Lois de commande par modes glissants du moteur pas-à-pas

Frédéric Nollet

▶ **To cite this version:**

Frédéric Nollet. Lois de commande par modes glissants du moteur pas-à-pas. Automatique / Robotique. Ecole Centrale de Lille; Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2006. Français. NNT : . tel-00132768

HAL Id: tel-00132768
https://theses.hal.science/tel-00132768

Submitted on 22 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 32 Année 2006

THESE

présentée à

ECOLE CENTRALE DE LILLE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR

délivré conjointement par

l'Ecole Centrale de Lille et **l'Université des Sciences et Technologies de Lille**

par

Frédéric Nollet

Spécialité : AUTOMATIQUE et INFORMATIQUE INDUSTRIELLE

LOIS DE COMMANDE PAR MODES GLISSANTS DU MOTEUR PAS A PAS

Soutenue le 7 décembre 2006 devant le jury suivant :

Président :	Thierry Marie Guerra	Professeur à l'UVHC de Valenciennes
Rapporteurs :	Jean-Pierre Barbot	Professeur à l'ENSEA de Cergy
	Franck Plestan	Maître de conférence à l'IRCCyN de Nantes
Examinateur :	Jean-Pierre Richard	Professeur à l'EC de Lille
Invité :	Frédéric Gillon	Maître de conférence à l'EC de Lille
Directeurs de thèse :	Wilfrid Perruquetti	Professeur à l'EC de Lille
	Thierry Floquet	Chargé de Recherche CNRS au LAGIS

Thèse préparée au

Laboratoire d'Automatique, Génie Informatique et Signal (L.A.G.I.S.)
UMR CNRS 8146 - Ecole Centrale de Lille
Cité scientifique - Villeneuve d'Ascq

Je n'ai pas de talents particuliers.
Je suis juste passionnément curieux.

[Pensées intimes, Lettre à Carl Seelig, 11 mars 1952]
Einstein, Albert

Brisez vos limites, faites sauter les barrières de vos contraintes,
mobilisez votre volonté, exigez la liberté comme un droit,
soyez ce que vous voulez être. Découvrez ce que vous aimeriez faire
et faites tout votre possible pour y parvenir.

[Jonathan Livingston le goéland]
Bach, Richard

En vérité, le chemin importe peu,
la volonté d'arriver suffit à tout.

Camus, Albert

Le bonheur n'est pas chose aisée.
Il est très difficile de le trouver en nous,
il est impossible de le trouver ailleurs.

Bouddha

La recherche à tous les niveaux est un jeu
et ce n'est pas déconsidérer l'esprit
scientifique de dire cela car rien
n'est plus sérieux qu'un enfant qui s'amuse.

Sevely Y.

Table des matières

Avant propos **1**

Notations **5**

Introductions **7**
Utilisation du moteur pas-à-pas . . . 7
Lois de commande . . . 10

1 Contexte de l'étude **15**
1.1 Description du banc d'essai . . . 15
1.2 Modèle du moteur pas-à-pas . . . 18
1.2.1 Equations électriques . . . 18
1.2.2 Equations mécaniques . . . 19
1.2.3 Puissances mises en jeu . . . 20
1.2.4 Modèle dans le repère $(\alpha - \beta)$ . . . 21
1.2.5 Modèle dans le repère $(d - q)$ . . . 21
1.3 Analyse du système . . . 22

2 Objectifs **25**
2.1 La platitude . . . 25
2.2 Erreur de poursuite . . . 26
2.3 Planification de trajectoires . . . 27
2.3.1 Position $\theta_r(t)$ et courant direct $i_{dr}(t)$ . . . 27
2.3.2 Optimisation de trajectoire . . . 30
2.4 Généralités sur les modes glissants . . . 39
2.4.1 Commandes par modes glissants d'ordre 1 . . . 39
2.4.2 Commandes par modes glissants d'ordre supérieur . . . 42

3 Identification **45**
3.1 Méthodes classiques . . . 46
3.1.1 Méthode calculatoire . . . 46
3.1.2 Relevés expérimentaux . . . 46
3.1.3 Méthode des moindres carrés . . . 52
3.2 Méthode par modes glissants . . . 56
3.2.1 Détermination de R et L . . . 56
3.2.2 Détermination de R, K . . . 59

3.2.3 Détermination de R, K et f_v . . . 61
3.3 Conclusion . . . 64

4 Commandes par retour d'état classiques 65
4.1 Méthode de Lyapunov . . . 65
4.1.1 Etablissement de la loi . . . 65
4.1.2 Simulations . . . 67
4.1.3 Expérimentations . . . 69
4.2 Méthode des perturbations singulières . . . 76
4.2.1 Etablissement de la loi . . . 76
4.2.2 Simulations . . . 76
4.2.3 Expérimentations . . . 78
4.3 Linéarisation entrées-sorties . . . 81
4.3.1 Etablissement de la loi . . . 81
4.3.2 Simulations . . . 82
4.3.3 Expérimentations . . . 85

5 Commandes par retour d'état par modes glissants 89
5.1 Commandes par modes glissants d'ordre 1 . . . 89
5.1.1 Vitesse seule . . . 89
5.1.2 Position et courant . . . 94
5.2 Commandes par modes glissants d'ordre 2 . . . 99
5.2.1 Etablissement de la loi . . . 99
5.2.2 Simulations . . . 101
5.2.3 Expérimentations . . . 104
5.2.4 Comparaison des trajectoires . . . 113
5.3 Commandes par modes glissants d'ordre 3 . . . 125
5.3.1 Etablissement des lois de commande . . . 127
5.3.2 Commande idéale . . . 129
5.3.3 Commande discontinue . . . 130
5.4 Conclusion . . . 137

6 Commandes par retour d'état basé sur un observateur 139
6.1 Observateur basé sur un algorithme du Twisting (Obs n°1) . . . 139
6.2 Observateur étape par étape par modes glissants d'ordre 1 (Obs n°2) . . . 143
6.3 Différentiateur basé sur un algorithme du Super Twisting (Obs n°3) . . . 147
6.4 Différentiateur du troisième ordre (Obs n°4) . . . 150
6.5 Stabilité de la boucle fermée . . . 153
6.6 Résultats expérimentaux - Commande par MG2 . . . 154
6.6.1 Sans couple résistant . . . 154
6.6.2 Avec couple résistant . . . 157
6.6.3 Prise en compte de $\hat{C}_r$ . . . 162
6.7 Commande par MG3 basée sur un observateur . . . 165
6.7.1 Observateur de vitesse et accélération . . . 165
6.7.2 Résultats expérimentaux . . . 166
6.7.3 Conclusion . . . 172

Conclusions et perspectives **176**

Annexes **182**

A Le moteur pas-à-pas **183**
A.1 Moteur à reluctance variable . . . 183
A.1.1 Principe de fonctionnement . . . 183
A.1.2 Phénomènes électriques . . . 184
A.2 Moteur à aimant permanent . . . 185
A.2.1 Principe de fonctionnement . . . 185
A.2.2 Phénomènes électriques . . . 186
A.3 Moteur hybride . . . 188
A.4 Grandeurs caractéristiques . . . 188

B Les lois de commande classiques **191**
B.1 Méthode de Lyapunov . . . 191
B.2 Méthode des perturbations singulières . . . 191
B.3 Méthode de la linéarisation de l'erreur . . . 191

C Les lois de commande par modes glissants **201**
C.1 MG1 Vitesse . . . 201
C.1.1 Résultats des simulations . . . 201
C.2 MG1 Position . . . 201
C.2.1 Résultats des simulations . . . 201
C.3 MG1 Position et courant . . . 201
C.3.1 Résultats des simulations . . . 201
C.3.2 Résultats des expérimentations . . . 201
C.4 MG2 . . . 201
C.4.1 Résultats des simulations . . . 201
C.4.2 Résultats des expérimentations . . . 201
C.5 MG3 . . . 201
C.5.1 Résultats des expérimentations . . . 201

D Observateurs **214**
D.1 MG2 . . . 214
D.1.1 Résultats des expérimentations . . . 214
D.2 MG3 . . . 214
D.2.1 Résultats des expérimentations . . . 214

Bibliographie **222**

Table des figures

1 Commande en boucle ouverte 8
2 Les différents modes d'alimentation 8
3 Zones de fonctionnement 10
4 Démarche de l'étude 14

1.1 Synoptique du banc d'essai 15
1.2 Vue globale du banc d'essai 16
1.3 Le banc moteur 16
1.4 Vue du disque 16
1.5 Principe - Eclaté - Coupe 17
1.6 Schéma électrique du modèle dans le repère $(\alpha - \beta)$ 18
1.7 Allure du couple moteur 19
1.8 Schéma électrique du modèle dans le repère $(d - q)$ 22

2.1 Trajectoires de référence en position, vitesse et accélération 29
2.2 Trajectoires de référence 33
2.3 Trajectoires de référence en accélération, vitesse et position (25) 36
2.4 Trajectoires de référence en accélération, vitesse et position (50) 37
2.5 Trajectoires de référence optimisées 38
2.6 Allure de référence 38
2.7 Commande par retour de position 40
2.8 Commande par retour de position et de vitesse 40
2.9 Phénomène de réticence 41

3.1 Synoptique des mesures électriques 47
3.2 Réponse à un échelon 51
3.3 Moindre carré 52
3.4 Identification de R et L 58
3.5 Identification de R et K 60
3.6 Identification de R, K et fv 63

4.1 Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0Nm$ - Simulations 67
4.2 Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 68
4.3 Lyapunov avec correcteur - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 68
4.4 Couple résistant $C_r = 0Nm$ - Expérimentations 69
4.5 Couple résistant C_r - Expérimentations 69
4.6 Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0$ - Expérimentations 70
4.7 Lyapunov - Vitesse - U et I - $C_r = 0$ - Expérimentations 70

4.8 Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations 71
4.9 Lyapunov - Vitesse - U et I - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations 71
4.10 Lyapunov en Vitesse avec correcteur - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations 72
4.11 Lyapunov en Vitesse avec correcteur - U et I - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations . 72
4.12 Lyapunov - Vitesse avec correcteur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations 73
4.13 Lyapunov - Vitesse avec correcteur - $C_r = 0.55Nm$ - U et I - Expérimentations . 73
4.14 Lyapunov - Vitesse avec correcteur fort - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations . . . 75
4.15 Lyapunov - Vitesse avec correcteur fort - $C_r = 0.55Nm$ - U et I - Expérimentations 75
4.16 PS - $C_r = 0Nm$ - Simulations 77
4.17 PS - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 78
4.18 PS - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations 79
4.19 PS - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations 79
4.20 PS - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations 80
4.21 PS - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations 81
4.22 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - Simulations 83
4.23 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 83
4.24 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 84
4.25 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - Positions - Expérimentations 85
4.26 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - U et I - Expérimentations 86
4.27 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Positions - Expérimentations 87
4.28 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - U et I - Expérimentations 87

5.1 MG1 en vitesse - Vitesse - $C_r = 0Nm$ - Simulations 91
5.2 MG1 en vitesse - Tensions et courants - $C_r = 0Nm$ - Simulations 92
5.3 MG1 en vitesse - Zoom - $C_r = 0Nm$ - Simulations 92
5.4 MG1 en vitesse - Vitesse - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 93
5.5 MG1 en vitesse - Tensions et courants - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 93
5.6 MG1 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations 95
5.7 MG1 - Positions et I_d - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 97
5.8 MG1 - Vitesses - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 98
5.9 MG1 - Tensions et courants - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 98
5.10 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations 102
5.11 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations 102
5.12 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 103
5.13 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations 103
5.14 Positions et I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 105
5.15 Positions et I_d - Zoom erreur - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 105
5.16 Vitesses - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 106
5.17 Tensions et courants - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$ 106
5.18 Positions et I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm - R - 25\%$ 107
5.19 Positions et I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm - R + 25\% - K + 25\%$. 108
5.20 Positions - I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0.550Nm$ 110
5.21 Tension V_a et courant I_a - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0.550Nm$ 111
5.22 MG2 - Expérimentations sans ou avec $C_r = 0.550Nm$ 112
5.23 New - θ et I_d - Simu - $C_r = 0Nm$ 114
5.24 Old - θ et I_d - Simu - $C_r = 0Nm$ 114

5.25 New - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0Nm$ . . . 115
5.26 Old - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0Nm$ . . . 115
5.27 Comparaison des trajectoires - Simu - $C_r = 0Nm$ - . . . 116
5.28 New - θ et I_d - Simu - $C_r = 0.55Nm$ . . . 117
5.29 Old - θ et I_d - Simu - $C_r = 0.55Nm$ . . . 117
5.30 New - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0.55Nm$ . . . 118
5.31 Old - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0.55Nm$ . . . 118
5.32 Ancienne trajectoire avec $C_r = 0Nm$ - Comparaison- Expérimentations . . . 120
5.33 Nouvelle trajectoire avec $C_r = 0Nm$ - Comparaison- Expérimentations . . . 121
5.34 Ancienne trajectoire avec $C_r = 0.55Nm$ - Comparaison- Expérimentations . . . 122
5.35 Nouvelle trajectoire avec $C_r = 0.55Nm$ - Comparaison- Expérimentations . . . 123
5.36 Comparaison des couples de charge . . . 124
5.37 MG 3 - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations . . . 126
5.38 CMGI - θ et I_d - $C_r = 0Nm$ - Simulations . . . 132
5.39 CMGI - θ et I_d - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations . . . 132
5.40 CMGI - Ω et Acc - $C_r = 0Nm$ - Simulations . . . 133
5.41 CMGI - Ω et Acc - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations . . . 133
5.42 CMGI - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0Nm$ . . . 134
5.43 CMGI - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0.55Nm$ . . . 134
5.44 MG 3 - CMGI - $C_r = 0Nm$ - Position - Expérimentations . . . 135
5.45 MG 3 - CMGI - $C_r = 0Nm$ - Vitesse - Expérimentations . . . 136
5.46 MG 3 - CMGI - $C_r = 0Nm$ - Accélération - Expérimentations . . . 137

6.1 Obs n°1 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation . . . 141
6.2 Obs n°1 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation . . . 142
6.3 Obs n°2 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation . . . 145
6.4 Obs n°2 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation . . . 146
6.5 Structure de l'observateur . . . 147
6.6 Obs n°3 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation . . . 148
6.7 Obs n°3 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation . . . 149
6.8 Obs n°4 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation . . . 151
6.9 Obs n°4 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation . . . 152
6.10 MG2 avec observateur - Positions - $C_r = 0Nm$ . . . 155
6.11 MG2 avec observateur - Vitesses - $C_r = 0Nm$ . . . 156
6.12 MG2 avec observateur - Tensions et courants- $C_r = 0Nm$ . . . 156
6.13 MG2 avec observateur - Positions - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$ . . . 158
6.14 MG2 avec observateur - Vitesses - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$ . . . 159
6.15 MG2 avec observateur - Tensions et courants - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$ . . . 159
6.16 MG2 avec observateur - Estimation de C_r . . . 160
6.17 MG2 avec observateur - Sans ou avec C_r . . . 161
6.18 MG2 avec observateur - Positions (avec $\hat{C}_r$) - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$ . . . 163
6.19 MG2 avec observateur - Vitesses (avec $\hat{C}_r$) - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$ . . . 163
6.20 MG2 avec observateur - Tensions et courants (avec $\hat{C}_r$) - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$ . . . 164
6.21 MG3 avec observateur - Positions - Courant direct - $C_r = 0Nm$ . . . 167
6.22 MG3 avec observateur - Vitesses - Accelerations - $C_r = 0Nm$ . . . 168
6.23 MG3 avec observateur - Courants et tensions - $C_r = 0Nm$ . . . 168

6.24 MG3 avec observateur - Erreurs en position et courant direct - Variations paramétriques . . . 169
6.25 MG3 avec observateur - Positions - Courant direct - $C_r \neq 0Nm$ . . . 170
6.26 MG3 avec observateur - Vitesses - Accelerations - $C_r \neq 0Nm$ . . . 171
6.27 MG3 avec observateur - Tensions et courants - $C_r \neq 0Nm$ . . . 171

A.1 Moteur à reluctance variable . . . 183
A.2 Moteur de type "multistack" . . . 184
A.3 Circuit magnétique à un seul enroulement . . . 184
A.4 Moteur à aimant permanent . . . 186
A.5 Structure de base du moteur . . . 186
A.6 Allure du couple moteur . . . 187
A.7 Moteur hybride . . . 188

B.1 Lyapunov - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations . . . 193
B.2 Lyapunov - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations . . . 194
B.3 Lyapunov - $C_r = 0.55Nm$ avec correcteur sur la position - Expérimentations . . . 195
B.4 Lyapunov - $C_r = 0.55Nm$ avec correcteur sur la position - Expérimentations . . . 196
B.5 Perturbations singulières - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations . . . 197
B.6 Perturbations Singulières - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations . . . 198
B.7 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations . . . 199
B.8 Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations . . . 200

C.1 MG 1 - Vitesse - $C_r = 0Nm$ - Simulations . . . 203
C.2 MG 1 - Position - $C_r = 0Nm$ - Simulations . . . 204
C.3 MG 1 - Position - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations . . . 205
C.4 MG1 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations . . . 206
C.5 MG1 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations . . . 207
C.6 MG1 en position et courant direct - $C_r = 0$ - Expérimentations . . . 208
C.7 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations . . . 209
C.8 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations . . . 210
C.9 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0$ - Expérimentations . . . 211
C.10 MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.550Nm$ - Expérimentations . . . 212
C.11 MG3 - ISM sans observateur - $C_r = 0$ - Expérimentations . . . 213

D.1 MG2 - avec observateur - $C_r = 0$ - Expérimentations . . . 217
D.2 MG2 - avec observateur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations . . . 218
D.3 MG3 - avec observateur - $C_r = 0$ - Expérimentations . . . 219
D.4 MG3 - avec observateur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations . . . 220

Avant propos

Ce mémoire est la synthèse d'un travail effectué à l'Ecole Centrale de Lille dans le Laboratoire d'Automatique, de Génie Informatique et du Signal (LAGIS). Je souhaite, tout d'abord, "planter le décor" afin d'expliquer le contexte de cette aventure, comment et grâce à qui cela a été rendu possible.

Après une courte expérience professionnelle dans l'industrie suite à l'obtention de mon DUT (Génie Electrique option Automatisme), je débute ma carrière d'enseignant en tant que Maître Auxiliaire en 1986 avant de devenir Professeur de Lycée Professionnel (PLP1).

J'entreprends ensuite une formation en cours du soir au CNAM (DEST + Cycle ingénieur en électrotechnique) terminée en juin 1992, qui me permet, en parallèle, d'obtenir les concours PLP2 et CAPET. Je suis à l'heure actuelle Professeur certifié au Lycée Baggio à Lille depuis septembre de la même année.

Le temps passant, j'avais envie de rebondir, de repartir sur quelque chose de nouveau, de me remettre en cause.... Bien que co-ordinateur pédagogique en AII (Automatisme et Informatique Industrielle), impliqué dans la formation des "étudiants-professeurs" PLC1 et "stagiaires-professeurs" PLC2 ainsi que moniteur SST (Sauveteur-Secouriste du Travail), ... je "m'ennuyais" quelque peu, professionnellement parlant.

C'est lors de vacances en famille, en février 2001, que l'idée de cette aventure a pris naissance suite à une discussion avec Monsieur Pierre-Jean Barre. Qu'il en soit ici remercié.

Et depuis, je n'ai plus le temps de m'ennuyer!!!

Il fallu donc effectuer les démarches administratives, remplir des dossiers pour m'inscrire et commencer quelques révisions et cela malgré de graves brûlures au visage et surtout aux mains (suite à un accident). A mon épouse, Brigitte, et à mes trois enfants, Pauline, Margaux et Thibaut, qui alors écrivaient ou tournaient les pages des livres pour moi, et qui m'ont supporté, je présente ma gratitude ... et ce n'était que le début. J'aurais l'occasion de leur réitérer ma reconnaissance.

Puis, en septembre 2001, le DEA commence!!!

Mon travail d'enseignant (à plein temps) avec de nouvelles missions pédagogiques me demande beaucoup de temps. Dans quelle galère me suis je lancé ? Il a fallu "rogner" sur les loisirs

et diminuer l'élevage de volailles (*Tant pis pour le pâté de foie de volailles*) et de moutons!!!

Dans cette difficile année, mais au combien enrichissante et intéressante, par une explication, un conseil judicieux, une méthode de travail, la correction d'un exercice supplémentaire ou une parole d'encouragement, ils m'ont soutenu. Je tiens à remercier particulièrement, messieurs les Professeurs et Docteurs Richard Jean-Pierre, Dambrine Michel, Craye Etienne, et Perruquetti Wilfrid.

Merci aussi à messieurs le Docteur Floquet Thierry et le Professeur Perruquetti Wilfrid pour leurs suivis, encouragements, aide et conseils lors du travail de mémoire de DEA.

Merci à toutes ces personnes de m'avoir permis d'attaquer dans de bonnes conditions la thèse.

L'étape suivante est l'étude, la réalisation et la mise en oeuvre du banc d'essai qui évoluera quelque peu. Mes remerciements s'adressent à l'ensemble du personnel technique du LAGIS, Hilaire (*Je peux avoir une ramette de papier ?*), Gilles, Jacques, Patrick (*Tu peux venir voir, j'ai un problème sur mon ordinateur ?*) et plus particulièrement à Bernard pour sa disponibilité.

Je ne peux oublier dans mes remerciements le personnel administratif, Marie-Françoise, Brigitte et Christine.

J'adresse également mes remerciements aux thésards, plus précisément Alexandre, Christophe, Djamel, François, Nima, Romain qui ont partagé ces années avec moi et qui m'ont aidé à franchir cette nouvelle étape. Un remerciement particulier à Michael pour notre fructueuse et amicale collaboration.

Je remercie vivement Monsieur Dambrine Michel, Professeur à l'UVHC de Valenciennes, pour son soutien amical, son aide et ses conseils mathématiques.

Je remercie vivement Monsieur Barbot Jean-Pierre, Professeur à l'ENSEA de Cergy, et Monsieur Plestan Franck, Maître de Conférences à l'IRCCyN de Nantes qui ont accepté d'être rapporteurs de ce mémoire. Leurs conseils judicieux ont été une aide précieuse pour la rédaction définitive de celui-ci.

Qu'il me soit permis de remercier aussi Monsieur Gillon Frédéric, Maître de Conféréences, à l'EC de Lille et Monsieur Richard Jean-Pierre, Professeur à l'EC de Lille, d'avoir pris le temps d'examiner ce travail et de l'intérêt qu'ils y ont porté.

Je leur adresse également mes remerciements pour avoir accepté d'être de ce jury.

Je remercie vivement Monsieur Guerra Thierry-Marie, Professeur à l'UVHC de Valenciennes, qui me fait l'honneur de présider ce jury.

Ce travail n'aurait été possible sans l'aide et le soutien d'un duo de choc pour l'encadrement de cette thèse :

Monsieur le Docteur Thierry Floquet, Chargé de Recherche CNRS au LAGIS de l'Ecole Centrale de Lille, qui a beaucoup souffert à la lecture de mes articles en anglais!!! Merci de ces fructueux échanges et du temps accordé.

Monsieur Perruquetti Wilfrid, Professeur au LAGIS de l'Ecole Centrale de Lille, qui m'a accompagné et surtout guidé tout au long de ces quatre années. Merci de m'avoir donné une ligne directrice tout en me laissant divaguer au grè de théorèmes, simulations et expérimentations afin que je trouve par moi-même le chemin à suivre ce qui n'était pas toujours facile au début.

Merci encore à eux pour leur sympathie et leur disponibilité.

Je tiens ici à renouveler mes remerciements à mes enfants et à mon épouse qui a eu le courage d'effectuer la lecture de cette thèse d'un jargon souvent incompréhensible pour elle.

Qu'il me soit permis, ici, de renouveler, à tous, toute mon amitié et ma profonde et très sincère gratitude.

Notations

v_α, v_β	Tensions instantanées aux bornes des enroulements dans le repère $(\alpha - \beta)$
i_α, i_β	Courants instantanées dans les enroulements dans le repère $(\alpha - \beta)$
v_d, v_q	Tensions instantanées aux bornes des enroulements dans le repère $(d - q)$
i_d, i_q	Courants instantanées dans les enroulements dans le repère $(d - q)$
$\varphi_\alpha, \varphi_\beta$	Flux des enroulements dans le repère $(\alpha - \beta)$
$\dot{y}, \ddot{y}, y^{(3)}, y^{(4)}$	Dérivée $1^{ère}$, $2^{ème}$, $3^{ème}$ et $4^{ème}$ de la variable y
e_k	Erreur entre la valeur réelle et la valeur de référence pour la variable k

R	Résistance d'une enroulement	K	Constante de couple
L	Inductance d'un enroulement	K_d	Couple de détente
J	Moment d'inertie	f_v	Frottements visqueux
N	Nombre de dents au rotor		
θ	Angle de position du rotor	Ω	Vitesse de rotation du rotor
C_{em}	Couple électromagnétique	C_p	Couple total des perturbations
C_r	Couple résistant	W_c	Coénergie
P_e	Perméance	R_e	Reluctance

M_p	Matrice de Park	τ	Période d'échantillonnage
p	Variable de Laplace	S	Variable de glissement
u, v	Les commandes	y_1, y_2	Les sorties

$\text{sign}(f)$	Fonction signe réelle définie par $\text{sign}(f) = \begin{cases} -1 & \text{si} \quad f < 0 \\ 1 & \text{si} \quad f > 0 \end{cases}$
$\mathbb{R}$	Ensemble des nombres réels
$\mathbb{R}^n$	Espace vectoriel de dimension n construit sur l'ensemble des nombres réels
$\mathbb{R}^+$	Ensemble des nombres réels positifs ou nuls
$MG1$	Loi de commande par modes glissants d'ordre 1
$MG2$	Loi de commande par modes glissants d'ordre 2
$MG3$	Loi de commande par modes glissants d'ordre 3

Introduction

Utilisation du moteur pas-à-pas.

L'évolution des technologies et des besoins de l'industrie ont permis des progrès significatifs dans les domaines des asservissements de position et de vitesse, entre autre, pour les machines outils, robots mobiles ou manipulateurs. Le respect du cahier des charges est souvent exprimé en fonction des caractéristiques et des qualités de l'asservissement selon les deux grandeurs précitées. Il y a, depuis plusieurs années, à cet effet, une augmentation de l'utilisation des moteurs alternatifs.

Les machines électriques, et plus particulièrement les moteurs électriques, présentent de nombreux avantages pour ce type d'asservissement (simplicité d'installation, souplesse d'emploi, robustesse, gamme de produits très large) et sont couramment utilisés en tant qu'actionneurs et convertisseurs d'énergie électrique en énergie mécanique. De plus, les progrès de l'électronique de puissance et des systèmes de calculs ont permis d'améliorer et d'optimiser les performances dynamiques et statiques de ces convertisseurs électromécaniques.

Des caractéristiques des différents types de moteurs on retiendra les avantages des moteurs pas-à-pas qui sont des actionneurs incrémentaux fonctionnant par des déplacements élémentaires successifs entre des positions d'arrêts selon une périodicité dans l'espace :

- les positions d'arrêts sont des états d'équilibre,
- les déplacements étant relatifs, les erreurs ne sont pas cumulatives et la précision de positionnement est fonction de la précision d'arrêt sur un pas,
- la simplicité de mise en oeuvre et de commande en boucle ouverte,
- la plage et la gamme de vitesse étendues,
- le couple important à l'arrêt,
- le bon rendement.

Enfin l'amélioration de la qualité des aimants permanents et l'évolution des circuits de commande à microprocesseur expliquent aussi l'extension de l'utilisation de ces moteurs. Le moteur pas-à-pas est un actionneur électromécanique principalement utilisé pour le positionnement. Il peut fournir un couple important avec une faible inertie. De plus, il est très fiable et requiert peu de maintenance puisque sans balai. Son aptitude à fournir une bonne précision en contrôle de vitesse ou de position, combinée à sa petite taille et à son faible coût, font de ce moteur un actionneur apprécié dans de nombreuses applications telles que les imprimantes, les machines textiles, les machines-outils ou encore en robotique.

Vous pourrez trouver des éléments complémentaires sur l'utilisation dans le milieu industriel des moteurs pas-à-pas de façon plus détaillée dans [Acarnley 92], [Deltoro 85], [Gieras 02] ou [Lacroux 94].

De façon générale, le moteur pas-à-pas doit recevoir une information pour le sens de rotation et une impulsion par pas. La création et l'envoi au moteur d'un nombre fini d'impulsions, Figure 1, constituent une commande (ou consigne) de position et la fréquence de celles-ci constitue la commande (ou consigne) de vitesse pour un asservissement classique.

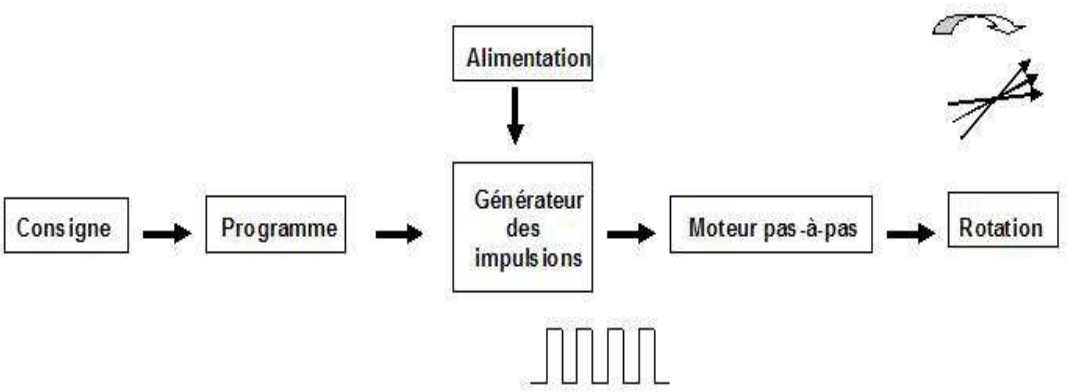

FIG. 1 – Commande en boucle ouverte

La rotation du moteur s'effectue par une séquence de permutation circulaire des configurations d'alimentation dans un sens ou dans l'autre. Les alimentations actuelles sont généralement classées en cinq modes, Figure 2 :

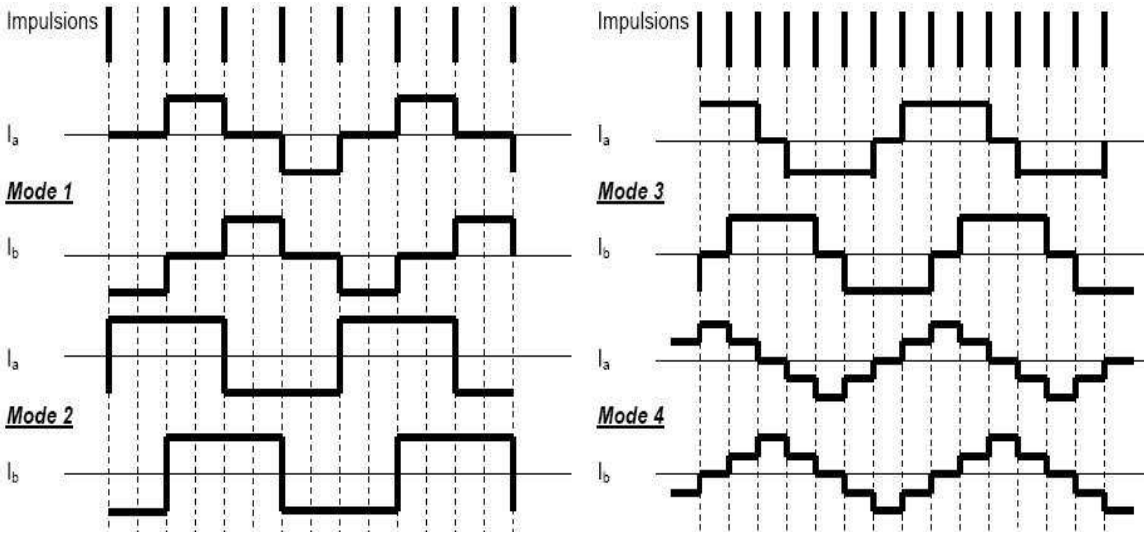

FIG. 2 – Les différents modes d'alimentation

- Mode 1 : une seule phase est alimentée à la fois par le courant nominal I_n. C'est dans ce cas qu'est défini le pas angulaire.

- Mode 2 : deux phases sont alimentées à la fois par le courant I_n. Le couple est plus important d'un facteur $\sqrt{2}$.

- Mode 3 : la combinaison en alternance des deux modes précédents permet de fonctionner en demi-pas.

- Mode 4 : on utilise le même principe que précédemment mais, lorsqu'une seule phase est alimentée, le courant est augmenté d'un facteur $\sqrt{2}$, afin d'obtenir le couple du Mode 2 avec une précision double.

- Mode 5 : ce mode, communément appelé "ministepping", consiste à multiplier les positions intermédiaires en alimentant chaque phase par des "fractions" du courant nominal. Cela correspond à l'extension du fonctionnement en mode 4.

Si on détermine les valeurs des courants selon les équations suivantes :

$$\begin{cases} I_\alpha = I_n\sqrt{2}\cos\theta' \\ I_\beta = I_n\sqrt{2}\sin\theta' \end{cases}$$

et en donnant à θ' r valeurs équidistantes de $\pi/2r$, alors on obtient r fois le nombre de positions d'équilibre du mode 1.

Remarque 1 *La précision dépend donc de l'association du moteur pas-à-pas et du mode d'alimentation. Toute modification de l'un des éléments modifie évidemment la précision.*

Remarque 2 *De plus, quelque soit le mode d'alimentation, le couple fournit est fonction de ce mode. En effet, les profils des courants sont figés ce qui limite le champ d'application de ce type de fonctionnement lorsqu'il est nécessaire d'adapter le courant en temps réel pour faire face à l'apparition ou à une variation du couple résistant.*

Les commandes classiques, en boucle ouverte, se contentent, en général, de vérifier que le nombre souhaité de pas a été réalisé sans prendre en compte la structure électromagnétique complète. De plus, il ne faut pas négliger certains inconvénients de cette commande pour ce type de moteur :

- couple de pointe limité par la saturation magnétique,
- possibilité d'échauffement aux faibles et moyennes vitesses,
- tendance aux oscillations amorties et ondulations de couple,
- les commandes en fraction de pas sont souvent sujettes à erreurs de précision et donc l'amélioration de la précision de positionnement, pour un moteur donné, est difficile à réaliser,
- possibilité de pertes de pas selon la dynamique employée.

Dans tous les cas, les performances de ce type de moteur sont fortement liées à celles de son alimentation et de sa commande.

De plus, selon le couple de charge, les fréquences de démarrage, de fonctionnement ou d'arrêt peuvent être une source de dysfonctionnement. Il faut donc respecter des zones de fonctionnement, Figure 3, d'un moteur pas à pas.

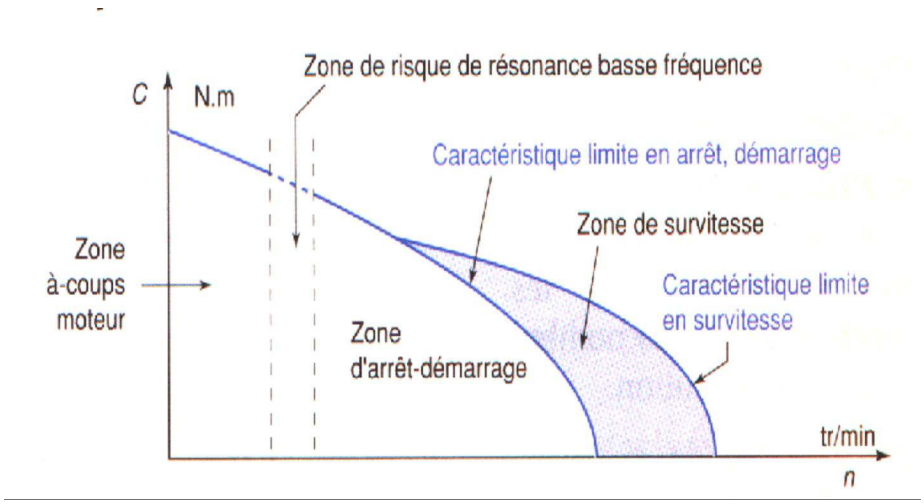

FIG. 3 – Zones de fonctionnement

Pour palier à ces divers inconvénients, l'étude portera sur la commande en tension (tensions de phases instantanées calculées en temps réel) en boucle fermée du moteur pas-à-pas pour un suivi de trajectoire en vitesse ou en position.

La régulation de position d'un système électromécanique est le type d'asservissement classique d'un robot mobile ou d'un bras manipulateur. Dans tous ces systèmes, le moteur pas-à-pas peut être utilisé de façon efficace grâce à ses diverses qualités. La commande en boucle fermée de ce type de moteur permet d'entrevoir de nouvelles applications industrielles dans beaucoup de domaines.

Lois de commande

Le moteur pas-à-pas, malgré ses qualités, reste trop souvent encore synonyme de commande en boucle ouverte. Sa commande en boucle fermée ne connaît pas encore le succès qu'elle mériterait compte tenu des nombreux avantages propres à cette méthode (le système étant régulé, il est moins sensible aux variations et perturbations extérieures). Cet état de fait est surtout dû à ce que le modèle du moteur est typiquement non linéaire, donc complexe. Les commandes en boucle ouverte sont, alors, des "modes d'alimentations" périodiques à fréquences variables. Les méthodes de commande en boucle fermée présentées ci-après permettent de calculer, en temps réel, ou "instantanément" les tensions de phases nécessaires à l'asservissement ou la poursuite de trajectoire de la position (ou encore de la vitesse).

Cette étude se propose d'exposer des méthodes relativement simples et présentant de bonne qualités, qui permettent d'envisager leur implantation effective dans des applications industrielles. De plus, le modèle du moteur pas-à-pas est un système possédant la propriété dite de platitude, c'est-à-dire que toutes les variables d'états et les entrées peuvent être paramétrées en fonction de sorties dites plates (ou linéarisantes) et par un nombre fini de leurs dérivées temporelles successives. Un système plat est équivalent à un système linéaire commandable. Cette propriété facilite, en outre, considérablement la planification de trajectoire hors ligne.

Différentes lois de commande, pour des asservissements en position ou en vitesse, basées sur les méthodes de linéarisation [Bodson 93], [Zribi 91], de perturbations singulières [Khalil 86], de passivité associée à la platitude [Sira-Ramirez 01] ou de modes glissants [Zribi 01], [Nollet 03-2], [Nollet 04-1], [Nollet 04-2] ou [Nollet 06-1] ont déjà été étudiées. Des expérimentations ont parfois illustré ces études. Ces méthodes présentent des facilités de mise en œuvre et de réglage mais pas toujours de bonnes qualités de précision et de robustesse vis-à-vis d'un couple de perturbation ou d'incertitudes paramétriques.

Dans cette étude, nous proposons de réaliser des lois de commandes afin de suivre, de façon précise et robuste, des trajectoires de référence en position et en courant. L'étude portera plus particulièrement sur la synthèse de lois de commandes par modes glissants d'ordre 1, 2 et 3.

Ce choix est motivé par le fait que cette technique a déjà fait ses preuves dans le cadre de la commande des machines électriques mais aussi parce que, ainsi qu'il a déjà été exposé dans plusieurs travaux (voir par exemple [Sira-Ramirez 00], [Zribi 01]), la combinaison de la propriété de platitude et de techniques basées sur les modes glissants conduit à des schémas de commande efficace et simple à mettre en place dans le cadre du suivi robuste de sorties de référence. En effet, l'utilisation combinée des modes glissants et de la platitude implique des propriétés de découplage entrées/sorties et une linéarisation dynamique et robuste. Par conséquent, cette combinaison possède des qualités de robustesse, facilement exploitables, introduites par ces deux théories lors de stratégie de stabilisation et de suivi de trajectoires.

Ce type de commande a déjà été largement utilisée dans de nombreux domaines ou applications (robotique, mécanique, électrique, pneumatique, agro-alimentaire, aéronautique, automobile, etc...), en théorie ou en pratique, ([Bartolini 97], [Bartolini 99], [Bartolini 03], [Emel'yanov 86], [Floquet 03], [Barbot 03], [Floquet 04], [Floret 01], [Fridman 02], [Lagrouche 07], [Levant 93], [Levant 01], [Levant 05], [Perruquetti 02], [Sira-Ramirez 02], [Slotine 84], etc ...), avec d'autres types de moteur ([Floquet 00], [Floquet 02], [Glumineau 93], [Lagrouche 04], [Lagrouche 06]) ou d'applications électriques ([Utkin 93], [Utkin 99]).

Il faut signaler qu'il existe d'autres pistes d'études pour des commandes robustes de moteurs électriques, par exemple, [Caravani 98], [Xu 98] (Backstepping).

La commande par modes glissants pour les systèmes non linéaires a été largement étudiée et développée depuis son introduction [Utkin 77]. Celle-ci appartient à une classe plus large appelée commandes à structure variable. L'objectif de la méthode est, à l'aide d'une commande discontinue, de contraindre le système à évoluer au bout d'un temps fini et de se maintenir sur une surface, appelée *surface de glissement*, où le comportement résultant correspond aux

dynamiques souhaitées. Le régime du système ainsi commandé est appelé mode glissant et la dynamique de celui-ci peut être rendue insensible aux variations paramétriques, aux erreurs de modélisation et à certaines perturbations externes. La loi de commande par modes glissants est de conception relativement simple et présente des qualités de robustesse vis-à-vis de certaines classes de perturbations.

Cependant, il existe quelques problèmes comme le phénomène de réticence, dû au caractère discontinu de la commande. Ces inconvénients peuvent être vraiment néfastes pour le moteur, en provoquant un échauffement important des enroulements ou en excitant des dynamiques de hautes fréquences non modélisées, mais aussi pour le convertisseur statique (fréquence de fonctionnement des interrupteurs statiques). En effet, selon la fréquence de ce phénomène, il peut provoquer des dégâts au niveau de l'électronique de puissance lors des commutations. Il existe différentes méthodes pour diminuer ce phénomène dont l'une consiste à remplacer la fonction signe par une approximation continue au voisinage de la surface de glissement (fonction saturation ou fonction sigmoïde) [Edwards 98], [Slotine 84]. Une autre méthode consiste à utiliser les modes glissants d'ordre supérieur [Bartolini 04], [Bartolini 00], [Fridman 02], [Emelyanove 93], [Levant 93], [Utkin 06] dont le principe est de rejeter les discontinuités au niveau des dérivées supérieures de l'entrée du système. L'effet de la réticence est ainsi éliminé, tout en préservant les propriétés de robustesse et en améliorant même la précision de convergence.

Dans [Zribi 01], les auteurs ont développé une loi de commande par modes glissants classiques. Cependant, aucune perturbation, qu'elle soit d'origine extérieure ou paramétrique, n'est prise en compte. Il apparaît en fait que, pour une telle commande basée sur la connaissance de l'état uniquement (i.e. sans adjonction de capteurs ou d'observateurs), le régime glissant est détruit par l'apparition d'un couple de charge ou par la variation de certains paramètres. Ici, nous montrerons, expérimentations à l'appui, que l'utilisation d'algorithmes par modes glissants d'ordre 2, permet de pallier à ce problème. D'autre part, la réduction du phénomène de réticence ainsi que l'amélioration de la précision de convergence, seront mises en évidence. La théorie des modes glissants est ici aussi utilisée pour élaborer et implanter des observateurs aussi bien à des fins d'identifications que pour se substituer à un capteur afin d'en diminuer le nombre.

Le but de ce travail est de mettre en oeuvre et de comparer plusieurs lois de commande en boucle fermée d'un asservissement de position afin de valider les possibilités et qualités des modes glissants (surtout ceux d'ordre 2 et 3). Les expérimentations menées et les résultats présentés permettent de mettre en évidence les avantages, inconvénients, limites et contraintes de ces différentes techniques en s'appuyant sur différents critères :

- mise en oeuvre, nombre de paramètres à régler, facilité de réglage.
- qualité de l'asservissement : précision, rapidité, stabilité, robustesse (vis-à-vis d'incertitudes paramétriques ou de perturbations).
- point de vue énergétique : tensions, courants, puissance dissipée, grandeurs maximales instantanées, énergie consommée.

Le mémoire est organisée de la façon suivante.

Après cette petite introduction, dans le chapitre 1, le contexte de l'étude est définit, le banc d'essai est décrit et les caractéristiques des éléments sont détaillés. Puis, les modèles du

moteur pas-à-pas utilisés pour l'établissement des lois de commandes sont élaborés. Dans le chapitre 2, la problématique de l'étude est alors explicitée. Les objectifs des lois de commande sont explicités, les trajectoires de référence sont déterminées. La propriété de platitude facilite grandement la planification de la trajectoire de référence. Enfin une méthode d'optimisation de celles-ci est décrite.

Le troisième chapitre rappelle des méthodes classiques d'identifications des paramètres du moteur pas-à-pas. Ensuite, l'efficacité des estimateurs par modes glissants d'ordre 2 étant démontrée, des estimateurs sont alors utilisés pour effectuer une identification "en ligne" des paramètres du moteur pas-à-pas. Des résultats expérimentaux accompagnent cette description.

Des lois de commandes plus "classiques" sont rappelées rapidement, dans le chapitre 4. Pour chaque loi, sont présentés la loi de commande, les résultats des simulations et les relevés expérimentaux. Le chapitre 5 présente des lois par modes glissants d'ordre 1, 2 et 3. De même que précédemment, pour chaque loi, sont présentés la loi de commande, les résultats des simulations et les relevés expérimentaux.

Dans le Chapitre 6, afin de diminuer le nombre de capteurs, un observateur de vitesse par modes glissants est introduit ainsi qu'un estimateur de couple de charge. Ils sont testés expérimentalement avec les lois par modes glissants d'ordre 2 et 3.

Dans la conclusion, les expérimentations étant effectuées, les résultats expérimentaux sont alors présentés et détaillés afin de mettre en évidence et de valider les avantages d'une part,de l'utilisation des modes glissants par rapport aux lois plus classiques, et d'autre part, des modes glissants d'ordre supérieur. Une synthèse des résultats précédents est élaborée tout en expliquant les difficultés rencontrées et enfin, l'esquisse de certaines perspectives en ce qui concerne la commande de ce type de moteur pour d'éventuelles nouvelles applications est évoquée.

L'organisation du mémoire correspond à la démarche de l'étude, Figure 4, qui a été mise en place.

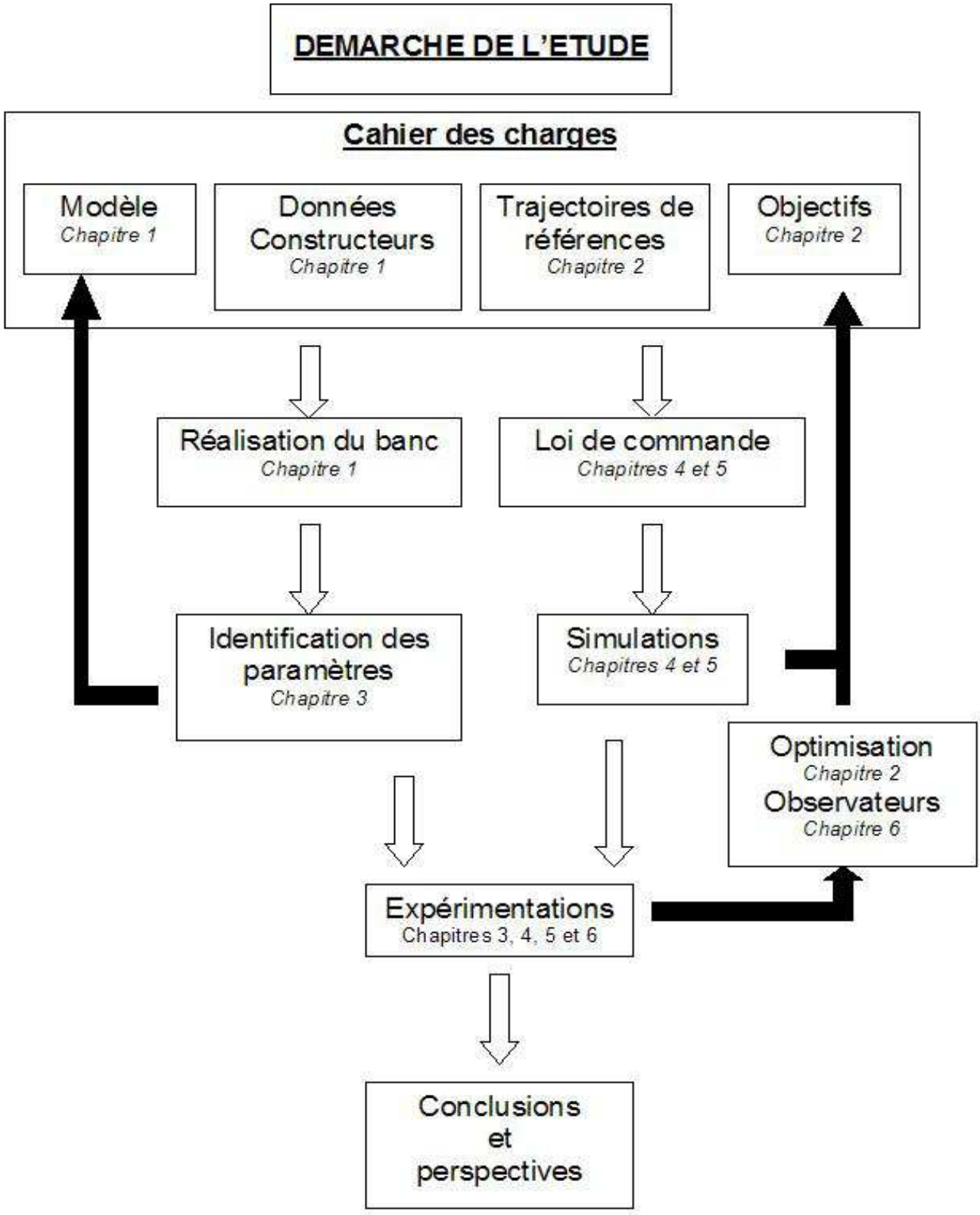

FIG. 4 – Démarche de l'étude

Chapitre 1

Contexte de l'étude

1.1 Description du banc d'essai

Les expérimentations ont été réalisées sur un banc d'essai développé au sein de l'équipe SyNeR du LAGIS. Celui-ci est constitué d'un moteur pas-à-pas, d'un codeur optique absolu, de capteurs de courant, de deux amplificateurs, d'une carte d'interface dSpace 1104, d'un ordinateur équipé de logiciels spécifiques, d'un frein à poudre générant le couple de charge, d'un capteur de couple et d'un couplemètre digital. Chacun de ces éléments est succintement décrit ci-après.

Le schéma synoptique du banc, Figure 1.1, est le suivant :

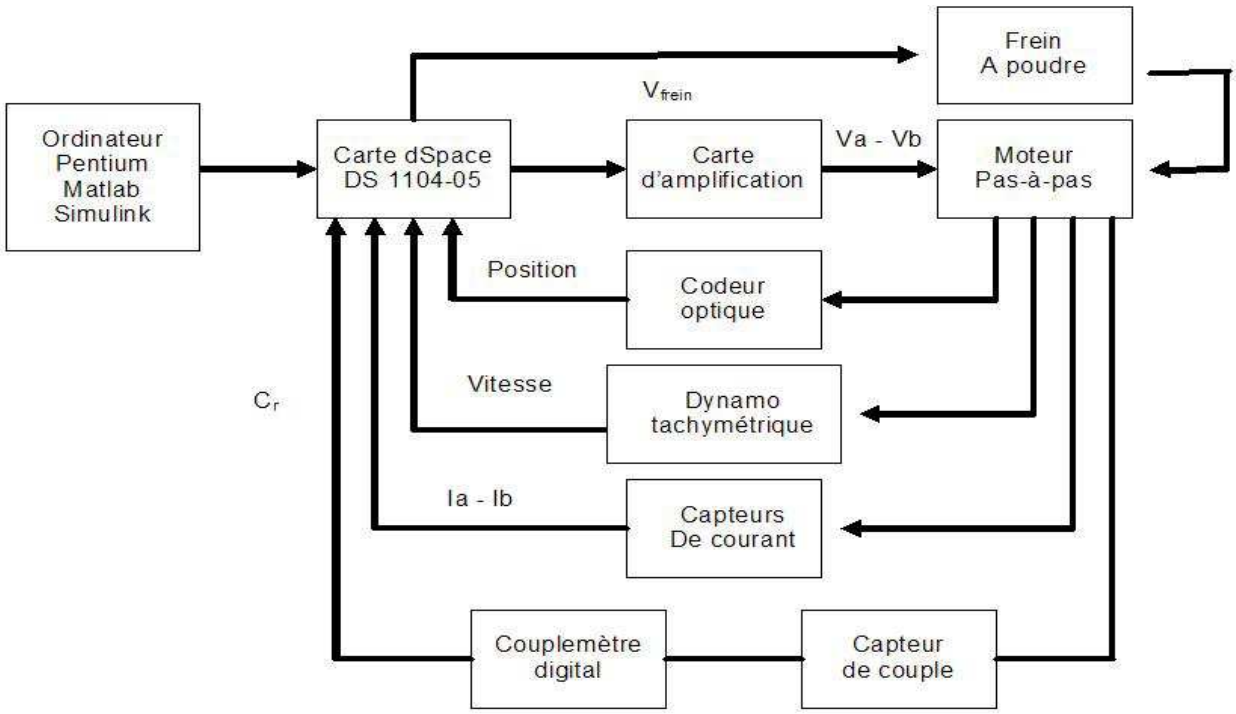

FIG. 1.1 – Synoptique du banc d'essai

Une vue globale du banc est donnée Figure 1.2.

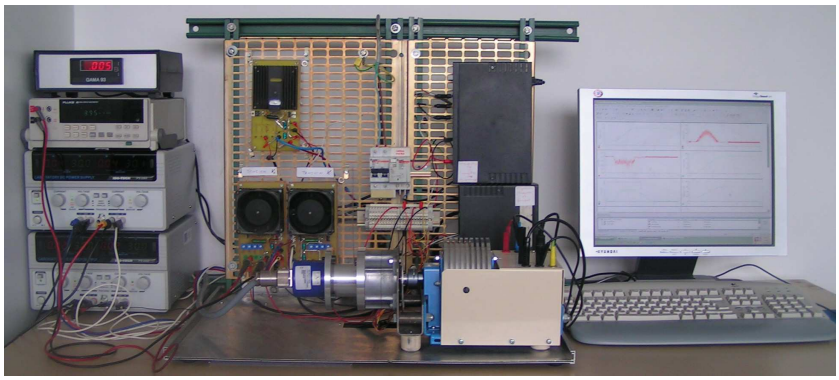

FIG. 1.2 – Vue globale du banc d'essai

Le banc moteur : Le banc moteur, Figure 1.3, est composé, de gauche à droite, du codeur optique, du moteur pas-à-pas et du banc de charge.

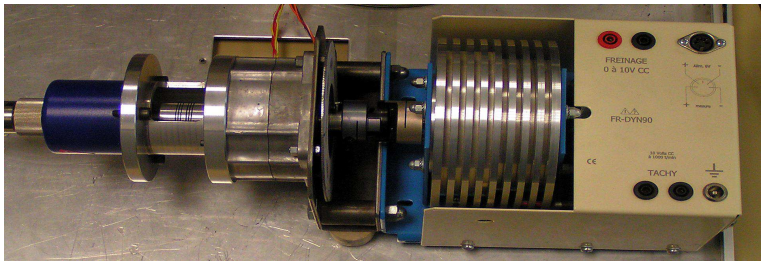

FIG. 1.3 – Le banc moteur

Un disque gradué, Figure 1.4, a été installé pour une appréciation visuelle du déplacement.

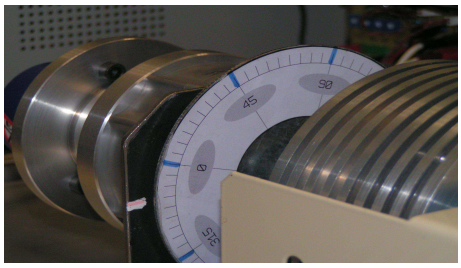

FIG. 1.4 – Vue du disque

Le moteur utilisé est un Turbo Disc P850 - Portescap dont la technologie est basée sur un disque magnétique comme rotor, ce qui procure une faible inertie, un poids plus faible et des caractéristiques dynamiques plus élevées que la plupart des moteurs pas-à-pas de technologie classique.

Les caractéristiques du moteur, données constructeurs, avec enroulements branchés en série sont les suivantes :

Courant nominal : $I_n = 1,8A$	Précision : $1,8°$ $(200\ pas)$
Inertie : $J = 150.10^{-7} kg.m^2$	Nbre de dents : $N = 50$
Couple de maintien : $C_m = 780.10^{-3} N$	Résistance : $R = 2,6\,\Omega$
Frottements visqueux : $f_v = 10^{-3}$ N.m.s/rad	Inductance : $L = 6,4mH$

Les figures 1.5 permettent de comprendre la technologie de ce type de moteur.

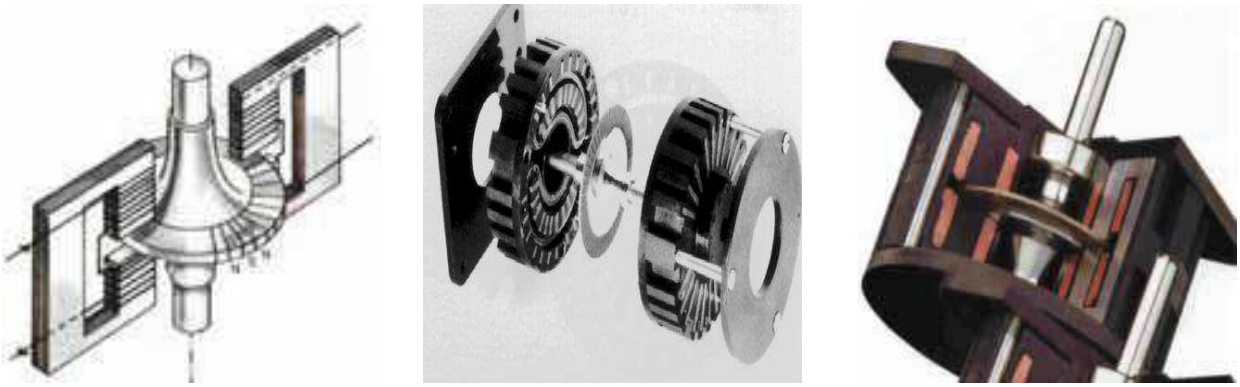

FIG. 1.5 – Principe - Eclaté - Coupe

Le codeur de position : la position est mesurée à l'aide d'un codeur optique absolu (13 bits - 8192 points), monté en bout d'arbre, dont la précision est de l'ordre de 7.67 10^{-4} rad. Il a une précision environ 40 fois plus grande que l'écart angulaire entre deux pas successifs du moteur pas-à-pas (utile pour faire du positionnement en micro-pas).

Le banc de charge : la charge est un banc de Langlois (ref FR-DYN90) équipé d'un frein à poudre, d'un capteur de couple et d'une dynamo tachymétrique (10 V / 1000 tr/mn) qui donne l'information de mesure de la vitesse envoyée à l'interface dSPACE. La tension alimentant le frein à poudre est délivrée par l'ordinateur par l'intermédiaire d'une carte d'amplification. L'allure de la tension de frein V_{frein} est un signal de type carré.

Le poste informatique : l'ordinateur de type PC Pentium 4 est équipé des logiciels Mathworks, Matlab et Simulink, pour les calculs et les simulations et d'une carte dSPACE 1104 avec le logiciel ControlDesk pour la récupération, l'affichage et la visualisation des différents paramètres et courbes lors des expérimentations. La période d'échantillonnage choisie pour les expérimentations est $\tau = 10^{-4}s$.

Alimentation du moteur : les lois de commande déterminent les tensions à appliquer aux bornes des deux phases v_α et v_β du moteur. Elles sont délivrées par l'intermédiaire de la carte dSPACE puis amplifiées par deux cartes à base d'amplificateurs opérationels OPA 541 de Burr-Brown ($\pm 40V - 10A$). En effet, la puissance disponible en sortie de carte dSPACE est trop faible pour alimenter directement les enroulements du moteur pas-à-pas. Chaque montage est à gain variable (1, 2, 3 ou 4), refroidi par ventilateur et protégé par une résistance de limitation de courant.

Les capteurs de courant : on utilise des transducteurs de courant (ref : HX 03-P) de LEM Components d'une précision de 1% pour mesurer les courants i_α et i_β dans les enroulements.

Remarque 3 *La valeur de la position de référence à chaque instant, ou la position finale de référence, ne correspondent pas forcément à un nombre entier de pas. Les lois de commande en tension doivent permettre de se positionner selon n'importe quelle fraction de pas et de s'y maintenir. Cependant, la meilleure précision possible de positionnement sera limitée par celle du codeur optique absolu de position.*

1.2 Modèle du moteur pas-à-pas

Il ne s'agit pas ici de refaire la théorie des moteurs pas-à-pas mais seulement de déterminer et de présenter succinctement les équations des modèles, [Bodson 93], [Goedel 84], qui seront utilisés par la suite.

Le lecteur pourra trouver en Annexe A des explications plus détaillées sur les technologies des moteurs pas-à-pas ainsi que les théories, les phénomènes physiques et les premiers calculs qui conduisent aux équations ci-après.

1.2.1 Equations électriques

Le moteur pas-à-pas est schématisé, dans le repère $(\alpha - \beta)$ de la façon suivante :

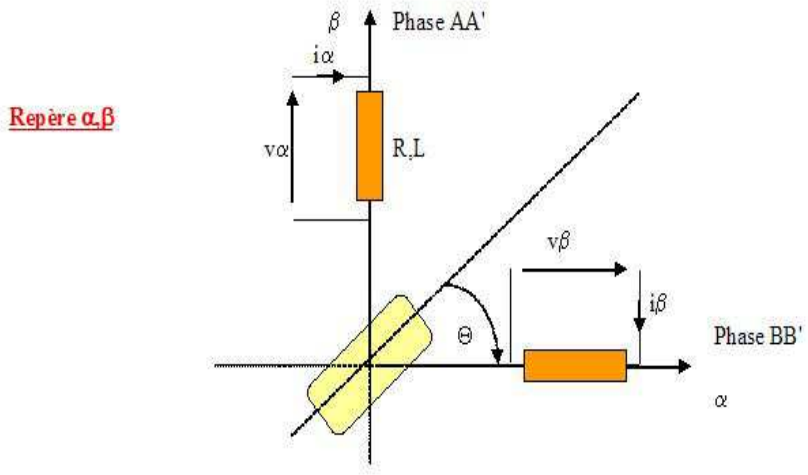

FIG. 1.6 – Schéma électrique du modèle dans le repère $(\alpha - \beta)$

où i_α, i_β sont les courants et où v_α, v_β, les variables d'entrée, sont les tensions appliquées aux bornes des enroulements des phases α et β. θ et Ω sont respectivement la position et la vitesse angulaires du rotor du moteur.

Pour le modèle avec N dents au rotor, R étant la résistance d'un enroulement, en se limitant au premier harmonique pour la détermination des self inductances (L_0 et L_1), les équations électriques de chaque enroulement, α et β, sont données par :

$$\begin{cases} v_\alpha = Ri_\alpha + \frac{d\varphi_\alpha}{dt} \\ v_\beta = Ri_\beta + \frac{d\varphi_\beta}{dt} \end{cases}$$

On en déduit les flux dans les enroulements

$$\begin{cases} \varphi_\alpha = (L_0 + L_1 cos(2\theta))i_\alpha + L_1 sin(2\theta)i_\beta + \varphi_r cos\theta \\ \varphi_\beta = (L_0 - L_1 cos(2\theta))i_\beta + L_1 sin(2\theta)i_\alpha + \varphi_r sin\theta \end{cases}$$

où φ_r est le flux maximal envoyé par l'aimant à travers une bobine. Le flux φ_r du rotor est équivalent à la circulation d'un courant fictif i_r dans un pseudo enroulement rotorique ayant une inductance L_r, soit : $\varphi_r = L_r i_r$. Donc, les équations des flux sont les suivantes :

$$\begin{cases} \varphi_\alpha = (L_0 + L_1 \cos(2N\theta))i_\alpha + L_1 \sin(2N\theta)i_\beta + L_r i_r \cos(N\theta) \\ \varphi_\beta = (L_0 - L_1 \cos(2N\theta))i_\beta + L_1 \sin(2N\theta)i_\alpha + L_r i_r \sin(N\theta) \end{cases}$$

En posant $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$, alors,

$$\begin{cases} v_\alpha = Ri_\alpha + ((L_0 + L_1 \cos(2N\theta))\frac{di_\alpha}{dt}) - 2NL_1 i_\alpha \sin(2N\theta)\Omega + 2NL_1 i_\beta \cos(2N\theta)\Omega \\ +L_1 \sin(2N\theta))\frac{di_\beta}{dt} - NL_r i_r \sin(N\theta)\Omega \\ v_\beta = Ri_\beta + ((L_0 + L_1 \cos(2N\theta))\frac{di_\beta}{dt}) - 2NL_1 i_\beta \sin(2N\theta)\Omega + 2NL_1 i_\alpha \cos(2N\theta)\Omega \\ +L_1 \sin(2N\theta))\frac{di_\alpha}{dt} + NL_r i_r \cos(N\theta)\Omega \end{cases} \tag{1.1}$$

1.2.2 Equations mécaniques

- *Expression du couple électromagnétique*

On peut établir l'allure du couple moteur, Figure 1.7, lors de l'alimentation d'une seule phase.

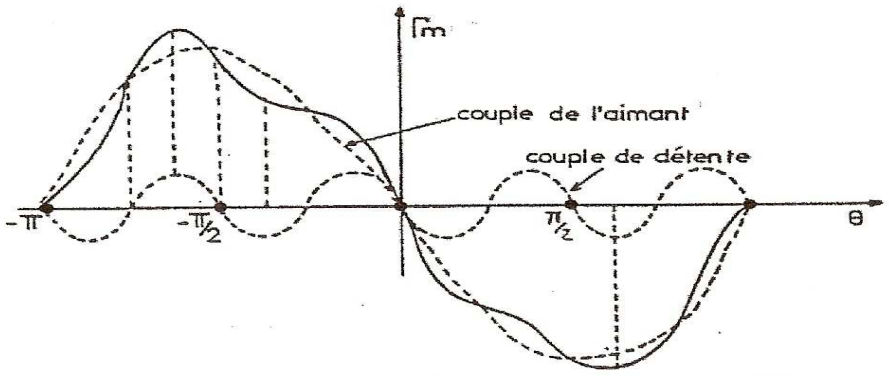

FIG. 1.7 – Allure du couple moteur

On peut y voir les quatre positions stables (ou positions de détente) rencontrées lors de la non-alimentation en courant du moteur. L'expression du couple électromagnétique est :

$$C_{em} = -NL_r i_r (i_\alpha \sin(N\theta) - i_\beta \cos(N\theta)) + NL_1((i_\beta^2 - i_\alpha^2)\sin(2N\theta) + 2i_\alpha i_\beta \cos(2N\theta)$$

Le premier terme représente l'interaction du courant avec l'aimant et les autres termes représentent les couples de reluctance variable négligeables, en général, devant le premier. Pour prendre en compte la variation de la reluctance externe de l'aimant selon la position, il faut introduire un couple de détente de la forme suivante :

$$C_d = -K_d \sin(4N\theta)$$

On obtient donc :

$$C_{em} = -NL_r i_r(i_\alpha \sin(N\theta) - i_\beta \cos(N\theta)) + NL_1((i_\beta^2 - i_\alpha^2)\sin(2N\theta) + 2i_\alpha i_\beta \cos(2N\theta)) - K_d \sin(4N\theta)$$

- Application de l'équation fondamentale de la dynamique

Soit J le moment d'inertie totale des masses en rotation ramené sur l'arbre moteur, l'équation fondamentale de la dynamique s'écrit :

$$J\frac{d\Omega}{dt} = C_T$$

où C_T représente l'ensemble des couples appliqués au moteur (frottements visqueux, couple de charge...), avec :

$$C_T = C_{em} - f_v\Omega + C_r$$

où $f_v\Omega$ sont les frottements visqueux et C_r est le couple de perturbation. On a donc

$$\begin{aligned} J\tfrac{d\Omega}{dt} = &-NL_r i_r(i_\alpha \sin(N\theta) - i_\beta \cos(N\theta)) + NL_1((i_\beta^2 - i_\alpha^2)\sin(2N\theta) + 2i_\alpha i_\beta \cos(2N\theta)) \\ &- K_d \sin(4N\theta) - f_v\Omega - C_r \end{aligned} \tag{1.2}$$

1.2.3 Puissances mises en jeu

- Expression de la puissance mécanique

$$P_m = C_{em}\Omega$$

- Expression de la puissance électrique

La puissance électrique instantanée est donnée par la formule suivante :

$$p(t) = v_{\alpha\beta}^T i_{\alpha\beta}$$

On pose

$$L_{\alpha\beta r} = \begin{pmatrix} L_0 + L_1\cos(2N\theta) & L_1\sin(2N\theta) & L_r\cos(N\theta) \\ L_1\sin(2N\theta) & (L_0 - L_1\cos(2N\theta) & L_r\sin(N\theta) \end{pmatrix}.$$

$$[R] = \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{pmatrix},\ i_{\alpha\beta r} = \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_r \end{pmatrix},\ i_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix}$$

et

$$\varphi_{\alpha\beta} = L_{\alpha\beta r} i_{\alpha\beta r}$$

et on a donc

$$\begin{cases} p(t) = ([R]i_{\alpha\beta} + \frac{d\varphi_{\alpha\beta}}{dt})^T i_{\alpha\beta} \\ \\ p(t) = i_{\alpha\beta}^T [R] i_{\alpha\beta} + \frac{1}{2}\frac{\delta(i_{\alpha\beta r}^T L_{\alpha\beta r} i_{\alpha\beta})}{\delta t} + \frac{1}{2} i_{\alpha\beta r}^T \frac{\delta(L_{\alpha\beta}^T)}{\delta\theta} i_{\alpha\beta}\Omega \end{cases}$$

Par identification, on peut voir que le premier terme de $p(t)$ représente les pertes joules, le deuxième la puissance transmise "au secondaire" et le troisième terme correspond à la puissance mécanique.

1.2.4 Modèle dans le repère $(\alpha - \beta)$

Le modèle, dans sa forme générale, en utilisant les équations (1.1) et (1.2), peut s'écrire sous la forme d'un système d'équations différentielles comme suit :

$$\begin{cases} v_\alpha = Ri_\alpha + (L_0 + L_1\cos(2N\theta))\frac{di_\alpha}{dt} - 2NL_1 i_\alpha \sin(2N\theta)\Omega + 2NL_1 i_\beta \cos(2N\theta)\Omega + \\ L_1 \sin(2N\theta)\frac{di_\beta}{dt} + NL_r i_r \sin(N\theta)\Omega \\ \\ v_\beta = Ri_\beta + (L_0 + L_1\cos(2N\theta))\frac{di_\beta}{dt} - 2NL_1 i_\beta \sin(2N\theta)\Omega + 2NL_1 i_\alpha \cos(2N\theta)\Omega + \\ L_1 \sin(2N\theta)\frac{di_\alpha}{dt} + NL_r i_r \cos(N\theta)\Omega \\ \\ J\frac{d\Omega}{dt} = -NL_r i_r(i_\alpha \sin(N\theta) - i_\beta\cos(N\theta)) + NL_1((i_\beta^2 - i_\alpha^2)\sin(2N\theta) + 2i_\alpha i_\beta \cos(2N\theta)) \\ -K_d \sin(4N\theta) - f_v\Omega - C_r \\ \\ \Omega = \frac{d\theta}{dt} \end{cases}$$

Pour simplifier le modèle, on peut montrer qu'il n'existe qu'une très faible variation des auto-inductances ou reluctance pendant les rotations. L_1 est donc négligeable par rapport à L_0. On pose alors $L = L_0$, inductance de chaque enroulement. K_d peut être négligé. De plus, en posant $K = NL_r i_r$, on obtient le modèle non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_\alpha}{dt} = \frac{1}{L}(v_\alpha - Ri_\alpha + K\Omega \sin N\theta) \\ \frac{di_\beta}{dt} = \frac{1}{L}(v_\beta - Ri_\beta - K\Omega \cos N\theta) \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}(K(i_\beta \cos N\theta - i_\alpha \sin N\theta) - f_v\Omega - C_r) \\ \frac{d\theta}{dt} = \Omega \end{cases} \tag{1.3}$$

1.2.5 Modèle dans le repère $(d - q)$

La transformation de Park ([Park 29]), ou "Direct-Quadrature Transformation", permet de s'affranchir des termes trigonométriques et de définir de nouvelles variables d'entrée, v_d et v_q, ainsi que les variables d'état, i_d, i_q, θ, Ω, dans le repère dit $(d - q)$. Cette transformation est donnée par :

$$\begin{array}{c} [i_d, i_q]^T = M_p\,[i_\alpha, i_\beta]^T \\ [v_d, v_q]^T = M_p\,[v_\alpha, v_\beta]^T \end{array} \quad \text{où} \quad M_p = \begin{pmatrix} \cos N\theta & \sin N\theta \\ -\sin N\theta & \cos N\theta \end{pmatrix}. \tag{1.4}$$

Le modèle dans le repère $(d-q)$

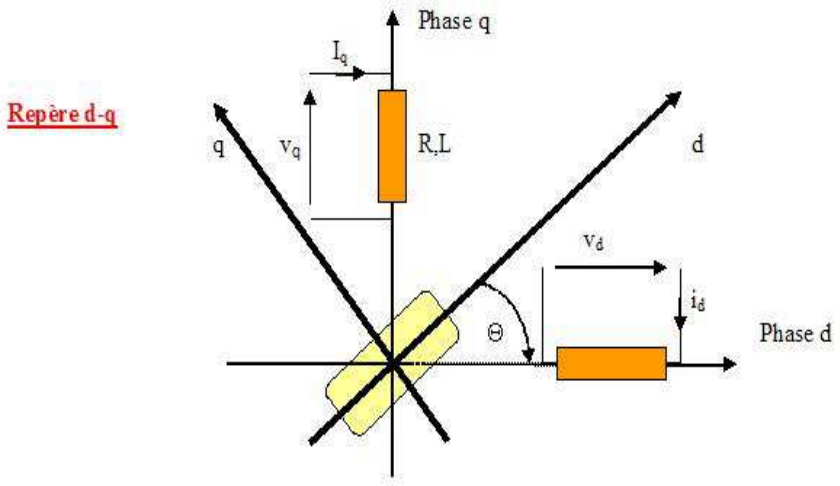

FIG. 1.8 – Schéma électrique du modèle dans le repère $(d-q)$

s'écrit

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L}(v_d - Ri_d + NL\Omega i_q) \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L}(v_q - Ri_q - NL\Omega i_d - K\Omega) \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\Omega - C_r) \\ \frac{d\theta}{dt} = \Omega \end{cases} \tag{1.5}$$

où i_d est le courant direct, i_q le courant en quadrature, v_d la tension directe et v_q la tension en quadrature. Il faut remarquer qu'avec cette transformation, selon l'équation suivante,

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\Omega - C_r)$$

le couple est uniquement commandé par l'intermédiaire de i_q.

1.3 Analyse du système

Il est connu que le système étudié (on verra par la suite, que le système est un système plat) est commandable, observable et identifiable.

En effet, si on pose

$$\begin{cases} x = [i_d, i_q, \theta, \Omega]^T \\ u = [v_d, v_q]^T \end{cases}$$

alors le système (1.5) peut s'écrire

$$\dot{x} = f(\Omega)x + gu + p$$

avec

$$f(\Omega) = \begin{pmatrix} -\frac{R}{L} & N\Omega & 0 & 0 \\ N\Omega & -\frac{R}{L} & 0 & -K \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{K}{J} & 0 & -\frac{f_v}{J} \end{pmatrix}, g = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } p = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{C_r}{J} \end{pmatrix}$$

Puisque, quelque soit x, l'algèbre d'accessibilité de Lie est de rang 4, le système est "localement" commandable.

En effet, soit $x = [i_d, i_q, \Omega, \theta]$ et

$$f = \begin{cases} -\frac{R}{L} i_d + N\Omega i_q \\ -\frac{R}{L} i_q - N\Omega i_d - \frac{K}{L}\Omega \\ \frac{K}{J} i_q - \frac{f_v}{J}\Omega \\ \theta \end{cases}, g_1 = \begin{pmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, g_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

et en posant

$$F = [f, g_2] = \frac{\delta g_2}{\delta x} f - \frac{\delta f}{\delta x} g_2$$

on obtient

$$F = \begin{pmatrix} -\frac{N\Omega}{L} \\ \frac{R}{L^2} \\ 0 \\ -\frac{K}{JL} \end{pmatrix}.$$

Alors $[f, g_1, g_2, F]$ est de rang 4.

De plus, le linéarisé est commandable et on peut retrouver le fait que le système est localement commandable.

D'autre part, en posant $y = [\theta, i_d]$, nous montrerons par la suite que ce système admet y comme sorties plates ce qui prouve que le système est equivalent à un système linéaire commandable moyennant un bouclage dynamique (ici un bouclage statique suffit). De plus, il est bien sûr observable avec ses sorties plates.

En ce qui concerne les paramètres du moteur pas-à-pas (R, L, K, J, f_v), ils sont identifiables en utilisant les sorties y puisque, pour chacun de ces paramètres, on peut les déterminer en fonction des sorties y et de leurs dérivées.

Par exemple, pour le paramètre R, on considère L connu, en prenant

$$\frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L}(v_d - Ri_d + NL\Omega i_q)$$

on trouve

$$Ri_d = v_d - L\frac{di_d}{dt} + NL\Omega i_q$$

et donc

$$R = \frac{v_d - L\frac{di_d}{dt} + NL\Omega i_q}{i_d}$$

De plus, Ω, i_d et i_q sont mesurés (par l'intermédiaire de i_α et i_β.

Or, comme nous le verrons plus tard, le système étant plat, les variables v_d, Ω et i_q peuvent s'exprimer en fonction des sorties plates y (i_d et θ) et de leurs dérivées. Donc, R peut s'exprimer selon les sorties plates y et de leurs dérivées.

Autre exemple, on désire maintenant effectuer une identification des paramètres R et L. On considère K connu. A partir du système suivant :

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L}v_d - \frac{R}{L}i_d + N\Omega i_q \\ \\ \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L}v_q - \frac{R}{L}i_q - N\Omega i_d - \frac{K}{L}\Omega \end{cases}$$

qui peut s'écrire

$$\begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \\ \frac{di_q}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i_d & v_d \\ \\ -i_q - K\Omega & v_q \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{R}{L} \\ \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} N\Omega i_q \\ \\ -N\Omega i_d \end{pmatrix}$$

On obtient alors

$$\begin{pmatrix} \frac{R}{L} \\ \\ \frac{1}{L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{v_q}{-i_d v_q + v_d i_q + v_d K\Omega} & -\frac{v_d}{-i_d v_q + v_d i_q + v_d K\Omega} \\ \\ \frac{i_q + K\Omega}{-i_d v_q + v_d i_q + v_d K\Omega} & -\frac{i_d}{-i_d v_q + v_d i_q + v_d K\Omega} \end{pmatrix} \left(\begin{pmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \\ \frac{di_q}{dt} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} N\Omega i_q \\ \\ -N\Omega i_d \end{pmatrix} \right)$$

On mesure les courants i_α, i_β (donc les courants i_d et i_q sont connus) et la vitesse Ω. Les commandes v_d et v_q sont connues. On peut, là aussi, identifier R et L.

Chapitre 2

Objectifs

Ici, l'objectif principal de commande est la poursuite d'une trajectoire de référence en position $\theta_r(t)$ avec rejet ou atténuation de perturbation. Ainsi que nous le verrons, la propriété de platitude du système permettra également de définir une trajectoire de référence pour le courant direct $i_{dr}(t)$ et d'en déduire ensuite les autres variables de référence telles que l'ensemble satisfasse les dynamiques du moteur (pour $C_r = 0$) :

$$\begin{cases} \frac{di_{dr}}{dt} = \frac{1}{L}(v_{dr} - Ri_{dr} + NL\Omega_r i_{qr}) \\ \frac{di_{qr}}{dt} = \frac{1}{L}(v_{qr} - Ri_{qr} - NL\Omega_r i_{dr} - K\Omega_r) \\ \frac{d\Omega_r}{dt} = \frac{1}{J}(Ki_{qr} - f_v\Omega_r) \\ \frac{d\theta_r}{dt} = \Omega_r \end{cases} \tag{2.1}$$

Sous l'hypothèse que toutes les variables d'état sont totalement ou partiellement mesurables, différentes lois de commande seront appliquées. On s'intéressera également à la robustesse par rapport au couple de perturbation C_r et aux variations de paramètres.

2.1 La platitude

Un système, ayant m entrées, est dit plat (pour de plus amples détails sur la théorie, voir [Fliess 95], [Fliess 93], [Fliess 92-1] et [Fliess 92-2] pour une description complète de la théorie) s'il existe m fonctions y_j, différentiellement indépendantes entre elles et fonction des états et de leurs dérivées, telles qu'on puisse exprimer toute variable du système (états et entrées) en fonction des y_j et d'un nombre fini de leurs dérivées. Les y_j sont appelées les **sorties plates**.

Il faut remarquer que :

- la dimension de la sortie plate est égale au nombre de commandes du système (ici, $y_1 = \theta$ et $y_2 = i_d$, ainsi que $u_1 = v_d$ et $u_2 = v_q$),
- il n'y a pas unicité des sorties plates,
- on peut souvent trouver des sorties plates possédant une interprétation physique (ici la position θ, variable de type "mécanique" qui participe au transfert d'énergie, et le courant direct i_d).

Montrons que le moteur pas-à-pas, sans couple de charge, c'est-à-dire non perturbé, avec les sorties $y_1 = \theta$ et $y_2 = i_d$ est un système plat. Pour cela, il suffit d'observer que, l'ensemble des

variables du moteur pas-à-pas peut être déterminé à partir de la position et du courant direct et d'un nombre fini de leurs dérivées :

$$\begin{cases} \theta = y_1 \\ \Omega = \dot{y}_1 \\ i_d = y_2 \\ i_q = \frac{1}{K}(J\ddot{y}_1 + f_v\dot{y}_1) \\ v_d = L\dot{y}_2 + Ry_2 - \frac{NL}{K}\dot{y}_1(J\ddot{y}_1 + f_v\dot{y}_1) \\ v_q = \frac{JL}{K}y_1^{(3)} + \frac{1}{K}\left(Lf_v + RJ\right)\ddot{y}_1 + \left(\frac{Rf_v}{K} + K + NLy_2\right)\dot{y}_1 \end{cases}$$

Le fait que le modèle du moteur soit un système plat est intéressant pour plusieurs raisons. La propriété de platitude facilite considérablement la planification de trajectoires. En imposant une trajectoire désirée, θ_r et i_{dr}, aux sorties plates θ et i_d, on obtient aisément, les trajectoires de l'ensemble des variables de référence Ω_r, i_{qr}, v_{dr} et v_{qr}, qui vérifient le système (2.1), sans intégrer d'équations différentielles. En effet, on a :

$$\begin{cases} i_{qr} = \frac{1}{K}(J\frac{d^2\theta_r}{dt^2} + f_v\frac{d\theta_r}{dt}) \\ \Omega_r = \frac{d\theta_r}{dt} \\ v_{dr} = L\frac{di_{dr}}{dt} + Ri_{dr} - NL\Omega_r i_{qr} \\ v_{qr} = L\frac{di_{qr}}{dt} + Ri_{qr} + NL\Omega_r i_{dr} + K\Omega_r \end{cases}$$

D'autre part, un système plat est exactement linéarisable par bouclage dit endogène, c'est-à-dire engendré par les variables du système et leurs dérivées. Enfin, les sorties plates n'introduisent aucune dynamique des zéros et garantissent ainsi la stabilité interne des variables d'état et de sortie du système, y compris les autres sorties, non plates, qui ne sont pas à minimum de phase.

2.2 Erreur de poursuite

Le problème traité ici est donc de stabiliser à l'origine l'erreur de poursuite,

$$e = [i_d - i_{dr}, i_q - i_{qr}, \Omega - \Omega_r, \theta - \theta_r]^T = [e_1, e_2, e_3, e_4]^T, \tag{2.2}$$

dont la dynamique est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\left(\bar{v_d} - Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \\ \dot{e}_2 = \frac{1}{L}\left(\bar{v_q} - Re_2 - NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - Ke_3\right) \\ \dot{e}_3 = \frac{1}{J}\left(Ke_2 - f_ve_3 - C_r\right) \\ \dot{e}_4 = e_3 \end{cases} \tag{2.3}$$

avec $\bar{v_d} = v_d - v_{dr}$ et $\bar{v_q} = v_q - v_{qr}$. Notons que :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\bar{v_d} + \mu_1(e) \\ \\ e_4^{(3)} = \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \mu_2(e) + \frac{f_v}{J^2}C_r - \frac{1}{J}\dot{C}_r \end{cases} \tag{2.4}$$

où

$$\begin{aligned} \mu_1(e) &= \tfrac{1}{L}\left(-Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \\ \mu_2(e) &= -\tfrac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + Ke_3\right) - \tfrac{f_v}{J^2}\left(Ke_2 - f_ve_3\right) \end{aligned} \tag{2.5}$$

On montrera également la robustesse des lois de commande par modes glissants par rapport aux incertitudes paramétriques (mauvaise connaissance ou variation, due, par exemple, à l'échauffement). Dans ce cas là, nous écrirons le modèle de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \left(\frac{1}{L} + \delta_1\right) \bar{v_d} - \left(\frac{R}{L} + \delta_2\right) e_1 + N(e_3 e_2 + e_3 i_{qr} + e_2 \Omega_r) \\ \dot{e}_2 = \left(\frac{1}{L} + \delta_1\right) \bar{v_q} - \left(\frac{R}{L} + \delta_2\right) e_2 - N(e_3 e_1 + e_3 i_{dr} + e_1 \Omega_r) - \left(\frac{K}{L} + \delta_3\right) e_3) \\ \dot{e}_3 = \left(\frac{K}{J} + \delta_4\right) e_2 - \left(\frac{f_v}{J} + \delta_5\right) e_3 - \frac{1}{J+\delta_6} C_r \\ \dot{e}_4 = e_3 \end{cases} \tag{2.6}$$

$\delta_1 = \delta\left(\frac{1}{L}\right)$, $\delta_2 = \delta\left(\frac{R}{L}\right)$, $\delta_3 = \delta\left(\frac{K}{L}\right)$, $\delta_4 = \delta\left(\frac{K}{J}\right)$, $\delta_5 = \delta\left(\frac{f_v}{J}\right)$, $\delta_6 = \delta(J)$ représentent les différentes incertitudes paramétriques qui sont supposées avoir une dynamique d'évolution négligeable par rapport aux constantes de temps du système, i.e. $\dot{\delta}_i \approx 0$, et être uniformément bornée par rapport au temps. Il est clair que s'il y a des incertitudes paramétriques les erreurs, e_1, e_2, e_3 et e_4, en sont modifiées.

Le modèle du moteur pas-à-pas, et ceci est une conséquence de la propriété de platitude, est donc équivalent à deux systèmes linéaires indépendants sous forme canonique commandable. Ceci simplifie la synthèse d'un retour d'état, tout en suggérant une approche par modes glissants d'ordre 1 ou supérieur. En effet, cette technique permet de "robustifier" une commande linéarisante par retour d'état classique (qui serait sensible à toute imperfection de modèle). D'autre part, les formes canoniques généralement obtenues pour la commande par modes glissants induisent une dynamique des zéros [Isidori 95] dont dépend alors la stabilité du système en boucle fermée. Ici, ce problème n'existe pas puisqu'il n'y a pas de dynamique des zéros associée aux sorties plates.

2.3 Planification de trajectoires

2.3.1 Position $\theta_r(t)$ et courant direct $i_{dr}(t)$

Dans un premier temps, la trajectoire de référence, relative au déplacement du moteur pas-à-pas d'un angle θ_{ri} rad à un angle θ_{rf} rad[1], a été élaborée afin de ne pas avoir de discontinuité et d'à-coups en vitesse et en accélération pour éviter des pics d'énergie électrique.

Dans ce but, il a été choisi les six contraintes de bord sur la position, la vitesse et l'accélération suivantes :

$$\begin{cases} \theta_r(t_i) = \theta_{ri} \ ; \ \ \theta_r(t_f) = \theta_{rf} \\ \dot{\theta}_r(t_i) = \dot{\theta}_r(t_f) = 0 \\ \ddot{\theta}_r(t_i) = \ddot{\theta}_r(t_f) = 0 \end{cases} \tag{2.7}$$

En posant

$$\Delta_t = \frac{(t - t_i)}{(t_f - t_i)}$$

[1]Les valeurs numériques étant ici sans importance pour la suite des développements

et en utilisant une équation basée sur une interpolation polynômiale de Bernstein de degré 5 de la forme suivante

$$\theta_r(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(a\Delta_t^5 + b\Delta_t^4 + c\Delta_t^3 + d\Delta_t^2 + e\Delta_t + f)$$

dont les dérivées sont

$$\dot{\theta}_r(t) = (\theta_f - \theta_i)(5a\Delta_t^4 + 4b\Delta_t^3 + 3c\Delta_t^2 + 2d\Delta_t + e)$$

$$\ddot{\theta}_r(t) = (\theta_f - \theta_i)(20a\Delta_t^3 + 12b\Delta_t^2 + 6c\Delta_t + 2d)$$

Avec les contraintes sur la position

$$\begin{cases} \theta_r(t_i) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(a\Delta_t^5 + b\Delta_t^4 + c\Delta_t^3 + d\Delta_t^2 + e\Delta_t + f) \\ \theta_r(t_i) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(f) = \theta_i \\ f = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_r(t_f) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(a\Delta_t^5 + b\Delta_t^4 + c\Delta_t^3 + d\Delta_t^2 + e\Delta_t + f) \\ \theta_r(t_f) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(a + b + c + d + e) = \theta_f \\ (\theta_f - \theta_i)(a + b + c + d + e) = \theta_f - \theta_i \end{cases}$$

Avec les contraintes sur la vitesse

$$\begin{cases} \dot{\theta}_r(t_i) = (\theta_f - \theta_i)(5a\Delta_t^4 + 4b\Delta_t^3 + 3c\Delta_t^2 + 2d\Delta_t + e) \\ \dot{\theta}_r(t_i) = (\theta_f - \theta_i)(e) = 0 \\ e = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_r(t_f) = (\theta_f - \theta_i)(5a\Delta_t^4 + 4b\Delta_t^3 + 3c\Delta_t^2 + 2d\Delta_t + e) \\ \dot{\theta}_r(t_f) = (\theta_f - \theta_i)(5a + 4b + 3c + 2d) = 0 \\ 5a + 4b + 3c + 2d = 0 \end{cases}$$

Avec les contraintes sur l'accélération

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_r(t_i) = (\theta_f - \theta_i)(20a\Delta_t^3 + 12b\Delta_t^2 + 6c\Delta_t + 2d) \\ \ddot{\theta}_r(t_i) = (\theta_f - \theta_i)(2d) = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_r(t_f) = (\theta_f - \theta_i)(20a\Delta_t^3 + 12b\Delta_t^2 + 6c\Delta_t + 2d) \\ \ddot{\theta}_r(t_f) = (\theta_f - \theta_i)(20a + 12b + 6c) = 0 \\ 20a + 12b + 6c = 0 \end{cases}$$

On obtient le système d'équations suivant

$$\begin{cases} 20a + 12b + 6c = 0 \\ 5a + 4b + 3c = 0 \\ a + b + c = 1 \end{cases}$$

que l'on peut écrire sous le forme suivante

$$\begin{pmatrix} 20 & 12 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On obtient donc

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -15 \\ 10 \end{pmatrix}$$

et l'équation s'écrit

$$\theta_r(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(6\Delta_t^5 - 15\Delta_t^4 + 10\Delta_t^3) \tag{2.8}$$

Les trajectoires de référence en position, vitesse et accélération, sont données Figure 2.1 avec

$$\begin{cases} \theta_{ri} = 0rad \ ; \ \ \theta_{rf} = 6rad \\ \\ t_i = 0s \qquad t_f = 1s \end{cases}$$

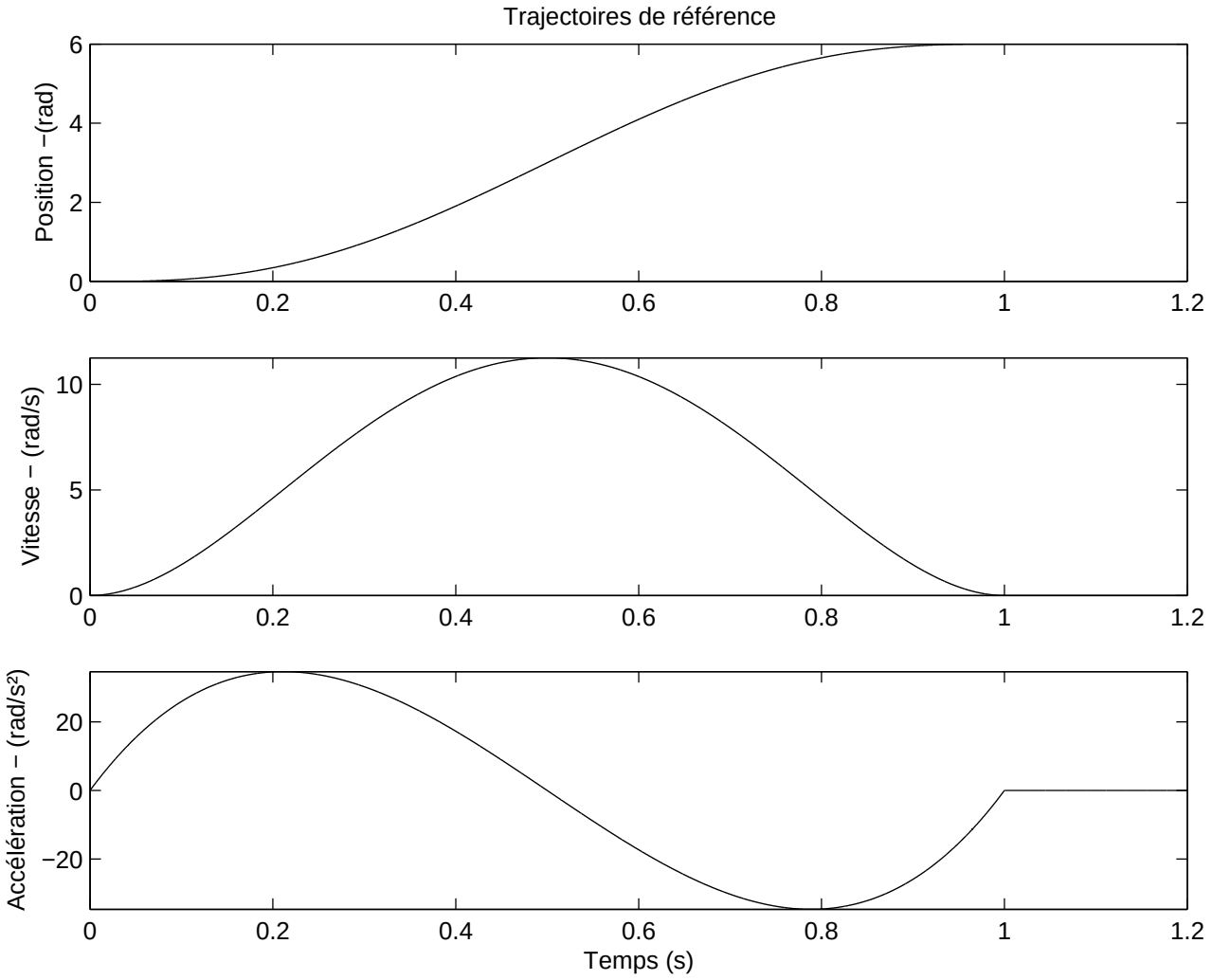

FIG. 2.1 – Trajectoires de référence en position, vitesse et accélération

Il est à noter que tout autre type d'interpolation polynomiale satisfaisant aux conditions de bord aurait pu satisfaire (Lagrange, Bernstein, Bezier etc....) pour peu qu'il soit suffisamment

proche d'un optimal pour un critère ayant du bon sens physique.

