

Caractérisation de matériaux granulaires et de leursécoulements dans les silos verticaux. Mise en oeuvre d'une méthode d'investigation expérimentale et numérique.

Cédric Degouet

▶ **To cite this version:**

Cédric Degouet. Caractérisation de matériaux granulaires et de leursécoulements dans les silos verticaux. Mise en oeuvre d'une méthode d'investigation expérimentale et numérique.. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Bretagne occidentale - Brest, 2005. Français. NNT : . tel-00130140

HAL Id: tel-00130140

https://theses.hal.science/tel-00130140

Submitted on 9 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse présentée pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Bretagne Occidentale
Brest

Discipline : Mécanique
par **Cédric DEGOUET**

Caractérisation de matériaux granulaires et de leurs écoulements dans les silos verticaux.

Mise en œuvre d'une méthode d'investigation expérimentale et numérique.

Soutenue le 12 décembre 2005

Membres du jury

Jean-Yves BILLARD, Professeur, École Navale, Lanveoc-Poulmic	Président
Bernard DURAND, Professeur, Université de Haute Alsace, Mulhouse	Rapporteur
Daniel LEVACHER, Professeur, Université de Caen	Rapporteur
Éric LOLIVE, Maître de Conférence, Université de Bretagne Occidentale, Brest	Co-encadrant
Pavel VLASÁK, Professeur, Académie de Sciences de République Tchèque, Prague	Examinateur
Blaise NSOM, Professeur, Université de Bretagne Occidentale, Brest	Directeur de thèse
André GROHENS, Professeur Agrégé, Université de Bretagne Occidentale, Brest	Membre invité

Laboratoire d'accueil :
Laboratoire d'Ingénierie Mécanique et Électrique
IUT de Brest

« Le degré de mauvaise compréhension que nous avons des écoulements de grains peut se mesurer au nombre de bosses que l'on peut voir sur les parois d'un silo métallique : la meilleure façon de rétablir l'écoulement d'un silo bloqué est effectivement d'appliquer de violents coups de masse sur les parois extérieures. »

Andrew W. Jenike

Remerciements

Je remercie Monsieur Joël Le Guen, directeur de l'IUT de Brest, pour son soutien tout au long de cette thèse et notament pour m'avoir dégagé un poste d'ATER à l'IUT de Brest que j'ai pu garder pendant 2 années.

Je souhaite exprimer ma profonde reconnaissance à mon directeur de thèse Monsieur Blaise Nsom, professeur à l'IUT de Brest, et à mes co-encadrants Éric Lolive, maître de conférence à l'IUT de Brest, et André Grohens, professeur agrégé à l'IUT de Brest, pour leur grande diponibilité, leurs connaissances et leurs expériences qu'ils m'ont fait partager.

Je tiens à remercier vivement Messieurs les professeurs Bernard Durand, de l'université de Haute Alsace (Mulhouse), et Daniel Levacher, de l'université de Caen, pour m'avoir fait l'honneur de rapporter sur mon travail de thèse.

Toute ma gratitude s'adresse également à Monsieur Jean-Yves Billard, professeur à l'école navale de Lanveoc-Poulmic, qui a accepté de présider le jury ainsi qu'à Monsieur Vlasák, professeur à l'académie des sciences de Prague, membre du jury.

Mes remerciements vont également au personnel enseignant et administratif de l'IUT de Brest, tout particulièrement à Madame le professeur Germaine Dorange, Messieurs Ronan Cozien, André Mevel et Hervé Corre, chefs de département GMP et GB auprès desquels j'ai effectué mes classes d'enseignant chercheur.

Je remercie Madame Sylvie Breton pour son aide et ses encouragements en recherche et en enseignement.

Enfin, je voudrais remercier Messieurs Jean-françois Dorville, Mathieu Jenny et tous les autres membres du LIME pour leur gentillesse et leur disponibilité.

Table des matières

Remerciements i

Table des matières ii

Nomenclature vi

Introduction générale 1

I Étude Bibliographique 3

1 Généralités sur les matériaux granulaires 4

1.1 Définition 4

1.2 Importance des matériaux granulaires 5

2 Caractérisation d'un matériau granulaire 7

2.1 Introduction 7

2.2 Définitions 8

2.2.1 Taille des particules et distribution granulométrique 8

2.2.2 Formes des particules 9

2.2.3 Angle d'éboulement 9

2.3 Indices de coulabilité 12

2.3.1 Définition de Carr 12

2.3.2 L'indice d'Hausner 13

2.4 Méthode de Jenike 14

2.4.1 Caractéristiques obtenues 15

2.4.2 Fonction d'écoulement 17

3 Sur la vidange de silos **20**
3.1 La forme d'écoulement . . . 20
3.1.1 Introduction . . . 20
3.1.2 Différents modes d'écoulement . . . 20
3.1.3 Zones d'écoulement . . . 22
3.2 Mesure de l'écoulement . . . 23
3.2.1 Méthodes 2D . . . 23
3.2.2 Méthodes 3D . . . 24
3.2.3 Conclusion . . . 25
3.3 Le débit . . . 26
3.3.1 Silo à fond plat . . . 26
3.3.2 Sablier et silo à trémie . . . 27
3.4 Les forces au sein d'un matériau granulaire . . . 27
3.4.1 Introduction . . . 27
3.4.2 Statique . . . 27
3.4.3 Dynamique . . . 29
3.5 Vibrations . . . 30

4 Simulation numérique **33**
4.1 Sur l'approche numérique . . . 33
4.1.1 Éléments finis . . . 33
4.1.2 Méthodes discrètes . . . 34
4.1.3 Systèmes multi-agents . . . 34
4.2 Simulation numérique discrète . . . 35
4.2.1 Modélisation géométrique . . . 35
4.2.2 Modélisation des contacts . . . 38
4.2.3 Équations de mouvement . . . 40
4.3 Conclusion . . . 41

II Étude expérimentale **43**

5 Présentation et caractérisation des matériaux granulaires utilisés **44**
5.1 Les matériaux utilisés . . . 44
5.2 Caractérisation . . . 46
5.2.1 Granulométrie . . . 46
5.2.2 Masses volumiques et compacité . . . 47

5.2.3 Angle de talus 48
5.2.4 Caractérisation à la boîte de cisaillement plan 50

6 Caractéristiques de la maquette 55
6.1 Cahier des charges 55
6.2 Description de la maquette 56

7 Mesures expérimentales 59
7.1 Introduction 59
7.2 Appareils de mesures 60
7.2.1 Mesure par micro-impulsion 60
7.2.2 Mesures « laser » 61
7.3 Mesure de vitesse 64
7.3.1 Par micro-impulsion 64
7.3.2 Par mesure laser 67
7.4 Mesure de débit 69
7.4.1 Influence des conditions de remplissage 69
7.4.2 Débit moyen 70
7.4.3 Débit instantané 73
7.5 Angle de talus pour les zones mortes 75
7.6 Caractérisation des saccades 76
7.6.1 Accéléromètre piézoélectrique 76
7.6.2 Expériences et résultats 77
7.7 Conclusion 79

