



HAL
open science

Etude d'un système de régulation de température par tout ou rien à faible oscillation limite

Henri Donnarel

► **To cite this version:**

Henri Donnarel. Etude d'un système de régulation de température par tout ou rien à faible oscillation limite. Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1972. Français. NNT : . tel-00176340

HAL Id: tel-00176340

<https://theses.hal.science/tel-00176340>

Submitted on 3 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année 1972

THÈSE

présentée

à l'Université Paul-Sabatier de Toulouse

en vue de l'obtention

du titre de DOCTEUR de 3^e CYCLE

Spécialité : Automatique

par

Henri DONNAREL

Licencié ès Sciences Appliquées

**Étude d'un système de régulation
de température par tout ou rien
à faible oscillation limite**

Soutenue le 4 Février 1972 devant la Commission d'Examen

MM. Y. SEVELY

Président

G. GRATELOUP

C. MIRA

H. ROQUES

F. ROUBELLAT

} Examineurs

A la mémoire de mon père.

*A Marie-Paule et à nos enfants,
avec toute mon affection.*

A nos parents.

A V A N T - P R O P O S

-:-

Le travail que nous présentons dans ce mémoire a été effectué au LABORATOIRE D'AUTOMATIQUE et de ses Applications Spatiales du Centre National de la Recherche Scientifique, dirigé par Monsieur le Professeur J. LAGASSE. Nous tenons à lui exprimer toute notre gratitude pour la confiance qu'il nous a accordée en nous accueillant dans cet établissement, et pour les moyens matériels mis à notre disposition.

Nous sommes particulièrement reconnaissant à Monsieur le Professeur Y. SEVELY pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant de présider le jury de notre thèse.

Nous remercions vivement Monsieur le Professeur G. GRATELOUP, Directeur du Département de Génie Electrique de l'Institut National des Sciences Appliquées, pour la sympathie et la confiance qu'il nous témoigne au sein de ce Département, ainsi que pour la bienveillante attention qu'il a portée à notre manuscrit. Nous voudrions qu'il sache le plaisir que nous procure sa présence parmi les membres du jury.

Nos remerciements vont également à Monsieur le Professeur C. MIRA qui dirige le groupe "Analyse et Conception des Systèmes de Commande", pour les connaissances qu'il nous a apportées et pour sa présence dans notre Commission d'examen.

Nous sommes particulièrement sensible à l'honneur que nous fait Monsieur H. ROQUES, Professeur au Département de Chimie Industrielle de l'Institut National des Sciences Appliquées, en acceptant de siéger à notre jury.

Nous témoignons ici, en plus de nos remerciements, toute notre reconnaissance et notre sympathie à Monsieur F. ROUBELLAT, Chargé de Recherches au Centre National de la Recherche Scientifique, dont les conseils éclairés et la critique constructive ont été pour nous le plus énergique des stimulants. Nous sommes très heureux de sa présence parmi les membres du jury.

Nous ne saurions entreprendre l'exposé de notre travail sans remercier tous ceux qui, tant au L.A.A.S. qu'à l'I.N.S.A., nous ont aidé de leur expérience et soutenu de leur amitié.

Enfin, nous n'oublions pas de remercier tous ceux qui ont participé à la réalisation matérielle de ce mémoire, et tout particulièrement Mademoiselle FIERT, Madame FRANC et Monsieur ROUSSEL.

INTRODUCTION

Le point de départ du travail présenté dans ce mémoire a pour origine l'amélioration de la régulation de température des réacteurs de l'"Unité Pilote de Réformage Catalytique" [1][2] [3] [4] . Les différents problèmes posés par ce type de régulation nous ont amenés à étudier, à partir d'un montage expérimental réalisé en laboratoire, un dispositif permettant de minimiser l'amplitude des auto-oscillations d'une régulation de température du type "tout ou rien".

Le système de contrôle de la température des réacteurs, qui a été adopté lors de la construction de l'"Unité Pilote de Réformage Catalytique" (U.P.R.C.) [4] , est un dispositif basé sur le principe d'une régulation à relais dite "tout ou peu" fonctionnant à l'aide d'un régulateur unique, scrutant successivement les températures des douze sections constituées par l'ensemble des trois réacteurs.

Ce système présente donc la particularité de posséder une oscillation propre autour du point de consigne. Cette oscillation, dont l'amplitude peut être relativement importante ($\pm 10^{\circ}\text{C}$), pour une température de fonctionnement pouvant varier de 460°C à 510°C , est assez peu satisfaisant pour entreprendre des études en vue de l'optimisation de l'"Unité" : l'activité du catalyseur et sa durée de vie sont très sensibles aux variations de la température qui est donc la variable la plus importante du processus.

En conséquence, nous nous sommes efforcés tout au long des étapes successives qui ont jalonné la mise en exploitation de l'U.P.R.C. , d'améliorer le fonctionnement de cette régulation, avec le principal souci de minimiser l'amplitude des auto-oscillations du système.

Dans le premier chapitre de notre mémoire, nous exposons les travaux qui ont été effectués sur la régulation de température de l'U.P.R.C. [4] en vue d'améliorer celle-ci. C'est également à la fin de ce chapitre que

nous envisageons, à partir d'une réalisation faite en laboratoire, les possibilités de minimiser l'amplitude du cycle limite des oscillations d'une régulation de température par tout ou rien; l'élément chauffant utilisé simule une portion de réacteur de l'U. P. R. C.

Dans le deuxième chapitre nous nous intéressons tout d'abord au problème de la transmission de la chaleur [5][6][7], puis nous montrons comment on peut simplifier le problème en l'adaptant au cas particulier du processus thermique envisagé, afin d'en déterminer le modèle mathématique. Nous en déduisons une représentation possible par une fonction de transfert.

Après avoir décrit le principe adopté pour diminuer l'amplitude des auto-oscillations [10]: Il s'agit d'augmenter la fréquence de battement des éléments "tout ou rien" par la présence d'une boucle secondaire de contre-réaction; nous étudions dans le troisième chapitre les différents éléments constituant notre chaîne de régulation expérimentale [15]. Après une série d'essais systématiques, nous montrons que l'oscillation limite est pratiquement supprimée, et que l'erreur en régime permanent peut être réduite.

Dans le quatrième chapitre nous faisons l'étude théorique du comportement du système réalisé et décrit dans le chapitre précédent [10] [16] [18]. Nous montrons comment la contre-réaction interne "linéarise" le fonctionnement de l'asservissement. Enfin nous étudions des dispositifs permettant de réduire l'erreur en régime permanent due à l'absence d'intégration dans la fonction de transfert du processus.

La dernière partie de notre mémoire conclue en montrant les avantages que présente un tel type de régulateur par rapport à un régulateur de type "P.I.D.", lorsqu'il s'agit d'asservir la température des réacteurs de l'U. P. R. C. Nous montrons également que notre dispositif convient particulièrement pour réguler la température des systèmes thermiques possédant une très grande "inertie", systèmes qui existent dans le plupart des processus physico-chimiques industriels.

CHAPITRE 1

REGULATION DE TEMPERATURE DE L'U. P. R. C.

I-1 - GENERALITES SUR L'UNITE PILOTE DE REFORMAGE CATALYTIQUE

Le "Réformage Catalytique" est un procédé qui permet d'obtenir des essences à indice d'octane élevé à partir de coupes provenant d'une première distillation du pétrole brut [1] [2] .

Ce procédé consiste à faire passer, sur un catalyseur à base d'un silicate d'alumine contenant un certain pourcentage de platine (0,3% environ), un mélange d'hydrocarbure et d'hydrogène. Ce mélange est maintenu à une température constante comprise entre 460°C et 510°C, sous une pression d'environ 30 bars, dans un four appelé "réacteur".

Le schéma de principe d'une telle installation est représenté par la figure I-1 [3] .

Parmi toutes les variables agissant sur les conditions de fonctionnement d'une Unité de Réformage, la température est la plus importante [2] ; c'est elle qui fixe la "sévérité" du fonctionnement. Entre la température minimale du début des réactions, et la température maximale correspondant au "coking", l'indice d'octane est principalement une fonction de la température.

Nous allons envisager au cours de ce chapitre les différents problèmes posés par la régulation de température de l'U. P. R. C. pendant la première phase de son exploitation, c'est-à-dire celle qui a précédé le bouclage de l'Unité sur le calculateur C90-10 de la C. I. I. [4] .

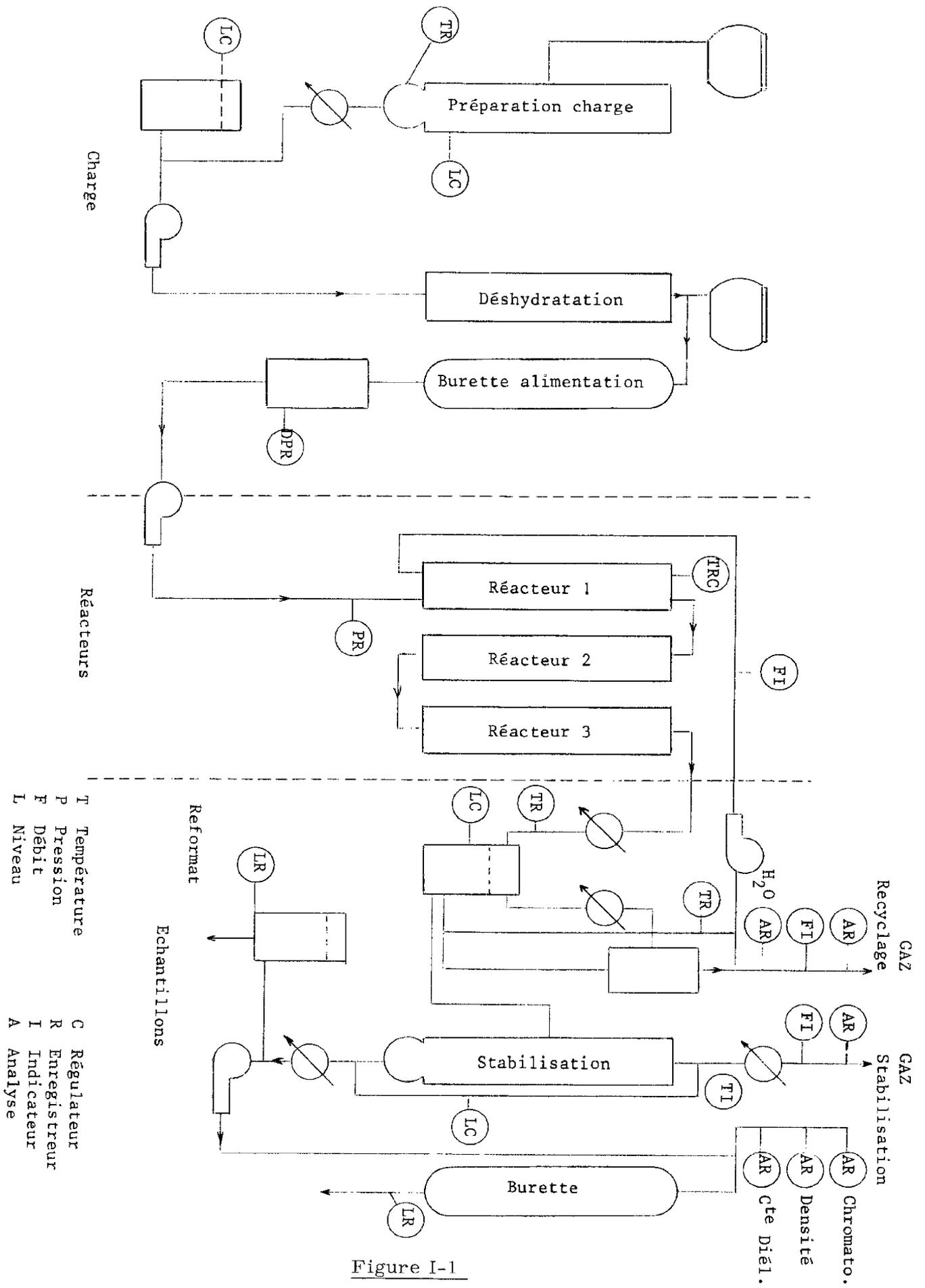


Figure I-1

I-2 - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DE LA REGULATION DE TEMPERATURE PAR "TOUT OU PEU" [4]

La régulation de température des trois réacteurs de l'U. P. R. C. (figure I-1) est assurée à l'aide d'un enregistreur régulateur MECI comportant douze voies (4 par réacteur) scrutées successivement toutes les quatre secondes.

La détection des températures est assurée par douze thermocouples "Nickel chrome - Nickel allié" disposés au centre du réacteur dans un tube métallique de 5 mm de diamètre ; l'extrémité d'un thermocouple est positionnée au milieu de l'élément chauffant qu'il contrôle. Le signal fourni par un thermocouple est envoyé pendant quatre secondes sur l'enregistreur. Ce signal, recopié par un potentiomètre asservi à la position de l'aiguille de l'enregistreur, fournit une tension qui est comparée à la tension de consigne. Le signal d'erreur attaque ensuite l'amplificateur non linéaire du régulateur "plus ou moins".

La sortie de cet amplificateur met en mémoire pendant une période totale de scrutation, soit : $4 \text{ sec} \times 12 = 48 \text{ secondes}$, le signal "plus ou moins" qui va permettre d'envoyer sur la coquille chauffante correspondante une grande, ou bien une faible énergie.

Ces deux régimes de chauffe sont obtenus à l'aide de "simmerstats"; ce sont des appareils à bilame qui battent à une certaine fréquence de l'ordre de 0,1 Hertz, un bouton de réglage permet d'agir sur le rapport du temps de fermeture à la période de battement du simmerstat. On obtient ainsi une modulation de largeur dont le taux est proportionnel à l'énergie dissipée. Il y a par voie de régulation deux simmersats : l'un correspondant au signal "tout" et l'autre au signal "peu". La commutation de l'un à l'autre est assurée par un relais tétrapolaire inverseur. Enfin un contacteur de puissance bipolaire assure la liaison avec l'élément chauffant.

SCHEMA DE PRINCIPE DE LA REGULATION PAR TOUT OU PEU DE LA TEMPERATURE
DES REACTEURS DE L'U.P.R.C.

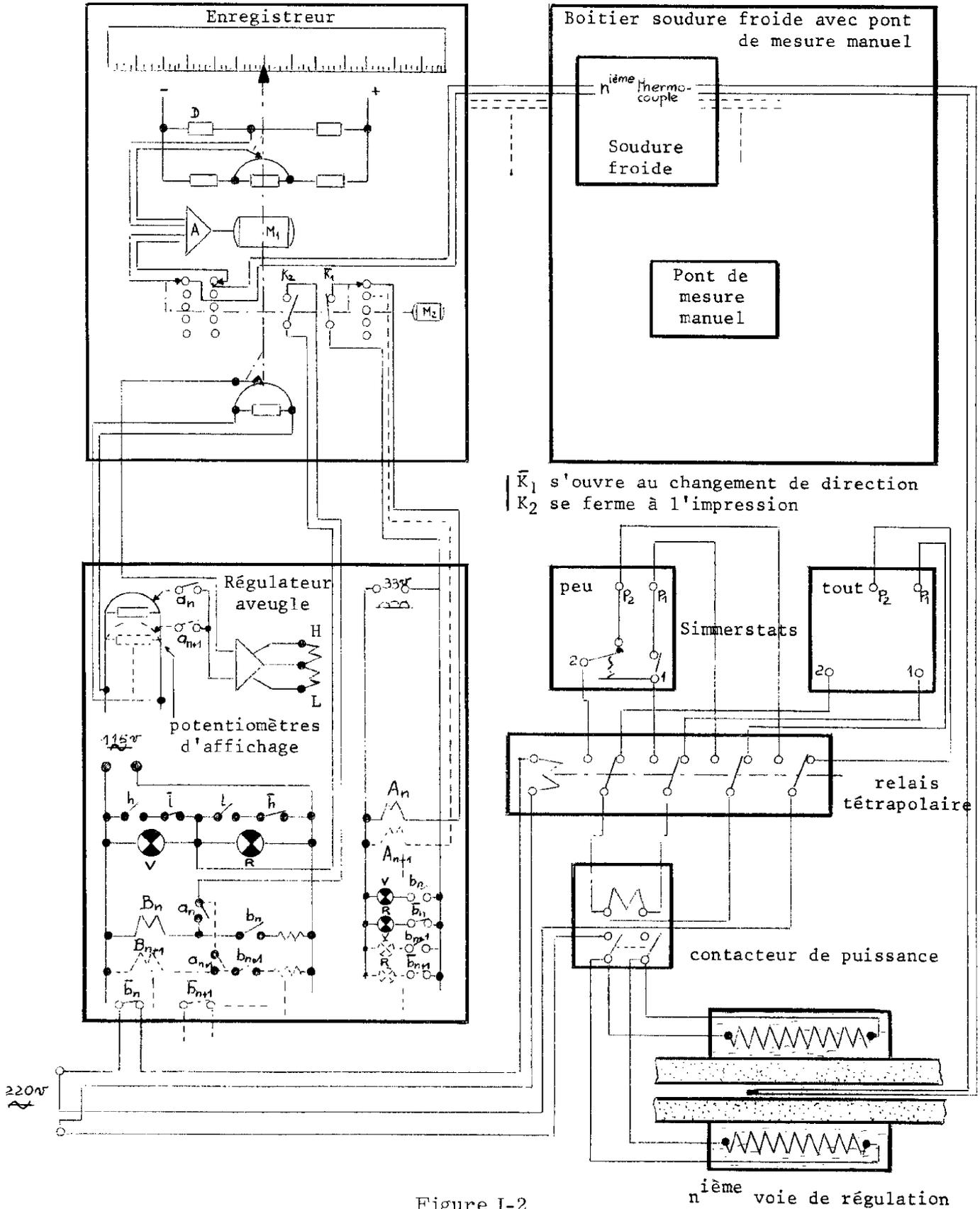


Figure I-2

$n^{\text{ème}}$ voie de régulation

Le schéma de la figure I-2 illustre d'une façon plus concrète le principe de cette régulation.

I-3 - PROBLEMES POSES PAR LA REGULATION DE TEMPERATURE DE L'U. P. R. C. [4]

Les simmerstats, qui ajustent le niveau d'énergie fourni à l'élément chauffant en position chauffage et en position refroidissement, présentent le défaut de n'être absolument pas reproductibles de l'un à l'autre, bien que possédant une graduation du bouton de réglage de 0 à 100.

De plus leur vieillissement rapide fait que les performances d'un même simmerstat varient dans le temps d'une façon très aléatoire. Les opérateurs ne connaissant pas à priori les performances de ces appareils, ils peuvent rendre instables certaines voies de régulation, car ils sont amenés à modifier le réglage des simmerstats en fonction de la "sévérité" du régime de fonctionnement choisi pour l'"Unité". Nous avons donc été amenés à monter en parallèle sur la sortie de chaque simmerstat des voyants lumineux qui permettent de contrôler rapidement le niveau d'énergie transmis à l'élément chauffant en position "tout" et en position "peu".

Ce système de régulation "tout ou peu" par scrutation des douze voies des réacteurs présente des oscillations dont l'amplitude est en moyenne de ± 10 °C, la période étant d'environ 6 minutes. Par un réglage long et délicat, on peut en agissant sur les simmerstats réduire l'amplitude des oscillations, mais la marge de stabilité s'en trouve considérablement réduite, et des perturbations telles que des courants d'air dans le local, ou un changement d'une valeur de consigne (pression, débits, etc...) risquent de rendre instables les voies de régulation qui consomment le plus d'énergie, c'est-à-dire qui se trouvent en tête des réacteurs.

Les oscillations existant ici ont une origine bien plus complexe que celles existant dans les régulations tout ou rien classiques ; le dispositif de scrutation joue ici le rôle d'un échantillonneur bloqueur qui met en mémoire pendant une

période de 48 secondes le signal sortant du régulateur tout ou rien. Cette période d'échantillonnage accroît d'une façon non négligeable l'amplitude et la période des auto-oscillations du dispositif tout ou rien considéré seul.

I-4 - ESSAIS EN VUE DE L'AMELIORATION DE LA REGULATION [4]

Afin de déterminer l'énergie à fournir au niveau de chaque voie de régulation, nous avons entrepris une série d'essais systématiques pour trois régimes de fonctionnement. Nous avons mesuré, pour chaque élément chauffant des réacteurs, l'énergie nécessaire pour maintenir la température à une valeur désirée.

Les trois régimes de fonctionnement choisis sont définis par le tableau de la figure I-3, où T (°C) est la température des réacteurs, Q_i (l/h) le débit d'injection de la charge dans le premier réacteur, et Q_r (l/h) le débit du gaz de recyclage à l'entrée du premier réacteur (figure I-1).

Régime	Température T (°C)	Débit d'injection Q_i (l/h)	Débit de recyclage Q_r (l/h)
A	460	0,46	14
B	480	1,14	80
C	510	1,80	120

Figure I-3

- Le régime A correspond à la plus faible consommation d'énergie (basse température et faibles débits)

- Le régime C correspond à la plus forte consommation d'énergie (température et débits élevés)

- Le régime B est un régime intermédiaire entre A et C.

Les essais ont été effectués séparément sur les réacteurs 1, 2 et 3. Lorsqu'un réacteur est en essai, les deux autres fonctionnent normalement en régulation, avec la consigne de température correspondante.

La puissance fournie à chaque élément chauffant du réacteur à l'essai est ajustée par un alternostat de façon à obtenir la température désirée.

Les essais faits pour les trois régimes A, B et C nous ont permis d'établir le tableau suivant de la figure I-4

	REACTEUR I				REACTEUR II				REACTEUR III			
n° voie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. max.	700W	700W	1400W	1400W	700W	700W	1400W	1400W	1400W	1400W	1400W	1400W
Régime	Puissance consommée en Watts											
A	270	40,5	194	408	338	140	302	370	542	167	343	269
B	* 700 385°C	* 0 490°C	472	293	* 700 478°C	* 0 488°C	392	332	630	43,7	606	* 0 485°C
C	* 700 340°C	583	488	446	* 700 505°C	* 0 535°C	275	502	492	197	540	188

Figure I-4

* Les cases possédant une astérisque correspondant à des cas de fonctionnement où avec la puissance de chauffe maximum, la température désirée n'a pas été atteinte, ou bien des cas où la température désirée est dépassée bien que la voie correspondante ne fournisse aucune énergie.

Le schéma de la figure I-5 illustre d'une manière plus concrète les résultats du tableau de la figure I-4. Ce graphique montre quelle est la puissance fournie au niveau de chaque élément chauffant pour les trois régimes A, B et C. La puissance est exprimée en % de la puissance maximum disponible.

Il ressort de ces essais que des surchauffes excessives à l'entrée de chaque réacteur (partie sans catalyseur) perturbent le bon équilibre thermique de toute la partie aval du réacteur, et il est assez difficile d'y maintenir une température constante. Ces considérations nous ont amené à modifier la position des thermocouples et le couplage des éléments chauffants.

On s'est efforcé :

- de monter les thermocouples en aval de l'élément chauffant pour tenir compte du fait qu'il y a un fluide en circulation à l'intérieur du réacteur.
- d'encadrer, par les deux thermocouples extrêmes, la partie du réacteur contenant le catalyseur, pour ne contrôler la température qu'à l'intérieur de cette zone active.

De plus, l'installation de circuits de préchauffage avant les réacteurs et le calorifugeage des entrées de réacteurs ont permis de réduire la consommation d'énergie sur les voies d'entrées (voies 1, 5 et 9).

Le schéma de la figure I-6 montre d'une manière concrète ces différentes modifications.

Après avoir effectué ces modifications, nous avons repris la série d'essais précédemment faite, toujours pour les mêmes régimes de fonctionnement. Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau de la figure I-7.

Puissance en % de la P. max.
de chaque voie.

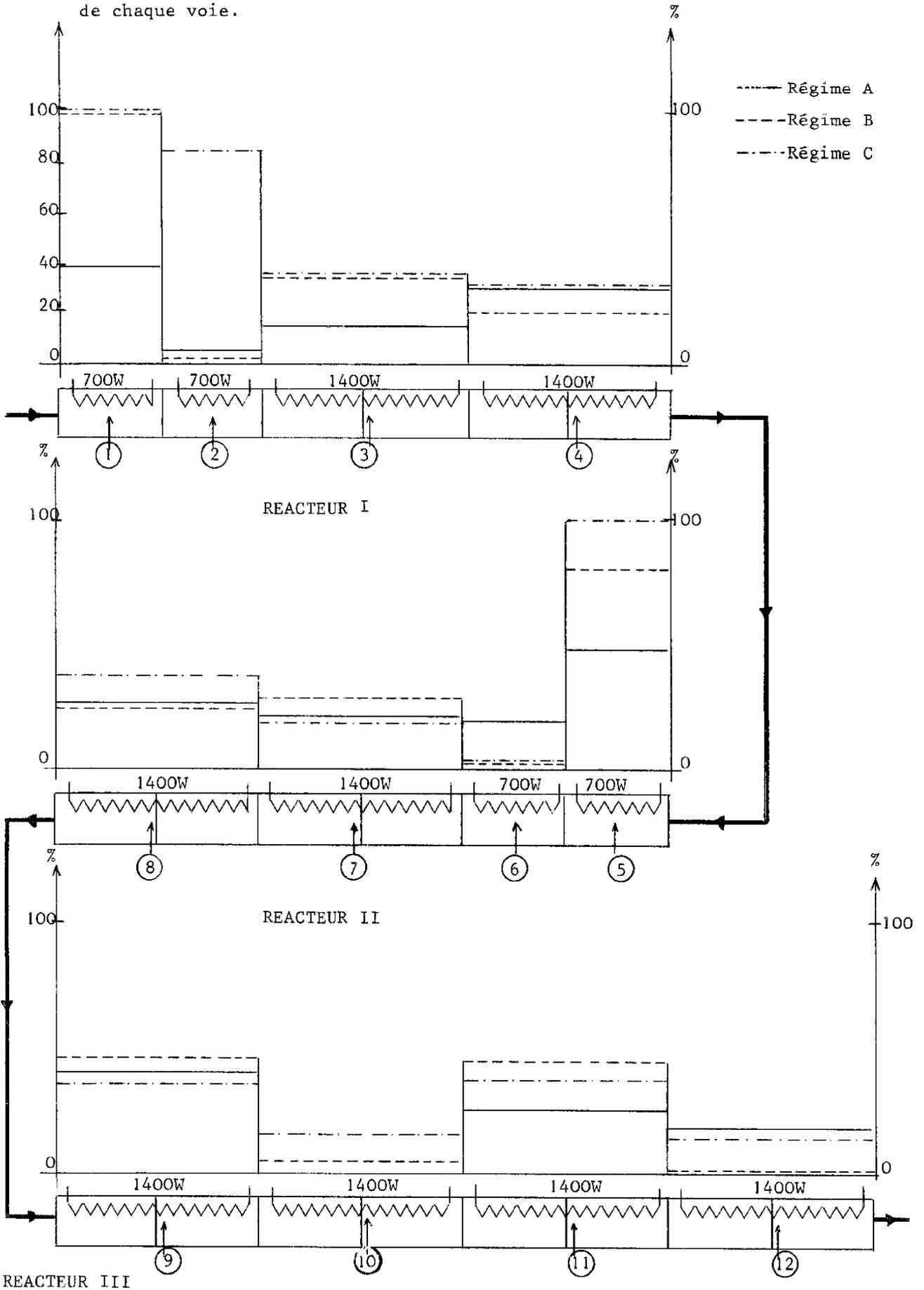


Figure I-5

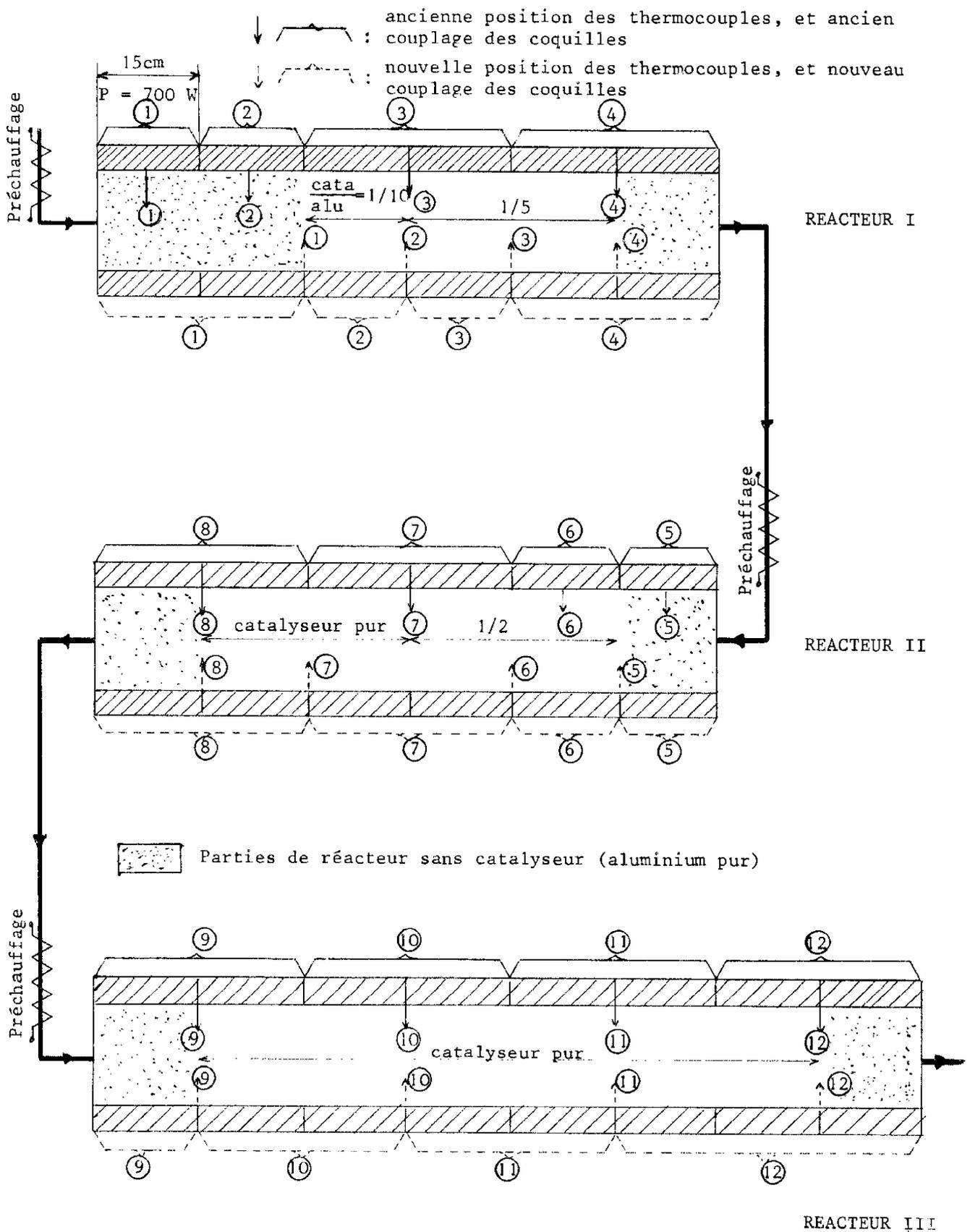


Figure I-6

	REACTEUR I				REACTEUR II				REACTEUR III			
n° voie	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P. max.	1400W	700W	700W	1400W	700W	700W	1400W	1400W	700W	1400W	1400W	2100W
Régime	Puissance consommée en Watts											
A	445	141	162	346	392	130	294	318	330	313	288	453
B	723	157	238	342	472	140	316	401	302	332	264	457
C	1360	101	304	423	635	139	339	348	272	370	362	538

Figure I-7

La première remarque qui s'impose après lecture de ce tableau, est que la température désirée est toujours atteinte avec la puissance disponible sur chaque voie de régulation.

Nous avons fait, comme dans le cas précédent, un schéma qui illustre les résultats obtenus. La figure I-8 nous montre que le profil thermique de chaque réacteur a été amélioré dans de grandes proportions.

Après cette série d'essais, ayant entraîné une meilleure répartition de l'énergie nécessaire à chaque voie de régulation, nous avons procédé à un nouveau réglage des simmerstats.

Les simmerstats "tout" ont été réglés de façon à ce qu'ils fournissent une énergie supérieure de 20% à l'énergie maximum consommée par la voie correspondante lorsque l'"Unité" fonctionne selon le régime le plus sévère (régime C), de même les simmerstats "peu" ont été réglés pour fournir une énergie inférieure de 20% à l'énergie consommée par la voie correspondante lorsque l'"Unité" fonctionne selon le régime le moins sévère (régime A).

Puissance en % de la P. max.
de chaque voie.

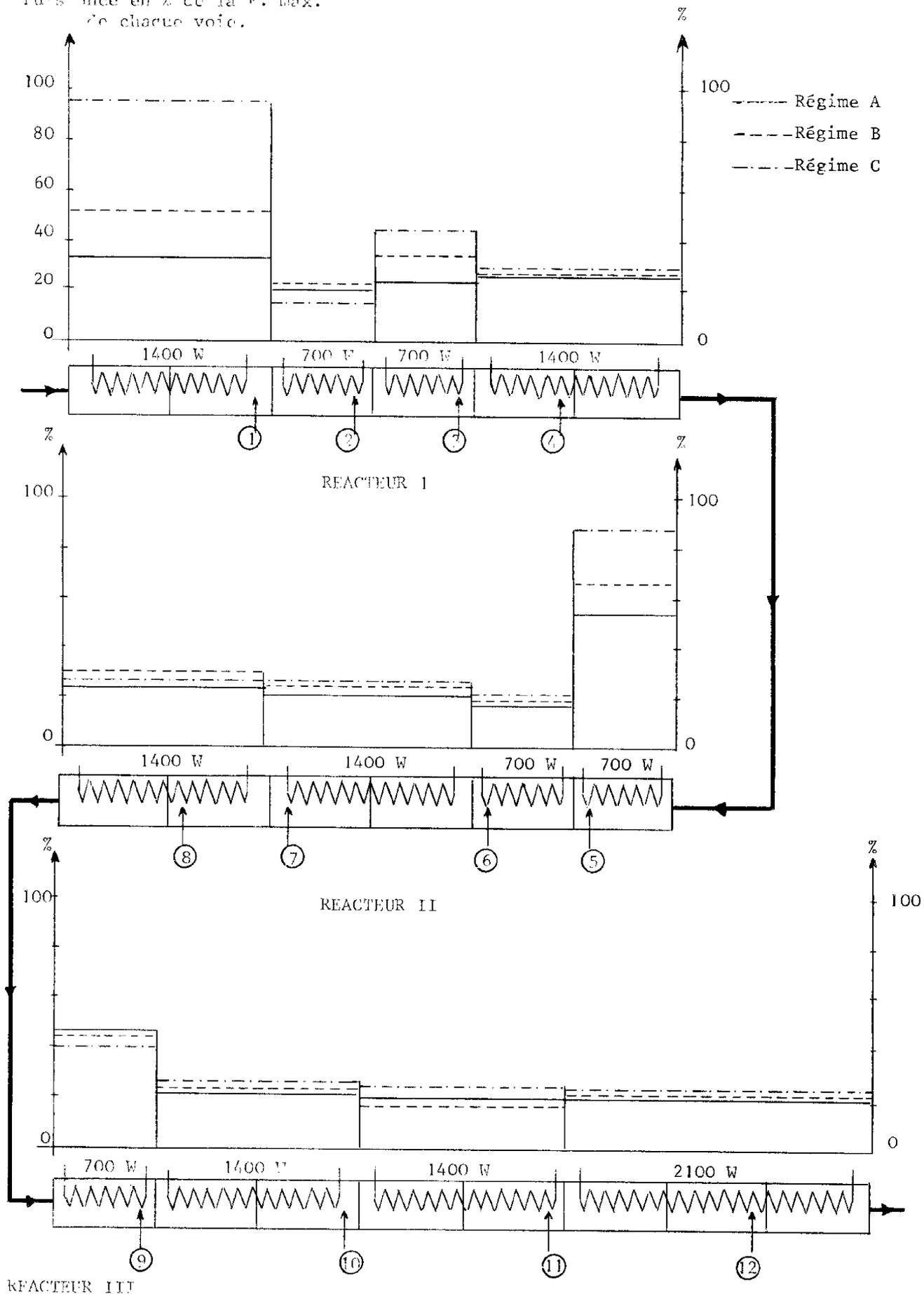


Figure I-8

Le fonctionnement de l'U. P. R. C. après ces modifications nous a permis de vérifier que les oscillations de la régulation de température se trouvaient réduites de 30 à 40%, c'est-à-dire que l'on obtient maintenant une oscillation moyenne de $\pm 6^{\circ}\text{C}$, et cela quel que soit le régime de fonctionnement. Cependant il faut remarquer que les performances en régime transitoire, lorsque l'on applique à l'entrée du système des échelons positifs ou négatifs, restent assez médiocres, car l'énergie mise en jeu quand le régulateur est en position "tout" est très inférieure à l'énergie que peut fournir chaque élément chauffant.

Nous avons également essayé de réduire l'amplitude de ces oscillations en diminuant d'une part la période de scrutation du régulateur MECL. Nous avons pu, sans nuire au bon fonctionnement de cet appareil, diviser ce temps par deux.

D'autre part nous avons diminué dans d'importantes proportions l'inertie thermique du processus en montant directement les thermocouples dans le lit du catalyseur. La canne pyrométrique qui protégeait les quatre thermocouples d'un même réacteur avait d'une part les effets d'un court-circuit thermique, et d'autre part apportait au système une constante de temps supplémentaire importante. Il n'est pas inutile de souligner ici que de telles modifications ont posé des problèmes technologiques en ce qui concerne l'étanchéité des réacteurs dont la pression moyenne de fonctionnement est d'environ 30 bars.

Nous avons alors obtenu après ces deux modifications une oscillation inférieure à $\pm 5^{\circ}\text{C}$.

I-5 - CONCLUSION

C'est à la suite de cette série de modifications faites sur l'U. P. R. C., pendant les deux premières années de son exploitation en vue de l'optimisation, que nous nous sommes posés le problème suivant :

Rechercher un dispositif simple permettant de supprimer les oscillations en régime permanent d'une régulation de température telle que celle de l'U. P. R. C. Les autres contraintes principales étant : de conserver au système une bonne stabilité, et un temps de réponse le plus faible possible (limité uniquement par la puissance des éléments chauffants), d'avoir également la possibilité d'adapter un tel dispositif au processus thermique de l'U. P. R. C., ou à tout autre système possédant une grande inertie thermique, dont la puissance de chauffe peut être contrôlée par des relais, le capteur de température étant un thermocouple.

