



HAL
open science

**CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION DES
PLASMAS MICRO-ONDE
MULTI-DIPOLAIRES APPLICATION À LA
PULVÉRISATION ASSISTÉE PAR PLASMA
MULTI-DIPOLAIRE**

Tan Vinh Tran

► **To cite this version:**

Tan Vinh Tran. CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION DES PLASMAS MICRO-ONDE MULTI-DIPOLAIRES APPLICATION À LA PULVÉRISATION ASSISTÉE PAR PLASMA MULTI-DIPOLAIRE. Physique [physics]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2006. Français. NNT : . tel-00139610

HAL Id: tel-00139610

<https://theses.hal.science/tel-00139610>

Submitted on 2 Apr 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée par

Tan Vinh TRAN

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

(Arrêté ministériel du 30 mars 1992)

Spécialité : Physique et Nano - Physique

CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION DES PLASMAS
MICRO-ONDE MULTI-DIPOLAIRES

APPLICATION À LA PULVÉRISATION ASSISTÉE
PAR PLASMA MULTI-DIPOLAIRE

Date de soutenance : 20 décembre 2006

Composition du jury :

M. Jean Pierre Boeuf,
M. Khaled Hassouni,
M. Jacques Déroutard,
M. Christophe Héau,
Mme Ana Lacoste,
M. Stéphane Béchu,

Directeur de Recherche,
Professeur,
Professeur
HEF, Responsable R&D
Professeure,
Chargé de Recherche

Rapporteur
Rapporteur
Président du Jury
Examineur
Directeur de thèse
Co-Directeur de thèse

Résumé

L'extension d'échelle des procédés plasma fonctionnant à très faibles pressions est l'une des problématiques à résoudre pour leur essor au niveau industriel. Une solution consiste à distribuer uniformément des sources de plasma élémentaires dans lesquelles le plasma est produit par couplage à la résonance cyclotronique électronique (RCE). Ces sources élémentaires sont constituées d'un aimant permanent cylindrique (dipôle magnétique) disposé à l'extrémité d'une structure coaxiale d'amenée des micro-ondes. Bien que conceptuellement simple, l'optimisation de ces sources de plasma dipolaires est complexe. Elle requiert la connaissance, d'une part, des configurations de champ magnétique statique et électrique micro-onde, et, d'autre part, des mécanismes de production du plasma, dans les zones de champ magnétique fort (condition RCE), et des mécanismes de diffusion. Ainsi, une caractérisation expérimentale des domaines de fonctionnement et des paramètres plasma par sonde de Langmuir et par spectroscopie d'émission optique a été menée sur différentes configurations de sources dipolaires. Parallèlement, une première modélisation analytique a permis de calculer des champs magnétiques de configurations simples, le mouvement et la trajectoire des électrons dans ces champs magnétiques, l'accélération des électrons par couplage RCE. Ces résultats ont permis ensuite de valider la modélisation numérique des trajectoires électroniques par une méthode hybride Particle In Cell / Monte-Carlo. L'étude expérimentale a mis en évidence des domaines de fonctionnement pression/puissance très larges, entre 15 et 200 W de puissance micro-onde et depuis 0,5 jusqu'à 15 mTorr dans l'argon. L'étude des paramètres plasma a permis de localiser la zone de couplage RCE près du plan équatorial de l'aimant et de confirmer l'influence de la géométrie de l'aimant sur cette dernière. Ces caractérisations appliquées à un réacteur cylindrique utilisant 48 sources ont montré la possibilité d'atteindre au centre de l'enceinte des densités entre 10^{11} et 10^{12} cm⁻³ pour des pressions d'argon de quelques mTorr. La modélisation des trajectoires électroniques au voisinage des aimants indique un meilleur confinement radial pour des aimants présentant un rapport longueur/diamètre élevé. De plus, cette étude numérique confirme les résultats de l'étude expérimentale, à savoir une zone de couplage RCE près du plan équatorial et non au voisinage de l'extrémité du guide coaxial micro-onde. Enfin, ces résultats ont été appliqués avec succès à la pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire de cibles, permettant en particulier une usure uniforme de ces dernières.

Mots-clés : Plasma micro-onde, résonance cyclotronique électronique, plasmas distribués, source de plasma dipolaire, sondes de Langmuir, spectroscopie d'émission optique, modélisation numérique, méthode Monte Carlo, méthode "particle in cell", pulvérisation assistée par plasma.

Abstract

The scaling up of plasma processes in the low pressure range remains a question to be solved for their rise at the industrial level. One solution is the uniform distribution of elementary plasma sources where the plasma is produced via electron cyclotron resonance (ECR) coupling. These elementary plasma sources are made up of a cylindrical permanent magnet (magnetic dipole) set at the end of a coaxial microwave line. Although of simple concept, the optimisation of these dipolar plasma sources is in fact a complex problem. It requires the knowledge, on one hand, of the configurations of static magnetic fields and microwave electric fields, and, on the other hand, of the mechanisms of plasma production in the region of high intensity magnetic field (ECR condition), and of plasma diffusion. Therefore, the experimental characterisation of the operating ranges and plasma parameters has been performed by Langmuir probes and optical emission spectroscopy on different configurations of dipolar sources. At the same time, in a first analytical approach, calculations have been made on simple magnetic field configurations, motion and trajectory of electrons in these magnetic fields, and the acceleration of electrons by ECR coupling. Then, the results have been used for the validation of the numerical modelling of the electron trajectories by using a hybrid PIC (particle-in-cell) / MC (Monte Carlo) method. The experimental study has evidenced large operating domains, between 15 and 200 W of microwave power, and from 0.5 to 15 mTorr argon pressure. The analysis of plasma parameters has shown that the region of ECR coupling is localised near the equatorial plane of the magnet and dependent on magnet geometry. These characterisations, applied to a cylindrical reactor using 48 sources, have shown that densities between 10^{11} and 10^{12} cm⁻³ could be achieved in the central part of the volume at a few mTorr argon pressures. The modelling of electron trajectories near the magnet has also shown a better radial confinement with magnets exhibiting high length over diameter ratios. In addition, the numerical study corroborates the results of the experimental study, i.e. an ECR coupling region close to the equatorial plane of the magnet and not near the end of the coaxial microwave line. Finally, these results have been successfully applied to plasma assisted sputtering of targets allowing, in particular, their uniform erosion.

Key words : Microwave plasma, electron cyclotron resonance, distributed plasmas, dipolar plasma source, Langmuir probes, optical emission spectroscopy, numerical modelling, Monte Carlo method, Particle in Cell method, plasma assisted sputtering.

Thèse disponible sur le site: <http://tel.archives-ouvertes.fr>

Remerciements

Je tiens avant tout à remercier la Région Rhône-Alpes qui m'a permis, dans le cadre du programme MIRA (bourses d'accueil et filières d'enseignement), de suivre les cours du Master 2 *Technologies et Applications des Plasmas*, puis d'effectuer ce travail de thèse dans la discipline. Je remercie donc chaleureusement tous ceux qui ont contribué à ce projet de *Filière de Formation Francophone de Technologies et Applications des Plasmas* dans le cadre de la coopération entre la Région Rhône-Alpes, l'Université Joseph Fourier (UJF), le Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), l'Université de Montréal (UdM) et l'Université de Da-Nang (UDN). Je remercie aussi le LPSC (Laboratoire de Physique Subatomique et de Cosmologie) et son Directeur, Monsieur Johann Collot, de m'avoir accueilli et donné l'opportunité de suivre les formations Plasmas de l'UJF et d'effectuer ma thèse au sein du Centre de Recherche Plasmas-Matériaux-Nanostructures (CRPMN).

Je dois beaucoup à la Commission Européenne, qui, grâce au projet MATECO (contrat STRP 505928), a apporté une grande partie des moyens consacrés à mes travaux de thèse, et je l'en remercie vivement.

Je tiens également à remercier Monsieur Bui Van Ga, Professeur, Président de l'Université de Danang, qui m'a choisi pour acquérir les compétences en plasma nécessaires à la mise en place du projet de filière francophone au Vietnam et qui m'a beaucoup soutenu et encouragé pour mes travaux en France.

Mes remerciements vont aussi aux membres du jury, Messieurs Jean-Pierre Boeuf, Directeur de Recherche, et Khaled Hassouni, Professeur, en tant que rapporteurs de mon travail de thèse, ainsi que Messieurs Jacques Dérourard, Professeur, et Christophe Héau, Ingénieur, Responsable Recherche et Développement chez HEF R&D, comme président et examinateur.

Je tiens aussi à remercier les responsables et le personnel de l'UJF, du LPSC, du CMRMN, qui m'ont tous réservé le meilleur accueil et offert d'excellentes conditions de travail.

Je tiens à remercier particulièrement Monsieur Jacques Pelletier, Directeur de Recherche, responsable du CRPMN, qui a proposé ce projet, qui a défini le sujet de ce travail, et m'a beaucoup aidé pour mes séjours et études en France.

Je voudrais aussi exprimer ma gratitude envers Mme la Professeure Ana Lacoste, directeur de thèse, et Monsieur Stéphane Béchu, co-directeur de thèse, qui m'ont soutenu sans compter par leur investissement personnel, et pour m'avoir fait comprendre nombre de problèmes théoriques et expérimentaux relatifs à mes travaux.

Pour terminer, je tiens également à remercier Alexandre Bès, Jérôme Sirou, Fabrice Fabiano, Louis Latrassé, David Vempaire, Koo Min, et Yvette Langellier, qui m'ont accompagné et beaucoup aidé durant mes études à Grenoble.



Rhône-Alpes Région

Table des matières

Introduction.....	3
1. Des plasmas RCE distribués (DECR) aux plasmas multi-dipolaires	9
1.1. <i>Historique des plasmas DECR</i>	9
1.1.1. Les premiers plasmas DECR	9
1.1.2. Mécanismes de production et de diffusion des plasmas DECR (rappels).....	9
1.1.3. Vitesses de dérive magnétique : intérêt des structures "magnétron"	12
1.1.4. Limitations des plasmas DECR	14
1.2. <i>Principe des plasmas multi-dipolaires</i>	15
1.2.1. Principe des plasmas multi-dipolaires.....	15
1.2.2. Description d'une source de plasma élémentaire (rappels).....	16
1.3. <i>Plasmas multi-dipolaires plans : court historique</i>	18
1.3.1. Court historique des plasmas multi-dipolaires	18
1.3.2. Intérêt et avantages technologiques.....	19
2. Performance de réacteurs utilisant des sources dipolaires	23
2.1. <i>Réacteur plan</i>	23
2.1.1. Dispositif expérimental	23
2.1.2. Performances du réacteur plan	26
2.2. <i>Réacteur cylindrique</i>	30
2.2.1. Dispositif expérimental	30
2.2.2. Performances des réacteurs cylindriques	31
2.3. <i>Conclusion sur les plasmas multi-dipolaires</i>	36
3. Performance d'une source élémentaire dipolaire.....	39
3.1. <i>Utilisation d'une sonde de Langmuir en plasma RCE</i>	39
3.1.1. Mesure en champ magnétique.....	39
3.1.2. Détection des électrons chauds	42
3.2. <i>Caractérisation d'un plasma par spectroscopie d'émission optique</i>	44
3.3. <i>Dispositif expérimental</i>	46
3.4. <i>Domaines de fonctionnement des sources dipolaires</i>	50
3.5. <i>Caractéristique du plasma produit par une source dipolaire</i>	56
3.5.1. Cartographie des paramètres plasma.....	56
3.5.2. Comparaison des performances des sources dipolaires	65
3.5.3. Variations longitudinales des intensités d'émission des raies atomiques et ioniques	66
3.6. <i>Conclusion sur la caractérisation d'une source dipolaire</i>	68
4. Modélisation analytique d'une source dipolaire	71
4.1. <i>Champ magnétique créé par un aimant permanent</i>	71

4.1.1.	Champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique.....	71
4.1.2.	Champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique de longueur infinie.....	73
4.2.	<i>Mouvement des électrons primaires dans un champ magnétique :</i>	75
4.2.1.	Qu'est ce qu'un électron primaire : aspect singulier de sa trajectoire.....	75
4.2.2.	Equation de Lorentz de mouvement.....	75
4.2.3.	Des mouvements des électrons et les invariants adiabatiques	75
4.2.4.	Lagrangien et hamiltonien des électrons dans un champ magnétique : invariants exacts du mouvement.....	77
4.3.	<i>Trajectoires sans collision des électrons primaires dans le champ magnétique d'un dipôle magnétique</i>	79
4.3.1.	Aimant cylindrique de longueur infinie	79
4.3.2.	Aimant sphérique	81
4.4.	<i>Mécanisme de chauffage des électrons en régime RCE</i>	85
4.4.1.	Généralités	85
4.4.2.	Etude de la RCE sans collision	86
4.4.3.	Etude de la RCE avec collisions	89
4.5.	<i>Conclusion sur la modélisation analytique</i>	90
5.	Modélisation numérique des trajectoires des électrons par la méthode PIC/MC....	93
5.1.	<i>Champ magnétique des aimants permanents</i>	93
5.2.	<i>Simulation numérique des trajectoires des électrons par la méthode PIC/MC</i>	97
5.2.1.	Schéma de principe du code PIC-MC	98
5.2.2.	Le choix du pas de temps (PIC)	101
5.2.3.	Interpolation du champ magnétique (PIC).....	101
5.2.4.	Intégration des équations de mouvement des électrons	102
5.2.5.	Temps de vol libre et technique de la collision nulle	103
5.3.	<i>Résultats des simulations de trajectoires</i>	106
5.3.1.	Trajectoires d'un électron chaud dans un champ magnétique en l'absence de collisions..	106
5.3.2.	Trajectoire avec collisions d'un électron chaud dans un champ magnétique	113
5.3.3.	Chauffage des électrons par RCE.....	118
5.4.	<i>Conclusion sur la modélisation numérique</i>	121
6.	Calcul du champ magnétique statique et du champ électrique micro-onde en vue de l'optimisation des sources	125
6.1.	<i>Calculs sans plasma</i>	125
6.2.	<i>Calculs avec plasma</i>	127
7.	Pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire	135
7.1.	<i>Inconvénients et limitations de la pulvérisation magnétron</i>	135
7.1.1.	Rappels sur la technique de dépôt par pulvérisation "magnétron"	135

7.1.2. Limitations de la technologie magnétron	135
7.2. <i>Pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire</i>	137
Conclusions et perspectives	141
Références	145
Annexe 1. Champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique	151
Annexe 2. Champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long	157
Annexe 3. Hamiltonien d'une particule dans un champ magnétique. Invariants exacts du mouvement d'une particule.	161
Annexe 4. Zone de confinement des trajectoires d'un électron chaud dans le champ magnétique créé par un aimant permanent	171
Annexe 5. Points miroirs et dérive des électrons dans le champ magnétique d'un aimant permanent	175
Annexe 6. Paramètres du plasma	181
Annexe 7. Le diagramme de démagnétisation de $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$	183
Annexe 8. Traitements des collisions entre des électrons et des neutres	185
Annexe 9. Les résultats des calculs numériques des trajectoires d'un électron dans le champ magnétique d'un aimant sphérique.	191

Introduction

Introduction

Un des problèmes majeurs rencontré par les technologies plasma pour leur mise en œuvre au niveau industriel est celui de l'extension d'échelle des plasmas et des procédés qui y sont mis en œuvre. En effet, réaliser une source de plasma uniforme sur des dimensions données suppose que l'on sache appliquer un champ électrique uniforme sur toute l'étendue de la source. Cela ne pose aucune difficulté si le champ électrique est continu. En revanche, si le champ électrique appliqué est périodique, dès que la longueur d'onde du champ électromagnétique devient de l'ordre de grandeur des dimensions du plasma, ou plus précisément des dimensions de l'applicateur de champ, alors, l'amplitude du champ électrique appliqué n'est plus constante. Le chauffage des électrons par le champ électrique n'est plus uniforme, de même que la production de plasma sur l'étendue de l'applicateur.

Pour remédier à cette situation, une solution peut consister à apporter des correctifs, par exemple en modifiant localement le couplage capacitif ou inductif du champ électrique avec le plasma. Toutefois, de telles méthodes montrent très vite leurs limites car le couplage avec le plasma dépend souvent très fortement des conditions opératoires au sens large : pression, nature du gaz, densité du plasma ... Autrement dit, ces méthodes ne peuvent apporter que des traitements palliatifs en vue d'atteindre l'uniformité. Aussi, pour réaliser l'extension d'échelle de sources de plasma uniforme, il est préférable de contourner la difficulté et d'obtenir l'uniformité du plasma par exemple en distribuant de manière uniforme la puissance électrique sur des sources de plasma qui, elles, doivent être réparties spatialement de manière uniforme.

La situation se complique encore si l'on souhaite réaliser l'extension d'échelle de procédés plasma réclamant d'opérer dans le domaine des faibles et très faibles pressions comme c'est le cas pour la plupart des procédés nécessitant une très forte assistance ionique comme la gravure anisotrope, la pulvérisation ou l'implantation ionique par immersion plasma. Dans ces conditions, le maintien du plasma nécessite d'avoir recours au confinement magnétique du plasma, et, très souvent, à une excitation micro-onde par couplage résonnant en champ magnétique à la résonance cyclotronique électronique (RCE). Là, on se heurte à une difficulté encore plus grande que pour le champ électrique, à savoir obtenir un champ magnétique statique uniforme sur de grandes dimensions. Il est donc préférable, à nouveau, de contourner le problème et d'obtenir l'uniformité du plasma en

distribuant de manière uniforme le champ magnétique sur des sources de plasma qui, elles, sont réparties spatialement de manière uniforme.

Ce concept de distribution a été appliqué avec succès pour produire des plasmas de grandes dimensions, denses et uniformes, en répartissant des sources élémentaires RCE selon un réseau bidimensionnel pour un plasma plan, ou selon un réseau tridimensionnel pour un plasma en volume. Le champ magnétique statique et le champ électrique micro-onde doivent donc être distribués sur chaque source élémentaire de manière à obtenir l'uniformité désirée sur de grandes dimensions. Sur un plan technique, distribuer de manière uniforme champ magnétique statique et puissance micro-onde sur un ensemble de sources élémentaires est somme toute facile à réaliser. En fait, la vraie difficulté se situe au niveau de chaque source élémentaire, dans la façon d'appliquer le champ magnétique statique et le champ électromagnétique micro-onde l'un par rapport à l'autre.

En effet, l'accélération et donc le chauffage des électrons dans le champ électrique micro-onde requiert la présence combinée, au même endroit, de champ électrique micro-onde et d'un champ magnétique capable de remplir la condition de résonance RCE. Autrement dit, le mariage des configurations magnétique et électromagnétique est crucial pour obtenir le claquage du plasma à la RCE dans les plus larges conditions opératoires (nature du gaz, pression, fréquence et puissance micro-onde). Et une fois le claquage du plasma obtenu, les électrons rapides, accélérés à la RCE et confinés dans le champ magnétique, génèrent le plasma à partir des collisions inélastiques engendrées le long de leur trajectoire, d'où l'intérêt de suivre l'évolution des trajectoires électroniques dans le champ magnétique pour mieux comprendre les mécanismes de production et de perte des électrons au sein d'une source de plasma élémentaire. En effet, l'objectif majeur de ce travail, à savoir l'optimisation des sources élémentaires, requiert de disposer d'une connaissance approfondie, d'une part, des configurations du champ magnétique et du champ électrique micro-onde délivrés par les applicateurs (aimant permanent et applicateur micro-onde), et, d'autre part, des mécanismes de production du plasma dans les zones de champ magnétique fort (condition RCE) et de sa diffusion vers les régions de champ magnétique faible. Il en est de même pour l'optimisation de la répartition spatiale de ces sources élémentaires en vue d'une application bien définie, dans notre cas la pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire.

Ce mémoire de thèse est organisé en sept chapitres d'importance inégale. Le premier chapitre contient un court rappel historique des plasmas RCE distribués, depuis l'origine du concept jusqu'aux premiers plasmas multi-dipolaires. Il permet en particulier de cerner les problématiques rencontrées au fur et à mesure de l'évolution de ce type de plasmas. Les caractéristiques générales des plasmas multi-dipolaires et leurs performances sont ensuite déterminées expérimentalement et

décrites dans le chapitre deux, dans le cas d'un réacteur plan à sept sources élémentaires dipolaires, puis d'un réacteur cylindrique à 20 et 48 sources. Dans le troisième chapitre, on passe à la caractérisation d'une source élémentaire unique qui servira de base expérimentale à la validation des modélisations analytique et numérique développées dans les chapitres suivants. En effet, le chapitre 4 est consacré à la description analytique de configurations magnétiques et électromagnétiques simples, au calcul du mouvement et des trajectoires des électrons dans ces champs magnétiques, en l'absence ou en présence de couplage RCE. La caractérisation expérimentale des sources dipolaires et les descriptions analytiques qui en sont faites dans des cas simples permettent de valider les modélisations numériques développées dans le chapitre 5 qui prennent en compte les collisions élastiques et inélastiques. Ces résultats débouchent sur des propositions d'amélioration des sources dipolaires présentées dans le chapitre six. Enfin, dans le dernier chapitre avant la conclusion, ce type de plasma est appliqué à un cas concret, celui de la pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire auxiliaire. Il faut noter que les techniques de caractérisation utilisées (sondes de Langmuir, spectroscopie d'émission optique ...) ne font pas l'objet d'un chapitre dédié, mais sont décrites au cas par cas, dans chaque chapitre concerné, en tenant compte des spécificités relatives à leur mise en œuvre.

Des plasmas RCE distribués (DECR) aux plasmas multi-dipolaires

1. Des plasmas RCE distribués (DECR) aux plasmas multi-dipolaires

1.1. Historique des plasmas DECR

1.1.1. Les premiers plasmas DECR

Le principe de distribution appliqué à des sources de plasma généré par micro-ondes à la RCE a été appliqué pour la première fois avec succès en 1985 [1], en distribuant la puissance micro-onde à l'aide d'applicateurs filaires, ou antennes, disposés le long de barres d'aimants à polarités alternées destinées au confinement magnétique multipolaire du plasma dans un réacteur cylindrique [1,2]. Dans ces conditions, si la structure magnétique est capable de fournir les conditions de couplage RCE :

$$B_0 = 2 \pi m_e f_0 / e, \quad (1.1)$$

correspondant à une fréquence f_0 des micro-ondes égale à la fréquence de giration $\omega_{ce}/2\pi$ des électrons (de masse m_e et de charge $-e$) dans un champ magnétique statique d'amplitude B_0 , il est alors très facile de générer par RCE des plasmas à basse pression, dans la gamme du mtorr ou du dixième de pascal. A la fréquence $f_0 = 2,45$ GHz, où B_0 vaut 875 gauss (87,5 mTesla), valeur facilement accessible avec des aimants permanents, des densités de l'ordre de 10^{11} cm⁻³ ont ainsi pu être obtenues [1,2]. Ces plasmas ont été utilisés pendant une dizaine d'années pour des études expérimentales sur les traitements de surface, et plus particulièrement pour des études paramétriques de nettoyage des surfaces, de gravure, de dépôt PACVD, et d'épitaxie [3].

Pourtant, très vite, ces premiers réacteurs ont montré des inconvénients et des limitations dans leur conception même, comme l'apparition de phénomènes parasites de pulvérisation à l'une des extrémités de chaque barre d'aimants, la difficulté de générer des plasmas uniformes sur de grandes longueurs, et la limitation de la densité du plasma à la densité critique. D'où la nécessité de bien comprendre les mécanismes de production et de diffusion du plasma dans les sources DECR.

1.1.2. Mécanismes de production et de diffusion des plasmas DECR (rappels)

Configuration du champ magnétique. La topographie du champ magnétique produit par une infinité de barres d'aimants cylindriques, de longueur infinie, équidistantes et parallèles à un axe Oz, déjà décrite en détail [3,4], est schématisée sur la Fig. 1.1. Le champ magnétique $\mathbf{B}(x,y)$ est situé dans le plan (x, y) et dérive d'un potentiel vecteur magnétique parallèle à l'axe Oz ($B_z = 0$ et $\partial \mathbf{B} / \partial z = 0$). Les lignes de champ convergent vers les pôles des aimants et relient le pôle d'un

aimant à son pôle opposé ou aux pôles opposés des aimants adjacents. En face du pôle d'un aimant, l'amplitude B du champ magnétique décroît de façon monotone lorsqu'on s'éloigne de l'aimant. Entre deux aimants, l'amplitude B part de zéro, augmente en s'éloignant des aimants jusqu'à atteindre un maximum à un point P qui constitue un col pour le champ magnétique \mathbf{B} . Ensuite, au delà de ce point P , l'amplitude du champ magnétique devient indépendante de la position par rapport aux aimants et décroît exponentiellement en s'éloignant des aimants.

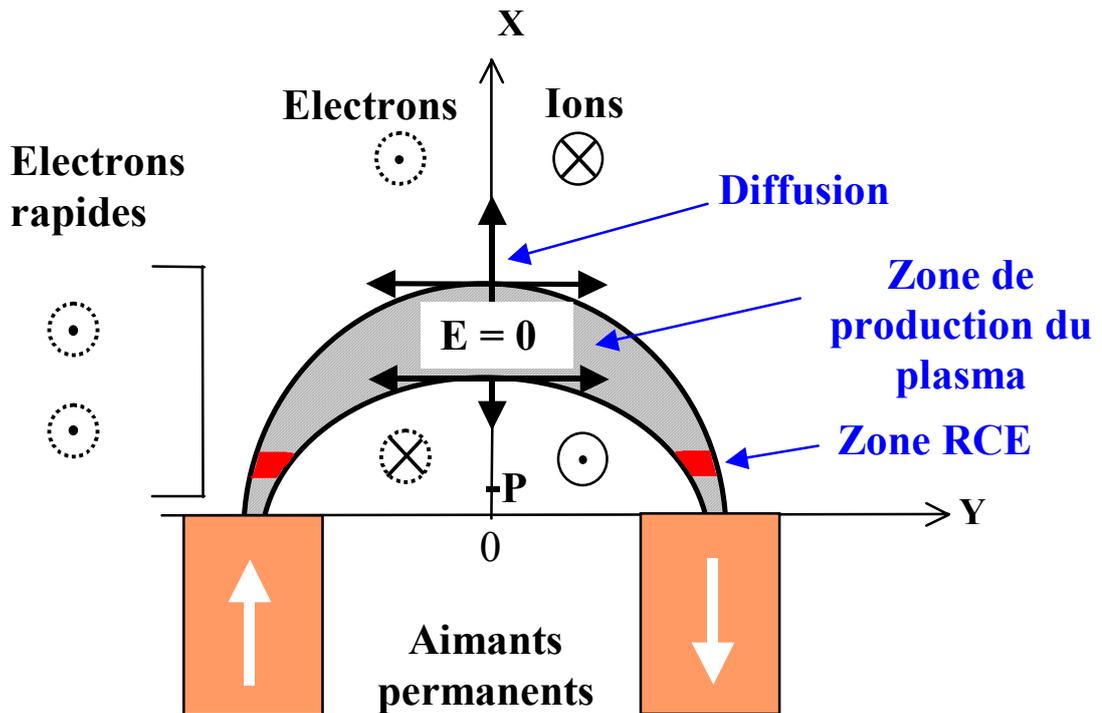


Figure 1.1. Représentation schématique de la production de plasma et de sa diffusion dans un champ magnétique multipolaire. Les flèches indiquent la direction et le sens des vitesses de diffusion et de dérive des ions et des électrons du plasma, ainsi que des électrons rapides.

Trajectoires des électrons rapides dans le champ magnétique multipolaire. A basse pression, les électrons rapides, accélérés par le champ électrique micro-onde dans les zones de couplage RCE, se comportent, entre deux collisions, comme des particules indépendantes en mouvement dans le champ magnétique multipolaire et le champ électrique \mathbf{E} de charge d'espace du plasma. Toutefois, comme la force exercée sur un électron rapide par le champ magnétique - $e \mathbf{v} \times \mathbf{B}$ est très grande devant celle exercée par le champ électrique - $e \mathbf{E}$, les trajectoires des électrons rapides, contrairement à celles des électrons froids du plasma, ne sont pratiquement pas influencées par le champ électrique de charge d'espace.

En négligeant l'influence du champ électrique de charge d'espace devant l'action du champ magnétique, l'étude détaillée des caractéristiques des mouvements et des trajectoires [5,6] des électrons rapides conduit à distinguer deux catégories d'électrons, ceux qui sont libres de s'échapper dans les régions exemptes de champ magnétique, et ceux qui sont piégés dans le champ magnétique multipolaire. L'étude du mouvement d'un électron rapide piégé dans le champ magnétique multipolaire montre qu'il oscille entre deux points miroirs en regard de deux pôles opposés, et que sa trajectoire, qui s'enroule autour d'une ligne de champ moyenne, reste confinée entre deux lignes de champ magnétique (cf. Fig. 1.1). Ce mouvement se poursuit ainsi jusqu'à ce que l'électron subisse des collisions élastiques ou inélastiques (excitation ou ionisation).

Une description plus complète du mouvement des électrons rapides montre aussi que, à côté des mouvements d'oscillation entre deux pôles magnétiques opposés, ces électrons subissent un mouvement de dérive le long des aimants, perpendiculairement au plan (x, y) contenant le champ magnétique \mathbf{B} . Cette vitesse de dérive est due à la courbure du champ magnétique et au gradient de ce même champ magnétique [5,7,8], et par conséquent, change de direction avec celle du champ magnétique ou avec le rayon de courbure du champ magnétique, par exemple au point P (Fig. 1.1).

Diffusion du plasma dans le champ magnétique multipolaire. En présence d'un champ magnétique intense, le libre parcours moyen des espèces chargées perd toute signification puisque leurs trajectoires, et en particulier celles des électrons froids, sont intimement liées aux lignes de champ magnétique. Dans ces conditions, il faut donc considérer que c'est le Rayon de Larmor qui devient le libre parcours moyen effectif des espèces chargées. Ceci conduit à suggérer très fortement que ce sont les mécanismes de diffusion plutôt que de chute libre qui gouvernent la physique des plasmas basse pression soumis à des champs magnétiques intenses. Pour cette raison, c'est un modèle de diffusion (collisionnel) qui doit être appliqué pour la modélisation du plasma dans le champ magnétique multipolaire.

Une interprétation cohérente consiste alors à supposer que, une fois produit par les électrons rapides accélérés à la RCE, les ions et les électrons froids du plasma vont, dans le plan du champ magnétique, diffuser perpendiculairement à ces lignes de champ. En effet, pendant leur diffusion, les ions et les électrons froids du plasma oscillent aussi, comme les électrons rapides, le long des lignes de champ magnétiques entre deux pôles magnétiques opposés, d'où l'absence de diffusion parallèlement aux lignes de champ magnétique. De même, si on suppose que le plasma est invariant le long des aimants ($\partial / \partial z = 0$), il n'apparaît pas non plus de gradients de densité, ni de champ électrique de charge d'espace parallèlement aux aimants. Par conséquent, en l'absence de diffusion suivant Oz et parallèlement au champ magnétique, la quasi-neutralité du plasma implique

que la diffusion dans le plan du champ magnétique, perpendiculairement aux lignes de champ magnétique, est ambipolaire.

L'introduction, dans un modèle de diffusion, de l'hypothèse de la diffusion ambipolaire du plasma dans le plan du champ magnétique, fournit un tableau complet du comportement du plasma dans un champ magnétique multipolaire(cf. Fig. 1.1). Il peut se résumer de la manière suivante :

a) dans une structure magnétique multipolaire, le plasma est produit par des électrons rapides qui dérivent le long des aimants et oscillent entre deux pôles magnétiques opposés voisins entre deux lignes de champ magnétique qui délimitent la région source de plasma ;

b) dans une source de type DECR, les électrons rapides sont accélérés à la RCE dans une (ou plusieurs) zone(s) de couplage avec les micro-ondes, chacune de ces zones induisant une région source de plasma. Les zones de couplage et les régions source de plasma correspondantes sont inscrites entre les mêmes lignes de champ magnétique ;

c) les ions et les électrons froids du plasma produits le long des trajectoires des électrons rapides (régions source de plasma) oscillent initialement, comme les électrons rapides, entre les mêmes pôles magnétiques et les lignes de champ entre lesquelles ils sont produits ;

d) tout en oscillant, les ions et les électrons froids du plasma diffusent ensuite au loin de la région source de plasma, perpendiculairement aux lignes de champ magnétique, sous l'influence des gradients de densité et du champ électrique de charge d'espace du plasma ;

e) en l'absence de champ électrique extérieur appliqué (conditions aux parois), la diffusion des ions et des électrons froids dans le plan du champ magnétique est ambipolaire ;

f) comme les électrons rapides, les ions et les électrons froids du plasma dérivent le long des aimants, perpendiculairement au plan du champ magnétique. Le sens de dérive dépend du signe de la charge électrique et des paramètres du plasma (cf. Fig. 1.1).

Ce tableau des mécanismes de production et de diffusion des plasmas dans une structure magnétique multipolaire, qui s'appuie sur les nombreux travaux cités en référence, permet de proposer un scénario et une image crédibles pour ce type de sources plasma.

1.1.3. Vitesses de dérive magnétique : intérêt des structures "magnétron"

Une des hypothèses faites pour la modélisation des plasmas multipolaires concernait l'étude des trajectoires des électrons rapides où l'on supposait que les forces magnétiques étaient grandes devant les forces électriques dues au champ de charge d'espace du plasma. En fait, cette hypothèse est superflue car les régions sources de plasma, définies plus haut, correspondent en fait à un maximum local de la densité du plasma produit le long des trajectoires des électrons primaires

[9]. Autrement dit, autour de ce maximum, la densité du plasma est constante, au second ordre près, et le champ électrique de charge d'espace, proportionnel au gradient de densité du plasma, est nul. Par conséquent, la trajectoire des électrons primaires entre deux collisions peut être calculée en ne prenant en compte que les seules forces magnétiques.

Une conséquence importante de ce résultat concerne les vitesses de dérive des espèces chargées, électrons primaires, ions et électrons froids du plasma. En effet, sous certaines conditions d'adiabaticité (rayon de Larmor beaucoup plus petit que l'échelle d'inhomogénéité du champ magnétique), la vitesse de dérive globale \mathbf{v}_j d'une espèce j peut s'exprimer sous la forme [10]

$$\mathbf{v}_j = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2} + \frac{m_j}{q_j} \left(v_{j\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{j\perp}^2 \right) \frac{\mathbf{R} \times \mathbf{B}}{R^2 B^2} \quad (1.2)$$

où $v_{j\parallel}$ et $v_{j\perp}$ sont les vitesses parallèles et perpendiculaires au champ magnétique des espèces j , m_j et q_j leur masse et leur charge électrique, et \mathbf{R} le vecteur du rayon de courbure du champ magnétique. Le premier terme de l'Eq. (1.2) correspond à la dérive électrique, et le second à la dérive magnétique (courbure de champ magnétique et gradient de champ magnétique).

Dans la région source de plasma, où le champ électrique de charge d'espace est nul ($\mathbf{E} = 0$), seules les vitesses de dérive magnétique subsistent. Comme la direction de ces vitesses de dérive dépend de la charge des espèces, on peut donc en déduire que, dans la région source de plasma, les électrons primaires et les électrons froids du plasma dérivent le long des aimants en sens opposé des ions positifs. Le champ électrique de charge d'espace qui apparaît en dehors de la région source de plasma change de signe de part et d'autre et on peut montrer que les vitesses de dérive macroscopiques des ions et des électrons sont de sens contraire et changent de signe de part et d'autre de la zone source (cf. Fig. 1.1).

En raison de cette dérive magnétique des électrons rapides le long des aimants de la structure magnétique multipolaire, il est évident que, en pratique, ces électrons risquent de se perdre aux extrémités des barres d'aimants, de dimensions finies. Afin d'éviter ces pertes, la seule solution est de refermer sur elles-mêmes ces structures magnétiques, suivant des configurations en anneau, en piste, ou en peigne [10,11], de manière à ce que les électrons puissent osciller et dériver à l'infini. Ces structures, utilisées de façon universelle dans la "pulvérisation magnétron", sont aussi très efficaces pour le confinement des électrons rapides dans les structures magnétiques multipolaires.

Un autre avantage de l'utilisation de configurations magnétiques de type magnétron est d'éviter les phénomènes de pulvérisation aux extrémités opposées de deux barres d'aimants. Ce phénomène est dû au champ électrique de charge d'espace très important qui se développe à chaque extrémité des barres d'aimants puisque la dérive magnétique d'une espèce chargée n'est plus compensée par la dérive des espèces de charge opposée. Comme la vitesse de dérive des électrons est grande devant celle des ions, le champ électrique de charge d'espace généré par les électrons à l'extrémité de la barre d'aimants vers laquelle ils dérivent accélère les ions qui viennent pulvériser les parois sur leurs trajectoires. Comme le sens de dérive des électrons change d'une barre d'aimant à la suivante, le phénomène de pulvérisation apparaît sur l'extrémité opposée de la barre suivante.

En conséquence, l'utilisation de configurations magnétiques de type "magnétron" permet d'éviter, d'une part, des pertes importantes en électrons, et, d'autre part, les phénomènes de pulvérisation parasites qui apparaissent à l'extrémité des structures magnétiques non refermées sur elles-mêmes.

1.1.4. Limitations des plasmas DECR

Une des principales limitations des plasmas DECR est la saturation de la densité du plasma [12] à une valeur généralement comprise entre 1 et 1,5 fois la densité critique n_c donnée par

$$n_c = \varepsilon_0 m_e \omega_0^2 / e^2, \quad (1.3)$$

où ε_0 est la permittivité du vide. Cette limitation correspond au fait que, lorsque la fréquence plasma électronique atteint la fréquence de l'onde, celle-ci ne peut plus se propager au sein du plasma. Ainsi, lorsque la densité critique est atteinte dans une source DECR, les micro-ondes ne peuvent plus se propager le long des applicateurs positionnés en regard des barres d'aimants. Comme la densité critique croît comme le carré de la fréquence (Eq. 1.3), la seule possibilité d'augmenter la densité du plasma est d'augmenter la fréquence des micro-ondes [12]. Toutefois, l'utilisation des fréquences supérieures à 2,45 GHz, y compris à la fréquence ISM (Industrielle, Scientifique et Médicale) de 5,8 GHz, est généralement d'un coût prohibitif compte tenu de l'absence de tubes magnétron pour la génération des micro-ondes dans ce domaine de fréquences.

Une seconde limitation, plus ou moins liée à la première, est la difficulté de propager et d'établir des ondes stationnaires sur de grandes longueurs en présence de plasma. En effet, l'atténuation d'une onde progressive le long d'un applicateur ne permet pas la production d'un plasma uniforme. La production d'un plasma uniforme requiert en fait l'établissement d'une onde stationnaire d'amplitude constante le long de l'applicateur [6,10,13]. Pour cela, la puissance micro-onde

injectée à une extrémité de l'applicateur doit être suffisamment élevée et son absorption suffisamment faible pour obtenir une puissance réfléchie suffisante à l'autre extrémité de l'antenne [14]. Cependant, une absorption trop faible des micro-ondes ne peut conduire à un plasma dense, tandis que la puissance injectée, pour des raisons techniques et de fiabilité, ne peut être accrue indéfiniment. Les résultats expérimentaux ont en fait démontré que la densité du plasma était limitée à la densité critique [12] et que, en pratique, il devenait très difficile (par exemple, par adaptation d'impédance) d'obtenir une onde stationnaire d'amplitude constante le long d'une antenne de l'ordre du mètre (typiquement 50 à 60 cm), surtout lorsque les applicateurs micro-ondes sont proches les uns des autres et peuvent interagir entre eux. En effet, plus la longueur des applicateurs est grande, plus importante doit être la puissance injectée à l'applicateur pour produire le plasma. Mais, si la puissance injectée devient trop importante, la densité du plasma généré au début de l'applicateur atteint alors la densité critique, ce qui empêche la propagation des micro-ondes au delà de ce "bouchon de plasma".

Enfin une autre limitation concerne les interférences entre applicateurs qui font que des couplages non-intentionnels peuvent aussi se produire par rayonnement et propagation au sein du plasma. En outre, le réacteur agit dans ce cas comme une cavité dans laquelle certains modes préférentiels peuvent s'établir. Malgré ces limitations, les sources DECR ont permis jusqu'à présent de générer à basse pression des plasmas uniformes sur des dimensions inférieures à 70 cm maximum. Toutefois, afin de pallier les limitations des plasmas DECR, une nouvelle génération de plasmas, celle des plasmas multi-dipolaires est désormais mise en œuvre et développée.

1.2. Principe des plasmas multi-dipolaires

1.2.1. Principe des plasmas multi-dipolaires

Afin de contourner les limitations des plasmas DECR, la solution adoptée pour les plasmas multi-dipolaires consiste à étendre le concept de distribution en passant d'un réseau unidimensionnel de sources DECR linéaires à un réseau bidimensionnel de sources plasma RCE élémentaires localisées. De cette manière, des sources plasma de grandes dimensions, de l'ordre du mètre carré, peuvent être réalisées sans aucune limitation. Cet objectif peut être atteint avec les plasmas multi-dipolaires dont les principes de base sont donnés ci-dessous :

1) les plasmas uniformes à basse pression sont produits à partir d'un réseau de sources élémentaires et indépendantes de plasma excité à la RCE ;

2) la mise en oeuvre de ce concept requiert la distribution de la puissance micro-onde sur des sources de plasma élémentaires disposées sur un réseau. Ces sources peuvent être alimentées en micro-ondes, soit à partir d'un nombre égal de générateurs micro-onde pilotés

indépendamment, soit à partir d'un nombre égal de circuits micro-onde indépendants après division de la puissance délivrée par un générateur unique de forte puissance ;

3) au niveau d'une source élémentaire isolée, le plasma est produit par des électrons rapides piégés dans le champ d'un dipôle magnétique, par exemple celui d'un aimant permanent, agissant comme une structure magnétron, et accélérés à la RCE par les micro-ondes dans la zone de couplage de B_0 donnée par l'Equ. 1.1.

Une fois établis les principes des plasmas multi-dipolaires, la difficulté réside d'abord dans la réalisation d'une source de plasma élémentaire, ensuite dans la manière d'assembler un grand nombre de ces sources élémentaires selon un réseau bidimensionnel.

1.2.2. Description d'une source de plasma élémentaire (rappels)

Un exemple de configuration d'une source de plasma élémentaire basée sur les principes précédents est montré sur la Fig. 1.2. La source de plasma est constituée de deux parties principales, à savoir un aimant permanent présentant une symétrie azimutale autour de son axe d'aimantation, et un applicateur micro-onde constitué par une ligne coaxiale prolongeant l'axe d'aimantation et ouverte sur la face arrière de l'aimant. Dans la structure présentée sur la Fig. 1.2, l'âme de la ligne coaxiale se loge dans le trou de l'aimant cylindrique. La puissance micro-onde peut ainsi être transmise sans perte jusqu'à la zone de couplage RCE du côté de l'arrivée des micro-ondes.

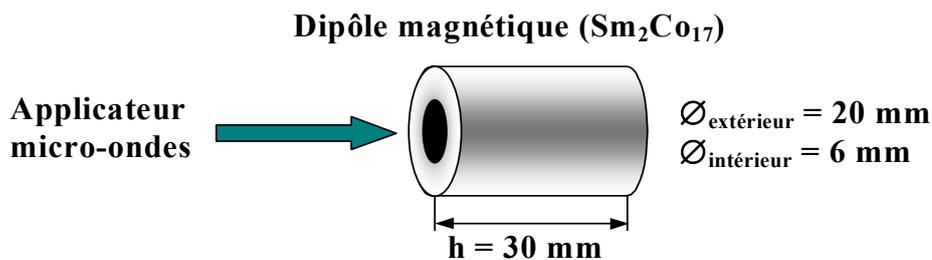


Figure 1.2. Schéma d'une source dipolaire élémentaire de plasma.

A la fréquence micro-onde $f_0 = 2,45 \text{ GHz}$, l'intensité de champ magnétique B_0 requise pour obtenir la condition de couplage RCE (Equ. 1.1) est $875 \times 10^{-4} \text{ tesla}$ ($10^{-4} \text{ tesla} = 1 \text{ gauss}$). Les lignes d'amplitude de champ magnétique constante et les lignes de champ magnétique sont montrées

respectivement sur les Figs. 1.3a et 1.3b pour un aimant cylindrique en samarium-cobalt de 30 mm de long, de 20 mm de diamètre extérieur et de 6 mm de diamètre intérieur. Sur la Fig. 1.3a, la ligne d'intensité de champ magnétique correspondant au couplage RCE (875 gauss) est la plus proche de l'aimant, et, comme indiqué sur la Fig. 1.3b, les lignes de champ convergent aux pôles et relient les deux pôles opposés du dipôle magnétique constitué par l'aimant.

Dans une telle configuration, le plasma est produit par les électrons accélérés dans la zone de couplage RCE par le champ électrique micro-onde appliqué par l'intermédiaire de la ligne coaxiale. Ces électrons rapides oscillent entre deux lignes de champ magnétique et deux points miroir en regard des deux pôles opposés de l'aimant, et subissent une dérive azimutale (dérive magnétique) autour de l'aimant agissant comme une structure magnétron tridimensionnelle. Le plasma, produit par les collisions inélastiques de ces électrons le long de leur itinéraire, diffuse ensuite en s'éloignant des aimants.

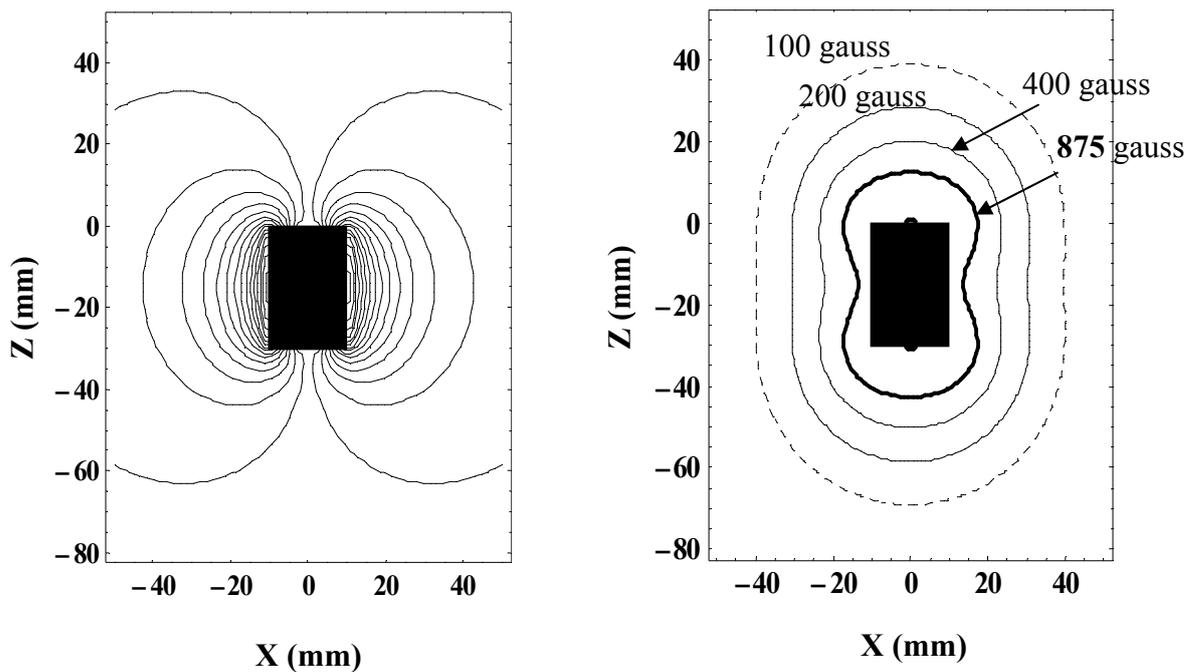


Figure 1.3. Configuration du champ magnétique produit par un aimant cylindrique avec aimantation axiale : a) lignes d'amplitude de champ magnétique constante; b) lignes de champ magnétique. La ligne 875 gauss correspond à la condition de couplage RCE à la fréquence d'excitation de 2,45 GHz.

L'intérêt de telles sources de plasma élémentaires réside dans leur simplicité et leur efficacité. Pour réaliser des sources de grandes dimensions, il suffit de répartir ces sources sur des réseaux à deux ou trois dimensions, selon que l'on souhaite réaliser des sources de plasma planes (ou gauches) ou obtenir des volumes de plasma.

1.3. Plasmas multi-dipolaires plans : court historique

1.3.1. Court historique des plasmas multi-dipolaires

Le premier brevet relatif à cette nouvelle génération de plasmas dits multi-dipolaires date de 1999 [15]. Il résultait d'une demande industrielle de la société Saint-Gobain qui souhaitait réaliser des traitements de surface uniformes sur des surfaces gauches, non planes. La nécessité de réaliser une source de plasma dont la forme était capable d'épouser la forme du substrat à traiter a conduit les inventeurs à abandonner les applicateurs conventionnels linéaires au profit d'applicateurs localisés, réglables en profondeur par rapport à la surface gauche à traiter. Les deux premiers réacteurs plans basés sur ce principe ont été réalisés par la société Metal Process, l'un à partir d'un réseau à maille hexagonale, avec des sources élémentaires présentant le même sens d'aimantation (cf. Fig. 1.4), l'autre à partir d'un réseau à maille carrée, avec sens d'aimantation alterné, dont les caractéristiques et les performances ont été récemment publiées [16,17].

Après validation de ces deux premières sources multi-dipolaires, Metal Process a réalisé, dans le cadre d'un contrat de Saint-Gobain et l'Air Liquide avec le LPICM de l'Ecole Polytechnique (Laboratoire de Physique des Interfaces et des Couches Minces), un réacteur de 50 cm × 50 cm comportant 25 sources élémentaires réparties selon un réseau à maille carrée [16]. Avec ce réacteur, il a été possible de déposer à partir mélanges SiH₄ / O₂ de déposer de la silice d'excellente qualité optique avec des vitesses de dépôt supérieures à 10 nm /s et des uniformités meilleures que ±2 % sur 40 cm × 40 cm.

Plus récemment, un second brevet [18] couvrant les applications nécessitant de produire des plasmas en volume a été déposé, ouvrant la voie à des applications comme la pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire ou le nettoyage des surfaces. Les performances d'un réacteur cylindrique sont présentées dans le second chapitre.

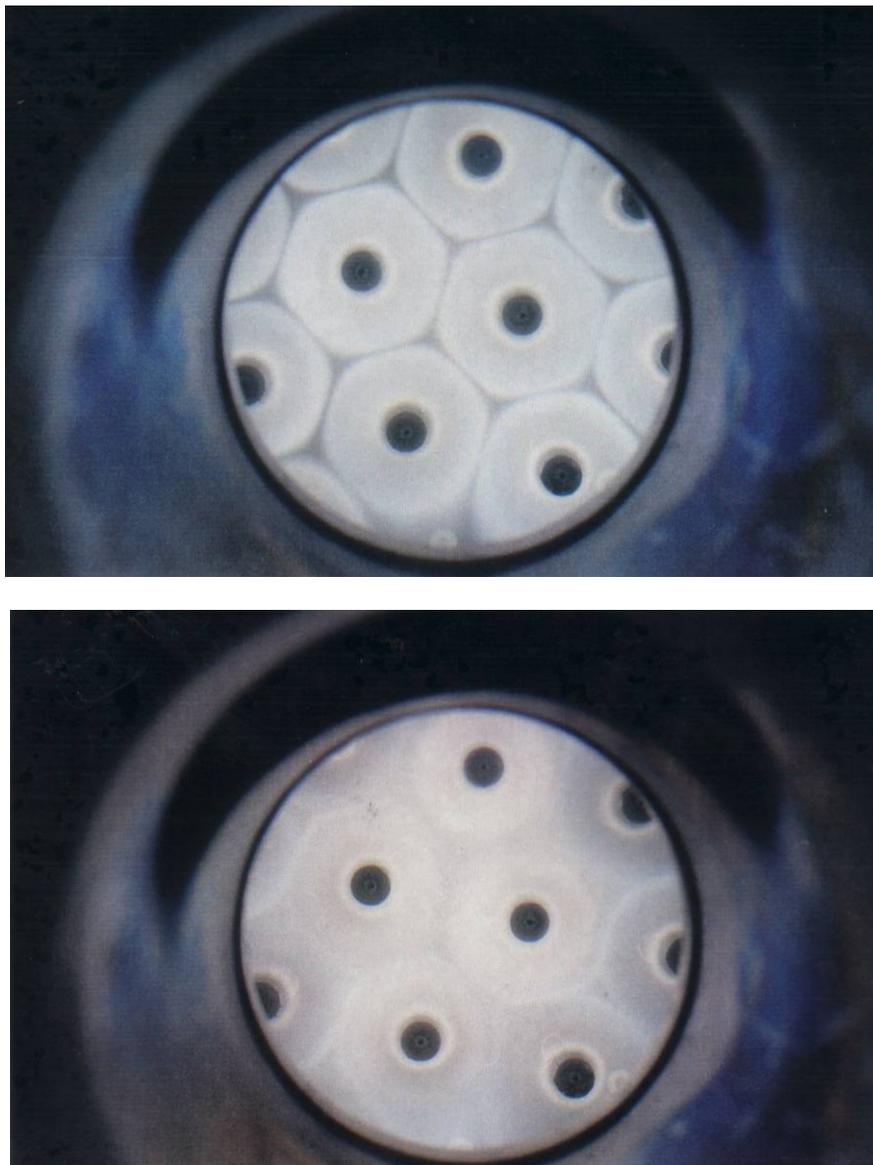


Figure 1.4. Photographies montrant la vue de face d'un réseau hexagonal de sources plasma élémentaires avec sens d'aimantation identiques : haut) pression d'argon 3×10^{-4} torr ; bas) pression d'argon 3×10^{-3} torr.

1.3.2. Intérêt et avantages technologiques

Comparés aux plasmas DECR de type conventionnel, les plasmas multi-dipolaires, qui ont démontré leur intérêt pour les traitements de surface de grandes dimensions, présentent de très nombreux avantages technologiques en termes de flexibilité, fiabilité, sont les suivants :

- a) simplicité de chaque source élémentaire ;
- b) interactions magnétiques réduites entre aimants ;

- c) interactions micro-onde réduites entre sources de plasma élémentaires. Ainsi, la puissance micro-onde peut être ajustée de façon indépendante sur chaque source élémentaire ;
- d) plasmas denses à toute fréquence du fait que les micro-ondes n'ont pas à se propager dans le plasma ;
- e) effets de bord réduits ;
- f) claquage du plasma à très basse pression, dû au confinement parfait des électrons rapides par la structure magnétique de type magnétron ;
- g) claquage du plasma à très faible niveau de puissance micro-onde ;
- h) haute fiabilité due à la faible puissance micro-onde appliquée à chaque source élémentaire ;
- i) possibilité d'extension d'échelle ;
- j) sources de plasma tri-dimensionnelles.

Tous les avantages résumés dans cette énumération font que les plasmas multi-dipolaires apparaissent comme une technologie simple, conviviale, dont l'extension d'échelle ne pose pas de difficulté. L'objectif du travail présenté dans les chapitres suivants est, après caractérisation des plasmas multi-dipolaires et dipolaires, d'acquérir une connaissance approfondie des mécanismes de production et de diffusion du plasma afin de pouvoir optimiser la technologie des sources élémentaires et leur utilisation dans des applications ciblées.

Performance de réacteurs utilisant des sources dipolaires

2. Performance de réacteurs utilisant des sources dipolaires

Ce chapitre présente les résultats des caractérisations de réacteurs plan (association de sept sources dipolaires) et cylindrique (20 et 48 sources réparties à la périphérie d'un réacteur cylindrique) par sondes de Langmuir. Ces mesures étant destinées à apprécier les performances de réacteurs pour des procédés de dépôts / gravure, seules les variations de densités ioniques sont considérées. De plus, du fait du faible champ magnétique relevé aux positions de mesure, le courant ionique n'est pas perturbé et aucune correction de champ magnétique n'est apportée aux résultats de ces mesures.

2.1. Réacteur plan

Une seule source dipolaire, comme celle présentée au Chapitre 1, ne peut pas fournir un plasma uniforme sur une grande surface. Il est donc indispensable d'associer plusieurs sources pour obtenir une densité d'espèces uniforme sur une grande surface. La manière la plus simple d'organiser des sources dipolaires est un réseau plan. Dans ce cas, chaque source étant indépendante, il est théoriquement possible de réaliser une nappe de plasma de dimensions infinies ayant une excellente uniformité.

2.1.1. Dispositif expérimental

Pour réaliser ce réacteur plan, sept sources dipolaires identiques sont assemblées suivant un réseau hexagonal [19]. La distance entre les sources est de 70 mm. Chaque source est reliée à un seul diviseur de puissance micro-onde à 8 voies placé en sortie du générateur micro-onde. Ainsi, un seul générateur de 1200 W permet d'alimenter les sept sources plasma de façon identique. Pour ne pas perturber le fonctionnement du diviseur de puissance par le retour de puissance réfléchi dans le guide d'onde, un circulateur individuel est placé entre chaque sortie du diviseur et le câble coaxial amenant l'énergie micro-onde à la source dipolaire considérée. Enfin, chaque source possède son adaptateur d'impédance et son refroidissement par circulation d'eau. Ces sources sont fixées à une flasque mobile située sur le dessus d'une enceinte cylindrique de diamètre intérieur 350 mm et de 330 mm de hauteur. Le pompage est assuré par une pompe turbo moléculaire de 500 l/s et une pompe primaire de 15 m³/h. Ainsi, le vide limite atteint est voisin de 10⁻⁷ mbar.

Les Figs 2.1a et b présentent respectivement une photo de la flasque mobile sur laquelle sont fixées les sept sources dipolaires du réseau hexagonal (a), et la coupe schématique du dispositif expérimental (b) utilisé pour faire fonctionner ce plasma dipolaire plan.

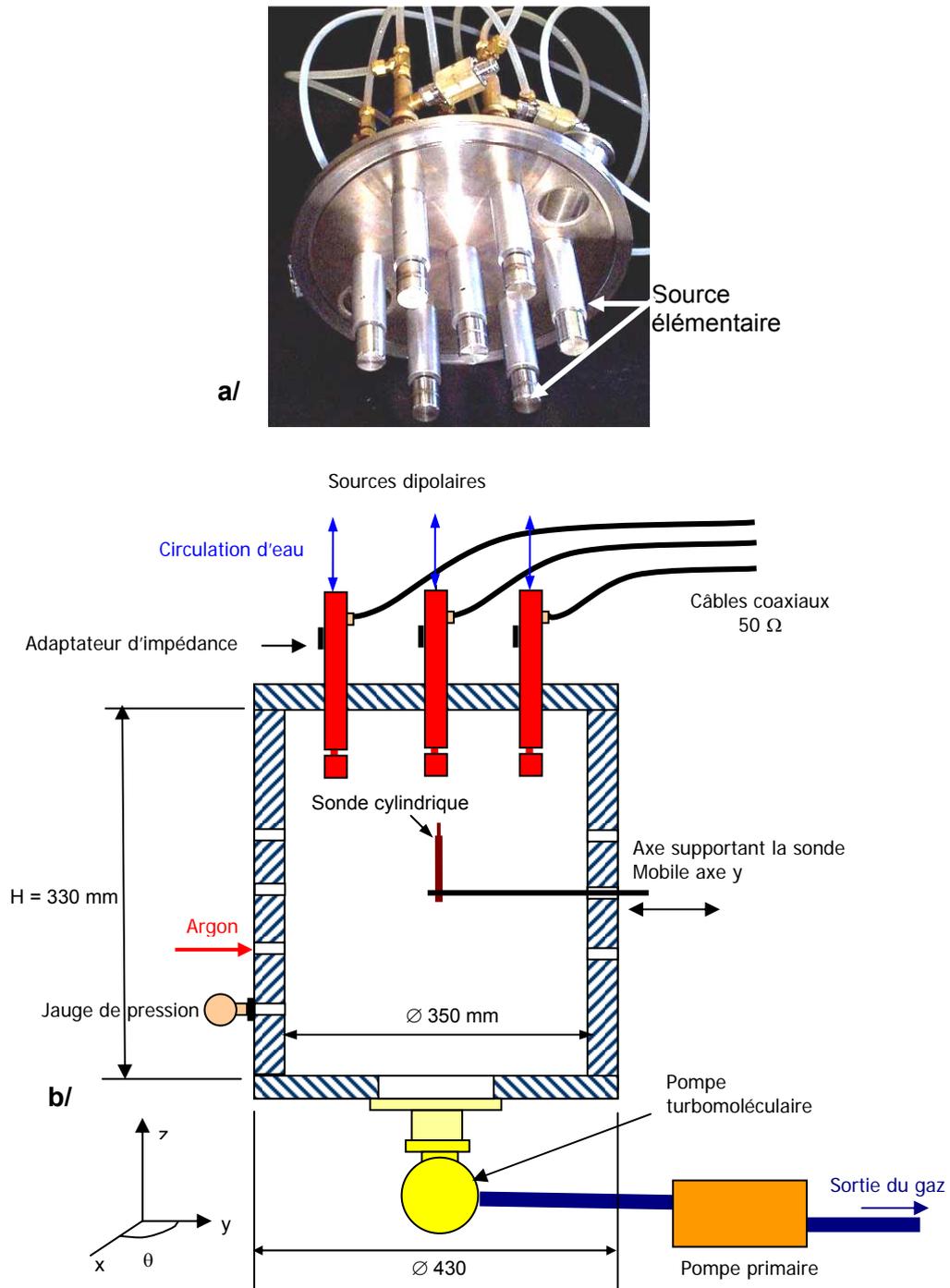


Figure 2.1. Vue de dessous du réseau hexagonal de 7 sources dipolaires élémentaires (figure a) et schéma du réacteur (figure b).

La Fig. 2.2 représente schématiquement la position des sources dipolaires dans le réacteur et les positions de mesure utilisées pour caractériser le plasma d'argon produit. La sonde cylindrique (longueur 5 mm et diamètre 0,5 mm) est placée verticalement sous le plan des sources à 50, 90 et 120 mm. Cette sonde est ensuite déplacée radialement depuis le centre vers l'extérieur suivant deux

directions différentes : sur un rayon interceptant 2 sources (coupe A) ou sur un rayon passant entre 2 sources (coupe B). Chaque rayon mesure 13 cm et une mesure est effectuée tous les 1 cm. La position verticale de la sonde est choisie pour limiter encore l'influence du champ magnétique sur les mesures. En effet, entre les sources, les lignes de champ magnétique sont perpendiculaires à la sonde, la perturbation est donc faible (cf. section suivante) et ainsi seules les positions pour lesquelles la sonde est devant une source (position colinéaire à une ligne de champ infinie) peuvent être plus perturbées [20].

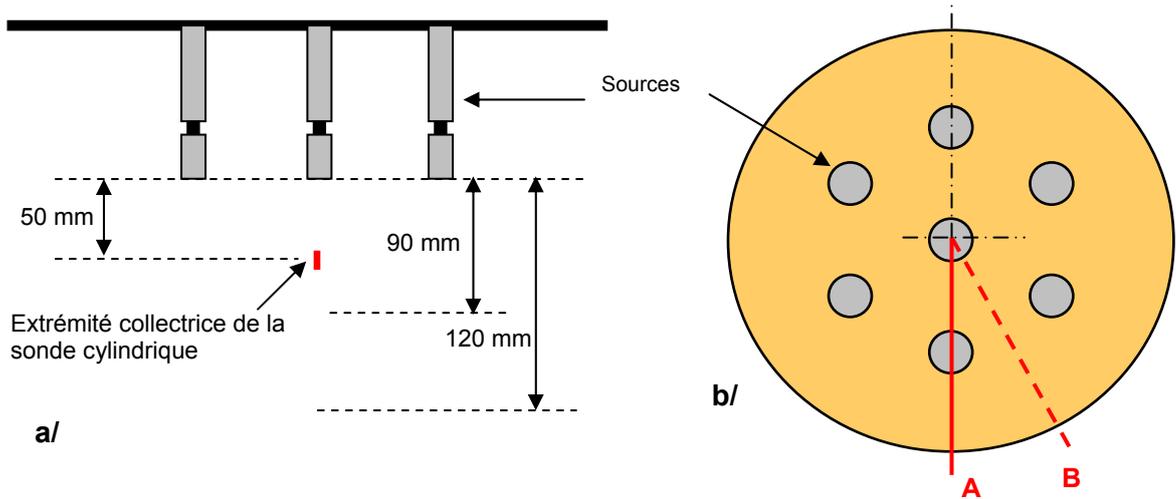


Figure 2.2. Schéma de la position des sources dipolaires et des positions de mesure (a) et schéma du déplacement de la sonde cylindrique (b).