III Étude numérique 81

8 Présentation du code DEMSI 82
8.1 Introduction 82
8.2 Déroulement du programme 83
8.2.1 Détails des modules 85

9 Résultats obtenus 92
9.1 Résultats types 92
9.1.1 Cinématique 92
9.1.2 Statique 95

9.1.3 Conclusion 95

10 Comparaison numérique expérimentale **96**

10.1 Les parois 96

10.2 L'ouverture 97

10.3 Les comparaisons 98

Conclusion et perspectives **105**

Liste des figures **107**

Liste des tableaux **110**

Bibliographie **111**

Nomenclature

Lettres latines :

c	Compacité
C	Cohésion
d	Diamètre d'une particule
D	Diamètre de l'ouverture d'une trémie ou d'un silo
g	Accélération de pesanteur
Q	Débit massique
T	Résistance à la traction

Lettres grecques :

α	Angle de talus convexe
β	Angle de talus concave
δ_i	Angle de frottement interne
δ_e	Angle de frottement interne effectif
ϕ	Angle de frottement à la paroi
ρ	Masse volumique réelle
ρ_a	Masse volumique apparente
ρ_b	Masse volumique apparente du matériau ensilé
ρ_t	Masse volumique tassée
σ_1	Contrainte majeure de consolidation
σ_c	Charge de consolidation
σ_p	Contrainte de cohésion
τ	Contrainte de cisaillement

Abréviations :

CCD	Charge Coupled Device
DEMSI	Distinct Element Method SImulation
FF	Fonction d'écoulement (Flow Function)
LCR	Lieu Cinématique de Rupture
MED	Méthode des Éléments Distincts

Introduction générale

Le stockage en silo n'est pas une méthode nouvelle. Pour nourrir les populations sédentaires et grandissantes du néolithique, il était nécessaire de stocker les récoltes et les premiers silos datent de cette époque. Pendant plusieurs siècles, les silos sont enterrés. En effet, avant la période contemporaine, ce type de stockage en atmosphère confinée est le seul moyen de lutte contre les insectes. Ce type de silo est abandonné au début du XVIII^{ème} siècle, en Amérique du nord et en Europe, au profit des greniers à grains et des premiers silos verticaux de surface. De moindre coût d'installation, ils facilitent aussi les opérations de manutention et d'inventaire des denrées stockées.

Au XIX^{ème} siècle, la révolution industrielle entraîne une nette augmentation des volumes de matériaux granulaires stockés en vrac. Alors que l'ensilage est utilisé depuis la fin de la préhistoire, ce n'est qu'à partir du XIX^{ème} siècle que les différents phénomènes intervenant dans ce type de conservation commencent à être étudiés.

Les risques technologiques liés à l'exploitation des silos peuvent être considérés comme assez bien maîtrisés. Le concepteur dispose aujourd'hui de relations fiables donnant la poussée latérale sur les parois, la pression verticale sur le fond, et la surpression dans les silos lors de leur vidange. Qu'il s'agisse de silos cylindriques, rectangulaires ou à base polygonale régulière, des abaques déterminent les épaisseurs des parois et le calcul des divers organes du silo est éprouvé. Le matériau constitutif pouvant être le béton armé préfabriqué précontraint, le béton armé traditionnel, le métal, le bois...

Dans les installations portuaires, on trouve surtout des silos comportant de grandes cellules fixes en béton armé ou en tôle d'acier, pour le stockage des céréales. Dans tous les cas, des solutions technologiques relativement efficaces sont utilisées pour combattre la détérioration des grains et les invasions fongiques et microbiennes ainsi que celle des insectes.

Ces solutions ne permettent pas d'éviter totalement la formation d'agrégats, de voûtes stables, de bouchonnages, de prises en masse... Ces problèmes sont dus à trois facteurs principaux que sont la température, l'hygrométrie et la durée de stockage. Ces

phénomènes entrainent de fortes pertubations de l'écoulement. En effet, lors de la vidange des silos, les phénomènes entravant l'écoulement de la matière ensilée peuvent conduire à l'arrêt de l'opération. Le débouchage passe alors par une intervention manuelle qui peut rendre le silo inutilisable pendant plusieurs mois. Malgré les efforts pour limiter les détériorations du matériau ensilé, celles-ci subsistent toujours. Il y a donc lieu d'optimiser l'exploitation des silos en trouvant des solutions pour améliorer l'écoulement prenant en compte les évolutions inévitables au sein du matériau.

Pour être en mesure de proposer des solutions efficaces en vue d'améliorer l'écoulement, il s'agit en premier lieu de caractériser un écoulement normal afin de discriminer les problèmes rencontrés lors d'un écoulement difficile. Dans le but de concentrer les observations sur les problèmes mécaniques des écoulements, nous avons choisi de travailler avec des matériaux granulaires non cohésifs, avec des conditions écartant les problèmes physico-chimiques ou biologiques.

Dans cette optique, nous avons développé une méthode innovante permettant de caractériser les écoulements, car beaucoup de méthodes d'investigation existantes sont limitées par les conditions de laboratoire, à l'exeption des essais en centrifugeuse. En effet, les expérimentations *in situ* sont complexes. Les silos industriels sont difficiles à instrumenter, en raison de leur volume important et de l'opacité de leurs parois (béton, métal...). Or l'objectif étant d'améliorer l'écoulement dans les silos industriels, notre méthode se devait d'être transposable *in situ*.

En complément du système expérimental de mesure, nous avons développé un code de simulation numérique dans le but d'avoir la possibilité de faire varier les lois de comportement des matériaux ainsi que leurs caractéristiques et les paramètres concernant les silos. La simulation numérique devrait permettre d'obtenir une meilleure connaissance du mouvement des particules et des forces interparticulaires au sein même du matériau.

L'objectif de ce travail est donc de concevoir et de tester une nouvelle méthode d'étude alliant deux approches, l'une expérimentale et l'autre numérique.