Nous nous sommes donc intéressés à réaliser un montage expérimental simulant le processus thermique de l'U. P. R. C. Avant d'envisager l'étude du fonctionnement d'une régulation "tout ou rien" à faible "oscillation limite", nous allons étudier le problème de la transmission de la chaleur appliquée à notre processus expérimental, afin d'en déterminer un modèle mathématique simplifié.

CHAPITRE II

PROBLEME DE LA TRANSMISSION DE LA CHALEUR
(APPLICATION AU REACTEUR DE L'U. P. R. C.)

II-1 - INTRODUCTION

Pour pouvoir interpréter les résultats obtenus par les expériences (cf. Ch. III) et pour définir un modèle de réacteur de l'U. P. R. C., il apparaît nécessaire de s'intéresser au problème de la transmission de la chaleur.

De plus l'étude théorique des auto-oscillations (cf. Ch. IV) nécessite la mise en équation du système à réguler. C'est pourquoi partant des principes fondamentaux du transfert de la chaleur et de la thermodynamique, nous allons nous efforcer de déterminer une fonction de transfert de notre système qui bien que très simplifiée nous donnera un modèle suffisamment précis.

II-2 - GENERALITES SUR LA TRANSMISSION DE LA CHALEUR [5][7]

Le transfert d'énergie se produit chaque fois qu'un gradient de température existe à l'intérieur d'un système, ou lorsque deux systèmes à températures différentes sont mis en contact. Le processus par lequel le transfert de l'énergie s'effectue est désigné par le terme général de "transmission de la chaleur". La grandeur transférée, appelée chaleur, ne peut être ni mesurée ni observée directement, mais ses effets donnent lieu à des observations et des mesures. L'écoulement de la chaleur comme la production de travail est un phénomène qui implique la variation de l'énergie interne.

II-2-1 - Analyse thermodynamique

La branche des sciences qui traite de la relation entre la chaleur et les autres formes d'énergie est appelée thermodynamique.

Le premier principe de la thermodynamique implique que l'énergie ne peut être ni créée ni détruite.

Le deuxième principe implique que le transfert de chaleur se fait nécessairement d'une région à haute température vers une région à basse température.

Tous les processus de transmission de la chaleur mettent en jeu le transfert et la conversion de l'énergie ; ils doivent donc obéir au premier comme au second principe de la thermodynamique. On peut donc être tenté de croire que les principes du transfert de chaleur peuvent être établis à partir des lois fondamentales de la thermodynamique. Cependant, ceci serait un jugement incomplet puisque la thermodynamique classique est limitée à l'étude des états d'équilibre.

Comme l'écoulement de la chaleur résulte d'un déséquilibre thermique, son étude quantitative doit être basée sur d'autres branches des sciences.

Du point de vue thermodynamique, la quantité de chaleur transférée durant une opération est égale à la différence entre la variation d'énergie interne du système, et le travail effectué. Cette analyse ne tient compte ni du mécanisme de l'écoulement de chaleur, ni du temps de transfert. Elle indique simplement la quantité de chaleur qui est fournie au système ou libérée par celui-ci au cours d'une évolution entre deux états extrêmes déterminés, indépendamment de la façon dont le phénomène a été accompli, ceci est dû à l'absence de la variable "temps" dans l'analyse thermodynamique.

II-2-2 - Transmission de la chaleur

Du point de vue technique, il s'agit de déterminer le débit calorifique pour une différence de température donnée. Pour élaborer le projet d'un équipement destiné au transfert d'une quantité de chaleur déterminée, dans un temps donné, il est nécessaire de faire une analyse détaillée de la transmission de chaleur. Les problèmes rencontrés dans l'industrie ne peuvent être résolus

par la thermodynamique seule mais nécessitent une analyse basée sur la transmission de la chaleur.

Dans l'étude de la transmission de la chaleur, le succès de la solution d'un problème nécessite certaines hypothèses. Il est presque impossible de décrire parfaitement un phénomène physique, et, quelques approximations sont nécessaires pour mettre un problème sous la forme d'une équation pouvant être résolue. Un exemple simple relatif à l'étude des circuits électriques peut illustrer ici la nécessité de ces hypothèses. En effet, on suppose généralement que les valeurs des résistances, inductances et capacités sont indépendantes du courant qui les traverse. Cette hypothèse simplifie l'étude, mais limite notablement dans certains cas la précision des résultats.

Des approximations sont ainsi nécessaires dans les problèmes de transmission de chaleur. La conductivité thermique, par exemple, varie avec la température, mais si on choisit une valeur moyenne convenable, les calculs peuvent être considérablement simplifiés sans introduire des erreurs appréciables dans le résultat final.

II - 3 - DIFFERENTS MODES DE TRANSMISSION DE LA CHALEUR [6]

Le transfert de chaleur peut être défini comme la transmission de l'énergie d'une région à une autre sous l'influence d'une différence de température. Cet écoulement de chaleur est régi non seulement par une relation unique, mais plutôt par une combinaison de différentes lois physiques indépendantes.

Les ouvrages traitant du transfert de chaleur introduisent généralement trois modes de transmission de la chaleur : conduction, convection, et rayonnement.

Chacun de ces modes de transmission de la chaleur peut être étudié séparément. Cependant, dans bien des cas relatifs à des systèmes physiques réels, non seulement un seul mais plusieurs mécanismes sont mis simultanément en jeu. Il est particulièrement important, dans les études industrielles, d'être informé de l'importance relative des différents modes, car, en pratique, lorsqu'un mécanisme domine quantitativement, des solutions approchées utilisables sont obtenues en négligeant tous les mécanismes sauf le plus important. Cependant une variation des conditions externes exige souvent le recours à un ou aux deux mécanismes négligés précédemment.

II-3-1 - Conduction

La conduction est un phénomène au moyen duquel la chaleur s'écoule à l'intérieur d'un milieu (solide, liquide ou gazeux) d'une zone à haute température vers une zone à basse température. Dans l'écoulement de la chaleur par conduction, l'énergie se propage par contact direct des molécules. Conformément à la théorie cinétique, la température d'un élément de matière est proportionnelle au coefficient de l'énergie cinétique des molécules qui la constituent. L'énergie ainsi accumulée dans cet élément est appelée "énergie interne". Ainsi plus les molécules se déplacent rapidement et plus grande sera aussi bien l'énergie interne que la température. Indépendamment du mécanisme exact qui n'est pas entièrement connu, l'effet observable de la conduction de la chaleur est la tendance à l'égalisation des températures. Cependant, si les différences dans les températures sont maintenues en différents points par l'apport ou l'évacuation de chaleur, il s'établit un écoulement continu de chaleur de la région chaude vers la région froide. La conduction est le seul mécanisme au moyen duquel la chaleur peut s'écouler dans les corps solides.

II-3-2 - Convection

La convection est un mode de transport d'énergie par l'action combinée de la conduction, de l'accumulation de l'énergie, et du mouvement du milieu.

La convection est le mécanisme le plus important du transfert de chaleur entre un corps solide et un liquide ou un gaz.

Le transfert d'énergie par convection d'une surface dont la température est supérieure à celle du fluide qui l'entoure s'effectue en plusieurs étapes. D'abord la chaleur s'écoule par conduction de la surface aux particules fluides adjacentes. L'énergie ainsi transmise sert à augmenter la température et l'énergie interne de ces particules fluides. Ensuite les particules fluides vont se mélanger avec d'autres particules situées dans une région à basse température et transférer ainsi une partie de leur énergie. Ainsi ce mécanisme n'est pas strictement conforme à la définition de la transmission de chaleur, car son processus ne dépend pas uniquement d'une différence de température. Cependant l'effet réel est un transport d'énergie et comme il s'effectue suivant la direction du gradient de température, il est aussi classé comme mode de transmission de chaleur que l'on désigne par "écoulement de chaleur par convection". L'efficacité de la transmission de chaleur par convection dépend pour une grande part du mouvement du fluide ; c'est pourquoi l'étude du transfert de chaleur par convection est basée sur la connaissance des caractéristiques de l'écoulement.

II-3-3 - Rayonnement

Le rayonnement est le mécanisme par lequel la chaleur se transmet d'un corps à haute température vers un autre à basse température, lorsque ces corps sont séparés dans l'espace ou même lorsqu'un vide existe entre eux. Dans la transmission de chaleur, les seuls phénomènes qui ont de l'intérêt sont ceux qui résultent d'une différence de température et qui peuvent transporter de l'énergie à travers un milieu transparent ou à travers l'espace. L'énergie ainsi transmise est appelée "chaleur rayonnée".

Tous les corps émettent de la chaleur par rayonnement. L'intensité du rayonnement dépend de la température et de la nature de la surface. L'énergie rayonnante se propage à la vitesse de la lumière (3×10^{10} cm/s) et présente une analogie avec le rayonnement lumineux. En effet, selon la théorie électromagnétique, la lumière et le rayonnement thermique diffèrent seulement par leurs longueurs d'ondes respectives.

La chaleur rayonnée est émise par un corps sous forme de paquets finis ou "quanta" d'énergie. Le mouvement dans l'espace de la chaleur rayonnée est identique à la propagation de la lumière et peut être décrit par la théorie des ondes. Lorsque les ondes de rayonnement frappent un corps, leur énergie est absorbée près de la surface. La chaleur transmise par rayonnement devient de plus en plus grande avec l'accroissement de température du corps.

Dans les problèmes techniques où interviennent des températures voisines de celles de l'atmosphère, la chaleur rayonnée peut être souvent négligée.

II-3-4 - Processus de transmission de la chaleur

Dans la solution des problèmes de transmission de la chaleur, il est nécessaire non seulement de connaître les modes de transmission de la chaleur qui entrent en jeu, mais aussi de déterminer si le processus est "stationnaire" ou "variable".

Lorsque le flux de chaleur dans un système ne varie pas avec le temps, c'est-à-dire lorsqu'il est constant, la température en chaque point reste la même, et les conditions du régime permanent sont prépondérantes. Dans ces conditions le flux de chaleur entrant doit être égal au flux de chaleur sortant, de telle façon qu'il n'y ait pas variation d'énergie interne.

L'écoulement de chaleur dans un processus est transitoire ou variable lorsque les températures en différents points varient avec le temps. Comme une variation de température indique une variation d'énergie interne, il s'en suit que l'accumulation d'énergie fait partie intégrante de l'écoulement de chaleur en régime variable.

Les problèmes d'écoulement de chaleur en régime variable sont beaucoup plus complexes que ceux en régime permanent et ne peuvent être résolus que par des méthodes approchées. On rencontre ces problèmes au cours des périodes de chauffage des fours, chaudières, turbines etc., mais aussi dans le traitement thermique.

Dans tous les processus où sont utilisés des systèmes de régulation la connaissance du régime transitoire revêt aussi une très grande importance en vue de la mise au point de ces dispositifs automatisés.

II-4 - LOIS FONDAMENTALES DE TRANSMISSION DE LA CHALEUR [7]

Toute étude technique significative exige une réponse chiffrée. Pour réaliser une telle étude nous devons examiner les lois physiques, et les relations qui régissent les différents mécanismes de transmission de chaleur.

Dans ce paragraphe nous donnerons un aperçu préliminaire des équations fondamentales relatives à chacun des trois modes de transmission de chaleur. Plus loin nous montrerons comment combiner ces relations lorsque plusieurs mécanismes d'écoulement de chaleur sont mis en jeu.

II-4-1 - Conduction

La relation fondamentale de la transmission de chaleur par conduction a été proposée par J. B. J. FOURRIER en 1822.

Elle établit que le flux de chaleur par conduction q_k transmis dans un matériau est égal au produit des trois quantités suivantes :

- k : conductivité thermique du matériau
- A : Aire de la section à travers laquelle s'écoule la chaleur par conduction (section perpendiculaire au flux)
- $\frac{dT}{dx}$: gradient de température dans la section (rapport de la variation de température T à la distance parcourue par le flux thermique).

Pour écrire l'équation de la conduction sous forme mathématique, nous devons adopter un signe conventionnel. Nous conviendrons que le sens des x croissants sera le sens positif de l'écoulement de chaleur. De plus le 2ème principe de la thermodynamique implique nécessairement que la chaleur s'écoule des points les plus chauds vers les points les plus froids,

le flux sera donc positif lorsque le gradient de température sera négatif et inversement comme le montre la figure II-1.

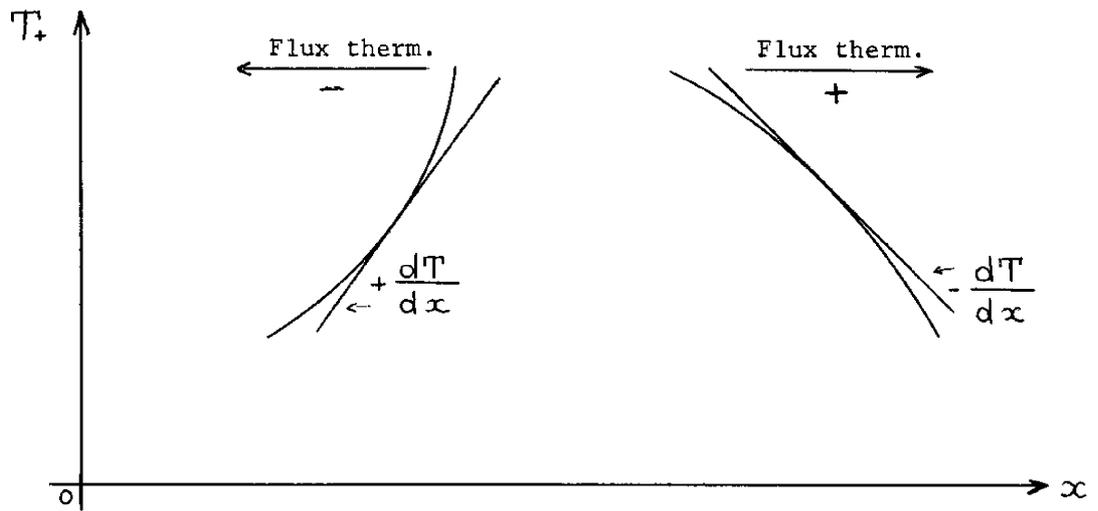


Figure II-1

En conséquence l'équation élémentaire de la conduction unidimensionnelle s'écrit (II-1) :

(II-1)
$$q_k = - A \cdot k \cdot \frac{dT}{dx}$$

unités :	Flux de chaleur	$q_k \longrightarrow$	Kcal/h
	Conductivité thermique	$k \longrightarrow$	$\frac{\text{Kcal/h} \cdot \text{m}^2}{^\circ\text{C/m}}$ ou $\frac{\text{Kcal}}{^\circ\text{C} \cdot \text{h} \cdot \text{m}}$
	L'aire	$A \longrightarrow$	m^2
	Gradient de température	$\frac{dT}{dx} \longrightarrow$	$\frac{^\circ\text{C}}{\text{m}}$

Les conductivités thermiques des divers matériaux employés dans l'industrie varient d'une manière très sensible d'une substance à l'autre. Ainsi k exprimé en $K \text{ cal}/^{\circ} \text{ c. h. m}$ est de l'ordre de 6×10^{-3} pour les gaz à pression atmosphérique, de $1,5 \times 10^{-1}$ pour les liquides, et atteint $3,5 \times 10^2$ pour le cuivre pur. De plus la conductivité thermique varie avec la température ; cependant dans beaucoup de problèmes pratiques, cette variation peut être négligée car elle est suffisamment faible.

Pour le cas simple de l'écoulement de chaleur à travers une paroi plane, en régime établi, le gradient de température et le flux de chaleur restent invariables dans le temps, et la section transversale le long du flux de chaleur reste constante. Dans ces conditions, l'équation II-1 peut s'écrire :

$$\frac{qk}{A} \int_0^L dx = - \int_{T_1}^{T_2} k \cdot dT$$

On en déduit que pour une paroi plane la répartition des températures est linéaire en fonction de x .

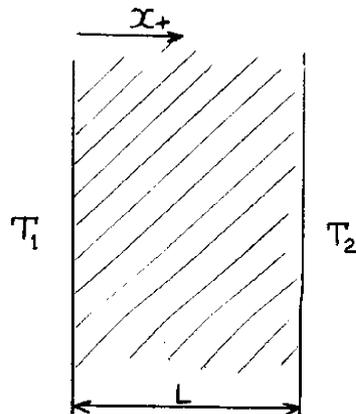


Figure II-2

Les limites d'intégration sont définies par la figure II-2.

$x = 0$ face gauche $x = L$ face droite

T_1 temp. uniforme face gauche

T_2 temp. uniforme face droite

Si l'on suppose k indépendant de T on obtient après intégration l'expression du flux de chaleur par conduction à travers la paroi :

$$(II-2) \quad q_k = \frac{A \cdot k}{L} (T_1 - T_2) = \frac{A \cdot k}{L} \Delta T$$

Dans cette équation (II-2), ΔT écart de température est le potentiel thermique qui régit l'écoulement de chaleur $\frac{L}{A \cdot k} = R_k$ est la résistance thermique que la paroi oppose à l'écoulement de la chaleur par conduction.

L'inverse de la résistance thermique est désigné sous le nom de conductance thermique $K_k = \frac{A \cdot k}{L}$

unités : $R_k \longrightarrow h \cdot \text{°C} / \text{Kcal}$

$K_k \longrightarrow \text{Kcal} / h \cdot \text{°C}$

II-4-2 - Convection

Le flux de chaleur transmis par convection entre une surface et un fluide peut être évalué par le produit des trois quantités

$$(II-3) \quad \boxed{q_c = h_c \cdot A \cdot \Delta T}$$

Dans cette relation II-3 on a :

- q_c = flux de chaleur par convection
- h_c = unité de conductance thermique moyenne de convection

- $A =$ aire de la surface de transmission entre le corps et le fluide
- $\Delta T =$ différence entre la température à la surface du solide et la température du fluide loin de la surface

unités :	q_c	\longrightarrow	K cal/h
	h_c	\longrightarrow	K cal/h.°C. m ²
	A	\longrightarrow	m ²
	ΔT	\longrightarrow	°C

Cette relation II-3 a été proposée par Isaac Newton en 1701. On doit cependant signaler que la valeur numérique du paramètre h_c dépend de la forme de la surface, de la vitesse du fluide ainsi que de ses propriétés physiques, et parfois même de la différence de température ΔT

L'ordre de grandeur du coefficient h_c (unité de conductance thermique) peut varier de 5 à 25 K cal/h.°C.m² pour l'air en convection libre, à 25 à 250 pour l'air en convection forcée, et peut atteindre 250 à 10 000 pour l'eau en convection forcée.

La relation II-3 nous permet de définir la résistance thermique relative au transfert de chaleur par convection $R_c = \frac{1}{A \cdot h_c}$ exprimée en h.°C/K cal et la conductance thermique relative au transfert de chaleur par convection $K_c = A \cdot h_c$ exprimée en K cal/h.°C.

II-4-3 - Rayonnement

La quantité d'énergie quittant une surface sous forme de chaleur rayonnée dépend de la "température absolue" et de la nature de la surface. L'énergie rayonnée par unité de temps par la surface d'un "corps noir" ou "radiateur intégral" est donnée par la relation II-4 :

(II-4)

$$q_r = \sigma \cdot A \cdot T_1^4$$

Remarque :

On définit le "corps noir" ou "radiateur intégral" comme un corps qui absorbe tout le rayonnement qui lui parvient et n'en réfléchit rien, ou encore comme un radiateur qui émet à chaque température considérée la plus grande quantité de rayonnement thermique à toute longueur d'onde. On utilise le corps noir comme une référence à laquelle on compare les caractéristiques de rayonnement des autres corps.

Dans la relation II-4, A est l'aire de la surface en m^2 , T_1 la température absolue en degrés Kelvin et σ une constante dont la valeur dans le système d'unités choisies est égale à $4,88 \times 10^{-8} \text{ K cal/h. m}^2(\text{oK})^4$. Cette constante est appelée la constante de "Stefan-Boltzmann" du nom de J. Stefan qui a établi en 1879 l'équation II-4 d'une manière expérimentale, et de L. Boltzmann qui l'a ensuite démontrée théoriquement en 1884.

Les solides réels ne correspondent pas aux propriétés de radiateur intégral, mais ils émettent une intensité de rayonnement plu faible que celle des corps noirs. Ces solides sont appelés des "corps gris" s'ils émettent une fraction constante de l'intensité de rayonnement du corps noir à la même longueur d'onde et à la même température.

La quantité de chaleur effectivement transmise par rayonnement entre deux corps gris est donnée par la relation II-5

$$(II-5) \quad q_r = \sigma \cdot A \cdot \epsilon_{1,2} (T_1^4 - T_2^4)$$

où $\epsilon_{1,2}$ est un facteur qui modifie l'équation des radiateurs intégraux pour tenir compte des facteurs d'émission et de la géométrie relative des corps en présence.

Comme dans les problèmes de conduction et de convection, on définit la résistance thermique R_r relative au rayonnement, ainsi que la conductance thermique K_r , en écrivant l'équation de transfert de chaleur par rayonnement sous la forme II-6 :

$$(II-6) \quad q_r = K_r (T_1 - T_2')$$

par comparaison avec l'équation II-5, la conductance sera donnée par la relation :

$$K_r = \frac{\sigma \cdot A \cdot \epsilon_{1,2} (T_1^4 - T_2^4)}{T_1 - T_2'} \quad (\text{Kcal/h.}^\circ\text{K})$$

dans laquelle T_2' est une température de référence dont le choix est souvent dicté par l'expérimentation. De même, la résistance thermique relative au rayonnement est :

$$R_r = \frac{T_1 - T_2'}{\sigma \cdot A \cdot \epsilon_{1,2} (T_1^4 - T_2^4)} \quad (\text{h.}^\circ\text{K/Kcal})$$

II-5 - MECANISMES COMPLEXES DE TRANSMISSION DE LA CHALEUR [6]

Dans le paragraphe précédent, les trois modes de transmission de chaleur ont été considérés séparément. Or, dans la plupart des phénomènes pratiques, la chaleur est transmise, habituellement par étapes à travers un nombre d'éléments différents connectés en série, et pour un élément donné du système, la transmission s'opère, fréquemment au moyen de mécanismes en parallèle.

Dans de nombreux problèmes, il est possible d'évaluer quantitativement l'importance relative de chaque résistance thermique le long d'un certain trajet effectué par le flux de chaleur. L'examen des ordres de grandeur de chaque résistance indique souvent le moyen de simplifier un problème.

Lorsqu'un des termes est prépondérant, il est permis quelquefois de négliger les autres. Cependant, il existe un certain nombre de problèmes où il est permis de simplifier l'expression du flux de chaleur en combinant les résistances ou conductances individuelles du système thermique en une seule quantité appelée l'"Unité de conductance globale U". L'emploi de ce coefficient global est commode pour l'écriture, mais il est important de ne pas perdre de vue la signification de chacun des termes qui déterminent

la valeur numérique de U .

Dans ces conditions, on obtient donc la relation II-7 :

$$(II-7) \quad q = U.A.\Delta T$$

dans laquelle le coefficient global U est rapporté à une section A toujours bien précisée.

II-6 - CONDUCTION DE LA CHALEUR (ETUDE ANALYTIQUE) [5]

Avant d'entreprendre l'étude d'un problème particulier, nous allons établir l'équation différentielle définissant la répartition des températures dans un corps. Ensuite, à l'aide de certaines hypothèses simplificatrices, nous transformerons cette équation afin de la mettre sous des formes appropriées aux solutions envisagées.

II-6-1 - Etablissement de l'équation différentielle de la conduction.

Considérons un petit parallélépipède rectangle découpé dans un corps de côtés dx , dy et dz parallèles respectivement aux axes x , y et z ; l'équation générale définissant la répartition des températures en chaque point du corps s'obtient en écrivant le principe de conservation de l'énergie pour l'élément considéré pendant un temps $d\theta$.

Le bilan thermique peut s'écrire littéralement sous la forme générale suivante :

$$\left[\begin{array}{l} \text{chaleur qui entre} \\ \text{pendant } d\theta \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{chaleur dégagée dans} \\ \text{la masse par des} \\ \text{sources internes} \\ \text{d'énergie pendant } d\theta \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{chaleur qui sort} \\ \text{pendant } d\theta \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{chaleur due à la} \\ \text{variation d'énergie} \\ \text{interne pendant } d\theta \end{array} \right]$$

ou bien sous forme algébrique, par la relation II-8 :

$$(II-8) \quad (q_x + q_y + q_z) d\theta + q'(dx \cdot dy \cdot dz) d\theta = (q_{x+dx} + q_{y+dy} + q_{z+dz}) d\theta + c \cdot \rho(dx \cdot dy \cdot dz) dT$$

dans laquelle dT est la variation de la température de l'élément au cours de la période $d\theta$, q' l'intensité de la source de chaleur par unité de volume et par unité de temps, c la chaleur spécifique du corps et ρ la densité de ce corps.

Donc la température T d'un point de l'élément est fonction de la position de ce point (x, y, z) et du temps θ , d'où :

$$T = T(x, y, z, \theta)$$

La quantité de chaleur q_x qui entre par unité de temps par la face gauche dans la direction x est égale, en vertu de l'équation II-1 à la relation II-9 :

$$(II-9) \quad q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x} dy \cdot dz$$

La quantité de chaleur q_{x+dx} qui sort par la face droite d'abscisse $x + dx$ est déterminée en appliquant le théorème de la Moyenne.

En effet, la valeur d'une fonction de x au point x est liée à la valeur de la même fonction $f(x + \Delta x)$ au point $(x + \Delta x)$ par la relation :

$$f(x + \Delta x) = f(x) + \frac{d}{dx} [f(x)] \Big|_M \Delta x \quad : \text{ où M est situé}$$

quelque part entre x et $(x + \Delta x)$; et si l'on fait tendre Δx vers zéro, la valeur de la fonction au point M devient la valeur de cette même fonction au point x .

d'où :

$$(II-10) \quad q_{x+dx} = \left[-k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(-k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] dy \cdot dz$$

En retranchant le flux de chaleur qui sort de l'élément du flux de chaleur qui pénètre, on obtient pour chacune des directions (x,y,z) :

$$(II-11) \quad \begin{cases} q_x - q_{x+dx} = \frac{\partial(k \frac{\partial T}{\partial x})}{\partial x} dx \cdot dy \cdot dz \\ q_y - q_{y+dy} = \frac{\partial(k \frac{\partial T}{\partial y})}{\partial y} dx \cdot dy \cdot dz \\ q_z - q_{z+dz} = \frac{\partial(k \frac{\partial T}{\partial z})}{\partial z} dx \cdot dy \cdot dz \end{cases}$$

En substituant ces relations dans l'équation II-8 et en divisant chaque terme par dx, dy, dz, d θ , on obtient la relation II-12 :

$$(II-12) \quad \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q' = c \cdot \rho \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

où la chaleur spécifique c et la densité ρ sont considérées comme des grandeurs indépendantes de la température.

Enfin si k, conductivité thermique du matériau, est supposée être uniforme, l'équation II-12 peut s'écrire II-13 :

$$(II-13) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q'}{k} = \frac{1}{a} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

où la constante $a = \frac{k}{c \cdot \rho}$ appelée "diffusivité thermique" s'exprime en m^2/h dans la plupart des problèmes techniques.

L'équation II-13 est connue comme l'équation générale de la conduction de chaleur régissant la répartition des températures et l'écoulement de chaleur par conduction dans un solide ayant des propriétés physiques uniformes.

Si le système ne contient pas de sources de chaleur, l'équation II-13 se réduit à l'équation II-14 appelée "l'équation de Fourier".

$$(II-14) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta}$$

Dans le cas d'un régime permanent et en présence de sources de chaleur, l'équation II-13 devient l'équation II-15 appelée "l'équation de Poisson"

$$(II-15) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q'}{k} = 0$$

Dans le cas d'un régime permanent en l'absence de sources de chaleur, la répartition des températures satisfait l'équation II-16 "équation de Laplace".

$$(II-16) \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$$

Enfin, si l'écoulement de chaleur est permanent et unidimensionnel, l'équation II-16 devient II-17 :

$$(II-17) \quad \frac{d^2 T}{dx^2} = 0$$

qui après intégration donne $\frac{dT}{dx} = \text{constante}$. On retrouve ainsi l'équation II-1 relative à la transmission de chaleur par conduction unidimensionnelle.

II-6-2 - Conduction thermique en écoulement stationnaire et unidimensionnel [6]

Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à la conduction de la chaleur en régime statique à travers des systèmes simples dans lesquels la température et le flux de chaleur sont fonction d'une seule coordonnée .

Ces considérations nous seront très utiles pour mettre en équation d'une façon simplifiée, mais cependant assez précise l'élément chauffant de notre processus thermique à réguler.

II-6-2 - a - Cylindre creux.

Nous allons supposer que le cylindre est homogène et suffisamment long de sorte que les effets d'extrémités puissent être négligés. Nous prendrons comme conditions aux limites que la température de la surface intérieure est constante et égale à T_i , tandis que la température de la surface extérieure est maintenue à la valeur T_o : figure II-3

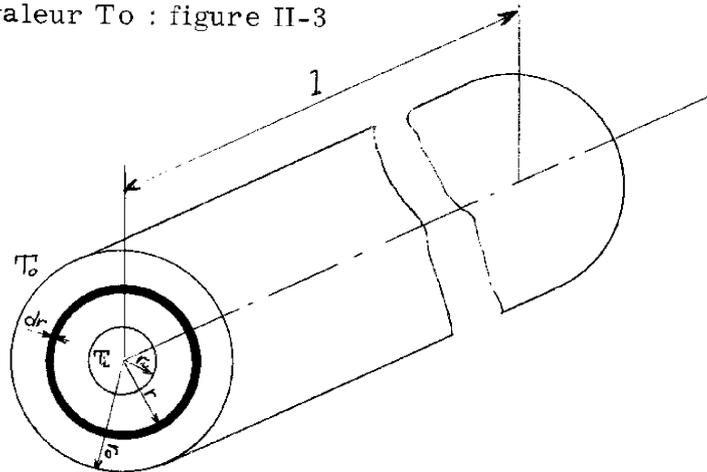


Figure II-3

Le flux de chaleur transmis par conduction est d'après l'équation II-1 :

$$(II-18) \quad q_k = -kA \frac{dT}{dr}$$

où $\frac{dT}{dr}$ est le gradient de température dans la direction radiale.

$$(II-19) \quad A = 2\pi r l \quad \text{donc : } q_k = -k \cdot 2\pi \cdot r \cdot l \frac{dT}{dr}$$

En séparant les variables et en intégrant entre T_0 pour r_0 et T_i pour r_i , on obtient la relation II-20

$$(II-20) \quad \int_{T_0}^{T_i} dT = - \frac{q_k}{2\pi \cdot l \cdot k} \int_{r_0}^{r_i} \frac{dr}{r}$$

soit :

$$(II-21) \quad T_i - T_0 = \frac{q_k}{2\pi \cdot l \cdot k} \text{Log} \frac{r_0}{r_i}$$

d'où par rapport à q_k :

$$(II-22) \quad q_k = \frac{T_i - T_0}{\frac{\text{Log}(r_0/r_i)}{2\pi \cdot l \cdot k}}$$

La répartition des températures est obtenue en intégrant l'équation II-19 entre le rayon intérieur r_i et un rayon arbitraire r et d'autre part entre les températures T_i et T d'où :

$$(II-23) \quad \int_{r_i}^r \frac{q_k}{2\pi \cdot l \cdot k} \frac{dr}{r} = - \int_{T_i}^{T(r)} dT$$

ce qui donne en remplaçant $\frac{q_k}{2\pi \cdot l \cdot k}$ par la valeur déduite de la relation II-22 :

$$(II-24) \quad T(r) = T_i - \frac{T_i - T_0}{\text{Log}(r_0/r_i)} \text{Log} \frac{r}{r_i}$$

Ainsi la température dans un cylindre creux est une fonction logarithmique du rayon r (figure II-4), alors que pour une paroi plane, la répartition des températures est linéaire .

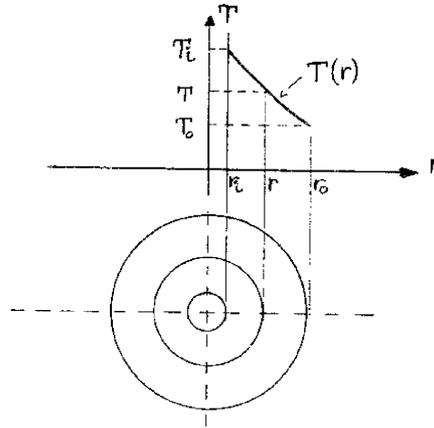


Figure II-4

II-6-2 -b - Structures composites.

Nous allons montrer ici par un exemple simple comment le flux de chaleur peut s'écouler à travers une paroi formée de matériaux ayant des conductivités thermiques différentes (figure II-5).

Afin de rendre le raisonnement applicable aux cas pratiques où les températures des surfaces sont généralement inconnues, l'écoulement de chaleur à travers les résistances thermiques à la surface limite sera inclus dans cette étude. Nous supposerons que le système est exposé d'un côté à un milieu à température élevée (source de chaleur à température constante et connue) et d'un autre côté à un milieu à basse température (puits de chaleur ayant une température constante et connue).

Les conductances, entre le milieu ambiant (air) et la surface, seront prises comme constantes sur une surface donnée.

Ces conductances appelées "conductances moyennes par unité de surface" h tiennent compte en première approximation des effets d'échange de chaleur par convection naturelle et par rayonnement entre la surface et l'air ambiant. Elles seront définies par la relation

$$h = h_c + h_r$$

où h_c est la conductance thermique moyenne de conduction et h_r la conductance thermique moyenne de rayonnement.

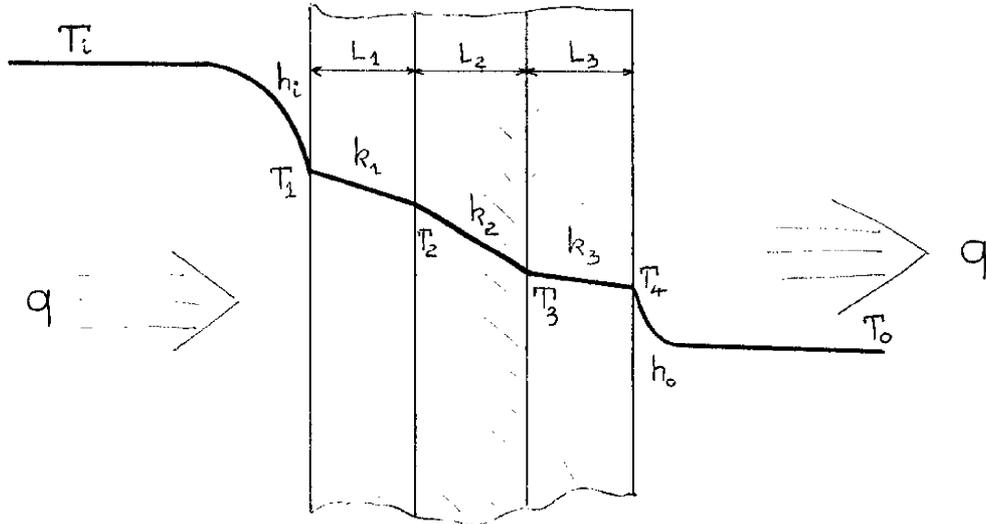


Figure II-5

La température de l'air chaud est T_i et la conductance par unité de surface sur la face de gauche de la paroi est h_i .

L'air ambiant à droite de la paroi est à la température T_o , et la conductance par unité de surface sur la face droite est h_o . Dans ces conditions, en régime permanent, il y aura un écoulement continu de chaleur, de l'air chaud vers le milieu ambiant à travers la paroi.

Puisque le flux thermique à travers une section donnée A est le même pour n'importe quelle section, on obtient :

$$(II-25) \quad q = h_i A (T_i - T_1) = \frac{k_1 A}{L_1} (T_1 - T_2) = \frac{k_2 A}{L_2} (T_2 - T_3) = \frac{k_3 A}{L_3} (T_3 - T_4) = h_o A (T_4 - T_o)$$

Les symboles dans l'équation II-25 sont ceux de la figure II-5

En faisant la somme des différences de températures de chaque section, on obtient la relation II-26 :

$$(II-26) \quad T_i - T_o = q \left(\frac{1}{h_i A} + \frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A} + \frac{L_3}{k_3 A} + \frac{1}{h_o A} \right)$$

L'équation II-26 exprime que la quantité de chaleur qui traverse les cinq sections considérées placées en série est égale à la différence de potentiel de température globale divisée par la somme des résistances thermiques.

Cette équation peut être obtenue directement en utilisant l'analogie qui existe entre l'écoulement de la chaleur et celui du courant électrique.

Remarque :

A partir de la relation II-26, nous allons faire une remarque importante qui nous permettra par la suite de simplifier la mise en équation de notre système thermique étudié.

Si la conductance par unité de surface h d'un corps donné est petite devant le rapport $\frac{k}{L}$ de sa conductivité thermique par la longueur L , obtenue en divisant le volume du corps par sa surface en contact avec le milieu environnant, sa résistance thermique interne $\frac{L}{kA}$ est petite devant la résistance thermique externe $\frac{1}{hA}$ entre la surface A du système et le milieu environnant.

L'importance relative de ces deux résistances thermiques peut être déterminée par le rapport adimensionnel $\frac{hL}{k}$ appelé nombre de Biot [8].

L'expérience montre que pour les corps dont les formes ressemblent à une plaque, un cylindre, ou une sphère, l'erreur introduite, en supposant que la température est uniforme à tout instant, est inférieure à 5 % dès que le nombre de "Biot" $\frac{hL}{k}$ est inférieur à 0,1.

II-6-2- c - Systèmes avec sources de chaleur.

Nous allons envisager dans ce paragraphe le cas de la conduction thermique en régime permanent dans un cylindre circulaire avec production interne et homogène de chaleur. Nous supposerons que le cylindre est suffisamment long pour que l'on puisse négliger les effets d'extrémités (figure II-6).