La Fig. 2.3 présente l'allure des lignes de champ sous les sources dipolaires [19]. Les sources périphériques ont la même polarité magnétique, seule la source centrale est inversée afin de fermer le circuit magnétique.

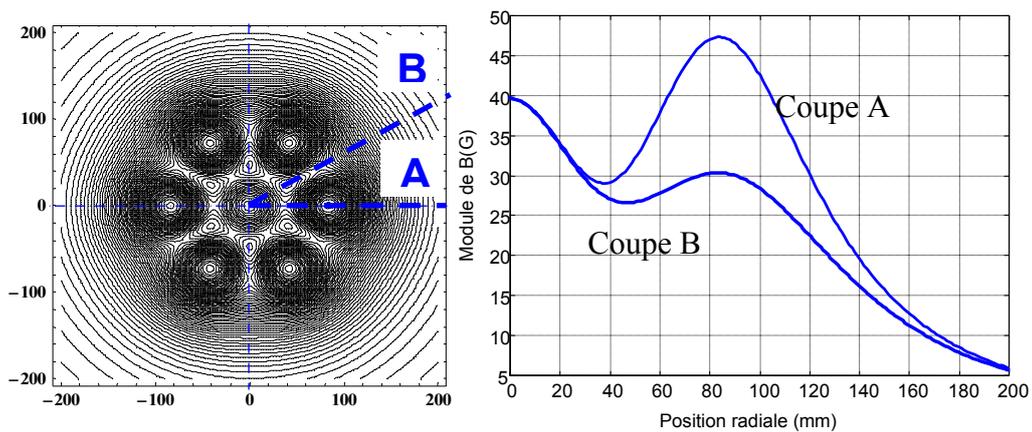


Figure 2.3. Allure des lignes de champ à 50 mm sous les sources dipolaires et variations radiales suivant deux axes de coupe du module du champ magnétique.

Les performances en termes de densité et de température électronique de ce réseau hexagonal de 7 sources dipolaires sont présentées ci-après.

2.1.2. Performances du réacteur plan

Les conditions expérimentales choisies sont les suivantes : gaz argon aux pressions 1,5 et 5 mTorr, puissance micro-onde appliquée 15 et 40 W par source. Entre chaque changement de condition expérimentale, l'accord d'impédance par minimisation de la puissance réfléchie est effectué.

Les mesures prises à 50 mm sous le plan des sources suivant les deux rayons (cf. Fig. 2.2) indiquent une très bonne homogénéité azimutale. En effet, les variations de densité ionique suivant deux sources (coupe A) et entre deux sources (coupe B) sont, d'après la Fig. 2.4, quasi-identiques.

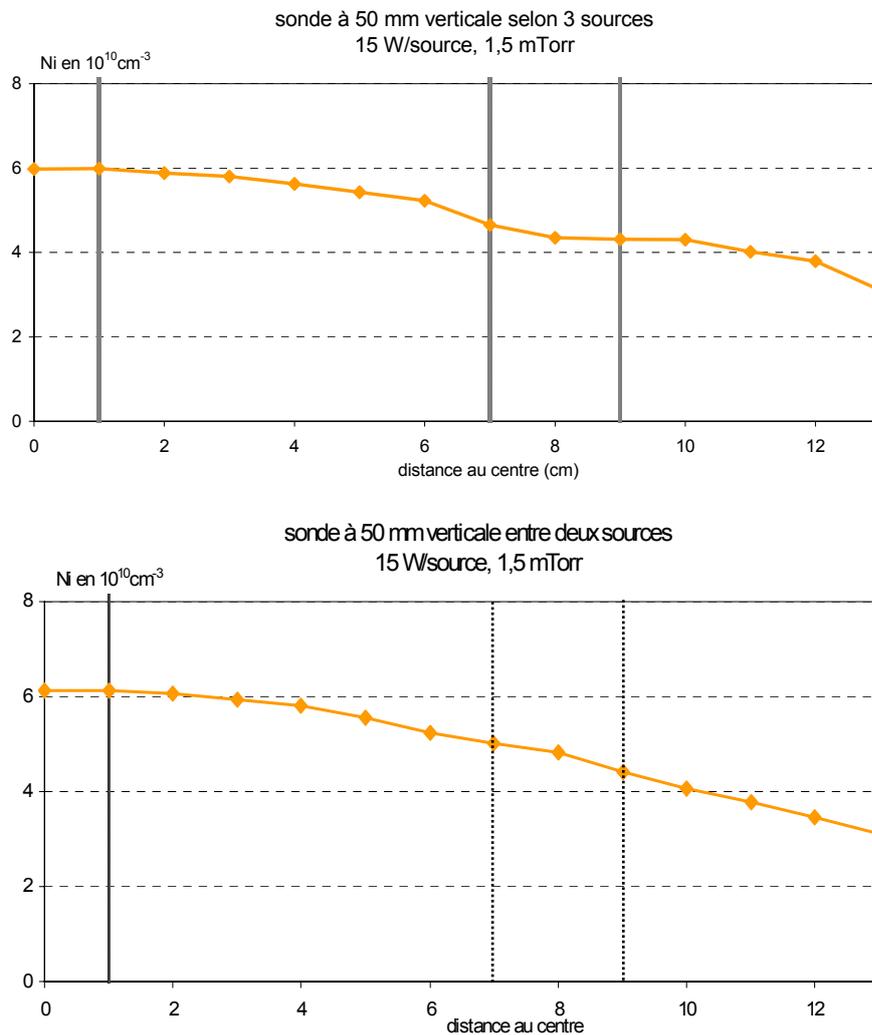


Figure 2.4. Variation de la densité ionique à 1,5 mTorr et 15 W par source à 50 mm sous le réseau suivant les coupes A (figure a) et B (figure b).

La Fig. 2.5 présente les variations radiales de la densité ionique en fonction de la position sous le réseau hexapolaire selon la coupe A (deux sources se trouvent sur le rayon de mesure). Le résultat des mesures effectuées à 50 mm sous le réseau (Fig. 2.5) indique une homogénéité radiale

perfectible (50% sur un rayon de 12 cm). Toutefois, les sources étant indépendantes les unes des autres, il est possible d'augmenter la puissance incidente appliquée aux sources périphériques afin de limiter cette variation de la densité radiale.

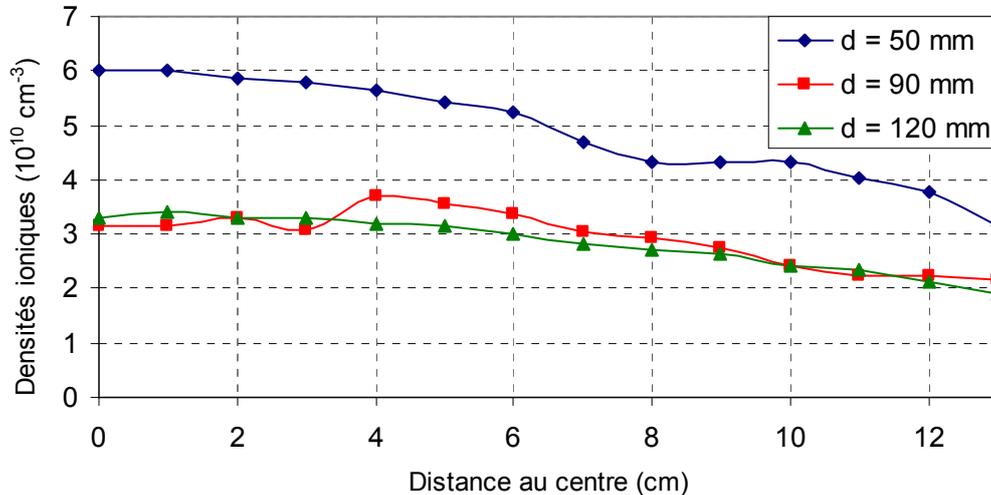


Figure 2.5. Densité ionique mesurée suivant la coupe A, à 50 mm, 90 mm et 120 mm sous le plan des sources. Conditions expérimentales : puissance 15 W par source, pression 1,5 mTorr d'argon.

En revanche, les variations radiales de la densité ionique à 90 mm et 120 mm sont similaires et présentent respectivement des variations de 43 et 37 %. En revanche, la valeur au centre du plasma a diminué fortement (47 %) entre la mesure effectuée à 50 mm et celle à 90 mm. Ces mesures indiquent donc qu'il est préférable de se situer près des sources (50 mm) pour favoriser la densité, et de s'éloigner (90 mm) pour favoriser l'homogénéité radiale.

En fonction de la position radiale, à 50 mm sous le réseau hexa polaire, les variations du potentiel plasma restent modérées (cf. Fig. 2.6), inférieures à 10 %. Le potentiel flottant présente, quant à lui, des variations plus importantes (60 %) suivant la position de mesure. Ces fluctuations correspondent à la présence d'électrons chauds qui sont d'autant mieux détectés que la sonde se trouve dans une position perpendiculaire aux lignes de champ sur lesquelles ces électrons se trouvent "piégés".

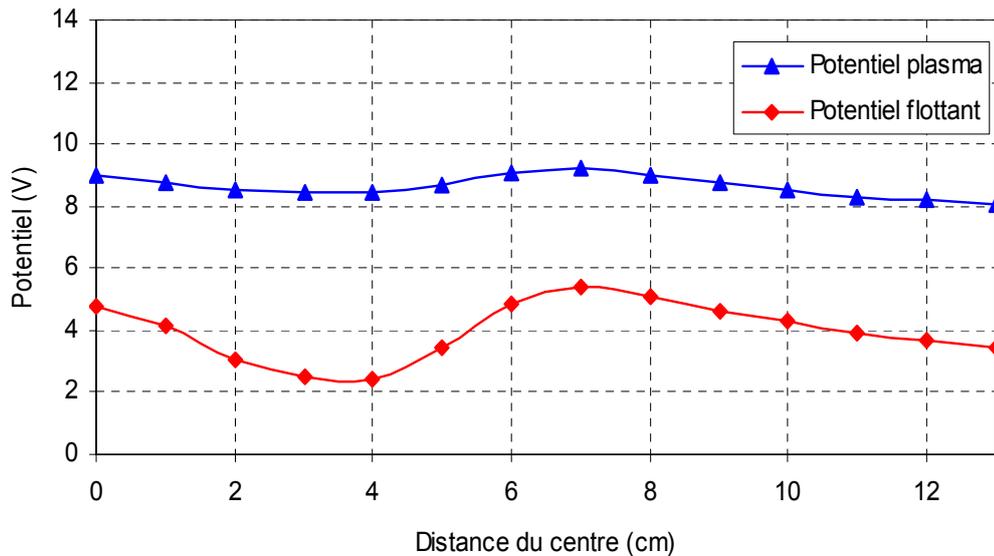


Figure 2.6. Evolution des potentiels plasma et flottant en fonction de la distance au centre. Conditions expérimentales : mesures effectuées selon la coupe A (passant par 2 sources), à 50 mm sous le plan des sources. La puissance micro-onde est de 15 W par source et la pression d'argon de 1,5 mTorr.

L'évolution de la température électronique est très faible le long de la coupe A (15 % entre les extrema). La faible température observée est propre aux plasmas RCE, à savoir un plasma de diffusion très froid car seules les espèces de faible énergie sont sensibles à l'influence de la charge d'espace et ainsi de diffuser vers le centre du réacteur. Les électrons de forte énergie, bien qu'ayant un rayon de Larmor plus important sont, eux, beaucoup moins sensibles aux variations de V_p et restent localisés (piégés) à la périphérie du réacteur dans les zones de fort champ magnétique.

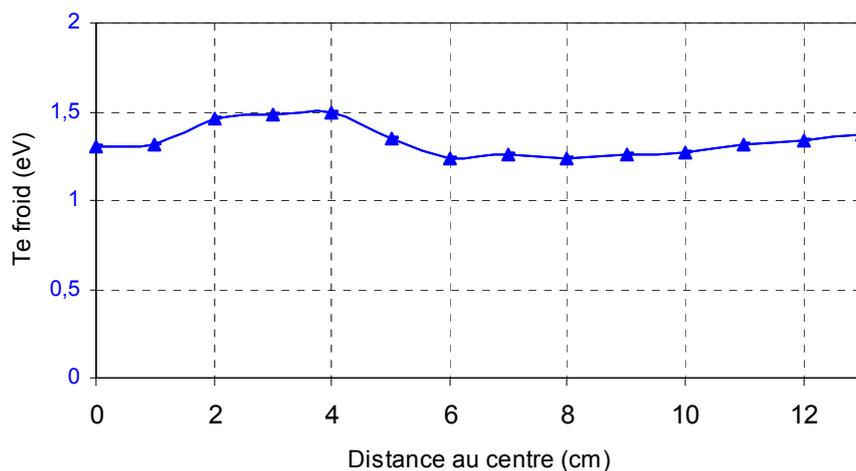


Figure 2.7. Evolution de la température électronique en fonction de la distance au centre. Conditions expérimentales : mesures effectuées selon la coupe A (passant par 2 sources) à 50 mm sous le plan des sources, puissance micro-onde 15 W par source, pression d'argon de 1,5 mTorr.

L'augmentation de la pression de travail (de 1,5 à 5 mTorr) permet d'augmenter la densité de 33 % tout en améliorant l'homogénéité radiale de la densité ionique (cf. Fig. 2.8). Ainsi, pour 15 W par

source à 5 mTorr, le plasma atteint $8 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ sur un rayon de 10 cm avec une uniformité proche de 1%.

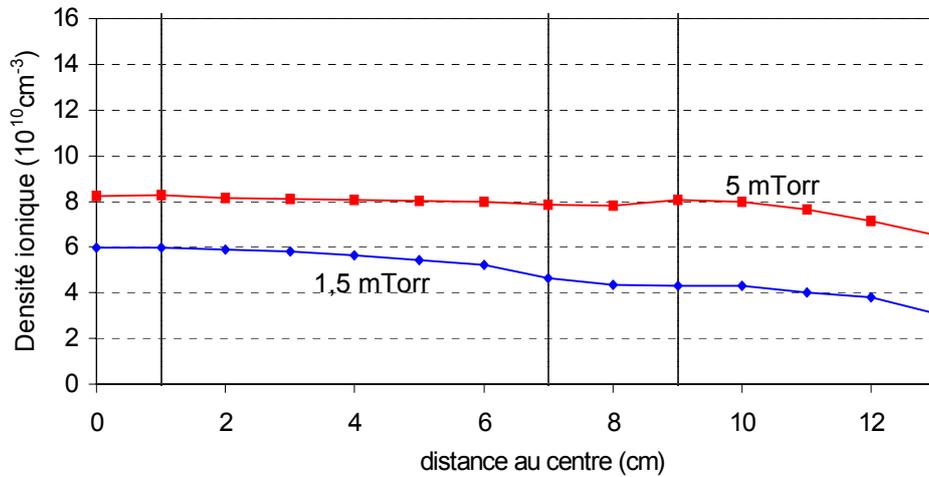


Figure 2.8. Evolution de la densité ionique en fonction de la distance au centre. Conditions expérimentales : mesures effectuées selon la coupe A (passant par 2 sources) à 50 mm sous le plan des sources, puissance micro-onde 15 W par source, argon pur.

A plus forte puissance, 40 W par source, l'augmentation de pression permet d'augmenter la densité au centre de 75 % et ainsi d'atteindre $1,4 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. En revanche, dans ce cas, c'est au préjudice de l'homogénéité puisque sur un rayon de 10 cm, la variation de n_i est proche de 30 %.

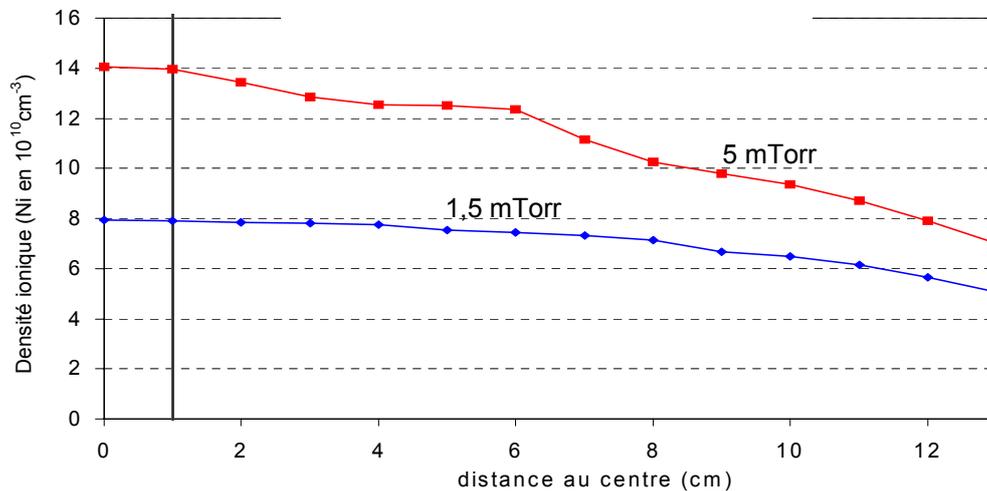


Figure 2.9. Evolution de la densité ionique en fonction de la distance au centre. Conditions expérimentales : mesures effectuées selon la coupe B (passant par 1 source) à 50 mm sous le plan des sources, puissance micro-onde 40 W par source, argon pur.

2.2. Réacteur cylindrique

La deuxième possibilité d'association des sources est une structure annulaire. Cette fois, les sources sont disposées à la périphérie d'un cylindre métallique et le plasma, bien que produit latéralement par chaque source, diffuse au centre du réacteur. Il est ainsi possible de construire un cylindre infiniment long ayant une densité longitudinale d'uniformité quasi-parfaite. Et ce, même aux extrémités car les sources sont indépendantes et peuvent être alimentées individuellement en puissance micro-onde.

2.2.1. Dispositif expérimental

L'enceinte à vide sur laquelle ces travaux ont été réalisés est un cylindre creux métallique de diamètre intérieur 350 mm et de hauteur 520 mm (Fig. 2.10). L'utilisation de 20 ou 48 sources peut être réalisée en changeant cette partie du réacteur. Un premier corps a été conçu réalisé pour recevoir 4 couronnes de 10 sources [22], et un second pour 4 couronnes de 12 sources [23].

Un groupe de pompage composé d'une pompe primaire de 30 m³/h et d'une pompe turbomoléculaire de 500 l/s de vitesse de pompage maintient une pression limite de l'ordre de 10⁻⁶ Torr. La pression de travail est mesurée grâce à une jauge capacitive dans une gamme allant de 1 à 10⁻⁴ Torr, avec une précision de mesure de 10 % sur la plus grande sensibilité. Les gaz sont introduits à l'aide d'une micro fuite manuelle. Comme pour le réacteur plan, l'accord de toutes les sources est effectué après chaque changement de condition expérimentale.

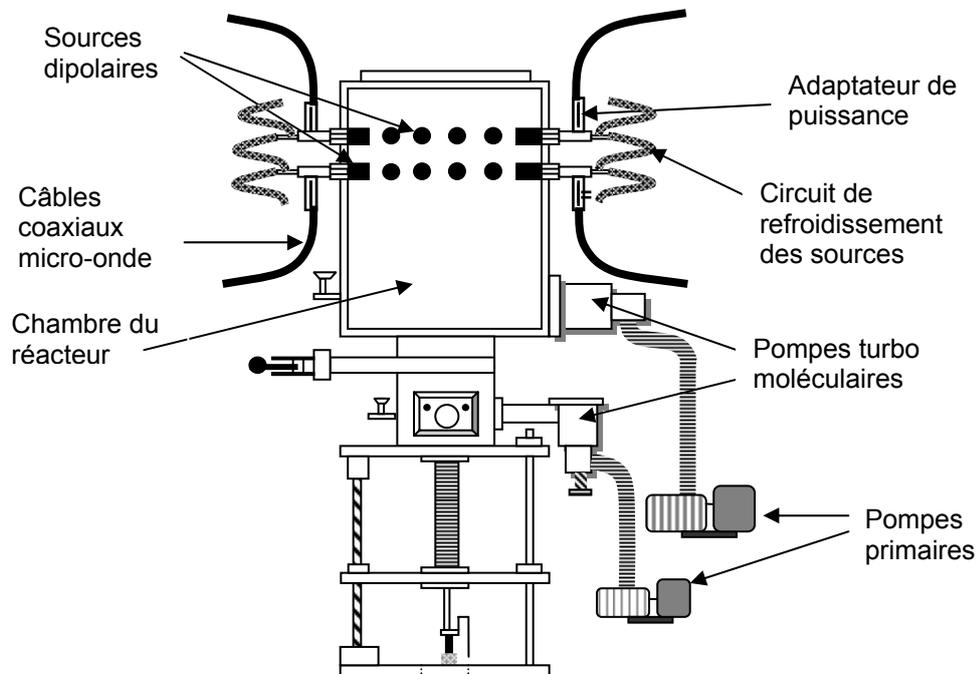


Figure 2.10. Réacteur plasma cylindrique avec 20 ou 48 sources dipolaires périphériques.

La sonde de Langmuir utilisée pour estimer les performances au centre du réacteur est introduite latéralement entre les deux couronnes de sources dipolaires. C'est une sonde cylindrique en tungstène de diamètre 0,5 mm et de longueur 8 mm, placée sur l'axe de réacteur, perpendiculairement à l'axe de ce dernier.

Les Figs. 2.11a et b sont des photos de l'intérieur du réacteur en fonctionnement. On distingue les sources dipolaires disposées à la périphérie du réacteur, perpendiculairement aux génératrices du cylindre, comme indiqué sur la figure précédente. Les aimants sont disposés suivant deux couronnes de 10 sources (cas a) ou quatre couronnes de 12 sources (cas b). Dans les deux cas, les sens d'aimantation des aimants sont alternés.

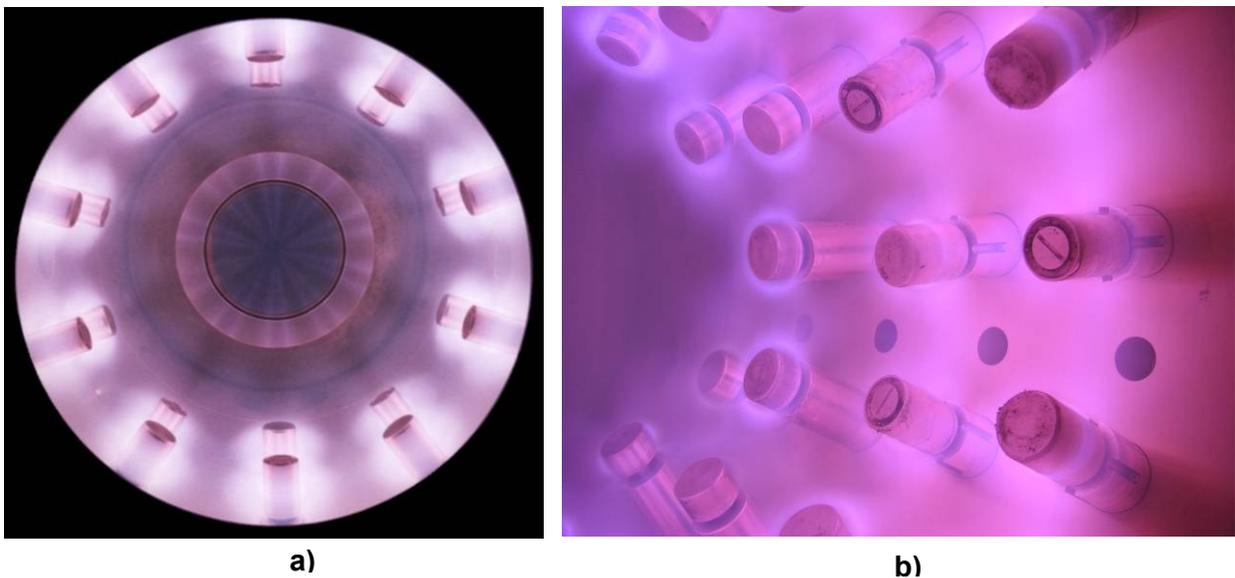


Figure 2.11. Photographies du réacteur cylindrique sur lequel des sources élémentaires dipolaires sont distribuées à la périphérie a) 20 sources et b) 48 sources. La pression d'argon est de 1 mTorr.

Les performances de ces deux distributions de sources dipolaires sont présentées ci après. L'intensité du champ magnétique étant inférieur à 10 G à la position de mesure, aucune correction n'est à appliquée au courant collecté par la sonde.

2.2.2. Performances des réacteurs cylindriques

Pour les deux réacteurs (20 et 48 sources), l'évolution des principaux paramètres du plasma (densité ionique, potentiel plasma V_p , potentiel flottant V_f , température électronique T_e) en fonction de la pression du gaz et de la puissance micro-onde a été mesurée par sonde de Langmuir. Toutes les mesures ont été réalisées avec un plasma d'argon pur. Lorsque le paramètre que l'on fait varier est la pression d'argon, la puissance est constante et prise égale à 125 W par source. Lorsqu'on fait

varier la puissance, la pression est constante et vaut 2,5 mTorr (0,3 Pa). Les Figs. 2.12 et 2.13 montrent l'évolution des paramètres V_p , V_f et T_e en fonction de la puissance et de la pression.

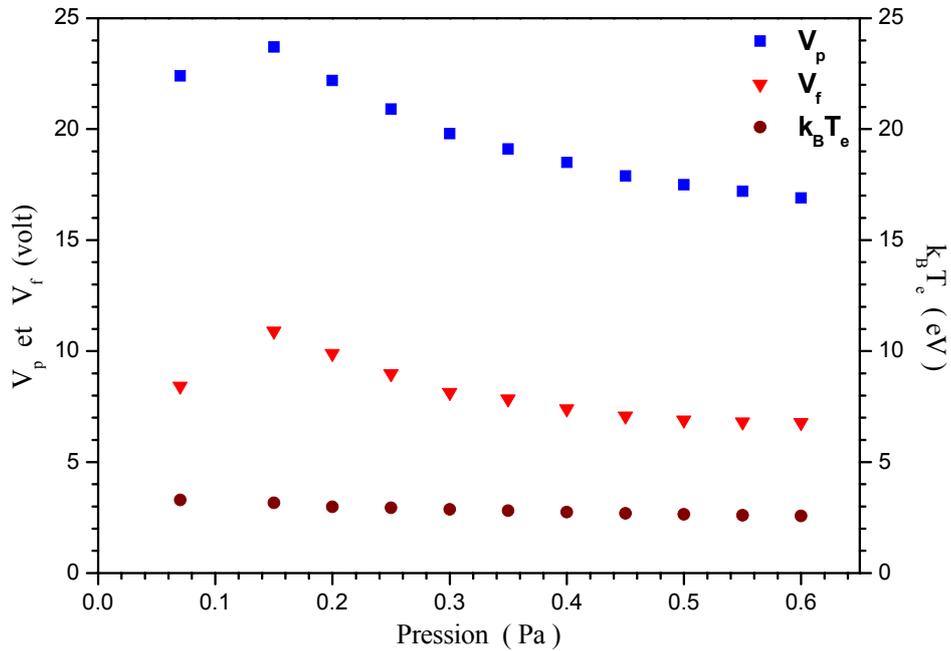


Figure 2.12. Evolution de V_p , V_f , T_e en fonction de la pression d'argon pour une puissance micro-onde de 125 W par source.

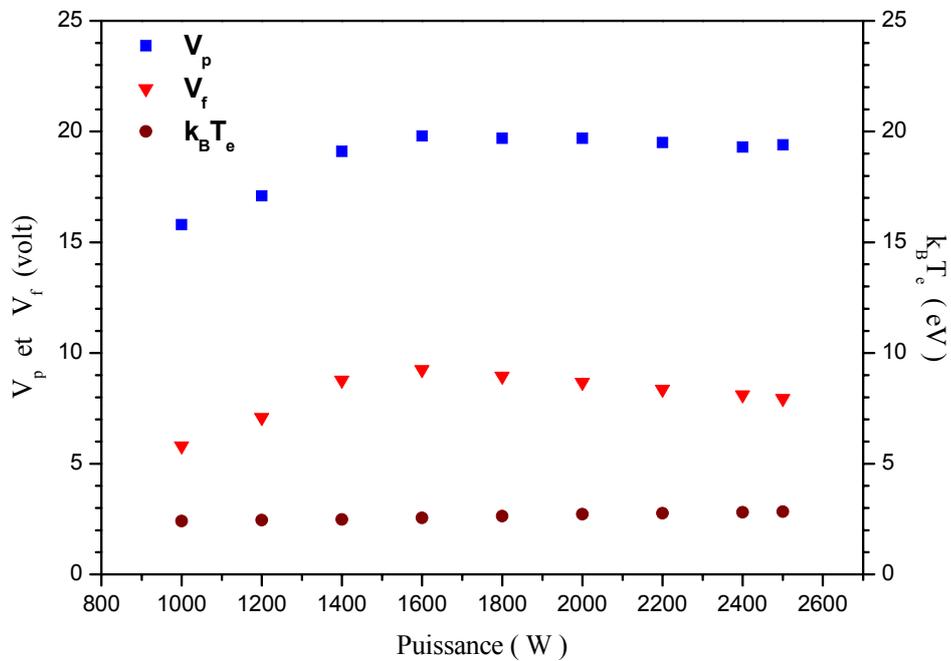


Figure 2.13. Evolution de V_p , V_f et T_e en fonction de la puissance micro-onde pour une pression d'argon de 2,5 mTorr (0,3 Pa).

A puissance constante (125 W par source) et pression variable, (Fig. 2.12), les variations de V_p et V_f à partir de 1 mTorr sont identiques et décroissent de façon monotone. Ainsi, V_p diminue de 24 V à 17 V lorsque la pression varie de 1 à 4,5 mTorr (de 0,15 à 0,6 Pa). En supposant le même régime de diffusion, le libre parcours moyen des électrons passe de plusieurs mètres à 1 mTorr à une longueur voisine de celle du diamètre du réacteur. Ainsi, le rapport des pertes électroniques sur la paroi par rapport à celle en volume dans le réacteur diminue. Les électrons ont donc moins besoin d'être confinés lorsque la pression augmente ce qui entraîne une diminution de la valeur de V_p . La constance de l'écart entre V_f et V_p en fonction des variations de pression indique que la température des électrons au centre du réacteur reste constante. C'est ce qu'indique la troisième courbe de la Fig. 2.12.

Lorsque la puissance est modifiée, à pression constante (2,5 mTorr), à partir de 80 W par source dipolaire (1600 W), les valeurs de V_p et V_f restent constantes et correspondent à celles obtenues à 125 W par source et pour une pression identiques. Dans ce cas, à partir de cette puissance, le plasma créé à la périphérie diffuse parfaitement vers le centre du réacteur. A plus basse puissance micro-onde injectée, le plasma reste localisé à la périphérie et ne remplit que progressivement tout le réacteur.

Les figures suivantes présentent les variations de la densité ionique n_i au centre du réacteur en fonction de la pression de fonctionnement ou de la puissance micro-onde appliquée.

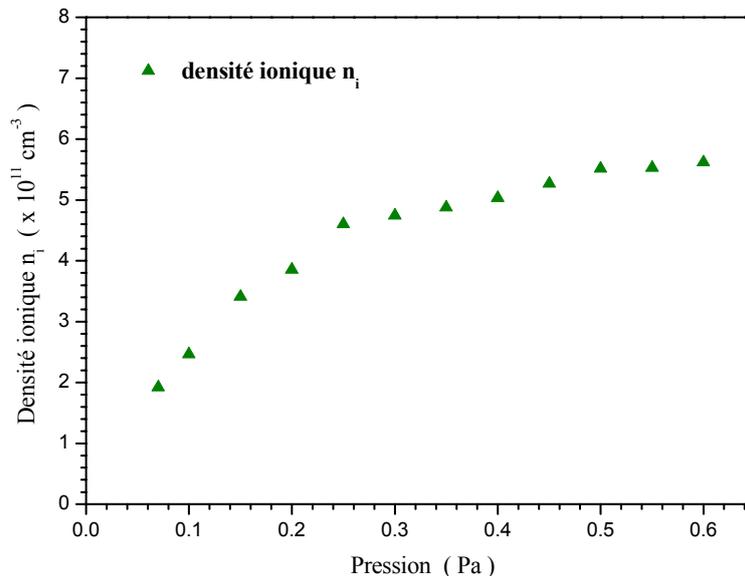


Figure 2.14. Evolution de la densité ionique en fonction de la pression d'argon pour une puissance de 125 W par source.

Lorsque la puissance est maintenue (125 W par source) et que la pression est modifiée, la densité maximale atteinte est de $5,5 \cdot 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ à 4,5 mTorr (cf. Fig. 2.14). La variation de la densité en fonction de la pression, $n_i = f(p)$, est parabolique.

Les variations de la densité ionique n_i en fonction de la puissance injectée à pression constante sont linéaires (cf. Fig. 2.15).

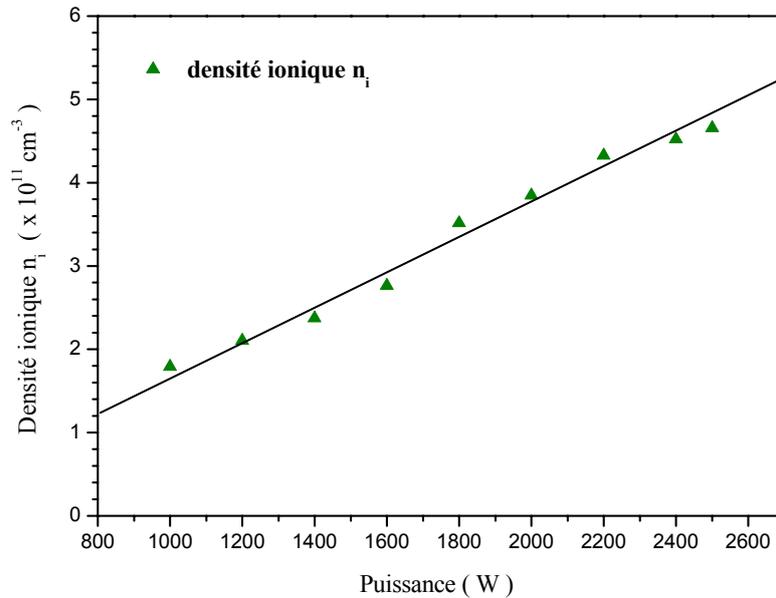


Figure 2.15. Evolution de la densité ionique en fonction de la puissance pour une pression d'argon de 2,5 mTorr.

Ainsi, à 2,5 mTorr et 130 W par source dipolaire, la densité est de $4,5 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. La courbe indique que la densité critique est largement dépassée (cf. Chapitre 1). Cette particularité est due au fait que la structure des sources dipolaires n'est pas propagative et que le couplage entre la puissance micro-onde et le plasma s'effectue dès la sortie par le gap (interstice entre l'extrémité du guide coaxial et l'arrière de l'aimant) de l'onde incidente.

Les résultats obtenus avec 48 sources sont similaires à ceux discutés ci-dessus. Ils sont représentés sur les figures suivantes.

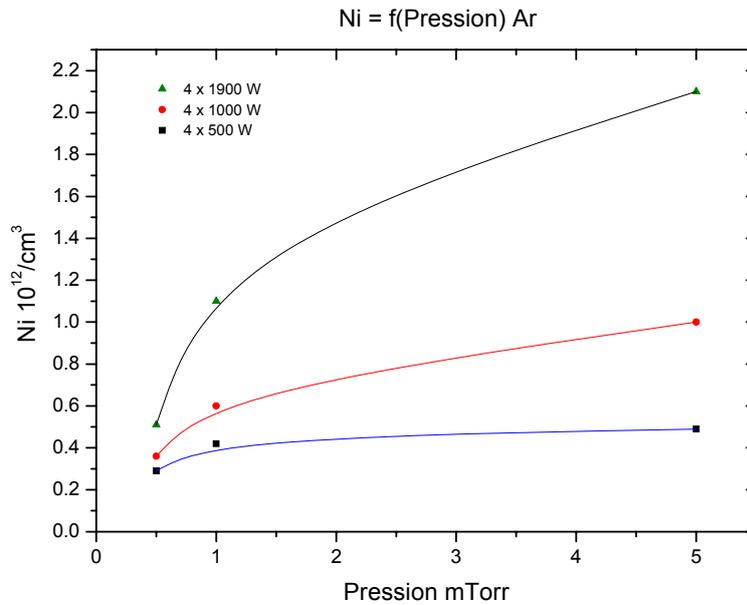


Figure 2.16. Variations de la densité ionique n_i au centre du réacteur en fonction de la pression d'argon dans le réacteur.

Sur la Fig. 2.16, on retrouve le même comportement que celui observé avec 20 sources, à savoir une allure parabolique de la variation de n_i en fonction de la pression d'argon injectée. La mesure est réalisée au même endroit, à savoir au centre du réacteur entre deux couronnes de sources dipolaires. Cette fois, la densité maximale atteinte est de $2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ soit près de 3,5 fois plus que pour la précédente structure. Outre le fait que la puissance micro-onde injectée est 3 fois plus importante, il se produit un effet de confinement du plasma produit par les 28 sources supplémentaires utilisées.

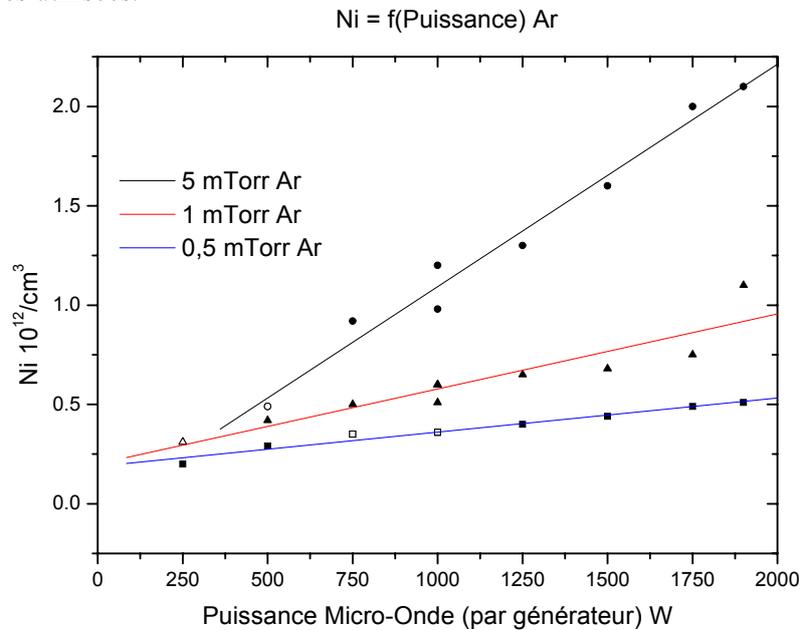


Figure 2.17. Evolution de la densité ionique n_i en fonction de la puissance micro-onde appliquée à l'ensemble des sources.

Les variations de la densité ionique en fonction de la puissance injectée sont comme pour le cas des 20 sources, linéaires en fonction des variations de puissance, et ce, pour trois pressions différentes (Fig. 2.17). Il est intéressant de noter la très large gamme de densité ionique accessible avec ce réacteur, de $0,25$ à $2,1 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$. De plus, il est possible de n'utiliser que certaines sources et, dans ce cas, sans rien modifier à la structure du réacteur (les sources non alimentées en puissance micro-onde servant au confinement du plasma produit), des densités encore plus faibles peuvent être accessibles.

2.3. Conclusion sur les plasmas multi-dipolaires

Le concept de distribution a été appliqué avec succès à des sources dipolaires élémentaires réparties sur des réseaux bi-dimensionnels (sources planes) ou tri-dimensionnels (plasmas en volume). Les densités mesurées dans les plasmas d'argon peuvent dépasser 10^{12} cm^{-3} , valeur largement suffisante pour des applications industrielles nécessitant une forte assistance ionique.

De manière générale, la densité du plasma augmente avec le nombre total de sources et avec la puissance micro-onde appliquée à chaque source. Aussi, l'amélioration de l'efficacité d'une source élémentaire en termes de rendement en énergie est primordiale pour accroître les performances des plasmas multi-dipolaires. Une meilleure compréhension des mécanismes de production et de diffusion du plasma doit donc permettre d'augmenter les performances des sources élémentaires. Pour cela, la caractérisation fine du plasma produit par une source élémentaire, étudiée dans le prochain chapitre, est indispensable à la compréhension fine de ces mécanismes et à leur modélisation.

Performance d'une source élémentaire dipolaire

3. Performance d'une source élémentaire dipolaire

Ce chapitre présente tout d'abord les méthodes de compensation du champ magnétique et de détection des électrons chauds lors de mesures par sonde de Langmuir en plasma RCE. Le dispositif expérimental utilisé est identique à celui présenté dans le Chapitre 2 (cf. Fig. 2.1). Toutefois, dans le présent chapitre, UNE seule source dipolaire est considérée. Afin de comprendre et d'en améliorer le fonctionnement, plusieurs types de source ont été étudiés. Les modifications ont porté sur la morphologie de l'extrémité magnétique. Ainsi, des domaines de fonctionnement ont été délimités et des cartographies des paramètres plasma (densités, températures et potentiels) ont été réalisées. De plus, la spectroscopie d'émission optique a été employée pour confirmer les résultats obtenus par sondes de Langmuir.

3.1. Utilisation d'une sonde de Langmuir en plasma RCE

Les sondes de Langmuir, planes et cylindriques, après correction de l'influence du champ magnétique ont servi à la mesure des potentiels V_p et V_f , températures T_{e1} et T_{e2} (respectivement la température moyennes des populations électroniques froide et chaude) et densités n_e , n_i du plasma. Bien que les basses pressions nécessaires au fonctionnement des plasmas RCE soient, a priori, favorables aux mesures par sonde du fait de l'absence de collision dans la gaine électrostatique, deux perturbations doivent pourtant être considérées : la présence de champ magnétique et d'électrons chauds.

3.1.1. Mesure en champ magnétique

Pour corriger l'influence d'un champ magnétique sur des mesures de sonde électrostatique, il existe deux solutions : recalculer les coefficients de diffusion parallèle et perpendiculaire des particules par rapport à la sonde [24] ou calculer grâce à des abaques un terme correctif à appliquer au courant effectivement collecté [25]. Lors du déplacement de la sonde au voisinage de l'extrémité de la source dipolaire, l'orientation et l'intensité du champ magnétique \mathbf{B} sont extrêmement variables. Il a donc été nécessaire de corriger, en tenant compte de l'orientation relative du champ par rapport à la sonde et de son intensité, le courant de sonde collecté.

Ainsi, Laframboise et al. [26] donnent des abaques du courant corrigé i en fonction de l'angle θ (orientation de \mathbf{B} par rapport à l'axe de la sonde) et/ou du champ magnétique réduit $\beta = r_s / r_L$ (rapport du rayon de sonde sur le rayon de Larmor).

Les Fig. 3-1a et b suivantes représentent les variations du courant normalisé i ($i = I / I_{th}$, I_{th} étant le courant thermique) en fonction de l'angle θ ou du potentiel réduit χ_s ($\chi_s = q V_s / (kT_e)$). Ainsi, une fois ce rapport connu, il est possible (connaissant T_e) d'estimer la densité d'ions ou d'électrons du plasma magnétisé.

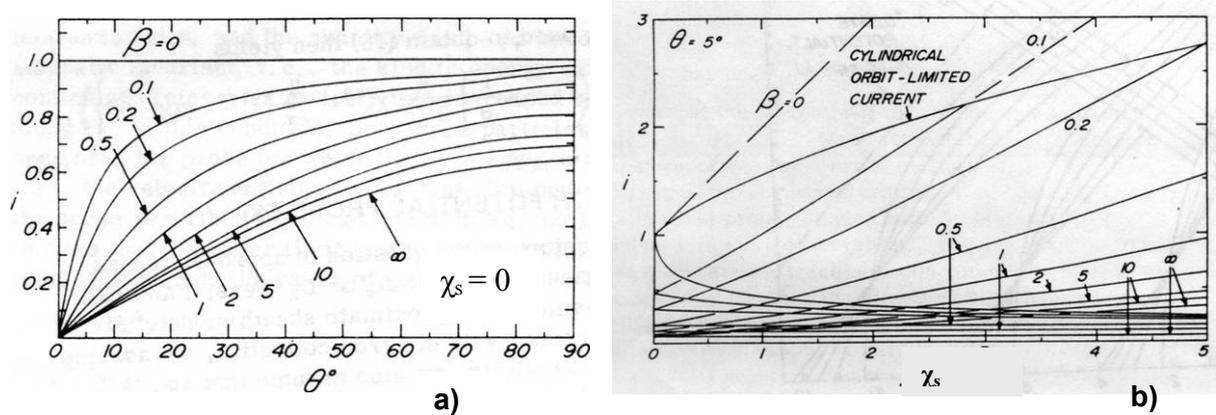


Figure 3.1. *Abaques donnant les valeurs de i en fonction de l'angle θ :
a) au potentiel plasma, $\chi_p = 0$ b) en fonction du potentiel de polarisation à $\theta = 5^\circ$.*

Ces abaques sont difficiles à exploiter pour plusieurs raisons. Pour des faibles angles, inférieurs à 10° , il apparaît difficile de déterminer avec précision, d'après la Fig. 3.1a la valeur de i pour les fortes valeurs de β . De même, les faisceaux de courbes donnant la valeur de i en fonction du potentiel de polarisation χ_s sont valables pour une seule position angulaire, ici $\theta = 5^\circ$. Il nous a donc été nécessaire de recalculer ces abaques pour les valeurs de β et θ correspondant à nos valeurs expérimentales. La Fig.3.2 présente les résultats de ces calculs effectués pour différentes valeurs de θ et du module B de champ magnétique [19].

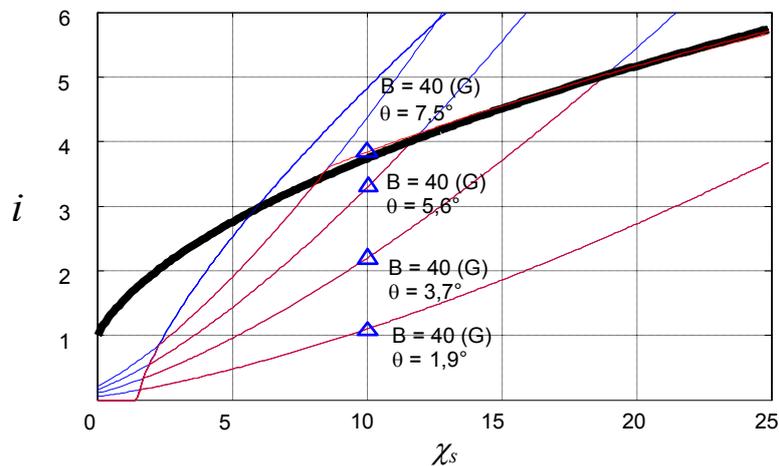


Figure 3.2. *Variations du courant collecté i , par unité de longueur, en fonction du potentiel de polarisation réduit de la sonde χ_s pour différentes valeurs de champ magnétique B et de l'angle d'inclinaison θ entre la sonde et le champ \mathbf{B} .*

Sur cette figure, nous avons reporté, ligne noire épaisse continue, le courant i en fonction de χ_s issue de la théorie de collection orbitale OML. En effet, au-delà de ces valeurs, i.e. à un potentiel

donné, lorsque $i_{\text{calculé}} > i_{\text{OML}}$ les forces électrostatiques de collection des espèces chargées sont supérieures aux forces de confinement magnétiques. Dans ce cas, l'effet du champ magnétique est donc négligeable. D'après les résultats présentés sur la Fig. 3.2, au-delà de $\theta = 7,5^\circ$ pour une polarisation de la sonde $\chi_s = 10$ V il n'y a plus de correction à appliquer aux courants collectés lorsque le module de \mathbf{B} est égale à 40 G. En effet, le triangle bleu représentant la valeur de i à $\chi_s = 10$ V est situé sur la courbe i_{OML} .

Ainsi, pour les mesures de sondes de Langmuir, ces abaques recalculés en fonction de β et θ ont permis de corriger les résultats obtenus. Ces corrections ont porté sur les valeurs des densités, qui sont proportionnelles aux courants collectés à un potentiel fixe.

La Fig.3.3 présente en diagramme semi-logarithmique les variations de i dans la zone répulsive pour les électrons, là où est mesurée la température électronique [19]. On constate que l'angle θ n'a que peu d'influence sur la pente des droites, la température électronique n'est donc pas affectée. Pour des forts champs magnétiques, supérieurs à 500 G, une inflexion apparaît au voisinage de V_p ($\chi_s = 0$). Notre système d'analyse des courbes de sondes utilisant la partie linéaire des courbes $I_s = f(V_s)$ au-delà de - 3 V, la température électronique ne sera donc pas affectée lors de ces mesures.

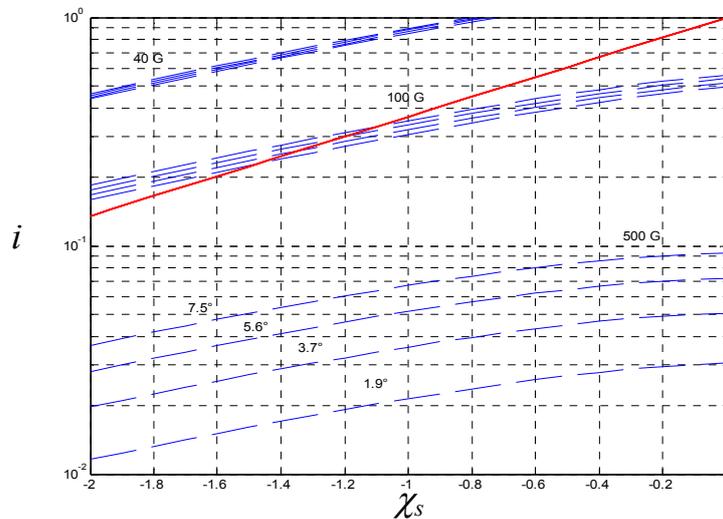


Figure 3.3. Abaque représentant i en fonction de $\chi_s < 0$, cas des potentiels répulsifs. La ligne rouge représente comme sur la Fig. 3.2, la limite de prise en compte des forces magnétiques sur la répulsion des particules. Ici elle représente $i = \exp(\chi_s)$. Trois faisceaux de courbes représentent des conditions où $B = 40$, 100 et 500 Gauss, pour les valeurs d'angle θ suivantes : 1,9° ; 3,7° ; 5,6° et 7,5°.

3.1.2. Détection des électrons chauds

La production de plasma par couplage RCE génère inmanquablement la présence d'électrons chauds dans le plasma. Leur présence se signale par une dérive du potentiel flottant vers des valeurs plus négatives que celles observées classiquement. Toutefois ce décalage du potentiel flottant est souvent difficile à relier à une température. En effet, la densité de ces espèces plus chaudes reste faible. Sur la Fig. 3.4, représentation semi-log du courant électronique collecté au voisinage d'une source dipolaire, deux populations maxwelliennes distinctes sont présentes. Les températures moyennes de ces deux groupes d'électrons sont 2 eV et 7 eV respectivement. En revanche, le rapport des densités des deux populations est de l'ordre de 25. Il est donc nécessaire d'utiliser un algorithme particulier pour l'analyse des courbes caractéristiques $I_s(V_s)$ obtenues [20].

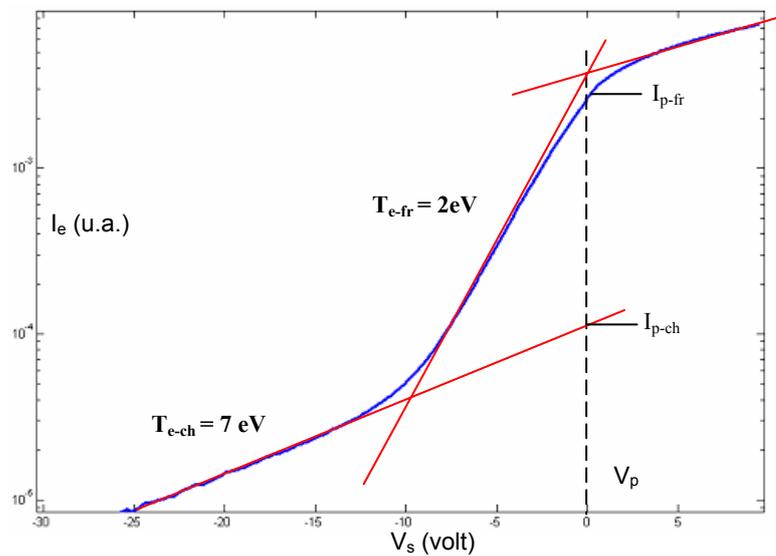


Figure 3.4. Représentation semi-logarithme du courant électronique collecté I_e en fonction du potentiel V_s appliqué à la sonde cylindrique dans un plasma d'argon à 1mTorr, puissance micro-onde 100 W. Dans ce cas, à la position de mesure, la FDEE est la somme de deux populations électroniques maxwelliennes distinctes (froide et chaude).

Pour estimer cette population d'électrons, un logiciel d'analyse de courbes $I_s(V_s)$ a été développé. La Fig. 3.5 présente le résultat de l'analyse de la zone exponentielle d'une courbe $I_s(V_s)$ expérimentale obtenue au voisinage du gap. Les courbes noires représentent la déconvolution de la courbe expérimentale verte en deux populations maxwelliennes de températures et densités différentes.

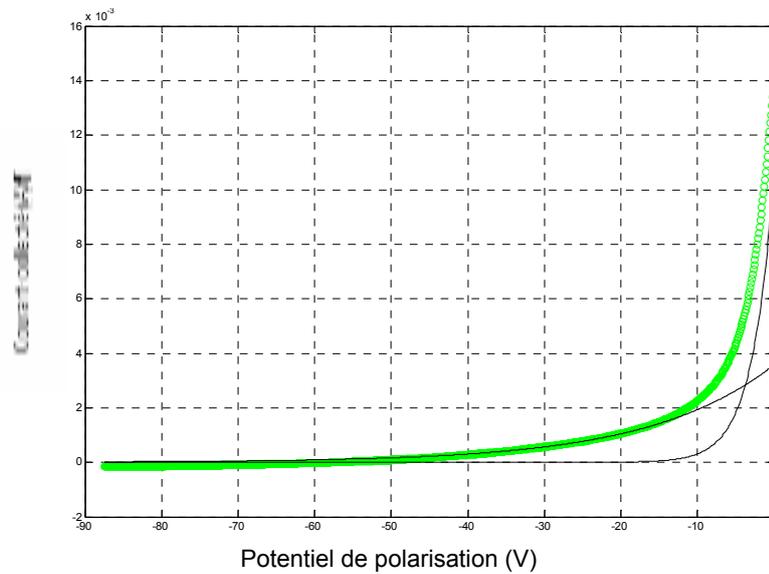


Figure 3.5. Analyse de la zone exponentielle d'une courbe $I_s(V_s)$ pour laquelle le potentiel flottant V_f est très négatif (présence d'électrons chauds). La courbe verte représente la mesure et les courbes noires la déconvolution en deux distributions maxwelliennes.

L'analyse de la courbe $I_s(V_s)$ procède par étapes successives :

- ✘ Détermination de V_p et V_f
- ✘ Convergence non linéaire sur la zone exponentielle pour déterminer T_e et n_e (température et densité) des électrons froids et chauds.
- ✘ Estimation de la densité ionique à V_p par utilisation du courant de Bohm, à T_e fixée.
- ✘ Convergence non linéaire sur la zone de saturation ionique pour estimer n_i , à T_e fixée.
- ✘ Estimation de la densité électronique n_e , par convergence non linéaire sur la branche de saturation électronique (si elle existe)
- ✘ Le potentiel plasma est recalculé et les étapes précédentes de nouveau effectuées jusqu'à convergence sur une valeur de la densité ionique. Cet algorithme s'inspire de celui décrit par Hopkins et Graham [21].

Les Figs. 3.6 et 3.7 présentent des résultats d'analyse de courbes $I_s(V_s)$ pour deux cas distincts : présence et absence d'électrons chauds (respectivement première et deuxième courbes). Dans les deux cas, la convergence finale du modèle, trait rouge, est très similaire à l'allure de la courbe expérimentale en trait bleu.

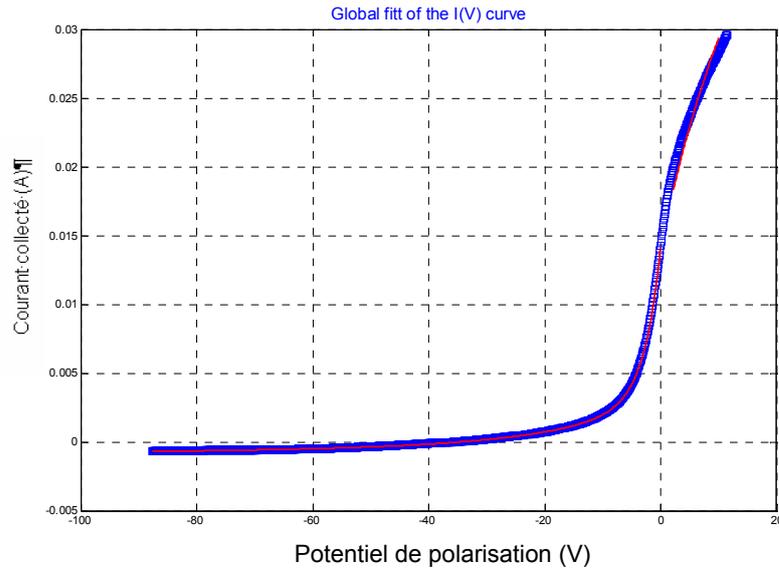


Figure 3.6. Résultat de l'ajustement du modèle à deux températures maxwelliennes (rouge) sur la courbe expérimentale filtrée (bleue) pour une mesure réalisée dans une zone plasma riche en électrons chauds.

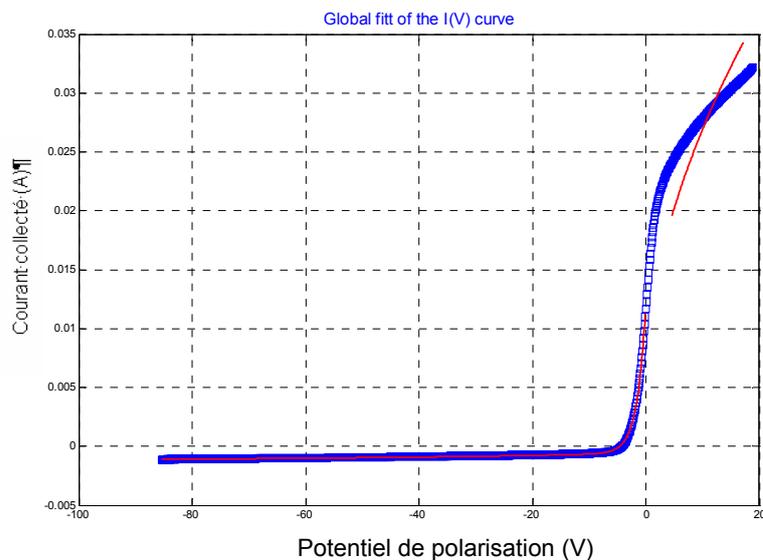


Figure 3.7. Résultat de l'ajustement du modèle à deux températures maxwelliennes (rouge) sur la courbe expérimentale filtrée (bleue) pour une mesure réalisée dans une zone plasma pauvre en électrons chauds.

3.2. Caractérisation d'un plasma par spectroscopie d'émission optique

Ce diagnostic est très complémentaire des mesures par sonde de Langmuir et a l'avantage d'être parfaitement non intrusif par rapport à ces dernières. Cette méthode de mesure a été utilisée pour la caractérisation longitudinale des sources plasma dipolaires. Pour ce faire, les raies 750,4 nm et 465,8 nm ont été observées. La lumière émise lors du retour à l'état fondamental de ces deux

états permet de localiser les zones où se trouvent les électrons chauds, donc indirectement les zones de production du plasma.

En effet, la transition de l'état fondamental des espèces (atomes d'argon) vers les états excités (Ar^* , Ar^{+*}) est essentiellement le résultat d'une transition directe par collision électronique du type :



où $(\text{Ar})_i^*$ et $(\text{Ar}^+)_k^*$ indiquent les atomes et les ions d'argon aux états excités i et k .

La désexcitation des deux espèces excitées est essentiellement de type radiatif et non collisionnel :



Les raies spectrales d'émission sont $\lambda_{ij} = \lambda_0 = 750,4$ nm et $\lambda_{kl} = \lambda_+ = 465,8$ nm pour la désexcitation des atomes Ar et des ions Ar^+ , respectivement. Les seuils énergétiques de ces deux réactions sont très différents : $\varepsilon_0 \geq 13,7$ eV et $\varepsilon_+ \geq 37$ eV. En effet, Lagarde et *al.* [27] ont montré que le rapport des raies représentatives de l'émission des espèces excitées Ar^* et Ar^{+*} , i.e. $\lambda_{ij} = \lambda_0 = 750,4$ nm et $\lambda_{kl} = \lambda_+ = 465,8$ nm, est parfaitement représentatif du rapport des densités d'espèces atomique et ionique. De plus, cette méthode permet de s'affranchir des contraintes du champ magnétique. L'observation de ces raies d'émission renseigne donc sur la localisation de la production des ions et des électrons au voisinage de la source [27].

Ces mesures ont été réalisées avec un spectromètre optique haute résolution à réseau. Il se compose essentiellement d'un réseau de diffraction plan de 1200 traits/mm. Un photomultiplicateur (détecteur) est utilisé pour transformer le signal lumineux en signal électrique. Une fibre optique est destinée à amener la lumière du plasma sur la fente d'entrée du spectromètre. La position de l'extrémité de fibre peut être déplacée et orientée grâce à un système de mesure de positionnement (cf. Fig. 3.8). A l'intérieur du réacteur, un collimateur tubulaire simple permet de limiter l'angle de collection de la lumière. Un prisme est utilisé pour rediriger la lumière collectée horizontalement dans une direction verticale.

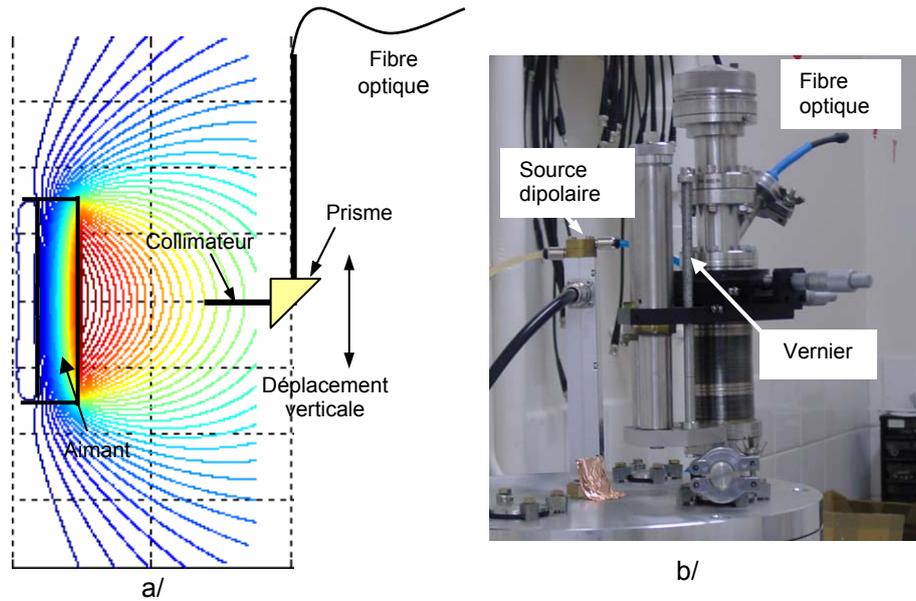


Figure 3.8. a) Position relative de la fibre optique par rapport aux lignes de champ. (b) Photographie du système de déplacement de la fibre optique (partie à la pression atmosphérique).