Première partie

Étude Bibliographique

Chapitre 1

Généralités sur les matériaux granulaires

1.1 Définition

Un système composé d'un grand nombre de particules macroscopiques est appelé matériau granulaire (Herrmann, 2002). Mais d'après de Gennes (1998), les particules qui composent les matériaux granulaires doivent être de dimension caractéristique supérieure à 1 μm. En dessous de 1 μm, l'agitation thermique est importante et le mouvement Brownien peut devenir visible. Au dessus de 1 μm, l'agitation thermique devient négligeable. En effet d'après Bonamy (2001), le terme de macroscopique est pris au sens où l'agitation thermique $k_B T$ (k_B étant la constante de Boltzmann et T la température ambiante) est négligeable devant les variations d'énergie potentielle $\rho_P g d^4$ (ρ_P et d étant respectivement la masse volumique et la taille typique de la particule et g la constante de gravité)

La limite inférieure de taille est de 1 μm, mais il n'y a pas à proprement parler de limite supérieure, les champs d'astéroïdes ou d'icebergs font partie de la famille extrêmement vaste des matériaux granulaires.

La dénomination des matériaux granulaires varie en fonction de la taille des particules qui les composent. La classification suivante est donnée dans l'ouvrage de Brown & Richards (1970) :

- *un matériau granulaire* est un matériau formé de composants solides discrets qui restent, la plupart du temps, en contact. Cette définition exclut tout ce qui concerne les lits fluidisés, les suspensions et autres milieux peu concentrés en matériaux granulaires. On définit d'ailleurs « le contenu solide fractionnaire » d'un milieu granulaire comme le rapport entre la densité volumique

des composants élémentaires et la densité volumique réelle du matériau. Cette définition, très générale, admet un certain nombre de subdivisions ;

- *une poudre* est un matériau granulaire de particules de tailles inférieures à 100 μm. On distingue d'ailleurs les poudres granulaires (10 à 100 μm) et les poudres superfines (1 à 10 μm) ;
- *un solide granulaire* est un matériau composé de granulés dont la taille se situe entre 100 et 3000 μm ;
- *un solide brisé* est un matériau granulaire dont la plupart des particules ont des tailles supérieures à 3 millimètres.

Les propriétés des matériaux granulaires dépendent de la nature des interactions des particules entre elles mais aussi de celles-ci avec l'environnement (gazeux ou liquide), (Duran, 1997). Lorsque l'interaction des particules avec le fluide environnant est importante et ne peut être négligée, on parle de *poudres* (diamètre inférieur à 100 μm). Par contre, pour les autres matériaux granulaires, le comportement est dominé par les interactions particules/particules.

Les physiciens considèrent que les risques de perturbation dus à l'humidité de l'air et les interactions éléctrostatiques qui engendrent des forces d'attraction, sont négligeables pour des diamètres de particule supérieurs à 100 μm, lorsque que le fluide interstitiel est de l'air. Ces matériaux sont alors appelés *matériaux granulaires secs*.

1.2 Importance des matériaux granulaires

Les poudres et matériaux sous forme divisée sont omniprésents. Nous pouvons en trouver, autour de nous dans notre cuisine (sel, poivre, café...). L'industrie utilise abondamment les granulats : les industries du bâtiment et travaux publics (sables, graviers), l'agro-alimentaire (céréales, sucre) ainsi que le secteur pharmaceutique, celui de la cosmétique, et bien d'autres encore.

Mais il y a aussi, tous les phénomènes géophysiques (Chou *et al.*, 2002) tels que la neige, les avalanches de glace et de roche...

Le traitement de la matière en grains mobilise à peu près 10 % des moyens énergétiques mis en œuvre sur la planète. Cette classe de matériaux occupe d'ailleurs le deuxième rang, immédiatement après l'eau, dans l'échelle des priorités pour l'activité humaine, d'après (Duran, 1997).

La France est une consommatrice importante de granulats[1]. Selon l'UNPG (Union

[1]Les granulats peuvent se définir comme « un ensemble de grains minéraux de dimensions comprises

Nationale des Producteurs de Granulats), l'utilisation totale de granulats a atteint 413 millions de tonnes en 2000 (soit 7 tonnes par habitant et par an) dont 328 millions de tonnes pour le génie civil et 85 millions de tonnes pour le bâtiment. Ces matériaux naturels sont utilisés essentiellement pour les travaux routiers (283 Mt) ou les bétons hydrauliques (130 Mt).

entre 0 et 80 mm, destinés notamment à la confection des mortiers, des bétons, des couches de fondation, de base et de roulement des chaussées et des voies ferrées", (Norme NF P 18-101, mars 1982).

Chapitre 2

Caractérisation d'un matériau granulaire

2.1 Introduction

La caractérisation d'un matériau granulaire peut se scinder en deux parties :

- les propriétés physiques individuelles : taille des particules, distribution granulométrique, forme des particules, masse volumique d'un grain ou masse volumique réelle, porosité, rugosité, friabilité, hygroscopie, surface spécifique ;
- et les propriétés physico-mécaniques et hydrauliques d'ensemble : masse volumique, tassement, cisaillement, cohésion, angle d'éboulement, consolidation, dispersibilité, porosité, perméabilité, friction et forces d'attractions.

Certaines de ces propriétés permettent d'appréhender le comportement d'un matériau granulaire.

Lorsque l'on s'intéresse au comportement des matériaux granulaires, on entend parler de la coulabilité. Mais quelle est la définition exacte de la coulabilité ? La définition donnée par le dictionnaire[1] est la suivante : « Aptitude d'un métal ou d'un alliage à remplir un moule dans tous ses détails, lorsqu'on l'y verse à l'état liquide ». Nous pouvons étendre cette définition aux matériaux particulaires, en reprenant l'énoncé de Kouadri-Henni (2002) : « La coulabilité est la capacité d'un matériau granulaire à acquérir le comportement spécifique souhaité et recherché dans un environnement donné et pour une situation d'usage déterminée : c'est l'aptitude à l'écoulement, à la manutention, au stockage, à la compression, au tassement... »

[1] Le petit Larousse Grand Format, édition de 2001.

Les techniques d'analyse des propriétés d'écoulement des matériaux granulaires sont nombreuses. La plus répandue est celle développée par Jenike (1964), qui permet non seulement de donner une évaluation de la coulabilité du matériau, mais aussi de dimensionner les trémies des silos de stockage de manière à avoir un bon écoulement.

On peut distinguer, d'une manière globale, trois grandes classes de méthodes pour étudier la relation entre contraintes et déformations d'un matériau granulaire, chacune permettant d'accéder à certaines propriétés du matériau :

- la méthode utilisant un viscosimètre à double cylindre, qui est une méthode décrite par Devise (1974) ;
- les méthodes de mesures angulaires et de quelques comportements d'écoulement : indices de coulabilité ;
- la méthode d'étude de la déformation d'un volume de particules, sous l'effet d'une sollicitation connue. Celle-ci peut être normale, soit en compression, soit en traction (résistance à la tension) ou tangentielle, essai de cisaillement (frottement interne et cohésion).

Ces méthodes de caractérisation permettent de mesurer des paramètres de l'écoulement des matériaux granulaires dont certains sont suffisants pour décrire l'écoulement et la conception d'installation.