De par le modèle (1.5), et plus précisément l'équation ci dessous,

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\Omega - C_r)$$

on s'aperçoit que l'on peut commander le couple en fonction de i_q. Afin d'obtenir un couple maximal, c'est à dire i_{qr} maximal, il est souhaitable de choisir une trajectoire de référence en courant tel que $i_{dr} = 0$ ou même $i_{dr} < 0$. De plus, on cherche une trajectoire de référence en courant permettant de minimiser les pertes joules[2] :

$$J_{pj} = \int_0^{t_f} R(i_d^2 + i_q^2)dt$$

clairement il faut $i_{dr}(t) = 0$.

Ce choix est logique, physiquement parlant, car il faut remarquer que le courant direct i_d ne participe pas au transfert d'énergie.

Sauf avis contraire, ce sont ces trajectoires qui seront utilisées pour toutes les lois de commandes.

2.3.2 Optimisation de trajectoire

Dans un deuxième temps, afin de minimiser les pertes joules, tout en maintenant un couple maximal, on souhaite changer la trajectoire de référence en position.

Il faut alors réécrire le critère de minimisation des pertes

$$J_{pj} = \int_0^{t_f} R(i_d^2 + i_q^2)dt = R\int_0^{t_f} y_2^2 + \frac{1}{K^2}(J\ddot{y}_1 + f_v\dot{y}_1)^2 dt \tag{2.9}$$

Or $i_d = 0$. Donc, le critère précédent se réduit à

$$J_{pj} = \frac{R}{K^2}\int_0^{t_f} (J\ddot{y}_1 + f_v\dot{y}_1)^2 dt \tag{2.10}$$

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre ce problème.

Minimisation directe du critère

Pour obtenir les équations des trajectoires optimales, on minimise le critère (2.10) indiqué précédemment (pertes Joules sur i_q). En considérant une fonctionnelle de la forme

$$F_{pj} = \int_0^{t_f} F(t, y_1, \dot{y}_1, \ddot{y}_1)dt$$

[2]Remarquons que notre propos, à ce stade, n'est pas de s'intéresser au problème de la planification de trajectoire minimisant un critère énergétique. Les trajectoires choisies ici prétendent uniquement à illustrer les performances de la commande en terme de suivi, tout en restant physiquement raisonnable

avec les conditions initiales et finales, sur la position et la vitesse, suivantes :

$$\begin{array}{lll} y_1(0) = \theta(t_i) & et & y_1(t_f) = \theta(t_f) \\ \dot{y}_1(0) = 0 & et & \dot{y}_1(t_f) = 0 \end{array} \tag{2.11}$$

En effet, avec les conditions d'Euler généralisées, nous avons besoin de quatre contraintes. Il reste à utiliser le profil en vitesse pour répondre au problème de minimisation de

$$\int_0^{t_f} (J^2\ddot{y}_1^2 + 2Jf_v\ddot{y}_1\dot{y}_1 + f_v^2\dot{y}_1^2)dt \tag{2.12}$$

En posant

$$L = (J^2\ddot{y}_1^2 + 2Jf_v\ddot{y}_1\dot{y}_1 + f_v^2\dot{y}_1^2)$$

les conditions d'Euler généralisées donnent

$$\frac{\partial L}{\partial y_1} - \frac{d}{dt}\left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_1}\right] + \frac{d^2}{dt^2}\left[\frac{\partial L}{\partial \ddot{y}_1}\right] = 0 \tag{2.13}$$

avec

$$\frac{\partial L}{\partial \ddot{y}_1} = 2J^2\ddot{y}_1 + 2Jf_v\dot{y}_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}_1} = 2Jf_v\ddot{y}_1 + 2f_v^2\dot{y}_1$$

$$\frac{\partial L}{\partial y_1} = 0$$

on obtient donc

$$-2Jf_v y_1^{(3)} - 2f_v^2\ddot{y}_1 + 2J^2 y_1^{(4)} + 2Jf_v y_1^{(3)} = 0$$

soit

$$J^2 y_1^{(4)} - f_v^2 y_1^{(2)} = 0$$

Si on pose $z = \ddot{y}_1$, l'équation précédente devient

$$\ddot{z} - \omega^2 z = 0$$

avec

$$\frac{f_v^2}{J^2} = \omega^2$$

et

$$\omega = \frac{f_v}{J} = \frac{(0.015)}{(4.310^{-4})} \qquad \Longrightarrow \qquad \omega = 36$$

C'est une équation différentielle du second ordre linéaire à coefficients constants sans second membre dont la solution est de la forme suivante :

$$z(t) = a\sinh(\omega t) + b\cosh(\omega t) \tag{2.14}$$

Donc, dans notre cas, les équations, correspondant aux équations des trajectoires de l'accélération, de la vitesse et de la position, s'écrivent :

$$\begin{cases} \ddot{y}(t) = a\sinh(\omega t) + b\cosh(\omega t) \\ \dot{y}(t) = \frac{a}{\omega}\cosh(\omega t) + \frac{b}{\omega}\sinh(\omega t) + c \\ y(t) = \frac{a}{\omega^2}\sinh(\omega t) + \frac{b}{\omega^2}\cosh(\omega t) + ct + d \end{cases} \tag{2.15}$$

Il faut tenir compte des conditions initiales précitées (2.11) pour résoudre ces équations, et cela donne :

$$\begin{aligned} a &= -c\omega \\ b &= -d\omega^2 \\ c &= d\frac{\omega\sinh(\omega t_f)}{1-\cosh(\omega t_f)} \\ d &= \frac{\theta_f}{1-\frac{(\sinh(\omega t_f))^2}{1-\cosh(\omega t_f)}-\cosh(\omega t_f)+\frac{\omega\sinh(\omega t_f)}{1-\cosh(\omega t_f)}t_f} \end{aligned} \tag{2.16}$$

Les trajectoires de références optimales ont, pour $\omega = 36$, Figure 2.2, les allures suivantes :

Cependant, on ne prend pas en compte les conditions initiales et finales sur l'accélération. Cela engendre deux pics importants sur l'accélération. Il est donc nécessaire d'utiliser une autre méthode : celle des B-Splines.

Méthode des B-Splines

En considérant l'équation polynômiale précédente (2.8) et les conditions initiales et finales suivantes (2.7), il est possible d'utiliser la méthode des B-Splines pour optimiser les trajectoires (position, vitesse et accélération) en fonction du critère et des contraintes aux bords.

Généralités

Le but, à ce stade, est de faire une simple présentation des courbes B-Splines. Le besoin ici est de pouvoir utiliser une famille très riche de courbes dépendant de paramètres. Il est nécessaire de disposer de suffisamment de paramètres pour pouvoir spécifier les conditions aux limites et autres contraintes. Il faut aussi pouvoir estimer l'effet de chaque paramètre afin de trouver rapidement, en les ajustant, une courbe qui correspond à celle imaginée. D'autre part, le calcul de la courbe en fonction des paramètres doit être rapide.

Les B-Splines, utilisées en analyse numérique depuis les années 30, possèdent ces propriétés.

On se donne une suite de points $t_0 \leq ..... \leq t_m$, appelés *nœuds*, de la droite réelle. Le vecteur $(t_0, ..., t_m)$ s'appelle *vecteur des nœuds.* Certains nœuds peuvent être confondus. Si r nœuds sont égaux à un réel τ, on dit τ est de multiplicité r. D'autre part, on se donne d'autres points $P_0, ..., P_m \in \mathbb{R}^n$, appelés *points de contrôle*, qui forment ensemble le *polygone de contrôle*. On

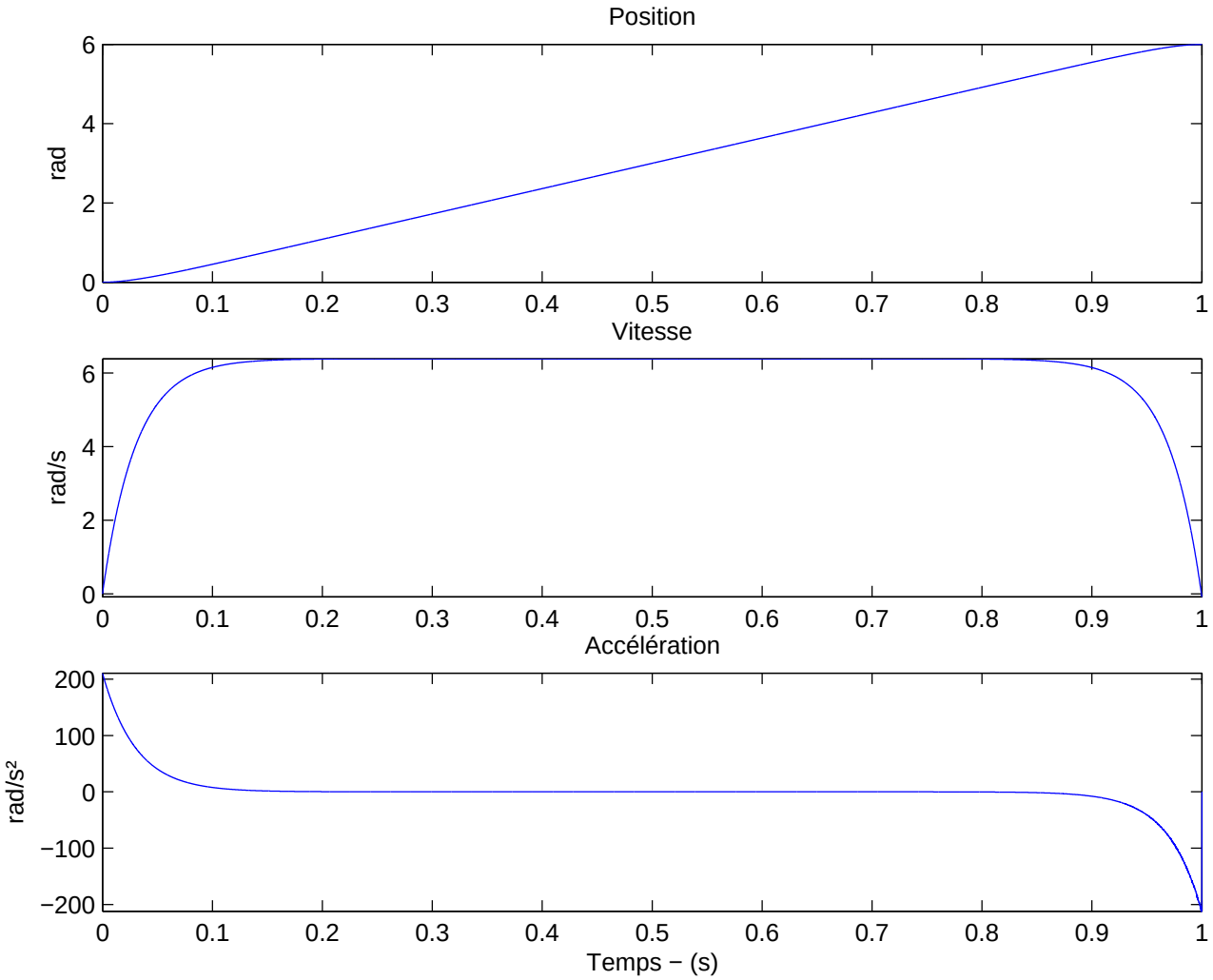

FIG. 2.2 – Trajectoires de référence

l'imagine comme une courbe $t \to X_0(t)$ qui saute d'un point à l'autre aux instants t_i, i.e.

$$X_0(t) = P_i \text{ pour } t \in [t_i, t_{i+1}[\,. \tag{2.17}$$

Si le nœud $t_i = t_{i+1}$, le sommet P_i est simplement ignoré. On cherche à approcher cette courbe discontinue par une courbe plus régulière. La première étape consiste à faire passer une ligne polygonale par les points P_i, i.e. lorsque t varie entre deux nœuds t_i et t_{i+1} , $X_1(t)$ décrit le segment $[P_{i-1}, P_i[$ à vitesse constante. On détermine la formule suivante

$$X_1(t) = \left(1 - \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i}\right) P_{i-1} + \frac{t - t_i}{t_{i+1} - t_i} P_i \tag{2.18}$$

Si le nœud $t_i = t_{i+1}$, la courbe saute de P_{i-1} à P_i en t_i. Si les nœuds sont distincts, la courbe obtenue est continue mais non dérivable en général. Ses composantes sont des fonctions linéaires par morceaux.

L'étape suivante conduit, si les nœuds sont tous distincts, à une courbe X_2 de classe C^1 (mais non C^2 en général) au prix d'augmenter le degré : elle est quadratique par morceaux. Elle ne passe plus par les sommets P_i mais conserve une proximité au polygone en un sens différent : si t est compris entre les nœuds t_i et t_{i+1} , $X_2(t)$ est l'enveloppe convexe des sommets P_{i-2}, P_{i-1} et P_i.

Comment trouver X_2, et plus généralement X_k pour $k \geq 2$?

Supposons les points P_i affinement indépendants. Alors la courbe, X_{k-1} s'écrit de manière unique comme une combinaison de la forme suivante

$$X_{k-1}(t) = \sum B_{i,k-1}(t) P_i \tag{2.19}$$

où les fonctions $B_{i,k}$ sont positives ou nulles, et leur somme est égale à 1. Pour gagner un degré de différentiabilité, l'idée est de remplacer dans cette formule la suite de points fixés P_i par des points $P_i(t)$ mobiles le long du polygone de contrôle, où $P_i(t)$ se déplace de P_{i-1} à P_i pendant l'intervalle de temps $[t_i, t_{i+k}[$. Autrement dit, on pose

$$X_k(t) = \sum B_{i,k-1}(t) \left(\left(1 - \frac{t - t_i}{t_{i+k-} t_i} \right) P_{i-1} + \frac{t - t_i}{t_{i+k-} t_i} P_i \right) \tag{2.20}$$

Cela donne pour les fonctions $B_{i,k}$ la relation de récurrence

$$B_{i,k}(t) = \frac{t - t_i}{t_{i+k-} t_i} B_{i,k-1}(t) + \left(1 - \frac{t - t_{i+1}}{t_{i+k+1-} t_{i+1}} \right) B_{i+1,k-1}(t) \tag{2.21}$$

qui les détermine uniquement.

Le paramètre principal est le polygone de contrôle, dont la courbe épouse les formes. La compléxité du calcul de la courbe dépend avant tout du degré de différentiabilité (on s'arrête souvent à $k = 3$). Le paramètre secondaire est le vecteur des nœuds. On s'en sert avant tout pour s'assurer que la courbe passe par des points prescrits avec des tangentes prescrites, i.e. pour contrôler les raccords.

Problème d'optimisation

Le but est d'optimiser une trajectoire de référence existante

$$\theta_r(t) = \theta_i + (\theta_f - \theta_i)(10\Delta_t^3 - 15\Delta_t^4 + 6\Delta_t^5)$$

afin de minimiser les pertes Joules, c'est à dire minimiser le critère

$$J_{pj} = \frac{R}{K^2} \int_0^{t_f} (J\ddot{y}_1 + f_v \dot{y}_1)^2 dt \tag{2.22}$$

avec les six contraintes aux instants initiaux et finaux sur la position, la vitesse et l'accélération données en (2.7. On restreint la recherche à l'espace des B-Splines. On cherche donc une équation du type :

$$\theta'_r(t) = \theta_r(t) + \sum_{i=0}^{n} P_i B_{i,k} \tag{2.23}$$

Les B-Splines aux instants initiaux et finaux sont déterminées de telle sorte qu'elles soient nulles ce qui permet d'éliminer les contraintes. Le problème revient à minimiser le critère sans contraintes.

En effectuant une discrétisation du temps, le problème revient à minimiser le critère en minimisant les paramètres P_i. On utilise alors la méthode de "Descente de gradient".

Cette méthode s'applique lorsque l'on cherche le minimum d'une fonction $F(x)$ dont on connaît l'expression analytique, qui est dérivable ($\frac{dF(x)}{dx}$), mais dont le calcul direct du minimum est difficile.

Pour trouver analytiquement le minimum de la fonction $F(x)$, il faut trouver les racines de l'équation $\frac{dF(x)}{dx} = 0$ ce qui est difficile.

L'algorithme d'optimisation le plus simple est la méthode de la "Descente de gradient", dont le principe est de partir d'un point aléatoire (x_0) puis de se déplacer dans la direction de la plus forte pente. En appliquant un certain nombre d'itérations,

$$x_{i+1} = x_i - \eta \dot{F(x_i)}$$

l'algorithme converge vers une solution qui est un minimum local de $F(x)$.

Résultats

Tout d'abord, il faut spécifier que les trajectoire de référence en position $\theta_r(t)$, données Figures 2.3 et 2.4, sont relatives au déplacement du moteur pas-à-pas d'un angle $\theta_{ri} = 0$ rad à un angle $\theta_{rf} = 1.5$ rad pour un aspect pratique de "visibilité" de ces courbes.

On obtient les résultats suivants (accélération-vitesse-position), Figure 2.3, avec l'utilisation de 25 fonctions B-Splines :

On peut remarquer des oscillations non désirables pour les allures de la vitesse et de l'accélération.

Afin d'améliorer la précision et de déterminer les allures qui convergent vers les solutions optimales, on augmente le nombre de fonctions B-Splines (ici 50), on obtient alors, Figure 2.4 :

Cette méthode permet d'optimiser des trajectoires existantes mais ne donne pas les trajectoires optimales même, si en augmentant le nombre de fonctions B-Splines, il est possible de converger vers celles-ci. Cette méthode permet de nous donner "l'allure" des trajectoires de référence désirées. En théorie, il serait possible d'augmenter encore le nombre de fonctions B-Splines pour obtenir le résultat souhaité, cependant, il n'est pas envisageable d'implanter ces équations qui demanderaient un temps de calcul trop important.

Il faut malgré tout reconnaître qu'il y a concordance des allures des trajectoires de référence entre les deux techniques de calculs. Et donc, pour remédier au problème de minimisation, on

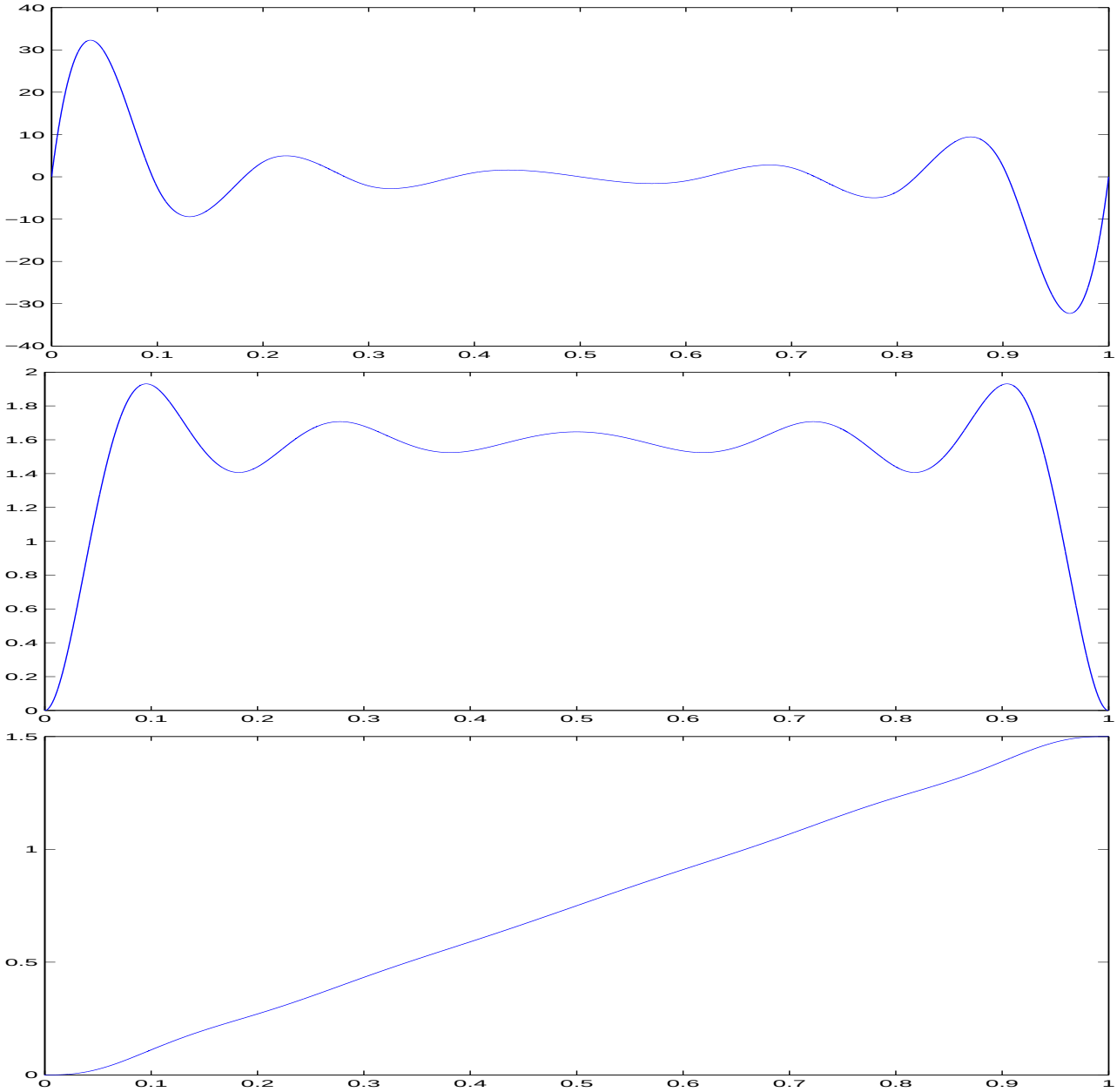

FIG. 2.3 – Trajectoires de référence en accélération, vitesse et position (25)

peut donc choisir des allures de trajectoires se rapprochant de celles trouvées par la méthode des B-Splines sans les oscillations mais correspondant aux courbes précédentes (Figure 2.2). Les trajectoires de référence élaborées sont les suivantes (Figure 2.5).

Elles ont été établies à partir de l'équation de l'accélération. Cette dernière a été élaborée à partir d'une fonction sinus multipliée par un gain. On peut alors paramétrer les temps t_1, t_2 (Figure 2.6) et la valeur maximale.

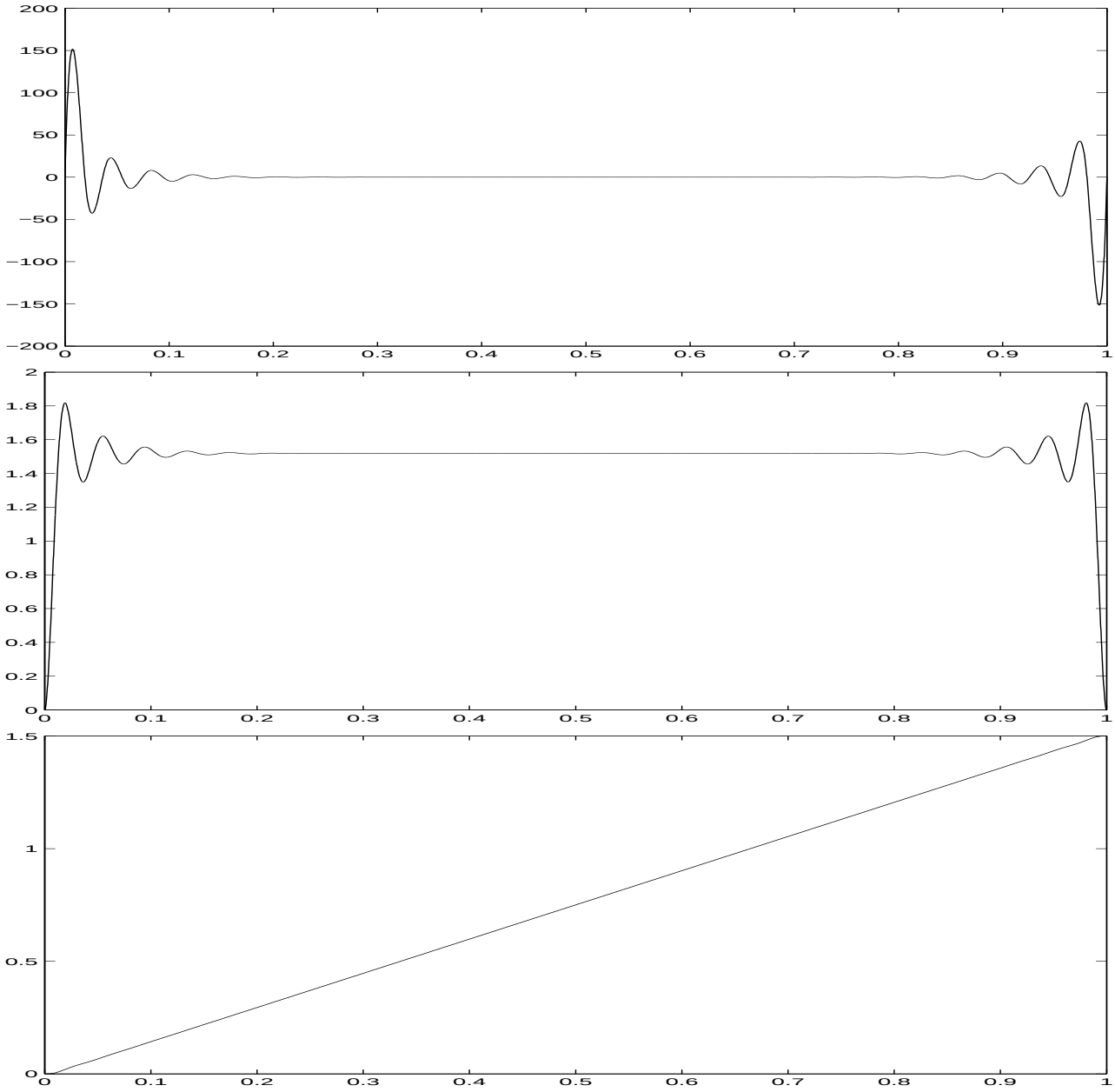

FIG. 2.4 – Trajectoires de référence en accélération, vitesse et position (50)

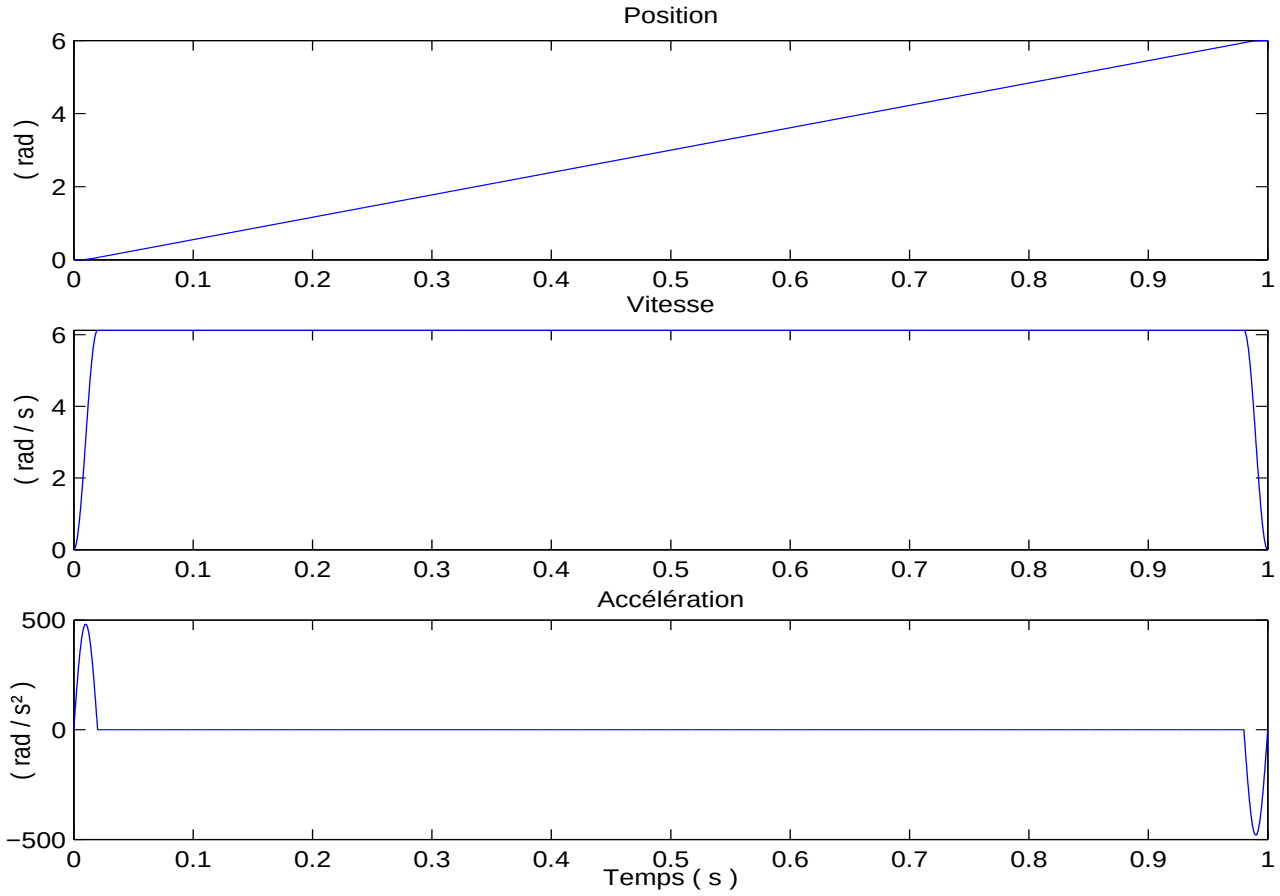

FIG. 2.5 – Trajectoires de référence optimisées

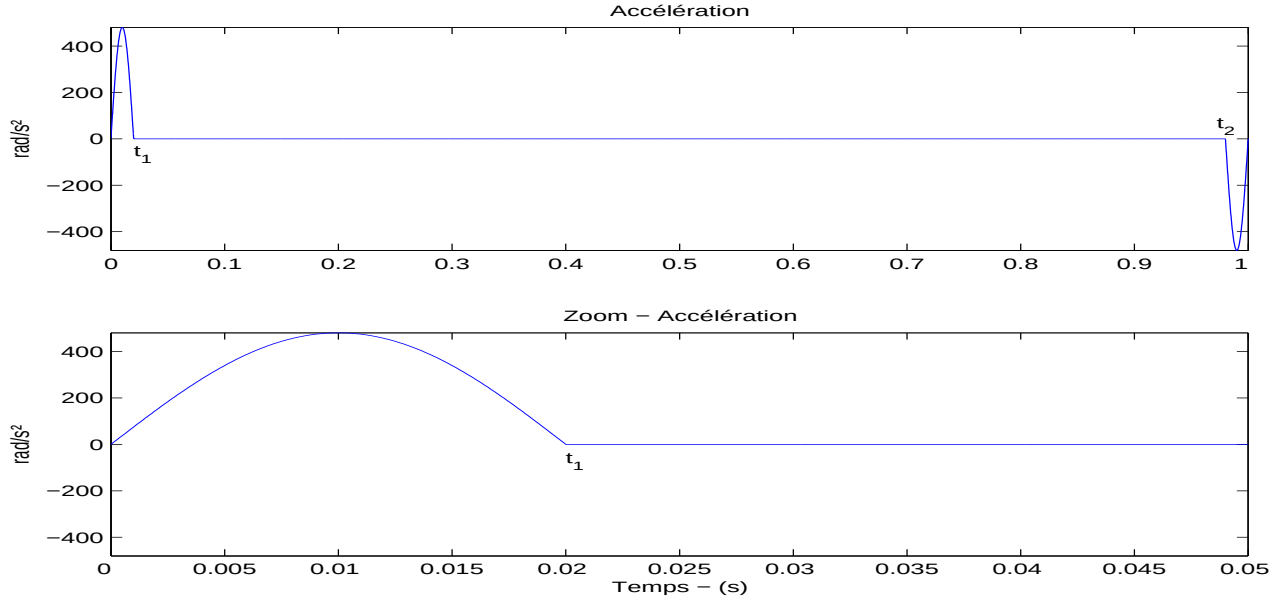

FIG. 2.6 – Allure de référence

2.4 Généralités sur les modes glissants

Les modes glissants pour les systèmes non linéaires ont été largement étudiés et développés depuis leur introduction. L'objectif de la méthode est, à l'aide d'une commande discontinue, de contraindre le système à évoluer et rester, en temps fini, sur une surface où le comportement résultant correspond aux dynamiques souhaitées. De plus amples détails peuvent être trouvés dans les ouvrages [Edwards 98], [Perruquetti 02] ou [Utkin 77].

La loi de commande par modes glissants est de conception relativement simple et présente des qualités de robustesse vis-à-vis d'une certaine classe de perturbations. Cependant, il existe quelques problèmes comme le phénomène de réticence et la brutalité de la commande discontinue. Ces inconvénients peuvent être vraiment néfastes pour le moteur en provoquant un échauffement important dans les enroulements. Pour palier à ce défaut on peut remplacer les fonctions "signe" par des fonctions "sigmoïdes" plus lisses ou utiliser des commandes par modes glissants d'ordre supérieur au degré relatif du système par rapport à la variable de glissement choisie.

2.4.1 Commandes par modes glissants d'ordre 1

Généralités

Afin d'expliquer succinctement la méthode employée par la suite, il me semble nécessaire d'effectuer une présentation, sur un exemple, du principe des modes glissants. Considérons un mobile dont la position est x, la force appliquée u, la force résistante F_r et dont l'équation est :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = u + F_r$$

Pour une commande en tout ou rien de type $u = \pm U$, on peut calculer les trajectoires par :

$$\begin{cases} \dot{x} = \pm Ut + \dot{x}(0) + \int F_r dt \\ \\ x(t) = \pm\frac{1}{2}Ut^2 + t\dot{x}(0) + \int\int F_r dt \end{cases}$$

Pour $F_r = 0$, dans le plan $(x, \dot{x})$, les trajectoires sont des paraboles. L'objectif de la commande est de ramener le mobile à sa position d'équilibre, c'est à dire l'origine dans le plan $(x, \dot{x})$.

Une première commande peut être : $u = -U\text{sign}(x)$. Cependant, celle-ci ne permet pas de stabiliser le système (en l'absence de force), comme les trajectoires, de type périodique, le montrent sur la Figure 2.7.

Une deuxième commande peut être : $u = -U\text{sign}(x + k\dot{x})$. Celle-ci permet de stabiliser le système comme le montre la Figure 2.8.

La droite d'équation $x + k\dot{x} = 0$, dite droite de commutation, correspond à la surface de glissement. En effet, par un bon choix de U, la trajectoire vient sur la droite, glisse dessus et rejoint l'origine.

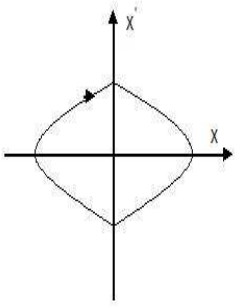

FIG. 2.7 – Commande par retour de position

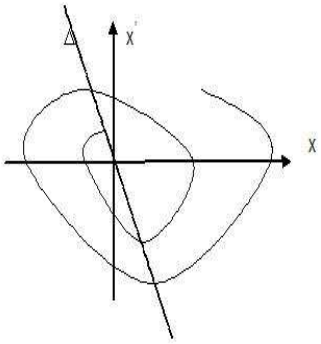

FIG. 2.8 – Commande par retour de position et de vitesse

La commande tout ou rien présente l'avantage d'être plus rapide qu'une commande linéaire. De plus, en régime glissant, les trajectoires obtenues sont insensibles à certaines perturbations et la liberté de choix de la dynamique est grande.

Cependant, il existe un phénomène de réticence correspondant à des oscillations du système à haute fréquence autour de la surface de glissement.

Exemple

L'objectif est de rejoindre, à partir de l'état initial, la surface de glissement $S = 0$ (ici la droite) et d'y rester sachant que l'équation de la surface établit la dynamique du système et que k définit la constante de temps pour rejoindre l'origine.

Dans notre cas

$$S = x + k\dot{x}$$

et

$$\dot{S} = \dot{x} + k(u + F_r)$$

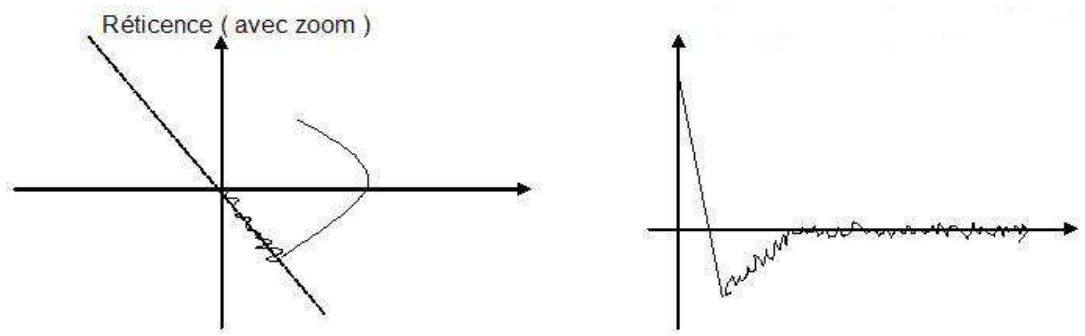

FIG. 2.9 – Phénomène de réticence

Supposons que $F_r = 0$. Lorsque les trajectoires du système évoluent exactement sur la surface, $\dot{S} = 0$, ceci implique que

$$u_e = -\frac{\dot{x}}{k}$$

où u_e est appelée la commande équivalente.
Cependant, il faut aussi contraindre le système à suivre la trajectoire imposée, c'est à dire obliger que la surface $S = 0$ soit attractive. C'est le rôle de la commande commutante, ou à structure variable, définie comme suit :

$$u_c = -G\text{sign}(S)$$

Posons

$$u = u_e + u_c$$

Pour que la surface, $S = 0$, soit attractive et invariante en temps fini, il suffit que

$$S\dot{S} < -\eta\,|S| \tag{2.24}$$

avec

$$\eta > 0$$

En prenant

$$G > |F_r|_{max} + \frac{\eta}{k}$$

la condition (2.24) est vérifiée.

Ce type de commande présente les caractéristiques suivantes :
- robustesse et rejet de perturbation,
- réglage facilité par la simple connaissance des bornes de F_r,
- choix de la surface assez vaste selon les cas.

2.4.2 Commandes par modes glissants d'ordre supérieur

Généralités

Considérons un système non linéaire, affine en l'entrée (ce qui est le cas du moteur pas-à-pas), dont la dynamique est décrite par le système différentiel :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)w$$

où $x \in \mathbb{R}^n$ et où la commande $w \in \mathbb{R}$ est une fonction discontinue et bornée dépendant de l'état et du temps. f et g sont des fonctions supposées suffisamment différentiables, mais connues de façon incertaine. Le problème posé est toujours de contraindre les trajectoires du système à évoluer sur la surface de glissement :

$$s(t, x) = 0,$$

qui est ici une fonction à valeur réelle, suffisamment différentiable telle que ses $(r-1)$ premières dérivées par rapport au temps ne soient fonctions que de l'état x (ce qui signifie qu'elles ne contiennent aucune discontinuité). Nous présentons ici très brièvement la théorie des modes glissants d'ordre supérieur. Plus de précisions peuvent être trouvées, entre autres dans [Emel'yanov 86], [Fridman 02] ou [Bartolini 99].

L'ensemble de glissement d'ordre r par rapport à la fonction contrainte s est défini par :

$$\mathcal{S}_r = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : s = \dot{s} = \ldots = s^{(r-1)} = 0 \right\} \tag{2.25}$$

Définition 1 *Supposons que l'ensemble de glissement d'ordre r, $\mathcal{S}_r$, est non vide, et qu'il définit localement un ensemble intégral au sens de Filippov. Alors la dynamique satisfaisant (2.25) est appelée mode glissant d'ordre r par rapport à la fonction contrainte s.*

On dit que la loi de commande w est un *algorithme glissant idéal* d'ordre r par rapport à s si elle génère une solution au sens de Filippov sur la surface $\mathcal{S}_r$.

Dans la définition donnée précédemment, il est supposé que l'ensemble de glissement d'ordre r est atteint exactement. Un tel régime glissant est qualifié d'idéal et il est notamment supposé que les organes de commande commutent à une fréquence infinie.

Toutefois, ce n'est pas le cas en pratique étant données les imperfections de ces derniers ou encore les phénomènes de retard. De ce fait, le régime glissant ne prend place que dans un proche voisinage de la surface considérée. Ce comportement est qualifié de *régime glissant réel*.

Il en résulte qu'un algorithme d'ordre r permettra, si la méthode d'intégration est à pas variable majoré par τ, d'obtenir la précision de convergence suivante :

$$|s| = O(\tau^r),\ |\dot{s}| = O(\tau^{r-1}),\ \ldots,\ |s^{(r-1)}| = O(\tau). \tag{2.26}$$

On dit alors qu'on a un régime glissant réel d'ordre r par rapport à s. Ainsi, obtenir une bonne précision de convergence d'un mode glissant requiert non seulement de maintenir la fonction contrainte à zéro, mais également ses dérivées successives. Ceci donne un argument supplémentaire aux modes glissants d'ordre supérieur. En effet, le développement précédent

nous indique que pour un mode glissant classique, la précision de la convergence est de l'ordre de τ, alors qu'elle est de τ^r pour un mode glissant d'ordre r.

Un mode glissant d'ordre supérieur permet donc d'obtenir une convergence plus précise tout en préservant les propriétés de robustesse, et, dans le cas où le système est de degré relatif p par rapport à la variable de glissement, tel que $p \leqslant r-1$, d'éliminer le phénomène de réticence. L'algorithme discontinu générant le mode glissant d'ordre r est appliqué sur $w^{(r-p)}$, et ceci implique que l'entrée du processus est alors continue.

Un des problèmes qui nous intéressera dans le cadre de la commande du moteur pas-à-pas sera de générer un régime glissant d'ordre deux sur une surface convenablement choisie et donc de contraindre les trajectoires du système à évoluer au bout d'un temps fini sur l'ensemble :

$$\mathcal{S}_2 = \{x \in \mathbb{R}^n : s = \dot{s} = 0\}. \tag{2.27}$$

Ceci est réalisé par une loi de commande agissant sur la dérivée seconde de la variable de glissement qui, de manière générale, peut s'écrire sous la forme :

$$\ddot{s} = \phi(t, s, \dot{s}) + \varphi(t, s, \dot{s})W \tag{2.28}$$

1. $W = w$ dans le cas où le système est de degré relatif 2 par rapport à s,
2. $W = \dot{w}$ dans le cas où le système est de degré relatif 1 par rapport à s.

Afin de réaliser des algorithmes par modes glissants d'ordre 2, il est nécessaire d'établir certaines hypothèses de travail (voir, par exemple, [Bartolini 99]) afin de valider l'atteignabilité de la surface de glissement et la bornitude de la variable $\ddot{s}$.

Plus particulièrement, il est supposé qu'il existe des constantes positives S_0, k_m, K_M, C_0 telles que, pour tout $x \in \mathbb{R}^n$ et $|s(t,x)| < S_0$, les inégalités suivantes soient vérifiées :

$$0 < k_m \leq |\varphi(t, s, \dot{s})| \leq K_M \qquad \text{et} \qquad |\phi(t, s, \dot{s})| < C_0.$$

Notons que ces hypothèses sont relativement peu restrictives puisque si φ et ϕ sont continues sur un compact où φ ne s'annule pas, elles sont automatiquement vérifiées. On pourra donc se ramener à un compact afin d'appliquer les algorithmes de commande qui suivent.

Différents types d'algorithmes menant au comportement désiré peuvent être trouvés dans la littérature. Nous en présentons ici deux algorithmes générant un régime glissant d'ordre 2 pour le système (2.4.2) et qui seront utilisés par la suite.

Algorithme de twisting échantillonné :

Cet algorithme peut être utilisé lorsque le degré relatif est deux. Son intérêt est que, non seulement, il ne requiert pas d'information sur la dérivée de la surface considérée, mais qu'il prend également en compte des contraintes d'ordre pratique telles que l'échantillonnage des mesures et de la loi de commande. Pour des raisons de simplification, la période d'échantillonnage

considérée est la même pour le prise de mesure et la commande. La loi de commande se présente de la manière suivante :

$$w \triangleq w_{te}\left(s, \Delta_s\right) = \begin{cases} -\lambda_m \text{sign}(s), \text{ si } s\Delta_s \leq 0, \\ -\lambda_M \text{sign}(s), \text{ si } s\Delta_s > 0, \end{cases} \tag{2.29}$$

$$\text{avec} \qquad \Delta_s \triangleq \begin{cases} 0, & k = 0 \\ \left(s(k\tau) - s((k-1)\tau)\right), & k \geq 1 \end{cases} \tag{2.30}$$

où τ est la période d'échantillonnage. En choisissant les gains λ_m et λ_M vérifiant les conditions

$$\begin{cases} \lambda_m > 4\frac{K_M}{S_0} \\ \lambda_m > \frac{C_0}{k_m} \\ \lambda_M > \frac{K_M \lambda_m}{k_m} + 2\frac{C_0}{k_m}, \end{cases} \tag{2.31}$$

il peut alors être montré que les trajectoires du système convergent en temps fini vers l'origine du plan de phase $(s, \dot{s})$.

Algorithme du super-twisting :

Cet algorithme a été développé pour des systèmes de degré relatif 1 afin d'éviter le phénomène de réticence. La loi de commande est constituée de deux termes continus qui, une fois encore ne dépendent pas de la dérivée de la variable de glissement. La discontinuité n'intervient ici que sur la dérivée temporelle de l'entrée de commande.

$$w \triangleq w_{st}\left(s\right) = v_1 + v_2 \tag{2.32}$$

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -\alpha \text{sign}\left(s\right) \\ v_2 = -\lambda \left|s\right|^{\frac{1}{2}} \text{sign}\left(s\right) \end{cases} \tag{2.33}$$

Afin d'obtenir une convergence en temps fini sur l'ensemble de glissement (2.27), les gains de commande doivent vérifier [Levant 93] :

$$\alpha > \frac{C_0}{k_m} \qquad \text{et} \qquad \lambda^2 \geqslant \frac{4C_0}{k_m^2} \frac{\alpha K_M + C_0}{\alpha k_m + C_0} \ . \tag{2.34}$$

Il n'est défini et présenté ici que les éléments nécessaires à la suite du mémoire. Cependant, il existe, bien sûr, d'autres algorithmes d'ordre supérieur [Bartolini 99], [Bartolini 03], par exemple "sub-optimal", [Bartolini 97], d'ordre 3 [Lagrouche 06] ou encore d'autres basés sur un problème de commande optimale [Plestan 06], ou avec une commande type "Integral Sliding Mode" [Lagrouche 07], [Baik 00], [Fridman 05] ou [Utkin 99] etc...

Chapitre 3

Identification

Avant d'élaborer des lois de commande, il est indispensable de prendre en compte tous les éléments de la chaîne cinématique et de déterminer les valeurs réelles de tous les paramètres afin de pouvoir réaliser des expérimentations correctes.

Soit un système décrit par

$$\dot{x} = f(x, H, u) \qquad \text{et} \qquad y = h(x)$$

où le vecteur H contient tous les paramètres que l'on souhaite estimer. Si on peut exprimer H en fonction des mesures, des entrées et de leurs dérivées temporelles successives, alors ces paramètres sont identifiables par les sorties considérées.

L'utilisation classique de l'identification en automatique concerne principalement la synthèse des lois de commande mais permet aussi d'accéder à la connaissance physique d'un système. En outre, il est nécessaire que le modèle utilisé caractérise le système concerné le plus précisément possible.

En effet, des paramètres peuvent être mal déterminés (incertitudes paramétriques) ou varier dans le temps (variations paramétriques), comme par exemple les résistances suite à une élévation de la température des enroulements.

Plusieurs contributions dans ce domaine existent dans la littérature selon les techniques utilisées : méthode des moindres carrés, observateurs ([Ahmed-Ali 03], [Floret 01], [Floret 02], [Marino 00], [Stephan 94]...).

Pour déterminer les paramètres du banc complet, on décide d'effectuer une identification des paramètres du banc à l'aide de plusieurs méthodes puis de comparer les résultats obtenus :

- Méthodes classiques
  - ⋆ calculatoire,
  - ⋆ par mesure expérimentale,
  - ⋆ des moindres carrés,
- Méthode par modes glissants.

3.1 Méthodes classiques

3.1.1 Méthode calculatoire

Il est indispensable de prendre en compte tous les éléments de la chaîne cinématique. En effet, il faut déterminer le moment d'inertie totale, J_t, c'est à dire celui qui prend en compte le moment d'inertie du moteur mais aussi ceux des accouplements, du codeur optique (données constructeurs pour les trois)

$$\begin{array}{l}\text{rotor : } J = 150.10^{-7} kg.m^2 \\ \text{codeur : } J_c = 1.45.10^{-6} kg.m^2 \\ \text{accouplement : } J_a = 6.10^{-6} kg.m^2\end{array}$$

et du disque gradué (calculé) :

$$J_d = 2,73.10^{-4} kg.m^2$$

et donc

$$\underline{J_t = 3.0145.10^{-4} kg.m^2}$$

De plus, d'après le modèle,

$$J\frac{d\Omega}{dt} = K(i_\beta \cos N\theta - i_\alpha \sin N\theta) - f_v\Omega - C_r$$

Or, à l'arrêt,

$$\Omega = 0,\ 0 = K(i_\beta \cos N\theta - i_\alpha \sin N\theta) - C_r$$

Si on alimente un enroulement, sous courant nominal $I_n = 1.8A$, juste pour un couple de maintien (holding torque $C_m = 0.780Nm$), alors,

$$0 = KI_n - C_m$$

On peut donc estimer la constante de couple :

$$\underline{K = \frac{C_m}{I_n} = \frac{0.780}{1.8} = 0.433Nm/A}$$

3.1.2 Relevés expérimentaux

En premier lieu, des expérimentations ont été menées pour vérifier la concordance entre les valeurs numériques utilisées par le logiciel et les valeurs analogiques des tensions et courants à chaque point du montage. Il est aussi nécessaire de vérifier la cohérence des valeurs d'entrée et de sortie de la carte d'amplification ainsi que la linéarité des composants de la chaîne de transmission de commandes ou d'informations.

Les lois de commande implantées calculent les valeurs (N_a et N_b) des tensions (V_a et V_b) à appliquer aux deux enroulements du moteur pas-à-pas. La carte dSpace permet de fournir les tensions ($V_a(E)$ et $V_b(E)$) correspondant aux valeurs numériques. Ces deux tensions sont amplifiées ($V_a(S)$ et $V_b(S)$) avant d'être transmises aux enroulements.

Deux capteurs de courant permettent de mesurer les courants (I_a et I_b) et de fournir deux tensions (V_{I_a} et V_{I_b}) images de ceux-ci. Les deux tensions délivrées sont alors converties par la carte dSpace pour être exploitées.

Le synoptique, figure 3.1, décrit le câblage et les connexions des mesures électriques (les liaisons des capteurs et éléments mécaniques, frein à poudre ou couple résistant, sont représentées en traits pointillés).

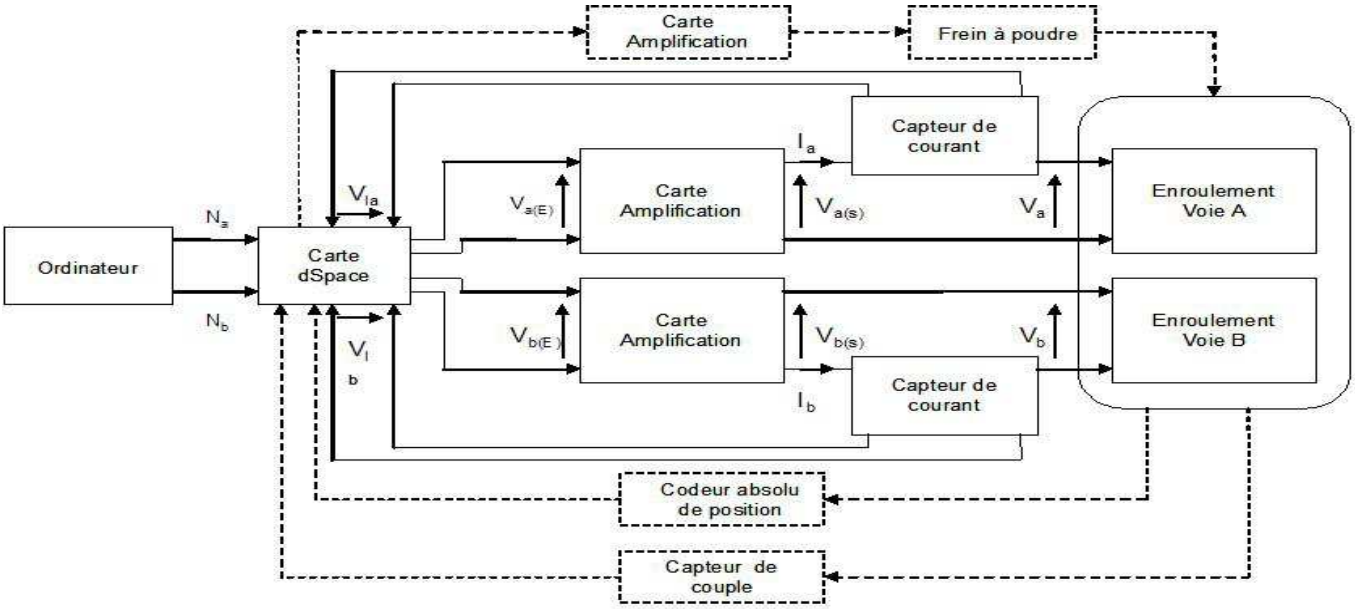

FIG. 3.1 – Synoptique des mesures électriques

Erreurs et incertitudes de mesures

S'il est possible, après vérification, d'affirmer qu'un calcul ou que le décompte d'un nombre d'objets ou d'événements est exact, par contre, il est illusoire de prétendre qu'une mesure quelconque permet de connaître la vraie valeur (ou valeur exacte) d'une grandeur.

Pour effectuer une mesure, il y a une combinaison de trois sources d'erreurs : le manipulateur, la méthode et l'appareillage.

Il est donc nécessaire d'identifier au mieux les erreurs et incertitudes ou, au moins, les estimer afin de pouvoir en tenir compte. Il faut donc préciser ce que sont les erreurs et les incertitudes.

Définition 2 *L'erreur absolue δX est la différence qui existe entre la valeur approchée X_0, attribuée à une grandeur, et la vraie valeur X_v de celle-ci :*

$$\delta X = X_0 - X_v$$

Définition 3 *L'erreur relative est le quotient de l'erreur absolue par la vraie valeur de la grandeur mesurée :*

$$erreur\ relative = \frac{\delta X}{X_v}$$

Les erreurs systématiques (parallaxe ou de méthode) peuvent être évitées ou évaluées. Il persiste quand même une inexactitude sur la connaissance de la vraie valeur de la grandeur mesurée car il peut exister des imperfections dans l'étalonnage de l'appareil de mesure et celui-ci possède une précision intrinsèque.

Définition 4 *L'incertitude absolue ΔX est la différence, probable, toujours de signe positif, qui existe entre la valeur approchée X_0, attribuée à une grandeur, et la vraie valeur X_v de celle-ci :*

$$\delta X = X_0 - X_v$$

Définition 5 *L'incertitude relative est le quotient de l'incertitude absolue par la valeur approchée X_0 de la grandeur mesurée :*

$$incertitude\ relative = \frac{\Delta X}{X_0}$$

L'incertitude d'un appareil numérique varie selon le fabricant mais comporte trois éléments :

- un terme exprimé en pourcentage de la lecture,
- un terme exprimé en pourcentage de la pleine échelle,
- un certain nombre d'unités (points) du dernier chiffre affiché.

L'incertitude absolue sur la lecture est égale à la somme de ces trois éléments préalablement convertis en unités du dernier chiffre affiché.

L'appareil de mesure, pour les courants et tensions, est un multimètre FLUKE 45, 5 digits, 10000 points.

En tension DC, pour une gamme de 300mV à 1000V, la précision est de ± 0.025%.

En tension AC, pour une gamme de 300mV à 750V, la précision est de ± 0.2%.

En intensité DC, pour une gamme de 30mA à 10A, la précision est de ± 0.05%.

En intensité AC, pour une gamme de 10mA à 10A, la précision est de ± 0.5%.

Pour une résistance, pour une gamme de 300Ω à 100MΩ, la précision est de ± 0.05%.

Vérification de la tension de sortie de la carte dSpace

Il faut vérifier la valeur de la tension de sortie de la carte dSpace, $V_a(E)$ ou $V_b(E)$, en fonction de la valeur numérique, N_a ou N_b, calculée par le logiciel.

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_a(E)$	1.003	2.003	3.001	4.002	5.002	6.003	6.99	7.99	9.004	10.002
$V_b(E)$	1.003	2.002	3.004	3.99	5.004	6	7.002	8.001	9.002	10.003
N	-1	-2	-3	-4	-5	-6	-7	-8	-9	-10
$V_a(E)$	-1.002	-2.001	-3	-4.002	-5	-6.002	-7.002	-8.001	-9.002	-10.003
$V_b(E)$	-1.001	-2.002	-3.002	-4	-5.002	-6.003	-6.99	-8	-9.003	-10.002

Les tensions sont données avec une incertitude de $\pm$ 0.025%.

Par exemple
- pour $V_a(E) = 1.003V$ on a $V_a(E) = 1.003V \pm 2.510^{-4}V$.
- pour $V_a(E) = 10.002V$ on a $V_a(E) = 10.003V \pm 2.510^{-3}V$.

Vérification de la tension de sortie de la carte d'amplification

Il faut maintenant vérifier la valeur de la tension de sortie de la carte d'amplification en fonction de la valeur de la tension d'entrée de la carte d'amplification, et cela, selon les gains.

$V_a(E)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_a(S)$(gain x1)	1.01	1.99	3.01	4.01	5.01	6.02	6.99	8.02	9.02	10.02
$V_a(S)$(gain x2)	2.02	4.01	6.02	8.01	10.02	12.01	14.02	16.02	18.02	20.03
$V_b(E)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$V_b(S)$(gain x1)	1.01	2.01	3.01	4.02	5.01	6.01	7.01	8.02	9.01	10.02
$V_b(S)$(gain x2)	2.02	4.02	6.01	8.01	10.02	12.02	14.01	16.01	18.02	20.02

Vérification du fonctionnement des capteurs de courant

Il faut maintenant vérifier la valeur numérique, $I_a(N)$ ou $I_b(N)$, du courant fourni par le logiciel à l'aide la carte dSpace par rapport au courant mesuré par le capteur, $I_a(M)$ ou $I_b(M)$.

I_a (N)	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5
I_a (M)	0.26	0.5	0.74	1.01	1.26	1.52	1.73	2.01	2.26	2.52
I_a (N)	-0.25	-0.5	-0.75	-1	-1.25	-1.5	-1.75	-2	-2.25	-2.5
I_a (M)	-0.25	-0.51	-0.76	-1.02	-1.24	-1.5	-1.74	-2.02	-2.24	-2.51

I_b (N)	0.25	0.5	0.75	1	1.25	1.5	1.75	2	2.25	2.5
I_b (M)	0.26	0.51	0.76	1.02	1.25	1.51	1.76	2.02	2.25	2.52
I_b (N)	-0.25	-0.5	-0.75	-1	-1.25	-1.5	-1.75	-2	-2.25	-2.5
I_b (M)	-0.23	-0.52	-0.74	-1.02	-1.24	-1.52	-1.74	-2.01	-2.26	-2.49

Les intensités sont données avec une incertitude de $\pm$ 0.05%.

Par exemple
- pour $I_a(N) = 0.25A$ on a $I_a(N) = 0.25A \pm 1.2510^{-4}A$.
- pour $I_a(N) = 2.5A$ on a $I_a(N) = 2.5A \pm 1.2510^{-3}A$.

Les résultats sont très satisfaisants.

Mesure de la résistance à l'ohmmètre

Avant d'effectuer des mesures expérimentales sous tension, on réalise une mesure statique à l'ohmmètre de la résistance de chaque enroulement du moteur pas-à-pas. Les valeurs obtenues sont les suivantes :

$$\underline{R_a = 2.61\Omega \ ; \ R_b = 2.60\Omega}$$

Ces valeurs correspondent aux données du constructeur.

Les résistances sont données avec une incertitude de $\pm$ 0.05%.

Par exemple
- pour $R_a = 2.6\Omega$ on a $R_a = 2.6\Omega \pm 1.310^{-3}\Omega$.

On réalise aussi une mesure à l'ohmmètre de la résistance vue en sortie de la carte d'amplification. En effet, il faut prendre en compte la résistance des fils et des capteurs de courant pour chaque enroulement. Les valeurs obtenues sont les suivantes :

$$\underline{R_a = 2.91\Omega \ ; \ R_b = 2.92\Omega}$$

Enfin, il est réalisé une mesure à l'ohmmètre de la résistance vue en sortie de la carte d'amplification après 30 mn de fonctionnement constant. En effet, il faut prendre en compte l'influence de l'échauffement des enroulements. Les valeurs obtenues sont les suivantes :

$$\underline{R_a = 3.16\Omega \ ; \ R_b = 3.17\Omega}$$

Mesure de la résistance et de l'inductance

On va maintenant relever la réponse, figure 3.2, en courant à un échelon de tension sur chaque enroulement. En effet, le rotor étant à l'arrêt et aligné, le système est alors équivalent à un circuit RL.

On peut donc écrire alors l'équation de la tension comme suit :

$$u(t) = Ri(t) + L\frac{di(t)}{dt} \tag{3.1}$$

et l'allure de la réponse du courant $i(t)$ à un échelon de tension u(t) est la suivante :

En régime permanent, l'équation (3.1) devient

$$u(t) = Ri(t)$$

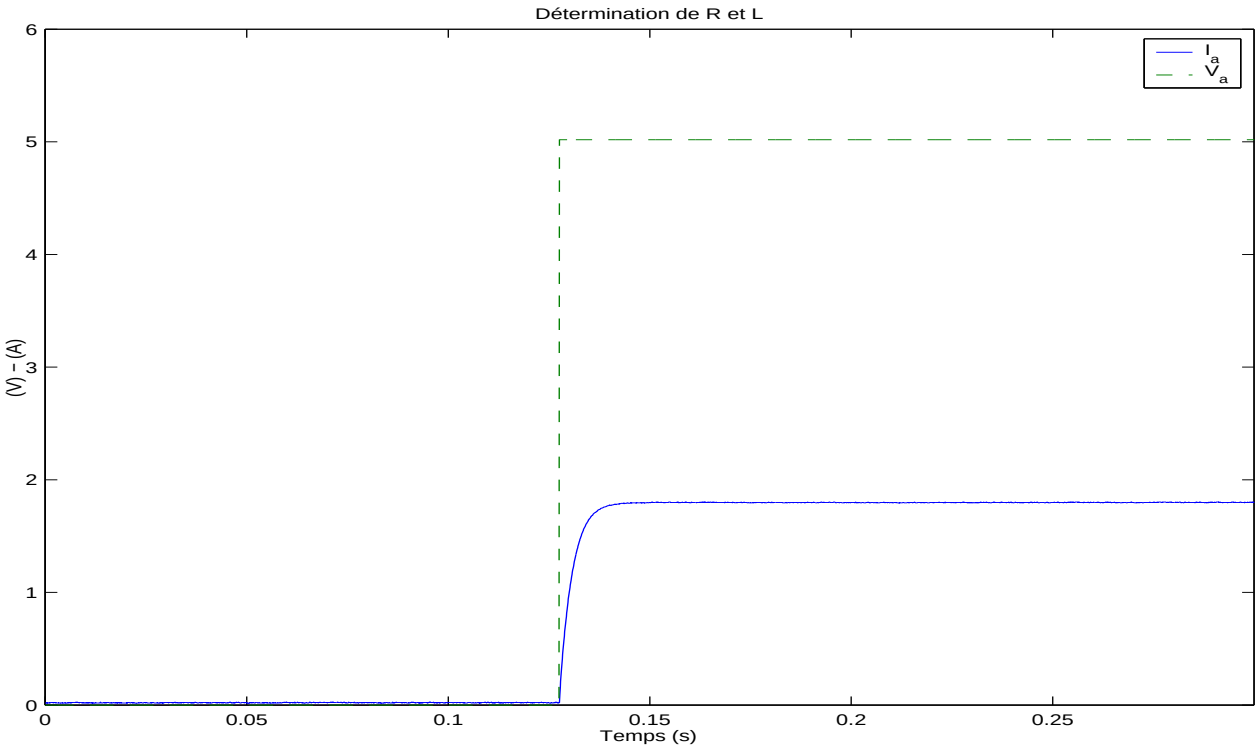

FIG. 3.2 – Réponse à un échelon

La valeur de la résistance est obtenue en divisant la valeur de la tension appliquée par la valeur du courant en régime permanent.

Il est connu que la constante de temps d'un circuit RL, $\tau = \frac{L}{R}$, correspond au temps nécessaire au courant pour atteindre 63% de sa valeur maximale.

On peut alors déterminer la valeur de l'inductance en multipliant la valeur de la constante de temps par la valeur de la résistance pour chaque relevé. Les tableaux ci-dessous donnent les résultats obtenus.

V_a	$I_{a\,\max}$	R_a	$I_{a(63\%)}$	τ	L_a	V_b	$I_{b\,\max}$	R_b	$I_{b(63\%)}$	τ	L_b
1	0.355	2.81	0.22	0.0028	0.0079	1	0.35	2.85	0.22	0.0028	0.0080
2	0.705	2.83	0.44	0.0029	0.0082	2	0.71	2.82	0.44	0.0030	0.0085
3	1.06	2.83	0.67	0.0028	0.0079	3	1.05	2.85	0.66	0.0029	0.0083
4	1.41	2.83	0.88	0.0030	0.0085	4	1.42	2.81	0.89	0.0028	0.0079
5	1.78	2.81	1.12	0.0029	0.0081	5	1.8	2.77	1.13	0.0029	0.0081
6	2.13	2.81	1.34	0.0028	0.0079	6	2.1	2.85	1.32	0.0028	0.0080
7	2.50	2.80	1.27	0.0028	0.0078	7	2.51	2.78	1.58	0.0029	0.0081
8	2.81	2.85	1.77	0.0029	0.0083	8	2.78	2.87	1.75	0.0029	0.0083

On peut donc en déduire les valeurs moyennes suivantes :

$$\underline{R_a = 2.82\Omega \; ; \; L_a = 8.07mH \; ; \; R_b = 2.83\Omega \; ; \; L_b = 8.15mH}$$

Les résultats des relevés expérimentaux sont légèrement supérieurs aux données du constructeur ce qui est cohérent car il faut tenir compte des éléments du circuit (conducteurs et capteurs).

Il faut prendre en compte aussi l'incertitude relative sur le calcul de $R = \frac{U}{I}$. Or, lors de multiplication ou de division les erreurs relatives s'additionnent. Donc, l'incertitude sur la mesure de la résistance peut se déterminer de la façon suivante :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$$

Dans notre cas

$$\frac{\Delta R}{R} = \pm 0.025\% + \pm 0.05\% = \pm 0.075\%$$

Donc, par exemple, pour $R_a = 2.82\Omega$ on a $R_a = 2.82\Omega \pm 2.110^{-3}\Omega$.

3.1.3 Méthode des moindres carrés

La méthode des moindres carrés, indépendamment élaborée par Gauss et Legendre permet, à partir des données expérimentales, généralement entachées d'erreurs de mesure d'obtenir les paramètres d'un modèle mathématique minimisant le carré de l'écart entre les valeurs des mesures et celles du modèle. Ce modèle peut prendre diverses formes. Il peut s'agir de lois de conservation que les quantités mesurées doivent respecter. La méthode des moindres carrés permet alors de minimiser l'impact des erreurs expérimentales en "ajoutant de l'information" dans le processus de mesure.

On constate que cette méthode escamote, apparemment, la dispersion résultant des incertitudes des mesures expérimentales.

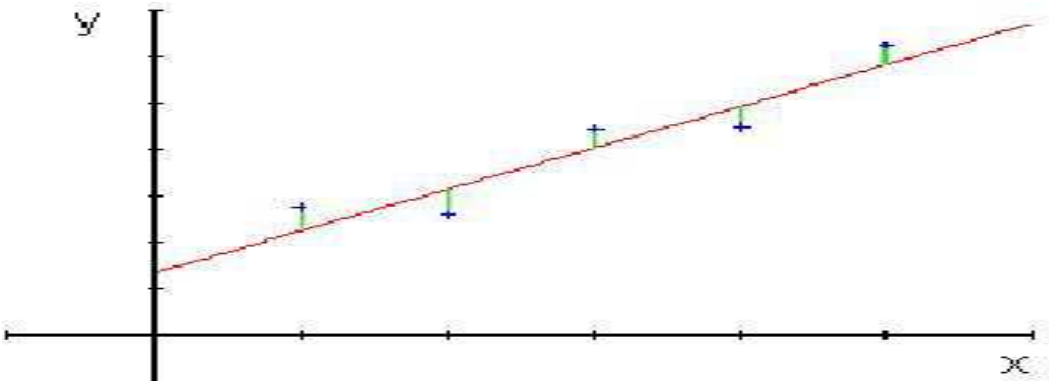

FIG. 3.3 – Moindre carré

Cette méthode s'applique à n'importe quelle fonction linéaire

$$F_a(x) = F_{a^{(1)},a^{(2)},....,a^{(r)}}(x) = \sum_{j=1}^{r} a^{(j)} f_j(x)$$

en les paramètres que l'on cherche à déterminer

$$a = \left(a^{(1)}, a^{(2)}, ..., a^{(r)}\right)$$

Elle correspond à minimiser le Critère Quadratique $J-mc$ correspondant à la somme des carrés des écarts entre la variable mesurée et la valeur évaluée du modèle au point considéré :

$$J - mc(a) = \sum_{i=1}^{n} (y_i - F_a(x_i))^2$$

Mais on peut étendre son application au cas non linéaire pour un ajustement suffisamment "serré", c'est à dire en supposant des écarts suffisamment faibles entre les points expérimentaux et la courbe théorique pour pouvoir réaliser une linéarisation locale aux voisinages de ces points.

Dans le cas le plus courant, ce modèle est une famille de fonctions $f(x, a)$ d'une ou plusieurs variables muettes x, indexées par un ou plusieurs paramètres a inconnus. La méthode des moindres carrés permet de sélectionner parmi ces fonctions, celle qui reproduit le mieux les données expérimentales. On parle dans ce cas d'ajustement par la méthode des moindres carrés. Si les paramètres ont un sens physique la procédure d'ajustement donne également une estimation indirecte de la valeur de ces paramètres.

La méthode consiste en une prescription (initialement empirique) qui est que la fonction $f(x, a)$ qui décrit "le mieux" les données est celle qui minimise la somme quadratique des déviations des mesures aux prédictions de $f(x, a)$. Si par exemple, nous disposons de N mesures $(y_i)_i = 1, N$, les paramètres "optimaux" aux sens de la méthode des moindres carrés sont ceux qui minimisent la quantité :

$$K = \sum_{i=1}^{n} (y_i - F_a(x_i))^2$$

Si, comme c'est généralement le cas, on dispose d'une estimation de l'écart-type σ_i de chaque mesure y_i (l'erreur qui affecte chaque y_i), on l'utilise pour "peser" la contribution de la mesure au χ^2. Une mesure aura d'autant plus de poids que son erreur sera faible :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{y_i - F_a(x_i)}{\sigma_i} \right)^2$$

La quantité ci-dessus est appelée khi-deux. Son nom vient de la loi statistique qu'elle décrit, si les erreurs de mesure qui entachent les y_i sont normalement distribuées (ce qui est très courant). Dans ce dernier cas, la méthode des moindres carrés permet de plus d'estimer quantitativement l'adéquation du modèle aux mesures, pour peu que l'on dispose d'une estimation fiable des erreurs σ_i. Si le modèle d'erreur est non gaussien, il faut généralement recourir à la méthode du maximum de vraisemblance, dont la méthode des moindres carrés est un cas particulier.

Son extrême simplicité fait que cette méthode est très couramment utilisée de nos jours en sciences expérimentales. Dans de nombreux cas, la quantité que l'on cherche à mesurer n'est pas observable et n'apparaît qu'indirectement comme paramètre d'un modèle théorique. Dans ce dernier cas de figure, il est possible de montrer que la méthode des moindres carrés est un estimateur de ces paramètres, qui vérifie certaines conditions d'optimalité. En revanche, cet estimateur peut être parfois biaisé. Par ailleurs, il est extrêmement sensible aux points aberrants : on traduit ce fait en disant qu'il est non robuste. Plusieurs techniques permettent cependant de "robustifier" la méthode.

Détermination en une étape

Cette méthode [Blauch 93] permet de déterminer les paramètres à partir du modèle dans le repère $(d-q)$:

$$\begin{cases} L\frac{di_d}{dt} = v_d - Ri_d + NL\Omega i_q \\ L\frac{di_q}{dt} = v_q - Ri_q - NL\Omega i_d - K\Omega \\ J\frac{d\Omega}{dt} = Ki_q - f_v\Omega \\ \frac{d\theta}{dt} = \Omega \end{cases}$$

que l'on peut ré-écrire

$$\begin{cases} v_d = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} - NL\Omega i_q \\ v_q = Ri_q + L\frac{di_q}{dt} + NL\Omega i_d + K\Omega \\ 0 = -Ki_q + J\frac{d\Omega}{dt} + f_v\Omega \end{cases}$$

On met le système sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d & \frac{di_d}{dt} - N\Omega i_q & 0 & 0 & 0 \\ i_q & \frac{di_q}{dt} + N\Omega i_d & \Omega & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i_q & \frac{d\Omega}{dt} & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ L \\ K \\ J \\ f_v \end{pmatrix}$$

que l'on peut aussi écrire à chaque instant kT (T étant la période d' échantillonnage)

$$Y_k = M_k H$$

avec $k = 0, T, 2T, ..., nT$

$$Y_k = \begin{pmatrix} v_{dk} \\ v_{qk} \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } H = \begin{pmatrix} R \\ L \\ K \\ J \\ f_v \end{pmatrix}$$

avec

$$M_k = \begin{pmatrix} i_{dk} & \frac{i_{dk}-i_{dk-1}}{T} - N\Omega_k i_{qk} & 0 & 0 & 0 \\ i_{qk} & \frac{i_{qk}-i_{qk-1}}{T} + N\Omega_k i_{dk} & \Omega_k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i_{qk} & \frac{\Omega_k-\Omega_{k-1}}{T} & \Omega_k \end{pmatrix}$$

soit

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ .. \\ .. \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ .. \\ .. \\ M_k \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ L \\ K \\ J \\ f_v \end{pmatrix}$$

donc $H = M^{\#}Y$ où $M^{\#}$ est la pseudo-inverse de M.

Les valeurs obtenues sont cohérentes et conformes (sauf pour J) aussi bien à la théorie qu'aux résultats attendus compte-tenu des données et calculs ou mesures effectués précédemment mais

nous avons des matrices et vecteurs de grandes dimensions. Il est souhaitable d'écrire le système sous une autre forme pour diminuer le nombre de calculs à effectuer.

Vitesse (Ω en $rad/\sec$)	Résistance (R)	Inductance (L)	Constante (K)	Inertie (J)	Frottement (f_v)
5	2.96	0.0080	0.38	$1.6\ 10^{-2}$	0.04
7.5	2.95	0.0087	0.28	$1\ 10^{-3}$	0.02
10	3.16	0.0073	0.47	$4\ 10^{-4}$	0.021
12.5	3.08	0.0090	0.26	$3\ 10^{-6}$	0.0088
Moyenne	**3.04**	**0.0083**	**0.35**	$\mathbf{5.8.10^{-3}}$	**0.022**

Détermination en deux étapes

Pour gagner du temps de calcul, et pour diminuer les interactions des déterminations, il est souhaitable de procéder à l'identification des paramètres électriques et mécaniques de façon séparée :

$$\begin{pmatrix} v_d \\ v_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d & \frac{di_d}{dt} - N\Omega i_q & 0 \\ i_q & \frac{di_q}{dt} + N\Omega i_d & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ L \\ K \end{pmatrix}$$

$$Y_{kE} = \begin{pmatrix} v_{dk} \\ v_{qk} \end{pmatrix}, M_{kE} = \begin{pmatrix} i_{dk} & \frac{i_{dk}-i_{dk-1}}{T} - N\Omega_k i_{qk} & 0 \\ i_{qk} & \frac{i_{qk}-i_{qk-1}}{T} + N\Omega_k i_{dk} & \Omega_k \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad H_E = \begin{pmatrix} R \\ L \\ K \end{pmatrix}$$

$$Y_{kE} = M_{kE} H_E \qquad \Longrightarrow \qquad H_E = M_E^{\#} Y_E$$

K étant connu,

$$Ki_q = J\frac{d\Omega}{dt} + f_v\Omega \implies \begin{pmatrix} Ki_q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Omega_k-\Omega_{k-1}}{T} & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J \\ f_v \end{pmatrix}$$

$$Y_{kM} = \begin{pmatrix} Ki_q \end{pmatrix}, M_{3kM} = \begin{pmatrix} \frac{\Omega_k-\Omega_{k-1}}{T} & \Omega \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad H_M = \begin{pmatrix} J \\ f_v \end{pmatrix}$$

$$Y_{kM} = M_{kM} H_M \qquad \Longrightarrow \qquad H_M = M_M^{\#} Y_M$$

Les valeurs obtenues sont globalement correctes aux basses vitesses. En effet, elles sont comparables à celles déterminées précédemment. Les valeurs et les ordres de grandeur sont cohérents par rapport aux données précédentes. Les valeurs des résistances et inductances correspondent bien aux valeurs globales des résistances et inductances du moteur, des capteurs et fils conducteurs.

Cependant, on peut s'apercevoir qu'à partir d'une certaine valeur (ici 15rad/s) les résultats prennent des valeurs incohérentes compte tenu des phénomènes à ces vitesses (il faudrait re-régler les paramètres des observateurs). Comme précédemment, les valeurs de l'inertie J sont

vraiment hétérogènes, et la valeur moyenne n'est pas forcément représentative.

Les résultats sont donc :

Vitesse (Ω)	Résistance (R)	Inductance (L)	Constante (K)	Inertie (J)	Frottement (fv)
5	2.96	0.0080	0.37	1.210^{-2}	0.047
7.5	2.95	0.0087	0.28	3.410^{-3}	0.028
10	3.16	0.0073	0.47	1.810^{-3}	0.018
12.5	3.08	0.0090	0.35	3.310^{-4}	0.0136
Moyenne	**3.04**	**0.00825**	**0.37**	$\mathbf{4.510^{-3}}$	**0.026**

Les valeurs moyennes déterminées par cette méthode sont donc

$$\underline{R = 3.03\Omega \ ; \ L = 8.25mh \ ; \ K = 0.36Nm/A \ ; \ J = 4.310^{-3}kgm^2 \ ; \ f_v = 0.024Nms/rad}$$

3.2 Méthode par modes glissants

Afin d'effectuer une identification "En ligne" des différents paramètres du moteur pas-à-pas, on utilise maintenant des observateurs par modes glissants.

3.2.1 Détermination de R et L

On désire maintenant effectuer une identification "en ligne" des paramètres R et L. On considère K connu. On mesure les courants i_α, i_β et la vitesse Ω. A partir du système suivant

$$\begin{cases} L\frac{di_d}{dt} = v_d - Ri_d + NL\Omega i_q \\ L\frac{di_q}{dt} = v_q - Ri_q - NL\Omega i_d - K\Omega \end{cases}$$

on définit l'observateur suivant

$$\begin{cases} L\frac{d\hat{i}_d}{dt} = v_d - \chi_1(i_d - \hat{i}_d) \\ L\frac{d\hat{i}_q}{dt} = v_q - K\Omega - \chi_2(i_q - \hat{i}_q) \end{cases} \tag{3.2}$$

où χ_i avec $i = 1, 2$ sont des algorithmes de Super Twisting comme suit :

$$\begin{cases} \chi_1(i_d - \hat{i}_d) \triangleq w_{st}\left(i_d - \hat{i}_d\right) \\ \chi_2(i_q - \hat{i}_q) \triangleq w_{st}\left(i_d - \hat{i}_d\right) \end{cases} \tag{3.3}$$

et

$$w_{st}(s) = v_1 + v_2 \tag{3.4}$$

avec

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -\alpha_s \text{sign}(s) \\ v_2 = -\lambda_s |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) \end{cases} \tag{3.5}$$

Les erreurs d'observation sont

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = i_d - \hat{i}_d \\ \varepsilon_2 = i_q - \hat{i}_q \end{cases} \tag{3.6}$$

et donc

$$\begin{cases} L\dot{\varepsilon}_1 = -Ri_d + NL\Omega i_q + \chi_1(\varepsilon_1) \\ L\dot{\varepsilon}_2 = -Ri_q - NL\Omega i_d + \chi_2(\varepsilon_2) \end{cases} \tag{3.7}$$

Le système converge, en temps fini, vers 0. Alors, en régime glissant,

$$\begin{cases} \chi_1 = Ri_d - NL\Omega i_q \\ \chi_2 = Ri_q + NL\Omega i_d \end{cases} \tag{3.8}$$

qui peut s'écrire sous la forme suivante

$$\begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d & -N\Omega i_q \\ i_q & N\Omega i_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

A vitesse et norme des courants non nuls, on peut alors déterminer les valeurs des paramètres :

$$\begin{pmatrix} R \\ L \end{pmatrix} = \frac{1}{N\Omega\left(i_d^2 + i_q^2\right)} \begin{pmatrix} N\Omega i_d & N\Omega i_q \\ -i_q & i_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

Le fonctionnement des deux observateurs est excellent. Les erreurs d'observation sont de l'ordre de 10^{-5} pour l'un et 10^{-6} pour l'autre. Les résultats des déterminations de R et L sont donnés, par exemple, Figure 3.4.

Les résultats sont donc :

Vitesse (Ω)	Résistance (R)	Inductance (L)
5	3.07	0.0081
7.5	3.09	0.00815
10	3.17	0.0082
12.5	3.21	0.00815
Moyenne	**3.13**	**0.00815**

Les mesures ont été effectuées de façon successive ce qui explique l'augmentation (ou la dérive) des valeurs de résistance en fonction de l'élévation de température (à froid 3.07Ω et à chaud 3.21Ω).

Il faut noter que l'ordre de grandeur est identique aux valeurs déterminées précédemment. Cependant, la valeur moyenne est légèrement supérieure, soit une augmentation de 2.8% ($R = 3.13\Omega$ par rapport à $R = 3.04\Omega$ par exemple pour la méthode des moindres carrés).

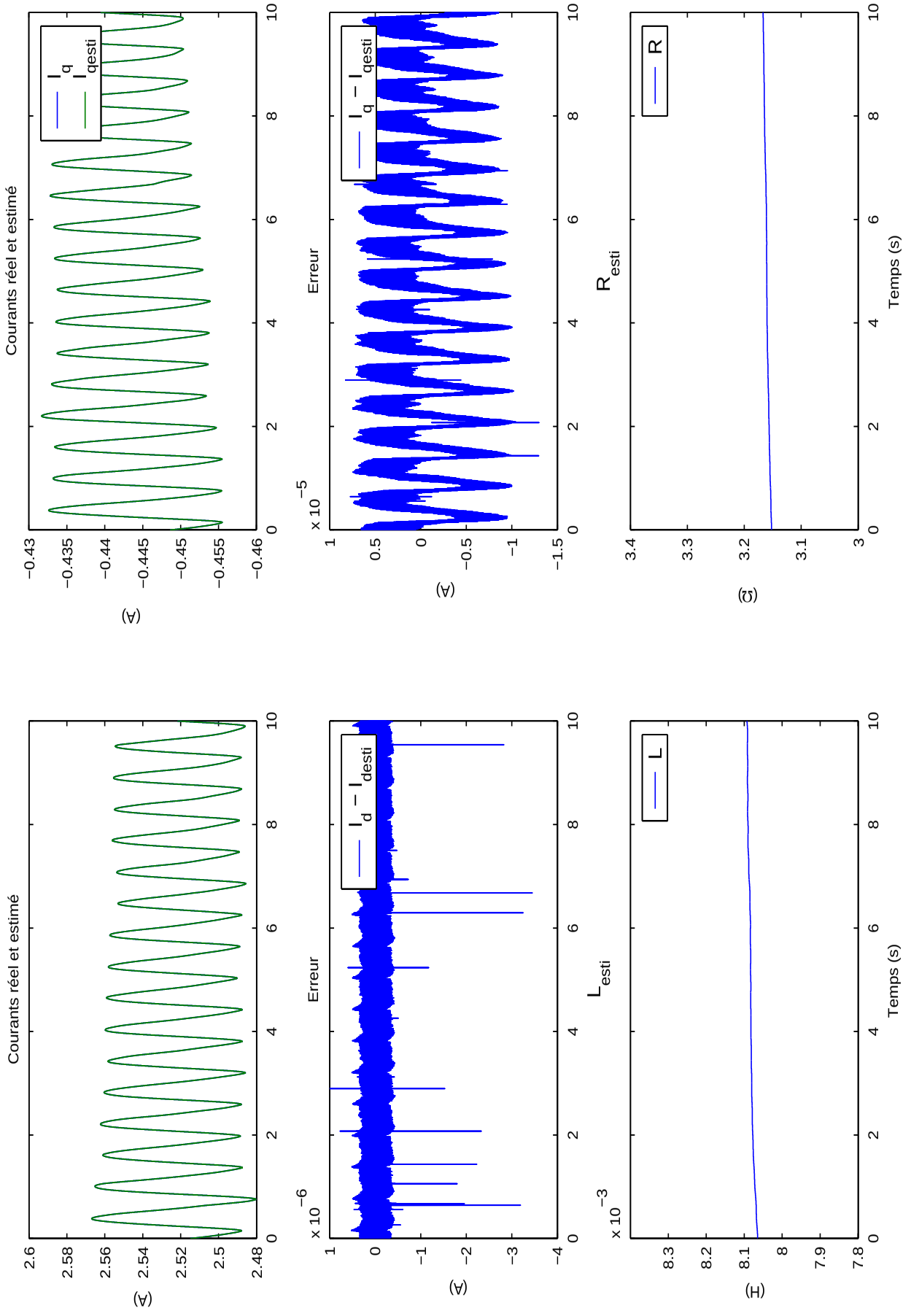

FIG. 3.4 – Identification de R et L

3.2.2 Détermination de R, K

On désire maintenant effectuer une identification "en ligne" des paramètres R et K. On considère L connu. On mesure, là aussi, les courants i_α, i_β et la vitesse Ω.

$$\begin{cases} L\frac{di_d}{dt} = v_d - Ri_d + NL\Omega i_q \\ L\frac{di_q}{dt} = v_q - Ri_q - NL\Omega i_d - K\Omega \end{cases}$$

on définit l'observateur suivant

$$\begin{cases} L\frac{d\hat{i}_d}{dt} = v_d + NL\Omega i_q - \chi_5(i_d - \hat{i}_d) \\ L\frac{d\hat{i}_q}{dt} = v_q - NL\Omega i_d - \chi_6(i_q - \hat{i}_q) \end{cases} \tag{3.11}$$

où χ_i avec $i = 5, 6$ sont des algorithmes de Super Twisting comme suit :

$$\begin{cases} \chi_5(i_d - \hat{i}_d) \triangleq w_{st}\,(i_d - \hat{i}_d) \\ \chi_6(i_q - \hat{i}_q) \triangleq w_{st}\,(i_d - \hat{i}_d) \end{cases} \tag{3.12}$$

Les erreurs d'observation sont

$$\begin{cases} \varepsilon_5 = i_d - \hat{i}_d \\ \varepsilon_6 = i_q - \hat{i}_q \end{cases} \tag{3.13}$$

et donc

$$\begin{cases} L\dot{\varepsilon}_5 = -Ri_d + \chi_5(\varepsilon_5) \\ L\dot{\varepsilon}_6 = -Ri_q - K\Omega + \chi_6(\varepsilon_6) \end{cases} \tag{3.14}$$

Alors, en régime glissant,

$$\begin{cases} \chi_5 = Ri_d \\ \chi_6 = Ri_q + K\Omega \end{cases} \tag{3.15}$$

qui peut s'écrire sous la forme suivante

$$\begin{pmatrix} \chi_5 \\ \chi_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d & 0 \\ i_q & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ K \end{pmatrix} \tag{3.16}$$

A vitesse et norme des courants non nuls, on peut alors déterminer les valeurs des paramètres :

$$\begin{pmatrix} R \\ K \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{i_d} & 0 \\ -\frac{i_q}{i_d\Omega} & \frac{1}{\Omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_5 \\ \chi_6 \end{pmatrix} \tag{3.17}$$

Le fonctionnement de ces observateurs sont excellents. Les erreurs d'observation, ε_5 et ε_6, sont, respectivement, de l'ordre de 10^{-6} et 10^{-5}.

Les résultats des déterminations de R et K sont donnés, Figure 3.5.

Les résultats sont donc :

Vitesse (Ω)	Résistance (R)	Constante (K)
5	3	0.39
7.5	3.1	0.4
10	3.23	0.4
12.5	3.31	0.41
Moyenne	**3.16**	**0.4**

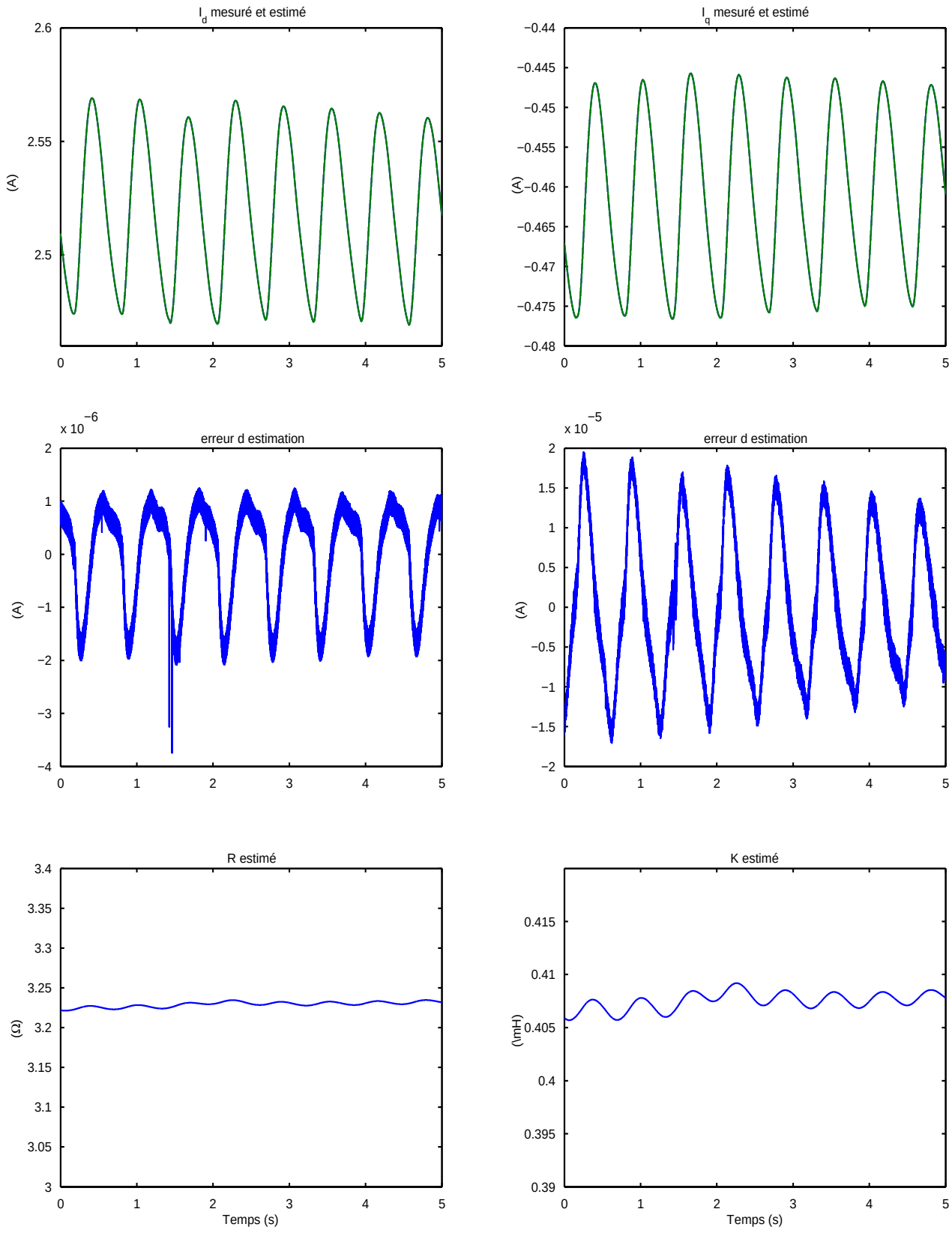

FIG. 3.5 – Identification de R et K

3.2.3 Détermination de R, K et f_v

On désire maintenant effectuer une identification "en ligne" des paramètres R, K et f_v. On considère L connu. On mesure, là aussi, les courants i_α, i_β et la vitesse Ω.

$$\begin{cases} L\frac{di_d}{dt} = v_d - Ri_d + NL\Omega i_q \\ L\frac{di_q}{dt} = v_q - Ri_q - NL\Omega i_d - K\Omega \\ J\frac{d\Omega}{dt} = Ki_q - f_v\Omega \end{cases}$$

on définit l'observateur suivant

$$\begin{cases} L\frac{d\hat{i}_d}{dt} = v_d + NL\Omega i_q - \chi_8(i_d - \hat{i}_d) \\ L\frac{d\hat{i}_q}{dt} = v_q - NL\Omega i_d - \chi_9(i_q - \hat{i}_q) \\ J\frac{d\hat{\Omega}}{dt} = -\chi_{10}(\Omega - \hat{\Omega}) \end{cases} \tag{3.18}$$

où χ_i avec $i = 8, 9, 10$ sont des algorithmes de Super Twisting comme suit :

$$\begin{cases} \chi_8(i_d - \hat{i}_d) \triangleq w_{st}\,(i_d - \hat{i}_d) \\ \chi_9(i_q - \hat{i}_q) \triangleq w_{st}\,(i_d - \hat{i}_d) \\ \chi_{10}(\Omega - \hat{\Omega}) \triangleq w_{st}(\Omega - \hat{\Omega}) \end{cases} \tag{3.19}$$

Les erreurs d'observation sont

$$\begin{cases} \varepsilon_8 = i_d - \hat{i}_d \\ \varepsilon_9 = i_q - \hat{i}_q \\ \varepsilon_{10} = \Omega - \hat{\Omega} \end{cases} \tag{3.20}$$

et donc

$$\begin{cases} L\dot{\varepsilon}_8 = -Ri_d + \chi_8(\varepsilon_8) \\ L\dot{\varepsilon}_9 = -Ri_q - K\Omega + \chi_9(\varepsilon_9) \\ J\dot{\varepsilon}_{10} = Ki_q - f_v\Omega + \chi_{10}(\varepsilon_{10}) \end{cases} \tag{3.21}$$

Alors, en régime glissant,

$$\begin{cases} \chi_8 = Ri_d \\ \chi_9 = Ri_q + K\Omega \\ \chi_{10} = -Ki_q + f_v\Omega \end{cases} \tag{3.22}$$

qui peut s'écrire sous la forme suivante

$$\begin{pmatrix} \chi_8 \\ \chi_9 \\ \chi_{10} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} i_d & 0 & 0 \\ i_q & \Omega & 0 \\ 0 & -i_q & \Omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ K \\ f_v \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

A vitesse et norme des courants non nuls, on peut alors déterminer les valeurs des paramètres :

$$\begin{pmatrix} R \\ K \\ f_v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{i_d} & 0 & 0 \\ -\frac{i_q}{\Omega i_d} & \frac{1}{\Omega} & 0 \\ -\frac{i_q^2}{i_d\Omega^2} & \frac{i_q}{\Omega^2} & \frac{1}{\Omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_8 \\ \chi_9 \\ \chi_{10} \end{pmatrix} \tag{3.24}$$

on obtient donc

$$\begin{cases} R = \frac{1}{i_d}\chi_8 \\ K = -\frac{i_q}{\Omega i_d}\chi_8 + \frac{1}{\Omega}\chi_9 \\ f_v = -\frac{i_q^2}{i_d\Omega^2}\chi_8 + \frac{i_q}{\Omega^2}\chi_9 + \frac{1}{\Omega}\chi_{10} \end{cases}$$

Le fonctionnement de ces observateurs sont excellents. Les erreurs d'observation, $\varepsilon_8, \varepsilon_9$ et ε_{10}, sont, respectivement, de l'ordre de 10^{-6}, 10^{-5} et 10^{-6}.