3.3. Dispositif expérimental

Le plasma est produit dans un réacteur identique à celui présenté dans le Chapitre 2, à savoir un cylindre métallique de diamètre intérieur 350 mm et de hauteur de 520 mm. (cf. Figs. 3.9 et 3.10)

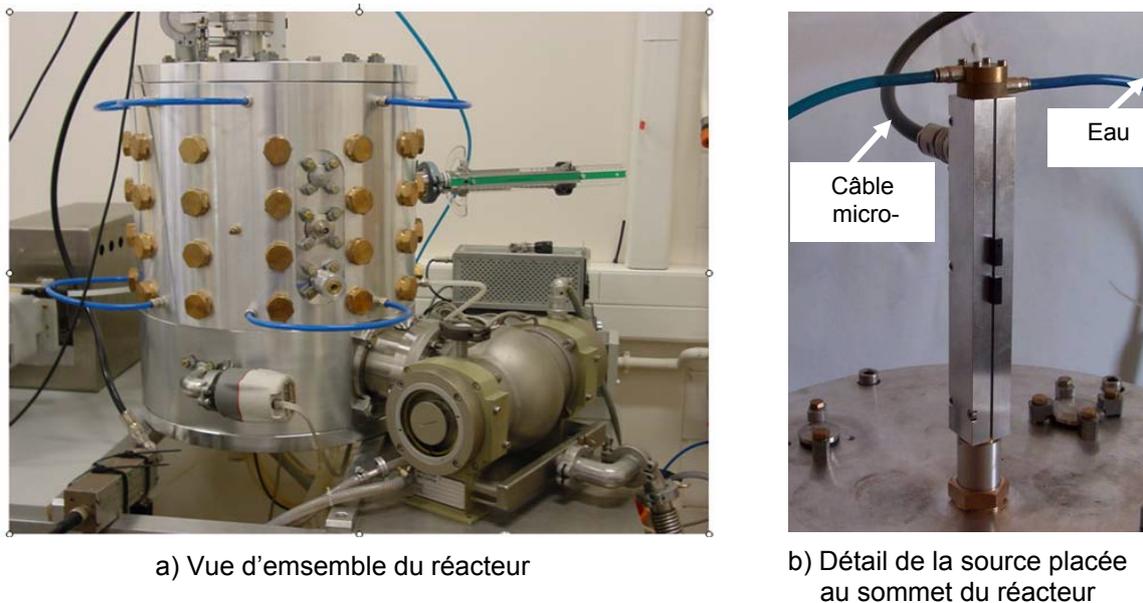


Figure 3.9. Photographies du réacteur (a) sur le sommet duquel est placée une source élémentaire. Schéma de principe de la source utilisée (b).

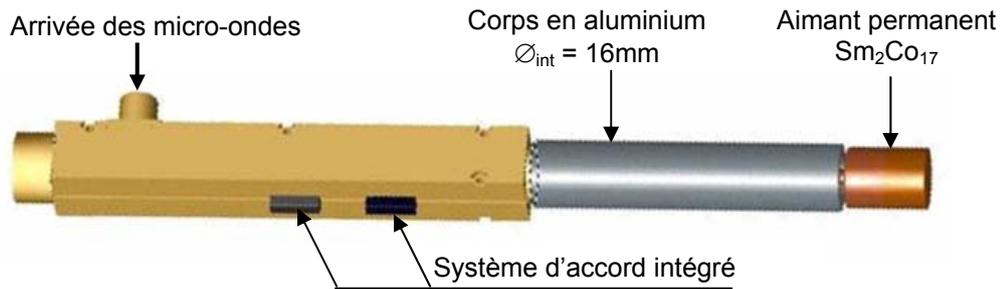


Figure 3.9. (c) Photographie d'une source élémentaire dipolaire.

Le dessus de l'enceinte est amovible. La source élémentaire y est placée ainsi que la structure qui nous permet de déplacer la position de l'extrémité de la fibre optique.

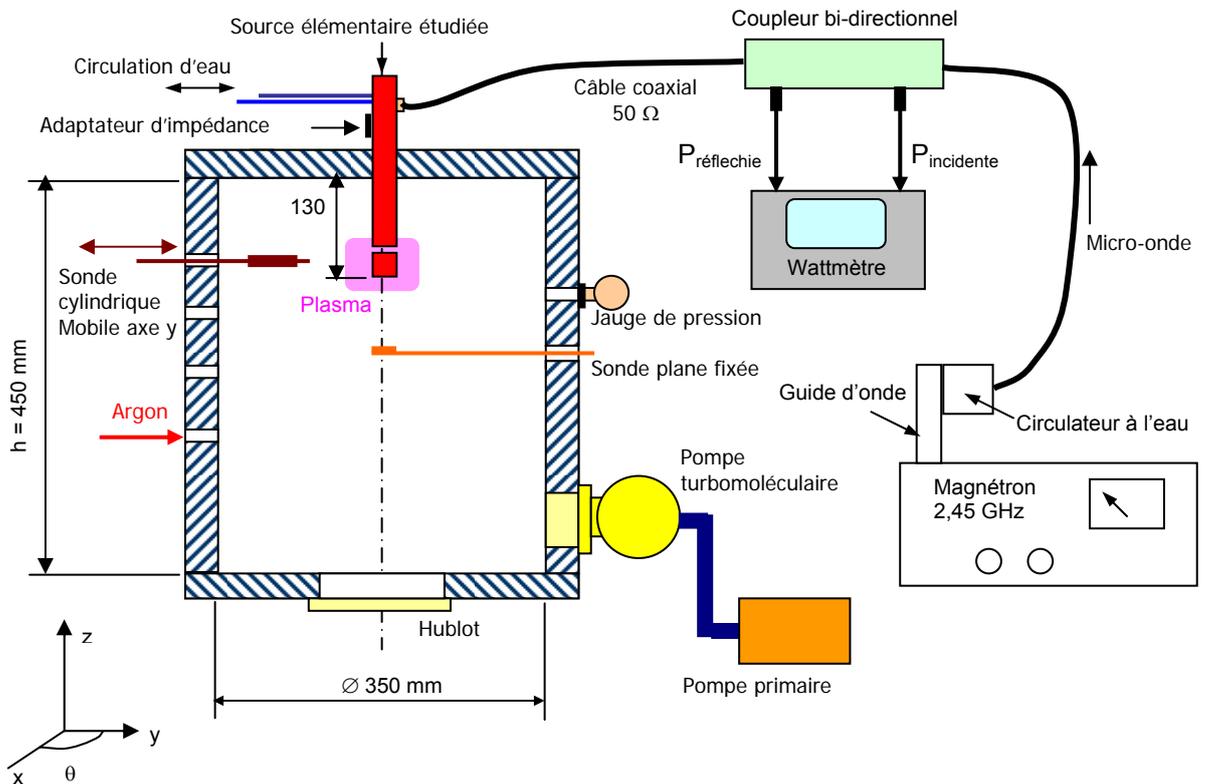


Figure 3.10. Schéma du montage expérimental pour diagnostic plasma et caractérisation des domaines de fonctionnement des sources dipolaires.

Un générateur micro-onde délivre une onde électromagnétique, de fréquence constante égale à 2,45 GHz. La puissance peut être réglée entre 0 et 300 W. Pour une source unique, un circulateur est

placé juste à la sortie du générateur de micro-ondes. Son rôle est de protéger le générateur, de manière à détourner l'onde réfléchi qui peut revenir de la source. Elle est envoyée vers une charge refroidie qui va dissiper l'énergie sous forme de chaleur. L'onde est ensuite transmise le long d'une ligne coaxiale qui arrive à une source élémentaire. Les puissances incidente et réfléchi sont mesurées grâce à un wattmètre numérique. La puissance réfléchi peut être réglée à l'aide d'un système d'accord intégré à la source élémentaire. Elle n'excède pas 8 % et est généralement égale à 2 % de la puissance incidente.

Les Figs. 3.11 et 3.12 représentent la vue latérale et la vue de face du plasma d'argon produit par la source élémentaire utilisée dont les dimensions de l'aimant $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ sont : hauteur $h = 30 \text{ mm}$ et $\varnothing = 20 \text{ mm}$.

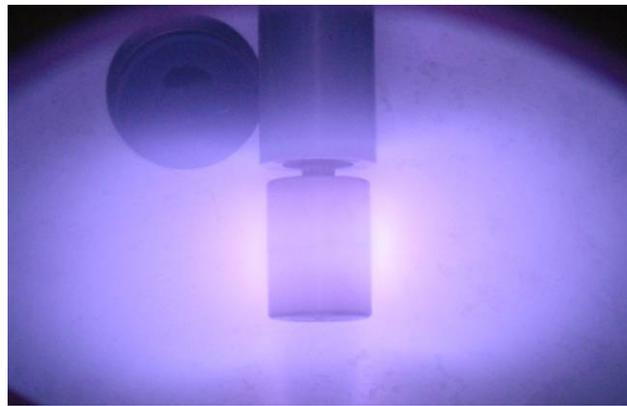


Figure 3.11. Photographie, vue latérale de la source élémentaire de plasma en fonctionnement.
Conditions expérimentales : pression d'argon 1,5 mTorr ; puissance micro-onde 100 W.



Figure 3.12. Photographie, vue de face de la source élémentaire de plasma en fonctionnement.
Conditions expérimentales : pression d'argon 1,5 mTorr ; puissance micro-onde 100 W.

Dans notre travail, pour les mesures de sondes dans le plan équatorial de l'aimant, la sonde cylindrique utilisée est en tungstène, la partie protectrice et isolante est constituée d'un tube capillaire d'alumine. Le diamètre de la partie active (le fil de tungstène) est de 0,6 mm et sa longueur est de 8 mm. La sonde est fixée sur un axe introduit sur le côté du réacteur. Cette sonde axe peut être déplacée horizontalement. La disposition par rapport aux lignes de champ produites par le dipôle magnétique est présentée sur la Fig. 3.13. Cette position a été choisie volontairement afin de maintenir constante et perpendiculaire la position entre la surface de collection et les lignes de champ. Cette position permet de minimiser l'influence du champ magnétique sur les mesures. Toutefois, le flux d'électrons primaires sera considéré comme dirigé, car confiné par les lignes de champ.

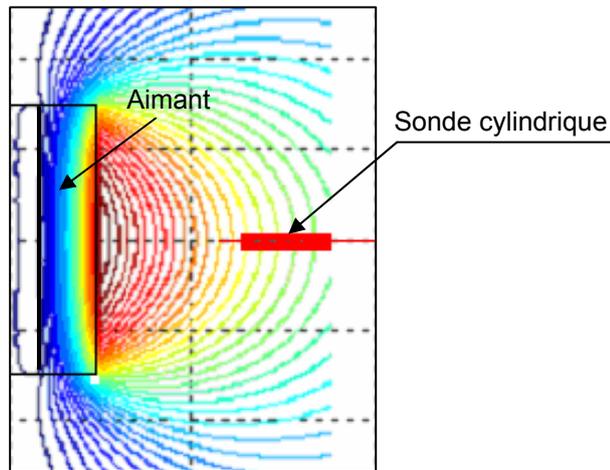


Figure 3.13. Position relative de la sonde cylindrique perpendiculaire aux lignes de champ.

Une sonde plane est utilisée pour la mesure de la densité plasma face à la source. Elle est disposée sous la source sur son axe, la surface collectrice est dirigée vers le haut (cf. Fig. 3.10). Un anneau de garde est placé autour de cette dernière. Seul le courant collecté par la partie plane de tungstène est enregistré. Le choix d'une sonde plane plutôt que cylindrique a été motivé par la présence, face à la source, de lignes de champ magnétique infinies qui conduisent à conférer au plasma un caractère anisotrope.

La Fig. 3.14 présente l'effet de l'épaisseur de l'anneau de garde sur la forme des caractéristiques $I_s(V_s)$ de la sonde plane. Pour une épaisseur de 2,5 mm, on obtient bien dans les zones de saturation une indépendance du courant collecté par rapport à la polarisation de la sonde en ayant un minimum de déformation de la courbe $I_s(V_s)$.

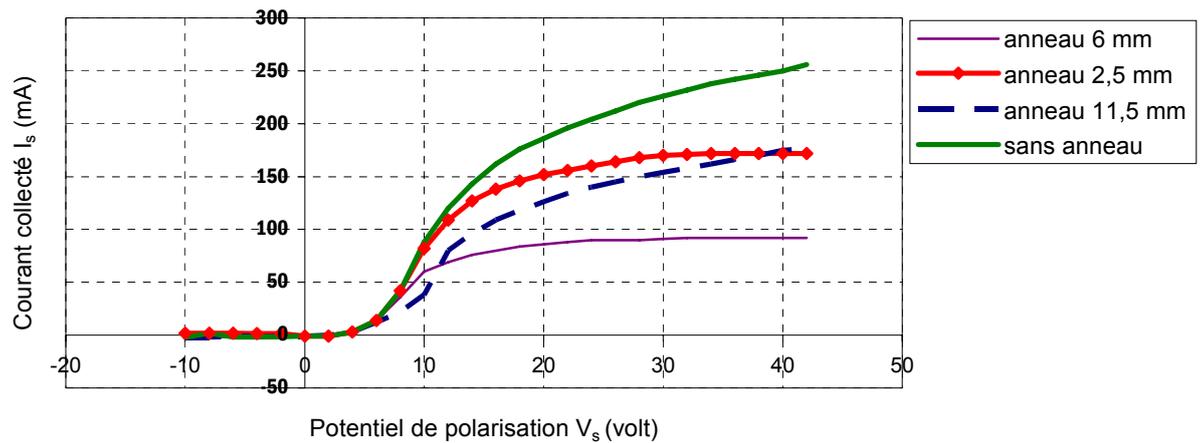


Figure 3.14. Effet de l'épaisseur de l'anneau de garde sur la forme des caractéristiques $I_s(V_s)$ obtenues avec une sonde plane.

3.4. Domaines de fonctionnement des sources dipolaires

Afin de caractériser les domaines de fonctionnement en terme d'efficacité de couplage micro-onde, différentes sources dipolaires (diamètres et longueurs variables) ont été exploitées. Le couplage optimal est obtenu pour une puissance réfléchie minimale. Les géométries des aimants utilisés sont regroupées dans la Table 3.1 :

Ref. de la source	1(ancienne)	1bis (nouvelle)	2	3	4
Hauteur (mm)	30	30	10+2 (fer doux)	10 + 4 (fer doux)	10 + 2 (fer doux)
Diamètre (mm)	20	20	20	20	40
Gap (mm)	3,5	3.5	3,5	3,5	3,5

Table 3.1. Géométries des différents aimants permanents de même nature (Sm_2Co_{17}) utilisés pour caractériser les domaines de fonctionnement des sources dipolaires.

Pour chaque caractérisation, les mêmes conditions expérimentales ont été utilisées, à savoir : plasma d'argon pur, profondeur d'enfoncement de la source dipolaire dans l'enceinte égale à 130 mm (cf. la Fig. 3.10). Le mode opératoire pour cette caractérisation est le suivant : une fois le plasma amorcé à 100W et 1,5 mTorr, un des deux paramètres puissance/pression est modifié jusqu'au point expérimental à explorer, par exemple : 100 W et 5 mTorr pour la source n° 1 ($h = 30$ mm et $\varnothing = 20$ mm). Le réglage optimal de l'impédance est alors réalisé en modifiant la position des lames diélectriques du dispositif d'accord d'impédance [28].

La référence n° 1 (ancienne) correspond à la source présentée au chapitre 1 pour laquelle le système d'accord d'impédance est séparé. La source n° 1bis fait référence à la source présentée sur la

Fig. 3.9c pour laquelle le système d'accord d'impédance est intégré et la partie guide d'onde coaxial a été amélioré [28].

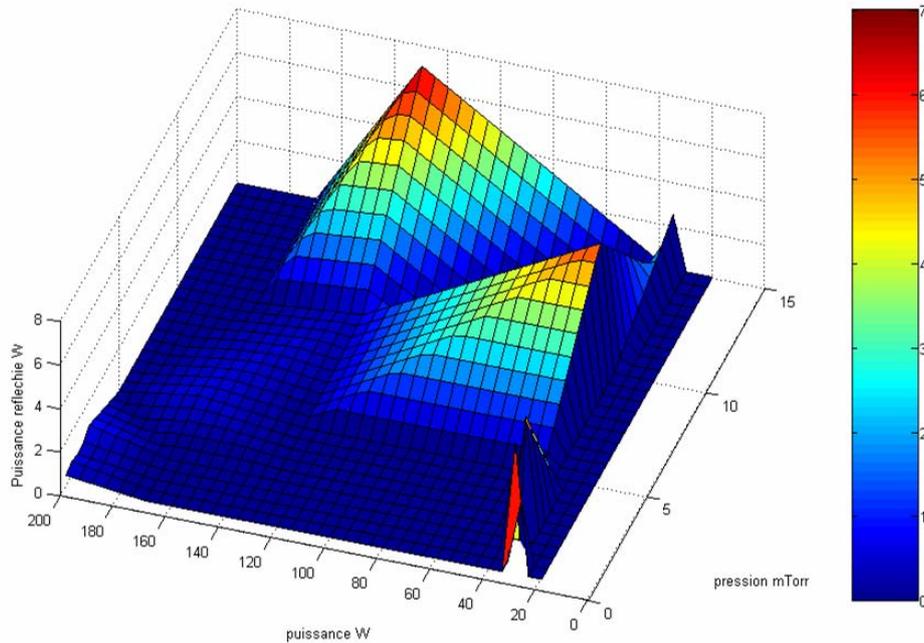


Figure 3.15. Allure de la puissance réfléchiée par le plasma en fonction des paramètres puissance / pression. Le gaz utilisé est l'argon et la source est la source n°1 ($h = 30 \text{ mm}$, $\varnothing = 20 \text{ mm}$).

Les limites du domaine de fonctionnement des sources aussi bien en termes de puissance que de pression sont fixées par l'extinction du plasma. Les résultats obtenus pour les 5 sources étudiées sont présentés sur les Figs 3.15 à 3.19. Les résolutions sur les paramètres puissance/pression sont respectivement 25 W et 0,5 mTorr.

Les limites du domaine de fonctionnement de la source n°1 s'étendent jusqu'à 200 W (limite accessible avec les câbles coaxiaux souples) et 15 mTorr en pression de gaz d'argon injecté. Au delà de cette pression les conditions de couplage RCE ne sont plus satisfaites et le plasma ne peut plus être entretenu.

La plus basse puissance de maintien est de 20 W injecté au niveau du début du deuxième câble coaxial (cf. schéma de la Fig. 3.10). Il faut donc prendre en considération les atténuations respectives du câble coaxial et de la source elle-même, (système d'accord et propagation coaxiale) soit respectivement - 0,93 et - 0,29 dB. Il faut donc tenir compte d'une perte de puissance de 25,6 % [28]. Le plasma est donc entretenu non pas par 20, mais seulement 15 W. Cette particularité permet d'envisager la production de plasma ayant des densités d'espèces ionisées très variables.

D'après la Fig. 3.15, le couplage est meilleur pour les faibles pressions et fortes puissances (supérieurs à 60 W). Dans ces conditions de fonctionnement, le couplage obtenu entre la puissance incidente et le plasma est proche de 99 %. En dehors de cette zone qui correspond à 53 % du

domaine de fonctionnement, le couplage est moins bon, 12 % de puissance réfléchi à 10 mTorr et 40 W et 5 % à 15 mTorr et 140 W. Les améliorations apportées à la source dipolaire présentées au chapitre 1 sont validées par les résultats regroupés sur la Fig. 3.16 qui présente le domaine de fonctionnement de la source n° 1 bis.

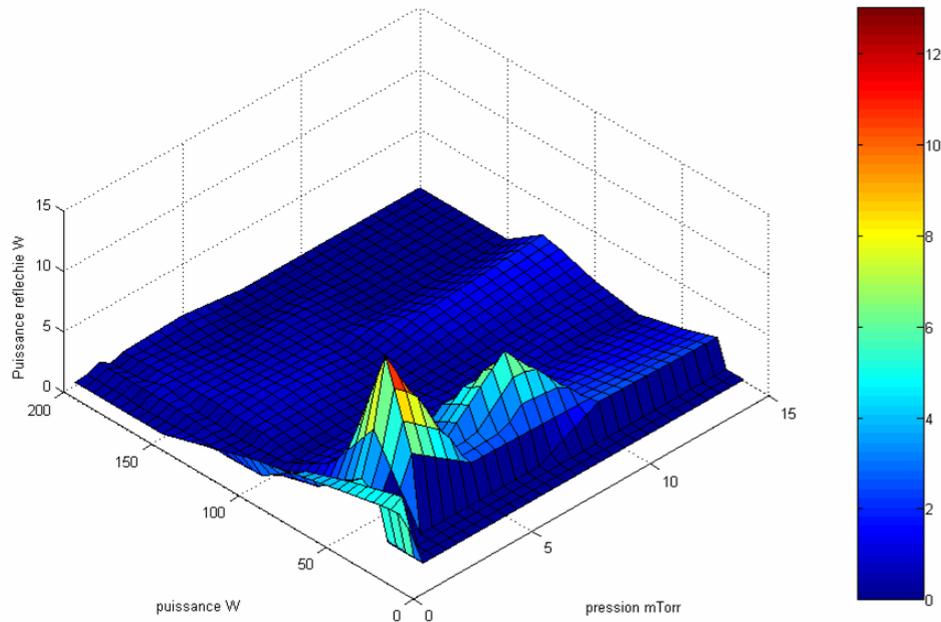


Figure 3.16. Allure de la puissance réfléchi par le plasma en fonction des paramètres puissance / pression. Le gaz utilisé est l'argon et la source est la source n°1 bis ($h = 30$ mm, $\varnothing = 20$ mm).

En effet, d'après cette figure, le domaine de couplage voisin de 99 % de la source est plus étendu. Il s'étend lui aussi jusqu'à 200 W et 15 mTorr en pression de fonctionnement, mais sur la majeure partie du domaine de fonctionnement (80 %) le couplage est meilleur puisque seulement 1 % de la puissance incidente est réfléchi par le plasma qui absorbe 99 % de l'onde incidente.

Toutefois, pour des faibles pressions et puissances, le couplage apparaît moins efficace puisque 30 % de la puissance incidente est réfléchi à 2 mTorr et 50 W. Ce phénomène relativement isolé, un seul point du domaine de fonctionnement présentent cette singularité, est certainement la conséquence de l'existence d'un mode de couplage onde/plasma particulièrement peu favorable. Ce phénomène local s'atténue progressivement lorsque les conditions opératoires s'écartent de ce point de fonctionnement. Il faut souligner que, même si le couplage est moins favorable dans cette partie du domaine de fonctionnement, le plasma peut être maintenu même à de très faibles puissance incidente ($P_{\min} = 11$ W) et pression de fonctionnement ($p_{\min} = 0,5$ mTorr).

Afin d'améliorer et de favoriser le fonctionnement du plasma vers l'extrémité de la source (côté opposé du gap), les têtes magnétiques ont été modifiées. Les résultats obtenus pour les sources n° 2, 3 et 4 sont présentés ci-après.

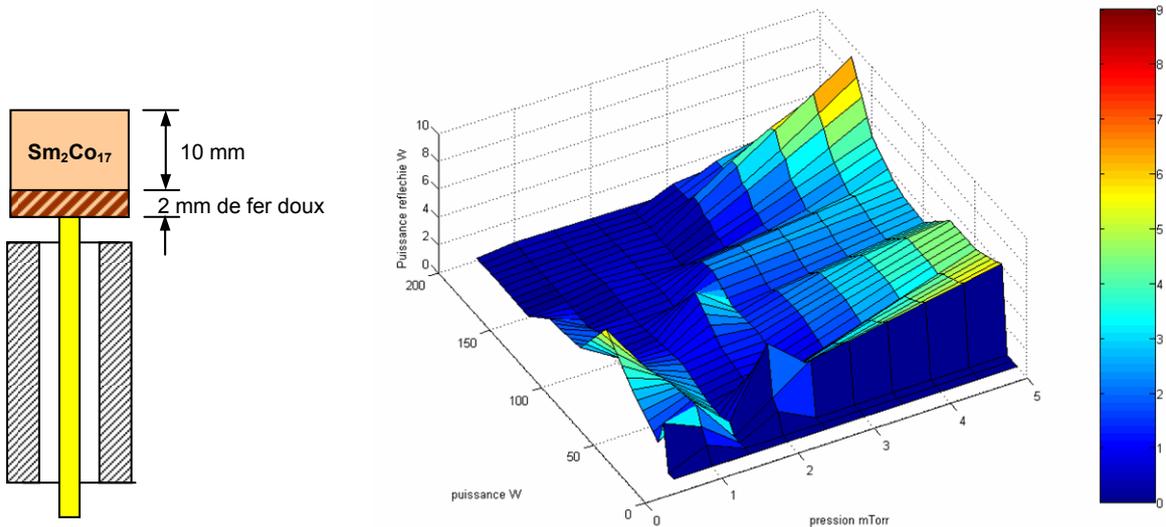


Figure 3.17. Allure de la puissance réfléchie par le plasma en fonction des paramètres puissance / pression. Le gaz utilisé est l'argon et la source n°2 ($h = 10 + 2$ mm, $\varnothing = 20$ mm)

La source n°2 ($h = 10 + 2$ mm, $\varnothing = 20$ mm) possède un domaine de fonctionnement plus restreint en pression que la source n°1 (Fig. 3.17). En effet, le plasma ne peut plus être entretenu au-delà de 5 mTorr. En revanche, le domaine de puissance accessible reste identique de 20 à 200 W. Globalement, sur le domaine de fonctionnement, le couplage onde/plasma atteint est moins bon que celui obtenu pour les sources précédentes essentiellement pour les pressions comprises entre 3 et 5 mTorr (45 % du domaine).

La Fig. 3.18 représente le domaine de fonctionnement de la source n°3 (10 mm + 4 mm de fer doux). Celui-ci est encore plus restreint en terme de pression de fonctionnement puisque le plasma n'est pas maintenu au delà de 2,5 mTorr (5 mTorr avec la source précédente et 15 mTorr avec les premières têtes magnétiques). De même, la puissance minimum transmise est de 25 W soit 19 W injectée au plasma (pertes en ligne retranchées). Cette modification du domaine de fonctionnement de la source plasma est donc la conséquence directe du changement de configuration magnétique de la tête. En effet, tous les autres paramètres géométriques de la source (gap, position dans l'enceinte, diamètre de l'aimant,...) sont maintenus.

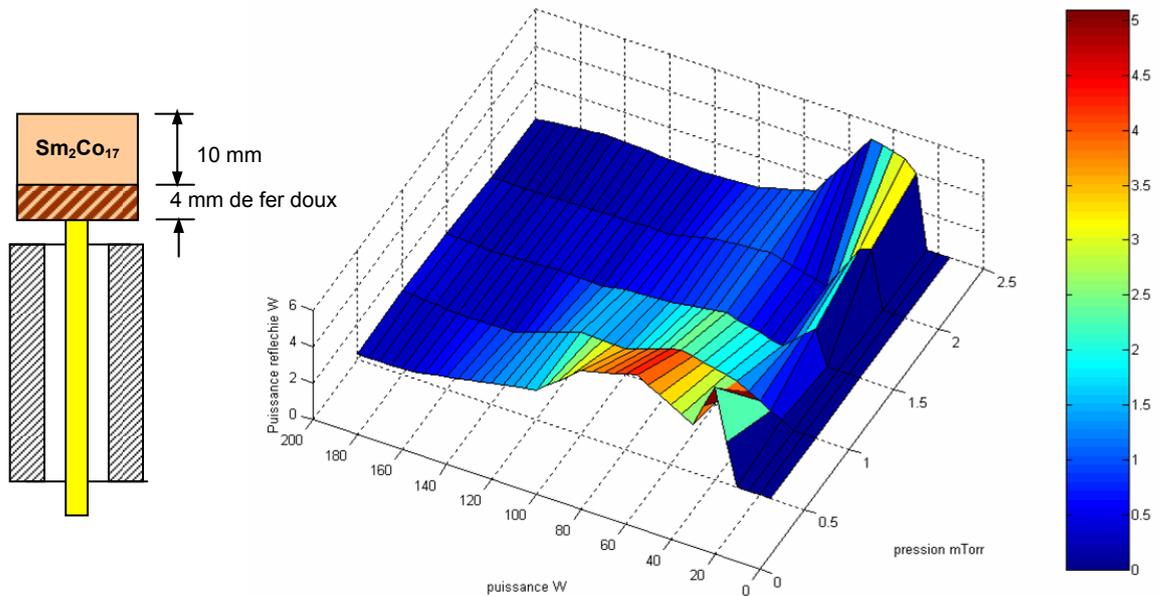


Figure 3.18. Allure de la puissance réfléchié par le plasma en fonction des paramètres puissance / pression. Le gaz utilisé est l'argon et la source n° 3 ($h = 10 + 4$ mm, $\varnothing = 20$ mm).

La dernière modification apportée à la tête magnétique a concerné le diamètre de l'aimant. La Fig. 3.19 présente le domaine de fonctionnement de la source n° 4 pour laquelle le diamètre de l'aimant est de 40 mm au lieu de 20 mm pour les sources précédentes.

Pour cette source, le domaine de pression accessible s'étend de 0,5 à 15 mTorr et celui des puissances de 20 à 200 W. Ainsi, pour une même hauteur d'aimant (10 + 4) mm, le fonctionnement en terme de pression est plus étendu que celui de la source précédente. Toutefois, si le domaine de fonctionnement accessible est plus étendu, le couplage onde / plasma est au mieux de 90 %. A forte pression, au delà de 10 mTorr, la puissance réfléchié atteint 25 %. De plus, la masse importante de l'aimant rend cette configuration difficile à utiliser autrement que vertical pour maintenir un alignement correcte de l'âme, support de l'aimant, au centre du guide coaxial de l'applicateur.

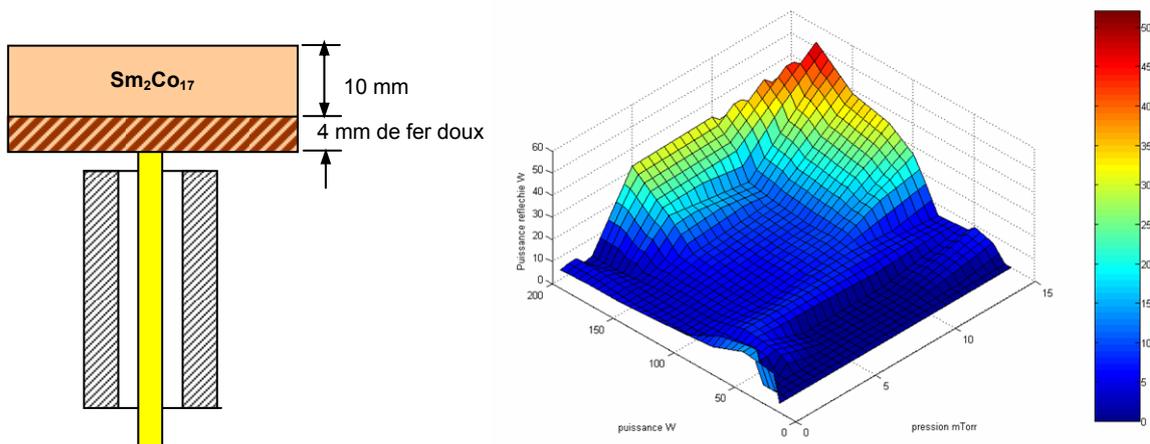


Figure 3.19. Allure de la puissance réfléchié par le plasma en fonction des paramètres puissance / pression. Le gaz utilisé est l'argon et la source n° 4 ($h = 10 + 4$ mm, $\varnothing 40$ mm)

Cette étude des domaines de fonctionnement des sources dipolaires a montré l'amélioration obtenue sur les sources ayant un aimant de 30 mm. Cette amélioration est la conséquence des modifications apportées au système d'accord d'impédance, désormais intégré à la source, et à la partie coaxiale de cette dernière.

Ainsi, la quasi totalité du domaine de fonctionnement est accessible avec un accord proche de 99,5 %. La diminution de la hauteur de l'aimant entraîne une diminution du domaine de fonctionnement accessible et un couplage moins bon à faible puissance.

3.5. Caractéristique du plasma produit par une source dipolaire

3.5.1. Cartographie des paramètres plasma

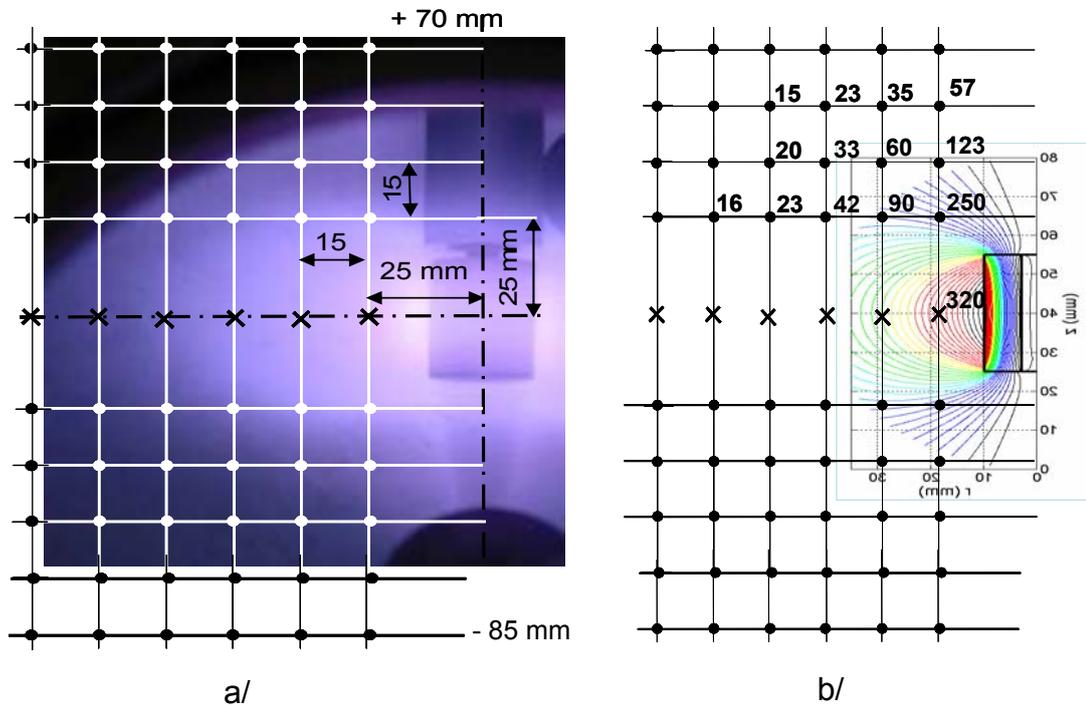


Figure 3.20. a) Positions des mesures $I_s(V_s)$ par rapport à la source dipolaire. Les positions -85 mm et $+70$ mm sont les positions extrêmes accessibles avec le dispositif de déplacement utilisé.
b) Valeur du module de champ magnétique et allure des lignes de champ dans la zone de mesure

Afin de caractériser le fonctionnement d'une source, une cartographie détaillée des paramètres (potentiels, densités, températures) a été réalisée sur la source n°1 bis. La condition de fonctionnement 150 W / $1,5$ mTorr a été choisie d'après l'étude sur le domaine de fonctionnement, le couplage atteint pour ce point est de $99,5$ % soit $0,5$ % de puissance réfléchie.

L'étude a débutée par les points situés sur le plan équatorial de la source dipolaire afin de valider la prise en compte du champ magnétique et la possibilité de détecter les électrons chauds présents au voisinage de la source.

La Fig. 3.21 présente les variations des densités ionique et électronique en fonction de la position radiale par rapport au centre de l'aimant (le rayon de l'aimant est de 11 mm) sur le plan équatorial. La variation de la densité ionique est décroissante monotone entre 22 et 72 mm puis est sensiblement constante. Au plus proche de la source, la densité ionique atteinte est voisine de 10^{11} cm⁻³. En revanche, la densité électronique n'a pas une variation monotone en fonction de la position radiale au centre de l'aimant. Toutefois, lorsque l'influence du champ magnétique est prise en compte comme indiqué à la section 3.1.1, les variations de $n_e(r)$ sont similaires à celles de n_i . Le

point de rebroussement visible à 50 mm correspond au fait que l'attraction électrostatique devient supérieure à l'attraction magnétique. Donc, au delà de ce point, la correction de l'influence du champ magnétique sur la mesure n'est plus nécessaire [19].

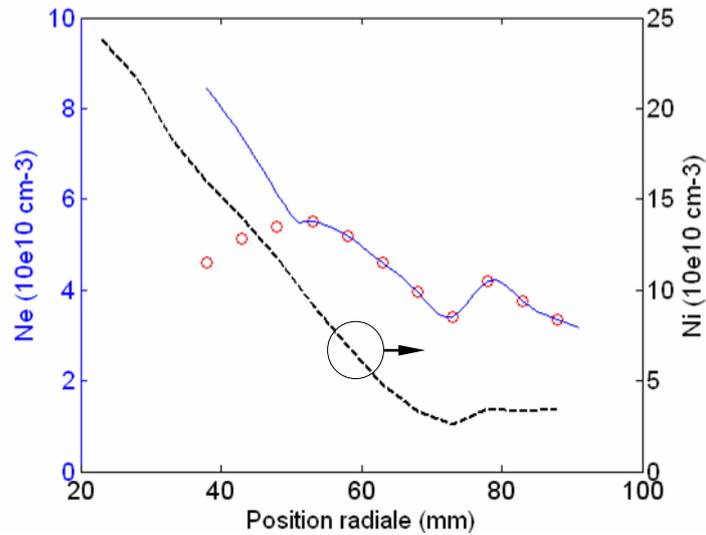


Figure 3.21. Variations des densités ioniques (traits pointillés) et électronique non corrigée (cercles rouges) en fonction de la position au centre de l'aimant. La ligne continue correspond aux variations de n_e corrigées des effets du champ magnétique. La sonde est placée perpendiculairement à l'axe de l'aimant. Conditions expérimentales : 75 W, et pression d'argon 1,5 mTorr.

Les Figs. 3.22 et 3.33 présentent les résultats complets des variations radiales des températures, potentiels et densités sur le plan équatorial de l'aimant en fonction de la position au centre de l'aimant.

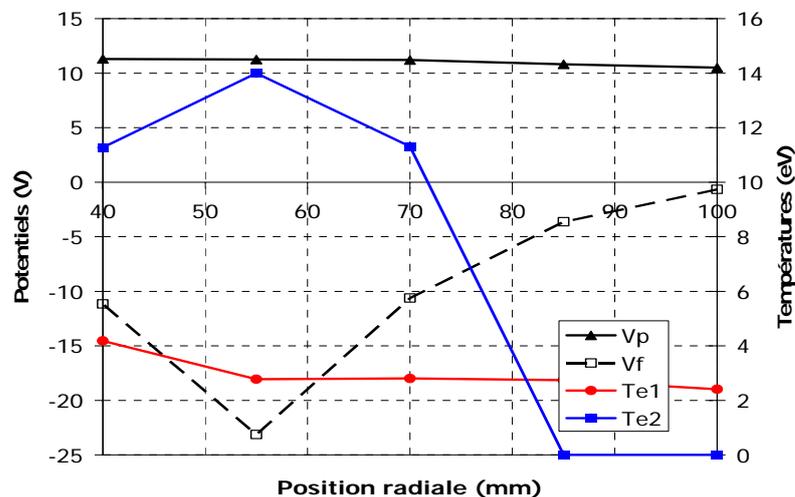


Figure 3.22. Variations des potentiels plasma (V_p) et flottant (V_f) et des températures T_{e1} (population froide) et T_{e2} (population chaude) en fonction de la position au centre de l'aimant. Les conditions expérimentales sont : 150 W et 1,5 mTorr d'argon. Le diamètre de l'aimant est de 20 mm.

Sur la Fig. 3.22, le potentiel plasma est quasi constant sur le domaine de mesure et d'importantes variations du potentiel flottant apparaissent. En conséquence, la différence $V_p - V_f$ présente de

grandes fluctuations en fonction de la position de mesure. Cet écart varie entre 4 et 33,5 V. C'est clairement la signature d'une composante chaude de la fonction de distribution en énergie des électrons. Le logiciel développé pour ce faire a pu déconvoluer le signal de sonde en deux populations maxwelliennes de température différente (T_{e1} et T_{e2}). A 55 mm, où l'écart entre V_p et V_f est maximal (33,5 V) apparaît aussi la température maximale ($T_{e2} = 14$ eV) pour les électrons chauds. Les fluctuations de cette température sont importantes et suivent parfaitement la différence $V_p - V_f$. Au delà de 80 mm, plus aucun électron chaud n'est détecté. Les variations de la température (T_{e1}) de la composante froide de la fonction de distribution en énergie des électrons sont plus limitées. Elle ne s'excède pas 46 % (entre 4,1 et 2,2 eV sur tout le domaine de mesure). La figure suivante présente les variations, sur le même domaine radial, des densités électroniques, et ionique n_i . Les différentes densités électroniques correspondent à la notation suivante :

- N_{e1} : densité de la population froide des électrons, déterminée dans la zone exponentielle de la courbe $I_s(V_s)$.
- N_{e2} : densité de la population chaude des électrons, déterminée dans la zone exponentielle de la courbe $I_s(V_s)$.
- $N_e V_p$: densité électronique déterminée au potentiel plasma V_p en utilisant le courant de Bohm.
- $N_{e \text{ Sat}}$: densité électronique déterminée dans la zone de saturation électronique de la courbe $I_s(V_s)$.

Les deux densités N_{e1} et N_{e2} sont issues de la déconvolution de la zone exponentielle de la courbe $I_s(V_s)$, $N_e V_p$ de la théorie de Bohm car à V_p une sonde convexe quelconque collecte le même courant qu'une sonde cylindrique et enfin, $N_{e \text{ Sat}}$ de l'analyse de la saturation électronique par une théorie de collection des espèces chargée (OML ou Laframboise).

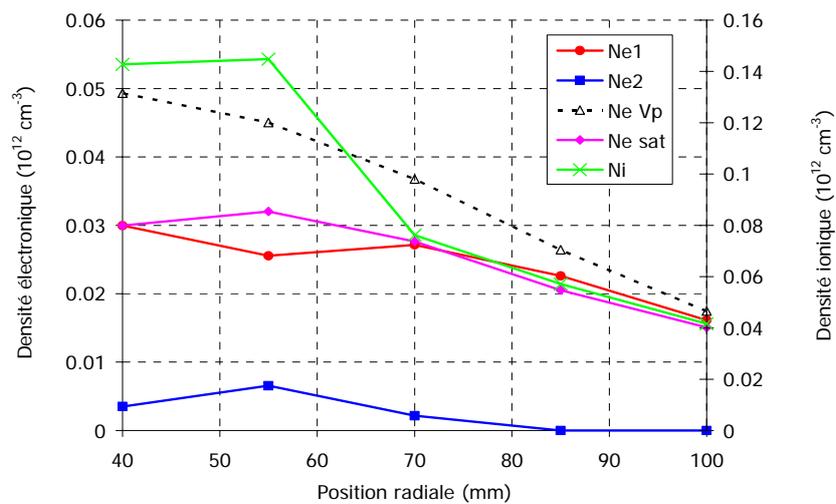


Figure 3.23. Variations des densités ionique et électronique (de température supérieure à 10 eV) par rapport à la surface de la source de 10 mm. La puissance incidente est de 100 W et la pression de 2 mTorr.

Bien que les quatre densités électroniques soient déterminées par différentes méthodes, leurs variations sont cohérentes entre elles et similaires à celles de n_i obtenue sur la saturation ionique de la courbe $I_s(V_s)$. Enfin, l'écart entre n_i et n_e correspond à ce qui est généralement obtenue pour des mesures de sondes, à savoir un rapport n_i / n_e compris entre 1,5 et 2,5 [29].

Cette première analyse de points obtenus sur le plan équatorial de la source dipolaire a donc permis, non seulement de connaître les variations radiales des paramètres plasmas et de valider les méthodes de compensation du champ magnétique et celle de détection des électrons chauds. Bien sur, l'ensemble de la cartographie présenté ci-après a été analysée avec ces méthodes.

Les variations de la densité ionique sont très importantes sur le domaine étudié, présenté sur la Fig. 3.17, un ordre de grandeur sépare les valeurs extrêmes ($0,14 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$) sur le plan équatorial de l'aimant et seulement ($0,01 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$) pour les positions les plus éloignées. Pour garantir la fiabilité des mesures, il a donc été nécessaire d'adapter la dimension de la surface collectrice aux positions de mesures et plusieurs sondes cylindriques ont donc été utilisées. Ainsi, tous les points de cette cartographie sont issus de plasmas différents dans le sens où même si les conditions opératoires sont identiques (pression, puissance, position de la source dans le réacteur) le plasma a dû être éteint et réamorcé. Pour estimer l'erreur liée à ces conditions de fonctionnement des mesures d'erreurs systématique et relative ont été menées. Pour caractériser l'erreur systématique, plusieurs mesures, plasma maintenu, ont été réalisées successivement. L'erreur, dans ce cas, est de 1 % sur la densité ionique. Pour l'erreur relative, des conditions expérimentales identiques (pression, puissance) avec un accord d'impédance différent (la puissance transmise est toujours de 150 W mais la puissance réfléchié volontairement augmentée) ont été utilisées. Pour chacune de ces conditions, une mesure de sonde a été réalisée. L'erreur, dans ce cas, est de 20 % sur la densité ionique. Les erreurs associées aux autres paramètres plasma sont regroupées dans la table ci-dessous.

Paramètres	n_i	V_p	V_f	T_e
Erreur systématique	1 %	1 %	1 %	1 %
Erreur relative	20 %	1 %	33 %	18 %

Table 3.2. Estimation des erreurs systématique et relative constatées sur les paramètres plasma mesurés.

Connaissant les méthodes d'analyses des courbes $I_s(V_s)$ et les erreurs commises lors de leur analyse, une cartographie fiable a pu être établie après analyse des 60 courbes de sonde effectuées au voisinage de la source dipolaire.

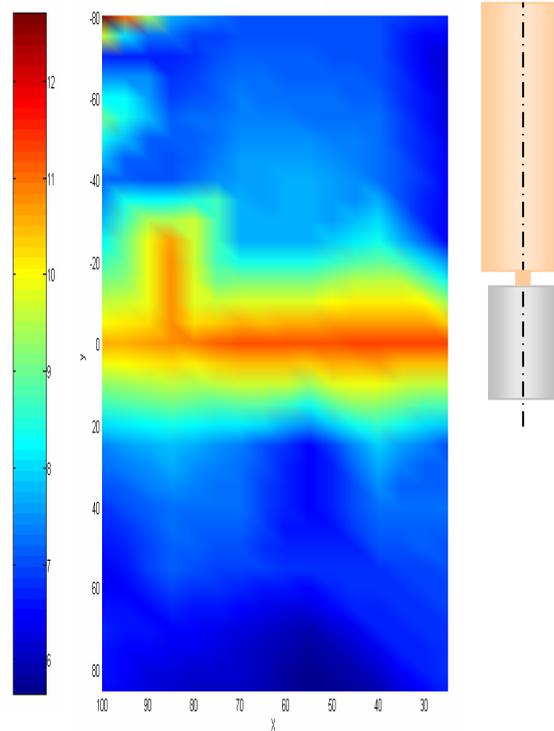


Figure 3.24. Variations du potentiel plasma au voisinage de la source dipolaire.

La carte du potentiel plasma V_p , représentée sur la Fig. 3.24 indique que les variations du potentiel plasma sont relativement limitées sur le domaine, si l'on excepte le plan équatorial de la source et les points extrêmes (situés à $Y = -80$ mm et $X = 100$ mm). Dans toute cette zone V_p est voisin de 8 V. Le plan équatorial correspond à une zone de fort confinement électronique car se conjugue ne forte intensité de champ magnétique (≈ 320 G, cf. Fig. 3.20b) et une courbure importante des lignes de champ magnétique.

Les variations du potentiel flottant, présentées sur la Fig. 3.25, attestent d'un comportement très différent.

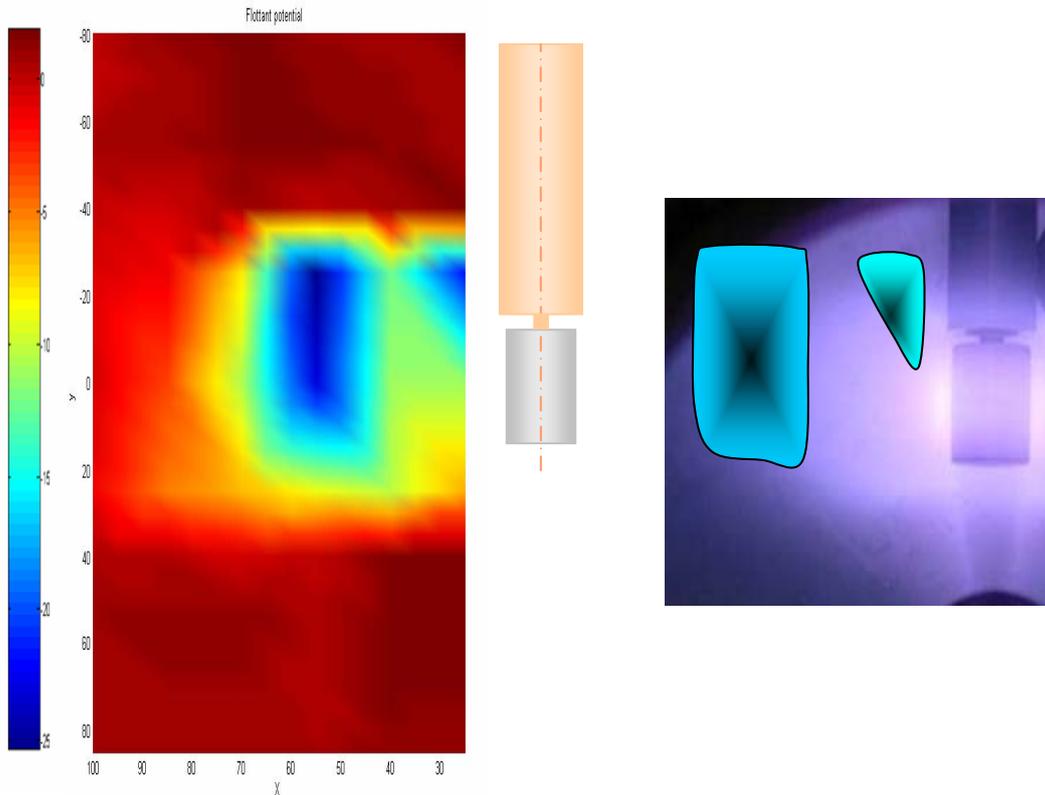


Figure 3.25. Variations du potentiel flottant au voisinage de la source dipolaire (à gauche). Photographie de la source en fonctionnement sur laquelle sont représentées schématiquement en bleu les zones de très faible potentiel flottant.

En effet, il apparaît sur la cartographie deux zones, l'une située sur le plan équatorial à 55 mm du centre de l'aimant et une seconde, moins symétrique que la première, à 25 mm de l'axe de l'aimant du côté du gap. Ces zones correspondent à une diminution importante du potentiel flottant de -25V. En effet, en dehors de ces zones la valeur de V_f est sensiblement égale à celle de la masse. Bien que ces zones soient très éloignées de la source plasma dipolaire (cf. schéma Fig. 3.25), il s'agit là de zones où les électrons chauds sont présents.

Les Figs. 3.26 à 3.28 présentent les variations des densités et températures obtenus au voisinage de la source.

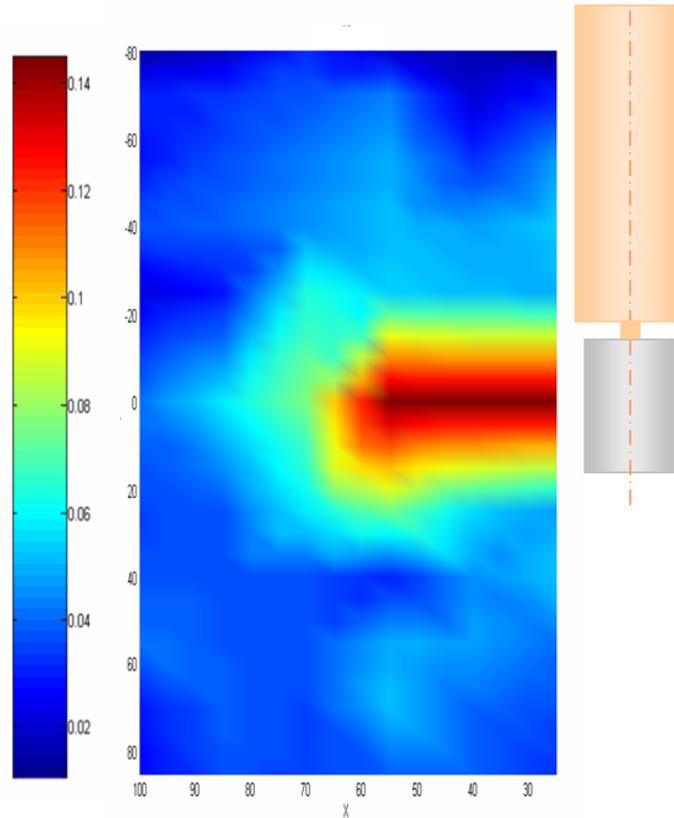


Figure 3.26. Variations de la densité ionique ($\times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$) au voisinage de la source dipolaire.

D'après la cartographie de la densité ionique, l'ionisation se produit essentiellement de part et d'autre du plan équatorial de l'aimant et décroît rapidement de façon symétrique de chaque côté de ce plan. Sur ce plan et suivant la direction radiale, la densité est maintenue jusqu'à 60 mm de la source. Le plasma est donc produit préférentiellement de façon radiale. La densité maximale atteinte dans cette zone est de $0,15 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

La cartographie de la densité électronique est très similaire à celle de la densité ionique (cf. Fig. 3.26). En effet, les résultats de l'analyse de la zone de saturation électronique présentent un maximum sur le plan équatorial de la source. La densité maximale atteinte dans cette zone est de $3,2 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

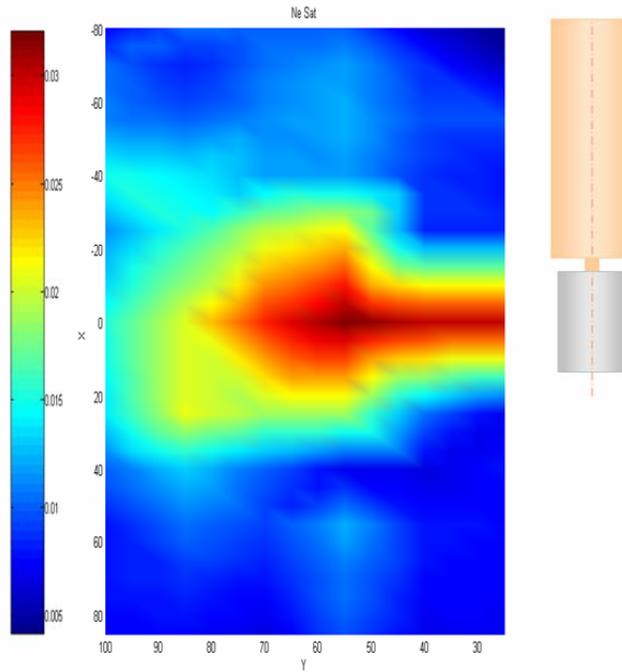


Figure 3.27. Variations de la densité électronique (10^{12} cm^{-3}) mesurée dans la zone de saturation électronique au voisinage de la source dipolaire.

Les cartographies des composantes "froide" et "chaude" de la fonction de distribution électronique, T_{e1} et T_{e2} , sont représentées sur les Figs. 3.28a et b.

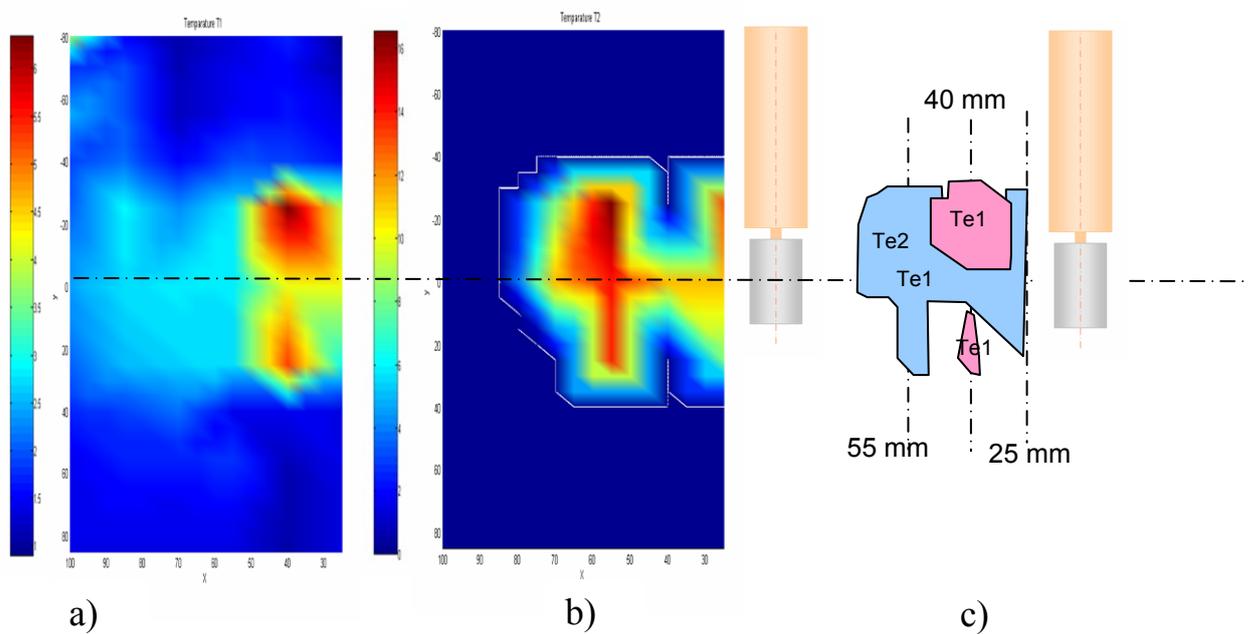


Figure 3.28. Variations des températures électroniques "froide" a) et "chaude" b) des électrons au voisinage de la source dipolaire. Le schéma c) représente la répartition des populations électroniques au voisinage de la source.

Sur ces cartographies, apparaît des inhomogénéités dans la répartition des températures sur le domaine étudié, tant pour la composante froide que chaude. En effet, la température la plus froide T_{e1} est de l'ordre de 1,5 à 3 eV sur la majeure partie du domaine et présente des maxima de 5 et 6,5 eV à 40 mm de l'axe de l'aimant de part et d'autre du plan équatorial. La répartition de ces deux zones n'est pas symétrique. Comme pour les variations du potentiel flottant la zone la plus grande se trouve du côté du gap. La composante chaude T_{e2} correspond aux variations constatées pour le potentiel flottant. Il apparaît deux zones où sont localisées les populations d'électrons chauds à 55 mm et 25 mm de l'axe de l'aimant. La première zone est répartie de façon beaucoup plus symétrique que la seconde de chaque côté du plan équatorial de l'aimant.

En observant simultanément les deux cartographies, on peut constater que, de part et d'autre du plan équatorial, se succèdent trois zones : la première à 25 mm de l'axe de l'aimant où se trouvent deux populations d'électrons $T_{e1} = 4$ eV et $T_{e2} = 16$ eV, puis une zone où $T_{e1} = T_{e2} = 5,5$ eV et enfin une troisième zone où de nouveau il existe deux populations différentes $T_{e1} = 4$ eV et $T_{e2} = 16$ eV. Sur le plan lui-même, cette répartition est moins flagrante et les deux populations subsistent jusqu'à 75 mm de l'axe de l'aimant. Le schéma de la Fig. 3.28c résume cette description.

3.5.2. Comparaison des performances des sources dipolaires

Après avoir réalisé cette cartographie latérale de la source n°1bis, nous avons effectué des comparaisons entre sources dipolaires. Pour cela nous avons réalisés des mesures sur le plan équatorial des sources et frontales à 122 mm sous les aimants respectifs des sources. Ces résultats sont présentés sur la Fig. 3.29.

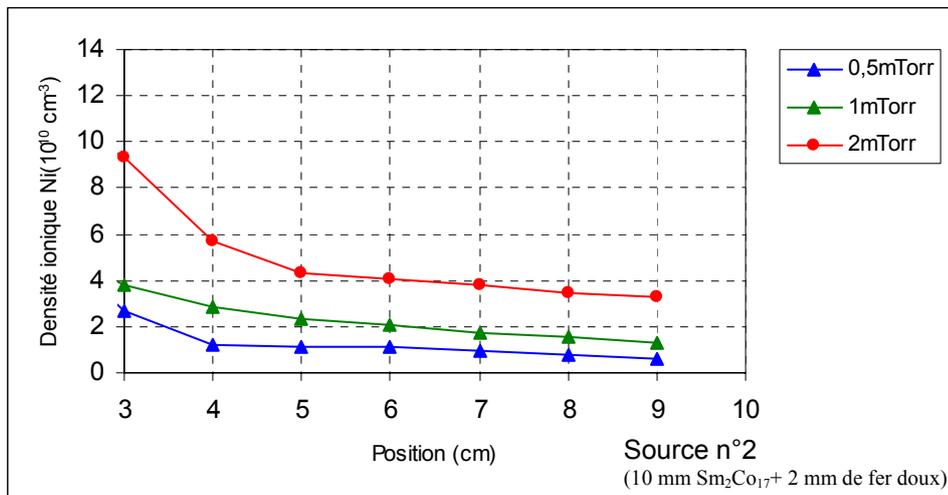
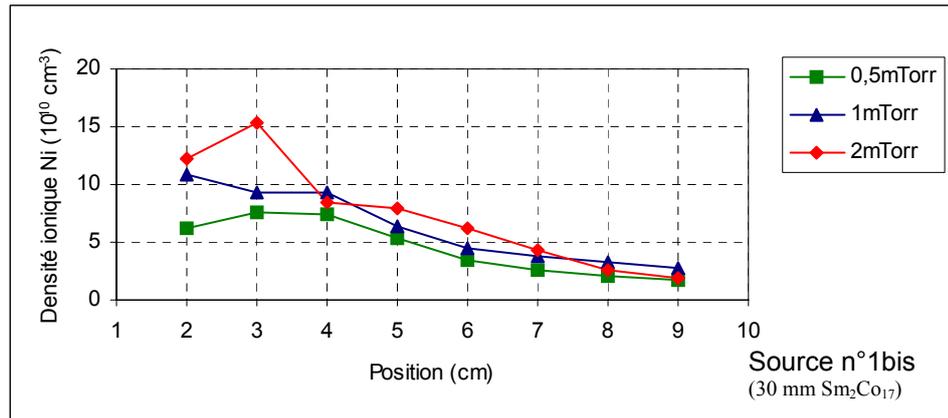


Figure 3.29. Allures des variations de la densité ionique en fonction de la position par rapport à la surface de la source n°1bis (30 mm) et n°2 (10 + 2) pour trois pressions différentes à 100 W de puissance incidente.

La Fig. 3.29 rassemble les résultats obtenus par mesures de sonde sur le plan équatorial des sources n°1bis et n°2. La sonde cylindrique est orientée perpendiculairement à l'axe de l'aimant et son déplacement est purement radial. Les conditions expérimentales sont similaires pour les deux

sources à savoir puissance incidente de 100 W et trois pressions d'argon pur, 0,5, 1 et 2 mTorr. Pour ces trois pressions et quelque soit la position radiale de mesure, il apparaît que la source n° 1bis est plus performante que la source n°2 ayant un aimant moins long (10+2 mm au lieu de 30 mm).

