



Contribution au confort de l'embrayage

Pietro Dolcini

► To cite this version:

Pietro Dolcini. Contribution au confort de l'embrayage. Automatique / Robotique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007. Français. NNT : . tel-00172303

HAL Id: tel-00172303

<https://theses.hal.science/tel-00172303>

Submitted on 14 Sep 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contribution au confort de l'embrayage

Pietro Jacopo Dolcini

29 septembre 2006

Introduction

L'agrément perçu par le conducteur est un paramètre aussi important que les performances ou la consommation pour le succès commercial du véhicule mais malheureusement beaucoup plus difficile à quantifier que ces deux derniers. Lors de la conception et de la mise au point d'une nouvelle voiture des efforts importants sont faits pour garantir un niveau correct des prestations liées au confort. Ces prestations concernent tous les éléments du véhicule et imposent de fortes contraintes sur les choix techniques disponibles. Si on se limite à la chaîne cinématique d'une voiture à boîte de vitesses manuelle ou robotisée, l'embrayage est un élément clef pour le confort lors des fréquentes manoeuvres de décollage¹ et passage de rapport.

L'incrément du couple fourni par les moteurs actuels couplé avec l'assouplissement des raideurs de la transmission rendent de plus en plus critique l'amélioration ou le maintien même du niveau d'agrément. L'objectif visé donc par cette thèse est d'analyser les moyens disponibles pour augmenter le confort lors des décollages ou des passages de rapport pour un véhicule équipé d'une boîte de vitesses manuelle ou robotisée.

¹Le passage d'un véhicule de l'arrêt à une vitesse établie est défini comme décollage étant donné que le terme démarrage est réservé à la mise en action du moteur pour la quelle d'autres critères d'agrément sont spécifiés.

Table des matières

Introduction	i
1 Système de transmission	1
1.1 Mécanique	1
1.1.1 Éléments du Groupe Moto-Propulseur	1
1.1.2 Moteur	2
1.1.3 Volant moteur et DVA	6
1.1.4 Double Volant Amortisseur (DVA)	7
1.1.5 Embrayage sec	7
1.1.6 Transmission	12
1.2 Modélisation	14
1.2.1 Modèle pour la simulation	14
1.2.2 Modèle pour la commande	18
1.2.3 Modèle conducteur	22
2 Agrément de conduite lié à l’embrayage	25
2.1 Analyse détaillée de l’utilisation de l’embrayage	25
2.1.1 Cadre d’utilisation de l’embrayage	25
2.1.2 Analyse d’un décollage	26
2.1.3 Analyse d’un passage de vitesses montant	28
2.1.4 Couple embrayage à la synchronisation	29
2.1.5 Agrément de conduite lié à l’embrayage	30
2.2 Influence des paramètres sur l’à-coup	31
2.3 État de l’art	32
2.3.1 Boîte de Vitesses Manuelle (BVM)	32

2.3.2	Boîte de Vitesses Robotisée (BVR)	33
2.4	Motivation de la thèse - méthodologie	34
2.4.1	Une BVM en difficulté	34
2.4.2	Solutions passives pour BVM	34
2.4.3	Conclusions et suite de l'étude	37
3	Aide à la synchronisation	39
3.1	Principe	39
3.2	Aide à la synchronisation avec <i>no lurch condition</i>	42
3.2.1	Loi de commande	42
3.2.2	Effets du feedback et contrôle du couple	45
3.3	Limitations de la <i>no lurch condition</i> et introduction des conditions de synchronisation idéale	47
3.4	Aide à la synchronisation avec synchronisation idéale	49
3.4.1	Principe	49
3.4.2	Critère	49
3.4.3	Formulation problème de commande optimale	50
3.4.4	Commande optimale LQ	51
3.4.5	Commande optimale par Lagrangiens dynamiques	52
3.4.6	Commande optimale par programmation quadratique (QP)	59
4	Décollage optimale	61
4.1	Principe	61
4.2	Réplanification dynamique exacte	62
4.2.1	Commande MPC	62
4.2.2	Mise à jour de l'horizon d'optimisation	62
4.2.3	Structure de commande décollage MPC	64
4.2.4	Résultats	65
4.3	Réplanification dynamique approchée	68
4.3.1	Formulation MPC par segments	68
4.3.2	Réduction du vecteur d'état	70
4.3.3	Résultats	71

5	Observateurs	75
5.1	Principe	75
5.2	Observateur du coefficient de frottement	76
5.2.1	Motivation	76
5.2.2	Modèles de la chaîne cinématique	77
5.2.3	Observateur MIMO-LTV	77
5.2.4	Observateur à données échantillonnées	80
5.3	Observateur de couple d'embrayage pour BVR	81
5.3.1	Principe	81
5.3.2	Observateur à entrée inconnue	81
5.3.3	Analyse de l'erreur d'estimation	83
5.4	Observateur de couple embrayage pour BVM	85
5.4.1	Motivation	85
5.4.2	Structure de l'observateur	85
5.4.3	Observateur entrée inconnue en continu	86
5.4.4	Échantillonnage non uniforme	87
5.4.5	Résultats	91
6	Mise en oeuvre et résultats expérimentaux	95
6.1	Essais effectués	95
6.2	Stratégie d' <i>aide à la synchronisation</i> sur Clio II K9K	96
6.2.1	Prototype Clio II K9K	96
6.2.2	Séquencement de la commande	99
6.2.3	Première phase : boucle ouverte	99
6.2.4	Deuxième phase : commande optimale	100
6.2.5	Troisième phase : fermeture de l'embrayage	104
6.2.6	Résultats expérimentaux	105
7	Conclusions et développements futurs	109
7.1	Conclusions	109
7.2	Développements futurs	111

A	Méthodes d'optimisation	113
A.1	Méthode des Lagrangiens dynamiques	113
A.1.1	Optimisation sans contraintes d'inégalité	114
A.1.2	Optimisation sous contraintes d'inégalité	115
A.2	Solution alternative du TPBVP par fonctions génératrices . .	117
A.2.1	Fonction génératrices	119
A.2.2	Flot du système hamiltonien	120
A.2.3	Solution du TPBVP	120
A.3	Reconduction à un problème de Programmation Quadratique (QP)	122
B	Démonstration du Théorème 1	125

Chapitre 1

Systeme de transmission

1.1 Mécanique

1.1.1 Éléments du Groupe Moto-Propulseur

Le Groupe Moto-Propulseur (GMP) et la chaîne cinématique d'un véhicule est l'ensemble des organes mécaniques qui lui permettent d'effectuer sa fonction principale : se déplacer. Plusieurs architectures de GMP sont possibles, dans le cadre de cette thèse nous nous limiterons aux systèmes à transmission manuelle (MT, Manual Transmission ou BVM Boîte des Vitesses Manuelle) et transmission manuelle automatisée (AMT, Automated Manual Transmission ou BVR, Boîte des Vitesses Robotisée). Du moteur aux roues l'ensemble GMP et chaîne cinématique est constitué par :

- Moteur
- Volant moteur ou Double Volant Amortisseur
- Embrayage sec
- Boîte des vitesses et différentiel
- Arbres de transmission
- Pneumatiques

Dans les sections suivantes de ce chapitre la structure et le fonctionnement des différentes parties du GMP et de la chaîne cinématique seront rapidement illustrées afin de mieux cerner la problématique de la commande de l'embrayage. Puis deux modèles seront présentés, un plus complexe destiné à la simulation et un plus simple pour la conception de la commande.

1.1.2 Moteur

Moteurs essence et diesel

Le couple est généré par les moteurs essence et Diesel grâce à un cycle de quatre temps de la durée de deux tours. Les deux types de moteurs partagent le découpage du cycle en quatre temps : admission, compression, détente et échappement mais se distinguent pour l'allumage du mélange air-carburant qui est provoqué par une étincelle dans le cas du moteur essence et par auto-inflammation dans le cas du diesel.

Une différence technique importante concerne la méthode de production du mélange air-carburant. Traditionnellement les moteurs à essence ont une injection indirecte, i.e. l'essence est injectée à l'intérieur d'une chambre d'admission dite plenum avant la soupape d'admission ; lors de la phase d'admission le cylindre est rempli avec un mélange air-essence. Les moteurs diesel présentent une injection directe, i.e. le carburant est directement injecté dans la chambre de combustion pendant la phase de compression.

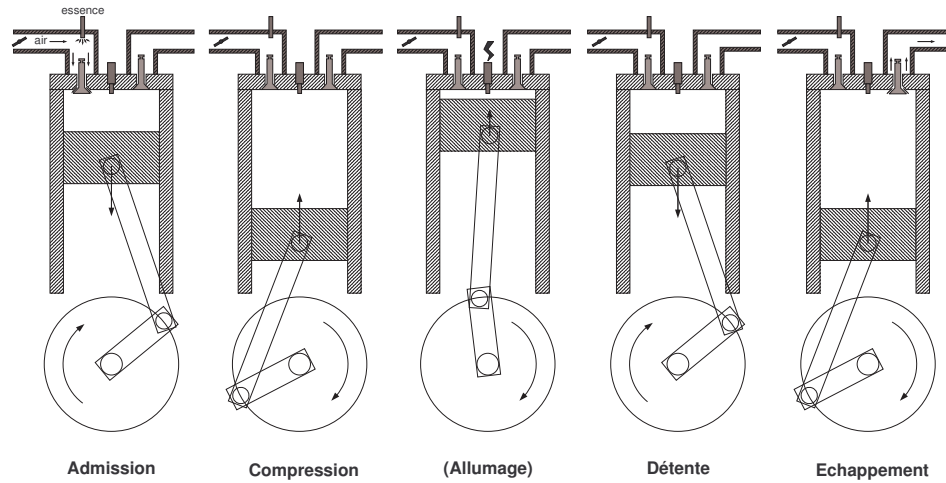


FIG. 1.1 – Cycle quatre temps d'un moteur essence.

Pendant la première phase du cycle d'un moteur essence à injection indirecte le piston descend du point mort haut (PMH) jusqu'à le point mort bas (PMB). La soupape d'admission est partiellement ouverte et le cylindre est rempli d'un mélange d'air fraîche et d'essence qui est injectée dans le plenum avant la soupape. La masse d'air admise est réglée par le volet d'admission, ou papillon, qui permet de réduire la pression dans le plenum ; la quantité d'essence injectée est fixée en fonction de la masse d'air admise pour assurer un rapport stoechiométrique de 1 grâce à une commande en feedback

(sonde λ). Lors de la compression la soupape d'admission est fermée et le piston, continuant son mouvement du PMB au PMH, comprime le mélange. Quelques degrés avant le PMH la combustion du mélange est initiée par une étincelle. L'angle d'avance à l'allumage, entre 10 et 3 degrés par rapport au PMH, permet de régler le couple délivré par le moteur lors de la phase de détente pendant laquelle le piston passe à nouveau du PMH au PMB. Pour des raisons évidentes de rendement l'allumage est effectué normalement autour de l'angle d'avance optimale d'environ 6 degrés. La dernière phase, l'échappement, assure l'expulsion des résidus de la combustion du cylindre tout en ramenant le piston au PMH en position initiale pour un autre cycle.

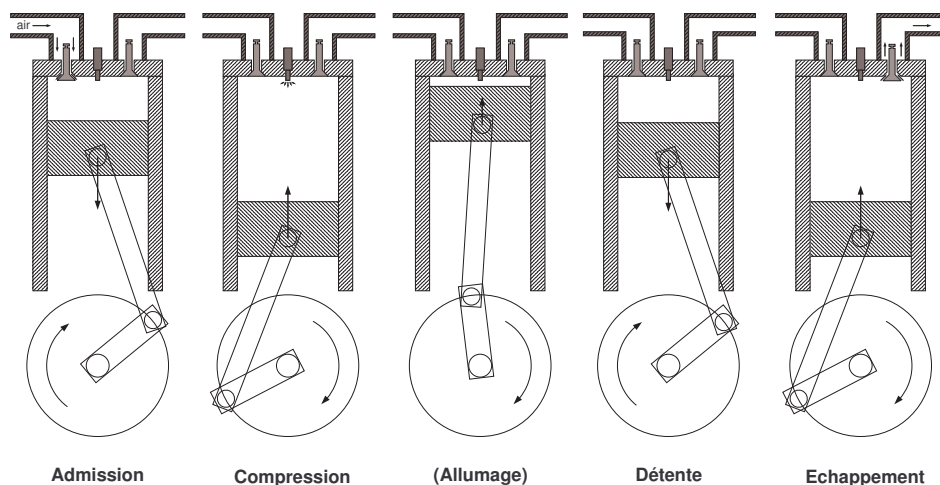


FIG. 1.2 – Cycle quatre temps d'un moteur diesel.

Par rapport au cycle 4 temps d'un moteur essence à injection indirecte le cycle d'un Diesel à injection directe présente des différences importantes dans les deux premières phases. Lors de l'admission le cylindre est rempli seulement d'air fraîche. Il n'y a pas de contrôle sur la masse d'air admise étant donné que le volet d'admission est absent. Lors de la compression le diesel est injecté à l'intérieur du cylindre; la forme des tuyaux d'admission, de la tête du piston et l'angle des injecteurs sont optimisés pour garantir la formation d'une boule de mélange stoechiométrique au centre de la chambre de combustion. Cet artifice permet d'avoir un mélange globalement pauvre, à cause des zones d'air fraîche autour de la boule, tout étant localement stoechiométrique pour réduire les émissions nocives. Vers la fin de la phase de compression les conditions de vaporisation, température et pression à l'intérieur de la chambre de combustion sont telles que le mélange explose par auto-inflammation. La suite du cycle est identique avec une phase de détente et une d'échappement pour revenir au point de départ.

Couple rapide, lent et négatif

Le couple produit dans la phase de détente est fonction de la quantité de carburant injectée et du point d'allumage. La description suivante du fonctionnement du moteur à combustion interne est limitée aux moteurs atmosphériques sans vanne de recirculation de gaz ou injection multiple pour les moteurs diesel. Les moteurs de dernière génération présentent une complexité et des performances bien supérieures mais au fins de l'agrément de l'embrayage on peut se limiter au cas simplifié.

Le moteur essence dispose de trois actionneurs : le volet d'admission, l'injecteur et la bougie d'allumage. Le respect du rapport stoechiométrique essence/air impose une contrainte sur la quantité d'essence injectée en fonction de la pression dans le plenum, contrôlée par le volet d'admission. Cette contrainte réduit les actionneurs effectivement disponibles pour le contrôle du couple au volet d'admission et la bougie d'allumage.

Le volet d'admission règle la pression d'admission qui détermine le couple maximal que l'on pourrait obtenir lors de la phase de détente si le mélange était allumé à l'angle d'avance optimale. Un allumage retardé, dit avec *retrait d'avance*, permet de dégrader le couple effectivement délivré par le moteur en réduisant son efficacité. Ce choix, évidemment non-optimal, se justifie par la lente dynamique de la pression de collecteur. Pour assurer une meilleure poursuite de la consigne de couple on garde une *réserve de couple*, c'est-à-dire on impose une pression de collecteur légèrement supérieure au strict nécessaire et on dégrade le couple avec un léger retrait d'avance. Lors d'une montée brusque de la consigne de couple, on utilise cette réserve en attendant que l'ouverture du papillon fasse monter la pression dans le collecteur ; au contraire lors d'un écroulement de la consigne de couple dû à un levé de pied le volet est fermé, l'excès de pression, et donc d'essence, est compensé par un retrait d'avance. Dans le jargon du contrôle moteur, on parle de *couple lent* et *couple rapide* pour indiquer respectivement la consigne de couple "pression collecteur" et la consigne de couple "avance". Le couple lent a une constante de temps de l'ordre de 0.04s qui est fonction de la longueur du conduit d'admission, le couple rapide, en principe discontinu, est choisi à chaque PMH au début du cycle d'admission.

Le moteur diesel, par contre, ne disposant ni de volet d'admission¹ ni de bougie d'allumage a comme seul actionneur l'injecteur. Parce que l'injection directe permet un mélange globalement pauvre tout étant localement stoechiométrique il n'y a pas de contrainte de proportions entre air admise et carburant injecté. Le contrôle du couple s'en trouve fortement simplifié étant limité au seul couple rapide fonction de la quantité de carburant injectée.²

¹Sur certains moteurs diesel il y a un volet d'admission utilisé seulement pour couper rapidement le moteur par étouffement.

²Pour des soucis de compatibilité software la distinction entre couple rapide et couple

Le moteur à combustion peut être assimilé à une pompe qui aspire l'air dans le conduit d'admission pour le rejeter dans le conduit d'échappement. En absence de couple généré dans la phase de détente ce travail de pompage couplé aux frottements internes donne un couple négatif pouvant atteindre jusqu'à environ $-50 Nm$.

Dans la suite de l'exposé on emploiera la convention d'indiquer comme couple moteur Γ_e le couple net délivré par le moteur.

Cartographie pédale

On appelle *cartographie pédale* la table reliant la position pédale accélérateur et le régime moteur à la consigne de couple demandé par le conducteur. Cette consigne peut être ultérieurement modifiée par différentes stratégies du contrôle moteur visant, entre autres, à réduire les émissions nocives, améliorer le confort, éviter le calage du moteur etc...

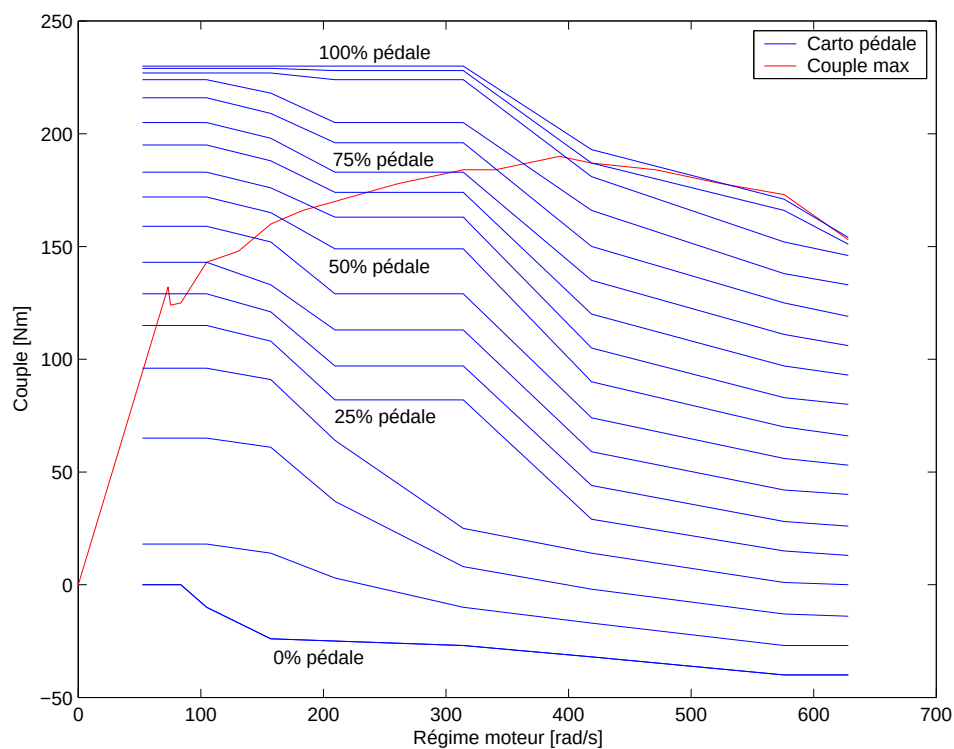


FIG. 1.3 – Cartographie pédale d'un moteur essence atmosphérique en bleu avec la courbe de couple maximale du moteur en fonction du régime.

lent est introduite artificiellement.

Le point de départ pour renseigner ce tableau est donné par les courbes de iso-puissance, semblables à des hyperboles dans le plan couple-régime ; successivement ces valeurs sont modifiées pour répondre à des exigences d'ergonomie et brio, puis finalement a une mise au point est effectuée directement sur véhicule.

1.1.3 Volant moteur et DVA

Volant moteur

Des quatre phases du cycle du moteur seule la phase de détente génère un couple positif, les trois autres ayant un bilan négatif. Le déphasage des pistons assure un équilibrage approximatif du couple moteur. En effet pour le cas plus commun d'un moteur à quatre cylindres, à chaque instant on a un cylindre en phase de détente (Fig. 1.4).

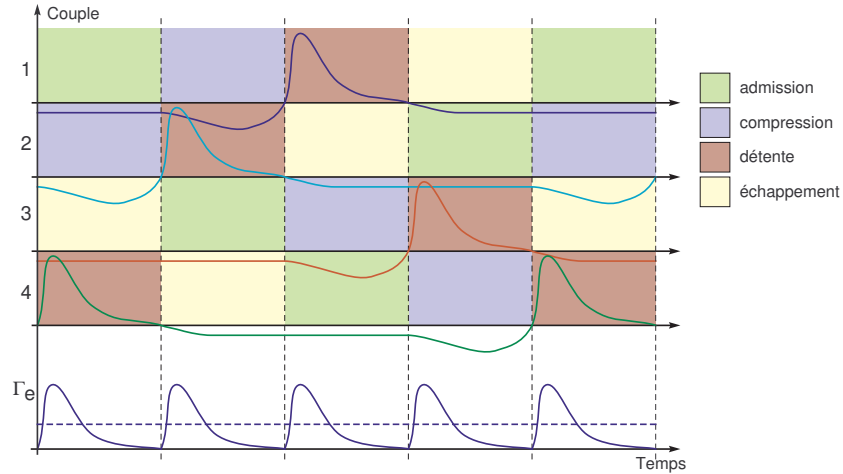


FIG. 1.4 – Représentation schématique de la variation de couple généré pendant les quatre phases par les pistons d'un moteur quatre cylindres ayant un ordre d'allumage 1342. La dernière courbe représente le couple total instantané en continu et sa moyenne sur le demi-tour en pointillé.

Le couple résultant de l'action des quatre pistons présente des forts pics qui induisent des oscillations sur le régime moteur dites acyclismes moteur. La valeur de couple moteur normalement considéré est la moyenne sur le demi-tour de cette valeur instantanée.

Afin de limiter les oscillations de régime un volant moteur, c'est-à-dire une roue pleine à forte inertie, est ajouté au vilebrequin.

Le volant moteur assure aussi trois autres fonctions auxiliaires :

- sert de roue dentée de démultiplication pour le démarreur lors du lancement du moteur
- est doté d’une couronne dentée pour la mesure du régime moteur ; cette couronne présente une dent longue pour repérer l’angle du vilebrequin nécessaire pour synchroniser l’allumage (essence) ou l’injection (diesel)
- la face côté boîte de vitesses sert de surface de frottement pour le disque de l’embrayage

1.1.4 Double Volant Amortisseur (DVA)

Le Double Volant Amortisseur (DVA) est un volant moteur composé de deux disques connectés par des ressorts radiaux. Il s’agit d’une évolution du volant moteur classique ayant pour but de filtrer les acyclismes moteur avant la chaîne cinématique. En cas d’absence du DVA ce filtrage est assuré par les ressorts-amortisseurs du disque d’embrayage.

1.1.5 Embrayage sec

Système d’embrayage

Par *système d’embrayage* on entend l’ensemble de composants mécaniques qui permettent de coupler et découpler progressivement le moteur thermique à la chaîne cinématique de transmission du véhicule. Le système se compose d’un élément qui assure le couplage et de sa commande. Des nombreuses solutions techniques sont disponibles pour la réalisation de ces deux composants, dans la suite on se limitera aux embrayages monodisques à sec avec une commande hydraulique. Cette configuration est la plus utilisée pour les automobiles modernes et équipe toute la gamme Renault.

Cet organe remplit quatre fonctions principales :

interruption de la liaison entre le moteur et la transmission Cette interruption peut être soit temporaire, comme pendant un démarrage ou un passage de vitesses, soit prolongée pour assurer le point mort de la transmission dans le cas d’un embrayage contrôlé par actionneur. Le couple résiduel en condition de débrayage caractérise la performance de l’embrayage pour cette fonction.

mise en action du véhicule Parce qu’un moteur thermique ne peut pas fonctionner audessous d’un régime minimum, dit de ralenti, auquel le couple généré par le moteur est égal aux pertes par frottement³, un système d’embrayage est nécessaire pour effectuer le décollage véhicule en assurant une transition fluide. La caractéristique déterminante pour

³En réalité le ralenti du moteur est réglé à un régime légèrement supérieur au minimum théorique pour garantir la robustesse face aux perturbations sur le couple de charge

cette fonction est la *dosabilité*, c'est-à-dire la facilité de maîtrise du couple généré.

facilitation des passages de vitesses Lors des passages de vitesses l'embrayage facilite la synchronisation des régimes moteur et de l'arbre primaire de boîte. La phase de frottement est très courte mais les niveaux de couple atteints peuvent engendrer des oscillations gênantes le long de la chaîne cinématique.

absorption des acyclismes moteur Les oscillations de couple moteur génèrent des vibrations torsionnelles qui, si elle ne sont pas filtrées, sont transmises par la chaîne cinématique à la caisse. Pour réduire ce désagrément les embrayages présentent des ressorts-amortisseurs montés sur le disque de friction. Étant donné le besoin croissant de filtrage des acyclismes, les motorisations plus puissantes sont équipées d'un DVA qui, grâce à son système complexe de ressorts-amortisseurs assure un meilleur filtrage des vibrations. Dans ce cas le disque de friction ne présente pas de ressorts-amortisseurs.

Commande hydraulique

La commande hydraulique relie la pédale de commande à la butée de l'embrayage grâce à un circuit hydraulique qui peut être indépendant ou bien commun au système de freinage. Le circuit hydraulique est composé d'un maître cylindre CMC (Concentric Master Cylinder), un tuyau comportant plusieurs sections dont une flexible pour permettre le mouvement du moteur sur ses suspensions, éventuellement un filtre d'acyclismes et un cylindre esclave CSC (Concentric Slave Cylinder) qui, situé entre le carter de la boîte de vitesses et l'embrayage agit directement sur la butée.

La commande assure aussi une démultiplication de l'effort nécessaire pour actionner l'embrayage à travers l'effet combiné du rapport hydraulique et du fonctionnement à levier de la pédale. Un ressort de compensation est relié à la pédale pour ultérieurement réduire cet effort.

Embrayage

Les embrayages actuels sont le résultat d'une longue évolution technique qui, depuis 1960, a abouti à la configuration monodisque sec avec ressort à rondelle Belleville⁴. La configuration avec un seul disque de friction présente une grande compacité, très importante pour les applications en moteur transversale où l'ensemble moteur, embrayage, boîte de vitesses et différentiel doit être contenu dans la largeur du capot de la voiture.

⁴La rondelle Belleville est essentiellement un cône présentant des évidements formant des lamelles et qui est utilisé comme ressort axial. À cause de sa forme qui rappelle la membrane de l'estomac elle est appelée aussi diaphragme.

Le volant moteur est vissé sur le vilebrequin qui l'entraîne au régime moteur. La cloche de l'embrayage, le diaphragme et le plateau de pression sont solidaires du volant moteur. Le couple est généré par le frottement des disques de garniture sur le volant moteur et le plateau puis transmis à l'arbre primaire de boîte par le disque de friction. Ce dernier présente des ressorts amortisseurs visant à filtrer les acyclismes du moteur et un ressort plat entre les disques de garniture. La raideur non linéaire de ce ressort plat, caractérisant la progressivité de l'embrayage, joue un rôle très important pour les performances de l'embrayage, surtout vis-à-vis de la dosabilité.

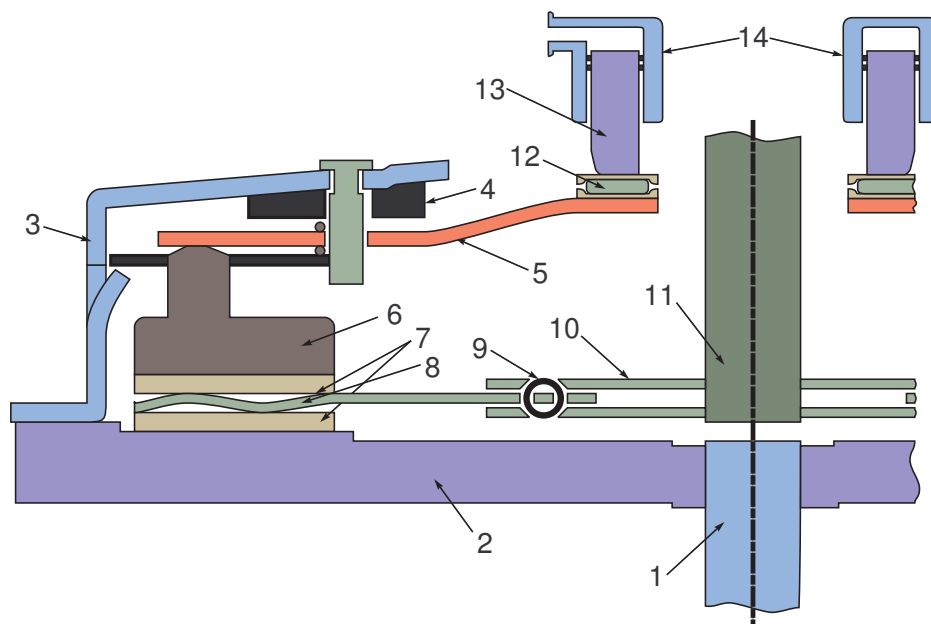


FIG. 1.5 – Structure d'un embrayage, coupe axiale. 1 vilebrequin - 2 volant moteur - 3 carter de l'embrayage - 4 système rattrapage usure - 5 rondelle Belleville - 6 plateau de pression - 7 disques de garniture - 8 ressort de dosabilité - 9 ressort-amortisseur - 10 disque d'embrayage - 11 arbre primaire de boîte - 12 roulement à aiguilles - 13 piston du cylindre esclave (CSC) - 14 cylindre esclave (CSC).

Au repos la rondelle Belleville écrase les garnitures et le ressort plat entre le volant et le plateau de pression avec une force F_0 d'environ $400N$ (embrayage de $\Phi = 200mm$ de diamètre couplé à un moteur ayant un couple maximal de $160Nm$). Cette force, dite *tarage de l'embrayage*, détermine le couple maximal transmissible qui est proportionnel à la pression appliquée et au diamètre de la garniture. Le piston du CSC exerce une force axiale sur le diamètre interne de la rondelle Belleville réduisant la pression sur le disque

de friction jusqu'à sa complète libération.

La raideur non linéaire de la rondelle Belleville présente un enclenchement ; un choix opportun du profil de raideur, qui dépend de l'angle et l'épaisseur du diaphragme, permet une réduction importante de l'effort de débrayage.

Fonctionnement de l'embrayage

La présente section repose sur l'analyse du fonctionnement mécanique des embrayages détaillé dans la documentation technique Valeo [21].

Les relations entre les effets, les déplacements et le couple transmissible par l'embrayage sont obtenues à partir de la figure 1.6.

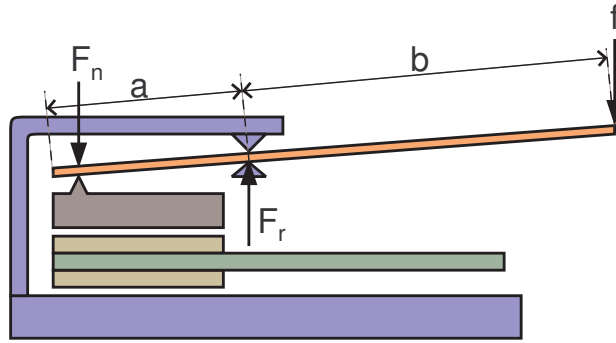


FIG. 1.6 – Bilan des forces s'exerçant sur le diaphragme.

En position de repos (embrayé) aucune force n'est exercée par le cylindre esclave sur les doigts du diaphragme ($f = 0$). Le diaphragme est contraint entre le plateau de pression et le couvercle de l'embrayage. Cette force de contrainte, dite force de tarage, détermine le couple maximal transmissible par l'embrayage.

La force de compression F_n de la rondelle Belleville est déterminée par sa géométrie hors contrainte, sa compression et par la nature du métal qui la compose. Elle peut être estimée par la formule de Almen et László

$$F_n = \frac{4EC}{1-\nu^2} \frac{e\delta}{D^2} \left((h-\delta) \left(h - \frac{\delta}{2} + e^2 \right) \right)$$

avec

$$C = \pi \left(\frac{D}{D-d} \right)^2 \left(\frac{D+d}{D-d} - \frac{2}{\ln D/d} \right)$$

où D est le diamètre extérieur de la rondelle Belleville (Fig. 1.7), d diamètre intérieur de la rondelle, E module d'élasticité du métal, e épaisseur de la

rondelle, h hauteur du tronc de cône défini par la rondelle Belleville, δ déformation de la hauteur du cône à partir de sa géométrie hors contrainte, ν coefficient de Poisson.

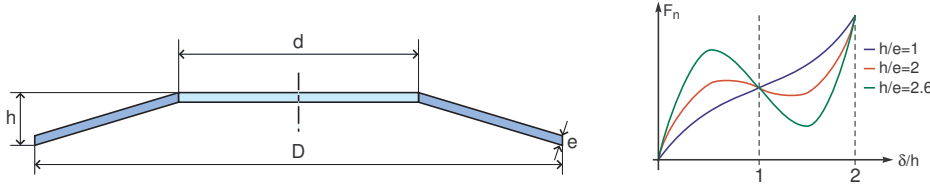


FIG. 1.7 – Géométrie d'une rondelle Belleville et ses courbes caractéristiques en fonction du rapport h/e .

Pour des rapports $h/e \geq 1.5$ la caractéristique $F_n(\delta/h)$ présente un voisinage autour du point d'inflexion $\delta/h = 1$ où la force est décroissante avec le déplacement. Cette caractéristique est exploitée pour réduire l'effort d'actionnement.

Si on fait l'hypothèse d'une rigidité parfaite de tous les éléments de l'embrayage à l'exclusion de la rondelle Belleville on obtient à partir de l'équilibre des moments le long d'un rayon du diaphragme

$$F_n = F_0 - \frac{b}{a}f \quad \text{ou} \quad f = (F_0 - F_n)\frac{a}{b}$$

où F_0 est la force de tarage de l'embrayage donnée par la précontrainte du diaphragme, F_n la force normale exercée sur le plateau de pression, f la force exercée par le piston du cylindre esclave, a et b les distances des points d'application des forces F_n et f par rapport au pivot du couvercle.

L'équilibre des forces pour l'ensemble du diaphragme donne

$$F_r = \frac{a}{b+a}f - F_0$$

Le changement de signe de F_r pour $f \geq \frac{b+a}{a}F_0$ est dû au basculement de la rondelle Belleville qui dégage complètement le plateau de pression.

Dans l'hypothèse de parfaite rigidité, la butée de l'embrayage ne bouge qu'une fois la force normale F_n annulée et le disque de friction complètement dégage. Étant donné qu'une force sans déplacement est ergonomiquement très difficile à contrôler, le ressort de progressivité est introduit entre les deux disques de garniture. Lorsqu'une force f est appliquée aux doigts du diaphragme le plateau de pression trouve une position d'équilibre entre la force normale F_0 et la force due au ressort de progressivité.

Les courbes caractéristiques de la rondelle Belleville et du ressort de progressivité sont choisies de telle façon que f soit presque constante sur la plus grande partie de la course de la butée. Le résultat final étant que la force normale exercée par le plateau de pression et donc, le couple transmissible par l'embrayage, est essentiellement fonction du seul déplacement x_b de la butée.

1.1.6 Transmission

Boîte de vitesses

La plage limitée de vitesses de rotation admises par un moteur à combustion induit la nécessité de changer le rapport de démultiplication entre l'embrayage et le ou les arbres de transmission. Plusieurs mécanismes ont été introduits pour satisfaire ce besoin. Du point de vue du conducteur il y a trois catégories suivant le niveau d'interaction : passage de vitesses complètement manuel, automatisation des passages de vitesses sur déclenchement manuel et gestion complètement automatique des changements de rapport.⁵ D'un point de vue ingénierie du véhicule, la distinction repose sur l'architecture mécanique.

Boîte de vitesses manuelle (BVM ou MT) solution la plus répandue sur les voitures européennes. Les différents rapports discrets de démultiplication sont assurés par sélection de couples de roues dentées. Pendant le passage de vitesses la chaîne cinématique est ouverte grâce à l'actionnement de l'embrayage provoquant une interruption de couple.

Boîte de vitesses robotisée (BVR ou AMT) solution de niche, répandue dans les voitures de compétition. Il s'agit d'une boîte de vitesses manuelle où l'embrayage et la sélection des rapports sont gérés par un robot soit hydraulique soit, plus rarement, électrique. Les rapports sont discrets et lors des passages de vitesses, il y a une rupture de couple.

Double embrayage (DSG ou DCT) solution plutôt rare à cause de sa complexité, actuellement commercialisé par Volkswagen. Le DSG est une amélioration de la BVR ayant pour but d'éviter la rupture de couple et de réduire la durée des passages de vitesses. Les rapports pairs et impairs sont repartis sur deux arbres primaires ayant chacun un embrayage dédié. Lors d'un passage de vitesses l'embrayage du rapport engagé est ouvert ou même temps que l'embrayage du nouveau rapport est fermé simulant ainsi un changement graduel de rapport.

⁵Afin de mieux exploiter le frein moteur au cours des longues descentes, une sélection manuelle du rapport engagé est disponible même sur les systèmes complètement automatisés.

Boîte de vitesses automatique (BVA ou AT) solution la plus répandue en dehors de l'Europe. Les rapports discrets sont assurés par des trains épicycloïdaux contrôlés par l'ouverture et la fermeture en tout-ou-rien de petits embrayages. Les sauts de vitesses de rotation ainsi provoqués sont gérés par un convertisseur de couple, c'est-à-dire deux turbines face à face dans un bain d'huile. Étant donné que la chaîne cinématique n'est pas ouverte il n'y a pas de rupture de couple.

Transmission continûment variable (ou CVT) La démultiplication est assurée par une courroie montée sur deux cônes opposés. Le glissement de la courroie le long des axes des cônes, par écartement ou rapprochement de ceux-ci, permet de faire varier continuellement le rapport de démultiplication.

Dans la suite de cette étude, seules les deux premières solutions sont analysées.

