



**HAL**  
open science

# Contribution aux assemblages hybrides (boulonnés/collés) - Application aux jonctions aéronautiques

Eric Paroissien

► **To cite this version:**

Eric Paroissien. Contribution aux assemblages hybrides (boulonnés/collés) - Application aux jonctions aéronautiques. Mécanique [physics.med-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2006. Français. NNT: . tel-00171103

**HAL Id: tel-00171103**

**<https://theses.hal.science/tel-00171103>**

Submitted on 11 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ TOULOUSE III – PAUL SABATIER**

**U.F.R. P.C.A.**

## **THÈSE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ TOULOUSE III**

*Discipline : Génie Mécanique*

présentée et soutenue par :

**Éric PAROISSIEN**

le 21 novembre 2006

---

### **CONTRIBUTION AUX ASSEMBLAGES HYBRIDES (BOULONNÉS/COLLÉS)**

-

### **APPLICATION AUX JONCTIONS AÉRONAUTIQUES**

---

*Directeur de thèse :*

**Marc SARTOR**

*Co-Directeur de thèse :*

**Jacques HUET**

*Encadrement :*

**Denis CAMPASSENS et Frédéric LACHAUD**

---

#### **JURY**

<b>M. Jean-Jacques Barrau</b>	Professeur des Universités, Université Toulouse III	Président
<b>M. Daniel Coutellier</b>	Professeur des Universités, Université de Valenciennes	Rapporteur
<b>M. Abdellatif Imad</b>	Professeur des Universités, Polytech' Lille	Rapporteur
<b>M. Didier Guedra-Degeorges</b>	Directeur du pôle mécanique, EADS CCR, Suresnes	Examineur
<b>M. Denis Campassens</b>	Ingénieur, AIRBUS, Toulouse	Examineur
<b>M. Jacques Huet</b>	Directeur du DGM, ENSICA, Toulouse	Examineur
<b>M. Marc Sartor</b>	Professeur des Universités, INSA, Toulouse	Invité
<b>M. Frédéric Lachaud</b>	Maître de Conférences, ENSICA, Toulouse	Invité



**UNIVERSITÉ TOULOUSE III – PAUL SABATIER**

**U.F.R. P.C.A.**

## **THÈSE**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ TOULOUSE III**

*Discipline : Génie Mécanique*

présentée et soutenue par :

**Éric PAROISSIEN**

le 21 novembre 2006

---

### **CONTRIBUTION AUX ASSEMBLAGES HYBRIDES (BOULONNÉS/COLLÉS)**

-

### **APPLICATION AUX JONCTIONS AÉRONAUTIQUES**

---

*Directeur de thèse :*

**Marc SARTOR**

*Co-Directeur de thèse :*

**Jacques HUET**

*Encadrement :*

**Denis CAMPASSENS et Frédéric LACHAUD**

---

#### **JURY**

<b>M. Jean-Jacques Barrau</b>	Professeur des Universités, Université Toulouse III	Président
<b>M. Daniel Coutellier</b>	Professeur des Universités, Université de Valenciennes	Rapporteur
<b>M. Abdellatif Imad</b>	Professeur des Universités, Polytech' Lille	Rapporteur
<b>M. Didier Guedra-Degeorges</b>	Directeur du pôle mécanique, EADS CCR, Suresnes	Examineur
<b>M. Denis Campassens</b>	Ingénieur, AIRBUS, Toulouse	Examineur
<b>M. Jacques Huet</b>	Directeur du DGM, ENSICA, Toulouse	Examineur
<b>M. Marc Sartor</b>	Professeur des Universités, INSA, Toulouse	Invité
<b>M. Frédéric Lachaud</b>	Maître de Conférences, ENSICA, Toulouse	Invité



## Remerciements

Les travaux de thèse que j'ai l'honneur de présenter dans ce mémoire sont le fruit de trois années de travail d'équipe au sein du Département de Génie Mécanique (DGM) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Ingénieurs de Constructions Aéronautiques (ENSICA) et du DGM de l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse (INSA), membres de l'Institut de Génie Mécanique de Toulouse (IGM), en partenariat avec AIRBUS (sites de Saint-Nazaire et de Toulouse).

A ce titre je voudrais remercier toutes les personnes qui, de près ou de loin, ont contribué à l'aboutissement de ces travaux.

Mes premiers remerciements vont à Jean-Jacques BARRAU, Jacques HUET et Marc SARTOR, respectivement les anciens et l'actuel Directeurs de l'IGM, pour m'avoir fait confiance en me donnant l'opportunité de réaliser cette thèse, et, pour m'avoir accueilli au sein de leur équipe de recherche.

C'est avec beaucoup de cœur et de plaisir que je me suis investi dans cette étude parfaitement bien encadrée et dirigée. Aussi, je tiens à remercier dans un premier temps, Marc SARTOR, Professeur des Universités à l'INSA Toulouse, et, Jacques HUET, Directeur du DGM de l'ENSICA, respectivement mes Directeur et Co-Directeur de thèse, pour m'avoir fait confiance et orienté fructueusement tout au long de ces travaux. Je suis d'autant plus reconnaissant, qu'au-delà de leur disponibilité, Marc SARTOR et Jacques HUET m'ont témoigné beaucoup de sympathie.

J'exprime toute ma reconnaissance à chacun des membres du jury pour l'intérêt manifesté pour ces travaux. Je remercie M. Jean-Jacques BARRAU, Professeur des Universités à l'Université Toulouse III, pour l'honneur qu'il m'a fait en acceptant la présidence de ce jury. Je remercie M. Daniel COUTELLIER, Professeur des Universités à l'Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis, et, M. Abdellatif IMAD, Professeur des Universités à Polytech'Lille, pour le temps passé à l'évaluation de ce mémoire.

Je suis reconnaissant envers Alain DAVY, ingénieur à AIRBUS, pour avoir donné naissance à ce sujet de thèse. Je remercie vivement Laurent ALBUGUES et Denis CAMPASSENS, ingénieurs à AIRBUS, qui, l'un après l'autre, ont suivi de près cette étude et y ont participé par leurs conseils avisés.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Frédéric LACHAUD, Maître de Conférences au DGM de l'ENSICA, pour sa disponibilité et le temps qu'il m'a consacré ainsi que pour ses conseils et son aide précieuse et profitable.

Je remercie également Michel SALAÛN et Laurent MICHEL, enseignants chercheurs au DGM de l'ENSICA, pour leur disponibilité, leur aide et leurs conseils.

J'exprime de même mes remerciements à Éric LE-GOURIELLEC et Patrick SAVIGNE, ingénieurs à AIRBUS, pour leur enthousiasme et leur participation à cette étude.

Je remercie d'une part Pierre ERIZÉ, Daniel BOITEL et Michel LABARRÈRE, techniciens de l'équipe mesure au DGM de l'ENSICA, pour leur disponibilité et leur assistance technique dans la conduite des essais. Je remercie d'autre part l'équipe de l'atelier du DGM

de l'ENSICA, à savoir Daniel GAGNEUX, Patrick CHÈZE, Philippe CORIA, Serge DAYDE et Bernard RIVIÈRE pour leur disponibilité, leur bonne humeur, et la qualité de leur travail.

Je remercie également Monique CASTELLE, Marie-Odile MONSU et Corinne VASQUEZ, respectivement ancienne et actuelle secrétaire du DGM de l'ENSICA, et, secrétaire de l'IGM, pour leur disponibilité, leur gentillesse et leur aide dans toutes mes démarches administratives et contractuelles...

J'adresse un grand merci à Maryse SARI, ancienne Directrice du Département des Langues de l'ENSICA, pour sa disponibilité et son aide dans la rédaction des communications en Anglais.

Enfin, je tiens à remercier particulièrement Laurent MICHEL, Frédéric LACHAUD et Sébastien DIDIERJEAN, ce dernier étant ingénieur de recherche à EADS CCR, qui ont été les encadrants de mon projet de fin d'études pour l'ENSICA, et qui m'ont donné envie de poursuivre ma formation par la recherche.

Par ailleurs, ces trois années de thèse n'auraient pas eu la même saveur sans l'ambiance particulière qui règne au DGM de l'ENSICA et qui fait qu'on s'y sent bien... D'abord, merci à Victorien, l'autre colocataire permanent pendant ces trois années du bureau D102b. Puis, merci aux colocataires passagers, Ismaël, Javier et Romain. Ensuite, merci au colocataire éphémère et habitué *du p'tit café*, Jihad. Enfin merci aux voisins D102b... Yann, Jérôme, Gina... Sans oublier l'équipe de foot du DGM !

J'en profite aussi pour remercier mes amis, les Toulousains, Cédric, Moresk, Marion, Coach, Cham, Delphine, Momo, Gaëlle, ainsi que les Parisiens, Ludo, Maud, Sabine, Greg, Mouna et Javier.

Toute ma reconnaissance va à ma famille, et, plus particulièrement à mes parents, qui par leur présence et leur soutien m'ont aidé à achever mes études. Et pour finir, j'adresse à Laëtitia un grand merci pour son soutien et sa patience.

<b>Table des Figures</b>	<b>xi</b>
<b>Table des Tables</b>	<b>xvii</b>
<b>Nomenclature</b>	<b>xix</b>
<b>Dictionnaire</b>	<b>xxv</b>
<b>Partie A – Introduction</b>	<b>A1</b>
<b>Chapitre I – Contexte et problématique</b>	<b>A3</b>
1.1 Cadre de l'étude	A4
1.1.1 Généralités sur les assemblages	A4
1.1.2 Les assemblages HBC	A5
1.1.3 Motivation de l'étude	A6
1.2 Problématique	A7
1.2.1 Objectif de l'étude sur les jonctions longitudinales de fuselage	A7
1.2.2 Problématique au niveau général	A7
<b>Chapitre II – Etat de l'art et bibliographique</b>	<b>A9</b>
2.1 Les assemblages collés	A12
2.1.1 Approches analytiques	A12
2.1.1.a Analyses uniaxiales	A13
2.1.1.a.α Analyse de Volkersen	A13
2.1.1.a.β Analyse de Demarkles	A14
2.1.1.a.γ Analyse de Erdogan et Ratwani	A15
2.1.1.a.δ Limite de ces analyses	A15
2.1.1.b Analyses biaxiales	A16
2.1.1.b.α Analyse de Goland et Reissner	A16
2.1.1.b.β Analyse de De Bruyne	A18
2.1.1.b.γ Analyse de Hart-Smith	A18
2.1.1.b.δ Analyse de Oplinger	A21
2.1.1.b.ε Analyse de Tsai et Morton	A23
2.1.1.b.φ Analyse de Crocombe et Bigwood	A24
2.1.1.b.γ Analyse de Smeltzer et Klang	A25
2.1.1.b.η Analyse viscoélastique de Delale et Erdogan	A25
2.1.1.c Analyses complémentaires	A25
2.1.1.c.α Contraintes adhésives nulles en bord de joint	A25
2.1.1.c.β Affinage par prise en compte d'efforts supplémentaires	A26
2.1.1.d Intérêt des approches analytiques	A26
2.1.2 Approches numériques	A27
2.1.2.a Analyse de Harris et Adams	A27
2.1.2.b Analyse de Tsai et Morton	A27
2.1.2.c Utilisation d'éléments finis spéciaux	A27
2.1.3 Synthèse	A28

2.1.3.a	La longueur de recouvrement	A29
2.1.3.b	La rigidité des substrats	A29
2.1.3.c	La rigidité de l'adhésif	A29
2.1.3.d	Le comportement mécanique des adhésifs	A30
2.2	Les assemblages boulonnés	A30
2.2.1	La rigidité des fixations	A30
2.2.1.a	Définition	A30
2.2.1.b	Formules	A32
2.2.1.b.α	Formulation de Tate et Rosenfeld	A32
2.2.1.b.β	Formulation de Gore	A32
2.2.1.b.γ	Formulation de Boeing	A32
2.2.1.b.δ	Formulation de Swift	A33
2.2.1.b.ε	Formulation de Huth	A33
2.2.1.b.φ	Formulation de Niu	A34
2.2.1.b.γ	Formulation de Cope et lacy	A34
2.2.1.b.η	Formulation de Cramer	A35
2.2.1.c	Synthèse	A36
2.2.2	Le calcul du transfert de charge	A37
2.2.2.a	Définition	A37
2.2.2.b	Approche par récurrence	A38
2.2.2.c	Approche par analogie électrique	A40
2.2.3	Rupture	A41
2.2.3.a	Modes de rupture	A41
2.2.3.b	Concentration de contraintes	A43
2.3	Les assemblages HBC	A44
2.3.1	Introduction	A44
2.3.1.a	Avantages et inconvénients du collage	A44
2.3.1.b	Avantages et inconvénients du boulonnage	A45
2.3.1.c	Le point de vue de Hart-Smith	A45
2.3.2	Analyse de Lunsford	A46
2.3.3	Analyse de Yamaguchi et Amano	A47
2.3.4	Le travail de Gordon Kelly (2004)	A49
2.3.4.a	Le transfert de charge	A49
2.3.4.b	Résistance statique et résistance en fatigue	A49
2.3.4.c	Effet de l'environnement et durabilité	A50
2.3.5	Vers une amélioration du concept d'assemblage hybride	A50
2.4	Les adhésifs	A50
2.4.1	Définition	A50
2.4.1.a	Qu'est qu'une colle ?	A50
2.4.1.b	Les polymères	A51
2.4.1.c	La transition vitreuse	A52
2.4.2	L'adhésion	A53
2.4.2.a	La théorie mécanique	A53
2.4.2.b	La théorie électrique (Deryagin et Krotova)	A54
2.4.2.c	La théorie de la diffusion (Voyutski)	A54
2.4.2.d	Modèle thermodynamique ou du mouillage (Zisman)	A54
2.4.2.e	Modèle rhéologique (Schultz et Gent)	A55
2.4.2.f	La théorie chimique	A55
2.4.2.g	La théorie des couches interfaciales de faible cohésion (Bikerman)	A55
2.4.3	Les adhésifs structuraux	A55

2.4.3.a Les époxydes	A56
2.4.3.b Les polyuréthanes	A56
2.4.3.c Les adhésifs à base d'élastomère (caoutchoucs)	A57
2.4.4 Autres familles importantes d'adhésifs	A57
2.4.4.a Les polymères à base d'ester acrylique	A57
2.4.4.b Les adhésifs thermostables	A57
<b>Chapitre III – Plan des travaux</b>	<b>A59</b>
3.1 Analyse de la problématique	A60
3.1.1 Au niveau général	A60
3.1.2 Au niveau particulier	A60
3.2 Analyse de l'étude bibliographique	A61
3.2.1 Difficultés et lacunes	A61
3.2.2 Ressources	A62
3.3 Démarche des travaux	A62
3.4 Hypothèses générales du comportement mécanique	A63
<b>Partie B – Approches analytiques du comportement mécanique</b>	<b>B1</b>
<b>Chapitre IV – Premier modèle analytique monodimensionnel</b>	<b>B3</b>
4.1 Description du modèle	B4
4.1.1 Position du Problème	B4
4.1.2 Mise en équation	B4
4.1.3 Détermination du système linéaire	B6
4.1.4 Méthode de résolution algébrique particulière	B7
4.2 Étude d'influence	B10
4.2.1 Les deux cas limites	B11
4.2.2 Cas $n = 2$	B12
4.2.3 Conclusions issues de l'étude d'influence	B17
4.2.4 Retour sur la raideur des fixations	B18
4.2.5 Cas $n > 2$	B19
4.2.6 Influence du pas transverse et cas d'application	B19
<b>Chapitre V – Deuxième modèle analytique monodimensionnel</b>	<b>B23</b>
5.1 Description du modèle	B24
5.1.1 Position du Problème	B24
5.1.2 Mise en équation	B25
5.2 Résultats et étude d'influence	B30
<b>Chapitre VI – Compléments analytiques</b>	<b>B31</b>
6.1 Approche élastique plastique parfait	B32
6.1.1 Mise en équation	B32
6.1.2 Résolution	B33
6.2 Approche bilinéaire	B37

6.2.1	Mise en équation	B37
6.2.2	Résolution	B37
<b>Chapitre VII – Modèle analytique plan</b>		<b>B41</b>
7.1	Description du modèle (cas de la jonction équilibrée)	B42
7.1.1	Formulation de l'élément PC	B43
7.1.1.a	Matrice de rigidité de l'élément	B43
7.1.1.b	Validation par comparaison aux modèles de référence	B50
7.1.2	Assemblage de la structure	B52
7.1.2.a	Élément poutre pour les parties hors recouvrement	B53
7.1.2.b	Modélisation des fixations	B53
7.1.2.b.α	Modélisation par des ressorts	B53
7.1.2.b.β	Modélisation avec un élément rigide et des ressorts	B53
7.2	Résultats et étude d'influence (cas de la jonction équilibrée)	B56
7.2.1	Etude d'influence	B56
7.2.1.a	Etude du cas limite : le boulonnage	B56
7.2.1.b	Influence sur le taux de transfert	B58
7.2.1.c	Influence sur les contraintes adhésives maximales	B61
7.2.2	Exploitation de l'étude d'influence	B65
7.2.2.a	Sur le taux de transfert	B65
7.2.2.b	Sur les contraintes adhésives maximales	B66
7.2.3	Variation du nombre de fixation et de la longueur de la poutre d'attache	B67
7.2.4	Visseur dans les substrats et contraintes adhésives	B69
7.2.5	Etude des raideurs des fixations	B70
7.3	Analyse du cas déséquilibré	B74
7.3.1	Mise en équation	B75
7.3.1.a	Les équations différentielles et la démarche	B75
7.3.1.b	Première forme de solution restrictive	B77
7.3.1.c	Forme générale	B81
7.3.2	Application de la méthode	B83
<b>Partie C – Approche expérimentale</b>		<b>C1</b>
<b>Chapitre VIII – Essais statiques</b>		<b>C3</b>
8.1	Méthode	C4
8.1.1	Objectif et mise en œuvre	C4
8.1.2	Matrice d'essais statiques	C4
8.1.3	Les matériaux	C5
8.1.3.a	Les substrats	C5
8.1.3.b	Les adhésifs	C6
8.2	Dimensionnement de la matrice d'essais statiques	C8
8.2.1	Le boulon instrumenté	C8
8.2.1.a	Choix de la fixation et de la rosette	C8
8.2.1.b	Instrumentation de la fixation	C9
8.2.2	Dimensionnement des éprouvettes	C10
8.2.3	Réalisation des éprouvettes	C12
8.3	Exploitation	C13

8.3.1	Le chargement	C13
8.3.2	La mesure des déplacements globaux	C14
8.3.3	La mesure du transfert de charge	C17
8.3.3.a	Le principe de la mesure	C17
8.3.3.b	Résultats	C17
8.3.4	Approche du fluage	C19
8.3.5	Essais jusqu'à rupture (mode $M_3$ )	C21
<b>Chapitre IX – Essais de fatigue</b>		<b>C23</b>
9.1	But des essais de fatigue et conséquences	C24
9.2	Matrice d'essais de fatigue	C24
9.2.1	Aspect de la matrice d'essais de fatigue	C24
9.2.2	Les adhésifs	C25
9.2.3	Les géométrie	C25
9.2.4	Les niveaux de chargement	C28
9.3	Résultats	C31
9.3.1	Les courbes de Wöhler	C31
9.3.2	Observations	C32
9.3.3	Interprétations	C33
9.3.4	Conclusions	C35
<b>Partie D – Approche numérique</b>		<b>D1</b>
<b>Chapitre X – Modélisation par Eléments Finis 3D</b>		<b>D3</b>
10.1	Description du modèle de l'assemblage boulonné	D4
10.1.1	La géométrie	D4
10.1.2	Le maillage	D4
10.1.3	Les matériaux	D5
10.1.4	Les conditions aux limites et les contacts	D5
10.1.5	Les résultats	D5
10.2	Le modèle de l'assemblage HBC	D5
10.2.1	Les extensions	D5
10.2.2	L'ajout du film de colle	D6
10.2.3	Recalage du modèle numérique 3D	D7
10.2.3.a	Validation de la loi de comportement des substrats	D7
10.2.3.b	Les adhésifs	D8
10.2.3.c	Le modèle complet	D10
10.2.4	Quelques exploitations	D13
10.2.5	Influence du trou ovale dans les substrats	D17
<b>Partie E – Conclusion</b>		<b>E1</b>
<b>Chapitre XI – Exploitation croisée</b>		<b>E3</b>
11.1	Modèles analytiques 1D	E4
11.1.1	Utilisation de données bibliographiques	E4

11.1.2	Utilisation de données expérimentales	E4
11.2	Modèle analytique plan	E5
11.2.1	Utilisation de données bibliographiques et expérimentales	E5
11.2.2	Utilisation de données expérimentales et numériques	E6
11.2.3	Remarques	E7
11.3	Conclusion	E7
<b>Chapitre XII – Bilan et perspectives</b>		<b>E9</b>
12.1	Bilan de l'étude	E10
12.1.1	Les trois approches	E10
12.1.1.a	L'approche analytique	E10
12.1.1.b	L'approche expérimentale	E11
12.1.1.c	L'approche numérique	E11
12.1.2	Le comportement mécanique des assemblages HBC	E12
12.1.2.a	La raideur des fixations	E12
12.1.2.b	L'étude d'influence	E12
12.1.2.c	Vers l'application avion	E13
12.2	Perspectives	E15
<b>Références</b>		<b>F1</b>
<b>Annexe G – Communications</b>		<b>G1</b>
<b>Annexe H – Protocoles expérimentaux</b>		<b>H1</b>
<b>Annexe I – Etude d'influence (second modèle analytique 1D)</b>		<b>I1</b>
<b>Annexe J – Force concentrée</b>		<b>J1</b>

## Table des Figures

### Partie A

- Fig. 1.1** - Vue éclatée des différentes portions d'une automobile ([VAL])
- Fig. 1.2** - Vue éclatée des différentes portions à assembler d'un A330 (source : AIRBUS)
- Fig. 1.3** - Vue éclatée de la plate-forme PROTEUS ([JOU])
- Fig. 1.4** - Illustration d'une jonction HBC en simple cisaillement (source : AIRBUS)
- Fig. 1.5** - Localisation des jonctions longitudinales de fuselage (source : AIRBUS)
- Fig. 1.6** - Jonction à trois lignes en simple cisaillement (source : AIRBUS)
- Fig. 2.1** - **a)** Jonction à simple recouvrement (single-lap joint)  
**b)** Jonction à double recouvrement (double-lap joint)
- Fig. 2.2** - **a)** Jonction en escalier (stepped joint)  
**b)** Jonction biseautée (scarf joint)
- Fig. 2.3** - Géométrie et notation du joint collé en simple cisaillement
- Fig. 2.4** - Répartition de la contrainte de cisaillement
- Fig. 2.5** - Excentricité du chargement
- Fig. 2.6** - Matériau dont le comportement est élastique parfaitement plastique
- Fig. 2.7** - Flexibilité d'une fixation (d'après [HUT86])
- Fig. 2.8** - Raideur d'une fixation dans le domaine élastique
- Fig. 2.9** - Flexion d'un assemblage boulonné en simple cisaillement (d'après [HUE95])
- Fig. 2.10** - Transfert de charge (d'après [HUT86])
- Fig. 2.11** - Eclissage en simple cisaillement et son analogue électrique
- Fig. 2.12** - Compatibilité des allongements
- Fig. 2.13** - Quelques modes de rupture d'un assemblage boulonné
- Fig. 2.14** - Chargement admissible en simple cisaillement
- Fig. 2.15** - Géométrie et notations de la jonction de Lunsford
- Fig. 2.16** - Changement d'état : polymère cristallin et polymère amorphe
- Fig. 2.17** - Théorie de la goutte
- Fig. 3.1** - Géométrie et notations de l'assemblage HBC
- Fig. 3.2** - Géométrie et notations de l'assemblage HBC équilibré réduit à deux fixations

### Partie B

- Fig. 4.1** - Jonction hybride (boulonnée/collée)
- Fig. 4.2** - Equilibre d'un élément de longueur  $dx$  et de largeur  $b$
- Fig. 4.3** - Contrainte de cisaillement : comparaison avec Volkersen ([VOL38])
- Fig. 4.4** - Charge transférée dans le substrat inférieur
- Fig. 4.5** - Influence de  $G$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.6** - Influence de  $e$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.7** - Influence de  $G/e$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.8** - Influence de  $E_l$  sur le taux de transfert

- Fig. 4.9** - Influence de  $e_l$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.10** - Influence de  $s$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.11** - Influence de  $d$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.12** - Influence de  $C$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.13** - Influence de  $s$  et  $d$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.14** - Influence de  $E_l$  et  $G/e$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.15** - Influence de l'asymétrie en épaisseur sur les deux taux de transfert
- Fig. 4.16** - Influence de l'asymétrie en module d'Young sur les deux taux de transfert
- Fig. 4.17** - Influence de  $b$  sur le taux de transfert
- Fig. 4.18** - Zoom sur l'influence de  $b$
- Fig. 4.19** - Influence de  $G/e$  sur le taux de transfert ( $b = 19,2mm$ )
- Fig. 4.20** - Influence de  $d$  sur le taux de transfert ( $b = 19,2mm$ )
- Fig. 4.21** - Influence de  $s$  sur le taux de transfert ( $b = 19,2mm$ )
- Fig. 5.1** - Discrétisation d'une structure formée de deux plaques collées et fixées
- Fig. 5.2** - Élément de type « barres collées »
- Fig. 5.3** - Déplacements internes
- Fig. 5.4** - Forces nodales
- Fig. 5.5** - Transfert dans la plaque inférieure
- Fig. 6.1** - Comportement élastique plastique parfait de l'adhésif
- Fig. 6.2** - Transfert au premier boulon ( $\tau_e$  est le taux de transfert donné par le modèle élastique)
- Fig. 6.3** - Longueur plastique
- Fig. 6.4** - Taux de transfert plastique en fonction de  $x_p$
- Fig. 6.5** - Approximation linéaire de la longueur plastique
- Fig. 6.6** - Comportement bilinéaire
- Fig. 6.7** - Influence de la charge sur le tau de transfert
- Fig. 6.8** - Influence de la charge sur la longueur de la zone 2
- Fig. 7.1** - Position du problème et schématisation
- Fig. 7.2** - Equilibre élémentaire et conventions
- Fig. 7.3** - Cisaillement de l'adhésif
- Fig. 7.4** - Efforts nodaux
- Fig. 7.5** - Contrainte de cisaillement : comparaison avec Goland et Reissner ([GOL44])
- Fig. 7.6** - Contrainte de pelage : comparaison avec Goland et Reissner ([GOL44])
- Fig. 7.7** - Contrainte de cisaillement : comparaison avec Hart-Smith ([HAR73])
- Fig. 7.8** - Contrainte de pelage : comparaison avec Hart-Smith ([HAR73])
- Fig. 7.9** - Travée collée  $m$
- Fig. 7.10** - Mise en place de l'élément rigide associé à la fixation  $m$
- Fig. 7.11** - Modèles développés sur le code EF commercial IDEAS ([IDE])
- Fig. 7.12** - Influence de  $l$  sur le taux de transfert
- Fig. 7.13** - Influence de  $G$  sur le taux de transfert
- Fig. 7.14** - Influence de  $e$  sur le taux de transfert
- Fig. 7.15** - Influence de  $E_l$  sur le taux de transfert
- Fig. 7.16** - Influence de  $e_l$  sur le taux de transfert

- Fig. 7.17** - Influence de  $s$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.18** - Influence de  $d$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.19** - Influence de  $C_u$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.20** - Influence de  $b$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.21** - Influence de  $C_u$  et  $G$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.22** - Influence de  $l$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.23** - Influence de  $G$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.24** - Influence de  $e$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.25** - Influence de  $E_f$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.26** - Influence de  $e_f$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.27** - Influence de  $s$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.28** - Influence de  $d$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.29** - Influence de  $C_u$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.30** - Influence de  $C_u$  sur  $T_{max}$  avec  $G = 10MPa$   
**Fig. 7.31** - Influence de  $b$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.32** - Influence de  $C_u$  et  $G$  sur  $T_{max}$   
**Fig. 7.33** - Taux de transfert au premier boulon en fonction de  $l$  et  $n$   
**Fig. 7.34** - Taux de transfert au premier boulon en fonction de  $l$  pour  $n < 11$   
**Fig. 7.35** - Taux de transfert de la jonction boulonnée  
**Fig. 7.36** - Effort normal dans les substrats  
**Fig. 7.37** - Effort tranchant dans les substrats  
**Fig. 7.38** - Moment dans les substrats  
**Fig. 7.39** - Contraintes dans l'adhésif  
**Fig. 7.40** - Influence de  $C_w$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.41** - Influence de  $C_w$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.42** - Influence de  $C_u$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.43** - Influence de  $C_u$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.44** - Influence de  $C_\theta$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.45** - Influence de  $C_\theta$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$   
**Fig. 7.46** - Influence de  $C_u$  et  $C_\theta$  sur le taux de transfert  
**Fig. 7.47** - Influence de  $\phi$  sur le taux de transfert

## Partie C

- Fig. 8.1** - Comportement en traction de l'aluminium 5086 H 111  
**Fig. 8.2** - Déformation plastique de l'aluminium 5086 H 111  
**Fig. 8.3** - Comportement en traction de la Pliogrip 7400/7410 (d'après [KEL04])  
**Fig. 8.4** - Comportement en traction de la Lord 406/19 (d'après [COP06])  
**Pho. 8.1** - La rosette FRA 1-11  
**Pho. 8.2** - Usinage de l'aluminium : le trou est ovale  
**Pho. 8.3** - Le boulon instrumenté  
**Pho. 8.4** - Essai de traction

- Fig. 8.5** - Schéma de la rosette FRA 1-11
- Fig 8.6a** - Schéma de l'éprouvette non assemblée : mode  $M_0$
- Fig 8.6b** - Schéma de l'éprouvette de référence : mode  $M_1$
- Fig 8.6c** - Schéma de l'éprouvette collée, percée et trou non habité : mode  $M_2$
- Fig 8.6d** - Schéma de l'éprouvette hybride : mode  $M_3$
- Pho. 8.5** - Outil de collage d'une éprouvette en simple cisaillement
- Fig. 8.7** - Cycle 1 à 9 pour le mode  $M_1$
- Fig. 8.8** - Cycle 7 à 9 pour le mode  $M_2$  avec la Pliogrip
- Fig. 8.9** - Cycle 7 à 9 pour le mode  $M_2$  avec la Lord
- Fig. 8.10** - Cycle 3 à 6 pour le mode  $M_3$  avec la Pliogrip
- Fig. 8.11** - Cycle 3 à 6 pour le mode  $M_3$  avec la Lord
- Fig. 8.12** - Courbe effort déplacement de l'essai de l'éprouvette  $M_0$
- Fig. 8.13** - Signaux utiles des éprouvettes de référence et hybrides (Pliogrip)
- Fig. 8.14** - Signaux utiles des éprouvettes de référence et hybrides (Lord)
- Fig. 8.15** - Taux de transfert par fixation (analyse à iso-effort)
- Fig. 8.16** - Signaux utiles pour un essai de fluage
- Fig. 8.17** - Données expérimentales et approximations
- Fig. 8.18** - Signal de traction d'une des deux fixations (Lord)
- Fig. 8.19** - Essai à rupture de l'éprouvette avec la Pliogrip
- Fig. 8.20** - Essai à rupture de l'éprouvette avec la Lord
- Fig. 9.1** - Géométrie G1
- Fig. 9.2** - Géométrie G2
- Fig. 9.3** - Géométrie G3
- Fig. 9.4** - Courbes de Wöhler pour la géométrie G1 et les trois adhésifs en comparaison avec G3 et adhésifs A1
- Fig. 9.5** - Courbes de Wöhler pour la géométrie G2 et les trois adhésifs en comparaison avec G3 et adhésifs A1
- Fig. 9.6** - Sites de rupture de l'assemblage (géométrie G1 et G2)
- Fig. 9.7** - Courbes de comportement en cisaillement de la FM73 d'après *Cytec*
- Fig. 9.8** - Allure du transfert considéré

## Partie D

- Fig. 10.1** - Maillage du modèle de l'assemblage boulonné (d'après [**1ESQ05**])
- Fig. 10.2** - Conditions aux limites et contacts (d'après [**2ESQ05**])
- Fig. 10.3** - Maillage de l'assemblage hybride en simple cisaillement
- Fig. 10.4** - Maillage de l'assemblage hybride en double cisaillement
- Fig. 10.5** - Variation de la raideur globale en fonction du nombre d'éléments
- Fig. 10.6** - Courbe effort déplacement du mode  $M_0$  obtenue numériquement et expérimentalement
- Fig. 10.7** - Déformations plastiques de la couche adhésive (avec la Pliogrip)
- Fig. 10.8** - Déformations plastiques de la couche adhésive (avec la Lord)
- Fig. 10.9** - Comparaison entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement sans fixation) avec la Pliogrip

- Fig. 10.10** - Comparaison entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement sans fixation) avec la Lord
- Fig. 10.11** - Déformée de l'assemblage HBC en simple cisaillement
- Fig. 10.12** - Comparaison (montée et descente) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Pliogrip
- Fig. 10.13** - Comparaison (montée) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Pliogrip
- Fig. 10.14** - Comparaison (montée et descente) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Lord
- Fig. 10.15** - Comparaison (montée) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Lord
- Fig. 10.16** - Répartition des contraintes de cisaillement dans les fixations (avec la Pliogrip)
- Fig. 10.17** - Déformations plastiques dans les substrats (éprouvette de référence)
- Fig. 10.18** - Charge sur les fixations en fonction de la charge appliquée (éprouvette de référence)
- Fig. 10.19** - Charge sur les fixations en fonction de la charge appliquée (éprouvette hybride)
- Fig. 10.20** - Taux de transfert aux fixations en fonction de la charge appliquée (Pliogrip)
- Fig. 10.21** - Taux de transfert aux fixations en fonction de la charge appliquée (Lord)

## **Partie E**

- Fig. 12.1** - Taux de transfert à la fixation et taux de contrainte maximale par rapport à la contrainte brute quand le module de Coulomb de l'adhésif varie



# Table des Tables

## Partie A

**Tab. 2.1** - Valeurs de  $A_S$  et  $C_S$  (d'après [SWI81])

**Tab. 2.2** - Valeurs de  $A_H$  et  $B_H$  (d'après [HUT86])

**Tab. 2.3** - Valeurs de  $A_N$ ,  $B_N$  et  $C_N$  (d'après [KOF99])

**Tab 2.4** - Valeurs de  $B_{CL}$  et  $C_{CL}$  (d'après [COP00])

## Partie B

**Tab. 4.1** - Jeu de valeurs nominales

**Tab. 4.2** - Valeur des taux de transfert en fonction de la rigidité des fixations

**Tab. 4.3** - Taux de transfert et rigidité pour trois formulations

**Tab. 4.4** - Taux de transfert en fonction de  $n$  et du numéro de lignes

**Tab. 6.1** – Jeu de paramètres

**Tab. 7.1** - Jeu de valeurs nominales

**Tab. 7.2** - Résultats du modèle développé sur IDEAS ([IDE])

**Tab. 7.3** - Influence des paramètres quand ils croissent sur le taux de transfert

**Tab. 7.4** - Influence des paramètres quand ils croissent sur les contraintes adhésives maximales

## Partie C

**Tab. 8.1** - Matrice d'essai  $XP_i(A_i)$

**Tab. 8.2** - Caractéristiques mécaniques des substrats

**Tab. 8.3** - Caractéristiques mécaniques de la Lord 406/19 (d'après [COP06])

**Tab. 8.4** - Caractéristique de la rosette FRA 1-11

**Tab. 8.5** - Dimension des éprouvettes

**Tab. 8.6** - Raideurs globale en  $N.mm^{-1}$  des cycles 3 à 9 selon le mode d'assemblage

**Tab. 8.7** - Ecart relatif des raideurs et des souplesses globales des modes  $M_l$  à  $M_3$  par rapport à  $M_0$

**Tab. 9.1** - Matrice d'essai ( $XP_p$ )

**Tab. 9.2** -  $S_i$  et  $N_i$

**Tab.9.3** - Niveaux de chargement (1)

**Tab. 9.4** - Niveaux de chargement (2)

## Partie E

**Tab. 11.1** - Taux de transfert donnés en utilisant les valeurs des raideurs de la littérature

**Tab. 11.2** - Raideur des fixations et taux de transfert

**Tab. 11.3** - Raideur de cisaillement des fixations et taux de transfert

**Tab. 11.4** - Raideur de cisaillement et de flexion des fixations et taux de transfert

**Tab. 12.1** - Taux de transfert à la fixation et taux de contrainte maximale par rapport à la contrainte brute quand le module de Coulomb de l'adhésif varie



# Nomenclature

Ces pages dressent la liste des notations employées dans ce mémoire. Néanmoins, nous pouvons noter que les notations sont rappelées fréquemment tout au long de la présentation pour un meilleur confort de lecture.

De plus, vu leur nombre et, pour plus de clarté, les notations sont données en deux parties. La première partie concerne les notations générales rencontrées tout au long du mémoire. La deuxième partie concerne les notations des intermédiaires mathématiques spécifiques des chapitres de la *Partie B*.

## Notations générales

$C$	= raideur (N.mm <sup>-1</sup> ) de la fixation (1D)
$C_i$	= raideur (N.mm <sup>-1</sup> ) de la fixation $i$ (1D)
$C_u$	= raideur (N.mm <sup>-1</sup> ) de cisaillement de la fixation (2D)
$C_w$	= raideur (N.mm <sup>-1</sup> ) de traction de la fixation (2D)
$C_\theta$	= raideur (N.mm.rad <sup>-1</sup> ) de flexion de la fixation (2D)
$E_c$	= module d'Young (MPa) de l'adhésif
$E_f$	= module d'Young (MPa) de la fixation
$E_j$	= module d'Young (MPa) du substrat $j$
$G$	= module de Coulomb (MPa) de l'adhésif
$I_j$	= moment quadratique (mm <sup>4</sup> ) autour de $\bar{z}$ du substrat $j$
$L$	= longueur (mm) du recouvrement
$M_j$	= moment (N.mm) de flexion dans le substrat $j$
$N_j$	= effort (N) normal dans le substrat $j$
$N_i^{(j)}$	= effort (N) normal dans le substrat $j$ et la travée $i$
$Q_{i,j,k,l}$	= effort (N) normal nodal au nœud $i, j, k$ ou $l$
$R_{i,j,k,l}$	= effort (N) tranchant nodal au nœud $i, j, k$ ou $l$
$S$	= contrainte (MPa) de pelage dans l'adhésif
$S_j$	= section (mm <sup>2</sup> ) du substrat $j$
$S_{max}$	= contrainte (MPa) maximale de pelage dans l'adhésif
$S_{i,j,k,l}$	= moment (N.mm) de flexion nodal au nœud $i, j, k$ ou $l$
$T$	= contrainte (MPa) de cisaillement dans l'adhésif
$T_i$	= contrainte (MPa) de cisaillement dans l'adhésif et la travée $i$
$T_{max}$	= contrainte (MPa) maximale de cisaillement dans l'adhésif
$T_{moy}$	= contrainte (MPa) moyenne de cisaillement dans l'adhésif
$V_j$	= effort (N) tranchant dans le substrat $j$
$b$	= profondeur (mm) de la jonction ou pas transversal
$c_i$	= constante d'intégration (mm)
$d$	= distance (mm) au bord
$d_j$	= abscisse (mm) de la fixation $j$

$e$	= épaisseur (mm) de la couche adhésive
$e_j$	= épaisseur (mm) du substrat $j$
$f$	= charge (N) appliquée selon $x$
$k_M$	= coefficient de réduction de moment
$l$	= longueur (mm) des barres ou poutres hors recouvrement
$n$	= nombre de fixations
$s$	= pas (mm) longitudinal
$s_i$	= distance (mm) entre les fixations $i-1$ et $i$
$u_j$	= déplacement (mm) longitudinal (direction $x$ ) dans le substrat $j$
$u_i^{(j)}$	= déplacement (mm) longitudinal (direction $x$ ) dans le substrat $j$ et la travée $i$
$u_{i,j,k,l}$	= déplacement (mm) longitudinal nodal du nœud $i, j, k$ ou $l$
$w_j$	= déplacement (mm) vertical (direction $y$ ) dans le substrat $j$
$w_{i,j,k,l}$	= déplacement (mm) vertical nodal du nœud $i, j, k$ ou $l$
$\Delta$	= longueur (mm) de l'élément barres collées ou de l'élément poutres collées
$\varepsilon_i^{(j)}$	= déformation (mm.mm <sup>-1</sup> ) normale du substrat $j$ dans la travée $i$
$\eta$	= constante (mm <sup>-1</sup> )
$\phi$	= diamètre (mm) de la fixation
$\lambda$	= constante (sans unité)
$\mu$	= constante (mm <sup>-1</sup> )
$\nu$	= coefficient de Poisson de l'adhésif
$\nu_j$	= coefficient de Poisson de la fixation
$\nu_j$	= coefficient de Poisson du substrat $j$
$\theta_j$	= déplacement angulaire (rad) autour de $z$ dans le substrat $j$
$\theta_{i,j,k,l}$	= déplacement angulaire (rad) nodal autour de $z$ du nœud $i, j, k$ ou $l$
$\rho$	= constante (mm <sup>-1</sup> )
$\sigma$	= constante (mm <sup>-1</sup> )
$\sigma_i^{(j)}$	= contrainte (MPa) normale du substrat $j$ dans la travée $i$
$\tau$	= taux de transfert
$\tau_i$	= taux de transfert de la fixation $i$
$(x; y; z)$	= base orthonormale directe (abscisse ; ordonnée ; cote)
$(x_i; y_i; z_i)$	= système de coordonnées

## Notations des intermédiaires mathématiques spécifiques de la *Partie B*

### Chapitre IV

$A$	= constante (N)
$A_i$	= constante d'intégration (N)
$B_i$	= constante d'intégration (N)
$B$	= constante (N)
$D_s$	= matrice de $\Gamma_s$ dans la base $(VP_1; VP_2)$

$M$	= matrice réelle de taille 2*2
$N$	= matrice réelle de taille 2*2
$P$	= matrice de passage de taille 2*2
$U_i$	= vecteur de taille 2*1
$V_i$	= vecteur $U_i$ dans la base $(VP_1;VP_2)$
$q$	= constante (sans unité)
$r$	= constante (sans unité)
$x_1, x_2$	= valeurs propres de $\Gamma_s$
$\Delta_s$	= déterminant de $\Pi_{\Gamma_s}$
$\Gamma_X$	= matrice réelle de taille 2*2, fonction de $X$
$\Pi_{\Gamma_s}$	= polynôme caractéristique de $\Gamma_s$
$\alpha_i$	= première coordonnée de $U_i$ (N)
$\tilde{\alpha}$	= constante (sans unité)
$\beta_i$	= deuxième coordonnée de $U_i$ (N)
$\tilde{\beta}$	= constante (sans unité)
$\varphi_i$	= constante de la fixation $i$ (sans unité)
$\gamma$	= constante (mm <sup>-2</sup> )
$(VP_1;VP_2)$	= base de vecteurs propres associés à $(x_1;x_2)$

## Chapitre V

$K_b$	= raideur (N.mm <sup>-1</sup> ) de la barre
$K_{barre}$	= matrice de rigidité de l'élément barre de taille 2*2
$K_{BC}$	= matrice de rigidité $(k_{i,j})_{i,j \in [1;4]}$ de l'élément barres collées de taille 4*4
$K_{ressort}$	= matrice de rigidité de la fixation
$Q^e$	= vecteur des efforts nodaux de l'élément e de taille 4*1
$U$	= vecteur des déplacements dans les substrats de taille 2*1
$c_s$	= constante (sans unité)
$ct$	= constante (sans unité)
${}^e k_{ij}$	= raideurs relatives aux nœuds $i$ et $j$ de l'élément $e$
$q^e$	= vecteur des déplacements nodaux de l'élément barres collés de taille 4*1
$\kappa$	= constante (N.mm <sup>-1</sup> )
$\bar{\lambda}$	= constante (sans unité)
$\theta$	= constante (sans unité)
$\omega$	= constante (sans unité)
$\psi$	= constante (mm <sup>-2</sup> )

## Chapitre VI

$A_i, \hat{A}_i$	= constante d'intégration (N)
------------------	-------------------------------

$B_i, \hat{B}_i$	= constante d'intégration (N)
$G_1, G_2$	= module de Coulomb (MPa) dans les zones 1 et 2 de comportement
$\hat{N}_i^{(j)}$	= charge (N) normale dans le substrat $j$ et la travée $i$ dans la zone plastifiée
$S_p$	= système linéaire du problème élastique aux CL plastiques
$T_p$	= contrainte (MPa) de cisaillement plastique
$\hat{T}_i$	= contrainte (MPa) de cisaillement dans l'adhésif plastifié de la travée $i$
$x_p$	= longueur (mm) de plastification ou de la zone de comportement 2
$\hat{\eta}, \hat{\lambda}$	= variables décrivant la zone de comportement 2

## Chapitre VII

$D_{dep}$	= différence entre les fonctions $dep_1$ et $dep_2$
$E_{pt}$	= énergie potentielle totale (N.mm)
$F$	= vecteur force
$\tilde{F}$	= vecteur force dans la base de réduction
$H$	= polynôme de degré 3
$H_Q$	= nombre rationnel
$H'$	= polynôme de degré 2, polynôme dérivé de $H$
$K$	= matrice de rigidité de la structure
$K_{PC}$	= matrice de rigidité de l'élément poutres collées
$K_u^m$	= matrice de rigidité de la fixation tronquée à son action longitudinale
$K_w^m$	= matrice de rigidité de la fixation tronquée à son action verticale
$K_\theta^m$	= matrice de rigidité de la fixation tronquée à son action angulaire
$\tilde{K}$	= matrice de rigidité de la structure dans la base de réduction
$M$	= matrice réelle de taille 4*4
$M_1, M_2$	= matrice réelle de taille 2*2
$P$	= polynôme de degré 6
$R$	= nombre réel
$\bar{R}$	= matrice de réduction
$S$	= nombre réel
$S_{dep}$	= somme des fonctions $dep_1$ et $dep_2$
$X$	= nombre réel
$a$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$\tilde{b}$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$c$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$dep_1, dep_2$	= fonctions génériques
$m$	= indice de la fixation
$p$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$q$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$\hat{q}$	= vecteur de déplacements

$\tilde{\mathbf{q}}$	= vecteur de déplacements dans la base de réduction
$r, s, t$	= nombres réels
$r(m)$	= nœud supérieur de la fixation $m$
$s(m)$	= nœud inférieur de la fixation $m$
$u, v$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$x, y$	= nombres réels (partie réelle et imaginaire de $\zeta$ )
$\zeta$	= nombre complexe
$\Delta_{H'}$	= déterminant du polynôme $H'$
$\Lambda$	= nombre réel
$\alpha$	= nombre réel générique
$\alpha_e, \alpha_E$	= nombres réels
$\beta, \delta, \gamma$	= nombres réels génériques
$\gamma_\theta$	= déformation angulaire
$\bar{\eta}$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$\mu'$	= constante ( $\text{mm}^{-3/2}$ )
$\bar{\mu}'$	= constante ( $\text{mm}^{-3/2}$ )
$\rho'$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$\bar{\sigma}$	= constante ( $\text{mm}^{-1}$ )
$\begin{pmatrix} X_{r(m)} \\ Y_{r(m)} \\ M_{r(m)} \end{pmatrix}$	= action de l'élément rigide associé à la fixation $m$ sur le nœud $r(m)$ pour les axes $x, y, \zeta$



## Dictionnaire

contrainte de cisaillement dans l'adhésif	:	adhesive shear stress
contrainte de pelage dans l'adhésif	:	adhesive peel stress
jonction à double recouvrement	:	double-lap joint
jonction à simple recouvrement	:	single-lap joint
jonction biseautée	:	scarf joint
jonction boulonnée	:	bolted joint
jonction collée	:	bonded joint
jonction déséquilibrée	:	imbalanced joint
jonction en escalier	:	stepped joint
jonction équilibrée	:	balanced joint
jonction hybride	:	hybrid joint
rupture de la fixation	:	fastener failure
rupture en section nette	:	net-section failure
rupture par matage	:	bearing failure
rupture par cisaillement des plaques	:	shear-out failure



# **Partie A**

## **Introduction**

Cette partie, consacrée à la présentation générale des travaux, est décomposée en trois chapitres. Nous donnons dans un premier temps le contexte de l'étude ainsi que sa problématique. Dans un second temps, un état de l'art non exhaustif est présenté. Enfin, la mise en perspective de l'étude bibliographique avec l'analyse de la problématique permet d'explicitier le plan de cette thèse.

**Chapitre I – Contexte et problématique**

**Chapitre II – Etat de l'art et bibliographie**

**Chapitre III – Plan des travaux**



## Chapitre I – Contexte et problématique

Cette thèse est née avec Alain DAVY (ingénieur AIRBUS) qui a eu l'idée de s'intéresser aux assemblages hybrides (boulonnés/collés). Au mois de juillet 2003, je passais un entretien avec Jean-Jacques BARRAU, Alain DAIDIE et Marc SARTOR. Au début du mois de novembre 2003, Jean-Jacques BARRAU me proposait de travailler sur ce sujet... Les travaux débutaient au début du mois de février 2004.

En guise d'entrée en matière, nous présentons de manière générale et rapide le cadre de l'étude. En outre, au-delà du cadre, la problématique de l'étude est dégagée.

### 1.1 Cadre de l'étude

#### 1.1.1 Généralités sur les assemblages

#### 1.1.2 Les assemblages HBC

#### 1.1.3 Motivation de l'étude

### 1.2 Problématique

#### 1.2.1 Objectif de l'étude sur les jonctions longitudinales de fuselage

#### 1.2.2 Problématique au niveau général

## 1.1 Cadre de l'étude

### 1.1.1 Généralités sur les assemblages

Mis à part les systèmes taillés à partir d'un bloc de matière, la fabrication d'une structure passe généralement par l'assemblage de pièces les unes avec les autres. Ainsi, une structure constituée de pièces différentes, en particulier au niveau de la nature des matériaux utilisés pour les réaliser, est construite par l'assemblage de ces différentes pièces. Il est naturel de penser que plus la structure est complexe, plus le nombre de pièces à assembler et nécessaires à la construction de la structure est élevé. Les trois figures suivantes (cf. Fig. 1.1 à Fig. 1.3) sont des vues éclatées de la structure de systèmes complexes. Le premier exemple (cf. Fig. 1.1) concerne le projet MOSAIC de RENAULT ([VAL]) qui vise à fabriquer des automobiles par l'assemblage de pièces en aluminium et en matériau composite. Le second exemple (cf. Fig. 1.2) est une vue éclatée de l'AIRBUS A330. Le troisième exemple (cf. Fig. 1.3) représente une vue éclatée de la plate-forme PROTEUS du satellite COROT ([JOU]).

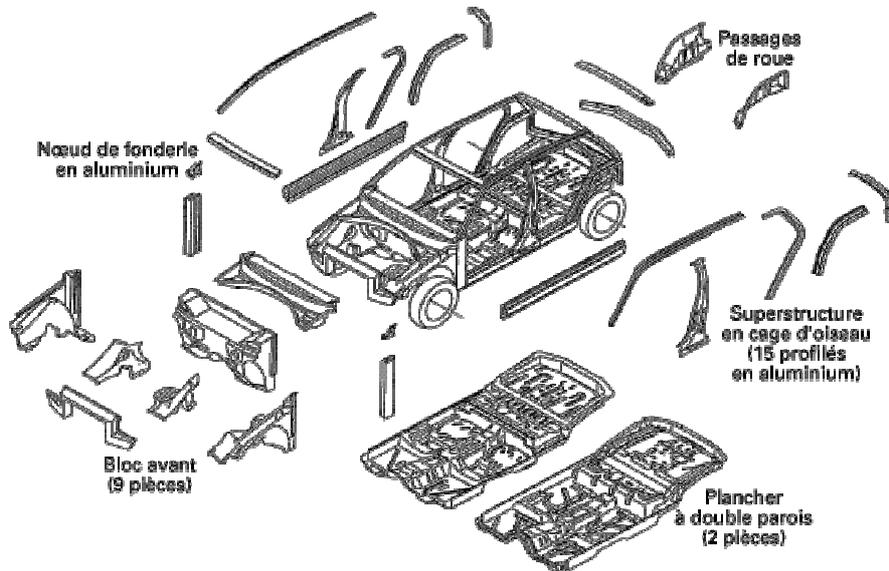


Fig. 1.1 - Vue éclatée des différentes portions d'une automobile ([VAL])

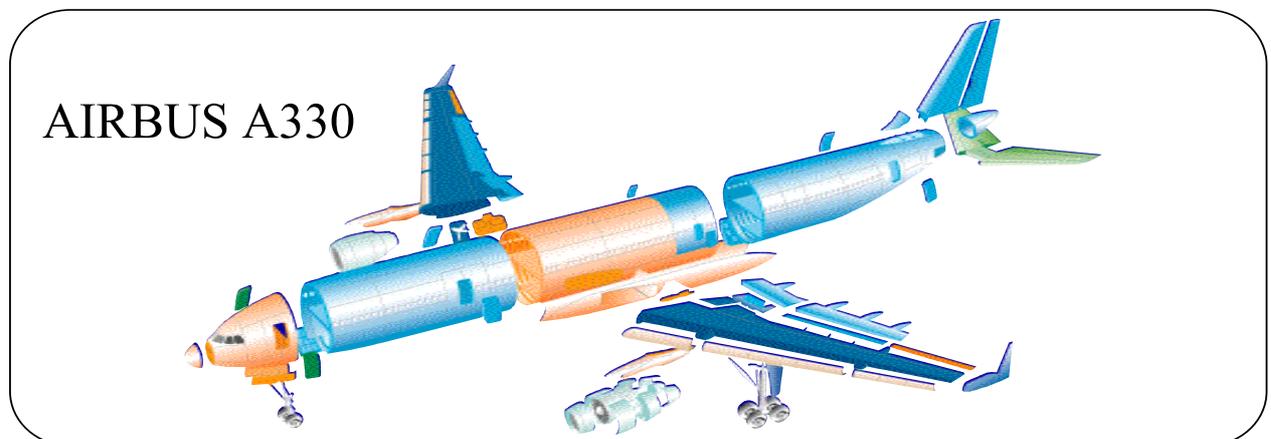


Fig. 1.2 - Vue éclatée des différentes portions à assembler d'un A330 (source : AIRBUS)

La conception et la réalisation des assemblages sont déterminantes pour la durée de vie. Pour rester dans l'exemple précédent issu de l'industrie aéronautique, nous pouvons noter que ce type d'avion compte près de 300 000 boulons et plus d'un million de rivets ([KOF99]). La durée de vie d'un assemblage boulonné sur avion est de l'ordre de 25 ans. La maîtrise de la durée de vie des assemblages est donc prédominante.

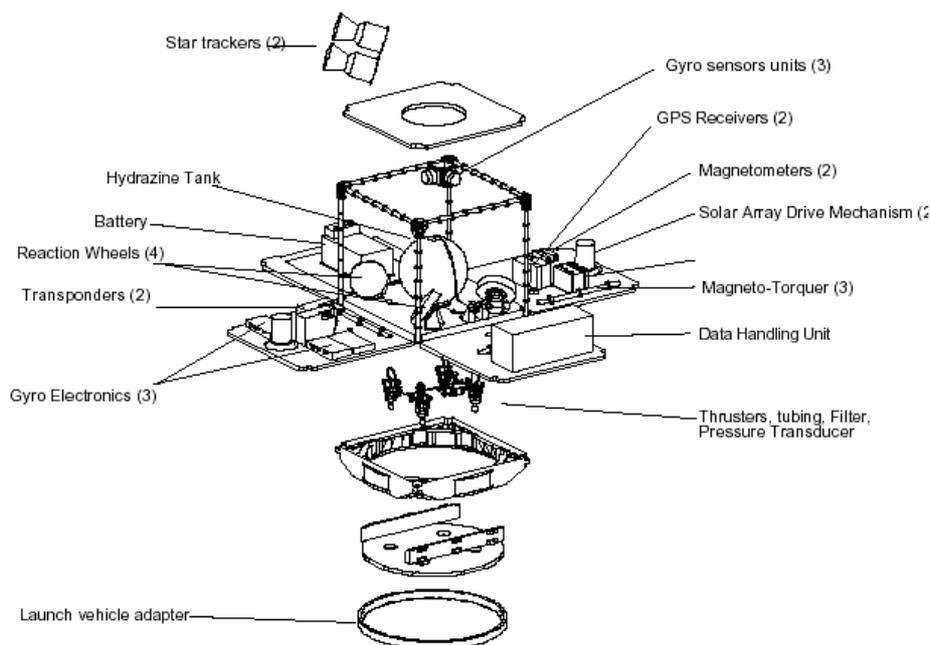


Fig. 1.3 - Vue éclatée de la plate-forme PROTEUS ([JOU])

Au-delà de rendre possible la construction d'une structure, l'assemblage assure la transmission des charges d'une pièce à l'autre, et par conséquent la technique d'assemblage devient un facteur prépondérant. Il existe de nombreux modes d'assemblage (par exemple l'agrafage des boîtes de conserve, les reliures des livres, le clouage ...) mais de manière générique les trois grandes techniques d'assemblage structural sont le soudage, le collage et le boulonnage. Chacun de ces modes possède ses avantages et ses inconvénients et sera ainsi à adapter aux sollicitations appliquées à la structure et donc aux pièces assemblées, aux fonctions particulières à remplir par les pièces et à la nature même de ces pièces. Par exemple, si les pièces à assembler doivent, au cours de leur vie, pouvoir être démontées, le boulonnage sera plutôt choisi. Un autre exemple est l'assemblage de deux pièces en matériaux composites pour lequel le collage est répandu. Par ailleurs, il est possible de combiner entre eux ces différents modes d'assemblage.

Les travaux présentés dans ce mémoire s'intéressent aux assemblages issus de la combinaison entre le collage et le boulonnage. Cet assemblage particulier est qualifié d'assemblage hybride (boulonné/collé) et sera noté, dans la suite, assemblage HBC.

### 1.1.2 Les assemblages HBC

Un assemblage est dit hybride quand il associe deux techniques d'assemblage différentes. Ici il s'agit de l'association du boulonnage et du collage (cf. Fig. 1.4). Ce type d'assemblage est à l'étude notamment dans l'industrie automobile (Projet TECABS [KEL04]).

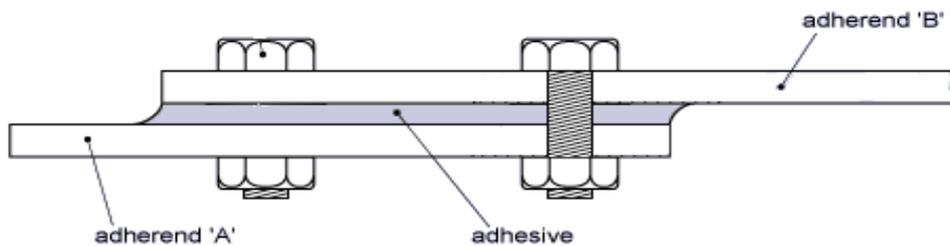
La combinaison de ces deux techniques d'assemblage vise à :

- tirer avantage d'une possible complémentarité ;
- minimiser les aspects négatifs de chacune des deux techniques.

L'association du boulonnage et du collage a pour but de :

- mieux répartir le transfert de charge d'un substrat de l'éclissage à l'autre ;
- déplacer les pics de surcontrainte afin d'utiliser l'effet bénéfique de la jonction collée sur la durée de vie ;
- réduire le nombre de fixations : moins cher, moins lourd, moins long à fabriquer.

Ce type d'assemblage associe un mode de transfert discret (au niveau des fixations) et un mode de transfert continu (au niveau de l'adhésif). Nous pouvons noter aussi que ces modes, discret et continu, assument chacun un transfert entre deux milieux continus.



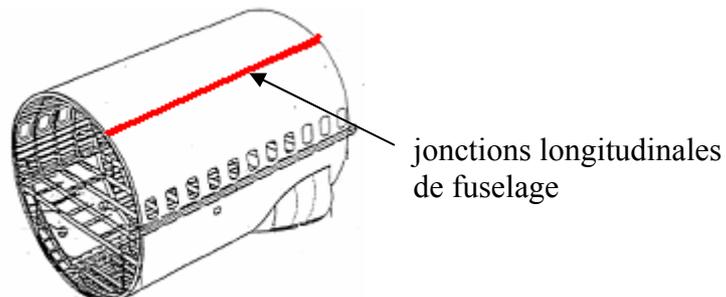
**Fig. 1.4** - Illustration d'une jonction HBC en simple cisaillement (source : AIRBUS)

### 1.1.3 Motivation de l'étude

Cette étude sur les assemblages HBC est motivée par un cas d'application de l'aviation civile (AIRBUS) : les éclissages de panneaux de fuselage.

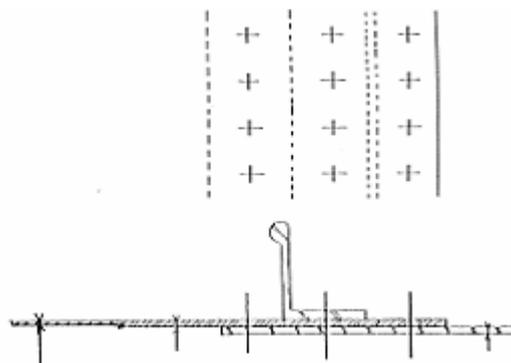
En construction aéronautique, un éclissage est un assemblage par des boulons ou des rivets de pièces planes ou quasi planes, de relativement faible épaisseur, sollicitées dans le plan (force dans le plan de l'éclissage et moment normal au plan ([HUE95])). Entre les pièces assemblées, pour assurer l'étanchéité et éviter les problèmes de fretting corrosion, une fine couche de mastic est intercalée.

Si à terme, l'étude entreprise doit pouvoir s'appliquer à d'autres jonctions sur avion, le premier cas d'étude est celui des jonctions longitudinales de fuselage. Elles sont localisées par un trait épais sur la figure suivante (cf. Fig. 1.5).



**Fig. 1.5** - Localisation des jonctions longitudinales de fuselage (source : AIRBUS)

Ces éclissages comportent souvent trois lignes de fixations (cf. Fig. 1.6) et travaillent en simple cisaillement (cf. *Chapitre II*).



**Fig. 1.6** - Jonction à trois lignes en simple cisaillement (source : AIRBUS)

## 1.2 Problématique

La problématique des travaux présentés dans ce mémoire se décline sur deux niveaux. Le premier est le niveau général des assemblages HBC, tandis que le second est le niveau du cas d'application des jonctions longitudinales de fuselage.

### 1.2.1 Objectif de l'étude sur les jonctions longitudinales de fuselage

L'objectif de l'étude du cas d'application est de remplacer ces jonctions à trois lignes par des jonctions à deux lignes et un film de colle.

Les gains propres attendus par ce remplacement sont de deux natures différentes :

- gain en masse ;
- gain en coût de production.

Les effets bénéfiques d'une réduction de la masse structurale de l'avion peuvent s'exprimer en termes de marketing et de performances. Selon les souhaits des compagnies aériennes, l'avion produit pourra consommer moins de carburant à iso-distance ou couvrir des distances plus importantes, ou encore emporter plus de masse marchande.

Concernant le gain en production, l'élimination d'une ligne de fixations sur trois se traduirait par une économie de dix à vingt pour cent sur le coût de production (source : AIRBUS). Ce gain est évalué avec l'hypothèse selon laquelle l'adhésif à définir remplace de manière transparente le mastic déjà employé. Autrement dit, la mise en place de cette technologie ne doit pas nécessiter des modifications au niveau des procédés d'assemblage.

Ainsi la problématique déclinée au niveau du cas d'application se pose en ces termes :

***Comment dimensionner géométriquement et mécaniquement une jonction HBC apte à remplacer son équivalent boulonné sur avion ?***

### 1.2.2 Problématique au niveau général

Pour tenter de répondre à la question précédente, il est nécessaire de s'intéresser de manière générale aux mécanismes physiques mis en jeu dans les assemblages HBC.

En effet, derrière la question du dimensionnement, se cache l'étude du comportement mécanique de ces assemblages et des modélisations à développer pour le prédire. Dès lors, nous pouvons énoncer la problématique générale de la manière suivante :

***Comment modéliser le comportement mécanique des assemblages HBC ?***

Autrement dit, l'étude du comportement mécanique des assemblages HBC, par le biais de modélisations, doit fournir les paramètres les plus influents sur la tenue de ces assemblages ainsi que les paramètres dimensionnants.

Nous avons donc distingué deux niveaux d'étude, qui sont intimement liés dans ces travaux. Si l'étude générale du comportement mécanique des assemblages HBC s'avère nécessaire, il n'en reste pas moins que le cas d'application des jonctions longitudinales permet d'orienter les travaux de recherche, que cela soit au niveau de la forme de l'assemblage que dans le type de sollicitations considéré.

Plus précisément, il s'agit de caractériser la géométrie de l'assemblage en simple cisaillement et les propriétés mécaniques de l'adhésif en respectant, d'une part, la spécificité de la construction aéronautique qui exige un haut niveau de performance en fatigue (chargement important sur de longues périodes) et en tolérance aux dommages, et d'autre part, les méthodes existantes de calcul de dimensionnement et de production. Par ailleurs le cas de chargement retenu est celui de la traction simple dans le plan ; par conséquent, nous pouvons nous limiter à une tranche de largeur égale au pas transverse.

## Chapitre II – Etat de l'art et bibliographie

Les assemblages collés et les assemblages boulonnés ont donné lieu à de volumineuses études, vu le nombre de publications sur chacun de ces deux sujets. Cependant, il n'en est pas de même pour les assemblages HBC. Les recherches bibliographiques, présentées dans ce chapitre, sont alors articulées autour de quatre thèmes : les assemblages collés, les assemblages boulonnés, les assemblages HBC et les adhésifs.

### 2.1 Les assemblages collés

#### 2.1.1 Approches analytiques

##### 2.1.1.a Analyses uniaxiales

2.1.1.a.α Analyse de Volkersen

2.1.1.a.β Analyse de Demarkles

2.1.1.a.γ Analyse de Erdogan et Ratwani

2.1.1.a.δ Limite de ces analyses

##### 2.1.1.b Analyses biaxiales

2.1.1.b.α Analyse de Goland et Reissner

2.1.1.b.β Analyse de De Bruyne

2.1.1.b.γ Analyse de Hart-Smith

2.1.1.b.δ Analyse de Oplinger

2.1.1.b.ε Analyse de Tsai et Morton

2.1.1.b.φ Analyse de Crocombe et Bigwood

2.1.1.b.γ Analyse de Smeltzer et Klang

2.1.1.b.η Analyse viscoélastique de Delale et Erdogan

##### 2.1.1.c Analyses complémentaires

2.1.1.c.α Contraintes adhésives nulles en bord de joint

2.1.1.c.β Affinage par prise en compte d'efforts supplémentaires

##### 2.1.1.d Intérêt des approches analytiques

#### 2.1.2 Approches numériques

##### 2.1.2.a Analyse de Harris et Adams

##### 2.1.2.b Analyse de Tsai et Morton

##### 2.1.2.c Utilisation d'éléments finis spéciaux

#### 2.1.3 Synthèse

##### 2.1.3.a La longueur de recouvrement

##### 2.1.3.b La rigidité des substrats

##### 2.1.3.c La rigidité de l'adhésif

##### 2.1.3.d Le comportement mécanique des adhésifs

### 2.2 Les assemblages boulonnés

#### 2.2.1 La rigidité des fixations

##### 2.2.1.a Définition

- 2.2.1.b Formules
  - 2.2.1.b.α Formulation de Tate et Rosenfeld
  - 2.2.1.b.β Formulation de Gore
  - 2.2.1.b.γ Formulation de Boeing
  - 2.2.1.b.δ Formulation de Swift
  - 2.2.1.b.ε Formulation de Huth
  - 2.2.1.b.φ Formulation de Niu
  - 2.2.1.b.γ Formulation de Cope et Iacy
  - 2.2.1.b.η Formulation de Cramer
- 2.2.1.c Synthèse
- 2.2.2 Le calcul du transfert de charge
  - 2.2.2.a Définition
  - 2.2.2.b Approche par récurrence
  - 2.2.2.c Approche par analogie électrique
- 2.2.3 Rupture
  - 2.2.3.a Modes de rupture
  - 2.2.3.b Concentration de contraintes
- 2.3 Les assemblages HBC
  - 2.3.1 Définition
    - 2.3.1.a Avantages et inconvénients du collage
    - 2.3.1.b Avantages et inconvénients du boulonnage
    - 2.3.1.c Le point de vue de Hart-Smith
  - 2.3.2 Analyse de Lunsford
  - 2.3.3 Analyse de Yamaguchi et Amano
  - 2.3.4 Le travail de Gordon Kelly (2004)
    - 2.3.4.a Le transfert de charge
    - 2.3.4.b Résistance statique et résistance en fatigue
    - 2.3.4.c Effet de l'environnement et durabilité
  - 2.3.5 Vers une amélioration du concept d'assemblage hybride
- 2.4 Les adhésifs
  - 2.4.1 Définition
    - 2.4.1.a Qu'est qu'une colle ?
    - 2.4.1.b Les polymères
    - 2.4.1.c La transition vitreuse
  - 2.4.2 L'adhésion
    - 2.4.2.a La théorie mécanique
    - 2.4.2.b La théorie électrique (Deryagin et Krotova)
    - 2.4.2.c La théorie de la diffusion (Voyutski)
    - 2.4.2.d Modèle thermodynamique ou du mouillage (Zisman)
    - 2.4.2.e Modèle rhéologique (Schultz et Gent)
    - 2.4.2.f La théorie chimique
    - 2.4.2.g La théorie des couches interfaciales de faible cohésion (Bikerman)

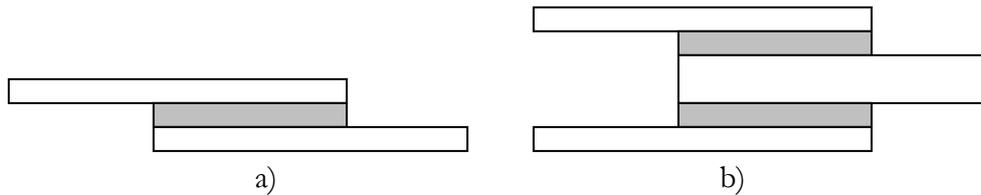
- 2.4.3 Les adhésifs structuraux
  - 2.4.3.a Les époxydes
  - 2.4.3.b Les polyuréthanes
  - 2.4.3.c Les adhésifs à base d'élastomère (caoutchoucs)
- 2.4.4 Autres familles importantes d'adhésifs
  - 2.4.4.a Les polymères à base d'ester acrylique
  - 2.4.4.b Les adhésifs thermostables

## 2.1 Les assemblages collés

Les assemblages collés ont une très grande efficacité. Ils permettent de distribuer les efforts transférés sur une plus grande surface. Nous parlerons alors de mode continu de transfert de charge.

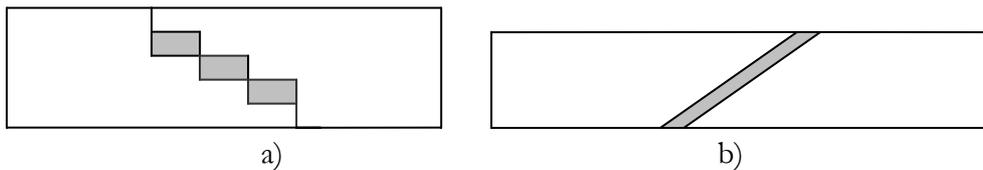
Pour les applications aéronautiques qui nous intéressent, ces assemblages collés sont tels que le joint de colle travaille en cisaillement dans son plan.

La géométrie de base est le recouvrement simple (cf. Fig. 2.1a) ou double (cf. Fig. 2.1b).



**Fig. 2.1 - a)** Jonction à simple recouvrement (single-lap joint)  
**b)** Jonction à double recouvrement (double-lap joint)

Pour atténuer les contraintes de pelage, deux géométries peuvent être utilisées plus particulièrement : la jonction en escalier (cf. Fig. 2.2a) et la jonction biseautée (cf. Fig. 2.2b). Nous notons que ces jonctions peuvent être simple ou double.



**Fig. 2.2 - a)** Jonction en escalier (stepped joint)  
**b)** Jonction biseautée (scarf joint)

Les jonctions longitudinales de fuselage, auxquelles le travail présenté doit pouvoir s'appliquer, sont des jonctions à simple recouvrement. Par conséquent, dans ce qui suit nous nous intéresserons plus particulièrement à ce type d'assemblage.

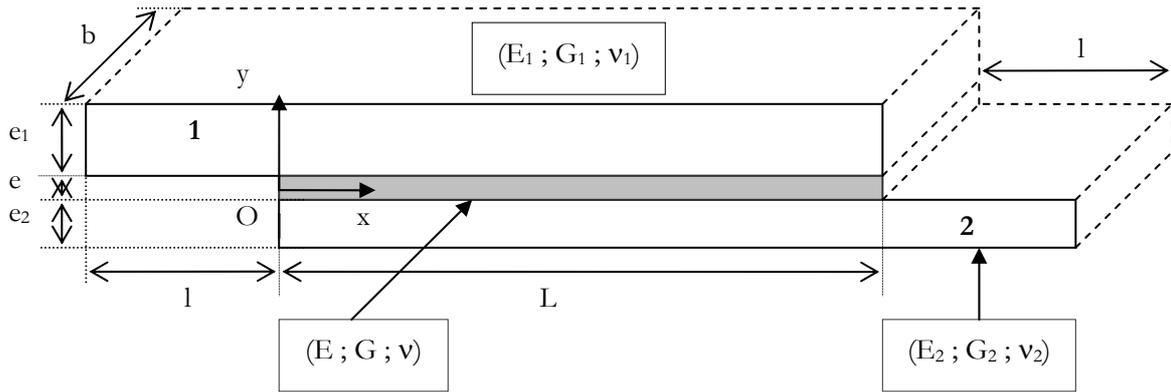
### 2.1.1 Approches analytiques

Les premiers calculs ont été effectués par **Arnoljevic** en 1909 pour des colles qui travaillent élastiquement et en cisaillement, d'après **[GIR80]**.

Deux types d'analyse se dégagent ensuite : les analyses uniaxiales et les analyses biaxiales.

Nous présentons alors les principales analyses qui permettent d'aboutir à la répartition des contraintes dans la couche de colle.

Nous nous appuyerons sur la géométrie du joint à simple recouvrement et les notations suivantes (cf. Fig. 2.3). Nous garderons dans la suite des travaux la même configuration.



**Fig. 2.3** - Géométrie et notation du joint collé en simple recouvrement

La jonction est chargée par un effort de traction  $f$  aux deux extrémités.

L'origine du repère  $O$  est prise au début du substrat 2, sur la ligne moyenne.

Nous indiquons par  $j$  les paramètres mécaniques ou géométriques ayant trait au substrat  $j$ . Pour l'adhésif, aucun indice ne sera employé, pour ces mêmes paramètres.

Nous notons respectivement  $N^{(j)}$ ,  $V^{(j)}$  et  $M^{(j)}$  les efforts normaux, efforts tranchants et moments dans le substrat  $j$ . Nous notons respectivement  $S$  (i.e. :  $\sigma_y$ ) et  $T$  (i.e. :  $\tau_{xy}$ ) les contraintes de pelage et de cisaillement dans l'adhésif.

Une telle jonction sera dite équilibrée quand :

$$E_1 = E_2 \text{ et } e_1 = e_2 \quad (2.1)$$

et déséquilibrée dans le cas contraire.

### 2.1.1.a Analyses uniaxiales

Dans ces analyses, seules les contraintes de cisaillement dans l'adhésif et les efforts longitudinaux (sens des  $x$ ) dans les substrats sont pris en compte. L'adhésif est modélisé par une infinité de ressorts travaillant en cisaillement. Les substrats sont considérés comme travaillant en contraintes planes.

#### 2.1.1.a.α Analyse de Volkersen

**Volkersen**, dans [VOL38], analyse en 1938 l'état de contrainte dans un joint collé à simple recouvrement.

Volkersen considère que l'adhésif et les substrats sont parfaitement élastiques et isotropes. Il néglige les contraintes de cisaillement dues à la flexion des substrats, supposés alors travailler en contraintes planes, et, s'intéresse à la distribution des contraintes de cisaillement dans la couche de colle.

Il obtient la répartition suivante pour une jonction équilibrée :

$$T(x) = 0.5 \frac{\eta_V}{b} \frac{\cosh(\eta_V (0.5L - x))}{\sinh(0.5\eta_V L)} f \quad (2.2)$$

où :

$$\eta_V = \sqrt{\frac{2G}{ee_1E_1}} \quad (2.3)$$

Il montre alors que la contrainte de cisaillement est maximale au bord du joint et minimale au centre (cf. Fig. 2.4).

En notant  $T_{moy}$ , la contrainte de cisaillement moyenne appliquée, la contrainte maximale  $T_{max}$  s'écrit :

$$T_{max} = \frac{\eta_V L}{2 \tanh(\eta_V L)} T_{moy} \quad (2.4)$$

où :

$$T_{moy} = \frac{f}{bL} \quad (2.5)$$

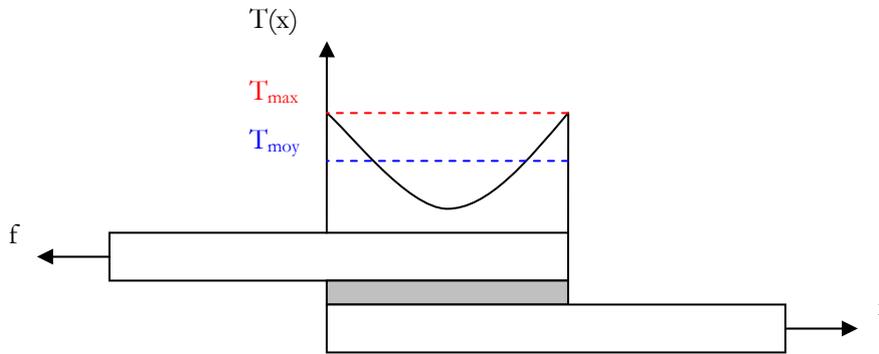


Fig. 2.4 - Répartition de la contrainte de cisaillement

Il faut donc remarquer que :

$$\eta_V L \ll 1 \text{ implique } \begin{cases} T_{max} = T_{moy} \\ f_{critique} = bLT_{moy} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\eta_V L \gg 1 \text{ implique } \begin{cases} T_{max} = \frac{\eta_V L}{2} T_{moy} \\ f_{critique} = \frac{2b}{\eta_V} T_{moy} \end{cases} \quad (2.6)$$

Par conséquent pour  $\eta_V L \gg 1$  la charge critique ne dépend plus de la longueur de recouvrement et il existe donc une longueur optimale,  $L_{opt}$  :

$$L_{opt} = \frac{2}{\eta_V} \quad (2.7)$$

### 2.1.1.a.β Analyse de Demarkles

**Demarkles**, dans [DEM55], améliore l'analyse précédente en tenant compte des déformations de cisaillement des substrats.

Il aboutit à l'expression suivante de la répartition de la contrainte de cisaillement dans l'adhésif, pour le cas de deux substrats du même matériau isotrope mais d'épaisseur non forcément égale :

$$T(x) = \frac{\eta_D L}{\sinh(\eta_D L)} \left[ \frac{e_2 \cosh(\eta_D x) + e_1 \sinh(\eta_D L - \eta_D x)}{e_1 + e_2} \right] T_{\text{moy}} \quad (2.8)$$

où :

$$\eta_D = \sqrt{\frac{2G_1 G(e_1 + e_2)}{E e_1 e_2 (2G_1 e + G(e_1 + e_2))}} \quad (2.9)$$

L'auteur montre que les contraintes de cisaillement aux bords du joint y sont maximales.

Plus précisément, avec  $\varepsilon$  tel que  $e_2 = \varepsilon e_1$ , nous avons :

$$T_{\text{max}} = T(x=0) = \frac{\eta_D L}{\sinh(\eta_D L)} \left( \frac{\varepsilon + \cosh(\eta_D L)}{1 + \varepsilon} \right) \quad (2.10)$$

$$T_{\text{max}} = T(x=L) = \frac{\eta_D L}{\sinh(\eta_D L)} \left( \frac{1 + \varepsilon \cosh(\eta_D L)}{1 + \varepsilon} \right) \quad (2.11)$$

De plus, la charge transférée  $F_T$  (de 1 à 2) entre les deux abscisses  $x_a$  et  $x_b$  ( $x_a < x_b$ ) est donnée par :

$$F_T = \left[ 1 - \frac{\beta G}{\eta_D e E_1 e_1 e_2 \sinh(\eta_D L)} \left( \frac{e_2 (\sinh(\eta_D x_a) - \sinh(\eta_D x_b))}{+ e_1 (\sinh(\eta_D L - \eta_D x_b) - \sinh(\eta_D L - \eta_D x_a))} \right) \right] f \quad (2.12)$$

où :

$$\beta = \frac{2G_1 e}{2G_1 e + G(e_1 + e_2)} \quad (2.13)$$

### 2.1.1.a.χ Analyse de Erdogan et Ratwani

**Erdogan et Ratwani**, dans [ERD71], analysent l'assemblage collé de deux substrats en escalier puis biseautés. La flexion des substrats est négligée : seuls les efforts normaux dans les substrats et la contrainte adhésive de cisaillement sont considérés. Un premier substrat est considéré comme isotrope tandis que le second est orthotrope.

Ils calculent la charge transférée et les contraintes de cisaillement de l'adhésif, et, appliquent les résultats obtenus au cas du simple recouvrement.

L'idée de discrétiser le joint à l'aide de sa configuration naturelle (ici la configuration en escalier permet de fixer les pas de la discrétisation) sera utilisée dans ce mémoire.

### 2.1.1.a.δ Limite de ces analyses

Ces analyses négligent le fait que pour une jonction à simple recouvrement, le chargement est excentré, et qu'il existe donc un moment fléchissant, qui a pour effet de faire tourner le joint. Cette rotation est à l'origine de l'apparition de contraintes normales  $S$  (contraintes de pelage) dans l'épaisseur du joint en plus des contraintes de cisaillement  $T$ .

### 2.1.1.b Analyses biaxiales

Les analyses suivantes sont présentées de manière progressive au niveau de leur complexité et illustrent les travaux existants qui prennent en compte la flexion des substrats due à l'excentricité de chargement, par l'introduction d'un moment de flexion en bord de joint  $M_0$  (cf. Fig. 2.5). L'adhésif est représenté par une infinité de ressorts travaillant en cisaillement et une infinité de ressorts travaillant en traction-compression. Les substrats sont considérés comme des plaques dans la plupart des cas.

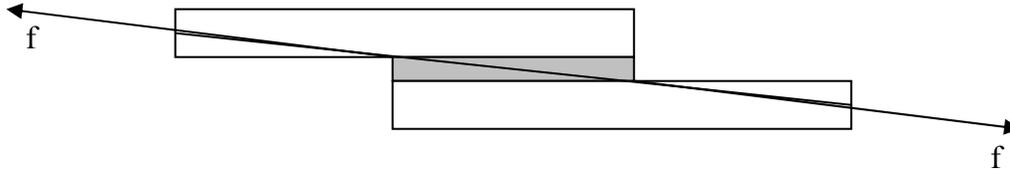


Fig. 2.5 - Excentricité du chargement

#### 2.1.1.b.α Analyse de Goland et Reissner

**Goland et Reissner**, dans [GOL44], tiennent compte du moment de flexion dans leur analyse, et raisonnent alors dans le cadre des plaques en flexion cylindrique.

Ils supposent l'adhésif et les substrats parfaitement élastiques. Ils supposent la profondeur grande devant les épaisseurs des substrats, de sorte qu'ils considèrent un problème de déformations planes. Ils supposent de plus que la contrainte normale dans la direction  $x$  (cf. Fig. 2.3) dans la colle est négligeable et que  $T$  dans la colle ne varie pas dans l'épaisseur. Ils procèdent en deux étapes ; ils déterminent premièrement la répartition du chargement sur la section rectangulaire du joint puis dans un second temps ils déterminent les contraintes dans la colle. Pour cela, ils considèrent les substrats et l'adhésif comme un seul bloc. Ils obtiennent des solutions pour deux cas particuliers (cas limite) :

- la couche de colle est fine et de rigidité similaire aux substrats (soit la relation  $\frac{e}{E} \ll \frac{e_1}{E_1}$ ).
- La couche de colle est fine et ses déformations ne sont pas négligeables (soit la relation  $\frac{e}{E} \gg \frac{e_1}{E_1}$ ) ; c'est ce cas qui s'applique aux assemblages métal/colle/métal.

Ils définissent un facteur de moment fléchissant  $k_{GR}$  et un facteur de force  $k'$  qui relient respectivement le moment de flexion  $M_0$  et l'effort tranchant  $V_0$  en fin de recouvrement, à la charge de traction appliquée à l'assemblage, équilibré ici, afin de tenir compte de la flexibilité des substrats et de l'adhésif.

$$M_0 = 0.5k_{GR}e_1f \quad (2.14)$$

$$V_0 = k_{GR}f \sqrt{3(1-\nu_1^2)} \frac{f}{E_1e_1b} = 2k' \frac{e_1}{L} f \quad (2.15)$$

où :

$$k_{GR}^{-1} = 1 + 2\sqrt{2} \tanh\left(1.5\sqrt{1-\nu_1^2} \frac{L}{2e_1} \sqrt{\frac{f}{E_1 b e_1}}\right) \quad (2.16)$$

$$k' = 0.5 \frac{L}{e_1} \sqrt{\frac{3(1-\nu_1^2)}{E_1 e_1 b}} k_{GR} \quad (2.17)$$

Ils obtiennent ainsi dans le second cas limite :

$$T(x) = -\frac{1}{4bL} \left[ (1+3k) \frac{\beta L}{2e_1} \frac{\cosh\left(\frac{\beta x}{e_1}\right)}{\sinh\left(0.5 \frac{\beta L}{e_1}\right)} + 3(1-k_{GR}) \right] f \quad (2.18)$$

où :

$$\beta^2 = 8 \frac{G}{E_1} \frac{e_1}{e} \quad (2.19)$$

et :

$$S(x) = \frac{e_1}{4L^2 b \Delta} \left[ \begin{aligned} & \left( 0.5R_2 \lambda^2 k_{GR} + \lambda k' \cosh(\lambda) \cos(\lambda) \right) \cosh\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \cos\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \\ & + \left( 0.5R_1 \lambda^2 k_{GR} + \lambda k' \sinh(\lambda) \sin(\lambda) \right) \sinh\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \sin\left(\lambda \frac{2x}{L}\right) \end{aligned} \right] f \quad (2.20)$$

où :

$$\lambda = \gamma \frac{L}{2e_1} \quad (2.21)$$

$$\gamma^4 = 6 \frac{E}{E_1} \frac{e_1}{e} \quad (2.22)$$

$$R_1 = \cosh(\lambda) \sin(\lambda) + \sinh(\lambda) \cos(\lambda) \quad (2.23)$$

$$R_2 = \sinh(\lambda) \cos(\lambda) - \cosh(\lambda) \sin(\lambda) \quad (2.24)$$

$$\Delta = 0.5(\sinh(2\lambda) + \sin(2\lambda)) \quad (2.25)$$

Les contraintes maximales se situent aux extrémités du joint et ont pour valeur :

$$T_{\max} = \left( \frac{1+3k_{GR}}{4} \eta_V L \coth(\eta L) + \frac{3(1-k)}{4} \right) T_{\text{moy}} \quad (\text{car : } \beta = 2e_1 \eta_V) \quad (2.26)$$

et :

$$S_{\max} = \frac{e_1}{bL^2 \Delta} \left( 0.5 \lambda^2 k_{GR} (\sinh(2\lambda) - \sin(2\lambda)) - \lambda k' (\cosh(2\lambda) + \cos(2\lambda)) \right) \quad (2.27)$$

Dans le cas de substrats indéformables ( $k_{GR} = 1$ ), la contrainte de cisaillement maximale est deux fois plus importante que la valeur prévue par Volkersen ; d'où l'importance de tenir compte de la rotation du joint.

### 2.1.1.b.β Analyse de De Bruyne

Cet important comportement physique de rotation de la jonction en simple recouvrement a aussi été identifié par **De Bruyne** ([DEB44]). Il définit plus particulièrement un facteur de joint (« joint factor ») égal à la racine carrée de l'épaisseur des substrats (jonction équilibrée) par la longueur du recouvrement. Pour de faibles valeurs de ce facteur, la charge à rupture est indépendante de la longueur de recouvrement et est proportionnelle à la racine carrée de l'épaisseur. Pour de grandes valeurs de ce facteur, le rapport entre la charge à rupture et la longueur de recouvrement est constant.