La seconde comparaison a été réalisée avec une sonde plane située dans l'axe de la source dipolaire à 122 mm sous la surface de l'aimant. Cette fois, les mesures effectuées avec la sonde plane située sur l'axe des sources tendent à donner l'avantage à la source la plus courte par rapport à la source de 30 mm de hauteur. En effet, pour la pression de 2 mTorr, la densité observée sous la source de 10 + 2 mm est deux fois plus importante que celle générée par la source de 30 mm (n°1bis). En revanche, en deçà de cette pression, les résultats attestent d'un comportement similaire.

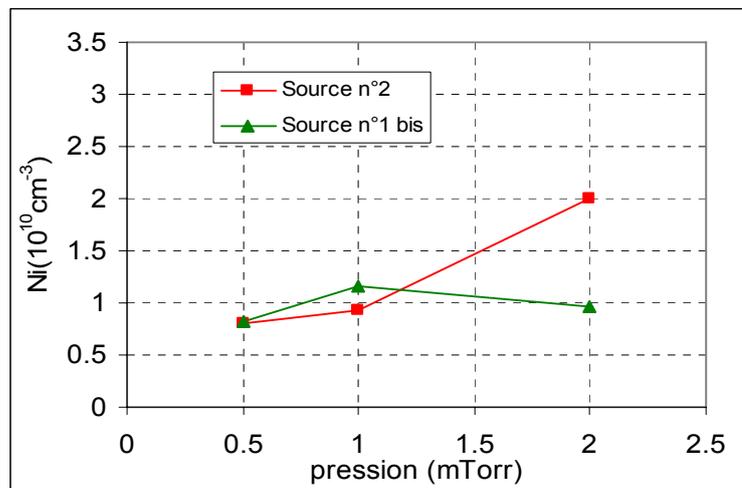


Figure 3.30. Valeurs des densités ioniques mesurées par la sonde plane située à 12,2 cm sous la source de plasma, sur son axe. Les sources étudiées sont celles à 12 et 30 mm de hauteur d'aimant.

Afin de corroborer les résultats obtenus par sonde de Langmuir au voisinage des sources, nous avons réalisé des mesures d'émission optique pour localiser les zones de production du plasma. Ces résultats sont présentés ci après.

3.5.3. Variations longitudinales des intensités d'émission des raies atomiques et ioniques

Nous avons pu obtenir, grâce aux mesures optiques, des informations sur les zones où sont confinés les électrons chauds produits par RCE autour du dipôle. Pour la source n°1bis (30 mm), la zone de production des ions excités, i.e. de présence d'électrons chauds, est plus large à 2 mTorr qu'à 1 mTorr. Cette extension de la zone de couplage RCE est possible car la pression reste faible, ce qui limite le nombre de collisions électrons- neutres. Le résultat plus surprenant est la dimension supérieure de la zone d'existence des électrons chauds pour la source n°2 (10 + 2 mm) par rapport

à la source n°1bis. La courbure plus importante des lignes de champ pour la source n°2, cf. Fig. 3.31 section suivante, est certainement à l'origine de ce phénomène. Pour la source de 30 mm, la courbure est plus faible et les électrons rapides ont certainement plus de possibilités de se perdre sur la surface de l'aimant. Dans tous les cas, le couplage est maximal sur le plan équatorial de l'aimant.

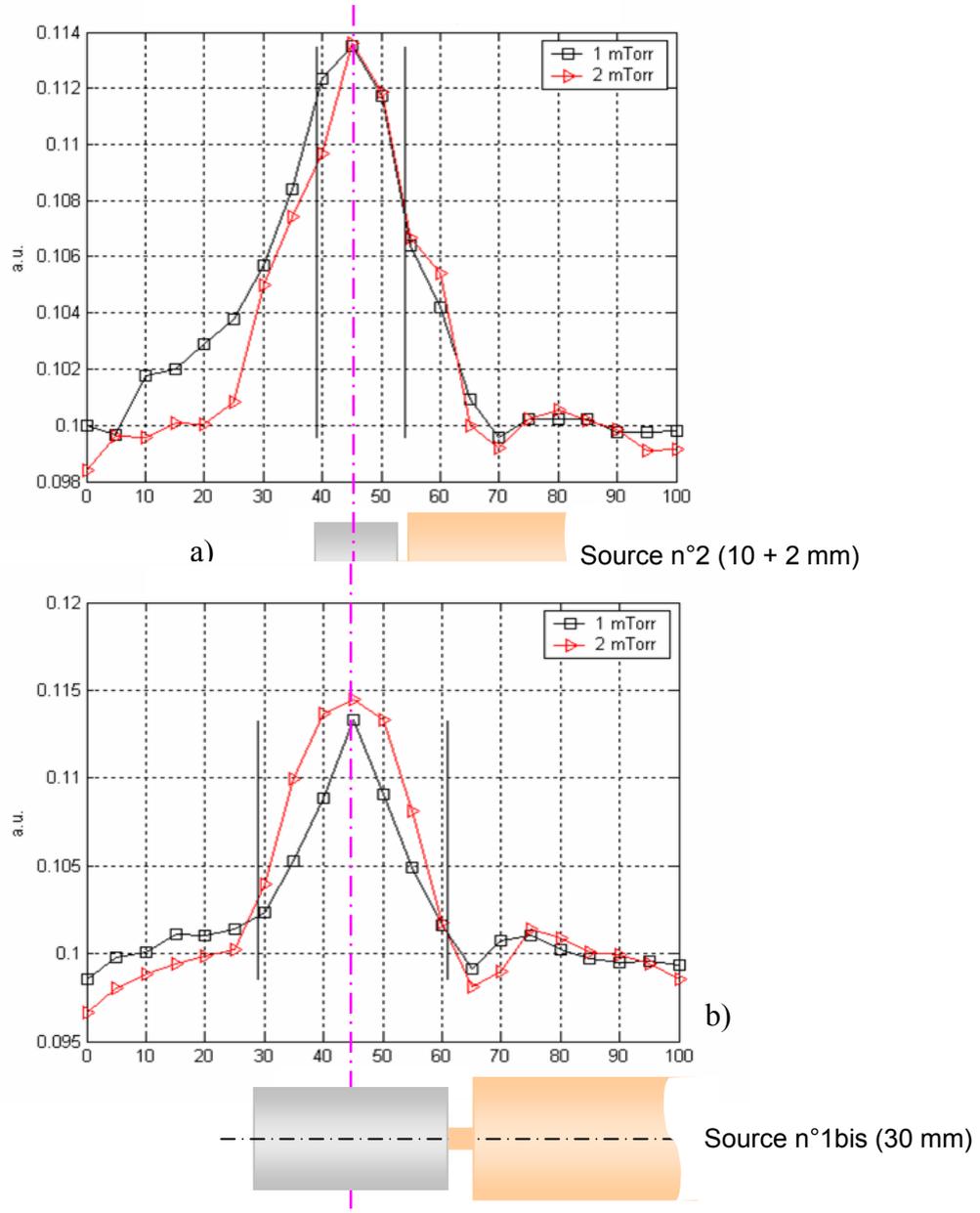


Figure 3.31. Allures des rapports de raies 465,8 / 750,4 nm pour les sources de 10+2 mm (Fig. a) et 30 mm de hauteur (Fig. b) en fonction de la position longitudinale pour deux pressions 1 et 2 mTorr. Les extrémités des aimants sont repérées par des traits pleins noirs.

Pour la source de 10 + 2 mm, la modification de courbure des lignes de champ amenée par la présence de la culasse de fer doux de 2 mm est bien visible sur la Fig. 3.31b. En effet, le maximum d'intensité du rapport de raies est décalé vers l'avant et à 1 mTorr, il semble que les électrons chauds puissent diffuser plus vers l'extrémité de la source. Ces résultats confirment donc les

mesures effectuées avec la sonde plane qui montrent une densité plus importante pour la source courtes 10 + 2 mm, par rapport à la source de 30 mm.

3.6. Conclusion sur la caractérisation d'une source dipolaire

Ce chapitre a permis d'apprécier les performances d'une source dipolaire de plasma. Deux sources ont été principalement étudiées. Une source "référence" n°1bis constituée d'un aimant unique en $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ de 30 mm de hauteur et de diamètre 20 mm. La seconde source n°2 étant réalisée par assemblage d'un aimant de même nature et diamètre mais ayant une hauteur inférieure, 10 mm associée à une "culasse" de fer doux de 2 mm d'épaisseur. La caractérisation des domaines de fonctionnement de ces sources a mis en évidence un fonctionnement plus étendu de la source n°1bis en terme de pression de travail que la source n°2. Toutefois, pour un domaine plus restreint, entre 1 et 2 mTorr, et de forte puissance, supérieure à 100 W, le fonctionnement des sources est similaire. Cette étude du domaine de fonctionnement a aussi mise en évidence la possibilité d'entretenir le plasma sur très large gamme de paramètres pression / puissance.

Les cartographies des paramètres plasma obtenues ont montré une ionisation localisée sur le plan équatorial de la source n°1bis et une répartition quasi annulaire des populations électroniques au voisinage de l'aimant. Enfin la comparaison des performances des deux sources en termes de production d'espèces a montré un comportement différent pour les deux sources. La source n°1bis permet une ionisation latérale plus importante que la seconde source. En revanche, la modification de la courbe du champ magnétique, obtenue par l'ajout de la culasse magnétique, tant à délocaliser la zone d'ionisation de la source vers l'extrémité avant de l'aimant.

Pour une meilleure compréhension des comportements du plasma dans les sources dipolaires, il est important de comprendre, d'une part, comment les électrons chauds, qui produisent le plasma, sont accélérés à la RCE et quelles sont leurs trajectoires dans le champ magnétique en l'absence ou en présence de collisions, et, d'autre part, comment les électrons chauds ou froids diffusent dans la zone de champ magnétique. Ces deux aspects seront abordés analytiquement dans le Chapitre 4 et numériquement dans le Chapitre 5.

Modélisation analytique d'une source dipolaire

4. Modélisation analytique d'une source dipolaire

Ce chapitre est consacré à la description analytique de configurations magnétiques et électromagnétiques simples, et au calcul du mouvement et des trajectoires des électrons dans ces champs magnétiques.

4.1. Champ magnétique créé par un aimant permanent

Des aimants permanents de type $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ sont utilisés dans les sources élémentaires de plasma dipolaire pour leur fort champ rémanent ($B_r = 1,05 \text{ T}$) permettant de réaliser la condition de RCE ($0,0875 \text{ T}$) au voisinage de leur surface (cf. Annexe 7, [30]). Pour les aimants cylindriques, comme il est très difficile de décrire les champs magnétiques par des expressions analytiques, des calculs numériques basés sur la méthode des éléments finis sont donc utilisés. Afin de valider ces codes numériques, des configurations théoriques magnétiques d'aimants sphériques et cylindriques infiniment longs sont simultanément calculées de façon analytique et numérique. En effet, bien que ces aimants soient difficiles à fabriquer, les expressions analytiques de leur champ magnétique sont simples.

4.1.1. Champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique

Nous considérons un aimant sphérique de volume V , de centre O et de rayon R uniformément aimanté suivant la direction Oz (Fig. 4.1). A l'extérieur de l'aimant, l'induction magnétique peut être dérivée du potentiel vecteur ou du potentiel magnétique scalaire u :

$$\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A} = -\nabla u, \quad (4-1)$$

où \mathbf{A} est le potentiel vecteur magnétique et u est le potentiel scalaire magnétique

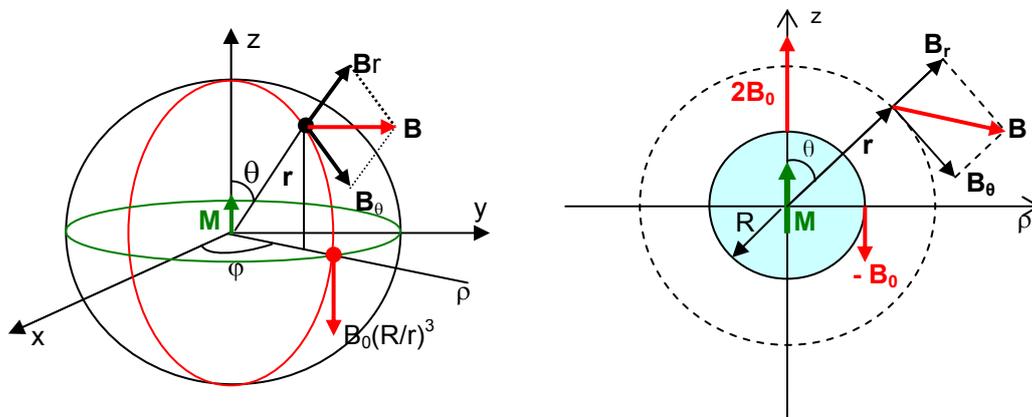


Figure 4.1. Composantes du champ magnétique créé par un aimant sphérique.

En utilisant coordonnées sphériques (r, θ, φ) et en supposant une symétrie azimutale $(\partial / \partial \varphi = 0)$, on peut calculer les composantes du champ magnétique [Annexe 1], soit :

$$B_r = 2B_0 \frac{R^3}{r^3} \cos \theta; \quad B_\theta = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sin \theta; \quad B_\varphi = 0, \quad (4-2)$$

où $B_0 = M / 3$ est la valeur du champ magnétique à la surface de l'aimant sphérique à l'équateur de l'aimant, et \mathbf{M} le vecteur d'aimantation (Tesla). Les autres grandeurs caractéristiques du champ magnétique sont :

Module de champ magnétique :

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sqrt{(3 \cos^2 \theta + 1)}. \quad (4-3)$$

Equation des lignes de champ :

$$r = C \sin^2 \theta \quad \text{où } C \text{ est une constante} \quad (4-4)$$

Equation des lignes de champ constant :

$$r = R(B_0 / B)^{1/3} (3 \cos^2 \theta + 1)^{1/6}. \quad (4-5)$$

Equation des lignes équipotentiels ($u = \text{constante}$) :

$$r = (B_0 R^3 \cos \theta / u)^{1/2}. \quad (4-6)$$

Vecteur potentiel $\mathbf{A} = A_\varphi \mathbf{e}_\varphi$ au point (r, θ) :

$$A_\varphi = \frac{MR^3}{3r^2} \sin \theta = \frac{B_0 R^3}{r^2} \sin \theta. \quad (4-7)$$

La Fig. 4.2 représente les lignes de champ, les lignes de champ constant, et les lignes équipotentiels d'un aimant sphérique d'après les équations ci-dessus. On vérifie que les lignes de champ sont bien orthogonales aux lignes équipotentiels.

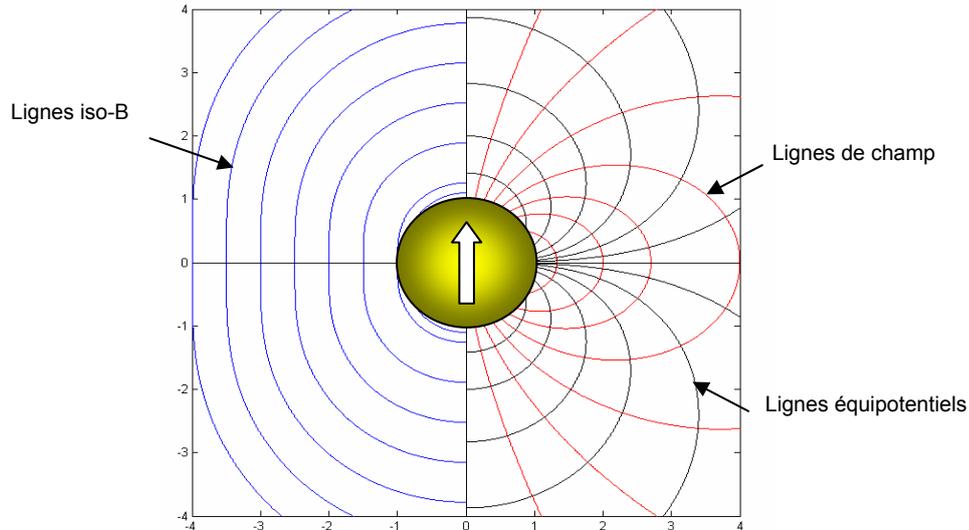


Figure 4.2. Configuration du champ magnétique créé par un aimant sphérique : lignes de champ constant (bleues), lignes de champ (rouges) et lignes équipotentiels (noires).

4.1.2. Champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique de longueur infinie

On considère un aimant permanent cylindrique infiniment long de diamètre R , uniformément aimanté selon l'axe Oy avec $\mathbf{M} = M\mathbf{u}_y$, où M est l'aimantation (en Tesla) et \mathbf{u}_y est la vecteur unitaire selon l'axe Oz en coordonnées cylindriques (Fig. 4.3). Les composantes du champ magnétique en coordonnées cylindriques, à l'extérieur de l'aimant ($r \geq R$) s'écrivent (Annexe 2) :

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{Ma^2 \sin \varphi}{2 r^2} \\ B_\varphi &= -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = -\frac{Ma^2 \cos \varphi}{2 r^2} \end{aligned} \quad (4-8)$$

Les autres grandeurs caractéristiques du champ magnétique sont :

Module du champ :

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\varphi^2} = \frac{M a^2}{2 r^2}. \quad (4-9)$$

Potentiel vecteur :

$$\mathbf{A}(r, \varphi) = -\frac{Ma^2}{2} \frac{\cos \varphi}{r} \mathbf{e}_z. \quad (4-10)$$

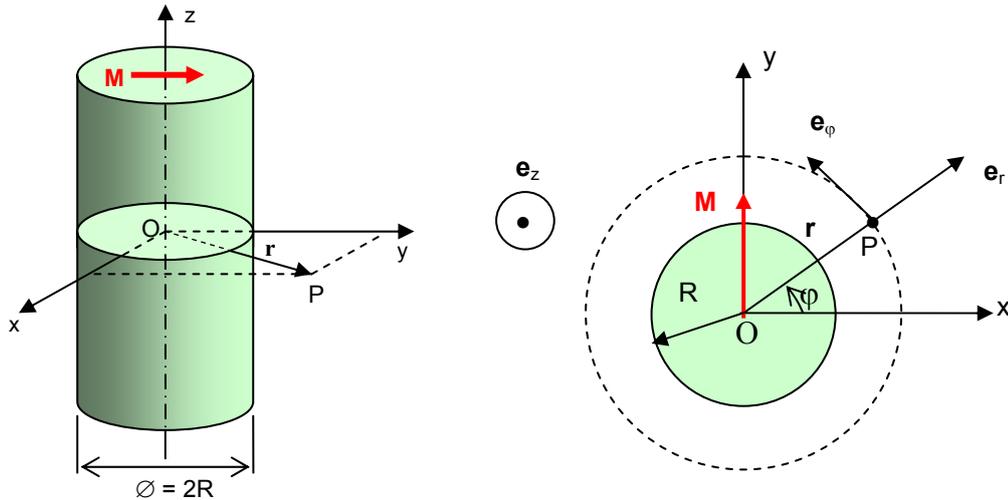


Figure 4.3. Aimant cylindrique de longueur infinie à aimantation diamétrale.

Lignes de potentiel vecteur constant :

$$r = -\frac{Ma^2}{2A} \cos \varphi = C_1 \cos \varphi. \quad (4-11)$$

Ligne de champ :

$$r = C_2 \cos \varphi, \text{ où } C_2 \text{ est une constante.} \quad (4-12)$$

On peut donc constater que, dans cette configuration d'aimant, les lignes de champ sont aussi les lignes de potentiel vecteur constant. Les résultats de la configuration magnétique sont présentés sur la Fig. 4.4.

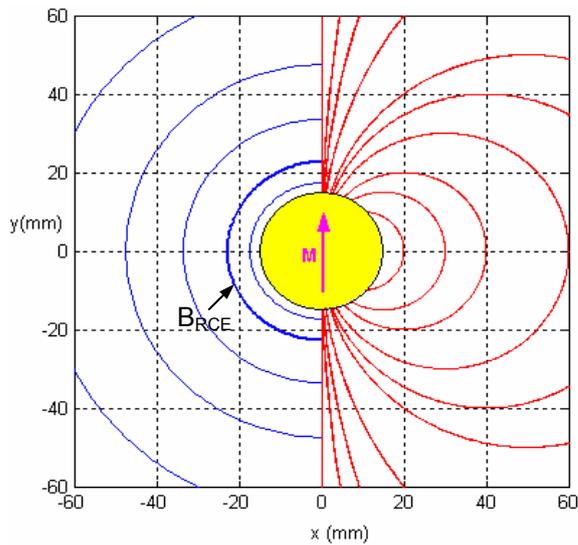


Figure 4.4. Configuration du champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long : les lignes de champ (rouges), les lignes de champ B constant (bleues).

4.2. Mouvement des électrons primaires dans un champ magnétique :

4.2.1. Qu'est ce qu'un électron primaire : aspect singulier de sa trajectoire

Grâce au couplage résonnant entre électrons et champ électrique micro-onde en régime RCE, les électrons peuvent être accélérés (chauffés) efficacement et acquérir une très grande énergie, jusqu'à quelques centaines d'électron-volts [31,32]. Ces électrons vont provoquer des collisions le long de leur trajectoire, et en particulier des collisions d'ionisation au-delà d'une énergie seuil ($\epsilon_{\text{seuil}} = 15,7$ eV pour la première ionisation de l'argon). Ils ionisent les neutres et un plasma est alors produit. C'est pour cette raison qu'ils s'appellent électrons primaires (ou encore électrons chauds ou rapides). Dans des champs électrique et magnétique, ils effectuent un mouvement très compliqué obéissant à l'équation de Lorentz. L'étude de ce mouvement fait l'objet des sections suivantes.

4.2.2. Equation de Lorentz de mouvement

Le mouvement des particules chargées dans des champs \mathbf{E} et \mathbf{B} est gouverné par l'équation de Lorentz :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}), \quad (4-13)$$

où \mathbf{v} est la vitesse de la particule, m sa masse et q sa charge.

Si on considère le cas simple où $\mathbf{E} = 0$, la force de Lorentz de la particule est perpendiculaire à la fois à la vitesse \mathbf{v} et au champ magnétique \mathbf{B} :

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = q (\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}). \quad (4-14)$$

Dans la suite, on considérera le mouvement des électrons dans un champ magnétique statique non uniforme créé par des dipôles magnétiques.

4.2.3. Des mouvements des électrons et les invariants adiabatiques

En analysant l'équation de Lorentz et les invariants de mouvement, et en supposant qu'il n'y a pas de collision, on peut alors montrer que le mouvement des particules dans un champ magnétique constant non-uniforme peut être décomposé en trois mouvements [33] :

- *un mouvement hélicoïdal le long de la ligne de champ* : C'est le mouvement de base d'une particule chargée dans un champ magnétique uniforme. Ici on peut considérer que le champ magnétique B est uniforme localement près de la ligne de champ. De l'équation du mouvement (4-14), on peut montrer que l'énergie cinétique est bien constante et la trajectoire est localement une hélice ayant pour axe la ligne de champ. La fréquence de rotation gyromagnétique (cyclotronique) est $f_{ce} = e B / 2 \pi m_e$ et le rayon de giration (rayon de Larmor) est donné par l'expression $\rho = v_{\perp} / \omega_c$ où v_{\perp} est la composante perpendiculaire à la ligne de champ de la vitesse.

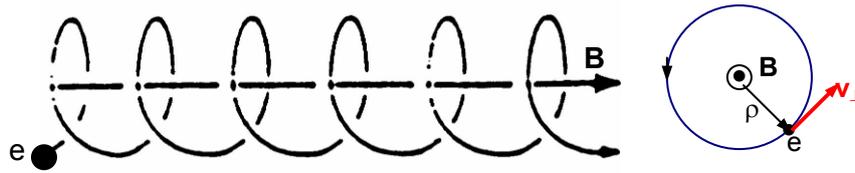


Figure 4.5. Trajectoire hélicoïdale d'un électron dans le champ B uniforme.

Ce mouvement est associé au premier invariant adiabatique I_1 , l'*invariant magnétique orbital* :

$$\mu = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 / B. \quad (4-15)$$

Il faut noter que l'invariance de l'invariant I_1 n'est valable que si $\omega_B \ll \omega_c$ où ω_B est la fréquence caractéristique de variation spatio-temporelle du champ magnétique vue par l'électron (approximation adiabatique). Lorsque cette fréquence ω_B n'est pas très inférieure à celle de fréquence de giration ω_c , I_1 n'est plus un invariant [34]. Il en est de même pour les autres invariants adiabatiques.

- *un mouvement périodique entre deux points miroirs* : Lorsqu'une particule pénètre dans une région de champ magnétique croissant, son énergie longitudinale diminue et se transforme en énergie transversale, c'est-à-dire que la composante suivant la ligne de champ de la vitesse de l'électron diminue et la composante perpendiculaire à la ligne de champ augmente. Si la variation de B est assez importante, le transfert d'énergie peut être complet. Il existe alors des miroirs magnétiques où la vitesse v_{\parallel} de la particule devient égale à zéro. Elle est alors réfléchi et repart en sens inverse. Le même phénomène se produit au pôle opposé et l'électron oscille ainsi entre deux points miroirs. A ces points, l'amplitude du champ magnétique est égale à B_{\max} défini par :

$$B \leq B_{\max} = \frac{E_C}{\mu}, \quad (4-16)$$

où E_c est l'énergie cinétique de la particule et μ son moment magnétique orbital. La période de ce mouvement est associée au deuxième invariant adiabatique I_2 , *invariant d'action longitudinale* [33]. L'estimation de la période d'oscillation d'un électron de 20 eV d'énergie est de l'ordre de 60×10^{-9} s pour une sphère de 30 mm de diamètre et $M = 0,3$ T (cf. Annexe 9).

- *un mouvement de rotation (dérive) autour de l'aimant* : A cause de la non-uniformité du champ magnétique du dipôle, la déformation adiabatique des orbites hélicoïdales s'accompagne de lentes dérives perpendiculaires au vecteur \mathbf{B} : dérives de courbure et de gradient de champ magnétique. Lorsque la trajectoire quasi-hélicoïdale est guidée par une ligne de force courbée, il apparaît une vitesse de dérive v_{CB} appelée *dérive de courbure*. Cette dérive est produite par la force centrifuge inertielle qui s'exerce sur la particule qui suit une ligne de courbe de force. Pour les électrons la vitesse de dérive de courbure peut s'écrire :

$$\mathbf{v}_{CB} = -\frac{m_e v_{\parallel}^2}{e} \frac{\mathbf{B} \wedge \mathbf{B} \nabla \mathbf{B}}{B^4}. \quad (4-17)$$

Associées à la courbure des lignes de force, il y a toujours des variations de B dans les directions perpendiculaires à celui-ci. Un gradient transverse de B introduit une dérive perpendiculaire à la fois à \mathbf{B} et à $\nabla \wedge \mathbf{B}$, laquelle est appelée *dérive de gradient de \mathbf{B}* . Pour les électrons, la vitesse de dérive de gradient de \mathbf{B} peut s'écrire :

$$\mathbf{v}_{GB} = -\frac{m_e v_{\perp}^2}{4e} \frac{\mathbf{B} \wedge \nabla B^2}{B^4}, \quad (4-18)$$

où v_{\perp} est la vitesse de l'électron primaire dans la direction perpendiculaire à \mathbf{B} . La période de ce mouvement est associée au troisième invariant adiabatique I_3 , *invariant de flux global* [33-35].

Pour illustrer les mouvements d'une particule dans un champ magnétique statique créé par un aimant (dipôle magnétique), nous allons tout d'abord étudier analytiquement le cas des aimants permanents cylindriques infiniment longs ou sphériques, puis, numériquement, les aimants cylindriques utilisés dans les sources élémentaires des plasmas multi-dipolaires.

4.2.4. Lagrangien et hamiltonien des électrons dans un champ magnétique : invariants exacts du mouvement

Pour rechercher les invariants exacts du mouvement des particules dans un champ magnétique, on peut utiliser une formule des équations de mouvement basée sur les coordonnées

généralisées [33,36,37]. Ce sont s quantités indépendantes qui déterminent complètement l'état d'un système ayant s degrés de liberté. Une particule peut être décrite par s coordonnées q_1, q_2, \dots, q_s et par les s quantités $\dot{q}_1, \dot{q}_2, \dots, \dot{q}_s$ qui sont ses vitesses généralisées. Le mouvement de cette particule est décrit par les équations différentielles de Lagrange :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, s), \quad (4-19)$$

où les quantités $\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \equiv p_i$ sont les moments généralisés, et L s'appelle le *Lagrangien*. On constate que si L est indépendant de l'une des coordonnées généralisées, par exemple q_j , alors le moment généralisé p_j est une *constante exacte du mouvement*. Dans le cas d'une particule (de masse m et de charge de q) soumise à un champ magnétique statique, la fonction de Lagrange, ou *lagrangien*, a pour expression [36] :

$$L = \frac{1}{2} m v^2 + q \mathbf{v} \cdot \mathbf{A}, \quad (4-20)$$

où \mathbf{A} est le potentiel vecteur du champ magnétique, et \mathbf{v} la vitesse de la particule.

En appliquant la transformée de Legendre, la fonction de Lagrange peut être transformée en fonction de Hamilton, ou *hamiltonien*, dont l'expression est donnée par :

$$H(q, p, t) = p \cdot \dot{q}(q, p, t) - L(q, \dot{q}(q, p, t), t), \quad (4-21)$$

avec
$$p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \quad (4-22)$$

La transformation inverse donne :

$$L(q, \dot{q}, t) = p(q, \dot{q}, t) \cdot \dot{q} - H(q, p(q, \dot{q}, t), t), \quad (4-23)$$

avec, cette fois-ci :

$$\dot{q} = \frac{\partial H(q, p, t)}{\partial p}. \quad (4-24)$$

4.3. Trajectoires sans collision des électrons primaires dans le champ magnétique d'un dipôle magnétique

Pour illustrer analytiquement le mouvement des électrons en utilisant les transformations de Hamilton, nous allons, dans cette section, considérer deux cas particuliers du mouvement d'un électron ($q = -e$) dans le champ magnétique d'un aimant cylindrique de longueur infinie et d'un aimant sphérique. Les collisions ne sont pas prises en compte.

4.3.1. Aimant cylindrique de longueur infinie

Comme montré dans la section 4.1.2, pour un aimant permanent cylindrique infiniment long de rayon R et ayant un vecteur d'aimantation M colinéaire à la direction Oy , le potentiel vecteur est donné, en coordonnées cylindriques (r, φ, z) , par :

$$\mathbf{A} = A(r, \varphi)\mathbf{e}_z = -\frac{MR^2}{2} \frac{\cos \varphi}{r} \mathbf{e}_z, \quad (4-25)$$

où les notations sont définies sur la Fig. 4.3. L'équation des lignes de potentiel vecteur constant (ou lignes de champ) est donnée par :

$$r = -\frac{MR^2}{2A} \cos \varphi = C \cos \varphi, \quad (4-26)$$

où C est une constante. En coordonnées cylindriques (r, φ, z) , l'hamiltonien de l'électron est donné par (Annexe 3) :

$$H(p_r, p_\varphi, p_z, r, \varphi, z, t) = \frac{1}{2m} \left[p_r^2 + \left(\frac{p_\varphi}{r} \right)^2 + p_z^2 + \left(\frac{eMR^2 \cos \varphi}{2r} \right)^2 - \frac{p_z eMR^2 \cos \varphi}{r} \right], \quad (4-27)$$

où p_r, p_φ, p_z sont les moments généralisés définis par l'Equ. (4-22).

L'hamiltonien, dont la valeur est égale à l'énergie cinétique, est une constante. L'énergie cinétique est donc le *premier invariant exact* du mouvement de l'électron. On peut trouver un système d'équations différentielles de Hamilton qui décrit le mouvement de l'électron dans le champ magnétique de l'aimant cylindrique infiniment long :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_r} = \frac{p_r}{m_e}, \quad (4-28)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_\varphi} = \frac{p_\varphi}{m_e r^2}, \quad (4-29)$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_z} = \frac{p_z}{m_e} - \frac{eMR^2 \cos \varphi}{2m_e r}, \quad (4-30)$$

$$\dot{p}_r = \frac{dp_r}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{2m_e r^2} \left(\frac{2p_\varphi^2}{r} + \frac{(eMR^2 \cos \varphi)^2}{2r} - p_z eMR^2 \cos \varphi \right), \quad (4-31)$$

$$\dot{p}_\varphi = \frac{dp_\varphi}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} = \frac{eMR^2 \sin \varphi}{2m_e r} \left(\frac{eMR^2 \cos \varphi}{2r} - p_z \right), \quad (4-32)$$

où p_z est le *deuxième invariant exact du mouvement* déterminé à partir des conditions initiales de l'électron (position et composante v_z de la vitesse) :

$$p_z = m\dot{z}_0 - eA(r_0, \varphi_0) = mv_{z0} + \frac{eMR^2 \cos \varphi_0}{2r_0}. \quad (4-33)$$

En intégrant ce système d'équations différentielles, on peut trouver les trajectoires de l'électron primaire avec les conditions initiales de la configuration magnétique, position, énergie de l'électron. La Fig. 4.6 représente les trajectoires d'un électron primaire d'énergie 20 eV, position initiale $x = 23$ mm, $y = 22$ mm, $z = 0$ dans le champ magnétique d'un aimant magnétique cylindrique infiniment long, de rayon 30 mm et d'aimantation $M = 0,5$ Tesla.

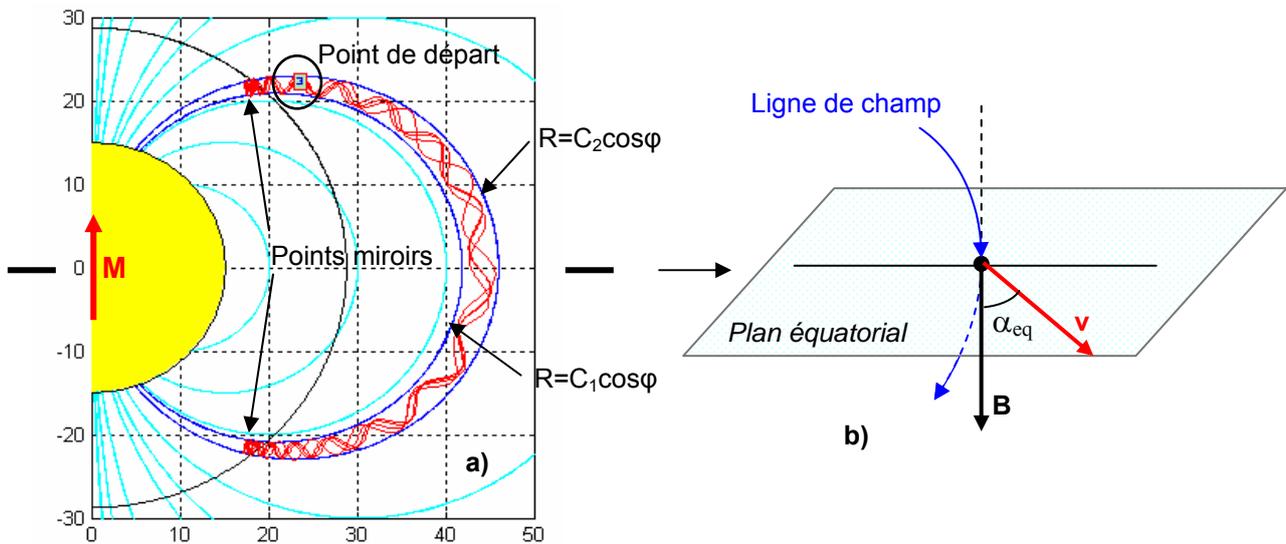


Figure 4.6. a) Trajectoire d'un électron rapide d'énergie 20 eV (position initiale $x = 23$ mm, $y = 22$ mm, $z = 0$) dans le champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long de rayon 30 mm, d'aimantation $M = 0,5$ T. Les trajectoires sont délimitées par 2 lignes de champ (bleues).
b) Angle d'attaque équatorial α_{eq} .

Le mouvement de l'électron se décompose bien en trois mouvements : un mouvement hélicoïdal le long de la ligne de champ, un mouvement périodique entre deux points miroirs, et un mouvement de rotation autour de l'aimant. Les positions des points miroirs peuvent être trouvées par l'expression suivante (Annexe 5) :

$$\cos \varphi_{\text{miroir}} = \pm \sin \alpha_{\text{eq}}, \quad (4-34)$$

où α_{eq} est l'angle d'attaque de l'électron au plan équatorial (Fig.4.6b). D'autre part, on peut écrire :

$$W_e = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \quad (4-35)$$

Le module v est donc constant et $|\dot{z}| = |v_z| \leq v$, et, en tenant compte de l'Equ. (4-33), on obtient :

$$\frac{-p_z - m_e v}{e} \leq A_z \leq \frac{-p_z + m_e v}{e}. \quad (4-36)$$

A partir de ces inégalités, on peut trouver les deux lignes de champs entre lesquelles la trajectoire de l'électron est confinée (enveloppe de la trajectoire). On pose :

$$A_1 = \frac{-p_z - m_e v}{e} \quad \text{et} \quad A_2 = \frac{-p_z + m_e v}{e}. \quad (4-37)$$

Ce sont les constantes déterminées à partir des conditions initiales de l'électron (v et p_z à l'instant $t = 0$). Les équations de deux lignes de champs sont respectivement :

$$r = -\frac{MR^2}{2A_1} \cos \varphi = C_1 \cos \varphi \quad \text{et} \quad r = -\frac{MR^2}{2A_2} \cos \varphi = C_2 \cos \varphi. \quad (4-38)$$

Elles sont présentées sur la Fig. 4.6a.

4.3.2. Aimant sphérique

Comme montré dans la section 4.1.1, pour un aimant permanent sphérique de rayon R et de vecteur d'aimantation M de direction Oz , le potentiel vecteur au point $P(r, \theta, \varphi)$ est donné, en coordonnées sphériques, par :

$$\mathbf{A} = \frac{MR^3 \sin \theta}{3r^2} \mathbf{e}_\varphi = J \frac{\sin \theta}{r^2} \mathbf{e}_\varphi, \quad (4-39)$$

où $J = MR^3 / 3$ ($T m^3$). Le champ magnétique a pour composantes :

$$B_r = \frac{2J}{r^3} \cos \theta, \quad B_\theta = \frac{J}{r^3} \sin \theta, \quad B_\varphi = 0, \quad (4-40)$$

et, en coordonnées sphériques, l'hamiltonien de l'électron (Annexe 3) a pour expression :

$$H = \frac{m_e}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\varphi}^2) = m_e v^2 / 2 = E_e. \quad (4-41)$$

La valeur de l'hamiltonien est égale à l'énergie cinétique et ne dépend pas du temps : il est donc constant. Alors, l'énergie cinétique est un *invariant exact du mouvement* de l'électron. En exprimant H en fonction de r , θ , φ , p_r , p_θ et p_φ (coordonnées généralisées), il vient :

$$H(p_r, p_\theta, p_\varphi, r, \theta, \varphi, t) = \frac{1}{2m_e} \left[\left(p_r^2 + \frac{1}{r^2} p_\theta^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} p_\varphi^2 \right) + 2eJ \frac{p_\varphi}{r^3} + e^2 J^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^4} \right] \quad (4-42)$$

Après quelques calculs, on peut obtenir un système d'équations différentielles d'Hamilton du mouvement d'un électron dans le champ d'un dipôle magnétique sphérique :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{p_r}{m_e}, \quad (4-43)$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{p_\theta}{m_e r^2}, \quad (4-44)$$

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{m_e r^2} \left(\frac{p_\varphi}{\sin^2 \theta} + \frac{eJ}{r} \right), \quad (4-45)$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{m_e} \left[p_\theta^2 r^{-3} + \frac{p_\varphi^2}{\sin^2 \theta} r^{-3} + 3eJ p_\varphi r^{-4} + 2e^2 J^2 \sin^2 \theta r^{-5} \right], \quad (4-46)$$

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{\cos \theta}{m_e} \left[e^2 J^2 \sin \theta r^{-4} - \frac{p_\varphi^2}{\sin^3 \theta} r^{-2} \right] \quad (4-47)$$

où $p_\phi = \sin^2 \theta_0 (mr_0^2 \dot{\phi}_0 + \frac{eJ}{r_0})$ est le *deuxième invariant exact du mouvement* associée à un mouvement de rotation de l'électron, et appelé le *moment cinétique* en direction azimutale ϕ .

Comme indiqué dans l'Annexe 4, les trajectoires des électrons sont confinées entre deux lignes d'enveloppe dont les équations dans le plan (r,z) sont respectivement :

$$\frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{p_\phi}{eM} \frac{1}{r} - \frac{m_e v}{eM} = 0, \quad (4-48)$$

$$\frac{r}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{p_\phi}{eM} \frac{1}{r} + \frac{m_e v}{eM} = 0. \quad (4-49)$$

La Fig. 4.7 montre la zone des trajectoires des électrons délimitée par deux lignes (noires) dont les équations sont données par (4-48) et (4-49). Pour une sphère, les lignes de champ ne coïncident pas avec les lignes de potentiel vecteur constant. Il faut noter que les enveloppes ne sont donc pas les lignes de champs comme dans le cas du cylindre. En revanche, si le moment cinétique est égal à zéro ($p_\phi = 0$), on peut montrer que ces deux lignes deviennent deux lignes de champ.

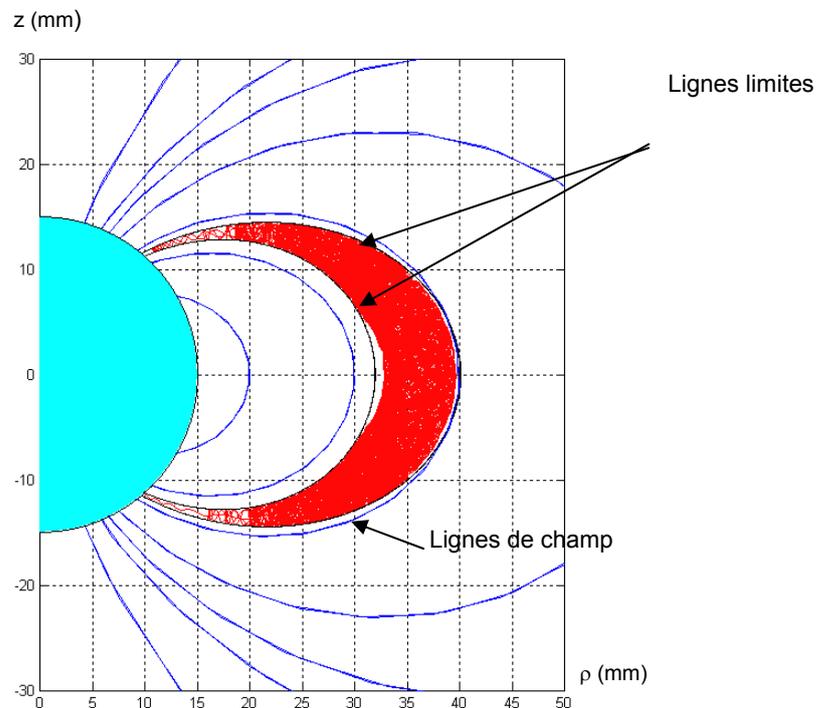


Figure 4.7. La trajectoire d'un électron (en rouge) est confinée entre deux lignes limites (noires). Cas d'un aimant sphérique de diamètre 30 mm.

En intégrant les équations de (4-43) à (4-47), on obtient la trajectoire de l'électron ayant les conditions initiales connues (Fig.4.8). On peut voir que localement la trajectoire est une hélice ayant pour axe la ligne de champ. La pulsation de rotation gyromagnétique (cyclotron) est $\omega_e = eB/m_e$ et le rayon de giration (Larmor) est $\rho = v_{\perp} / \omega_e$, où v_{\perp} est la composante de vitesse initiale dans la direction perpendiculaire au vecteur B ; la vitesse dans la direction parallèle à B est constante et égale à la valeur initiale v_{\parallel} .

En coordonnées sphériques, les points miroirs sont déterminés par (Annexe 5) :

$$\sin^2 \alpha_{eq} = \frac{\sin^6 \theta_m}{(1 + 3 \cos^2 \theta_m)^{1/2}}, \quad (4-50)$$

où θ_m est l'angle θ au point miroir, α_{eq} est l'angle d'attaque de la vitesse d'électrons au plan d'équateur ($\theta = \pi/2$).

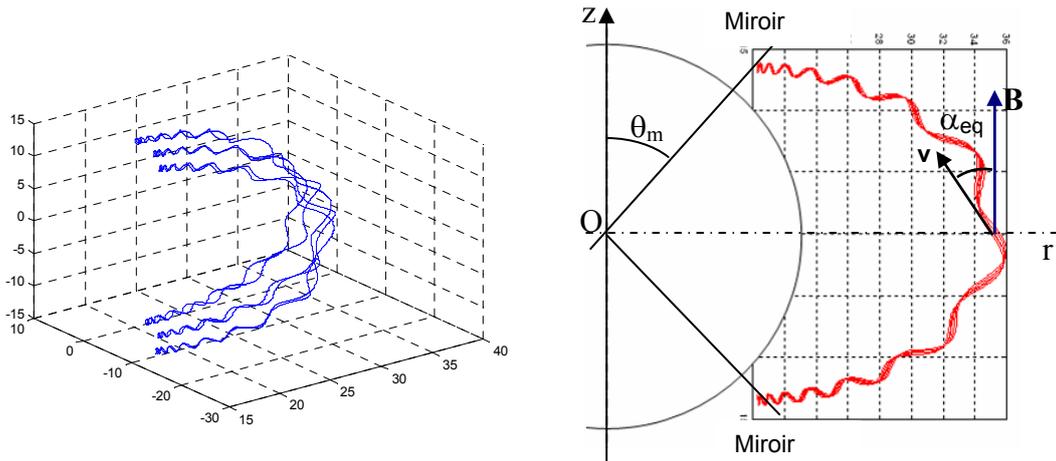


Figure 4.8. Trajectoire sans collision d'un électron dans le champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique d'aimantation suivant Oz dans le repère (x,y,z) et le plan (z,ρ)

La latitude des miroirs ($\vartheta = \pi/2 - \theta_m$) d'une particule dépend seulement de l'angle α_{eq} à l'équateur et ne dépend pas de la valeur C de la ligne de champ (cf. équation (4-4)) sur laquelle la particule est piégée (Annexe 5). La particule chargée de grand angle α_{eq} possède une petite vitesse parallèle et les points miroirs sont situés aux basses latitudes. En revanche, si l'angle α est très petit, le point miroir peut entrer dans la sphère de l'aimant, et les particules sont alors perdues par collision avec la surface de l'aimant. Sinon, les électrons effectuent alors une oscillation pseudo-

périodique entre deux points miroirs. La période de ce mouvement est associée au deuxième invariant adiabatique I_2 (*invariant d'action longitudinale*).

Les deux vitesses de dérive de courbure et de gradient de \mathbf{B} ont même direction et même sens. En combinant les deux vitesses de dérive on peut donc trouver la vitesse de dérive résultante du mouvement de l'électron primaire piégé dans le champ de l'aimant magnétique sphérique :

$$\mathbf{v}_{D\perp} = + \frac{6E_c L^2}{eB_0 R} \left(1 - \frac{B}{2B_m}\right) \frac{\cos^5 \vartheta (1 + \sin^5 \vartheta)}{(1 + 3\sin^2 \vartheta)^2} \mathbf{e}_\varphi. \quad (4-51)$$

On peut noter que cette dérive résultante se produit dans la direction azimutale (direction selon φ). Il en résulte un mouvement de rotation autour de l'axe de l'aimant. La période T_Σ de ce mouvement associe à la troisième invariant I_3 , *invariant de flux global* [33,35].

4.4. Mécanisme de chauffage des électrons en régime RCE

4.4.1. Généralités

Lorsqu'un confinement magnétique est utilisé dans une décharge micro-onde, il peut engendrer, à basse pression, un phénomène particulier : la résonance cyclotronique électronique (RCE). Ce phénomène se produit lorsque la fréquence du champ électrique coïncide avec la fréquence gyromagnétique d'un électron ($f = f_{ce} = eB / (2\pi m_e)$). Le mécanisme de RCE a été utilisé pour la première fois en 1963 en vue de la production de plasma à basse pression. En 1980, des réacteurs plasmas excités à la RCE ont été utilisés pour la première fois par les Japonais pour des opérations élémentaires de fabrication de circuits intégrés [22].

Le phénomène RCE est un couplage optimal entre les oscillations du champ électrique et le mouvement des électrons autour des lignes de champ. Dans ce cas, l'équation du mouvement de l'électron devient [33,35] :

$$m_e \frac{d\mathbf{v}}{dt} = - e(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) - m_e \mathbf{v}\mathbf{v} \quad (4-52)$$

et conduit à un problème à trois dimensions. Toutefois, dans la situation où le champ électrique \mathbf{E} (ou une de ses composantes) est parallèle au champ magnétique \mathbf{B}_0 , le champ magnétique n'a aucun impact sur le mouvement de l'électron soumis à ce champ électrique. Dans la section suivante, on va d'abord considérer les trajectoires des électrons soumis à un champ magnétique constant en présence un champ électrique micro-onde en régime RCE et en l'absence de collision.

4.4.2. Etude de la RCE sans collision

Pour expliquer plus simplement le mécanisme de chauffage des électrons en régime RCE, on peut considérer le champ électrique oscillant $\mathbf{E}(t)$ comme la résultante de trois composantes : une composante longitudinale $\mathbf{E}_{//}$ oscillante, une composante transverse \mathbf{E}_D tournant dans le sens positif (onde circulaire droite), c'est-à-dire le sens défini par le vecteur rotation $\boldsymbol{\omega}_{ce}$, une composante transverse \mathbf{E}_G tournant dans le sens négatif (onde circulaire gauche), contraire au sens de \mathbf{E}_D . Le champ magnétique \mathbf{B} est supposé constant et uniforme, orienté dans la direction Oz (voir Fig. 4.9).

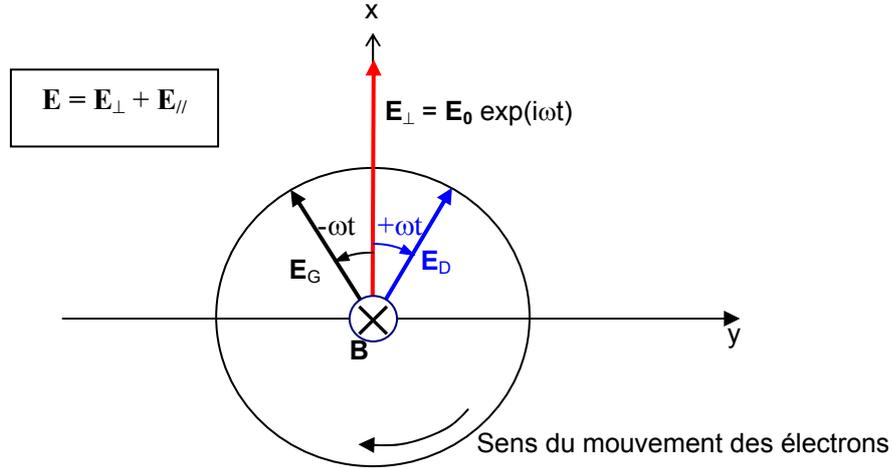


Figure 4.9. Mouvement d'un électron dans un champ magnétique constant et un champ électrique perpendiculaire \mathbf{E}_\perp oscillant décomposé selon deux composantes \mathbf{E}_D et \mathbf{E}_G .

Ces deux composantes transversales d'amplitude constante et égale tournent autour des lignes de champ magnétique avec des vitesses angulaires ω opposées. Les électrons, eux, sous l'effet du champ magnétique, s'enroulent autour des mêmes lignes de champ magnétique selon un mouvement de rotation en direction positive. Les composantes $\mathbf{E}_{//}$ et \mathbf{E}_G ne produisent aucun effet de résonance : elles produisent seulement une oscillation des électrons parallèle à l'axe Oz (direction de \mathbf{B}) et une rotation dans le sens négatif. Considérons l'effet de résonance de la seule composante \mathbf{E}_D . En général, en l'absence de collision, la trajectoire des électrons dans le champ magnétique en présence du champ tournant \mathbf{E}_D a un vecteur vitesse :

$$\mathbf{v} = \frac{q_e}{m_e} \mathbf{E}_D t + \boldsymbol{\omega}_{ce} \times \boldsymbol{\rho} + \mathbf{v}_{//}, \quad (4-53)$$

avec
$$\boldsymbol{\omega}_{ce} = -\frac{q_e}{m_e} \mathbf{B} = -\omega_{ce} \mathbf{e}_z. \quad (4-54)$$

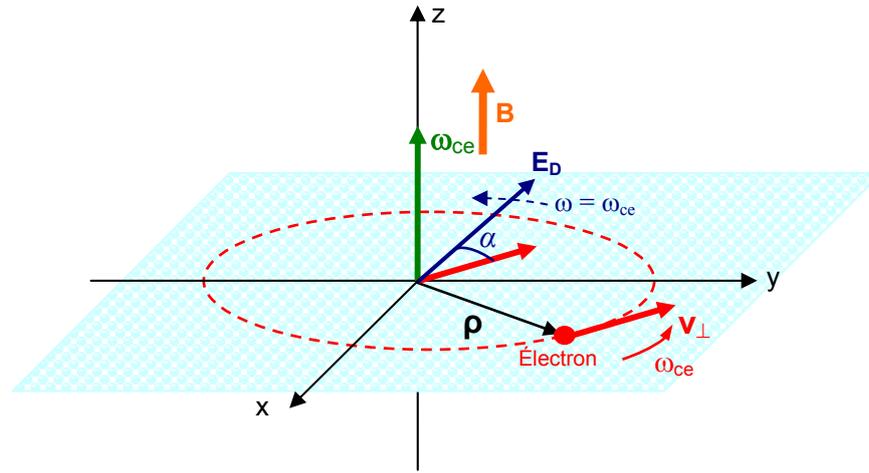


Figure 4.10. Mouvement d'un électron en régime RCE dans un champ magnétique \mathbf{B} constant. \mathbf{E}_D est la composante circulaire droite du champ électrique micro-onde.

Le premier terme représente un mouvement spirale de vitesse angulaire $\omega = \omega_{ce}$, le deuxième terme, qui est la vitesse transversale v_{\perp} produite par le champ \mathbf{B} , représente une rotation à la même vitesse angulaire ω et le troisième terme une translation parallèle à \mathbf{B} . Les vecteurs $\boldsymbol{\rho}$ et \mathbf{v}_{\parallel} sont déterminés par la vitesse initiale de l'électron. Si la vitesse initiale possède une composante transverse, la composition du mouvement en spirale et de la rotation se fait de façon différente selon la phase initiale α entre les vecteurs \mathbf{v}_{\perp} et \mathbf{E}_D . En effet, dans les conditions de RCE, les deux vecteurs ont la même vitesse angulaire et, à l'instant t , ces deux vecteurs auront tourné du même angle $\omega t = \omega_{ce}t$ et font donc toujours entre eux le même angle α . Le module de la vitesse transversale s'écrit [33] :

$$v_{\perp}(t) = v_{\perp}(0) \left[1 + \frac{2t}{t_0} \cos \alpha + \frac{t^2}{t_0^2} \right]^{1/2}, \quad (4-55)$$

avec
$$t_0 = \frac{m_e v_{\perp}(0)}{eE_+}. \quad (4-56)$$

A partir de ces expressions on peut voir que la vitesse ou l'énergie cinétique de l'électron peut augmenter et aussi décroître, cela dépend de la phase initiale α . Les variations du rapport l'énergie cinétique, $[v_{\perp}(t) / v_{\perp}(0)]^2$, en fonction de temps (t/t_0) sont représentées sur la Fig. 4.11 pour diverses valeurs de l'angle α . Lorsque la phase est comprise entre 0 et $\pi/2$, la vitesse transversale augmente régulièrement tandis que, lorsque $\pi/2 < \alpha < \pi$, cette vitesse décroît d'abord et passe par un minimum. Mais, dans tous les cas, au bout d'un certain temps (t_1) , la vitesse perpendiculaire $v_{\perp}(t)$ se met à croître proportionnellement au carré du temps. La résonance cyclotron électronique est donc un moyen très efficace de chauffer les électrons d'un plasma. En l'absence de collision, leur énergie peut atteindre plusieurs dizaines, voire plusieurs centaines ou plus d'électronvolts.

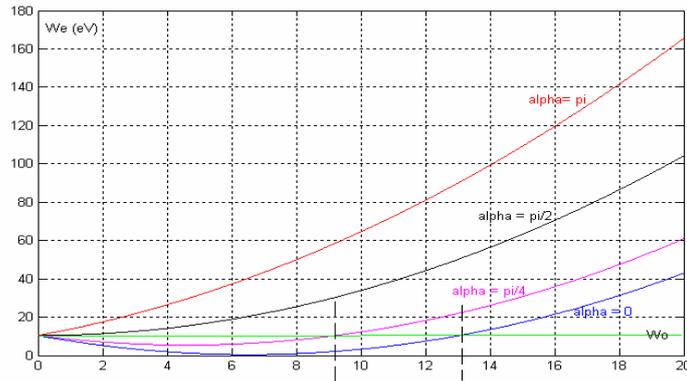


Figure 4.11. Evolution de l'énergie en fonction de t/t_0 pour diverses valeurs de l'angle de phase α , (énergie initiale $W_0 = 10$ eV).

En régime RCE, dans le cas d'un champ électrique micro-onde superposé et perpendiculaire à un champ magnétique constant et uniforme, les trajectoires des électrons sont présentées sur la Fig. 4.12 pour des phases initiales 0 et $\pi/2$, respectivement ($E_0 = 4\,000$ V et $B_0 = 0,0875$ Tesla).

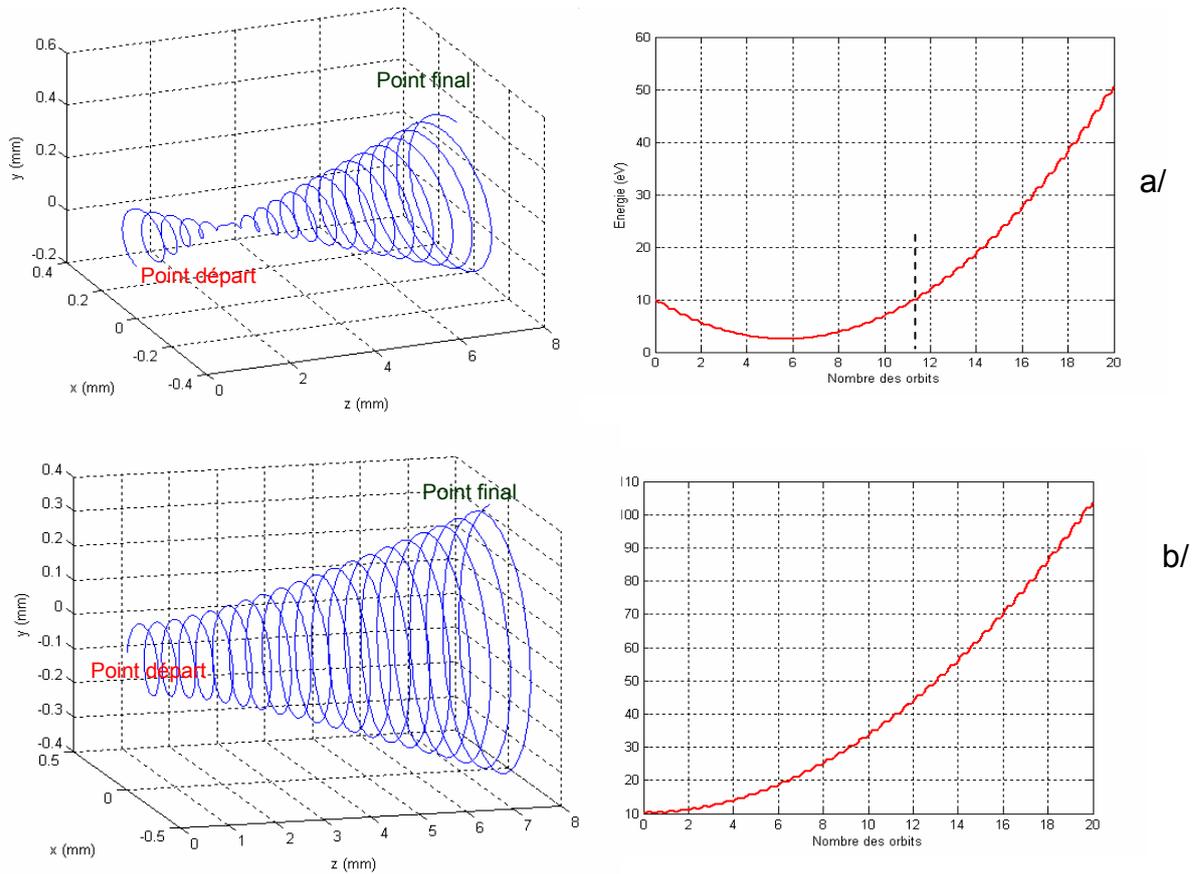


Figure 4.12. Trajectoire et évolution d'énergie d'un électron dans un champ électrique micro-onde superposé à un champ magnétique constant uniforme, et perpendiculaire, avec, pour phase initiale, $\alpha = 0$ (a) et $\alpha = \pi/2$ (b).

4.4.3. Etude de la RCE avec collisions

Dans un plasma où les électrons subissent des collisions, leur accélération ne se poursuit pas indéfiniment. L'énergie ainsi acquise par les électrons est ensuite transférée par collisions inélastiques aux autres particules de la décharge. La puissance moyenne θ_a absorbée par un électron [22,35] :

$$\theta_a = -\frac{e}{2} \operatorname{Re} [E_y v_y^*] = \frac{e^2 E_0^2}{2\nu m_e} \left[\frac{1}{2} \frac{\nu^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \nu^2} + \frac{1}{2} \frac{\nu^2}{(\omega + \omega_c)^2 + \nu^2} \right] \quad (4-57)$$

où $\omega_{ce} = eB/2\pi m_e$ est la fréquence cyclotronique électronique.

Le mécanisme de chauffage des électrons par RCE se distingue fondamentalement du mécanisme par transfert collisionnel (Equ. 4-57). Dans le transfert résonnant par RCE, l'énergie prise au champ électrique croît continûment *entre deux collisions*, d'où la très grande efficacité de ce mécanisme quand $\nu \ll \omega$. Ce mode de transfert s'apparente en fait au mode de transfert dans le cas d'un champ électrique statique. La résonance est fortement amortie lorsque la fréquence de collisions augmente ou lorsque la fréquence du champ électrique diminue [22] (cf. Fig. 4.13).

A la RCE, à basse pression, la puissance absorbée par électron est plus élevée de plusieurs ordres de grandeurs par rapport à celle obtenue par simple transfert collisionnel, d'où intérêt de la RCE pour les applications plasma à basse et très basse pression (moins de 10 mTorr). De plus, la RCE permet aussi une grande efficacité dans le transfert d'énergie, et donc, le seuil minimum de puissance requis pour le maintien du plasma est moindre (quelques watts).

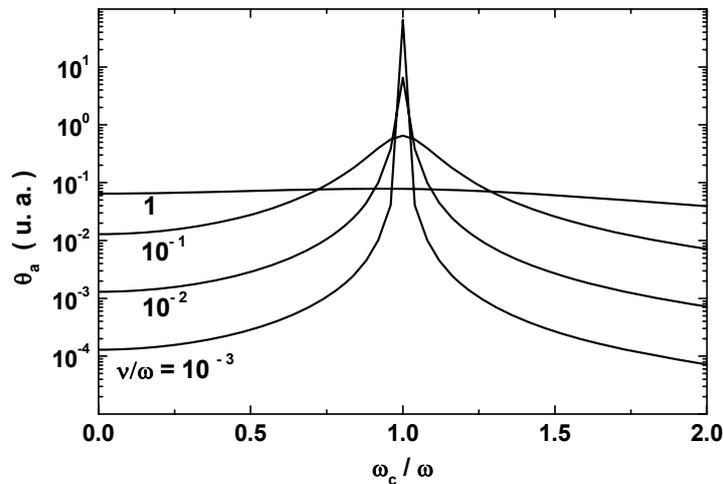


Figure 4.13. Puissance absorbée en fonction de ω_c/ω pour différentes valeurs de ν/ω où ν est la fréquence de collision.