Différentiel et arbres de transmission

Le différentiel a pour but la répartition du couple entre l'arbre de transmission droit et gauche tout en assurant la possibilité d'une vitesse de rotation différente entre les deux arbres. Mécaniquement, cette fonction est assurée par un système épicycloïdal ; dans le cas d'un véhicule à traction, le différentiel est intégré à l'intérieur de la boîte de vitesses, pour un véhicule à propulsion il est placé au centre des roues arrière à l'extrémité de l'arbre de transmission principal. Dans le cas d'un véhicule à traction intégrale il y a trois différentiels : un pour la répartition avant-arrière et deux pour chaque essieu.

Les arbres de transmission sont essentiellement composés de cylindres et de deux joints homocinétiques à chaque extrémité afin de permettre le débattement des roues. Par conception les deux arbres ont la même inertie mais des longueurs, et donc des raideurs, différentes.

Pneumatiques

Les ultimes éléments de la chaîne cinématique sont les pneumatiques. Leur rayon contribue, avec la boîte de vitesses, au rapport de démultiplication total de la transmission. L'unité empirique couramment employée pour le mesurer est la V_{1000} , c'est-à-dire la vitesse en Km/h du véhicule lors que le moteur est à un régime de $1000tr/min$. Si on exclut les manœuvres incidentelles et les autres cas extrêmes, l'agrément de l'embrayage est peu sensible au comportement des pneumatiques.

1.2 Modélisation

1.2.1 Modèle pour la simulation

Structure du modèle

Le modèle détaillé pour la simulation peut être décomposé en trois parties : deux auxiliaires et une principale. Le modèle de génération du couple moteur et celui de l'embrayage avec sa commande hydraulique transforment respectivement la position de la pédale de l'accélérateur x_t et la position de la pédale de l'embrayage x_c en couple moteur Γ_e et force normale aux surfaces de frottement F_n à l'aide essentiellement de look-up tables. La dynamique des différentes inerties de la chaîne cinématique et les modèles de frottement de l'embrayage et des pneumatiques sont contenus dans le bloc principal.

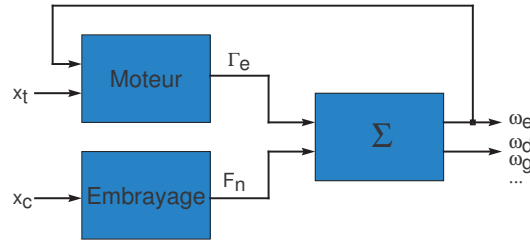


FIG. 1.8 – Schéma des inter-connections des trois parties du modèle.

Modèle de génération du couple moteur

Le modèle de génération du couple moteur est extrêmement simple : la cartographie pédale saturée au couple maximal délivrable par le moteur au régime courant représente la requête de couple conducteur.

Cette requête de couple est filtrée pour modéliser la dynamique de la pression collecteur dans les moteurs à injection indirecte ; ce bloc n'est pas inclus dans les modèles de génération de couple d'un moteur diesel à injection directe.

La partie en pointillé modélise une éventuelle consigne de couple rapide qui, toujours soumise à la limite de couple maximal ou à la fraction de couple maximal réservé, n'est pas affectée par la dynamique de la pression collecteur.

Finalement un bloqueur d'ordre zéro à échantillonnage non uniforme assure un niveau de couple constant entre chaque PMH, c'est-à-dire pendant chaque demi-tour du vibrequin.

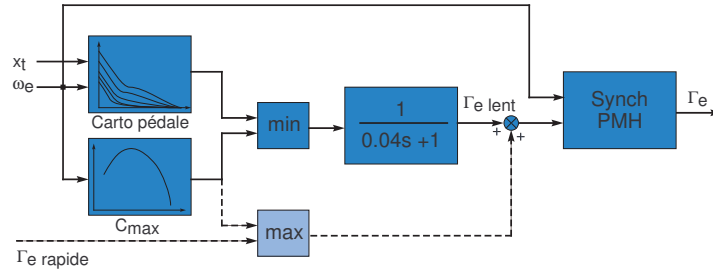


FIG. 1.9 – Modèle de génération de couple moteur Γ_e pour un moteur essence à injection indirecte. La partie en pointillé sert à modéliser une éventuelle utilisation de couple rapide précédemment réservé. Le modèle pour un moteur à injection directe n’inclue pas le filtre du premier ordre.

Modèle statique de l’embrayage et sa commande hydraulique

En négligeant les effets centrifuges sur la rondelle Belleville la force normale F_n exercée sur le plateau de pression est une fonction de la position de la butée de l’embrayage. Dans le cas de la BVR, cette position est directement contrôlée par un actionneur. Pour la BVM, la commande hydraulique relaye la position de la pédale de l’embrayage.

Plus de détails sur le calcul de cette courbe sont disponibles dans [11]; ces calculs utilisent des mesures de courbe de dosabilité, levée plateau, et raideurs de l’éventuel circuit hydraulique.

Modèle de la chaîne cinématique

Si on néglige les mouvements du moteur sur ses suspensions, la chaîne cinématique est un système mécanique unidimensionnel comme on peut le constater sur la figure 1.10.

De gauche à droite on trouve l’inertie moteur et l’inertie primaire DVA, le ressort non-linéaire l’amortissement⁶ du DVA, l’inertie de la masse secondaire du DVA à laquelle est connecté l’embrayage. À droite de l’embrayage se trouvent l’inertie équivalente au primaire de la boîte de vitesses, la démultiplication α de boîte et le différentiel qui repartie le couple sur les deux arbres de transmission. De chaque côté du différentiel se trouvent l’inertie de l’arbre de transmission, la raideur et l’amortissement de la transmission et

⁶L’amortissement à l’intérieur du DVA est assuré par le frottement lubrifié des ressorts sur la surface interne du DVA. La valeur du coefficient d’amortissement n’est correcte qu’à une valeur de régime donnée car elle est fortement dépendante de la force centrifuge qui colle les ressorts sur la surface interne.

l'inertie de la roue. Le lien entre les roues et la masse du véhicule est assuré par un modèle de contact ponctuel LuGre.

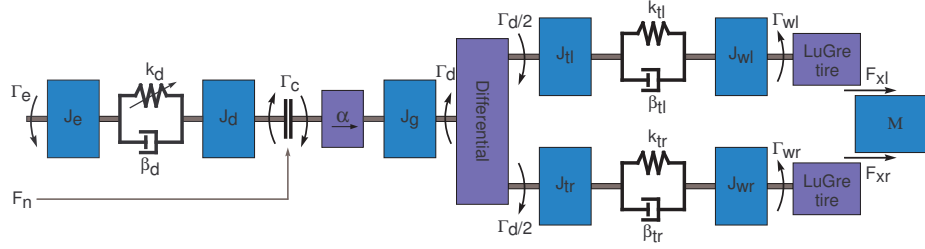


FIG. 1.10 – Modèle de simulation avec 14DOF.

Les équations de la dynamique des inerties et les loi de Hookes des trois raideurs donnent

$$\begin{aligned}
 J_e \dot{\omega}_e &= \Gamma_e - k_d(\theta_d) - \beta_d(\omega_e - \omega_d) \\
 J_d \dot{\omega}_d &= k_d(\theta_d) + \beta_d(\omega_e - \omega_d) - \Gamma_c \\
 J_g \dot{\omega}_g &= \alpha \Gamma_c - \Gamma_d \\
 J_{tl} \dot{\omega}_{tl} &= \Gamma_d/2 - k_{tl}\theta_{tl} - \beta_{tl}(\omega_{tl} - \omega_{wl}) \\
 J_{tr} \dot{\omega}_{tr} &= \Gamma_d/2 - k_{tr}\theta_{tr} - \beta_{tr}(\omega_{tr} - \omega_{wr}) \\
 J_{wl} \dot{\omega}_{wl} &= k_{tl}\theta_{tl} + \beta_{tl}(\omega_{tl} - \omega_{wl}) - R_w F_{xl} \\
 J_{wr} \dot{\omega}_{wr} &= k_{tr}\theta_{tr} + \beta_{tr}(\omega_{tr} - \omega_{wr}) - R_w F_{xr} \\
 \dot{\theta}_d &= \omega_e - \omega_d \\
 \dot{\theta}_{tl} &= \omega_{tl} - \omega_{wl} \\
 \dot{\theta}_{tr} &= \omega_{tr} - \omega_{wr} \\
 M \dot{v} &= F_{xl} + F_{xr}
 \end{aligned}$$

Le couple de l'embrayage est fourni par un modèle de LuGre qui donne un modèle continu, mais non-linéaire, au contraire des modèles linéaires hybrides couramment employés dans la littérature. Pour une explication détaillée du modèle et la signification physique de ses paramètres se référer à [25].

$$\dot{z}_c = \omega_d - \alpha \omega_g - \sigma_{0c} \frac{|\omega_d - \alpha \omega_g|}{g_c(\omega_d - \alpha \omega_g)} z_c \quad (1.1)$$

$$\Gamma_c = F_n \left[\sigma_{0c} z_c + \sigma_{1c} e^{\left(\frac{\omega_d - \alpha \omega_g}{\omega_{dc}} \right)^2} \dot{z}_c + \sigma_{2c} (\omega_d - \alpha \omega_g) \right] \quad (1.2)$$

Les forces longitudinales droite et gauche générées par la rotation des pneumatiques sont définies par un modèle agrégé de pneumatique LuGre [9] similaire au précédent

$$v_{ri} = v - R_w \omega_{wi} \quad (1.3)$$

$$g_i(v_{ri}) = \mu_{ci} + (\mu_{si} - \mu_{ci})e^{-|v_{ri}/v_{si}|^{1/2}} \quad (1.4)$$

$$\dot{z}_i = v_{ri} - \sigma_{0i} \frac{|v_{ri}|}{g_i(v_{ri})} z_i - \kappa |\omega_{wi} R_w| z_i \quad (1.5)$$

$$F_{xi} = F_z [\sigma_{0i} z_i + \sigma_{1i} \dot{z}_i + \sigma_{2i}(v_{ri})] \quad (1.6)$$

$$(1.7)$$

avec $i = \{r, l\}$.

Le couple du différentiel Γ_d est défini en imposant la contrainte

$$\omega_g = 1/2(\omega_{tr} + \omega_{tl})$$

Validation du modèle

A fin de valider le modèle de chaîne cinématique des mesures ont été effectuées sur une Megane II 2.0 essence (F4R). Le régime moteur, la vitesse véhicule, la consigne couple moteur et la position de la pédale d'embrayage ont été enregistrés et utilisés pour alimenter le modèle de chaîne cinématique et modèle statique de l'embrayage. Étant la caractéristique de l'embrayage effectivement monté sur la voiture non disponible, des mesures sur banc d'un embrayage du même modèle ont été utilisées à la place.

La figure 1.11 montre les résultats d'une simulation de décollage sur le plat avec les mesures correspondantes. On peut remarquer une vitesse véhicule simulée très proche de la vitesse mesurée; l'erreur sur la partie finale du régime moteur est probablement à imputer à une mauvaise estimation du couple moteur effectivement délivré.

La figure 1.12 montre les résultats d'un passage de vitesse montant 1-2 simulé. En dépit d'un léger erreur sur l'instant de fin de patinage, l'excitation de la chaîne cinématique due à la synchronisation est très proche.

Ces résultats montrent que, même si les modèles ne sont pas suffisamment précis pour effectuer une simulation exacte de la réponse de la chaîne cinématique, ils permettent néanmoins d'avoir une bonne estimation des performances en agrément grâce à une réponse de la chaîne cinématique aux excitations très proche de celle effectivement mesurée sur voiture.

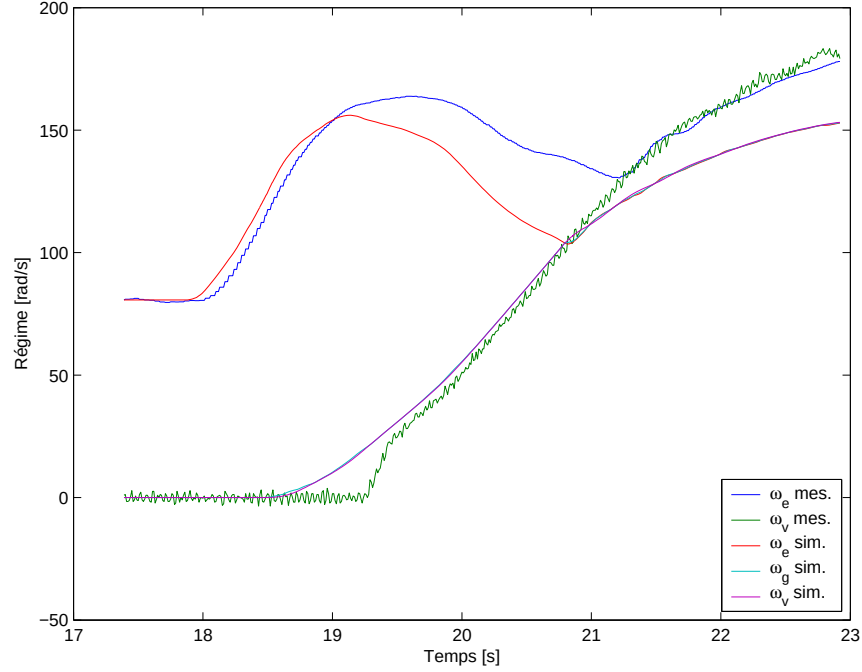


FIG. 1.11 – Validation du modèle de chaîne cinématique pour un décollage sur Megane II 2.0 essence (F4R).

1.2.2 Modèle pour la commande

Modèle chaîne cinématique

Le modèle précédent est beaucoup trop complexe pour servir de base pour l'analyse de l'agrément de l'embrayage et pour concevoir une commande opportune. Afin de simplifier suffisamment le modèle, on introduit les deux hypothèses suivantes :

- parfaite adhérence des pneumatiques et absence d'effets transitoires dus à l'interface roue-sol
- symétrie de la chaîne de transmission

Ces deux hypothèses permettent de représenter la chaîne cinématique en aval de l'embrayage comme un simple système ressort-amortisseur avec deux inerties équivalentes à l'arbre primaire de boîte.

$$J'_e \dot{\omega}'_e = \Gamma_e - \Gamma_c \quad (1.8)$$

$$J'_g \dot{\omega}'_g = \Gamma_c - k'_t \theta'_t - \beta'_t (\omega'_e - \omega'_g) \quad (1.9)$$

$$J'_v \dot{\omega}'_v = k'_t \theta'_t + \beta'_t (\omega'_e - \omega'_g) \quad (1.10)$$

$$\dot{\theta}' = \omega'_e - \omega'_g \quad (1.11)$$

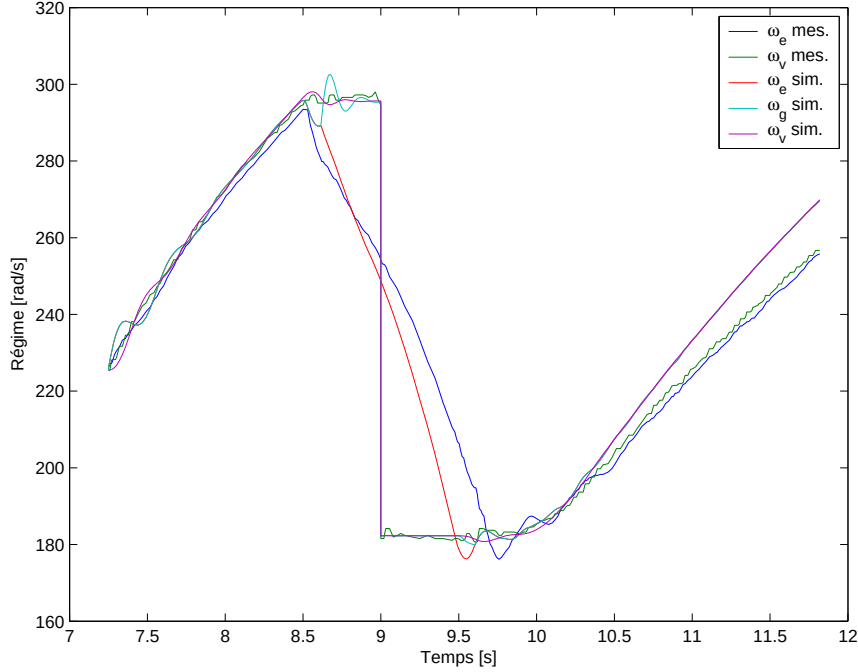


FIG. 1.12 – Validation du modèle de chaîne cinématique pour un passage de vitesses montant 1-2 sur Megane II 2.0 essence (F4R).

Les coefficients du système ressort-amortisseur sont liés aux paramètres du modèle précédent par

$$J'_e = J_e + J_d \quad (1.12)$$

$$J'_g = \frac{J_g + J_{tr} + J_{tl}}{\alpha^2} \quad (1.13)$$

$$k'_t = \frac{k_{rt} + k_{lt}}{2\alpha^2} \quad (1.14)$$

$$\beta'_t = \frac{\beta_{rt} + \beta_{lt}}{2\alpha^2} \quad (1.15)$$

$$J'_v = \frac{1}{\alpha^2} (r_w^2 M + J_{wr} + J_{wl}) \quad (1.16)$$

Lorsque le premier ou le deuxième rapport sont engagés, le mode propre de la transmission est fortement dominant par rapport au mode du DVA, c'est-à-dire que les oscillations gênantes perçues par le conducteur et qui font l'objet de cet étude, sont principalement imputables à la torsion de la chaîne cinématique.

Si on néglige la torsion du DVA et si on inclut son inertie secondaire à l'inertie moteur et inertie primaire

$$J'_e = J_e + J_d \quad (1.17)$$

on obtient un modèle de chaîne cinématique extrêmement simple, comportant seulement quatre états, illustré en figure 1.13, mais capable de capturer l'essentiel du comportement dynamique comme on peut le constater en figure 1.14.

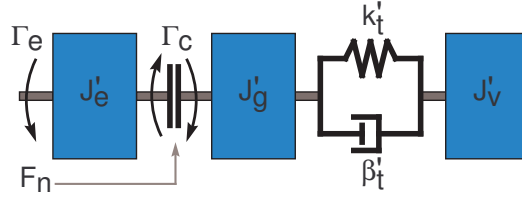


FIG. 1.13 – Modèle de commande simplifié avec quatre états.

Pendant la phase de glissement de l'embrayage, exception faite pour les tous derniers instants, l'écart de vitesse entre les surfaces de frottement est tel que le modèle LuGre de l'embrayage (1.2) peut être assimilé au simple modèle de frottement de Coulomb

$$\Gamma_c = 2\mu_d r_c F_n \text{sign}(\omega_e - \omega_g) \quad (1.18)$$

où μ_d est le coefficient de frottement dynamique, r_c le rayon moyen de la couronne des garnitures sur le disque de frottement. Le coefficient 2 est dû à la double surface de frottement volant moteur-disque et disque-plateau de pression. Lors des engagements confortables, on analysera ce concept dans le chapitre suivant, la vitesse de glissement ne change pas de signe ce qui permet une ultérieure simplification :

$$\Gamma_c = 2\mu_d r_c F_n = \gamma F_n \quad (1.19)$$

pour les décollages et passages de vitesses montants et

$$\Gamma_c = -2\mu_d r_c F_n = -\gamma F_n \quad (1.20)$$

pour les passages de vitesses descendants.

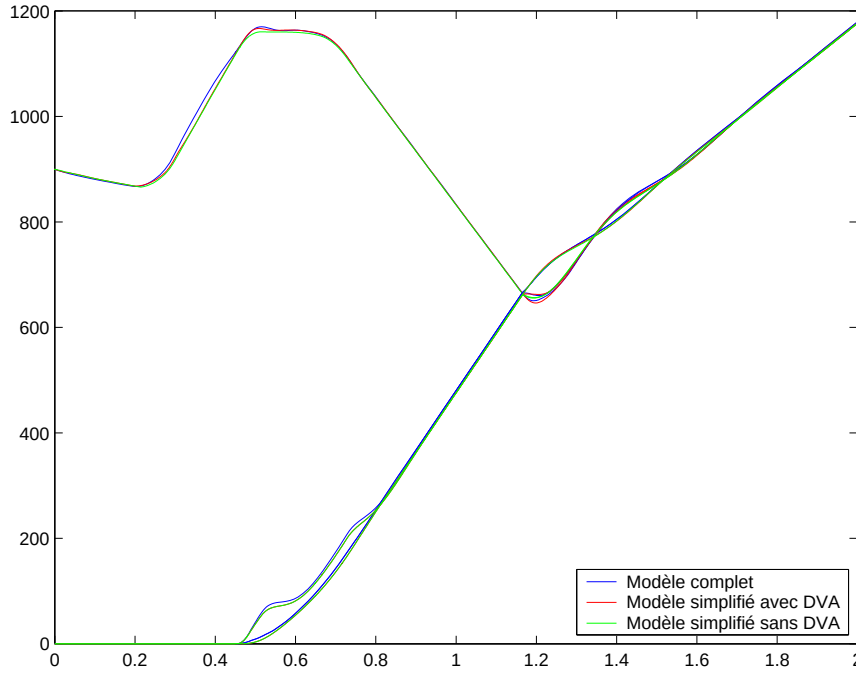


FIG. 1.14 – Simulation de décollage sur le plat pour les mêmes consignes pédale avec le modèle complet, le modèle simplifié mais incorporant un DVA linéarisé et le modèle simplifié sans DVA. Les modèles ont été paramétrés pour une Mégane II avec moteur essence atmosphérique 2.0l (F4R).

Modèle actionneur embrayage

La position x_b de la butée de l’embrayage, dans une transmission avec une architecture BVR ou clutch-by-wire, est piloté directement par un actionneur hydraulique. Les couches supérieures de la stratégie de contrôle de l’embrayage qui garantissent l’agrément des engagements ne gèrent pas directement cette quantité mais génèrent des consignes de couple embrayage $\bar{\Gamma}_c$. Ces consignes sont transformés en position x_b de la butée grâce à l’inversion de la courbe caractéristique de transmissibilité de l’embrayage, c’est-à-dire la courbe du couple maximale transmissible par l’embrayage pour une position donnée de la butée. Cette courbe est estimé en ligne par les couches bas niveau du logiciel de commande de la BVR grâce à une identification par moindres carrés des paramètres d’une polynôme de troisième ordre.

Dans la conception des stratégies de commande de l’embrayage présentés dans les chapitres suivants on assumera d’abord que l’estimation de la courbe de transmissibilité soit parfaite et que la dynamique de l’actionneur hydraulique soit infinie. Dans ce conditions le modèle simplifié pour la commande peut être contrôlé directement en couple embrayage sous l’hypothèse d’une

vitesse de glissement de l’embrayage positive.

Afin d’augmenter la robustesse de la stratégie complète lors de l’implémentation de la commande d’aide à la synchronisation sur la voiture d’essai une correction du coefficient multiplicatif de la fonction de transfert, équivalent à une correction du coefficient de frottement, a été implémentée grâce à l’utilisation des observateurs de coefficient de frottement et de couple embrayage présentés dans le cinquième chapitre.

1.2.3 Modèle conducteur

Afin de permettre la simulation des décollages et des passages de vitesses deux automates à états finis ont été conçus. Leur fonctionnement émule celui d’un conducteur humain.

La condition initiale d’une simulation de décollage est véhicule à l’arrêt, première engagée, embrayage complètement débrayé (pédale d’embrayage enfoncée à 100%) et enfoncement de l’accélérateur nul.

A : atteinte du point de léchage l’embrayage est fermé rapidement et l’accélérateur légèrement enfoncée jusqu’à que, atteint le point de léchage, le véhicule commence à accélérer.

B : recherche d’un niveau d’accélération (première partie) la fermeture de l’embrayage continue à une vitesse inférieure, l’accélérateur reste faiblement enfoncé jusqu’à que l’incrément du couple embrayage cause une chute du régime moteur.

C : recherche d’un niveau d’accélération (deuxième partie) pour compenser la chute du régime moteur l’accélérateur est enfoncé un peu plus; la fermeture de l’embrayage continue jusqu’à on atteigne le niveau d’accélération souhaité

D : palier une fois atteint le niveau d’accélération souhaité la position des deux pédales reste inchangée jusqu’à la synchronisation

E : fermeture finale après la synchronisation l’embrayage est complètement fermé et l’accélérateur appuyé pour lancer le véhicule. La fermeture complète de l’embrayage signe la fin du décollage.

Dans le cas d’un passage de vitesses la condition initiale des simulations est donnée par le véhicule en train d’accélérer sous l’effet du couple moteur avec un embrayage complètement engagé. La machine à états finis, montrée en figure 1.16, passe par les suivantes étapes pour effectuer un passage de vitesses :

A : atteindre un régime moteur spécifié sous l’effet du couple moteur le véhicule est accéléré. Quand le régime moteur atteigne une valeur seuil le passage de vitesse est déclenché.

B : ouverture de l’embrayage l’embrayage est rapidement ouvert pour permettre le désengagement du rapport. Afin d’éviter une excessive montée de régime la pédale de l’accélérateur est aussi relâchée.

C : sélection et engagement du nouveau rapport une fois ouverte la chaîne cinématique l’ancien rapport est désengagé et le nouveau sélectionné et engagé.

D : synchronisation suite au changement de rapport les régimes du vilebrequin et de l’arbre primaire de boîte sont différents, l’embrayage est fermé progressivement afin de synchroniser les deux arbres.

E : accélération une fois les arbres synchronisés et l’embrayage complètement engagé la pédale de l’accélérateur est enfoncée à nouveau.

Cette séquence introduit un couple moteur seulement après la fin de la synchronisation. Ce cas de figure, dit passage de vitesses à pied levé, n’est pas le plus fréquent car normalement le conducteur appuie légèrement sur l’accélérateur pendant la fermeture de l’embrayage, mais représente le pire des cas vis-à-vis des à coups au passage de vitesses.

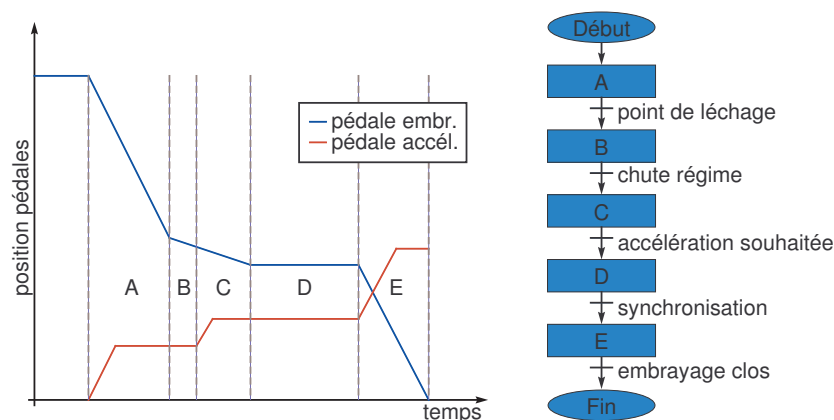


FIG. 1.15 – Automate à états finis pour la génération des signaux pédale accélérateur et pédale embrayage pour le décollage.

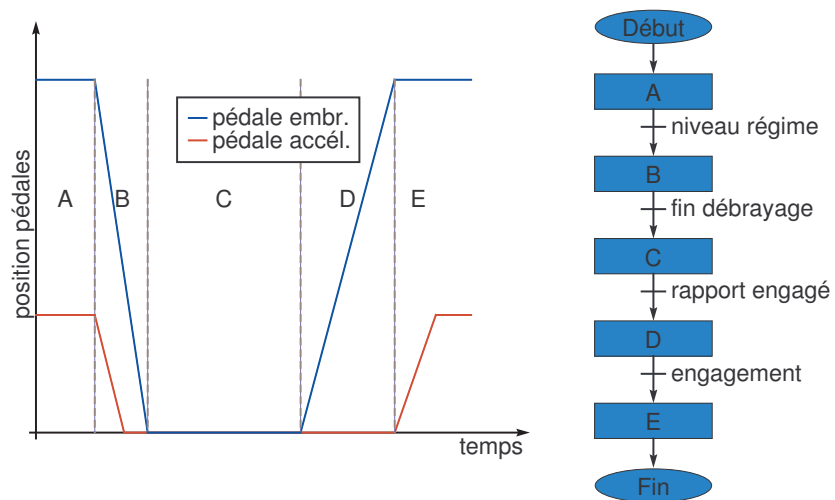


FIG. 1.16 – Automate à états finis pour la génération des signaux pédale accélérateur et pédale embrayage pour le passage des vitesses.

Chapitre 2

Agrément de conduite lié à l’embrayage

2.1 Analyse détaillée de l’utilisation de l’embrayage

2.1.1 Cadre d’utilisation de l’embrayage

Lors de l’utilisation d’un véhicule équipé d’une transmission BVM ou BVR l’embrayage est utilisé ponctuellement en trois cas de figure spécifiques :

décollage Comme on a souligné dans le chapitre précédent le moteur à combustion interne ne peut pas descendre au dessous d’un régime critique dit régime de ralenti. Lors de la mise en mouvement du véhicule, dite décollage dans le jargon de l’industrie automobile pour le différencier du démarrage du moteur, l’embrayage assure la transition entre la vitesse zéro et la vitesse minimale du véhicule dite vitesse de ralenti.

rampage ou creeping Mode de fonctionnement plus fréquemment utilisé sur les véhicules BVR mais possible aussi sur un véhicule BVM, il consiste à assurer une vitesse d’avancement du véhicule inférieure à la vitesse de ralenti grâce à un glissement contrôlé de l’embrayage. Normalement employé lors des déplacements pour garer le véhicule, ne donne pas lieu à de critères d’agrément et n’est pas pris en compte dans le reste de la thèse.

passage de vitesses Les changements de rapport induisent un écart de vitesse entre le moteur et l’arbre primaire de boîte qui est désolidarisé du volant moteur grâce à l’ouverture de l’embrayage. La fermeture de l’embrayage assure la synchronisation des vitesses des deux arbres.

Le confort de l’embrayage est un sujet très vaste à cheval entre l’acoustique, l’ergonomie et l’agrément de conduite ; le compromis entre ces différentes performances est aussi soumis à des contraintes dures de fiabilité et coûts.

La commande de l'embrayage des véhicules BVM est une liaison directe entre le moteur et l'habitacle du véhicule. A fin d'éviter une remontée des vibrations moteur à la pédale de l'embrayage, des filtres, dites *filtres groa-groa*, sont placés le long de la conduite hydraulique de la commande. L'embrayage peut aussi être une source de vibrations pendant la phase de glissement, soit pour des raisons purement mécaniques, comme le voilage du disque de friction, soit pour une interaction thermoélastique [2] [31] des surfaces de frottement qui induit une oscillation du couple Γ_c dite *broutement* de l'embrayage.

La pédale d'embrayage des véhicules BVM fait partie de l'interface avec le conducteur et elle est, donc, soumise à des critères de ergonomie, principalement la longueur de la course pédale, l'effort maximale lors du débrayage et la position du point de léchage. La longueur de la course pédale et l'effort maximal sont tributaires de la position de conduite et, donc, de l'architecture générale du véhicule. Le point de léchage, par contre, est placé à 60% environ de la course pédale indépendamment des autres paramètres.

L'utilisation même de l'embrayage par le conducteur donne lieu à des critères de confort plus difficiles à quantifier mais tout aussi importants pour l'agrément de conduite. Un premier volet de cette partie de l'agrément de l'embrayage, limité aux BVM, est la *dosabilité*, c'est-à-dire la facilité avec laquelle le conducteur peut contrôler le couple de l'embrayage. Le deuxième volet, étroitement lié au point précédent mais aussi valide pour les BVR, est la capacité de l'embrayage d'assurer des engagements sans secousses. Dans la suite de ces travaux on s'intéressera principalement de cet dernier point, très important pour l'agrément de conduite et, plus en générale, pour la qualité du véhicule perçue par le conducteur.

A fin de mieux cerner le sujet on analyse en détail le comportement de l'embrayage lors d'un engagement dans deux cas particuliers, un décollage et un passage de vitesses montant. Le passage de vitesses descendant est essentiellement similaire faite exception de quelque changement de signe des couples et des écarts de vitesse.

2.1.2 Analyse d'un décollage

Le décollage est, en principe, une manœuvre extrêmement simple : il suffit d'accélérer le moteur tout en relâchant graduellement l'embrayage pour assurer la mise en mouvement du véhicule et limiter la prise de régime du moteur.

Pour un véhicule équipé d'une BVM, où le conducteur contrôle directement l'embrayage, sa fermeture est faite en quatre phases : une remontée très rapide de la pédale jusqu'à atteindre le point de léchage où le plateau de pression entre en contact avec le disque de friction, une fermeture plus lente pour

augmenter l'accélération du véhicule jusqu'au niveau souhaité, un maintien de position jusqu'à la synchronisation et finalement une fermeture complète plutôt rapide. Normalement les stratégies de commande de l'embrayage des BVR ont un comportement similaire ; parfois afin d'éviter des secousses à la synchronisation et simplifier la commande, le couple embrayage est limité pour éviter une chute de régime.

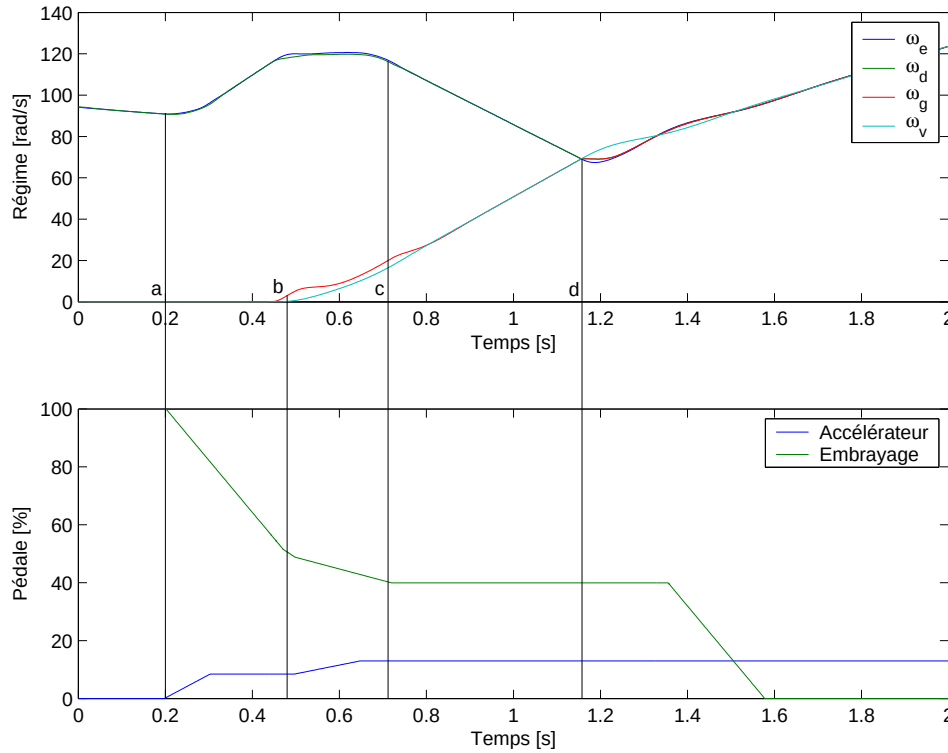


FIG. 2.1 – Simulation d'un décollage sur le plat. *a* début du décollage - *b* point de léchage - *c* atteinte niveau d'accélération souhaité - *d* synchronisation et fin du décollage.

La simulation en figure 2.1 illustre un décollage sur le plat pour un véhicule équipé d'une BVM. Au début de la simulation le moteur est au ralenti, la voiture à l'arrêt, le premier rapport est engagée et l'embrayage complètement ouvert. Le point *a* marque le début du décollage et il est caractérisé par une fermeture rapide de l'embrayage jusqu'au point de léchage *b* et un enfoncement léger de la pédale de l'accélérateur. Le moteur, lancé par un couple moteur croissant et pas encore freiné par l'embrayage, monte en régime. Une fois atteint le point de léchage le véhicule commence à accélérer ; le moteur, chargé par le couple embrayage normalement supérieur au couple moteur, perd de la vitesse ; afin d'éviter une chute trop importante du régime moteur le conducteur appuie ultérieurement sur l'accélérateur poursuivant

la fermeture de l'embrayage l'embrayage jusqu'à atteindre le niveau d'accélération souhaité (point *c*). Une fois ce point atteint le conducteur se limite à attendre la synchronisation des vitesses avant de fermer complètement l'embrayage.

2.1.3 Analyse d'un passage de vitesses montant

Un passage de vitesses, montant ou descendant, est composé de trois parties distinctes :

- ouverture complète de l'embrayage accompagnée par une réduction du couple moteur afin d'éviter des envolées de régime
- dégagement du rapport engagé suivie par la sélection et l'engagement du rapport suivant
- fermeture graduelle de l'embrayage afin de synchroniser les vitesses de rotation

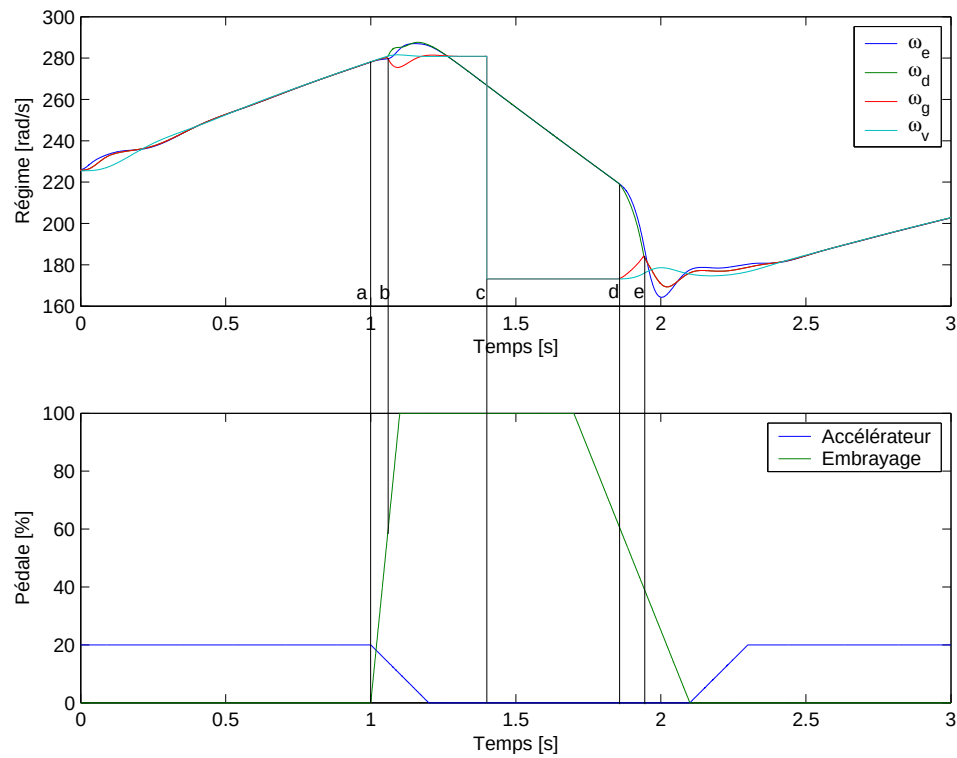


FIG. 2.2 – Simulation d'un passage de vitesses montant 1-2 à pied levé. *a* début du passage de vitesses - *b* dégagement du disque de friction - *c* engagement deuxième rapport - *d* début de la phase de patinage - *e* synchronisation et fin de la phase de patinage.