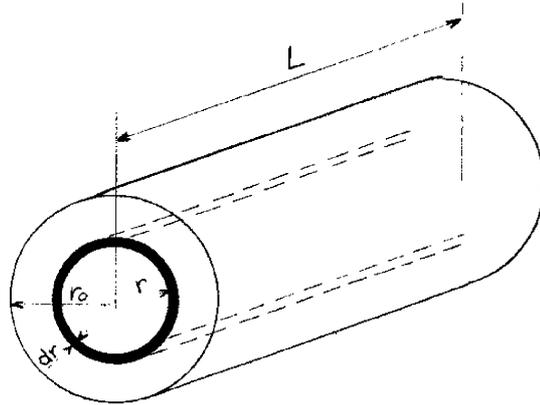


Figure II-6

L'équation d'énergie pour un petit élément annulaire peut être représentée littéralement comme suit :

$$\left[\begin{array}{l} \text{chaleur qui entre par} \\ \text{conduction par la} \\ \text{face inter} \\ \text{de l'élément pendant} \\ \text{le temps } \Delta\theta \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{chaleur engendrée} \\ \text{par la source dans} \\ \text{l'élément pendant} \\ \Delta\theta \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{chaleur qui sort par} \\ \text{conduction par la face} \\ \text{externe } A_{r+dr} \text{ de l'élément} \\ \text{pendant } \Delta\theta \end{array} \right]$$

L'équation algébrique correspondante est (II-27)

$$\text{(II-27) } -kA_r \left. \frac{dT}{dr} \right|_r d\theta + q' L 2\pi r dr d\theta = -kA_{r+dr} \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r+dr} d\theta$$

dans laquelle $A_r = 2\pi r l$, $A_{r+dr} = 2\pi(r+dr)l$ et q' est l'intensité de la source par unité de volume et par unité de temps.

En appliquant le théorème de la moyenne, nous obtenons la relation II-28 en divisant chaque terme par $d\theta$:

$$\text{(II-28) } -k2\pi r l \frac{dT}{dr} + q' 2\pi r l dr = -k2\pi r l \frac{dT}{dr} - k2\pi(r+dr)l \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{dT}{dr} \right) \right] dr$$

ou encore :

$$(II-29) \quad q \cdot r = -k(r+dr) \frac{d}{dr} \left(\frac{dT}{dr} \right)$$

soit :

$$(II-30) \quad q \cdot r = -k \left(\frac{dT}{dr} + r \frac{d^2T}{dr^2} \right)$$

L'équation II-30 est facilement intégrable en observant que :

$$\frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = \frac{dT}{dr} + r \frac{d^2T}{dr^2}$$

et en l'écrivant donc sous la forme :

$$q \cdot r = -k \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right)$$

l'intégration donne alors :

$$q \cdot \frac{r^2}{2} = -kr \frac{dT}{dr} + C_1$$

Le gradient de température sur l'axe du cylindre étant nul, nous avons la condition aux limites $\frac{dT}{dr} = 0$ pour $r = 0$; ceci montre que la constante d'intégration C_1 doit être égale à zéro.

$$\text{d'où } \frac{dT}{dr} = \frac{-q \cdot r}{2k}$$

Une autre intégration donne la répartition des températures

$$T = \frac{q \cdot r^2}{4k} + C_2$$

La seconde constante d'intégration C_2 doit satisfaire la condition aux limites : $T = T_0$ pour $r = r_0$ d'où :

$$C_2 = \frac{q \cdot r_0^2}{4k} + T_0$$

Par conséquent, la répartition des températures est donnée par la relation II-31 :

$$(II-31) \quad T = T_0 + \frac{q \cdot r_0^2}{4k} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

La température maximale se trouve au centre et elle est égale à :

$$T_{\max.} = T_0 + \frac{q \cdot r_0^2}{4k}$$

Si le cylindre est immergé dans un fluide à température T_{∞} et si la conductance par unité de surface est h_0 , la chaleur engendrée à l'intérieur du cylindre doit alors, en vertu des conditions de l'écoulement permanent s'écouler de façon continue vers le milieu ambiant à T_{∞} . Cette condition peut s'exprimer algébriquement par la relation II-32,

$$(II-32) \quad q \cdot \pi r_0^2 l = h_0 (T_0 - T_{\infty}) 2\pi r_0 l$$

où en divisant chaque terme par $\pi \cdot r_0 l$, on obtient II-33.

$$(II-33) \quad q \cdot \frac{r_0}{2} = h_0 (T_0 - T_{\infty})$$

En reportant cette relation II-33 dans la relation II-31, on en déduit la répartition des températures dans le cylindre (II-34):

$$(II-34) \quad T - T_{\infty} = q \cdot \frac{r_0}{2h_0} + q \cdot \frac{r_0^2}{4k} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right]$$

Remarque : On peut mettre en évidence dans cette relation le fait que la température à l'intérieur du cylindre est pratiquement constante, si $\frac{q \cdot r_0}{2h_0}$ est très grand devant $\frac{q \cdot r_0^2}{4k}$ la relation II-34 devient II-35:

$$(II-35) \quad \boxed{T - T_{\infty} = \frac{q \cdot r_0}{2h_0}}$$

$\frac{q \cdot r_0}{2k} \gg \frac{q \cdot r_0^2}{4k} \longrightarrow \frac{1}{h_0} \gg \frac{r_0}{2k} \longrightarrow \frac{h_0 \cdot r_0}{2k} \gg 1$
 la quantité $\frac{h_0 \cdot r_0}{2k}$ est le "nombre de Biot" pour le système considéré.

II - 6 - 3 - Conduction thermique en régime transitoire [8]

Dans les paragraphes précédents, nous nous sommes seulement intéressés à des problèmes particuliers de conduction thermique en régime permanent. Cependant, avant d'atteindre les conditions d'un régime établi, un certain temps doit s'écouler à partir du début du processus pour permettre aux conditions transitoires de disparaître. La conduction thermique en régime transitoire est très importante dans tous les problèmes de régulation de processus.

Dans ce paragraphe, nous étudierons un problème particulier qui peut être simplifié en supposant, à partir de certaines hypothèses que la température est seulement fonction du temps et qu'elle est uniforme à tout instant à travers le système.

Les mécanismes de transmission de chaleur par convection et rayonnement influant sur les conditions aux limites de notre problème, nous prendrons une valeur appropriée de la conductance moyenne par unité de surface.

Écoulement de la chaleur en régime transitoire dans les systèmes à résistance interne négligeable.

Quoiqu'il n'existe pas dans la nature des matériaux ayant une conductivité thermique infinie, bien des problèmes d'écoulement de chaleur en régime transitoire peuvent être résolus avec une précision acceptable en supposant que la résistance interne de conduction du système est très petite, de sorte que la température à l'intérieur du système soit effectivement uniforme à tout instant. Cette simplification est justifiée lorsque la résistance thermique externe entre la surface du système et le milieu environnant est si grande par rapport à la résistance thermique interne, qu'elle contrôle le processus de la transmission de chaleur.

L'importance relative de la résistance thermique à l'intérieur d'un corps solide peut être déterminée par le rapport de la résistance interne à la résistance externe (voir § II-6-2-b).

Ce rapport peut s'écrire sous une forme adimensionnelle $\frac{hL}{K}$ "nombre de Biot" où h est la conductance moyenne par unité de surface, L une dimension caractéristique obtenue en divisant le volume du corps par sa surface et K est la conductivité thermique du corps solide. Pour les corps dont les formes ressemblent à une plaque, un cylindre ou une sphère, l'erreur introduite en supposant que la température est uniforme à tout instant est inférieure à 5 % lorsque la résistance interne est inférieure à 10 % de la résistance externe, c'est-à-dire lorsque $\frac{hL}{K}$ est inférieur à 0,1.

Un exemple type de l'écoulement de chaleur en régime transitoire est le refroidissement à l'air libre d'une pièce de métal de petite dimension et de conductivité thermique importante (cuivre, bronze, aluminium).

On suppose que la pièce se trouve à l'instant initial $\theta = 0$ à une température uniforme T_0 ; admettons également que durant la trempe le coefficient d'échange de chaleur h garde une valeur constante, et que la température de l'air T_∞ loin de la pièce est indépendante du temps.

Alors conformément à l'hypothèse d'après laquelle la température à l'intérieur du corps est effectivement uniforme à chaque instant, le bilan thermique de la pièce pour un intervalle de temps $d\theta$ s'écrit : II-36

$$\left[\begin{array}{l} \text{La variation d'énergie interne} \\ \text{de la pièce durant } d\theta \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{la chaleur totale transmise par} \\ \text{la pièce vers le milieu pendant } d\theta \end{array} \right]$$

ou

$$(II-36) \quad -c\rho V dT = hA(T - T_\infty) d\theta$$

où

c = chaleur spécifique de la pièce en $\text{k cal/kg}\cdot^\circ\text{C}$

ρ = densité de la pièce en kg/m^3

V = volume de la pièce en m^3

T = température moyenne de la pièce en $^\circ\text{C}$

h = conductance moyenne par unité de surface au $\text{Kcal/h}\cdot^\circ\text{C}\cdot\text{m}^2$

A = aire de la surface de la pièce en m^2

dT = variation de température durant $d\theta$

Le signe moins dans le premier membre de l'égalité II-36 indique que l'énergie interne décroît lorsque $T > T_{\infty}$

Les variables T et θ se séparent dans l'équation II-36 et pour un intervalle de temps $d\theta$ l'équation devient II-37 :

$$(II-37) \quad \frac{dT}{T - T_{\infty}} = - \frac{hA}{c\rho V} d\theta$$

en remarquant que $dT = d(T - T_{\infty})$ puisque T_{∞} est constant, l'intégration de l'équation II-37 de $T = T_0$ jusqu'à $T = T$ et de $\theta = 0$ à $\theta = \theta$ s'écrit II-38 :

$$(II-38) \quad \text{Log} \frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = - \frac{hA}{c\rho V} \theta$$

ou :

$$\frac{T - T_{\infty}}{T_0 - T_{\infty}} = e^{-\left(\frac{hA}{c\rho V}\right)\theta}$$

La grandeur $\frac{c\rho V}{hA}$ a la dimension d'un temps, c'est la constante de temps de notre système.

L'équation II-38 décrit pendant le refroidissement l'évolution de la température de la pièce en fonction du temps.

II-7- ETUDE EXPERIMENTALE SUR UNE COQUILLE CHAUFFANTE DU REACTEUR de l'U. P. R. C. [9]

Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à la mise en température et au refroidissement d'un élément chauffant du réacteur de l'U. P. R. C. . Pour cela, nous avons procédé d'abord à une série d'essais expérimentaux, puis nous avons essayé de déterminer un modèle mathématique de cet élément en utilisant les hypothèses simplificatrices que nous avons développées dans les paragraphes précédents.

II-7-1 - Essais expérimentaux.

Ces essais expérimentaux ont consisté à faire subir à l'élément chauffant des échelons de chauffage et de refroidissement.

a) Description de l'élément chauffant :

Il est constitué par deux demi-coquilles cylindriques en bronze. Dans chacune de ces demi-coquilles se trouve noyée une résistance chauffante de puissance 350 watts sous 220 volts. La figure II-7 donne les dimensions de l'élément chauffant.

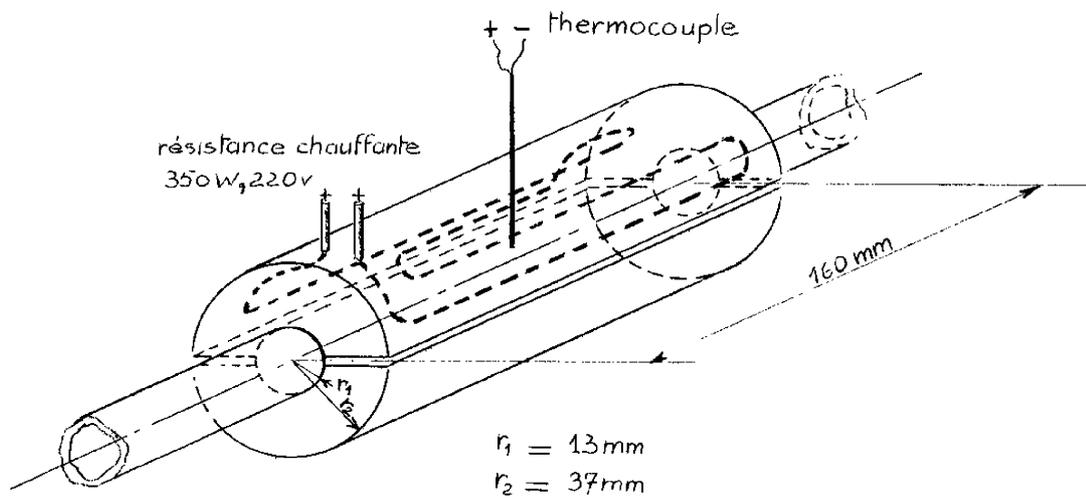


Figure II-7

b) Essais dynamiques.

Les enregistrements des figures II-8 et II-9 représentent respectivement la montée en température et le refroidissement de l'élément chauffant pour quatre échelons de tension appliqués aux résistances chauffantes des deux demi-coquilles : $V_1 = 220$ volts, $V_2 = 173$ volts, $V_3 = 140$ volts et $V_4 = 110$ volts.

Les températures ont été mesurées au centre de l'élément chauffant contre le tube intérieur simulant le réacteur chimique, à l'aide d'un thermocouple "nickel-chrome - nickel-allié".

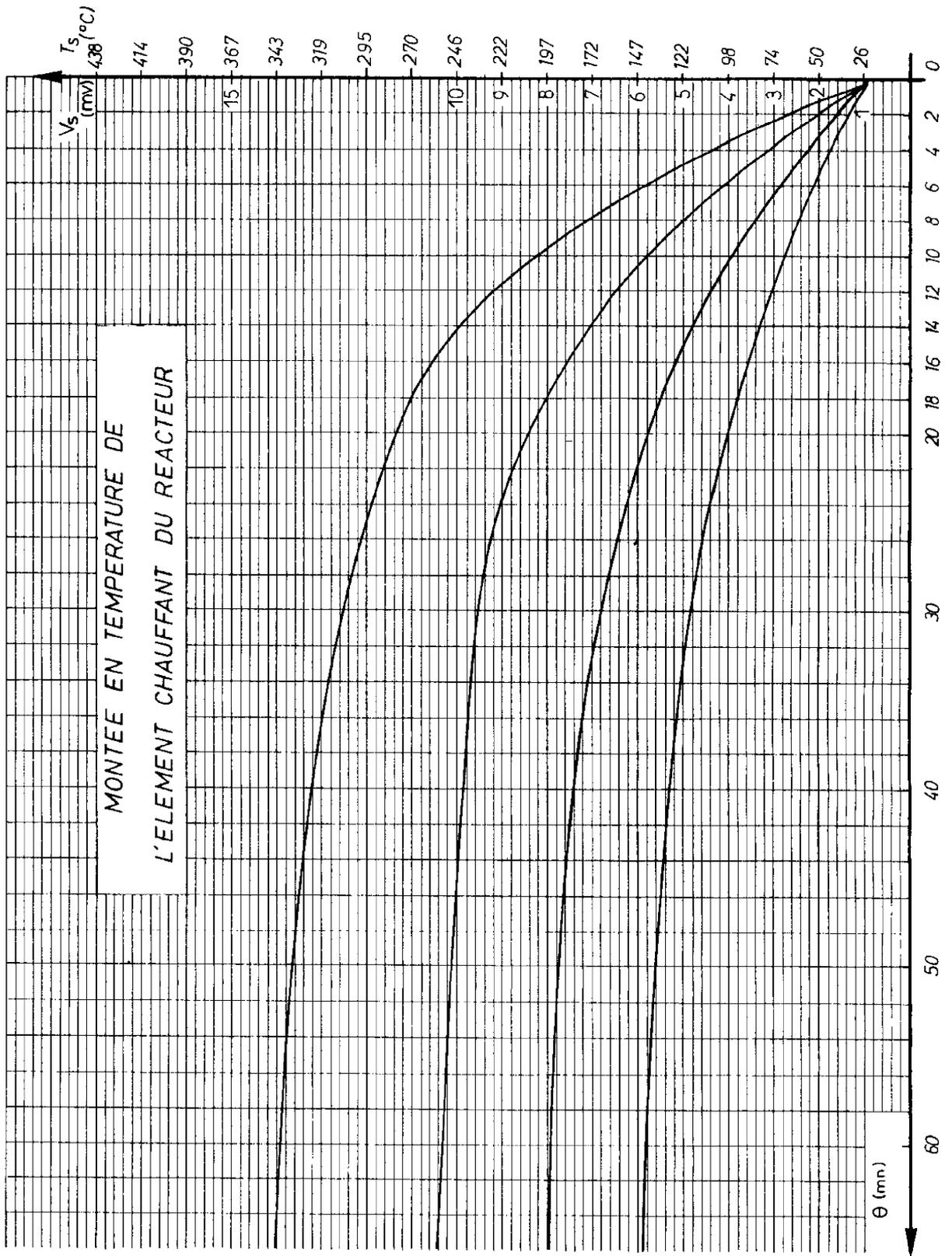


Figure II-8

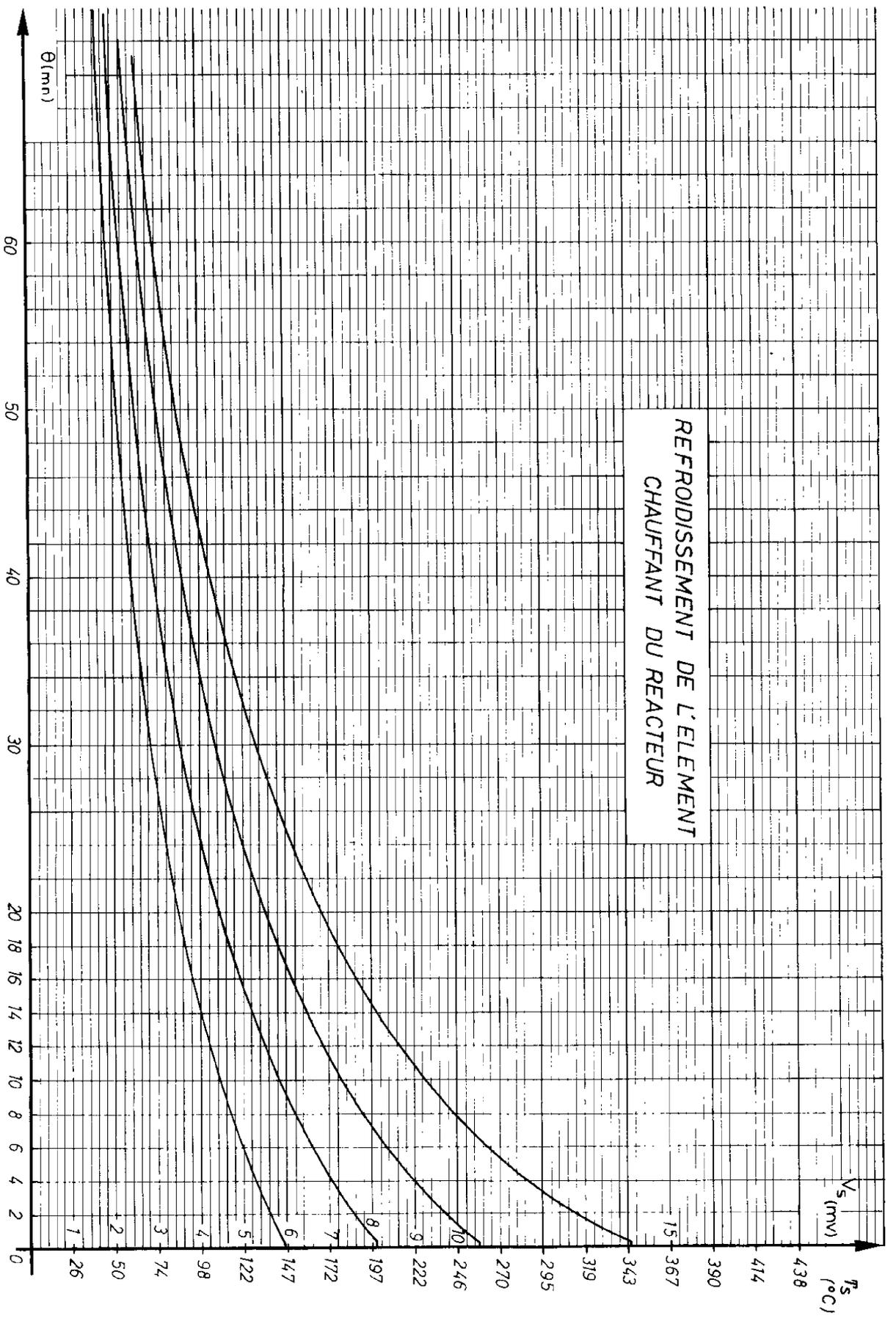


Figure II-9

La température ambiante pendant l'expérience était $T_{\infty} = 23^{\circ}\text{C}$

Ces essais nous ont permis de déterminer les résultats suivants :

Puissance maximale disponible : $P_{\text{max}} = 350 \times 2 = 700 \text{ Watts}$
 (joules/s) , d'après le principe de l'équivalence " travail \Leftrightarrow chaleur", le flux de chaleur dégagé par les résistances chauffantes à pleine puissance dans l'élément chauffant est :

$$q(\text{cal/s}) = 0,24 \times 700 = 168(\text{cal/s})$$

ou encore $q(\text{Kcal/h}) = 168 \times 10^{-3} \times 3600 = 604,8 \text{ Kcal/h}$

On peut donc dresser le tableau de la figure II-10

V(tension d'alimentation)	% de puissance fournie/Pmax	flux de chaleur q (kcal/h)	température finale To(°C)
220	100%	604,8	344
173	61,8 %	374	257
140	40,6 %	245	198
110	25 %	151,2	147

Figure II-10

Lorsque le régime transitoire sera écoulé, c'est-à-dire quand la température de l'élément chauffant deviendra constante après l'application d'un échelon de tension, on peut écrire la relation suivante, en vertu des conditions de l'écoulement permanent de la chaleur :

$$\left[\begin{array}{c} \text{énergie calorifique fournie} \\ \text{par les résistances chauffantes} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{énergie calorifique} \\ \text{dissipée dans le milieu ambiant.} \end{array} \right]$$

Si l'on suppose constante la température T_{∞} du milieu ambiant loin de l'élément chauffant, et si A est l'aire de l'élément en contact avec le milieu ambiant, et h la conductance moyenne par unité de surface, on peut écrire la relation II-39

$$(II-39) \quad q = Ah(T_o - T_{\infty})$$

T_o étant la température finale en régime établi après l'application d'un échelon.

Pour chacun des quatre essais, on peut donc calculer le rapport

$\frac{q}{A(T_o - T_{\infty})} = h$ et en déduire l'allure de la courbe $h = f(T)$ représentant la variation de la conductance thermique en fonction de la température.

Si q est exprimé en K cal/h, A en m^2 , T en $^{\circ}C$, h conductance thermique sera exprimé en $K \text{ cal/h.m}^2 \cdot ^{\circ}C$

D'après les dimensions de l'élément chauffant, A l'aire en contact avec le milieu ambiant est : $A = 0,0456 \text{ m}^2$

On en déduit donc le tableau de la figure II-11 et la courbe de la figure II-12

$T = T_o - T_{\infty}$ ($^{\circ}C$)	q (Kcal/h)	$A.h$ (Kcal/h. $^{\circ}C$)	h (Kcal/h. $m^2 \cdot ^{\circ}C$)
344-23=321	604,8	1,89	41,5
257-23=234	374	1,6	35
198-23=175	245	1,4	30,8
147-23=124	151,2	1,22	26,8

Figure II-11

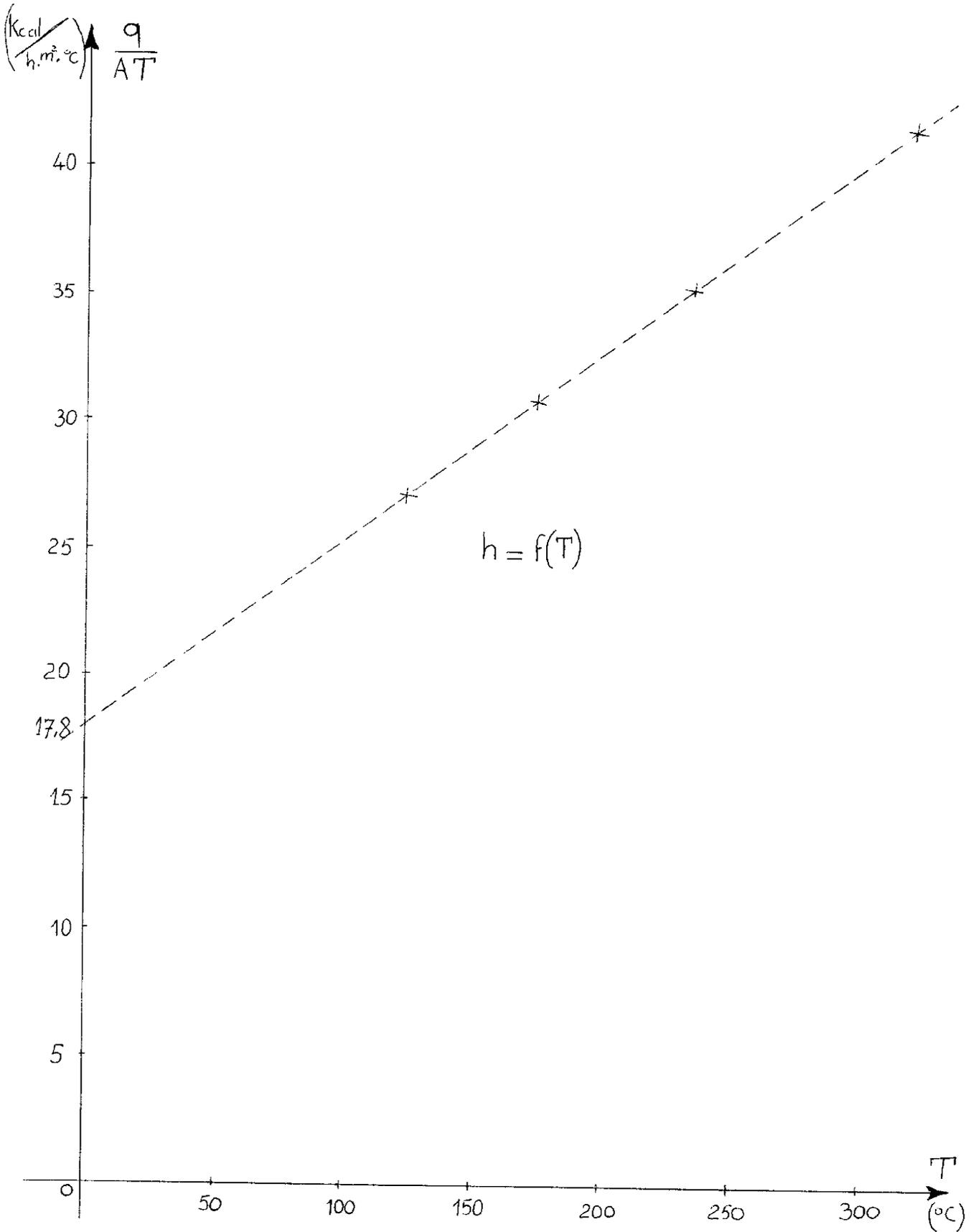


Figure II-12

La courbe de la figure II-12 nous montre donc que h varie linéairement en fonction de T (différence entre la température de l'élément chauffant et la température ambiante) d'où on peut écrire l'équation II-40

$$(II-40) \quad h = h_0 (1 + \lambda T)$$

et en comparant avec la courbe $h = f(T)$ on en déduit les valeurs numériques II-41

$$(II-41) \quad h = 17,8 (1 + 0,0042 T)$$

c) essais statiques

Cette série d'essais nous a permis de vérifier une hypothèse simplificatrice que nous utiliserons pour la mise en équation de notre système.

Nous avons mesuré en régime statique, et pour chaque échelon, la répartition des températures le long d'un rayon de notre élément chauffant, depuis r_1 jusqu'à r_2 , et nous avons pu vérifier que dans aucun cas la variation de température différait de plus de 3 % par rapport à la valeur moyenne des températures enregistrées.

Ce résultat tend à prouver que le "nombre de Biot" $\frac{hL}{K}$ relatif à notre système est inférieur à 0,1, ce que nous allons vérifier :

$$h_{\max} = 42 \text{ Kcal/h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C} \quad \text{d'après figure II-12}$$

$$\frac{\text{volume élément}}{\text{aire en contact avec le milieu ambiant}} = \frac{V(m^3)}{A(m^2)} = L(m) = \frac{0,705 \times 10^{-3}}{0,0456} = 0,0155 m$$

Conductivité thermique
du bronze

$$K = 150 \text{ kcal/h.m} \cdot ^\circ\text{C}$$

On trouve donc :

$$\frac{h L}{K} = 0,0042 \ll 0,1$$

Le nombre de "Biot" pour notre système est très inférieur à 0,1, ce qui nous permet de justifier le fait que la température est pratiquement uniforme à l'intérieur de l'élément.

II-7-2 - Mise en équation du processus thermique

Conformément à l'hypothèse d'après laquelle la température à l'intérieur de l'élément chauffant est effectivement uniforme à chaque instant, le bilan thermique pour un intervalle de temps $d\theta$ s'écrit :

$$\left[\begin{array}{l} \text{chaleur totale transmise par} \\ \text{le système vers le milieu} \\ \text{ambiant durant } d\theta \end{array} \right] = \left[\begin{array}{l} \text{variation d'énergie} \\ \text{interne du système} \\ \text{durant } d\theta \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{chaleur dégagée dans la} \\ \text{masse par la source} \\ \text{interne durant } d\theta \end{array} \right]$$

ou encore II-42 :

$$(II-42) \quad A h T = - c \rho V \frac{dT}{d\theta} + q$$

- avec
- A aire de la surface en m^2
 - h conductance par unité de surface en $k \text{ cal/h. } m^2 \cdot ^\circ C$
 - T différence entre la température moyenne du système et la température ambiante en $^\circ C$
 - c chaleur spécifique du bronze $k \text{ cal/kg. } ^\circ C$
 - ρ densité du bronze en kg/m^3
 - V volume de l'élément chauffant en m^3
 - dT variation de température durant $d\theta$
 - q quantité de chaleur fournie par les résistances chauffantes pendant l'unité de temps en $K \text{ cal/h}$

Le signe moins dans l'équation II-42 indique que l'énergie interne

décroit lorsque la différence de température T est positive.

En remplaçant h par sa valeur trouvée dans l'équation II-40, on peut écrire en tenant compte également des conditions initiales (II-43)

$$(II-43) \quad c\rho V \frac{dT}{d\theta} + Ah_o T(1+\lambda T) = q$$

avec : a) chauffage $q = \begin{cases} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{cases}$ et $T(\theta) = 0$ pour $\theta = 0$

b) refroidissement $q = 0$ et $T(\theta) = T_o = \begin{cases} T_{o1} \\ T_{o2} \\ T_{o3} \\ T_{o4} \end{cases}$ pour $\theta = 0$

Nous allons intégrer l'équation II-43, les variables T et θ se séparent et l'équation devient :

$$\frac{c\rho V dT}{Ah_o \lambda T^2 + Ah_o T - q} = - d\theta$$

ou encore

$$\frac{dT}{Ah_o \lambda T^2 + Ah_o T - q} = - \frac{d\theta}{c\rho V}$$

or :

$$\int \frac{dx}{cx^2 + bx + a} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 4ac}} \operatorname{Log} \frac{1}{K} \left(\frac{2cx + b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2cx + b + \sqrt{b^2 - 4ac}} \right)$$

avec $K =$ constante d'intégration.

soit :

$$\frac{1}{\sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}} \operatorname{Log} \frac{1}{K} \frac{2A h_o \lambda T + A h_o - \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{2A h_o \lambda T + A h_o + \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}} = -\frac{\theta}{c\rho V}$$

ou :

$$\frac{2A h_o \lambda T + A h_o - \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{2A h_o \lambda T + A h_o + \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}} = K e^{-\frac{\sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{c\rho V} \theta}$$

soit :

$$T(\theta) = \frac{K(A h_o + \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}) e^{-\frac{\sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{c\rho V} \theta} - A h_o + \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{2A h_o \lambda (1 - K e^{-\frac{\sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{c\rho V} \theta})}$$

en appliquant la condition initiale $T(\theta) = 0$ pour $\theta = 0$

on trouve

$$K = \frac{A h_o - \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{A h_o + \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}$$

Cas où l'on applique un échelon de chauffage q :

$$(II-44) \quad T(\theta) = \frac{2q(1 - e^{-\frac{\sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{c\rho V} \theta})}{(A h_o + \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}) - (A h_o - \sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}) e^{-\frac{\sqrt{A^2 h_o^2 + 4A h_o \lambda q}}{c\rho V} \theta}}$$

Cas particulier où l'on prend $h(\tau) = \text{constante} = \bar{h}$, c'est-à-dire $\lambda = 0$ et $h_o = \bar{h}$ dans l'équation II-44

$$(II-45) \quad T(\theta) = \frac{q}{A\bar{h}} \left(1 - e^{-\frac{A\bar{h}}{c\rho V} \theta} \right)$$

L'équation II-45 est solution de l'équation différentielle linéaire du 1er ordre à coefficients constants

$$c\rho V \frac{dT}{d\theta} + A\bar{h}T = q$$

Cas où l'on applique un échelon de refroidissement $q = 0$ depuis la condition initiale $T(\theta) = T_0$ pour $\theta = 0$

$$T(\theta) = \frac{K e^{-\frac{Ah_0}{c\rho V}\theta}}{\lambda(1 - K e^{-\frac{Ah_0}{c\rho V}\theta})} \quad \text{pour } \theta=0 \quad T_0 = \frac{K}{\lambda(1-K)}$$

d'où

$$K = \frac{\lambda T_0}{1 + \lambda T_0}$$

d'où

$$(II-46) \quad T(\theta) = \frac{T_0 e^{-\frac{Ah_0}{c\rho V}\theta}}{1 + \lambda T_0 (1 - e^{-\frac{Ah_0}{c\rho V}\theta})}$$

Cas particulier où l'on prend $h(T) = \text{constante} = \bar{h}$, c'est-à-dire $\lambda = 0$ et $h_0 = \bar{h}$ dans l'équation II-46

$$(II-47) \quad T(\theta) = T_0 e^{-\frac{A\bar{h}}{c\rho V}\theta}$$

L'équation II-47 est solution de l'équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$c\rho V \frac{dT}{d\theta} + A\bar{h}T = 0$$

Valeurs numériques : T en °C, θ en heures

a) pour un échelon de chauffage à puissance maximum $q = q_1 = 605 \text{ Kcal/h}$

$$T(\theta) = \frac{1210(1 - e^{-5,96\theta})}{3,79 + 2,17 e^{-5,96\theta}}$$

b) pour un refroidissement depuis la température initiale T_0

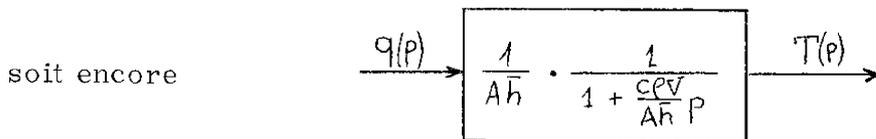
$$T(\theta) = \frac{T_0 e^{-1,62\theta}}{1 + 0,0042 T_0 (1 - e^{-1,62\theta})}$$

II-7-3 - Représentation simplifiée par une fonction de transfert

Dans le cas où l'on suppose que $h(T) = \bar{h} = \text{constante}$, on peut relier la température T à l'énergie électrique fournie q par une fonction de transfert:

$$c\rho V p T(p) + A\bar{h} T(p) = q(p)$$

ce qui donne
$$\frac{T(p)}{q(p)} = \frac{1}{A\bar{h}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{c\rho V}{A\bar{h}} p}$$



Valeurs numériques

Le système étant régulé par un régulateur tout ou rien, et la température moyenne de nos essais se situant aux environs de 300°C , nous prendrons pour unité de conductance $h = 41,5 \text{ K cal/h.m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}$ et pour amplitude de l'échelon $q = q_{\text{max}} = 604,8 \text{ K cal/h}$. Ce qui donne comme fonction de transfert II-48

(II-48)
$$\frac{T(p)}{q(p)} = \frac{1}{1,89} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p}{3,78}}$$

$$\begin{aligned} \rho &= 8650 \text{ kg/m}^3 \\ C &= 0,082 \text{ K cal/kg} \cdot ^{\circ}\text{C} \\ V &= 0,000705 \text{ m}^3 \\ A &= 0,0456 \text{ m}^2 \\ \bar{h} &= 41,5 \text{ K cal/h.m}^2 \cdot ^{\circ}\text{C} \end{aligned}$$

L'opérateur de Laplace $p = \frac{d}{d\theta}$ exprimé en (heures)⁻¹

II-7-4 - Simulation analogique

Reprenons l'équation différentielle II-43

(II-49)
$$\frac{dT}{d\theta} = \frac{q}{c\rho V} - \frac{A\bar{h}_0}{c\rho V} T(1 + \lambda T)$$

où T est exprimé en °C et θ en heures. Si l'on fait correspondre à T (°C) la grandeur machine T_m (volts) et au temps θ (heures) un temps machine θ_m (secondes) on a :

$$T_m = a \cdot T$$

$$\theta_m = 3600 \alpha \cdot \theta$$

a et α étant les facteurs d'échelles,

donc l'équation II-49 peut s'écrire en fonction des variables machines :

$$(II-50) \quad \frac{dT_m(v)}{d\theta_m(v)} = \frac{a}{\alpha \cdot 3600} \cdot \frac{q}{c \rho V} - \frac{1}{\alpha \cdot 3600} \cdot \frac{A h_o}{c \rho V} T_m \left(1 + \frac{1}{a} \lambda T_m\right)$$

La température maximum T_{max} ne dépassant pas 400°C et l'unité machine de la calculatrice analogique étant de 10 volts, on a :

$$a = \frac{T_m(max)}{T(max)} = \frac{10}{400} = 0,025 \text{ v/}^\circ\text{C}$$

On accélère la solution dans le rapport 60, d'où :

$$\alpha = \frac{1}{60}; \quad \frac{\theta_m}{\theta} = \frac{3600}{60} = 60 \text{ secondes/heure}$$

Les autres valeurs numériques sont :

$$\begin{array}{l} c \rho V = 0,5 \\ A h_o = 0,81 \\ \frac{A h_o}{c \rho V} = 1,62 \\ \lambda = 0,0042 \end{array} \quad \mathbf{q} = \begin{array}{l} q_1 = 604,8 \\ q_2 = 373 \\ q_3 = 245 \\ q_4 = 152,5 \end{array} \quad \frac{q}{c \rho V} = \begin{array}{l} 1209,6 \\ 746 \\ 490 \\ 305 \end{array}$$

L'équation II-50 devient donc l'équation machine II-51

$$(II-51) \quad \frac{dT_m(s)}{d\theta_m(s)} = \begin{bmatrix} 0,503 \\ 0,311 \\ 0,204 \\ 0,127 \end{bmatrix} - 0,027 T_m (1 + 0,167 T_m)$$

Schéma de simulation (figure II-13)

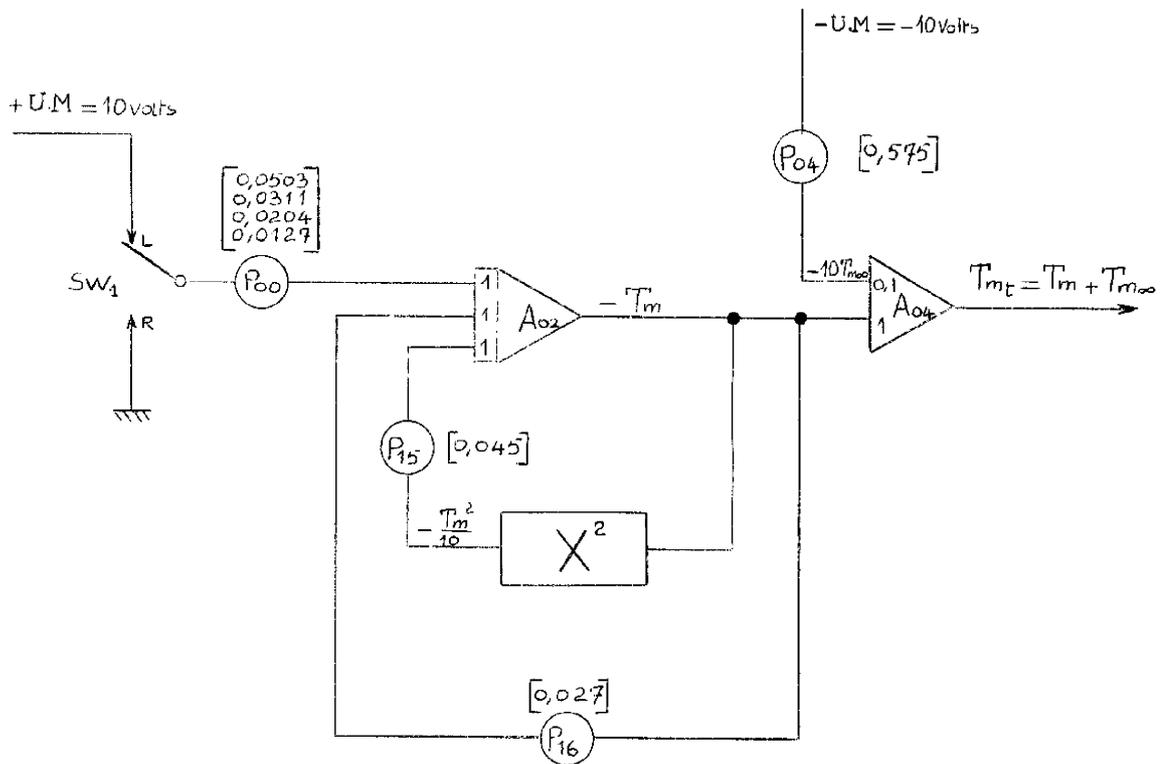


Figure II-13

Remarque :

$T_{m\infty}$ est la température ambiante en grandeur machine

$$T_{m\infty} = T_{\infty} \times Q = 23 \text{ }^{\circ}\text{C} \times 0,025 = 0,575 \text{ volts}$$

Enregistrement des solutions

Nous avons enregistré les solutions correspondant aux quatre échelons de chauffage et de refroidissement sur les graphiques des figures II-14 et II-15.

