ces solutions reste à déterminer. Ceci sera réalisé en introduisant l'écriture du champ de déplacement total, c'est-à-dire de la somme des solutions homogènes et des solutions particulières, dans les équations de conditions aux limites. L'expression des contraintes normales aux surfaces et à l'interface ont les mêmes formes que celles citées en 1.19. En précisant le milieu par un exposant  $I$  ou  $II$  dans l'écriture des déplacements et des contraintes, le système des conditions aux limites s'écrit :

pour les contraintes normales nulles en  $x_1 = -2h - H$  :

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^I(x_1 = -2h - H) &= 0 \\
\sigma_{12}^I(x_1 = -2h - H) &= 0
\end{aligned} \tag{2.6}$$

pour l'égalité des contraintes normales à l'interface :

$$\begin{aligned}
\sigma_{11}^I(x_1 = -H) &= \sigma_{11}^{II}(x_1 = -H) \\
\sigma_{12}^I(x_1 = -H) &= \sigma_{12}^{II}(x_1 = -H)
\end{aligned} \tag{2.7}$$

pour la continuité des déplacements à l'interface :

$$\begin{aligned}\tilde{u}_1^I(x_1 = -H) &= \tilde{u}_1^{II}(x_1 = -H) \\ \tilde{u}_2^I(x_1 = -H) &= \tilde{u}_2^{II}(x_1 = -H)\end{aligned}\quad (2.8)$$

pour les contraintes normales nulles en  $x_1 = H$  :

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{II}(x_1 = +H) &= 0 \\ \sigma_{12}^{II}(x_1 = +H) &= 0\end{aligned}\quad (2.9)$$

La résolution de ce système est présentée dans l'annexe A et donne finalement l'écriture du champ de déplacement dans l'espace  $(x_1, k_2, \omega)$  :

$$\begin{aligned}\tilde{u}_{I1}^{tot} &= \sum_{n=L,T} \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) \tilde{u}_{I1}^{n+} \\ &\quad + \tilde{u}_{I1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + \tilde{u}_{I1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + \tilde{u}_{I1}^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\ &\quad + \tilde{u}_{I1}^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + \tilde{u}_{I1}^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} \\ \tilde{u}_{I2}^{tot} &= \sum_{n=L,T} \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} - A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) \tilde{u}_{I2}^{n+} \\ &\quad + \tilde{u}_{I2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + \tilde{u}_{I2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + \tilde{u}_{I2}^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)}, \\ &\quad + \tilde{u}_{I2}^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + \tilde{u}_{I2}^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} \\ \tilde{u}_{II1}^{tot} &= \sum_{n=L,T} \left( B^{nS} \cos(k_1^{n+} x_1) - B^{nA} \sin(k_1^{n+} x_1) \right) \tilde{u}_{II1}^{n+} \\ &\quad + \tilde{u}_{II1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + \tilde{u}_{II1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + \tilde{u}_{II1}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \\ \tilde{u}_{II2}^{tot} &= \sum_{n=L,T} -j \left( B^{nS} \sin(k_1^{n+} x_1) + B^{nA} \cos(k_1^{n+} x_1) \right) \tilde{u}_{II2}^{n+} \\ &\quad + \tilde{u}_{II2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + \tilde{u}_{II2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + \tilde{u}_{II2}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)}\end{aligned}\quad (2.10)$$

avec  $\tilde{u}_{I1}^{p\Gamma-}$ ,  $\tilde{u}_{I1}^{p\Pi-}$ ,  $\tilde{u}_{I1}^{p\beta}$ ,  $\tilde{u}_{II1}^{p\Gamma-}$ ,  $\tilde{u}_{II1}^{p\Pi-}$  (réciproquement  $\tilde{u}_{I2}^{p\Gamma-}$ ,  $\tilde{u}_{I2}^{p\Pi-}$ ,  $\tilde{u}_{I2}^{p\beta}$ ,  $\tilde{u}_{II2}^{p\Gamma-}$ ,  $\tilde{u}_{II2}^{p\Pi-}$ ) les amplitudes de la composante selon  $\vec{x}_1$  (réciproquement selon  $\vec{x}_2$ ) des solutions particulières dans le milieu  $I$  et  $II$  se propageant selon le sens des  $x_1$  négatifs.  $\tilde{u}_{I1}^{p\Gamma+}$ ,  $\tilde{u}_{I1}^{p\Pi+}$  (réciproquement  $\tilde{u}_{I2}^{p\Gamma+}$ ,  $\tilde{u}_{I2}^{p\Pi+}$ ) représentent les amplitudes de la composante selon  $\vec{x}_1$  (réciproquement selon  $\vec{x}_2$ ) des solutions particulières dans le milieu  $I$  se propageant selon le sens des  $x_1$  positifs.

Le vecteur  $\tilde{\mathbf{u}}_I^{n+} = [\tilde{u}_{I1}^{n+}, \tilde{u}_{I2}^{n+}]$  est le vecteur d'amplitude unitaire décrivant la polarisation de l'onde qui se propage dans le sens des  $x_1$  positifs dans le milieu  $I$ .  $A^{n+}\tilde{u}_{I1}^{n+}$  et  $A^{n-}\tilde{u}_{I1}^{n+}$  (réciproquement  $A^{n+}\tilde{u}_{I2}^{n+}$  et  $A^{n-}\tilde{u}_{I2}^{n+}$ ) correspondent aux amplitudes des composantes selon  $\vec{x}_1$  (réciproquement selon  $\vec{x}_2$ ) des solutions homogènes dans le milieu  $I$ . L'exposant  $n$  est relatif à l'amplitude des ondes de volume  $n = \{L, T\}$ . L'écriture de la solution homogène sous forme symétrique et antisymétrique, comme dans le cas monocouche, ne peut être effectuée que dans le milieu  $II$ . Ainsi, l'exposant  $+$  ou  $-$  indique le sens de propagation de l'onde selon le sens des  $x_1$  positif ou négatif.

Le vecteur  $\tilde{\mathbf{u}}_{II}^{n+} = [\tilde{u}_{II1}^{n+}, \tilde{u}_{II2}^{n+}]$  est le vecteur de polarisation de l'onde se propageant dans le sens des  $x_1$  positifs dans le milieu  $II$  et d'amplitude unitaire.  $B^{nS}\tilde{u}_{II1}^{n+}$  et  $B^{nA}\tilde{u}_{II1}^{n+}$  (réciproquement  $B^{nS}\tilde{u}_{II2}^{n+}$  et  $B^{nA}\tilde{u}_{II2}^{n+}$ ) sont les amplitudes des composantes selon  $\vec{x}_1$  (réciproquement selon  $\vec{x}_2$ ) des solutions homogènes dans le milieu  $II$  pour une écriture symétrique ( $S$ ) et antisymétrique ( $A$ ).

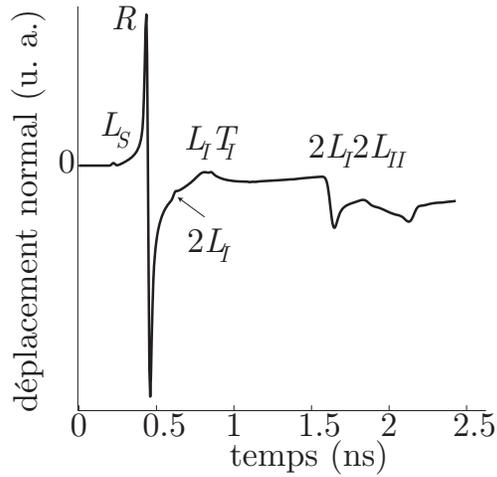
L'écriture, bien que complexe, permet néanmoins de révéler les différentes contributions aux déplacements. Les ondes acoustiques sont en effet associées aux solutions homogènes. Les solutions particulières ayant un exposant  $\beta$  sont quant à elles liées à la pénétration optique du faisceau laser. Celles ayant un exposant  $\Gamma$  sont issues de la diffusion thermique. Enfin, celles ayant un exposant  $\Pi$  sont corrélées à la diffusion électronique. Par conséquent, la prise en compte des termes possédant l'un des deux derniers exposants permet de compléter le modèle de F. Reverdy [38] en ajoutant aux déplacements une contribution représentative de la diffusion thermique et de la diffusion électronique dans les semi-conducteurs. Le chapitre suivant permettra aussi d'étendre ce modèle de simulation à une source ponctuelle dans un matériau isotrope transverse et donc de compléter aussi le modèle élaboré par R. Coulette [71].

### 2.1.3. Applications numériques

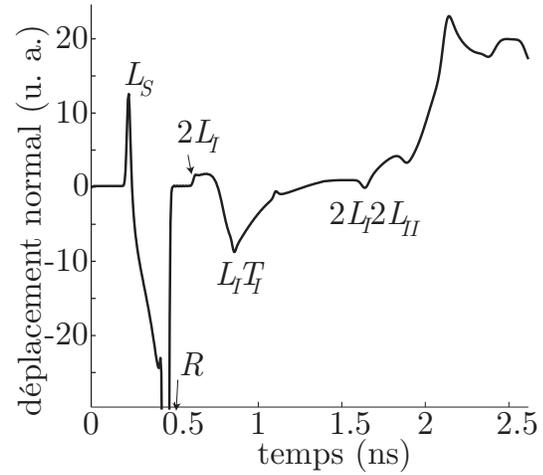
Les figures 2.2, 2.3, 2.4, 2.5 et 2.6 présentent des signaux simulés pour un bicouche "silicium/arséniure de gallium" pour chacun des modèles de génération. L'épaisseur de chacune des couches est de  $2.5 \mu\text{m}$ . Les coefficients mécaniques, optiques, thermiques et électroniques des différents matériaux sont donnés dans les tableaux 1.2 et 2.1. Tous les signaux ont été simulés pour une source et un point de détection situés sur la même surface, distants de  $2 \mu\text{m}$ . L'énergie utilisée pour le signal obtenu en tenant compte de la diffusion électronique est  $I = 5 \cdot 10^4 \text{ nJ}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Les temps d'arrivée des ondes quasi-longitudinales réfléchies une fois à l'interface, sans et avec conversion de mode sont notés respectivement  $2L_I$  et  $L_I T_I$ . L'arrivée des ondes quasi-longitudinales réfléchies à la surface libre de la deuxième couche est marquée  $2L_I 2L_{II}$ . Celle de l'onde de Rayleigh est notée  $R$  et celle de l'onde longitudinale rasante  $L_S$ . La comparaison avec des signaux expérimentaux sera présentée dans une autre partie de cette thèse 6.2. Les formes d'ondes sont à présent commentées.

**Tab. 2.1 :** Constantes du cristal d'arséniure de gallium (AsGa) (orientation [110])

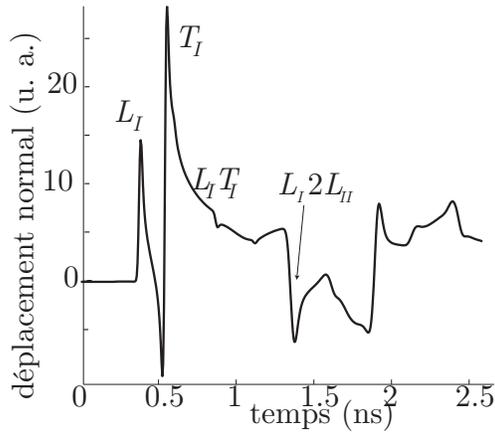
$C_{11}$ (GPa)	$C_{12}$ (GPa)	$\rho$ ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )		
119	54	5.32		
$C_p$ ( $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	$R_{01}$	$\alpha_{ii}$ ( $\text{K}^{-1}$ )	$\kappa_{ii}$ ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )
330	133	0.84	$5.73\text{e-}6$	550
$\tau_R$ (ns)	$\Lambda_{ii}$ ( $\text{m}^2\text{s}^{-1}$ )	$E$ (eV)	$E_g$ (eV)	$d_{ii}$ ( $\text{cm}^3$ )
1.41	$35\text{e-}4$	1.55	1.42	$-9.5\text{e-}21$



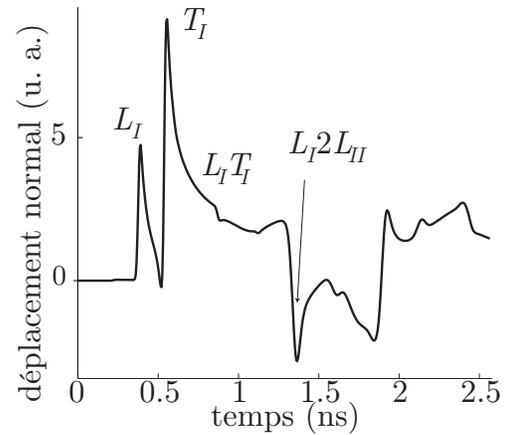
**Fig. 2.2** : Signal obtenu en régime d'ablation. Les ondes de volume sont d'amplitudes négligeables devant celle de l'onde de Rayleigh qui est de profil temporel bipolaire. La différence d'impédance entre les deux milieux est faible et les ondes sont observées avec une grande amplitude seulement si elles sont réfléchies sur la face arrière.



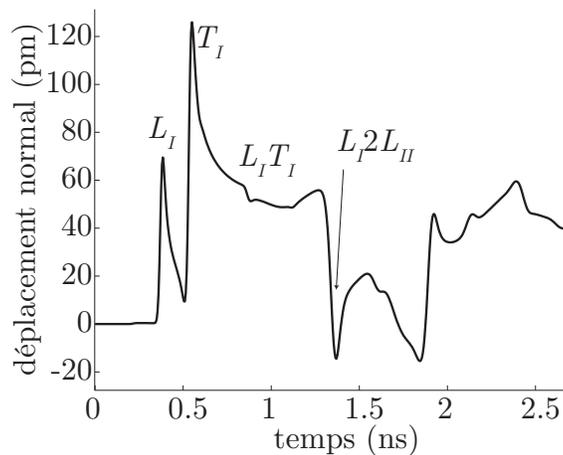
**Fig. 2.3** : Signal obtenu en régime thermoélastique dipolaire. L'onde de Rayleigh est de profil temporel monopolaire. Son amplitude étant beaucoup plus grande que toutes les ondes de volumes, seule une petite partie de l'écho est laissée visible afin de mieux visualiser les autres arrivées d'onde.



**Fig. 2.4 :** Signal obtenu pour une génération tenant compte de l'effet de la pénétration optique. La génération des ondes acoustiques s'effectue principalement à l'interface entre les deux milieux car le coefficient d'absorption optique de la première couche est très faible et celui de la deuxième couche très important. Les ondes de surface ne sont donc plus visibles comparativement aux signaux précédents.



**Fig. 2.5 :** Signal obtenu pour une génération tenant compte des effets de la diffusion thermique et de la pénétration optique. Le signal est peu différent de celui obtenu en ne considérant que la pénétration optique. L'onde transverse est cependant moins bien générée



**Fig. 2.6 :** Signal obtenu pour une génération tenant compte des effets de la diffusion électronique, de la diffusion thermique et de la pénétration optique. Le signal est peu différent des deux précédents parce que la génération s'effectue essentiellement de manière thermoélastique dans l'AsGa. En effet, la longueur de pénétration optique de l'AsGa étant beaucoup plus petite que celle du silicium, la densité de porteur électronique excitée dans le substrat est faible. Les déplacements liés à la déformation électronique sont alors peu importants comparativement aux déplacements liés à la déformation élastique.

## 2.2. Génération d'ondes acoustiques tenant compte des réflexions optiques du laser aux interfaces d'un milieu monocouche

Dans un échantillon monocouche opaque<sup>1</sup> ou semi-transparent<sup>1</sup>, le faisceau laser ne dépose pas d'énergie jusqu'à la surface opposée à la génération, de sorte que l'onde électromagnétique réfléchi à l'interface "solide/air" peut être négligée pour le calcul du champ de déplacement. Lorsque les échantillons sont transparents<sup>1</sup>, le coefficient de réflexion à cette interface est généralement faible, bien que celui-ci soit indépendant de la longueur de pénétration optique. L'énergie lumineuse réfléchi est alors négligeable et l'hypothèse d'une température avec un profil exponentiel décroissant avec la profondeur, caractéristique d'un seul passage de l'onde électromagnétique, reste donc valide.

Cependant, il pourrait exister des matériaux transparents dont le coefficient de réflexion à l'interface "solide-air" est proche de l'unité. Il ne serait alors plus possible de négliger les réflexions électromagnétiques à l'intérieur de ces matériaux dans le terme source de l'équation de mouvement. Ce peut aussi être le cas lorsqu'un matériau bicouche est constitué d'une couche transparente sur une couche très opaque, le coefficient de réflexion optique serait alors grand.

Le paragraphe suivant se propose donc d'étudier la génération d'ondes acoustiques lorsqu'un faisceau laser effectue plusieurs réflexions à l'intérieur d'une plaque. Le calcul de la densité d'énergie déposée sera d'abord explicité. Le champ de température et des déplacements seront ensuite déterminés. Enfin, les conditions de génération et d'observation des ondes générées par la réflexion du faisceau laser dans le matériau seront discutées.

### 2.2.1. Principe général du calcul

La géométrie et les hypothèses de calcul sont les mêmes que celles du paragraphe 1.2.1. Le régime de génération des ondes acoustiques considéré dans cette étude se limite à l'effet de la pénétration optique. Cependant l'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique  $Q$  est modifiée pour considérer la réflexion de l'onde lumineuse dans le matériau. La méthode de calcul permettant de résoudre ce problème est donc la même que celle des sections précédentes.

#### 2.2.1.1. Calcul de l'énergie apportée par un faisceau laser se réfléchissant sur les interfaces

La section du faisceau est supposée constante et égale à la tache focale sur la surface. Il serait néanmoins possible de tenir compte de l'évolution du profil transversal d'amplitude en fonction de la propagation spatiale dans l'épaisseur en utilisant les règles de l'optique gaussienne et non plus de l'optique des rayons [77, 78].

---

<sup>1</sup>Définition cf. 1.2.3.2

Calcul de la densité volumique d'énergie électromagnétique sans tenir compte des réflexions électromagnétiques :

Le calcul de la valeur moyenne dans le temps de la densité volumique d'énergie électromagnétique  $Q$  [12] dans le cas simple négligeant les réflexions optiques, est détaillé dans l'annexe B en vue du calcul ne négligeant plus les réflexions optiques. Il conduit à l'équation :

$$\langle Q(x_1) \rangle = \beta I e^{-\beta x_1} \delta(x_2) \quad (2.11)$$

La moyenne temporelle de la densité volumique d'énergie électromagnétique a été établie pour une onde plane monochromatique. De façon à retrouver l'écriture donnée dans l'équation 1.7, le profil temporel est maintenant considéré. Les équations B.1 à B.10 (cf. annexe) étant vraies de manière temporelle, quelle que soit la fréquence de l'onde plane monochromatique, elles le sont aussi pour une somme d'ondes planes monochromatiques. De plus, la moyenne temporelle du produit de deux ondes planes de fréquences différentes est nulle. Par conséquent, le calcul peut être adapté à une somme d'ondes planes monochromatiques représentative d'une impulsion laser. Le champ électrique associé à une impulsion laser de profil temporel gaussien s'écrit [79] :

$$\mathbf{E}(x_1, t) = t_{01} E_0 \sqrt{\frac{\Gamma}{\pi}} e^{j\omega_0 \left(t - \frac{x_1}{v_p^{opt}(\omega_0)}\right)} e^{-\Gamma \left(t - \frac{x_1}{v_g^{opt}(\omega_0)}\right)^2} \mathbf{u}_E \quad (2.12)$$

où le terme  $\exp(j\omega_0 (t - x_1/v_p^{opt}(\omega_0)))$  exprime que les fréquences du paquet d'onde sont centrées autour de la valeur  $\omega_0$  de l'onde se propageant dans le milieu avec une vitesse de phase  $v_p^{opt}(\omega_0) = (\omega/k')_{\omega_0}$ .  $k'$  est la partie réelle de  $k$ , le vecteur d'onde optique<sup>1</sup>. Le terme  $\sqrt{(\Gamma/\pi)} \exp(-\Gamma(t - x_1/v_g^{opt}(\omega_0))^2)$  correspond ensuite au profil spatio-temporel gaussien de l'impulsion à l'intérieur du milieu. Ce profil se propage à la vitesse de groupe  $v_g^{opt}(\omega_0) = (\partial\omega/\partial k')_{\omega_0}$  et est d'amplitude normalisée. La durée de l'impulsion laser  $\tau$  est proportionnelle à  $1/\sqrt{\Gamma}$ . Enfin, le terme  $t_{01} E_0$  correspond à l'amplitude du champ électrique transmis. L'écriture 2.12 représente donc la propagation de l'impulsion laser à l'intérieur d'un milieu par la propagation d'une onde plane monochromatique de fréquence  $\omega_0$  et de support infini, modulé par l'enveloppe gaussienne.

L'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique tenant compte du profil temporel de l'impulsion laser s'écrit alors :

$$Q(x_1) = \beta I e^{-\beta x_1} \frac{\Gamma}{\pi} e^{-2\Gamma \left(t - \frac{x_1}{v_g^{opt}}\right)^2} \quad (2.13)$$

Le terme  $\delta(t)$  dans l'équation 1.7 a donc été introduit en considérant  $\Gamma = +\infty$ .

La quantité de chaleur apportée par le laser a donc un profil exponentiel décroissant avec la profondeur. Lorsque les réflexions des ondes électromagnétiques aux différentes

<sup>1</sup>Le problème optique étant traité en une dimension, le vecteur d'onde optique est supposé dirigé uniquement selon la direction  $\vec{x}_1$ . Il n'est donc pas considéré comme un vecteur et n'est pas noté en gras. Il est en outre défini par  $k = k' + jk'' = nk_0 = (2\pi n)/\lambda_0^{opt}$ , où  $\lambda_0^{opt}$  est la longueur d'onde optique dans le vide.

interfaces sont prises en compte, ceci n'est plus vrai.

Calcul de la densité volumique d'énergie électromagnétique en tenant compte des réflexions électromagnétiques

L'expression de la densité volumique d'énergie électromagnétique  $Q$  est maintenant établie pour une onde électromagnétique plane monochromatique, se réfléchissant entre les deux faces parallèles d'une plaque. Le flux d'énergie entrant dans l'échantillon est donc considéré constant. Le profil temporel de l'impulsion laser sera ensuite introduit en supposant une décomposition en une multitude d'ondes planes monochromatiques, c'est-à-dire en considérant l'expression 2.12.

Puisque le flux de lumière entrant dans la plaque est constant, le régime est stationnaire et les champs électrique et magnétique s'écrivent sous la forme d'ondes planes monochromatiques progressives et rétrogrades :

$$\mathbf{E}(x_1, t) = E_0 \left( A e^{j(kx_1 - \omega t)} + B e^{-j(kx_1 + \omega t)} \right) \mathbf{u}_E \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{H}(x_1, t) = \frac{k E_0}{\mu \omega} \left( A e^{j(kx_1 - \omega t)} - B e^{-j(kx_1 + \omega t)} \right) \mathbf{u}_H, \quad (2.14b)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes exprimant les amplitudes des ondes se propageant dans le sens progressif, et de celles se dirigeant dans le sens rétrograde,  $E_0$  l'amplitude de l'onde électrique dans le vide,  $\mathbf{u}_E$  et  $\mathbf{u}_H$  les vecteurs unitaires portant respectivement les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ ,  $\mu$  la perméabilité magnétique du milieu. L'écriture du champ électrique est établie parallèlement en supposant une infinité de réflexions de l'onde plane rentrant à l'intérieur d'un matériau d'épaisseur  $h$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x_1, t) &= t_{01} E_0 \sum_{n=0}^{+\infty} \left( r_{10}^{2n} e^{j(k(x_1 + 2nh) - \omega t)} + r_{10}^{2n+1} e^{j(-k(x_1 - 2(n+1)h) - \omega t)} \right) \mathbf{u}_E \quad (2.15) \\ &= t_{01} E_0 \left( e^{j(kx_1 - \omega t)} + r_{10} e^{2jkh} e^{-j(kx_1 + \omega t)} \right) \frac{\mathbf{u}_E}{1 - r_{10}^2 e^{2jkh}} \end{aligned}$$

où  $r_{01} = (1 - n)/(1 + n)$  est le coefficient de réflexion en amplitude entre le vide et le milieu.  $n = n' + jn''$  est l'indice complexe de réfraction.  $t_{01} = 2/(1 + n)$  est le facteur de transmission entre le vide et le milieu, relié au coefficient de réflexion en énergie  $R_{01} = |r_{01}|^2$ , à travers la relation :

$$|t_{01}|^2 = \frac{1 - R_{01}}{n'} \quad (2.16)$$

Dans un milieu isotrope optiquement, l'indice de réfraction  $n$  et, par conséquent, la constante diélectrique du milieu  $\varepsilon = n^2$ , sont définis par la relation de dispersion qui relie la pulsation  $\omega$  au vecteur d'onde optique. On identifie alors  $A = t_{01}/(1 - r_{10}^2 e^{2jkh})$  et  $B = r_{10} e^{2jkh} A$ .

Les expressions des champs électrique et magnétique sont ensuite introduites dans le calcul de la densité d'énergie électromagnétique de la même manière que présentée en annexe (cf. § B) :

$$\langle Q \rangle (x_1) = n' \beta I_0 \left| \frac{t_{01}}{r_{10}^2 e^{2jkh} - 1} \right|^2 \left\{ \begin{array}{l} e^{-\beta x_1} + |r_{10}| e^{\beta(x_1-2h)} - \\ 2\Im \left( (r_{10} e^{2jkh})^* \right) \sin(2k' x_1) + \\ 2\Re \left( (r_{10} e^{2jkh})^* \right) \cos(2k' x_1) \end{array} \right\} \quad (2.17)$$

où la notation \* correspond à l'opération de conjugaison. Cette équation considère une onde plane monochromatique de support temporel infini. Lorsque la forme temporelle de l'impulsion laser est prise en compte, elle devient :

$$Q(x_1, t) = \frac{\Gamma n' \beta I_0}{\pi} \left| \frac{t_{01}}{r_{10}^2 e^{2jkh} - 1} \right|^2 \dots \quad (2.18)$$

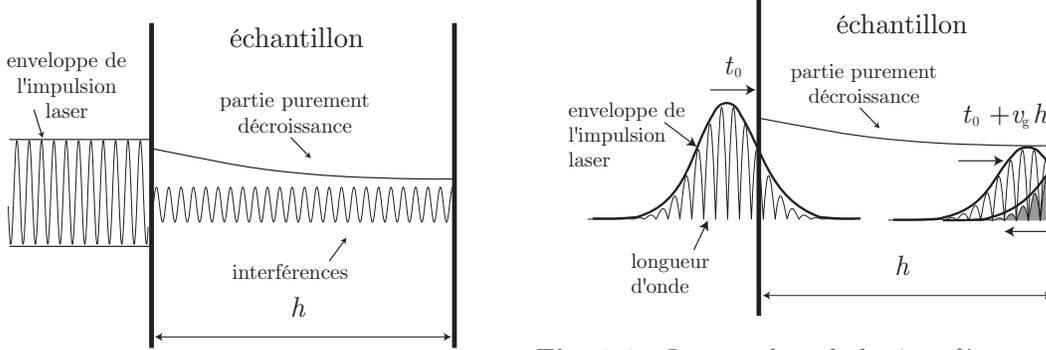
$$\left\{ \begin{array}{l} e^{-\beta x_1} e^{-\Gamma \left( t - \frac{x_1}{v_g^{opt}} \right)^2} + |r_{10}| e^{\beta(x_1-2h) - \Gamma \left( t + \frac{x_1-2h}{v_g^{opt}} \right)^2} - \\ \left[ \begin{array}{l} 2\Im \left( (r_{10} e^{2jkh})^* \right) \sin(2k' x_1) + \\ 2\Re \left( (r_{10} e^{2jkh})^* \right) \cos(2k' x_1) \end{array} \right] e^{-2\Gamma \frac{t^2 (v_g^{opt})^2 + x_1^2 - h(tv_g^{opt} - x_1)}{(v_g^{opt})^2}} \end{array} \right\}$$

Si la durée de l'impulsion laser est de l'ordre de la centaine de femtosecondes, et que la vitesse de l'onde électromagnétique dans le milieu  $v_g^{opt}$  est de l'ordre de  $10^8$  m.s<sup>-1</sup>, la longueur de cohérence de l'impulsion  $l_p = \tau v_g^{opt}$  est environ de 10  $\mu$ m. Cette distance est donc à peine plus grande que l'épaisseur des couches micrométriques couramment étudiées.

Cependant, lorsque la durée des impulsions est plus grande que la centaine de femtosecondes, il est alors possible de négliger les termes  $(x_1/v_g^{opt})^2$ ,  $(2h/v_g^{opt})^2$ ,  $h(tv_g^{opt} - x_1)/(v_g^{opt})^2$  devant  $t^2$ , où  $x_1 < h$  est de l'ordre du micromètre. Les différents profils temporels intervenants dans l'expression 2.18 sont alors supposés égaux à  $\exp(-\Gamma t^2)$  et mis en facteur devant l'expression 2.17. Ainsi, lorsque la distance  $l_p$  est beaucoup plus grande que l'épaisseur, le flux de lumière rentrant dans l'échantillon est quasiment constant pendant le temps d'établissement d'un régime quasi-stationnaire de l'onde optique (figure 2.7). Ce temps est, soit égal au temps d'extinction de l'onde (c'est-à-dire le temps qu'il faut pour que l'amplitude de l'onde devienne négligeable par rapport à l'amplitude qu'elle avait en entrant dans le solide  $A_n/A_0 \ll 1$ ), soit égal au temps de quelques allers et retours. Le profil spatial de l'énergie déposée dans l'échantillon peut donc être découplé de la dépendance temporelle. Par conséquent, la durée de l'impulsion laser peut être supposée infiniment brève de façon à calculer la réponse impulsionnelle en déplacement. Cette réponse est ensuite convoluée par le profil temporel de l'impulsion laser, c'est à dire par la fonction  $\sqrt{\Gamma/\pi} e^{-\Gamma t^2}$ .

Lorsque la durée de l'impulsion laser est plus petite que plusieurs centaines de femtoseconde, les profils temporels rencontrés dans l'expression 2.18 ne peuvent plus être mis en facteur. Le calcul des déplacements devient alors bien plus complexe que dans le cas précédent. Ce cas ne sera pas considéré mais est illustré sur la figure 2.8. La distance  $l_p$  est considérée plus petite ou comparable à l'épaisseur  $h$ . Les interférences optiques se

produisent aux moments où l'impulsion laser se réfléchit sur les bords de l'échantillon : la partie, s'étant réfléchi, interfère avec la partie qui ne s'est pas encore réfléchi. Ce cas de figure est rencontré lorsque l'épaisseur est grande, ou que la vitesse de l'onde électromagnétique du milieu est lente ou que la durée de l'impulsion laser est brève.



**Fig. 2.7 :** Lorsque  $l_p \gg h$ , l'amplitude de l'impulsion laser rentrant dans l'échantillon varie peu. L'énergie déposée dans l'épaisseur est alors représentée par la somme d'un profil exponentiel décroissant et d'une figure stationnaire d'interférence optique.  $\beta$  est supposé très petit comparativement à  $1/h$ .

**Fig. 2.8 :** Lorsque  $l_p < h$ , les interférences optiques ne s'effectuent que proche des interfaces, entre le début de l'impulsion laser et la fin. De plus, l'amplitude de l'impulsion diminue de manière exponentielle avec la distance de propagation à cause de l'absorption optique du milieu. L'impulsion laser est dessinée à l'instant  $t_0$ , lorsqu'elle rentre dans l'échantillon, et à l'instant  $t_0 + v_g^{opt} h$ , lorsqu'elle a atteint la deuxième interface.

Ainsi, seul le phénomène décrit sur la figure 2.7 sera considéré, c'est-à-dire qu'on suppose que l'impulsion laser vérifie  $l_p \gg h$ . L'écriture prise en compte pour la densité d'énergie est finalement celle de l'équation 2.17, multipliée par une distribution de Dirac en temps  $\delta(t)$  :

$$Q(x_1, t) = n' \beta I_0 \left| \frac{t_{01}}{r_{10}^2 e^{2jk h} - 1} \right|^2 \left\{ \begin{array}{l} e^{-\beta x_1} + |r_{10}| e^{\beta(x_1 - 2h)} - \\ \left[ \begin{array}{l} 2\Im((r_{10} e^{2jk h})^*) \sin(2k' x_1) + \\ 2\Re((r_{10} e^{2jk h})^*) \cos(2k' x_1) \end{array} \right] \end{array} \right\} \delta(t) \quad (2.19)$$

En considérant les réflexions optiques du faisceau laser dans l'échantillon, l'énergie n'est plus seulement déposée selon un profil de décroissance exponentielle avec la profondeur. Le terme  $Q$  peut effectivement être décomposé en une partie purement décroissante selon  $x_1$  :  $e^{-\beta x_1} + |r_{10}| e^{\beta(x_1 - 2h)}$  et en une partie oscillatoire stationnaire. La partie décroissante est analogue à celle rencontrée lorsque les réflexions optiques ne sont pas considérées. Elle doit donc avoir la même influence sur la génération des ondes acoustiques, c'est-à-dire gouverner la longueur d'onde [39]. En effet, pour une durée d'impulsion laser négligeable devant le temps d'un aller et retour d'une onde acoustique dans l'épaisseur, si la longueur de pénétration optique est supérieure à l'épaisseur, la longueur d'onde acoustique est égale à l'épaisseur, sinon elle est proche de la longueur de pénétration optique. Les termes oscillatoires de la densité d'énergie peuvent être vus comme un

réseau de sources. Il y a une génération simultanée d'ondes acoustiques de longueur d'onde fixée par le pas du réseau. Afin d'analyser l'influence de ces termes, les champs de température et de déplacement sont maintenant recherchés.

### 2.2.1.2. Calcul des champs de température et de déplacement

Le calcul est effectué de la même manière qu'aux paragraphes précédents. Le champ de température est calculé d'après les équations 1.13 (avec  $E_g = 0$  et  $\bar{\kappa} = \bar{0}$ ) et 2.19. Puis le champ de déplacement est obtenu par la résolution de l'équation 1.2 (avec  $N = 0$ ). La diffusion thermique et électronique étant négligée, les conditions aux limites mécaniques sont celles de l'équation 1.19 (avec  $N = 0$ ). Les solutions s'écrivent alors dans le domaine des transformées  $(x_1, k_2, \omega)$  :

$$\tilde{T}(x_1, k_2, \omega) = \frac{n' \beta I_0 \|A\|^2}{\rho C_p} \left\{ \begin{array}{l} e^{-\beta x_1} + |r_{10}| e^{\beta(x_1 - 2h)} - \\ 2\Im((r_{10} e^{2jk_2 h})^*) \sin(2k' x_1) + \\ 2\Re((r_{10} e^{2jk_2 h})^*) \cos(2k' x_1) \end{array} \right\} H_v(k_2) \tilde{H}_v(\omega) \quad (2.20)$$

$$\tilde{\mathbf{u}}(x_1, k_2, \omega) = \left\{ \begin{array}{l} \sum_{n=L,T} ({}^n \mathbf{A}_u^{hS} \cos(k_1 x_1) + {}^n \mathbf{B}_u^{hA} \sin(k_1 x_1)) + \\ \mathbf{C}_u^p(k_2, \omega) e^{-\beta x_1} + \mathbf{D}_u^p(k_2, \omega) e^{\beta x_1} + \\ \mathbf{E}_u^p(k_2, \omega) \cos(2k' x_1) + \mathbf{F}_u^p(k_2, \omega) \sin(2k' x_1) \end{array} \right\} \quad (2.21)$$

où  $\tilde{H}_v$  est la simple transformée de Fourier en fonction du temps de la fonction Heaviside.  $\mathbf{C}_u^p$ ,  $\mathbf{D}_u^p$ ,  $\mathbf{E}_u^p$  et  $\mathbf{F}_u^p$  sont les coefficients des solutions particulières et  ${}^n \mathbf{A}_u^{hS}$  et  ${}^n \mathbf{B}_u^{hA}$  les coefficients des solutions homogènes, écrites sous forme symétrique et antisymétrique (cf. annexe B).

Il est intéressant de remarquer que l'écriture des déplacements dans l'espace des transformées fait intervenir la composante  $k_1$  du vecteur d'onde acoustique selon la profondeur et la partie réelle  $k'$  du vecteur d'onde optique dans le matériau. En considérant les réflexions optiques à l'intérieur du milieu, les ondes lumineuses interfèrent et dessinent des profils d'interférences. Chaque maximum peut être assimilé à une source discrète enfouie en profondeur. L'ensemble de ces sources crée ainsi un réseau dont le pas est égal à  $1/(2k')$ . Cette génération favorise donc l'apparition d'une longueur d'onde acoustique, notée  $\lambda_{refl}^{ac}$ , égale au pas du réseau et plus petite que celle générée par le terme exponentiel décroissant de la source. Or, puisque  $k = n/\lambda_0^{opt}$  :

$$\lambda_{refl}^{ac} = \frac{\lambda_0^{opt}}{2n'} \quad (2.22)$$

Lorsque  $\lambda_0^{opt} = 800$  nm, et  $n' = 0.5$ , la longueur d'onde acoustique est alors très peu inférieure à des épaisseurs de quelques micromètres. Le spectre en fréquences associé à ces longueurs d'onde appartient alors à celui détecté par notre dispositif d'acoustique picoseconde. Il doit donc être possible d'observer ces longueurs d'ondes acoustiques.

### 2.2.2. Influence des interférences optiques sur la génération acoustique

Plusieurs considérations concernant les mécanismes de génération acoustique sont maintenant exposées. On s'intéressera aussi à la détection expérimentale de ce phé-

nomène.

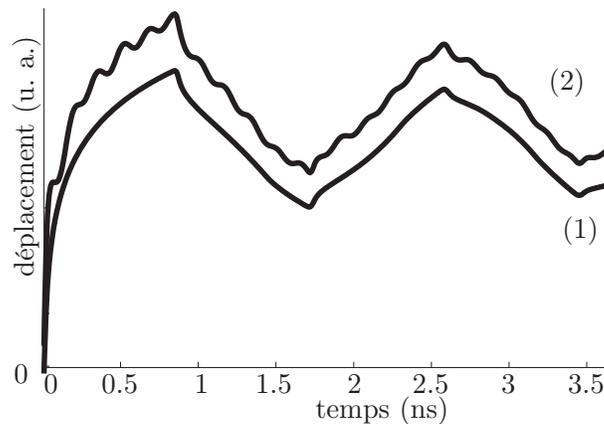
### 2.2.2.1. Génération des ondes acoustiques de longueur d'onde $\lambda_{refl}^{ac}$

Afin de permettre le calcul du champ de déplacement et l'observation des ondes acoustiques de longueur d'onde  $\lambda_{refl}^{ac}$ , les paragraphes précédents ont permis de formuler les hypothèses suivantes :

$$\lambda_{refl}^{ac} \ll h \ll l_p, \quad (2.23)$$

Deux longueurs d'onde acoustiques ont été distinguées : celle provenant de la partie purement décroissante du terme source et celle provenant des interférences optiques. La première est notée  $\lambda_s^{ac}$  tandis que la seconde a été notée  $\lambda_{refl}^{ac}$ . En supposant une longueur de pénétration optique très supérieure à l'épaisseur de la plaque, les longueurs d'ondes acoustiques  $\lambda_s^{ac}$  sont égales à l'épaisseur :  $\lambda_s^{ac} = h$ . Les ondes associées à cette longueur d'onde sont générées dans toute l'épaisseur et leurs amplitudes dépendent de la différence d'énergie déposée entre les deux surfaces du matériau. Les maximums des échos acoustiques sont générés sur chacune des deux faces. Les ondes de longueur d'onde  $\lambda_{refl}^{ac}$  sont générées elles aussi dans toute la profondeur et se superposent aux premières. Cependant, puisque les longueurs d'onde sont plus petites que l'épaisseur, plusieurs ondes sont générées simultanément avec des amplitudes identiques, proportionnelles au maximum de l'intensité associée à la partie stationnaire des interférences optiques.

La figure 2.9 permet d'illustrer ces différentes considérations. Les signaux ont été simulés pour une génération linéique dans un matériau isotrope monocouche constitué de verre. Ils représentent l'évolution temporelle des déplacements normaux à la face arrière. Le point de calcul est situé à l'épicentre. Les différents paramètres utilisés pour les simulations sont présentés dans le tableau 2.2.



**Fig. 2.9** : Signaux obtenus pour une génération incluant les effets de la pénétration optique (1) et ceux des réflexions optiques à l'intérieur d'un échantillon de verre (2).

Il apparaît que les amplitudes des ondes générées par les interférences optiques sont beaucoup plus petites que celles générées par la partie purement décroissante de la den-

$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$C_{11}$ (GPa)	$C_{44}$ (GPa)	$\rho$ ( $\text{g.cm}^{-3}$ )	$C_p$ ( $\text{J.Kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ )	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ )	$R_{01}$	$\alpha_{ii}$ ( $\text{K}^{-1}$ )	$\lambda_0^{opt}$ $\mu\text{m}$
5	83.3	29.9	2.5	700	$10^{-5}$	0.08	$9 \cdot 10^{-6}$	1.024

**Tab. 2.2 :** Constantes du verre utilisées pour les simulations de la figure 2.9

sité volumique d'énergie électromagnétique. Ceci provient du fait que le coefficient de réflexion optique à l'interface "solide-air" est faible. La différence d'énergie lumineuse entre les deux surfaces de la plaque est alors supérieure à l'amplitude de l'interférence optique. Il est par ailleurs rare de trouver un matériau dont le coefficient de réflexion soit proche de l'unité, et, dont la longueur de pénétration optique soit beaucoup plus grande que son épaisseur (c'est-à-dire de l'ordre du millimètre). Pour de telles propriétés, le rapport d'amplitude entre les différentes ondes serait effectivement inversé. Ces conditions pourraient être obtenues grâce au dépôt de revêtements optiques qui améliorerait la réflexion à la deuxième interface ("solide-air").

Puisqu'il semble possible à favoriser la génération des ondes de longueur d'onde  $\lambda_{refl}^{ac}$  dans un matériau monocouche en ayant recours à un traitement optique des surfaces, le cas des matériaux bicouche offrant les mêmes propriétés est maintenant considéré. Toutefois, lorsque la première couche est transparente et que le coefficient de réflexion optique à l'interface entre les deux milieux est proche de l'unité, la génération des ondes de longueur d'onde  $\lambda_{refl}^{ac}$  est faible comparativement aux ondes acoustiques habituellement générées. En effet, même si le gradient thermique est quasiment nul dans le premier matériau, il est très important dans le deuxième, au niveau de l'interface. Les ondes générées dans la couche inférieure par la partie purement décroissante de  $Q$  se propagent alors dans la couche supérieure et ont une amplitude bien plus grande que celle des ondes issues de l'interférence optique. Par conséquent, la génération des ondes de longueur d'onde  $\lambda_{refl}^{ac}$  ne semble pas facilement réalisable dans les matériaux bicouches.

#### 2.2.2.2. Détection des ondes acoustiques de longueur d'onde $\lambda_{refl}^{ac}$

Il n'a pas été possible de réaliser une expérience permettant d'observer la génération d'onde acoustique par interférence optique. En effet, notre dispositif d'acoustique microseconde (cf. § 1.1.1) n'a pas une bande passante assez grande pour permettre la détection des ondes acoustiques hautes fréquences engendrées par les interférences optiques. Ensuite, dans le dispositif d'acoustique picoseconde (cf. § 1.1.2), le faisceau laser sonde pénètre en profondeur dans le matériau et le signal mesuré ne correspond plus aux déplacements en surface du matériau (cf. équation 1.1). En effet, une partie de l'énergie de l'impulsion laser sonde se réfléchit sur la première interface "air-solide" et une autre sur les ondes acoustiques qui sont générées aux interfaces et qui se propagent dans le matériau. Les deux faisceaux interfèrent ensuite entre eux et produisent des oscillations Brillouin [50, 80, 81]. Ces oscillations sont donc le résultat d'un effet acousto-optique alors que les ondes acoustiques de longueur d'onde  $\lambda_{refl}^{ac}$  sont issues d'un effet photo-acoustique. Les oscillations Brillouin sont à la détection ce que sont les interférences

optiques pour la génération des ondes acoustiques. De plus les deux phénomènes permettent d'observer la même fréquence sur les signaux. La fréquence de Brillouin est définie par :

$$f_B = \frac{2v^{ac}}{\lambda_0^{opt}} n, \quad (2.24)$$

où  $v^{ac}$  est la vitesse des ondes acoustiques. Cette fréquence est exactement celle qui serait détectée en surface pour une génération où les interférences optiques seraient importantes. Cette dernière est en effet égale à  $f_{refl} = v^{ac}/\lambda_{refl}^{ac}$ . La relation 2.22 permet ensuite de retrouver la fréquence de Brillouin.

Les oscillations Brillouin sont souvent utilisées pour la mesure des propriétés d'élasticités dans des couches micrométriques [82]. Si un dispositif expérimental permettait de réaliser la génération d'ondes acoustiques en faisant intervenir les interférences optiques dues aux réflexions de l'impulsion laser à l'intérieur d'une plaque, il serait alors aussi possible de caractériser les coefficients d'élasticité de matériau transparent par cette technique.

### 2.2.3. Conclusion

Le terme source utilisé pour le modèle considérant l'effet de la pénétration optique a été modifié de façon à tenir compte des réflexions du faisceau laser sur les interfaces "solides-air" du matériau. Un terme relatif à une onde électromagnétique stationnaire a notamment été ajouté à la dépendance exponentielle habituellement rencontrée. L'influence de ce terme sur la génération des ondes acoustiques a été interprétée comme la création d'un réseau de source. L'onde générée par ce réseau possède une fréquence identique à celle des oscillations Brillouin qui sont généralement observées lors d'expériences d'acoustique picoseconde dans des matériaux transparents. Les conditions expérimentales permettant l'observation de ce phénomène n'ont pas encore été précisées.

## 2.3. Conclusion

Ce chapitre a donc permis d'exposer la méthode de simulation des déplacements générés par une source laser linéique dans un échantillon de géométrie plane et constitué de deux couches. La modélisation d'une génération ultrasonore, liée aux réflexions de l'onde électromagnétique sur les interfaces de l'échantillon, a également été étudiée. Le parallèle avec l'effet acousto-optique des oscillations Brillouin a aussi été montré. L'ensemble des modèles proposés constitue un outil performant pour interpréter les formes d'onde expérimentales qui seront présentées au chapitre 6.

Néanmoins, les expériences sont souvent réalisées avec une génération ponctuelle. La réponse en déplacement n'est alors pas la même que pour une source linéique. Le chapitre suivant considérera ainsi l'ensemble des modèles proposés dans ce chapitre pour une génération ponctuelle dans un matériau isotrope transverse et non plus orthotrope comme ce fut le cas dans ce chapitre.

# 3. Rayonnement d'une source laser ponctuelle pour des échantillons de géométrie plane

## Introduction

La génération linéique a permis de réduire les dimensions spatiales du problème aux deux dimensions du plan orthogonal à la source. Cependant, une telle géométrie de la source ne présente pas d'intérêt lorsque la géométrie du matériau n'est plus plane. Par exemple, lorsque la géométrie de l'échantillon est cylindrique et de taille millimétrique, la focalisation du faisceau laser selon une ligne n'est possible que selon la direction de l'axe de symétrie centrale. Les signaux ne permettent donc pas de connaître les propriétés d'élasticité du matériau selon cette direction. Il est de plus difficile d'utiliser une focalisation selon une ligne fine dans un dispositif d'acoustique picoseconde. La première raison tient à la limite de diffraction optique des faisceaux lasers. La largeur des taches focales est en effet non négligeable devant l'épaisseur. Ainsi, lorsque la diffraction des ondes acoustiques est recherchée, la focalisation des lasers selon une tache ponctuelle, en réalité en forme de disque, est préférée. La deuxième raison est que l'énergie du laser est souvent insuffisante pour déposer, en surface, une énergie linéique suffisamment importante pour permettre l'acquisition d'un signal peu bruité.

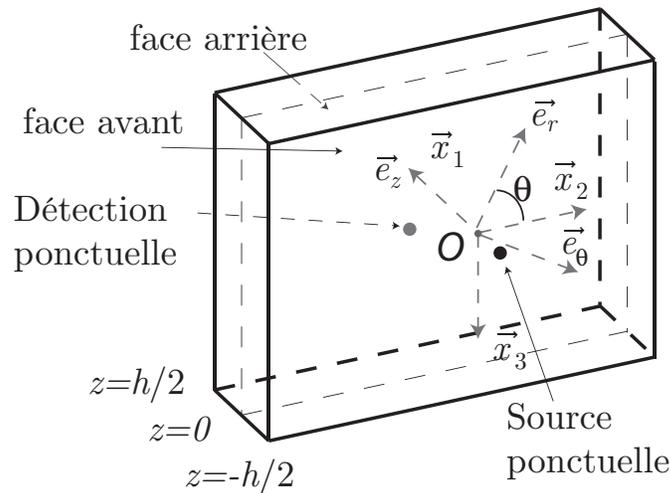
Une source ponctuelle présente alors, dans beaucoup de cas, des possibilités de générations d'onde plus intéressantes qu'avec une source linéique. De plus, puisque tous les vecteurs d'onde acoustiques sont excités, la source permet une propagation des ondes dans tout l'espace  $3D$ . Les signaux deviennent plus complexes à interpréter, mais sont en même temps plus riches en informations. La technique expérimentale de "point source-point de détection" permettant l'obtention de ces signaux utilise des ouvertures de la source et de la détection les plus fines possibles [11, 83]. De nombreux modèles de rayonnement acoustique, généré par une source laser ponctuelle dans des matériaux à géométrie plane, ont donc été développés pour aider à l'interprétation des formes d'onde [17, 35, 65, 67, 68, 71, 84–87]. Cependant, lorsqu'aucune considération sur les symétries élastiques était faite, les calculs étaient beaucoup plus coûteux en temps que ceux des modèles considérant une génération linéique. Certaines méthodes, dont la mise en oeuvre numérique est complexe, nécessitent par exemple une inversion des noyaux de Green par la méthode de Cagniard-de Hoop. À la différence, les travaux de E. Lafond [86] et R. Coulette [71] utilisent une transformation de Hankel du problème. En tenant compte de la symétrie axiale et des propriétés de cette transformation, le problème  $3D$  est résolu avec une intégration numérique portant sur deux dimensions seulement.

Le calcul est donc tout aussi rapide que celui considérant une génération linéique. Enfin, la méthode développée par A. Rahman *et al.* [88] se distingue des autres puisque le problème dans un matériau isotrope transverse est réécrit en fonction des potentiels de déformation.

Ce chapitre présente une méthode permettant le calcul du rayonnement d'ultrasons générés par une source laser ponctuelle dans des plaques et pour des matériaux isotropes transverses. Elle est basée sur les calculs de la section 1.2 et permet de considérer simplement tous les modèles de génération. Cette méthode utilise le noyau de Green associé à une génération linéique pour construire celui considérant une génération ponctuelle. Bien que proche de celle décrite par R. L. Weaver [65], cette méthode permet par contre d'établir un lien direct avec la réponse en déplacement à une source linéique.

### 3.1. Géométrie et hypothèses du problème

La géométrie et les hypothèses du problème sont tout d'abord présentées.



**Fig. 3.1 :** Géométrie du problème pour une source ponctuelle dans un matériau ayant un système cristallin à symétrie hexagonale.

La géométrie de l'échantillon, illustrée sur la figure 3.1, est la même que celle évoquée au paragraphe 1.2.1. Le repère cartésien  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  est conservé. Le milieu de propagation est considéré homogène, de masse volumique  $\rho$ , à géométrie plane et d'épaisseur  $h$ . À la différence des chapitres précédents, les propriétés mécaniques, thermiques, optiques et électroniques sont maintenant supposées à symétrie hexagonale, c'est-à-dire qu'elles sont toutes invariantes selon les directions orthogonales à la direction de la profondeur  $\vec{x}_1$ . La source en surface est supposée ponctuelle. Ainsi, puisque toutes les directions appartenant aux plans orthogonaux à la direction  $\vec{x}_1$  sont équivalentes, tout le problème est à symétrie axiale, centrée sur la source. Un repère cylindrique  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$  est donc

utilisé en plus du repère cartésien. La direction  $\vec{e}_z$  est parallèle à la direction  $\vec{x}_1$  et les directions  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$ , qui appartiennent au plan d'isotropie, sont équivalentes. L'angle entre  $\vec{x}_2$  et  $\vec{e}_r$  est noté  $\theta$ . Les coefficients du tenseur de viscoélasticité, exprimés en notation contractée relativement au repère cartésien, présentent les propriétés suivantes :

$$C_{22}^* = C_{33}^*, C_{12}^* = C_{13}^*, C_{55}^* = C_{66}^*, C_{44}^* = \frac{C_{22}^* - C_{23}^*}{2} \quad (3.1)$$

L'origine des repères cartésien et cylindrique est choisie dans le plan médian de la plaque, en dessous du point source. Ce dernier est donc situé en  $z = -h/2$ , sur la "face avant". La "face arrière" représente, quant à elle, la face définie par  $z = h/2$ . De par la géométrie, les fonctions du problème sont indépendantes de  $\theta$ , et les déplacements  $\mathbf{u}$  et les contraintes  $\sigma$  sont nuls selon la direction  $\vec{e}_\theta$  :

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0, \quad u_\theta = 0 \text{ et } \sigma_{i\theta} = \sigma_{\theta i} = 0, \text{ avec } i \in \{r, \theta, z\} \quad (3.2)$$

### 3.2. Calcul de la réponse à une excitation ponctuelle à partir du noyau de Green associé à une excitation linéique dans un milieu isotrope transverse

Les méthodes de résolution habituellement utilisées pour modéliser les déplacements générés par une source ponctuelle ne considèrent généralement pas la diffusion thermique ni la diffusion électronique. La méthode qui est maintenant présentée a été développée de façon à bénéficier de tous les développements numériques déjà établis pour une génération linéique. Elle permet donc de considérer tous les modèles de génération décrits précédemment. Il est en effet intéressant de constater que le calcul du champ de déplacement, généré par une source ponctuelle dans un milieu isotrope transverse, ne fait intervenir que deux dimensions spatiales, tout comme le calcul considérant une source linéique. D'autre part, les plans d'étude  $(\vec{e}_r, \vec{e}_z)$  et  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  sont géométriquement les mêmes, mais exprimés dans deux systèmes de coordonnées différents.

Cette méthode est relativement proche de celles qui considèrent une transformée de Hankel-Fourier [71, 86]. Le temps de calcul de ces méthodes est rapide. Cela provient du fait qu'elles utilisent la symétrie du problème pour réduire le nombre de dimensions à considérer. En effet, le problème considérant les déplacements générés par une source ponctuelle est un problème à quatre dimensions, trois dimensions spatiales et une dimension temporelle. En décomposant les solutions sur l'espace des ondes vérifiant l'équation de dispersion  $f(\mathbf{k}, \omega) = 0$ , une dimension n'est déjà plus considérée puisqu'elle intervient implicitement au travers des autres variables. De nombreuses projections existent, selon la géométrie des familles d'onde sur lesquelles le problème est décomposé. En exprimant le problème sur la famille d'ondes imposées par la transformée de Hankel, la symétrie est prise en compte et une deuxième dimension peut alors être sous entendue. Il est donc possible de ne plus la faire intervenir dans les calculs de la fonction de Green. Ainsi, la "philosophie" des méthodes utilisant les transformées de Hankel est de simplifier le

problème en réécrivant toutes les équations du mouvement, de diffusion et des conditions aux limites dans le repère cylindrique. Une transformée de Fourier portant sur le temps et plusieurs propriétés des transformées de Hankel sont ensuite utilisées afin d'établir l'expression analytique du noyau de Green dans le domaine des transformées de Hankel-Fourier. Par conséquent l'hypothèse d'axisymétrie du problème est utilisée avant la résolution du noyau de Green associé aux déplacements générés par une source ponctuelle. La méthode que nous avons développée utilise cette hypothèse *a posteriori*, en utilisant le noyau de Green associé aux déplacements générés par une source linéique.