Il donne l'expression de la contrainte de cisaillement, qui est maximale en bord de jonction :

$$T(x) = \frac{\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}}}{\sinh(\sqrt{\alpha\beta})} \left[ (\beta - 1) \cosh\left(\sqrt{\alpha\beta} \frac{x}{L}\right) + \cosh\left(\sqrt{\alpha\beta} \left(1 - \frac{x}{L}\right)\right) \right] T_{\text{moy}} \quad (2.28)$$

où :

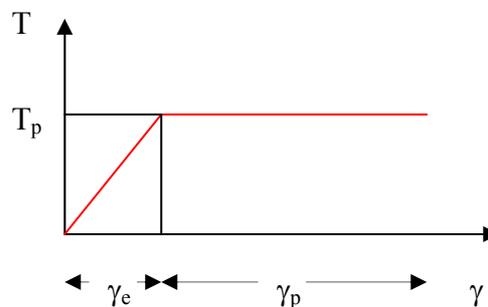
$$\alpha = \frac{GL^2}{E_2 e_2 e} \quad (2.29)$$

$$\beta = 1 + \frac{E_2 e_2}{E_1 e_1} \quad (2.30)$$

### 2.1.1.b.χ Analyse de Hart-Smith

**Hart-Smith** a fourni un travail considérable sur les jonctions collées à simple recouvrement, à double recouvrement, en escalier et biseautées. Ses solutions analytiques incorporent les effets thermiques et les effets de déséquilibre de rigidité. Il se place dans le cadre des plaques en flexion cylindrique.

De plus, Hart-Smith s'intéresse au comportement non linéaire de l'adhésif : il a développé une approche élastique-plastique parfait (cf. Fig. 2.6).



**Fig. 2.6** - Matériau dont le comportement est élastique parfaitement plastique

La démarche consiste à supposer l'existence d'une longueur ( $L-d$ ) sur laquelle la colle plastifie, soit dans le cas d'une jonction équilibrée,  $0.5(L-d)$  à chaque bord.

Dans le cas des jonctions en double cisaillement ([**HAR73**]), il part de l'analyse de Volkersen (les phénomènes de flexion pouvant être négligés). La jonction peut être déséquilibrée. La prise en compte de la plasticité permet de faire coïncider expérience et théorie.

L'auteur montre que la capacité de chargement augmente avec la longueur de recouvrement et est constante au-delà d'une certaine longueur : au dessus de cette longueur, aucune charge plus importante ne peut être transférée. La charge est essentiellement transférée dans deux zones : celles proches des deux extrémités du joint de colle ; la charge transférée dans la zone intermédiaire, où la colle est élastique, est faible. L'extension des deux zones aux extrémités de la jonction est limitée, et au-delà d'une certaine longueur de recouvrement, la longueur des zones aux extrémités de la jonction ne dépend plus de la longueur de recouvrement. Il obtient alors :

$$T_{moy} = \left[ \left( 1 - \frac{d}{L} \right) + \frac{\tanh(0.5\eta_{HS}d)}{0.5\eta_{HS}L} \right] T_p \quad (2.31)$$

où :

$$\eta_{HS} = \sqrt{\frac{G}{e} \left( \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} \right)} \quad (2.32)$$

et :

$$\left[ 0.5\eta_{HS}(L-d) + \tanh(0.5\eta_{HS}d) \right]^2 = \tanh^2(0.5\eta_{HS}d) + 2 \frac{\gamma_p}{\gamma_e} \quad (2.33)$$

Ces deux équations peuvent être résolues numériquement.

En faisant l'hypothèse d'un long recouvrement, il vient :

$$(L-d) = \frac{2}{\eta_{HS}} \sqrt{T_p e \left( \frac{\gamma_e}{2} + \gamma_p \right)} \quad (2.34)$$

La longueur limite de plastification ne dépend donc plus que des caractéristiques mécaniques des matériaux.

Plus précisément, la longueur de recouvrement limite au-delà de laquelle il existe une zone élastique est donnée par :

$$(0.5\eta_{HS}L)_{transition} = \sqrt{2 \frac{\gamma_p}{\gamma_e}} \quad (2.35)$$

D'où en considérant les cas où l'adhésif est totalement élastique ou totalement plastique :

- dans le cas totalement élastique ( $0.5\eta_{HS}L \rightarrow \infty$  et  $\gamma_p \equiv 0$ ), il apparaît  $T_{moy}(0.5\eta_{HS}L) \rightarrow T_p$ , ce qui est la solution de Volkersen (puisque  $\eta_{HS}L \gg 1$ ) ;
- dans le cas totalement plastique ( $0.5\eta_{HS}L \rightarrow 0$ ),  $T_0 \rightarrow T_p$ .

Dans le cas des jonctions en simple cisaillement ([**HAR73**]) dans le cadre de la flexion cylindrique, il faut rajouter l'effet de l'excentricité de chargement. Il part alors de l'analyse de Goland et Reissner, en tenant compte, en plus, des effets géométriques de l'épaisseur de la colle dans l'expression du facteur  $k$  de moment fléchissant  $M_0$  :

$$M_0 = 0.5k_{HS}e_1 \left(1 + \frac{e}{e_1}\right) f = 0.5k_{HS}(e + e_1)f \quad (2.36)$$

Hart-Smith note que le moment appliqué en bord de joint et calculé à l'aide du facteur  $k$  défini par Goland et Reissner, n'est strictement applicable que dans le cas de chargements légers et de petites longueurs de recouvrement, et, considère alors les substrats indépendamment et non en un seul bloc comme le font Goland et Reissner.

Dans la configuration d'un adhésif entièrement élastique, il obtient alors (cas équilibré) :

$$k_{HS} \approx \frac{1}{1 + \zeta \frac{L}{2} + \zeta^2 \frac{L^2}{24}} \quad (2.37)$$

où :

$$\zeta = \sqrt{\frac{f}{D}} \quad (2.38)$$

en notant  $D$  la rigidité de flexion des substrats.

L'excentricité de chargement domine le comportement de la jonction en simple recouvrement. La longueur de recouvrement a ici, contrairement au cas du double recouvrement, une influence importante sur la résistance de la jonction.

Comme dans le cas précédent les zones en bord de joint assure la plus grande part du transfert ; cependant pour de longs recouvrements, la zone intermédiaire est plus efficace que pour le double recouvrement.

La contrainte de cisaillement s'écrit :

$$T(x) = A_a \cosh\left(2\lambda' \left(x - \frac{L}{2}\right)\right) + C_a \quad (2.39)$$

où :

$$C_a = \frac{f}{bL} - \frac{A_a}{\lambda'L} \sinh(L\lambda') \quad (2.40)$$

$$A_a = \frac{\lambda'}{b \sinh(\lambda'L)} \frac{1 + 3 \left(1 + \frac{e}{e_1}\right) k_{HS}}{1 + 3 \left(1 + \frac{e}{e_1}\right) f} \quad (2.41)$$

$$\lambda' = \frac{\eta_{HS}}{2} \sqrt{1 + 3 \left(1 + \frac{e}{e_1}\right)} \quad (2.42)$$

La contrainte de pelage s'écrit :

$$S(x) = A_b \cosh\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \cos\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) + B_b \sinh\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \sin\left(\sigma\left(x - \frac{L}{2}\right)\right) \quad (2.43)$$

où :

$$\sigma = \sqrt[4]{\frac{1-\nu_1^2}{k_b} \frac{6E}{eE_1 e_1^3}} \quad (2.44)$$

$$A_b = \left[ \cos\left(\sigma \frac{L}{2}\right) - \sin\left(\sigma \frac{L}{2}\right) \right] \frac{12EM_0}{eE_1 e_1^3 \sigma^2 e^{\frac{\sigma L}{2}}} \quad (2.45)$$

$$B_b = \frac{\sin\left(\sigma \frac{L}{2}\right) + \cos\left(\sigma \frac{L}{2}\right)}{\cos\left(\sigma \frac{L}{2}\right) - \sin\left(\sigma \frac{L}{2}\right)} A_b \quad (2.46)$$

Le paramètre  $k_b$  représente ici la raideur en flexion pour des substrats filamenteux en matériau composite.

De plus, il met en avant trois modes de rupture.

Le premier mode est celui de la rupture des substrats au bord du joint de colle ; ce mode est le plus fréquent et est celui qui se produit pour des substrats de faibles épaisseurs, en conséquence de la flexion importante due à l'excentricité de chargement. Le second mode est celui de la rupture de la couche de colle en cisaillement ; il concerne plus particulièrement les jonctions avec une faible longueur de recouvrement. Le troisième mode est celui qui combine les deux précédents, et est associé aux contraintes de pelage en bord de joint et se produit pour des substrats de forte épaisseur.

Le rapport de la longueur de recouvrement à l'épaisseur du substrat joue donc un rôle important dans la prévision du mode de la rupture du joint.

### 2.1.1.b.δ Analyse de Oplinger

Goland et Reissner, et Hart-Smith négligent l'influence des grands déplacements. **Oplinger**, dans [OPL91], intègre ces grands déplacements, dans le cas purement élastique et pour des jonctions équilibrées.

Il définit alors un nouveau facteur de moment fléchissant :

$$k_o = \frac{R_1(1 + R^2 C_2) + 8R_2 \frac{\tanh\left(\mu_1 \frac{\lambda}{2}\right)}{\tanh\left(\mu_2 \frac{\lambda}{2}\right)} R(C_1 - C_2)}{R_1 + 8R_2 \frac{\tanh\left(\mu_1 \frac{\lambda}{2}\right)}{\tanh\left(\mu_2 \frac{\lambda}{2}\right)} RC_1 + \sqrt{8}(1 + R^2 C_1) \tanh\left(\mu_1 \frac{\lambda}{2}\right)} \quad (2.47)$$

où :

$$R = \frac{U}{\beta} \quad (2.48)$$

$$U = e_1 \zeta \quad (2.49)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{eE_1}{e_1 G}} \quad (2.50)$$

$$R_1 = \frac{\sqrt{8v_1}}{R} \quad (2.51)$$

$$R_2 = \sqrt{\frac{v_2}{8}} \quad (2.52)$$

$$v_1, v_2 = a \pm b \quad (2.53)$$

$$a = 4 \left( 1 + \frac{3e_1}{4e} \right) + \frac{R^2}{4} \quad (2.54)$$

$$b = \sqrt{a^2 - R^2} \quad (2.55)$$

$$\mu_1 = \frac{U^2}{2e_1^2} \quad (2.56)$$

$$\mu_2 = -2 \frac{\beta^2}{e_1^2} \quad (2.57)$$

$$\lambda = \frac{L}{e_1} \quad (2.58)$$

$$C_1 = \frac{J_1}{64J_2} \quad (2.59)$$

$$C_2 = \frac{1}{48J_2} \quad (2.60)$$

$$J_1 = \frac{1}{R_2^2 - \frac{R^2}{16}} \quad (2.61)$$

$$J_2 = \frac{R_2^2}{4R_2^2 - 1} \quad (2.62)$$

Nous remarquons qu'avec ces notations :

$$k_{GR} = \frac{1}{1 + \sqrt{8} \tanh\left(\frac{U\lambda}{2\sqrt{8}}\right)} \quad (2.63)$$

$$k_{HS} = \frac{1}{1 + U \frac{\lambda}{2} + \frac{U^2 \lambda^2}{24}} \quad (2.64)$$

La distribution de la contrainte de cisaillement s'exprime ainsi :

$$T(x) = \frac{\mu_1}{2e_1} \Delta_{h1} \frac{\cosh\left(\mu_1 \frac{x-L}{e_1}\right)}{\sinh\left(\mu_1 \frac{\lambda}{2}\right)} + \frac{\mu_2}{2e_1} \Delta_{h2} \frac{\cosh\left(\mu_2 \frac{x-L}{e_1}\right)}{\sinh\left(\mu_2 \frac{\lambda}{2}\right)} \quad (2.65)$$

où :

$$\Delta_{hj} = \frac{2\beta^2 \mu_j^2}{\mu_j^2 - 2\beta^2} \frac{E_1}{1-\nu^2} \frac{e_1}{2} k_{2j} \quad (2.66)$$

$$k_{21} = \frac{1 + R^2 C_2 - k_o}{1 + R^2 C_1} \quad (2.67)$$

$$k_{22} = R^2 C_1 \frac{1 + R^2 C_2 - k_o}{1 + R^2 C_1} - R^2 C_2 \quad (2.68)$$

Pour la contrainte de pelage, Oplinger obtient quasiment la même équation que Goland et Reissner, de sorte que seule la modification du facteur de moment fléchissant est nécessaire.

Il conclue que l'analyse de Goland et Reissner reste valable pour des substrats épais, ce qui n'est pas vrai pour des substrats plus minces, car plus sensibles à la flexion.

### 2.1.1.b.ε Analyse de Tsai et Morton

**Tsai et Morton**, dans [TSA94a], ont inclus les grands débattements du joint et leur influence sur le calcul des moments en bord de joint. Ils parviennent à partir de la comparaison entre une analyse par éléments finis bidimensionnelle et non linéaire et les analyses théoriques de Goland et Reissner, Hart-Smith et Oplinger à estimer les domaines de validité de ces théories. Il distinguent alors deux types de joints : les joints à court recouvrement et les joints à long recouvrement.

Le joint sera court si :

$$\frac{L}{2e_1} \leq 0.31 \sqrt{\frac{E_1}{\sigma_u}} \quad (2.69)$$

où  $\sigma_u$  est la résistance des substrats (en traction).

Plus précisément :

- le modèle de Hart-Smith pour la détermination du moment en bord de joint est meilleur que ceux de Goland et Reissner et Oplinger pour les joints à court recouvrement ;
- le modèle de Oplinger pour la détermination du moment en bord de joint est meilleur que ceux de Goland et Reissner et Hart-Smith pour les joints à long recouvrement.

Cependant, le modèle de Goland et Reissner reste assez précis pour la détermination de la distribution des contraintes adhésives, que le joint soit court ou long, en négligeant les grands déplacements du joint, et, en dépit que les contraintes aux bords de joint, au niveau des surfaces libres ne soient pas nulles. Les auteurs proposent un facteur de moment fléchissant modifié, à partir de celui de Goland et Reissner, pour tenir compte des effets des grands déplacements.

$$k_{GR}^{TM} = \frac{1}{1 + \sqrt{8} \tanh\left(\frac{UL}{2\sqrt{8}e_1}\right) \coth\left(U \frac{l}{e_1}\right)} \quad (2.70)$$

où  $l$  est la longueur (longitudinale) des parties non collées.

### 2.1.1.b.φ Analyse de Crocombe et Bigwood

**Crocombe** et **Bigwood**, dans [CRO89] et [CRO90], ont développé une analyse générale d'une jonction collée. Cette analyse a pour but de couvrir tous les types de configuration géométrique, en considérant la jonction en deux sandwichs substrat-adhésif soumise à un chargement complexe (tension, effort tranchant et moment de flexion). Les auteurs traitent dans un premier temps le cas élastique, et ensuite introduisent les non linéarités de la colle. Ils partent des mêmes hypothèses que Goland et Reissner : les déplacements hors plans dans les substrats sont négligeables devant les déplacements dans l'adhésif. Dans le cas élastique, les auteurs parviennent à des expressions linéaires des contraintes de cisaillement et de pelage en fonction du type de chargement ; ces formules sont directement exploitables par un bureau d'étude. Dans le cas d'un comportement non linéaire de la colle, les auteurs, contrairement à l'approche de Hart-Smith donnent une méthode continue le long du recouvrement : il n'y a pas de séparation en deux zones distinctes (zone plastique aux deux bords du joint de colle et zone élastique entre les deux).

La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre.

Ils obtiennent les contraintes maximales en bord de joint en superposant les maximums partiels créés par chaque élément de réduction du visseur dans les substrats : effort normal ( $N$ ), tranchant ( $V$ ) et moment ( $M$ ) :

$$(T_{\max})_N = \frac{\alpha_1}{2\sqrt{\alpha_1 + \alpha_2}} N \quad (2.71)$$

$$(T_{\max})_V = \frac{3}{4e_1} V \quad (2.72)$$

$$(T_{\max})_M = \frac{3\alpha_1}{e_1\sqrt{\alpha_1 + \alpha_2}} M \quad (2.73)$$

$$(S_{\max})_T = \frac{\sqrt{2}\beta_1}{\sqrt[4]{(\beta_1 + \beta_2)^3}} T \quad (2.74)$$

$$(S_{\max})_M = \frac{\beta_1}{\sqrt{\beta_1 + \beta_2}} M \quad (2.75)$$

où :

$$\alpha_j = \frac{G}{ee_j E_j} \quad (2.76)$$

$$\beta_j = \frac{12E}{ee_j^3 E_j} \quad (2.77)$$

L'utilisation de ces équations est limitée aux conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \geq 0.6 \\ \frac{\beta_1}{\beta_2} \leq 2 \\ (\alpha_1 + \alpha_2)L^2 \geq 9 \\ (\beta_1 + \beta_2)L^4 \geq 4.6^4 \end{array} \right. \quad (2.78)$$

### 2.1.1.b.γ Analyse de Smeltzer et Klang

**Smeltzer** et **Klang**, dans [SME03], développent un modèle analytique qui vise à s'appliquer aux cas de substrats non isotropique et d'adhésif non élastique. Ils s'inspirent de la théorie classique des stratifiés, et, en particulier, scinde le film d'adhésif en deux parties, chacune des parties étant attachée au substrat inférieur et supérieur.

Ils comparent les résultats issus de leur modèle, codé sur FORTRAN à l'aide de la méthode des différences finies et représentant ainsi un outil de conception, aux résultats donnés par Goland et Reissner et par Crocombe et Bigwood. Ils mettent notamment en évidence une chute significative de la contrainte maximale de cisaillement entre le cas d'un adhésif élastique et le cas d'un adhésif non élastique.

#### **Remarque :**

Des développements similaires peuvent être trouvés dans [ZOU04]. Plusieurs exemples sont traités, et en particulier le cas du simple recouvrement à substrats en aluminium. Les résultats montrent une très bonne concordance avec ceux donnés par l'étude par éléments finis qu'ils ont réalisée sur les contraintes de cisaillement et de pelage.

### 2.1.1.b.η Analyse viscoélastique de Delale et Erdogan

**Delale** et **Erdogan**, dans [DEL81], introduisent le comportement viscoélastique de l'adhésif, tandis que les substrats sont considérés comme élastiques, dans une jonction collée à simple recouvrement et équilibrée. Le modèle viscoélastique utilisé est un modèle de Zener modifié.

Les auteurs montrent que la distribution des contraintes adhésives (pelage et cisaillement) varie avec le temps. Les maximums de ces contraintes ont tendance à diminuer à mesure que le temps augmente. De plus, les maximums de pelage, non seulement, sont supérieurs à ceux de cisaillement, mais décroissent plus lentement

### 2.1.1.c Analyses complémentaires

#### 2.1.1.c.α Contraintes adhésives nulles en bord de joint

Les analyses précédentes prévoient un maximum de contrainte adhésive aux deux extrémités du joint ; c'est contraire à la condition de contrainte nulle en bord libre. Elles ne tiennent pas non plus compte de la variation dans l'épaisseur du joint de colle des contraintes de pelage et de cisaillement.

**Allman**, dans [ALL77], fournit un modèle dans lequel le cisaillement est nul aux deux bords du joint et le pelage varie linéairement dans l'épaisseur de l'adhésif. Il utilise la formulation du facteur de moment fléchissant de Goland et Reissner et s'inspire de la formulation par éléments finis. Il montre alors que les maximums de la contrainte de cisaillement sont près des bords et supérieurs à ceux donnés par Goland et Reissner (11% en moyenne).

**Renton et Vinson** [REN77] ont une approche analytique qui démontre la nullité des contraintes aux bords libres du joint.

**Chen et Cheng**, dans [CHEN83], développent une méthode basée sur le couplage de la théorie de l'élasticité et de l'énergie complémentaire. Ils vérifient l'état de contrainte nulle en bord de joint. Leur méthode s'adapte à tout type d'adhésif (flexible ou non).

### *2.1.1.c.β Affinage par prise en compte d'efforts supplémentaires*

D'autres méthodes visent à affiner les analyses existantes en prenant en compte des efforts supplémentaires dans les substrats.

**Srivinas**, dans [SRI75], prend en compte en plus les contraintes normales transverses et les déformations transverses de cisaillement dans les substrats. Srivinas s'est limité à une analyse élastique. Cette analyse montre que la prise en compte de ces contraintes supplémentaires peut être raisonnablement négligée pour estimer les contraintes maximales de pelage et de cisaillement.

**Delale, Erdogan et Aydimoglu**, dans [2DEL81], partent de l'analyse de Goland et Reissner et prennent en compte en plus le cisaillement dans les substrats et les contraintes normales  $\sigma_{II}$  dans l'adhésif.

**Adams et Peppiatt**, dans [ADA73], étudient l'influence de la prise en compte du coefficient de Poisson des substrats sur les contraintes de cisaillement dans le joint de colle. Même si la flexion des substrats est bloquée, les auteurs montrent l'existence de contrainte de cisaillement transverse  $\tau_{xy}$  (cf. Fig. 2.3).

### **2.1.1.d Intérêt des approches analytiques**

Les approches analytiques fournissent des expressions prêtes à l'emploi. Elles sont nombreuses. L'exactitude de ces formules doit être reliée à la validité des hypothèses simplificatrices faites, vis-à-vis du problème posé, comme par exemple les hypothèses de contraintes qui, dans l'épaisseur du film adhésif, sont constantes ou varient linéairement, ou la prise en compte ou non de la rotation de la jonction.

Les approches numériques permettent d'éviter certaines hypothèses simplificatrices, comme par exemple les hypothèses de contraintes qui, dans l'épaisseur du film adhésif, sont constantes ou varient linéairement, ou la prise en compte ou non de la rotation de la jonction. Cependant, vu les gradients de déformations élevés, un maillage fin est nécessaire. Par conséquent, l'approche

numérique demande vite des temps de calcul importants, et, faire une étude paramétrique est fastidieux.

## 2.1.2 Approches numériques

### 2.1.2.a Analyse de Harris et Adams

**Harris et Adams**, dans [HAR84], s'intéressent aux modes de rupture d'une jonction à simple recouvrement, en prenant en compte la rotation de la jonction quand elle est chargée. Ils montrent que les facteurs de moment fléchissant de Goland et Reissner et de Hart-Smith ne correspondent pas à ceux trouvés numériquement, et ils attribuent les écarts aux hypothèses simplificatrices prises dans ces méthodes analytiques. De plus, ils ont introduit un comportement non linéaire des matériaux ; ils montrent alors qu'un faible degré de plastification des substrats augmente la résistance de la jonction, dans le sens où sa rotation est diminuée et que, par conséquent, les contraintes adhésives le sont aussi. Cependant, une plus grande plastification des substrats entraîne une concentration de contrainte plus importante au bord du bourrelet, qui peut être à l'origine d'une rupture prématurée de la jonction. Deux types de rupture sont alors mis en évidence : au niveau du bourrelet ou entre le substrat et l'adhésif en bord de joint, selon la limite élastique des substrats. Ils montrent de plus que, si l'adhésif plastifie, la résistance de la jonction augmente puisque la distribution de contrainte tend à s'uniformiser le long du recouvrement.

### 2.1.2.b Analyse de Tsai et Morton

**Tsai et Morton**, dans [TSA94], proposent une analyse par éléments finis tridimensionnelle linéaire, incluant les grands déplacements et la présence d'un bourrelet en bord de joint. Par comparaison avec un modèle éléments finis bidimensionnel et le modèle de Goland et Reissner, ils montrent que si la contrainte de cisaillement n'est pas sensible au passage à la troisième dimension, il n'en est pas de même pour la contrainte de pelage. Ils montrent qu'une analyse bidimensionnelle en déformation plane est valable pour connaître la distribution de contrainte loin des surfaces libres ( $\frac{2x}{L} > 0.1$ ). Ils confirment de plus que la présence du bourrelet diminue les contraintes maximales de cisaillement et de pelage.

### 2.1.2.c Utilisation d'éléments finis spéciaux

**Amijima et Fujii**, dans [AMI87], présentent un programme informatique qui permet d'étudier les contraintes adhésives d'une jonction collée dans le cas biaxial et élastique. Les substrats sont supposés élastiques et les auteurs se placent dans le cadre de la théorie des poutres. Les auteurs divisent la structure substrat-adhésif-substrat en éléments finis à quatre nœuds, soit douze degrés de liberté par élément. Les déplacements nodaux sont interpolés par des fonctions classiques et la matrice de rigidité est calculée. L'effet de la température est introduit en terme d'efforts nodaux. L'exemple de la jonction à simple recouvrement est traitée et les résultats sont en accord avec les résultats de Goland et Reissner.

**Adams et Mallick**, dans [ADA92], développent une méthode pour le calcul des contraintes adhésives dans la configuration de simple ou double recouvrement sous un chargement normal. Les substrats sont élastiques mais leurs épaisseurs ne sont pas forcément égales. L'adhésif est

élastique ou élastoplastique. De plus, ils ajoutent les déformations hydrothermales dans les substrats et l'adhésif. Leur solution satisfait la condition des contraintes de cisaillement nulles en bord libre. Elle est basée sur la méthode des éléments finis, afin de profiter de manière aisée de la précision de cette méthode, bien qu'elle présente des inconvénients.

**Carpenter et Barsoum**, dans [CAR89], développent deux éléments finis spéciaux à deux ou quatre nœuds, *selon le type d'hypothèses* retenues sur le joint, pour simuler l'adhésif. Les substrats sont considérés comme étant des éléments poutre. Les nœuds des éléments poutre et des éléments spéciaux coïncident, puisque les auteurs ont utilisé des nœuds à offset pour leurs éléments spéciaux. La structure est discrétisée avec plusieurs de ces éléments poutre et spéciaux. La matrice de rigidité des éléments spéciaux est calculée. Ils montrent que leur solution donne le même résultat que celui de Delale et Erdogan dans [DEL81].

**Yadagiri, Papi Reddy et Sanjeeva Reddy**, dans [YAD87], développent un élément quadratique à six nœuds pour la formulation viscoélastique des éléments de la couche adhésive. Des éléments quadratiques à huit nœuds sont utilisés pour les substrats. Un modèle de Zener modifié est utilisé pour l'adhésif. Ils retrouvent les résultats de Delale et Erdogan dans [DEL81].

**Némès**, dans [NEM04], pour la modélisation 3D par Eléments Finis d'assemblages collés, utilise deux types d'éléments : des éléments quadrangles de degré 2 (10 éléments dans l'épaisseur sont recommandées) et des éléments d'interface de degré 2. Il montre que les distributions des contraintes sont quasi identiques ; elles diffèrent cependant en deux points :

- les éléments d'interface ne permettent pas de donner une contrainte de cisaillement nulle en bord libre ;
- le temps de calcul est bien plus rapide par l'utilisation des éléments d'interface que par l'utilisation des éléments quadrangles.

**Kilic, Madenci et Ambur**, dans [KIL04], utilisent un élément global (spécial) couplé à des éléments finis traditionnels. Cet élément global tient compte des singularités de comportement à l'interface entre substrat et adhésif, dues aux discontinuités géométriques et mécaniques. Des éléments globaux sont disposés dans les zones sensibles en bord de jonction entre les substrats et l'adhésif. Ailleurs, ce sont des éléments traditionnels. La matrice de rigidité de cet élément est établie comme pour les éléments classiques ; seules les fonctions d'interpolation diffèrent et sont calculées à partir des champs de contraintes et de déplacements dans la zone concernée. Cette approche permet de ne plus raffiner le maillage en bord de jonction.

### 2.1.3 Synthèse

Les travaux de Goland et Reissner et de Hart-Smith apparaissent comme étant des travaux références. En effet, Goland et Reissner sont les premiers à prendre en compte la flexion des substrats, tandis que Hart-Smith, sur la base des travaux de Goland et Reissner, analyse les assemblages collés sous toutes ses configurations. Par conséquent, ces travaux offrent la possibilité assez simplement d'être considéré comme référant à d'autres analyses.

De ces analyses, nous pouvons dégager le comportement général en fonction des paramètres suivants :

- la longueur de recouvrement ;
- la rigidité (épaisseur et module d'élasticité) des substrats ;
- la rigidité (épaisseur et module d'élasticité) de l'adhésif ;
- le comportement mécanique de l'adhésif.

### 2.1.3.a La longueur de recouvrement

Les contraintes adhésives maximales en bord de joint augmentent quand la longueur de recouvrement augmente ; l'effort est donc transféré préférentiellement aux extrémités du joint.

La charge moyenne à rupture augmente avec la longueur de recouvrement jusqu'à atteindre un plateau ; d'où l'existence d'une valeur optimale de recouvrement : c'est la longueur de recouvrement qui permet de supporter un effort maximal pour une surface collée minimale.

### 2.1.3.b La rigidité des substrats

L'augmentation de l'épaisseur des substrats diminue la concentration des contraintes de cisaillement et augmente la concentration de contrainte de pelage.

De Bruyne, dans [DEB44], montre que la résistance au cisaillement et le rapport (cf. 2.1.1.b.β)

$\frac{\sqrt{e_i}}{L}$  sont liés.

Une courbe de la résistance au cisaillement en fonction de ce rapport est obtenue : elle est indépendante de la nature des substrats.

L'augmentation de la rigidité de flexion permet de diminuer la concentration des contraintes de cisaillement aux extrémités du joint. Cependant, l'augmentation de la rigidité des substrats par une augmentation de leur épaisseur ou de leur module d'Young augmente le facteur de moment fléchissant et donc une augmentation des contraintes de pelage.

Un facteur important est le rapport de la rigidité relative du substrat sur la rigidité relative de la colle :  $\frac{E_i e}{E e_i}$ . Plus ce rapport sera élevé, plus les contraintes de pelage seront faibles.

### 2.1.3.c La rigidité de l'adhésif

Théoriquement, la résistance du joint collé augmente avec l'épaisseur de l'adhésif. Pourtant, les résultats expérimentaux montrent que la charge moyenne à rupture augmente puis décroît au-delà d'une certaine épaisseur jusqu'à une certaine limite. Dans [GIR80], l'auteur explique que c'est le développement des contraintes d'arrachement aux extrémités du joint, croissant avec l'épaisseur de l'adhésif, qui entraîne une diminution de la résistance au cisaillement. Son étude met en évidence qu'aux extrémités du joint, il existe des zones à très fort gradient de contraintes de pelage, accompagnant l'annulation des contraintes de cisaillement aux bords libres. Il montre par ailleurs que les ruptures du joint de colle tendent à être adhésives et non cohésives quand l'épaisseur augmente (ce n'est donc pas la structure interne de la colle qui

s'affaiblit quand l'épaisseur croît) : les contraintes sont d'autant plus élevées à l'interface substrat/adhésif que le joint est épais.

Quand le module de cisaillement de la colle augmente, la résistance au cisaillement diminue ; ceci pourrait être expliqué par l'augmentation des contraintes maximales adhésives des adhésifs quand leur module augmente.

### 2.1.3.d Le comportement mécanique des adhésifs

Sous les hypothèses simplificatrices prises par Hart-Smith, l'auteur montre que la prise en compte du comportement plastique de l'adhésif permet d'accorder résultats théoriques et expérimentaux. Cela montre donc l'importance du comportement adhésif considéré. De plus, cela montre que des modélisations, pour lesquelles l'adhésif est simulé par des ressorts agissant dans le plan et hors plan, suffisent, même si l'état de contrainte nulle en bord libre n'est pas vérifiée.

La prise en compte du comportement visqueux ([**DEL**]) des adhésifs montre l'évolution au cours du temps des assemblages collés. Par conséquent, la prise en compte de la variation temporelle des propriétés mécaniques des matériaux au cours du temps permet alors de prédire le comportement de l'assemblage collé au cours du temps.

## 2.2 Les assemblages boulonnés

Le boulonnage est le mode d'assemblage le plus courant dans les constructions aéronautiques. Plus précisément, il s'agit d'assemblage boulonné travaillant en cisaillement, et c'est dans ce cadre que nous nous plaçons.

### 2.2.1 La flexibilité des fixations

La flexibilité des fixations est un des paramètres les plus importants dans le dimensionnement des assemblages boulonnés, puisque la durée de vie de l'assemblage, à iso-technologie, est directement liée à la répartition des contraintes autour du trou d'une fixation, qui elle-même dépend de l'effort transféré par cette fixation. De nombreuses études ont alors été réalisées pour déterminer la valeur de ce paramètre. Cependant les formulations établies diffèrent, ainsi que le concept de flexibilité de fixation et l'influence des différents paramètres de conception.

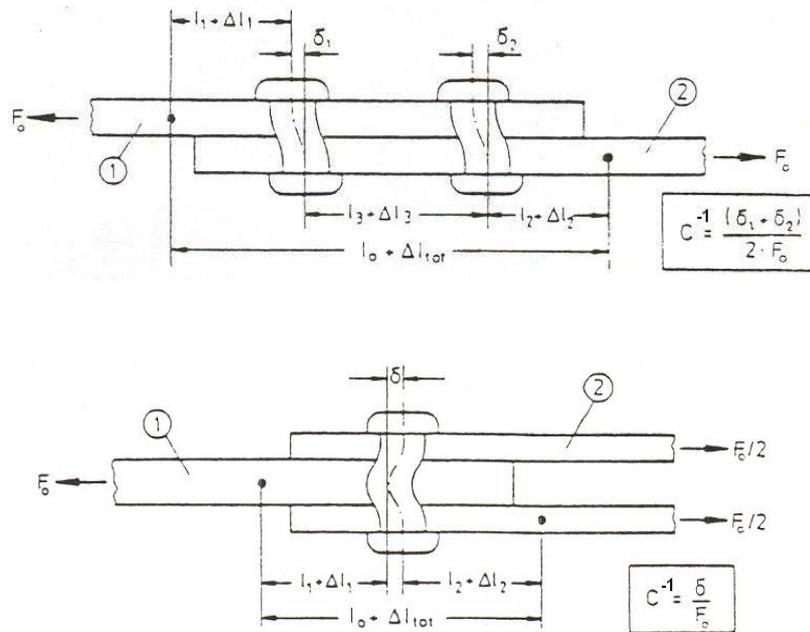
#### 2.2.1.a Définition

La flexibilité, inverse de la raideur  $C$ , d'une fixation est définie par :

$$C^{-1} = \frac{\delta}{f},$$

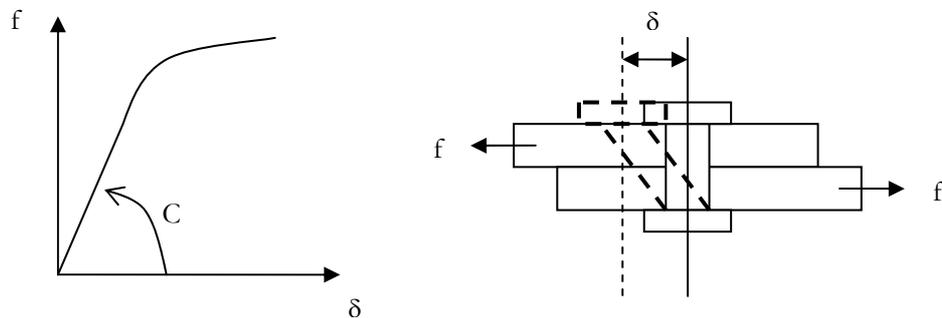
avec  $\delta$  l'allongement de la fixation, et  $f$  l'effort appliqué.

Dans [**HUT86**], nous trouvons l'illustration (cf. Fig. 2.7) suivante de la définition de la flexibilité d'une fixation :



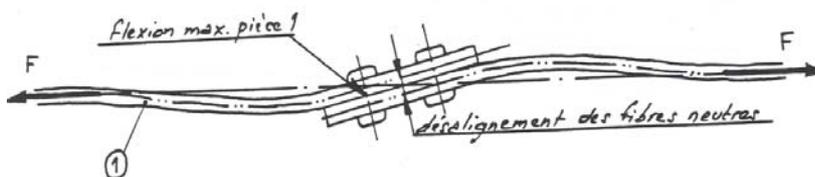
**Fig. 2.7** - Flexibilité d'une fixation (d'après [HUT86])

Nous mesurons donc la déflexion de la fixation pour déterminer sa flexibilité ou bien sa raideur, comme le montre la figure suivante (cf. Fig. 2.8).



**Fig. 2.8** - Raideur d'une fixation dans le domaine élastique

La figure suivante (cf. Fig. 2.9) représente le comportement d'un assemblage en simple cisaillement ; elle met en valeur la flexion des substrats due au chargement excentré de l'assemblage.



**Fig. 2.9** - Flexion d'un assemblage boulonné en simple cisaillement (d'après [HUE95])

### 2.2.1.b Formules

Plusieurs formules existent. Dans la bibliographie dont nous disposons les domaines de validité et les conditions d'élaboration sont très mal décrites ; nous donnons alors le maximum d'informations possible.

Ces formulations ne sont pas les mêmes selon que l'assemblage soit considéré en simple ou double cisaillement. Nous indiquerons par 3 les grandeurs relatives à la plaque intermédiaire pour le double cisaillement et par  $f$  les grandeurs relatives à la fixation.

#### 2.2.1.b.α Formulation de Tate et Rosenfeld

**Tate** et **Rosenfeld**, dans [TAT46] d'après [TAT47], à partir d'une étude expérimentale, donnent la formulation suivante pour la configuration du simple cisaillement :

$$C^{-1} = \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} + \left( \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} \right) \frac{1}{E_f} + \frac{32(e_1 + e_2)(1 + \nu_f)}{9E_f \pi \phi^2} + \frac{8(e_2^3 + 5e_2^2 e_1 + 5e_2 e_1^2 + e_1^3)}{5E_f \pi \phi^4} \quad (2.79)$$

Pour la configuration en double cisaillement symétrique, ils donnent :

$$C^{-1} = \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{2}{e_1 E_3} + \frac{2e_1 + e_3}{e_1 e_3 I_f} + \frac{2(2e_1 + e_3)(1 + \nu_f)}{3E_f \pi \phi^2} + \frac{(8e_1^3 + 16e_1^2 e_3 + 8e_1 e_3^2 + e_3^3)}{192E_f I_f} \quad (2.80)$$

Ces formulations sont développées à partir des hypothèses :

- comportement élastique des matériaux de l'assemblage ;
- la flexion des substrats est négligée ;
- le frottement entre les éléments de l'assemblage est négligé ;
- le jeu est nul ;
- une relation linéaire entre charge appliquée et charge transférée par les fixations.

#### 2.2.1.b.β Formulation de Gore

**Gore**, dans [GOR90] d'après [KOF99], donne la formulation suivante pour la configuration en simple cisaillement :

$$C^{-1} = \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} + \left( \frac{1}{e_1} + \frac{1}{e_2} \right) \frac{1}{E_f} + \frac{8(e_1 + e_2)(1 + \nu_f)}{5E_f \pi \phi^2} + \frac{(e_2^3 + 5e_2^2 e_1 + 5e_2 e_1^2 + e_1^3)}{40E_f I_f} \quad (2.81)$$

Cette formulation est au coefficient près semblable à celle de Tate et Rosenfeld. Aucune information sur les hypothèses et la méthode employée pour la détermination de cette formule n'a pu être trouvée.

#### 2.2.1.b.γ Formulation de Boeing

Le constructeur *Boeing*, dans [BOE] d'après [HUT86], donne à partir de travaux expérimentaux, pour le cas du simple cisaillement :

$$C^{-1} = \frac{2 \left( \frac{e_1}{\phi} \right)^{0.85}}{e_1} \left( \frac{1}{E_1} + \frac{3}{8E_f} \right) + \frac{2 \left( \frac{e_2}{\phi} \right)^{0.85}}{e_2} \left( \frac{1}{E_2} + \frac{3}{8E_f} \right) \quad (2.82)$$

Aucune information sur les hypothèses et la méthode employée pour la détermination de cette formule n'a pu être trouvée.

### 2.2.1.b.δ Formulation de Swift

Le constructeur *McDonnell Douglas*, dans [SWI71] d'après [HUT86], donne une formulation semi-empirique pour la configuration en simple cisaillement:

$$C^{-1} = \frac{5}{\phi E_f} + 0.8 \left( \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} \right) \quad (2.83)$$

Par ailleurs, **Swift**, dans [SWI84], donne la formulation expérimentale pour la configuration en simple cisaillement, où les deux substrats sont dans le même matériau:

$$C^{-1} = \frac{1}{\phi E_1} \left[ A + C \left( \frac{\phi}{e_1} + \frac{\phi}{e_2} \right) \right] \quad (2.84)$$

Les valeurs des constantes  $A_s$  et  $C_s$  sont données dans le tableau suivant (cf. Tab. 2.1) :

	rivet aluminium	boulon acier
$A_s$	5	1,666
$C_s$	0,8	0,86

Tab. 2.1 - Valeurs de  $A_s$  et  $C_s$  (d'après [SWI81])

Aucune information sur les hypothèses pour la détermination de cette formule n'a pu être trouvée. Concernant la méthode employée aucune information précise non plus ne peut être donnée mis à part une approche qui combine expérience et approche analytique.

### 2.2.1.b.ε Formulation de Huth

**Huth**, dans [HUT86], tire de ses essais, la formulation suivante, valable en simple cisaillement ( $m = 1$ ) et en double cisaillement ( $m = 2$ ) :

$$C^{-1} = \left( \frac{e_1 + e_2}{2\phi} \right)^{A_H} * \frac{B_H}{m} \left( \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{m e_2 E_2} + \frac{1}{m e_1 E_f} + \frac{1}{2 m e_2 E_f} \right) \quad (2.85)$$

Il faut noter que dans cette formule, en double cisaillement  $e_i$  et  $E_i$  se rapporte à la plaque intermédiaire, et que  $e_2$  et  $E_2$  se rapportent aux plaques supérieures et inférieures. Les coefficients  $A_H$  et  $B_H$  sont des coefficients qui dépendent du type de fixation et du type de substrats (cf. Tab. 2.2).

	$A_H$	$B_H$
jonction métallique et boulonnée	2/3	3
jonction métallique et rivetée	2/5	2,2
jonction carbone/époxy et boulonnée	2/3	4,2

Tab. 2.2 - Valeurs de  $A_H$  et  $B_H$  (d'après [HUT86])

L'auteur souligne que la détermination expérimentale individuelle des déplacements dus aux charges de flexion, de cisaillement et de matage est impossible ; par conséquent, le déplacement global de la fixation est mesuré.

La détermination de cette formulation est basée sur une batterie de tests expérimentaux pour lesquels les déformations élastiques des différentes travées de substrats sont mesurées afin d'obtenir par différence le déplacement global des fixations en fonction de la charge appliquée. L'auteur ne donne pas beaucoup plus de précisions et s'appuie sur les illustrations données en Fig. 2.7.

Dans cet article, l'auteur montre que la valeur de la flexibilité est un terme constant qui ne dépend donc ni du niveau de charge, ni du cyclage, passé les premiers cycles.

### 2.2.1.b.φ Formulation de Niu

Niu, un chercheur de *Lockheed*, dans [NIU88] d'après [KOF99], donne la formulation suivante pour la configuration en double cisaillement, pour différentes combinaisons de matériaux :

$$C^{-1} = \frac{16}{(2e_1 + e_3)E_f} \left[ A_N \left( \frac{2e_1 + e_3}{2\phi} \right)^2 \left( B_N + \left( \frac{2e_1 + e_3}{2\phi} \right)^2 \right) + C_N \right] \quad (2.86)$$

Les coefficients  $A_N$ ,  $B_N$  et  $C_N$  sont donnés dans le tableau suivant (cf. Tab. 2.3) :

		Boulon	
		Acier	Titane
Plaque acier	$A_N$	3	
	$B_N$	2,12	
	$C_N$	1	
Plaque aluminium	$A_N$	0,13	0,133
	$B_N$	2,12	2,06
	$C_N$	1,87	1,242

Tab. 2.3 - Valeurs de  $A_N$ ,  $B_N$  et  $C_N$  (d'après [KOF99])

Aucune information sur les hypothèses et la méthode employée pour la détermination de cette formule n'a pu être trouvée. Néanmoins, vu la forme de la formulation, nous pouvons supposer que l'auteur combine des tests expérimentaux avec une approche analytique.

### 2.2.1.b.γ Formulation de Cope et Lacy

Cope et Lacy, dans [COP00], donnent les formulations suivantes, basées sur une approche énergétique et sur des essais, à partir de la formulation de Swift ([SWI81]), de la raideur en flexion et en cisaillement des fixations :

$$C_u = \frac{\pi\phi^2 G_F}{4\chi} \quad (2.87)$$

$$C_{\theta} = \frac{3\pi\phi^4 E_F}{64\chi^3} \quad (2.88)$$

où  $\chi$  est l'excentricité de chargement de la jonction, et :

$$E_F = \frac{8E_1\chi}{\pi\phi} \left[ (1+\nu_1) + \frac{8}{3} \left( \frac{\chi}{\phi} \right)^2 \right] \left[ B_{CL} + C_{CL} \left( \frac{\phi}{e_1} + \frac{\phi}{e_2} \right) \right] \quad (2.89)$$

$$G_F = \frac{E_F}{2(1+\nu_1)} \quad (2.90)$$

Les auteurs décomposent d'une part le déplacement global de la fixation en la somme du déplacement dû à la flexion de la fixation avec le déplacement dû au cisaillement de la fixation, et d'autre part, supposent que le déplacement global est égal à celui donné par Swift ([SWI81]). Les hypothèses ne sont pas précisées, mais nous pouvons penser que les auteurs modélisent la fixation comme une poutre de section cylindrique pleine (de diamètre  $\phi$  et de longueur  $\chi$ ) encastree à une extrémité et subissant à l'autre extrémité un effort concentré donné. Les flèches dues à l'effort tranchant et au moment de flexion sont calculées à l'extrémité chargées : le déplacement dû à la flexion est alors égal à la flèche due au moment de flexion, tandis que le déplacement dû au cisaillement est égal à la flèche due à l'effort tranchant. Par ailleurs les caractéristiques mécaniques  $E_F$  et  $G_F$  de la poutre considérée sont tels que le déplacement global ainsi calculé donne le déplacement global donné par Swift ([SWI81]).

L'assemblage considéré comporte des substrats dans le même matériau, et les constantes  $B_{CL}$  et  $C_{CL}$  dépendent du matériau de la fixation (cf. Tab. 2.4) :

	Fixation		
	Aluminium	Titane	Acier
$B_{CL}$	5	4	5/3
$C_{CL}$	0,8	0,82	0,86

Tab 2.4 - Valeurs de  $B_{CL}$  et  $C_{CL}$  (d'après [COP00])

Nous pouvons noter que ces travaux permettent d'accéder aux coefficients concernant les fixations en titane, non donnés dans [SWI81].

### 2.2.1.b. $\eta$ Formulation de Cramer

**Cramer**, dans [CRA68] d'après [HEI01], étudie un assemblage en double cisaillement d'un substrat intermédiaire épais en bois et de deux substrats métalliques fins. Il détermine la raideur de la fixation en considérant que la fixation est supportée par une fondation élastique (le bois) et soumise à des forces concentrées à ces deux extrémités. La raideur qu'il obtient est alors la somme de deux raideurs : une raideur due au matage entre la fixation et les substrats métalliques ( $k_s$ ) et une raideur correspondant à la fondation élastique en bois ( $k_m$ ). Soit :

$$C^{-1} = k_s + k_m \quad (2.91)$$

où :

$$k_s = \frac{1}{2e_1 E_f} + \frac{1}{2e_1 E_1} \quad (2.92)$$

$$k_m = \frac{\lambda \cosh(\lambda e_3) + \cos(\lambda e_3)}{k_w \sinh(\lambda e_3) + \sin(\lambda e_3)} \quad (2.93)$$

avec :

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_w}{4E_f I_f}} \quad (2.94)$$

$$k_w^{-1} = \frac{1}{2\pi(E_l - E_t)} \ln\left(\frac{\phi}{\phi + 2s}\right) \left[ \frac{\left(\frac{E_t}{E_l} + \nu_{ll}\right)^2}{\frac{E_t}{E_l}} - \frac{(1 + \nu_{ll})^2}{\sqrt{\frac{E_t}{E_l}}} \right] \quad (2.95)$$

en notant,  $E_l$  le module longitudinal du bois,  $E_t$  le module tangentiel du bois,  $\nu_{ll}$  le coefficient de Poisson du bois et  $s$  le pas entre les boulons.

**Remarque :**

Si nous considérons le matériau intermédiaire comme isotrope, nous pouvons déduire la valeur de  $k_w$  en faisant tendre  $E_t$  vers  $E_f$ . Soit, au second ordre :

$$k_w^{-1} \xrightarrow{E_t \rightarrow E_f = E_3, \nu_{ll} \rightarrow \nu} \frac{1}{2\pi E_3} \ln\left(\frac{\phi}{\phi + 2s}\right) \frac{(1 + \nu)(\nu - 3)}{2} \quad (2.96)$$

Des travaux récents ([OTE06]) utilisent la théorie des fondations élastiques pour calculer la flexibilité des fixations dans un assemblage en simple cisaillement et double cisaillement. Aucune restriction n'est faite sur l'épaisseur des substrats. Un comportement élastique des matériaux est supposé.

### 2.2.1.c Synthèse

Il semble donc très difficile d'accéder à une valeur de référence de la rigidité des fixations dans un assemblage en simple ou double cisaillement, vu le nombre de formulations différentes, qui reposent de plus souvent, soit entièrement, soit en partie, sur des résultats expérimentaux.

Cependant, il est possible de déceler des analogies entre ces différentes formulations et de distinguer deux groupes de formulation différents.

Le premier groupe contient la formulation de Tate et Rosenfeld et celle de Gore. Elles sont construites sur la somme de trois termes (exprimés en déplacement par exemple) qui correspondent à trois phénomènes différents :

- le déplacement dû au cisaillement de la fixation  $\delta_\alpha$  ;
- le déplacement dû à la flexion de la fixation de la forme  $\delta_\beta$  ;
- le déplacement dû au matage  $\delta_\chi$ .

Plus précisément, en notant  $S_f$  la section de la fixation, et  $P$  un polynôme de degré 3, nous constatons que les dits déplacements sont à une constante près de la forme :

$$\delta_\alpha = \alpha \frac{\sum e_i}{G_f S_f} \quad (2.98)$$

$$\delta_\beta = \beta \frac{P(e_i)}{E_f I_f} \quad (2.99)$$

$$\delta_\chi = \sum_i \chi_i \frac{1}{e_i E_f} + \sum_j \chi_j \frac{1}{e_j E_j} \quad (2.100)$$

Dans ce groupe, le type de matériau de la fixation ou des substrats interviennent sous la forme de leurs caractéristiques élastiques, et non sous la forme de coefficients issus d'une batterie de tests effectués.

Le second groupe contient les formulations de Huth, de Swift, de Boeing, de Niu et de Cope et Lacy, la formulation de Cramer étant originale. Elles sont construites à partir de la contrainte de matage (contrairement au déplacement  $\delta_\chi$  le diamètre de la fixation intervient explicitement). Toutes ces formulations sont dépendantes explicitement des matériaux des fixations et des matériaux des substrats.

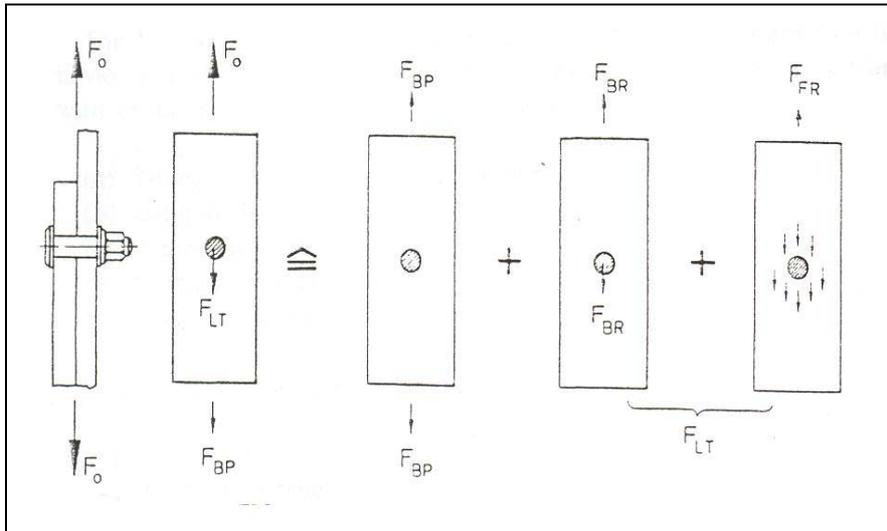
Comme nous allons le voir ci-après la valeur de la raideur des fixations est indispensable pour calculer le transfert de charge dans l'assemblage.

## 2.2.2 Le calcul du transfert de charge

Pour un assemblage boulonné à plusieurs lignes de fixations (cf. Fig. 2.9), des méthodes ont été développées, afin de calculer la répartition des transferts de charge entre ces différentes lignes de fixations. Nous présentons ici les principales.

### 2.2.2.a Définition

L'effort appliqué à l'assemblage n'est pas équitablement réparti sur toutes les fixations. Ce sont elles qui permettent de transférer la charge d'un substrat à une autre. La figure suivante (cf. Fig. 2.10) illustre le mécanisme du transfert d'effort au niveau de la dernière ligne de fixation dans un assemblage en simple cisaillement.



**Fig. 2.10** - Transfert de charge (d'après [HUT86])

$F_0$  : Effort total

$F_{BP}$  : Effort passant, effort de traction dans la tôle

$F_{BR}$  : Effort de matage

$F_{FR}$  : Effort de friction

$F_{LT}$  : Effort transféré

L'effort de matage et l'effort de friction représentent donc l'effort transféré par la fixation. Nous définissons alors le taux de transfert d'effort au niveau de la fixation en faisant le rapport entre l'effort transféré et l'effort total. Il faut noter que l'effort de friction n'est pas souhaitable puisqu'il peut être à l'origine d'endommagement au niveau du plan de joint ; c'est pourquoi, les constructeurs aéronautiques en particulier, ajoutent une couche de mastic entre les deux substrats. Par ailleurs, il apparaît que le transfert de charge dans un assemblage boulonné se fait de manière discrète, et que l'effort passant dans les plaques est une fonction discontinue en escalier.

Nous nous intéressons donc aux méthodes de détermination du taux de transfert.

### 2.2.2.b. Approche par récurrence

Tate et Rosenfeld, dans [TAT47], développent une approche par récurrence de la détermination du transfert de charge. Ils partent d'une jonction symétrique en double cisaillement, dans le domaine élastique, sans flexion secondaire, sans friction à l'interface. En notant  $R_i$  la charge transférée par la fixation  $i$ , ils obtiennent la relation suivante, dans le cas d'une jonction à paramètres constants :

$$R_{i+1} = R_i - \frac{2K_p}{C_f} f + \frac{(2K_p + K_s)}{C_f} \sum_{j=0}^i R_j \quad (2.101)$$

où  $K_p$  est la souplesse de la plaque principale ou intermédiaire, et  $K_s$  la souplesse des plaques supérieures et inférieures, entre deux boulons.

Les auteurs proposent deux méthodes de résolution : méthodes des différences finies et par analogie au collage.

Dans la méthode des différences finies, les auteurs obtiennent l'équation de récurrence d'ordre 2 suivante :

$$R_{i+1} - (2 + \varphi)R_i + R_{i-1} = 0 \quad (2.102)$$

en notant :

$$\varphi = \frac{2K_p + K_s}{C_f} \quad (2.103)$$

Cette équation se résout en :

$$R_i = a \exp(\lambda i) + b \exp(-\lambda i) \quad (2.104)$$

avec :

$$\lambda = \cosh^{-1}(1 + 0.5\varphi) \quad (2.105)$$

$$a = -\frac{\varphi + \frac{2K_p}{C_f}(e^{-n\lambda} - 1)}{(e^{n\lambda} - e^{-n\lambda})(e^{-\lambda} - 1)} f \quad (2.106)$$

$$b = \frac{\varphi + \frac{2K_p}{C_f}(e^{n\lambda} - 1)}{(e^{n\lambda} - e^{-n\lambda})(e^{\lambda} - 1)} f \quad (2.107)$$

$n$  est le nombre de fixations.

La méthode de l'analogie au collage est approximative. Elle est d'autant plus précise que le pas entre les fixations est grand. Les auteurs remplacent donc la jonction avec les fixations par la même jonction sans fixation et avec une épaisseur de colle. Il faut noter que nous passons d'un mode de transfert discret à un mode de transfert continu. De plus, l'adhésif ne travaille qu'en cisaillement, tandis qu'au niveau de la fixation, il y a flexion et matage. Le but est d'appliquer les équations du collage.

Nous notons  $A_s$  et  $A_p$  les sections des plaques supérieures et inférieures et la section de la plaque intermédiaire respectivement,  $s$  le pas (constant) entre deux fixations,  $L$  la longueur du recouvrement et  $E_T$  le module d'Young des substrats.

Ils obtiennent alors :

$$R_i = \frac{kp}{A_T \sinh(kL)} [A_s \cosh(kx) + 0.5A_p \cosh(kL - kx)] f \quad (2.108)$$

avec :

$$k^2 = \frac{1}{sE_1 C_f} \left( \frac{1}{A_s} + \frac{2}{A_p} \right) \quad (2.109)$$

$$A_T = A_s + 0.5A_p \quad (2.110)$$

Par ailleurs, les auteurs utilisent la notion de charge critique de transfert (critical bolt load). Elle correspond à la limite du comportement élastique de l'un des composants de l'assemblage.

Volkersen, dans [VOL38], montre que cette charge critique dépend du rapport diamètre de la fixation sur épaisseur des substrats. Tate et Rosenfeld montrent que cette valeur dépend aussi du rapport diamètre de la fixation sur le pas transverse.

### 2.2.2.c Approche par analogie électrique

Le calcul du transfert de charge d'un éclissage sans colle peut être résolu par analogie à un réseau maillé électrique.

Ross, dans [ROS47], développe une analogie électrique qui lui permet, en particulier pour une jonction en double cisaillement, et à partir de la formule de Tate et Rosenfeld pour le calcul des raideurs de fixation, de trouver les charges transférées dans chaque partie de la jonction.

La modélisation de l'éclissage en simple cisaillement considère ici encore un seul degré de liberté (cf. Fig. 2.11).

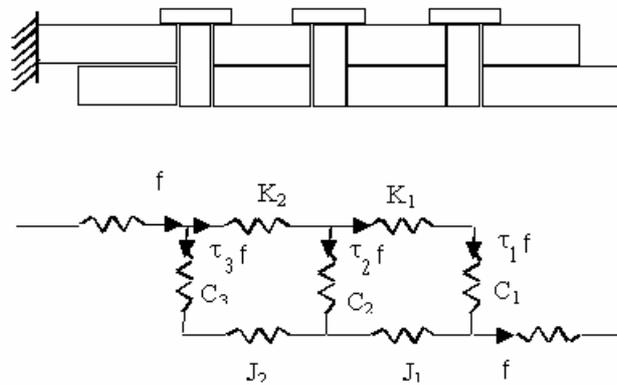


Fig. 2.11 - Eclissage en simple cisaillement et son analogue électrique (source : AIRBUS)

$K_i$  et  $J_i$  sont les souplesses des plaques de l'éclissage et les  $C_i$  sont les souplesses des fixations.

Pour chaque maille la compatibilité des allongements (cf. Fig. 2.12) est alors écrite. Soit plus précisément :

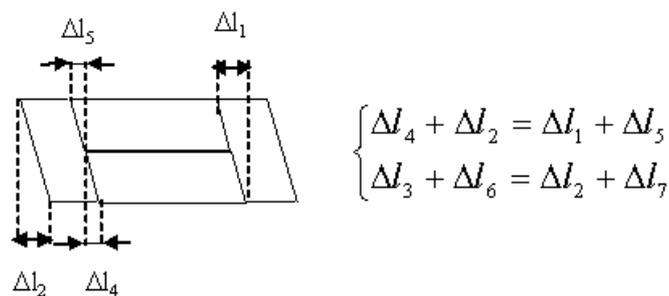


Fig. 2.12 - Compatibilité des allongements (source : AIRBUS)

Pour un éclissage avec  $n$  boulons, le système linéaire suivant (source : AIRBUS) écrit sous sa forme matricielle est alors déduit et les taux de transferts calculés.

$$\begin{bmatrix} C_1 + J_1 + K_1 & -C_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ K_2 + J_2 & C_2 + J_2 + K_2 & -C_3 & \dots & 0 & 0 \\ K_3 + J_3 & K_3 + J_3 & C_3 + J_3 + K_3 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{n-1} + J_{n-1} & K_{n-1} + J_{n-1} & K_{n-1} + J_{n-1} & \dots & C_{n-1} + J_{n-1} + K_{n-1} & -C_n \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \dots \\ \tau_{n-1} \\ \tau_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \\ \dots \\ J_{n-1} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.111)$$

### 2.2.3 Rupture

Le calcul du taux de transfert des fixations permet donc de connaître l'effort appliqué à celles-ci et de le comparer à l'effort à rupture à ne pas dépasser (en statique).

#### 2.2.3.a Modes de rupture

Il existe plusieurs modes de rupture des assemblages boulonnés (cf. Fig. 2.13).

La rupture en section nette (tension failure) se traduit par une rupture du substrat au niveau de la fixation orthogonalement à la direction de chargement. La rupture s'initie en bord de trou : la contrainte à rupture est dépassée ; ensuite la section travaillante diminuant, la rupture se propage. La rupture due au matage se traduit (cf. Fig. 2.13) plutôt par une rupture par cisaillement des substrats (shear-out failure) ou par une rupture par clivage et cisaillement combiné (cleavage-tension failure).

La rupture peut se produire au niveau de la fixation par cisaillement au plan de joint, ou par flexion sous la tête de la fixation.

D'autres modes de ruines existent comme le passage de la tête fraisée au travers des trous des tôles, ou le flambage des tôles devant la fixation.

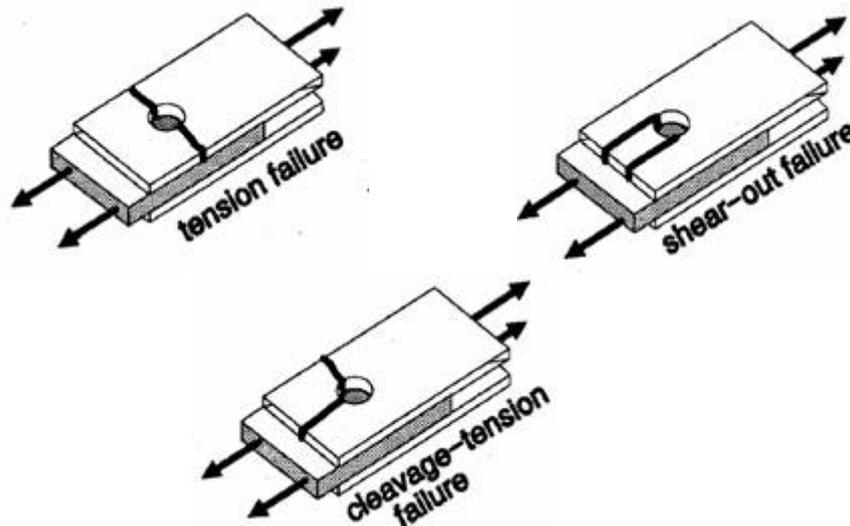


Fig. 2.13 - Quelques modes de rupture d'un assemblage boulonné ([GAR04])

Nous notons  $t$  l'épaisseur de plaque et  $\phi$  le diamètre de la fixation.

En ce qui concerne le matage, la charge maximale  $P_u$  que peut supporter l'assemblage est donnée par :

$$P_u = F_{bru} \cdot t \cdot \phi \quad (2.112)$$

soit :

$$\frac{P_u}{\phi^2} = F_{bru} \cdot \left( \frac{t}{\phi} \right) \quad (2.113)$$

où  $F_{bru}$  est la contrainte de matage maximale.

En ce qui concerne le cisaillement, la charge maximale que peut supporter la fixation est approchée par la formule suivante :

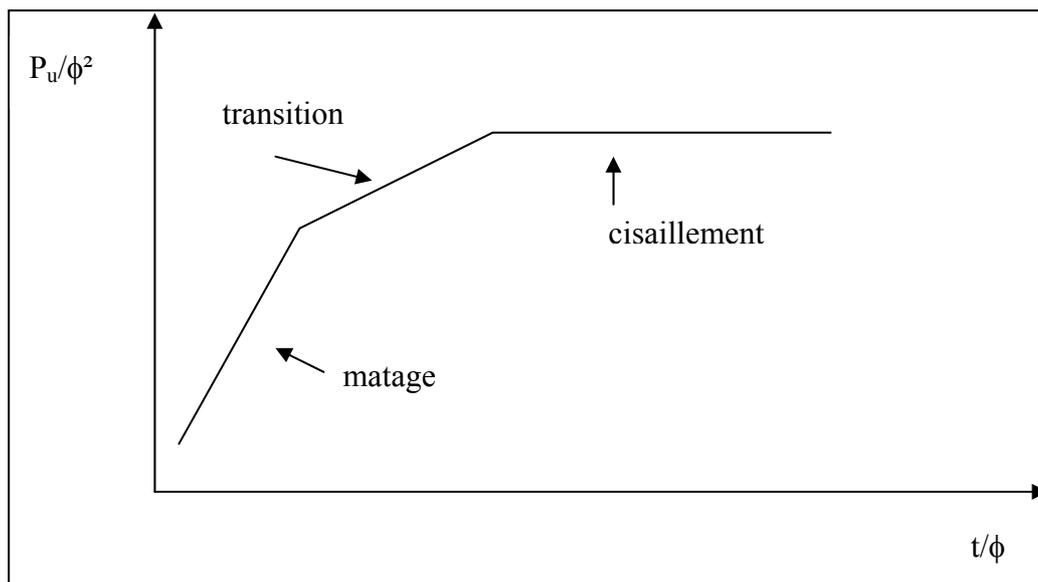
$$P_u = F_{su} \cdot \left( \frac{\phi^2 \cdot \pi}{4} \right) \quad (2.114)$$

soit :

$$\frac{P_u}{\phi^2} = F_{su} \cdot \frac{\pi}{4} \quad (2.115)$$

où  $F_{su}$  est la contrainte de cisaillement de la fixation maximale.

Ces valeurs peuvent être reportées sur un graphique (cf. Fig. 2.14) :



**Fig. 2.14** - Chargement admissible en simple cisaillement ([CHI03])

Il existe donc trois zones. Dans la zone de transition, nous retrouvons des modes de rupture difficilement prévisibles : la rupture due à la flexion sous tête, ou la rupture due au passage de la tête fraisée au travers du trou. Ce sont des modes très dangereux dont nous connaissons mal les mécanismes. Cependant, cette zone est limitée et bornée par deux zones, pour lesquels les modes de rupture sont préférables et les mécanismes mieux connus. Il faut néanmoins noter que, dans la pratique, pour le mode de rupture en matage, la contrainte de matage admissible est réduite, afin d'éviter une rupture en zone de transition, ce qui montre que les mécanismes de la rupture par matage ne sont pas encore maîtrisés.

### 2.2.3.b Concentration de contraintes

La concentration de contrainte en bord de trou est la cause principale des fissurations dans les assemblages boulonnés aéronautiques ; la rupture survient toujours par propagation de fissures dans les pièces assemblées, s'initiant dans les zones les plus sollicitées ([HUE95]). La durée de vie de l'assemblage est directement liée au coefficient de concentration de contrainte  $K_t$ . Ce coefficient est défini comme le rapport de la contrainte maximale en bord de trou sur la contrainte appliquée à l'infini.

**Barrois**, dans [BAR65] et [BAR73] d'après [KOF99], à partir des travaux de **Théocaris** (1940), donne des expressions pour le calcul du coefficient de surcontrainte, en fonction du rapport  $\lambda_K$  du diamètre de la fixation  $\phi$  avec la largeur de l'assemblage  $b$  :

$$K_t = \frac{1 + \lambda_K^2}{\lambda_K(1 - \lambda_K)} \quad (2.116)$$

avec :

$$\lambda_K = \frac{\phi}{b} \quad (2.117)$$

Il donne aussi les coefficients de contrainte dus au matage  $K_b$  et à la traction de la tôle en section nette  $K_{net}$  (dû à l'effort passant) :

$$K_b = \frac{1 + \lambda_K^2}{(1 - \lambda_K)} \quad (2.118)$$

$$K_{net} = \lambda_K + \frac{1}{\lambda_K} \quad (2.119)$$

Nous pouvons noter que ces trois coefficients sont liés :

$$K_b = \lambda_K K_t = \frac{\lambda_K}{1 - \lambda_K} K_{net} \quad (2.120)$$

**Niu**, dans [NIU93] d'après [HUE95], modifie la formulation en introduisant des paramètres technologiques liés à la fabrication et à la réalisation de l'assemblage. Il part du fait que la contrainte en bord de trou est la somme de la contrainte de traction de la tôle en bord de trou vide et de la contrainte de matage (donc trou habité).

Il aboutit à l'expression suivante :

$$K_t = \alpha \beta \left( K_b \frac{\theta \tau}{\lambda_K} + K_{net} (1 - \tau) \right) \quad (2.121)$$

Dans cette expression :

- les coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres empiriques issus d'essais de fatigue ;  $\alpha$  dépend de l'état de surface du trou et  $\beta$  varie avec le type de fixation ;
- $\tau$  est le taux de transfert ;

- $\theta$  est le coefficient de distribution de matage qui permet de distinguer le simple et le double cisaillement (prise en compte du gradient dans l'épaisseur) et est donné par des abaques ;
- $K_b$  est le coefficient de contrainte dû au matage, qui est donné par des abaques ;
- $K_{net}$  est le coefficient de contrainte dû à la traction de la tôle, qui est donné par des abaques.

## 2.3 Les assemblages HBC

Peu de références bibliographiques ont été trouvées sur les assemblages hybrides.

### 2.3.1. Introduction

Nous obtenons un assemblage hybride quand nous combinons deux techniques d'assemblage différentes. Le but est de profiter d'une possible complémentarité et de diminuer les inconvénients de chacune des deux techniques.

Ici, nous nous intéressons aux techniques du boulonnage et du collage.

Dans ce qui suit nous comparons entre elles ces deux techniques d'assemblage, en donnant les avantages et les inconvénients de chacune d'entre elles dans le but de réaliser un assemblage structural, et nous précisons parfois en nous plaçant dans le cadre de l'avion civil.

#### 2.3.1.a Avantages et inconvénients du collage

##### *Avantages*

Le collage est une technique d'assemblage performante et les avantages sont nombreux. Cette technique est utilisée par de nombreuses industries : automobile, bâtiment, électroménager, électronique, loisirs, aéronautique, mécanique ...

Le collage est une technique universelle puisqu'à priori il est possible de tout coller, si nous conditionnons convenablement les surfaces à assembler.

Le collage altère peu les substrats puisque seul le traitement de surface des substrats intervient (dans le sens où le décapage dégrade la surface mais moins que le perçage).

Le collage permet d'obtenir une meilleure répartition des contraintes, due au transfert de charge continu. Ceci implique une meilleure tenue aux chocs, aux vibrations.

Le collage permet d'assembler des matériaux composites, sans en rompre les fibres.

Le collage diminue le risque de corrosion galvanique entre deux métaux différents.

Le collage permet de réduire le poids de la structure assemblée (comparée à une structure boulonnée).

Le collage peut avoir en plus de sa fonction d'assemblage un rôle d'étanchéité (mastic).

Le collage permet d'obtenir des structures lisses (avantage aérodynamique).

Le collage permet d'assembler entre eux des matériaux différents sans précaution particulière (corrosion).

##### *Inconvénients*

Les colles ont une tenue limitée en température. Dans le cas de l'aéronautique, l'intervalle de température de travail est  $-50^{\circ}\text{C}$   $+70^{\circ}\text{C}$  ; par conséquent, cela ne semble pas être un problème.

Le collage résiste mal au vieillissement humide. L'humidité diminue l'adhésion en s'infiltrant aux interfaces ; elle dégrade aussi la résine et diminue ses performances mécaniques. Il convient donc d'isoler la zone collée par un joint étanche.

Le collage exige une préparation des surfaces soignée et précise, ce qui peut être contraignant dans une chaîne d'assemblage.

Le temps de prise des colles peut être incompatible avec les cadences industrielles.

Le collage ne permet pas un démontage aisé des structures assemblées. Les techniques utilisées (chauffage, refroidissement, utilisation de solvant, cisaillement) peuvent altérer les substrats.

Les colles possèdent une mauvaise conductivité électrique pour évacuer les courants de Foucault sur avion.

De plus, l'épaisseur de colle doit être maîtrisée au niveau de l'assemblage, afin de prédire la tenue de l'assemblage obtenu. Cette maîtrise de l'épaisseur représente une contrainte industrielle supplémentaire.

### 2.3.1.b Avantages et inconvénients du boulonnage

#### *Avantages*

Le boulonnage est une technique d'assemblage rapide et précise, du moins quand elle est bien maîtrisée.

Le boulonnage permet un contrôle aisé et maîtrisé des structures assemblées, une fois que les fissures se sont propagées au-delà des têtes de vis.

Le boulonnage permet d'assembler tout type de matériaux, même différents.

Le boulonnage autorise un transfert de charge élevé, pour des substrats épais.

Le boulonnage permet d'obtenir un assemblage de bonne conductivité électrique.

#### *Inconvénients*

Le boulonnage altère les substrats, du fait du perçage. Il y a concentration de contraintes au niveau du trou qui augmente les risques de fissures. Le repérage de ces fissures n'est possible qu'une fois que leur taille a dépassé la tête de vis.

Le boulonnage ne permet pas d'obtenir des joints étanches. D'où la nécessité d'ajouter du mastic par exemple.

Le boulonnage permet d'obtenir des surfaces lisses, seulement dans le cas de l'utilisation de têtes fraisées.

La mise en oeuvre du boulonnage sur avion coûte cher du fait de la haute qualité d'ajustement et des traitements de surface à obtenir (contrer les couples galvaniques).

### 2.3.1.c Point de vue de Hart-Smith

Selon **Hart-Smith**, dans [HAR85], la combinaison des deux techniques d'assemblage pour des applications aérospatiales ne présente pas d'amélioration significative par rapport au collage ou au boulonnage. Ceci vient essentiellement du fait que les adhésifs employés sont très rigides, et ne permettent pas alors de répartir le transfert de charge équitablement entre les fixations et l'adhésif, l'adhésif ayant à supporter la plus grande partie de la charge. Par contre, l'application de jonctions hybrides se révèlent être efficace pour les réparations, ou, pour

diminuer la charge adhésive en fin de joint par l'introduction des fixations afin de contrer le pelage.

### 2.3.2. Analyse de Lunsford

Lunsford, dans [LUN66], étudie théoriquement trois différents types de jonctions collées métal-métal. Ce travail pour *Lockheed Missiles and Space Company* vise à développer des outils théoriques pour concevoir des jonctions collées métal-métal et remplacer les campagnes d'essais trop coûteuses.

Le troisième des trois types de jonction est tel que la charge est transférée par une rangée de fixations et par un film de colle travaillant en cisaillement. Ce type de jonction n'est pas encore appelé hybride. La Fig. 2.15 illustre le type de jonctions particulier utilisé par Lunsford, ainsi que les notations et conditions aux limites.

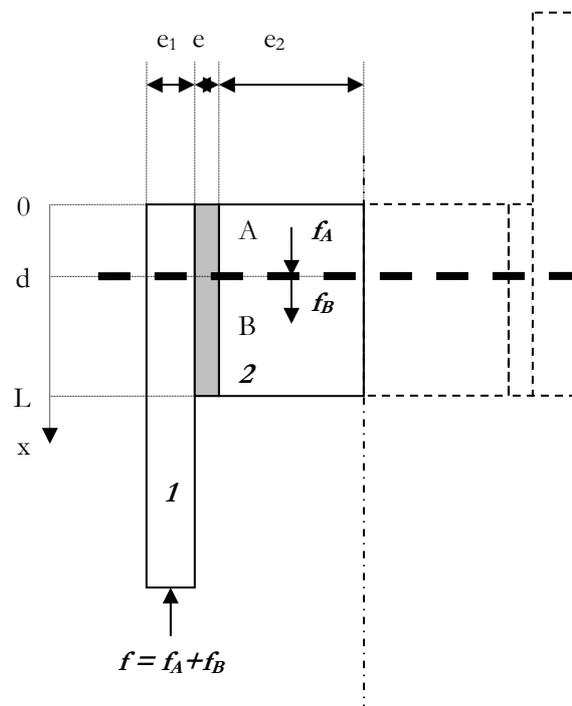


Fig. 2.15 - Géométrie et notations de la jonction de Lunsford

Le bloc  $A$  est soumis à un effort de traction  $f_A$  en l'abscisse  $d$ , tandis que le bloc  $B$  est soumis à un effort de compression  $f_B$  en l'abscisse  $d$ . L'auteur travaille en déformations planes, dans le domaine élastique, selon un axe longitudinal (pas de prise en compte de la flexion des substrats, seules les contraintes de cisaillement dans l'adhésif et les contraintes normales dans les substrats sont prises en compte).

Il suppose que la distribution des efforts dans les substrats est uniforme au niveau de la ligne de fixations.

Il détermine alors les équations de la distribution des contraintes dans le film de colle dans le bloc  $A$  et le bloc  $B$ , en utilisant l'approche classique du collage de Volkersen, et la contrainte maximale dans le film de colle en  $x = L$  :

$$T_{\max} = \frac{fG\{E_1e_1 + E_2e_2[\cosh(\eta_V(L-d)) + \tanh(\eta_V d)\sinh(\eta_V(L-d))]\}}{e\eta_V E_1 E_2 e_1 e_2[\sinh(\eta_V(L-d)) + \tanh(\eta_V d)\cosh(\eta_V(L-d))]} \quad (2.122)$$

L'auteur aboutit alors à une expression ne contenant aucun taux de transfert, qu'il n'a d'ailleurs pas eu besoin d'introduire dans ses développements. La rigidité des fixations n'apparaît pas non plus.

### 2.3.3 Analyse de Yamaguchi et Amano

**Yamaguchi** et **Amano**, dans [YAM85], étudient de manière générale des jonctions "combinées", à partir des modes d'assemblage par boulonnage et par collage. Plus précisément, pour assembler deux pièces, il est possible de combiner ces deux modes d'assemblage. Ces combinaisons sont soit en série soit en parallèle. Les jonctions sont alors hybrides quand elles sont définies par la combinaison de ces deux modes d'assemblage en parallèle. Les auteurs analysent alors ces joints combinés en parallèle, et, en particulier, dans la configuration à simple recouvrement.

La jonction considérée est équilibrée, et comporte  $n$  lignes de fixations. L'étude est réalisée dans le cadre de l'élasticité linéaire. L'approche du collage utilisée est celle de Volkersen ([VOL38]) : la flexion des substrats n'est donc pas prise en compte.

Une force de traction  $f$  est appliquée à la jonction. Cet effort se décompose en :

$$f = f_A + f_B \quad (2.123)$$

où  $f_A$  est l'effort appliqué à l'adhésif et  $f_B$  est l'effort appliqué aux boulons.

Ainsi, en notant  $(\gamma_{\text{moy}})_A$  la déformation de cisaillement moyenne de l'adhésif,  $(\Delta l_{\text{moy}})_A$  le déplacement moyen de cisaillement de l'adhésif,  $G_A$  le module de cisaillement de l'adhésif et  $\phi$  le diamètre des fixations, nous avons :

$$(T_{\text{moy}})_A = \frac{f_A}{bL - n\frac{\pi}{4}\phi^2} \quad (2.124)$$

et :

$$f_A = (T_{\text{moy}})_A \left( bL - n\frac{\pi}{4}\phi^2 \right) = G_A (\gamma_{\text{moy}})_A \left( bL - n\frac{\pi}{4}\phi^2 \right) = G_A \frac{(\Delta l_{\text{moy}})_A}{e} \left( bL - n\frac{\pi}{4}\phi^2 \right) \quad (2.125)$$

Ils considèrent ensuite que les boulons ne se déforment qu'en cisaillement uniformément sur sa section au niveau du plan de joint. Par conséquent, en notant  $G_B$  le module de cisaillement du boulon,  $T_B$  la contrainte (uniforme) du boulon et  $\Delta l_B$  la déformation de cisaillement du boulon, il vient :

$$T_B = \frac{f_B}{n\frac{\pi}{4}\phi^2} \quad (2.126)$$

et :

$$f_B = T_B n\frac{\pi}{4}\phi^2 = G_B \frac{\Delta l_B}{e} n\frac{\pi}{4}\phi^2 \quad (2.127)$$

En notant,

$$k = \frac{\Delta l_B}{(\Delta l_{moy})_A} \quad (2.128)$$

les auteurs déduisent :

$$f_B = G_B k \frac{(\Delta l_{moy})_A}{e} n \frac{\pi}{4} \phi^2 \quad (2.129)$$

D'où :

$$f = (\Delta l_{moy})_A \frac{1}{e} \left[ G_A \left( bL - n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right) + k G_B n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right] \quad (2.130)$$

En définissant ainsi un facteur  $\alpha$  de concentration de contraintes :

$$\alpha = \frac{\Delta l_{total}}{(\Delta l_{moy})_A} \quad (2.131)$$

et, partant de :

$$(T_{max})_A = G_A \frac{\Delta l_{total}}{e} = \alpha G_A (\gamma_{moy})_A \quad (2.132)$$

où  $(T_{max})_A$  est la contrainte maximale dans l'adhésif, il vient :

$$f = \frac{1}{e\alpha} \left[ G_A \left( bL - n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right) + k G_B n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right] \Delta l_{total} \quad (2.133)$$

Les résultats expérimentaux présentés montrent une bonne concordance avec cette équation.

Les auteurs analysent de manière découplée l'association des deux modes d'assemblage. De plus, la répartition de la charge transférée dans les substrats le long du recouvrement ainsi que dans les lignes de fixations n'est pas donnée : l'analyse précédente donne la part moyenne de la charge supportée par la couche adhésive et la part moyenne de la charge supportée par les  $n$  lignes de fixations.

### **Application :**

En notant  $C_H$  la raideur issue de la dernière équation, soit :

$$C_H = \frac{G_A \left( bL - n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right) + k G_B n \frac{\pi}{4} \phi^2}{e\alpha} \quad (2.134)$$

Le paramètre  $\alpha$  peut être déterminé analytiquement. Le paramètre  $k$  peut être réécrit :

$$k = \frac{\frac{f}{C_u}}{\frac{ef}{G_A \left( bL - n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right)}} = \frac{G_A \left( bL - n \frac{\pi}{4} \phi^2 \right)}{eC_u} \quad (2.135)$$

Nous constatons ainsi qu'il est possible d'utiliser et de tester les différentes formulations du calcul de la raideur des fixations en combinaison avec les différentes approches analytiques du collage, pour déterminer une raideur globale de l'assemblage hybride.

### 2.3.4 Le travail de Gordon Kelly (2004)

**Gordon Kelly**, dans [KEL04], a travaillé sur les jonctions hybrides entre des substrats en matériau composite pour l'industrie automobile de manière expérimentale et numérique. Nous trouvons dans son mémoire de thèse, des articles qui couvrent ses travaux de doctorat et qui sont résumés ci-dessous.

#### 2.3.4.a Le transfert de charge

L'auteur s'intéresse au transfert de charge dans le cas du simple cisaillement dans un assemblage HBC. Il compare les résultats donnés par un modèle numérique paramétrique 3D et des expériences.

Le modèle numérique permet de réaliser une étude paramétrique. Il obtient alors les tendances suivantes ; la charge transférée par le boulon :

- augmente quand l'épaisseur des substrats augmente ; de plus il met en évidence que la charge que peut transférer la fixation est limitée et est dépendante des propriétés des substrats
- augmente quand l'épaisseur de l'adhésif augmente, ce qui s'explique par le fait que la jonction devient plus flexible ;
- diminue quand la longueur du recouvrement augmente ;
- diminue quand le pas transverse augmente, puisque nous augmentons la surface de collage ;
- diminue quand le module de cisaillement de l'adhésif augmente, puisque la jonction devient plus rigide.

Les résultats d'essais montrent que les écarts avec les résultats numériques dépendent du jeu de la fixation.

Les deux méthodes d'investigation utilisées (modèle numérique et essais) montrent que la charge transférée par la fixation dépend de la charge appliquée à l'assemblage ; toutefois, au-delà d'une certaine charge, le taux de transfert reste constant.

#### 2.3.4.b Résistance statique et résistance en fatigue

Kelly s'intéresse à la résistance en statique et en fatigue des jonctions HBC composites à fibres de carbone. Il les détermine expérimentalement et montrent que les jonctions HBC ont une plus grande résistance et durée de vie en fatigue que les jonctions collées, d'autant plus que le module d'Young des adhésifs utilisés est faible. En effet, ce type d'adhésif doit permettre de mieux répartir le transfert de charge entre les fixations et l'adhésif. Les jonctions hybrides à haut module ne montrent pas une meilleure résistance, mais une durée de vie allongée, due à la présence des fixations.

**Remarque :**

**Fu et Mallick**, dans [FU01], étudient expérimentalement les résistances statiques et en fatigue des jonctions HBC. Ils montrent aussi que les jonctions hybrides ont une meilleure résistance statique et en fatigue. Ils ajoutent de plus que les performances des jonctions hybrides dépendent des rondelles au niveau des fixations. La pression qu'exercent les rondelles sur les substrats permet de réduire les contraintes de pelage dans l'adhésif.

**2.3.4.c Effet de l'environnement et durabilité**

Kelly étudie expérimentalement l'effet de l'environnement sur la résistance et la durée de vie en fatigue des jonctions collées et HBC composites en simple cisaillement. Il utilise un adhésif à faible module.

Les résultats montrent que la résistance et la durée de vie en fatigue sont considérablement diminuées quand les jonctions sont vieillies thermiquement ou hydriquement. Cependant, même vieillies, les jonctions hybrides ont une résistance et une durée de vie en fatigue plus grande que les jonctions collées.

**2.3.5. Vers une amélioration du concept d'assemblage hybride**

**Lees et Makarov**, dans [LEE04], partent de la constatation selon laquelle la résistance d'une jonction HBC est inférieure à la somme des résistances de chacune des deux techniques d'assemblages. L'utilisation d'adhésifs rigides rend la jonction hybride réalisée quasiment équivalente à une jonction collée, jusqu'à ce que l'adhésif rompe. Ensuite, la jonction doit être dimensionnée comme une jonction simplement boulonnée. Ainsi, pour dépasser ce paradoxe, ils proposent d'utiliser de simple attaches, placées de telle sorte que ces attaches agissent comme un renforcement d'épaisseur local dans les substrats, afin d'une part de résister à la charge adhésive (pelage) en bord de jonction, et, de limiter la propagation de fissures dues à l'utilisation de diamètre de fixations trop importants. Ils parviennent ainsi à une jonction qui possède une plus grande résistance qu'une jonction simplement collée ou simplement fixée.

**2.4. Les adhésifs**

Cette partie s'intéresse aux adhésifs et est basée sur les références [CAY95], [COU90], [GFP79], [GFP88] et [PAR03].

**2.4.1 Définition****2.4.1.a Qu'est ce qu'une colle ?**

Une colle est un polymère, auquel est rajouté différents éléments :

- des additifs : agents tackifiants pour augmenter le pouvoir collant, des agents stabilisants (anti-oxydant, anti-UV, etc.), des plastifiants pour augmenter la souplesse ;
- des charges pour modifier les propriétés diélectriques (talc, microbilles, fibre de verre, carbonate de calcium).

Un adhésif peut avoir trois fonctions :

- assembler des surfaces (adhésif classique) ;
- colmater (mastic d'étanchéité) ;
- relier des particules ou des fibres (liants d'agglomération).

Il y a deux types d'adhésifs classiques caractérisés par leurs performances mécaniques :

- les adhésifs structuraux pour assembler des structures métalliques, composites, etc. ; ce sont les plus performants mécaniquement ; une colle est dite structurale, en général quand sa résistance au cisaillement est supérieure à 7MPa ;
- les adhésifs semi structuraux ou non structuraux qui possèdent des performances moindres.

Les liants d'agglomération ont pour but de lier des fibres ou des particules entre elles pour donner forme à un matériau, comme c'est le cas pour un composite ou un bois aggloméré.

#### 2.4.1.b Les polymères

Un polymère résulte de l'assemblage de macromolécules.

Une macromolécule est la juxtaposition de  $n$  molécules de base ou monomère, qui sont répétées périodiquement. Plus  $n$  est grand, plus la viscosité est grande.

Les liaisons qui unissent les monomères sont des liaisons covalentes ; ce sont des liaisons fortes.

Deux types de liaisons lient les macromolécules ; cette distinction permet de définir deux types de polymères :

- les thermoplastiques, à liaisons faibles (Van der Waals) ;
- les thermodurcissables, à liaisons fortes (covalentes).

La nature des liaisons, faibles ou fortes, implique une tenue thermique, respectivement, limitée ou non.

Les thermoplastiques ont alors la propriété de subir des transformations thermiques réversibles, tandis que les thermodurcissables ne peuvent qu'être transformés irréversiblement avec la température.