Ces trois parties sont bien identifiables dans le résultats de la simulation de passage de vitesses montant 1-2 sur véhicule BVM en figure 2.2. Au début de la simulation l'embrayage est fermé, le premier rapport est engagé et le véhicule est accéléré l'action du le moteur. Le point *a* marque le début du passage de vitesses caractérisé par l'ouverture rapide de l'embrayage et la levée simultanée de la pédale de l'accélérateur. Suite à l'action sur la pédale de l'embrayage la force normale appliquée au disque de friction est réduite jusqu'à découplage de la transmission en *b*. Le moteur, qui n'est plus freiné par la chaîne cinématique, subit une petite prise de régime à cause du couple moteur résiduel avant d'entamer une chute due au couple de frottement et pompage. Le véhicule, qui n'est plus accéléré par le moteur, garde par inertie une vitesse presque constante mais l'engagement du deuxième rapport induit un saut de la vitesse de l'arbre primaire (point *c*).¹ La fermeture de l'embrayage lors de la troisième et dernière partie annule l'écart de vitesse entre le moteur et l'arbre primaire de boîte et termine le passage de vitesses grâce à une rapide phase de glissement ayant une durée moyenne d'environ un dixième de second (entre les points *d* et *e* de la figure). Le couple généré par l'embrayage pendant la phase de glissement peut être très important et causer des oscillations gênantes de la chaîne cinématique.

2.1.4 Couple embrayage à la synchronisation

Pendant la phase de glissement le couple de l'embrayage

$$\Gamma_c = 2\mu_d r_c F_n \quad (2.1)$$

est fonction seulement de la force normale aux surfaces de frottement F_n . Après l'instant de synchronisation t_s le disque de friction est solidaire au vilebrequin et l'embrayage assure la fonction de simple élément de connexion.

Si on néglige la raideur des transmissions le modèle simplifié de chaîne cinématique est réduit à deux inerties J'_e et $J_1 = J'_g + J'_v$ connectées par l'embrayage (Fig. 2.3). A la synchronisation le couple embrayage subit une discontinuité en sautant de la valeur donnée par (2.1) à

$$\Gamma_c(t_s^+) = \frac{J_1}{J'_e + J_1} \Gamma_e \quad (2.2)$$

En présence d'une raideur de transmission finie la condition de synchronisation, c'est-à-dire $\omega'_e = \omega'_g$ et $\dot{\omega}'_e = \dot{\omega}'_g$, couplée aux équations (1.8), (1.9), (1.10) et (1.11) donne un couple embrayage qui oscille autour de

$$\Gamma_{ceq} = \frac{J'_g + J'_v}{J'_e + J'_g + J'_v} \Gamma_e \quad (2.3)$$

¹Ce changement de vitesse du à l'engagement du nouveau rapport n'est pas instantané mais contrôlé par les bagues de synchronisation de la boîte. Cette dynamique, indépendante de l'agréement de l'embrayage est ignorée.



FIG. 2.3 – Analyse de la synchronisation avec hypothèse de transmissions infiniment rigides.

avec une valeur initiale de

$$\Gamma_c(t_s^+) = \frac{J'_g}{J'_e + J'_g} \Gamma_e + \frac{J'_e}{J'_e + J'_g} (k'_t \theta' + \beta'_t (\omega'_g - \omega'_v)) \quad (2.4)$$

comme montré en figure 2.4.

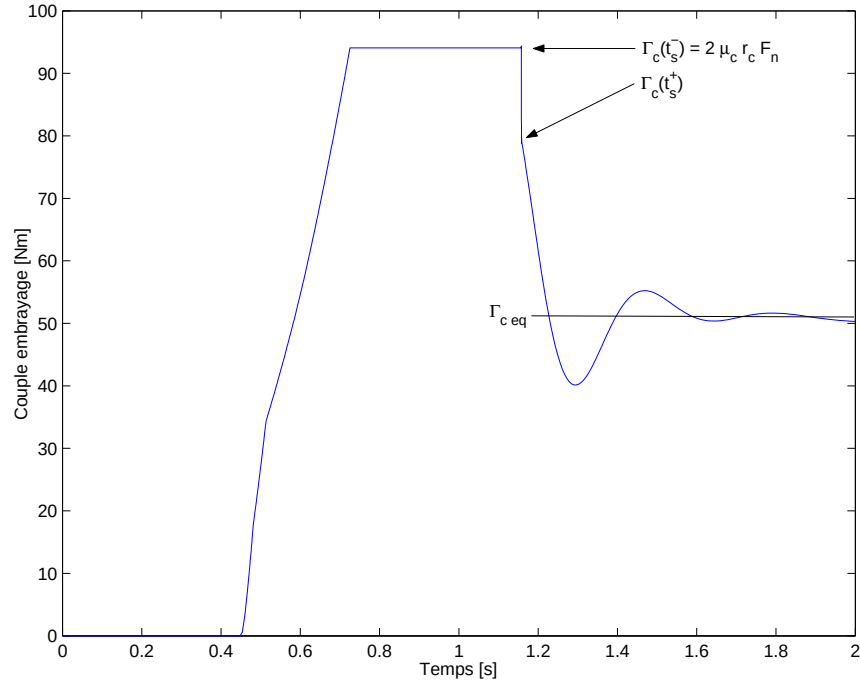


FIG. 2.4 – Couple transmis par l'embrayage lors d'un décollage.

2.1.5 Agrément de conduite lié à l'embrayage

Les critères d'évaluation de l'agrément de conduite d'un décollage ou d'un passage de vitesses sont les mêmes indépendamment du fait que l'architec-

ture de la transmission soit du type BVM ou BVR.

Pour un manœuvre de décollage les facteurs déterminant le ressenti du conducteur sont :

- la rapidité de la manœuvre (temps de patinage de l'embrayage)
- la facilité de réglage de l'accélération du véhicule
- les oscillations de la chaîne cinématique à la synchronisation (salut et à-coups)

Dans le cas d'un passage de vitesses le conducteur n'a pas d'objectif d'accélération souhaitée et seulement le premier et le dernier critères sont déterminants. A la limite un embrayage extrêmement agréable pour les passages de vitesses permettrait de lever très rapidement la pédale tout en assurant un engagement sans à-coups.

La facilité de réglage de l'accélération du véhicule, très important surtout pour les véhicules BVM, est fortement liée à l'ergonomie de la commande qui est déterminée, pour ce type de véhicules, par la courbe caractéristique de l'embrayage et plus particulièrement par le ressort de dosabilité à l'intérieur du disque de friction.

Les deux éléments restants sont en quelque sorte antinomiques car pour réduire la durée du temps de patinage il faut augmenter le couple embrayage et, donc, les oscillations de la chaîne cinématique à la synchronisation. Un véhicule avec une meilleure performance à-coups a, soit un faible niveau d'oscillations à parité de rapidité de manœuvre, soit à parité d'oscillations de manœuvres plus rapides.

La nécessité d'effectuer un compromis entre la rapidité de la manœuvre et le niveau d'à-coups induit une différence importante entre les standards d'agrément pour la BVM et la BVR. Si dans le premier cas le compromis rapidité/à-coups est géré plus ou moins consciemment directement par le conducteur, dans le second la stratégie de commande de l'embrayage est le seul arbitre de cette décision. Le conducteur d'un véhicule BVR, n'ayant pas de levier supplémentaires de contrôle, est beaucoup plus exigeant. Par exemple, un temps de passage de vitesses, du début du dégagement jusqu'à l'engagement complet, d'une seconde, normal pour un véhicule BVM, est jugé excessivement long pour une BVR.

2.2 Influence des paramètres de conception de la chaîne cinématique sur l'à-coup

Les différents paramètres physiques de la chaîne cinématique ont une influence très forte sur la performance globale de la voiture en à-coups. Trois tendances principales : l'incrément du couple transmissible par les embrayages,

la réduction de la raideur des transmissions et la minimisation des frottements à l'intérieur de la chaîne cinématique, rendent cette performance de plus en plus critique.

Afin d'éviter tout glissement intempestif de l'embrayage le couple transmissible par l'embrayage en position de repos, c'est-à-dire complètement embrayé, doit être supérieur au couple moteur maximal fois un coefficient de sécurité. Le couple maximal délivré par les moteurs Diesel, grâce à l'évolution technique, a progressé fortement ; les données relatives à l'évolution des moteurs Diesel Renault dans les derniers douze ans dans la table 2.1 indiquent un incrément de 322% à parité de cylindrée. L'utilisation d'embrayages avec

Nom comm.	Sigle	Année	Γ_e max	Technologie
1.9 D	F8Q	1994	118Nm	inj. indirecte
1.9 DT	F8Qt	1996	175Nm	inj. indirecte turbo
1.9 dTi	F9Q	1997	160Nm	inj. directe turbo
1.9 dCi	F9Q	1999	200Nm	common rail turbo
1.9 dCi	F9Q	2000	250Nm	common rail turbo
1.9 dCi	F9Q	2002	300Nm	common rail turbo
2.0 dCi	M9Rb	2006	400Nm	common rail turbo

TAB. 2.1 – Évolution des couples maximaux des moteurs Diesel Renault.

un couple transmissible de plus en plus élevé entraîne une perte de dosabilité car seulement la partie initiale de la courbe de transmissibilité est utilisée pour doser le couple embrayage.

Afin d'améliorer les performances acoustiques (NVH noise, vibration, harshness) la raideur des arbres de transmission est réduite pour filtrer les acyclismes moteur. A parité d'amplitude, la baisse de la fréquence des oscillations, induite par la réduction des raideur, augmente la sensibilité du conducteur à ce genre de désagrément.

Enfin la réduction des frottements à l'intérieur de la chaîne cinématique, due à la volonté d'optimiser la consommation du véhicule, porte à un faible coefficient d'amortissement et à un plus grand nombre de rebonds perçus par le conducteur.

2.3 État de l'art

2.3.1 Boîte de Vitesses Manuelle (BVM)

En l'état actuel de la technique les seuls moyens d'améliorer les performances de l'agrément de l'embrayage pour un véhicule équipé d'une BVM sont un choix intelligent des paramètres de la chaîne cinématique et une stratégie

d'amortissement actif des oscillations de la chaîne cinématique par commande du couple moteur une fois l'engagement terminé.

Une réduction des marges de manœuvre pour le choix des paramètres suite aux tendances évoquées dans la section précédente et un incrément des standards de confort motivent la recherche de solutions alternatives.

2.3.2 Boîte de Vitesses Robotisée (BVR)

Le contrôle simultané du couple moteur et couple embrayage en fonction de la position de la pédale de l'accélérateur permet l'utilisation de stratégies avancées afin d'éviter les oscillations de la chaîne cinématique.

Dans la littérature le problème de la commande de l'embrayage d'une BVR a été amplement traité. Une étude récente [18] des articles concernant la commande et modélisation de l'embrayage liste plus de 27 contributions entre 1995 et 2006. Plusieurs approches différents ont été proposés : quantitative feedback theory (QFT) [28], logique floue [29] [27], model predictive control (MPC) [5], decoupling control [13] et commande optimale [15] [14].

Les derniers deux articles introduisent un critère de synchronisation sans à coups dit *no-lurch condition*. Ayant comme point de départ l'analyse d'un modèle de la chaîne cinématique équivalent au modèle simplifié pour la commande présentée dans le chapitre précédent, ce critère impose la continuité de la dérivée de vitesse de l'embrayage à instant de synchronisation t_s sous l'hypothèse de continuité de régime moteur et de la torsion de la chaîne cinématique. Parce que après la synchronisation $\omega'_e = \omega'_g$ on a partir de (1.8) et (1.9)

$$\dot{\omega}'_e = \dot{\omega}'_g = \frac{1}{J'_e + J'_g} (\Gamma_e - k'_t \theta_t - \beta'_t (\omega'_g - \omega'_v)) \quad (2.5)$$

Imposant la condition $\dot{\omega}'_g(t_s^+) - \dot{\omega}'_g(t_s^-)$ on a depuis de (1.9) et (2.5)

$$\Gamma_c(t_s) = \frac{J'_g}{J'_e + J'_g} \Gamma_e(t_s) \quad (2.6)$$

ou, comme originalement formulé dans les articles citées, en fonction de la vitesse de glissement de l'embrayage $\omega_s = \omega'_e - \omega'_g$

$$\dot{\omega}_s(t_s) = \frac{d}{dt} (\omega'_e - \omega'_g) (t_s) = \frac{1}{J'_e} \Gamma_e(t_s) - \frac{J'_e J'_g}{J'_e + J'_g} \Gamma_c(t_s) = 0 \quad (2.7)$$

Malheureusement peu de ces approches ont été implémenté sur des prototypes. Les stratégies couramment utilisé sur les voitures de série se limitent soit à de tables modifiées à la main, ayant comme but principale de garder le couple embrayage inférieur au couple moteur, soit à une commande de

l'embrayage visant à régler la montée de régime du moteur. Ces choix, induisant un niveau d'à-coups très faible mais un long temps de patinage, sont partiellement expliqués par le placement du produit BVR comme substitut économique aux transmissions automatiques BVA.

Une image des véhicules BVR plus sportives grâce à l'introduction des commandes de passage de vitesses à palettes montées sur la colonne de direction et la saturation des performances atteignables par les véhicules BVM justifient le développement de stratégies plus avancées.

2.4 Motivation de la thèse - méthodologie

2.4.1 Une BVM en difficulté

Comme souligné dans les sections précédentes l'évolution technique des différents éléments de la chaîne cinématique et les nouvelles contraintes auxquelles elle doit répondre, rendent de plus en plus difficile assurer un niveau de confort de l'embrayage acceptable surtout pour des architectures de transmission BVM.

Pour mieux comprendre et trouver des solutions novatrices à ce problème un projet de recherche, dont cette thèse est l'aboutissement, a été démarré au sein du service Agrément de Conduite en collaboration avec le Laboratoire d'Automatique de Grenoble.

Après une première phase de compréhension et modélisation des éléments du GMP et de la chaîne cinématique une étude portant sur des moyens mécaniques passifs d'incrémenter l'agrément de l'embrayage a été effectuée. Les résultats de cette étude, détaillés dans la suite de ce chapitre, ont motivé le choix de l'introduction d'un élément actif sur la commande de l'embrayage capable de partiellement découpler la position de la pédale d'embrayage de celle de la butée de l'embrayage.

2.4.2 Solutions passives pour incrémenter le confort de l'embrayage d'une BVM

Une solution passive pour incrémenter l'agrément de l'embrayage est très attractive à cause de sa simplicité, fiabilité et faible coût. Étant donné que la conception de l'embrayage même est soumise à nombreuses contraintes l'attention a été portée sur la commande hydraulique reliant la pédale d'embrayage au cylindre esclave.

Deux solutions ont été envisagées : un filtre sur la commande hydraulique à l'image du filtre groa-groa mais avec une action à plus faible fréquence et un système de démultiplication variable visant à augmenter la dosabilité.

Filtre hydraulique

L'introduction d'un filtre le long de la conduite hydraulique de la commande de l'embrayage a comme but l'augmentation de la dosabilité en limitant les actions trop brusques sur la pédale.

Deux cas ont été étudiés : un filtre passe-bas, équivalent à un filtre groa-groa très souple, et un limiteur de vitesse de remontée de la pédale. Le décollage a été choisi comme cas étude pour évoluer les paramètres du filtre car il nécessite un contrôle plus précis du couple transmis par rapport à un passage de vitesses.

Deux critères ont été employés pour quantifier l'effet du filtrage, un critère quadratique dynamique et un critère statique sur les conditions de synchronisation. Le premier, défini par la fonction de coût quadratique

$$J_{dyn} = \int_{t_0}^{t_s} (a(\omega_e - \omega_g)^2 + b(\omega_g - \omega_v)^2 + cu^2) dt \quad (2.8)$$

où $u = d/dt\Gamma_e$, pondère la vitesse de glissement de l'embrayage au carré, la vitesse de la torsion de la chaîne cinématique au carré et la vitesse d'actionnement de la pédale. Le deuxième critère est calculé simplement comme l'écart en norme quadratique entre le vecteur d'état à l'instant de synchronisation et les conditions de synchronisation idéales (3.13), (3.10), (3.11) et (3.12). Pour simplifier l'interprétation des résultats les valeurs des critères ont été normalisées par rapport aux résultats correspondants à une influence minimale du filtre.

L'évolution des deux critères en figure 2.5, obtenue par simulation, montre clairement que un filtre passe-bas avec une faible fréquence de coupure induit un retard important entre la position de la pédale et la réponse du véhicule. Ce retard rend difficile le contrôle du couple ainsi neutralisant tout effet positif lié au lissage de la consigne. On peut conclure que tout filtre passe-bas entraîne une réduction du confort de l'embrayage. Étant donné que, après un court transitoire, la vitesse de fermeture de l'embrayage n'est pas affectée par le filtre, on peut estimer une influence négligeable sur l'agrément des passages de vitesses.

Le limiteur de vitesse pédale n'induit pas de retards et, donc, n'as pas d'influence sur la capacité du conducteur à contrôler le couple transmissible. Le critère statique sur les conditions de synchronisation en figure 2.6 montre clairement que le niveau d'à-coups, c'est à dire l'écart par rapport aux conditions idéales, est indépendant de la vitesse d'actionnement de la pédale. Ce résultat apparemment contraire aux résultats expérimentaux, où on note un fort lien entre la vitesse de la pédale et le niveau d'à-coups, s'explique par le fait que le modèle de conducteur ne lie pas la vitesse d'actionnement de la pédale au niveau d'accélération souhaité. La faible variation du critère

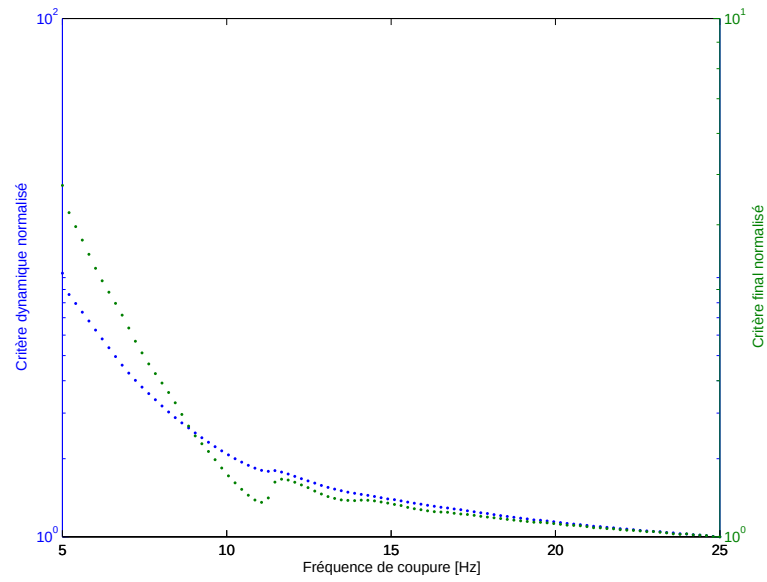


FIG. 2.5 – Évolution des critères dynamique et statique d'agrément en fonction de la fréquence de coupure. Pour faciliter la présentation les valeurs des critères ont été normalisés par rapport aux résultats à 25Hz .

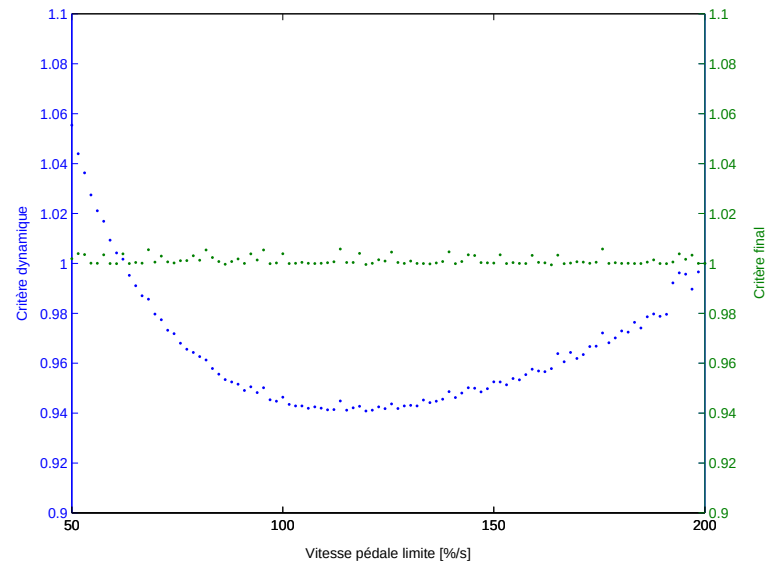


FIG. 2.6 – Évolution des critères dynamique et statique d'agrément en fonction de vitesse maximale de fermeture de la pédale. Pour faciliter la présentation les valeurs des critères ont été normalisés par rapport aux résultats à $200\%/s$.

dynamique est due à la fois à un temps de patinage plus long dans le cas d'une forte limitation de la vitesse pédale et à la pondération de la dérivée du couple embrayage dans le cas d'une limitation très modeste. Des études similaires ont montré, par contre, une influence positive marquée de la limitation de la vitesse de remontée de la pédale de l'embrayage pour les passages de vitesses. Malheureusement une limitation trop importante génère un ressenti peu favorable si la pédale ne reste pas collée au pied du conducteur lors des passages de vitesses rapides. Pour cette raison la limitation de vitesse de pédale couramment utilisée est d'environ 500%/s et concerne seulement la conduite sportive ou les manœuvres accidentelles.

Commande hydraulique à démultiplication variable

L'expérience montre que un embrayage présentant une courbe caractéristique de couple transmissible ayant un point de léchage autour de 60%, un attaque très progressif et une faible pente dans sa partie linéaire assure un très bon niveau de confort.

La forme de la courbe caractéristique est donnée par l'interaction entre la rondelle Belleville et le ressort de progressivité. La rondelle Belleville est essentiellement dimensionnée en fonction du couple maximal transmissible par l'embrayage et l'effort à la pédale. Des limitations d'encombrement et d'inertie rendent compliquée l'utilisation de raideurs fortement non-linéaires pour le ressort de dosabilité ainsi limitant la possibilité de contrôler la forme de la courbe caractéristique.

Une commande hydraulique à démultiplication variable peut modifier la courbe caractéristique à la pédale afin d'assurer un point de léchage autour de 60% et maximiser la dosabilité en réduisant la partie de la course pédale dédiée au très forts couples. La figure 2.7 montre un exemple de ce principe.

L'inconvénient principale de ce système est la variation de l'effort de débrayage à la pédale à cause des différents valeurs de démultiplication. Pour que le système soit ergonomiquement viable il faut, donc, assurer une assistance active à la pédale de l'embrayage.

2.4.3 Conclusions et suite de l'étude

L'analyse des solutions passives pour incrémenter le confort de l'embrayage met en évidence les limitations intrinsèques à cette approche. L'introduction d'un filtre sur la commande hydraulique risque de gêner le conducteur lors du dosage du couple ou d'introduire un ressenti désagréable à la pédale. La démultiplication variable, quant à elle, est une solution très intéressante en théorie permettant de mieux jongler avec les différentes contraintes grâce

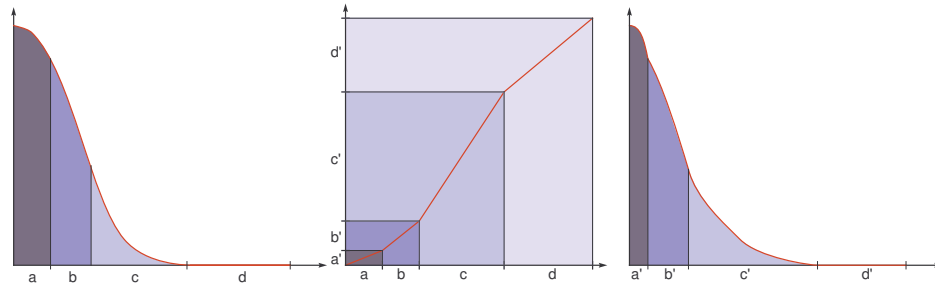


FIG. 2.7 – Exemple du principe de la démultiplication variable ; la zone à très haut couple est réduite et la partie initiale qui assure la dosabilité est étendue tout en assurant un point de léchage autour de la position optimale de 60% de la course pédale.

à l'introduction d'un degré de liberté supplémentaire. Malheureusement, sa réalisation pratique est compliquée d'une part par la grande dispersion des caractéristiques des embrayages à la fabrication et de l'autre par le changement de cette caractéristique suite à le vieillissement de l'embrayage. L'introduction d'un mécanisme de ce type incluant une assistance active à la pédale de l'embrayage est aussi économiquement peu justifiable car son prix serait comparable à un système type clutch-by-wire ou BVR qui offrent des potentialités pour l'agrément de l'embrayage bien supérieures.

En partant de ce constat l'attention a été portée sur des stratégies de commande de l'embrayage exploitant un actionneur agissant sur la butée de l'embrayage. Le troisième chapitre est dédié à l'étude d'une commande, dite *aide à la synchronisation*, implémentable à la fois sur une architecture BVM ou BVR. L'idée principale derrière cette approche est de laisser au conducteur le plus ample marge de manœuvre possible et d'assurer une synchronisation sans à-coups contrôlant le couple transmis par l'embrayage pendant les tous derniers instants de l'engagement. Le quatrième chapitre présente une extension de la commande optimale développée dans le chapitre précédent pour la contrôle d'une BVR depuis le début jusqu'à la synchronisation. Le cinquième chapitre présente les observateurs développés pour l'implémentation des stratégies et, enfin, le sixième illustre les résultats expérimentaux obtenus sur un prototype BVR Clio II K9K.

Chapitre 3

Aide à la synchronisation

3.1 Principe

L'analyse des solutions mécaniques passives pour l'incrément de l'agrément de conduite lié à l'embrayage dans une architecture BVM a montré la nécessité de l'introduction d'un élément actif.

L'idée portante détaillée dans ce chapitre a comme point de départ l'observation, faite pendant l'analyse de l'agrément de l'embrayage, que celui-ci est déterminé principalement par deux caractéristiques : la rapidité de synchronisation et le niveau d'à-coups à la synchronisation. Ces deux éléments sont liés par la physique de l'embrayage : un engagement court implique un couple embrayage plus important et, donc, des oscillations de la chaîne cinématique suite à la fin de l'engagement ayant une plus grande amplitude.

La solution proposée, dite *aide à la synchronisation*, vise à exploiter le découplage possible entre position de la pédale et position effective de l'embrayage, permise par l'introduction d'un élément actif, afin de limiter dans la mesure du possible les oscillations de la chaîne cinématique grâce à un pilotage du couple embrayage dans les derniers instants de la synchronisation comme montré en figure 3.1. Cette solution assure à la fois une parfaite transparence vis à vis du conducteur et un incrément remarquable du confort associant un faible temps d'engagement avec un niveau d'à-coups très réduit.

La réduction du salut peut être considérée comme un problème de rendez-vous des signaux ω'_e , régime moteur, ω'_g , régime primaire boîte. Le critère introduit par Garofalo et al. [13], qui vise à minimiser la différence $\dot{\omega}'_e - \dot{\omega}'_g$ entre les dérivées temporelles des deux régimes, est analogue à une mesure de l'écart entre le couple Γ_c généré par l'embrayage et le couple Γ_e du moteur à l'instant de synchronisation t_s .

Lors d'un décollage effectué sur un véhicule équipé d'une BVM en conditions normales à l'instant de synchronisation t_s on a $\Gamma_c > \Gamma_e$, le régime moteur

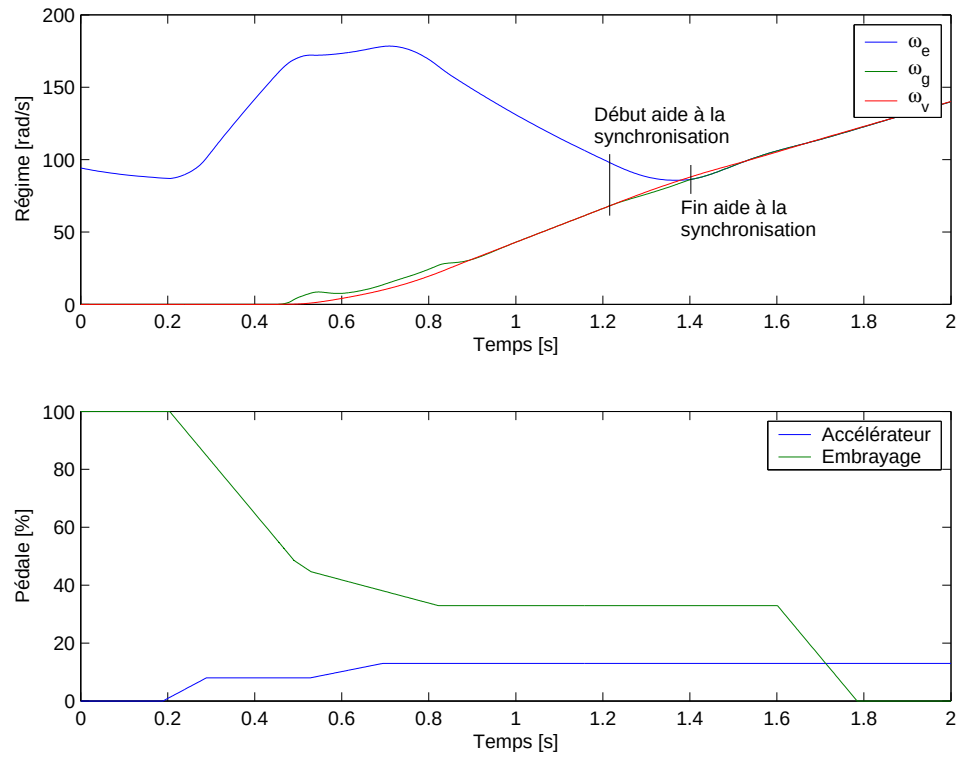


FIG. 3.1 – Simulation décollage avec aide à la synchronisation.

est en train de chuter ($\dot{\omega}'_e < 0$) et le véhicule en train d'accélérer ($\dot{\omega}'_g > 0$) (voir Fig. 3.2). Dans le cas d'un véhicule équipé d'une BVR le couple em-

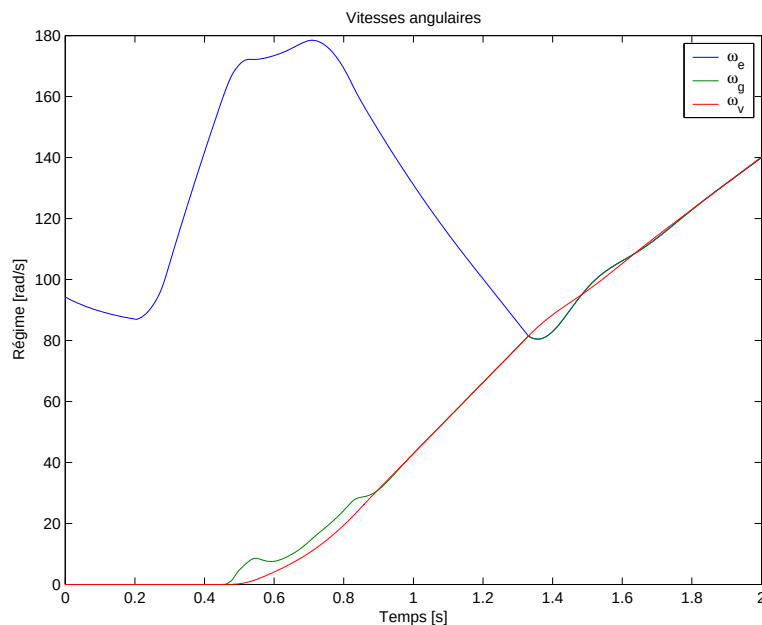


FIG. 3.2 – Simulation décollage sur plat d'un décollage sans aide.

brayage, sous le contrôle direct du calculateur de la boîte de vitesses, aurait pu être limité afin de ne pas dépasser le couple moteur pour éviter d'emblée tout problème à la synchronisation. Cette stratégie, souvent employé par le BVR en production série, induit un temps de patinage excessivement long et un sentiment chez le conducteur d'une voiture *moue*. Pour cette raison on considère $\Gamma_c > \Gamma_e$ pendant la partie finale de l'engagement indépendamment de l'architecture de la boîte.

Pour changer cette situation on a deux leviers disponibles : soit on agit à niveau du contrôle moteur pour augmenter le couple Γ_e , soit on opère une ouverture partielle de l'embrayage au fin de réduire le couple Γ_c . Les commandes proposées dans la plus grande parties des articles parus à cette date [13],[14], [12] utilisent les deux à la fois dans le cadre d'une BVR. La commande en couple du moteur à combustion interne, très attractive d'un point de vue automatique, est soumise à des fortes contraintes et a une dynamique bien plus lente, surtout dans le cas des propulseurs essence, par rapport à la commande de l'embrayage. La stratégie choisie, donc, vise à assurer un engagement confortable en employant seulement la commande de l'embrayage.

Dans la suite on détaille la structure d'une simple commande PI par re-

tour de sortie sur la vitesse de glissement de l'embrayage. Cette commande montre une faible robustesse aux variations de coefficient de frottement et nécessite l'introduction d'une boucle externe sur le couple moteur pour éviter une réduction de l'amortissement des éventuelles oscillations. En dépit du fait que la commande satisfait la *no lurch condition* à la synchronisation des oscillations résiduelles sont présentes même dans le cas nominal. Cette constatation a motivé une analyse plus approfondie des conditions de synchronisation qui a abouti à une extension, dite *synchronisation idéale*, de la condition précédente. Une commande optimale à temps fini a été, enfin, utilisée pour assurer l'atteinte de cette condition d'équilibre.

3.2 Aide à la synchronisation avec *no lurch condition*

3.2.1 Loi de commande

D'après la *no lurch condition* introduite par Glielmo le salut peut être caractérisé par la valeur de la dérivée de la vitesse de glissement $\dot{\omega}'_e - \dot{\omega}'_g$ de l'embrayage à l'instant de synchronisation.

Si on définit $y_1 = \omega'_e - \omega'_g$ à partir des équations (1.8), (1.9), (1.10), (1.11) et (1.19) du système simplifié on obtient :

$$\dot{y}_1 = -\frac{\gamma}{J_{t1}} F_n + \delta(t) \quad (3.1)$$

$$J'_g \dot{\omega}'_g = \gamma F_n - k_t \theta' - \beta'_t (\omega'_g - \omega'_v) \quad (3.2)$$

$$J'_v \dot{\omega}'_v = k'_t \theta' + \beta'_t (\omega'_g - \omega'_v) \quad (3.3)$$

$$\dot{\theta}' = \omega'_g - \omega'_v \quad (3.4)$$

ou :

$$J_{t1} = \frac{J'_e J'_g}{J'_e + J'_g} \quad \delta(t) = \frac{k'_t}{J'_g} \theta' + \frac{\beta'_t}{J'_g} (\omega'_g - \omega'_v) + \frac{1}{J'_e} \Gamma_e$$

La commande en feedback proportionnel simple

$$F_n = \frac{J_{t1}}{\gamma} (k_p y_1 + \delta(t))$$

donne une dynamique pour la vitesse de glissement $\dot{y}_1 = -k_p y_1$ qui assure une convergence à zéro exponentielle ainsi satisfaisant le critère sur la valeur de $\dot{y}_1$ à l'instant de synchronisation.

Cette commande réduit considérablement l'ampleur des à-coups générés par le salut mais, même dans les conditions nominales où satisfait la *no lurch*

condition, ne parvient pas à les éliminer complètement laissant des oscillations résiduelles de sur la chaîne cinématique (Fig. 3.3). En dehors des conditions nominales la commande présente une faible robustesse, surtout dans le cas d'une surestimation du coefficient de frottement γ qui entraîne une synchronisation manquée (Fig. 3.4).

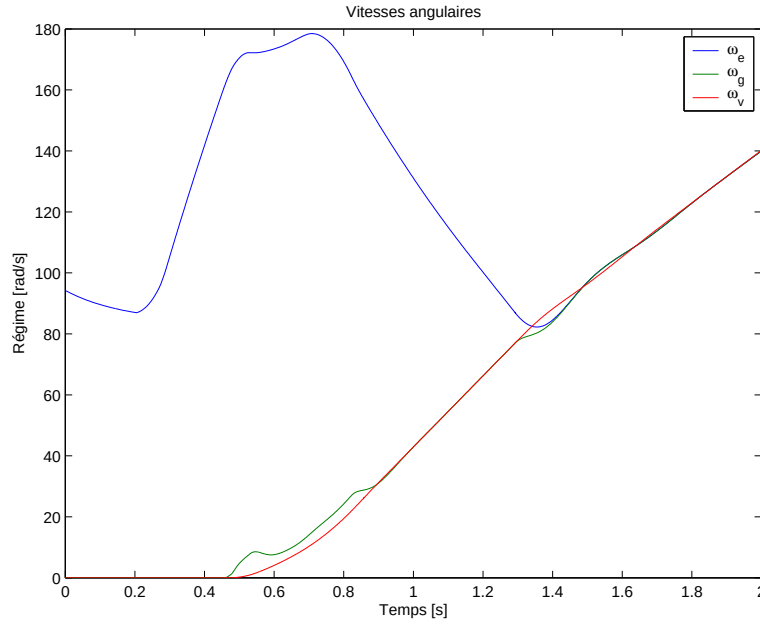


FIG. 3.3 – Simulation d'un décollage avec aide à la synchronisation en simple feedback.