### 3.2.1. Calcul des déplacements générés par une source ponctuelle en utilisant le noyau associé à une source linéique

Le champ de déplacement généré par une source ponctuelle est maintenant recherché dans le domaine des transformées. En choisissant d'effectuer les transformées de Fourier selon les deux directions  $\vec{x}_2$  et  $\vec{x}_3$  de l'espace cartésien et selon le temps, la valeur de  $k_1$ , qui est la composante selon  $\vec{x}_1$  des vecteurs d'onde, est fixée grâce à l'équation de dispersion  $f(\mathbf{k}, \omega) = 0$ . La réponse en déplacement, à une source ponctuelle, est ainsi calculée à partir de la superposition d'une infinité d'ondes planes harmoniques qui se propagent dans toutes les directions d'un espace à trois dimensions. À chaque triplet  $(k_2, k_3, \omega)$  correspond six solutions pour  $k_1^i(k_2, k_3, \omega)$  ( $i \in \llbracket 1, 6 \rrbracket$ ) ou trois pour  $|k_1|$ . Six ondes planes parallèles, du type  $A^i e^{-j(\mathbf{k}^i \cdot \mathbf{x} - \omega t)} = A^i e^{-j(k_1^i x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 - \omega t)}$ , se propagent alors dans la même direction avec des vitesses de phase  $V_p^i = \pm \omega / \|\mathbf{k}^i\|$ . La solution en déplacement, au point de détection  $(x_1^0, x_2^0, x_3^0)$  (cf. figure 3.2), est calculée à partir de la triple transformée de Fourier inverse :

$$\mathcal{U}^{cart}(x_1^0, x_2^0, x_3^0, t) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} \overset{3}{\mathcal{U}}^{cart}(x_1^0, k_2, k_3, \omega) e^{-j(k_2 x_2^0 + k_3 x_3^0 - \omega t)} dk_2 dk_3 d\omega \quad (3.3)$$

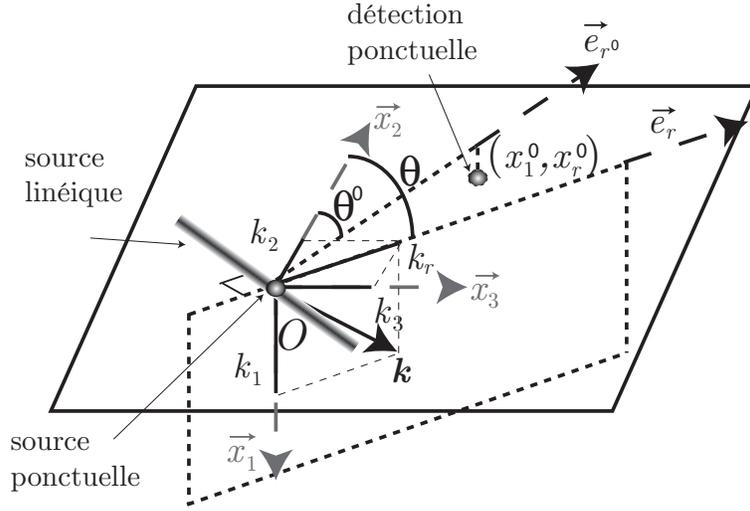
Les intégrales sur  $k_2$  et  $k_3$  étant effectuées de manière à couvrir tout l'espace du plan isotrope, il est possible d'effectuer, de manière à utiliser les propriétés d'axisymétrie, le changement de variable suivant (cf. fig. 3.2) :

$$\begin{bmatrix} k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_r \cos(\theta) \\ k_r \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} x_2^0 \\ x_3^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_r^0 \cos(\theta^0) \\ x_r^0 \sin(\theta^0) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

L'équation (3.3) devient alors :

$$\mathcal{U}^{cart}(x_1^0, x_2^0, x_3^0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \overset{3}{\mathcal{U}}^{cart}(x_1^0, k_r \cos(\theta), k_r \sin(\theta), \omega) e^{-j(k_r x_r^0 \cos(\theta - \theta^0) - \omega t)} k_r d\theta dk_r d\omega \quad (3.5)$$

Le champ de déplacement et le noyau de Green sont pour l'instant toujours exprimés dans le repère cartésien  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  mais en fonction des coordonnées cylindriques  $(x_1^0, k_r, \theta)$ . On introduit la notation  $\overset{3}{\mathcal{U}}^{cyl}(k_1, k_r, \theta, t)$  représentant le noyau de Green dans le repère cylindrique  $(O, \vec{x}_1, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ . Il vérifie donc  $\|\overset{3}{\mathcal{U}}^{cyl}(k_1, k_r, \theta, t)\| =$



**Fig. 3.2** : Décomposition du volume d'intégration sur des plans contenant l'axe  $\vec{x}_1$ . La source ponctuelle est située en  $O$ , et, la détection en  $(x_1^0, x_r^0)$ . Le plan d'intégration correspond au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{e}_r)$ . Les vecteurs d'onde appartenant à ce plan sont les mêmes que ceux générés par une source linéique orthogonale au plan.

$\|\tilde{\mathbf{U}}^{cart}(k_1, k_r \cos(\theta), k_r \sin(\theta), t)\|$ . Par ailleurs, puisque le problème est invariant selon  $\theta$ , la notation simplifiée  $\tilde{\mathbf{U}}^{cyl}(k_1, k_r, t)$  sera maintenant utilisée. Il est toutefois important de noter que les directions  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$  dépendent de  $\theta$ . La notation  $\mathbf{U}^{cyl}(x_1^0, x_r^0, \theta^0, t)$  est de même utilisée pour représenter le champ de déplacement  $\mathbf{U}^{cart}(x_1^0, x_2^0, x_3^0, t)$  dans le repère cylindrique. L'équation 3.5 devient alors :

$$\mathbf{U}^{cyl}(x_1^0, x_r^0, \theta^0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \tilde{\mathbf{U}}^{cyl}(k_1, k_r, t) e^{-j(k_r x_r^0 \cos(\theta - \theta^0) - \omega t)} k_r d\theta dk_r d\omega \quad (3.6)$$

L'intégrale selon  $\theta$  étant  $2\pi$  périodique,  $\theta^0$  peut être omis. Le champ  $\tilde{\mathbf{U}}^{cyl}(k_1, k_r, t)$  est ensuite projeté sur le repère cylindrique contenant le point de détection  $(O, \vec{x}_1, \vec{e}_{r0}, \vec{e}_{\theta0})$  :

$$\mathbf{U}^{cyl}(x_1^0, x_r^0, \theta^0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{U}}_{x_1}^{cyl} & \vec{x}_1 \\ \tilde{\mathbf{U}}_r^{cyl} \cos(\theta) - \tilde{\mathbf{U}}_\theta^{cyl} \sin(\theta) & \vec{e}_{r0} \\ \tilde{\mathbf{U}}_r^{cyl} \sin(\theta) + \tilde{\mathbf{U}}_\theta^{cyl} \cos(\theta) & \vec{e}_{\theta0} \end{bmatrix} e^{-j(k_r x_r^0 \cos(\theta) - \omega t)} k_r d\theta dk_r d\omega \quad (3.7)$$

Il est précisé que les vecteurs  $\vec{e}_{r0}$  et  $\vec{e}_{\theta0}$ , contrairement aux vecteurs  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$ , sont indépendants de  $\theta$ . Cette équation se simplifie en utilisant les propriétés exprimées dans de l'équation 3.2 :

$$U_\theta^{cyl} = 0 \text{ et } \tilde{\mathbf{U}}_\theta^{cyl} = 0 \quad (3.8)$$

Et l'équation 3.7 devient :

$$U^{cyl}(x_1^0, x_r^0, \theta^0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} \begin{bmatrix} \widetilde{U}_{x_1}^{cyl} & \vec{x}_1 \\ \widetilde{U}_r^{cyl} \cos(\theta) & \vec{e}_{r,0} \\ 0 & \vec{e}_{\theta^0} \end{bmatrix} e^{-j(k_r x_r^0 \cos(\theta) - \omega t)} k_r d\theta dk_r d\omega \quad (3.9)$$

À  $\theta$  fixé, les vecteurs d'onde n'appartiennent qu'à un seul plan orthogonal à la surface. Il en est de même pour les vecteurs d'onde générés par une source linéique orientée selon  $\vec{e}_\theta$ . Ensuite, les déplacements générés par une source linéique ont été calculés en supposant  $\partial/\partial x'_3 = 0$  et  $u'_3 = 0$  (éq. 1.4 et 1.5), où  $\vec{x}'_3$  correspond à la direction  $\vec{e}_\theta$ . La première hypothèse correspond à celle formulée dans cette section, c'est-à-dire  $\partial/\partial\theta = 0$ . La deuxième correspond à  $U_\theta^{cyl} = 0$ . Ainsi, à  $\theta$  fixé, les noyaux associés à une source ponctuelle et à une source linéique orthogonale à  $\vec{e}_\theta$  ont été obtenus pour les mêmes équations de mouvement, les mêmes équations aux limites et les mêmes hypothèses. Ils sont donc rigoureusement égaux :

$$\begin{bmatrix} \widetilde{U}_{x_1}^{cyl} \\ \widetilde{U}_r^{cyl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{u}_1 \\ \widetilde{u}_r \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

où  $[\widetilde{u}_1, \widetilde{u}_r]$  sont les composantes du noyau associé à une génération dont la source linéique est orientée selon  $\vec{e}_\theta$  (cf. éq. 1.20). De plus, la projection dans le plan  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  de la distance entre la source linéique et le point de détection est égale à  $x_r^0 \cos(\theta - \theta^0)$ . Cette distance correspond au déphasage observé dans le terme  $\exp(-j(k_r x_r \cos(\theta - \theta^0) - \omega t))$  de l'équation 3.5. L'intégrale selon  $\theta$  peut donc être reliée à la somme de toutes les contributions des sources linéiques situées dans le plan de la surface et passant par  $O$ , pour autant qu'un déphasage soit appliqué à chacune des contributions. Cette intégrale peut par ailleurs se simplifier en utilisant les expressions intégrales des fonctions de Bessel de première espèce d'ordre  $n$  [89] :

$$J_n(x) = \frac{1}{j^n 2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(n\theta) e^{jx \cos \theta} d\theta \quad (3.11a)$$

$$= \frac{1}{j^n \pi} \int_0^\pi \cos(n\theta) e^{jx \cos \theta} d\theta \quad (3.11b)$$

L'équation 3.9, exprimée avec le noyau de Green associée à une source linéique est alors simplifiée en utilisant l'équation 3.11a :

$$U^{cyl}(x_1^0, x_r^0, \theta^0, t) = \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} 2\pi k_r \begin{bmatrix} \widetilde{u}_1 J_0(k_r x_r^0) & \vec{x}_1 \\ j\widetilde{u}_2 J_1(k_r x_r^0) & \vec{e}_{r,0} \\ 0 & \vec{e}_{\theta^0} \end{bmatrix} e^{-j\omega t} dk_r d\omega \quad (3.12)$$

La réponse à une génération ponctuelle peut ainsi être évaluée à partir du noyau de Green associé à une source linéique. Il est important de remarquer que, puisque ce

dernier est indépendant de l'orientation de la ligne sur le plan, un seul calcul de ce noyau est nécessaire. L'inversion numérique consiste à appliquer une transformée de Fourier discrète sur le temps et une transformée de Hankel inverse dont l'expression discrète est calculée à partir du schéma donné en annexe D.

L'ensemble des calculs qui ont mené à l'écriture de l'équation 3.12 n'ont jamais supposé une forme particulière des conditions aux limites et des équations de mouvement. Par conséquent, tous les modèles de génération peuvent être traités de la même manière. Les déplacements calculés pour un matériau bicouche peuvent également être considérés pour une génération ponctuelle, puisque le noyau de Green déterminé dans cette configuration s'exprime dans les mêmes coordonnées que celui associé à une génération linéique dans une plaque monocouche.

Les calculs qui ont été présentés ne permettent cependant pas de visualiser concrètement comment une somme de réponses à des sources linéiques peut être équivalente à la réponse à une génération ponctuelle dans un milieu isotrope transverse. Le paragraphe qui suit, propose alors d'explicitier le cas d'une génération en ablation.

### 3.2.2. Visualisation de la transformation en régime d'ablation

Afin d'établir le lien complet entre la réponse à une source ponctuelle et le noyau de Green associé à une source linéique, l'équation 3.9 est transformée de manière à retrouver le domaine d'intégration lié à une source linéique :  $k_r \in ]-\infty, +\infty[$ . Certaines propriétés du noyau de Green sont nécessaires à cette transformation : la composante  $\tilde{u}_1$  est une fonction paire de  $k_2$  alors que  $\tilde{u}_2$  est une fonction impaire de  $k_2$  (cf. annexe A). Ainsi, en utilisant l'expression 3.11b des fonctions de Bessel, l'équation 3.9 devient :

$$U^{cyl}(x_1^0, x_r^0, \theta^0, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \pi |k_r| \begin{bmatrix} \tilde{u}_1(k_r, \omega) J_0(k_r x_r^0) & \vec{x}_1 \\ \tilde{u}_2(k_r, \omega) J_1(k_r x_r^0) & \vec{e}_{r,0} \\ 0 & \vec{e}_{\theta^0} \end{bmatrix} dk_r e^{j\omega t} d\omega \quad (3.13)$$

Les différences entre cette équation et l'équation 3.12 sont donc la valeur absolue de  $k_r$  et le domaine d'intégration.

Puisque le noyau est linéaire par rapport au terme source, il est possible de considérer le terme  $|k_r|$  de l'équation 3.13 comme une modification des termes sources associés à une source linéique. L'intégrale selon  $\theta$  dans l'équation 3.13 est réalisée grâce à la fonction de Bessel entre 0 et  $\pi$ . Elle indique que la réponse à une génération ponctuelle est égale à la somme des contributions de toutes les sources linéiques passant par le point source, et décrivant le plan  $(O, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ , avec un terme source légèrement modifié.

Par exemple, dans le cas de l'ablation, la densité volumique de force associée à une génération circulaire est normale au plan  $(O, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ , et, son profil spatial, qui est axisymétrique, est représenté par une gaussienne. Ce profil tend vers une distribution de Dirac à deux dimensions lorsque la largeur à mi-hauteur tend vers zéro. L'expression de la densité volumique de force associée est la suivante :

$$\mathbf{F}_{abl}^{pt}(r, x_1) = \frac{-F_0 \delta(x_1)}{2a_0^2 \pi} e^{-\frac{r^2}{2a_0^2}} \vec{x}_1 \quad (3.14)$$

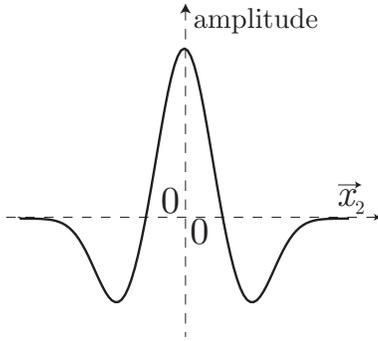
où  $F_0$  est homogène à une force,  $a_0 = a/(\sqrt{8 \ln 2})$  et  $a$  la largeur à mi-hauteur d'une gaussienne. Le chargement  $\mathbf{F}_{abl}^l$ , correspondant à une source linéique permettant de retrouver le chargement associé à une génération ponctuelle à partir de la transformation exprimée dans l'équation 3.13, vérifie dans l'espace  $(k_2, x_1)$  :

$$\mathbf{F}_{abl}^l(k_2, x_1) = |k_2| \mathbf{F}_{abl}^{pt}(k_2, x_1) \quad (3.15)$$

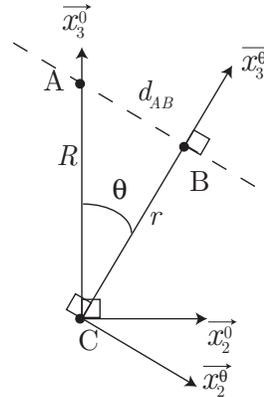
Par conséquent, le chargement associé à une source linéique est égal, dans le domaine spatial, à la transformée de Fourier inverse de  $|k_2| e^{-(a_0 k_2)^2/2}$ , c'est-à-dire :

$$\mathbf{F}_{abl}^l(x_2, x_1) = -F \left( \frac{2}{a_0^2} + jx_2 \frac{\sqrt{2\pi}}{a_0^3} \operatorname{erf} \left( \frac{jx_2}{\sqrt{2}a_0} \right) e^{-\frac{x_2^2}{2a_0^2}} \right) \delta(x_1) \vec{x}_1 \quad (3.16)$$

Le profil spatial de la fonction  $\mathbf{F}_{abl}^l$  est tracé sur la figure 3.3. Il représente l'amplitude en fonction de la direction  $\vec{x}_2$  du chargement imposé par une ligne orientée selon la direction  $\vec{x}_3$ .



**Fig. 3.3 :** Profil spatial des sources linéiques à la base d'une source ponctuelle en ablation. L'amplitude de la source est donnée en fonction de  $\vec{x}_2$



**Fig. 3.4 :** Interférence des chargements liés à plusieurs sources linéiques

On cherche maintenant à montrer que la somme des amplitudes des sources linéiques, possédant ce profil, et balayant toute la surface par une rotation autour du centre de la source ponctuelle, permet bien de retrouver le chargement de la source ponctuelle. L'amplitude de la force imposée par l'ensemble des sources linéiques est recherchée au point A, distant de  $R$  du point C (cf. figure 3.4). Ce dernier point représente le centre de la source circulaire, c'est donc aussi le point par lequel passent toutes les sources linéiques. La distance entre l'une de ces sources, orientée selon la direction  $\vec{x}_3^\theta$ , et le point A est notée  $d_{AB}$ . B correspond donc au projeté orthogonal de A sur  $\vec{x}_3^\theta$ . L'amplitude de la contribution de cette source linéique en A est donc égale à  $F_{abl}^l(d_{AB}, x_1)$ . Ainsi, la contribution des sources linéiques se situant dans un secteur angulaire  $d\theta$  centré autour de  $\theta$  correspond à  $F_{abl}^l(d_{AB}) r d\theta$ , où  $r$  est la distance entre C et B. La somme des contributions de toutes les sources linéiques appartenant à la surface au point A,  $F_{abl}^{\Sigma l}(R)$ , est

donc obtenue en faisant l'intégrale sur  $\theta$  de ce dernier terme :

$$F_{abl}^{\Sigma l}(R) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_{abl}^l(d_{AB})r d\theta \quad (3.17)$$

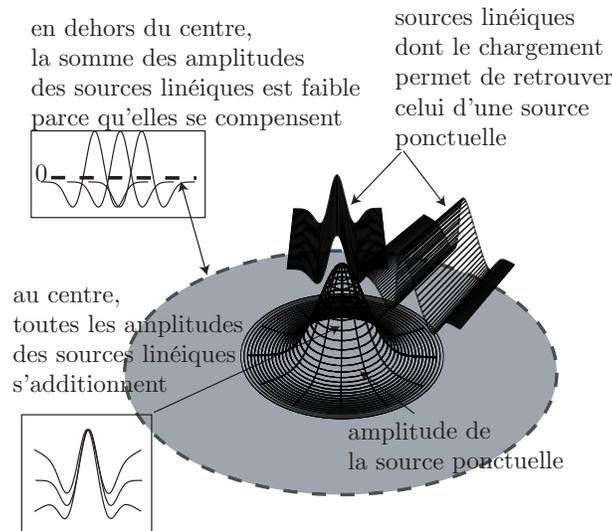
où  $d_{AB} = |\sin \theta|R$  et  $r = \cos \theta R$ . En effectuant le changement de variable  $\varsigma = \sin \theta R$ , l'intégrale se simplifie en :

$$F_{abl}^{\Sigma l}(R) = 2 \int_0^R F_{abl}^l(\varsigma) d\varsigma \quad (3.18)$$

$F_{abl}^l$  est ensuite exprimé dans le domaine de Fourier. Puis en inversant l'ordre des intégrales, l'expression de la force ponctuelle est retrouvée :

$$F_{abl}^{\Sigma l}(R) = F_{abl}^{pt}(R) \quad (3.19)$$

Cette dernière équation montre que les chargements associés à chacune des sources rectilignes se combinent de manière à représenter le chargement de la source circulaire.

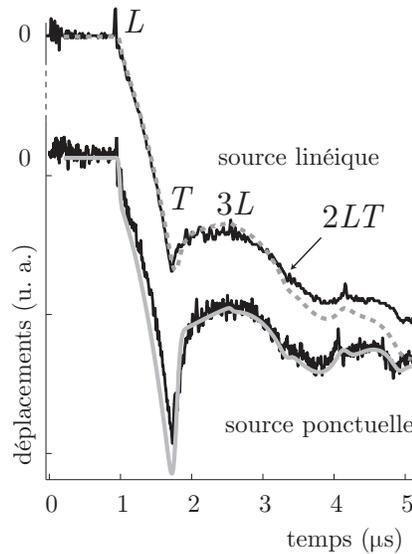


**Fig. 3.5** : La somme de tous les chargements associés aux sources linéiques, dont le profil est dessiné sur la figure 3.3, permet de retrouver celui d'une source ponctuelle.

L'amplitude de la source ponctuelle est dessinée au centre de la surface. Deux sources rectilignes sont également représentées sur la figure 3.5. En raison de leurs profils spatiaux, c'est-à-dire négatif, positif et négatif, leurs amplitudes s'additionnent lorsqu'elles sont proches de  $r = 0$  et se compensent lorsqu'elles sont éloignées du centre de la source ponctuelle. Lorsque  $r$  est grand, et puisque l'intégrale du profil linéique de la ligne est nulle sur son support, les amplitudes des différentes sources linéiques s'annulent complètement. Cette figure permet donc de donner une interprétation graphique de la transformation 3.13.

### 3.2.3. Comparaison avec des signaux expérimentaux

Les signaux construits par cette méthode ont été comparés à des signaux expérimentaux. Une plaque d'aluminium de 5 mm d'épaisseur, dont les propriétés d'élasticité sont connues, est soumise, en régime thermoélastique, à une génération linéique puis ponctuelle. Les constantes d'élasticité et la masse volumique utilisées pour simuler les déplacements dans ce matériau témoin sont :  $C_{11} = 109$  GPa,  $C_{44} = 26.5$  GPa et  $\rho = 2.7$  g.cm<sup>-3</sup>. La comparaison est donnée pour une génération et une détection disposées sur chacune des faces opposées de la plaque. La détection est à l'épicentre. La figure 3.6 présente un très bon accord entre les signaux issus des simulations et des expériences, autant pour la source ponctuelle que pour la source linéique. La différence entre une génération ponctuelle et linéique est bien observable. L'amplitude augmente (en valeur absolue) en effet plus rapidement lorsque la génération est linéique. Ceci s'explique par le fait que les ondes sont moins diffractées et que leurs amplitudes sont encore importantes après quelques réflexions. En effet, lorsque la génération est ponctuelle, l'énergie est répartie dans un espace à trois dimensions alors qu'elle est distribuée dans un espace à deux dimensions lorsque la génération est linéique. D'autres confrontations entre les signaux expérimentaux et simulés seront apportées dans le chapitre 6.



**Fig. 3.6 :** Comparaison entre une génération linéique et ponctuelle pour des signaux expérimentaux et simulés. La génération est respectivement du type thermoélastique dipolaire ou quadripolaire et la source et la détection sont situées face à face.

### 3.2.4. Applications numériques

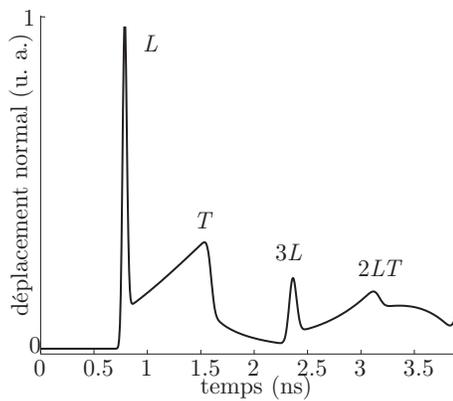
Comme au chapitre précédent, plusieurs simulations ont été réalisées pour les différents modèles de génération. Le point source et le point de détection sont situés face-à-face sur

les surfaces d'un échantillon monocouche isotrope d'aluminium (figures 3.7, 3.8 et 3.9) ou d'un échantillon monocouche de silicium rendu artificiellement isotrope transverse (figure 3.10). Les constantes de l'aluminium utilisées sont les mêmes que dans le paragraphe précédent et également les mêmes que celles utilisées pour les simulations présentées au paragraphe 1.2.3.4 (tableau 1.1). Les coefficients modifiés du tenseur d'élasticité associé au silicium sont indiqués dans le tableau 3.1. Les coefficients optiques, thermiques et électroniques sont les mêmes que ceux du tableau 1.2.

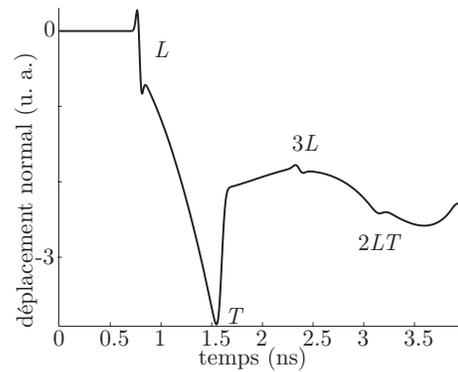
**Tab. 3.1** : Constantes d'un cristal de silicium artificiellement rendu isotrope transverse.

$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}$ (GPa)	$C_{12}$ (GPa)	$C_{23}$ (GPa)	$C_{66}$ (GPa)
194	194	35	64	5

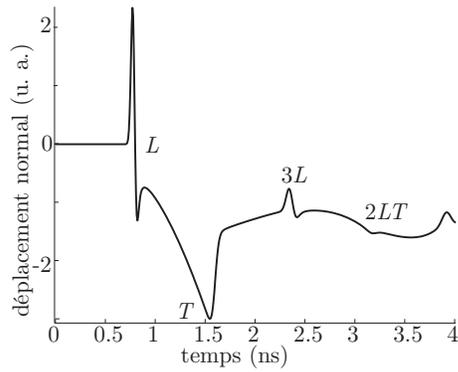
Afin de mettre en évidence les différences entre une génération ponctuelle et linéique, les signaux sont comparés à ceux du paragraphe 1.2.3.4. Il apparaît que les échos des ondes de volume sont plus fins et d'amplitude plus importante comparativement au signal moyen. Cela s'explique par une contribution moindre des vecteurs d'onde qui apportent de l'énergie par diffraction. L'amplitude observée correspond ainsi majoritairement à l'énergie qui se propage dans la direction "point source-point de détection".



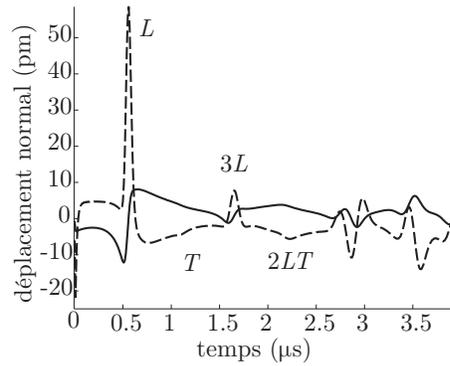
**Fig. 3.7** : Déplacement normal à la surface en fonction du temps pour une génération en ablation. Le signal est comparé avec celui de la figure 1.5. Les échos sont beaucoup plus fins et l'amplitude de l'onde longitudinale est plus importante par rapport au signal moyen. La décroissance des échos au cours du temps est néanmoins plus importante et l'amplitude du signal tend vers zéro pour les temps supérieurs à ceux de plusieurs allers et retours.



**Fig. 3.8** : Déplacement normal à la surface en fonction du temps pour une génération tenant compte de l'effet de la pénétration optique. Le signal est comparé avec celui de la figure 1.7. L'écho longitudinal est devenu dipolaire et celui de l'onde transverse est plus marqué.



**Fig. 3.9 :** Déplacement normal à la surface en fonction du temps pour une génération tenant compte de l'effet de la diffusion thermique. Le signal est comparé avec celui de la figure 1.8. Les échos longitudinaux sont dipolaires, et plus fins.



**Fig. 3.10 :** Déplacement normal à la surface en fonction du temps pour une génération tenant compte de l'effet des diffusions électronique et thermique et de la pénétration optique dans un cristal de silicium rendu artificiellement hexagonal. Le signal est à confronter avec celui de la figure 1.9. Les coefficients d'élasticité ne sont néanmoins pas les mêmes (cf. tab. 1.2 et 3.1). On notera l'apparition d'un pic très fin pour les premiers instants dans le signal obtenu pour une énergie incidente  $I = 5.10^5 \text{ nJ.mm}^{-1}$  (trait discontinu). Celui-ci est associé aux déplacements directement reliés à la densité électronique. L'effet est déjà beaucoup moins visible pour le signal obtenu avec une énergie incidente  $I = 5.10^4 \text{ nJ.mm}^{-1}$  (trait continu). La génération est donc toujours non-linéaire.

### 3.3. Extension de la méthode aux matériaux orthotropes

L'extension de cette méthode est maintenant considérée pour un milieu anisotrope. Dans ces conditions, le noyau de Green, associé à une source linéique dans le plan de la surface, est dépendant de l'orientation de la source dans le plan. Il faut donc calculer les noyaux pour de multiples directions de la ligne sur la surface. De même, l'intégration sur la variable  $\theta$  ne pouvant plus être effectuée comme précédemment à partir des fonctions de Bessel, elle est calculée de manière approchée par une somme discrète. Cependant, les noyaux de Green associés à une génération linéique n'ont été établis que pour des directions principales cristallographiques dans le chapitre 1.2. Le calcul de ces noyaux dans n'importe quelle direction a été présenté pour une génération de type thermoélastique dipolaire dans les thèses de C. Bescond et S. Guilbaud [36, 37].

Le noyau associé à une génération ponctuelle est ensuite établi à partir des équations 3.9 et 3.10. Puisque l'intégration selon  $\theta$  doit être réalisée numériquement, le calcul des différents noyaux associés aux sources linéiques couvrant la plupart de la surface sera effectué avec un pas angulaire  $\Delta\theta$ .

La transformation de ces noyaux a alors été appliquée pour une configuration où les points source et de détection sont situés sur la même surface mais séparés de 5 mm.

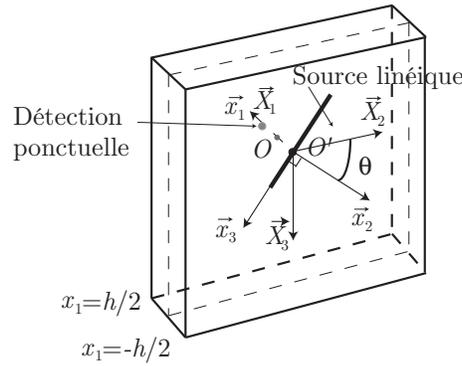


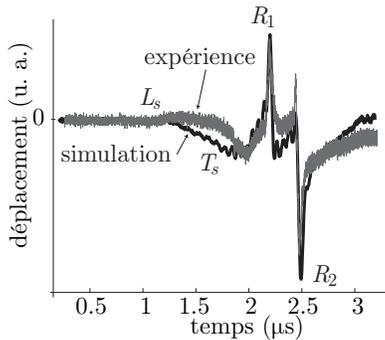
Fig. 3.11 : Géométrie pour une source linéique en dehors des axes principaux.

Le cristal considéré, du cuivre, est à symétrie cubique. En utilisant les symétries du problème, seuls les noyaux, dont la source linéique est située dans le domaine angulaire  $\theta = [0^\circ, 45^\circ]$  sont calculés. Le pas angulaire entre chacune des sources linéiques considérées est fixé à  $5^\circ$ . Deux confrontations simulation-expérience sont montrées sur les figures 3.12 et 3.13. La première figure représente la réponse en déplacement pour une direction “point source-point de détection” selon un axe principal. La deuxième est calculée avec une direction “point source-point de détection” faisant un angle de  $10^\circ$  avec un axe principal. Les résultats sont assez bons. Les oscillations visibles sont dues au faible échantillonnage en  $\theta$  [90]. L’intégration selon  $\theta$  n’étant pas analytique, les temps de calcul sont en effet relativement longs, même pour un pas angulaire grossier. Les ondes observées sont relativement complexes et font intervenir plusieurs ondes de Rayleigh ( $R_1, R_2, R_3$ ), une onde pseudo-Rayleigh ( $P_R$ ) et les ondes de volume rasantes ( $L_s, T_s$ ) [36, 91, 92]. La multitude des ondes de Rayleigh provient de l’anisotropie de la surface. Les ondes de volume rasantes sont peu visibles. L’identification des ondes a été rendue possible grâce aux travaux de G. Huet [93].

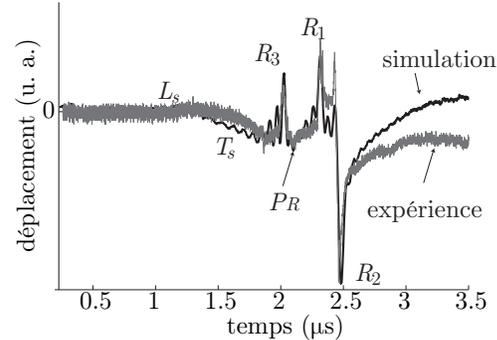
### 3.4. Conclusion

La réponse à une source ponctuelle dans un matériau isotrope transverse est donc évaluée à partir du noyau de Green associé à une génération linéique. Une visualisation de la transformation a été présentée dans le cas d’une génération en ablation. La méthode utilisée considère l’hypothèse d’isotropie transverse une fois le noyau associé à une génération linéique calculé. Par comparaison, le formalisme de Hankel utilise cette hypothèse avant d’établir le noyau de Green, au moment d’écrire les équations du système. La réponse à une source ponctuelle dans un milieu orthotrope a aussi été calculée avec le même formalisme. Cependant, l’intégration selon  $\theta$  ne peut pas être réalisée analytiquement et les simulations sont relativement coûteuses en temps de calcul.

Il est très important de remarquer que si toutes les propriétés du matériau sont isotropes transverses (propriétés optiques, thermiques, et électroniques), la transformation



**Fig. 3.12** : Confrontation simulation/expérience dans un cristal de cuivre, pour une direction “point source-point de détection” alignée avec celle d’un axe principal. Le point source et le point de détection sont séparés de 5 mm.



**Fig. 3.13** : Confrontation simulation/expérience dans un cristal de cuivre, pour une direction “point source-point de détection” faisant un angle de  $10^\circ$  avec un axe principal. Le point source et le point de détection sont séparés de 5 mm.

peut être appliquée à tous les modèles de génération sans aucune considération supplémentaire. De plus, la prise en compte d’un matériau bicouche est alors immédiate, puisqu’un unique algorithme permet d’évaluer la réponse à une source ponctuelle à partir du noyau associé à une génération linéique. Compte tenu des développements numériques disponibles dans notre équipe, cette transformation présente donc un avantage certain par rapport à d’autres formalismes, tel que celui utilisant la transformée de Hankel.

L’ensemble des méthodes décrites dans ce chapitre et dans les chapitres précédents constitue une aide précieuse à la compréhension des formes d’onde obtenues expérimentalement. Il permet notamment de fournir des signaux de référence pour les méthodes inverses puisque les propriétés d’élasticité sont parfaitement connues. De plus, en ajustant au mieux les paramètres de simulation afin que la ressemblance des signaux simulés avec les signaux expérimentaux soit maximale, les méthodes servent à l’identification des échos associés aux ondes élastiques.

Cependant, les signaux obtenus avec ces simulations ne renseignent pas précisément ni sur les temps d’arrivée ni sur les amplitudes de chacune des ondes de volume. Les méthodes n’établissent pas non plus la relation entre les temps d’arrivée des ondes et les coefficients du tenseur d’élasticité. Enfin, lorsque les signaux présentent une multitude de formes d’ondes, l’identification n’est pas possible. Le chapitre suivant a ainsi pour objet de rappeler les techniques couramment utilisées pour l’identification des ondes de volumes et d’en développer de nouvelles afin de répondre à certaines difficultés rencontrées. Il présentera aussi les méthodes inverses utilisées.

## 4. Outils nécessaires à la résolution du problème inverse

Les premiers chapitres de la thèse ont considéré plusieurs modélisations de l'interaction "laser-matière" pour des générations ponctuelles ou linéiques. Les résultats présentés aux paragraphes 1.2.3.4, 2.1.3 et 3.2.4 permettent de visualiser l'influence de ce couplage sur les formes d'ondes simulées. Cependant, lorsque la réponse en déplacement aux différents modèles de génération est simulée, il n'est pas possible de séparer la contribution propagative élastique des contributions thermiques et électroniques. De surcroît, les ondes de volumes, de surfaces, et les différentes polarisations ne peuvent pas non plus être distinguées. Bien que les simulations fournissent un noyau de Green du problème dans le domaine des transformées de Fourier de manière analytique, ce noyau fait intervenir des fonctions complexes qui ne permettent pas de donner une interprétation physique de chacun des termes dans le domaine spatio-temporel.

De manière à pouvoir identifier les arrivées d'ondes dans les signaux simulés et ensuite de pouvoir s'en aider pour reconnaître les ondes dans les signaux expérimentaux, il est important de disposer d'outils qui, en connaissant les propriétés de l'échantillon, permettent l'interprétation des amplitudes des formes d'onde et la détermination des temps d'arrivée théoriques. Ensuite, dès lors que les ondes sont identifiées, la résolution du problème inverse, dont le but est de déterminer les constantes d'élasticité en ne connaissant que les temps d'arrivée des ondes élastiques, est effectuée.

Les fonctions de directivité fournissent les amplitudes des ondes planes générées et détectées dans un milieu semi-infini. Elles constituent ainsi un premier outil d'interprétation des signaux. Cependant, elles n'ont principalement été développées que pour une source linéique focalisée sur un milieu semi-infini isotrope et pour une génération thermoélastique confinée à la surface ou pour une génération en ablation. Le principe permettant leurs calculs sera tout d'abord explicité dans le paragraphe 4.1. Les fonctions seront généralisées aux générations considérant l'effet de la pénétration optique dans des milieux orthotropes lorsque la source est linéique et pour des milieux isotropes transverses lorsque la source est ponctuelle. Ensuite, le paragraphe 4.2 présentera succinctement la méthode d'identification du tenseur d'élasticité à partir de la synthèse de fronts plans. Elle sera adaptée dans les chapitres suivants (chapitres 5 et 6) à l'identification du tenseur d'élasticité à partir de la synthèse de fronts coniques.

## 4.1. Fonctions de directivité

Les fonctions de directivité permettent de visualiser la répartition angulaire d'énergie générée par une source et transportée par des ondes planes dans un milieu semi-infini. Elles constituent ainsi des outils très performants pour aider à l'interprétation des formes d'onde obtenues de manière numérique ou expérimentale. Elles ont été établies depuis de nombreuses années pour des sources thermoélastiques dipolaires et pour des générations en ablation dans des milieux isotropes. Miller et Pursey semblent être les premiers à s'y être intéressé [94]. Lord [95], puis Scruby *et al.* [13] utilisèrent ensuite le formalisme des fonctions de Green afin d'établir leurs expressions. D'autres résultats considérables furent aussi apportés par l'étude du rayonnement dans différents matériaux [96–100]. L'étude expérimentale des diagrammes de directivité pour des matériaux anisotropes et pour une source thermoélastique dipolaire fut apportée par Corbel *et al.* [101]. La diffusion thermique et l'effet de la pénétration optique furent considérés, plus tard, pour des milieux isotropes par Yuhai *et al.*, Yaping et Kononov [102–104]. L'ensemble de ces travaux ont considéré une source laser fixe. D'autres travaux ont étudiés, par contre, les diagrammes de directivité pour un réseau de sources [38] ou pour une source en mouvement [105]. Cependant aucune modélisation ne considère simultanément un milieu anisotrope et la prise en compte de la pénétration optique.

Les fonctions de directivité seront tout d'abord établies pour une source linéique orientée selon un axe principal d'un milieu orthotrope et pour un régime de génération considérant une force monopolaire d'orientation quelconque appliquée en surface (§ 4.1.1). Elles seront ensuite exprimées pour un régime de génération thermoélastique dipolaire (§ 4.1.1.3). Puis, leurs expressions seront étendues au régime d'ablation, et à une source considérant la pénétration optique du laser dans le matériau (§ 4.1.2). Puis, le cas des sources ponctuelles sera envisagé (§ 4.1.3). La largeur des sources sera enfin considérée au paragraphe 4.1.4.

### 4.1.1. Fonction de directivité pour une source linéique

Les fonctions de directivité vont tout d'abord être établies pour une source linéique avec un chargement monopolaire d'orientation quelconque dans un plan principal d'un matériau orthotrope. La méthode est inspirée de celle présentée dans la thèse de J.-D. Aussel [98] où les fonctions de directivité ont été établies pour des matériaux isotropes. Elles seront ensuite adaptées au calcul des fonctions de directivité pour une génération en ablation puis en régime thermoélastique dipolaire.

#### 4.1.1.1. Principe du calcul pour une source linéique monopolaire dont le chargement est d'orientation quelconque

Les diagrammes de directivité permettent de visualiser l'amplitude du déplacement lié à une onde plane générée dans un demi-espace. Elles sont établies pour chacune des polarisations en utilisant le théorème de réciprocité [106–108]. Celui-ci exprime que le produit scalaire entre le déplacement  $\mathbf{u}^1$  (produit par une force  $\mathbf{f}^1$ ) et la force  $\mathbf{f}^2$  est

égal au produit scalaire de  $\mathbf{f}^1$  avec le déplacement  $\mathbf{u}^2$  (engendré par  $\mathbf{f}^2$ ) :

$$\mathbf{u}^1 \cdot \mathbf{f}^2 = \mathbf{u}^2 \cdot \mathbf{f}^1 \quad (4.1)$$

La force  $\mathbf{f}^1$  et le déplacement  $\mathbf{u}^1$  sont tout d'abord considérés dans le problème direct, c'est-à-dire dans la configuration expérimentale. La force  $\mathbf{f}^2$  et le déplacement  $\mathbf{u}^2$  appartiennent quant à eux au problème réciproque.

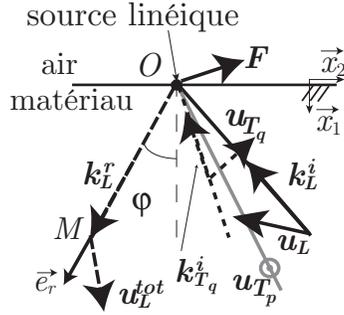
Le problème direct est illustré pour une onde de polarisation longitudinale. L'amplitude  $u_L^{tot}$  en  $M$  de l'onde générée par la force monopolaire  $\mathbf{F}$  appliquée au point  $O$ , un point situé à l'interface d'un milieu semi-infini, est maintenant recherchée. Cette amplitude correspond à la fonction de directivité de l'onde longitudinale. L'axe  $\vec{x}_1$  est normal à la surface qui est orientée selon  $\vec{x}_2$ . Un repère cylindrique  $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\varphi)$  est introduit en complément. La géométrie du problème est explicitée sur la figure 4.1. La fonction de directivité étant calculée au même point que celui d'application de la force, le point  $M$  est donc pris confondu avec  $O$ . Si cette force avait été appliquée dans un milieu infini, elle générerait des ondes planes dans toutes les directions avec des amplitudes proportionnelle au produit scalaire entre le vecteur de polarisation et la force. En ajoutant une interface, les ondes, dont les vecteurs d'onde ne sont pas orientés dans la direction du demi-espace où les ondes peuvent se propager, sont réfléchies à l'interface du milieu. Lorsque ces dernières se réfléchissent, elles donnent naissance à une onde de même polarisation et à des ondes de polarisations différentes. Ainsi, en présence d'une interface et dans une direction donnée, l'amplitude de l'onde plane qui est générée par la force est la somme de plusieurs contributions. La figure 4.1 illustre les différentes contributions à l'amplitude de l'onde longitudinale générée selon la direction  $\vec{e}_r$  dans un plan principal. La première contribution correspond à l'amplitude de l'onde directement générée. La seconde équivaut à celles des ondes qui se sont réfléchies sur l'interface. Par exemple, la seconde contribution de l'amplitude de l'onde longitudinale générée dans la direction  $\vec{e}_r$  correspond à la somme de l'amplitude de l'onde longitudinale réfléchie sans conversion de mode et de celles des ondes de polarisations transverses réfléchies en étant converties en onde longitudinale. En outre, les amplitudes des ondes réfléchies sont égales au produit de l'amplitude des ondes incidentes par le coefficient de réflexion. Pour résumer, l'amplitude  $u_L^{tot}$  est égale à :

$$u_L^{tot} = u_L^i + R_{LL}u_L^i + R_{LT_q}u_{T_q}^i + R_{LT_p}u_{T_p}^i \quad (4.2)$$

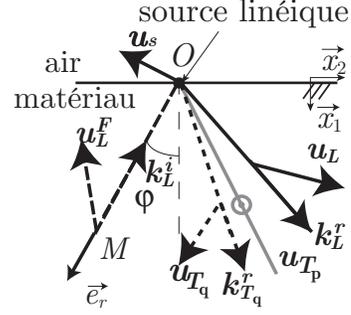
où  $u_L^i$ ,  $u_{T_q}^i$  et  $u_{T_p}^i$  correspondent aux amplitudes des ondes directement générées,  $R_{LL}$  est le coefficient de réflexion de l'onde longitudinale en onde longitudinale,  $R_{LT_q}$  le coefficient de réflexion de l'onde longitudinale en onde transverse de type  $T_q$ , et  $R_{LT_p}$  le coefficient de réflexion de l'onde longitudinale en onde transverse de type  $T_p$ .

Le problème réciproque considère une onde incidente d'amplitude  $u_L^F$ , assimilable à une force d'amplitude  $F$  appliquée en  $O$ . L'onde se réfléchit sur la surface libre en générant des ondes réfléchies de polarisations quelconques. Les amplitudes de ces ondes sont telles que la contrainte en surface soit nulle. Elles s'écrivent de manière générale :

$$\mathbf{u} = \underline{\mathbf{n}} U e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{O}M)} \quad (4.3)$$



**Fig. 4.1** : Problème direct : les différentes ondes générées par la force  $\mathbf{F}$  et associées à des vecteurs d'onde orientés en direction du demi-espace constitué d'air se réfléchissent à l'interface et se convertissent en onde longitudinale. L'amplitude de l'onde longitudinale se propageant dans le demi-espace du matériau est égale à la somme des amplitudes de l'onde longitudinale générée directement et des ondes réfléchies de même polarisation.



**Fig. 4.2** : Problème réciproque : une onde longitudinale incidente d'amplitude  $u_L^F$  se réfléchit à l'interface et génère des ondes réfléchies dont les amplitudes sont telles que la contrainte en surface soit nulle. De cette condition sont déduits les coefficients de réflexion. Le déplacement en surface généré par l'onde incidente vérifie  $\mathbf{u}_L^{tot} \cdot \mathbf{u}_L^F = \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{F}$  et permet d'établir la fonction de directivité de l'onde longitudinale.

avec  $\underline{n}$  le vecteur unitaire<sup>1</sup> portant la direction de polarisation,  $U$  l'amplitude et  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde associé. La géométrie du problème est explicitée sur la figure 4.2. L'angle d'incidence est noté  $\varphi$ . La propagation des ondes est décrite à travers l'équation de mouvement 1.2 (avec  $N = 0$  et  $T = 0$ ). Tous les vecteurs d'onde réfléchis ont même projection que le vecteur d'onde incident selon la direction  $\vec{x}_2$ . Par conséquent, la composante  $k_2$  des vecteurs d'onde sur la surface est identique pour toutes les ondes. De plus, pour une génération linéique ou une génération ponctuelle dans des matériaux à symétrie hexagonale, la symétrie du problème impose que la composante du vecteur d'onde orthogonale au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  soit nulle :  $k_3 = 0$ . L'onde incidente et les ondes réfléchies imposent un déplacement  $\mathbf{u}_s$  égal à la somme des amplitudes de chacune des ondes. D'après la symétrie liée à l'utilisation du principe de réciprocité<sup>2</sup>, le vecteur de polarisation de l'onde réfléchie du problème direct est de même direction mais de sens opposé au vecteur de polarisation incident du problème réciproque. Ensuite, puisque l'amplitude  $u_L^F$  de l'onde incidente du problème réciproque est égale à  $F$ , l'égalité  $\mathbf{u}_L^{tot} \cdot \mathbf{u}_L^F = \mathbf{u}_s \cdot \mathbf{F}$  est obtenue, c'est à dire :  $u_L^{tot} = \|\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{F}\|/F$ .

Le déplacement surfacique  $\mathbf{u}_s$  est calculé en déterminant en fonction de  $\varphi$  les vecteurs d'onde et les vecteurs de polarisation des ondes réfléchies associées à l'onde incidente. Cette étape est répétée pour tous les angles d'incidence  $\varphi$  compris entre  $-90^\circ$  et  $90^\circ$  et permet ainsi de déduire la fonction de directivité pour la polarisation de l'onde incidente.

Le principe du calcul des fonctions de directivité est maintenant introduit en considérant par exemple une onde longitudinale incidente  $L^i$ . Lorsque cette onde atteint la

<sup>1</sup>L'ensemble des vecteurs unitaires sont soulignés de manière à les différencier des autres vecteurs.

<sup>2</sup>Le principe de réciprocité ne s'applique que dans un plan principal.

surface, elle est réfléchiée en une autre onde longitudinale  $L^r$  et en deux ondes transverses  $T_q$  et  $T_p$ . Le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  du matériau étant principal, l'onde  $T_q$  désigne l'onde quasi-transverse lorsque le milieu est anisotrope ou l'onde transverse  $T$  lorsque le milieu est isotrope. L'onde  $T_p$  correspond à l'onde transverse pure lorsque le matériau est anisotrope, et à l'onde  $T$  lorsque le matériau est isotrope. Les déplacements associés à ces ondes s'écrivent :

$$\mathbf{u}^{L^i} = U^{L^i} \underline{\mathbf{n}}^{L^i} e^{j(\omega t - \mathbf{k}^{L^i} \cdot \mathbf{OM})} = U^{L^i} \underline{\mathbf{n}}^{L^i} e^{j(\omega t - k_1^{L^i} x_1 - k_2^{L^i} x_2)} \quad (4.4a)$$

$$\mathbf{u}^{L^r} = U^{L^r} \underline{\mathbf{n}}^{L^r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}^{L^r} \cdot \mathbf{OM})} = U^{L^r} \underline{\mathbf{n}}^{L^r} e^{j(\omega t - k_1^{L^r} x_1 - k_2^{L^r} x_2)} \quad (4.4b)$$

$$\mathbf{u}^{T_q^r} = U^{T_q^r} \underline{\mathbf{n}}^{T_q^r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}^{T_q^r} \cdot \mathbf{OM})} = U^{T_q^r} \underline{\mathbf{n}}^{T_q^r} e^{j(\omega t - k_1^{T_q^r} x_1 - k_2^{T_q^r} x_2)} \quad (4.4c)$$

$$\mathbf{u}^{T_p^r} = U^{T_p^r} \underline{\mathbf{n}}^{T_p^r} e^{j(\omega t - \mathbf{k}^{T_p^r} \cdot \mathbf{OM})} = U^{T_p^r} \underline{\mathbf{n}}^{T_p^r} e^{j(\omega t - k_1^{T_p^r} x_1 - k_2^{T_p^r} x_2)} \quad (4.4d)$$

où  $\mathbf{k}^{L^i}$ ,  $\mathbf{k}^{L^r}$ ,  $\mathbf{k}^{T_q^r}$  et  $\mathbf{k}^{T_p^r}$  sont respectivement les vecteurs d'onde longitudinaux incident et réfléchi, et les vecteurs d'onde des ondes transverses  $T_q$  et  $T_p$  réfléchis;  $U^{L^i}$ ,  $U^{L^r}$ ,  $U^{T_q^r}$  et  $U^{T_p^r}$  sont respectivement les amplitudes des ondes longitudinales incidente et réfléchiée, et transverses  $T_q$  et  $T_p$  réfléchies;  $\underline{\mathbf{n}}^{L^i}$ ,  $\underline{\mathbf{n}}^{L^r}$ ,  $\underline{\mathbf{n}}^{T_q^r}$  et  $\underline{\mathbf{n}}^{T_p^r}$  sont respectivement les vecteurs de polarisation unitaires des ondes longitudinales incidente et réfléchiée, et transverses  $T_q$  et  $T_p$  réfléchies. Dans ces équations, les amplitudes, les vecteurs de polarisation et les vecteurs d'onde sont les inconnues à déterminer. Les détails des calculs permettant leur résolution sont écrits dans l'annexe C.

#### 4.1.1.2. Fonction de directivité pour une source linéique monopolaire dont le chargement est d'orientation quelconque

L'ensemble des considérations présentées dans le paragraphe précédent et dans l'annexe C mène à l'écriture des fonctions de directivité d'une source monopolaire d'orientation quelconque et d'amplitude unitaire :

$$\begin{aligned} f_L(\varphi) &= (\underline{\mathbf{n}}^L(\varphi) + R_{LL}(\varphi) \underline{\mathbf{n}}^L(\varphi) + R_{LT_q}(\varphi) \underline{\mathbf{n}}^{T_q}(\varphi)) \cdot \underline{\mathbf{F}} \\ f_{T_q}(\varphi) &= (\underline{\mathbf{n}}^{T_q}(\varphi) + R_{T_q L}(\varphi) \underline{\mathbf{n}}^L(\varphi) + R_{T_q T_q}(\varphi) \underline{\mathbf{n}}^{T_q}(\varphi)) \cdot \underline{\mathbf{F}} \\ f_{T_p}(\varphi) &= 2F_3 \end{aligned} \quad (4.5)$$

où  $f_L$ ,  $f_{T_q}$  et  $f_{T_p}$  sont les fonctions de directivité des ondes quasi-longitudinale, quasi-transverse, et transverse pure.  $R_{LL}$ ,  $R_{LT_q}$ ,  $R_{T_q L}$  et  $R_{T_q T_q}$  correspondent aux coefficients de réflexion de l'onde notée en premier indice en l'onde notée en deuxième indice.  $F_3$  est la composante selon  $\vec{x}_3$  de la force linéique  $\underline{\mathbf{F}}$ . Puisque la source linéique est parallèle à  $\vec{x}_3$ , la composante  $F_3$  est nulle. Par conséquent, la fonction de directivité de l'onde  $T_p$  est également nulle, quelle que soit l'orientation de la force.

#### 4.1.1.3. Calcul des fonctions de directivité pour une source linéique en régime thermoélastique dipolaire

La génération thermoélastique dipolaire est maintenant considérée. Elle est modélisée par une force dipolaire orientée selon la surface ( $\vec{x}_2$ ). Cette dernière est équivalente à

la dérivée selon  $x_2$  d'une force monopolaire orientée selon  $\vec{x}_2$ . Le principe de réciprocité étant linéaire, la fonction de directivité d'une source dipolaire est obtenue en dérivant celle associée à une source monopolaire. On obtient ainsi les expressions suivantes pour les fonctions de directivité de l'onde quasi-longitudinale et quasi-transverse :

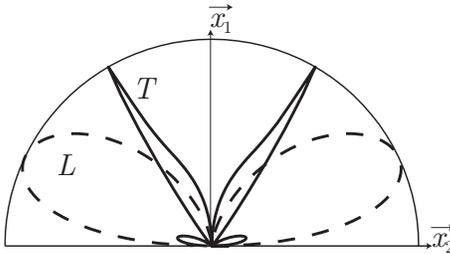
$$\begin{aligned} f_L(\varphi) &= k_2(\varphi) \left( \underline{n}_2^L(\varphi) + R_{LL}(\varphi) \underline{n}_2^L(\varphi) + R_{LT_q}(\varphi) \underline{n}_2^{T_q}(\varphi) \right) \\ f_{T_q}(\varphi) &= k_2(\varphi) \left( -\underline{n}_2^{T_q}(\varphi) + R_{T_qL}(\varphi) \underline{n}_2^L(\varphi) + R_{T_qT_q}(\varphi) \underline{n}_2^{T_q}(\varphi) \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

### Application à des matériaux isotropes et orthotropes

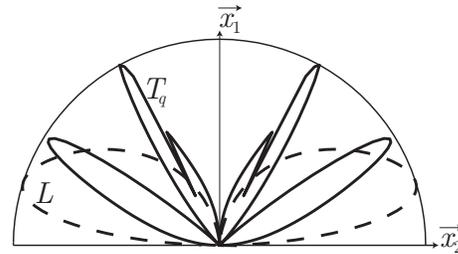
Les figures 4.3 et 4.4 représentent les diagrammes de directivité normalisés des ondes quasi-longitudinales et quasi-transverses obtenus pour des matériaux appartenant à deux classes de symétrie cristalline différentes. La première classe est celle des matériaux isotropes. L'aluminium, dont les propriétés sont référencées dans le tableau 1.1, est utilisé de façon à pouvoir comparer avec les résultats de la littérature. La deuxième classe est celle des matériaux anisotropes. Les constantes données dans le tableau 4.1 correspondent à celles d'un monocristal de cuivre, dont le système cristallin est cubique. Il est précisé que les diagrammes sont normalisés.

**Tab. 4.1 :** Constantes du cristal de cuivre cubique

$C_{11}$ (GPa)	$C_{12}$ (GPa)	$C_{44}$ (GPa)	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> )
170	123	75.5	8.9



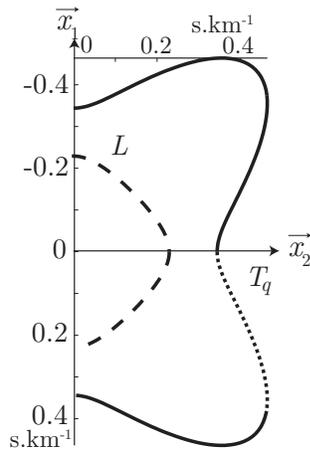
**Fig. 4.3 :** Diagrammes de directivité pour les ondes longitudinales ( $L$  : ligne hachurée) et transverses ( $T$  : ligne continue) pour de l'aluminium (isotrope).



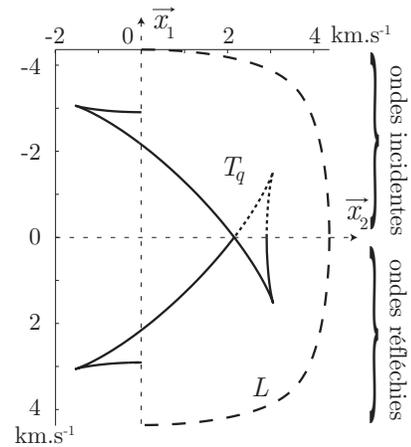
**Fig. 4.4 :** Diagrammes de directivité pour les ondes quasi-longitudinales ( $L$ ) et quasi-transverses ( $T_q$ ) pour un cristal de cuivre (anisotrope).