Plus précisément, quand la température augmente, et avant leur décomposition chimique, les thermoplastiques se transforment en un liquide visqueux, contrairement aux thermodurcissables. Par refroidissement lent, les thermoplastiques retrouvent alors leurs dimensions et formes initiales.

La polymérisation est la réaction qui permet de former les polymères.

Il y a trois types de réaction :

- la polymérisation simple qui aboutit à la formation de thermoplastiques (lier les mêmes monomères par des liaisons faibles) ; c'est une réaction rapide ;
- la polyaddition qui aboutit en général à la formation de thermodurcissables ; nous mettons bout à bout un monomère avec le produit de la réaction entre ce monomère et un autre monomère ; c'est une réaction lente, qui ne donne aucun résidu ;
- la polycondensation qui aboutit généralement à la formation de thermodurcissables ; nous mettons ici bout à bout deux monomères différents alternativement ; la réaction donne des résidus qui doivent être éliminés.

Nous ajoutons ensuite à la résine ainsi produite, dans les deux derniers modes, un durcisseur qui permet de créer les liaisons fortes entre les macromolécules : c'est la réticulation.

### 2.4.1.c La transition vitreuse

La transition vitreuse est un phénomène propre aux polymères amorphes, c'est-à-dire aux polymères dont les chaînes sont disposées au hasard, sans arrangement en réseau cristallin.

Il existe une certaine température (différente pour chaque polymère), dite de transition vitreuse, notée  $T_g$ , telle qu'en dessous de celle-ci, le matériau est dit vitreux (à l'état solide) et présente un comportement de solide élastique, et telle qu'au-dessus, il présente un comportement de solide plastique (viscoélastique). En effet, la chaleur est l'énergie qui permet aux chaînes d'être plus ou moins mobiles et donc au matériau d'être plus ou moins visqueux.

Plus particulièrement, la transition vitreuse est réversible et s'observe essentiellement sur les thermoplastiques, d'autant plus qu'ils sont peu réticulés (les chaînes sont alors plus mobiles les unes par rapport aux autres). Elle s'observe également chez les thermdurcissables (comme par exemple les résines époxydes), dont la densité de réticulation n'est pas trop élevée.

Ce changement d'état s'accompagne toujours d'une variation importante des propriétés mécaniques (chute du module d'élasticité, par exemple). Par conséquent, une structure devra toujours être conçue avec des résines dont la température d'utilisation est nettement inférieure à la  $T_g$ .

Enfin, nous observons ce changement d'état sur une plage de température, nous ne pouvons donc pas a priori, parler de température de transition vitreuse mais plutôt de domaine de transition vitreuse, dans lequel nous prendrons une valeur moyenne qui correspondra alors à cette température de transition vitreuse.

Par ailleurs, lors de la transition vitreuse d'un polymère amorphe à 100%, la capacité calorifique de ce polymère augmente ; de plus la quantité de chaleur augmente continûment à mesure que la température augmente contrairement à un polymère cristallin, pour lequel il faut attendre que tout le polymère atteigne la même température pour observer un quelconque changement, comme par exemple la fusion (cf. Fig. 2.16).

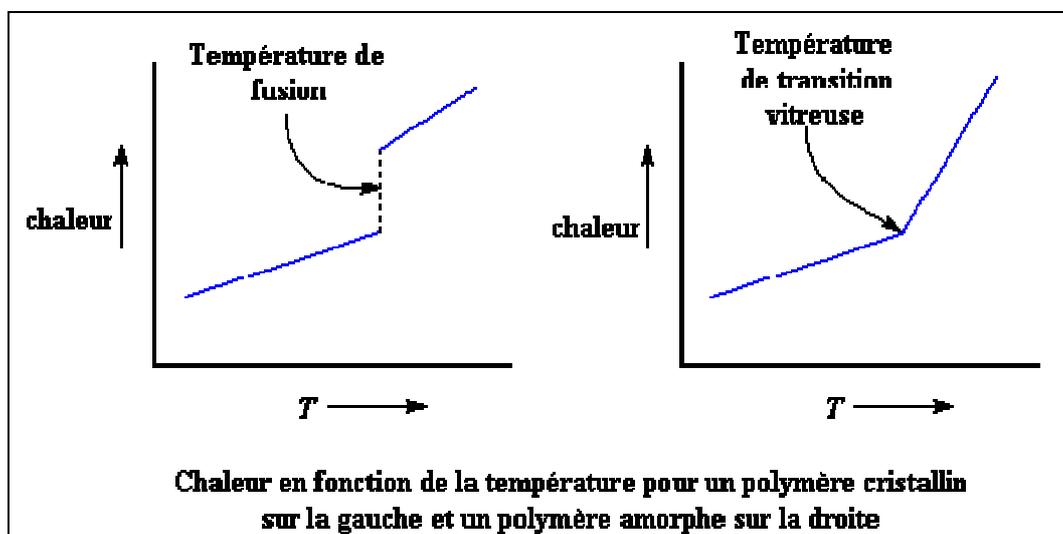


Fig. 2.16 - Changement d'état : polymère cristallin et polymère amorphe

La transition vitreuse est un phénomène cinétique. Elle correspond à une plage de température telle que l'agitation thermique est suffisante, pour que les chaînes puissent se désolidariser les unes des autres. Sa caractéristique est de dépendre du temps (vitesse de sollicitation du matériau, temps de stockage, dynamique d'essai). La température de transition vitreuse obtenue par essai ne peut donc pas être considérée comme une caractéristique intrinsèque du matériau, à 1 ou 2 degré près ; par contre, elle est caractéristique de l'état du matériau lors de l'essai et des conditions d'essai. La transition vitreuse dépend aussi de la température et du taux d'humidité dans la résine.

Les deux moyens couramment utilisés pour mesurer la température de transition vitreuse sont le DSC (Differential Scanning Calorimetry) et le DMA (Dynamic Mechanical Analysis).

Le DSC mesure la variation du flux thermique de l'échantillon lorsqu'il est soumis à une variation de température. Le DMA soumet l'échantillon à des sollicitations thermiques et dynamiques, afin de repérer la plage de température pour laquelle l'échantillon passe d'un comportement de solide élastique à celui d'un solide viscoélastique ; les essais DMA ne permettent pas d'obtenir exactement la température de transition vitreuse, puisque celle-ci correspond à un phénomène activé thermiquement et non thermomécaniquement.

## 2.4.2 L'adhésion

Plusieurs théories et modèles existent pour expliquer le phénomène d'adhésion (ou adhérence) : la théorie de l'adhésion mécanique et les théories d'adhésion spécifique qui comprennent :

- la théorie électrique ;
- la théorie de la diffusion ;
- le modèle thermodynamique ou du mouillage ;
- le modèle rhéologique ;
- la théorie chimique ;
- la théorie des couches interfaciales de faible cohésion.

Toutes ces théories fonctionnent dans des cas particuliers. Cependant, aucune théorie générale et unique n'existe.

### 2.4.2.a La théorie mécanique

Il y a phénomène d'adhérence car l'adhésif va se loger dans les pores, les aspérités du substrat. Cette théorie fait donc intervenir la rugosité du substrat et la notion du mouillage (aptitude qu'à un liquide à occuper la plus grande surface possible quand nous l'étendons sur une surface solide). La rugosité paraît donc être un facteur favorable quand l'adhésif mouille bien (augmentation de la surface de contact et meilleur ancrage mécanique) dans une certaine limite. Plus précisément, le mouillage qui n'est pas réalisé dans les creux peut constituer des amorces de rupture de l'assemblage ; de plus, il y a concentration de contraintes au sommet des aspérités. Il semble qu'une surface obtenue par grenailage ou sablage (rayon de courbure faible des aspérités) soit préférable.

### 2.4.2.b La théorie électrique (Deryagin et Krotova)

Elle suppose qu'adhésif et substrat forment les plaques d'un condensateur. L'énergie d'adhésion est alors équivalente au travail nécessaire pour séparer les plaques d'un condensateur plan. Cependant la provenance des charges électriques n'est pas indiquée, et il semblerait qu'elles soient plutôt une conséquence de l'adhésion et non la cause.

### 2.4.2.c La théorie de la diffusion (Voyutski)

Dans cette théorie, l'adhésion se fait par disparition progressive de l'interface. C'est l'interdiffusion des macromolécules qui réalise l'adhérence. Cette diffusion obéit aux paramètres classiques : masse moléculaire, polarité, cristallinité, degré de réticulation, température de transition vitreuse ...

Cette théorie s'applique quand sont en présence deux polymères, mais elle ne peut expliquer l'adhésion entre une colle et un métal par exemple.

### 2.4.2.d Modèle thermodynamique ou du mouillage (Zisman)

Pour qu'il y ait adhésion, la mouillabilité de l'adhésif sur le substrat doit être aussi bonne que possible. Dans ce cas, des interactions à courte distance pourront alors se développer (liaison de Van der Waals par exemple) : il y aura adhérence.

Elle fait intervenir les notions suivantes.

L'énergie superficielle d'un liquide ou tension superficielle caractérise l'aptitude de la surface d'un liquide à prendre la plus petite surface possible ; elle caractérise également la cohésion du liquide puisqu'il faut vaincre les forces de cohésion internes de celui-ci pour accroître cette surface.

L'énergie de surface d'un solide représente la quantité de travail qu'il a fallu dépenser pour créer cette surface, ce qui revient au travail correspondant à la rupture des liaisons atomiques, à pression et température constantes.

Soit alors une goutte de liquide sur une surface solide (cf. Fig. 2.17).

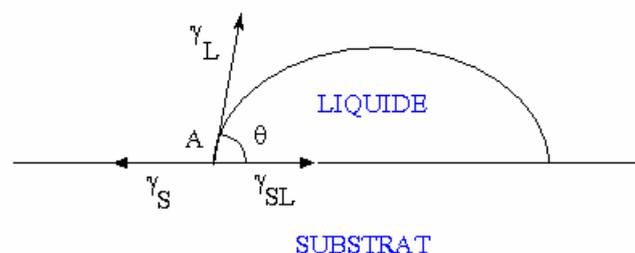


Fig. 2.17 - Théorie de la goutte

L'équilibre des forces au point A donne l'équation suivante (équation de Young) :

$$\gamma_S - \gamma_{SL} = \gamma_L \cos \theta \quad (2.136)$$

où  $\gamma_S$  est l'énergie de surface du solide,  $\gamma_L$  est l'énergie superficielle du liquide et  $\gamma_{SL}$  est l'énergie interfaciale liquide-solide.

Le liquide est alors parfaitement étalé quand  $\theta$  est nul, ce qui correspond à une valeur critique  $\gamma_c$  de l'énergie superficielle du solide :

- si  $\gamma_L < \gamma_c$  alors  $\theta = 0$  : le mouillage est bon ;
- si  $\gamma_L > \gamma_c$  alors  $\theta > 0$  : le mouillage est mauvais.

Les énergies superficielles des principales colles donnent des valeurs comprises entre 25 et 50 mN/m ; les métaux ont tous des valeurs d'énergie superficielle critique supérieures.

#### 2.4.2.e Modèle rhéologique (Schultz et Gent)

L'énergie nécessaire  $W_{adh}$  pour séparer réversiblement 1cm<sup>2</sup> d'interface solide/liquide s'écrit :

$$W_{adh} = (1 + \cos \theta) \gamma_L \quad (2.137)$$

Cette énergie ne dépend que des propriétés de surface des substrats.

Il y a adhérence si :

$$W_{adh} \geq (1 + \cos \theta) \gamma_L \quad (2.138)$$

L'énergie de rupture  $W_{rupt}$  d'un assemblage est liée à l'énergie d'adhésion réversible par :

$$W_{rupt} = W_{adh} f(V, T, \dots) \quad (2.139)$$

$f$  est une fonction des propriétés de l'adhésif qui dépend de la vitesse  $V$  de séparation, de la température  $T$ , ... Elle décrit l'énergie dissipée irréversiblement dans le processus de séparation.

Ce modèle élargit et complète le modèle thermodynamique précédent.

#### 2.4.2.f La théorie chimique

L'adhésion s'explique ici par la formation de liaisons chimiques entre adhésif et substrat. C'est le cas pour certaines résines époxydes et certains métaux, ou entre le laiton et le caoutchouc.

#### 2.4.2.g La théorie des couches interfaciales de faible cohésion (Bikerman)

Cette théorie n'explique pas l'adhésion mais émet des hypothèses pour expliquer la rupture de joints collés. Lors de la séparation de surface collée, la rupture ne se propage pas strictement à l'interface mais suit un chemin près de l'interface, où une des deux surfaces est localement mécaniquement faible. Ces faiblesses correspondent à la présence de bulles d'air piégées, d'impuretés à l'interface ou de réactions entre les composants et le milieu : ce sont les couches interfaciales de faible cohésion.

### 2.4.3 Les adhésifs structuraux

Ce sont donc les adhésifs qui possèdent la meilleure tenue mécanique. Nous les obtenons par polycondensation ou polyaddition.

Ils regroupent les époxydes (famille rigide), les polyuréthanes (famille semi rigide) et les acryliques renforcés (famille souple).

Leur synthèse vise à obtenir un réseau réticulé tridimensionnel pour augmenter leur pouvoir cohésif.

Un adhésif structural ne peut pas à la fois avoir de hautes performances mécaniques et être souple. C'est pourquoi l'hybridation des différents types de colle se développe, de sorte qu'il est de plus en plus difficile de faire des distinctions nettes entre les adhésifs structuraux. Nous cherchons à associer entre elles ces trois familles de colle, afin de profiter d'une éventuelle complémentarité et additivité des propriétés. Nous obtenons alors des uréthanes-époxydes ou des acryloépoxydes.

La tenue mécanique et la souplesse d'un adhésif structural sont directement liées à sa température de transition vitreuse.

### 2.4.3.a Les époxydes

Ce sont en général des adhésifs thermodurcissables.

Il existe plusieurs résines de base ; la plus courante est le DiGlycidylEther du Bisphénol A (DGEBA). Il existe plusieurs types de durcisseurs (amines, anhydrides d'acide par exemple).

Les points forts sont :

- une absence de fluage à température élevée ;
- une très bonne résistance au cisaillement (15-35 MPa) ;
- une bonne résistance à la chaleur (120°C-180°C) ;
- un fort pouvoir cohésif ;
- une très bonne adhérence ;
- une très bonne tenue en fatigue et au vieillissement (notamment humide).

Les points faibles sont :

- un temps de prise souvent incompatibles avec les cadences industrielles ;
- une souplesse limitée ;
- un prix élevé pour les plus performants.

Des évolutions peuvent alors être apportées tant au niveau du produit que des techniques de polymérisation :

- époxydes-phénoliques pour encore améliorer la tenue à la température ;
- **hybrides époxyde-polyuréthane pour améliorer la souplesse ;**
- époxydes hot-melt pour faciliter la mise en œuvre ;
- polymérisation par hautes fréquences ou par induction pour améliorer la prise.

### 2.4.3.b Les polyuréthanes

Les deux principaux composants sont les composés isocyanates ( $N = C = O$ ) et les composés polyols (composé comportement des groupements – OH). C'est une famille très vaste.

Les points forts sont :

- une très bonne adhérence ;
- une très bonne souplesse ;
- une bonne résistance aux huiles et aux plastifiants ;
- de bonnes performances mécaniques (4-12MPa) ;
- une bonne tenue thermique (jusqu'à 180°C)

Les points faibles sont :

- une faible tenue à l'humidité ;
- une faible tenue au fluage.

Ils sont très utilisés dans l'industrie automobile. Ce sont des adhésifs en plein essor.

### 2.4.3.c Les adhésifs à base d'élastomère (caoutchoucs)

Les caoutchoucs et les élastomères sont des polymères formés de longues chaînes flexibles.

Ils supportent de grandes déformations réversibles, propriété qui découle de la nature de leur réseau moléculaire.

## 2.4.4 Autres familles importantes d'adhésifs

### 2.4.4.a Les polymères à bases d'ester acrylique

Il existe trois principaux représentants :

- les polymères à base d'ester monoacrylique ;
- les esters diacrylique ou anaérobies ;
- les cyanoacrylates.

Les polymères à base d'ester monoacrylique sont tous thermoplastiques ; ils servent comme adhésifs de contact (papier, textile, verre, ciment en chirurgie, optique).

Les anaérobies réticulent en l'absence d'oxygène ; leur résistance au cisaillement est supérieure aux époxydes, leur tenue en température est limitée à 150°C, elles possèdent un temps de prise faible.

Les cyanoacrylates ont une faible résistance aux chocs et au pelage, une faible tenue à la température, une résistance mécanique élevée (24-40MPa).

### 2.4.4.b Les adhésifs thermostables

Ce sont tous les adhésifs qui ne subissent pas de dégradation notable au-dessus de 200°C.

C'est l'ajout d'agents anti-oxydants et de charges spécifiques, qui augmentent la tenue en température.

Il existe deux catégories d'adhésifs thermostables :

- les adhésifs résistants à la chaleur dont les caractéristiques mécaniques sont faibles (les silicones) ;
- les adhésifs résistants à la chaleur dont la résistance mécanique reste élevée.

Nous trouvons dans ces derniers des polyimides, des époxydés phénoliques, des bis-maléimides, des polybenzimidazoles, des polyamides imides, des polyarylsulfures ... Tous ces adhésifs ont une résistance au cisaillement supérieure à 15MPa, à 250°C. Ils sont en général très rigides, d'où une faible tenue au pelage.

Ce sont des produits très onéreux et difficiles à mettre en œuvre.



## Chapitre III – Plan des travaux

Pour terminer l'introduction, nous présentons la démarche suivie dans ces travaux, issue de l'analyse croisée de la problématique et de l'étude bibliographique. En particulier, nous donnons le plan des travaux présentés dans ce mémoire, et fixons les hypothèses générales adoptées pour les modélisations décrites dans les parties ci-après.

- 3.1 Analyse de la problématique
  - 3.1.1 Au niveau général
  - 3.1.2 Au niveau particulier
- 3.2 Analyse de l'étude bibliographique
  - 3.2.1 Difficultés et lacunes
  - 3.2.2 Ressources
- 3.3 Démarche des travaux
- 3.4 Hypothèses générales du comportement mécanique

### 3.1 Analyse de la problématique

Nous rappelons que la problématique de l'étude énoncée au *Chapitre I* se décline sur deux niveaux. La problématique générale de l'étude est :

#### ***Comment modéliser le comportement mécanique des assemblages HBC ?***

Cette problématique est motivée par l'étude de l'application des assemblages HBC aux jonctions longitudinales de fuselage :

#### ***Comment dimensionner géométriquement et mécaniquement une jonction HBC apte à remplacer son équivalent boulonné sur avion ?***

L'étude au niveau général des assemblages HBC doit donner les outils nécessaires à l'étude au niveau particulier.

#### 3.1.1 Au niveau général

Le comportement mécanique des jonctions HBC doit donc être déterminé. Il s'agit alors de s'interroger sur les modélisations envisageables, sur les moyens à mettre en œuvre pour les développer ainsi que sur les hypothèses à adopter. Une fois les modélisations développées, il faut s'interroger sur leur validité et leur représentativité de la réalité. Enfin, l'application de ces modélisations permet de dégager le comportement mécanique des assemblages HBC.

La détermination du comportement mécanique implique le développement de modèles entièrement paramétriques afin de lancer des études d'influence. Les études d'influence sont facilitées par l'usage d'outils dont les temps d'utilisation et d'exploitation sont courts. Par ailleurs, de manière générale, les modélisations qui requièrent peu de temps de calcul sont basées sur des hypothèses simplificatrices, et aboutissent à des résultats incomplets et imprécis, mais parfois suffisants. Ainsi, deux modélisations sont à envisager afin de comprendre précisément et efficacement le comportement mécanique des assemblages HBC : une modélisation globale et une modélisation plus locale, qui permet d'accéder à des informations précises et ignorées par la modélisation globale. L'approche expérimentale du comportement mécanique doit consister à valider et calibrer les modèles développés, et donc autoriser à dégager les tendances comportementales des assemblages HBC.

Néanmoins, l'application au cas particulier permet d'apporter quelques simplifications à l'étude du cas général, sans pour autant limiter les méthodes utilisées. Les assemblages à recouvrement simple ou double sont à considérer. De plus, ces assemblages sont à charger dans leur plan. L'analyse du transfert de charge est alors prédominante.

#### 3.1.2 Au niveau particulier

Le développement de modélisations pour déterminer le comportement mécanique global et local des assemblages HBC implique la création d'outils spécifiques, qui seront alors adaptés aux cas d'application des jonctions longitudinales de fuselage.

Il s'agit alors de déterminer les caractéristiques mécaniques et géométriques d'une jonction HBC à deux fixations, pour laquelle le mastic d'interposition est remplacé par un adhésif à

caractériser. De plus, les contraintes industrielles pour l'utilisation de la technologie HBC doivent être considérée, en particulier dans le choix de l'adhésif.

Les contraintes industrielles pour l'assemblage au moyen de jonctions HBC sont de plusieurs ordres et doivent s'appliquer à l'adhésif idéal du cas d'application.

L'idée générale est que l'adhésif idéal doit remplir les fonctions du mastic d'interposition : corrosion, fretting, étanchéité... Il devra avoir des temps technologiques compatibles avec les temps d'assemblage sur la chaîne de montage : temps d'application, temps d'assemblage et temps de polymérisation pour les températures de l'atelier (entre 15 et 30°C).

Plus précisément, les contraintes se situent au niveau :

- de la préparation de surface : elle doit se faire par simple dégraissage à l'aide d'un solvant ;
- de la mise en œuvre de l'adhésif : il faut éviter les bi-composants ou s'arranger pour que le mélange soit aisé et non nocif ; de plus, la colle doit être compatible au niveau de l'adhérence avec les peintures utilisées ;
- de l'application de l'adhésif : il faut se rapprocher le plus possible des conditions actuelles de pose du mastic d'interposition ;
- de l'accostage des tronçons : il faut autoriser le glissement des tôles et de l'adhésif ;
- du perçage : il s'effectue sur de la colle fraîche et non polymérisée, s'assurer de la compatibilité de la colle avec les lubrifiants de perçage et s'interroger à la fois sur l'incidence des traces de colle sur les outils et les moyens de perçage, ainsi que sur le phénomène de fluage de la colle après perçage ;
- de la pose du cordon de mastic : il faut s'assurer de la compatibilité de la colle avec ce cordon de mastic ;
- de la pose des fixations : il faut prendre en compte le type et les dimensions des fixations utilisées et respecter les contraintes métal/métal avec le fluage de la colle à la pose ;
- du nettoyage : il faut s'assurer de la possibilité de nettoyage de l'adhésif en cas de pose accidentelle et de la résistance de la colle polymérisée aux produits de nettoyage du tronçon ;
- du démoulage du tronçon constitué : il faut vérifier la possibilité de manutention du tronçon sur colle non complètement polymérisée ;
- de la réparation : il faut permettre un désaccouplement d'un ensemble déjà polymérisé.

## 3.2 Analyse de l'étude bibliographique

### 3.2.1 Difficultés et lacunes

L'étude bibliographique a relevé un manque d'informations sur la connaissance du comportement mécanique d'une jonction HBC. Peu de travaux ont été réalisés : seules des approches numériques et expérimentales ont été développées pour approcher le comportement mécanique des assemblages HBC. Par ailleurs, les développements analytiques présentés (cf. 2.3.2 et 2.3.3) ne s'intéressent pas à la répartition des charges transférées dans les substrats et les fixations. De plus, le comportement mécanique n'y est pas analysé.

Au niveau du collage, de nombreuses études sont disponibles. Cependant, l'analyse du transfert de charge dans les substrats est peu fréquente, puisque l'objectif principal de ces études est la détermination de la répartition des contraintes adhésives.

Par ailleurs, la multiplicité des formulations sur la rigidité des fixations montre la difficulté d'approcher ce paramètre fondamental dans le dimensionnement des jonctions boulonnées. Par conséquent, il est légitime de penser que ces difficultés s'appliquent aussi au niveau des jonctions hybrides.

### 3.2.2 Ressources

Les études expérimentales réalisées sur les jonctions HBC composites montrent déjà que ce type d'assemblage est envisageable tant au niveau de la tenue statique qu'en fatigue.

De nombreuses approches analytiques existent pour le collage ainsi que pour le boulonnage. Ces approches montrent aussi que le développement de programmes informatiques basés sur les développements analytiques est bien adapté à la détermination du comportement mécanique des assemblages.

Des modélisations numériques pour le collage et le boulonnage ont été développées. Elles permettent de définir le comportement local de chacun des deux types de jonction et en particulier d'accéder aux surcontraintes situées en fin de recouvrement pour la jonction collée, et, en bord de trou pour la jonction boulonnée. Elles permettent d'affiner et de vérifier les approches analytiques et de mieux comprendre les résultats expérimentaux.

## 3.3 Démarche des travaux

La démarche des travaux peut être qualifiée de prospective : plusieurs voies ont été explorées avant d'être confrontées les unes aux autres. La présentation des travaux dans ce mémoire reproduit alors cette démarche.

Nous développons dans un premier temps des outils paramétriques sous forme de programmes informatiques afin de déterminer le comportement mécanique global. La *Partie B* du mémoire est consacrée à la présentation de ces modèles. Nous combinons les méthodes analytiques existantes afin d'aboutir à une formulation hybride. L'approche du collage retenue correspond à celles de Volkersen ([VOL38]) et de Goland et Reissner ([GOL44]) ; les travaux de Hart-Smith ([<sub>1</sub>HAR73] et [<sub>2</sub>HAR73]) sont aussi utilisés. Ce sont les formulations analytiques qui font le plus référence, et, qui sont les plus simples à mettre en œuvre, afin de déterminer l'allure du transfert de charge dans un assemblage hybride.

Nous lançons des campagnes d'essais statiques et d'essais en fatigue, afin de valider et calibrer les différentes modélisations. La *Partie C* est consacrée à la présentation de l'approche expérimentale.

Nous développons parallèlement une modélisation paramétrique numérique 3D en utilisant la méthode des éléments finis pour accéder à un comportement affiné. La modélisation développée s'appuie sur des travaux déjà effectués au DGM de l'ENSICA ([1,2] **ESQ05**) au sujet des assemblages boulonnés (modélisation numérique par éléments finis d'un assemblage boulonné en simple cisaillement à une fixation). La *Partie D* est consacrée à cette approche numérique.

Enfin la dernière partie de ce mémoire, exploite et met en perspective les différentes approches, avant de donner les conclusions des travaux et les voies à explorer.

Il faut noter que nous ne nous penchons pas sur les processus industriels.

### 3.4 Hypothèses générales des modèles du comportement mécanique

Nous donnons ici les hypothèses générales des modèles développés et qui gouvernent les travaux présentés. Néanmoins dans plusieurs cas signalés, certaines de ces hypothèses sont infirmées et remplacées par d'autres. Les modèles sont entièrement paramétriques. Une épaisseur constante de la couche adhésive est supposée.

Pour les modélisations analytiques, nous considérons généralement un comportement élastique et isotrope des matériaux (substrats, adhésifs et fixations). Pourtant dans un modèle analytique particulier, un comportement élastique plastique parfait ou bilinéaire de l'adhésif peut être considéré. De plus, l'adhésif travaille en cisaillement simple dans les modèles analytiques 1D, tandis que pour le modèle analytique plan les contraintes de pelage (due à la traction transversale) sont ajoutées. Les fixations sont modélisées par des ressorts. Les substrats travaillent en contraintes planes dans les modèles analytiques 1D, tandis que le cadre de la théorie des poutres longues est retenu pour la modélisation plane. Enfin le nombre de fixation est quelconque.

Pour la modélisation numérique 3D, nous nous plaçons dans le cas linéaire matériaux et géométrique ou bien dans le cas non linéaire matériaux et géométrique. Dans l'outil de calcul qui a été développé, il est alors possible de choisir les hypothèses à effectuer, et en particulier des comportements matériaux particuliers peuvent être utilisés.

Nous donnons dans les figures suivantes (cf. Fig. 3.1 et Fig. 3.2) une représentation des géométries des assemblages HBC en simple cisaillement et des notations utilisées par la suite.

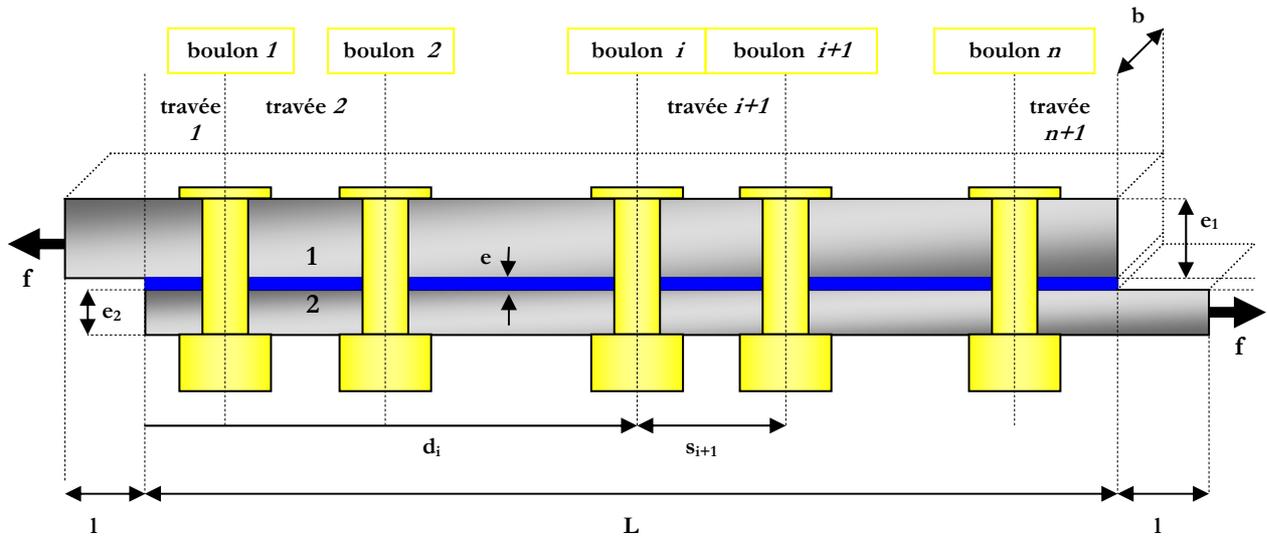


Fig. 3.1 - Géométrie et notations de l'assemblage HBC

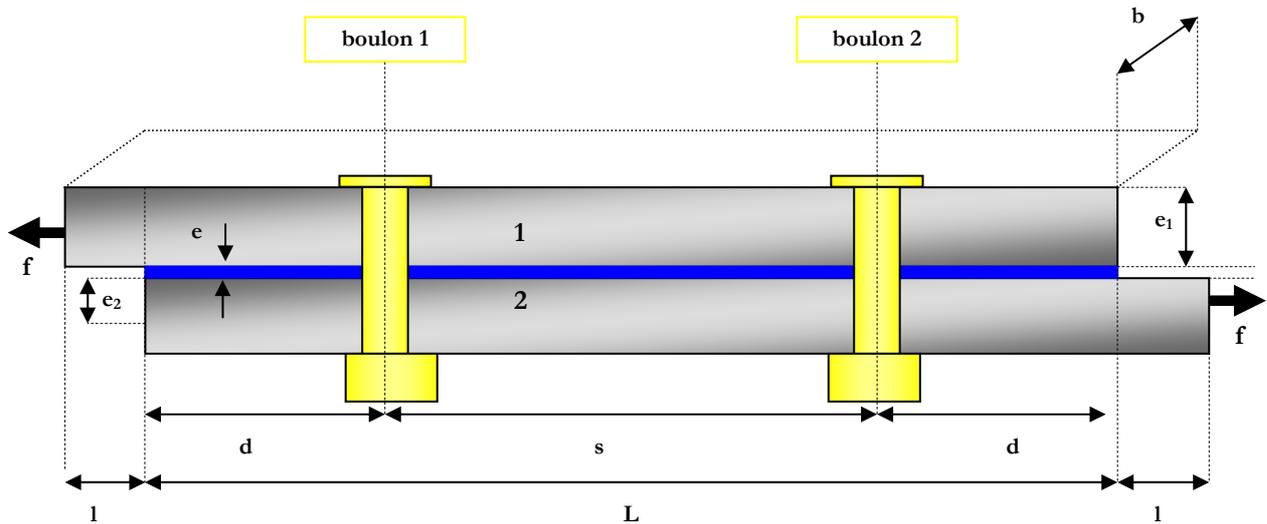


Fig. 3.2 - Géométrie et notations de l'assemblage HBC équilibré réduit à deux fixations

Nous dirons qu'un assemblage HBC est équilibré quand les substrats sont du même matériau et qu'ils ont la même épaisseur. De plus, dans les chapitres suivants, une distance au bord égale aux deux extrémités sera souvent supposée, afin, en général, de faciliter la présentation.

## **Partie B**

### **Approches analytiques du comportement mécanique**

Le comportement mécanique des assemblages HBC est, dans un premier temps, étudié au moyen d'approches analytiques. C'est l'objet de cette partie, consacrée à la présentation des modèles analytiques développés. Outre l'obtention des indications sur le comportement mécanique, les modèles développés ont pour vocation d'être des outils de dimensionnement de telles jonctions. Ces outils doivent être paramétriques, simples à mettre en œuvre, efficaces et robustes. D'où le choix de l'approche analytique pour développer des outils de dimensionnement. Les modèles présentés constituent les premiers développements analytiques qui permettent d'étudier la répartition du transfert de charge dans les jonctions HBC.

**Chapitre IV – Premier modèle analytique monodimensionnel**

**Chapitre V – Deuxième modèle analytique monodimensionnel**

**Chapitre VI – Compléments analytiques**

**Chapitre VII – Modèle analytique plan**



## Chapitre IV – Premier modèle analytique monodimensionnel

Nous présentons un modèle analytique monodimensionnel pour l'étude du comportement mécanique d'une jonction hybride. Ce modèle est basé sur l'intégration des équations d'équilibre local et doit permettre de tirer les premières conclusions sur le comportement mécanique. Nous donnons alors les équations de base, nous décrivons la méthode utilisée et nous réalisons une étude d'influence.

- 4.1 Description du modèle
  - 4.1.1 Position du Problème
  - 4.1.2 Mise en équation
  - 4.1.3 Détermination du système linéaire
  - 4.1.4 Méthode de résolution algébrique particulière
- 4.2 Étude d'influence
  - 4.2.1 Les deux cas limites
  - 4.2.2 Cas  $n = 2$
  - 4.2.3 Conclusions issues de l'étude d'influence
  - 4.2.4 Retour sur la raideur des fixations
  - 4.2.5 Cas  $n > 2$
  - 4.2.6 Influence du pas transverse et cas d'application

## 4.1 Description du modèle

### 4.1.1 Position du problème

Nous considérons une jonction boulonnée collée à simple recouvrement. Cette jonction possède  $n$  fixations sur une longueur de recouvrement  $L$ . Cette jonction comporte donc  $n+1$  intervalles de jonction collée (travée). Cette jonction est chargée en traction avec une force  $f$ , aux deux extrémités. Nous nous plaçons dans une configuration géométrique et matérielle très générale. Les fixations sont représentées par des ressorts de raideur  $C_i$  agissant suivant  $x$ . La Fig. 4.1 illustre une telle jonction.

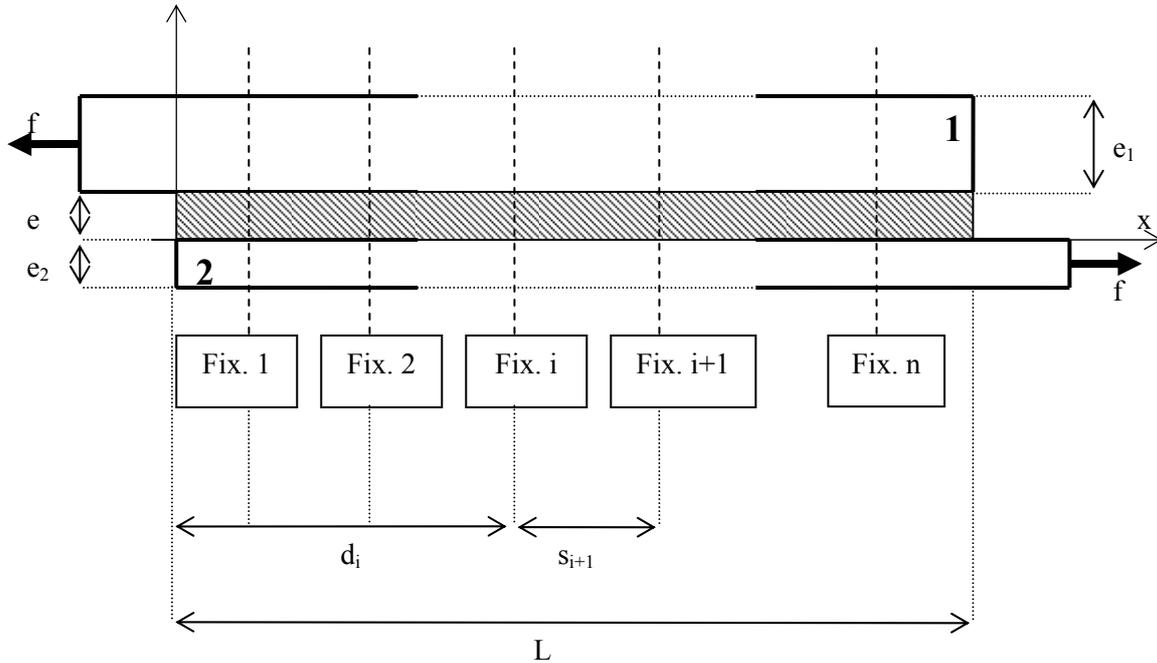
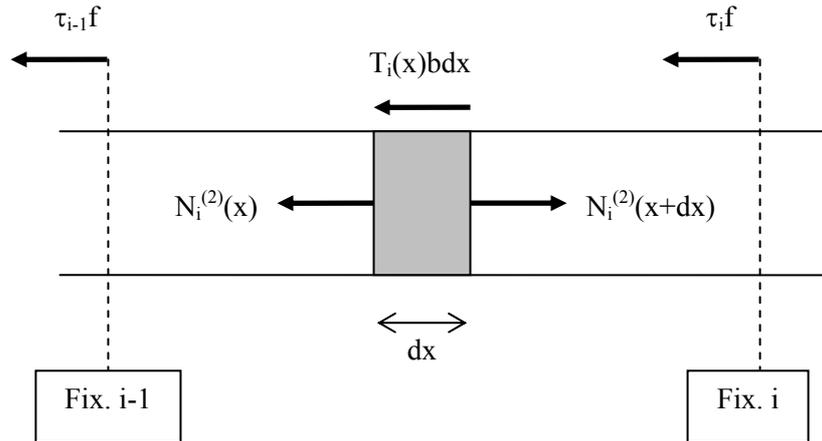


Fig. 4.1 - Jonction HBC

La méthode développée ici s'appuie sur l'intégration des équations d'équilibre local, comme cela est fait pour le collage. Cependant, l'introduction des fixations change considérablement l'intégration des équations du fait de la modification des conditions aux limites. Le point de départ est l'équilibre local de morceaux élémentaires des substrats comme nous le trouvons dans les études analytiques du collage (ici : [VOL38]) ; la discrétisation naturelle en travées successives par l'utilisation du positionnement des fixations s'inspire des travaux sur les jonctions collées en escalier ([ERD71]), pour lesquelles les travées sont séparées par les marches d'escalier. Nous proposons donc ici une adaptation originale pour le cas d'une jonction HBC.

### 4.1.2 Mise en équation

Nous nous plaçons dans une travée  $i$  quelconque, et, nous isolons un élément de longueur  $dx$  et de largeur  $b$  de la plaque inférieure, la plaque 2 (cf. Fig. 4.2).



**Fig. 4.2** - Equilibre d'un élément de longueur  $dx$  et de largeur  $b$

Il vient donc :

$$\frac{1}{b} \frac{dN_i^{(2)}}{dx} = T_i(x) \quad (4.1)$$

De la même manière pour la plaque 1, nous obtenons :

$$\frac{1}{b} \frac{dN_i^{(1)}}{dx} = -T_i(x) \quad (4.2)$$

L'équation d'équilibre générale s'écrit pour  $x \in [0; L]$  :

$$N_i^{(1)}(x) + N_i^{(2)}(x) = f \quad (4.3)$$

Par ailleurs, le comportement élastique de l'adhésif se traduit par :

$$T_i = \frac{G}{e} (u_i^{(2)} - u_i^{(1)}) \quad (4.4)$$

Donc en dérivant (4.1), et avec (4.4), nous avons :

$$\frac{1}{b} \frac{d^2 N_i^{(2)}}{dx^2} = \frac{G}{e} \left( \frac{du_i^{(2)}}{dx} - \frac{du_i^{(1)}}{dx} \right) \quad (4.5)$$

Soit, puisque les substrats sont considérés comme ayant un comportement élastique :

$$\frac{1}{b} \frac{d^2 N_i^{(2)}}{dx^2} = \frac{G}{e} (\varepsilon_i^{(2)} - \varepsilon_i^{(1)}) = \frac{G}{e} \left( \frac{\sigma_i^{(2)}}{E_2} - \frac{\sigma_i^{(1)}}{E_1} \right) = \frac{G}{eb} \left( \frac{N_i^{(2)}}{e_2 E_2} - \frac{N_i^{(1)}}{e_1 E_1} \right) \quad (4.6)$$

Et avec (4.3), nous obtenons une équation différentielle du second ordre à coefficients constants, du même type que celle obtenue pour les jonctions en escalier ([ERD71]) :

$$\boxed{\frac{d^2 N_i^{(2)}}{dx^2} - \eta^2 N_i^{(2)} = \tilde{\gamma} f} \quad (4.7)$$

en notant ici :

$$\eta^2 = \frac{G}{e} \left( \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} \right) \quad (4.8)$$

et :

$$\tilde{\gamma} = -\frac{G}{ee_1 E_1} \quad (4.9)$$

Les inverses respectifs de ces deux constantes ont la dimension d'une surface.

### 4.1.3 Détermination du système linéaire

L'équation différentielle (4.7) a pour solution :

$$\boxed{N_i^{(2)} = A_i e^{-\eta x} + B_i e^{\eta x} - \lambda f} \quad (4.10)$$

en notant :

$$\lambda = \frac{\tilde{\gamma}}{\eta^2} = -\frac{1}{1 + \frac{e_1 E_1}{e_2 E_2}} \quad (4.11)$$

Nous déduisons donc en particulier d'après (4.1), la contrainte de cisaillement  $T_i$  dans la colle :

$$T_i = \frac{\eta}{b} (-A_i e^{-\eta x} + B_i e^{\eta x}) \quad (4.12)$$

Dans le cas à  $n$  boulons, nous avons donc  $n+1$  équations, soit  $2n+2$  inconnues, à déterminer grâce aux conditions aux limites.

La première condition est l'absence de traction à l'origine, soit :

$$N_1^{(2)}(0) = 0 \Leftrightarrow A_1 + B_1 = \lambda f \quad (4.13)$$

La deuxième condition traduit le transfert total de charge en fin de recouvrement :

$$N_{n+1}^{(2)}(L) = f \Leftrightarrow A_{n+1} + B_{n+1} = (1 + \lambda)f \quad (4.14)$$

Nous nous intéressons ensuite au comportement des fixations, considérées comme des ressorts, soit :

$$\tau_i f = C_i (u_i^{(2)}(d_i) - u_i^{(1)}(d_i)) \quad (4.15)$$

Ceci s'écrit encore avec (4.4) :

$$\tau_i f = \varphi_i (-A_i e^{-\eta d_i} + B_i e^{\eta d_i}) \quad (4.16)$$

avec :

$$\varphi_i = \frac{e\eta}{bG} C_i \quad (4.17)$$

De plus, l'équilibre à la fixation  $i$  implique :

$$N_{i+1}^{(2)}(d_i) = N_i^{(2)}(d_i) + \tau_i f \quad (4.18)$$

Nous obtenons alors  $n$  équations supplémentaires :

$$(1 - \varphi_i) e^{-\eta d_i} A_i + (1 + \varphi_i) e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \quad (4.19)$$

Enfin, il y a continuité de  $T_i$  aux  $x_i = d_i$ ; d'où les  $n$  équations supplémentaires :

$$T_i(d_i) = T_{i+1}(d_i) \Leftrightarrow e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \quad (4.20)$$

Nous obtenons alors  $2n+2$  équations indépendantes. Les taux de transfert  $\tau_i$  aux fixations s'obtiennent avec (4.16).

Il faut donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 = \lambda f \\ A_{n+1} e^{-\eta L} + B_{n+1} e^{\eta L} = (1 + \lambda) f \\ q e^{-\eta d_i} A_i + r e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0, i \in [1; n] \\ e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

en notant :

$$\begin{cases} q = 1 - \varphi \\ r = 1 + \varphi \end{cases} \quad (4.22)$$

Le logiciel MATLAB (**[MAT]**) est utilisé pour résoudre ce système. Plus précisément, une routine fonction des données géométriques et mécaniques est codée et permet de résoudre le système linéaire. Le programme donne les solutions  $A_i$  et  $B_i$  du système, de manière instantanée. A partir de ces  $2n+2$  solutions, il est possible de reconstituer les fonctions de transfert de charge dans les substrats, ainsi que les fonctions représentant le cisaillement dans l'adhésif.

#### 4.1.4 Méthode de résolution algébrique particulière

Nous nous plaçons dans le cas classique du pas longitudinal constant égal à  $s$ , et d'une distance aux bords égale aux deux extrémités et valant  $d$ . Nous proposons alors ici une méthode de résolution algébrique du système (4.21), adaptée aux hypothèses précédentes.

Nous effectuons le changement de variable suivant :

$$\begin{cases} \alpha_i = e^{-\eta d_i} A_i \\ \beta_i = e^{\eta d_i} B_i \\ \alpha_{n+1} = e^{-\eta L} A_{n+1} \\ \beta_{n+1} = e^{\eta L} B_{n+1} \end{cases}, i \in [1; n] \quad (4.23)$$

Nous écrivons alors (4.21) sous la forme :

$$\begin{cases} e^{\eta d} \alpha_1 + e^{-\eta d} \beta_1 = \lambda f \\ \alpha_{n+1} + \beta_{n+1} = (1 + \lambda) f \\ q \alpha_i + r \beta_i - e^{\eta s} \alpha_{i+1} - e^{-\eta s} \beta_{i+1} = 0 \\ \alpha_i - \beta_i - e^{\eta s} \alpha_{i+1} + e^{-\eta s} \beta_{i+1} = 0 \\ q \alpha_n + r \beta_n - e^{\eta d} \alpha_{n+1} - e^{-\eta d} \beta_{n+1} = 0 \\ \alpha_n - \beta_n - e^{\eta d} \alpha_{n+1} + e^{-\eta d} \beta_{n+1} = 0 \end{cases}, i \in [1; n-1] \quad (4.24)$$

Nous posons alors :

$$U_i = \begin{pmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{pmatrix}, i \in [1; n+1] \quad (4.25)$$

Nous pouvons écrire ainsi (4.24) sous la forme :

$$\begin{cases} e^{\eta d} \alpha_1 + e^{-\eta d} \beta_1 = \lambda f \\ \alpha_{n+1} + \beta_{n+1} = (1 + \lambda) f \\ MU_i + N_s U_{i+1} = 0 \\ MU_n + N_d U_{n+1} = 0 \end{cases}, i \in [1; n-1] \quad (4.26)$$

avec :

$$M = \begin{pmatrix} q & r \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

et :

$$N_X = \begin{pmatrix} -e^{\eta X} & -e^{-\eta X} \\ -e^{\eta X} & e^{-\eta X} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

Nous obtenons alors une suite vectorielle récurrente du premier ordre.

Soit plus précisément, en notant que le déterminant de  $M$  vaut  $-2$ , nous avons :

$$U_i - \frac{1}{2} \Gamma_X U_{i+1} = 0, i \in [1, n] \quad (4.29)$$

en notant :

$$\Gamma_X = -2M^{-1}N_X = \begin{pmatrix} (2 + \varphi)e^{\eta X} & -\varphi e^{-\eta X} \\ \varphi e^{\eta X} & (2 - \varphi)e^{-\eta X} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

et  $X = d$  pour  $i = n+1$  et  $X = s$  sinon.

En utilisant (4.29) pour  $i$  variant de  $1$  à  $n-1$ , nous calculons  $U_2 \dots U_n$  en fonction de  $U_1$  puis  $U_{n+1}$  en fonction de  $U_n$ .

Nous nous intéressons alors au calcul de  $U_2 \dots U_n$  et nous calculons les valeurs propres de  $\Gamma_s$ .

Le polynôme caractéristique  $\Pi_{\Gamma_s}$  de  $\Gamma_s$  s'écrit :

$$\Pi_{\Gamma_s}(x) = x^2 - \text{tr}(\Gamma_s)x + \det(\Gamma_s) \quad (4.31)$$

avec :

$$\begin{cases} \det(\Gamma_s) = 4 \\ \text{tr}(\Gamma_s) = 4ch(\eta s) + 2\varphi sh(\eta s) \end{cases} \quad (4.32)$$

Le déterminant  $\Delta_s = \Delta(\Pi_{\Gamma_s})$  de  $\Pi_{\Gamma_s}$  est :

$$\Delta_s = 4[2ch(\eta s) + \varphi sh(\eta s) - 2][2ch(\eta s) + \varphi sh(\eta s) + 2] > 0 \quad (4.33)$$

$\Pi_{\Gamma_s}$  admet donc deux racines réelles distinctes et  $\Gamma_s$  est donc diagonalisable dans  $\mathfrak{R}$ .

Nous notons  $x_1$  et  $x_2$  les deux valeurs propres et nous avons :

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1}{2} [4ch(\eta s) + 2\varphi sh(\eta s) - \sqrt{\Delta_s}] \\ x_2 = \frac{1}{2} [4ch(\eta s) + 2\varphi sh(\eta s) + \sqrt{\Delta_s}] \end{cases} \quad (4.34)$$

Une base de vecteurs propres  $(VP_1; VP_2)$  associée est :

$$(VP_1; VP_2) = \left( \left( e^{\eta s} \begin{bmatrix} \varphi \\ e^{\eta s} [e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_1] \end{bmatrix}; e^{\eta s} \begin{bmatrix} \varphi \\ e^{\eta s} [e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2] \end{bmatrix} \right) \right) \quad (4.35)$$

En notant  $P = (VP_1; VP_2)$  la matrice de passage,  $\Gamma_s$  s'écrit dans cette base :

$$D_s = \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix} = P^{-1} \Gamma_s P \quad (4.36)$$

Nous nous plaçons dès lors dans cette base de diagonalisation.

Nous notons :

$$V_i = P^{-1} U_i \quad (4.37)$$

Résoudre (4.29) pour  $i$  différent de  $n+1$  revient alors à résoudre :

$$V_i - \frac{1}{2} D_s V_{i+1} = 0, i \in [1, n-1] \quad (4.38)$$

Nous cherchons la solution sous la forme suivante :

$$V_i = \begin{pmatrix} A \tilde{\alpha}^i \\ B \tilde{\beta}^i \end{pmatrix} \quad (4.39)$$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes qui dépendent des conditions aux limites.

Nous pouvons alors écrire (4.38) sous la forme :

$$\begin{cases} A \tilde{\alpha}^i - \frac{1}{2} x_1 A \tilde{\alpha}^{i+1} = 0 \\ B \tilde{\beta}^i - \frac{1}{2} x_2 B \tilde{\beta}^{i+1} = 0 \end{cases} \quad (4.40)$$

soit :

$$\begin{cases} \tilde{\alpha} = \frac{2}{x_1} \\ \tilde{\beta} = \frac{2}{x_2} \end{cases} \quad (4.41)$$

Par conséquent, dans la base d'origine, nous avons avec (4.37) et (4.39) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_i = \varphi \left[ A \left( \frac{2}{x_1} \right)^i + B \left( \frac{2}{x_2} \right)^i \right] \\ \beta_i = [e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_1] e^{\eta s} A \left( \frac{2}{x_1} \right)^i + [e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2] e^{\eta s} B \left( \frac{2}{x_2} \right)^i \end{array} \right., i \in [1; n] \quad (4.42)$$

Il reste alors à calculer les constantes  $A$  et  $B$ .

Dans un second temps, nous appliquons (4.29) pour  $i = n+1$

$$U_{n+1} = 2(\Gamma_d)^{-1} U_n \quad (4.43)$$

Cela donne alors en fonction de  $A$  et  $B$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha_{n+1} = \frac{1}{2} \varphi e^{-\eta d} \left( \frac{2}{x_1} \right)^n [2 - \varphi + e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_1)] A + \frac{1}{2} \varphi e^{-\eta d} \left( \frac{2}{x_2} \right)^n [2 - \varphi + e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2)] B \\ \beta_{n+1} = \frac{1}{2} \varphi e^{\eta d} \left( \frac{2}{x_1} \right)^n [-\varphi + e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_1)] A + \frac{1}{2} \varphi e^{\eta d} \left( \frac{2}{x_2} \right)^n \left[ -\varphi + \frac{2 + \varphi}{\varphi} e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2) \right] B \end{array} \right. \quad (4.44)$$

Nous obtenons alors un système linéaire d'ordre 2, en considérant :

$$\left\{ \begin{array}{l} e^{\eta d} \alpha_1 + e^{-\eta d} \beta_1 = \lambda f \\ \alpha_{n+1} + \beta_{n+1} = (1 + \lambda) f \end{array} \right. \quad (4.45)$$

dont la première équation est :

$$\left( \frac{2}{x_1} \right)^n [\varphi e^{\eta d} + e^{\eta(s-d)} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_1)] A + \left( \frac{2}{x_2} \right)^n [\varphi e^{\eta d} + e^{\eta(s-d)} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2)] B = \lambda f \quad (4.46)$$

et la deuxième est :

$$\begin{aligned} & \varphi \left( \frac{2}{x_1} \right)^n [ch(\eta d) (-\varphi + e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_1)) + e^{-\eta d}] A + \\ & \frac{1}{2} \varphi \left( \frac{2}{x_2} \right)^n \left[ e^{-\eta d} (2 - \varphi + e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2)) + e^{\eta d} \left( -\varphi + \frac{2 + \varphi}{\varphi} e^{\eta s} (e^{\eta s} (2 + \varphi) - x_2) \right) \right] B = (1 + \lambda) f \end{aligned} \quad (4.47)$$

Nous passons donc d'un système linéaire de taille  $2n+2$  à un système linéaire de taille 2.

## 4.2 Étude d'influence

Le programme informatique codé sous MATLAB (**[MAT]**) est entièrement paramétrique. Dans ce paragraphe, nous nous intéressons dans un premier temps aux deux cas limites qui correspondent au boulonnage et au collage. Dans un second temps, nous donnons l'étude d'influence sur le taux de transfert des fixations de chacun des paramètres. Nous définissons alors un jeu de valeurs nominales (cf. Tab. 4.1) cohérents avec le cas à deux fixations ; pour le cas où le nombre de fixations est supérieur strictement à 2 (cf. 4.2.5), ce jeu de valeurs est le même en considérant un pas entre les fixations constant et égal à  $s_\rho$ . Les paramètres nominaux sont indicés avec un zéro.

$C_0(\text{N.mm}^{-1})$	50000
$G_0(\text{MPa})$	800
$E_{10}(\text{MPa})$	72000
$E_{20}(\text{MPa})$	72000
$e_0(\text{mm})$	0,4
$e_{10}(\text{mm})$	2,4
$e_{20}(\text{mm})$	2,4
$s_0(\text{mm})$	19,2
$d_0(\text{mm})$	9,6
$b_0(\text{mm})$	1
$f(\text{kN})$	1

**Tab. 4.1** - Jeu de valeurs nominales

Ce jeu de valeur correspond à une jonction équilibrée classique, dont le diamètre des fixations est de 4.8 mm et dont la raideur est la même pour toutes les fixations. Les substrats sont en aluminium et l'adhésif est une résine époxyde. Sauf indication contraire, seul le pas transversal n'est pas vraisemblable, étant égal à 1mm. La raison du choix non représentatif de ce pas est que pour le jeu de valeurs choisi les taux de transfert sont très faibles en considérant un pas transversal représentatif. Par conséquent, dans le but d'illustrer le comportement mécanique et d'en améliorer la présentation, nous avons décidé de rendre le pas transversal suffisamment faible. Par ailleurs, afin de montrer la robustesse de l'outil développé, nous faisons varier chacun des paramètres sur une large plage de valeurs, ce qui permet de mieux situer la sensibilité de chacun des paramètres.

#### 4.2.1 Les deux cas limites

Pour ce paragraphe, nous considérons un pas transversal tel que :  $b = 19,2\text{mm}$ .

Nous considérons le cas limite de la jonction boulonnée. Plus précisément, nous nous plaçons dans le cas à trois boulons, pour un module de Coulomb de la colle quasiment nul. Nous obtenons alors avec le modèle un taux de transfert de 36,03% sur chacune des deux fixations extrêmes et 27,94% sur la fixation du milieu. Les valeurs précédentes sont celles des taux de transfert obtenues au moyen de (2.111) dans le cas du calcul des jonctions boulonnées (cf. 2.2.2.c). Nous précisons que la résolution dans le cas précédent la résolution de (2.111) donne :

$$\tau_1 = \tau_3 = \frac{1 + \frac{E_{10}e_{10}b}{s_0} \frac{1}{C_0}}{2 + 3 \frac{E_{10}e_{10}b}{s_0} \frac{1}{C_0}} \quad (4.48)$$

$$\tau_2 = 1 - \tau_1 - \tau_3 \quad (4.49)$$

Nous considérons maintenant le second cas limite : la jonction collée. Pour cela, nous rendons quasi nulle la rigidité des fixations. Nous avons alors un transfert nul sur les fixations. De plus, nous comparons l'allure des contraintes de cisaillement donnée par le modèle avec

l'allure donnée par la théorie de Volkersen (cf. 2.1.1.a.a et l'équation (2.2)), sur laquelle repose l'approche du collage du modèle (cf. Fig. 4.3).

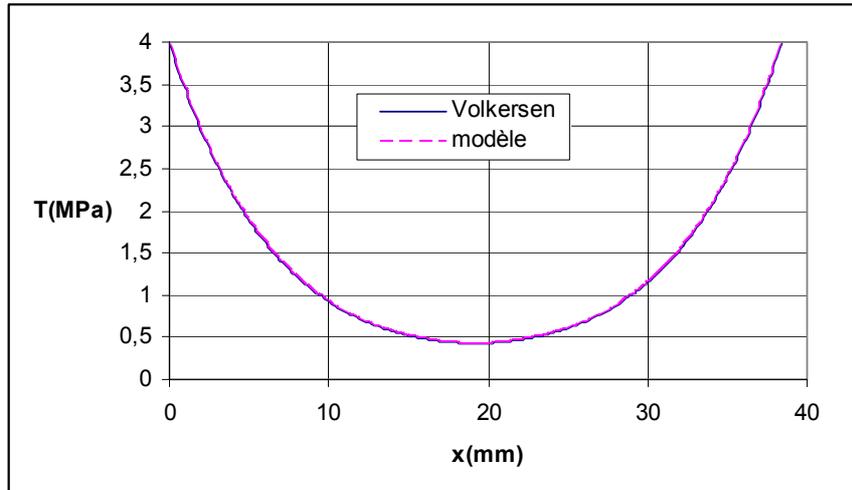


Fig. 4.3 - Contrainte de cisaillement : comparaison avec Volkersen ([VOL38])

Nous observons donc que les deux courbes sont superposées.

Ainsi, ce modèle donne des résultats cohérents, dans les deux cas limites de la jonction HBC.

#### 4.2.2 Cas $n = 2$

Une illustration de la jonction considérée est donnée dans le *Chapitre III* (cf. Fig. 3.2).

Pour le jeu de valeurs nominales, nous traçons la charge transférée dans le substrat inférieur (substrat 2) pour différentes valeurs de la raideur des fixations, données en  $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$  (cf. Fig. 4.4).

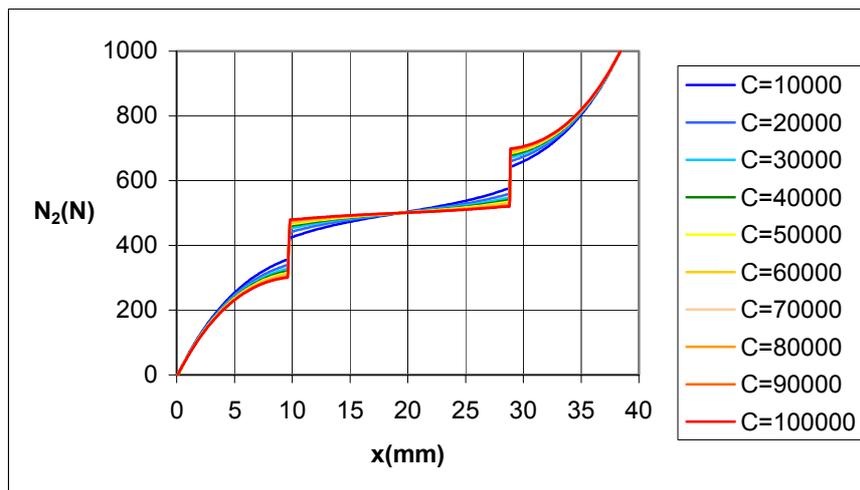


Fig. 4.4 - Charge transférée dans le substrat inférieur

Les « deux marches d'escalier » représentent la charge transférée par chaque boulon. L'allure en  $\sinh$  correspond au transfert par l'adhésif. Nous remarquons que le taux de transfert au boulon croît à mesure que la raideur des fixations augmente.

Nous réalisons une étude d'influence de chacun des paramètres pris un par un autour du jeu de valeurs nominales (cf. Tab. 4.1) sur le taux de transfert  $\tau$  au boulon (il est le même dans les deux fixations dans le cas  $n = 2$ ).

Nous nous plaçons donc d'abord dans le cas de la jonction équilibrée (cf. Fig. 4.5 à Fig. 4.14), puis une application au cas déséquilibré sera donnée (cf. Fig. 4.15 et Fig. 4.16).

Nous considérons dans un premier temps les paramètres de la colle à travers le module de cisaillement  $G$  (cf. Fig. 4.5), l'épaisseur du film  $e$  (cf. Fig. 4.6) et la « rigidité relative »  $G/e$  (cf. Fig. 4.7). Ce terme de « rigidité relative », non homogène à une rigidité, est utilisé pour désigner le rapport entre le module d'Young ou de Coulomb avec l'épaisseur.

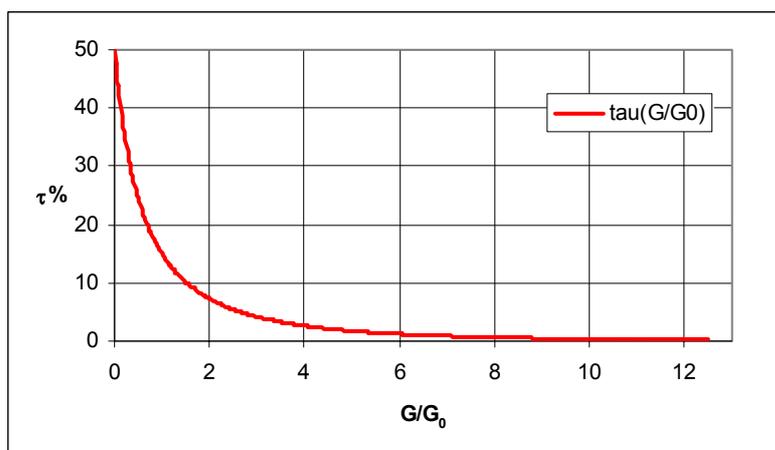


Fig. 4.5 - Influence de  $G$  sur le taux de transfert

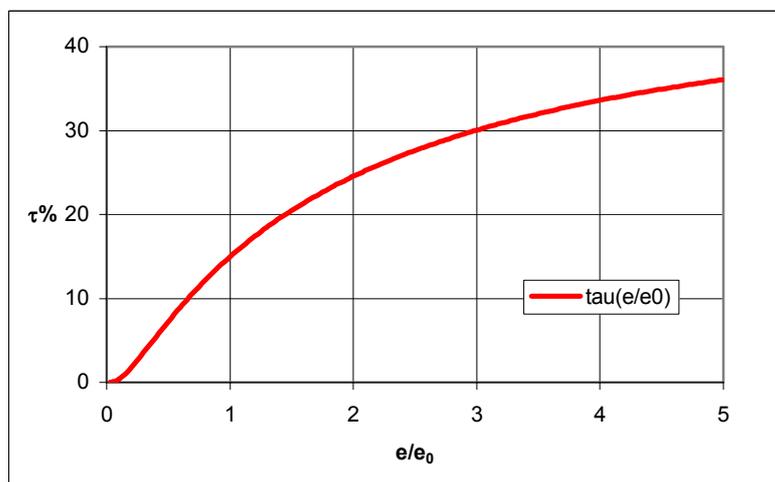
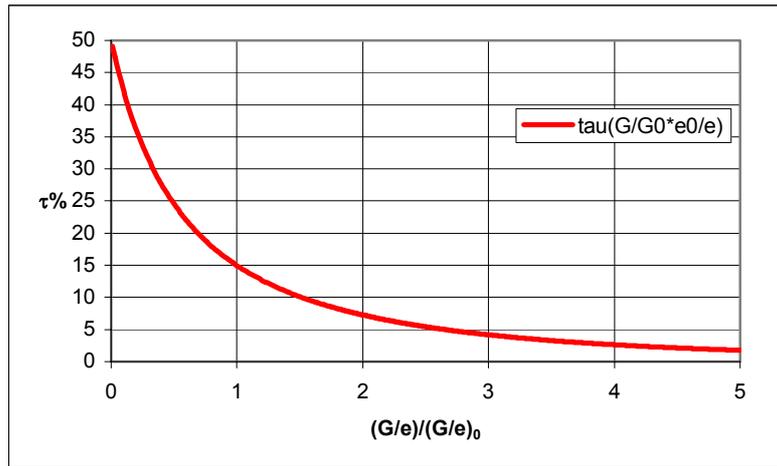
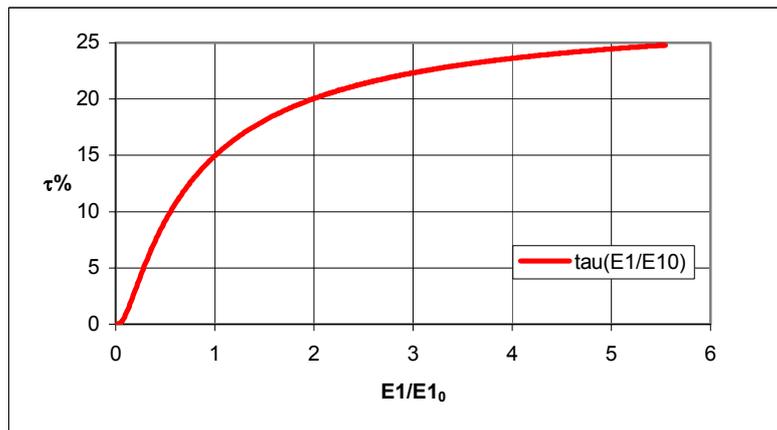


Fig. 4.6 - Influence de  $e$  sur le taux de transfert

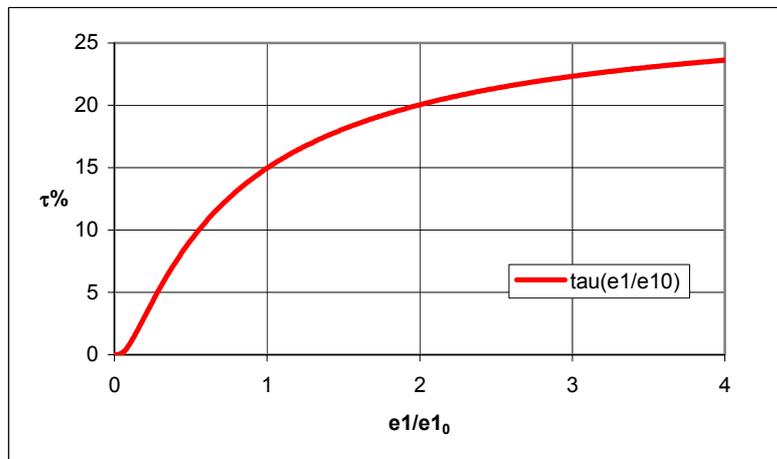


**Fig. 4.7** - Influence de  $G/e$  sur le taux de transfert

Nous considérons ensuite les paramètres substrats avec le module d'Young  $E_l$  (cf. Fig. 4.8) et l'épaisseur  $e_l$  (cf. Fig. 4.9).



**Fig. 4.8** - Influence de  $E_l$  sur le taux de transfert



**Fig. 4.9** - Influence de  $e_l$  sur le taux de transfert

Nous considérons maintenant les paramètres géométriques : le pas longitudinal  $s$  entre deux boulons (cf. Fig. 4.10) et la distance au bord  $d$  (cf. Fig. 4.11).

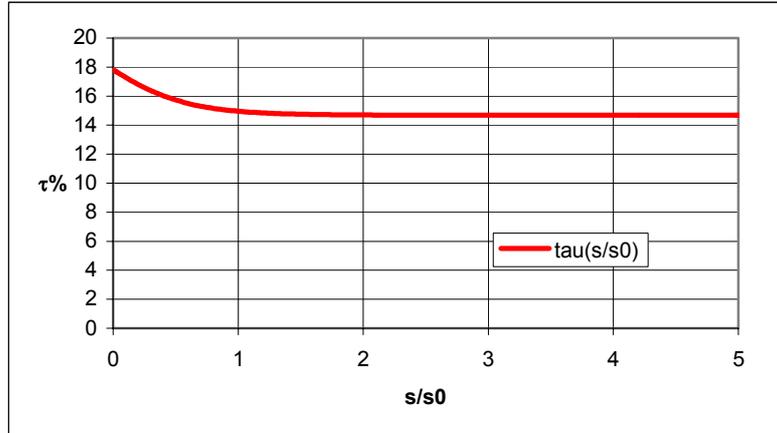


Fig. 4.10 - Influence de  $s$  sur le taux de transfert

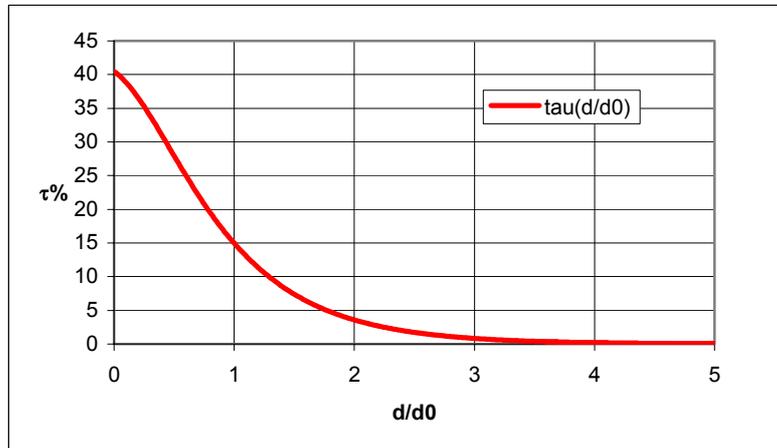


Fig. 4.11 - Influence de  $d$  sur le taux de transfert

Enfin nous traçons l'influence de la rigidité de la fixation sur le taux de transfert (cf. Fig. 4.12)

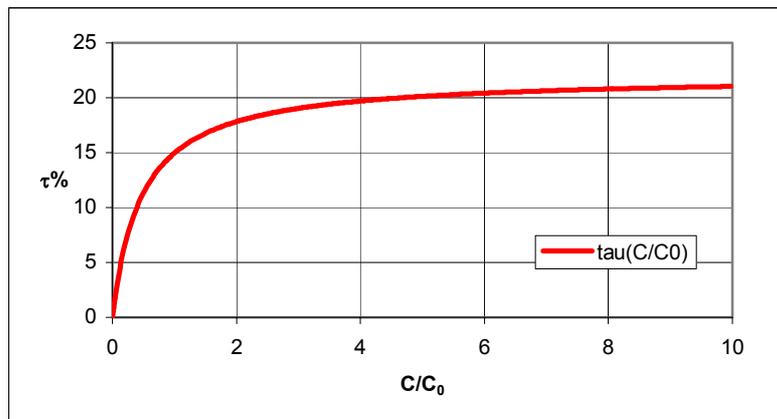


Fig. 4.12 - Influence de  $C$  sur le taux de transfert

Nous donnons pour l'exemple dans ce qui suit (cf. Fig. 4.13 et Fig. 4.14) les surfaces d'influence des couples de paramètres sur le taux de transfert, chacun des autres paramètres ayant leur valeur nominale.

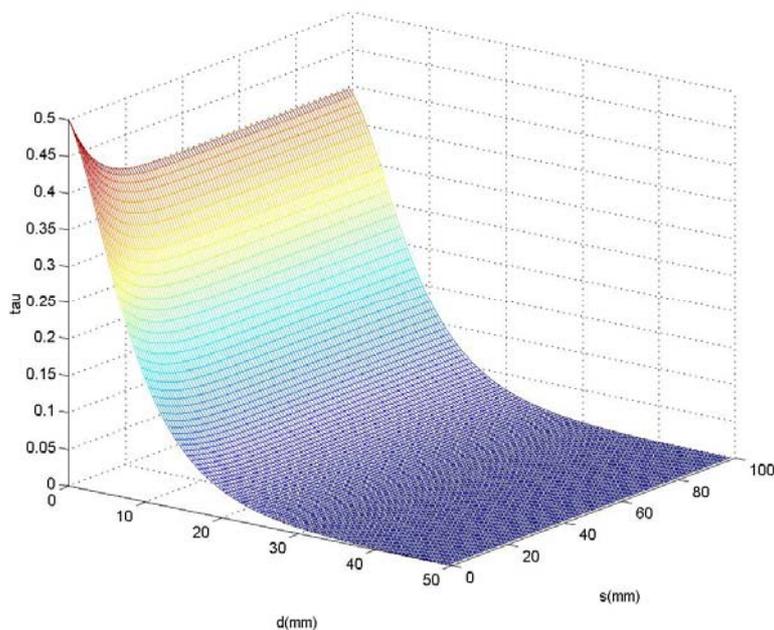


Fig. 4.13 - Influence de  $s$  et  $d$  sur le taux de transfert

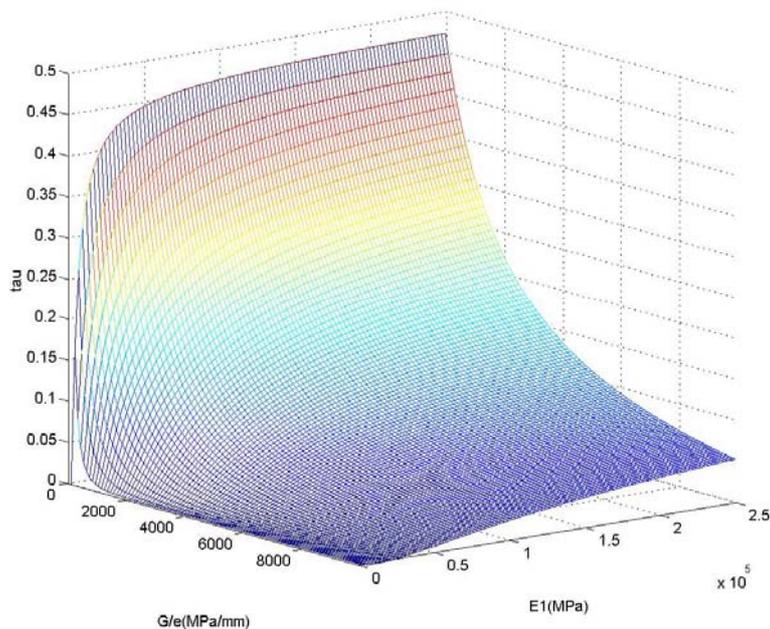


Fig. 4.14 - Influence de  $E_1$  et  $G/e$  sur le taux de transfert

Ces surfaces sont obtenues rapidement, en discrétisant l'intervalle de variation des paramètres. Elles permettent de mieux visualiser l'influence de chacun des paramètres.

Nous nous plaçons maintenant dans la configuration asymétrique en faisant varier l'épaisseur (cf. Fig. 4.15) et le module d'Young (cf. Fig. 4.16) d'une plaque par rapport à l'autre.

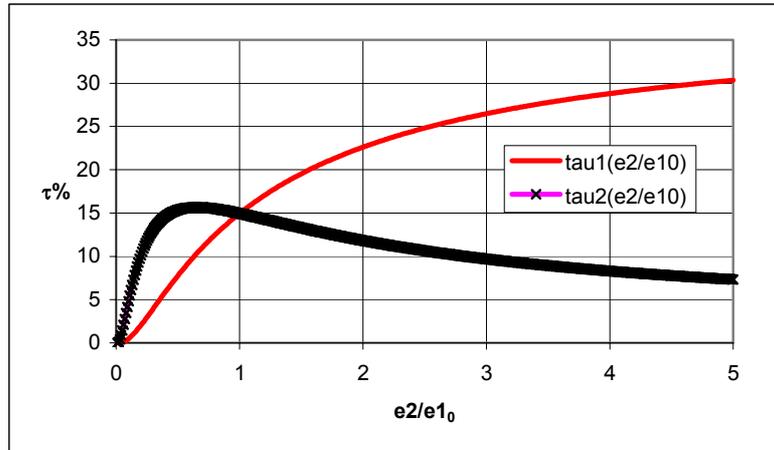


Fig. 4.15 - Influence de l'asymétrie en épaisseur sur les deux taux de transfert

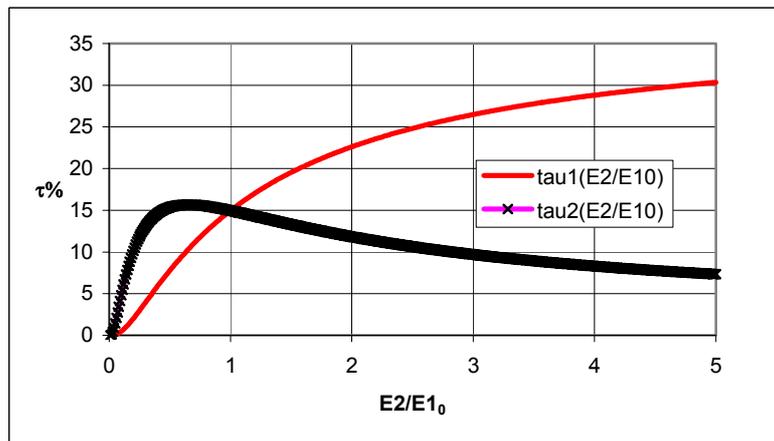


Fig. 4.16 - Influence de l'asymétrie en module d'Young sur les deux taux de transfert

### 4.2.3 Conclusions issues de l'étude d'influence

Nous tirons alors de l'étude d'influence précédente les informations suivantes sur le comportement mécanique d'une jonction HBC.

Le taux de transfert des fixations augmente quand :

- le module de Coulomb de l'adhésif diminue ;
- l'épaisseur de l'adhésif augmente ;
- la rigidité relative de l'adhésif diminue ;
- le module d'Young des substrats augmente ;
- l'épaisseur des substrats augmente ;
- le pas longitudinal entre deux fixations diminue ;
- la distance au bord diminue ;
- la raideur des fixations augmente.

Toutes ces tendances sont en complet accord avec la physique du problème. Certaines sont déjà connues d'après [KEL04].

D'une manière générale, le transfert des fixations va diminuer quand :

- les paramètres géométriques du recouvrement grandissent puisque la surface de collage augmente ;
- la rigidité de l'adhésif augmente, puisque l'adhésif sera alors capable de transférer plus ;
- la rigidité des substrats diminue, puisque l'adhésif sera alors plus sollicité ;
- la raideur de la fixation diminue, puisque elles sont alors moins aptes à reprendre les efforts.

Nous remarquons enfin qu'il existe un pas optimal au-delà duquel le taux de transfert ne varie plus sans s'annuler. De plus, le transfert se fait principalement sur les deux extrémités de la jonction, de sorte que le taux de transfert tend vers zéro quand la distance au bord devient trop grande.

Quant au cas déséquilibré, il existe un taux de transfert maximal dépendant du substrat, tout comme dans le cas équilibré.

#### 4.2.4 Retour sur la raideur des fixations

Comme nous l'avons signalé dans le *Chapitre III*, un paramètre indispensable pour le calcul du transfert de charge et mal connu est la raideur des fixations.

Nous donnons dans le tableau suivant (cf. Tab. 4.2) les taux de transfert de chacune des fixations en fonction de leur rigidité, pour le jeu de valeurs nominales (cf. Tab. 4.1).

C(N/mm)	$\tau$ (%)
10000	6,55
20000	10,1
30000	12,32
40000	13,85
50000	14,96
60000	15,81
70000	16,47
80000	17,01
90000	17,45
100000	17,82

**Tab. 4.2** - Valeur des taux de transfert en fonction de la rigidité des fixations

Il existe différentes formules pour calculer la rigidité  $C$  des fixations dans l'assemblage.

Par exemple, dans un but illustratif, nous choisissons les formulations classiques de Boeing (2.82), Douglas (2.83) et Huth (2.85). Pour notre jeu de valeurs nominales, nous obtenons les valeurs suivantes pour les raideurs des fixations (cf. Tab. 4.3) et les taux de transferts correspondants. Nous prenons  $E_f = 110GPa$  pour le module d'Young de la fixation (titane).

	C(N/mm)	$\tau$ (%)
<b>Boeing</b>	47226	14,68
<b>Douglas</b>	53393	15,27
<b>Huth</b>	39043	13,73

**Tab. 4.3** - Taux de transfert et rigidité pour trois formulations

#### 4.2.5 Cas $n > 2$

Le code permet de calculer les transferts aux fixations pour un nombre quelconque de fixations.

Le tableau suivant (cf. Tab. 4.4) montre que pour le jeu de variables nominales (cf. Tab. 4.1), les fixations extrêmes sont les plus chargées, tandis que les fixations non extrêmes ne prennent quasiment aucune charge.

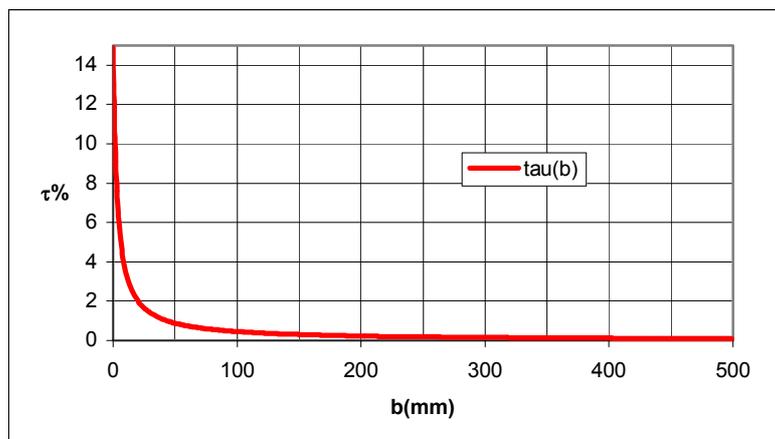
n	$\tau_1$ (%)	$\tau_2$ (%)	$\tau_3$ (%)	$\tau_4$ (%)	$\tau_5$ (%)	$\tau_6$ (%)	$\tau_7$ (%)
2	14,69	14,69					
3	14,68	0,55	14,68				
4	14,68	0,28	0,28	14,68			
5	14,68	0,27	0,01	0,27	14,68		
6	14,68	0,27	0,01	0,01	0,27	14,68	
7	14,68	0,27	0,01	0	0,01	0,27	14,68

**Tab. 4.4** - Taux de transfert en fonction de  $n$  et du numéro de lignes

Par ailleurs, nous remarquons donc que le fait d'ajouter des lignes de fixations ne modifie quasiment pas le taux de transfert aux fixations externes, qui sont les fixations dimensionnantes.

#### 4.2.6 Influence du pas transverse et cas d'application

Nous traçons (cf. Fig. 4.17) la courbe d'influence du pas transverse sur le taux de transfert dans le cas équilibré à deux boulons.



**Fig. 4.17** - Influence de  $b$  sur le taux de transfert

En limitant la valeur maximale de  $b$ , nous obtenons la courbe de la Fig. 4.18.

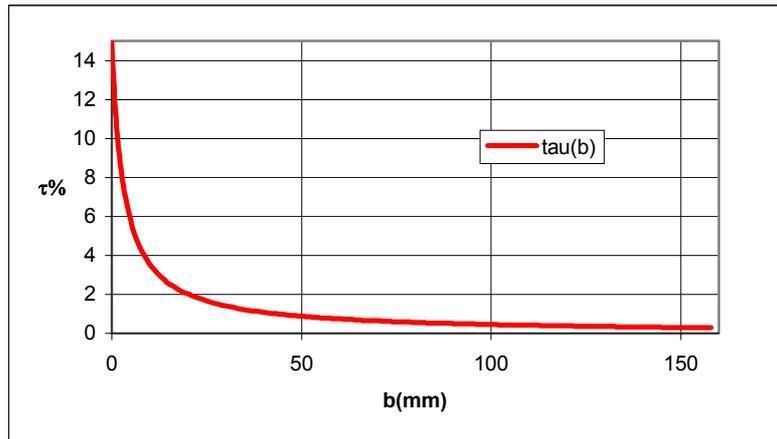


Fig. 4.18 - Zoom sur l'influence de  $b$

Naturellement, nous constatons que l'augmentation de la surface collée augmente le transfert par la colle et diminue le transfert au boulon. Mais le modèle met en évidence ici une chute extrêmement rapide du transfert au boulon.

Nous nous plaçons dès lors dans le **cas d'une éprouvette représentative du cas d'application ( $b = 19,2mm$ )**.

Nous obtenons pour le jeu de valeurs nominales (cf. Tab. 4.1) et pour 2 boulons, un taux de transfert de **2,19%** sur chacun des boulons.

Nous traçons la courbe d'influence de la rigidité relative de l'adhésif (cf. Fig. 4.19), de la distance au bord (cf. Fig. 4.20) et du pas (cf. Fig. 4.21). Nous prenons le cas équilibré à deux fixations.

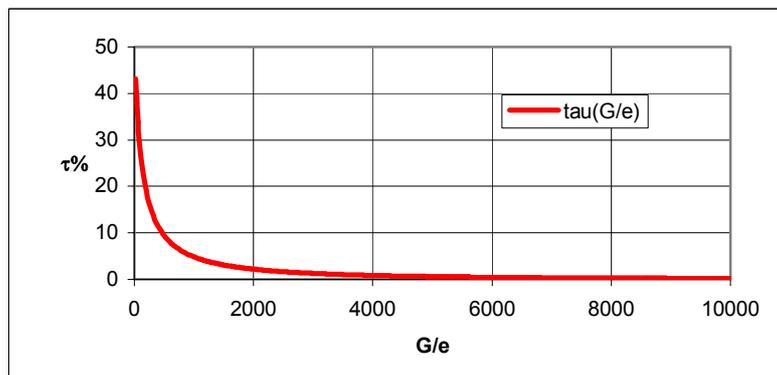
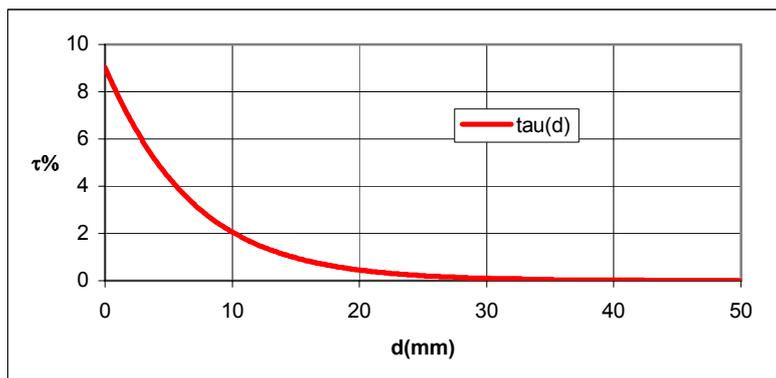
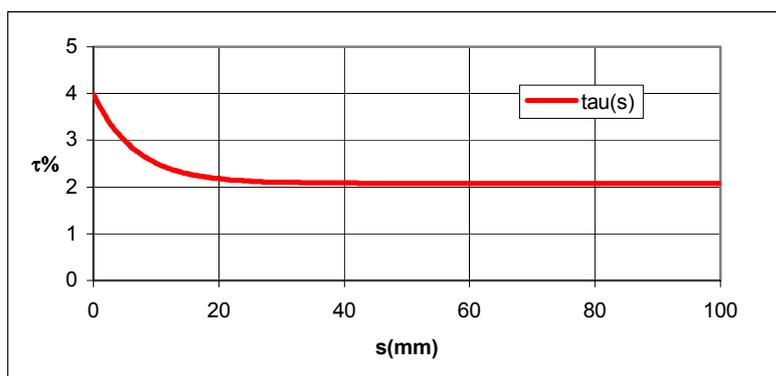


Fig. 4.19 - Influence de  $G/e$  sur le taux de transfert ( $b = 19,2mm$ )



**Fig. 4.20** - Influence de  $d$  sur le taux de transfert ( $b = 19,2\text{mm}$ )



**Fig. 4.21** - Influence de  $s$  sur le taux de transfert ( $b = 19,2\text{mm}$ )

Nous obtenons bien sûr les mêmes allures de courbes que précédemment.