La commande

$$F_n = \frac{J_{t1}}{\gamma} \left(k_p y_1 + k_i \int y_1 dt + \delta(t) \right)$$

introduit une composante intégrale qui améliore la robustesse de la commande en feedback. La commande PI ainsi obtenue n'assure plus, par contre, le respect de la nullité de la dérivé de la vitesse de glissement à l'instant de synchronisation, entraînant un niveau supérieur d'oscillations résiduelles comparable à celui obtenu en absence de commande d'aide à la synchronisation.

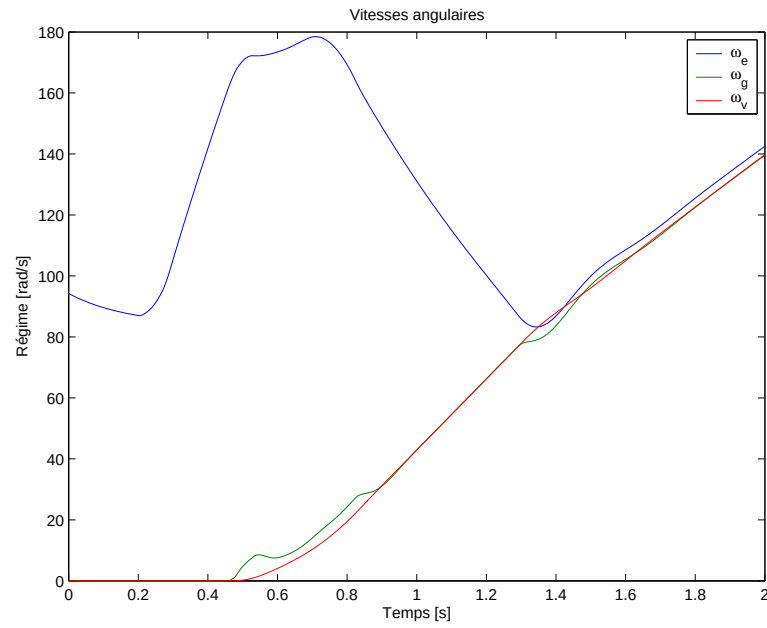


FIG. 3.4 – Simulation d'un décollage avec aide à la synchronisation en simple feedback. Une erreur d'estimation de 5% du coefficient γ empêche une synchronisation correcte.

3.2.2 Effets du feedback et contrôle du couple

La fonction de transfert de la torsion de la transmission $\theta'(s)$ pour le système précédent est

$$\theta'(s) = \frac{\frac{\gamma}{J'_g} F_n(s)}{s^2 + \frac{\beta'_t}{J_{t2}} s + \frac{k'_t}{J_{t2}}} \quad (3.5)$$

Cette équation met en évidence le mode d'oscillation amorti de la chaîne cinématique.

Si on introduit la lois proportionnelle $F_n = \frac{J_{t1}}{\gamma} (k_p y_1 + \delta(t))$ la fonction de transfert devient :

$$\theta'(s) = \frac{\frac{J_{t1}}{J'_g} \left(k_p y_1 + \frac{\Gamma_e}{J'_e} \right)}{s^2 + \beta'_t \left(\frac{1}{J_{t2}} - \frac{J_{t1}}{J'^2_g} \right) s + k_t \left(\frac{1}{J_{t2}} - \frac{J_{t1}}{J'_g} \right)} \quad (3.6)$$

où

$$J_{t2} = \frac{J'_e J'_g}{J'_e + J'_g}$$

On peut remarquer dans (3.6) par rapport à (3.5) une réduction du coefficient d'amortissement du mode d'oscillation. Le feedback sur la vitesse de glissement a comme conséquence secondaire une réduction apparente des frottements de la transmission.

On peut effectuer un placement de pôles si on introduit un ultérieure feedback sur le couple moteur Γ_e comme montré en figure 3.5. Considérant un feedback sur la vitesse de glissement

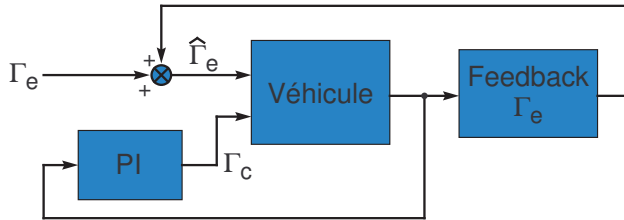


FIG. 3.5 – Schéma de principe de l'aide au décollage avec feedback PI sur la vitesse de glissement de l'embrayage et placement des pôles pour augmenter l'amortissement des oscillations.

$$\hat{\Gamma}_e = \Gamma_e - \frac{J'_e J'_g}{J_{t1}} \varepsilon (\omega'_g - \omega'_v) = \Gamma_e - \frac{J'_e J'_g}{J_{t1}} \varepsilon \theta s$$

la fonction de transfert résultante est

$$\theta(s) = \frac{\frac{J_{t1}}{J_g} k_p y_1}{s^2 + \left[\beta_t \left(\frac{1}{J_{t2}} - \frac{J_{t1}}{J_g^2} \right) + \varepsilon \right] s + k_t \left(\frac{1}{J_{t2}} - \frac{J_{t1}}{J_g^2} \right)}$$

En imposant un coefficient d'amortissement $\zeta = 1$ on a

$$\varepsilon = 2\sqrt{k_t \left(\frac{1}{J_{t2}} - \frac{J_{t1}}{J_g^2} \right)} - \beta_t \left(\frac{1}{J_{t2}} - \frac{J_{t1}}{J_g^2} \right)$$

Cette stratégie est très efficace (Fig. 3.6) mais nécessite du contrôle en couple du moteur qui, comme précédemment remarqué, est soumis à la fois à des fortes contraintes technologiques et à des compromis avec autres prestations notamment la dépollution qui n'ont pas été inclus dans cette simulation. Les stratégies anti à-coups implantées dans les unités de contrôle moteur des voitures actuelles sont basée sur le même principe appliqué aux deux premiers modes d'oscillation de la chaîne cinématique. Leur efficacité est toutefois limitée par la dynamique du couple moteur et, souvent, par l'indisponibilité de la vitesse arbre primaire ω'_g .

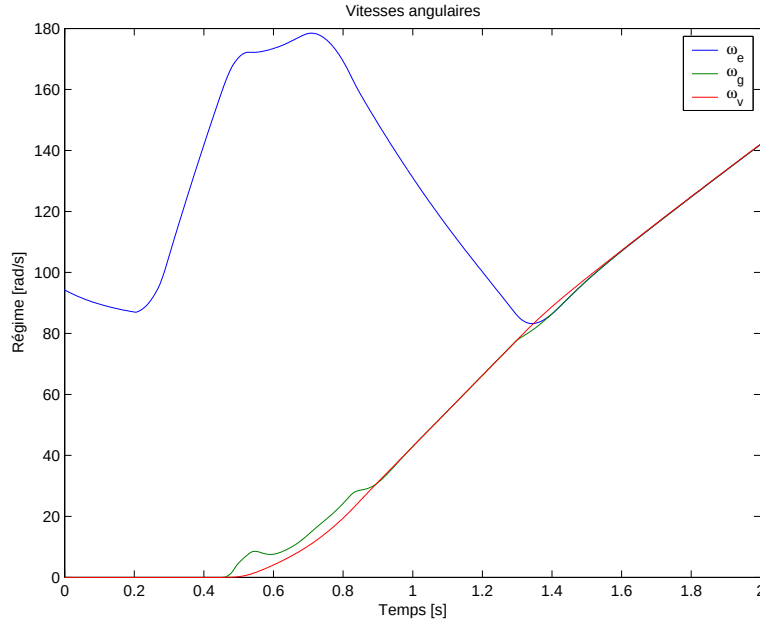


FIG. 3.6 – Simulation de décollage avec commande en feedback PI et contrôle couple moteur. ω_e régime moteur, ω_g régime primaire boîte et ω_v vitesse véhicule équivalente arbre primaire.

3.3 Limitations de la *no lurch condition* et introduction des conditions de synchronisation idéale

L'analyse de l'aide à la synchronisation par feedback linéaire a mis en évidence que le respect du critère proposé par Glielmo [15] (dérivée de la vitesse de glissement nulle à l'instant de synchronisation t_s), même dans le cas nominale, n'exclue pas la présence d'oscillations résiduelles sur la chaîne cinématique.

Si on défini $y_1 = \omega'_e - \omega'_g$ et $y_2 = \omega'_g - \omega'_v$ on a a partir des équations du système simplifié (1.8), (1.9), (1.10) et (1.11)

$$\dot{y}_1 = \frac{1}{J'_e} \Gamma_e - \frac{1}{J'_{t1}} \Gamma_c + \frac{1}{J'_g} (k'_t \theta' + \beta'_t y_2) \quad (3.7)$$

$$\dot{y}_2 = \frac{1}{J'_g} \Gamma_c - \frac{1}{J'_{t2}} (k'_t \theta' + \beta'_t y_2) \quad (3.8)$$

$$\dot{\theta}' = y_2 \quad (3.9)$$

On peut remarquer que le système dynamique défini par les équations précédentes présente un ensemble de points d'équilibre défini par

$$y_{2eq} = 0 \quad (3.10)$$

$$\Gamma_{ceq} = \frac{J'_g + J'_v}{J'_e + J'_g + J'_v} \Gamma_e \quad (3.11)$$

$$\theta'_{eq} = \frac{1}{k'_t} \frac{J'_v}{J'_e + J'_g + J'_v} \Gamma_e \quad (3.12)$$

Idéalement l'instant après la synchronisation t_s^+ les trois inerties du modèle ont la même vitesse $\omega'_e = \omega'_g = \omega'_v = \omega$ et la même accélération $\dot{\omega}'_e = \dot{\omega}'_g = \dot{\omega}'_v = \dot{\omega} = \frac{\Gamma_e}{J'_e + J'_g + J'_v}$, c'est-à-dire que le système défini par (3.7), (3.8) et (3.9) atteigne à la synchronisation un point appartenant au sous-ensemble des points d'équilibre caractérisé par une vitesse de glissement nulle. Ceci implique que $y_1(t_s^+) = \omega'_e(t_s^+) - \omega'_g(t_s^+) = 0$ mais aussi que $y_2(t_s^+) = \omega'_g(t_s^+) - \omega'_v(t_s^+) = 0$. Or, le critère (2.7) n'induit pas forcément la deuxième condition (Fig. 3.7) ; il n'y a pas de salut mais des petits à-coups sont générés par le déséquilibre de la chaîne cinématique, d'autant plus problématique à cause de la réduction apparente de la raideur des transmissions introduite par la commande proportionnelle.

D'un point de vue énergétique la condition $y_2 = 0$ est équivalente à ne pas stocker un surplus d'énergie élastique dans les raideurs de la transmission.

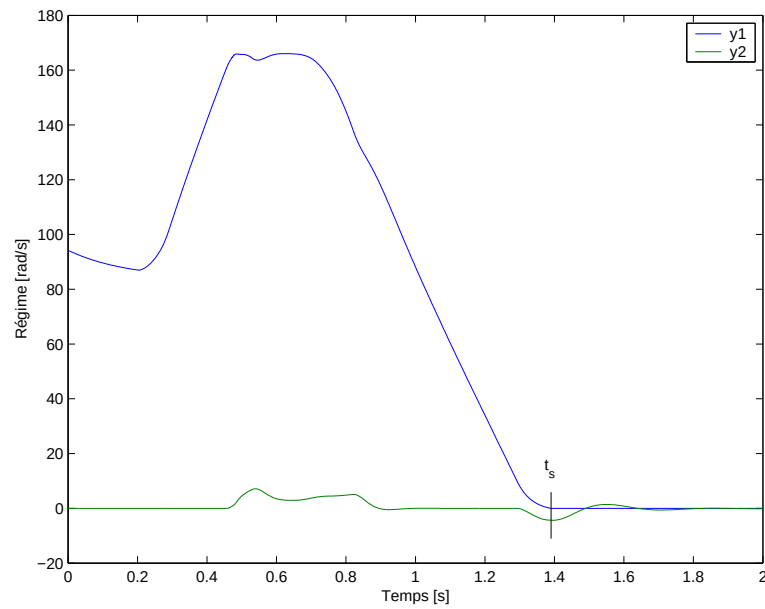


FIG. 3.7 – Différences de vitesse lors d'un décollage avec aide à la synchronisation en feedback proportionnel. Après l'instant de synchronisation t_s on peut remarquer les oscillations de y_2 amorties par le frottement de la transmission.

L'énergie élastique des transmissions est $E_c = 1/2 k_t \theta^2$ et sa dérivée temporelle $\dot{E}_c = k_t \theta \dot{\theta} = k_t \theta y_2$. À l'équilibre on a : $\dot{E}_c = 0$ et

$$\theta = \frac{1}{k_t} \frac{J_v \Gamma_e}{J_e + J_g + J_v}$$

donc $y_2 = 0$.

3.4 Aide à la synchronisation avec synchronisation idéale

3.4.1 Principe

Le système d'aide à la synchronisation doit, donc, amener la chaîne cinématique à l'intérieur du sous-ensemble des points d'équilibre défini par

$$y_1(t_s) = 0 \quad (3.13)$$

et (3.10), (3.12) et (3.11). Afin d'éviter une usure excessive des garnitures de l'embrayage et simplifier la gestion de l'aide à la synchronisation vis-à-vis de la sécurité de fonctionnement, une commande assurant la fin de l'engagement dans un temps fini est préférable.

Étant donné que la trajectoire permettant de rejoindre le point d'équilibre final doit aussi assurer un bon niveau de confort, ne pas trop solliciter l'actionneur et limiter l'énergie dissipée par frottement à l'intérieur de l'embrayage une commande optimale à temps fini s'impose comme solution préférentielle.

3.4.2 Critère

Pour la définition de la fonction de coût quadratique à minimiser par la commande optimale on utilise le modèle de chaîne cinématique simplifié décrit en fonction des différences de vitesses y_1 , y_2 et la torsion de la chaîne cinématique θ ; équations (3.7), (3.8) et (3.9).

Sous l'hypothèse simplificatrice d'une vitesse de glissement de l'embrayage y_1 positive, la relation entre le couple embrayage Γ_c et la force normale F_n aux surfaces de frottement peut être approchée par la simple relation proportionnelle $\Gamma_c = \gamma F_n$. Cette simplification introduit une limite au domaine de validité de la commande ; le respect de cette condition peut soit être validé à posteriori soit imposé par contrainte d'inégalité sur y_1 .

Pour éviter des glissements excessifs de l'embrayage ou une mise en action trop brutale du véhicule lors des premières phases du décollage on pondère y_1 et y_2 .

La définition d'un problème de commande optimale bien posé implique la pondération de l'activité de la commande. Étant donné la nature de l'embrayage résulte beaucoup plus intéressant considérer comme entrée du système, à la place du couple embrayage Γ_c , la dérivée u de la force normale F_n . Cette quantité est liée par une relation statique non-linéaire, la caractéristique de la rondelle Belleville, à la vitesse de déplacement de la butée de l'embrayage contrôlée par un'actionneur hydraulique dont la principale limitation est justement la *slew rate*.

Pour introduire la dérivée de Γ_c comme entrée du système résulte nécessaire l'ajout d'un état supplémentaire au système

$$\dot{\Gamma}_c = \gamma u \quad (3.14)$$

Le système complet en forme matricielle résulte

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}_e \Gamma_e + \mathbf{B}_c u \quad (3.15)$$

où

$$x = [y_1 \quad y_2 \quad \theta \quad \Gamma_c]^T$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta'_t}{J'_g} & \frac{k'_t}{J'_g} & -\frac{1}{J_{t1}} \\ 0 & -\frac{\beta'_t}{J'_{t2}} & \frac{k'_t}{J'_{t2}} & \frac{1}{J'_g} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{J'_e} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \end{bmatrix}$$

Les pondérations sur y_1 , y_2 et u donnent le critère

$$J(y_1, y_2, u) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_s} [y_1^2(t) + a y_2^2(t) + b u^2(t)] dt$$

ou, en forme matricielle,

$$J(x) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_s} [x^T \mathbf{Q}x + u^T \mathbf{R}u] dt \quad (3.16)$$

avec

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = [b]$$

3.4.3 Formulation problème de commande optimale

Ayant défini la dynamique du système et la fonction de coût on peut formuler formellement l'aide à la synchronisation comme un problème de commande optimale à temps fini.

Trouver $u(t)$ sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ tel que minimise le critère (3.16) sous les contraintes de la dynamique du système (3.15), les conditions initiales $x(t_0) = x_0$ et les conditions finales $x(t_s) = x_s$ définies en fonction du couple moteur Γ_e par (3.13), (3.10), (3.12) et (3.11).

3.4.4 Commande optimale LQ

La méthode LQ (Linear Quadratic) est la solution standard des problèmes de commande optimale, à la fois en temps fini et infini, pour des systèmes linéaires avec fonction de coût quadratique.

Pour le cas à temps fini cette méthode détermine u sur l'intervalle T

$$J(u) = \int_T (y^T \mathbf{Q}y + u^T \mathbf{R}u) dt + x(t_s)^T \mathbf{F}x(t_s)$$

pour le système :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \\ y &= \mathbf{C}x\end{aligned}$$

Dans cette formulation les états finaux ne peuvent pas être spécifiés directement mais peuvent être induits grâce à une forte pondération de l'état final.

Le système 3.15 ne peut pas être directement exploité car l'entrée Γ_e est mesurable mais pas contrôlable par choix de conception. Le cas de figure où cette quantité soit contrôlable a été examinée dans la littérature [15]. Si on fait l'hypothèse que le couple moteur reste constant sur l'intervalle T d'optimisation on peut considérer Γ_e comme un état non contrôlable du système. Les matrices correspondantes à la formulation précédente sont

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta'_t}{J'_g} & \frac{k'_t}{J'_g} & -\frac{1}{J_{t1}} & \frac{1}{J'_e} \\ 0 & -\frac{\beta'_t}{J_{t2}} & -\frac{k'_t}{J_{t2}} & \frac{1}{J'_g} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} = [b]$$

Le couple $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ n'est pas stabilisable car il y a deux valeurs propres nulles. Ceci empêche la factorisation de Schur de la matrice Hamiltonienne, nécessaire pour la résolution de l'équation de Riccati algébrique [7].

3.4.5 Commande optimale par Lagrangiens dynamiques

Méthode des Lagrangiens dynamiques

Parce que le système ne satisfait pas les hypothèses de la méthode LQ résulte nécessaire employer la théorie plus générale de l'analyse différentielle [1].

La méthode dite des Lagrangiens dynamiques est une extension à l'optimisation dynamique sous contrainte de la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour des problèmes d'optimisation statique sous contrainte. L'approche est la même : l'introduction des multiplicateurs de Lagrange λ transforme le problème d'optimisation de la variable libre x soumise à la contrainte de la dynamique du système dans un problème équivalent, dit problème dual, sans contraintes ayant comme variables libres x et λ . La solution du problème duale est une borne supérieure à la solution du problème original ; si celui ci est un problème convexe, comme dans notre cas, la solution duale est coïncidente avec la solution du problème original. Cette propriété est dite *dualité forte*.

La solution du problème dual et du problème original, si les conditions de dualité forte sont respectées, est donnée comme solution d'un problème aux valeurs de frontière en deux points (Two Point Boundary Value Problem ou TPBVP).

En particulier la solution du problème

Trouver $u(t)$ sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ tel que minimise le critère (3.16) sous les contraintes de la dynamique du système (3.15), les conditions initiales $x(t_0) = x_0$ et les conditions finales $x(t_s) = x_s$ définies en fonction du couple moteur Γ_e par (3.13), (3.10), (3.12) et (3.11)

est donné par le TPBVP

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}_e\Gamma_e + \mathbf{B}_c u \quad (3.17a)$$

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{Q}x - \mathbf{A}^T \lambda \quad (3.17b)$$

$$u = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_c^T \lambda \quad (3.17c)$$

Les détail mathématiques de la méthode, depuis la définition du problème initial jusqu'à la dérivation du TPBVP sont donnés dans l'annexe A.1.

Résolution du TPBVP par *shooting*

La solution du problème d'optimisation dynamique sans contraintes d'inégalité est, donc, donnée par un problème aux valeurs de frontière en deux point ou TPBVP. La particularité de ce problème est que les contraintes qui assurent l'unicité de la solution des équations différentielles ne sont pas les états initiaux mais les valeurs initiales et finales de moitié des états.

Normalement ce type de système est résolu numériquement avec la méthode itérative dite du *shooting*. Si on définit l'opérateur

$$F(\lambda_0) \rightarrow x(t_s)$$

qui associe à un vecteur de conditions initiales sur les co-états

$$\lambda_0 = \lambda(t_0) = [\lambda_1(t_0) \quad \lambda_2(t_0) \quad \lambda_3(t_0) \quad \lambda_4(t_0)]^T$$

le vecteur des états finaux correspondant

$$x(t_s) = [y_1(t_s, \lambda_0) \quad y_2(t_s, \lambda_0) \quad \theta(t_s, \lambda_0) \quad \Gamma_c(t_s, \lambda_0)]^T$$

la méthode du *shooting* est la recherche de la solution $\tilde{\lambda}_0$ de l'équation vectorielle

$$F(\lambda_0) - x_s = 0$$

c'est-à-dire la valeur initiale des co-états qui assure une évolution du système telle que la contrainte sur les états finaux soit satisfaite.

La connaissance de $\tilde{\lambda}_0$ permet de se reconduire à un simple problème aux valeurs initiales (IVP) intégrable numériquement sous Matlab.

Étant donné que la recherche des racines est faite par itération et que à chaque évaluation de $F(\lambda_0)$ il faut intégrer le système différentiel sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$, cette méthode est très onéreuse en temps de calcul et, donc, n'est pas envisageable comme solution embarquée.

Résolution du TPBVP par exponentiel de matrice

Si on injecte (A.8c) dans (A.8a) on peut écrire le TPBVP comme

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B}_c \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_c^T \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_e \\ 0 \end{bmatrix} \Gamma_e$$

ou, en forme compacte,

$$\dot{z} = \mathbf{A}_z z + \mathbf{B}_z \Gamma_e \quad (3.18)$$

Si on fait l'hypothèse que Γ_e reste constante pendant la période d'activation de la commande optimale¹ on peut considérer cette entrée comme un état non contrôlable du système comme pour la méthode LQ. Le système (3.18), régissant l'évolution du TPBVP, devient une simple équation différentielle uniforme

$$\dot{w} = \mathbf{A}_w w$$

¹Les mesures expérimentales confortent cette hypothèse pour une durée d'activation d'environ 0.5s

où

$$w = \begin{bmatrix} x & \lambda & \Gamma_c & \Gamma_e \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_w = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_z & \mathbf{B}_z \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

avec la condition initiale $\Gamma_e(t_0) = \Gamma_{e0}$.

Étant donné que le système est linéaire :

$$w(t_s) = e^{\mathbf{A}_w t_s} w(t_0) = \Phi_{t_s} w(t_0)$$

ou en forme moins compacte

$$\begin{bmatrix} x(t_s) \\ \lambda(t_s) \\ \Gamma_e(t_s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi_{11} & \varphi_{12} & \varphi_{13} \\ \varphi_{21} & \varphi_{22} & \varphi_{23} \\ \varphi_{31} & \varphi_{32} & \varphi_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t_0) \\ \lambda(t_0) \\ \Gamma_e(t_0) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

avec $\Gamma_e(t_s) = \Gamma_e(t_0)$ par hypothèse. On remarque que cet expédient est applicable à toute évolution du couple moteur Γ_e descriptible par un système linéaire uniforme. Par simplicité on se limite au cas plus simple d'une valeur constante.

Si on impose les conditions aux frontières la première ligne définit le système linéaire :

$$\varphi_{12}\lambda_0 = x_s - \varphi_{11}x_0 - \varphi_{13}\Gamma_{e0} \quad (3.20)$$

qui donne les co-états initiaux λ_0 en fonction des états initiaux et finaux x_0 , x_s et du couple moteur Γ_{e0} constante par hypothèse.

Le système linéaire (3.20) a solution unique si et seulement si la matrice φ_{12} est inversible. L'inversibilité de cette matrice est équivalente au fait que le TPBVP soit bien posé. Un problème au valeur initiales

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$x(t_0) = x_0$$

est bien posé si $f(x, u)$ est Lipschitz en x . Malheureusement une condition similaire même limité au cas linéaire n'est pas disponible pour les TPBVP en général mais dans notre cas le TPBVP représente des conditions KKT.

Le problème d'optimisation considéré a une fonction de coût quadratique et il est, donc, convexe sur un domaine d'existence convexe car défini par des contraintes linéaires. Dans ces conditions la théorie nous assure l'existence et unicité de la solution du problème d'optimisation. Enfin parce que à la fois les conditions de forte dualité et la condition d'Abadie sur la qualification des contraintes sont satisfaites toute solution du problème d'optimisation doit satisfaire les conditions KKT et vice versa. Parce que le problème d'optimisation admet une solution unique le TPBVP, aussi, doit admettre une solution unique et, donc, la matrice φ_{12} est inversible.

Difficultés numériques

En dépit du fait que l'inversibilité de la matrice φ_{12} soit théoriquement assurée des problèmes de conditionnement numérique peuvent être expérimentés lors de la résolution du système (3.20) pour des temps de résolution supérieurs à une seconde en combinaison avec des raideurs de transmission particulièrement élevées et des inerties de boîte faibles.

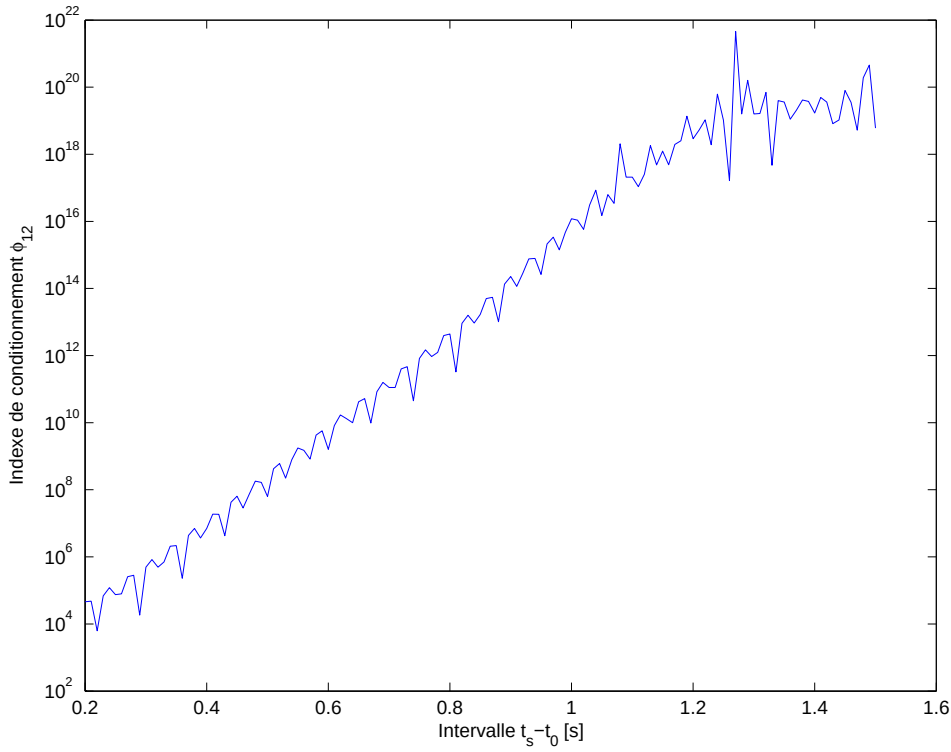


FIG. 3.8 – Indice de conditionnement de la matrice φ_{12} en fonction de l'intervalle d'activation de la commande.

Si dans la théorie une matrice carrée A est inversible ou elle n'est pas, en arithmétique à précision finie la situation est bien plus nuancée. L'indice de conditionnement

$$\text{cond}_p(A) = \|A^{-1}\|_p \|A\|_p$$

est une mesure de l'invisibilité de la matrice. L'indice de conditionnement pour la norme quadratique peut être défini aussi en fonction des valeurs singulières $\sigma(A)$

$$\text{cond}_2(A) = \frac{\sigma_{\max}(A)}{\sigma_{\min}(A)}$$

ou, dans le cas d'une matrice normale, des valeurs propres $\lambda(A)$

$$\text{cond}_2(A) = \frac{\lambda_{\max}(A)}{\lambda_{\min}(A)}$$

Dans le champ des réels, parce que

$$\|A^{-1}\|_p = \frac{1}{\|A\|_p}$$

on a $\text{cond}_p(A) \equiv 1$ pour toute matrice A inversible. Dans le cas d'une arithmétique à précision finie l'indice de conditionnement a une valeur comprise entre 1 et l'infini. Plus cette valeur est grande plus la matrice en question est difficilement inversible.

Si on considère la résolution du système linéaire $Ax = b$, $m = \log_{10}(\text{cond}_2(A))$ est grossièrement le nombre de chiffres significatives perdues dans la solution à cause de la matrice A . Parce que Matlab utilise une notation en double précision, c'est-à-dire avec environ 15 chiffres décimales significatives, la matrice φ_{12} n'est plus inversible pour des intervalles supérieurs à une seconde.

Si cette limitation ne pose pas de problèmes à la stratégie d'aide à la synchronisation à cause de ses faibles temps d'activation, elle peut empêcher le calcul du décollage optimal complet. L'étude des méthodes alternatives de calcul de la matrice exponentielle [23] [24] malheureusement n'apporte aucune solution au problème car cette difficulté est intrinsèque à la commande optimale à temps fini. Une solution alternative du TPBVP par fonctions génératrices a été étudié sans pourtant améliorer le problème, voir annexe A.2.

Les solutions retenues sont soit l'utilisation d'une algèbre à précision variable soit la résolution du problème d'optimisation par programmation quadratique.

Choix du seuil d'activation et durée de la commande

La méthode des Lagrangiens dynamiques donne une solution au problème de commande optimale pour un état initial x_0 et un intervalle de temps $t_s - t_0$ donnés. La condition terminale $x_s = f(\Gamma_e(t_s))$ est calculée en fonction de l'état initial grâce à l'hypothèse de couple moteur constante. Se pose, donc, la question de choisir le seuil de vitesse de glissement $y_1(t_0)$ qui déclenche l'activation de l'aide à la synchronisation et l'intervalle de temps $t_s - t_0$ donné pour atteindre l'état final.

Le problème d'optimisation, tel que spécifié dans les sections précédentes, admet une solution pour toute valeur positive des paramètres $y_1(t_0)$ et $t_s - t_0$ mais un intervalle d'activation trop long par rapport à la vitesse de déclenchement allonge inutilement l'engagement réduisant l'agrément et, au

contraire, un intervalle trop court cause une fermeture de l'embrayage avant la réouverture partielle qui induit une oscillation du véhicule fortement désagréable. Afin de mieux comprendre la relation entre ces deux paramètres on considère la synchronisation avec une transmission infiniment rigide.

En définissant $J_1 = J'_g + J'_v$, les équations régissant la dynamique de ce modèle à deux degrés de liberté sont

$$\begin{aligned} J'_e \dot{\omega}'_e &= \Gamma_e - \Gamma_c \\ J_1 \dot{\omega}'_v &= \Gamma_c \end{aligned}$$

ce qui donne comme dynamique de la vitesse de glissement

$$\dot{y}_1 = \frac{1}{J'_e} \Gamma_e - \left(\frac{1}{J'_e} + \frac{1}{J_1} \right) \Gamma_c \quad (3.21)$$

Donné une condition initiale $y_1(t_0)$, $\Gamma_e(t_0)$ et $\Gamma_c(t_0)$, en absence d'intervention de la commande optimale, la synchronisation aura lieu après un intervalle

$$\Delta t = \frac{y_1(t_0)}{\frac{1}{J'_e} \Gamma_e(t_0) - \left(\frac{1}{J'_e} + \frac{1}{J_1} \right) \Gamma_c(t_0)}$$

Si on interdit pendant l'activation de la commande optimale un couple embrayage supérieur à $\Gamma_c(t_0)$ la relation entre vitesse de déclenchement et temps d'activation

$$y_1(t_0) = \alpha(t_s - t_0) \left(\frac{1}{J'_e} \Gamma_e(t_0) - \left(\frac{1}{J'_e} + \frac{1}{J_1} \right) \Gamma_c(t_0) \right) \quad (3.22)$$

avec $\alpha \in (0, 1)$, doit être satisfaite. On remarque que cette condition est nécessaire mais pas suffisante : elle ne garanti pas que la trajectoire optimale respecte la condition $\Gamma_c(t) \leq \Gamma_c(t_0)$ même si existe une trajectoire faisable respectant cette contrainte. Le calcul des trajectoires optimales, dont les résultats sont illustrés en figure 3.9, pour une chaîne cinématique d'une Clio II avec un intervalle d'activation $t_s - t_0 = 0.5s$, $\Gamma_e(t_0) = 50Nm$, $\Gamma_c(t_0) = 60Nm$ et des valeurs du coefficient α comprises entre 0.2 et 0.8 mets en évidence, en effet, soit une fermeture excessive de l'embrayage avant la réouverture pour des valeurs d' α proches de l'unité soit une réouverture excessive pour des valeurs d' α très faibles. Une valeur de 0.5 pour le coefficient α évite ces deux extrêmes tout en minimisant l'activité de l'actuateur.

Respect du domaine de validité du modèle

Même si tous les résultats des calculs d'optimisation effectués dans le cadre de cette thèse respectent le domaine de validité du modèle simplifié sur le quel est basée la commande optimale, c'est-à-dire la positivité de la vitesse

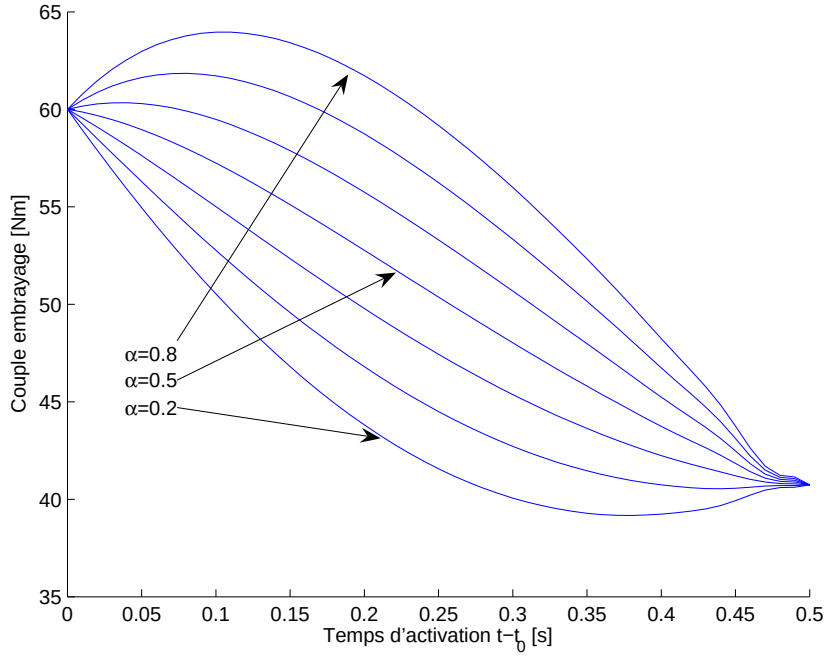


FIG. 3.9 – Série de trajectoires optimale du couple embrayage $\Gamma_c(t)$ sur un intervalle d'activation $t_s - t_0 = 0.5s$ pour des valeurs du coefficient α comprises entre 0.2 et 0.8.

de glissement y_1 , ceci n'est garanti par aucune propriété mathématique de la solution.

Pour garantir la faisabilité des solutions soit on calcule les trajectoires optimales off-line et on les valide par inspection avant de les utiliser sur le véhicule soit on impose la positivité de la vitesse de glissement ajoutant une contrainte d'inégalité au problème d'optimisation qui résulte

Trouver $u(t)$ sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ tel que minimise le critère (3.16) sous les contraintes d'égalité de la dynamique du système (3.15), les conditions initiales $x(t_0) = x_0$ et les conditions finales $x(t_s) = x_s$ définies en fonction du couple moteur Γ_e par (3.13), (3.10), (3.12) et (3.11), et les contraintes d'inégalité $y_1 \geq 0$ et $u \leq 0$.

où une contrainte supplémentaire limite aussi le mouvement de l'embrayage à la seule réouverture assurant ainsi un meilleur confort.

La méthode des Lagrangiens dynamiques appliquée au problème d'optimisation précédemment défini n'abouti pas à une solution à cause du caractère non constructif des conditions KKT. Voir annexe A.1.2 pour une explication

plus détaillée de cette limitation.

Une solution alternative du problème d'optimisation est, donc, nécessaire à la fois pour éviter les difficultés numériques et traiter les contraintes d'inégalité. Dans la section suivante on verra comment la programmation quadratique permet de répondre à ces deux problèmes.

3.4.6 Commande optimale par programmation quadratique (QP)

Le problème d'optimisation statique consistant à trouver le vecteur v qui minimise

$$J[v] = v^T \mathbf{H}v + v^T f$$

sous les contraintes

$$A_{eq}v = b_{eq}$$

et

$$A_{in}v = b_{in}$$

est dit un problème de programmation quadratique. Étant donné que beaucoup de problèmes d'optimisation peuvent être reconduits à une formulation de programmation quadratique les méthodes de résolution sont bien connus et disponibles dans toutes les bibliothèques de optimisation.