Les résultats des déterminations de R, K et f_v sont donnés, Figure 3.6.

Les résultats sont donc :

Vitesse (Ω)	Résistance (R)	Constante (K)	Frottement (f_v)
5	3.08	0.39	0.022
7.5	3.12	0.4	0.018
10	3.2	0.4	0.016
12.5	3.24	0.41	0.013
Moyenne	**3.16**	**0.4**	**0.0172**

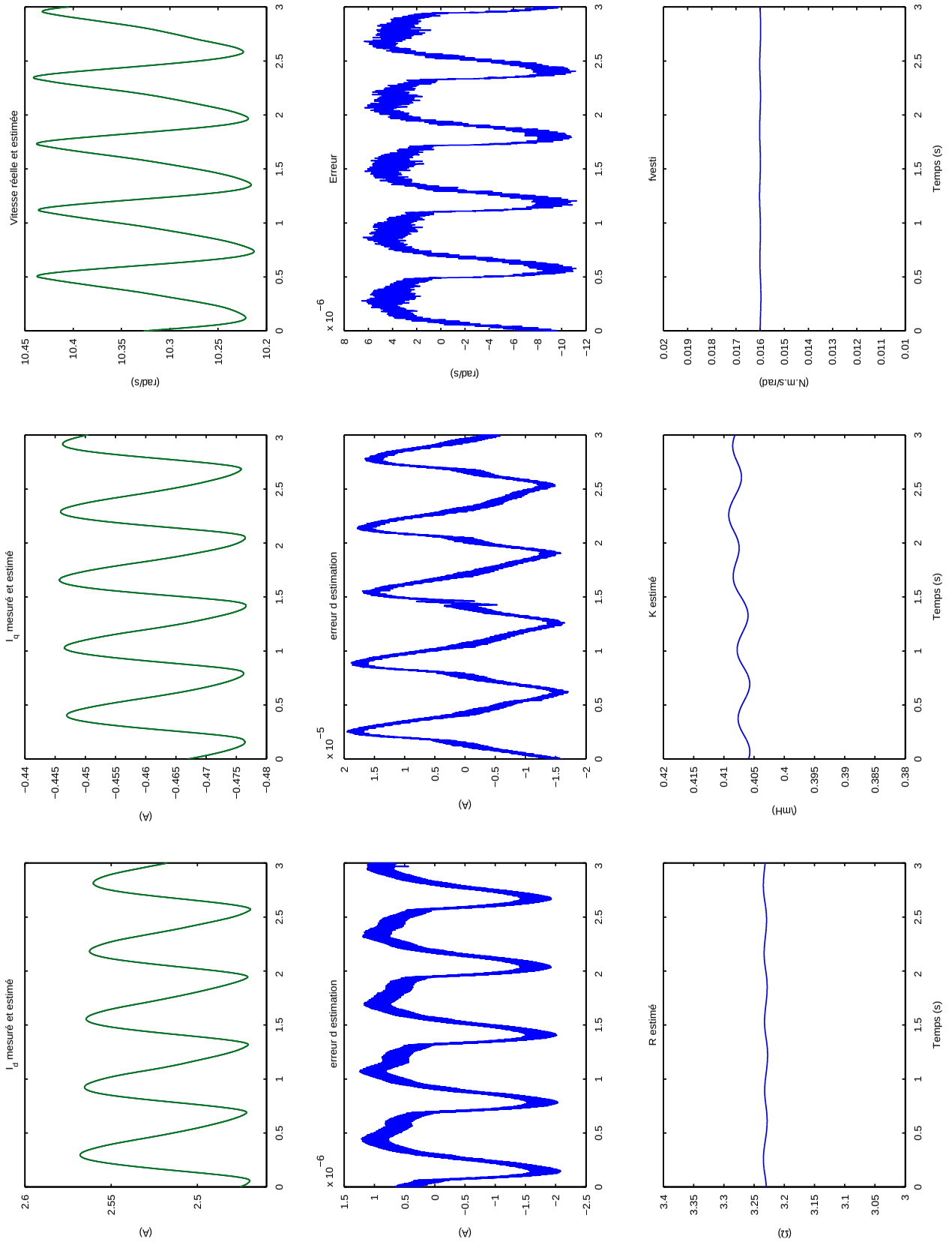

FIG. 3.6 – Identification de R, K et fv

3.3 Conclusion

Pour rappel, les données constructeurs sont

	R	L	K	J	f_v
Unités	Ω	mH	Nm/A	$kg.m^2$	Nms/rad
Donnéees	2.6	6.4	/	150.10^{-7}	10^{-3}

Tous les résultats des manipulations effectuées sont regroupés dans le tableau récapitulatif ci-dessous.

	R	L	K	J	fv
Unités	Ω	mH	Nm/A	$kg.m^2$	Nms/rad
Mèthode calculatoire	/	/	0.433	3.0210^{-4}	/
Mesure à l'ohmmètre (à froid)	2.91	/	/	/	/
Mesure à l'ohmmètre (à chaud)	3.14				
Réponse à un échelon	2.82	8.2	/	/	/
Méthode des MC (1 étape)	3.04	8.3	0.37	$5.8.10^{-3}$	$2.2.10^{-2}$
Méthode des MC (2 étapes)	3.04	8.3	0.37	$4.5.10^{-3}$	$2.6.10^{-2}$
R et L par MG	3.13	8.15	/	/	/
K par MG	/	/	0.39	/	/
f_v par MG	/	/	/	/	$1.65.10^{-2}$
R et K par MG	3.16	/	0.4	/	/
R, K et f_v par MG	3.16	/	0.4	/	$1.72.10^{-2}$

On peut s'apercevoir que pour les paramètres, $R - L - K - f_v$, les résultats sont corrects et cohérents (valeurs et/ou ordres de grandeur identiques). Les déterminations par la méthode des modes glissants présentent une augmentation (de 3 à 9%) pour la valeur de la résistance. Cependant, il faut préciser que les manipulations ont été effectuées successivement, ce qui provoque un échauffement et qui explique donc cette légère augmentation (valeur qui correspond à la mesure de la résistance effectuée à chaud).

Les méthodes de détermination "en-ligne" par modes glissants sont efficaces. Elles permettent de déterminer les valeurs des paramètres en temps réel et donc de pouvoir, le cas échéant, tenir compte d'une dérive de paramètres, par exemple à cause de l'élévation de température.

Les valeurs retenues correspondent à la moyenne des valeurs des mesures effectuées. En conclusion, on prendra les valeurs suivantes pour toute l'étude :

$$R = 3.03\Omega \quad ; \quad L = 8.2mH \quad ; \quad K = 0.4Nm/A \quad ; \quad J = 4.4.10^{-3}kg.m^2 \quad ; \quad f_v = 1.8.10^{-2}Nms/rad$$

Chapitre 4

Commandes par retour d'état classiques

Dans ce chapitre sont présentées des lois de commande pour des asservissements en vitesse (Lyapunov) et en position (Perturbations singulières ou Linéarisation) avec une (v_q) ou deux tensions (v_d et v_q) de commande. Ces lois de commande ont déjà été étudiées dans la littérature et même parfois illustrées par des résultats expérimentaux. Cependant, dans notre cas, il est nécessaire de présenter ces lois, les simulations et surtout, les expérimentations dans le but de pouvoir réellement comparer, sur le même banc d'essai, toutes les lois de cette étude afin d'avoir une analyse plus objective. On vérifiera, bien sûr, leur robustesse vis-à-vis d'un couple de perturbation C_r. Des simulations et des relevés expérimentaux sont présentés afin d'illustrer les résultats obtenus. Tout au long de ce mémoire, les figures donnent les allures de :

- la position angulaire θ et l'erreur en position $\theta_r - \theta$ en radian,
- la vitesse angulaire Ω et l'erreur en vitesse $\Omega_r - \Omega$ en radian/seconde,
- des tensions (v_α, v_β) et (v_d, v_q) en volt,
- des courants (i_α, i_β) et (i_d, i_q) en ampère.

4.1 Méthode de Lyapunov

4.1.1 Etablissement de la loi

Dans cette première partie, on s'intéresse à l'erreur de poursuite de la trajectoire, mais ici, en vitesse. Une méthode conduisant à la synthèse d'une loi de commande garantissant la stabilité et la convergence asymptotique du système est la méthode de Lyapunov. Le problème traité ici est donc de stabiliser à l'origine l'erreur de poursuite,

$$e = [i_d - i_{dr}, i_q - i_{qr}, \Omega - \Omega_r]^T = [e_1, e_2, e_3]^T, \tag{4.1}$$

dont la dynamique est donnée, avec $\bar{v_d} = v_d - v_{dr}$ et $\bar{v_q} = v_q - v_{qr}$, par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\left(\bar{v_d} - Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \\ \dot{e}_2 = \frac{1}{L}\left(\bar{v_q} - Re_2 - NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - Ke_3\right) \\ \dot{e}_3 = \frac{1}{J}\left(Ke_2 - f_ve_3 - C_r\right) \end{cases} \tag{4.2}$$

Une fonction candidate de Lyapunov, définie positive, est

$$V(e) = \frac{1}{2}(Le_1^2 + Le_2^2 + Je_3^2) \tag{4.3}$$

dont la dérivée est, lorsque le couple résistant est nul,

$$\frac{dV(e)}{dt} = e_1(\bar{v_d}) + e_2(\bar{v_q}) - R(e_1^2 + e_2^2) + NLe_3(e_1 i_{qr} - e_2 i_{dr}) - f_v e_3^2 \tag{4.4}$$

Cette fonction de Lyapunov a un sens physique car elle correspond à l'énergie emmagasinée sous forme électro-magnétique $(Le_1^2 + Le_2^2)$ et sous forme cinétique (Je_3^2).

Par définition d'une fonction de Lyapunov, et pour garantir la stabilisation de l'asservissement de l'erreur en poursuite, on veut que cette dérivée soit définie négative (et donc s'annule à uniquement l'origine). On introduit le retour linéaire suivant :

$$\begin{cases} \bar{v_d} = -NLe_3 i_{qr} + \tilde{v}_d(e) \\ \\ \bar{v_q} = NLe_3 i_{dr} + \tilde{v}_q(e) \end{cases} \tag{4.5}$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{v}_d(e) = \lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2 + \lambda_3 e_3 \\ \\ \tilde{v}_q(e) = \mu_1 e_1 + \mu_2 e_2 + \mu_3 e_3 \end{cases} \tag{4.6}$$

On obtient

$$\frac{dV(e)}{dt} = -e_1^2(R - \lambda_1) + \lambda_2 e_1 e_2 + \lambda_3 e_1 e_3 + \mu_1 e_1 e_2 - e_2^2(R - \mu_2) - \mu_3 e_2 e_3 - f_v e_3^2 \tag{4.7}$$

Soit

$$\frac{dV(e)}{dt} = -e^t P e \tag{4.8}$$

avec

$$P = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2(R-\lambda_1) & -\lambda_2 - \mu_1 & -\lambda_3 \\ -\lambda_2 - \mu_1 & 2(R-\mu_2) & -\mu_3 \\ -\lambda_3 & -\mu_3 & 2f_v \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

En posant $\lambda_1 = \lambda_2 = \mu_1 = \mu_2 = 0 \quad \text{et} \quad \lambda_3 = \lambda, \mu_3 = \mu$, alors

$$P = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 2R & 0 & -\lambda \\ 0 & 2R & -\mu \\ -\lambda & -\mu & 2f_v \end{bmatrix} \tag{4.10}$$

dont les valeurs propres sont

$$\begin{cases} p_1 = R \\ p_2 = \frac{1}{2}(R + f_v + [(R - f_v)^2 + \lambda^2 + \mu^2]^{\frac{1}{2}}) \\ p_3 = \frac{1}{2}(R + f_v - [(R - f_v)^2 + \lambda^2 + \mu^2]^{\frac{1}{2}}) \end{cases} \tag{4.11}$$

Ces valeurs sont toutes les trois strictement positives si et seulement si

$$\lambda^2 + \mu^2 < 4 f_v R \tag{4.12}$$

et donc, la matrice P est définie positive. La dérivée de la fonction de Lyapunov, $\dot{V}(e)$, est définie négative ce qui assure que le système est asymptotiquement stable avec les commandes suivantes :

$$\begin{cases} \bar{v_d} = -(NLi_{qr} + \lambda_3)e_3 \\ \\ \bar{v_q} = (NLi_{dr} + \mu_3)e_3 \end{cases} \tag{4.13}$$

L'intérêt de cette commande est de ne pas nécessiter de mesure des courants.

4.1.2 Simulations

La commande fonctionne correctement. L'erreur de poursuite en vitesse, Figure 4.1, est très faible.

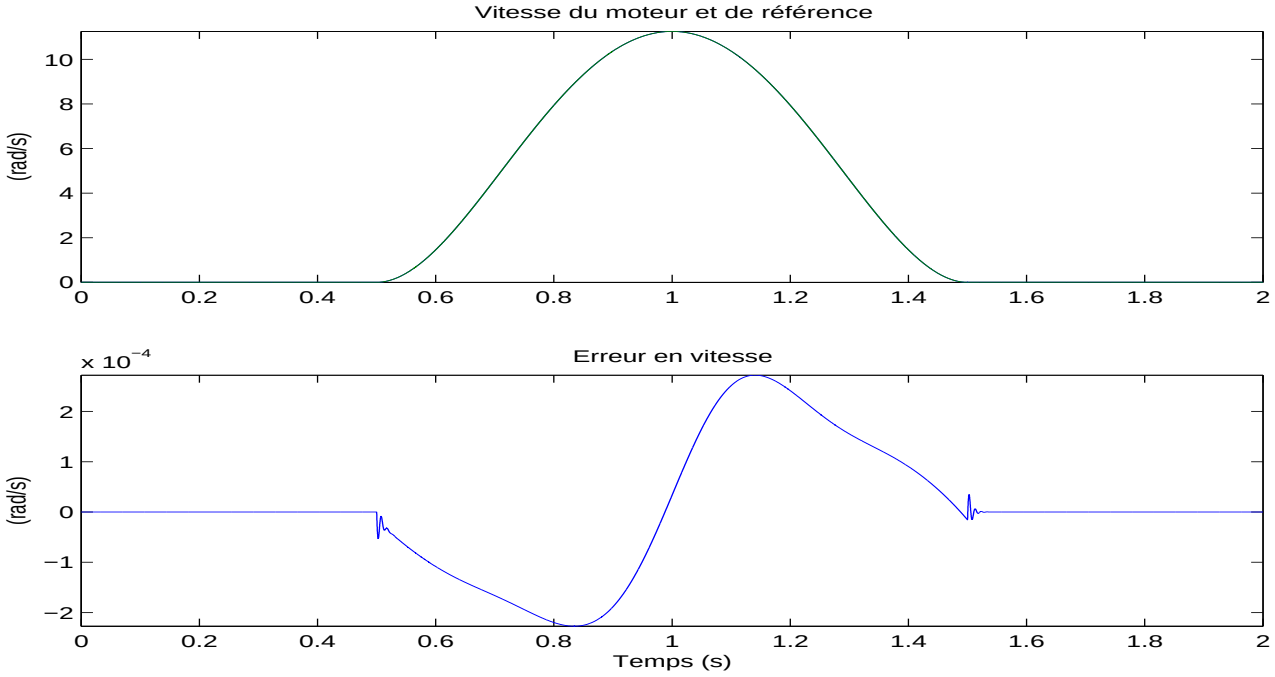

FIG. 4.1 – Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0Nm$ - Simulations

Par contre, l'apparition d'un couple de charge C_r perturbe le système et détériore fortement les résultats avec l'apparition d'une erreur significative de poursuite en vitesse, Figure 4.2. Il existe une erreur de poursuite qui peut atteindre 30% de la valeur de référence. Afin de palier à ce défaut, on peut ajouter un terme intégral, c'est à dire proportionnel à l'erreur en position, ce qui conduit à la loi de commande suivante :

$$\begin{cases} \bar{v_d} = -(NLi_{qr} + \lambda_3)e_3 \\ \\ \bar{v_q} = (NLi_{dr} + \mu_3)e_3 + \gamma \int e_3 \end{cases} \tag{4.14}$$

Sur la Figure 4.3, on peut remarquer que cela apporte, bien sûr, une amélioration pour la poursuite de trajectoire en vitesse. Cependant, bien que l'on ait ajouté un correcteur à notre loi de commande, il persiste une erreur dynamique (mais plus statique) de suivi en vitesse.

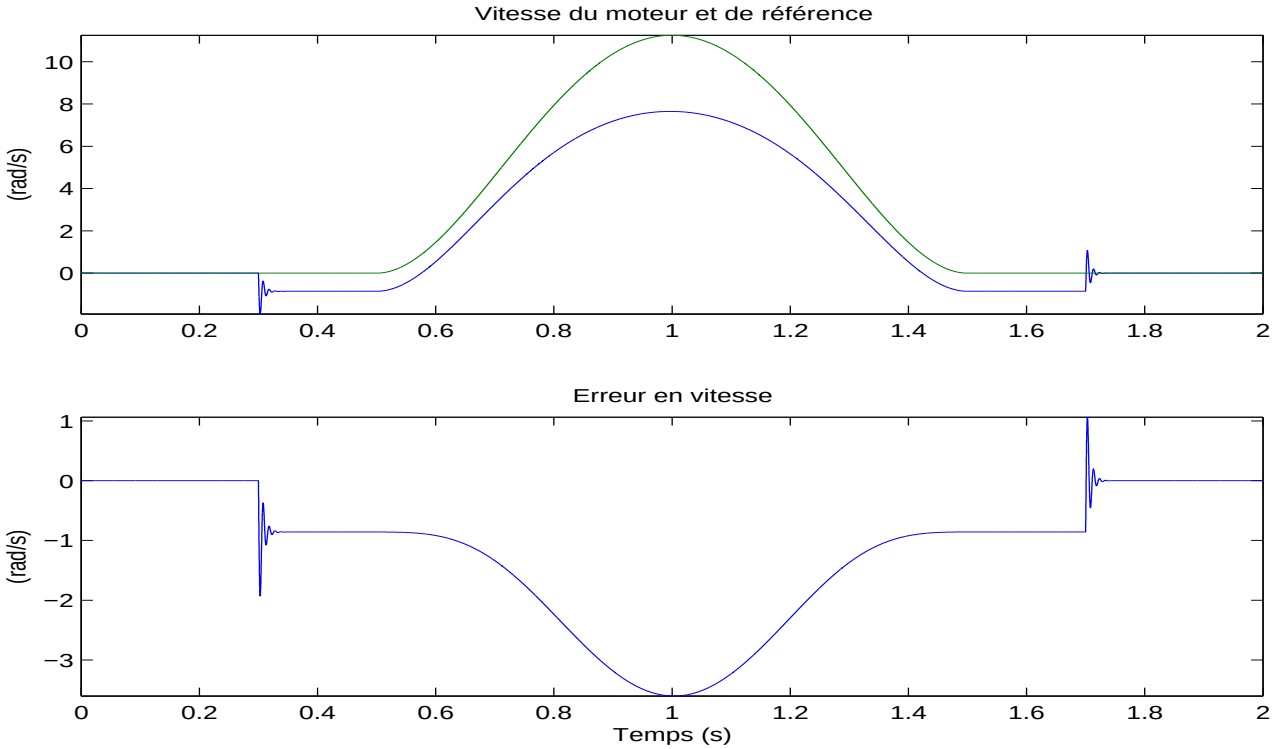

FIG. 4.2 – Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

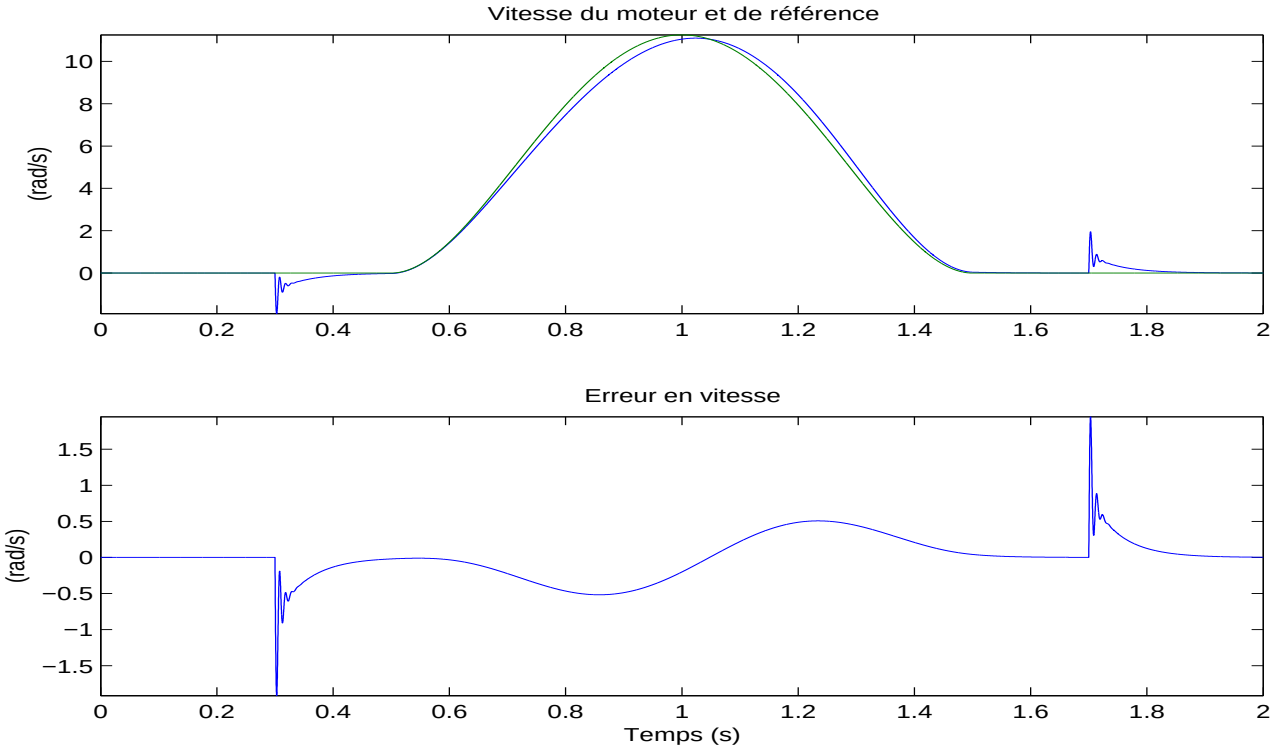

FIG. 4.3 – Lyapunov avec correcteur - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

4.1.3 Expérimentations

Avant toute chose, il est nécessaire de préciser qu'il existe un faible couple résistant lorsque le moteur est en mouvement ou lorsqu'il a atteint sa position définitive.

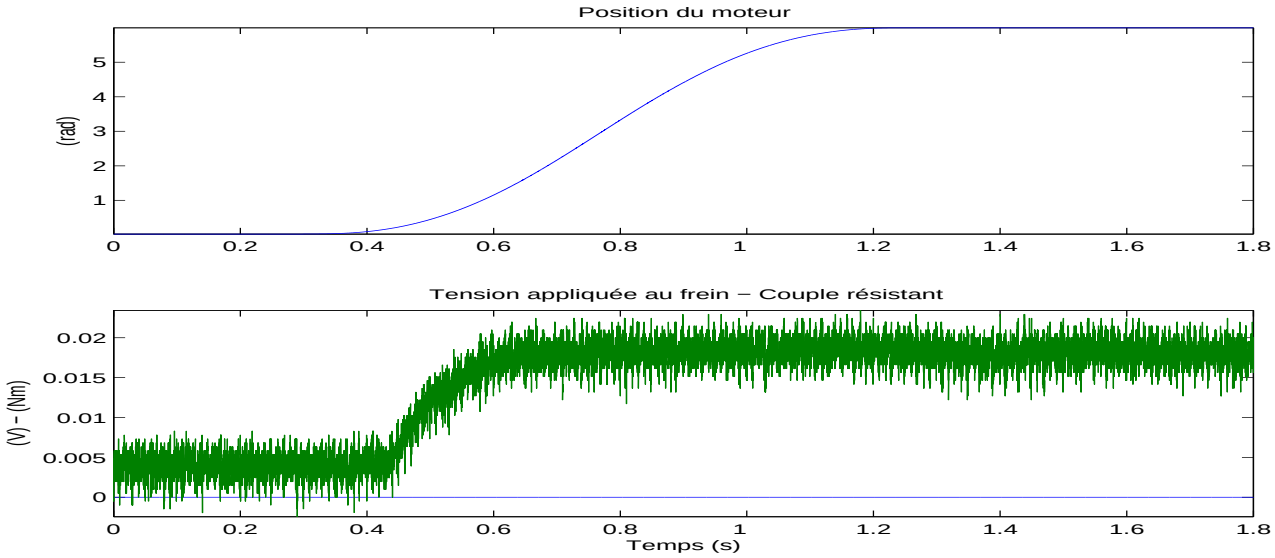

FIG. 4.4 – Couple résistant $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

La perturbation est obtenue en mettant sous tension le frein à poudre selon l'allure (utilisée pour toutes les expérimentations) donnée Figure 4.5 et provoque, lors du mouvement, le couple résistant donné sur la même figure.

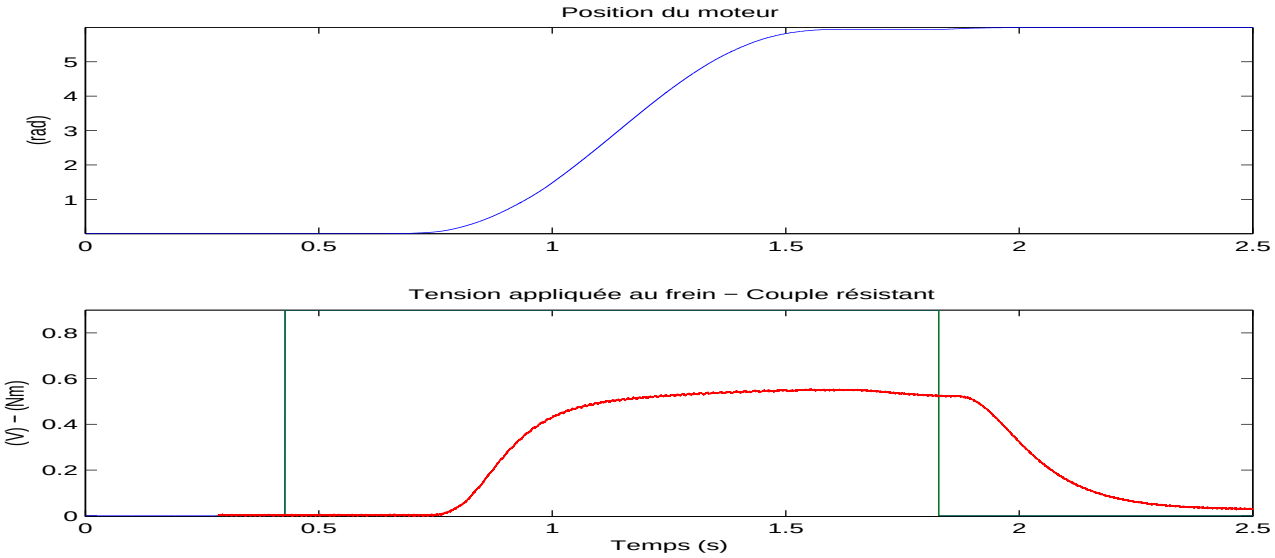

FIG. 4.5 – Couple résistant C_r - Expérimentations

Tous les relevés des expérimentations sont donnés Figure B.1 et B.2 en Annexe.

Sans C_r

Les expérimentations sans couple de perturbation ont été réalisés avec les réglages suivants :

$$\boxed{\lambda = -0.05 \quad ; \quad \mu = -1 \quad ; \quad \gamma = 0}$$

Comme prévu par la théorie et les simulations, sur les Figures 4.6 et 4.7, on remarque déjà une petite erreur en vitesse due aux incertitudes paramétriques et au faible couple résistant C_r.

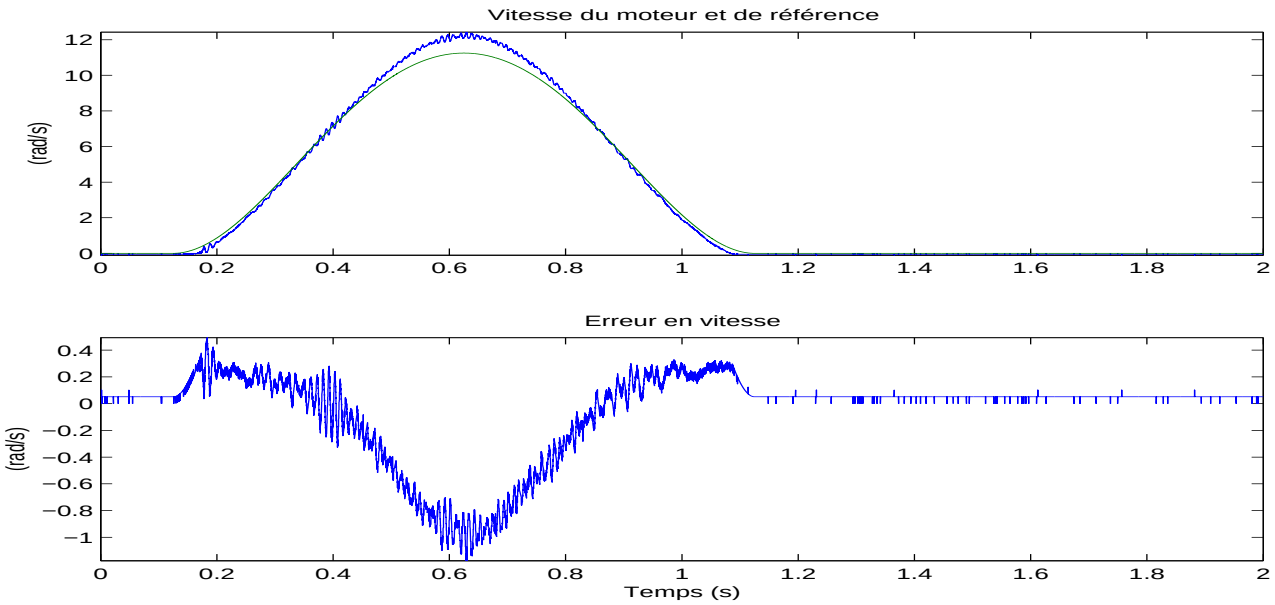

FIG. 4.6 – Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0$ - Expérimentations

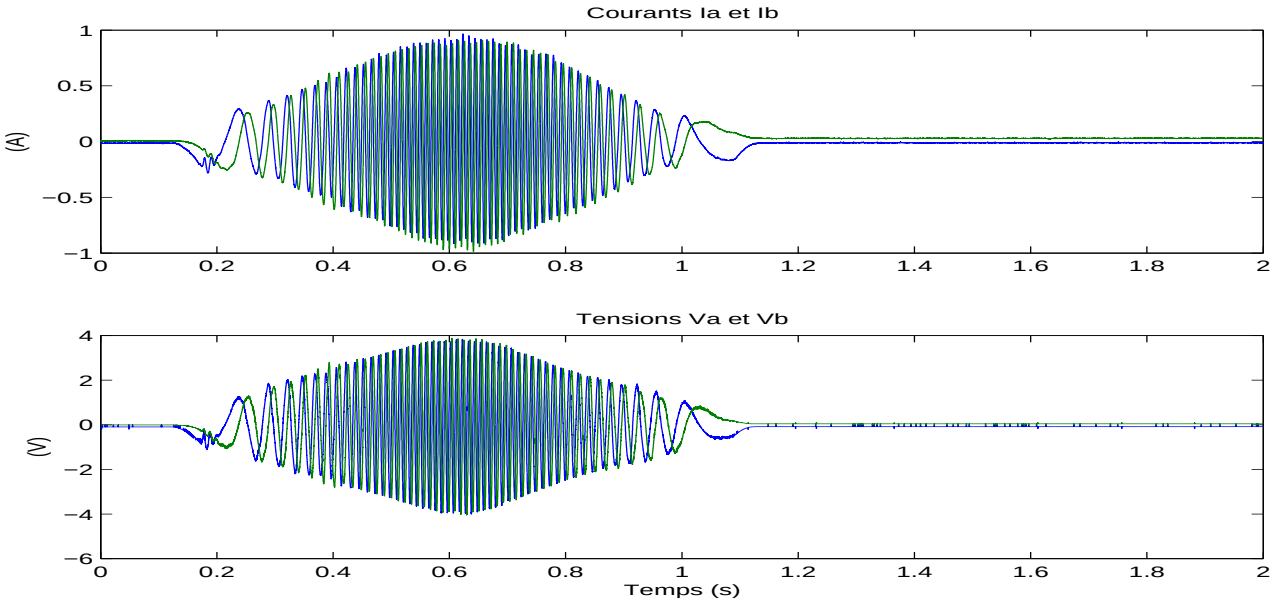

FIG. 4.7 – Lyapunov - Vitesse - U et I - $C_r = 0$ - Expérimentations

Avec C_r

Les expérimentations avec couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\boxed{\lambda = -2 \quad ; \quad \mu = -1.8 \quad ; \quad \gamma = 0}$$

Lors de l'apparition d'un couple de charge C_r, Figures 4.8 et 4.9, l'erreur en vitesse s'accroît de façon importante ainsi que les tensions et courants pour compenser la perturbation.

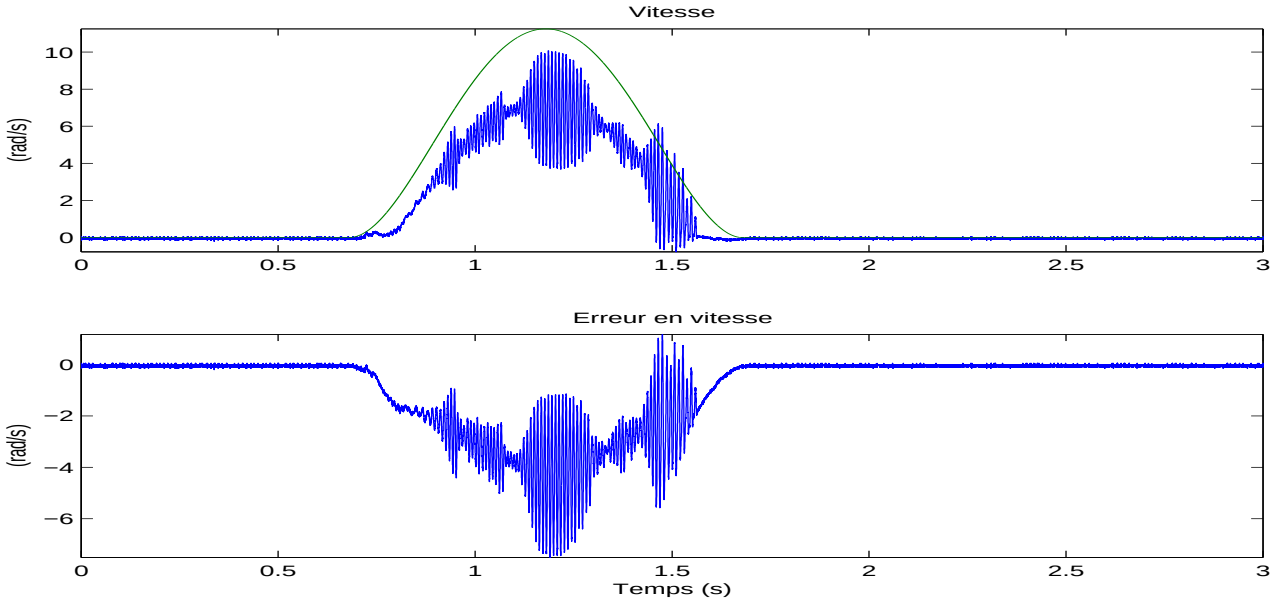

FIG. 4.8 – Lyapunov - Vitesse - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

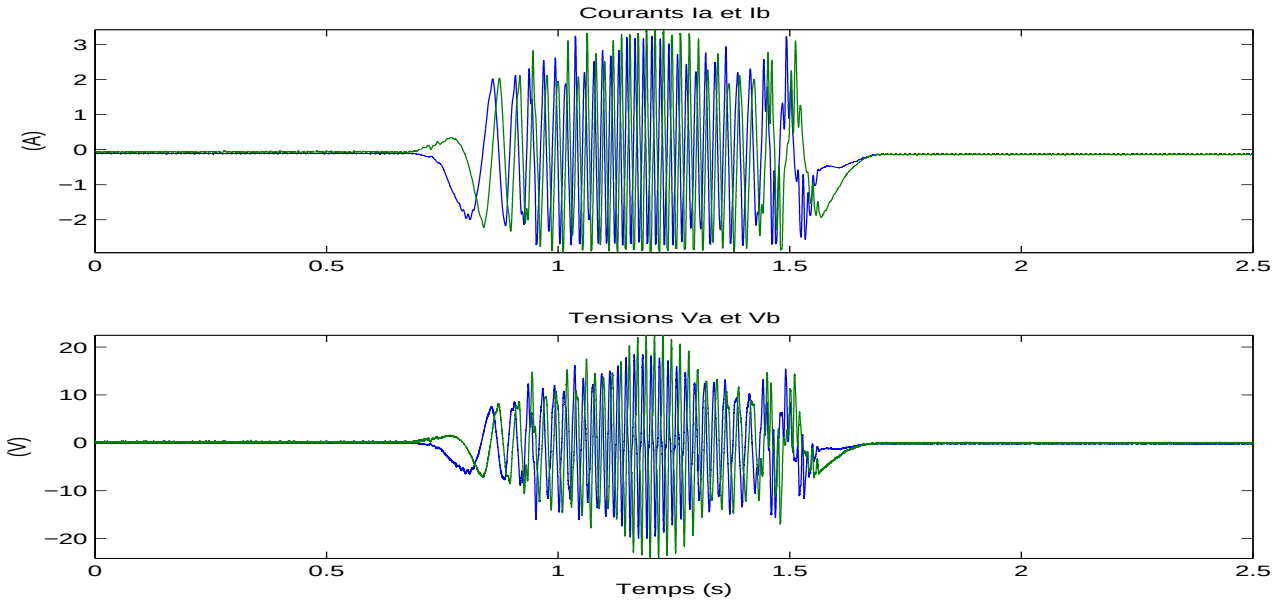

FIG. 4.9 – Lyapunov - Vitesse - U et I - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

Sans C_r avec correcteur

Par contre, lors de l'adjonction d'un correcteur, les résultats s'améliorent nettement, Figures 4.10 et 4.11. Cependant, dans un cas comme dans l'autre, il persiste une erreur.

Les expérimentations sans couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\lambda = -0.05 \quad ; \quad \mu = -1 \quad ; \quad \gamma = 50$$

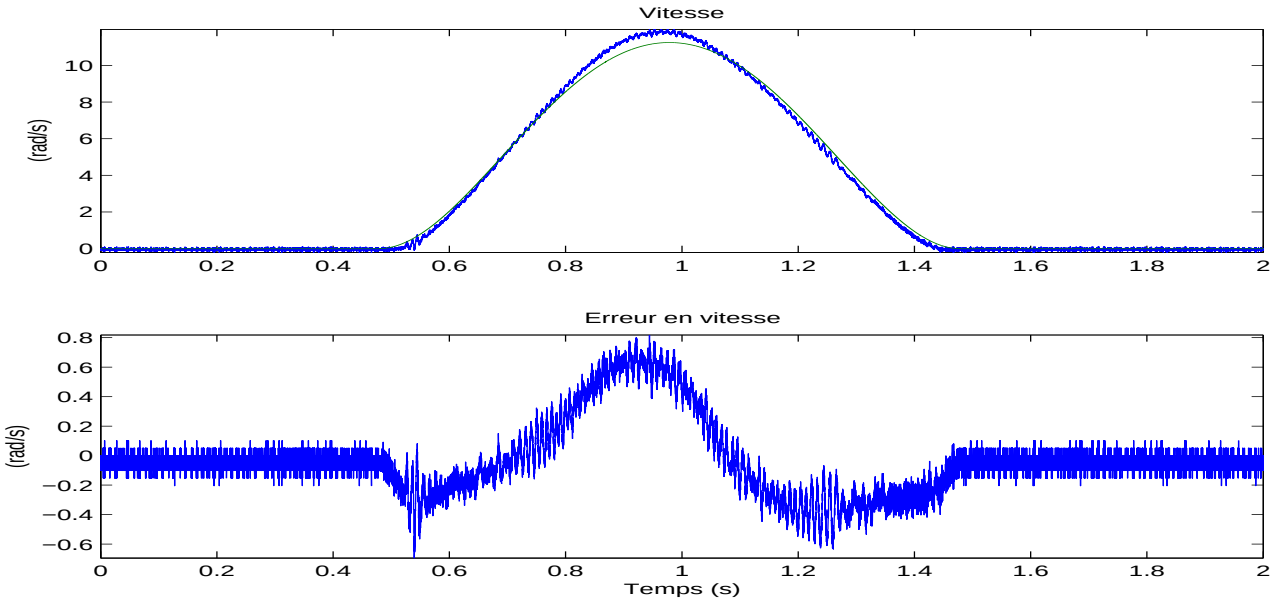

FIG. 4.10 – Lyapunov en Vitesse avec correcteur - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

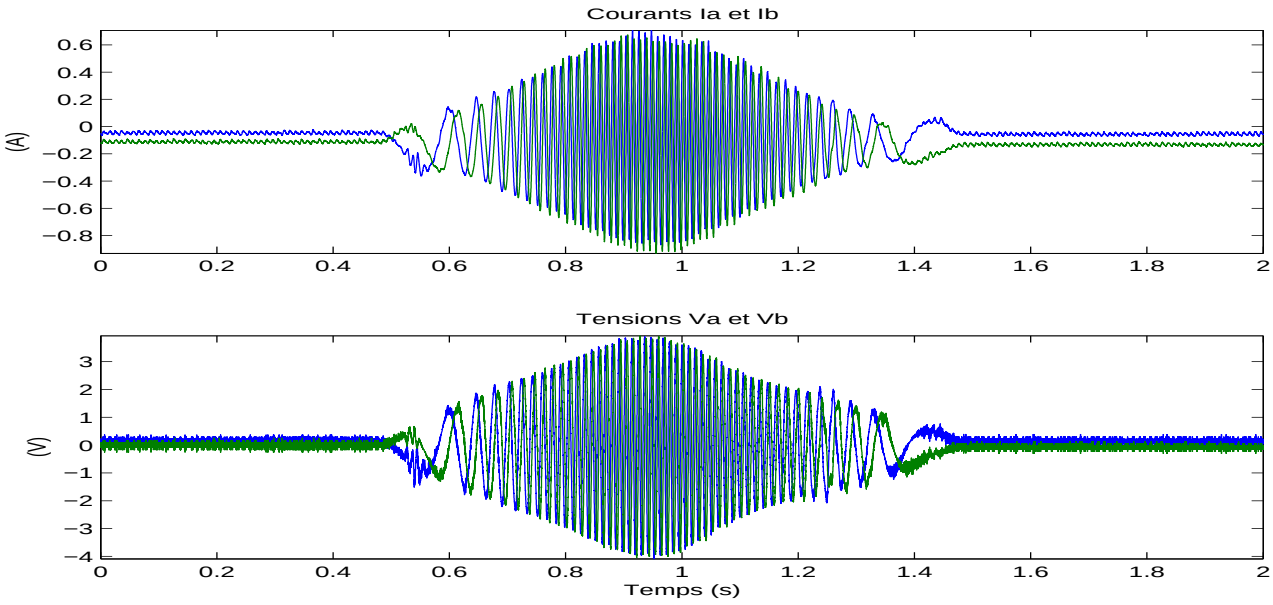

FIG. 4.11 – Lyapunov en Vitesse avec correcteur - U et I - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

Avec C_r avec correcteur

Lors de l'apparition d'un couple résistant C_r, l'erreur en vitesse, augmente et par conséquent l'erreur en position, Figures 4.12 et 4.13, également, mais de façon plus faible que sans le correcteur.

Les expérimentations avec couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\boxed{\lambda = -2 \quad ; \quad \mu = -1.8 \quad ; \quad \gamma = 100}$$

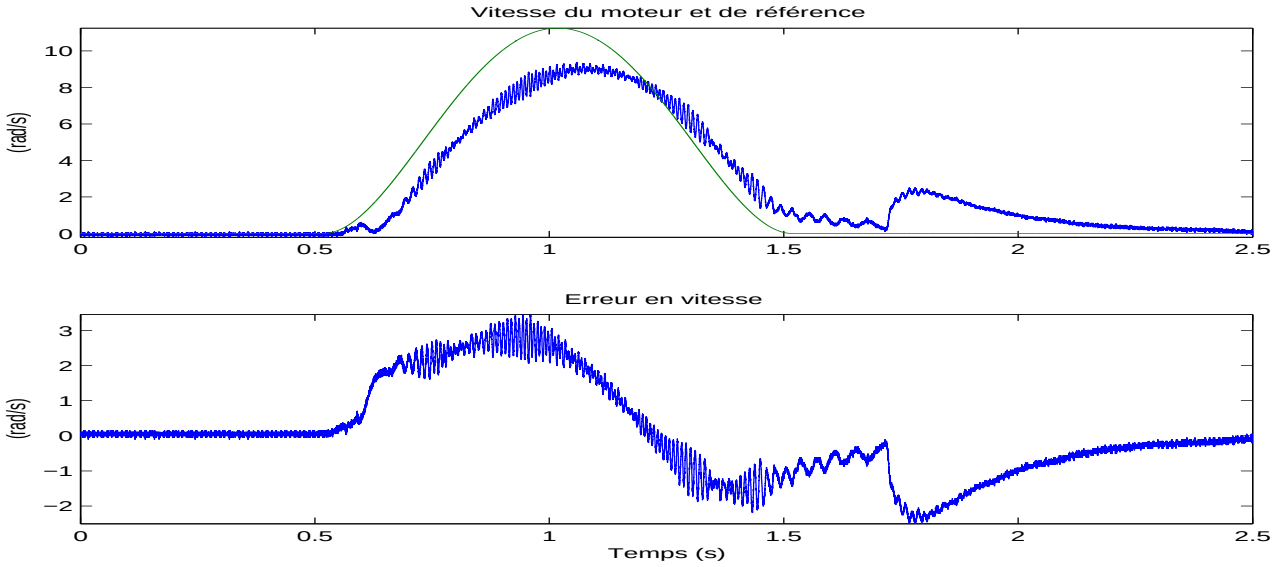

FIG. 4.12 – Lyapunov - Vitesse avec correcteur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

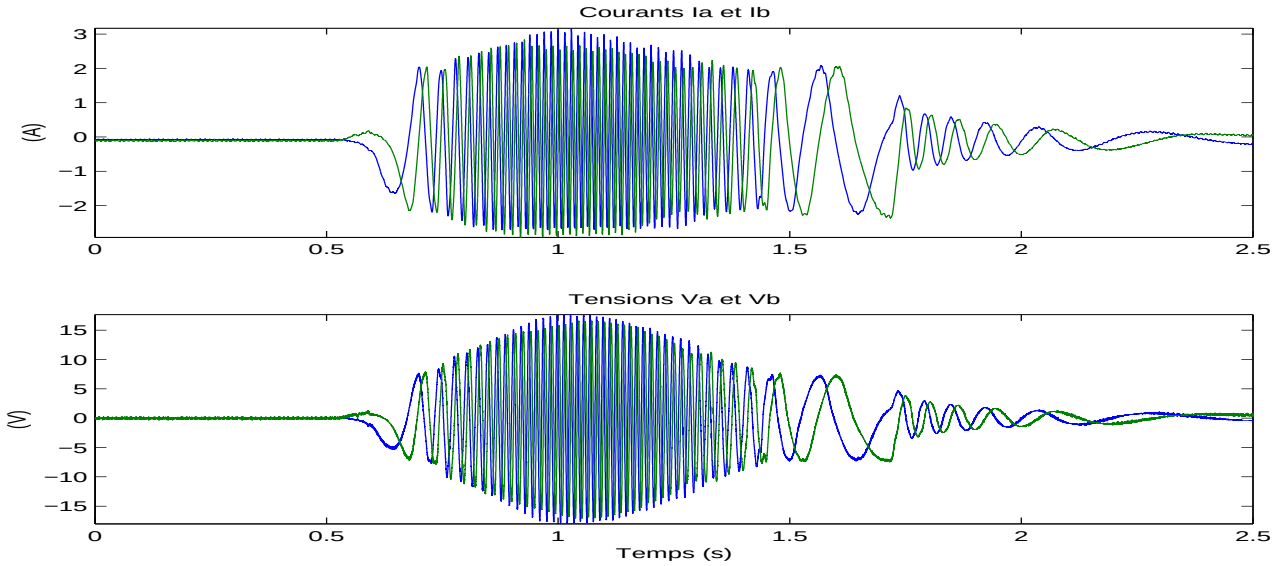

FIG. 4.13 – Lyapunov - Vitesse avec correcteur - $C_r = 0.55Nm$ - U et I - Expérimentations

On aperçoit, vers 1.75 s, une augmentation de l'erreur de vitesse. Cela correspond au moment où la tension de frein est annulée (voir Figure B.3), et donc, que le couple résistant diminue

mais il y a une persistance de son effet dûe à sa mise en "mémoire" à cause de l'intégrateur et l'erreur en position (correspondant à l'intégration de la vitesse) est encore importante.

Avec C_r avec correcteur plus fort

Il est possible d'accroître les valeurs des gains du correcteur au prix d'une élévation des courants et des tensions. Les résultats, Figures 4.14 et 4.15, présentent une amélioration mais il persiste quand même une erreur dynamique. En effet, la vitesse "suit" mieux la trajectoire de référence mais avec des oscillations importantes. Les expérimentations avec couple de perturbation ont été réalisés avec les réglages suivants :

$$\boxed{\lambda = -2 \quad ; \quad \mu = -1.8 \quad ; \quad \gamma = 200}$$

Certes, cette méthode présente des améliorations mais les résultats restent quand même très moyens avec des réglages supplémentaires et une consommation énergétique plus élevée.

Cependant, les résultats ne sont pas satisfaisants. Bien que simple à mettre en oeuvre, la méthode de Lyapunov, même avec l'adjonction d'un terme proportionnel à l'erreur en position ne présente pas de bonnes qualités de précision et de robustesse.

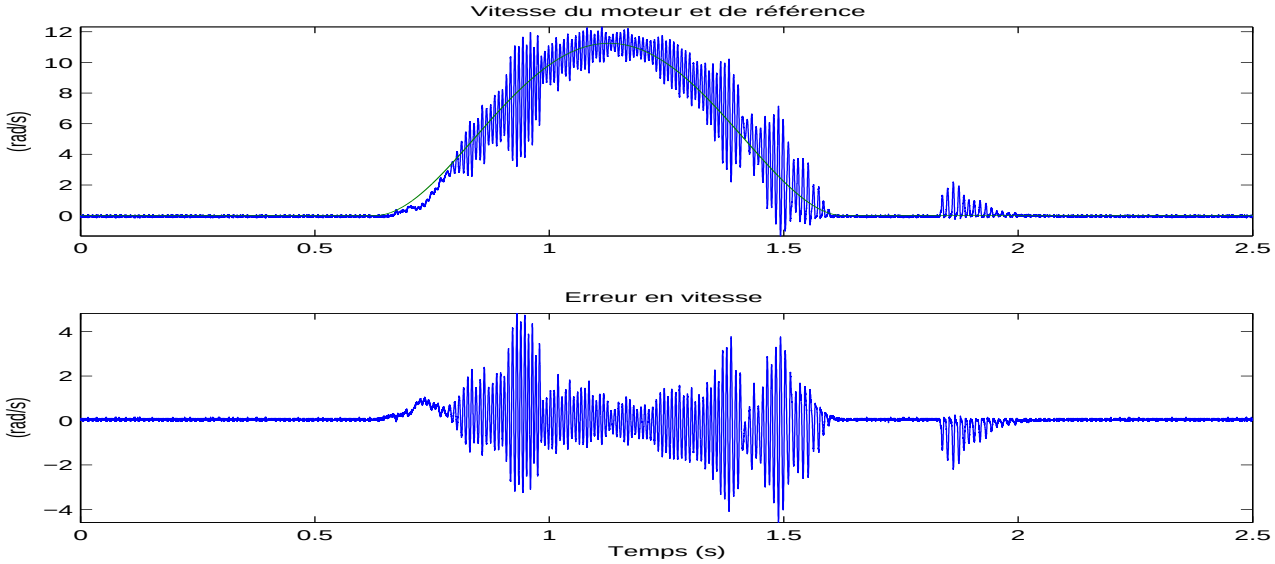

FIG. 4.14 – Lyapunov - Vitesse avec correcteur fort - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

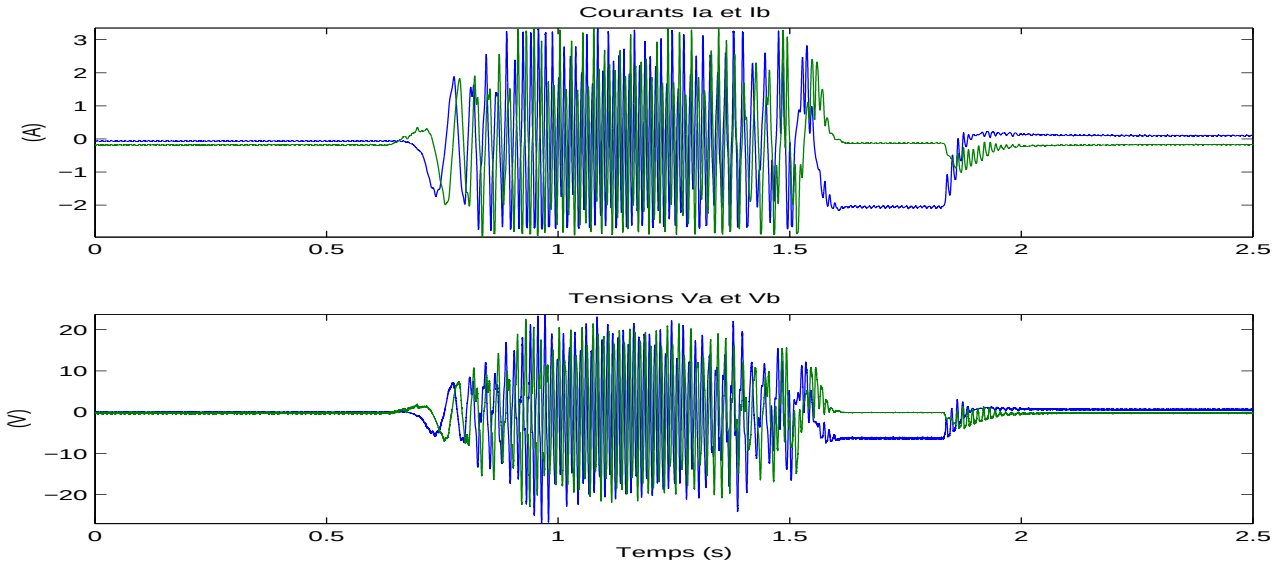

FIG. 4.15 – Lyapunov - Vitesse avec correcteur fort - $C_r = 0.55Nm$ - U et I - Expérimentations

4.2 Méthode des perturbations singulières

4.2.1 Etablissement de la loi

La méthode des perturbations singulières [Khalil 86], [Borne 92] peut être utilisée lorsqu'il existe des dynamiques sur des échelles différentes de temps pour le système.

La partie électrique du modèle, avec $L = \varepsilon$, peut être considérée comme ayant une dynamique rapide dont l'état converge rapidement vers les solutions de :

$$\begin{cases} 0 = v_d - Ri_d \\ 0 = v_q - Ri_q - K\Omega \end{cases} \tag{4.15}$$

En introduisant ces équations dans la partie mécanique du modèle (1.5), dont la dynamique est considérée comme lente, on obtient :

$$J\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{K}{R}(K\Omega - v_q) - f_v\Omega - C_r \tag{4.16}$$

Ce qui nous donne un système linéaire qui peut être commandé avec une seule entrée en choisissant $v_d = 0$. En appliquant la transformée de Laplace :

$$Jp\Omega = \frac{K}{R}(v_q - K\Omega) - f_v\Omega - C_r \qquad \text{et} \qquad p\theta = \Omega \tag{4.17}$$

alors

$$\theta p\left(p + \frac{K^2}{JR} + \frac{f_v}{J}\right) = \frac{K}{JR}v_q - \frac{1}{J}C_r \tag{4.18}$$

on obtient

$$\theta = \frac{bv_q}{p(p+a)} - \frac{cC_r}{p(p+a)} \tag{4.19}$$

avec

$$a = \left(\frac{K^2}{JR} + \frac{f_v}{J}\right) \qquad b = \frac{K}{JR} \qquad c = \frac{1}{J} \tag{4.20}$$

Un correcteur à avance de phase est choisi :

$$v_q = G\frac{1+\tau_1 p}{1+\tau_2 p}(\theta_r - \theta) \qquad \text{avec} \qquad G > 0 \text{ et } \tau_1 > \tau_2 \tag{4.21}$$

convenablement choisis.

4.2.2 Simulations

Les simulations effectuées démontrent que cette méthode permet de commander le moteur pas-à-pas avec une seule loi de commande dans le repère $(d-q)$.

Il faut quand même préciser que le moteur est commandée avec deux tensions aux bornes de ces deux enroulements dans le repère $(\alpha - \beta)$ avec :

$$\begin{cases} v_\alpha = v_d \cos N\theta - v_q \sin N\theta \\ v_\beta = v_d \sin N\theta + v_q \cos N\theta \\ v_d = 0 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} v_\alpha = -v_q \sin N\theta \\ v_\beta = v_q \cos N\theta \end{cases}$$

On peut remarquer, Figure 4.16, une erreur de poursuite due aux dynamiques négligées. Les réglages sont aisés.

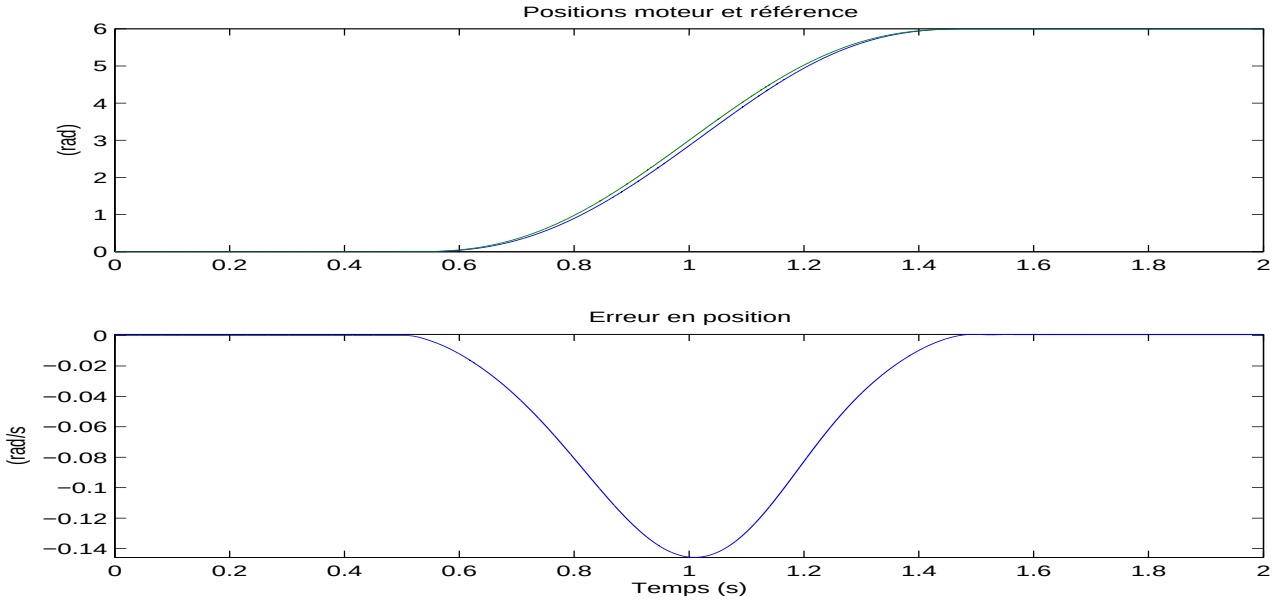

FIG. 4.16 – PS - $C_r = 0Nm$ - Simulations

Lors de l'application de C_r, on observe, Figure 4.17, une augmentation de l'erreur aussi bien pendant le mouvement qu'à l'arrêt.

Bien que très simple à mettre en œuvre et à régler, cette commande ne présente pas de bonnes qualités de précision et de robustesse.

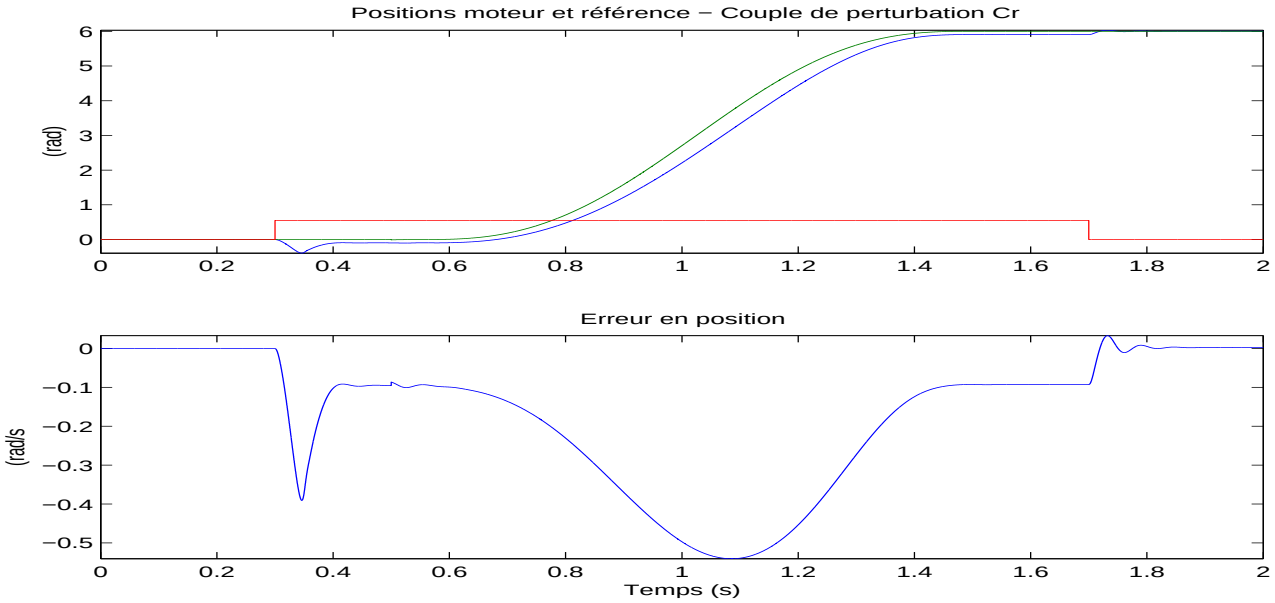

FIG. 4.17 – PS - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

4.2.3 Expérimentations

Sans C_r

Tous les relevés des expérimentations concernant la méthode des perturbations singulières sont données Figures B.5 et B.6 en Annexe.

Comme prévu dans la théorie et les simulations, compte tenu des dynamiques négligées, il existe une erreur aussi bien en régime dynamique qu'en régime permanent.

Les expérimentations sans couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\boxed{G = 10 \quad ; \quad \tau_1 = 0.01 \quad ; \quad \tau_2 = 0.002}$$

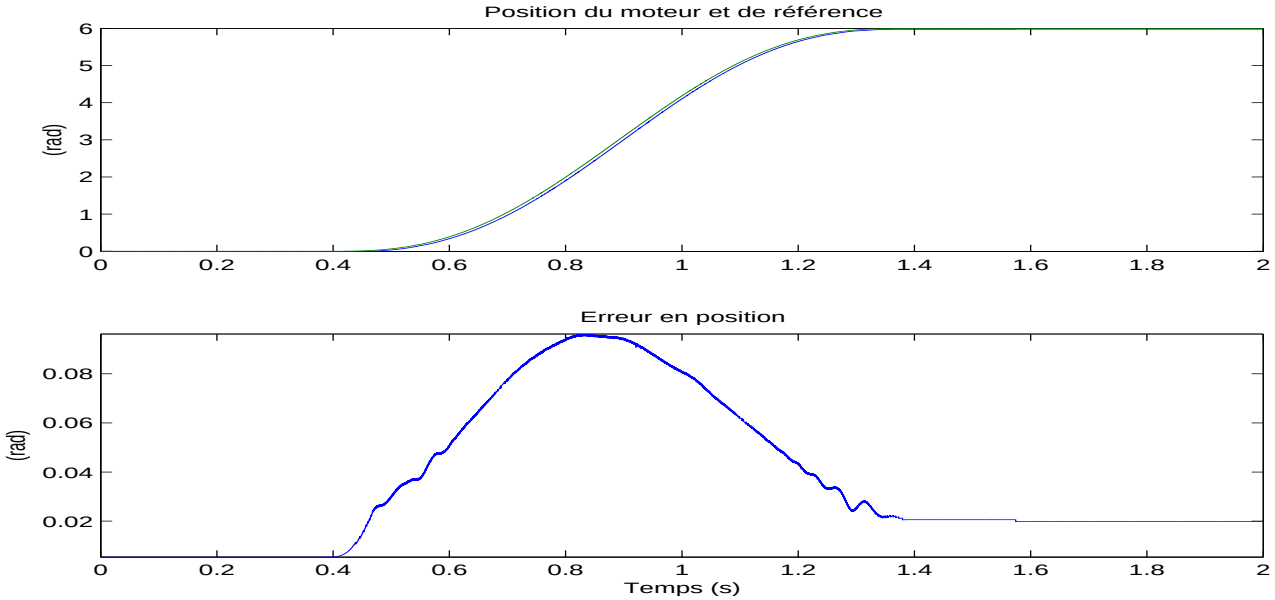

FIG. 4.18 – PS - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

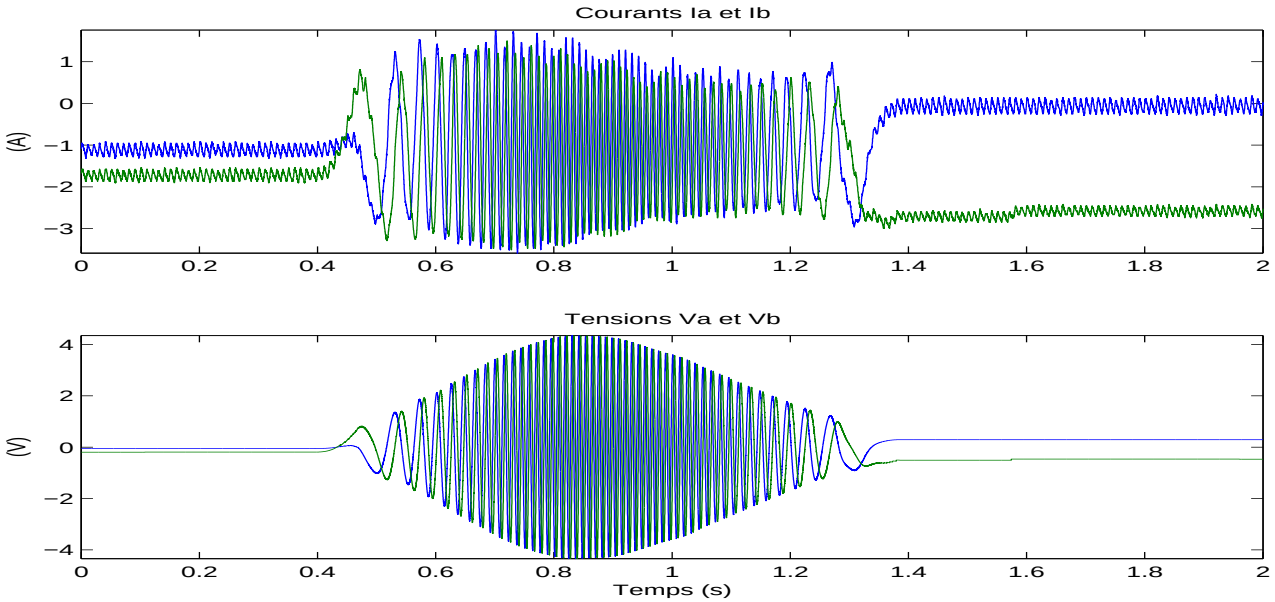

FIG. 4.19 – PS - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

Avec C_r

Les expérimentations avec couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$G = 100 \quad ; \quad \tau_1 = 0.01 \quad ; \quad \tau_2 = 0.002$$

Lors de l'application de C_r, le résultat reste correct, toutefois, on observe une augmentation de l'erreur ainsi que des courants et des tensions afin de compenser l'effet de C_r et tenter de maintenir la position.

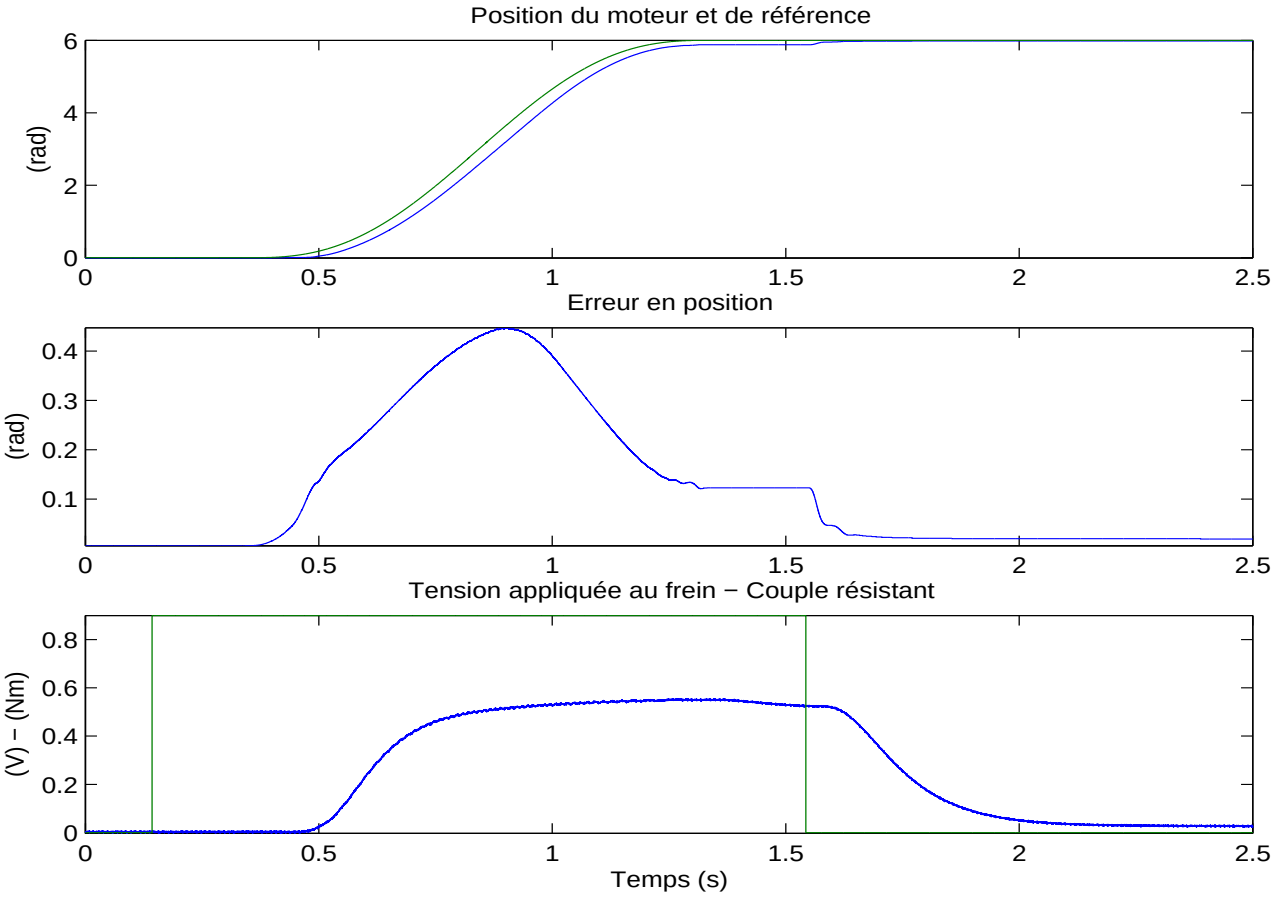

FIG. 4.20 – PS - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

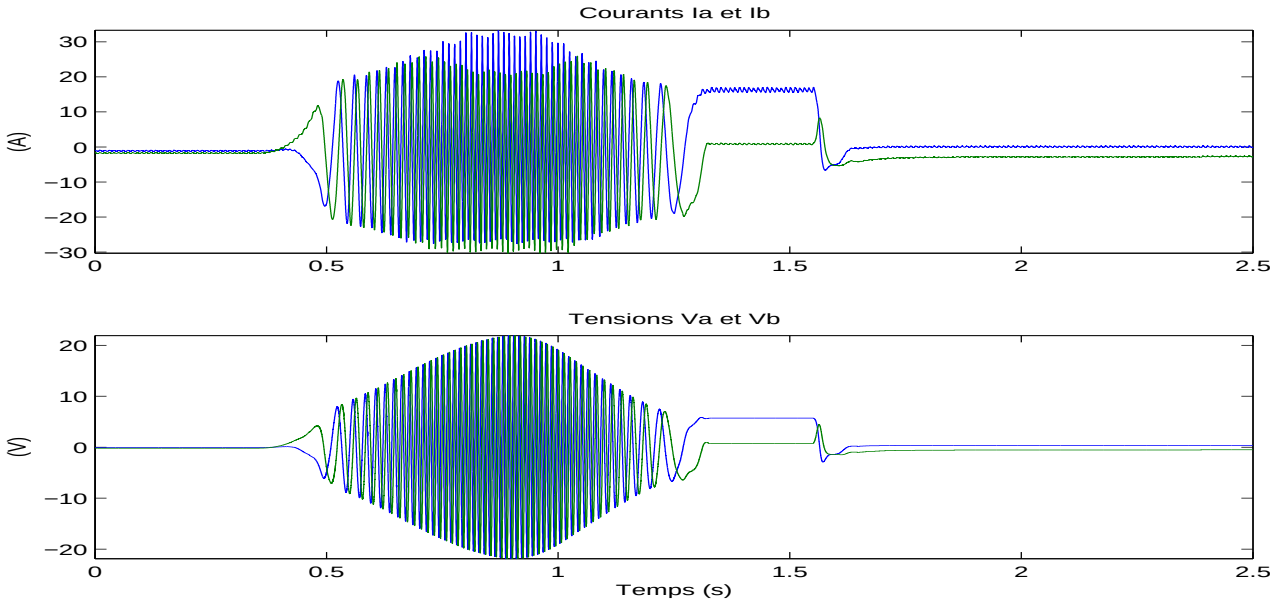

FIG. 4.21 – PS - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

4.3 Linéarisation entrées-sorties

4.3.1 Etablissement de la loi

On considère le système (2.3) avec les sorties e_4 et e_1. Le système est de degré relatif 3 vis-à-vis de e_4 et 1 vis-à-vis de e_1. Le degré relatif correspond au nombre de fois qu'il est nécessaire de dériver la variable pour voir apparaître la commande. Rappelons que :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\bar{v_d} + \mu_1(e) \\ e_4^{(3)} = \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \mu_2(e) + \frac{f_v}{J^2}C_r - \frac{1}{J}\dot{C}_r \end{cases}$$

où

$$\mu_1(e) = \frac{1}{L}\left(-Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3\dot{i}_{qr} + e_2\Omega_r)\right)$$

$$\mu_2(e) = -\frac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(e_3e_1 + e_3\dot{i}_{dr} + e_1\Omega_r) + Ke_3\right) - \frac{f_v}{J^2}\left(Ke_2 - f_ve_3\right)$$

Ainsi, sans perturbation de couple, le système peut être linéarisé avec le retour suivant :

$$\begin{cases} \bar{v_q} = \frac{JL}{K}(u - \mu_2(e)) \\ \bar{v_d} = L(v - \mu_1(e)) \end{cases}$$

En prenant en compte le couple de perturbation, on obtient :

$$\begin{cases} e_4^{(3)} = u + \frac{f_v}{J^2}C_r - \frac{1}{J}\dot{C}_r \\ \dot{e}_1 = v \end{cases}$$

Le système est linéarisé et le retour d'état suivant stabilise asymptotiquement le système, lorsque $C_r = 0$:

$$\begin{cases} u = -k_1 e_4 - k_2 \dot{e}_4 - k_3 \ddot{e}_4 \\ \\ v = -k_4 e_1 \end{cases}$$

avec $k_1, k_2, k_3, k_4 > 0$ (convenablement réglés). On détermine les paramètres k_1, k_2 et k_3 en fonction de la dynamique que l'on souhaite s'imposer en effectuant l'identification suivante :

$$1 + k_1 p + k_2 p^2 + k_3 p^3 = (1 + \tau p)\left(1 + 2\frac{\zeta}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2\right)$$

où τ, ζ et ω_0 définissent directement le placement de pôles.

4.3.2 Simulations

Sur la Figure 4.23, on peut remarquer qu'il existe une erreur en position lors de l'application du couple de perturbation C_r.

Les simulations ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\boxed{k_1 = 5.10^6 \quad ; \quad k_2 = 10000 \quad ; \quad k_3 = 500 \quad ; \quad k_4 = 1500}$$

Il faut noter que k_1 a été choisi grand pour obtenir l'erreur en position la plus faible possible. Le fait de prendre une valeur aussi grande implique que l'on est alors en limite de stabilité.

On pourrait diminuer le gain k_1 (par exemple $k_1 = 10^6$) pour augmenter la marge de phase et la marge de gain mais l'erreur augmente comme le montre la Figure 4.24.

Une solution serait de rajouter un terme intégrateur pour diminuer l'erreur tout en utilisant un placement de pôles présentant de meilleures qualités de stabilité.

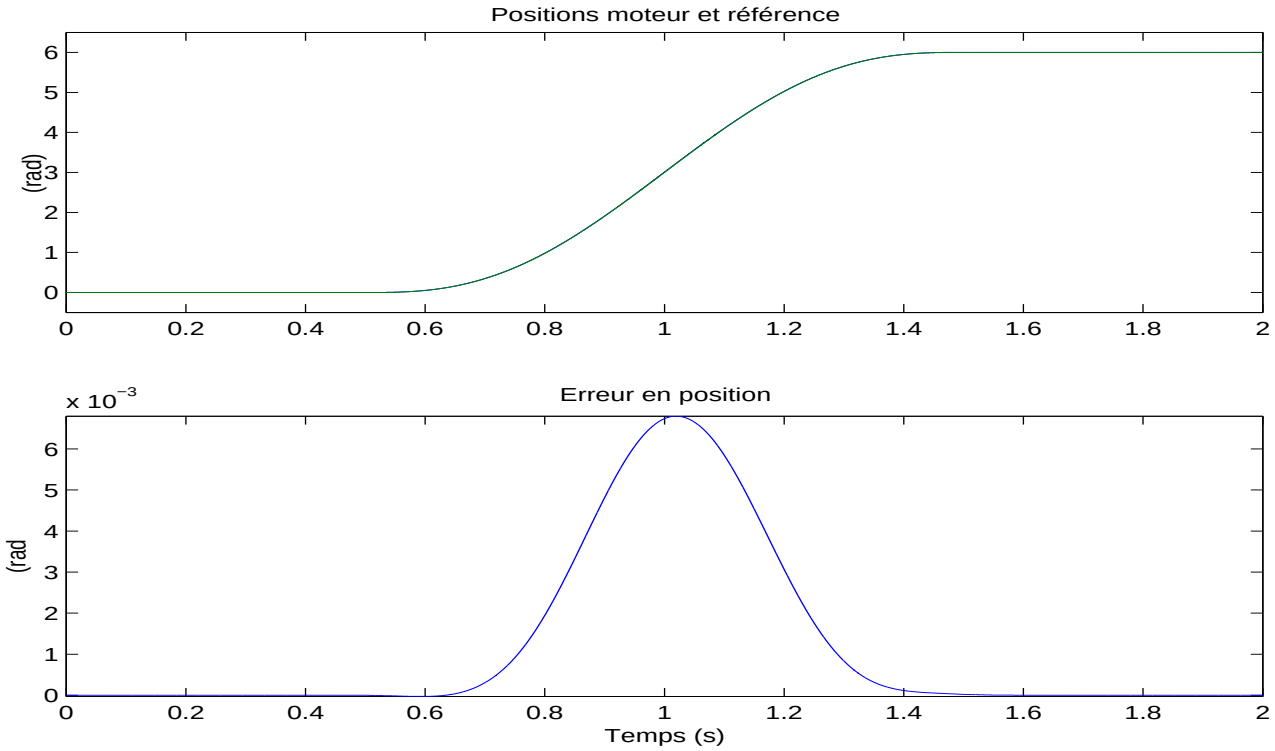

FIG. 4.22 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - Simulations

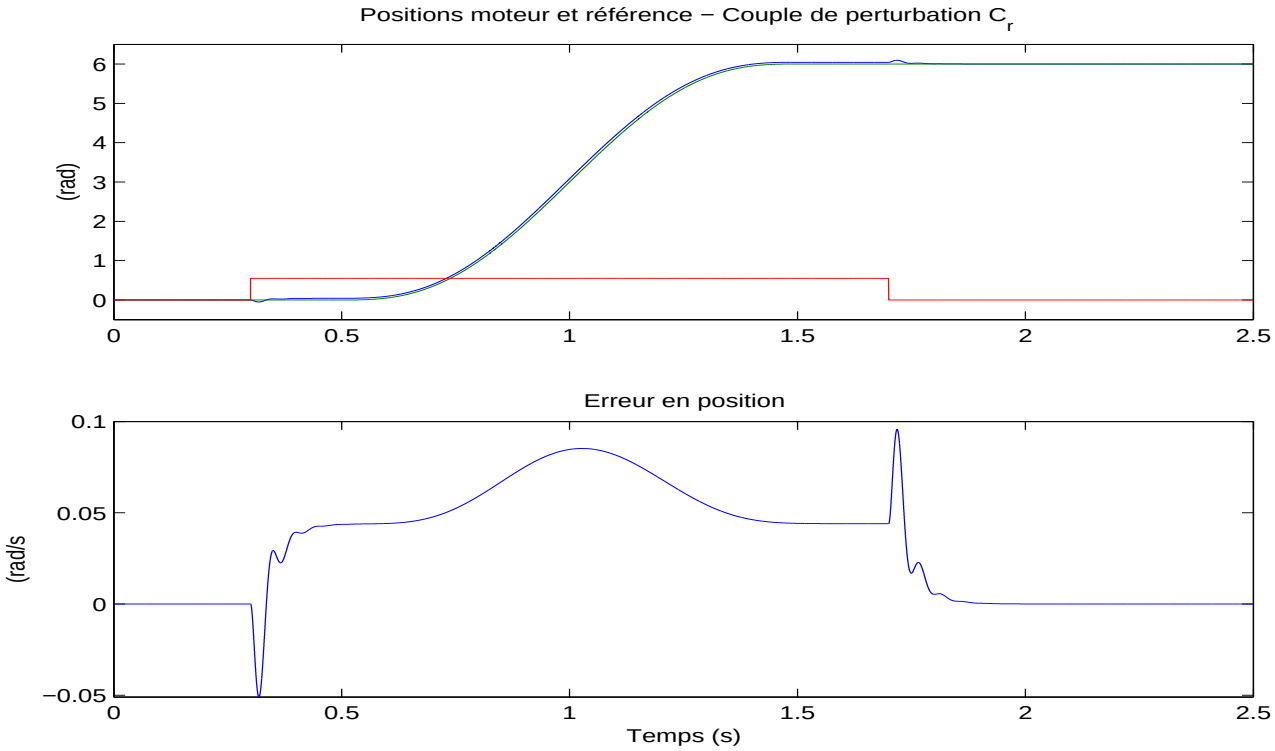

FIG. 4.23 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

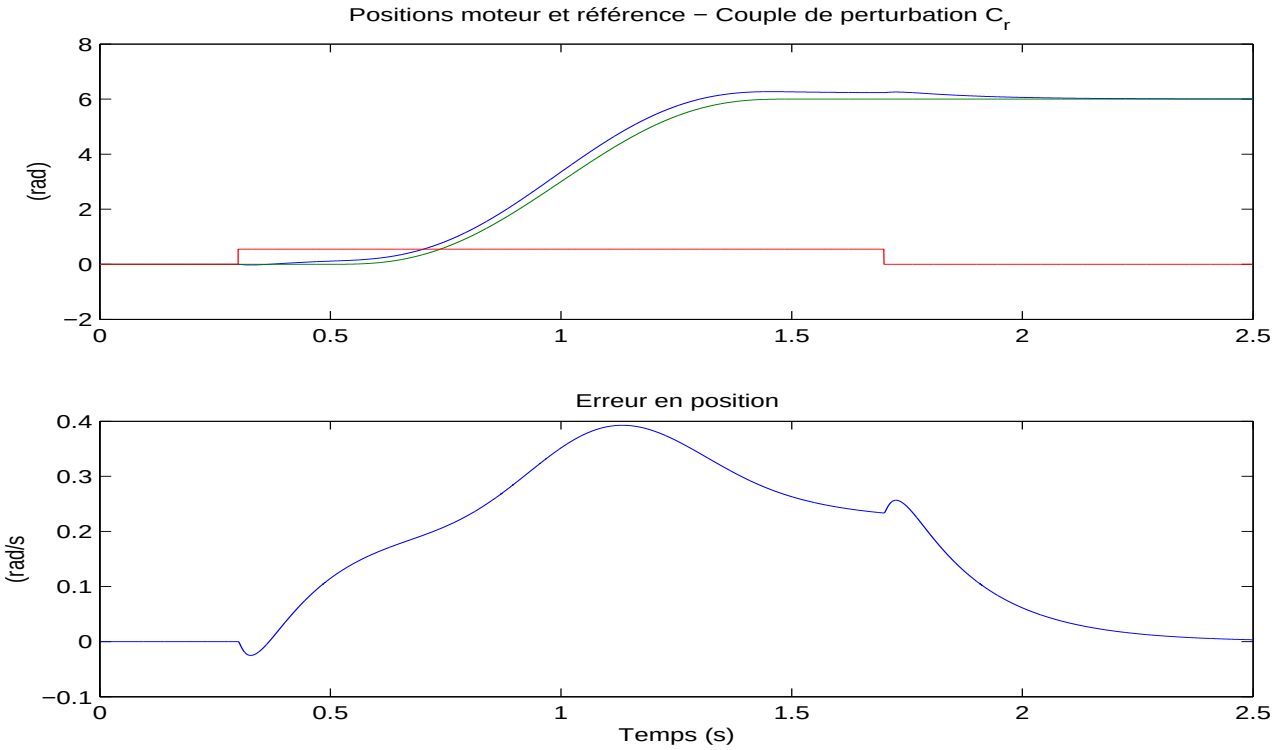

FIG. 4.24 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

4.3.3 Expérimentations

Tous les relevés des expérimentations sont donnés Figure B.7 et B.8 en Annexe.

Sans C_r

Les expérimentations sans couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\boxed{k_1 = 5\ 10^4 \quad ; \quad k_2 = 1000 \quad ; \quad k_3 = 500 \quad ; \quad k_4 = 1500}$$

Les relevés sans C_r, Figures 4.25-4.26, montrent des résultats satisfaisants avec une erreur dynamique et statique.

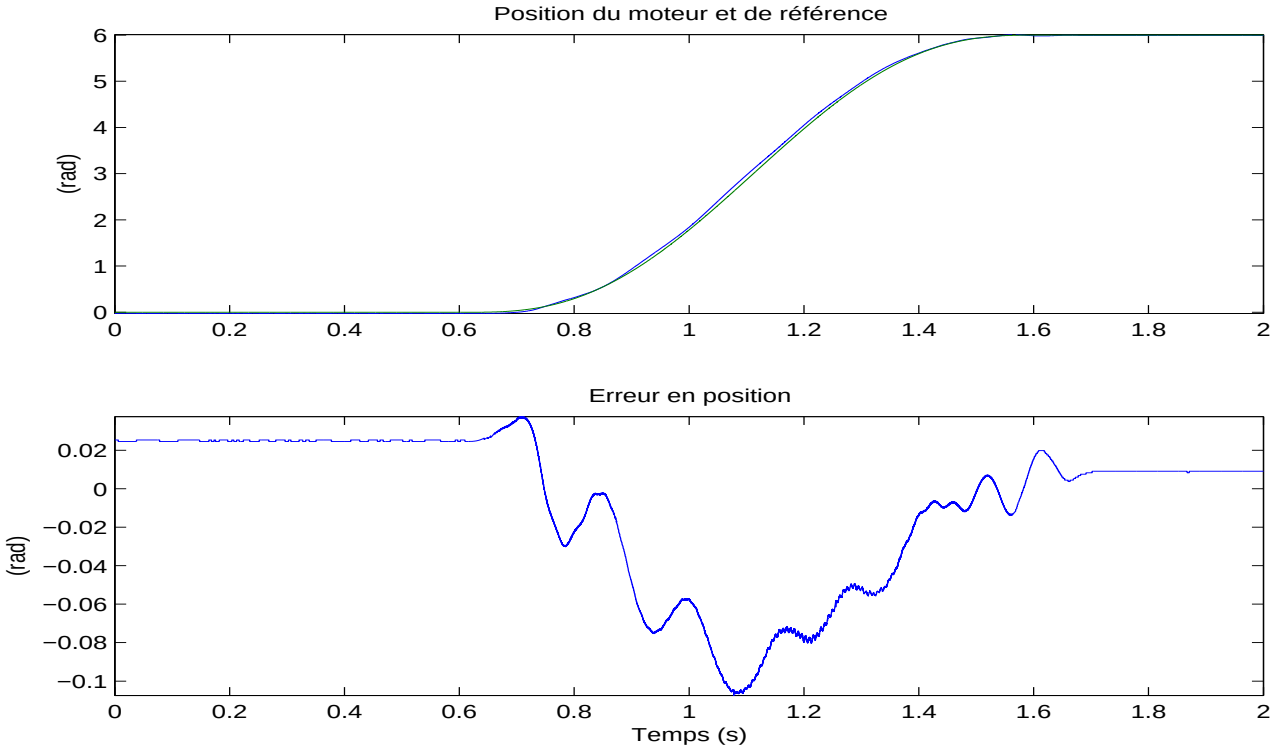

FIG. 4.25 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - Positions - Expérimentations

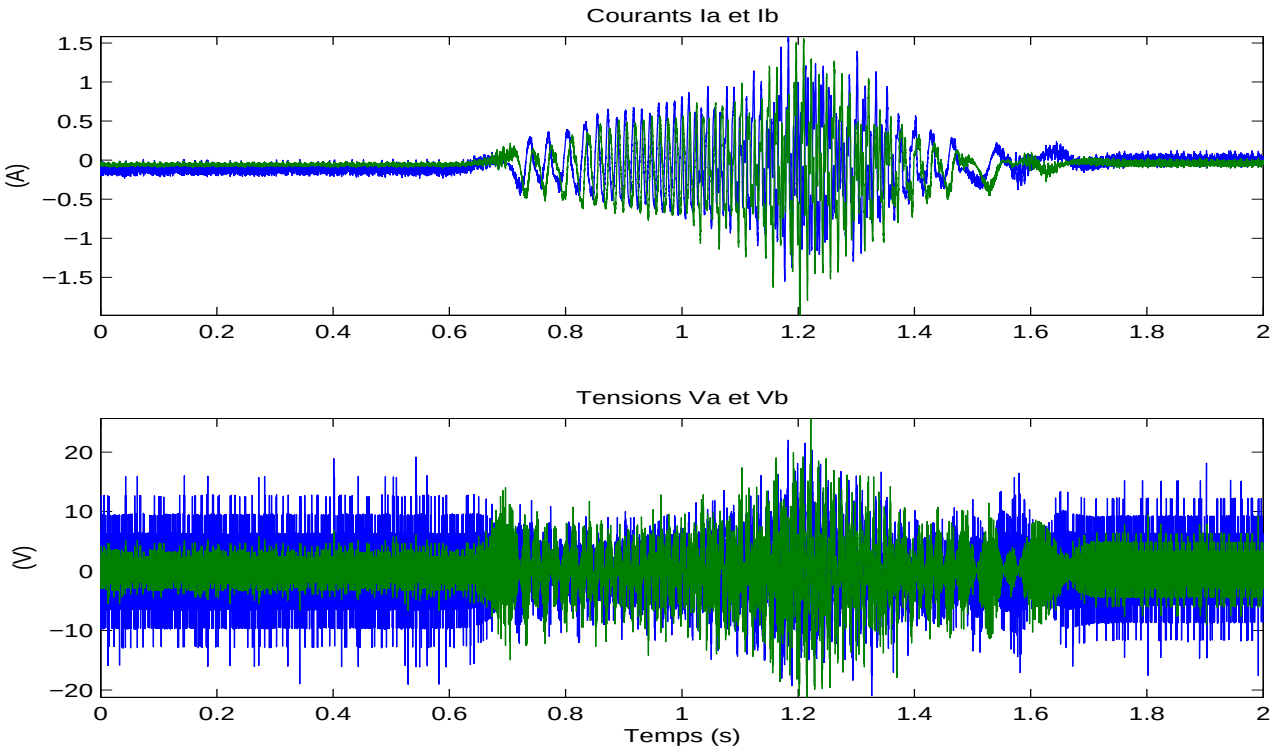

FIG. 4.26 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - U et I - Expérimentations

Avec C_r

Les expérimentations avec couple de perturbation ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$k_1 = 5.10^6 \quad ; \quad k_2 = 10000 \quad ; \quad k_3 = 500 \quad ; \quad k_4 = 1500$$

Les résultats avec C_r, Figures 4.27-4.28, montrent une élévation importante des courants et tensions (valeurs extrêmes correspondant à la tension limite délivrée par l'alimentation) et surtout une augmentation de l'erreur.