La courbe de la Fig. 4.19 montre que pour avoir un transfert sur la colle de 35% environ, il faut un adhésif avec une faible rigidité relative, c'est-à-dire souple. Plus précisément, une rigidité relative de  $60\text{MPa}\cdot\text{mm}^{-1}$  implique un transfert de 33,8%.



## Chapitre V – Deuxième modèle analytique monodimensionnel

A partir des mêmes hypothèses utilisées pour le modèle du chapitre précédent, nous présentons un deuxième modèle analytique monodimensionnel pour l'étude du comportement mécanique d'une jonction HBC. Ce modèle est basé sur la méthode des éléments finis et un nouvel élément, nommé élément « barres collées » et noté élément BC, est développé. Le modèle aboutit alors aux mêmes résultats et conclusions sur le comportement mécanique que le modèle précédent. Nous donnons alors les équations de base et nous décrivons la méthode utilisée.

- 5.1 Description du modèle
  - 5.1.1 Position du problème
  - 5.1.2 Mise en équation
- 5.2 Résultats

## 5.1 Description du modèle

### 5.1.1 Position du problème

La structure est préalablement discrétisée en éléments 1D comme indiqué sur la Fig. 5.1. Cette figure illustre le cas d'application à deux fixations, mais permet d'imaginer aisément les extensions à un nombre de fixations supérieur ou inférieur. Nous utilisons des éléments unidimensionnels simples de type barre et des éléments nouveaux dits de type « barres collées », noté élément BC. Les éléments simples sont utilisés pour représenter les tronçons de substrats libres (éléments 1 et 7) et les fixations à travers leur rigidité dans la direction principale des efforts (éléments 5 et 6). Les éléments BC sont aussi des éléments unidimensionnels dans la mesure où seuls les déplacements dans la direction longitudinale sont pris en compte, mais ils comptent quatre nœuds pour permettre de différencier le déplacement de chacun des deux substrats.

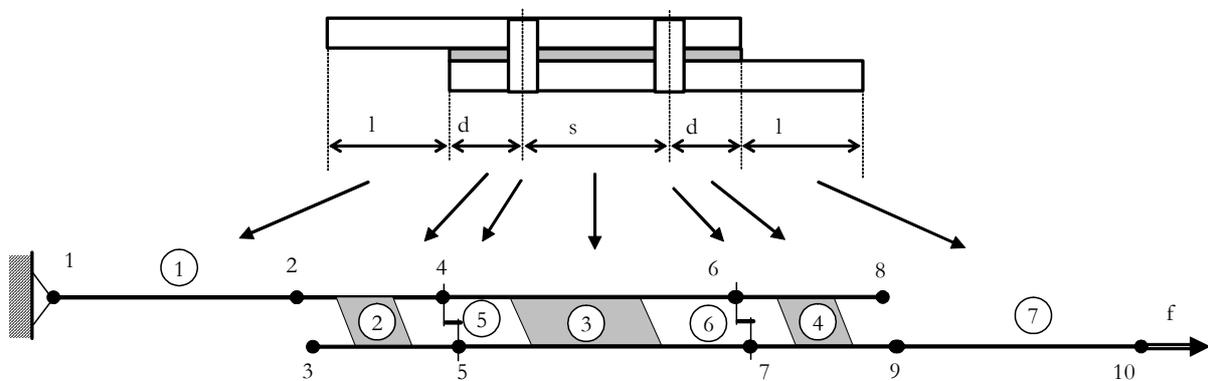


Fig. 5.1 - Discrétisation d'une structure formée de deux plaques collées et fixées

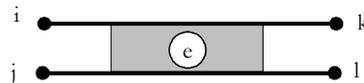


Fig. 5.2 - Élément de type « barres collées »

Nous notons  $\Delta$  la longueur d'un élément BC.

Le vecteur des déplacements nodaux de l'élément est :

$$\mathbf{q}^{eT} = [u_i \quad u_j \quad u_k \quad u_l] \quad (5.1)$$

Nous allons caractériser le comportement de l'élément en fonction du vecteur  $\mathbf{q}^e$  puis calculer la matrice de rigidité qui permettra d'établir la relation linéaire entre les forces appliquées aux nœuds et ces déplacements nodaux.

Nous travaillerons dans le repère local de l'élément  $(i, x)$ .

Soit  $\mathbf{U}^T = [u_1(x) \quad u_2(x)]$  le vecteur des déplacements à l'intérieur de l'élément avec :

- $u_1(x)$  représente le déplacement du point situé avant déformation à la cote  $x$  dans le repère  $(i, x)$  et appartenant au substrat du haut ;
- $u_2(x)$  représente le déplacement du point situé avant déformation à la cote  $x$  dans le repère  $(i, x)$  et appartenant au substrat du bas.

Dans un premier temps, nous devons établir les relations qui permettent de calculer  $U$  en fonction des composantes de  $\dot{q}^e$  (établir une relation de la forme  $U = A \dot{q}^e$ ) :

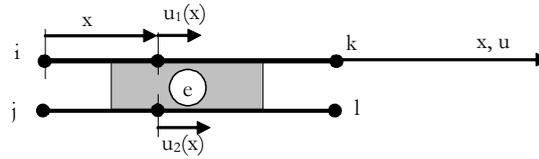


Fig. 5.3 - Déplacements internes

### 5.1.2 Mise en équation

Soit  $N_1(x)$  l'effort normal dans la section située à la cote  $x$  dans le substrat du haut. Soit  $N_2(x)$  l'effort normal dans la section située à la cote  $x$  dans le substrat du bas.

Le système d'équations qui régit le comportement de l'élément est le suivant (cf. *Chapitre IV*) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1}{bdx} + T = 0 \\ \frac{dN_2}{bdx} - T = 0 \\ E_1 \frac{du_1}{dx} = \frac{N_1}{S_1} \\ E_2 \frac{du_2}{dx} = \frac{N_2}{S_2} \\ T = \frac{G}{e}(u_2 - u_1) \end{array} \right. \quad (5.2)$$

où :

$$S_\alpha = e_\alpha b, \alpha = 1, 2 \quad (5.3)$$

Le système d'équation donné en (5.2) conduit au système d'équations différentielles en  $u_1$  et  $u_2$  suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 u_1}{dx^2} + \frac{G}{e E_1 e_1} (u_2 - u_1) = 0 \\ \frac{d^2 u_2}{dx^2} - \frac{G}{e E_2 e_2} (u_2 - u_1) = 0 \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Ce système peut être résolu en utilisant les déplacements nodaux comme conditions aux limites :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1(0) = u_i \\ u_2(0) = u_j \\ u_1(\Delta) = u_k \\ u_2(\Delta) = u_l \end{array} \right. \quad (5.5)$$

Nous obtenons ainsi les expressions des fonctions  $u_1(x)$  et  $u_2(x)$  en fonction des déplacements nodaux (en faisant la somme et la différence des deux équations différentielles précédentes par exemple).

Nous notons :

$$\theta = 1 + \frac{\psi}{\eta^2} = \frac{2}{1 + \bar{\lambda}} \quad (5.6)$$

$$\omega = 1 - \frac{\psi}{\eta^2} = \frac{2}{1 + \bar{\lambda}^{-1}} \quad (5.7)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{e_1 E_1}{e_2 E_2} \quad (5.8)$$

$$\psi = \frac{G}{e} \left( \frac{1}{E_1 e_1} - \frac{1}{E_2 e_2} \right) \quad (5.9)$$

$$c_1 = \frac{(u_j - u_i)e^{\eta\Delta} - (u_l - u_k)}{2sh(\eta\Delta)} \quad (5.10)$$

$$c_2 = \frac{(u_l - u_k) - (u_j - u_i)e^{-\eta\Delta}}{2sh(\eta\Delta)} \quad (5.11)$$

$$c_3 = \frac{u_l\theta + u_k\omega - u_j\theta - u_i\omega}{\Delta} \quad (5.12)$$

$$c_4 = u_j\theta + u_i\omega \quad (5.13)$$

Nous obtenons alors :

$$\begin{cases} u_1 = 0.5[-\theta(c_1 e^{-\eta x} + c_2 e^{\eta x}) + c_3 x + c_4] \\ u_2 = 0.5[\omega(c_1 e^{-\eta x} + c_2 e^{\eta x}) + c_3 x + c_4] \end{cases} \quad (5.14)$$

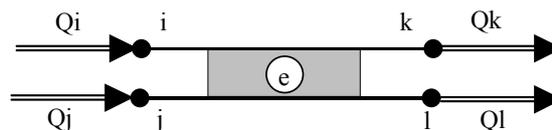
Nous obtenons ensuite les expressions des fonctions  $N_1(x)$  et  $N_2(x)$  en fonction des déplacements nodaux à partir de :

$$\begin{cases} N_1 = E_1 S_1 \frac{du_1}{dx} \\ N_2 = E_2 S_2 \frac{du_2}{dx} \end{cases} \quad (5.15)$$

Nous considérons maintenant les forces que les nœuds exercent sur les éléments. Ces forces (forces nodales) sont notées  $Q^e$  :

$$Q^e = [Q_i \quad Q_j \quad Q_k \quad Q_l] \quad (5.16)$$

La composante  $Q_i$  représente l'action du nœud  $i$  sur l'élément dans la direction  $x$  (cf. Fig. 5.4).



**Fig. 5.4 - Forces nodales**

Nous pouvons établir les relations qui permettent de calculer les composantes de  $Q^e$  en fonction de celles de  $q^e$  à partir des relations de départ suivantes :

$$\begin{cases} Q_i = -N_1(0) \\ Q_j = -N_2(0) \\ Q_k = N_1(\Delta) \\ Q_l = N_2(\Delta) \end{cases} \quad (5.17)$$

Nous pouvons pour finir construire la matrice de rigidité de l'élément (matrice  $K_{BC}$  qui intervient dans la relation  $K_{BC} \mathbf{q}^e = \mathbf{Q}^e$ ). Nous avons, sous forme détaillée :

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \\ u_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_i \\ Q_j \\ Q_k \\ Q_l \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

Les coefficients de la matrice  $K_{BC}$  peuvent être déterminés par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_i}{\partial u_i} &= k_{11} \\ \frac{\partial Q_i}{\partial u_j} &= k_{12} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \quad (5.19)$$

Nous notons que :

$$\frac{\psi}{\eta^2} = \frac{1 - \bar{\lambda}}{1 + \bar{\lambda}} = \lambda(\bar{\lambda} - 1) \quad (5.20)$$

$$\bar{\lambda} = \frac{E_1 e_1}{E_2 e_2} = \frac{\omega}{\theta} \quad (5.21)$$

puisque, avec (4.11) :

$$\lambda = -\frac{1}{1 + \bar{\lambda}} \quad (5.22)$$

Soit plus précisément les coefficients de la matrice de rigidité de l'élément BC s'écrivent (cosh désigne l'inverse de sinh) :

$$k_{11} = -0.5E_1S_1 \left[ \eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) - \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = 0.5E_1S_1 (\theta\eta \coth(\eta\Delta) + \omega\Delta^{-1}) \quad (5.23)$$

$$k_{12} = -0.5E_1S_1 \left[ -\eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) - \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_1S_1 (\eta \coth(\eta\Delta) - \Delta^{-1})\theta \quad (5.24)$$

$$k_{13} = -0.5E_1S_1 \left[ -\eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) + \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_1S_1 (\theta\eta \cosh(\eta\Delta) + \omega\Delta^{-1}) \quad (5.25)$$

$$k_{14} = -0.5E_1S_1 \left[ \eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) + \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_1S_1 (-\eta \cosh(\eta\Delta) + \Delta^{-1})\theta \quad (5.26)$$

$$k_{21} = -0.5E_2S_2 \left[ \eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) - \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_2S_2 (\eta \coth(\eta\Delta) - \Delta^{-1})\omega \quad (5.27)$$

$$k_{22} = -0.5E_2S_2 \left[ -\eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) - \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = 0.5E_2S_2 (\omega\eta \coth(\eta\Delta) + \theta\Delta^{-1}) \quad (5.28)$$

$$k_{23} = -0.5E_2S_2 \left[ -\eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) + \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_2S_2 (-\eta \cosh(\eta\Delta) + \Delta^{-1})\omega \quad (5.29)$$

$$k_{24} = -0.5E_2S_2 \left[ \eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) + \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_2S_2 (\omega\eta \cosh(\eta\Delta) + \theta\Delta^{-1}) \quad (5.30)$$

$$k_{31} = 0.5E_1S_1 \left[ \eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) - \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_1S_1 (\theta\eta \cosh(\eta\Delta) + \omega\Delta^{-1}) \quad (5.31)$$

$$k_{32} = 0.5E_1S_1 \left[ -\eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) - \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_1S_1 (-\eta \cosh(\eta\Delta) + \Delta^{-1})\theta \quad (5.32)$$

$$k_{33} = 0.5E_1S_1 \left[ -\eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) + \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = 0.5E_1S_1 (\theta\eta \coth(\eta\Delta) + \omega\Delta^{-1}) \quad (5.33)$$

$$k_{34} = 0.5E_1S_1 \left[ \eta \left( -1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) + \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_1S_1 (\eta \coth(\eta\Delta) - \Delta^{-1})\theta \quad (5.34)$$

$$k_{41} = 0.5E_2S_2 \left[ \eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) - \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_2S_2 (-\eta \cosh(\eta\Delta) + \Delta^{-1})\omega \quad (5.35)$$

$$k_{42} = 0.5E_2S_2 \left[ -\eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \cosh(\eta\Delta) - \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_2S_2 (\omega\eta \cosh(\eta\Delta) + \theta\Delta^{-1}) \quad (5.36)$$

$$k_{43} = 0.5E_2S_2 \left[ -\eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) + \frac{1 - \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = -0.5E_2S_2 (\eta \coth(\eta\Delta) - \Delta^{-1})\omega \quad (5.37)$$

$$k_{44} = 0.5E_2S_2 \left[ \eta \left( 1 - \frac{\psi}{\eta^2} \right) \coth(\eta\Delta) + \frac{1 + \frac{\psi}{\eta^2}}{\Delta} \right] = 0.5E_2S_2 (\omega\eta \coth(\eta\Delta) + \theta\Delta^{-1}) \quad (5.38)$$

Nous notons :

$$\kappa = 0.5 \frac{E_2S_2}{\Delta} \quad (5.39)$$

$$cs = \eta\Delta \cosh(\eta\Delta) = \eta\Delta (\sinh(\eta\Delta))^{-1} \quad (5.40)$$

$$ct = \eta\Delta \coth(\eta\Delta) \quad (5.41)$$

La matrice de rigidité d'un élément BC s'écrit alors :

$$K_{\text{barres collées}} = \omega\kappa \begin{pmatrix} ct + \bar{\lambda} & 1 - ct & -cs - \bar{\lambda} & 1 - cs \\ 1 - ct & ct + \bar{\lambda}^{-1} & 1 - cs & -cs - \bar{\lambda}^{-1} \\ -cs - \bar{\lambda} & 1 - cs & ct + \bar{\lambda} & 1 - ct \\ 1 - cs & -cs - \bar{\lambda}^{-1} & 1 - ct & ct + \bar{\lambda}^{-1} \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

La matrice de rigidité de cet élément est bien symétrique.

La matrice de rigidité des éléments ressorts  $K_{\text{ressort}}$  va s'écrire classiquement :

$$K_{\text{ressort}} = \begin{pmatrix} C & -C \\ -C & C \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

où  $C$  est la rigidité associée à la fixation.

La matrice de rigidité des barres d'attache  $K_{\text{barre}}$  va s'écrire :

$$K_{\text{barre}} = \begin{pmatrix} K_b & -K_b \\ -K_b & K_b \end{pmatrix} \quad (5.44)$$



## Chapitre VI – Compléments analytiques

Nous présentons deux extensions analytiques concernant la nature du comportement mécanique de l'adhésif, basées sur l'approche analytique monodimensionnelle. La première extension concerne la prise en compte d'un comportement élastique plastique parfait de l'adhésif. La seconde extension est la prise en compte d'un comportement bilinéaire de l'adhésif.

### 6.1 Approche élastique plastique parfait

#### 6.1.1 Mise en équation

#### 6.1.2 Résolution

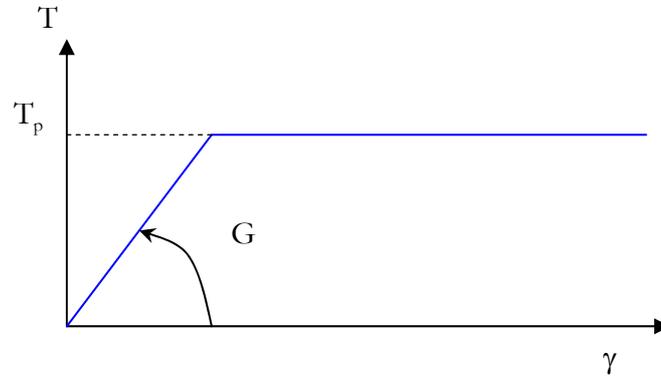
### 6.2 Approche bilinéaire

#### 6.2.1 Mise en équation

#### 6.2.2 Résolution

## 6.1 Approche élastique plastique parfait

A partir du modèle analytique monodimensionnel basé sur l'intégration des équations d'équilibre local pour la résolution d'un système linéaire, nous introduisons un comportement élastique plastique parfait de l'adhésif (cf. Fig. 6.1).



**Fig. 6.1** - Comportement élastique plastique parfait de l'adhésif

Le principe de résolution s'inspire de la méthode développée par Hart-Smith ([**HAR73**]).

Comme le transfert se fait principalement entre les fixations extrêmes et les extrémités du recouvrement, l'hypothèse est faite que si l'adhésif plastifie, il plastifie sur cette zone. Il n'y a donc pas de plastification entre deux fixations. Nous notons  $d$  cette distance au bord, entre l'extrémité du recouvrement et la première fixation. Nous nous intéressons aux jonctions équilibrées et dont les deux distances aux bords sont égales.

Nous introduisons la notation  $(Y)_k$  où  $Y$  désigne aussi bien une expression mathématique, une expression littérale ou une expression numérique prise à l'itération  $k$ .

### 6.1.1 Mise en équation

Soit  $x_p$  la longueur de plastification de l'adhésif.

Par hypothèse, nous avons :

$$0 \leq x_p \leq d \quad (6.1)$$

Nous notons  $\hat{T}_i$ , pour  $i = 1$  et  $i = n+1$ , les fonctions qui représentent le cisaillement de l'adhésif et  $\hat{N}_i^{(j)}$ , pour  $i = 1$  et  $i = n+1$ , la charge normale dans les substrats  $j$ . Ces fonctions sont définies pour les abscisses  $x$  correspondantes aux zones plastifiées.

Nous avons alors par hypothèse:

$$\forall x \leq x_p, \hat{T}_1(x) = T_p \quad (6.2)$$

et :

$$\forall x \in [L - x_p; L], \hat{T}_{n+1}(x) = T_p \quad (6.3)$$

Or :

$$\forall x \leq x_p, \frac{d\hat{N}_1^{(2)}}{bdx} = \hat{T}_1 \quad (6.4)$$

et :

$$\forall x \in [L - x_p, L], \frac{d\hat{N}_{n+1}^{(2)}}{bdx} = \hat{T}_{n+1} \quad (6.5)$$

Sachant que :

$$\hat{N}_1^{(2)}(0) = 0 \quad (6.6)$$

et :

$$\hat{N}_{n+1}^{(2)}(L) = f \quad (6.7)$$

nous obtenons en intégrant :

$$\hat{N}_1^{(2)}(x) = T_p bx \quad (6.8)$$

et :

$$\hat{N}_{n+1}^{(2)}(x) = f - T_p b(L - x) \quad (6.9)$$

Les conditions aux limites du problème élastique, correspondant aux valeurs de la charge en début et en fin de zone élastique, doivent alors tenir compte de :

$$N_1^{(2)}(x_p) = \hat{N}_1^{(2)}(x_p) = T_p bx_p \quad (6.10)$$

et :

$$N_{n+1}^{(2)}(L - x_p) = \hat{N}_{n+1}^{(2)}(L - x_p) = f - T_p bx_p \quad (6.11)$$

Le système du problème élastique  $S_p$  à résoudre est donc :

$$\begin{cases} A_1 e^{-\eta x_p} + B_1 e^{\eta x_p} = \lambda f + T_p bx_p \\ A_{n+1} e^{-\eta(L-x_p)} + B_{n+1} e^{\eta(L-x_p)} = (1 + \lambda)f - T_p bx_p, i \in [1; n] \\ q e^{-\eta d_i} A_i + r e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \\ e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \end{cases} \quad (6.12)$$

### 6.1.2 Résolution

La méthode consiste en une résolution itérative du problème élastique, représenté par le système précédent.

Nous résolvons le problème élastique  $S_p$  tant que la solution (élastique) donne des valeurs du cisaillement de l'adhésif supérieures à  $T_p$ , en donnant à chaque itération la valeur de longueur plastique ( $x_p$ ) calculée à l'itération précédente.

Nous allons alors préciser cette démarche.

Nous posons :

$$(x_p)_0 = 0 \quad (6.13)$$

Soit  $k$  un entier strictement positif.

Nous entendons par  $(S_p)_k$  le système  $S_p$  (donné en (6.12)) où  $x_p = (x_p)_{k-1}$ .

Nous définissons alors par récurrence au rang  $k$  (l'existence des paramètres est donc supposée jusqu'au rang  $k-1$ ) :

$$(x_p)_k = \max \{x | (T_1(x))_k \geq T_p\} \quad (6.14)$$

où :

$(T_1)_k$  est issu de la résolution de  $(S_p)_k$ .

Si  $(x_p)_k > (x_p)_{k-1}$  alors nous résolvons  $(S_p)_{k+1}$  sinon nous prenons  $(x_p)_k = (x_p)_{k-1}$ .

Il faut noter que nous obtenons par cette méthode un encadrement de la solution.

La précision de cet encadrement dépend de la discrétisation de la répartition du cisaillement le long du recouvrement, calculée grâce au modèle analytique 1D. Par conséquent, plus le pas de cette discrétisations sera faible, plus l'encadrement sera précis.

Nous remarquons qu'il suffit de réaliser le test sur la première travée, puisque par hypothèse la jonction est équilibrée.

Il faut s'assurer de la validité de l'inégalité suivante à chaque itération.

$$\forall k, (x_p)_k \leq d \quad (6.15)$$

Nous donnons ci après un exemple d'application.

Le tableau suivant (cf. Tab. 6.1) donne le jeu de valeurs de l'exemple. Il s'agit une jonction équilibrée à deux fixations (cf. Fig. 3.2), comme pour l'étude d'influence du *Chapitre IV* (cf. 4.2).

G(MPa)	800
e(mm)	0,4
$T_p$ (MPa)	20
$e_1$ (mm)	2,4
$E_1$ (MPa)	72000
C(N/mm)	50000
s(mm)	19,2
d(mm)	9,6
b(mm)	19,2

**Tab. 6.1** – Jeu de paramètres

Nous faisons varier la force  $f$  appliquée, afin de faire travailler l'adhésif dans sa zone plastique et d'en déduire les conséquences.

Nous traçons le taux de transfert au boulon (cf. Fig. 6.2) et la longueur plastifiée (cf. Fig. 6.3).

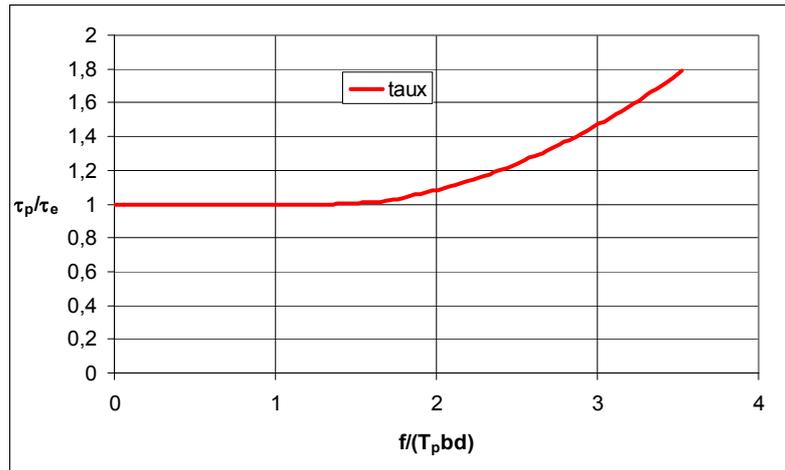


Fig. 6.2 - Transfert au premier boulon ( $\tau_e$  est le taux de transfert donné par le modèle élastique)

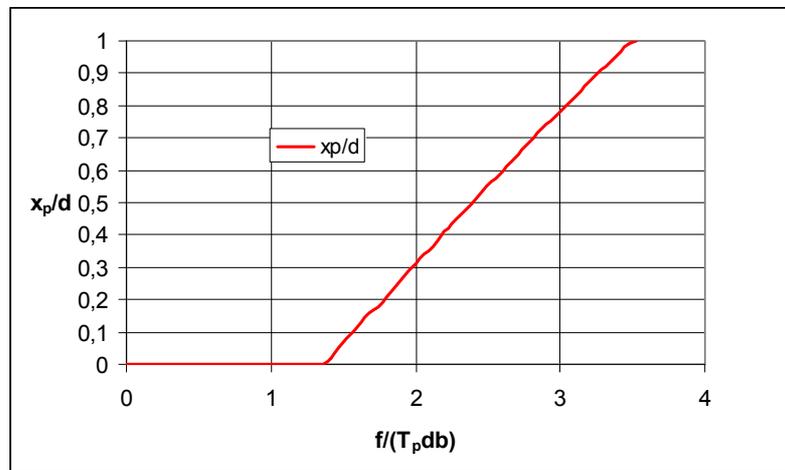


Fig. 6.3 - Longueur plastique

La courbe suivante représente la variation du taux de transfert plastique en fonction de la longueur plastique (cf. Fig. 6.4).

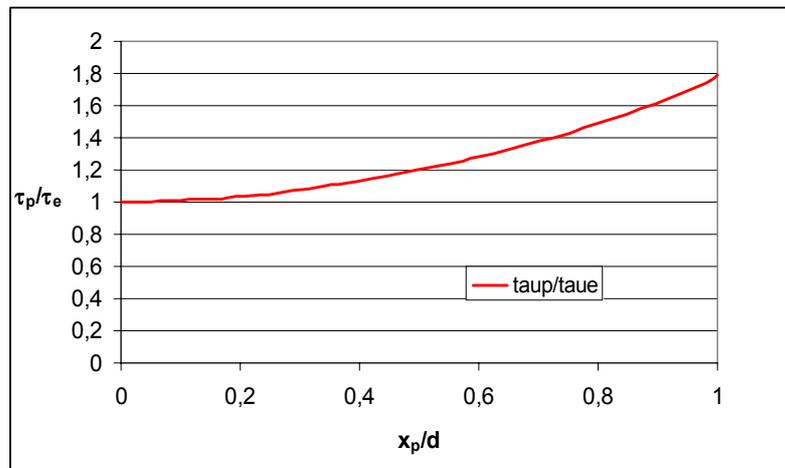


Fig. 6.4 - Taux de transfert plastique en fonction de  $x_p$

Le taux de transfert donné par le modèle élastique plastique parfait augmente à mesure que l'adhésif commence à plastifier. Il double quasiment, une fois que l'adhésif a plastifié sur toute la distance au bord.

**Remarque 1 :**

Nous rappelons que nous avons :

$$\tau_i f = C_i (u_i^{(2)}(d_i) - u_i^{(1)}(d_i)) \quad (6.16)$$

$$T_i = \frac{G}{e} (u_i^{(2)} - u_i^{(1)}) \quad (6.17)$$

Il vient donc :

$$\tau_i f = C_i \frac{e}{G} T_i(d_i) \quad (6.18)$$

Nous appliquons au cas où l'adhésif a plastifié sur toute la distance au bord :

$$\tau_p f = C \frac{e}{G} T_p \quad (6.19)$$

L'application numérique à partir de l'exemple précédent donne  $\tau_p = 3,845\%$  tandis que le modèle donne  $3,833\% < \tau_p < 3,912\%$ . La valeur de  $f$  prise étant celle correspondant à la plastification de l'adhésif sur la longueur  $d$ .

**Remarque 2 :**

La longueur plastique apparaît (cf. Fig. 6.5) comme une fonction quasi linéaire du rapport  $\frac{f}{T_p b}$ , à partir de la valeur de  $f$  qui entraînent la plastification.

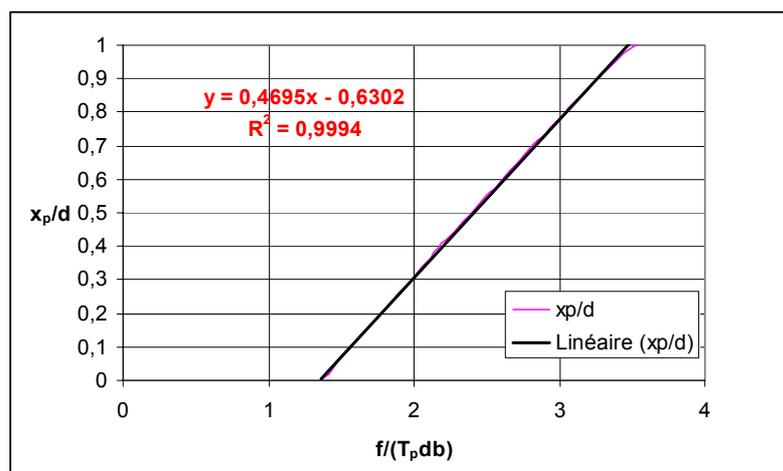


Fig. 6.5 - Approximation linéaire de la longueur plastique

## 6.2 Approche bilinéaire

### 6.2.1 Mise en équation

Nous nous intéressons ici à un comportement bilinéaire de l'adhésif. Une illustration de ce comportement est donnée dans la figure suivante (cf. Fig. 6.6).

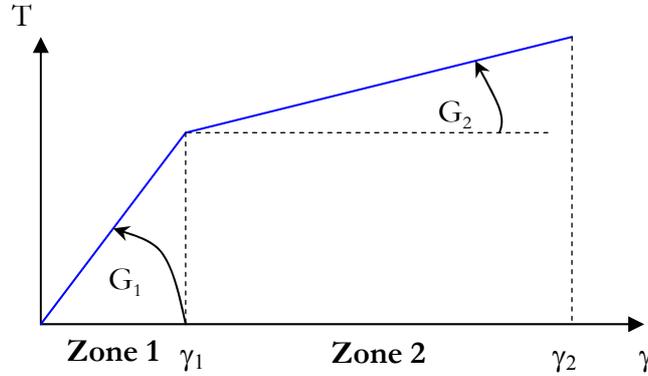


Fig. 6.6 - Comportement bilinéaire

Nous avons à résoudre alors deux problèmes élastiques sur deux zones distinctes (cf. Fig. 6.6). Nous faisons comme précédemment l'hypothèse que la zone de comportement numéro 2 (cf. Fig. 6.6) ne peut se trouver que sur les extrémités du recouvrement. En adoptant la même notation que précédemment, soit en mettant un chapeau sur les grandeurs se rapportant à la zone 2, et en notant que  $x_p$  représente ici la longueur correspondante à la zone 2, le système à résoudre pour  $n$  fixations est alors de taille  $2n+6$  et s'écrit :

$$\begin{cases} A_1 e^{-\eta x_p} + B_1 e^{\eta x_p} - \hat{A}_1 e^{-\hat{\eta} x_p} - \hat{B}_1 e^{\hat{\eta} x_p} = (\lambda - \hat{\lambda})f \\ A_{n+1} e^{-\eta(L-x_p)} + B_{n+1} e^{\eta(L-x_p)} - \hat{A}_{n+1} e^{-\hat{\eta}(L-x_p)} - \hat{B}_{n+1} e^{\hat{\eta}(L-x_p)} = (\lambda - \hat{\lambda})f \\ qe^{-\eta d_i} A_i + re^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \\ e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \\ \hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \hat{\lambda}f \\ \hat{A}_{n+1} e^{-\hat{\eta}L} + \hat{B}_{n+1} e^{\hat{\eta}L} = (1 + \hat{\lambda})f \\ -\eta e^{-\eta x_p} A_1 + \eta e^{\eta x_p} B_1 + \hat{\eta} e^{-\hat{\eta} x_p} \hat{A}_1 - \hat{\eta} e^{\hat{\eta} x_p} \hat{B}_1 = 0 \\ -\eta e^{-\eta(L-x_p)} A_{n+1} + \eta e^{\eta(L-x_p)} B_{n+1} + \hat{\eta} e^{-\hat{\eta}(L-x_p)} \hat{A}_{n+1} - \hat{\eta} e^{\hat{\eta}(L-x_p)} \hat{B}_{n+1} = 0 \end{cases}, i \in [1; n] \quad (6.20)$$

Nous utilisons ici le fait qu'au passage de la zone 1 à la zone 2, il y a continuité de la contrainte de cisaillement et de l'effort normal. De plus, nous supposons implicitement que l'assemblage est équilibré et que les deux distances aux bords sont égales, comme dans le cas précédent.

### 6.2.2 Résolution

Nous procédons de la même manière que pour le cas élastique plastique parfait. Néanmoins, le critère qui permet de distinguer les abscisses des deux zones de comportement est basé ici sur la déformation et non sur la contrainte.

Comme exemple d'application, nous donnons l'influence de la charge appliquée sur le taux de transfert (cf. Fig. 6.7) et sur la longueur de la zone 2 (cf. Fig. 6.8) pour un assemblage à

deux fixations. Nous utilisons le jeu de valeurs précédent (cf. Tab. 6.1) et avec  $G_1 = 800\text{MPa}$ ,  $G_2 = 200\text{MPa}$ ,  $\gamma_1 = 0,2$  et  $\gamma_2 = 1000$ .

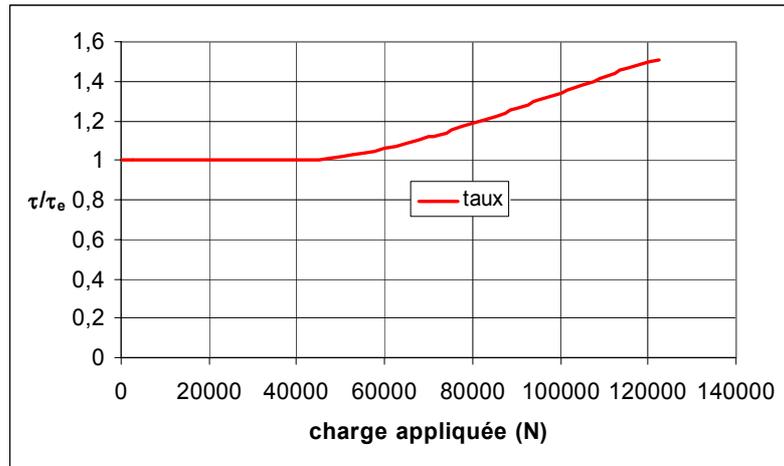


Fig. 6.7 - Influence de la charge sur le tau de transfert

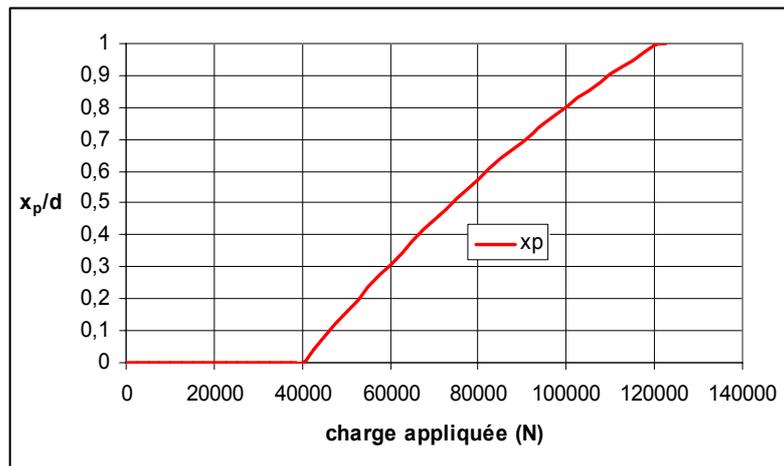


Fig. 6.8 - Influence de la charge sur la longueur de la zone 2

De la même manière que dans le cas d'un adhésif élasto-plastique parfait, le taux de transfert augmente, et, dans le cas proposé augmente de 50% le taux de transfert calculé sous l'hypothèse d'un comportement de l'adhésif purement linéaire et travaillant dans la zone 1.

**Remarque :**

L'hypothèse selon laquelle la zone 2 ne peut concerner que les extrémités de l'assemblage peut être dépassée en ajoutant un test sur la longueur de la zone 2. Si cette longueur est inférieure à la distance au bord, le système à résoudre est le système donné en (6.20) sinon le système à résoudre est celui donné en (6.21). Pour le cas à  $n$  fixations, nous devons ajouter  $n$  conditions similaires avec dans chacun des cas un test sur l'abscisse de la fixation et la longueur de la zone 2.

$$\left\{ \begin{array}{l}
A_2 e^{-\eta x_p} + B_2 e^{\eta x_p} - \hat{A}_1 e^{-\hat{\eta} x_p} - \hat{B}_1 e^{\hat{\eta} x_p} = (\lambda - \hat{\lambda})f \\
A_n e^{-\eta(L-x_p)} + B_n e^{\eta(L-x_p)} - \hat{A}_{n+1} e^{-\hat{\eta}(L-x_p)} - \hat{B}_{n+1} e^{\hat{\eta}(L-x_p)} = (\lambda - \hat{\lambda})f \\
q e^{-\eta d_i} A_i + r e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} - e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \\
e^{-\eta d_i} A_i - e^{\eta d_i} B_i - e^{-\eta d_i} A_{i+1} + e^{\eta d_i} B_{i+1} = 0 \\
\hat{A}_1 + \hat{B}_1 = \hat{\lambda}f \\
\hat{A}_{n+1} e^{-\hat{\eta}L} + \hat{B}_{n+1} e^{\hat{\eta}L} = (1 + \hat{\lambda})f \\
-\eta e^{-\eta x_p} A_2 + \eta e^{\eta x_p} B_2 + \hat{\eta} e^{-\hat{\eta} x_p} \hat{A}_1 - \hat{\eta} e^{\hat{\eta} x_p} \hat{B}_1 = 0 \\
-\eta e^{-\eta(L-x_p)} A_n + \eta e^{\eta(L-x_p)} B_n + \hat{\eta} e^{-\hat{\eta}(L-x_p)} \hat{A}_{n+1} - \hat{\eta} e^{\hat{\eta}(L-x_p)} \hat{B}_{n+1} = 0
\end{array} \right. , i \in [1; n-1] \quad (6.21)$$

L'extension au cas d'un comportement multilinéaire revient à considérer un nombre de zone de comportement supérieur à 2 et donc à introduire le nombre de longueurs de zone correspondant. La démarche bouclée de recherche des longueurs de zone est à répéter pour chaque zone.



## Chapitre VII – Modèle analytique plan

Un modèle analytique plan pour l'étude du comportement mécanique d'une jonction HBC est présenté. Il permet de donner les fonctions de transfert d'effort normal, d'effort tranchant et de moment, ainsi que les contraintes adhésives de cisaillement et de pelage. Puisque l'approche par éléments finis (*Chapitre V*) fournit les mêmes résultats que l'approche classique de l'intégration des équations d'équilibre local (*Chapitre IV*), et que l'utilisation de cette approche est souple, le modèle présenté est basé sur cette méthode. En particulier, de la même manière que dans le *Chapitre V*, un nouvel élément est développé pour représenter deux substrats collés : l'élément « poutres collées », noté élément PC. Nous donnons alors les équations de base, nous décrivons la méthode utilisée et nous réalisons une étude d'influence.

- 7.1 Description du modèle (cas de la jonction équilibrée)
  - 7.1.1 Formulation de l'élément PC
    - 7.1.1.a Matrice de rigidité de l'élément
    - 7.1.1.b Validation par comparaison aux modèles de référence
  - 7.1.2 Assemblage de la structure
    - 7.1.2.a Élément poutre pour les parties hors recouvrement
    - 7.1.2.b Modélisation des fixations
      - 7.1.2.b.α Modélisation par des ressorts
      - 7.1.2.b.β Modélisation avec un élément rigide et des ressorts
- 7.2 Résultats et étude d'influence (cas de la jonction équilibrée)
  - 7.2.1 Etude d'influence
    - 7.2.1.a Etude du cas limite : le boulonnage
    - 7.2.1.b Influence sur le taux de transfert
    - 7.2.1.c Influence sur les contraintes adhésives maximales
  - 7.2.2 Exploitation de l'étude d'influence
    - 7.2.2.a Sur le taux de transfert
    - 7.2.2.b Sur les contraintes adhésives maximales
  - 7.2.3 Variation du nombre de fixation et de la longueur de la poutre d'attache
  - 7.2.4 Visseur dans les substrats et contraintes adhésives
  - 7.2.5 Etude des raideurs des fixations
- 7.3 Analyse du cas déséquilibré
  - 7.3.1 Mise en équation
    - 7.3.1.a Les équations différentielles et la démarche
    - 7.3.1.b Première forme de solution restrictive
    - 7.3.1.c Forme générale
  - 7.3.2 Application de la méthode

## 7.1 Description du modèle (cas de la jonction équilibrée)

Le modèle plan présenté utilise la même approche que le deuxième modèle analytique monodimensionnel : l'approche par éléments finis (cf. *Chapitre V*). Nous nous plaçons dans le cadre de la théorie des poutres ; le modèle est alors dit plan puisque la flexion est modélisée dans le plan  $(x, y)$ .

Nous nous plaçons dans le cas d'une jonction équilibrée en simple cisaillement pour simplifier les calculs, présentés ci-après.

Nous assemblons donc ici des éléments dits « poutres collées », noté élément PC, pour simuler une travée d'assemblage collé et des ressorts pour simuler les fixations ; les poutres d'attache remplacent les barres d'attache du modèle monodimensionnel. De plus, les fixations sont modélisées par des éléments rigides et des ressorts travaillant dans les trois directions planes. La figure suivante (cf. Fig. 7.1) illustre pour le cas à deux fixations la modélisation effectuée ; l'extension au cas à  $n$  fixations se déduit aisément.

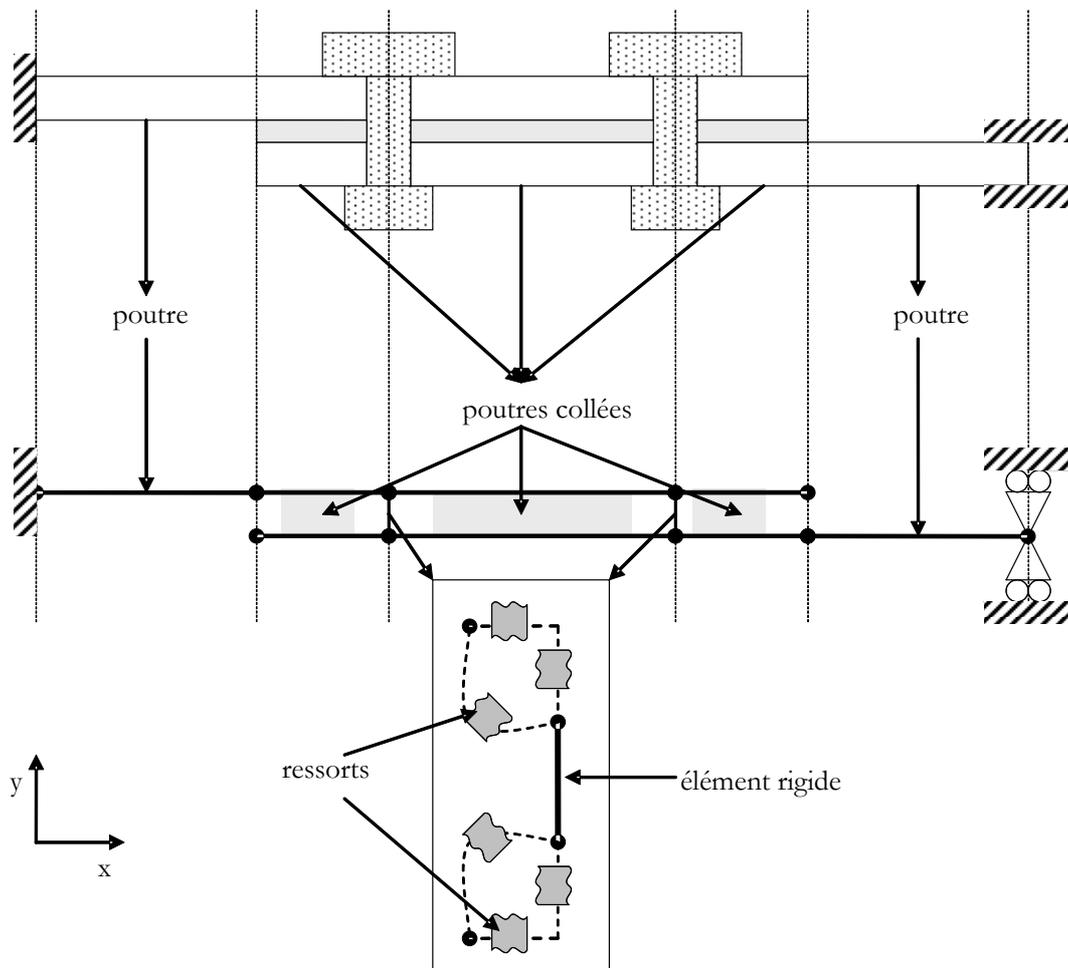


Fig. 7.1 - Position du problème et schématisation

## 7.1.1 Formulation de l'élément PC

### 7.1.1.a Matrice de rigidité de l'élément PC

Nous commençons par calculer la matrice de rigidité d'un tel élément. Les conventions de signe et équilibres locaux sont définis par la figure suivante (cf. Fig. 7.2).

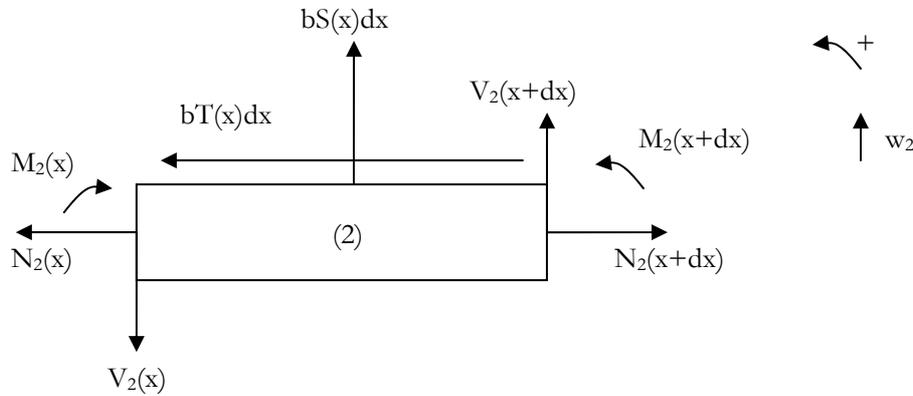


Fig. 7.2 - Equilibre élémentaire et conventions

L'équilibre d'un morceau élémentaire de longueur  $dx$  et de profondeur  $b$  implique les équations d'équilibre suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dN_1}{bdx} + T = 0 \\ \frac{dN_2}{bdx} - T = 0 \\ \frac{dV_1}{bdx} - S = 0 \\ \frac{dV_2}{bdx} + S = 0 \\ \frac{dM_1}{dx} + V_1 + 0.5be_1T = 0 \\ \frac{dM_2}{bdx} + V_2 + 0.5be_2T = 0 \end{array} \right. \quad (7.1)$$

Nous remarquons que nous ne considérons pas l'équilibre de la couche d'adhésif. Cette couche adhésive est modélisée par une infinité de ressorts verticaux et horizontaux reliant les deux poutres. Cette approche ne prend donc pas en compte l'effet de l'épaisseur du joint de colle sur l'excentricité de chargement ce qui se rapproche de l'analyse de Goland et Reissner ([GOL44]).

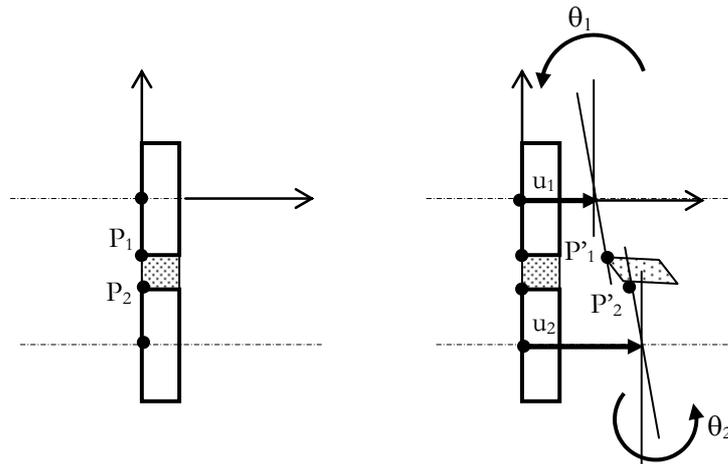
Dans la poutre les relations entre les efforts et les déplacements sont données par les équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{du_1}{dx} = \frac{N_1}{E_1 S_1} \\ \frac{du_2}{dx} = \frac{N_2}{E_2 S_2} \\ \frac{d^2 w_1}{dx^2} = \frac{M_1}{E_1 I_1} \\ \frac{d^2 w_2}{dx^2} = \frac{M_2}{E_2 I_2} \\ \theta_1 = \frac{dw_1}{dx} \\ \theta_2 = \frac{dw_2}{dx} \end{array} \right. \quad (7.2)$$

Les caractéristiques géométriques sont, pour  $i = 1, 2$ , telles que :

- $S_i = b.e_i$  ;
- $12I_i = b.e_i^3$ .

Nous étudions maintenant le comportement élastique de l'adhésif et nous considérons d'abord le cisaillement (cf. Fig. 7.3).



**Fig. 7.3** - Cisaillement de l'adhésif

Nous obtenons alors l'expression suivante du cisaillement :

$$\gamma_\theta = \frac{T}{G} = \frac{(u_{P2} - u_{P1})}{e} \quad (7.3)$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_{P2} = u_2 - \frac{e_2}{2} \theta_2 \\ u_{P1} = u_1 + \frac{e_1}{2} \theta_1 \end{array} \right. \quad (7.4)$$

D'où une première relation (ressorts horizontaux) :

$$T = \frac{G}{e} \left( u_2 - u_1 - \frac{1}{2} e_1 \theta_1 - \frac{1}{2} e_2 \theta_2 \right) \quad (7.5)$$

Par ailleurs, pour le pelage (ressorts verticaux), nous avons :

$$S = \frac{E_c}{e} (w_1 - w_2) \quad (7.6)$$

Nous notons ensuite :

$$\eta^2 = \frac{G}{e} \left( \frac{1}{e_1 E_1} + \frac{1}{e_2 E_2} \right) \quad (7.7)$$

$$\mu^2 = \frac{b e_1^2 G}{2 e E_1 I_1} \quad (7.8)$$

$$\sigma^4 = \frac{b E_c}{4 e} \left( \frac{1}{E_1 I_1} + \frac{1}{E_2 I_2} \right) \quad (7.9)$$

Pour déterminer les expressions des déplacements, nous choisissons de raisonner sur les sommes et les différences de déplacements.

Soient les notations suivantes, pour une fonction déplacement ou rotation  $dep$  quelconque :

$$\begin{cases} S_{dep} = dep_2 + dep_1 \\ D_{dep} = dep_2 - dep_1 \end{cases} \quad (7.10)$$

Nous avons donc :

$$\begin{cases} dep_1 = \frac{1}{2} (S_{dep} - D_{dep}) \\ dep_2 = \frac{1}{2} (S_{dep} + D_{dep}) \end{cases} \quad (7.11)$$

En considérant le cas où les substrats ont la même épaisseur et le même module d'Young (cas de la jonction équilibrée), avec les notations précédentes, nous obtenons à partir de (7.1), (7.2), (7.5) et (7.6), le système d'équations différentielles suivant :

$$\begin{cases} \frac{d^2 D_u}{dx^2} - \eta^2 D_u = -\frac{e_1}{2} \eta^2 \frac{dS_w}{dx} \\ \frac{d^2 S_u}{dx^2} = 0 \\ \frac{d^4 D_w}{dx^4} + 4\sigma^4 D_w = 0 \\ \frac{d^4 S_w}{dx^4} - \mu^2 \frac{d^2 S_w}{dx^2} = -\frac{2}{e_1} \mu^2 \frac{dD_u}{dx} \end{cases} \quad (7.12)$$

La deuxième équation de (7.12) implique alors :

$$S_u = c_1 x + c_2 \quad (7.13)$$

Nous introduisons la notation suivante pour une variable  $z$  donnée :

$$\begin{cases} \cosh(z)\cos(z) = chc \\ \sinh(z)\sin(z) = shs \\ \sinh(z)\cos(z) = shc \\ \cosh(z)\sin(z) = chs \end{cases}, \text{ en } \xi \quad (7.14)$$

La troisième équation de (7.12) implique :

$$D_w = c_3chc + c_4shs + c_5chs + c_6shc, \text{ en } \sigma x \quad (7.15)$$

D'où, par dérivation :

$$D_\theta = \sigma(shc - chs)c_3 + \sigma(chs + shc)c_4 + \sigma(shs + chc)c_5 + \sigma(chc - shs)c_6, \text{ en } \sigma x \quad (7.16)$$

La première équation de (7.12) implique pour un indice  $i > 0$  :

$$\frac{d^{2i}S_w}{dx^{2i}} = \frac{-2}{e_1\eta^2} \frac{d^{2i+1}D_u}{dx^{2i+1}} + \frac{2}{e_1} \frac{d^{2i-1}D_u}{dx^{2i-1}} \quad (7.17)$$

En substituant dans la dernière équation de (7.12), les expressions (7.17) pour  $i = 1$  et  $i = 2$ , nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^5D_u}{dx^5} - (\eta^2 + \mu^2) \frac{d^3D_u}{dx^3} = 0 \quad (7.18)$$

D'où :

$$D_u = c_7e^{-\rho x} + c_8e^{\rho x} + c_9 + c_{10}x + c_{11}x^2 \quad (7.19)$$

en notant :

$$\rho^2 = \eta^2 + \mu^2 \quad (7.20)$$

La première équation de (7.12) permet par intégration de déterminer  $S_w$  :

$$S_w = c_{12} + (c_9 - 2\eta^{-2}c_{11}) \frac{2}{e_1} x + \frac{2}{e_1} c_{10} \frac{x^2}{2} + \frac{2}{e_1} c_{11} \frac{x^3}{3} + \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \frac{1}{\rho} (c_7e^{-\rho x} - c_8e^{\rho x}) \quad (7.21)$$

Nous avons alors par dérivation :

$$S_\theta = (c_9 - 2\eta^{-2}c_{11}) \frac{2}{e_1} + \frac{2}{e_1} c_{10} x + \frac{2}{e_1} c_{11} x^2 - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} (c_7e^{-\rho x} + c_8e^{\rho x}) \quad (7.22)$$

Nous avons donc 12 inconnues d'intégration notées  $c_b$ , pour 12 conditions aux limites (les 3 déplacements de chacun des 4 nœuds). Ce système est défini par les 12 équations suivantes :

$$u_i + u_j = c_2 \quad (7.23)$$

$$u_k + u_l = c_1\Delta + c_2 \quad (7.24)$$

$$u_j - u_i = c_9 + c_7 + c_8 \quad (7.25)$$

$$u_l - u_k = c_9 + c_{10}\Delta + c_{11}\Delta^2 + c_7e^{-\rho\Delta} + c_8e^{\rho\Delta} \quad (7.26)$$

$$w_j - w_i = c_3 \quad (7.27)$$

$$w_l - w_k = c_3 chc + c_4 shs + c_5 chs + c_6 shc, \text{ en } \sigma\Delta \quad (7.28)$$

$$w_i + w_j = c_{12} + \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \frac{1}{\rho} (c_7 - c_8) \quad (7.29)$$

$$w_l + w_k = c_{12} + (c_9 - 2\eta^{-2}c_{11}) \frac{2}{e_1} \Delta + \frac{2}{e_1} c_{10} \frac{\Delta^2}{2} + \frac{2}{e_1} c_{11} \frac{\Delta^3}{3} + \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \frac{1}{\rho} (c_7 e^{-\rho\Delta} - c_8 e^{\rho\Delta}) \quad (7.30)$$

$$\theta_j - \theta_i = \sigma(c_5 + c_6) \quad (7.31)$$

$$\theta_l - \theta_k = \sigma(shc - chs)c_3 + \sigma(chs + shc)c_4 + \sigma(shs + chc)c_5 + \sigma(chc - shs)c_6, \text{ en } \sigma\Delta \quad (7.32)$$

$$\theta_i + \theta_j = (c_9 - 2\eta^{-2}c_{11}) \frac{2}{e_1} - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} (c_7 + c_8) \quad (7.33)$$

$$\theta_l + \theta_k = (c_9 - 2\eta^{-2}c_{11}) \frac{2}{e_1} + \frac{2}{e_1} c_{10} \Delta + \frac{2}{e_1} c_{11} \Delta^2 - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} (c_7 e^{-\rho\Delta} + c_8 e^{\rho\Delta}) \quad (7.34)$$

Nous résolvons ce système et nous obtenons :

$$c_2 = u_i + u_j \quad (7.35)$$

$$c_1 = \frac{(u_l + u_k) - (u_i + u_j)}{\Delta} \quad (7.36)$$

$$c_3 = w_j - w_i \quad (7.37)$$

$$c_6 \left( \frac{sh}{s} - \frac{s}{sh} \right) = -(w_j - w_i) \left( \frac{c}{sh} + \frac{ch}{s} \right) + (w_l - w_k) \left( \frac{ch}{sh} + \frac{c}{s} \right) - \frac{(\theta_l - \theta_k)}{\sigma} - \frac{(\theta_j - \theta_i)}{\sigma} \frac{s}{sh}, \text{ en } \sigma\Delta \quad (7.38)$$

$$c_5 = \frac{(\theta_j - \theta_i)}{\sigma} - c_6, \text{ en } \sigma\Delta \quad (7.39)$$

$$c_4 shs = (w_l - w_k) - chc(w_j - w_i) - chs \frac{(\theta_j - \theta_i)}{\sigma} - (shc - chs)c_6, \text{ en } \sigma\Delta \quad (7.40)$$

$$c_{11} \left( \frac{-\Delta^3}{3e_1} + \frac{8\mu^2}{e_1 \eta^2 \rho^3} \frac{ch-1}{sh} - 4 \frac{\Delta}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2 \rho^2} \right) = (w_l + w_k) - (w_i + w_j) - \left( \frac{\Delta}{e_1} + \frac{2}{e_1 \rho} \frac{1-ch}{sh} \right) \frac{\mu^2}{\rho^2} [(u_l - u_k) + (u_j - u_i)] \\ - \left( \frac{\Delta \eta^2}{2} - \frac{\mu^2}{\rho} \frac{1-ch}{sh} \right) \frac{1}{\rho^2} [(\theta_l + \theta_k) + (\theta_i + \theta_j)] \\ \text{en } \rho\Delta \quad (7.41)$$

$$c_8 - c_7 = \frac{\eta^2}{\rho^2} \frac{\left[ (u_l - u_k) - \frac{e_1}{2} (\theta_l + \theta_k) \right] - ch \left[ (u_j - u_i) - \frac{e_1}{2} (\theta_i + \theta_j) \right]}{sh} - 2c_{11} \rho^{-2} \frac{1-ch}{sh}, \text{ en } \rho\Delta \quad (7.42)$$

$$c_8 e^{\rho\Delta} - c_7 e^{-\rho\Delta} = \frac{\eta^2}{\rho^2} \frac{ch \left[ (u_l - u_k) - \frac{e_1}{2} (\theta_l + \theta_k) \right] - \left[ (u_j - u_i) - \frac{e_1}{2} (\theta_i + \theta_j) \right]}{sh} - 2c_{11} \rho^{-2} \frac{ch-1}{sh}, \text{ en } \rho\Delta \quad (7.43)$$

$$c_8 = \frac{\eta^2}{\rho^2} \frac{\left[ (u_l - u_k) - \frac{e_1}{2} (\theta_l + \theta_k) \right] - e^{-\rho\Delta} \left[ (u_j - u_i) - \frac{e_1}{2} (\theta_i + \theta_j) \right]}{2sh} - 2c_{11}\rho^{-2} \frac{1 - e^{-\rho\Delta}}{2sh}, \text{ en } \rho\Delta \quad (7.44)$$

$$c_7 = \frac{\eta^2}{\rho^2} \frac{- \left[ (u_l - u_k) - \frac{e_1}{2} (\theta_l + \theta_k) \right] + e^{\rho\Delta} \left[ (u_j - u_i) - \frac{e_1}{2} (\theta_i + \theta_j) \right]}{2sh} + 2c_{11}\rho^{-2} \frac{1 - e^{\rho\Delta}}{2sh}, \text{ en } \rho\Delta \quad (7.45)$$

$$c_7 + c_8 = \frac{\eta^2}{\rho^2} \left[ (u_j - u_i) - \frac{e_1}{2} (\theta_i + \theta_j) \right] - 2c_{11}\rho^{-2} \quad (7.46)$$

$$c_7 e^{-\rho\Delta} + c_8 e^{\rho\Delta} = \frac{\eta^2}{\rho^2} \left[ (u_l - u_k) - \frac{e_1}{2} (\theta_l + \theta_k) \right] - 2c_{11}\rho^{-2} \quad (7.47)$$

$$c_9 = \frac{\mu^2}{\rho^2} (u_j - u_i) + \frac{\eta^2}{\rho^2} \frac{e_1}{2} (\theta_i + \theta_j) + 2c_{11}\rho^{-2} \quad (7.48)$$

$$c_{10}\Delta = \frac{\mu^2}{\rho^2} \left[ (u_l - u_k) - (u_j - u_i) \right] + \frac{\eta^2}{\rho^2} \frac{e_1}{2} \left[ (\theta_l + \theta_k) - (\theta_i + \theta_j) \right] - \Delta^2 c_{11} \quad (7.49)$$

$$c_{12} = (w_i + w_j) + \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \frac{1}{\rho} (c_8 - c_7) \quad (7.50)$$

Nous déterminons donc les déplacements dans les substrats :

$$u_1 = \frac{1}{2} \left[ (c_2 - c_9) + (c_1 - c_{10})x - c_{11}x^2 - c_7 e^{-\rho x} - c_8 e^{\rho x} \right] \quad (7.51)$$

$$u_2 = \frac{1}{2} \left[ (c_2 + c_9) + (c_1 + c_{10})x + c_{11}x^2 + c_7 e^{-\rho x} + c_8 e^{\rho x} \right] \quad (7.52)$$

$$w_1 = \frac{1}{2} \left[ \begin{aligned} & c_{12} + (c_9 - 2c_{11}\eta^{-2}) \frac{2}{e_1} x + \frac{2}{e_1} c_{10} \frac{x^2}{2} + \frac{2}{e_1} c_{11} \frac{x^3}{3} + \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \frac{1}{\rho} (c_7 e^{-\rho x} - c_8 e^{\rho x}) \\ & - c_3 chc - c_4 shs - c_5 chs - c_6 shc \end{aligned} \right], \text{ en } \sigma x \quad (7.53)$$

$$w_2 = \frac{1}{2} \left[ \begin{aligned} & c_{12} + (c_9 - 2c_{11}\eta^{-2}) \frac{2}{e_1} x + \frac{2}{e_1} c_{10} \frac{x^2}{2} + \frac{2}{e_1} c_{11} \frac{x^3}{3} + \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \frac{1}{\rho} (c_7 e^{-\rho x} - c_8 e^{\rho x}) \\ & + c_3 chc + c_4 shs + c_5 chs + c_6 shc \end{aligned} \right], \text{ en } \sigma x \quad (7.54)$$

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \left[ \begin{aligned} & (c_9 - 2c_{11}\eta^{-2}) \frac{2}{e_1} + \frac{2}{e_1} c_{10} x + \frac{2}{e_1} c_{11} x^2 - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} (c_7 e^{-\rho x} + c_8 e^{\rho x}) \\ & - c_3 \sigma (shc - chs) - c_4 \sigma (chs + shc) - c_5 \sigma (shs + chc) - c_6 \sigma (chc - shs) \end{aligned} \right], \text{ en } \sigma x \quad (7.55)$$

$$\theta_2 = \frac{1}{2} \left[ \begin{aligned} & (c_9 - 2c_{11}\eta^{-2}) \frac{2}{e_1} + \frac{2}{e_1} c_{10} x + \frac{2}{e_1} c_{11} x^2 - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} (c_7 e^{-\rho x} + c_8 e^{\rho x}) \\ & + c_3 \sigma (shc - chs) + c_4 \sigma (chs + shc) + c_5 \sigma (shs + chc) + c_6 \sigma (chc - shs) \end{aligned} \right], \text{ en } \sigma x \quad (7.56)$$

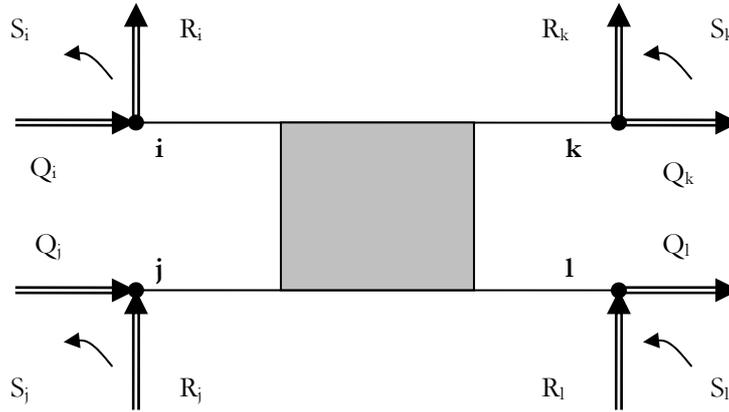


Fig. 7.4 - Efforts nodaux

Nous pouvons alors calculer les efforts aux nœuds selon les formules suivantes (cf. Fig. 7.4) :

$$\begin{cases} Q_i = -N_1(0) \\ Q_j = -N_2(0) \\ Q_k = N_1(\Delta) \\ Q_l = N_2(\Delta) \end{cases} \quad (7.57)$$

$$\begin{cases} R_i = -V_1(0) \\ R_j = -V_2(0) \\ R_k = V_1(\Delta) \\ R_l = V_2(\Delta) \end{cases} \quad (7.58)$$

$$\begin{cases} S_i = -M_1(0) \\ S_j = -M_2(0) \\ S_k = M_1(\Delta) \\ S_l = M_2(\Delta) \end{cases} \quad (7.59)$$

$$\begin{cases} N_\varepsilon = E_1 S_1 \frac{du_\varepsilon}{dx} \\ V_\varepsilon = -\frac{dM_\varepsilon}{dx} - \frac{1}{2} e_1 b T(x), \quad \varepsilon = 1, 2 \\ M_\varepsilon = E_1 I_1 \frac{d^2 w_\varepsilon}{dx^2} \end{cases} \quad (7.60)$$

Le cisaillement  $T(x)$  est égal à :

$$T(x) = \frac{G}{e} \left[ D_u - \frac{e_1}{2} S_\theta \right] \quad (7.61)$$

Soit :

$$T(x) = 2 \frac{G}{e} c_{11} \eta^{-2} + \frac{G \rho^2}{e \eta^2} (c_7 e^{-\rho x} + c_8 e^{\rho x}) \quad (7.62)$$

Nous obtenons alors pour les efforts du visseur :

$$N_1 = \frac{E_1 S_1}{2} \left[ (c_1 - c_{10}) - 2\alpha_{11} x - \rho (c_8 e^{\rho x} - c_7 e^{-\rho x}) \right] \quad (7.63)$$

$$N_2 = \frac{E_1 S_1}{2} \left[ (c_1 + c_{10}) + 2c_{11} x + \rho (c_8 e^{\rho x} - c_7 e^{-\rho x}) \right] \quad (7.64)$$

$$M_1 = \frac{E_1 I_1}{2} \left[ \frac{2}{e_1} c_{10} + \frac{2}{e_1} 2c_{11} x - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \rho (c_8 e^{\rho x} - c_7 e^{-\rho x}) - 2\sigma^2 (-c_3 shs + c_4 chc + c_5 shc - c_6 chs) \right], \text{ en } \sigma x \quad (7.65)$$

$$M_2 = \frac{E_1 I_1}{2} \left[ \frac{2}{e_1} c_{10} + \frac{2}{e_1} 2c_{11} x - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \rho (c_8 e^{\rho x} - c_7 e^{-\rho x}) + 2\sigma^2 (-c_3 shs + c_4 chc + c_5 shc - c_6 chs) \right], \text{ en } \sigma x \quad (7.66)$$

$$V_1 = -\frac{E_1 I_1}{2} \left[ \frac{2}{e_1} 2c_{11} - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \rho^2 (c_8 e^{\rho x} + c_7 e^{-\rho x}) \right. \\ \left. - 2\sigma^3 (-c_3 (chs + shc) + c_4 (shc - chs) + c_5 (chc - shs) - c_6 (chc + shs)) \right] - \frac{1}{2} e_1 b T, \text{ en } \sigma x \quad (7.67)$$

$$V_2 = -\frac{E_1 I_1}{2} \left[ \frac{2}{e_1} 2c_{11} - \frac{2}{e_1} \frac{\mu^2}{\eta^2} \rho^2 (c_8 e^{\rho x} + c_7 e^{-\rho x}) \right. \\ \left. + 2\sigma^3 (-c_3 (chs + shc) + c_4 (shc - chs) + c_5 (chc - shs) - c_6 (chc + shs)) \right] - \frac{1}{2} e_1 b T, \text{ en } \sigma x \quad (7.68)$$

Nous pouvons donc déduire la matrice de rigidité d'un élément PC, notée  $K_{PC}$ , de la même manière que dans le cas monodimensionnel, par dérivation partielle des efforts nodaux par le déplacement nodal :

$$K_{PC} = \begin{pmatrix} \left[ \frac{\partial Q_\alpha}{\partial u_\beta} \right] & \left[ \frac{\partial Q_\alpha}{\partial w_\beta} \right] & \left[ \frac{\partial Q_\alpha}{\partial \theta_\beta} \right] \\ \left[ \frac{\partial R_\alpha}{\partial u_\beta} \right] & \left[ \frac{\partial R_\alpha}{\partial w_\beta} \right] & \left[ \frac{\partial R_\alpha}{\partial \theta_\beta} \right] \\ \left[ \frac{\partial S_\alpha}{\partial u_\beta} \right] & \left[ \frac{\partial S_\alpha}{\partial w_\beta} \right] & \left[ \frac{\partial S_\alpha}{\partial \theta_\beta} \right] \end{pmatrix}, \alpha, \beta = i, j, k, l \quad (7.69)$$

Nous n'explicitons pas les coefficients de la matrice de rigidité, vu la forme des coefficients obtenus lors de la résolution du système. En effet, seules les constantes d'intégration dépendent des déplacements nodaux. Ainsi, dans le code MATLAB (**[MAT]**) pour la résolution du modèle, nous coderons les valeurs des dérivés de ces coefficients et nous adoptons un code de type formel en introduisant les équations précédentes (néanmoins MAPPLE (**[MAP]**) permet d'accéder aux valeurs de ces coefficients de rigidité).

### 7.1.2 Validation par comparaison aux modèles de référence

Nous comparons les résultats donnés par ce modèle avec l'analyse de Goland et Reissner (**[GOL44]**) et celle de Hart-Smith (**[2HAR73]**). Les comparaisons sont effectuées au même facteur de moment (**[GOL44]**), soit 0,875 (cf. 2.1.1.b.α) pour la comparaison avec la formulation de Goland et Reissner (**[GOL44]**) et 0,865 pour la comparaison avec la formulation de Hart-Smith (**[2HAR73]**). Nous avons adapté la formulation au cadre des poutres en faisant

$$D = \frac{E_1 I_1}{b(1 - \nu_1^2)} \quad \text{et} \quad k_b = \frac{12(1 - \nu_1^2)D}{E_1 e_1^3}.$$

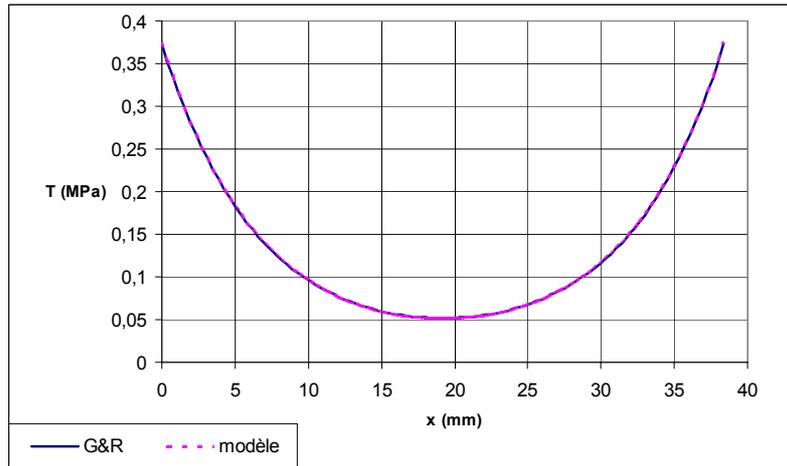


Fig. 7.5 - Contrainte de cisaillement : comparaison avec Goland et Reissner ([GOL44])

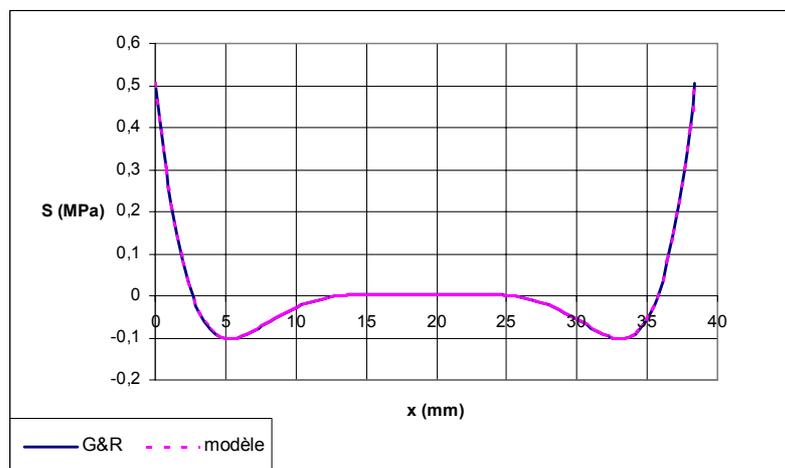


Fig. 7.6 - Contrainte de pelage : comparaison avec Goland et Reissner ([GOL44])

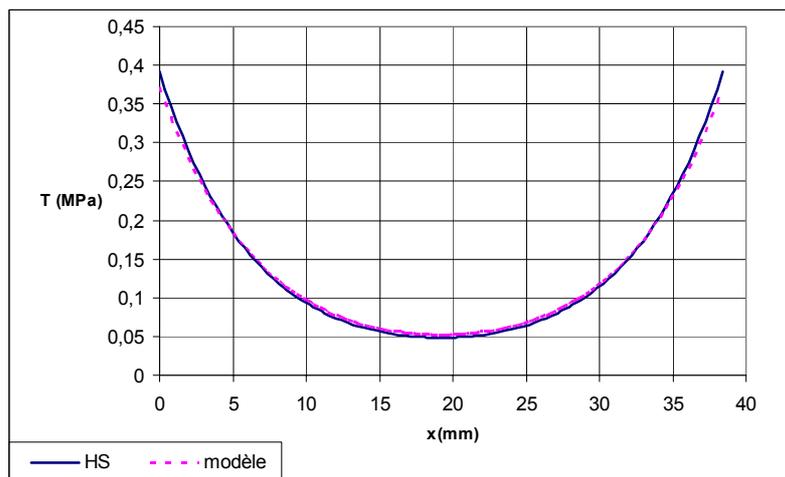


Fig. 7.7 - Contrainte de cisaillement : comparaison avec Hart-Smith ([<sub>2</sub>HAR73])

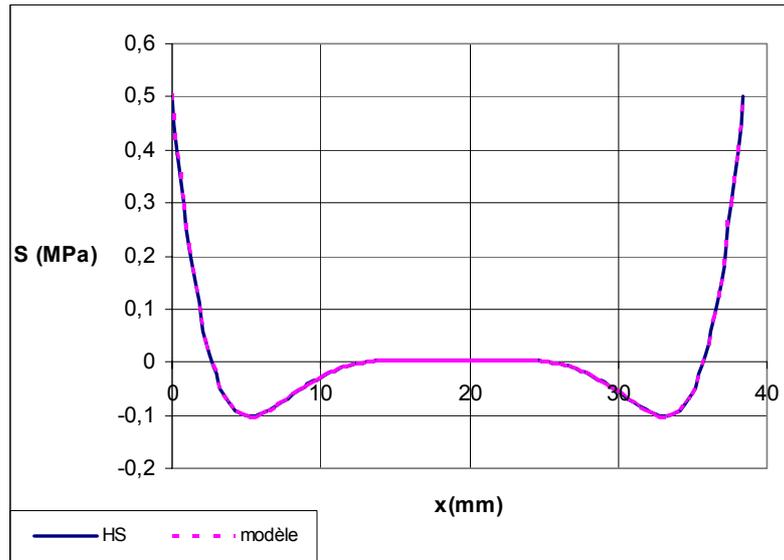


Fig. 7.8 - Contrainte de pelage : comparaison avec Hart-Smith ([<sub>2</sub>HAR73])

Les quatre courbes précédentes montrent donc un bon accord avec les théories de Goland et Reissner ([GOL44]) et de Hart-Smith ([<sub>2</sub>HAR73]). Il n'y a pas d'écart avec les résultats de Goland et Reissner ([GOL44]) et donc le même écart avec les résultats de Hart-Smith ([<sub>2</sub>HAR73]) que ceux de Goland et Reissner ([GOL44]).

### 7.1.2 Assemblage de la structure

Nous introduisons les notations suivantes, utiles pour la suite de la description de la modélisation de la structure.

Nous nous plaçons dans le cas d'un nombre de fixations égal à  $n$ . Nous avons alors à assembler  $n$  fixations,  $n+1$  éléments PC, et 2 éléments poutre d'attache au bâti.

La structure compte alors  $2n+6$  nœuds et donc  $6n+18$  degrés de liberté.

Nous numérotons les nœuds de la travée collée  $m$  de la manière suivante (cf. Fig. 7.9) :

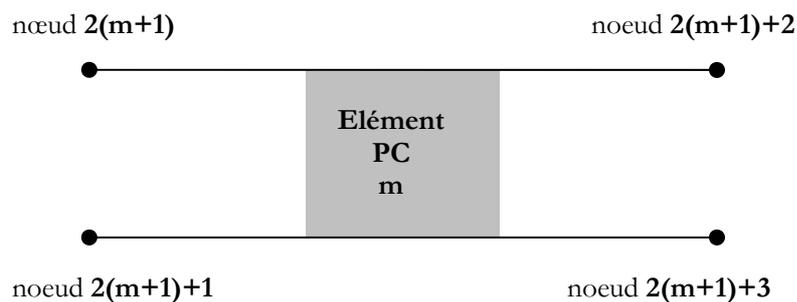


Fig. 7.9 - Travée collée  $m$

Les éléments d'attache à deux nœuds ont pour numéro de gauche à droite :

- 1 et 2 pour l'élément d'attache de gauche (encastré dans le bâti en 1) ;
- $2n+5$  et  $2n+6$  pour l'élément d'attache de droite (chargé en  $2n+6$ ).

Nous notons le déplacement  $\delta_p$  dans le repère global du nœud  $p$  de la manière suivante :

$$\delta_p = \begin{pmatrix} u_p \\ w_p \\ \theta_p \end{pmatrix} \quad (7.70)$$

### 7.1.2.a Élément poutre pour les parties hors recouvrement

Nous modélisons les éléments d'attache hors recouvrement par des poutres.

La matrice de rigidité de l'élément d'attache à gauche (entre les nœuds 1 et 2), exprimée dans la base  $(u_1; u_2; w_1; w_2; \theta_1; \theta_2)$ , est alors :

$$K_{poutre} = \begin{pmatrix} \frac{E_1 S_1}{l} & -\frac{E_1 S_1}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{E_1 S_1}{l} & \frac{E_1 S_1}{l} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12E_1 I_z}{l^3} & -\frac{12E_1 I_z}{l^3} & \frac{6E_1 I_z}{l^2} & \frac{6E_1 I_z}{l^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12E_1 I_z}{l^3} & \frac{12E_1 I_z}{l^3} & -\frac{6E_1 I_z}{l^2} & \frac{6E_1 I_z}{l^2} \\ 0 & 0 & \frac{6E_1 I_z}{l^2} & -\frac{6E_1 I_z}{l^2} & \frac{4E_1 I_z}{l} & \frac{2E_1 I_z}{l} \\ 0 & 0 & \frac{6E_1 I_z}{l^2} & -\frac{6E_1 I_z}{l^2} & \frac{2E_1 I_z}{l} & \frac{4E_1 I_z}{l} \end{pmatrix} \quad (7.71)$$

Nous avons de la même manière la matrice de rigidité de l'élément d'attache à droite (entre les nœuds  $2n+5$  et  $2n+6$ ).

### 7.1.2.b Modélisation des fixations

#### 7.1.2.b.α Modélisation par des ressorts

Nous lions simplement deux nœuds de la structure par des ressorts dans les trois directions.

Soit plus précisément pour la fixation  $m$ , nous lions les nœuds  $2(m+1)$  et  $2(m+1)+1$ . La matrice de rigidité est alors :

$$K_{fix} = \begin{pmatrix} C_u & -C_u & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_u & C_u & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_w & -C_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_w & C_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_\theta & -C_\theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C_\theta & C_\theta \end{pmatrix} \quad (7.72)$$

Nous remarquons que les rigidités de ce ressort sont découplées.

#### 7.1.2.b.β Modélisation avec un élément rigide et des ressorts

La modélisation précédente des fixations n'est néanmoins pas correcte. En effet, le décalage des substrats selon  $y$  introduit un couple parasite dès que  $(u_{2(m+1)} - u_{2(m+1)+1})$  est non nul.

Nous plaçons alors au niveau de chaque fixation un élément rigide et nous créons un couplage des degrés de liberté qui permet alors de placer des ressorts dans les deux plans.

L'élément rigide associé à la fixation  $m$  comporte deux nœuds numérotés  $r(m)$  et  $s(m)$ .

La structure comporte dès lors  $4n+6$  nœuds et donc  $12n+18$  degrés de liberté.

Le schéma suivant (cf. Fig. 7.10) permet d'illustrer l'introduction de l'élément rigide au niveau de la fixation  $m$ .

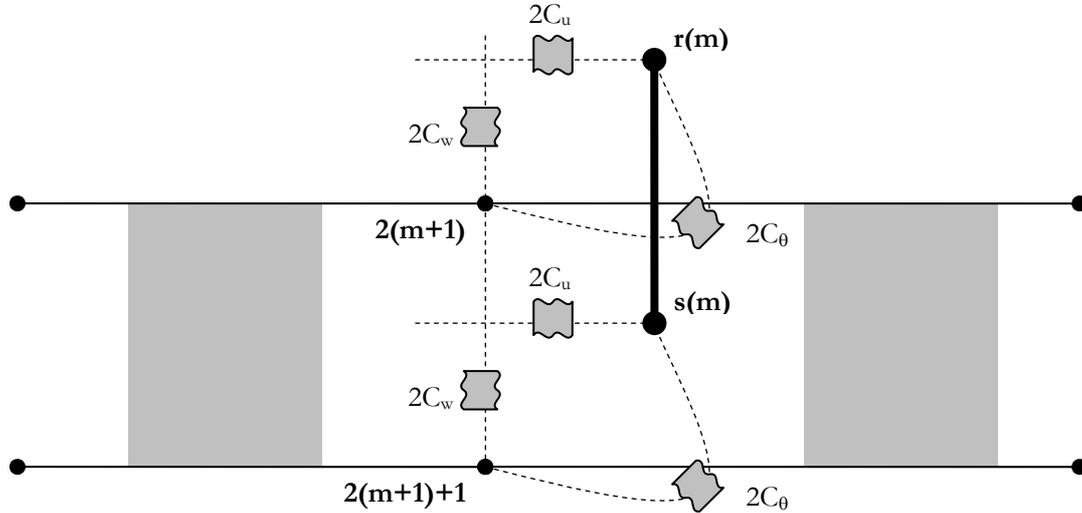


Fig. 7.10 - Mise en place de l'élément rigide associé à la fixation  $m$

Les rigidités  $C_u$ ,  $C_w$  et  $C_\theta$  représentent toujours les rigidités de la fixation. L'association de deux raideurs  $X$  en série donne par exemple pour le cas longitudinal :

$$\frac{1}{C_u} = \frac{1}{X} + \frac{1}{X} \Leftrightarrow X = 2C_u \quad (7.73)$$

La matrice de rigidité  $K_u^m$ , selon  $x$ , pour la fixation  $m$  s'écrit alors dans la base  $(u_{2m+2}; u_{2m+3}; u_{r(m)}; u_{s(m)})$

$$K_u^m = 2 \begin{pmatrix} C_u & 0 & -C_u & 0 \\ 0 & C_u & 0 & -C_u \\ -C_u & 0 & C_u & 0 \\ 0 & -C_u & 0 & C_u \end{pmatrix} \quad (7.74)$$

Nous avons de la même manière  $K_w^m$  et  $K_\theta^m$ .

Nous considérons les éléments rigides comme des éléments extérieurs à la structure qui se déplacent. L'action de l'élément rigide associé à la fixation  $m$  sur le nœud  $r(m)$  est notée :

$$\begin{pmatrix} X_{r(m)} \\ Y_{r(m)} \\ M_{r(m)} \end{pmatrix} \quad (7.75)$$

Nous utilisons le même type de notation pour l'action de l'élément rigide associé à la fixation  $m$  sur le nœud  $s(m)$ .

L'introduction des  $n$  éléments rigides induit les  $3n$  relations cinématiques de dépendance linéaire entre les degrés de liberté suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{s(m)} = \mathbf{u}_{r(m)} + \mathbf{e}_1 \boldsymbol{\theta}_{r(m)} \\ w_{s(m)} = w_{r(m)} \\ \boldsymbol{\theta}_{r(m)} = \boldsymbol{\theta}_{s(m)} \end{cases} \quad (7.76)$$

ainsi que les  $3n$  relations d'équilibre suivantes :

$$\begin{cases} -X_{s(m)} - X_{r(m)} = 0 \\ -Y_{s(m)} - Y_{r(m)} = 0 \\ -M_{s(m)} - M_{r(m)} - \mathbf{e}_1 X_{r(m)} = 0 \end{cases} \quad (7.77)$$

Ces relations cinématiques diminuent (de  $3n$ ) alors le rang de la matrice de rigidité de la structure. Nous traitons alors le problème par la méthode dite d'élimination des degrés de liberté dépendants ([IMB84]).

Nous décidons d'éliminer les degrés de liberté  $u_{s(m)}$ ,  $w_{s(m)}$  et  $\boldsymbol{\theta}_{s(m)}$ .

Si nous notons  $\hat{\mathbf{q}}$  (de taille  $[12n+18; 1]$ ) le vecteur des déplacements et  $\tilde{\mathbf{q}}$  (de taille  $[12n+18-3n; 1]$ ) le vecteur réduit des déplacements, nous avons en utilisant les relations de liaison cinématique la relation matricielle suivante où  $\bar{\mathbf{R}}$  est la matrice de réduction (de taille  $[12n+18; 9n+18]$ ) :

$$\hat{\mathbf{q}} = \bar{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{q}} \quad (7.78)$$

et donc :

$$\hat{\mathbf{q}}' = \tilde{\mathbf{q}}' \bar{\mathbf{R}}' \quad (7.79)$$

Nous notons  $E_{pt}$  l'énergie potentielle totale,  $F$  le vecteur force et  $K$  la matrice de rigidité de la structure.