Pour rendre les résultats immédiatement comparables avec ceux obtenus lors des essais expérimentaux sur l'élément chauffant, nous adopterons sur ces graphiques les mêmes échelles que sur les enregistrements expérimentaux des figures II-8 et II-9, c'est-à-dire :

$$\text{Echelle des Y : } 20 \text{ cm} \rightarrow 390 \text{ }^{\circ}\text{C} \rightarrow 9,75 \text{ volts}$$

$T \qquad \qquad \qquad T_m$

$$\text{Echelle des X : } 1 \text{ cm} \rightarrow 2 \text{ mn} \rightarrow 2 \text{ secondes}$$

$\theta \qquad \qquad \qquad \theta_m$

Si nous transcrivons sur un même graphique les courbes expérimentales et les enregistrements obtenus par simulation, nous voyons que l'erreur relative entre les courbes reste inférieure à 5 %, ce qui nous paraît être différent pour pouvoir utiliser l'équation différentielle II-49 comme modèle mathématique de notre processus thermique.

II -8 - CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons montré, partant du problème général de la transmission de la chaleur, comment en faisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, on pouvait arriver à obtenir une équation différentielle qui régit, avec une bonne précision, le comportement du processus thermique de l'élément chauffant étudié.

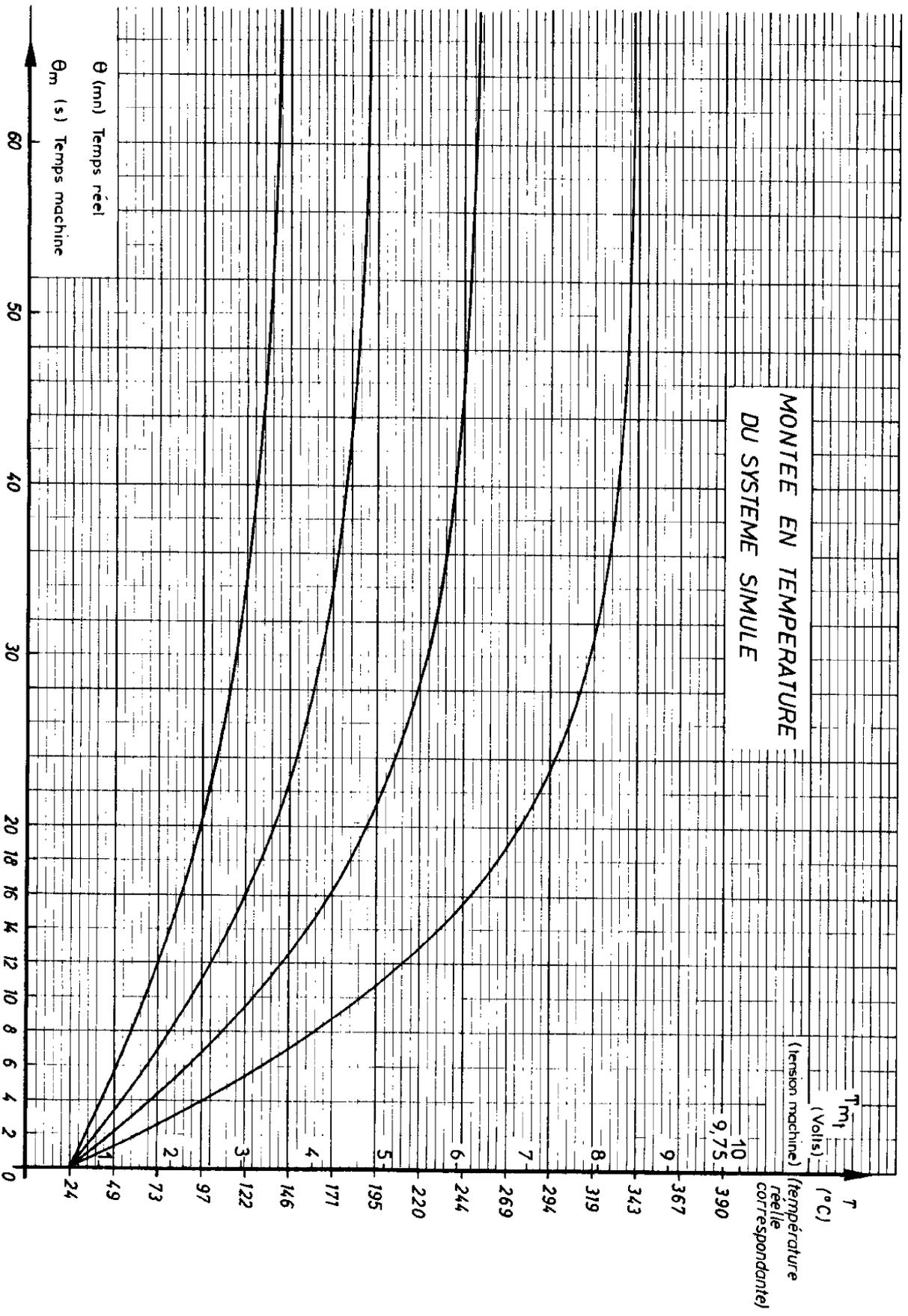


Figure II-14

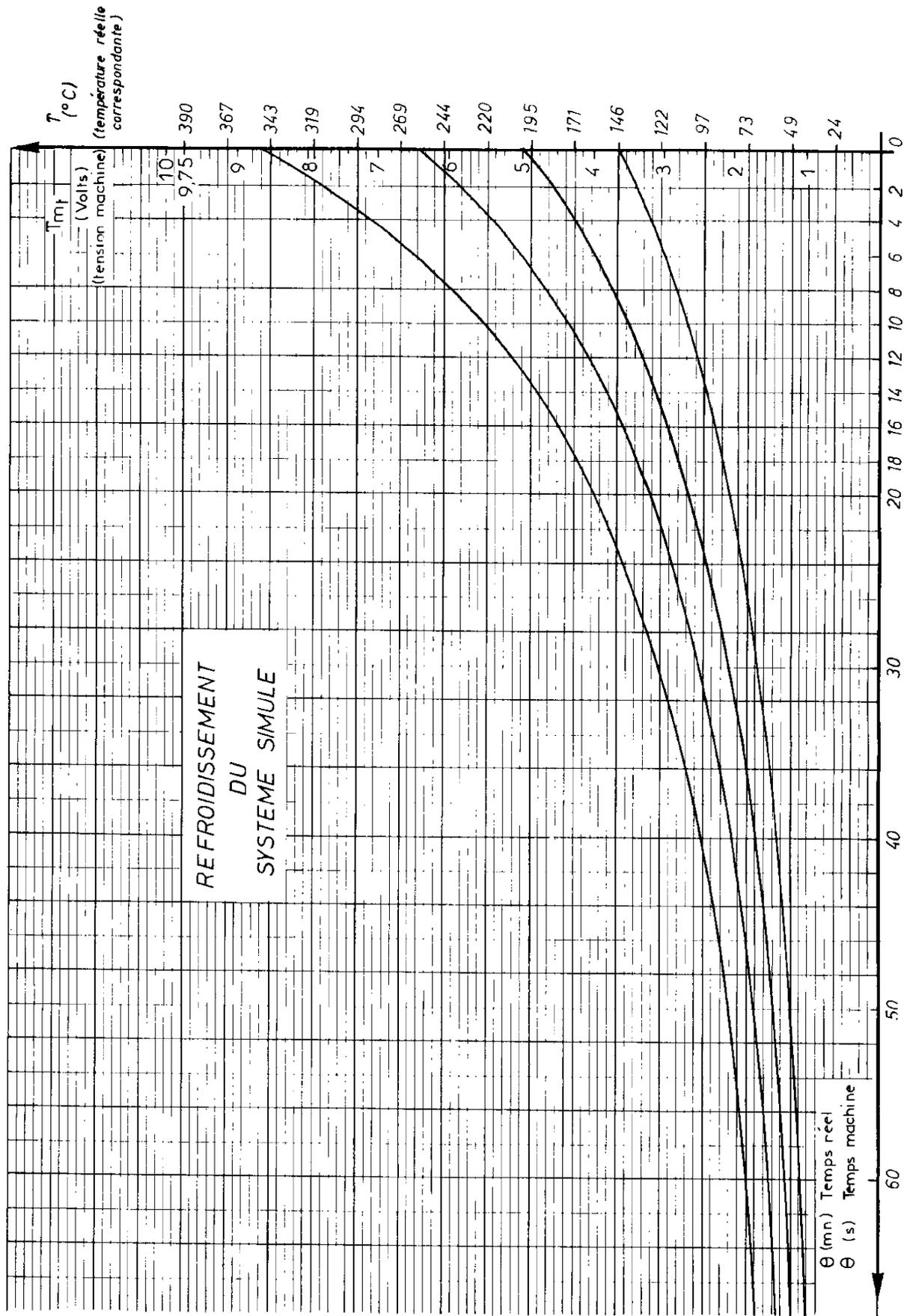


Figure II-15

Cependant, pour la vérification théorique des résultats obtenus dans le chapitre III, nous utiliserons comme fonction de transfert de notre processus thermique l'équation II-48 qui nous permettra dans le chapitre IV de déterminer par une étude théorique l'erreur en régime permanent ainsi que l'amplitude et la fréquence du cycle limite de la régulation.

CHAPITRE III

ETUDE EXPERIMENTALE D'UNE REGULATION DE TEMPERATURE A RELAIS

III-1 - INTRODUCTION

Nous nous proposons ici, compte tenu des considérations relatives à la régulation de température de l'U. P. R. C. faites lors du premier chapitre, d'étudier sur un montage de laboratoire une régulation de température à relais d'un élément tel qu'il existe sur les réacteurs de l'U. P. R. C.

Le but essentiel poursuivi est d'amener notre processus régulé à présenter de bonnes caractéristiques concernant le régime définitif (faible valeur moyenne de l'erreur et faible oscillation limite) tout en conservant au régime transitoire les caractéristiques des systèmes tout ou rien ; c'est-à-dire un temps de montée plus rapide que celui des systèmes à amplificateur continu.

III -2 - PRINCIPE ADOPTE POUR LA SUPPRESSION DU CYCLE LIMITE [10]

On se propose de supprimer, ou plus exactement d'atténuer dans un rapport important les oscillations du régime permanent d'un système asservi bouclé schématisé par un élément non linéaire du type "tout ou rien" en cascade avec un opérateur linéaire de fonction de transfert $G(p)$ comme le montre le schéma de la figure III-1.

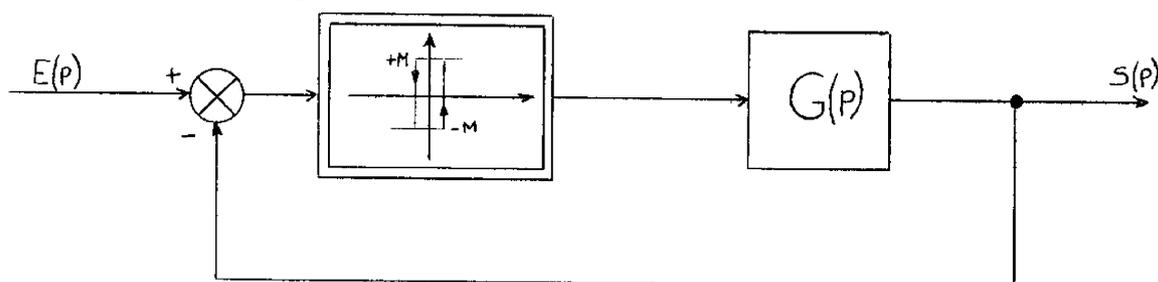


Figure III-1

Le procédé utilisé consiste à introduire dans le système une boucle interne de contre réaction comme le montre la figure III-2 ; le rôle essentiel de celle-ci est d'augmenter dans de grandes proportions la fréquence des auto-oscillations du système, et par conséquent de diminuer l'amplitude

de l'oscillation limite de la sortie : la fonction de transfert $G(p)$ du processus thermique jouant le rôle essentiel d'un filtre passe-bas.

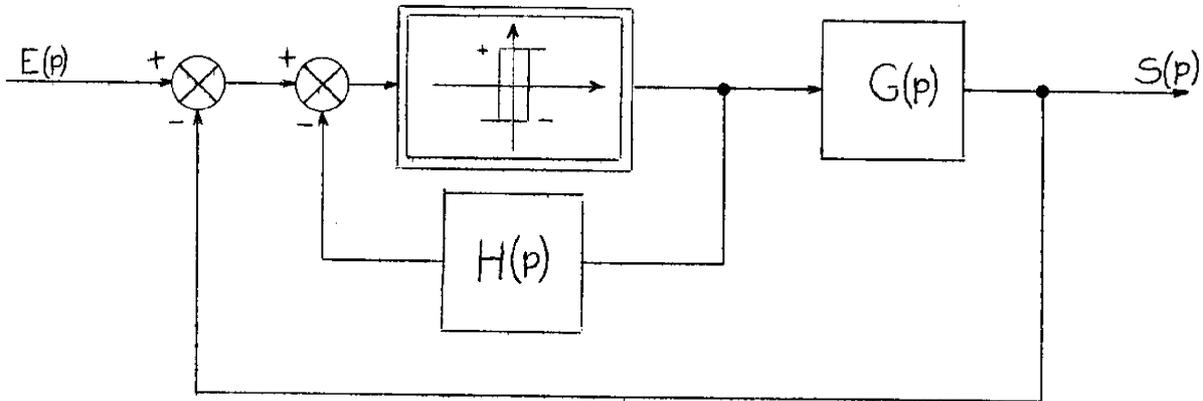


Figure III-2

Pour que cette condition soit remplie, il est nécessaire que la fréquence des auto-oscillations du système ainsi compensé soit au moins dix fois plus grande que la fréquence des oscillations en l'absence de la boucle interne de contre réaction. Nous montrerons dans la suite de notre étude que l'on arrive ainsi à obtenir une oscillation dont l'amplitude est très faible, c'est-à-dire qu'elle est pratiquement supprimée.

III -3 - SCHEMA BLOC DU MONTAGE ADOPTE.

Le schéma bloc de la figure III-3 représente les différents éléments essentiels qui constituent l'ensemble de la régulation

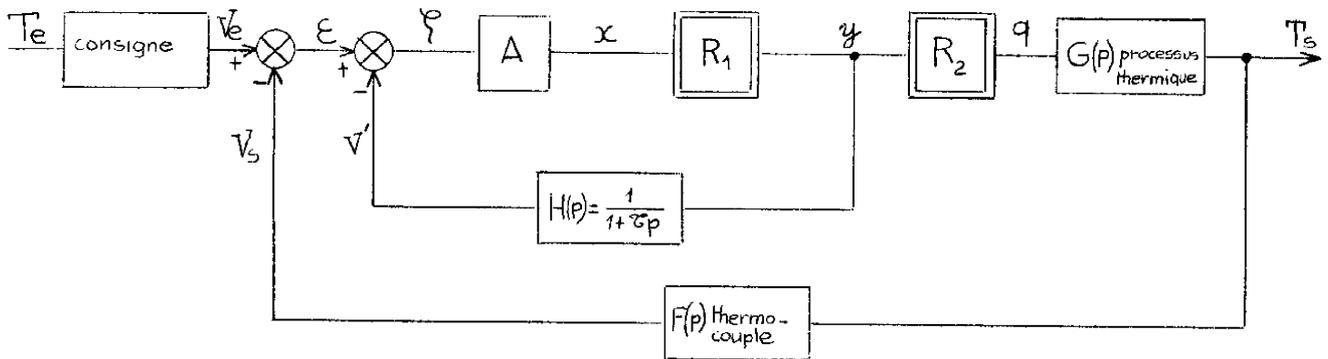


Figure III-3

Ces éléments sont :

- A : amplificateur (grand gain, faible dérive).
- R_1 : relais sensible
- R_2 : relais de puissance (pouvoir de coupure élevé).
- $G(p)$: fonction de transfert du processus thermique telle qu'elle a été définie au chapitre II.
- $F(p)$: fonction de transfert du thermocouple capteur
- $H(p)$: fonction de transfert de la contre réaction interne

III-3-1 - Rôle des différents éléments.

a) Amplificateur A : cet amplificateur à grand gain et faible dérive a pour but d'amplifier le signal d'erreur ξ , ainsi que le signal de la contre réaction interne. La tension délivrée par l'amplificateur doit permettre de commander le relais sensible R_1 .

b) Relais sensible R_1 : ce relais double inverseur permet d'une part de commander le relais de puissance R_2 et d'autre part d'appliquer une tension positive ou négative à l'entrée de la contre réaction interne, comme le montre le schéma fonctionnel de la figure III-3.

c) Relais de puissance R_2 : le rôle de cet élément à pouvoir de coupure élevé est de commander l'élément chauffant du processus thermique $G(p)$. Nous avons vu dans le paragraphe II-7-2 qu'en première approximation la fonction de transfert du processus était de la forme :

$$G(p) = \frac{k}{1 + T p}$$

d) Thermocouple $F(p)$: le thermocouple utilisé est du type "nickel-chrome - nickel allié" conforme à la codification basée sur l'échelle internationale des températures, dont le gain est de $41 \mu V/^{\circ}C$ environ.

La constante de temps propre au thermocouple est pratiquement négligeable devant celle du processus thermique, l'ordre de grandeur du rapport de ces deux constantes de temps étant de 3 ‰ environ.

e) Contre réaction interne $H(p)$: la fonction de transfert de cette contre réaction est de la forme

$$H(p) = \frac{k}{1 + \mathcal{T} p}$$

La constante de temps \mathcal{T} est fixe et égale à 2 secondes dans le système utilisé. Le gain k est variable et pourra être affiché à l'aide de deux potentiomètres. L'un réglant le gain k_+ lorsque le signal y délivré par le relais R_1 est positif, l'autre agissant sur le gain k_- lorsque le signal y est négatif. Le schéma de la figure III-15 nous montrera d'une façon plus détaillée le principe adopté pour réaliser cette contre réaction interne.

III-3-2 - Principe de fonctionnement [14]

L'ensemble constitué par l'amplificateur A le relais sensible R_1 et la contre réaction $H(p)$ représenté par la figure III-4 fonctionne comme un dispositif autonome en auto-oscillations. C'est-à-dire qu'en l'absence du signal d'entrée ξ le système oscille à une pulsation ω_0 avec une amplitude A_0 dépendant uniquement de la valeur du gain k , de la constante temps \mathcal{T} , et de la caractéristique du relais; la caractéristique du relais R_1 étant

indépendante de l'amplitude du signal x et de sa fréquence.

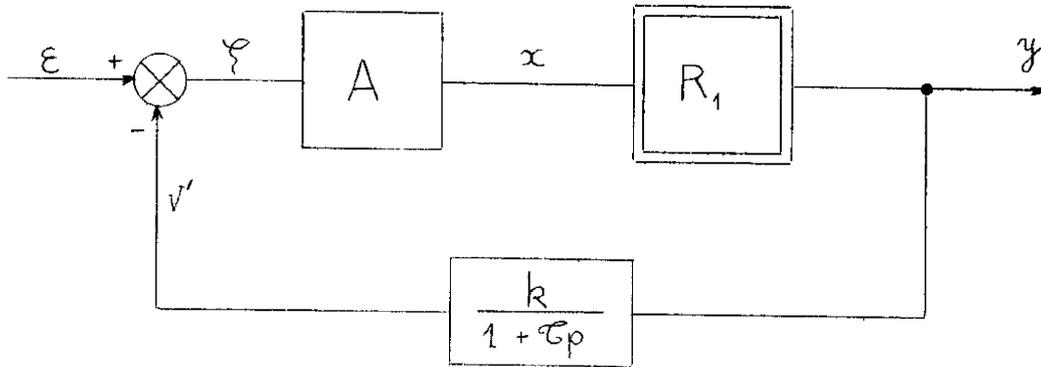


Figure III-4

Si les gains K_+ et K_- sont identiques, la valeur moyenne y^* du signal de sortie de l'amplificateur autonome est nulle.

Lorsque le signal d'erreur \mathcal{E} , différence entre la consigne V_e et le signal issu du thermocouple V_s , est différent de zéro, une composante continue vient se superposer à la valeur moyenne de y^* , donc par conséquent à la valeur moyenne q^* du signal "puissance calorifique" fournie au processus thermique.

Notre processus ayant une constante de temps très grande, de l'ordre de 30 minutes, il joue le rôle d'un filtre passe-bas efficace pour les oscillations venant de l'amplificateur autonome. Le fonctionnement du système asservi se trouve ainsi rendu continu et peut être représenté par le schéma bloc de la figure III-5.

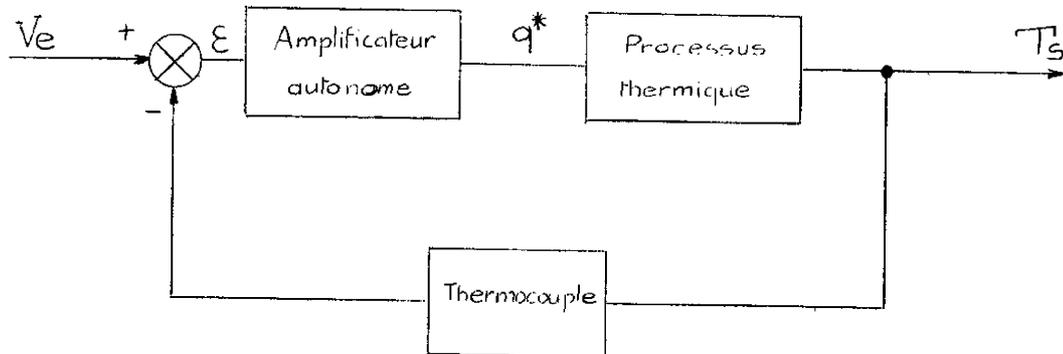


Figure III-5

III - 4 - REALISATION EXPERIMENTALE

Dans ce paragraphe nous allons nous intéresser à la réalisation du montage expérimental que nous avons effectuée en laboratoire pour simuler la régulation de température d'un processus thermique à constante de temps élevée : de l'ordre de 15 minutes, ceci par analogie avec le processus thermique des réacteurs de l'U. P. R. C.

III -4-1 - Processus thermique et capteur [15]

Le processus thermique que nous avons étudié utilise un élément chauffant de réacteur de l'U. P. R. C. constitué par deux demi-coquilles en bronze de forme demi-cylindrique. Cet ensemble chauffant d'une puissance électrique de 700 watts sous 220 volts efficaces entoure un tube d'acier de diamètre intérieur 22 mm et de diamètre extérieur 26 mm simulant une partie du réacteur, à l'intérieur duquel on pourra faire circuler un fluide (de l'air comprimé par exemple), cette circulation jouant le rôle d'une perturbation pour notre système. La figure III-6 représentera l'ensemble de ce montage expérimental ainsi réalisé.

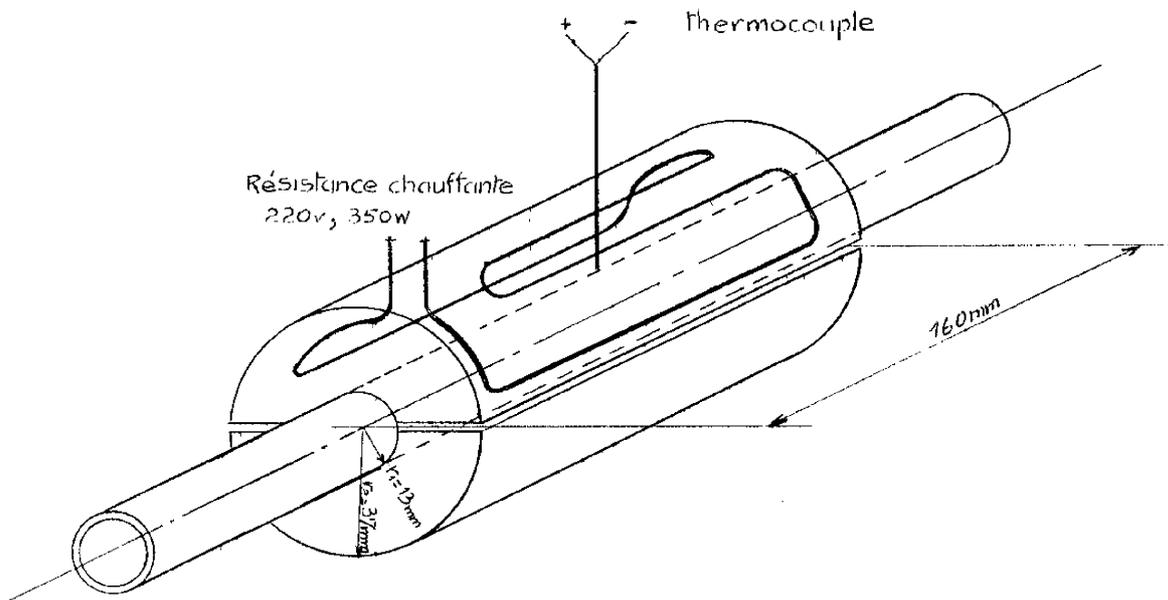


Figure III-6

Le thermocouple "nickel chrome - nickel allié" est monté dans une gaine en acier inoxydable de 2 mm de diamètre, il est situé au centre de la demi-coquille supérieure, son extrémité en contact avec la face externe du tube ; ce capteur est conforme à la nouvelle codification basée sur l'échelle internationale des températures. La conversion "degrés centigrades \rightarrow millivolts" est donnée par le tableau de la figure III-7.

L'étude théorique des thermocouples montre que leur force électromotrice résulte de la superposition de deux effets thermo-électriques distincts.

a) Effet Volta : lorsque deux conducteurs métalliques de nature différente sont en contact et en équilibre thermique et électrique, il existe entre eux une différence de potentiel, qui peut être de l'ordre du volt, mais qu'une mesure directe ne réussit pas à mettre en évidence en raison de la

THERMOCOUPLE NICKEL CHROME-NICKEL ALLIÉ
Degrés Celsius Jonction de référence à 0 °C

°C	0°	100°	200°	300°	400°	500°	600°
0°	0,00	4,10	8,13	12,21	16,40	20,65	24,91
2°	0,08	4,18	8,21	12,29	16,48	20,73	25,00
4°	0,16	4,26	8,29	12,38	16,57	20,82	25,08
6°	0,24	4,35	8,37	12,46	16,65	20,90	25,15
8°	0,32	4,43	8,46	12,54	16,74	20,99	25,22
10°	0,40	4,51	8,54	12,63	16,82	21,07	25,34
12°	0,48	4,60	8,62	12,71	16,91	21,16	25,42
14°	0,56	4,68	8,70	12,79	17,00	21,24	25,51
16°	0,64	4,76	8,78	12,88	17,07	21,32	25,59
18°	0,72	4,84	8,86	12,96	17,16	21,41	25,68
20°	0,80	4,92	8,94	13,04	17,24	21,50	25,76
22°	0,88	5,01	9,02	13,12	17,33	21,58	25,85
24°	0,96	5,09	9,10	13,21	17,41	21,67	25,93
26°	1,04	5,17	9,18	13,29	17,50	21,75	26,02
28°	1,12	5,25	9,26	13,37	17,58	21,84	26,10
30°	1,20	5,33	9,34	13,46	17,67	21,92	26,19
32°	1,28	5,41	9,42	13,54	17,75	22,01	26,27
34°	1,36	5,49	9,50	13,62	17,84	22,09	26,36
36°	1,44	5,57	9,59	13,71	17,92	22,18	26,44
38°	1,53	5,65	9,67	13,79	18,01	22,26	26,53
40°	1,61	5,73	9,75	13,88	18,09	22,35	26,61
42°	1,69	5,81	9,83	13,96	18,17	22,43	26,70
44°	1,77	5,89	9,91	14,04	18,26	22,51	26,78
46°	1,85	5,97	9,99	14,13	18,34	22,60	26,86
48°	1,94	6,05	10,07	14,21	18,43	22,69	26,95
50°	2,02	6,13	10,16	14,29	18,51	22,78	27,03
52°	2,10	6,21	10,24	14,38	18,60	22,86	27,12
54°	2,18	6,29	10,32	14,46	18,68	22,95	27,20
56°	2,25	6,37	10,40	14,55	18,77	23,02	27,28
58°	2,33	6,45	10,48	14,63	18,85	23,10	27,36
60°	2,43	6,53	10,57	14,71	18,94	23,20	27,45
62°	2,51	6,61	10,65	14,80	19,02	23,29	27,54
64°	2,60	6,69	10,73	14,88	19,11	23,38	27,62
66°	2,68	6,77	10,81	14,97	19,19	23,46	27,71
68°	2,76	6,85	10,89	15,05	19,28	23,54	27,79
70°	2,85	6,93	10,98	15,13	19,36	23,63	27,87
72°	2,93	7,01	11,06	15,22	19,45	23,72	27,96
74°	3,01	7,09	11,14	15,30	19,54	23,80	28,04
76°	3,10	7,17	11,22	15,39	19,62	23,89	28,13
78°	3,18	7,25	11,30	15,47	19,71	23,97	28,21
80°	3,26	7,33	11,39	15,55	19,79	24,06	28,29
82°	3,35	7,41	11,47	15,64	19,88	24,14	28,38
84°	3,43	7,49	11,55	15,72	19,96	24,23	28,46
86°	3,51	7,57	11,63	15,81	20,05	24,31	28,55
88°	3,60	7,65	11,72	15,89	20,13	24,40	28,63
90°	3,68	7,73	11,80	15,98	20,22	24,49	28,72
92°	3,76	7,81	11,88	16,06	20,31	24,57	28,80
94°	3,85	7,89	11,96	16,14	20,39	24,65	28,88
96°	3,93	7,97	12,05	16,23	20,48	24,74	28,97
98°	4,01	8,05	12,13	16,31	20,56	24,83	29,05
100°	4,10	8,13	12,21	16,40	20,65	24,91	29,14

THERMOCOUPLE NICKEL CHROME-NICKEL ALLIÉ
Degrés Celsius Jonction de référence à 0 °C

°C	700°	800°	900°	1 000°	1 100°	1 200°	1 300°
0°	29,14	33,30	37,56	41,31	45,16	48,99	52,46
2°	29,22	33,38	37,44	41,39	45,24	48,96	52,53
4°	29,30	33,46	37,52	41,47	45,31	48,93	52,60
6°	29,39	33,54	37,60	41,55	45,39	48,91	52,67
8°	29,47	33,63	37,68	41,63	45,46	48,91	52,74
10°	29,56	33,71	37,76	41,70	45,54	48,92	52,81
12°	29,64	33,79	37,84	41,78	45,62	48,92	52,88
14°	29,72	33,87	37,92	41,86	45,69	48,94	52,95
16°	29,81	33,95	38,00	41,94	45,77	48,97	53,02
18°	29,89	34,04	38,08	42,02	45,84	49,04	53,09
20°	29,97	34,12	38,16	42,10	45,92	49,11	53,16
22°	30,06	34,20	38,24	42,17	45,99	49,19	53,23
24°	30,14	34,28	38,32	42,25	46,07	49,26	53,30
26°	30,23	34,36	38,40	42,33	46,14	49,33	53,37
28°	30,31	34,44	38,48	42,40	46,22	49,40	53,44
30°	30,39	34,53	38,56	42,48	46,29	49,48	53,51
32°	30,48	34,61	38,64	42,56	46,37	49,55	53,58
34°	30,56	34,69	38,72	42,63	46,44	49,62	53,65
36°	30,65	34,77	38,80	42,71	46,52	49,69	53,72
38°	30,73	34,85	38,88	42,79	46,59	49,76	53,79
40°	30,81	34,93	38,95	42,87	46,67	49,83	53,86
42°	30,90	35,02	39,03	42,94	46,74	49,90	53,92
44°	30,98	35,10	39,11	43,02	46,82	49,97	53,99
46°	31,06	35,18	39,19	43,10	46,89	50,04	54,06
48°	31,15	35,26	39,27	43,17	46,97	50,11	54,13
50°	31,23	35,34	39,35	43,25	47,04	50,18	54,20
52°	31,31	35,42	39,43	43,33	47,12	50,25	54,27
54°	31,40	35,50	39,51	43,41	47,19	50,32	54,34
56°	31,48	35,58	39,59	43,48	47,26	50,39	54,40
58°	31,56	35,67	39,67	43,56	47,34	50,46	54,47
60°	31,65	35,75	39,75	43,63	47,41	50,53	54,54
62°	31,73	35,83	39,83	43,71	47,49	50,60	54,61
64°	31,81	35,91	39,90	43,79	47,56	50,67	54,68
66°	31,90	35,99	39,98	43,87	47,63	50,74	54,74
68°	31,98	36,07	40,06	43,94	47,71	50,81	54,81
70°	32,06	36,15	40,14	44,02	47,78	50,88	54,88
72°	32,15	36,23	40,22	44,10	47,86	50,95	54,95
74°	32,23	36,31	40,30	44,17	47,93	51,02	55,02
76°	32,31	36,39	40,38	44,25	48,00	51,09	55,09
78°	32,39	36,47	40,45	44,33	48,08	51,16	55,16
80°	32,48	36,55	40,53	44,40	48,15	51,23	55,23
82°	32,56	36,63	40,61	44,48	48,23	51,30	55,30
84°	32,64	36,72	40,69	44,55	48,30	51,37	55,37
86°	32,72	36,80	40,77	44,63	48,37	51,44	55,44
88°	32,81	36,88	40,85	44,71	48,45	51,51	55,51
90°	32,89	36,96	40,93	44,78	48,52	51,58	55,58
92°	32,97	37,04	41,00	44,86	48,59	51,65	55,65
94°	33,05	37,12	41,08	44,93	48,67	51,72	55,72
96°	33,13	37,20	41,16	45,01	48,74	51,79	55,79
98°	33,22	37,28	41,24	45,09	48,81	51,86	55,86
100°	33,30	37,36	41,31	45,16	48,89	51,93	55,93

Figure III - 7

loi des chaînes métalliques : la somme des différences de potentiel de contact dans une chaîne métallique fermée est toujours nulle si les contacts sont tous à la même température.

La loi ne s'applique plus lorsque les températures de contact sont inégales, car l'effet Volta dépend de la température. La somme des deux effets Volta n'est donc pas nulle dans un thermocouple.

b) Effet Thomson : entre deux points d'un conducteur homogène en équilibre électrique, il existe une différence de potentiel dès que les températures de ces deux points sont inégales. Cet effet ne dépend que de la nature du conducteur et des températures des deux points considérés. Il en résulte, en particulier, que l'effet Thomson est nul pour un circuit fermé homogène. Il contribue, par contre, à la force électromotrice des thermocouples, car le circuit est, dans ce cas, hétérogène.

III -4-2 - Ensemble électronique

a) Elaboration du signal de commande ξ .

D'après la figure III-3, on voit que ce signal est la différence entre le signal ξ et le signal v' issue de la contre réaction interne $H(p)$; le signal ξ étant la différence entre la tension de consigne V_e et la tension V_s fournie par le thermocouple après compensation de la température de "soudure froide".