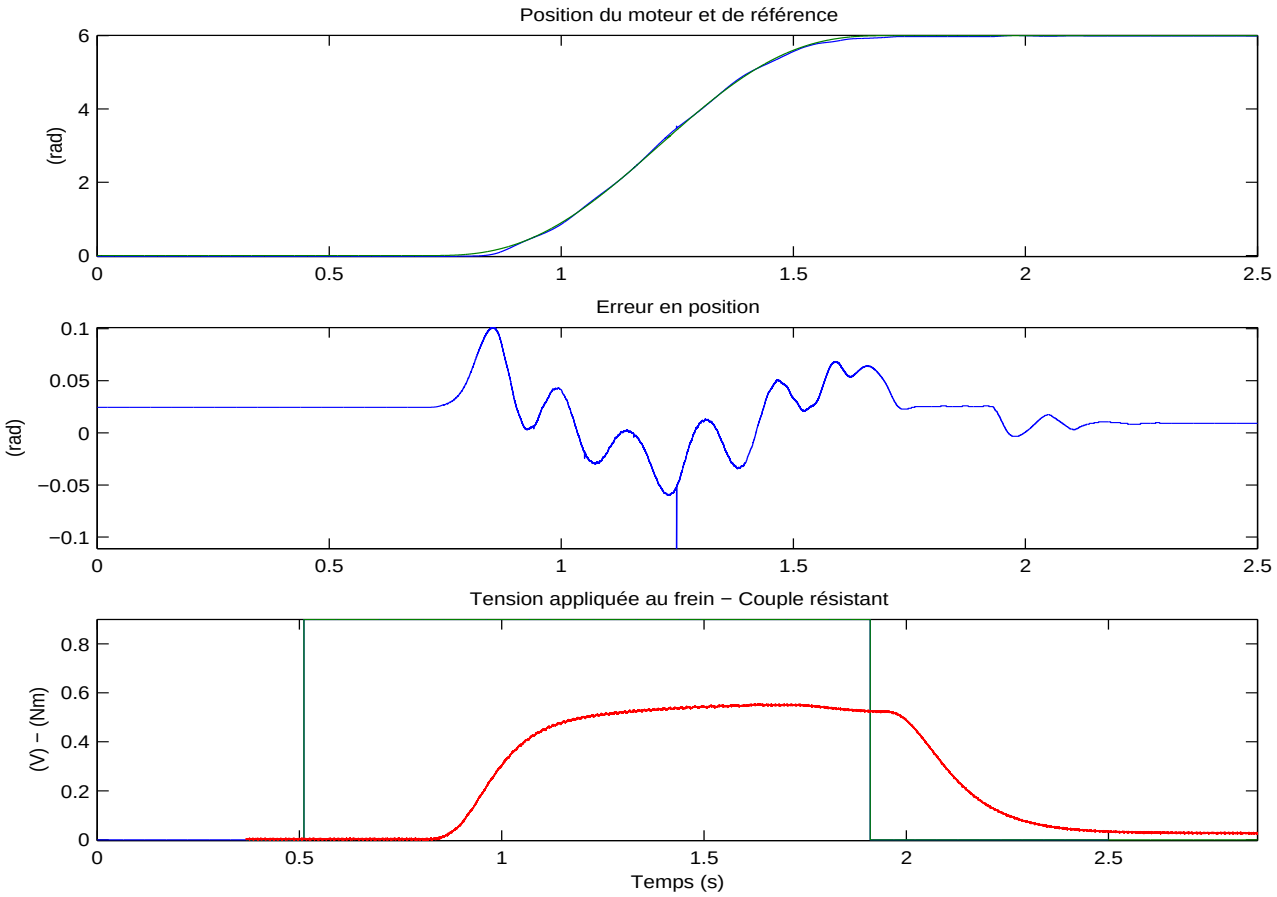

FIG. 4.27 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Positions - Expérimentations

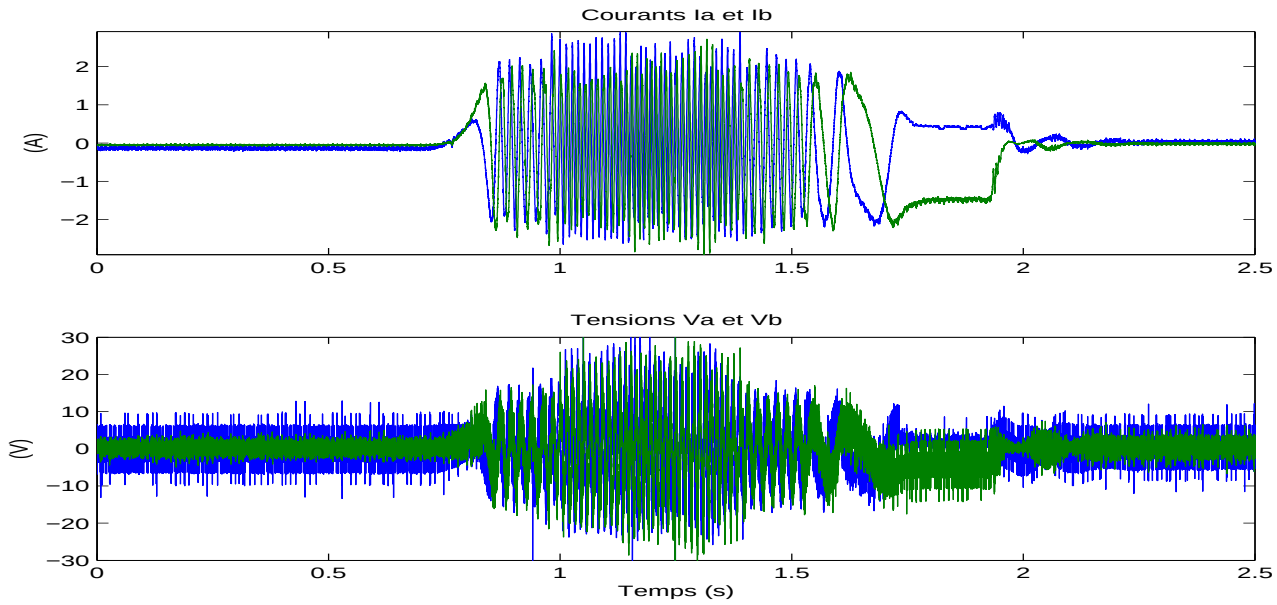

FIG. 4.28 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - U et I - Expérimentations

Conclusion

Les résultats sont regroupés dans le tableau ci-dessous avec les légendes suivantes :
- E_d = Erreur en régime dynamique (en %) ,
- E_s = Erreur en régime statique (en rad),
- W_{P_j} = Pertes Joules (en Joules),
- W = Energie consommée (en Joules).

Comme prévu dans la théorie et montré par les simulations et surtout les expérimentations, ces lois de commande ne sont pas robustes vis-à-vis d'un couple de perturbation ou ne présentent pas de bonnes conditions d'utilisation.

Une solution, pour pallier à ce problème, est donnée par les modes glissants.

		Lyapunov			P S	Linea
		Ω	$\theta_{(\gamma=100)}$	$\theta_{(\gamma=200)}$		
Nbre paramètres		2	3	3	3	4
Nbre commandes		2	2	2	1	2
Robustesse	Incertitude	-	-	-	-	-
	$C_r = 0Nm$	+	+	+	+	+
	$C_r \neq 0Nm$	- -	- -	+/-	+/-	+/-
Sans C_r	E_d (en%)	8.9	1.7	0.25	1.6	1.7
	E_s	0.05	0.1	0.005	0.02	0.01
	W_{P_j}	0.89	0.9	0.9	0.27	8.4
	W	1.31	1.4	1.6	0.67	10.1
Avec C_r	E_d (en%)	44.6	20	2.9	7.5	1.7
	E_s	0.1	0.1	0.015	0.02	0.01
	W_{P_j}	24.8	23	19.6	20	18.7
	W	32.2	31	30.2	24.9	25
Réglage		+/−	+/−	+/−	+	−
Mise en oeuvre		+	+	+	+	+/−
Inconvénients		Robustesse & Précision				

Chapitre 5

Commandes par retour d'état par modes glissants

5.1 Commandes par modes glissants d'ordre 1

5.1.1 Vitesse seule

Le problème traité ici est donc de stabiliser à l'origine l'erreur de poursuite,

$$e = [i_d - i_{dr}, i_q - i_{qr}, \Omega - \Omega_r]^T = [e_1, e_2, e_3]^T, \tag{5.1}$$

dont la dynamique est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\left(\bar{v_d} - Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \\ \dot{e}_2 = \frac{1}{L}\left(\bar{v_q} - Re_2 - NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - Ke_3\right) \\ \dot{e}_3 = \frac{1}{J}\left(Ke_2 - f_ve_3 - C_r\right) \end{cases} \tag{5.2}$$

Etablissement de la loi

Pour le cas du moteur pas-à-pas, on choisit dans l'espace d'état la variable de glissement suivante :

$$S_\Omega = ke_3 + \dot{e}_3 \qquad \text{avec} \qquad k > 0 \tag{5.3}$$

Ainsi, en régime glissant $S = 0$, la convergence exponentielle de la vitesse vers la référence sera assurée. Pour définir la loi de commande permettant d'obtenir un tel comportement, dérivons S_Ω.

$$\begin{aligned} \dot{S_\Omega} &= k\dot{e}_3 + \ddot{e}_3 \\ \dot{S_\Omega} &= k\frac{1}{J}(Ke_2 - f_ve_3 - C_r) + \frac{1}{J}(K\dot{e}_2 - f_v\dot{e}_3 - \dot{C}_r) \\ \dot{S_\Omega} &= k\frac{1}{J}(Ke_2 - f_ve_3 - C_r) + \frac{K}{J}\left(\frac{1}{L}(\bar{v_q} - Re_2 - NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - Ke_3)\right) \\ &\quad -\frac{f_v}{J}\left(\frac{1}{J}(Ke_2 - f_ve_3 - C_r)\right) - \frac{1}{J}\dot{C}_r \end{aligned}$$

En l'absence de perturbation ($C_r = 0$ et $\dot{C}_r = 0$),

$$\dot{S_\Omega} = \frac{Kk}{J}e_2 - \frac{kf_v}{J}e_3 + \frac{K}{JL}\bar{v_q} - \frac{RK}{JL}e_2 - \frac{KNL}{JL}(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - \frac{K^2}{JL}e_3 - \frac{Kf_v}{J^2}e_2 + \frac{f_v^2}{J^2}e_3$$

$$\dot{S_\Omega} = \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \left(\frac{Kk}{J} - \frac{RK}{JL} - \frac{Kf_v}{J^2}\right)e_2 - \left(\frac{kf_v}{J} + \frac{K^2}{JL} - \frac{f_v^2}{J^2}\right)e_3 - \frac{KN}{J}(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r)$$

La surface S_Ω est positivement invariante avec la commande équivalente :

$$v_{qe} = -\left(kL - R - \frac{Lf_v}{J}\right)e_2 + \left(\frac{Lkf_v}{K} + K - \frac{Lf_v^2}{JK}\right)e_3 + NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) \tag{5.4}$$

Il faut maintenant compléter la commande pour assurer l'attractivité de la surface. Posons :

$$\begin{cases} \bar{v_q} = v_{qe} + v_{qc} \\ \\ \bar{v_q} = v_q - v_{qr} \end{cases} \tag{5.5}$$

Alors

$$v_q = v_{qe} + v_{qc} + v_{qr} \tag{5.6}$$

et donc

$$\dot{S_\Omega} = \frac{K}{JL}v_{qc} - (\frac{k}{J} + \frac{f_v}{J})C_r + \frac{1}{J}\dot{C}_r \tag{5.7}$$

La commande commutante est choisie telle que $v_{qc} = -U_0 sign(S_\Omega)$.

Pour que $S_\Omega = 0$ soit attractive et invariante, il suffit que : $S_\Omega\dot{S_\Omega} < -\eta\,|S_\Omega| \quad$ avec $\quad \eta > 0$.

En prenant

$$\left(\frac{K}{JL}\right)U_0 > \left|\left(\frac{k}{J} + \frac{f_v}{J}\right)C_r + \frac{1}{J}\dot{C}_r\right|_{max} + \eta \tag{5.8}$$

cette inégalité garantit l'attractivité de la surface même en présence de perturbations dues aux variations du couple de charge. Donc, la trajectoire converge vers la surface $S_\Omega = 0$, en temps fini, puis reste sur cette surface. Alors, une fois sur cette surface, on a

$$S_\Omega = ke_3 + \dot{e}_3 = 0 \qquad \text{avec} \qquad k > 0 \tag{5.9}$$

Ainsi e_3 converge exponentiellement vers 0, et donc la vitesse rallie la trajectoire de référence. Cette commande par modes glissants, avec $v_d = 0$ (c'est un autopilotage), permet d'asservir la vitesse à une référence.

Simulations

Tous les résultats des simulations sont en Annexe Figure C.1. La commande avec retour de la vitesse, Figure 5.1, fonctionne correctement avec une erreur très faible même en régime dynamique.

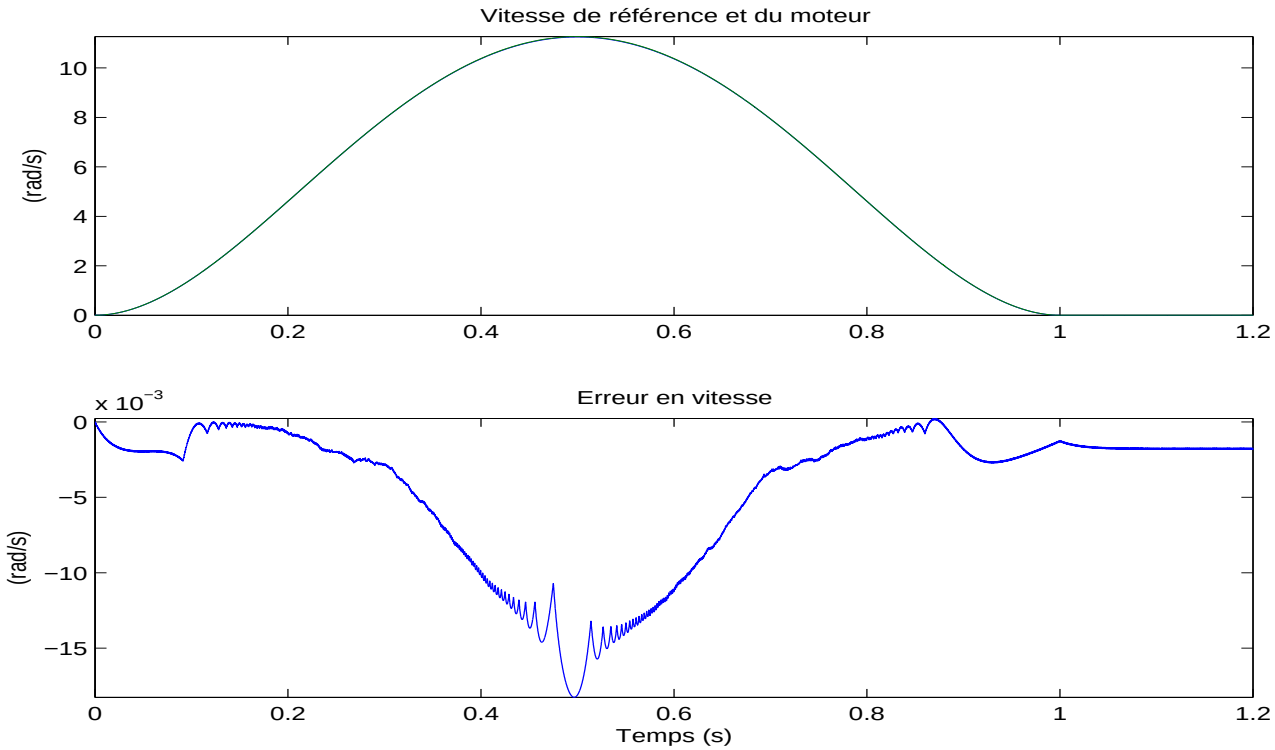

FIG. 5.1 – MG1 en vitesse - Vitesse - $C_r = 0Nm$ - Simulations

Sur le plan énergétique, les valeurs des tensions, Figure 5.2, sont plus élevées qu'avec les lois de commande précédentes du fait de l'apparition du phénomène de réticence, due à la commande discontinue (voir le zoom effectué Figure 5.3), ce qui risque d'accentuer l'échauffement du moteur.

Lors de l'apparition d'un couple résistant C_r, il existe une petite erreur, Figure 5.4, et une augmentation des courants et tensions, Figure 5.5.

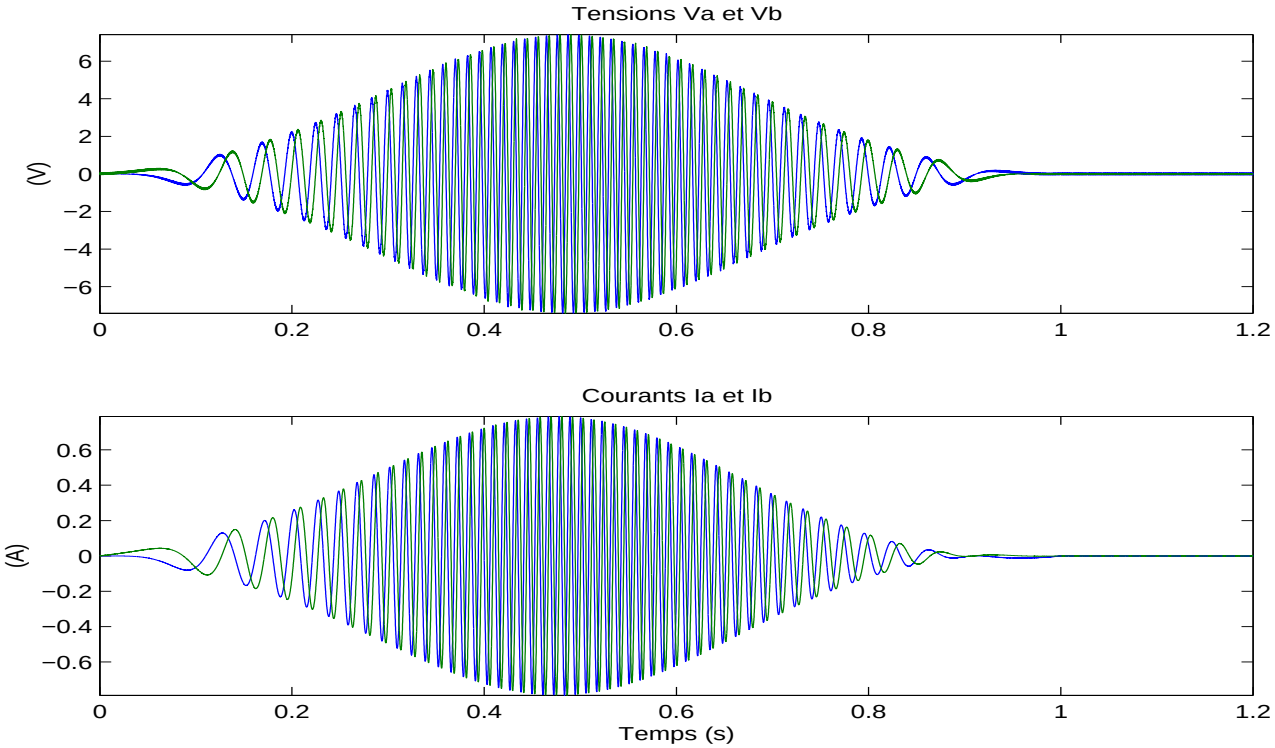

FIG. 5.2 – MG1 en vitesse - Tensions et courants - $C_r = 0Nm$ - Simulations

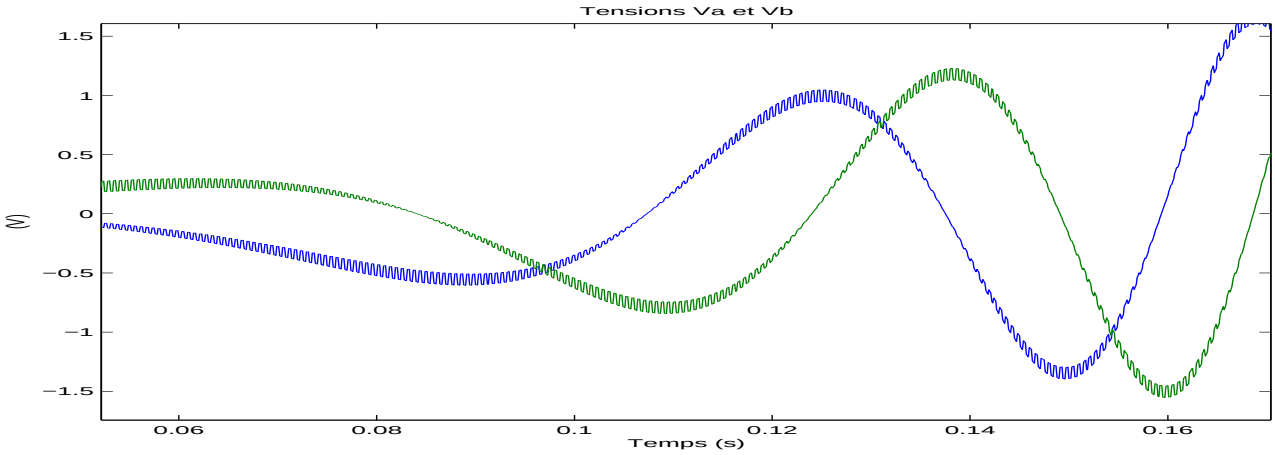

FIG. 5.3 – MG1 en vitesse - Zoom - $C_r = 0Nm$ - Simulations

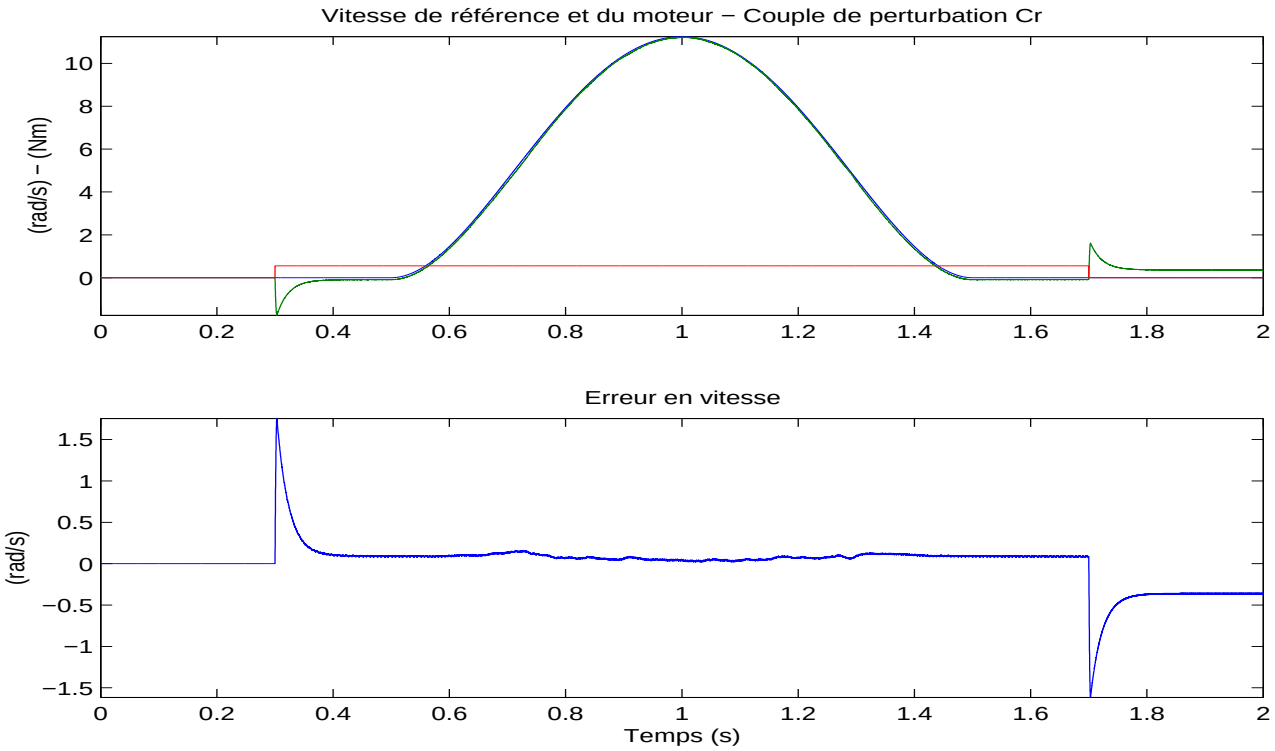

FIG. 5.4 – MG1 en vitesse - Vitesse - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

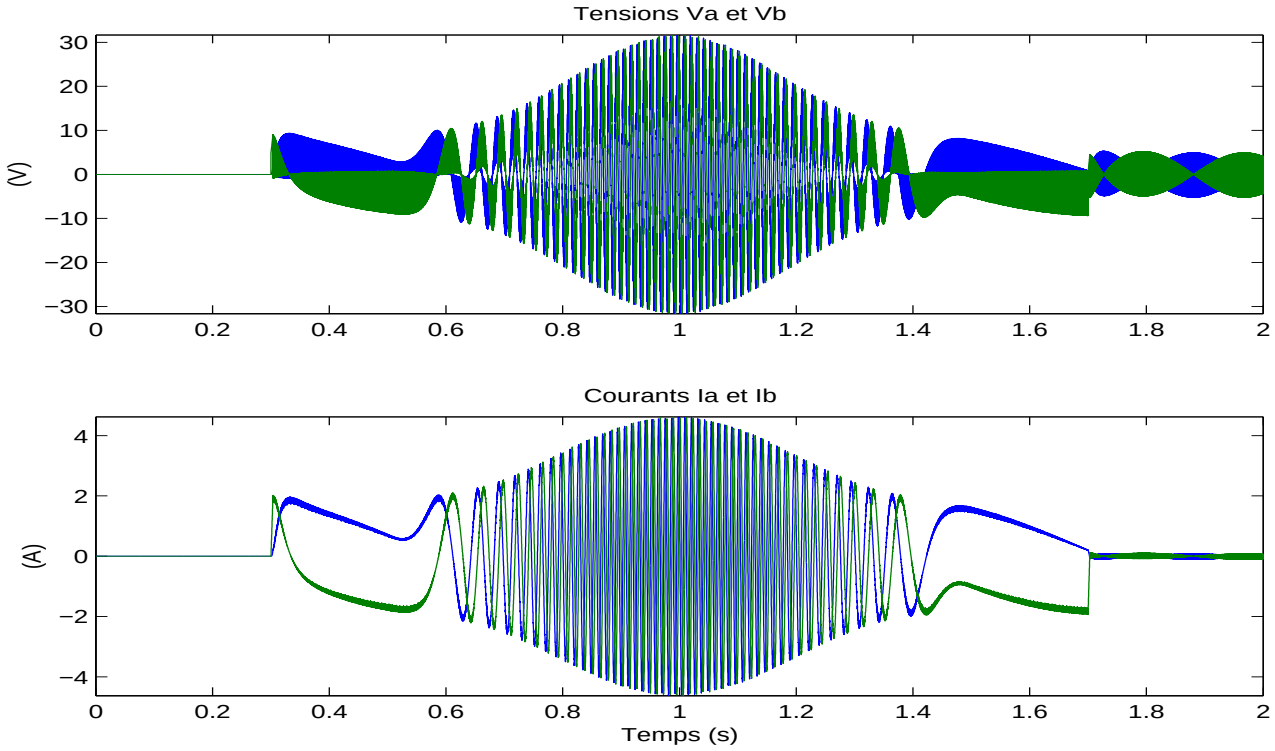

FIG. 5.5 – MG1 en vitesse - Tensions et courants - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

5.1.2 Position et courant

Etablissement de la loi

La loi de commande (MG1) décrite ci-après a déjà été développée dans [Zribi 01]. On suppose qu'aucun couple de charge ne perturbe le système, c'est à dire $C_r = 0$. Pour stabiliser la position θ et le courant i_d selon les trajectoires désirées en utilisant une loi de commande par modes glissants d'ordre un, le degré relatif du système [Isidori 95] par rapport à ces variables de glissement doit nécessairement être égal à 1. Le choix suivant s'impose donc :

$$\begin{cases} S_\theta = k_1 e_4 + k_2 \dot{e}_4 + \ddot{e}_4 \ , & \text{avec} \quad k_1,\ k_2 > 0 \\ S_{i_d} = e_1 \end{cases} \tag{5.10}$$

soit, en fonction des erreurs de poursuite :

$$\begin{cases} S_\theta = k_1 e_4 + k_2 e_3 + \frac{1}{J}\left(K e_2 - f_v e_3\right) \\ S_{i_d} = e_1 \end{cases} \tag{5.11}$$

Si on contraint les quantités S_θ et S_{i_d} à converger vers zéro en temps fini, et si les lois de commandes garantissent que les trajectoires évoluent sur les surfaces de glissement pour les instants ultérieurs, les erreurs de poursuite e_1 et e_4 se comporteront alors selon les dynamiques asymptotiquement stables pour des choix convenables des gains k_1 et k_2 :

$$\begin{cases} k_1 e_4 + k_2 \dot{e}_4 + \ddot{e}_4 = 0 \\ e_1 = 0. \end{cases} \tag{5.12}$$

D'après la théorie de la commande par modes glissants, il est connu qu'un tel comportement peut être obtenu en imposant les relations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{S}_\theta = -U_0 \text{sign}(S_\theta) \\ \dot{S}_{i_d} = -V_0 \text{sign}(S_{i_d}), \end{cases} \tag{5.13}$$

où les gains U_0 et V_0 sont strictement positifs. De cette façon, les conditions pour que les surfaces $S_\theta = 0$ et $S_{i_d} = 0$ soient attractives en temps fini sont :

$$\begin{cases} S_\theta \dot{S}_\theta < -U_0 \left|S_\theta\right| \\ S_{i_d} \dot{S}_{i_d} < -V_0 \left|S_{i_d}\right| \end{cases} \tag{5.14}$$

avec $U_0, V_0 > 0$ Pour cela, il suffit d'avoir :

$$\begin{cases} e_4^{(3)} = -k_1 \dot{e}_4 - k_2 \ddot{e}_4 - U_0 \text{sign}(S_\theta) \\ \\ \dot{e}_1 = -V_0 \text{sign}(S_{i_d}) \end{cases} \tag{5.15}$$

En ré-injectant ces relations dans les expressions (4.3.1), on en déduit directement les commandes à implanter afin d'assurer l'objectif de commande :

$$\begin{cases} \frac{K}{JL} \bar{v_q} = -k_1 e_3 - \frac{k_2}{J}\left(K e_2 - f_v e_3\right) - U_0 \text{sign}(S_\theta) - \mu_2\left(e\right) \\ \\ \frac{1}{L} \bar{v_d} = -V_0 \text{sign}(S_{i_d}) - \mu_1\left(e\right). \end{cases} \tag{5.16}$$

Simulations

Tous les relevés des simulations se trouvent en Annexe Figure C.4. Les résultats de la simulation, donnés Figure 5.6, sont très corrects.

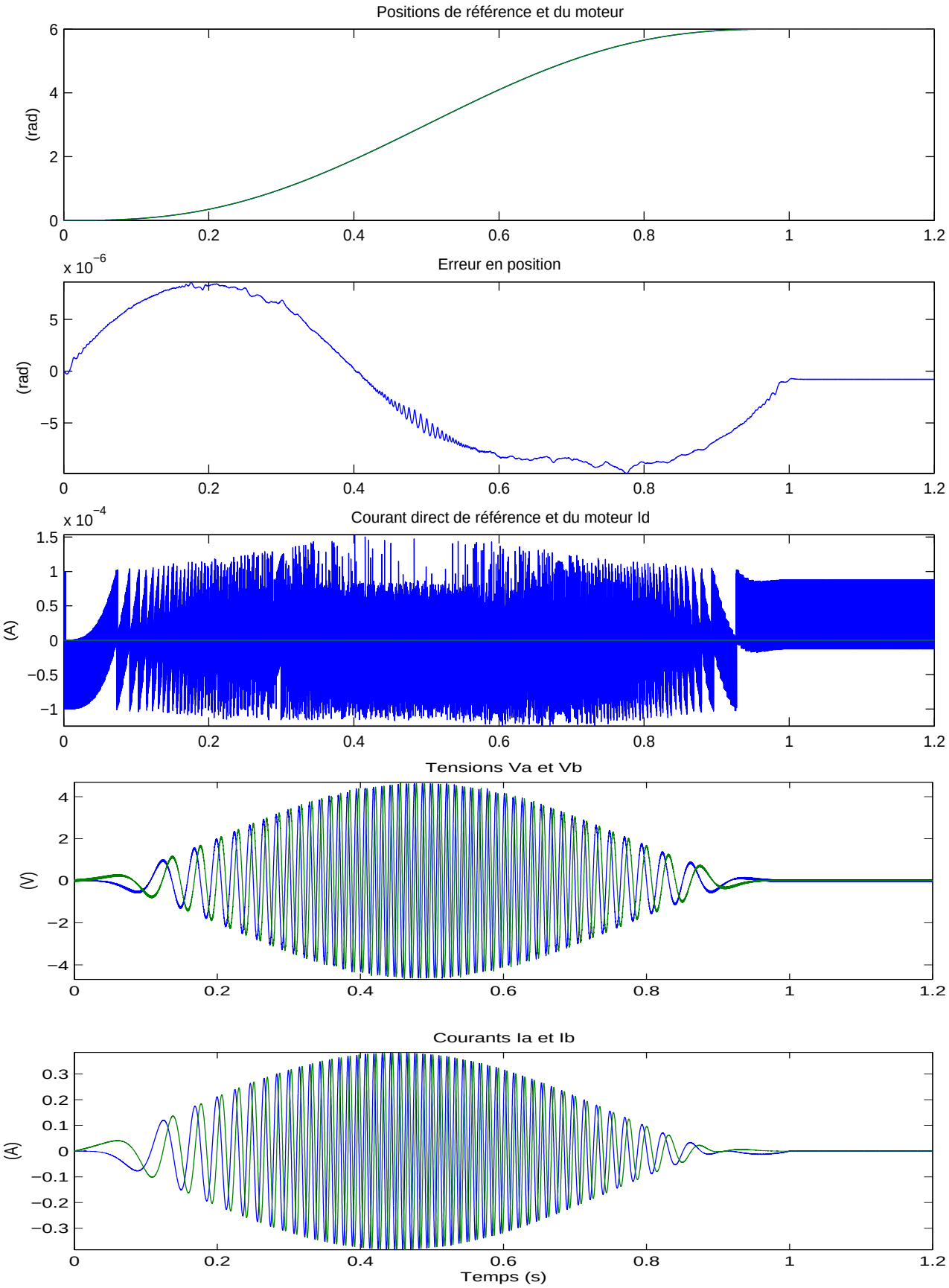

FIG. 5.6 – MG1 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations

Expérimentations

Les expérimentations des lois de commande par modes glissants d'ordre un (MG1) ont été réalisées à couple de perturbation nul ($C_r = 0Nm$) et elles ont été menées sur la base d'un modèle précis avec les réglages suivants :

$$k_1 = 13444,\ k_2 = 660,\ U_0 = 5,\ V_0 = 8. \tag{5.17}$$

Les Figures 5.7, 5.8 illustrent les bonnes performances de cette loi de commande[1]. On peut remarquer que les sorties plates θ et i_d suivent les trajectoires de référence. L'erreur en position, en régime permanent, est de l'ordre de 2.10^{-3} rad et en régime dynamique, elle est au maximum de 10^{-2} rad. Néanmoins, il faut remarquer les allures relativement hachées de toutes les mesures, ce qui correspond en partie au phénomène de réticence. La Figure 5.9 donne l'allure du courant et de la tension aux bornes d'une des phases du moteur.

Ainsi qu'on pouvait s'y attendre, l'expérience a montré que l'objectif de commande n'était plus satisfait avec un ordre un lors de l'apparition d'un couple de charge ou la variation de certains paramètres.

Cependant, il est affirmé précédemment que le choix de l'utilisation des modes glissants a été effectué grâce à leur qualité de robustesse vis-à-vis d'un couple de perturbation, alors que dans les simulations présentées, cette qualité n'est pas toujours avérée même si les résultats sont quand même meilleurs qu'avec les lois de commande classiques. Il nous faut donc expliciter cette contradiction. En effet, dans le cadre de notre étude, qui considère que nous ne disposons que des variables d'état pour réaliser la commande, la stabilité asymptotique des trajectoires en régime glissant ne sera plus assurée si un couple de charge apparaît. Ceci est dû au fait que celui-ci n'agit pas dans les mêmes directions que la commande, et donc ne vérifie pas la condition (connue sous le nom de *matching condition*) nécessaire au rejet de perturbations avec une commande par modes glissants classiques. En effet, imposer

$$S_\theta = k_1 e_4 + k_2 e_3 + \frac{1}{J}\left(K e_2 - f_v e_3\right) = 0 \tag{5.18}$$

conduira à la dynamique équivalente suivante

$$k_1 e_4 + k_2 \dot{e}_4 + \ddot{e}_4 = -\frac{1}{J} C_r. \tag{5.19}$$

La même remarque prévaut si les paramètres K ou f_v sont mal identifiés ou varient en cours de fonctionnement. Si on suppose l'apparition d'un couple de charge qui, en général n'est ni connu, ni mesuré, et si on considère que seules les informations concernant la position et la vitesse sont disponibles ($\ddot{e}_4$ n'est pas mesurable ou observée), on ne peut pas utiliser S_1 comme variable de glissement pour la loi de commande dans 5.16 étant donné que :

$$\ddot{e}_4 = \frac{1}{J}(K e_2 - f_v e_3 - C_r). \tag{5.20}$$

[1]L'erreur en vitesse apparaît cependant importante. La comparaison est en fait basée sur l'information relativement pertinente de la dynamo tachymétrique.

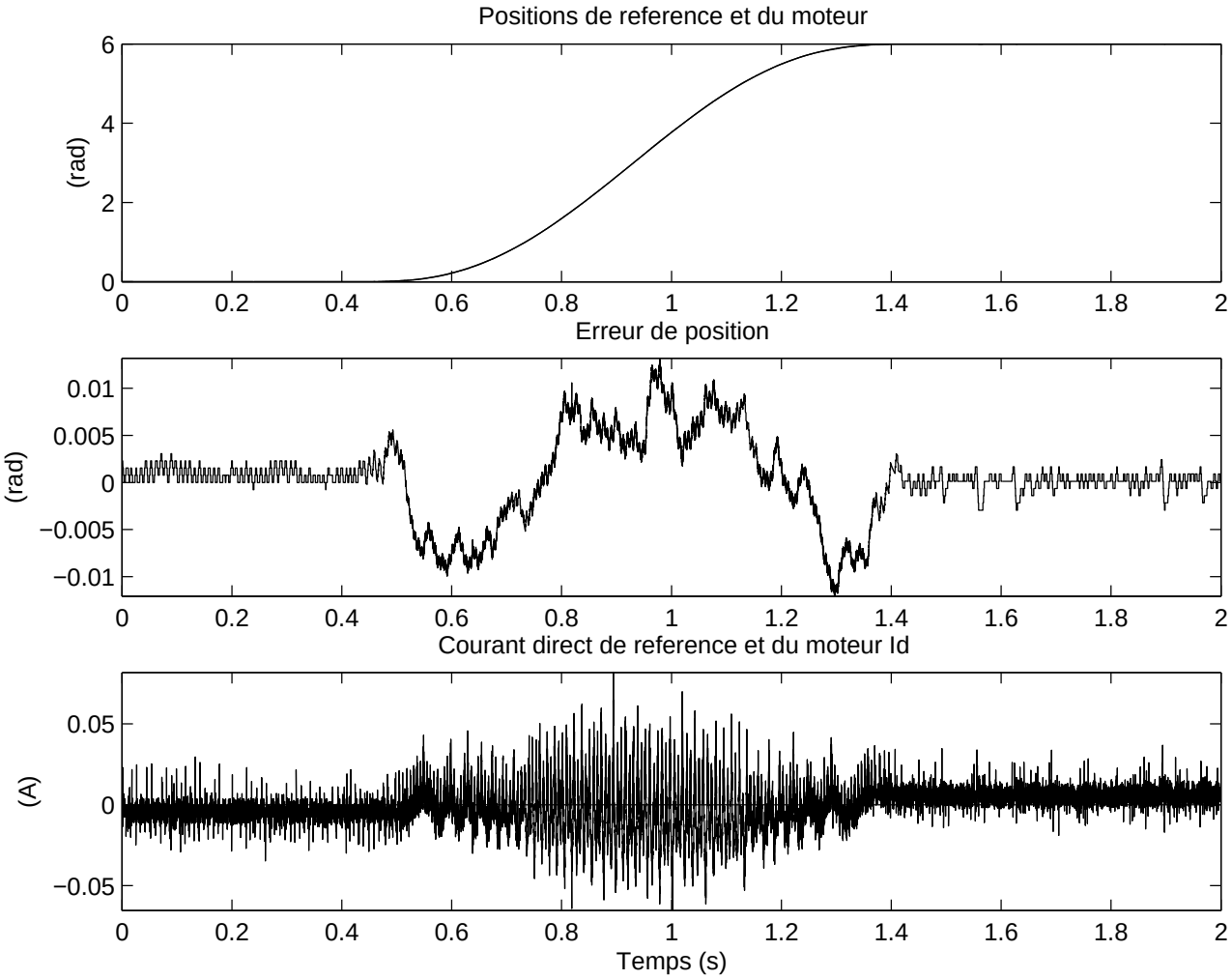

FIG. 5.7 – MG1 - Positions et I_d - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

On ne peut donc pas appliquer cette méthode si on considère qu'un couple de perturbation extérieur agit sur le système. Une possibilité pour remédier à ce problème, sans avoir à recourir à un observateur de la variable $\ddot{e}_4$ ou à un estimateur du couple C_r, est l'utilisation d'algorithmes par modes glissants d'ordre deux.

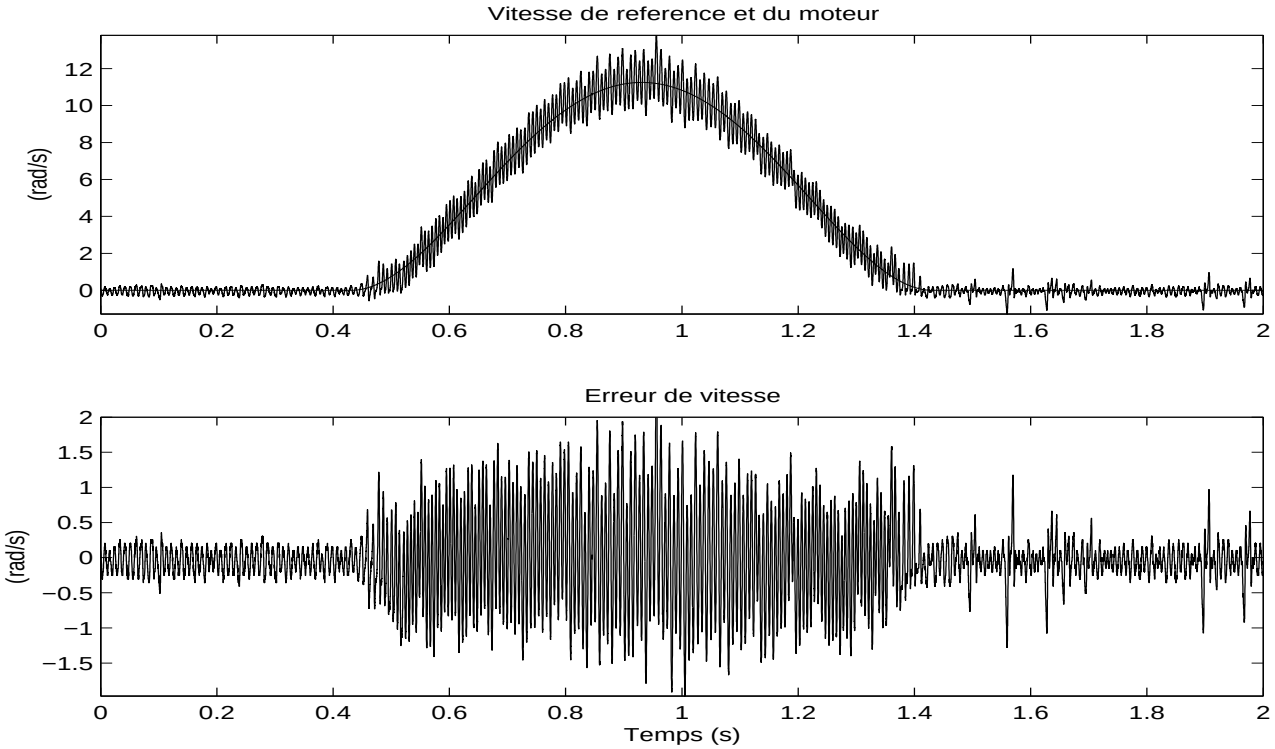

FIG. 5.8 – MG1 - Vitesses - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

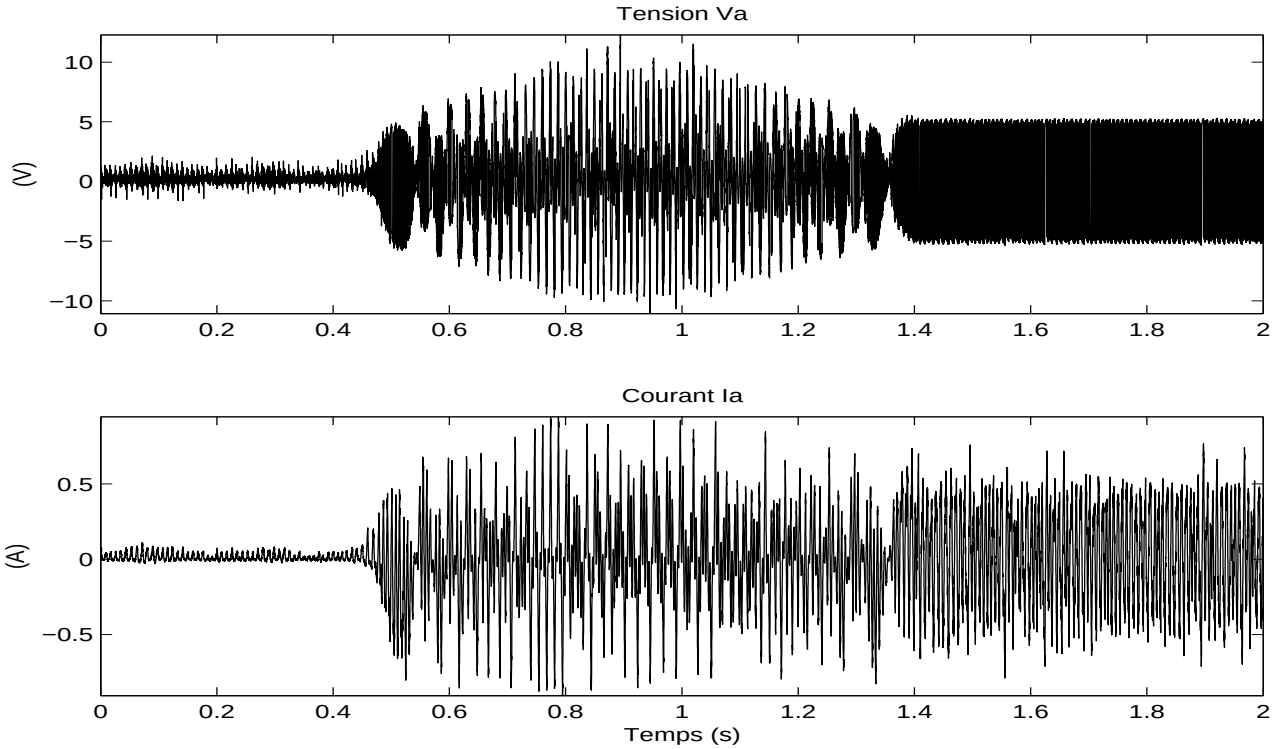

FIG. 5.9 – MG1 - Tensions et courants - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

5.2 Commandes par modes glissants d'ordre 2

5.2.1 Etablissement de la loi

Nous supposons maintenant qu'un couple de charge inconnu est appliqué au moteur. Le problème qui se présente à nous est donc de suivre la trajectoire de référence en position mais sans avoir à recourir à l'information sur $\ddot{e}_4$. Pour cela, il apparaît intéressant d'établir une commande capable de générer un régime glissant sur la nouvelle surface de glissement :

$$\bar{S}_\theta = ke_4 + \dot{e}_4 = ke_4 + e_3 = 0, \tag{5.21}$$

k étant un paramètre strictement positif. Remarquons que le système est désormais de degré relatif égal à deux par rapport à la variable de glissement $\bar{S}_\theta$ et que, par conséquent, il n'est pas possible d'utiliser des commandes d'ordre un. Les dérivées de e_4 s'écrivent :

$$\ddot{e}_4 = \frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) \tag{5.22}$$

et

$$e_4^{(3)} = \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \mu_2\left(e\right) + \frac{f_v}{J^2}C_r - \frac{1}{J}\frac{dC_r}{dt} \tag{5.23}$$

où

$$\mu_2\left(e\right) = -\frac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + Ke_3\right) - \frac{f_v}{J^2}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) \tag{5.24}$$

et donc, la dérivée seconde de $\bar{S}_\theta$ s'écrit :

$$\frac{d^2\bar{S}_\theta}{dt^2} = k\ddot{e}_4 + e_4^{(3)} = \frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) + \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \mu_2\left(e\right) - \left(\frac{k}{J} - \frac{f_v}{J^2}\right)C_r - \frac{1}{J}\frac{dC_r}{dt}. \tag{5.25}$$

Une solution consiste alors en la synthèse d'un algorithme par modes glissants d'ordre deux qui nécessite uniquement la connaissance de $\bar{S}_\theta$. Il en existe très peu dans la littérature. On peut citer par exemple l'algorithme dit *sous-optimal* [Bartolini 04]. Cependant, celui-ci requiert une évaluation précise et en temps réel de la valeur singulière de la variable de glissement $\bar{S}_\theta(t)$, c'est à dire la valeur correspondant au passage par zéro de la fonction $\dot{\bar{S}}_\theta$. Nous avons donc choisi d'appliquer l'algorithme de *twisting échantillonné*[2] au cas du moteur pas-à-pas. Posons donc :

$$\frac{K}{JL}\bar{v_q} = -\frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) - \mu_2\left(e\right) + w_{te}\left(\bar{S}_\theta, \Delta\bar{S}_\theta\right). \tag{5.26}$$

On obtient

$$\frac{d^2\bar{S}_\theta}{dt^2} = w_{te}\left(\bar{S}_\theta, \Delta\bar{S}_\theta\right) - \left(\frac{k}{J} - \frac{f_v}{J^2}\right)C_r - \frac{1}{J}\frac{dC_r}{dt}. \tag{5.27}$$

Donc, si on fait l'hypothèse que le couple de charge ainsi que sa dérivée par rapport au temps sont uniformément bornées, le choix de gain de commande

$$\begin{cases} \lambda_m > \frac{L}{K}\left|\left(k - \frac{f_v}{J}\right)C_r - \frac{dC_r}{dt}\right|_{\max} \\ \lambda_M > \lambda_m + \frac{2L}{K}\left|\left(k - \frac{f_v}{J}\right)C_r - \frac{dC_r}{dt}\right|_{\max} \end{cases} \tag{5.28}$$

[2]Il faut également préciser que les deux algorithmes ont été testés expérimentalement. Il s'est avéré que l'algorithme de twisting échantillonné était plus efficace et plus simple à implémenter.

implique que, au bout d'un temps fini, les trajectoires du système évoluent sur l'ensemble

$$\left\{ |\bar{S}_\theta| = O(\tau^2),\ |\frac{d\bar{S}_\theta}{dt}| = O(\tau^1) \right\} \tag{5.29}$$

On obtient ainsi la convergence exponentielle de e_4 vers 0 étant donné qu'en régime glissant : $ke_4 + \dot{e}_4 = 0$.

Considérons maintenant le problème du suivi de trajectoire du courant direct. Ainsi que nous le verrons dans la partie dédiée aux expérimentations, le choix d'une action discontinue directement sur la dérivée temporelle du courant (voir équation (5.13)) entraîne une réponse relativement chahutée. Afin de pallier à ce problème, il est possible d'utiliser un algorithme par modes glissants d'ordre deux, dont la partie discontinue agira sur la dérivée seconde du courant. Pour cela, la variable de glissement, $\bar{S}_{i_d} = e_1$, est conservée. On obtient, par dérivation :

$$\frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} = \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\bar{v_d} + \mu_1(e) \tag{5.30}$$

où

$$\mu_1(e) = \frac{1}{L}\left(-Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \tag{5.31}$$

Le système étant de degré relatif un par rapport à la surface, utilisons donc l'algorithme du super-twisting et posons :

$$\frac{1}{L}\bar{v_d} = -\mu_1(e) + w_{st}(\bar{S}_{i_d}) \tag{5.32}$$

On a alors :

$$\frac{d^2\bar{S}_{i_d}}{dt^2} = \dot{w}_{st}(\bar{S}_{i_d}) = -\alpha \text{sign}\left(\bar{S}_{i_d}\right) - \frac{1}{2}\lambda\left|\bar{S}_{i_d}\right|^{-\frac{1}{2}}\frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} \tag{5.33}$$

Donc choisir $\alpha > 0$ et $\lambda > 0$ entraîne la convergence des trajectoires du système en temps fini sur $\bar{S}_{i_d} = \frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} = 0$ et donc de e_1 vers 0.

Il est important ici de noter que, dans le cas de la commande en position, l'algorithme glissant d'ordre deux n'a pas été utilisé dans le but de réduire le phénomène de réticence. Pour cela, l'utilisation d'un algorithme d'ordre trois appliqué à $\bar{S}_\theta$ est nécessaire. De plus, dans le cas qui nous intéresse, la discontinuité de commande n'est pas réellement préjudiciable, d'une part parce que nous sommes en présence d'actionneurs électriques, et, d'autre part, parce que cette même discontinuité n'agit que sur la dérivée troisième de la position.

Montrons maintenant que les lois de commande proposées permettent de remplir l'objectif de commande même s'il y a des variations ou des incertitudes des paramètres. Pour cela, écrivons le modèle de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \left(\frac{1}{L} + \delta_1\right)\bar{v_d} - \left(\frac{R}{L} + \delta_2\right)e_1 + N(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r) \\ \dot{e}_2 = \left(\frac{1}{L} + \delta_1\right)\bar{v_q} - \left(\frac{R}{L} + \delta_2\right)e_2 - N(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - \left(\frac{K}{L} + \delta_3\right)e_3) \\ \dot{e}_3 = \left(\frac{K}{J} + \delta_4\right)e_2 - \left(\frac{f_v}{J} + \delta_5\right)e_3 - \frac{1}{J+\delta_6}C_r \\ \dot{e}_4 = e_3 \end{cases} \tag{5.34}$$

$\delta_1 = \delta\left(\frac{1}{L}\right)$, $\delta_2 = \delta\left(\frac{R}{L}\right)$, $\delta_3 = \delta\left(\frac{K}{L}\right)$, $\delta_4 = \delta\left(\frac{K}{J}\right)$, $\delta_5 = \delta\left(\frac{f_v}{J}\right)$, $\delta_6 = \delta(J)$ représentent les différentes incertitudes paramétriques qui sont supposées avoir une dynamique d'évolution

négligeable par rapport aux constantes de temps du système, i.e. $\dot{\delta}_i \approx 0$, et être uniformément bornée par rapport au temps. On a alors :

$$\frac{d^2\bar{S}_\theta}{dt^2} = \left(\frac{K}{JL} + \theta_1\right) \bar{v_q} + \frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) + \mu_2\left(e\right) + \theta_2(e) + \Delta\left(C_r\right) \tag{5.35}$$

avec

$$\theta_1 = \delta_4\left(\frac{1}{L} + \delta_1\right) + \delta_1\frac{K}{J} \tag{5.36}$$

et

$$\Delta\left(C_r\right) = \left(\frac{f_v + \delta_5 J}{J\left(J + \delta_6\right)} - \frac{k}{J + \delta_6}\right) C_r - \frac{1}{J + \delta_6}\frac{d}{dt}C_r \tag{5.37}$$

et où $\theta_2(e)$ est une fonction qui dépend de l'erreur de poursuite et des incertitudes. Appliquons une nouvelle fois la loi de commande (5.26). Ceci implique que :

$$\frac{d^2\bar{S}_\theta}{dt^2} = \left(1 + \frac{JL}{K}\theta_1\right) w_{te}\left(\bar{S}_\theta, \Delta\bar{S}_\theta\right) + \bar{\theta}_2(e) + \Delta\left(C_r\right) \tag{5.38}$$

où $\bar{\theta}_2(e)$ est une nouvelle fonction de l'erreur de poursuite et des incertitudes. On peut supposer que :

$$0 < k_m \leq \left|1 + \frac{JL}{K}\theta_1\right| \leq K_M \qquad \text{et} \qquad \left|\bar{\theta}_2(e) + \Delta\left(C_r\right)\right| < C_0 \tag{5.39}$$

Donc, en choisissant des gains de commande vérifiant les conditions (2.31), on a une nouvelle fois convergence en temps fini sur $\bar{S}_\theta = 0$, c'est-à-dire $ke_4 + \dot{e}_4 = 0$. Ceci implique alors la convergence asymptotique de l'erreur de position vers zéro, et ce malgré les variations des paramètres et du couple de charge. De même, on peut astreindre l'erreur sur le courant direct e_1 à converger vers zéro en temps fini en augmentant les gains α et λ selon l'amplitude des incertitudes paramétriques.

5.2.2 Simulations

On peut voir, Figures 5.10 et 5.11, que cette commande fonctionne correctement. L'erreur en position est très faible.

Le système n'est pas perturbé par l'application d'un couple de charge, Figures 5.12 et 5.13. De même, un couple de charge non constant (si il est suffisamment lisse et borné) peut être pris en compte avec une loi de commande par modes glissants. Cependant, le phénomène de réticence est présent. La consommation d'énergie est accentuée. En pratique, le phénomène de réticence peut être réduit en remplaçant la fonction signe par une approximation continue (saturation ou fonction sigmoïde [Slotine 91]).

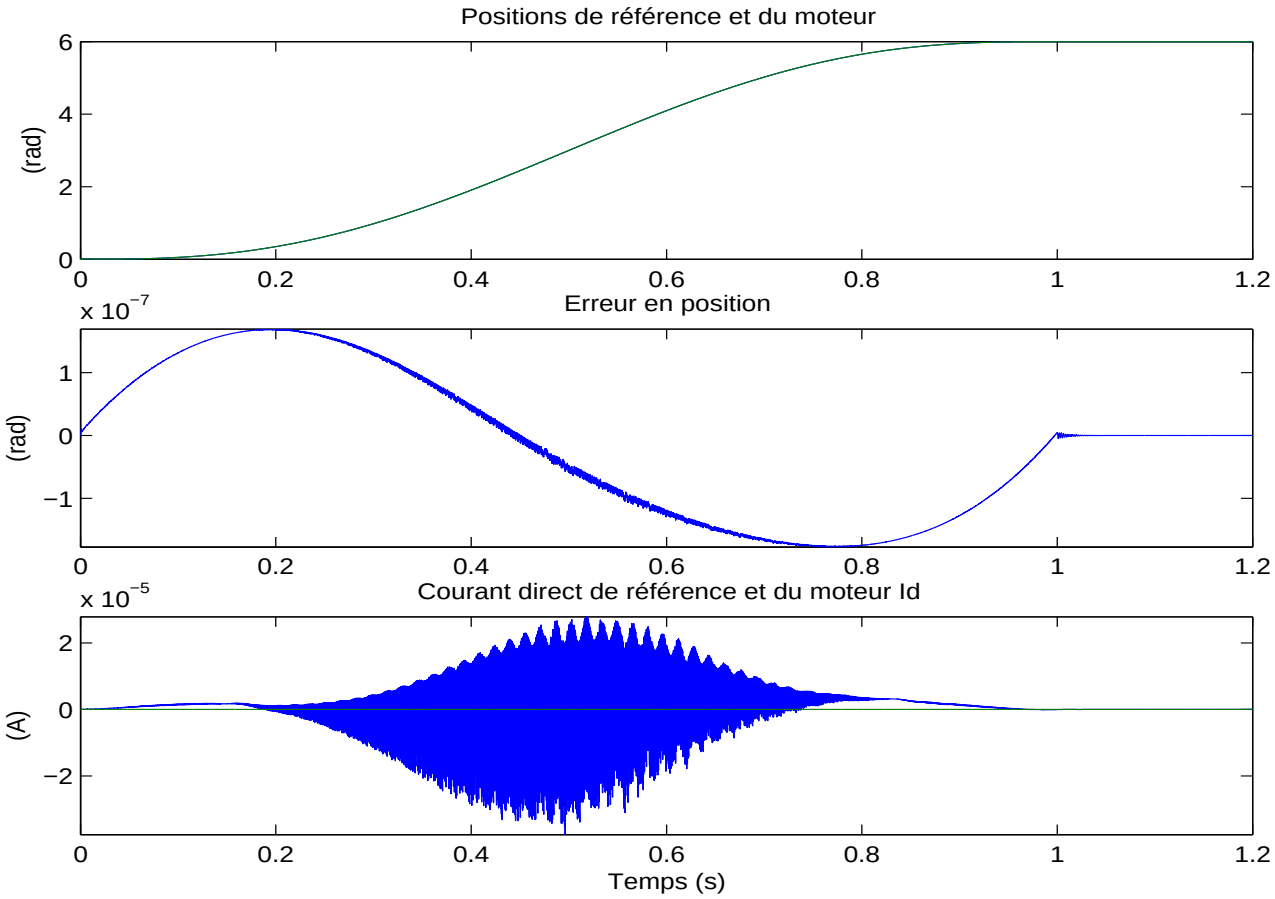

FIG. 5.10 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations

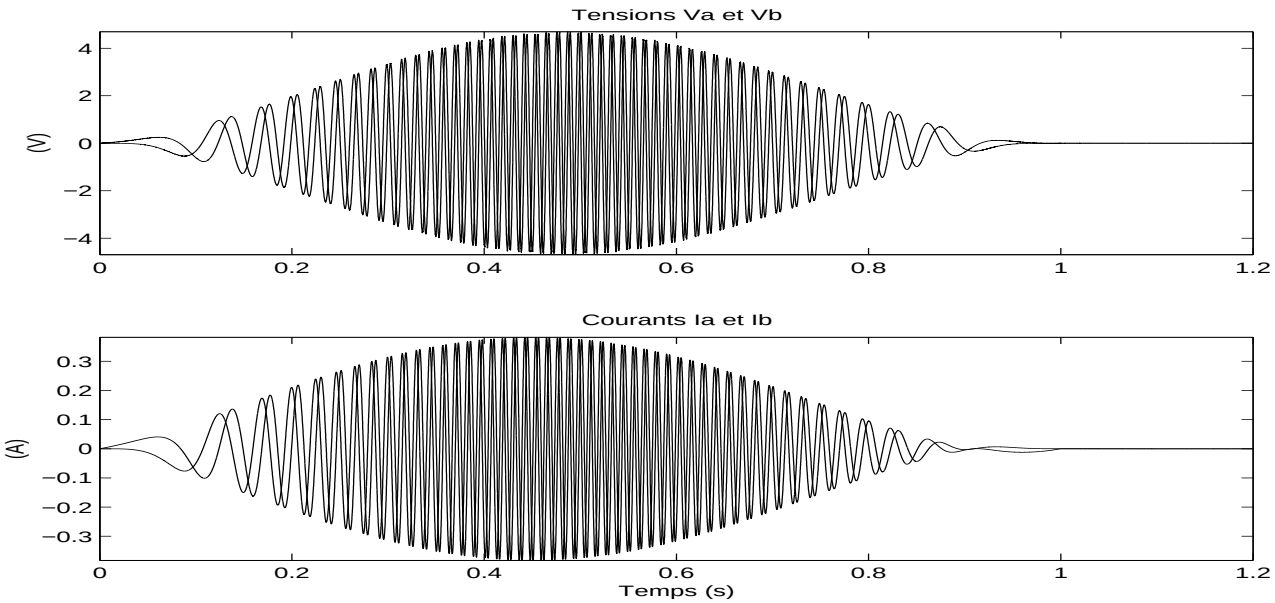

FIG. 5.11 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations

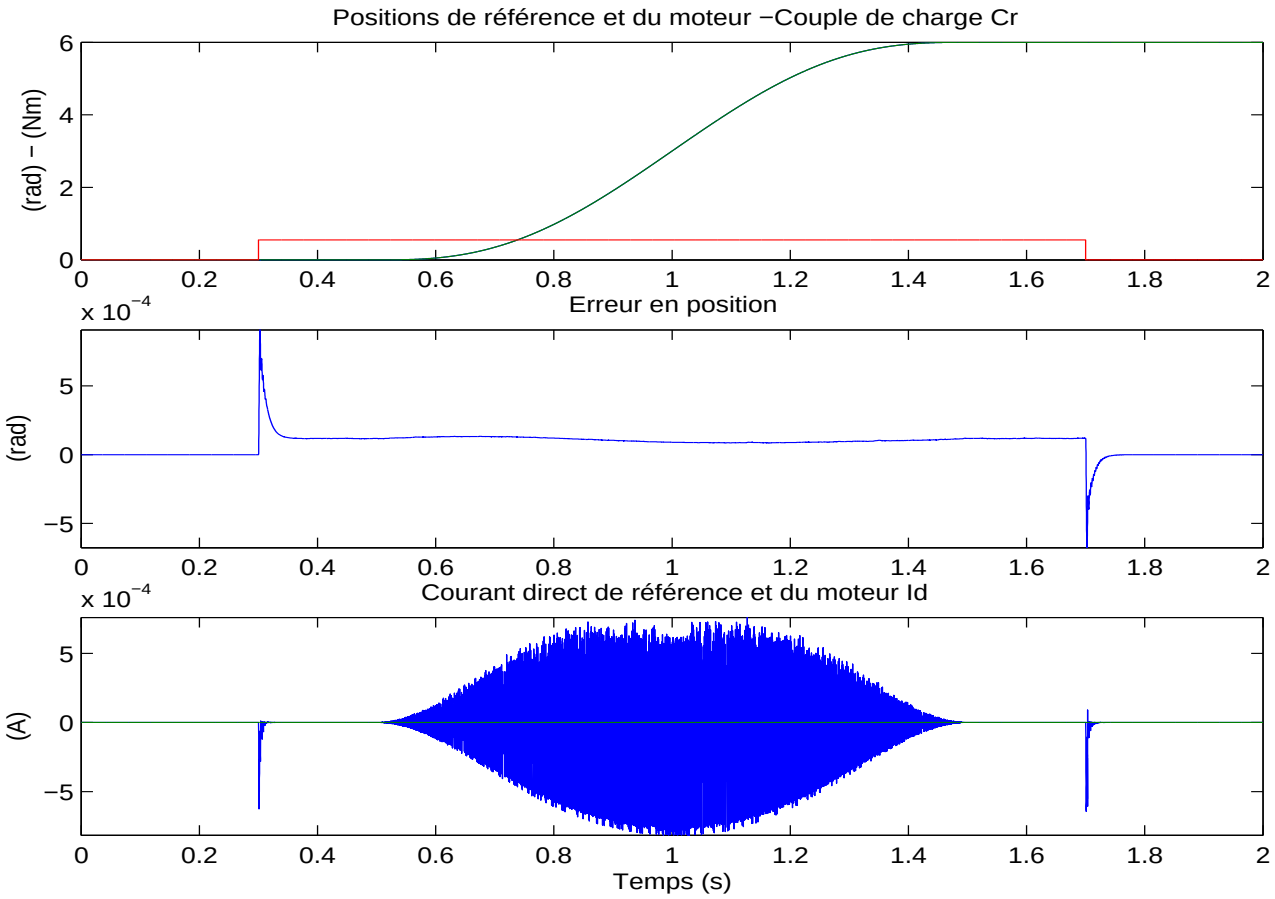

FIG. 5.12 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

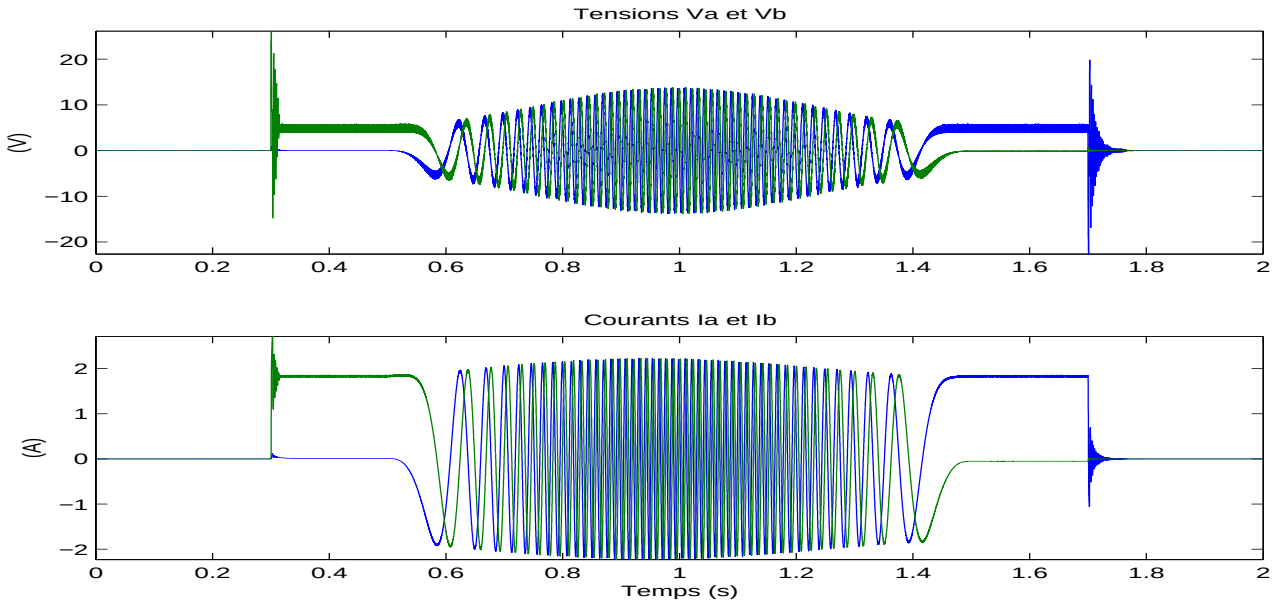

FIG. 5.13 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

5.2.3 Expérimentations

Sans perturbations

Afin de pouvoir comparer les performances de cette loi de commande avec celles des modes glissants d'ordre un, des tests sans couple de charge et sans variations paramétriques ont tout d'abord été effectués. Les résultats des expérimentations effectuées pour l'ordre 2, Figures 5.14, 5.16 et 5.17, sont très satisfaisants. Elles ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$k = 100,\ \lambda_M = 2,\ \ \lambda_m = 0.4,\ \ \alpha = 1,\ \lambda = 1000 \tag{5.40}$$

L'erreur en position est de l'ordre de 7.10^{-4} rad en régime permanent et de l'ordre de 5.10^{-3}rad en régime dynamique.

L'erreur en régime permanent correspond à la précision du codeur (7.6710^{-4} rad). On peut donc légitimement supposer qu'elle serait encore plus fine avec un codeur de meilleure précision.

Il faut préciser qu'en simulation, l'algorithme d'ordre 1 présente, en régime permanent, une erreur de l'ordre de 10^{-4} rad et celui d'ordre 2, une erreur de l'ordre de 10^{-8} rad, comme prévu par la théorie.

La précision sur le courant direct i_d est améliorée et, en régime permanent, correspond également à la précision des capteurs de courant (i_α et i_β). De plus, il faut remarquer les allures nettement moins hachées de l'ensemble des variables : la réticence est considérablement réduite. La Figure 5.17, notamment, montre que la fréquence des oscillations des variables électriques, ainsi que l'amplitude des tensions aux bornes des enroulements, sont diminuées par rapport à une commande basée sur l'ordre un.

On peut voir, Figure 5.14, qu'en régime permanent les oscillations correspondent à la précision du codeur optique (7.6710^{-4} rad). La position oscille entre deux positions (repérées par les deux lignes) du codeur. Les deux positions sont $6.00015rad$ et $5.99936rad$ comme on peut le distinguer, Figure 5.15 nettement sur le zoom effectué.

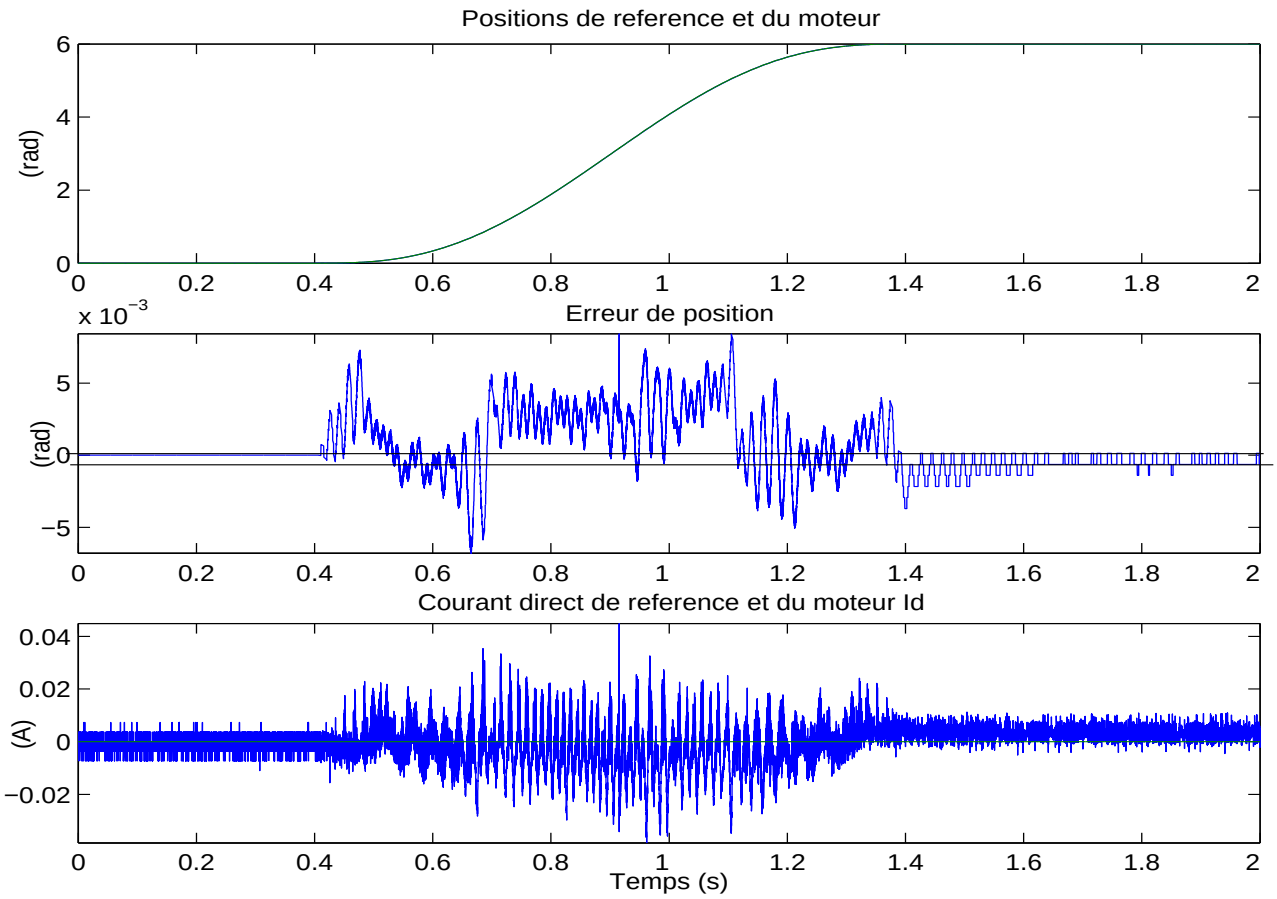

FIG. 5.14 – Positions et I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

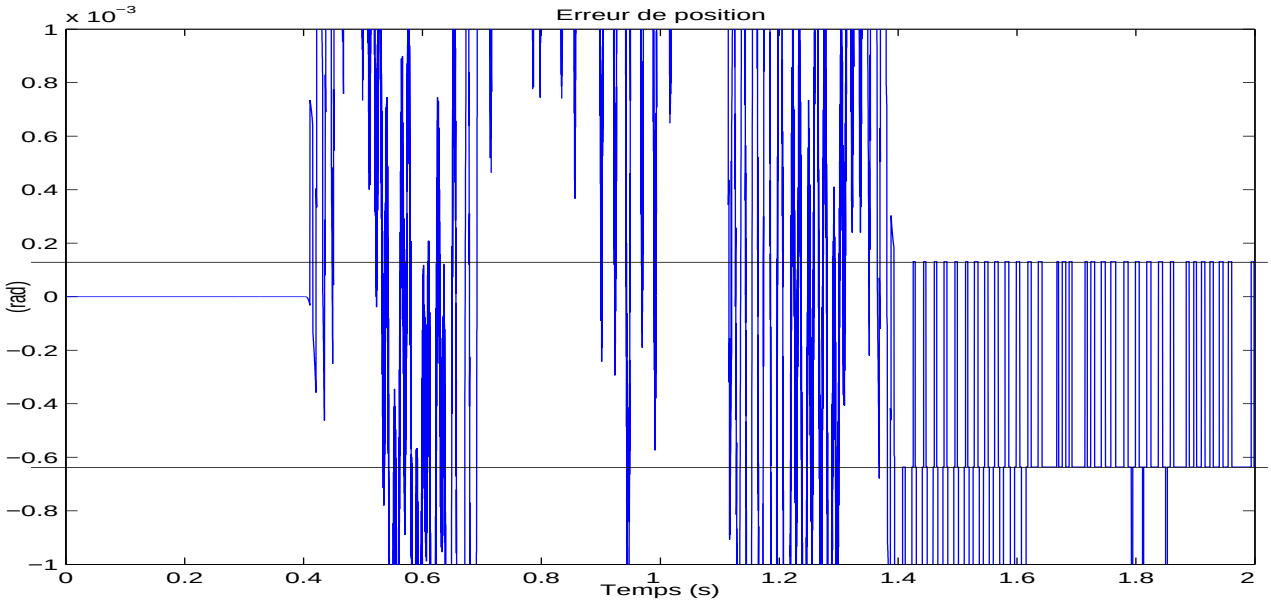

FIG. 5.15 – Positions et I_d - Zoom erreur - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

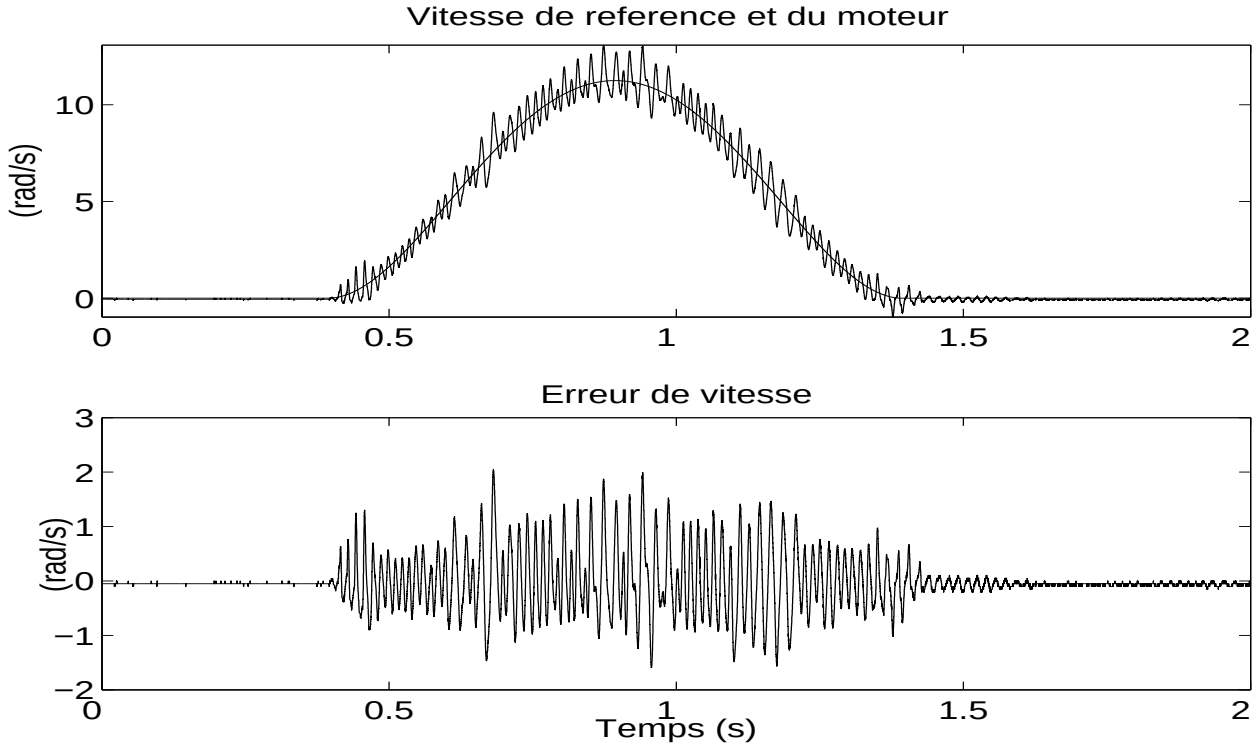

FIG. 5.16 – Vitesses - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

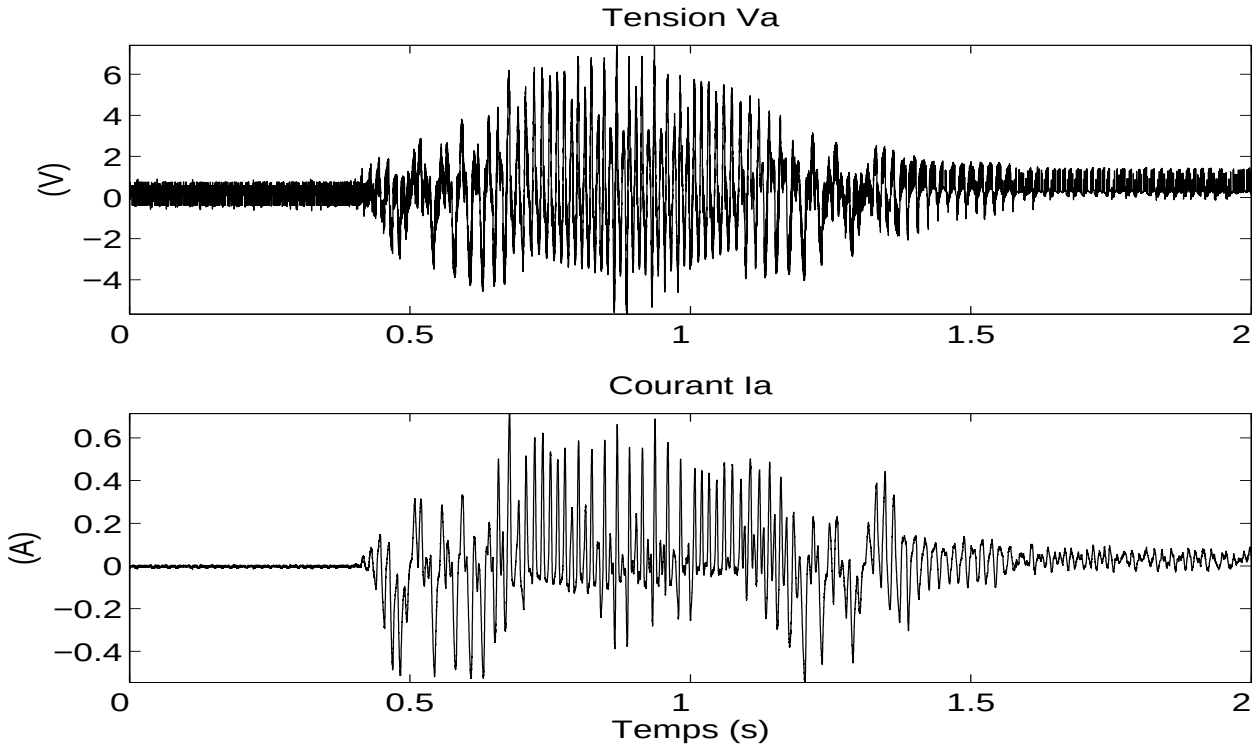

FIG. 5.17 – Tensions et courants - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm$

Avec incertitudes paramétriques

Des expérimentations ont été réalisées afin de déterminer la sensibilité de la commande vis-à-vis des incertitudes paramétriques. Plusieurs essais ont été effectués en supposant des variations du modèle nominal : $R \pm 25\%$, $L \pm 25\%$, $K \pm 25\%$ et sans modifier les paramètres de la loi de commande. Dans l'ensemble des cas, les résultats obtenus étaient très satisfaisants. Nous reportons ici ceux correspondant à une erreur sur la valeur des résistances de l'ordre de -25% (Figure 5.18), ainsi qu'au réglage $R + 25\%$, $K + 25\%$ (Figure 5.19) où l'on peut voir que la commande par modes glissants d'ordre deux est peu sensible aux incertitudes paramétriques.

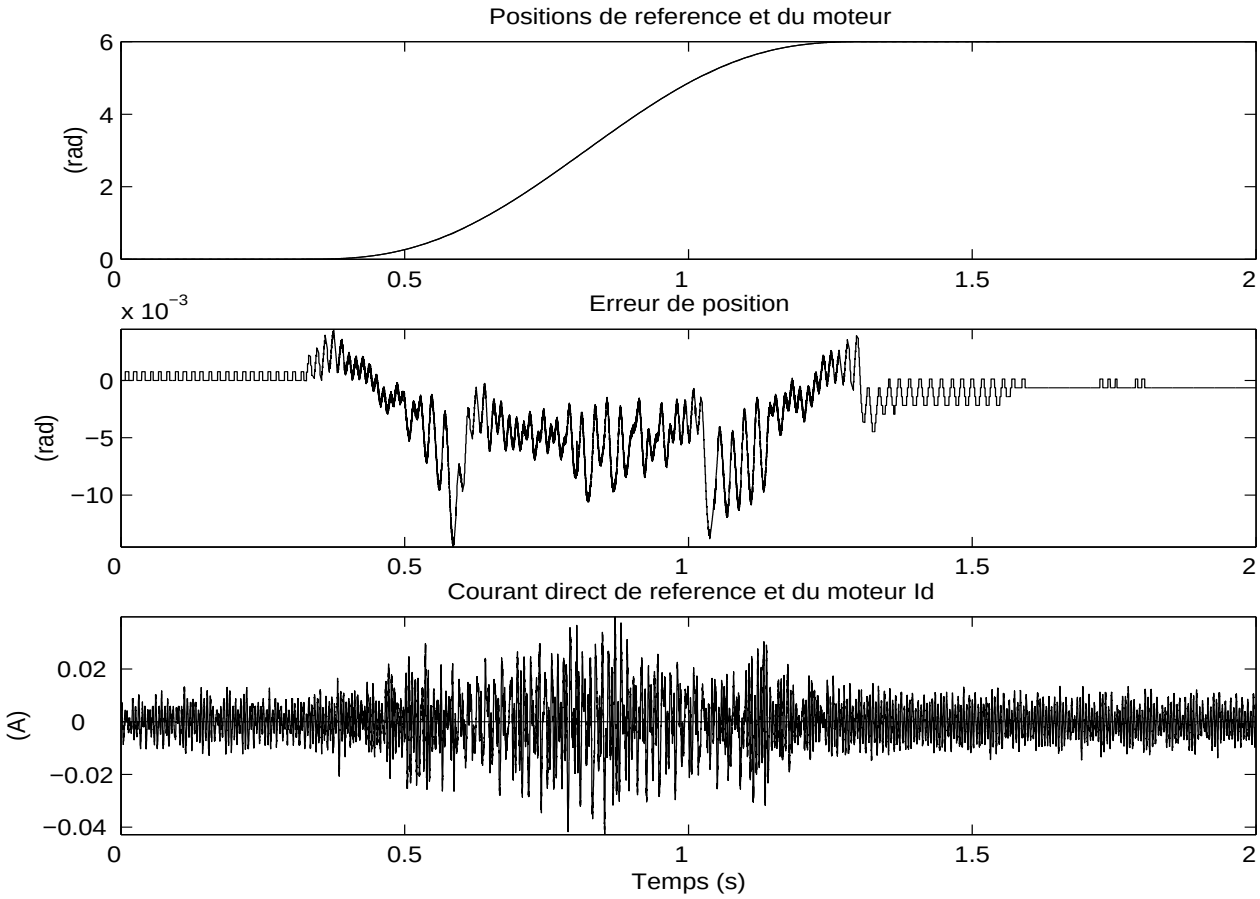

FIG. 5.18 – Positions et I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm - R - 25\%$

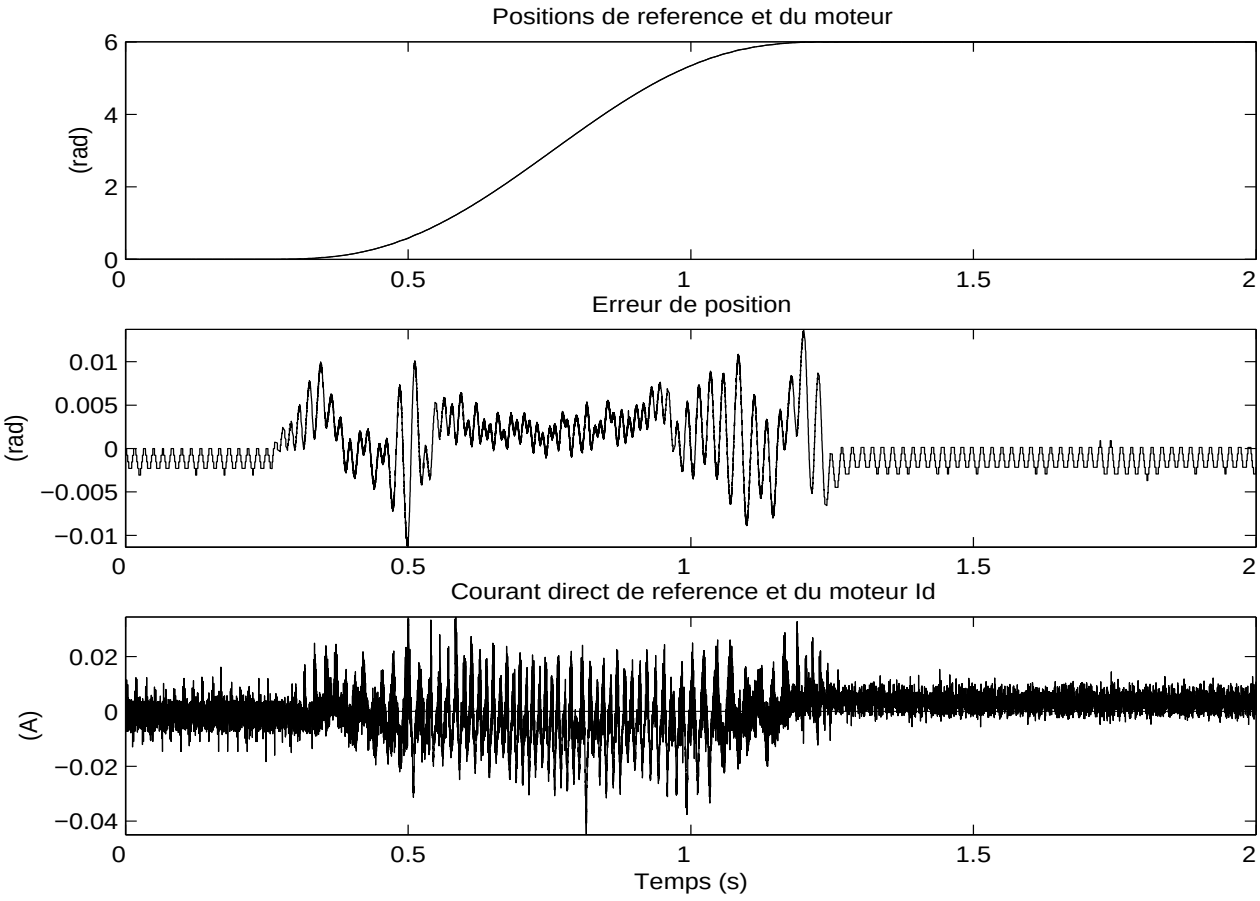

FIG. 5.19 – Positions et I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0Nm - R + 25\% - K + 25\%$

Avec couple de perturbation

Les résultats des expérimentations effectuées, pour l'ordre deux avec application d'un couple de perturbation, pendant la phase d'accélération, de valeur maximale $C_r = 0.550$ Nm (ce qui correspond, à peu près, à 70% du couple de maintien ou "holding torque"), Figure 5.20, sont excellents. Les gains de commande ont dus être modifiés :

$$k = 100,\ \lambda_M = 8,\ \lambda_m = 1.6,\ \alpha = 1,\ \lambda = 1000. \tag{5.41}$$

On peut voir l'allure de la tension en créneau appliquée au frein à poudre et l'allure du couple résistant mesuré. Sur la Figure 5.20, on peut remarquer que la position θ suit encore bien la trajectoire de référence. L'amplitude de l'erreur en position, en régime dynamique, est au maximum de l'ordre de 3.10^{-2} rad. Lorsque la position est atteinte, en régime permanent, l'erreur est de l'ordre de 2.10^{-3} rad tant que le couple de perturbation est présent, puis on retrouve une précision correspondant à celle du codeur ($7.67.10^{-4}$ rad).

Sur les Figure, et particulièrement Figure 5.21, on peut voir les évolutions de la tension et du courant d'une phase du moteur. On peut distinguer les changements selon les différentes phases :

début du mouvement, application du couple de perturbation, fin du mouvement, maintien en position avec couple de perturbation puis maintien en position après disparition du couple de perturbation. Les évolutions de la tension et du courant correspondent aux efforts à réaliser pour effectuer le mouvement, pour compenser le couple de perturbation et pour maintenir en position (avec ou sans couple perturbation).

Remarque 4 *Il faut signaler que ces expérimentations (et toutes les suivantes) ont été effectuées avec les mesures des courants (LEM courant), de la position (codeur absolu) et de la vitesse (dynamo tachymétrique) qui sont relativement bruitées. La qualité, parfois médiocre, des informations (signaux bruités) explique aussi en partie l'allure des commandes fortement hachées. Aucun signal n'est lissé ou filtré avant utilisation dans l'établissement des lois de commande. Cependant, cela permet de mettre aussi en évidence la relative robustesse des modes glissants par rapport aux bruits de mesures.*

Remarque 5 *Il a d'abord été effectué une expérimentation sans couple de perturbation pour comparer les modes glissants d'ordre un et deux. Puis, une expérimentation avec couple de perturbation a été faite pour valider la qualité de robustesse. Dans un cas comme dans l'autre, les paramètres ont été réglés en conséquence. Mais il est évident que, industriellement parlant, il est hors de question de devoir modifier les valeurs de paramètres chaque fois qu'il y a une variation. Il faut alors utiliser au mieux les relations (5.39) afin de déterminer une fois pour toutes les valeurs des gains de la commande ou alors faire une adaptation paramétrique de ces gains.*

Sur la Figure 5.22, les résultats des expérimentations avec ou sans couple de perturbation C_r, avec exactement les mêmes valeurs de paramètres, sont comparés.