Il faut noter que dans le cas où $\omega \neq \omega_{ce}$ l'énergie gagnée par l'électron oscille avec la période $T = 2\pi / (\omega - \omega_{ce})$ et les valeurs maximales dépendent de l'angle de phase initiale α . La Fig. 4.14 représente l'évolution de l'énergie cinétique en fonction de temps d'un électron chaud ayant une énergie initiale de 10 eV avec différents angles de phase initiaux dans le cas particulier où $\omega \neq \omega_{ce}$. Ce cas correspond aux variations d'énergie cinétique sur une ligne isochamp d'intensité différente de 0,0875 T. Comme la fréquence du champ électrique micro onde est fixé à 2,45 GHz, les électrons localisés dans les zones où $B \neq 0,0875$ Tesla n'acquièrent aucune énergie.

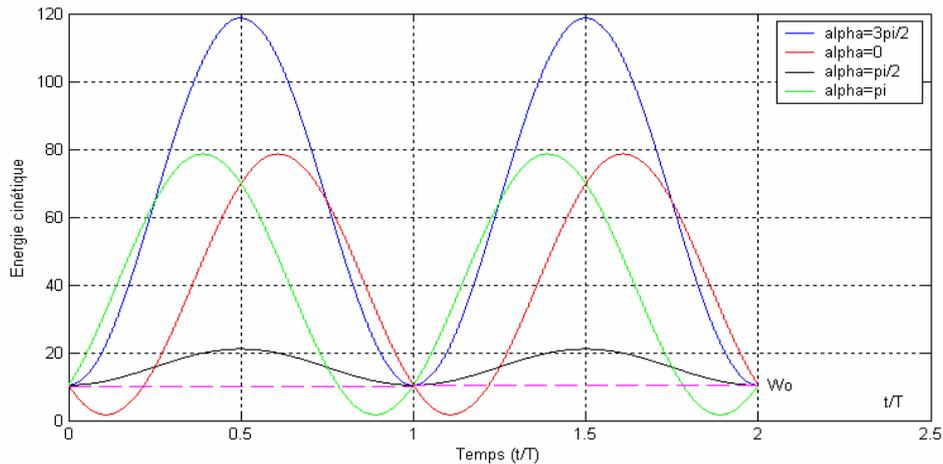


Figure 4.14. Evolution de l'énergie cinétique W_0 de l'électron en fonction du temps t/T où $T = 2\pi / (\omega - \omega_{ce})$, dans le cas où $\omega \neq \omega_{ce}$ avec $\omega = 2,45$ GHz selon différents angles de phase α entre la composante positive du champ électrique micro-onde et la vitesse perpendiculaire initiale $v_{\perp 0}$.

4.5. Conclusion sur la modélisation analytique

Dans ce chapitre, la modélisation analytique a permis d'aborder certains aspects des plasmas dipolaires. Ainsi, les différentes grandeurs du champ magnétique délivré par des configurations magnétiques simples (aimants cylindrique ou sphérique) ont pu être calculées. De même, des particularités importantes des trajectoires électroniques ont pu être déterminées comme les invariants adiabatiques et les invariants exacts. Enfin, l'accélération des électrons à la résonance cyclotronique (en l'absence de collision) et le transfert de puissance sur les électrons (en présence de collisions) a fait aussi l'objet de rappels utiles. Ces calculs s'avéreront très utiles, dans le chapitre suivant (Chapitre 5) pour valider les modèles numériques.

Cependant, la modélisation analytique montre très rapidement ses limites, en particulier pour décrire complètement la trajectoire, pour prendre en compte les collisions élastiques et inélastiques ou le champ électrique micro-onde qui permet d'accélérer les électrons par couplage RCE, d'où l'intérêt d'une modélisation numérique de ces phénomènes, objet du prochain chapitre.

Modélisation numérique des trajectoires des électrons par la méthode PIC/MC

5. Modélisation numérique des trajectoires des électrons par la méthode PIC/MC

Ce chapitre est consacré au calcul des trajectoires des électrons dans un champ magnétique pour trois structures magnétiques (sphère, cylindre infiniment long et cylindre de longueur finie), et ce, en absence du champ électrique, l'énergie cinétique initiale des électrons étant imposée.

Dans la première section 5.1 nous présentons la configuration du champ magnétique déterminée numériquement pour les structures utilisées dans nos réacteurs (cylindres de longueur finie). Ensuite, la section 5.2 est dédiée à la méthode numérique PIC/MC utilisée pour le calcul des trajectoires, dont les résultats sont présentés dans la section 5.3.

5.1. Champ magnétique des aimants permanents

Pour la résolution des équations magnétostatiques, il existe plusieurs logiciels comme, par exemple, FEMM (*Finite Element Method Magnetics*) [38] et COMSOL [39]. Le premier ne résout que des problèmes 2D à symétrie axiale, tandis que le deuxième peut résoudre des problèmes plus complexes en bi et tridimensionnels. De plus, COMSOL permet de modéliser des systèmes physiques où champs magnétiques statiques et champs électromagnétiques existent simultanément. Il aurait été donc plus judicieux d'utiliser directement ce deuxième logiciel pour déterminer la configuration des champs de nos sources élémentaires (champ magnétique statique superposé au champ électromagnétique HF), mais, ce logiciel n'a été acquis au sein de notre équipe que très récemment. Pour cette raison, les configurations magnétiques présentées dans cette section sont déterminées à l'aide de FEMM.

Cette section comporte deux parties : l'une concerne la distribution du champ magnétique d'un aimant sphérique et l'autre la distribution du champ magnétique des structures magnétiques utilisées ou envisagées dans nos réacteurs.

Aimant sphérique. Déterminée analytiquement (cf. section 4.1), la distribution du champ magnétique d'un aimant sphérique a été aussi déterminée numériquement (FEMM). La comparaison des résultats obtenus par les deux méthodes, analytique et numérique, nous a ainsi permis de valider le modèle numérique en vue de son utilisation pour des structures magnétiques pour lesquels la résolution analytique n'est plus possible (cas des cylindres de longueur finie).

Les résultats numériques obtenus pour un aimant sphérique en $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$, dont le diagramme de démagnétisation est donné dans l'Annexe A7, sont représentés sur la Fig. 5.1. La comparaison du module du champ magnétique dans le plan équatorial obtenu par les deux méthodes (Fig. 5.2) montre un parfait accord.

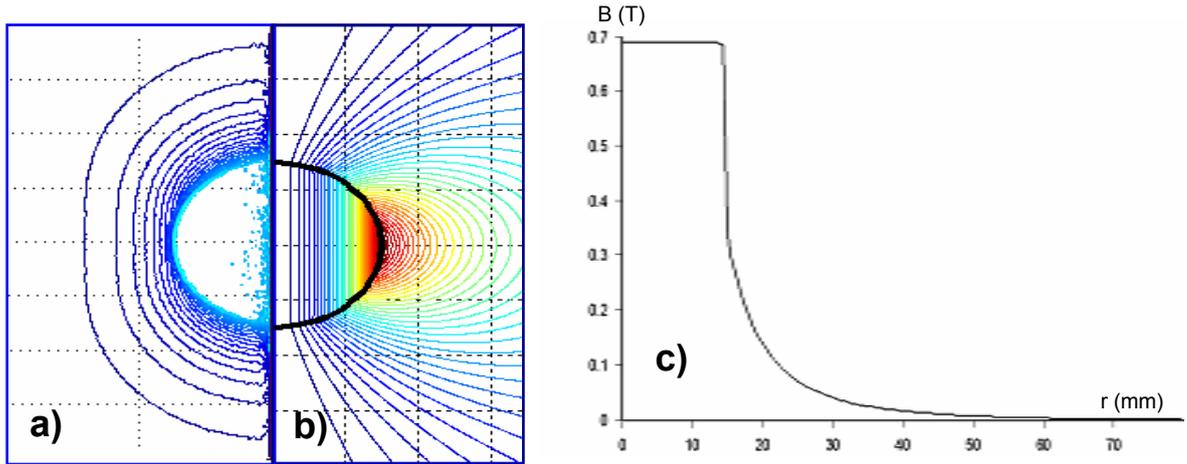


Figure 5.1. Allure des lignes iso-B (a), lignes de champ (b) et du profil équatorial du champ magnétique (c) créé par un aimant permanent sphérique $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ de 30 mm de diamètre.

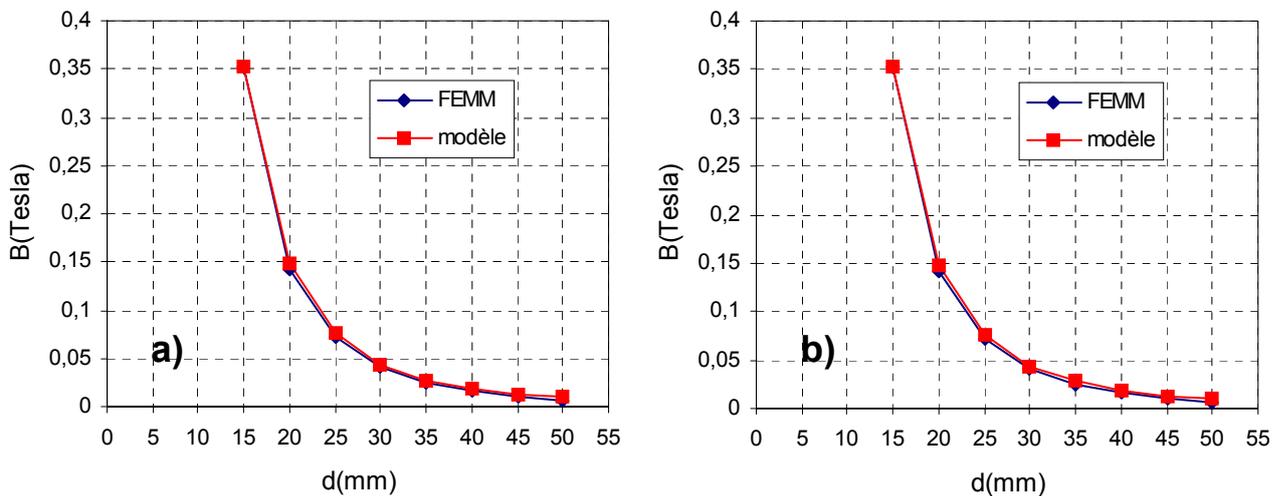


Figure 5.2. Comparaisons entre le modèle analytique et la simulation effectuée avec FEMM. Evolution du module de B (T) en fonction de la distance d (mm) au centre de l'aimant suivant l'axe Ox (a) et l'axe Oz (b).

Aimant cylindrique. Les aimants ($\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$) cylindriques étudiés expérimentalement ont un diamètre de 20 mm et deux hauteurs : 30 mm et 10 mm. Une autre structure étudiée est celle d'un aimant permanent de hauteur de 10 mm avec une extrémité en fer doux (ARMCO, cf. Annexe 7) de hauteur de 2 ou 4 mm, soit une hauteur totale de la structure de 12 et 14 mm, respectivement. A titre d'exemple, sur les Figs. 5.3 et 5.4 nous présentons les résultats obtenus pour un aimant de hauteur de 10 mm sans et avec fer doux. Comme on peut le constater, l'effet du fer doux se traduit par un resserrement des lignes du champ et par une augmentation de son module.

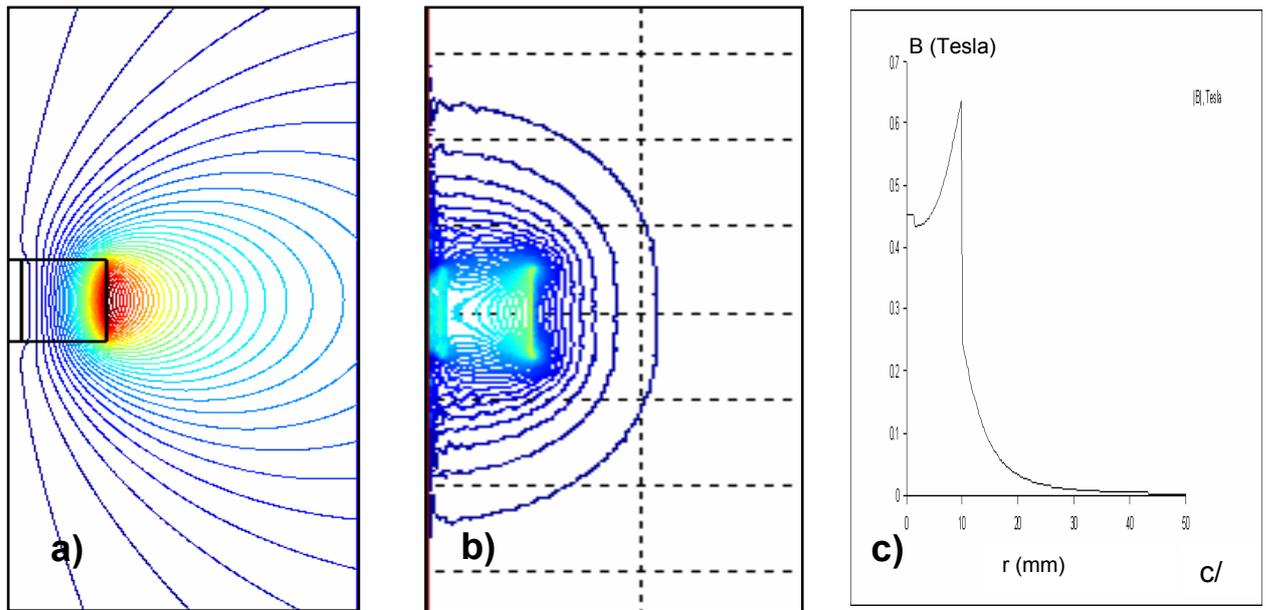


Figure 5.3. Champ magnétique d'un aimant cylindrique de 10 mm de hauteur (Sm_2Co_{17} , diamètre 20 mm) : a/ lignes de champ, b/ lignes de champ constant, c/ profil équatorial.

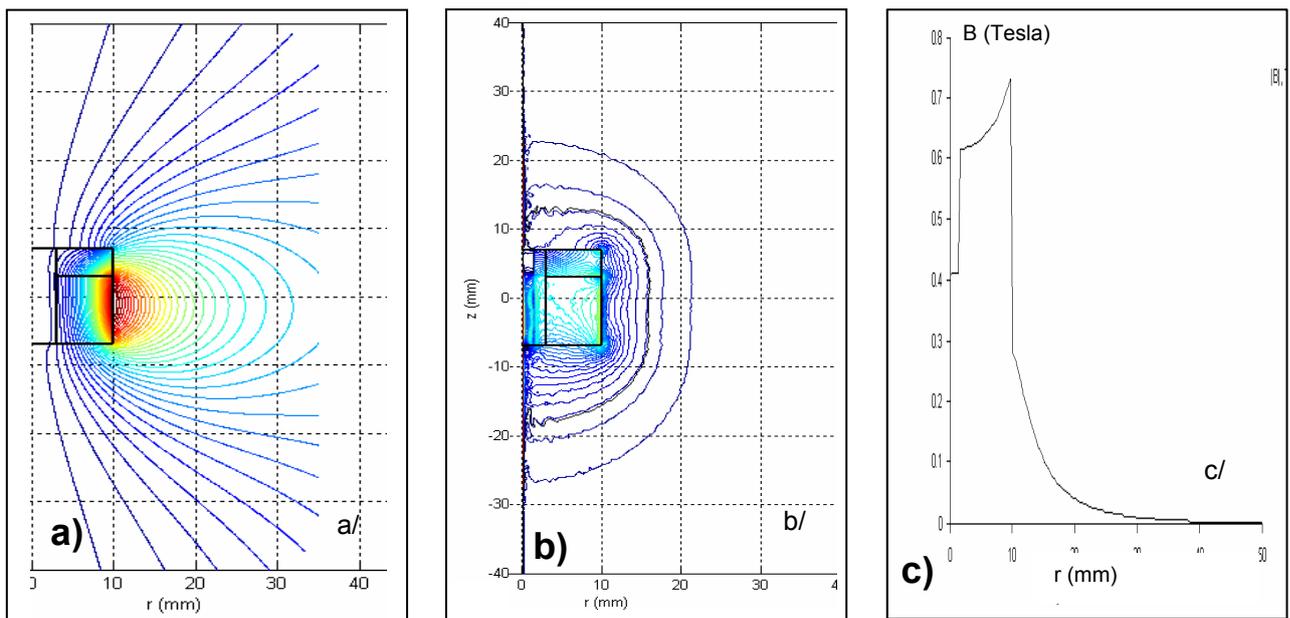


Figure 5.4. Champ magnétique d'un aimant cylindrique avec une hauteur de 10 mm du fer doux de 4 mm (Sm_2Co_{17} , diamètre 20 mm) : a/ lignes de champ, b/ lignes de champ constant, c/ profil équatorial.

Les résultats numériques obtenus pour ces aimants ont été comparés aux mesures réalisées avec une sonde de Hall. D'après la Fig. 5.5, représentant le module du champ magnétique dans le plan équatorial d'un aimant de hauteur de 30 mm, on peut constater que les résultats numériques sont en parfait accord avec les résultats expérimentaux.

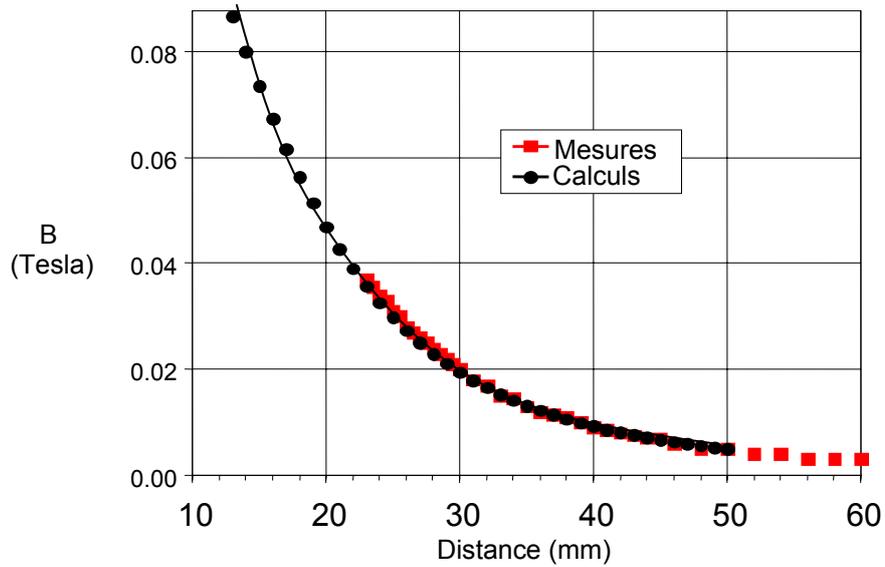


Figure 5.5. Comparaison des résultats numériques (FEMM) et expérimentaux (sonde Hall) du module du champ magnétique dans le plan équatorial d'un aimant en fonction de la distance radiale (Sm_2Co_{17} , diamètre 20 mm, hauteur 30 mm).

Les configurations magnétiques déterminées à l'aide du logiciel FEMM sont utilisées dans le calcul de trajectoires électroniques autour des structures expérimentales cylindriques. La méthode hybride PIC/MC utilisée pour le calcul des trajectoires est présentée dans la section suivante.

5.2. *Simulation numérique des trajectoires des électrons par la méthode PIC/MC*

La méthode hybride PIC / MC résulte de la combinaison de la méthode Particle-In-Cell (PIC), utilisée depuis les années '50 [40], et de la méthode Monte Carlo (MC), utilisée depuis les années '40 [41]. Le principe de la méthode PIC repose sur un échantillonnage (maillage) de l'espace selon un réseau à 2D ou 3D, espace dans lequel les particules évoluent sous l'action des champs électriques (appliqués ou induits) et magnétiques. Cette méthode permet donc de déterminer les valeurs des champs en tout point de coordonnées quelconques, par interpolation à partir des valeurs déterminées dans les nœuds de la grille spatiale. L'intégration des équations de mouvement des particules sous l'action des champs et en absence de collisions, permet ainsi de déterminer leurs trajectoires.

En présence de collisions, il est nécessaire de compléter le modèle PIC avec le modèle MC qui est basée sur la théorie des probabilités. Les collisions sont donc introduites par tirage de nombres aléatoires (\mathfrak{R}), uniformément distribués entre 0 et 1, qui obéissent à la théorie des probabilités [41,42] (cf. section 5.2.5). De manière générale, la méthode PIC-MC est une approche utilisée pour l'étude d'un ensemble de particules chargées soumises à un champ électrique et/ou champ magnétique, uniforme ou non uniforme, statique ou variable dans le temps. Cette méthode permet d'établir un bilan statistique de l'ensemble des particules et d'obtenir ainsi des grandeurs macroscopiques caractérisant le système étudié [43].

Nous utilisons la méthode PIC-MC [40-57] pour le calcul des trajectoires des électrons chauds (primaires) dans un champ magnétique statique en prenant en compte les collisions électron-neutre de types élastique et inélastique (excitation et ionisation directes). Comme la section efficace des collisions coulombiennes décroît rapidement avec l'énergie, les collisions coulombiennes ont été négligées. De même, le champ de charge d'espace est ignoré, car, pour les électrons chauds suivis, la force de Laplace peut être considérée grande devant la force électrique due au champ de charge d'espace. La densité des neutres et leur température (300 K) sont considérées constantes. La vitesse de neutres est négligée par rapport à la vitesse des électrons (cibles immobiles). Les paramètres plasma et ceux du gaz sont donnés dans l'Annexe 6. Compte tenu de la symétrie des structures magnétiques utilisées, le code PIC est un modèle 2D.

Dans ce qui suit, nous donnons les schémas de principe du code utilisé dans notre travail (section 5.2.1), puis quelques précisions sur le choix du pas de temps constant (PIC) (section 5.2.2),

l'interpolation du champ magnétique (PIC) (section 5.2.3), l'intégration des équation de mouvement (PIC) (section 5.2.4), la méthode de la collision nulle (MC) (section 5.2.5) pour la détermination du temps entre deux collisions successives.

5.2.1. Schéma de principe du code PIC-MC

Le schéma de principe du code PIC, permettant le calcul des trajectoires en absence de collision (ou entre deux collisions) est présenté sur la Fig. 5.6. La simulation de la trajectoire d'un électron démarre à l'instant $t_0 = 0$, en un point donné des coordonnées \mathbf{r}_0 , avec une vitesse initiale \mathbf{v}_0 choisie. Après le choix du pas de temps (cf. section 5.2.2) et du maillage ($\Delta r \leq 0,1$ mm, $\Delta z \leq 0,1$ mm), le champ magnétique est calculé aux nœuds de la maille par interpolation des valeurs numériques obtenues par FEMM. Afin de pouvoir intégrer les équations de mouvement (cf. section 5.2.2) pour l'obtention des coordonnées en un point \mathbf{r}_j , il est nécessaire de déterminer (cf. section 5.2.2) le champ magnétique en un point de coordonnées \mathbf{r}_{j-1} . La trajectoire d'un électron est calculée pendant un temps d'observation $t_{\text{cal}} = N_{\text{cal}} \times \Delta t$ (avec $j_{\text{max}} = N_{\text{cal}}$).

En présence des collisions, le code PIC est intégré dans le schéma présentant l'algorithme MC (cf. Fig. 5.7). Le temps entre deux collisions (temps de vol libre), est une variable aléatoire, dont la densité de probabilité est liée à la fréquence de collision totale électron - neutre. Le premier temps de vol libre, $t_1 - t_0$, est obtenu par tirage d'un nombre aléatoire suivant la loi de probabilité (Eq. 5-14). Pendant ce temps, l'électron est soumis au champ de force extérieure par la loi fondamentale de la mécanique classique et sa trajectoire est déterminée par la méthode PIC décrite précédemment ($\Delta t \ll t_1 - t_0$). A partir des conditions initiales ($t_0, \mathbf{v}_0, \mathbf{r}_0$), on peut alors calculer les paramètres ($t_1, \mathbf{v}_1, \mathbf{r}_1$) de l'électron avant qu'il subisse une collision. En supposant les collisions instantanées ($t'_1 = t_1, \mathbf{r}'_1 = \mathbf{r}_1$), la vitesse \mathbf{v}'_1 après collision est déterminée en utilisant la conservation de l'énergie totale lors d'une collision binaire et la loi de probabilité (Eq. 5-14). La méthode utilisée pour la détermination de ces paramètres est présentée dans l'Annexe 8.

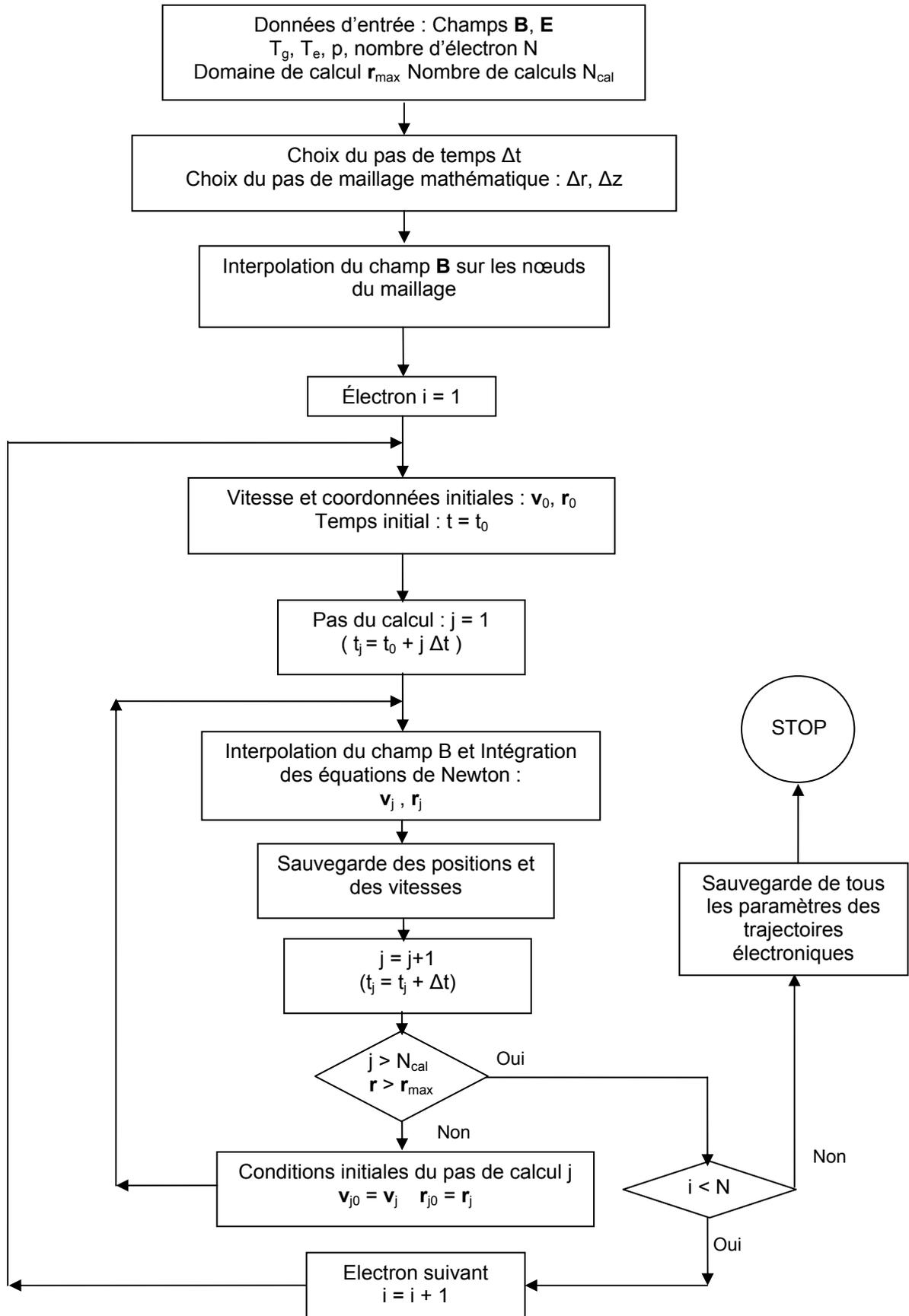


Figure 5.6. Schéma de l'algorithme PIC pour le calcul des trajectoires des électrons chauds dans un champ électromagnétique.

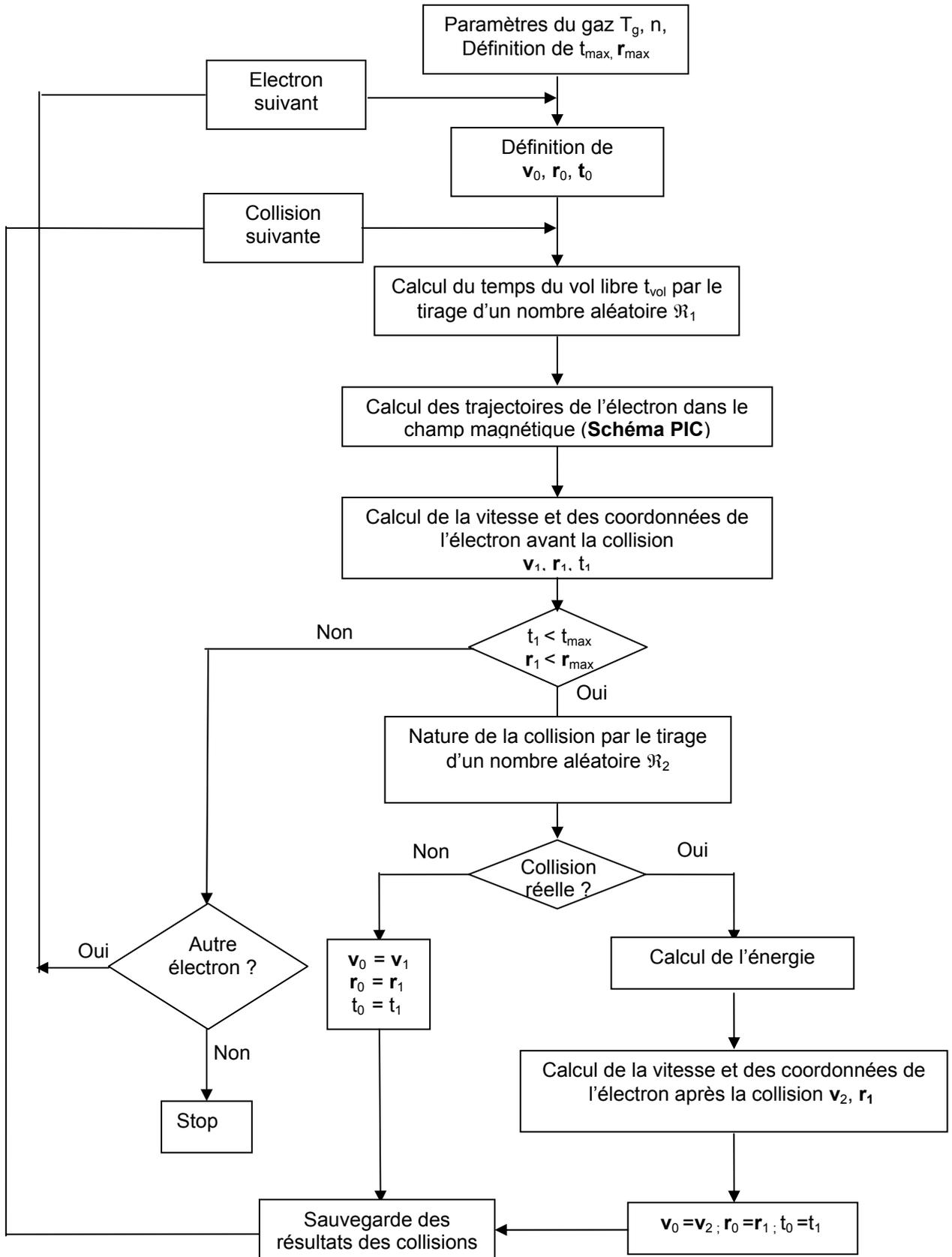


Figure 5.7. Schéma de la méthode Monte-Carlo (MC) pour le traitement des collisions électron - neutre.

5.2.2. Le choix du pas de temps (PIC)

Les paramètres caractéristiques du plasma déterminés pour nos conditions opératoires, argon à la pression de l'ordre du mTorr (cf. Annexe 6), conduisent aux inégalités suivantes :

$$f_{pe} > f_{ce} > f_{RF} > v_{en} > v_{in} \quad (5-1)$$

La fréquence la plus élevée est donnée par la pulsation plasma électronique, suivie par la pulsation cyclotronique électronique. Ainsi, le pas de temps de calcul doit être choisi à partir du processus le plus rapide. Dans notre cas, c'est l'oscillation des électrons dans le plasma dont la période est de l'ordre de 10^{-11} s [44] :

$$\Delta t < T_{pe} \quad (5-2)$$

Le pas de temps constant choisi pour le calcul des trajectoires est égal à 5×10^{-12} secondes et satisfait la condition $\omega_{pe} \Delta t < 0,2$ [45].

5.2.3. Interpolation du champ magnétique (PIC)

Comme discuté dans la section 5.1, la configuration du champ magnétique de l'aimant est déterminée numériquement avec le logiciel FEMM suivant un maillage différent de celui défini dans le code PIC. Il est donc nécessaire de calculer dans un premier temps le champ magnétique aux nœuds de la maille. Le pas de maillage choisi est $\Delta r = 0,1$ mm et $\Delta z = 0,1$ mm qui satisfait la condition $\lambda_D / \Delta r \geq 2$ et $\lambda_D / \Delta z \geq 2$ [45], où λ_D est la longueur de Debye électronique. Le champ magnétique en un point quelconque, situé à l'intérieur de la cellule, est calculé par interpolation à partir de 4 points situés aux nœuds les plus proches de la particule [46], comme montré sur la Fig. 5.8.

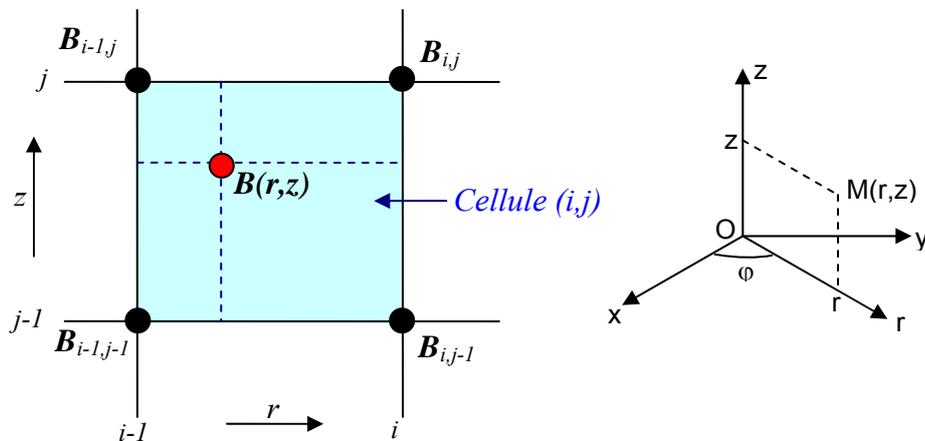


Figure 5.8. Interpolation du champ magnétique à partir des points au voisinage de la particule.

Le champ magnétique en un point de coordonnées (r, z) , où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, placé à l'intérieur de la cellule (i, j) est donné par [46] :

$$\mathbf{B}(r, z) = (1 - P_r)(1 - P_z)\mathbf{B}_{i-1, j-1} + (1 - P_r)P_z\mathbf{B}_{i-1, j} + P_r(1 - P_z)\mathbf{B}_{i, j-1} + P_r P_z\mathbf{B}_{i, j}, \quad (5-3)$$

où $P_r = \frac{r - r_{i-1}}{\Delta r}$ et $P_z = \frac{z - z_{j-1}}{\Delta z}$.

En coordonnées cartésiennes, les composantes du champ magnétique sont :

$$B_x = B_r \cos \varphi ; B_y = B_r \sin \varphi ; B_z = B_z, \text{ avec } \varphi = (\mathbf{Ox}, \mathbf{r}) \text{ (cf. Fig. 5.8)} \quad (5-4)$$

Pour les aimants sphérique et cylindrique infiniment long, le champ magnétique est déterminé par les expressions analytiques présentées dans le chapitre 4. Dans ce cas, l'interpolation n'est plus nécessaire.

5.2.4. Intégration des équations de mouvement des électrons

Le mouvement des particules chargées entre 2 collisions successives est gouverné par les équations de la mécanique classique de Newton ou par les équations différentielles de Hamilton. Dans le cas des champs magnétiques déterminés analytiquement (aimant sphérique et cylindrique de longueur infinie) nous utilisons les équations d'Hamilton (cf. chapitre 4) et leur intégration est effectuée par l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4 [42]. Pour les aimants cylindriques de longueur finie, nous utilisons les Equ. 5-5 et 5-6 de Newton :

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{m_e}(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (5-5)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{v}, \quad (5-6)$$

où e et m_e sont la charge élémentaire et la masse de l'électron, respectivement ; \mathbf{r} est la position et \mathbf{v} la vitesse de la particule. Leur intégration est effectuée par la méthode Leap-Frog (Saute Mouton) schématisée sur la Fig. 5.9 [42,44,46].

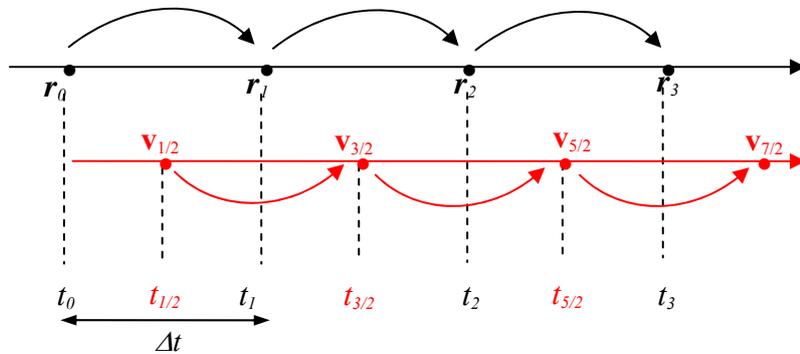


Figure 5.9. Schéma de l'algorithme de la méthode d'intégration Leap-Frog.

En suivant la méthode Leap-Frog, les équations de mouvement 5-5 et 5-6 sont remplacées par les équations aux différences finies :

$$m_e \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} - \mathbf{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = -e \left(\mathbf{E}_n + \frac{\mathbf{v}_{n+1/2} + \mathbf{v}_{n-1/2}}{2} \times \mathbf{B}_n \right), \quad (5-7)$$

$$\frac{\mathbf{r}_{n+1} - \mathbf{r}_n}{\Delta t} = \mathbf{v}_{n+1/2}, \quad (5-8)$$

où \mathbf{r}_n , \mathbf{v}_n , \mathbf{E}_n , \mathbf{B}_n sont respectivement la position et la vitesse de l'électron, le champ électrique et magnétique à l'instant $(n \Delta t)$; $\mathbf{v}_{n-1/2}$ et $\mathbf{v}_{n+1/2}$ respectivement la vitesse à l'instant $(n - 1/2) \Delta t$ et $(n + 1/2) \Delta t$, où Δt le pas de temps (cf. section 5.2.2).

Pour le cas où $\mathbf{E} = 0$, il suffit d'interpoler le champ \mathbf{B}_n au point \mathbf{r}_n selon la méthode d'interpolation indiquée dans la section 5.2.3. La position de l'électron à l'instant $(n + 1) \Delta t$ est donnée par :

$$x_{n+1} = x_n + v_{n+1/2} \Delta t, \quad (5-9)$$

où la vitesse $\mathbf{v}_{n+1/2}$ est déterminée à partir la vitesse $\mathbf{v}_{n+1/2}$ (connue) et les vitesses auxiliaires suivantes [44,46] :

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{n-1/2} - \frac{e\mathbf{E}}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \quad (5-10)$$

$$\mathbf{v}_2 = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_1 \times \boldsymbol{\Omega}_{ce} \frac{\Delta t}{2} \quad (\text{où } \boldsymbol{\Omega}_{ce} = q\mathbf{B}/m_e) \quad (5-11)$$

$$\mathbf{v}_3 = \mathbf{v}_1 + \frac{\Delta t}{1 + \left(\frac{\boldsymbol{\Omega}_{ce} \Delta t}{2} \right)^2} \mathbf{v}_2 \times \boldsymbol{\Omega}_{ce}. \quad (5-12)$$

$$\text{Alors, } \mathbf{v}_{n+1/2} = \mathbf{v}_3 - \frac{e\mathbf{E}}{m_e} \frac{\Delta t}{2} \quad (5-13)$$

Le principal avantage de cette méthode est son temps de calcul et l'inconvénient majeur est le manque de contrôle sur l'erreur effectuée pendant l'intégration. Toutefois, elle s'est avérée efficace pour suivre les trajectoires électroniques [44,46].

5.2.5. Temps de vol libre et technique de la collision nulle

Le temps entre deux collisions (temps de vol libre), est une variable aléatoire, dont la densité de probabilité est liée à la loi de probabilité [41-43] :

$$\int_a^{y_i} f(x) dx = \mathfrak{R}_1 \int_a^b f(x) dx, \quad (5-14)$$

selon laquelle, pour une collection de nombres aléatoires \mathfrak{R}_i (uniformément distribuée entre 0 et 1), il est possible de déterminer une collection de nombres aléatoires y_i distribués selon une fonction $f(y)$ dans l'intervalle (a, b) . [41-43]. Le temps de vol libre est défini par $t_{vol} = t_1 - t_0$, où t_0 est l'instant initial et t_1 est l'instant d'une collision. Ce dernier (t_1) est déterminé si l'instant t_0 et la fréquence totale de collision ν_T sont connus. La fréquence totale de collision électron-neutre est une fonction de la vitesse électronique (ou l'énergie de la charge) selon :

$$\nu_T(\varepsilon) = n\sigma_T(\varepsilon)v, \quad (5-15)$$

où n est la densité des neutres, v est la vitesse de l'espèce chargée à l'instant t et σ_T est la section efficace totale de collision.

Les méthodes proposées pour le calcul du temps de vol [50] sont : la méthode de la collision nulle et la méthode du pas de temps constant. Dans ce travail, nous avons utilisé la technique de la collision nulle (collision virtuelle) introduite pour la première fois en 1968 par Skullerud [47,48] et utilisée depuis dans la plupart des travaux de simulation [41,43,47,48]. Cette technique consiste à introduire une collision fictive de section efficace telle que la fréquence de collision totale ν_{tot} soit constante [43] :

$$\nu_{tot} = \nu_T + \nu_{nulle} = \max_{0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{lim}} \left(\left(\frac{2\varepsilon}{m_e} \right)^{1/2} \sum_p n\sigma_p(\varepsilon) \right) = \text{const}, \quad (5-16)$$

où ν_T est la fréquence totale des toutes les collisions réelles, ν_{nulle} est la fréquence des collisions nulles, n est la densité des neutres, σ_p est la section efficace de collision de type p , ε est l'énergie de l'électron et ε_{lim} est l'énergie maximale considérée. La Fig. 5.10 représente les sections efficaces et les fréquences de collisions électron – neutre pour l'argon à la pression de 1 mTorr, la fréquence totale étant calculée d'après l'Equ. 5-16 [58,59] :

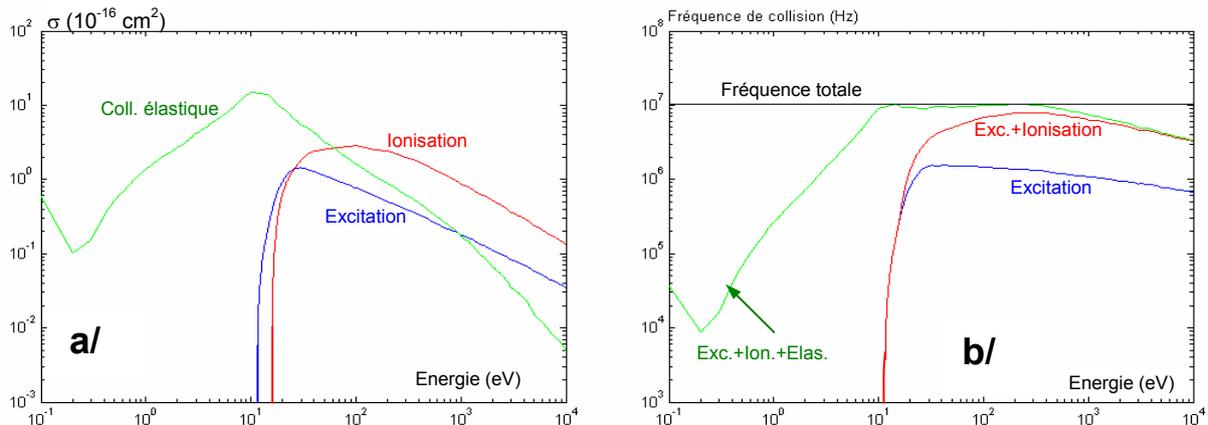


Figure 5.10. Sections efficaces a) et fréquences b) de collisions électron – atome pour l'argon, à la pression de 1 mTorr.

Pour une fréquence de collision constante (ν_{tot}), la fonction de distribution du temps de collision est [41,43,47] :

$$f(t) = \nu_{\text{tot}} \exp(-\nu_{\text{tot}} t). \quad (5-17)$$

La probabilité P qu'une particule ne subisse pas de collision à l'instant t_1 est donnée par :

$$P = \exp(-\nu_{\text{tot}} t_1). \quad (5-18)$$

Le temps de vol libre d'une particule sous l'effet du champ magnétique est calculé par la relation (en supposant $t_0 = 0$) :

$$t_1 = -\frac{1}{\nu_{\text{tot}}} \ln(1 - P). \quad (5-19)$$

Ou on peut récrire :

$$t_1 = -\frac{1}{\nu_{\text{tot}}} \ln(\mathfrak{R}_1), \quad (5-20)$$

où \mathfrak{R}_1 est le nombre aléatoire uniformément distribué entre 0 et 1, comme \mathfrak{R}_i dans l'équation (5-14), généré par ordinateur.

La méthode de collision nulle introduit (en plus des collisions réelles) une collision virtuelle qui rend la fonction de distribution du temps de collision (Equ. 5-17) très simple. La conséquence est la diminution du temps de calcul [41,44]. Le traitement des collisions est présenté dans l'Annexe 8.

5.3. Résultats des simulations de trajectoires

Pour valider le code numérique, les trajectoires électroniques dans un champ magnétique statique sont d'abord déterminées en l'absence de collisions (section 5.3.1), puis avec collisions (section 5.3.2).

5.3.1. Trajectoires d'un électron chaud dans un champ magnétique en l'absence de collisions.

Aimant sphérique. La Fig. 5.11 représente les trajectoires en trois dimensions et la projection des trajectoires sur le plan (x,y), perpendiculaire au champ magnétique, d'un électron primaire d'énergie initiale de 20 eV autour d'un aimant sphérique, dont le champ \mathbf{B} sur la surface du plan équatorial est $B_0 = 0,1$ Tesla. Les conditions initiales de calcul sont : la position de l'électron $x = 30$ mm , $y = 0$, $z = 0$; l'angle entre la vitesse initiale et l'axe Ox $\alpha = 60^\circ$, le pas de temps de calcul $\Delta t = 10^{-11}$ s et le nombre de pas de calcul $N_{\text{cal}} = 140\,000$.

Comme attendu, les électrons effectuent un mouvement hélicoïdal autour des lignes de champ, des oscillations entre deux points miroirs et un mouvement de dérive (cf. Equ. 1.2) autour de l'aimant dû aux gradient de champ et à la courbure des lignes du champ. Les résultats satisfont la condition de conservation de l'énergie cinétique E_c (Fig. 5.12a). Pour le moment magnétique, μ , l'invariant adiabatique est fortement perturbé, en particulier dans les zones proches de l'aimant où l'intensité du champ change rapidement (Fig. 5.12b). De plus, on constate que les trajectoires sont localisées entre deux lignes similaires à des lignes de champ (Fig. 5.13, cf. Eqs. 4-48 et 4-49).

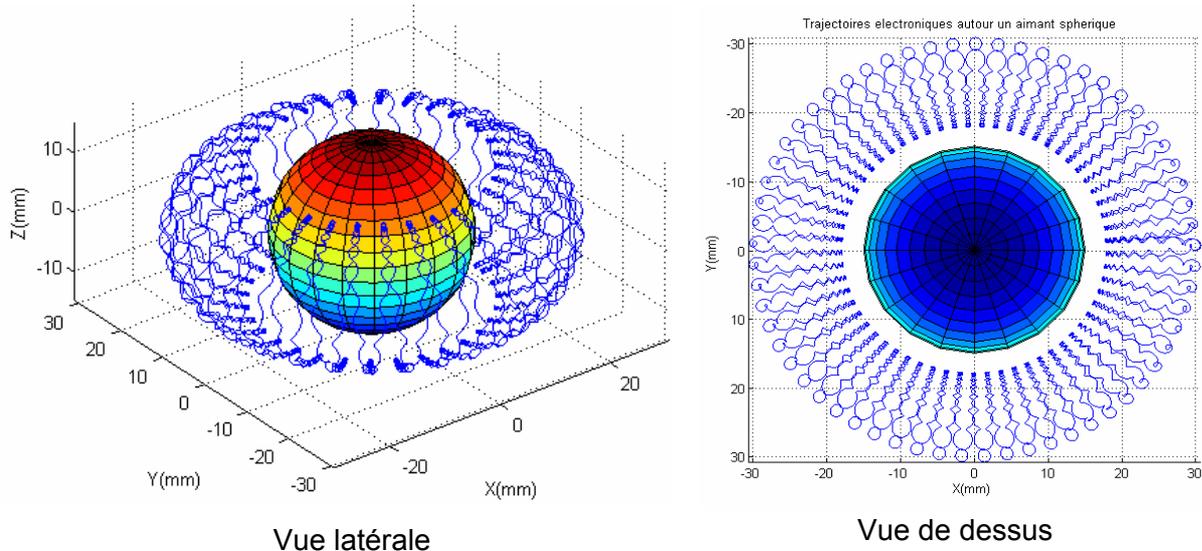


Figure 5.11. Trajectoire en l'absence de collision d'un électron chaud ($T_e = 20$ eV) dans le champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique de diamètre 30 mm, et dont l'intensité surfacique du champ de l'aimant sur le plan équatorial est de $B_0 = 0,1$ T.

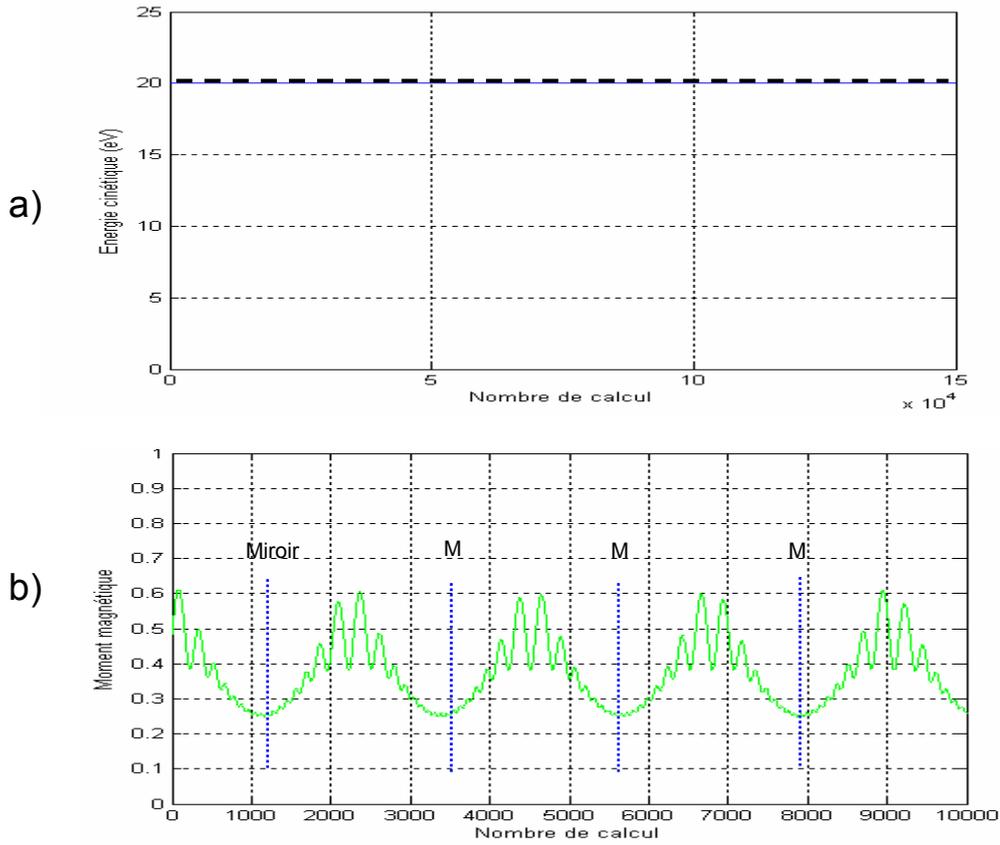


Figure 5.12. Evolutions de l'énergie cinétique (a) et du moment magnétique (b) d'un électron chaud ($T_e = 20$ eV) dans le champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique de diamètre 30 mm, dont l'intensité surfacique du champ de l'aimant sur le plan équatorial est $B_0 = 0,1$ T.

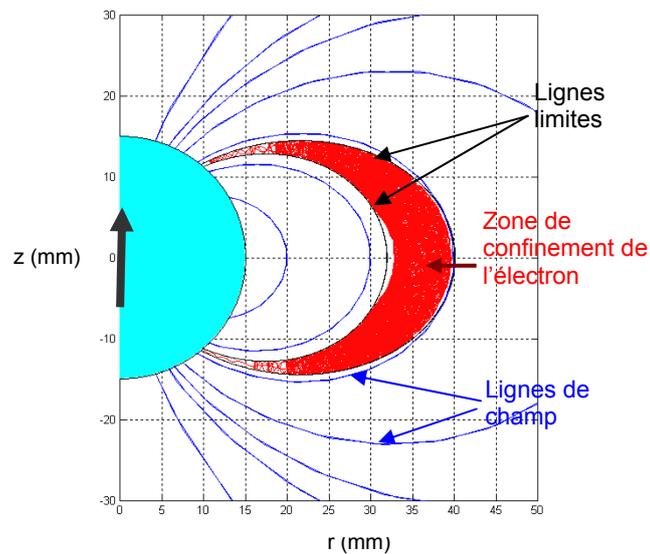


Figure 5.13. Zone de confinement des électrons dans le champ magnétique d'un aimant sphérique : lignes de champ (bleues), enveloppe de la trajectoire (lignes noires).

Conformément à l'Equ. 4-50, la latitude υ_m des points miroirs, et donc $\theta_m = \pi/2 - \upsilon_m$, ne dépend que de la position initiale et de l'angle d'attaque $\alpha_{\text{éq}}$ (entre le champ \mathbf{B} et la vitesse \mathbf{v}) initial sur le plan équatorial. Elle est indépendante de l'aimantation et l'énergie des électrons. En effet, pour une position initiale fixée ($x = 30$ mm, $z = y = 0$), l'angle de point miroir, peut être considéré constant, de l'ordre de 30° , pour une énergie électronique allant de 2 jusqu'à 100 eV, et pour un champ B_0 de 500 à 5000 gauss (cf. Tables 1 à 4, Annexe 9). En revanche, avec un champ B_0 fixé, en diminuant l'angle d'attaque $\alpha_{\text{éq}}$, la latitude des points miroirs croît. Pour un électron de faible vitesse parallèle, c'est-à-dire d'important angle d'attaque $\alpha_{\text{éq}}$, les points miroirs sont situés aux basses latitudes. Lorsque l'angle d'attaque équatorial est inférieur à 14° , l'électron va sortir de la zone de confinement ou il est perdu sur la surface de l'aimant (cf. Annexes 5 et 9).

Les calculs numériques montrent que le temps de déplacement entre deux points miroir les plus proches, nommé période d'oscillation, dépend des conditions initiales : position, angle d'attaque, énergie et intensité de champ magnétique. Lorsque l'angle d'attaque diminue, le période d'oscillation et la longueur de déplacement sont plus longs (cf. Annexe 9). Aussi, pour l'aimant le plus fort, le période d'oscillation est plus important, alors que l'angle de miroirs et la longueur d'oscillation ne changent pas beaucoup. La vitesse de dérive autour de l'aimant diminue pour un aimant plus fort, et donc le temps de mouvement d'électron autour la sphère est plus long. A titre d'exemple, ce temps est de $2,8 \times 10^{-6}$ s pour un champ $B_0 = 2000$ gauss, et de $1,4 \times 10^{-6}$ s pour un champ deux fois plus faible $B_0 = 1000$ gauss.

Aimant cylindrique infiniment long. La Fig. 5.14 représente la projection de la trajectoire sur les plans (x,y) (Fig. a) et (y,z) (Fig. b) d'un électron chaud d'énergie 20 eV dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique infiniment long, de 30 mm de diamètre, avec un nombre de pas de calcul $N_{\text{cal}} = 50\,000$ et un temps d'observation de $\Delta t \times N_{\text{cal}} = 5 \times 10^{-7}$ s. L'aimantation est égale à $M = 0,1$ Tesla. L'électron part du point des coordonnées $x = 30$ mm, $y = 0$, $z = 0$; avec un angle d'attaque équatorial $\alpha_{\text{éq}} = 45^\circ$, effectue un mouvement hélicoïdal autour d'une ligne de champ, une oscillation entre deux points miroirs près des pôles magnétiques (Fig. 5.14a), et une dérive le long de l'axe Oz (Fig. 5.14b).

Les positions des points miroirs dépendent de la position initiale et l'angle d'attaque équatorial de l'électron. Dans ce cas, la latitude des points miroirs est $\pi/4$, égale à l'angle $\alpha_{\text{éq}}$ (cf. section 4.3). Les trajectoires, confinées entre deux lignes de champ $r = C_1 \cos\varphi$ et $r = C_2 \cos\varphi$ (cf. Eq. 4-38), sont représentées sur la Fig. 5.14a.

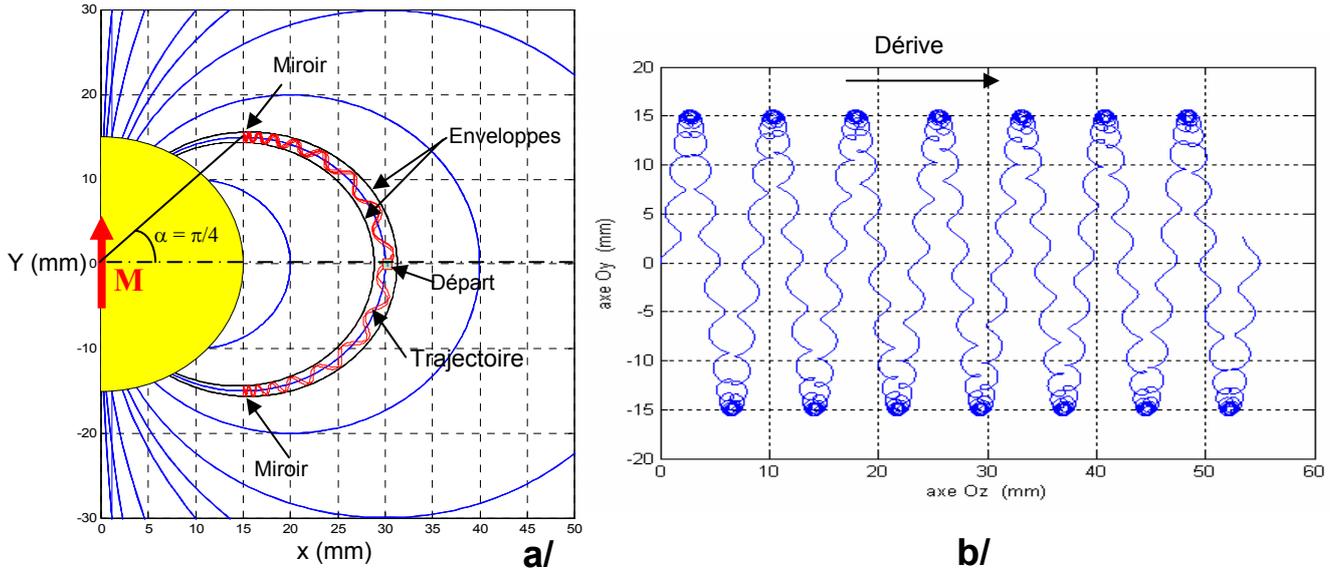


Figure 5.14. Projection de la trajectoire sans collision dans les plans (x,y) (Fig. a) et (y,z) (Fig. b) d'un électron chaud ($T_e = 20V$) dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique infini long de 30mm de diamètre. L'aimantation $M = 0,1$ Tesla, l'angle d'attaque équatorial est choisi égal à 45° et 50 000 pas de calculs ont été utilisés.

Les Figs. 5.15a, b, et c représentent l'évolution de l'énergie E_e , du moment magnétique orbital μ , et de l'invariant exact du mouvement p_z en fonction du temps. D'après la Fig. 5.15a, on constate que le mouvement respecte parfaitement la loi de conservation de l'énergie avec des variations de 2 %. Comme pour l'aimant sphérique, le moment magnétique orbital change fortement, en particulier dans la zone proche des pôles de l'aimant (Fig. 5.15b). En effet, de par la forte variation du champ magnétique au voisinage des pôles, la condition d'adiabaticité n'est pas respectée [34].

Sur la Fig. 5.15c le moment cinétique p_z (invariant exact du mouvement) est représenté par le trait noir. Il se compose de deux termes : la composante $m_e v_z$ représentée par le trait bleu et la composante $-eA_z$ par le trait rouge. Bien que les deux composantes soient des variations temporelles, le moment cinétique est une constante dont la valeur est celle à l'instant initial $p_z = 6 \times 10^{23} \text{ kg m s}^{-1}$ (cf. section 4.3.1). De même, la vitesse v_z se décompose (cf. Fig. 5.15d) en une composante oscillante et une composante continue correspondant à la vitesse de dérive due au gradient et à la courbure de champ magnétique.

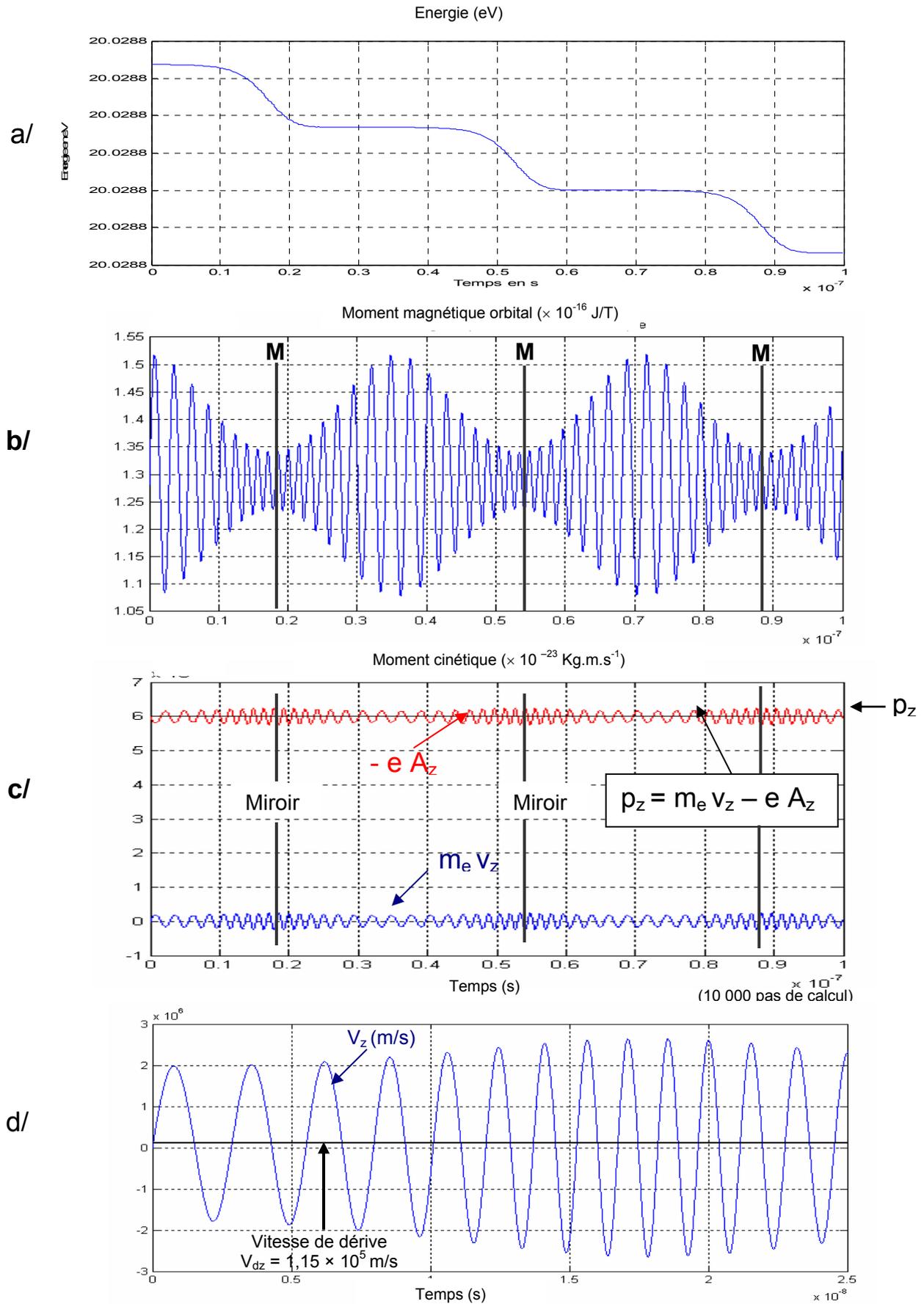


Figure 5.15. Variations de l'énergie cinétique (a), du moment magnétique (b) du moment cinétique (c) (détail des variations de v_z (d)) d'un électron chaud ($T_e = 20$ eV) en fonction de temps dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique infiniment long de diamètre 30 mm.