- Signal de consigne V_e

La figure III-8 montre comment à l'aide d'un amplificateur opérationnel jouant le rôle d'adaptateur d'impédance, on génère cette tension pouvant varier entre 0 et 25 mv, ce qui correspond à une température de consigne de 0°C à 500 °C.

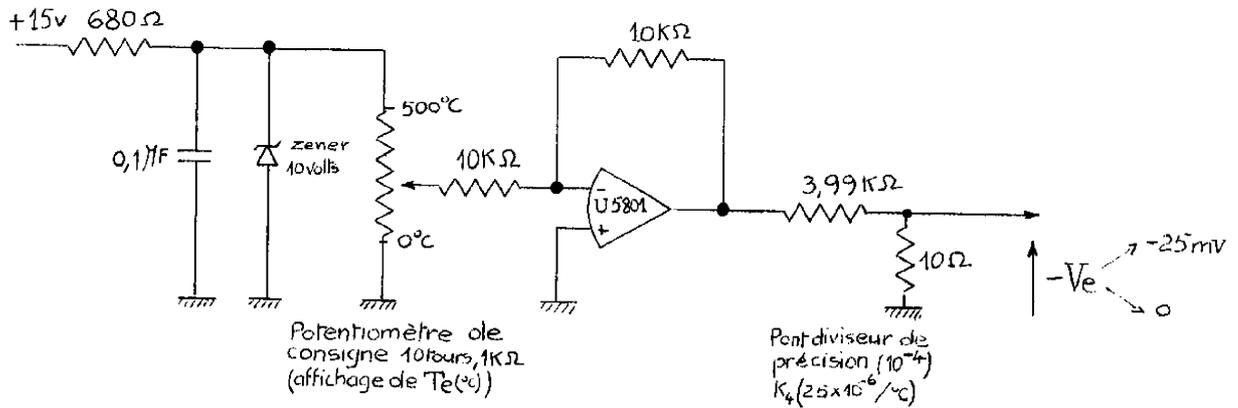


Figure III-8

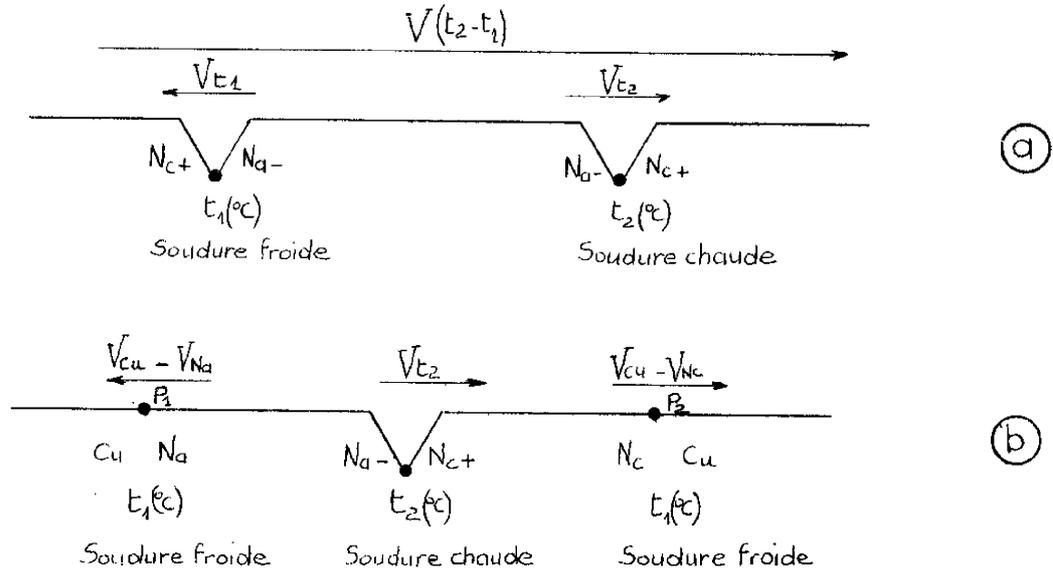
L'ensemble des composants choisis pour cette réalisation nous permet d'obtenir la tension V_e par rapport à la position de l'index du potentiomètre de consigne gradué en degrés centigrades avec une précision de l'ordre de $4 \mu\text{Volts}$; c'est-à-dire que la température de consigne peut être fournie à $1/10 \text{ }^\circ\text{C}$.

- Compensation de la température de soudure froide [15]

(Mesure de V_S)

Considérons deux thermocouples Nickel-chrome - Nickel -allié, les jonctions étant respectivement à la température t_1 et t_2 , figure III-9-a, la température t_1 étant supposée la plus basse sera appelée température de soudure froide. La force électromotrice aux bornes de cet ensemble $V_{(t_2 - t_1)}$ sera, à l'image de la différence de température des deux jonctions, donnée par la table de conversion de la figure III-7

- Nickel-chrome : Nc (élément positif)
- Nickel-allié : Na (élément négatif)



Figures III-9 (a et b)

Envisageons maintenant le cas où une jonction (N_c, N_a) à la température t_2 est reliée à une ligne de cuivre (Cu), les 2 jonctions de raccordement étant à la même température t_1 (figure III-9-b)

La figure III-9-a nous permet d'écrire la relation :

$$V_{t_1} = V_{N_c} - V_{N_a}$$

La figure III-9-b nous permet d'écrire la relation :

$$(V_{\text{Cu}} - V_{N_a}) - (V_{\text{Cu}} - V_{N_c}) = V_{N_c} - V_{N_a}$$

Ces deux relations montrent que les figures III-9-a et III-9-b sont équivalentes.

La température de référence choisie pour déterminer l'étalonnage des thermocouples est presque toujours celle de la glace fondante.

Pour que la température indiquée par un appareil de mesure coïncide avec la température mesurée, il est donc théoriquement nécessaire que la soudure froide soit en équilibre thermique avec la glace fondante. Cette condition, réalisable en laboratoire n'est, par contre, jamais respectée dans le cas des mesures industrielles, où il serait peu commode de fixer la température de soudure froide à une valeur de référence déterminée. Il y a donc lieu d'opérer une correction dite de soudure froide.

Les bornes P_1 et P_2 , figure III-9-b, constituant la soudure froide sont suffisamment rapprochées pour qu'il soit légitime de considérer leur température comme égale. On crée, au besoin de bonnes conditions d'isothermie par un calorifugeage à l'intérieur d'un boîtier métallique, donc thermiquement conducteur.

La température t_1 de soudure froide étant ainsi parfaitement définie, un dispositif de compensation automatique permet de corriger l'erreur introduite par l'encart entre les températures t_1 et 0°C .

La compensation automatique de la soudure froide est obtenue à l'aide d'une résistance R dite "bobine de compensation". Cette résistance est constituée par des métaux à grand coefficient de température, et possède une résistance non nulle à 0°C correspondant à une différence de potentiel V_0 . Dans le schéma réel, on compense cette tension V_0 en faisant circuler dans une résistance G très stable en température un courant faisant apparaître la même différence de potentiel V_0 . La valeur de la résistance R varie en même temps que la température de la soudure froide, ces deux éléments devant être juxtaposés dans un même boîtier isotherme. Ceci a pour effet de modifier automatiquement la différence de potentiel aux bornes de R et de compenser exactement pour une valeur convenable de cette résistance, toute variation due à un changement de température de la soudure froide.

La valeur de cette résistance R varie suivant la nature du thermocouple utilisé. Pour un couple nickel-chrome - nickel-allié, nous avons utilisé une bobine de compensation de fabrication "M E C I" du type R 8 K2 L1 dont la résistance

à 0°C vaut $3,794 \Omega$

à 26°C vaut $4,21183 \Omega$

à 35°C vaut $4,35778 \Omega$

Ces valeurs montrent que la variation de la résistance est pratiquement proportionnelle à la variation de température, la pente étant égale à $0,016108 \Omega/^{\circ}\text{C}$.

La soudure froide P_1, P_2 peut se trouver assez éloignée de la soudure chaude. Il serait onéreux, dans ce cas, de prolonger les conducteurs du thermocouple sur une longueur qui pourrait atteindre parfois plusieurs dizaines de mètres. Les fils du couple sont, en effet, l'objet d'une sélection particulièrement sévère, afin d'assurer l'exactitude et la fidélité de celui-ci sur une vaste échelle de température.

On tourne la difficulté en substituant aux fils du couple lui-même, sur la majeure partie du trajet des fils moins coûteux généralement sous la forme d'un câble bifilaire appelé "câble de compensation". Cette substitution se justifie comme suit : la chute de température la plus importante intéresse en général une longueur de fil assez réduite : la température tombera, par exemple, de 500°C à 60°C en un ou deux mètres. La chute résiduelle de température, beaucoup plus modérée, de 60°C à 20°C par exemple, se trouve ainsi répartie sur la majeure partie de la distance qui sépare la soudure chaude de la soudure froide. C'est donc seulement dans un domaine assez restreint de températures, voisines au surplus de la température ambiante, que l'on demande aux fils du câble de compensation de remplacer sans erreur appréciable, ceux du couple.

Une solution couramment adoptée utilise, comme fils de substitution formant câble de compensation, deux fils de nature différente de ceux du couple, de caractéristiques convenablement choisies comparables à celles du thermocouple dans un domaine de basses températures, mais moins coûteux.

Il importe alors que les températures des connexions entre les fils du câble de compensation et du couple soient égales, et que le gradient de température le long du câble soit faible, la température moyenne de celui-ci étant voisine de la température ambiante.

Un exemple de cette solution est donné par un câble cuivre-constantan en prolongeant les fils d'un thermocouple nickel-chrome - nickel allié.

La figure III-10 montre le principe que nous avons adopté pour mesurer la différence de potentiel V_{t_2} correspondant à la température réelle de l'élément chauffant en utilisant la compensation automatique de soudure froide, et un câble de compensation pour relier le thermocouple à la plaque à bornes à la température t_1 .

Le courant qui doit circuler dans la résistance R est de 2,5 mA, ce qui nous fait apparaître à 0°C une différence de potentiel aux bornes de R qui vaut :

$$V_0 = 3,794 \times 2,5 = 9,485 \text{ mV}$$

Si l'on prend pour la résistance G une valeur de 10Ω , il faut faire circuler dans celle-ci un courant i dans un sens tel que la différence de potentiel aux bornes de G soit égale à V_0 en opposition avec la tension aux bornes de R dans la ligne de mesure.

$$\text{d'où } i = \frac{V_0}{G} = 0,9485 \text{ mA}$$

Pour cela, on réalise le point constitué par les résistances R_1 , R_2 , G et R alimenté sous 5,5 volts par une alimentation stabilisée à 10^{-3} comme le montre la figure III-10.

Les résistances R_1 , R_2 et G sont des résistances de précision à couche métallique ayant un coefficient de température K_4 ($25 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$) et une précision de 10^{-4} .

Pour éviter de perturber la ligne de mesure, R_1 et R_2 sont grandes devant G et R.

Après calculs, on trouve pour R_1 et R_2

$$R_1 = 2200 \Omega$$

$$R_2 = 5798,6 \Omega$$

- Nickel chrome Nc +
- Nickel allié Na -
- Cuivre Cu

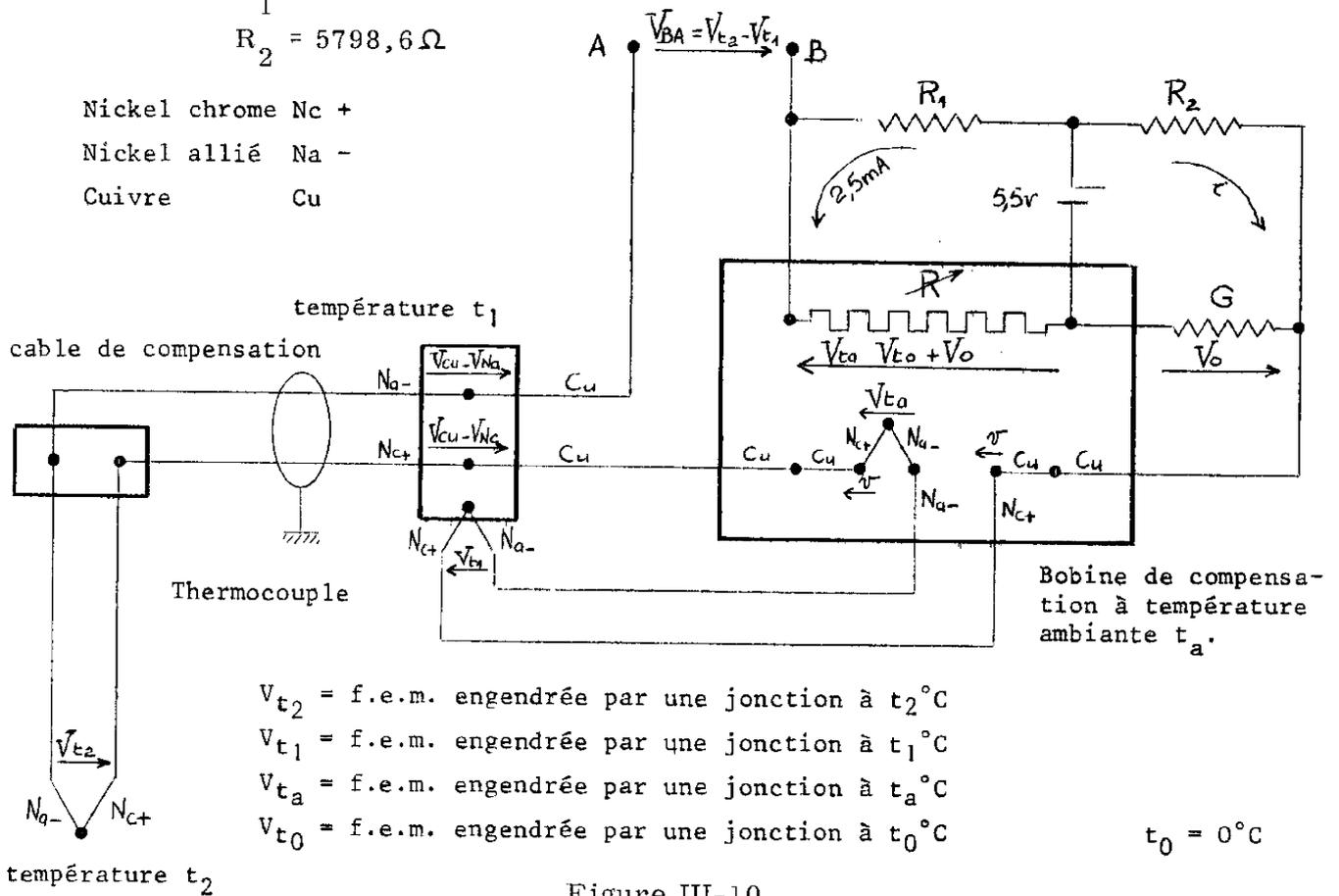


Figure III-10

La figure III-11 est le schéma développé de la ligne de mesure. Ce graphique nous fait bien apparaître qu'aux bornes de la ligne AB, la différence de potentiel V_{AB} est bien égale à $V_{t_2} - V_{t_0}$ quelles que soient les températures t_1 et t_a . ($V_{t_2} - V_{t_0}$) = V_S

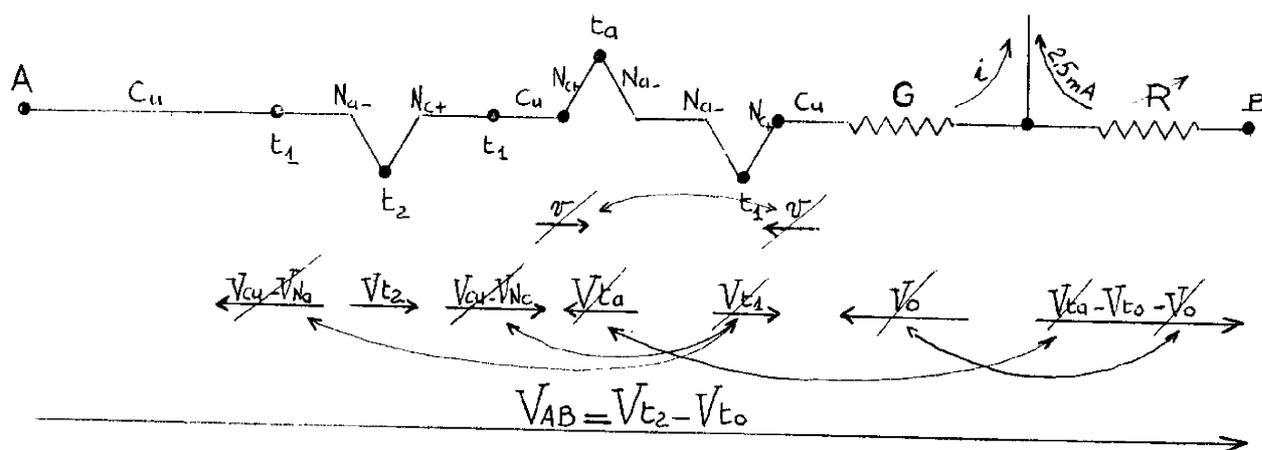


Figure III-11

- Contre réaction interne H (ρ)

Il s'agit ici de générer le signal électrique V' qui vient se retrancher au signal \mathcal{E} pour fournir le signal d'erreur φ .

Le niveau du signal v' devant être très faible (quelques centaines de microvolts), et la constante de temps \mathcal{C} de $H(\rho)$ devant être de l'ordre de 2 secondes, nous avons utilisé pour réaliser cette partie du montage 2 thermocouples dans le vide fabriqués par la "Compagnie des Compteurs" et principalement utilisés dans le domaine des moyennes fréquences pour mesurer la valeur efficace des courants et des tensions ; les appareils de mesures étant des millivoltmètres magnétoélectriques de calibre 5 mV.

Un thermocouple dans le vide est constitué par une résistance chauffante parcourue par le courant à mesurer et un couple thermoélectrique formé de deux conducteurs de nature différente (fer, constantan). La résistance chauffante est isolée électriquement par rapport au couple. L'ensemble est placé dans une ampoule de verre dans laquelle on a fait le vide (figure III-12).

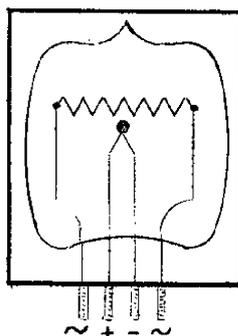


Figure III-12

L'échauffement de la résistance agit sur le couple et engendre une force électromotrice sensiblement proportionnelle au carré du courant.

Les thermocouples dans le vide que nous avons sélectionnés fournissent une force électromotrice de 8 mV environ pour un courant nominal de 25 mA.

Le retard résultant de l'inertie de la résistance chauffante est de l'ordre de 2 secondes.

Les figures III-13 et III-14 montrent la courbe d'étalonnage d'un thermocouple dans le vide.

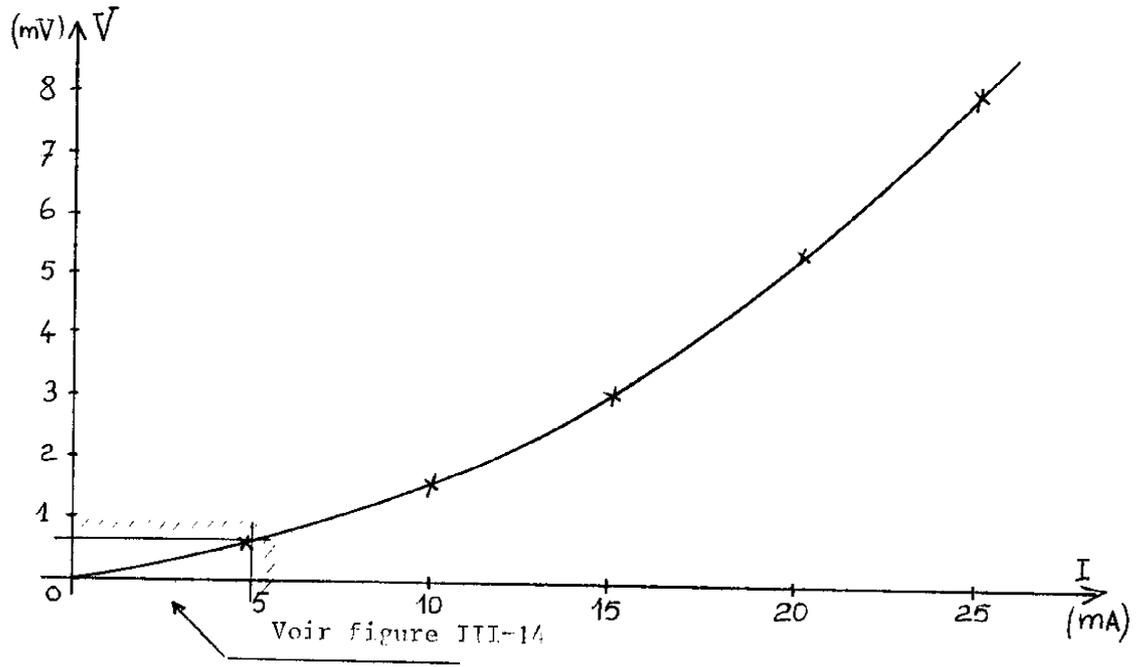


Figure III-13

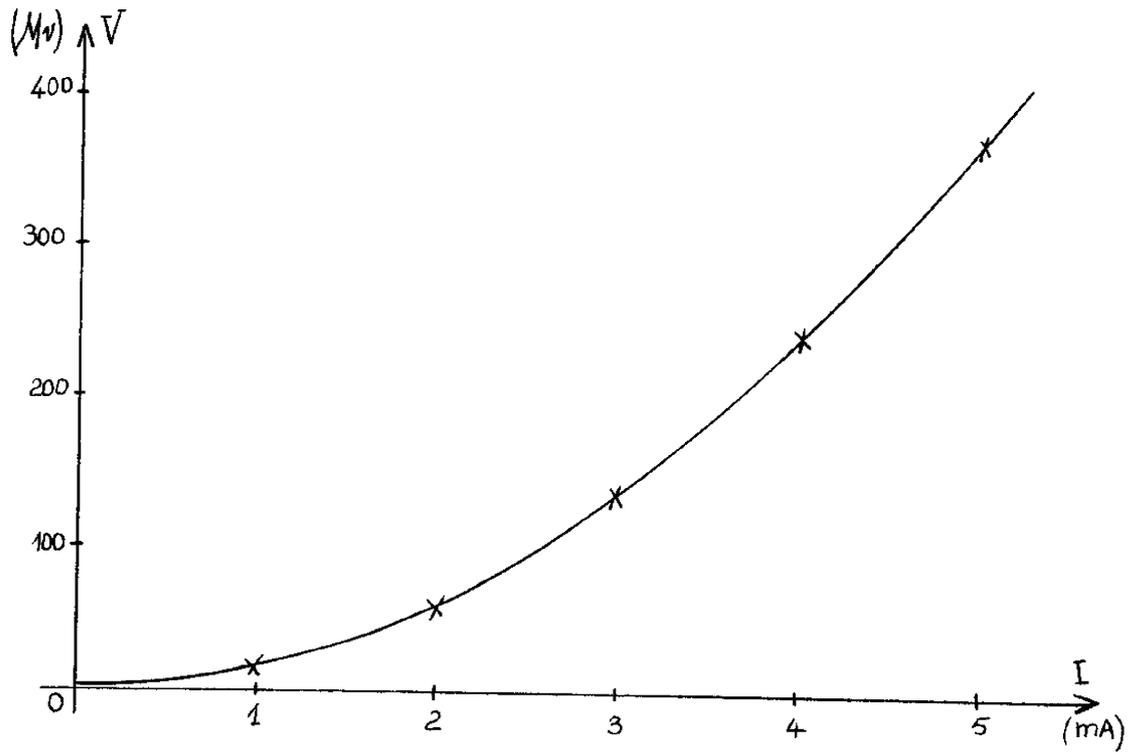


Figure III-14

Le montage réalisé utilise donc deux thermocouples dans le vide montés en série, mais avec leur polarité en opposition ; la résistance chauffante de chacun d'eux étant alimentée alternativement suivant l'état du relais R_1 (figure III-3).

La figure III-15 montre le schéma de principe du montage réalisé. On a donc bien ici $\varphi = V_e - V_s - V'$

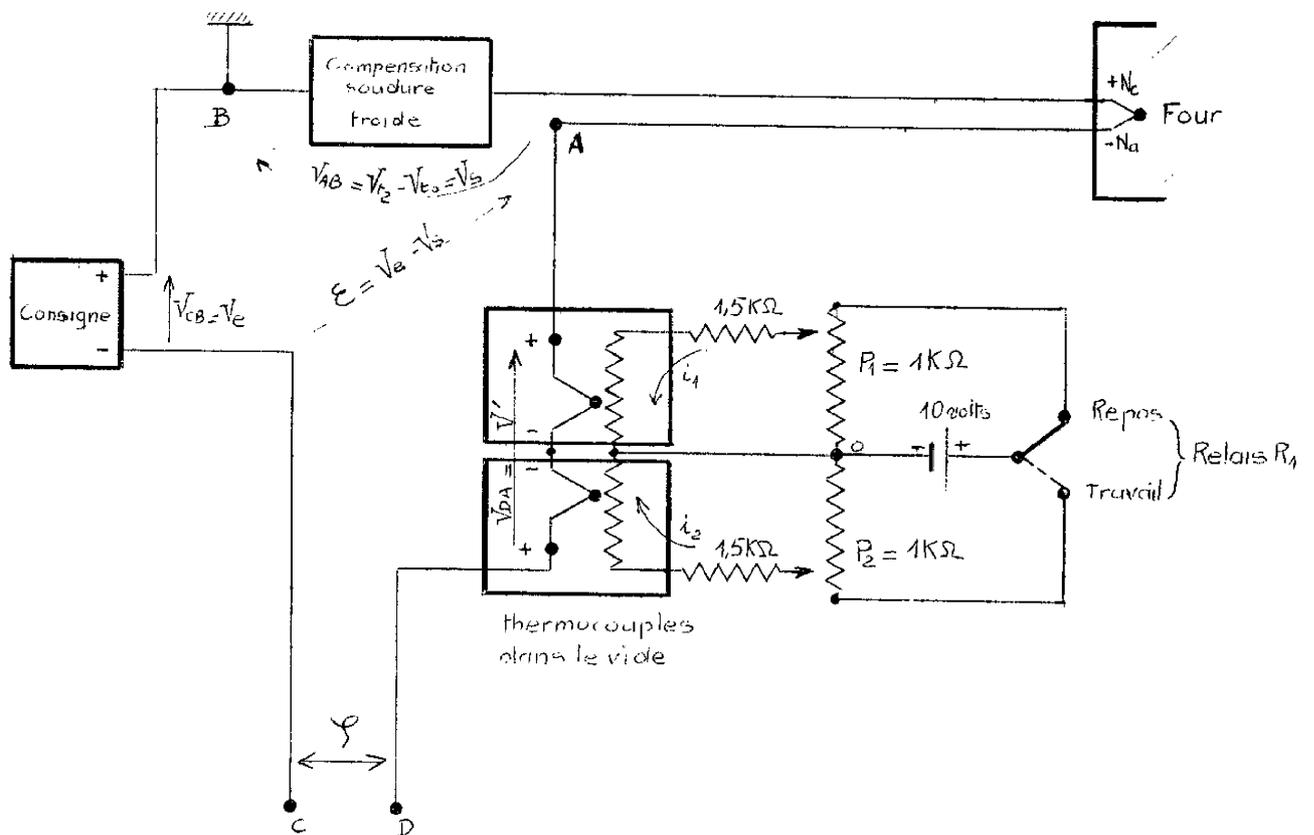


Figure III-15

V' tend vers une valeur positive $V' +$ quand le relais R_4 est en position repos.

V' tend vers une valeur négative $V' -$ quand le relais R_4 est en position travail.

Les deux potentiomètres P_1 et P_2 permettent d'injecter dans les résistances chauffantes des deux thermocouples de la contre réaction interne des courants i_1 et i_2 différents suivant la position du relais R_1 afin d'obtenir $|V'_+| \neq |V'_-|$.

Ce dispositif nous permettra d'obtenir à la sortie de "l'amplificateur autonome" (figure III-5) un signal q^* dont la valeur moyenne ne sera pas nulle quand \mathcal{E} est égal à zéro, ceci afin d'annuler la valeur moyenne de l'erreur qui est non nulle en régime permanent, le système global ne comportant pas d'intégration.

b) Amplification du signal de commande \mathcal{F} .

Dans ce paragraphe, nous allons étudier la réalisation pratique de la partie amplificatrice du système constituée par le bloc A du schéma bloc de la figure III-3. Le signal de commande \mathcal{F} est celui qui apparaît sur la figure III-15 entre les deux points C et D. Le signal x à la sortie du bloc A excite la bobine du relais R_1 par l'intermédiaire d'un transistor fonctionnant en commutation.

L'amplification du signal \mathcal{F} a été réalisée à l'aide d'un amplificateur différentiel du type "TB 80" fabriqué par la Société "Tranchant Electronique". Cet amplificateur modulaire à entrées différentielles convient particulièrement pour amplifier des tensions analogiques issues de capteurs bas niveau comme les thermocouples .

Les principales performances du TB 80 sont :

- immunité totale aux chocs thermiques.
- dérive de l'ordre de $0,3 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$
- très faible bruit ramené à l'entrée.

Spécifications électriques typiques à 25 °C

Gain	1000 (à spécifier à la commande)
Précision	$\pm 10^{-3}$
Défaut de linéarité du gain	$< 10^{-4}$
Stabilité du gain	$\pm 10^{-5}$
Tension de sortie	$\pm 10 \text{ V}$
Courant de sortie	10 mA
Impédance d'entrée différentielle	100 M Ω
Coefficient de température de la tension d'offset typique	$0,3 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ (0°C à 60 °C)
Variation de la tension d'offset en fonction du temps (500h)	2 μV
Courant d'offset	$\leq 50 \text{ nA}$
Courant d'offset différentiel	$\pm 2 \text{ nA}$
Réjection de mode commun	$\geq 105 \text{ dB}$
Gamme de température de fonctionnement	0 à 60 °C

Cet amplificateur a une très faible dérive en température et une impédance d'entrée élevée. Le réseau de contre-réaction interne à l'amplificateur est réalisée par des résistances bobinées de précision assurant une très bonne stabilité du gain ; il est donc parfaitement bien adapté aux mesures bas niveau.

La valeur moyenne du gain d'un thermocouple "nickel-chrome - nickel -allié" est de l'ordre de $40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$ (voir tableau de la figure III-7) ; cette valeur est bien supérieure au coefficient de température de la tension d'offset typique de l'amplificateur ($0,3 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$), ce qui nous permet d'obtenir une mesure de la tension issue du thermocouple avec une bonne précision (erreur absolue typique : $1/100^\circ\text{C}$ environ).

Le signal de sortie de l'amplificateur TB 80 rentre dans un deuxième amplificateur opérationnel "ZEL 1 " fabriqué par "ZELTEX" moins performant, du point de vue de la variation de la tension d'offset, que le TB 80.

Le gain de cet étage sera de 20. Le schéma de la figure III-16 montre d'une manière simplifiée la réalisation de cet ensemble.

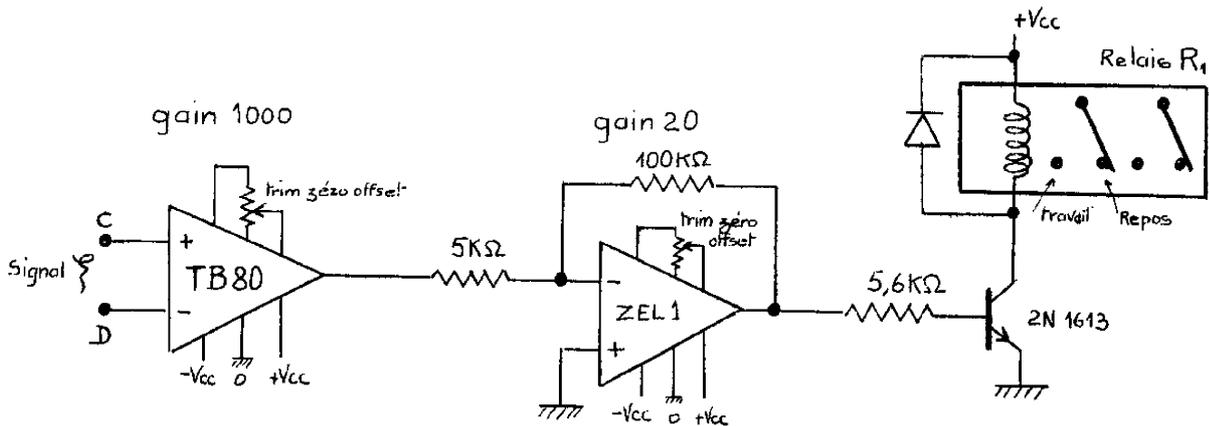


Figure III-16

Le relais R_1 qui commande le relais de puissance R_2 , et qui actionne la contre-réaction interne (voir schéma-bloc figure III-3) est du type relais miniature "Siemens" à 2 jeux de contacts inverseurs modèle "TRLS 154 C 93 d".

Un jeu de contacts inverseurs permet d'alimenter les thermocouples dans le vide de la contre réaction interne comme le montre la figure III-15 ,

Le deuxième jeu de contacts coupe l'alimentation du relais de puissance R_2

La figure III-17 montre la caractéristique statique qui relie le signal φ à la position repos - travail du relais R_1 ; cette caractéristique fait apparaître une hystérésis pour l'ensemble de ce montage qui vaut $h = \pm 100 \text{ mV}$ (mesurée à l'entrée de l'amplificateur TB 80) soit $\pm 2,5$ °C si φ est mesuré en °C

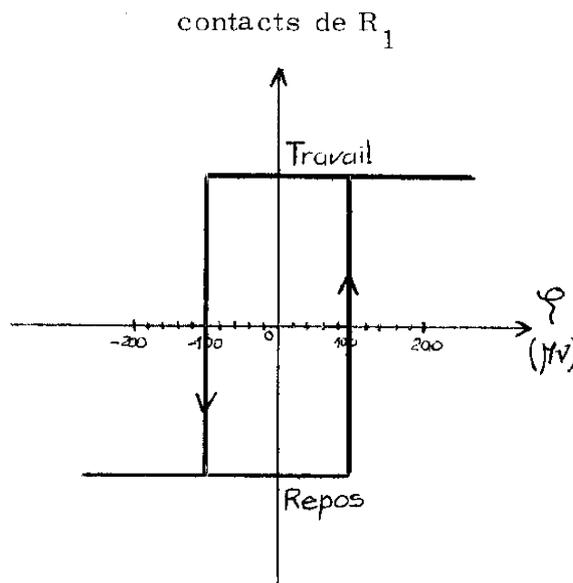


Figure III-17

Pour compléter la description des éléments du schéma bloc de la figure III-3, il nous faut dire que le relais R_2 est un relais de puissance alimenté en $220\text{ V} \simeq$ dont les contacts ont un pouvoir de coupure de 5 ampères sous 220 volts alternatifs.

L'ensemble électronique décrit dans ce paragraphe a été réalisé sous la forme d'un montage expérimental de Laboratoire. L'amplification des faibles signaux issus des thermocouples et la présence de relais commutant la tension issue du secteur nous posèrent quelques problèmes par l'existence de signaux parasites apparaissant au moment des commutations qui perturbaient le fonctionnement correct du montage. Ces inconvénients furent supprimés par le blindage des conducteurs transmettant les signaux bas niveau et le découplage par condensateurs des différentes sources d'alimentation du montage.

III -5- ESSAIS SYSTEMATIQUES.

Dans ce paragraphe, nous allons analyser par des essais le comportement du système bouclé dont nous venons de voir la réalisation.

Nos essais peuvent se décomposer en deux séries:

a - une première série consiste à étudier la régulation de température de notre élément chauffant sans faire intervenir la contre-réaction interne.

b - dans une deuxième série, nous analyserons le fonctionnement du système en présence de la contre -réaction interne.

III -5-1 - Essais de régulation sans contre-réaction interne.

Dans cette série d'essais, les deux potentiomètres P_1 et P_2 (voir figure III-15) ont leur curseur au point 0. Les thermocouples dans le vide ne sont alors pas alimentés et la tension V' est nulle.

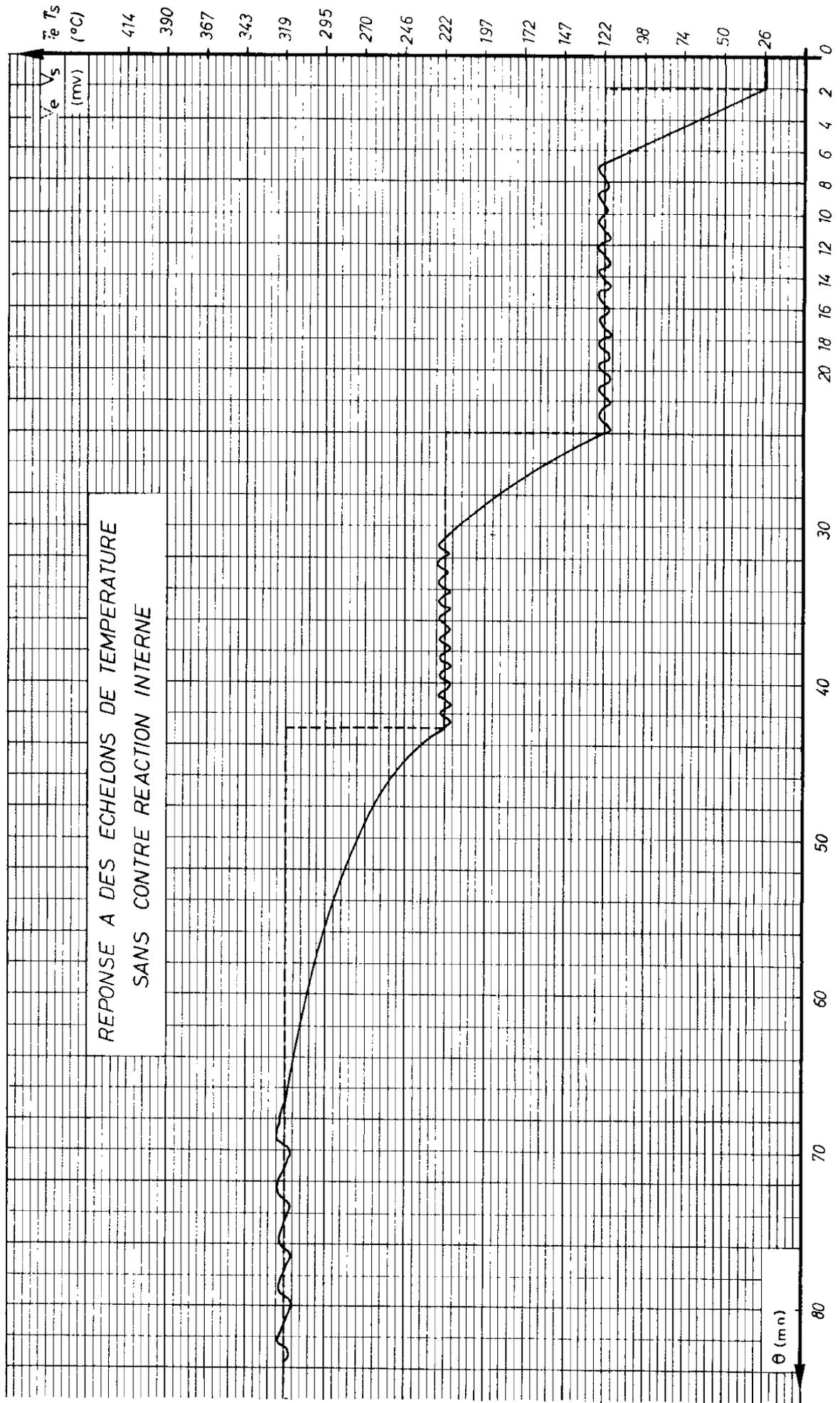


Figure III - 18

Dans ces conditions, nous avons appliqué à l'entrée de notre système des échelons de température.