Lorsque les propriétés d'élasticité des matériaux sont isotropes, l'énergie se propage dans la même direction que les vecteurs d'onde [55]. Par conséquent, les diagrammes de directivité renseignent directement sur l'amplitude des ondes. Par contre, lorsqu'ils sont associés à des matériaux anisotropes, leurs interprétations nécessitent de considérer

les directions de propagation de l'énergie liées aux vecteurs d'onde. La figure 4.5 représente alors les sections des surfaces des lenteurs associées aux ondes de volume pour le cristal de cuivre dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . Seule la partie correspondant aux composantes surfaciques positives des vecteurs d'onde a été prise en compte, l'autre partie étant symétrique. Les courbes des vitesses de groupe, présentées sur la figure 4.6, sont déduites à partir des courbes des lenteurs [55]. Il est donc possible d'associer, à chaque vecteur d'onde, la direction de propagation de l'énergie. La figure 4.7 représente ainsi les amplitudes des vecteurs de polarisation en fonction des directions de propagation de l'énergie. Les vecteurs d'onde choisis pour obtenir cette figure sont tels que les directions de propagation de l'énergie associées aux ondes incidentes soient orientées en direction de l'interface. Par exemple, les vecteurs d'onde quasi-transverses tracés en pointillé sur la figure 4.5 sont associés aux ondes incidentes car la vitesse de groupe est orientée vers le demi espace constitué du matériau même si les vecteurs d'onde ne le sont pas. Les courbes en pointillés sur les figures 4.6 et 4.7 correspondent à ces vecteurs d'onde. Ensuite, les courbes du diagramme de directivité des ondes quasi-transverses se croisent. Plusieurs ondes se propagent ainsi dans la même direction mais avec des amplitudes différentes. Les diagrammes de directivité exprimés en fonction de l'angle des vitesses de groupe permettent alors de rendre compte de l'arrivée multiple des ondes quasi-transverses.

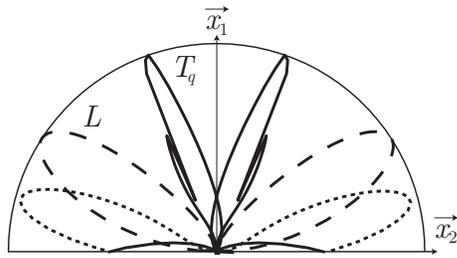


**Fig. 4.5 :** Lenteurs de phase du cristal de cuivre de l'onde quasi-transverse (ligne continue + ligne pointillée) et de l'onde quasi-longitudinale (ligne hachurée). La partie pointillée représente les lenteurs qui ne doivent pas être considérées dans le calcul des diagrammes de directivité, puisque l'énergie associée aux ondes incidentes ne se propage pas en direction de la surface.

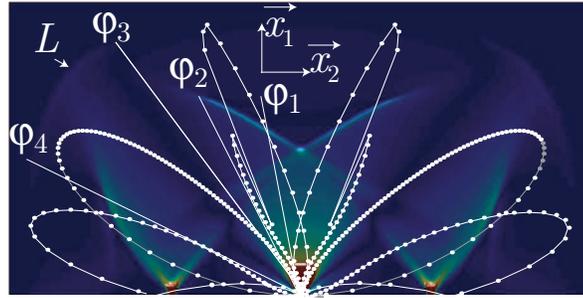


**Fig. 4.6 :** Vitesses de groupe du cristal de cuivre associées aux lenteurs de phase ci-contre.

La figure 4.8 représente l'amplitude des déplacements à l'intérieur d'une plaque de cuivre à un temps donné. Ces amplitudes sont obtenues par simulations et sont pro-



**Fig. 4.7 :** Diagrammes de directivité pour les ondes quasi-longitudinales ( $L$  lignes hachurées) et quasi-transverses ( $T_q$  lignes pointillées et lignes continues) pour un cristal de cuivre en fonction des angles des vitesses de groupe pour des valeurs de  $k_1$  telles que l'énergie se propage en direction du demi-espace.



**Fig. 4.8 :** Amplitudes des déplacements à l'intérieur d'une plaque de cuivre à un temps donné et diagrammes de directivité. Les amplitudes sont obtenues par simulations et sont proportionnelles à la chaleur des couleurs. La source thermoélastique dipolaire est située à la base des diagrammes de directivité. Les bords supérieur et inférieur de la figure correspondent aux surfaces de la plaque.

proportionnelles à la chaleur des couleurs. (La couleur bleue correspond aux plus petites amplitudes et la couleur rouge aux plus grandes). La source thermoélastique dipolaire est située à la base des diagrammes de directivité qui ont été superposés. Les bords supérieur et inférieur de la figure correspondent donc aux surfaces de la plaque et le plan dans lequel les ondes se propagent est un plan principal. Les diagrammes de directivité sont les mêmes que ceux de la figure 4.7. Ils ont été obtenus pour un pas angulaire en phase ( $\varphi$ ) constant. Lorsque les diagrammes de directivité sont exprimés en fonction de l'angle de groupe la densité de points par secteur angulaire n'est plus constante (cf. figure 4.8). L'accord entre les amplitudes des ondes données par les simulations et les diagrammes de directivité est parfait. Les cuspidés<sup>1</sup> des ondes quasi-transverses sont en partie visibles sur les simulations. Une des branches est en effet d'amplitude nulle. Cette observation est en accord avec les diagrammes de directivité de l'onde quasi-transverse, puisque ces derniers ne permettent de déterminer que deux amplitudes dans la direction  $\varphi_1$ . La direction  $\varphi_2$  correspond à l'extrémité de la cuspidé où la densité d'énergie, proportionnelle à la densité angulaire de points sur les diagrammes de directivité, est très importante. Les mêmes remarques peuvent être formulées pour les lobes des diagrammes de directivité des ondes quasi-transverses associées aux cuspidés se propageant le long de la surface. Il est rappelé que les diagrammes sont normalisés mais l'amplitude des ondes quasi-longitudinales est en fait beaucoup plus petite que celle des ondes transverses. Les ondes quasi-longitudinales ne rayonnent de l'énergie que dans un petit secteur angulaire. En raison de la densité d'énergie seuls les déplacements compris entre les angles  $\varphi_3$  et

<sup>1</sup>Les cuspidés ressemblent généralement à des triangles et sont la conséquence du changement de convexité des courbes des lenteurs des ondes quasi-transverses. Une moitié de cuspidé est représentée sur la figure 4.6 en trait pointillé.

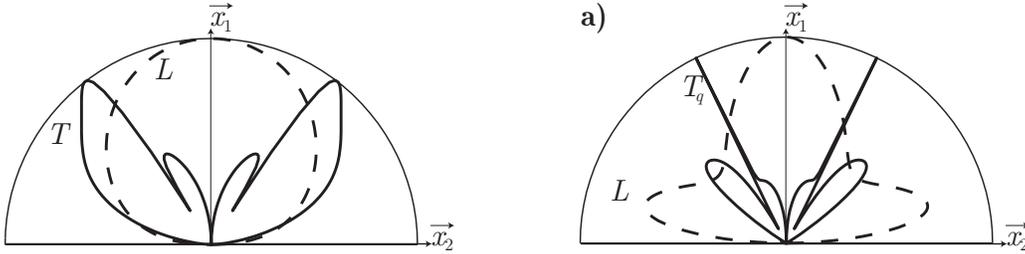
$\varphi_4$  sont visibles.

#### 4.1.1.4. Fonctions de directivité pour une source linéique en régime d'ablation

Les fonctions de directivité en régime d'ablation sont déduites de la formulation générale de l'équation 4.5 en considérant une force normale à la surface :

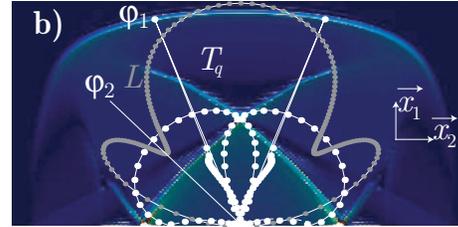
$$\begin{aligned} f_L &= \underline{n}_1^L + R_{LL}\underline{n}_1^L + R_{LT_q}\underline{n}_1^{T_q} \\ f_{T_q} &= \underline{n}_1^{T_q} + R_{T_qL}\underline{n}_1^L + R_{T_qT_q}\underline{n}_1^{T_q} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Les diagrammes associés à ces fonctions sont représentés sur la figure 4.9 pour un milieu semi-infini constitué d'aluminium et sur les figures 4.10 (a) et (b) pour un cristal de cuivre. En comparant les figures 4.9 et 4.3, il apparaît que les ondes longitudinales et transverses sont moins directives lorsque la génération est effectuée en ablation. L'onde longitudinale est notamment générée avec une grande amplitude dans la direction normale à la surface. Les diagrammes de directivité pour un cristal de cuivre sont représentés sur la figure 4.10a en fonction de l'angle des vitesses de phase, et en fonction de l'angle des vitesses de groupe sur la figure 4.10b. Il est très important de reconsidérer les diagrammes de directivité en fonction des vitesses de groupe puisqu'ils permettent de prévoir la propagation d'ondes transverses dans la direction  $\vec{x}_1$ . Ceci n'est en effet pas visible sur la figure 4.10a. Il est aussi très important de tenir compte de la densité d'énergie (cf. fig. 4.10b) qui est très importante autour de l'angle  $\varphi_2$  et qui compense la réduction en amplitude des ondes.



**Fig. 4.9** : Diagrammes de directivité pour de l'aluminium en régime d'ablation.

**Fig. 4.10** : Diagrammes de directivité pour un cristal de cuivre en régime d'ablation, **a)** en fonction de l'angle de phase, **b)** Amplitudes des déplacements à l'intérieur d'une plaque de cuivre à un temps donné et diagrammes de directivité en fonction de l'angle de groupe.



L'accord entre les amplitudes données par les simulations et les diagrammes de directivité est très bon. Pour la direction associée à l'angle  $\varphi_1$ , trois amplitudes peuvent être

déterminées par les diagrammes de directivité. Les deux branches de la cuspidés sont effectivement visibles sur un petit secteur angulaire. Cependant, les vitesses des ondes quasi-transverses étant proches dans ce secteur, les ondes sont difficiles à distinguer.

#### 4.1.2. Fonctions de directivité d'une source linéique tenant compte de l'effet de la pénétration optique

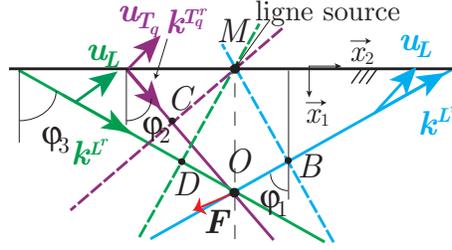
Les signaux obtenus pour des épaisseurs de plus en plus petites d'un même matériau ne présentent pas les mêmes formes d'onde en raison de l'influence croissante de la pénétration optique. Ainsi, afin de comprendre les formes d'onde relatives à des échantillons transparents ou semi-transparents, l'effet de la pénétration optique sur la génération des ondes de volume est maintenant analysé.

L'équation du mouvement 1.2 (avec  $N = 0$  et  $T$  constant), qui permet de rendre compte de cet effet, peut être résolue en considérant une décomposition des déplacements sur l'espace de Fourier. Comme au chapitre 1.2, la solution s'écrit comme la somme d'une solution homogène et d'une solution particulière reliée au terme source  $\bar{\lambda} \cdot \nabla_s(T)$ . De plus le milieu était considéré semi-infini du point de vue thermique. La solution particulière du problème ne considérant qu'un espace semi-infini est donc égale à celle de l'équation 1.20 (avec  $N = 0$ ). La contrainte, calculée d'après l'expression des déplacements, est, elle aussi, décomposée en une contrainte homogène  $\sigma^h$  (issue de la solution homogène en déplacement) et en une contrainte particulière  $\sigma^p$  (issue de la solution particulière en déplacement). Les trois composantes de la contrainte particulière surfacique constituent les trois composantes de la force à considérer dans le calcul des fonctions de directivité :

$$\begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}^p \\ \sigma_{12}^p \\ \sigma_{13}^p \end{pmatrix} dS = \begin{pmatrix} \beta C_{11} \tilde{u}_1^p + j k_2 C_{12} \tilde{u}_2^p + \lambda_1 T_0 \\ k_2 \tilde{u}_1^p - j \beta \tilde{u}_2^p \\ 0 \end{pmatrix} dS, \quad (4.8)$$

$$\text{avec } \tilde{\mathbf{u}}^p = \frac{T_0}{P^2 + WL} \begin{pmatrix} -\lambda_1 W \beta - \lambda_2 k_2 P \\ j(\lambda_1 P \beta - \lambda_2 k_2 L) \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} L = -k_2^2 C_{66} + \rho \omega^2 + \beta^2 C_{11} \\ P = \beta k_2 (C_{12} + C_{66}) \\ W = -k_2^2 C_{22} + \rho \omega^2 + \beta^2 C_{66} \end{cases},$$

$T_0 = (\beta I)/(\rho C_p)$  et  $dS$  un élément de surface pris dans la suite égale à 1. Puisque ces composantes dépendent de la solution particulière des déplacements, et des composantes des vecteurs d'onde,  $k_1(\varphi)$  et  $k_2(\varphi)$ , eux-mêmes fonctions de  $\varphi$ , la force à considérer n'est plus orientée seulement dans une seule direction comme dans les cas précédents. Elle devient de plus une variable de  $\omega$ . Il est important de remarquer que la force est exprimée dans l'espace transformé de la direction  $\vec{x}_2$ , et dans l'espace usuel pour la variable  $x_1$ . L'amplitude, au point  $O$ , de l'onde longitudinale incidente, est choisie égale à  $F'$ , où  $F' = \beta F e^{-\beta x_1}$ . En effet, de façon à tenir compte de l'aspect volumique de la source, c'est-à-dire d'une génération en profondeur [19], plusieurs ondes longitudinales incidentes vont être prises en compte. Chacune ayant une amplitude proportionnelle à l'énergie déposée. L'enfouissement de la source dans la profondeur implique que les ondes incidentes, ainsi que les ondes réfléchies au point  $M$  et associées à chacune des ondes incidentes, sont déphasées au point  $O$ . Les déphasages pour une seule onde incidente sont représentés sur la figure 4.11.



**Fig. 4.11** : Onde longitudinale incidente (en bleu) et ondes réfléchies (longitudinale en vert et transverse en violet) au point  $M$  pour une génération en profondeur. La force  $\underline{F}$  est appliquée en  $O$  et la fonction de directivité est calculée en  $M$ . Les droites continues représentent la direction des vecteurs d'onde et les droites hachurées les plans de phase. Les différences de phase entre le point  $M$  et le point  $O$  de l'onde longitudinale incidente, réfléchie et transverse réfléchie, sont respectivement représentées par les distances  $BO$ ,  $DO$  et  $CO$ .

On rappelle que l'amplitude de l'onde incidente est calculée à partir des composantes de la contrainte surfacique issue de la solution particulière des déplacements. Par contre, la surface est toujours supposée libre, et, la contrainte issue de la solution homogène des déplacements est toujours imposée nulle à la surface et s'écrit de la même manière que l'équation C.5. Sa résolution ne permet cependant plus de simplifier les termes de phase :  $e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{M}\mathbf{O})}$ . En effet, ceux-ci s'écrivent, avec les notations indiquées sur la figure 4.11 :  $\mathbf{k}^{L^i} \cdot \mathbf{M}\mathbf{O} = -k^{L^i} (\cos \varphi_1 x_1^O) = -k_1^{L^i} x_1^O$  pour l'onde incidente, et,  $\mathbf{k}^r \cdot \mathbf{M}\mathbf{O} = k_1^r x_1^O$  pour les ondes réfléchies. En choisissant de conserver les expressions des coefficients de réflexion, la fonction de directivité d'une onde longitudinale associée à une force enfouie s'écrit :

$$f(\varphi, x_1^O) = \left( \underline{\mathbf{n}}^L e^{-jk_1^{L^i} x_1^O} + R_{LL} \underline{\mathbf{n}}^L e^{jk_1^{L^i} x_1^O} + R_{LT_q} e^{jk_1^{T_q} x_1^O} \underline{\mathbf{n}}^{T_q} \right) \cdot \underline{\mathbf{F}}' \quad (4.9)$$

L'effet de la pénétration optique est ensuite modélisé comme une multitude de sources enfouies sur l'axe  $(M, \vec{x}_1)$  d'amplitude  $\beta e^{-\beta x_1^O}$  de façon à conserver l'énergie déposée dans toute la profondeur. La fonction de directivité de l'ensemble de ces sources s'écrit alors :

$$\begin{aligned} f(\varphi) &= \int_0^{+\infty} f(\varphi, x_1^O) dx_1^O \\ &= \int_0^{+\infty} \beta e^{-\beta x_1^O} \left( \underline{\mathbf{n}}^L e^{-jk_1^{L^i} x_1^O} + R_{LL} \underline{\mathbf{n}}^L e^{jk_1^{L^i} x_1^O} + R_{LT_q} e^{jk_1^{T_q} x_1^O} \underline{\mathbf{n}}^{T_q} \right) \cdot \underline{\mathbf{F}} dx_1^O \\ &= \beta \left( \frac{\underline{\mathbf{n}}^L}{-\beta - jk_1^{L^i}} + \frac{R_{LL} \underline{\mathbf{n}}^L}{-\beta + jk_1^{L^i}} + \frac{R_{LT_q} \underline{\mathbf{n}}^{T_q}}{-\beta + jk_1^{T_q}} \right) \cdot \underline{\mathbf{F}}, \end{aligned} \quad (4.10)$$

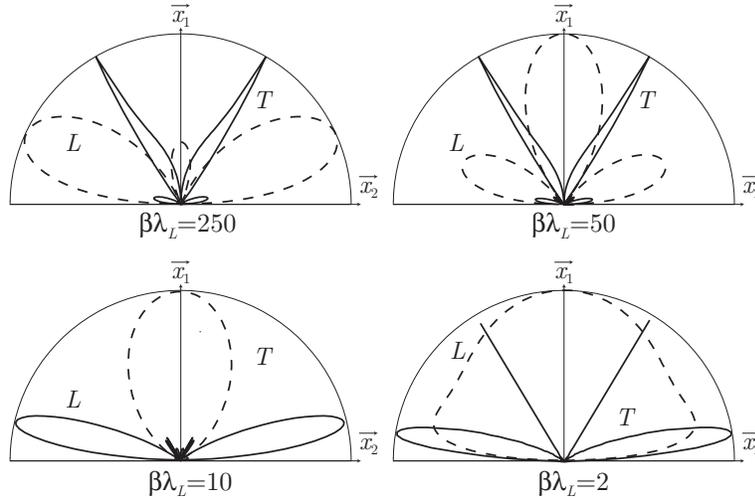
Ce résultat pouvait, par ailleurs, être établi d'une autre manière. La solution de l'équation 1.2 (avec  $N = 0$  et  $T$  constant), pour une longueur de pénétration infiniment petite, est égale à la solution de l'équation C.5 couplée à une force dipolaire en surface. Elle

correspond, par conséquent, à la réponse impulsionnelle du problème. En convoluant cette réponse en déplacement par le profil spatial de la source, et en la subsituant dans la fonction de directivité de l'onde longitudinale pour une source monopolaire d'orientation quelconque (éq. 4.5), le résultat aurait été identique à celui de l'équation 4.10. En effet la transformée de Fourier de la répartition d'énergie est égale à  $\mathcal{F}(\beta e^{-\beta x_1} H_v(x_1)) = \frac{-\beta}{-\beta + jk_1}$ , où  $H_v$  est la fonction Heaviside.

En tenant compte de la différence de signe entre les vecteurs d'onde incident et réfléchi sans conversion de polarisation, les fonctions de directivité des ondes longitudinales et transverses s'écrivent, pour une génération tenant compte de l'effet de la pénétration optique :

$$f_L = \beta \left( \frac{\underline{\mathbf{n}}^{Lr}}{-\beta + jk_1^{Lr}} + \frac{R_{LL}\underline{\mathbf{n}}^{Lr}}{-\beta + jk_1^{Lr}} + \frac{R_{LT_q}\underline{\mathbf{n}}^{Tq}}{-\beta + jk_1^{Tq}} \right) \cdot \underline{\mathbf{F}} \quad (4.11a)$$

$$f_{T_q} = \beta \left( \frac{-\underline{\mathbf{n}}^{Tq}}{-\beta + jk_1^{Tq}} + R_{T_qL} \frac{\underline{\mathbf{n}}^{Lr}}{-\beta + jk_1^{Lr}} + R_{T_qT_q} \frac{\underline{\mathbf{n}}^{Tq}}{-\beta + jk_1^{Tq}} \right) \cdot \underline{\mathbf{F}} \quad (4.11b)$$



**Fig. 4.12 :** Diagrammes de directivité pour de l'aluminium en régime thermoélastique tenant compte de l'effet de la pénétration optique pour plusieurs produits  $\beta\lambda_L$ .

Puisque les fonctions de directivité sont sensibles à  $\omega$ , notamment au travers des sommes  $-\beta + jk_1^m$ , où  $m \in \{L^r, T_q^r\}$ , les diagrammes de directivité, tracés pour les propriétés d'élasticité et optiques de l'aluminium sur la figure 4.12, ne sont représentatifs de la répartition d'énergie que pour une fréquence. Les longueurs d'onde des ondes acoustiques étant également dépendantes de la fréquence, on choisit d'exprimer les conditions d'obtention des figures en fonction du produit  $\beta\lambda_L$ , où  $\lambda_L$  est la longueur d'onde de l'onde longitudinale. Lorsque le produit est très grand, les diagrammes correspondent à ceux qui sont obtenus pour un régime thermoélastique dipolaire ( $\beta = \infty$  correspond à

une longueur de pénétration optique nulle). En diminuant ce produit, on note l'apparition<sup>1</sup> d'un lobe dans la direction  $\vec{x}_1$  pour l'onde longitudinale. Celui-ci s'explique par le fait que la force selon  $\vec{x}_1$  n'est plus nulle. En augmentant encore, l'amplitude des ondes dans la direction  $\vec{x}_1$  se réduit de manière à favoriser la génération dans la direction  $\vec{x}_2$ . On note aussi une multiplication des lobes de l'onde transverse autour de la direction  $\vec{x}_1$ . L'amplitude de l'onde transverse selon  $30^\circ$  n'est pas expliquée. Le comportement asymptotique des diagrammes lorsque le produit devient nul correspond à une génération des ondes selon  $\vec{x}_2$  seulement. Les résultats sont similaires pour les matériaux anisotropes.

### 4.1.3. Fonctions de directivité pour une source ponctuelle

La méthode, consistant à réécrire le problème en coordonnées cylindriques et à décomposer sur les fonctions de Hankel, c'est-à-dire sur des ondes cylindriques, est la méthode la plus utilisée pour établir l'expression des fonctions de directivité pour une source ponctuelle [94].

Lorsque le matériau est isotrope transverse, les résultats donnés au paragraphe 3.2 et notamment ceux exprimés dans l'équation 3.13, où il est montré qu'il y a égalité entre le noyau associé à une source linéique et celui associé à une source ponctuelle, permettent de calculer les fonctions de directivité associées à une génération ponctuelle à partir de celles associées à une génération linéique. L'ensemble des matériaux, qui seront étudiés aux chapitres 5 et 6, vérifieront cette hypothèse. Par conséquent, les fonctions de directivité d'une source ponctuelle ne sont calculées que pour ce système de symétrie cristalline.

L'équation 3.10 donne l'expression des déplacements générés par une source ponctuelle et exprimés en fonction des déplacements calculés pour une source linéique dans le domaine de Fourier. En utilisant les propriétés de linéarité, l'expression de l'onde longitudinale incidente, générée par une source ponctuelle, et exprimée en fonction de l'onde longitudinale calculée pour une source linéique, s'écrit :

$$\mathbf{u}_{cyl}^{L^i} = U^{L^i} \begin{bmatrix} n_2^{L^i} & \vec{e}_r \\ 0 & \vec{e}_\theta \\ n_1^{L^i} & \vec{x}_1 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

où  $U^{L^i}$ ,  $n_1^{L^i}$  et  $n_2^{L^i}$  correspondent respectivement à l'amplitude de l'onde et aux composantes du vecteur de polarisation unitaire selon les axes  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ , calculées pour une source linéique et pour l'onde longitudinale incidente. Les directions  $\vec{e}_r$ ,  $\vec{e}_\theta$  et  $\vec{x}_1$  sont celles qui sont définies au paragraphe 3.2 et qui ont été représentées sur la figure 3.2. L'équation 4.12 montre que les amplitudes des ondes sont, dans le domaine des transformées, invariantes entre une génération ponctuelle ou linéique.

Cette transformation est maintenant appliquée à toutes les polarisations. Les coefficients de réflexion sont calculés de la même manière que précédemment. Puisque l'amplitude de chacune des ondes générées par une source linéique est :  $u_{cyl}^{L^i} = U^{L^i}$ , les coef-

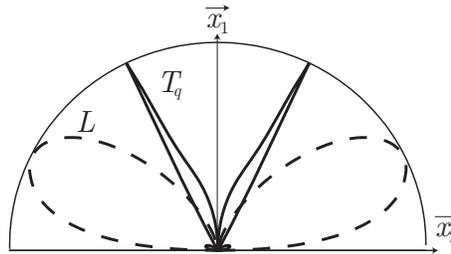
<sup>1</sup>Les autres lobes ne diminuent pas en amplitude, l'impression provient de la normalisation des diagrammes.

ficients de réflexion restent inchangés. Les expressions des fonctions de directivité d'une source ponctuelle sont donc égales à celles d'une source linéique, c'est-à-dire qu'elles sont respectivement calculées à partir des équations 4.7, 4.6 et 4.11, en régime d'ablation, thermoélastique quadripolaire et pour une génération thermoélastique considérant l'effet de la pénétration optique.

Les diagrammes de directivité pour de l'aluminium et du cuivre sont tracés sur les figures 4.3 et 4.13 pour le régime de génération thermoélastique. Les constantes d'élasticité du cristal de cuivre ont été modifiées pour représenter celles d'un échantillon polycristallin de cuivre isotrope transverse. Les constantes d'élasticité, obtenues en faisant la moyenne arithmétique des moyennes obtenues pour chacun des modèles de Voigt et de Reuss [109], sont données dans le tableau 4.2.

**Tab. 4.2 :** Constantes du cuivre polycristallin isotrope transverse

$C_{11}$ (GPa)	$C_{22}$ (GPa)	$C_{23}$ (GPa)	$C_{66}$ (GPa)	$C_{13}$ (GPa)	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> )
238	213	107	36	87.5	8.9



**Fig. 4.13 :** Diagramme de directivité dans du cuivre polycristallin hexagonal en régime thermoélastique quadripolaire pour une génération ponctuelle (en fonction de l'angle des vitesses de phase).

Il est à noter que le noyau de Green d'une source volumique est obtenu en multipliant le noyau de Green correspondant à une source impulsionnelle en espace par (i) la transformation de Fourier du profil spatial de la source dans la direction de la profondeur  $\vec{x}_1$  et par (ii) une transformée de Hankel du profil spatial de la source dans la direction  $\vec{x}_2$ . Les fonctions de directivité considérant la pénétration optique d'une source ponctuelle sont donc égales à celles d'une source linéique considérant le même effet (éq. 4.11). Par contre, lorsque les fonctions de directivité sont associées à des sources étendues en surface, c'est-à-dire de profil rectiligne ou circulaire, leurs expressions analytiques diffèrent.

#### 4.1.4. Fonctions de directivité de sources rectilignes et circulaires

Jusqu'à présent, l'amplitude des déplacements était donnée pour une génération linéique dont la largeur de la source est définie par la distribution de Dirac spatiale dans

la direction  $\vec{x}_2 : \delta(x_2)$  ou pour une génération ponctuelle dont le profil surfacique est représenté par le produit  $\delta(x_2)\delta(x_3)$ . L'effet de la largeur des sources dans la direction  $\vec{x}_2$  sur les fonctions de directivité est traitée de la même manière que lorsque l'effet de la pénétration optique est pris en compte, c'est-à-dire en convoluant les déplacements relatifs à la réponse impulsionnelle avec le profil spatial de la source dans la direction  $\vec{x}_2$ .

Puisque les fonctions de directivité d'une source linéique sont établies dans le domaine de Fourier, l'opération de convolution est transformée en une multiplication. Lorsque le profil spatial de la source est représenté par une gaussienne, la transformée de Fourier de ce profil spatial est aussi une gaussienne. Enfin, puisque la composante  $k_2$  du vecteur d'onde sur la surface est la même pour toutes les polarisations, les fonctions de directivité des sources rectilignes à section gaussienne ( $f_{a_0}(\varphi)$ ) s'écrivent simplement en fonction des fonctions de directivité représentant une source linéique  $f(\varphi)$  (éq. 4.11) :

$$f_{a_0}(\varphi) = f(\varphi)e^{\frac{-a_0^2 k_2^2}{2}} \quad (4.13)$$

où  $a_0 = a/(2\sqrt{2\ln 2})$  avec  $a$  la largeur à mi-hauteur de la gaussienne.

Lorsque le profil spatial de la source est représenté par une fonction porte  $\Pi_a(x_2)$  centrée en  $x_2 = 0$  et de largeur  $a$ , les fonctions de directivité des sources rectilignes de section porte s'écrivent :

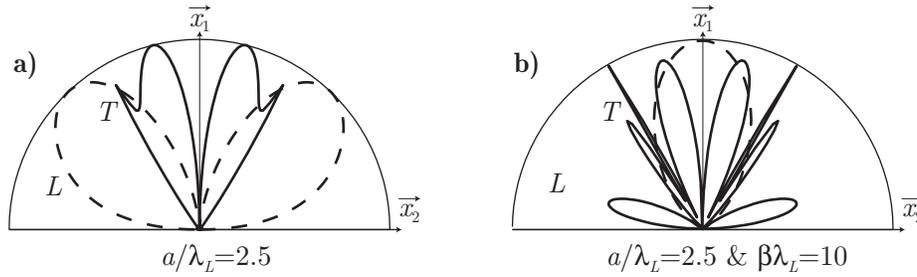
$$f_{\Pi}(\varphi) = f(\varphi) \frac{2 \sin(k_2 a)}{k_2 a} \quad (4.14)$$

Les fonctions de directivité d'une source circulaire sont obtenues en effectuant la transformée de Hankel du profil spatial de la contrainte surfacique. Cependant, l'ordre de la transformée n'est pas le même selon la composante de la force considérée. En effet, d'après l'équation 3.13, une transformée de Hankel d'ordre 0 du profil spatial de la source doit être effectuée pour la composante selon  $\vec{x}_1$ , et une transformée de Hankel d'ordre 1 pour la composante selon  $\vec{e}_{r'}$ . La force à considérer dans l'équation 4.11 doit donc être remplacée par

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_1(F_2)\vec{e}_{r'} \\ \mathcal{H}_0(F_1)\vec{x}_1 \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

Les transformées de Hankel d'ordre 0 et 1 d'une gaussienne et d'une fonction porte sont données en annexe D (cf. éq. D.3 et D.5).

On retrouve ainsi les expressions données par Miller et Pursey [94] lorsque la source est rectiligne, en régime d'ablation et en régime thermoélastique, et lorsque la source est circulaire en régime d'ablation pour un matériau isotrope. Cependant, leur article ne présente pas de résultats considérant une source circulaire en régime thermoélastique. Le terme correctif permettant de considérer la largeur d'une source circulaire en régime thermoélastique (éq. D.5) n'a pas été retrouvé dans la littérature. Il est même différent de celui proposé par Aussel [98]. Néanmoins, il semble que ce dernier ait seulement réutilisé pour le régime thermoélastique le terme calculé par Miller et Pursey en régime d'ablation. Aucune expérience n'ayant été menée pour confronter nos affirmations, la validation du terme correctif est donc proposé comme une perspective à de futurs travaux.



**Fig. 4.14 :** **a)** Diagramme de directivité dans l'aluminium en régime thermoélastique quadripolaire pour une génération circulaire ( $a/\lambda_L = 2.5$ ). **b)** Diagramme de directivité dans l'aluminium en régime thermoélastique et en tenant compte de la pénétration optique pour une génération rectiligne ( $a/\lambda_L = 2.5$  et  $\beta\lambda_L = 10$ ).

La figure 4.14a représente les diagrammes de directivité, en régime thermoélastique (sans tenir compte de l'effet de la pénétration optique) pour l'aluminium, et calculés avec des sources circulaires de profil spatial modélisé par une gaussienne. Le rapport de la largeur à mi-hauteur de la gaussienne sur la longueur d'onde de l'onde longitudinale est décrit par :  $a/\lambda_L = 2.5$ . Il apparaît que les diagrammes sont beaucoup plus directifs dans la direction  $\vec{x}_1$  que ceux calculés pour une source ponctuelle. L'effet de la largeur de la source sur les diagrammes de directivité peut être vu comme une fenêtre limitée en  $\vec{x}_2$ , qui diminuerait l'amplitude des ondes de vecteur d'onde ayant une composante selon  $\vec{x}_2$  importante. Le comportement asymptotique correspond à une génération des seuls vecteurs d'onde orientés selon  $\vec{x}_1$ .

À l'opposé, l'effet de la pénétration optique du laser dans le matériau produit une réduction de l'amplitude des ondes dont les vecteurs d'ondes sont principalement orientés dans la direction  $\vec{x}_1$ . Les deux effets, celui de la pénétration optique et celui de la largeur des sources en surface, ont donc tendance à se compenser pour certaines conditions portant sur les valeurs de  $\omega$ ,  $a$  et  $\beta$  (cf. fig. 4.14b). Néanmoins, en raison de la différence de profil spatial des sources dans la direction  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_2$ , l'effet de la largeur de la source est prédominant par rapport à celui de l'effet de la pénétration optique pour les hautes fréquences, et inversement pour les basses fréquences.

#### 4.1.5. Conclusions et discussion

Les fonctions de directivité ont été établies pour des milieux orthotropes dans un plan principal pour des sources rectilignes et pour des milieux isotropes transverses pour des sources circulaires. Les modèles de génération qui ont été considérés sont le régime d'ablation, le régime thermoélastique dipolaire dans le cas d'une génération linéique et quadripolaire dans le cas d'une génération ponctuelle, et celui tenant compte de l'effet de la pénétration optique. Lorsque le milieu est isotrope, l'énergie suit la direction donnée par les vecteurs d'onde à partir du point de génération et les graphiques associés aux fonctions de directivité sont alors très explicites. Lorsque le milieu est anisotrope,

l'énergie, qui est rayonnée selon la normale aux lenteurs, ne suit plus la direction donnée par les vecteurs d'onde. Par conséquent, il faut coupler les fonctions de directivité avec les lenteurs de phase ou les vitesses de groupe pour connaître la direction dans laquelle sera rayonnée l'énergie. Il a aussi été illustré que la génération thermoélastique d'ondes longitudinales dans la direction normale à la surface est rendue possible grâce à la pénétration optique et que la directivité selon la direction de la surface, aussi bien pour l'onde longitudinale que transverse, est améliorée pour les hautes fréquences. À l'opposé, l'effet de la largeur de la source en surface permet d'augmenter la directivité selon la direction normale à la surface.

Bien que les fonctions de directivité soient calculées pour un milieu semi-infini, elles sont généralement utilisées dans des milieux confinés comme les plaques ou les cylindres pour prédire l'énergie se propageant dans certaines directions. Cependant, elles ne représentent qu'une approximation. En effet, le calcul reposant sur des ondes planes d'extension infinie, il faudrait normalement prendre en compte les ondes se réfléchissant sur toutes les interfaces du milieu et leur appliquer un déphasage correspondant à la distance parcourue entre le point de génération, vue comme point de départ, et ce même point, vu comme point d'arrivée après les multiples réflexions. Ce calcul peut être fait en utilisant les coefficients de réflexion de manière récursive ou comme dans les chapitres précédents de cette thèse, en résolvant simultanément les conditions aux limites et les équations de mouvement.

## 4.2. Identification du tenseur d'élasticité à partir de la synthèse de fronts plan

Les méthodes inverses sont à présent explicitées. Ces techniques ont été développées depuis longtemps pour les dispositifs acoustiques utilisant des transducteurs plans, en immersion ou au contact [59, 110]. Les procédures les plus couramment utilisées considèrent la minimisation de fonctionnelles non linéaires, obtenues à partir de célérités de phases acquises pour un grand nombre de directions "source-détection" [111, 112]. Lorsque des ondes planes sont générées dans un liquide d'immersion et qu'elles se propagent en direction des matériaux, les ondes transmises à l'intérieur sont elles aussi planes et la mesure des temps d'arrivée permet alors la détermination des vitesses de phase. Le trajet des ondes planes est relativement facile à identifier si la direction du vecteur d'onde est connue et si le trajet est direct. Les réflexions des ondes planes sur une paroi également plane étant, de plus, parfaitement décrites par les lois de Snell-Descartes, l'identification des trajets peut alors être étendue à des parcours plus complexes. En connaissant la longueur du trajet et le temps de parcours, il est alors très facile de calculer les vitesses de phase pour la direction considérée.

Les techniques à immersion ont l'avantage, par rapport au technique nécessitant un contact, de pouvoir générer des ondes planes de volume dans de multiples directions sans avoir à découper le matériau selon des plans orthogonaux à la direction de caractérisation recherchée. Les ondes générées par la technique d'ultrasons laser sont rarement des ondes planes, elles ont effectivement une propagation divergente, à la vitesse de groupe, et des trajets très complexes.

Certaines méthodes [41, 98] apportent des solutions simples à la résolution du problème inverse lorsque la propagation des ondes est le long d'axes principaux ou lorsque le matériau est isotrope. Dans ces cas, les vitesses de groupe sont égales aux vitesses de phases. D'autres méthodes [36, 113], assez complexes, permettent alors la détermination des coefficients du tenseur d'élasticité à partir des vitesses de groupe. Elles analysent notamment les singularités des contours de Cagniard-de Hoop, qui correspondent aux temps d'arrivée des ondes de volume. Enfin, il existe d'autres méthodes qui utilisent les relations géométriques existant entre les vitesses de groupe et les vitesses de phases [43].

La méthode que nous utilisons a été développée par F. Reverdy [38]. L'identification des composantes du tenseur d'élasticité dans des plaques est effectuée à partir de la mesure des vitesses de phase des ondes de volume obtenues grâce à la construction de fronts plans acoustiques. La méthode est brièvement rappelée.

### 4.2.1. Synthèse de fronts plans acoustiques

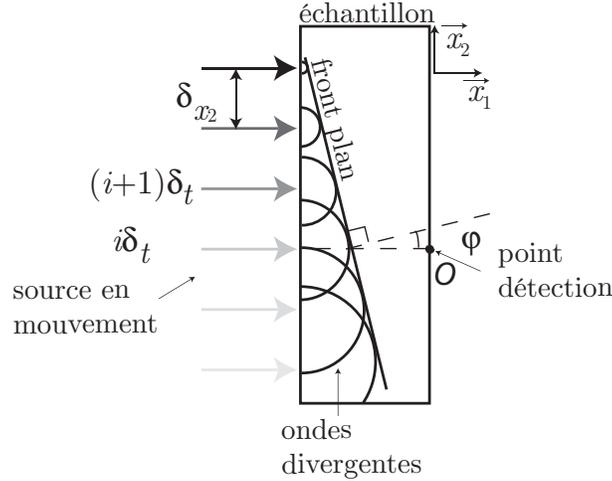
Il est possible de voir une onde divergente comme étant la superposition d'ondes planes. Le principe de la technique utilisée est de ne favoriser qu'une seule onde plane dans toute la décomposition, c'est-à-dire d'amplifier suffisamment une seule composante de façon à pouvoir négliger les autres. Tant que l'amplitude des ondes acoustiques permet de supposer des petites déformations et donc une acoustique linéaire, cette amplification

est possible. On notera que cette méthode a été développée pour des signaux obtenus avec une génération linéique et qu'elle sera étendue à des signaux obtenus avec une génération ponctuelle dans la deuxième partie de la thèse.

L'axe  $(O, \vec{x}_1)$  correspond toujours à la direction orthogonale à la surface et passant par le point de détection. Un ensemble de  $2N_0 + 1$  signaux notés  $s_i(t)$  ( $i \in \llbracket -N_0, N_0 \rrbracket$ ) est enregistré, de part et d'autre de cet axe, en gardant la position de détection fixe et pour plusieurs positions de la source linéique le long de la surface avec un pas constant noté  $\delta_{x_2}$ . Tous ces signaux sont ensuite sommés avec un déphasage temporel, entre deux signaux consécutifs, égal à  $\delta_t$ . Puisque l'excitation est linéique, le problème est plan et cette somme permet ainsi une construction cohérente des ondes dans une seule direction. L'origine des temps est choisie de façon à ce que l'épicentre appartienne au front d'onde plan, c'est-à-dire que la somme soit réalisée suivant la formule :

$$s(t) = \sum_{i=-N_0}^{N_0} s_i(t + i\delta_t), \quad (4.16)$$

où l'épicentre est désigné par l'indice  $i = 0$ . Le signal ainsi synthétisé représente le signal qui pourrait être obtenu si la source se déplaçait le long de l'interface avec une vitesse constante supersonique  $\delta_{x_2}/\delta_t$ . Cette analogie est représentée sur la figure 4.15.



**Fig. 4.15 :** Front plan généré par une source en mouvement supersonique

La direction de l'onde plane amplifiée, définie par l'angle  $\varphi$ , et la vitesse de phase de l'onde  $V_p$  sont reliées par le système d'équations suivant :

$$\delta_{x_2} \sin(\varphi) = V_p(\varphi)\delta_t \quad (4.17a)$$

$$h \cos(\varphi) = V_p(\varphi)t_j \text{ avec } j \in \{L, T_p, T_q\} \quad (4.17b)$$

c'est-à-dire que la projection de l'espacement intersource  $\delta_{x_2}$  (respectivement l'épaisseur  $h$ ) sur la direction de la vitesse de phase est égale au trajet parcouru par cette vitesse

durant le temps  $\delta_t$  (respectivement le temps de parcours  $t_j$  ( $j \in \{L, T_p, T_q\}$ ) d'une onde directe). Par conséquent, lorsque les vitesses de phase des trois ondes de volume sont différentes les unes des autres, il y aura autant d'ondes planes que de polarisations. Cependant, dans un plan principal, une des ondes transverses est toujours polarisée selon la direction de la source linéique ( $\vec{x}_3$ ) et n'est donc pas générée. Le signal synthétisé est donc dans ce cas représentatif des arrivées de l'onde quasi-longitudinale, de l'onde transverse polarisée dans le plan principal et d'ondes de surface.

Afin d'identifier précisément les temps d'arrivée de l'énergie associée à chacune des ondes de volume, le signal synthétisé  $s(t)$  est rendu analytique puis convolué avec une ondelette [114, 115]. En supposant que les ondes ne sont pas dispersives, le maximum d'énergie, associé à la fréquence centrale de l'ondelette, est représentatif du maximum d'énergie pour chacune des fréquences appartenant au spectre des ondes. Par conséquent la mesure des maxima d'énergie dans le signal permet de repérer les temps d'arrivée des ondes. En variant le paramètre  $\delta_t$  lors de la synthèse du signal, il est possible de favoriser la génération des ondes planes dans un large domaine angulaire et donc de permettre l'identification des vitesses de phases de chacune des polarisations pour un vaste secteur angulaire.

#### 4.2.2. Identification du tenseur d'élasticité à partir des vitesses de phase

En connaissant les coefficients d'un tenseur d'élasticité, il est possible de tracer les lenteurs de phase associées (cf. éq. C.1). L'identification du tenseur d'élasticité considère alors le problème inverse : déterminer les coefficients du tenseur en connaissant les lenteurs de phases. Puisque les vitesses de phases sont tout d'abord déterminées à partir des signaux synthétisés, en fonction de la lenteur de la source  $\delta_t/\delta_{x_2}$ , elles sont traduites sur un graphisme des lenteurs de phase. En minimisant l'écart entre ces données et les lenteurs calculées à partir de l'équation de Christoffel, les coefficients du tenseur d'élasticité sont déterminés de façon optimum. Puisque seules les vitesses de l'onde quasi-longitudinale  $L$  et quasi-transverse  $T_q$  sont accessibles, cette équation se factorise en :

$$(\lambda_m - \Gamma_q)(\lambda_m - \Gamma_l) = 0 \text{ avec } m = \{l, q\}, \quad (4.18)$$

où

$$\begin{aligned} 2\Gamma_q &= \Gamma_{11} + \Gamma_{33} - \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{33})^2 + 4\Gamma_{13}^2}, \\ 2\Gamma_l &= \Gamma_{11} + \Gamma_{33} + \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{33})^2 + 4\Gamma_{13}^2}, \end{aligned} \quad (4.19)$$

Les valeurs  $\lambda_m$ , vérifiant  $\lambda_m = \rho V_m^2$  où  $V_m$  est égale à la vitesse de phase de l'onde  $m$ , correspondent aux données du problème alors que les inconnues  $C_{11}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{12}$  et  $C_{66}$  sont des variables des fonctions  $\Gamma_{11}$ ,  $\Gamma_{13}$  et  $\Gamma_{33}$ . Puisque seulement quatre coefficients d'élasticité peuvent être déterminés dans un plan principal et qu'un nombre bien supérieur de lenteurs a été mesuré à partir des différentes lenteurs de la source  $\delta_t/\delta_{x_2}$ , l'annulation de chacun des termes de l'équation de Christoffel 4.18 fournit un système surdéterminé

d'équations non linéaires [116]. Ce système est résolu par une optimisation des moindres carrés.

Les méthodes de construction des fronts plans et d'identification du tenseur d'élasticité, présentées dans ce paragraphe, ont été validées lorsque la source était petite par rapport à l'épaisseur [38, 39]. H. Meri a en effet montré qu'il existe des limitations lorsque les dimensions spatiales de la source en surface ne peuvent plus être négligées [39]. Une solution à ce problème a été recherchée et sera présentée au chapitre 6.

### 4.3. Conclusion

L'ensemble de ce chapitre a apporté des outils nécessaires au traitement des signaux qui peuvent être obtenus avec des techniques d'ultrasons laser. Tout d'abord, les fonctions de directivité ont été déterminées dans le but de prédire les directions "source-détection" où seront rencontrées les maxima d'énergie de chacun des fronts d'ondes acoustiques de volume. L'interprétation des formes d'onde est donc facilitée par l'apport d'informations sur l'amplitude des différentes ondes acoustiques. Enfin la méthode permettant d'identifier les composantes du tenseur d'élasticité à partir de signaux synthétisés avec des signaux simulés ou enregistrés expérimentalement a été rappelée.



**Deuxième partie .**

**Interprétations des signaux en vue  
du problème inverse**



## 5. Caractérisation du tenseur d'élasticité dans un cylindre isotrope transverse

La fabrication d'objets cylindriques, comme les axes de rotation ou les câbles, ayant une très grande résistance élastique et un faible poids est envisagée depuis que les matériaux composites ont fait leur apparition. Ces derniers sont obtenus par l'assemblage de fibres dans une matrice et par leur alignement selon l'axe des cylindres. Un tel agencement assure aux matériaux des propriétés d'élasticité à symétrie hexagonale. Cette anisotropie ne peut plus se mesurer par les essais de traction ou de torsion habituels. Par conséquent, la demande de caractérisation non destructive de toutes les constantes des tenseurs d'élasticité de ces structures est en forte croissance.

De nombreuses études, notamment celles qui concernent la diffraction d'ondes acoustiques, ont alors été menées afin de répondre à cette demande. Par exemple, la spectroscopie des résonances acoustique (RAS), qui étudie les effets de résonance présents dans les signaux acoustiques enregistrés pour certains matériaux, fut proposée pour évaluer le tenseur d'élasticité d'échantillons cylindriques [117]. Cependant, cette technique nécessite l'immersion des échantillons, et ne peut donc pas toujours être appliquée, notamment, lorsque les mesures doivent être réalisées à de très hautes températures. Dans ces conditions de température élevées, et, pour des géométries d'échantillons connues, une autre technique permet l'évaluation, non destructive, des constantes du tenseur d'élasticité de cristaux, en mesurant les fréquences de résonances longitudinales et de torsion [118]. Par ailleurs, l'étude des vibrations libres de cylindres isotropes transverses, limités en hauteur, a aussi permis leurs caractérisations élastiques [119]. Toutefois, cette technique requiert une fabrication parfaite des échantillons, une identification précise des pics de résonances et un contact avec le matériau.

Ces diverses limitations sont évitées en utilisant la technique d'ultrasons laser, dont l'avantage est d'être sans contact, puisque les ondes sont générées et détectées à distance par laser. Les ondes de surface, telles que les ondes de Rayleigh, ont récemment été utilisées pour la mesure de contraintes résiduelles consécutives à différents traitements thermiques [120]. Par ailleurs, l'étude de leur propagation renseigne sur les défauts de surface [121]. Par contre, en raison de la complexité des fonctions de Green des cylindres, très peu de publications concernent les ondes de volume. Yong Dong Pan, chercheur invité au LMP entre 1998 et aujourd'hui, a cependant montré la possibilité de mesurer deux coefficients du tenseur d'élasticité de cylindres isotropes à partir de l'analyse des ondes de volumes générées par une source linéique [122]. Le chapitre qui suit montre qu'il est aussi possible de déterminer complètement toutes les propriétés d'élasticité d'un cylindre isotrope transverse grâce à une génération laser ponctuelle [123]. La modélisation d'une telle génération est explicitée dans la référence [124] qui résulte des travaux menés en

collaboration avec le Dr Pan .

La technique, utilisée dans le présent travail, est adaptée de celle développée pour la caractérisation du tenseur d'élasticité dans des plaques (cf. § 4.2). En effet, en déplaçant la détection sur l'arête opposée à celle de la génération, le plan d'étude est semblable à celui rencontré dans une plaque. Cependant, la nature anisotrope des matériaux et la géométrie des échantillons rendent les signatures acoustiques beaucoup plus difficiles à interpréter. Les ondes de surface, directement générées par le point source, sont détectées avec une grande amplitude, dissimulant ainsi les déplacements engendrés par les ondes de volume, et, les trajets des ondes de volume peuvent être très compliqués à cause des réflexions à l'intérieur du cylindre. Néanmoins, les difficultés liées à l'anisotropie, dont la dispersion spatiale des vitesses de groupe, seront contournées par la synthèse de fronts d'onde se propageant à la vitesse de phase.

Le cylindre et le dispositif expérimental seront tout d'abord présentés (§ 5.1). Les ondes générées dans cette configuration seront ensuite commentées (§ 5.2) puis retrouvées dans des signaux simulés pour les mêmes conditions (§ 5.3). Les signaux n'étant pas facilement exploitables, la synthèse des fronts d'onde a donc été réalisée et sera expliquée au paragraphe 5.4. Lorsque les fronts d'onde sont engendrés par des ondes de volume (respectivement des ondes de surface), ils correspondront à des ondes coniques (respectivement des ondes en spirales ou hélicoïdales). Afin de différencier les ondes coniques des autres contributions dans les réponses acoustiques, plusieurs réflexions seront apportées sur le caractère de chacun des fronts d'onde. La caractérisation du tenseur d'élasticité de cylindre isotrope transverse pourra alors finalement être envisagée (§ 5.5). Puisqu'il n'existe pas, à notre connaissance, de monocristaux ayant une symétrie hexagonale, dont l'anisotropie soit très prononcée, et disponible sous forme de cylindre, la méthode d'identification sera testée avec des signaux simulés, puis appliquée à des signaux expérimentaux.

## 5.1. Présentation de l'échantillon et du dispositif expérimental

Ce paragraphe expose les différents repères, la géométrie et les propriétés relatives au matériau qui seront utilisés pendant l'étude. Le dispositif expérimental ainsi que le positionnement du cylindre vis à vis de celui-ci seront ensuite détaillés.

### 5.1.1. Géométrie de l'échantillon

La géométrie de l'échantillon correspond à un cylindre infini de rayon  $a_\varnothing$ . Les coordonnées cartésiennes  $(x_1, x_2, x_3)$ , et celles d'un repère local  $(X_1, X_2, X_3)$  seront utilisées en plus des coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . Les directions  $\vec{X}_1$  et  $\vec{X}_2$  correspondent respectivement aux axes radial et ortho-radial du repère cylindrique et la direction  $\vec{X}_3$  est parallèle à l'axe  $\vec{z}$ . La source est considérée ponctuelle et située en  $(r = a_\varnothing, \theta = 0, z_s)$ . Le point de détection est en  $(r = a_\varnothing, \theta = \pi, z = 0)$ . La direction "point source-point réception" appartient au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  et l'angle entre cette direction et l'axe  $\vec{x}_1$  est noté  $\Psi$ .

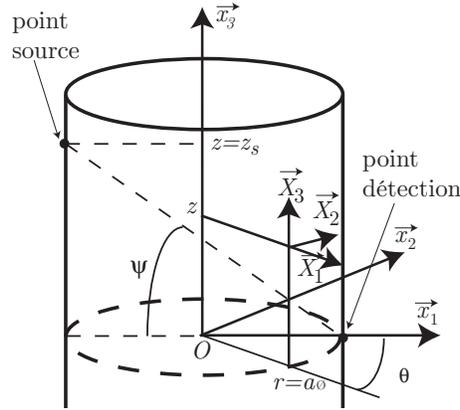


Fig. 5.1 : Géométrie du problème

### 5.1.2. Propriétés de l'échantillon

L'échantillon considéré est constitué de fibres de carbone alignées selon la direction  $\vec{z}$  dans une matrice d'époxy. Les propriétés mécaniques, exprimées par les coefficients du tenseur d'élasticité  $C_{ij}$  où  $\{i, j\} \in \llbracket 1, 6 \rrbracket^2$  en notation contractée, sont ainsi supposées à symétrie hexagonale, de telle sorte que les sections circulaires soient isotropes. Par conséquent, les axes principaux du matériau coïncident avec les axes  $(\vec{X}_1, \vec{X}_2, \vec{X}_3)$  et les deux constantes indépendantes  $C_{11}$  et  $C_{66}$  renseignent à elles seules sur les plans isotropes. La masse volumique de l'ensemble est mesurée égale à  $\rho = 1.6 \text{ g.cm}^{-3}$  et le rayon vérifie  $2a_0 = 5.94 \pm 0.02 \text{ mm}$ . Le tenseur d'élasticité de plaques constituées de matériaux semblables à celui-ci a déjà été mesuré par des méthodes ultrasonores [125, 126]. Les valeurs trouvées sont prises comme références pour la simulation des signaux et sont reportées dans le tableau 5.1.

La couleur noire des fibres de carbone constituant le matériaux est révélatrice d'une faible réflexion de l'onde électromagnétique et d'une forte absorption optique. Le seuil d'ablation est ainsi atteint pour de faibles puissances du laser. Bien que la matrice soit transparente [127], l'agencement des fibres ne permet pas la propagation du rayon optique à l'intérieur du cylindre. La pénétration optique (de l'ordre de quelques diamètres de fibres) sera donc négligée dans les simulations, au regard des longueurs d'ondes acoustiques. La diffusion thermique ne sera pas non plus prise en compte, car d'une part, la génération est uniquement supposée en surface, et d'autre part, la vitesse de diffusion du champ thermique est trop lente pour influencer la détection pendant les temps d'observation, qui sont de l'ordre de la dizaine de microsecondes. De plus, plusieurs études ont montré que la diffusion thermique pouvait raisonnablement être négligée pour la plupart des échantillons d'épaisseurs millimétriques lorsqu'ils sont excités par des impulsions lasers de durées égales à quelques nanosecondes [39, 128]. Le champ de température est donc considéré constant, et seuls les mécanismes de génération du type ablation et thermoélastique dipolaire sont modélisés.

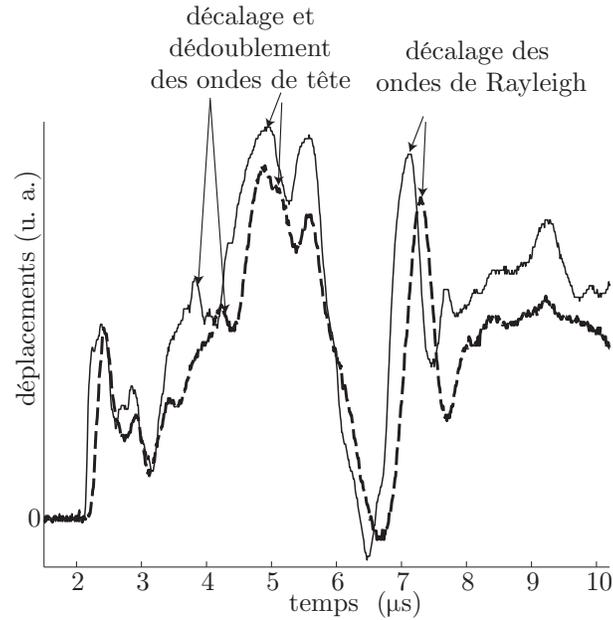
### 5.1.3. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental, présenté au chapitre 1.1.1, est utilisé avec une lentille sphérique de focale 40 mm. La focalisation du faisceau laser pompe sur la surface de l'échantillon est donc considérée ponctuelle. Le diamètre de la tâche laser est d'environ 0.1 mm. Plusieurs couches de verre filtrant sont disposées sur le trajet du faisceau laser, afin d'atténuer la puissance de l'impulsion laser lorsqu'une génération de type thermoélastique dipolaire est recherchée. Par ailleurs, une minuscule couche de peinture d'aluminium est projetée en surface pour augmenter le coefficient de réflexion optique du cylindre, et ainsi, réduire la puissance absorbée par l'échantillon. Cette étape pourrait néanmoins être évitée en utilisant des lasers impulsionnels de plus petite énergie. La génération étant effectuée pour de très petites puissances, le rapport "signal sur bruit" est faible. La pellicule d'aluminium trouve alors une autre utilité. En rehaussant le seuil d'ablation, le régime thermoélastique est conservé pour de plus hautes énergies de l'impulsion laser. La génération et par conséquent la détection des ondes acoustiques sont améliorées [129].

La détection des déplacements normaux est assurée par les interféromètres exposés au chapitre 1. Cependant, tous ne permettent pas une mesure avec la même facilité.