Nous avons alors :

$$E_{pt} = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{q}}' K \hat{\mathbf{q}} - \hat{\mathbf{q}}' F = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}' \bar{\mathbf{R}}' K \bar{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{q}}' \bar{\mathbf{R}}' F \quad (7.80)$$

Soit :

$$E_{pt} = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{q}}' \tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{q}} - \tilde{\mathbf{q}}' \tilde{\mathbf{F}} \quad (7.81)$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{R}}' K \bar{\mathbf{R}} \\ \tilde{\mathbf{F}} = \bar{\mathbf{R}}' F \end{cases} \quad (7.82)$$

Le vecteur  $\tilde{\mathbf{q}}$  qui minimise  $E_{pt}$  est tel que :

$$\tilde{\mathbf{K}} \tilde{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{F}} \quad (7.83)$$

C'est le système à résoudre.

Les conditions aux limites adoptées sont :

- application de la force  $f$  au nœud extrême la poutre d'attache droite et blocage du déplacement en  $y$  et  $\theta$ ;
- blocage de tous les déplacements à l'autre extrémité.

## 7.2 Résultats et étude d'influence (cas de la jonction équilibrée)

### 7.2.1 Etude d'influence

Nous réalisons une étude d'influence des différents paramètres sur le taux de transfert de la fixation et sur les contraintes maximales (en fin de joint) dans l'adhésif. Les éprouvettes considérées sont à deux fixations et équilibrées (cf. Fig. 3.2). Les rigidités des fixations selon  $y$  et autour de  $z$  sont considérées, sauf mention contraire, grandes devant celle selon  $x$  :  $C_y=5.10^{10}N.mm^{-1}$  et  $C_\theta=5.10^{10}N.mm.rad^{-1}$ . Le jeu de paramètres est donné ci-dessous (cf. Tab. 7.1).

$C_u(N.mm^{-1})$	50000
$G(MPa)$	800
$\nu$	0,35
$E_1(MPa)$	72000
$E_2(MPa)$	72000
$e(mm)$	0,4
$e_1(mm)$	2,4
$e_2(mm)$	2,4
$s(mm)$	19,2
$d(mm)$	9,6
$b(mm)$	1
$l(mm)$	100
$f(N)$	1000

**Tab. 7.1** - Jeu de valeurs nominales

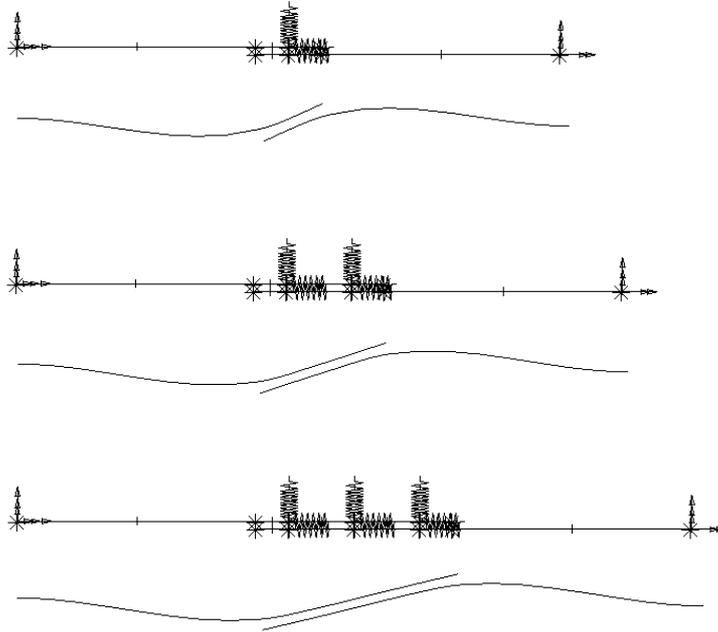
#### 7.2.1.a Etude du cas limite : le boulonnage

Dans un premier temps, nous nous plaçons dans le cas limite du cas de la jonction seulement boulonnée. Dans le cas où nous supposons que la colle est absente de la jonction, notre approche devient une approche classique à base d'éléments finis 1D. Nous n'avons pas trouvé dans la bibliographie de modèle analytique relatif aux assemblages boulonnés qui serait équivalent à celui que nous proposons, c'est-à-dire capable de tenir compte de la flexion des substrats, et qui pourrait servir de référence pour évaluer les résultats obtenus par notre approche.

Aussi, afin de vérifier que l'outil que nous avons développé fonctionne correctement, nous choisissons de confronter ses résultats à ceux fournis par un code Eléments Finis commercial. Nous avons donc développé à l'aide du logiciel éprouvé IDEAS ([IDE]) un modèle du même

type que celui que nous proposons, c'est-à-dire à base d'éléments poutres, d'éléments rigides et de ressorts en translation et en rotation.

La figure suivante (cf. Fig. 7.11) illustre les trois cas que nous avons étudiés : 1 fixation, 2 fixations et 3 fixations.



**Fig. 7.11** - Modèles développés sur le code EF commercial IDEAS ([IDE])

Les données complémentaires ou modifiées de celles de la Tab. 7.1, qui ont été utilisées ici, sont :  $C_w = 2\,000\,000\text{ N mm}^{-1}$  et  $C_\theta = 6\,000\,000\text{ N mm rad}^{-1}$  et  $b = 19,2\text{ mm}$ . Les valeurs utilisées pour  $C_w$ ,  $C_\theta$  et  $C_\theta$  ne sont pas choisies arbitrairement : elles sont proches de celles que nous obtiendrons plus tard en mesurant ces rigidités à l'aide d'un modèle 3D. La déformation des substrats sous charge est illustrée sur la Fig. 7.11. La Tab. 7.2 résume quelques résultats caractéristiques relatifs à chacun des trois cas étudiés. Nous vérifions que nous obtenons exactement les mêmes résultats en utilisant le code que nous avons développé pour traiter le cas des jonctions hybrides, à condition bien sûr de donner des valeurs très faibles aux caractéristiques de la colle :  $G = 1\text{ kPa}$  par exemple.

	1 fixation	2 fixations	3 fixations
Déplacement de l'extrémité (mm)	0,136	0,1177	0,1126
Effort selon $x$ pris par la 1 <sup>ère</sup> fixation (N)	1000	500	387,6
Effort selon $x$ pris par la 2 <sup>ème</sup> fixation (N)		500	224,7
Effort selon $x$ pris par la 3 <sup>ème</sup> fixation (N)			387,6
Effort selon $y$ à l'encastrement (N)	16,4	15	13,7
Moment autour de $z$ à l'encastrement (N mm)	599	588,9	567,6

**Tab. 7.2** - Résultats du modèle développé sur IDEAS ([IDE])

Nous pouvons observer au passage que les taux de transferts obtenus sont cohérents : 100%, 50% et [38,76% ; 22,47% ; 38,76%] respectivement dans les cas à 1, 2 et 3 fixations.

### 7.2.1.b Influence sur le taux de transfert

Autour du point donné dans le Tab. 7.1, nous traçons l'influence de chacun des paramètres sur le taux de transfert (cf. Fig. 7.12 à Fig. 7.20).

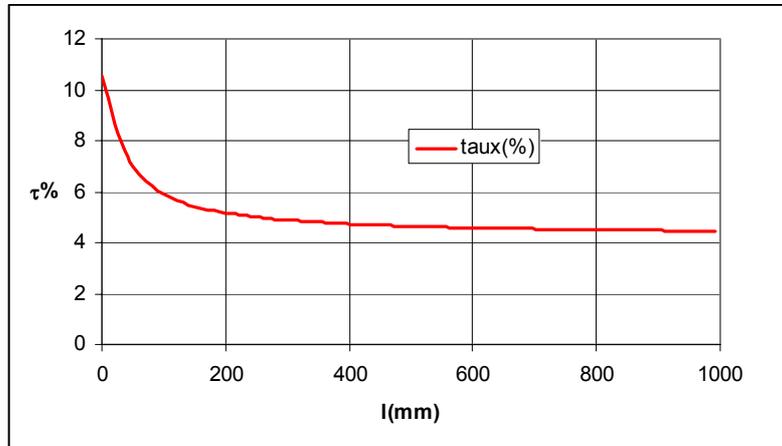


Fig. 7.12 - Influence de  $l$  sur le taux de transfert

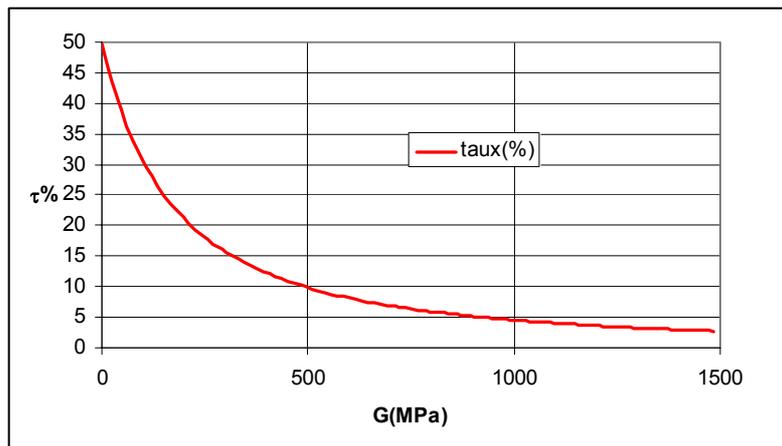


Fig. 7.13 - Influence de  $G$  sur le taux de transfert

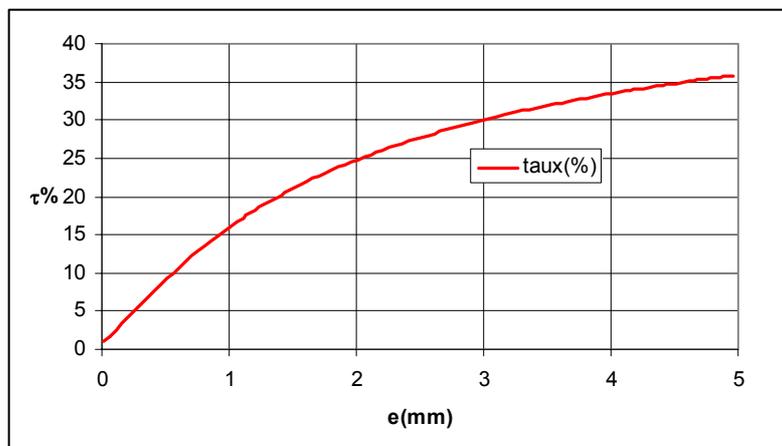
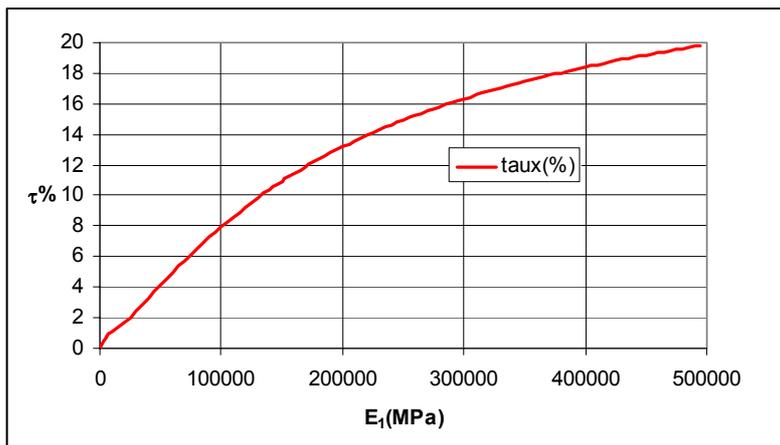
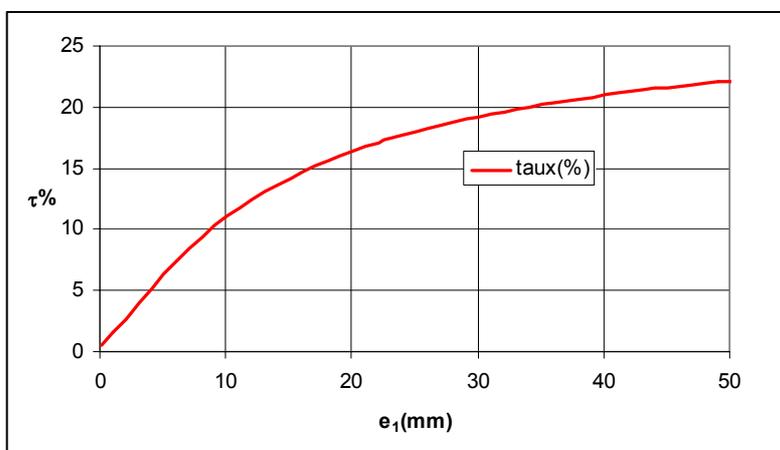
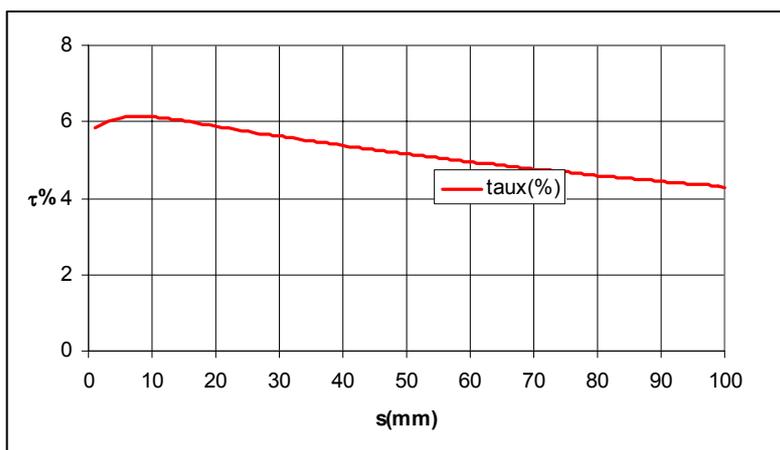
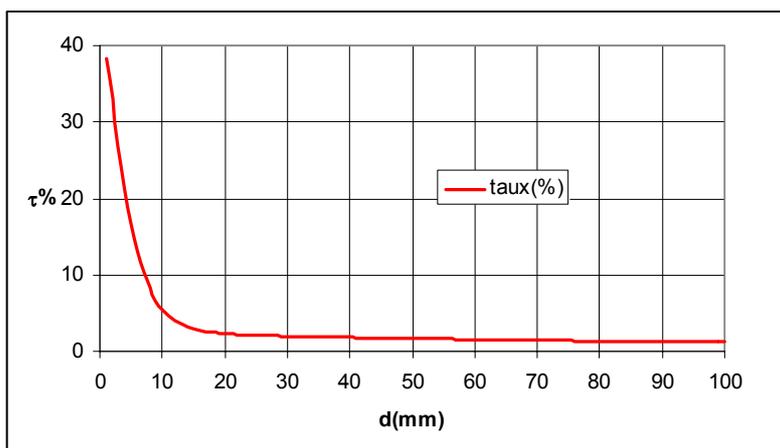
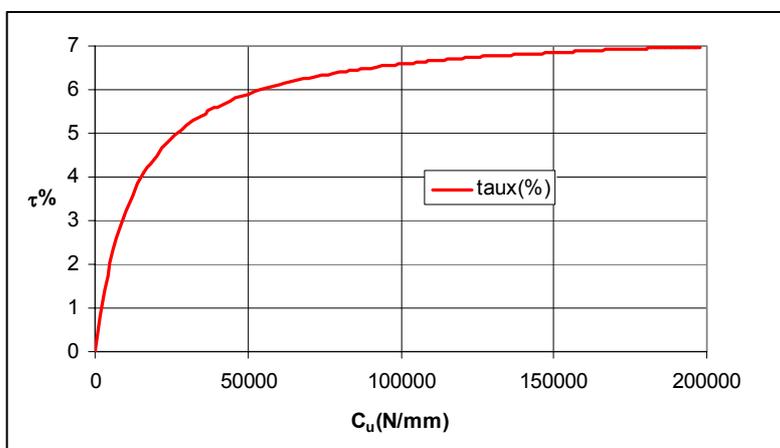
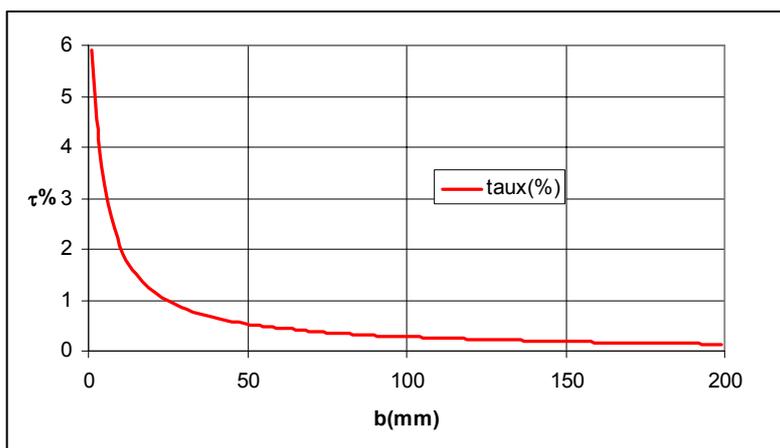


Fig. 7.14 - Influence de  $e$  sur le taux de transfert

Fig. 7.15 - Influence de  $E_1$  sur le taux de transfertFig. 7.16 - Influence de  $e_1$  sur le taux de transfertFig. 7.17 - Influence de  $s$  sur le taux de transfert

Fig. 7.18 - Influence de  $d$  sur le taux de transfertFig. 7.19 - Influence de  $C_u$  sur le taux de transfertFig. 7.20 - Influence de  $b$  sur le taux de transfert

Nous traçons pour l'exemple la surface d'influence de  $C_u$  et  $G$  sur le taux de transfert (cf. Fig. 7.21).

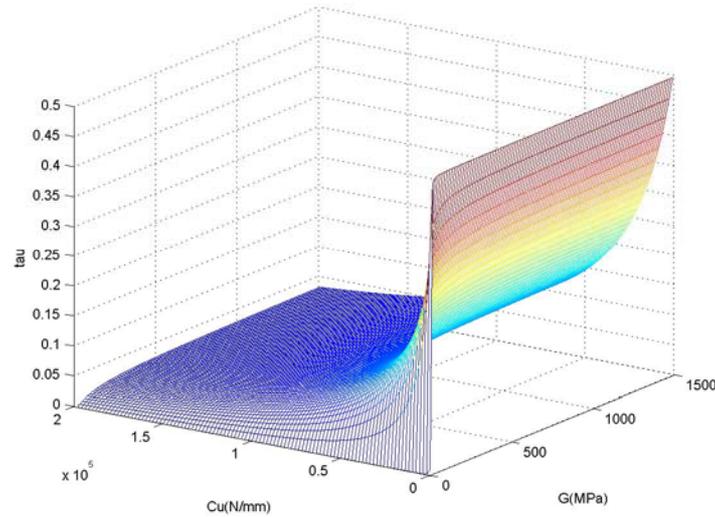


Fig. 7.21 - Influence de  $C_u$  et  $G$  sur le taux de transfert

### 7.2.1.c Influence sur les contraintes adhésives maximales

D'après ce modèle, les contraintes adhésives maximales (contraintes de cisaillement et de pelage dans la couche adhésive) se situent, comme pour le cas monodimensionnel, aux extrémités du recouvrement. Cette position aux extrémités du recouvrement reste inchangée quand les paramètres varient.

Nous traçons alors les courbes d'influence de chacun des paramètres sur les contraintes adhésives maximales (cf. Fig. 7.22 à Fig. 7.31)  $T_{max}$  et  $S_{max}$ .

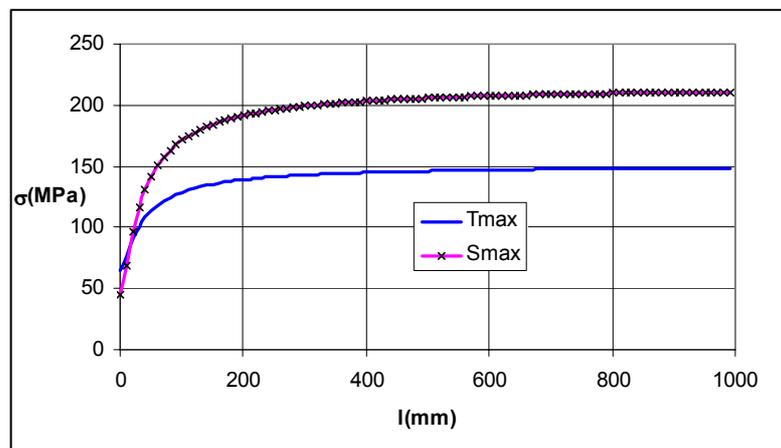
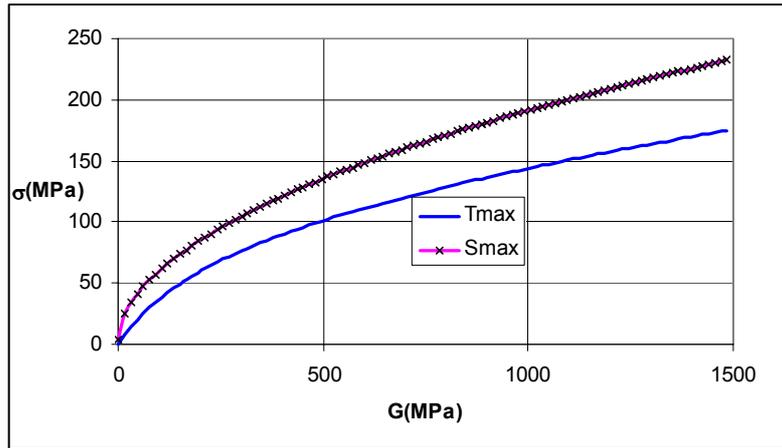
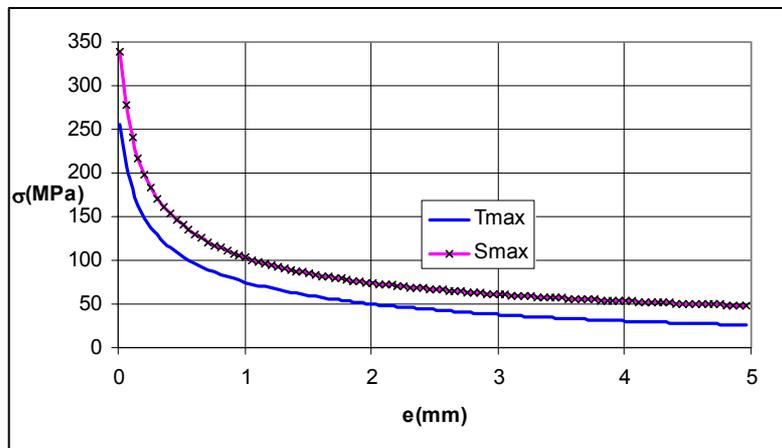
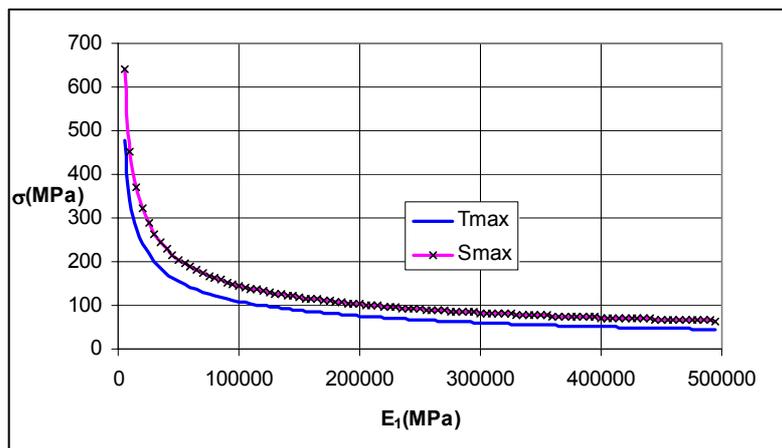
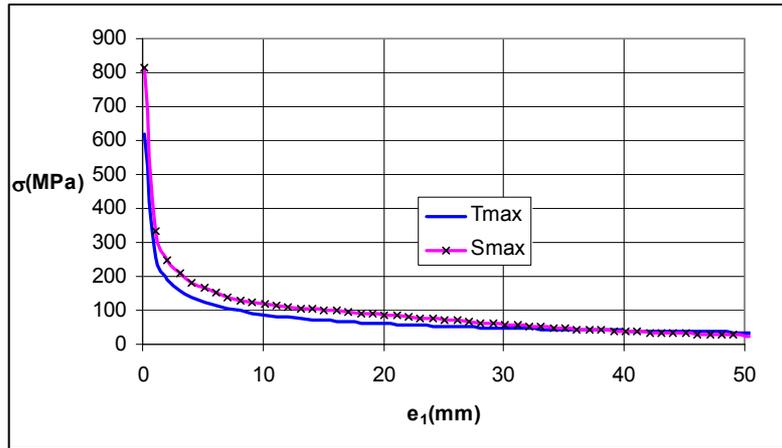
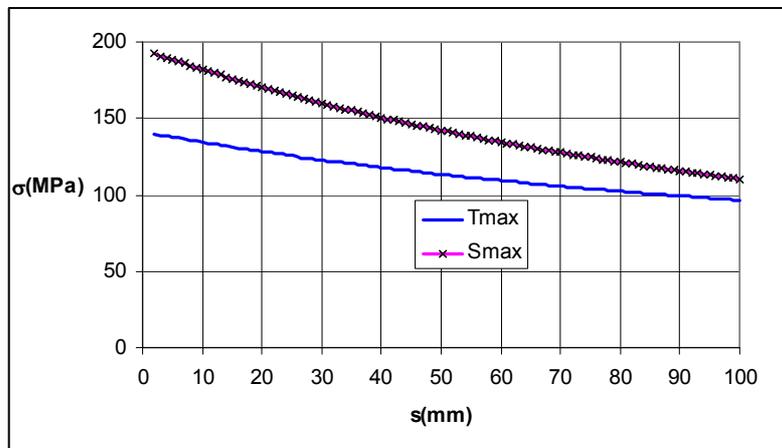
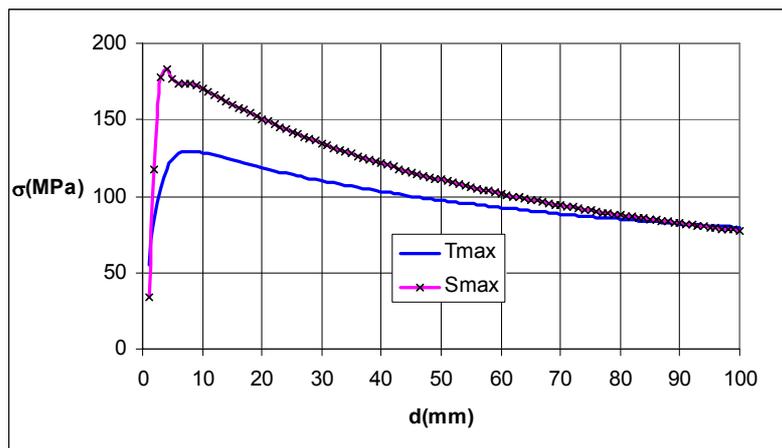
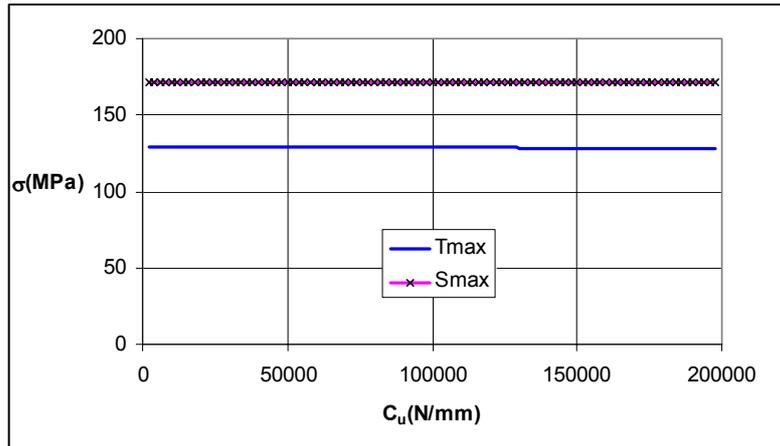


Fig. 7.22 - Influence de  $l$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$

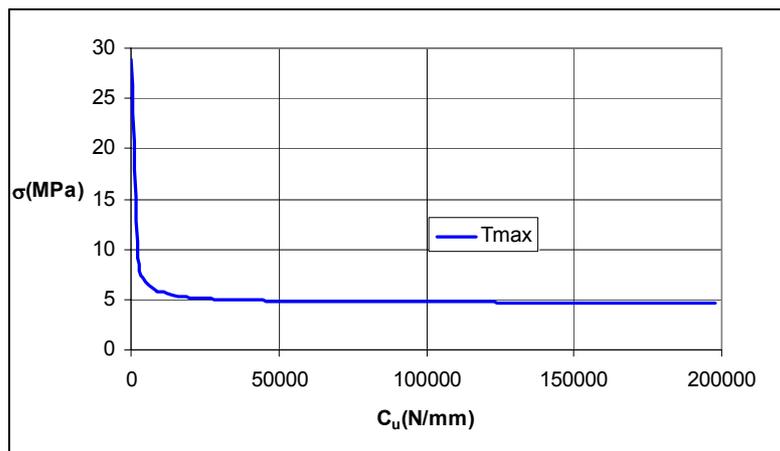
Fig. 7.23 - Influence de  $G$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$ Fig. 7.24 - Influence de  $e$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$ Fig. 7.25 - Influence de  $E_1$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$

Fig. 7.26 - Influence de  $e_1$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$ Fig. 7.27 - Influence de  $s$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$ Fig. 7.28 - Influence de  $d$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$



**Fig. 7.29** - Influence de  $C_u$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$

L'allure de la courbe de variation de  $T_{max}$  en fonction de  $C_u$  (cf. Fig. 7.29) peut paraître surprenante puisque l'équation (2.26) est fonction de la contrainte adhésive de cisaillement moyenne, qui est elle-même dépendante du taux de transfert. Nous traçons sur la figure suivante (cf. Fig. 7.30) la variation de  $T_{max}$  en fonction de  $C_u$  en modifiant la valeur de  $G$  du jeu de valeurs nominales (cf. Tab. 7.1) : nous diminuons la valeur de  $G$ , et de 800MPa, elle passe à 10MPa.



**Fig. 7.30** - Influence de  $C_u$  sur  $T_{max}$  avec  $G = 10MPa$

La courbe précédente met donc en évidence le poids de la valeur de  $G$  sur la contrainte adhésive maximale de cisaillement.

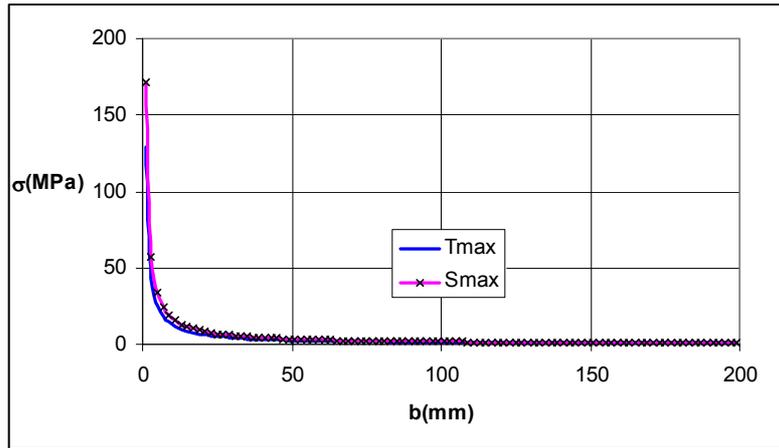


Fig. 7.31 - Influence de  $b$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$

Nous traçons pour l'exemple la surface d'influence de  $C_u$  et  $G$  sur le taux de transfert (cf. Fig. 7.32).

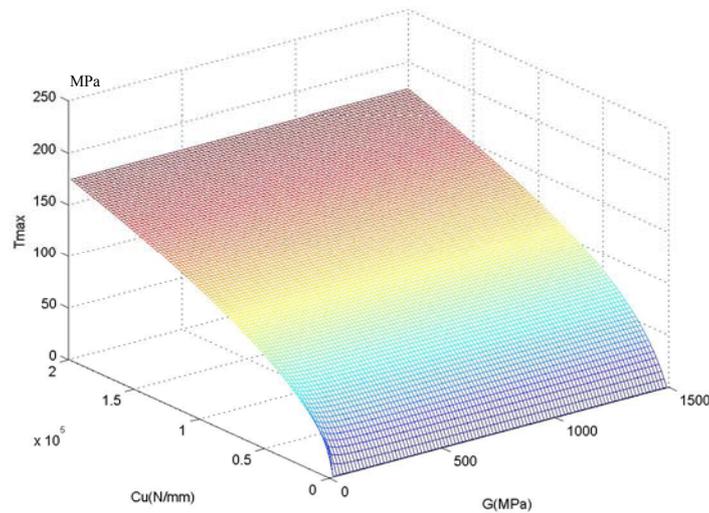


Fig. 7.32 - Influence de  $C_u$  et  $G$  sur  $T_{max}$

## 7.2.2 Exploitation de l'étude d'influence

Dans ce qui suit, nous résumons les allures des courbes précédentes de manière générale. Le but étant de dégager les paramètres influents.

### 7.2.2.a Sur le taux de transfert

Le taux de transfert suit les tendances suivantes:

- une augmentation à mesure que l'épaisseur de la colle ( $e$ ), la rigidité des substrats ( $E_f$  ou  $e_f$ ) et la rigidité longitudinale des fixations augmentent ( $C_u$ ) ;
- une diminution à mesure que le module de Coulomb de l'adhésif ( $G$ ), le pas ( $s$ ), la distance au bord ( $d$ ), la profondeur ( $b$ ) et la longueur des poutres d'attache ( $l$ ) augmentent.

Les paramètres de la colle sont les paramètres qui ont la plus grande influence sur le taux de transfert. La rigidité surfacique des substrats ( $E_f$  ou  $e_f$ ) ont une influence moindre sur le taux de

transfert. La rigidité longitudinale de la fixation a une influence du même ordre. Enfin, en ce qui concerne les dimensions géométriques, la distance au bord a la plus grande influence avec une diminution très rapide quand cette longueur augmente, la profondeur une importance moindre et le pas ainsi que la longueur des poutres d'attache ont une influence faible et comparable.

	Variation de $\tau\%$	
	sens	intensité
<b>G</b>	Décroit	Fort
<b>E</b>	Croît	Fort
<b>E<sub>1</sub></b>	Croît	Faible
<b>E<sub>1</sub></b>	Croît	Faible
<b>C<sub>u</sub></b>	Croît	Faible
<b>D</b>	Décroit	Fort
<b>B</b>	Décroit	Moyenne
<b>S</b>	Décroit	Faible
<b>L</b>	Décroit	Faible

**Tab. 7.3** - Influence des paramètres quand ils croissent sur le taux de transfert

### 7.2.2.b Sur les contraintes adhésives maximales

Les contraintes de pelage et de cisaillement maximales suivent les mêmes évolutions. Les contraintes de pelage maximales sont supérieures aux contraintes de cisaillement maximales excepté (cf. Fig. 7.26) dans le cas où l'épaisseur des substrats devient grande. Il apparaît donc que le pelage est la contrainte dimensionnante. Les contraintes adhésives maximales suivent les tendances suivantes :

- une diminution des valeurs maximales à mesure que la rigidité des substrats ( $E_1$  ou  $e_1$ ), le pas ( $s$ ) et l'épaisseur de l'adhésif ( $e$ ) augmentent ;
- une augmentation des valeurs maximales à mesure que le module de Coulomb de l'adhésif ( $G$ ) et la longueur des poutres d'attache ( $l$ ) augmentent.

Les paramètres de l'adhésif ont une forte influence sur les contraintes adhésives maximales. Il en est de même pour les paramètres de rigidité des substrats. Les pas, la distance au bord et la longueur des poutres d'attache ont une influence faible. Par contre la profondeur a une forte influence.

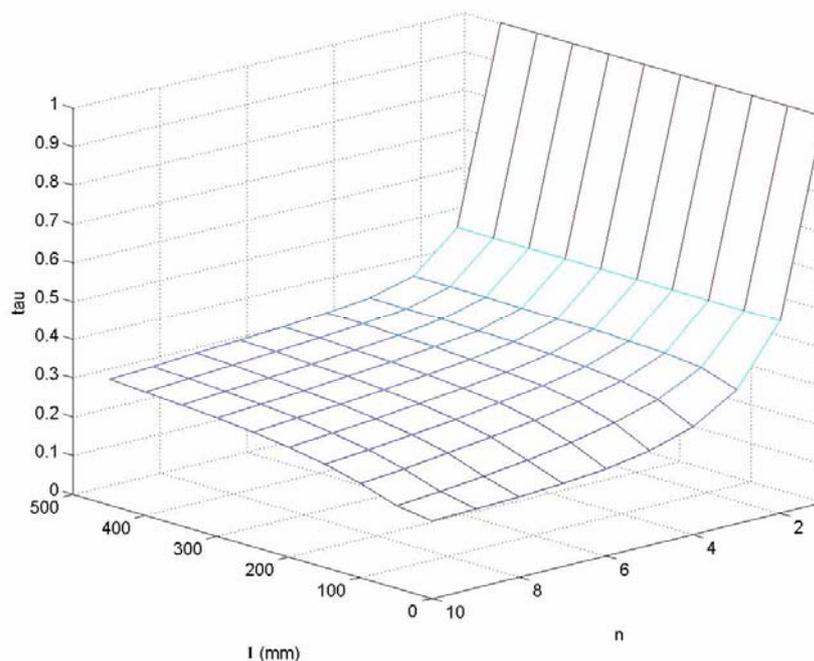
Variation de $\tau^0\%$		
	sens	intensité
<b>G</b>	Croît	Moyenne
<b>E</b>	Décroît	Fort
<b>E<sub>1</sub></b>	Décroît	Fort
<b>e<sub>1</sub></b>	Décroît	Fort
<b>C<sub>u</sub></b>	Aucune	Aucune
<b>d</b>	Décroît	Faible
<b>b</b>	Décroît	Fort
<b>s</b>	Décroît	Faible
<b>l</b>	Croît	Faible

**Tab. 7.4** - Influence des paramètres quand ils croissent sur les contraintes adhésives maximales

### 7.2.3 Variation du nombre de fixation et de la longueur de la poutre d'attache

Nous nous plaçons dans le cas du jeu de paramètre donné en Tab 7.1 et pour une rigidité relative quasi nulle et une épaisseur très faible de l'adhésif, afin d'obtenir une **jonction boulonnée**.

Nous faisons varier la longueur de la poutre d'attache ainsi que le nombre de fixations, et nous notons le taux de transfert à la première fixation (cf. Fig. 7.33).



**Fig. 7.33** - Taux de transfert au premier boulon en fonction de  $l$  et  $n$

Nous nous apercevons que ce taux de transfert au premier boulon varie en fonction de la longueur de la poutre d'attache.

Nous traçons alors (cf. Fig. 7.34) plus précisément ce taux de transfert pour un nombre de boulons variant entre 2 et 10 en fonction de la longueur de la poutre d'attache.

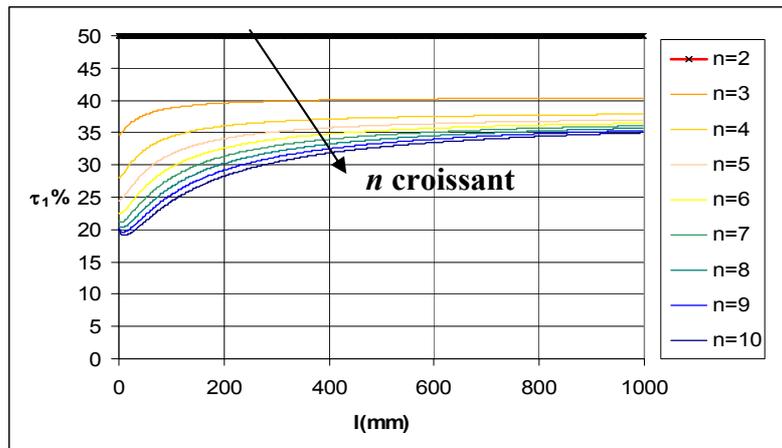


Fig. 7.34 - Taux de transfert au premier boulon en fonction de  $l$  pour  $n < 11$

Si pour  $n = 2$ , le taux de transfert à la première fixation est constant et égal à 50% quand  $l$  varie, il n'en est pas de même pour un nombre de fixation supérieur. Pour  $n = 1$ , nous obtenons le même résultat que pour  $n = 2$ , avec un taux de transfert constant égal à 100%.

Nous portons (cf. Fig. 7.35) sur la figure suivante le taux de transfert à la première fixation d'une jonction simplement boulonnée, obtenu à partir des modèles monodimensionnels. Les modèles monodimensionnels utilisés ainsi avec une rigidité relative quasi nulle et épaisseur très faible correspondent au modèle du calcul des taux de transfert aux fixations des jonctions boulonnées (cf. 2.2.2.c).

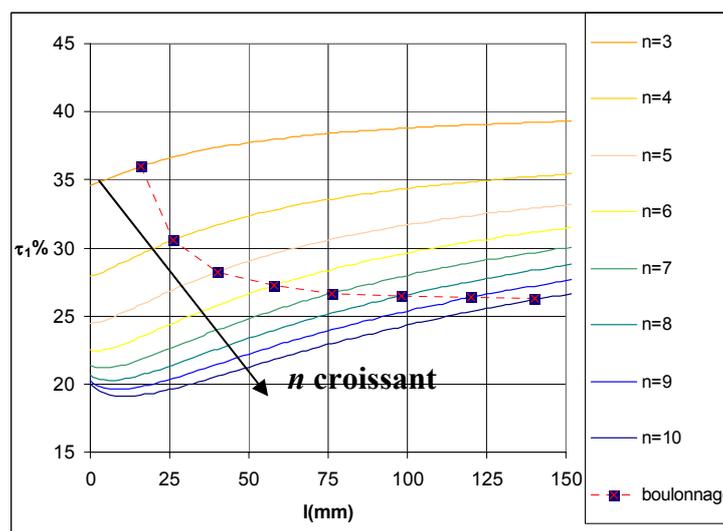


Fig. 7.35 - Taux de transfert de la jonction boulonnée

Le modèle 2D utilisé dans le cas limite correspondant au boulonnage montre que la prise en compte des efforts transversaux influe sur le transfert au premier boulon. Cette influence n'est pas prise en compte par les modèles classiques de calcul des taux de transfert des jonctions boulonnées.

### 7.2.4 Visseur dans les substrats et contraintes adhésives

Nous traçons l'allure du visseur dans les substrats (cf. Fig. 7.36, Fig. 7.37 et Fig. 7.38) ainsi que l'allure des contraintes adhésives (cf. Fig. 7.39) pour une jonction hybride à deux fixations dont les paramètres géométriques et mécaniques sont ceux du Tab. 7.1 et modifiés par :

- $G = 16\text{MPa}$  ;
- $b = 19,2\text{mm}$  ;
- $l = 800\text{mm}$ .

Nous notons que la géométrie adoptée vise à représenter une éprouvette du cas d'application par le choix du paramètre  $b$ . La longueur des poutres d'attache est choisie grande devant la longueur du recouvrement. Enfin les paramètres concernant l'adhésif sont tels que le taux de transfert de chacune des deux fixations vaut 36%, de sorte que la charge est répartie à la fois sur les fixations et dans le film adhésif.

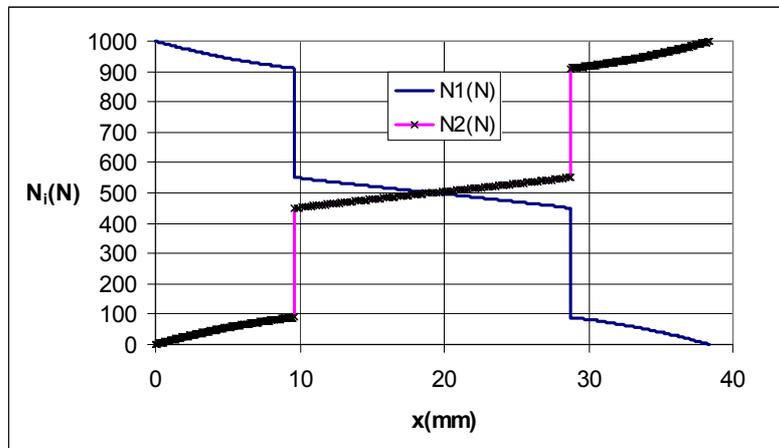


Fig. 7.36 - Effort normal dans les substrats

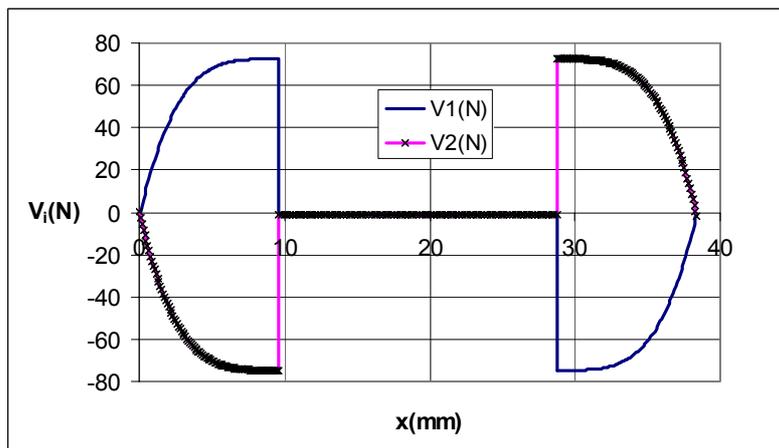


Fig. 7.37 - Effort tranchant dans les substrats

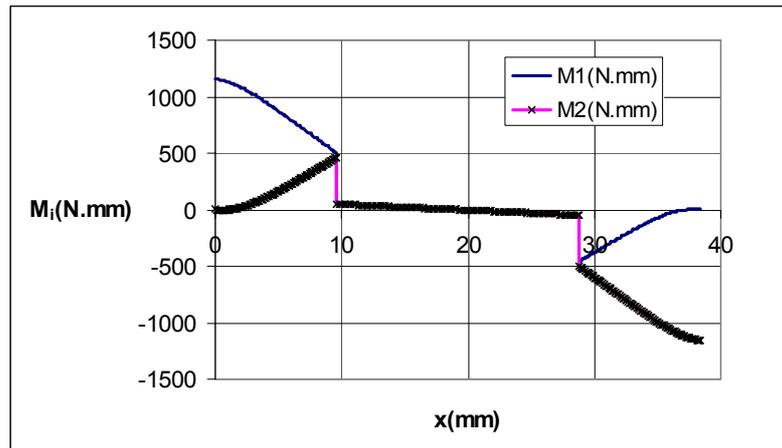


Fig. 7.38 - Moment dans les substrats

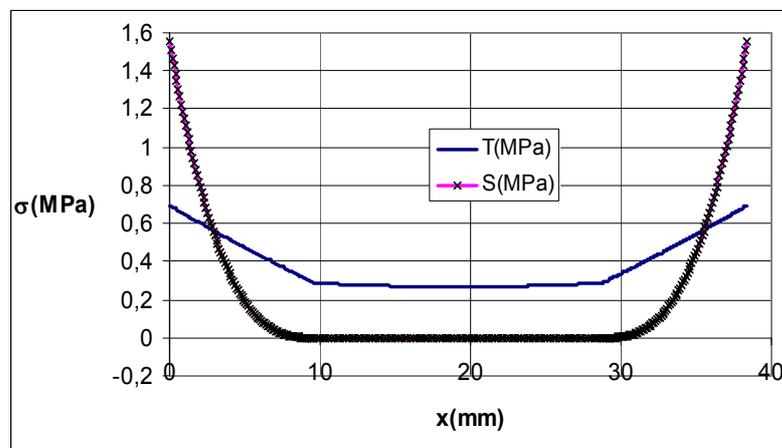


Fig. 7.39 - Contraintes dans l'adhésif

### 7.2.5 Etude des raideurs des fixations

Nous présentons ici l'étude d'influence relative au choix des valeurs des raideurs locales, prises pour la simulation des fixations dans le modèle plan.

Trois raideurs locales sont à étudier : la raideur en cisaillement  $C_w$ , la raideur en traction  $C_w$  et la raideur en flexion  $C_\theta$ . Nous utilisons toujours le jeu de valeurs nominales précédent (cf. Tab. 7.1). Les valeurs nominales des raideurs des fixations sont :  $C_u=50000\text{N.mm}^{-1}$ ,  $C_w=5.10^{10}\text{N.mm}^{-1}$  et  $C_\theta=5.10^{10}\text{N.mm.rad}^{-1}$ .

Nous nous intéressons dans un premier temps à la raideur en traction ( $C_w$ ) et nous traçons son influence sur le taux de transfert et sur les contraintes adhésives maximales (cf. Fig. 7.40 et Fig. 7.41).

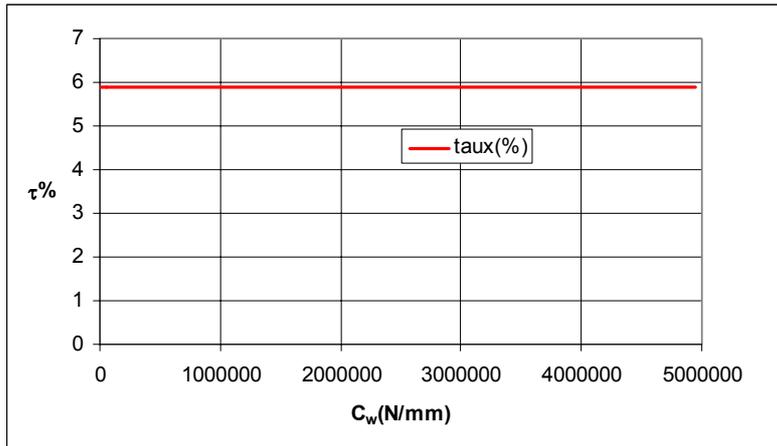


Fig. 7.40 - Influence de  $C_w$  sur le taux de transfert

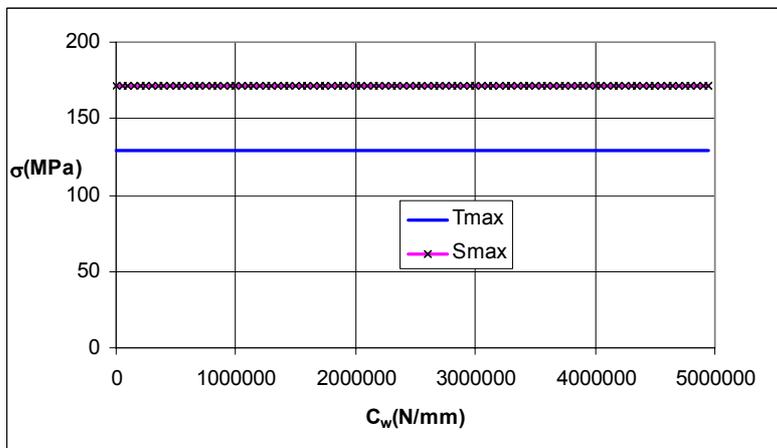
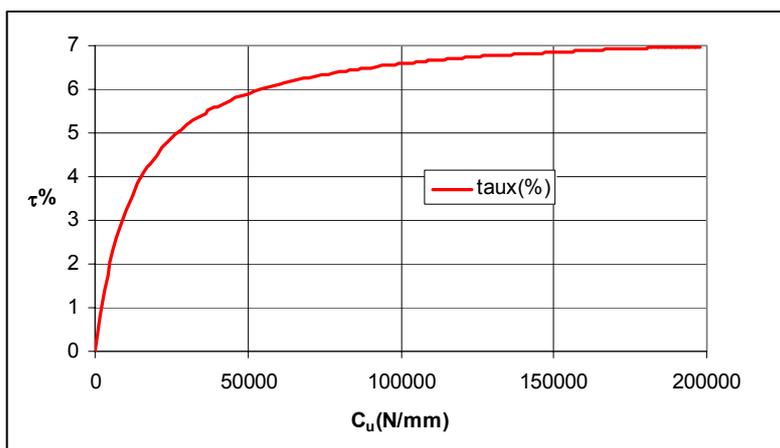
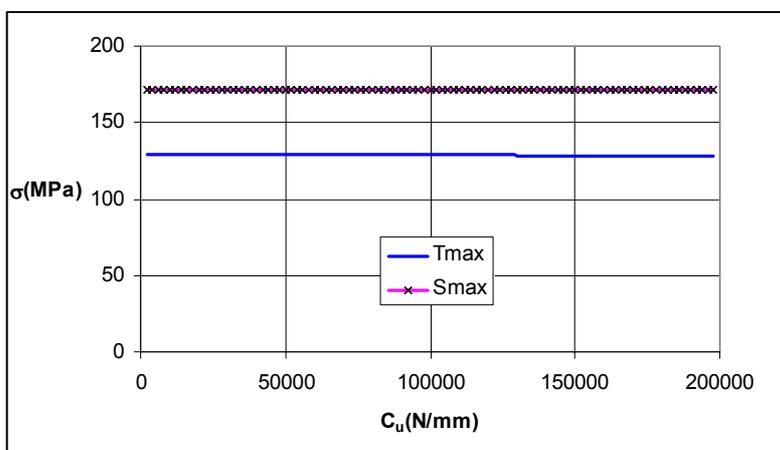


Fig. 7.41 - Influence de  $C_w$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$

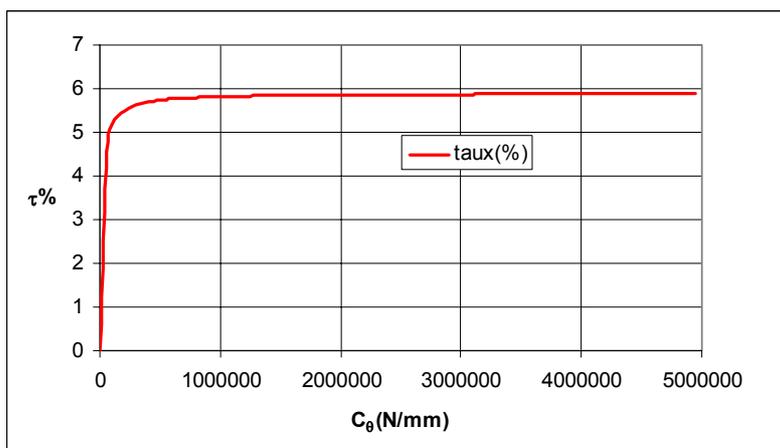
Nous constatons donc que la valeur de  $C_w$  n'influe ni sur le taux transfert ni sur les contraintes adhésives maximales. Nous fixons alors, *à priori*, sa valeur grâce à l'expression suivante, représentant la raideur d'un cylindre de hauteur égale à la distance entre les deux lignes moyennes des substrats de l'assemblage, et, de diamètre égal au diamètre nominal de la fixation :

$$C_w = \frac{E_f \pi \phi^2}{4(e + e_1)} \quad (7.84)$$

Pour la raideur en cisaillement, nous rappelons les allures des courbes d'influence (cf. Fig. 7.42 et Fig. 7.43). L'influence de la raideur en cisaillement n'est visible que sur le taux de transfert.

Fig. 7.42 - Influence de  $C_u$  sur le taux de transfertFig. 7.43 - Influence de  $C_u$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$ 

Nous traçons ensuite l'influence de la raideur en flexion (cf. Fig. 7.44 et Fig. 7.45) et nous constatons le même comportement que pour la raideur en cisaillement : même influence sur le taux de transfert et quasiment aucune influence sur les contraintes adhésives maximales.

Fig. 7.44 - Influence de  $C_\theta$  sur le taux de transfert

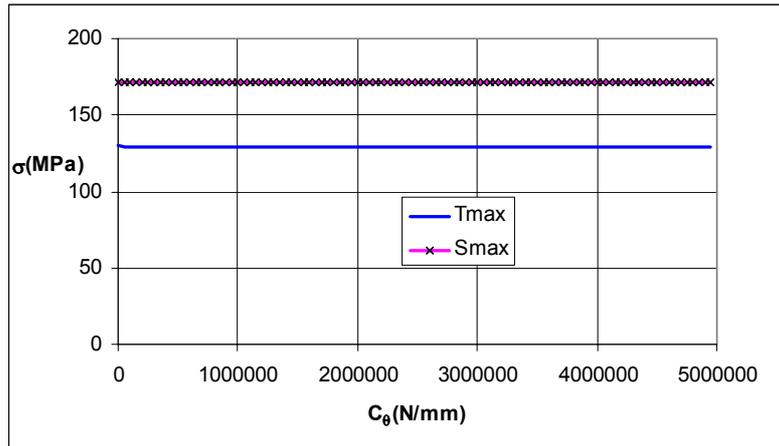


Fig. 7.45 - Influence de  $C_\theta$  sur  $T_{max}$  et  $S_{max}$

Nous traçons alors la surface d'influence de la raideur en cisaillement et de la raideur en flexion sur le taux de transfert (cf. Fig. 7.46).

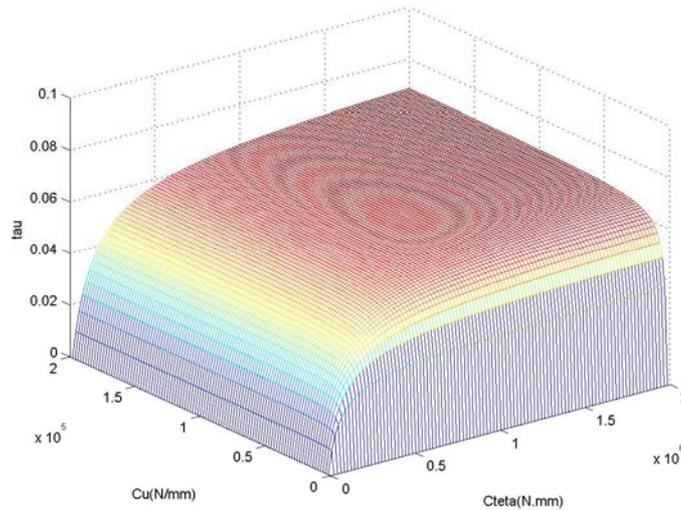


Fig. 7.46- Influence de  $C_u$  et  $C_\theta$  sur le taux de transfert

Dans [COP00], les auteurs définissent des raideurs de cisaillement et de flexion (cf. 2.2.1.b.ϕ), à partir des flèches d'une poutre encastree à une extrémité et soumise à des efforts de cisaillement et de flexion. Nous utilisons alors cette modélisation dans ce qui suit.

A partir des équations (2.87) et (2.88), il est alors possible de donner une relation entre  $C_u$  et  $C_\theta$  :

$$C_\theta = \frac{3}{8} (1 + \nu_f) \phi^2 C_u \quad (7.85)$$

En appliquant la formule précédente, nous avons par conséquent l'approximation suivante :

$$\left( \frac{C_\theta}{C_u} \right)_{\nu_f=0,33} \approx \frac{1}{2} \phi^2 \quad (7.86)$$

Et plus précisément, nous avons :

$$\left(\frac{C_\theta}{C_u}\right)_{\nu_f=0,33}(\phi = 4,8) = 11,4912 \quad (7.87)$$

$$\left(\frac{C_\theta}{C_u}\right)_{\nu_f=0,33}(\phi = 9,52) = 25,5537 \quad (7.88)$$

Il est donc possible de ramener le problème original de la détermination des trois raideurs à la détermination d'une seule raideur.

Nous traçons l'évolution du taux de transfert en fonction de la variation du diamètre de la fixation sous l'équation (7.85) à  $\nu_f = 0,33$  (cf. Fig. 7.47). Nous plaçons dans un intervalle où le diamètre de la fixation est plausible, c'est-à-dire les dimensions géométriques nominales (cf. Tab. 7.1), qui sont fixes lors de l'étude d'influence, autorisent le diamètre de fixation déduit.

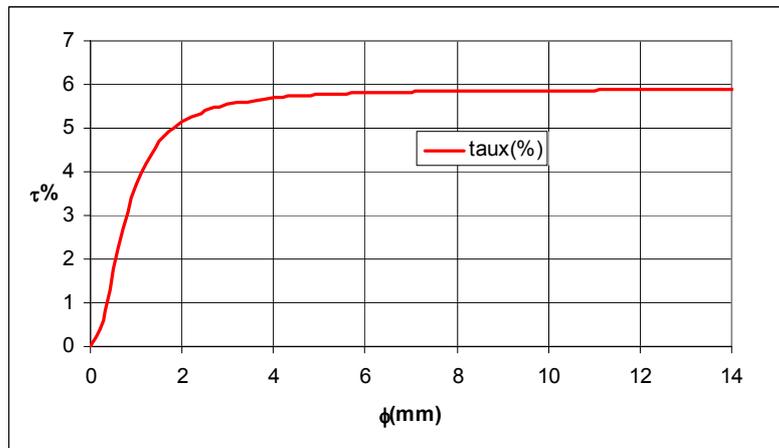


Fig. 7.47 - Influence de  $\phi$  sur le taux de transfert

Nous remarquons qu'il est possible de donner une expression approchée de la fonction représentée par cette courbe sur l'intervalle d'étude, à l'aide du Solveur d'Excel, en minimisant la moyenne des écarts relatifs entre approximations et valeurs réelles :

$$\tau(\phi) = \tau_\infty \left(1 - e^{-\frac{\phi}{\phi_0}}\right) \quad (7.89)$$

où :

$$\tau_\infty = 5,89\% \quad (7.90)$$

$$\phi_0 = 1,142mm \quad (7.91)$$

### 7.3 Analyse du cas déséquilibré

Nous avons développé un modèle pour le cas d'une jonction en simple cisaillement équilibrée (cf. 7.1) : les deux substrats ont des épaisseurs égales et des modules d'Young égaux. Nous nous intéressons maintenant au cas où un des deux substrats possède une épaisseur et un et module d'Young supérieurs respectivement à l'épaisseur et au module d'Young de l'autre substrat. Nous formulons alors l'élément PC dans ce cas précis.

Pour des raisons d'écriture, nous plaçons alors dans les cas où :

$$- E_2 \leq E_1 \text{ et } e_2 \leq e_1 ;$$

Quand les deux inégalités précédentes sont des égalités, nous nous trouvons dans le cas équilibré. Le cas, où le module d'Young et l'épaisseur du substrat 2 sont supérieurs respectivement au module d'Young et à l'épaisseur du substrat 1, se résout de la même manière. Les deux autres cas intermédiaires ne sont pas considérés.

### 7.3.1 Mise en équation

#### 7.3.1.a Les équations différentielles et la démarche

A partir des équations (7.1), (7.2), (7.4) et (7.5), nous déterminons le système différentiel d'équations (7.92) correspondant à notre cas. Il faut noter qu'il n'est plus possible de pratiquer les simplifications réalisées en 7.1.1 dues à l'égalité des épaisseurs et des modules d'Young des deux substrats. D'où la présence des termes  $\bar{\eta}^2$ ,  $\bar{\mu}'^2$  et  $\bar{\sigma}^4$ , nuls dans le cas équilibré.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 D_u}{dx^2} = \eta^2 D_u - \frac{1}{4}(e_1 + e_2)\eta^2 S_\theta - \frac{1}{4}(e_2 - e_1)\eta^2 D_\theta \\ \frac{d^2 S_u}{dx^2} = \bar{\eta}^2 \frac{d^2 D_u}{dx^2} \\ \frac{d^4 D_w}{dx^4} + 4\sigma^4 D_w + \frac{\bar{\mu}'^2}{\eta^2} \frac{d^3 D_u}{dx^3} = 0 \\ \frac{d^4 S_w}{dx^4} + 4\bar{\sigma}^4 D_w + \frac{\mu'^2}{\eta^2} \frac{d^3 D_u}{dx^3} = 0 \end{array} \right. \quad (7.92)$$

où :

$$\bar{\eta}^2 = \frac{G}{e} \left( \frac{1}{e_2 E_2} - \frac{1}{e_1 E_1} \right) \quad (7.93)$$

$$\bar{\sigma}^4 = \frac{bE_c}{4e} \left( \frac{1}{E_2 I_2} - \frac{1}{E_1 I_1} \right) \quad (7.94)$$

$$\mu'^2 = \frac{bG}{2e} \left( \frac{e_2}{E_2 I_2} + \frac{e_1}{E_1 I_1} \right) \quad (7.95)$$

$$\bar{\mu}'^2 = \frac{bG}{2e} \left( \frac{e_2}{E_2 I_2} - \frac{e_1}{E_1 I_1} \right) \quad (7.96)$$

Nous notons qu'à partir de (7.92) nous retrouvons bien le système (7.12) quand les épaisseurs et les modules d'Young des deux substrats sont égaux.

La deuxième équation de (7.92) implique que :

$$\frac{d^5 D_u}{dx^5} = \rho'^2 \frac{d^3 D_u}{dx^3} + ((e_2 + e_1)\eta^2 \bar{\sigma}^4 + (e_2 - e_1)\eta^2 \sigma^4) D_w \quad (7.97)$$

où :

$$\rho'^2 = \eta^2 + \frac{1}{4}(e_2 + e_1)\mu'^2 + \frac{1}{4}(e_2 - e_1)\bar{\mu}'^2 = \eta^2 + \frac{1}{4} \frac{bG}{e} \left( \frac{e_2^2}{E_2 I_2} + \frac{e_1^2}{E_1 I_1} \right) \quad (7.98)$$

Or, la dernière équation de (7.92) donne :

$$\begin{cases} \frac{\bar{\mu}'^2}{\eta^2} \frac{d^3 D_u}{dx^3} = -4\sigma^4 D_w - \frac{d^4 D_w}{dx^4} \\ \frac{\bar{\mu}'^2}{\eta^2} \frac{d^5 D_u}{dx^5} = -4\sigma^4 \frac{d^2 D_w}{dx^2} - \frac{d^6 D_w}{dx^6} \end{cases} \quad (7.99)$$

Nous obtenons alors avec (7.97) et (7.99), l'équation différentielle linéaire à coefficients constants d'ordre 6, impliquant alors 6 constantes d'intégration :

$$-\frac{d^6 D_w}{dx^6} + a^2 \frac{d^4 D_w}{dx^4} - \tilde{b}^4 \frac{d^2 D_w}{dx^2} + c^6 D_w = 0 \quad (7.100)$$

où :

$$a^2 = \rho'^2 \quad (7.101)$$

$$\tilde{b}^4 = 4\sigma^4 \quad (7.102)$$

$$c^6 = 4\sigma^4 \rho'^2 - (e_2 + e_1)(\bar{\mu}'^2 \bar{\sigma}^4 - \mu'^2 \sigma^4) \quad (7.103)$$

**Remarque :**

Le signe de  $c^6$  est bien strictement positif. En effet, en revenant aux définitions des coefficients, nous pouvons écrire la deuxième partie du second membre de (7.102) sous la forme :

$$(\bar{\mu}'^2 \bar{\sigma}^4 - \mu'^2 \sigma^4) = (\alpha - \beta)^2 (\gamma - \delta)^4 - (\alpha + \beta)^2 (\gamma + \delta)^4 \quad (7.104)$$

avec  $\alpha, \beta, \gamma$  et  $\delta$  des réels strictement positifs, par définition, qui découlent de (7.9), (7.94), (7.95) et (7.96).

Nous factorisons (7.104) :

$$\begin{aligned} & (\alpha - \beta)^2 (\gamma - \delta)^4 - (\alpha + \beta)^2 (\gamma + \delta)^4 = \\ & [(\alpha - \beta)(\gamma - \delta)^2 - (\alpha + \beta)(\gamma + \delta)^2] [(\alpha - \beta)(\gamma - \delta)^2 + (\alpha + \beta)(\gamma + \delta)^2] \end{aligned} \quad (7.105)$$

Donc :

$$(\alpha - \beta)(\gamma - \delta)^2 - (\alpha + \beta)(\gamma + \delta)^2 = -4\alpha\gamma\delta - 2\beta(\gamma^2 + \delta^2) < 0 \quad (7.106)$$

$$(\alpha - \beta)(\gamma - \delta)^2 + (\alpha + \beta)(\gamma + \delta)^2 = 4\beta\gamma\delta + 2\alpha(\gamma^2 + \delta^2) > 0 \quad (7.107)$$

D'où le signe de  $c^6$ .

Nous supposons avoir déterminé  $D_w$ ,

Avec (7.5) et (7.10), le cisaillement s'exprime par :

$$T = \frac{G}{e} \left[ D_u - \frac{1}{4}(e_2 + e_1)S_\theta - \frac{1}{4}(e_2 - e_1)D_\theta \right] \quad (7.108)$$

Soit avec la deuxième équation de (7.92) et par dérivation :

$$\frac{d^3 D_u}{dx^3} = \eta^2 \frac{e}{G} \frac{dT}{dx} \quad (7.109)$$

D'où avec la première équation de (7.99) :

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{G}{e\bar{\mu}^2} \left( \frac{d^4 D_w}{dx^4} + 4\sigma^4 D_w \right) \quad (7.110)$$

Par conséquent, l'intégration de cette dernière équation introduit la septième constante d'intégration  $c_7$ .

De plus, avec (7.110), nous obtenons l'expression de  $D_u$  et deux autres constantes d'intégration  $c_8$  et  $c_9$ .

L'intégration de la troisième équation de (7.92) fournit  $S_w$  et une autre constante d'intégration  $c_{10}$ .

Enfin la première équation de (7.92) donne :

$$S_u = \frac{\bar{\eta}^2}{\eta^2} D_u + c_{11}x + c_{12} \quad (7.111)$$

### 7.3.1.b Première forme de solution restrictive

Etant donné les expressions des solutions du cas équilibré, nous cherchons la solution de (7.100) sous la forme :

$$D_w(x) = c_1 e^{rx} + c_2 e^{-rx} + c_3 e^{-sx} \sin(sx) + c_4 e^{-sx} \cos(sx) + c_5 e^{sx} \sin(sx) + c_6 e^{sx} \cos(sx) \quad (7.112)$$

où  $r$  et  $s$  sont des réels strictement positifs, et les  $c_i$  sont des réels tous non nuls.

Nous cherchons alors à définir  $r$  et  $s$ .

Nous notons :

$$\begin{cases} D_w^r(x) = c_1 e^{rx} + c_2 e^{-rx} \\ D_w^s = D_w - D_w^r \end{cases} \quad (7.113)$$

Nous avons pour tout entier naturel  $i$  :

$$\frac{d^i D_w^r}{dx^i} = c_1 r^i e^{rx} + (-1)^i c_2 r^i e^{-rx} \quad (7.114)$$

Afin de calculer les dérivées successives de  $D_w^s$  en limitant le nombre d'opérations, nous définissons un opérateur linéaire  $M$  représentant la dérivation sur  $D_w^s$ , en remarquant que :

$$\frac{dD_w^s}{dx} = s(-c_3 - c_4) e^{-sx} \sin(sx) + s(c_3 - c_4) e^{-sx} \cos(sx) + s(c_5 - c_6) e^{sx} \sin(sx) + s(c_5 + c_6) e^{sx} \cos(sx) \quad (7.115)$$

Nous notons donc que la dérivation des fonctions de base de  $D_w^s$  (exponentielles des racines quatrième de moins l'unité), revient à un réarrangement des coefficients  $c_i$ . Nous définissons alors l'opérateur  $M$  ainsi :

$$M = \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -s & -s & 0 & 0 \\ s & -s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s & -s \\ 0 & 0 & s & s \end{pmatrix} \quad (7.116)$$

Le calcul des dérivées successives revient alors à calculer les puissances successives de  $M$ . Comme  $M$  est diagonal par bloc, il suffit de calculer les puissances successives des deux blocs :

$$\forall i \in \mathbb{N}, M^i = \begin{pmatrix} M_1^i & 0 \\ 0 & M_2^i \end{pmatrix} \quad (7.117)$$

Nous obtenons alors pour les puissances paires (celles qui nous intéressent) :

$$M^2 = 2s^2 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.118)$$

$$M^4 = -4s^4 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7.119)$$

$$M^6 = -8s^6 \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (7.120)$$

Dès lors, nous pouvons écrire que si (7.112) vérifie (7.100) alors :

$$\begin{aligned} & c_1 \left( -r^6 + a^2 r^4 - \tilde{b}^4 r^2 + c^6 \right) e^{rx} + c_2 \left( -r^6 + a^2 r^4 - \tilde{b}^4 r^2 + c^6 \right) e^{-rx} \\ & + \left[ c_3 (c^6 - 4a^2 s^4) + c_4 (8s^6 - 2\tilde{b}^4 s^2) \right] e^{-sx} \sin(sx) + \left[ c_3 (2\tilde{b}^4 s^2 - 8s^6) + c_4 (c^6 - 4a^2 s^4) \right] e^{-sx} \cos(sx) \\ & + \left[ c_5 (c^6 - 4a^2 s^4) + c_6 (2\tilde{b}^4 s^2 - 8s^6) \right] e^{sx} \sin(sx) + \left[ c_5 (8s^6 - 2\tilde{b}^4 s^2) + c_6 (c^6 - 4a^2 s^4) \right] e^{sx} \cos(sx) = 0 \end{aligned} \quad (7.121)$$

Les coefficients de chaque fonction de base doivent donc être nuls. Or, nous cherchons la solution non triviale.

Donc  $c_1$  et  $c_2$  sont non nuls et :

$$-r^6 + a^2 r^4 - \tilde{b}^4 r^2 + c^6 = 0 \quad (7.122)$$

Le coefficient  $r$  est donc racine de (7.122). Pour le coefficient  $s$ , nous obtenons les systèmes en  $c_i$  suivants :

$$\begin{cases} (c^6 - 4a^2 s^4) c_3 + (8s^6 - 2\tilde{b}^4 s^2) c_4 = 0 \\ (2\tilde{b}^4 s^2 - 8s^6) c_3 + (c^6 - 4a^2 s^4) c_4 = 0 \end{cases} \quad (7.123)$$

$$\begin{cases} (c^6 - 4a^2 s^4) c_5 + (2\tilde{b}^4 s^2 - 8s^6) c_6 = 0 \\ (8s^6 - 2\tilde{b}^4 s^2) c_5 + (c^6 - 4a^2 s^4) c_6 = 0 \end{cases} \quad (7.124)$$

Les déterminants de ces deux systèmes doivent être égaux à zéro car les  $c_i$  ne sont pas tous nuls.

Nous obtenons alors l'équation polynomiale suivante :

$$64s^{12} + (16a^4 - 32\tilde{b}^4) s^8 + (4\tilde{b}^8 - 8a^2 c^6) s^4 + c^{12} = 0 \quad (7.125)$$

Nous cherchons  $r$  et  $s$  dans les réels avec les équations :

$$H(R) = -R^3 + a^2 R^2 - \tilde{b}^4 R + c^6 = 0 \quad (7.126)$$

$$P(S) = 64S^6 + (16a^4 - 32\tilde{b}^4)S^4 + (4\tilde{b}^8 - 8a^2c^6)S^2 + c^{12} = 0 \quad (7.127)$$

$$R = r^2, S = s^2 \quad (7.128)$$

**Remarque :**

Nous revenons sur le coefficient  $r$  et l'équation (7.122).

Il s'agit de prouver que le polynôme en  $R$  n'admet qu'une seule racine réelle.

Le polynôme  $H$  est de degré 3. Par conséquent, les racines sont toutes les trois réelles, ou bien le polynôme admet une unique racine réelle et deux racines complexes conjuguées.

Nous supposons que le polynôme  $H$  admet 3 racines réelles. Donc, par continuité, ce polynôme change au moins trois fois de sens de variation et admet donc au moins deux extrema locaux.

En dérivant  $-H$ , nous avons :

$$-H'(R) = 3R^2 - 2a^2 R + \tilde{b}^4 \quad (7.129)$$

Son discriminant  $\Delta_{H'}$  s'écrit :

$$\Delta_{H'} = 4(a^4 - 3\tilde{b}^4) \quad (7.130)$$

En revenant aux définitions des coefficients, nous remarquons que :

$$a^2 = \rho^2 = 4 \frac{G}{e} \left( \frac{1}{e_2 E_2} + \frac{1}{e_1 E_1} \right) \quad (7.131)$$

Nous introduisons les notations suivantes :

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{\alpha_E} E_2 \\ e_1 = \frac{1}{\alpha_e} e_2 \end{cases} \quad (7.132)$$

où

$$0 < \alpha_e, \alpha_E < 1 \quad (7.133)$$

Il vient donc :

$$a^4 = \frac{16G^2}{e^2 e_2^2 E_2^2} (1 + \alpha_e \alpha_E)^2 \quad (7.134)$$

$$\tilde{b}^4 = \frac{12E_c}{ee^3 E_2} (1 + \alpha_e^3 \alpha_E) \quad (7.135)$$

et :

$$\frac{\Delta_{H'}}{4} = \frac{16G^2}{e^2 e_2^2 E_2^2} (1 + \alpha_E \alpha_e)^2 - \frac{36E_c}{ee^3 E_2} (1 + \alpha_E \alpha_e^3) \quad (7.136)$$

Nous nous intéressons donc au signe de (7.136). Nous notons pour cela :

$$X = \alpha_e \alpha_E \quad (7.137)$$

et (7.136) devient :

$$\frac{\Delta_{H'}}{4} = \frac{16G^2}{e^2 e_2^2 E_2^2} (1+X)^2 - \frac{36E_c}{e e_2^3 E_2} (1+X\alpha_e^2) \quad (7.138)$$

Nous formons le rapport  $H_Q$  :

$$H_Q = \frac{\frac{16G^2}{e^2 e_2^2 E_2^2} (1+X)^2}{\frac{36E_c}{e e_2^3 E_2} (1+X\alpha_e^2)} = \frac{16}{72(1+\nu_c)} \frac{G}{e} \frac{e_2}{E_2} \frac{(1+X)^2}{(1+X\alpha_e^2)} \quad (7.139)$$

Nous avons :

$$0 < X < 1 \Rightarrow 1 < 1+X < 2 \Rightarrow 1 < (1+X)^2 < 4 \quad (7.140)$$

et :

$$1+X\alpha_e^2 > 1 \quad (7.141)$$

D'où la majoration (large mais suffisante) :

$$\frac{(1+X)^2}{(1+X\alpha_e^2)} < 4 \quad (7.142)$$

Par conséquent, le rapport  $H_Q$  est inférieur strictement à 1 si la rigidité relative de l'adhésif est inférieure à celle du substrat, et plus précisément :

$$\frac{G}{e} \frac{e_2}{E_2} < \frac{9}{8} (1+\nu_c) \Rightarrow H_Q < 1 \quad (7.143)$$

Par conséquent, dans ce cas, le discriminant  $\Delta_{H'}$  est strictement négatif.

Donc le polynôme  $H$  est strictement monotone, et, ne s'annule donc qu'une seule fois dans les réels. Autrement dit, nous sommes dans le cas où  $H$  n'a qu'une seule racine réelle  $R_0$  et deux racines complexes et conjuguées  $\varkappa$  :

$$-H(R) = (R - R_0) \left( R^2 + (z + \bar{z})R + |z|^2 \right) = R^3 - a^2 R^2 + \tilde{b}^4 R - c^6 \quad (7.144)$$

Le signe de cette racine est strictement positif, puisque d'après (7.144) :

$$R_0 |z|^2 = c^6 > 0 \quad (7.145)$$

Nous nous intéressons maintenant au polynôme  $P$  donné en (7.115). Nous constatons que :

$$P(S) = H(2iS)H(-2iS) \quad (7.146)$$

où  $i$  est le nombre complexe tel que  $i^2 = -1$ .

Soit :

$$P(S) = 0 \Leftrightarrow (2iS - R_0)(2iS - z)(2iS - \bar{z})(-2iS - R_0)(-2iS - z)(-2iS - \bar{z}) = 0 \quad (7.147)$$

Ou encore, en posant :

$$z = x + iy \quad (7.148)$$

l'équation (7.148) devient :

$$\left(\frac{R_0}{2}i + S\right)\left(\frac{x}{2}i - \frac{y}{2} + S\right)\left(\frac{x}{2}i + \frac{y}{2} + S\right)\left(\frac{R_0}{2}i - S\right)\left(\frac{x}{2}i - \frac{y}{2} - S\right)\left(\frac{x}{2}i + \frac{y}{2} - S\right) = 0 \quad (7.149)$$

soit :

$$\left(\frac{R_0^2}{4} + S^2\right)\left(\frac{x^2}{4} + \left(-\frac{y}{2} + S\right)^2\right)\left(\frac{x^2}{4} + \left(\frac{y}{2} + S\right)^2\right) = 0 \quad (7.150)$$

Pour que  $P(S)$  puisse avoir une racine réelle positive (nécessaire car  $s^2 = S$ ), il faut que  $x = 0$ , donc que le polynôme  $H(R)$  possède une racine réelle  $R_0$  et deux racines imaginaires pures  $\zeta = iy$  et  $-iy$ .

Cette condition est naturelle vu la forme de solution choisie. Mais, plus particulièrement, deux racines imaginaires pures impliquent :

$$a^2 \tilde{b}^4 = c^6 \Leftrightarrow \frac{e_2 + e_1}{E_2 I_2 E_1 I_1} = 0 \quad (7.151)$$

Cette condition est bien évidemment fautive, et, par conséquent la forme de la solution choisie en (7.112) est trop restrictive.

### 7.3.1.c Forme générale

Nous remarquons que le polynôme de (7.122) est aussi l'équation caractéristique de l'équation différentielle à résoudre.

Or, d'après le paragraphe précédent, cette équation de degré 6 admet deux racines réelles opposées et quatre racines complexes. Ces racines complexes sont les racines carrées des nombres complexes  $\zeta$  et de leurs conjugués  $\bar{\zeta}$ .

Par conséquent, nous pouvons écrire que  $D_w$  prend la forme :

$$D_w = c_1 e^{rx} + c_2 e^{-rx} + c_3 e^{(s+it)x} + c_4 e^{(s-it)x} + c_5 e^{(-s+it)x} + c_6 e^{(-s-it)x} \quad (7.152)$$

où  $r$ ,  $s$  et  $t$  sont des réels strictement positifs.

Pour exprimer ces réels, nous utilisons la méthode de Cardan, appliquée au polynôme  $-H$ .

Nous notons alors :

$$\begin{cases} p = \tilde{b}^4 - \frac{a^4}{3} \\ q = c^6 - \frac{a^2}{27}(2a^4 - 9\tilde{b}^4) \end{cases} \quad (7.153)$$

En faisant le changement de variable suivant :

$$R = \Lambda + \frac{a^2}{3} \quad (7.154)$$

le polynôme  $-H$  s'écrit

$$-H(\Lambda) = \Lambda^3 + p\Lambda + q = (\Lambda - r^2)(\Lambda - z)(\Lambda - \bar{z}) \quad (7.155)$$

Nous remarquons que la condition donnée par la méthode de Cardan pour que le polynôme n'ait qu'une seule racine réelle revient à la détermination du signe de  $\Delta_H$ , donnée plus haut en (7.130), soit :

$$a^4 - 3\tilde{b}^4 < 0 \Rightarrow 4\left(\tilde{b}^4 - \frac{a^4}{3}\right)^3 + 27\left(c^6 - \frac{a^2}{27}(2a^4 - 9\tilde{b}^4)\right)^2 = 4p^3 + 27q^2 > 0 \quad (7.156)$$

Nous notons alors :

$$\begin{cases} u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \\ v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} \end{cases} \quad (7.157)$$

Les racines cherchées sont alors données par :

$$r = \sqrt{u + v + \frac{a^2}{3}} \quad (7.158)$$

$$z = -\left(\frac{u}{2} + \frac{v}{2} + \frac{a^2}{3}\right) + i\frac{\sqrt{3}}{2}(u - v) \quad (7.159)$$

$$\bar{z} = -\left(\frac{u}{2} + \frac{v}{2} + \frac{a^2}{3}\right) - i\frac{\sqrt{3}}{2}(u - v) \quad (7.160)$$

Nous calculons alors la racine carrée des deux racines complexes conjuguées.

Nous donnons ci-après la méthode. Soit un nombre complexe  $\alpha + i\beta$  dont le carré vaut  $z$ . Nous avons alors :

$$(\alpha + i\beta)^2 = z \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha^2 - \beta^2 = \text{Re}(z) \\ 2\alpha\beta = \text{Im}(z) \\ \alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{|z|} \end{cases} \quad (7.161)$$

La première et la troisième équation du système de (7.153) donne  $\alpha^2$  et  $\beta^2$ , tandis que la deuxième équation donne les signes respectifs de  $\alpha$  et  $\beta$ . Nous avons donc deux solutions possibles, déphasées de  $\pi$ . Maintenant, si le carré de  $\alpha + i\beta$  est égal au conjugué de  $z$ , nous obtenons alors les conjugués des solutions précédentes.

Autrement dit, les quatre racines complexes de  $-H(X^2)$  s'obtiennent en cherchant premièrement le complexe à partie réelle et imaginaire positive ; les trois autres se déduisent alors de cette première racine par symétrie axiale (axe des réels et axe des imaginaires) et centrale dans le plan complexe.

Nous obtenons alors :

$$\begin{cases} s = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{\left( \frac{u}{2} + \frac{v}{2} + \frac{a^2}{3} \right)^2 + \frac{3}{4}(u-v)^2} - \left( \frac{u}{2} + \frac{v}{2} + \frac{a^2}{3} \right) \right]} \\ t = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ \sqrt{\left( \frac{u}{2} + \frac{v}{2} + \frac{a^2}{3} \right)^2 + \frac{3}{4}(u-v)^2} + \left( \frac{u}{2} + \frac{v}{2} + \frac{a^2}{3} \right) \right]} \end{cases} \quad (7.162)$$

### 7.3.2 Application de la méthode

A ce stade, l'application peut se faire sous MAPLE (**[MAP]**) en symbolique pour déterminer les coefficients de la matrice de rigidité. Ensuite un code MATLAB (**[MAT]**) permet de réaliser le calcul.

Cette partie a été développée en fin de thèse et le temps n'a pas permis de coder ce modèle. Nous ne sommes donc pas allés plus loin au niveau de son exploitation.

Néanmoins, nous avons achevé et décrit, dans la partie précédente, la mise en équation et les développements mathématiques associés, qui rendent *désormais* possible la réalisation d'un outil d'analyse du cas de la jonction HBC déséquilibrée.



## **Partie C**

### **Approche expérimentale**

Cette partie est consacrée à l'approche expérimentale utilisée pendant les travaux de thèse. Les essais ont pour but de valider les modélisations présentées. Deux types d'essais sont réalisés : des essais statiques et des essais en fatigue. Les essais statiques sont réalisés à l'ENSICA et les essais en fatigue sont réalisés par AIRBUS, site de Saint-Nazaire.

**Chapitre VIII – Essais statiques**

**Chapitre IX – Essais de fatigue**



## Chapitre VIII – Essais statiques

Nous présentons les essais statiques réalisés. Ces essais concernent des assemblages en simple cisaillement, et, sont directement à relier avec la modélisation plane ou les modélisations numériques 3D. Les taux de transfert aux fixations sont mesurés.

- 8.1 Méthode
  - 8.1.1 Objectif et mise en œuvre
  - 8.1.2 Matrice d'essais statiques
  - 8.1.3 Les matériaux
    - 8.1.3.a Les substrats
    - 8.1.3.b Les adhésifs
- 8.2 Dimensionnement de la matrice d'essais statiques
  - 8.2.1 Le boulon instrumenté
    - 8.2.1.a Choix de la fixation et de la rosette
    - 8.2.1.b Instrumentation de la fixation
  - 8.2.2 Dimensionnement des éprouvettes
  - 8.2.3 Réalisation des éprouvettes
- 8.3 Exploitation
  - 8.3.1 Le chargement
  - 8.3.2 La mesure des déplacements globaux
  - 8.3.3 La mesure du transfert de charge
    - 8.3.3.a Le principe de la mesure
    - 8.3.3.b Résultats
  - 8.3.4 Approche du fluage
  - 8.3.5 Essai jusqu'à rupture (mode  $M_3$ )

## 8.1 Méthode

### 8.1.1 Objectif et mise en oeuvre

Afin de valider les approches analytiques et numériques de la répartition du transfert de charge dans un assemblage HBC en simple cisaillement, des essais statiques sont nécessaires. Plus précisément, il s'agit de déterminer, d'une part, l'ordre de grandeur des erreurs commises dues aux hypothèses nécessaires à la modélisation, et, d'autre part, de calibrer les paramètres « peu connus » relatifs à la rigidité des fixations.

L'objectif premier de ces essais est de mesurer le taux de transfert à la fixation sur des éprouvettes HBC en simple cisaillement à deux fixations.

La méthode appliquée pour la mesure du taux de transfert est celle employée par Gordon Kelly dans [KEL04]. La méthode consiste en l'instrumentation de la fixation à l'aide de jauges de déformation, placées sur le fût de sorte à mesurer le cisaillement de la fixation au niveau du plan de joint. Le taux de transfert est alors déduit, en comparant les valeurs mesurées sur les éprouvettes hybrides testées aux valeurs mesurées sur des éprouvettes analogues mais simplement boulonnées et non collées, dont nous connaissons les taux de transfert théoriques.