Le problème d'optimisation dynamique

Trouver $u(t)$ sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ tel que minimise le critère (3.16) sous les contraintes de la dynamique du système (3.15), les conditions initiales $x(t_0) = x_0$ et les conditions finales $x(t_s) = x_s$ définies en fonction du couple moteur Γ_e par (3.13), (3.10), (3.12) et (3.11), et les contraintes d'inégalité $y_1 \geq 0$ et $u \leq 0$.

peut être écrit avec une formulation QP moyennant un échantillonnage afin de reconduire l'optimisation de la fonction $u(t)$ à l'optimisation du vecteur $\bar{u}$ formé par les valeurs u_k aux instants d'échantillonnage t_k .

Les détails de la transformation et la définition exacte des matrices et des vecteurs $\mathbf{H}$, f , $\mathbf{A}_{eq}$, b_{eq} , $\mathbf{A}_{in}$ et b_{in} sont illustrés dans l'annexe A.3.

En figure 3.10 on peut observer les trajectoires optimales du couple embrayage pour les mêmes conditions que pour la figure 3.9. L'effet de la contrainte d'inégalité $u(t) \leq 0$ est bien visible pour les trajectoires limites qui saturent soit sur la valeur initiale du couple embrayage soit sur la valeur finale. La contrainte d'inégalité $y_1(t) \geq 0$, par contre, est inactive car même en absence de contrainte les solutions respectaient le domaine de validité du modèle.

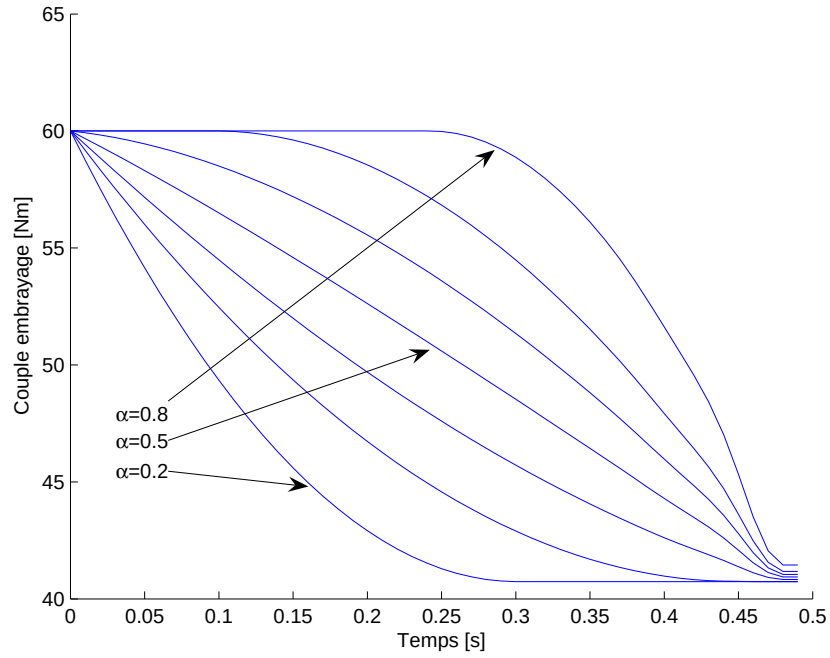


FIG. 3.10 – Série de trajectoires optimale du couple embrayage $\Gamma_c(t)$ avec contraintes d'inégalité sur un intervalle d'activation $t_s - t_0 = 0.5s$ pour des valeurs du coefficient α comprises entre 0.2 et 0.8. La saturation des trajectoires limites est due à la contrainte d'inégalité $u(t) \leq 0$

Chapitre 4

Décollage optimale

4.1 Principe

La résolution du problème d'optimisation par programmation quadratique a levée toute limitation sur le temps d'activation de la commande optimale ainsi permettant de calculer des trajectoires optimales pour le décollage entier. Ce type de solution est intéressant pour la programmation des architectures BVR ou clutch-by-wire où l'embrayage est sous le contrôle du calculateur depuis le début de la manœuvre.

Lors de la résolution du problème d'optimisation dans le chapitre précédent l'hypothèse simplificatrice d'un couple moteur constant avait été introduite. Cette hypothèse, parfaitement acceptable sur la toute dernière partie de l'engagement, est extrêmement contraignante sinon irréaliste quand on considère le décollage entier. La possibilité d'utiliser une trajectoire du couple moteur décrite par un système linéaire autonome pourrait palier à cette difficulté mais reste, cependant, le défi de prendre en compte une volonté conducteur qui pourrait changer au cours du décollage. Cette nécessité n'est pas dictée seulement par des raison d'agrément de conduite mais aussi de sécurité car le conducteur doit être toujours capable d'intervenir sur le comportement du véhicule pour réagir à un changement soudain de situation.

Afin de concilier une meilleure prise en compte de la volonté conducteur avec la nécessité d'hypothèses simplificatrices pour effectuer une planification optimale la trajectoire n'est pas calculé une fois pour toute au début de la manœuvre et puis suivie avec un feedback mais mise à jour régulièrement pour prendre en compte à la fois les changement de consigne conducteur et les écarts entre la solution du problème d'optimisation et le vrai comportement du système.

4.2 Réplanification dynamique exacte

4.2.1 Commande Model Predictive Control (MPC)

Le *Model-based Predictive Control* (MPC) est une méthode de commande qui, dans sa formulation la plus générale, consiste à résoudre un problème de commande optimale QP pour un système linéarisé et/ou simplifié sur horizon fini de N_h pas et puis d'appliquer les premiers N_c échantillons avant d'utiliser le nouveau état x_0 mesuré ou estimé comme point de départ pour une nouvelle optimisation.

La commande MPC présente deux principales avantages par rapport aux schéma de commande employés précédemment :

- la réplanification permet de s'adapter à un changement de volonté conducteur et de s'affranchir de l'hypothèse contraignante de couple moteur constante.
- la stabilisation de la trajectoire du système autour de la trajectoire optimale n'est pas assurée par un retour d'état mais directement par la réplanification.

4.2.2 Misa à jour de l'horizon d'optimisation

Lors de la mise à jour de la trajectoire optimale deux stratégies sont possibles concernant le choix de l'horizon de prédiction : soit on garde le nombre d'échantillons N_h constant soit on le réduit d'un nombre d'échantillons N_c équivalents au temps écoulé depuis la dernière optimisation. Dans le premier cas on parle d'*horizon glissant* (partie A de la figure 4.1), dans le deuxième d'*horizon fixe* (partie B de la figure 4.1).

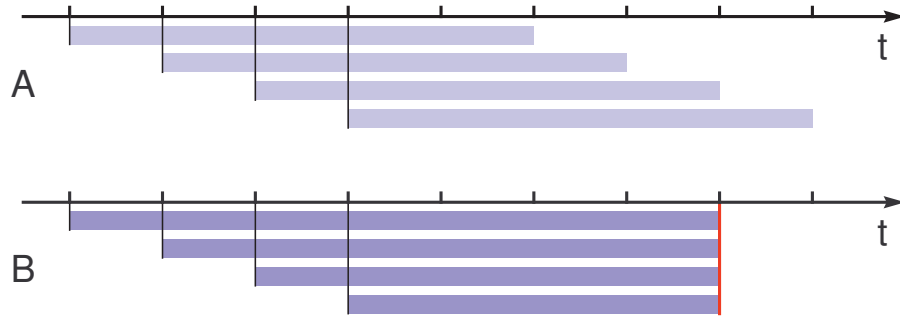


FIG. 4.1 – Évolution des horizons du problème d'optimisation dans le cas d'une formulation à horizon glissant (A) et à horizon fixe (B).

Dans une formulation de commande MPC à horizon glissant, le cas de loin le plus commun, à chaque mise à jour de la trajectoire optimale le problème de programmation quadratique

Trouver le vecteur

$$\bar{u} = \begin{bmatrix} u_0 & \dots & u_{N_h-1} \end{bmatrix}^T$$

qui minimise la fonction de coût quadratique

$$J[\bar{u}] = \bar{u}^T \mathbf{H} \bar{u} + f \bar{u}$$

sous les contraintes

$$\mathbf{A}_{eq} \bar{u} = b_{eq}$$

$$\mathbf{A}_{in} \bar{u} = b_{in}$$

où $\mathbf{H}$, f , $\mathbf{A}_{eq}$, b_{eq} , $\mathbf{A}_{in}$ et b_{in} sont définis dans annexe A.3

est résolu. Le seul élément qui change entre une optimisation et l'autre est le vecteur des états initiaux x_0 qui participe à la définition de f et b_{eq} . Le problème d'optimisation agit, donc, comme un *map* entre l'espace des vecteurs initiaux x_0 et le vecteur $\bar{u}_{N_c}$ des premiers N_c échantillons de la commande optimale.

Pour le cas particulier $N_c = 1$ on peut démontrer [16] que existe une partition polyédrique de l'espace des vecteurs x_0 pour la quelle, à l'intérieur de chaque région k , le premier échantillon de la commande optimale est

$$u_0 = \mathbf{A}_k x_0 + b_k$$

La technique permettant de calculer cette partition de l'espace des phases avec les matrices $\mathbf{A}_k$ et les vecteurs b_k correspondants est dite *multi parametric Quadratic Programming* ou *mpQP*. Ce type de solution est particulièrement intéressant pour des systèmes avec un faible nombre d'états et nécessitant un court horizon de prédiction. Dans le cas contraire le coût en temps de calcul nécessaire pour déterminer la région contenant x_0 risque de devenir rapidement plus important que celui d'un algorithme d'optimisation QP bien implémenté.

Le comportement globale d'une commande MPC à horizon glissante est équivalent à celui d'une commande LQ avec la possibilité d'inclure des contraintes supplémentaires. En particulier, à cause précisément de l'horizon glissant, on ne peut pas imposer une contrainte sur les états finaux et le temps de synchronisation n'est pas garanti. Pour cette raison une formulation à horizon fixe permettant de garantir un temps de synchronisation exact a été choisi.

Dans la section suivante on détaille la formulation de la commande MPC à horizon fini. Ce type de commande, évidemment non implémentable en ligne dans l'état actuel de l'état de l'art, servira de base pour la conception et de référence pour les performances de la commande simplifiée proposée à la fin du chapitre.

4.2.3 Structure de commande décollage MPC

L'architecture de la commande de décollage par stratégie MPC pour un véhicule équipé d'une BVR est montrée en figure 4.2. Dans ce cas l'interface avec le conducteur est réduite à la pédale de l'accélérateur dont la position x_p est la seule entrée du système. Le contrôle moteur, désigné dans la fi-

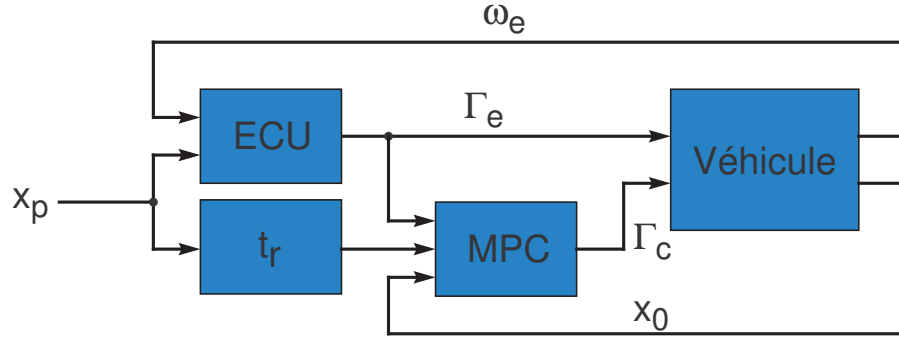


FIG. 4.2 – Schéma de la structure de la commande décollage MPC pour une BVR. La position de la pédale x_p est la seule entrée, le contrôle moteur *ECU* génère la consigne de couple en fonction de x_p et ω_e . Le temps à la synchronisation est calculé en fonction de x_p . Enfin la consigne de couple embrayage est calculé par la stratégie MPC en fonction de l'état de la chaîne cinématique x_0 , le temps à la synchronisation t_r et la consigne couple moteur Γ_e .

gure par son acronyme anglais *Engine Control Unit*, génère une consigne de couple moteur Γ_e en fonction de l'enfoncement de la pédale de l'accélérateur et le régime moteur ω_e suivant la cartographie pédale et les stratégies complémentaires.

Le temps avant la synchronisation t_r est calculé par

$$t_r = (1 - \alpha)t_f(x_p)$$

où α est le pourcentage complété de l'engagement défini comme

$$\alpha = \int_{t_0}^t \frac{1}{t_f(x_p(\tau))} d\tau$$

et $t_f(x_p)$ est la durée prévue de l'engagement en fonction de l'enfoncement de la pédale. Cette relation, donnée par une simple look-up table, est le principal levier de réglage du brio de la voiture.¹

¹Parler du compromis traditionnel entre à-coups et brio est impropre dans ce cas étant le

La stratégie MPC, enfin, calcule la consigne de couple embrayage Γ_c en fonction de la consigne couple moteur Γ_e , du temps restant avant la synchronisation t_r et de l'état de la chaîne cinématique x_0 pris comme point de départ de la trajectoire optimale. Pour chaque échantillon de la commande le problème d'optimisation dynamique

Trouver la fonction $u(\tau)$ définie sur l'intervalle $T = [t, t + t_r]$ qui minimise

$$J[u] = \int_t^{t+t_r} [x^T Q x + u^T R u] dt$$

sous les contraintes

$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$x(t) = x_0 \quad x(t + t_r) = x_s(\Gamma_e(t))$$

$$u \leq 0 \quad y_1 \geq 0$$

est résolu grâce à la reconduction à un problème de programmation quadratique comme détaillé dans l'annexe A.3.

4.2.4 Résultats

Le fonctionnement de la stratégie a pu être testé que en simulation, d'abord sur une configuration simplifiée pour vérifier le fonctionnement de la stratégie et le bien fondé du maintien de l'hypothèse de couple constant avec une mise à jour à chaque échantillon ; ensuite sur le modèle complet de chaîne cinématique incluant un modèle de conducteur et le modèle de génération de couple décrit dans la section 1.2.1.

Lors des simulation dans la configuration simplifiée, schématisée en figure 4.3, la consigne de couple moteur est simplement une rampe saturée, le temps d'engagement t_f constant avec une valeur de 2s ce qui donne simplement $t_r = 2 - t$. Les trajectoires résultantes de l'application de la stratégie sont données en figure 4.4 et 4.5. Les points initiaux x_0 sont indiqués dans les deux figures par des étoiles, les lignes continues représentant les trajectoires, solution du problème d'optimisation résolu à chaque pas de la commande. On peut remarquer que la trajectoire des régimes du décollage optimale complet est très proche à celles qu'on peut enregistrer lors des décollages BVM normaux exception faite, évidemment, pour la réouverture finale de l'embrayage qui assure une synchronisation sans à coups. Le fait que les premières trajectoires aient un régime de synchronisation très faible qui conduirait à un calage du

but le de la commande MPC d'assurer une synchronisation sans à-coups indépendamment de la rapidité de l'engagement. Reste, cependant, la limitation du brio nécessaire pour garantir un bon contrôle du véhicule en toute circonstance.

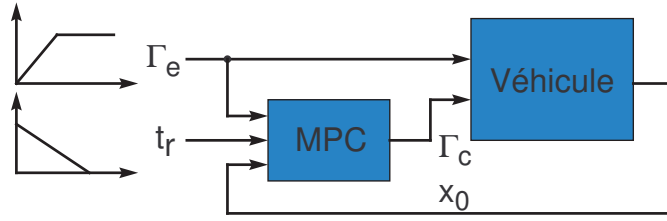


FIG. 4.3 – Schéma configuration simplifier utilisée pour tester la validité de principe de la stratégie MPC.

moteur est induit par le choix d'un temps de synchronisation t_f constant qui impose un décollage relativement rapide même en présence d'un couple moteur, et donc théoriquement, d'un enfoncement pédale très faible.

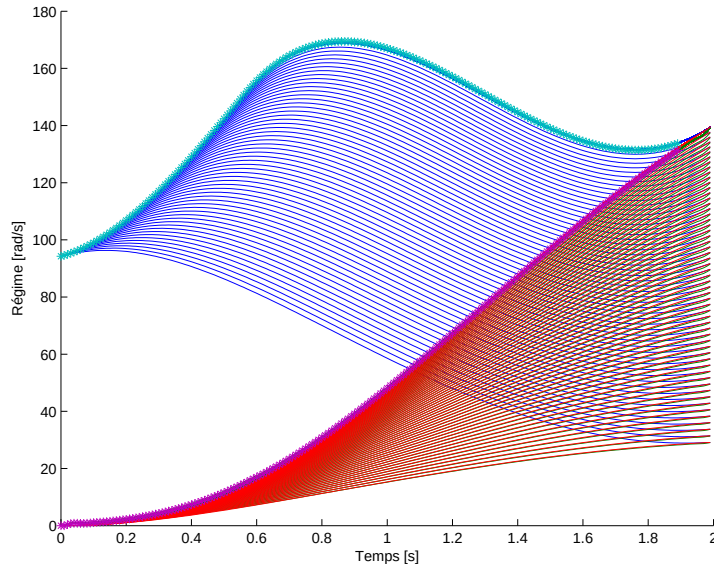


FIG. 4.4 – Simulation de décollage pour une Clio II 1.5dCi (K9K) avec une consigne de couple moteur Γ_e en rampe saturée. Les étoiles représentent les point x_0 de départ des trajectoires optimales du régime moteur ω'_e , régime boîte ω'_g et régime équivalent véhicule ω'_v respectivement en bleu, vert et rouge dans la figure.

En figure 4.6 et 4.7 on peut voir les résultats d'une simulation de décollage avec une chaîne cinématique complète, un modèle de conducteur et un modèle de génération de couple. L'action du modèle conducteur sur l'enfoncement x_p de la pédale de l'accélérateur combinée à l'effet des variations de

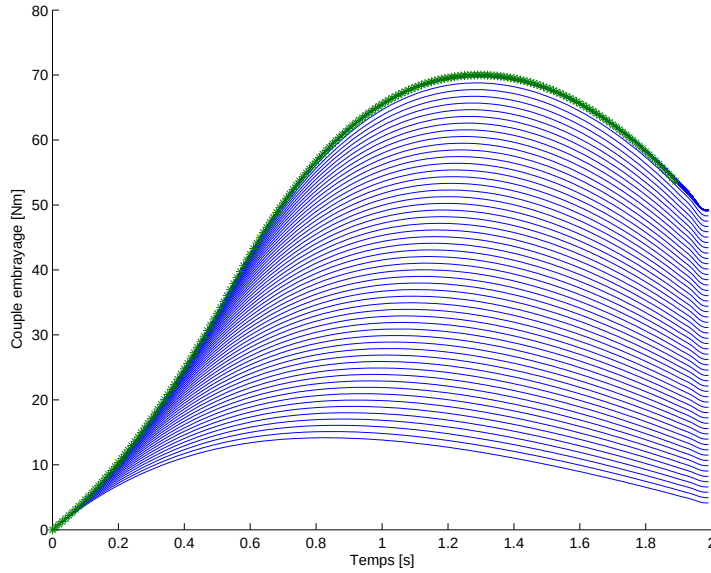


FIG. 4.5 – Simulation de décollage pour une Clio II 1.5dCi (K9K) avec une consigne de couple moteur Γ_e en rampe saturée. Les étoiles représentent les point x_0 de départ des trajectoires optimales du couple embrayage en vert dans la figure.

régime moteur sur le modèle de génération de couple induit une consigne de couple moteur avec des forts changement pendant l'engagement. La stratégie MPC compense correctement ce changement de couple et assure un engagement confortable.

La stratégie MPC est, donc, très performante mais nécessite un niveau de puissance de calcul en ligne bien supérieur à celui disponibles dans les unités de contrôle couramment utilisée même pour du prototypage rapide.

Au premier ordre le temps d'exécution d'un algorithme de résolution d'un problème QP et fonction du nombre des variables libres, c'est-à-dire la longueur du vecteur à minimiser, dans notre cas égale au nombre d'échantillons. Si on considère une fréquence de commande de $100Hz$ pour un décollage lent de la durée de trois secondes on a, au début de la manœuvre, un vecteur $\bar{u}$ composé par 300 échantillons équivalent à un temps de solution par la routine `quadprog` de Matlab supérieur à 15 secondes sur un *AMD Athlon64 3000+*.

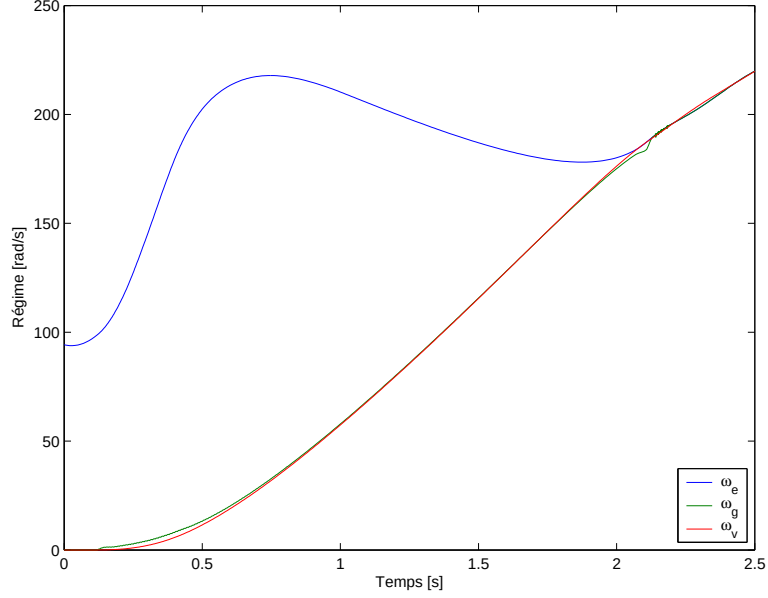


FIG. 4.6 – Simulation de décollage pour une Clio II 1.5 dCi (K9K) avec modèle de conducteur et *ECU* modelé par cartographie pédale. On remarque un très bon décollage en dépit des fortes variations du couple moteur induites à la fois par l'action sur la pédale et la variation de régime moteur.

4.3 Réplanification dynamique approchée

4.3.1 Formulation MPC par segments

Dans la définition de la commande MPC donnée dans la section précédente la variable de commande $u = \dot{\Gamma}_c$ avait été définie à partir de la dérivée du couple embrayage pour garantir que Γ_c soit continuellement dérivable, c'est-à-dire $\Gamma_c \in C^1$, et pour limiter la vitesse de l'actionneur (*slew rate*) [10].

A cause de l'introduction de cette dérivée supplémentaire l'échantillonnage utilisé pour se reconduire à un problème d'optimisation quadratique peut être vu comme la limitation de la recherche de la solution optimale à une famille de courbes composé par un nombre fini de segments de droite :

$$\Gamma_c(t) = \begin{cases} \Gamma_{c0} + u_0 t & t \in T_1 \\ \Gamma_{c0} + u_0 \Delta t + u_1 t & t \in T_2 \\ \vdots & \\ \Gamma_{c0} + \sum_{j=0}^{N-2} u_j \Delta t + u_{N-1} t & t \in T_N \end{cases}$$

$$T_j = [(j-1)\Delta t \ j\Delta t) \quad N = tr/\Delta t$$

où Δt est le temps d'échantillonnage.

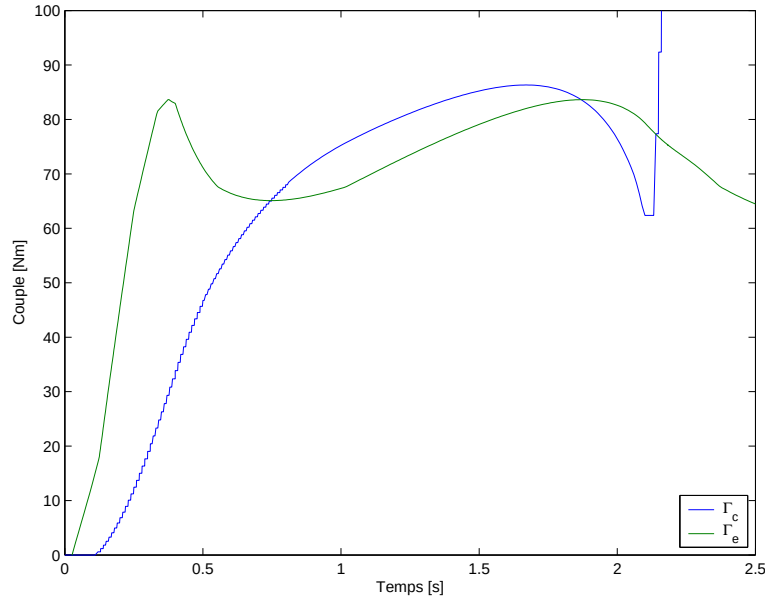


FIG. 4.7 – Simulation de décollage pour une Clio II 1.5 dCi (K9K) avec modèle de conducteur et *ECU* modelé par cartographie pédale. On remarque un très bon décollage en dépit des fortes variations du couple moteur induites à la fois par l'action sur la pédale et la variation de régime moteur.

Dans cette optique un fort sous-échantillonnage du problème de commande optimale précédente est équivalent à chercher la trajectoire optimale composé d'un nombre restreint N de segments. Comme clairement illustré par la figure 4.8 même un nombre très limité d'échantillons permet une bonne précision.

A fin de profiter complètement de cette intuition on introduit une dissociation entre la fréquence de la commande MPC et la fréquence d'échantillonnage du problème QP.

Dans la stratégie MPC précédemment exposée à chaque intervalle de temps Δt (par exemple chaque centième de seconde pour une commande à $100Hz$) un nouveau problème d'optimisation QP avec un horizon de prédiction $N_h = tr/\Delta t$ est généré et résolu. Le premier échantillon de la solution optimale est utilisé pour la commande de l'embrayage puis, après un intervalle Δt , cette procédure est répétée, c'est-à-dire que, si la pédale de l'accélérateur n'a pas changé de position pendant cette période, un nouveau problème QP avec $N_h - 1$ variables libres est généré et résolu.

Évidemment effectuer un fort sous-échantillonnage tout en gardant la même méthode de commande aurait un important impact négatif sur les performances du système. Ce problème peut facilement être évité si on garde le nombre d'échantillons N du problème QP constant indépendamment de

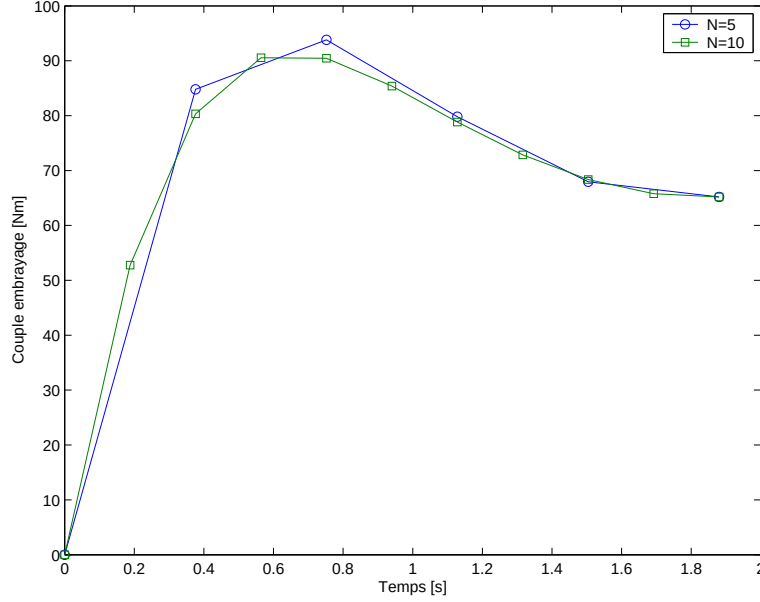


FIG. 4.8 – Exemple de trajectoire optimale approchée par deux trajectoires composées par 5 et 10 segments..

l’horizon temporel d’optimisation t_r et le pas d’échantillonnage Δt de la commande. Pratiquement ceci revient à chercher la commande optimale composée du même nombre N réduit de segments de droite indépendamment de la durée effective de l’engagement. En plus, parce que le nombre de segments est constant lorsque le temps restant à la synchronisation t_r est forcément décroissant, la précision de la trajectoire approchée, initialement plutôt approximative, augmente sensiblement.²

4.3.2 Réduction du vecteur d’état

Dans les deux formulations précédents de la commande MPC on a implicitement admis une connaissance complète du vecteur d’état x_0 de la chaîne cinématique. Sur une voiture équipée d’une BVR ω'_e , ω'_g et ω'_v sont directement mesurés et le couple embrayage Γ_{c0} est estimé par inversion de la courbe caractéristique de la rondelle Belleville en fonction de la position de l’actionneur de l’embrayage. L’élément manquant du vecteur x_0 , c’est-à-dire la torsion de la chaîne cinématique θ' , pourrait être obtenu grâce à un simple observateur d’état. Parce que l’accent dans cette étude de la commande MPC approchée est mis sur la limitation du coût computationnel nécessaire pour

²Lors des derniers N solutions du problème QP avant la synchronisation la trajectoire approchée est plus proche de la trajectoire optimale continue obtenue par la méthode des Lagrangiens que la formulation MPC exacte.

la commande, une simplification ultérieure du modèle de la chaîne cinématique a été étudié. On peut remarquer, d'ailleurs, que cette simplification de la dynamique ne réduit nullement la charge computationnelle de la solution du problème QP.

Négliger la torsion de la chaîne cinématique empêche la spécification des conditions idéale de synchronisation ce que limite cette commande à une famille de solution de synchronisation sous-optimale par rapport à une commande avec un vecteur d'état complet.

4.3.3 Résultats

A fin de comparer les performances des des différents schéma de commande on a effectué trois simulation de décollage sur le plat avec le même enfoncement de la pédale d'accélérateur. Les résultats de ces simulations sont donnés en figure 4.9 et 4.10. On peut remarquer que l'approche de la solution optimale par segments a un impact très réduit sur les résultats de la simulation même si elle réduit fortement le coût computationnel de la commande. Au contraire la réduction du vecteur d'état a un impact plus important sur les performances de la commande et des petites oscillations résiduelles sont présentes après la synchronisation. Étant donné que cette commande a été dérivée de la précédente en ignorant la torsion des transmission ceci n'est pas étonnant même si dans une implémentation réelle les bruits de mesure et les retards du CAN vont probablement masquer ces petits défauts. Afin d'évaluer la robustesse des commandes MPC, basées sur une hypothèse de couple constante, face à un couple moteur changeant un modèle de génération de couple a été introduit.

Enfin pour évaluer la capacité du système à réagir a un changement de volonté conducteur on a effectué une simulation de décollage sur plat où, à après 1.2s d'engagement avec un enfoncement de la pédale de 20% on réduit soudainement cette valeur à 10%. La commande MPC approchée par segments réagi correctement à la réduction à un cinquième de la valeur précédente du couple moteur effectuant une transition douce entre un décollage plutôt rapide et un décollage lent.

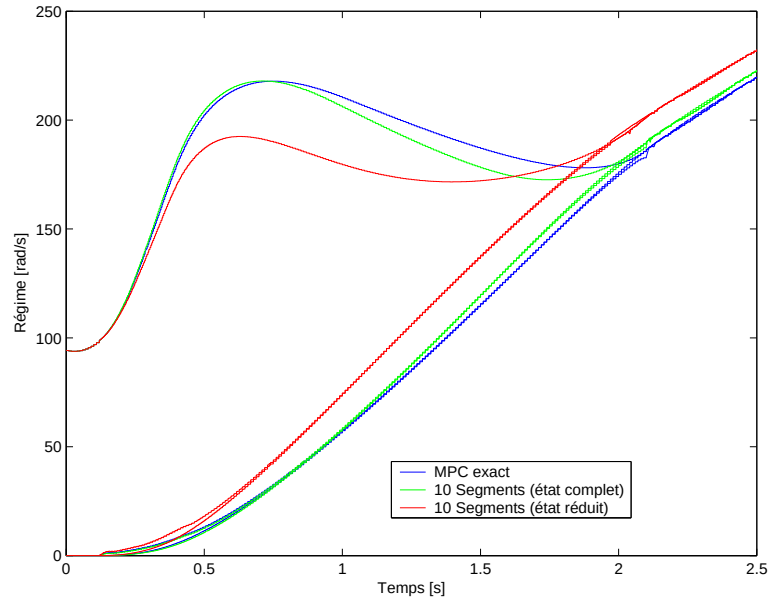


FIG. 4.9 – Régime moteur, boîte et vitesse équivalente du véhicule pour une simulation de décollage sur le plat avec la commande MPC exacte, la commande approchée par segments et, enfin, la commande approchée avec réduction du vecteur d'état.

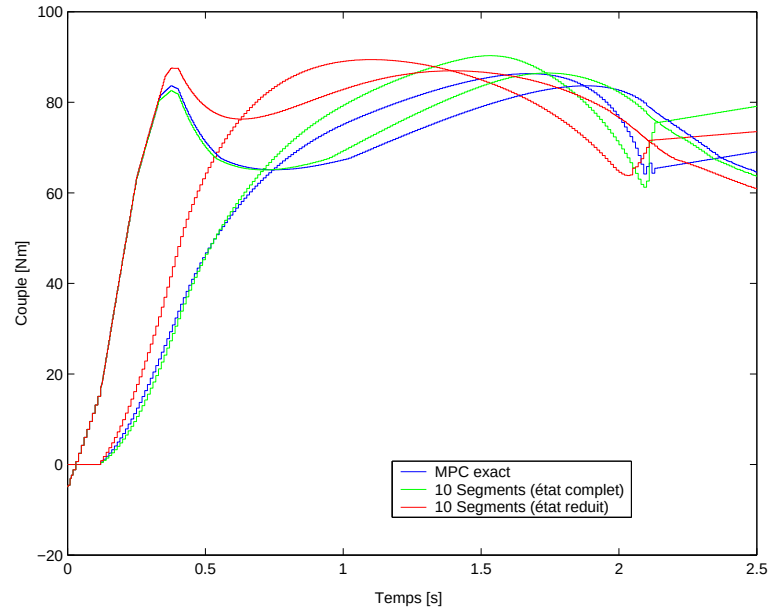


FIG. 4.10 – Couple moteur et couple embrayage pour une simulation de décollage sur le plat avec la commande MPC exacte, la commande approchée par segments et, enfin, la commande approchée avec réduction du vecteur d'état.

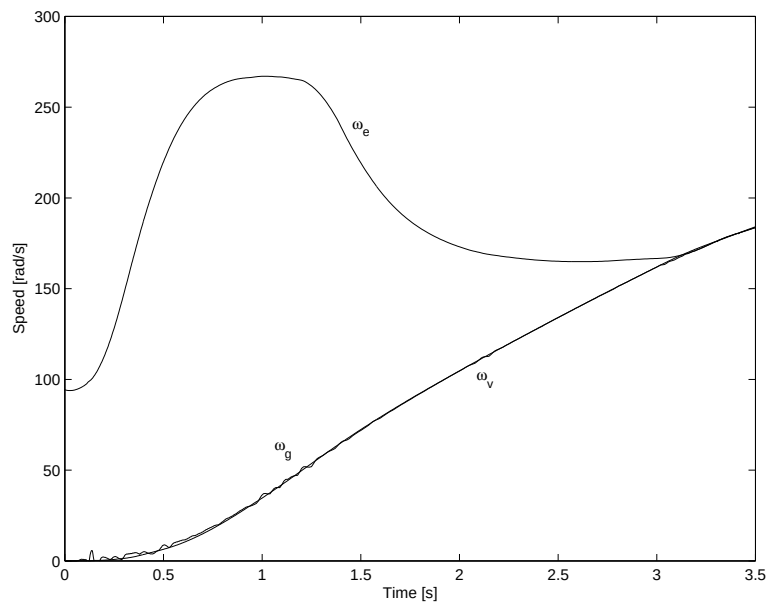


FIG. 4.11 – Régime moteur, boîte et vitesse équivalente du véhicule pour une simulation de décollage avec commande MPC approchée par 10 segments ; après 1.2s l'enfoncement pédale est soudainement réduit de 20% à 10%.

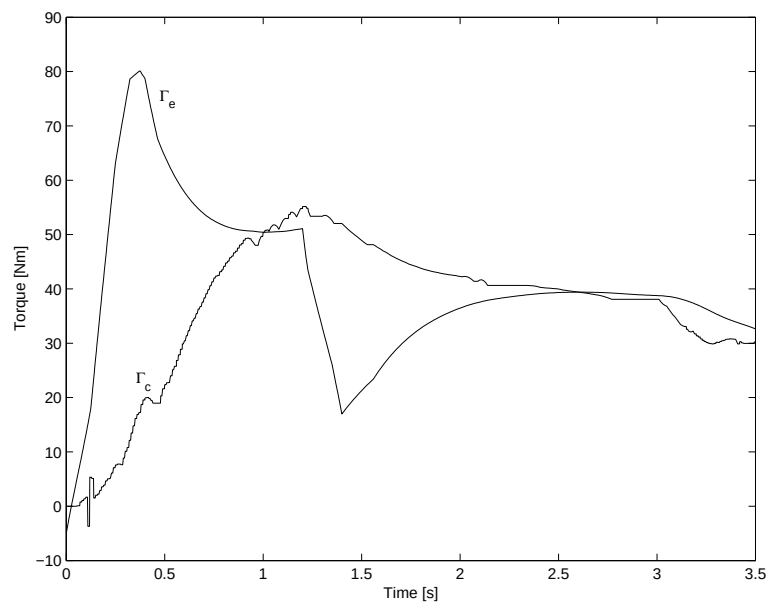


FIG. 4.12 – Couple moteur et couple embrayage pour une simulation de décollage avec commande MPC approchée par 10 segments ; après 1.2s l'enfoncement pédale est soudainement réduit de 20% à 10%.

Chapitre 5

Observateurs

5.1 Principe

Lors de la conception des stratégies de commande optimale on a assumé que l'estimation en ligne de la courbe de transmissibilité effectuée par les couches de bas niveau du logiciel de commande BVR soit parfaite, ce qui a permis d'avoir directement une commande en couple de l'embrayage grâce à l'inversion de la relation position butée x_b et couple transmissible.