Lorsque le rayon laser de l'interféromètre de type Mach-Zehnder est focalisé sur la surface du cylindre, la rugosité de surface ne permet pas de réfléchir beaucoup d'énergie et le rapport "signal sur bruit" est très faible. Là encore, la pellicule d'aluminium permet d'améliorer la réflexion des rayons mais celle-ci reste toujours diffuse. Ainsi, lorsque la génération est de type thermoélastique, le signal est encore faible. Un film adhésif d'aluminium est alors disposé pour augmenter la réflexion et diminuer la rugosité de surface. Ce dernier étant d'épaisseur submillimétrique et de taille latérale d'environ deux millimètres, la distance des trajets des ondes de volume est considérée inchangée. Par contre, puisque la vitesse des ondes de surface change en présence du film, ces dernières sont détectées avec un retard par rapport à la détection n'utilisant pas le film d'aluminium. La figure 5.2 illustre ainsi les décalages de temps d'arrivée des ondes de surface entre les deux configurations de détection. Les signaux ont été enregistrés à l'épicentre pour une génération en ablation. Les ondes seront mieux commentées dans le paragraphe suivant. Cette détection, qui nécessite ainsi une préparation particulière des matériaux peu réfléchissants et ayant une grande rugosité de surface, ne présente donc plus d'avantage particulier pour la mesure des coefficients du tenseur d'élasticité par rapport à des méthodes sans contact. Néanmoins, cet interféromètre reste très bien adapté pour la mesure des déplacements avec tous les matériaux dont la surface est peu rugueuse.

Le deuxième interféromètre, celui de l'entreprise Bossa Nova Technologie (cf. § 1.1.1), fournit par contre de très bons signaux lorsque la rugosité du matériau est grande. La technique de détection est différente et repose sur l'analyse du mouvement cohérent du speckle, c'est-à-dire du champ lumineux diffusé à la réflexion du faisceau incident. Plus la surface est rugueuse, et, plus la détection est performante. Néanmoins, lorsque l'état de surface est de bonne qualité, une modification des trajets optiques dans l'interféromètre permet tout de même de bonnes mesures. Cette détection résout ainsi les problèmes liés



**Fig. 5.2** : Signaux à l'épicentre pour une détection utilisant de la peinture (ligne pleine) et un film adhésif d'aluminium (ligne hachurée)

à la nature des surfaces des échantillons et les expériences sont réalisées sans le film d'aluminium.

Toutefois, ce deuxième interféromètre fut acheté après que l'étude ne soit menée jusqu'à ses conclusions. Comme certains résultats ont pu être améliorés, les signaux qui seront présentés dans la suite de ce chapitre ont été obtenus par l'une ou l'autre des détections. Dans les deux cas, le diamètre de la tâche laser de détection est d'environ 0.1 mm et les sondes sont protégées du laser pompe par un filtre adapté en longueur d'onde.

La disposition du cylindre dans le dispositif expérimental est maintenant commentée. Les différents réglages qui seront décrit sont en effet requis pour obtenir des signaux interprétables et comparables à ceux issus des simulations.

Tout d'abord, les déplacements mesurés sont exclusivement normaux à la surface lorsque le maximum de la porteuse des interféromètres est atteint. En effet, le maximum d'énergie lumineuse est obtenu lorsque le rayon réfléchi emprunte le même parcours que le rayon incident pour retourner dans l'interféromètre, c'est-à-dire lorsque la réflexion est normale à la surface.

Ensuite, puisque l'angle d'incidence du faisceau pompe avec la normale au cylindre n'a aucune influence sur la génération, le faisceau de génération est focalisé en  $\theta = \pi$ , en égalisant seulement le trajet des ondes de surface. L'amplitude de l'onde de Rayleigh étant la plus importante des amplitudes des ondes de surface, le réglage de la position du

point de génération est principalement basé sur la superposition des ondes de Rayleigh parcourant le cylindre dans le sens horaire et anti-horaire.

La caractérisation de l'anisotropie dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  nécessite la mesure des vitesses des ondes dans plusieurs directions de ce plan. Par conséquent, le point de génération est déplacé le long du cylindre, parallèlement à l'axe  $\vec{z}$ . Cependant, il ne peut être déplacé qu'horizontalement, en suivant le mouvement des miroirs mobiles. L'axe  $\vec{z}$  du cylindre est donc aligné parallèlement à la direction de translation des miroirs avec une grande précision tout en conservant les réglages précédents. Le point de génération peut donc se déplacer le long de la droite de la surface du cylindre définie par  $\theta = \pi$ .

La position du point source, situé sur le diamètre passant par le point de détection, (cette position sera par la suite appelée épïcetre) est ensuite déterminée en minimisant le temps d'arrivée de la première onde de volume. Le déplacement des miroirs étant effectué par une table de translation asservie en position, le réglage de l'épïcetre est donc très précis. Cependant les signaux mesurés de part et d'autre de cette position présumée permettent de redéterminer cette position *a posteriori* de façon encore plus précise.

Pour permettre la synthèse des fronts d'onde analogues à ceux évoqués au paragraphe 4.2, les signaux sont enregistrés pour un ensemble de positions du point de génération par un oscilloscope numérique et transférés à un ordinateur pour le traitement. Ces positions sont équi-réparties le long de l'axe  $\vec{z}$  et centrées sur l'épïcetre présumé. Le bruit inhérent au montage expérimental étant supposé à moyenne nulle, l'acquisition et la moyenne d'un grand nombre de signaux pour une même position permet de supprimer de façon importante son influence par rapport au signal acoustique.

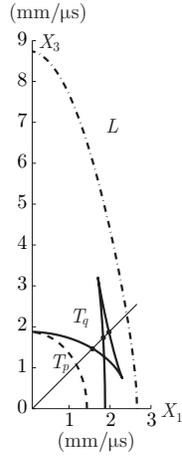
## 5.2. Ondes générées par un point source fixe

Ce paragraphe explique quelles sont les difficultés rencontrées quand les vitesses des ondes de volumes sont recherchées à partir de chacun des signaux obtenus directement avec le dispositif expérimental. Les ondes acoustiques générées et détectées seront donc toutes analysées et différenciées lorsque la direction "point source-point détection" n'évoque pas avec le temps. Ce ne sera effectivement plus le cas avec la synthèse des fronts d'onde.

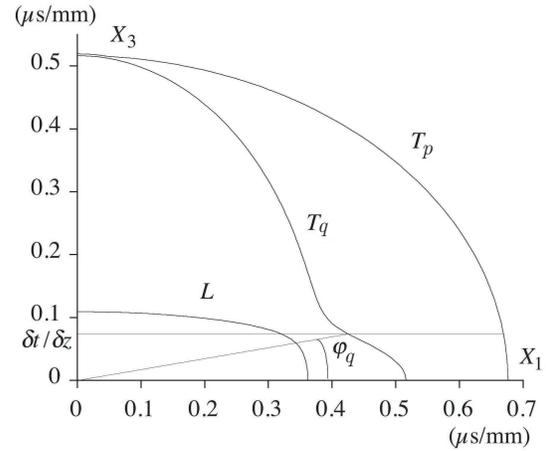
Puisque le matériau est anisotrope, trois ondes de volume distinctes peuvent être générées. Étant donné que la propagation est prioritairement observée dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ , les ondes sont décrites en fonction de leur comportement dans ce plan, c'est-à-dire pour un vecteur d'onde appartenant à ce plan. Dans ces conditions, les ondes quasi-longitudinale et quasi-transverse dont les polarisations appartiennent au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  sont notées  $L$  et  $T_q$  respectivement. L'onde transverse pure dont la polarisation est suivant l'axe  $\vec{x}_2$  est notée  $T_p$ .

Les ondes générées ponctuellement se propagent à la vitesse de groupe, dont la direction est déterminée à partir des surfaces des lenteurs de phase [55]. En raison de l'isotropie transverse, le diagramme des vitesses de groupe dans les plans  $(\vec{X}_1, \vec{X}_3)$  (fi-

gure 5.3) est simplement déduit d'une section des surfaces des lenteurs de phase dans les plans  $(\vec{X}_1, \vec{X}_3)$  (figure 5.4). La symétrie axiale autour de l'axe  $\vec{z}$  et la symétrie plane par les plans  $(\vec{X}_1, \vec{X}_2)$  du cristal permet ensuite facilement la construction des surfaces des vitesses de groupe. Le changement successif du profil des lenteurs du mode quasi-transverse (convexe, concave et convexe) engendre une cuspide sur la courbe des vitesses de groupe réciproque, c'est-à-dire un repliement de la courbe sur elle-même [130]. Lorsque la génération est linéique dans un plan principal, ou ponctuelle dans un matériau isotrope transverse, jusqu'à trois contributions de l'onde  $T_q$  peuvent être observées à l'intérieur des deux extrémités de la cuspide.



**Fig. 5.3 :** Vitesses de groupe dans le plan  $(\vec{X}_1, \vec{X}_3)$  pour un matériau de carbone-époxy.

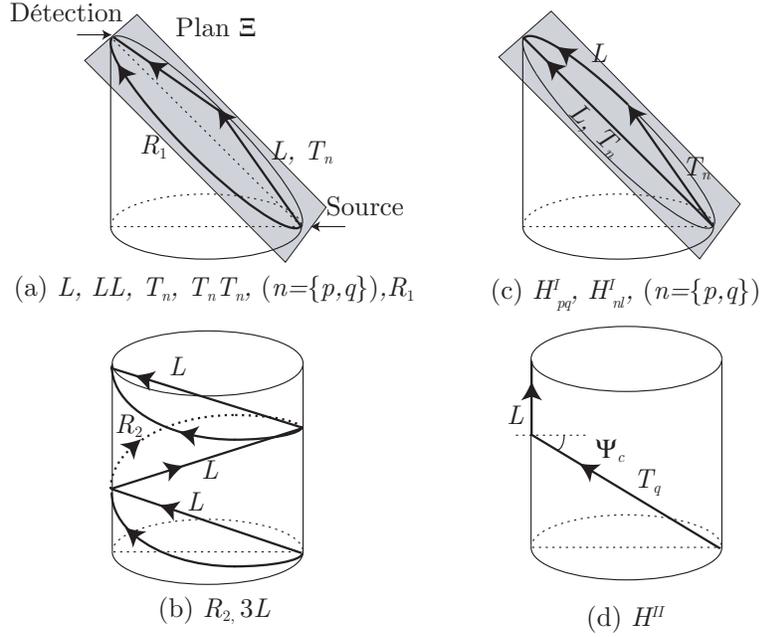


**Fig. 5.4 :** Section des surfaces des lenteurs de phase dans le plan  $(\vec{X}_1, \vec{X}_3)$  pour un matériau de carbone-époxy.

Il faut ensuite considérer la réflexion des ondes de volume sur la surface interne du cylindre. Ces ondes sont identifiables sur les signaux grâce à leur phase qui est inversée de  $\pi$  en comparaison avec la phase de celles qui se propagent directement. Cela provient des conditions aux limites de type Dirichlet.

Les réflexions pouvant être avec ou sans conversion de mode, un nombre important de trajets est donc à considérer. Une partie est illustrée sur les figures 5.5 (a), (b), (c) et (d). Cependant, les relations entre les directions des rayons incidents et réfléchis des ondes divergentes ne sont pas directes, car les lois de Snell-Descartes ne peuvent plus être appliquées. Comme discuté dans la référence [131], la construction de Huygens ou le principe de Fermat ne peuvent être considérés que pour les modes sans caustique.

Les ondes de surface et de pseudo-surface, se propageant le long de la surface incurvée à la vitesse de groupe, peuvent aussi être détectées. En raison de l'anisotropie, les ondes de surfaces provenant du mode quasi-transverse rasant ou les ondes de Rayleigh composées de ce mode engendrent de multiples arrivées d'énergie selon certaines directions d'observation. La propagation peut naturellement s'effectuer dans le sens direct, indirect, et avec plusieurs tours comme illustré pour  $R_1$  et  $R_2$  sur les figures 5.5 (a) et (b).



**Fig. 5.5 :** Quelques trajets d'ondes dans le volume et sur la surface du cylindre.

Les ondes de tête, résultant de la conversion des ondes de volume en ondes rasantes, peuvent également être détectées. Le plan contenant la direction “point source-point détection”, et dont la normale appartient au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  est noté  $\Xi$ . Dans un but de clarté, deux types d'ondes de tête sont considérées séparément.

Celles du premier type ont leurs trajectoires incluses dans le plan  $\Xi$  (figure 5.5 (c)). La partie du chemin associée à l'onde rasante se situe le long de l'intersection elliptique entre le cylindre et le plan  $\Xi$ . Les ondes de tête observées résultent de la conversion à l'angle critique :

- de l'onde transverse pure ( $T_p$ ) en onde quasi-transverse ( $T_q$ )
- des ondes transverses ( $T_p, T_q$ ) en onde quasi-longitudinale ( $L$ ).

Elles sont notées  $H_{pq}^I$  dans le premier cas et  $H_{nl}^I$  dans le deuxième cas, où l'indice  $n = \{p, q\}$  indique que les ondes de tête proviennent de la conversion des ondes transverses pures ( $T_p$ ) ou quasi-transverses ( $T_q$ ) respectivement. Par ailleurs, les ondes, générées de manière rasantes, envoient de l'énergie dans le volume, tout le long de leur trajet, et dans la direction donnée par l'angle critique de conversion. Elles sont en quelque sorte les réciproques des ondes de têtes qui commencent en ondes de volume et qui se convertissent en ondes rasantes. Lors de leurs trajets, il existe un point où les ondes rasantes sont converties en direction du point de détection. Il est alors facile de constater que les longueurs des chemins des ondes de tête, commençant en ondes rasantes et converties en ondes de volumes, sont égales aux longueurs des chemins des ondes de tête commençant en ondes de volume et converties en ondes rasantes. En raison de

l'isotropie transverse, les vitesses sur chacun des trajets sont égales, et, les temps d'arrivée sont les mêmes. Cependant lorsqu'un film adhésif d'aluminium avait été collé sur le cylindre pour améliorer la détection de l'interféromètre de type Mach-Zehnder, cette dernière affirmation n'a pas été vérifiée. En effet, les ondes de surface traversant la couche d'aluminium sont ralenties par l'altération surfacique, et, en comparant les signaux avec ceux obtenus par d'autres types de détection, il est facile de les différencier des ondes de volumes. Par contre, les ondes de têtes, qui commencent en ondes de surface et finissent en ondes de volume, ne sont pas perturbées par le revêtement. Une multiplication des echos associés aux ondes de tête est alors observée sur la figure 5.2. Les ondes transverses pures rasantes, étant polarisées orthogonalement à la direction de l'altération, semblent moins ralenties et l'onde de tête  $H_{qp}^I$  atteint le point de détection sans retard apparent. Ces dernières ondes sont donc plus difficiles à identifier dans les formes d'ondes.

Les ondes de tête du deuxième type résultent des conversions de mode, à l'angle critique, dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ . L'onde rasante se propage alors selon la direction  $\vec{x}_3$  de l'interface comme illustré sur la figure 5.5(d). Cependant, puisque les ondes transverses, incidentes et réfléchies, ont la même composante de leur lenteur dans la direction de l'interface ( $\vec{X}_3$ ) (figure 5.4), la conversion d'une onde transverse en une autre, rasante, est impossible dans ce plan. La conversion des ondes transverses en une onde quasi-longitudinale rasante est maintenant considérée. Puisque les ondes transverses pures sont polarisées le long de la direction  $\vec{x}_2$ , orthogonale au plan de polarisation des ondes quasi-longitudinales se propageant dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ , elles ne peuvent pas être converties en ondes quasi-longitudinales à l'interface libre. Par conséquent, seule une onde de tête de deuxième type, provenant de la conversion de l'onde quasi-transverse  $T_q$  en onde quasi-longitudinale  $L$ , est possible. Elle est notée  $H^{II}$  et ne peut être observée que si l'angle  $\Psi$  est supérieur à l'angle critique  $\Psi_c$  de conversion.

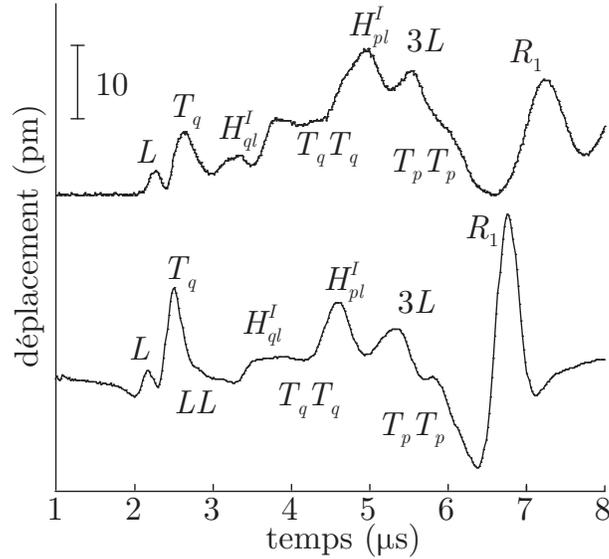
### 5.3. Simulation des signaux

Le modèle d'interaction "laser-matière" et les principes des simulations des déplacements sont maintenant présentés. Un signal simulé sera ensuite comparé à un signal expérimental puis commenté.

La génération est considérée ponctuelle, sur la surface du cylindre. À part ce point, la surface du cylindre est supposée libre. Lorsque l'énergie du laser pompe est faible, la génération est supposée thermoélastique dipolaire; lorsqu'elle est plus grande, une génération de type ablation est considérée. Ces hypothèses permettent donc l'utilisation du schéma de calcul de la fonction de Green présenté dans la référence [124] pour un cylindre isotrope transverse. Le champ acoustique est calculé en linéarisant l'équation du mouvement et les équations aux limites grâce à une double transformée et un développement en série de Fourier. Les variables duales du temps  $t$  et de l'espace  $z$  et  $\theta$  sont  $\omega$ ,  $k_z$  et  $\nu$  respectivement. La variable  $k_\theta$  définie par  $\nu = k_\theta a_\phi$  correspond à la composante selon  $\vec{X}_2$  du vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Elle est utilisée en complément de la variable  $k_z$ , autre composante du vecteur d'onde selon  $\vec{z}$ . La taille de la source le long de la surface ainsi que la durée de l'impulsion laser sont modélisées par des gaussiennes en temps et en

espace. Elles sont prises en compte dans le calcul en multipliant la fonction de Green des déplacements par la transformée de Fourier de ces gaussiennes [124]. La transformation de Fourier inverse est ensuite appliquée afin d'obtenir les déplacements dans le domaine original.

Les composantes normales à la surface des vecteurs déplacements expérimentaux et simulés en régime d'ablation sont montrés sur la figure 5.6. La source est située en  $(r = a_\varnothing, \theta = \pi, z_s = 2 \text{ mm})$  et la détection en  $(r = a_\varnothing, \theta = 0, z = 0)$ . Les coefficients du tenseur d'élasticité, utilisés pour les simulations, sont ceux de la première ligne du tableau 5.1. Ils sont supposés suffisamment proches de ceux de l'échantillon pour pouvoir comparer les signaux expérimentaux et simulés. Une partie imaginaire a été introduite dans le tenseur d'élasticité pour prendre en compte la viscoélasticité du matériau. L'amplitude des signaux simulés a été multipliée par une constante correspondant à l'énergie lumineuse du laser pompe afin d'égaliser les amplitudes avec le signal expérimental. Les



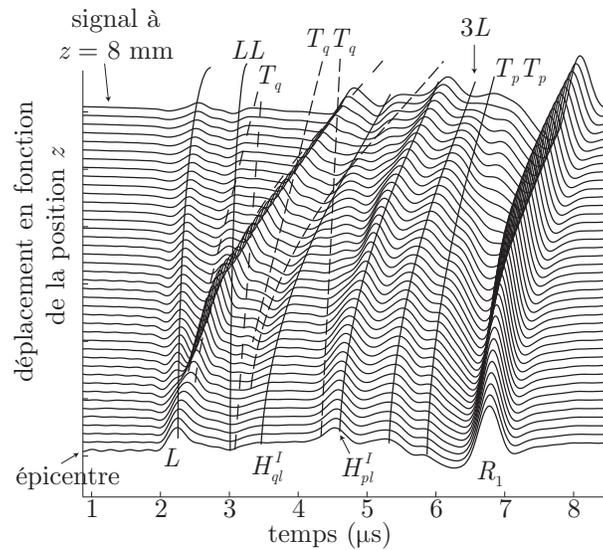
**Fig. 5.6 :** Déplacements expérimental (en haut) et simulé (en bas) générés en régime d'ablation par une source ponctuelle située en  $(r = a_\varnothing, \theta = \pi, z_s = 2 \text{ mm})$  et une détection ponctuelle en  $(r = a_\varnothing, \theta = 0, z_s = 0)$ .

formes des déplacements calculés et mesurés sont similaires, et l'étalement du signal correspondant à la viscosité apparaît clairement. Les ondes directes quasi-longitudinale et quasi-transverse, à la différence de l'onde transverse pure, sont bien identifiées. Leur temps d'arrivée correspondent en effet à ceux déterminés à partir du calcul des vitesses de groupe et de la distance parcourue. La direction observée étant proche de l'une des extrémités de la cuspidé des ondes quasi-transverses, les phonons quasi-transverses se focalisent et l'amplitude de l'onde est importante [132, 133]. Le déplacement mesuré ou simulé étant perpendiculaire au vecteur polarisation de l'onde transverse pure, cette dernière n'est que faiblement observée par diffraction. Ceci est vrai quelle que soit la

position de la source  $z_s$ , puisque les longueurs des trajets des ondes sont de l'ordre de quelques longueurs d'onde acoustique.

Les arrivées des ondes réfléchies une fois, sans conversion de mode sur la surface du cylindre, et représentées sur la figure 5.5(a), sont aussi observées [134]. Elles sont notées  $(LL)$ ,  $(T_p T_p)$  et  $(T_q T_q)$  sur la figure 5.6. L'onde pure transverse apparaît alors beaucoup plus clairement par réflexion puisque la polarisation n'est plus orthogonale à la direction de détection. L'onde quasi-longitudinale réfléchiée deux fois dans le plan  $(x_1, x_3)$  est aussi observée et est notée  $(3L)$ .

Les deux ondes de tête du premier type  $H_{nl}^I$ ,  $n = \{p, q\}$ , sont aussi visibles avec une grande amplitude tandis que celle du second type ne peut pas être mesurée à cette position puisque cette dernière correspond à un angle inférieur à l'angle critique. On notera enfin l'amplitude très grande des ondes de Rayleigh  $R_1$  dont la trajectoire est dessinée sur la figure 5.5(a). Les signaux expérimentaux sont obtenus avec l'interféromètre de type Mach-Zehnder en utilisant un film d'aluminium. Par conséquent, le décalage des ondes de Rayleigh et le dédoublement de l'onde de tête  $H_{ql}^I$  est observable entre le signal simulé et mesuré.



**Fig. 5.7** : Signaux simulés pour les positions  $z = \{0, 0.2, \dots, 8\}$  mm en régime d'ablation

La figure 5.7 présente une vue plus générale de la forme des signaux simulés pour une génération en ablation et pour les positions de la source équiréparties entre 0 et 8 mm par pas de 0.2 mm. Différentes courbes verticales représentant les temps d'arrivée de quelques ondes caractéristiques ont été superposées à l'ensemble des signaux. La trop grande densité des arrivées des ondes et leur entremêlement indiquent que l'identification précise des temps d'arrivée sur les signaux expérimentaux ne sera pas facile. Il est précisé que l'identification des ondes sur les signaux simulés, grâce aux lignes hachurées, n'est possible que parce que les coefficients du tenseur d'élasticité sont connus. L'étude des

fronts d'onde acoustiques synthétisés permet de contourner ces difficultés d'identification. Leur construction ainsi que leurs interprétations sont maintenant discutées.

## 5.4. Synthèse des fronts d'onde

Les formes d'ondes des figures 5.6 et 5.7, très riches en échos, sont révélatrices de la complexité des trajets et des natures très différentes des ondes acoustiques. L'énergie de ces dernières se propageant à la vitesse de groupe, différente de celle de phase dans un milieu anisotrope, l'interprétation des signaux est complexe. Afin de pouvoir déterminer le tenseur d'élasticité du cylindre, la méthode de synthèse de fronts d'onde dans des plaques, présentée au chapitre 4.2, est maintenant adaptée aux cylindres. L'ensemble des ondes synthétisées seront ensuite commentées.

Les signaux synthétisés correspondent à des ondes qui auraient été générées si une source laser ponctuelle avait été déplacée le long d'une ligne orientée dans la direction  $\vec{z}$  avec une vitesse super-ultrasonique. A la différence des fronts d'onde se propageant de façon plane lorsque la source était linéique dans les plaques, ceux, qui sont générés dans une géométrie cylindrique par une source ponctuelle, présentent une géométrie complexe. Les signaux synthétisés sont issus de l'enregistrement indépendant de plusieurs signaux individuels qui sont obtenus par une détection ponctuelle fixe et pour des positions de la source ponctuelle uniformément espacées d'un pas  $\delta_z$  dans la direction  $\vec{z}$ . L'ensemble de ces signaux, calculés ou enregistrés, sont ensuite sommés avec un décalage temporel, proportionnel à la durée  $\delta_t$ , selon le procédé évoqué au chapitre 4.2.

### 5.4.1. Synthèse des fronts d'onde de volume

En raison de l'isotropie dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , tous les vecteurs d'onde associés à une même polarisation ont leur projeté dans ce plan de même norme. c'est-à-dire que l'ensemble des extrémités des vecteurs d'onde d'une même polarisation décrit un cercle dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . Par conséquent, l'ensemble des vecteurs d'onde décrit un cône dont l'axe de symétrie est parallèle à direction  $\vec{z}$  et dont l'angle solide à la base est  $\pi/2 - \varphi_m$ , avec  $\varphi_m$  donné par :

$$\frac{\sin(\varphi_m)}{V_m} = \frac{\delta_t}{\delta_z} \quad (5.1)$$

L'indice  $m = \{l, p, q\}$  représente l'onde quasi-longitudinale, transverse pure et quasi-transverse respectivement.  $V_m$  représente la vitesse de phase de chacun de ces modes. L'angle  $\varphi_q$  est indiqué sur la figure 5.4 afin de fournir une représentation géométrique de l'équation 5.1.

Les fronts d'onde de volume correspondant aux cônes des lenteurs sont aussi des cônes, et leur axe de symétrie est situé le long de la surface du cylindre en  $(r = a_0, \theta = \pi, z)$ . Leurs angles solides sont égaux à  $\varphi_m$ , et peuvent être déterminés très finement en choisissant correctement le paramètre de synthèse  $\delta_t$ . Ils sont représentés sur la figure 5.8. Ces fronts d'onde se propagent dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  à la vitesse de phase imposée par le rapport  $\delta_t/\delta_z$ . Comme les composantes des vecteurs d'onde ne sont pas imposées

dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , les ondes se propagent à la vitesse de groupe, qui, par ailleurs, est égale à la vitesse de phase du fait de l'isotropie. Le phénomène de focalisation des phonons dans la direction des extrémités de cuspides, relatif à une propagation à la vitesse de groupe, est par conséquent éladé. Les arrivées multiples de l'onde quasi-transverse directe sont par conséquent évitées.

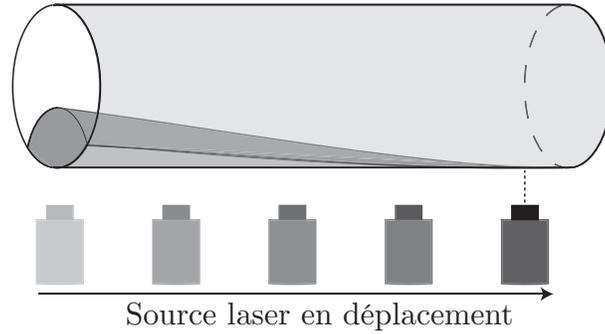


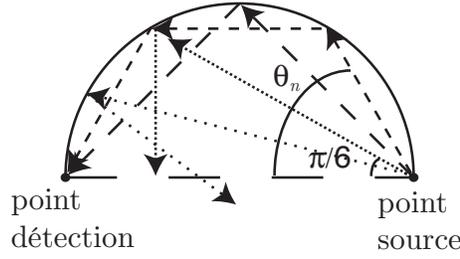
Fig. 5.8 : Onde conique engendrée par une source laser en mouvement.

#### 5.4.2. Réflexions des fronts d'onde de volume

Les ondes de volume coniques sont réfléchies sur la surface du cylindre avec ou sans conversion de mode. Alors que l'onde incidente possède une enveloppe globale assez simple à visualiser, les fronts d'onde réfléchis sont plus complexes à entrevoir. En effet, considérons la projection dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  des vecteurs d'ondes associés à une seule polarisation (figure 5.9). Les vecteurs d'ondes générés dans le secteur angulaire  $[\pi/6, \pi/2] \cup [-\pi/2, \pi/6]$  vont se réfléchir avec une composante du vecteur d'onde selon  $\vec{x}_1$  positive ( $k_1 > 0$ ), tandis que les vecteurs d'onde générés dans la partie complémentaire de ce secteur angulaire auront un  $k_1$  négatif. Par conséquent, les vecteurs d'ondes de la première partie se réfléchiront de multiple fois en restant confinés le long de la surface et constitueront une onde rampante. Leur énergie reste donc concentrée vers la surface. Ceux de la deuxième partie dispersent leur énergie dans un domaine angulaire très large. Lorsque l'angle de génération est du type  $\theta_n = \pi/2 - \pi/n$ , où  $n$  appartient aux entiers naturels, les ondes se réfléchissent en empruntant toujours le même chemin à chaque tour et rentrent donc en résonance. Elles constituent un mode de respiration. Cependant, ces ondes ne présentent pas vraiment d'utilité à être visualisées globalement. Il est en effet plus facile de suivre les réflexions de chaque vecteur d'onde indépendamment.

#### 5.4.3. Synthèse des fronts d'onde de tête

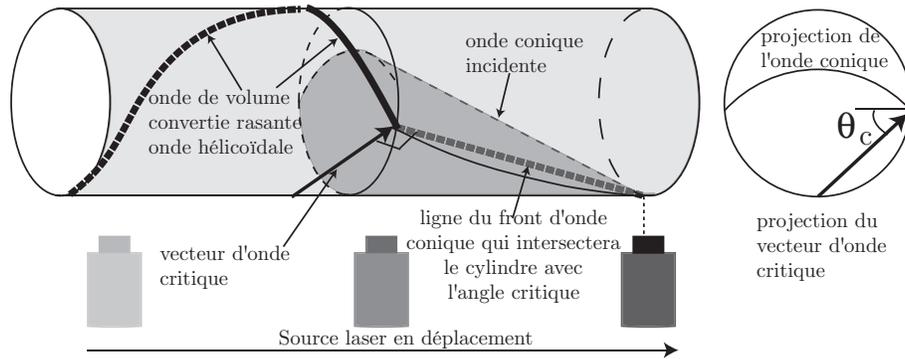
Considérons maintenant la synthèse des fronts d'onde construits à partir des ondes de tête. Ils seront décrits en raisonnant dans les plans  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  et  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  où les angles critiques sont faciles à déterminer.



**Fig. 5.9** : Projections dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  des réflexions possibles. L'angle  $\theta_n = \pi/2 - \pi/n$ , où  $n \in \mathbb{N}$ , est associé aux vecteurs d'onde dont les ondes empruntent toujours le même trajet après un tour.

D'après la géométrie, les projections dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  des vecteurs d'onde directement générés intersectent la surface avec un angle  $\theta$  décrivant tout l'espace  $[-\pi/2, \pi/2]$ . L'angle est défini par la direction de la projection des vecteurs d'onde dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  et la normale au cylindre, au point d'intersection. Puisque les angles critiques de conversion  $\theta_c$  de l'onde transverse pure  $T_p$  en une onde quasi-transverse rasante  $T_q$ , et des ondes transverses  $T_q, T_p$  en onde quasi-longitudinale rasante  $L$  appartiennent à cet intervalle, toutes les ondes de tête associées à ces conversions existent. Les fronts d'onde liés à cette transformation sont hélicoïdaux et sont représentés sur la figure 5.10. La ligne droite tracée en trait discontinu représente la partie de l'onde conique qui se réfléchira sur la surface en donnant naissance à l'onde de surface composant le front d'onde de tête. L'onde de surface générée par cette ligne possède un vecteur d'onde dont la composante selon  $\vec{z}$  est égale à celle de l'onde conique de volume. Les autres composantes sont selon la tangente à une section circulaire du cylindre. Par conséquent, les déplacements engendrés par cette onde décrivent une hélice sur la surface. Trois fronts d'onde de tête du premier type peuvent exister et sont notés  $H_{pq}^{fI}$  et  $H_{nl}^{fI}$  où  $n \in \{p, q\}$  et l'exposant  $f$  est utilisé pour distinguer ces notations des précédentes (cf. § 5.2). Alors que les fronts d'onde de volume associés à l'onde transverse pure peuvent toujours être convertis en ondes quasi-transverses rasantes, les ondes transverses ne peuvent être converties en ondes quasi-longitudinales rasantes que si la composante  $k_z$ , identique pour toutes les ondes, autorise la conversion en ondes longitudinales. En effet, si  $k_z$  est supérieur à la norme du vecteur d'onde longitudinal, l'onde quasi-longitudinale ne peut pas être générée.

La projection dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  est ensuite considérée. Pour chacune des ondes transverses, seule une valeur des lenteurs de la source  $\delta_t/\delta_z$  permet la génération à l'angle  $\varphi_c^n$  d'une onde longitudinale rasante se propageant dans la direction  $\vec{z}$  ( $\varphi_c^n$ ,  $n \in \{p, q\}$  étant l'angle critique dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  entre l'onde transverse pure et l'onde longitudinale ou entre l'onde quasi-transverse et l'onde longitudinale). Par conséquent les ondes de tête du deuxième type  $H^{II}$  ne peuvent être synthétisées que pour une seule valeur des lenteurs de la source sur la surface.



**Fig. 5.10** : Lorsque le vecteur d'onde incident et la tangente à l'interface au point d'intersection forment l'angle critique, l'onde associée se convertit en onde rasante de polarisation différente. L'onde conique est dessinée jusqu'au début de l'onde hélicoïdale, tracée en trait épais plein et hachuré.

#### 5.4.4. Synthèse des fronts d'onde de surface

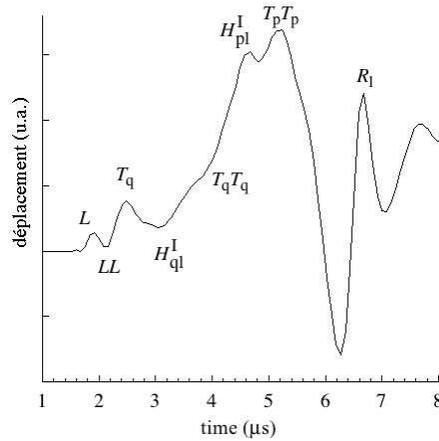
Les ondes de surface et de pseudo surface sont aussi à l'origine d'ondes de synthèse. Elles résultent de la combinaison cohérente de chacune des ondes de surface générées ponctuellement. Elles se propagent à la vitesse de phase dans la direction perpendiculaire à la ligne incurvée définie par l'intersection du cône avec le cylindre. La focalisation des phonons de surface disparaît et les arrivées multiples des ondes de Rayleigh n'interviennent plus. La réponse acoustique est alors plus simple à interpréter.

#### 5.4.5. Signal synthétisé

Le signal synthétisé pour une lenteur  $\delta_t/\delta_z$  de la source le long de la direction  $\vec{z}$  égale à  $75 \mu\text{s.m}^{-1}$  est montré sur la figure 5.11. Un ensemble de 41 signaux ont été calculés pour un pas en distance entre deux sources  $\delta_z$  égal à 0.2 mm. La figure 5.4 indique, d'autre part, que la lenteur de la source permet la génération de cônes relatifs aux trois polarisations. Les ondes observées sur la figure 5.6 sont aussi visibles sur le signal synthétisé de la figure 5.11. Cependant, elles arrivent dans un ordre différent puisqu'elles se propagent à la vitesse de groupe et non à la vitesse de phase. La dernière étape, permettant la détermination du tenseur d'élasticité, est la cartographie des vitesses de phase des trois modes en fonction de la lenteur de la source. Il faut donc pouvoir relier les temps d'arrivée aux différentes polarisations et aux différents trajets.

### 5.5. Caractérisation des coefficients d'élasticité du matériau

La résolution du problème inverse, concernant la mesure des cinq composantes indépendantes du tenseur d'élasticité  $C_{11}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$  et  $C_{66}$  est à présent décrite. Les



**Fig. 5.11** : Signal  $s(t)$ , construit pour une lenteur de la source  $\delta_t/\delta_z$  le long de l'interface égale à  $75\mu\text{s}/m$ . Le signal synthétisé est issu des signaux simulés pour le régime d'ablation.

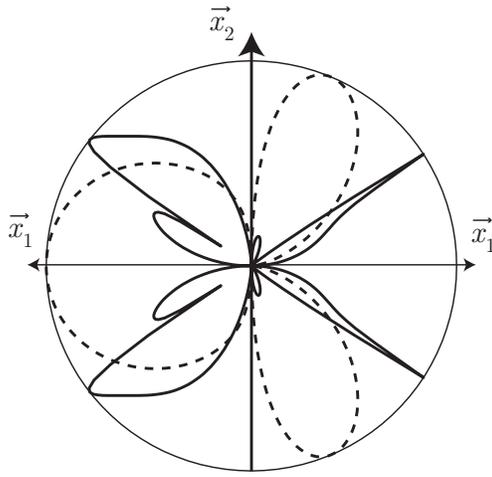
valeurs du paramètre  $\delta_t$  sont choisies de telle sorte que les ondes coniques soient synthétisées avec des angles solides  $\varphi_m$  ( $m = \{l, p, q\}$ , cf équation 5.1) balayant un large secteur angulaire. Afin d'identifier les ondes coniques de volume dans les signaux synthétisés, certaines considérations sont apportées pour aider à la reconnaissance des différentes ondes.

### 5.5.1. Identification des ondes dans les signaux synthétisés

Plusieurs réflexions sont maintenant apportées de façon à pouvoir identifier les différentes formes d'onde dans les signaux synthétisés.

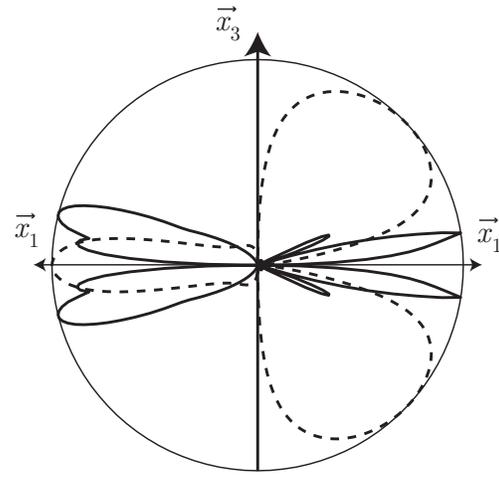
Lorsque les ondes coniques quasi-longitudinales sont générées, elles arrivent les premières. Puisque toutes les ondes coniques se propagent à la vitesse de phase, les diagrammes de directivité renseignent directement sur les directions pour lesquelles ces ondes seront générées avec une grande amplitude. Cet outil nécessite néanmoins de connaître des coefficients du tenseur d'élasticité proche de celui du matériau. Il est important de remarquer que les diagrammes de directivité, qui montrent l'amplitude des ondes associées aux vecteurs d'ondes et non l'amplitude de l'énergie, prennent tout leur sens dans l'analyse des ondes synthétisées. Les figures 5.12 et 5.13 présentent donc ces diagrammes dans le plan  $(O, \vec{X}_1, \vec{X}_2)$  pour les modes  $L$  et  $T_p$  et dans le plan  $(O, \vec{X}_1, \vec{X}_3)$  pour les modes  $L$  et  $T_q$ . Ils ont été calculés pour les deux régimes de génération, ablation et thermoélastique, avec les coefficients du tenseur d'élasticité pris comme référence. Il est important de noter que l'amplitude de l'onde  $T_p$  est nulle dans le plan  $(O, \vec{X}_1, \vec{X}_3)$ . Il en est de même pour l'amplitude de l'onde  $T_q$  dans le plan  $(O, \vec{X}_1, \vec{X}_2)$ .

Il apparaît que l'amplitude de l'onde conique longitudinale est non nulle dans la direction  $\vec{x}_1$  pour une génération en ablation. Or, le signal synthétisé pour  $\delta_t = 0$  correspond aux ondes coniques (en faite cylindriques puisque  $\varphi_n = 0$ ,  $n \in \{l, p, q\}$ ) qui ont toutes



ablation I dipolaire

**Fig. 5.12 :** Diagramme de directivité dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  pour les mode  $L$  (lignes hachurées) et  $T_p$  (ligne pleines) en régime d'ablation (à gauche) et thermoélastique dipolaire (à droite).



ablation I dipolaire

**Fig. 5.13 :** Diagramme de directivité dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  pour les mode  $L$  (lignes hachurées) et  $T_q$  (ligne pleines) en régime d'ablation (à gauche) et thermoélastique dipolaire (à droite).

été générées avec des vecteurs d'onde appartenant au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . L'onde quasi-longitudinale est donc d'abord reconnue sur ce signal puis suivie sur les signaux synthétisés pour des  $\delta_t$  plus grands. Cependant, puisque sa polarisation est quasiment parallèle au vecteur d'onde, elle contribue peu au déplacement normal dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  pour des angles d'observation importants.

Les ondes coniques transverses sont plus difficiles à trouver directement. Il est en effet plus facile d'éliminer les autres ondes (surfaiques, de tête ...) et de les identifier par la suite. Par exemple, toujours dans le signal synthétisé à  $\delta_t = 0$ , la vitesse de l'onde longitudinale dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  étant déterminée à partir de l'onde directe, les temps d'arrivée des ondes longitudinales faisant des allers et retours dans la direction  $\vec{x}_1$  ou faisant des réflexions simples sans conversion de mode, comme celles exprimées sur la figure 5.9, sont rapidement déduits.

L'identification des ondes de surface sur les signaux synthétisés n'est pas aussi facile que sur les signaux individuels. En effet, il serait trop long de réenregistrer tous les signaux individuels pour un décalage de la source sur la circonférence et de synthétiser un nouvel ensemble de signaux afin d'observer le dédoublement des ondes de surfaces évoqué au paragraphe 5.2. Cependant, le signal synthétisé pour  $\delta_t = 0$  est très similaire au signal individuel obtenu à l'épicentre. En effet, d'après les surfaces des vitesses de groupes, seules les ondes de volume associées à un vecteur d'onde selon  $\vec{x}_1$  peuvent contribuer directement aux déplacements à l'épicentre. Puisque cette direction est principale, les vitesses de groupe sont égales aux vitesses de phase. Ainsi, le signal individuel obtenu à l'épicentre est composé des mêmes ondes que le signal synthétisé pour  $\delta_t = 0$ . Par

conséquent, les ondes de surface qui ont été identifiées sur le signal individuel de l'épicentre, grâce à un décalage de la source sur la circonférence, sont facilement identifiées sur le signal synthétisé pour  $\delta_t = 0$ . Puis, l'évolution des échos est suivie dans les signaux synthétisés avec des valeurs de  $\delta_t$  supérieures. Cette technique d'identification à partir du signal à l'épicentre sera aussi utilisée pour identifier d'autres types d'ondes.

Ensuite, les ondes ayant subies une réflexion sont facilement repérables, puisque leur phase est inversée de  $\pi$  par rapport aux ondes directes (cf  $LL$  et  $T_qT_q$  dans les figures 5.6 et 5.11). Cette propriété est vérifiée autant dans les signaux synthétisés qu'individuels.

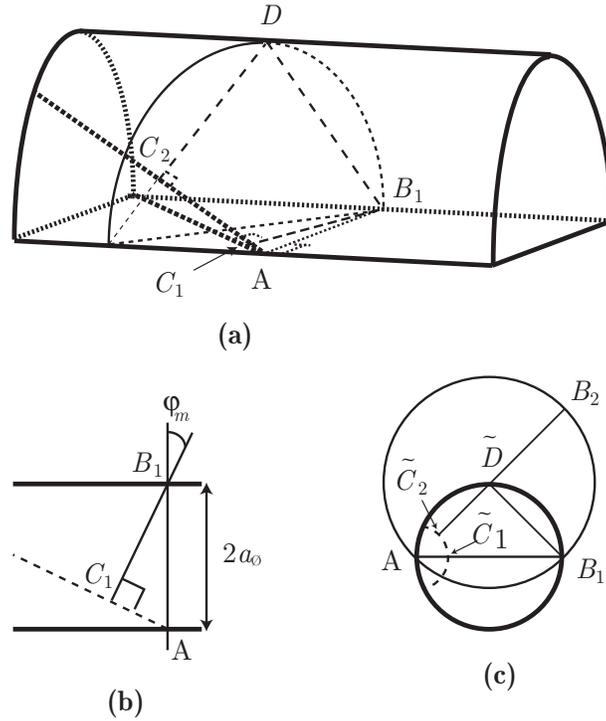
Enfin, les fronts d'onde de tête du premier type  $H_{nl}^{fI}$ , dont l'onde rasante est de polarisation quasi-longitudinale, se remarquent par leur disparition lorsque la lenteur de la source devient suffisamment grande pour être supérieure à la lenteur maximale selon  $\vec{z}$  de l'onde quasi-longitudinale. De plus, pour  $\delta_t = 0$  le temps d'arrivée de l'onde de tête est calculé égal à  $t_{H_{nl}^{fI}}|_{(\delta_t=0)} = t_L|_{(\delta_t=0)} (\theta_c + \cotan(\theta_c))$ , avec  $\theta_c$  l'angle critique dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . Celle de deuxième type  $H_{nl}^{fII}$  ne pose pas de problème non plus puisqu'elle n'apparaît que pour une seule lenteur de la source.

### 5.5.2. Mesure des vitesses de phase

Pour chacune des ondes synthétisées, le traitement du signal [133, 135] évoqué au paragraphe 4.2 permet la mesure précise des temps d'arrivée  $t_m$  des fronts d'ondes directs, quasi-longitudinal et quasi-transverse. La vitesse de phase  $V_m(\varphi_m)$  est déterminée à partir du temps  $t_m$ , du diamètre  $2a_\circ$  et de l'angle solide au sommet  $\varphi_m$ . Les figures 5.14 (a) et (b) montrent les trajets  $C_1B_1$  empruntés par les ondes directes et utilisés dans le calcul des vitesses de phase. La ligne hachurée dans la figure 5.14(b) (respectivement 5.14(c)) correspond à l'intersection d'une onde conique avec le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  (respectivement  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ ). L'origine des temps dans les signaux synthétisés est pris de telle sorte que tous les sommets des ondes coniques soient à l'épicentre (point  $A$ ) à cet instant. Pour cette raison, la position de la ligne hachurée dans la figure 5.14(b) est consistante avec le temps  $t = 0$ . Le temps de vol  $t_m$  est donc égal au temps où le front d'onde symbolisé par cette ligne hachurée atteint le point de détection  $B_1$  [132]. La vitesse de phase est alors simplement obtenue d'après la relation :

$$\frac{\cos \varphi_m}{V_m} = \frac{t_m}{2a_\circ} \quad (5.2)$$

Par ailleurs, les vitesses de phase peuvent aussi être calculées à partir du temps de parcours  $t_{mm}$  des ondes réfléchies sans conversion de mode sur la surface interne du cylindre ( $LL$ ,  $T_pT_p$  ou  $T_qT_q$ ). En raison de l'isotropie transverse, la norme des vitesses d'un mode est constante dans tout le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ , et la composante de la vitesse selon  $\vec{x}_1$  est conservée par réflexion puisque celle selon  $\vec{x}_2$  ne fait que changer de signe. De plus, la vitesse selon  $\vec{z}$  (i.e.  $\vec{x}_3$ ) reste toujours imposée égale à celle de la source. Les composantes selon  $\vec{x}_1$  et  $\vec{x}_3$  étant conservées par réflexions, le trajet avant et après réflexion s'effectue dans le même plan que celui passant par la direction "point source-point détection". Les ondes se propagent ainsi le long du trajet  $C_2DB_1$  de la figure 5.14(a). La figure 5.14(c)



**Fig. 5.14 :** Trajet des ondes coniques directes et réfléchies;  $B_1$  : point de détection,  $A$  : sommet du front conique au temps  $t = 0$ . (a)  $AC_1$  et  $AC_2$  sont deux lignes primitives du même front conique au temps  $t = 0$ .  $C_1B_1$  : trajet direct du front conique.  $C_2DB_1$  : trajet des fronts coniques avec réflexion à l'interface libre,  $LL$ ,  $T_qT_q$  et  $T_pT_p$ . (b) trajet  $C_1B_1$  : du front conique direct (ligne hachurée) dans le plan  $(X_1, X_3)$ . (c)  $\tilde{C}_2DB_1$  projection dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  du trajet des fronts coniques réfléchis associés au cylindre de rayon  $a_\phi$ .  $\tilde{C}_2B_2$  projection du trajet direct équivalent dans un cylindre de rayon  $\sqrt{2}a_\phi$ .

montre la projection  $\tilde{C}_2DB_1$  dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . La longueur du trajet projeté équivaut à  $\tilde{C}_2B_2$  dans la figure 5.14(c), le long duquel un front d'onde direct se serait propagé à travers un cylindre de rayon  $\sqrt{2}a_\phi$ . Par conséquent, la vitesse de phase  $V_m(\varphi_m)$  peut être calculée avec les données correspondant à l'onde réfléchie simplement en adaptant l'équation 5.2, c'est-à-dire en remplaçant  $t_m/a_\phi$  par  $t_{mm}/\sqrt{2}a_\phi$ . Il est donc facile d'en déduire les projections dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  des lenteurs de phase. Les temps d'arrivée des ondes réfléchies permettent surtout de mesurer les vitesses de l'onde transverse pure, étant donné que celles-ci ne sont pas accessibles par la mesure des temps associés aux trajets directs.

### 5.5.3. Détermination du tenseur d'élasticité

Une fois les vitesses de phase mesurées pour un grand secteur angulaire, ces données sont traduites en lenteurs. En minimisant l'écart entre ces données et les lenteurs cal-

culées à partir des équations de Christoffel, les coefficients du tenseur d'élasticité sont déterminés de façon optimum [116]. Puisque tous les plans contenant  $\vec{x}_3$  sont des plans principaux équivalents au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ , l'équation de Christoffel se factorise dans ces plans en :

$$(\lambda_m - \Gamma_p)(\lambda_m - \Gamma_q)(\lambda_m - \Gamma_l) = 0 \text{ avec } m = \{l, p, q\}, \quad (5.3)$$

où

$$\begin{aligned} \Gamma_p &= \Gamma_{22} \\ 2\Gamma_q &= \Gamma_{11} + \Gamma_{33} - \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{33})^2 + 4\Gamma_{13}^2} \\ 2\Gamma_l &= \Gamma_{11} + \Gamma_{33} + \sqrt{(\Gamma_{11} - \Gamma_{33})^2 + 4\Gamma_{13}^2} \end{aligned} \quad (5.4)$$

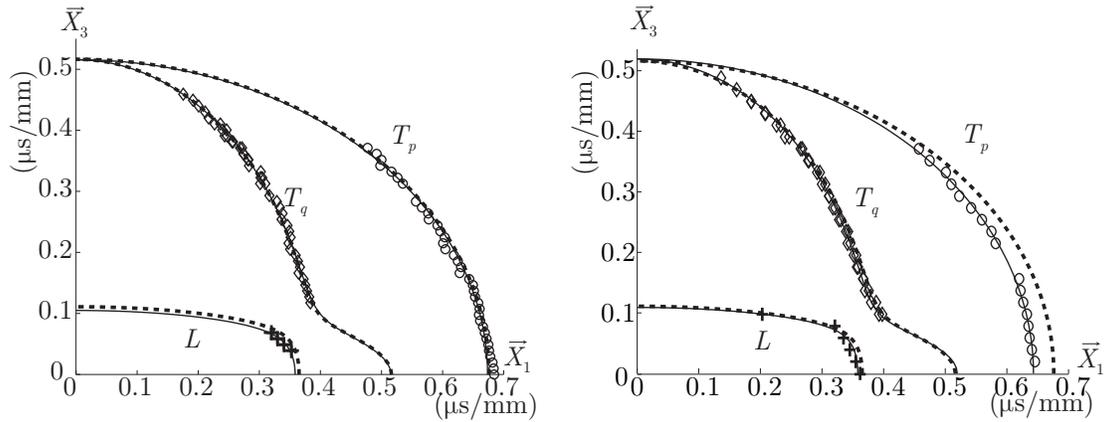
Dans l'équation 5.3, les valeurs  $\lambda_m$ , vérifiant  $\lambda_m = \rho V_m^2$ , correspondent aux valeurs propres du tenseur de Christoffel. Dans le système d'équations 5.4, les coefficients  $\Gamma_{ij}$  ( $\{i, j\} \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^2$ ) sont les composantes de ce tenseur et ceux d'indices  $p, q, m$  expriment que chacun des termes entre parenthèses de l'équation 5.3 s'annule pour les vitesses  $V_m$  des modes  $m = l, p$ , et  $q$  respectivement. Le fort couplage entre les vitesses des ondes quasi-longitudinale et quasi-transverse provient des deux dernières expressions du système d'équations 5.4. La vitesse de l'onde transverse pure n'est pas pour autant indépendante des autres modes puisque le terme  $\Gamma_{22}$  dépend du coefficient élastique  $C_{44}$  intervenant dans l'expression des coefficients  $\Gamma_{11}, \Gamma_{33}, \Gamma_{13}$  au travers de l'égalité  $C_{44} = C_{55}$ , conséquence à l'isotropie transverse. La détermination du coefficient  $C_{66}$  est par contre uniquement assurée par les informations apportées par la mesure de l'onde transverse pure.

Puisque seulement cinq coefficients du tenseur d'élasticité sont à déterminer et qu'un nombre bien supérieur de lenteurs a été mesuré à partir des différentes lenteurs de la source  $\delta_t/\delta_z$ , l'annulation de chacun des termes de l'équation 5.3 fournit un système surdéterminé d'équations non linéaires [116], résolu par une optimisation des moindres carrés [111].

### 5.5.3.1. Détermination du tenseur d'élasticité à partir de signaux simulés

La méthode est tout d'abord appliquée à un ensemble de signaux résultant de simulations. Les deux régimes de génération, thermoélastique dipolaire et ablation ont été envisagés. Les lenteurs déterminées pour les deux régimes sont représentées par des croix pour les ondes quasi-longitudinales, par des losanges pour les ondes quasi-transverses et par des cercles pour les ondes transverses pures sur la figure 5.15. Les lignes continues correspondent aux lenteurs obtenues après l'optimisation des coefficients du tenseur d'élasticité et les lignes hachurées correspondent aux lenteurs calculées avec le tenseur de référence. Un très bon accord est constaté entre ces différentes lignes pour chacune des polarisations.

Les coefficients déterminés à partir des lenteurs des figures 5.15, c'est-à-dire pour les régimes thermoélastique et d'ablation simulés, sont reportés dans le tableau 5.1. Ils sont



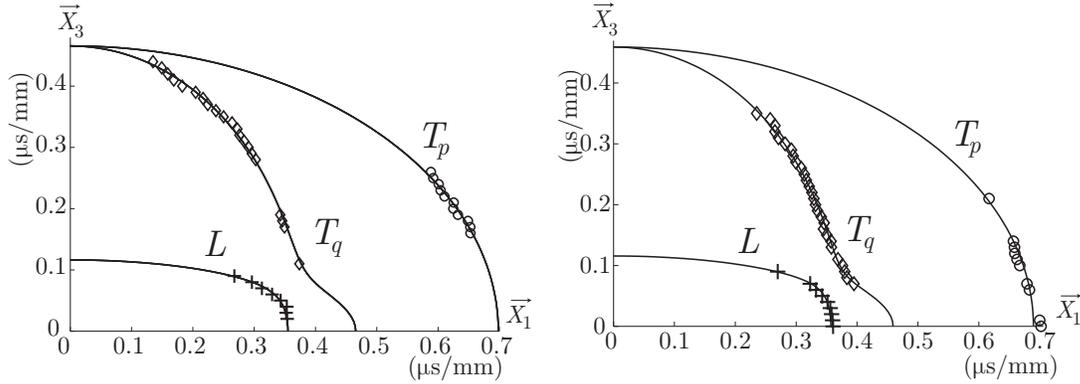
**Fig. 5.15 :** Lenteurs déterminées à partir des ondes coniques quasi-longitudinales (croix) et quasi-transverses (losange) directes et réfléchies, et des ondes coniques transverses pures réfléchies (cercle). Les signaux traités ont été simulés pour le régime thermoélastique dipolaire (à gauche) et d'ablation (à droite). Les lignes hachurées sont calculées à partir du tenseur d'élasticité de référence utilisé pour les simulations alors que les lignes pleines correspondent aux valeurs optimisées des coefficients d'élasticité.

relativement proches de ceux utilisés dans la simulation des signaux individuels. On notera que les coefficients  $C_{44}$  et  $C_{66}$  sont obtenus avec une très grande précision lorsque la génération est dipolaire et moins bien en régime d'ablation. Ceci s'explique par la différence entre les diagrammes de directivité (figures 5.12 et 5.13) relatifs à chacun des régimes de génération. L'onde transverse pure est moins bien générée en ablation puisque l'énergie est répartie dans un secteur angulaire plus grand autour de l'angle de réflexion (figure 5.12) et les échos apparaissent moins bien dans le signal. Les coefficients non-diagonaux du tenseur d'élasticité étant moins sensibles aux vitesses de phases mesurées [44], l'erreur relative est plus grande que pour les coefficients diagonaux. Ainsi, l'erreur maximale est constatée pour le coefficient  $C_{13}$ . La génération de l'onde quasi-longitudinale étant favorisée pour le régime d'ablation, l'identification des coefficients du tenseur d'élasticité les plus sensibles à l'onde quasi-longitudinale, comme  $C_{33}$  et  $C_{13}$ , est meilleure que dans le cas dipolaire.