Nous évaluons de plus les écarts de rigidité dus à l'assemblage entre différentes configurations. Le point de référence de la comparaison est l'éprouvette non assemblée. Nous testons alors :

- une éprouvette boulonnée et collée ;
- une éprouvette collée et percée mais non boulonnée ;
- une éprouvette non collée, écartée de l'épaisseur du film de colle et boulonnée.

### 8.1.2 Matrice d'essais statiques

Deux colles différentes sont utilisées. Nous décrivons ci-après la matrice d'essai pour un adhésif noté  $A_1$ .

Quatre types d'éprouvettes sont nécessaires et à chaque type d'éprouvettes correspond un mode d'assemblage. Quatre modes d'assemblage différents sont utilisés :

- le mode  $M_0$  correspond à une éprouvette parallélépipédique non assemblée ;
- le mode  $M_1$  correspond à une éprouvette percée, boulonnée et dont les substrats sont espacés par des fils d'épaisseur calibrée ;
- le mode  $M_2$  correspond à une éprouvette percée, non boulonnée et dont les substrats sont collés ;
- le mode  $M_3$  correspond à une éprouvette percée, boulonnée et dont les substrats sont collés, soit une éprouvette hybride.

Mis à part le mode  $M_0$ , chacun de ces modes est dans la configuration du simple cisaillement. Nous associons à chacun de ces modes une géométrie. Cette géométrie est la même pour tous les modes, et, en particulier l'épaisseur du film de colle a la même valeur que l'espacement des substrats.

Une illustration est donnée pour chacun des modes (cf. Fig. 8.6a à Fig. 8.6d).

Une éprouvette est testée pour chaque mode.

Nous obtenons donc une forme simple de la matrice d'essais statiques pour l'adhésif  $A_j$ , notée ( $XP_j$ ) :

$XP_s(A_i)$	
$M_0$	1
$M_1$	1
$M_2$	1
$M_3$	1

Tab. 8.1 - Matrice d'essai  $XP_s(A_j)$

### 8.1.3 Les matériaux

Nous présentons les matériaux des pièces utilisés pour ces essais. En ce qui concerne les fixations, elles sont en titane, et, seront définies plus loin (cf. 8.2.2.a).

#### 8.1.3.a Les substrats

Les substrats sont en aluminium 5086 H111 sens travers.

Des essais de caractérisation en traction sont alors réalisés à partir du lot matière utilisé pour les éprouvettes. Quatre éprouvettes sont testées sous un chargement cyclique jusqu'à rupture.

Nous donnons la courbe (conventionnelle) de comportement en traction dans la figure suivante (cf. Fig.8.1) ainsi que les caractéristiques mécaniques dans le tableau suivant (cf. Tab. 8.2).

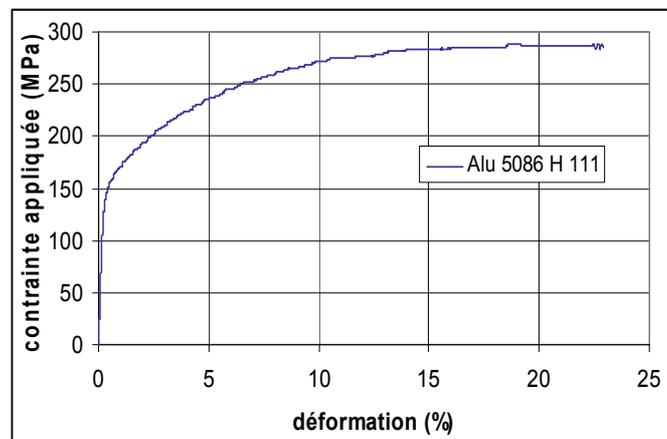


Fig. 8.1 - Comportement en traction de l'aluminium 5086 H 111

$E_1$ (MPa)	$\sigma_e$ (MPa)	$\sigma_r$ (MPa)	$\nu_1$
67500	120	283	0,33

Tab. 8.2 - Caractéristiques mécaniques des substrats

Le coefficient de Poisson n'a pas été mesuré ; sa valeur correspond à la valeur donnée par le fournisseur. La limite élastique, notée  $\sigma_e$ , vaut 120MPa ; nous verrons pourquoi cette valeur a été choisie dans le *Chapitre X*. Néanmoins la détermination conventionnelle de limite élastique à 0,2%

donne 150MPa. La contrainte à rupture, notée  $\sigma_r$ , et le module d'Young sont des moyennes sur les différents essais.

Nous approchons le comportement plastique ([LEM01]) de cet aluminium à l'aide d'une loi de type Ramberg-Osgood (cf. Fig. 8.2). L'équation, obtenue par identification à partir des données expérimentales est donnée par :

$$\sigma = \sigma_e + K(\varepsilon_p)^m \quad (8.1)$$

avec  $K = 57,208\text{MPa}$  et  $m = 0,408$ .

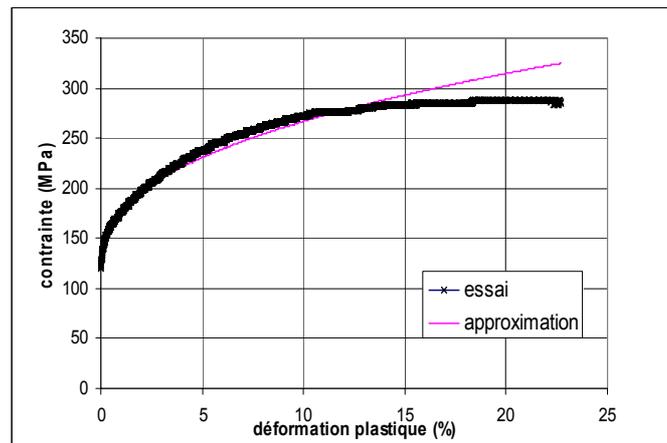


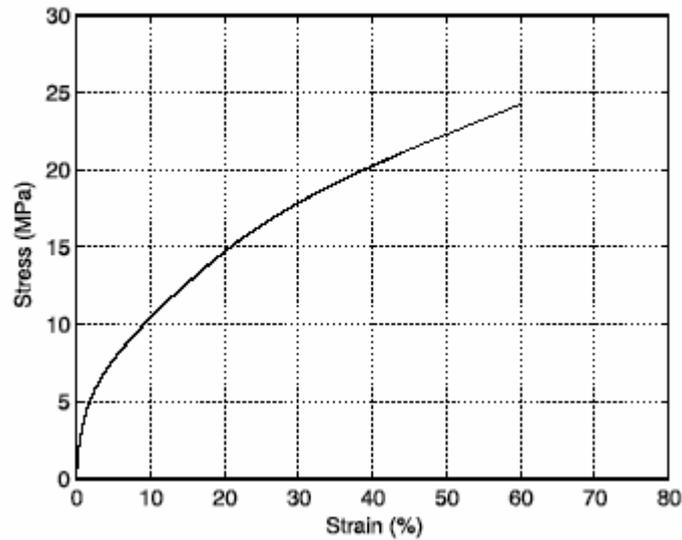
Fig. 8.2 - Déformation plastique de l'aluminium 5086 H 111

Nous obtenons une bonne approximation entre 0 et 15% de déformation plastique. Au-delà de 15%, l'approximation s'éloigne. Cela pourrait s'expliquer par le fait que le comportement de l'aluminium utilisé tend à se rapprocher du comportement élastique plastique parfait (contrainte quasi stationnaire au-delà de 15% de déformation plastique), non pris en compte par la loi Ramberg-Osgood. Néanmoins, l'approximation proposée se révèle être suffisante pour les besoins de l'étude (en particulier numériques).

### 8.1.3.b Les adhésifs

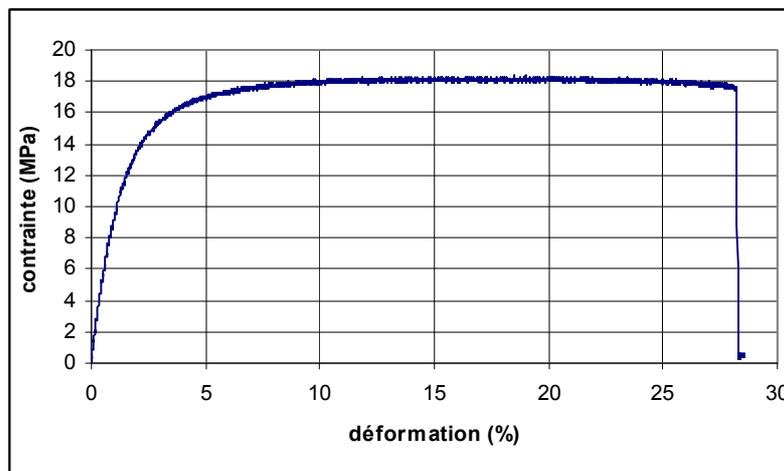
Deux adhésifs sont utilisés.

L'adhésif noté *A1* correspond au **Pliogrip 7400/7410** de *Ashland Speciality Chemical Company*. Cet adhésif est utilisé par Gordon Kelly dans [KEL04]. C'est un adhésif bicomposant polyuréthane. Le module de Coulomb de cet adhésif vaut 205MPa (d'après [KEL04]) ; c'est donc un adhésif à module intermédiaire souple. L'épaisseur de la couche d'adhésif est 0,5mm. Nous obtenons donc pour la valeur de la rigidité relative  $410\text{MPa}\cdot\text{mm}^{-1}$ . Le coefficient de Poisson selon le fournisseur est 0,42. La courbe contrainte-déformation en traction est donnée par la figure suivante (cf. Fig. 8.3) d'après [KEL04]. Cette courbe a été obtenue expérimentalement. Le comportement de cet adhésif est fortement non linéaire. A partir d'un module de Young de 620MPa, un allongement de 60% est atteint pour une contrainte à rupture de 24MPa.



**Fig. 8.3** - Comportement en traction de la Pliogrip 7400/7410 (d'après [KEL04])

L'adhésif noté  $\mathcal{A}2$  est la **Lord 406/19** de *Lord*. Cet adhésif est un adhésif bicomposant acrylique. Son comportement (courbe conventionnelle) en traction a été caractérisé lors d'un stage à l'ENSICA-DGM ([COP06]) à partir d'éprouvettes moulées en colle pure. La figure suivante (cf. Fig. 8.4) donne le comportement en traction et le tableau qui suit (cf. Tab. 8.3) donne les caractéristiques moyennes déterminées pendant les essais.



**Fig. 8.4** - Comportement en traction de la Lord 406/19 (d'après [COP06])

$E$ (MPa)	930
$\nu$	0,36
$\sigma_r$ (MPa)	17,46
$\varepsilon_r$ (%)	27,4

**Tab. 8.3** - Caractéristiques mécaniques de la Lord 406/19 (d'après [COP06])

Ces essais de caractérisation ont été réalisés selon la norme NF T51-034, selon la géométrie préconisée par la norme à l'échelle 1 et à la vitesse alors correspondante de  $50\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}$ . Nous observons donc que la Lord 406/19 possède un comportement plastique quasiment parfait.

## 8.2 Dimensionnement de la matrice d'essais statiques

### 8.2.1 Le boulon instrumenté

#### 8.2.1.a Choix de la fixation et de la rosette

Les dimensions de la rosette doivent se rapprocher le plus possible de l'épaisseur du joint de colle. Par ailleurs, le choix du diamètre de la fixation ainsi que le choix de la rosette sont couplés, dans le sens où il est nécessaire d'assurer un collage parfait de la rosette sur le fût de la fixation.

La fixation a alors un diamètre de 9,52mm et la référence associée est ASNA 2027.

La rosette choisie est une rosette circulaire fabriquée par *Tokyo Sokki* sous la référence FRA-1-11 (cf. Fig. 8.6 et Pho. 8.1).

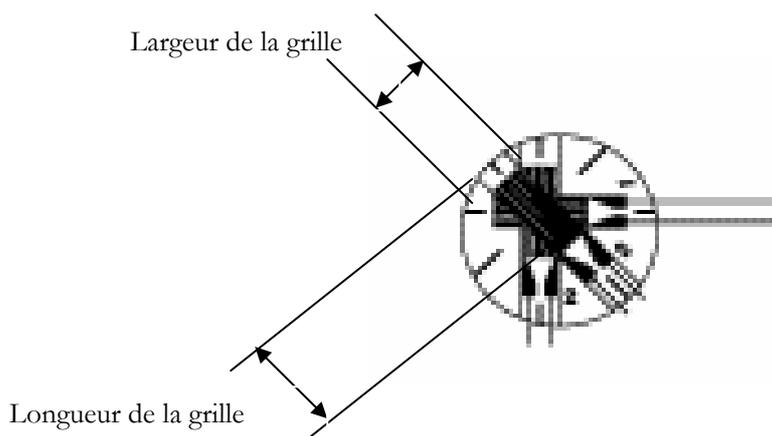
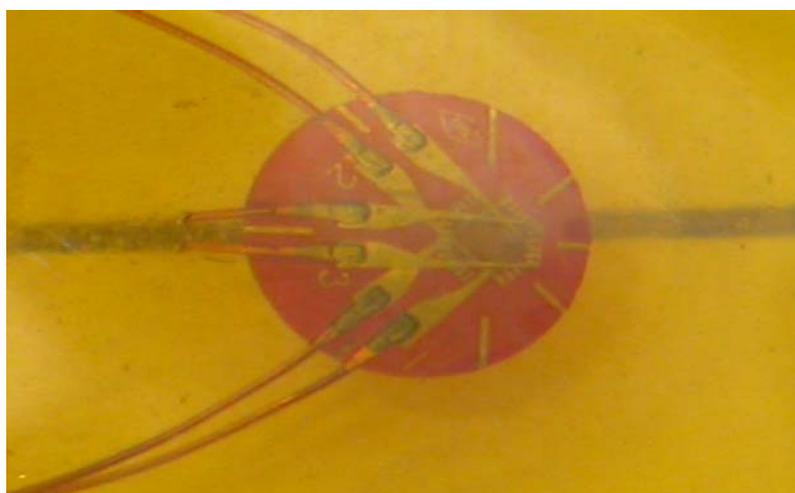


Fig. 8.5 - Schéma de la rosette FRA 1-11



Pho. 8.1 - La rosette FRA 1-11

Longueur de la grille (mm)	1
Largeur de la grille (mm)	0,7
Diamètre de la rosette (mm)	4,5
Longueur du fil (m)	1
Facteur de jauge	2,07
Résistance nominale d'une jauge (ohm)	120

Tab. 8.4 - Caractéristique de la rosette FRA 1-11

### 8.2.1.b Instrumentation de la fixation

Les jauges sont reliées à un conditionneur amplificateur programmable pour jauges extensométriques. Il faut donc pouvoir passer des fils à l'extérieur de l'assemblage. De plus, il faut coller la rosette sur la fixation.

Dans [KEL04], Gordon Kelly usine le fût de la fixation ; cet usinage permet le passage des fils ainsi que le collage de la rosette sur la fixation.

Cependant, dans notre cas la fixation est en titane, donc difficile à usiner. De plus, l'usinage de la fixation risque de modifier sa rigidité.

Une autre solution est donc préférée. La rosette est collée directement sur le fût de la fixation, et le substrat, en aluminium, est usiné de façon à passer les fils (cf. Pho. 8.2 et Pho. 8.3). Deux rondelles fraisées sont ajoutées afin de permettre le passage des fils.

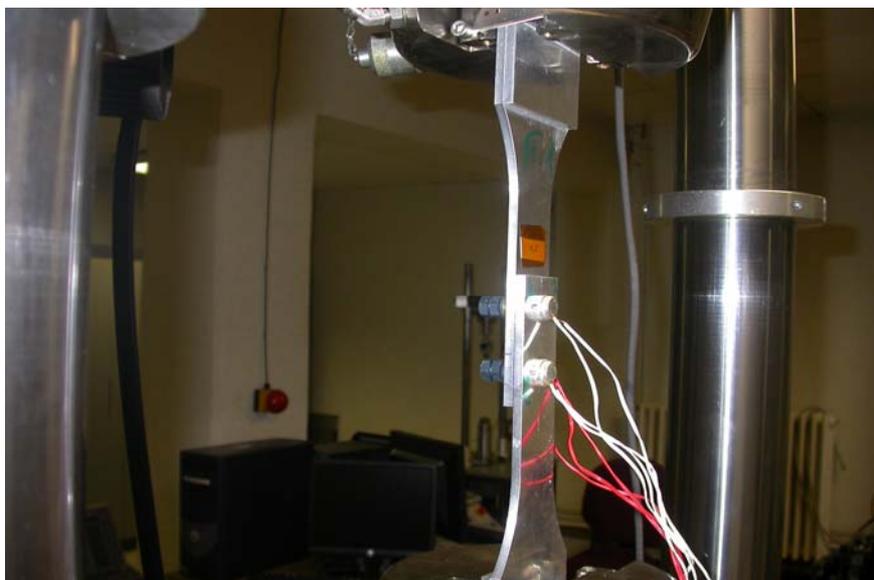


Pho. 8.2 - Usinage de l'aluminium : le trou est ovale



**Pho. 8.3** - Le boulon instrumenté

Les essais sont réalisés à l'aide d'une machine de traction INSTRON 8862 avec une cellule de charge de 100kN. La photo suivante représente une éprouvette prête à être testée.



**Pho. 8.4** - Essai de traction

### 8.2.2 Dimensionnement des éprouvettes

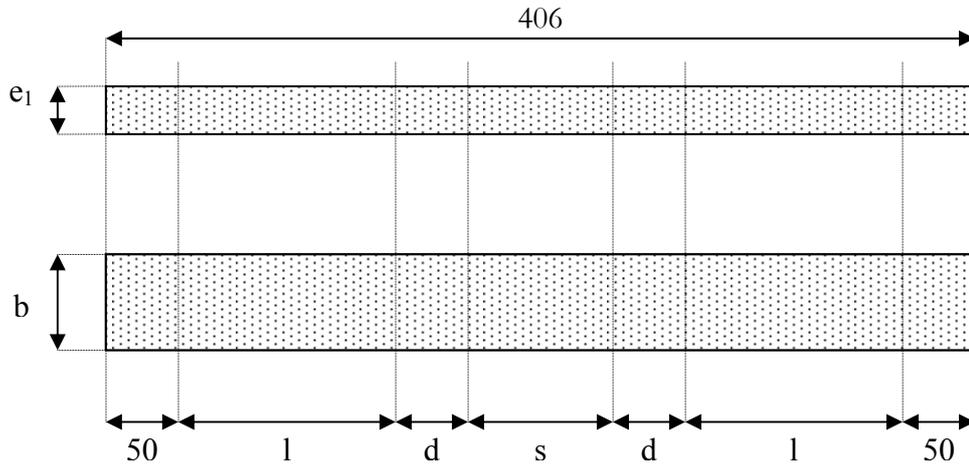
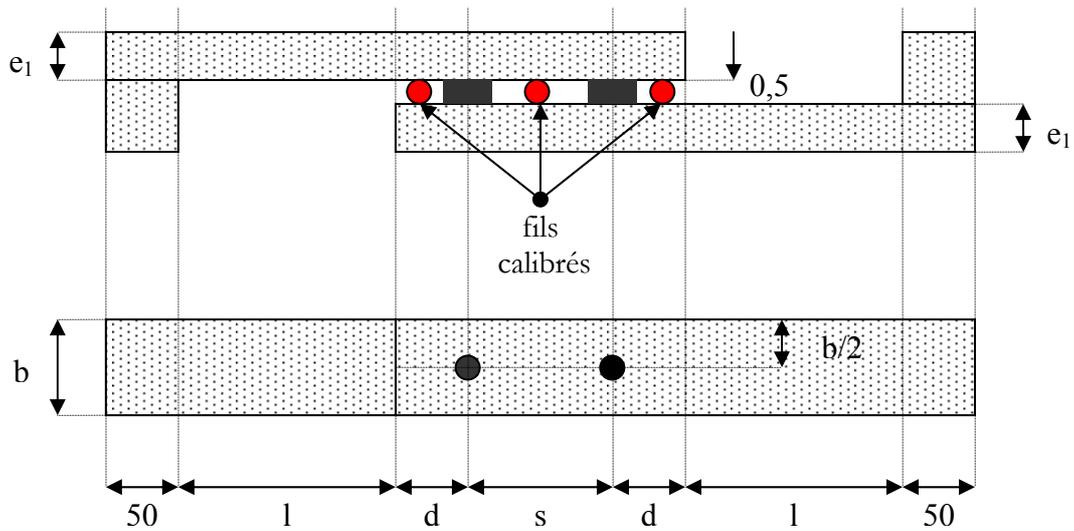
Les éprouvettes doivent être dimensionnées de sorte que le système de mesure puisse mesurer le transfert de charge.

Des éprouvettes équilibrées en simple cisaillement sont choisies.

Les paramètres géométriques des substrats sont dans le tableau suivant (cf. Tab. 8.5 et Fig. 8.6a à Fig. 8.6d).

$e_1$ (mm)	5
$s$ (mm)	38
$d$ (mm)	19
$b$ (mm)	38
$l$ (mm)	165

Tab. 8.5 - Dimension des éprouvettes

Fig 8.6a - Schéma de l'éprouvette non assemblée : mode  $M_0$ Fig 8.6b - Schéma de l'éprouvette de référence : mode  $M_1$

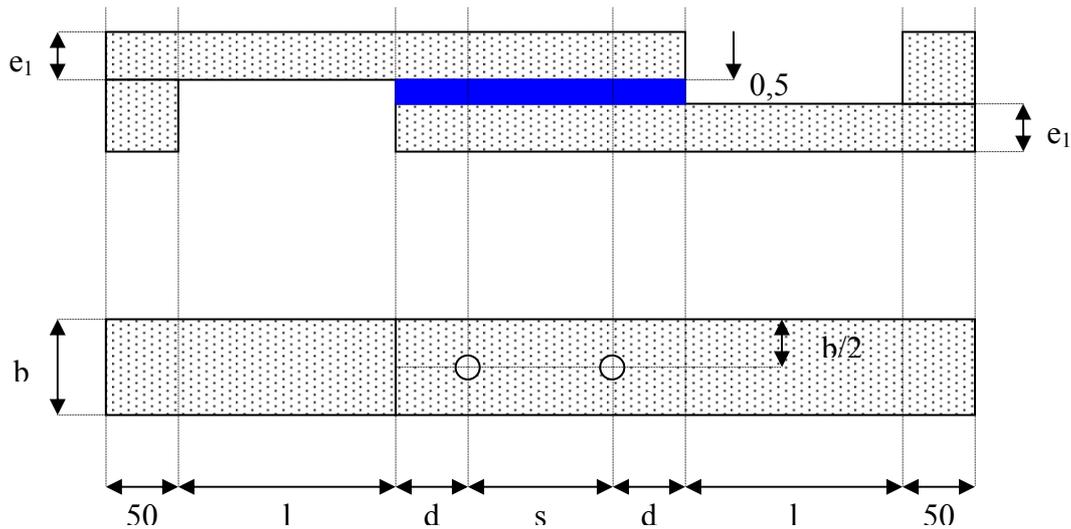


Fig 8.6c - Schéma de l'éprouvette collée, percée et trou non habité : mode  $M_2$

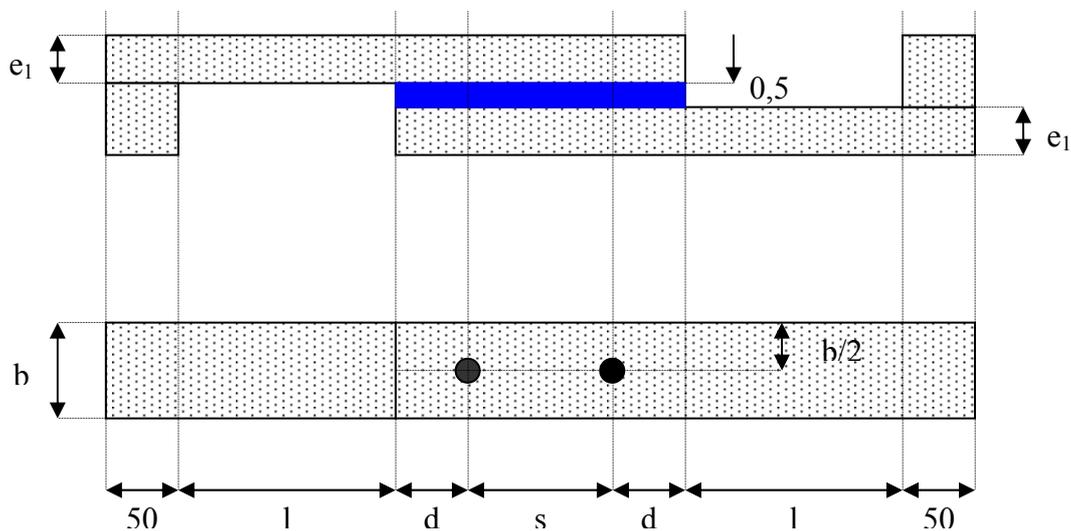


Fig 8.6d - Schéma de l'éprouvette hybride : mode  $M_3$

#### 8.2.4 Réalisation des éprouvettes

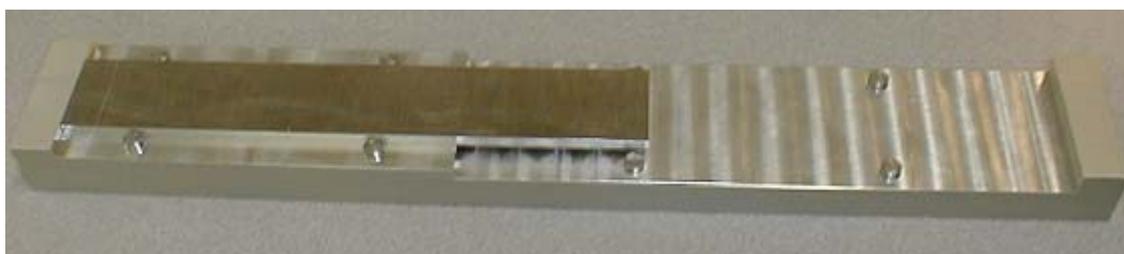
La réalisation des éprouvettes hybrides s'avère être délicate. Des informations complémentaires sur le protocole de fabrication se trouvent en *Annexe H*. Nous donnons ici les points les plus importants. Deux démarches différentes ont été appliquées en relation avec le type d'adhésif utilisé, sachant que l'éprouvette avec la Pliogrip 7400/7410 est la première réalisée et a permis d'améliorer la démarche de réalisation.

Les deux démarches diffèrent sur l'enchaînement des tâches de la réalisation des éprouvettes et sur le mode de collage.

Pour le cas de l'éprouvette avec la Pliogrip 7400/7410, les substrats ont été percés avant d'être collés, tandis que, pour le cas de l'éprouvette avec la Lord 406/19, les substrats sont collés avant d'être percés. En revanche, au niveau de la mise en place des talons, il n'y a aucune différence ; les talons sont collés après le collage des substrats et sont ensuite usinés de manière à

obtenir la même épaisseur, entre le recouvrement et l'assemblage substrat-talon, aux deux extrémités des éprouvettes.

Pour le cas de l'éprouvette avec la Pliogrip 7400/7410, les substrats sont collés à chaud ; le positionnement des substrats est réalisé en utilisant le perçage effectué auparavant. Pour le cas de l'éprouvette avec la Lord 406/19, le collage est réalisé à température ambiante et sous pression. Un outil a été fabriqué pour assurer un positionnement correct des substrats (cf. Pho. 8.5).



**Pho. 8.5** - Outil de collage d'une éprouvette en simple cisaillement

L'utilisation de l'outil de collage a permis d'obtenir une épaisseur égale à 0,6mm (au lieu de 0,5mm) ainsi que plus constante le long du recouvrement (variation de l'épaisseur de +/- 0,05mm), tandis que pour le cas de l'éprouvette avec la Pliogrip l'épaisseur est égale à 0,7mm (au lieu de 0,5mm) avec une variation de +/- 0,1mm. Nous avons alors établi un processus de fabrication plus efficace, même s'il est encore imparfait quant à la calibration exacte de l'épaisseur.

## 8.3 Exploitation

### 8.3.1 Le chargement

Les chargements appliqués durant les essais sont faibles puisque les hypothèses des modélisations analytiques correspondent à un comportement élastique des matériaux. Les chargements dépendent des modes d'assemblages considérés.

Le chargement du mode  $M_0$  est un chargement cyclique entre 0 et 14kN à la vitesse de chargement constante de  $5,6\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ . Nous rappelons que nous cherchons simplement à mesurer la raideur globale de l'éprouvette sur cet essai.

Le chargement appliqué au mode  $M_1$  est composé de 9 cycles. Chacun des cycles se caractérise par une charge puis une décharge à vitesse de chargement constante et égale à  $5,6\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ . La charge de départ et de fin de chacun des cycles est 0kN. Seule la charge maximale diffère selon le cycle. Les 2 premiers cycles ont une charge maximale de 2kN, alors que les 7 cycles suivants ont une charge maximale à 14kN. Les cycles se succèdent sans attente, excepté entre le troisième et le quatrième cycle une longue attente (le temps nécessaire pour s'assurer du bon fonctionnement des essais) à charge nulle est observée.

Le chargement appliqué au mode  $M_2$  est composé de 3 cycles identiques. Ces 3 cycles sont de même nature que les 3 derniers cycles du chargement précédent, c'est-à-dire une charge et une décharge à la vitesse de  $5,6\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$  entre 0 et 14kN. Le mode  $M_2$  est obtenu à la fin du chargement appliqué au mode  $M_1$  par le retrait des boulons instrumentés.

Le chargement appliqué au mode  $M_3$  comporte 6 cycles. Ces 6 cycles sont les mêmes que les 6 premiers cycles du chargement appliqué au mode  $M_1$ .

Des essais complémentaires à forces appliquées constantes au cours du temps ont été réalisés sur les éprouvettes du mode  $M_3$ . Le chargement se caractérise par une montée en charge de 0 à 14kN à la vitesse de  $10\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ , ensuite un plateau à 14kN de 30min et enfin une décharge à 0kN à la vitesse de  $10\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ .

Enfin, les éprouvettes hybrides sont testées jusqu'à rupture après avoir pris soin de remplacer les boulons instrumentés par des boulons identiques mais non instrumentés.

### 8.3.2 La mesure des déplacements globaux

Nous traçons sur les figures suivantes le comportement global d'une éprouvette en mode  $M_1$  (cf. Fig. 8.7), en mode  $M_2$  avec la Pliogrip et la Lord (cf. Fig. 8.8 et Fig. 8.9 respectivement) et en mode  $M_3$  avec la Pliogrip et la Lord (cf. Fig. 8.10 et Fig. 8.11 respectivement), pour les cycles concernés.

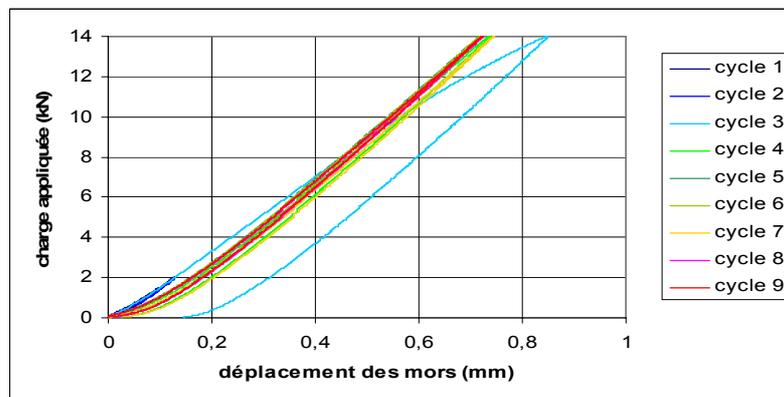


Fig. 8.7 - Cycle 1 à 9 pour le mode  $M_1$

Nous constatons donc sur la figure précédente (cf. Fig. 8.7) que les cycles 4 à 9 sont identiques. Par ailleurs, à partir de 2kN, le comportement de ces courbes est quasi linéaire.

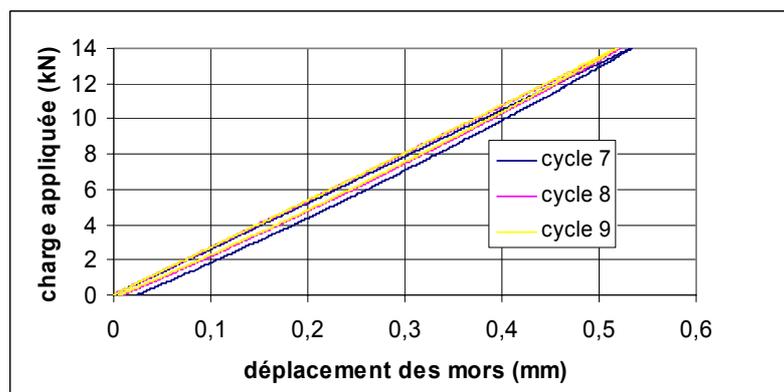


Fig. 8.8 - Cycle 7 à 9 pour le mode  $M_2$  avec la Pliogrip

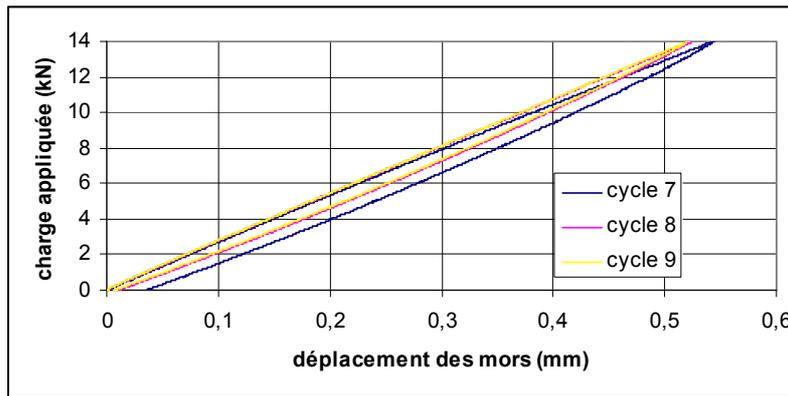


Fig. 8.9 - Cycle 7 à 9 pour le mode  $M_2$  avec la Lord

Nous observons sur les figures précédentes (cf. Fig. 8.8 et Fig. 8.9) un comportement semblable et linéaire sur les trois cycles.

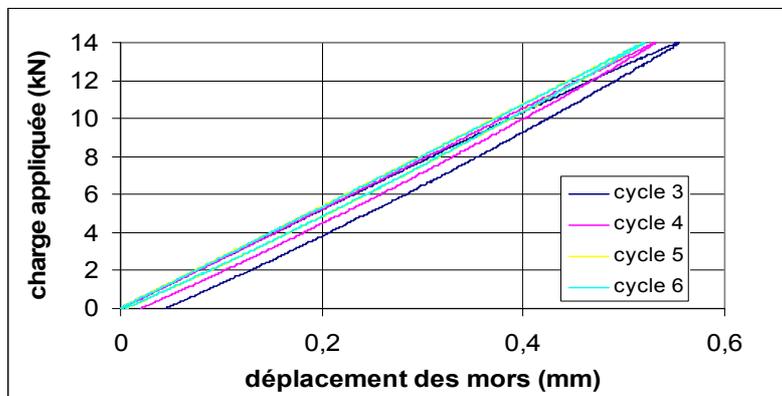


Fig. 8.10 - Cycle 3 à 6 pour le mode  $M_3$  avec la Pliogrip

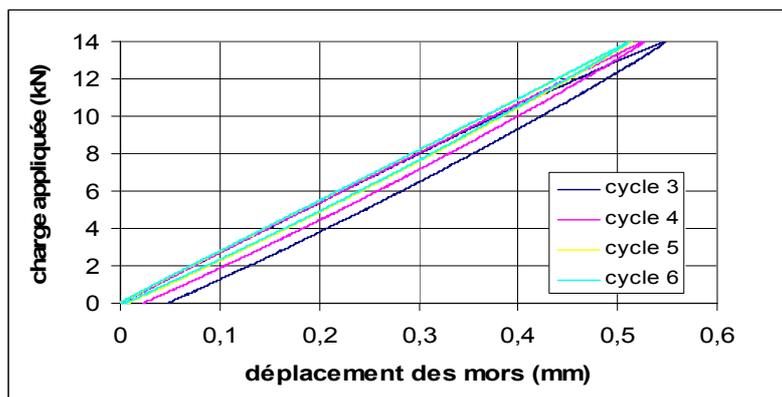


Fig. 8.11 - Cycle 3 à 6 pour le mode  $M_3$  avec la Lord

De la même manière, nous constatons que les cycles 3 à 6 sont très proches les uns des autres. Le comportement global est aussi linéaire.

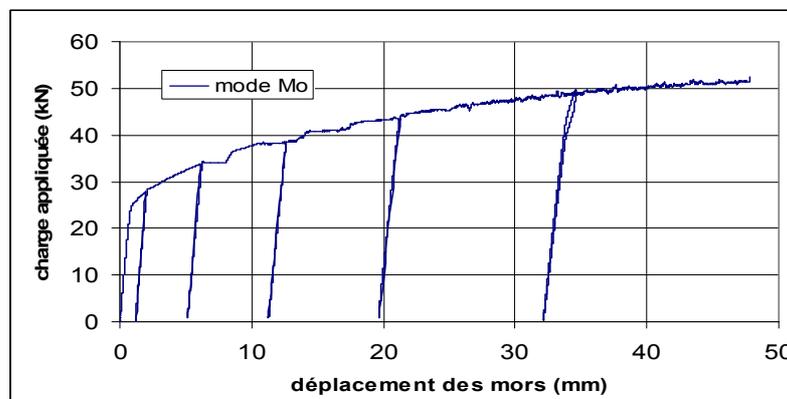
Nous donnons alors dans le tableau suivant (cf. Tab. 8.6) les raideurs globales des éprouvettes, mesurées à partir du déplacement de la traverse de la machine et de l'effort appliqué, pour les modes d'assemblage  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_3$ , pour les cycles à 14kN (cycle 3 à 9).

Cycle	$M_1$	$M_3$		$M_2$	
		$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$
3	17459	25501	25833		
4	22018	26546	26604		
5	22205	26883	27176		
6	22199	26919	27213		
7	22069			26315	25761
8	22141			26842	26617
9	22160			26953	26682

**Tab. 8.6** - Raideurs globale en  $N.mm^{-1}$  des cycles 3 à 9 selon le mode d'assemblage

Nous constatons donc que le fait d'ajouter le film d'adhésif rigidifie l'assemblage. De plus, il apparaît qu'à partir du quatrième cycle le comportement des assemblages hybrides ne varie plus. Il ressort de plus que le fait d'enlever les fixations a peu d'effet sur la raideur globale de l'assemblage, comme si les fixations ne participaient pas au comportement global de l'éprouvette. Par conséquent, nous pouvons penser que le transfert au niveau des fixations est très faible et que l'éprouvette hybride avec la Pliogrip ou la Lord se comporte comme un assemblage collé.

Par ailleurs, nous donnons dans la figure suivante (cf. Fig. 8.12) le résultat de l'essai sur l'éprouvette en mode  $M_0$ .



**Fig. 8.12** - Courbe effort déplacement de l'essai de l'éprouvette  $M_0$

Entre 0 et 20kN, le comportement global est linéaire et la raideur mesurée vaut  $31429N.mm^{-1}$ . Nous donnons dans le tableau suivant (cf. Tab. 8.7) la chute relative des raideurs globales et le gain relatif des souplesses globales des modes  $M_1$  à  $M_3$ , par rapport à  $M_0$ , en valeurs moyennes.

		$M_1$	$M_2$		$M_3$	
			$A_1$	$A_2$	$A_1$	$A_2$
écart relatif (%) avec $M_0$	en raideur	29,6	15	16,1	14,8	14,1
	en souplesse	42	17,7	19,3	17,3	16,4

**Tab. 8.7** - Ecart relatif des raideurs et des souplesses globales des modes  $M_1$  à  $M_3$ , par rapport à  $M_0$

Nous constatons que le mode d'assemblage le plus raide est le mode  $M_3$ , celui de l'assemblage HBC. En comparant les modes  $M_1$  et  $M_3$ , nous pouvons observer que le film de colle raidit considérablement l'assemblage. Par comparaison des modes  $M_2$  et  $M_3$ , nous retrouvons encore que les fixations ne participent que très peu au comportement de l'assemblage HBC, de sorte qu'il n'est pas possible d'estimer la raideur des fixations à partir des modes  $M_2$  et  $M_3$ . En effet, si le comportement du film de colle avait été moins prédominant, en supposant valable la superposition des comportements des différents modes d'assemblage, la souplesse des deux fixations auraient pu être approchées par la différence entre la souplesse du mode  $M_3$  (assemblage collé et trou habité) et la souplesse du mode  $M_2$  (assemblage collé et trou non habité).

### 8.3.3 La mesure du transfert de charge

#### 8.3.3.a Le principe de la mesure

Les modes d'assemblage  $M_1$  et  $M_3$  sont utilisés pour la mesure du transfert de charge dans la configuration hybride. Le mode d'assemblage  $M_1$  correspond à l'éprouvette de référence, tandis que l'éprouvette  $M_3$  correspond à l'éprouvette hybride.

A partir des signaux de compression et de traction enregistrés pour chaque boulon, nous déterminons un signal directement lié au cisaillement du boulon au niveau du plan moyen de ces éprouvettes pour chacun des deux boulons. Or, d'après [STA02], sur une éprouvette boulonnée à deux lignes de fixations, la charge ne se répartit pas exactement de la même manière sur chaque boulon ; aucune raison n'est donnée à cette distribution de charge non uniforme. Par conséquent, pour la détermination du taux de transfert nous avons choisi d'utiliser la somme des deux signaux de cisaillement issus de chacun des deux boulons.

Le signal ainsi déterminé sur l'éprouvette de référence et qualifié de signal utile représente 100% du transfert de charge, tandis qu'à partir de l'éprouvette hybride, nous déterminons un signal correspondant à  $x\%$ . Nous supposons alors que chaque boulon transfère  $(x/2)\%$ . Les essais réalisés confirment que les boulons ne reprennent pas la même charge : le boulon le plus proche du vérin mobile reprend plus d'effort.

Nous remarquons que les épaisseurs des éprouvettes hybrides ne sont pas égales à l'épaisseur de l'éprouvette de référence. Nous appliquerons néanmoins la méthode. L'augmentation de l'épaisseur de l'espace entre les deux substrats de l'éprouvette référence implique une diminution de la raideur des fixations dans l'assemblage. Par conséquent, le taux de transfert mesuré sera inférieur au transfert attendu. Dans le cadre géométrique et mécanique des essais, les modèles analytiques 1D ne prévoient aucune variation du taux de transfert à rigidité relative constante quand l'épaisseur augmente, et, une variation de 0,3% sur le taux de transfert entre une épaisseur de 0,5mm et de 0,7mm (due à la variation de la raideur relative de l'adhésif).

#### 8.3.3.b Résultats

Nous traçons sur les figures suivantes (cf. Fig. 8.13 et Fig. 8.14), les signaux utiles de l'éprouvette de référence et de l'éprouvette hybride avec la Pliogrip pour la montée en charge du quatrième cycle.

La mesure du transfert de charge est effectuée à iso-déformation sur les pentes de chacun des signaux. Cette mesure représente un taux de transfert moyen sur la plage d'effort

considérée. Nous trouvons alors un transfert de charge total de 5,6% soit un transfert supposé sur chaque boulon de 2,8%.

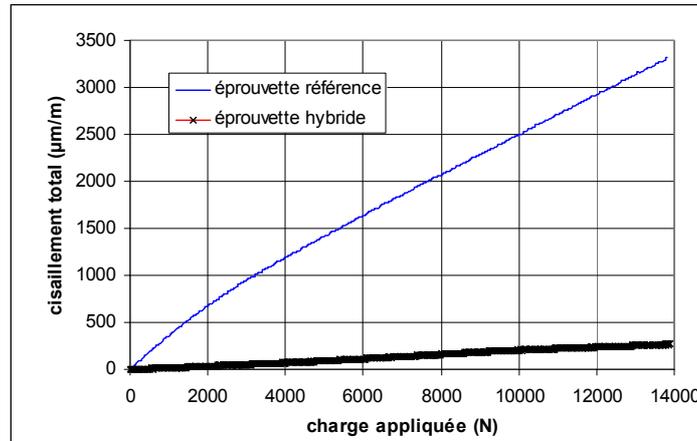


Fig. 8.13 - Signaux utiles des éprouvettes de référence et hybrides (Pliogrip)

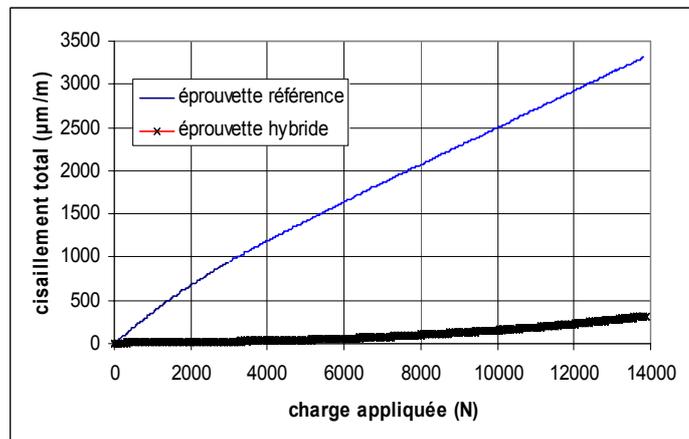


Fig. 8.14 - Signaux utiles des éprouvettes de référence et hybride (Lord)

Le taux de transfert ainsi déterminé est faible comme attendu après la comparaison des raideurs globales des modes  $M_2$  et  $M_3$ .

En ce qui concerne les essais avec l'adhésif Lord, le taux de transfert déterminé par cette méthode est de 5% au total soit 2,5% supposé sur chaque fixation.

Une autre méthode d'exploitation peut être considérée en se plaçant à iso-effort. Nous représentons alors (cf. Fig. 8.15) la variation du taux de transfert en fonction de l'effort appliqué en mettant ainsi en évidence le comportement inélastique de l'adhésif. Nous ne considérons que quelques efforts et nous réalisons le calcul à partir des signaux utiles.

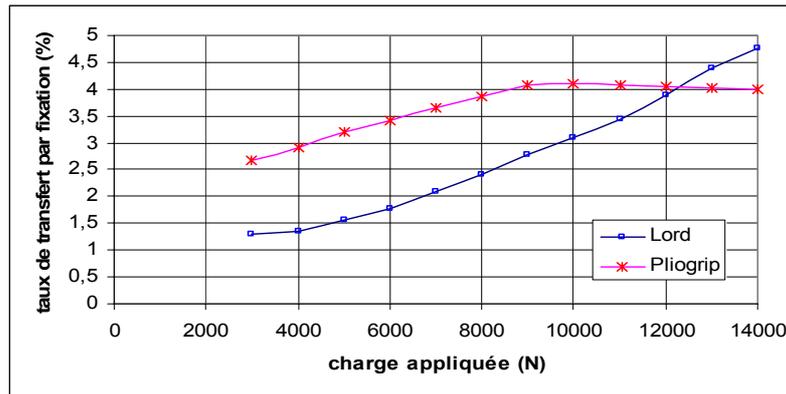


Fig. 8.15 - Taux de transfert par fixation (analyse à iso-effort)

Nous obtenons alors un taux de transfert moyen de 3,5% pour la Pliogrip et de 2,6% pour la Lord. De manière générale, à mesure que la charge appliquée augmente, la charge augmente dans les fixations et diminue dans l'adhésif, son module d'Young s'affaiblissant.

### 8.3.4 Approche du fluage

Une raison supplémentaire pour avoir choisi le cycle 4 et non pas un de ces équivalents supérieurs pour calculer les taux de transfert de charge sur l'éprouvette avec la Pliogrip est qu'un retard de mise en charge ou de décharge est constaté sur les signaux issus des boulons instrumentés.

Ceci a motivé alors la réalisation d'un essai de fluage sur l'éprouvette en mode  $M_3$ . Le chargement consiste alors à une montée en charge à 14kN à vitesse constante de  $14\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ , suivie d'un maintien pendant 30min à 14kN, puis une décharge à 0kN à la vitesse de  $14\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ . Nous donnons dans la figure suivante (cf. Fig. 8.16) la variation du signal utile en fonction du temps.

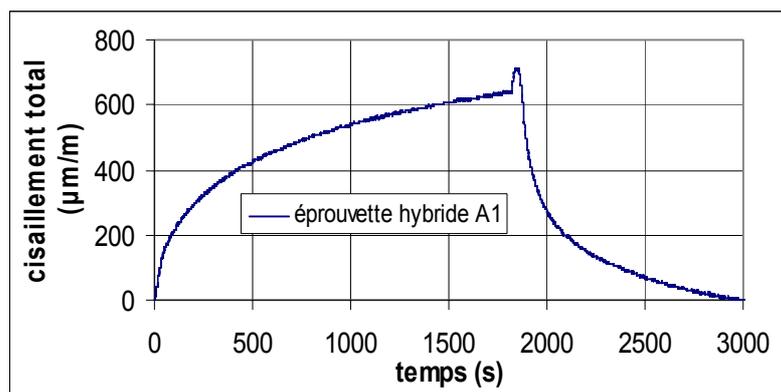


Fig. 8.16 - Signaux utiles pour un essai de fluage

Le signal recueilli permet alors de mettre en évidence le comportement de l'adhésif. En effet, si le signal est une image du transfert au niveau de la fixation, il est aussi par dualité une image du transfert dans l'adhésif. Autrement dit une augmentation de charge dans les fixations correspond à une décharge dans l'adhésif. Et plus précisément, c'est le comportement de l'adhésif qui piloterait le transfert de charge, dans le sens où les fixations reprendraient de manière discrète ce que l'adhésif ne peut absorber. La figure précédente (cf. Fig. 8.16) montre une charge des

fixations en fonction du temps donc une décharge de l'adhésif. L'allure de la charge a la forme de la réponse à un essai de fluage d'un matériau visqueux. Nous observons une dépendance au temps de la charge de l'adhésif qui décroît. L'adhésif se déforme au cours du temps et sa raideur diminue, ce qui est traduit par sa courbe de comportement (cf. Fig. 8.3).

Pendant le maintien en charge, les données expérimentales peuvent être approchées par l'équation :

$$\varepsilon(t) = 79700(1 - \exp(-1,2585 \cdot 10^{-5} t)) \quad (8.2)$$

Les courbes des données expérimentales avec son approximation sont superposées (cf. Fig. 8.17). Cette équation correspond à la réponse en fluage d'un matériau viscoélastique à une sollicitation de type Heavyside selon le modèle de Kelvin-Voigt (un ressort et un amortisseur en parallèle selon sa représentation rhéologique).

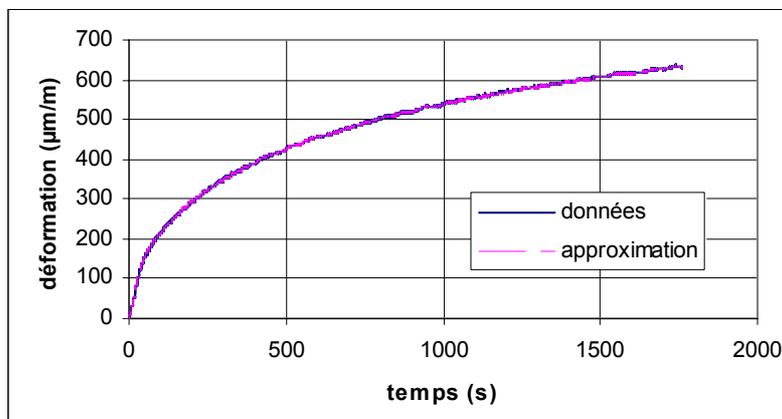


Fig. 8.17 - Données expérimentales et approximations

En ce qui concerne l'essai avec l'éprouvette hybride avec la Lord (cf. Fig. 8.18), un comportement similaire au précédent est observé (le système d'acquisition n'ayant pas fonctionné correctement, nous ne pouvons donner, à titre indicatif, que le signal enregistré par la jauge en traction de la fixation la plus proche du vérin mobile).

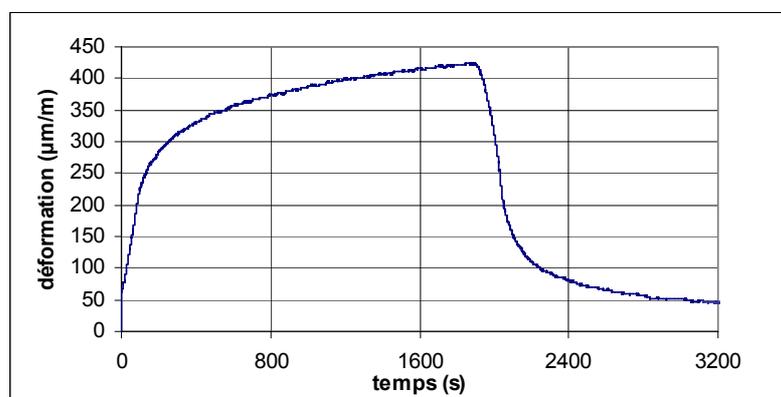


Fig. 8.18 - Signal de traction d'une des deux fixations (Lord)

### 8.3.5 Essais jusqu'à rupture (mode $M_3$ )

Nous réalisons enfin des essais supplémentaires jusqu'à rupture des éprouvettes HBC (mode  $M_3$ ) sous un chargement cyclique à la vitesse constante de charge ou de décharge de  $10\text{kN}\cdot\text{min}^{-1}$ . Les charges maximales pour l'éprouvette avec la Lord sont 20kN, 30kN, 40kN, 50kN et 70kN tandis que pour l'éprouvette avec la Pliogrip les charges maximales sont 20kN, 30kN, 35kN, 50kN et 70kN. Nous obtenons alors les figures suivantes (cf. Fig. 8.19 et Fig. 8.20). Il n'y a quasiment aucun préserrage (couple de serrage appliqué à chaque fixation : 1N.mm).

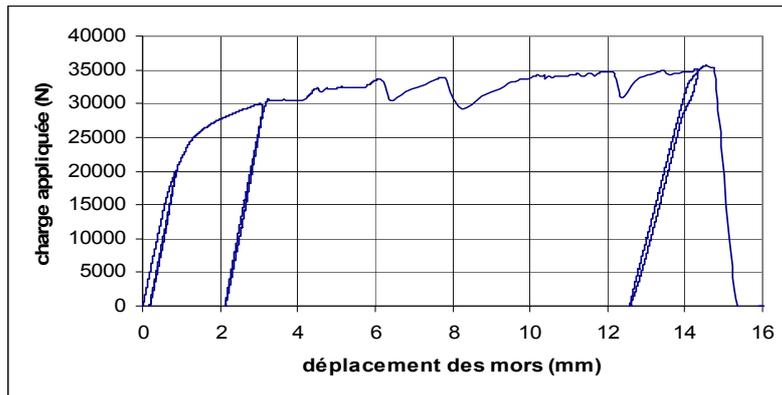


Fig. 8.19 - Essai à rupture de l'éprouvette avec la Pliogrip

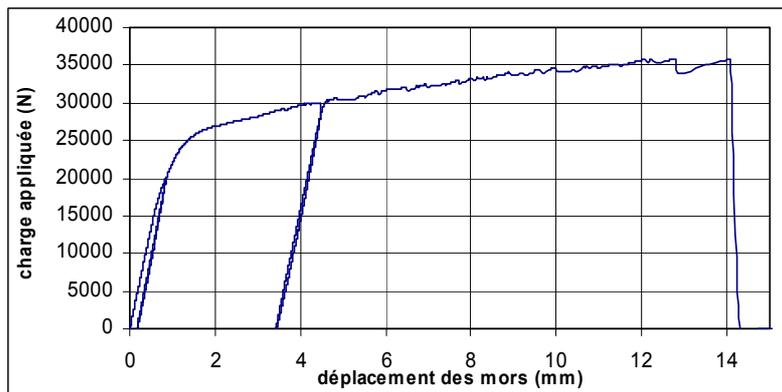


Fig. 8.20 - Essai à rupture de l'éprouvette avec la Lord

Au cours de ces deux essais, la couche d'adhésif a rompu progressivement en partant des bords vers le centre du recouvrement. La rupture de l'adhésif est globalement cohésive et localement adhésive, révélant ainsi quelques petits défauts de collage. Ensuite, les éprouvettes se sont rompues en section nette au niveau de la fixation.



## Chapitre IX – Essais de fatigue

Des essais de fatigue *préliminaires* ont été réalisés. Ces essais concernent des assemblages HBC en double cisaillement. Ils ont pour but de montrer la viabilité des assemblages hybrides. Par ailleurs, les résultats doivent donner des indications sur le comportement mécanique de tels assemblages. De plus, ces résultats sont utiles pour le lancement d'essais en fatigue sur des éprouvettes HBC en simple cisaillement. Ces essais ont été réalisés à AIRBUS, site de Saint-Nazaire. Par conséquent, ils ont été dimensionnés selon les normes AIRBUS. Enfin, par nature (faibles charges), les essais fatigue pourraient être reliés aux hypothèses de comportement élastique des modélisations analytiques de la partie précédente.

- 9.1 But des essais de fatigue et conséquences
- 9.2 Matrice d'essais de fatigue
  - 9.2.1 Aspect de la matrice d'essais de fatigue
  - 9.2.2 Les adhésifs
  - 9.2.3 Les géométrie
  - 9.2.4 Les niveaux de chargement
- 9.3 Résultats
  - 9.3.1 Les courbes de Wöhler
  - 9.3.2 Observations
  - 9.3.3 Interprétations
  - 9.3.4 Conclusions

## 9.1 But des essais de fatigue et conséquences

Le but des essais de fatigue est de montrer qu'un assemblage boulonné collé peut avoir une durée de vie au moins aussi bonne que son homologue boulonné. Plus précisément dans le cas d'application proposé par AIRBUS, il s'agit de savoir si le fait d'enlever une des trois lignes de fixations et de remplacer le mastic d'interposition par un adhésif permet d'obtenir au moins des durées de vie aussi bonnes que dans le cas de trois lignes de fixations sans colle.

Cette première campagne d'essais s'appuie sur les modèles analytiques monodimensionnels développés.

Les modèles analytiques monodimensionnels ne prennent pas en compte l'effet de la rotation de la jonction sous chargement non symétrique. Par conséquent, la géométrie adoptée pour les éprouvettes est celle du double cisaillement, afin de limiter la flexion secondaire.

Une hypothèse importante des modèles analytiques est une épaisseur constante du joint de colle. Il est donc indispensable de calibrer l'épaisseur des joints d'adhésifs.

L'exploitation des modèles analytiques montre que la distance au bord longitudinale et la rigidité relative de l'adhésif ont une influence importante sur le transfert dans la jonction ; ces deux paramètres seront donc les deux entrées de la matrice d'essai. La rigidité relative implique la connaissance du module de Coulomb et de l'épaisseur du film de colle.

En outre, un cas de référence sera testé (3 lignes, 3 rangées, mastic d'interposition) : le cas classique de la jonction boulonnée ; ce cas met en avant l'effet du lot matière.

## 9.2 Matrice d'essais de fatigue

Nous appelons lot d'éprouvettes, les éprouvettes correspondant à une configuration donnée de la matrice d'essais. Les substrats sont en **Aluminium 2024T3**.

### 9.2.1 Aspect de la matrice d'essais de fatigue

La matrice d'essais de fatigue comporte **7** lots différents de **9** éprouvettes chacun (cf. 9.2.4), soit un total de **63** éprouvettes à fabriquer et à tester en fatigue.

Ces 7 lots sont différenciés à l'aide :

- du type d'adhésif utilisé : **3** types différents, notés *A1*, *A2* et *A3* (cf. 9.2.2) ;
- de la géométrie des éprouvettes : **3** types différents, notés *G1*, *G2* et *G3* (cf. 9.2.3).

Soit la matrice d'essais suivante, notée (*XP*) :

$XP_f$	G1	G2	G3
A1	lot 1	lot 4	lot 7
A2	lot 2	lot 5	
A3	lot 3	lot 6	

**Tab. 9.1** - Matrice d'essai (*XP*)

Nous notons qu'aucun lot n'est attribué aux cas (A2 ; G3) et (A3 ; G3).

### 9.2.2 Les adhésifs

L'adhésif *A1* correspond au mastic **PR1776** classe **B** de la société *Le Joint Français*. L'épaisseur d'adhésif est 0,1mm. Le module de Coulomb vaut 2MPa, soit une rigidité relative de 20MPa.mm<sup>-1</sup>.

L'adhésif *A2* correspond à la colle de module intermédiaire : il s'agit de **Pliogrip 7400/7410** de *Ashland Speciality Chemical Company*. L'épaisseur d'adhésif est 0.5mm ([**KELO4**]). Le module de Coulomb vaut 205MPa, soit une rigidité relative de 410MPa.mm<sup>-1</sup>.

L'adhésif *A3* correspond à la colle de haut module : la **FM73** de *Cytec*. Il s'agit d'un film époxy de 0,25mm d'épaisseur. Le module de Coulomb vaut 840MPa, soit une rigidité relative de 3360MPa.mm<sup>-1</sup>.

### 9.2.3 Les géométries

Nous nous plaçons dans la configuration du double cisaillement.

La géométrie *G1* correspond aux 2 lignes et 3 rangées de fixations, une distance au bord longitudinale égale à 2 fois le diamètre de la fixation.

La géométrie *G2* correspond aux 2 lignes et 3 rangées de fixations, une distance au bord longitudinale égale à 3 fois le diamètre de la fixation.

La géométrie *G3* correspond aux 3 lignes et 3 rangées de fixations, une distance au bord longitudinale égale à 2 fois le diamètre de la fixation.

Les fixations utilisées ont un diamètre  $\phi = 4,8\text{mm}$  et sont des **LGP**. En effet, même si les modèles analytiques ne tiennent pas compte du préserrage, la prétension est admise comme bénéfique sur la durée de vie.

Les plans des géométries sont donnés ci-dessous.

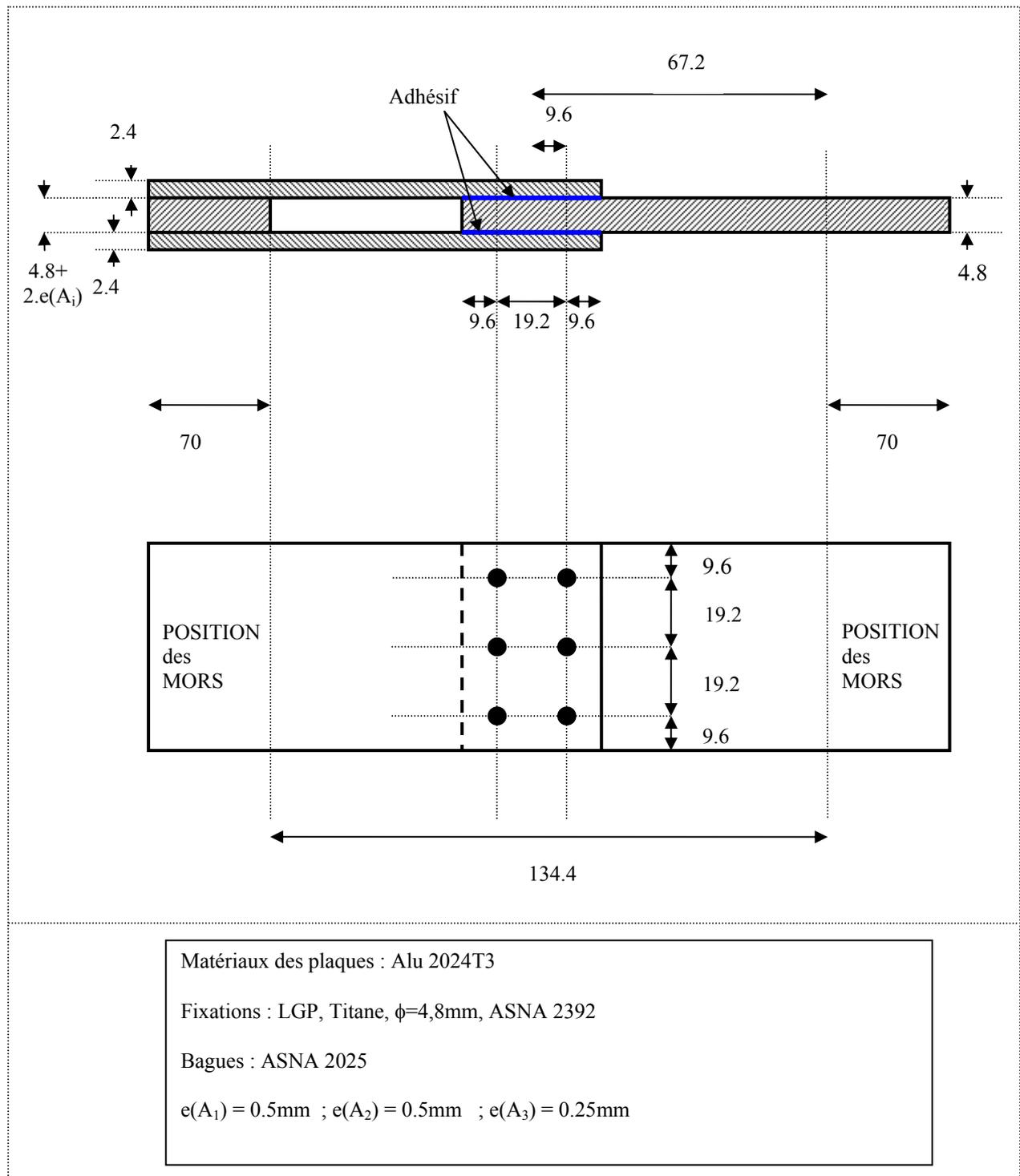


Fig. 9.1 - Géométrie G1

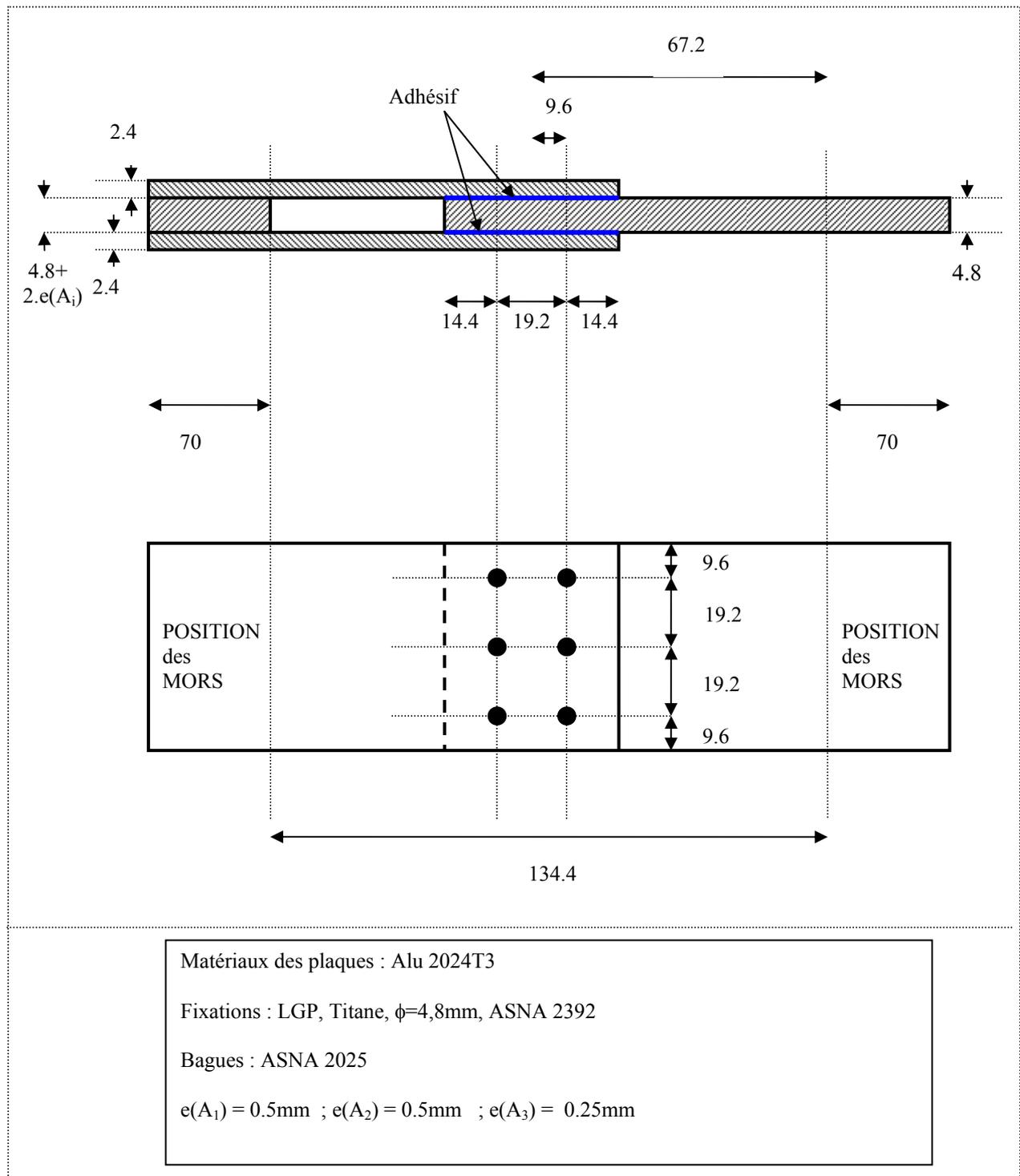


Fig. 9.2 - Géométrie G2

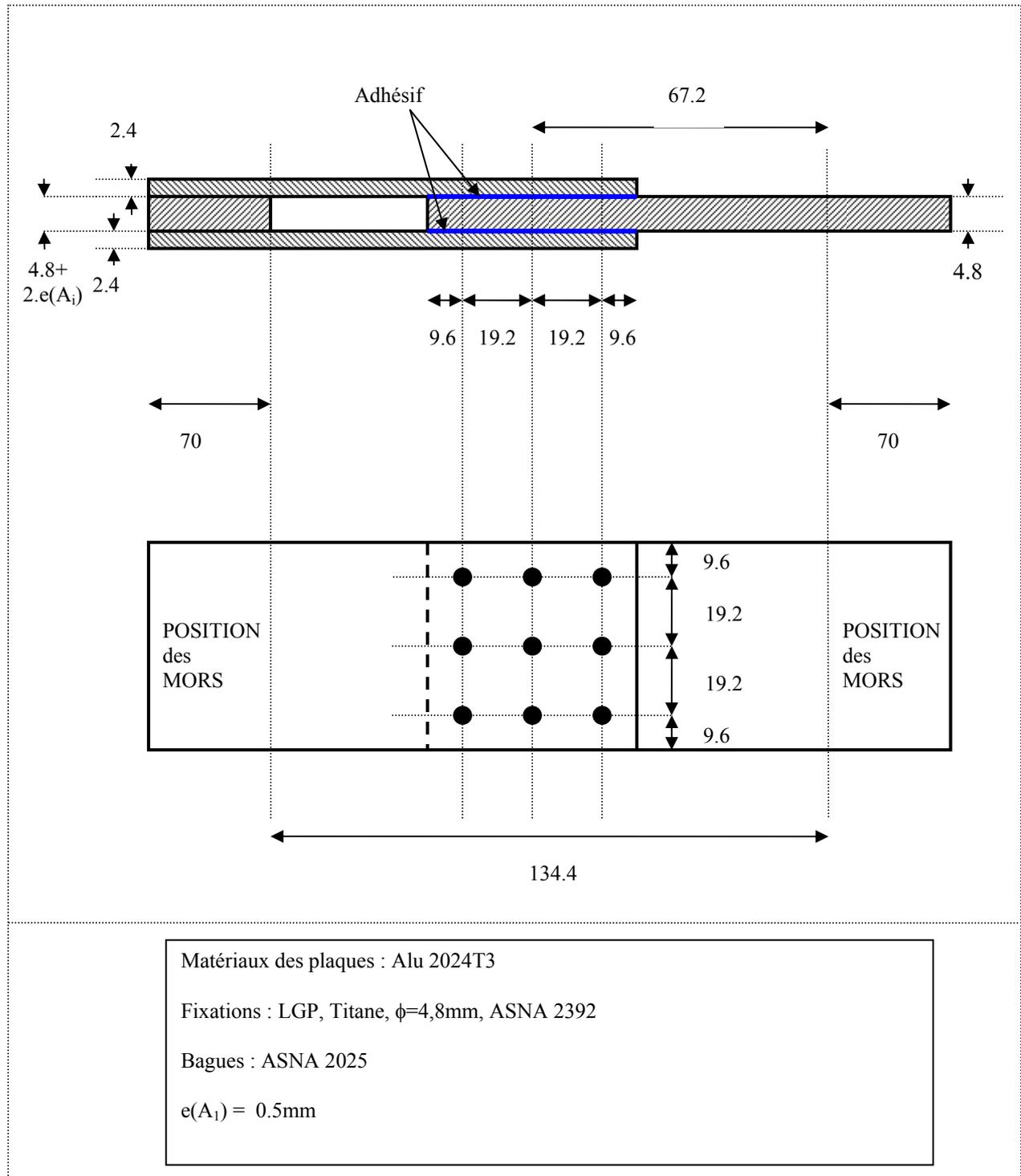


Fig. 9.3 - Géométrie G3

#### 9.2.4 Les niveaux de chargement

Les géométries sont fonction, en particulier, de la charge maximale de la machine (100kN) et des niveaux de chargement appliqués aux éprouvettes.

Afin de tracer les courbes de Wöhler, 7 niveaux de chargement sont utilisés pour chaque lot. Pour chaque niveau de chargement, 1 éprouvette est testée, sauf pour les deux niveaux les plus bas, pour lequel 2 éprouvettes sont testées.

Nous calculons l'IQF (Indice de Qualité en Fatigue), qui est le niveau de chargement  $S_0$  (contrainte brute à l'infini) de base, grâce à l'ancien manuel de fatigue de AIRBUS ([GAL89]) et qui correspond à une durée de vie  $N_0$  de  $1.10^5$  cycles.

Nous nous plaçons donc dans le cas du double cisaillement avec 3 fixations.

Comme l'épaisseur des substrats femelles est égale à la moitié de l'épaisseur de la plaque mâle, il est admis que le site critique se situe au niveau des substrats femelles. Le calcul est alors réalisé sur les substrats femelles ; le calcul sur le substrat mâle aurait été le même en remplaçant le coefficient 0,83 par 1 dans (9.1).

Nous avons :

$$IQF = 0,83.Tdc.Edc.(Mdc + 73.Gdc) \quad (9.1)$$

avec :

$$Tdc = 1 \text{ (sans expansion, jeu faible)} \quad (9.2)$$

$$Edc = 1 \text{ } (\phi = 4,8 < 6,35mm) \quad (9.3)$$

$$Mdc = 115MPa \text{ (Alu 2024, LGP)} \quad (9.4)$$

$$Gdc = \frac{\phi^2}{\tau.b.2e} \frac{\phi^2}{0,36.4\phi.\phi} = 0,69 \quad (9.5)$$

Ici  $\tau$  est le taux de transfert sur la première ligne de fixations,  $b$  est le pas longitudinal, et  $0.5e$  l'épaisseur de la plaque femelle.

Le calcul brut donne :

$$S_0 = IQF = 137,53MPa \quad (9.6)$$

Nous prenons alors la valeur arrondie suivante :

$$S_0 = IQF = 140MPa \quad (9.7)$$

Les niveaux suivants sont donnés par pas de 20MPa si le nombre de cycles est inférieur à  $1.10^6$  cycles et par pas de 10MPa si le nombre de cycles est supérieur à  $1.10^6$  cycles.

En effet, nous pouvons relier les niveaux de chargement  $S_i$  aux durées de vie  $N_i$  par :

$$S_i = IQF(N_i \cdot 10^{-5})^{-2/6} \Leftrightarrow N_i = 10^5 \left( \frac{IQF}{S_i} \right)^{3/2} \quad (9.8)$$

Nous obtenons alors le tableau suivant :

$S_i$ (MPa)	$N_i$ (cycles)
80	$1,2 \cdot 10^6$
90	$7,3 \cdot 10^5$
100	$4,5 \cdot 10^5$
120	$2 \cdot 10^5$
140	$1 \cdot 10^5$
160	$5,5 \cdot 10^4$
180	$3,2 \cdot 10^4$
200	$2 \cdot 10^4$

Tab. 9.2 -  $S_i$  et  $N_i$ 

Nous choisissons alors les 7 derniers niveaux de chargement à savoir : 90, 100, 120, 140, 160, 180 et 200MPa.

Comme nous avons 3 rangées de fixations les forces  $F_i$  à correspondantes sont telles que :

$$F_i = 3 * 4\phi^2 * S_i \quad (9.9)$$

Nous obtenons alors les niveaux de chargement suivants :

$S_i$ (MPa)	$F_i$ (kN)
90	24,88
100	27,65
120	33,18
140	38,71
160	44,24
180	49,77
200	55,30

Tab. 9.3 - Niveaux de chargement (1)

Les forces calculées précédemment correspondent au niveau de charge maximale.

La charge minimale du cycle égale au dixième de la charge maximale ( $R=0.1$ ).

D'où le tableau suivant :

$S_i$ (MPa)	$(F_i(\text{kN}))_{\max}$	$(F_i(\text{kN}))_{\min}$	$(F_i(\text{kN}))_{\text{moy}}$	Amplitude (kN)
90	24,88	2,49	13,69	11,20
100	27,65	2,76	15,21	12,44
120	33,18	3,32	18,25	14,93
140	38,71	3,87	21,29	17,42
160	44,24	4,42	24,33	19,91
180	49,77	4,98	27,37	22,39
200	55,30	5,53	30,41	24,88

Tab. 9.4 - Niveaux de chargement (2)

Nous appliquons alors à chaque lot ces niveaux de chargement, afin d'effectuer notre étude comparative, sachant qu'il est possible de passer du cas 3 fixations à 2 fixations en changeant le taux de transfert.

Par ailleurs, les fixations des éprouvettes sont préserrées pour se placer dans les conditions avion, sauf quelques éprouvettes supplémentaires pour lesquelles les fixations n'ont pas été préserrées, afin d'observer l'influence de la prétension sur la durée de vie.

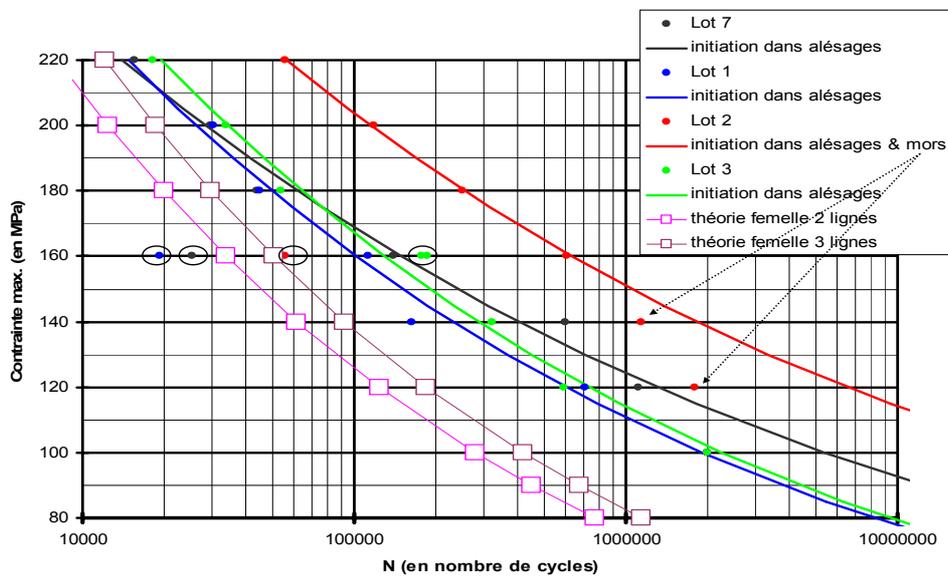
### 9.3 Résultats

Ces essais ont été réalisés par AIRBUS Saint-Nazaire. Après un examen rapide de quelques éprouvettes, nous constatons que les épaisseurs d'adhésif n'ont pas été respectées. De plus, les informations quant à la description de la rupture sont peu précises ; en particulier, nous ne savons pas si, comme pour les essais statiques (cf. *Chapitre VIII*), le film de colle a commencé à rompre avant les fixations.

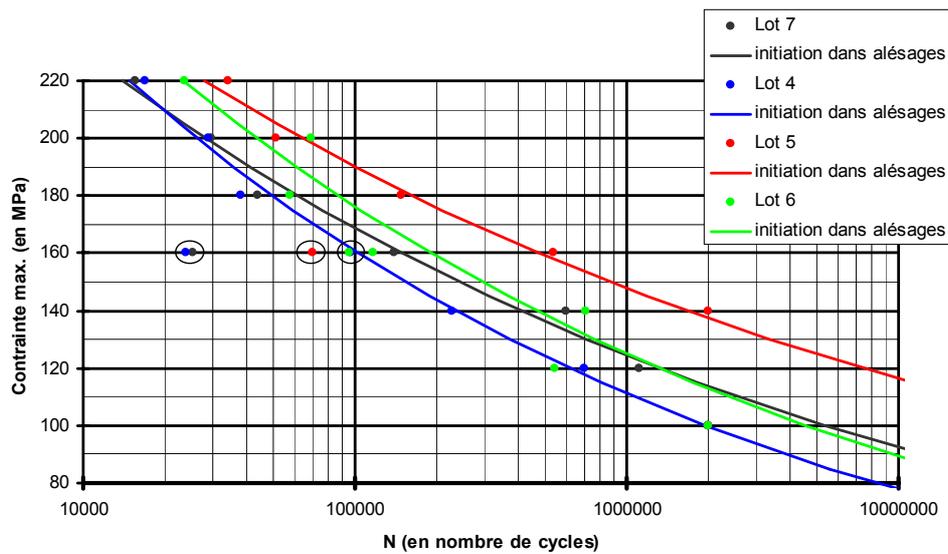
Par conséquent, l'exploitation de ces essais est restreinte à des interprétations qualitatives, qui seront parfois **hypothétiques**.

#### 9.3.1 Les courbes de Wöhler

Nous traçons ci-dessous les courbes de Wöhler correspondantes à la géométrie G1 (cf. Fig. 9.4) et à la géométrie G2 (cf. Fig. 9.5) pour les trois adhésifs, en donnant en référence la courbe pour la géométrie G3 avec l'adhésif A1. Nous entourons à l'aide d'un cercle noir les résultats d'essais réalisés sur des éprouvettes dont les fixations n'ont pas été précontraintes.



**Fig. 9.4-** Courbes de Wöhler pour la géométrie G1 et les trois adhésifs en comparaison avec G3 et adhésif A1



**Fig. 9.5** - Courbes de Wöhler pour la géométrie G2 et les trois adhésifs en comparaison avec G3 et adhésif A1

La géométrie G3 à adhésif A1 (courbes noires) est utilisée ici comme référence. C'est l'assemblage classique à 3 lignes de fixations avec du mastic.

Par ailleurs, sur la Fig. 9.4, nous faisons figurer les courbes de Wöhler théoriques. Ces courbes théoriques sont tracées pour 2 et 3 lignes de fixations et pour des sites critiques dans les substrats femelles.

### 9.3.2 Observations

Le tracé des courbes théoriques permet de visualiser l'écart entre les jonctions 2 et 3 lignes. Ces écarts sont comparables aux résultats d'essais. De plus, elles permettent de statuer sur la validité des tendances observées.

Nous choisissons de réaliser les comparaisons en fonction de l'adhésif puis de la géométrie, entre les éprouvettes hybrides à deux lignes de fixations avec les différents adhésifs et les éprouvettes de référence à trois lignes de fixations avec du mastic.

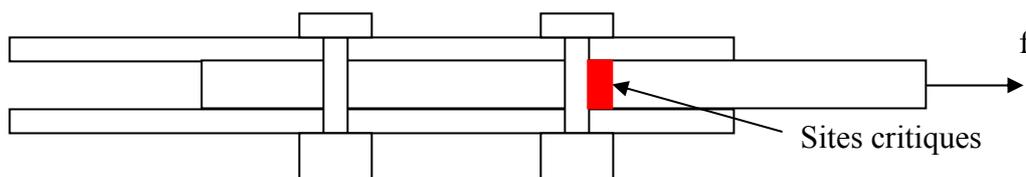
Sur les courbes (courbes bleues) représentant les éprouvettes avec utilisation de l'adhésif A1 (PR), pour les deux géométries, nous observons un comportement semblable à la référence avec des durées de vie inférieures à celles de la référence (géométrie G3).

Sur les courbes (courbes rouges) représentant les éprouvettes avec utilisation de l'adhésif A2 (Pliogrip), pour les deux géométries G1 et G2, nous observons une augmentation de la durée de vie. Plus précisément, dans le cas de la géométrie G1, qui correspond à la géométrie des éprouvettes de référence, nous observons un comportement semblable avec les éprouvettes de référence et une augmentation de durée de vie d'un facteur quasi constant de l'ordre de 10. Pour la géométrie G2, si la durée de vie est bien plus grande que celle de la référence, le facteur varie en fonction du niveau de chargement, traduisant ainsi un comportement légèrement différent ; pour des niveaux de chargement élevé le facteur vaut environ 2 tandis que pour des bas niveaux le facteur vaut environ 12.

Sur les courbes (courbes vertes) des éprouvettes à adhésif A3 (FM73), nous observons au mieux une faible amélioration de la durée de vie par rapport à la référence. Le comportement dépend du niveau de chargement : une augmentation de la durée de vie pour des hauts chargements et une diminution de la durée de vie pour des faibles chargements. Globalement, le comportement de ces éprouvettes se situe entre les comportements des éprouvettes à 2 et 3 lignes de fixations avec du mastic.

Nous revenons sur la différence de comportement entre les géométrie G1 et G2 des éprouvettes avec la Pliogrip. Ces éprouvettes en géométrie G2 ont une durée de vie à 120MPa de  $1.10^7$  cycles contre  $6.10^6$  en géométrie G1, alors qu'à 200MPa la durée de vie est de  $5.10^5$  cycles en géométrie G2 et  $1.10^6$  en géométrie G1.

Toutes les ruptures constatées se situent soit au niveau des fixations soit dans les mors ; les essais aboutissant à une rupture dans les mors ne sont pas exploités. Cependant, comme écrit plus haut, il est possible que cela soit le film de colle qui ait rompu en premier. C'est ce mode de rupture qui est constaté par Kelly ([KEL04]) dans le cas de substrats en matériaux composite. ). Pour la géométrie G3, les sites côté mâle et femelle sont iso-critiques, ce qui semble indiquer que la flexion secondaire ne joue pas un grand rôle pour la géométrie des éprouvettes de nos essais. Les sites de rupture observés pour les géométries G1 et G2 se situent tous dans la partie mâle de l'assemblage (cf. Fig. 9.6).



**Fig. 9.6** - Sites de rupture de l'assemblage (géométrie G1 et G2)

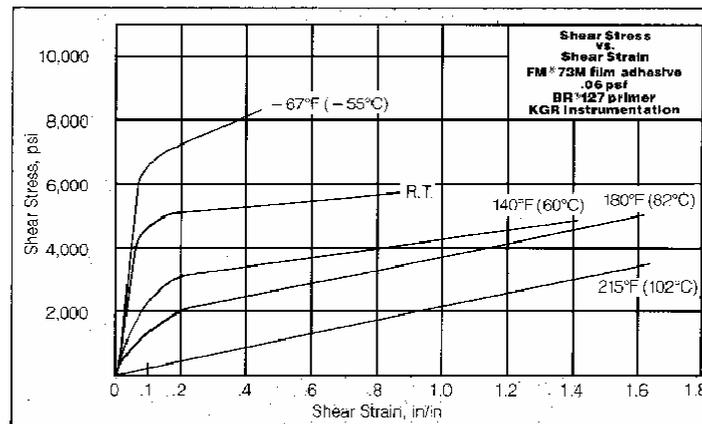
Pour les éprouvettes dont les fixations n'ont pas été préserrées, nous observons que la durée de vie est nettement moins bonne que pour les éprouvettes à fixations préserrées.

### 9.3.3 Interprétations

Les résultats concernant le PR sont cohérents, puisque la différence entre les deux modes d'assemblage se situe au niveau du nombre de lignes de fixations. A iso-adhésif et iso-géométrie, le fait de diminuer le nombre de lignes de fixations augmente le taux de transfert sur chaque fixation et diminue donc la durée de vie.

Les résultats concernant la Pliogrip montrent que l'assemblage HBC ainsi réalisé possède une durée de vie meilleure que son équivalent boulonné. La couche d'adhésif reprend une partie de la charge, déchargeant ainsi les fixations : la durée de vie augmente. La contrainte de matage, qui est fonction de la charge reprise par la fixation, diminue, ainsi que la charge passante par une diminution de « la marche d'escalier » caractéristique du transfert au boulon.