Chaque type d'essai met en oeuvre une combinaison de propriétés, sans toujours les dissocier : par exemple, la compressibilité dépend des effets conjugués du frottement et des forces de liaisons interparticulaires.

Dans la suite de cet exposé, nous allons dans un premier temps, définir certaines propriétés des matériaux granulaires. Puis nous nous intéresserons à quelques expériences simples et facilement réalisables donnant des indicateurs de coulabilité. Et enfin, nous développerons la méthode de Jenike permettant d'appréhender la coulabilité.

2.2 Définitions

Les définitions données ici sont celles adoptées par la Fédération Européenne de la Manutention (FEM 2582, 1991).

2.2.1 Taille des particules et distribution granulométrique

Les dimensions d'un grain (ou d'une particule) qui compose le matériau sont celles des arêtes du parallélépipède rectangle le plus petit dans lequel ce grain peut être inscrit :

- la longueur L est la longueur de la plus grande arête du parallélépipède rectangle. Elle est utilisée comme dimension nominale de la grosseur du grain ;
- l'épaisseur T est la plus petite longueur d'arête de ce parallélépipède ;
- la largeur W est la longueur d'arête moyenne de ce parallélépipède.

La granulométrie est la proportion des différentes grosseurs de grains dans la masse totale, elle peut être mesurée par différentes méthodes :

- le tamisage ;
- la granulométrie par diffraction Laser ;
- la microscopie couplée à l'analyse d'image ;
- l'analyse au sédigraphe ;
- *etc...*

2.2.2 Formes des particules

On distingue sept formes de grains différentes qui sont désignées par un chiffre romain conformément au tableau 2.1.

2.2.3 Angle d'éboulement

Définition

L'angle d'éboulement α, souvent appelé angle de talus, est celui que forme l'horizontale avec la génératrice d'un tas conique de produit tombant lentement et régulièrement de faible hauteur. Il est indiqué en degrés (figure 2.1).

Principe de la méthode de mesure

Conformément à la définition de la FEM 2582 (1991), le produit en vrac est versé lentement et régulièrement d'une faible hauteur sur le plan horizontal.

Le but à atteindre est d'obtenir un tas de forme conique, aussi abrupt et régulier que possible. Il est procédé à la mesure des diamètres conjugués D_1 et D_2 ainsi que la hauteur h (voir figure 2.1).

Les diamètres D_1 et D_2 doivent mesurer au moins 20 fois la grosseur des grains L du produit en vrac et se chiffrer au minimum à environ 100 mm.

L'angle d'éboulement α est calculé à partir des valeurs mesurées h, D_1 et D_2.

$$\alpha = \arctan \frac{4 \times h}{D_1 + D_2} \tag{2.1}$$

symbole	désignation	croquis
I	Arêtes vives de dimensions à peu près égales dans les trois sens géométriques. Exemple : CUBE	
II	Arêtes vives dont l'une est nettement plus longue que celles dans les deux autres sens. Exemple : PRISME OBLONG	
III	Arêtes vives dont l'une est nettement plus petite que celles dans les deux autres sens. Exemple : CARREAU, ECAILLE	
IV	Arêtes arrondies de dimensions à peu près égales dans les trois sens géométriques. Exemple : SPHERE	
V	Arêtes arrondies dont l'une est nettement plus longue que celles dans les deux autres sens. Exemple : CYLINDRE, BATONNET	
VI	Arêtes arrondies dont l'une est nettement plus petite que celles dans les deux autres sens. Exemple : RONDELLE, LENTILLE, DISQUE	
VII	Fibreux, filamenteux, bouclé, entrelacé. Exemple : FIBRE, FIL	

TAB. 2.1 – *Les différentes formes de grains selon la FEM 2582 (1991).*

L'observation attentive de la formation d'un tas montre qu'il n'existe pas un mais plutôt deux angles remarquables. En effet, si l'on verse du grain afin d'obtenir un tas, lorsque la pente du tas obtenue devient trop grande, le matériau part en avalanche,

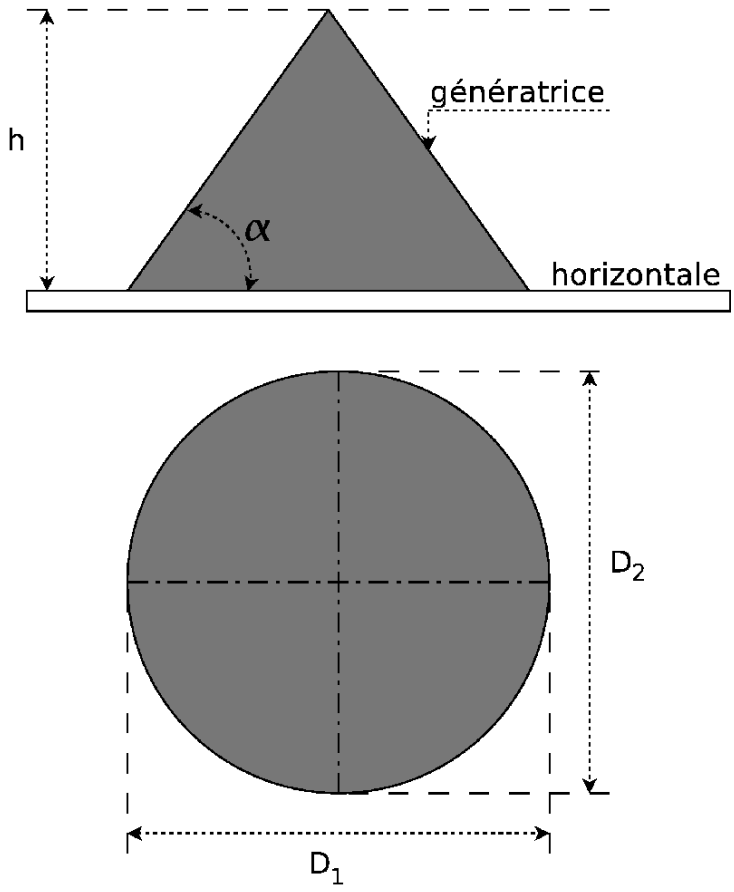


FIG. 2.1 – *Représentation des paramètres à relever lors de la mesure de l'angle d'éboulement.*

l'angle critique avant ce départ en avalanche est appelé angle de démarrage (Bonamy, 2001) ou angle de mouvement (Duran, 1997). Le matériau s'écoule en surface, il y a donc réduction de la pente du tas. L'écoulement s'arrête dès que cette pente est inférieure à l'angle d'arrêt (Bonamy, 2001) ou angle de repos (Duran, 1997). La différence entre ces deux angles, est appelée angle de relaxation, et varie typiquement de 2° à 5°.