### 5.5.3.2. Détermination du tenseur d'élasticité à partir de signaux expérimentaux

La méthode est maintenant appliquée à un ensemble de 51 signaux enregistrés expérimentalement pour un cylindre de carbone-époxy dont les propriétés ont été présentées au paragraphe 5.1.2. Les mêmes conditions d'équipartition que précédemment, c'est-à-dire avec un pas  $\delta_z$  de 0.2 mm ont été appliquées. Le laser ayant une intensité fluctuante au cours du temps, les réponses en déplacement pour chacune des positions de la source sont moyennées suffisamment pour permettre la reproductibilité des mesures et permettre ainsi de fournir à la méthode, des signaux provenant de sources ponctuelles identiques. Lorsque les conditions de génération sont celles du régime thermoélastique, le rapport "signal sur bruit" est souvent très faible [136]. Cependant, la méthode présen-

tée dans ce chapitre permet l'extraction des lenteurs pour les trois modes de volume en traitant les signaux expérimentaux. Les figures 5.16 montrent les courbes des lenteurs vérifiant les équations de Christoffel et s'approchant de façon optimale des lenteurs expérimentales. Les coefficients sont reportés dans le tableau 5.1 avec leur intervalle de



**Fig. 5.16 :** Lenteurs déterminées à partir des ondes coniques quasi-longitudinales (croix) et quasi-transverses (losange) directes et réfléchies, et des ondes coniques transverses pures réfléchies (cercle). Les signaux traités ont été enregistrés pour des expériences effectuées en régime thermoélastique dipolaire (à gauche) et d'ablation (à droite).

confiance à 90% [44]. Ces intervalles de confiance ne sont pas représentatifs de l'erreur exacte parce que certaines erreurs systématiques associées à la mesure des lenteurs ne sont pas prises en compte. Cependant, ils renseignent sur l'incertitude de la mesure des coefficients estimés à partir des lenteurs de phase. Les valeurs trouvées ne doivent pas être comparées aux valeurs de référence données dans le tableau 5.1 puisque ces dernières sont des valeurs approximatives choisies pour la simulation des signaux. L'amplitude de l'onde quasi-longitudinale est plus grande pour une génération de type ablation et sa vitesse de phase est donc mesurée avec une grande exactitude dans un très large secteur angulaire. Les coefficients d'élasticité mesurés pour les deux régimes sont majoritairement identiques à l'exception du coefficient hors diagonale  $C_{13}$  et du coefficient  $C_{44}$ . En effet, ces derniers sont mesurés avec une faible précision, que ce soit avec le traitement des signaux simulés ou avec celui des signaux expérimentaux.

	$C_{11}, C_{22}$	$C_{13}, C_{23}$	$C_{33}$	$C_{44}, C_{55}$	$C_{66}$
Tenseur de référence pour les simulations	12	6	130	6	3.5
Simulation en régime thermoélastique dipolaire	12.4	8.9	145	6	3.5
Simulation en régime d'ablation	12.4	7.7	127	5.6	3.8
Expérience en régime thermoélastique dipolaire	$12.7 \pm 0.1$	$4.8 \pm 0.5$	$118 \pm 3$	$7.4 \pm 0.1$	$3.3 \pm 0.1$
Expérience en régime d'ablation	$12.6 \pm 0.1$	$2.4 \pm 0.4$	$120 \pm 3$	$7.6 \pm 0.2$	$3.4 \pm 0.1$

**Tab. 5.1 :** Coefficients des tenseurs d'élasticité exprimés en GPa, considérés pour la simulation des signaux (2ème ligne), déterminés d'après les signaux simulés issus d'une génération thermoélastique dipolaire (3ème ligne) et d'une génération en ablation (4ème ligne), déterminés d'après les signaux expérimentaux pour une génération thermoélastique dipolaire (5ème ligne) et une génération en ablation (6ème ligne)

## 5.6. Conclusion

La technique d'ultrasons laser, dont l'avantage est de pouvoir disposer d'un point source et d'un point de détection, a montré sa capacité à caractériser complètement le tenseur d'élasticité d'un cylindre isotrope transverse composite. Les difficultés, liées à l'analyse des ondes de volume divergentes dans un tel milieu, ont été contournées en synthétisant des signaux qui auraient pu être directement obtenus si la source laser était déplacée le long d'une droite de la surface du cylindre. Les fronts d'ondes synthétisés sont de forme conique pour les fronts d'onde de volume et hélicoïdale pour les fronts d'onde de surface et de tête. Les contributions des fronts d'onde de volume directs et réfléchis ont été identifiées dans les formes d'onde synthétisées à partir de signaux simulés et expérimentaux. Elles ont ensuite été utilisées pour permettre la mesure des vitesses de phase dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ . Les coefficients du tenseur d'élasticité ont finalement été déterminés précisément à partir de ces vitesses, traduites en lenteurs de phase, pour des signaux simulés. Enfin, la méthode a été appliquée à des signaux expérimentaux et elle a permis l'estimation du tenseur d'élasticité malgré le faible rapport "signal sur bruit". Ces résultats encourageants permettent d'envisager l'évaluation non destructive et sans contact des propriétés d'élasticité de cylindres sur des chaînes de production ou le contrôle du tenseur d'élasticité de cylindres endommagés.



## 6. Mesure des constantes d'élasticité dans des plaques micrométriques

Le développement des nanotechnologies repose pour une bonne part sur le contrôle des propriétés mécaniques des matériaux dont la taille va du nanomètre au micromètre. Le contrôle non destructif et la caractérisation d'échantillons de géométrie plane, monocouches ou multicouches submicrométriques sont alors devenus nécessaires pour assurer la fiabilité des composants électroniques. La fragilité de ces derniers impose l'utilisation de méthodes sans contact. Depuis la fin des années 1980, la technique d'ultrasons laser a montré, lors d'expériences d'acoustique picoseconde, sa capacité à générer et détecter les ondes longitudinales. Ces ondes ont été utilisées avec succès dans l'analyse de structures de taille nanométrique [80, 137–139]. Les temps d'arrivée des ondes longitudinales permettaient la mesure de l'épaisseur de l'échantillon, si la vitesse était connue ; ou vice-versa, la mesure de la vitesse et donc des propriétés d'élasticité associées à cette polarisation, si l'épaisseur était donnée.

Dans ces expériences, la taille de la source laser était très supérieure aux épaisseurs des échantillons. Par conséquent, seuls les vecteurs d'onde orthogonaux à la surface étaient excités. Les ondes longitudinales étaient alors les seules ondes excitées lorsque la surface correspondait à un plan principal et leur analyse ne renseignait en réalité que sur un coefficient du tenseur d'élasticité. Afin d'identifier les autres coefficients, il est impératif de pouvoir aussi examiner les informations transportées par l'ensemble des vecteurs d'onde longitudinaux et transverses. Il a été montré que la génération d'ondes transverses est néanmoins possible dans certains matériaux, pour des conditions particulières de génération et de détection. Des résultats expérimentaux démontrent, en effet, la génération d'ondes quasi-transverses par conversion de mode d'une onde longitudinale se réfléchissant perpendiculairement à une interface entre un film métallique isotrope polycristallin et un cristal anisotrope transparent coupé le long d'une direction non principale [140]. Elle peut aussi être observée avec des dispositifs utilisant l'effet électrostrictif induit par laser [141]. Plus récemment, la génération d'ondes transverses par effet piézo-électrique et thermoélastique a été obtenue dans des milieux anisotropes [142]. Cependant, ces études nécessitent une préparation préalable des échantillons, et sont parfois destructifs. De plus, les informations apportées par ces ondes transverses ne concernent qu'une direction du réseau cristallin. Le chapitre suivant illustre, dans la première partie, le lien entre la génération d'ondes transverses et la taille de la source en surface. Des résultats expérimentaux obtenus pour plusieurs focalisations du laser sur des films submicrométriques isotropes seront discutés et expliqués à partir de simulations. Ils seront notamment reliés à la diffraction des ondes acoustiques. Ces résultats seront ensuite étendus à un matériau isotrope transverse.

Néanmoins, si la largeur de la source est non négligeable par rapport à l'épaisseur, les temps d'arrivée des ondes sont différents des temps obtenus pour une source ponctuelle, et l'évaluation des coefficients du tenseur d'élasticité devient délicate. La technique de déconvolution [39] permet de retrouver les temps d'arrivée caractéristiques d'une source fine à partir de signaux enregistrés pour un grand nombre de directions "source-détection" et pour une source et une détection large. Les méthodes présentées au chapitre 4 peuvent alors être appliquées et fournissent de bons résultats. Cependant, cette technique n'est performante que si l'amplitude du bruit est négligeable devant celle du signal et ne s'applique donc pas en pratique à des signaux expérimentaux. Une méthode sera alors proposée pour rendre compte de l'évolution des temps d'arrivée en fonction de la largeur de la source. Elle s'appuie sur le calcul des vitesses de groupe associées à une source large. Ces vitesses seront comparées à celles obtenues pour des signaux simulés.

## 6.1. Détection et génération d'ondes transverses dans un film isotrope

Ce paragraphe s'attache à décrire la génération et la détection d'ondes transverses dans un film métallique submicrométrique isotrope d'aluminium à partir d'un laser à impulsions femtosecondes [143, 144]. Des résultats expérimentaux, accompagnés de simulations, seront présentés et analysés, dans plusieurs configurations. Tout d'abord, lorsque la pompe et la sonde sont confondues sur la même surface, il sera montré que la génération d'ondes transverses est corrélée à la réduction de la taille des taches focales en surface. Cette corrélation sera attribuée à l'influence de la diffraction acoustique dans la génération thermoélastique d'ondes transverses. Il sera de plus montré que lorsque l'onde longitudinale est réfléchiée à l'interface opposée à la génération, une partie de son énergie est transférée à une onde de polarisation transverse.

### 6.1.1. Description de l'échantillon et du dispositif expérimental

De façon à mettre en évidence le lien entre la diffraction acoustique et la réduction de la taille de la source, les signaux doivent être simples à interpréter. Le matériau a donc été recherché avec des propriétés mécaniques isotropes. Cependant, il est quasiment impossible de trouver des films d'épaisseur submicrométrique monocouches, tous ont besoin d'être soutenus par un substrat, soit pour des raisons d'élaboration, soit pour permettre leur manipulation sans les endommager. Il faut donc aussi considérer, dans le but de faciliter l'analyse des résultats, les propriétés mécaniques et thermiques du substrat. Par exemple, l'impédance acoustique d'un support en polyester thermoplastique (Mylar), beaucoup plus petite que celle de la plupart des métaux, permet d'obtenir des ondes réfléchies de grande amplitude. La technique de dépôt utilisée lors de l'élaboration des films est également un facteur déterminant à prendre en compte. Par exemple, si une méthode de vaporisation est utilisée, la plupart des métaux croissent de manière polycristalline et présentent des caractéristiques élastiques anisotropes. De plus, une certaine hétérogénéité peut se développer et la diffraction acoustique peut apparaître

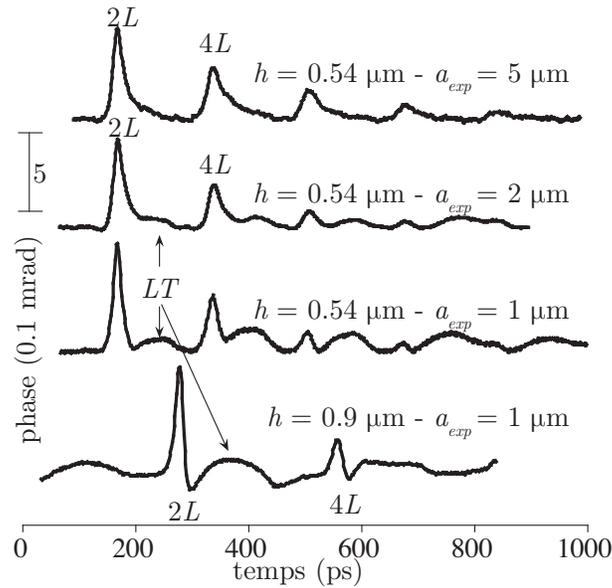
aux frontières des grains. Ces difficultés sont en fait contournées lorsque le matériau est de l'aluminium. La variation de vitesse des ondes longitudinales ou transverses, selon les directions cristallographiques, est inférieure à 3 % [145] et permet donc de supposer le matériau isotrope. Ainsi, les échantillons choisis sont deux membranes métalliques d'aluminium d'épaisseur  $h = 0.54$  et  $h = 0.9 \mu\text{m}$ . L'épaisseur du support de Mylar est de  $3.5 \mu\text{m}$ .

Le dispositif d'acoustique picoseconde utilisé lors des expériences est celui présenté au chapitre 1 sur la figure 1.3. Les deux faisceaux sont confondus sur la surface des échantillons. Leur focalisation est réalisée grâce à différents objectifs de microscope dont le rapport de grossissement est noté  $\times 10$ ,  $\times 50$ ,  $\times 100$ . Les tailles, les profils et la superposition des faisceaux sont contrôlés à l'aide d'un analyseur à lames de couteau ayant une résolution de  $0.1 \mu\text{m}$  tant que la taille de la tache est supérieure à  $1 \mu\text{m}$ . À cause de la diffraction optique des faisceaux, il est impossible de focaliser plus que la longueur d'onde du laser sans avoir recours à une mise en forme particulière du laser [146]. La longueur d'onde du laser étant centrée autour de  $790 \text{ nm}$ , la limite de diffraction est quasiment atteinte pour l'objectif  $\times 100$ , où le diamètre  $a_{exp}$  de la tache focale est estimée à  $1 \mu\text{m}$ . Le rayon laser étant généré avec un mode  $\text{TEM}_{00}$ , l'étalement en énergie est supposé suivre un profil gaussien sur la surface de l'échantillon. Le diamètre mesuré correspond à la distance séparant les amplitudes égales à  $e^{-2}$  du maximum de la gaussienne. Les autres grossissements permettent d'atteindre un diamètre de  $2 \mu\text{m}$  pour l'objectif  $\times 50$  et de  $5 \mu\text{m}$  pour le  $\times 10$ .

### 6.1.2. Résultats expérimentaux

Les variations de phase du changement de réflectivité, mesurées pour les deux échantillons et pour les différentes focalisations, sont présentées sur la figure 6.1. Le fond thermique a été soustrait des données initiales et les premières picosecondes ont été supprimées pour améliorer la clarté de la figure. Les premiers instants, ceux correspondant aux arrivées simultanées de l'impulsion laser pompe et sonde, montrent en effet une très forte décroissance qui empêche d'observer la dynamique des signaux. Elle correspond à la somme des amplitudes des ondes acoustiques générées et à celle du déplacement lié à la déformation thermique.

En se référant à la littérature [145], la valeur de la vitesse des ondes longitudinales dans un polycristal d'aluminium est donnée égale à  $v_L = 6400 \mu\text{m}.\text{ns}^{-1}$ . Les échos, observés sur le signal obtenu pour  $h = 0.54 \mu\text{m}$  et  $a_{exp} = 5 \mu\text{m}$ , sont attribués, d'après leurs temps d'arrivée, aux ondes longitudinales qui font des allers et retours à l'intérieur de l'échantillon ( $2L$ ,  $4L$ , ...). Leurs amplitudes sont grandes puisque le substrat possède une impédance acoustique suffisamment différente de celle de l'aluminium. La décroissance d'amplitude des échos au cours des différents allers et retours peut être attribuée à l'atténuation et à la réflexion à l'interface "aluminium - Milar". Le rôle de la diffraction dans la décroissance est négligée pour une source de taille dix fois plus grande que l'épaisseur puisque seul le vecteur d'onde normal à la surface est excité. La décroissance de chacun des échos est typique d'une configuration à une dimension où la diffusion thermique tient un rôle prédominant : les échos montrent en effet un profil dissymétrique, caractéristique



**Fig. 6.1** : Mesures interférométriques de la variation de phase du changement de réflectivité pour deux épaisseurs de films d'aluminium polycristallin ( $0.54 \mu\text{m}$  et  $0.9 \mu\text{m}$ ) et pour différentes focalisations des taches laser. (La décroissance thermique a été soustraite.)

d'une onde générée dans un milieu où le champ thermique évolue rapidement [39].

Lorsque la taille de la source est plus petite, le profil temporel des échos longitudinaux évolue d'une forme monopolaire dissymétrique vers une forme dipolaire. De nouvelles arrivées d'ondes apparaissent également entre les échos. Toujours d'après les temps d'arrivée, les nouveaux événements acoustiques sont attribués aux ondes ayant subies un nombre impaire de réflexions avec conversion de mode. On désignera alors par  $LT$ , l'onde s'étant réfléchi une fois et ayant parcouru l'épaisseur avec une polarisation longitudinale dans un sens et transversale dans l'autre. Aucune distinction ne peut être faite pour l'instant entre les ondes générées avec une polarisation longitudinale ou transversale. Plus la focalisation est importante et plus l'amplitude des ondes  $LT$  devient grande. Il apparaît alors que le rapport "taille de la source-épaisseur", bien que supérieur à l'unité, est un facteur prédominant dans la détection d'ondes transverses.

Il est aussi intéressant de noter que, sur le signal correspondant à une épaisseur de  $0.9 \mu\text{m}$ , un événement survient avant l'arrivée de l'onde longitudinale. Ce même événement est aussi identifiable sur les autres signaux mais est beaucoup trop proche des premiers instants si bien qu'il a été coupé. Il sera associé à une onde de surface générée sur la périphérie de la tache laser et se propageant vers le centre.

### 6.1.3. Simulations

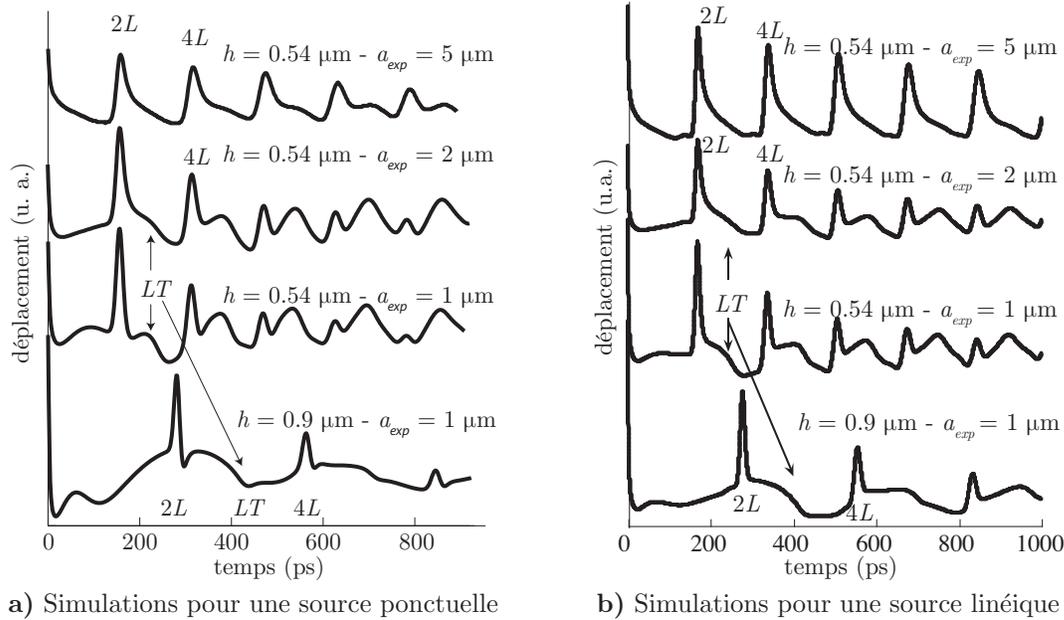
L'aluminium a une longueur de pénétration optique de l'ordre d'une dizaine de nanomètres pour la longueur d'onde optique du laser ( $\lambda^{opt} = 790 \text{ nm}$ ). D'après la durée

des échos sur les signaux expérimentaux et la vitesse des ondes donnée par la littérature [145], les longueurs d'onde acoustiques sont supérieures à 200 nm. Par conséquent la profondeur sur laquelle le faisceau sonde mesure la variation du changement de réflectivité est négligeable par rapport à la longueur d'onde de la déformation acoustique. Les signaux sont donc comparables aux déplacements normaux à la surface [138] (cf. éq. 1.1). Ces derniers seront simulés grâce aux méthodes développées dans la partie I. Les paramètres physiques intervenant dans les simulations sont ajustés afin d'identifier les différentes ondes présentes dans les signaux expérimentaux.

La couche d'aluminium est tout d'abord considérée isolée du substrat étant donné la forte différence d'impédance acoustique. Le matériau étant isotrope, le modèle présenté au chapitre 3 ainsi que la géométrie et l'orientation du repère sont donc utilisés dans les calculs à venir. Le modèle de génération permettant le mieux de décrire les expériences tient compte de l'effet de la pénétration optique et de la diffusion thermique. En effet, une décroissance thermique a été supprimée sur la figure 6.1 par soustraction des signaux avec une courbe polynomiale [49] afin de mieux visualiser les ondes acoustiques. Cette décroissance est significative d'une diffusion thermique importante. L'aluminium ne faisant pas partie des métaux nobles et les épaisseurs des échantillons étant supérieures à la dizaine de nanomètre, la diffusion électronique peut être négligée. La résolution des équations 1.2 (avec  $N = 0$ ) et 1.13 (avec  $E_g = 0$  et  $\bar{\kappa} = \bar{0}$ ) est donc considérée.

Expérimentalement, les profils surfaciques des taches focales de la source et de la sonde sont supposés égaux et sont modélisés par des gaussiennes à symétrie centrale dont le diamètre à mi-hauteur est noté  $a$ . La méthode s'appuyant sur le calcul du noyau de Green d'une génération linéique est utilisée pour simuler la génération circulaire. Puisque le déplacement est simulé en un point, la largeur de la tache focale de la sonde est modélisée par une taille modifiée de la pompe. Il est en effet possible de considérer un certain profil spatial de la source en convoluant la réponse impulsionnelle en déplacement par ce profil. Puisque les simulations utilisent le noyau de Green associé à une source linéique, les diamètres des taches focales sont reportés sur la largeur de la source rectiligne. On remarquera par ailleurs, que le diamètre de la tache focale expérimentale est évalué pour une amplitude égale à  $e^{-2}$  du maximum de la gaussienne tandis qu'il est pris à mi-hauteur pour la simulation. Le diamètre simulé, tenant compte de la largeur de la pompe et de la sonde  $a_{ps}$ , et le diamètre expérimental  $a_{exp}$  vérifient alors  $a_{ps} = a_{exp}\sqrt{\ln 2} \simeq 0.5 a_{exp}$ .

Les constantes du tenseur d'élasticité utilisées pour les simulations sont :  $C_{11} = 111.3$  GPa et  $C_{44} = 26.1$  GPa. La masse volumique, la chaleur spécifique, l'inverse de la pénétration optique, le coefficient de réflexion optique pour la longueur d'onde  $\lambda^{opt} = 790$  nm, les éléments diagonaux des tenseurs de dilatation et de conductivité thermique valent respectivement  $\rho = 2.7$  g.cm<sup>-3</sup>,  $C_p = 897$  J.Kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup>,  $\beta = 140$  μm<sup>-1</sup>,  $R_{01} = 0.88$ ,  $\alpha_{ii} = 23.1 \cdot 10^{-6}$  K<sup>-1</sup>,  $\kappa_{ii} = 237$  W.m<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> ( $i \in \llbracket 1, 3 \rrbracket$ ). Ces coefficients sont tous issus de la littérature [145, 147] et permettent d'obtenir des signaux en très bon accord avec les expériences. Cependant, un ajustement de la partie imaginaire du tenseur d'élasticité (équation 1.3) est nécessaire puisque la largeur des échos est très sensible à ce paramètre. Les coefficients permettant d'obtenir les meilleurs résultats valent  $\eta'_{11} = 0.05$  GPa.GHz<sup>-1</sup> et  $\eta'_{44} = 0.01$  GPa.GHz<sup>-1</sup>.



**Fig. 6.2 :** Déplacements normaux à la surface pour deux épaisseurs de films d'aluminium polycristallin ( $0.54 \mu\text{m}$  et  $0.9 \mu\text{m}$ ) et pour différentes focalisations des taches laser.

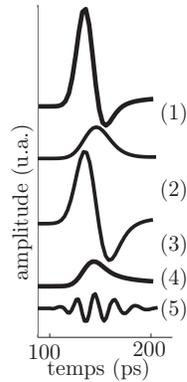
Les résultats sont présentés sur la figure 6.2(a). L'accord entre les simulations et les expériences est relativement bon. La décroissance thermique est cependant conservée sur les simulations et est notamment visible sur le signal correspondant à  $h = 0.9 \mu\text{m}$  entre 0 et 300 ps. Les signaux calculés à partir d'une génération linéique sont donnés, pour comparaison, sur la figure 6.2(b). Puisque les conditions de simulations entre les deux figures sont les mêmes à l'exception de la géométrie de la source, la confrontation des résultats permet de bien visualiser l'influence de la forme de la source. Les premiers échos longitudinaux de la figure (a) deviennent dipolaires lorsque la taille de la source est petite alors que ceux de la figure (b) restent toujours monopolaires. Par ailleurs, les signaux montrent aussi que l'écho longitudinal devient aussi dipolaire après plusieurs réflexions, même dans le cas d'une génération linéique.

#### 6.1.4. Diffraction des ondes longitudinales

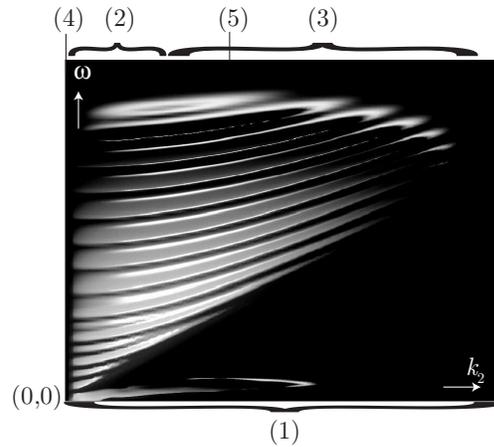
Afin d'expliquer la nature du comportement dipolaire des échos longitudinaux, plusieurs ensembles de signaux ont été simulés. Les conclusions seront rappelées. Un parallélisme avec le "précurseur" [19] observé pour des échantillons dont la longueur de pénétration optique est faible par rapport à l'épaisseur sera aussi établi.

Plusieurs simulations, effectuées pour différents modèles de génération thermoélastique, ont permis de montrer que les échos de forme dipolaire sont liés au caractère volumique de la génération. Le signal obtenu pour une génération dipolaire dans l'alu-

minium (cf. fig. 1.6) ne permet pas en effet d'observer une contribution directe de l'onde longitudinale. Ensuite, en supprimant artificiellement l'atténuation, ou tout du moins en la diminuant fortement, les échos longitudinaux simulés présentent un profil dipolaire plus marqué. Puis, le caractère dipolaire de l'écho semble particulièrement lié à la géométrie de la source et donc à la diffraction des ondes puisqu'il est plus important pour une génération ponctuelle que pour une génération linéique (cf. figure 6.2).



**Fig. 6.3 :** Déplacements normaux à la surface associés au premier écho longitudinal. Les simulations ont été réalisées avec une source circulaire, pour une génération tenant compte de la diffusion thermique avec un profil spatial de la source : de type Dirac spatial (1), favorisant les  $k_2$  différents de 0 (2), proches de 0 (3). Le signal n°4 est calculé pour une tache laser infinie alors que le signal n°5 correspond à un cas virtuel où seuls les vecteurs d'onde ayant une composante sur la surface égale à une certaine valeur non-nulle sont générés.



**Fig. 6.4 :** Spectre des déplacements  $\tilde{u}_1(\omega, k_2)$ . Les maxima du spectre sont en clair alors que la couleur noire est propre aux petites amplitudes. Ce spectre est en fait équivalent aux courbes de dispersion  $f(\omega, k_2)$  qui coïncident avec les courbes des maxima. Chacun des signaux de la figure 6.3 correspond à l'inversion des parties du spectre qui sont indiquées par le même chiffre entre parenthèse.

Afin d'établir un lien entre les différentes causes permettant d'améliorer la visibilité de ce caractère, la figure 6.3 présente le premier écho longitudinal de plusieurs signaux obtenus pour un modèle de génération tenant compte de la diffusion thermique, et pour différentes géométries de la source. L'écho n°1 correspond à une génération ponctuelle, où tous les vecteurs d'onde sont excités. La figure 6.4 présente le spectre  $\tilde{u}_1(\omega, k_2)$  associé à ce signal. C'est en fait l'amplitude du noyau de Green présenté au chapitre 1.2.1, dans l'équation 1.20<sup>1</sup>. L'écho n°2 est obtenu en prenant une source aussi large que l'épaisseur de façon à ne générer que les vecteurs d'onde ayant une projection sur la surface ( $k_2$ ) faible vis à vis du spectre excité avec une source ponctuelle. Ainsi, le spectre correspondant à ce signal coïncide avec une bande verticale dans la partie gauche de la figure 6.4. Le signal n°3 a été généré avec la partie complémentaire en  $k_2$  du spectre du signal n°2. Le signal n°4 correspond à une source infiniment large où seuls les vecteurs d'onde

<sup>1</sup>Le suivi des lignes de maximum d'amplitude, identifiable par l'alternance "noir-blanc", permet de retrouver les courbes de dispersion du problème.

orthogonaux à la surface sont excités. Les conditions de génération sont alors les mêmes que pour les signaux des figures 6.1 et 6.2 lorsque  $h = 0.54 \mu\text{m}$  et  $a_{exp} = 5 \mu\text{m}$ . Parallèlement, le signal n°5 a été obtenu en favorisant les vecteurs d'onde dont les projections sur la surface sont identiques et tels que  $k_2$  soit grand ; c'est-à-dire que seule une ligne verticale correspondant à  $k_2$  grand de la figure 6.4 est considérée dans le spectre. D'après la linéarité de la décomposition en  $k_2$ , on retrouve bien que la somme des signaux n°2 et 3 est égale au signal n°1. Il apparaît donc que le caractère dipolaire provient des vecteurs d'onde ayant une composante non nulle sur la surface. Il est aussi intéressant de comparer le profil spatial des échos obtenus pour différentes directions des vecteurs d'onde (signaux 4 et 5). Le signal 4 est purement monopolaire tandis que le signal 5 présente une nature oscillatoire. Le caractère dipolaire de l'écho pourrait donc glisser vers un profil beaucoup plus oscillant si d'avantage d'énergie avait été apporté aux vecteurs d'ondes dont la composante  $k_2$  est grande vis à vis du spectre. Par ailleurs, on peut remarquer sur la figure 6.4 que lorsque les hautes fréquences sont atténuées, les vecteurs d'ondes ayant une composante selon la surface non nulle ne sont pas générés. Ceci explique pourquoi le caractère dipolaire des échos longitudinaux est peu visible lorsque le matériau est très viscoélastique.

Enfin, un "précurseur dipolaire" a aussi été observé pour certains signaux obtenus lorsque l'effet de la diffusion thermique pouvait être supposé négligeable devant celui de la pénétration optique [19, 148]. Mais, il était observable seulement lorsque la longueur de pénétration optique était plus petite que l'épaisseur de l'échantillon. Le caractère dipolaire était alors expliqué en considérant des sources enfouies générant des ondes se propageant dans les deux sens de la direction de l'épaisseur. Les ondes générées dans le sens de la profondeur sont associées à la première partie du dipôle, la partie positive, alors que les ondes générées en profondeur et se propageant en direction de la surface sont associées à la deuxième partie. Ce paragraphe précise donc ces affirmations en montrant que ceci n'est vrai que si la génération permet d'exciter les vecteur d'ondes possédant une composante non nulle selon la surface.

Finalement, le caractère dipolaire de l'onde longitudinale est révélateur de la génération des vecteurs d'ondes longitudinaux possédant une composante surfacique non négligeable et par conséquent de la diffraction des ondes dans le milieu. Il est donc naturel que le comportement dipolaire soit plus facilement visible lorsque la génération est ponctuelle plutôt que lorsqu'elle est linéique. Il a aussi été montré que la diffraction est plus importante si la viscosité et la diffusion thermique sont faibles.

La diffraction des ondes transverses est maintenant étudiée pour comprendre comment la réduction de la taille de la source permet l'observation des ondes  $LT$  sur les figures 6.1 et 6.2 pour  $h = 0.54 \mu\text{m}$  ou  $h = 0.9 \mu\text{m}$  et  $a_{exp} = 1 \mu\text{m}$ .

### 6.1.5. Diffraction des ondes transverses

Dans les matériaux isotropes, la polarisation des ondes longitudinales et leur direction de propagation, c'est-à-dire la direction de leur vecteur d'onde, sont parallèles. Par opposition, celles des ondes transverses sont orthogonales. Par conséquent, le déplacement normal à la surface des ondes transverses dans la direction "source-détection" ne sera pas

dû au vecteur d'onde parallèle à cette direction mais sera la conséquence de la diffraction des autres vecteurs d'onde. Ainsi, lorsqu'il y a suffisamment de diffraction pour rendre l'écho longitudinal dipolaire, l'onde transverse sera susceptible d'être détectée.

Cependant, puisque la détection est située sur la même face que la génération, les signaux de la figure 6.1 ne permettent pas d'observer l'onde transverse directement ; les échos sont toujours le résultat d'ondes s'étant réfléchies sur la face opposée à la génération. Par conséquent, les ondes transverses peuvent aussi être analysées à partir des ondes qui se sont propagées avec une polarisation longitudinale mais issues de la conversion des ondes transverses à la réflexion ou réciproquement de la conversion des ondes longitudinales en ondes transverses. Ainsi, afin de préciser la nature de l'onde  $LT$ , présentée sur la figure 6.1, les deux mécanismes permettant son observation vont être étudiés : la génération des ondes transverses et longitudinales, et la conversion des ondes à l'interface opposée.

### 6.1.5.1. Génération des ondes transverses et longitudinales

Certains résultats du paragraphe 4.1 vont être utilisés afin de préciser la répartition d'énergie des différentes ondes à la génération. Les diagrammes de directivité d'une source dipolaire, figure 4.3, indiquent que les ondes longitudinales et transverses ne rayonnent pas d'énergie dans la direction  $\vec{x}_1$ , orthogonale à la surface. Par conséquent les déplacements mesurés dans cette direction ne pourraient s'expliquer que par la diffraction des ondes dont les vecteurs d'onde ne sont pas normaux à la surface. Mais, même la diffraction ne peut expliquer la présence des échos longitudinaux sur le premier signal de la figure 6.1 ( $h = 0.54 \mu\text{m}$  et  $a_{exp} = 5 \mu\text{m}$ ) puisque seul le vecteur d'onde selon  $\vec{x}_1$  est généré. Par contre, lorsque l'effet de la pénétration optique du laser pompe est considéré, la force de génération n'est plus dirigée parallèlement à la surface comme dans le cas de la source dipolaire, et la figure 4.12 montre que les ondes longitudinales peuvent ainsi se propager avec une amplitude importante dans la direction  $\vec{x}_1$ .

Il est à noter que les diagrammes de directivité tenant compte de l'effet de la pénétration optique et de la largeur de la source sont dépendants de la fréquence à travers le produit  $k_2(\omega)a$  (cf. éq. D.3) et la somme  $-\beta + ik_1(\omega)$  (cf. éq. 4.10). Ainsi, les amplitudes des très grandes longueurs d'onde (vis-à-vis de la taille de la tache laser et de la longueur de pénétration optique) ne seront que très peu affectées par la forme de la source et vérifieront les diagrammes de directivité pour une source dipolaire, tandis que celles des petites longueurs d'onde y seront très sensibles et tendront vers le diagramme de directivité d'une source infiniment large où seul le vecteur d'onde longitudinal selon  $\vec{x}_1$  est généré. Il existe donc un domaine de longueurs d'onde intermédiaires, où les diagrammes montrent des lobes oscillants entre les différents comportements asymptotiques asymptotes (cf § 4.1.4 dont fig. 4.14b). Par ailleurs, la majeure partie de l'énergie est transportée par les basses fréquences du spectre. Ainsi, pour ces fréquences, les fonctions de directivité tenant compte de l'aspect volumique de la source, permettent d'expliquer la présence d'une onde longitudinale de forte amplitude selon  $\vec{x}_1$ .

Cet effet ne devrait pas être très différent si l'effet de la diffusion thermique était pris en compte. En effet, on peut supposer, en raison de la diffusion selon la direction  $\vec{x}_1$  et de la

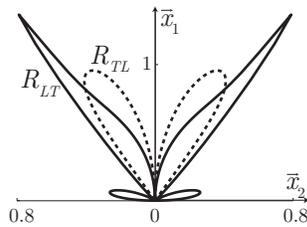
création d'une force dirigée dans la même direction, que l'effet de la diffusion thermique doit être semblable à celui de la pénétration optique. Toutefois, puisque la diffusion se produit aussi selon  $\bar{x}_2$ , l'effet de la diffusion thermique sur les diagrammes de directivité est aussi analogue à celui d'une augmentation de la taille de la source laser en surface. Par conséquent, il semble que les diagrammes de directivité ne tenant compte que de l'effet de la pénétration optique surestime un peu la génération d'onde longitudinale dans la direction normale à la surface par rapport à ceux qui considéreraient aussi l'effet de la diffusion thermique. Néanmoins la différence doit être faible et l'analyse des diagrammes de directivité calculés en tenant compte seulement de l'effet de la pénétration optique est suffisante pour expliquer la génération des diverses polarisations.

Afin d'expliquer les différentes formes d'onde présentes sur les figures 6.1 et 6.2, il faut maintenant tenir compte des mécanismes de réflexion et de conversion d'ondes.

### 6.1.5.2. Réflexions et conversions d'ondes

L'onde transverse, réfléchiée une fois sans conversion de polarisation, est très peu visible expérimentalement, d'une part parce qu'elle arrive en même temps que l'onde longitudinale qui a subi trois réflexions et d'autre part parce qu'elle ne peut contribuer aux déplacements à l'épicentre que par diffraction.

L'écho situé entre les temps d'arrivée de la première et la troisième réflexion de l'onde longitudinale peut être interprété de plusieurs façons. Il peut être la conséquence d'une onde longitudinale réfléchiée en onde transverse (onde  $LT$ ) ou bien l'inverse, une onde transverse qui se serait convertie en onde longitudinale (onde  $TL$ ). Il est même probable qu'il soit formé par la contribution de ces deux ondes puisque leur temps d'arrivée à la surface sont identiques. La figure 6.5 présente les coefficients de réflexion de l'onde longitudinale en onde transverse  $R_{LT}$  et de l'onde transverse en onde longitudinale  $R_{TL}$  en fonction de l'angle d'incidence. En couplant ces graphiques aux diagrammes de directivité des ondes longitudinales de la figure 4.14b, il apparaît que l'amplitude de l'onde  $TL$  est favorisée par rapport à celle de l'onde  $LT$  lorsque la source est très large. Le coefficient  $R_{TL}$  est en effet grand que pour les directions autour de  $\bar{x}_1$ .

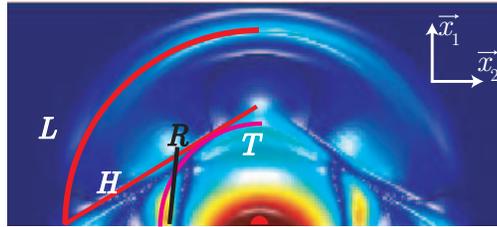


**Fig. 6.5 :** Coefficients de réflexion de l'onde longitudinale en onde transverse  $R_{LT}$  (trait plein) et de l'onde transverse en onde longitudinale  $R_{TL}$  (trait hachuré) en fonction de l'angle d'incidence

De façon à distinguer les différentes contributions aux déplacements observés en surface, l'observation de la propagation et de l'amplitude des ondes dans la profondeur

de l'échantillon est étudiée à partir de simulations. Ces dernières, à l'opposée des expériences d'acoustique picoseconde qui n'ont en général accès qu'aux déplacements de la surface, permettent en effet de calculer les déplacements pour n'importe quel point à l'intérieur de l'échantillon. Certaines méthodes expérimentales permettent aussi de rendre compte de la propagation des ondes en profondeur [149] mais restent limitées à des milieux transparents et n'ont pas la résolution spatiale exigée pour des films de taille submicrométrique.

La résolution de l'équation 1.2 (avec  $N = 0$ ) couplée à celles des conditions aux limites 1.13 (avec  $E_g = 0$  et  $\bar{\kappa} = \bar{0}$ ) permet de décrire complètement l'évolution du champ de déplacement à l'intérieur du film. En traçant la solution à un instant donné, il est possible de rendre compte de la propagation des multiples ondes. Cependant leurs amplitudes ne sont pas égales à l'amplitude du déplacement. En effet la diffusion thermique et la pénétration optique contribuent à la génération et à la propagation d'un champ de déplacement qui évolue beaucoup moins vite que celui lié aux ondes acoustiques et dont l'amplitude est souvent bien plus grande. Certains traitements d'image permettent alors de mettre en valeur les petites fluctuations qui évoluent sur une courbe de faible dynamique. De plus, pour ne pas être "ébloui" par quelques singularités, par exemple l'amplitude des ondes de Rayleigh, il est possible d'appliquer une compression des amplitudes et ainsi permettre la visualisation de la propagation de toutes les ondes.

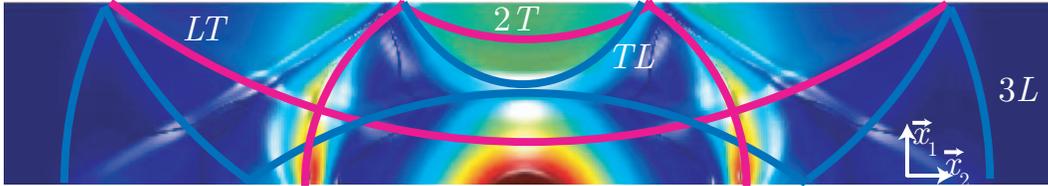


**Fig. 6.6 :** Visualisation des déplacements dans une lame d'aluminium d'épaisseur  $1 \mu\text{m}$  et pour une source fine considérant les effets de la pénétration optique et de la diffusion thermique. L'amplitude des déplacements est reliée à la chaleur des couleurs : les petites amplitudes sont pour des couleurs froides et les grandes amplitudes pour les couleurs chaudes. Le point de génération est représenté par un point rouge. Une partie des fronts d'ondes longitudinal  $L$ , transverse  $T$ , de tête  $H$  et de Rayleigh  $R$  est repérée par des quarts de cercle rouge ou par des droites. La contrainte d'origine thermique impose un déplacement important autour du point de génération.

Lorsque ces cartographies sont effectuées à des instants successifs, il est possible de réaliser une animation représentant la propagation des ondes. Leur interprétation permet de comprendre d'une part la sensibilité de la génération et de la propagation des ondes à la forme spatiale de la source et d'autre part de visualiser la diffraction présentée aux paragraphes précédents. L'aluminium étant un matériau déjà connu, l'interprétation de la réponse à une source linéique de largeur nulle mais étendue en profondeur (figure 6.6) permet d'analyser la propagation des ondes de volumes ( $L$ ,  $T$ ), des ondes de têtes ( $H$ ), et des ondes de Rayleigh ( $R$ ). De plus dans un solide isotrope, l'énergie se propage dans la direction des vecteurs d'onde, et l'amplitude du déplacement observé dans une direction

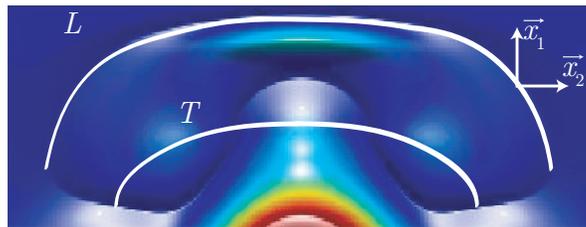
correspond relativement bien à l'amplitude de l'onde plane se propageant dans la même direction. Néanmoins, ceci n'est vrai que lorsque l'onde est isolée, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas d'interaction ou de superposition avec d'autres ondes.

Enfin, en suivant les ondes jusqu'à la deuxième interface, (figure 6.7), il est possible d'identifier les ondes réfléchies. Alors que les ondes  $LT$  et  $TL$  sont confondues au moment de leur retour sur la surface de génération, il devient possible de les distinguer dans la profondeur et donc d'identifier leurs différentes contributions dans les signaux expérimentaux.



**Fig. 6.7 :** Visualisation des déplacements dans une lame d'aluminium d'épaisseur  $1 \mu\text{m}$  et pour une source fine considérant l'effet de la pénétration optique et de la diffusion thermique pour un instant ultérieur à celui de la figure 6.6.

Lorsque la taille de la source est importante, il est plus difficile de distinguer les différentes ondes (figure 6.8). Un front d'onde quasi plan, de polarisation longitudinale, est généré avec une grande amplitude et dissimule les autres ondes. Cependant, bien qu'il soit difficile de suivre la propagation de l'onde transverse dans tout le film, cette onde est mieux identifiable en surface, puisqu'elle bénéficie d'un sursaut d'amplitude lorsque l'écho se repli sur lui-même. De plus, selon la direction orthogonale à la surface passant par le centre de la source, les ondes planes interfèrent en phase par symétrie. Ces deux phénomènes augmentent localement l'amplitude des ondes transverses, permettant ainsi de suivre la réflexion en onde longitudinale.



**Fig. 6.8 :** Visualisation des déplacements dans une lame d'aluminium d'épaisseur  $1 \mu\text{m}$  et pour une source large intégrant l'effet de la pénétration optique et de la diffusion thermique. La largeur de la source est égale à l'épaisseur.

Lorsque l'épaisseur des échantillons est comparable au diamètre de la tache focale des lasers, l'excitation des ondes acoustiques en profondeur, grâce à la pénétration optique du laser, permet d'une part de compenser la réduction du spectre angulaire imposée

par la largeur de la source, et d'autre part de générer fortement les ondes longitudinales autour de la direction  $\vec{x}_1$  (cf. § 4.1.4). L'onde longitudinale peut alors se convertir en onde transverse à la réflexion. Les formes d'onde expérimentales situées entre les différentes arrivées de l'onde longitudinale sur la surface de génération s'expliquent ainsi par la superposition des ondes réfléchies avec conversion de polarisation. Cependant, les ondes issues de la réflexion des ondes transverses et converties en ondes longitudinales semblent avoir une plus grande contribution aux déplacements sur les surfaces libres (figure 6.7). Ceci s'explique en partie avec l'orientation de la polarisation de l'onde longitudinale. Le calcul du champ de déplacement dans tout le volume du film a aussi permis de suivre la propagation des ondes, et ainsi d'analyser comment se répartit l'énergie à chacune des réflexions.

### 6.1.6. Ondes de surface

L'événement situé avant l'arrivée de l'onde longitudinale  $2L$ , présent sur le signal de la figure 6.2 pour  $h = 0.54 \mu\text{m}$  et  $a_{exp} = 1 \mu\text{m}$ , est maintenant analysé. De la même manière que précédemment, les simulations sont utilisées pour permettre la génération d'onde dans des conditions qui ne seraient pas réalisables expérimentalement. Elles montrent que l'origine de cette événement n'est ni thermique ni volumique. L'hypothèse d'une onde de surface générée sur la périphérie de la tache laser et convergeant vers le centre a été proposée. Elle a été confirmée grâce à plusieurs simulations, notamment en choisissant un profil spatial en surface de la source permettant une génération de l'onde plus nette. En effet, en modélisant par exemple ce profil par une distribution porte, la position de la génération est plus précise et l'amplitude de l'onde est plus grande que lorsque la génération considère un profil gaussien. La mesure de la vitesse de l'onde est donc rendue possible et il est montré qu'elle coïncide parfaitement avec une onde de Rayleigh. La génération d'ondes de surface est donc directement reliée au gradient thermique en surface imposé par le profil spatial de la source et la propagation des ondes s'effectue de manière indifférente au sens du gradient thermique.

### 6.1.7. Mesure des coefficients d'élasticité

Maintenant que toutes les ondes ont été identifiées, les vitesses des ondes vont pouvoir être déterminées sur les signaux expérimentaux. Puisque le milieu est isotrope, seules celles qui sont associées à la direction normale à la surface sont suffisantes pour obtenir l'expression du tenseur d'élasticité. Les vitesses sont obtenues en divisant les trajets parcourus de chacune des ondes par leur temps d'arrivée. Les trajets sont néanmoins déterminés en supposant l'épaisseur connue. Les valeurs des composantes du tenseur n'étant pas issues d'une optimisation, puisque le système permettant sa détermination n'est pas surdéterminé, elles seront très sensibles aux erreurs expérimentales et de mesure. Par ailleurs, comme la vitesse des ondes transverses est déduite du temps d'arrivée de l'onde  $LT$  et de la vitesse de l'onde longitudinale, sa mesure est aussi sensible aux erreurs faites sur l'estimation de la vitesse de l'onde longitudinale. On obtient alors  $C_{11} = 111.3 \text{ GPa}$  et  $C_{44} = 26.1 \text{ GPa}$  en supposant une masse volumique égale à  $\rho =$

$2.7 \text{ kg}\cdot\text{dm}^{-3}$ . Ces valeurs correspondent bien à celles de la littérature [147].

### 6.1.8. Conclusion

Les outils qui ont été présentés dans la première partie de la thèse ont permis d'identifier chacune des ondes présentes dans les signaux expérimentaux. Ils ont notamment permis de comprendre l'importance de l'effet de la pénétration optique et de la diffusion thermique sur la diffraction des ondes de volume. Il a été montré que la forme dipolaire des échos longitudinaux, observée sur les déplacements en surface, est révélatrice de la diffraction des ondes de volumes. Puisque les ondes transverses ne sont générées que lorsque suffisamment d'énergie est apportée aux vecteurs d'onde ayant une composante surfacique non négligeable, la forme dipolaire des échos longitudinaux témoigne aussi de la génération des ondes transverses. Les phénomènes permettant d'observer la contribution de l'onde transverse au déplacement mesuré ont également été précisés en étudiant les conversions d'ondes aux interfaces ainsi que leur propagation dans le milieu. Les simulations des déplacements générés par l'interaction "laser-matière" ont ainsi été utilisées dans le but de fournir des signaux qui ne peuvent pas être obtenus expérimentalement, en imposant des conditions précises qui facilitent l'interprétation des formes d'ondes. Enfin, grâce à l'identification de toutes les ondes de volumes, les deux constantes indépendantes du tenseur d'élasticité d'un échantillon isotrope d'épaisseur micrométrique ont été mesurées.

## 6.2. Caractérisation des propriétés d'élasticité d'un film d'or isotrope-transverse de $2.1 \mu\text{m}$ d'épaisseur

Le paragraphe précédent a montré que la diffraction acoustique était possible dans des films micrométriques. Elle était identifiée en observant le profil temporel des échos longitudinaux. On se propose maintenant de la relier aux temps d'arrivée des ondes dans différentes directions "point source-point détection"<sup>1</sup>. En effet, lorsque la diffraction est suffisante, les temps d'arrivée des ondes évoluent en fonction de cette direction. Par contre, lorsqu'il n'y a qu'un seul vecteur d'onde généré, ce qui correspond à la propagation d'un front plan, les temps d'arrivées sont invariants selon la direction observée.

De façon à rendre l'étude plus intéressante, un matériau possédant des propriétés d'élasticité anisotropes, plus précisément isotropes transverses, est maintenant utilisé. Les vitesses des ondes de volume sont donc différentes selon les directions de propagation et la connaissance des seules vitesses normales à la surface ne permettra plus la caractérisation complète des propriétés d'élasticité, comme ce fut le cas dans le paragraphe précédent. La mesure des temps d'arrivée dans plusieurs directions révélera ainsi, non seulement la présence de diffraction, mais permettra aussi, si suffisamment d'information est disponible, l'identification du tenseur d'élasticité du film isotrope transverse.

L'échantillon étudié est un film d'or micrométrique. Des expériences d'ultrasons laser sur des films d'or submicrométriques ont déjà montré que la diffusion électronique avait des conséquences importantes sur la génération des ondes acoustiques [33]. Une autre expérience d'acoustique picoseconde, utilisant un interféromètre de sagnac, a été menée dans un film [150] et elle a permis d'étudier l'évolution de la température ainsi que la génération des ondes acoustiques. Mais les sources laser étaient larges et seuls des fronts plans acoustiques étaient générés. L'étude des ondes de surface sur des pyramides d'or a aussi permis de faire de l'imagerie de surface [151]. Enfin, les constantes d'élasticité de films d'or submicrométriques ont été mesurées par une technique utilisant la diffusion de Brillouin [152].

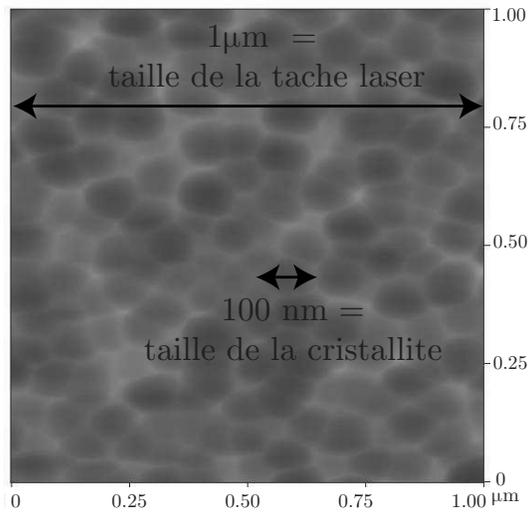
Cependant, à l'échelle du micromètre, les matériaux sont souvent de nature complexe et les propriétés d'élasticité peuvent beaucoup varier selon la méthode utilisée pour fabriquer les échantillons. Ainsi les caractéristiques de l'échantillon d'or de  $2.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur seront tout d'abord présentées. Le dispositif expérimental sera lui aussi détaillé de façon à montrer quelles sont les améliorations nécessaires vis-à-vis de l'étude. Les causes et les conséquences de la diffraction seront ensuite analysées à partir des signaux expérimentaux. La comparaison avec des simulations sera par ailleurs présentée. Enfin, les signaux seront traités afin de déterminer les constantes d'élasticité. Les résultats liés à la méthode utilisant les vitesses de groupe seront dans un premier temps présentés et affinés par celle utilisant les vitesses de phase.

---

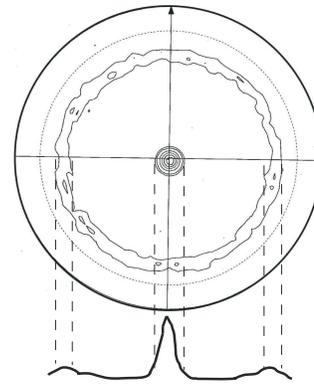
<sup>1</sup>La direction "source-détection" est définie par la direction entre les centres respectifs.

### 6.2.1. Présentation de l'échantillon et du dispositif expérimental

Le film d'or a été élaboré<sup>1</sup> grâce à une méthode de pulvérisation (Radio-Frequency sputtering) sur un substrat de silicium d'orientation [100]. La rugosité moyenne (RMS) du film a été mesurée par une technique AFM à environ 1 nm. L'image obtenue est alors présentée sur la figure 6.9. Bien que le film apparaisse polycristallin, la taille des grains, qui est de l'ordre de la centaine de nanomètres, est bien inférieure à celle de la tache laser. Ceci permet de supposer que les mesures ne seront sensibles qu'aux propriétés moyennées du matériau. L'orientation des cristallites a ensuite été mesurée par une méthode de diffraction des rayons X. Les résultats, montrés sur la figure 6.10, indiquent que l'axe [111] de chacune des cristallites est orienté normalement à la surface et que les autres axes orthogonaux sont orientés de manière aléatoire et homogène dans le plan de la surface. Il est observé par ailleurs qu'un nombre non négligeable de cristallites est orienté selon la direction [220]. Malgré tout, le film sera supposé isotrope transverse et une première évaluation des coefficients du tenseur d'élasticité est donnée par les moyennes de Voigt et de Reuss [109] (tableau 6.3(1ère et 2ème lignes) cf. p. 132).



**Fig. 6.9 :** Mesure AFM de la rugosité de la surface de l'échantillon.



**Fig. 6.10 :** Diagramme de Debye-Scherrer du film d'or obtenu par la méthode de diffraction de rayons X. En haut : projection stéréographique de la figure de pôles du film d'or selon l'axe [111] qui démontre la symétrie autour de cet axe. En bas : distribution d'intensité associée à la figure de pôles.

Le dispositif expérimental utilisé est celui décrit au paragraphe 1.1.2. De façon à améliorer la focalisation du laser pompe, un cristal doubleur de fréquence (BBO) est utilisé. La longueur d'onde du faisceau pompe  $\lambda_p^{opt}$  est alors égale à 395 nm. La limite de focalisation est repoussée et la taille de la tache focale est environ divisée par deux par rapport aux expériences effectuées dans l'aluminium (cf § précédent). La longueur d'onde du faisceau sonde  $\lambda_s^{opt}$  n'est pas modifiée afin de mieux rejeter certaines réflexions du laser pompe qui arrivent jusqu'à la détection. Le faisceau sonde passe deux fois dans

<sup>1</sup>par N. Chigarev (LMP) et T. Pézeril (LPEC, UMR-6087 CNRS, Université du Maine)

la ligne à retard pour permettre l'acquisition du signal sur une grande durée (entre 0 et 7 ns). Les deux faisceaux, pompe et sonde, sont focalisés sur la surface de l'échantillon grâce au même objectif, dont le pouvoir grossissant est égal à 100. La forme de la tache focale est toujours supposée circulaire, et la répartition d'énergie, de profil gaussien. Les diamètres des taches focales du faisceau pompe et du faisceau sonde sont respectivement égaux à  $a_{exp}^p = 0.5 \mu\text{m}$  et  $a_{exp}^s = 1 \mu\text{m}$ . Puisque la mesure du coefficient de réflectivité est effectuée par une détection interférométrique, et que la longueur de pénétration optique est relativement faible pour l'or, les signaux sont comparables aux déplacements normaux à la surface. Une fois l'épicentre ( $O$ ) déterminé grâce à la symétrie des signaux et à leurs amplitudes, le faisceau pompe est déplacé le long d'une direction de la surface, notée  $\vec{x}_2$ , en différentes positions séparées d'un pas de  $\delta_{x_2} = 0.2 \mu\text{m}$ . La direction  $\vec{x}_1$  correspond toujours à celle de la profondeur et la direction  $\vec{x}_3$  est telle que le repère  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  soit orthonormé.