Aimant cylindrique de longueur finie. La Fig. 5.16 représente les trajectoires sans collision d'un électron chaud d'énergie $T_e = 40$ eV dans le champ magnétique créé par un aimant cylindrique de 20 mm de diamètre et de 30 mm de hauteur. Les conditions initiales sont : le point de départ de l'électron $x = 25$ mm, $y = z = 0$; l'angle d'attaque équatorial égal à 60° , la vitesse initiale $v_{x0} = 1,8 \times 10^6$ m/s, $v_{y0} = 7,5 \times 10^5$ m/s, $v_{z0} = 3,2 \times 10^6$ m/s, le nombre de pas de calcul $N_{cal} = 150\,000$ avec un pas de temps $\Delta t = 5 \times 10^{-12}$ s.

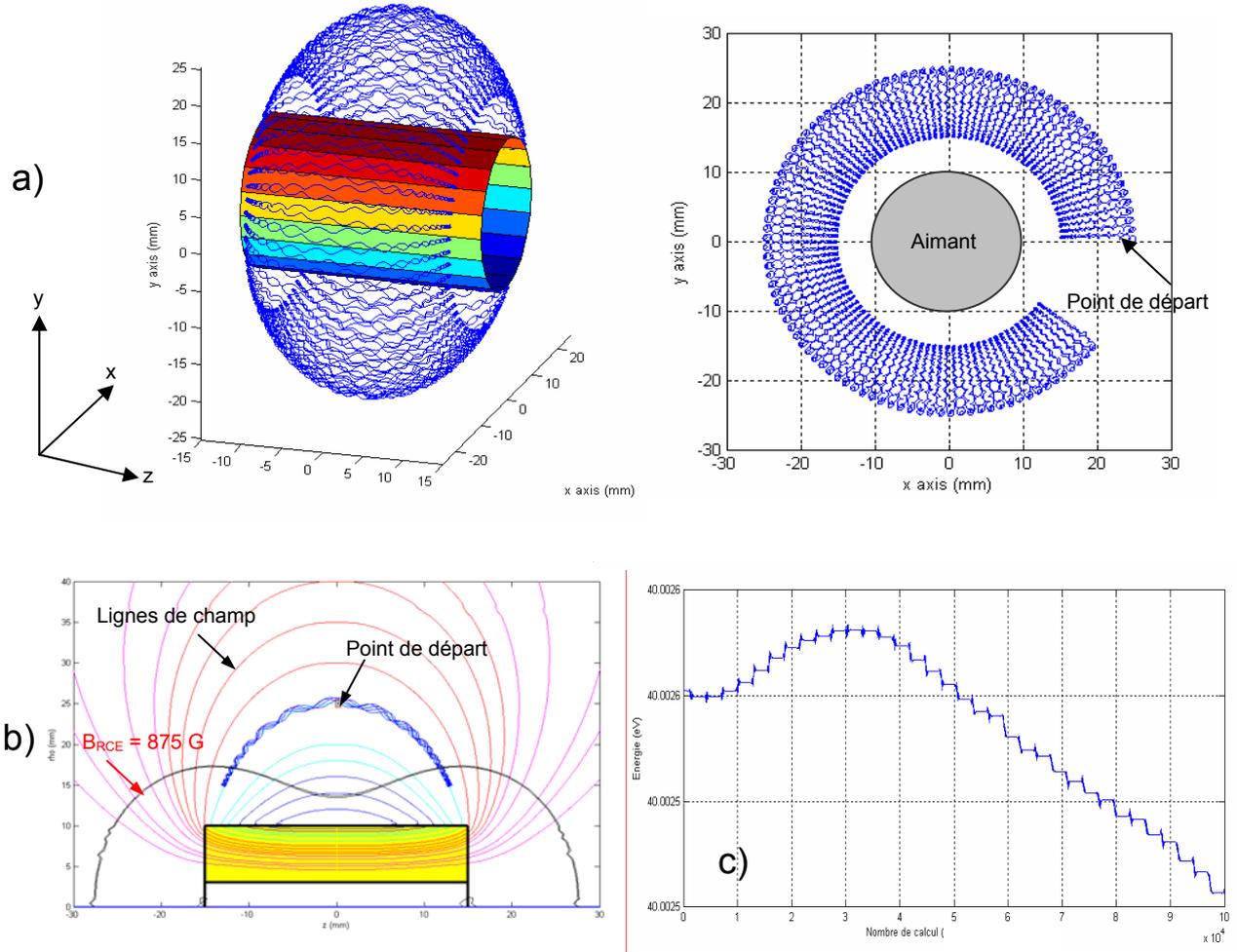


Figure 5.16. Trajectoire sans collision a - b) et variations de l'énergie c) d'un électron chaud ($T_e = 40$ eV) dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique Sm_2Co_{17} de diamètre 20 mm et de hauteur 30 mm. Les conditions de calcul sont : point de départ $x = 25$ mm, $y = z = 0$, angle d'attaque à la surface équatoriale égale à 60° , nombre de pas de calcul $N_{cal} = 150\,000$ et pas de temps $\Delta t = 5 \times 10^{-12}$ s.

Comme dans les cas précédents et d'après la Fig. 5.16, l'électron effectue un mouvement hélicoïdal autour des lignes de champ, des oscillations entre deux points miroirs, et, un mouvement de dérive autour de l'aimant dû aux gradients de champ et à la courbure des lignes de champ. Le mouvement respecte parfaitement la loi de conservation de l'énergie avec des variations inférieures à 0,05 % (Fig. 5.16c). Les trajectoires sont confinées entre deux lignes de champ décrites par les équations :

$rA_\varphi = (m_e r_{\max} v - p_\varphi) / e = C_1$ et $rA_\varphi = (-m_e r_{\max} v - p_\varphi) / e = C_2$ (cf. Annexe 4). Elles sont représentées en traits noirs sur la Fig. 5.17.

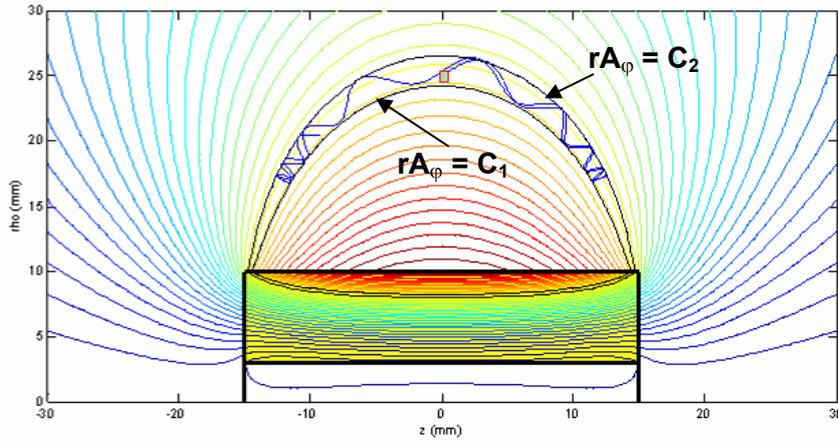


Figure 5.17. Trajectoire sans collision d'un électron chaud ($T_e = 40$ eV) dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique Sm_2Co_{17} de diamètre 20 mm et de hauteur 30 mm. La trajectoire est confinée entre deux lignes de champ.

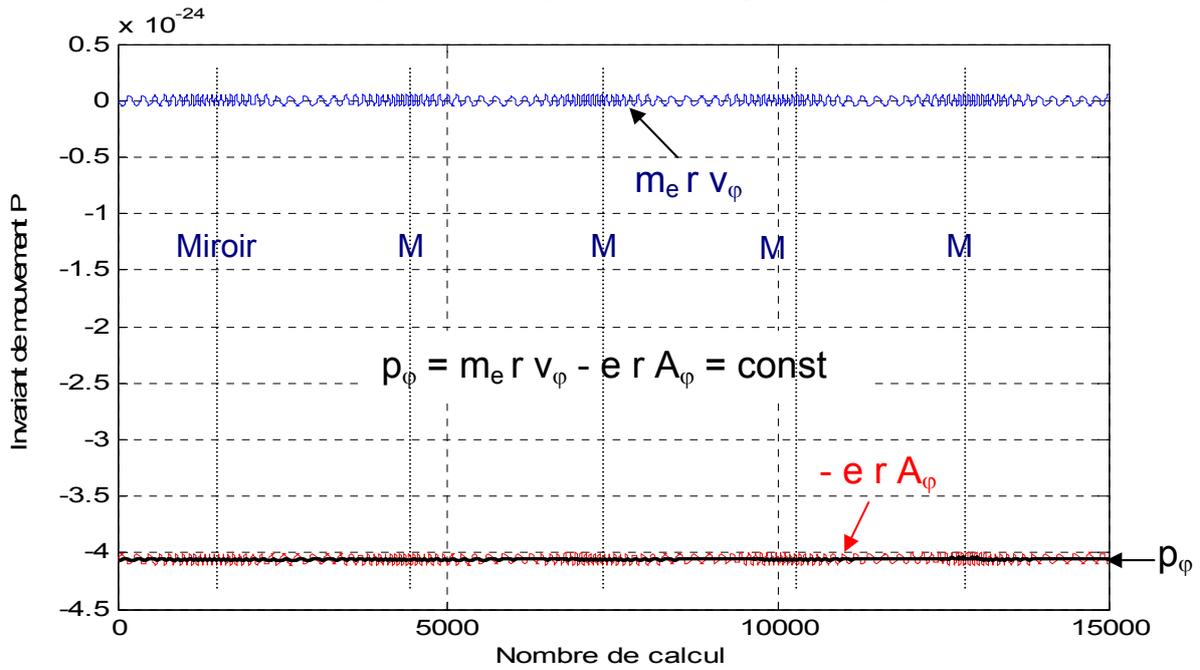


Figure 5.18. Evolutions du moment cinétique p_φ (invariant exact du mouvement) en fonction du temps.

La Fig. 5.18 représente les variations du moment cinétique p_φ en fonction du temps (trait noir) qui est composé de deux termes : la composante $m_e r v_\varphi$ représentée par un trait bleu et la composante $(-e r A_\varphi)$ représentée par un trait rouge. Bien que les deux composantes aient des variations temporelles, le moment cinétique p_φ est une constante dont la valeur est celle à l'instant initial ($p_\varphi = -4,1 \times 10^{-24}$ kg m² s⁻¹).

5.3.2. Trajectoire avec collisions d'un électron chaud dans un champ magnétique

Aimant sphérique. Les Figs. 5.19 et 5.20 représentent les trajectoires d'un électron chaud d'énergie 20 eV dans le champ magnétique d'un aimant sphérique ($M = 0,3$ Tesla). La pression de l'argon est de 5 mTorr. Les types de collisions électron-neutre prises en compte sont : collisions élastiques (indiquées par le numéro 1), inélastiques d'excitation (numéro 2) et d'ionisation (numéro 3). Après une collision élastique, l'énergie de l'électron reste constante, mais la direction de la vitesse change. En revanche, après une collision inélastique, l'énergie de l'électron diminue en raison du transfert d'énergie et sa vitesse est donc changée. Entre deux collisions, l'électron effectue un mouvement autour d'une ligne de champ, et les trajectoires restent localisées dans une zone comprise entre deux lignes de champ déterminées par la valeur du moment magnétique considéré comme invariant du mouvement. Sous l'effet des collisions, le moment cinétique peut être changé, et, par conséquent, l'électron va continuer son mouvement autour d'une autre ligne de champ, soit vers l'aimant, soit vers l'extérieur.

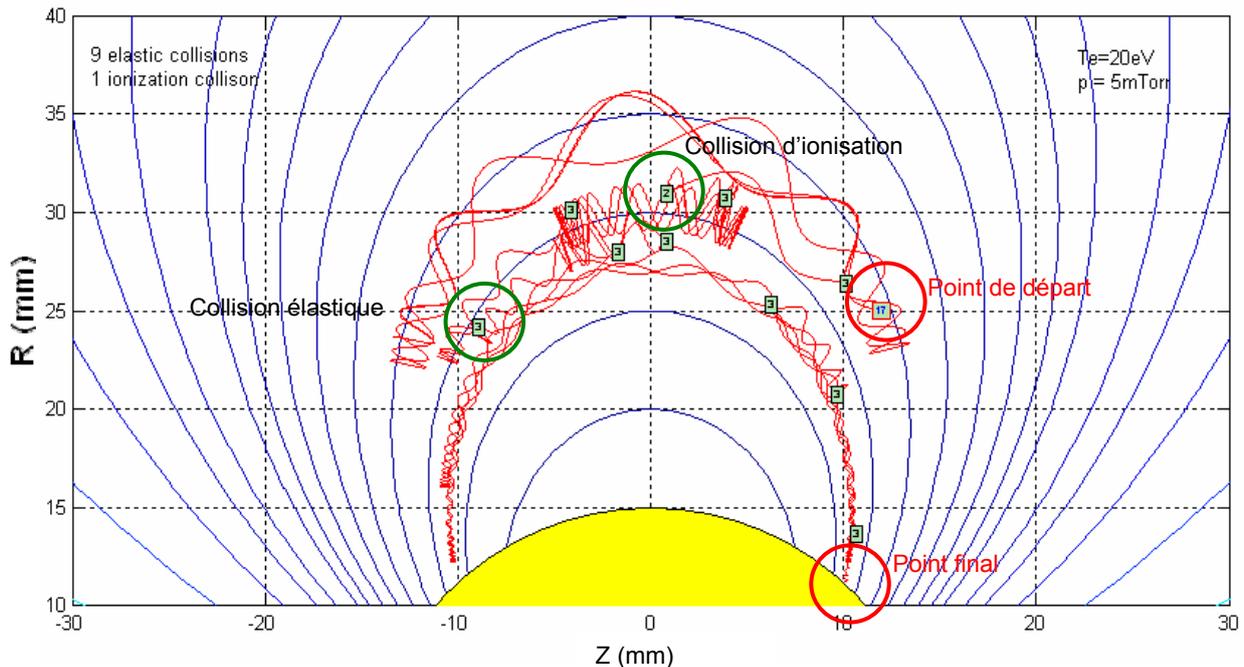


Figure 5.19. Trajectoire d'un électron chaud d'énergie 20 eV dans le champ magnétique créé par un aimant permanent sphérique. La pression d'argon est de 5 mTorr. L'électron effectue des collisions ionisantes (nommées 2), et élastiques (nommées 3).

Les Figs 5.19 et 5.20 représentent les trajectoires d'un électron de 20 eV d'énergie dans le cas où les coordonnées de la position initiale sont $x = 25$ mm, $y = 0$, $z = 12$ mm. Dans le premier cas (Fig. 5.19), l'électron est perdu sur la surface de l'aimant, après 1 collision inélastique et 9 collisions inélastiques avec les atomes d'argon. Dans le deuxième cas (Fig. 5.20), l'électron sort de

la zone de calcul après 2 collisions d'ionisation et 23 collisions élastiques. On constate que, dans la zone de champ plus faible, les électrons diffusent plus facilement vers l'extérieur, où les lignes de champ sont de plus en plus espacées), suite aux collisions.

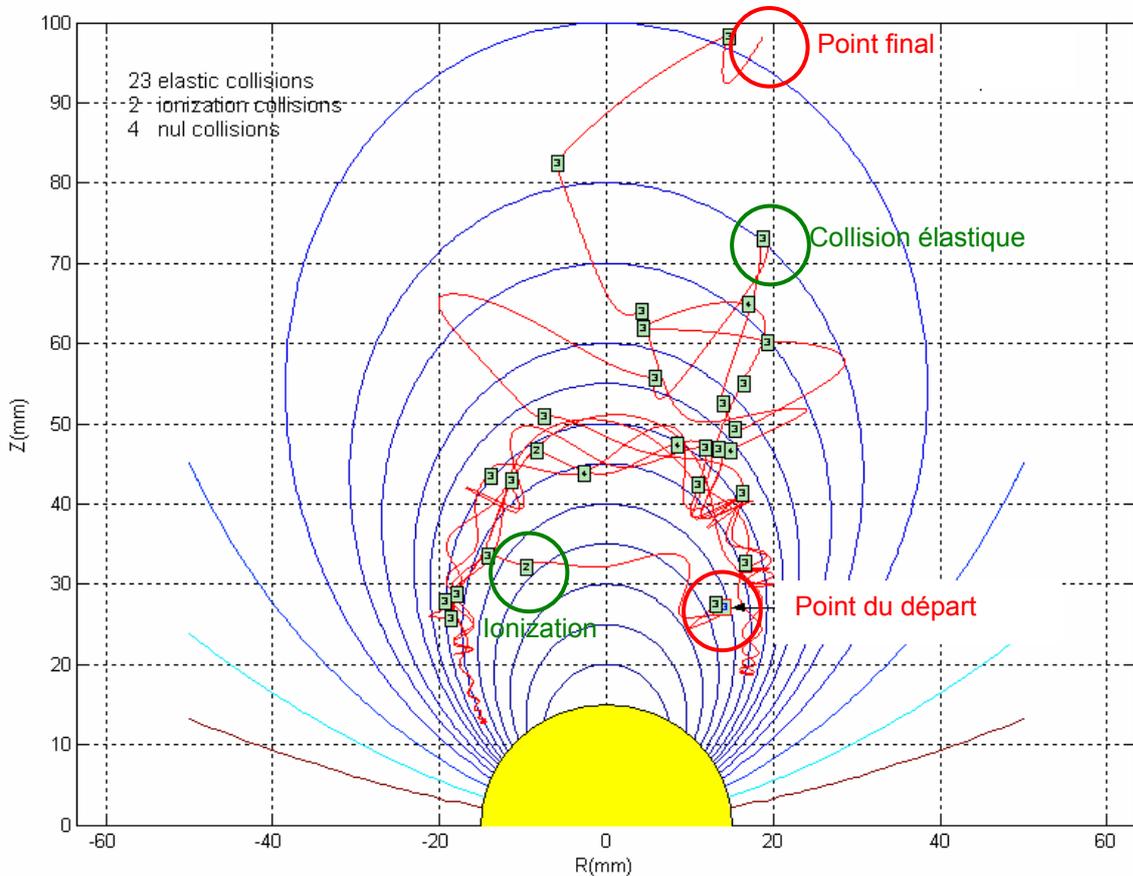


Figure 5.20. Trajectoire d'un électron chaud d'énergie 20 eV dans le champ magnétique d'un aimant sphérique de diamètre 30 mm. La pression d'argon est de 5 mTorr. L'électron effectue des collisions ionisantes (nommées 2), d'excitations (nommées 1) et élastiques (nommées 3).

Aimant cylindrique infiniment long. La Fig. 5. 21 représente la trajectoire d'un électron chaud dans le champ magnétique d'un aimant cylindrique infiniment long ($M = 0,1$ Tesla). Les conditions initiales sont : coordonnées $y = 30$ mm, $x = z = 0$, l'énergie initiale de 40 eV, et l'angle d'attaque de 45^0 . La pression d'argon est de 1,5 mTorr et la durée de la trajectoire est de $3,8 \times 10^{-7}$ s (le nombre de pas de calcul est égal à 38 000 pas de temps). L'électron subit 8 collisions élastiques (indiqué par le numéro 3) et 3 inélastiques (numéro 1). Enfin, il est perdu sur la surface de l'aimant au point final. On constate que pendant le temps de vol libre, entre deux collisions consécutives, l'électron effectue un mouvement autour une ligne de champ en conservant non seulement l'énergie cinétique mais aussi le moment cinétique p_z comme dans le cas sans collision.

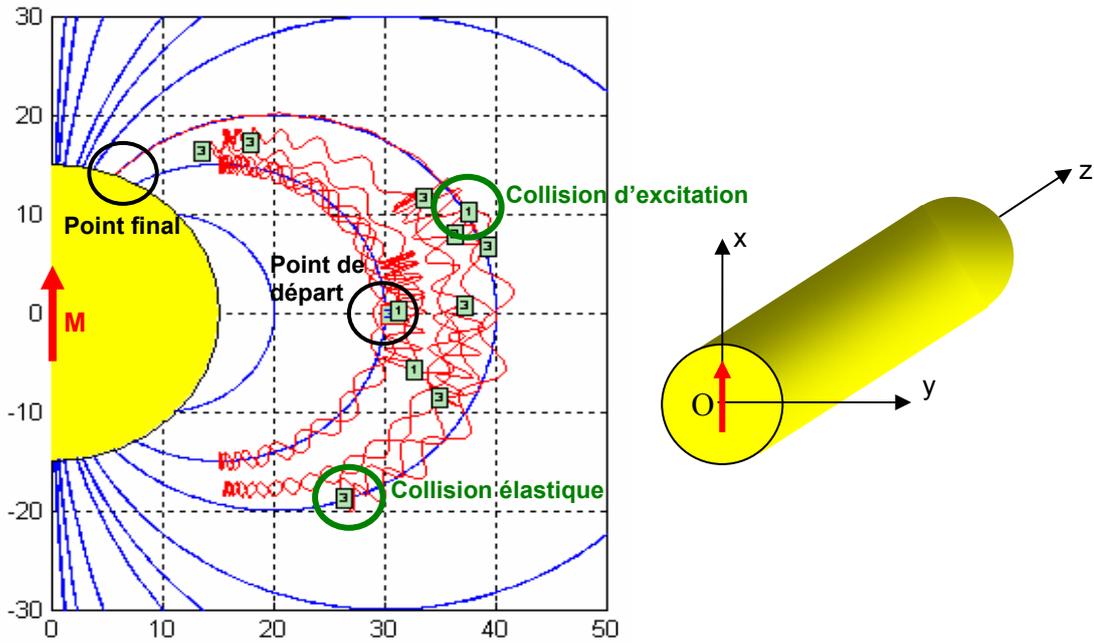


Figure 5.21. Trajectoire d'un électron chaud d'énergie 40 eV dans le champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long de diamètre 30 mm. La pression d'argon est de 1,5 mTorr. L'électron effectue 8 collisions élastiques (nommées 3) et 3 inélastiques (nommées 1 et 2) et finalement intercepte la surface de l'aimant.

La Fig. 5.22 représente les variations de l'énergie et du moment cinétique de l'électron pour le cas considéré ci-dessus. Sur la Fig. 5.22a, on peut constater que l'énergie cinétique diminue de 40 eV à 5 eV après ses collisions avec les neutres. Comme l'électron évolue en l'absence de champ électrique, il n'y a pas de chauffage après chaque collision, et, par conséquent, l'électron, d'énergie plus faible, diffuse au travers des lignes de champ. Il peut s'éloigner de l'aimant ou s'en approcher, et ainsi être collecté sur la surface, comme sur la Fig. 5.21.

Le changement important, dû aux collisions, de la composante v_z de la vitesse implique un changement conséquent du moment cinétique p_z , comme montré sur la Fig. 5.22b, où l'électron saute sur une autre ligne de champ (cf. Fig. 5.21). Entre les collisions, c'est-à-dire pendant les temps de vol libre, l'énergie et le moment cinétique sont des invariants dont les valeurs restent constantes.

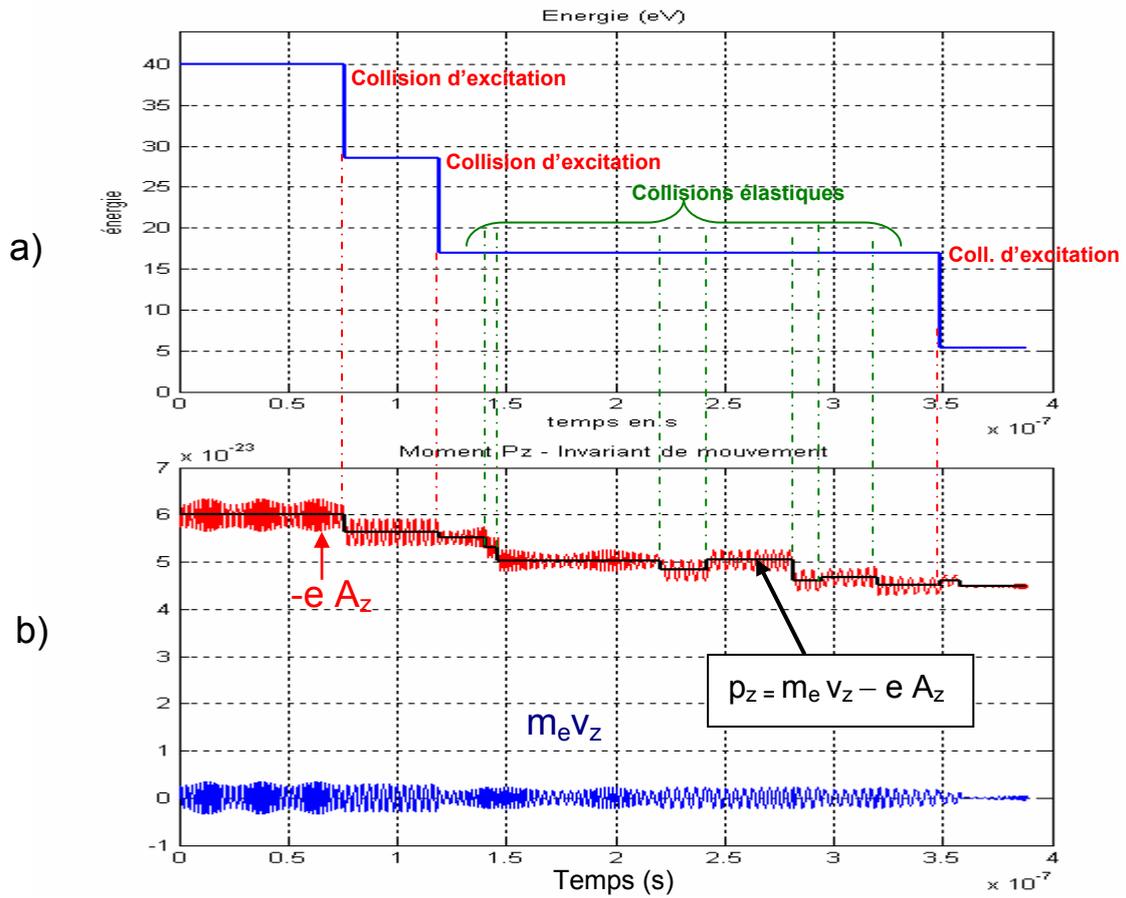


Figure 5.22. Evolution de l'énergie et du moment cinétique d'un électron rapide d'énergie 40 eV dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique infiniment long de diamètre 30 mm. Dans l'argon à 1,5 mTorr de pression, l'électron effectue 8 collisions élastiques et 3 inélastiques. Enfin, l'électron est perdu à la surface de l'aimant.

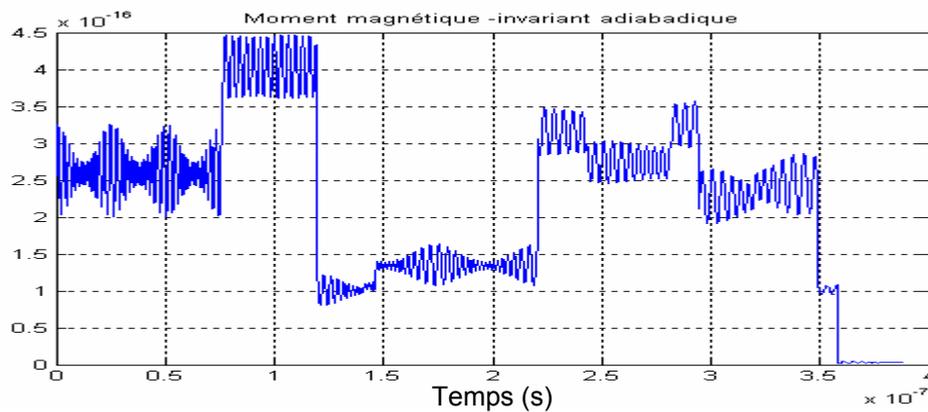


Figure 5.23. Evolution du moment magnétique orbital de l'électron en fonction du temps.

La Fig. 5.23 montre l'évolution du moment magnétique de l'électron, qui constitue un invariant adiabatique dans un champ magnétique lentement variable. A l'évidence, cette condition d'adiabaticité n'est pas remplie puisque, entre deux collisions, le moment magnétique présente des oscillations de grande amplitude.

Aimant cylindrique de longueur finie : Les Figs. 5.24 et 5.25, représentent les trajectoires d'un électron chaud d'énergie 40 eV dans le champ magnétique d'un aimant de diamètre 20 mm et de hauteur 30 mm. Les conditions initiales sont : énergie de l'électron 20 eV ; point de départ $x = 18$ mm, $y = 0$ et $z = 16$ mm ; le nombre de pas de calcul est 20 000 avec un pas de temps de $\Delta t = 10^{-11}$ s. L'électron effectue des collisions inélastiques (indiquées par le numéro 2) et élastiques (numéro 3), et enfin il tend à sortir de la zone de confinement magnétique (Fig. 5.24) où il rencontre la surface de l'aimant (Fig. 5.25).

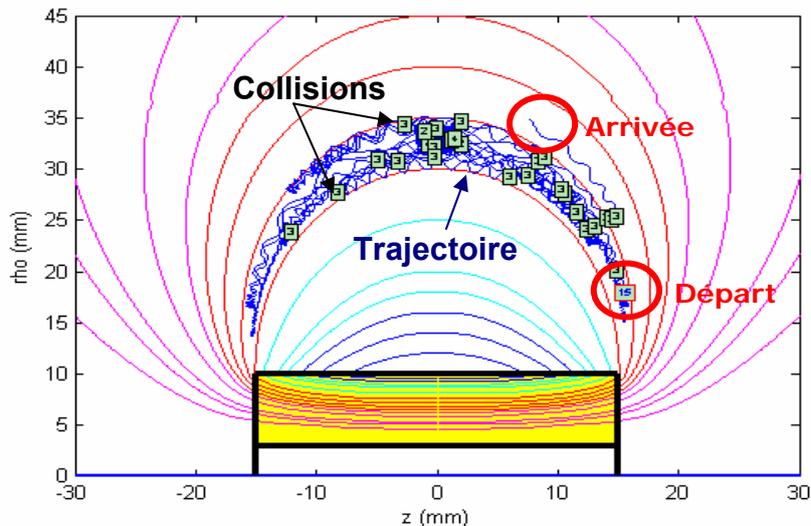


Figure 5.24. Trajectoire d'un électron chaud d'énergie constante 40 eV dans le champ magnétique créé par un aimant permanent cylindrique de diamètre 20 mm et de hauteur 30 mm. L'électron effectue des collisions inélastiques ionisantes (nommées 2), et élastiques (nommées 3). Dans ce cas, l'électron tend à sortir du domaine du calcul.

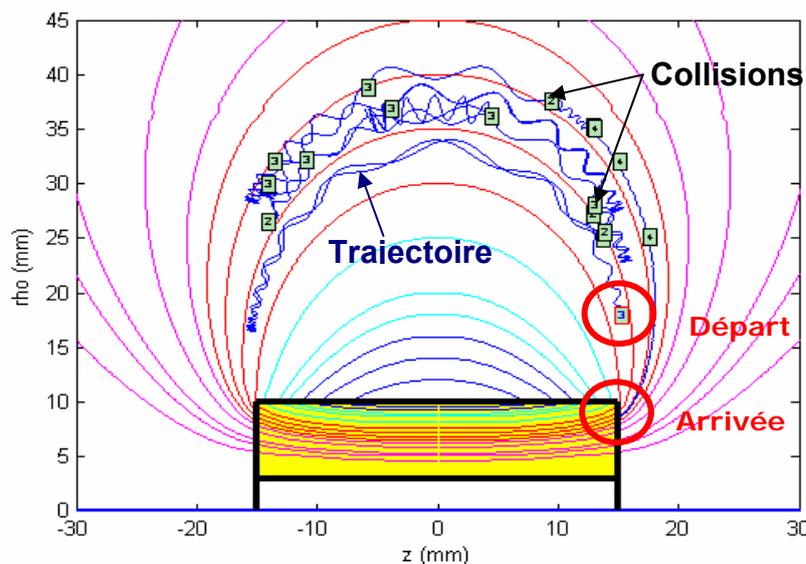


Figure 5.25. Trajectoire d'un électron rapide d'énergie constante 20 eV dans le champ magnétique d'un aimant permanent cylindrique de diamètre 20 mm et de hauteur 30 mm. L'électron effectue des collisions inélastiques ionisantes (nommées 2), et élastiques (nommées 3). L'électron est perdu sur la surface de l'aimant.

5.3.3. Chauffage des électrons par RCE

Dans cette partie, nous présentons quelques résultats de calcul numérique sur le chauffage des électrons par RCE dans le cas d'un aimant cylindrique infiniment long. On considère un électron d'énergie initiale 2 eV qui effectue un mouvement dans un champ électromagnétique micro-onde. Le champ magnétique statique \mathbf{B} est créé par un aimant cylindrique infiniment long de diamètre $R = 30$ mm, d'aimantation $M = 0,1$ Tesla. Ce champ magnétique statique est superposé à un champ électrique micro-onde (mode transversal $\mathbf{E}_r, \mathbf{B}_\phi$) de la forme [31,60,63] (cf. Fig. 5-26) :

$$\mathbf{E}_r(t) = \frac{E_0}{r} \exp(j\omega t) \mathbf{e}_r, \quad (5-21)$$

d'amplitude E_0 choisie égale à $4\,000 \text{ V m}^{-1}$ et de pulsation $\omega = 2\pi f$ (fréquence micro-onde $f = 2,45$ GHz).

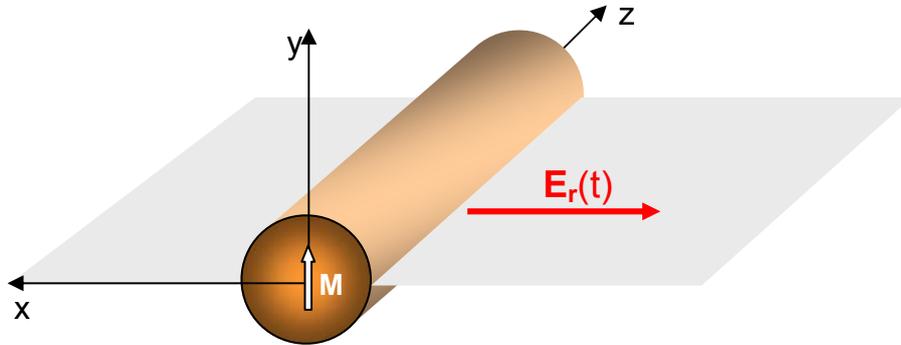


Figure 5.26. Schéma représentant la configuration théorique étudiée. Sur le plan équatorial le vecteur d'aimantation \mathbf{M} est perpendiculaire au champ électrique radial micro-onde $\mathbf{E}_r(t)$.

La Fig. 5.27 représente la trajectoire d'un électron chaud dans le champ électrique micro-onde $\mathbf{E}(t)$, comme indiqué ci-dessus. Les conditions de calcul sont : position initiale de l'électron $x = 22$ mm, $y = 22$ mm, $z = 0$; nombre de pas de calcul $N_{\text{cal}} = 10\,000$ avec un pas de temps $\Delta t = 10^{-11}$ s. On peut constater que l'électron oscille entre deux points miroir et traverse la zone de RCE où une composante du champ électrique est perpendiculaire au champ magnétique et où la condition de RCE est satisfaite ($B = 875$ Gauss). Le moment cinétique généralisé p_z , qui comporte deux composantes mv_z et $-eA_z$ est un invariant du mouvement dont la valeur est déterminée à partir des conditions initiales et est égale à $10,2 \times 10^{-23} \text{ kg m s}^{-1}$. Alors, l'électron effectue un mouvement hélicoïdal autour d'une ligne de champ correspondant à p_z , dont l'équation est :

$$r = \frac{eMR^2}{2p_z} \cos \varphi = \frac{C}{p_z} \cos \varphi \quad (5-22)$$

A partir de la Fig. 5.28, on peut constater que chaque fois que l'électron traverse la zone de RCE, il peut gagner de l'énergie au dépend du champ électrique micro-onde, ou aussi en perdre [31,33,61]. Ce phénomène est très aléatoire et dépend de la phase initiale entre la vitesse v et le vecteur \mathbf{E} , comme montré dans la section 5.3.2. Il dépend aussi de la phase suivant laquelle il traverse le gradient de champ magnétique dans la zone de RCE.

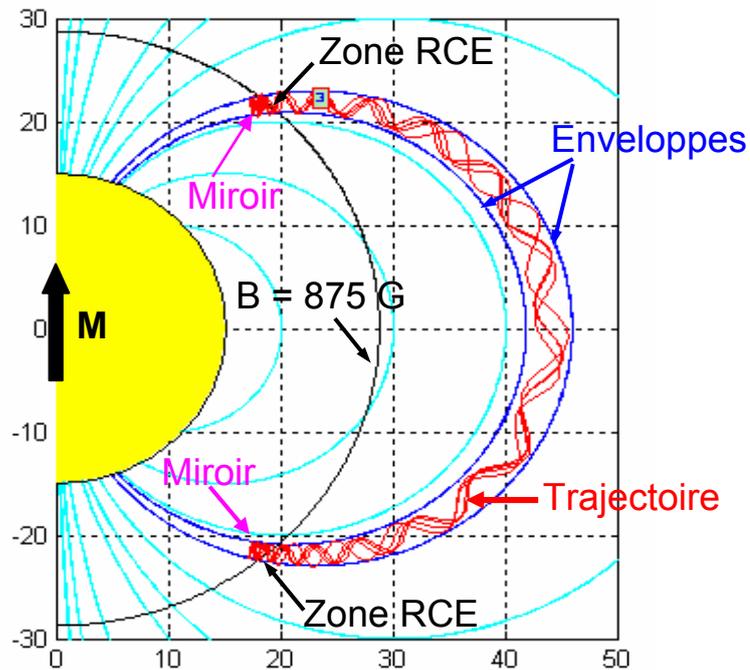


Figure 5.27. Trajectoires sans collision d'un électron chaud dans le champ électromagnétique (\mathbf{E} , \mathbf{B}) présenté sur la Fig. 5.26 ;

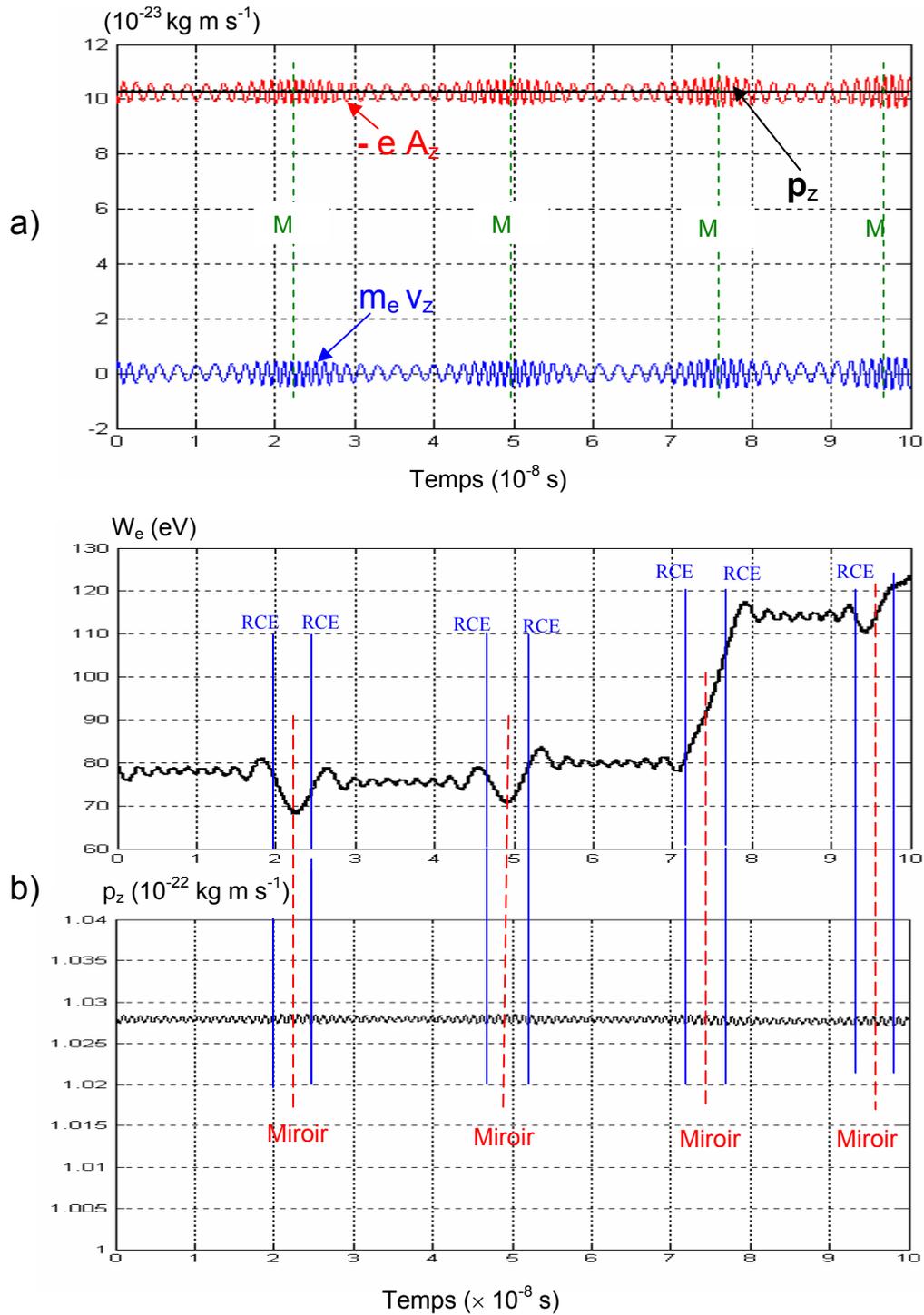


Figure 5.28. Evolution du moment cinétique $p_z = m_e v_z - e A_z$ (Fig. a) et de l'énergie (b) de l'électron en fonction de temps.

On observe aussi que, à part une légère oscillation autour d'une valeur moyenne, le moment généralisé p_z reste inchangé lorsque l'électron traverse la zone de RCE. Autrement dit, la trajectoire hélicoïdale de l'électron s'effectue toujours autour de la même ligne de champ (centre-guide inchangé), mais avec un rayon de giration qui est modifié à chaque traversée de la zone de RCE. A noter enfin que, entre deux traversées de zone RCE, l'énergie de l'électron oscille avec le champ électrique vu par l'électron. Les oscillations de fréquence $\omega + \omega_0$, d'amplitude très faible, ne sont pas discernables, tandis que les oscillations de fréquence $\omega - \omega_0$, voient leur amplitude augmenter et la fréquence correspondante diminuer lorsqu'on se rapproche de la zone de RCE (cf. section 4.4). Globalement, un électron peut acquérir, entre deux collisions, des énergies très importantes qui peuvent atteindre des centaines d'eV [31,62,63]. Ensuite, cet électron va céder son énergie aux neutres, au fur et à mesure des collisions électron-neutre.

5.4. Conclusion sur la modélisation numérique

La modélisation numérique a permis de compléter la modélisation analytique (Chapitre 4) qui ne pouvait pas prendre en compte, dans l'étude des trajectoires électroniques, des phénomènes complexes comme les collisions élastiques et inélastiques, ou l'accélération des électrons dans la zone RCE. En particulier, la simulation numérique permet de calculer des configurations de champ magnétiques quelconques, de calculer complètement les trajectoires (et non simplement les invariants exacts et adiabatiques, et les enveloppes), de modéliser la diffusion des électrons dans le champ magnétique sous l'effet des collisions électron-neutre (élastiques et inélastiques), et de modéliser l'accélération des électrons dans le cas d'un couplage RCE (pour un aimant infiniment long). Ces résultats constituent un premier pas vers une modélisation globale prenant en compte des effets collectifs comme la diffusion ambipolaire du plasma en présence d'un champ électrique de charge d'espace. Ces résultats, qui permettent une meilleure compréhension des processus de création et de diffusion du plasma dans les sources dipolaires, peuvent être utilisés, comme illustré dans le Chapitre 6, dans la conception et l'optimisation de sources de plasma élémentaires.

Calcul du champ magnétique statique et du
champ électrique micro-onde en vue de
l'optimisation des sources

6. Calcul du champ magnétique statique et du champ électrique micro-onde en vue de l'optimisation des sources

Le logiciel COMSOL et son module dédié aux calculs d'électromagnétisme nous ont permis de calculer simultanément, pour la structure des sources dipolaires, le champ magnétique statique produit par l'aimant permanent et le champ électrique HF à 2,45 GHz dû à la propagation de l'onde incidente dans la structure. Cette dernière a été considérée, en premier lieu, exempte de plasma (vide) puis contenant un plasma dont les paramètres, densité et température, sont issus des caractérisations présentées au chapitre 3.

6.1. *Calculs sans plasma*

La particularité de COMSOL est de fournir aux utilisateurs des configurations adaptées à différents problèmes nécessitant la résolution d'équations aux dérivées partielles. Pour simplifier la résolution du problème, nous avons utilisé la symétrie axiale de l'enceinte pour traiter la structure par un solveur 2D axisymétrique. Un mode de propagation à symétrie de révolution (pas de variation azimutale) a été sélectionné à l'entrée de la source dipolaire. Le calcul, effectué sur un maillage de 23 000 nœuds, a nécessité moins de 30 s pour fournir une cartographie du champ électrique HF dans la source dipolaire et l'enceinte. La définition de la structure ne pose aucun problème car une interface de type CAO permet de dessiner rapidement la structure à étudier. La figure 6.1 présente les iso valeurs du logarithme du module de \mathbf{E} (champ HF).

Pour la résolution de ce problème, les frontières du domaine considéré ont été déclarées comme étant métalliques, ce qui est effectivement le cas dans notre structure expérimentale. La carte du champ électrique a été confrontée à celle obtenue, pour une structure identique, par le logiciel CST-MicroWave Studio. Ce logiciel, spécialisé en calcul de propagation HF a fourni un résultat similaire. Nous avons donc considéré que la définition de la structure donnée au logiciel COMSOL était correcte et nous avons poursuivi nos calculs.

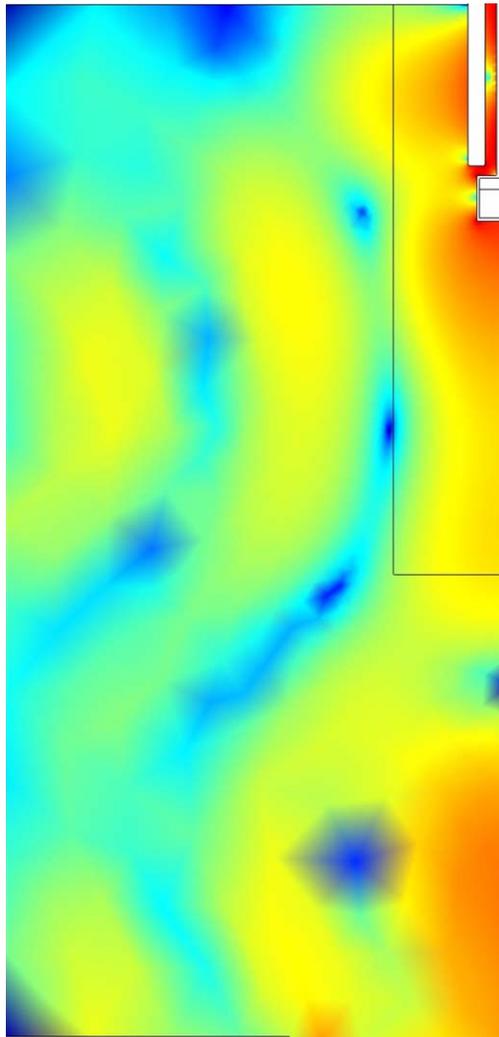


Figure 6.1. Iso valeurs du logarithme du module du champ électrique HF se propageant dans la structure expérimentale. Les dimensions de cette dernière sont : rayon 175 mm et hauteur 350 mm. La source dipolaire, située à l'extrémité de la structure correspond à la source n°3 (10 + 4 mm de fer doux).

Après le champ HF, le champ magnétique statique a été calculé par ce même logiciel. Afin d'obtenir, des valeurs absolues du champ, nous avons renseigné le logiciel avec les propriétés exactes du matériau magnétique, en l'occurrence du $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$. Pour ce faire, le fabricant, San-Huan (Chine), nous a communiqué la courbe d'aimantation $B(H)$ de nos aimants. Une fois cette courbe introduite dans le programme, ce dernier a calculé les lignes de même amplitude de champ magnétique ainsi que les lignes de champ (lignes parallèles au vecteur \mathbf{B}). Ces résultats sont présentés sur les Figs. 6.2 a et b.

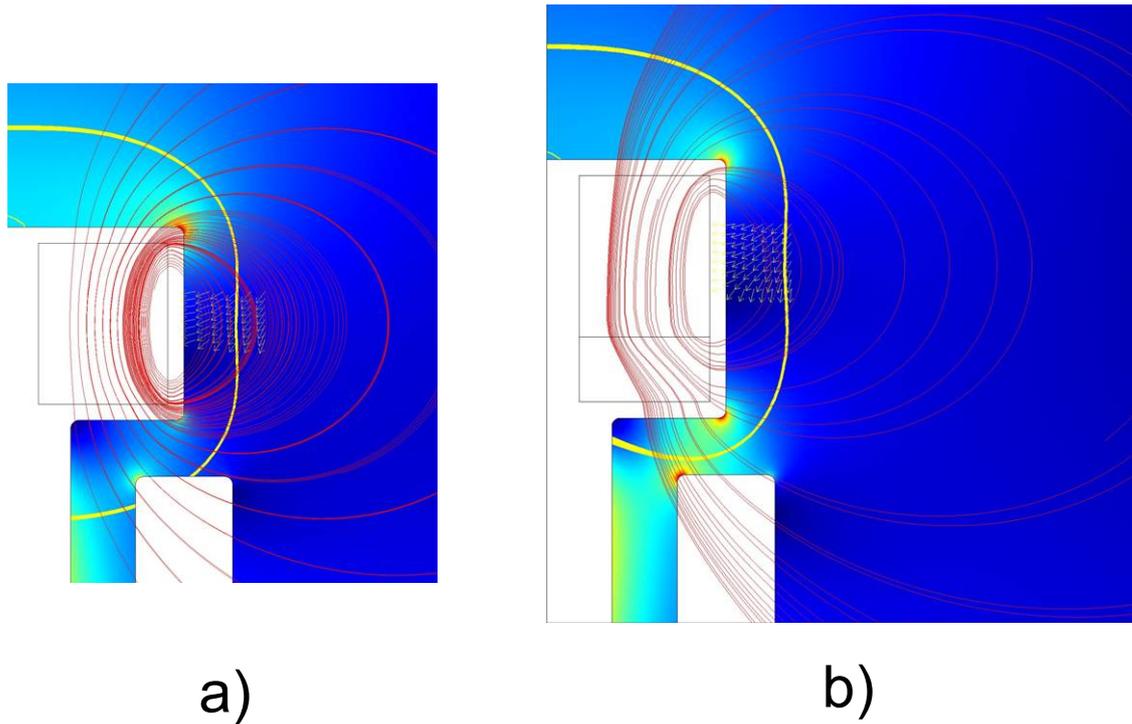


Figure 6.2. Allure des lignes de champ (en rouge), de la ligne 875 G de champ magnétique (en jaune) et des iso valeurs du champ électrique HF se propageant dans notre structure. Les flèches jaunes indiquent son orientation. Ces calculs ont été réalisés pour a) une structure sans culasse magnétique (aimant de diamètre 20 mm et de hauteur 10 mm) et b) pour la source n°3 (10 + 4 mm de fer doux en guise de culasse magnétique).

Ainsi, d'après les résultats obtenus, l'utilisation de la culasse magnétique est intéressante car la ligne iso-B à 875 G passe au centre du gap où se trouve le maximum du champ électrique. L'amorçage du plasma (ces calculs ayant été réalisés dans le vide) doit donc être plus aisé lorsqu'une culasse magnétique est utilisée.

6.2. Calculs avec plasma

La seconde étape de ces calculs a consisté à prendre en compte le plasma produit par la source. Bien sur, il n'est pas question de développer un modèle "auto-consistant". Dans une première approche, ce plasma peut-être considéré comme un milieu de permittivité et de conductivité relatives complexes constantes dont les expressions sont les suivantes :

$$\sigma = \frac{n_e e^2}{m_e (\nu + i\omega)} \quad (6-1)$$

$$\epsilon_p = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega(\omega - i\nu)} \quad (6-2)$$

Où ω et ω_{pe} sont respectivement les pulsations du champ électrique HF (2,45 GHz) et propre du plasma, ν est la fréquence de collision électrons / neutres. Bien que cette description simplifiée du plasma ne soit pas tensorielle, l'anisotropie induite par les différentes zones de plasmas considérées (cf. fig. 6.4) permet, pour le plasma présent au voisinage de la source, de s'en approcher.

Afin de coller à la réalité, ces constantes sont calculées à partir des valeurs de densité et de température électronique mesurées de sondes présentées au chapitre 3. Ainsi, 5 domaines plasmas ont été considérés autour de la source dipolaire. Pour obtenir les valeurs des paramètres plasma proche et lointain, une extrapolation a dû être effectuée d'après les mesures. La Fig. 6.3 présente les résultats des mesures et leur extrapolation.

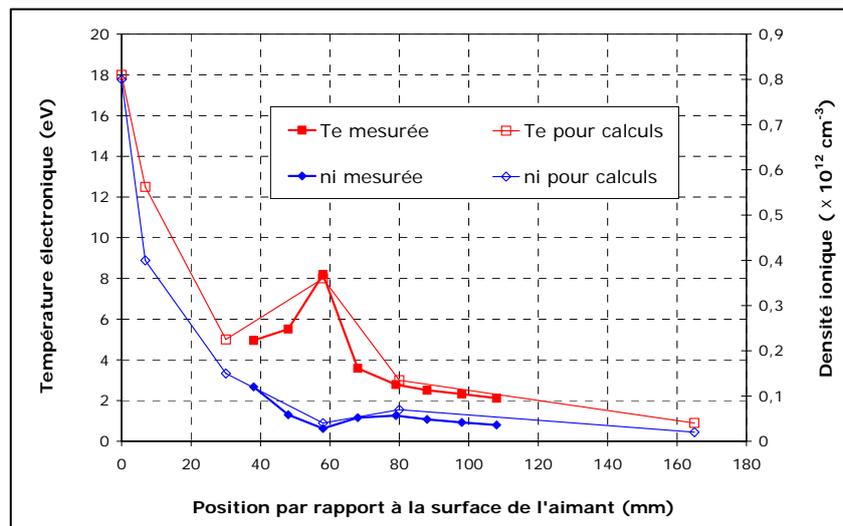


Figure 6.3. Extrapolation de la densité ionique et de la température électronique utilisées pour modéliser le plasma au voisinage de la source dipolaire. Les mesures représentées sur cette figure sont issues des mesures présentées au chapitre 3. Les conditions opératoires sont : puissance 100 W, pression d'argon 1,5 mTorr.

Le logiciel COMSOL acceptant les permittivité et conductivité complexes, nous avons donc considéré des milieux plasmas successifs autour de la source dipolaire.

En présence de plasma, le résultat du calcul du champ HF montre une diminution du champ dans l'enceinte, un renforcement au niveau du gap ainsi qu'un champ électrique perpendiculaire à l'axe de la source au voisinage du plan équatorial. Dans ce cas, l'enceinte ne constitue plus une cavité

résonnante. Le champ magnétique statique, qui n'est pas affecté par ces milieux plasma, reste identique à celui calculé précédemment.

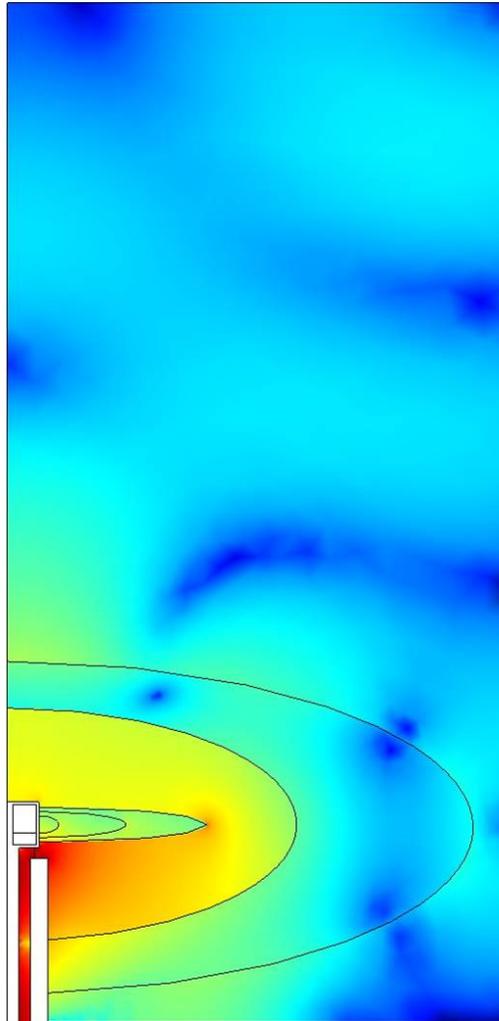


Figure 6.4. Iso valeurs du logarithme du module du champ électrique HF se propageant dans la structure expérimentale. Les dimensions et la position de la source sont identiques au cas « à vide ». Le plasma est simulé par des strates de forme elliptique visibles sur la figure pour lesquelles la densité et la température sont constantes.

Ainsi, lorsque la source fonctionne et produit le plasma, le chauffage des électrons par couplage RCE, zone où doivent se combiner un champ magnétique \mathbf{B} statique de module 875 G et un champ électrique \mathbf{E} , semble être localisé dans le gap. En effet, dans cette zone, bien que l'orientation relative de \mathbf{B} et \mathbf{E} soit moins favorable que dans le plan équatorial, le module du champ \mathbf{E} est environ 250 fois plus intense.

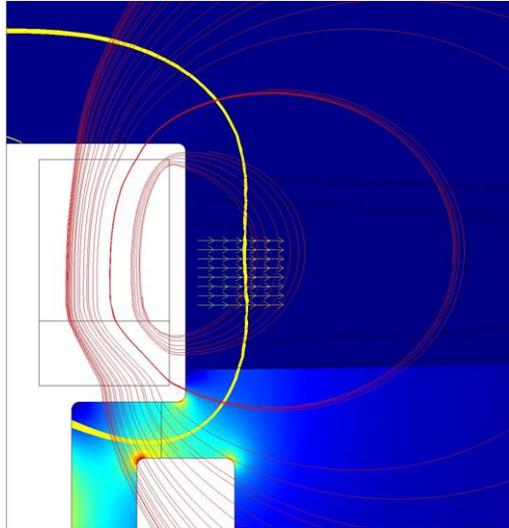


Figure 6.5. Allure des lignes de champ (en rouge), de la ligne 875 G de champ magnétique (en jaune) et des iso valeurs du champ électrique HF se propageant dans notre structure. Les flèches jaunes indiquent l'orientation de E . Ces calculs ont été réalisés a) pour une structure sans culasse magnétique (aimant de diamètre 20 mm et de hauteur 10 mm) et b) pour la source n°3 (10 + 4 mm de fer doux en guise de culasse magnétique).

Or, toutes les mesures optiques et de sondes, ainsi que les observations, réfutent cette hypothèse et situent la zone de chauffage dans le plan équatorial de la source. En fait, l'explication qui peut être avancée pour expliquer ce phénomène est la suivante : les électrons chauffés dans le gap se perdent sur les parois de la source. En effet, si l'on observe la Fig. 6.5, on constate que les lignes de champ magnétique interceptent le conducteur extérieur de l'applicateur coaxial.

En revanche, la zone équatoriale permet un confinement très efficace des électrons comme indiqué au Chapitre 4. Il existe des points miroirs au voisinage des pôles de l'aimant entre lesquels oscillent les électrons. Ainsi, bien que moins chauffés au niveau du plan que dans le gap, les pertes électroniques sont nettement moins nombreuses, et ce sont donc essentiellement les électrons situés dans le plan équatorial de l'aimant qui produisent le plasma.

Ce comportement permet d'envisager une amélioration des sources en aménageant un biseau extérieur sur le conducteur extérieur de l'applicateur (Fig. 6.6) coaxial afin que les lignes de

champ ne soient plus interceptées par le métal. Ce type d'amélioration peut être facilement pris en compte dans le cas d'une application concrète, comme celle développée au Chapitre 7.

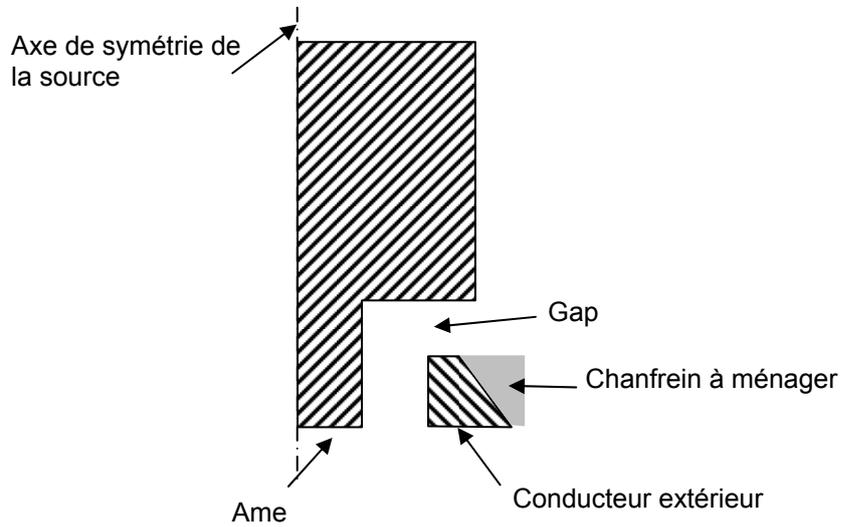


Figure 6.6. Amélioration proposée pour limiter les pertes électronique sur le conducteur extérieur de l'applicateur coaxial.

Pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire

7. Pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire

7.1. Inconvénients et limitations de la pulvérisation magnétron

7.1.1. Rappels sur la technique de dépôt par pulvérisation "magnétron"

Une technique de dépôt en couches minces utilisée à grande échelle dans l'industrie est la pulvérisation par plasma "magnétron". Dans cette technique, le plasma, produit par polarisation négative de la cible par rapport aux parois de l'enceinte (au potentiel de référence, généralement la terre), est confiné à l'avant de la cible par un champ magnétique de type "magnétron" (refermé sur lui-même) créé par des aimants positionnés derrière la cible. Le champ magnétique ainsi créé permet d'éviter la perte des espèces chargées aux extrémités de la structure magnétique, électrons et ions, qui dérivent en sens opposé, perpendiculairement au plan du champ magnétique (cf. chapitre 1) le long du circuit créé par le champ magnétique (piste, anneau). En revanche, le plasma, à l'image du champ magnétique, est parfaitement inhomogène dans le plan du champ magnétique. Il s'ensuit donc une érosion très inhomogène de la cible par les ions accélérés vers la cible avec le creusement très marqué d'un sillon le long du circuit de dérive (cf. Fig. 7.1).



Figure 7.1. Photo montrant l'usure non uniforme d'une cible utilisée dans une configuration magnétron circulaire.

7.1.2. Limitations de la technologie magnétron

L'usure non uniforme des cibles en pulvérisation magnétron représente un coût économique extrêmement important puisque, dans les configurations usuelles, il n'est guère possible de pulvériser plus du tiers de la matière totale de la cible. Ce rendement matière de 30 % pénalise doublement les industriels des traitements de surface, car, outre un rebut matière de 70 % qui peut s'avérer très coûteux en fonction de la nature de la cible (métaux précieux, alliages), le

remplacement des cibles est une opération délicate qui, en outre, immobilise la machine. Ainsi, par rapport à un rendement matière "idéal" de 90 %, un rendement matière de 30 % multiplie par trois la fréquence de remplacement des cibles.

En dehors d'un rendement matière médiocre, la technique de dépôt par pulvérisation magnétron engendre un certain nombre de limitations et d'inconvénients. Ils sont résumés ci-dessous :

1. Usure non uniforme des cibles ;
2. Difficulté d'utiliser des cibles en matériaux magnétiques qui court-circuitent les lignes de champ magnétique, entravant le bon fonctionnement du plasma "magnétron" ;
3. Difficulté de déposer des alliages dans toute la gamme de composition de 0 à 100 % par co-pulvérisation de plusieurs cibles : en effet, le claquage du plasma requiert un seuil de tension minimum appliqué à chaque cible. Il est alors nécessaire d'opérer en mode pulsé ;
4. Le nettoyage des cibles requiert l'utilisation de caches amovibles devant la cible pour éviter tout dépôt pendant l'opération de nettoyage ;
5. Pour la même raison, le nettoyage des substrats ne peut être effectué à l'aide du plasma "magnétron" ;
6. En plasma "magnétron", il n'y a pas indépendance entre production du plasma et polarisation de la cible. Il n'est donc pas possible, en pulvérisation réactive (ou procédés duplex PVD-PACVD), de contrôler l'empoisonnement des cibles, par exemple en augmentant, à conditions opératoires données, la tension de polarisation de la cible ;
7. En plasma "magnétron", comme le plasma est confiné par le champ magnétique près de la cible, l'assistance ionique disponible au niveau du substrat est généralement très faible ;
8. En plasma "magnétron", l'ionisation des vapeurs atomiques issus de la pulvérisation de la cible est, de manière générale, faible en l'absence de source auxiliaire de plasma (sauf pour les magnétron pulsés à très haute puissance).

Comme on le voit, la technologie de dépôt par plasma "magnétron" présente un certain nombre d'inconvénients et de limitations. C'est pourquoi la pulvérisation d'une cible exempte de champ magnétique à partir d'un plasma auxiliaire, qui permet de s'affranchir de tous les inconvénients et limitations 1 à 8 résumés ci-dessus, peut procurer des avantages déterminants dans nombre d'applications. En outre, deux avantages supplémentaires sont apportés, comme

9. La simplicité de la cible, qui ne comporte plus d'aimants permanents à l'arrière,
10. La possibilité d'opérer sur une plus large gamme de pression.

Le paragraphe qui suit est donc consacré à l'étude de l'usure d'une cible par pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire.

7.2. Pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire

La configuration de réacteur utilisée pour la mise en œuvre de la pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire est similaire à celle qui a été proposée dès 1992 avec la technologie DECR [14]. Dans l'étude actuelle, le réacteur cylindrique est configuré comme indiqué dans le paragraphe 2.3. Il comporte à sa périphérie 4 couronnes de 12 sources micro-onde dipolaires. La cible et le porte-substrat sont disposés face à face aux deux extrémités du cylindre (Fig. 7.2). Cible et substrat peuvent être polarisés de manière indépendante par application de tensions continues (DC) négatives.

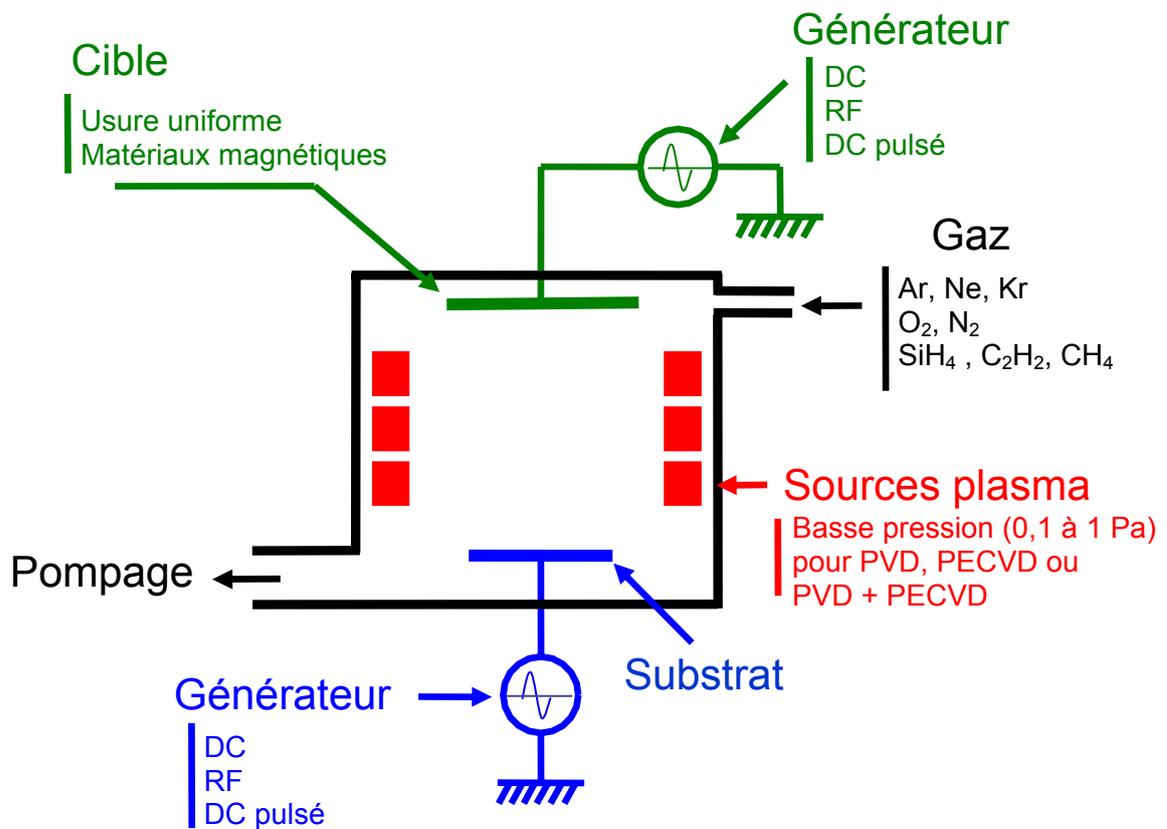


Figure 7.2. Schéma d'un réacteur plasma cylindrique comportant des sources plasma élémentaires réparties en couronne à sa périphérie avec une cible et un porte-substrat face à face aux deux extrémités. Cible et porte-substrat peuvent être polarisés négativement par rapport au potentiel du plasma.

La figure suivante (Fig.7.3) présente l'aspect d'une cible de cuivre de diamètre 160 mm après pulvérisation dans un plasma multi-dipolaire d'argon / hydrogène.

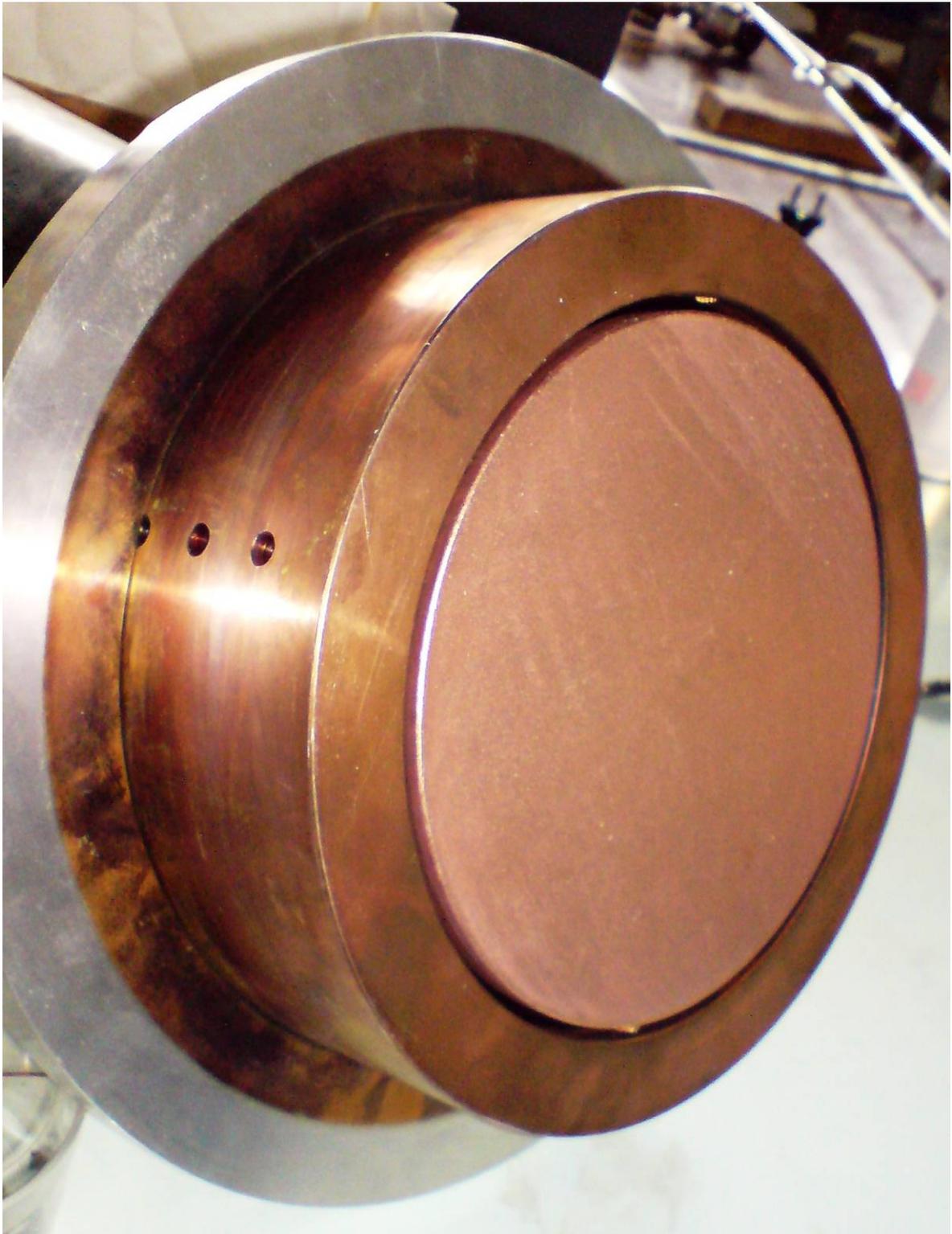


Figure 7.3. Aspect de la cible de cuivre (diamètre 160 mm) après érosion dans un plasma multi-dipolaire Ar/H₂.

Conclusions et perspectives

Conclusions et perspectives

L'objectif initial de ce travail était d'aboutir à une connaissance approfondie des mécanismes de production et de diffusion du plasma dans une source élémentaire dipolaire qui combine confinement magnétique et couplage résonnant à la RCE. La meilleure connaissance des phénomènes intervenant dans ce milieu très complexe avait aussi pour but l'optimisation, non seulement des sources élémentaires, mais aussi de leur répartition spatiale en fonction d'un procédé bien défini.

Dans cette étude où modélisation et caractérisation sont très fortement liés, les études expérimentales de caractérisation du plasma ont été effectuées essentiellement à l'aide de sondes électrostatiques mis en œuvre dans des régions de champ magnétique fort, c'est-à-dire dans un milieu très anisotrope, où l'exploitation des caractéristiques courant-tension est rendue délicate et nécessite des correctifs (cf. § 2.1). La spectroscopie d'émission optique s'est avérée comme une technique complémentaire utile en permettant de valider les résultats obtenus par sondes.

Ces moyens de caractérisation ont été utilisés pour déterminer les performances des plasmas multi-dipolaires et en mesurer les paramètres électriques comme la température électronique des électrons thermiques et des électrons rapides, les potentiels plasma et flottant. En particulier, les mesures effectuées dans le plasma de diffusion (zones de champ magnétique faible) ont montré que les densités atteintes dépassaient largement la densité critique (Equ. 1.3) correspondant à la fréquence micro-onde de 2,45 GHz ($n_c = 7,4 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$). Les mesures par sondes (et par spectroscopie d'émission optique) dans les régions fortement magnétisées ont aussi permis d'effectuer une cartographie de la densité du plasma et des électrons rapides, accélérés à la RCE, autour d'une source élémentaire.

La modélisation analytique d'une source dipolaire dans des configurations simplifiées de champ magnétique (aimant sphérique et aimant cylindrique de longueur infinie à aimantation diamétrale) et de champ électromagnétique micro-onde (champ électrique se propageant le long d'un applicateur cylindrique de longueur infinie) a permis de calculer, en l'absence de collision, de champ électrique de charge d'espace, et de champ électrique micro-onde, les invariants adiabatiques du mouvement des électrons, ainsi que leurs invariants exacts.

Les résultats de la modélisation analytique ont été très utiles pour valider la modélisation numérique du champ magnétique délivré par des géométries d'aimant permanent simples, ou du champ électrique micro-onde se propageant sur une structure propagative filaire. De même, la

simulation numérique des trajectoires des électrons par la méthode PIC / MC (particle-in-cell / Monte Carlo) a pu être validée en suivant les invariants exacts de leur mouvement. De même, l'évolution de ces invariants lors des collisions élastiques et inélastiques a permis là encore de valider complètement la simulation numérique des mouvements et des trajectoires électroniques dans le champ magnétique. Enfin, l'application de champ électrique micro-onde a permis de vérifier que, lors de chaque passage dans la zone de couplage RCE, les électrons peuvent, de façon plus ou moins aléatoire, gagner de l'énergie à partir du champ électrique micro-onde, ou au contraire en perdre, c'est-à-dire, céder de l'énergie au champ électrique micro-onde.

La modélisation des configurations magnétique et micro-onde actuelle a permis, outre le fait d'acquérir une connaissance approfondie des phénomènes mis en jeu dans les sources élémentaires dipolaires, de déboucher sur des propositions immédiates d'amélioration comme la modification de l'interstice en sortie de structure coaxiale, ou le choix d'une géométrie d'aimant permanent (rapport hauteur / diamètre) en fonction de l'application désirée.

Enfin, l'utilisation de sources dipolaires comme plasma auxiliaire dans une application industrielle comme le dépôt par pulvérisation a montré l'intérêt de ce type de plasma pour améliorer la qualité, la flexibilité, les performances, et en particulier l'uniformité d'usure des cibles.

A plus long terme, les résultats acquis seront précieux pour imaginer et concevoir les configurations magnétiques et électromagnétiques de nouvelles sources élémentaires et d'en prévoir le comportement dans les différentes situations où elles seront mises en œuvre.

Références

Références

- [1] *M. Pichot, J. Pelletier, Y. Arnal*, Procédé et dispositif d'excitation d'un plasma par micro-ondes à la résonance cyclotronique électronique, (7 juin 1985) n° FR 85 08 836.
- [2] *Pichot, A. Durandet, J. Pelletier, Y. Arnal, L. Vallier*, Microwave multipolar plasmas excited by distributed electron cyclotron resonance: concept and performance, *Rev. Sci. Instrum.*, 59, 1072 (1988).
- [3] *Koch et G. Matthieussent*, *Phys. Fluids*, 26, 545 (1983).
- [4] *G. Matthieussent et J. Pelletier*, Ambipolar diffusion model of multipolar plasmas, dans "*Microwave Excited Plasmas*", édité par M. Moisan et J. Pelletier, Elsevier, Amsterdam (1992) pp. 303-349.
- [5] *C. Gauthereau et G. Matthieussent*, *J. Physique*, 45, 1113 (1984).
- [6] *J. Pelletier*, Distributed ECR plasma sources, dans "*High Density Plasma Sources : Designs, Physics and Performance*", édité par M. O. A. Popov, Noyes, Park Ridge, New Jersey (1995) pp. 380-425.
- [7] *J. Pelletier et G. Matthieussent*, Homogeneity in multipolar discharges: the role of primary electrons, dans "*Microwave Excited Plasmas*", édité par M. Moisan et J. Pelletier, Elsevier, Amsterdam (1992) pp. 351-384.
- [8] *C. Courteille, J. Bruneteau, F. P. G. Valckx, Z. Sledziewski et M. Bacal*, *Rev. Sci. Instrum.*, 64, 3265 (1993).
- [9] *T. Lagarde, Y. Arnal, A. Lacoste et J. Pelletier*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, 10, 181 (2001)
- [10] *T. Lagarde, J. Pelletier et Y. Arnal*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, 6, 53 (1997).
- [11] *R. Burke et J. Pelletier*, Discharges confined by multipolar magnetic fields, dans "*Microwave Excited Plasmas*", édité par M. Moisan et J. Pelletier, Elsevier, Amsterdam (1992) pp. 273-301.
- [12] *T. Lagarde, Y. Arnal et J. Pelletier*, *Plasma Sources Sci. Technol.*, 6, 386 (1997).
- [13] *J. Pelletier et T. Lagarde*, *Thin Solid Films*, 241 (1994) 240.
- [14] *M. Pichot et J. Pelletier*, Distributed electron cyclotron resonance plasmas, dans "*Microwave Excited Plasmas*", édité par M. Moisan et J. Pelletier, Elsevier, Amsterdam (1992) pp. 419-434.
- [15] *T. Lagarde, J. Pelletier*, Procédé de production de plasmas élémentaires en vue de créer un plasma uniforme pour une surface d'utilisation et dispositif de production d'un tel plasma (4 août 1999) n° FR 99 10 291.
- [16] *A. Lacoste, T. Lagarde, S. Béchu, Y. Arnal, J. Pelletier*, Les plasmas multi-dipolaires : principe et performances, *Le Vide*, 304, 284-295 (2002).

- [17] A. Lacoste, T. Lagarde, S. Béchu, Y. Arnal, J. Pelletier, Multi-dipolar plasmas for uniform processing : physics, design and performance, *Plasma Sources Science Technol.* 11, 407-412 (2002).
- [18] A. Lacoste, S. Béchu, J. Pelletier, Y. Arnal, Dispositif de confinement de plasma (28 mars 2002) n° FR 02 03 900.
- [19] Rémy Maurau, Caractérisation d'une source de plasma multi-dipolaire-Application à un réseau bi-dimensionnel, *Rapport de stage de maîtrise, CNRS, juin 2003.*
- [20] Stéphane Béchu ; Mesures de sondes électrostatiques en plasma basse pression ; *Plasmas Froids : Génération, caractérisation et technologies ; Publications de l'Université de Saint-Etienne*, 2004, pp 159-223.
- [21] Hopkins et Graham Electron energy distribution function measurements in a magnetic multipole plasma; *J. Phys. D: Appl. Phys.* 20, 1987, 838-843.
- [22] A.Lacoste, Mémoire d'habilitation à diriger des recherches, ' La résonance cyclotronique électronique : des plasmas DECR aux sources d'ions multichargés', 2002, *Université Joseph Fourier Grenoble.*
- [23] David Vempaire; Modification des propriétés magnétiques de couches minces de nickel et de manganèse et réalisation de microstructures magnétiques par implantation ionique en immersion plasma , *thèse, Université Joseph Fourier, 2004.*
- [24] J. D. Swift, M. J. R. schwar, Electrical Probes for Plasma Diagnostics, *Ilife Books Ltd - London* (1970).
- [25] J. G. Laframboise, J. Rubinstein, Theory of a cylindrical probe in a collisionless magnetoplasma, *Phys. Fluids.* 9, 12 (1976) pp.1900-1908.
- [26] J. G. Laframboise, L. J. Sonmor, 'Current collection by probes and electrodes in space magnetoplasmas : A review', *J. Geophys. Research* 98, A1 (1993) pp. 337-357.
- [27] T. Lagarde, Y. Arnal, A ; Lacoste, J. Pelletier, 'Détermination of the EEDF by Langmuir probe diagnostics in a plasma excited a ECR above a multipolar magnetic field', *Plasma Sources Sci. Technol.* 10(2001) pp 181-190.
- [28] G. Regnard, Passage micro-onde 200 W/ 2,45 GHz pour réacteur plasma, *rapport de stage de maîtrise IUP, CNRS 2003.*
- [29] F. Taccogna, S. Longo, M. Capitelli, *Eur. Phys. J. AP* 22, 29-39 (2003)
- [30] Site web: http://www.electronenergy.com/brochures/Samarium_cobalt_Insert.pdf
- [31] A. B. Petrin; Electron cyclotron resonance used in low pressure microwave plasma reactors with permanent magnets; *Russian Microelectronics*, Vol. 34, (No 4) 2005.
- [32] Gaudin C., Rouille C., Serebrennikov K., Buzzi J. M., Bacal M., Lamoureux M., Charles P. ; Source compacte de rayons X basée sur la résonance cyclotronique électronique (Compact

- X-ray source based on ECR); *Journal de physique. IV (J. phys., IV)*, ISSN 1155-4339 (1991).
- [33] *J. L. Delcroix, A. Bers*, 'Physique des Plasmas', Tome 1 et 2, Edition 'Savoir Actuel', InterEditions / CNRS Editions (1995)
- [34] *M. Moisan et J. Pelletier*, Microwave excited plasmas, *Elsevier* 1992
- [35] *M Moisan et J. Pelletier*, Physique des plasmas collisionnels. Application aux décharges haute fréquence ; *EDP Sciences* 2006
- [36] *C. Gignoux et B. Silvestre-Brac*, Mécanique : De la formulation Lagrangienne au chaos Hamiltonien, *EDP Sciences* 2002
- [37] *C. Gignoux et B. Silvestre-Brac*, Problèmes corrigés de mécanique et résumés de cours de Lagrange à Hamilton, *EDP Sciences* 2004
- [38] *David Meeker*; Finite Element Method Magnetics; May 24-2003.
- [39] Site web: www.comsol.fr
- [40] *Birdsall, C.K.*, Particle-in-cell charged-particle simulations, plus Monte Carlo collisions with neutral atoms, PIC-MCC, *IEEE trans. Plasma Sci.* 19,1991, pp.65-86
- [41] *J. P. Boeuf*, Modélisation de la cinétique électronique dans un gaz faiblement ionisé, Thèse de Docteur d'état, *Université de Paris Sud*, 1985
- [42] *Jean-Pierre Nougier* ; Méthode de calcul numérique, *Hermes Science* 2001.
- [43] *Savino Longo*, Monte Carlo models of electron and ion transport in non-equilibrium plasmas, *Plasma Sources Sci. Technol.* 9 (2000) 468-478
- [44] *Tiberiu M. Minea*, Simulation particulière d'une décharge magnétron radio-fréquence, comparaison à l'expérience, *these, Université de Paris-Sud*, 1998
- [45] *Vladimir V. Serikov, Shinji Kawamoto, and Kenichi Nanbu*; Particle-in-Cell Plus Direct Simulation Monte Carlo (PIC-DSMC) Approach for Self-Consistent Plasma-Gas Simulations; *IEEE transactions on plasma science*, vol. 27, no. 5, october 1999
- [46] *Shuji Kondo, Kenichi Nanbu*; PIC/MC Analysis of Three-Dimensional DC Magnetron Discharge, *Rep. Inst. Fluid Science*, Vol. 12 (2000) pages 111-142.
- [47] *Boumhali, D. Saïfaoui, A. Dezairi, B.Zine* ; Collision Simulation in Plasma Sheath Using the Monte Carlo Technique ; *M.J.Condensed Matter*, Vol 5, No 2 ; June 2004, pp 177-180.
- [48] *Brennan, M.J.*, Optimization of Monte Carlo codes using null collision techniques for experimental simulation at low E/N, *IEEE trans. Plasma Sci.* 19,1991, pp.256-261
- [49] *R. W. Hockney and J. W. Eastwood*, Computer Simulation Using Particles, New york, McGraw Hill, 1981
- [50] *Kenichi Nanbu*; Probability Theory of Electron-Molecule, Ion-Molecule, Molecule-Molecule, and Coulomb Collisions for Particle Modeling of Materials Processing Plasmas and Gases; *IEEE Transactions on plasma science*, vol. 28, no. 3, june 2000.

- [51] *Hideto Takekida, Kenichci Nanbu*, Particle modelling of plasma confinement by a multipolar magnetic field; *J. Phys. D: Appl. Phys.* 37 (2004) 1800–1808.
- [52] *M.Yousfi, A. Hennad, A.Alkaa*, Monte Carlo simulation of electron swarms at low reduced electric fields, *Physical Review E*, vol 49, 4, 1994.
- [53] *Ana Draghici Lacoste*, Amorçage et entretien en cavite resonnante d'une decharge micro-onde d'hydrogene en impulsions de haute puissance, *Thèse de doctorat*, Université Paris-Sud Orsay, 1998.
- [54] *M. Surendra, D. B. Graves, and I. J. Morey*, Electron heating in low pressure RF glow discharge, *Appl. Phys. Lett.*, vol 56, pp 1012-1024, 1990
- [55] *M. Surendra, D. B. Graves, and G. M. Jellum*, Self-consistent model of a direct-current glow discharge : Treatment of fast electrons ; *Phys. Rev . A*, vol.41, pp 1112-1125, 15 Jan ; 1990.
- [56] *John. M. Dawson*, Particle simulation of plasma, *Reviews of modern physics*, Vol. 55, No. 3, Avril 1983, pp.403-447.
- [57] *A.C. J. Paes, N. M. Abe, V. A. Serrao, A. Passaro*; Simulation of plasma with electrostatic PIC. Models using the finite element method, *Brazilian Journal of Phisics*, vol. 33, no. 2, June 2003.
- [58] *R. Rejoub, B. G. Lindsay, and R. F. Stebbings*; Determination of the absolute partial and total cross sections for electron-impact ionization of the rare gases? *Physical Review A*, volume 65, 2002.
- [59] *Phelps and coworkers at JILA*; Collision data; jilawww.colorado.edu/research/colldata.html.
- [60] *Gopinath, V. P., Grotjohn, T.A.*, Three dimensional electromagnetic PIC model of a compact ECR plasmasource, *IEEE Trans. on Plasma Science*, Vol 23 (4), 1995, pp. 602 – 608.
- [61] *A. G. Litvak, A. M. SErgeev, E. V. Surovov, M. D. Tokman, and I.V. Khazanov*, On nonlinear effects in electron-cyclotron resonance plasma heating by microwave radiation, *Phys. Fluids B*, 5 (12) december 1993, pp. 4347 – 4359.
- [62] *M.A. Lieberman, A. J. Lichtenberg*, Theory of electron cyclotron resonance heating- II. Long time and stochastic effects, *Plasma Physics*, Vol. 15, pp. 125 – 150, Pergamon Press 1973.
- [63] *Andrei B. Petrin*, Utilization of RCE mechanism of electrons heating in multipolar magnetic systems of low-pressure plasma reactors, *IEEE Trans. on Plasma Science*, Vol 34 (1), 2006, pp. 70 – 79.
- [64] *Michel Hulin et Jean Pierre Maury*, Les bases de l'électromagnétisme, Dunod, 1996.

Annexes

$$\mathbf{B}_\varphi = 0 \quad (\text{A1- 6})$$

Afin d'exprimer les composantes en fonction des variables r et θ et du rayon de l'aimant R , exprimons les dérivées partielles de u par rapport à r et θ .

D'après la définition du potentiel scalaire généré par un aimant sphérique au point P à l'extérieur de l'aimant ($\mathbf{r} = \mathbf{OP}$), on a :

$$u = -\frac{1}{4\pi} \int_V \mathbf{M} \cdot \nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV, \quad (\text{A1- 7})$$

avec $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + d\mathbf{r}$ à θ, φ différents. En supposant que la densité de magnétisation est uniforme, l'équation (A1- 7) peut être écrite :

$$u = -\frac{\mathbf{M}}{4\pi} \int_V \nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV \quad (\text{A1- 8})$$

En coordonnées sphériques, on a :

$$u = \frac{\mathbf{M}}{4\pi} \cdot \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \quad (\text{A1- 9})$$

L'intégration de la relation A1-9 est similaire à celle rencontrée pour le calcul de champ électrique statique créé par une sphère chargée uniformément [28]. La résolution de cette intégrale donne :

$$\int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV = \frac{4\pi R^3}{3} \frac{\mathbf{r}}{r^3} \quad (\text{A1- 10})$$

En remplaçant (A1- 10) à (A1- 9) on peut calculer le potentiel scalaire de l'aimant sphérique :

$$u = \frac{\mathbf{M}}{4\pi} \cdot \int_V \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV = \frac{\mathbf{M}}{4\pi} \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \frac{\mathbf{r}}{r^3} = \frac{R^3}{3r^3} \mathbf{M} \cdot \mathbf{r} \quad (\text{A1- 11})$$

Ou on peut écrire :

$$u = \frac{R^3}{3} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} = \frac{R^3}{3} \frac{M \cos \theta}{r^2} \quad (\text{A1- 12})$$

En coordonnées sphériques le gradient de u s'exprime :

$$\nabla u = \frac{\partial u}{\partial r} \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi \quad (\text{A1- 13})$$

D'après l'équation (A1- 2) on a :

$$\mathbf{B} = -\nabla u = -\frac{\partial u}{\partial r} \mathbf{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \mathbf{e}_\varphi \quad (\text{A1- 14})$$

Le champ magnétique étant à symétrie azimutale, on a donc $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$. Alors la relation (A1-14)

devient:

$$\mathbf{B} = -\frac{\partial u}{\partial r} \mathbf{e}_r - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \mathbf{e}_\theta = B_r \mathbf{e}_r + B_\theta \mathbf{e}_\theta \quad (\text{A1-15})$$

où B_r et B_θ sont les composantes de champ magnétique en direction r et θ . D'après la relation (A1-11) on obtient :

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{R^3}{3} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{R^3}{3} \frac{Mr \cos \theta}{r^3} \right) \\ &= -\frac{MR^3 \cos \theta}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r^2} \right) = \frac{2MR^3 \cos \theta}{3} r^{-3} \end{aligned}$$

$$B_r = \frac{2}{3} \frac{MR^3}{r^3} \cos \theta \quad (\text{A1-16})$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{R^3}{3} \frac{\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}}{r^3} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{R^3}{3} \frac{Mr \cos \theta}{r^4} \right) \quad (\text{A1-17})$$

$$B_\theta = \frac{1}{3} \frac{MR^3}{r^3} \sin \theta \quad (\text{A1-18})$$

Soit $B_0 = \frac{M}{3}$ (Tesla) la valeur du champ magnétique surfacique de l'aimant sphérique sur le plan équatorial, les équations précédentes s'écrivent :

$$B_r = 2B_0 \frac{R^3}{r^3} \cos \theta \quad (\text{A1-19})$$

$$B_\theta = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sin \theta \quad (\text{A1-20})$$

$$B_\varphi = 0 \quad (\text{A1-21})$$

et le module de champ magnétique :

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sqrt{(3 \cos^2 \theta + 1)} \quad (\text{A1-22})$$

• Equation des lignes de champ :

La définition des lignes de champ magnétique \mathbf{B} est donnée par la relation :

$$d\mathbf{r} \wedge \mathbf{B} = 0. \quad (\text{A1-23})$$

En coordonnées sphériques on a:

$$d\mathbf{r} = dr \mathbf{e}_r + r d\theta \mathbf{e}_\theta + r \sin \theta d\varphi \mathbf{e}_\varphi. \quad (\text{A1-24})$$

D'après la définition donnée par la relation (A1-23) on obtient alors le système d'équations suivant :

$$r d\theta B_\varphi - r \sin \theta B_\theta d\varphi = 0 \quad , \quad (A1- 25)$$

$$dr B_\varphi - r \sin \theta B_r d\varphi = 0 \quad , \quad (A1- 26)$$

$$dr B_\theta - r B_r d\theta = 0 \quad . \quad (A1- 27)$$

Dans le cas d'un aimant sphérique $B_\varphi = 0$, à partir de l'équation (A1- 26) on a donc :

$$\varphi = \text{constant} \quad . \quad (A1- 28)$$

En combinant les équations (A1- 19), (A1- 20) et (A1- 27) on peut alors écrire :

$$dr \frac{1}{3} MR^3 \frac{\sin \theta}{r^3} - rd\theta \frac{2}{3} MR^3 \frac{\cos \theta}{r^3} = 0 \quad (A1- 29)$$

Après simplification, on obtient :

$$dr \frac{\sin \theta}{r^3} - rd\theta \frac{2 \cos \theta}{r^3} = 0 \quad (A1- 30)$$

Pour $r \geq R$, c'est à dire à l'extérieur de l'aimant, l'équation (A1- 30) peut être écrite :

$$\frac{dr}{r} = 2d\theta \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = 2 \frac{d(\sin \theta)}{\sin \theta} \quad (A1- 31)$$

En intégrant cette équation, on peut alors trouver l'équation des lignes de champ magnétique :

$$r = C \sin^2 \theta \quad \text{avec } C \text{ une constante.} \quad (A1- 32)$$

Si on pose $r^* = \frac{r}{R}$ et $L = \frac{C}{R} = \text{constante}$, l'équation (A1-32) devient :

$$r^* = L \sin^2 \theta \quad (A1- 33)$$

- **Equation des lignes de champ constant :**

D'après les équations (A1- 19) et (A1- 20), le module du champ magnétique vaut :

$$B = \sqrt{B_r^2 + B_\theta^2} = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sqrt{(3 \cos^2 \theta + 1)} \quad (A1- 34)$$

Avec $B = \text{constante}$, on peut tracer les lignes de champ magnétique constant. L'équation de ces lignes de champ constant est alors :

$$r = R(B_0 / B)^{1/3} (3 \cos^2 \theta + 1)^{1/6} \quad (A1- 35)$$

- **Equation des lignes équipotentiels ($u = \text{const}$) :**

Le potentiel scalaire généré par l'aimant au point P d'après l'équation (A1-12) vaut :

$$u = \frac{MR^3}{3r^2} \cos \theta \quad (\text{A1- 36})$$

L'équation des lignes équipotentiellles est définie par $u = \text{constante}$ soit :

$$r^2 = \frac{MR^3}{3u} \cos \theta \quad (\text{A1- 37})$$

• **Potentiel vecteur \mathbf{A} généré par l'aimant au point $\mathbf{P}(r,\theta)$:**

D'après l'équation (A1- 1), car $\mathbf{A} = (0,0,A_\varphi)$, on a alors en coordonnées sphériques:

$$\mathbf{B} = \frac{\mathbf{e}_r}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial(r \sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} - \frac{\mathbf{e}_\theta}{r \sin \theta} \frac{\partial(r \sin \theta A_\varphi)}{\partial r} = B_r \mathbf{e}_r + B_\theta \mathbf{e}_\theta \quad (\text{A1- 38})$$

D'après les équations (A1- 19) et (A1- 20), on peut alors déduire :

$$\frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial(r \sin \theta A_\varphi)}{\partial \theta} = B_r = \frac{2}{3} \frac{MR^3}{r^3} \cos \theta = 2B_0 \frac{R^3}{r^3} \cos \theta \quad (\text{A1- 39})$$

$$-\frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial(r \sin \theta A_\varphi)}{\partial r} = B_\theta = \frac{1}{3} \frac{MR^3}{r^3} \sin \theta = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sin \theta. \quad (\text{A1- 40})$$

Ou après simplification :

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left[\sin \theta \frac{\partial A_\varphi}{\partial \theta} + A_\varphi \cos \theta \right] = 2B_0 \frac{R^3}{r^3} \cos \theta \quad (\text{A1- 41})$$

$$\frac{A_\varphi}{r} + \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} = B_0 \frac{R^3}{r^3} \sin \theta \quad (\text{A1- 42})$$

A partir de l'équation (A1- 42), la solution évidente pour A_φ est de la forme :

$$A_\varphi = \alpha \frac{\sin \theta}{r^2} \quad (\text{A1- 43})$$

Par identification, on obtient :

$$2B_0 \frac{R^3}{r^3} \cos \theta = -\frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\alpha \sin \theta}{r^2} \cos \theta + \alpha \frac{\sin \theta \cos \theta}{r^2} \right] \quad (\text{A1- 44})$$

et on peut en déduire :

$$\alpha = B_0 R^3 \quad (\text{A1- 45})$$

Alors, la solution du potentiel vecteur A_φ est :

$$A_\varphi = B_0 R^3 \frac{\sin \theta}{r^2} = \frac{MR^3}{3} \frac{\sin \theta}{r^2} \quad (\text{A1- 46})$$

On vérifie facilement que cette solution aussi vérifie la relation (A1- 42).

En conclusion, on obtient pour un aimant permanent sphérique :

- Lignes de champ : $r = C_1 \sin^2 \theta$

- Lignes de champ constant (iso-B) : $r = C_2 (3 \cos^2 \theta + 1)^{1/6}$

- Lignes de potentiel vecteur constant : $r^2 = C_3 \sin \theta$

- Lignes de potentiel scalaire constant : $r^2 = C_4 \cos \theta$

On constate ainsi que pour une sphère les lignes de champ (cf. Equ. A1-33) sont différentes des lignes de potentiel vecteur constant (cf. Equ. A1-46).

Annexe 2. Champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long

• Composantes du champ d'induction magnétique

On considère un aimant permanent cylindrique infiniment long, uniformément aimanté selon l'axe Oy avec $\mathbf{M} = M\mathbf{u}_y$. Le champ magnétique est déterminé par [64] :

$$\mathbf{B} = \nabla \wedge \mathbf{A} = \text{rot}\mathbf{A} \quad \text{où } \mathbf{A} \text{ est le potentiel vecteur,} \quad (\text{A2- 1a})$$

$$\text{ou } \mathbf{B} = \nabla u = -\text{gradu} \quad \text{où } u \text{ est le potentiel scalaire.} \quad (\text{A2- 1b})$$

Où \mathbf{A} est le potentiel vecteur et u potentiel scalaire.

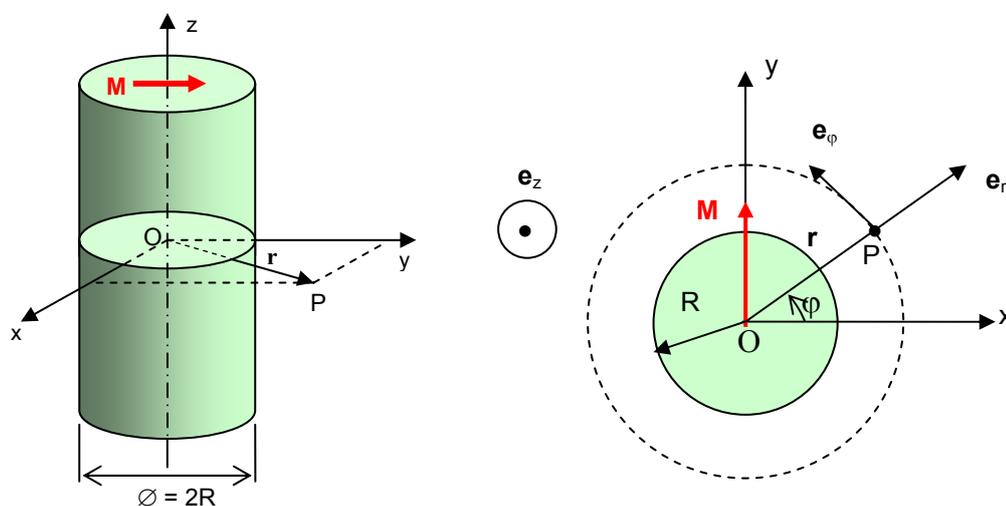


Figure A2.1. Composantes du champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long.

En coordonnées cylindriques (cf. Fig. A2.1), le champ s'exprime suivant les coordonnées \mathbf{e}_r , \mathbf{e}_φ et \mathbf{e}_z par la relation :

$$\mathbf{B} = \text{rot}\mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \mathbf{e}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{e}_\varphi + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) \mathbf{e}_z \quad (\text{A2- 2})$$

La composante $B_z = 0$, dans le cas d'un aimant cylindrique infiniment long, le potentiel vecteur \mathbf{A} n'a qu'une composante selon l'axe Oz :

$$A_\varphi = 0, A_r = 0 \text{ et } A_z = A_z(r, \varphi) \quad (\text{A2- 3})$$

Les composantes du champ magnétique \mathbf{B} sont donc :

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \quad (\text{A2- 4})$$

$$B_{\varphi} = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} = -\frac{\partial A_z}{\partial r} \quad (\text{A2- 5})$$

La relation A2-1b permet d'exprimer les composantes radiale et azimutale du champ magnétique en fonction du potentiel scalaire u :

$$B_r = -\frac{\partial u}{\partial r} \quad (\text{A2- 6})$$

$$B_{\varphi} = -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \quad (\text{A2- 7})$$

où u est le potentiel scalaire créé par l'aimant au point M :

$$u = \frac{1}{4\pi} \iiint_V M \cdot \nabla \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} dV = \frac{\mathbf{M}}{4\pi} \iiint_V \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \quad (\text{A2- 8})$$

L'intégration de la relation A2-8 est similaire à celle rencontrée pour le calcul de champ électrique statique créé par une sphère chargée uniformément [28] :

$$\mathbf{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV \quad (\text{A2- 9})$$

Par ailleurs, à partir du théorème de Gauss on a :

$$\iint_S D_n dS = \sum_i q_i = Q \quad (\text{A2- 10})$$

Après quelques calculs, on peut en déduire :

$$\iiint_V \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV = \frac{2\pi R^2}{r^2} \mathbf{r} \quad (\text{A2- 11})$$

En remplaçant (A2- 11) à (A2- 8) on peut calculer le potentiel scalaire de l'aimant sphérique ::

$$u(r, \varphi) = \frac{\mathbf{M}}{4\pi} \frac{2\pi R^2}{r^2} \mathbf{r} = \frac{\mathbf{M} R^2}{2r^2} \mathbf{r} \quad (\text{A2- 12})$$

$$u(r, \varphi) = \frac{\mathbf{M} R^2}{2} \frac{\cos(\mathbf{M}, \mathbf{r})}{r} = \frac{\mathbf{M} R^2}{2} \frac{\sin \varphi}{r} \quad (\text{A2- 13})$$

Les composantes du champ magnétique en coordonnées cylindriques s'exprime par :

$$\begin{aligned} B_r &= -\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{\mathbf{M} R^2}{2} \frac{\sin \varphi}{r^2} \\ B_{\varphi} &= -\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = -\frac{\mathbf{M} R^2}{2} \frac{\cos \varphi}{r^2} \end{aligned} \quad (\text{A2-14})$$

• Equation des lignes de champ :

La définition des lignes de champ magnétique \mathbf{B} est donnée par la relation :

$$ds \wedge \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (\text{A2-15})$$

En coordonnées cylindrique, on a :

$$ds = dr e_r + r d\varphi e_\varphi + dz e_z \quad (\text{A2-16})$$

Alors l'équation de lignes de champs peut être réécrite :

$$B_\varphi dr - r B_r d\varphi = 0, \quad B_r dz = 0 \quad \text{et} \quad B_\varphi dz = 0 \quad (\text{A2-17})$$

Il reste à intégrer la première équation et on obtient l'équation des lignes de champ :

$$r = C_1 \cos\varphi \quad \text{où } C_1 \text{ est une constante.} \quad (\text{A2-18})$$

- **Equation des lignes de champ constant :**

D'après l'équations (A2- 14), le module du champ magnétique vaut :

$$B = \frac{MR^2}{2} \frac{1}{r^2} \quad (\text{A2-19})$$

Avec $B = \text{constante}$, on peut tracer les lignes de champ magnétique constant. L'équation de ces lignes de champ constant est alors :

$$r = C_2 = \text{constante} \quad (\text{A2-20})$$

- **Potentiel vecteur \mathbf{A} généré par l'aimant au point $\mathbf{P}(r,\theta)$:**

A partir des équations

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} \quad \text{et} \quad B_\varphi = \frac{\partial A_z}{\partial r} \quad (\text{A2-21})$$

On peut trouver le potentiel vecteur :

$$\mathbf{A}_z(r, \varphi) = -\frac{MR^2}{2} \frac{\cos\varphi}{r} \mathbf{e}_z \quad (\text{A2-22})$$

L'équation de lignes de potentiel vecteur constant :

$$r = -\frac{MR^2}{2A_z} \cos\varphi = C_3 \cos\varphi \quad (\text{A2-23})$$

- **Equation des lignes équipotentielle ($u = \text{const}$) :**

Le potentiel scalaire généré par l'aimant au point P d'après l'équation (A2-13) vaut :

$$u = \frac{MR^2}{2} \frac{\sin\varphi}{r} \quad (\text{A2-24})$$

L'équation des lignes équipotentielles est définie par $u = \text{constante}$ soit :

$$r = \frac{MR^3}{2u} \sin \varphi = C_4 \sin \varphi \quad (\text{A2-25})$$

En conclusion, on obtient pour un aimant permanent sphérique :

- Lignes de champ : $r = C_1 \cos \varphi$
- Lignes de champ constant (iso-B) : $r = C_2$
- Lignes de potentiel vecteur constant : $r = C_3 \cos \varphi$
- Lignes de potentiel scalaire constant : $r = C_4 \sin \varphi$

On constate ainsi que pour un aimant infiniment long, les lignes de champ sont aussi les lignes de potentiel vecteur constant, et les lignes de champ et les lignes de potentiel scalaire constant sont orthogonales.

Annexe 3. Hamiltonien d'une particule dans un champ magnétique. Invariants exacts du mouvement d'une particule.

- **Aimant sphérique :**

Nous considérons le mouvement d'une particule chargée q dans le champ magnétique créé par un aimant sphérique de rayon R et d'aimantation M selon l'axe Oz en coordonnées sphériques.

Le potentiel vecteur au point $P(r, \theta)$ à l'extérieur de l'aimant [cf. Annexe A1] est donné par :

$$\mathbf{A} = \frac{MR^3 \sin \theta}{3r^2} \mathbf{e}_\varphi = J \frac{\sin \theta}{r^2} \mathbf{e}_\varphi, \quad (\text{A3-1})$$

où $J = \frac{MR^3}{3}$ ($T.m^3$) ; M : aimantation (Tesla) et R : rayon de l'aimant (m).

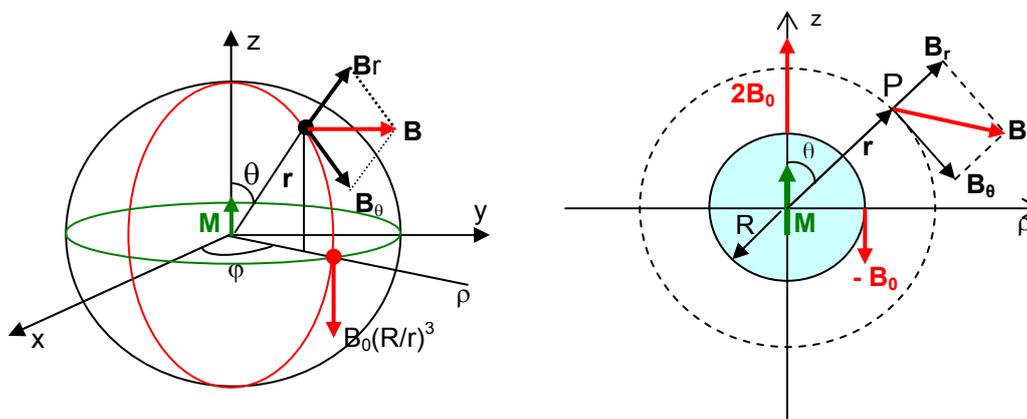


Figure A3.1. Composantes du champ magnétique créé par un aimant sphérique.

Le champ d'induction magnétique au point $P(r, \theta)$ est égal à :

$$B_r = \frac{2J}{r^3} \cos \theta, \quad (\text{A3-2})$$

$$B_\theta = \frac{J}{r^3} \sin \theta. \quad (\text{A3-3})$$

Le lagrangien s'exprime, pour la particule, sous la forme [36,37] :

$$L = m \frac{v^2}{2} + q\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A}(r, \theta), \quad \text{où} \quad \dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt}. \quad (\text{A3-4})$$

L ne dépend pas de la variable φ , φ est donc une variable cyclique et il existe une intégrale première de la forme [36,37] :

$$p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = \text{cte} \quad (\text{A3-5})$$

C'est une constante du mouvement associée à un mouvement de rotation de la particule.

En coordonnées sphériques :

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta + r \sin \theta \dot{\phi}\mathbf{e}_\phi \quad (\text{A3- 6})$$

Le module de la vitesse :

$$v = |\dot{\mathbf{r}}| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2} \quad (\text{A3- 7})$$

Cette vitesse peut être calculée par l'expression suivante :

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}, \text{ où } d\mathbf{s} \text{ est un élément du trajectoire et s'exprime par :}$$

$$d\mathbf{s} = dr\mathbf{e}_r + r d\theta\mathbf{e}_\theta + r \sin \theta d\phi\mathbf{e}_\phi \quad (\text{A3- 8})$$

Le lagrangien de la particule d'après les relations (A3-1, A3-4 et A3-7) :

$$L = m \frac{v^2}{2} + q\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) + q \frac{J \sin \theta}{r^2} r \sin \theta \dot{\phi}$$

$$L = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) + \frac{qJ}{r} \sin^2 \theta \dot{\phi}. \quad (\text{A3- 9})$$

Dans le cas où la particule est un électron on a $q = -e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$, soit :

$$L = \frac{m_e}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) - \frac{eJ}{r} \sin^2 \theta \dot{\phi} \quad (\text{A3- 10})$$

Par définition, le hamiltonien de l'électron s'exprime par [36,37] :

$$H = p_r \dot{q}(q, p, t) - L(q, \dot{q}, t) \quad (\text{A3- 11})$$

avec :

$$p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m_e \dot{r} \quad (\text{A3- 12})$$

$$p_\theta = \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = m_e r^2 \dot{\theta} \quad (\text{A3- 13})$$

$$p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = m_e r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} - \frac{eJ}{r} \sin^2 \theta = \sin^2 \theta (m_e r^2 \dot{\phi} - \frac{eJ}{r}) \quad (\text{A3- 14})$$

L'équation (A3- 11) peut être écrite :

$$H(p_r, p_\theta, p_\phi, r, \theta, \phi, t) = p_r \dot{r} + p_\theta \dot{\theta} + p_\phi \dot{\phi} - L(r, \theta, \phi, \dot{r}, \dot{\theta}, \dot{\phi}) \quad (\text{A3- 15})$$

$$H(p_r, p_\theta, p_\phi, r, \theta, \phi, t) = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) = mv^2 / 2 = E_c, \quad (\text{A3- 16})$$

où E_c est l'énergie cinétique de la particule.

On exprime le hamiltonien H en fonction de $r, \theta, \phi, p_r, p_\theta$ et p_ϕ . A partir des équations (A3-12)-

(A3-14) on obtient pour un électron :

$$H(p_r, p_\theta, p_\phi, r, \theta, \phi, t) = \frac{1}{2m_e} \left[\left(p_r^2 + \frac{1}{r^2} p_\theta^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} p_\phi^2 \right) + 2eJ \frac{p_\phi}{r^3} + e^2 J^2 \frac{\sin^2 \theta}{r^4} \right]. \quad (\text{A3-17})$$

On voit que le hamiltonien ne dépend pas du temps, c'est donc *une constante*, ainsi d'après Equ. (A3-16) l'énergie cinétique est le *premier invariant exact du mouvement* de l'électron.

Par définition, les équations de Hamilton donnent, en coordonnées sphériques :

$$\dot{r} = \frac{\partial H}{\partial p_r}, \quad \dot{\theta} = \frac{\partial H}{\partial p_\theta}, \quad \dot{\phi} = \frac{\partial H}{\partial p_\phi}, \quad (\text{A3-18})$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r}, \quad \dot{p}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta}, \quad \dot{p}_\phi = -\frac{\partial H}{\partial \phi}, \quad (\text{A3-19})$$

où :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{p_r}{m}, \quad (\text{A3-20})$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{p_\theta}{mr^2}, \quad (\text{A3-21})$$

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{mr^2} \left(\frac{p_\phi}{\sin^2 \theta} - \frac{qJ}{r} \right). \quad (\text{A3-22})$$

A partir de l'équation hamiltonien (A3-17) on peut obtenir :

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} = -\frac{1}{m} \left[p_\theta^2 r^{-3} + \frac{p_\phi^2}{\sin^2 \theta} r^{-3} - 3qJ p_\phi r^{-4} + 2q^2 J^2 \sin^2 \theta r^{-5} \right] \quad (\text{A3-23})$$

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = \frac{\cos \theta}{m} \left[q^2 J^2 \sin \theta r^{-4} - \frac{p_\phi^2}{\sin^3 \theta} r^{-2} \right] \quad (\text{A3-24})$$

$$\dot{p}_\phi = -\frac{\partial H}{\partial \phi} = 0 \quad (\text{A3-25})$$

En conclusion, on a le système d'équations différentielles de Hamilton du mouvement d'un électron dans le champ magnétique d'un dipôle sphérique :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{p_r}{m_e}, \quad (\text{A3-26})$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{p_\theta}{m_e r^2}, \quad (\text{A3-27})$$

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{m_e r^2} \left(\frac{p_\phi}{\sin^2 \theta} + \frac{eJ}{r} \right), \quad (\text{A3-28})$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{m_e} \left[p_\theta^2 r^{-3} + \frac{p_\phi^2}{\sin^2 \theta} r^{-3} + 3eJ p_\phi r^{-4} + 2e^2 J^2 \sin^2 \theta r^{-5} \right], \quad (\text{A3-29})$$

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{\cos \theta}{m_e} \left[e^2 J^2 \sin \theta r^{-4} - \frac{p_\phi^2}{\sin^3 \theta} r^{-2} \right], \quad (\text{A3-30})$$

avec le moment cinétique p_ϕ qui est une constante déterminée à partir de les conditions initiales (à l'instant t_0) :

$$p_\phi = \sin^2 \theta_0 (m_e r_0^2 \dot{\phi}_0 + \frac{eJ}{r_0}). \quad (\text{A3-31})$$

On peut aussi exprimer les équations de Hamilton d'un électron en fonction du potentiel vecteur $A_\phi(r, \theta)$:

$$H(p_r, p_\theta, p_\phi, r, \theta, \phi) = \frac{1}{2m_e} \left[\left(p_r^2 + \frac{1}{r^2} p_\theta^2 + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} p_\phi^2 \right) + e^2 A_\phi^2 + \frac{2ep_\phi A_\phi}{r \sin \theta} \right] \quad (\text{A3-32})$$

Alors le système des équations différentielles de Hamilton, pour un électron, devient :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{p_r}{m_e}, \quad (\text{A3-33})$$

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \frac{p_\theta}{m_e r^2}, \quad (\text{A3-34})$$

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{m_e r^2 \sin^2 \theta} (p_\phi + e r \sin \theta A_\phi), \quad (\text{A3-35})$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{m_e} \left[(p_\theta^2 + \frac{p_\phi^2}{\sin^2 \theta}) r^{-3} - e^2 A_\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial r} - \frac{ep_\phi}{\sin \theta} r^{-2} \left(\frac{\partial A_\phi}{\partial r} r - A_\phi \right) \right], \quad (\text{A3-36})$$

$$\dot{p}_\theta = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = \frac{1}{m_e} \left[\frac{p_\phi^2 \cos \theta}{\sin^3 \theta} r^{-2} - e^2 A_\phi \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} + \frac{ep_\phi}{r \sin^2 \theta} \left(\cos \theta A_\phi - \frac{\partial A_\phi}{\partial \theta} \sin \theta \right) \right]. \quad (\text{A3-37})$$

Pour résoudre le système des équations de Hamilton ci-dessus, il est nécessaire de calculer les dérivées partielles du potentiel vecteur. En notant que ce dernier ne dépend que les coordonnées r et θ , et que ρ est la projection du vecteur \mathbf{r} sur le plan (x, y) , on a:

$$\frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial z} = \cos \theta \frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (\text{A3-38})$$

$$\frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial \rho} = \sin \theta \frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial r} + \frac{\cos \theta}{r} \frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial \theta} \quad (\text{A3-39})$$

on peut déduire :

$$\frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial \theta} = r(\cos \theta \frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial \rho} - \sin \theta \frac{\partial A_\phi(r, \theta)}{\partial z}) \quad (\text{A3-40})$$

$$\frac{\partial A_\varphi(r, \theta)}{\partial r} = \cos \theta \frac{\partial A_\varphi(r, \theta)}{\partial z} + \sin \theta \frac{\partial A_\varphi(r, \theta)}{\partial \rho} \quad (\text{A3- 41})$$

Ces relations sont utilisées pour calculer numériquement les dérivées partielles du potentiel vecteur $A_\varphi(r, \theta)$ par rapport aux variables r et θ à partir des dérivées partielles du potentiel A_φ par rapport à z et ρ qui sont calculées facilement par la commande *gradient* dans le logiciel Matlab.

- **Aimant cylindrique de longueur finie :**

Le potentiel vecteur en coordonnées cylindriques s'exprime par:

$$\mathbf{A} = A(z, r) \mathbf{e}_\varphi \quad (\text{A3- 42})$$

Le lagrangien d'une particule chargée (charge q) est donné par :

$$L = m \frac{v^2}{2} + q \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{A3- 43})$$

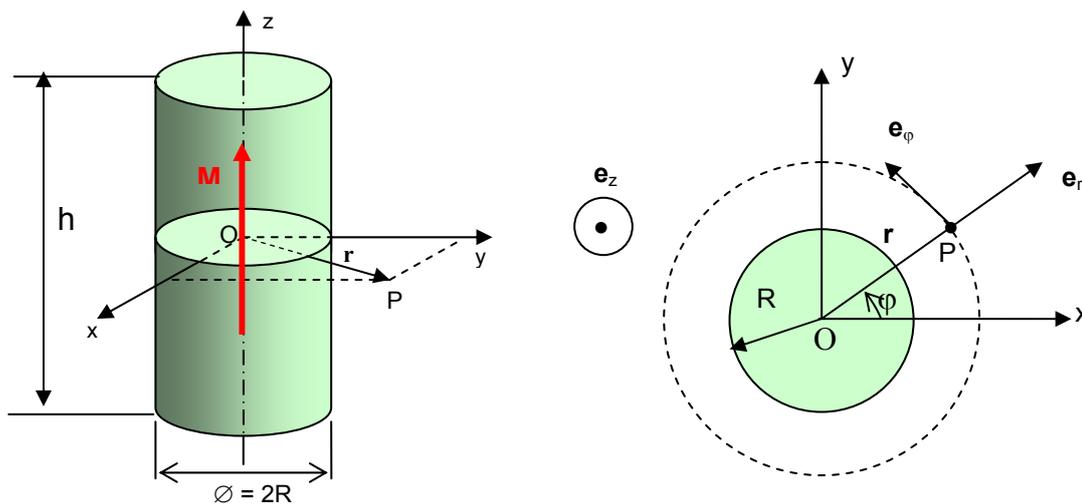


Figure A3.2. Composantes du champ magnétique créé par un aimant cylindrique de longueur finie..

En coordonnées cylindriques, le vecteur $\dot{\mathbf{r}}$ se décompose sur la base orthonormée $(\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z)$ de la façon suivante :

$$\dot{\mathbf{r}} = \dot{r} \mathbf{e}_r + r \dot{\varphi} \mathbf{e}_\varphi + \dot{z} \mathbf{e}_z \quad (\text{A3- 44a})$$

Le module de la vitesse :

$$v = |\dot{\mathbf{r}}| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2} \quad (\text{A3- 45b})$$

Cette vitesse peut être calculée par l'expression suivante :

$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}$, où $d\mathbf{s}$ est un élément du trajectoire et s'exprime par :

$$d\mathbf{s} = dr\mathbf{e}_r + r d\theta\mathbf{e}_\varphi + dz\mathbf{e}_z \quad (\text{A3- 46})$$

Le lagrangien de l'électron ($q = -e$) devient :

$$L = m \frac{v^2}{2} + q \dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A} = \frac{m}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) - e r \dot{\varphi} A_\varphi(r, z). \quad (\text{A3- 47})$$

Par définition, le hamiltonien de l'électron est alors donné par :

$$H = p \cdot \dot{q}(q, p, t) - L(q, \dot{q}, t), \quad (\text{A3- 48})$$

avec :

$$p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m_e \dot{r}, \quad (\text{A3- 49})$$

$$p_\varphi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}} = m_e r^2 \dot{\varphi} - e r A_\varphi, \quad (\text{A3- 50})$$

$$p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m_e \dot{z}. \quad (\text{A3- 51})$$

L'équation (A3- 47) peut être écrite ainsi :

$$H(p_r, p_\varphi, p_z, r, \varphi, z, t) = p_r \dot{r} + p_\varphi \dot{\varphi} + p_z \dot{z} - L(r, \varphi, z, \dot{r}, \dot{\varphi}, \dot{z}) \quad (\text{A3- 52})$$

$$H(p_r, p_\varphi, p_z, r, \varphi, z, t) = \frac{m_e}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2) = m_e v^2 / 2 = E_c \quad (\text{A3- 53})$$

où E_c est l'énergie cinétique de l'électron.

On va exprimer H en fonction de $r, \varphi, z, p_r, p_\varphi$ et p_z . A partir des équations (A3- 49)-(A3- 51) on peut alors réécrire l'équation (A3- 52) ainsi :

$$H(p_r, p_\varphi, p_z, r, \varphi, z, t) = \frac{1}{2m_e} \left[\left(p_r^2 + \frac{1}{r^2} p_\varphi^2 + p_z^2 \right) + 2e A_\varphi \frac{p_\varphi}{r} + e^2 A_\varphi^2 \right] \quad (\text{A3- 54})$$

On constate que le hamiltonien H ne dépend pas du temps, c'est donc une constante ; D'après (A3- 53) on peut constater que l'énergie cinétique est une constante (premier invariant exact) du mouvement de l'électron.