D'après ce que l'on vient de rappeler, étant donné un tas de grains dont nous ne connaissons pas l'histoire, nous constatons qu'il est *a priori* impossible de définir précisément l'angle de talus. Il est impératif de savoir si le tas vient de subir une avalanche, dans ce cas l'angle de talus sera égal à l'angle de repos. Si, au contraire, ce tas se trouve dans l'état critique de mouvement, c'est-à-dire dans un état tel que la moindre perturbation supplémentaire provoquera une avalanche, l'angle de talus sera égal à l'angle de mouvement.

Par conséquent, en l'absence d'information sur l'histoire d'un tas de grains, la valeur de l'angle de talus est indéterminée, à l'angle de relaxation près.

Remarque : On parle aussi d'angle de cratère lorsque l'on forme un empilement concave (voir figure 2.2). L'angle de cratère est supérieur à l'angle de talus dans le cas d'un empilement convexe. D'après Duran (1997), cette différence entre les deux angles doit disparaître quand les rayons de courbure deviennent très grands devant le diamètre moyen des particules du matériau granulaire. Selon Jenike (1964), lorsque le matériau est non cohésif, la valeur de l'angle de cratère est égale à l'angle de talus.

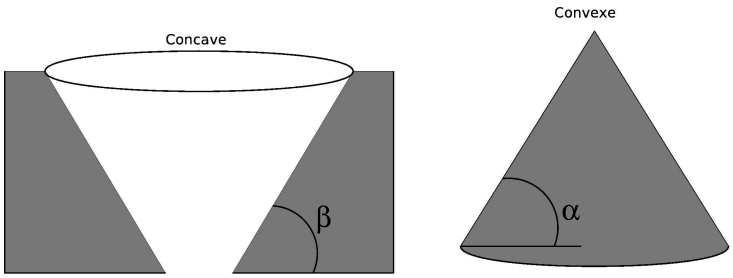


FIG. 2.2 – *Angles de talus selon le type d'empilement.*

2.3 Indices de coulabilité

Il est possible de proposer une multitude d'indices à partir des définitions que nous venons de donner. Afin d'obtenir ses propres critères de coulabilité, il est important de faire suffisamment de mesures sur différents produits. De plus, lors de mesures de certaines propriétés d'un matériau granulaire, les résultats d'expériences sont des indices à eux seuls. Nous citerons donc seulement deux indices.

2.3.1 Définition de Carr

L'indice de coulabilité, dit indice de Carr (1975), peut être calculé selon le rapport suivant :

$$I_{Carr} = \frac{100 \times (\rho_t - \rho_a)}{\rho_t} \tag{2.2}$$

Avec I_{Carr} : Indice de Carr.
ρ_a : Masse volumique apparente[2].
ρ_t : Masse volumique tassée[2].

Plus l'indice de Carr est grand plus l'écoulement est difficile. Carr (1975) a établi une correspondance qualitative (tableau 2.2) entre la valeur de l'indice et la coulabilité d'un matériau granulaire.

Indice de Carr (1975) (en %)	Écoulement
5 − 12	Excellent
12 − 16	Bon
6 − 21	Moyen
21 − 28	Passable
28 − 35	Faible
35 − 40	Très faible
> 40	Très très faible

TAB. 2.2 – *Aptitude à l'écoulement selon Carr (1975).*

2.3.2 L'indice d'Hausner

L'indice d'Hausner, H_r se calcule comme indiqué par la formule 2.3 et permet aussi de se faire une idée sur la coulabilité d'un matériau granulaire.

$$H_r = \frac{\rho_t}{\rho_a} \tag{2.3}$$

Où H_r : Indice de Hausner.
ρ_a : Masse volumique apparente.
ρ_t : Masse volumique tassée.

Si $H_r < 1.2$: Bonne coulabilité (matériaux non-cohésifs).
$1.2 < H_r < 1.4$: Comportement intermédiaire du matériau.

[2]Les masses volumiques apparente et tassée sont mesurées dans l'éprouvette du voluménomètre de tassement (appareil normalisé permettant de tasser le matériau granulaire par secousses). La masse apparente correspond au volume occupé par une masse connue de matériau non tassé dans une éprouvette graduée de 250 *ml*. La masse volumique tassée correspond au volume de cette même masse de matériau après 1250 « chutes » normalisées.

$H_r > 1.4$: Coulabilité médiocre (matériaux cohésifs).

2.4 Méthode de Jenike

La méthode de Jenike est une méthode de caractérisation des matérieux granulaires basée sur l'étude des contraintes au sein d'un volume de grain lors du cisaillement ou de la rupture. Cette approche a l'avantage d'intégrer tous les paramètres physiques d'un matériau granulaire : granulométrie, humidité... et de pouvoir reconstituer les conditions d'exploitation, notamment la consolidation du matériau granulaire acquise au cours du temps. Cette méthode permet aussi le dimensionnement des trémies de silos (Jenike, 1964). Mais elle présente l'inconvénient de nécessiter un matériel de mesure adapté ainsi qu'un certain savoir-faire. De plus sa mise en place est assez laborieuse.

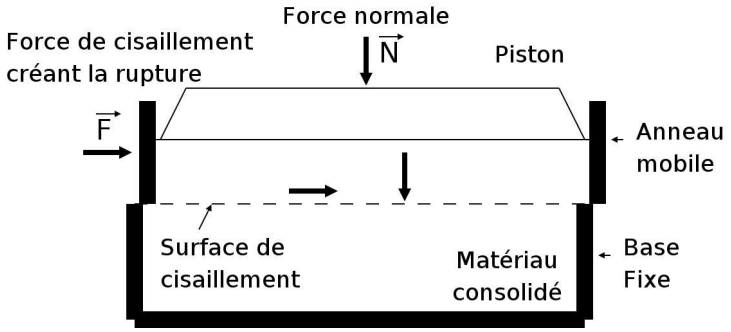


FIG. 2.3 – *Schéma d'une boîte de cisaillement de type Casagrande.*

Le principe d'utilisation d'une boîte de cisaillement pour obtenir les caractéristiques d'un matériau granulaire, dans le but de déduire sa coulabilité est le suivant :

- on commence par remplir de matériau granulaire la boîte de cisaillement (figure 2.3), constituée d'une demi-boîte fixe et d'une demi-boîte mobile ;
- le matériau granulaire est amené à un état de « consolidation critique ». Cette étape est nécessaire à la reproductibilité des resultats, Lubert (2000). Pour ce faire, on applique une charge normale, appelée charge de consolidation σ_c ;
- le matériau granulaire est alors cisaillé : la contrainte de cisaillement τ (rapport de la force sur la surface cisaillée) augmente jusqu'à que le matériau cède et se mette en écoulement. À ce stade de l'expérience, l'état de consolidation critique recherché est atteint ;