Il est important de signaler que l'ensemble de ces observations, focalisation circulaire, mesure des déplacements et propriétés d'élasticité isotropes transverses, permettent d'utiliser la méthode de simulation des déplacements décrite au paragraphe 3.2.

### 6.2.2. Analyse de la diffraction à partir des résultats expérimentaux

Afin d'augmenter la diffraction des ondes acoustiques, de nombreux efforts ont porté sur la focalisation des faisceaux lasers. Cependant, les signaux révèlent une diffraction inattendue. Les résultats expérimentaux s'avèrent effectivement riches en informations et bénéficient en réalité de la forte diffusion électronique présente dans l'or et visible par le pic à l'instant initial, au moment où les électrons donnent leur énergie aux phonons. Effectivement, la diffusion électronique permet, de la même manière que la pénétration optique, de compenser l'effet de la largeur de la source sur la directivité de la génération acoustique. Puisque les simulations ne modélisent pas encore l'effet de la diffusion électronique, une partie de l'influence liée à cet effet est représentée par une longueur de pénétration optique plus importante que celle donnée dans la littérature [153].

La diffusion thermique, ainsi que la taille de la source et de la détection ont été prises en compte. La partie réelle et la partie imaginaire du tenseur d'élasticité ainsi que les autres paramètres utiles à la simulation sont donnés dans le tableau 6.1. Les valeurs des éléments diagonaux du tenseur de dilatation thermique ont été modifiées par rapport à celles de la littérature [147] qui sont habituellement prises égales à  $\kappa_{ii} = 317 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ . Elles sont en effet très influentes sur la forme de l'onde de surface arrivant avant le premier écho longitudinal. Les valeurs choisies laissent supposer que la diffusion thermique est alors très faible. Les conclusions formulées au paragraphe 6.1.4 permettent donc aussi d'expliquer l'importante diffraction des ondes observée. La partie imaginaire du tenseur d'élasticité a de même été précisée parce que, à l'échelle du micromètre, elle a un rôle prépondérant sur la décroissance des échos.

Le substrat utilisé pour le dépôt n'étant pas isotrope transverse, ses propriétés d'élasticité sont artificiellement modifiées de façon à permettre la simulation. En réalité, ces dernières ne sont pas vraiment influentes sur les formes d'onde puisque les ondes élastiques détectées ne se propagent pas dans le substrat. En effet, les signaux sont obtenus en

**Tab. 6.1 :** Constantes de l'or utilisées pour les simulations

$C_{11}$ (GPa) 227	$C_{22}$ (GPa) 180	$C_{12}$ (GPa) 170	$C_{66}$ (GPa) 20	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> ) 19.3
$\eta'_{11}$ (GPa.GHz <sup>-1</sup> ) 0.45	$\eta'_{22}$ (GPa.GHz <sup>-1</sup> ) 0.44	$\eta'_{12}$ (GPa.GHz <sup>-1</sup> ) 0.28	$\eta'_{66}$ (GPa.GHz <sup>-1</sup> ) 0.05	
$C_p$ (J.Kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) 129	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ ) 8	$R_{01}$ 0.98	$\kappa_{ii}$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) 70	$\alpha_{ii}$ (K <sup>-1</sup> ) 1.42e-5

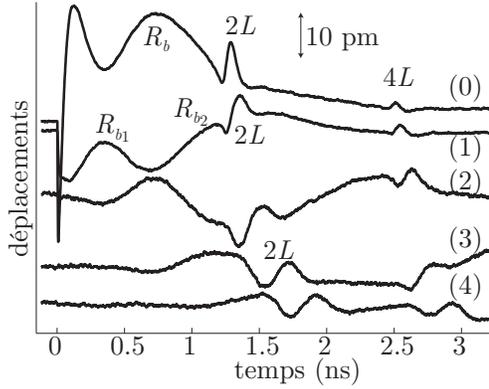
**Tab. 6.2 :** Constantes du substrat de silicium utilisées pour les simulations

$C_{11}$ (GPa) 194	$C_{22}$ (GPa) 194	$C_{12}$ (GPa) 35	$C_{66}$ (GPa) 51	$\rho$ (g.cm <sup>-3</sup> ) 2.3
$C_p$ (J.Kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) 757	$\beta$ ( $\mu\text{m}^{-1}$ ) 1e-3	$R_{01}$ 0.33	$\alpha_{ii}$ (K <sup>-1</sup> ) 1.2e-5	$\kappa_{ii}$ (W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup> ) 150

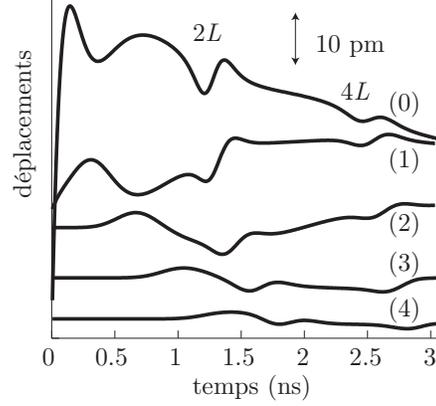
réflexion et le substrat est d'épaisseur infinie par rapport à celle du film d'or. Seul le changement d'impédance entre les deux milieux peut changer l'amplitude des formes d'onde. Il semble néanmoins qu'un défaut d'adhésion existe entre les deux couches puisque de meilleurs résultats peuvent être obtenus en choisissant une plus grande différence d'impédance [153]. Toutes les propriétés du substrat nécessaires à la simulation sont données dans le tableau 6.2.

Les figures 6.11 et 6.12 permettent de comparer les signaux expérimentaux et simulés pour plusieurs positions de la pompe sur la surface. Lorsque la pompe est éloignée de la sonde à plus de 5  $\mu\text{m}$ , les formes d'ondes présentent encore de nombreux événements. Ceci permet de vérifier un bon accord entre les simulations et les signaux expérimentaux. La comparaison est effectuée jusqu'à 3 ns afin d'améliorer la clarté.

De façon à visualiser comment se compensent l'effet de la diffusion électronique (représentée par une grande longueur de pénétration optique), et celui de la largeur de la source sur la génération des ondes acoustiques, la figure 6.13 présente les diagrammes de directivité pour une source thermoélastique circulaire tenant compte de l'effet de la pénétration optique. Le rapport entre la taille de la source et la longueur d'onde quasi-longitudinale ( $a/\lambda_L$ ) et le produit entre cette dernière et l'inverse de la longueur de pénétration optique ( $\beta \times \lambda_L$ ) sont donnés sur les graphiques. À la fréquence choisie, l'onde quasi-longitudinale est principalement générée normalement à la surface et l'onde quasi-transverse  $T_q$  est très directive. L'ensemble des conclusions relatives à cette figure sont similaires à celles formulées précédemment : l'onde quasi-longitudinale est principalement générée dans la direction normale à l'épicentre et l'onde quasi-transverse est observée dans cette direction grâce à la réflexion des ondes quasi-longitudinales ou

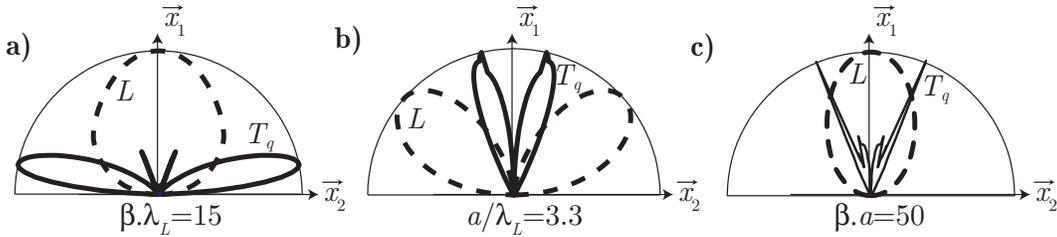


**Fig. 6.11** : Signaux expérimentaux. Le chiffre entre parenthèse correspond à la distance, en micromètre, entre la pompe et la sonde. Les signaux ont été déplacés verticalement.  $R_b$ ,  $R_{b1}$  et  $R_{b2}$  correspondent aux ondes de Rayleigh générées réciproquement sur les bords de la tache, sur le bord le plus proche puis sur le plus éloigné de la détection.



**Fig. 6.12** : Signaux simulés. Le chiffre entre parenthèse correspond à la distance, en micromètre, entre la pompe et la sonde. Les signaux ont été déplacés verticalement.

quasi-transverses avec conversion de polarisation.

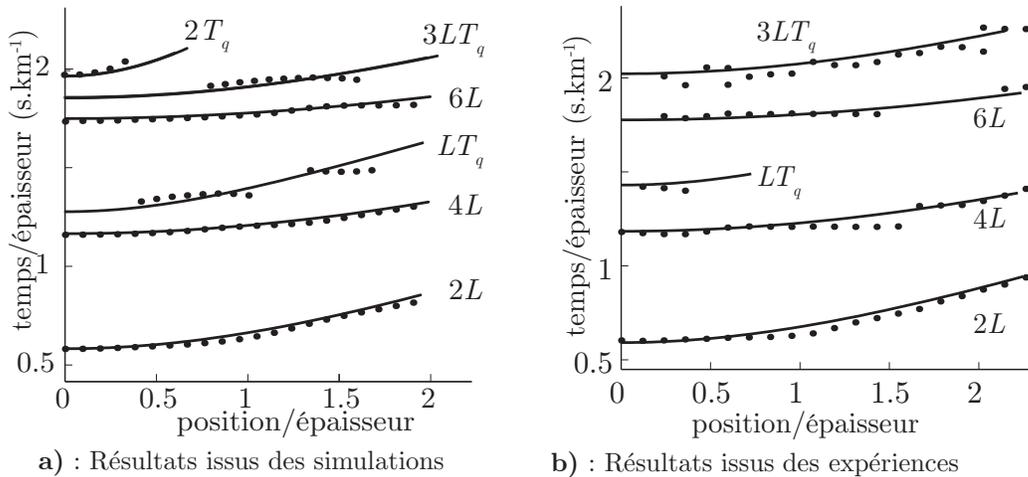


**Fig. 6.13** : Diagrammes de directivité d'une source tenant compte de l'effet de la pénétration optique (a et c) et pour une largeur de la source (b et c) en fonction de l'angle des vitesses de groupe. Les effets cumulés de la pénétration optique et de la largeur de la source permettent une génération directive d'ondes quasi-longitudinales autour de la direction  $\vec{x}_1$  et une génération très directive des ondes quasi-transverses.

L'identification des ondes s'est appuyée sur les signaux simulés et sur les observations présentées au paragraphe précédent. Elle a été brièvement commentée parce qu'elle était relativement simple. Le traitement du signal aidera aussi à déterminer l'arrivée d'autres ondes de plus petite amplitude. Puisqu'il n'existe pas à notre connaissance des films monocristallins d'or dont les propriétés d'élasticité seraient déjà connues, et puisque les signaux simulés représentent relativement bien ceux des expériences, les signaux simulés et les coefficients d'élasticité associés sont maintenant utilisés comme références en vue de la résolution du problème inverse.

### 6.2.3. Caractérisation des coefficients d'élasticité à partir des temps de groupe

La caractérisation des constantes d'élasticité du film d'or est maintenant recherchée à partir du traitement des signaux simulés. Les temps d'arrivée de groupe des différentes ondes de volumes sont déterminés en rendant les signaux analytiques puis en convoluant avec une ondelette afin de révéler les maxima d'énergie [115]. La figure 6.14a présente alors les temps d'arrivée des ondes quasi-longitudinales et quasi-transverses pour chacun des signaux traités (points) en fonction de la distance entre la pompe et la sonde. Chacun des axes a ensuite été normalisé vis-à-vis de l'épaisseur. Les temps d'arrivée théoriques, calculés à partir des constantes d'élasticité utilisées pour la simulation, ont été superposés sur la figure avec des lignes continues. En effet, lorsque le matériau est isotrope transverse, les vecteurs vitesses de groupe, générés par une source ponctuelle, sont déterminés de la même manière que pour une génération linéique. Les temps d'arrivée des ondes correspondant à 3 trajets effectués avec la polarisation quasi-longitudinale et un autre avec la polarisation transversale sont notés  $3LT_q$ . Ceux associés à l'onde quasi-transverse réfléchie une fois sont désignés par  $2T_q$ .

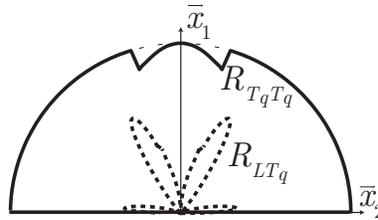


**Fig. 6.14** : Temps d'arrivée de groupe en fonction de la distance "pompe-sonde", normalisés par l'épaisseur. Les points correspondent aux données issues du traitement des signaux simulés (a) et expérimentaux (b). Les lignes continues des figures (a) et (b) représentent respectivement les temps d'arrivée théoriques calculés pour les valeurs du tenseur d'élasticité pris comme référence (tab. 6.3(3)) et pour les valeurs optimisées données dans le tableau 6.3(5).

Les temps d'arrivée de groupe théoriques des ondes quasi-longitudinales coïncident parfaitement avec ceux déterminés par le traitement des signaux simulés, alors que ceux liés aux ondes transverses fluctuent autour des temps théoriques. Cependant ces fluctuations restent centrées autour des temps d'arrivée théoriques. La méthode permettant d'optimiser les valeurs du tenseur d'élasticité à partir de la minimisation d'une fonctionnelle associée aux vitesses de groupe n'ayant pas été développée, l'optimisation est réalisée en ajustant les valeurs du tenseur de façon à avoir un bon accord visuel entre

les points issus du traitements et les lignes théoriques. L'accord étant très bon, l'optimisation n'est pas réalisée sur les signaux simulés.

Les résultats montrent que de nombreuses données sont relatives à l'onde transverse pour des temps d'observation longs. Le dispositif expérimental a ainsi été modifié de façon à enregistrer les signaux sur des durées beaucoup plus longues que celles habituellement utilisées dans nos expériences. De plus, les renseignements concernant l'onde transverse sont majoritairement obtenus lorsque les trajets correspondent à une génération et à une détection de l'onde quasi-longitudinale, ce qui est le cas de l'arrivée d'onde notée  $3LT_q$ . En effet, l'onde quasi-longitudinale est générée avec une plus grande amplitude que l'onde quasi-transverse (cf. fig. 6.13). De même, elle contribue de manière plus efficace au déplacement normal à la surface puisque sa polarisation est principalement parallèle à  $\vec{x}_1$ . Enfin, les coefficients de réflexions de la figure 6.15 montrent que l'onde quasi-transverse conserve pratiquement toute son énergie après chacune de ses réflexions, conservant ainsi l'énergie provenant de la conversion de l'onde quasi-longitudinale. Cependant, lorsque le nombre de réflexions est important, les directions cristallographiques explorées sont plus proches de la direction normale à la surface et renseignent donc moins sur l'anisotropie du matériau. Par conséquent, les coefficients  $C_{22}$  et  $C_{12}$  du tenseur d'élasticité sont principalement obtenus grâce aux différentes réflexions sans conversion de mode de l'onde quasi-longitudinale. Il en est de même pour le coefficient  $C_{11}$ . La détermination du coefficient  $C_{66}$  provient par contre des temps d'arrivée notés  $3LT_q$  et  $2T_q$ .



**Fig. 6.15 :** Coefficients de réflexion (non normalisés) des ondes quasi-transverses ( $R_{T_q T_q}$ ) et quasi-longitudinales ( $R_{LT_q}$ ) en ondes quasi-transverses, calculés à partir du tenseur d'élasticité pris comme référence. Le coefficient  $R_{T_q T_q}$  est égal à 1 pour presque toutes valeurs de l'angle d'incidence.

Les résultats obtenus permettent d'envisager le traitement des signaux expérimentaux. Une première évaluation du tenseur d'élasticité du film d'or pourra alors être donnée. La figure 6.14b représente par des points les résultats du traitement des signaux expérimentaux. Les lignes continues correspondent aux temps d'arrivée calculés pour les coefficients du tenseur d'élasticité permettant de minimiser l'écart entre les données expérimentales et les données simulées. Ces constantes sont données dans le tableau 6.3(5). Elles ne doivent pas être comparées à celles du tenseur d'élasticité pris pour effectuer les simulations puisque ces dernières étaient juste choisies de manière à obtenir des signaux permettant l'identification des ondes. Les intervalles d'erreur sur les coefficients ont été ajoutés au tableau. Ils sont donnés à titre indicatif car l'optimisation n'est pas été ef-

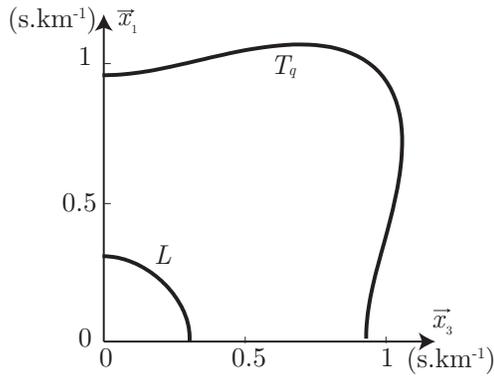
fectuée par la minimisation d'une fonctionnelle. Ils permettent cependant de donner une idée sur la précision de l'optimisation réalisée.

Il est important de remarquer que l'information est rencontrée pour les mêmes positions que celles observées avec les simulations. Les données des ondes transverses réfléchies sans conversion de mode n'ont toutefois pas été retrouvées. Le rapport signal sur bruit ne permet pas, en effet, d'apporter beaucoup de confiance aux événements pouvant être rencontrés autour de ces instants.

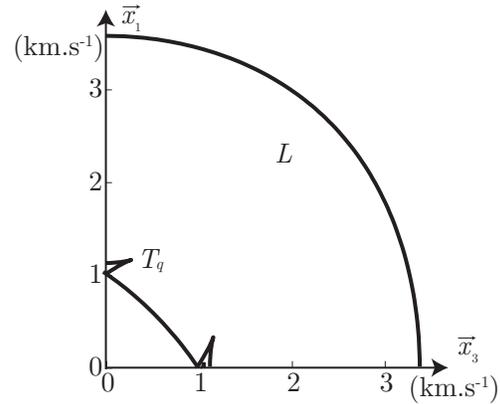
#### 6.2.4. Caractérisation des coefficients d'élasticité à partir des temps de phase

Afin d'être plus précis dans la mesure des temps d'arrivée et dans l'évaluation du tenseur d'élasticité, la construction des fronts d'onde, dont la méthode est expliquée au paragraphe 4.2, est maintenant utilisée. De la même manière qu'au paragraphe 5.4, les fronts d'onde sont coniques. Par conséquent, la ligne, définie par l'intersection du plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  avec le front conique, se propage à la vitesse de phase. La section des fronts d'onde coniques dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$  est quand à elle homothétique aux vitesses de groupes générées par une section des surfaces des lenteurs de phase. Cette dernière section est obtenue pour une valeur fixée de  $k_2$ , la composante selon  $\vec{x}_2$  du vecteur d'onde, égale à la lenteur virtuelle  $\delta_t/\delta_{x_2}$  de la source, où  $\delta_t$  est le décalage temporel appliqué entre les différents signaux individuels (cf. éq. 4.16). La figure 6.16 présente les lenteurs de phase calculées à partir du tenseur d'élasticité du tableau 6.3(5) dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ . Cette section est homothétique (proportionnelle à  $1/\omega$ ) aux vecteurs d'onde générés lorsque  $\delta_t = 0$ . En raison de l'isotropie dans le plan  $(O, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$ , les courbes des lenteurs sont identiques dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . La figure 6.17 montre les vitesses de groupe associées. Puisqu'une cuspide est visible, il est probable d'observer les contributions de vecteurs d'onde extérieurs au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  dans les signaux synthétisés. Les temps d'arrivée mesurés peuvent donc être soit des temps de phase, soit des temps plus complexes à déterminer. Les constantes choisies pour les simulations permettent d'éviter cette difficulté car les diagrammes des vitesses de groupe ne présentent pas de cuspidés. L'étude de l'influence des contributions hors plan fera l'objet de travaux futurs.

La figure 6.18a représente par des points les temps d'arrivée de phase obtenus par le traitement des fronts d'onde issus des signaux simulés en fonction de la lenteur de la source noté  $k_s$ . Les temps d'arrivée théoriques calculés pour les valeurs des coefficients du tenseur pris comme référence (lignes continues) ont été superposés. Les mêmes remarques que précédemment peuvent être faites à propos de ces résultats. Les temps d'arrivées théoriques concernant les ondes quasi-longitudinales coïncident parfaitement avec les données du traitements des signaux simulés, mais les écarts entre ceux concernant les ondes transverses sont toujours visibles bien que plus ténus. Le tableau 6.3(4) donne les valeurs obtenues après optimisation. Seules les informations portant sur les ondes qui se sont réfléchies sans conversion de mode ont été considérées. Aucune fonctionnelle n'a en effet été développée à ce jour pour traiter les temps d'arriver  $LT_q$  et  $3LT_q$ . Les résultats sont relativement bons excepté pour le coefficient  $C_{22}$ . Mais ceci s'explique simplement par le fait que peu de données sont obtenues pour des lenteurs supérieures à 0.25 s/km.

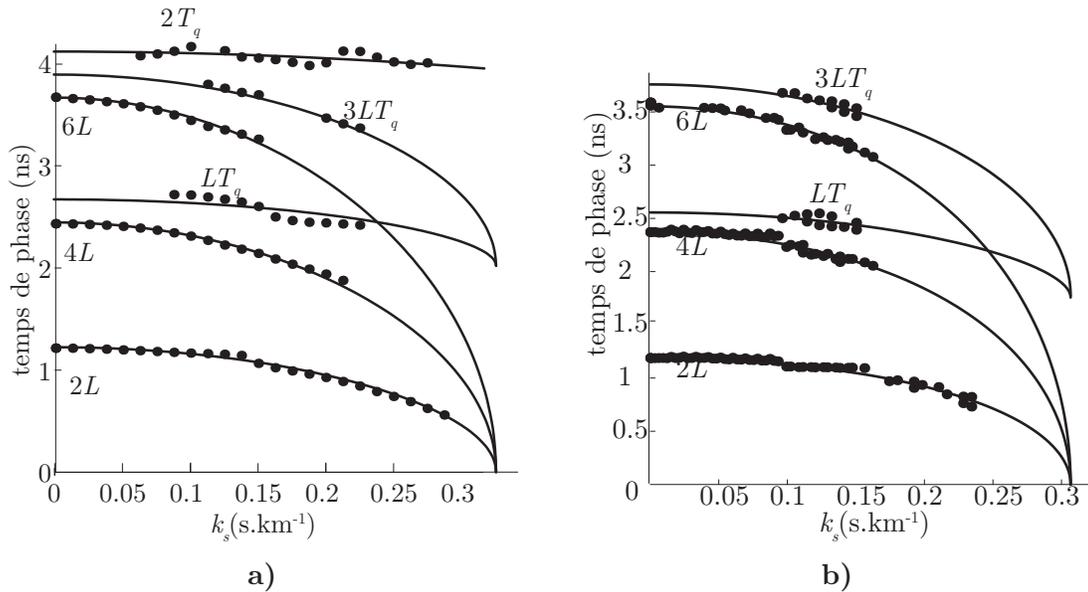


**Fig. 6.16 :** Lenteurs de phase de l'or calculées avec les valeurs du tenseur d'élasticité du tableau 6.3(5) dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ .



**Fig. 6.17 :** Vitesses de groupe de l'or calculées avec les valeurs du tenseur d'élasticité du tableau 6.3(5) dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_3)$ .

Les tailles de la source et de la détection limitent en effet la gamme des vecteurs d'ondes  $k_s$  accessible par la synthèse de front d'onde [38].



**Fig. 6.18 :** Temps d'arrivée de phase en fonction de la composante surfacique de la lenteur de la source. Les points correspondent aux données issues du traitement des signaux simulés (a) et expérimentaux (b). Les lignes continues de la figure a) correspondent aux temps théoriques d'arrivée calculés pour les valeurs du tenseur d'élasticité pris comme référence. Les lignes continues de la figure b) correspondent aux temps théoriques d'arrivée calculés pour les valeurs optimisées du tenseur d'élasticité données dans le tableau 6.3(6).

Le traitement des signaux synthétisés à partir de signaux expérimentaux est présenté

sur la figure 6.18b. Les données obtenues pour les ondes transverses sont confinées dans un petit intervalle de lenteurs. Ceci correspond aux prédictions données par les diagrammes de directivité de la figure 6.13 (4). Les ondes transverses sont générées de manière beaucoup plus directive et le bruit présent dans les expériences ne permet pas de retrouver les données associées à des amplitudes très faibles, donc en dehors des lobes de directivité. Néanmoins, la synthèse des fronts d'onde permet d'obtenir des signaux avec un meilleur rapport signal sur bruit que ceux directement issus des expériences [38].

Les ondes transverses, réfléchies une fois sans conversion de polarisation, ne sont pas identifiées clairement. Il est donc difficile de pouvoir optimiser les données seulement avec les temps d'arrivée des ondes quasi-longitudinales. Puisque la fonctionnelle utilisée pour l'optimisation ne permet pas le traitement des temps d'arrivée des ondes  $LT_q$  et  $3LT_q$ , le coefficient  $C_{66}$  est choisi en ajustant une première fois les coefficients du tenseur d'élasticité de façon à minimiser, "à l'oeil", l'écart entre les points et les temps d'arrivée théorique. Ensuite, seules les données relatives à l'onde quasi-longitudinale sont traitées et l'optimisation est donc effectuée sur les trois constantes restantes. Le tableau 6.3(6) donne ainsi les valeurs obtenues avec l'optimisation. Les intervalles de confiance à 90% sont donnés à titre indicatif mais sont sujets aux points choisis pour aider à la convergence. Les constantes sont proches des coefficients relatifs à la moyenne de Reuss.

Constantes d'élasticité exprimée en GPa	$C_{11}$	$C_{22}$	$C_{12}$	$C_{66}$
(1) Voigt	227	218	142.5	24
(2) Reuss	227	210.5	142.5	18.5
(3) Références pour les simulations	227	180	170	20
(4) Constantes optimisées à partir des temps d'arrivée de phase issus des simulations	228.6	189.6	169	20.2
(5) Constantes optimisées à partir des temps d'arrivée de groupe issus des expériences	234±1	210±30	200±30	23±1
(6) Constantes optimisées à partir des temps d'arrivée de phase issus des expériences	234±2	230±30	200±17	23*

**Tab. 6.3 :** Coefficients des tenseurs d'élasticité du polycristal d'or d'orientation [111]. Moyennes de Voigt (1) et de Reuss (2) calculées à partir des coefficients d'élasticité d'un monocristal (données issues de la référence [109]). Constantes considérées pour la simulation des signaux (3). Constantes déterminées d'après les temps de phase mesurés sur les signaux synthétisés associés aux signaux simulés (4) ou associés aux signaux expérimentaux (6). Constantes déterminées d'après les temps de groupe mesurés sur les signaux expérimentaux (5). Le coefficient  $C_{66}^*$  est imposé.

### 6.2.5. Conclusion

Les expériences effectuées sur un film d'or de  $2.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur ont permis l'évaluation de quatre constantes du tenseur d'élasticité. Le traitement des temps de groupe des signaux simulés a révélé que de nombreuses d'informations concernant les ondes transverses et longitudinales pouvaient être recueillies, notamment en dehors de la direction normale à la surface. Les bons résultats obtenus avec le traitement des signaux simulés ont permis d'effectuer le traitement des données expérimentales et donc de fournir une première évaluation des coefficients du tenseur d'élasticité. Ceux-ci furent utilisés dans l'interprétation des fronts d'onde coniques synthétisés. Les constantes d'élasticité utilisées dans les simulations ont été retrouvées avec précision lorsque les temps d'arrivée de phase des ondes de volumes ont été considérés. Une première évaluation du tenseur d'élasticité du film d'or a également pu être avancée grâce à l'analyse des fronts coniques synthétisés à partir des signaux expérimentaux. Cependant, les procédés d'optimisation utilisant les temps d'arrivée des ondes ayant subies une conversion de polarisation n'ont pas été développés et les valeurs du tenseur d'élasticité sont sujettes à l'appréciation visuelle. Malgré tout, ces résultats montrent que les techniques d'ultrasons laser sont capables de déterminer la majorité des constantes d'élasticité de milieux isotropes transverses lorsque l'épaisseur est égale à quelques micromètres.

Lorsque les épaisseurs d'échantillons sont plus petites et lorsque les dimensions des taches focales sont identiques à celles utilisées dans cette expérience, le paragraphe suivant montrera que l'évaluation des constantes du tenseur d'élasticité ne peut plus être effectuée de la même manière.

### 6.3. Problèmes posés par l'étude d'un film d'or isotrope transverse de $1.2 \mu\text{m}$ d'épaisseur et perspectives

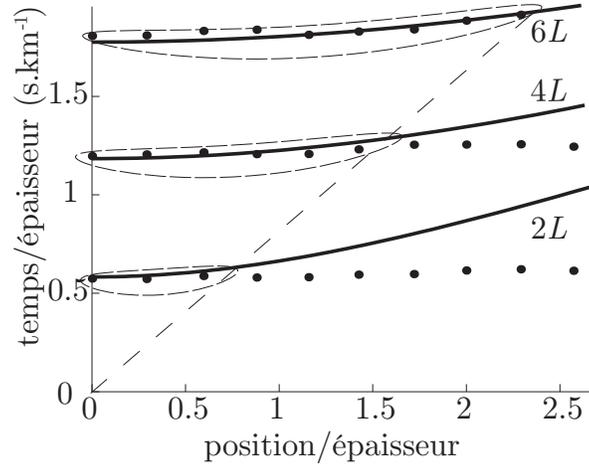
Le paragraphe précédent a montré que la diffraction générée par notre dispositif expérimental dans un échantillon de  $2.1 \mu\text{m}$  d'or était suffisante pour retrouver les temps de groupe ou de phase théoriques en utilisant certaines techniques du traitement du signal. Cependant, pour des rapports "taille de la source-épaisseur" plus grands, les ondes qui arrivent directement sur la surface se sont propagées sans diffraction. Par conséquent, quelle que soit la direction "source-détection", leur temps d'arrivée sont peu différents. La largeur de la source a donc une influence non négligeable sur la mesure des temps d'arrivée. De plus, l'onde transverse ne peut plus être générée ni détectée. L'identification des constantes d'élasticité relatives à cette onde n'est donc plus possible.

Dans ce paragraphe, la réponse acoustique d'un échantillon d'or, d'épaisseur plus petite que celle de l'échantillon précédent, sera étudiée avec les mêmes conditions de focalisation. L'analyse des temps de groupe issus du traitement des signaux enregistrés expérimentalement illustrera alors l'influence de la taille de la source sur la diffraction des ondes acoustiques. Une méthode sera proposée afin de rendre compte de l'évolution des temps de groupe en fonction des différents paramètres que sont la largeur de la source, le régime de génération et les propriétés du matériau. Cette méthode est encore à améliorer et est donc décrite en tant que perspective. Enfin, l'influence de l'extension de la source en surface sera ensuite comparée à celle en profondeur, rencontrée en considérant par exemple la pénétration optique du laser.

#### 6.3.1. Présentation des problèmes

Des expériences d'acoustique picoseconde, effectuées dans les mêmes conditions qu'au paragraphe précédent sur un film d'or de  $1.2 \mu\text{m}$  d'épaisseur, montrent que la mesure des temps d'arrivée ne correspond plus aux temps théoriques calculés par la résolution de l'équation de Christoffel. La figure 6.19 présente les temps d'arrivée de groupe obtenus par le traitement des signaux expérimentaux. Ils ne coïncident pas avec les temps d'arrivée théoriques calculés à partir de l'équation de Christoffel et des coefficients du tenseur d'élasticité obtenus pour l'échantillon de  $2.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur, donnés dans le tableau 6.3(6). Il est en effet supposé que les propriétés d'élasticité des deux échantillons d'or sont peu différentes puisque ils ont été préparés par le même procédé. Par ailleurs, lorsque l'optimisation des coefficients du tenseur d'élasticité est réalisée sur les signaux simulés, les résultats sont trop éloignés des valeurs utilisées lors des simulations pour pouvoir appliquer les méthodes inverses à la détermination des constantes d'élasticité d'un échantillon à partir de signaux expérimentaux. Ainsi, l'identification des coefficients  $C_{12}$ ,  $C_{22}$  et  $C_{66}$  avec la méthode précédemment utilisée n'est pas possible pour cet échantillon. L'accord obtenu pour les temps d'arrivée de l'onde quasi-longitudinale s'étant réfléchi cinq fois est relativement bon mais correspond aux ondes qui se sont propagées selon une direction proche de celle de la normale à la surface. Par conséquent, l'accord observé est le même que celui obtenu avec les ondes quasi-longitudinales réfléchies une et

trois fois pour des positions proches de l'épicentre, c'est-à-dire que les points encerclés correspondent tous à des ondes se propageant dans les mêmes secteurs angulaires.



**Fig. 6.19 :** Temps de groupe obtenus par le traitement des signaux expérimentaux (points) et par la résolution des équations de Christoffel pour le tenseur d'élasticité du tableau 6.3(6) (lignes).

Certaines méthodes ont été proposées afin de retrouver les temps d'arrivée théoriques à partir d'un ensemble de signaux. La technique de déconvolution a notamment été appliquée à un ensemble de signaux simulés [39]. Son principe est directement inspiré des méthodes permettant de résoudre le problème direct. En effet, afin de calculer la réponse à une source large, la réponse impulsionnelle est convoluée par le profil spatial de la source. La technique de déconvolution considère tout d'abord le calcul du spectre spatial de la réponse à une source large, en effectuant la transformée de Fourier d'un ensemble de signaux obtenus pour des positions de la source ou de la détection équi-réparties et à un temps fixé. Le spectre est ensuite divisé par la transformée de Fourier spatiale du profil de la source. Les signaux correspondant à une source fine sont finalement calculés en inversant le spectre modifié. Ainsi, lorsque le spectre ne correspond qu'à la transformée de Fourier de la réponse élastique, les résultats permettent de retrouver les signaux de la réponse impulsionnelle. La technique a donc montré de bons résultats lorsqu'elle était appliquée à des signaux simulés. Mais lorsque le spectre est issu de signaux expérimentaux, il représente aussi la transformée de Fourier du bruit. Celui-ci est relativement constant en fonction de la fréquence spatiale (qui est égale à la composante surfacique du nombre d'onde). Par conséquent, la déconvolution de ce spectre amplifie les composantes hautes fréquences du bruit et les signaux obtenus après déconvolution ne sont pas exploitables.

La reconnaissance des temps d'arrivée associés à une source de profil spatial représenté par la distribution de Dirac étant difficile, une autre technique est maintenant proposée. Elle est donnée en tant que perspective car beaucoup d'améliorations sont encore à apporter. Son objectif est de calculer les vitesses de groupe, et donc aussi les temps de

groupe, pour une source étendue en surface. La méthode est explicitée dans le paragraphe suivant.

### 6.3.2. Calcul de la vitesse d'énergie pour une source étendue

Les vitesses de groupe sont maintenant déterminées en considérant une largeur de la source non nulle. Le vecteur vitesse d'énergie est égal au rapport du vecteur de Poynting sur la densité d'énergie par unité de volume [55] :

$$V_i^e = \frac{-C_{ijkl} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial t}}{\frac{1}{2} \rho \left( \frac{\partial u_i}{\partial t} \right)^2 \delta_{ii} + \frac{1}{2} C_{ijkl} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_l}{\partial x_k}} \quad (6.1)$$

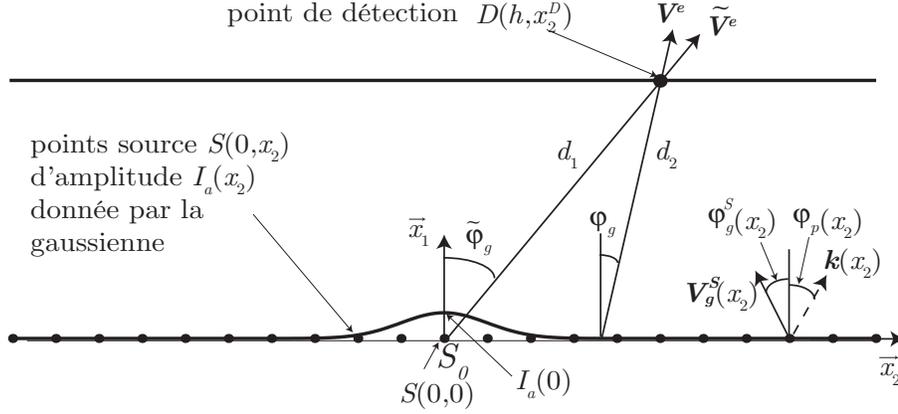
$\{i, j, k, l\} \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^4$ . Dans cette expression, le déplacement  $\mathbf{u}$  est habituellement écrit pour une onde plane lorsque la source est ponctuelle ou linéique. Il sera réécrit pour un paquet d'ondes planes rayonnant de l'énergie dans la direction du point de détection. L'expression de ce paquet d'ondes planes est tout d'abord établie pour une source linéique seulement, puis elle sera utilisée dans le calcul des vitesses de groupe associées à une source rectiligne de largeur non nulle.

#### 6.3.2.1. Écriture du paquet d'ondes

La section de la source laser rectiligne est modélisée comme une somme infinie de sources ponctuelles notées  $S(0, x_2)$ , où  $\vec{x}_2$  représente la direction de la surface. La direction normale à la surface est quant à elle notée  $\vec{x}_1$ . Le point  $S(0, 0) = S_0$  correspond au centre de la source. L'amplitude de la source en  $x_2$  est notée  $I_a(x_2)$ , elle est égale à l'énergie apportée par le laser en ce point. Par exemple, lorsque la source est supposée de profil gaussien, les différentes amplitudes des sources ponctuelles suivront aussi ce profil gaussien. La figure 6.20 représente la contribution de chacune des sources au déplacement calculé au point de détection  $D(x_1^D, x_2^D)$ , situé sur la surface opposée à la génération.

Chacune de ces sources génère des ondes élastiques qui sont décomposées en ondes planes harmoniques. Puisqu'elles sont toutes générées au même instant, elles sont toutes en phase à l'instant initial  $t = 0$ . Pour chacune des sources, seuls les vecteurs d'ondes rayonnant de l'énergie dans la direction du point de détection sont considérés. Le vecteur d'onde et la vitesses de groupe associés à la source ponctuelle en  $x_2$  sont respectivement représentées sur la figure 6.20 par une flèche en trait hachuré et une autre en trait plein. Il est supposé que l'amplitude de l'onde plane est égale à celle donnée par les fonctions de directivité d'une source linéique (de largeur représentée par un Dirac spatial). Cette amplitude est notée  $f(\underline{\mathbf{k}})$ , où  $\underline{\mathbf{k}}$  représente le vecteur unitaire donnant la direction du vecteur d'onde ( $\underline{\mathbf{k}} = \mathbf{k}/\|\mathbf{k}\|$ ). Les réflexions à la deuxième interface sont négligées afin de permettre un calcul simplifié<sup>1</sup>. Enfin, l'amplitude du déplacement associé à l'onde

<sup>1</sup>Le calcul des vitesses de groupes est donc effectué de manière approchée à la différence du calcul exact des vitesses de groupe associées à une source ponctuelle.



**Fig. 6.20** : Source large vue comme une infinité de sources ponctuelles. La gaussienne représente l'amplitude de l'intensité laser déposée sur l'échantillon et donc par conséquent l'amplitude de chacune des sources ponctuelles. Les ondes générées par ces sources sont décomposées en ondes planes dont seuls quelques vecteurs d'onde (flèche hachurée) rayonnent de l'énergie en direction du point de détection (flèches pleines).

plane dépend aussi des vecteurs unitaires de polarisation  $\underline{n}$ . Le paquet d'ondes planes intervenant dans le calcul de la vitesse d'énergie s'écrit alors :

$$\mathbf{u}(x_2^D) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_a(x_2) f(\underline{\mathbf{k}}) \underline{\mathbf{n}}(\underline{\mathbf{k}}) e^{j\omega \left( t - \frac{\underline{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{SD}}{V_p(\underline{\mathbf{k}})} \right)} dx_2 \quad (6.2)$$

Dans cette expression,  $\underline{\mathbf{k}}$  est une fonction de  $x_2$ . Par conséquent,  $V_p$  (la vitesse de phase),  $f$  et  $\underline{\mathbf{n}}$  le sont aussi. Le vecteur  $\mathbf{SD}$  correspond au vecteur constitué des deux points  $S(0, x_2)$  et  $D(x_1^D, x_2^D)$  :  $\mathbf{SD} = (x_1^D, x_2^D - x_2)$ . Les vecteurs d'onde considérés sont tels que l'énergie associée se propage dans la même direction que le vecteur  $\mathbf{SD}$ . Par conséquent, l'angle  $\varphi_g$  entre la vitesse de groupe  $\mathbf{V}_g^S(x_2)$  parallèle à cette direction et la direction  $\vec{x}_1$  est égal à :

$$\varphi_g(x_2) = \arctan \left( \frac{x_1^D}{x_2^D - x_2} \right) \quad (6.3)$$

La direction de propagation de l'énergie d'une onde plane et celle du vecteur d'onde associé, définies par les angles  $\varphi_g$  et  $\varphi_p$  vérifient par ailleurs l'équation [37] :

$$\varphi_g = \varphi_p - \arctan \left( V_p \frac{\partial(1/V_p)}{\partial \varphi_p} \right) \quad (6.4)$$

Ainsi, toutes les variables intervenants dans l'équation 6.2 peuvent être calculées. Les fonctions de directivité, ainsi que les vecteurs unitaires de polarisation et les vitesses de phases, ont en effet été précisés dans le chapitre 4.1. Néanmoins, la résolution de l'équation 6.4 n'est pas directe et peut s'avérer complexe. Par conséquent l'étude ne considéra

que le cas de matériaux isotropes, où le vecteur d'onde contribuant aux déplacements en  $D$  est parallèle à la vitesse de groupe en  $S$  et est unique.

### 6.3.2.2. Calcul de la vitesse d'énergie

L'expression, écrite dans l'équation 6.2, du déplacement est maintenant introduite dans l'équation 6.1. Le calcul des dérivées temporelle et spatiales de chacune des ondes planes,  $\partial u_j / \partial t$  et  $\partial u_j / \partial x_k^M$ , permet d'obtenir les composantes de la vitesse d'énergie associée au paquet d'onde :

$$V_i^e = \frac{2C_{ijkl}u_j \left( \int_{-\infty}^{+\infty} I_a(x_2) f(\mathbf{k}) n_l \frac{k_k}{V_p} e^{j\omega \left( t - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}D}{V_p} \right)} dx_2 \right)}{\rho u_i^2 \delta_{ii} + C_{ijkl} \left( \int_{-\infty}^{+\infty} I_a(x_2) f(\mathbf{k}) n_i \frac{k_j}{V_p} e^{j\omega \left( t - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}D}{V_p} \right)} dx_2 \right) \cdot \left( \int_{-\infty}^{+\infty} I_a(x_2) f(\mathbf{k}) n_l \frac{k_k}{V_p} e^{j\omega \left( t - \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{S}D}{V_p} \right)} dx_2 \right)} \quad (6.5)$$

La vitesse associée à une source large est déterminée à partir du temps d'arrivée du paquet d'onde et de la distance  $d_1 = \|\mathbf{S}_0 D\|$ . Elle ne correspond pas à la vitesse  $\mathbf{V}^e$  dont les différentes composantes ont été déterminées par l'équation précédente. En effet, cette vitesse n'est pas obligatoirement dirigée selon la direction  $\mathbf{S}_0 D$  comme le vecteur vitesse  $\tilde{\mathbf{V}}^e$ . Elle correspond en réalité à une onde ayant parcourue la distance  $d_2 = h / \cos(\varphi_g)$  pendant le temps correspondant au temps d'arrivée du paquet d'onde (cf. figure 6.20). En tenant compte de l'ensemble de ces considérations, la vitesse associée à une source large est évaluée par :

$$\tilde{V}^e = \frac{\sqrt{x_1^{D^2} + x_2^{D^2}}}{x_1^B} \cos \left( \arctan \left( \frac{V_2^e}{V_1^e} \right) \right) \|\mathbf{V}^e\| \begin{vmatrix} \cos(\tilde{\varphi}_g) \\ \sin(\tilde{\varphi}_g) \end{vmatrix} \quad (6.6)$$

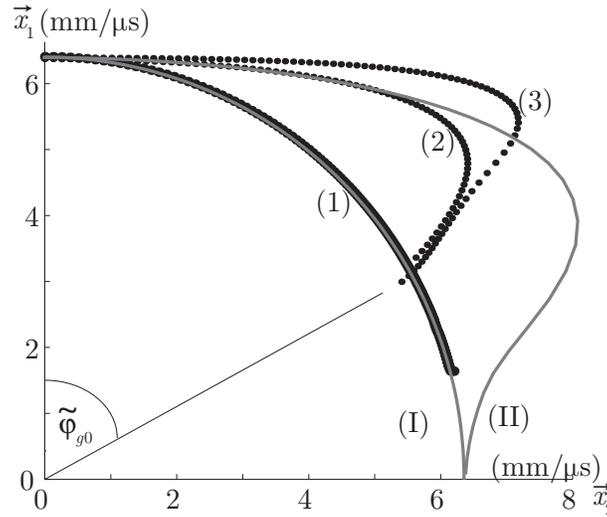
où  $\tilde{\varphi}_g$  correspond à l'angle entre la direction  $\mathbf{S}_0 D$  et  $\vec{x}_1$ .

### 6.3.2.3. Résultat préliminaire

La méthode est maintenant appliquée à un matériau isotrope de manière à simplifier les calculs. Une génération en ablation dans un échantillon monocouche d'aluminium d'épaisseur  $h = 5$  mm est considérée. La courbe des vitesses de groupe théoriques (I) et les vitesses de groupe déterminées par le traitement des signaux (1), pour une génération linéique et pour l'onde longitudinale seulement, sont montrées sur la figure 6.21 comme références. La superposition entre les données issues du traitement et les données théoriques est parfaite.

La courbe (II) de cette figure correspond au résultat de la méthode proposée lorsque la largeur de la source est égale à l'épaisseur et pour une fréquence égale à 1 MHz. Les vitesses de groupe issues du traitement des simulations effectuées pour les mêmes conditions de génération et pour le même profil de la source sont représentées par les

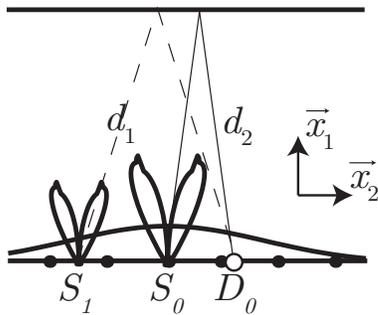
ensembles de points (2) et (3). Chacun de ces ensembles a été obtenu à partir des temps d'arrivée mesurés en convoluant les signaux avec deux ondelettes de fréquences différentes. Les allures générales dessinées par ces ensembles de points sont différentes et indiquent que l'évaluation des temps d'arrivée est sensible à la fréquence de l'ondelette.



**Fig. 6.21 :** Vitesses de groupe de l'onde longitudinale. (I) : courbe des vitesses de groupe théoriques issues de la résolution de l'équation de Christoffel. (II) : courbe des vitesses de groupe pour une taille de la source égale à l'épaisseur obtenue avec la méthode proposée, ( $h = 5$  mm). (1) : vitesses de groupe issues du traitement des simulations effectuées pour une source linéique. (2) et (3) : vitesses de groupe issues du traitement des simulations effectuées pour une source rectiligne de largeur à mi-hauteur égale à l'épaisseur, pour deux fréquences centrales de l'ondelette, respectivement 2.4 et 3.6 MHz.

Les vitesses de groupe de l'onde longitudinale associées à des sources larges, et pour un régime d'ablation conservent donc une composante normale à la surface presque constante dans un large secteur angulaire. Cela traduit le fait que le déplacement mesuré est associé à un front d'onde presque plan et ne possédant qu'un vecteur d'onde normal à la surface. La distance parcourue est alors assimilable à l'épaisseur. Le traitement des signaux montre que les vitesses de groupe tendent vers celles déterminées pour une source linéique lorsque l'angle  $\tilde{\varphi}_g$  tend vers la valeur  $\tilde{\varphi}_{g0}$  (cf. fig. 6.21). Les prédictions données par la méthode proposée indiquent que les vitesses de groupe ne tendent vers les vitesses associées à une source linéique que pour les ondes rasantes. Le résultat ne coïncide pas aux données obtenues par le traitement des simulations mais représente toutefois l'allure des courbes.

Le raisonnement utilisé pour établir cette méthode permet donc de comprendre comment évoluent les temps d'arrivées en fonction de la largeur de la source. La figure 6.22 illustre notamment l'arrivée tardive des ondes transverses qui a été observée sur la figure 6.14a. Le diagramme de directivité de l'onde transverse étant très directif (cf. fig. 6.13-2), les ondes, qui contribuent aux déplacements au niveau du point de détection, ont



**Fig. 6.22 :** Distances parcourues par les différentes ondes transverses composant le paquet d'onde contribuant aux déplacements au point de détection  $D_0$ . (La taille de la détection a été reportée sur celle de la source.) La source est de profil spatial gaussien centré en  $S_0$  et elle est décomposée en une somme de sources ponctuelles. Le diagramme de directivité de l'onde transverse de la figure 6.13-2 est reporté au niveau de chacune des sources ponctuelles. La source placée en  $S_1$  contribue, à la différence de la source située en  $S_0$ , fortement au déplacement en  $D_0$ . La plus grande partie de l'énergie qui arrive en  $D_0$  a donc parcouru la distance  $d_1$  qui est plus grande que  $d_2$ . L'onde transverse arrive alors après celle qui serait générée par une source ponctuelle en  $S_0$ .

majoritairement été générées par un ensemble de sources élémentaires éloigné du point de détection. Lorsque la détection est encore située à l'intérieur du profil gaussien de la source, les distances parcourues par les ondes générées par les sources élémentaires sont plus grandes que celle estimée par la direction "centre de la source-point de détection". C'est l'inverse lorsque le point de détection est en dehors de cette zone. Par conséquent, lorsque les diagrammes de directivité sont très directifs autour d'une direction qui n'est pas normale à la surface, les temps d'arrivée obtenus par le traitement du signal peuvent être en avance ou en retard par rapport à ceux qui sont théoriquement calculés pour une source linéique. Les temps d'arrivée des ondes longitudinales, qui sont peu directives, sont toujours en avance par rapport à ceux qui sont théoriquement calculés pour une source linéique.

Il est précisé que cette méthode n'a d'intérêt que pour des profils spatiaux de la source représentés par des fonctions continûment dérivables. En effet, lorsque la source présente des discontinuités, la génération s'effectuera préférentiellement en ces points. Les ondes générées par exemple par des sources de profil vérifiant une distribution Porte sont générées sur les deux cotés de la source. La propagation est alors similaire à celle rencontrée en champ proche pour une génération avec des transducteurs [154].

### 6.3.3. Comparaison avec la pénétration optique

L'influence de la pénétration optique, qui a été décrite de la même manière qu'une génération diffuse dans la profondeur, sur les temps d'arrivée est maintenant discutée. Il est en effet surprenant que la largeur de la tache en surface modifie les temps d'arrivée des ondes alors que l'extension en profondeur n'a aucune influence [39]. L'identification des coefficients du tenseur d'élasticité a en outre pu être réalisée dans des échantillons transparents.

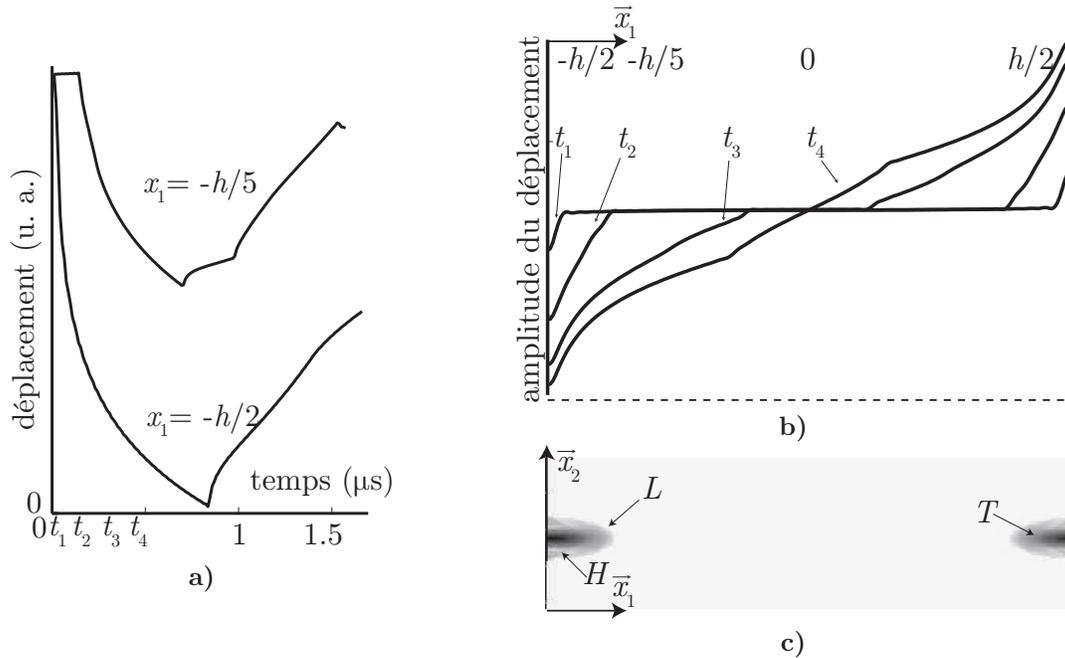
Afin de comprendre en quoi l'extension de la source en profondeur est différente de

celle en surface, les figures 6.23(a, b, c) montrent des signaux obtenus pour une génération linéique dans une plaque monocouche de verre isotrope. La longueur de pénétration optique de ce matériau est environ vingt fois plus grande que l'épaisseur choisie pour les simulations ( $h = 5mm$ ). Il est précisé que le laser pompe est focalisé sur la surface définie par  $x_1 = -h/2$ , mais que l'énergie lumineuse est déposée dans toute l'épaisseur avec un profil exponentiel décroissant. Il apparaît alors que la génération des ondes est localisée au niveau des interfaces libres et que l'amplitude des déplacements est nulle à l'intérieur de l'échantillon. Ceci est particulièrement visible sur la figure 6.23b, où l'amplitude des déplacements est représentée en fonction de l'épaisseur pour différents instants successifs  $t_1, t_2, t_3, t_4$ . L'instant  $t_1$  correspond à quelques centièmes de microsecondes. L'écho est de faible amplitude et est très localisé au bord de l'interface. L'instant  $t_4$  est postérieur à l'instant où les deux ondes générées sur les deux faces opposées se sont rencontrées. L'amplitude du déplacement au milieu de la plaque est pratiquement constamment nulle parce que les deux ondes sont générées avec des amplitudes opposées, mais presque égales en valeur absolues. La différence très faible entre les deux amplitudes provient de l'atténuation de l'onde lumineuse dans le matériau. La figure 6.23a montre que l'amplitude du déplacement de la surface où le laser est focalisé augmente en valeur absolue au cours du temps jusqu'à ce que l'onde générée sur la surface opposée atteigne ce point. Le signal obtenu en profondeur, pour  $x_1 = -h/5$ , montre que l'amplitude reste nulle jusqu'à ce que l'onde générée en surface ne se propage jusqu'à ce point. Enfin la figure 6.23c permet de visualiser l'amplitude des déplacements dans le plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$  à l'instant  $t_2$ . Il est possible de distinguer le front d'onde longitudinal  $L$ , les ondes de têtes  $H$  et l'onde transverse  $T$ .

La modélisation des déplacements suppose néanmoins une génération en profondeur puisque le terme source de l'équation de mouvement 1.2 (avec  $N = 0$ ) n'est pas nul en profondeur. Lorsque la résolution de l'équation est effectuée dans le domaine de Fourier, les sources enfouies dans la profondeur apportent bien de l'énergie aux ondes planes harmoniques, mais celles-ci existent dans tout l'espace. La prise en compte des conditions aux limites impose alors que les différentes amplitudes des ondes planes interfèrent de manière destructive dans l'épaisseur et de manière constructive sur les bords à l'instant initial. Par conséquent, l'idée de génération d'ondes en profondeur est surtout liée à la décomposition en ondes planes mais elle ne reflète pas forcément la génération des fronts acoustiques. Ces derniers sont générés aux niveaux des surfaces et les vitesses de groupe évaluées à partir des temps de parcours et des distances parcourues correspondent à celles qui sont calculées théoriquement.