Les tensions de consigne V_e (voir schéma fonctionnel de la figure III-3) sont de 5, 9, 13 mV, ce qui correspond respectivement à des températures de consignes T_e de 122 °C, 222 °C et 320 °C si l'on se reporte au tableau de la figure III-7.

La figure III-18 montre l'enregistrement obtenu de la tension de sortie V_S aux bornes du thermocouple, donc de la température T_S en utilisant le tableau de la figure III-7.

Les trois paliers de la courbe correspondant au régime définitif de chacun des échelons appliqués nous permettent de mesurer l'amplitude limite et la période des auto-oscillations du système sans contre-réaction interne.

Nous avons noté ces résultats dans le tableau de la figure III-19. Dans le chapitre IV, nous nous proposons de les justifier par le calcul.

Tension de consigne V_e (mV) température de consigne T_e (°C)	5 mV 122 °C	9 mV 222 °C	13 mV 320 °C
Amplitude des oscillations en MV amplitude des oscillations en °C	250 MV 6 °C	250 MV 6 °C	250 MV 6 °C
Période des oscillations en mn θ_τ	1 mn 30s	1 mn 12s	3 mn 12 s.

Figure III-19

On remarque que la période des oscillations augmente lorsque la température de consigne T_e se déplace vers ses valeurs extrêmes. L'amplitude des oscillations reste pratiquement constante quel que soit le point de consigne ; elle est d'environ ± 3 °C alors que l'hystérésis de l'ensemble électronique est de $\pm 2,5$ °C. Cet écart se justifie par le fait que le modèle du processus thermique qui peut être assimilé à un système à une seule constante de temps (voir chapitre II) possède également un retard pur de l'ordre d'une dizaine de secondes, valeur qui reste faible devant la constante de temps.

III-5-2 - Mise en marche de la contre-réaction interne.

a - Réglages préliminaires.

Les potentiomètres P_1 et P_2 qui servent à ajuster les niveaux positif et négatif de la contre-réaction V' (figure III-15) sont réglés de façon à obtenir des courants i_1 et i_2 dans les résistances chauffantes des thermocouples égaux à 5 mA. Dans ces conditions, la tension V' est de \pm ou - 400 mV suivant la position des contacts du relais R_1 .

b - Mesures.

Ces réglages étant effectués, nous avons mesuré la période des oscillations de l'ensemble constitué par l'amplificateur A, le relais R_1 et la contre-réaction interne de fonction de transfert $H(p)$ représenté par la figure III-4, que nous appellerons "amplificateur autonome", lorsque le signal d'erreur \mathcal{E} qui commande cet ensemble est nul.

Période des oscillations $\theta_{os} = 2,2$ secondes (figure III-20)

Les demi-périodes de ces oscillations sont égales, d'où la valeur moyenne du signal y^* est nulle, c'est-à-dire que le temps de chauffage est égal au temps de refroidissement. De plus la période de ces oscillations étant très faible par rapport à la constante de temps du processus thermique,

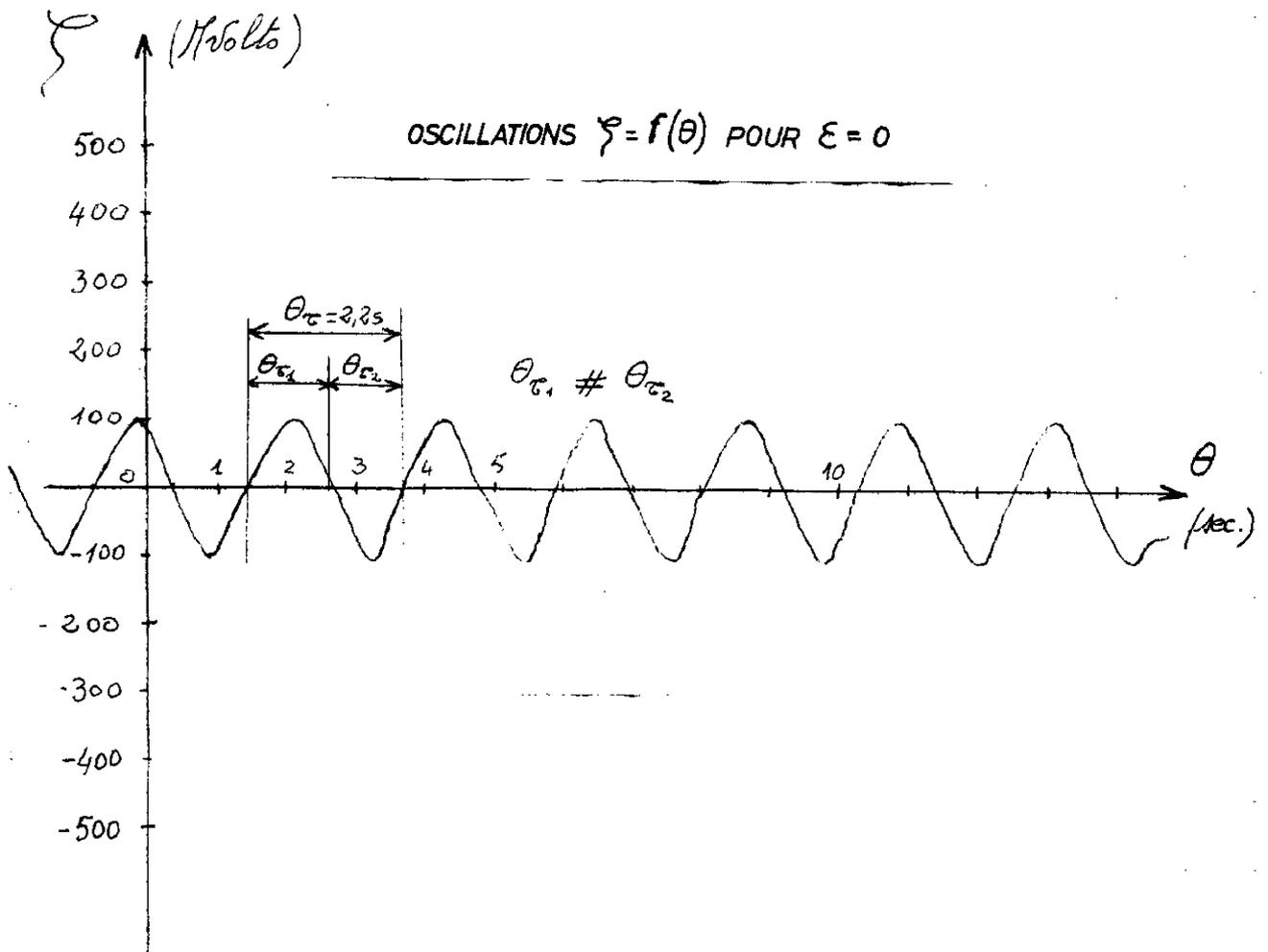


Figure III - 20

16 mn environ (voir chapitre II, paragraphe II-7-3), l'énergie calorifique transmise par l'intermédiaire du relais R_2 à l'élément chauffant sera la moitié de l'énergie maximum, lorsque les résistances chauffantes sont alimentées directement par la tension du secteur, soit :

$$q_{(\varepsilon=0)}^* = \frac{604,8}{2} = 302,4 \text{ Kcal/h}$$

La température finale atteinte est alors de : 221°C.

Réponse à des échelons de température (erreur en régime permanent).

Ces mesures étant effectuées, nous avons appliqué à l'entrée de notre système fonctionnant en boucle fermée trois échelons de température de même valeur que ceux du paragraphe III-5-2, soit successivement :

$$T_{e_1} = 122 \text{ °C} , \quad T_{e_2} = 222 \text{ °C} \quad ; \quad T_{e_3} = 320 \text{ °C}$$

Nous avons observé le comportement dynamique du système en enregistrant la température de sortie T_s , ainsi que l'erreur en régime permanent

ε (Mvolts)*

* 40 $\mu\text{V} \simeq 1 \text{ °C}$ (thermocouple nickel-chrome - nickel-allié).

Les enregistrements obtenus sont donnés par les figures III-21 et III-22.

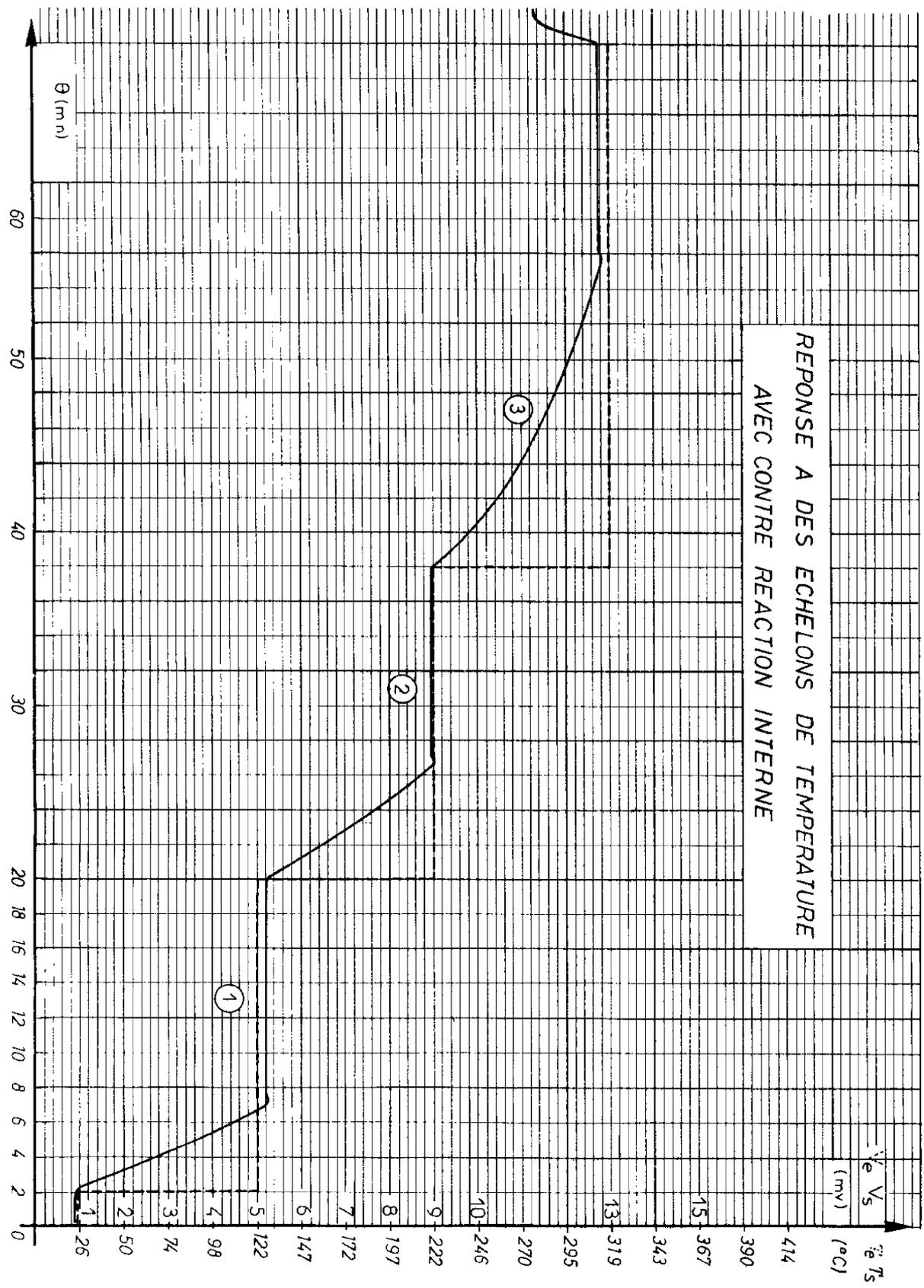


Figure III - 21

$$E_V = V_e - V_s \text{ en Millivolts}$$

$$E_T = T_e - T_s \text{ en } ^\circ\text{C}$$

Erreur en régime permanent pour les 3 échelons $V_e = 5\text{ mV}$, 9 mV , 13 mV

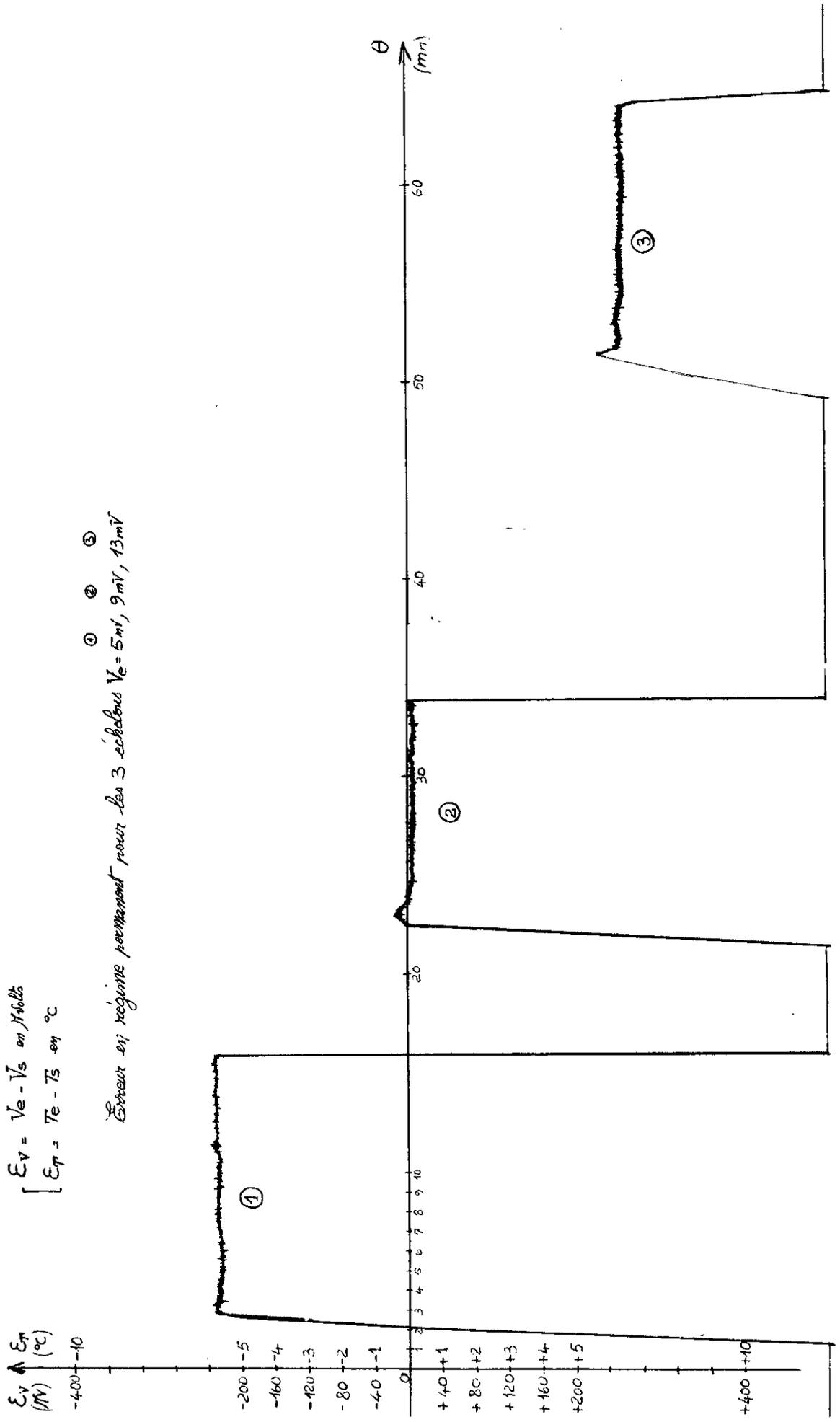


Figure III - 22

Ces graphiques nous montrent que les oscillations de la température de sortie T_g ont disparu. Ce résultat s'explique par le fait que les relais R_1 et R_2 ont une période de battement de l'ordre de 4 secondes lorsque le système se trouve en régime permanent. Cette période est très petite par rapport à la constante de temps du processus thermique.

La variation du signal \mathcal{E}_T en régime permanent reste inférieure à $0,5\text{ }^\circ\text{C}$. Cependant, cette erreur \mathcal{E}_T n'est pas nulle. Elle atteint $-5,6\text{ }^\circ\text{C}$ pour $T_e = 122\text{ }^\circ\text{C}$ et $+6,4\text{ }^\circ\text{C}$ pour $T_e = 320\text{ }^\circ\text{C}$, par contre, elle est pratiquement nulle pour $T_e = 222\text{ }^\circ\text{C}$.

L'asservissement de température à relais a sa caractéristique non linéaire qui est "linéarisée" par la présence de la contre-réaction interne ; on peut dire en première approximation que dans la zone où \mathcal{E} est petit (entre $\pm 10\text{ }^\circ\text{C}$) l'asservissement se comporte comme un système linéaire continu qui ne possède pas d'intégration dans sa fonction de transfert en boucle ouverte, ce qui justifie la présence d'une erreur en régime permanent pour une réponse à un échelon de position.

Nous avons également effectué des essais permettant d'évaluer l'erreur en régime définitif du système lorsqu'il était soumis à des perturbations. Pour cela, nous avons fait circuler de l'air comprimé à l'intérieur du tube simulant une partie du réacteur de l'U. P. R. C. (voir paragraphe III-4-1).

Nous avons noté qu'avec un débit d'air de l'ordre de $1\text{ m}^3/\text{h}$, l'erreur en régime permanent \mathcal{E}_T augmentait de moins de $1\text{ }^\circ\text{C}$; de plus, cette erreur \mathcal{E}_T varie linéairement en fonction du débit d'air.

Ces perturbations nous ont paru suffisamment sévères, par rapport à celles du même ordre existant sur l'U. P. R. C. ; en effet, le débit du gaz de recyclage qui circule à l'intérieur des réacteurs de l'unité pilote n'est jamais supérieur à quelques centaines de litres par heure.

III -6 - DEFAUTS DU SYSTEME ET AMELIORATIONS POSSIBLES.

Dans le paragraphe précédent, nous avons vu que la présence d'une contre-réaction interne telle qu'elle est décrite ici, nous conduisait à la suppression des oscillations en régime permanent de la température de sortie du système.

Cependant, l'erreur en régime permanent est relativement importante puisqu'elle atteint plus de 6 °C pour une température de consigne de 320 °C . (La température limite de fonctionnement du montage réalisé est de l'ordre de 350 °C).

La présence d'une intégration dans le chaîne directe de l'asservissement ainsi "linéarisé " serait une solution pour supprimer cette erreur. Il paraît difficile d'envisager ici une telle solution, car l'intégrateur devrait se trouver sur le schéma-bloc de l'asservissement après le relais de puissance R_2 (voir figure III-3), donc à un endroit où l'énergie des signaux à transmettre est très importante. On pourrait toutefois réaliser cette intégration en utilisant un servomoteur commandé par le relais R_2 et entraînant le curseur d'un auto transformateur variable du type "Variac", autotransformateur servant à alimenter l'élément chauffant du processus comme le montre la figure III-23

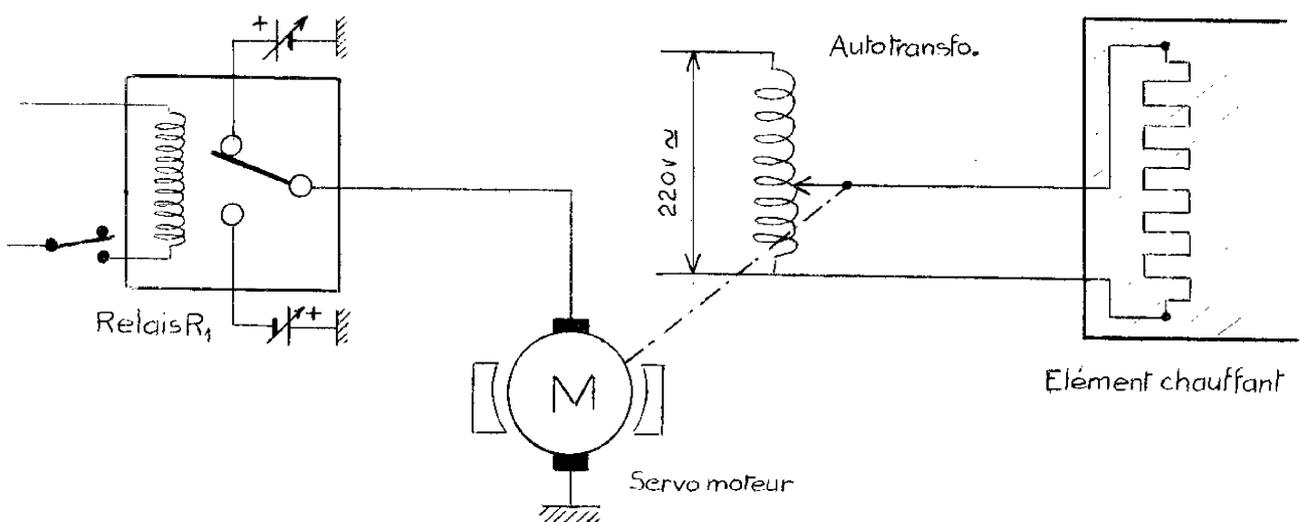


Figure III-23

Cette solution n'a pas été retenue car elle nécessite un matériel important (servomoteur, autotransformateurs, alimentations de forte puissance), de plus, elle serait difficilement utilisable sur l'U.P.R.C. qui possède 12 voies de régulation pour l'ensemble des trois réacteurs en raison du coût d'une telle opération qui va à l'encontre du but que nous nous étions proposés d'atteindre au premier chapitre de notre mémoire.

La diminution de l'erreur \mathcal{E} en régime permanent peut être obtenue pour un tel type d'asservissement "linéarisé" par l'augmentation du gain de l'"amplificateur autonome" constitué par l'amplificateur A, le relais R_1 et la contre-réaction interne $H(p) = \frac{k}{1 + \mathcal{E}p}$ (figure III-4).

Une autre possibilité de minimiser l'erreur \mathcal{E} consiste à réaliser une compensation du type "commande mixte" [20] ; en effet, l'erreur est fonction de l'amplitude de l'échelon de température T_e appliqué à l'entrée du système. On peut donc modifier la valeur moyenne du signal q^* qui commande l'élément chauffant en lui superposant une composante continue fonction de l'amplitude du signal d'entrée comme le montre la figure III-24

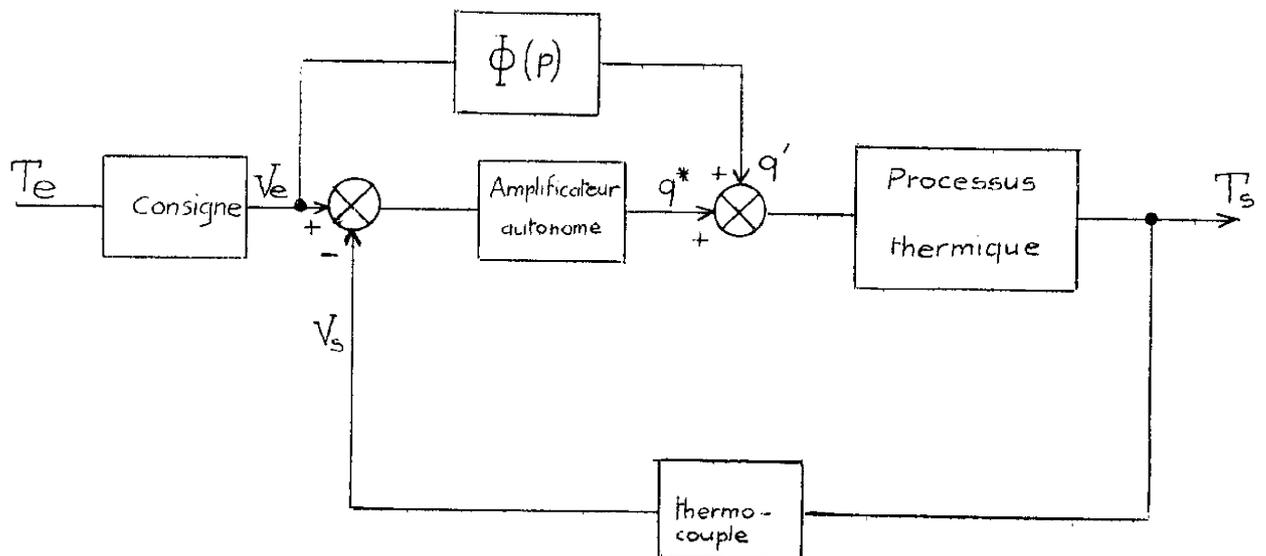


Figure III-24

Il faut remarquer cependant que la chaîne de contrôle en boucle ouverte de fonction de transfert $\Phi(s)$ ne garantit nullement un écart nul en présence de perturbations.

Ces deux possibilités d'améliorer la régulation que nous avons réalisée, seront étudiées à la fin du chapitre IV, lorsque nous aurons fait l'étude théorique du fonctionnement de notre montage.

III - 7 - CONCLUSION

D'après l'étude expérimentale que nous venons d'effectuer dans ce chapitre, nous voyons que la présence de la contre-réaction interne de fonction de transfert $H(P)$ dans la chaîne de l'asservissement, permet, par une augmentation importante de la fréquence des auto-oscillations, de diminuer dans de grandes proportions l'amplitude du cycle limite d'une régulation à relais du type "tout ou rien" à très forte constante de temps. D'un point de vue pratique, cette oscillation de température se trouve noyée parmi le bruit et les signaux parasites existant dans le thermocouple comme le montre la figure III-22.

Cependant, il existe une erreur en régime permanent qui peut être indésirable pour la précision du système. Nous envisagerons à la fin du chapitre IV les possibilités de la minimiser à l'aide d'un montage électronique simple.

CHAPITRE IV

ETUDE THEORIQUE DE LA REGULATION DE TEMPERATURE

IV - 1 - INTRODUCTION

Dans le précédent chapitre, nous nous sommes intéressés au comportement du système uniquement d'un point de vue expérimental. Par une étude théorique des divers modes de fonctionnement, sans contre-réaction interne, puis avec contre-réaction interne, nous essayerons de justifier les résultats obtenus lors des essais. Enfin, nous envisagerons des améliorations possibles sur le montage initial afin de diminuer l'erreur en régime permanent.

IV - 2 - ETUDE DES AUTO-OSCILLATIONS EN L'ABSENCE DE CONTRE REACTION INTERNE.

IV-2-1 - Schéma-bloc du montage.

Le schéma-bloc de la figure IV-1 représente les différents éléments qui constituent l'ensemble de la régulation sans contre réaction interne.

Ces éléments sont :

- A : amplificateur (grand gain, faible dérive).
- R_1 : relais sensible
- R_2 : relais de puissance
- $G(p)$: fonction de transfert du processus thermique.
- $F(p)$: fonction de transfert du thermocouple capteur.

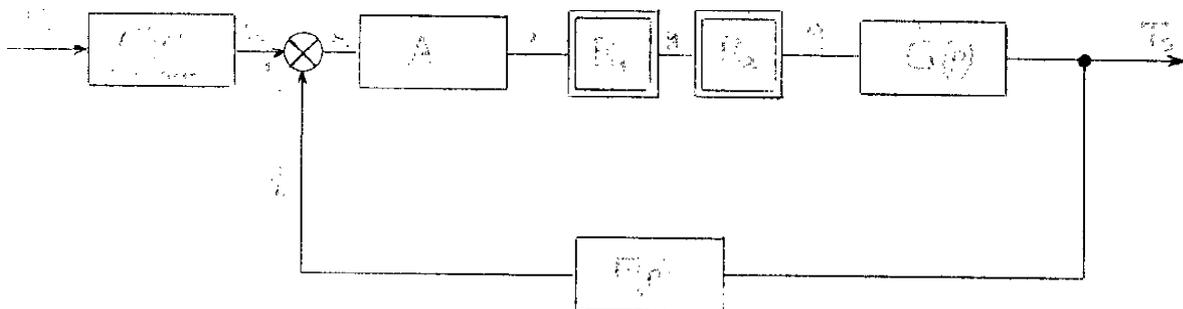


Figure IV-1

a - détermination de G (p)

Le signal q est l'énergie fournie au processus thermique de fonction de transfert G (p) sous forme de quantité de chaleur par unité de temps exprimé en k cal/h. Ce signal du type tout ou rien pourra prendre deux valeurs $q = q_{\max}$ ou $q = 0$ suivant l'état du relais R_2

Si nous reprenons l'équation II-42, nous pouvons écrire :

$$c\rho V \frac{dT(\theta)}{d\theta} + AhT(\theta) = q(\theta)$$

ou en supposant les paramètres C, ρ , V, A, h constants, on peut en utilisant le calcul symbolique écrire :

$$T(p) (Ah + c\rho V) = q(p)$$

ou encore

$$(IV-1) \quad \boxed{\frac{T(p)}{q(p)} = \frac{1}{Ah} \cdot \frac{1}{1 + \frac{c\rho V}{Ah} p}}$$

Or, nous avons vu au chapitre II que la conductance par unité de surface h variait en fonction de la température. Cependant, pour pouvoir approcher par une exponentielle les réponses du processus thermique à un échelon de chauffage pour $q = q_{\max}$ et à un échelon de refroidissement pour $q = 0$ (avec la condition initiale $T_0 = T_{\max}$ représentées figures II-8 et II-9, nous avons déterminé par simulation analogique deux valeurs moyennes de h correspondant aux deux modes de fonctionnement (chauffage et refroidissement)

- chauffage : $h_c = 51,8 \text{ k cal./h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$
- Refroidissement : $h_r = 30,4 \text{ k cal./h.m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$

En posant :

$$\frac{1}{Ah_c} = K_c ; \quad \frac{1}{Ah_r} = K_r ; \quad \frac{c\rho V}{Ah_c} = T_c ; \quad \frac{c\rho V}{Ah_r} = T_r$$

$G_c(p) = \frac{K_c}{1 + T_c p}$ sera la fonction de transfert du processus thermique lorsque le relais R_2 sera en position chauffage.

$G_r(p) = \frac{K_r}{1 + T_r p}$ sera la fonction de transfert du processus thermique lorsque le relais R_2 sera en position refroidissement.

Unités : K_c et K_r en $^{\circ}\text{C}/\text{kcal/h}$

T_c et T_r en heures

$p = \frac{d}{d\theta}$ en heures $^{-1}$

Réponse à un échelon de chauffage $q = q_{\max}$

$$T(\theta) = q_{\max} \cdot K_c \left(1 - e^{-\frac{\theta}{T_c}} \right)$$

Réponse à un échelon de refroidissement $q = 0$

$$T(\theta) = T_0 \cdot e^{-\frac{\theta}{T_r}}$$

Remarque : $T(\theta)$ est la variation en fonction du temps de la différence entre la température de l'élément chauffant et la température ambiante).

Valeurs numériques

$$q = q_{\max} = 604,8 \text{ K cal/h}$$

$$K_c = 0,53 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{k cal/h}$$

$$T_c = 0,211 \text{ heure } 13 \text{ mn}$$

$$T_r = 0,36 \text{ heure } 22 \text{ mn}$$

$$T_o = 320 \text{ } ^\circ\text{C} + 23 \text{ } ^\circ\text{C} \quad T_\infty = 23^\circ\text{C} (\text{température ambiante})$$

b - Détermination de F (p)

Si l'on se reporte au tableau de la figure III-7, nous voyons que le thermocouple capteur convertit la température T_s en une tension V_s , la valeur moyenne du gain de cet élément étant de $40 \mu\text{V} / ^\circ\text{C}$ avec une précision supérieure à 1 %

Nous négligerons la constante de temps de ce capteur, qui ne dépasse jamais quelques secondes, vis-à-vis de la constante de temps du processus thermique, d'où :

$$F(p) = k_{th.} = 40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$$

c - Elément non linéaire

Comme nous l'avons vu au chapitre III, l'ensemble constitué par l'amplificateur à grand gain A et les relais R_1 et R_2 possède une hystérésis qui ramenée à l'entrée de l'amplificateur A est de $h = \pm 100 \mu\text{V}$. Si dans le schéma fonctionnel de la figure IV-1, on a $F'(p)$ fonction de transfert du bloc "consigne" égal à $F(P)$, nous pouvons ramener le schéma de la figure IV-1 au schéma bloc simplifié de la figure IV-2 où, l'erreur ξ_T qui

commande l'élément non linéaire est évaluée en degrés centigrades.

L'hystérésis de cet élément s'exprime alors en degrés centigrades, et vaut :

$$h' = \pm \frac{100 \text{ Mv}}{40 \text{ MV/}\epsilon} = \pm 2,5^\circ\text{C}$$

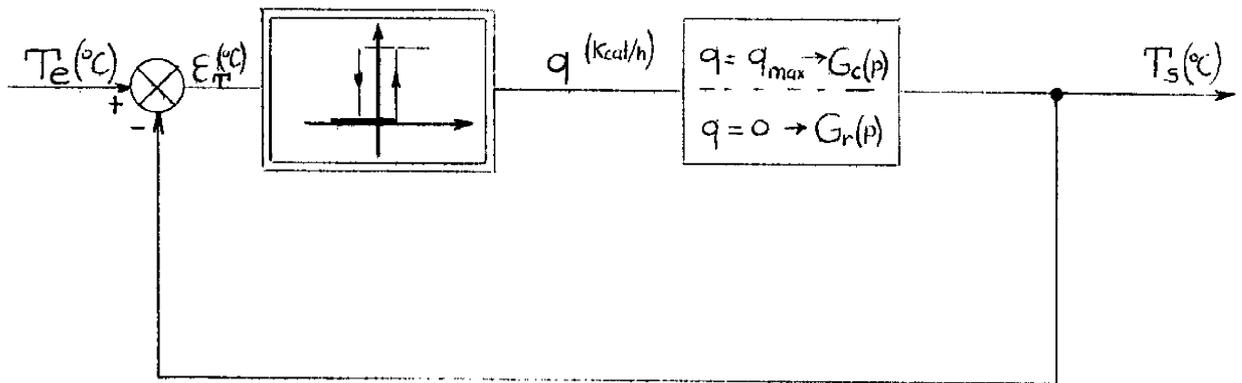
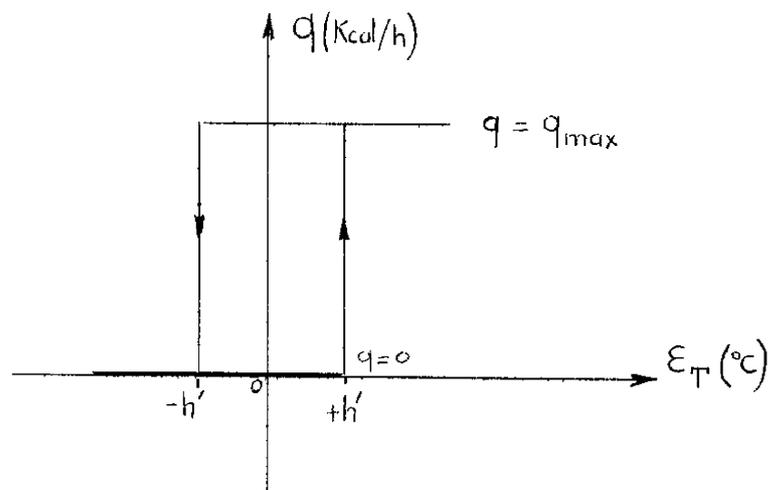


Figure IV-2

La caractéristique de l'élément non linéaire est alors :



IV - 2 - 2 - Détermination de l'amplitude et de la période des auto-oscillations [10] [18]

Connaissant les caractéristiques des différents éléments de la chaîne de régulation, nous nous proposons maintenant d'étudier les auto-oscillations de ce système en régime définitif et de déterminer la durée du régime transitoire lorsque l'on applique à l'entrée des échelons de température T_e de différentes amplitudes.

Le graphique de la figure IV-3 représente l'allure du régime définitif de la température de sortie du processus représenté par le schéma fonctionnel de la figure IV-2 pour les trois échelons de température appliqués à l'entrée. Ces trois températures de consigne correspondent aux trois valeurs choisies pour les essais effectués au chapitre III, soit :

$$T_e + T_{\infty} = 122 \text{ }^{\circ}\text{C} , 222 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ et } 320 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$T_{\infty} = \text{température ambiante} = 23 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Les exponentielles (1) et (2) de la figure IV-3 correspondent respectivement au régime de montée en température et au régime de refroidissement, le système fonctionnant en boucle ouverte. Les droites (3) et (4) sont les asymptotes de ces deux courbes. L'écart entre ces deux droites est égal au produit $K \cdot q$ d'après les conventions adoptées sur le schéma de la figure IV-2. L'asymptote (4) correspond à la température ambiante.

D'après la figure IV-3, l'amplitude des auto-oscillations du système est théoriquement égale à 2 h' c'est-à-dire en valeur numérique à 5 °C. Ces oscillations sont symétriques par rapport à la température de consigne T_e .

La période des auto-oscillations est $\theta_{\tau} = \theta_1 + \theta_2$ comme le montre la figure IV-3, nous allons en déterminer la valeur.