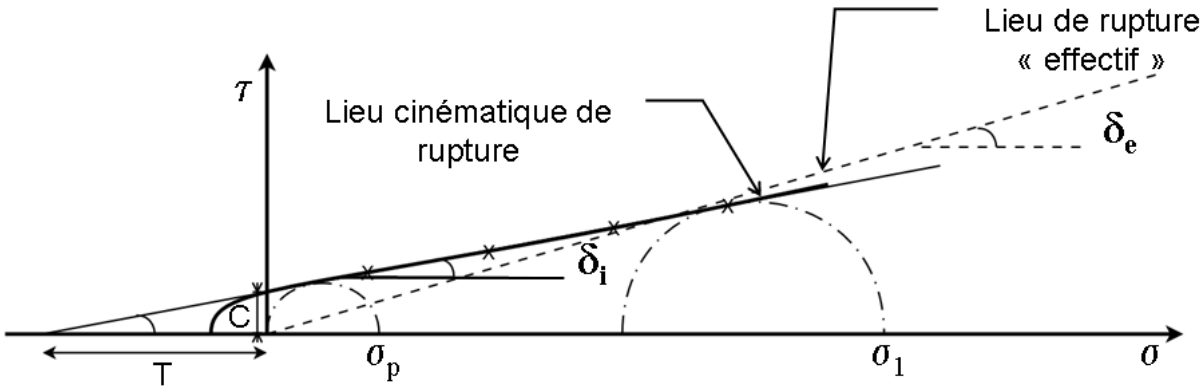


FIG. 2.4 – *Lieu cinématique de rupture* $\tau = f(\sigma)$.

- la contrainte tangentielle peut alors être annulée, et la charge normale retirée, pour pouvoir continuer l'essai ;
- une charge normale σ_s, inférieure à la charge de consolidation doit ensuite être appliquée. Lors de ce cisaillement, le matériau résiste, puis cède pour une valeur de contrainte notée τ_s ;
- ce processus est alors répété pour plusieurs charges normales inférieures à la charge de consolidation.

Les différents couples (τ_s, σ_s) constituent les points du **Lieu Cinématique de Rupture** ou **LCR** (figure 2.4), pour une consolidation σ_c donnée.

Le LCR coupe l'espace des contraintes en deux zones :

- la zone inférieure à la courbe où tout matériau granulaire est dans un état de contrainte correspondant à cette partie ne s'écoulera pas ;
- par contre, les matériaux granulaires se trouvant dans l'état de contrainte de la zone supérieure s'écouleront.

2.4.1 Caractéristiques obtenues

La représentation graphique du Lieu Cinématique de Rupture (figure 2.4) permet d'obtenir les caractéristiques suivantes :

Angle de frottement interne

L'angle de frottement interne, δ_i, est l'angle entre la tangente en un point du LCR et l'horizontale. Il caractérise le frottement entre les particules se déplaçant les unes

par rapport aux autres. Cet angle est important pour le calcul de la poussée sur les parois des silos de stockage.

Angle de frottement interne effectif

L'angle de frottement interne effectif, δ_e, est l'angle entre l'axe des abscisses et la droite passant par l'origine et tangente au grand cercle de Mohr[2]. Cet angle permet, d'après Jenike (1964), de déterminer l'angle des trémies de silo.

Cohésion

La cohésion, C, est la résistance en cisaillement pur d'un matériau granulaire. Elle est obtenue par extrapolation du lieu cinématique de rupture. Cette manière de définir la cohésion est celle de Jenike (1964) ; elle tient compte de la contrainte sous laquelle le matériau a été consolidé. C'est donc une cohésion acquise : plus le matériau est consolidé, plus la valeur de C est grande.

Résistance à la traction

La résistance à la traction, T, est la contrainte de traction nécessaire à la rupture d'un matériau granulaire consolidé sous la contrainte de consolidation σ_c. Elle s'obtient par extrapolation du LCR sur l'axe des abscisses. Sa signification physique est proche de celle de la cohésion du matériau granulaire.

Contrainte de cohésion

La contrainte de cohésion, σ_p, est la résistance en compression simple d'un matériau granulaire consolidé sous la contrainte de consolidation σ_c. Elle traduit l'aptitude d'un matériau à former une voûte stable et s'obtient par le tracé d'un cercle de Mohr passant par l'origine et tangent au LCR.

Contrainte majeure de consolidation

La contrainte majeure de consolidation, σ_1, est la contrainte maximale qui a pu s'exercer sur la poudre. σ_1 est responsable des valeurs de C. Elle s'obtient par le tracé d'un grand cercle de Mohr qui passe par le dernier point du LCR et est tangent à celui-ci. Appliqué à un silo, il s'agit de la contrainte de compression supportée par le produit en

[2]Le petit cercle de Mohr est tangent au LCR et passe par l'origine. Le grand cercle de Mohr est tangent au LCR et passe par le dernier couple (τ_s, σ_s).

bas du silo. Cette contrainte est exercée par le poids du produit situé au-dessus, atténué par l'effet du frottement aux parois, (modèle de Janssen, 1895).

Angle de frottement à la paroi

L'angle de frottement à la paroi, ϕ, caractérise le frottement entre le matériau et la paroi. La nature et l'état du matériau constituant la paroi influencent cet angle. Pour le déterminer, il faut effectuer une expérience similaire à celle qui permet d'obtenir le lieu cinématique de rupture, en remplaçant dans la boîte de cisaillement la partie fixe par un échantillon de paroi. Dans ce cas, nous obtenons le lieu cinématique de rupture à la paroi ou LCRP et ϕ se calcule de la même manière que δ_e pour un LCR.

2.4.2 Fonction d'écoulement

Dans la mesure où un LCR est fonction de la contrainte de consolidation σ_c à laquelle le matériau a été soumis, en faisant la même procédure pour plusieurs états de consolidation critique σ_c, on obtient une famille de LCR en fonction de σ_c. Plusieurs couples de points (σ_p, σ_1) permettent de tracer la courbe $\sigma_p = f(\sigma_1)$ qui est la fonction d'écoulement (FF : Flow Function), (figure 2.5). La pente (i) de la FF linéarisée, que nous appelons coulabilité, mesure l'aptitude d'un matériau granulaire à se consolider (ou non) sous contrainte. Un matériau qui se consolide beaucoup (forte pente) aura tendance à donner des voûtes stables, et nécessitera une grande pente et une grande ouverture de trémie.

Cette fonction d'écoulement est la caractéristique intrinsèque d'écoulement d'un matériau donné. La variation d'une de ses propriétés entraîne la variation de cette fonction et des paramètres cités au paragraphe 2.4.1. En effet, elle est fonction de la granulométrie (Teunou, 1992), de la surface spécifique, de la forme, de la porosité, de la cohésion, de la teneur en eau (Peleg (1977) ; Scoville & Peleg (1981) ; Schubert (1987)) et de la consolidation du matériau.