#### 6.3.4. Conclusion

Il a été montré que lorsque le rapport "taille de la source-épaisseur" est plus grand que l'unité pour un film d'or isotrope-transverse, seules les ondes longitudinales sont détectées. De plus, les temps d'arrivée mesurés par le traitement du signal ne correspondent plus à ceux calculés théoriquement en considérant une source linéique. Des simulations ont été réalisées pour des propriétés d'élasticité isotropes et non représentatives d'un matériau réel pour différentes largeur de la source. Elles ont permis de montrer l'évolu-



**Fig. 6.23 :** **a)** : Déplacements en fonction du temps, simulés pour un échantillon transparent (du verre) et pour deux positions : en surface ( $x_1 = -h/2$ ) et en profondeur ( $x_1 = -h/5$ ). **b)** : Amplitude des déplacements en fonction de la profondeur pour 4 instants  $t_1, t_2, t_3, t_4$  successifs. Ces instants sont repérés sur la figure (a). Les différentes positions de la figure (a) sont de la même manière reportées sur la figure (b). **c)** : Représentation en deux dimensions des déplacements dans l'épaisseur à l'instant  $t_2$ . Les couleurs sombres correspondent aux plus grandes amplitudes. La focalisation du laser pompe n'est effectuée que sur une seule face.

tion des temps d'arrivée en fonction de la largeur de la source et plus particulièrement des vitesses de groupe déterminées à partir des temps d'arrivée des ondes de volume et de la distance entre le centre de la source et le centre de la détection. Une méthode a été proposée afin de rendre théoriquement compte de cette évolution. Une interprétation des retards observés entre les temps d'arrivée des ondes transverses obtenus par traitement des simulations et les temps d'arrivée théoriques sur les figures du paragraphe précédent a pu être avancée. Enfin l'influence de la pénétration optique sur les temps d'arrivée a été analysée et il a été vérifié que les ondes étaient générées au niveau des interfaces lorsque la pénétration optique du laser est non négligeable par rapport à l'épaisseur.

## 6.4. Conclusion

L'ensemble de ce chapitre a permis d'étudier les réponses acoustiques de films d'épaisseur micrométrique dont les propriétés d'élasticité sont isotropes ou isotropes-transverses. Les effets de la pénétration optique et de la largeur des taches focales des lasers sur la génération et la diffraction des ondes élastiques ont été étudiés. Les formes dipolaires des échos longitudinaux ont été attribuées à la diffraction et à un effet volumique de la génération. Les différents échos ont pu être identifiés grâce aux différentes techniques décrites dans la première partie de la thèse. L'identification des constantes du tenseur d'élasticité d'un film isotrope d'aluminium ainsi que celles d'un film d'or isotropes transverses de  $2.1 \mu\text{m}$  d'épaisseur a pu être réalisée. Par opposition, il a été montré que l'identification de ces mêmes constantes dans un film d'or moins épais n'était pas réalisable pour des tailles de la source et de détection égales à celles utilisées habituellement. Une plus grande focalisation des faisceaux laser n'étant pas possible, une méthode a été proposée pour permettre de comprendre l'évolution des vitesses de groupes mesurées en fonction de la largeur de la source.



## Conclusion

De nouveaux outils ont été développés afin de permettre la reproduction et la compréhension des formes d'onde relatives à nos expériences d'ultrasons laser. L'identification des ondes de volume a permis notamment de déterminer les vitesses de groupe ou de phase qui sont utilisées dans l'évaluation des propriétés élastiques de matériaux isotropes transverses, pour des géométries cylindriques de diamètre millimétrique et pour des films d'épaisseur micrométriques pouvant être déposés sur des substrats.

Les modèles proposés dans ce mémoire se sont appuyés sur celui qui a été développé au Laboratoire de Mécanique Physique et qui concernait la simulation des déplacements générés par une source laser linéique dans un plan principal d'un matériau orthotrope de géométrie plane monocouche. Ce modèle a été enrichi dans le but de simuler le champ de déplacement dans un matériau bicouche pour les mêmes conditions de génération. Par conséquent, l'ensemble des interactions laser-matière, qui avaient été considérées, ont toutes été reprises en compte. L'influence de la deuxième couche sur les déplacements détectés sur la surface de la première couche a été étudiée à partir de signaux simulés pour chacun des modèles de génération. Une discussion sur la génération des ondes acoustiques générées par un faisceau laser se réfléchissant sur les interfaces d'un matériau monocouche a été présentée de manière à étudier l'importance de ce phénomène pour des films transparents et d'épaisseur micrométrique. Une analogie avec des oscillations Brillouin a notamment été démontrée. Ensuite, une transformation des noyaux de Green résultant de chacun de ces modèles a été proposée de manière à considérer la réponse en déplacement à une génération ponctuelle dans un milieu isotrope transverse. Les signaux simulés pour cette géométrie de source dans un milieu monocouche ont permis d'illustrer les différences en amplitudes et en formes des ondes avec ceux qui ont été simulés pour une source linéique. Enfin, les fonctions de directivité pour des générations de type ablation, thermoélastique et considérant l'effet de la pénétration optique ont été explicitées pour une source linéique dans un plan principal d'un matériau orthotrope et pour une source ponctuelle dans un matériau isotrope transverse. La signification de ces fonctions pour des milieux anisotropes a été analysée. L'effet de la pénétration optique sur la génération des ondes longitudinales et transverses a également été étudié et il a été montré que les ondes longitudinales pouvaient rayonner de l'énergie dans la direction normale à la surface. De plus, l'influence de la longueur de pénétration optique et de la largeur des sources en surface a été reliée à une augmentation de la directivité des diagrammes de directivité respectivement en direction de la surface et en direction de la profondeur.

La méthode permettant de déterminer les constantes d'élasticité à partir de signaux synthétisés a été rappelée pour une source linéique. Lorsque la génération est ponctuelle, il a été montré que les signaux synthétisés correspondent à des fronts d'onde

coniques. L'étude des fronts d'ondes réfléchis sur la surface du cylindre a permis l'identification d'une constante difficilement accessible par d'autres méthodes d'évaluation non-destructive et l'identification de toutes les constantes du tenseur d'élasticité d'un cylindre constitué d'un matériau isotrope transverse composite a été réalisée. L'influence de la largeur des sources en surface de films d'épaisseur micrométrique a finalement été présentée et reliée à la diffraction des ondes acoustiques. La forme dipolaire des échos longitudinaux a été expliquée grâce à la diffraction et à la génération des ondes en profondeur. La génération d'ondes transverses a été observée dans un film monocouche isotrope et elle a permis la mesure des deux constantes indépendantes d'élasticité. Les fronts d'onde coniques ont également été utilisés dans l'identification des constantes du tenseur d'élasticité d'un film d'or de quelques micromètres d'épaisseur. Enfin les limites liées à la largeur des sources dans le dispositif d'acoustique picoseconde n'ont pas permis la mesure des constantes d'élasticité d'un film d'or de plus petite épaisseur. Une méthode a néanmoins été proposée comme perspective afin de rendre compte de l'évolution des temps d'arrivée en fonction du rapport taille de la source épaisseur.

Les conclusions relatives à l'évaluation non-destructive des propriétés élastiques de cylindres ouvrent certaines perspectives, dont l'adaptation des techniques qui ont été employées à des cylindres de diamètres micrométriques. Ensuite, afin de contourner les limitations dues à la largeur des sources, la possibilité de mise en forme spéciale du profil spatial du faisceau laser peut être étudiée. La méthode proposée dans le dernier chapitre peut également être améliorée et l'identification des constantes d'élasticité à partir des vitesses de groupe calculées théoriquement pour des sources larges pourrait éventuellement être rendue possible. L'enregistrement de signaux sur une plus grande durée et pour des distances entre la pompe et la sonde plus grandes peut également contribuer à observer des ondes divergentes qui se seraient propagées à une vitesse proche de celle qui correspond à une source ponctuelle. L'influence de la taille de la source pourrait alors être négligée. Cependant l'atténuation des ondes acoustiques et la simultanéité des arrivées des ondes réfléchies de multiples fois pourrait rendre difficile l'identification des ondes.

**Troisième partie .**

**Annexes**



# A. Mise en équation détaillée du modèle numérique donnant le champ de déplacement pour une génération dans un matériau bicouche semi-conducteurs

Cette partie des annexes détaille les calculs permettant d'arriver à l'expression du champ de déplacement dans un matériau bicouche semi-conducteur pour une génération thermoélastique. Le matériau est supposé anisotrope et viscoélastique. Le modèle tient compte de la dilatation thermique ainsi que de la diffusion de la densité de plasma engendrées par l'absorption optique du laser source et de la diffusion du champ de température.

## A.1. Géométrie, hypothèses et techniques

La description de la géométrie donnée au paragraphe 2.1.1, est rappelée. La couche où se situe la génération est notée  $I$  et la deuxième sera notée  $II$ . L'indice  $i = \{I, II\}$  sera utilisé pour qualifier les grandeurs relatives à chacune des couches. Chacun des milieux de propagation est considéré homogène, cristallin, de masse volumique  $\rho_i$  et de géométrie plane. Les propriétés mécaniques, thermiques et optiques sont supposées de symétrie orthotrope. L'épaisseur du milieu  $I$  est prise égale à  $2h$  tandis que celle du milieu  $II$  vaut  $2H$ . Le repère  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3)$  est tel que le vecteur  $\vec{x}_1$  correspond à la direction normale à la surface de génération, et que le vecteur  $\vec{x}_3$  est orienté parallèlement à la source linéique, selon un axe de symétrie cristallographique commun aux deux matériaux imposant alors que la composante du champ de déplacement dans cette direction est nulle :  $u_3$ . L'origine est fixée au milieu de la couche  $II$ . En  $x_1 = -H - 2h$ , le faisceau laser est supposé de dimension infinie selon  $\vec{x}_3$  et de type Dirac spatial selon  $\vec{x}_2$ . Le plan défini par  $(\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  constitue alors un plan invariant et donc l'hypothèse  $\frac{\partial}{\partial x_3} = 0$  est justifiée. Les milieux sont considérés au repos avant que le faisceau laser source n'atteigne la face supérieure du matériau  $I$  et leurs surfaces en contact avec l'air sont supposées libres mécaniquement.

L'équation à résoudre (1.2) :

$$\rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\overline{\mathbf{C}}^{(4)} : \nabla_s \vec{u}) - \overline{\lambda} \cdot \nabla_s(T) - \overline{\mathbf{D}} \cdot \nabla_s(N), \quad (\text{A.1})$$

faisant intervenir le déplacement  $u$ , nécessite d'abord la résolution de la densité de plasma  $N$  et de la température  $T$ .

## A.2. Calcul de la densité de plasma

L'équation de diffusion électronique 1.6 exprimée dans l'espace transformé  $(x_1, k_2, \omega)$  s'écrit après avoir effectué la double transformée de Fourier sur  $x_2$  et  $t$  :

$$\Lambda_1 \frac{\partial^2 \tilde{N}}{\partial x_1^2} - \left( j\omega + \frac{1}{\tau_R} + \Lambda_2 k_2^2 \right) \tilde{N} = -\frac{\tilde{Q}}{E} \quad (\text{A.2})$$

Cette équation est une équation différentielle du deuxième ordre en  $x_1$  qui admet donc des solutions particulières notées  $N_p$  et des solutions homogènes notées  $N_h$ .

### A.2.1. Solutions particulières

L'énergie apportée en  $I$  et  $II$  est déterminée par récurrence de la formule 1.7 :

$$Q_I(x_1, x_2, t) = \beta_I I_0 (1 - R_{0 \rightarrow I}) e^{-\beta_I (x_1 + 2h + H)} g(x_2) f(t) \quad (\text{A.3})$$

$$Q_{II}(x_1, x_2, t) = \beta_{II} I_1 (1 - R_{I \rightarrow II}) e^{-\beta_{II} (x_1 + H)} g(x_2) f(t) \quad (\text{A.4})$$

où  $I_1 = I_0 (1 - R_{0 \rightarrow I}) e^{-2\beta_I h}$ , et,  $g(x_2)$ ,  $f(t)$ , des fonctions décrivant le profil spatio-temporel de la source thermique déposée par le laser. Soient  $\Pi_i$  ( $i = I/II$ ) les racines doubles de l'équation caractéristique associée à l'équation A.2, et  $Q_i^0$  l'amplitude des termes sources :

$$\begin{aligned} \Pi_I &= \frac{1}{\sqrt{\Lambda_1^I}} \sqrt{j\omega + \frac{1}{\tau_R} + \Lambda_2^I k_2^2} & Q_I^0 &= \beta_I I_0 (1 - R_{0 \rightarrow I}) g(x_2) H(\omega) \\ \Pi_{II} &= \frac{1}{\sqrt{\Lambda_1^{II}}} \sqrt{j\omega + \frac{1}{\tau_R} + \Lambda_2^{II} k_2^2} & Q_{II}^0 &= \beta_{II} I_1 (1 - R_{I \rightarrow II}) g(x_2) H(\omega) \end{aligned}, \quad (\text{A.5})$$

alors la solution particulière, qui est similaire au terme source, s'écrira :

$$N_I^p(x_1) = N_I^{p\beta} e^{-\beta_I (x_1 + 2h + H)} \text{ et } N_{II}^p(x_1) = N_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II} (x_1 + H)}, \quad (\text{A.6})$$

où les constantes  $N_I^{p\beta}$  et  $N_{II}^{p\beta}$  sont déterminées en reportant ces expressions dans l'équation A.2.

$$N_I^{p\beta} = \frac{Q_I^0}{E \Lambda_1^I (\Pi_I^2 - \beta_I^2)} \text{ et } N_{II}^{p\beta} = \frac{Q_{II}^0}{E \Lambda_1^{II} (\Pi_{II}^2 - \beta_{II}^2)} \quad (\text{A.7})$$

### A.2.2. Solutions homogènes

Les solutions homogènes s'écrivent directement :

$$N_I^h(x_1) = N_I^{h-} e^{-\Pi_I (x_1 + 2h + H)} + N_I^{h+} e^{+\Pi_I (x_1 + 2h + H)} \quad (\text{A.8})$$

$$N_{II}^h(x_1) = N_{II}^{h-} e^{-\Pi_{II} (x_1 + H)}. \quad (\text{A.9})$$

Cependant,  $N_I^{h-}$ ,  $N_I^{h+}$  et  $N_{II}^{h-}$  sont des constantes indéterminées que l'on précise grâce à une résolution matricielle au moyen des conditions aux limites 2.2 :

$$\begin{bmatrix} -\Lambda_1^I \Pi_I e^{-2\Pi_I h} & \Lambda_1^I \Pi_I e^{2\Pi_I h} & \Lambda_1^{II} \Pi_{II} + S_2 \\ e^{-2\Pi_I h} & e^{2\Pi_I h} & -1 \\ -\Lambda_1^I \Pi_I - S_1 & \Lambda_1^I \Pi_I - S_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_I^{h-} \\ N_I^{h+} \\ N_{II}^{h-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1^I \beta_I e^{-2\beta_I h} N_I^{p\beta} - (\Lambda_1^{II} \beta_{II} - S_2) N_{II}^{p\beta} \\ -e^{-2\beta_I h} N_I^{p\beta} + N_{II}^{p\beta} \\ (\Lambda_1^I \beta_I + S_1) N_I^{p\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Ou, pour éviter que l'inversion de la matrice rencontre des problèmes de conditionnement, les termes avec une exponentielle divergente seront déplacés dans le vecteur des inconnus.

$$\begin{bmatrix} -\Lambda_1^I \Pi_I e^{-2\Pi_I h} & \Lambda_1^I \Pi_I & \Lambda_1^{II} \Pi_{II} + S_2 \\ e^{-2\Pi_I h} & 1 & -1 \\ -\Lambda_1^I \Pi_I - S_1 & (\Lambda_1^I \Pi_I - S_1) e^{-2\Pi_I h} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_I^{h-} \\ N_I^{h+} e^{2\Pi_I h} \\ N_{II}^{h-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_1^I \beta_I e^{-2\beta_I h} N_I^{p\beta} - (\Lambda_1^{II} \beta_{II} - S_2) N_{II}^{p\beta} \\ -e^{-2\beta_I h} N_I^{p\beta} + N_{II}^{p\beta} \\ (\Lambda_1^I \beta_I + S_1) N_I^{p\beta} \end{bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Il ne reste plus qu'à inverser la matrice  $3 \times 3$  pour pouvoir déterminer les amplitudes  $N_I^{h-}$ ,  $N_I^{h+}$  et  $N_{II}^{h-}$ . En réalité, le terme  $N_I^{h+}$  ne sera pas calculé mais ce sera plutôt  $N_I^{h+} e^{2\Pi_I h}$ . Ainsi, le calcul de l'exponentielle divergente  $e^{2\Pi_I h}$  sera contourné.

### A.2.3. Solutions totales

Finalement, les distributions électroniques s'écrivent dans les couches  $I$  et  $II$  telles que :

$$N_I(x_1) = N_I^{h-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + N_I^{h+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} + N_I^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \quad (\text{A.12})$$

$$N_{II}(x_1) = N_{II}^{h-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + N_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \quad (\text{A.13})$$

## A.3. Calcul du champ de température

L'équation de diffusion thermique 1.13 est exprimée dans l'espace transformé  $(x_1, k_2, \omega)$  en appliquant la double transformée de Fourier sur  $x_2$  et  $t$  :

$$\chi_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} - (j\omega + \chi_2 k_2^2) T = -\frac{1}{\rho C_p} \left( \frac{E - E_g}{E} Q + \frac{E_g}{\tau_R} N \right), \quad (\text{A.14})$$

La dernière équation est une équation différentielle du deuxième ordre en  $x_1$  qui admet donc des solutions particulières notées  $T_p$  et des solutions homogènes notées  $T_h$ .

### A.3.1. Solutions particulières

Soient  $\Gamma_i$  ( $i = I/II$ ) les racines doubles de l'équation caractéristique associée à l'équation A.14 :

$$\Gamma_I = \sqrt{\frac{\chi_{I2}}{\chi_{I1}} k_2^2 + j \frac{\omega}{\chi_{I1}}} \text{ et } \Gamma_{II} = \sqrt{\frac{\chi_{II2}}{\chi_{II1}} k_2^2 + j \frac{\omega}{\chi_{II1}}} \quad (\text{A.15})$$

alors la solution particulière, qui est similaire au terme source, s'écrira :

$$T_I^p(x_1) = T_I^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + T_I^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} + T_I^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \quad (\text{A.16})$$

$$T_{II}^p(x_1) = T_{II}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + T_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \quad (\text{A.17})$$

où les constantes  $T_I^{p\Pi-}$ ,  $T_I^{p\Pi+}$ ,  $T_I^{p\beta}$ ,  $T_{II}^{p\Pi-}$  et  $T_{II}^{p\beta}$  sont déterminées en reportant ces expressions dans l'équation A.14.

$$\begin{aligned} T_I^{p\Pi-} &= -\frac{E_g^I N_I^{h-}}{\rho^I C_p^I \chi_1^I \tau_R^I (\Pi_I^2 - \Gamma_I^2)} & T_{II}^{p\Pi-} &= -\frac{E_g^{II} N_{II}^{h-}}{\rho^{II} C_p^{II} \chi_1^{II} \tau_R^{II} (\Pi_{II}^2 - \Gamma_{II}^2)} \\ T_I^{p\Pi+} &= -\frac{E_g^I N_I^{h+}}{\rho^I C_p^I \chi_1^I \tau_R^I (\Pi_I^2 - \Gamma_I^2)} & & \\ T_I^{p\beta} &= -\frac{\frac{E-E_g^I}{E} Q_I^0 + \frac{E_g^I}{\tau_R^I} N_I^{p\beta}}{\rho^I C_p^I \chi_1^I (\beta_I^2 - \Gamma_I^2)} & T_{II}^{p\beta} &= -\frac{\frac{E-E_g^{II}}{E} Q_{II}^0 + \frac{E_g^{II}}{\tau_R^{II}} N_{II}^{p\beta}}{\rho^{II} C_p^{II} \chi_1^{II} (\beta_{II}^2 - \Gamma_{II}^2)} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

### A.3.2. Solutions homogènes

Les solutions homogènes s'écrivent directement :

$$T_I^h(x_1) = T_I^{h-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + T_I^{h+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} \quad (\text{A.19})$$

$$T_{II}^h(x_1) = T_{II}^{h-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} \quad (\text{A.20})$$

Cependant,  $T_I^{h-}$ ,  $T_I^{h+}$  et  $T_{II}^{h-}$  sont des constantes indéterminées que l'on précise grâce à une résolution matricielle au moyen des conditions aux limites 2.4 :

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} -\kappa_1^I \Gamma_I & \kappa_1^I \Gamma_I & 0 \\ -\kappa_1^I \Gamma_I e^{-2\Gamma_I h} & \kappa_1^I \Gamma_I e^{2\Gamma_I h} & \kappa_1^{II} \Gamma_{II} \\ e^{-2\Gamma_I h} & e^{2\Gamma_I h} & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_I^{h-} \\ T_I^{h+} \\ T_{II}^{h-} \end{bmatrix} = \quad (\text{A.21}) \\ &\begin{bmatrix} -\kappa_1^I \left( -\Pi_I T_I^{p\Pi-} + \Pi_I T_I^{p\Pi+} - \beta_I T_I^{p\beta} \right) - S_1 E_g^I \left( N_I^{h-} + N_I^{h+} + N_I^p \right) \\ \left\{ \begin{array}{l} -\kappa_1^I \left( -\Pi_I T_I^{p\Pi-} e^{-2\Pi_I h} + \Pi_I T_I^{p\Pi+} e^{2\Pi_I h} - \beta_I T_I^{p\beta} e^{-2\beta_I h} \right) \\ + \kappa_1^{II} \left( -\Pi_{II} T_{II}^{p\Pi-} - \beta_{II} T_{II}^{p\beta} \right) \\ + (S_{2 \rightarrow 1} E_g^{II} - S_{1 \rightarrow 2} E_g^I) \left( N_{II}^{h-} + N_{II}^{p\beta} \right) \\ - \left( T_I^{p\Pi-} e^{-2\Pi_I h} + T_I^{p\Pi+} e^{2\Pi_I h} + T_I^{p\beta} e^{-2\beta_I h} \right) + \left( T_{II}^{p\Pi-} + T_{II}^{p\beta} \right) \end{array} \right. \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Soit, pour bien conditionner la matrice :

$$\begin{bmatrix} -\kappa_1^I \Gamma_I & \kappa_1^I \Gamma_I e^{-2\Gamma_I h} & 0 \\ -\kappa_1^I \Gamma_I e^{-2\Gamma_I h} & \kappa_1^I \Gamma_I & \kappa_1^{II} \Gamma_{II} \\ e^{-2\Gamma_I h} & 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_I^{h-} \\ T_I^{h+} e^{2\Gamma_I h} \\ T_{II}^{h-} \end{bmatrix} = [\cdot], \quad (\text{A.22})$$

où  $[\cdot]$  représente le second membre inchangé. Il ne reste plus qu'à inverser la matrice  $3 \times 3$  pour pouvoir déterminer les amplitudes  $T_I^{h-}$ ,  $T_I^{h+}$  et  $T_{II}^{h-}$ .

### A.3.3. Solutions totales

Finalement, les champs de température s'écrivent dans les couches  $I$  et  $II$  telles que :

$$T_I(x_1) = T_I^{h-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + T_I^{h+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + \quad (\text{A.23})$$

$$T_I^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + T_I^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} + T_I^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \quad (\text{A.24})$$

$$T_{II}^h(x_1) = T_{II}^{h-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + T_{II}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + T_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \quad (\text{A.25})$$

## A.4. Calcul du champ de déplacement

L'équation du mouvement 1.2 exprimée dans l'espace transformé  $(x_1, k_2, \omega)$  en appliquant la double transformée de Fourier sur  $x_2$  et  $t$  s'écrit :

$$\begin{cases} (\rho\omega^2 - k_2^2 C_{66})\tilde{u}_1 + C_{11} \frac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial x_1^2} - jk_2(C_{12} + C_{66}) \frac{\partial \tilde{u}_2}{\partial x_1} = \lambda_1 \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x_1} + D_1 \frac{\partial \tilde{N}}{\partial x_1} \\ (\rho\omega^2 - k_2^2 C_{22})\tilde{u}_2 + C_{66} \frac{\partial^2 \tilde{u}_2}{\partial x_1^2} - jk_2(C_{12} + C_{66}) \frac{\partial \tilde{u}_1}{\partial x_1} = -jk_2(\lambda_2 \tilde{T} + D_2 \tilde{N}) \end{cases} \quad (\text{A.26})$$

Le second membre est ensuite développé en explicitant la densité de plasma et le champ de température pour les milieux  $I$  et  $II$ .

Le système d'équations A.26 est un système couplé d'équations différentielles du deuxième ordre en  $x_1$  qui admet donc des solutions particulières notées  $u_p$  et des solutions homogènes notées  $u_h$ .

### A.4.1. Solutions particulières

Les solutions particulières sont du même type que le terme source :

$$\begin{aligned} u_I^{p-} &= U_I^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_I^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + U_I^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\ u_I^{p+} &= U_I^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_I^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} \\ u_{II}^{p-} &= U_{II}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + U_{II}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + U_{II}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Les amplitudes  $U_I^{p\Gamma-}$ ,  $U_I^{p\Pi-}$ ,  $U_I^{p\beta}$ ,  $U_I^{p\Gamma+}$ ,  $U_I^{p\Pi+}$ ,  $U_{II}^{p\Gamma-}$ ,  $U_{II}^{p\Pi-}$  et  $U_{II}^{p\beta}$  sont déterminées séparément en injectant chacun des termes dans le système A.26. Seul l'exemple de  $U^{p\beta}$  sera traité, tous les autres termes se résolvent en effet de manière analogue : Soit :

$$\begin{aligned} A_{11} &= \rho\omega^2 - k_2^2 C_{66} \\ A_{12} &= k_2(C_{12} + C_{66}) \\ A_{22} &= \rho\omega^2 - k_2^2 C_{22} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

alors l'équation A.26 écrite pour  $\tilde{u} = U^{p\beta} e^{-\beta(x_1+x_0)}$ , où  $x_0$  est une constante, devient :

$$\begin{pmatrix} A_{11} + \beta^2 C_{11} & j\beta A_{12} \\ j\beta A_{12} & A_{22} + \beta^2 C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1^p \\ U_2^p \end{pmatrix} e^{-\beta(x_1+x_0)} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 \beta \\ -jk_2 \lambda_2 \end{pmatrix} T^{p\beta} e^{-\beta(x_1+x_0)}. \quad (\text{A.29})$$

Puis, en posant :

$$\begin{aligned} L &= A_{11} + \beta^2 C_{11} \\ P &= \beta A_{12} \\ Q &= A_{22} + \beta^2 C_{66} \end{aligned} \quad (\text{A.30})$$

on peut écrire le système de façon simplifiée :

$$\begin{pmatrix} L & jP \\ jP & Q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_1^p \\ U_2^p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\lambda_1 \beta \\ -jk_2 \lambda_2 \end{pmatrix} T^{p\beta} \quad (\text{A.31})$$

Il ne reste donc plus qu'à inverser la matrice pour obtenir  $U_1^p$  et  $U_2^p$ . La méthode est ainsi facilement adaptable à chacune des solutions particulières.

#### A.4.2. Solutions homogènes

La solution homogène étant supposée du type  $\tilde{u}_h(x_1, k_2, \omega) = U e^{-jk_1^+ x_1}$ , le système A.26 devient :

$$M \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.32})$$

avec

$$M = \begin{pmatrix} \rho\omega^2 - k_2^2 C_{66} - k_1^2 C_{11} & -k_1 k_2 (C_{12} + C_{66}) \\ -k_1 k_2 (C_{12} + C_{66}) & \rho\omega^2 - k_2^2 C_{22} - k_1^2 C_{66} \end{pmatrix} = \quad (\text{A.33})$$

$$\begin{pmatrix} A_{11} - k_1^2 C_{11} & -k_1 A_{12} \\ -k_1 A_{12} & A_{22} - k_1^2 C_{66} \end{pmatrix} \quad (\text{A.34})$$

Cette équation n'admet de solution que si le déterminant de  $M$  est nul :

$$k_1^4 C_{11} C_{66} - k_1^2 [C_{11} A_{22} + C_{66} A_{11} + A_{12}^2] + A_{11} A_{22} = 0 \quad (\text{A.35})$$

Cette équation est l'équation de dispersion associée à des ondes planes "monochromatiques". En effet, puisque  $k_2$  et  $\omega$  décrivant l'espace ouvert  $]-\infty, +\infty[$ ,  $k_1$  est l'unique variable d'ajustement qui permet de vérifier cette équation quelques soient  $k_2$  et  $\omega$ . Cette équation étant aussi une équation polynomiale bicarré en  $k_1$ , elle se résout aisément. On désignera par  $k_1^{n+}$  les solutions de partie réelle positive, où  $n = L, T$  correspond au mode acoustique longitudinale  $L$  ou transversale  $T$ . De plus,  $k_1^{n-} = -k_1^{n+}$ .

La résolution du système A.26 permet alors de montrer que les composantes de la solution  $\tilde{u}_h(x_1, k_2, \omega) = U e^{-jk_1^+ x_1}$  sont proportionnelles à la solution suivante, autant pour le milieu  $I$  que  $II$  :

$$\begin{pmatrix} U_1^n \\ U_2^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{22} - k_1^{n2} C_{66} \\ k_1^n A_{12} \end{pmatrix}. \quad (\text{A.36})$$

En changeant  $k_1$  par  $-k_1$ , il apparaît donc que :

$$\begin{pmatrix} U_1^{n+} \\ U_2^{n+} \end{pmatrix} (k_1^+) = \begin{pmatrix} U_1^{n-} \\ -U_2^{n-} \end{pmatrix} (k_1^-). \quad (\text{A.37})$$

Ainsi, on pourra écrire pour le milieu  $I$  la solution sous la forme d'une partie progressive puis rétrograde :

$$U_{I1}^h = \sum_{n=L,T} A^{n+} U_{I1}^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} U_{I1}^{n-} e^{-jk_1^{n-} x_1} \quad (\text{A.38})$$

$$U_{I2}^h = \sum_{n=L,T} A^{n+} U_{I2}^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} U_{I2}^{n-} e^{-jk_1^{n-} x_1} \quad (\text{A.39})$$

Puis en utilisant le fait que  $k_1^{n-} = -k_1^{n+}$ , ces expressions se simplifient en :

$$\boxed{\begin{aligned} U_{I1}^h &= \sum_n \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) U_{I1}^{n+} \\ U_{I2}^h &= \sum_n \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} - A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) U_{I2}^{n+} \end{aligned}} \quad (\text{A.40})$$

Pour le milieu  $II$ , on écrira la solution sous forme d'une partie symétrique et d'une partie antisymétrique afin de pouvoir découpler les équations et n'avoir plus qu'à résoudre deux systèmes  $4 \times 4$  plutôt qu'un  $8 \times 8$  :

$$U_{II}^h = \sum_n (B^{nS} U_{II}^{nS} + B^{nA} U_{II}^{nA}), \quad (\text{A.41})$$

où :

$$U_{II}^{nS} = \frac{1}{2} \left( U_{II}^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + U_{II}^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) \quad (\text{A.42})$$

$$U_{II}^{nA} = \frac{1}{2j} \left( U_{II}^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} - U_{II}^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) \quad (\text{A.43})$$

Ce qui donne composantes par composantes :

$$U_{II}^{nS} = \begin{pmatrix} U_{II1}^{n+} \cos(k_1^{n+} x_1) \\ -j U_{II2}^{n+} \sin(k_1^{n+} x_1) \end{pmatrix} \quad (\text{A.44})$$

$$U_{II}^{nA} = \begin{pmatrix} -U_{II1}^{n+} \sin(k_1^{n+} x_1) \\ -j U_{II2}^{n+} \cos(k_1^{n+} x_1) \end{pmatrix} \quad (\text{A.45})$$

Finalement, la solution homogène s'écrira dans le milieu  $II$  :

$$\boxed{\begin{aligned} U_{II1}^h &= \sum_n (B^{nS} \cos(k_1^{n+} x_1) - B^{nA} \sin(k_1^{n+} x_1)) U_{II1}^{n+} \\ U_{II2}^h &= \sum_n -j (B^{nS} \sin(k_1^{n+} x_1) + B^{nA} \cos(k_1^{n+} x_1)) U_{II2}^{n+} \end{aligned}} \quad (\text{A.46})$$

### A.4.3. Solutions totales

La solution totale est la somme des solutions particulières et des solutions homogènes.

$$\begin{aligned}
 U_{I1}^{tot} &= \sum_n \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) U_{I1}^{n+} \\
 &\quad + U_{I1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_{I1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + U_{I1}^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\
 &\quad + U_{I1}^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_{I1}^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)} \\
 U_{I2}^{tot} &= \sum_n \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} - A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) U_{I2}^{n+} \\
 &\quad + U_{I2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_{I2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + U_{I2}^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\
 &\quad + U_{I2}^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_{I2}^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)}
 \end{aligned} \tag{A.47}$$

$$\begin{aligned}
 U_{II1}^{tot} &= \sum_n \left( B^{nS} \cos(k_1^{n+} x_1) - B^{nA} \sin(k_1^{n+} x_1) \right) U_{II1}^{n+} \\
 &\quad + U_{II1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + U_{II1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + U_{II1}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \\
 U_{II2}^{tot} &= \sum_n -j \left( B^{nS} \sin(k_1^{n+} x_1) + B^{nA} \cos(k_1^{n+} x_1) \right) U_{II2}^{n+} \\
 &\quad + U_{II2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} + U_{II2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + U_{II2}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)}
 \end{aligned} \tag{A.48}$$

Dans ces expressions,  $A^{n+}$ ,  $A^{n-}$ ,  $B^{nS}$ ,  $B^{nA}$  restent indéterminés. En injectant ces formes indéterminées dans le système d'équations aux limites, on obtient un système de huit équations à huit inconnues. Plutôt que de le résoudre directement matriciellement, ce qui reviendrait à inverser une matrice  $8 \times 8$  (très lourd numériquement et quasi impossible analytiquement), une réécriture en deux sous systèmes indépendants sera recherchée.

#### A.4.3.1. Conditions aux limites et aux interfaces

Les conditions aux limites sont écrites au paragraphe 2.1.2.3, avec l'expression des contraintes données par :

$$\sigma_{11} = C_{11}u_{1,1} + C_{12}u_{2,2} - \lambda_1 T - D_1 N \quad (\text{A.49})$$

$$\sigma_{12} = C_{66}(u_{1,2} + u_{2,1}) \quad (\text{A.50})$$

Le calcul des contraintes nécessite donc l'évaluation des dérivées selon  $x_1$  et  $x_2$ . Elles seront alors transposées à l'espace  $(x_1, k_2, \omega)$ .

##### Écriture des dérivées des déplacements

$$\begin{aligned} U_{I1,1} &= \sum_n jk_1^{n+} \left( -A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) U_{I1}^{n+} \\ &\quad + \Gamma_I (-U_{I1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_{I1}^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)}) \\ &\quad + \Pi_I (-U_{I1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + U_{I1}^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)}) \\ &\quad - \beta_I U_{I1}^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\ U_{I2,1} &= \sum_n jk_1^{n+} \left( -A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} - A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) U_{I2}^{n+} \\ &\quad + \Gamma_I (-U_{I2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} + U_{I2}^{p\Gamma+} e^{+\Gamma_I(x_1+2h+H)}) \\ &\quad + \Pi_I (-U_{I2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} + U_{I2}^{p\Pi+} e^{+\Pi_I(x_1+2h+H)}) \\ &\quad - \beta_I U_{I2}^{p\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \end{aligned} \quad (\text{A.51})$$

$$\begin{aligned} U_{II1,1} &= \sum_n -k_1^{n+} (B^{nS} \sin(k_1^{n+} x_1) + B^{nA} \cos(k_1^{n+} x_1)) U_{II1}^{n+} \\ &\quad - \Gamma_{II} U_{II1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} - \Pi_{II} U_{II1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + -\beta_{II} U_{II1}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{II2,1} &= \sum_n jk_1^{n+} (-B^{nS} \cos(k_1^{n+} x_1) + B^{nA} \sin(k_1^{n+} x_1)) U_{II2}^{n+} \\ &\quad - \Gamma_{II} U_{II2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} - \Pi_{II} U_{II2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} + -\beta_{II} U_{II2}^{p\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{I1,2} &= -jk_2 U_{I1} \\ U_{I2,2} &= -jk_2 U_{I2} \\ U_{II1,2} &= -jk_2 U_{II1} \\ U_{II2,2} &= -jk_2 U_{II2} \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

##### Écriture des contraintes en I et II

Les contraintes seront décomposées en contraintes issues des solutions homogène ( $\sigma^h$ ) et en contraintes issues des solutions particulières ( $\sigma^p$ ).

Soit pour le milieu I, les contraintes issues des solutions homogènes :

$$\sigma_{11}^{Ih} = \sum_n (jk_1^{n+} C_{11} U_{I1}^{n+} + jk_2 C_{12} U_{I2}^{n+}) \left( -A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) \quad (\text{A.53})$$

$$\sigma_{12}^{Ih} = \sum_n C_{66} (-jk_2 U_{I1}^{n+} - jk_1^{n+} U_{I2}^{n+}) \left( A^{n+} e^{-jk_1^{n+} x_1} + A^{n-} e^{jk_1^{n+} x_1} \right) \quad (\text{A.54})$$

Et pour le milieu  $II$ , les contraintes issues des solutions homogènes :

$$\sigma_{11}^{IIh} = \sum_n (-k_1^{n+} C_{11} U_{II1}^{n+} - k_2 C_{12} U_{II2}^{n+}) (B^{nS} \sin(k_1^{n+} x_1) + B^{nA} \cos(k_1^{n+} x_1)) \quad (\text{A.55})$$

$$\sigma_{12}^{IIh} = \sum_n C_{66} (-jk_2 U_{II1}^{n+} - jk_1^{n+} U_{II2}^{n+}) (B^{nS} \cos(k_1^{n+} x_1) - B^{nA} \sin(k_1^{n+} x_1)) \quad (\text{A.56})$$

Soit pour le milieu  $I$ , les contraintes issues des solutions particulières :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{Ip\beta} &= C_{11}^I \beta_I U_{I1}^{p\beta} + jk_2 C_{12}^I U_{I2}^{p\beta} + \lambda_1^I T_I^{p\beta} + D_1^I N_I^{p\beta} \\ \sigma_{12}^{Ip\beta} &= C_{66}^I (jk_2 U_{I1}^{p\beta} + \beta_I U_{I2}^{p\beta}) \\ \sigma_{11}^{Ip\Gamma^-} &= C_{11}^I \Gamma_I U_{I1}^{p\Gamma^-} + jk_2 C_{12}^I U_{I2}^{p\Gamma^-} + \lambda_1^I T_I^{h^-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma^-} &= C_{66}^I (jk_2 U_{I1}^{p\Gamma^-} + \Gamma_I U_{I2}^{p\Gamma^-}) \\ \sigma_{11}^{Ip\Gamma^+} &= -C_{11}^I \Gamma_I U_{I1}^{p\Gamma^+} + jk_2 C_{12}^I U_{I2}^{p\Gamma^+} + \lambda_1^I T_I^{h^+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma^+} &= C_{66}^I (jk_2 U_{I1}^{p\Gamma^+} - \Gamma_I U_{I2}^{p\Gamma^+}) \\ \sigma_{11}^{Ip\Pi^-} &= C_{11}^I \Pi_I U_{I1}^{p\Pi^-} + jk_2 C_{12}^I U_{I2}^{p\Pi^-} + \lambda_1^I T_I^{p\Pi^-} + D_1^I N_I^{h^-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi^-} &= C_{66}^I (jk_2 U_{I1}^{p\Pi^-} + \Pi_I U_{I2}^{p\Pi^-}) \\ \sigma_{11}^{Ip\Pi^+} &= -C_{11}^I \Pi_I U_{I1}^{p\Pi^+} + jk_2 C_{12}^I U_{I2}^{p\Pi^+} + \lambda_1^I T_I^{p\Pi^+} + D_1^I N_I^{h^+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi^+} &= C_{66}^I (jk_2 U_{I1}^{p\Pi^+} - \Pi_I U_{I2}^{p\Pi^+}) \end{aligned} \quad (\text{A.57})$$

Et pour le milieu  $II$ , les contraintes issues des solutions particulières :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{IIp\beta} &= C_{11}^{II} \beta_{II} U_{II1}^{p\beta} + jk_2 C_{12}^{II} U_{II2}^{p\beta} + \lambda_1^{II} T_{II}^{p\beta} + D_1^{II} N_{II}^{p\beta} \\ \sigma_{12}^{IIp\beta} &= C_{66}^{II} (jk_2 U_{II1}^{p\beta} + \beta_{II} U_{II2}^{p\beta}) \\ \sigma_{11}^{IIp\Gamma^-} &= C_{11}^{II} \Gamma_{II} U_{II1}^{p\Gamma^-} + jk_2 C_{12}^{II} U_{II2}^{p\Gamma^-} + \lambda_1^{II} T_{II}^{h^-} \\ \sigma_{12}^{IIp\Gamma^-} &= C_{66}^{II} (jk_2 U_{II1}^{p\Gamma^-} + \Gamma_{II} U_{II2}^{p\Gamma^-}) \\ \sigma_{11}^{IIp\Pi^-} &= C_{11}^{II} \Pi_{II} U_{II1}^{p\Pi^-} + jk_2 C_{12}^{II} U_{II2}^{p\Pi^-} + \lambda_1^{II} T_{II}^{p\Pi^-} + D_1^{II} N_{II}^{h^-} \\ \sigma_{12}^{IIp\Pi^-} &= C_{66}^{II} (jk_2 U_{II1}^{p\Pi^-} + \Pi_{II} U_{II2}^{p\Pi^-}) \end{aligned} \quad (\text{A.58})$$

Ainsi, les contraintes totales s'écrivent pour n'importe quelle profondeur  $x_1$  des milieux  $I$  et  $II$  :

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^I &= \sigma_{11}^{Ih} - \sigma_{11}^{Ip\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\ &\quad - \sigma_{11}^{Ip\Gamma^-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} - \sigma_{11}^{Ip\Gamma^+} e^{\Gamma_I(x_1+2h+H)} \\ &\quad - \sigma_{11}^{Ip\Pi^-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} - \sigma_{11}^{Ip\Pi^+} e^{\Pi_I(x_1+2h+H)} \\ \sigma_{12}^I &= \sigma_{12}^{Ih} - \sigma_{12}^{Ip\beta} e^{-\beta_I(x_1+2h+H)} \\ &\quad - \sigma_{12}^{Ip\Gamma^-} e^{-\Gamma_I(x_1+2h+H)} - \sigma_{12}^{Ip\Gamma^+} e^{\Gamma_I(x_1+2h+H)} \\ &\quad - \sigma_{12}^{Ip\Pi^-} e^{-\Pi_I(x_1+2h+H)} - \sigma_{12}^{Ip\Pi^+} e^{\Pi_I(x_1+2h+H)} \\ \sigma_{11}^{II} &= \sigma_{11}^{IIh} - \sigma_{11}^{IIp\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} - \sigma_{11}^{IIp\Gamma^-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} - \sigma_{11}^{IIp\Pi^-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} \\ \sigma_{12}^{II} &= \sigma_{12}^{IIh} - \sigma_{12}^{IIp\beta} e^{-\beta_{II}(x_1+H)} - \sigma_{12}^{IIp\Gamma^-} e^{-\Gamma_{II}(x_1+H)} - \sigma_{12}^{IIp\Pi^-} e^{-\Pi_{II}(x_1+H)} \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

Une fois les expressions des contraintes déterminées, il est alors possible d'écrire les conditions aux limites :

Sur la surface en  $x_1 = -2h - H$  :

$$\sigma_{11}^{Ih}(-2h-H) = \sigma_{11}^{Ip\beta} + \sigma_{11}^{Ip\Gamma^-} + \sigma_{11}^{Ip\Gamma^+} + \sigma_{11}^{Ip\Pi^-} + \sigma_{11}^{Ip\Pi^+} \quad (\text{A.60})$$

$$\sigma_{12}^{Ih}(-2h-H) = \sigma_{12}^{Ip\beta} + \sigma_{12}^{Ip\Gamma^-} + \sigma_{12}^{Ip\Gamma^+} + \sigma_{12}^{Ip\Pi^-} + \sigma_{12}^{Ip\Pi^+} \quad (\text{A.61})$$

Sur la surface en  $x_1 = H$  :

$$\sigma_{11}^{IIh}(H) = \sigma_{11}^{IIp\beta} e^{-\beta_{II}(2H)} + \sigma_{11}^{IIp\Gamma^-} e^{-\Gamma_{II}(2H)} + \sigma_{11}^{IIp\Pi^-} e^{-\Pi_{II}(2H)} \quad (\text{A.62})$$

$$\sigma_{12}^{IIh}(H) = \sigma_{12}^{IIp\beta} e^{-\beta_{II}(2H)} + \sigma_{12}^{IIp\Gamma^-} e^{-\Gamma_{II}(2H)} + \sigma_{12}^{IIp\Pi^-} e^{-\Pi_{II}(2H)} \quad (\text{A.63})$$

A l'interface en  $x_1 = -H$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^{Ih}(-H) - \sigma_{11}^{Ip\beta} e^{-\beta_I 2h} \\ -\sigma_{11}^{Ip\Gamma^-} e^{-\Gamma_I 2h} - \sigma_{11}^{Ip\Gamma^+} e^{\Gamma_I 2h} \\ -\sigma_{11}^{Ip\Pi^-} e^{-\Pi_I 2h} - \sigma_{11}^{Ip\Pi^+} e^{\Pi_I 2h} \end{array} \right. = \sigma_{11}^{IIh}(-H) - \sigma_{11}^{IIp\beta} - \sigma_{11}^{IIp\Gamma^-} - \sigma_{11}^{IIp\Pi^-} \quad (\text{A.64})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{12}^{Ih}(-H) - \sigma_{12}^{Ip\beta} e^{-\beta_I 2h} \\ -\sigma_{12}^{Ip\Gamma^-} e^{-\Gamma_I 2h} - \sigma_{12}^{Ip\Gamma^+} e^{\Gamma_I 2h} \\ -\sigma_{12}^{Ip\Pi^-} e^{-\Pi_I 2h} - \sigma_{12}^{Ip\Pi^+} e^{\Pi_I 2h} \end{array} \right. = \sigma_{12}^{IIh}(-H) - \sigma_{12}^{IIp\beta} - \sigma_{12}^{IIp\Gamma^-} - \sigma_{12}^{IIp\Pi^-} \quad (\text{A.65})$$

A l'interface en  $x_1 = -H$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_n \left( A^{n+} e^{jk_1^{n+} H} + A^{n-} e^{-jk_1^{n+} H} \right) U_{I1}^{n+} \\ + U_{I1}^{p\beta} e^{-\beta_I 2h} + U_{I1}^{p\Gamma^-} e^{-\Gamma_I 2h} + U_{I1}^{p\Gamma^+} e^{\Gamma_I 2h} \\ + U_{I1}^{p\Pi^-} e^{-\Pi_I 2h} + U_{I1}^{p\Pi^+} e^{\Pi_I 2h} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} \sum_n \left( B^{nS} \cos(k_1^{n+} H) + B^{nA} \sin(k_1^{n+} H) \right) U_{II1}^{n+} \\ + U_{II1}^{p\beta} + U_{II1}^{p\Gamma^-} + U_{II1}^{p\Pi^-} \end{array} \right. \quad (\text{A.66})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_n \left( A^{n+} e^{jk_1^{n+} H} - A^{n-} e^{-jk_1^{n+} H} \right) U_{I2}^{n+} \\ + U_{I2}^{p\beta} e^{-\beta_I 2h} + U_{I2}^{p\Gamma^-} e^{-\Gamma_I 2h} + U_{I2}^{p\Gamma^+} e^{\Gamma_I 2h} \\ + U_{I2}^{p\Pi^-} e^{-\Pi_I 2h} + U_{I2}^{p\Pi^+} e^{\Pi_I 2h} \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} \sum_n -j \left( -B^{nS} \sin(k_1^{n+} H) + B^{nA} \cos(k_1^{n+} H) \right) U_{II2}^{n+} \\ + U_{II2}^{p\beta} + U_{II2}^{p\Gamma^-} + U_{II2}^{p\Pi^-} \end{array} \right. \quad (\text{A.67})$$

#### A.4.3.2. Résolution des équations données par les conditions aux limites

Au lieu de résoudre le système des huit équations à huit inconnues en utilisant un système matriciel, les équations (A.62), (A.64) et (A.63), (A.65) permettent de découpler la partie symétrique de la partie antisymétrique de la contrainte issue de la solution homogène dans le milieu  $II$  :  $\sigma^{IIh}$ . Les amplitudes des déplacements dans  $II$  sont alors réécrites en fonction des amplitudes des déplacements dans  $I$  et le système

est seulement résolu en fonction des amplitudes de  $I$ .

Soient les notations :

$$C_n = k_1^{L+} C_{11}^{II} U_{II1}^{n+} + k_2 C_{12}^{II} U_{II2}^{n+} \text{ avec } n = L, T \text{ et} \quad (\text{A.68})$$

$$D_n = -j C_{66}^{II} (k_2 U_{II1}^{n+} + k_1^{n+} U_{II2}^{n+}) \text{ avec } n = L, T \quad (\text{A.69})$$

où  $n = L, T$ , et :

$$[\gamma^S] = \begin{bmatrix} C_L \sin(k_1^L H) & C_T \sin(k_1^T H) \\ D_L \cos(k_1^L H) & D_T \cos(k_1^T H) \end{bmatrix} \quad (\text{A.70})$$

et

$$[\gamma^A] = \begin{bmatrix} -C_L \cos(k_1^L H) & -C_T \cos(k_1^T H) \\ D_L \sin(k_1^L H) & D_T \sin(k_1^T H) \end{bmatrix}, \quad (\text{A.71})$$

alors la combinaison des différentes équations (A.62), (A.64) et (A.63), (A.65) permet d'aboutir aux deux systèmes découplés :

$$2 [\gamma^S] \begin{bmatrix} B^{LS} \\ B^{TS} \end{bmatrix} = \quad (\text{A.72})$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ih} \\ \sigma_{12}^{Ih} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\beta} \\ \sigma_{12}^{Ip\beta} \end{bmatrix} e^{-2\beta_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma-} \end{bmatrix} e^{-2\Gamma_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma+} \end{bmatrix} e^{2\Gamma_I h} +$$

$$- \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi-} \end{bmatrix} e^{-2\Pi_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi+} \end{bmatrix} e^{2\Pi_I h} +$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\beta}(1 - e^{-2\beta_{II} H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\beta}(1 + e^{-2\beta_{II} H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Gamma-}(1 - e^{-2\Gamma_{II} H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Gamma-}(1 + e^{-2\Gamma_{II} H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Pi-}(1 - e^{-2\Pi_{II} H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Pi-}(1 + e^{-2\Pi_{II} H}) \end{bmatrix}$$

et

$$2 [\gamma^A] \begin{bmatrix} B^{LA} \\ B^{TA} \end{bmatrix} = \quad (\text{A.73})$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ih} \\ \sigma_{12}^{Ih} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\beta} \\ \sigma_{12}^{Ip\beta} \end{bmatrix} e^{-2\beta_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma-} \end{bmatrix} e^{-2\Gamma_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma+} \end{bmatrix} e^{2\Gamma_I h} +$$

$$- \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi-} \end{bmatrix} e^{-2\Pi_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi+} \end{bmatrix} e^{2\Pi_I h} +$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\beta}(1 + e^{-2\beta_{II} H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\beta}(1 - e^{-2\beta_{II} H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Gamma-}(1 + e^{-2\Gamma_{II} H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Gamma-}(1 - e^{-2\Gamma_{II} H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Pi-}(1 + e^{-2\Pi_{II} H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Pi-}(1 - e^{-2\Pi_{II} H}) \end{bmatrix}$$

Les amplitudes  $B$  peuvent alors être exprimées en fonction des amplitudes  $A$ , qui se retrouvent dans le terme  $\sigma^{Ih}$ , et des solutions particulières en déplacement  $U_{I/II}^p$

qui composent les contraintes issues des solutions particulières  $\sigma_{I/II}^p$ . Tout d'abord explicitons les contraintes  $\sigma^{Ih}$  :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^h \\ \sigma_{12}^h \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -V_L^+ e^{jk_1^{L+}H} & -V_T^+ e^{jk_1^{T+}H} & V_L^- e^{-jk_1^{L+}H} & V_T^- e^{-jk_1^{T+}H} \\ W_L^+ e^{jk_1^{L+}H} & W_T^+ e^{jk_1^{T+}H} & W_L^- e^{-jk_1^{L+}H} & W_T^- e^{-jk_1^{T+}H} \end{bmatrix}}_{[\alpha]} \begin{bmatrix} A^{L+} \\ A^{T+} \\ A^{L-} \\ A^{T-} \end{bmatrix} \quad (\text{A.74})$$

où :

$$V_n = j(k_1^{n+} C_{11}^I U_{I1}^{n+} + k_2 C_{12}^I U_{I2}^{n+}) \quad (\text{A.75})$$

$$W_n = -j C_{66}^I (k_2 U_{I1}^{n+} + k_1^{n+} U_{I2}^{n+}) \quad (\text{A.76})$$

Puis posons :

$$\Omega^S = [\gamma^S]^{-1}[\alpha] \quad (\text{A.77})$$

$$= \frac{1}{\det([\gamma^S])} \begin{bmatrix} D_T \cos(k_1^T H) & -C_T \sin(k_1^T H) \\ -D_L \cos(k_1^L H) & C_L \sin(k_1^L H) \end{bmatrix} \quad (\text{A.78})$$

$$\begin{bmatrix} -V_L^+ e^{jk_1^{L+}H} & -V_T^+ e^{jk_1^{T+}H} & V_L^- e^{-jk_1^{L+}H} & V_T^- e^{-jk_1^{T+}H} \\ W_L^+ e^{jk_1^{L+}H} & W_T^+ e^{jk_1^{T+}H} & W_L^- e^{-jk_1^{L+}H} & W_T^- e^{-jk_1^{T+}H} \end{bmatrix}$$

$$\Omega^A = [\gamma^A]^{-1}[\alpha] \quad (\text{A.79})$$

$$= \frac{1}{\det([\gamma^A])} \begin{bmatrix} D_T \sin(k_1^T H) & C_T \cos(k_1^T H) \\ -D_L \sin(k_1^L H) & -C_L \cos(k_1^L H) \end{bmatrix} \quad (\text{A.80})$$

$$\begin{bmatrix} -V_L^+ e^{jk_1^{L+}H} & -V_T^+ e^{jk_1^{T+}H} & V_L^- e^{-jk_1^{L+}H} & V_T^- e^{-jk_1^{T+}H} \\ W_L^+ e^{jk_1^{L+}H} & W_T^+ e^{jk_1^{T+}H} & W_L^- e^{-jk_1^{L+}H} & W_T^- e^{-jk_1^{T+}H} \end{bmatrix}$$

Ensuite, les amplitudes  $B$  seront décomposées en une partie issue de la solution homogène  $B^h$  et d'une autre issue de la solution particulière  $B^p$  :  $B = B^h + B^p$ , où :

$$\begin{bmatrix} B^L \\ B^T \end{bmatrix}_{S \text{ ou } A}^h = \frac{1}{2}[\Omega]_{S \text{ ou } A} \begin{bmatrix} A^{L+} \\ A^{T+} \\ A^{L-} \\ A^{T-} \end{bmatrix} \quad (\text{A.81})$$

$$\begin{bmatrix} B^{LS} \\ B^{TS} \end{bmatrix}^p = \frac{1}{2}[\Omega]^S \left[ \begin{array}{l} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\beta} \\ \sigma_{12}^{Ip\beta} \end{bmatrix} e^{-2\beta_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma-} \end{bmatrix} e^{-2\Gamma_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma+} \end{bmatrix} e^{2\Gamma_I h} + \\ - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi-} \end{bmatrix} e^{-2\Pi_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi+} \end{bmatrix} e^{2\Pi_I h} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\beta} (1 - e^{-2\beta_{II}H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\beta} (1 + e^{-2\beta_{II}H}) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Gamma-} (1 - e^{-2\Gamma_{II}H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Gamma-} (1 + e^{-2\Gamma_{II}H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Pi-} (1 - e^{-2\Pi_{II}H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Pi-} (1 + e^{-2\Pi_{II}H}) \end{bmatrix} \end{array} \right] \quad (\text{A.82})$$

$$\begin{bmatrix} B^{LA} \\ B^{TA} \end{bmatrix}^p = \frac{1}{2} [\Omega]^A \begin{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\beta} \\ \sigma_{12}^{Ip\beta} \end{bmatrix} e^{-2\beta_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma-} \end{bmatrix} e^{-2\Gamma_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Gamma+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Gamma+} \end{bmatrix} e^{2\Gamma_I h} + \\ - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi-} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi-} \end{bmatrix} e^{-2\Pi_I h} - \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\Pi+} \\ \sigma_{12}^{Ip\Pi+} \end{bmatrix} e^{2\Pi_I h} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\beta}(1 + e^{-2\beta_{II}H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\beta}(1 - e^{-2\beta_{II}H}) \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Gamma-}(1 + e^{-2\Gamma_{II}H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Gamma-}(1 - e^{-2\Gamma_{II}H}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{IIp\Pi-}(1 + e^{-2\Pi_{II}H}) \\ \sigma_{12}^{IIp\Pi-}(1 - e^{-2\Pi_{II}H}) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (\text{A.83})$$

En réinjectant les amplitudes B dans les équations de continuité des déplacements A.66 et A.67, on obtiendra un système de deux équations à quatre inconnues.