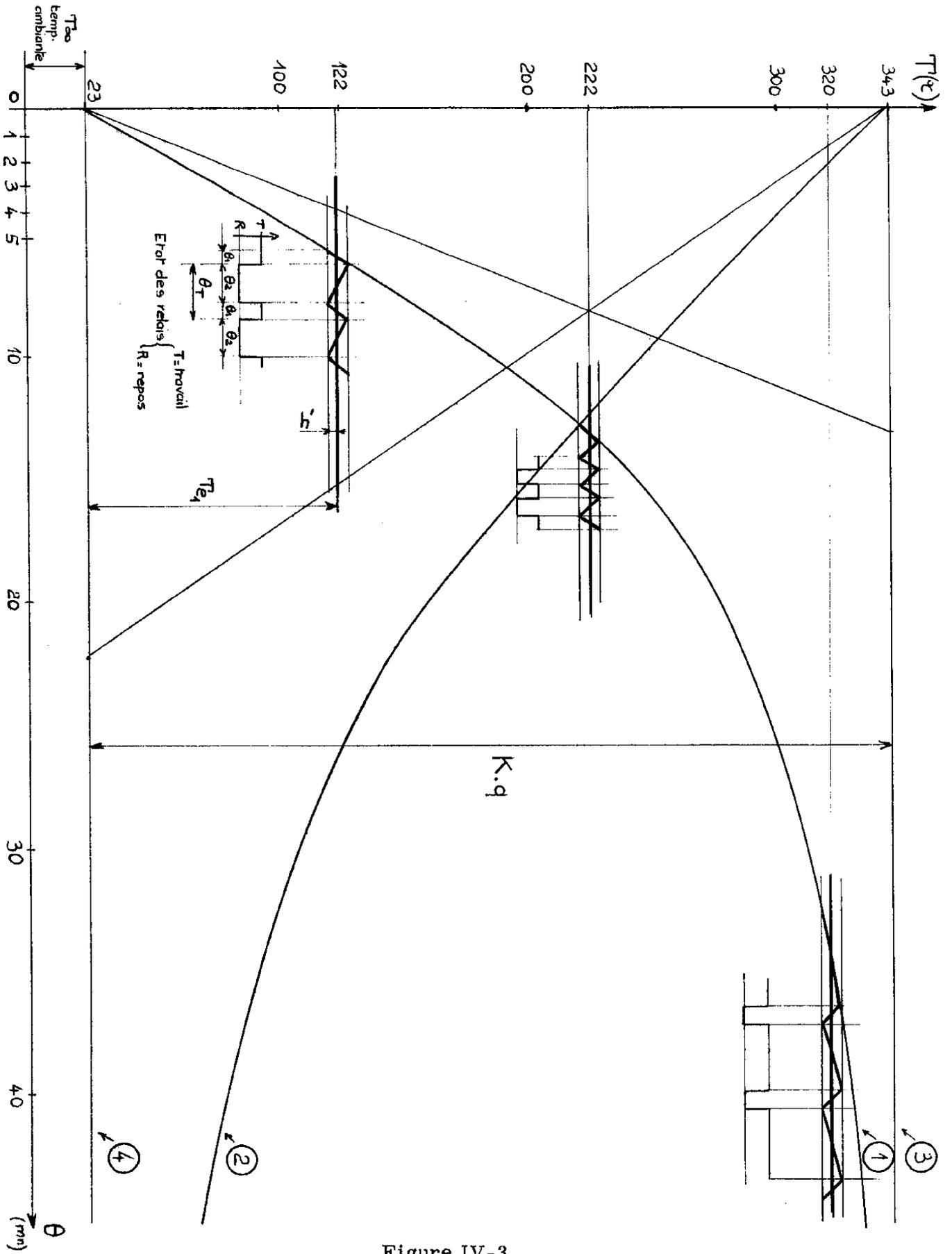


Figure IV-3

a) Calcul du temps θ_1

L'équation de l'exponentielle (1) partant d'une condition initiale correspondant à une commutation des relais de la position repos (refroidissement) vers la position travail (chauffage) peut s'écrire d'après la figure IV-3 :

$$(IV-2) \quad T_{\theta}(\theta) = K.q - (K.q - T_e + h') e^{-\frac{\theta}{T_c}}$$

Au bout du temps θ_1 que dure cet état, la relation IV-2 devient :

$$T_e + h' = K.q - (K.q - T_e + h') e^{-\frac{\theta_1}{T_c}}$$

ou encore

$$K.q - T_e - h' = (K.q - T_e + h') e^{-\frac{\theta_1}{T_c}}$$

d'où

$$\frac{\theta_1}{T_c} = \text{Log} \frac{K.q - T_e + h'}{K.q - T_e - h'}$$

soit

$$(IV-3) \quad \boxed{\theta_1 = T_c \text{ Log} \frac{K.q - T_e + h'}{K.q - T_e - h'}}$$

b) Calcul du temps θ_2

L'équation de l'exponentielle (2) partant d'une condition initiale correspondant à une commutation des relais de la position travail (chauffage) vers la position repos (refroidissement) peut s'écrire d'après la figure IV-3 :

$$(IV-4) \quad T_{\theta}(\theta) = (T_e + h') e^{-\frac{\theta}{T_r}}$$

Au bout du temps θ_2 que dure cet état, la relation IV-4 devient :

$$T_e - h' = (T_e + h') e^{-\frac{\theta_2}{T_r}}$$

d'où

$$\frac{\theta_2}{T_r} = \text{Log} \frac{T_e + h'}{T_e - h'}$$

soit :

$$(IV-5) \quad \boxed{\theta_2 = T_r \text{Log} \frac{T_e + h'}{T_e - h'}}$$

La période des oscillations θ_T est donc la somme des deux relations IV-4 et IV-5 soit :

$$IV-6 \quad \boxed{\theta_T = \theta_1 + \theta_2 = T_c \text{Log} \frac{K.q - T_e + h'}{K.q - T_e - h'} + T_r \text{Log} \frac{T_e + h'}{T_e - h'}}$$

Valeurs numériques :

$$T_c = 13 \text{ mn}$$

$$T_r = 22 \text{ mn}$$

$$K = 0,53 \text{ } ^\circ\text{C} / \text{k cal/h}; q = 604,8 \text{ K cal/h} \quad K.q = 320 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$h' = 2,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$T_e + T_{\infty} \text{ (temp. ambiante)} = 122 \text{ } ^\circ\text{C}, 222 \text{ } ^\circ\text{C}, 320 \text{ } ^\circ\text{C}$$

D'après les relations IV-4, IV-5 et IV-6, nous trouvons pour:

a) $T_e + T_\infty = 122^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 13 \text{ Log } 1,025 = 0,3 \text{ mn} = 18 \text{ sec.} \\ \theta_2 &= 22 \text{ Log } 1,05 = 1,1 \text{ mn} = 1 \text{ mn } 6 \text{ sec.} \\ \theta_T &= \theta_1 + \theta_2 = \underline{1 \text{ mn } 24 \text{ sec.}}\end{aligned}$$

b) $T_e + T_\infty = 222^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 13 \text{ Log } 1,04 = 0,508 \text{ mn} = 30 \text{ sec.} \\ \theta_2 &= 22 \text{ Log } 1,025 = 0,56 \text{ mn} = 34 \text{ sec.} \\ \theta_T &= \theta_1 + \theta_2 = \underline{1 \text{ mn } 4 \text{ sec}}\end{aligned}$$

c) $T_e + T_\infty = 297^\circ\text{C}$

$$\begin{aligned}\theta_1 &= 13 \text{ Log } 1,017 = 0,405 \text{ mn} = 24 \text{ sec} \\ \theta_2 &= 22 \text{ Log } 1,245 = 2,81 \text{ mn} = 2 \text{ mn } 49 \text{ sec.} \\ \theta_T &= \theta_1 + \theta_2 = \underline{3 \text{ mn } 13 \text{ sec.}}\end{aligned}$$

Ces résultats étant acquis, nous allons dresser un tableau comparatif (figure IV-4) des mesures effectuées au chapitre III (tableau de la figure III-19) et des valeurs théoriques calculées ici.

Température de consigne T_e (°C)	122 °C	222 °C	320 °C
Amplitude calculée des oscillations en °C	5 °C	5 °C	5 °C
Amplitude mesurée des oscillations en °C	6 °C	6 °C	6 °C
Période calculée des oscillations en mn et sec.	1 mn 24 sec.	1 mn 4 sec.	3 mn 13 sec.
Période mesurée des oscillations en mn et sec.	1 mn 30 sec.	1 mn 12 sec.	3 mn 12 sec.

Figure IV-4

Ce tableau nous montre la concordance des valeurs théoriques et des mesures faites précédemment. Ce résultat nous permet donc de dire que le modèle mathématique choisi pour décrire le processus thermique est correct.

Le fait de négliger dans la fonction de transfert le retard pur de quelques secondes, et une constante de temps secondaire également faible devant celle du réacteur et engendrée par le capteur, est donc une possibilité réaliste.

De même, les simplifications introduites au paragraphe IV-2-1 pour la détermination de la fonction transfert simplifiée $G(p)$ par rapport au modèle trouvé à la fin du chapitre II, sont valables.

IV - 3 - ETUDE DU FONCTIONNEMENT DE L'AMPLIFICATEUR AUTONOME

11 12 13 14 .

Nous allons maintenant nous intéresser au fonctionnement du système en présence de la contre réaction interne, afin de justifier les résultats expérimentaux du paragraphe III-5-2.

IV-3-1 - Schéma-bloc de montage

Nous reprenons ici dans la figure IV-5 le schéma bloc de l'ensemble de la régulation tel que nous l'avons déjà donné au chapitre précédent.

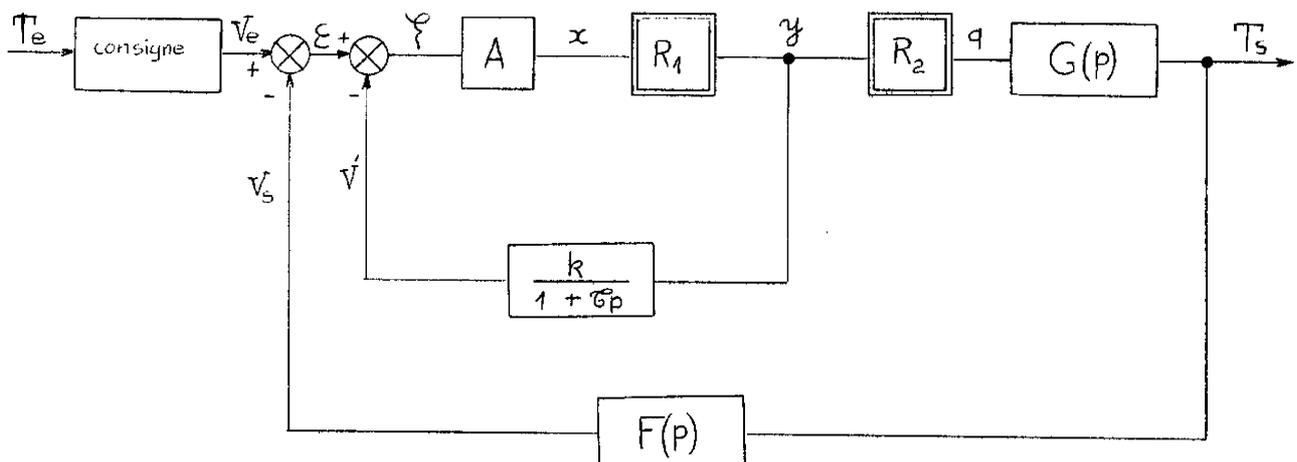


Figure IV-5

L'ensemble constitué par l'amplificateur A, le relais sensible R_1 et la contre réaction de fonction de transfert $\frac{k}{1+\tau_p s}$ fonctionne comme un amplificateur autonome en régime de bascule. En l'absence du signal \mathcal{E} le système oscille ; la période et l'amplitude de cette oscillation dépendent uniquement de la valeur du gain k de la constante de temps τ et de l'hystérésis de l'élément non linéaire constituant la chaîne directe comme le montre la figure IV-6.

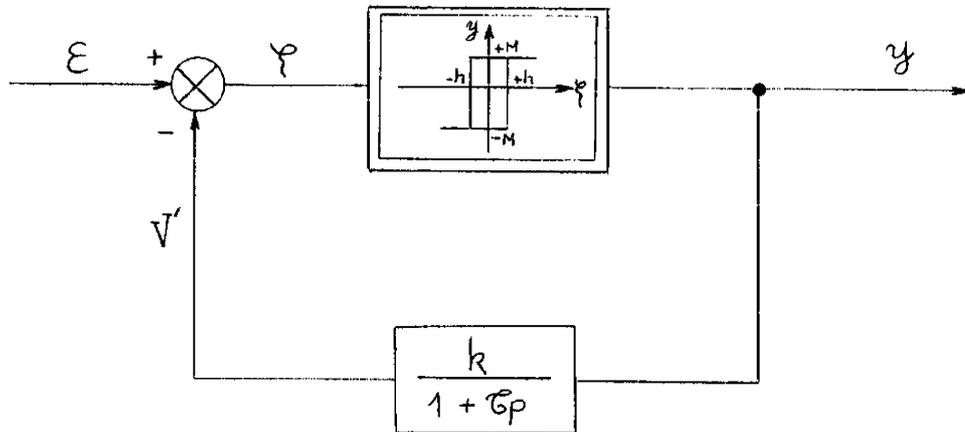


Figure IV-6

IV-3-2 - Etude de la période des oscillations et de la caractéristique

$$y^* = \eta(\mathcal{E}) \quad [17] \quad [18] .$$

Si la caractéristique de l'élément non linéaire est symétrique, ($|+M| = |-M|$ et $|+h| = |-h|$), la valeur moyenne y^* du signal de sortie de l'amplificateur autonome est nulle lorsque \mathcal{E} égale zéro.

Pour des valeurs de \mathcal{E} différentes de zéro, y^* devient une fonction de \mathcal{E} que nous définirons par la relation :

$$y^* = \eta(\mathcal{E})$$

Si l'on appelle θ_{τ_1} le temps pendant lequel l'élément non linéaire est dans la position $+M$ et θ_{τ_2} le temps pendant lequel l'élément non linéaire est dans la position $-M$, $\theta_{\tau} = \theta_{\tau_1} + \theta_{\tau_2}$ étant la période de l'oscillation, on peut écrire la relation IV-7.

$$(IV-7) \quad y^* = \eta(\mathcal{E}) = M \frac{\theta_{\tau_1} - \theta_{\tau_2}}{\theta_{\tau_1} + \theta_{\tau_2}}$$

La figure IV-7 représente la réponse à un échelon de position de $\pm M$ des "thermocouples dans le vide" de la contre-réaction interne dont la fonction de transfert est $\frac{k}{1 + \tau_p}$, ainsi que l'allure des oscillations du système lorsque le signal \mathcal{E} est égal à zéro, et pour deux valeurs quelconques de \mathcal{E} l'une positive et l'autre négative.

Nous allons à partir de ce graphique déterminer les valeurs de θ_{τ_1} , θ_{τ_2} et θ_{τ} .

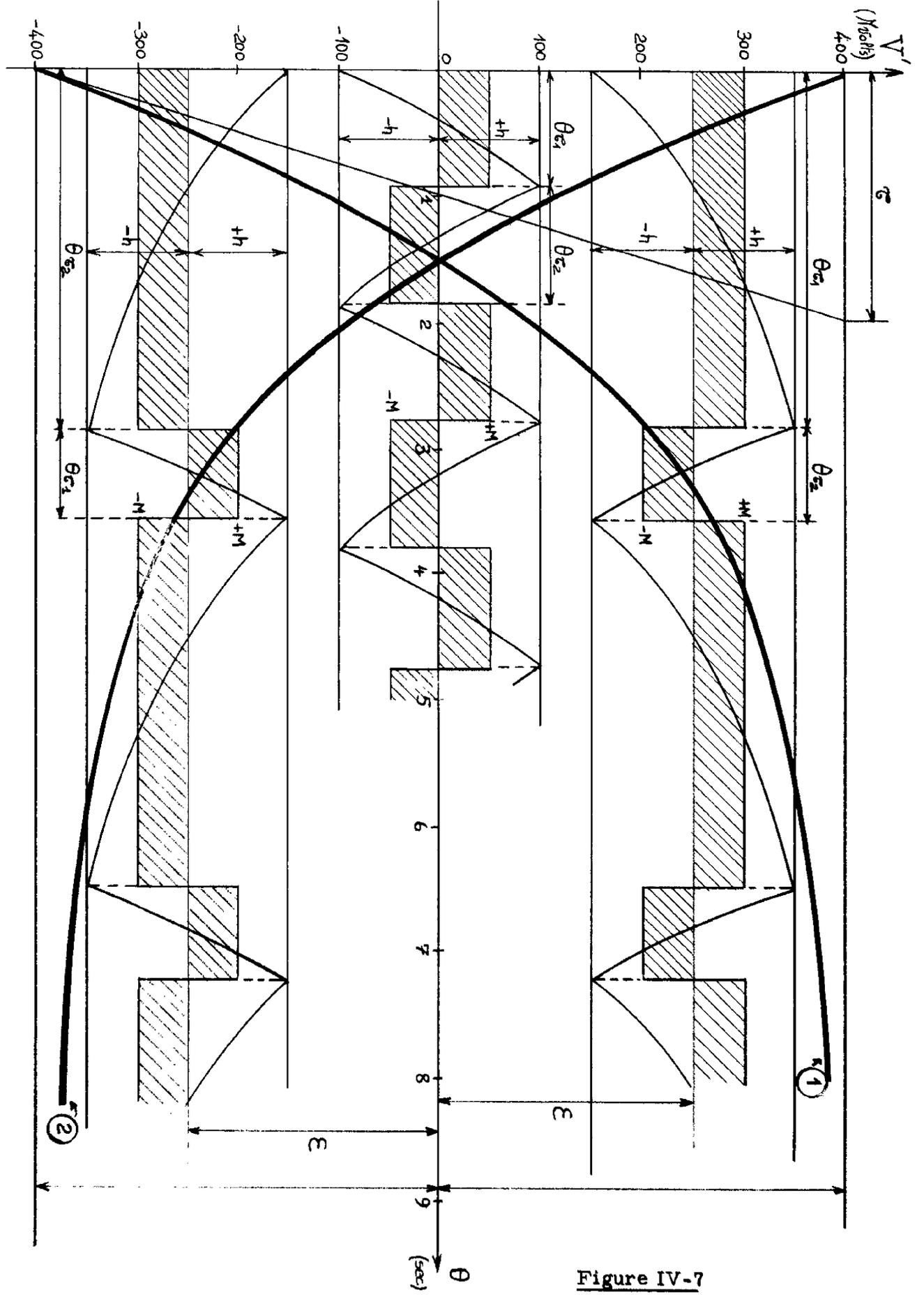


Figure IV-7

a) Pour $\mathcal{E} = 0$

L'équation de l'exponentielle (1) partant d'une condition initiale correspondant à une commutation du relais de la position $-M$ à la position $+M$ s'écrit d'après la figure IV-7 :

$$(IV-8) \quad V_1'(\theta) = k.M - (k.M + h) e^{-\frac{\theta}{\tau}}$$

Au bout du temps θ_{τ_1} que dure cet état, la relation IV-8 peut alors s'écrire :

$$h = k.M - (k.M + h) e^{-\frac{\theta_{\tau_1}}{\tau}}$$

ou encore :

$$k.M - h = (k.M + h) e^{-\frac{\theta_{\tau_1}}{\tau}}$$

d'où :

$$(IV-9) \quad \frac{\theta_{\tau_1}}{\tau} = \text{Log} \frac{k.M + h}{k.M - h}$$

De même en écrivant l'équation de l'exponentielle (2) partant de la condition initiale correspondant à une commutation du relais de la position $+M$ à la position $-M$, on a :

$$(IV-10) \quad V_2'(\theta) = -k.M + (k.M + h) e^{-\frac{\theta}{\tau}}$$

Au bout du temps $\theta_{\mathcal{E}_2}$ que dure cet état, la relation IV-10 peut alors s'écrire :

$$-h = -k.M + (k.M + h) e^{-\frac{\theta_{\mathcal{E}_2}}{\mathcal{C}}}$$

d'où :

$$(IV-11) \quad \frac{\theta_{\mathcal{E}_2}}{\mathcal{C}} = \text{Log} \frac{k.M + h}{k.M - h}$$

Les deux relations IV-9 et IV-11 sont identiques $\theta_{\mathcal{E}_1} = \theta_{\mathcal{E}_2}$, et la période des oscillations de "l'amplificateur autonome" lorsque $\mathcal{E} = 0$ est donnée par la relation IV-12.

$$(IV-12) \quad \boxed{\theta_{\mathcal{C}} = 2\mathcal{C} \text{Log} \frac{k.M + h}{k.M - h}}$$

Dans ces conditions, la valeur moyenne du signal à la sortie du relais R_1 est nulle : $y^* = 0$

Nous avons représenté sur le graphique de la figure IV-8 la variation de la période $\theta_{\mathcal{C}}$ des oscillations de "l'amplificateur autonome" en fonction de $k.M$.

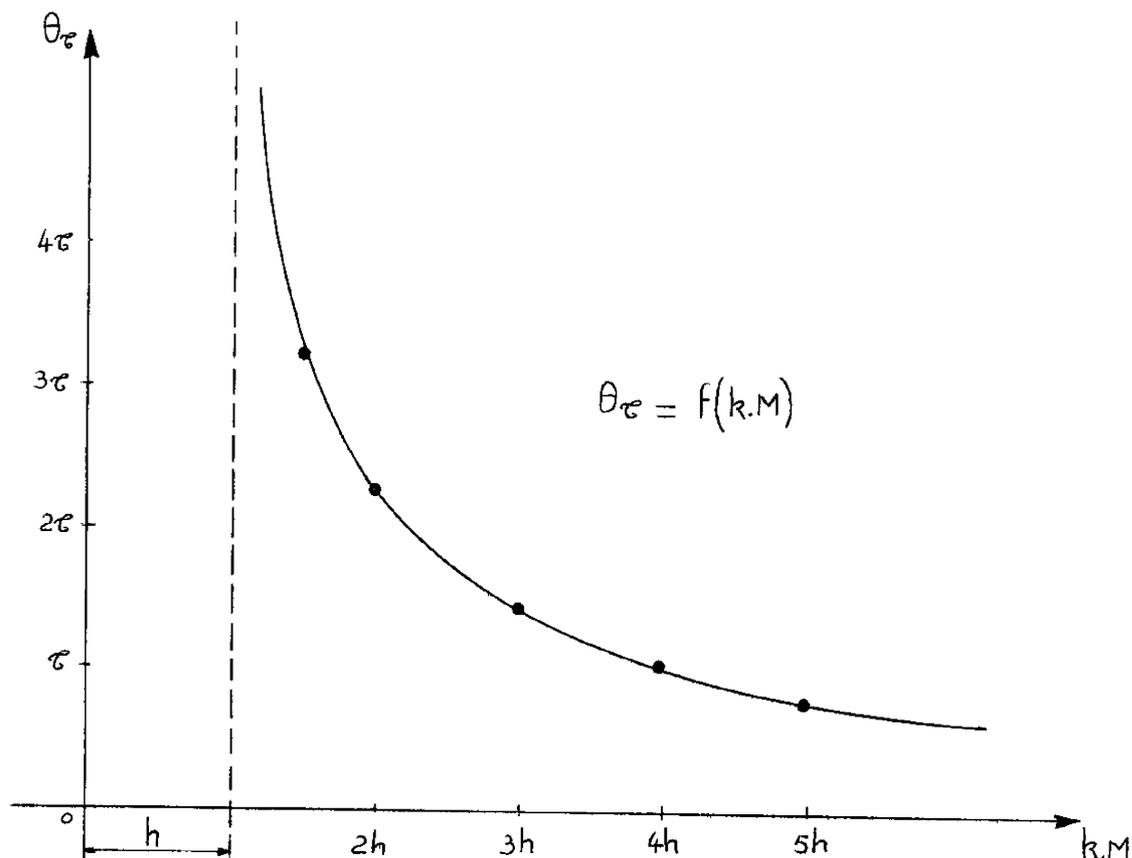


Figure IV-8

A partir de la courbe de variation $\theta_c = f(k.M)$, nous allons justifier le choix des valeurs numériques de h , τ , et $k.M$

- La constante de temps τ des thermocouples dans le vide de la contre-réaction interne est de 2 secondes ; elle a été déterminée au chapitre précédent.

- La valeur de h , qui est l'hystérésis ramenée à l'entrée de l'amplificateur A vaut 100μ Volts ; nous avons choisi cette valeur au paragraphe III-4-2-b du chapitre III en tenant compte du fait que l'on ne pouvait pas donner au gain de l'amplificateur une valeur très grande sans faire apparaître à l'entrée des dérives importantes par rapport à la sensibilité du thermocouple capteur qui est de 40μ volts par degré centigrade.

- Pour $k.M$, nous avons pris comme valeur : $kM = 4 h$, ce qui fait apparaître d'après la figure IV-8 une période d'oscillations $\theta_{\tau} \neq \tau$. De plus, nous le verrons plus loin, la caractéristique $y^* = \eta(\varepsilon)$ pour des valeurs de ε inférieures à 200 μ volts est pratiquement une droite.

- Valeurs numériques :

$$\tau = 2 \text{ secondes}$$

$$k = 400 \text{ } \mu\text{Volts}$$

$$M = \pm 1$$

$$h = 100 \text{ } \mu\text{Volts}$$

$$\theta_{\tau} = 4 \text{ Log } \frac{5}{3} = 2,04 \text{ sec.}$$

b) Pour $\varepsilon \neq 0$

L'équation de l'exponentielle (1) partant d'une condition initiale correspondant à une commutation du relais R_1 de la position-M à la position + M s'écrit :

$$(IV-13) \quad V(\theta) = k.M - (k.M - \varepsilon + h) e^{-\frac{\theta}{\tau}}$$

Au bout du temps θ_{ε_1} que dure cet état, la relation IV-13 peut alors s'écrire :

$$\varepsilon + h = k.M - (k.M - \varepsilon + h) e^{-\frac{\theta_{\varepsilon_1}}{\tau}}$$

d'où :

$$(IV-14) \quad \theta_{\varepsilon_1} = \tau \text{ Log } \frac{k.M - \varepsilon + h}{k.M - \varepsilon - h}$$

L'équation de l'exponentielle (2) partant d'une condition initiale correspondant à une commutation du relais R_1 de la position + M à la position -M s'écrit :

$$(IV-15) \quad V_2'(\theta) = -k.M + (k.M + \varepsilon + h) e^{-\frac{\theta}{\tau}}$$

Au bout du temps θ_{τ_2} que dure cet état, la relation IV-15 peut alors s'écrire :

$$\varepsilon - h = -k.M + (k.M + \varepsilon + h) e^{-\frac{\theta_{\tau_2}}{\tau}}$$

d'où :

$$(IV-16) \quad \theta_{\tau_2} = \tau \operatorname{Log} \frac{k.M + \varepsilon + h}{k.M + \varepsilon - h}$$

La période des oscillations θ_{τ} est donc la somme des deux relations IV-14 et IV-16 soit :

$$(IV-17) \quad \theta_{\tau} = \tau \left[\operatorname{Log} \frac{k.M - \varepsilon + h}{k.M - \varepsilon - h} + \operatorname{Log} \frac{k.M + \varepsilon + h}{k.M + \varepsilon - h} \right]$$

En remplaçant dans la relation $y^* = \eta(\varepsilon)$, θ_{τ_1} et θ_{τ_2} par leur valeur déterminée ici, on peut écrire la relation IV-18

$$(IV-18) \quad y^* = \eta(\varepsilon) = M \frac{\operatorname{Log} \frac{k.M - \varepsilon + h}{k.M - \varepsilon - h} - \operatorname{Log} \frac{k.M + \varepsilon + h}{k.M + \varepsilon - h}}{\operatorname{Log} \frac{k.M - \varepsilon + h}{k.M - \varepsilon - h} + \operatorname{Log} \frac{k.M + \varepsilon + h}{k.M + \varepsilon - h}}$$

Cette relation nous permet de construire la caractéristique $y^* = \eta(\mathcal{E})$ pour différentes valeurs de h (figure IV-9).

Lorsque $h \rightarrow 0$ et pour des valeurs de \mathcal{E} telles que $-K.M \leq \mathcal{E} \leq +K.M$ la caractéristique $\eta(\mathcal{E})$ devient une droite de pente $1/k$, c'est-à-dire que $\eta(\mathcal{E}) = \mathcal{E}/k$

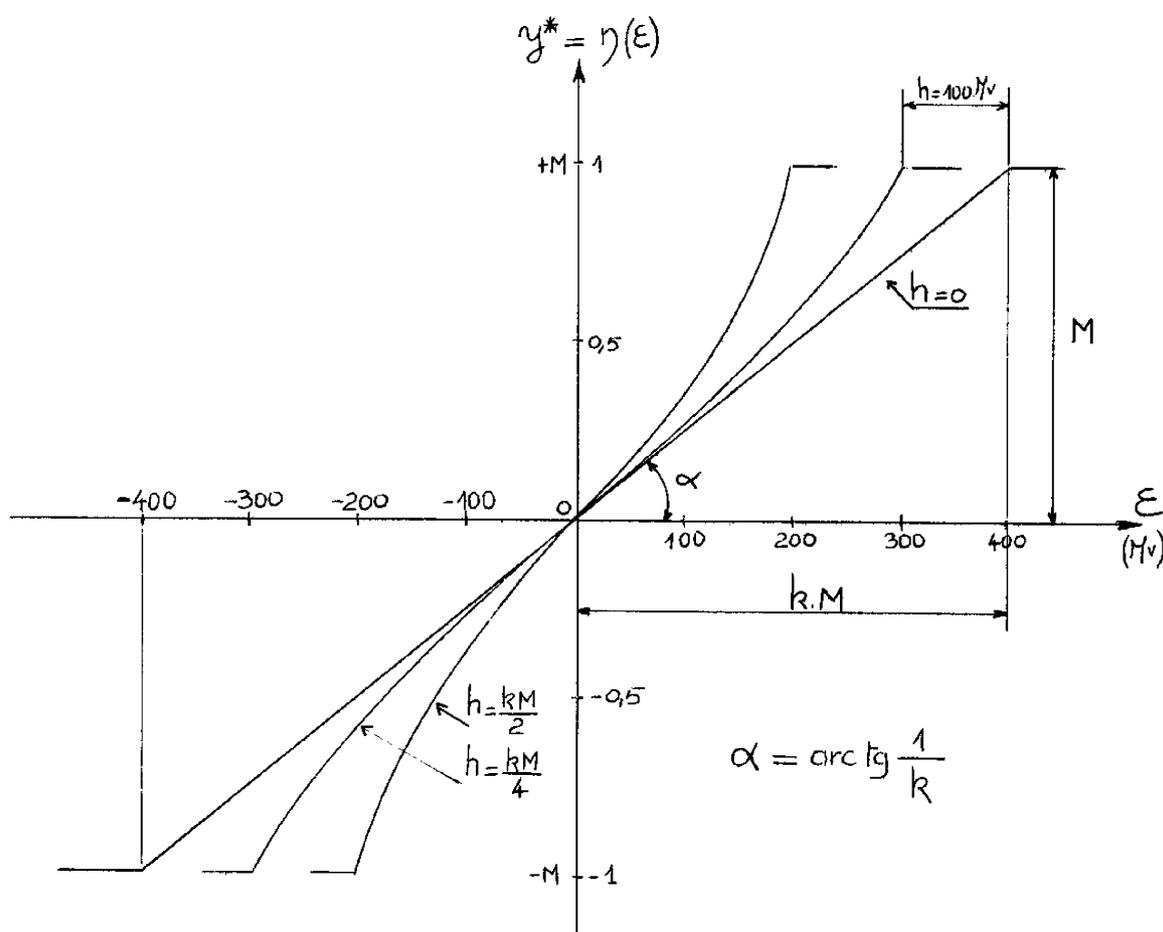


Figure IV-9

Quand $|\underline{\mathcal{E}} \pm h| \ll k.M$:
 le développement en série de $\text{Log} \left(1 + \frac{\underline{\mathcal{E}} \pm h}{k.M} \right)$ peut
 se limiter à $+\frac{\underline{\mathcal{E}} \pm h}{k.M} - \frac{(\underline{\mathcal{E}} \pm h)^2}{2k^2.M^2}$, on trouve alors en remplaçant dans
 la relation IV-18

$$\eta(\underline{\mathcal{E}}) = \frac{\underline{\mathcal{E}}}{k}$$

Cela signifie qu'au voisinage de l'origine de la pente de la
 caractéristique $y^* = \eta(\underline{\mathcal{E}})$ est de $\frac{1}{k}$,

soit :

$$\left(\frac{d\eta(\underline{\mathcal{E}})}{d\underline{\mathcal{E}}} \right)_{\underline{\mathcal{E}}=0} = \frac{1}{k}$$

L'ensemble constitué par "l'amplificateur A, le relais R_1 et
 la contre-réaction interne" tel qu'il est représenté sur la figure IV-6 joue le
 rôle d'un système "linéarisé" dans le domaine $-k.M \leq \underline{\mathcal{E}} \leq +k.M$

Remarquons que par "linéarisation" du relais, on entend l'obtention
 d'une grandeur de sortie de ce relais telle que sa valeur moyenne y^* soit
 une fonction continue de l'entrée ; l'étage de puissance constitué par le
 processus thermique filtre les oscillations de cet ensemble dont la période
 est de quelques secondes, la constante de temps moyenne T du processus
 étant de 16 minutes environ. Il en résulte donc que si le signal d'erreur $\underline{\mathcal{E}}$ est
 inférieur à $k.M$, les oscillations du système ont pratiquement disparu
 en présence de la contre réaction interne.

c) Comparaison avec les résultats expérimentaux.

Lorsque le signal $\underline{\mathcal{E}}$ qui commande l'ensemble amplificateur de la
 figure IV-6 est nul, nous avons mesuré la période des auto-oscillations au
 chapitre III, paragraphe III-5-2, nous avons obtenu pour θ_{τ} : $\theta_{\tau} = 2,2$ secondes.

La valeur théorique calculée ici pour θ_{σ} est = 2,04 secondes.

Nous voyons donc que ces deux résultats sont semblables, ce qui justifie le bon fonctionnement de la contre-réaction interne de la régulation.

IV - 4 - ETUDE DU REGIME DEFINITIF [20]

Nous allons maintenant calculer l'erreur en régime permanent du système en présence de la contre-réaction interne linéarisant le fonctionnement de l'ensemble de la régulation.

Comme nous venons de le voir précédemment, le gain équivalent de la partie linéarisée de la boucle de régulation peut être pris égal à $\frac{1}{k}$ lorsque $|\mathcal{E} \pm h|$ est petit devant $k.M$

La valeur moyenne du signal y^* sera une grandeur sans dimension puisque $y = \pm M = \pm 1$ symbolise l'état du relais R_1 .

La fonction de transfert de l'ensemble "linéarisé" sera

$$\frac{y^*(p)}{\mathcal{E}(p)} = \frac{1}{k} = \frac{1}{400}, \quad \mathcal{E} \text{ étant exprimé en microvolts.}$$

Le relais R_1 agit sur l'élément chauffant par l'intermédiaire du relais de puissance R_2 ; le signal q à la sortie de ce deuxième relais étant la puissance calorifique fournie au processus thermique : cette grandeur sera exprimée en kilocalories/heure.

Pour $\mathcal{E} = 0$, on a $y^* = 0$ et les temps θ_{σ_1} et θ_{σ_2} que durent l'état du relais R_1 sont égaux comme nous l'avons vu au paragraphe IV-3-2-a, d'où l'énergie calorifique transmise au processus sera la moitié de l'énergie maximum lorsque les résistances chauffantes sont alimentées en permanence, ce qui correspond à la position travail des contacts des relais R_1 et R_2 .

$$q_{(\mathcal{E}=0)}^* = \frac{604,8}{2} = 302,4 \quad \text{K cal/h}$$

On a mesuré au chapitre III que la température finale atteinte dans ces conditions est d'environ 221 °C.

Le schéma bloc de la régulation avec les éléments à relais "linéarisés" peut être représenté par le schéma bloc de la figure IV-10 :

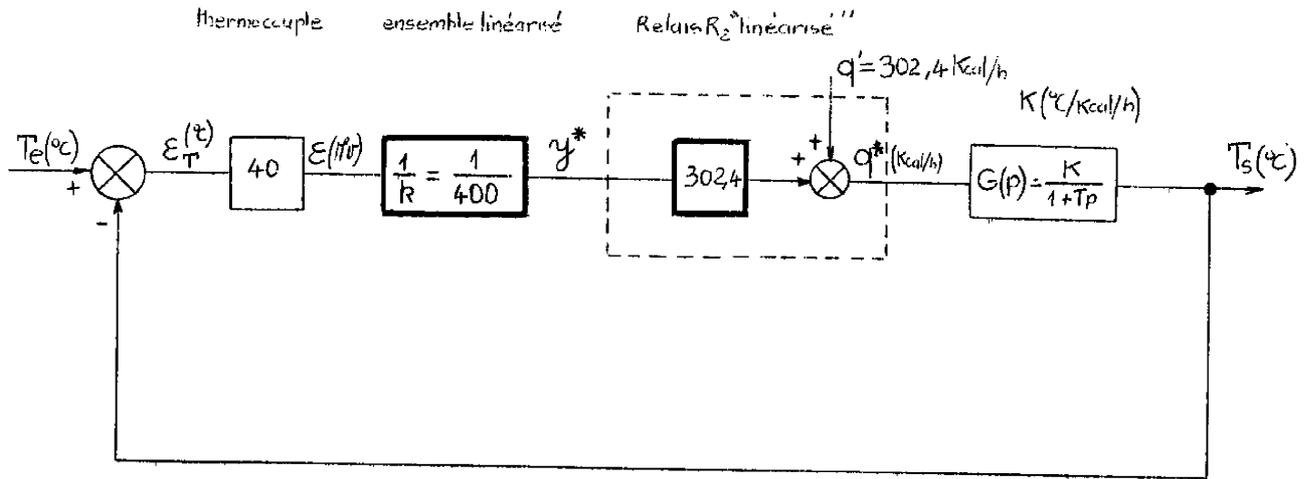


Figure IV-10

Ce schéma peut se ramener au schéma bloc simplifié de la figure IV-11 avec $k' = 40 \times \frac{1}{k} \times 302,4$ exprimé en $k \text{ cal/h/}^\circ\text{C}$.