On peut donc constater la robustesse des modes glissants d'ordre 2 vis-à-vis d'un couple de perturbation. Cependant, il faut aussi remarquer la consommation énergétique importante lorsqu'il n'y a pas de perturbation. En effet, les paramètres sont réglés en fonction de la probable perturbation.

On peut envisager un réglage des paramètres en fonction du couple de perturbation (si on en a une estimation), ce qui permettrait de diminuer la consommation énergétique.

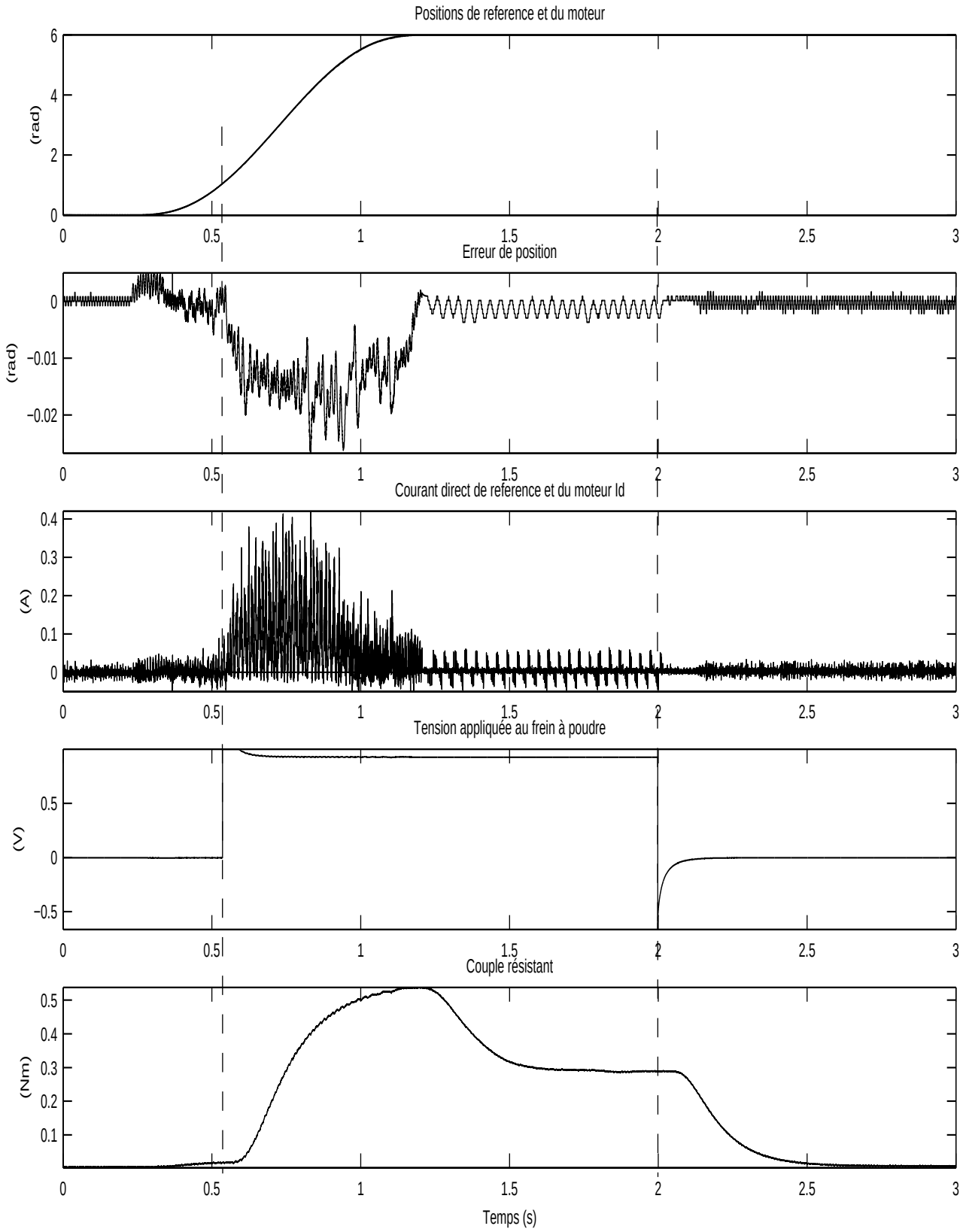

FIG. 5.20 – Positions - I_d - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0.550Nm$

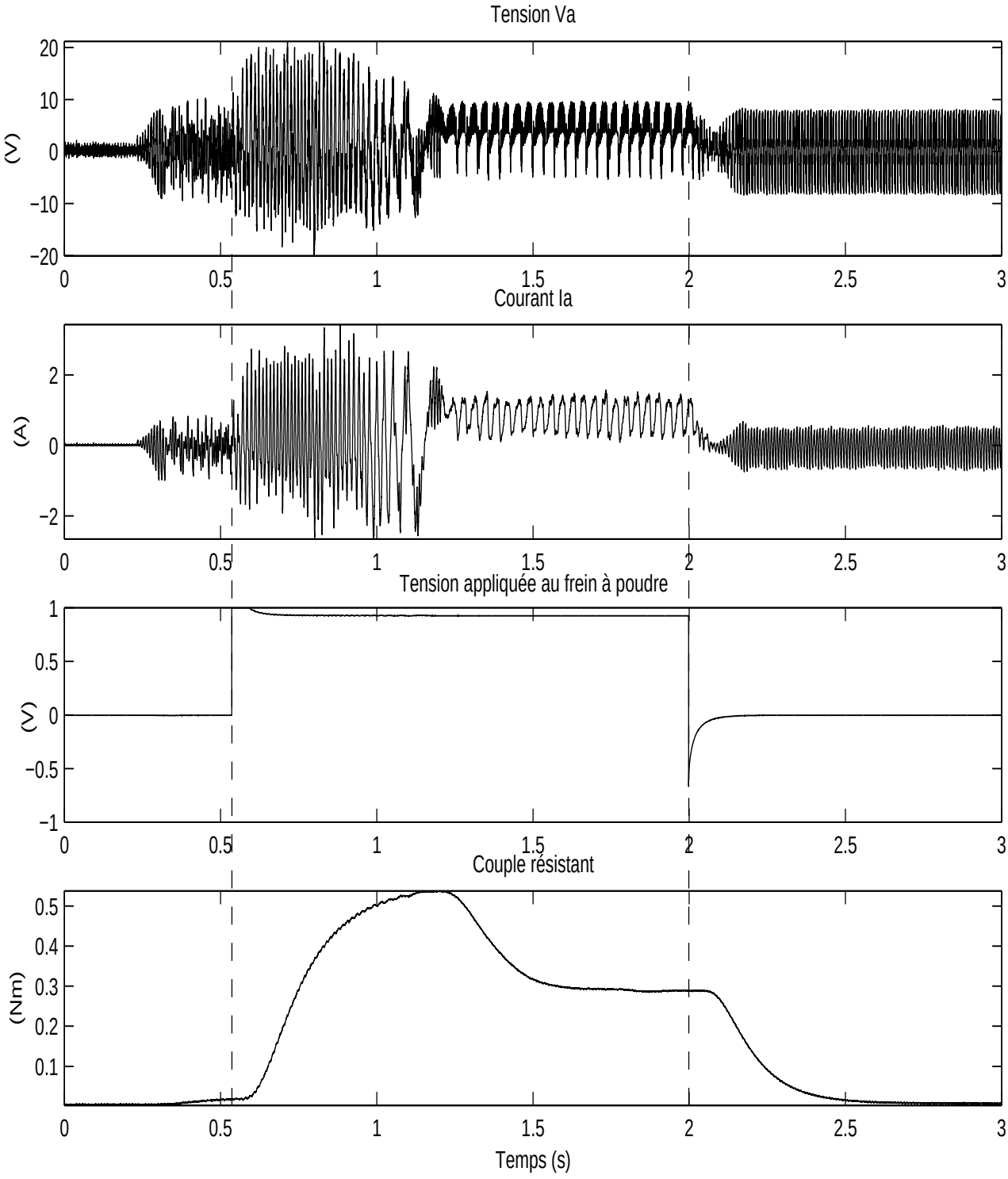

FIG. 5.21 – Tension V_a et courant I_a - MG2 - Expérimentations - $C_r = 0.550Nm$

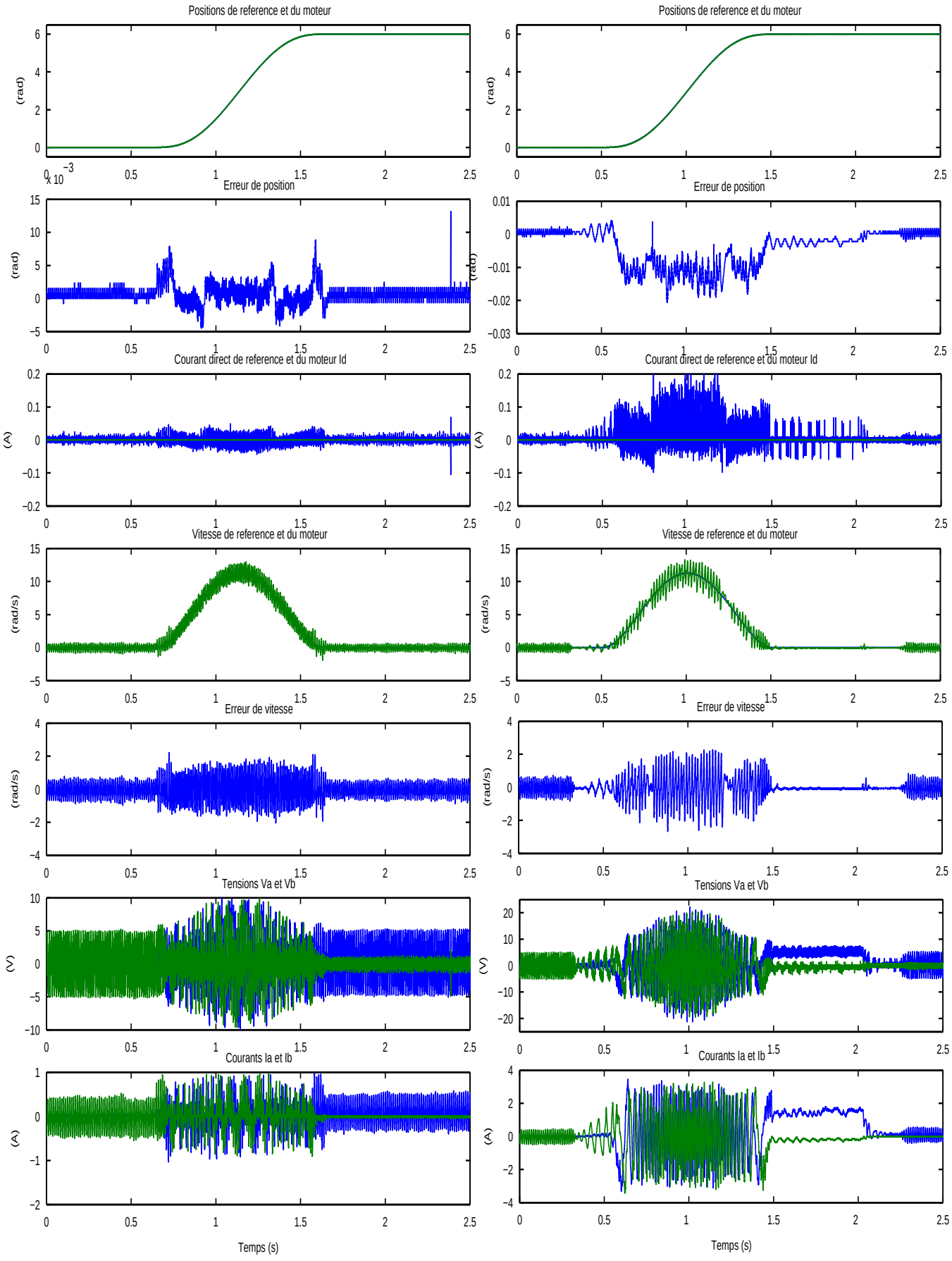

FIG. 5.22 – MG2 - Expérimentations sans ou avec $C_r = 0.550Nm$

5.2.4 Comparaison des trajectoires

Deux trajectoires de référence en position ont été élaborées au chapitre 2, section 2.3. Une trajectoire de référence (appelée ici "Old") a été déterminée (2.8). Puis, afin de minimiser les pertes Joules, une optimisation de celle-ci a permis d'élaborer une nouvelle trajectoire de référence (Figure 2.6 appelée ici "New"). Afin de comparer les résultats, des simulations et des expérimentations sont effectuées, avec les mêmes réglages des paramètres de la loi de commande par modes glissants d'ordre 2 dans les deux cas.

Il est nécessaire d'expliciter le choix d'effectuer la comparaison à ce stade de l'étude.

Les lois de commandes par retour d'état classiques ne sont pas robustes vis-à-vis d'une perturbation telle qu'un couple résistant. De plus, pour la loi de commande par modes glissants d'ordre 1, il a été expliqué que celle-ci ne peut être utilisée lors de l'application d'un couple résistant.

Or l'optimisation de la trajectoire a été effectuée dans le but de diminuer les pertes Joules. Celles-ci étant fonction du courant, il est peu intéressant de comparer des résultats provenant d'expérimentations sans couple de perturbation, c'est à dire avec un faible courant et donc avec de faibles pertes Joules.

Les lois de commandes classiques précédemment citées ne peuvent donc pas être utilisées puisque les résultats des expérimentations de comparaison des trajectoires seraient faussés du fait du mauvais comportement du système car non robuste lors de l'apparition d'un couple de perturbation.

Par contre, nous venons de démontrer les qualités des modes glissants d'ordre 2 et particulièrement la robustesse vis-à-vis d'une perturbation de type "couple de charge" et des incertitudes paramétriques. Cela nous permet d'effectuer des expérimentations, avec les mêmes réglages des paramètres de la loi de commande, afin de comparer les différentes consommations énergétiques, puissances consommées et pertes Joules.

Résultats des simulations sans C_r

Les Figures suivantes permettent de comparer les résultats selon les deux trajectoires de référence en position. Les simulations montrent que les erreurs en position et en courant direct, Figures 5.23 et 5.24, sont très satisfaisantes dans les deux cas et sont quasiment du même ordre de grandeur aussi bien en régime dynamique (hormis les pointes) que statique.

Les Figures 5.25-5.26 démontrent l'efficacité de la nouvelle trajectoire avec une réduction de 15% de l'énergie consommée et une baisse de 10% des pertes joules.

Les différences sont appréciables mais pas très élevées. En effet, les trajectoires d'origine de référence en position, vitesse et accélération avaient déjà été choisies en tenant compte de critères physiques permettant d'éviter des consommations énergétiques importantes et d'obtenir un mouvement fluide.

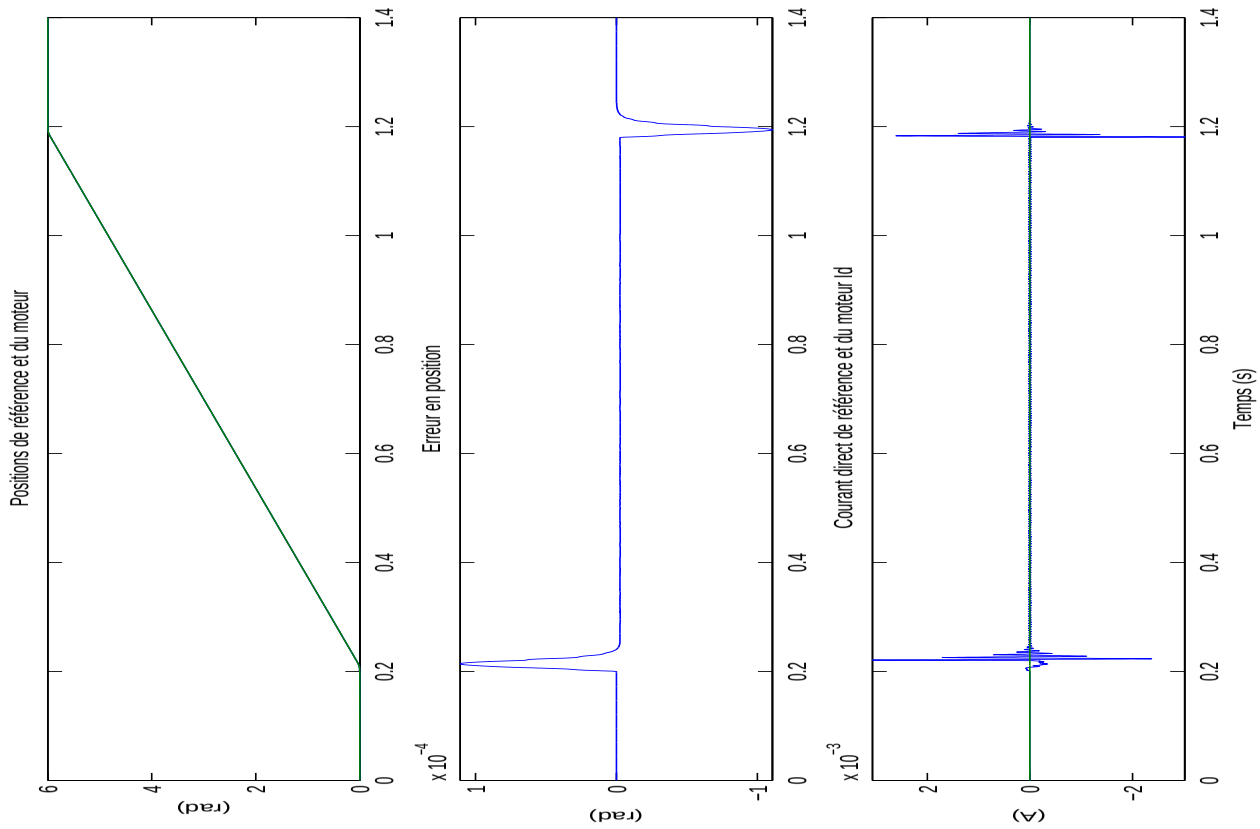

FIG. 5.23 – New - θ et I_d - Simu - $C_r = 0Nm$

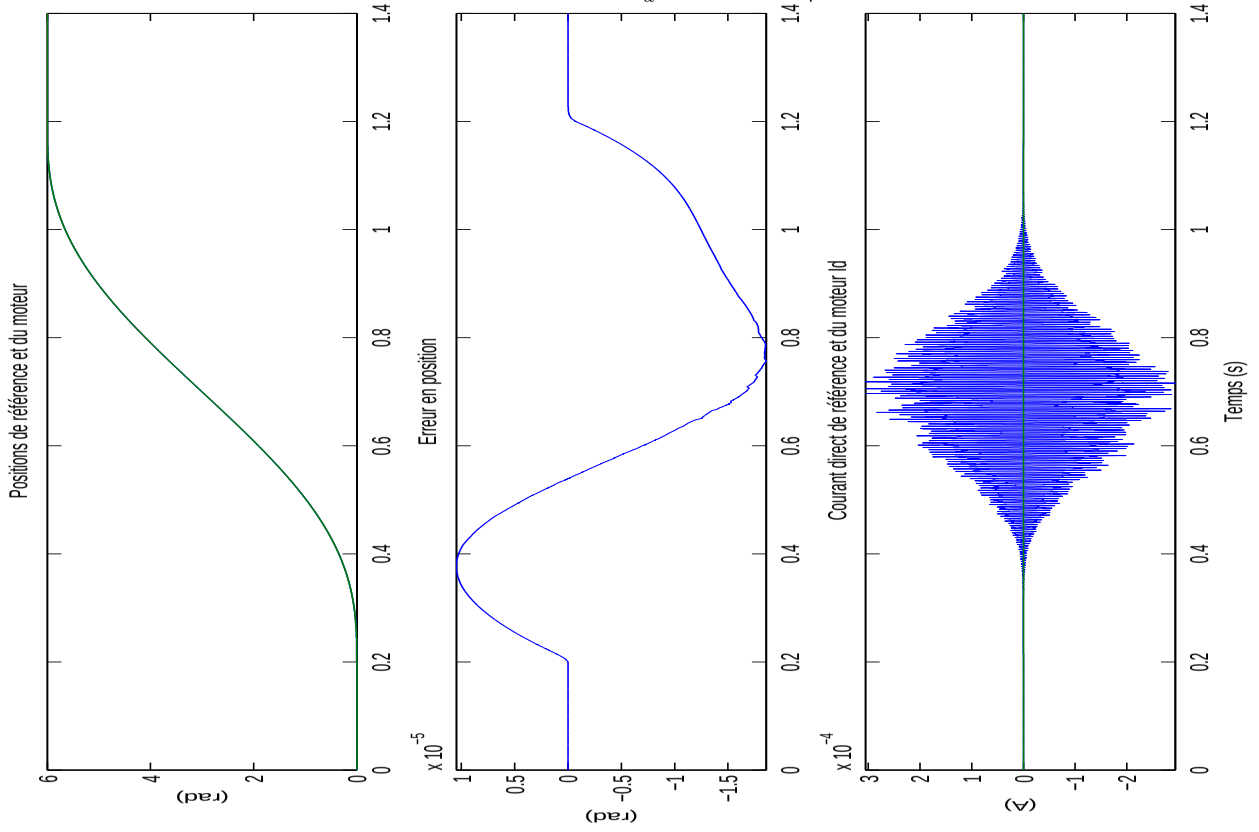

FIG. 5.24 – Old - θ et I_d - Simu - $C_r = 0Nm$

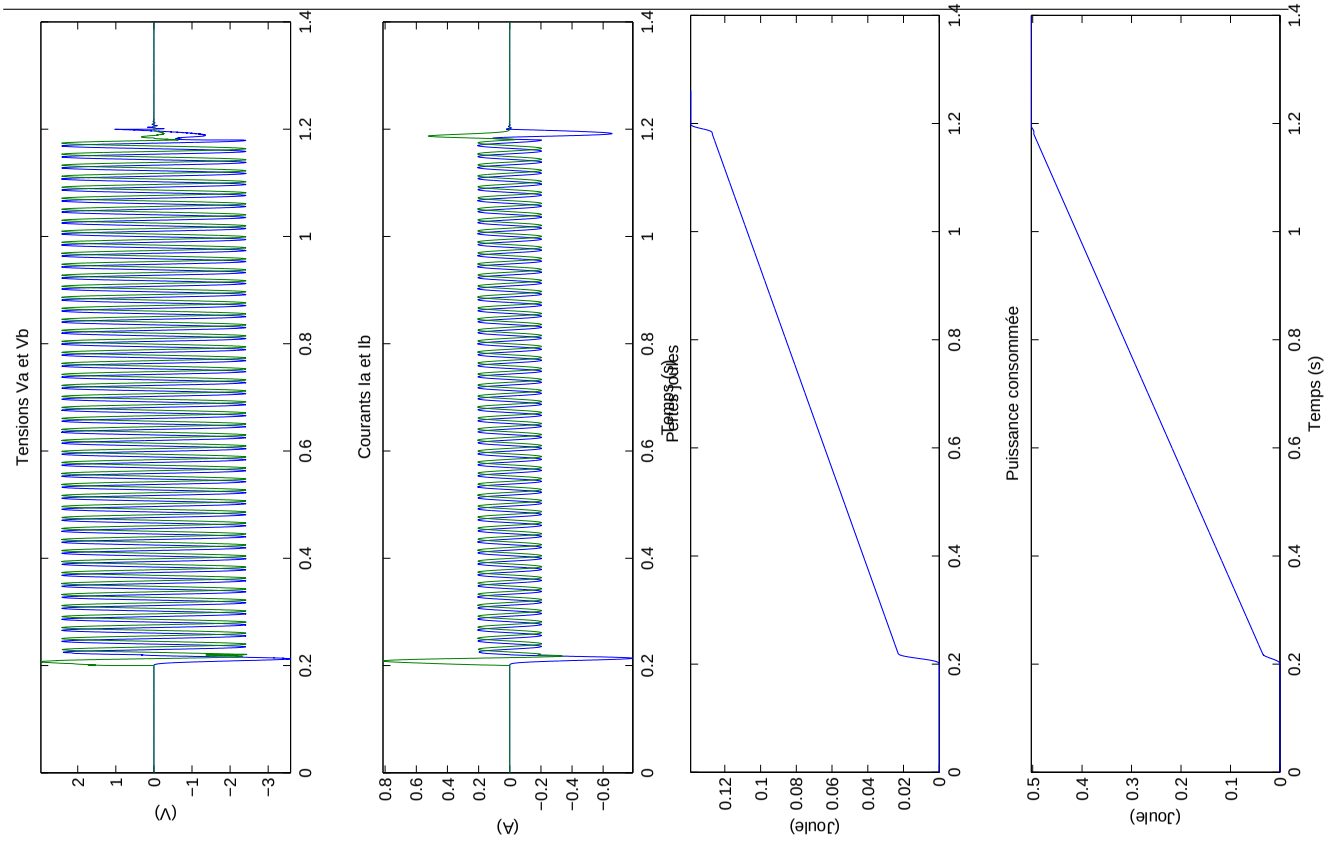

FIG. 5.25 – New - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0Nm$

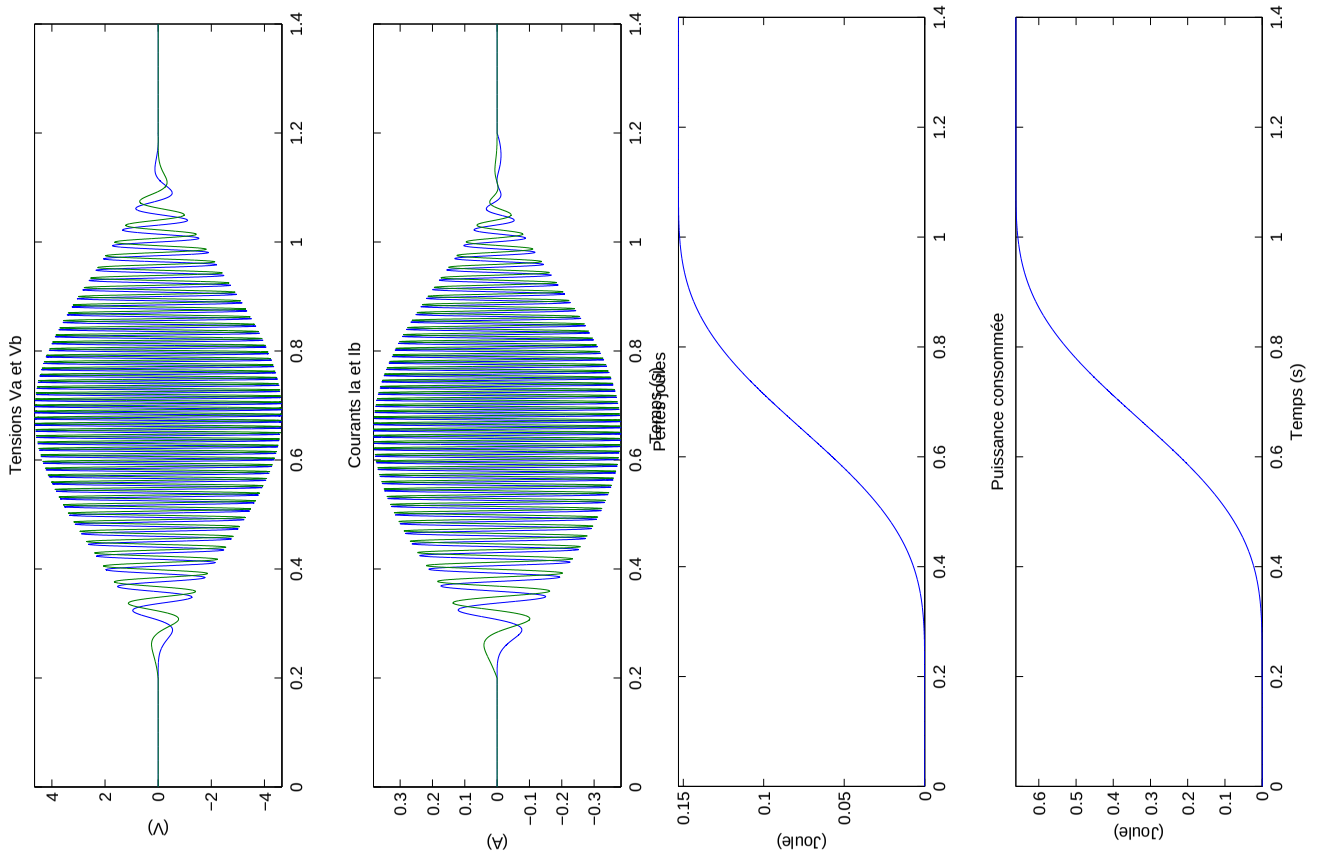

FIG. 5.26 – Old - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0Nm$

On peut facilement montrer, Figure 5.27, l'efficacité de la trajectoire optimisée (en petits pointillés) en effectuant une comparaison de celle-ci avec la trajectoire de base et trois trajectoires plus "raides" (la plus raide en longs pointillés). On peut voir des gains d'énergie non négligeables (jusqu'à 3 fois moins !).

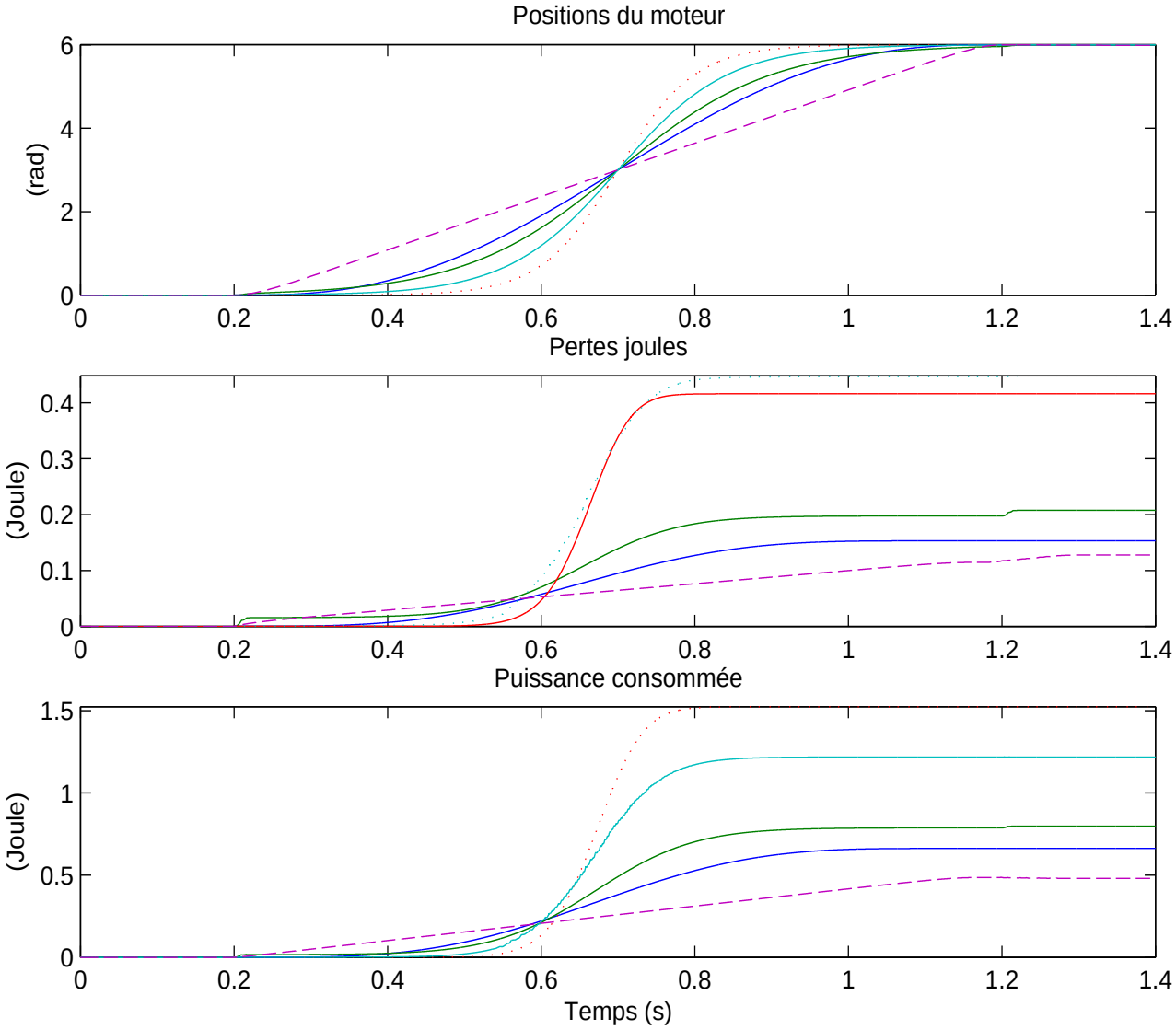

FIG. 5.27 – Comparaison des trajectoires - Simu - $C_r = 0Nm$ -

Résultats des simulations avec C_r

Les résultats, Figures 5.28-5.31, avec un couple de charge montrent que les valeurs de l'énergie consommée et des pertes Joule sont quasiment identiques dans les deux cas.

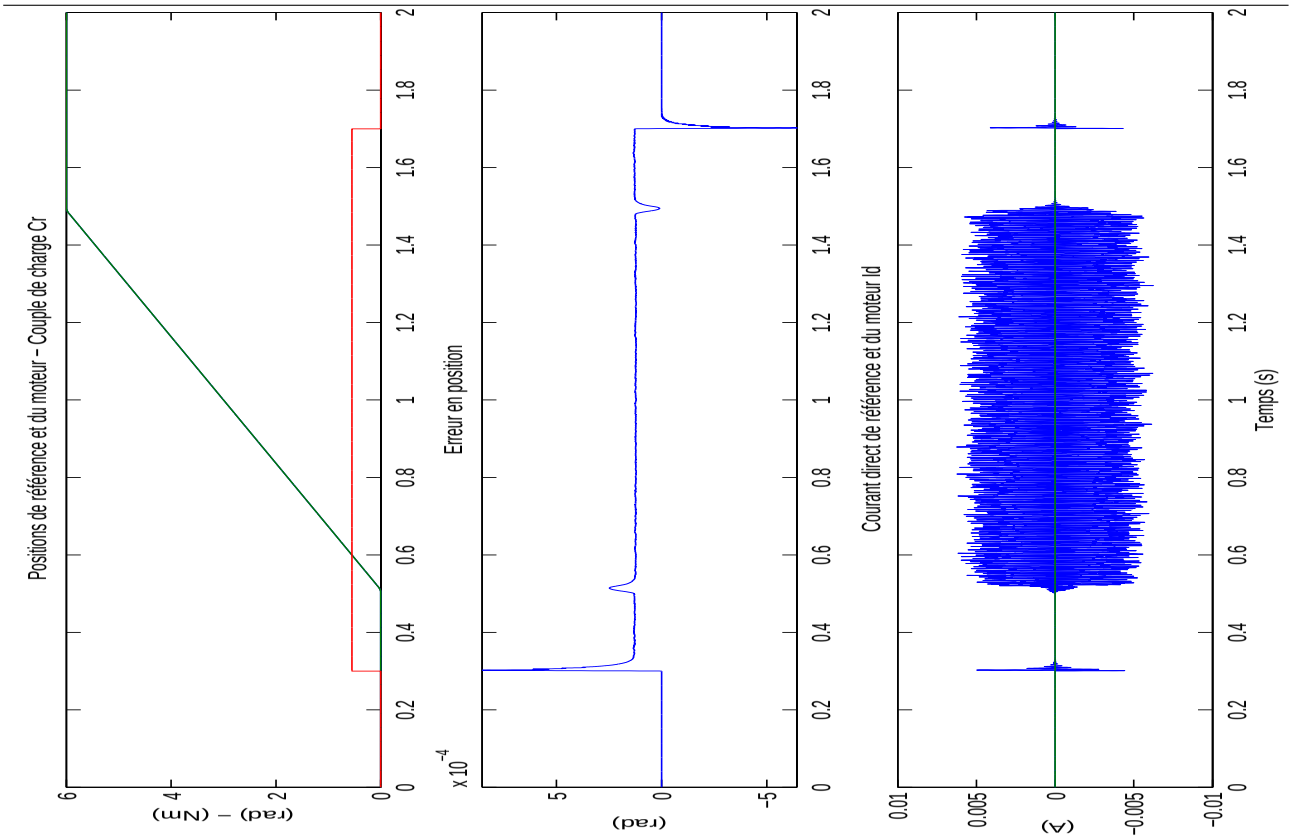

FIG. 5.28 – New - θ et I_d - Simu - $C_r = 0.55Nm$

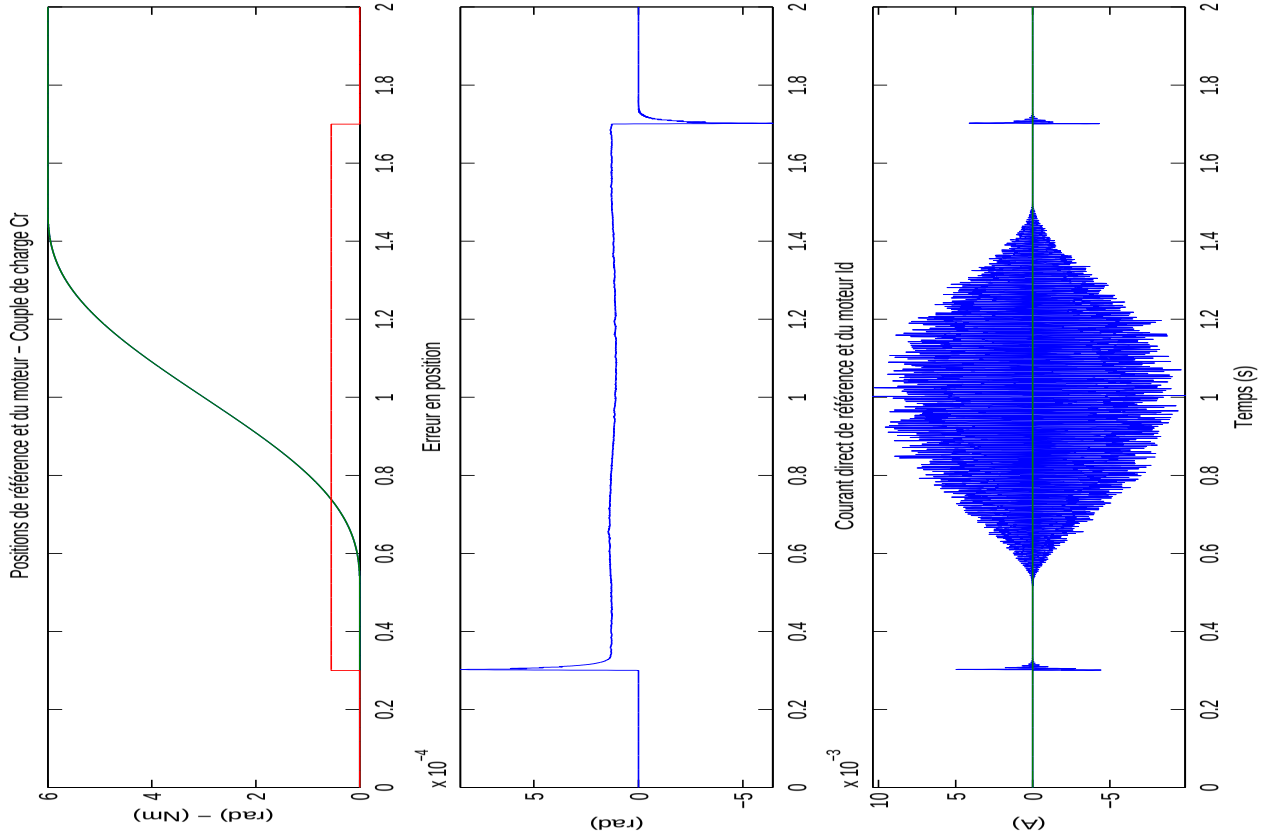

FIG. 5.29 – Old - θ et I_d - Simu - $C_r = 0.55Nm$

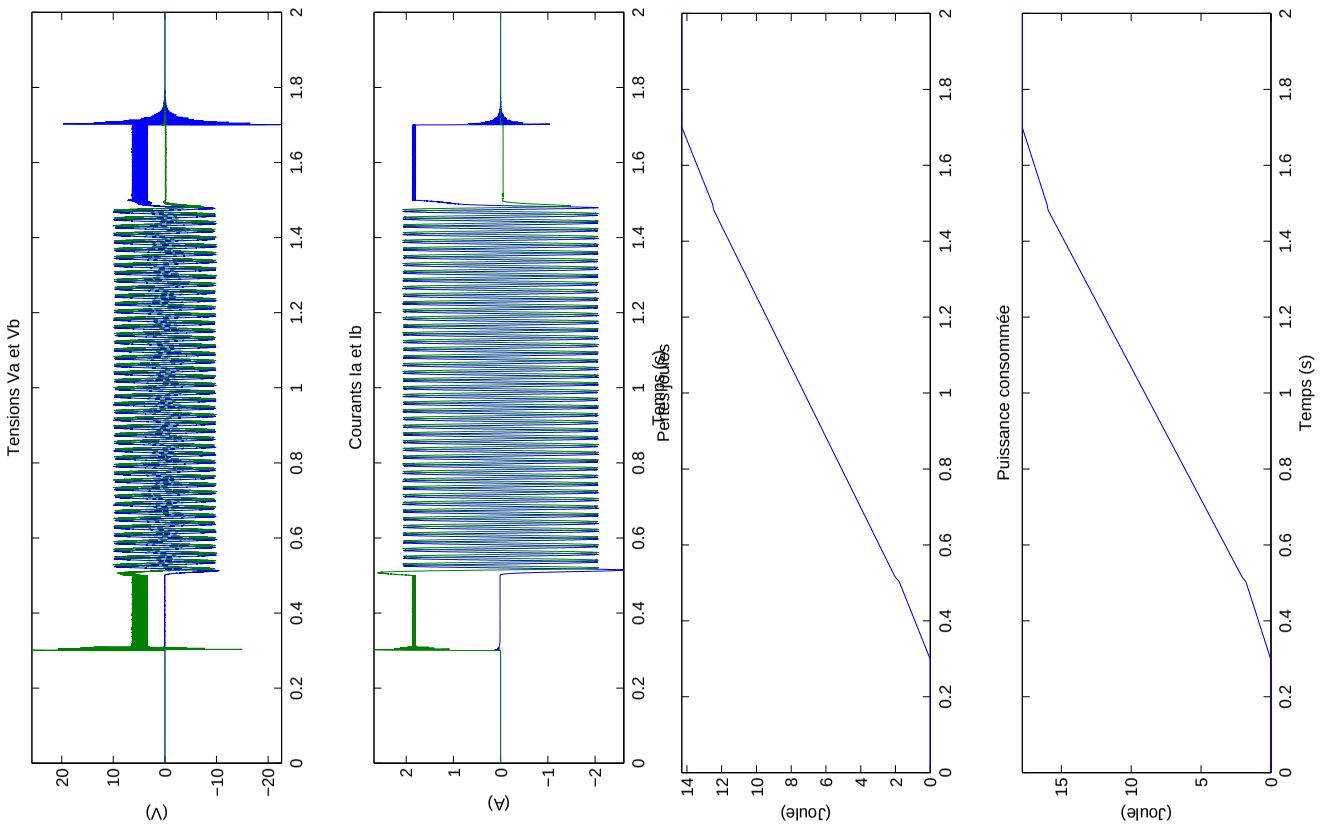

FIG. 5.30 – New - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0.55Nm$

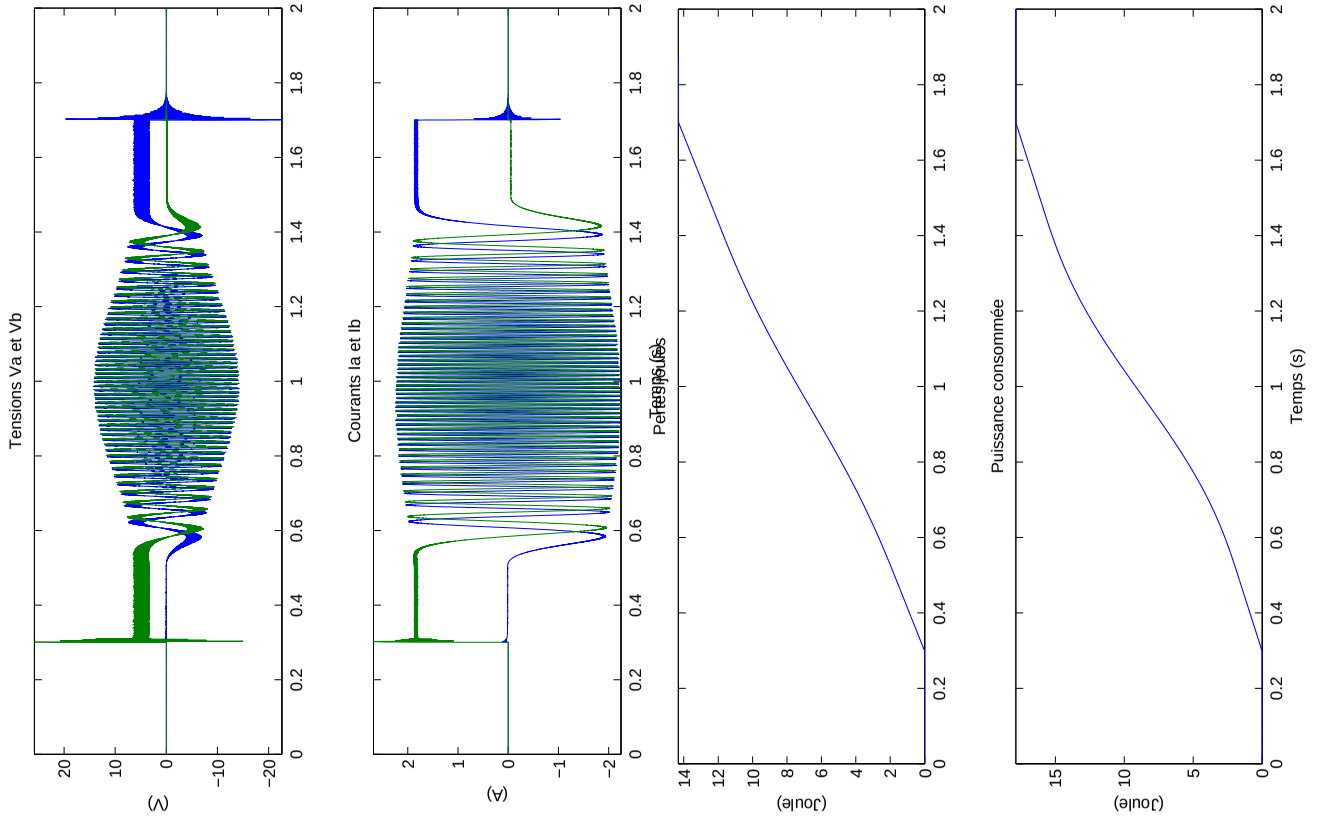

FIG. 5.31 – Old - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0.55Nm$

Résultats expérimentaux

Les Figures 5.32-5.33 présentent les résultats des expérimentations d'abord sans couple de charge ($C_r = 0Nm$). Les valeurs sont quasiment identiques. La même tension au frein à poudre est alors appliquée dans les deux cas. Les erreurs en position dans les deux cas sont extrêmement faibles et identiques. Les pertes joules, Figures 5.34 et 5.35, sont 8% plus élevées avec la nouvelle trajectoire (2.6) qu'avec l'ancienne (2.8). De même, l'énergie consommée est plus élevée de 8.5% avec la nouvelle trajectoire qu'avec l'ancienne.

Cependant, le couple de charge de perturbation, Figure 5.36, avec la nouvelle trajectoire est plus élevé de 11% qu'avec l'ancienne. On pourrait donc en déduire que la nouvelle trajectoire apporte une "amélioration relative" de 2 à 3%. Cependant, très concrètement, l'utilisation de la nouvelle trajectoire avec un couple de charge provoque une augmentation de la consommation énergétique.Il faut noter aussi que la plus grande partie de l'énergie est consommée par l'utilisation de fonctions discontinues.

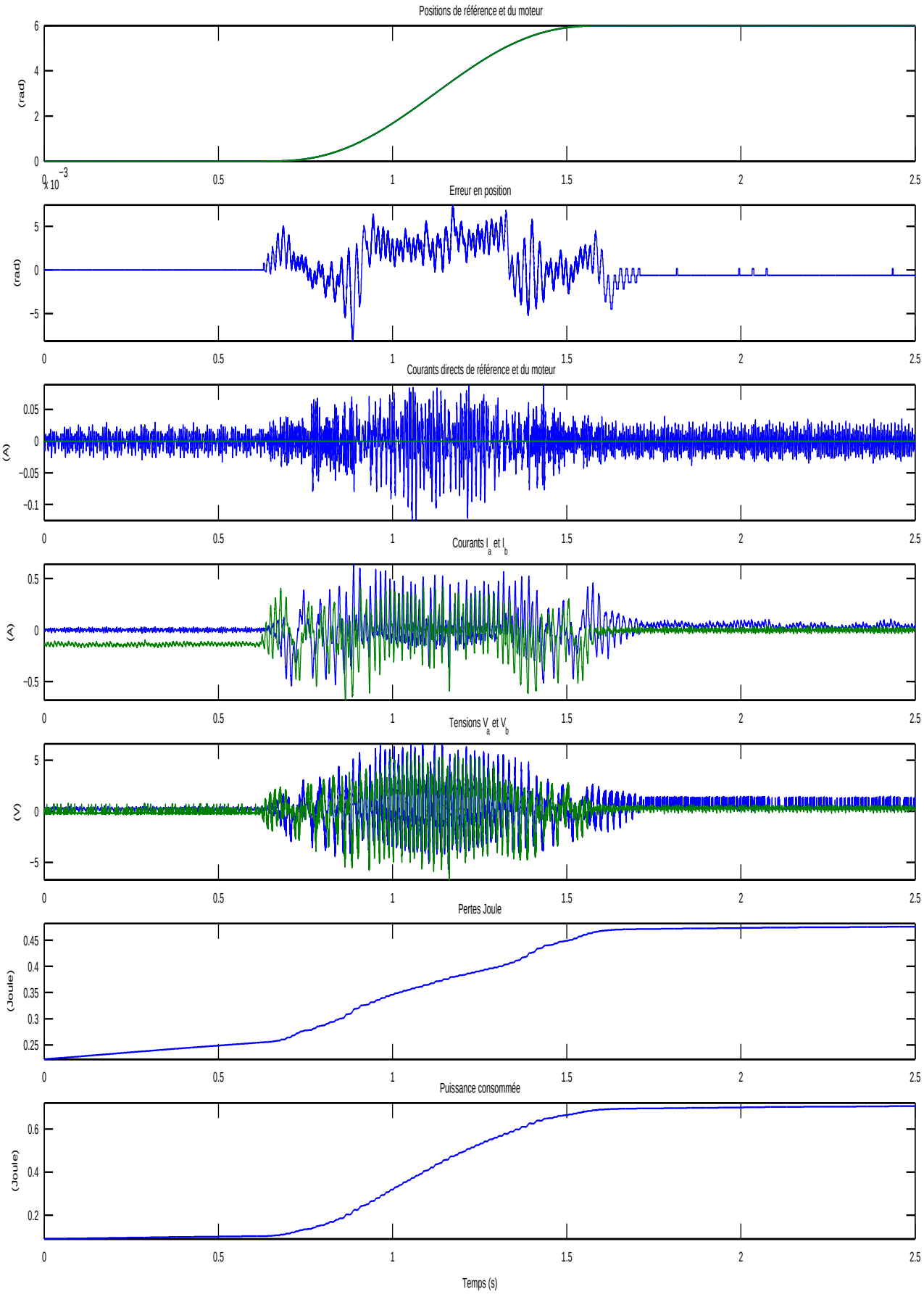

FIG. 5.32 – Ancienne trajectoire avec $C_r = 0Nm$ - Comparaison- Expérimentations

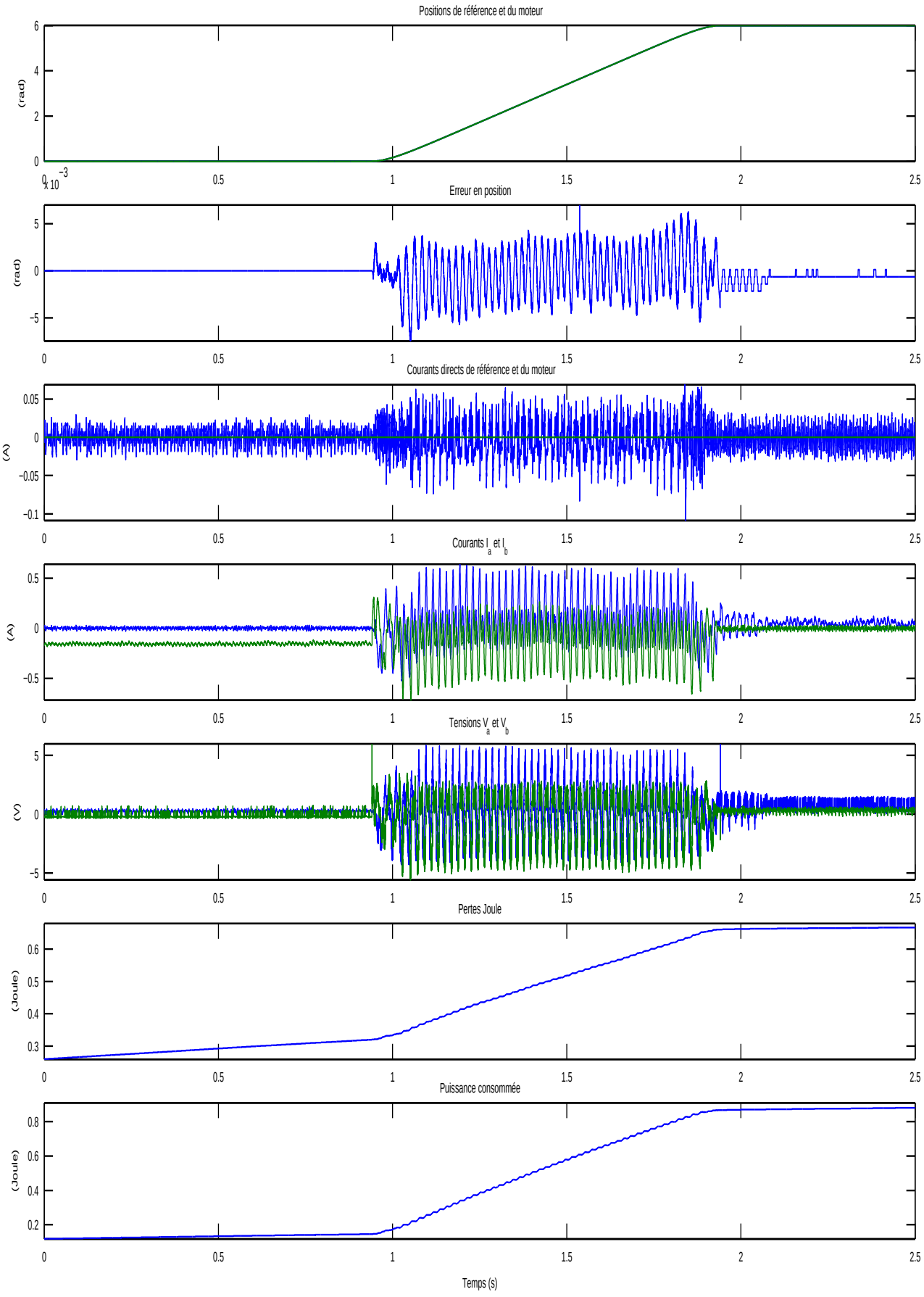

FIG. 5.33 – Nouvelle trajectoire avec $C_r = 0Nm$ - Comparaison- Expérimentations

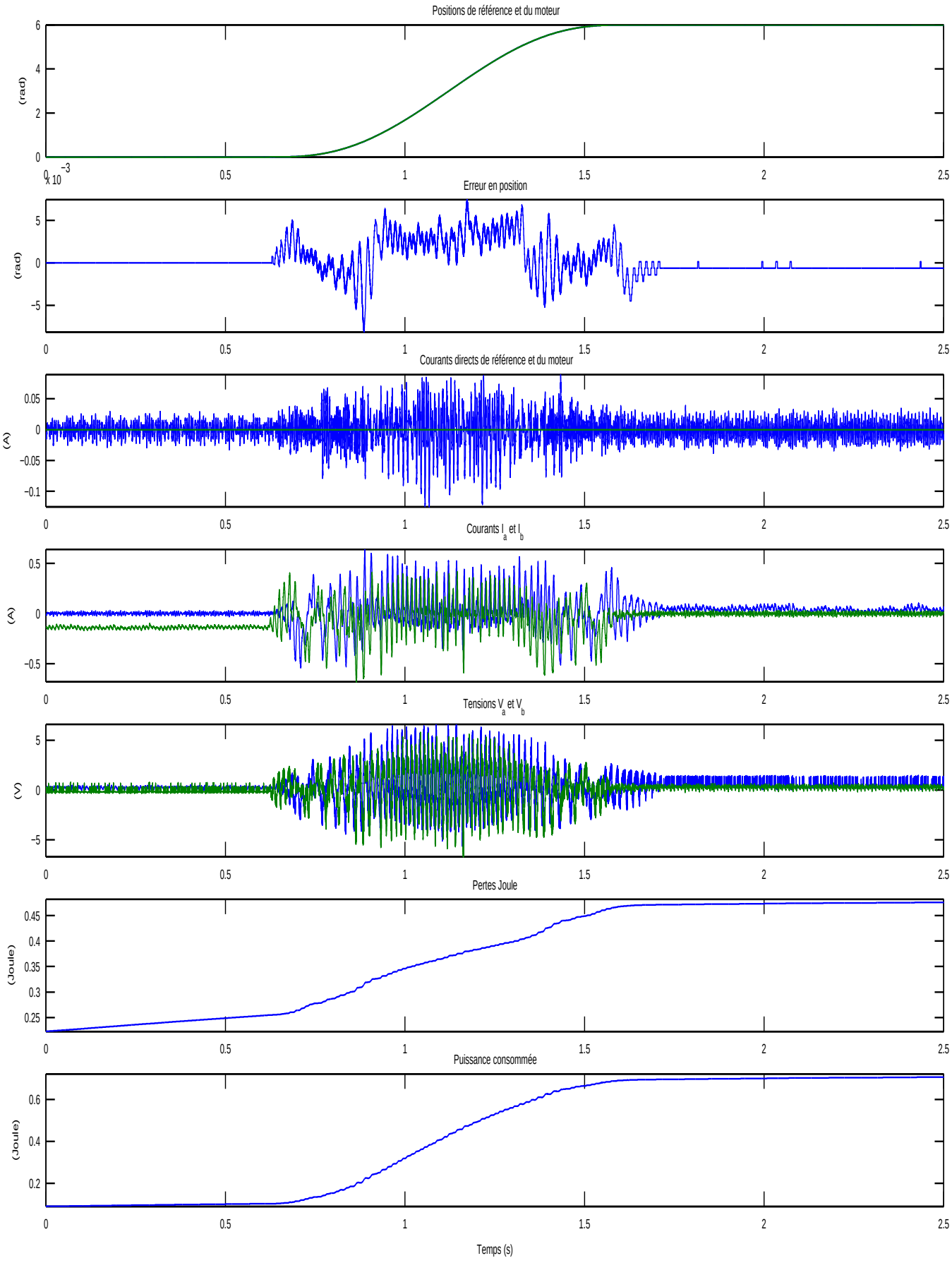

FIG. 5.34 – Ancienne trajectoire avec $C_r = 0.55Nm$ - Comparaison- Expérimentations

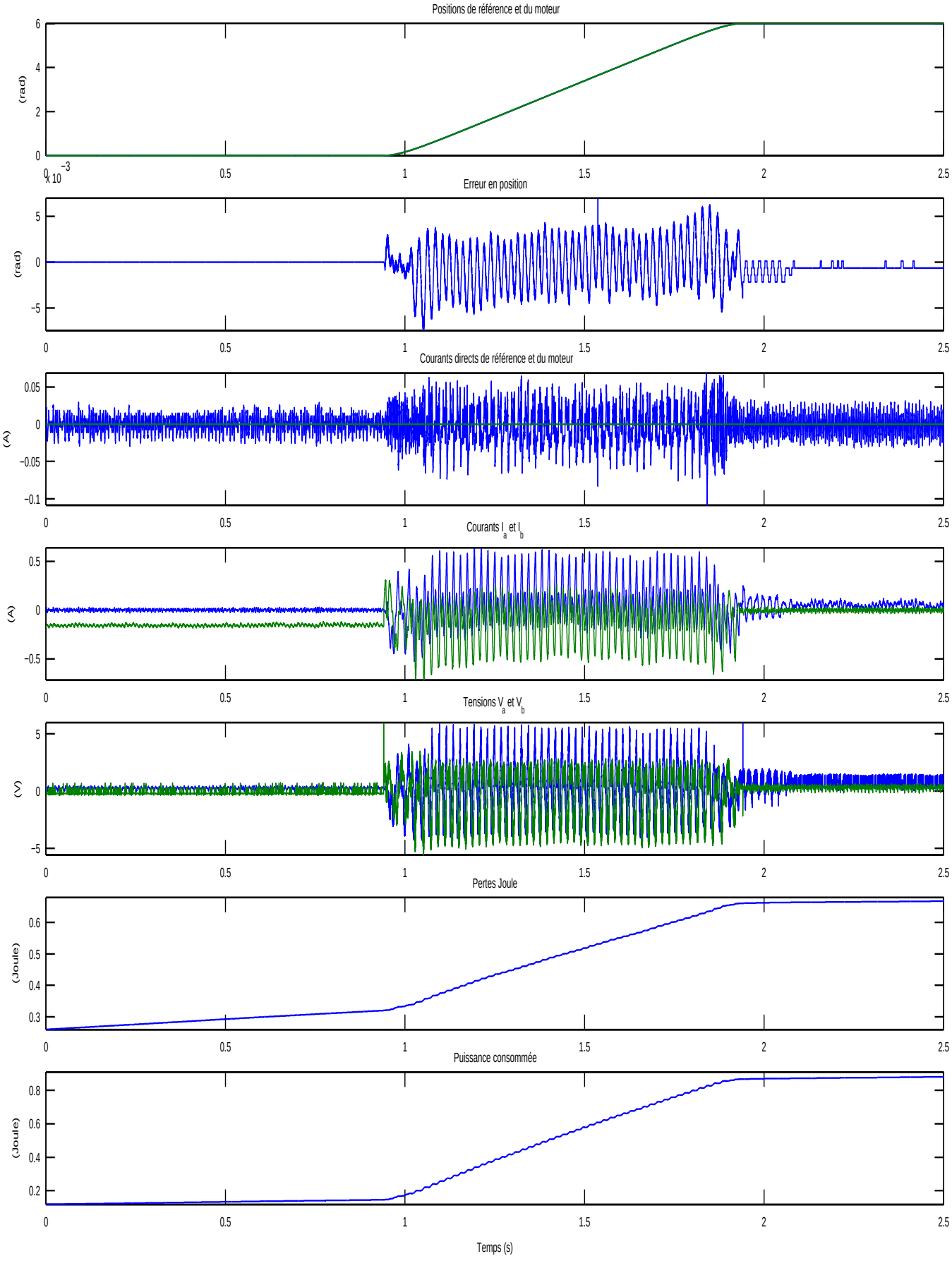

FIG. 5.35 – Nouvelle trajectoire avec $C_r = 0.55Nm$ - Comparaison- Expérimentations

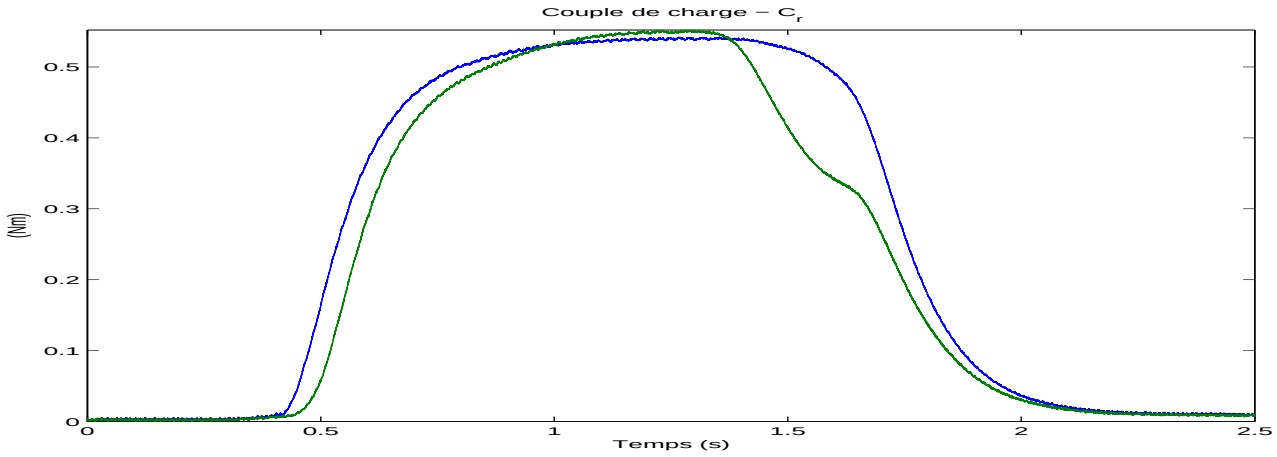

FIG. 5.36 – Comparaison des couples de charge

5.3 Commandes par modes glissants d'ordre 3

Dans l'étude ci-dessus, la loi de commande par modes glissants d'ordre deux n'a pas été utilisée dans le but de diminuer la réticence. Or, ce phénomène peut être fortement indésirable. Pour remédier à ce problème, on introduit une loi de commande par modes glissants d'ordre trois.

Le fait que e_4 est de degré relatif 3 renforce l'idée d'envisager un tel mode glissant.En effet, la loi de commande par modes glissants d'ordre deux fournit seulement une convergence asymptotique. Pour garantir une convergence en temps fini de l'erreur en position, la construction d'une commande par modes glissants d'ordre trois est nécessaire.

On présente ici une loi de commande proposé par [Levant 01]. On considère que $C_r = 0$. On définit maintenant comme surface de glissement, $S'_\theta = e_4$ dont les dérivées sont :

$$\dot{S}'_\theta = \dot{e}_4 = e_3, \;\; \ddot{S}'_\theta = \ddot{e}_4 = \dot{e}_3, \;\; \dddot{S}'_\theta = e_4^{(3)} = u \tag{5.42}$$

Il est possible d'établir un mode glissant d'ordre 3 en utilisant la loi de commande suivante :

$$u = -\alpha sign(\ddot{S}'_\theta + 2(|\dot{S}'_\theta|^3 + |S'_\theta|^2)^{\frac{1}{6}} sign(\dot{S}'_\theta + |S'_\theta|^{\frac{2}{3}} sign S'_\theta) \tag{5.43}$$

Les résultats des simulations, Figure 5.37, avec $C_r = 0$, sont très bons avec une erreur en position, en régime permanent, de l'ordre de 10^{-13} et une erreur en position, en régime dynamique, au maximum de 2.510^{-9}.

Cependant, la commande u se calcule avec les dérivées successives de la surface S'_θ. Comme dans les cas précédents, il apparaît, dans les dérivées de la surface S'_θ, le couple de perturbation C_r. Les dérivées, $\dot{S}'_\theta$ et $\ddot{S}'_\theta$, ne sont pas toujours disponibles. Une solution est de développer des algorithmes ne nécessitant que le calcul de S'_θ ou d'employer des observateurs pour obtenir les variables non disponibles. De plus, le réglage des gains est assez "sensible".

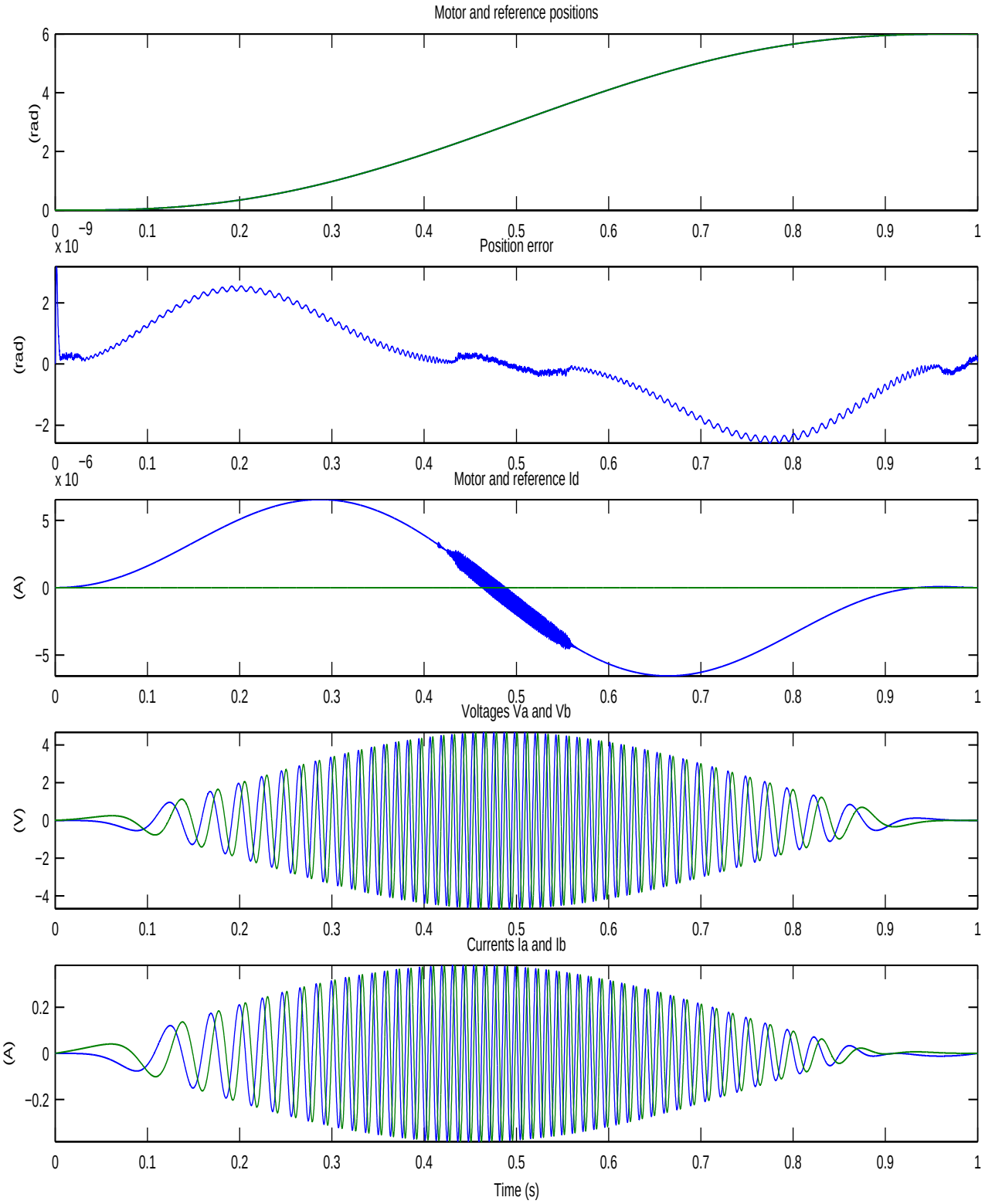

FIG. 5.37 – MG 3 - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

Ici, nous proposons un nouveau type de commande par modes glissants d'ordre trois.

La commande par mode glissant intégral (CMGI) (integral sliding mode control ou ISM en anglais), introduite dans [Utkin 99], est un nouveau concept de loi de commande par modes glissants, qui élimine la phase de ralliement vers la surface de glissement. Alors, la robustesse peut être garantie dès l'instant initial [Cao 04, Fridman 05].

Plusieurs types de contrôleur, basés sur des modes glissants d'ordre supérieur avec approche optimale, convergence en temps fini.... ont déjà été étudiés [Lagrouche 06, Levant 01, Levant 05].Ceux-ci présentent certains inconvénients : dépendance vis-à-vis des conditions initiales, complexité d'implantation ou gestion des dynamiques transitoires. D'autres études sur la stabilité en temps fini ([Hong 02]) avec une approche basée sur l'homogénéité géométrique ([Bhat 05]) ne peuvent assurer une stabilité en temps fini si le système est perturbé. Dans [Huang 05], étude sur la stabilité globale en temps fini, l'expression du contrôle n'est pas explicite.

L'objectif ici est d'utiliser une loi de commande, proposée dans [Defoort 06-1], dans le but de suivre les trajectoires de référence, en temps fini, avec une grande précision, une très bonne robustesse et une diminution de la réticence. Un nouveau type de commande par modes glissants d'ordre trois, combinant une commande en temps fini basée sur l'homogénéité géométrique et une commande discontinue basé sur un mode glissant avec un terme intégral, est développée.

5.3.1 Etablissement des lois de commande

Le but est ici de stabiliser en temps fini le vecteur $y = [e_1, e_4]^T$. Le degré relatif du système (2.3), par rapport à y, est $[1, 3]^T$. En effet, nous avons déjà vu que ces variables vérifient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\bar{v_d} - \frac{R}{L}e_1 + N(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r) \\ \\ e_4^{(3)} = \frac{K}{JL}\bar{v_q} - \frac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + Ke_3\right) - \frac{f_v}{J^2}\left(Ke_2 - f_ve_3\right) + \frac{f_v}{J^2}C_r - \frac{1}{J}\dot{C}_r \end{cases}$$

que l'on peut écrire

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}\bar{v_d} + \mu_1(e) \\ \\ e_4^{(3)} = \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \mu_2(e) + \frac{f_v}{J^2}C_r - \frac{1}{J}\dot{C}_r \end{cases}$$

où

$$\begin{cases} \mu_1(e) = \frac{1}{L}\left(-Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \\ \\ \mu_2(e) = -\frac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + Ke_3\right) - \frac{f_v}{J^2}\left(Ke_2 - f_ve_3\right) \end{cases}$$

Deux sortes d'incertitudes peuvent être prises en compte : les perturbations externes (couple de charge C_r) et les incertitudes paramétriques (variations de R, L, K, J et f_v autour de leur valeur nominale). Ces incertitudes sont formulées de la façon suivante : $\delta_1 = \delta\left(\frac{1}{L}\right)$, $\delta_2 = \delta\left(\frac{R}{L}\right)$, $\delta_3 = \delta\left(\frac{K}{L}\right)$, $\delta_4 = \delta\left(\frac{K}{J}\right)$, $\delta_5 = \delta\left(\frac{f_v}{J}\right)$, $\delta_6 = \delta(J)$.

Donc, en tenant compte des incertitudes paramétriques, les équations précédentes peuvent être écrites de la façon suivante :

$$\dot{e}_1 = (\tfrac{1}{L} + \delta_1)\bar{v_d} - (\tfrac{R}{L} + \delta_2)e_1 + N(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)$$

$$\dot{e}_1 = (\tfrac{1}{L} + \delta_1)\bar{v_d} - \delta_2 e_1 + \mu_1(e)$$

et

$$\begin{array}{l} e_4^{(3)} = (\tfrac{K}{JL} + \delta_7)\bar{v_q} - (\tfrac{K}{J} + \delta_4)\left((\tfrac{R}{L} + \delta_2)e_2 + N(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + (\tfrac{K}{L} + \delta_3)e_3\right) \\ -(\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)\left((\tfrac{K}{J} + \delta_4)e_2 - (\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)e_3\right) + \tfrac{1}{J+\delta_6}\left((\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)C_r - \tfrac{dC_r}{dt}\right) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} e_4^{(3)} = (\tfrac{K}{JL} + \delta_7)\bar{v_q} - \tfrac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + Ke_3\right) - \tfrac{f_v}{J^2}\left(\tfrac{K}{J}e_2 - \tfrac{f_v}{J}e_3\right) \\ +\tfrac{1}{J+\delta_6}\left((\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)C_r - \tfrac{dC_r}{dt}\right) - \delta_4\left(\tfrac{R}{L}e_2 + N(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + \tfrac{K}{L}e_3 + \delta_3e_3 + \delta_2e_2\right) \\ -\tfrac{K}{J}\left(\delta_3e_3 + \delta_2e_2\right) - \tfrac{f_v}{J}\left(\delta_4e_2 - \delta_5e_3\right) - \delta_5\left((\tfrac{K}{J} + \delta_4)e_2 - (\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)e_3\right) \end{array}$$

On a donc

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = (\tfrac{1}{L} + \delta_1)\bar{v_d} - \delta_2 e_1 + \mu_1(e) \\ \\ e_4^{(3)} = \tfrac{K}{JL}(1 + \delta_7)\bar{v_q} + \mu_2(e) + \mu_3(e) + \mu(C_r) \end{cases}$$

avec

$$\begin{cases} \mu(C_r) = \tfrac{1}{J+\delta_6}\left((\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)C_r - \tfrac{dC_r}{dt}\right) \\ \\ \mu_3(e) = -\delta_4\left(\tfrac{R}{L}e_2 + N(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + \tfrac{K}{L}e_3\right) - (\tfrac{K}{J} + \delta_4)\left(\delta_3e_3 + \delta_2e_2\right) \\ \qquad -(\tfrac{f_v}{J} + \delta_5)\left(\delta_4e_2 - \delta_5e_3\right) - \delta_5(\tfrac{K}{J}e_2 - \tfrac{f_v}{J}e_3) \end{cases}$$

Donc, le modèle du moteur pas-à-pas peut être écrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = (1 + L\delta_1)v - L\delta_1\mu_1(e) - \delta_2 e_1 \\ \\ e_4^{(3)} = (1 + \delta_7)u - \delta_7\mu_2(e) + \mu_3(e) + \mu(C_r) \end{cases} \tag{5.44}$$

où u et v sont les nouvelles commandes définies par

$$\begin{cases} \bar{v_d} = L(v - \mu_1(e)) \\ \\ \bar{v_q} = \tfrac{JL}{K}(u - \mu_2(e)). \end{cases} \tag{5.45}$$

Dans le but d'atteindre l'objectif de commande, c'est à dire, la stabilité en temps fini des erreurs de poursuite e_1 et e_4, deux lois de commandes par modes glissants sont élaborées.

Pour l'erreur en courant direct, la variable de glissement, $\bar{S}_{i_d} = e_1$, est conservée. On a, par dérivation :

$$\frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} = (1 + L\delta_1)v - L\delta_1\mu_1(e) - \delta_2 e_1 \tag{5.46}$$

Le système étant de degré relatif un par rapport à la surface, utilisons donc l'algorithme du super-twisting

$$v = w_{st}\left(\bar{S}_{i_d}\right) = v_1 + v_2 \tag{5.47}$$

avec

$$\begin{cases} \dot{v}_1 = -\alpha_s \text{sign}\left(\bar{S}_{i_d}\right) \\ v_2 = -\lambda_s \left|s\right|^{\frac{1}{2}} \text{sign}\left(\bar{S}_{i_d}\right) \end{cases} \tag{5.48}$$

et

$$v = v_1 + v_2$$

Alors

$$\frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} = w_{st}(\bar{S}_{i_d}) - L\delta_1\mu_1(e) - \delta_2 e_1 \tag{5.49}$$

donne

$$\frac{d^2\bar{S}_{i_d}}{dt^2} = \dot{w}_{st}(\bar{S}_{i_d}) = -\alpha_s \text{sign}\left(\bar{S}_{i_d}\right) - \frac{1}{2}\lambda_s \left|\bar{S}_{i_d}\right|^{-\frac{1}{2}} \frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} \tag{5.50}$$

Donc choisir $\alpha, \delta > 0$ entraîne la convergence des trajectoires du système en temps fini sur $\bar{S}_{i_d} = \frac{d\bar{S}_{i_d}}{dt} = 0$ et donc de e_1 vers 0.

Pour stabiliser l'erreur en position, réécrivons le système sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= (1+\delta_7)u + \zeta \end{cases} \tag{5.51}$$

où

$$\begin{cases} x = [x_1, x_2, x_3]^T, \;\; x_1 = e_4, \;\; x_2 = \dot{e}_4, \;\; x_3 = \ddot{e}_4 \\ \\ \zeta = \mu_3(e) + \mu(C_r) + \delta_7\mu_2(e) \end{cases} \tag{5.52}$$

La loi de commande $u = u(x,t)$ peut être formulée comme suit :

$$u(x,t) = u_{ideal}(x) + u_{ism}(x,t) \tag{5.53}$$

où u_{ideal} est le commande idéale qui permet de stabiliser la partie nominale du système (5.52) en temps fini et u_{ism} représente la commande discontinue permettant de rejeter l'ensemble des incertitudes dès l'instant initial, c'est-à-dire CMGI.

Hypothèse 1 *Les incertitudes sont bornées de la manière suivante :*

$$|\zeta| \leq \rho \quad and \quad |\delta_7| \leq 1 - \gamma$$

où ρ est une constante positive et γ est une constante positive plus petite que 1.

5.3.2 Commande idéale

Le système (5.52), sans perturbation, est représenté par :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= x_3 \\ \dot{x}_3 &= u_{ideal} \end{cases} \tag{5.54}$$

Cela permet de définir une loi de contrôle u_{ideal} stabilisant x vers zéro en temps fini. En prenant $k_1, k_2, k_3 > 0$ tel que le polynôme $p^3 + k_3p^2 + k_2p + k_1$ soit de Hurwitz, il existe $\epsilon \in (0,1)$ tel

que, pour chaque $\nu \in (1-\epsilon, 1)$, l'origine est un équilibre globalement stable en temps fini pour le système (5.54) avec le retour d'état suivant :

$$u_{ideal}(x) = -k_1 \text{sign}\,(x_1)\,|x_1|^{\nu_1} - k_2 \text{sign}\,(x_2)\,|x_2|^{\nu_2} - k_3 \text{sign}\,(x_3)\,|x_3|^{\nu_3} \tag{5.55}$$

où ν_3, ν_2, ν_1 satisfont :

$$\begin{cases} \nu_3 & = & \nu \\ \nu_{j-1} & = & \frac{\nu_j \nu_{j+1}}{2\nu_{j+1} - \nu_j},\ j = \{2, 3\} \end{cases} \tag{5.56}$$

avec $\nu_4 = 1$. La preuve peut être trouvée dans [Bhat 05].

Remarque 6 *La loi de commande (5.3.2) n'est pas robuste vis-à-vis d'incertitudes paramétriques ou de perturbations extérieures. Donc, une autre composante u_{ism} est ajoutée au premier contrôleur u_{ideal} afin de garantir les performances désirées malgré les perturbations.*

5.3.3 Commande discontinue

On définit une surface de glissement $s \in \mathbb{R}$ comme suit $s = s_0 + s_1$ où s_0 et s_1 sont des variables auxiliaires. Le premier terme s_0 est une combinaison linéaire de x et est déterminé telle que $\frac{\partial s_0}{\partial x}\,[0, 0, 1]^T \neq 0$. Il est alors choisi $s_0 = x_3$.

La partie additionnelle s_1 introduit un terme intégral et fournit un degré de liberté supplémentaire dans l'élaboration d'une surface de glissement classique. La principale idée d'une CMGI est d'éliminer la phase d'approche en forçant le mode glissant dès l'instant initial. La CMGI permet également ici de robustifier la commande homogène u_{ideal}. La combinaison des deux approches conduit alors à un nouveau type de commande par modes glissants d'ordre trois.

Pour obtenir la stabilisation du système (5.52), le contrôle équivalent (noté u_{eq}), requis pour maintenir le régime glissant sur $s_0 = 0$ devra satisfaire :

$$u_{eq} = (1 + \delta_2)^{-1}\,\{u_{ideal} - \zeta\} \tag{5.57}$$

En outre, pendant le mode glissant, le long des trajectoires du système, on doit avoir :

$$\dot{s} = \dot{s}_0 + \dot{s}_1 = (1 + \delta_2)\,u + \zeta + \dot{s}_1 = 0 \tag{5.58}$$

Les conditions (5.57) et (5.58) sont vérifiées si $\dot{s}_1 = -u_{ideal}$, où, à l'instant initial t_0, $s_1(t_0)$ est déterminé par $s(t_0) = 0$. Ce qui veut dire $s_1(t_0) = -x_3(t_0)$. En conséquence, le mode glissant se produit depuis l'instant initial t_0 et la phase transitoire précédant habituellement le régime glissant est éliminée.

La commande de retour bornée u_{ism} dans (5.53) est défini pour forcer le mode glissant le long de la surface $s = 0$ et est de la forme suivante :

$$u_{ism} = -G \text{sign}\,(s_0 + s_1) \tag{5.59}$$

où le gain de commutation satisfait

$$G > \frac{(1-\gamma)|u_{ideal}| + \rho}{\gamma}. \tag{5.60}$$

Proposition 1 *La commande (5.59) utilisant le gain (5.60) garantit que le mode glissant est maintenu* $\forall t \in [t_0, \infty[$. *Les dynamiques de la boucle fermée en mode glissant sont données par (5.54).*

Preuve. Choisissons la fonction de Lyapunov suivante : $V = \frac{1}{2}s^2$

Avec le choix du gain (5.60), la dérivée temporelle de la fonction de Lyapunov est donnée par :

$$\dot{V} = s\left((1+\delta_2)u + \zeta + \dot{s}_1\right) = s\left(u_{ism} + \delta_2\left(u_{ism} + u_{ideal}\right) + \zeta\right) \tag{5.61}$$

Selon les hypothèses sur les bornes des relations

$$\begin{aligned}\dot{V} &\leq -G|s| + (1-\gamma)\left(G + |u_{ideal}|\right)|s| + \rho|s| \\ &\leq \left(-\gamma G + (1-\gamma)|u_{ideal}| + \rho\right)|s| \\ &\leq 0\end{aligned}$$

Donc, $s = 0$ est attractive. Puisque $s(t_0) = 0$, la trajectoire évolue sur la surface $s = 0$ à partir de $t = t_0$ et y reste malgré les perturbations. En mode glissant, le contrôle équivalent (obtenu en écrivant $\dot{s} = 0$) est (5.57). Cela signifie que la commande CMGI (5.59) compense complètement les effets des incertitudes dès le début du fonctionnement et que les dynamiques de la boucle fermée suivent celles du système (5.54) avec le contrôle nominal. ■

Ainsi, on obtient une stabilisation robuste et en temps fini de e_4.

Simulations

Les résultats, Figures 5.38-5.43, sont très corrects, aussi bien sans qu'avec l'application d'un couple de perturbation C_r. La vitesse et l'accélération sont ici considérées connues. Les simulations montrent aussi une baisse de la réticence et une diminution de la consommation énergétique (et des pertes Joules) par rapport à l'utilisation d'une commande par modes glissants d'ordre 2.