L'effet de l'humidité est cependant complexe : la figure 2.6 d'après Walker (1967) montre que la fonction d'écoulement se situe dans la zone d'écoulement difficile pour une humidité relative de 3% à 11% alors que pour une humidité de 14% l'écoulement se fera plus facilement.

Le temps de stockage influence également l'écoulement. Il est possible de déterminer des fonctions d'écoulement dépendant du temps appellées fonctions d'écoulement temporelles (FFt : Time Flow Fonction). Ces fonctions prennent en compte les transformations pouvant se développer dans le matériau granulaire avec le temps d'application de

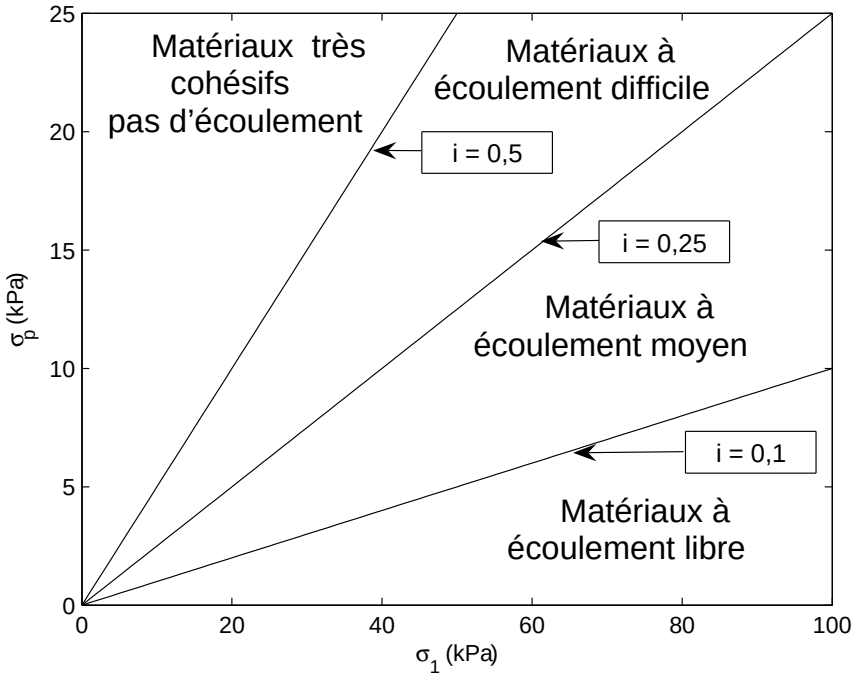


FIG. 2.5 – *Différents domaines d'écoulement en fonction de leur fonction d'écoulement.*

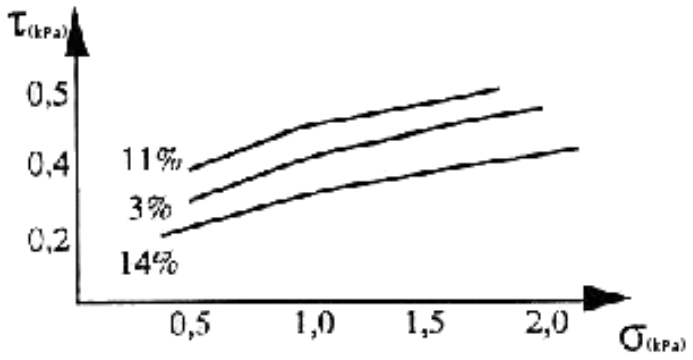


FIG. 2.6 – *Fonction d'écoulement du charbon pour différentes humidités relatives, d'après Walker (1967)*

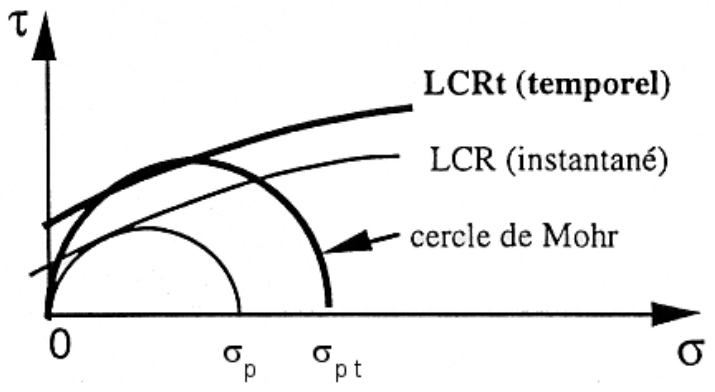


FIG. 2.7 – *Effet de la durée de consolidation sur le LCR.*

la contrainte, comme dans un silo non soumis à la vidange. La figure 2.7, qui représente le LCR et le LCRt d'un matériau, montre bien ce qu'admettait déjà Jenike (1964), à savoir que, pour une même charge de consolidation, la contrainte limite de cisaillement après stockage τ_i peut être plus élevée que la contrainte instantanée τ. Dans ce cas, le matériau granulaire consolidé durant un temps important s'écoule moins bien que le matériau utilisé instantanément ou mis en mouvement fréquemment dans les silos. Les matériaux granulaires sont le siège de transformations à cinétique lente telles que le fluage et la formation de ponts solides entre particules, qui sont favorisés par des variations d'humidité et de température du produit et des phénomènes de recristallisation... Ainsi, pour caractériser un matériau granulaire, il faut fixer les conditions de consolidation pour l'essai en tenant compte de la durée de stockage.

Chapitre 3

Sur la vidange de silos

3.1 La forme d'écoulement

3.1.1 Introduction

L'étude de la forme de l'écoulement granulaire lors de la vidange d'un silo est une partie importante des recherches effectuées dans le domaine des silos (Ooi & Rotter, 1998). L'essentiel des recherches entreprises jusqu'ici se sont intéressées aux silos axisymétriques à écoulement en masse et aux trémies.

Nous allons présenter dans la suite de ce chapitre les différents modes d'écoulement dans les silos, puis nous focaliser les différentes zones existantes dans l'écoulement.

3.1.2 Différents modes d'écoulement

L'écoulement en masse et l'écoulement en cheminée sont les deux principaux modes d'écoulement rencontrés lors de la vidange d'un silo (Jenike, 1964; Schewedes, 1998; Zhong *et al.*, 2001), (figure 3.1).

L'écoulement en masse (figure 3.1(a)) est le mode d'écoulement où toutes les particules solides sont en mouvement, mais pas nécessairement à la même vitesse. La forme de la surface libre n'évolue pratiquement pas jusqu'à la jonction cellule/trémie (Schulze, 1998).