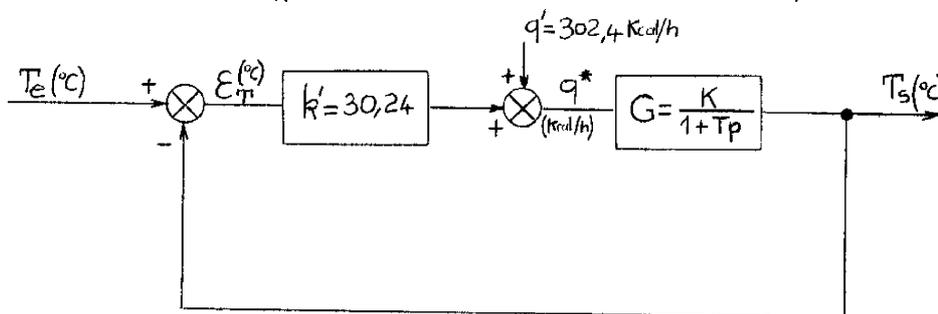


Figure IV-11

Nous avons donc affaire dans ce cas à un système linéaire du premier ordre. Ce système bouclé ne comportant pas d'intégration, nous aurons une erreur en régime permanent pour une réponse à un échelon de température.

Cette erreur est donnée par la relation IV-19

$$(IV-19) \quad \boxed{\mathcal{E}_T(\%)_{\theta \rightarrow \infty} = \frac{T_e}{1 + k'K} - \frac{q'K}{1 + k'K}}$$

Cette relation nous permet de vérifier les résultats obtenus lors des essais effectués au paragraphe III-5-2

Valeurs numériques

$$k' = 30,24 \text{ k cal/h/}^\circ\text{C}$$

$$K = 0,53 \text{ }^\circ\text{C / k cal/h}$$

$$q' = 302,4 \text{ K cal/h}$$

	<u>valeurs calculées</u>	<u>valeurs mesurées</u>
pour $T_e + T_{\infty} = 122 \text{ }^\circ\text{C}$ \swarrow température ambiante $= 23 \text{ }^\circ\text{C}$	$\Rightarrow \mathcal{E}_T = -4,2 \text{ }^\circ\text{C}$	- 5,6 °C
" " = 222 °C	$\Rightarrow \mathcal{E}_T = +1,7 \text{ }^\circ\text{C}$	# 0
" " = 320 °C	$\Rightarrow \mathcal{E}_T = +7,5 \text{ }^\circ\text{C}$	+ 6,4 °C

Ici quelques différences apparaissent entre les valeurs théoriques et les résultats expérimentaux.

Nous pouvons justifier la présence de ces différences par le fait que pour les calculs, nous avons fait des hypothèses simplificatrices en ce qui concerne la mise en équation du processus thermique pour faire apparaître

une fonction de transfert de la forme : $\frac{K}{1 + T p}$.

Les résultats expérimentaux auraient été vérifiés avec beaucoup plus de précision, si nous avions tenu compte du fait que la constante de temps du processus thermique prend deux valeurs différentes lorsque l'on se trouve dans l'un des deux modes de fonctionnement (chauffage ou refroidissement). De plus, la caractéristique $y^* = \eta(\varepsilon)$ n'est pas une droite, bien que dans un domaine où ε reste compris entre plus ou moins 5 °C et pour $h' = 2,5$ °C, l'erreur introduite en faisant l'hypothèse de linéarité reste inférieure à 10 %.

En conclusion, si la présence de la contre-réaction interne a supprimé les oscillations en régime définitif du système, l'absence d'intégration dans la boucle de l'asservissement ainsi linéarisé, fait apparaître une erreur relativement importante dans le régime définitif.

Remarque :

Avant d'envisager l'étude de dispositifs permettant de diminuer l'erreur, nous pouvons remarquer que l'on a la possibilité de donner au gain k de la contre-réaction interne deux valeurs différentes k_1 et k_2 correspondant à la position repos et travail des contacts du relais R_1 . En effet, si nous réglons les potentiomètres P_1 et P_2 (figure III-15) de manière à ce que la valeur des courant i_1 et i_2 soit $i_1 = i + i_0$ et $i_2 = i - i_0$; nous obtenons pour k deux valeurs :

$$\begin{aligned} R_1 \text{ (repos)} &\longrightarrow k_1 = k + k_0 \\ R_2 \text{ (travail)} &\longrightarrow k_2 = k - k_0 \end{aligned}$$

Si en présence d'une erreur en régime permanent $\varepsilon (Mv)$ on donne à $k_0 M (Mv)$ la même valeur qu'à ε_0 ($k_0 M = \varepsilon_0$) la caractéristique $y^* = \eta(\varepsilon)$ de la figure IV-9 se trouve modifiée comme le montre la figure IV-12. On pourra, en diminuant la température de consigne T_e

d'une quantité égale à ε_0 , obtenir un régime de fonctionnement possédant une erreur nulle, puisque le niveau du signal de sortie y^* de "l'amplificateur autonome" n'aura pas varié.

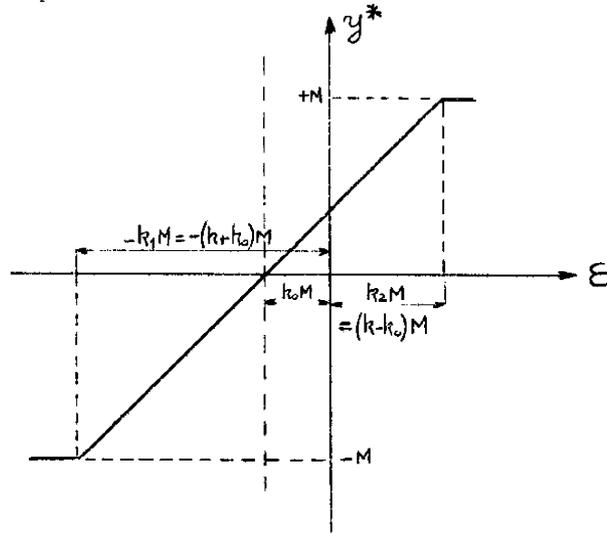


Figure IV-12

IV - 5 - ETUDE DE DISPOSITIFS MINIMISANT L'ERREUR.

Comme nous l'avons annoncé à la fin du chapitre III, nous allons étudier ici deux dispositifs permettant de diminuer l'erreur en régime permanent.

L'un de ces dispositifs consiste à augmenter le gain de l'ensemble linéarisé appelé "amplificateur autonome" constitué par l'amplificateur A, le relais R_1 et la contre-réaction interne de fonction de transfert $\frac{k}{1 + \tau p}$ (figure IV-6).

L'autre dispositif consiste à réaliser une compensation du type "commande mixte" qui modifie la valeur moyenne du signal q^* commandant l'élément chauffant, selon une loi qui dépend directement de la température de consigne T_e affichée.

IV-5-1 - Augmentation du gain de la chaîne directe de l'asservissement.

Sans modifier les caractéristiques de l'élément chauffant, on peut augmenter le gain de la chaîne directe de l'asservissement en modifiant la pente de la caractéristique linéarisée de l'"amplificateur autonome".

Cette caractéristique donnée par la figure IV-9 nous montre que pour augmenter le gain, il faut diminuer k , puisque la pente de la caractéristique pour $|\mathcal{E} \pm h| \ll k.M$ est : $\frac{1}{k}$.

Or, la caractéristique $\theta_{\tau} = f(k, M)$ de la figure IV-8 nous montre que si l'on diminue k, M , la période θ_{τ} des oscillations de l'"amplificateur autonome" croît très rapidement, la valeur limite $k.M = h$ correspondant à une période infinie. Le choix de la valeur à donner à k nous est imposé pour que la période des oscillations de l'"amplificateur autonome" reste faible par rapport à la constante de temps du processus thermique.

Pour augmenter le gain de cet ensemble, nous allons superposer à la valeur moyenne v^* du signal de sortie de la contre-réaction interne une composante v_o qui sera fonction du signal \mathcal{E} selon la loi.

$$v_o = \beta \cdot \mathcal{E} \quad \text{avec} \quad \beta = cte$$

La réalisation pratique d'un tel dispositif se fera en ajoutant et retranchant un courant i_o , proportionnel à \mathcal{E} , aux courants i_1 et i_2 qui alimentent les thermocouples dans le vide ou inversement selon le signe de \mathcal{E} (voir figure III-15)

Le schéma-bloc représentant cet ensemble est donné par la figure IV-13 qui peut par une transformation évidente se ramener à la figure IV-14.

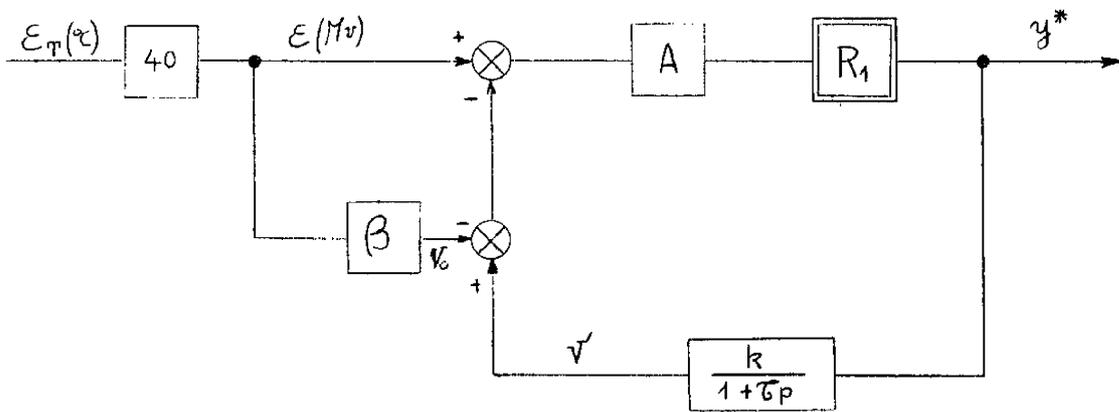


Figure IV-13

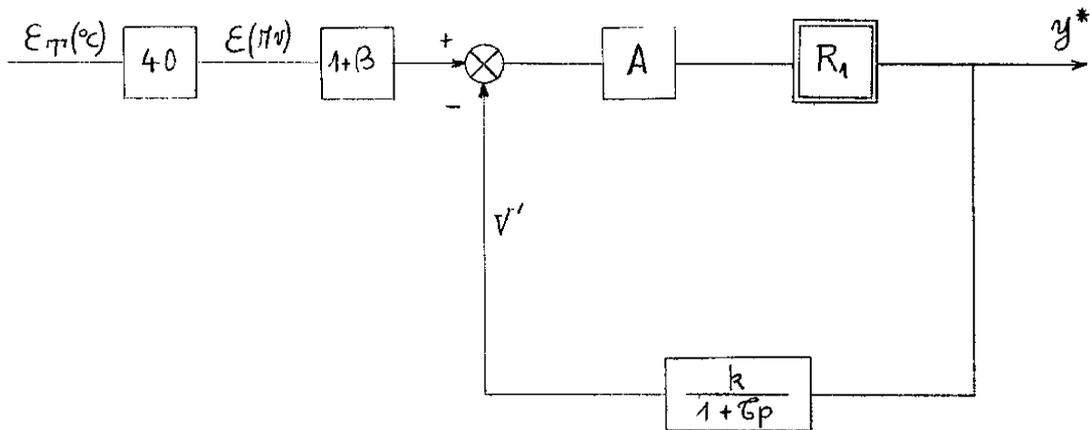


Figure IV-14

Nous voyons donc que dans ces conditions le gain de la chaîne directe de l'asservissement est multiplié par : $1 + \beta$

Compte tenu du modèle théorique simplifié que nous avons déterminé, qui ne fait intervenir qu'une seule constante de temps dans la chaîne principale de la régulation, nous pouvons donner à β la valeur la plus grande possible pour diminuer l'erreur en régime permanent.

D'un point de vue pratique, nous devons tenir compte du fait que notre processus thermique possède un retard pur que nous avons pu évaluer au chapitre II, et qui vaut quelques secondes ; de plus, le thermocouple capteur introduit également dans la chaîne une constante de temps secondaire de plusieurs secondes.

En conséquence, une augmentation arbitraire du gain nous conduirait à faire apparaître une instabilité dans le fonctionnement du système.

En tenant compte de ces contraintes imposées par le système réel, nous avons dû prendre comme valeur maximale de β la valeur $\beta = 4$, ce qui nous donne pour le calcul de l'erreur la relation IV-20, avec pour valeurs numériques :

$$\begin{aligned} \beta &= 4 & ; & \quad k' = 30,24 \quad \text{Kcal/h/}^{\circ}\text{C} \\ K &= 0,53 \quad ^{\circ}\text{C/Kcal/h} ; & \quad q' &= 302,4 \quad \text{Kcal/h} \end{aligned}$$

$$(IV-20) \quad \mathcal{E}_T(^{\circ}\text{C}) = \frac{T_e - q'K}{1 + (\beta+1)k'K} \quad \theta \rightarrow \infty$$

Par rapport aux valeurs calculées à la fin du paragraphe IV-4, l'erreur se trouve ainsi diminuée dans un rapport très peu différent de $1 + \beta = 5$.

Pour un régime de fonctionnement très sévère correspondant à une température de consigne ($T_e + T_{\infty} = 320 \text{ }^{\circ}\text{C}$) voisine de la température maximale atteinte par le processus thermique à pleine puissance de chauffe ($T_o \simeq 343 \text{ }^{\circ}\text{C}$), l'erreur en régime permanent est égale à $\mathcal{E}_T \simeq 1,5 \text{ }^{\circ}\text{C}$.

Ce résultat nous paraît intéressant, car un tel régime de fonctionnement ne correspond pas à une utilisation normale du système.

IV-5-2 - Compensation par "commande mixte" [20]

La théorie mathématique permettant l'élimination complète de l'erreur entre l'entrée et la sortie d'un système est la théorie de l'invariance [21]. Une importante application de cette théorie concerne les systèmes à "commande mixte" [22].

Considérons le système asservi représenté par la figure IV-14, où $\Phi(p)$ est une fonction de transfert dont le signal de sortie x vient se superposer au signal d'erreur $\mathcal{E} = T_e - T_s$.

$\Phi(p) = \frac{x}{T_e}$ est la chaîne de compensation en "boucle ouverte" par opposition à la chaîne de retour d'un système asservi classique. De tels systèmes sont définis comme étant des systèmes à "commande mixte".

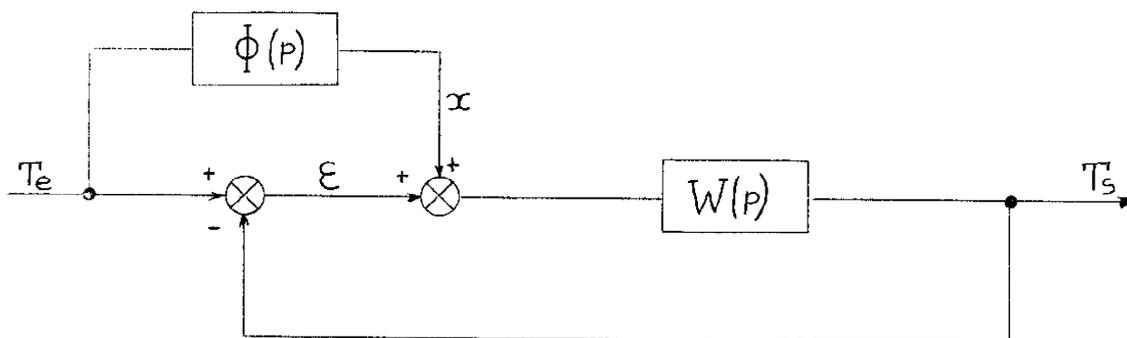


Figure IV-14

Le fonctionnement d'un tel dispositif peut être décrit par les deux équations suivantes :

$$\frac{\mathcal{E}}{T_e} = \frac{1 - W(p)\Phi(p)}{1 + W(p)} \quad ; \quad \frac{T_s}{T_e} = \frac{W(p)(1 + \Phi(p))}{1 + W(p)}$$

Pour que l'erreur en régime permanent $\mathcal{E}_p(t)$ soit nulle indépendamment de T_e , on doit avoir $1 - W(p)\Phi(p) = 0$, on dit alors que l'on a invariance absolue de \mathcal{E} par rapport à T_e . Cette condition peut encore s'écrire :

$$\Phi(p) = \frac{1}{W(p)}$$

Remarques

La stabilité est fixée par $1 + W(p)$, et donc, on peut rendre le système indépendant de T_e et améliorer la précision sans toucher en principe à la stabilité du système.

La condition d'invariance absolue ne peut pas être réalisée physiquement, en effet, le degré du numérateur devrait être supérieur au degré du dénominateur dans la fonction de transfert du réseau $\Phi(p)$.

Nous avons vu au paragraphe précédent que l'erreur en régime permanent variait proportionnellement à la température de consigne T_e . Ceci nous a amené à envisager un tel type de compensation, car tel qu'est réalisé notre dispositif, nous pouvons à l'aide d'un montage électronique simple, comme nous l'avons fait pour augmenter le gain de la chaîne (paragraphe IV5-1), superposer à la tension v' délivrée par les thermocouples dans le vide de la contre-réaction interne, une tension V_0 obtenue en ajoutant et retranchant aux courants i_1 et i_2 qui alimentent ces thermocouples, un courant i_0 qui varie en fonction de la température de consigne T_e .

A partir du schéma bloc de la figure IV-11, nous pouvons représenter le système compensé par le schéma-bloc de la figure IV-15 où $\Phi(p)$ représente la fonction de transfert du réseau de compensation reliant le signal x_T exprimé en degrés centigrades à la température de consigne T_e (°C).

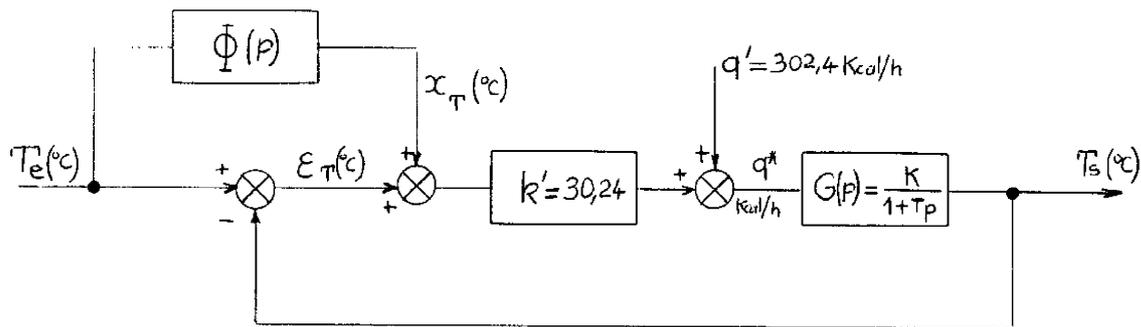


Figure IV-15

Pour un tel dispositif, nous pouvons exprimer l'erreur \mathcal{E}_T en fonction du signal de consigne T_e ; la relation est (IV-21) :

$$(IV-21) \quad \mathcal{E}_T(p) = \frac{[1 - k' \Phi(p) G(p)] T_e(p) - q'(p) G(p)}{1 + k' G(p)}$$

pour que l'erreur en régime permanent soit nulle lorsque T_e (°C) est une échelon de température, nous pouvons appliquer le théorème de la valeur finale :

$$\limite_{\theta \rightarrow \infty} \mathcal{E}_T(\theta) = \limite_{p \rightarrow 0} p \mathcal{E}_T(p) = 0$$

soit en remplaçant $G(p)$ par $\frac{K}{1+Tp}$, avec $T_e(p) = \frac{T_e}{p}$ et $q'(p) = \frac{q'}{p}$

$$\left[1 - k'.K.\Phi(p) \right] T_e - q'.K = 0$$

ou encore $\Phi(p) = \frac{T_e - q'.K}{k'.K.T_e}$

d'où

$$(IV-22) \quad \mathcal{X}_T(^{\circ}C) = \Phi(p) T_e(^{\circ}C) = \frac{T_e(t)}{k'K} - \frac{q'}{k'}$$

Le schéma-bloc du système corrigé peut être représenté par le schéma de la figure IV-16, dans lequel l'erreur \mathcal{E} est exprimée en microvolts, et où les éléments non linéaires sont remplacés par leur fonction de transfert "linéarisée"

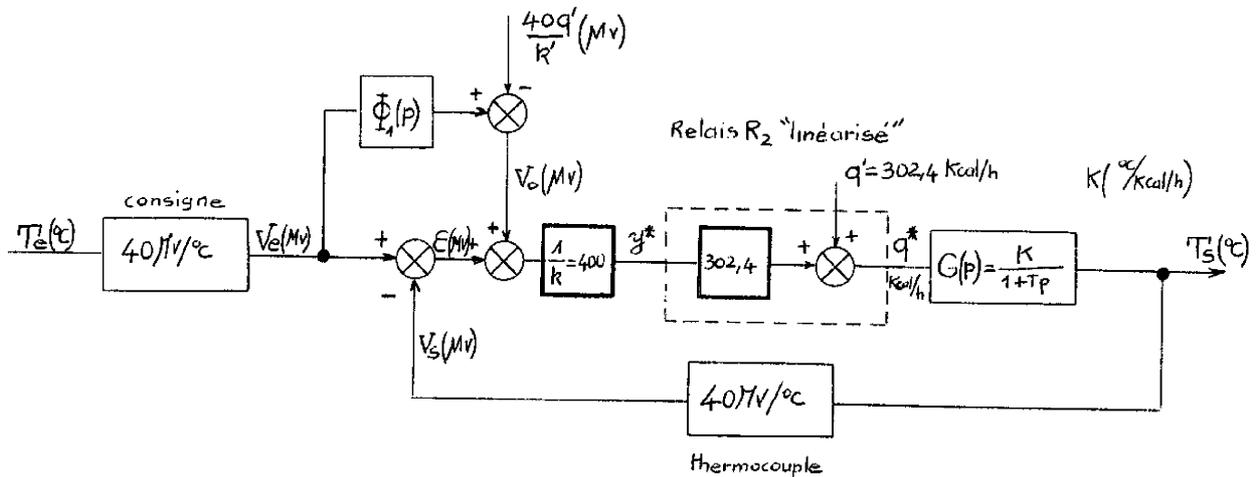


Figure IV-16

($k' = 40 \times \frac{1}{k} \times 302,4$ exprimé en K cal/h/°C) voir figure IV-10.

A partir de la relation IV-22 et du schéma bloc de la figure IV-16, nous pouvons exprimer la valeur à donner à la tension V_0 (MV) que l'on va superposer à la tension V' délivrée par les thermocouples dans le vide de la contre-réaction interne.

$$\text{On a : } V_0(\text{MV}) = \frac{V_e(\text{MV})}{k'K} - \frac{40q'}{k'}$$

Valeurs numériques :

$k' = 30,24$ Kcal/h /°C ; $K = 0,53$ °C/Kcal/h ; $q' = 302,4$ K cal/h

$$\text{soit : } V_0(\text{MV}) = \frac{V_e(\text{MV})}{16} - 400(\text{MV})$$

16

Le schéma-bloc du système réel peut alors être représenté par la figure IV-17.

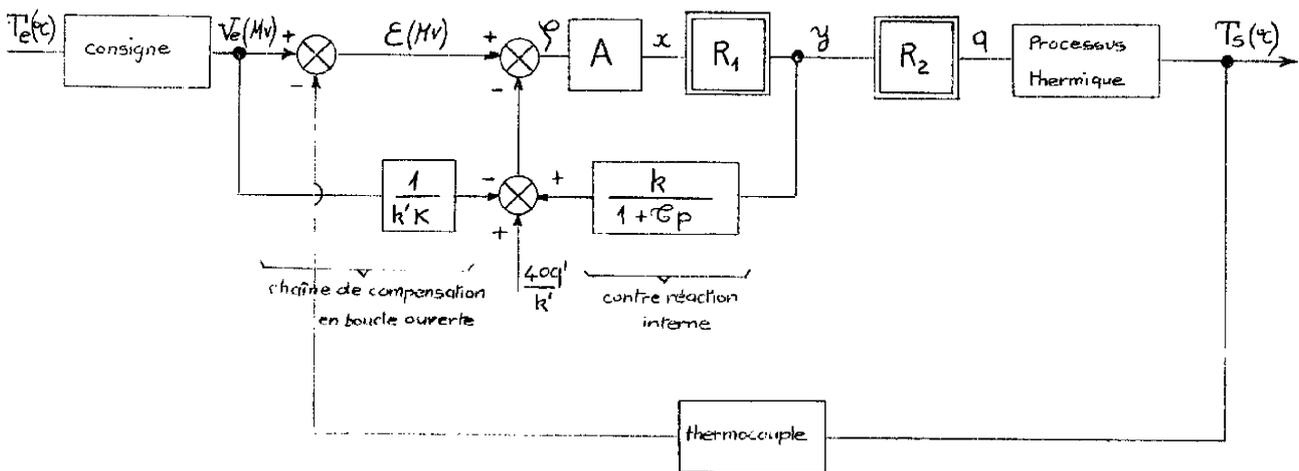


Figure IV-17

Les essais que nous avons effectués en présence de la chaîne de compensation en boucle ouverte décrite ici ont été très satisfaisants puisque, dans la zone d'utilisation normale de notre système ($50\text{ °C} \leq T_e + T_{\infty} \leq 320\text{ °C}$), l'erreur s'est toujours maintenue inférieure à $\pm 1\text{ °C}$.

Lorsqu'une perturbation extérieure agit sur la régulation ; c'est-à-dire lorsque nous avons fait circuler un jet d'air à l'intérieur du tube simulant une partie du réacteur de l' U. P. R. C. (voir paragraphe III-4-1), nous avons noté que pour un débit d'air de $1\text{ m}^3/\text{h}$, l'erreur $\mathcal{E}_T\text{ (°C)}$ restait inférieure à $\pm 2\text{ °C}$.

Remarque .

Cependant, nous devons rester très prudents avant de généraliser l'utilisation de ce procédé. En effet, la chaîne de compensation en boucle ouverte ne garantit nullement un écart nul en présence de perturbations. Il est donc nécessaire avant d'utiliser ce procédé de compensation, d'avoir une grande quantité d'"information initiale" sur la nature et les effets de toutes les perturbations qui peuvent agir sur le système.

Lorsque une perturbation aura un effet important sur l'erreur en régime permanent incompatible avec son bon fonctionnement, il sera alors nécessaire de compenser le système par une action supplémentaire sur l'erreur, en s'efforçant d'obtenir une condition d'invariance de cette erreur par rapport à la perturbation.

IV - 6 - CONCLUSION.

L'étude théorique que nous avons faite dans ce chapitre, nous montre que l'on peut supprimer les auto-oscillations d'une régulation tout ou rien d'un processus thermique à très forte constante de temps, par l'utilisation d'une contre-réaction interne peu coûteuse et simple à réaliser, qui linéarise le fonctionnement de la partie amplificatrice à relais. Nous avons vu également qu'il existait des possibilités qui permettent à l'aide d'un montage électronique

simple de minimiser l'erreur en régime permanent puisque le processus ne comporte pas d'intégration dans sa fonction de transfert.

Les deux contraintes les plus importantes qui apparaissent dans la réalisation pratique du montage utilisé sont :

a - une limitation dans la valeur du gain de l'amplification bas niveau du signal d'erreur, compte tenu du fait que la dérive ramenée à l'entrée de cet amplificateur peut devenir importante par rapport au gain du capteur utilisé (thermocouple nickel-chrome - nickel-allié : $40 \mu\text{V}/^\circ\text{C}$). Ceci nous impose une valeur minimale de l'hystérésis h ramenée à l'entrée de l'ensemble de la chaîne amplificatrice; nous avons donc choisi une valeur de h égale à $\pm 100 \mu\text{Volts}$.

b - une limitation dans la valeur du gain k de la contre réaction interne. Plus la valeur de k est grande, plus le gain de "l'amplificateur autonome" est faible d'une part, et d'autre part la période des oscillations de cet ensemble diminue, ce qui a un effet néfaste sur la durée de vie et le bon fonctionnement des relais.

CONCLUSION

L'étude que nous venons de présenter nous permet maintenant d'envisager la possibilité d'utiliser un tel type de régulateur tout ou rien pour la commande de processus thermiques semblables à ceux de "l'unité pilote de reformage catalytique".

Pour cela, il n'est pas inutile, après l'étude que nous venons de faire, de résumer ici les principales caractéristiques de l'appareil que nous avons réalisé comparativement à celles d'un régulateur P. I. D. ou d'un régulateur tout ou rien classique.

C'est par la présence d'une boucle secondaire de contre-réaction que nous avons pratiquement éliminé les auto-oscillations de l'asservissement de température par tout ou rien, qui se trouve linéarisé dans une plage où le signal d'erreur \mathcal{E} reste inférieur à 10°C .

Le signal d'erreur devant être amplifié pour commander un élément tout ou rien, en l'occurrence un relais, la liaison est assurée par un amplificateur électronique dont la dérive en fonction de la température est faible par rapport à la sensibilité du capteur (thermocouple nickel-chrome, nickel-allié : $40 \mu\text{V}/^{\circ}\text{C}$). Le gain de cet étage amplificateur détermine la valeur de l'hystérésis de l'élément tout ou rien, et par conséquent la fréquence des oscillations de "l'amplificateur autonome".

L'erreur en régime permanent du système est fonction du gain de la boucle de contre-réaction interne. C'est par une diminution de ce gain que l'on augmente le gain en boucle ouverte de l'ensemble "linéarisé". Lorsque les valeurs limites sont atteintes sur le gain de l'amplificateur d'entrée à cause de la dérive, et sur le taux de contre-réaction interne à cause de la fréquence des oscillations de "l'amplificateur autonome", on a la possibilité, par un montage électronique annexe, de diminuer l'erreur en régime permanent dans de grandes proportions.

Lorsque le système se trouve en régime transitoire avec une erreur importante, son comportement est celui d'un système tout ou rien classique ; c'est-à-dire que dans ces conditions, l'énergie transmise au processus thermique est maximum ou nulle suivant le signe de l'erreur, ce qui fait apparaître des régimes transitoires plus courts que ceux obtenus avec un régulateur du type P. I. D.

L'adaptation d'un régulateur P. I. D. à des processus thermiques à très grande inertie (20 minutes en moyenne pour l'U. P. R. C.) fait que cet appareillage est d'un coût excessif, car il doit posséder un grand gain, une importante constante d'intégration, et une faible dérive. Par contre, le coût de l'appareillage que nous avons étudié ici est très faible.

Il peut être réalisé avec un encombrement réduit en plusieurs exemplaires ; la partie "élaboration du signal de consigne" et la partie "compensation automatique de la température de soudure froide" pouvant être commune à l'ensemble réalisé.

Pour conclure, nous pouvons enfin noter l'intérêt que présente le montage que nous avons réalisé du point de vue de son adaptation à n'importe quel processus thermique, pourvu qu'il existe un rapport suffisamment grand (10^2 à 10^3) entre la constante de temps principale du processus thermique à réguler et la période des oscillations de "l'amplificateur autonome". La facilité d'adaptation réside principalement dans le fait que l'organe de puissance qui commande le processus est un élément tout ou rien dont la mise en oeuvre ne pose pas de problème particulier, et dont le prix est nettement inférieur à celui d'un organe à action proportionnelle ; cet organe peut être par exemple un relais électromagnétique, une électro-vanne, ou bien un relais statique utilisant des thyristors.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. L. ABATUT
Etude de régulation extrême en vue notamment de l'optimisation d'une unité industrielle de "Reforming" catalytique.
Thèse de 3ème Cycle - Toulouse - Novembre 1965.
- [2] S. HERNANDO LOPEZ
Automatisation et conduite numérique par régulation extrême d'une unité pilote de réformage catalytique.
Thèse de Docteur-Ingénieur - Toulouse - Avril 1971.
- [3] P. MAURET, J. L. ABATUT, A. KLEIN, H. ROQUES
Etude d'une unité pilote de "reforming" catalytique.
Extrait de la revue "Chimie et Industrie" - Génie Chimique " 1968.
- [4] Y. SEVELY, H. ROQUES
Action concertée : Unité pilote de Reforming catalytique".
Contrat D. G. R. S. T. n° 66.00:067, rapport d'activité 1966.
- [5] J. B. J FOURIER
Théorie analytique de la chaleur
Gauthier, Villars 1822.
- [6] F. KREITH
Transmission de la chaleur et thermodynamique
Traduction par KODJA - Masson 1967.
- [7] W. H. Mc ADAMS
Transmission de la chaleur
Traduction par A. BEAUFILS - Dunod 1964.

- [8] CARSLAW, JAEGER
Conduction of heat on solids
Clarendon Press, Oxford - 1947.
- [9] P. GALY
Etude et réalisation d'enceintes thermostatées de précision
par apport continu d'énergie.
Thèse de 3 ème cycle, Toulouse, Avril 1968.
- [10] J. D. PEARSON
On the suppression of limit-cycle oscillations
I. E. E. E. Transaction on automatic control, August 1968.
- [11] A. BELETA ROBERT
Regulacion de procesos termicos mediante reguladores por todo
a toda.
- [12] W.K. ROOTS, F. WALTER
Secondary Feedback in on-off electric heating processes
IEEE transaction on industry and general applications. Sept. Oct. 1967.
- [13] W.K. ROOTS, J.T. WOODS
Design parameters for thermal processes with on off controllers
Journal of the Institute of Fuel. January 1968.
- [14] I. DORE LANDAU
Etude des régulateurs à bascule autonome utilisés dans les
asservissements des processus dynamiques.
Automatisme - Novembre, Décembre 1966.

- [15] N.
Mesure électrique des températures.
Fascicule édité par la société MECI- Mars 1963.
- [16] Ja. Z. CYPKIN
Théorie des asservissements par plus ou moins
Traduction de J. GUILLEMINET, M. ODINETZ - Dunod - 1962.
- [17] E. P. POPOV
The dynamics of automatic control systems
Translated from russian - Pergamon Press - 1962.
- [18] A. A. KRASOVSKIJ, G. S. POSPELOV
Bases de l'automatique et de la cybernétique technique (en Russe)
Editeur : Gosenergoizdat, Moscou 1962.
- [19] C. MIRA
Cours de systèmes asservis non linéaires.
Dunod Université - 1970.
- [20] J. Ch. GILLE, P. DECAULNE, M. PELEGRIN
Théorie et calcul des asservissements linéaires.
Dunod - 1967.
- [21] N. N. LUZIN, P. I. KUZNETSOV
On absolute invariance and ξ invariance in the theory of differential equations.
Compte rendu Académie des Sciences U. R. S. S. 51, N° 4 et 5 (1946).
- [22] B. N. PETROV, G. M. ULANOV
Problems in the theory of combined control. Scientific and technical problems in the automation of electrical transmission.
Publishing Office of the Academy of Sciences U. R. S. S. 1957.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION	3
CHAPITRE I - REGULATION DE TEMPERATURE DE L'U. P. R. C.	
I - 1 - Généralités sur l'unité pilote de réformage catalytique.	7
I - 2 - Principe de fonctionnement de la régulation de température par "tout ou peu".	9
I - 3 - Problèmes posés par la régulation de température de l'U. P. R. C.	11
I - 4 - Essais en vue de l'amélioration de la régulation.	12
I - 5 - Conclusion	20
CHAPITRE II - PROBLEME DE LA TRANSMISSION DE LA CHALEUR (Application au réacteur de l'U. P. R. C.).	
II - 1 - Introduction.	23
II - 2 - Généralités sur la transmission de la chaleur.	23
II - 2 - 1 Analyse thermodynamique.	23
II - 2 - 2 Transmission de la chaleur.	24
II - 3 - Différents modes de transmission de la chaleur.	25
II - 3 - 1 Conduction.	26
II - 3 - 2 Convection .	27
II - 3 - 3 Rayonnement .	28
II - 3 - 4 Processus de transmission de la chaleur.	29
II - 4 - Lois fondamentales de transmission de la chaleur.	30
II - 4 - 1 Conduction.	30
II - 4 - 2 Convection.	33
II - 4 - 3 Rayonnement.	34
II - 5 - Mécanismes complexes de transmission de la chaleur.	36

II - 6 - Etude analytique de la conduction de chaleur	37
II - 6 - 1 Etablissement de l'équation différentielle de la conduction.	37
II - 6 - 2 Conduction thermique en écoulement stationnaire unidimensionnel.	41
II - 6 - 3 Conduction thermique en régime transitoire	49
II - 7 - Etude expérimentale sur une coquille chauffante de l' U. P. R. C.	51
II - 7 - 1 Essais expérimentaux	52
II - 7 - 2 Mise en équation du processus thermique	59
II - 7 - 3 Représentation simplifiée par une fonction de transfert.	63
II - 7 - 4 Simulation analogique.	63
II - 8 - Conclusion.	66

CHAPITRE III - ETUDE EXPERIMENTALE D'UNE REGULATION DE TEMPERATURE A RELAIS.	73
III - 1 - Introduction.	73
III - 2 - Principe adopté pour la suppression du cycle limite.	73
III - 3 - Schéma bloc du montage adopté.	74
III - 3 - 1 Rôle des différents éléments.	75
III - 3 - 2 Principe de fonctionnement.	76
III - 4 - Réalisation expérimentale.	78
III - 4 - 1 Processus thermique et capteur.	78
III - 4 - 2 Ensemble électronique.	81
III - 5 - Essais systématiques.	96
III - 5 - 1 Essais de régulation sans contre-réaction interne.	96
III - 5 - 2 Mise en marche de la contre réaction interne.	99
III - 6 - Défauts du système et améliorations possibles.	105
III - 7 - Conclusion.	107

CHAPITRE IV - ETUDE THEORIQUE DE LA REGULATION DE
TEMPERATURE.

IV - 1 - Introduction.	111
IV - 2 - Etude des auto-oscillations de contre-réaction interne	111
IV - 2 - 1 Schéma bloc du montage.	111
IV - 2 - 2 Détermination de l'amplitude et de la période des auto-oscillations.	116
IV - 3 - Etude du fonctionnement de "l'amplificateur autonome".	122
IV - 3 - 1 Schéma bloc du montage.	122
IV - 3 - 2 Etude de la période des oscillations et de la caractéristique $y^* = \eta(\varepsilon)$.	123
IV - 4 - Etude du régime définitif.	133
IV - 5 - Etude des dispositifs minimisant l'erreur.	137
IV - 5 - 1 Augmentation du gain de la chaîne directe de l'asservissement.	138
IV - 5 - 2 Compensation par "commande mixte".	141
IV - 6 - Conclusion.	146
CONCLUSION	151
BIBLIOGRAPHIE.	155