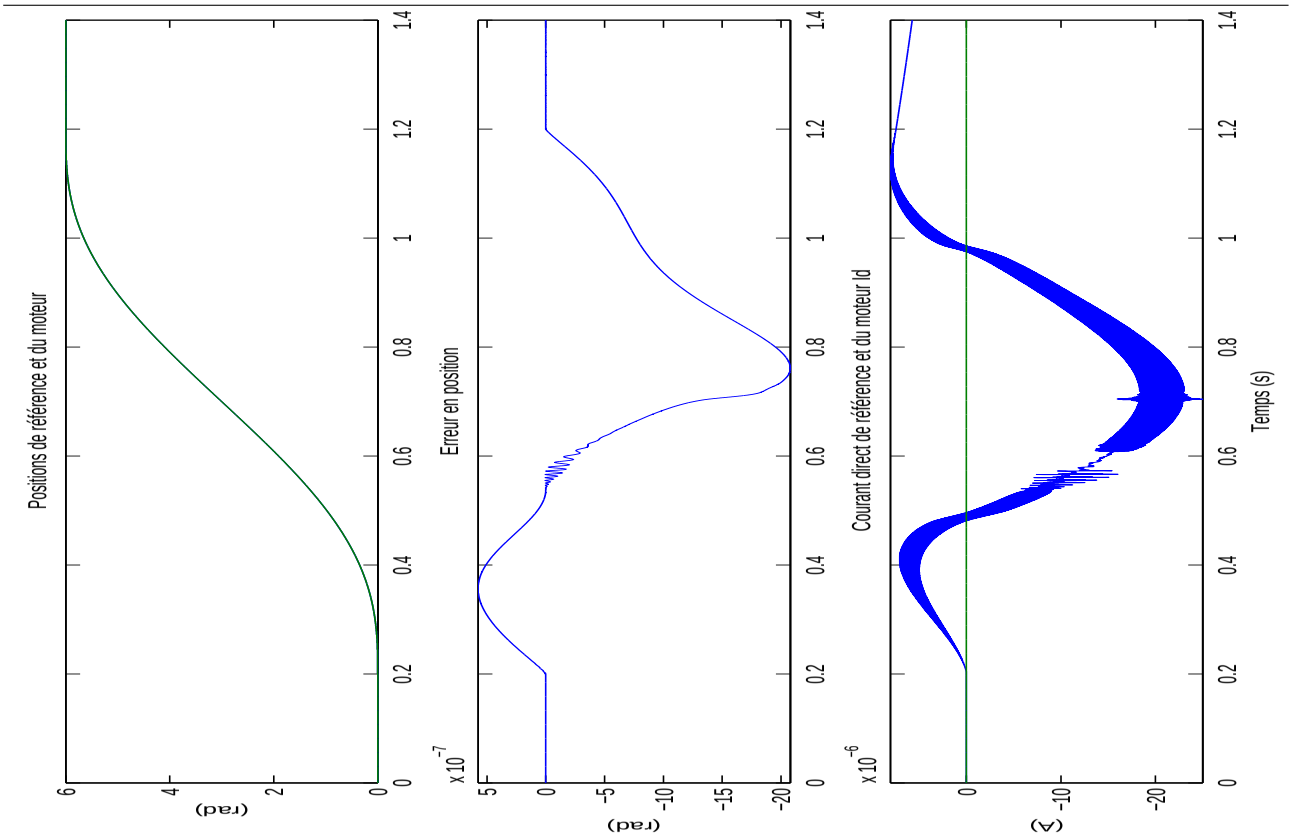

FIG. 5.38 – CMGI - θ et I_d - $C_r = 0Nm$ - Simulations

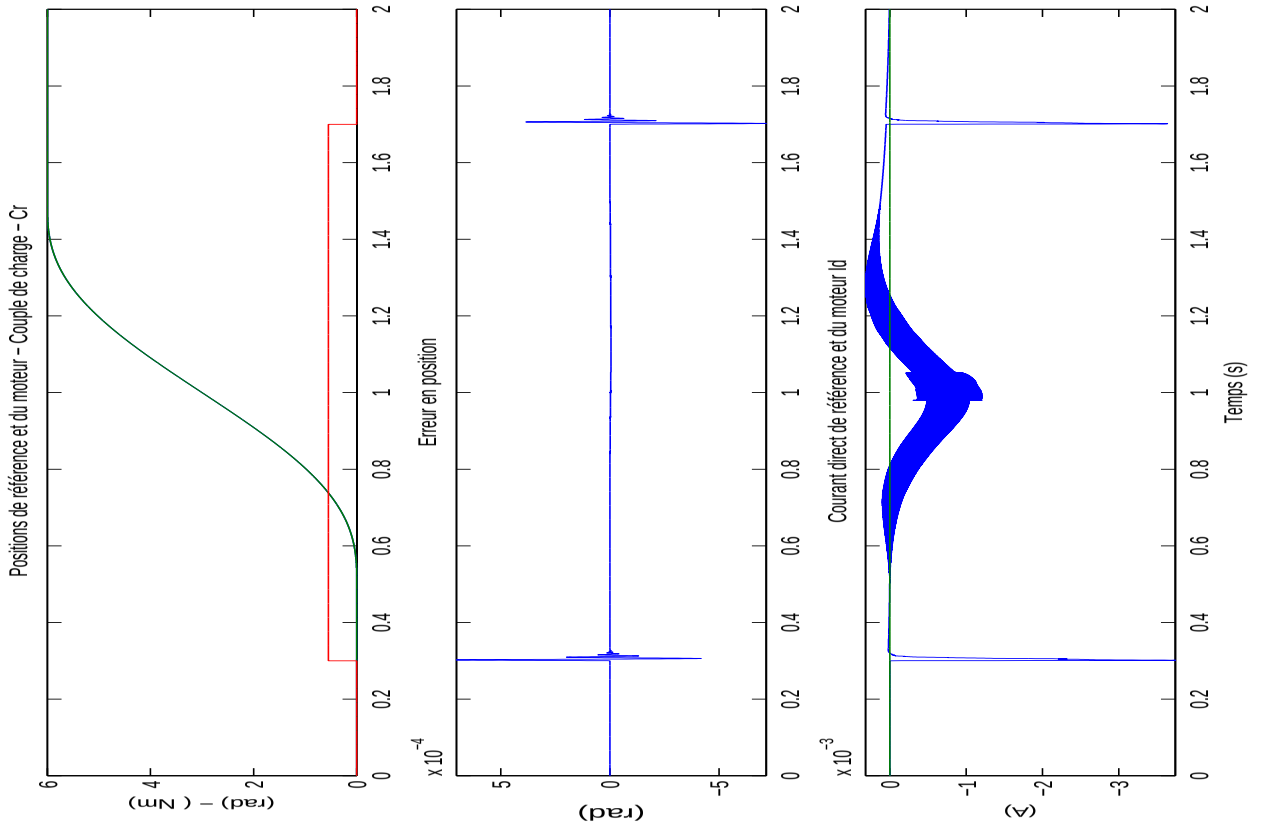

FIG. 5.39 – CMGI - θ et I_d - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

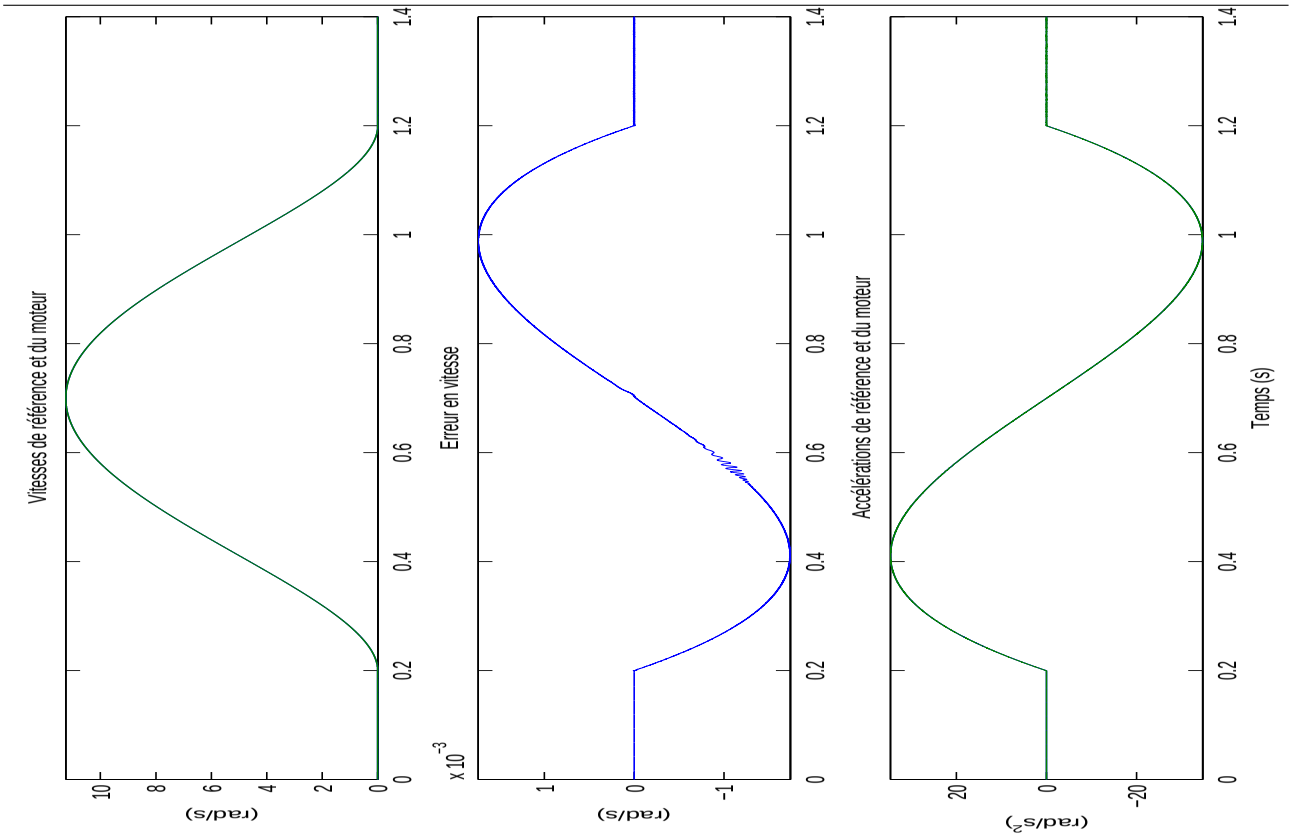

FIG. 5.40 – CMGI - Ω et Acc - $C_r = 0Nm$ - Simulations

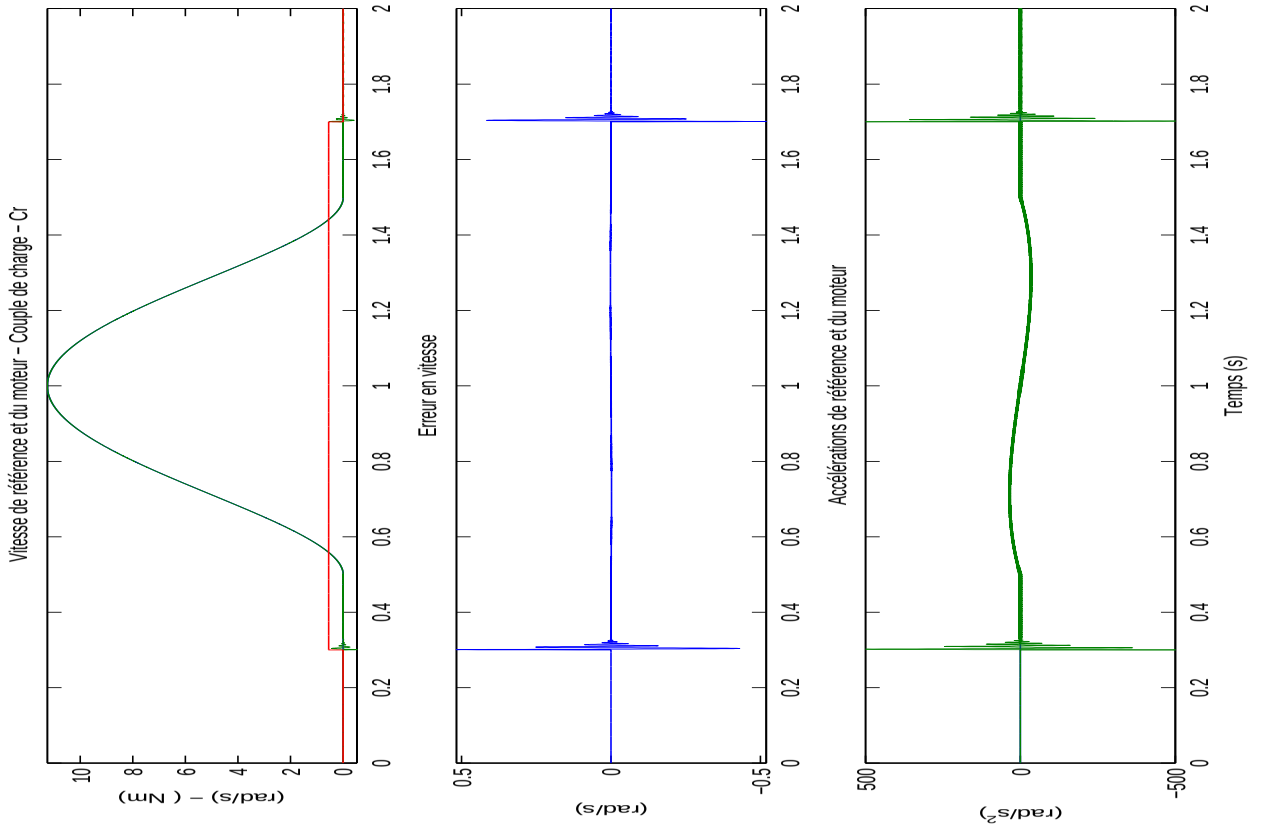

FIG. 5.41 – CMGI - Ω et Acc - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

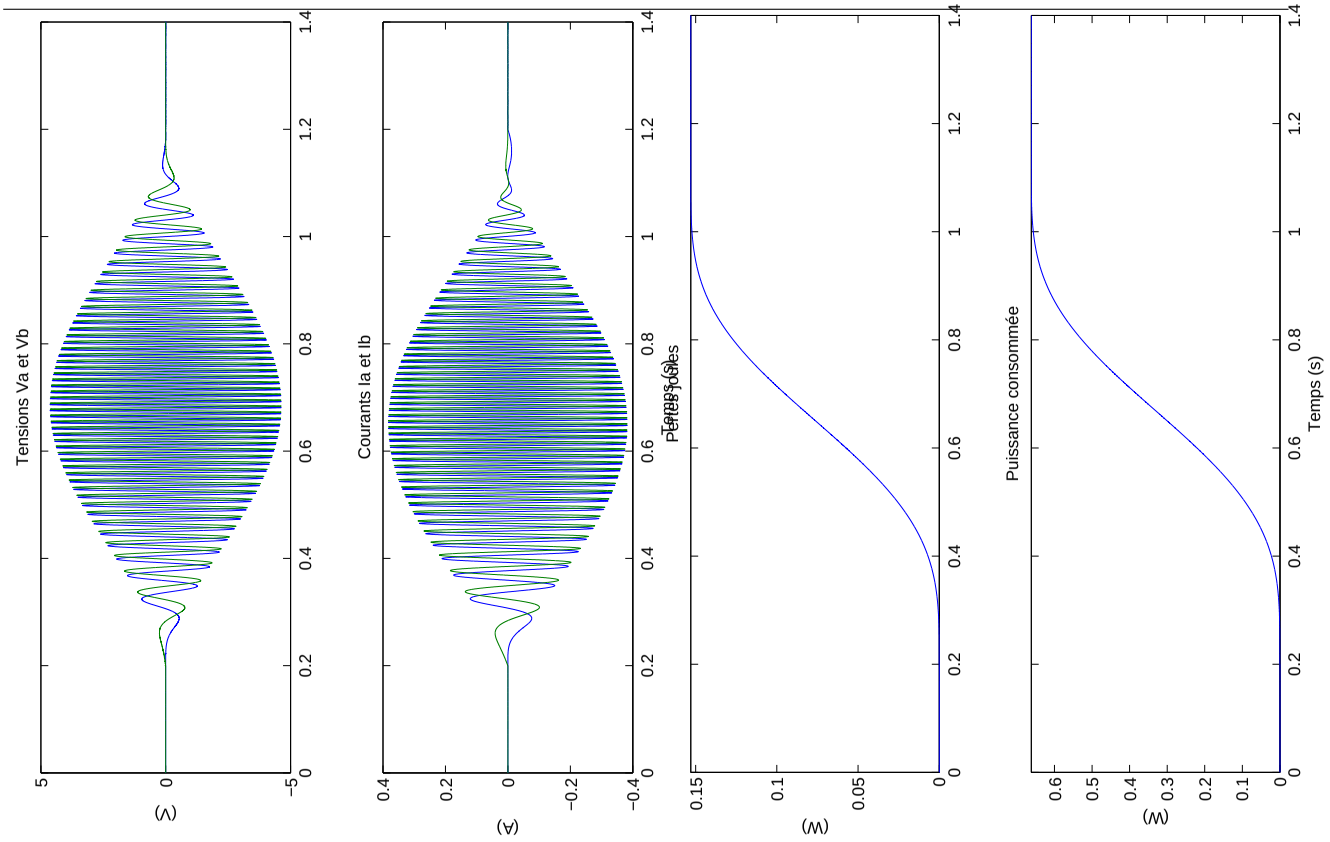

FIG. 5.42 – CMGI - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0Nm$

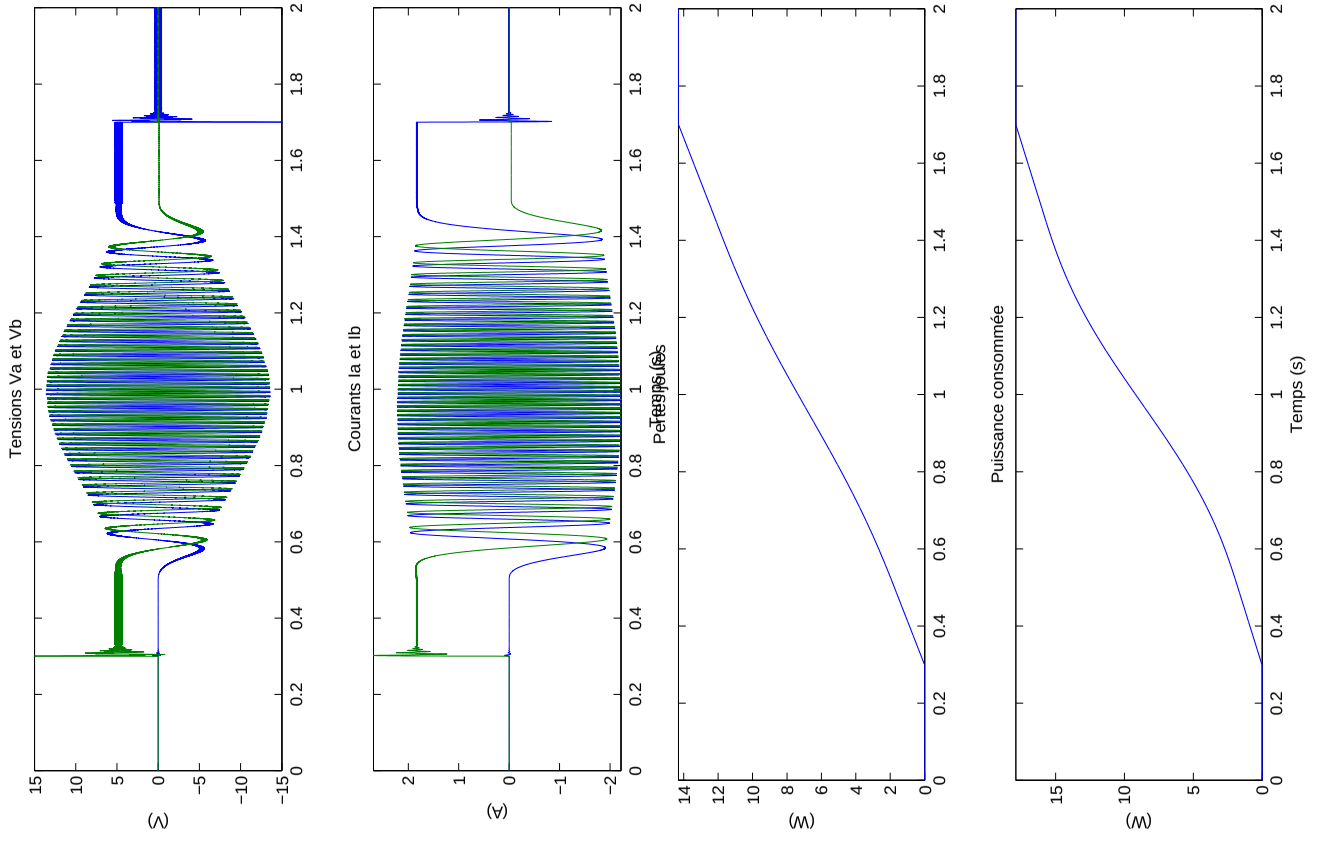

FIG. 5.43 – CMGI - $U\ I\ W\ P_j$- Simu - $C_r = 0.55Nm$

Expérimentations

Sur la Figure 5.44, on peut s'apercevoir que la poursuite de trajectoire de référence en position présente des résultats avec une erreur, aussi bien en régime dynamique que permanent, de l'ordre de 5.10^{-3}. Cependant, cela ne correspond pas à l'erreur attendue et les résultats sont moins bons que ceux de la loi de commande par modes glissants d'ordre 2.

Les expérimentations ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{1}{2}, v_2 = \frac{3}{5}, v_3 = \frac{3}{4}, \\ \\ k_1 = 20, k_2 = 3, k_3 = 0.001, G = 2 \end{cases}$$

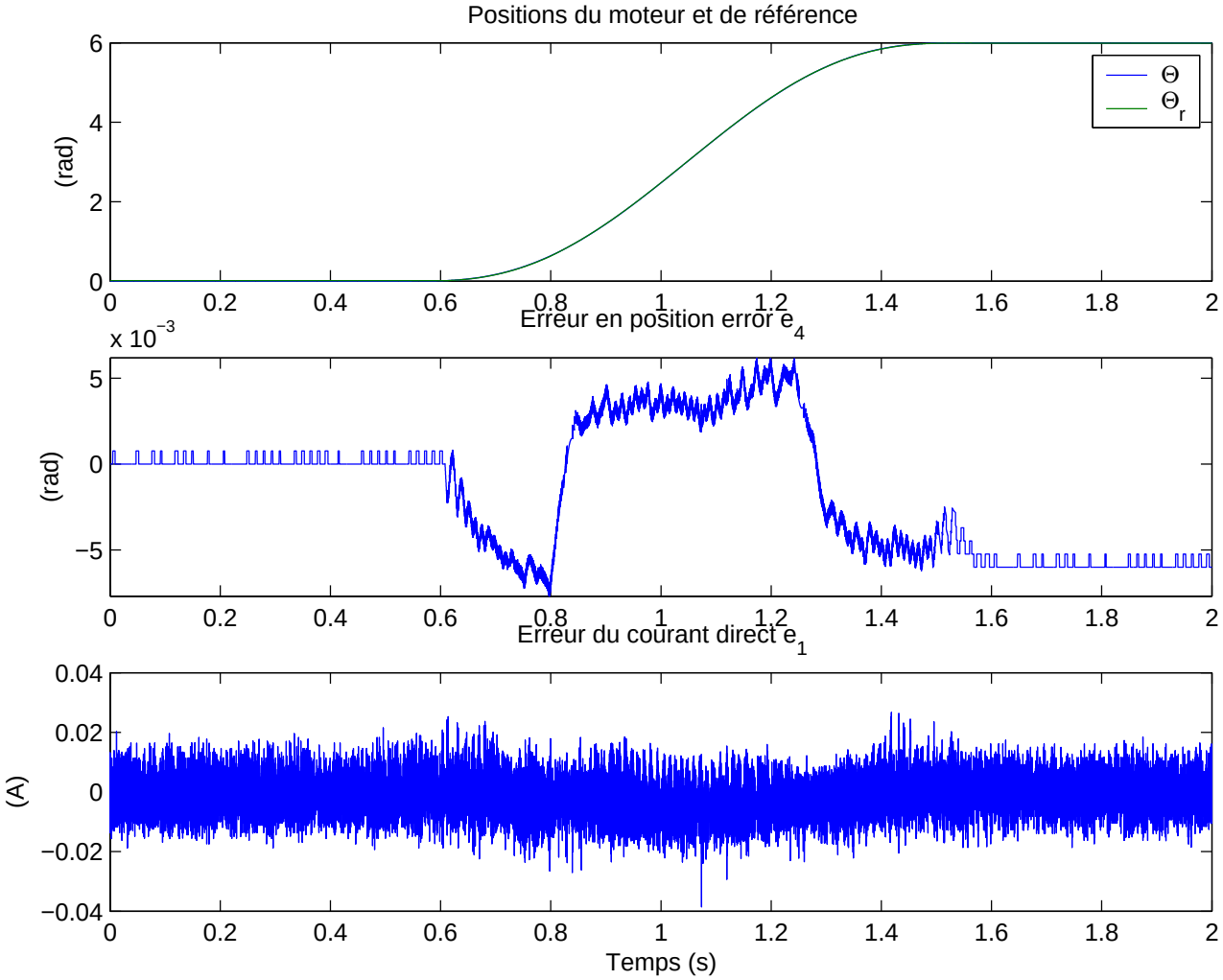

FIG. 5.44 – MG 3 - CMGI - $C_r = 0Nm$ - Position - Expérimentations

En fait, la réponse est donnée par les Figures 5.45 et 5.46. En effet, les variables pour la surface de glissement sont e_4 (position), $\dot{e}_4 = e_3$ (vitesse) et $\ddot{e}_4 = \dot{e}_3$ (accélération).

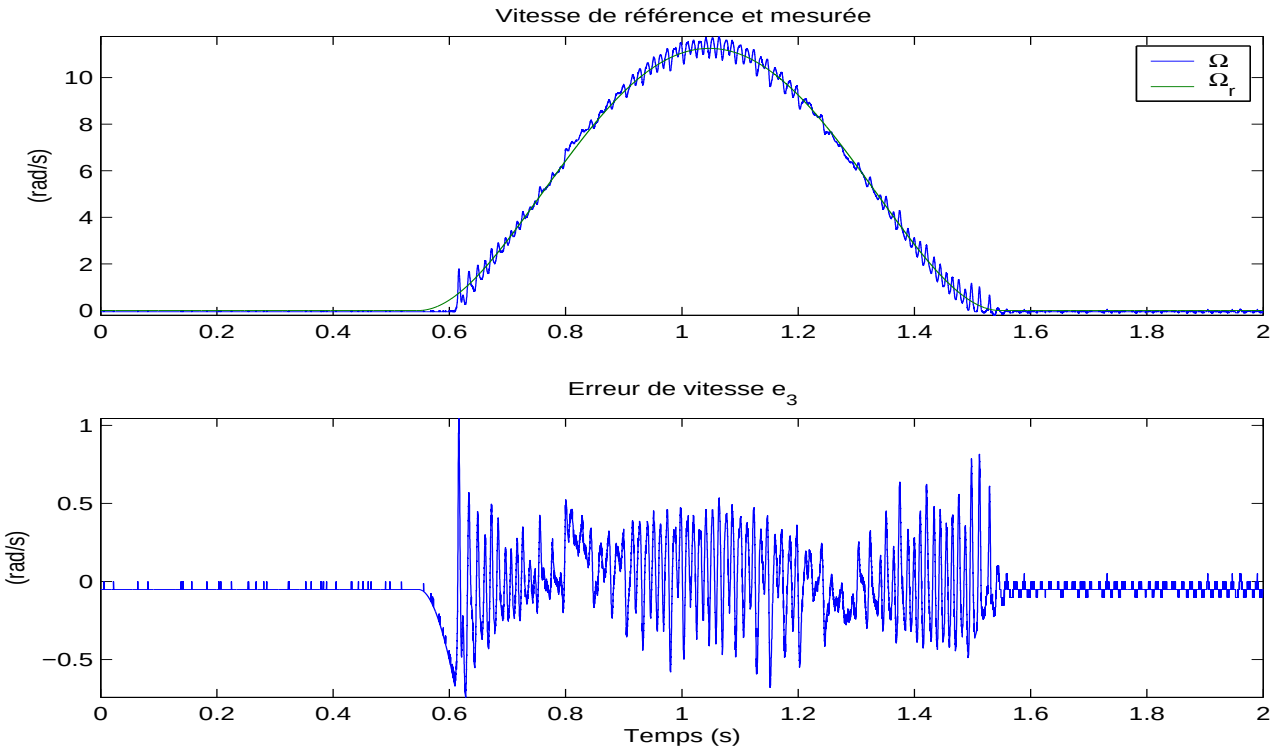

FIG. 5.45 – MG 3 - CMGI - $C_r = 0Nm$ - Vitesse - Expérimentations

La position et la vitesse sont mesurées grâce aux capteurs du banc, or la mesure de la vitesse, Ω_t, fournit par la génératrice tachymétrique, est bruitée. L'accélération n'étant pas mesurée, elle est utilisée dans la loi de commande par l'approximation suivante :

$$\frac{d\Omega_e}{dt} = \frac{K}{J} i_q - \frac{f_v}{J}\Omega$$

Toutefois, on a vu que en réalité il existe un faible couple résistant C_r et en fait

$$\frac{d\Omega_e}{dt} = \frac{K}{J} i_q - \frac{f_v}{J}\Omega - C_r$$

Or, le couple de charge C_r n'est pas connu, et donc, l'accélération n'est pas connu correctement. Il n'est donc pas possible de faire d'expérimentation avec un couple de perturbation C_r, car les résultats en seraient d'autant plus faussés.

Comme précédemment, la surface choisie ne peut être utilisée telle quelle. On peut voir nettement, Figure 5.46, que l'erreur en accélération est très grande, et cela corrobore le fait que l'on ne peut utiliser cette variable dans le choix de la surface.

Cependant, cette surface pourrait être utilisée si on avait une bonne connaissance de la vitesse et de l'accélération et cela avec ou sans couple de perturbation C_r. Cela peut être envisagé en ayant recours à des observateurs dans la partie suivante.

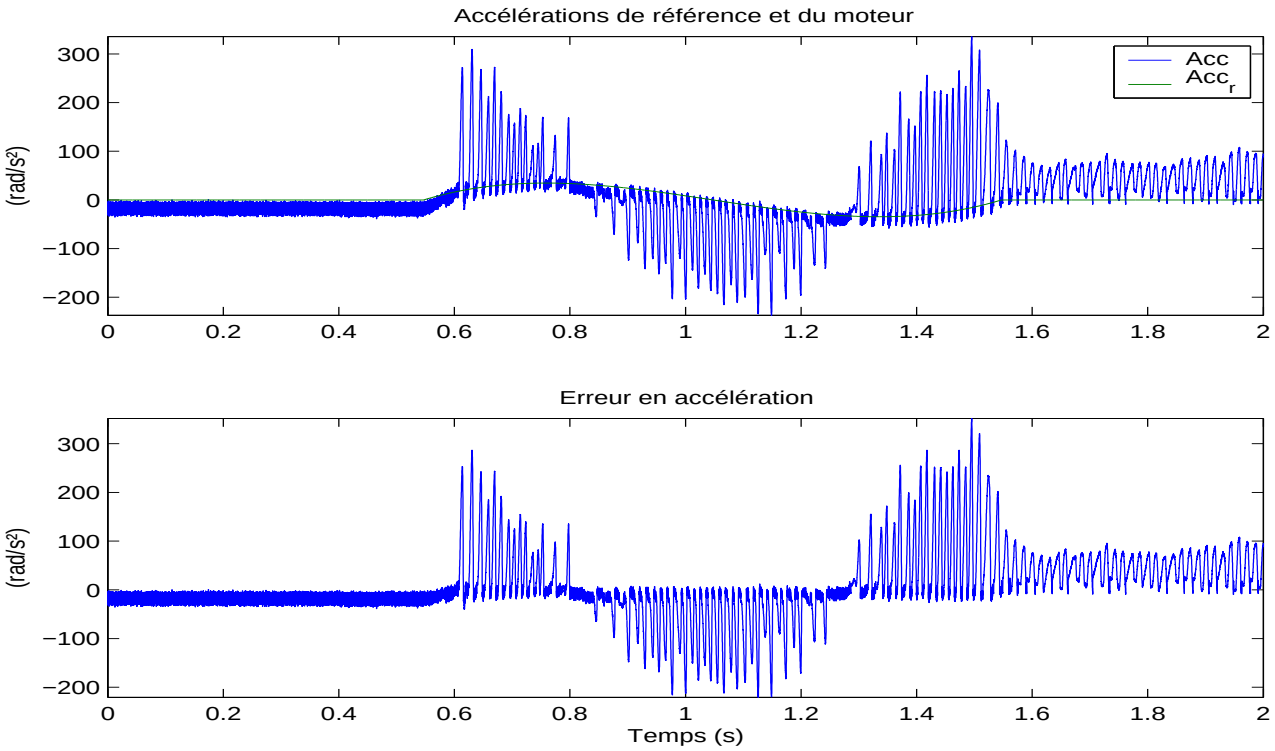

FIG. 5.46 – MG 3 - CMGI - $C_r = 0Nm$ - Accélération - Expérimentations

5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, différentes lois de commande par modes glissants, d'ordre un, deux et trois, ont été développées dans le but de la poursuite de trajectoires en position pour le moteur pas-à-pas.

Les expérimentations réalisées sur le banc d'essai développé au LAGIS, ont montré que les lois de commande par modes glissants d'ordre un et deux donnaient des résultats satisfaisants en poursuite de trajectoire de position et de courant.

La commande d'ordre deux permet cependant d'obtenir des performances plus intéressantes : une meilleure précision de convergence (dans les limites technologiques des capteurs) ainsi que des réponses moins chahutées par le caractère discontinu de la commande. L'amélioration la plus significative réside dans le fait que seul le deuxième ordre est apparu être insensible à un couple de charge conséquent (constant ou dépendant du temps) et à des variations paramétriques, même lorsque ces perturbations affectaient la partie non actionnée des dynamiques du moteur.

Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

		Modes glissants		
		MG1	MG2	MG3
		θ et i_d		ISM
Nombre de paramètres		4	5	9
Nombre de commandes		2	2	2
Robustesse	Incertitude	+	++	+/-
	$C_r = 0Nm$	+	++	+/-
	$C_r \neq 0Nm$	/	++	/
Sans C_r	E_d (en%)	0.17	0.083	0.083
	E_s	0.0007	0.0007	0.005
	W_{P_j}	1.05	0.2	0.16
	W	1.35	0.6	0.55
Avec C_r	E_d (en%)	/	0.33	/
	E_s		0.0007	
	W_{P_j}		16.8	
	W		21	
Réglage		+	+	+
Mise en oeuvre		+/−	+	+/−
Inconvénients		choix de S		choix de S
		/		
Avantages		Robustesse Précision		

De plus, la commande d'ordre trois semble très prometteuse en simulation sur plusieurs aspects : précision, convergence, robustesse et réticence. Cependant, il faut envisager un stratagème pour obtenir une connaissance correcte et fiable de la vitesse et de l'accélération. Ceci peut être résolu en utilisant des observateurs pour la vitesse (afin de ne pas utiliser une mesure bruitée) et l'accélération (non mesurée) : c'est donc l'objet de la suite de l'étude.

Le chapitre suivant va nous permettre de tester ces deux lois (modes glissants d'ordre 2 et 3) et de valider leurs performances.

Chapitre 6

Commandes par retour d'état basé sur un observateur

Motivé par le fait que la mesure de la position effectuée par un codeur optique est bien plus fiable que la mesure bruitée de la vitesse fournie par une génératrice tachymétrique, il s'avère judicieux de n'utiliser que la mesure de position. De plus, cela permet de faire l'économie d'un capteur. Or, les lois de commande nécessitent l'information de la vitesse Ω et même parfois, de l'accélération. Alors, afin de n'utiliser que les mesures des courants et de la position, il est choisi d'implanter différents observateurs de vitesse, à base de modes glissants.

Dans un premier temps, ces observateurs sont implantés et simulés avec une loi de commande par modes glissants d'ordre 2 en conservant les mêmes réglages des paramètres de cette commande qui a fait ses preuves dans le chapitre précédent.

Dans un deuxième temps, pour des raisons de facilité de réglage et de temps de calcul, un seul est utilisé en expérimentation avec la commande par modes glissants d'ordre 2.

Dans un troisième temps, on utilise cet observateur avec la loi de commande par modes glissants d'ordre 3. Alors, on montrera, expérimentalement, les qualités de cette nouvelle commande et on pourra faire des comparaisons avec les précédentes commandes.

6.1 Observateur basé sur un algorithme du Twisting (Obs n°1)

Ici, il n'est considéré que la partie mécanique du système (1.5). Donc, un observateur de vitesse à base de modes glissants du second ordre, basé sur un algorithme de twisting, est élaboré de la façon suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\Omega}}{dt} = \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\hat{\Omega}) - \chi \\ \frac{d\hat{\theta}}{dt} = \hat{\Omega} \end{cases} \tag{6.1}$$

où χ est le terme discontinu. L'erreur d'observation est définie par $\varepsilon_\theta = \theta - \hat{\theta}$ et $\varepsilon_\Omega = \Omega - \hat{\Omega}$ dont les dynamiques sont données par :

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_\theta &= \tfrac{d\theta}{dt} - \tfrac{d\hat{\theta}}{dt} = \Omega - \hat{\Omega} = \varepsilon_\Omega \\ \ddot{\varepsilon}_\theta &= \dot{\varepsilon}_\Omega = -\tfrac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega + \chi - \tfrac{1}{J}C_r \end{aligned} \tag{6.2}$$

En considérant $\varepsilon_\theta = 0$ comme surface de glissement, on peut reconnaître une forme similaire à (2.28), et il est donc possible d'utiliser un algorithme de twisting réel [Floquet 03].

$$\chi = \begin{cases} -\rho\varepsilon_\theta - \acute{\lambda}_M \text{sign}(\varepsilon_\theta) \text{ si } \varepsilon_\theta \Delta\varepsilon_\theta > 0 \\ -\rho\varepsilon_\theta - \acute{\lambda}_m \text{sign}(\varepsilon_\theta) \text{ si } \varepsilon_\theta \Delta\varepsilon_\theta \leq 0 \end{cases} \tag{6.3}$$

avec

$$\acute{\lambda}_m > \left|\frac{1}{J}C_r\right|_{\max} \quad \text{et} \quad \acute{\lambda}_M > \acute{\lambda}_m + 2\left|\frac{1}{J}C_r\right|_{\max} \tag{6.4}$$

où ρ est un scalaire positif.

Il est alors possible de montrer que les trajectoires évoluent, en un temps fini, sur la surface de glissement du second ordre $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\Omega = 0$. Donc, $\hat{\Omega}$ converge en temps fini vers Ω. Ce type d'observateur est intéressant pour deux raisons. Il procure en temps fini une estimation de la vitesse du moteur quelle que soit la loi de commande. De plus, il nous permet d'obtenir une estimation du couple de charge de perturbation $\hat{C}_r$. En effet, selon la méthode du vecteur équivalent, lorsque le glissement est atteint, $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\Omega = 0$, on peut obtenir les dynamiques équivalentes suivantes (en écrivant $\ddot{\varepsilon}_\theta = 0$) :

$$\chi_{\text{eq}} - \frac{1}{J}C_r = 0 \tag{6.5}$$

où χ_{eq} est l'information équivalente injectée et représente la valeur moyenne de la fonction "signe" du mode glissant. Elle peut être obtenue par l'utilisation d'un filtre passe-bas [Utkin 81] ou par une approximation continue de la fonction "signe" [Edwards 98]. Donc, il est possible d'obtenir une estimation du couple de charge :

$$\hat{C}_r = J\chi_{\text{eq}} \approx C_r. \tag{6.6}$$

Les résultats sont donnés par la Figure 6.1 sans couple de charge ($C_r = 0Nm$). Les résultats des simulations sont excellents aussi bien pour le suivi de trajectoire en position que pour l'observateur de vitesse. Lors de l'application d'un couple de charge, c'est à dire, $C_r = 0.55Nm$, les résultats, Figure 6.2, restent très bons aussi bien pour le suivi de trajectoire en position que pour l'observateur de vitesse. Il faut noter une légère pointe de l'erreur en position comme celle de l'erreur de l'observateur de vitesse lors de l'application brutale du couple de charge et de la suppression de celui-ci.

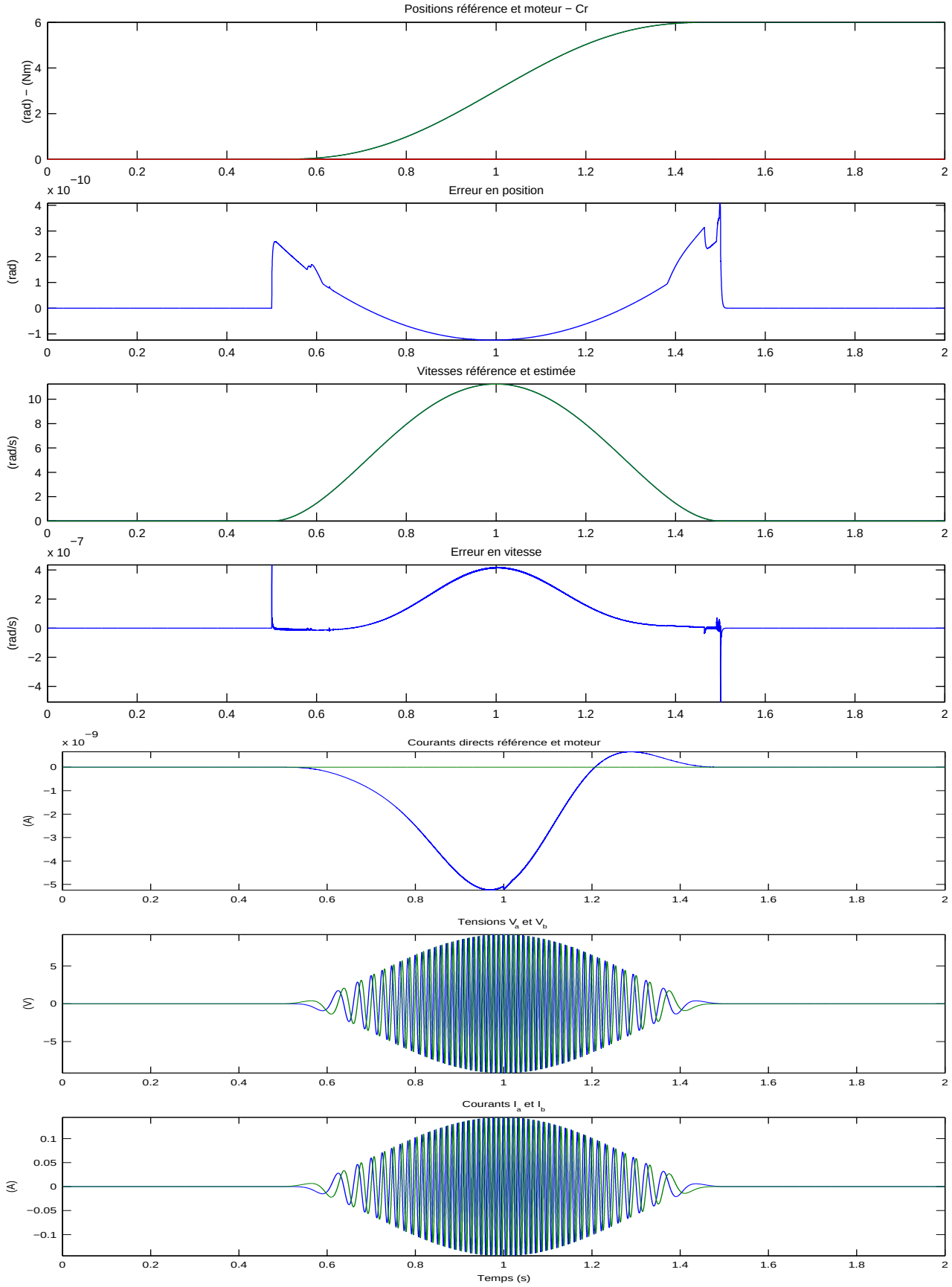

FIG. 6.1 – Obs n°1 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation

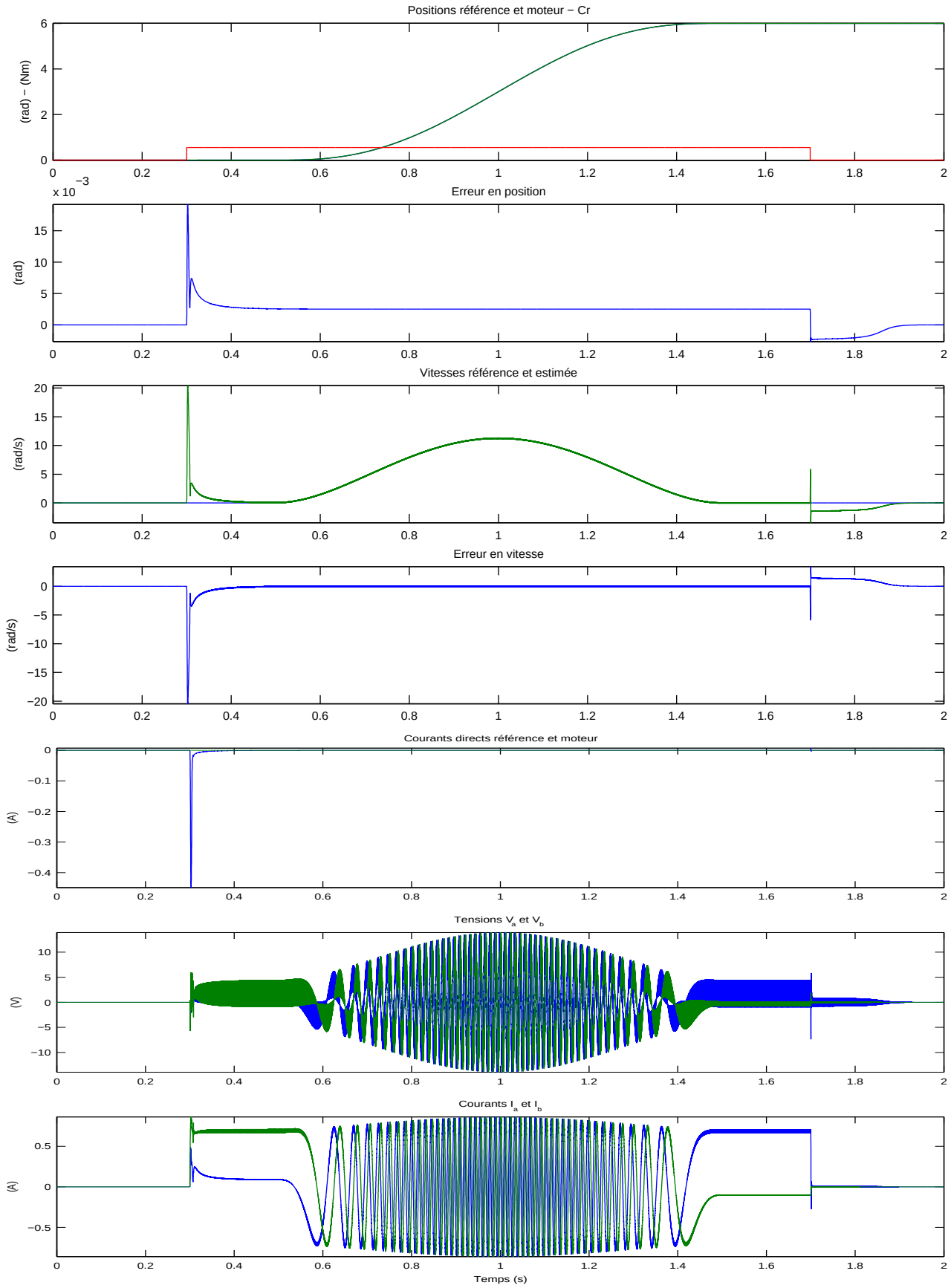

FIG. 6.2 – Obs n°1 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation

6.2 Observateur étape par étape par modes glissants d'ordre 1 (Obs n°2)

L'observateur de vitesse par modes glissants du second ordre, en utilisant aussi la partie mécanique du système, est défini par :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{\Omega}}{dt} = \frac{K}{J} i_q - \frac{f_v}{J}\hat{\Omega} + \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{\Omega} - \hat{\Omega}) \\ \\ \frac{d\hat{\theta}}{dt} = \hat{\Omega} + \lambda_1 \text{sign}(\theta - \hat{\theta}) \end{cases} \tag{6.7}$$

avec

$$\begin{cases} \tilde{\Omega} = \hat{\Omega} + \lambda_1 \text{sign}(\theta - \hat{\theta}) \\ \text{sign}_2 = 0 \quad \text{si} \quad \theta = \hat{\theta} \\ \text{sign}_2 = \text{sign} \quad \text{si} \quad \theta \neq \hat{\theta} \\ \lambda_1, \lambda_2 > 0 \end{cases} \tag{6.8}$$

La dynamique des erreurs est donnée par

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon}_\theta = \varepsilon_\Omega - \lambda_1 \text{sign}_{eq}(\varepsilon_\theta) \\ \\ \dot{\varepsilon}_\Omega = \frac{d\Omega}{dt} - \frac{d\hat{\Omega}}{dt} = -\frac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega \end{cases} \tag{6.9}$$

Posons $V_1 = \frac{1}{2}\varepsilon_\theta^2$.

Alors

$$\dot{V}_1 = \varepsilon_\theta(\varepsilon_\Omega - \lambda_1 \text{sign}(\varepsilon_\theta)) \tag{6.10}$$

et

$$\dot{V}_1 < 0 \;\; \text{si} \;\; \lambda_1 > |\varepsilon_\Omega|_{\max} \tag{6.11}$$

ε_θ converge alors en un temps fini t_1 vers zéro et on a la dynamique équivalente :

$$\varepsilon_\Omega = \lambda_1 \text{sign}_{\text{eq}}(\varepsilon_\theta) \tag{6.12}$$

Donc, après t_1 :

$$\tilde{\Omega} = \hat{\Omega} + \varepsilon_\Omega = \Omega \tag{6.13}$$

et

$$\text{sign}_2 = \text{sign} \tag{6.14}$$

$$\dot{\varepsilon}_\Omega = -\frac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega - \lambda_2 \text{sign}_2(\tilde{\Omega} - \hat{\Omega}) - C_r \tag{6.15}$$

Posons alors

$$V_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_\theta^2 + J\varepsilon_\Omega^2) = \frac{1}{2}\varepsilon_\theta^2 + \frac{1}{2}J\varepsilon_\Omega^2 \tag{6.16}$$

Puisque $\varepsilon_\theta = 0$, on a

$$\dot{V}_2 = -f_v\varepsilon_\Omega^2 - \varepsilon_\Omega(\lambda_2 \text{sign}(\varepsilon_\Omega) - C_r) \tag{6.17}$$

et donc

$$\dot{V}_2 < 0 \tag{6.18}$$

si

$$\lambda_2 > |C_r|_{\max} \tag{6.19}$$

Alors ε_Ω converge en temps fini vers zéro et

$$-C_r = \lambda_2 \text{sign}_{eq}(\varepsilon_\Omega) \tag{6.20}$$

Donc, nous pouvons estimer Ω et C_r.

Les résultats sont donnés par la Figure 6.3, sans couple de charge de perturbation, $C_r = 0Nm$. Les résultats sont très bons avec une erreur très petite.

Les résultats des simulations, lors de l'application d'un couple de charge de perturbation, c'est à dire, $C_r = 0.55Nm$, restent très bons eux aussi.

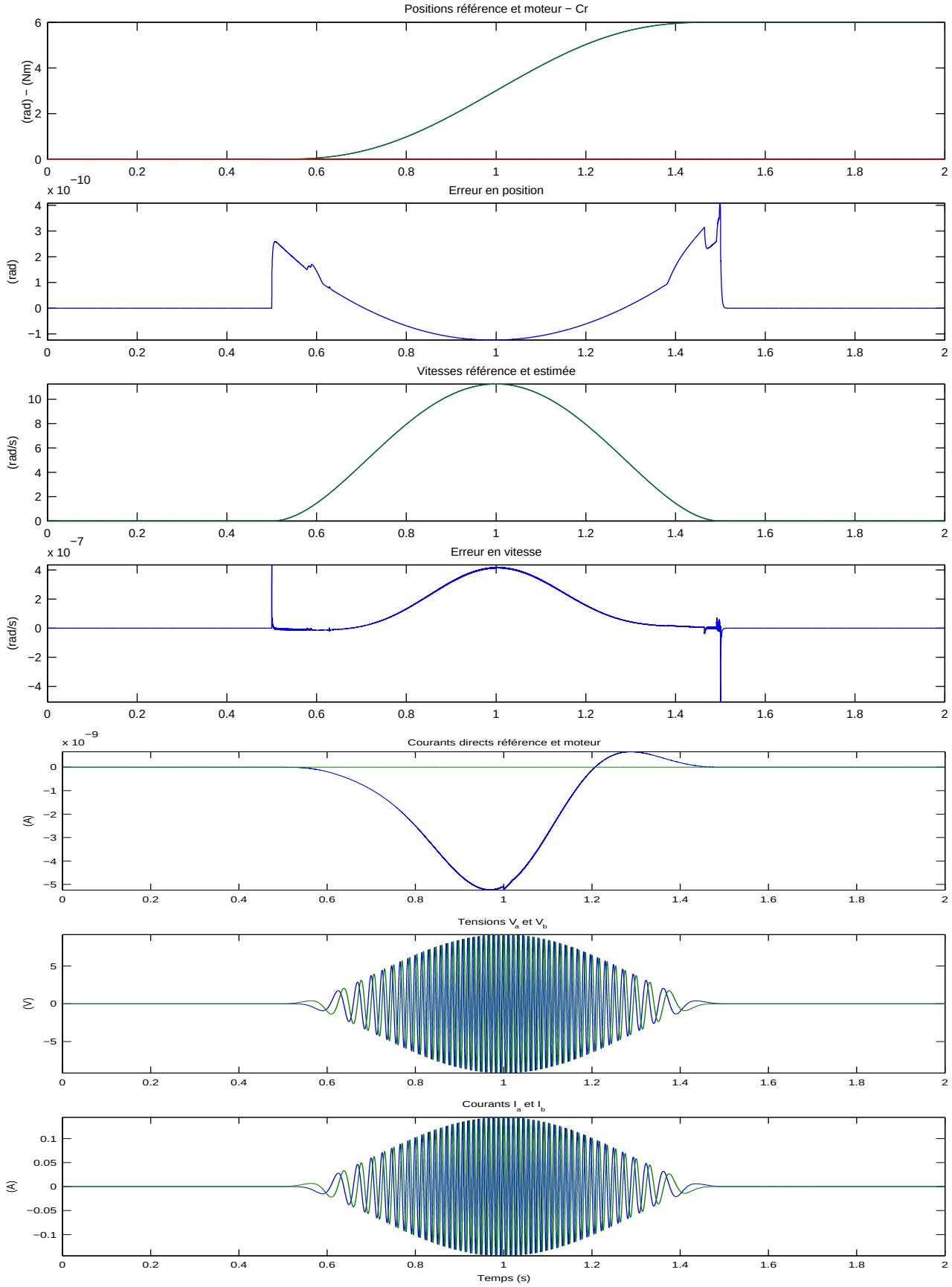

FIG. 6.3 – Obs n°2 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation

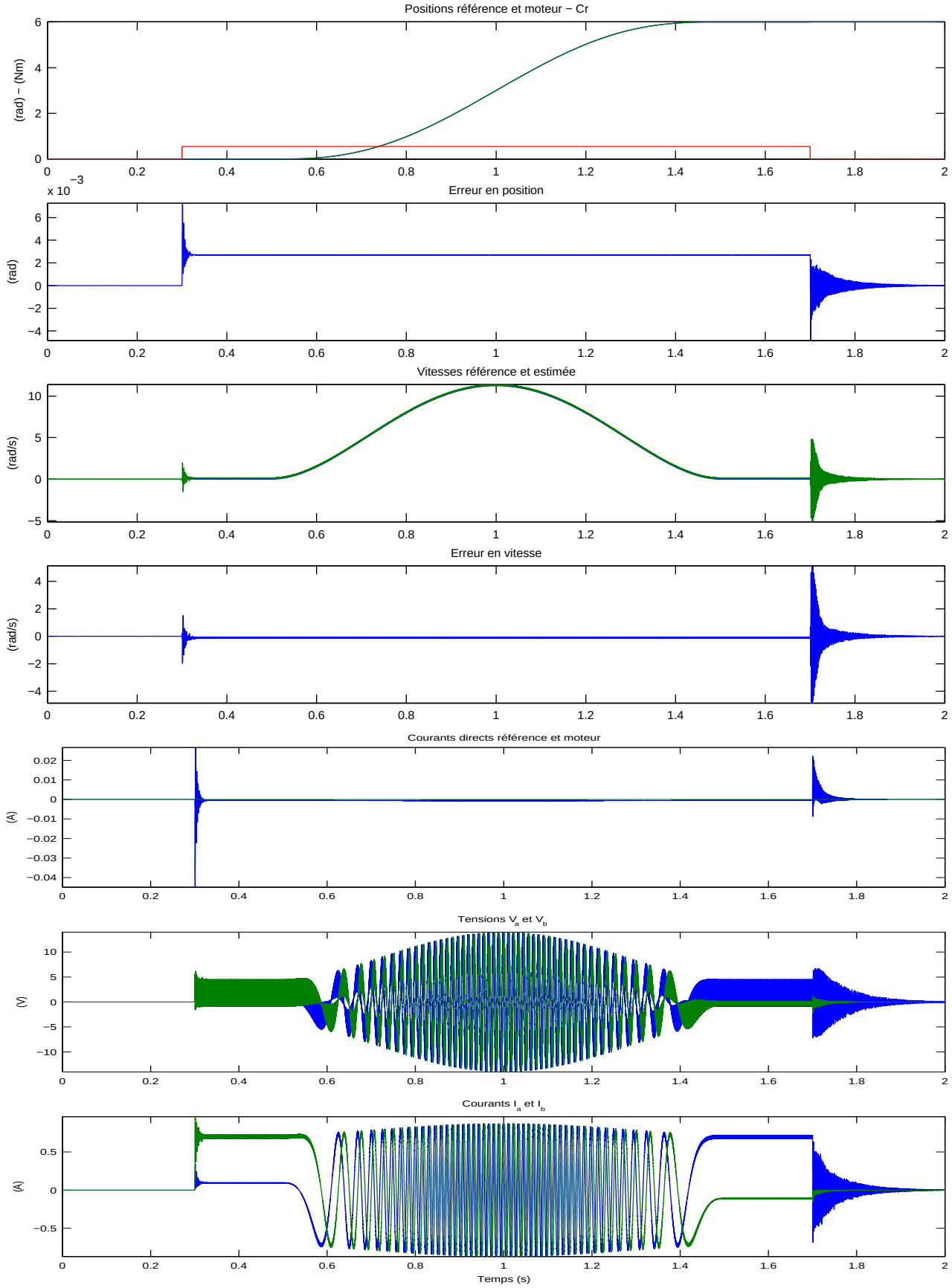

FIG. 6.4 – Obs n°2 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation

6.3 Différentiateur basé sur un algorithme du Super Twisting (Obs n°3)

On décide d'utiliser un autre observateur de vitesse par modes glissants d'ordre 2 [Levant 01].

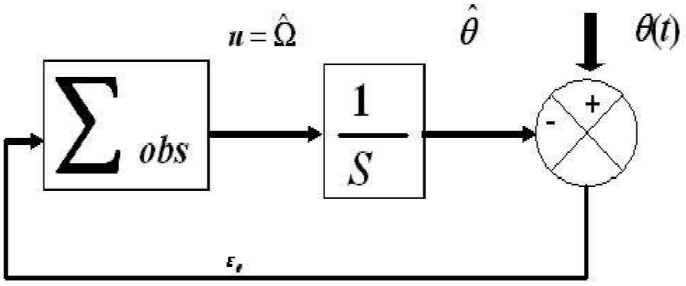

FIG. 6.5 – Structure de l'observateur

L'observateur est défini de la manière suivante :

$$\frac{d\hat{\theta}}{dt} = \sum_{obs} \tag{6.21}$$

avec $\sum_{obs}$, terme continu qui ne nécessite pas l'utilisation de filtre,

$$\sum_{obs} = \begin{cases} u = u_1 + \lambda \left|\varepsilon_\theta\right|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sign}(\varepsilon_\theta) \\ \\ \dot{u}_1 = \alpha \operatorname{sign}(\varepsilon_\theta) \end{cases} \tag{6.22}$$

avec $\lambda, \alpha > 0$.

Les résultats des simulations sont donnés par la Figure 6.6, sans couple de charge de perturbation, $C_r = 0Nm$. Les résultats sont similaires aux observateurs précédents mais avec une erreur beaucoup plus chahutée bien que restant très faible.

Les résultats des simulations, Figure 6.7, lors de l'application d'un couple de charge de perturbation, $C_r = 0.55Nm$, restent très bons eux aussi. Il faut noter, comme précédemment, la présence d'oscillations visibles sur les erreurs.

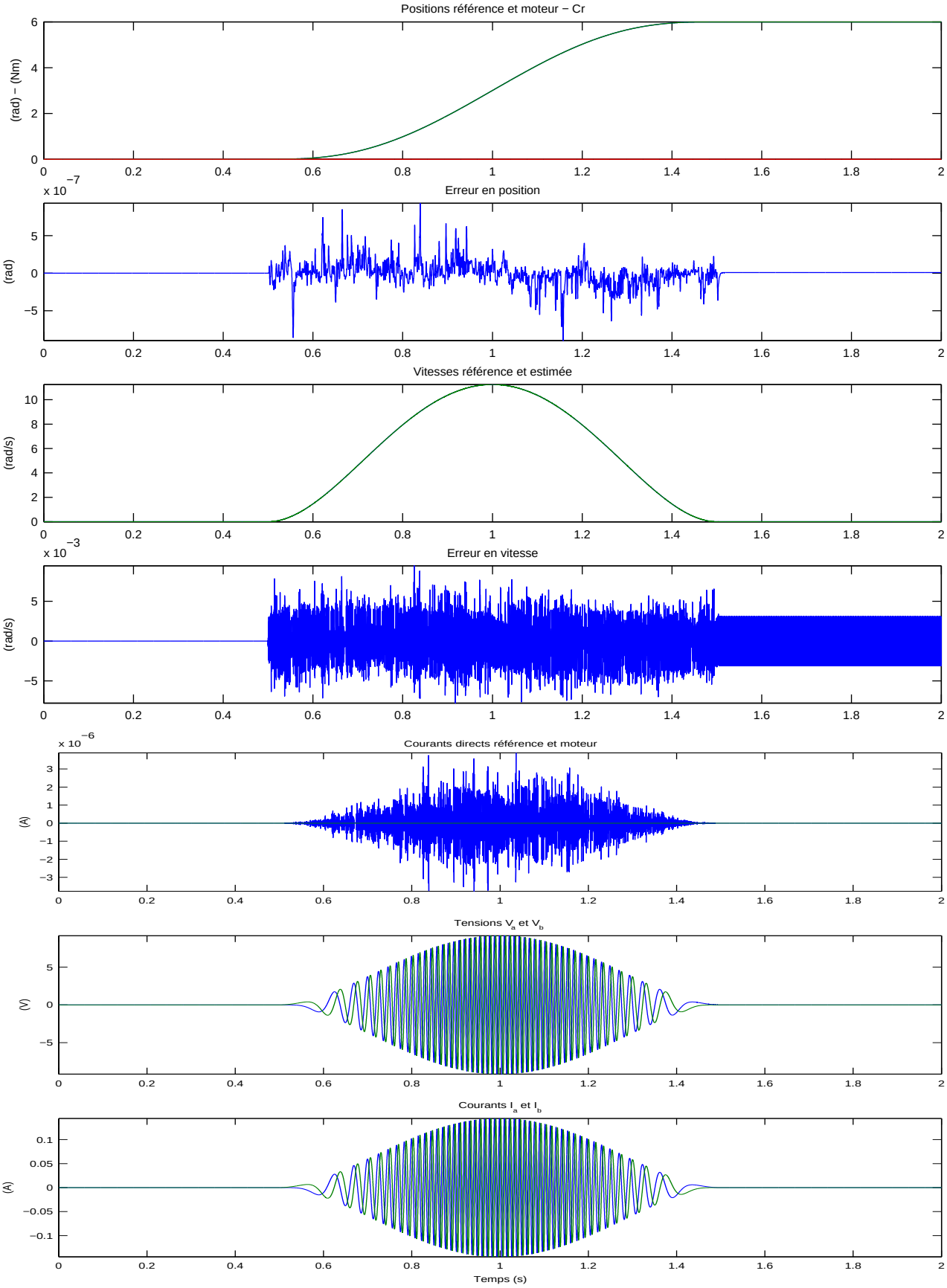

FIG. 6.6 – Obs n°3 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation

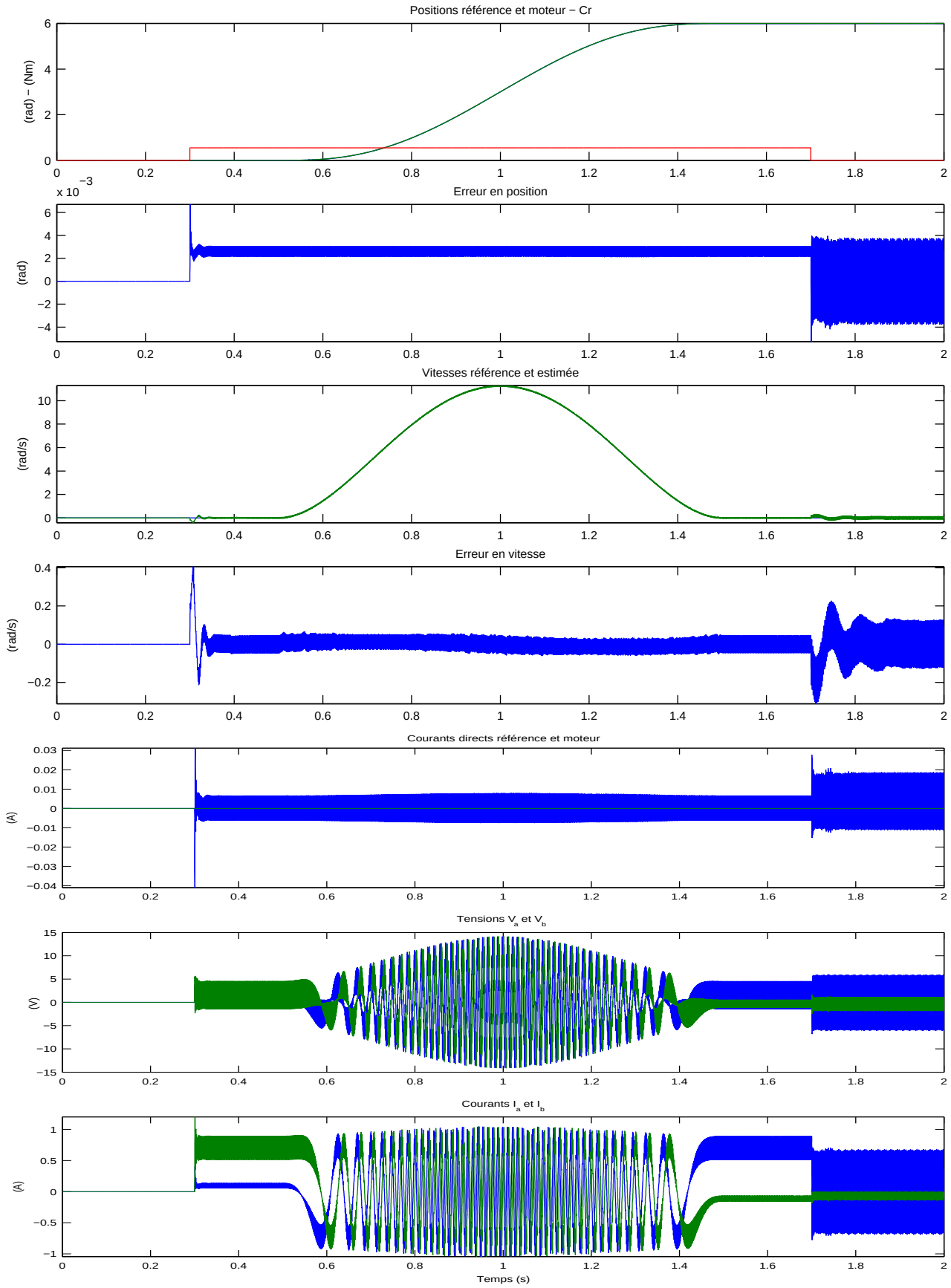

FIG. 6.7 – Obs n°3 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation

6.4 Différentiateur du troisième ordre (Obs n°4)

On utilise ici un observateur de type différentiateur [Garrido 04] défini par :

$$\begin{cases} \dot{u}_0 = u_1 \\ \dot{u}_1 = c.\text{sign}(u_2 + \varepsilon_\theta) \\ \dot{u}_2 = b\,|\varepsilon_\theta|^{\frac{1}{2}}\,\text{sign}(\varepsilon_\theta) - a\,|u_2 + \varepsilon_\theta|^{\frac{1}{2}}\,\text{sign}(u_2 + \varepsilon_\theta) \end{cases} \tag{6.23}$$

avec

$$\begin{cases} u_0 = \hat{\theta} \\ u_1 = \hat{\Omega} \\ a, b, c > 0 \end{cases} \tag{6.24}$$

Les résultats sont donnés par la Figure 6.8, sans couple de charge de perturbation, $C_r = 0Nm$. Les résultats sont similaires aux observateurs précédents. Cependant, les paramètres sont au nombre de 3, leurs réglages sont moins aisés et il existe des oscillations.

Les résultats des simulations, Figure 6.9, lors de l'application d'un couple de charge de perturbation, $C_r = 0.55Nm$, restent très bons eux aussi malgré la présence des oscillations.

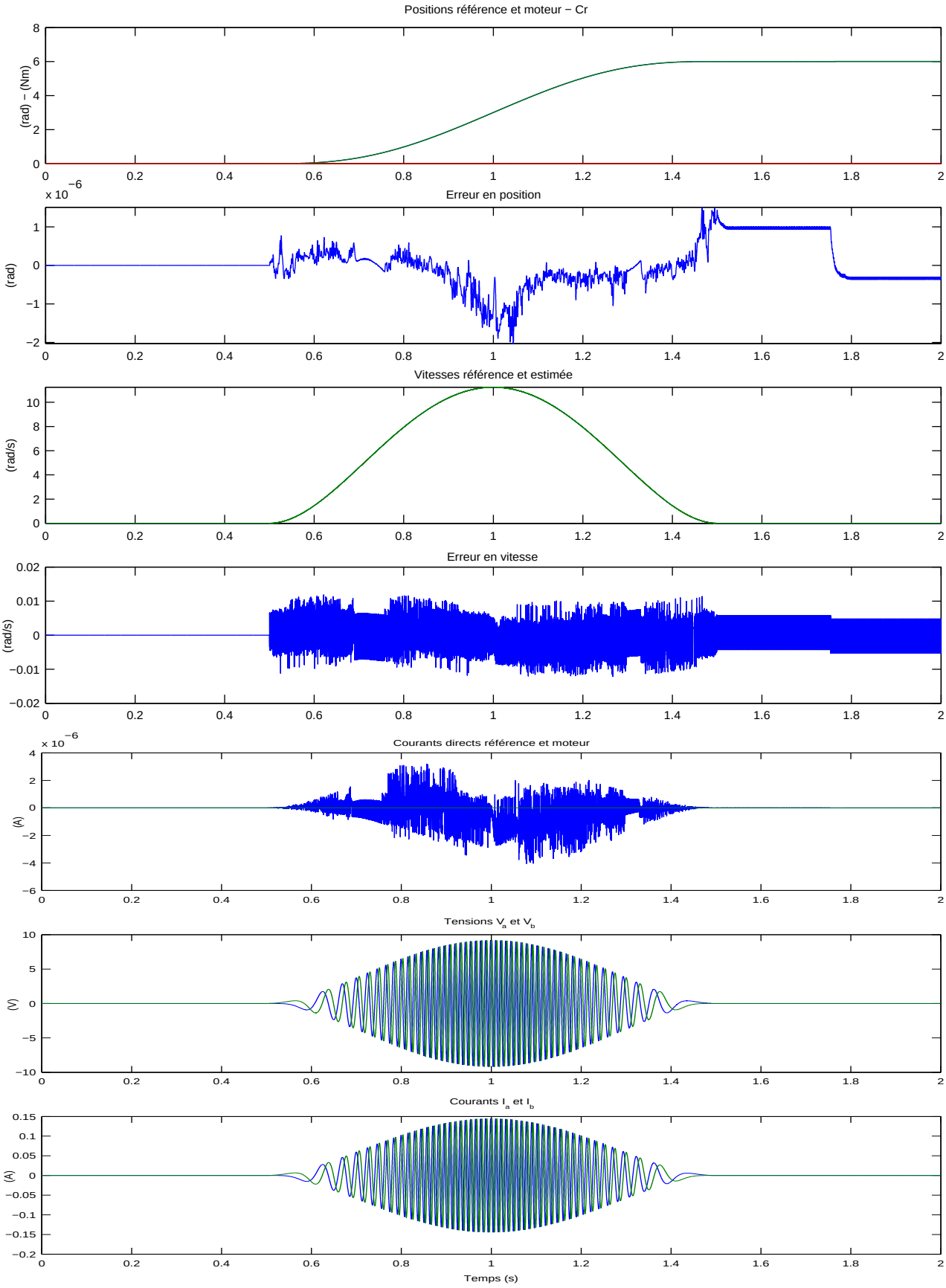

FIG. 6.8 – Obs n°4 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0Nm$ - Simulation

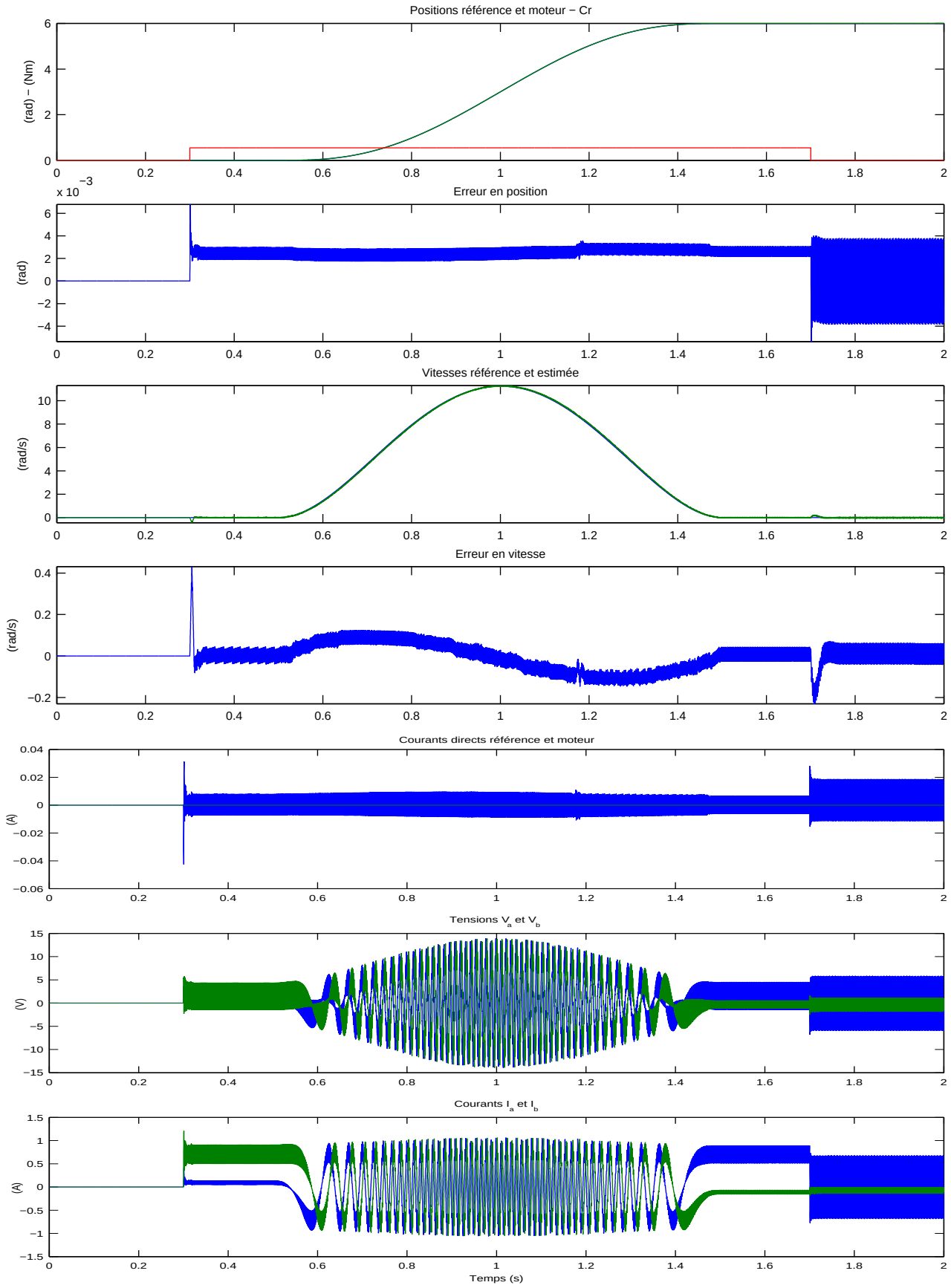

FIG. 6.9 – Obs n°4 - Positions-Vitesses-Courants-Tensions - $C_r = 0.55Nm$ - Simulation

Conclusion

Compte tenu du nombre de paramètres, de la facilité de réglage et d'implantation, du temps de calcul et de la possibilité d'obtenir l'estimation du couple résistant, on choisit d'utiliser l'observateur basé sur un algorithme de Twisting échantillonné (Obs n°1).

Il sera utilisé avec la commande par modes glissants d'ordre 2.

Il faut donc vérifier la stabilité, en boucle fermée de l'ensemble observateur-commande.

6.5 Stabilité de la boucle fermée

Il est bien connu que le principe de séparation ne peut être appliqué pour les systèmes non-linéaires. C'est pourquoi l'observateur et la loi de contrôle ne peuvent être élaborés séparément (à l'inverse du cas des systèmes linéaires). Donc, il faut effectuer l'analyse de la stabilité en boucle fermée de l'association commande/observateur dont les dynamiques sont données, en prenant en compte (2.3) et (6.2), par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \frac{1}{L}(\bar{v}_d - Re_1 + NL(e_3e_2 + e_3i_{qr} + e_2\Omega_r)) \\ \dot{e}_2 = \frac{1}{L}(\bar{v}_q - Re_2 - NL(e_3e_1 + e_3i_{dr} + e_1\Omega_r) - Ke_3) \\ \dot{e}_3 = \frac{1}{J}(Ke_2 - f_ve_3 - C_r) \\ \dot{e}_4 = e_3 \\ \dot{\varepsilon}_\Omega = -\frac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega - \frac{1}{J}C_r + \chi \\ \dot{\varepsilon}_\theta = \varepsilon_\Omega \end{cases} \tag{6.25}$$

Les commandes, v_d et v_q, sont donc désormais données par :

$$\begin{cases} \bar{v_q} = \frac{JL}{K}\left(-\frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v\varepsilon_3\right) - \mu_2'\left(e\right) + w_{te}(S_\theta, \Delta_{S_\theta})\right) \\ \\ \bar{v_d} = L\left(-\mu_1'\left(e\right) + w_{st}(S_{i_d})\right) \end{cases} \tag{6.26}$$

avec

$$\begin{cases} \mu_1'\left(e\right) = \frac{1}{L}\left(-Re_1 + NL(\varepsilon_3e_2 + \varepsilon_3i_{qr} + e_2\Omega_r)\right) \\ \mu_2'\left(e\right) = -\frac{K}{JL}\left(Re_2 + NL(\varepsilon_3e_1 + \varepsilon_3i_{dr} + e_1\Omega_r) + K\varepsilon_3\right) - \frac{f_v}{J^2}\left(Ke_2 - f_v\varepsilon_3\right) \\ \varepsilon_3 = \hat{\Omega} - \Omega_r = e_3 - \varepsilon_\Omega \end{cases} \tag{6.27}$$

L'observateur de vitesse par modes glissants du second ordre fournit une erreur d'observation qui converge vers 0 en temps fini. Alors, $\hat{\Omega}$ converge en temps fini vers Ω quelque soit la loi de commande. Après un temps de transition, la loi de contrôle se comporte comme dans la sous-section 5.2.1 et l'objectif de la loi de commande est atteint. Il est possible de montrer que pendant ce temps transitoire de convergence de l'observateur, les variables du système (6.25)

complet restent bornées. En effet, après substitution (6.26) dans (6.25), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = w_{st}(S_{i_d}) + N(e_2 + i_{qr})\varepsilon_\Omega \\ \dot{e}_2 = \frac{JL}{K} w_{te}(S_\theta, \Delta_{S_\theta}) + \left(-N(e_1 + i_{dr}) - \frac{K}{L} + \frac{f_v^2}{KJ} - \frac{kf_v}{K}\right)\varepsilon_\Omega - \left(k - \frac{f_v}{J}\right) e_2 - \left(\frac{f_v^2}{KJ} - \frac{kf_v}{K}\right) e_3 \\ \dot{e}_3 = \frac{1}{J}(Ke_2 - f_v e_3 - C_r) \\ \dot{e}_4 = e_3 \\ \dot{\varepsilon}_\Omega = -\frac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega - \frac{1}{J}C_r + \chi \\ \dot{\varepsilon}_\theta = \varepsilon_\Omega \end{cases} \tag{6.28}$$

En notant $X = [e_1, e_2, e_3, e_4, \varepsilon_\Omega, \varepsilon_\theta]^T$, le système peut s'écrire comme : $\dot{X} = f(X) + g$ où

$$f(X) = \begin{bmatrix} N(e_2 + i_{qr})\varepsilon_\Omega \\ \alpha_1(i_d)\varepsilon_\Omega - \alpha_2 e_2 - \alpha_3 e_3 \\ \frac{1}{J}(Ke_2 - f_v e_3) \\ e_3 \\ -\frac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega \\ \varepsilon_\Omega \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad g = \begin{bmatrix} w_{st}(S_{i_d}) \\ \frac{JL}{K} w_{te}(S_\theta, \Delta_{S_\theta}) \\ -\frac{1}{J}C_r \\ 0 \\ -\frac{1}{J}C_r + \chi \\ 0 \end{bmatrix} \tag{6.29}$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_1(i_d) = -N(e_1 + i_{dr}) - \frac{K}{L} + \frac{f_v^2}{KJ} - \frac{kf_v}{K} \\ \alpha_2 = k - \frac{f_v}{J} \\ \alpha_3 = \frac{f_v^2}{KJ} - \frac{kf_v}{K} \end{cases} \tag{6.30}$$

Avec les hypothèses pratiques que les courants direct et quadrature sont saturés

$$|i_d| \leq i_{d_{\max}}, |i_q| \leq i_{q_{\max}} \tag{6.31}$$

et comme g est une fonction bornée telle que $\|g\| \leq \bar{g}$, on peut alors écrire :

$$\left\|\dot{X}\right\| \leq Q \|X\| + \bar{g} \tag{6.32}$$

où Q est une constante positive. En intégrant (6.32), cela mène à :

$$\|X(t)\| \leq \|X(0)\| + \int_0^t (Q \|X(\tau)\| + \bar{g}) d\tau \tag{6.33}$$

En appliquant le Lemme de Gronwall [Khalil 92], on a :

$$\|X(t)\| \leq \|X(0)\| \exp(Kt) + \frac{\bar{g}}{Q} \exp[(Kt) - 1] \tag{6.34}$$

et, cette inégalité implique que les variables du système complet sont bornées en temps fini.

6.6 Résultats expérimentaux - Commande par MG2

6.6.1 Sans couple résistant

Les résultats des expérimentations, Figures 6.10, 6.11 et 6.12, sans couple de charge sont très satisfaisants. Elles ont été réalisées avec les réglages suivants des paramètres :

$$k = 50 \quad - \quad \lambda_M = 2 \quad - \quad \lambda_m = 0.4 \quad - \quad \acute{\lambda}_M = 5000 \quad - \quad \acute{\lambda}_m = 3500 \quad - \quad \alpha = 1000 \quad - \quad \beta = 1$$

L'erreur permanente en position (reference-moteur) est de l'ordre de $7.10^{-4} rad$ et l'erreur dynamique en position est de l'ordre $2.10^{-3} rad$ avec un maximum de l'ordre de $10^{-2} rad$ et un faible phénomène de réticence.

Il faut remarquer que l'erreur permanente en position est du même ordre de grandeur que la précision du codeur optique absolu. En effet, la précision du suivi de trajectoire en position est limitée par la précision du codeur optique de position.

Une meilleure précision pourrait être obtenue avec un codeur possédant un plus grand nombre de bits[1].

La position estimée présente aussi une très faible erreur. Les résultats concernant l'estimateur de vitesse sont excellents. La loi de commande pour le courant direct montre de très bons résultats. Il faut bien sûr tenir compte de la précision des capteurs de courant (i_α and i_β).

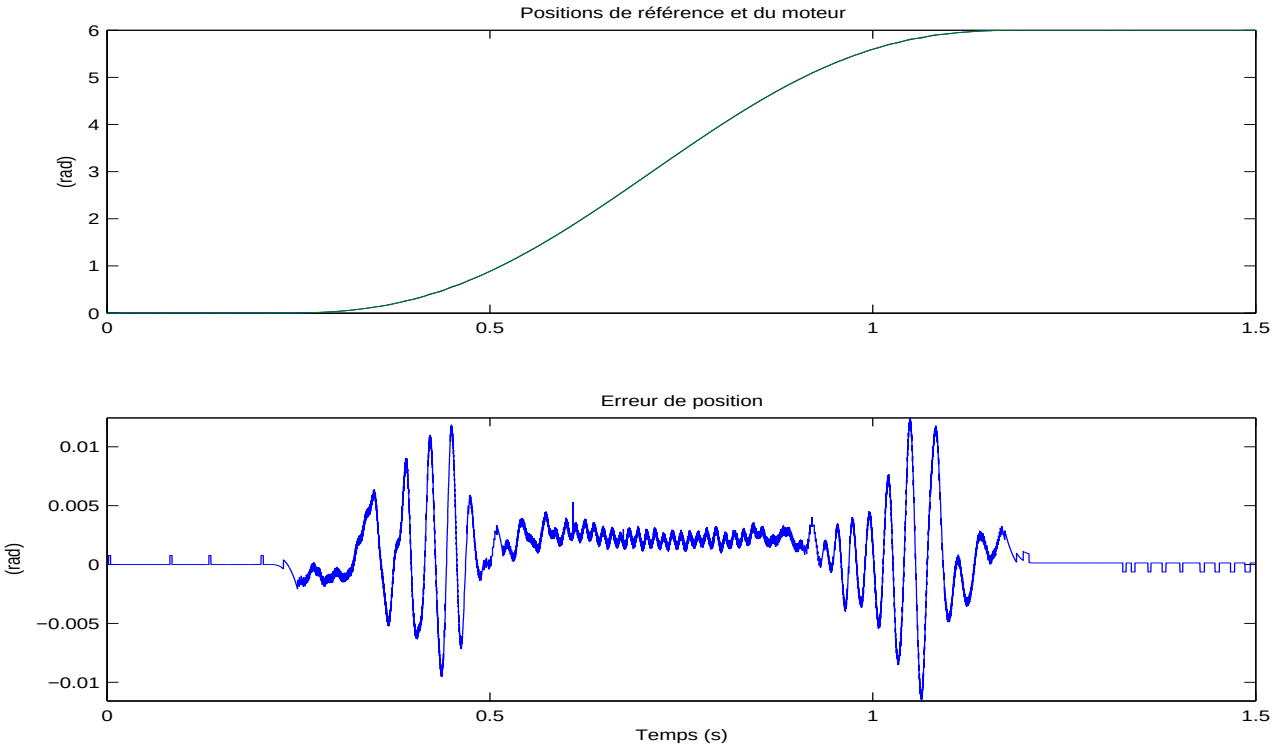

FIG. 6.10 – MG2 avec observateur - Positions - $C_r = 0Nm$

[1]Nous devons préciser qu'en simulation, l'erreur en position est de l'ordre de 10^{-8} rad comme prévu en théorie

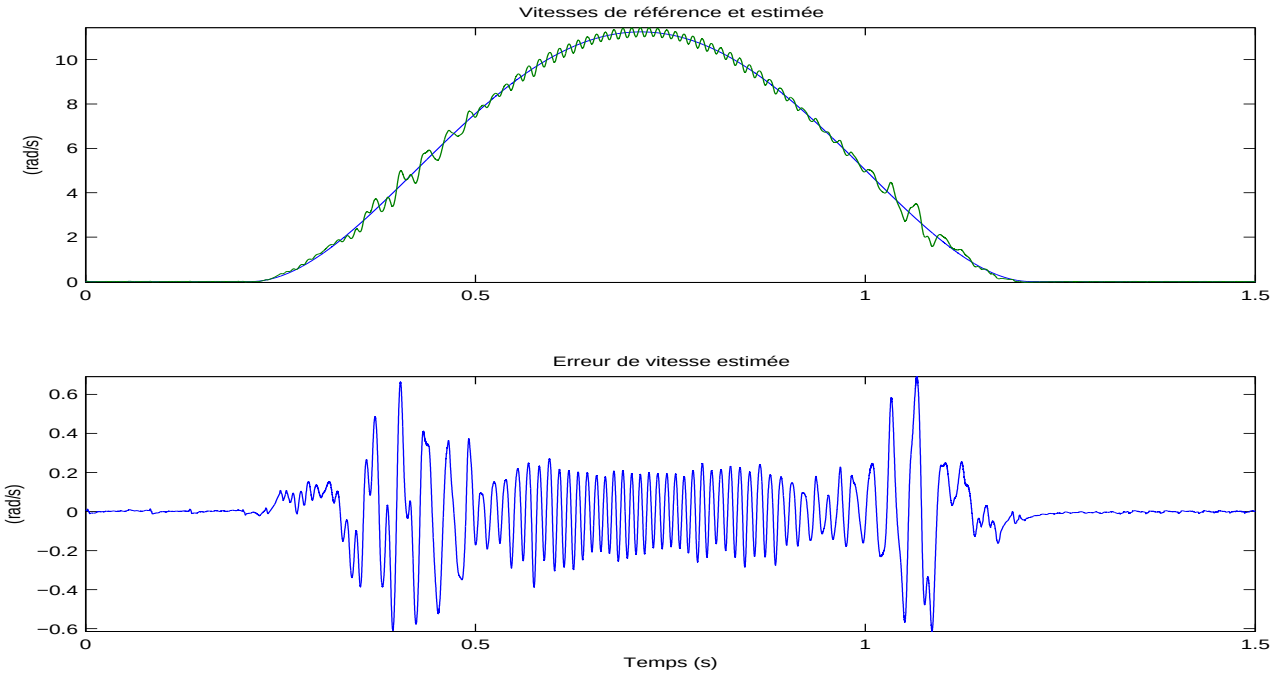

FIG. 6.11 – MG2 avec observateur - Vitesses - $C_r = 0Nm$

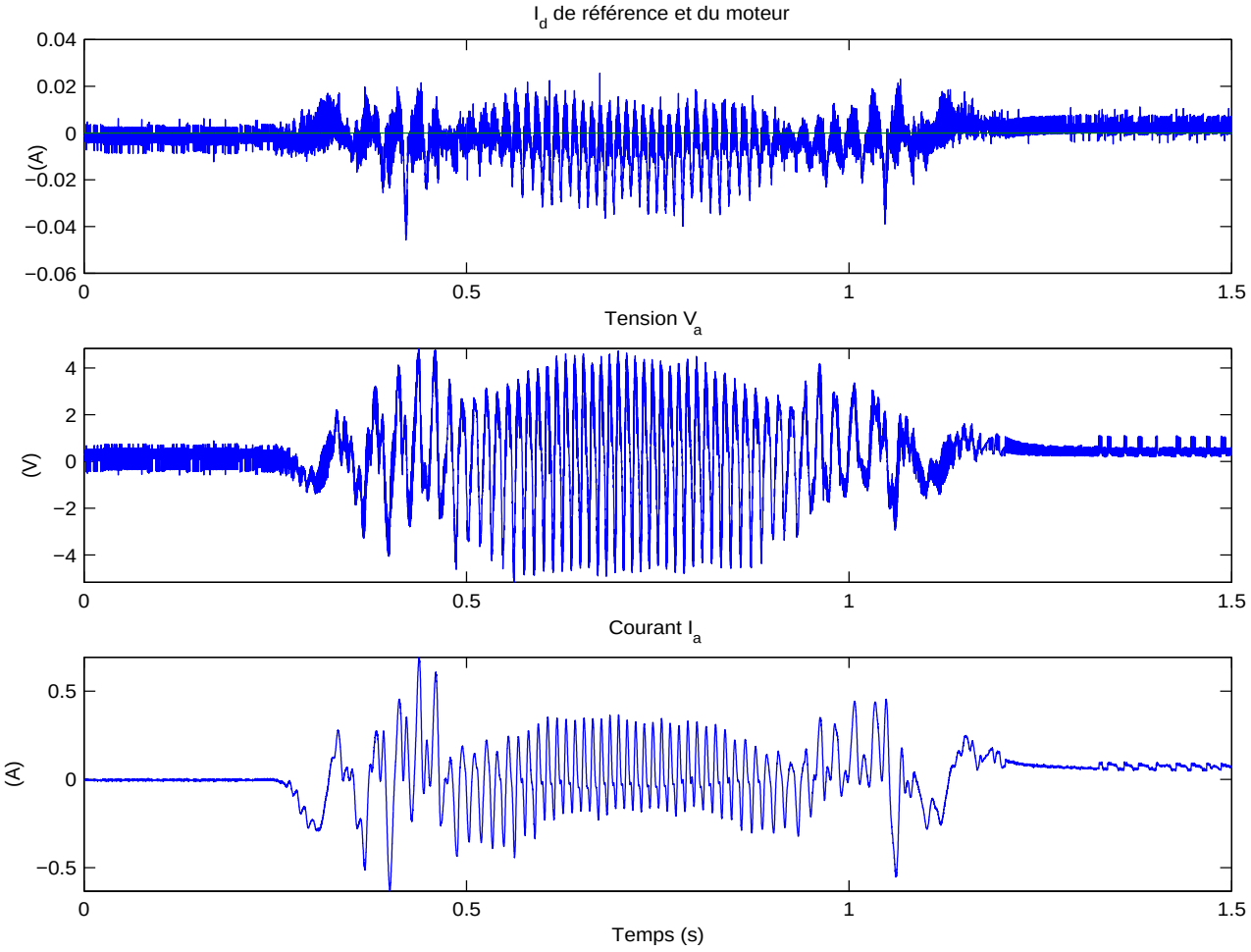

FIG. 6.12 – MG2 avec observateur - Tensions et courants- $C_r = 0Nm$

6.6.2 Avec couple résistant

Lorsqu'un couple de charge constant est appliqué, les Figures 6.13, 6.14 and 6.15, montrent que l'objectif de la loi de commande avec l'observateur de vitesse est pleinement atteint.

L'erreur en position en régime permanent, lorsque le couple de charge reste appliqué, est de l'ordre de $3.10^{-3}rad$ et l'erreur en position, sans couple de charge, est de l'ordre de $7.10^{-4}rad$ (oscillation entre les deux valeurs, $6.00013rad$ et $5.99936rad$, délivrées par codeur optique et encadrant la position permanente $6rad$ souhaitée).

L'erreur en position en régime dynamique est de l'ordre de $5.10^{-3}rad$ avec un maximum de l'ordre de $10^{-2}rad$ et un faible chattering.

Ces expérimentations ont été réalisées avec les réglages suivants des paramètres :

$$k = 50 \quad - \quad \lambda_M = 5 \quad - \quad \lambda_m = 1 \quad - \quad \acute{\lambda}_M = 5000 \quad - \quad \acute{\lambda}_m = 3500 \quad - \quad \alpha = 1000 \quad - \quad \beta = 1 \; .$$

On peut voir, Figure 6.13, l'évolution de la position, l'erreur en position et le couple de perturbation estimé.

La position θ suit la trajectoire de reference θ_r. Les tensions et courants évoluent en conséquence pour compenser le couple de charge de perturbation.

On peut remarquer les différentes phases du comportement du système lors de l'application d'un couple de charge : accélération, mouvement, décélération, maintien en position jusqu'à la disparition du couple de charge.

L'estimation du couple de charge présente aussi de bons résultats, Figure 6.16, avec l'utilisation d'un filtre passe-bas.

On peut comparer les résultats des expérimentations ou sans couple de perturbation C_r, Figure 6.17, avec les mêmes réglages de paramètres dans les deux cas.