En posant pour  $n = \{1..4\} = \{L^+, T^+, L^-, T^-\}$  :

$$\Delta_{1n} = \begin{cases} e^{jk_1^n H} U_{I1}^n - \Omega_{1n}^S \cos(k_1^{n+} H) U_{II1}^n - \Omega_{2n}^S \cos(k_1^{n+} H) U_{II1}^n \\ - \Omega_{1n}^A \sin(k_1^{n+} H) U_{II1}^n - \Omega_{2n}^A \sin(k_1^{n+} H) U_{II1}^n \end{cases} \quad (\text{A.84})$$

$$\Delta_{2n} = \begin{cases} e^{jk_1^n H} U_{I2}^n - j\Omega_{12}^S \sin(k_1^{n+} H) U_{II2}^n - j\Omega_{22}^S \sin(k_1^{n+} H) U_{II2}^n \\ + j\Omega_{12}^A \cos(k_1^{n+} H) U_{II2}^n + j\Omega_{22}^A \cos(k_1^{n+} H) U_{II2}^n \end{cases}, \quad (\text{A.85})$$

les équations de continuité des déplacements se réécrivent en :

$$\begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} & \Delta_{14} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & -\Delta_{23} & -\Delta_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{L+} \\ A^{T+} \\ A^{L-} \\ A^{T-} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left\{ \begin{array}{l} -U_{I1}^{p\beta} e^{-\beta_I 2h} - U_{I1}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I 2h} - U_{I1}^{p\Gamma+} e^{\Gamma_I 2h} \\ -U_{I1}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I 2h} - U_{I1}^{p\Pi+} e^{\Pi_I 2h} + U_{II1}^{p\beta} + U_{II1}^{p\Gamma-} + U_{II1}^{p\Pi-} + \\ \sum \left( B_n^{Sp} U_{II1}^h \cos(k_1 H) + B_n^{Ap} U_{II1}^h \sin(k_1 H) \right) \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} -U_{I2}^{p\beta} e^{-\beta_I 2h} - U_{I2}^{p\Gamma-} e^{-\Gamma_I 2h} - U_{I2}^{p\Gamma+} e^{\Gamma_I 2h} \\ -U_{I2}^{p\Pi-} e^{-\Pi_I 2h} - U_{I2}^{p\Pi+} e^{\Pi_I 2h} + U_{II2}^{p\beta} + U_{II2}^{p\Gamma-} + U_{II2}^{p\Pi-} + \\ j \sum \left( B_n^{Sp} U_{II2}^h \sin(k_1 H) - B_n^{Ap} U_{II2}^h \cos(k_1 H) \right) \end{array} \right\} \end{bmatrix} \quad (\text{A.86})$$

Et l'équation des contraintes à la surface en  $-2h - H$  devient :

$$\begin{bmatrix} -V_L^+ e^{jk_1^{n+} H} & -V_T^+ e^{jk_1^{n+}(2h+H)} & V_L^- e^{jk_1^{n+} H} & V_T^- e^{jk_1^{n+}(2h+H)} \\ W_L^+ e^{jk_1^{n+} H} & W_T^+ e^{jk_1^{n+}(2h+H)} & -W_L^- e^{jk_1^{n+} H} & -W_T^- e^{jk_1^{n+}(2h+H)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{L+} \\ A^{T+} \\ A^{L-} \\ A^{T-} \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{Ip\beta} + \sigma_{11}^{Ip\Gamma-} + \sigma_{11}^{Ip\Gamma+} + \sigma_{11}^{Ip\Pi-} + \sigma_{11}^{Ip\Pi+} \\ \sigma_{12}^{Ip\beta} + \sigma_{12}^{Ip\Gamma-} + \sigma_{12}^{Ip\Gamma+} + \sigma_{12}^{Ip\Pi-} + \sigma_{12}^{Ip\Pi+} \end{bmatrix} \quad (\text{A.87})$$

Il ne reste donc plus qu'à inverser le système matriciel pour obtenir les différentes amplitudes A. Une fois ces amplitudes connues, on peut aussi calculer les amplitudes B de la solution homogène dans le milieu II. Ainsi, tous les termes des équations A.47 et A.48 sont déterminés et le champ de déplacement est entièrement résolu.

## B. Mise en équation détaillée du modèle numérique donnant le champ de déplacement pour une génération dans un matériau monocouche transparent et semi-transparent

Le calcul de la densité volumique d'énergie électromagnétique  $Q$  [12] dans le cas simple négligeant les réflexions optiques, est détaillé en annexe en vue du calcul ne négligeant plus les réflexions optiques. Il est basé sur l'équation locale de conservation électromagnétique :

$$\nabla \cdot \mathbf{S} + \frac{\partial Q}{\partial t} = -\mathbf{j} \cdot \mathbf{E}. \quad (\text{B.1})$$

Dans cette équation,  $\mathbf{S}$  est le vecteur de Poynting et  $\mathbf{j}$  le vecteur de densité volumique de courant.  $Q$  et  $\mathbf{S}$  sont calculés à partir des champs vectoriels électrique  $\mathbf{E}$  et magnétique  $\mathbf{H}$ , à travers les relations suivantes [155, 156] :

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} \quad (\text{B.2})$$

$$Q = \frac{\varepsilon_0 \|\mathbf{E}\|^2 + \|\mathbf{H}\|^2}{2}, \quad (\text{B.3})$$

où  $\varepsilon_0$  est la constante diélectrique dans le vide. En supposant que le faisceau laser n'est composé que d'une onde plane monochromatique se propageant dans la direction  $\vec{x}_1$ , les champs électriques et magnétiques vérifient les équations de Maxwell dont celle de Maxwell - Faraday [155, 156] :

$$\text{rot} \mathbf{E}(x_1, t) = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}(x_1, t)}{\partial t} \quad (\text{B.4})$$

où  $\mu$  est la perméabilité magnétique du milieu. Ils peuvent donc être supposés de la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x_1, t) &= t_{01} E_0 e^{j(kx_1 - \omega t)} \mathbf{u}_E \\ \mathbf{H}(x_1, t) &= \frac{k}{\mu\omega} t_{01} E_0 e^{j(kx_1 - \omega t)} \mathbf{u}_H, \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

où  $E_0$  est l'amplitude de l'onde électrique dans le vide et,  $\mathbf{u}_E$  et  $\mathbf{u}_H$  les vecteurs unitaires portant respectivement les champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{H}$ .  $t_{01} = 2/(1+n)$  est le facteur de transmission entre le vide et le milieu.  $n = n' + jn''$  est l'indice complexe de réfraction.  $t_{01}$  est relié au

coefficient de réflexion en énergie  $R_{01} = |r_{01}|^2$ , où  $r_{01} = (1 - n)/(1 + n)$  est le coefficient de réflexion en amplitude entre le vide et le milieu, à travers la relation :

$$|t_{01}|^2 = \frac{1 - R_{01}}{n'} \quad (\text{B.6})$$

Dans un milieu isotrope optiquement, l'indice de réfraction  $n$ , et par conséquent la constante diélectrique du milieu  $\varepsilon = n^2$ , sont définis par la relation de dispersion qui relie la pulsation  $\omega$  au vecteur d'onde optique  $k^1$  :

$$k^2 = \varepsilon \frac{\omega^2}{c^2} = n^2 \frac{\omega^2}{c^2} \quad (\text{B.7})$$

où  $c$  est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide. L'atténuation de l'onde électromagnétique dans le milieu est exprimée par la partie imaginaire du vecteur d'onde optique. Ainsi la valeur moyenne (au sens temporel) du vecteur de Poynting, associée à un champ électromagnétique complexe s'écrit :

$$\dot{\mathbf{S}} = \frac{1}{2} \Re(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*) \quad (\text{B.8a})$$

$$= (|t_{01}|E_0)^2 \frac{k}{\mu\omega} e^{-2k''x_1} \mathbf{u}_E \times \mathbf{u}_H \quad (\text{B.8b})$$

Le conjugué d'une variable  $A$  est noté  $A^*$  tandis que la valeur moyenne d'une grandeur  $A(t)$ , égale à  $\int A(t)dt$ , est notée  $\dot{A}$ . En supposant qu'aucun courant volumique ne parcourt le matériau, c'est-à-dire en supposant  $\mathbf{j} \cdot \mathbf{E} = 0$ , l'équation B.1 est égale à :

$$\frac{\partial \dot{Q}}{\partial t} = -\nabla \cdot \dot{\mathbf{S}} \quad (\text{B.9a})$$

$$= k'k'' \frac{(|t_{01}|E_0)^2}{\mu\omega} e^{-2k''x_1} \quad (\text{B.9b})$$

En considérant les relations  $\varepsilon_0\mu_0 = 1/c^2$  et  $\mu = \mu_r\mu_0$  ( $\mu_r$  étant la perméabilité magnétique relative), la quantité de chaleur déposée par le laser est égale à :

$$\dot{Q}(x_1) = \frac{\varepsilon_0}{\mu_r} n' n'' \omega (|t_{01}|E_0)^2 e^{-2k''x_1} \quad (\text{B.10})$$

Généralement, le domaine d'application des ultrasons laser ne concerne que les matériaux amagnétiques, c'est-à-dire vérifiant  $\mu_r = 1$ . Il existe, en effet, des méthodes plus faciles à mettre en place pour les matériaux magnétiques [157]. On introduit ensuite les notations couramment utilisées en acoustique ultrasonore générée par laser :  $I = I_0(1 - R_{01}) = I_0|t_{01}|^2 n'$ , l'énergie optique absorbée par le matériau par unité de longueur,  $I_0 = (\varepsilon_0 E_0^2 c)/2$ , l'énergie optique incidente par unité de longueur. Enfin, en identifiant  $\beta$  à  $2k''$ , l'équation B.10 se simplifie finalement :

$$\dot{Q}(x_1) = \beta I e^{-\beta x_1} \quad (\text{B.11})$$

<sup>1</sup>Le problème optique étant traité en une dimension, le vecteur d'onde optique est supposé dirigé uniquement selon la direction  $\vec{x}_1$ . Il n'est donc pas considéré comme un vecteur et n'est pas noté en gras. Il est en outre défini par  $k = k' + jk'' = nk_0 = (2\pi n)/\lambda_0^{opt}$ , où  $\lambda_0^{opt}$  est la longueur d'onde optique dans le vide.

## Détail de la solution en déplacement

$$\tilde{u}(x_1, k_2, \omega) = \begin{pmatrix} \sum_{n=L,T} ({}^n\mathbf{A}_u^{hS} \cos(k_1 x_1) + {}^n\mathbf{B}_u^{hA} \sin(k_1 x_1)) \\ + \mathbf{C}_u^p(k_2, \omega) e^{-\beta x_1} + \mathbf{D}_u^p(k_2, \omega) e^{\beta x_1} \\ + \mathbf{E}_u^p(k_2, \omega) \cos(2k' x_1) + \mathbf{F}_u^p(k_2, \omega) \sin(2k' x_1) \end{pmatrix} \quad (\text{B.12})$$

avec

$$\mathbf{C}_u = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1^{pC} \\ \tilde{u}_2^{pC} \end{pmatrix} = \frac{T_0}{P^2 + QL} \begin{pmatrix} -(\lambda_1 \beta Q + \lambda_2 k_2 P) \\ j(\lambda_1 \beta P - \lambda_2 k_2 L) \end{pmatrix} \quad (\text{B.13})$$

$$\mathbf{D}_u = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1^{pD} \\ \tilde{u}_2^{pD} \end{pmatrix} = (r e^{ikd})^2 \begin{pmatrix} -\tilde{u}_1^{pC} \\ \tilde{u}_2^{pC} \end{pmatrix} \quad (\text{B.14})$$

$$\mathbf{E}_u = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1^{pE} \\ \tilde{u}_2^{pE} \end{pmatrix} = \frac{2T_0}{L'Q' - P'^2} \begin{pmatrix} -(2\lambda_1 k' Q' + \lambda_2 k_2 P') \Im((r e^{ikd})^*) \\ j(2\lambda_1 k' P' + \lambda_2 k_2 L) \Re((r e^{ikd})^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.15})$$

$$\mathbf{F}_u = \begin{pmatrix} \tilde{u}_1^{pF} \\ \tilde{u}_2^{pF} \end{pmatrix} = \frac{2T_0}{L'Q' - P'^2} \begin{pmatrix} -(2\lambda_1 k' Q' + \lambda_2 k_2 P') \Re((r e^{ikd})^*) \\ j(-2\lambda_1 k' P' + \lambda_2 k_2 L) \Im((r e^{ikd})^*) \end{pmatrix} \quad (\text{B.16})$$

$L, P, Q$  sont définis dans l'équation A.31 et

$$\begin{aligned} L' &= A_{11} - (2k')^2 C_{11} \\ P' &= 2k' A_{12} \\ Q' &= A_{22} - (2k') C_{66} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

La résolution des conditions aux limites permet de déterminer les coefficients  ${}^n\mathbf{A}_u^{hS}$  et  ${}^n\mathbf{B}_u^{hA}$  :

$${}^n\mathbf{A}_u^{hS} = \xi_n^S \begin{bmatrix} \tilde{u}_1^{+n} \\ j\tilde{u}_2^{+n} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad {}^n\mathbf{B}_u^{hA} = \xi_n^A \begin{bmatrix} \tilde{u}_1^{+n} \\ -j\tilde{u}_2^{+n} \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

où  $\tilde{\mathbf{u}}_1^{+n}$  est défini à l'équation A.36 et les variables  $\xi_n^{S/A}$  proviennent de la résolution des équations :

$$\begin{bmatrix} A_L \sin(k_1^L h) & A_T \sin(k_1^T h) \\ B_L \cos(k_1^L h) & B_T \cos(k_1^T h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_L^S \\ \xi_T^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{10} - F_{1h})/2 \\ (F_{20} + F_{2h})/2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

$$\begin{bmatrix} A_L \sin(k_1^L h) & A_T \sin(k_1^T h) \\ -B_L \cos(k_1^L h) & -B_T \cos(k_1^T h) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_L^S \\ \xi_T^S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (F_{10} + F_{1h})/2 \\ (F_{20} + F_{2h})/2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.20})$$

avec ( $n \in \{L, T\}$ ) :

$$A_n = k_1^{n+} C_{11} \tilde{u}_1^{n+} - k_2 C_{12} \tilde{u}_2^{n+} \quad (\text{B.21})$$

$$B_n = -k_2 \tilde{u}_1^{n+} + k_1^{n+} \tilde{u}_2^{n+} \quad (\text{B.22})$$

et

$$F_{10} = \begin{cases} -C_{11}(-\beta C_{u1} + \beta D_{u1} + 2k' F_{u1}) + \\ jk_2 C_{12} (C_{u2} + D_{u2} + E_{u2}) + \\ \lambda_{11} T_0 (1 + |r_{10} e^{2jk_2 h}|^2 + 2\Re((r_{10} e^{2jk_2 h})^*)) \end{cases} \quad (\text{B.23})$$

$$F_{1h} = \begin{cases} -C_{11} \left( \begin{array}{l} -\beta C_{u1} e^{-\beta h} + \beta D_{u1} e^{\beta h} + \\ 2k' (-E_{u1} \sin(2k'h) + F_{u1} \cos(2k'h)) \end{array} \right) + \\ jk_2 C_{12} (C_{u2} e^{-\beta h} + D_{u2} e^{\beta h} + E_{u2} \cos(2k'h) + F_{u2} \sin(2k'h)) + \\ \lambda_{11} T_0 \left( \begin{array}{l} e^{-\beta h} + |r_{10} e^{2jk_2 h}|^2 e^{\beta h} - \\ 2\Im((r_{10} e^{2jk_2 h})^*) \sin(2k'h) + \\ 2\Re((r_{10} e^{2jk_2 h})^*) \cos(2k'h) \end{array} \right) \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

$$F_{20} = jk_2 (C_{u1} + D_{u1} + E_{u1}) - (-\beta C_{u2} + \beta D_{u2} + 2k' F_{u2}) \quad (\text{B.25})$$

$$F_{2h} = \begin{cases} jk_2 (C_{u1} e^{-\beta h} + D_{u1} e^{\beta h} + E_{u1} \cos(2k'h) + F_{u1} \sin(2k'h)) - \\ -\beta C_{u2} e^{-\beta h} + \beta D_{u2} e^{\beta h} + 2k' (-E_{u2} \sin(2k'h) + F_{u2} \cos(2k'h)) \end{cases} \quad (\text{B.26})$$

## C. Aide au calcul des fonctions de directivité

### Application à l'onde de polarisation longitudinale $L$

#### Calcul des vecteurs d'ondes

Les vecteurs d'onde sont obtenus à partir des vitesses de phases  $V_p$  grâce à la relation  $k = \omega/V_p$ , où ces dernières sont obtenues par la résolution de l'équation de Christoffel [55] :

$$\left( \Gamma_{ij} - \rho(V_p^m)^2 \delta_{ij} \right) \underline{n}_j^m = 0, \text{ où } \{i, j\} \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^2 \text{ et } m \in \{L^i, L^r, T_q^r, T_p^r\} \quad (\text{C.1})$$

où  $\Gamma_{ij} = C_{ilsj} \underline{k}_l^m \underline{k}_s^m$  ( $\{i, j, l, s\} \in \llbracket 1, 3 \rrbracket^4$ ) sont les composantes de la matrice de Christoffel. Dans cette expression,  $\underline{k}_l^m$  représente la composante du vecteur d'onde réduit de l'onde  $m$ , de norme unitaire, sur la direction  $\vec{x}_l$  ( $\underline{\mathbf{k}}^m = \mathbf{k}^m / \|\mathbf{k}^m\|$ ) et s'expriment donc directement à partir des fonctions trigonométriques cosinus et sinus.  $\underline{n}_j^m = \underline{\mathbf{n}}^m \vec{x}_j$  est la composante selon  $\vec{x}_j$  des vecteurs polarisations unitaires.  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker. L'équation C.1 n'est vérifiée que si  $|\Gamma_{ij}(k) - \rho V_p^2 \delta_{ij}| = 0$ . Dans un plan principal d'un matériau orthotrope, cette équation s'écrit :

$$\begin{vmatrix} \underline{k}_1^2 C_{11} + \underline{k}_2^2 C_{66} - \rho V_p^2 & \underline{k}_1 \underline{k}_2 (C_{12} + C_{66}) & 0 \\ \underline{k}_1 \underline{k}_2 (C_{12} + C_{66}) & \underline{k}_1^2 C_{66} + \underline{k}_2^2 C_{22} - \rho V_p^2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{k}_1^2 C_{55} + \underline{k}_2^2 C_{44} - \rho V_p^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{C.2})$$

La résolution complète de cette équation, pour chacune des ondes de volume, permet ainsi de déterminer leurs vitesses de phase. Les amplitudes des composantes des vecteurs d'onde peuvent maintenant être obtenues.

D'après la loi de Snell-Descarte, les composantes surfaciques des vecteurs d'onde réfléchis sont égales à celle du vecteur d'onde incident et valent  $k_2 = \omega \sin \varphi / V_p^{L^i}(\varphi)$ , où  $V_p^{L^i}(\varphi)$  est la vitesse de l'onde longitudinale qui arrive avec un angle d'incidence égal à  $\varphi$ . Les composantes  $k_1^m$  où  $m \in \{L^r, T_q^r, T_p^r\}$ , normales à la surface, de tous les vecteurs d'onde des ondes réfléchies et de l'onde incidente sont quant à elles obtenues par les relations  $k_1^m = \omega \cos \varphi / V_p^m(\varphi)$ , et  $k_1^{L^i} = -\omega \cos \varphi / V_p^{L^i}(\varphi)$ .

#### Calcul des vecteurs de polarisation

Les vecteurs de polarisation unitaires des différentes ondes sont ensuite déterminés en résolvant l'équation C.1. Le vecteur d'onde réduit qui annule le troisième terme de la

diagonale de la matrice  $\Gamma_{ij}(k) - \rho\omega^2\delta_{ij}$  implique que le vecteur polarisation n'appartient pas au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . Ce vecteur d'onde est donc directement associé à l'onde transverse pure  $T_p$  qui est toujours polarisée orthogonalement au plan  $(O, \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ . Les autres directions de polarisation se déduisent à partir des sous-déterminants de l'équation C.2 :

$$\underline{n}^{T_p} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ et } \underline{n}^m = \frac{\underline{n}_0^m}{\|\underline{n}_0^m\|}, \quad (\text{C.3})$$

$$\text{avec } \underline{n}_0^m = \begin{pmatrix} (\underline{k}_1^m)^2 C_{66} + (\underline{k}_2^m)^2 C_{22} - \rho V_p^2 \\ -\underline{k}_1^m \underline{k}_2^m (C_{12} + C_{66}) \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } m \in \{L^i, L^r, T_q\}$$

La surface étant un plan principal, les composantes  $k_1$  des vecteurs d'ondes des ondes longitudinales et réfléchies sont opposées  $k_1^L = k_1^{L^r} = -k_1^{L^i}$  et leurs vecteurs de polarisation unitaires vérifient :  $\underline{n}_1^L = \underline{n}_1^{L^r} = -\underline{n}_1^{L^i}$  et  $\underline{n}_2^L = \underline{n}_2^{L^r} = -\underline{n}_2^{L^i}$ .

### Calcul des amplitudes

La surface étant supposée libre, les trois composantes du tenseur des contraintes relatives à cette surface sont nulles :

$$\sigma_{11} = \sigma_{12} = \sigma_{13} = 0 \quad (\text{C.4})$$

En exprimant la contrainte en fonction de la déformation  $\sigma_{ij} = C_{ijls}\eta_{ls}$  ( $\{i, j, l, s\} \in \{1, 3\}^4$ ), et la déformation en fonction des déplacements  $\eta_{ls} = 1/2(\partial u_l/\partial x_s + \partial u_s/\partial x_l)$ , les équations C.4 forment un système dont les trois inconnues sont les amplitudes  $U^{L^r}$ ,  $U^{T_q}$  et  $U^{T_p}$  puisque  $U^{L^i}$  est déjà connue et prise égale à  $F$ .

Par ailleurs, le système est partiellement couplé et la résolution de l'amplitude des ondes transverses pures  $T_p$  est indépendante de celles des ondes longitudinales et quasi-transverses  $T_q$ . Par conséquent, le sous-système permettant de déterminer l'amplitude des ondes réfléchies en fonction de l'amplitude de l'onde incidente s'écrit sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} (C_{11}k_1^L \underline{n}_1^L + C_{12}k_2 \underline{n}_2^L) & (C_{11}k_1^{T_q} \underline{n}_1^{T_q} + C_{12}k_2 \underline{n}_2^{T_q}) \\ k_1^L \underline{n}_2^L + k_2 \underline{n}_1^L & k_1^L \underline{n}_2^{T_q} + k_2 \underline{n}_1^{T_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^{L^r} e^{\Phi_{L^r}} \\ U^{T_q} e^{\Phi_{T_q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(C_{11}k_1^L \underline{n}_1^L + C_{12}k_2 \underline{n}_2^L) \\ k_1^L \underline{n}_2^L + k_2 \underline{n}_1^L \end{bmatrix} U^{L^i} e^{\Phi_{L^i}} \quad (\text{C.5})$$

où  $\Phi_{L^r}, \Phi_{T_q}, \Phi_{L^i}$  représentent les phases entre le point  $O$  et  $M$  des différentes polarisations (cf. éq. 4.4). Puisque ces points sont confondus, toutes les phases sont nulles. La résolution de ce système permet de déterminer les rapports des amplitudes des ondes réfléchies sur l'amplitude de l'onde incidente :  $U^{L^r}/U^{L^i}$  et  $U^{T_q}/U^{L^i}$ . Ces rapports correspondent donc aux coefficients de réflexion d'une onde longitudinale en une autre onde longitudinale ( $R_{LL} = U^{L^r}/U^{L^i}$ ) ou en une onde quasi-transverse ( $R_{LT_q} = U^{T_q}/U^{L^i}$ ).

## Application à l'onde de polarisation quasi-transversale $T_q$

Les calculs des vecteurs d'onde et de polarisation des ondes générées par une onde quasi-transverse incidente, permettent d'introduire les notations simplifiées  $k_1^{T_q} = k_1^{T_q^r} = -k_1^{T_q^i}$ ,  $\underline{n}_1^{T_q} = \underline{n}_1^{T_q^r} = -\underline{n}_1^{T_q^i}$  et  $\underline{n}_2^{T_q} = \underline{n}_2^{T_q^r} = -\underline{n}_2^{T_q^i}$ . L'établissement de leur expression s'effectue de la même manière que pour une onde longitudinale incidente et ne présente donc pas de difficulté particulière. Par conséquent, seul le système lié aux conditions aux limites est explicité :

$$\begin{bmatrix} (C_{11}k_1^L \underline{n}_1^L + C_{12}k_2 \underline{n}_2^L) & (C_{11}k_1^{T_q} \underline{n}_1^{T_q} + C_{12}k_2 \underline{n}_2^{T_q}) \\ k_1^L \underline{n}_2^L + k_2 \underline{n}_1^L & k_1^L \underline{n}_2^{T_q} + k_2 \underline{n}_1^{T_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U^{Lr} e^{\Phi_L} \\ U^{T_q} e^{\Phi_{T_q^r}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}k_1^{T_q} \underline{n}_1^{T_q} + C_{12}k_2 \underline{n}_2^{T_q} \\ -k_1^L \underline{n}_2^{T_q} - k_2 \underline{n}_1^{T_q} \end{bmatrix} U^{T_q^i} e^{\Phi_{T_q^i}} \quad (\text{C.6})$$

La résolution de ce système permet de déduire les coefficients de réflexion  $R_{T_q L} = U^{Lr}/U^{T_q^i}$  et  $R_{T_q T_q} = U^{T_q^r}/U^{T_q^i}$ .

## Application à l'onde de polarisation transversale pure $T_p$

Le système des conditions aux limites montre que les ondes transversales pures  $T_p$  se réfléchissent sans changement de polarisation. Le coefficient de réflexion est donc égal à un.



## D. Complément de calculs divers

La transformée inverse de Hankel, d'ordre  $n$ , s'écrit de la même façon que la transformée directe :

$$\mathcal{H}_{inv}(\widehat{f}_n(\xi)) = \int_0^\infty \xi \widehat{f}_n(\xi) J_n(\xi r) d\xi = f(r) \quad (\text{D.1})$$

où  $\widehat{f} = \mathcal{H}_n[f(r)]$ . L'expression discrète de la transformée inverse de Hankel est calculée à partir du schéma :

$$\widehat{f}(r) = \frac{\xi_{max}}{3N} \left\{ \begin{array}{l} \xi_{max} \widehat{f}_n(\xi_{max}) J_n(r \xi_{max}) + 4 \left[ \sum_{k=0}^{N/2-1} \xi_{2k+1} \widehat{f}_n(\xi_{2k+1}) J_n(r \xi_{2k+1}) \right] + \\ 2 \left[ \sum_{k=0}^{N/2-1} \xi_{2k} \widehat{f}_n(\xi_{2k}) J_n(r \xi_{2k}) \right] \end{array} \right\} \quad (\text{D.2})$$

avec  $\xi_k = k/N \xi_{max}$ . La notation  $\widehat{f}$  a été introduite afin d'identifier les transformées de Hankel inverses discrètes.

Les transformées de Hankel d'ordre 0 et 1 d'une gaussienne  $\exp(-r^2/2a_0^2)/(a_0\sqrt{2\pi})$  s'écrivent :

$$\mathcal{H}_0 \left( \frac{1}{a_0\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r^2}{2a_0^2}} \right) = \frac{a_0}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\xi^2 a_0^2}{2}}, \quad (\text{D.3a})$$

$$\mathcal{H}_1 \left( \frac{1}{a_0\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r^2}{2a_0^2}} \right) = \frac{e^{-\frac{a_0^2 \xi^2}{4}} \xi \sqrt{2} a_0^2}{4} \left( \mathcal{I}_0 \left( \frac{a_0^2 \xi^2}{4} \right) - \mathcal{I}_1 \left( \frac{a_0^2 \xi^2}{4} \right) \right), \quad (\text{D.3b})$$

où  $\mathcal{I}_0$  et  $\mathcal{I}_1$  sont les fonctions modifiées de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 1 respectivement.

Les transformées de Hankel d'ordre 0 et 1 d'une fonction porte sont :

$$\mathcal{H}_0(\Pi_a(r)) = \frac{2J_1(iak_2)}{k_2 a} \quad (\text{D.4})$$

$$\mathcal{H}_1(\Pi_a(r)) = \frac{J_1(ak_2) \text{StruveH}(0, ak_2) - J_0(ak_2) \text{StruveH}(1, ak_2)}{2k_2 a} \quad (\text{D.5})$$

où *StruveH* correspond à la fonction de Struve.



## Bibliographie

- [1] A. E. Crawford. *Technique des Ultrasons*. Dunod, Paris, 1959.
- [2] Jean Perdjion. *Le contrôle non destructif par ultrasons*. Hermes, Paris, 1993.
- [3] R. D. Kritz and W. W. Stinchcomb. Elastic moduli of transversely isotropic graphite fibers and their composites. *Exp. Mech.*, 19 :41–49, 1979.
- [4] A. G. Bell. Upon the production of sound by radiant energy. *Proceeding of the Philosophical Magazine and Journal of Science XI*, pages 510–528, 1880.
- [5] E. Mercadier. Sur la radiophonie. *Comp. Rend. Acad. Sci. Paris*, 91 :929–931, 1880.
- [6] R.M. White. Generation of elastic waves by transient surface heating. *J. Appl. Phys.*, 34(12) :3559–3567, 1963.
- [7] J. F. Ready. Effect due to absorption of laser radiation. *J. Appl. Phys.*, 36 :462–468, 1965.
- [8] C. A. Calder and W. W. Wilcox. Noncontact material testing using laser energy deposition and interferometry. *Materials Evaluation*, 38 :86–91, 1980.
- [9] J. P. Monchalain. Optical detection of ultrasound. *IEEE Trans. Ultras., Ferroelec. and Freq. Contr. UFFC*, 33 :485–499, 1986.
- [10] D. Royer and E. Lieulesaint. Optical detection of sub-angstrom transient mechanical displacement. *IEEE Ultrasonic Symposium*, pages 527–530, 1986.
- [11] W. Sachse and K. Y. Kim. Point-source/point-receiver materials testing. *In Rev. of Prog. in Quant. Nondest. (New York)*, 6A :311–320, 1986.
- [12] J. F. Ready. *Effects of High-Power Laser Radiation*. Academic, New York, 1971. chap. 3.
- [13] C. B. Scruby, R. J. Dewhurst, D. A. Hutchins, and S. B. Palmer. Quantitative studies of thermally generated elastic waves in laser-irradiated metals. *J. Appl. Phys.*, 51 :6210–6216, 1980.
- [14] R. E. Lee and R. M. White. Excitation of surface elastic waves by transient surface heating. *Appl. Phys. Lett.*, 12 :12–14, 1968.
- [15] L. S. Gournay. Conversion of electromagnetic to acoustic energy by surface heating. *J. Acoust. Soc. Am.*, 40 :1322–1330, 1966.
- [16] C. Sve and J. Miklowitz. Thermally induced stress waves in an elastic layer. *J. Appl. Mech.*, 40 :161–167, 1973.
- [17] L. R. F. Rose. Point-source representation for laser-generated ultrasound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 75(3) :723–732, 1984.

- [18] R. J. Dewhurst, D. A. Hutchins, S. B. Palmer, and C. B. Scruby. Quantitative measurements of laser-generated acoustic waveforms. *J. Appl. Phys.*, 53 :4064–4071, 1982.
- [19] P A Doyle. On epicentral waveforms for laser-generated ultrasound. *J. Phys. D : Appl. Phys.*, 19(9) :1613–1623, 1986.
- [20] L. M. Lyamshev and B. I. Chelnokov. Sound generation in a solid by penetrating radiation. *Sov. Phys. Acoust.*, 29 :220–225, 1983.
- [21] R. J. Conant and K. L. Telschow. Longitudinal wave precursor signal from an optically penetrating thermoelastic laser source. *In Rev. of Prog. in Quant. Nondest. (New York)*, pages 497–504, 1989.
- [22] K. L. Telschow and R. J. Conant. Optical and thermal parameter effects on laser-generated ultrasound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88 :1494–1502, 1990.
- [23] F. A. McDonald. Practical quantitative theory of photoacoustic pulse generation. *Appl. Phys. Lett.*, 54 :1504–1506, 1989.
- [24] U. Schliechert and K. J. Langenberg. A quantitative theory of laser-generated ultrasound. *Rev. o Prog. in QNDE*, 8A :489–496, 1989.
- [25] F. A. McDonald. On the calculation of laser-generated ultrasound pulses. *J. Nondestruc. Eval.*, 9 :223–228, 1990.
- [26] Gang Chen. Ballistic-diffusive heat-conduction equations. *PRL*, 86(11) :2297–2300, 2001.
- [27] Gang Chen. Ballistic-diffusive equations for transient heat-conduction from nano to macroscales. *ASME*, 124 :320–328, 2002.
- [28] G. Tas and H. J. Maris. Electron diffusion in metals by picosecond ultrasonics. *Phys. Rev. B*, 49 :15046–15054, 1994.
- [29] V. E. Gusev and O. B. Wright. Ultrafast nonequilibrium dynamics of electrons in metals. *Phys. Rev. B*, 57 :2878–2888, 1998.
- [30] B. Bonello, B. Perrin, and C. Rossignol. Photothermal properties of bulk and layered materials by the picosecond acoustic technique. *J. Appl. Phys.*, 83 :3081–3088, 1998.
- [31] B. Audoin, H. Meri, and C. Rossignol. 2d radiation of acoustic waves generated by an ir laser pulse in anisotropic semiconductors. *J. Phys IV France (13th ICPPP)*, 125 :327–330, 2005.
- [32] C. Thomsen, J. Strait, Z. Vardeny, H. J. Maris, and J. Tauc. Coherent phonon generation and detection by picosecond light pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 53 :989, 1984.
- [33] O. B. Wright and V. E. Gusev. Ultrafast acoustic phonon generation in gold. *Physica B : Condensed Matter*, 219-220 :770–772, 1996.
- [34] Eric Romatet. *Réalisation et Application d'un Dispositif d'Acoustique Picoseconde*. Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1996.

- [35] A. Mourad. *Étude du problème de Lamb en milieux anisotropes pour leur caractérisation ultrasonore par impact laser*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1995.
- [36] Christophe Bescond. *Réponse dynamique d'un demi-espace anisotrope : application à la résolution de problèmes inverses par génération et détection LASER*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1997.
- [37] Sébastien Guilbaud. *Ondes ultrasonores générées par impact LASER dans un milieu anisotrope viscoélastique. Application à la caractérisation de matériaux composites à température élevée*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1998.
- [38] F. Reverdy. *Synthèse de fronts acoustiques plans par déplacement d'une source laser : application à l'évaluation non destructive de matériaux composites*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2000.
- [39] Hinde Méri. *Rayonnement d'ultrasons générés par laser dans les matériaux anisotropes ; effets de la pénétration optique, de la diffusion de la chaleur et de la diffusion de la densité électronique*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2004.
- [40] L. Piché, B. Champagne, and J. P. Monchalain. Laser ultrasonic measurements of elastic constants of composites. *Mat. Eval.*, 45 :74–79, 1987.
- [41] J.D. Aussel et J.P. Monchalain. Precision laser-ultrasonic velocity measurements and elastic constant determination. *Ultrasonics*, 27 :165–177, 1989.
- [42] B. Castagnède, W. Sachse, and M. O. Thompson. Détermination of the elastic constants of anisotropic materials via laser-generated ultrasound. *Proceeding of Ultrasonics International*, 22 :71–77, 1989.
- [43] A. G. Every and W. Sachse. Determination of the elastic constants of anisotropic solids from acoustic-wave group velocity measurements. *Phys. Rev. B*, 42 :8196–8205, 1990.
- [44] B. Audoin, S. Baste, and B. Castagnède. Estimation de l'intervalle de confiance des constantes d'élasticité identifiées à partir des vitesses de propagation ultrasonores. *C.R. Acad. Sci. Paris série II*, 312 :679–686, 1991.
- [45] Jean-Michel Rampnoux. *Développement de bans d'acoustique picoseconde pour la caractérisation sans contact par impulsions laser ultracourtes de couches micrométriques et sub-micrométriques de composants microélectroniques*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2003.
- [46] E. Hecht. *Optics*. Addison-Wesley publishing company, 1987.
- [47] Tempo-fs200. Bossa Nova <http://www.bossanovatech.com/tempo.htm>.
- [48] Stefan Dilhaire. *Développement d'un interféromètre laser très haute résolution pour la caractérisation de composants microélectroniques*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 1994.
- [49] B. Perrin, B. Bonello, J.-C. Jeannet, and E. Romatet. Interferometric detection of hypersound waves in modulated structures. *Prog. in nat. sc.*, 6 :s-444-s-448, 1996.

- [50] B. Perrin, C. Rossignol, B. Bonello, and J.-C. Jeannet. Interferometric detection in picosecond ultrasonics. *Physica B*, 263-264 :571–573, 1999.
- [51] Ajit K. Mal and Shyh shiuh Lih. Elastodynamic response of a unidirectional composite laminate to concentrated surface loads. *Transactions of ASME*, 59 :878–892, 1992.
- [52] A. Mourad and B. Castagnède. Green functions for cylindrical elastic waves in aluminum : comparison between theory and experiments. *J. of Appl. Mech.*, 61(1) :219–221, 1994.
- [53] Johanna R. Bernstein and James B. Spicer. Line source representation for laser-generated ultrasound in aluminum. *J. Acoust. Soc. Am.*, 107(3) :1352–1357, 2000.
- [54] Irene Arias and Jan D. Achenbach. Thermoelastic generation of ultrasound by line-focused laser irradiation. *Int. J. of Solids and Structures*, 40(25) :6917–6935, 2003.
- [55] Daniel Royer et Eugène Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides*. Masson, Paris, 1999.
- [56] W. B. Gauster and D. H. Habing. Electronic volume effect in silicon. *Phys. Rev. B*, 16 :191–221, 1977.
- [57] I. M. Ward. *Mechanical properties of solid polymers*. Wiley-Interscience, 1971.
- [58] R. G. Stearns and G. S. Kino. Effect of electronic strain on photoacoustic generation in silicon. *Appl. Phys. Lett.*, 47(10) :1048–1050, 1985.
- [59] B. A. Auld. *Acoustic fields and waves in solids*. Krieger, Malabar Florida, 1990.
- [60] A. Haug. Carrier density dependence of auger recombination. *Solid-State Electronics*, 21 :1281–1284, 1978.
- [61] J. F. Young and H. M. Van Driel. Ambipolar diffusion of high-density electrons and holes in ge, si, and gaas : Many body effects. *Phys. Rev. B*, 26 :2147–2158, 1982.
- [62] M. I. Gallant and H. M. Van Driel. Infrared probing of thermal and spatial properties of laser-generated carriers in germanium. *Phys. Rev. B*, 26 :2133–2146, 1982.
- [63] E. A. Kraut. Advances in the theory of anisotropy in half space. *Review of Geophysics*, 1 :401–448, 1963.
- [64] Suh S. L., Goldsmith W., Sackman J. L., and Taylor R. L. Impact on the transversally anisotropic half space. *Int. J. Rock. Mech. Min. Sci.*, pages 413–421, 1974.
- [65] R.L. Weaver, W. Sachse, and K.Y. Kim. Transient elastic waves in a transversely isotropic plate. *J. Appl. Mech.*, 63 :338–346, 1974.
- [66] S. A. Akhmanov and V. E. Gusev. Laser excitation of ultrashort acoustic pulses : New possibilities in solid-state spectroscopy, diagnostics of processes, and nonlinear acoustics. *Sov. Phys. Usp.*, 35 :153–191, 1992.

- [67] M. Dubois, F. Enguehard, and L. Bertrand. A two layer model for the laser generation of ultrasound in graphite-epoxy laminates. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, 14 :529, 1995.
- [68] William T. Thomson. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *Journal of Applied Physics*, 21(2) :89–93, 1950.
- [69] J. H. M. T. van der Hijden. *Propagation of Transient Elastic Waves in Stratified Anisotropic Media*. Elsevier North-Holland, Amsterdam, 1987.
- [70] A. Cheng, T. W. Murray, and J. D. Achenbach. Simulation of laser-generated ultrasonic waves in layered plates. *J. Acoust Soc. Am.*, 110(2) :848–855, 2001.
- [71] R. Coulette. *Caractérisation de parois minces par une source photothermique et une détection interférométrique. Application au contrôle non destructif*. Thèse de doctorat, Université Paris-7, 1999.
- [72] M. Nestoros, Y. Karmiotis, and C. Christofides. Two layer model for photothermal radiometry applied on semiconducting thin films. *J. Appl. Phys.*, 82(12) :6220–6227, 1997.
- [73] Stearns, Kino, Boccara, and Fournier. *Photoacoustic and Thermal wave phenomena in semiconductors*. Andreas Mandelis Edito, 1987. Chapter : Photoacoustic Techniques for Electronic Property Measurements and Chapter : Thermal wave Investigation of Transport Properties.
- [74] B. Li, D. Shaughnessy, A. Mandelis, J. Batistac, and J. Garcia. Three-layer photocarrier radiometry model of ion-implanted silicon wafers. *J. Appl. Phys.*, 95(12) :7832–7840, 2004.
- [75] C. Christofides, F. Diakonos, A. Seas, C. Christou, M. Nestoros, and A. Mandelis. Two-layer model for photomodulated thermorefectance of semiconductor wafers. *J. Appl. Phys.*, 80(3) :1713–1724, 1996.
- [76] R. J. Stoner and H. J. Maris. Kapitza conductance and heat flow between solids at temperatures from 50 to 300 k. *P. R. B.*, 48(22) :16373–16387, 1996.
- [77] F. Darracq. *Caractérisation à l'aide d'un laser impulsionnel de la sensibilité des circuits intégrés aux effets singuliers*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2003.
- [78] Grégory Andriamonje. *Contribution à la modélisation et au développement expérimental de la technique d'acoustique picoseconde pour l'analyse des circuits intégrés*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2004.
- [79] C. Ruillière. *Femtosecond Laser Pulses*. Springer, Berlin, 1998.
- [80] C. Thomsen, H. T. Grahn, H. J. Maris, and J. Tauc. Surface generation and detection of phonons by picosecond light pulses. *Phys. Rev. B.*, 34(6) :4129–4138, 1986.
- [81] O. B. Wright and T. Hyoguchi. Ultrafast vibration and laser acoustics in thin transparent films. *Opt. Lett.*, 16 :1529, 1991.

- [82] P. Djemia, C. Dugautier, T. Chauveau, E. Dogheche, M. I. De Barros, and L. Vandenbulcke. Mechanical properties of diamond films : A comparative study of polycrystalline and smooth fine-grained diamonds by brillouin light scattering. *Journal of Applied Physics*, 90(8) :3771–3779, 2001.
- [83] J. Boussière, J. P. Monchalin, C. O. Ruud, and R. E. Green. *Ultrasonic Materials Characterisation II*. Plenum Press, New York, 1987.
- [84] M. Dubois, F. Enguehard, M. Choquet, J.P. Monchalin, and L. Bertrand. Numerical modelling of laser generatin of ultrasound in orthotropic materials. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, 13 :1023–1030, 1994.
- [85] M. Dubois. *Étude de la génération des ultrasons par laser dans un matériau composite*. Thèse de doctorat, École polytechnique de Montréal, 1994.
- [86] E. Lafond. *Étude de la génération et de la détection d’ultrasons par lasers en vue du contrôle non-destructif (sans contact)*. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 1995.
- [87] C. Grand, J.C. Gonthier, E. Lafond, R. Coulette, F. Lepoutre, and A. Bouveret. Génération d’ultrasons par impulsion laser : modélisations et expériences. *Rapport Technique de Synthèse n°12/7777 PY, ONERA*, 1997.
- [88] A. Rahman and F. Ahmad. Representation of the displacement in terms of scalar functions for use in transversely isotropic materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104(6) :3675–3676, 1998.
- [89] M. Chossat. *formulaire de mathématique à l’usage des ingénieurs*. Dunod, Paris, 1967.
- [90] Sébastien Lalet et Thomas Beaurain. Modèles d’ablation laser pour la génération d’ultrasons. Rapport de t.e.r., Université Bordeaux I, 2005.
- [91] F. R. Rollins, T. C. Lim, and G. W. Farnell. Ultrasonic reflectivity and surface wave phenomena on surfaces of copper single crystals. *Appl. Phys. Lett.*, 12(7) :236–238, 1968.
- [92] T. C. Lim and G. W. Farnell. Character of pseudo surface waves on anisotropic crystals . *J. Acoust. Soc. Am.*, 45 :845–851, 1969.
- [93] Guillaume Huet. *Fronts d’onde ultrasonores à la surface d’un milieu semi infini anisotrope : théorie des rayons réels et complexes*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, 2006.
- [94] Miller and Pursey. The field and radiation impedance of mechanical radiators on the free surface of a semi-infinite isotropic solid. *Proceedings of the Royal Society London*, A223 :521–541, 1954.
- [95] A. E. Lord. Geometric diffraction loss in longitudinal- and shear-wave attenuation measurements in an isotropic half-space. *J. Acoust. Soc. Am.*, 39 :650, 1966.
- [96] Keiiti Aki and Paul G. Richards. *Quantitative Seismology - Theory and Methods*, volume I. W. H. Freeman and company, New York, 1980.

- [97] D. A. Hutchins, R. J. Dewhurst, and S. B. Palmer. Directivity patterns of laser-generated ultrasound in aluminum. *J. Acoust. Soc. Am*, 70(5) :1362–1369, 1981.
- [98] Jean-Daniel Aussel. *Génération par laser d’ondes ultrasonores dans les matériaux. Application au contrôle non destructif*. Thèse de doctorat, I.N.S.A. Lyon, 1986.
- [99] Daniel Royer. Mixed matrix formulation for the analysis of laser-generated acoustic waves by a thermoelastic line source. *Ultrasonics*, 39(5) :345–354, 2001.
- [100] T. Dehoux et S. Quiniou. Directivité d’une source ponctuelle localisée à une interface vide-milieu anisotrope. Rapport de t.e.r., Université Bordeaux I, 2003.
- [101] C. Corbel, F. Guillois, D. Royer, M.A. Fink, and R. De Mol. Laser-generated elastic waves in carbon-epoxy composite. *IEEE*, 40(6) :710–716, 1993.
- [102] Bai Yuhai, Pei Liwei, Fang Qiping, Yan Yuping, and Ying Chongfu. Experimental studies of directivity patterns of laser generated ultrasound in neutral glasses. *Ultrasonics*, 33(6) :429–436, 1995.
- [103] Wu Yaping, Shi Dufang, and He Yulong. Study of the directivity of laser generated ultrasound in solids. *J. Appl. Phys.*, 83(3) :1207–1212, 1998.
- [104] Alexei Vasilievich Kononov. *Foundations of Acoustic Methods Used in Non-Destructive Inspection of Laminated Materials*. Proefschrift, The Nizhny Novgorod State University, Russia, 2004.
- [105] R. K. Ing, M. Fink, and F. Gires. Directivity patterns of a moving thermoelastic source in solid media. *IEEE*, 39(2) :285–292, 1992.
- [106] F. L. Di Maggio and H. H. Bleich. An application of a dynamic reciprocal theorem. *J. of Appl. Mech.*, 26(12) :678–679, 1959.
- [107] R. Burridge and L. Knopoff. Body force equivalents for seismic dislocations. *Bulletin of Seismological Society of America*, 54(6) :1875–1888, 1964.
- [108] Jan D. Achenbach. Reciprocity and related topics in elastodynamics. *Appl. Mech. Rev.*, 59(1) :13–32, 2006.
- [109] Philippe Djemia. *Diffusion Brillouin dans des Couches et Multicouches Ultraminces : Influences de la microstructure et des Interfaces dans quelques Systèmes Représentatifs ( $Cu_xMo_{1-x}$ ,  $Mo/Ni$ , Permalloy/Alumine,  $Co/Cu$ )*. Thèse de doctorat, Université Paris-Nord, 1998.
- [110] J. Max. *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*. Masson, Paris, 1981.
- [111] B. Hosten et B. Castagnede. Optimisation du calcul des constantes élastiques à partir des mesures de vitesses d’une onde ultrasonore. *Comp. Rend. Acad. Sci. Paris*, II(296) :287–300, 1983.
- [112] J. S. Baste et B. Hosten. Identification complète de la matrice de raideur par propagation hors plan principal. *Revue Phys. Appl.*, 25 :161–168, 1990.
- [113] M. Deschamp et C. Becond. Numerical method to recover the elastic constants from ultrasound group velocities. *Ultrasonics*, 33(3) :205–211, 1995.

- [114] J. Ville. Théorie et applications de la notion de signal analytique. *Câbles et transmissions*, 61, 1948.
- [115] Bertrand Audoin. *Ultrasons générés par laser. Application à l'évaluation non destructive de matériaux composites*. Habilitation à diriger des recherches, Université Bordeaux I, 1999.
- [116] J. Roux, B. Hosten, B. Castagnède, and M. Deschamps. Caractérisation mécanique des solides par spectro-interférométrie ultrasonore. *Rev. Phys. Appl.*, 20(6) :351–358, 1985.
- [117] F. Honarvar and A. N. Sinclair. Nondestructive evaluation of cylindrical components by resonance acoustic spectroscopy. *Ultrasonics*, 36 :845–854, 1998.
- [118] Y. A. Burenkov and S. P. Nikanorov. Elastic properties and binding forces in crystals with diamond and sphalerite lattices. *Soviet Phys. Solid State*, 26 :1940–1944, 1984.
- [119] C. P. Lusher and W. N. Hardy. Axisymmetric free vibrations of a transversely isotropic finite cylindrical rod. *J. Appl. Mech.*, 55 :855–862, 1988.
- [120] M. Qian, M. Duquennoy, M. Ouatouh, F. Jenot, and M. Ourak. Laser ultrasonic characterization of surface residual stresses in steel rods. *Rev. Prog. Quant. Nondestr. Eval.*, 20 :1487–1493, 2001.
- [121] D. Clorennec, D. Royer, and H. Walaszek. Nondestructive evaluation of cylindrical parts using laser ultrasonics. *Ultrasonics*, 40 :783–789, 2002.
- [122] Y. Pan, C. Rossignol, and B. Audoin. Acoustic waves generated by a laser line pulse in cylinders; application to the elastic constants measurement. *J. Acoust. Soc. Am.*, 115(4) :1537–1545, 2005.
- [123] M. Perton, B. Audoin, Y. D. Pan, and C. Rossignol. Bulk conical and surface helical acoustic waves in transversely isotropic cylinders; application to the stiffness tensor measurement. *J. Acoust. Soc. Am. Vol.*, 119(6) :3752–3759, 2006.
- [124] Y. Pan, M. Perton, B. Audoin, and C. Rossignol. Acoustic waves generated by a laser point pulse in a transversely isotropic cylinder. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119(1) :243–250, 2006.
- [125] B. Hosten. Elastic characterization of orthotropic composite-materials from ultrasonic inspection through non principal planes. *Rev. of prog. in Quantitative Nondestructive Evaluation*, 10(B) :1437–1444, 1991.
- [126] S.I. Rokhlin and W. Wang. Double through-transmission bulk wave method for ultrasonic phase velocity measurement and determination of elastic constants of composite materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91(6) :3303–3312, 1992.
- [127] T. Stratoudaki, C. Edwards, S. Dixon, and S. B. Palmer. The role of epoxy resin in the mechanism of laser-generated ultrasound in carbon-fiber-reinforced composites. *Nondestructive Evaluation and Health Monitoring of Aerospace Materials and Composites II*, 5046 :89–98, 2003. Edited by Gyekenyesi, Andrew L.; Shull, Peter J. Proceedings of the SPIE.

- [128] V. E. Gusev and A. A. Karabutov. *Laser optoacoustics*. AIP Press, New York, 1993.
- [129] Francois Brygo. *Etude de l'interaction laser-matière appliquée à la décontamination de peinture*. Thèse de doctorat, Université de Bourgogne, France, 2005.
- [130] R.L. Weaver, M.R. Hausser, and J.P. Wolfe. Acoustic flux imaging in anisotropic media. *Z. Phys. B*, 90 :27–46, 1993.
- [131] A. Mourad and B. Castagnède. Détermination des temps d'arrivée de fronts d'onde acoustiques divergents dans une lame anisotrope. *J. Phys. III France*, 3 :1911–1927, 1993.
- [132] F. Reverdy and B. Audoin. Elastic constants determination of anisotropic materials from phase velocities of acoustic waves generated and detected by lasers. *J. Acoust. Soc. Am*, 109(5) :2001, 1965-1972.
- [133] S. Guilbaud and B. Audoin. Measurement of the stiffness coefficients of a viscoelastic composite material with laser generated and detected ultrasound. *J. Acoust. Soc. Am.*, 105(4) :2226–2235, 1999.
- [134] Y. Pan, C. Rossignol, and B. Audoin. Identification of laser generated acoustic waves in the 2d transient response of cylinders. *J. Acoust. Soc. Am*, 117(6) :3600–3608, 2005.
- [135] A. Grossmann, M. Holschneider, R. Kronland-Martinet, and J. Morlet. *Inverse problems.*, volume 19. Academic Press, London, 1987. Detection of abrupt changes in sound signals with the help of wavelet transforms.
- [136] M. Dubois, P.W. Lorraine, R.J. Filkins, T.E. Drake, K.R. Yawn, and S.-Y. Chuang. Experimental verification of the effects of optical wavelength on the amplitude of laser generated ultrasound in polymer-matrix composites. *Ultrasonics*, 40(1-8) :809–812, 2002.
- [137] O. B. Wright and K. Kawashima. Coherent phonon detection from ultrafast surface vibrations. *Phys. Rev. Lett.*, 69(11) :1668–1671, 1992.
- [138] B. Perrin, C. Rossignol, B. Bonello, and J. C. Jeannet. Interferometric detection in picosecond ultrasonics. *Physica B : Condensed Matter*, 263-264 :571–573, 1999.
- [139] A. Devos and C. Lerouge. Evidence of laser-wavelength effect in picosecond ultrasonics : Possible connection with interband transitions. *Phys. Rev. Lett.*, 86(12) :2669–2672, 2001.
- [140] D. H. Hurley, O. B. Wright, O. Matsuda, V. E. Gusev, and O. V. Kolosov. Laser picosecond acoustics in isotropic and anisotropic materials. *Ultrasonics*, 38 :470–474, 2000.
- [141] V. Gusev, P. Picart, D. Mounier, and J. M. Breteau. Ultrashort shear acoustic pulse excitation via laser-induced electrostrictive effect. *Review of Scientific Instruments*, 74 :901, 2003.
- [142] O. Matsuda, O. B. Wright, D. H. Hurley, V. E. Gusev, and K. Shimizu. Coherent shear phonon generation and detection with ultrashort optical pulses. *Phys. Rev. Lett*, 93 :095501 1–4, 2004.

- [143] C. Rossignol, H. Meri, M. Perton, B. Audoin, J.M. Rampnoux, and S. Dilhaire. Femtosecond laser generation and detection of longitudinal and shear acoustic waves in a sub-micrometric film. *Phys. Stat. Sol.*, 11 :2745–2748, 2004.
- [144] C. Rossignol, J. M. Rampnoux, M. Perton, B. Audoin, and S. Dilhaire. Generation and detection of shear acoustic waves in metal submicrometric films with ultrashort laser pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :166106, 2005.
- [145] O. L. Anderson. *Physical Acoustics*, volume 3B. W. P. Mason, Academic, New York, 1965.
- [146] N. Sanner, N. Huot, E. Audouard, C. Larat, J. P. Huignard, and B. Loiseaux. Programmable focal spot shaping of amplified femtosecond laser pulses. *Opt. Lett.*, 30 :1479–1481, 2005.
- [147] D. Lide. *CRC Handbook of Chemistry and Physics*. CRC Press, Boca Raton, 2002.
- [148] F. A. McDonald. On the precursor in laser-generated ultrasound waveforms in metals. *Appl. Phys. Lett.*, 56 :230, 1990.
- [149] G. P. P. Gunarathne & al. A new stroboscope for schlieren and photoelastic visualization of ultrasound. *Ultrasonics*, 21(4) :188–190, 1983.
- [150] D. H. Hurley and O. B. Wright. Detection of ultrafast phenomena by use of a modified sagnac interferometer. *Opt. Lett.*, 24(18) :1305–1307, 1999.
- [151] Y. Sugawara, O. B. Wright, O. Matsuda, M. Takigahira, Y. Tanaka, S. Tamura, and V. E. Gusev. Watching ripples on crystals. *Phys. Rev. Lett.*, 88(18) :185504–1–4, 2002.
- [152] J. D. Comins, A. G. Every, P. R. Stoddart, X. Zhang, J. C. Crowhurst, and G. R. Hearne. Surface brillouin scattering of opaque solids and thin supported films. *Ultrasonics*, 38(1-8) :450–458, 2000.
- [153] C. Rossignol. *Étude Théorique et Numérique d’Expériences d’Acoustique Picoseconde*. Thèse de doctorat, Université Pierre & Marie Curie, 2000.
- [154] J. P. Weight. A model to predict the ultrasonic echo responses of small targets in solids. *J. Acoust. Soc. Am.*, 94(1) :514–526, 1993.
- [155] L. Landau et E. Lifchitz. *Théorie du champ*. Mir, Moscou, 1966.
- [156] L. Landau et E. Lifchitz. *Physique théorique, Tome VIII, Electrodynamique des milieux continus*. Mir, Moscou, 1990.
- [157] E. Roland Dobbs. Electromagnetic generation of ultrasonic waves in metals. *J. of Physics and Chemistry of Solids*, 31(8) :1657–1667, 1970.