La caractéristique en question est le résultat de la composition de deux caractéristiques physiquement bien distinctes : la relation $F_n(x_b)$ entre la force normale aux surfaces de frottement et la position de la butée, et $\Gamma_c(F_n)$ qui lie la force normale au couple embrayage transmis. La première des deux, déterminée par la rondelle Belleville et le ressort de progressivité, a un changement plutôt lent dans le temps, lié surtout à l'usure et au vieillissement de l'embrayage. La deuxième relation, par contre, est déterminée en première approche par la géométrie du disque de frottement et le coefficient de frottement qui subit des variations importantes en fonction de la température des surfaces de frottement.

L'algorithme d'estimation de la courbe de transmissibilité a comme but principal la compensation des changements de la relation $F_n(x_b)$ dus à l'usure des garnitures du disque de friction et l'écrasement du ressort de progressivité. Les variations bien plus rapides du coefficient de frottement à cause de l'échauffement de l'embrayage, pondérées par l'algorithme d'estimation par moindres carrés sur plusieurs manœuvres d'engagement, induisent l'estimation d'une courbe de transmissibilité pour une valeur moyenne de γ .

La stratégie d'aide à la synchronisation, présentée dans le troisième chapitre, est particulièrement sensible à une erreur sur le coefficient de frottement car la trajectoire optimale choisie et les conditions de synchronisation qui en

suivent doivent être bien adaptées aux conditions initiales déterminées par le conducteur.

A fin de palier à cette limitation du logiciel de commande de bas niveau deux observateurs, un pour le coefficient de frottement et l'autre pour le couple embrayage, ont été développés. Comme l'on verra dans le chapitre suivant, ces observateurs servent à avoir une estimation la plus exacte possible du couple effectivement transmis par l'embrayage à l'instant d'activation de l'aide à la synchronisation.

5.2 Observateur du coefficient de frottement

5.2.1 Motivation

La commande en couple de l'embrayage est effectuée inversant la courbe caractéristique du couple maximale transmissible par l'embrayage pour une position donnée de la butée dite courbe de transmissibilité $\Gamma_c(x_b) = \gamma F_n(x_b)$, où $\gamma = 2\mu_d r_c$ est le coefficient reliant le couple transmissible Γ_c à la force normale $F_n(x_b)$ exercée par la rondelle Belleville.

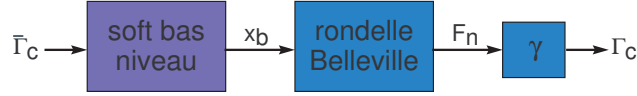


FIG. 5.1 – Schéma de la commande en couple de l'embrayage détaillant la caractéristique de la rondelle Belleville $F_n(x_b)$ et le coefficient de frottement.

Si on dénote

$$\Gamma_c^{LSQ}(x_b) = \gamma^{LSQ} F_n^{LSQ}(x_b)$$

la caractéristique estimé par moindres carrés, le couple Γ_c réellement obtenu lors d'une consigne $\bar{\Gamma}_c$ est

$$\Gamma_c = \gamma F_n \left((\Gamma_c^{LSQ})^{-1} (\bar{\Gamma}_c) \right) = \gamma F_n \left((F_n^{LSQ})^{-1} \left(\frac{\bar{\Gamma}_c}{\gamma^{LSQ}} \right) \right) \quad (5.1)$$

Sous l'hypothèse simplificatrice

$$F_n^{LSQ}(x_b) \equiv F_n(x_b)$$

d'une parfaite reconstruction de la caractéristique de la rondelle Belleville, (5.1) devient simplement

$$\Gamma_c = \frac{\gamma}{\gamma^{LSQ}} \bar{\Gamma}_c$$

Une estimation précise $\hat{\gamma}$ du coefficient de frottement permettrait, donc, une meilleure maîtrise du couple effectivement transmis.

5.2.2 Modèles de la chaîne cinématique

Les équations du système simplifié pour la commande (1.8), (1.9), (1.10) et (1.11) couplées au modèle simplifié de frottement (1.19), valide pour une vitesse de glissement $\omega'_e - \omega'_g$ positive, donnent le modèle bi-linéaire

$$Je\dot{\omega}'_e = \Gamma_e - \gamma F_n \quad (5.2)$$

$$J_g\dot{\omega}'_g = \gamma F_n - k'_t\theta' - \beta'_t(\omega'_g - \omega'_v) \quad (5.3)$$

$$J_v\dot{\omega}'_v = k'_t\theta' + \beta'_t(\omega'_g - \omega'_v) \quad (5.4)$$

$$\dot{\theta}' = \omega'_g - \omega'_v \quad (5.5)$$

$$\dot{\gamma} = 0 \quad (5.6)$$

ayant comme entrées Γ_e et F_n et l'état supplémentaire constant γ .

Étant donné que le couple Γ_c généré par le modèle de frottement simplifié (1.19) est indépendant de la vitesse de glissement le modèle précédent est effectivement composé par deux parties indépendantes : l'équation (5.2) d'une part et (5.3), (5.4), et (5.5) de l'autre avec l'équation supplémentaire (5.6) partagée par les deux parties. A cause de cette séparation la valeur du coefficient de frottement γ peut être estimée à partir seulement de la dynamique de la chaîne cinématique à mont de l'embrayage, c'est-à-dire (5.2) et (5.6).

5.2.3 Observateur MIMO-LTV

Les deux systèmes bi-linéaires définis par les équations (5.2), (5.3), (5.4), (5.5) et (5.6), si on considère la dynamique complète, ou (5.2) et (5.6), si on se limite à l'inertie du moteur, peuvent être aussi interprétés comme des systèmes linéaires contrôlés par un paramètre γ .

Différentes méthodes [20] [4] [22] [6], connues globalement comme *observateurs adaptifs*, sont disponibles dans la littérature pour l'estimation conjointe des états d'un système SISO éventuellement non-linéaire et d'un ensemble de paramètres contrôlant sa dynamique. Ces résultats ont été étendus aux systèmes MIMO par Zhang dans [32] et [33] dont le résultat principal est ici brièvement rappelé.

Le système considéré est

$$\dot{x} = \mathbf{A}(t)x(t) + \mathbf{B}(t)u(t) + \Psi(t)\vartheta \quad (5.7)$$

$$y(t) = \mathbf{C}(t)x(t) \quad (5.8)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^l$, $y(t) \in \mathbb{R}^m$ sont respectivement le vecteur d'état, l'entrée et la sortie du système, $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$ et $\mathbf{C}(t)$ sont des matrices temps variantes connues de taille appropriée, $\vartheta \in \mathbb{R}^p$ un vecteur de paramètres

inconnus supposé constant, $\Psi(t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ une matrice de signaux connus. Toutes les matrices $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ et Ψ sont supposées continues par morceaux et uniformément bornées dans le temps.

Sous les hypothèses :

- existe une matrice $\mathbf{K}(t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$ bornée dans le temps pour la quelle le système

$$\dot{\eta}(t) = [\mathbf{A}(t) - \mathbf{K}(t)\mathbf{C}(t)] \eta(t) \quad (5.9)$$

est globalement exponentiellement stable.

- Ψ soit persistemment excitant, c'est-à-dire donnée la matrice de signaux $\Upsilon(t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ générée par le système ODE

$$\dot{\Upsilon}(t) = [\mathbf{A}(t) - \mathbf{K}(t)\mathbf{C}(t)] \Upsilon(t) + \Psi(t) \quad (5.10)$$

existent deux constantes positives δ , T et une matrice bornée symétrique définie positive $\Sigma(t) \in \mathbb{R}^m \times \mathbb{R}^m$ tels que pour chaque t soit vérifiée la relation d'inégalité

$$\int_t^{t+T} \Upsilon^T(\tau) \mathbf{C}^T(t) \Sigma(t) \mathbf{C}(t) \Upsilon(\tau) d\tau \geq \delta I$$

pour chaque matrice symétrique définie positive $\Gamma \in \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^p$, le système

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) = & \mathbf{A}(t)\hat{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t) + \Psi(t)\hat{\vartheta}(t) + \\ & [\mathbf{K}(t) + \Upsilon(t)\Gamma\Upsilon^T(t)\mathbf{C}^T(t)\Sigma(t)] [y(t) - \mathbf{C}(t)\hat{x}(t)] \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\dot{\hat{\vartheta}}(t) = \Gamma\Upsilon^T(t)\mathbf{C}^T(t)\Sigma(t) [y(t) - \mathbf{C}(t)\hat{x}(t)] \quad (5.12)$$

est un observateur adaptif globalement exponentiellement stable.

Les systèmes bi-linéaires précédemment définis peuvent être facilement écrits sous la forme (5.7) et (5.8) avec

$$x = [\omega'_e \quad \omega'_g \quad \omega'_v \quad \theta']^T \quad u(t) = \Gamma_e(t) \quad (5.13a)$$

$$\Psi(t) = \Psi_M F_n(t) \quad \vartheta = \gamma \quad (5.13b)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\beta'_t}{J'_g} & \frac{\beta'_t}{J'_g} & -\frac{k'_t}{J'_g} \\ 0 & \frac{\beta'_t}{J'_v} & -\frac{\beta'_t}{J'_v} & \frac{k'_t}{J'_v} \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J'_e} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \Psi_M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J'_e} \\ \frac{1}{J'_g} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.13c)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.13d)$$

pour le premier et

$$x = \omega'_e \quad u(t) = \Gamma_e(t) \quad \Psi(t) = \Psi_M F_n(t) \quad \vartheta = \gamma \quad (5.14a)$$

$$\mathbf{A} = 0 \quad \mathbf{B} = \frac{1}{J'_e} \quad \mathbf{C} = 1 \quad \Psi_M = -\frac{1}{J'_e} \quad (5.14b)$$

pour le deuxième.

Pour pouvoir exploiter l'observateur MIMO-LTV pour l'estimation conjointe de l'état de la chaîne cinématique x et du coefficient de frottement γ reste à vérifier la validité des deux hypothèses.

La première hypothèse pour l'existence de l'observateur MIMO-LTV est facilement vérifiée car le couple $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ est observable pour les deux systèmes. La matrice $\mathbf{K}$ constante satisfaisant la condition (5.9) peut être obtenue simplement par imposition des pôles.

Pour démontrer la validité de la deuxième hypothèse on introduit le lemme suivant :

Lemma 1 *Donné le système linéaire*

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (5.15)$$

$$y = \mathbf{C}x \quad (5.16)$$

avec le couple $(\mathbf{A}, \mathbf{B})$ commandable et le couple $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ observable, $y(t) = 0 \quad \forall t \in T$ implique que $u(t) = 0$ sur le même intervalle T .

Démonstration 1 $y(t) = 0$ sur l'intervalle T implique

$$\frac{d^k}{dt^k} y(t) = y^{(k)} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

Par définition de la matrice d'observabilité $\mathcal{O}$

$$\mathcal{O}x(t) = \begin{bmatrix} y(t) & y'(t) & \dots & y^{(n-p)}(t) \end{bmatrix}$$

où $n = \text{rank}(\mathbf{A})$ et $p = \text{rank}(\mathbf{C})$. Parce que par hypothèse $\text{rank}(\mathcal{O}) = n$ on a $x(t) = 0$ sur l'intervalle T .

Un raisonnement équivalent pour la matrice de commandabilité $\mathcal{C}$ lie $x(t) = 0$ sur T et $u(t) = 0$ sur le même intervalle. $\square$

En définissant $v = \mathbf{C}\Upsilon$ la condition de persistant excitabilité peut s'écrire :

$$\exists T, \delta \geq 0 \text{ tels que } \int_t^{t+T} v^T \Sigma v \geq \delta I$$

Parce que T et δ sont arbitraires et la matrice Σ symétrique définie positive la condition précédente n'est pas satisfaite que si $v = 0$ sur tout l'intervalle T . Parce que le système linéaire défini par la triplette $\{(\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}), \Phi_M, \mathbf{C}\}$ est commandable et observable par le lemme précédente la deuxième hypothèse est satisfaite pour tout F_n non identiquement nulle sur l'intervalle T .

Le choix des matrices K , Σ et Γ permet de régler la vitesse de convergence de l'observateur.

5.2.4 Observateur à données échantillonnées

L'observateur obtenu des équations (5.11), (5.12) et (5.10) substituant les définitions (5.13a), (5.13b), (5.13c) et (5.13d) pour le modèle complet de chaîne cinématique ou (5.14a) et (5.14b) pour le modèle réduit à l'inertie moteur est :

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u + \hat{\gamma}\Psi_M F_n + [\mathbf{K} + \Upsilon\Gamma\Upsilon^T \mathbf{C}^T \Sigma] [y - \mathbf{C}\hat{x}] \quad (5.17a)$$

$$\dot{\hat{\gamma}} = \Gamma\Upsilon^T \mathbf{C}^T \Sigma [y - \mathbf{C}\hat{x}] \quad (5.17b)$$

$$\dot{\Upsilon} = [\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}] \Upsilon + \Psi_M F_n \quad (5.17c)$$

où le vecteur Υ peut être assimilé à un gain variable.

Étant donnée la structure de commande par calculateur l'implémentation de l'observateur nécessite forcément une transformation des équations (5.17) en différences finies. A cause du gain variable et de la bi-linéarité l'échantillonnage de la dynamique n'est pas évident ; une simple approximation de la dérivée par la méthode d'Euler rend le système instable.

La méthode qui garanti une meilleure stabilité lors de l'approximation de la dérivée est l'approximation par trapèzes

$$\frac{d}{dt}x \approx \frac{x(t_2) - x(t_1)}{2(t_2 - t_1)}$$

ce qui donne pour un système dynamique $\dot{x} = f(x, u)$ avec un pas d'échantillonnage Δt

$$x_2 - x_1 = \frac{\Delta t}{2} (f(x_2, u_2) + f(x_1, u_1)) \quad (5.18)$$

L'équation (5.18) défini implicitement le nouveau échantillon x_2 du vecteur d'état en fonction de l'échantillon précédent x_1 et de l'entrée u_1 et u_2 aux deux instants de temps.

Par rapport à la méthode d'Euler définie par la relation

$$x_2 - x_1 = \Delta t f(x_1, u_1)$$

l'approximation bi-linéaire présente deux difficultés : la résolution de l'équation implicite et l'utilisation de l'échantillon de l'entrée u_2 pour le calcul du vecteur x_2 .

La résolution implicite de l'équation (5.18), quoique théoriquement possible avec les deux modèles de chaîne cinématique, est acceptable que pour le modèle réduit à cause de la taille de la solution analytique.

5.3 Observateur de couple d'embrayage pour BVR

5.3.1 Principe

L'hypothèse sous-jacente à l'observateur de coefficient de frottement est une bonne reconstruction de la caractéristique $F_n(x_b)$ indépendamment du changement du coefficient de frottement γ . Les changements du coefficient γ sont principalement dus à l'échauffement des surfaces de frottement. L'échauffement du disque de friction change aussi la caractéristique du ressort de progressivité et, donc, la caractéristique F_n , surtout autour du point de léchage.

L'observateur du coefficient de frottement est sensible aux déplacements du point de léchage car un couple transmis positif couplé avec une estimation de force normale nulle ou le cas contraire impliquent des forts changements du coefficient de frottement estimé.

Parce que le signal F_n n'est pas forcément fiable on a étudié la possibilité d'estimer directement le couple transmis par l'embrayage grâce à une classe d'observateurs dits à *entrée inconnue* [8] présentés dans la section suivante.

5.3.2 Observateur à entrée inconnue

Le principe commun à la classe des observateurs dits à entrée inconnue est l'intégration au modèle dynamique du système sous observation d'un modèle autonome de l'entrée. Le feedback sur l'erreur de prédiction des sorties du système permet de faire converger à la fois l'état du système et la valeur de l'entrée non mesurée du système.

Le système sous observation, si on se limite à la partie de la chaîne cinématique à mont de l'embrayage, est dans notre cas

$$\dot{\omega}_e = \Gamma_e - \Gamma_c \quad (5.19)$$

Le contrôle moteur fournit une estimation du couple moteur moyen généré $\hat{\Gamma}_e$ en fonction des différents paramètres physiques comme la pression collecteur, la quantité de carburant injectée et le point d'allumage. Le régime moteur est mesuré par le contrôle moteur deux fois par tour à partir du signal du capteur inductif qui mesure le passage des dents sur une couronne fixée sur le volant moteur. La mesure du régime moteur, indépendamment de la mise à jour deux fois par tour, est transmise par le CAN au contrôleur de la BVR chaque centième de seconde. Cet arrangement induit un échantillon répété sur trois en moyenne sur la plage des régimes de décollage. Pour simplicité cet écart est représenté comme un bruit de mesure ε ; la sortie du système résulte, donc,

$$\bar{\omega}_e = \omega_e + \varepsilon \quad (5.20)$$

Le modèle d'entrée est une simple valeur constante, ce qui donne l'observateur

$$\dot{\hat{\omega}}_e = \hat{\Gamma}_e - \hat{\Gamma}_c + k_1(\bar{\omega}_e - \hat{\omega}_e) \quad (5.21a)$$

$$\dot{\hat{\Gamma}}_c = k_2(\bar{\omega}_e - \hat{\omega}_e) \quad (5.21b)$$

Étant donné que l'observateur est un simple système linéaire l'échantillonnage, au contraire du cas précédent, ne présente aucune difficulté.

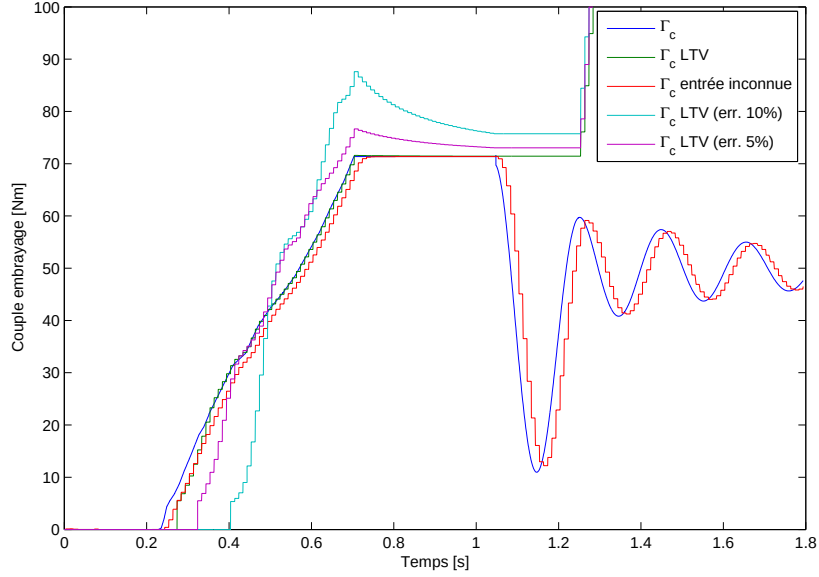


FIG. 5.2 – Résultat d'estimation du couple d'embrayage Γ_c sur un décollage sur le plat d'une Clio II K9K simulé pour l'observateur à entrée inconnue et l'observateur MIMO-LTV dans le cas nominal et avec un erreur de 5% et 10% sur le positionnement du point de léchage.

En figure 5.2 on peut comparer les performances de l'observateur MIMO-LTV à modèle réduit et l'observateur à entrée inconnue pour une simulation de décollage sur plat d'une Clio II K9K. A cause du domaine de validité de l'hypothèse simplificatrice $\Gamma_c = \gamma F_n(x_b)$ et de la condition de excitation persistante sur F_n l'observateur MIMO-LTV est actif seulement la phase de patinage de l'embrayage. L'observateur à entrée inconnue, par contre, est actif pendant toute la durée de la simulation et après l'engagement suit correctement les oscillations de couple induites par la transmission.

Dans la cas nominal, c'est-à-dire quand l'hypothèse $F_n(x_b) \equiv F_n^{LSQ}(x_b)$ est vérifiée, l'observateur MIMO-LTV est très performant ne subissant pas

le retard induit par l'estimation de l'entrée dont il souffre l'observateur à entrée inconnue. En présence d'une erreur d'estimation de la caractéristique de la rondelle Belleville, par contre, l'observateur à entrée inconnue assure une meilleure estimation du couple Γ_c .

5.3.3 Analyse de l'erreur d'estimation

Si on considère le système

$$\dot{\omega}_e = \frac{1}{J'_e} (\Gamma_e - \Gamma_c) \quad (5.22a)$$

$$\dot{\Gamma}_c = \varepsilon_1 \quad (5.22b)$$

ayant pour sorties

$$\bar{\omega}_e = \omega_e + \varepsilon_2$$

$$\hat{\Gamma}_e = \Gamma_e + \varepsilon_3$$

et l'observateur à entrée inconnue

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_e &= \frac{1}{J'_e} (\hat{\Gamma}_e - \hat{\Gamma}_c) + k_1 (\bar{\omega}_e - \hat{\omega}_e) \\ \hat{\Gamma}_c &= k_2 (\bar{\omega}_e - \hat{\omega}_e) \end{aligned}$$

on peut appliquer le théorème

Théorème 1 *Soit le système linéaire perturbé*

$$\dot{z} = \mathbf{A}z + \mathbf{B}u + \mathbf{W}_1 \epsilon_1$$

$$y = \mathbf{C}z + \mathbf{W}_2 \epsilon_2$$

avec le couple $(\mathbf{A}, \mathbf{C})$ observable et une matrice $\mathbf{K}$ telle que la matrice $\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C}$ ait des valeurs propres réelles négatives avec des vecteurs propres associés linéairement indépendants, l'observateur de Luenberger

$$\dot{\hat{x}} = \mathbf{A}\hat{x} + \mathbf{B}u + \mathbf{K}(y - \hat{y})$$

$$\hat{y} = \mathbf{C}\hat{x}$$

a une erreur d'estimation $\tilde{x} = x - \hat{x}$ bornée par

$$\|\tilde{x}\|_{\mathcal{L}_p} \leq \gamma_1 \|\epsilon_1\|_{\mathcal{L}_p} + \gamma_2 \|\epsilon_2\|_{\mathcal{L}_p} + \beta$$

avec

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= -\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}^2} \|\mathbf{W}_1\|_2 & \gamma_2 &= -\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}^2} \|\mathbf{K}\mathbf{W}_2\|_2 \\ \beta &= \rho \|\tilde{x}(0)\|_2 \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}} \\ \lambda_{max} &= \max\{\lambda(\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\} \\ \lambda_{min} &= \min\{\lambda(\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\} \\ \rho &= \begin{cases} 1, & \text{si } p = \infty \\ \left(\frac{1}{p\lambda_{min}}\right)^{1/p}, & \text{si } p \in [1, \infty) \end{cases}\end{aligned}$$

, dont la démonstration est donnée en annexe B. L'erreur d'estimation conjoint

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \omega_e - \hat{\omega}_e & \Gamma_c - \hat{\Gamma}_c \end{bmatrix}$$

résulte, donc, borné par

$$\|\tilde{x}\|_{\mathcal{L}_2} \leq \gamma_1 \left\| \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \right\|_{\mathcal{L}_2} + \gamma_2 \|\varepsilon_2\|_{\mathcal{L}_2} + \beta$$

avec

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= -\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}^2} \|\mathbf{B}_{o1}\|_2 = -\frac{\lambda_{max}}{J_e^2 \lambda_{min}^2} \\ \gamma_2 &= -\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}^2} \|\mathbf{B}_{o2}\|_2 = -\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}^2} \sqrt{k_1^2 + k_2^2} \\ \beta &= \rho \|\tilde{x}(0)\|_2 \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{\lambda_{min}}} = \|\tilde{x}(0)\|_2 \sqrt{\frac{\lambda_{max}}{2\lambda_{min}^2}} \\ \lambda_{max} &= \max\{\lambda(\mathbf{A}_o)\} \\ \lambda_{min} &= \min\{\lambda(\mathbf{A}_o)\}\end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_o = \begin{bmatrix} -k_1 & -\frac{1}{J_e} \\ -k_2 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{o1} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{J_e} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B}_{o2} = \begin{bmatrix} -k_1 \\ -k_2 \end{bmatrix}$$

En particulier si on se limite à l'erreur d'estimation $\tilde{\Gamma}_c$ du couple transmis par l'embrayage

$$\|\tilde{\Gamma}_c\|_{\mathcal{L}_2} = \|C_o \tilde{x}\|_{\mathcal{L}_2} \leq \|C_o\|_2 \|\tilde{x}\|_{\mathcal{L}_2}$$

avec

$$C_o = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Parce que $\|C_o\|_2 = 1$ on a

$$\|\tilde{\Gamma}_c\|_2 \leq \gamma_1 \left\| \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \right\|_{\mathcal{L}_2} + \gamma_2 \left\| \begin{bmatrix} \varepsilon_2 \end{bmatrix} \right\|_{\mathcal{L}_2} + \beta$$

Parce que λ_{min} est toujours au dénominateur le choix qui minimise la norme de l'erreur d'estimation est $\lambda_{max} = \lambda_{min}$

5.4 Observateur de couple embrayage pour BVM

5.4.1 Motivation

Les changement de la caractéristique F_n à cause de l'échauffement du disque de friction a motivé l'étude de l'observateur à entrée inconnue dans le cadre de l'implémentation de la stratégie d'aide à la synchronisation sur une BVR.

Les très bonnes performances de l'observateur à entrée inconnue et son indépendance vis-à-vis du signal F_n , normalement disponible seulement sur une architecture BVR, ont motivé l'étude de l'application de l'observateur sur un véhicule BVM, notamment pour aider les stratégies contrôle moteur lors des passages de vitesses. La difficulté principale liée à cette utilisation de l'observateur est la vitesse de convergence car pour un passage de vitesses montant l'engagement de l'embrayage a une durée d'environ un dixième de seconde.

5.4.2 Structure de l'observateur

Le principe de l'observateur reste le même que celui présenté précédemment : un modèle de la chaîne cinématique à mont de l'embrayage couplé avec un modèle d'évolution du couple embrayage.

Deux modèles de chaîne cinématique ont été considérés : un composé simplement par l'inertie J'_e accélérée par le couple moteur Γ_e et freinée par le couple embrayage Γ_c et l'autre intégrant un modèle linéaire du DVA comme illustré en figure 5.3. Les équations dynamique correspondantes sont

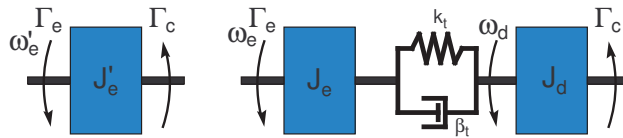


FIG. 5.3 – Modèles de chaîne cinématique à mont de l'embrayage.

$$J'_e \dot{\omega}'_e = \Gamma_e - \Gamma_c \quad (5.25)$$

pour le premier et

$$J_e \dot{\omega}_e = \Gamma_e - k_d \theta_d - \beta_d (\omega_e - \omega_g) \quad (5.26a)$$

$$J_d \dot{\omega}_g = k_d \theta_d + \beta_d (\omega_e - \omega_g) - \Gamma_c \quad (5.26b)$$

$$\dot{\theta}_d = \omega_e - \omega_g \quad (5.26c)$$

pour le deuxième. Les équations (5.26) et (5.25) peuvent s'écrire avec une représentation d'état standard

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u = \mathbf{A}x + \mathbf{B}_e \Gamma_e + \mathbf{B}_c \Gamma_c \quad (5.27a)$$

$$y = \omega_e = \mathbf{C}x \quad (5.27b)$$

avec

$$x = \begin{bmatrix} \omega'_e \end{bmatrix} \text{ ou } x = \begin{bmatrix} \omega_e & \omega_d & \theta_d \end{bmatrix}^T \text{ et } u = \begin{bmatrix} \Gamma_e \\ \Gamma_c \end{bmatrix}$$

Également deux modèles de évolution du couple embrayage ont été retenus : soit une valeur constante

$$\dot{\Gamma}_c = 0 \quad (5.28)$$

soit une variation linéaire

$$\dot{\Gamma}_c = \delta \quad (5.29a)$$

$$\dot{\delta} = 0 \quad (5.29b)$$

Comme pour les modèles de chaîne cinématique les (5.28) et (5.29) peuvent être formulés avec la même représentation d'état

$$\dot{x}_c = \mathbf{A}_c x_c \quad (5.30a)$$

$$y_c = \Gamma_c = \mathbf{C}_c x_c \quad (5.30b)$$

avec

$$x_c = \begin{bmatrix} \Gamma_c \end{bmatrix} \text{ ou } x = \begin{bmatrix} \Gamma_c & \delta \end{bmatrix}^T$$

5.4.3 Observateur entrée inconnue en continu

Si on considère la dynamique du modèle de chaîne cinématique ((5.26) ou (5.25)) couplé au modèle d'entrée inconnue ((5.28) ou (5.29)) on obtient quatre modèles qui ont comme formulation commune

$$\begin{cases} \dot{x}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B}_c \mathbf{C}_c \\ 0 & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} x_o + \mathbf{B}_e \Gamma_e = \mathbf{A}_o x_o + \mathbf{B}_e \Gamma_e \\ y_o = \omega_e = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} x_o = \mathbf{C}_o x_o \end{cases} \quad (5.31)$$

où

$$x_o = \begin{bmatrix} x & x_c \end{bmatrix}^T$$

L'observateur de Luenberger du système (5.31) est

$$\dot{\hat{x}}_o = \mathbf{A}_o \hat{x}_o + \mathbf{B}_e \Gamma_e + \mathbf{K}(y_o - \hat{y}_o) \quad (5.32)$$

$$\begin{aligned} &= (\mathbf{A}_o - \mathbf{C}_o \mathbf{K}) \hat{x}_o + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_e \\ \mathbf{K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_e & y_o \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{A}_{bf} \hat{x}_o + \mathbf{B}_{bf} \begin{bmatrix} \Gamma_e & y_o \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.33)$$

où $\mathbf{K}$ est une matrice de gains telle que la dynamique de l'erreur $x_o - \hat{x}_o$ soit stable.

5.4.4 Échantillonnage non uniforme

Comme souligné précédemment la principale difficulté à surmonter pour l'utilisation de l'observateur à entrée inconnue pour estimer le couple transmis par l'embrayage lors des passages de vitesses et la vitesse de convergence étant donnés les temps de patinage très faibles, de l'ordre d'un dixième de seconde pour des passages montants rapides.

La mesure standard du régime moteur mise à jour deux fois par tour n'est pas suffisante pour ce type d'application car pour un régime moteur de $1800T/min$ on a une fréquence d'échantillonnage de $60Hz$, soit 6 échantillons en total sur la durée de l'engagement. Une mesure du régime moteur mise à jour douze fois par tour, donnée par le temps de passage face au capteur inductif de paquets de cinq dents sur une roue dentée comptant 60, dents est disponible à l'intérieur du contrôle moteur dans le cas sous analyse. Une comparaison entre la mesure de régime avec une mise à jour chaque PMH, la mesure par paquets de cinq dents et une mesure dent par dent, normalement non disponible sur une voiture série, est donnée en figure 5.4. Les oscillations à plus haute fréquence visibles après la synchronisation sont dues à l'acyclisme du moteur.

Le code de l'observateur doit être exécuté à chaque nouvelle mise à jour de l'information régime moteur, c'est-à-dire à chaque passage de cinq dents devant le capteur inductif. Entre chaque PMH le couple moteur Γ_e est considéré constant. A un régime ω_{e0} donné, le prochain échantillon, sous l'hypothèse d'une régime constant, aura une durée $\Delta t = \frac{\pi}{6\omega_{e0}}$. Parce que le temps d'échantillonnage est fonction du régime moteur on ne peut pas obtenir un système aux différences finies par la méthode usuelle.

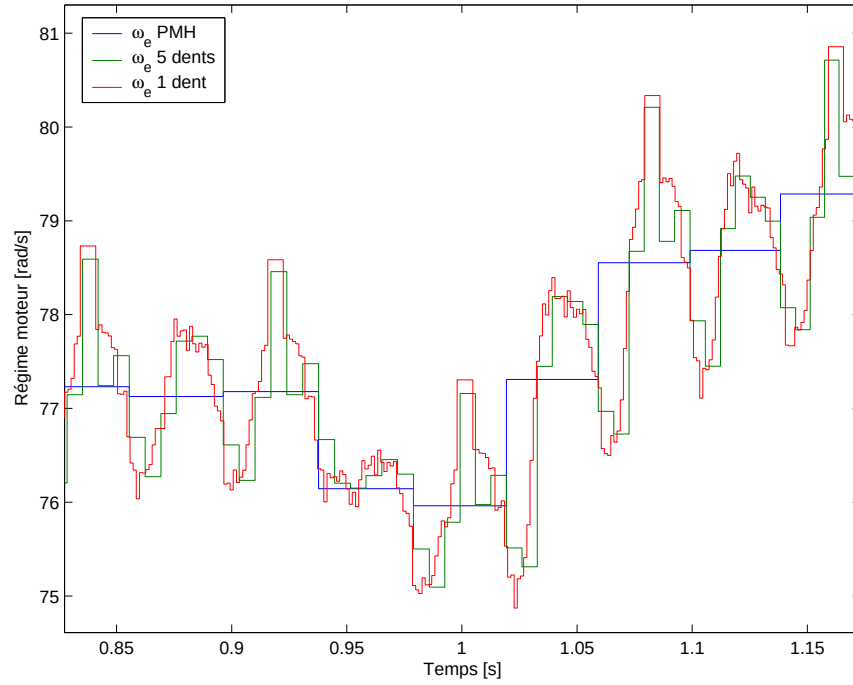


FIG. 5.4 – Comparaison des différentes mesures du régime moteur ; en bleu le régime moteur moyen sur 30 dents (PMH), en vert sur 5 dents (mesure paquets disponible dans le calculateur moteur) et en rouge le régime moteur moyen sur une dent reconstruit directement à partir du signal capteur inductif échantillonnée à $20KHz$.

Échantillonnage exact

Donné un système linéaire continu

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (5.34)$$

$$y = \mathbf{C}x \quad (5.35)$$

sur un intervalle Δt l'évolution de l'état x est

$$x(t + \Delta t) = e^{\mathbf{A}\Delta t}x(t) + \int_t^{t+\Delta t} e^{\mathbf{A}(\Delta t - \tau - t)} \mathbf{B}u(\tau) d\tau$$

Si les signaux $x(t)$ et $u(t)$ sont échantillonnés avec un pas d'échantillonnage variable Δt_k employant un signal de reconstituer $\psi_k(t)$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k(t - \Delta T_k) x_k$$

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \psi_k(t - \Delta T_k) u_k \quad \Delta T_k = \sum_{j=-\infty}^k \Delta t_j$$

on peut écrire

$$x_{k+1} = e^{\mathbf{A}\Delta t_k} x_k + \left[\int_0^{\Delta t_k} e^{\mathbf{A}(\Delta t_k - \tau)} \psi_k(\tau) d\tau \right] \mathbf{B}u_k \quad (5.36)$$

Si on utilise un bloqueur d'ordre zéro la fonction ϕ_k est simplement un créneau sur l'intervalle Δt_k ; (5.36) résulte

$$x_{k+1} = e^{\mathbf{A}\Delta t_k} x_k + \left[\int_0^{\Delta t_k} e^{\mathbf{A}(\Delta t_k - \tau)} d\tau \right] \mathbf{B}u_k \quad (5.37)$$

En définissant

$$\mathbf{A}_d(\Delta t) = e^{\mathbf{A}\Delta t} \quad (5.38a)$$

$$\mathbf{B}_d(\Delta t) = \left[\int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}(\Delta t - \tau)} d\tau \right] \mathbf{B} \quad (5.38b)$$

$$\mathbf{C}_d(\Delta t) = \mathbf{C} \quad (5.38c)$$

on a, enfin, l'équation aux différences finies cherchée

$$x_{k+1} = \mathbf{A}_d(\Delta t_k) x_k + \mathbf{B}_d(\Delta t_k) u_k$$

$$y_k = \mathbf{C}_d(\Delta t_k) x_k$$

Enfin si la matrice $\mathbf{A}$ est inversible, (5.38b) peut s'écrire comme

$$\mathbf{B}_d(\Delta t) = \mathbf{A}^{-1} \left(e^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I} \right) \mathbf{B} \quad (5.39)$$

Échantillonnage approché

Évidemment n'est pas souhaitable de calculer (5.38a), (5.39) et (5.38c) à chaque exécution de l'observateur ou de tabler leur valeur pour des différents Δt . Pour résoudre cette difficulté on approche l'exponentiel de matrice par sa série de Taylor tronquée au deuxième terme. Cette opération est tout à fait équivalente à une approximation d'Euler de la dynamique de l'observateur. Cette approche a été préférée à une approximation bi-linéaire car évite d'introduire un retard d'un échantillon. La comparaison avec la solution exacte permet de vérifier que l'erreur commise est négligeable.

$$e^{\mathbf{A}\Delta t} = \mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta t + o(\Delta t^2) \quad (5.40)$$

En substituant (5.40) dans (5.38a), (5.39) et (5.38c) on obtient

$$\mathbf{A}_d(\Delta t) = \mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta t + o(\Delta t^2) \quad (5.41a)$$

$$\mathbf{B}_d(\Delta t) = \Delta t \mathbf{B} + o(\Delta t^2) \quad (5.41b)$$

$$\mathbf{C}_d(\Delta t) = \mathbf{C} \quad (5.41c)$$

Observateur échantillonné exact

Si on applique l'échantillonnage exact à (5.33) on obtient

$$\begin{aligned} \hat{x}_{o_{k+1}} &= \mathbf{A}_{bf_k}^d \hat{x}_{o_k} + \mathbf{B}_{bf_k}^d \begin{bmatrix} \Gamma_e & y_o \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{bf_k}^d &= e^{\mathbf{A}_{bf} \Delta t_k} \\ \mathbf{B}_{bf_k}^d &= \mathbf{A}_{bf}^{-1} \left(e^{\mathbf{A}_{bf} \Delta t_k} - \mathbf{I} \right) \mathbf{B}_{bf} \\ \Delta t_k &= \frac{\pi}{6\omega_{e_k}} \end{aligned} \quad (5.42)$$

où $\mathbf{A}_{bf}$ et $\mathbf{B}_{bf}$ sont définis en fonction du modèle de chaîne cinématique et d'entrée inconnue choisi. A chaque pas les matrices définissant le système à différences finies sont recalculées en fonction du régime moteur.

Cette solution, évidemment trop coûteuse, a comme seul but de servir de étalon pour valider la solution approchée.