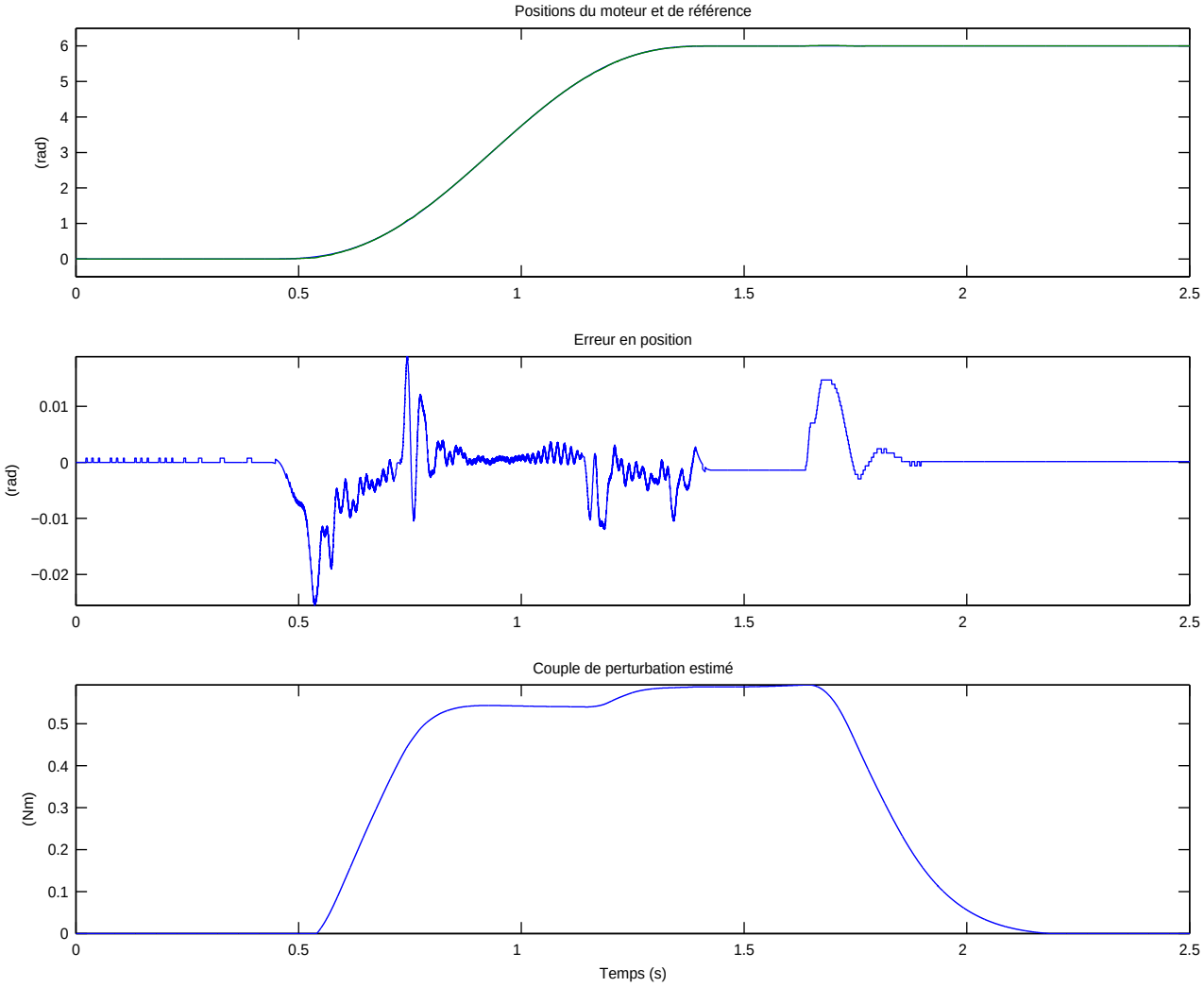

FIG. 6.13 – MG2 avec observateur - Positions - $C_{r\max} \approx 0.55Nm$

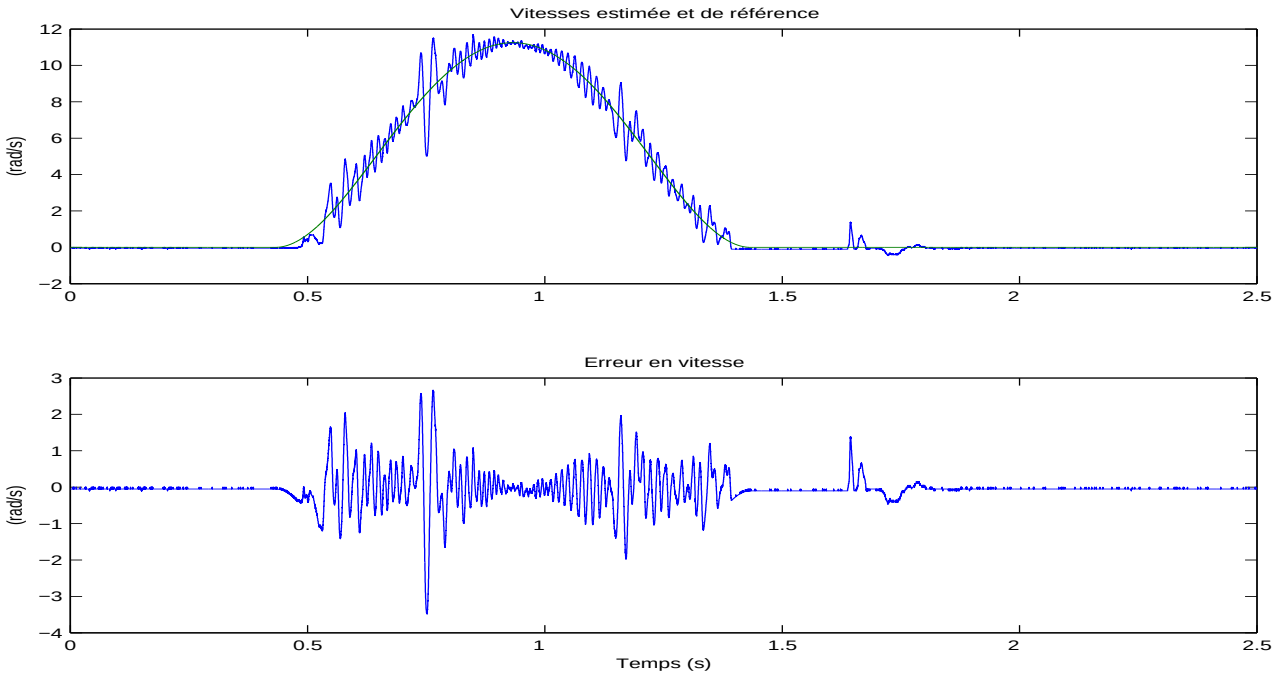

FIG. 6.14 – MG2 avec observateur - Vitesses - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$

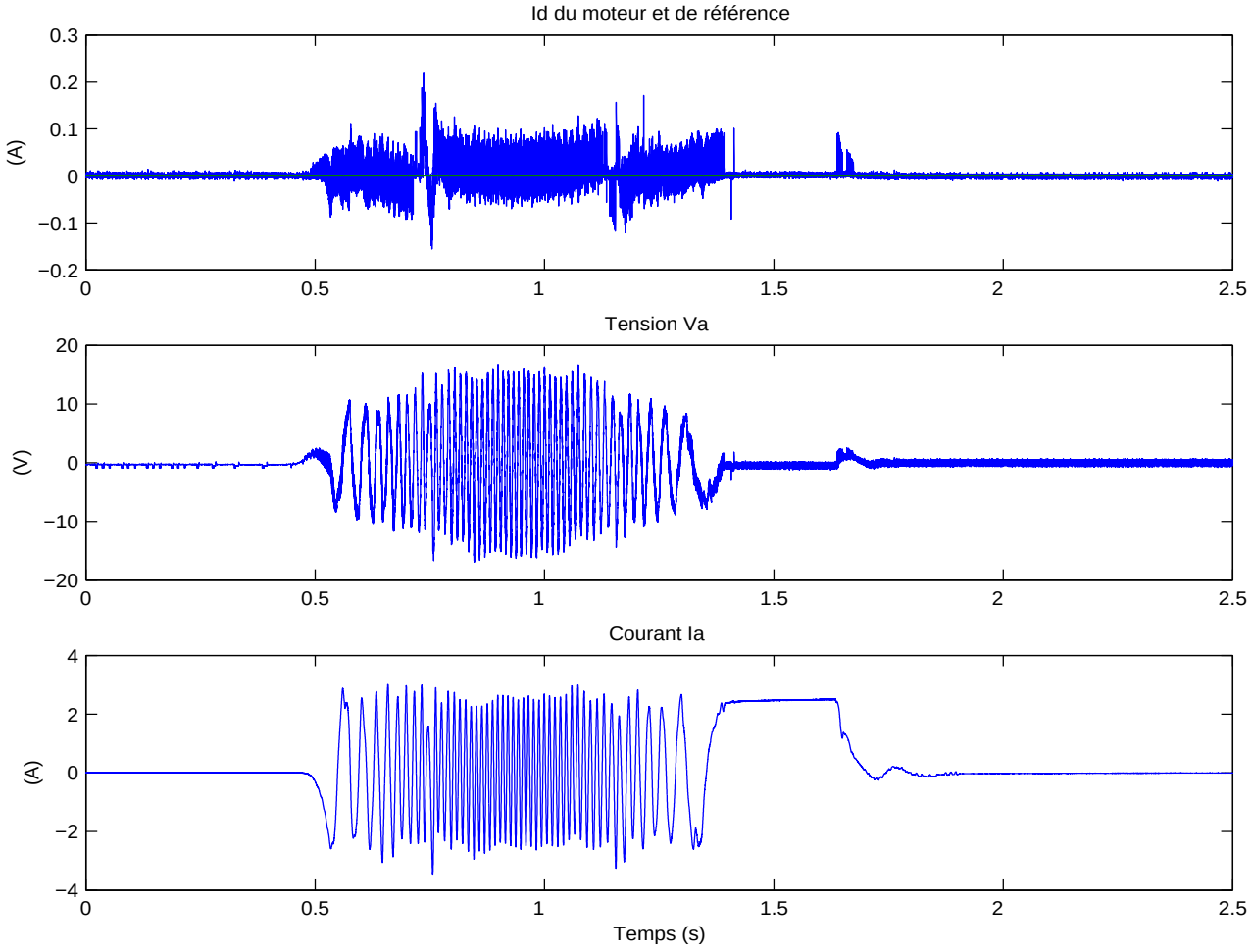

FIG. 6.15 – MG2 avec observateur - Tensions et courants - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$

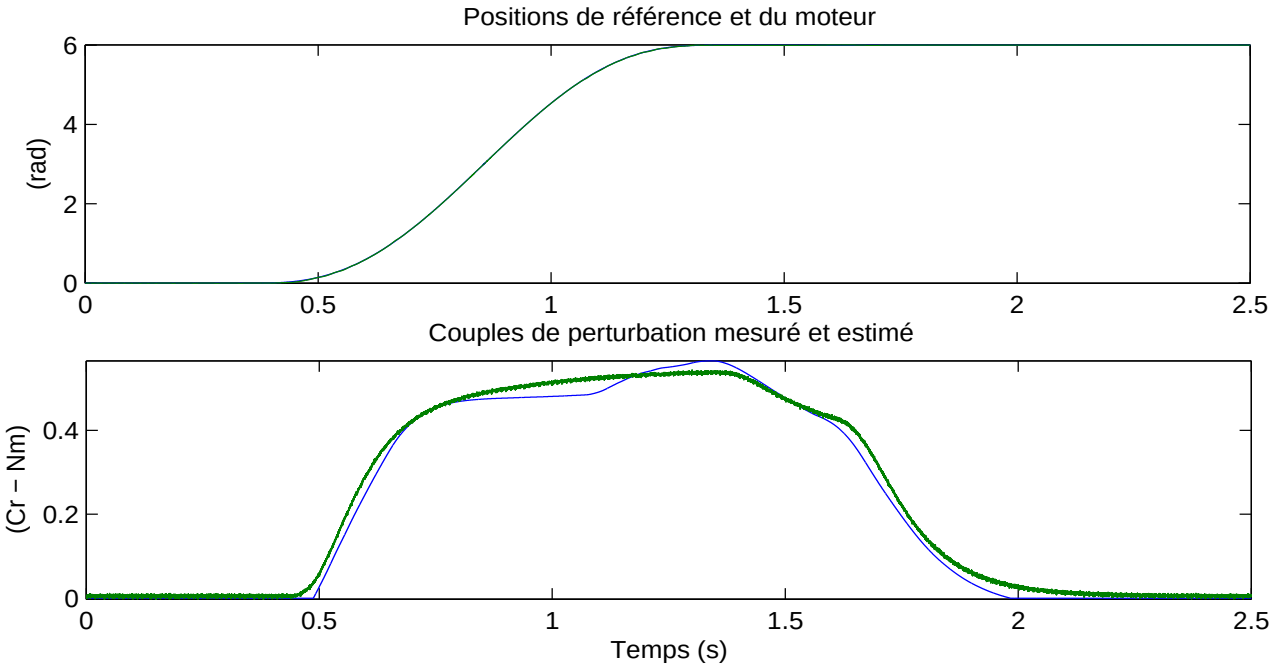

FIG. 6.16 – MG2 avec observateur - Estimation de C_r

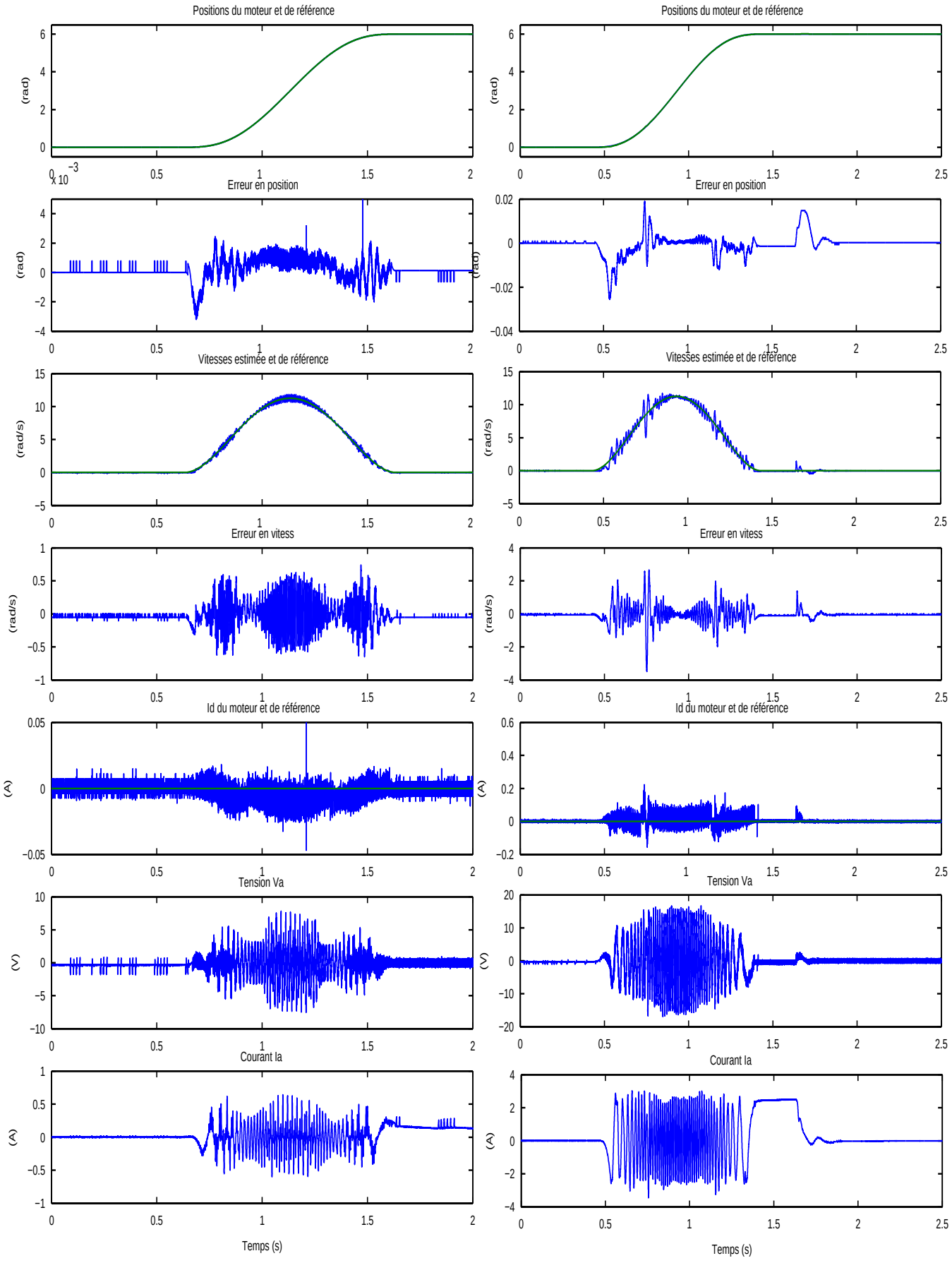

FIG. 6.17 – MG2 avec observateur - Sans ou avec C_r

6.6.3 Prise en compte de $\hat{C}_r$

On souhaite utiliser l'estimation du couple de charge pour améliorer les résultats des lois de commande sachant que :

$$\ddot{S}_\theta = k\dot{e}_3 + e_4^{(3)} = \frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) + \frac{K}{JL}\bar{v_q} + \mu_2\left(e\right) - \left(\frac{k}{J} - \frac{f_v}{J^2}\right)C_r - \frac{1}{J}\frac{dC_r}{dt}. \tag{6.35}$$

on peut alors redéfinir la commande :

$$\frac{K}{JL}\bar{v_q} = -\frac{k}{J}\left(Ke_2 - f_v e_3\right) - \mu_2\left(e\right) + \left(\frac{k}{J} + \frac{f_v}{J^2}\right)\hat{C}_r + \frac{1}{J}\frac{d\hat{C}_r}{dt} + w_{te}(S_\theta, \Delta_{S_\theta}) \tag{6.36}$$

avec la surface suivante

$$\ddot{S}_\theta = w_{te}(S_\theta, \Delta_{S_\theta}) + \delta \tag{6.37}$$

où δ est un faible terme dépendant de la précision de l'estimation du couple de charge.

Alors, la convergence de position suivant la trajectoire de référence souhaitée peut être obtenue avec de plus faibles gains.

$$\boxed{\lambda_M = 3 \quad - \quad \lambda_m = 0.8} \tag{6.38}$$

Nous incluons aussi une adaptation des paramètres de la loi de contrôle (λ_{1M} et λ_{1m}) en fonction de la valeur de $\hat{C}_r$:

$$\begin{cases} \text{si} \quad \hat{C}_r \leqslant 0.03 \quad \text{alors} \quad \lambda_{1M} = 2 \quad \text{et} \quad \lambda_{1m} = 0.4 \\ \text{si} \quad \hat{C}_r \geqslant 0.03 \quad \text{alors} \quad \lambda_{1M} = 5 \quad \text{et} \quad \lambda_{1m} = 1 \end{cases}.$$

Les résultats, Figures 6.18, 6.19 et 6.20, montrent les améliorations. L'erreur dynamique est plus faible et l'erreur permanente présente moins d'ondulations, de plus, la consommation énergétique est en diminution.

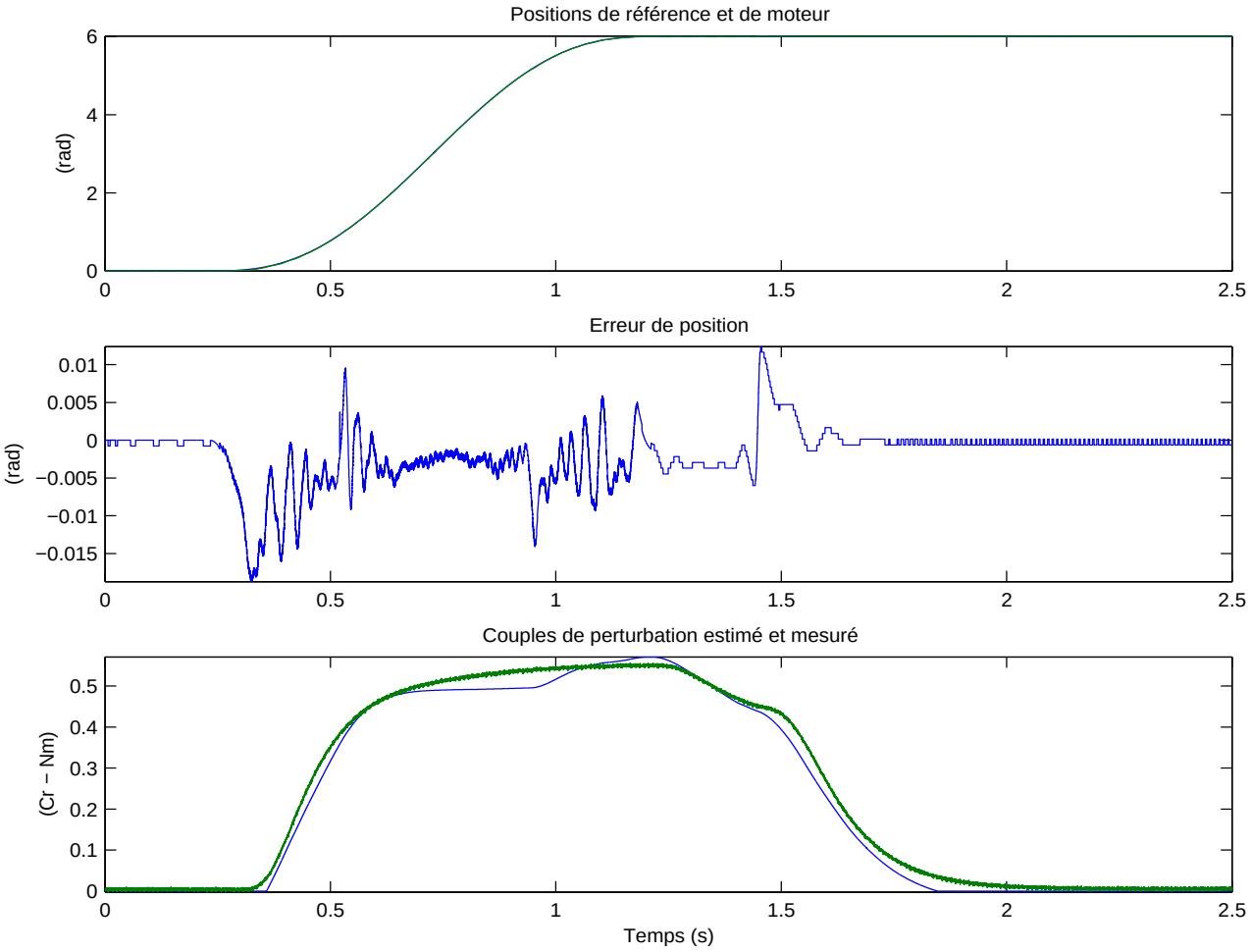

FIG. 6.18 – MG2 avec observateur - Positions (avec $\hat{C}_r$) - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$

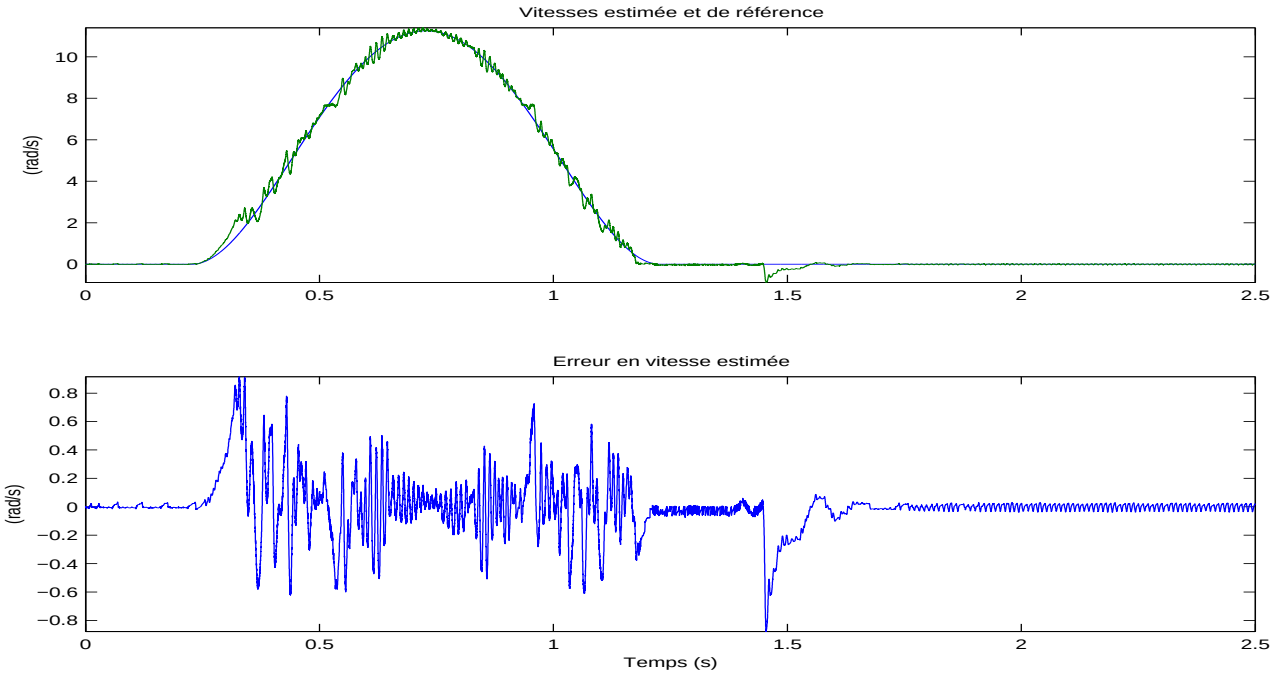

FIG. 6.19 – MG2 avec observateur - Vitesses (avec $\hat{C}_r$) - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$

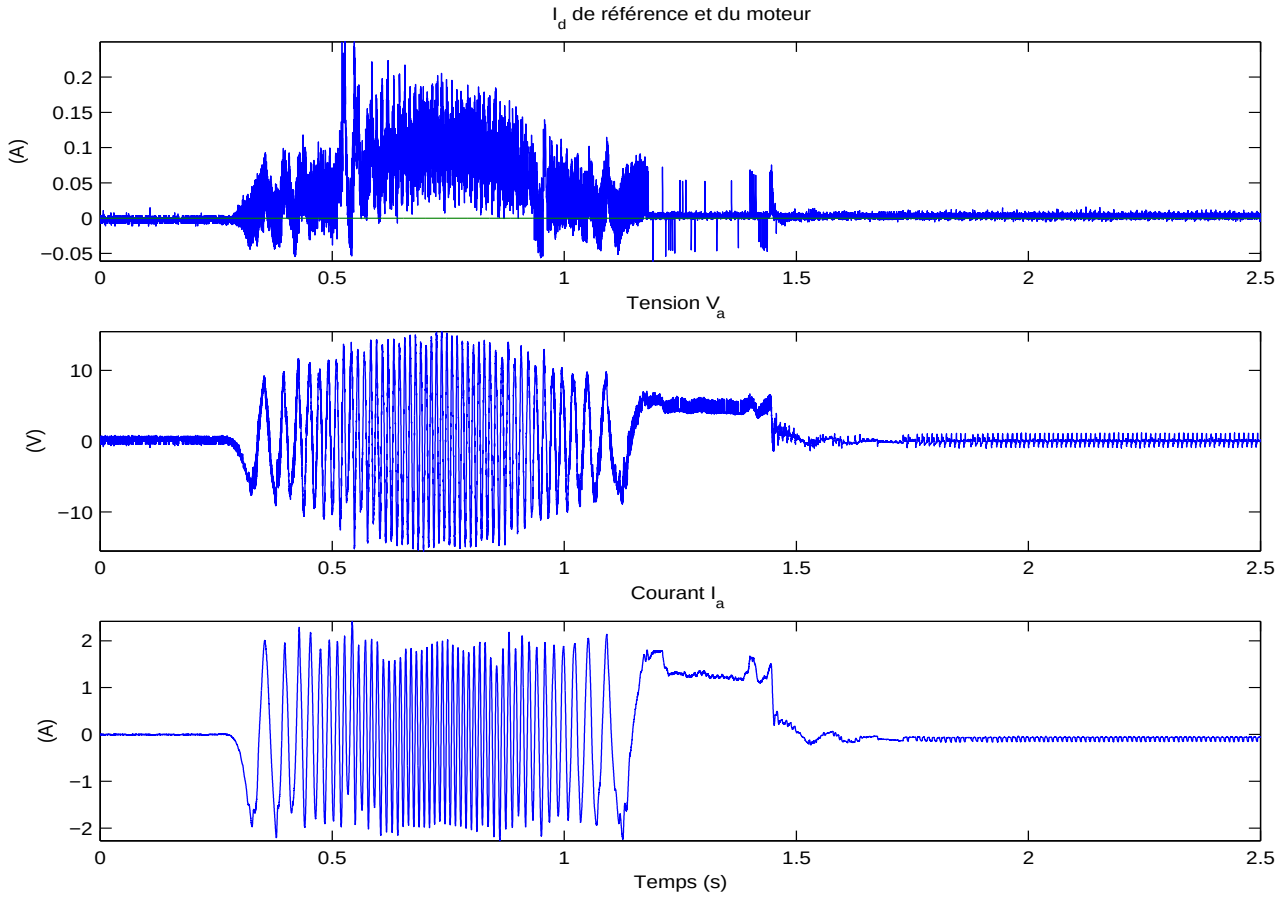

FIG. 6.20 – MG2 avec observateur - Tensions et courants (avec $\hat{C}_r$) - $C_{r\,\max} \approx 0.55Nm$

6.7 Commande par MG3 basée sur un observateur

On effectue des expérimentations de l'observateur avec la commande par modes glissants d'ordre 3. En effet, afin de minimiser le nombre de capteurs, seulement les variables θ, i_α et i_β sont mesurées. De plus, la loi de contrôle dépend des variables mesurées (e_1 - x_1) et des variables non-mesurées (x_2 - x_3). Il est donc nécessaire d'estimer ces dernières pour utiliser la loi de commande correspondante.

6.7.1 Observateur de vitesse et accélération

Le vecteur des estimées est $\widehat{x} = [\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \widehat{x_3}]^T = \left[\widehat{\theta} - \theta_r, \widehat{\Omega} - \Omega_r, \widehat{a} - \frac{d\Omega_r}{dt}\right]^T$ et les erreurs d'estimation sont $\varepsilon_\theta = \theta - \widehat{\theta}$ et $\varepsilon_\Omega = \Omega - \widehat{\Omega}$. L'observateur est défini comme suit :

$$\begin{cases} \frac{d\widehat{\Omega}}{dt} = \frac{1}{J}Ki_q - f_v\widehat{\Omega}) - \chi \\ \frac{d\widehat{\theta}}{dt} = \widehat{\Omega} \end{cases} \tag{6.39}$$

où χ est une injection de sortie discontinue. La surface de glissement est $\varepsilon_\theta = 0$ est les dérivées successives sont :

$$\dot{\varepsilon}_\theta = \frac{d\theta}{dt} - \frac{d\widehat{\theta}}{dt} = \Omega - \widehat{\Omega} = \varepsilon_\Omega \tag{6.40}$$

et

$$\ddot{\varepsilon}_\theta = \frac{d\Omega}{dt} - \frac{d\widehat{\Omega}}{dt} = -\frac{f_v}{J}\varepsilon_\Omega + \chi - \frac{1}{J}C_r - \delta_{unc} \tag{6.41}$$

où δ_{unc} regroupe les incertitudes paramétriques δ_5 et δ_6. En appliquant l'algorithme de twisting réel :

$$\chi = \begin{cases} -\lambda_M \text{sign}(\varepsilon_\theta) \text{ if } \varepsilon_\theta \Delta\varepsilon_\theta > 0 \\ -\lambda_m \text{sign}(\varepsilon_\theta) \text{ if } \varepsilon_\theta \Delta\varepsilon_\theta \leq 0 \end{cases} \tag{6.42}$$

avec

$$\lambda_m > \left|\frac{1}{J}C_r + \delta_{unc}\right|_{\max} \text{ et } \lambda_M > \lambda_m + 2\left|\frac{1}{J}C_r + \delta_{unc}\right|_{\max} \tag{6.43}$$

il peut être montré que les trajectoires évoluent en temps fini sur $\varepsilon_\theta = \varepsilon_\Omega = 0$ (voir [Fridman 02]). Alors, $\widehat{\Omega}$ converge en temps fini vers Ω. Selon la méthode du contrôle équivalent [Utkin 99], pendant que le mode glissant se produit, on obtient les dynamiques équivalentes suivantes (obtenu en écrivant $\ddot{\varepsilon}_\theta = 0$) :

$$\frac{d\widehat{\Omega}}{dt} = \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\widehat{\Omega}) - \chi_{\text{eq}} \tag{6.44}$$

où χ_{eq} représente la valeur moyenne de la fonction signe du mode glissant. Après un temps fini, d'après (6.39), on obtient l'estimation "en-ligne" de l'accélération :

$$\widehat{a} = \frac{1}{J}(Ki_q - f_v\widehat{\Omega}) - \chi_{\text{eq}} \tag{6.45}$$

Donc, l'observateur proposé fournit une estimation de Ω et de $\dot{\Omega}$ en temps fini t_0.

Remarque 7 *Si les incertitudes paramétriques peuvent être négligées ($\delta_{unc} \simeq 0$), comme $\ddot{\varepsilon}_\theta = 0$, une estimation "en-ligne" du couple de charge peut être déterminée grâce à $\widehat{C}_r = J\chi_{eq}$. Cette information peut être utilisée pour adapter, en temps réel, les valeurs des gains (5.60) dans la loi de contrôle.*

Remarque 8 *Les estimations de la vitesse et de l'accélération peuvent être calculées par un différentiateur basé sur un algorithme du Super Twisting ("2nd order robust differentiator") [Levant 05] à quatre dynamiques. A la place de l'utilisation de celui-ci, l'observateur proposé (à seulement deux dynamiques) donne rapidement une estimation robuste de la vitesse et de l'accélération du moteur avec relativement peu de calculs. De plus, il est plus "pratique" à implanter et utiliser en temps réel.*

Le temps t_0 est le temps nécessaire assurant que l'observateur converge. Dans le but d'éliminer les phénomènes de pic, qui peuvent conduire à une instabilité, la loi de commande prend la forme suivante :

$$u = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t < t_0 \\ u_{ideal} + u_{ism} & \text{si} \quad t \geq t_0 \end{cases} .$$

La commande nominale est :

$$u_{ideal} = -k_1 \text{sign}\,(x_1) \mid x_1|^{\nu_1} - k_2 \text{sign}\,(\widehat{x_2}) \mid \widehat{x_2}|^{\nu_2} - k_3 \text{sign}\,(\widehat{x_3}) \mid \widehat{x_3}|^{\nu_3}.$$

et la commande par mode glissant est comme suit :

$$u_{ism} = -G \text{sign}\,(\widehat{x_3} + z_1)$$

où

$$\dot{z}_1 = -u_{ideal}, z_1(t_0) = -\widehat{x_3}(t_0).$$

6.7.2 Résultats expérimentaux

Les expérimentations ont été réalisées avec les réglages suivants :

$$\begin{cases} v_1 = \frac{1}{2}, v_2 = \frac{3}{5}, v_3 = \frac{3}{4}, \\ \\ k_1 = 20, k_2 = 3, k_3 = 0.001, G = 2 \end{cases}$$

Sans C_r ($V_{brake} = 0V$) et sans variation paramètrique

Les performances du contrôle avec observateur sont décrites Figures 6.21-6.23. Notons qu'il existe un couple de charge résiduel ($C_r \leq 0.025Nm$) durant le mouvement. On peut montrer, Figure 6.21, que la loi de contrôle fonctionne correctement avec une poursuite de trajectoire présentant une très bonne précision. L'erreur permanente en position est de l'ordre de $7.10^{-4}rad$ correspondant à la précision du codeur absolu. L'erreur en régime dynamique est de l'ordre de $15.10^{-3}rad$. L'erreur en courant direct est faible et correspond à la précision des capteurs de courant.

En utilisant des capteurs avec une meilleure précision et en filtrant les signaux des capteurs, la précision devrait être augmentée.

L'observateur de vitesse proposé donne de bons résultats. Figure 6.22, on peut voir une faible erreur d'estimation de vitesse avec une faible ondulation.

Sur la Figure 6.23, on peut voir les allures des courants et tensions appliqués par phase au moteur.

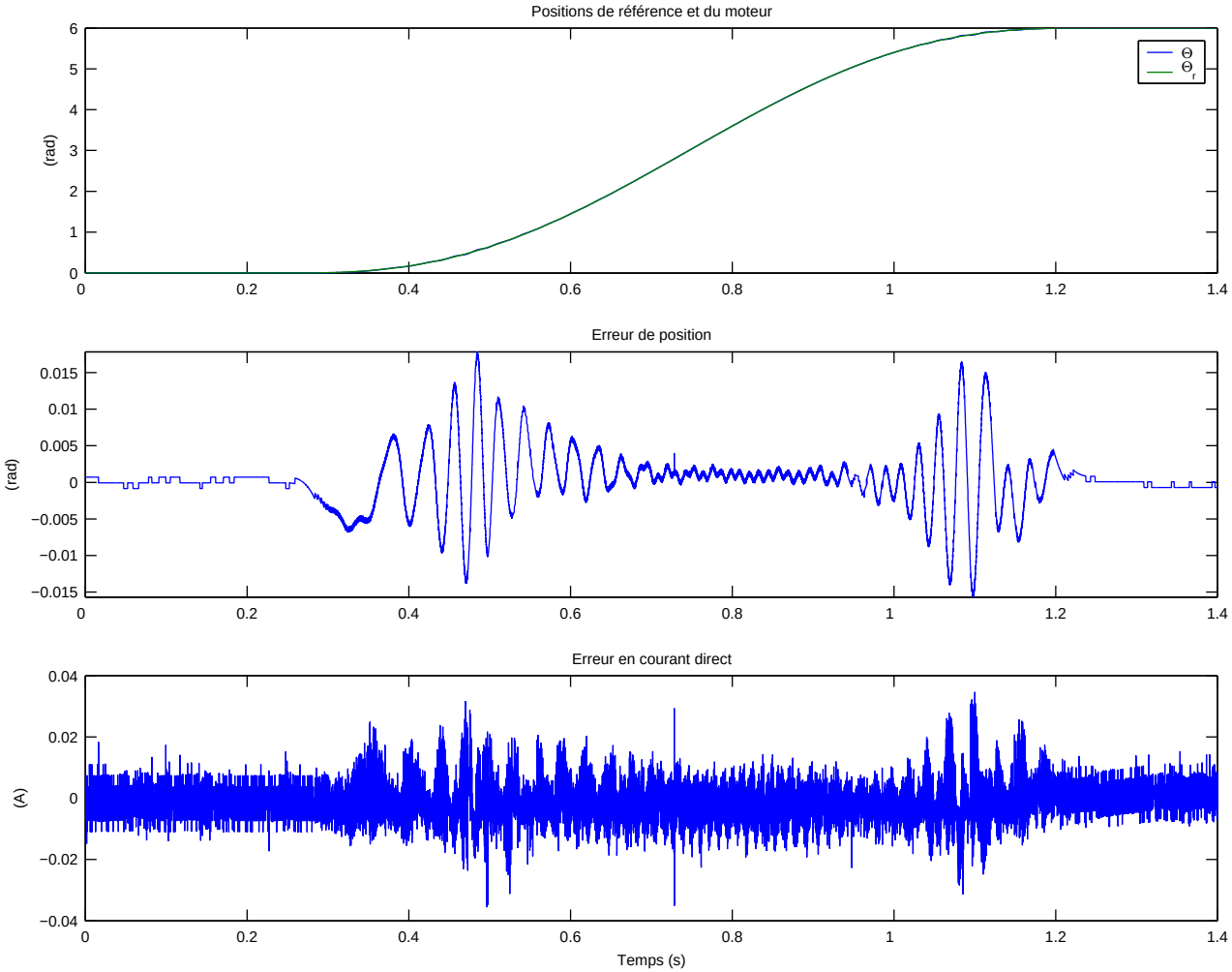

FIG. 6.21 – MG3 avec observateur - Positions - Courant direct - $C_r = 0Nm$

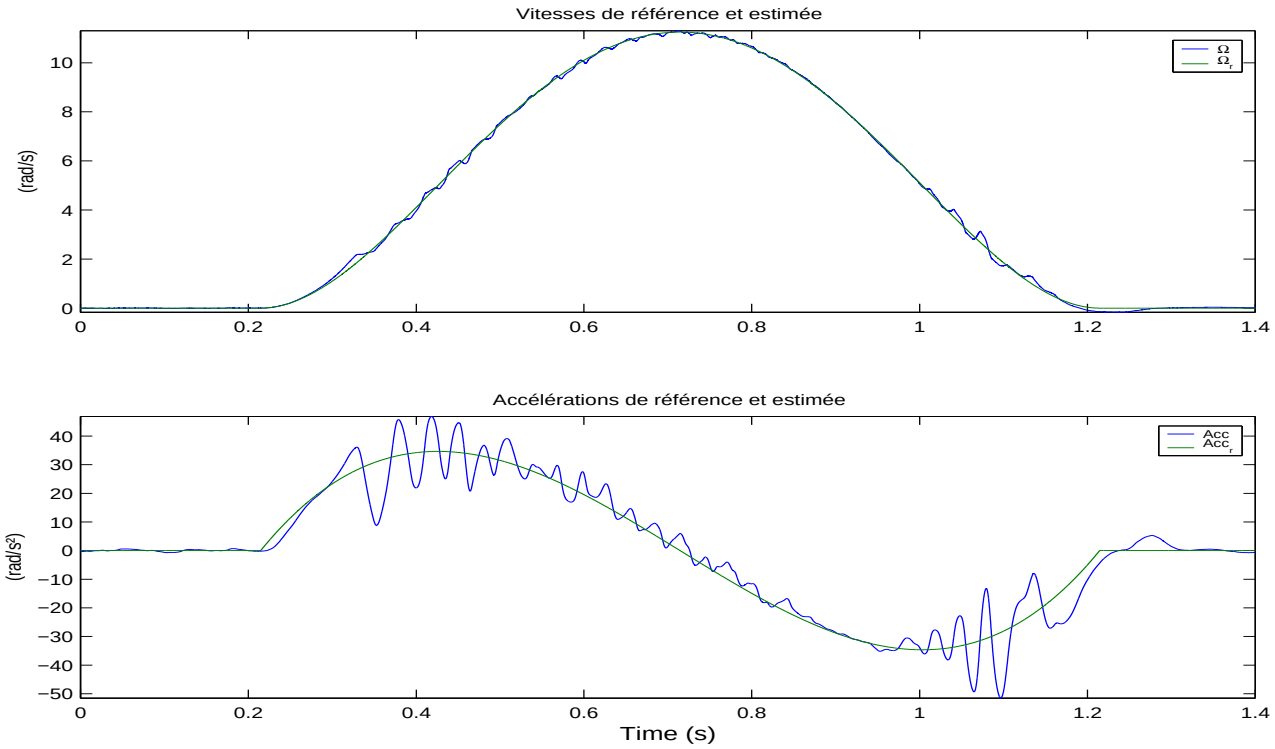

FIG. 6.22 – MG3 avec observateur - Vitesses - Accelerations - $C_r = 0Nm$

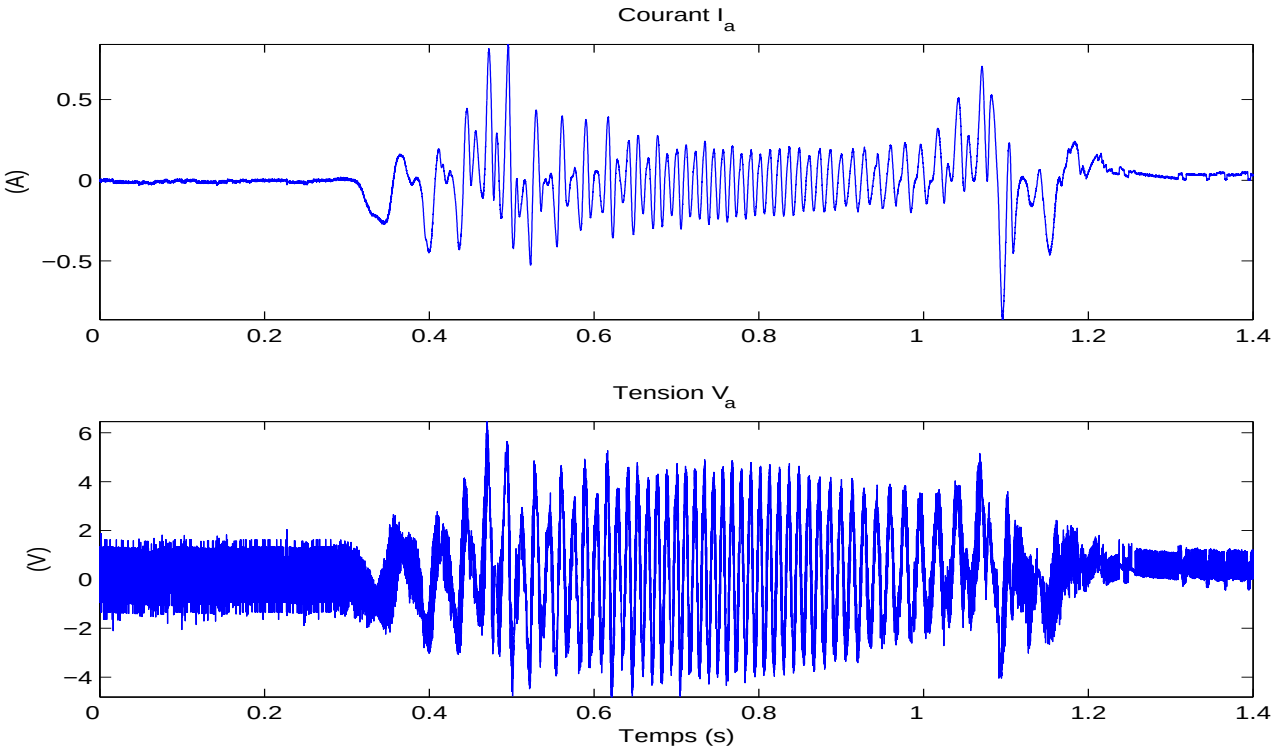

FIG. 6.23 – MG3 avec observateur - Courants et tensions - $C_r = 0Nm$

Sans C_r ($V_{brake} = 0V$) et avec variation paramétrique

Dans un premier temps, afin de démontrer la robustesse de la loi de contrôle vis-à-vis des incertitudes paramétriques, on introduit dans le modèle du moteur des variations de paramètres de l'ordre de $\pm 25\%$ autour de leurs valeurs nominales. La Figure 6.24 montre les performances de ce contrôleur vis-à-vis de variations paramétriques.

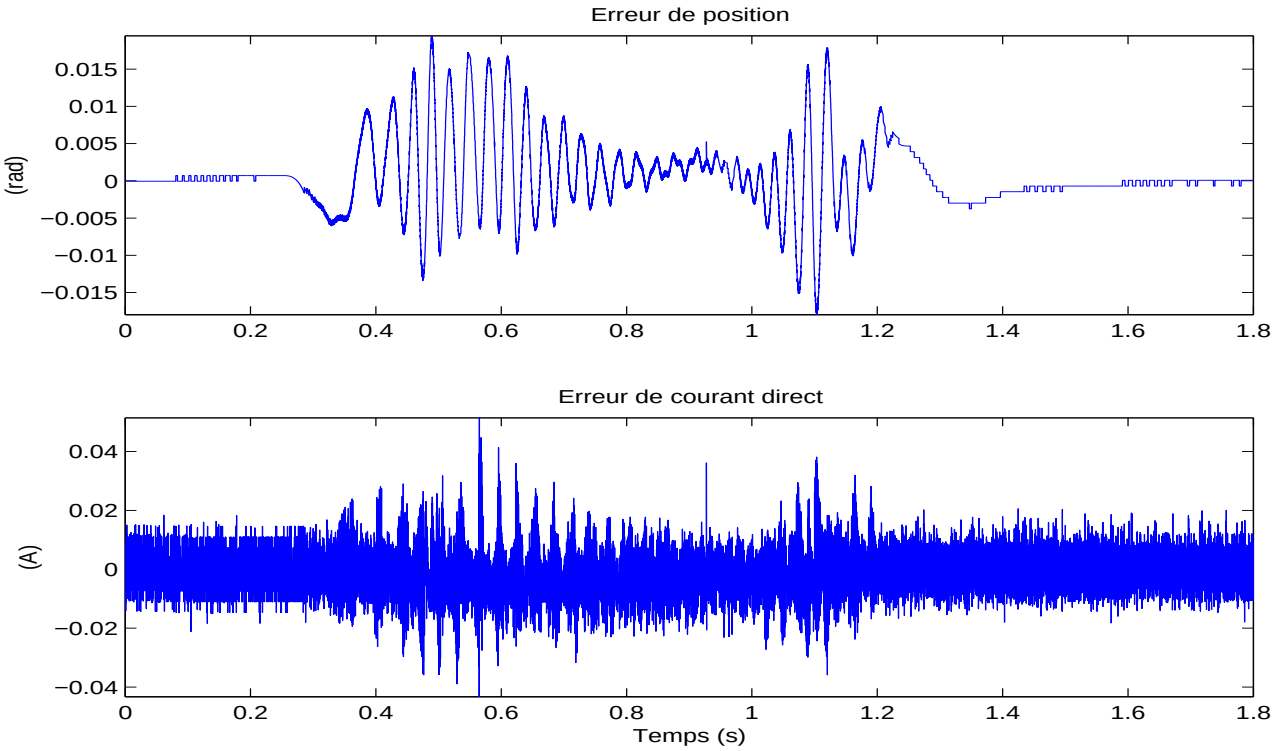

FIG. 6.24 – MG3 avec observateur - Erreurs en position et courant direct - Variations paramétriques

Avec $C_{r_{max}} = 0.55Nm$

Dans un deuxième temps, afin de démontrer la robustesse de la loi de contrôle vis-à-vis des perturbations externes, on applique un couple de charge ($C_{r_{max}} = 0.55Nm = 0.7\overline{C}_m$) grâce au frein à poudre. La Figure 6.25 montre la tension appliquée au frein ($V_{brake}/10$).

Les résultats expérimentaux sont données Figures 6.25 - 6.27. La loi de contrôle montre toujours un très bon comportement malgré l'application d'un couple de charge. On peut voir en régime permanent une erreur en position de l'ordre de $7.10^{-4}rad$ et en régime dynamique de l'ordre de $3.10^{-2}rad$.

On peut noter que le couple de charge est appliqué avant, pendant et après le mouvement, on peut donc observer ces différentes phases.

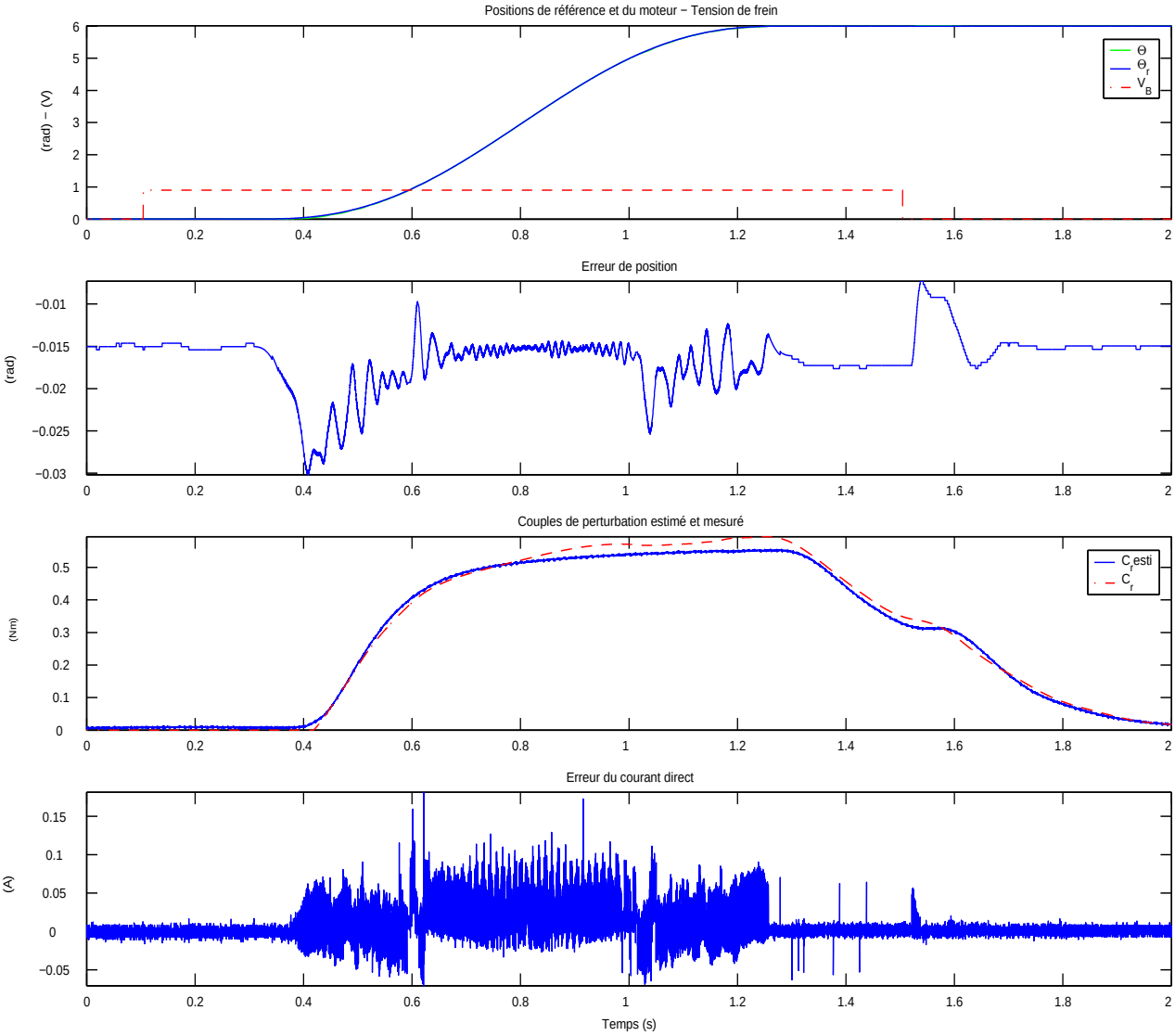

FIG. 6.25 – MG3 avec observateur - Positions - Courant direct - $C_r \neq 0Nm$

L'estimation du couple de charge, Figure 6.25, montre de bons résultats et pourrait être utilisée pour adapter les gains. Notons que la mesure de couple de charge n'est pas utilisée dans la loi de contrôle et n'est montrée ici qu'à fin d'illustration du propos.

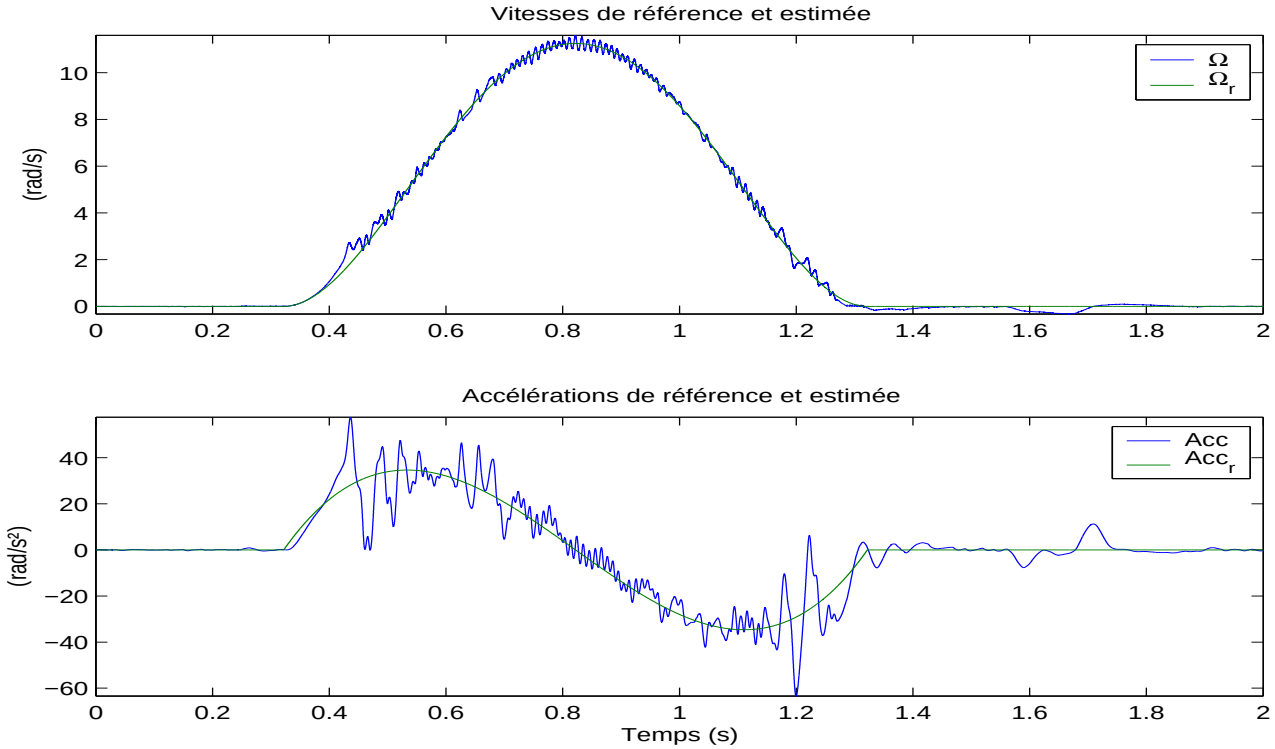

FIG. 6.26 – MG3 avec observateur - Vitesses - Accelerations - $C_r \neq 0Nm$

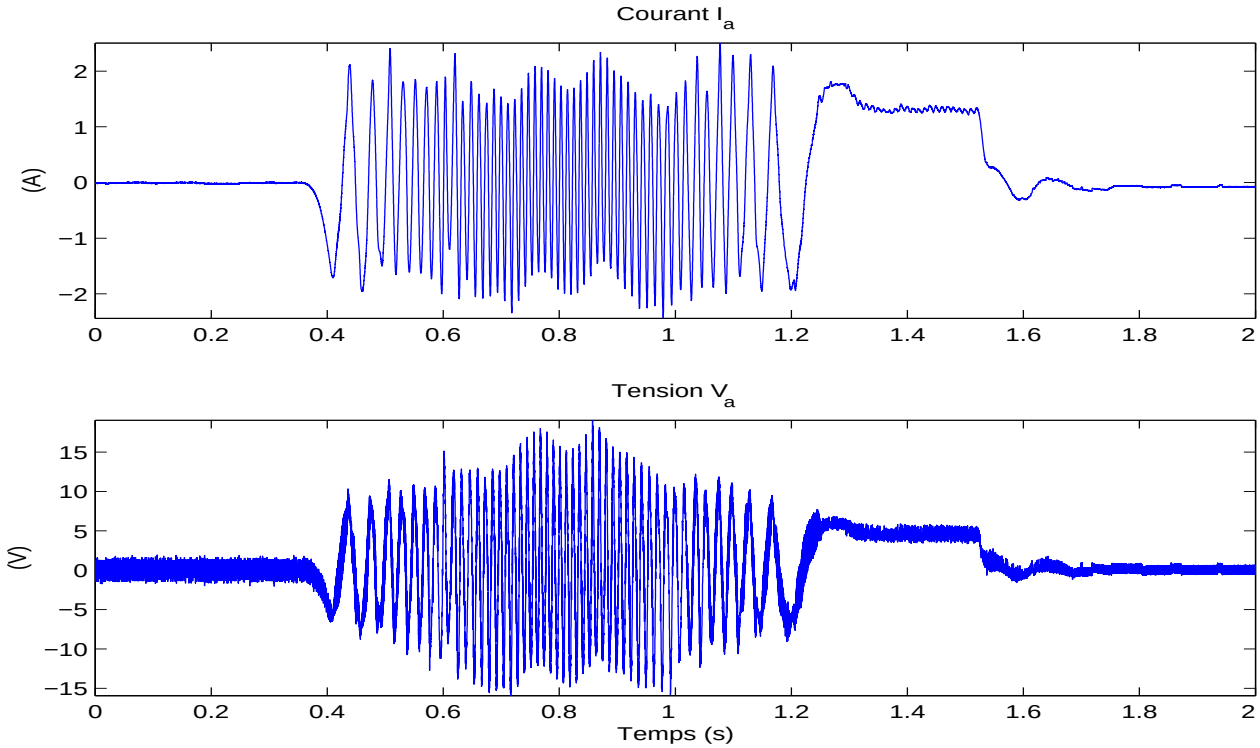

FIG. 6.27 – MG3 avec observateur - Tensions et courants - $C_r \neq 0Nm$

6.7.3 Conclusion

Dans ce chapitre, il a été dévelopé une loi de commande par modes glissants d'ordre 2 qui requiert l'utilisation d'un observateur robuste par modes glissants d'ordre 2. Il est démontré, par des simulations et des expérimentations, les très bonnes qualités du contrôleur et de l'observateur.

De plus, il a été possible de mettre en oeuvre une nouvelle loi de commande par modes glissants d'ordre 3 qui requiert, elle aussi, l'utilisation d'un observateur robuste, le même que précédemment, par modes glissants d'ordre 2, pour la vitesse, l'accélération et le couple de perturbation. Il est démontré, par des simulations et des expérimentations, les très bonnes qualités du contrôleur et de l'observateur. La précision est très bonne. La réticence, la consommation énergétique et les pertes joules sont en diminution.

Ces commandes avec observateur (c'est à dire avec suppression d'un capteur) sont robustes vis-à-vis de perturbations internes et/ou externes. La précision dans les deux cas est très bonne et la consommation énergétique est en baisse.

Modes glissants avec observateurs			
		MG2	MG3
Nombre de paramètres		7	9
Nombre de commandes		2	2
Robustesse	Incertitude	++	++
	$C_r = 0Nm$	++	++
	$C_r \neq 0Nm$	++	++
Sans C_r	E_d (en%)	0.16	0.25
	E_s	0.0007	0.0007
	W_{P_j}	0.28	0.185
	W	0.69	0.5
Avec C_r	E_d (en%)	0.25	0.5
	E_s	0.0007	0.0007
	W_{P_j}	16.8	11.6
	W	21.4	15
Réglage		++	++
Mise en oeuvre		++	++
Inconvénients		/	/
Avantages		Robustesse Précision $\hat{C}_r$ - 1 capteur	

Conclusions et perspectives

Conclusion

Le travail de cette thèse porte sur différentes utilisations des algorithmes par modes glissants (surtout d'ordre 2 ou 3) vis-à-vis du moteur pas-à-pas (identifications, commandes et observateurs) avec des exigences de robustesse vis-à-vis de perturbations internes (incertitudes paramétriques dues à la mauvaise connaissance des paramètres du moteur, et/ou à des variations, dans le temps, des paramètres du moteur) ou de perturbations externes (couple de charge C_r). Les algorithmes proposés sont basés sur la commande en boucle fermée en tension. En effet, les tensions des deux enroulements sont calculées à chaque instant pour permettre de remplir pleinement l'objectif de l'asservissement en position.

Une brève introduction technologique a permis de déterminer les équations et modèles du moteur pas-à-pas utilisés. La première contribution à cette étude est la conception, la réalisation et la mise en œuvre d'un banc d'expérimentation. Celui-ci a évolué au fil des expérimentations.

Nous avons effectué des identifications des paramètres du moteur par plusieurs méthodes "hors-ligne" et "en-ligne" afin de comparer les résultats. Compte tenu des bonnes performances des observateurs par modes glissants d'ordre supérieur, cette théorie est utilisée pour effectuer une identification des paramètres du moteur pas-à-pas. Les résultats obtenus par les observateurs (des algorithmes par Super Twisting par exemple) sont très bons et permettent de déterminer correctement "en-ligne" les paramètres (sauf peut être J, le moment d'inertie). Là aussi, la théorie des modes glissants montrent ses qualités et avantages. Des trajectoires de référence sont élaborées puis, dans un souci d'économie énergétique, une optimisation est étudiée.

Nous avons rappelé dans un premier temps les lois de commande "plus classiques" en faisant ressortir leurs avantages et inconvénients quand aux critères de robustesse précités. Il est montré la possibilité d'utiliser une ou deux lois de commandes pour asservir le moteur en vitesse ou en position. Des simulations et des expérimentations ont permis d'illustrer ces propos. Les résultats de celles-ci mettent en évidence leurs déficiences vis-à-vis de la robustesse. Dans un deuxième temps, une solution par modes glissants est proposée pour palier au problème de robustesse.

L'algorithme par modes glissants d'ordre un montre rapidement ses qualités de mise en oeuvre, de précision et de robustesse vis-à-vis d'incertitudes paramétriques. Il est montré la possibilité d'asservir le moteur pas-à-pas en vitesse ou en position avec une seule commande avec de bonnes qualités. Il apparaît alors comme naturel d'associer les qualités des modes glissants et de la propriété de platitude pour un asservissement avec deux lois de commande, en position et en courant direct. La propriété de platitude permet aussi l'élaboration assez aisée de trajectoire de référence. Cependant, de par le choix de la surface de glissement, il est montré les limites de la robustesse de cet algorithme par modes glissants vis-à-vis d'un couple de charge de perturbation. Les modes glissants d'ordre supérieur sont donc une solution évidente pour palier à ce problème. En effet, les modes glissants d'ordre supérieur étant fortement liés au degré relatif du système étudié, cela permet de choisir une autre surface de glissement.

Plusieurs algorithmes sont présentés, simulés et testés expérimentalement avec de très bons

résultats. La robustesse (vis-à-vis d'incertitudes paramétriques et/ou d'un couple de charge de perturbation) est alors mise en évidence expérimentalement. De plus, la précision est améliorée, comme attendu théoriquement, dans les limites technologiques des composants du banc.

Les modes glissants d'ordre deux ont été introduits ici pour répondre à un problème de choix de surface et non dans un souci de diminution énergétique. En effet, les modes glissants provoquent, de par l'utilisation d'une commande discontinue, une augmentation de la consommation énergétique : c'est le phénomène de réticence ou chattering. Une solution pour diminuer la consommation énergétique est d'optimiser les trajectoires de référence. On a effectué des expérimentations dans les mêmes conditions avec les deux couples de trajectoires. Même si en "écart relatif", la trajectoire optimisée présente des avantages, les résultats obtenus ne sont pas très concluants compte tenu de la variation du couple de charge.

Une autre solution pour diminuer la consommation énergétique est l'utilisation des modes glissants d'ordre 3 afin de faire décroître le phénomène de réticence. Il a été mis en oeuvre un algorithme de type "Integral Sliding Mode" qui permet par ailleurs d'améliore la convergence en temps fini. Les simulations montrent de très bons résultats. Cependant, expérimentalement les résultats ne sont pas concluants ce qui est dû à la mauvaise connaissance de la surface.

Pour remédier à ce problème, afin d'obtenir une information non-mesurée (l'accélération), mais aussi pour ne pas utiliser une mesure bruitée (la vitesse) et par la même, diminuer le nombre de capteurs (point de vue économique), des observateurs par modes glissants d'ordre deux ont été introduits. Plusieurs algorithmes sont présentés, illustrés par des simulations. Des expérimentations, avec l'observateur retenu, sont menées et des résultats sont donnés pour illustrer ces propos. La théorie des modes glissants d'ordre supérieur montre là aussi ses qualités. De plus, cela permet d'obtenir également une estimation correcte du couple de charge de perturbation.

Les expérimentations avec deux algorithmes par modes glissants d'ordre 2, un pour la commande et un pour l'observateur (de vitesse) montrent de bons résultats. La précision est bonne, la robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques comme vis-à-vis d'un couple de charge est là aussi très corrects. L'utilisation de la valeur estimée du couple de charge dans la loi de commande permet de diminuer, légèrement, la consommation énergétique par une baisse des gains.

Les expérimentations avec un algorithme par modes glissants d'ordre 3 pour la commande et un algorithme par modes glissants d'ordre 2 pour l'observateur (de vitesse et d'accélération) montrent de très bons résultats. La précision est très bonne, la robustesse, vis-à-vis des incertitudes paramétriques comme vis-à-vis d'un couple de charge, est là aussi très corrects. De plus, le phénomène de réticence ainsi que la consommation énergétique sont nettement diminués.

Perspectives

Une première partie des perspectives concerne les modifications, pour effectuer des améliorations, à apporter au banc d'expérimentation .

Il serait souhaitable de finaliser le câblage (diminution du bruit de mesure) et le montage. En effet, on s'est aperçu qu'il existait un balourd dû à un mauvais alignement des axes des différents composants. De plus, il est envisagé d'introduire un disque à inertie variable et modulable ou un pseudo-bras de robot pour créer d'autres types de couple de charge. Enfin, il est envisagé d'utiliser d'autres alimentations pour effectuer des expérimentations pour valider des performances dynamiques plus importantes. En effet, à l'heure actuelle, les performances, vitesse et accélération, sont limitées par la valeur maximale (30 V) de tension délivrée par les alimentations des cartes d'amplification. Il s'agit de se ramener à des problèmes de robotique pour envisager une utilisation industrielle.

Une autre perspective d'étude est l'élaboration d'un algorithme permettant de modifier automatiquement les valeurs des paramètres des lois de commande en fonction du couple de perturbation fournit par l'observateur. Cela permettrait d'adapter les gains en fonction du couple de charge, donc d'adapter l'énergie consommée en fonction des besoins.

De la même manière, on peut envisager d'introduire une identification des paramètres "en-ligne" pour adapter les valeurs des paramètres variables dans le temps durant le fonctionnement. Cependant, il faut améliorer le temps de convergence.

D'autres perspectives concerne la possibilité d'expérimenter sur le banc, d'autres lois de commandes robustes, par modes glissants ou non, utilisées pour d'autres moteurs ou encore d'autres observateurs, là aussi, par modes glissants ou non.

De manière similaire, on pourrait essayer d'appliquer ces lois de commande, avec ou sans observateurs, à d'autres de types de moteurs électriques, présentant des propriétés de platitude (le moteur asynchrone par exemple).

De plus, compte tenu des qualités des modes glissants, on peut envisager d'intégrer d'autres observateurs pour supprimer d'autres capteurs, et pourquoi pas celui de position.

		Lois classiques					Modes glissants				
		Lyapunov			P S	Linea	MG1	MG2	MG3	MG2	MG3
		Ω	θ	θ			θ et i_d		ISM	avec observateurs	
Nombre de paramètres		2	3	3	3	4	4	5	7	7	9
Nombre de commandes		2	2	2	1	2	2	2	2	2	2
Robustesse	Incertitude	-	-	-	-	-	+	++	+/-	++	++
	$C_r = 0Nm$	+	+	+	+	+	+	++	+/-	++	++
	$C_r \neq 0Nm$	- -	- -	+/-	+/-	+/-	/	++	/	++	++
Sans C_r	E_d (en%)	8.9	1.7	0.25	1.6	1.7	0.17	0.083	0.083	0.16	0.25
	E_s	0.05	0.1	0.005	0.02	0.01	0.0007	0.0007	0.005	0.0007	0.0007
	WP_j	0.89	0.9	0.9	0.27	8.4	1.05	0.2	0.16	0.28	0.185
	W	1.31	1.4	1.6	0.67	10.1	1.35	0.6	0.55	0.69	0.5
Avec C_r	E_d (en%)	44.6	20	2.9	7.5	1.7	/	0.33	/	0.25	0.5
	E_s	0.1	0.1	0.015	0.02	0.01		0.0007		0.0007	0.0007
	WP_j	24.8	23	19.6	20	18.7		16.8		16.8	11.6
	W	32.2	31	30.2	24.9	25		21		21.4	15
Réglage		+/−	+/−	+/−	+	−	+	+	+	++	++
Mise en oeuvre		+	+	+	+	+/−	+/−	+	+/−	++	++
Inconvénients		Robustesse & Précision					Choix surface	/	Choix surface	/	/
Avantages		/	/	/	/	/	Robustesse & Précision			Robustesse Précision $\hat{C}_r$ - 1 capteur	

Annexes

Annexe A

Le moteur pas-à-pas

A.1 Moteur à reluctance variable

A.1.1 Principe de fonctionnement

La rotation, pour un moteur pas-à-pas à reluctance variable, est engendrée par la réaction entre un champ magnétique statorique (partie fixe) et un rotor saillant (partie mobile) qui conduit à une disposition alignée de la partie saillante avec le pôle créé par le champ magnétique. On utilise dans ce type de moteur la propriété qu'a une pièce en matériau magnétique doux placée dans un champ magnétique de prendre une position telle que la reluctance soit minimale ce qui provoque un couple de rappel ([Multon 94]). Ce type de moteur est caractérisé par une structure dentée au niveau du rotor et du stator. Le nombre de bobines dans le stator et le type de connexion déterminent le nombre de phases du moteur. Le rotor, Figure A.1, comporte moins de dents qu'il n'y a de pôles au stator et il n'est pas aimanté.

$$\text{Calcul des pas : } \begin{cases} \text{- statorique : } s = \frac{360}{8} = 45^\circ \\ \text{- rotorique : } r = \frac{360}{6} = 60^\circ \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \text{par tour : } Np = \frac{360}{r-s} = \frac{360}{60-45} = 24 \tag{A.1}$$

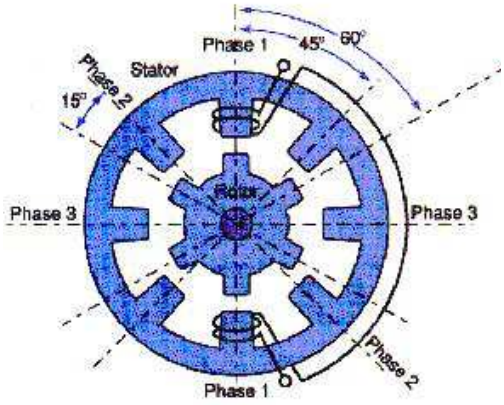

FIG. A.1 – Moteur à reluctance variable

Ce type de moteur présente une bonne résolution et le couple moteur proportionnel au

courant mais faible, il est de construction facile et le sens de rotation dépend de l'ordre d'alimentation des bobines. Afin d'augmenter la résolution angulaire de ce type de moteur, il existe des moteurs à circuits magnétiques multiples ou "multistack" ([Séguier 88], [Grenier 01]), selon l'exemple suivant, Figure A.2.

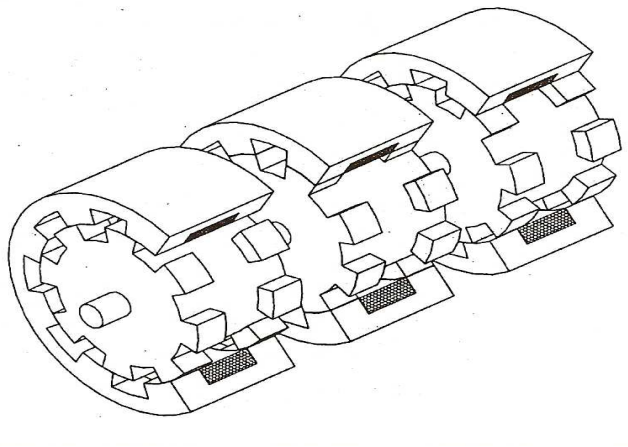

FIG. A.2 – Moteur de type "multistack"

Ce type de moteur pas-à-pas est de moins en moins utilisé au profit des autres types.

A.1.2 Phénomènes électriques

Afin de déterminer les premières équations, considérons le circuit magnétique, Figure A.3, comportant un seul enroulement (R, L) à n spires.

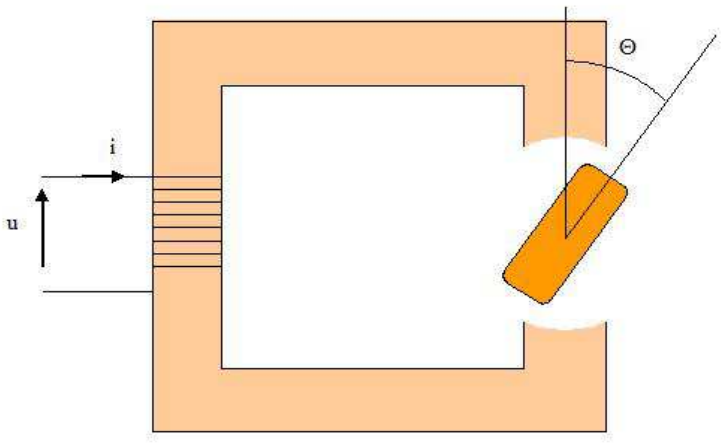

FIG. A.3 – Circuit magnétique à un seul enroulement

On peut calculer la perméance, P_e, fonction paire π périodique, du circuit magnétique en

fonction de la reluctance, R_e :

$$P_e = \frac{1}{R_e} \qquad \text{et donc} \qquad L = \frac{n^2}{R_e} = n^2 P_e \tag{A.2}$$

Avec un développement en série de Fourier au premier ordre

$$P_e = P_0 + P_1 cos(2\theta) \tag{A.3}$$

Pour un matériau linéaire, la coénergie, W_c, s'exprime :

$$W_c = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} n^2 i^2 (P_0 + P_1 cos(2\theta)) \tag{A.4}$$

Le couple électromagnétique, C_e, a pour expression

$$C_e = \frac{dW_c}{d\theta} \tag{A.5}$$

et peut s'écrire

$$C_e = -n^2 i^2 P_1 sin(2\theta) = -i^2 L_1 sin(2\theta) \tag{A.6}$$

On en déduit donc l'équation électrique de l'enroulement :

$$u = Ri + \frac{d\varphi}{dt} \qquad \text{avec} \qquad \varphi = Li \qquad \text{et} \qquad L = (L_0 + L_1 cos(2\theta)) \tag{A.7}$$

et donc

$$u = Ri + (L_0 + L_1 cos(2\theta)) \frac{di}{dt} - 2L_1 i sin(2\theta) \frac{d\theta}{dt} \tag{A.8}$$

A.2 Moteur à aimant permanent

A.2.1 Principe de fonctionnement

Le schéma de principe d'un moteur à aimant permanent correspond à la Figure A.4.

Le fonctionnement du moteur à aimant permanent est assuré par l'action d'un champ électromagnétique statorique, enroulements bobinés sur des plots régulièrement répartis, sur un rotor composé d'aimants permanents ([Kant 89], [Jufer 95]). Un aimant permanent est solidaire de l'axe (du rotor) du moteur. Des bobines excitatrices sont disposées sur la périphérie interne du stator et sont alimentées successivement. Le principe utilisé est celui du flux maximal. Ce type de moteur présente une résolution plus faible due à la difficulté de loger l'aimant, sa construction est plus complexe, mais il possède un fort couple moteur proportionnel au courant et le sens de rotation dépend de l'ordre d'alimentation des bobines et du sens du courant dans celles-ci.

$$\text{Calcul des pas : } \begin{cases} \text{- statorique : } s = \frac{360}{4} = 90 \\ \text{- rotorique : } r = \frac{360}{2} = 180 \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad \text{par tour : } Np = \frac{360}{r-s} = \frac{360}{180-90} = 4 \tag{A.9}$$

De plus, les moteurs pas-à-pas sont souvent alimentés de façon bipolaire. Les enroulements (AA') sont mis en série pour ne former qu'une seule phase ainsi que les enroulements (BB') pour former une phase décalée de 90°.

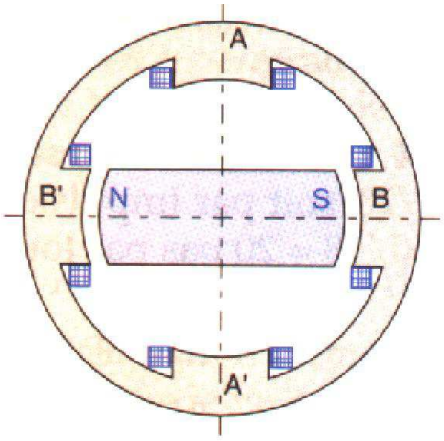

FIG. A.4 – Moteur à aimant permanent

A.2.2 Phénomènes électriques

Les équations de cette machine sont celles de la machine synchrone à aimants permanents à pôles saillants à partir de schéma suivant :

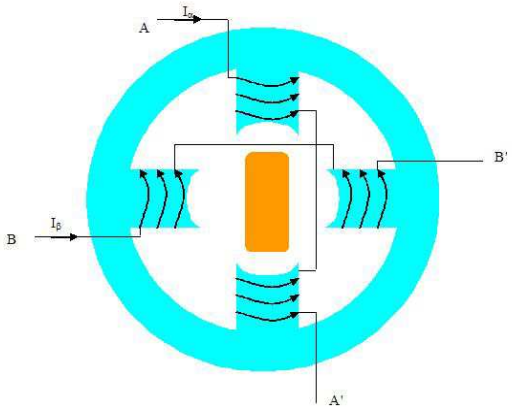

FIG. A.5 – Structure de base du moteur

Par hypothèse, on négligera les harmoniques de dentures (ou d'encoches) et on supposera une non saturation des circuits magnétiques. En se limitant au premier harmonique, on peut déterminer les self inductances des phases α et β :

$$\begin{cases} L_\alpha = L_0 + L_1 cos(2\theta) \\ L_\beta = L_0 - L_1 cos(2\theta) \end{cases} \tag{A.10}$$

et la mutuelle inductance

$$M_{\alpha\beta} = L_1 sin(2\theta) \tag{A.11}$$

On en déduit les flux dans les enroulements

$$\begin{cases} \varphi_\alpha = (L_0 + L_1 cos(2\theta))i_\alpha + L_1 sin(2\theta) i_\beta + \varphi_r cos\theta \\ \varphi_\beta = (L_0 - L_1 cos(2\theta))i_\beta + L_1 sin(2\theta) i_\alpha + \varphi_r sin\theta \end{cases} \tag{A.12}$$

où φ_r est le flux maximal envoyé par l'aimant à travers une bobine. Le flux φ_r du rotor est équivalent à la circulation d'un courant fictif i_r dans un pseudo enroulement rotorique ayant une inductance L_r, soit : $\varphi_r = L_r i_r$.

Cela donne l'expression de la matrice des inductances :

$$\begin{pmatrix} \varphi_\alpha \\ \varphi_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_0 + L_1 cos(2\theta) & L_1 sin(2\theta) \\ L_1 sin(2\theta) & L_0 - L_1 cos(2\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} cos\theta \\ sin\theta \end{pmatrix} \varphi_r \tag{A.13}$$

De l'équation du couple électromagnétique C_e, (A.5), on peut écrire :

$$W_c = \frac{1}{2} L i^2 = \frac{1}{2} \varphi i \tag{A.14}$$

et donc

$$C_e = -\varphi_r (i_\alpha sin\theta - i_\beta cos\theta) + L_1((i_\beta^2 - i_\alpha^2) sin(2\theta) + 2 i_\alpha i_\beta cos(2\theta) \tag{A.15}$$

Le premier terme représente l'interaction du courant avec l'aimant et les autres termes présentent les couples de reluctance variable négligeables, en général, devant le premier. Pour prendre en compte la variation de la reluctance externe de l'aimant selon la position, il faut introduire un couple de détente dans l'expression du coupe électromagnétique de la forme suivante :

$$C_d = -K_d sin(4\theta) \tag{A.16}$$

$$C_{em} = -\varphi_r sin\theta - i_\beta \cos\theta) + L_1((i_\beta^2 - i_\alpha^2) \sin(2\theta) + 2 i_\alpha i_\beta \cos(2\theta)) - K_d \sin(4\theta) \tag{A.17}$$

On peut établir l'allure du couple moteur ou couple résultant, lors de l'alimentation d'une seule phase, qui montre de façon évidente les quatre positions stables (ou positions de détente) rencontrées lors de la non alimentation en courant du moteur.

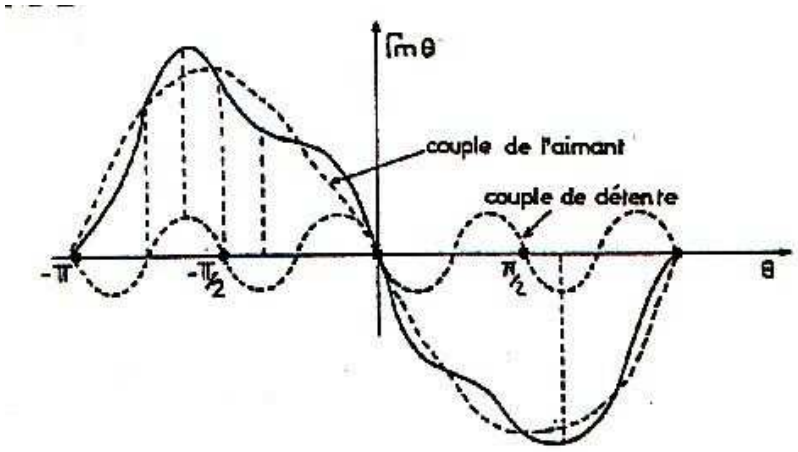

FIG. A.6 – Allure du couple moteur

A.3 Moteur hybride

C'est le type de moteur, Figure A.7, le plus utilisé dans la gamme de puissance de moyenne à élevée (jusqu'à 50 Nm). Le rotor denté, sous forme de deux roues polaires (un disque Nord et un disque Sud) décalées d'une dent (correspondant à l'angle électrique), est associé à un aimant axial. Les équations de ce type de moteur sont semblables à celles du moteur à aimant permanent. De la même manière, le couple de reluctance est négligeable. On utilise dans ce moteur les deux principes évoqués précédemment. Il est aussi appelé moteur reluctant polarisé. Le rotor du moteur prend la position présentant la résistance magnétique minimale en fonction de l'excitation du stator et du flux magnétique de l'aimant permanent du rotor.

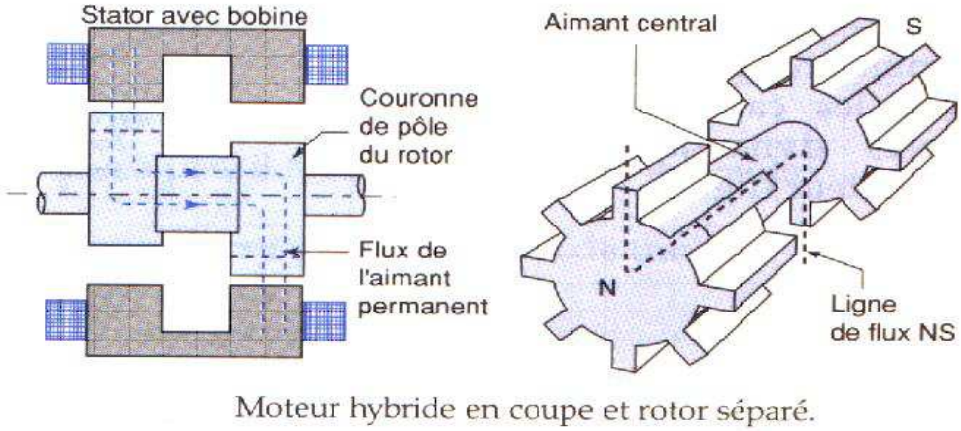

FIG. A.7 – Moteur hybride

Ce type de moteur présente les avantages du moteur à aimant permanent avec un couple moteur élevé et les avantages du moteur à reluctance variable avec un nombre important de pas par tour. Cependant, il faut préciser que son inertie et ses pertes fer sont relativement importantes ([Kant 89], [Gieras 02]).

A.4 Grandeurs caractéristiques

Il faut expliciter les grandeurs qui vont déterminer les phénomènes qui peuvent apparaître dans le moteur de façon positive ou négative.

- Le courant par phase

C'est l'intensité du courant par phase à l'arrêt qui provoque l'échauffement maximal admissible en fonctionnement.

- Couple de maintien statique

C'est le couple qu'il faut appliquer au moteur pour effectuer 4 pas quand il est alimenté 2 phases à la fois. Ce couple est proche de la forme d'une sinusoïde.

- Couple de détente

C'est le couple moteur non alimenté. Il est nul pour le moteur à reluctance.

- Caractéristiques dynamiques

Pour un système donné, les variations du couple résistant et la fréquence des impulsions déterminent les caractéristiques dynamiques du moteur. Il faut alors prendre en compte les phénomènes suivants :

- oscillations autour d'une position d'équilibre qui doivent être amorties ou supprimées par action mécanique (frottement sec ou visqueux), électrique (rajout de spires siège de courant de Foucault) ou par la modification de la commande (bang-bang par exemple),

- pertes de synchronisme ou décrochage à basse fréquence,

- fréquence limite de démarrage,

- le freinage.

Les équations électriques externes des moteurs hybrides et les moteurs à aimant permanent sont semblables de même que leurs types d'alimentation. Les moteurs à reluctance variable présentent des accélérations importantes mais des couples faibles et un prix élevé. Les moteurs hybrides possèdent des couples importants avec des couples massiques intéressants.