Les résultats concernant la FM73 sont, en revanche, étonnants. En effet, la diminution du taux de transfert est encore accentuée par rapport aux cas de la Pliogrip par l'augmentation de la rigidité relative de l'adhésif utilisé, et l'interprétation précédente concernant la Pliogrip serait encore plus valable. Pour essayer de comprendre la différence entre les résultats des éprouvettes avec la Pliogrip et la FM73, nous nous intéressons au comportement des matériaux. Les seules données disponibles sont la courbe en traction de la Pliogrip (cf. *Chapitre VIII* et Fig. 8.1) et la courbe de comportement en cisaillement de la FM73 (cf. Fig. 9.7).



**Fig. 9.7** - Courbes de comportement en cisaillement de la FM73 d'après *Cytec*

La Pliogrip se déforme beaucoup (c'est là tout son intérêt), même en traction. Les essais statiques (cf. *Chapitre VIII*) ont mis en évidence le comportement au cours du temps de cet adhésif. A température ambiante, la FM73 possède un comportement élastoplastique en cisaillement ainsi qu'un domaine élastique très réduit. Cet adhésif plastifie donc très vite, et possède un allongement à rupture en cisaillement à peine supérieur à l'allongement à rupture en traction de la Pliogrip. Nous pouvons donc penser que la FM73 par sa forte rigidité se charge fortement, et plastifierait alors très vite, augmentant brutalement et rapidement le taux de transfert au niveau des fixations, si bien qu'à faible niveau de chargement, le comportement des éprouvettes avec la FM73 se rapproche de celui des éprouvettes de même géométrie avec du PR. L'adhésif aurait plastifié très rapidement sous cette charge, et au bout d'un temps suffisamment long, participerait alors autant que le PR dans le transfert de charge. Par ailleurs concernant, les essais avec la Pliogrip et son comportement visqueux, nous pouvons nous demander si, pendant les essais, le chargement réel et en particulier l'amplitude des cycles de l'adhésif n'a pas été réduit, diminuant ainsi les effets néfastes du chargement cyclique.

La différence entre les géométries G1 et G2 est l'augmentation de la distance au bord. Dans le cas de la géométrie G2, nous favorisons le transfert dans l'adhésif et donc la diminution du taux de transfert. Pour les éprouvettes avec la Pliogrip, à haut niveau de chargement, la différence pourrait s'expliquer par la surcharge provoquée dans l'adhésif en géométrie G2, qui le plastifierait et augmenterait ainsi le transfert dans les fixations. Toutefois, il faut noter que la plastification du film adhésif resterait raisonnable puisque la durée de vie est bien meilleure que pour les éprouvettes de référence.

Il est admis que la durée de vie des assemblages boulonnés à deux fixations préserrées est supérieure à celle des assemblages à fixations non préserrées, et s'expliquerait ([STA02]) par une augmentation du transfert de charge par friction, si toutefois la friction n'endommage pas trop les substrats. Comment expliquer les faibles durées de vie des assemblages HBC, pour les éprouvettes testées, à fixations non préserrées ? La première interprétation possible pourrait être que la prétension des fixations diminue les contraintes de pelage, et par conséquent améliore la tenue du fil d'adhésif. Une deuxième interprétation, hypothétique, est que sous la prétension le film d'adhésif, dont l'épaisseur n'a manifestement pas été calibré, flue, et, par conséquent, au droit des fixations nous nous retrouvons dans le cas d'un assemblage boulonné avec un transfert de charge par friction.

### 9.3.4 Conclusions

Ces premiers essais montrent que la solution des assemblages HBC peut améliorer la durée de vie. Néanmoins, des essais complémentaires avec un suivi spécifique sont nécessaires. Des essais de fatigue en simple cisaillement sont envisagés. Ces essais devront s'accompagner d'essais sur jonctions simplement collées.

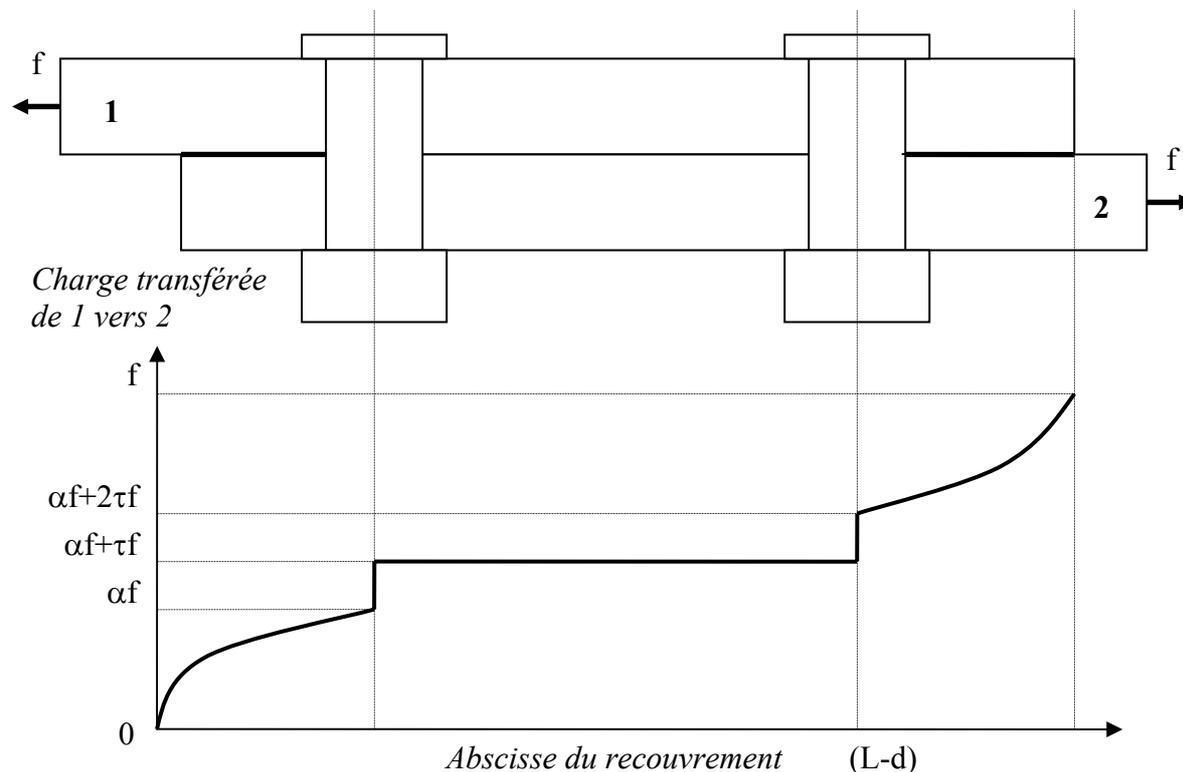
Par ailleurs, en s'appuyant sur les travaux de Kelly ([KEL04]) qui met en évidence que le mode de rupture en fatigue des assemblages HBC consiste en une rupture du film d'adhésif, en une propagation dans le film d'adhésif et en une rupture au niveau des fixations, nous pouvons penser que le comportement en fatigue d'un assemblage collé avec la FM73 en double cisaillement est du même ordre que l'assemblage boulonné à deux fixations de référence, de sorte qu'aucun gain en durée de vie ne peut être observé. Pour valider cette hypothèse, il faudrait pouvoir disposer de résultats d'essais en fatigue des assemblages collés concernés.

Nous donnons dans ce qui suit une explication simplifiée possible de l'amélioration de la durée de vie des éprouvettes hybrides. Nous supposons que le film de colle rompe en premier. Nous faisons de plus l'hypothèse, pour simplifier l'explication, que le film ne colle ne transfère pas entre les deux fixations : le transfert par collage se situe donc aux extrémités du recouvrement. Nous remarquons que cette hypothèse se justifie par le fait que, comme le montre les modélisations analytiques, la plus grande partie de la charge est transférée aux extrémités du joint. Nous nous plaçons dans la configuration équilibrée. Pour illustrer le propos, nous prenons l'exemple d'une éprouvette en simple cisaillement et à deux fixations. L'allure du transfert de charge et les notations utilisées sont données dans la figure suivante (cf. Fig. 9.8). En particulier, nous notons  $\alpha f$  la charge transférée par l'adhésif entre une fixation et l'extrémité du joint. Par conséquent la charge totale transférée par l'adhésif vaut  $2\alpha f$ . Le site critique du substrat 2 se situe donc au plan de joint à l'abscisse  $(L-d)$ . En notant  $\tau$  le taux de transfert au boulon, la charge transférée vaut alors  $(\tau+1/2)f = (1-\alpha)f$ , puisque  $\alpha = 1/2-\tau$ . Or, dans le cas boulonné, à cette abscisse, la charge transférée vaut  $f$  et est donc supérieure à la charge transférée dans le cas hybride.

Ainsi, dans le cas hybride, le taux de transfert au boulon qui diminue entraîne une chute du matage, et d'autre part la charge transférée passante qui diminue entraîne une chute de la concentration de contraintes due à la charge passante.

Nous pouvons alors déterminer ainsi les sites critiques au niveau des trous ainsi que proposer une explication pour l'amélioration de la durée de vie des assemblages hybrides.

Le cas du double cisaillement qui nous occupe pour ces essais de fatigue se déduit directement de ce qui précède (l'épaisseur du substrat mâle vaut deux fois l'épaisseur des substrats femelles). Nous remarquons alors que des sites iso-critiques dans les pièces femelles existent et se situent sur l'autre rangée de fixations.



**Fig. 9.8** - Allure du transfert considéré

Enfin, pour déterminer quantitativement la durée de vie, nous proposons la démarche suivante. Nous nous plaçons dans le scénario selon lequel le film d'adhésif a une tenue en fatigue au moins aussi bonne que son équivalent boulonné à trois lignes. En effet, ce scénario assure un gain en durée de vie de l'assemblage HBC à deux lignes de fixations.

La première étape est de connaître le comportement en fatigue de l'adhésif dans un assemblage en simple cisaillement par essais. Il faut ensuite être capable d'estimer les contraintes maximales et appliquer alors un critère qui les relie à la durée de vie. Cette première étape couvre la première phase de ruine de l'assemblage correspondant à la rupture totale du film de colle. Nous remarquons ici que pour simplifier nous intégrons dans cette phase la propagation de la rupture dans le film de colle. Une fois le film d'adhésif totalement rompu, nous nous retrouvons avec un assemblage boulonné à deux lignes. Un calcul élément fini 3D nous permettrait alors de connaître le coefficient de concentration de contrainte, et par la suite la durée de vie de l'assemblage, en supposant que l'endommagement est resté négligeable jusqu'à ce que le film d'adhésif rompe.

## Partie D

### Approche numérique

Cette partie est consacrée à la présentation de l'approche numérique développée qui utilise la méthode des Eléments Finis. Le logiciel utilisé est SAMCEF (**[SAM]**). Les assemblages HBC en simple ou double cisaillement à une ou deux fixations sont modélisés. La modélisation est 3D et paramétrique. L'approche numérique est nécessaire pour comprendre précisément le comportement mécanique des assemblages hybrides.

#### Chapitre X – Modélisation par Eléments Finis 3D



## Chapitre X – Modélisation par Eléments Finis 3D

Dans ce chapitre, nous présentons la modélisation numérique 3D par Eléments Finis d'un assemblage HBC. Cette modélisation est effectuée avec le code élément fini SAMCEF (**[SAM]**) de SAMTECH. Le modèle 3D présenté s'appuie sur le modèle d'assemblage boulonné à une fixation, développé au DGM de l'ENSICA (**[GAR04]**, **[<sub>1</sub>ESQ05]**, **[<sub>2</sub>ESQ05]**), et, est étendu au cas hybride à une ou deux fixations, en simple ou double cisaillement. Le but de développer une telle modélisation est d'aider à mieux comprendre le comportement mécanique des assemblages HBC. Ce modèle est développé et validé pour des niveaux de charge en fatigue (i.e. : faibles charges).

- 10.1 Description du modèle de l'assemblage boulonné
  - 10.1.1 La géométrie
  - 10.1.2 Le maillage
  - 10.1.3 Les matériaux
  - 10.1.4 Les conditions aux limites et les contacts
  - 10.1.5 Les résultats
- 10.2 Le modèle de l'assemblage HBC
  - 10.2.1 Les extensions
  - 10.2.2 L'ajout du film de colle
  - 10.2.3 Recalage du modèle numérique 3D
    - 10.2.3.a Validation de la loi de comportement des substrats
    - 10.2.3.b Les adhésifs
    - 10.2.3.c Le modèle complet
  - 10.2.4 Quelques exploitations
  - 10.2.5 Influence du trou ovale dans les substrats

## 10.1 Description du modèle de l'assemblage boulonné

Nous décrivons ici rapidement le modèle 3D de l'assemblage boulonné en simple cisaillement, à partir de [GAR04], [1ESQ05] et [2ESQ05] ; ce modèle est la base du modèle de l'assemblage hybride. Il s'agit d'un modèle entièrement paramétrique, apte à fonctionner sous des calculs linéaires (module ASEF de SAMCEF) et non linéaires (module MECANO de SAMCEF).

### 10.1.1 La géométrie

La géométrie adoptée est celle de l'assemblage boulonné en simple cisaillement. Elle correspond aux essais effectués pour la mise au point de ce modèle.

Il y a trois zones dans ce modèle :

- la première zone est celle des substrats sur le recouvrement. Dans cette zone, deux parties se distinguent : une partie autour de l'alésage et une partie loin de l'alésage. Ces deux parties sont maillées différemment.
- la deuxième zone correspond aux substrats hors recouvrement.
- la troisième partie est la fixation pour laquelle nous distinguons la tête, le fût et l'écrou. Le filetage n'est pas représenté. Différentes formes de tête peuvent être introduites.

### 10.1.2 Le maillage

Le maillage est automatiquement généré à partir de la construction de domaines correspondant aux zones géométriques.

Pour le maillage, l'élément choisi est l'élément volumique (« brick »). Les substrats, hors et sur le recouvrement, sont modélisés par des éléments à 8 nœuds (24 degrés de liberté) et la fixation par des éléments à 20 nœuds (60 degrés de liberté).

Le maillage est raffiné dans la partie proche de l'alésage dans la zone des substrats. La figure suivante illustre le maillage (cf. Fig. 10.1) qui a été mis au point et optimisé.

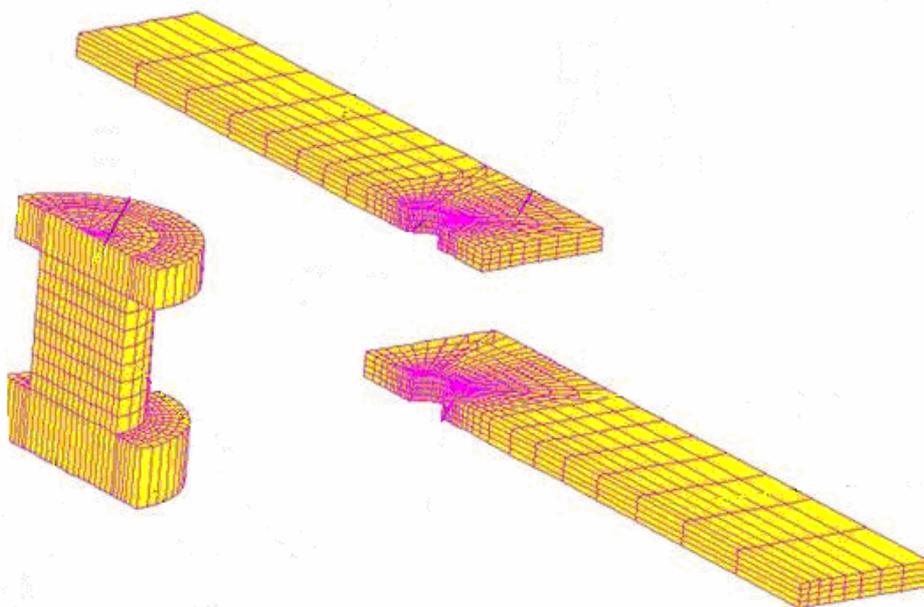


Fig. 10.1 - Maillage du modèle de l'assemblage boulonné (d'après [1ESQ05])

### 10.1.3 Les matériaux

Les données matériaux peuvent être de nature élastique. Cependant, dans sa forme la plus développée, des lois de comportement des substrats en aluminium, de la fixation en titane et de l'écrou en aluminium de type élastoplastique peuvent être introduites. Le critère de plasticité est le critère de Von Mises.

### 10.1.4 Les conditions aux limites et les contacts

La symétrie par rapport au plan défini par l'axe de la fixation et une droite orthogonale le long du recouvrement (direction longitudinale) est adoptée, de sorte que seule la moitié de l'assemblage est représentée. Aucune symétrie (ou antisymétrie) ne peut être considérée dans un plan orthogonal au plan de symétrie précédent.

L'assemblage est encastré à une extrémité et libre de se déplacer dans la direction longitudinale uniquement à l'autre extrémité (cf. Fig. 10.2).

Les contacts sont définis comme des contacts entre des solides flexibles en grandes transformations, avec prise en compte de la friction. La méthode utilisée est celle des multiplicateurs de Lagrange. Cette méthode ne permet pas de reproduire précisément le comportement de l'assemblage, tel qu'il a été mesuré lors d'essais cycliques. La définition du contact a donc été modifiée pour permettre la pénétration des solides entre eux, par l'introduction d'une fonction non linéaire pression-pénétration ([<sub>2</sub>ESQ05]).

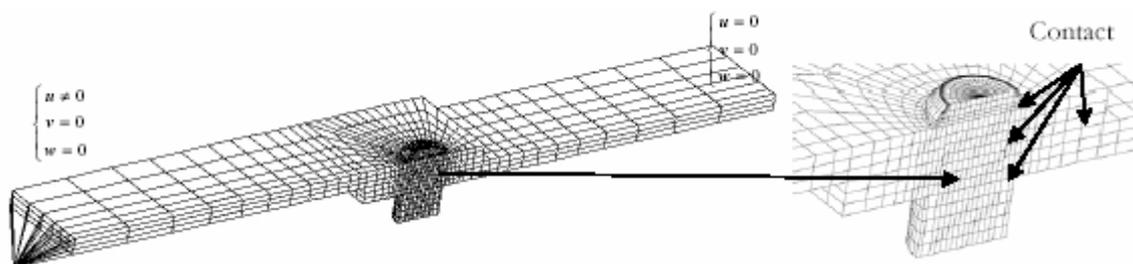


Fig. 10.2 - Conditions aux limites et contacts (d'après [<sub>2</sub>ESQ05])

### 10.1.5 Les résultats

Le modèle reproduit qualitativement le comportement de l'assemblage boulonné en simple cisaillement, et doit être amélioré pour en faire un outil prédictif. Néanmoins, ce modèle est parfaitement utilisable pour des niveaux de charge faible, niveaux qui nous occupent ici.

## 10.2 Le modèle de l'assemblage HBC

Le cadre géométrique et mécanique est celui des essais statiques (cf. *Chapitre VIII*). Ces essais sont utilisés pour recalibrer la modélisation numérique 3D.

### 10.2.1 Les extensions

Plusieurs extensions ont été réalisées à partir du modèle d'assemblage boulonné précédent, validé pour des faibles charges. Outre l'ajout du film de colle, elles concernent le

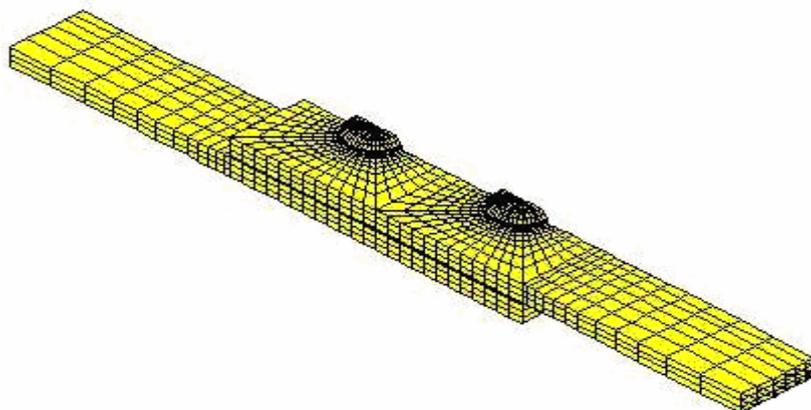
nombre de fixations et le type de recouvrement. En effet, le passage à deux fixations est nécessaire pour les assemblages considérés, ainsi que le double cisaillement pour les essais en fatigue.

Ainsi, une fixation a été ajoutée. Ce pas de fixation ajouté est évidemment modélisé de la même manière que précédemment. Par ailleurs, il est possible de choisir un pas entre les deux fixations indépendamment de la distance au bord.

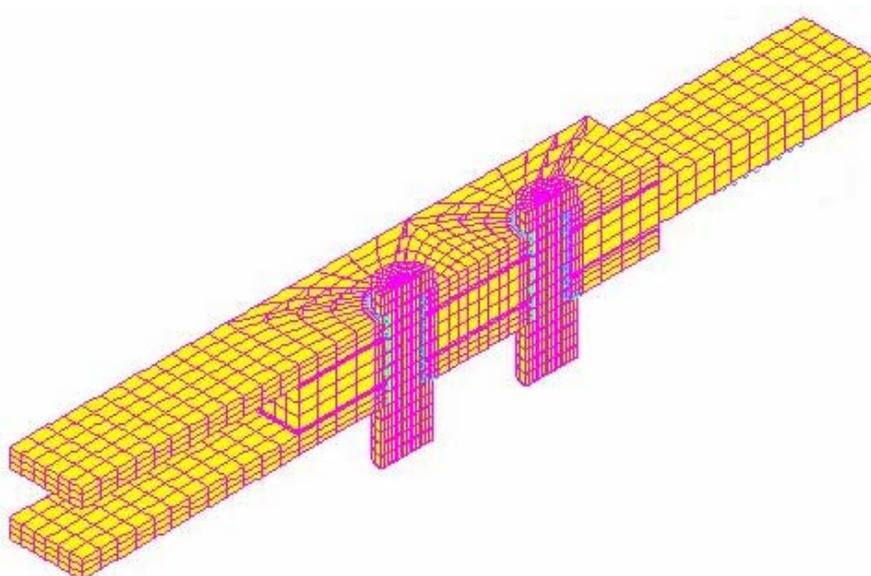
De plus, le double cisaillement a lui aussi été modélisé de la même manière que pour l'assemblage en simple cisaillement.

### 10.2.2 L'ajout du film de colle

Pour toutes les extensions précédentes, ainsi que pour le modèle de base, un film de colle a été rajouté afin de modéliser l'assemblage hybride. Des illustrations du maillage en simple cisaillement à deux fixations (cf. Fig. 10.3) et en double cisaillement (cf. Fig. 10.4) sont données.



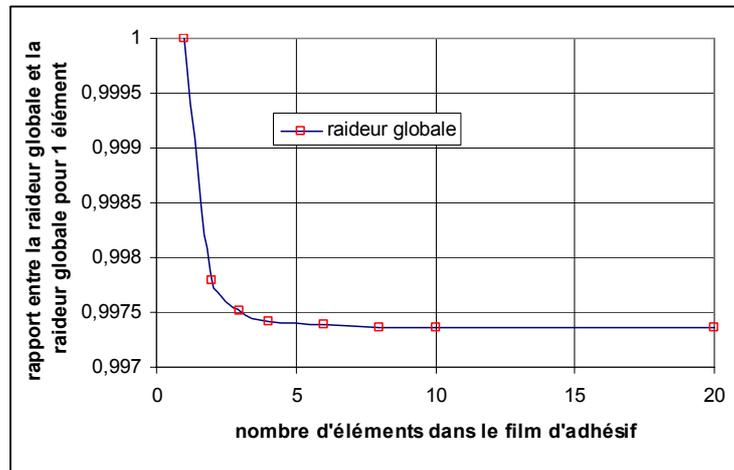
**Fig. 10.3** - Maillage de l'assemblage hybride en simple cisaillement



**Fig. 10.4** - Maillage de l'assemblage hybride en double cisaillement

La couche d'adhésif est maillée avec des éléments à 8 nœuds (24 degrés de liberté). Le nombre d'éléments dans l'épaisseur est paramétré. Néanmoins, un nombre de 10 éléments

semble être une bonne valeur d'après [NEM04]. Nous avons alors vérifié ce résultat en traçant le rapport entre la raideur globale et la raideur globale pour 1 élément dans l'épaisseur, en fonction du nombre d'éléments dans l'épaisseur issue de l'utilisation du modèle 3D en simple cisaillement (cf. Fig. 10.5).



**Fig. 10.5** - Variation de la raideur globale en fonction du nombre d'éléments

Les contacts entre les substrats sont donc supprimés, et, aux interfaces entre le substrat et l'adhésif, les nœuds sont liés. Les caractéristiques mécaniques de l'adhésif introduites dépendent du type d'analyse à effectuer et du comportement de l'adhésif. Ainsi, un comportement élastoplastique, avec le critère de plasticité de Von Mises peut être utilisé. La loi de comportement contrainte-déformation en traction est la loi requise.

### 10.2.3 Recalage du modèle numérique 3D

Un calcul linéaire (géométrie et matériaux) pour des caractéristiques mécaniques de l'adhésif très faibles (module d'Young de 0,01MPa et coefficient de Poisson de 0,01) permet d'obtenir une raideur ayant un écart relatif de 2,4% avec la raideur issue de l'essai sur l'éprouvette de référence (cf. *Chapitre VIII*, mode  $M_1$ ). La modélisation de l'assemblage boulonné reste donc encore valable.

Nous nous attachons alors à recalibrer le modèle numérique 3D en calcul non linéaire. En effet, c'est ce modèle qui semble le plus apte à reproduire le comportement réel d'une éprouvette HBC en simple cisaillement du fait des non linéarités géométriques (flexion secondaire) et matériaux (comportement de l'adhésif et des substrats).

#### 10.2.3.a Validation de la loi de comportement des substrats

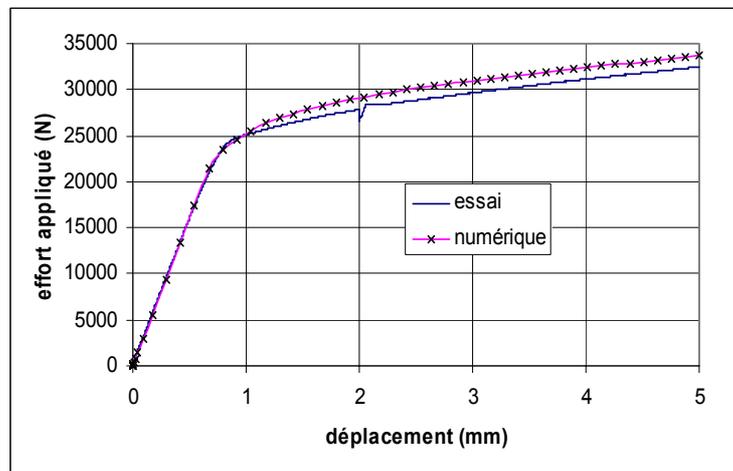
Nous avons déterminé expérimentalement la loi de comportement en traction de l'aluminium des substrats (cf. *Chapitre VIII*). Par ailleurs, nous avons réalisé un essai de traction sur une éprouvette non assemblée (mode  $M_0$ ) entièrement en aluminium (cf. *Chapitre VIII*).

Nous réalisons alors une modélisation 3D de cet essai en entrant la loi de comportement élastoplastique du matériau, et les conditions aux limites de l'essai.

Nous faisons varier deux paramètres afin de reproduire numériquement l'essai : la longueur de l'éprouvette, qui agit sur la raideur initiale de la réponse numérique, et la limite élastique à donner à la loi comportement, qui agit sur la taille du domaine élastique.

En effet, sous SAMCEF (**[SAM]**), une loi de comportement élastoplastique se définit à partir des données élastiques et de la forme de la courbe de comportement au dessus de la limite élastique. Les données élastiques sont celles déterminées au *Chapitre VIII* (module d'Young de 67,5GPa et coefficient de Poisson de 0,33). Nous constatons qu'en définissant le domaine élastique jusque 120MPa, et donc en entrant la courbe de comportement au dessus de 120MPa en guise de courbe de comportement plastique, nous obtenons une reproduction numérique proche du début de la plastification.

Par ailleurs, pour que la raideur de la modélisation numérique 3D de ce barreau d'aluminium soit la même que celle mesurée par essai, nous devons ajouter, exactement, à la longueur d'éprouvette entre les mors, la longueur des substrats prise dans les mors (cf. Fig. 10.6).



**Fig. 10.6** - Courbe effort déplacement du mode  $M_0$  obtenue numériquement et expérimentalement

Finalement, la loi de comportement de l'aluminium à utiliser est celle donnée au *Chapitre VIII* (cf. Fig. 8.1), mais il est nécessaire de prendre en compte la longueur de l'éprouvette prise dans les mors.

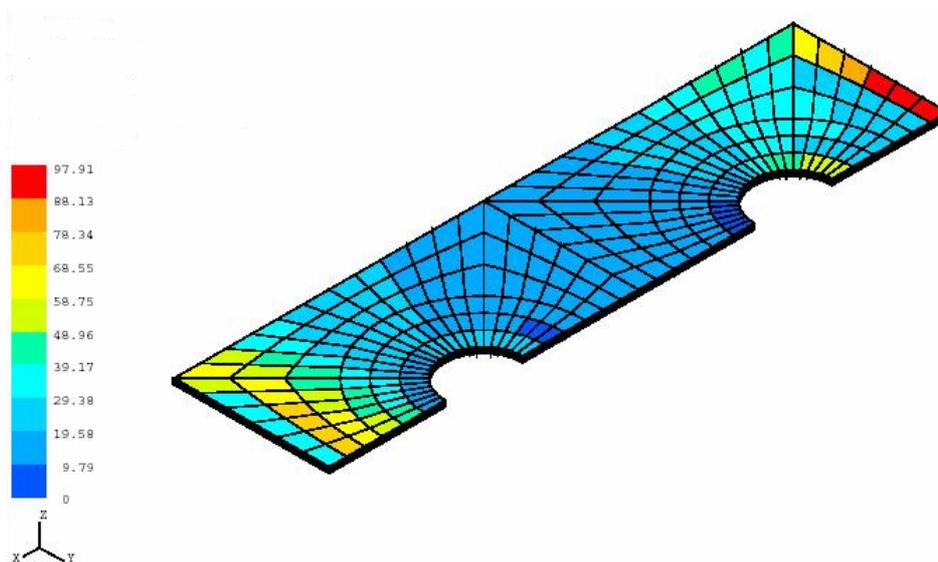
Nous supposons que le fait de considérer la longueur réelle de l'éprouvette (et non la longueur de l'éprouvette entre les mors, comme il serait attendu) est une conséquence du comportement plastique des substrats utilisés.

### 10.2.3.b Les adhésifs

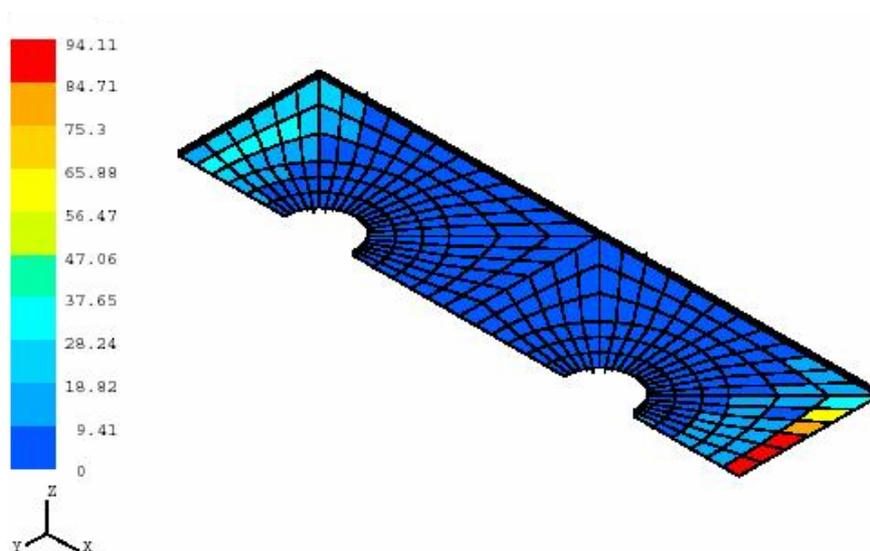
Les lois de comportements des adhésifs utilisés sont données au *Chapitre VIII*. Ce sont ces caractéristiques qui seront employées dans les modèles.

Plus précisément, du fait du comportement non linéaire de la Pliogrip 7400/7410 (cf. Fig. 8.3), nous rentrons point par point son comportement en traction ; sa limite élastique est donnée à 3MPa notamment. Il en va de même pour la Lord 406/19 (cf. Fig. 8.4), avec néanmoins une taille de domaine élastique nettement plus grande (limite élastique à 15MPa).

Nous constatons que les déformations plastiques importantes sont confinées aux extrémités de l'assemblage, et qu'elles restent faibles ailleurs (cf. Fig. 10.7 et Fig. 10.8). Une modélisation numérique de l'assemblage HBC en simple cisaillement sans les fixations a été réalisée, afin de reproduire les essais en mode  $M_2$  du *Chapitre VIII*.

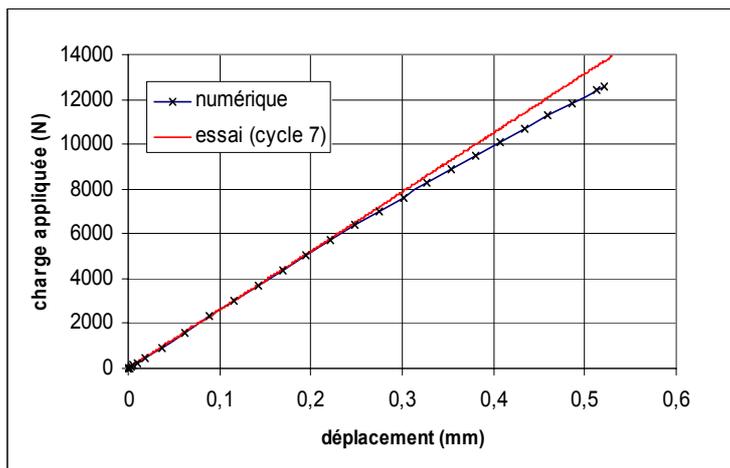


**Fig. 10.7** - Déformations plastiques de la couche adhésive (avec la Pliogrip)

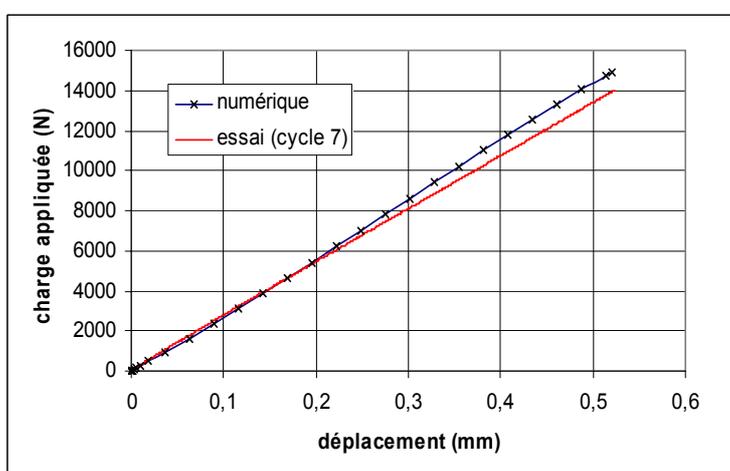


**Fig. 10.8** - Déformations plastiques de la couche adhésive (avec la Lord)

Nous donnons dans les deux figures suivantes (cf. Fig. 10.9 et Fig. 10.10) la comparaison entre la montée du cycle 7 des essais (les cycles suivants sont semblables) et celle donnée par la modélisation numérique du déplacement en fin d'éprouvette pour la charge appliquée. Nous nous intéressons aux raideurs de la modélisation numérique.



**Fig. 10.9** - Comparaison entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement sans fixation) avec la Pliogrip



**Fig. 10.10** - Comparaison entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement sans fixation) avec la Lord

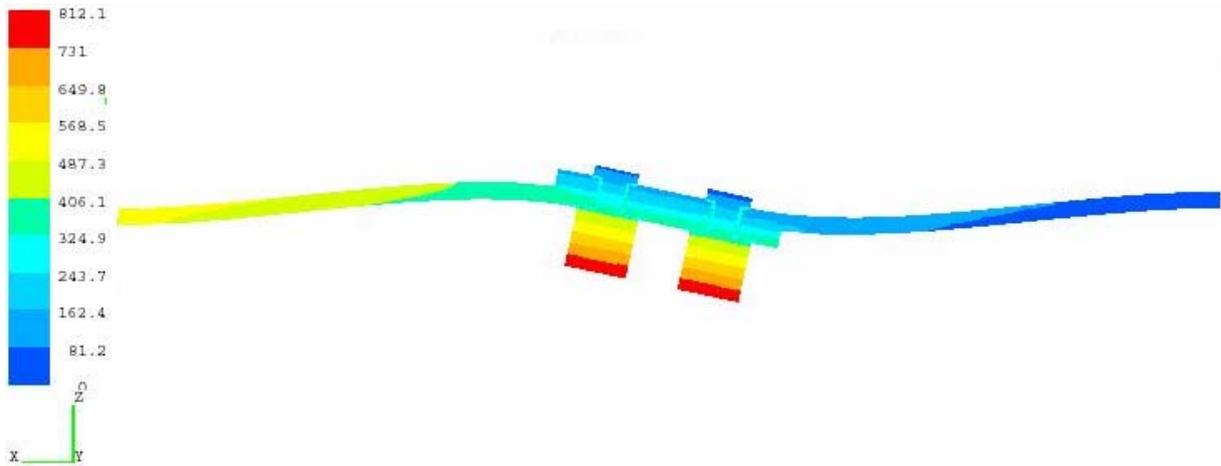
Nous observons que, dans les deux cas, le comportement obtenu est globalement linéaire. Nous approchons les courbes par des fonctions affines et nous calculons sur la pente (qui représente donc la raideur) des droites obtenues alors un écart relatif de 5,7% pour la modélisation avec la Pliogrip et de 6,6% pour la modélisation avec la Lord.

Plus précisément, la raideur initiale donnée numériquement coïncide avec la mesure expérimentale. Il y a ensuite un léger décrochage entre 6 et 7 kN de charge appliquée.

Ce léger décrochage pourrait être corrigé en ajustant la loi de comportement de l'adhésif au niveau de la limite élastique et des déformations plastiques. Néanmoins, cela implique de modifier ces lois de comportement de manière aléatoire et non reproductible, alors que les écarts relatifs sur les raideurs entre numérique et essai ne sont pas très élevés.

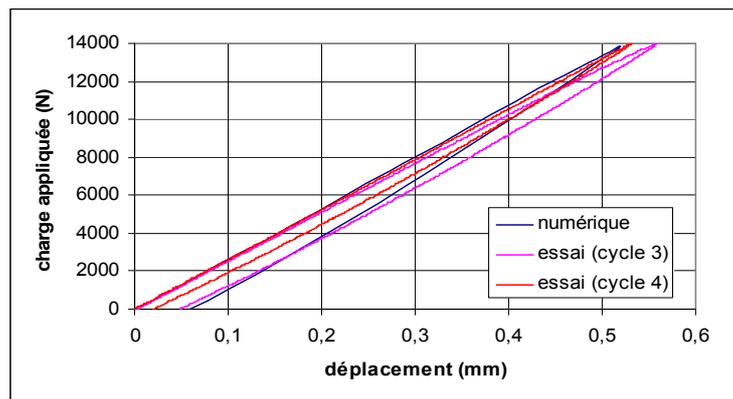
### 11.2.3.c Le modèle complet

Nous donnons dans la figure suivante (cf. Fig. 10.11) une illustration de la déformée donnée par la modélisation numérique de l'assemblage HBC en simple cisaillement.

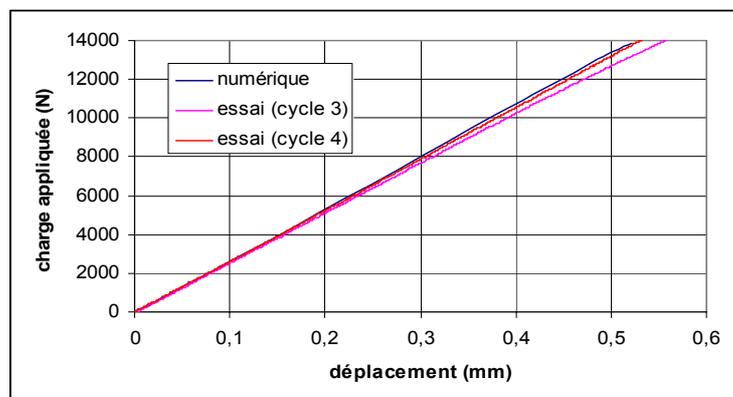


**Fig. 10.11** - Déformée de l'assemblage HBC en simple cisaillement (échelle 10)

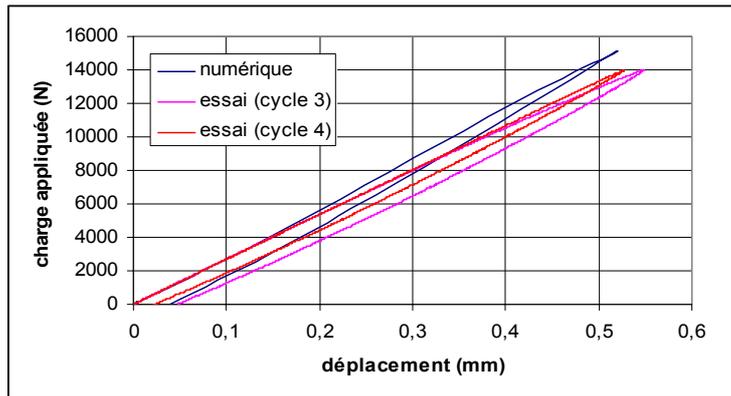
Nous donnons dans les quatre figures suivantes (cf. Fig. 10.12 à Fig. 10.15) la courbe donnée par la modélisation numérique et celles données par les essais (cycle 3 et 4) du déplacement en fin d'éprouvette pour la charge appliquée. Il faut noter qu'au-delà du cycle 4 au niveau des essais, il y a peu de variation (cf. *Chapitre VIII*).



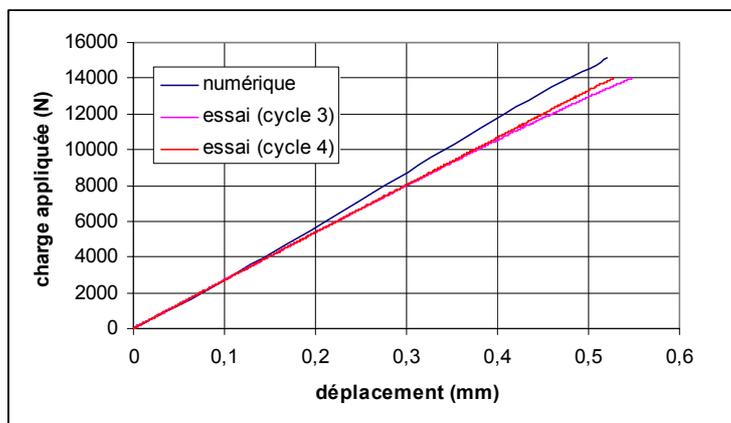
**Fig. 10.12** - Comparaison (montée et descente) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Pliogrip



**Fig. 10.13** - Comparaison (montée) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Pliogrip



**Fig. 10.14** - Comparaison (montée et descente) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Lord



**Fig. 10.15** - Comparaison (montée) entre modélisation numérique 3D et essai (assemblage HBC en simple cisaillement) avec la Lord

Nous obtenons un comportement globalement linéaire. De la même manière que dans le paragraphe précédent, nous calculons un écart relatif sur la raideur globale de 5% pour le cycle 3 et 1,5% pour le cycle 4 pour la modélisation avec la Plogrip, et un écart relatif de 10,8% pour le cycle 3 et de 8,9% pour le cycle 4 pour la modélisation avec la Lord.

Au niveau des déformations plastiques, pour les deux modélisations avec les deux adhésifs, le modèle numérique fournit des résultats proches de ceux du cycle 3 (16% pour la modélisation avec la Pliogrip et 14,9% pour la modélisation avec la Lord), tandis qu'ils sont éloignés de ceux du cycle 4 (190% pour la modélisation avec la Pliogrip et 73,9% pour la modélisation avec la Lord). Les écarts élevés observés avec le cycle 4 au niveau des déformations plastiques peuvent s'expliquer en remarquant que les cycles suivant le cycle 3 n'apportent que peu de déformations plastiques supplémentaires puisque la valeur maximale charge reste inchangée au cours des cycles ; par conséquent, la comparaison des déformations plastiques doit s'effectuer plutôt au niveau du cycle 3.

Nous disposons donc d'une modélisation numérique 3D qui, à partir de la donnée des lois de comportement matériaux de l'adhésif et des substrats, permet de reproduire assez fidèlement le comportement des assemblages HBC sous faibles charges. Nous pouvons noter que les résultats peuvent encore être améliorés en adaptant les lois de comportement des matériaux,

et en particulier, celles des adhésifs utilisés. Cependant ces modifications nécessitent la réalisation d'essais spécifiques supplémentaires.

#### 10.2.4 Quelques exploitations

La modélisation numérique permet de retrouver les résultats obtenus lors des essais statiques. Pour les adhésifs utilisés, la présence des fixations n'a que peu d'influence sur le comportement de l'assemblage.

Par ailleurs, la modélisation permet d'accéder à des informations inaccessibles par essai au niveau de la couche adhésive (cf. Fig. 10.7 et Fig. 10.8).

Au niveau des fixations, la répartition de contraintes de cisaillement est donnée par la figure suivante (cf. Fig. 10.16), tandis que les déformations plastiques dans les substrats autour des trous des fixations pour une éprouvette du type éprouvette référence du *Chapitre VIII* sont données par la Fig. 10.17.

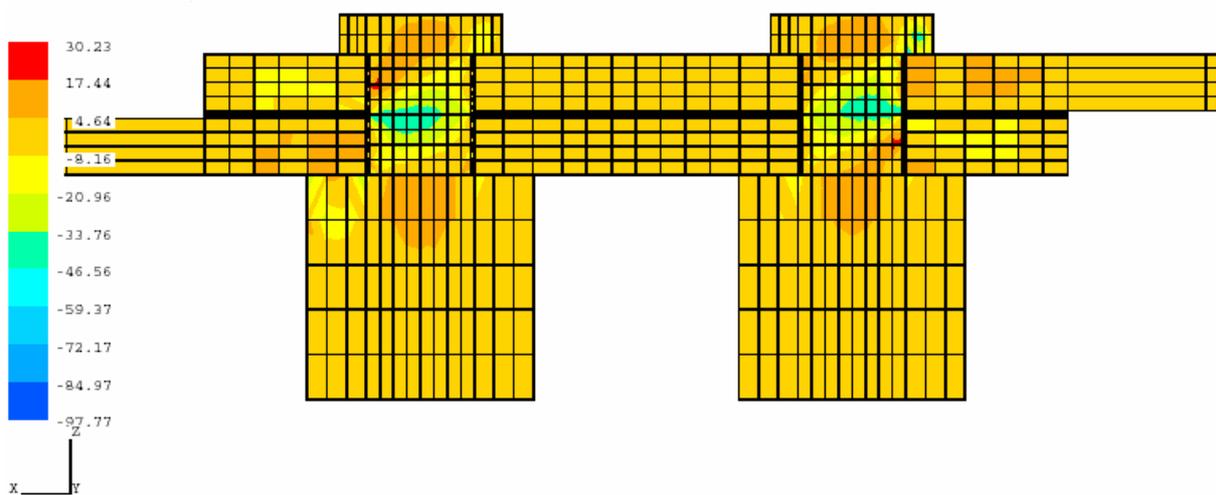


Fig. 10.16 - Répartition des contraintes de cisaillement dans les fixations (avec la Pliogrip)

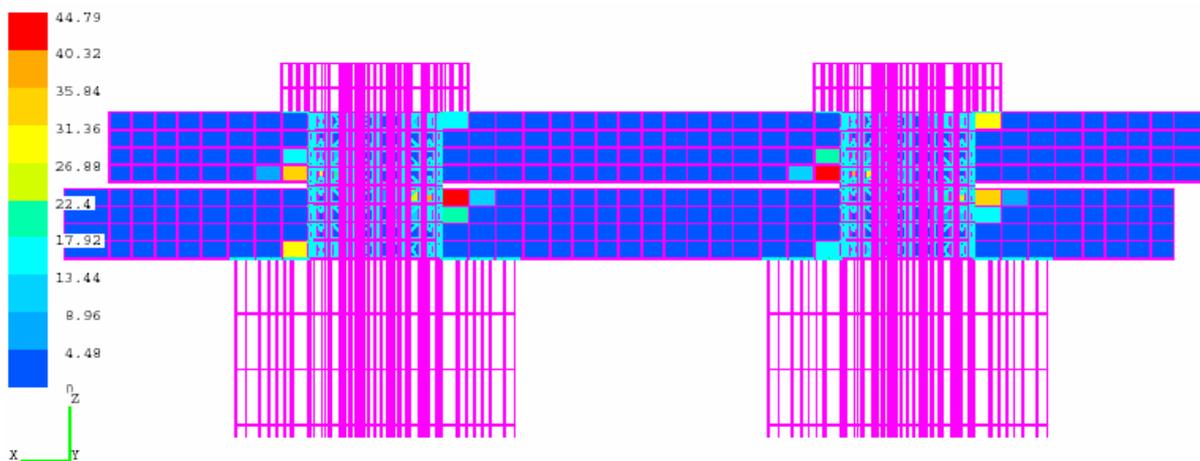
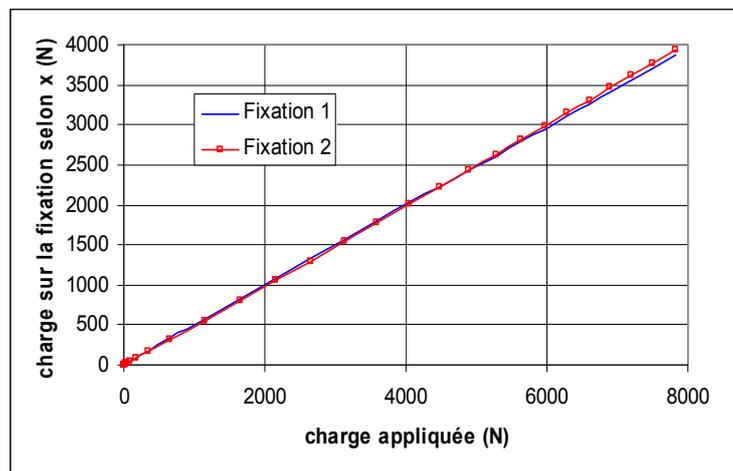


Fig. 10.17 - Déformations plastiques dans les substrats (éprouvette de référence)

De manière quantitative, nous cherchons à déterminer le taux de transfert aux fixations. Nous employons la même méthode que Kelly ([KEL04]), en sommant les efforts nodaux selon la direction longitudinale (direction  $x$ ) sur la section des fixations au niveau du plan de joint. Cette somme d'efforts nodaux représente l'effort de cisaillement appliqué sur la section au plan de joint de la fixation. Nous notons que l'application de cette méthode a nécessité une adaptation du code, puisque chaque fixation est séparée en deux, de part et d'autre du plan de joint, lors du maillage afin de pouvoir sélectionner les nœuds nécessaires au calcul de la charge appliquée à la fixation. Nous travaillons sur des éprouvettes hybrides en simple cisaillement à deux fixations, dans le cadre des essais statiques du *Chapitre VIII*. La fixation 1 désigne la fixation la plus proche de l'encastrement, tandis que la fixation 2 désigne la fixation la plus proche de la section de chargement.

Afin de vérifier la méthode, nous réalisons une analyse sur une éprouvette dont le film de colle possède des caractéristiques élastiques très faibles (module de Young de 0,01MPa et coefficient de Poisson de 0,01), de sorte que nous l'assimilons à une éprouvette simplement boulonnée, dont les substrats sont espacés. Nous obtenons la courbe suivante (cf. Fig. 10.18).

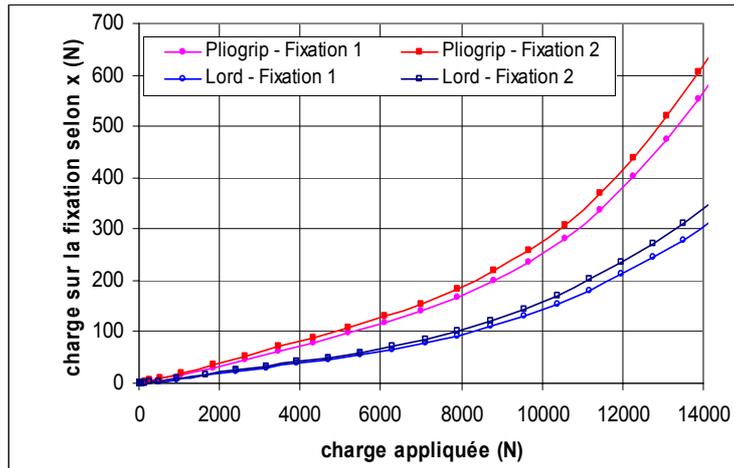


**Fig. 10.18** - Charge sur les fixations en fonction de la charge appliquée (éprouvette de référence)

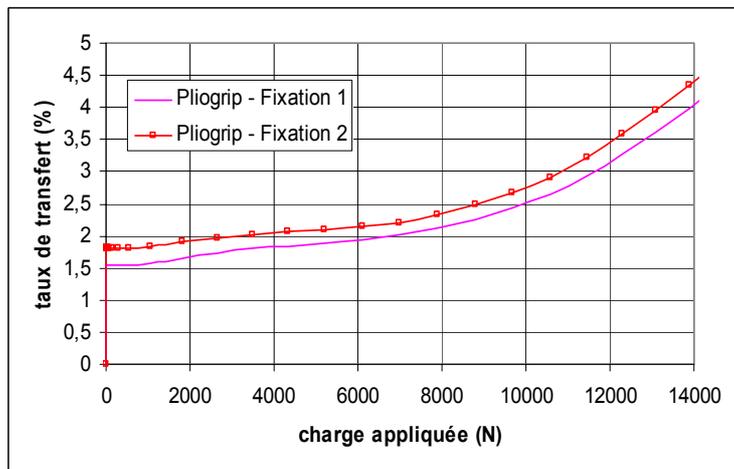
Nous observons alors un comportement linéaire. Nous déterminons alors une approximation linéaire de ces deux courbes avec un coefficient d'indétermination  $R^2 = 0,9999$ . La pente de ces deux approximations linéaires représente donc le rapport entre la charge sur la fixation et la charge appliquée. Cette pente vaut 49,51% pour la fixation 1 et 50,02% pour la fixation 2. Nous trouvons donc le résultat attendu d'un transfert constant au cours du chargement de 50%.

Nous appliquons la même méthode pour les éprouvettes avec les deux adhésifs : la Pliogrip 7400/7410 et la Lord 406/19. Nous utilisons alors pour les adhésifs les lois de comportement plastique décrites plus haut (cf. 11.2.3.b). Pour ce qui est des données élastiques, elles correspondent à celles utilisées jusqu'à présent, excepté pour la Pliogrip où la limite élastique choisie passe de 3MPa à 10MPa. Nous expliquerons ce choix dans la remarque ci-après.

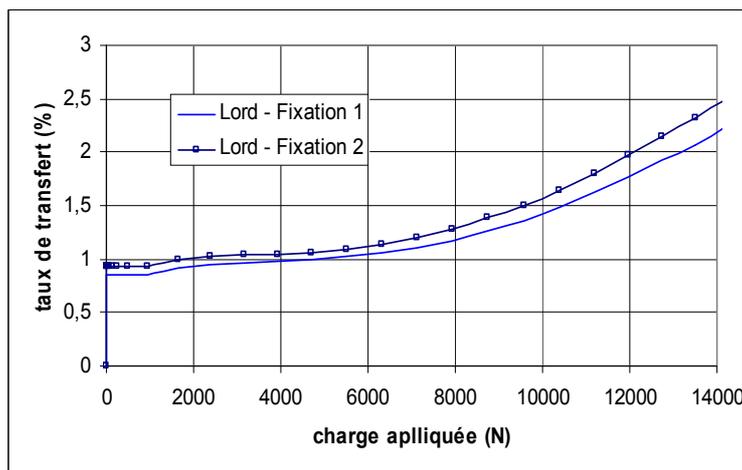
La charge appliquée à chacune des fixations en fonction de la charge appliquée pour les deux adhésifs est donnée dans la Fig. 11.19. L'évolution des taux de transfert en fonction de la charge appliquée est donnée dans les deux figures suivantes (cf. Fig. 10.20 et Fig. 10.21).



**Fig. 10.19** - Charge sur les fixations en fonction de la charge appliquée (éprouvette hybride)



**Fig. 10.20** - Taux de transfert aux fixations en fonction de la charge appliquée (Pliogrip)



**Fig. 10.21** - Taux de transfert aux fixations en fonction de la charge appliquée (Lord)

Nous obtenons donc un comportement non linéaire de la charge des fixations en fonction de la charge appliquée. De plus, nous observons que la charge sur les fixations augmente quand la charge appliquée augmente. Ce comportement se retrouve expérimentalement sur

l'allure des signaux mesurés à l'aide des boulons instrumentés (cf. *Chapitre VIII*). Par ailleurs, ce comportement a aussi été observé par Kelly ([**KEL04**]).

Nous observons de plus que la couche adhésive prend la majeure partie de la charge pour de faibles niveaux de chargement. Ensuite, quand la charge appliquée augmente, les fixations voient leur charge augmenter progressivement. Nous supposons que cela peut s'expliquer par le fait que, l'adhésif, qui se déforme beaucoup, travaille dans des zones où il est moins raide.

Enfin, les deux fixations ont un comportement similaire mais pas identique. Ainsi la fixation 1, celle qui est la plus proche de l'encastrement, est moins chargée que la fixation 2. Cette inégalité de charge est aussi observée expérimentalement (cf. *Chapitre VIII*). Nous en déduisons que les fixations ne travaillent pas exactement de la même manière, et tentons alors d'apporter une explication à l'aide du modèle 3D. Nous considérons notre éprouvette hybride, à laquelle nous enlevons les fixations : nous obtenons une éprouvette du mode  $M_2$ . Cette éprouvette comporte un plan de symétrie comme nous l'avons plus haut (cf. 10.1.4) ainsi qu'un point de symétrie centrale : ce point est situé à la moitié de la longueur de recouvrement et à la moitié de l'épaisseur de la couche adhésif dans le plan de symétrie. Quand nous rajoutons les fixations utilisées pendant les essais, nous perdons cette symétrie centrale puisque l'écrou n'est pas l'image de la tête de la fixation par cette symétrie centrale. Nous utilisons alors le modèle 3D avec un écrou tel que ses caractéristiques mécaniques et géométriques sont celles de la tête de la fixation, de sorte que la symétrie centrale soit établie ; nous obtenons alors une charge identique sur les deux fixations. La différence de comportement observée semble donc venir du fait qu'à chacun des deux écrous, qui ont une influence propre sur le comportement de la structure, est associé par symétrie centrale une tête de fixation, qui possède elle aussi une influence propre sur le comportement de la structure différente de celle de l'écrou puisque ses caractéristiques mécaniques et géométriques diffèrent. Nous remarquons que pour obtenir avec nos fixations et écrous une éprouvette ayant un point de symétrie centrale, il suffirait de monter une fixation dans un sens (« tête en haut ») et la seconde fixation dans l'autre sens (« tête en bas »).

Par ailleurs, le transfert de charge par fixation moyen sur la plage de chargement et sur les deux fixations est de 2,4% pour la Pliogrip et de 1,34% pour la Lord. Ces taux de transfert sont de l'ordre de grandeur de ceux mesurés par expérience. La différence pourrait s'expliquer par le type de modélisation choisie pour les adhésifs.

**Remarque :**

L'augmentation de la limite élastique de 3 à 10MPa de la Pliogrip n'a que très peu d'influence sur le comportement global et donne une faible augmentation de la raideur globale de 4,1%. Par contre, nous obtenons un taux de transfert moyen par fixation (sur les fixations et la plage de chargement) divisé par 10 entre les deux cas. Nous constatons une grande sensibilité du taux de transfert aux fixations par rapport au comportement mécanique de la colle, qui doit par conséquent être précisément déterminé.

### 10.2.5 Influence du trou ovale dans les substrats

Nous nous intéressons à l'influence du trou ovale pratiqué dans les substrats lors des essais statiques pour permettre le passage des fils des rosettes du boulon instrumenté (cf. *Chapitre VIII*).

Pour cela, nous enlevons du maillage des éléments dans toute l'épaisseur de l'assemblage, et nous lançons un calcul sur une éprouvette hybride avec comme adhésif la colle Pliogrip, dont la limite élastique est fixée à 10MPa. Les éléments enlevés laissent place à un vide dont la forme est un secteur d'angle  $30^\circ$  cylindrique creux, d'épaisseur le rayon de la fixation, et de hauteur l'épaisseur des plaques ajoutée à l'épaisseur du film de colle.

Nous obtenons une diminution très faible de la raideur globale de 1,83% par rapport au cas avec des trous circulaires. Concernant le taux de transfert moyen (sur les deux fixations et la plage de chargement) par fixation, nous obtenons la valeur de 1,42%.

Par conséquent, la présence du trou ovale n'a qu'une très faible influence sur le comportement global de l'assemblage. En ce qui concerne la corrélation avec le taux de transfert, il s'agit d'adapter la limite élastique pour réaliser un ajustement correct en fonction de la géométrie de l'assemblage.



# **Partie E**

## **Conclusion**

Cette partie conclue les travaux présentés dans ce mémoire. Avant de dresser le bilan et les perspectives envisagées, nous exploitons et confrontons les différentes voies explorées et décrites dans les parties précédentes.

**Chapitre XI – Exploitation croisée**

**Chapitre XII – Bilan et perspectives**



## Chapitre XI – Exploitation croisée

Des modélisations analytiques et numériques ont été développées ; des essais ont été réalisés. Ces approches ont permis de tracer les tendances du comportement mécanique des assemblages HBC. Dans ce chapitre, nous présentons des méthodes qui permettent de lier les différentes approches. Elles sont nécessaires puisque les paramètres introduits pour représenter les raideurs des fixations sont mal connus. Plus précisément, nous cherchons à calibrer les différents modèles afin de les valider par la confrontation des différentes approches.

### 11.1 Modèles analytiques 1D

#### 11.1.1 Utilisation de données bibliographiques

#### 11.1.2 Utilisation de données expérimentales

### 11.2 Modèle analytique plan

#### 11.2.1 Utilisation de données bibliographiques et expérimentales

#### 11.2.2 Utilisation de données expérimentales et numériques

#### 11.2.3 Remarques

### 11.3 Conclusion

Comme il a été montré dans l'étude bibliographique du *Chapitre II*, la détermination des raideurs des fixations est un problème délicat, dont l'étude a fourni de nombreux modèles. Or, ces paramètres sont nécessaires aux modèles analytiques présentés en *Partie B* pour déterminer le taux de transfert des fixations. Nous proposons alors des méthodes utilisant les approches numériques et expérimentales pour accéder aux valeurs des raideurs.

## 11.1 Modèles analytiques 1D

### 11.1.1 Utilisation de données bibliographiques

Nous calculons la valeur de la raideur de la fixation à donner au modèle 1D en utilisant les formules issues de la littérature. Il faut noter que ces formules sont déterminées pour des assemblages boulonnés. En particulier géométriquement, il n'y a pas d'espace entre les deux substrats, contrairement au cas d'un assemblage HBC. Par conséquent, les raideurs fournies par ces formules sont plus grandes qu'il ne faut.

#### *Application :*

Nous utilisons alors par exemple comme cas d'application les formules de Huth, Boeing, Douglas et Tate (cf. *Chapitre II*). Le tableau suivant donne les valeurs des raideurs associées à chacune de ces formules. Nous calculons ensuite, à partir de ces raideurs, la valeur du taux de transfert correspondant d'après les modèles 1D que nous avons élaborés pour les assemblages HBC (cf. Tab. 11.1). Les valeurs de ces raideurs sont calculées pour le cas des essais statiques réalisés (cf. *Chapitre VIII*) et pour un coefficient de Poisson de la fixation valant 0,33.

Raideur selon :	Valeur (N.mm <sup>-1</sup> )	Taux de transfert (modèle 1D – Pliogrip) e=0,7mm	Taux de transfert (modèle 1D – Lord) e=0,6mm
Huth	66 123	5,58%	2,96%
Boeing	91 867	7,32%	3,97%
Douglas	105 093	8,14 %	4,45%
Tate	83 908	6,8 %	3,67%

**Tab. 11.1** - Taux de transfert donnés en utilisant les valeurs des raideurs de la littérature

Les valeurs des taux de transfert sont supérieures à celles mesurées en essai (cf. *Chapitre VIII*). Pour l'essai avec l'adhésif Pliogrip, le taux de transfert mesuré à iso-déformation est 2,8%, tandis que pour l'adhésif Lord le taux de transfert vaut à iso-déformation 2,5%.

Sachant que les raideurs données par les différentes formulations sont par nature à priori plus élevées que celles attendues pour un assemblage hybride, il est logique que le taux de transfert issu du modèle 1D avec ces dernières raideurs soit plus élevé aussi.

### 11.1.2 Utilisation de données expérimentales

Nous mesurons le déplacement total d'une éprouvette de référence en simple cisaillement, simplement boulonnée et dont les deux substrats sont espacés d'une épaisseur connue. Nous cherchons alors en utilisant la modélisation analytique 1D, dans la même

configuration que l'essai sur l'éprouvette de référence, à déterminer la raideur qui permet de retrouver le déplacement total de l'éprouvette de référence lors de l'essai.

### **Application :**

Nous appliquons cette méthode avec le modèle 1D et les essais réalisés. La valeur de la raideur qui donne le même déplacement total de l'éprouvette d'après le modèle 1D, et le taux de transfert associé aux deux essais avec les deux adhésifs, sont donnés par le tableau suivant (cf. Tab. 11.2).

Essai	Raideur (N.mm <sup>-1</sup> )	Taux de transfert (modèles 1D)
Pliogrip	21 500	2,03% à e=0,7mm
Lord	21 500	1,04% à e=0,6mm

Tab. 11.2 - Raideur des fixations et taux de transfert

## 11.2 Modèle analytique plan

Trois raideurs locales sont à déterminer : la raideur en cisaillement  $C_w$ , la raideur en flexion  $C_\theta$  et la raideur en traction  $C_u$ .

### 11.2.1 Utilisation de données bibliographiques et expérimentales

D'après le *Chapitre VII*, la raideur en traction n'a aucune influence sur le taux de transfert. Nous décidons alors de fixer, arbitrairement, sa valeur à celle obtenue à l'aide de l'expression suivante :

$$C_w = \frac{E_f \pi \phi^2}{4(e + e_1)} \quad (11.1)$$

Cette formule correspond à l'expression de la raideur d'un cylindre plein de hauteur  $e + e_1$ , de rayon  $\phi$  et de module d'Young  $E_f$ .

A partir de [COP00] (cf. 2.2.1.b.γ), il est possible de déduire une relation entre  $C_u$  et  $C_\theta$ . En effet, à partir des équations (2.87), (2.88) et (2.89), il vient :

$$C_\theta = \frac{3}{8}(1 + \nu_f)\phi^2 C_u \quad (11.2)$$

Par conséquent, il suffit de déterminer une seule raideur :  $C_u$  ou  $C_\theta$ .

Nous mesurons ensuite le déplacement total d'une éprouvette de référence en simple cisaillement, simplement boulonnée et dont les deux substrats sont espacés d'une épaisseur connue. De la même manière que précédemment (cf. 11.1.2.a), nous cherchons alors en utilisant la modélisation analytique plane, dans la même configuration que l'essai sur l'éprouvette de référence, la raideur qui permet de retrouver le déplacement total de l'éprouvette lors de l'essai.

### **Application :**

Nous appliquons cette méthode aux essais statiques réalisés (cf. *Chapitre VIII*). Les résultats sont donnés par le tableau suivant (cf. Tab. 11.3). Nous notons que la longueur de la

poutre d'attache à considérer est celle déduite de la longueur de l'éprouvette entre les mors (soit  $l = 115\text{mm}$ ).

Essai	$C_u$ ( $\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ )	Taux de transfert (expérience)	Taux de transfert (modèle 2D)
Pliogrip	51 500	2,8%	3,22 % à $e=0,7\text{mm}$
Lord	51 500	2,5%	1,54 % à $e=0,6\text{mm}$

Tab. 11.3 - Raideur de cisaillement des fixations et taux de transfert

### 11.2.2 Utilisation de données numériques et expérimentales

La raideur de traction ( $C_m$ ) est obtenue de la même manière que dans le paragraphe précédent.

Il s'agit d'utiliser la modélisation numérique 3D, afin de mesurer directement les valeurs des raideurs de cisaillement et de flexion. Nous pouvons noter aussi que la mesure d'une seule de ces deux raideurs et l'utilisation de l'équation (11.2) suffirait. La modélisation numérique considérée est celle de l'éprouvette de référence précédente : nous imposons pour l'adhésif un coefficient de Poisson de 0,01 et un module d'Young de 0,01MPa. Un calcul linéaire (géométrie et matériaux) est lancé. Nous mesurons alors les deux raideurs sur l'éprouvette déformée obtenues après calcul.

La raideur de cisaillement est obtenue par la mesure de l'écart relatif entre le déplacement d'un nœud situé sur l'axe de la fixation et la ligne moyenne du substrat, et, le déplacement d'un nœud du substrat situé le plus loin de la fixation dans le plan contenant l'axe de la fixation et orthogonal au plan de symétrie, au niveau de la ligne moyenne du substrat. Deux mesures sont effectuées par fixation, correspondantes aux deux substrats de l'éclissage. A partir des déplacements, nous déduisons la raideur en considérant la charge qui passe par la fixation. Enfin les deux raideurs obtenues permettent de déterminer la raideur cherchée par leur association en série.

La raideur de flexion est obtenue à partir de la détermination de l'écart relatif angulaire entre la fixation et les substrats. De la même manière, deux points de mesure sont utilisés par fixation. Nous nous plaçons dans le plan de symétrie. Nous déterminons la variation angulaire du substrat par la mesure des déplacements plans de deux nœuds de la ligne moyenne du substrat et symétriques par rapport à l'axe de la fixation. Pour la fixation, nous mesurons les déplacements plans des deux nœuds au niveau de la ligne moyenne des substrats et de l'axe de la fixation. Nous mesurons alors le moment de réaction et nous obtenons comme précédemment la raideur recherchée.

#### **Application :**

Au préalable, nous vérifions la validité de la modélisation numérique. Le déplacement total de l'assemblage est inférieur de 2,4% à celui mesuré en essai sur l'éprouvette de référence (cf. Chapitre X).

Nous pouvons donc utiliser le modèle numérique pour déterminer la valeur des raideurs et les résultats sont donnés dans le tableau suivant (cf. Tab. 11.4).

Essai	$C_u$ (N.mm <sup>-1</sup> )	$C_\theta$ (N.mm.rad <sup>-1</sup> )	Taux de transfert (expérience)	Taux de transfert (modèle 2D)
<b>Pliogrip</b>	41 700	5 690 000	2,8%	2,89% à e=0,7mm
<b>Lord</b>	41 700	5 690 000	2,5%	1,37% à e=0,6mm

**Tab. 11.4** - Raideur de cisaillement et de flexion des fixations et taux de transfert

### 11.2.3 Remarques

Nous remarquons premièrement que les raideurs de cisaillement issues des deux méthodes précédentes (cf. 11.2.1 et 11.2.2) sont très proches.

Par ailleurs, la raideur de flexion utilisée dans la première méthode à l'aide de l'équation (11.2) vaut 2 318 127N.mm.rad<sup>-1</sup> (avec  $\nu_f = 0,33$ ). Cette valeur est éloignée de celle mesurée numériquement, mais n'a que très peu d'influence sur le taux de transfert.

En prenant  $C_\theta = 2\,318\,127\text{N.mm.rad}^{-1}$  et  $C_u = 41\,700\text{N.mm}^{-1}$ , nous obtenons un taux de transfert de 2,74% pour le cas avec la Pliogrip et 1,29% pour le cas avec la Lord.

## 11.3 Conclusion

Nous avons donc donné plusieurs méthodes pour déterminer la raideur des fixations dans l'assemblage considéré. Ces méthodes sont basées sur la combinaison d'approches numériques, expérimentales et sur l'étude bibliographique.

Néanmoins, nous pouvons penser que l'approche numérique peut être fort utile, en offrant la possibilité d'intégrer des non linéarités dans la mesure des raideurs des fixations. L'idée serait alors de déterminer le comportement d'une fixation sous différentes conditions de chargement, de combinaison de matériaux d'assemblage et de conditions aux limites. Les coefficients ainsi déterminés permettraient de refléter les conditions d'utilisation de l'assemblage, et par conséquent, les taux de transfert associés à ces conditions.

Nous constatons que la raideur de la fixation proposée dans l'utilisation des modèles 1D est bien inférieure aux raideurs de cisaillement proposées pour l'utilisation du modèle plan. Cela peut s'expliquer par le fait que le modèle plan intègre la flexion des substrats et des fixations contrairement au modèle 1D.

Pour la géométrie étudiée, le taux de transfert peut se déduire des modèles 1D, tandis que le modèle plan donne les contraintes adhésives de pelage et de cisaillement, puisque l'influence de la raideur semble, pour cette géométrie, négligeable.

De plus, le modèle plan semble indiquer que, pour cette géométrie, le transfert au niveau des fixations se fait principalement par cisaillement que par flexion.



## Chapitre XII – Bilan et perspectives

Nous dressons dans ce chapitre le bilan de ces travaux de thèse. Nous donnons ensuite les orientations possibles qui pourraient suivre.

### 12.1 Bilan

#### 12.1.1 Les trois approches

12.1.1.a L'approche analytique

12.1.1.b L'approche expérimentale

12.1.1.c L'approche numérique

#### 12.1.2 Le comportement mécanique des assemblages HBC

12.1.2.a La raideur des fixations

12.1.2.b L'étude d'influence

12.1.2.c Vers l'application avion

### 12.2 Perspectives

## 12.1 Bilan

A l'issue de l'étude bibliographique, laquelle a révélé que très peu de travaux ont été réalisés sur les assemblages HBC, nous nous sommes engagés dans une démarche prospective. Trois approches ont alors été explorées pour l'étude du comportement mécanique des assemblages HBC : l'approche analytique, l'approche expérimentale et l'approche numérique. Le cas particulier des jonctions longitudinales de fuselage est notre cas d'application.

### 12.1.1 Les trois approches

#### 12.1.1.a L'approche analytique

L'approche analytique présentée dans ce mémoire développe, pour les assemblages HBC, les premiers modèles analytiques, qui établissent, comme pour le cas des assemblages collés ou boulonnés, la répartition des transferts de charge dans les substrats et les fixations ainsi que les contraintes adhésives. Ces modèles analytiques sont entièrement paramétriques et supposent un comportement élastique isotrope des matériaux, et une épaisseur constante de la couche adhésive.

Deux niveaux de modélisation et deux méthodes sont considérés. Ces modèles reposent sur la mise en commun de modélisations existantes pour le collage et le boulonnage, par discrétisation naturelle de l'assemblage entre les différentes travées collées.

Un premier niveau correspond aux modélisations monodimensionnelles, pour lequel seuls les contraintes adhésives de cisaillement et les efforts normaux dans les substrats sont pris en compte ; l'approche du collage considérée est celle de Volkersen ([VOL38]). Le deuxième niveau correspond lui à la modélisation plane, dans le cadre de la théorie des poutres longues, et ajoute aux modélisations du premier niveau la prise en compte des contraintes adhésives de pelage ainsi que les efforts tranchants et les moments de flexion dans les substrats ; l'approche du collage considérée correspond à celle de Goland et Reissner ([GOL44]).

Les deux méthodes mettent en jeu des systèmes linéaires de faible taille qui sont fonction du nombre de fixations. La première méthode, utilisée uniquement pour le premier niveau de modélisation, est basée sur l'intégration des équations d'équilibre local. La seconde méthode, appliquée aux deux niveaux de modélisation, est basée sur la méthode des éléments finis. Deux nouveaux éléments à quatre nœuds ont été développés : **l'élément barres collées** et **l'élément poutres collées**, selon le niveau de modélisation. Ces éléments ont pour but de modéliser deux substrats collés. Il faut noter qu'un seul élément est suffisant pour modéliser une longueur quelconque de recouvrement continu. Autrement dit une jonction collée peut être simulée à l'aide d'un seul élément BC ou élément PC, selon l'analyse souhaitée. Enfin, les fixations sont modélisées par des ressorts qui travaillent en cisaillement, au premier niveau de modélisation, tandis qu'au deuxième niveau, ces ressorts travaillent en cisaillement, flexion et traction. Nous remarquons qu'au deuxième niveau un élément rigide accompagne les ressorts. A chacun de ces ressorts est associée une raideur, qui doit être déterminée.

Par ailleurs, des extensions aux modèles analytiques sont données. A partir des modélisations de premier niveau, elles consistent à attribuer à l'adhésif un comportement élastique plastique parfait ou un comportement bilinéaire ; ces extensions s'inspirent des travaux de Hart-Smith ([<sub>2</sub>HAR73]).

Tous les modèles analytiques sont développés pour le cas d'application des jonctions HBC en simple cisaillement. Un programme informatique est codé sous MATLAB (**[MAT]**) pour chacun des modèles. Ces programmes permettent de réaliser une étude d'influence des différents paramètres géométriques pour l'analyse du comportement mécanique des assemblages HBC en simple cisaillement, et se présentent alors comme des outils de conception.

#### 12.1.1.b L'approche expérimentale

Deux types d'essais sont présentés : des essais statiques et des essais en fatigue. Ces essais s'inscrivent dans le cadre du cas d'application.

Les essais statiques ont pour but de mesurer le taux de transfert d'éprouvette en simple cisaillement à deux fixations, à l'aide de boulons instrumentés sous des charges relativement modestes. La méthode employée correspond dans l'ensemble à celle employée par Kelly (**[KEL04]**) ; elle a permis de tester différents types d'assemblages : un assemblage boulonné dont les substrats sont espacés, un assemblage collé avec des substrats percés, un assemblage HBC. Un protocole de fabrication d'éprouvettes HBC en simple cisaillement est mis en place. Les caractéristiques en traction des substrats ont été déterminées expérimentalement. Deux adhésifs ont été utilisés : un adhésif polyuréthane et un adhésif acrylique, qui a été caractérisé en traction ; ces deux adhésifs possèdent des raideurs faibles pour des adhésifs structuraux et des allongements importants. Néanmoins, les taux de transfert mesurés par essai ne sont pas très élevés. Ces essais statiques ont permis de déterminer les raideurs des éprouvettes testées et confirment que les fixations ne participent que très peu au déplacement global de l'éprouvette. Ces essais ont par ailleurs donné lieu à des essais de fluage et à des essais jusqu'à rupture. Les essais de fluage montrent que les fixations, à effort constant, se chargent au cours du temps, ce qui implique que le film d'adhésif se décharge. Les essais à rupture ont montré une rupture progressive du film d'adhésif à partir des extrémités du joint, suivie d'une rupture des substrats à partir des alésages.

Les essais en fatigue ont été réalisés sur des éprouvettes en double cisaillement, afin de limiter la flexion secondaire due à l'excentricité du chargement. Ces essais sont en effet les premiers réalisés et ont pour but de vérifier la viabilité des assemblages HBC. Trois adhésifs sont testés : un mastic, l'adhésif polyuréthane des essais statiques et un adhésif époxy. Deux géométries, qui diffèrent par la distance au bord, sont testées. Les résultats des essais avec l'adhésif polyuréthane montrent une nette amélioration de la durée de vie par rapport aux éprouvettes avec le mastic (éprouvettes avion classiques). Les éprouvettes avec l'adhésif époxy ne donnent pas de gain en durée de vie. Si des interprétations qualitatives des résultats, parfois hypothétiques, sont données, aucune interprétation quantitative n'a été possible.

#### 12.1.1.a L'approche numérique

La modélisation numérique doit permettre alors d'accéder à des informations inaccessibles par essai, et donc de remplacer des campagnes d'essais fastidieuses. Elle permet, en outre, de mieux comprendre le comportement des assemblages testés.

L'approche numérique présentée est principalement dédiée au développement d'un modèle éléments finis 3D d'assemblages HBC en simple et double cisaillement à une ou deux fixations. Ces modèles sont réalisés à l'aide de SAMCEF (**[SAM]**), et permettent des analyses

linéaires matériaux et géométrie, ou bien non linéaires matériaux et/ou géométrie. La modélisation est basée sur un modèle 3D d'assemblage boulonné en simple cisaillement à une fixation ([**ESQ05**]), développé au DGM de l'ENSICA.

La modélisation ainsi réalisée est validée à partir des essais statiques et donc sur la base du modèle d'une éprouvette en simple cisaillement à deux fixations. Il faut noter que les caractéristiques des matériaux, et notamment des substrats, ont du être déterminées, et ont permis de calibrer le modèle. Les résultats donnés par la modélisation permettent de présenter le même comportement linéaire global que celui constaté lors des essais statiques ; par ailleurs les écarts relatifs avec les résultats d'essais sur les raideurs globales varient entre 1% et 11% selon l'adhésif et le mode d'assemblage considérés. La modélisation est donc validée pour de faibles charges.

## 12.1.2 Le comportement mécanique des assemblages HBC

### 12.1.2.a La raideur des fixations

L'approche analytique montre que la connaissance de ce paramètre est primordiale pour la détermination des transferts de charge dans les assemblages HBC. Or, l'étude bibliographique met en évidence que les travaux consacrés à ce paramètre, bien que conséquents, ne donnent aucune certitude quant à sa détermination générale.

Nous présentons alors des méthodes combinant approches analytiques, expérimentales et numériques pour évaluer les raideurs des fixations. Ces méthodes sont néanmoins toutes basées sur la mesure de la raideur globale ou le déplacement global de l'éprouvette. Elles permettent alors d'estimer, à l'aide des modèles analytiques, les taux de transfert aux fixations pour les conditions des essais statiques et de les comparer à ceux obtenus par essai. Nous obtenons des taux de transfert prédits analytiquement du même ordre de grandeur que ceux mesurés expérimentalement.

Nous proposons de plus d'utiliser la modélisation numérique 3D afin de déterminer les raideurs à utiliser analytiquement sous différentes conditions d'utilisation des assemblages HBC. Ces paramètres de raideur pourraient alors permettre d'introduire dans des modélisations simples et élastiques, des effets particuliers, qui ne sont pas pris en compte par ces modélisations simples.

### 12.1.2.b L'étude d'influence

Nous rappelons les résultats de l'étude d'influence des différents paramètres sur le taux de transfert et sur les contraintes adhésives maximales.

Le taux de transfert suit les tendances suivantes:

- une augmentation quand l'épaisseur de la colle, la rigidité des substrats et la rigidité longitudinale et de flexion des fixations augmentent ;
- une diminution quand le module de Coulomb de l'adhésif, le pas longitudinal, la distance au bord, le pas transversal et la longueur des éléments d'attache augmentent.

Les contraintes adhésives maximales suivent les tendances suivantes :

- une diminution des valeurs maximales quand la rigidité des substrats, le pas et l'épaisseur de l'adhésif augmentent ;

- une augmentation des valeurs maximales quand le module de Coulomb de l'adhésif et la longueur des éléments d'attache augmentent.

Les contraintes maximales adhésives sont situées aux extrémités de la jonction où le transfert est confiné, de la même manière que pour les assemblages collés. La contrainte maximale de pelage est supérieure à la contrainte maximale de cisaillement pour les assemblages HBC en simple cisaillement.

### 12.1.2.c Vers l'application avion

L'idée est d'utiliser l'adhésif sous des chargements de fatigue, une fois la tenue statique assurée. Les essais de fatigue ont montré que les assemblages HBC peuvent améliorer très nettement la durée de vie des assemblages pour un adhésif efficace. Par conséquent, les travaux montrent que le choix de l'adhésif conditionne le comportement de l'assemblage HBC

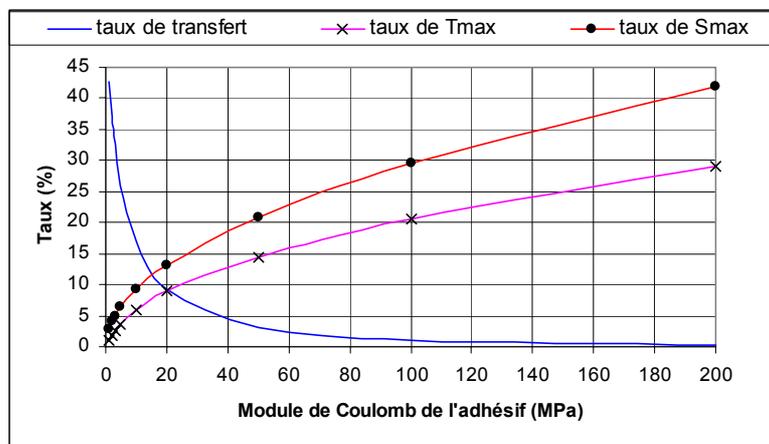
Plus précisément, afin que la jonction HBC puisse remplacer son équivalent boulonné sur avion, les spécifications à prendre en compte pour l'adhésif candidat sont de trois ordres. Les premières spécifications sont industrielles (cf. 3.1.2). Deuxièmement, l'adhésif candidat doit assurer le rôle du mastic d'interposition actuellement utilisé sur avion. Troisièmement, l'adhésif candidat, utilisé dans la jonction HBC en simple cisaillement à deux fixations, doit assurer la tenue mécanique de l'assemblage en fatigue et à la charge limite.

Nous proposons alors une spécification de l'adhésif candidat à partir du dimensionnement grossier de la jonction. Nous utilisons sur une géométrie de jonction équilibrée classique à deux fixations, dont le diamètre, noté  $\phi$ , est 4,8mm : les pas transversaux sont égaux à  $5\phi$  et la distance au bord est de  $2,5\phi$ . Les substrats sont en aluminium (module d'Young de 72GPa et coefficient de Poisson de 0,33) et ont une épaisseur de 1,6mm. Néanmoins nous pouvons considérer que la charge minimale que doit reprendre l'adhésif est 33% de l'effort appliqué. Une épaisseur d'adhésif constante de 0,1mm est supposée. Les fixations sont en titane (module d'Young de 110GPa et coefficient de Poisson de 0,33) et la raideur en cisaillement associée est prise égale à  $50\,000\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$ , tandis que la raideur en flexion est déterminée par (12.2). Enfin la longueur des éléments hors recouvrements est supposée grande (1000mm), de sorte que les contraintes adhésives soient maximales et les taux de transfert minimaux.

Nous déterminons alors le module de Coulomb de l'adhésif quand il travaille de manière élastique ; le module d'Young et le coefficient de Poisson sont alors liés. Nous donnons dans le tableau suivant (cf. Tab. 12.1) et la figure suivante (cf. Fig. 12.1) les taux de transfert, ainsi que les pourcentages par rapport à la contrainte brute appliquée à l'éprouvette ( $\sigma_0$ ) de contraintes adhésives maximales de cisaillement et de pelage, quand le module de Coulomb de l'adhésif varie, selon le modèle analytique plan. Nous remarquons que la multiplication par 100 des taux de contraintes maximales donne directement les contraintes maximales pour une contrainte brute de 100MPa.

G (MPa)	$\tau\%$	$T_{\max}/\sigma_0$ (%)	$S_{\max}/\sigma_0$ (%)
1	42,61	0,9614	2,9205
2	36,99	1,7705	4,0588
3	32,57	2,4718	4,9713
5	26,09	3,6518	6,4753
10	16,9	5,8623	9,2941
20	9,17	8,8851	13,231
50	2,97	14,5102	20,9198
100	0,94	20,5976	29,5674
200	0,22	29,1148	41,7954

**Tab. 12.1** - Taux de transfert à la fixation et taux de contrainte maximale par rapport à la contrainte brute quand le module de Coulomb de l'adhésif varie



**Fig. 12.1** - Taux de transfert à la fixation et taux de contrainte maximale par rapport à la contrainte brute quand le module de Coulomb de l'adhésif varie

Approximativement, à charge limite – la charge qui ne sera vue qu'une seule fois dans la vie de la jonction – la contrainte brute vaut 200MPa, tandis qu'à charge extrême – charge limite multipliée par un coefficient de sécurité de 1,5 – la contrainte brute vaut 300MPa..

Le tableau précédent permet donc de situer les contraintes maximales adhésives et les taux de transfert associés selon le type de chargement considéré.

Par exemple, en considérant une valeur du module de Coulomb proche de l'intersection de la courbe du taux de transfert et la courbe du taux de contrainte de pelage maximal (cf. Fig. 12.1), soit un module de Coulomb de 15MPa, nous avons un taux de transfert de 12% et à charge extrême une contrainte maximale de cisaillement de 22,5MPa et de pelage de 34,2MPa.