Observateur échantillonné approché

Si on applique l'échantillonnage approché à (5.33) on a

$$\hat{x}_{o_{k+1}} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{bf} \Delta t_k) \hat{x}_k + \Delta t_k \mathbf{B}_{bf} \begin{bmatrix} \Gamma_e & y_o \end{bmatrix} + o(\Delta t_k^2) \quad (5.43)$$

$$\approx (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{bf} \Delta t_k) \hat{x}_k + \Delta t_k \mathbf{B}_{bf} \begin{bmatrix} \Gamma_e & y_o \end{bmatrix} \quad (5.44)$$

$$\Delta t_k = \frac{\pi}{6\omega_{e_k}}$$

Dans le cas de l'échantillonnage approché aucun calcul matriciel complexe est requis et l'observateur se réduit à un système non-linéaire d'équations aux différences finies composé d'un nombre d'équations entre 2 et 5 suivant les modèles choisis.

5.4.5 Résultats

Les quatre observateurs ont été testés à la fois en simulation et avec des mesures effectuées sur une Megane II 2.0 essence (F4R) sur des passages de vitesses montants 1-2.

Les résultats montrent que :

- l'approximation par Euler est très proche de la solution exacte même pour des dynamiques rapides (Fig. 5.5).
- l'estimation de couple est peu bruitée lors qu'on exploite les enregistrements sur voiture en dépit d'une bonne vitesse de convergence.
- En simulation (un tel test n'est pas possible avec des données enregistrées) la vitesse de convergence est suffisamment élevée même lors des passages de vitesses rapides. En Fig. 5.6 on peut constater une estimation du couple embrayage proche du 70% de la valeur effective au moment de la synchronisation.
- Des quatre observateurs approchés le plus prometteur est un observateur avec modèle de chaîne cinématique sans modélisation du DVA et hypothèse de évolution linéaire du couple embrayage.

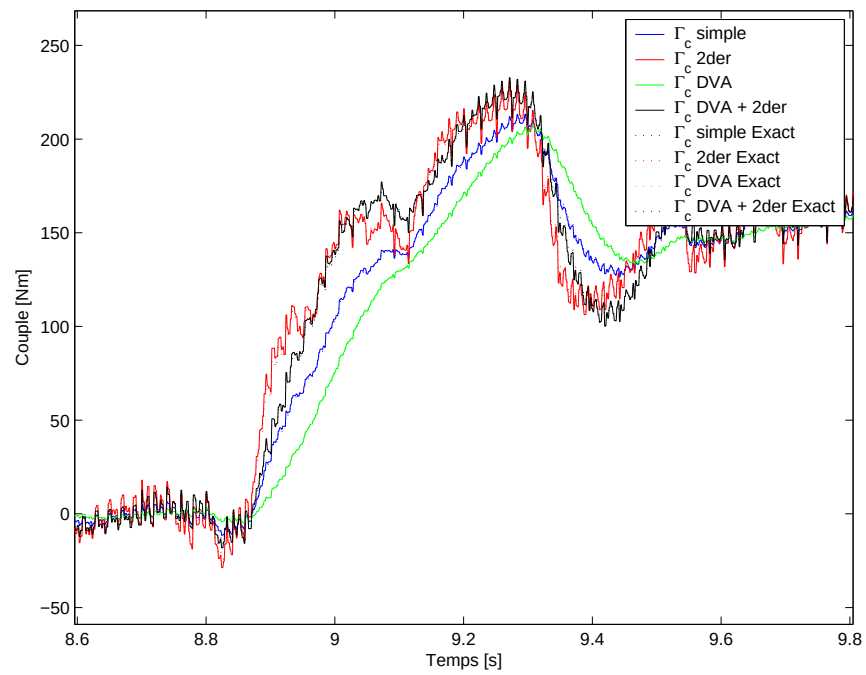


FIG. 5.5 – Résultats des observateurs de couple embrayage sur un passage de vitesses 1-2 sur voiture métier B84-F4R.

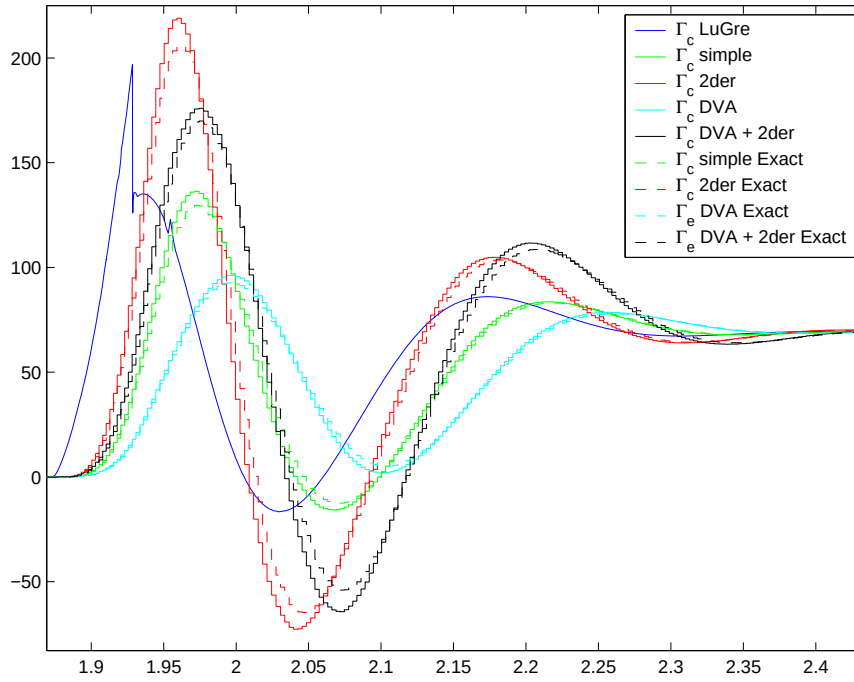


FIG. 5.6 – Résultats des observateurs de couple embrayage sur un passage de vitesses 1-2 très rapide (temps de glissement d'environ $0.05s$), avec modèle de chaîne cinématique B84-F4R à 7 degré de liberté. On remarque la bonne performance des observateurs approchés par rapport aux exacts et la meilleure rapidité de l'observateur sans DVA avec modèle de couple embrayage avec deuxième dérivée constante.

Chapitre 6

Mise en oeuvre et résultats expérimentaux

6.1 Essais effectués

Cette thèse a été motivée initialement par la volonté de comprendre et améliorer le confort d'un véhicule équipé d'une BVM. Ayant considéré pas suffisamment satisfaisantes ses solutions mécaniques simples considérées en début de thèse, l'attention a été portée sur des systèmes actifs comportant un actionneur pour la position de la butée de l'embrayage.

Les stratégies ainsi développées auraient dû être testées, logiquement, sur un véhicule équipé d'un système clutch by wire. Étant ce type de véhicule non disponible pour des essais, les stratégies ont été testées sur un véhicule BVR, n'ayant pas, donc, de pédale d'embrayage. Ces essais ont pu démontrer le bien fondé des conditions de synchronisation optimale et l'agrément subjectif des stratégies d'aide à la synchronisation. L'absence d'une pédale d'embrayage a, par contre, empêché l'étude de l'interaction de la stratégie avec le comportement du conducteur, notamment l'effet de l'absence de salut sur le moment de fermeture complète de l'embrayage.

Dans la suite du chapitre on détaille l'implémentation et les résultats obtenus sur le véhicule prototype Clio II BVR et les mesures et les travaux en cours pour l'intégration de l'observateur à entrée inconnue sur un prototype de la nouvelle génération de contrôle moteur. Tous les essais ont été effectués sur les pistes du Centre Technique Renault de Lardy dans la région parisienne.



FIG. 6.1 – Voiture prototype Clio II 1.5dCi sur le parking de la piste d’essais du Centre Technique de Lardy

6.2 Stratégie d’aide à la *synchronisation* sur Clio II K9K

6.2.1 Prototype Clio II K9K

La voiture utilisée pour les essais de validation de la stratégie d’aide au décollage est un prototype Clio II 1.5 dCi équipée d’une boîte de vitesses JH à cinq rapports contrôlée par un module hydraulique Magneti Marelli. Le module hydraulique, gérant aussi la fermeture et l’ouverture de l’embrayage, n’est pas contrôlé par un calculateur industriel placé sous le capot, comme pour un véhicule de série, mais par une carte de prototypage rapide **dSpace** contenue à l’intérieur d’un ordinateur IBM compatible placé dans le coffre de la voiture.

La figure 6.4 montre le schéma de principe du système de prototypage rapide **dSpace**. Le logiciel de commande complet de la boîte de vitesses est décrit sous **Matlab** à l’aide soit des schémas continus **Simulink**, soit des machines à états finis **Stateflow**, soit à l’aide de s-function en langage C. Ce programme est d’abord traduit en langage C puis chargé sur le microprocesseur

¹Poids minimal d’essai comprenant plein liquides , conducteur et moyens de mesure

6.2. STRATÉGIE D'AIDE À LA SYNCHRONISATION SUR CLIO II K9K97



FIG. 6.2 – Intérieur de l'habitacle, on note à droite l'écran et le clavier reliés au calculateur IBM compatible dans le coffre.

Carrosserie	5 portes (B65)
Moteur	1.5 dCi turbo diesel (K9K)
Cylindrée	$1461cm^3$
Puissance	$70Kw$
Poids véhicule à vide	$990Kg$
Poids véhicule nominal ¹	$1212Kg$
Poids véhicule maximal admis	$1535Kg$
Inertie J'_e	$0.158Kgm^2$
Inertie J'_g	$6.53 \cdot 10^{-3}Kgm^2$
Rayon moyen embrayage r_c	$93.325mm$
Rayon roue R_w	$0.289m$

TAB. 6.1 – Données techniques de la voiture prototype Clio II BVR



FIG. 6.3 – Vue du système de prototypage rapide placé dans le coffre. 1 Batterie alimentant le PC IBM et le rack d'interface - 2 Interrupteur générale - 3 PC IBM compatible - 4 rack d'interface

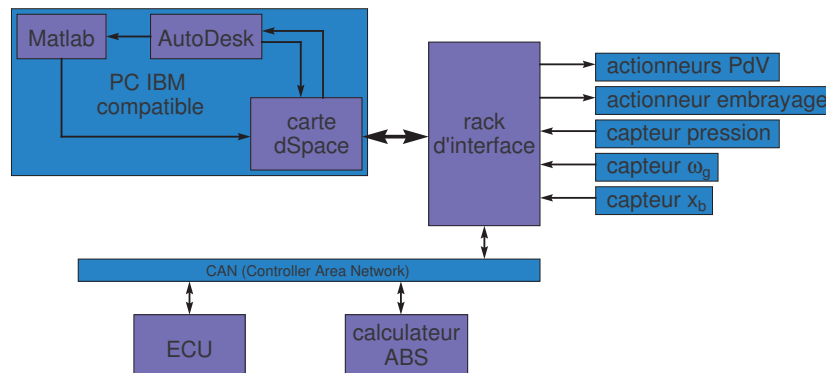


FIG. 6.4 – Schéma de principe des du fonctionnement du système dSpace

intégré dans la carte *dSpace*. Une fois chargé le programme la carte **dSpace**, alimentation à part, peut fonctionner indépendamment du ordinateur PC-IBM. Le programme **AutoDesk** fournit une interface graphique pour interagir avec le programme à la fois en changeant les paramètres de contrôle et en mesurant les variables internes. Ces mesures peuvent, une fois l'acquisition terminée, être exportées sous **Matlab** pour permettre une analyse plus poussée des performances du système. La carte **dSpace** communique, à travers le rack d'interface, avec l'ensemble des capteurs et actionneurs de la BVR et le CAN grâce au quel reçoit les valeurs du régime moteur et couple moteur estimée de la part du ordinateur moteur et la vitesse véhicule de la part des capteurs ABS. Toujours à travers le CAN le contrôleur de la BVR peut effectuer une requête de couple au contrôleur moteur ; cette requête n'est pas prioritaire et elle peut être honorée ou pas.

6.2.2 Séquencement de la commande

Le logiciel de commande implémenté dans la voiture d'essai est un logiciel propriétaire Renault complètement indépendant du logiciel Magneti Marelli utilisé sur les voitures de série.

Dans son ensemble le système de commande BVR est un système hybride, c'est-à-dire mélangeant des parties ayant un vecteur d'état continu¹ et des parties avec un nombre d'états fini. Les différentes phases du fonctionnement de la BVR (décollage, passage de vitesses, rampe, rapport engagé, point mort, etc.) contenues à l'intérieur du module gérant le mode de fonctionnement nominal sont gérées chacune par un module indépendant. Le superviseur du mode nominal active et désactive, selon le besoin, les différents modules. Un schéma de principe est donné en figure 6.6 ; la véritable structure du logiciel de commande est plus complexe à cause des modules gérant les entrées et sorties du système et de l'étroite interaction entre la sécurité de fonctionnement (SFD) et le mode de fonctionnement nominal.

L'implémentation de la stratégie d'aide à la synchronisation détaillée dans la suite de cette section se traduit, donc, dans la création d'un nouveau module de décollage activé quand nécessaire par le superviseur. Le séquençement interne des différentes phases du décollage est géré par le schéma de flot en figure 6.6.

6.2.3 Première phase : boucle ouverte

Lors de l'activation du module, la stratégie d'aide au décollage contrôle le couple embrayage en boucle ouverte grâce à une look-up table en fonction de

¹S'agissant d'un contrôleur numérique le logiciel de commande ne peut être au sens stricte qu'une machine à états finis ; pour simplicité on fait une distinction entre les dynamiques continues échantillonnées et quantisées et les parties de séquençement.

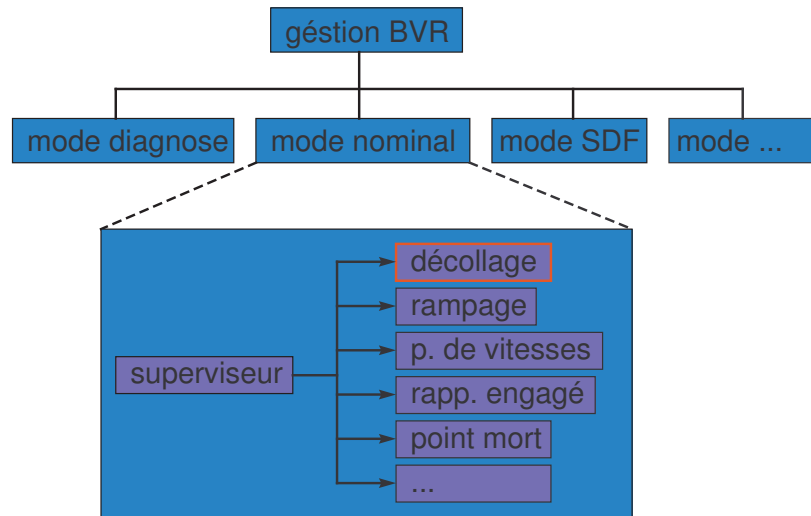


FIG. 6.5 – Schéma de principe de la structure hiérarchique de gestion du fonctionnement de la BVR. En fonctionnement nominal le superviseur gère l'activation des différents modules.



FIG. 6.6 – Schéma de séquençement de la stratégie de synchronisation optimale.

l'enfoncement de la pédale de l'accélérateur x_p . L'objectif principale de cette commande en boucle ouverte est un faible temps de patinage avec un couple embrayage normalement supérieur au couple moteur. Lorsque la vitesse de glissement de l'embrayage y_1 devient inférieure au seuil d'activation y_{act} on passe à la deuxième phase avec l'activation de la commande optimale. Des rampes saturées dont la pente et la valeur finale étaient fonction de x_p ont été utilisées lors des essais comme consigne de couple embrayage. Cette solution, suffisante pour des décollages sur plat et faibles pentes, nécessite l'intégration de l'information régime moteur pour éviter le calage du moteur lors des décollages en forte pente.

6.2.4 Deuxième phase : commande optimale

Lors de l'activation de l'aide à la synchronisation une trajectoire optimale de synchronisation satisfaisant les conditions de synchronisation idéale est

sélectionnée. La consigne optimale de couple embrayage Γ_c^* est générée avec la vitesse de glissement optimale y_1^* par le bloc de génération des trajectoires optimales en fonction du temps d'activation de la stratégie $t - t_0$, du couple moteur à l'instant d'activation $\Gamma_e(t_0)$ et du couple embrayage estimé à instant d'activation $\Gamma_c(t_0)$. L'écart entre la vitesse de glissement effective y_1 et la vitesse optimale y_1^* est utilisé par un bloc de stabilisation qui assure le suivi de la trajectoire optimale grâce à un couple de stabilisation Γ_{stab} . Finalement la somme $\Gamma_c^* + \Gamma_{stab}$ est multipliée par le rapport entre la consigne de couple et le couple estimé à l'instant d'activation t_0 afin de corriger un éventuel erreur de gain sur la fonction $\Gamma_c^{LSQ}(x_b)$ estimée par les couches bas niveau du logiciel de commande. L'estimation du couple transmis n'est pas utilisée directement en feedback car la vitesse de convergence de l'observateur à entrée inconnue implémenté dans la BVR n'est pas suffisante pour une telle application. On a, par contre, une très bonne estimation du couple effectivement transmis par l'embrayage à l'instant t_0 grâce à la consigne en rampe saturée utilisée lors de la phase précédente.

Dans les paragraphes suivants on analyse plus en détail l'implémentation du bloc de génération de trajectoires et de celui de stabilisation des trajectoires.

Génération des trajectoires

Les deux solutions proposées à la fin du troisième chapitre pour la solution du problème de commande optimale en temps fini définissant les trajectoires d'aide à la synchronisation ne sont pas, malheureusement, facilement implémentables en ligne.

La méthode des Lagrangiens dynamiques est limitée à cause du mauvais conditionnement de la matrice φ_{12} ; la nécessité d'utiliser une algèbre à précision variable rends le coût computationnel lié à la solution du problème linéaire (3.20) trop important.

La solution par reconduction à un problème de programmation quadratique sans introduire des simplifications similaires à celle présentées dans le quatrième chapitre est aussi trop coûteuse en temps de calcul pour être implémentable en ligne.

Afin de déplacer la charge de calcul liée à l'optimisation offline une simplification a été introduite.

Sous l'hypothèse d'absence d'oscillations de la chaîne cinématique à l'instant d'activation t_0 , c'est-à-dire $y_2(t_0) = 0$, par simple équilibre des forces et grâce à la relation (3.22) définissant la vitesse d'activation de la commande $y_1(t_0)$,

le vecteur d'état initial du système est

$$x(t_0) = \begin{bmatrix} y_1(t_0) \\ y_2(t_0) \\ \theta(t_0) \\ \Gamma_c(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha(t_s - t_0) \left(\frac{\Gamma_e(t_0)}{J'_e} - \frac{J'_e + J'_g + J'_v}{J'_e(J'_g + J'_v)} \Gamma_c(t_0) \right) \\ 0 \\ \frac{1}{k_t} \frac{J'_v}{J'_g + J'_v} \Gamma_c(t_0) \\ \Gamma_c(t_0) \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$= \mathcal{F}_0(\Gamma_e(t_0), \Gamma_c(t_0)) \quad (6.2)$$

où $\alpha \in (0, 1)$ est un coefficient déterminant la forme de la trajectoire optimale. Les conditions de synchronisation idéale correspondantes sont

$$x(t_s) = \begin{bmatrix} y_1(t_s) \\ y_2(t_s) \\ \theta(t_s) \\ \Gamma_c(t_s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{k_t} \frac{J'_v}{J'_e + J'_g + J'_v} \Gamma_e(t_0) \\ \frac{J'_e + J'_g + J'_v}{J'_e(J'_g + J'_v)} \Gamma_e(t_0) \end{bmatrix} = \mathcal{F}_s(\Gamma_e(t_0), \Gamma_c(t_0)) \quad (6.3)$$

Parce que la trajectoire optimale est déterminée par le vecteur d'état initial et final qui sont fonction seulement de $\Gamma_e(t_0)$ et $\Gamma_c(t_0)$ on peut définir

$$\Gamma_c^*(t) = \mathcal{F}_c(t, \Gamma_e(t_0), \Gamma_c(t_0)) \quad (6.4)$$

$$y_1^*(t) = \mathcal{F}_y(t, \Gamma_e(t_0), \Gamma_c(t_0)) \quad (6.5)$$

Le calcul offline d'une série de trajectoires optimales pour des différents valeurs de $\Gamma_e(t_0)$ et $\Gamma_c(t_0)$ permet d'obtenir un échantillonnage des fonctions (6.4) et (6.5) stockés dans deux look up tables à trois entrées. Les valeurs de couple embrayage et vitesse de glissement optimaux sont obtenus en ligne par simple interpolation $2D + 1$, une véritable interpolation sur trois dimensions n'étant pas nécessaire car, à cause de l'échantillonnage temporel de la commande, on a toujours une valeur exacte sur la dimension du temps.

Comme l'on peut remarquer en figure 3.9 et 3.10 les trajectoires du couple embrayage pour $\alpha = 0.5$ se rapprochent de la droite reliant $\Gamma_e(t_0)$ et $\Gamma_c(t_f)$. Fort de cette constatation les trajectoires

$$\begin{aligned} \Gamma_c^* &= \Gamma_c(t_0) + \frac{\Gamma_c(t_s) - \Gamma_c(t_0)}{t_s - t_0} (t - t_0) \\ y_1^* &= y_1(t_0) + \frac{\Gamma_e(t_0)}{J'_e} (t - t_0) \\ &\quad - \frac{J'_e + J'_g + J'_v}{J'_e(J'_g + J'_v)} \left(\Gamma_c(t_0)(t - t_0) + \frac{\Gamma_c(t_s) - \Gamma_c(t_0)}{(t_s - t_0)} \frac{(t - t_0)^2}{2} \right) \end{aligned}$$

, avec $y_1(t_0)$ donné par (3.22) et $\alpha = 0.5$, ont été aussi implémentées et testées sur le prototype Clio II. Cette solution sous-optimale est suffisamment proche de la vraie solution optimale pour que aucune différence subjective soit perceptible.

Stabilisation des trajectoires

La stabilisation des trajectoires présente deux principales difficultés : un actionneur ayant une bande passante limitée et les oscillations thermo-élastiques de l'embrayage dites broutement.

Les oscillations thermo-élastiques sont dues à l'interaction entre le frottement, la déformation thermique et l'élasticité des surfaces de frottement. Cet effet, analysé pour la première fois par Barber [3], induit la formation de points chauds, dit *hotspotting*, et vibrations qui peuvent réduire considérablement les performances et la vie du système mécanique. La fréquence des oscillations dépend à la fois des caractéristiques des surfaces de frottement et des inerties entraînées ; l'embrayage de la voiture prototype Clio II présente expérimentalement une fréquence d'oscillation pour le premier rapport d'environ $15Hz$ bien visible dans la première partie de la figure 6.7.² Dans la suite de l'exposé on n'analysera pas ultérieurement les causes de cette vibration, on revoie à l'ample littérature disponible [2] [31] [30] pour plus de détail.

L'ensemble de l'actionneur hydraulique de l'embrayage et sa boucle d'asservissement en position butée x_b a été identifié et peut être assimilé à un système de deuxième ordre ayant une fréquence de coupure de $19Hz$ et un amortissement $\zeta = 0.7$. Cette bande passante ne permet pas un contrôle actif du broutement, toute tentative dans cette direction, d'ailleurs, serait ultérieurement compliquée par l'origine fortement non-linéaire des oscillations thermo-élastiques et par la limitation de l'activité de la commande qui n'est pas conçue pour un fonctionnement à haute fréquence.

Le contrôleur

$$\frac{\Gamma_{stab}(s)}{(y_1 - y_1^*)(s)} = \frac{0.1997s^2 - 0.1845s + 0.1327}{s^2 - 1.5024s + 0.5359}$$

est obtenu par synthèse directe imposant en boucle fermée un pôle amorti à $5Hz$ et gardant la résonance naturelle des transmissions pour limiter l'activité de la commande.

La mesure de la vitesse de glissement de l'embrayage est obtenue par soustraction du régime arbre primaire de boîte ω'_g au régime moteur ω'_e . ω'_g est mesuré directement par le contrôleur de la BVR grâce à un capteur inductif visant le pignon de marche arrière ; le régime moteur ω'_e , par contre, est mesuré par le calculateur du contrôle moteur et transmis au contrôleur BVR par CAN. Cette transmission induit un retard Δt sur ω'_e d'environ $0.04s$ et

²On remarque en passant la présence d'une autre oscillation à plus haute fréquence après la synchronisation due à l'acyclisme moteur. Cette vibration est visible sur une mesure d'écart de vitesse à cause du différent filtrage de l'information régime moteur et régime boîte.

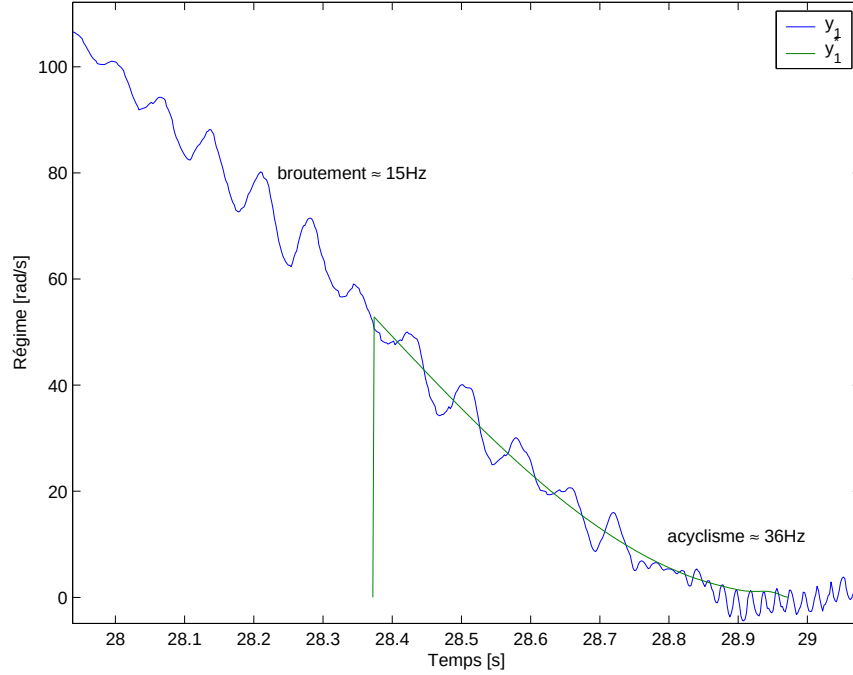


FIG. 6.7 – Exemple de stabilisation de trajectoire avec en bleu la vitesse de glissement de l’embrayage mesurée y_1 et en vert la trajectoire optimale y_1^* . On remarque deux oscillations à différent fréquence, le broutement avant la synchronisation et l’acyclisme moteur après.

une possible manque de mise à jour des échantillons à cause de l’asynchronisme entre la mesure du régime moteur et la mise à jour du registre CAN. Afin de limiter l’influence de ces deux perturbations sur la stabilisation de trajectoire un simple prédicteur d’état

$$\hat{\omega}_e(t) \approx \hat{\omega}_e(t - \Delta t) + \frac{1}{J'_e} \left[\bar{\Gamma}_e(t - \Delta t) - \hat{\Gamma}_c(t - \Delta t) \right] \Delta t$$

a été intégré à l’observateur à entrée inconnue de couple embrayage. La vitesse de glissement de l’embrayage y_1 est, donc, obtenue comme

$$y_1(t) = \hat{\omega}_e(t) - \omega'_g(t)$$

6.2.5 Troisième phase : fermeture de l’embrayage

Après un intervalle $t_s - t_0$ la commande optimale est désactivée et l’embrayage complètement fermé en deux temps : initialement avec une fermeture progressive afin d’annuler l’éventuelle vitesse de glissement restante et puis plus rapidement. On remarque que la phase de fermeture de l’embrayage

ne se termine jamais car pendant la fermeture rapide de l'embrayage le superviseur générale du mode de fonctionnement nominal de la BVR détecte la fin de la phase de décollage et passe dans l'état rapport engagé.

6.2.6 Résultats expérimentaux

Les essais sur piste avec la voiture prototype Clio II on permis de vérifier à la fois le bon fonctionnement de l'implémentation de la stratégie d'aide à la synchronisation détaillée dans les sections précédentes et l'effectif incrément d'agrément de conduite perçu par le conducteur grâce à l'introduction de cette stratégie.

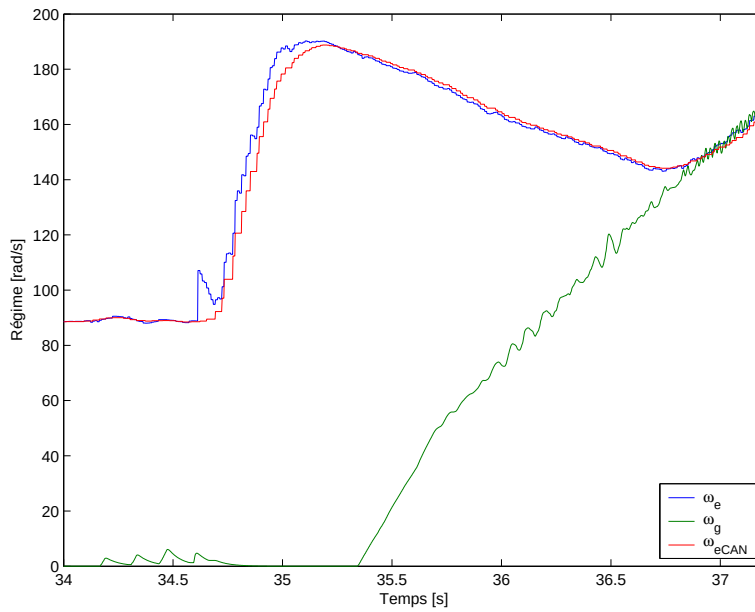


FIG. 6.8 – Enregistrement de décollage sur le plat avec le prototype Clio II BVR illustrant la stratégie d'aide à la synchronisation. La commande optimale est activée peu après 36.4s, l'engagement est complété à 36.9s légèrement en avance par rapport à la fin de trajectoire optimale à 37s.

Les figures 6.8, 6.9, 6.10 et 6.11 montrent les mesures relatives à un décollage sur plat avec poids nominal pour un enfoncement pédale moyen et une durée d'engagement légèrement supérieure à deux secondes. Peu après 36.4s la stratégie d'aide au décollage est activée ; le suivi de la trajectoire optimale de synchronisation induit une réouverture partielle de l'embrayage et une réduction de couple transmis de 70Nm à presque 50Nm face à un couple moteur d'environ 66Nm. Cette réduction comporte une dérivée de la vitesse de glissement nulle à l'instant de synchronisation et l'atteinte des

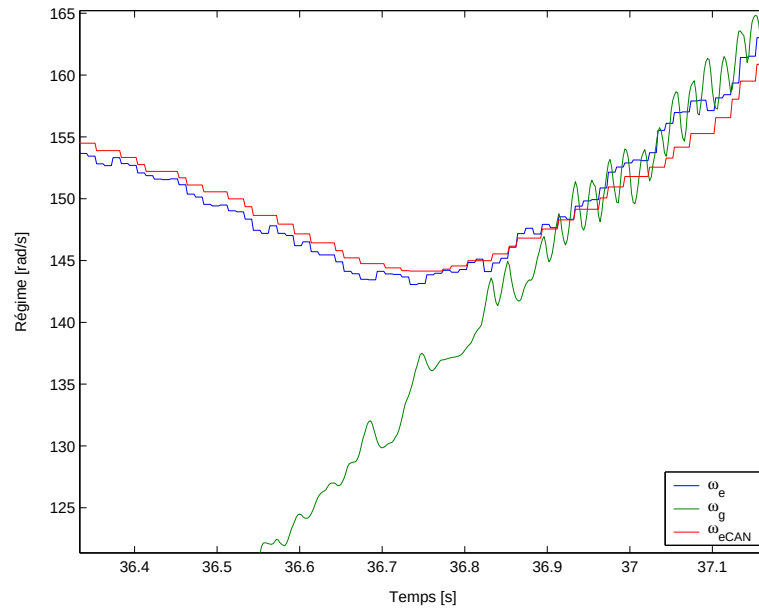


FIG. 6.9 – Détail de la figure 6.8 illustrant l’effet de la réouverture partielle de l’embrayage.

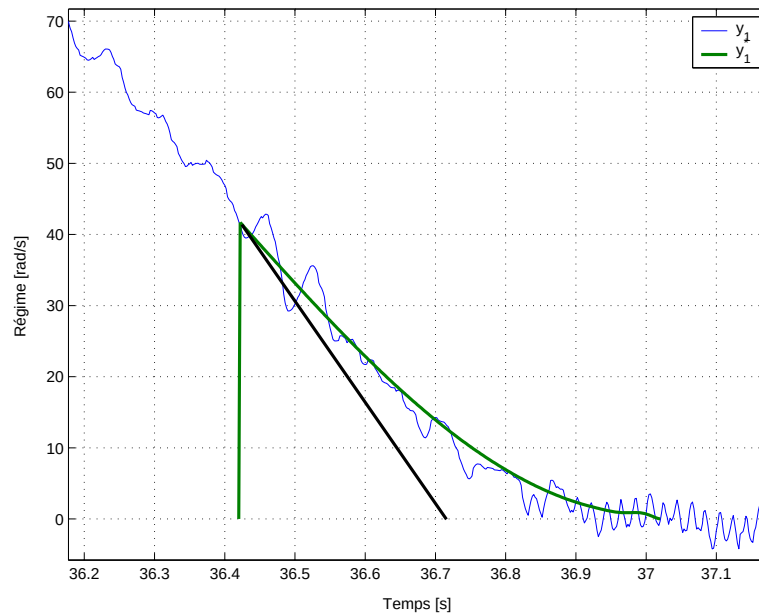


FIG. 6.10 – Vitesse de glissement de l’embrayage relative au décollage en figure 6.8. La trajectoire optimale de référence est tracée en vert ; la ligne droite en noir illustre la trajectoire que aurait suivi la vitesse de glissement en absence de stratégie d’aide à la synchronisation.

6.2. STRATÉGIE D'AIDE À LA SYNCHRONISATION SUR CLIO II K9K107

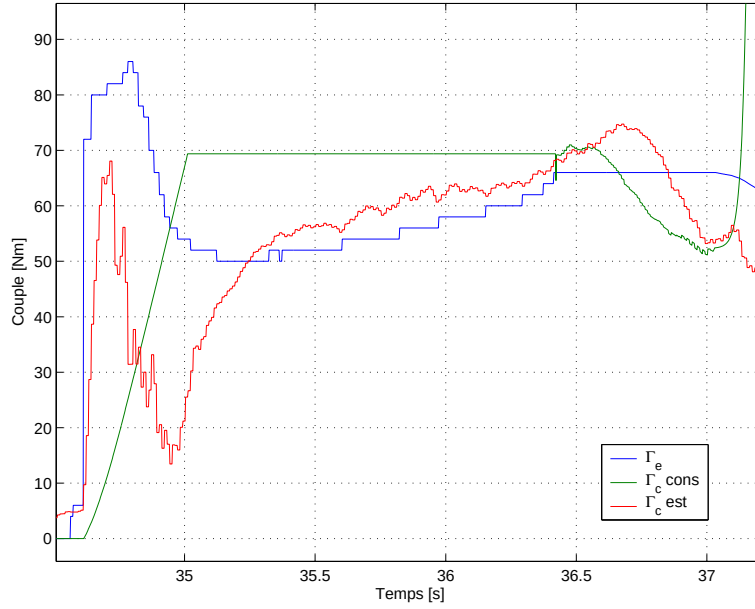


FIG. 6.11 – Couple moteur, consigne couple embrayage et couple embrayage estimé par l'observateur à entrée inconnue pour le décollage en figure 6.8. La réouverture partielle réduit le couple transmis par l'embrayage de presque $70Nm$ à environ $50Nm$ face un couple moteur de $66Nm$.

conditions d'équilibre de la chaîne cinématique. Subjectivement ceci est ressenti par le conducteur comme une transition entre la phase de patinage et la phase d'adhérence presque transparente et très agréable tout en assurant un décollage brillant.

Pour tester la robustesse du système de commande implémentant la stratégie d'aide au décollage la voiture a été chargée avec $400Kg$ de lest pour une masse totale de $1612Kg$, masse supérieure au limite légale de chargement de la voiture. Le décollage a été aussi confortable que dans le cas nominal, la seule différence étant un temps de patinage pendant la première phase en boucle ouverte légèrement plus long.

Chapitre 7

Conclusions et développements futurs

7.1 Conclusions

L'augmentation du couple moteur maximal disponible entraîne l'utilisation d'embrayages ayant une capacité plus élevée. Dans une architecture de transmission manuelle ce choix induit un effort de débrayage à la pédale plus important et une plus faible dosabilité. Ce dernier élément, couplé à la réduction de la raideur des transmissions afin d'améliorer les performances acoustiques de la voiture et la minimisation des frottements afin de réduire la consommation, peut causer des amples oscillations de la chaîne cinématique peu amorties et difficilement évitables par le conducteur lors des décollages et passages de vitesses.

Les solutions employées jusqu'ici pour palier à ces difficultés, notamment l'optimisation du rendement de la commande hydraulique pour contenir l'effort au débrayage et un amortissement actif des oscillations de la chaîne cinématique, ne semblent pas présenter de grands marges d'amélioration et simplement maintenir le niveau de confort actuel sur un nouveau véhicule peut être un défi.

Étant donné que l'architecture à boîte vitesses manuelle (BVM) reste en Europe, le marché principal de Renault, le type de transmission largement majoritaire, une meilleure compréhension de l'agrément de l'embrayage d'une transmission BVM et la recherche de possibles solutions pour l'améliorer ont été le point de départ de cette étude.

En cohérence avec l'approche traditionnelle d'optimisation de la commande hydraulique de l'embrayage, initialement nous nous sommes intéressés à la recherche de solutions mécaniques passives permettant d'améliorer l'agrément de l'embrayage. Les résultats de cette analyse indiquent que tout fil-

trage de la position pédale introduit une difficulté supplémentaire pour le conducteur et induit, finalement, un effet négatif sur le confort.