Annexe B

Les lois de commande classiques

B.1 Méthode de Lyapunov

B.2 Méthode des perturbations singulières

B.3 Méthode de la linéarisation de l'erreur

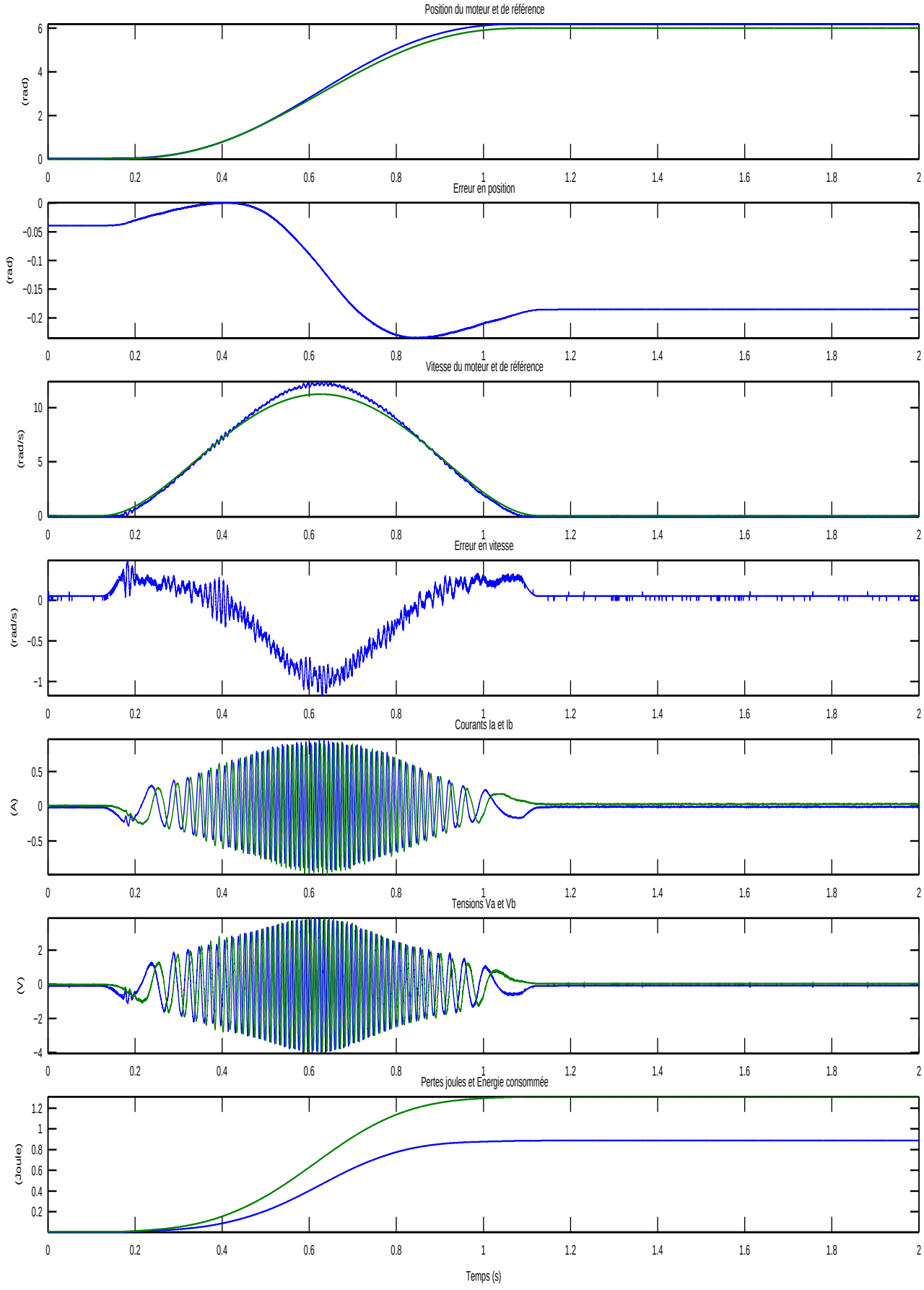

FIG. B.1 – Lyapunov - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

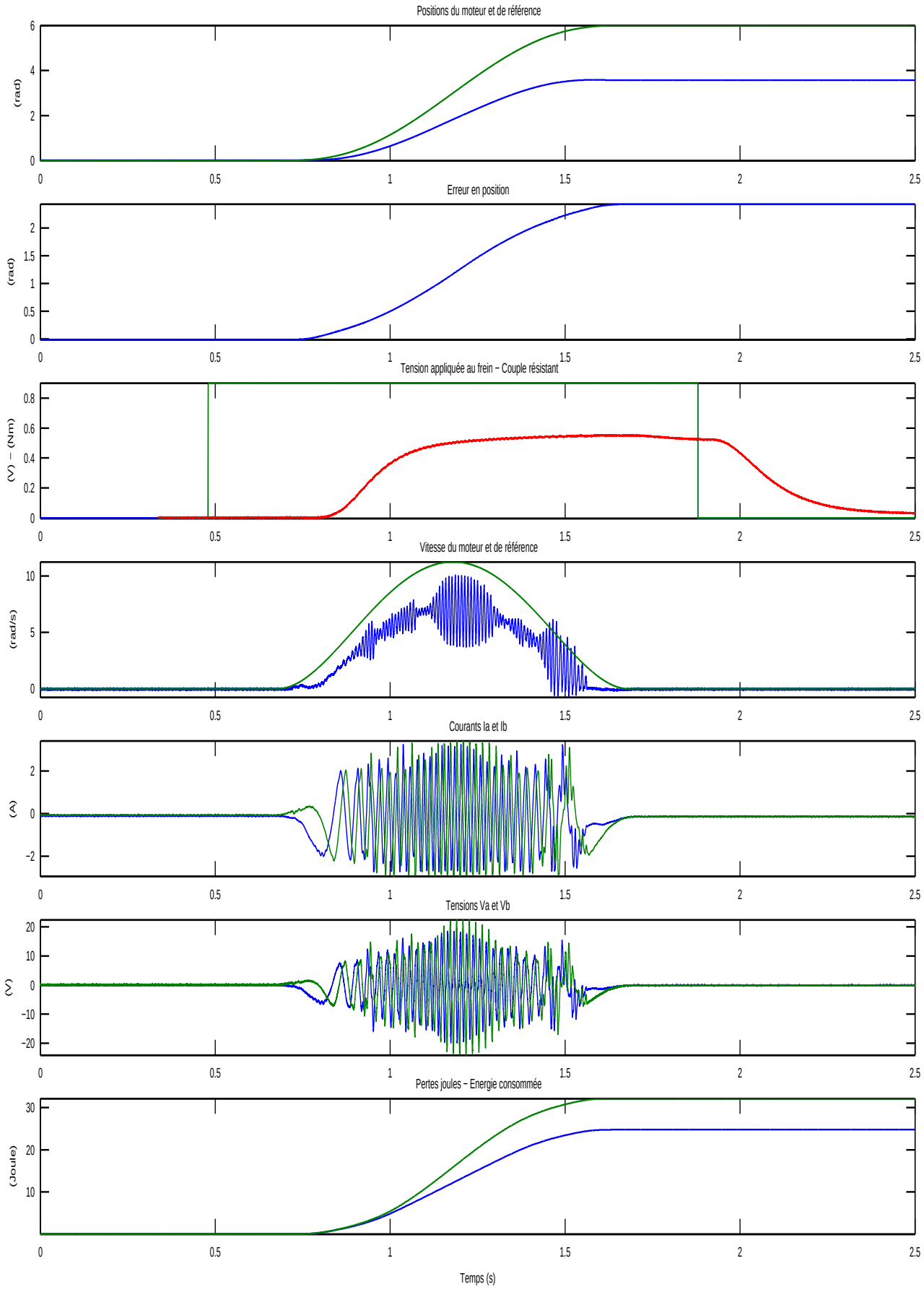

FIG. B.2 – Lyapunov - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

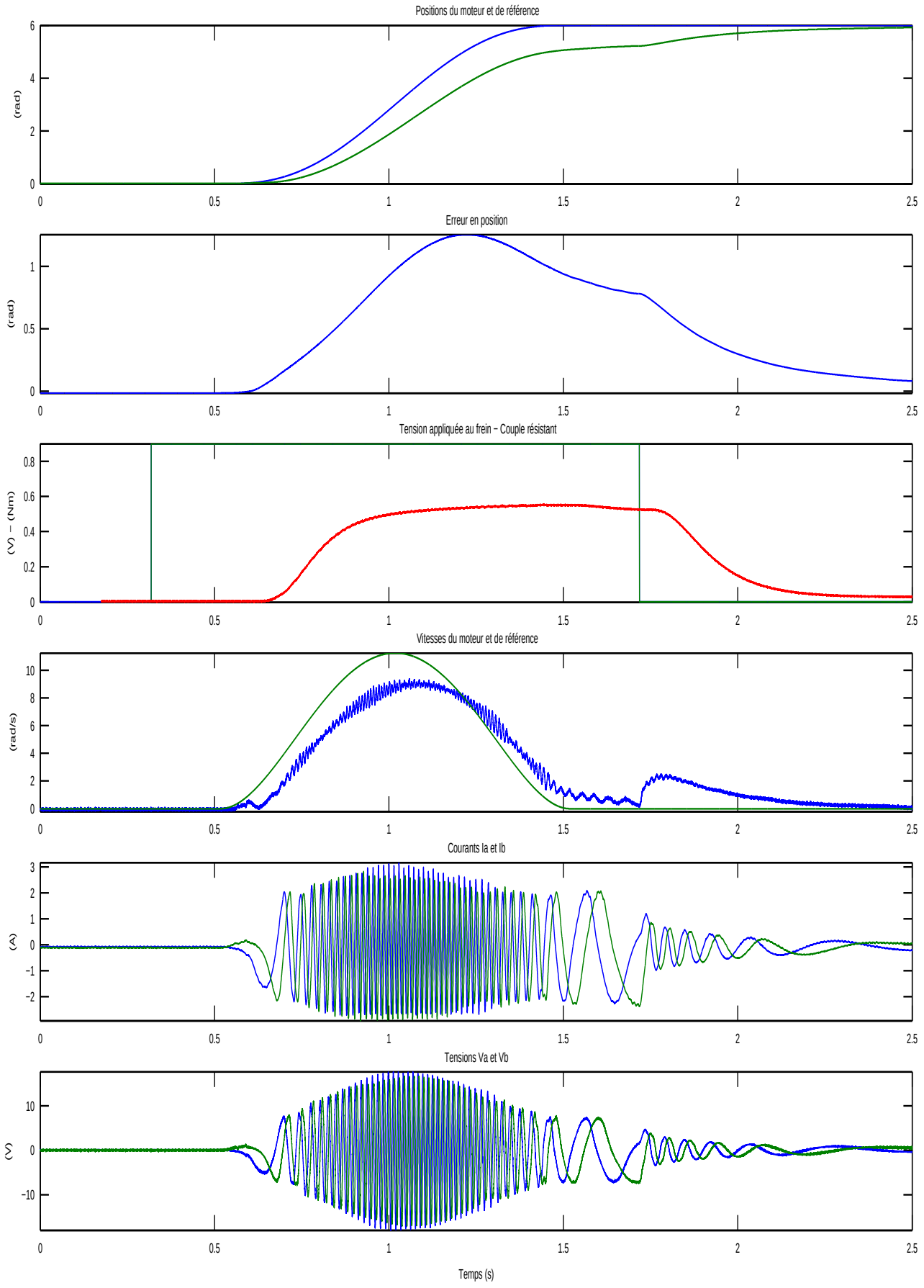

FIG. B.3 – Lyapunov - $C_r = 0.55Nm$ avec correcteur sur la position - Expérimentations

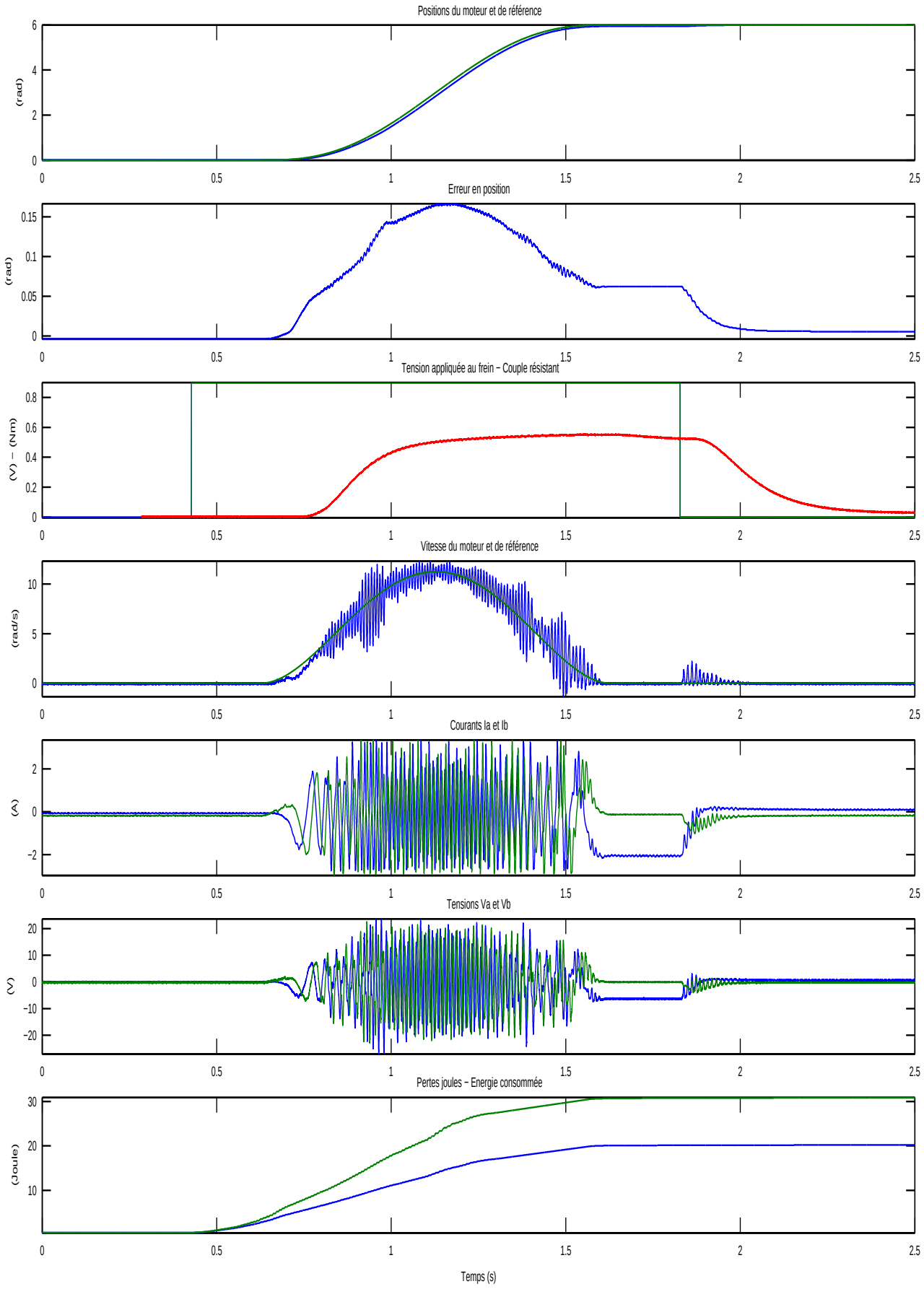

FIG. B.4 – Lyapunov - $C_r = 0.55Nm$ avec correcteur sur la position - Expérimentations

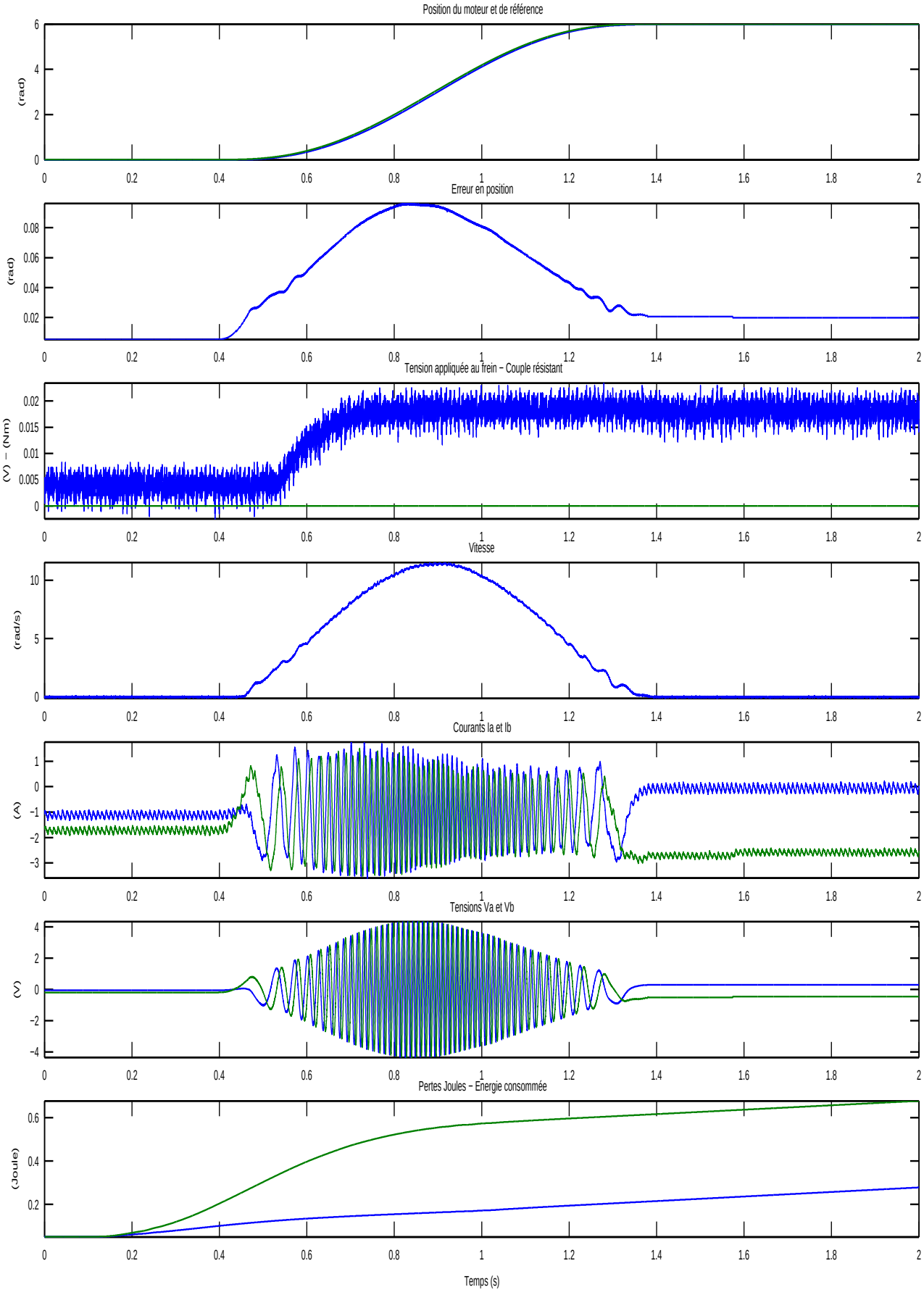

FIG. B.5 – Perturbations singulières - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

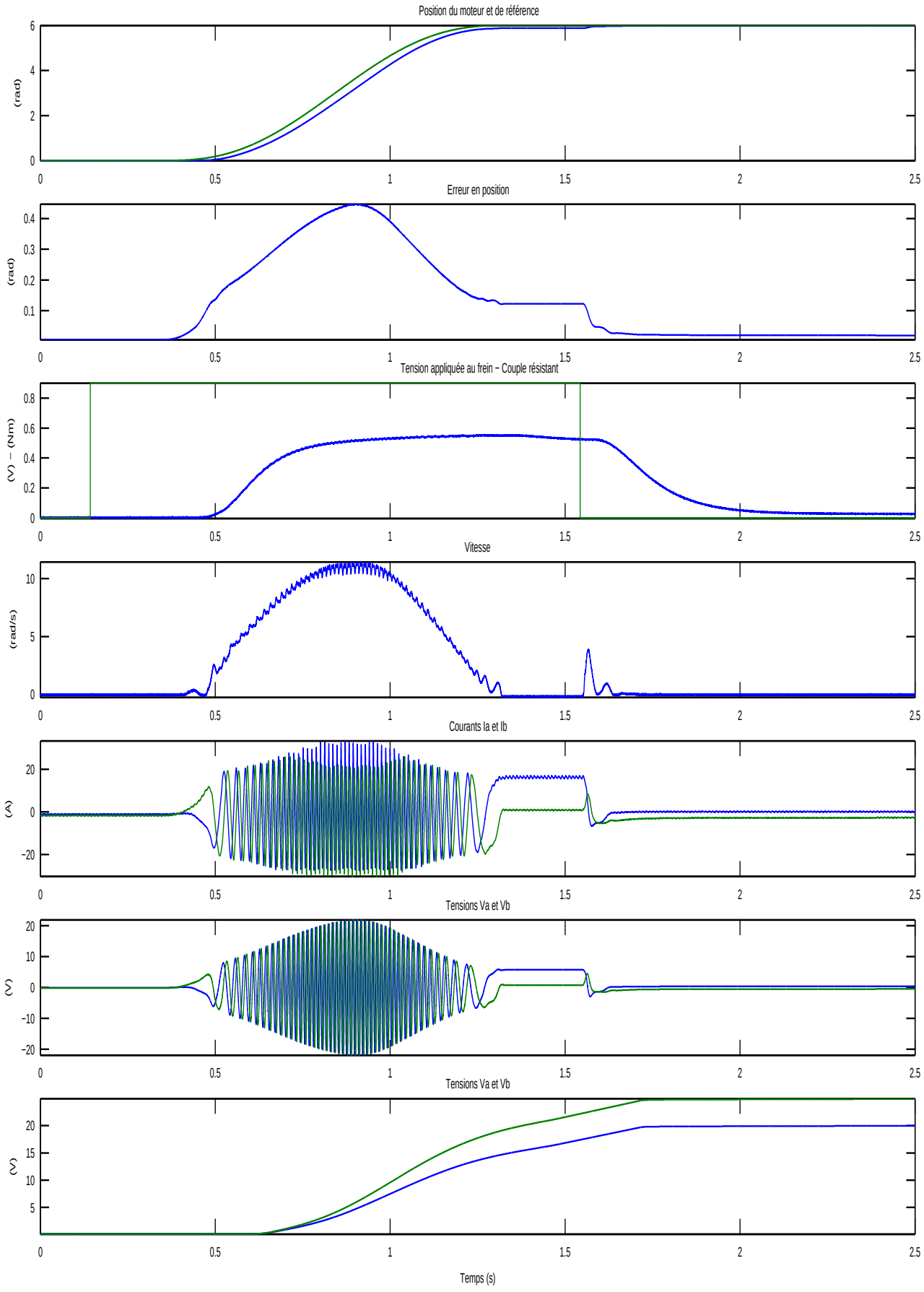

FIG. B.6 – Perturbations Singulières - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

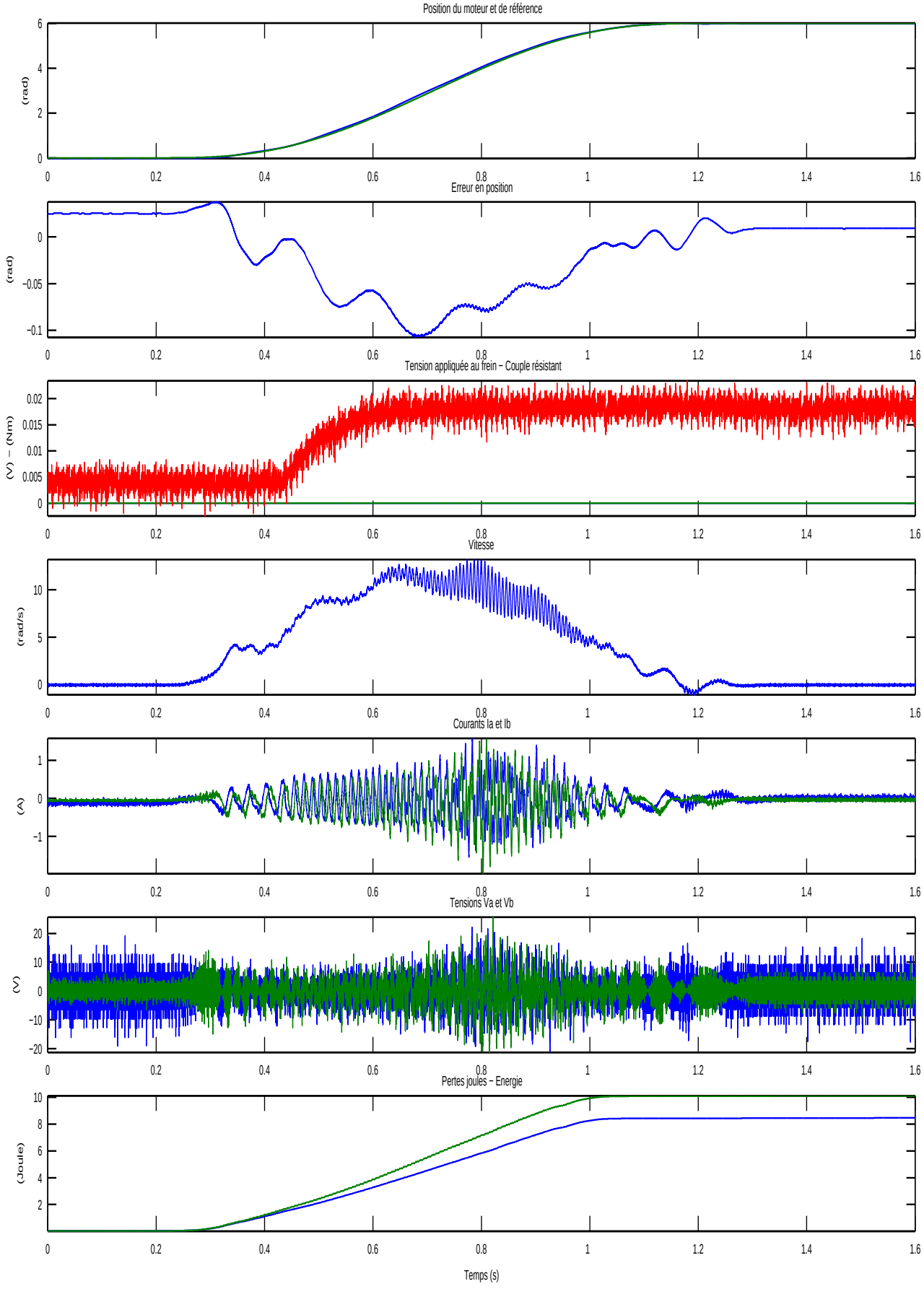

FIG. B.7 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0Nm$ - Expérimentations

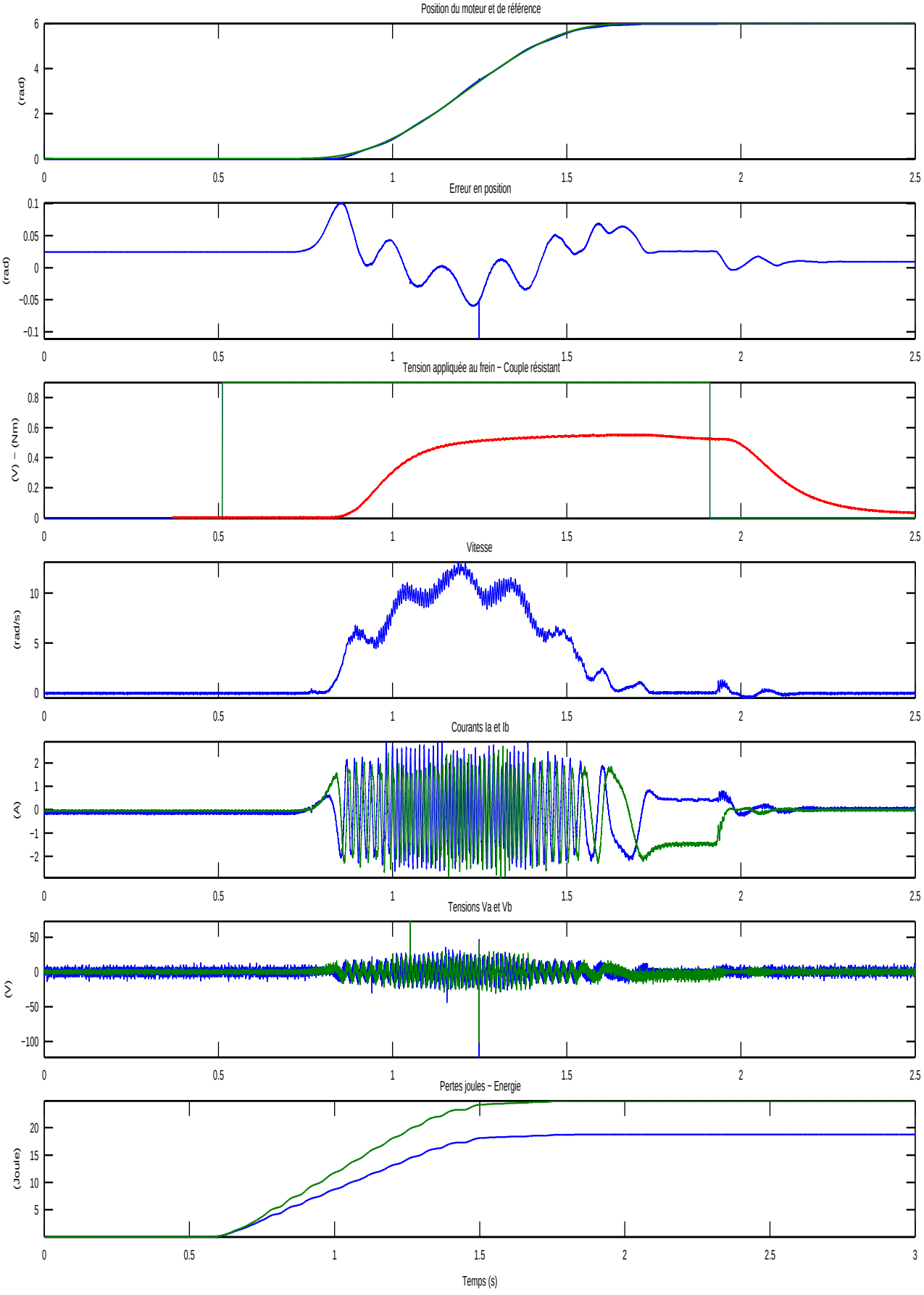

FIG. B.8 – Linéarisation de l'erreur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

Annexe C

Les lois de commande par modes glissants

C.1 MG1 Vitesse

C.1.1 Résultats des simulations

C.2 MG1 Position

C.2.1 Résultats des simulations

C.3 MG1 Position et courant

C.3.1 Résultats des simulations

C.3.2 Résultats des expérimentations

C.4 MG2

C.4.1 Résultats des simulations

C.4.2 Résultats des expérimentations

C.5 MG3

C.5.1 Résultats des expérimentations

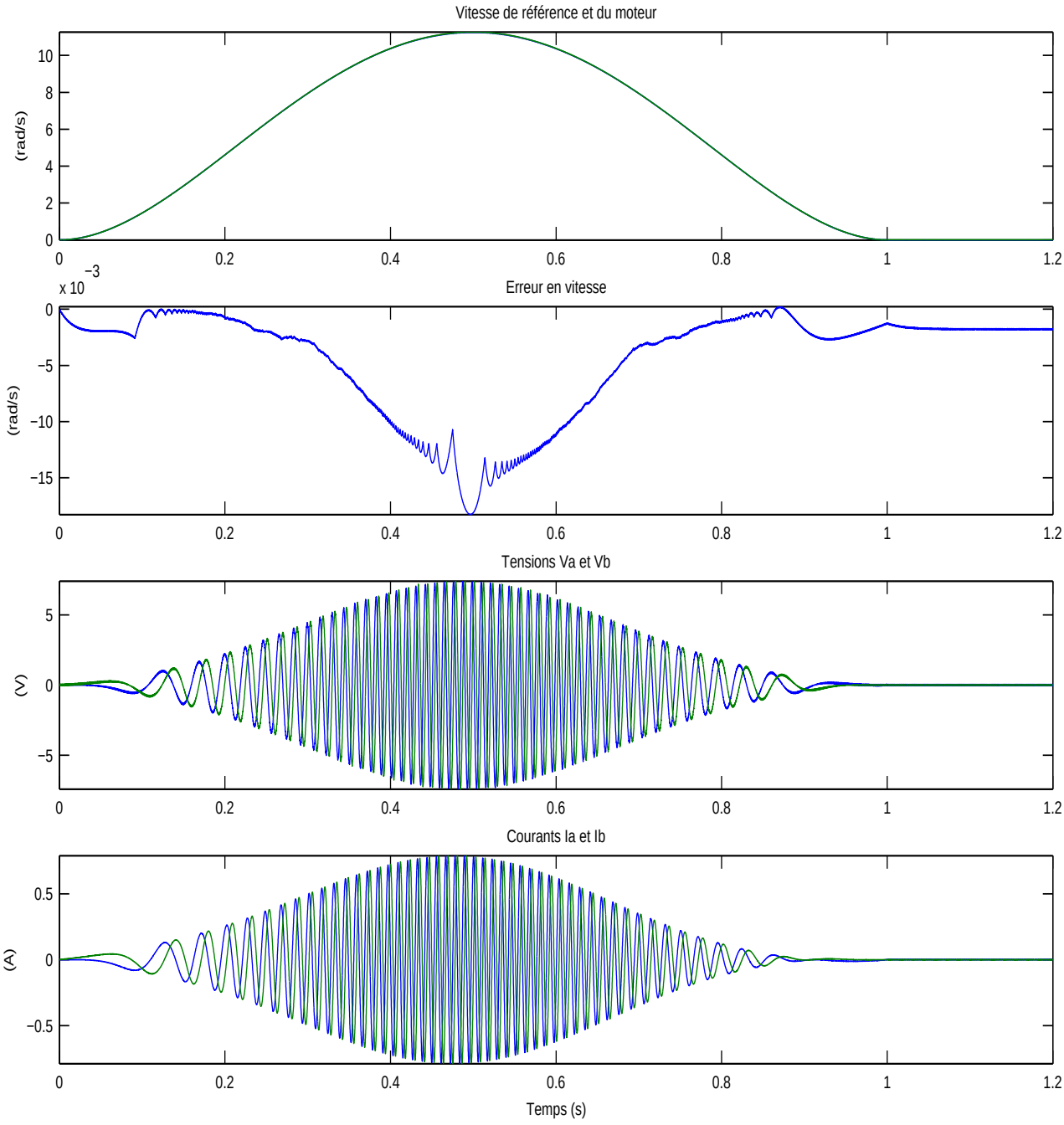

FIG. C.1 – MG 1 - Vitesse - $C_r = 0Nm$ - Simulations

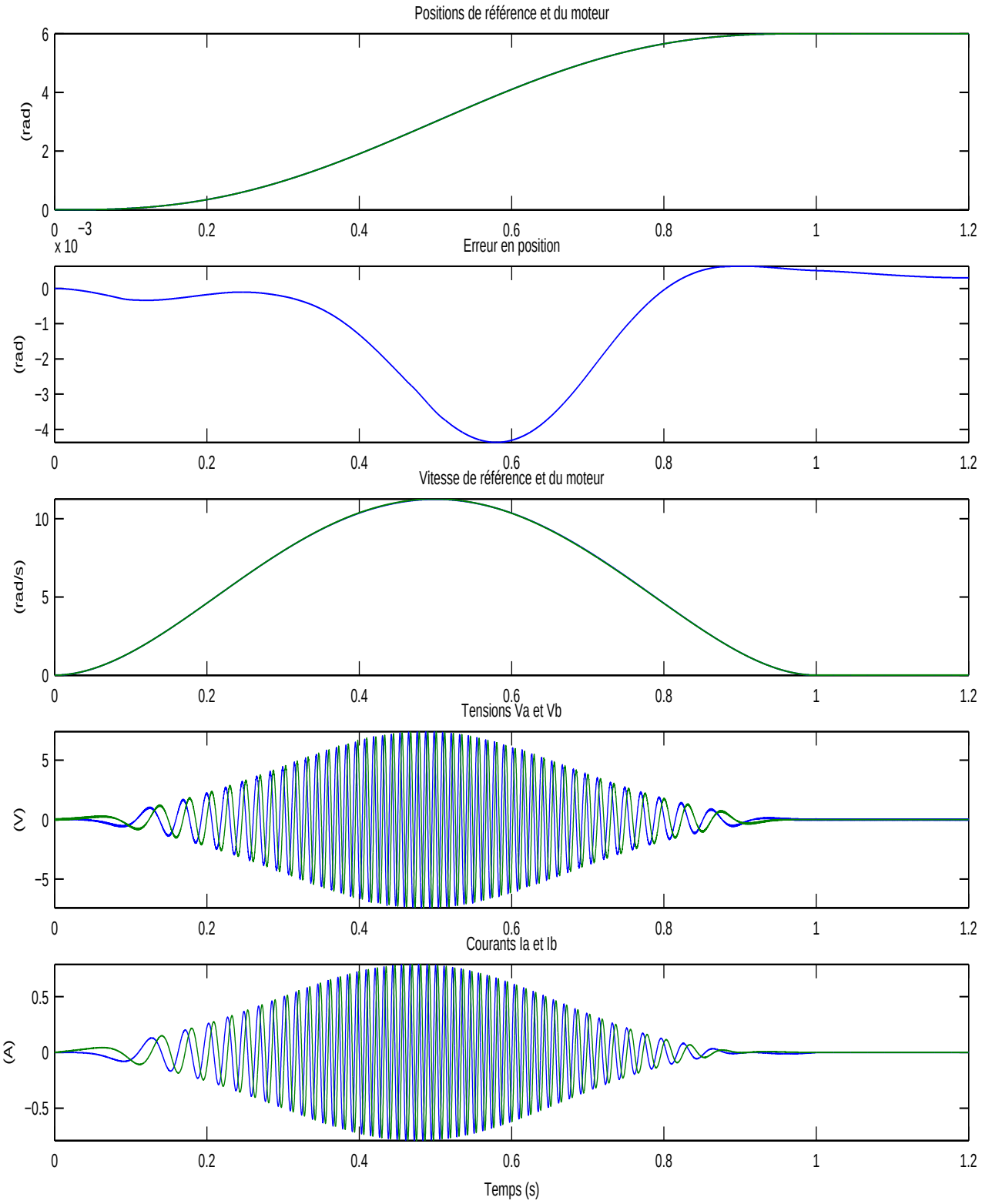

FIG. C.2 – MG 1 - Position - $C_r = 0Nm$ - Simulations

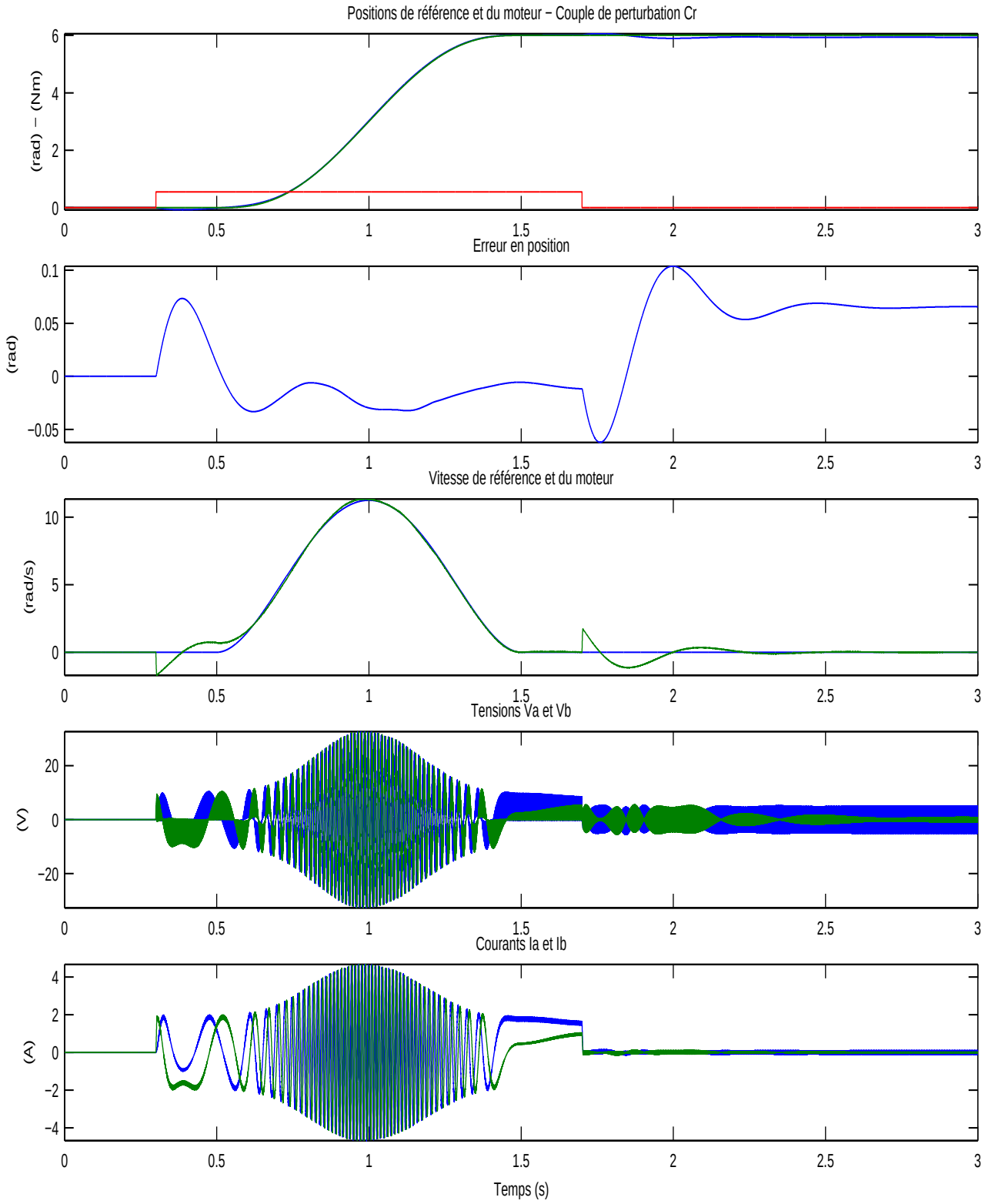

FIG. C.3 – MG 1 - Position - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

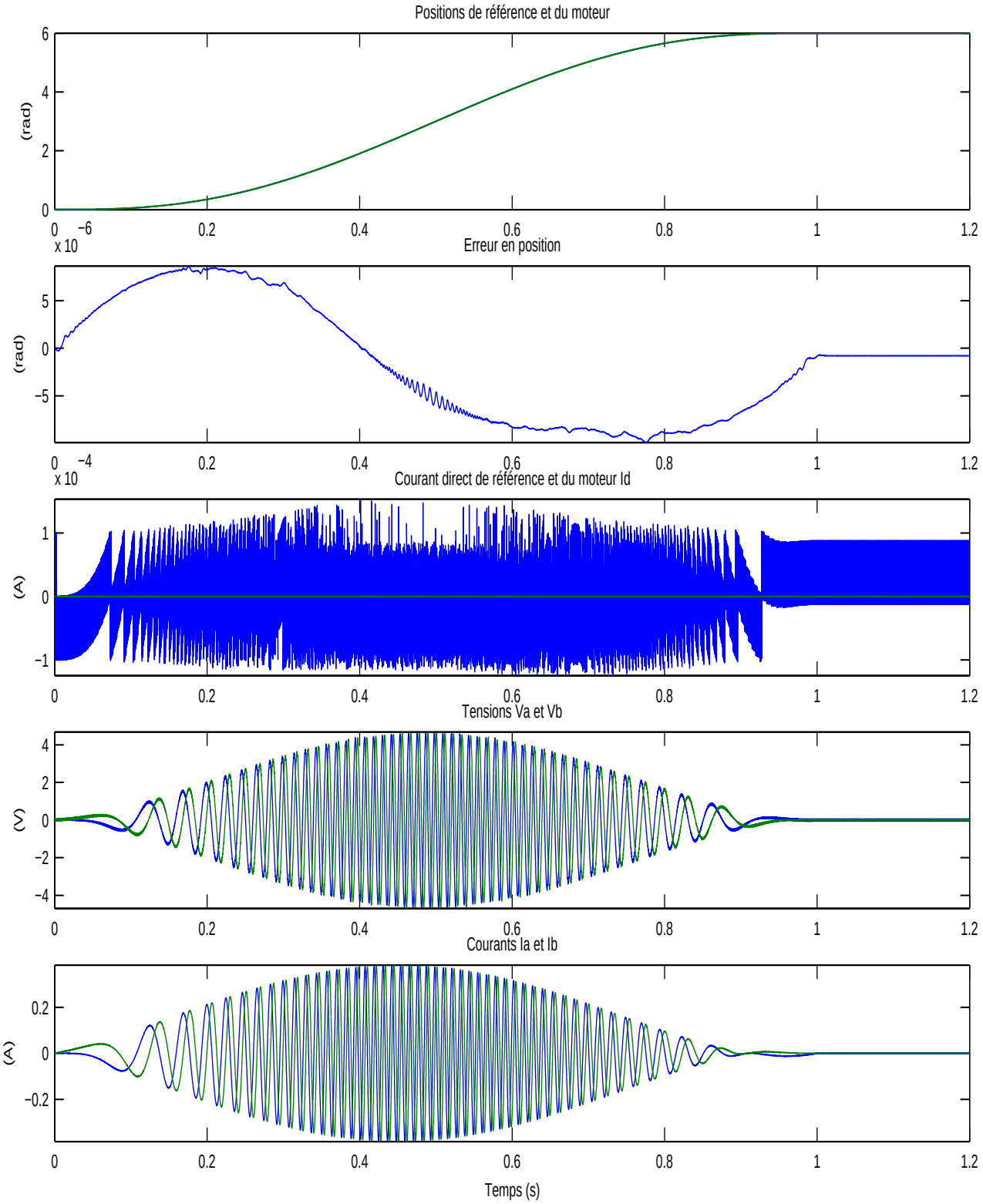

FIG. C.4 – MG1 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations

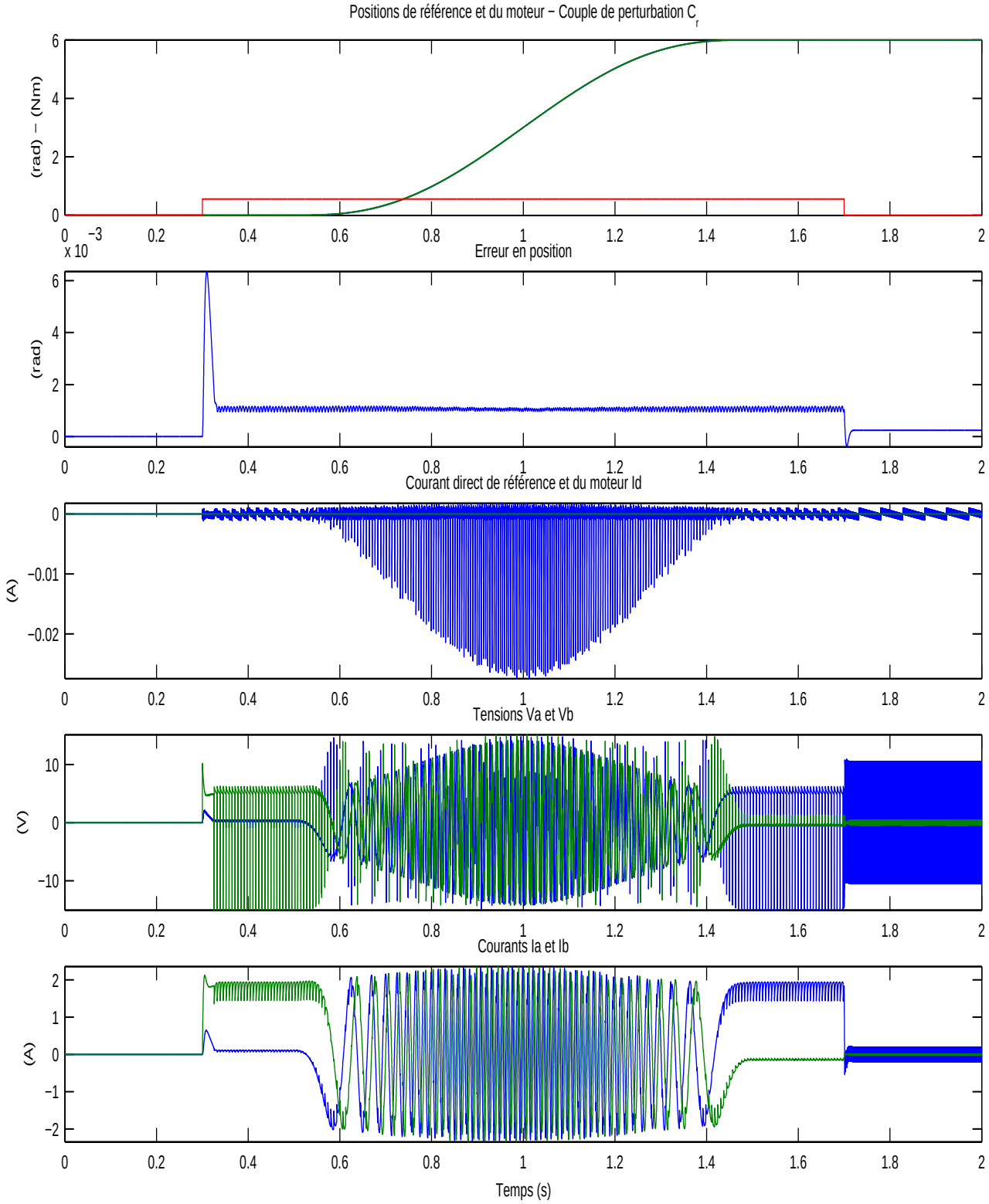

FIG. C.5 – MG1 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

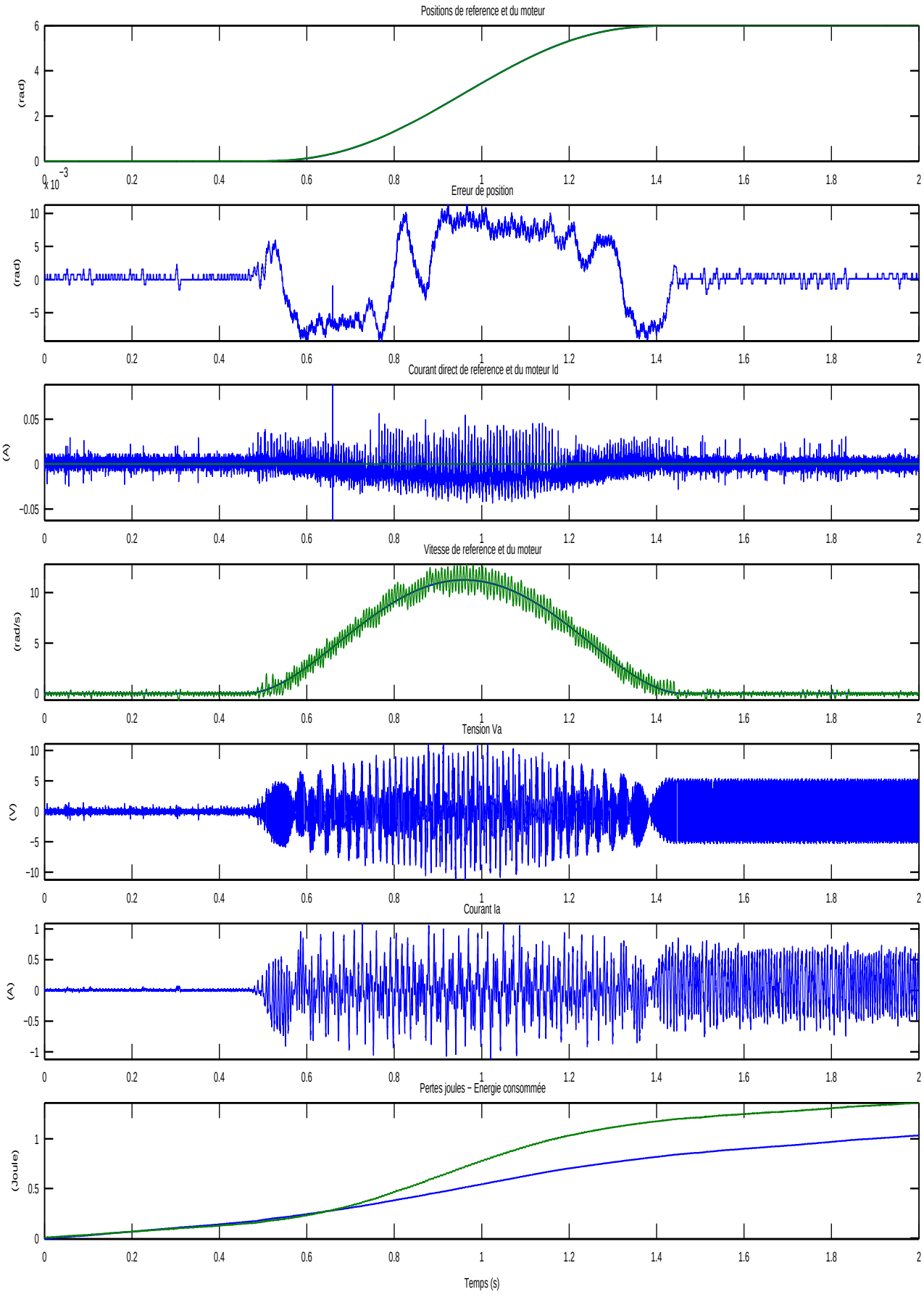

FIG. C.6 – MG1 en position et courant direct - $C_r = 0$ - Expérimentations

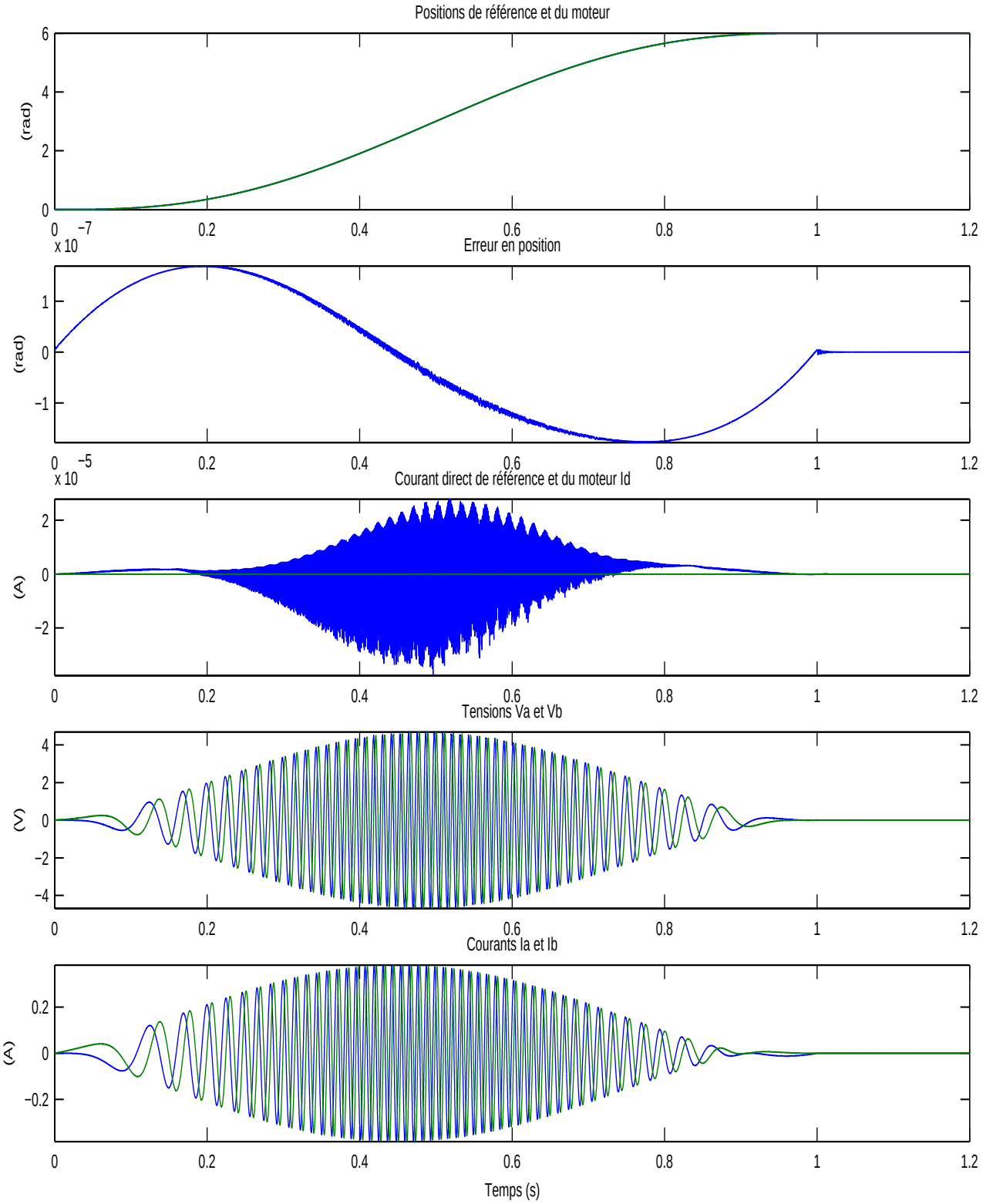

FIG. C.7 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0Nm$ - Simulations

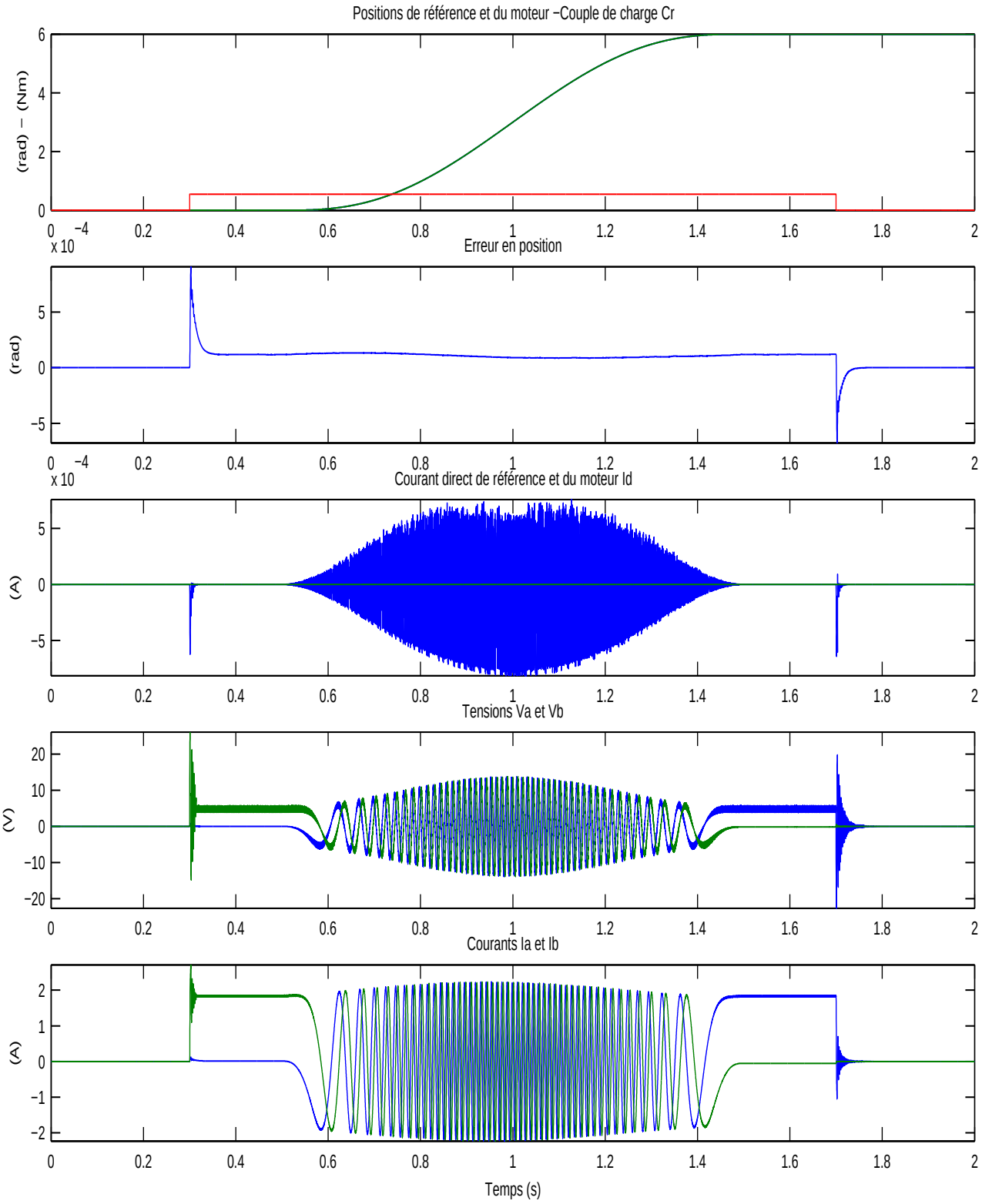

FIG. C.8 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.55Nm$ - Simulations

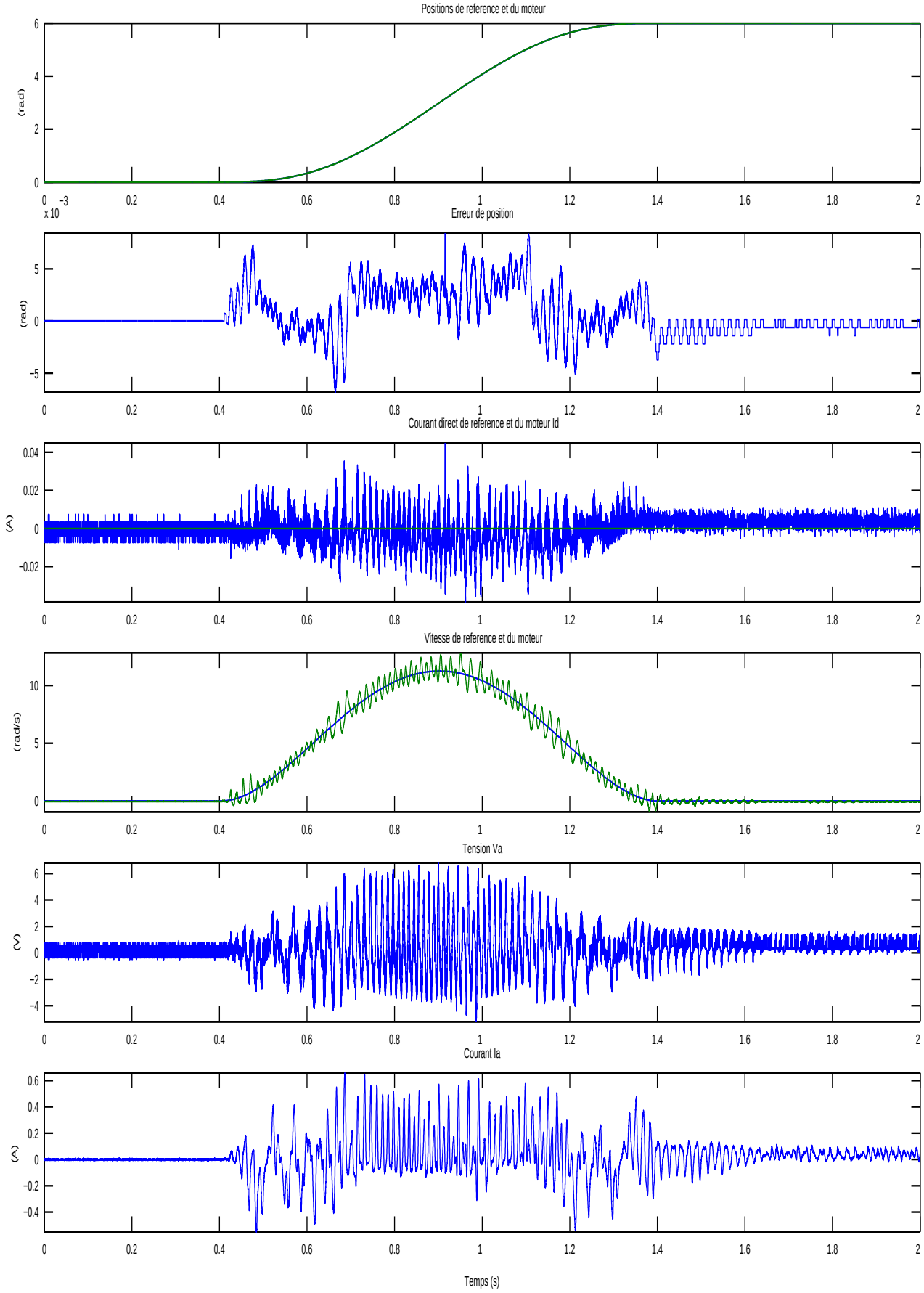

FIG. C.9 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0$ - Expérimentations

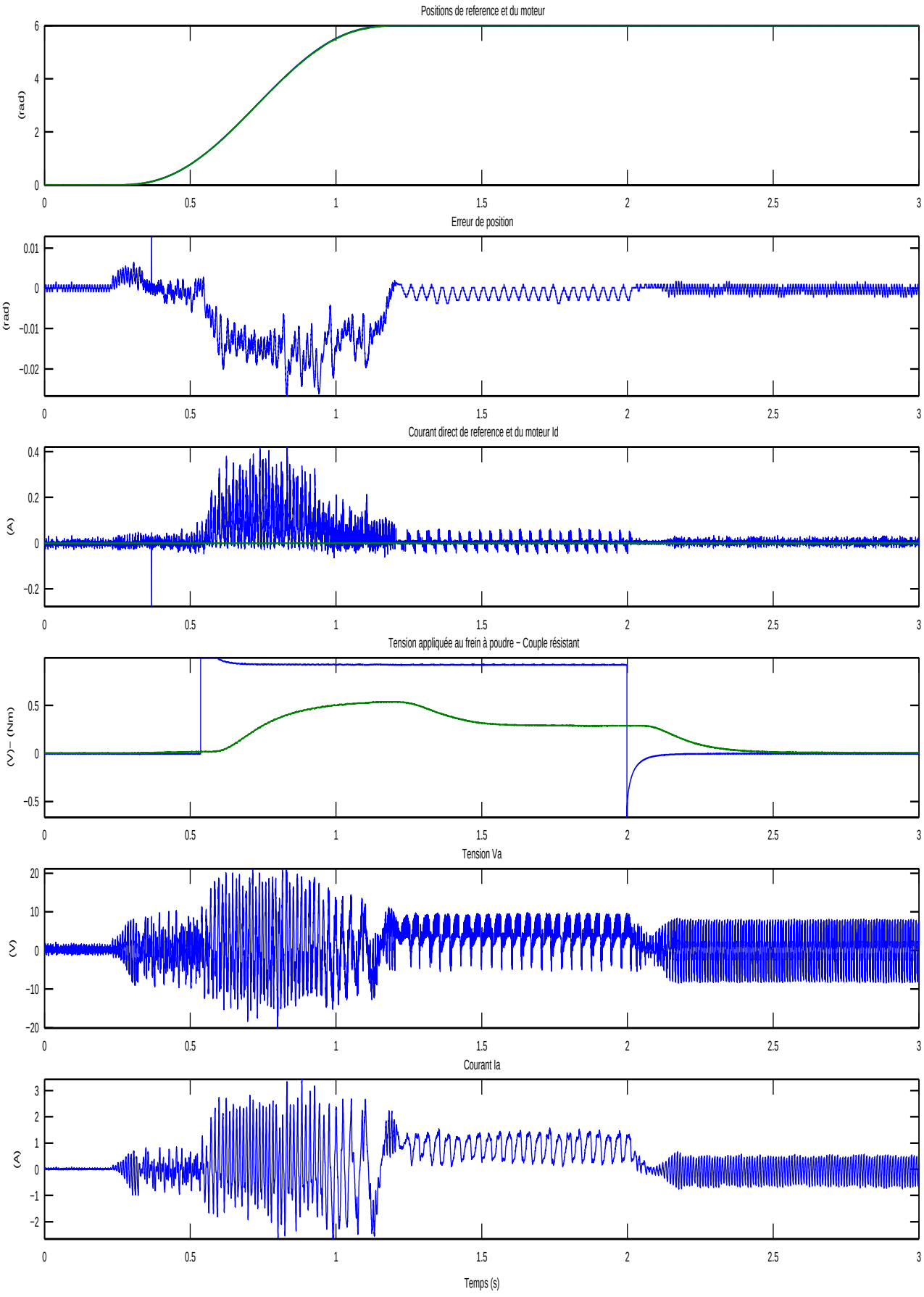

FIG. C.10 – MG2 en position et courant direct - $C_r = 0.550Nm$ - Expérimentations

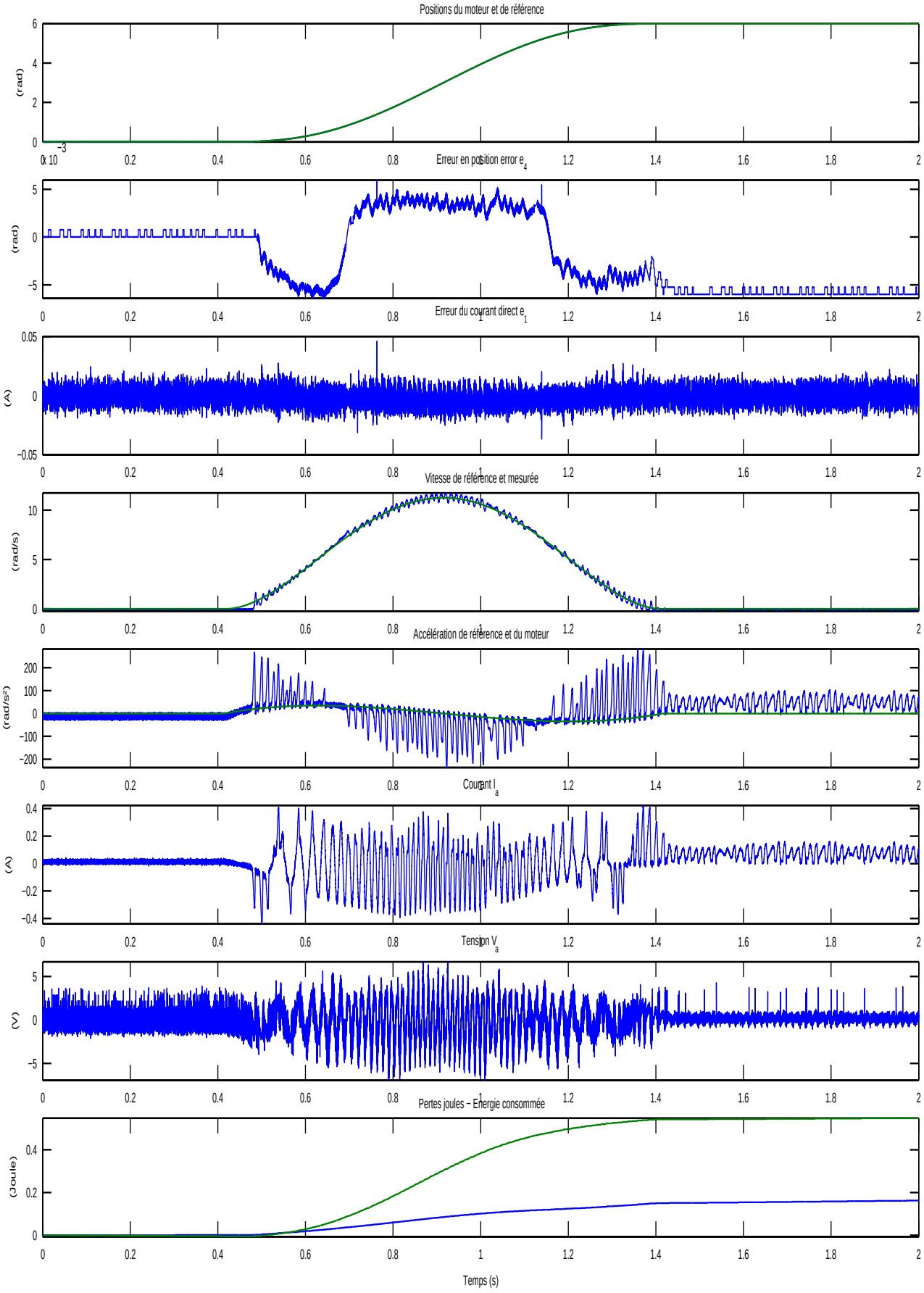

FIG. C.11 – MG3 - ISM sans observateur - $C_r = 0$ - Expérimentations

Annexe D

Observateurs

D.1 MG2

D.1.1 Résultats des expérimentations

D.2 MG3

D.2.1 Résultats des expérimentations

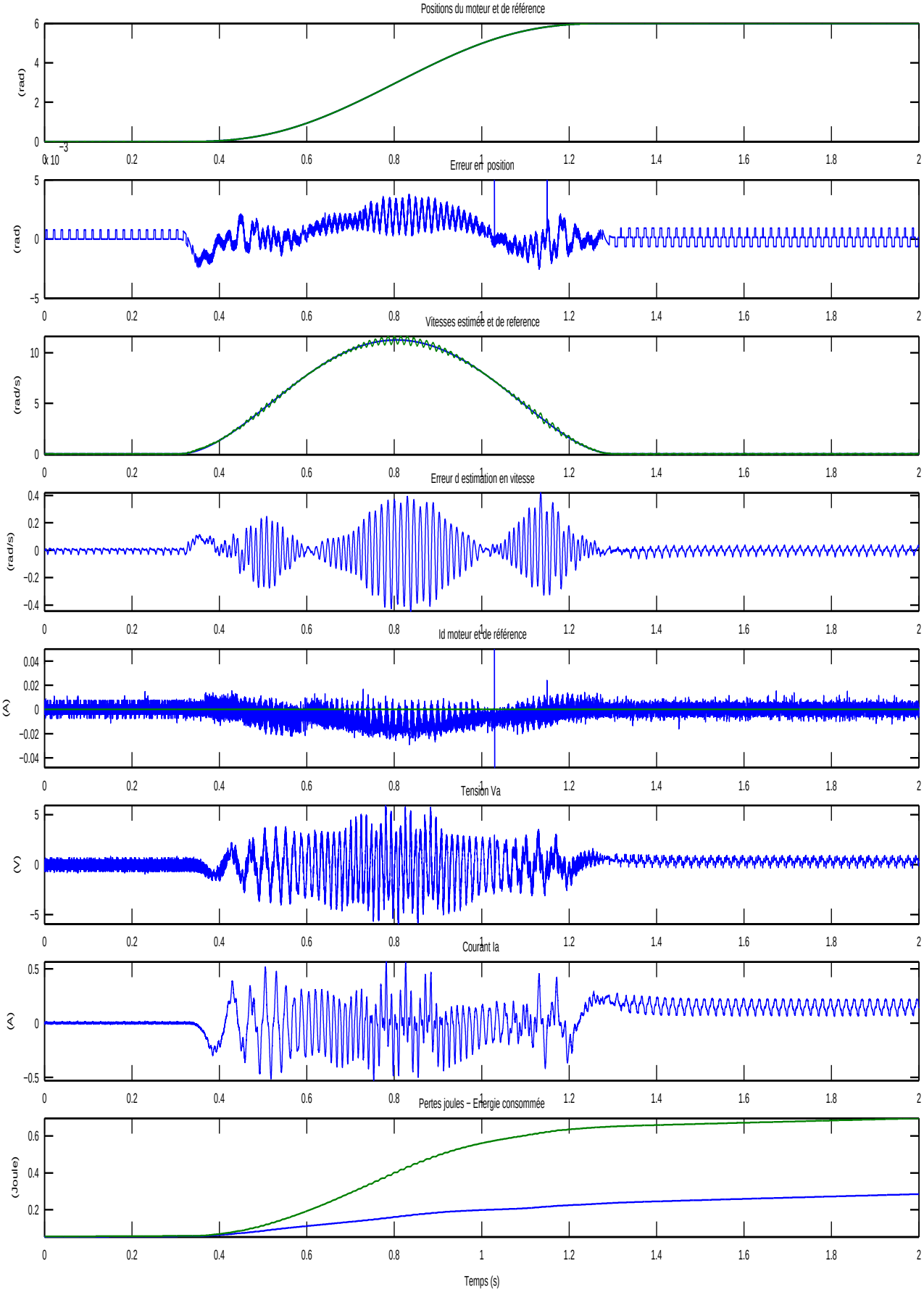

FIG. D.1 – MG2 - avec observateur - $C_r = 0$ - Expérimentations

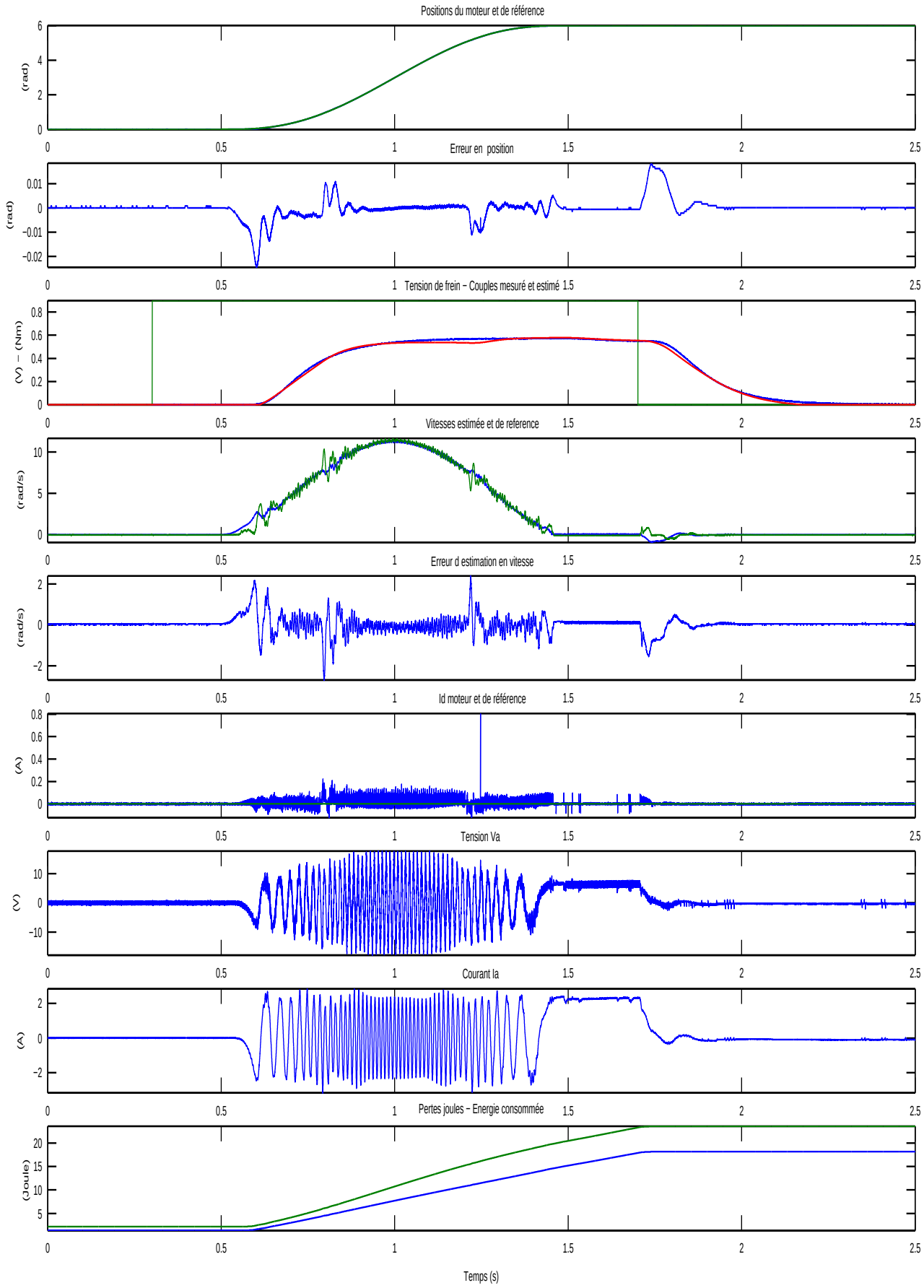

FIG. D.2 – MG2 - avec observateur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

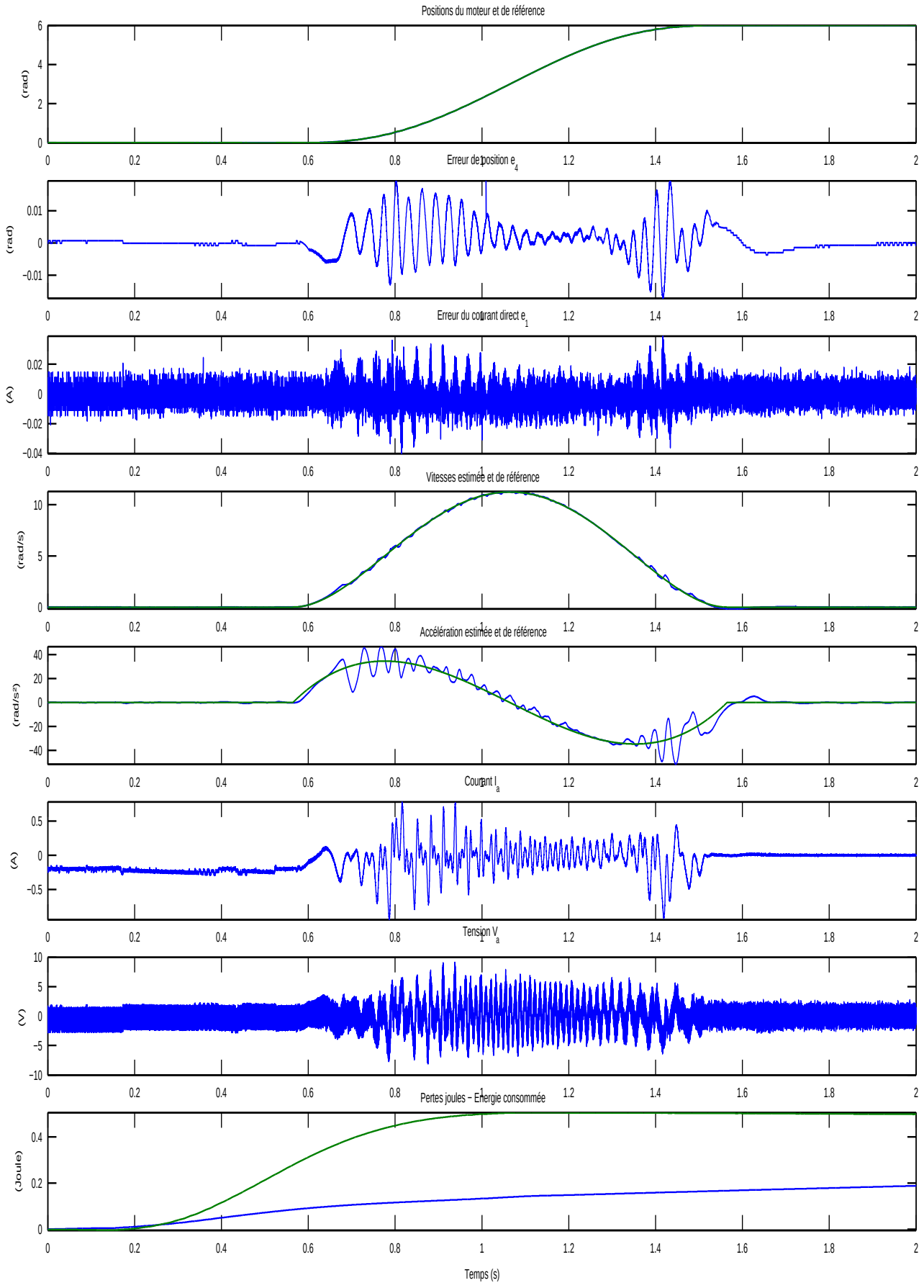

FIG. D.3 – MG3 - avec observateur - $C_r = 0$ - Expérimentations

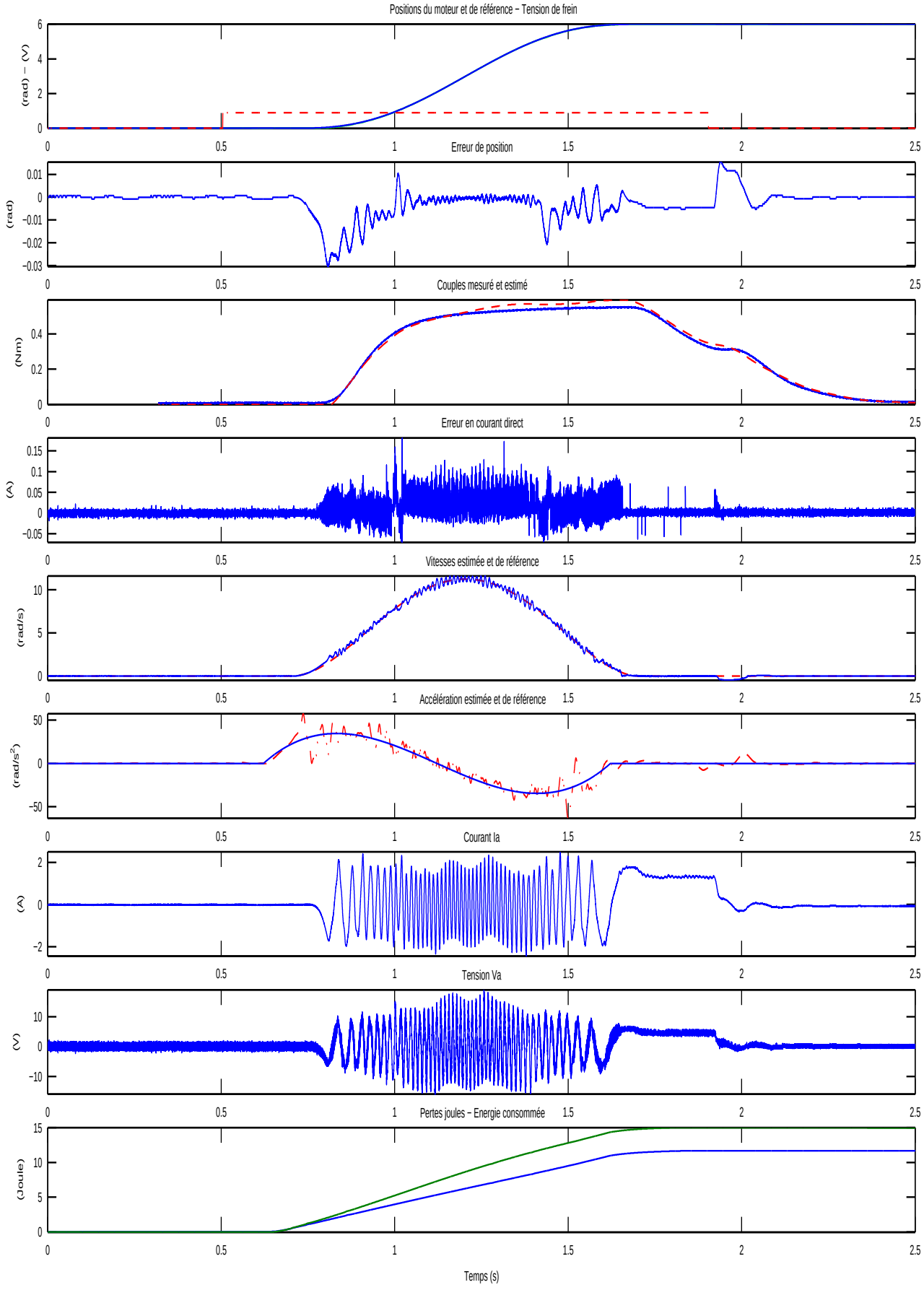

FIG. D.4 – MG3 - avec observateur - $C_r = 0.55Nm$ - Expérimentations

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

[Acarnley 92] Acarnley, P. P., Stepping Motors : a Guide to Modern Theory and Practice. Peter Peregrinus, London, 1992.

[Alazard 99] Alazard D., Cumer C., Apkarian P., Gauvrit M., Ferreres G., "Robustesse et commande optimale", éditions Supaero et Cépaduès, 1999.

[Ahmed-Ali 03] Ahmed-Ali, T., Floret, F., and Lamnabhi-Lagarrigue, F., "Robust identification and control with time-varying parameters perturbations", Proc. of Amer. Contr. Conference ACC03, Denver, Colorado, USA, Jun 2003.

[Atkinson 91] Atkinson, D.J., Acarnley, P.P., and Finch,J.W , "Observers of induction motors state and parameter estimation", IEEE Trans. On Industry Applications, vol. 27, pp. 119-1127, Nov-Dec 1991.

[Baik 00] In-Cheol Baik, Keyong-Hwa Kim and Muying-Joong Youn, "Robust nonlinear speed control of PM synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique", *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol 8, n°1, pp 47-54, 2000.

[Barbot 03] J.P. Barbot, M. Djemaï, T. Floquet, W. Perruquetti, "Practical stabilization of a unicycle-type mobile robot system using higher order sliding mode control", European Control Conference, Cambridge, UK, September 2003.

[Bartolini 98] Bartolini, G., Ferrara, A., and Usai, E., "Chattering avoidance by second order sliding mode controller", IEEE Transactions on Automatic Control, vol 43, n°2, 241–246, 1998

[Bartolini 04] Bartolini, G., Pisano, A., et Usai, E., "An improved second order sliding mode control scheme robust against the measurement noise", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 49, n°10, p. 1731–1736, 2004.

[Bartolini 99] Bartolini, G., Ferrara, A., Levant, A., et Usai, E., "On second order sliding mode controllers", dans *Variable structure systems, sliding mode and nonlinear control,* Lecture Notes in Control and Information Sciences 247, Springer-Verlag, London, 1999.

[Bartolini 97] G. Bartolini, A. Ferrara and E. Usai, Applications of a sub-optimal discontinuous control algorithm for uncertain second order systems,*International Journal of Robust and Nonlinear Control,* 7 (1997) 4, 299–310.

[Bartolini 00] Bartolini, G., Ferrara, A., Usai, E., and Utkin, V.I., "On multi-Input chattering free second order sliding mode control", *IEEE Trans. Auto. Control.* vol. 45, n°9, pp 1711-1717, 2000

[Bartolini 03] G. Bartolini, A. Pisano, E. Punta and E. Usai. "A survey of applications of second-order sliding mode control to mechanical systems", *Int. J. of Control*, 76(9/10), pp. 875-892, 2003.

[Besancon 03] Besancon G. and Ticlea T., "Simultaneous state and parameter estimation in asynchronous motors under sensorless speed control", Proc. of the European Control Conference-ECC03, Cambridge University, UK, pp. 355-361, Sep 2003.

[Bhat 05] Bhat, S., and Bernstein, D., "Geometric Homogeneity with Applications to Finite Time Stability", *Mathematics of Control, Signals and Systems*, 17, pp. 101-127, 2005.

[Blauch 93] Blauch, A. J., Bodson, M., and Chiasson, J., "High-speed parameter estimation of stepper motors", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 1, 270-279, 1993.

[Bodson 93] Bodson, M., Chiasson, J., Novotnak, R., et Rekowski, R., "High-performance non linear feedback control of a permanent magnet stepper motor", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, n°1, p. 5-14, 1993.

[Borne 92] Borne, P., Dauphin-Tanguy, G., Richard, JP., Rotella, F., Zambettakis, I., Modélisation et identification des processus. Méthodes et pratiques de l'ingénieur, édition Technip, vol. 3, tome 2, pages 112 et 140 à 143, 1992

[Caravani 98] Caravani, P., and Di Gennaro, S., "Robust Control of SYnchronous Motors with Non-Linearities and Parameter Uncertainties", *Automatica*, vol. 34, n°4, pp 445-450, 1998.

[Cao 04] Cao, W.-J., and Xu, J.-X., "Nonlinear integral-type sliding surface for both matched and unmatched uncertain systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 49(8), pp. 1355-1360, 2004.

[Defoort 06-1] Defoort, M., Floquet, T., Kokosy, A.M. et Perruquetti, W.," Finite time control of a class of MIMO non linear using higher order intergal sliding mode", VSS'06, pp 133-138, Alghero Italy.

[Defoort 06-2] Defoort, M., Nollet, F., Floquet, T., and Perruquetti, W., "Higher order sliding mode control for the stepper motor", 45th IEEE CDC'06, San Diego, CA, USA, Decembre 2006

[Deltoro 85] Deltoro, V., Electric Machines and Power Systems. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1985.

[Demengel 98] Demengel G., et Pouget J. P., "Modèles de BEZIER, des B-SPLINES et des NURBS", edition Ellipses, 1998.

[De Souza 01] De Souza Marques, L. C., Fergutz, M., and De Pieri, E., "Second order sliding modes control applied to PMAC machine", *5th World Multi-Conférence on Systemics, Cybernetics and Informatics*, vol. IX, Florida, 2001.

[Edwards 98] Edwards, C. et Spurgeon, S. K., *Sliding mode control - Theory and application*, Taylor & Francis, 1998.

[Emel'yanov 86] Emel'yanov, S.V., Korovin., S.V., et Levantovsky, L.V., "Higher Order Sliding Modes in the Binary Control System", *Soviet Physics*, Vol. 31, N° 4, p. 291-293, 1986.

[Emelyanove 93] Emelyanove, S.V., Korovin., S.V., et Levant, A., "Higher Order Sliding Modes in Control System", *Differential Equations*, Vol. 29, n°11, pp. 1627-1647, 1993.

[Fang 03] Fang Chich-Hsing, Lin Shir-Kuan, and Wang Shyh-Jier, "On-line parameter estimator of an induction motor at standstill", Porc. of the European Control COnference-ECC03, Cambridge University, UK, Sep 2003.

[Fitzgerald 71] Fitzgerald, A., Kingsly, C., and Kusko, A., Electrical Machinery, MacGraw Hill , New York , 1971.

[Fliess 95] Fliess, M., Levine, J., Martin, P., et Rouchon, P., "Flatness and defect of non-linear systems : Introductory theory and examples", *International Journal of Control*, vol. 61, n °6, p. 1327-1362, 1995.

[Fliess 93] Fliess, M., et Sira-Ramirez, H., "A module theoretic approch to sliding mode control of linear systems" Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control, San Antonio, Texas,pp. 1322-1323, 1993.

[Fliess 92-1] Fliess, M., Levine, J., Martin, P., et Rouchon, P., "Sur les systèmes linéaires différentiellement plats", C. R. Académie des Sciences, Paris, 316, p. 619-624, 1992.

[Fliess 92-2] Fliess, M., Levine, J., Martin, P., et Rouchon, P., "On differentially flat non linear systems", In M. Fliess (Ed.), Nonlinear Control Systems Design, Oxford, Pergamon Press, pp. 408-412, 1992.

[Floquet 00] T. Floquet, J-P. Barbot and W. Perruquetti, "Second order sliding mode for induction motor ", *IEEE Conference on Decision and Control*, CDC'00, 2000.

[Floquet 02] T. Floquet, J.P. Barbot, W. Perruquetti, "A finite time observer for flux estimation in the induction machine", Conference on Control Applications, Glasgow, Scotland, 2002.

[Floquet 03] T. Floquet, J-P. Barbot and W. Perruquetti, "Higher order sliding mode stabilization for a class of nonholonomic perturbed systems", *Automatica*, 39(6), pp 1077-1083, 2003.

[Floquet 04] T. Floquet, J.P. Barbot, W. Perruquetti, M. Djemaï, "On the robust fault detection via a sliding mode disturbance observer", International Journal of control, Vol. 77, No 7, pp. 622-629, 2004.

[Floret 01] Floret-Pontet F., and Lamnabhi-Lagarrigue F., "Parametric identification methodology using sliding modes observer", International Journal of Control, vol. 74, pp. 1743-1753, 2001.

[Floret 02] Floret F., "Méthodes d'identification pour des systèmes non-linéaires en temps continu", Thèse de Doctorat de l'Université Paris XI Orsay - SUPELEC - C.N.R.S., France, Nov 2002.

[Fridman 02] Fridman, L., et Levant, A., "Higher-order sliding modes", dans *Sliding mode control in engineering*, Control Engineering Series, Marcel Dekker Inc, 2002.

[Fridman 05] L. Fridman, A. Poznyak and F. Bejarano, "Decomposition of the min–max multi-model problem via integral sliding mode", *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 15, pp. 559-574, 2005.

[Garrido 04] Garrido, R., Shtessel, Y.B. and Fridman, L.M., "Application of VS differentiator to DC servomechanisms", VSS'04, 2004.

[Gieras 02] Gieras, J. F., Wing, M., and Jacek F., Permanent Magnet Motor Technology, Electrical Engineering and Electronics, Marcel Dekker Inc, 2002.

[Gille 88] Gille J.Ch., Decaulne P., et Pélegrin M., "Systèmes asservis non linéaires", édition Dunod, 1988.

[Glumineau 93] Glumineau, A., Hamy, M., Lanier, C., and Moog, C. H.,"Robust control of a brushless servo motor via sliding mode", *International Journal of Control*, vol. 58, pp 979-990, 1993.

[Goedel 84] Goedel, C., Contributions à la modélisation, à l'alimentation et à la commande des moteurs pas à pas, Thèse d'état INPL, Nancy, 1984.

[Grellet 01] Grellet G., Clerc G., "Actionneurs électriques", éditon Eyrolles, 1996.

[Grenier 01] Grenier, D., Labrique, F., Buyse, H., et Matagne, E., "Electromécanique - Convertisseurs d'énergie et actionneurs" Edition Dunod, Paris, 2001

[Hong 02] Hong, Y., "Finite time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems", *Systems and Control Letters*, 46(4), pp. 231-236, 2002.

[Huang 05] Huang, X., Lin, W., and Yang, B., "Global finite time stabilization of a class of uncertain nonlinear systems", *Automatica*, 41(5), pp 881-888, 2005.

[Isidori 95] Isidori, A., *Nonlinear Control Sytems*, Communication and Control Engineering Series, Third edition, Springler-Verlag 1995.

[Jufer 95] Jufer, M., "Electromécaniques", Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, 1995

[Kant 89] Kant, M., "Les actionneurs électriques pas-à-pas, Edition Hermès, Paris, 1989

[Kenne 03-1] Kenne G, T. Ahmed-Ali, H.Nkwawo, and F.Lamnabhi-Lagarrigue, "Algorithmes d'identification des paramètres électriques d'un moteur asynchrone", Acte des journées Doctorales d'Automatique-JDA03, Université de vallencienne, France, pp. 203-208, juin 2003.

[Kenne 03-2] Kenne G, T. Ahmed-Ali, H.Nkwawo, and F.Lamnabhi-Lagarrigue, "Identification of timevaring rotor and sator resistances of induction motor", Prod. of the European Control Conference-ECC03, Cambridge University, UK, Sep 2003.

[Kenne 03-3] Kenne G, F. Floret, H.Nkwawo, and F.Lamnabhi-Lagarrigue, "Real-time electrical parameters and rotor flux estimation of induction motors using using sliding mode observer approach", Proc. of the 16th Int. Conf. ON Syst. Engineering, ICSE 2003, Converty University, UK, pp. 355-361, Sep 2003.

[Khalil 92] Khalil, H.K., *Nonlinear systems*, MacMillan Publishing Company, 1992.

[Khalil 86] Khalil, H.K., Kokotovic, P.V., and O'Reilly, J., Singular perturbation methods in control : analysis and design. Academic Press, Inc., London, 1986.

[Lacroux 94] Lacroux, G., Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements, Editions Tec Doc, Paris, 1994.

[Lagrouche 03] Laghrouche, S., Plestan, F., Glumineau, A., and Boisliveau, R., "Robust second order sliding mode control for a permanent magnet synchronous motor control", *ACC'03*, pp. 4071-4076.

[Lagrouche 04] Laghrouche, S., Plestan, F., and Glumineau, A., "A higher order sliding mode control for a class of MIMO non linear systems : application to PM synchronous motor control", *ACC'04*, pp. 2592-2597.

[Lagrouche 06] Laghrouche, S., Smaoui, M., F. Plestan and X. Brun, "Higher order sliding mode control based on optimal approach of an electropneumatic actuator", *Int. Journal of Control*, 79(2), pp. 119-131, 2006.

[Lagrouche 07] Laghrouche, S., Plestan, F., and Glumineau, A., "Higher order sliding mode control based on integral sliding mode ", Automatica, A paraître.

[Levant 93] Levant, A., Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control, *International Journal of Control*, 58, 6, 1247–1263, 1993.

[Levant 98] Levant, A., "Robust excat differentiation via sliding mode technique" , *Automatica*, Vol 34, n°3, pp 79-384, 1998

[Levant 01] Levant, A., "Universal SISO sliding-mode controllers with finite-time convergence", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 46, n°9, p. 1447–1451, 2001.

[Levant 05] Levant, A., "Homogeneity approach to high-order sliding mode design, *Automatica*, vol 41, n°5, pp 823-830, 2005.

[Levant 05] Levant, A., "Quasi-continuous high-order sliding-mode controllers", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 50(11), pp. 1812-1816, 2005.

[Marino 00] Marino, R., Pereseda, S., and Tomei, P., "On-line stator and rotor resistance estimation for induction motors" IEEE Trans. On Control Systems Technology, vol.8, pp. 570-579, May 2000.

[Maret 87] Maret L., "Régulation automatique", édition Presses Polytechniques Romandes, 1987.

[Multon 94] Multon, B., "Conception et alimentation électronqiue des machines à reluctance variable à double saillance", Thèse de Docteur de 3ème cycle, ENS Cachan, 1994

[Nollet 03-1] Nollet, F., "Comparaison de lois de commande en tension en boucle fermée d'un moteur pas-à-pas", *JDA 2003*.

[Nollet 03-2] Nollet, F., Floquet, T., and Perruquetti, W., "Comparison of voltage control laws for the stepper motor", CESA, 2003.

[Nollet 04-1] Nollet, F., Floquet, T., and Perruquetti, W., "Observer-based second order sliding mode control for the stepper motor", VSS'04, 2004

[Nollet 04-2] Nollet, F., Floquet, T., and Perruquetti, W., "Lois de commande par modes glissants pour le moteur pas-à-pas", CIFA'04, 2004

[Nollet 06-1] Nollet, F., Floquet, T., and Perruquetti, W., "Lois de commande par modes glissants pour le moteur pas-à-pas", JESA, Accepté

[Park 29] Park, R. H., "Two reaction theory of synchronous machines - generalyzed method of analysis- part I", *AIEE Trans* vol. 48, p. 716-727, 1929.

[Pavlov 01] A. V. Pavlov and A. T. Zaremba, "Real-time rotor and stator resistances estimation of an induction motor", Proc. of NOLCOS-01, St-Petersbourg, 2001.

[Perruquetti 02] Perruquetti, W. et Barbot, J.P., *Sliding mode control in engineering*, Control Engineering Series, Marcel Dekker Inc, 2002.

[Plestan 06] Plestan, F., Laghrouche, S., and Glumineau, A., "Robust control of uncertain nonlinear systems : a new higher order sliding mode based solution ", *ACC'06*, pp. 5401-5406.

[Rachid] Rachid, A., "Régulation électromécanique", Techniques de l'ingénieur, R 7 540, 1-22.

[Séguier 88] Séguier G., "L'électronique de puissance", éditon Dunod, 1988.

[Sira-Ramirez 01] Sira-Ramirez, H., and Ngai, A, "Static and dynamic sliding mode control schemes for a permanent magnet stepper motor". International Journal of control, vol 74, n°2,103-117, 2001.

[Sira-Ramirez 00] Sira-Ramirez, H, "A passivity plus flatness controller for the permanent magnet stepper motor", *Asian Journal of Control*, n°9, p. 1-9, 2000.

[Sira-Ramirez 02] Sira-Ramirez, H, "Dynamic Second-Order Sliding Mode Control of the Hovercraft Vessel", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 10, No. 6, 2002.

[Slotine 91] Slotine, J.J.E., et W. Li, *Applied nonlinear control*, Prentice Hall, Englewood Cliffs NJ, 1991.

[Slotine 84] Slotine, J.J.E., "Sliding controller design for nonlinear systems", International Journal of Control, vol. 40, pp. 421, 1984.

[Stephan 94] Stephan J, Bodson M, and Chiasson J, "Real time estimation of the parameters and fluxes of induction motors", IEEE trans. On Industry Applications, Vol. 30, N°3, pp746-759, 1994.

[Utkin 77] Utkin, V. I., "Variable structure systems with sliding modes", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 22,, p. 212-222, 1977.

[Utkin 81] Utkin, V. I., "Principles of identification using sliding regimes", Sov. Phys. Dokl., vol. 26, pp. 271-272, 1981.

[Utkin 92] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization*, Berlin, Germany, Springer-Verlag, 1992.

[Utkin 93] Utkin, V. I., Guldner, J., and Shi, J., "Sliding mode control design principles and applications to electric drives", *IEEE Trans Indus. Electro.*, vol. 40, pp 26-36, 1993.

[Utkin 96] Utkin, V. I. and Shi, J., "Integral sliding mode in systems operating under uncertainty", *Proc IEEE Conference on Decision and Control*, CDC'96, Kobe, Japon, 1996.

[Utkin 99] V. Utkin, J. Guldner and J. Shi, "Sliding Modes Control in Electromechanical Systems", *Systems and Control Series*, Taylor and Francis, 1999.

[Utkin 06] V. Utkin, and Hoon Lee, "Chattering problem in Sliding Modes Control Systems", VSS'06, pp 346-350, Alghero Italy.

[Xu 98] Xu, J., Lee Heng, Lia Q., and Wang M, "On adaptative robust backstepping control schemes suitable for PM synchronous motor", *International Journal of Control*, vol. 70, n°6, pp 893-920, 1998.

[Zribi 91] Zribi, M., et Chiasson, J., "Position control of a PM stepper motor by exact linearization", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 36, p. 620-625, 1991.

[Zribi 01] Zribi, M, Sira-Ramirez, H et Ngai, A, "Static and dynamic sliding mode control schemes for a permanent magnet stepper motor", *International Journal of control*, vol 74, n°2, p. 103-117, 2001.

Résumé

Ce travail présente des techniques, basées sur les modes glissants, permettant d'estimer des paramètres, de reconstruire des variables (observateur) et/ou de commander un moteur pas-à-pas. Le but étant de réaliser un suivi de trajectoire en position robuste avec un minimum de capteurs. Après avoir défini le contexte de l'étude, la planification et l'optimisation des trajectoires et les objectifs, le banc réalisé au LAGIS est décrit. Il est alors présenté une identification des paramètres par plusieurs méthodes. Les propriétés de platitude du moteur pas-à-pas sont utilisées. Des commandes classiques sont rapidement développées et illustrées de résultats expérimentaux. Cependant, elles ne sont pas assez de robustes vis à vis de perturbations internes (incertitudes ou variations paramétriques) ou externes (couple de charge). Pour pallier ce problème, des lois de commande par modes glissants, d'ordre 1 et 2, sont alors utilisées. Après une description, des expérimentations sont menées qui démontrent les qualités des modes glissants. Un nouveau mode glissant d'ordre 3, basé sur l'homogénéité géométrique et un terme additionnel de type mode glissant intégral, est introduit pour diminuer la réticence. Les résultats expérimentaux montrent une très bonne précision, une diminution de la réticence et de la consommation énergétique. Pour les commandes d'ordre deux et trois, des observateurs par modes glissants d'ordre 2 sont utilisés avec succès pour se passer d'un capteur de vitesse.

Mots clef

Moteur pas-à-pas, modes glissants, modes glissants d'ordre supérieur, mode glissant intégral, platitude, réticence, observateur, identification, planification, optimisation, robustesse.

Abstract

This work presents sliding modes technics, in order to estimate parameters, to reconstruct state variables (observer) and/or to control a stepper motor. The aim is at realizing a robust tracking of position trajectory with a minimum of sensors. After describing the context of the study, the objectives, the planning and the optimization of trajectories, the experimental set-up realized in the LAGIS is described. An identification of the parameters by several methods is then presented. The flatness properties of the stepper motor are used. Classical control laws are quickly developed and illustrated with some experimental results. However, they are not enough robust with respect to internal disturbances (uncertainties or variations of parameters) or external (load torque). To deal with this problem, first and second sliding mode control laws are then designed. Experiments are led to demonstrate the qualities and efficiencies of the sliding modes. A new third order sliding mode control, based on geometric homogeneity with an additional integral sliding mode term, is introduced to decrease the chattering. The experimental results show a very good accuracy, a decrease of the chattering and the energy consumption. For sensorless second and third order sliding mode control laws , second order sliding mode observers are designed successfully.

Keywords

Stepper motor, sliding modes, higher order sliding mode, integral sliding mode, flatness, chattering, observer, identification, planification, optimization, robustness.