Par définition, les équations de Hamilton sont :

$$\dot{r} = \frac{\partial H}{\partial p_r} ; \quad \dot{z} = \frac{\partial H}{\partial p_z} ; \quad \dot{\varphi} = \frac{\partial H}{\partial p_\varphi}, \quad (\text{A3- 55})$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} ; \quad \dot{p}_\varphi = -\frac{\partial H}{\partial \varphi} ; \quad \dot{p}_z = -\frac{\partial H}{\partial z}. \quad (\text{A3- 56})$$

A partir des équations (A3- 54) - (A3-56) on alors calculer les dérivées suivantes :

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\mathbf{p}_r}{m}, \quad (\text{A3- 57})$$

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{p_\phi}{mr^2} + \frac{2eA_\phi}{r}, \quad (\text{A3- 58})$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{p_z}{m}, \quad (\text{A3- 59})$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{m} \left[p_\phi^2 r^{-3} - e^2 A \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{ep_\phi}{r^2} \left(\frac{\partial A}{\partial r} r - A \right) \right], \quad (\text{A3- 60})$$

$$\dot{p}_\phi = -\frac{\partial H}{\partial \phi} = 0, \quad (\text{A3- 61})$$

$$\dot{p}_z = -\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{1}{m} \frac{\partial A}{\partial z} \left(e^2 A + \frac{ep_\phi}{r} \right). \quad (\text{A3- 62})$$

En conclusion, on a un système d'équations différentielles de Hamilton décrivant le mouvement de l'électron dans le champ magnétique d'un aimant cylindrique :

$$\dot{r} = \frac{dr}{dt} = \frac{p_r}{m_e}, \quad (\text{A3- 63})$$

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{p_\phi}{m_e r^2} + \frac{2eA_\phi}{r}, \quad (\text{A3- 64})$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{p_z}{m_e}, \quad (\text{A3- 65})$$

$$\dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r} = \frac{1}{m_e} \left[p_\phi^2 r^{-3} - e^2 A \frac{\partial A}{\partial r} - \frac{ep_\phi}{r^2} \left(\frac{\partial A}{\partial r} r - A \right) \right], \quad (\text{A3- 66})$$

$$\dot{p}_z = -\frac{\partial H}{\partial z} = -\frac{1}{m_e} \frac{\partial A}{\partial z} \left(e^2 A + \frac{ep_\phi}{r} \right). \quad (\text{A3- 67})$$

La composante \dot{p}_ϕ étant nulle (cf. Equ. A3-61), p_ϕ est donc une constante (deuxième invariant exact) du mouvement associé à la rotation autour l'axe de l'aimant (direction ϕ).

$$p_\phi = m_e r^2 \dot{\phi} - erA_\phi(r, z) = \text{constante} \quad (\text{A3- 68})$$

Cette constante est dénommée '*moment cinétique*' et est déterminé à partir des conditions initiales du mouvement de l'électron :

$$p_\phi = m_e r_0^2 \dot{\phi}_0 - er_0 A_\phi(r_0, z_0). \quad (\text{A3- 69})$$

En coordonnées cylindriques, dans nos calculs nous avons utilisé :

$$\begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -r \sin \phi & 0 \\ \sin \phi & r \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} dr \\ d\phi \\ dz \end{pmatrix} \quad (\text{A3- 70})$$

et :

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial r} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} = \cos \varphi \frac{\partial}{\partial x} + \sin \varphi \frac{\partial}{\partial y} \quad (\text{A3- 71})$$

Pou le cas où $\varphi = 0$, le potentiel $\mathbf{A}(z,r) = A_y(z,x) \mathbf{e}_y$ on obtient :

$$\frac{\partial \mathbf{A}(z,r)}{\partial r} = \frac{\partial A_y(z,x)}{\partial x} \quad (\text{A3- 72})$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}(z,r)}{\partial z} = \frac{\partial A_y(z,x)}{\partial z} \quad (\text{A3- 73})$$

• **Aimant cylindrique infiniment long :**

Le potentiel vecteur créé au point $P(r,\varphi,z)$ à l'extérieur de l'aimant :

$$\mathbf{A} = -\frac{MR^2 \cos \varphi}{2r} \mathbf{e}_z \quad (\text{A3- 74})$$

Par définition, le lagrangien de l'électron est donné par :

$$L = m_e \frac{v^2}{2} - e\mathbf{r} \cdot \mathbf{A} \quad (\text{A3- 75})$$

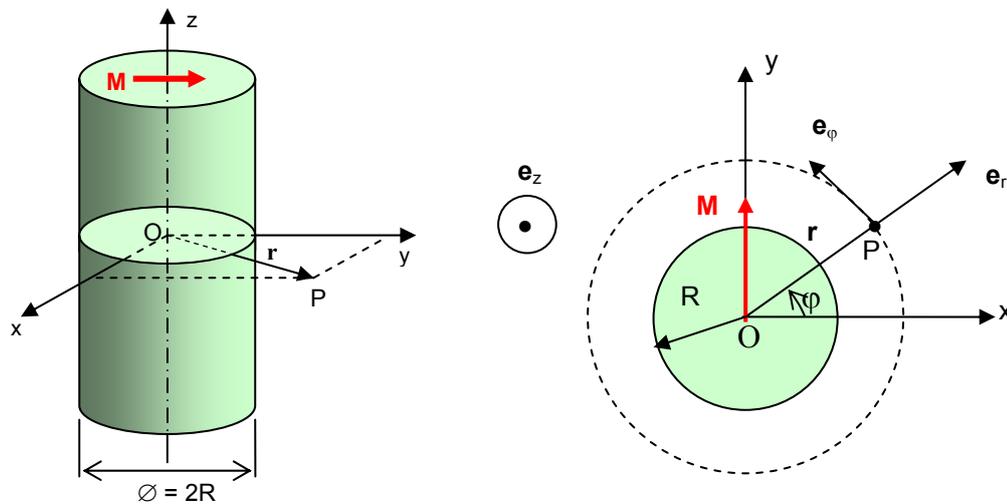


Figure A3.3. Composantes du champ magnétique créé par un aimant cylindrique infiniment long.

En coordonnées cylindriques, l'élément de trajectoire :

$$ds = dr\mathbf{e}_r + r d\varphi\mathbf{e}_\varphi + dz\mathbf{e}_z \quad (\text{A3- 76})$$

La vitesse s'exprime donc par:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{ds}{dt} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\varphi}\mathbf{e}_\varphi + \dot{z}\mathbf{e}_z \quad (\text{A3- 77})$$

Et son module est alors :

$$v = |\dot{\mathbf{r}}| = \sqrt{\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2} \quad (\text{A3- 78})$$

D'après (A3-75) le lagrangien de l'électron peut être réécrit :

$$L = m_e \frac{v^2}{2} - e\dot{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{A} = \frac{m_e}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2) - eA(r, \phi) \dot{z} \quad (\text{A3- 79})$$

Par définition, le hamiltonien de l'électron est donné par :

$$H = p \cdot \dot{q}(q, p, t) - L(q, \dot{q}, t), \quad (\text{A3- 80})$$

avec :

$$p_r = \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} = m_e \dot{r}, \quad (\text{A3- 81})$$

$$p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = m_e r^2 \dot{\phi}, \quad (\text{A3- 82})$$

$$p_z = \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} = m_e \dot{z} - eA(r, \phi) = m_e \dot{z} + \frac{eMR^2 \cos \phi}{2r}. \quad (\text{A3- 83})$$

Le hamiltonien s'écrit ainsi :

$$H = m_e \dot{r}^2 + m_e r^2 \dot{\phi}^2 + m_e \dot{z}^2 + \frac{eMR^2 \cos \phi}{2r} \dot{z} - \frac{m_e}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2) - \frac{eMR^2 \cos \phi}{2r} \dot{z} \quad (\text{A3- 84})$$

$$H = \frac{m_e}{2} (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2) = \frac{1}{2} m_e v^2 = E_c = \text{const} \quad (\text{A3- 85})$$

où E_c est l'énergie cinétique de l'électron.

$$H(p_r, p_\phi, p_z, r, \phi, z, t) = \frac{1}{2m_e} \left[p_r^2 + \left(\frac{p_\phi}{r} \right)^2 + p_z^2 + \left(\frac{eMR^2 \cos \phi}{2r} \right)^2 - \frac{p_z eMR^2 \cos \phi}{r} \right] \quad (\text{A3- 86})$$

On constate que le hamiltonien H ne dépend pas du temps, c'est donc une constante ; D'après (A3-85) on peut constater que l'énergie cinétique est une constante (premier invariant exact) du mouvement de l'électron.

Par définition, le système des équations de Hamilton s'exprime par :

$$\dot{r} = \frac{\partial H}{\partial p_r}, \quad \dot{p}_r = -\frac{\partial H}{\partial r}, \quad (\text{A3- 87})$$

$$\dot{\phi} = \frac{\partial H}{\partial p_\phi}, \quad \dot{p}_\phi = -\frac{\partial H}{\partial \phi}, \quad (\text{A3- 88})$$

$$\dot{z} = \frac{\partial H}{\partial p_z}, \quad \dot{p}_z = -\frac{\partial H}{\partial z}. \quad (\text{A3- 89})$$

A partir des équations (A3- 86) - (A3-89) on alors calculer les dérivées suivantes :

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{\mathbf{p}_r}{m_e}, \quad (\text{A3- 90})$$

$$\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{p_\varphi}{m_e r^2}, \quad (\text{A3- 91})$$

$$\dot{z} = \frac{dz}{dt} = \frac{p_z}{m_e} - \frac{eMR^2 \cos \varphi}{2m_e r}, \quad (\text{A3- 92})$$

$$\dot{p}_r = \frac{dp_r}{dt} = \frac{1}{2m_e r^2} \left(\frac{2p_\varphi^2}{r} + \frac{(eMR^2 \cos \varphi)^2}{2r} - p_z eMR^2 \cos \varphi \right), \quad (\text{A3- 93})$$

$$\dot{p}_\varphi = \frac{dp_\varphi}{dt} = \frac{eMR^2 \sin \varphi}{2m_e r} \left(\frac{eMR^2 \cos \varphi}{2r} - p_z \right). \quad (\text{A3- 94})$$

A partir de l'équation (A3-86) on peut constater que la composante \dot{p}_z étant nulle, p_z est donc une constante (deuxième invariant exact) du mouvement de l'électron. Il s'appelle moment cinétique et est déterminé à partir des conditions initiales du mouvement de l'électron :

$$p_z = m_e \dot{z}_0 - eA(r_0, \varphi_0) = m_e v_{z0} + \frac{eMR^2 \cos \varphi_0}{2r_0}. \quad (\text{A3- 95})$$

Annexe 4. Zone de confinement des trajectoires d'un électron chaud dans le champ magnétique créé par un aimant permanent

Aimant sphérique :

Les invariants du mouvement sont donnés par :

- la conservation de l'énergie cinétique :

$$W = \frac{1}{2} m_e v^2 = \text{constante, c'est-à-dire que le module de la vitesse } v \text{ est constant} \quad (\text{A4- 1})$$

- le moment généralisé p_ϕ (kgms⁻¹) est une constante du mouvement associée à une rotation de l'électron. Il s'exprime, en coordonnées sphériques, par les relations suivantes :

$$p_\phi = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = m_e r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} - \frac{eM}{r} \sin^2 \theta = \sin^2 \theta (m_e r^2 \dot{\phi} - \frac{eM}{r}) = \text{const} \quad (\text{A4- 2})$$

où L est le lagrangien du mouvement de l'électron.

L'équation précédente peut être réécrite :

$$\frac{\sin^2 \theta}{r} + \frac{p_\phi}{eM} = \frac{m_e r^2 \sin^2 \theta}{eM} \dot{\phi} \quad (\text{A4- 3})$$

On a :

$$\dot{\phi} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{ds}{dt} \frac{d\phi}{ds} = v \frac{d\phi}{ds} \quad (\text{A4- 4})$$

Par définition, on note Ψ l'angle que fait le vecteur de vitesse \mathbf{v} de l'électron avec le vecteur unitaire \mathbf{e}_ϕ , on a :

$$\cos \Psi = \frac{v_\phi}{v} = \frac{r \sin \theta \dot{\phi}}{v} = \frac{r \sin \theta}{\frac{ds}{dt}} \frac{d\phi}{dt} = r \sin \theta \frac{d\phi}{ds} \quad (\text{A4- 5})$$

En remplaçant les équations (A4- 4) et (A4- 5) dans l'équation (A4- 3), on obtient :

$$\frac{\sin^2 \theta}{r} + \frac{p_\phi}{eM} = \frac{m_e r^2 \sin^2 \theta}{eM} v \frac{\cos \Psi}{r \sin \theta}$$

ou :
$$\frac{\sin^2 \theta}{r} + \frac{p_\phi}{eM} = + \frac{m_e v}{eM} r \sin \theta \cos \Psi \quad (\text{A4- 6})$$

Notons que $(m_e v)$ est la quantité de mouvement et est une constante.

De l'équation (A4- 6) on a :

$$\cos \Psi = \frac{eM}{m_e v r \sin \theta} \left(\frac{p_\phi}{eM} + \frac{\sin^2 \theta}{r} \right) \quad (\text{A4- 7})$$

Car $-1 \leq \cos \Psi \leq 1$, on a :

$$-1 \leq \cos \psi = \frac{eM}{m_e v r \sin \theta} \left(\frac{p_\phi}{eM} + \frac{\sin^2 \theta}{r} \right) \leq +1 \quad (\text{A4- 8})$$

Car $\frac{m_e v}{eM} > 0$, on obtient :

$$-\frac{m_e v}{eM} \leq \cos \psi = \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{p_\phi}{eM} + \frac{\sin^2 \theta}{r} \right) \leq \frac{m_e v}{eM} \quad (\text{A4- 9})$$

On considère l'inégalité droite :

$$\frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{p_\phi}{eM} + \frac{\sin^2 \theta}{r} \right) \leq + \frac{m_e v}{eM} \quad (\text{A4- 10})$$

Dans le plan (ρ, z) où $\rho = r \times \sin \theta$:

$$\frac{1}{\rho} \left[\frac{p_\phi}{eM} + \frac{\rho^2}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} \right] - \frac{m_e v}{eM} \leq 0 \quad (\text{A4- 11})$$

On peut trouver l'équation de la première enveloppe de trajectoires dans le plan (ρ, z) :

$$\frac{p_\phi}{\rho eM} + \frac{\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{m_e v}{eM} \leq 0 \quad (\text{A4- 12})$$

De même façon, on considère l'inégalité gauche et obtient l'équation de la deuxième enveloppe :

$$\frac{\rho}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{p_\phi}{eM \rho} + \frac{m_e v}{eM} \geq 0 \quad (\text{A4- 13})$$

Si $p_\phi = 0$, ces deux lignes deviennent deux lignes de champ (cf. Eq. A1-32).

Aimant cylindrique de longueur finie :

Comme indiqué dans l'annexe A3, en coordonnées cylindriques, $p_\phi = m_e r^2 \dot{\phi} - e r A_\phi(r, z)$ est le deuxième invariant de mouvement de l'électron dont la valeur peut être déterminée à partir des conditions initiales.

Car $r \dot{\phi} = v_\phi$ (vitesse en direction azimutale), on peut donc réécrire :

$$p_\phi = m_e r v_\phi - e r A_\phi(r, z) \quad (\text{A4- 14})$$

Car $-v \leq v_\phi \leq v$ on a :

$$\frac{-m_e r v - p_\phi}{e} \leq r A_\phi \leq \frac{m_e r v - p_\phi}{e} \quad (\text{A4- 15})$$

En posant r_{\max} le maximum de r , on peut obtenir :

$$\frac{-m_e r_{\max} v - p_\phi}{e} \leq r A_\phi \leq \frac{m_e r_{\max} v - p_\phi}{e} \quad (\text{A4- 16})$$

Car l'équation des lignes de champ est : $r A_\varphi = C$, où C est une constante [38], on peut alors constater que les trajectoires de l'électron sont confinées entre deux lignes de champ dont les équations sont :

$$rA_\varphi = C_1 \text{ où } C_1 = \frac{m_e r_{\max} v - p_\varphi}{e}, \quad (\text{A4- 17})$$

$$rA_\varphi = C_2 \text{ où } C_2 = \frac{-m_e r_{\max} v - p_\varphi}{e}, \quad (\text{A4- 18})$$

où les constantes C_1 et C_2 peuvent être déterminées à partir des conditions initiales.

Aimant cylindrique infiniment long :

On considère le mouvement d'un électron dans le champ créé par un aimant cylindrique présenté dans l'annexe 3. L'énergie cinétique de l'électron :

$$W_e = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \quad (\text{A4- 19})$$

on a $|\dot{z}| = v_z \leq v$ ou v est une constante égale à la vitesse initiale. A partir de l'équation (A3- 83)

on obtient :

$$\left(\frac{p_z + eA_z}{m_e} \right)^2 \leq v^2, \quad (\text{A4- 20})$$

où p_z est calculé à partir de l'équation (A3- 94):

$$p_z = m_e \dot{z}_0 - eA_z(r_0, \varphi_0) = m_e \dot{z}_0 + \frac{eMR^2 \cos \varphi_0}{2 r_0}. \quad (\text{A4- 21})$$

L'équation (A4- 20) peut être réécrite :

$$(p_z + eA_z)^2 \leq m_e^2 v^2, \quad (\text{A4- 22})$$

$$-m_e v \leq (p_z + eA_z) \leq m_e v. \quad (\text{A4- 23})$$

Ou on peut réécrire :

$$\frac{-p_z - m_e v}{e} \leq A_z \leq \frac{-p_z + m_e v}{e} \quad (\text{A4- 24})$$

Car l'équation des lignes de champ est $r = C \cos \varphi$, a partir de ces inégalités on peut donc trouver deux lignes de champ entre lesquelles sont limitées les trajectoires de l'électron.

On pose :

$$A_1 = \frac{-p_z - m_e v}{e} \text{ et } A_2 = \frac{-p_z + m_e v}{e} \quad (\text{A4- 25})$$

Les équations de ces deux lignes de champ sont respectivement :

$$r = -\frac{MR^2}{2A_1} \cos \varphi = C_1 \cos \varphi \quad (\text{A4- 26})$$

$$\text{et } r = -\frac{MR^2}{2A_2} \cos \varphi = C_2 \cos \varphi \quad (\text{A4- 27})$$

Annexe 5. Points miroirs et dérive des électrons dans le champ magnétique d'un aimant permanent

Aimant sphérique :

Points miroirs :

Dans un champ magnétique seul, l'énergie cinétique de l'électron est constante. Celle-ci est égale à :

$$E_c = \frac{1}{2} m_e v^2 = \frac{1}{2} m_e (v_{//}^2 + v_{\perp}^2) = \frac{1}{2} m_e (v_{//}^2 + \omega^2 \rho^2) \quad (\text{A5- 1})$$

avec

$$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e} \text{ et } v_{\perp} = \rho \omega_e \quad (\text{A5- 2})$$

où : ω_{ce} est la fréquence cyclotronique électronique,

m_e est la masse de l'électron,

$v_{//}$, v_{\perp} sont respectivement la composante de la vitesse suivant et perpendiculaire à la ligne de champ magnétique,

B est le module du champ magnétique, et

ρ est le rayon de giration (Larmor).

De (A5- 1) et (A5- 2) on peut obtenir :

$$E_c = \frac{1}{2} m_e (v_{//}^2 + \omega_e^2 \rho^2) = \frac{1}{2} m_e (v_{//}^2 + \frac{2B}{m_e} \mu), \quad (\text{A5- 3})$$

où μ est le *premier invariant adiabatique* du mouvement de l'électron. Il s'appelle moment magnétique orbital de l'électron qui effectue une rotation autour du centre- guide.

$$\mu = \frac{m_e v_{\perp}^2}{2B} = \text{const} \quad (\text{A5- 4})$$

De (A5- 3) on peut déduire :

$$v_{//}^2 = \frac{2}{m_e} (E_c - B\mu) \quad (\text{A5- 5})$$

et on peut trouver la condition suivante :

$$E_c - B\mu \geq 0 \quad (\text{A5- 6})$$

$$\text{où } B \leq B_m = \frac{E_c}{\mu} \quad (\text{A5- 7})$$

A partir de l'équation (A5- 5) on peut aussi trouver la vitesse $v_{//}$ de l'électron :

$$v_{//} = \pm \left[\frac{2}{m_e} (E_c - B\mu) \right]^{1/2} = \pm \left[v^2 - \frac{2B\mu}{m_e} \right]^{1/2} \quad (\text{A5- 8})$$

Le signe + correspond aux électrons s'éloignant de l'aimant et (-) correspond aux électrons s'approchant de l'aimant.

Ainsi, lorsqu'une particule pénètre dans une région de champ magnétique croissant, son énergie longitudinale diminue et se transforme en énergie transversale. Si la variation de B est assez importante, le transfert d'énergie peut être complet, il existe alors des miroirs magnétiques où la particule est réfléchi. A ces points le champ magnétique égal à B_m , défini par l'équation (A5-7).

Nous considérons une ligne de champ autour laquelle un électron effectue une giration et sur laquelle le centre- guide dérive. L'équation de cette ligne de champ est (cf. Equ. A1-33) :

$$r^* = L \sin^2 \theta \quad \text{où } L \text{ est une constante.} \quad (\text{A5- 9})$$

Le module du champ magnétique a le point (r, θ) sur la ligne :

$$B = \frac{B_0 R^3}{r^3} \sqrt{3 \cos^2 \theta + 1} = \frac{B_0 R^3}{r^3} \sqrt{4 - 3 \sin^2 \theta}. \quad (\text{A5- 10})$$

Sur cette ligne de champ :

$$B = \frac{B_0}{L^3 \sin^6 \theta} \sqrt{4 - 3 \sin^2 \theta}. \quad (\text{A5- 11})$$

Si $\theta = \frac{\pi}{2}$ on a $B = B_{\min} = B_{\text{eq}}$, donc le module du champ magnétique à un certain point de la ligne

de champ sur le plan équatorial vaut :

$$B_{\min} = B_{\text{eq}} = B_0 L^{-3}, \quad (\text{A5- 12})$$

où B_0 est le champ magnétique surfacique de l'aimant sur le plan équatorial.

Donc (A5- 11) peut s'écrire :

$$B = B_0 L^{-3} \frac{\sqrt{4 - 3 \sin^2 \theta}}{\sin^6 \theta}. \quad (\text{A5- 13})$$

Pour simplifier, considérons les électrons situés sur le plan équatorial, et leurs vitesses perpendiculaires au champ magnétique. La fréquence de giration des électrons vaut :

$$\omega_{ce} = \frac{eB_{\text{eq}}}{m_e} = \frac{eB_0}{m_e} L^{-3}, \quad (\text{A5- 14})$$

et la période cyclotronique vaut :

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_e} = \frac{2\pi m_e}{eB_{\text{eq}}}. \quad (\text{A5- 15})$$

Le rayon de Larmor ρ_e des électrons a pour expression:

$$\frac{\rho_e}{R} = \frac{\sqrt{2E_c m_e}}{eBR} = \frac{\sqrt{2E_c m_e}}{eRB_{s-eq}} L^3 \quad (\text{A5- 16})$$

Pour étudier l'effet miroir, on introduit l'angle α entre la vitesse de l'électron avec le vecteur \mathbf{B} de champ magnétique :

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}}\right) \quad (\text{A5- 17})$$

On suppose que dans le plan équatorial, l'électron possède la vitesse v , l'énergie cinétique $E_c = \frac{mv^2}{2}$, et l'angle α_{eq} . D'après (A5- 4), on peut trouver le premier invariant μ , soit :

$$\mu = \frac{mv^2}{2B_{eq}} \sin^2 \alpha_{eq} = E_c \frac{\sin^2 \alpha_{eq}}{B_{eq}} \quad (\text{A5- 18})$$

$$\text{ou } \frac{\mu}{E_c} = \frac{\sin^2 \alpha_{eq}}{B_{eq}} \quad (\text{A5- 19})$$

Car le moment magnétique orbital et l'énergie cinétique sont des invariants, le long d'une certaine ligne de champ la particule doit vérifier :

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha_{eq}} = \frac{B}{B_{eq}} \quad (\text{A5- 20})$$

où α est l'angle d'attaque de la vitesse de particule situé au point M où le module du champ magnétique est B. Aux points miroir $\alpha = \pi/2$ et $B = B_m$. A partir de (A5- 12) et (A5- 13) avec $\theta = \theta_m$, on obtient :

$$\sin^2 \alpha_{eq} = \frac{B_{eq}}{B_m} = \frac{\sin^6 \theta_m}{(1 + 3 \cos^2 \theta_m)^{1/2}} \quad (\text{A5- 21})$$

où B_m est le champ magnétique et θ_m est l'angle θ au point miroir. Si l'on pose l'angle

$\nu_m = \frac{\pi}{2} - \theta_m$ appelé latitude, on a :

$$\sin^2 \alpha_{eq} = \frac{B_{eq}}{B_m} = \frac{\cos^6 \nu_m}{(1 + 3 \sin^2 \nu_m)^{1/2}} \quad (\text{A5- 22})$$

Il est clair que la latitude des miroirs d'un électron dépend seulement à l'angle α à l'équateur et ne dépend pas à la valeur de L de la ligne de champ sur laquelle l'électron est piégé :

$$\theta_m = f(\alpha_{eq}) \quad (\text{A5- 23})$$

Un électron de grand angle α_{eq} a une petite vitesse parallèle et les miroirs sont situés aux basses latitudes. Si l'angle α est très petit, le point miroir peut entrer dans la sphère de l'aimant, et les

électrons sont perdus. On appelle ν_s la latitude du point où la ligne de champ croise la surface de l'aimant permanent. Le *col de perte* des particules est défini par :

$$\sin^2 \alpha_p = \frac{B_{eq}}{B_s} = \frac{\cos^6 \nu_s}{(1 + 3 \sin^2 \nu_s)^{1/2}} \quad (\text{A5- 24})$$

Il est clair que tous les électrons tels que $|\alpha_{eq}| < \alpha_p$ et $|\pi - \alpha_{eq}| < \alpha_p$ sont situés dans le col de perte. De (A5- 12) on peut facilement déduire :

$$\cos^2 \mathcal{G}_s = L^{-1} \quad (\text{A5- 25})$$

En remplaçant (A5- 24) dans (A5- 23) on obtient :

$$\sin^2 \alpha_p = (4L^6 - 3L^5)^{-1/2} \quad (\text{A5- 26})$$

Dérive des électrons :

- ***Dérive de courbure magnétique :***

Lorsque la trajectoire quasi-hélicoïdale est guidée par une ligne de force courbée il apparaît une vitesse de dérive \mathbf{v}_{CB} appelé *dérive de courbure*.

Cette dérive est produite par la force centrifuge inertielle qui s'exerce apparemment sur la particule qui suit une ligne courbe de force. La force centrifuge est :

$$\mathbf{F}_c = \frac{mv_{//}^2}{R_c^2} \mathbf{R} = \frac{mv_{//}^2}{R_c} \mathbf{e}_1 \quad (\text{A5- 27})$$

où R_c est le rayon de courbure de la ligne de force et \mathbf{e}_1 est le vecteur unitaire porté par la normale principale à la ligne de force dirigée vers l'extérieur de la courbure [27].

La vitesse de dérive courbure peut s'écrire :

$$\mathbf{v}_{CB} = \frac{1}{q} \frac{\mathbf{F}_c \wedge \mathbf{B}}{B^2} = \frac{mv_{//}^2}{R_c^2} \frac{\mathbf{R}_c \wedge \mathbf{B}}{q B^2} \quad (\text{A5- 28})$$

On voit que cette dérive est de sens contraire pour des électrons et ions, et beaucoup importante pour les ions. Pour les électrons primaires, la vitesse de dérive de courbure vaut :

$$\mathbf{v}_{CB} = \frac{mv_{//}^2}{R_c^2} \frac{\mathbf{R}_c \wedge \mathbf{B}}{q B^2} \quad (\text{A5- 29})$$

- ***Dérive de gradient (du module) de champ magnétique :***

Associées à la courbure des lignes de force, il y a toujours des variations de \mathbf{B} dans les directions perpendiculaires à \mathbf{B} . Un gradient transversal de \mathbf{B} introduit une dérive perpendiculaire à la fois à \mathbf{B} et ∇B .

La vitesse de dérive de gradient de B peut s'écrire :

$$\mathbf{v}_{GB} = \frac{m v_{\perp}^2}{4q} \frac{\mathbf{B} \wedge \nabla B^2}{B^4} \quad (\text{A5- 30})$$

Pour des électrons :

$$\mathbf{v}_{GB} = -\frac{m_e v_{\perp}^2}{4e} \frac{\mathbf{B} \wedge \nabla B^2}{B^4} \quad (\text{A5- 31})$$

où v_{\perp} est la vitesse de l'électron primaire dans la direction perpendiculaire à \mathbf{B} .

On peut comparer les directions des deux dérives magnétiques. Elles dépendent des propriétés de $\nabla \wedge \mathbf{B}$. On suppose que le plasma est très peu dense, donc les courants électriques qu'il transporte ne modifient pas le champ magnétique et on a $\nabla \wedge \mathbf{B} = 0$:

$$\nabla B^2 = 2(\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{B}. \quad (\text{A5- 32})$$

Les deux dérives ont même direction et même sens, et en combinant les deux dérives, la vitesse de dérive résultante des électrons primaires s'écrit :

$$\mathbf{v}_{CB} + \mathbf{v}_{GB} = \mathbf{v}_{D\perp} = -\frac{m_e}{e} \frac{\mathbf{B} \wedge \nabla B}{B^3} (v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2) = -\frac{\mathbf{B} \wedge \nabla B}{\omega_e B^2} (v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2), \quad (\text{A5- 33})$$

où : $\omega_{ce} = eB / m_e$ est la fréquence cyclotronique d'électron,

soit encore :

$$\mathbf{v}_{CB} + \mathbf{v}_{GB} = -\frac{m}{e} \frac{\mathbf{R}_C \wedge \mathbf{B}}{R_C^2 B^2} (v_{\parallel}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp}^2), \quad (\text{A5- 34})$$

où on a utilisé l'identité :

$$\frac{\nabla B}{B} = -\frac{\mathbf{R}_C}{R_C^2} \quad (\text{A5- 35})$$

Pour le champ dipolaire de l'aimant permanent sphérique, on obtient :

$$\mathbf{v}_{D\perp} = -\frac{6E_C L^2}{qB_0 R} \left(1 - \frac{B}{2B_m}\right) \frac{\cos^5 \vartheta (1 + \sin^5 \vartheta)}{(1 + 3 \sin^2 \vartheta)^2} \mathbf{e}_{\varphi}. \quad (\text{A5- 36})$$

Pour des électrons primaires :

$$\mathbf{v}_{D\perp} = +\frac{6E_C L^2}{eB_0 R} \left(1 - \frac{B}{2B_m}\right) \frac{\cos^5 \vartheta (1 + \sin^5 \vartheta)}{(1 + 3 \sin^2 \vartheta)^2} \mathbf{e}_{\varphi} \quad (\text{A5- 37})$$

On note que cette dérive résultante se produit dans la direction azimutale (direction \mathbf{e}_{φ}).

Aimant cylindrique infiniment long :

A partir de l'équation (A5-20) :

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha_{eq}} = \frac{B}{B_{eq}} \quad (\text{A5- 38})$$

On suppose que l'électron effectue un mouvement hélicoïdal autour la ligne de champ $r = r_0 \cos\varphi$, au plan équatorial :

$$B_{\text{éq}} = \frac{MR^2}{2} \frac{1}{r_0^2} \quad (\text{A5- 39})$$

Le champ B aux points miroirs s'exprime par :

$$B_m = \frac{MR^2}{2} \frac{1}{r_m^2} = \frac{MR^2}{2} \frac{1}{r_0^2 \cos^2 \vartheta_m} \quad (\text{A5- 40})$$

En notant que l'angle α égale à $\pi/2$ aux points miroirs, à partir de l'équation (A5-38) on peut obtenir la relation suivante:

$$\frac{1}{\sin^2 \alpha_{\text{éq}}} = \frac{B_m}{B_{\text{éq}}} = \frac{1}{\cos^2 \vartheta_m} \quad (\text{A5- 41})$$

Alors, la latitude ϑ_m des points miroirs satisfait l'expression suivante :

$$\cos \vartheta_m = \pm \sin \alpha_{\text{éq}} \quad (\text{A5- 42})$$

Il faut noter la relation entre la latitude et la colatitude du point miroir :

$$\vartheta_m = \frac{\pi}{2} - \theta_m . \quad (\text{A5- 43})$$

Annexe 6. Paramètres du plasma

Fréquence micro-onde : $f_{RF} = 2,45 \times 10^9$ Hz

Champ magnétique à la condition RCE : $B_{RCE} = 0,0875$ Tesla.

Notations :

f_{pe}, T_{pe} : fréquence et période d'oscillation des électrons du plasma.

f_{RF}, T_{RF} : fréquence et période micro-onde

ν_{en}, ν_{in} : fréquence de collision électron - neutre et ion - neutre.

λ_D : longueur de Debye.

Pression p [mTorr]	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
Densité du gaz n_g [m^{-3}]	$1,61 \times 10^{19}$	$3,22 \times 10^{19}$	$4,83 \times 10^{19}$	$6,44 \times 10^{19}$	$8,05 \times 10^{19}$	$9,66 \times 10^{19}$	$1,29 \times 10^{20}$

Table 1. Densité du gaz d'argon (m^{-3}) pour une température de gaz de 300 K.

Degré d'ionisation	n_e (m^{-3})	f_{pe} [Hz]	T_{pe} [s]	T_{RF} [s]	λ_D [m]	ν_{en} [Hz]	ν_{in} [Hz]
1×10^{-3}	$3,22 \times 10^{16}$	$1,6 \times 10^9$	$6,2 \times 10^{-10}$	4×10^{-10}	$1,3 \times 10^{-4}$	$5,1 \times 10^6$	$6,2 \times 10^5$
5×10^{-3}	$1,61 \times 10^{17}$	$3,6 \times 10^9$	$2,8 \times 10^{-10}$	4×10^{-10}	$5,5 \times 10^{-5}$	$5,1 \times 10^6$	$6,2 \times 10^5$
10×10^{-3}	$3,22 \times 10^{17}$	$5,1 \times 10^9$	$2,0 \times 10^{-10}$	4×10^{-10}	$4,1 \times 10^{-5}$	$5,1 \times 10^6$	$6,2 \times 10^5$

Table 2. Paramètres plasma pour une température électronique T_e de 10 eV, pour une pression de 1 mTorr ($n_g = 3,22 \times 10^{19} m^{-3}$).

Degré d'ionisation	n_e (m^{-3})	f_{pe} [Hz]	T_{pe} [s]	T_{RF} [s]	λ_D [m]	ν_{en} [Hz]	ν_{in} [Hz]
1×10^{-3}	$6,44 \times 10^{16}$	$2,3 \times 10^9$	$4,4 \times 10^{-10}$	4×10^{-10}	$9,3 \times 10^{-4}$	$5,1 \times 10^6$	$6,2 \times 10^5$
5×10^{-3}	$3,22 \times 10^{17}$	$5,1 \times 10^9$	$2,0 \times 10^{-10}$	4×10^{-10}	$4,1 \times 10^{-5}$	$5,1 \times 10^6$	$6,2 \times 10^5$
10×10^{-3}	$6,44 \times 10^{17}$	$7,2 \times 10^9$	$1,4 \times 10^{-10}$	4×10^{-10}	$2,9 \times 10^{-5}$	$5,1 \times 10^6$	$6,2 \times 10^5$

Table 3. Paramètres plasma pour une température électronique T_e de 10 eV, pour une pression de 2 mTorr ($n_g = 6,44 \times 10^{19} m^{-3}$).

Annexe 7. Le diagramme de démagnétisation de $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$

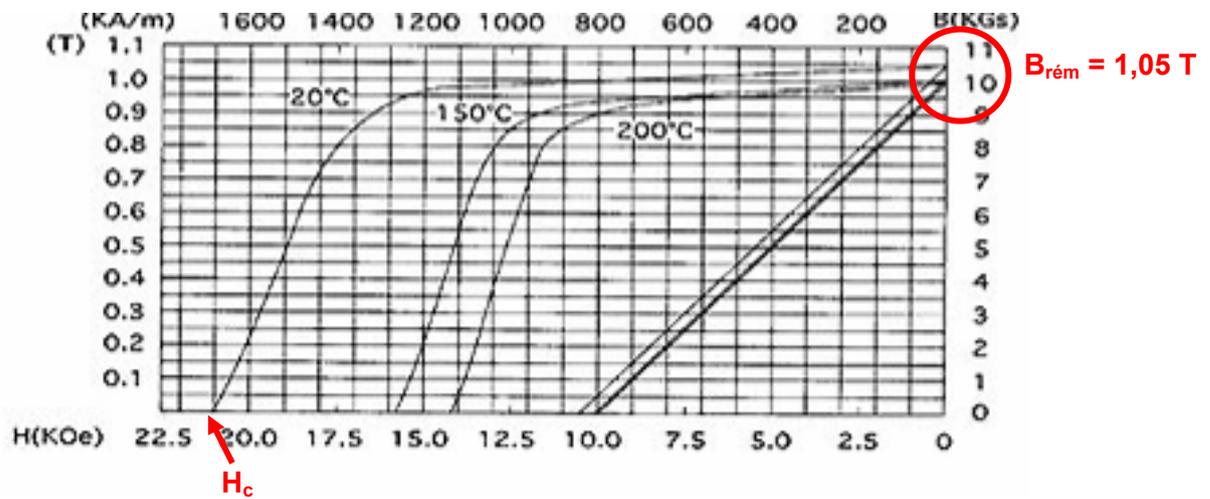


Figure A7.1. Diagramme de démagnétisation de $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ pour trois températures 20°C, 150°C et 200°C.

Annexe 8. Traitements des collisions entre des électrons et des neutres

Nature des collisions

Les collisions réelles entre un électron et une particule neutre peuvent être des collisions élastiques ou inélastiques (excitations, ionisations). La fréquence totale de collision est donc :

$$v_T = v_{\text{él}} + v_{\text{ion}} + v_{\text{ex}}. \quad (\text{A8-1})$$

En tenant compte de la collision nulle, la fréquence totale de collision des électrons s'écrit :

$$v_{\text{tot}} = v_{\text{él}} + v_{\text{ion}} + v_{\text{ex}} + v_{\text{nul}} = \text{constante}, \quad (\text{A8-2})$$

Ou encore, en divisant chaque terme par v_{tot} :

$$\frac{v_{\text{él}}}{v_{\text{tot}}} + \frac{v_{\text{ex}}}{v_{\text{tot}}} + \frac{v_{\text{ion}}}{v_{\text{tot}}} + \frac{v_{\text{nul}}}{v_{\text{tot}}} = 1. \quad (\text{A8-3})$$

Soit $p_i = \frac{v_i}{v_{\text{tot}}}$ ($i=1, \dots, k$) représentant la probabilité qu'une collision de type i (élastique, d'excitation, d'ionisation ou nulle) se produise à l'instant t_i , alors l'équation (A8-3) peut être réécrite sous la forme :

$$\sum_{i=1}^k p_i = \frac{\sum_{i=1}^k v_i}{v_{\text{tot}}} = 1 \quad (\text{A8-4})$$

En fait, la fréquence de collision pour chaque type de collision ($v_{\text{él}}$, v_{ex} , v_{ion}) dépend de la vitesse relative v_r avant la collision, qui est définis par $v_r = v - V$ où V est la vitesse de la particule cible (neutre). La probabilité d'une collision de type i peut être calculée en connaissant la densité des neutres (n), les sections efficaces de chaque processus ($\sigma_i(\varepsilon)$) et la vitesse (v) de la particule projectile à l'instant de collision (t_i) selon :

$$p_i(\varepsilon) = \frac{v_i(\varepsilon)}{v_{\text{tot}}} = \frac{n\sigma_i(\varepsilon)v}{v_{\text{tot}}} \quad (\text{A8-5})$$

La nature de chaque type de collision est déterminée par le tirage d'un nombre aléatoire $\mathfrak{R}_{\text{col}}$ uniformément distribué entre 0 et 1, qui vérifie la relation suivante [41,52,53]:

$$\sum_{i=1}^{n-1} p_i < \mathfrak{R}_{\text{col}} < \sum_{i=1}^n p_i \quad (\text{A8-6})$$

La Fig. A8-1 représente la méthode de détermination de la nature des collisions d'un électron d'énergie ε . A partir de l'énergie ε et de la valeur du nombre aléatoire $\mathfrak{R}_{\text{col}}$ on cherche l'intersection P comme montré sur la Fig. A8-1. Par exemple, pour le cas où le point P est situé entre deux lignes p_2 et p_3 , ainsi $(p_{\text{exc}} + p_{\text{ion}}) < \mathfrak{R}_{\text{col}} < (p_{\text{exc}} + p_{\text{ion}} + p_{\text{él}})$, d'après (A8-6) la collision est donc élastique.

Quelques types de collision sont possibles :

i/ pour une collision nulle, les vitesses avant et après la collision sont identiques.

ii/ pour une collision réelle (élastique, d'excitation, d'ionisation), la vitesse \mathbf{v}'_1 après la collision dépend de la nature de collision et doit être recalculée (*cf section suivante*).

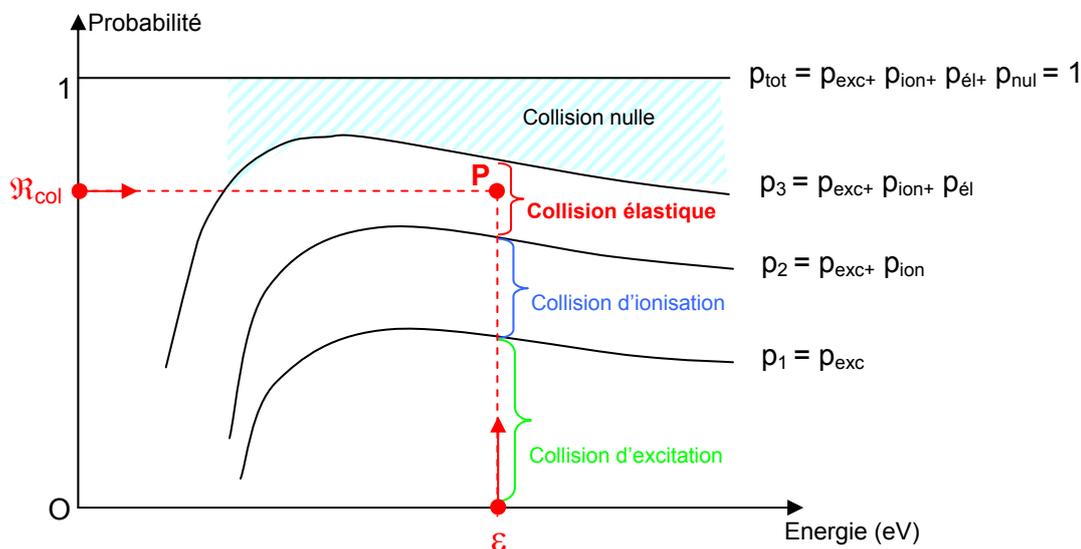


Figure. A8-1: Méthode de détermination de la nature de la collision entre un électron d'énergie ε (eV) et un neutre. Les probabilités de collisions élastique, inélastique et nulle sont représentées

Coordonnées et vitesses des particules après collisions :

La durée d'une collision est beaucoup plus petite que le temps de vol libre, elle est donc supposée instantanée. Ainsi, le temps t_1 et les coordonnées spatiales $\mathbf{r}(t_1)$ des particules ne changent pas lors d'une collision. Il ne reste plus alors qu'à déterminer les vitesses (\mathbf{v}' , \mathbf{V}'), modules et directions, après la collision en connaissant leurs valeurs avant collision (\mathbf{v} , \mathbf{V}) et leurs masses respectives m et M (électron – neutre).

Les vitesses des deux particules après collision peuvent être exprimées en fonction de la vitesse du CM et de la vitesse relative [35,52]:

$$\mathbf{v}' = \frac{M}{m+M} \mathbf{v}'_r + \mathbf{v}_{\text{CM}} \quad (\text{A8-7})$$

$$\mathbf{V}' = -\frac{m}{m+M} \mathbf{v}'_r + \mathbf{v}_{\text{CM}} \quad (\text{A8-8})$$

$$\text{où } \mathbf{v}_{\text{CM}} = \frac{m\mathbf{v} + M\mathbf{V}}{m+M} \text{ et } \mathbf{v}'_r = \mathbf{v}' - \mathbf{V}' \quad (\text{A8-9})$$

Le module de la vitesse relative après la collision est déterminé en utilisant la loi de conservation de l'énergie totale :

$$\frac{\mu_r}{2} v_r'^2 = \frac{\mu_r}{2} v_r^2 + \Delta\varepsilon \quad (\text{A8-10})$$

où : $\mu_r = mM/(m + M)$ est la masse réduite du système à deux corps, v_r et v_r' sont respectivement les modules des vitesses relatives avant et après la collision.

Collision élastique : $e + Ar \rightarrow e + Ar$

Pour une collision élastique, $\Delta\varepsilon = 0$, d'où :

$$v_r' = v_r \quad (\text{A8-11})$$

Collision d'excitation : $e + Ar \rightarrow e + Ar^*$

Pour une collision de seuil d'excitation $\Delta\varepsilon_{ji}$ la vitesse relative après collision est (A8-10) :

$$v_r' = \left[v_r^2 - \frac{2}{\mu_r} \Delta\varepsilon_{ji} \right]^{1/2}, \quad (\text{A8-12})$$

avec : $v_r = |\mathbf{v} - \mathbf{V}|$ est la vitesse relative avant la collision (connue) ; $\mu_r = mM/(m + M)$ est la masse relative (réduite) du système à deux corps (connue); et $\Delta\varepsilon_{ji} = \varepsilon_j - \varepsilon_i > 0$ est la différence de l'énergie potentielle entre les niveaux j et i (connue).

Pour les deux types de collisions élastiques et d'excitation, la direction du vecteur vitesse relative, c'est-à-dire l'angle de déviation et azimutale, est déterminée en passant par le repère du centre de masse RCM (cf. Fig. A8-2).

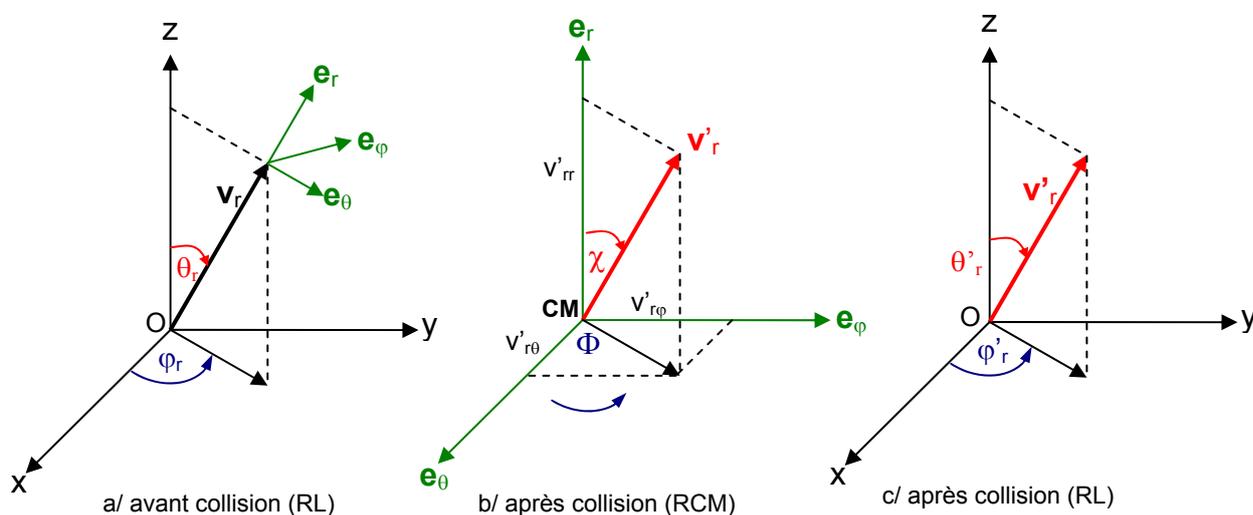


Figure. A8- 2 : Direction de la vitesse relative avant la collision dans le référentiel du laboratoire RL (a) et celle après la collision dans le référentiel du centre de masse RCM (b) et du laboratoire (c).

L'angle de déviation χ , entre la vitesse relative \mathbf{v}_r avant et \mathbf{v}'_r après la collision, varie entre 0 et π . Il dépend de la section efficace différentielle $\sigma(\varepsilon, \chi)$ et est déterminé par un tirage de nombre

aléatoire \mathfrak{R}_χ distribuée dans l'intervalle $[0,1]$. Pour la déviation d'une particule légère (électron), en supposant la fonction de distribution de l'angle de déviation $f(\chi) = \sin(\chi)$ on a [52,53] :

$$\mathfrak{R}_\chi = \frac{\int_0^\chi \sigma(\varepsilon, \chi') \sin \chi' d\chi'}{\int_0^\pi \sigma(\varepsilon, \chi') \sin \chi' d\chi'} \quad (\text{A8-13})$$

Si l'isotropie de déviation est supposée pour des électrons, la relation (A8-13) devient [52,53]:

$$\cos \chi = 1 - 2\mathfrak{R}_\chi \quad (\text{A8-14})$$

L'angle azimutal Φ est calculé par un nombre aléatoire \mathfrak{R}_Φ en supposant que l'angle Φ est distribué uniformément entre 0 et 2π :

$$\Phi = 2\pi\mathfrak{R}_\Phi \quad (\text{A8-15})$$

Le passage du RCM au RL est effectué selon [52] :

$$\begin{aligned} v'_{rx} &= v'_r [\cos \chi \sin \theta_r \cos \varphi_r + \sin \chi \cos \Phi \cos \theta_r \cos \varphi_r - \sin \chi \sin \Phi \sin \varphi_r] \\ v'_{ry} &= v'_r [\cos \chi \sin \theta_r \sin \varphi_r + \sin \chi \cos \Phi \cos \theta_r \sin \varphi_r + \sin \chi \sin \Phi \cos \varphi_r] \\ v'_{rz} &= v'_r [\cos \chi \cos \theta_r - \sin \chi \cos \Phi \sin \theta_r], \end{aligned} \quad (\text{A8-16})$$

où θ_r est l'angle polaire et φ_r est l'angle azimutal du vecteur de vitesse relative \mathbf{v}_r (avant la collision) dans le référentiel du laboratoire RL (cf. Fig.2a).

La direction de la vitesse relative en RL est déterminée par les angles polaires θ'_r et φ'_r selon (cf. Fig. 2c) :

$$\begin{aligned} \cos \theta'_r &= \frac{v'_{rx}}{v'_r} = \cos \chi \cos \theta_r - \sin \chi \cos \Phi \sin \theta_r \\ \sin \varphi'_r &= \frac{v'_{ry}}{v'_r \sin \theta'_r} = \frac{\cos \chi \sin \theta_r \sin \varphi_r + \sin \chi \cos \Phi \cos \theta_r \sin \varphi_r + \sin \chi \sin \Phi \cos \varphi_r}{\sin \theta'_r} \\ \cos \varphi'_r &= \frac{v'_{rz}}{v'_r \sin \theta'_r} = \frac{\cos \chi \sin \theta_r \cos \varphi_r + \sin \chi \cos \Phi \cos \theta_r \cos \varphi_r - \sin \chi \sin \Phi \sin \varphi_r}{\sin \theta'_r} \end{aligned} \quad (\text{A8-17})$$

Ensuite, à partir de l'équation (A8-7) on peut calculer la vitesse v' de la particule incidente (après collision) dans le référentiel du laboratoire RL.

Collisions ionisantes : $e + \text{Ar} \rightarrow \text{Ar}^+ + e_{\text{diffusé}} + e_{\text{éjecté}}$

Après une collision ionisante avec un seuil d'ionisation ε_{ion} (pour l'argon $\varepsilon_{\text{ion}} = 15,7$ eV) l'énergie résiduelle de l'électron projectile est partagée entre les électrons *diffusé* et *éjecté* selon la loi de conservation d'énergie totale :

$$\varepsilon_{\text{diffusé}} + \varepsilon_{\text{éjecté}} = \varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}} = \frac{1}{2} m_e v^2 - \varepsilon_{\text{ion}} \quad (\text{A8-18})$$

Par définition l'électron éjecté est celui possédant l'énergie la plus faible, donc [53] :

$$\varepsilon_{\text{éjecté}} \leq \frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}}). \quad (\text{A8-19})$$

L'énergie partagée dépend de la section efficace différentielle d'ionisation $\sigma(\varepsilon_1, \varepsilon)$, avec ε_1 l'énergie incidente. L'énergie de l'électron éjecté (secondaire) est reliée à l'énergie ε_1 de l'électron incident à travers une section efficace différentielle en énergie (S). Pour des énergies incidentes relativement faibles ($\varepsilon_1 < 1 \text{ keV}$), d'après Opal *et al* [44], la section efficace différentielle S peut être approximée par :

$$S(\varepsilon_1, \varepsilon_{\text{éject}}) = \frac{\sigma_{\text{ion}}(\varepsilon_1) B(\varepsilon_1)}{(\arctan \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}}}{2B(\varepsilon_1)}) [\varepsilon_{\text{éject}}^2 + B^2(\varepsilon_1)]}. \quad (\text{A8-20})$$

où $B(\varepsilon_1)$ est une fonction dépendant de la nature du gaz et de l'énergie de la particule incidente.

L'énergie de l'électron éjecté, $\varepsilon_{\text{éjecté}}$, ayant une distribution entre 0 et $\frac{1}{2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}})$ en fonction de la section efficace différentielle $S(\varepsilon_1, \varepsilon)$, est déterminée par le tirage d'un nombre aléatoire $\mathfrak{R}_{\text{éject}}$ uniformément repartit entre 0 et 1 :

$$\mathfrak{R}_{\text{éject}} = \frac{\int_0^{\varepsilon_{\text{éject}}} S(\varepsilon_1, \varepsilon) d\varepsilon}{\int_0^{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}}}{2}} S(\varepsilon_1, \varepsilon) d\varepsilon}. \quad (\text{A8-21})$$

En calculant les intégrales ci-dessus, on peut obtenir l'égalité suivante pour l'énergie de l'électron diffusé [59,60] :

$$\varepsilon_{\text{éject}} = B(\varepsilon_1) \tan \left(\mathfrak{R}_{\text{éject}} \arctan \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}}}{2B(\varepsilon_1)} \right). \quad (\text{A8-22})$$

Avec une bonne approximation dans le cas des gaz rares, les fonctions B sont presque constantes ayant les valeurs : $B = 10 \text{ eV}$ pour l'argon et $B = 8,7 \text{ eV}$ pour le xénon [40].

En suite, on peut déduire l'énergie de l'électron diffusé (primaire) :

$$\varepsilon_{\text{diff}} = \varepsilon_1 - \varepsilon_{\text{ion}} - \varepsilon_{\text{éject}}. \quad (\text{A8-23})$$

Des sections efficaces différentielles sont calculées à partir d'une formule analytique approchée proposée par Surendra *et al.* [40,50,54,55] :

$$\frac{\sigma(\varepsilon, \chi)}{\sigma(\varepsilon)} = \frac{\varepsilon}{4\pi [1 + \varepsilon \sin^2(\chi/2)] \ln(1 + \varepsilon)}. \quad (\text{A8-24})$$

La déviation de l'électron diffusé avec un angle χ_{diff} est supposée isotrope et déterminé à partir d'un nombre aléatoire $\mathfrak{R}_{\chi_{\text{diff}}}$ compris entre 0 et 1 selon la relation suivante [40,55] :

$$\mathfrak{R}_{\chi_{\text{diff}}} = \frac{2\pi}{\sigma(\varepsilon)} \int_0^{\chi_{\text{diff}}} \sigma(\varepsilon, \chi) \sin \chi d\chi. \quad (\text{A8-25})$$

En résolvant l'équation (A8-25), on obtient la solution analytique de l'angle de déviation [40,54,55] :

$$\cos \chi_{\text{diff}} = \frac{2 + \varepsilon_{\text{diff}} - 2(1 + \varepsilon_{\text{diff}})^{\Re \chi_{\text{diff}}}}{\varepsilon_{\text{diff}}}, \quad (\text{A8-26})$$

où $\varepsilon_{\text{diff}}$ est l'énergie de l'électron diffusé (en électronvolt).

Notons que pour une énergie $\varepsilon_{\text{diff}}$ importante $\cos \chi_{\text{diff}}$ tend vers 1 et χ_{diff} tend vers 0, pour $\varepsilon_{\text{diff}}$ faible $\cos \chi_{\text{diff}}$ tend vers $(1 - 2\Re_{\text{diff}})$, la déviation est isotrope avec l'angle χ_{diff} entre 0 et π .

L'électron éjecté est diffusé avec un angle $\chi_{\text{éjec}}$ qui est supposé orthogonal à la direction de χ_{diff} :

$$\chi_{\text{éjec}} = \chi_{\text{diff}} + \frac{\pi}{2}. \quad (\text{A8-27})$$

Les angles χ_{diff} et $\chi_{\text{éjec}}$ dans les dernières relations donnent les composantes des vitesses de l'électron diffusé $\mathbf{v}'_{\text{diff}}(\mathbf{v}'_{\text{diff}}, \chi_{\text{diff}}, \Phi_{\text{diff}})$ et éjecté $\mathbf{v}'_{\text{éjec}}(\mathbf{v}'_{\text{éjec}}, \chi_{\text{éjec}}, \Phi_{\text{éjec}})$ dans le référentiel du centre de masse. Par les formules de transformation d'Euler (A8-16) on peut obtenir les composantes de la vitesse dans le référentiel du laboratoire, en tenant compte d'une diffusion azimutale Φ équiprobable entre 0 et 2π .

Annexe 9. Les résultats des calculs numériques des trajectoires d'un électron dans le champ magnétique d'un aimant sphérique.

Dans cette annexe sont présentés les résultats des calculs numériques des trajectoires électroniques pour le cas d'un aimant sphérique

Angle attaque $\alpha_{\text{éq}}$: l'angle entre la vecteur vitesse \mathbf{v} et le vecteur \mathbf{B} sur le plan équatorial de l'aimant, α_m est la latitude des points miroirs ($\alpha_m = \pi/2 - \theta_m$) et B_0 est le champ magnétique à la surface de l'aimant sur le plan équatorial (cf. section 4.3).

$\alpha_{\text{éq}}$ (degré)	90	60	45	30	15	< 15
α_m (degré)	0	15,3	23,8	32,6	34,6	(élec.perdu)
L_{m-m} (mm)	-	52	53	60	68	-

Table 1. Latitudes des points miroirs α_m et parcours de l'électron entre deux points miroirs opposés (L_{m-m}). Conditions : $B_0 = 1\ 000\ \text{G}$, $T_e = 20\ \text{eV}$ et position initiale de l'électron : $x = 30\ \text{mm}$, $y = z = 0$.

x_{init} (mm)	20	25	30	40	50
α_m (degré)	perdu	32,8	32,6	32,3	28,8
T_{m-m} (10^{-9} s)	-	37	45	60	70
L_{m-m} (mm)	-	50	60	79	98

Table 2. Latitudes de points miroirs α_m , parcours (L_{m-m}) et période d'oscillation (T_{m-m}) de l'électron entre deux points miroirs opposés. L'angle d'attaque $\alpha_{\text{éq}} = 30^\circ$, $B_0 = 1\ 000\ \text{G}$ et $T_e = 20\ \text{eV}$.

Energie (eV)	5	10	20	60	100
α_m (degré)	33	33	32,6	32,3	30,8
T_{m-m} (10^{-9} s)	92	66	45	26	20
L_{m-m} (mm)	60	61	60	60	59

Table 3. Latitudes de points miroirs α_m , parcours (L_{m-m}) et période d'oscillation (T_{m-m}) de l'électron entre deux points miroirs opposés. L'angle d'attaque $\alpha_{\text{éq}} = 30^\circ$ position initiale de l'électron : $x = 30\ \text{mm}$, $y = z = 0$.

B_0 (Gauss)	500	700	1000	2000	5000
α_m (degré)	32	32	32,6	33	33,1
T_{m-m} (10^{-9} s)	45	45	45	45	46
L_{m-m} (mm)	61	61	60	60	60

Table 4. Latitudes de points miroirs α_m , parcours (L_{m-m}) et période d'oscillation (T_{m-m}) de l'électron entre deux points miroirs opposés. L'angle $\alpha_{\text{éq}} = 30^\circ$, position initiale de l'électron : $x = 30\ \text{mm}$, $y = z = 0$ et $T_e = 20\ \text{eV}$.

Résumé

L'extension d'échelle des procédés plasma fonctionnant à très faibles pressions est l'une des problématiques à résoudre pour leur essor au niveau industriel. Une solution consiste à distribuer uniformément des sources de plasma élémentaires dans lesquelles le plasma est produit par couplage à la résonance cyclotronique électronique (RCE). Ces sources élémentaires sont constituées d'un aimant permanent cylindrique (dipôle magnétique) disposé à l'extrémité d'une structure coaxiale d'amenée des micro-ondes. Bien que conceptuellement simple, l'optimisation de ces sources de plasma dipolaires est complexe. Elle requiert la connaissance, d'une part, des configurations de champ magnétique statique et électrique micro-onde, et, d'autre part, des mécanismes de production du plasma, dans les zones de champ magnétique fort (condition RCE), et des mécanismes de diffusion. Ainsi, une caractérisation expérimentale des domaines de fonctionnement et des paramètres plasma par sonde de Langmuir et par spectroscopie d'émission optique a été menée sur différentes configurations de sources dipolaires. Parallèlement, une première modélisation analytique a permis de calculer des champs magnétiques de configurations simples, le mouvement et la trajectoire des électrons dans ces champs magnétiques, l'accélération des électrons par couplage RCE. Ces résultats ont permis ensuite de valider la modélisation numérique des trajectoires électroniques par une méthode hybride Particle In Cell / Monte-Carlo. L'étude expérimentale a mis en évidence des domaines de fonctionnement pression/puissance très larges, entre 15 et 200 W de puissance micro-onde et depuis 0,5 jusqu'à 15 mTorr dans l'argon. L'étude des paramètres plasma a permis de localiser la zone de couplage RCE près du plan équatorial de l'aimant et de confirmer l'influence de la géométrie de l'aimant sur cette dernière. Ces caractérisations appliquées à un réacteur cylindrique utilisant 48 sources ont montré la possibilité d'atteindre au centre de l'enceinte des densités entre 10^{11} et 10^{12} cm^{-3} pour des pressions d'argon de quelques mTorr. La modélisation des trajectoires électroniques au voisinage des aimants indique un meilleur confinement radial pour des aimants présentant un rapport longueur/diamètre élevé. De plus, cette étude numérique confirme les résultats de l'étude expérimentale, à savoir une zone de couplage RCE près du plan équatorial et non au voisinage de l'extrémité du guide coaxial micro-onde. Enfin, ces résultats ont été appliqués avec succès à la pulvérisation assistée par plasma multi-dipolaire de cibles, permettant en particulier une usure uniforme de ces dernières.

Mots-clefs : Plasma micro-onde, résonance cyclotronique électronique, plasmas distribués, source de plasma dipolaire, sondes de Langmuir, spectroscopie d'émission optique, modélisation numérique, méthode Monte Carlo, méthode "particle in cell", pulvérisation assistée par plasma.

Abstract

The scaling up of plasma processes in the low pressure range remains a question to be solved for their rise at the industrial level. One solution is the uniform distribution of elementary plasma sources where the plasma is produced via electron cyclotron resonance (ECR) coupling. These elementary plasma sources are made up of a cylindrical permanent magnet (magnetic dipole) set at the end of a coaxial microwave line. Although of simple concept, the optimisation of these dipolar plasma sources is in fact a complex problem. It requires the knowledge, on one hand, of the configurations of static magnetic fields and microwave electric fields, and, on the other hand, of the mechanisms of plasma production in the region of high intensity magnetic field (ECR condition), and of plasma diffusion. Therefore, the experimental characterisation of the operating ranges and plasma parameters has been performed by Langmuir probes and optical emission spectroscopy on different configurations of dipolar sources. At the same time, in a first analytical approach, calculations have been made on simple magnetic field configurations, motion and trajectory of electrons in these magnetic fields, and the acceleration of electrons by ECR coupling. Then, the results have been used for the validation of the numerical modelling of the electron trajectories by using a hybrid PIC (particle-in-cell) / MC (Monte Carlo) method. The experimental study has evidenced large operating domains, between 15 and 200 W of microwave power, and from 0.5 to 15 mTorr argon pressure. The analysis of plasma parameters has shown that the region of ECR coupling is localised near the equatorial plane of the magnet and dependent on magnet geometry. These characterisations, applied to a cylindrical reactor using 48 sources, have shown that densities between 10^{11} and 10^{12} cm^{-3} could be achieved in the central part of the volume at a few mTorr argon pressures. The modelling of electron trajectories near the magnet has also shown a better radial confinement with magnets exhibiting high length over diameter ratios. In addition, the numerical study corroborates the results of the experimental study, i.e. an ECR coupling region close to the equatorial plane of the magnet and not near the end of the coaxial microwave line. Finally, these results have been successfully applied to plasma assisted sputtering of targets allowing, in particular, their uniform erosion.

Key words : Microwave plasma, electron cyclotron resonance, distributed plasmas, dipolar plasma source, Langmuir probes, optical emission spectroscopy, numerical modelling, Monte Carlo method, Particle in Cell method, plasma assisted sputtering

Thèse disponible sur le site: <http://tel.archives-ouvertes.fr>