Une optimisation de la courbe de transmissibilité, c'est-à-dire de la courbe du couple transmissible par l'embrayage pour une position donnée de la pédale, à travers un système de démultiplication variable a été aussi proposée. Cette solution, en principe similaire à la proposition de M. Antony Gauci, responsable prestations client (PPC) agrément embrayage, d'utilisation d'un ressort plat avec saturation à l'intérieur du disque d'embrayage, nécessite une compensation active de l'effort de débrayage.

L'effort de débrayage à la pédale est un aspect important de l'agrément de l'embrayage qui n'a pas été pris en compte dans cette étude. Des solutions d'assistance active à la pédale sont proposées par les fournisseurs mais, à cause de leur coût, pour le moment ne sont pas utilisées sur aucune voiture de série.

L'introduction d'un élément actif sur la commande de l'embrayage ouvre le champ à des solutions novatrices basées sur un pilotage opportun de ce degré de liberté supplémentaire. La réflexion sur ce sujet a abouti à la stratégie d'aide à la synchronisation présentée au cours du troisième chapitre. Cette stratégie peut être à la fois implémentée sur une architecture BVM grâce à un système de découplage partiel de la position de la pédale ou sur un système type clutch-by-wire/boîte vitesses robotisée (BVR) comme simple stratégie de contrôle.

Les tests effectués sur une voiture prototype BVR ont montré la validité de cette proposition et le gain effectif de confort induit par cette stratégie. L'introduction d'un système actif de découplage partiel de la position de la pédale sur une architecture BVM est, cependant, difficilement justifiable d'un point de vue économique.

Un simple système d'assistance active à l'effort de débrayage a un coût prévu par unité d'environ 70 euros ; un système à découplage partiel aurait, vraisemblablement, un coût par unité intermédiaire entre une assistance active d'effort et un module BVR complet coûtant environ 100 euros pièce. Comme dans le cas de l'assistance active d'effort, ce coût supplémentaire n'induit pas une nouvelle fonctionnalité clairement identifiable par le conducteur-acheteur de la voiture au contraire du système BVR qui peut être vendu comme une option d'équipement supplémentaire et où la différence par rapport à une simple BVM est clairement perçue par le conducteur.

Au delà des difficultés techniques spécifiques à la BVM et des raisons économiques précédemment illustrées, un changement plus général de la perception de la voiture pourrait accélérer l'introduction des transmissions partiellement ou complètement automatisées. L'objet voiture, en effet, est de moins en moins associé à une image mentale de sensations fortes, maîtrise du véhicule et moments exceptionnels et de plus en plus considéré comme une

assurant une fonction de locomotion presque quotidienne, moins plaisir de conduite et plus confort. Dans ce cadre plus général, des stratégies de pilotage BVR plus avancées, telles que présentées dans le troisième et quatrième chapitre, permettraient de faciliter la transition d'une BVM à une BVR. Ce type de stratégies, en effet, participe, avec l'introduction des commandes de passage de rapport au volant, à un changement de positionnement de la BVR non plus comme un substitut économique d'une transmission automatique mais comme une transmission manuelle à hautes performances. Ce changement de perspective est aussi, évidemment, aidé par l'adoption de ce type de transmission dans les voitures de compétition F1 et rallye.

7.2 Développements futurs

La stratégie d'aide à la synchronisation a été testée avec succès pour des décollages sur le plat. Pour rendre plus robuste son fonctionnement et permettre les décollages en forte pente il serait souhaitable d'introduire un feedback sur le régime moteur. De plus l'extension de la stratégie aux passages de vitesses devrait être relativement simple car la consigne conducteur, dans ce cas, se limite à la simple impulsion déclenchant le passage de vitesse.

La stratégie de commande par MPC, par contre, a été seulement partiellement implémentée sur voiture le point bloquant étant l'implémentation de la routine de résolution du problème QP sur le système dSpace probablement à cause d'une erreur de gestion de la mémoire. Par manque de temps le problème n'a pas pu être analysé complètement mais les résultats préliminaires semblent indiquer que la charge de calcul demandée par la stratégie est compatible avec le système de contrôle utilisé. Cette voie, en principe très prometteuse car elle permettrait d'éviter la phase de fonctionnement en boucle ouverte qui nécessite une lourde phase de mise au point, reste encore à explorer plus en profondeur à la fois théoriquement et dans son implémentation.

Pour ce que concerne la BVM, par contre, la principale marge de progression que cette recherche a mis en avant est une meilleure gestion du couple moteur grâce à des observateurs de couple transmis par l'embrayage. Un exemple de ces possibilités plus avancées a été présenté dans les cinquième et sixième chapitres et est en cours d'implémentation sur un prototype de contrôle moteur nouvelle génération.

Annexe A

Méthodes d'optimisation

A.1 Méthode des Lagrangiens dynamiques

La méthode des Lagrangiens dynamiques est une extension de la méthode des multiplicateurs de Lagrange aux problèmes de optimisation dynamique.

Un problème d'optimisation dynamique consiste à trouver la fonction $u(t)$ sur un intervalle T donné, éventuellement infini, qui minimise un fonctionnel

$$J[u] = \int_T \mathcal{L}(x, u) dt \quad (\text{A.1})$$

sous les contraintes d'une équation différentielle définissant la dynamique du système et, accessoirement, les états initiaux, finaux et des contraintes d'inégalité supplémentaires.

Le principe consiste à redéfinir à l'aide de variables supplémentaires dites multiplicateurs de Lagrange une nouvelle fonction lagrangienne $\mathcal{L}'$ incluant les contraintes et résoudre le nouveau problème, dit problème dual, d'optimisation sans contraintes ainsi obtenu. La solution du problème dual est, au pire, une borne supérieure de la solution du problème original et coïncide avec la solution cherchée si les conditions de dualité forte sont satisfaites comme dans le cas ici considéré car le problème original est convexe.

Le problème dual est résolu par imposition des conditions KKT. Étant donné que les contraintes ici considérés sont linéaires, par la qualification des contraintes d'Abadie ces conditions sont nécessaires et suffisantes, c'est à dire que tout point les satisfaisant est forcément une solution du problème d'optimisation et à l'inverse toute solution est un point qui les satisfait. Les conditions KKT, par contre, ne sont pas forcément constructives, c'est-à-dire que les équations peuvent ne pas définir complètement la solution.

Dans la suite on analyse en détail l'application de la méthode pour un problème d'optimisation dynamique à temps fini avec des conditions initiales

et finales prescrites sans et avec des conditions d'inégalité supplémentaires. Dans le premier cas on pourra obtenir une solution bien définie, dans le deuxième les conditions KKT ne permettent pas de déterminer complètement la solution.

A.1.1 Optimisation sans contraintes d'inégalité

Le problème d'optimisation dynamique dont on cherche la solution est trouver la fonction $u(t)$ sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ qui minimise le fonctionnel

$$J[u] = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x, u) dt$$

avec

$$\mathcal{L}(x, u) = \frac{1}{2} (x^T \mathbf{Q}x + u^T \mathbf{R}u) \quad (\text{A.2})$$

sous les contraintes suivantes

$$\dot{x} = f(x, u) = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (\text{A.3})$$

$$x(t_0) = x_0 \quad x(t_f) = x_f$$

Comme indiqué précédemment la méthode passe par la définition d'un nouveau Lagrangien

$$\mathcal{L}'(x, \dot{x}, u, \lambda) = \mathcal{L}(x, u) + \lambda^T (f(x, u) - \dot{x})$$

qui conduit au nouveau problème d'optimisation sans contraintes de dynamique : trouver u and λ qui minimisent le fonctionnel

$$J[u, \lambda] = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}'(x, \dot{x}, u, \lambda) dt$$

tels que

$$x(t_0) = x_0 \quad x(t_f) = x_f$$

Si on considère la différence de la valeur du fonctionnel entre $J[x(t), u(t)]$ et $J[x(t) + h_x(t), u(t) + h_u(t)]$ on a

$$\Delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left[\mathcal{L}'(x + h_x, \dot{x} + \dot{h}_x, u + h_u) + \mathcal{L}'(x, \dot{x}, u) \right] dt$$

si on utilise une série de Taylor arrêtée au premier ordre on peut écrire en fonction de $h_x(t)$ et $h_u(t)$

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left[\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} h_x + \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{x}} \dot{h}_x + \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} h_u \right] dt$$

une intégration par parties sur le deuxième terme donne

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \left(\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{x}} \right) h_x dt + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} h_u dt + \left. \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} h_u \right|_{t_0}^{t_f} \quad (\text{A.4})$$

où

$$\left(\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{x}} \right) h_x \Big|_{t_0}^{t_f} = 0$$

car $h_x(t_0) = h_x(t_s) = 0$ à cause des contraintes sur les états initiaux et finaux.

Parce que $h_x(t)$ et $h_u(t)$ sont arbitraires

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} + \frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{x}} &= 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

En développant les calculs précédents

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} &= \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial x} = x^T \mathbf{Q} + \lambda^T \mathbf{A} \\ \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{x}} &= -\lambda^T \\ \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} &= \frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial u} = u^T \mathbf{R} + \lambda^T \mathbf{B} \end{aligned}$$

on obtient une équation différentielle définissant l'évolution des variables de Lagrange et la relation entre la commande optimale et les multiplicateurs de Lagrange.

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{Q}x - \mathbf{A}^T \lambda \quad (\text{A.6})$$

$$u = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \lambda \quad (\text{A.7})$$

Ces deux équations, dites *Secondary KKT Conditions*, et la dynamique du système original (A.3), dite *Primary KKT Condition* définissent le problème aux valeurs de frontière en deux points (TPBVP) recherché.

A.1.2 Optimisation sous contraintes d'inégalité

Le problème d'optimisation considéré est trouver la fonction $u(t)$ sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ qui minimise

$$J[u] = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x, u) dt$$

avec

$$\mathcal{L}(x, u) = \frac{1}{2} (x^T \mathbf{Q}x + u^T \mathbf{R}u)$$

en respectant les contraintes

$$\dot{x} = f(x, u) = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$

$$x(t_0) = x_0 \quad x(t_f) = x_f$$

$$h(x, u) = \begin{bmatrix} u \\ -\mathbf{C}x \end{bmatrix} \leq 0$$

Comme dans le cas précédent on définit un nouveau Lagrangien

$$\mathcal{L}'(x, \dot{x}, u) = \mathcal{L}(x, u) + \lambda^T (f(x, u) - \dot{x}) + \mu^T (h(x, u) + s^2)$$

qui définit le problème dual. L'intégration des contraintes d'inégalité a introduit une nouvelle série de multiplicateurs de Lagrange μ et des variables accessoires s dites *slack variables* qui ont pour objectif de transformer les contraintes d'inégalité en contraintes d'égalité.

Les équations (A.1.1), (A.1.1) et (A.4) sont toujours valides et donnent (A.5). Si on calcule les partiels

$$\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial x} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial x} + \mu^T \frac{\partial h}{\partial x} = x^T \mathbf{Q} + \lambda^T \mathbf{A} + \mu^T \begin{bmatrix} 0 \\ -\mathbf{C} \end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial \dot{x}} = -\lambda^T$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}'}{\partial u} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u} + \lambda^T \frac{\partial f}{\partial u} + \mu^T \frac{\partial h}{\partial u} = u^T \mathbf{R} + \lambda^T \mathbf{B} + \mu^T \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

on obtient les *KKT Secondary Conditions*

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{Q}x - \mathbf{A}^T \lambda - \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{C} \end{bmatrix} \mu$$

$$u = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \lambda - \mathbf{R}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mu$$

$$\mu \geq 0$$

qui, avec la condition dite de *Complementary Slackness*

$$\mu^T \begin{bmatrix} u \\ -\mathbf{C}x \end{bmatrix} = 0$$

et les *KKT Primary Conditions*

$$\dot{x} = f(x, u) = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$

$$h(x, u) = \begin{bmatrix} u \\ -\mathbf{C}x \end{bmatrix} \leq 0$$

forment l'ensemble des conditions KKT pour le problème considéré. Les multiplicateurs de Lagrange μ relatifs aux contraintes d'inégalité ne sont pas complètement définis par les équations précédentes. Dans ce cas les conditions KKT ne sont pas constructives et ne fournissent donc pas une solution au problème d'optimisation. Pour ce cas la méthode de reconduction par échantillonnage à un problème de programmation quadratique a été employé avec succès.

A.2 Solution alternative du TPBVP par fonctions génératrices

La commande optimale $u(t)$, dans le cas d'optimisation sans contraintes d'égalité, est défini comme la solution du TPBVP

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}_e \Gamma_e + \mathbf{B}_c u \quad (\text{A.8a})$$

$$\dot{\lambda} = -\mathbf{Q}x - \mathbf{A}^T \lambda \quad (\text{A.8b})$$

$$u = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}_c^T \lambda \quad (\text{A.8c})$$

formé par l'ensemble de la *Primary KKT condition* A.3 et les deux *Secondary KKT conditions*.

Deux méthodes de résolution de ce problème ont été présentées dans le troisième chapitre : la méthode itérative par shooting et la solution analytique par exponentiel de matrice. Une méthode alternative de résolution des TPBVP utilise les propriétés des systèmes Hamiltoniens, plus en particulier les transformation canoniques définies par une fonction génératrice, pour obtenir le vecteur λ_0 . Cette méthode plutôt complexe, à la fois pour son niveau mathématique et sa mise en œuvre, est la seule solution disponible pour des problèmes de commande optimale en temps fini sur des intervalles très longs. L'exemple le plus courant dans la littérature de ce type de problèmes est la planification d'un changement d'orbite ou d'un rendez-vous pour des satellites ayant un système de propulsion trop faible pour que l'approximation de changement de direction impulsional soit valable.

Le TPBVP précédent peut être écrit sous la forme d'un système hamiltonien en forme canonique homogène plus une partie forcée due au couple moteur Γ_e

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H(y, \lambda, u)}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial H(y, \lambda, u)}{\partial y} \end{bmatrix} + \mathbf{B}_e \Gamma_e$$

où $H(x, \lambda, u) = \mathcal{L}(x, u) + \lambda^T (\mathbf{A}x + \mathbf{B}_c u)$ est l'Hamiltonien ; $\mathcal{L}(x, u)$ est le Lagrangien défini par (A.2). $x \in \mathbb{R}^n$ sont les états du système sujet à la commande optimale et $\lambda \in \mathbb{R}^n$ les co-états ou multiplicateurs de Lagrange correspondants.

La méthode de résolution des TPBVP par dynamique hamiltonienne et fonction génératrices décrit dans [26] et [17] s'applique qu'aux systèmes hamiltonien homogènes, c'est à dire aux problèmes de commande où toutes les entrées du système sont des entrées contrôlées.

Grâce à la linéarité du système on peut séparer la réponse libre $z_{free}(t)$ du système de la réponse forcée $z_{\Gamma_e}(t)$

$$z(t) = e^{\mathbf{A}t}z_0 + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(\tau-t)}\mathbf{B}_e\Gamma_e(\tau)d\tau = z_{free}(t) + z_{\Gamma_e}(t)$$

Parce que le couple moteur Γ_e est supposé indépendant de la dynamique du système la réponse forcée peut être calculée facilement par intégration directe avant la solution du problème de commande optimale.

Le vecteur des co-états initiaux $\lambda(t_0) = \lambda_0$, solution du TPBVP

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \mathbf{A}z + \mathbf{B}_e\Gamma_e \\ x(t_0) &= x_0 \quad x(t_s) = x_s \end{aligned}$$

est aussi la solution du TPBVP homogène

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \mathbf{A}z \\ x(t_0) &= x_0 \quad x(t_s) = x_s - x_{\Gamma_e}(t_s) \end{aligned}$$

avec

$$z_{\Gamma_e}(t_s) = \int_{t_0}^{t_s} e^{\mathbf{A}(\tau-t_s)}\mathbf{B}_e\Gamma_e(\tau)d\tau = \begin{bmatrix} x_{\Gamma_e}(t_s) & \lambda_{\Gamma_e}(t_s) \end{bmatrix}^T$$

À fin de mieux comprendre la solution du TPBVP homogène par la méthode des fonctions génératrices on rappelle le principe d'Hamilton, dit aussi principe de l'effort minimum, et la définition d'une transformation canonique entre espaces de phases étendus.

Définition 1 (Principe d'Hamilton) *Par principe de Hamilton la trajectoire dans l'espace de phases du système hamiltonien rend extremal l'intégral*

$$\int_{t_0}^{t_f} [\lambda \dot{y}^T - H(y, \lambda, t)] dt = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x, u) dt$$

donc

$$\delta \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x, u) dt = 0$$

Définition 2 (Espace des phases étendu) *Soit $P \in \mathbb{R}^{2n}$ un espace des phases, $P \times \mathbb{R}$ est dit espace de phases étendu (par le temps).*

Définition 3 (Transformation canonique) *Un map $f : P_1 \times \mathbb{R} \rightarrow P_2 \times \mathbb{R}$ est dite transformation canonique si :*

- *f est un isomorphisme C^∞*
- *f n'affecte pas le temps c'est-à-dire $\exists g_T(z)$ tel que $f(z, t) = (g_T(z), t)$*
- *f maintient la forme canonique des équations d'Hamilton*

Le dernier point est équivalent à assurer que existe un hamiltonien K après la transformation $(X, \Lambda) = f(x, \lambda)$ tel que la dynamique du système résulte

$$\begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{\Lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial K}{\partial \Lambda} \\ \frac{\partial K}{\partial X} \end{bmatrix}$$

A.2.1 Fonction génératrices

Le principe d'Hamilton, invariant par rapport aux transformations canoniques, implique que

$$\lambda \dot{x} - H = \Lambda \dot{X} - K + \frac{dF}{dt} \quad (\text{A.9})$$

où F est une fonction, dite génératrice, définissant la transformée canonique. En principe cette fonction dépend de $4n+1$ paramètres, c'est à dire de x, λ, X, Λ and t mais à cause des $2n$ contraintes imposées par la transformation canonique f , F est fonction de $2n+1$ paramètres seulement. Parmi toutes les possibles choix des paramètres indépendants des fonctions génératrices il y a quatre formes classiques

$$F_1(x, X, t) \quad F_2(x, \Lambda, t) \quad F_3(\lambda, X, t) \quad F_4(\lambda, \Lambda, t)$$

Calculant la dérivée totale dF/dt pour les deux premières formes classiques des fonctions génératrices et injectant le résultat dans A.9 on obtient, sous l'hypothèse que les paramètres soient indépendants

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\partial F_1(x, X, t)}{\partial x} & \lambda &= \frac{\partial F_2(x, \Lambda, t)}{\partial x} \\ \Lambda &= -\frac{\partial F_1(x, X, t)}{\partial X} & X &= -\frac{\partial F_2(x, \Lambda, t)}{\partial \Lambda} \end{aligned}$$

$$H(x, \lambda, t) + \frac{\partial F_1(x, X, t)}{\partial t} = K(X, \Lambda, t) \quad H(x, \lambda, t) + \frac{\partial F_2(x, \Lambda, t)}{\partial t} = K(X, \Lambda, t)$$

Les équations de la dernière ligne sont connues comme Hamilton-Jacobi PDEs ; leur solution permet de obtenir la fonction génératrice recherché.

Une fois obtenue une fonction génératrice dans une des quatre formes classique on peut obtenir les autres employant une transformée de Legendre.

A.2.2 Flot du système hamiltonien

Le flot $\phi : (y(t_0), \lambda(t_0), t) \rightarrow (y(t), \lambda(t), t)$ du système hamiltonien est une transformation canonique. Pour un système linéaire le flot est communément exprimé par l'exponentiel de matrice :

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ \lambda(t) \end{bmatrix} = e^{A_L(t-t_0)} \begin{bmatrix} x_0 \\ \lambda_0 \end{bmatrix}$$

L'intérêt de la résolution du TPBVP par moyen des fonctions génératrices est d'obtenir la même relation sans employer l'exponentiel de matrice qui induit des difficultés numériques.¹

Dans le formalisme précédent :

$$X = x(t_0) = x_0 \quad \Lambda = \lambda(t_0) = \lambda_0$$

Le système hamiltonien correspondant résulte :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 = 0 \\ \dot{\lambda}_0 = 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial K(x_0, \lambda_0, t)}{\partial \lambda_0} \\ \frac{\partial K(x_0, \lambda_0, t)}{\partial x_0} \end{bmatrix}$$

Parce que K est constante on peut assumer $K \equiv 0$ sans perte de généralité.

A.2.3 Solution du TPBVP

La première forme classique $F_1(x, x_0, t)$ de la fonction génératrice est la plus indiqué pour la résolution du TPBVP car :

$$\lambda_0 = \left. \frac{\partial F_1(x, x_0, t)}{\partial x} \right|_{x=x_f, t=t_f} \quad (\text{A.10})$$

Malheureusement cette fonction génératrice n'est pas directement calculable à partir de l'équation de Hamilton-Jacobi parce que en t_0 l'hypothèse d'indépendance des paramètres n'est pas vérifiée : $F_1(x_0, x_0, t_0)$.

La solution à cette difficulté proposé en [17] consiste à calculer la fonction génératrice $F_2(x, \lambda_0, t)$, qui maintien l'indépendance des paramètres aux deux extrêmes, à partir de l'équation de Hamilton-Jacobi :

$$H(x, \lambda, t) + \frac{\partial F_2(x, \lambda_0, t)}{\partial t} = 0$$

et obtenir $F_1(x, x_0, t_0)$ par transformation de Legendre :

$$F_1(x, x_0, t) = F_2(x, \lambda_0, t) - x_0^T \lambda_0 \quad (\text{A.11})$$

¹Cette méthode permet aussi la solution analytique approché de problèmes de commande optimale en temps fini de modèles non-linéaires.

pour enfin obtenir le vecteur des co-états initiaux λ_0 .

La commande optimale d'un système linéaire

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$$

en temps fini avec une fonction de coût quadratique

$$J[u] = \int_{t_0}^{t_s} [x^T \mathbf{Q}x + u^T \mathbf{R}u] dt$$

induit un Hamiltonien quadratique

$$H(x, \lambda, t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{A}^T \\ \mathbf{A} & -\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix}$$

qui permet d'exprimer la fonction F_2 génératrice comme

$$F_2(x, \lambda_0, t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} x \\ \lambda_0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{xx} & \mathbf{F}_{x\lambda_0} \\ \mathbf{F}_{x\lambda_0}^T & \mathbf{F}_{\lambda_0\lambda_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda_0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Injectant (A.12) dans l'équation PDE de Hamilton-Jacobi relative à F_2 on a le système d'équations différentielles matricielles

$$\dot{\mathbf{F}}_{xx} + \mathbf{Q} + \mathbf{F}_{xx}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{F}_{xx} - \mathbf{F}_{xx}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{F}_{xx} = 0 \quad (\text{A.13a})$$

$$\dot{\mathbf{F}}_{x\lambda_0} + \mathbf{A}^T\mathbf{F}_{x\lambda_0} - \mathbf{F}_{xx}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{F}_{x\lambda_0} = 0 \quad (\text{A.13b})$$

$$\dot{\mathbf{F}}_{\lambda_0\lambda_0} - \mathbf{F}_{x\lambda_0}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{F}_{x\lambda_0} = 0 \quad (\text{A.13c})$$

ayant comme conditions initiales

$$\mathbf{F}_{xx}(t_0) = 0_{n \times n} \quad \mathbf{F}_{x\lambda_0}(t_0) = I_{n \times n} \quad \mathbf{F}_{\lambda_0\lambda_0}(t_0) = 0_{n \times n}$$

Une fois résolu le système d'équations (A.13) la fonction génératrice F_1 est définie par la transformation de Legendre (A.11). Grâce à la relation (A.10) on a, enfin,

$$\lambda_0 = \mathbf{F}_{\lambda_0\lambda_0}^{-1}(t_s) [x_0 - \mathbf{F}_{\lambda_0x}(t_s)x_s]$$

Cette solution est numériquement stable mais très complexe, nécessitant la résolution d'un système de 48 équation différentielles. Dans notre cas la solution par reconduction à un problème de programmation quadratique, illustrée dans la section suivante, est faisable en raison d'un intervalle d'optimisation relativement restreint. Cette autre approche cumule les avantages d'être à la fois plus simple et rapide et de permettre l'intégration de contraintes d'inégalité; elle a été, donc, retenue comme solution de choix pour la résolution du problème d'optimisation.

A.3 Reconduction à un problème de Programmation Quadratique (QP)

Le problème d'optimisation original est trouver la fonction $u(t)$ définie sur l'intervalle $T = [t_0, t_s]$ qui minimise le fonctionnel

$$J[u] = \int_{t_0}^{t_f} \mathcal{L}(x, u) dt$$

avec

$$\mathcal{L}(x, u) = \frac{1}{2} (x^T \mathbf{Q}x + u^T \mathbf{R}u)$$

et sujet aux contraintes

$$\dot{x} = f(x, u) = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (\text{A.14})$$

$$x(t_0) = x_0 \quad x(t_f) = x_f \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{A}_c x \leq \mathbf{B}_c$$

Pour se reconduire à une formulation d'un problème de programmation quadratique, c'est-à-dire un problème d'optimisation d'un vecteur, on effectue un échantillonnage afin de se limiter aux valeurs discrets u_k de la fonction $u(t)$ aux instants d'échantillonnage t_k . La solution du problème d'optimisation est, donc, le vecteur

$$\bar{u} = [u_0 \quad u_1 \quad \dots \quad u_{N-1}]^T$$

où N est le nombre total d'échantillons sur l'intervalle T .

Si on itère l'équation de la dynamique du système discrétisée

$$x_{k+1} = A_d x_k + B_d u_k$$

on a

$$x_k = A_d^k x_0 + A_d^{k-1} B_d u_0 + A_d^{k-2} B_d u_1 + \dots + A_d B_d u_{k-2} + B_d u_{k-1}$$

définissant l'échantillon x_k en fonction de l'état initiale x_0 et des valeurs u_i avec $i \in [0, k-1]$.

Cette relation peut être mise en forme matricielle

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_d & 0 & \dots & 0 \\ A_d B_d & B_d & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_d^{N-1} B_d & A_d^{N-2} B_d & \dots & B_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ \vdots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_d \\ A_d^2 \\ \vdots \\ A_d^N \end{bmatrix} x_0$$

En forme compacte elle donne la relation

$$\bar{x} = E\bar{u} + Fx_0 \quad (\text{A.16})$$

liant le vecteur $\bar{x}$ des états du système à l'état initial du système x_0 et aux instants d'échantillonnage au vecteur cherché $\bar{u}$ formé par les valeurs discrets de la fonction $u(t)$.

Suite à l'échantillonnage le fonctionnel intégral est substitué par la somme

$$J[\bar{u}] = \sum_{k=1}^N x_k^T \mathbf{Q} x_k + \sum_{k=0}^{N-1} u_k^T \mathbf{R} u_k$$

ou en forme vectorielle

$$\begin{aligned} J[\bar{u}] &= \begin{bmatrix} x_1 & \dots & x_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{Q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_N \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} u_0 & \dots & u_{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_0 \\ \dots \\ u_{N-1} \end{bmatrix} \quad (\text{A.17}) \\ &= \bar{x}^T \bar{\mathbf{Q}} \bar{x} + \bar{u}^T \bar{\mathbf{R}} \bar{u} \end{aligned}$$

En injectant (A.16) dans (A.17) on a, enfin, une fonction de coût en représentation standard de la programmation quadratique

$$J = \bar{u}^T (E^T \bar{\mathbf{Q}} E + \bar{\mathbf{R}}) \bar{u} + x_0^T F^T \bar{\mathbf{Q}} E \bar{u}$$

La contrainte d'égalité (A.14) liée à la dynamique du système à été noyée par substitution dans la fonction de coût. Restent à intégrer les conditions initiales et finales (A.15) et les contraintes d'inégalité.

A partir de la dernière ligne de l'équation (A.16) on a

$$x_s = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d^{N-1} \mathbf{B}_d & \dots & \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \bar{u} + \mathbf{A}^N x_0$$

et, donc, en représentation standard

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d^{N-1} \mathbf{B}_d & \dots & \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \bar{u} &= x_s - \mathbf{A}^N x_0 \\ \mathbf{A}_{eq} \bar{u} &= b_{eq} \end{aligned}$$

Les contraintes d'inégalité en forme vectorielle résultent

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_c & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_c \\ \dots \\ b_c \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{A}}_c \bar{x} = \bar{b}_c$$

en injectant (A.16) on a enfin

$$\bar{\mathbf{A}}_c \mathbf{E} \bar{u} = \bar{b}_c$$

$$\mathbf{A}_{in} \bar{u} = b_{in}$$

L'échantillonnage transforme, donc, le problème d'optimisation dynamique en problème d'optimisation statique sous la forme standard d'une programmation quadratique :

Trouver le vecteur $\bar{u}$ qui minimise

$$J = \bar{u}^T (E^T \bar{Q} E + \bar{R}) \bar{u} + x_0 F^T \bar{Q} E \bar{u}$$

sous les contraintes

$$\mathbf{A}_{eq} \bar{u} = b_{eq}$$

$$\mathbf{A}_{in} \bar{u} = b_{in}$$

Annexe B

Démonstration du Théorème 1

Lemma 2 *Le système Linéaire Temps Invariant :*

$$\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u \quad (\text{B.1a})$$

$$y = \mathbf{C}x + \mathbf{D}u \quad (\text{B.1b})$$

est stable avec un gain $\mathcal{L}_p$ fini pour chaque $p \in [1, \infty]$ si $\mathbf{A}$ est Hurwitz. En plus la relation

$$\|y\|_{\mathcal{L}_p} \leq \gamma \|u\|_{\mathcal{L}_p} + \beta$$

est satisfaite pour :

$$\gamma = \|\mathbf{D}\|_2 + \frac{2\lambda_{\max}^2(\mathbf{P})\|\mathbf{B}\|_2\|\mathbf{C}\|_2}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})} \quad (\text{B.2})$$

$$\beta = \rho\|\mathbf{C}\|_2\|x_0\|\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{\lambda_{\min}(\mathbf{P})}} \quad (\text{B.3})$$

$$\rho = \begin{cases} 1, & \text{si } p = \infty \\ \left(\frac{2\lambda_{\max}(\mathbf{P})}{p}\right)^{1/p}, & \text{si } p \in [1, \infty) \end{cases}$$

avec $\mathbf{P}$ solution de l'équation de Riccati $\mathbf{P}\mathbf{A} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} = -\mathbf{I}$.

Démonstration 2 *Ce lemme est le Corollaire 5.2 du Théorème 5.1 à page 202 du [19].*

Démonstration 3 *Par simple substitution*

$$\dot{\tilde{x}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\tilde{x} + \mathbf{W}_1\epsilon_1 - \mathbf{K}\mathbf{W}_2\epsilon_2$$

Par hypothèse $A - KC$ est diagonalisable, c'est-à-dire existe un changement de coordonnées

$$\tilde{x} = Tz \quad (\text{B.4})$$

tel que

$$\dot{z} = Dz + \bar{B}_1\epsilon_1 + \bar{B}_2\epsilon_2 \quad (\text{B.5})$$

où $D = T^{-1}(A - KC)T$ est une matrice diagonale, $\bar{B}_1 = T^{-1}W_1$ and $\bar{B}_2 = T^{-1}KW_2$. En plus T a comme colonnes les vecteurs propres de $A - KC$ qui sont définis au moins d'une constante multiplicative. Ce degré de liberté permet d'imposer $\|T\|_2 = 1$ sans perte de généralité. Parce que $P = -2D^{-1}$ est la solution de l'équation de Lyapunov $D^T P + PD = -I$ on a la relation suivante :

$$\lambda_{\max}(P) = -1/(2\lambda_{\min}(A - KC)) \quad (\text{B.6a})$$

$$\lambda_{\min}(P) = -1/(2\lambda_{\max}(A - KC)) \quad (\text{B.6b})$$

Appliquant à le principe de superposition, le Lemme 2 et la relation entre les valeurs propres B.6 au système B.5 on a :

$$\|z\|_{\mathcal{L}_p} \leq \gamma_1 \|\epsilon_1\|_{\mathcal{L}_p} + \gamma_2 \|\epsilon_2\|_{\mathcal{L}_p} + \beta \quad (\text{B.7})$$

$$\gamma_1 = -\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}^2} \|\bar{B}_1\|_{\mathcal{L}_p} \quad \gamma_2 = -\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}^2} \|\bar{B}_2\|_{\mathcal{L}_p} \quad (\text{B.8})$$

$$\beta = \rho \|z(0)\| \sqrt{\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}} \quad (\text{B.9})$$

$$\lambda_{\max} = \max\{\lambda(D)\} \quad (\text{B.10})$$

$$\lambda_{\min} = \min\{\lambda(D)\} \quad (\text{B.11})$$

Parce que $\lambda(D) = \lambda(A - KC)$ et $\|\tilde{x}\|_{\mathcal{L}_p} = \|Tz\|_{\mathcal{L}_p} \leq \|T\|_2 \|z\|_{\mathcal{L}_p} = \|z\|_{\mathcal{L}_p}$ on a l'énoncé. $\square$

Bibliographie

- [1] S. Agrawal and B. Fabien. *Optimisation of Dynamic Systems*. ???, 1994.
- [2] A. E. Anderson and R. Knapp. Hot spotting in automotive friction systems. *Proc. of International Conference on Wear of Materials*, 1990.
- [3] J. Barber. Thermoelastic instabilities in the sliding of conforming solids. *Proc. R. Soc. Lond.*, A312 :381–394, 1969.
- [4] G. Bastin and M. Gevers. Stable adaptive observers for nonlinear time varying systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 33(7) :650–658, 1988.
- [5] A. Bemporad, F. Borrelli, L. Glielmo, and F. Vasca. Hybrid control of dry clutch engagement. *Proc. of European Control Conf.*, 2001.
- [6] G. Besançon. Remarks on nonlinear adaptive observer design. *Systems and Control Letters*, 41(4) :271–280, 2000.
- [7] O. H. Bosgra and H. Kwakernaak. Design methods for control systems. *Notes for a course of the Dutch Institute of Systems and Control Winter term 2000/2001*.
- [8] C. Commault, J. Dion, O. Sename, and R. Monteyian. Unknown input observer - a structural approach. *Proc. ECC congress*, 2001.
- [9] C. Canudas de Wit, M. Petersen, and A. Shiriaev. A new nonlinear observer for tire/road distributed contact friction. *Proc. of the Conf. on Decision and Control*, 2003.
- [10] P. Dolcini, C. Canudas de Wit, and H. Béchart. Improved optimal control of dry clutch engagement. *Proc. 16th IFAC World Conference Prague*, 2005.
- [11] P. J. Dolcini. Etude de dosabilité d’un embrayage. Technical report, Renault SAS, 2002.
- [12] J. Fredriksson and B. Egardt. Nonlinear control applied to gearshifting in automated manual transmissions.
- [13] F. Garofalo, L. Glielmo, L. Iannelli, and F. Vasca. Smooth engagement of automotive dry clutch. *Proc. of the 40th IEEE CDC*, pages 529–534, 2001.

- [14] F. Garofalo, L. Glielmo, L. Iannelli, and F. Vasca. Optimal tracking for automotive dry clutch engagement. *Proc. of the 15th IFAC congress*, 2002.
- [15] L. Glielmo and F. Vasca. Optimal control of dry clutch engagement. *SAE*, (2000-01-0837), 2000.
- [16] G. C. Goodwind, M. S. Seron, and J. A. De-Dona. *Constrained Control and Estimation*. Springer, 2005.
- [17] V. Guibout and D. Scheeres. Formation flight with generating functions : Solving the relative boundary value problem. *AIAA Astrodynamics Specialist Meeting*, (AIAA 2002-4639), 2002.
- [18] P. O. Gutman and L. Glielmo. A literature study of clutch and driveline modeling and control. *Informal Workshop on Clutch Control*, 2006.
- [19] H. K. Khalil. *Nonlinear systems third edition*. Patience Hall, 2002.
- [20] G. Kreisselmeier. Adaptive observer with exponential rate of convergence. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 22(1) :2–8, 1977.
- [21] R. Lindas. Embrayages - étude technologique. *Documentation technique Valeo B-5-851*.
- [22] R. Marino and P. Tomei. Adaptive obeservers with arbitrary exponential rate of convergence for nonlinear systems. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 40(7) :1300–1304, 1995.
- [23] C. Moler and C. V. Loan. Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix. *SIAM review*, 20(4) :801–836, 1978.
- [24] C. Moler and C. V. Loan. Nineteen dubious ways to compute the exponential of a matrix, twenty five years later. *SIAM review*, 45(1) :3–49, 2003.
- [25] H. Olsson, K. Åström, C. Canudas de Wit, M. G. fvert, and P. Lischinsky. Friction model and friction compensation. 1997.
- [26] C. Park and D. Scheeres. Solutions of optimal feedback control problem with general boundary conditions using hamiltonian dynamics and generating functions. *Proc. of ACC conference*, 2003.
- [27] S. Shuiwen, G. Anlin, L. Bangjie, Z. Tianyi, and F. Juexin. The fuzzy control of a clutch of an electronically controlled automatic mechanical transmission. *JSAE Technical Paper Series*, (9530805), 1995.
- [28] J. Sliker and R. Loh. Design of robust vehicle launch control systems. *IEEE Trans. on Control System Technology*, 4(4) :326–335, 1996.
- [29] H. Tanaka and H. Wada. Fuzzy control of engagement for automated manual transmission. *Vehicle system dynamics*, 24 :365–366, 1995.
- [30] Y. B. Yi, J. R. Barber, and P. Zagrodzki. Eigenvalue solution of thermoelastic instability problems using fourier reduction. *Proc. Roy. Soc. London*, A456 :2799–2821, 2000.

- [31] Y. B. Yi, S. Du, J. Barber, and J. Fash. Effect of geometry on thermoelastic instability in disk brakes and clutches. *ASME Journal of Tribology*, 1999.
- [32] Q. Zhang. Adaptative observer for mimo linear time varying systems. *INRIA research report - theme 4*, (INRIA/RR-4111-FR+ENG), 2001.
- [33] Q. Zhang and B. Delyon. A new approach to adaptive observer design for mimo systems. *Proc. of ACC congress*, 2001.