Par ailleurs, si nous considérons que l'adhésif doit reprendre la charge que supporte la fixation qu'elle remplace, soit 33% de l'effort appliqué, nous obtenons un module de Coulomb d'environ 3MPa et des contraintes adhésives maximales à charge extrême de 7,5MPa pour le cisaillement et de 15MPa pour le pelage.

Il est possible d'affiner et de diminuer les contraintes maximales dimensionnantes ; nous pouvons donc remarquer que le taux de transfert peut être ajusté en fonction des adhésifs disponibles.

En ce qui concerne la fatigue, de manière approchée, il est admis que l'assemblage doit résister  $10^5$  cycles à une charge équivalente de 100MPa. Par contre, l'adhésif candidat utilisé dans un assemblage collé en simple cisaillement sous la même configuration géométrique et mécanique doit présenter une durée de vie au moins égale à la durée de vie de l'assemblage boulonné équivalent à trois lignes de fixations.

Par ailleurs, pour compléter ces spécifications, il faut pouvoir prévoir les effets des vieillissements humides et thermiques, de la précontrainte des fixations, des chocs...

Finalement, en prenant en compte toutes les spécifications, nous devons donc nous orienter vers un adhésif candidat que nous pouvons qualifier de **mastic structural**. Des nouvelles formulations sont actuellement développées notamment par la société *Le Joint Français*.

## 12.2 Perspectives

Nous avons vu que le comportement des fixations dans les assemblages boulonnés n'est pas assez connu, et qu'en particulier, la raideur des fixations, paramètre préalable à tout dimensionnement, doit être étudiée afin de pouvoir notamment utiliser de manière précise les modèles analytiques des assemblages HBC. Une étude paramétrée pourrait être utile afin de donner la relation entre la raideur des fixations et les paramètres géométriques et mécaniques mis en jeu. De manière plus générale, le comportement mécanique des assemblages boulonnés montés en cisaillement qui pourrait être investigué expérimentalement et numériquement.

Au niveau de l'approche analytique, la première étape pourrait consister à coder le modèle plan non équilibré. Par la suite, des extensions au cas du double cisaillement pourraient être codées. Par ailleurs, la prise en compte de comportements inélastiques de l'adhésif pourrait être utile. L'effet de la viscosité des adhésifs sur le comportement mécanique pourrait être exploré. D'autre part, avoir une épaisseur constante d'adhésif le long du recouvrement semble être difficilement réalisable. L'épaisseur du mastic, actuellement utilisé sur avion, n'est pas un paramètre qui est maîtrisé aujourd'hui. C'est pourquoi, il serait intéressant d'étudier et de modéliser l'influence des variations de l'épaisseur d'adhésif des assemblages HBC.

La question du montage des fixations précontraintes n'a pas été abordée. Il serait pourtant intéressant d'étudier les effets du préserrage des fixations sur le comportement mécanique. Ceci pourrait être réalisé à partir des modélisations analytiques 2D et numériques 3D.

Les adhésifs étant des polymères, il serait nécessaire d'étudier l'influence du vieillissement humide et thermique sur le comportement mécanique des assemblages HBC. En particulier, nous pourrions envisager de mesurer l'impact du vieillissement sur la température de transition vitreuse de l'adhésif, afin de pouvoir en modéliser l'effet sur la tenue statique et en fatigue d'assemblages HBC testés à température.

Des essais de fatigue sur des éprouvettes HBC en simple cisaillement pourraient être réalisés. Pour compléter ces essais, il faut prévoir d'étudier la tenue en fatigue des assemblages collés avec les adhésifs choisis pour les éprouvettes HBC, afin de disposer de données

expérimentales suffisantes pour étudier précisément le comportement en fatigue de tels assemblages.

Une modélisation, qui lierait le taux de transfert et/ou les contraintes adhésifs maximales à la durée de vie, pourrait être développée.

Enfin, l'utilisation des assemblages HBC sur avion passe par le développement d'adhésifs ou plutôt de mastics spécifiques.

## Références

**[ADA73]**

Adams R.D., Peppiatt N.A. (1973) *Effect of Poisson's ratio strains in adherends on stresses of an idealized lap joint*, Journal of Adhesion, Vol. 8, N° 2, pp. 134-139

**[ADA92]**

Adams R.D., Mallick V. (1992) *A method for the stress analysis of lap joints*, Journal of Adhesion, Vol.38, pp. 199-217

**[ALL77]**

Allman D.J. (1977) *A theory for elastic stresses in adhesive bonded lap joints*, Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, 30, pp. 415-436

**[AMI87]**

Amijima S., Fujii T. (1987) *A microcomputer program for stress analysis of adhesive-bonded joints*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 7, N° 4, pp. 199-204

**[BAR65]**

Barrois W. (1965) *Résistance en fatigue des oeils et des chapes*, The conf. cycle on fatigue, Chap. IX. AFFITA, Toulouse, FR, non publié

**[BAR73]**

Barrois W. (1973) *Calcul en fatigue des éclisses et des bandes de renfort*, Note DEP/TA/B N° 132, AEROSPATIALE, Paris, FR, non publié

**[BOE]**

Unpublished Reports of the BOEING Corporation, Renton, WA

**[CAR89]**

Carpenter W.C., Barsoum R. (1989) *Two finite elements for modelling the adhesive in bonded configurations*, Journal of Adhesion, Vol. 30, pp. 25-46

**[CAY95]**

Cayssials F. (1995) *Prise en compte des propriétés viscoélastiques de colles structurales pour l'optimisation de joints adhésifs vis-à-vis de leur résistance au choc*, Mémoire de Thèse, ENSAM, Bordeaux, FR

**[CHEN83]**

Chen D., Cheng S. (1983) *An analysis of adhesive-bonded single-lap joint*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 50, pp. 109-115

**[CHI03]**

Chieragatti R., Huet J. (2003) *Tenue en fatigue et en statique des assemblages boulonnés aéronautiques*, TILT, Innovation technologique pour les transports terrestres, Recueil de conférence, 2-4 décembre 2003, Lille, FR

**[COP00]**

Cope D.A., Lacy T.E. (2000) *Stress intensity determination in lap joints with mechanical fasteners*, Proceedings of 41<sup>st</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials conference, AIAA-2000-1368, 3-6 avril 2000, Atlanta, GA

**[COP06]**

Copay R. (2006) *Caractérisation d'une colle acrylique destiné à l'industrie aéronautique*, Rapport de Stage de Fin d' Etudes d' IUT Mesures Physiques, ENSICA, Toulouse, FR

**[COU90]**

Couvrat P. (1990) *Le collage moderne*, Collection Technologies de Pointe, Edition Hermès, Paris, FR

**[CRA68]**

Cramer C.O. (1968) *Load distribution in multiple bolt tension joints*, Journal of the Structural Division, Vol. 94 N° 5, pp. 1101-1117

**[CRO89]**

Crocombe A.D., Bigwood D.A. (1989) *Elastic analysis and engineering design formulae for bonded joints*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 9, N° 4, pp. 229-242

**[CRO90]**

Crocombe A.D., Bigwood D.A. (1990) *Non-linear adhesive bonded joint design analyses*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 10, N° 1, pp. 31-41

**[DEB44]**

De Bruyne N.A. (1944) *The strength of glued joints*, Aircraft Engineering, pp. 115-118

**[<sub>1</sub>DEL81]**

Delale F., Erdogan F., Aydimoglu M.N. (1981) *Stresses in adhesive bonded joint: a closed-form solution*, Journal of Composite Materials, pp. 249-271

**[<sub>2</sub>DEL81]**

Delale F., Erdogan F. (1981) *Viscoelastic analysis of adhesively bonded joints*, Journal of Applied Mechanics, ASME 48, pp. 331-338

**[DEM55]**

Demarkles L.R. (1955) *Investigation on the use of rubber analogue in the study of the stress distribution in riveted and cemented joint*, NASA, TN N° 3413

**[<sub>1</sub>ESQ05]**

Esquillor J. (2005) *Contribution à la mise au point d'un modèle 3D EF d'assemblage aéronautique*, Mémoire de stage de DEA de Génie Mécanique, ENSICA, Toulouse, FR

**[<sub>2</sub>ESQ05]**

Esquillor J., Huet J., Lachaud F. (2005) *Modélisation par éléments finis d'un assemblage aéronautique en simple cisaillement*, Article sur CD-ROM, XVII<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, Troyes, FR

**[ERD71]**

Erdogan F., Ratwani M. (1971) *Stress Distribution in Bonded Joints*, Journal of Composite Materials, Vol. 5, pp. 378-393

**[FU01]**

Fu M., Mallick P.K. (2001) *Fatigue of hybrid (adhesive/bolted) joints in SRIM composites*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 21, pp. 145-159

**[GAL89]**

Galliot A., Leman H. (1989) *Manuel de fatigue – Endurance*, AEROSPATIALE, Toulouse, FR

**[GAR04]**

Garcia I. (2004) *3D Finite Element Model of Mechanical Joints (Implementation and Comparison with Tests)*, Mémoire de Projet de Fin d'Etudes, ENSICA-DGM, Toulouse, FR

**[GIR80]**

Giraud J.M. (1980) *Quelle épaisseur de colle choisir pour un assemblage collé ?*, Matériaux et Techniques (juin-juillet)

**[GFP79]**

GFP (1979) *Propriétés physiques des polymères. Mise en oeuvre*

**[GFP88]**

GFP (1988) *Matériaux composites à base de polymères*

**[GOL44]**

Goland M., Reissner E. (1944) *The stress in cemented joints*, Journal of Applied Mechanics, Vol. 11, N° 1, pp. A-17-27

**[GOR90]**

Gore (1990) *Essais sur panneaux raidis à raidisseurs rivés*, Marché STPA, AEROSPATIALE, Rapport d'études N° 51 132

**[<sub>1</sub>HAR73]**

Hart-Smith L.J. (1973) *Adhesive-Bonded Double-Lap Joints*, NASA, TR CR-112235

**[<sub>2</sub>HAR73]**

Hart-Smith L.J. (1973) *Adhesive-Bonded Single-Lap Joints*, NASA, TR CR-112236

**[HAR84]**

Harris J.A., Adams R.D. (1984) *Strength prediction of bonded single lap joints by non linear finite elements*, International Journal of Adhesive, Vol. 4, N° 2, pp. 65-78

**[HAR85]**

Hart-Smith L.J. (1985) *Bonded-Bolted Composite Joints*, Journal of Aircraft, Vol. 22, N° 11, pp. 993-1000

**[HEI01]**

Heine C.P. (2001) *Simulated response of degrading hysteretic joints with slack behaviour*, Doctoral Thesis, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VI

**[HUE95]**

Huet J. (1995) *Du calcul des assemblages par boulons ou rivets travaillant en cisaillement*, AEROSPATIALE Aéronautique CO/Airbus, C.C. Technique

**[HUT86]**

Huth H. (1986) *Influence of Fastener flexibility on the prediction of load transfer and fatigue life for multiple-row joints*, Fatigue in mechanically fastened composite and metallic joints, ASTM STP 927, John M. Potter, Ed., Philadelphia, PA, pp. 221-250

**[IDE]**

I-DEAS, Ver. 11, UGS Group

**[JOU]**

Jouret M., Dubois J.B., *Le satellite d'astronomie COROT, premier successeur de JASON 1 sur la plateforme PROTEUS*, CNES / Centre Spatial de Toulouse  
<http://corot.oamp.fr/pub/coll4S.pdf>

**[IMB84]**

Imbert J.F. (1984) *Introduction aux Eléments Finis*, Cepadues, ISBN 2-85428-125-x

**[KEL04]**

Kelly G. (2004) *Joining of Carbon Fibre Reinforced Plastics for Automotive Applications*, Doctoral Thesis, KTH, Stockholm, SV

**[KIL04]**

Killic B., Madenci E., Ambur D.R. (2004) *Global-local finite element analysis of bonded single-lap joints*, Proceedings of 45<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials conference, AIAA-2004-1559, 19-22 avril 2004, Palm Springs, CA

**[KOF99]**

Koffi K. (1999) *Etude numérique et expérimentale des éclissages de structures aéronautiques soumis à des chargements de traction et flexion*, Mémoire de Thèse, INSA, Toulouse, FR

**[LEE04]**

Lees J.M., Makarov G. (2004) *Mechanical/bonded joints for advanced composite structures*, Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Structures & Buildings 157, Issue SB1, pp. 91-97

**[LEM01]**

Lemaitre J.L., Chaboche J.L. (2001) *Mécanique des matériaux solides*, DUNOD, 2<sup>ème</sup> édition, Paris, FR, ISBN 2-10-005662-x

**[LOV44]**

Love A.E.H. (1944) *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, Fourth Ed., Dover Publications, pp. 209-210

**[LUN66]**

Lunsford L.R. (1966) *Stress Analysis of Bonded Joints*, Applied Polymer Symposia, N° 3, pp. 57-73

**[MAP]**

MAPLE 8.00, 22 avril 2002, Waterloo Maple Inc.

**[MAT]**

MATLAB, Service Pack 1, Ver. 6.5.1 Release 13, août 2003, The MathWorks Inc.

**[NEM04]**

Némès O. (2004) *Contribution à l'étude des assemblages collés cylindriques et plans*, Mémoire de Thèse, INSA, Toulouse, FR

**[NIU88]**

Niu M.C-Y. (1988) *Aircraft structural design*, LOCKHEED AERONAUTICAL SYSTEMS Co., Burbanks, Los Angeles/Hong Kong, Technical Book, CO./conmilit press, Ltd

**[NIU93]**

Niu M.C-Y. (1993) *Airframe structural design*, LOCKHEED AERONAUTICAL SYSTEMS Co., conmilit press ltd, Hong-Kong

**[OTE06]**

Oterkus E., Madenci E. (2006) *Validated analysis method for bolted composite lap joints*, Proceedings of 47<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA-2006-2270, 1-4 mai 2006, Newport, RI

**[OPL91]**

Oplinger D.W. (1991) *A layered beam theory for single-lap joints*, US Army Materials Technology Laboratory, Report #MLT TR 91-23

**[PAR03]**

Paroissien E. (2003) *Reprise hydrique des matériaux composites carbone époxy*, Mémoire de stage de DEA de Génie Mécanique, ENSICA - EADS CCR, Toulouse, FR

**[ROS47]**

Ross R.D. (1947) *An electrical computer for the solution of shear-lag bolted joint problems*, NACA, TN N° 1281

**[REN77]**

Renton W.J., Vinson J.R. (1977) *Analysis of adhesively bonded joints between panels of composite materials*, Journal of Applied Mechanics, pp. 101-106

**[SAM]**

SAMCEF, Ver. 11.1-01., Samtech Group

**[STA02]**

Starikov R. (2002) *Mechanically fastened joints: Critical testing of single overlap joint*, FOI Swedish Defence Research Agency, Scientific Report, FOI-R—0441—SE, ISSN 1650-1942

**[SME03]**

Smeltzer III S.S., Klang E.C. (2003) *Analysis method for inelastic, adhesively bonded joints with anisotropic adherends*, Proceedings of the American Society for Composites 18<sup>th</sup> Technical Conference, paper number: 104

**[SRI75]**

Srivinas S. (1975) *Analysis of Bonded Joint*, NASA, TR D-7855

**[SWI71]**

Swift T. (1971) *Development of the fail-safe design features of the DC-10*, Damage Tolerance in Aircraft Structures, ASTM STP 486, American Society for Testing and Materials, pp. 164-214

**[SWI84]**

Swift T. (1984) *Fracture analysis of stiffened structure*, Damage Tolerance of metallic structures: analysis methods and application, ASTM STP 842, J.B. Chang & J.L. Rudd, Eds., American Society for Testing and Materials, pp. 69-107

**[TAT46]**

Tate M.B., Rosenfeld S.J. (1946) *Preliminary Investigation of the loads carried by individual bolts in Bolted Joints*, NACA, TN N° 1051, Washington, DC

**[TAT47]**

Tate M.B., Rosenfeld S.J. (1947) *Analytical and experimental investigation of bolted joints*, NACA, TN N° 1458, Washington, DC

**[TSA94]**

Tsai M.Y., Morton J. (1994) *Three-Dimensional deformations in a single-lap joint*, Journal of Strain Analysis, Vol. 29, N° 1, pp. 137-145

**[TSA94a]**

Tsai M.Y., Morton J. (1994a) *An evaluation of analytical and numerical solutions to the single-lap joint*, International Journal of Solids Structures, Vol. 31, N° 18, pp. 2537-2563

**[VAL]**

Valersteinas P., *Projet Mosaïc*, Renault,  
[http://www.techniques-ingenieur.fr/dossier/projet\\_mosa\\_iuml\\_c\\_structure\\_automobile\\_en\\_composites\\_et\\_aluminium/AM5605\\_10\\_1998](http://www.techniques-ingenieur.fr/dossier/projet_mosa_iuml_c_structure_automobile_en_composites_et_aluminium/AM5605_10_1998)

**[VOL38]**

Volkersen O. (1938) *Die Nietkraftverteilung in Zugbeanspruchten Nietverbindungen mit konstanten Laschenquerschnitten*, Luftfahrtforschung, Vol. 15, pp. 41-47

**[YAD87]**

Yadagiri S., Papi Reddy C., Sanjeeva Reddy T. (1987) *Viscoelastic analysis of adhesively bonded joints*, Computers & Structures, Vol. 27, N° 4, pp. 445-454

**[YAM85]**

Yamaguchi Y., Amano S. (1985) *Mechanical behaviour of a combined joint composed of mechanical fastening and adhesive bonding*, International Journal of Adhesion and Adhesives, Vol. 5, N° 4, pp. 193-199

**[ZOU04]**

Zou G.P., Shahin K., Taheri F. (2004) *An analytical solution for the analysis of symmetric composite adhesively bonded joints*, Composite Structures, Vol. 65, pp. 499-510

# Annexe G

## Communications

Nous donnons ici les références des communications auxquelles les travaux de thèse présentés ont donné lieu.

### G.a Communications nationales

#### G.a.1 CETIM

Rémy CHIERAGATTI, Éric PAROISSIEN et Jacques HUET  
*Faisabilité d'assemblages mixtes boulonnés-collés en aéronautique*  
Journées Techniques du CETIM, Saint-Étienne, 21 Septembre 2004

Cet article a été présenté le 21 Septembre 2004. Il se trouve sur le CD-ROM des actes de conférences.

#### G.a.2 CFM

Éric PAROISSIEN, Marc SARTOR et Jacques HUET  
*Contribution aux assemblages hybrides boulonnés collés aéronautiques : modélisation analytique unidimensionnelle en simple cisaillement*  
XVII<sup>ème</sup> Congrès Français de Mécanique, 29 Août au 2 Septembre 2005, Troyes

Cet article a été présenté le 30 Août 2005. Il se trouve sous le numéro 162 du CD-ROM des actes de conférences.

### G.b Communications internationales

#### G.b.1 AIAA

Éric PAROISSIEN, Marc SARTOR, Jacques Huet et Frédéric LACHAUD  
*Hybrid (Bolted/Bonded) Joints Applied to Aeronautic Parts: Analytical Two-Dimensional Model of a Single-Lap Joint*  
47<sup>th</sup> AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 1 au 4 Mai 2006, Newport, RI

Cet article a été présenté le 4 Mai 2006. Il se trouve sous la référence **AIAA-2006-2268** (voir par exemple le site Internet de l'association : [www.aiaa.org](http://www.aiaa.org)).

- De plus, cet article est accepté pour publication (à paraître) dans le journal : **Journal of Aircraft** édité par l'AIAA.

## G.b.2 IDMME

Éric PAROISSIEN, Marc SARTOR et Jacques Huet

*Hybrid (Bolted/Bonded) Joints Applied to Aeronautic Parts: Analytical One-Dimensional Model of a Single-Lap Joint*

6<sup>th</sup> International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering, 17 au 19 Mai 2006, Grenoble, FR

Cet article a été présenté le 17 Mai 2006. Il se trouve sous la référence P0034paper (session B4) du CD-ROM (ISBN : 2-9523979-1-0) des actes de la conférence.

- De plus, cet article est sélectionné pour être publié dans le livre : “**Trends and Recent Advances in Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering**” édité par *Springer Verlag* en décembre 2006.

# **Annexe H**

## **Protocoles expérimentaux**

Nous complétons ici la présentation des essais statiques en donnant les mises en œuvre expérimentales, que cela soit au niveau de la fabrication des éprouvettes qu'au niveau de la réalisation des essais.



## H.1 Fabrication des éprouvettes

### Les talons

Ils ont une épaisseur de 1mm de plus que celle des plaques, soit 6 mm.

Nous nettoions les surfaces des talons et de l'éprouvette en ponçant à la main pour enlever l'alumine et en dégraissant avec de l'acétone

La colle utilisée est fabriquée par *Vantico*. C'est une bicomposant : résine (Araldite AW106, 10g) et durcisseur (HV953, 8g).

Le collage est réalisé à froid pendant 24h, sous pression d'une pince pour maintenir la position du collage des talons.

Une fois collés sur l'éprouvette, les talons sont usinés de façon à assurer un alignement correct de l'éprouvette.

### Eprouvette boulonnée et espacée de 0,5 (éprouvette de référence)

L'espacement est réalisé par des fils de cuivre cylindrique et calibrés à 0,5mm de diamètre

Un couple de serrage à 1N.m et constant pour toutes les éprouvettes boulonnées est assuré par une clé dynamométrique (*FACOM R.304DA*).

### Collage des jauges (boulons instrumentés)

Le boulon est marqué au trusquin afin de repérer la position où la jauge doit être collée ; de manière générale, il ne faut pas employer de marquage permanent (cette trace représente une amorce de rupture), mais plutôt un marquage au crayon de papier.

La surface du boulon doit être nettoyée. Il n'est pas utile ici d'utiliser le conditionneur, dont le rôle est d'oxyder le métal (uniformise la surface par oxydation des aspérités), et le neutraliseur, dont le rôle est de stopper l'action du conditionneur. Un dégraissage à l'aide du dégraisseur CSM-1A de *M-Line Accessoires*, suivi d'un léger ponçage, puis d'un autre dégraissage, suffit.

Afin de manipuler aisément et sans risquer de casser la jauge, celle-ci est collée sur un morceau de scotch.

La difficulté du collage de jauge est le dosage de la quantité de colle nécessaire ; une liaison intime avec le métal doit être réalisée : il faut donc assez de colle pour coller mais pas trop. La colle utilisée est la *M-BOND 200 Adhesive* de *M-Line Accessoires*, une cyanoacrylate. Un catalyseur est utilisé pour accélérer la polymérisation de cette colle. La colle est appliquée sur le boulon avec une spatule en bois, sous un microscope.

Les fils des jauges sortent par le haut du boulon, et, sont collés sur la tête pour faciliter la manipulation du boulon instrumenté à l'aide d'une *Araldite 90 secondes* (époxy bicomposant). La jauge et les fils sont vernis, afin de figer le montage.

### Câblage

Les boulons instrumentés de leurs jauges sont reliés à des connecteurs 16 voix. Nous précisons le câblage de ces connecteurs : les voix 1 et 3 sont reliées entre elles, la voix 11 est relié vers un des deux fils de la jauge et la voix 7 à l'autre fil. Cette configuration de câblage correspond à la

résistance de  $120\Omega$  des jauges. Nous utilisons un fer à souder et de l'étain pour réaliser ces câblages.

### Collage des éprouvettes

Les éprouvettes ont été collées de deux manières différentes (cf. *Chapitre VIII*). Néanmoins certaines tâches sont communes aux deux processus de fabrication.

Ainsi, le recouvrement est poncé et dégraissé à l'aide d'acétone. Deux fils de cuivre cylindrique calibré à 0,5mm sont collés le long du recouvrement à l'aide d'une *Araldite 90 secondes*, sur un premier substrat. L'adhésif est alors appliqué sur la surface de recouvrement du premier substrat à l'aide d'une spatule.

Pour le collage à l'aide de la Pliogrip, nous perçons avant de coller. Nous accostons le second substrat, et, nous boulonnons les deux plaques. Nous enlevons ainsi entre autre le surplus de colle des trous de l'éprouvette. Nous plaçons ensuite deux pinces sur les deux côtés du recouvrement. Le tout est placé alors dans un four à  $85^{\circ}\text{C}$  pendant 90 minutes. Une fois l'adhésif polymérisé, nous devons enlever les boulons, à l'aide d'un axe et d'une masse avec des petits coups secs.

Pour le collage avec la Lord, nous perçons après avoir coller. Le collage s'effectue sous vide à température ambiante pendant 24h à l'aide d'un outil spécifiquement conçu pour assurer le bon positionnement des substrats (cf. *Chapitre VIII*). Les éprouvettes sont ensuite percées.

## H.2 Réalisation des essais

Les essais de traction sont effectués sur une machine de traction disponible au DGM de l'ENSICA (*INSTRON 8862*) et qui possède une capacité de chargement de 10 tonnes.

Les boulons instrumentés sont reliés un conditionneur amplificateur programmable pour jauges extensométriques et capteurs (*système 2400, model 2401, de Vishay, Instruments Division*) à l'aide de câbles et de connecteurs 16 voix. Après avoir été amplifiés, les signaux des jauges sont acquis par un *Nicolet Multipro* à deux voies d'acquisition. Les signaux de l'effort appliqué et du déplacement des mors sont aussi, en plus d'être traités par le système d'exploitation de la machine de traction, acquis par le *Nicolet*.

Nous plaçons de plus un extensomètre (*INSTRON 2620-602*) sur les éprouvettes dans la partie non recouverte avant les mors de la machine.

Afin de pouvoir exploiter les résultats de manière relative, nous plaçons les boulons instrumentés dans le même ordre à chaque fois, et, dans la même position. En effet ceux-ci ont été marqués, ce qui rend possible la répétition d'un même positionnement. Il faut noter que les boulons instrumentés doivent être manipulés avec précaution, du fait de la fragilité de l'instrumentation.

## H.3 Mesure du cisaillement

Nous donnons ici quelques éléments sur les jauges et les rosettes. Ces éléments nous ont été nécessaires pour mesurer le cisaillement.

## Quelques éléments sur les jauges de déformation

Une jauge de déformation est un capteur qui utilise l'effet piézorésistif.

Un matériau métallique est piézorésistif si sa résistivité varie quand il est soumis à une contrainte mécanique qui induit un rapprochement ou un écartement des atomes constitutifs du matériau.

Une jauge est donc une résistance, qui, soumise à la même déformation que la membrane qui la supporte, voit sa résistivité varier : la résistance de la jauge s'en trouve changée.

Il en existe plusieurs types, et en particulier, les jauges à fil.

Elles sont constituées d'un fil résistant de faible diamètre collé sur un support dont la nature varie selon le type d'application et le domaine de température. Ces jauges doivent généralement être protégées contre la corrosion et l'humidité à l'aide de produits susceptibles de former des films souples et étanches : vernis, résines époxy, élastomères silicones. Divers procédés de montage tendent à augmenter la sensibilité en augmentant la longueur utile: procédé à grille plane, bobinage en dent de scie.

Nous donnons ci après les équations générales du comportement des jauges de déformation.

Nous supposons que la jauge est collée parfaitement sur la structure : l'allongement relatif du fil est donc le même que celui de la structure ( $\varepsilon_{11}$ ), dans la direction du fil. Nous supposons que le fil est en traction simple.

La résistance d'un fil est donné par :

$$R = \frac{\rho L}{S} \quad (1)$$

où  $\rho$  est la résistivité,  $L$  la longueur du fil et  $S$  la section du fil.

Donc, par différentiation :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta S}{S} \quad (2)$$

Or :

$$\frac{\Delta L}{L} = \varepsilon_{11} \quad (3)$$

Si nous notons  $\nu$  le coefficient de Poisson du matériau constitutif du fil, nous avons :

$$\frac{\Delta S}{S} = \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = -2\nu\varepsilon_{11} \quad (4)$$

D'après la loi de Bridgman, la variation de résistivité est proportionnelle à la variation de volume :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = C \frac{\Delta V}{V} = C(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}) = C(1 - 2\nu)\varepsilon_{11} \quad (5)$$

Par conséquent, l'équation qui traduit le travail une jauge s'écrit :

$$\frac{\Delta R}{R} = K \frac{\Delta L}{L} \quad (6)$$

Le coefficient  $K$  est le facteur de jauge. Ce facteur de jauge est en pratique déterminé par le constructeur.

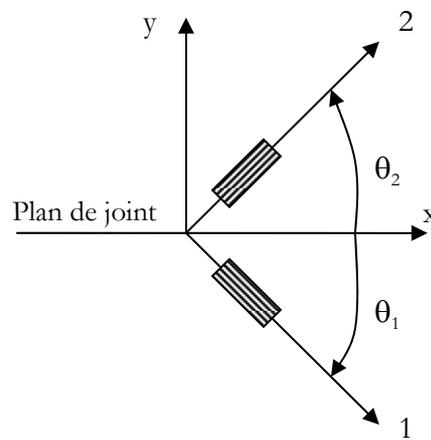
La jauge de déformation donne donc en un point et dans une direction, la valeur de la déformation de la structure.

### Quelques éléments sur les rosettes et application à la mesure du cisaillement

Une rosette est un ensemble de trois jauges positionnées dans trois directions différentes sur un même support afin d'obtenir les tenseurs de déformation en un point de la structure. Ces jauges sont généralement espacées d'un angle de  $45^\circ$  ou  $120^\circ$ .

Dans notre cas, nous souhaitons déterminer le cisaillement de la fixation au plan de joint.

Nous plaçons une rosette, pour laquelle nous utilisons deux des trois jauges. Ces deux jauges sont espacées d'un angle de  $90^\circ$ , équidistantes du plan de joint (cf. Fig. H.1).



**Fig. H.1** - Disposition des jauges

Nous cherchons à calculer :

$$\gamma_{xy} = 2\varepsilon_{xy} \quad (7)$$

avec  $\theta_1 = -45^\circ$  et  $\theta_2 = 45^\circ$ .

Pour une charge appliquée dans le sens de l'axe  $x$ , nous avons la jauge 1 en traction et la jauge 2 en compression ; soit  $\varepsilon_{11} > 0$  et  $\varepsilon_{22} < 0$ .

Le changement de base s'exprime par :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c^2 & s^2 & cs \\ s^2 & c^2 & -cs \\ -2cs & 2cs & c^2 - s^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} \quad (8)$$

Soit :

$$\begin{cases} \varepsilon_{11} = \frac{\varepsilon_{xx}}{2} + \frac{\varepsilon_{yy}}{2} + \frac{\gamma_{xy}}{2} \\ \varepsilon_{22} = \frac{\varepsilon_{xx}}{2} + \frac{\varepsilon_{yy}}{2} - \frac{\gamma_{xy}}{2} \end{cases} \quad (9)$$

D'où par différence :

$$\gamma_{xy} = \varepsilon_{11} - \varepsilon_{22} \quad (10)$$

La contrainte de cisaillement s'obtient à partir de la mesure des jauges 1 et 2.



## **Annexe I**

### **Etude d’influence (second modèle analytique 1D)**

Dans cette annexe, nous donnons les courbes et les surfaces d’influences obtenues en utilisant la modélisation analytique 1D du *Chapitre V*. Il faut noter que les courbes et surfaces données sont les mêmes que celles obtenues avec le premier modèle analytique 1D (*Chapitre IV*).



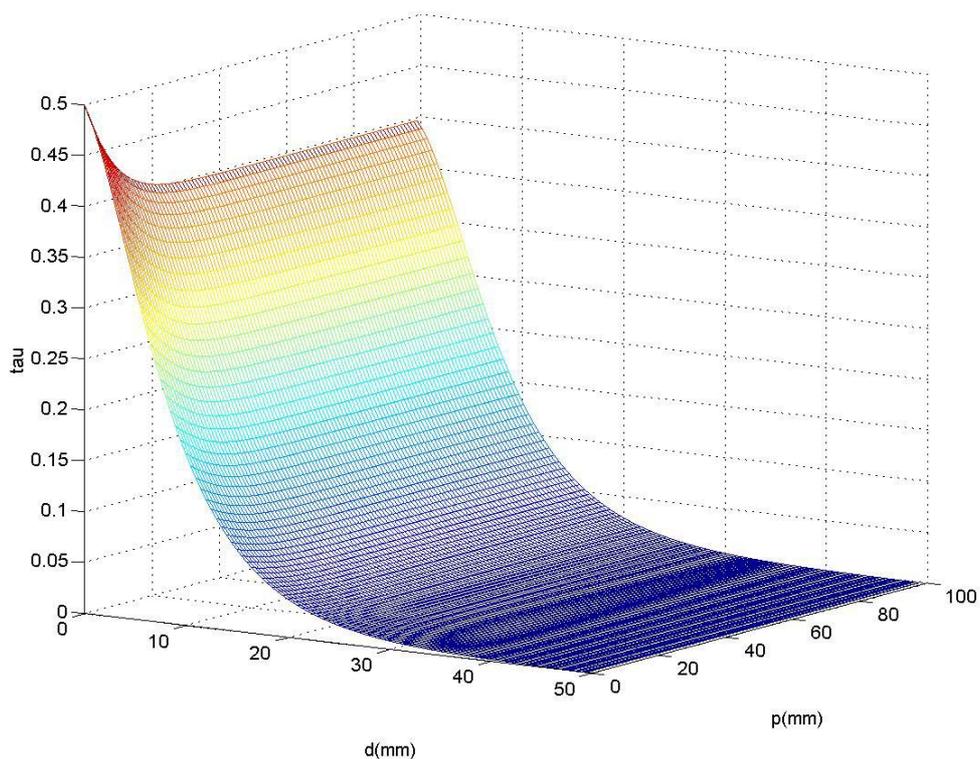


Fig. I.1 - Influence de  $s$  et  $d$

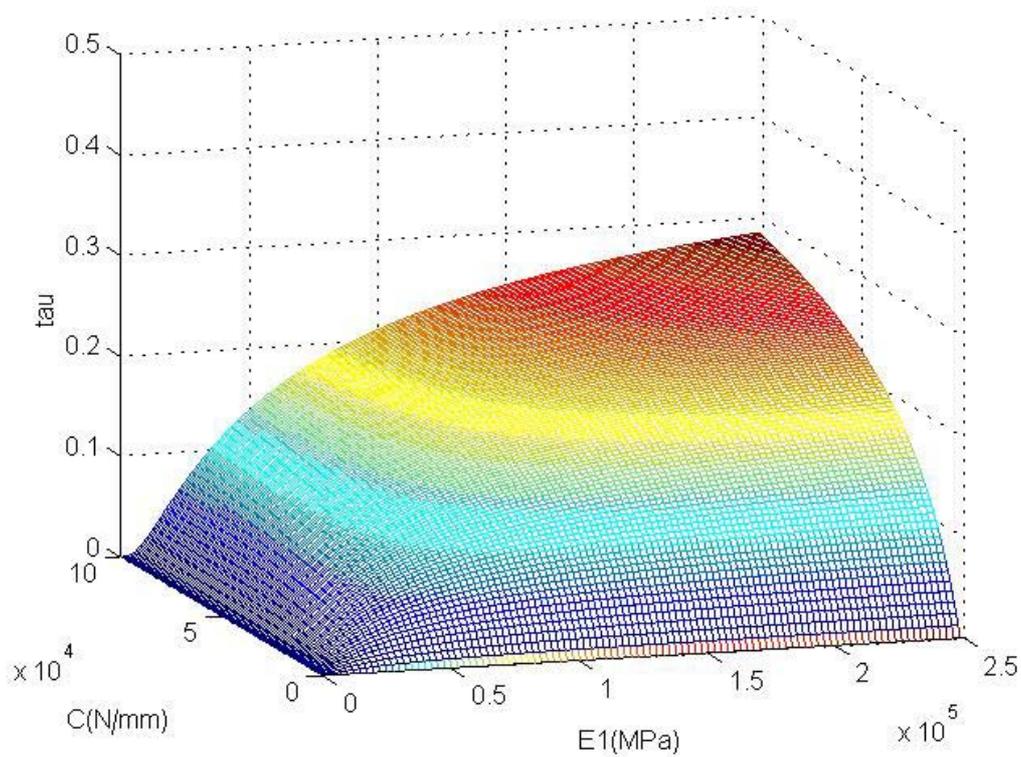


Fig. I.2 - Influence de  $C$  et  $E_1$

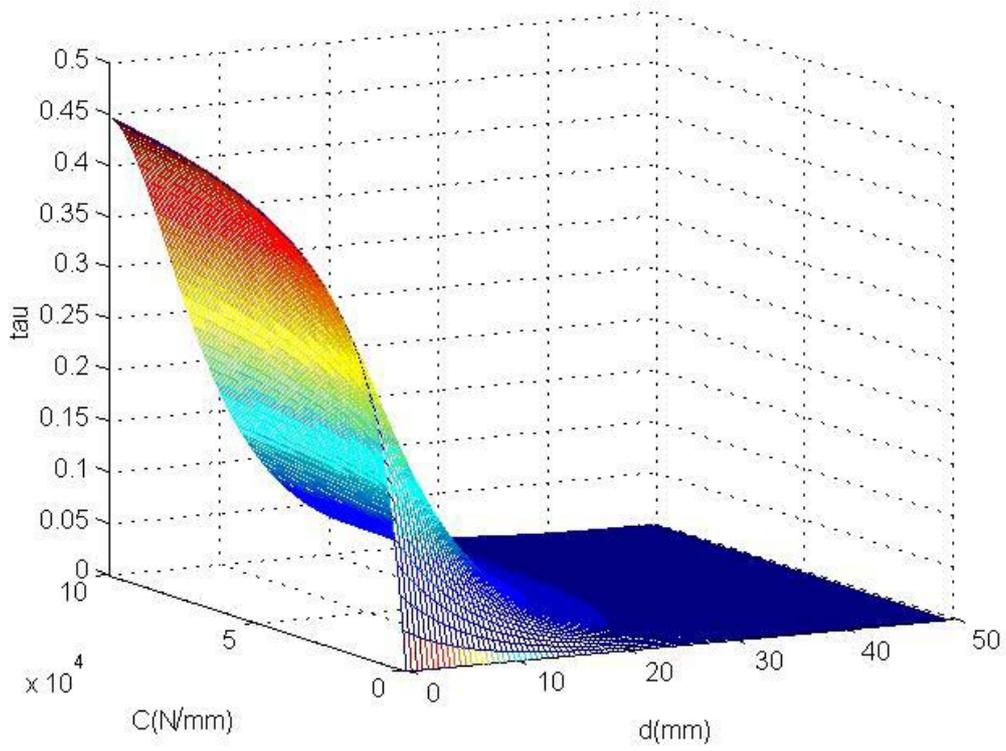


Fig. I.3 - Influence de  $C$  et  $d$

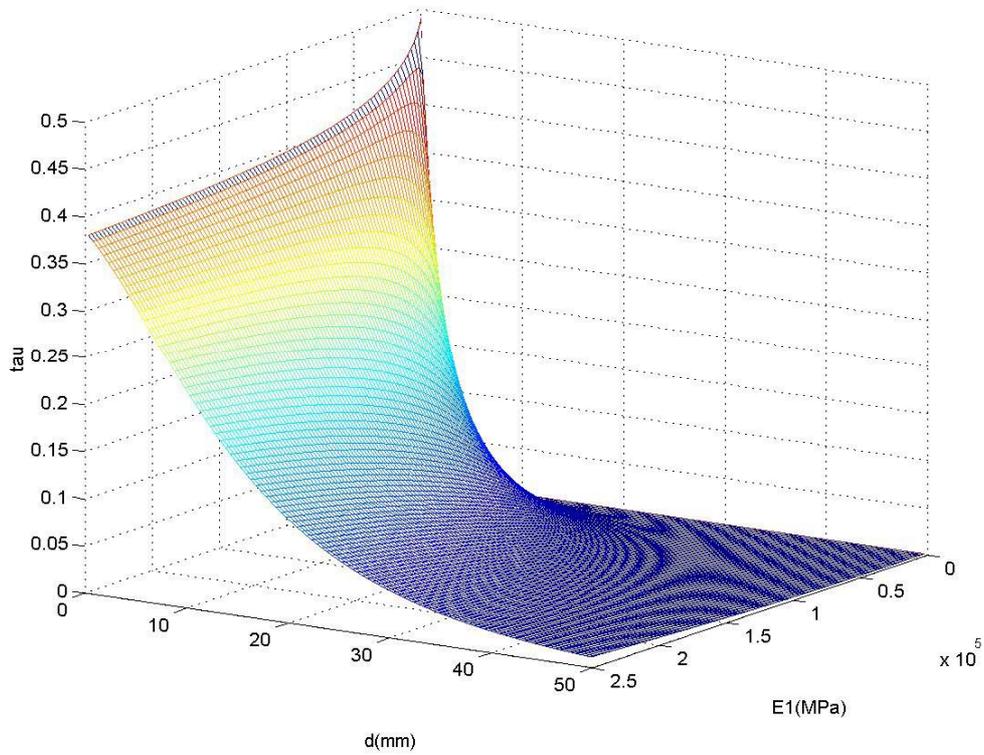


Fig. I.4 - Influence de  $E_1$  et  $d$

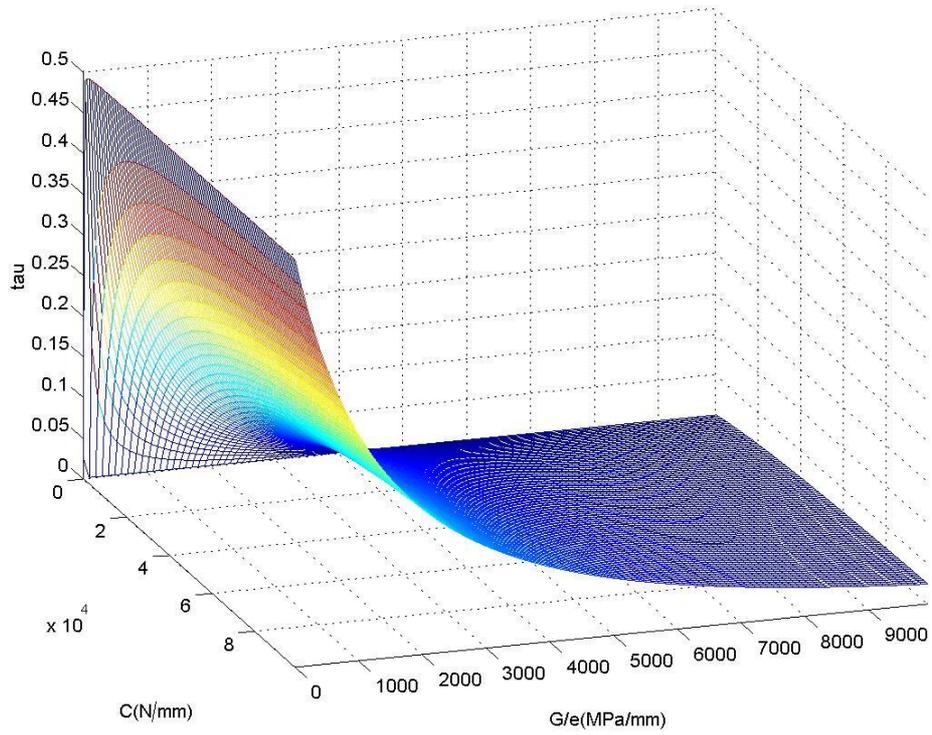


Fig. I.5 - Influence de  $C$  et  $G/e$

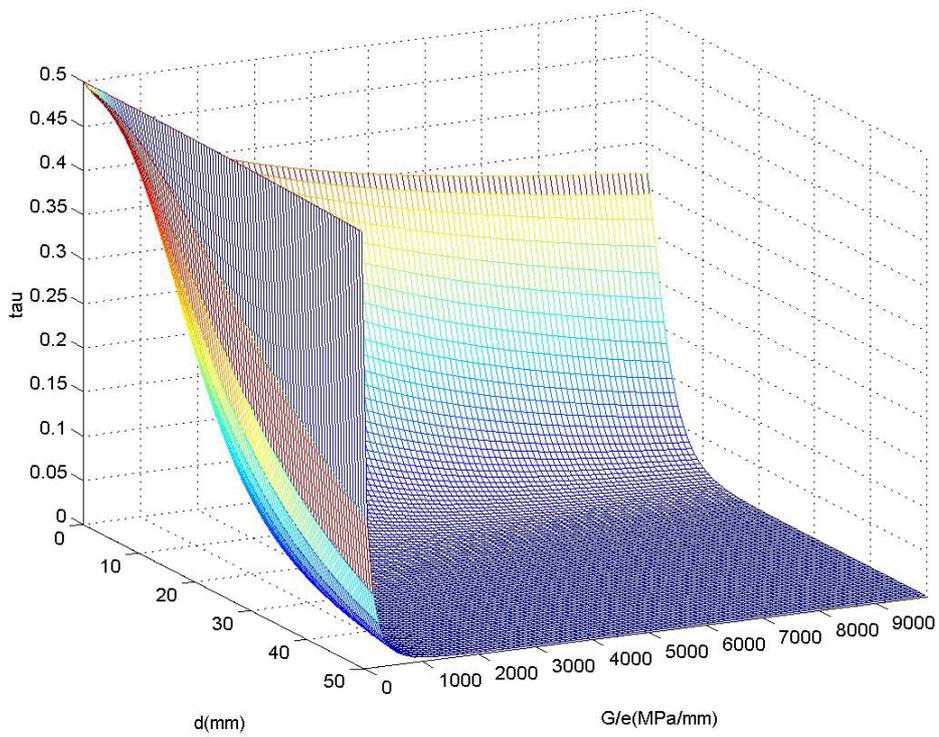


Fig. I.6 - Influence de  $d$  et  $G/e$

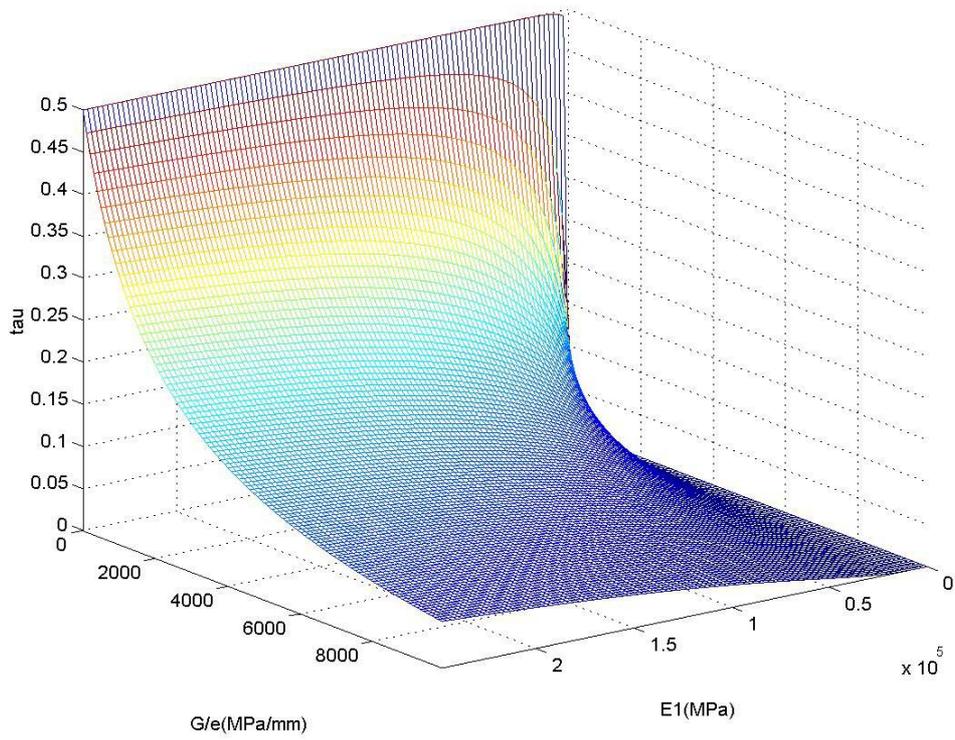


Fig. I.7 - Influence de  $E_1$  et  $G/e$

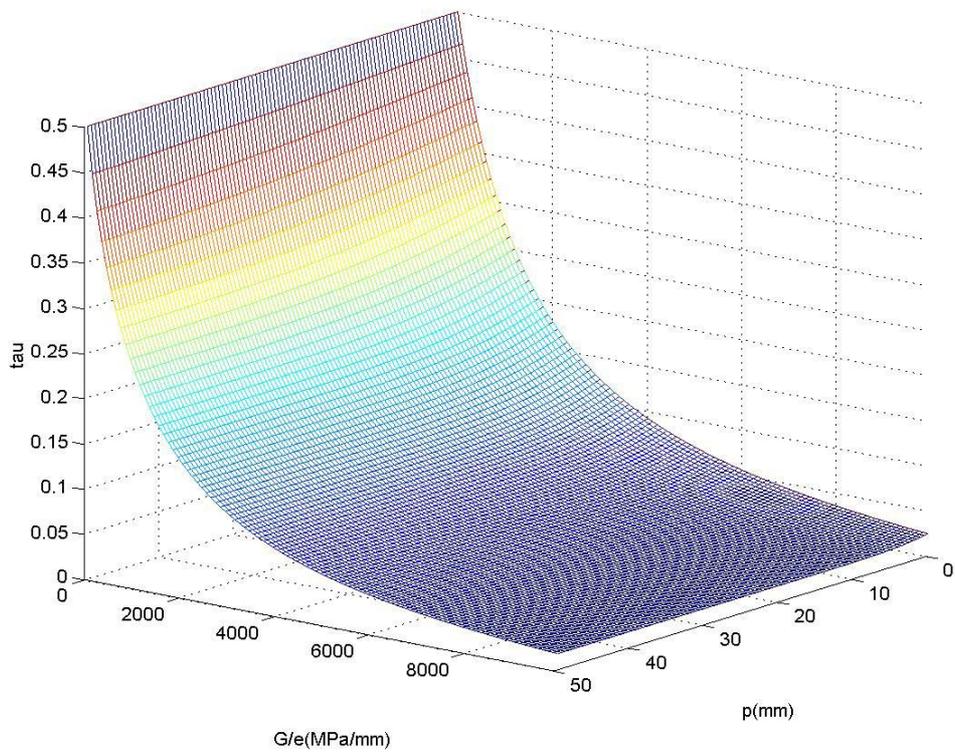


Fig. I.8 - Influence de  $p$  et  $G/e$

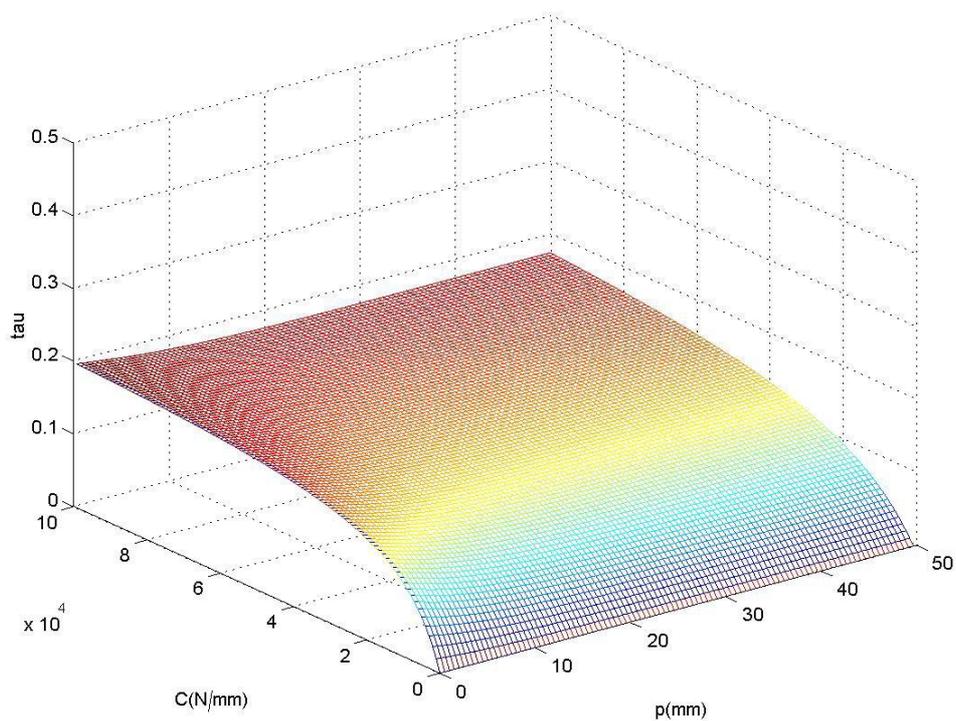


Fig. I.9 - Influence de  $C$  et  $s$

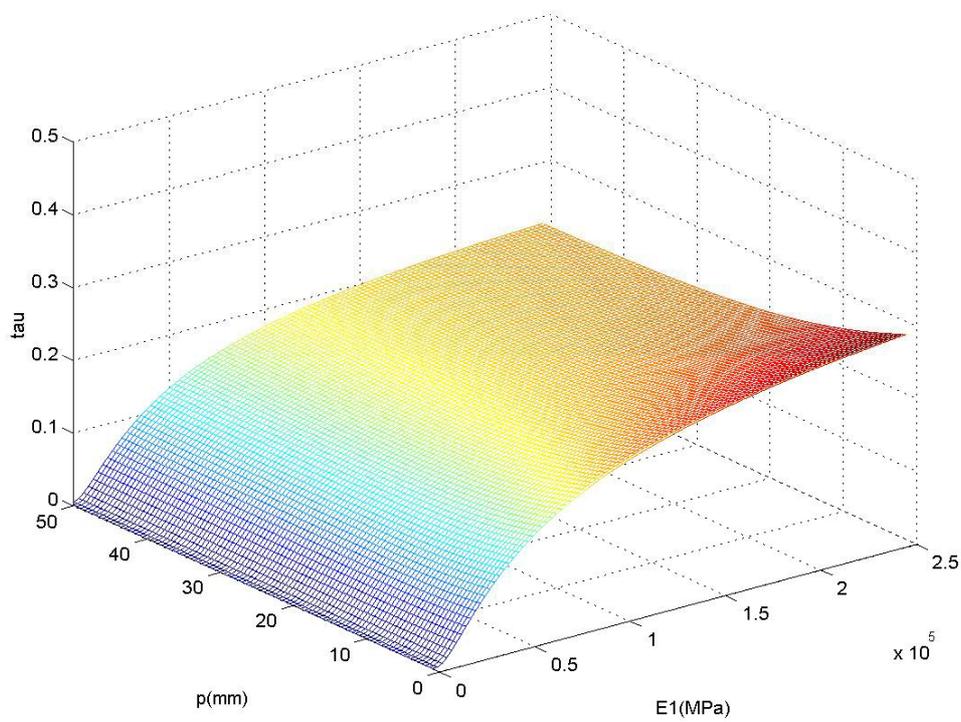


Fig. I.10 - Influence de  $s$  et  $E_1$

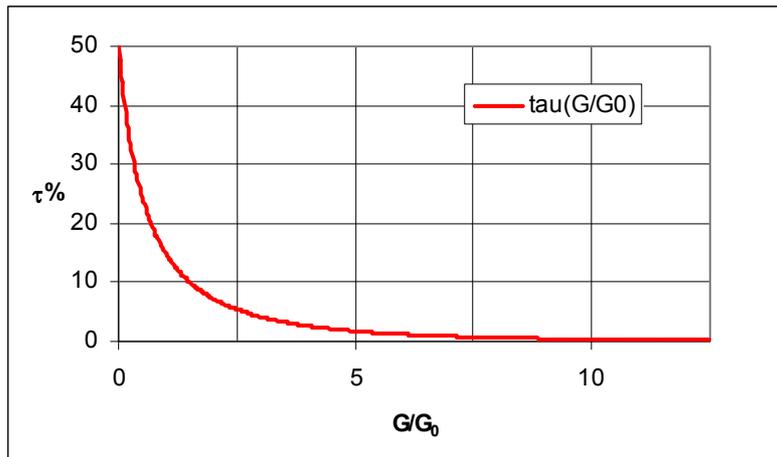


Fig. I.11 - Influence de  $G$  sur le taux de transfert

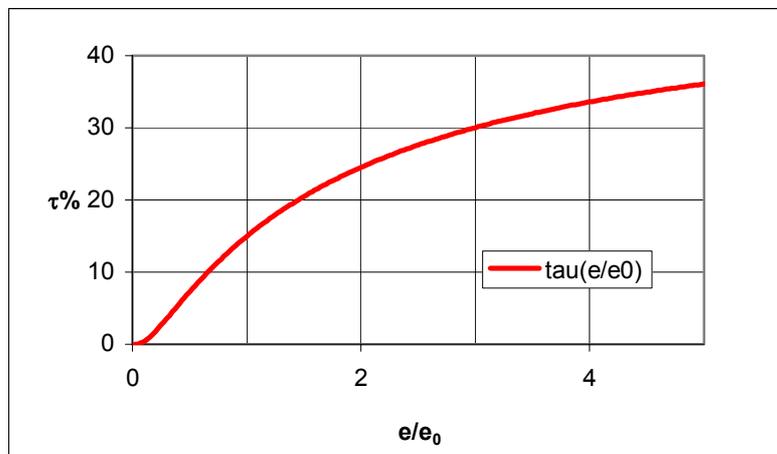


Fig. I.12 - Influence de  $e$  sur le taux de transfert

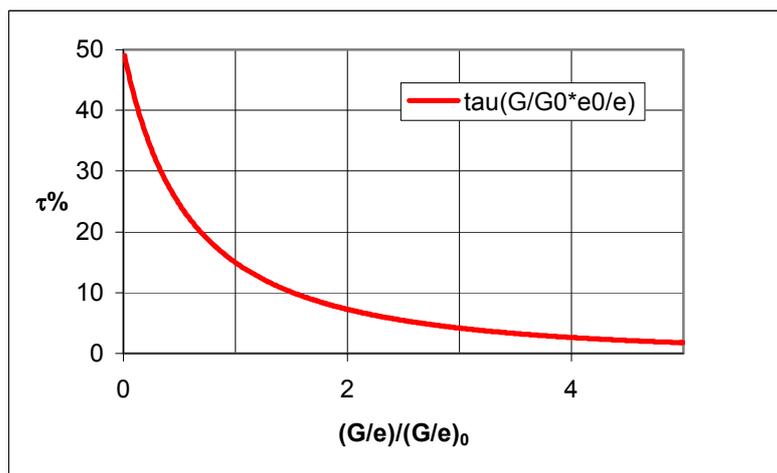


Fig. I.13 - Influence de la rigidité  $\frac{G}{e}$  relative sur le taux de transfert

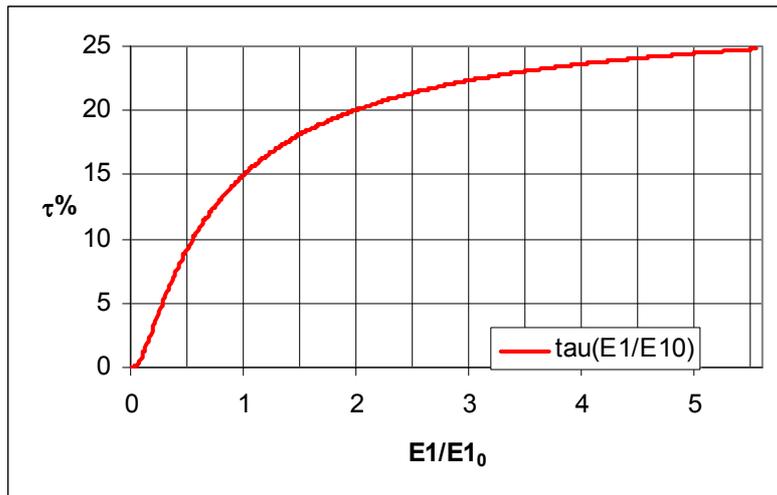


Fig. I.14 - Influence de  $E_1$  sur le taux de transfert

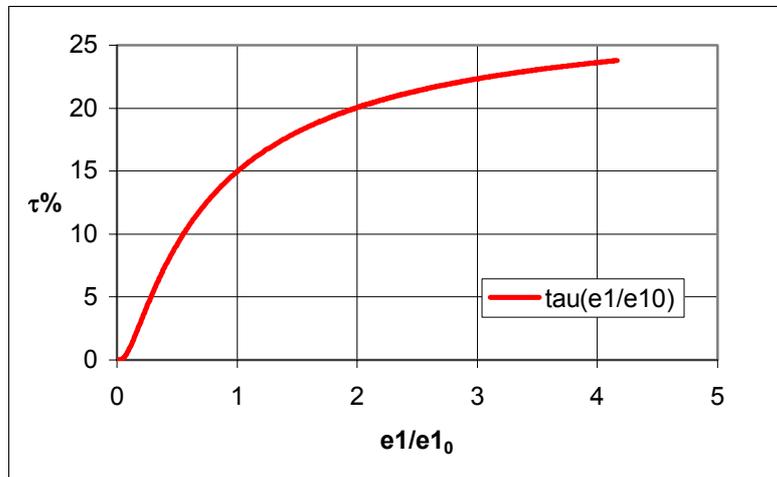


Fig. I.15 - Influence de  $e_1$  sur le taux de transfert

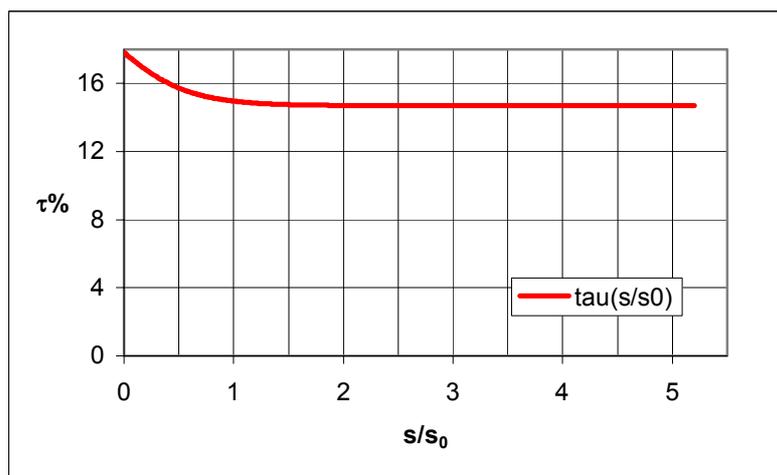


Fig. I.16 - Influence de  $s$  sur le taux de transfert

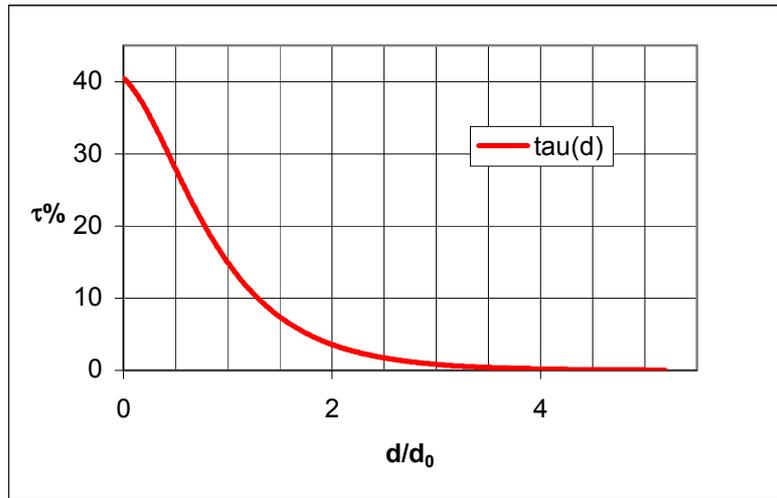


Fig. I.17 - Influence de  $d$  sur le taux de transfert

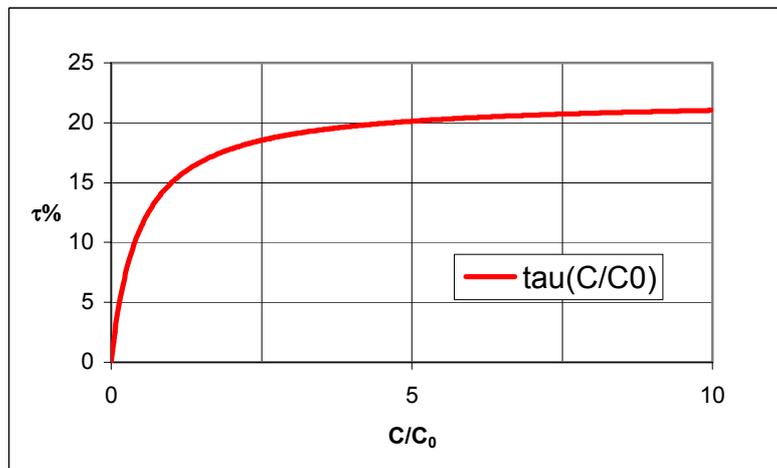


Fig. I.18 - Influence de la rigidité  $C$  des fixations sur le taux de transfert

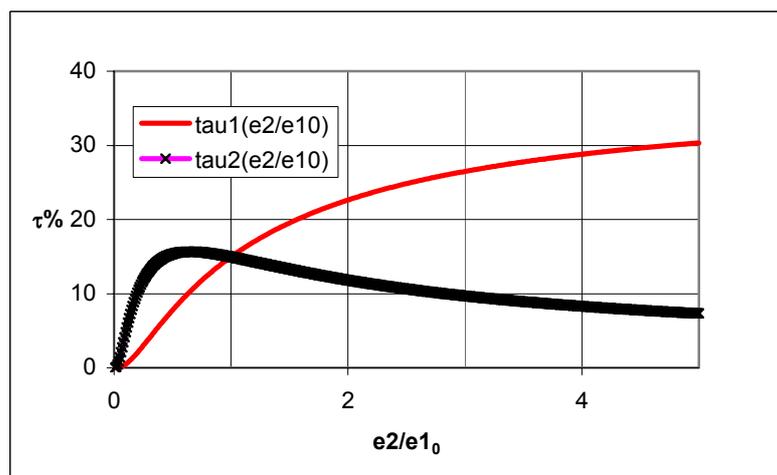


Fig. I.19 - Influence de l'asymétrie en épaisseur des plaques sur les deux taux de transfert

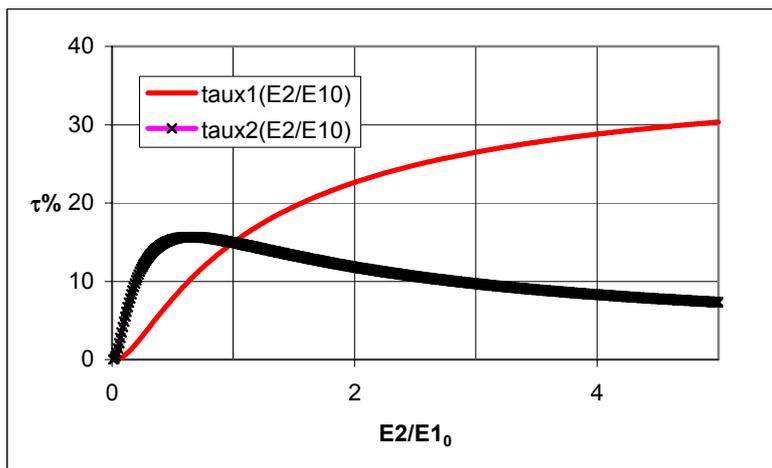


Fig. I.20 - Influence de l'asymétrie en module de rigidité des plaques sur les deux taux de transfert



## Annexe J

### Force concentrée

Cette annexe s'appuie sur les travaux de Love ([LOV44]) et de Swift ([SWI84]). Les travaux de Swift ([SWI84]) visent à donner la répartition des déplacements et des contraintes dans un substrat, dû à l'introduction d'un effort concentré. Cet effort concentré représente le transfert de charge au droit d'une fixation. Les travaux de Love ([LOV44]) nous ont donné des pistes pour comprendre ceux de Swift ([SWI84]). Nous donnons alors dans un premier temps les intermédiaires mathématiques, non donnés dans les travaux de Swift, et qui permettent de retrouver ses résultats. Dans un second temps, nous proposons une application aux assemblages hybrides à partir du calcul du transfert issu des modèles monodimensionnels.



### J.1 Calcul de la formule de Swift ([SWI84]) pour les déplacements

Soit  $f$  une force concentrée appliquée en au point de coordonnées  $(z_i; x_i)$  et  $M$  un point de coordonnées  $(z; x)$  dans le plan (cf. Fig. J.1).

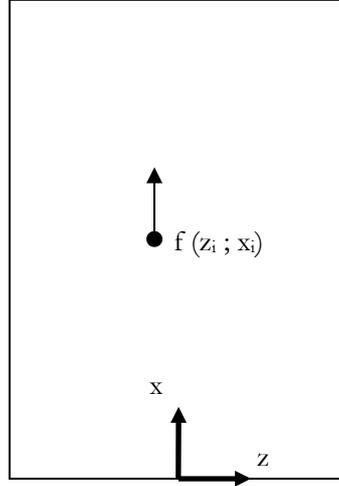


Fig. J.1 - Définition des axes de coordonnées

Swift rappelle ([SWI84]) la formulation de Love ([LOV44]), en donnant le déplacement  $U_f(M)$  au point  $M$  résultant de l'application de la force  $f$ :

$$U_f(M) = \frac{f(1+\nu_2)}{4\pi e_2 E_2} \left[ \frac{3-\nu_2}{2} \log(\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2) + (1+\nu_2) \frac{\tilde{z}^2}{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2} \right] + cte \quad (1)$$

où :

$$\begin{cases} \tilde{z} = z - z_i \\ \tilde{x} = x - x_i \end{cases} \quad (2)$$

Puisque le point  $(z_i; x_i)$  est point singulier, Swift ([SWI84]) fait alors l'hypothèse que la force concentrée se répartie uniformément le long du diamètre dans la direction  $z$  du rivet, avant de donner le résultat de ses calculs. Nous nous proposons donc ici de donner les étapes du calcul.

Selon l'hypothèse de Swift ([SWI84]), nous avons à calculer l'expression suivante :

$$U_f(M) - cte = \frac{-f(1+\nu_2)(3-\nu_2)}{\phi 8\pi e_2 E_2} \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \log((\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2) + \frac{2(1+\nu_2)}{3-\nu_2} \frac{(\tilde{z}+u)^2}{(\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2} du = \frac{-f(1+\nu_2)(3-\nu_2)}{\phi 8\pi e_2 E_2} I \quad (3)$$

où :

$$I = \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \log((\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2) + \frac{2(1+\nu_2)}{3-\nu_2} \frac{(\tilde{z}+u)^2}{(\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2} du \quad (4)$$

Or :

$$\frac{d}{du} \left[ (\tilde{z} + u) \log((\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2) \right] = \log((\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2) + 2 \frac{(\tilde{z} + u)^2}{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2} \quad (5)$$

Il vient donc :

$$I = \left[ (\tilde{z} + u) \log((\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2) \right]_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} - 2 \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{(\tilde{z} + u)^2}{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2} du + 2 \frac{1 + \nu_2}{3 - \nu_2} \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{(\tilde{z} + u)^2}{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2} du \quad (6)$$

Soit :

$$I = \left[ (\tilde{z} + u) \log((\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2) \right]_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} - \frac{4(1 - \nu_2)}{(3 - \nu_2)} J \quad (7)$$

où :

$$J = \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{(\tilde{z} + u)^2}{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2} du \quad (8)$$

Nous avons :

$$J = \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2}{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2} du - \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{\tilde{x}^2}{(\tilde{z} + u)^2 + \tilde{x}^2} du \quad (9)$$

En faisant le changement de variable :

$$\tilde{x}v = \tilde{z} + u \quad (10)$$

il vient alors :

$$J = \phi - \tilde{x} \int_{\frac{\tilde{z} - \frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}}^{\frac{\tilde{z} + \frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}} \frac{1}{1 + v^2} dv \quad (11)$$

Soit par conséquent :

$$J = \phi - \tilde{x} \left[ \arctan \left( \frac{\tilde{z} + \frac{\phi}{2}}{\tilde{x}} \right) - \arctan \left( \frac{\tilde{z} - \frac{\phi}{2}}{\tilde{x}} \right) \right] \quad (12)$$

Or, pour les paramètres  $\alpha$  et  $\beta$ , nous avons :

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (13)$$

En posant :

$$\begin{cases} \tan \alpha = \frac{\tilde{z}}{\tilde{x}} + \frac{2}{\tilde{x}} \frac{\phi}{\tilde{x}} \\ \tan \beta = \frac{\tilde{z}}{\tilde{x}} - \frac{2}{\tilde{x}} \frac{\phi}{\tilde{x}} \end{cases} \quad (14)$$

Nous avons :

$$\alpha - \beta = \arctan \left( \frac{\frac{\tilde{z}}{\tilde{x}} + \frac{2}{\tilde{x}} \frac{\phi}{\tilde{x}} - \frac{\tilde{z}}{\tilde{x}} + \frac{2}{\tilde{x}} \frac{\phi}{\tilde{x}}}{1 + \left( \frac{\tilde{z}}{\tilde{x}} + \frac{2}{\tilde{x}} \frac{\phi}{\tilde{x}} \right) \left( \frac{\tilde{z}}{\tilde{x}} - \frac{2}{\tilde{x}} \frac{\phi}{\tilde{x}} \right)} \right) \quad (15)$$

Nous aboutissons alors à :

$$J = \phi - \tilde{x} \arctan \left( \frac{\tilde{x} \phi}{\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2 - \frac{\phi^2}{4}} \right) \quad (16)$$

Nous obtenons alors :

$$U_f(M) - cte = \frac{-f(1+\nu)(3-\nu)}{16\pi e_2 E_2} \left[ (Z_i + 1) \log((Z_i + 1)^2 + X_i^2) - (Z_i - 1) \log((Z_i - 1)^2 + X_i^2) \right] + 4 \frac{1-\nu}{3-\nu} \arctan \left( \frac{2X_i}{Z_i^2 + X_i^2 - 1} \right) \quad (17)$$

où :

$$\begin{cases} Z_i = \frac{\tilde{z}}{\phi} \\ X_i = \frac{2}{\phi} \frac{\tilde{x}}{2} \end{cases} \quad (18)$$

## J.2 Formulation de la contrainte normale selon x

Nous appliquons la même hypothèse que précédemment pour le calcul de la contrainte normale selon  $x$  due à la force concentrée  $f$  appliquée en  $M$ , notée  $(\sigma_x)_f(M)$ . Nous explicitons le calcul dans la suite.

Cette contrainte vaut :

$$(\sigma_x)_f(M) = \frac{f(1+\nu_2)\tilde{x}}{4\pi e_2 E_2 (\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2)} \left[ \frac{3+\nu_2}{1+\nu_2} - 2 \frac{\tilde{z}^2}{\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2} \right] \quad (19)$$

Soit, avec l'hypothèse précédente pour éliminer la singularité :

$$(\sigma_x)_f(M) = \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{f(1+\nu)\tilde{x}}{4\pi e_2 E_2 ((\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2)} \left[ \frac{3+\nu_2}{1+\nu_2} - 2 \frac{(\tilde{z}+u)^2}{(\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2} \right] du \quad (20)$$

Nous avons donc à calculer les intégrales  $K$  et  $L$  suivantes :

$$K = \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{\tilde{x}}{(\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2} du \quad (21)$$

$$L = \int_{-\frac{\phi}{2}}^{\frac{\phi}{2}} \frac{\tilde{x}(\tilde{z}+u)^2}{((\tilde{z}+u)^2 + \tilde{x}^2)^2} du \quad (22)$$

L'intégrale  $K$  se calcule avec le changement de variable donné en (10) et les manipulations sur les fonctions tan et arctan données précédemment ((12) à (16)). Nous obtenons alors :

$$K = \arctan \left( \frac{\tilde{x}\phi}{\tilde{x}^2 + \tilde{z}^2 - \frac{\phi^2}{4}} \right) \quad (23)$$

Pour l'intégrale  $L$ , nous utilisons dans un premier temps le changement de variable défini en (10) :

$$L = \int_{\frac{\tilde{z}-\frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}}^{\frac{\tilde{z}+\frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}} \frac{v^2}{(1+v^2)^2} dv \quad (24)$$

Nous effectuons le changement de variable suivant :

$$w = \sinh(v) \quad (25)$$

Nous obtenons alors :

$$L = \int_{\operatorname{argsinh} \frac{\tilde{z}-\frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}}^{\operatorname{argsinh} \frac{\tilde{z}+\frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}} \frac{\tanh^2(w)}{\cosh(w)} dw \quad (26)$$

Par ailleurs :

$$L = \int_{\frac{\tilde{z}-\frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}}^{\frac{\tilde{z}+\frac{\phi}{2}}{\tilde{x}}} \frac{v^2 + 1 - 1}{(1+v^2)^2} dv = \arctan \left( \frac{\tilde{x}\phi}{\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2 - 1} \right) - L' \quad (27)$$

où :

$$L' = \int_{\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}{\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} \frac{1}{(1+v^2)^2} dv \quad (28)$$

En utilisant le changement de variable défini en (25), nous obtenons :

$$L' = \int_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} \frac{1}{\cosh^3(w)} dw \quad (29)$$

Or, nous avons :

$$\frac{d}{dw} [\tanh(w)] = \frac{1}{\cosh^2(w)} \quad (30)$$

Donc :

$$L' = \int_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} \frac{1}{\cosh(w)} \frac{d}{dw} [\tanh(w)] dw = \left[ \frac{\tanh(w)}{\cosh(w)} \right]_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}^{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} + 2 \int_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} \frac{\sinh^2(w)}{\cosh^3(w)} dw \quad (31)$$

Soit, avec (26) :

$$L' = \left[ \frac{\tanh(w)}{\cosh(w)} \right]_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}^{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} + 2L \quad (32)$$

Nous en déduisons alors avec (26) :

$$L = \frac{1}{3} \arctan \left( \frac{\tilde{x}\phi}{\tilde{z}^2 + \tilde{z}^2 - \frac{\phi^2}{4}} \right) - \frac{1}{3} \left[ \frac{\tanh(w)}{\cosh(w)} \right]_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}^{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} \quad (33)$$

Nous obtenons donc :

$$(\sigma_x)_f(M) = \frac{f}{\phi 2\pi e_2} \left[ \frac{11+5\nu}{6} \arctan \left( \frac{\tilde{x}\phi}{\tilde{z}^2 + \tilde{x}^2 - \frac{\phi^2}{4}} \right) - \frac{1+\nu}{12} \left[ \frac{\tanh(w)}{\cosh(w)} \right]_{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}-\phi}{\tilde{x}}}^{\operatorname{arg\,sinh}\frac{\tilde{z}+\phi}{\tilde{x}}} \right] \quad (34)$$

### J.3 Application pour les déplacements (jonction HBC)

L'idée consiste à discrétiser le profil de la fonction du transfert de charge obtenu par les modélisations analytiques précédentes. Nous considérons alors chaque valeur obtenue comme une force concentrée que nous répartissons uniformément sur la largeur  $b$  du recouvrement ; nous effectuons alors la somme de chaque contribution. Autrement dit, nous superposons les

effets de l'introduction successive de forces concentrées, correspondant aux efforts transférés dans les substrats. Cette superposition est utilisée de manière « plus discrète » par Swift ([SWI84]) quand il considère plusieurs fixations.

Si nous notons  $f_i$  aux coordonnées  $(x_i; 0)$  chaque incrément de charge, nous obtenons :

$$U_{\sum f_i}(M) - cte = \sum_i \frac{-f_i(1+\nu)(3-\nu)}{16\pi e_2 E_2} \left[ (Z_i+1)\log((Z_i+1)^2 + X_i^2) - (Z_i-1)\log((Z_i-1)^2 + X_i^2) \right] + 4\frac{1-\nu}{3-\nu} \arctan\left(\frac{2X_i}{Z_i^2 + X_i^2 - 1}\right) \quad (35)$$

La constante est telle que le déplacement est nul à l'origine.

Nous codons à l'aide de MATLAB ([MAT]) une routine qui permet de calculer les déplacements au niveau du plan moyen du substrat inférieur et selon les valeurs données dans Tab. 6.1 pour le cas à une fixation ( $s = 0$ ). La charge totale appliquée vaut 1N. Nous obtenons alors la figure suivante (cf. Fig. J.2) :

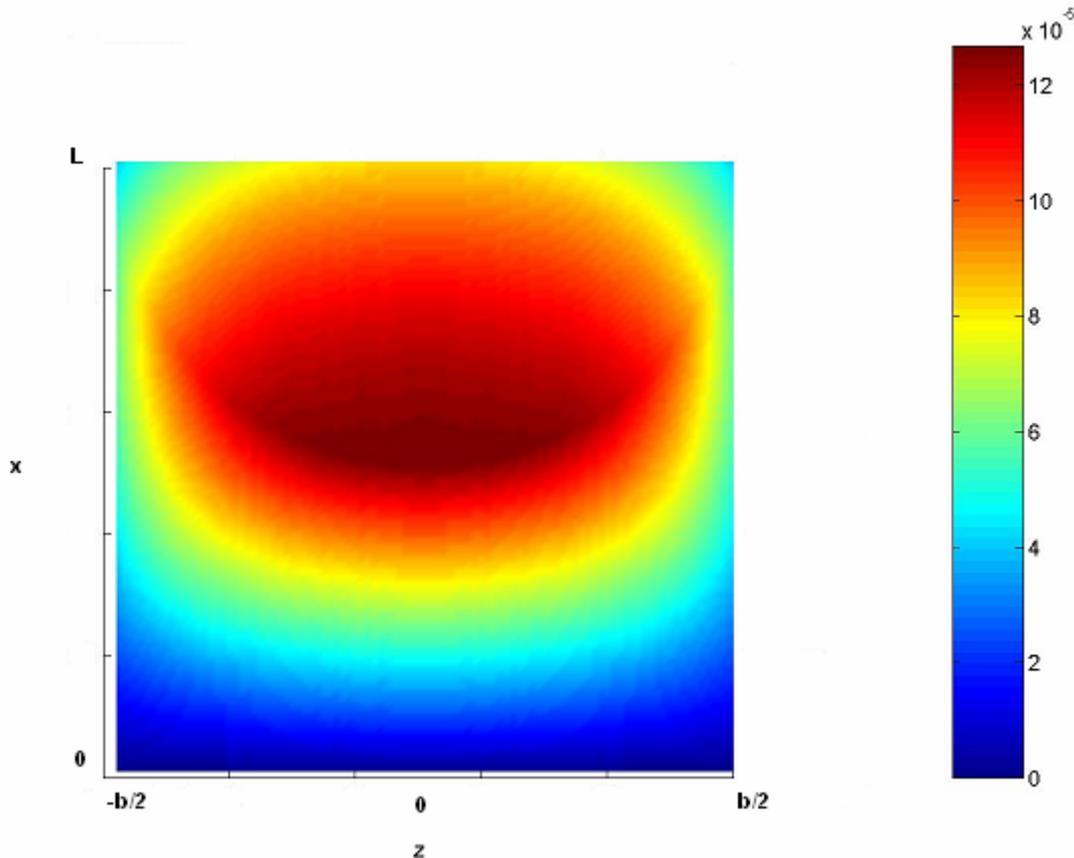


Fig. J.2 - Déplacement dans le substrat inférieur (vue de haut)

Il faut noter que, dans cette modélisation, les forces transférées en particulier par les fixations sont réparties sur la largeur  $b$  et non sur le diamètre. D'autres modélisations sont donc envisageables.

***TITLE:***

**Contribution to the Hybrid (bolted/bonded) Joining – Application to Aeronautical Joints**

***ABSTRACT:***

A joint is called as a hybrid joint when it associates two different joining technologies. This study deals with the combination of bolting and bonding. The longitudinal joints of fuselage of civil aircraft in the single-lap configuration are looking as the application case of this study. Parametrical tools in the shape of computer codes are developed and provide the distribution of the load transfers in the adherends and the fasteners as well as the distribution of the adhesive stress, as a function of the mechanical and geometrical parameters of the joint. These tools are based on the development of 1D and 2D analytical models, which assume an isotropic elastic behaviour of materials, and which are grounded on the creation of new finite elements which are formulated in order to simulate both bonded adherends. A 3D numerical model (FEM) is developed in order to access to the local mechanical behaviours, and the use of which is interesting in the determination of the fasteners stiffnesses, used in the analytical approaches. The experimental measurement of bolt load transfers under low applied loads thanks to instrumented bolts validates and calibrates the analytical and numerical approaches, whereas the fatigue tests estimate the gains in fatigue life.

*Auteur :*

**Éric PAROISSIEN**

*Titre :*

**CONTRIBUTION AUX ASSEMBLAGES HYBRIDES (BOULONNÉS/COLLÉS) -  
APPLICATION AUX JONCTIONS AÉRONAUTIQUES**

*Directeur de thèse :*

**Marc SARTOR**

**INSAT - DGM**

*Co-Directeur de thèse :*

**Jacques HUET**

**ENSICA - DGM**

*Encadrement :*

**Denis CAMPASSENS**

**AIRBUS**

**Frédéric LACHAUD**

**ENSICA - DGM**

*Lieu et date de soutenance :*

**Toulouse, le 21 novembre 2006**

---

***RÉSUMÉ :***

Un assemblage est dit hybride quand il associe deux techniques d'assemblage différentes. La présente étude s'intéresse à la combinaison du collage et du boulonnage. Les jonctions longitudinales de fuselage d'avions civils, montées en simple cisaillement, constituent un cas d'application des travaux. Des outils paramétriques sous la forme de programmes informatiques sont mis au point et donnent la répartition des transferts de charge dans les substrats et dans les fixations ainsi que la répartition des contraintes adhésives, en fonction des paramètres géométriques et mécaniques de l'assemblage. Ces outils reposent sur le développement de modélisations analytiques 1D et 2D, qui supposent un comportement élastique et isotrope des matériaux, et qui sont basées sur la création de nouveaux éléments finis formulés pour simuler deux substrats collés. Un modèle 3D EF est développé afin d'accéder aux comportements mécaniques locaux, et dont l'utilisation est intéressante dans la détermination des raideurs des fixations utilisées dans les modélisations analytiques. La mesure expérimentale du taux de transfert aux fixations sous faibles charges à l'aide de boulons instrumentés valide et calibre les approches analytiques et numériques, tandis que les essais en fatigue estiment les gains en durée de vie.

---

***MOTS-CLEFS***

**assemblage hybride ; assemblage boulonné ; assemblage collé ; transfert de charge ; contraintes adhésives ; raideur de fixation ; modèle analytique ; modèle Éléments Finis**

---

***DISCIPLINE :***

**Génie Mécanique**

---

***LABORATOIRE :***

**Institut de Génie Mécanique**

**Bât. 3PN - 118 route de Narbonne - 31062 TOULOUSE cedex 04 - FRANCE**



*Auteur :*

**Éric PAROISSIEN**

*Titre :*

**CONTRIBUTION AUX ASSEMBLAGES HYBRIDES (BOULONNÉS/COLLÉS) -  
APPLICATION AUX JONCTIONS AÉRONAUTIQUES**

*Directeur de thèse :*

**Marc SARTOR**

**INSAT - DGM**

*Co-Directeur de thèse :*

**Jacques HUET**

**ENSICA - DGM**

*Encadrement :*

**Denis CAMPASSENS**

**AIRBUS**

**Frédéric LACHAUD**

**ENSICA - DGM**

*Lieu et date de soutenance :*

**Toulouse, le 21 novembre 2006**

---

***RÉSUMÉ :***

Un assemblage est dit hybride quand il associe deux techniques d'assemblage différentes. La présente étude s'intéresse à la combinaison du collage et du boulonnage. Les jonctions longitudinales de fuselage d'avions civils, montées en simple cisaillement, constituent un cas d'application des travaux. Des outils paramétriques sous la forme de programmes informatiques sont mis au point et donnent la répartition des transferts de charge dans les substrats et dans les fixations ainsi que la répartition des contraintes adhésives, en fonction des paramètres géométriques et mécaniques de l'assemblage. Ces outils reposent sur le développement de modélisations analytiques 1D et 2D, qui supposent un comportement élastique et isotrope des matériaux, et qui sont basées sur la création de nouveaux éléments finis formulés pour simuler deux substrats collés. Un modèle 3D EF est développé afin d'accéder aux comportements mécaniques locaux, et dont l'utilisation est intéressante dans la détermination des raideurs des fixations utilisées dans les modélisations analytiques. La mesure expérimentale du taux de transfert aux fixations sous faibles charges à l'aide de boulons instrumentés valide et calibre les approches analytiques et numériques, tandis que les essais en fatigue estiment les gains en durée de vie.

---

***MOTS-CLEFS***

**assemblage hybride ; assemblage boulonné ; assemblage collé ; transfert de charge ; contraintes adhésives ; raideur de fixation ; modèle analytique ; modèle Éléments Finis**

---

***DISCIPLINE :***

**Génie Mécanique**

---

***LABORATOIRE :***

**Institut de Génie Mécanique**

**Bât. 3PN - 118 route de Narbonne - 31062 TOULOUSE cedex 04 – FRANCE**