Dans l'écoulement en cheminée (figure 3.1(b) et (c)), le matériau situé au-dessus de l'orifice est en mouvement, laissant de part et d'autre de la trémie des zones appelées zones mortes ou zones stagnantes. Le matériau composant les zones mortes peut s'écouler une fois que le reste du silo est vidangé.

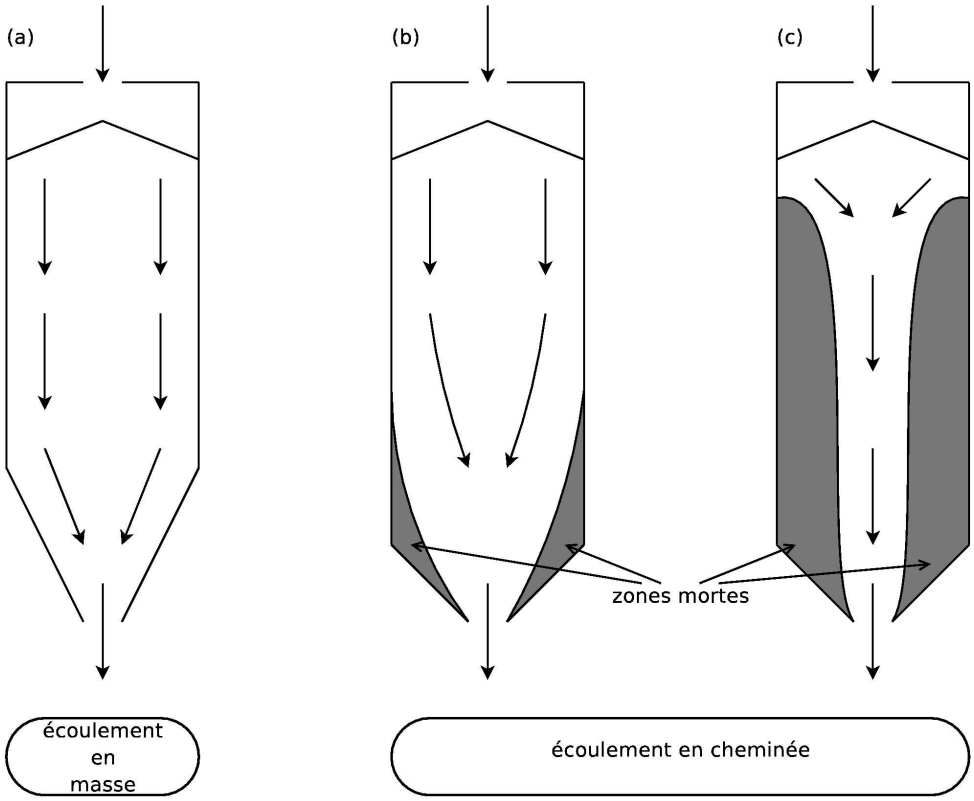


FIG. 3.1 – *Représentation des modes d'écoulement.*
(a) Écoulement en masse ; (b) Écoulement en semi-masse, et (c) écoulement interne

D'après Watson & Rotter (1996), le terme « écoulement en cheminée » est généralement utilisé pour tout écoulement qui n'est pas un écoulement en masse, et ce mode d'écoulement peut être subdivisé en écoulement interne (figure 3.1(c)) et écoulement en semi-masse (figure 3.1(b)).

La frontière du canal d'écoulement (FCB : « Flow Channel Boundary ») est définie comme l'interface entre les particules en mouvement et les particules stationnaires. Le point où cette frontière rencontre le mur du silo est connu comme étant la « transition effective ». Si le FCB s'étend à partir du bord de l'orifice jusqu'à la surface libre, l'écoulement se nomme écoulement interne et il n'y a aucune transition effective. L'écoulement en semi-masse est caractérisé par un écoulement en masse dans la partie supérieure du silo tandis que la partie inférieure s'écoule en écoulement interne.

Le type d'écoulement rencontré au cours d'une vidange dépend de la géométrie du silo, et des propriétés mécaniques des parois et du matériau ensilé.

Pour les silos à fond plat, la présence de zones mortes de part et d'autre de

l'ouverture est inévitable. En revanche, dans les silos à trémie, il est possible d'éviter la présence de ces zones stagnantes et les inconvénients engendrés, en inclinant suffisamment la trémie de façon à ce que l'angle d'inclinaison de la trémie soit supérieur ou égal à l'angle de cratère du matériau (β).

3.1.3 Zones d'écoulement

Durant une vidange cinq zones d'écoulement peuvent être distinguées selon Schewedes (1998), (3.2).

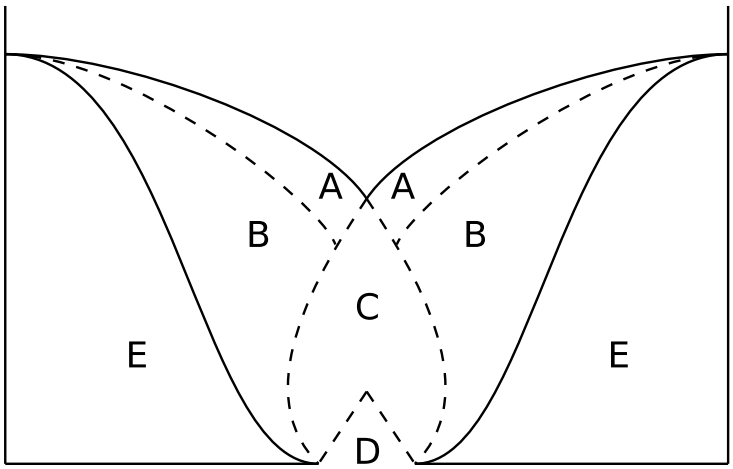


FIG. 3.2 – *Les différentes zones d'écoulement*

Les particules roulent librement le long de la couche A, qui elle-même se déplace rapidement comme un bloc au-dessus de la couche B. La zone B se déplaçant très lentement comparée à la zone A.

La zone E ne bouge pas du tout, c'est la zone morte ou stagnante.

L'inclinaison du plan de séparation entre les zones B et E est plus importante que l'angle observé à la surface libre.

Dès que des particules atteignent la zone C elles sont accélérées.

Les particules qui composent la zone D perdent le contact avec leurs voisines et tombent librement.

Lors de la mise en place de l'écoulement, les zones D, C, A et B sont formées les unes après les autres.

3.2 Mesure de l'écoulement

L'écoulement des matériaux granulaires dans les silos, obéit à une dynamique complexe qui peut produire d'autres problèmes comme des fluctuations élevées de la pression et de la densité pendant la vidange. L'origine de ces fluctuations se trouve nécessairement dans le mouvement des grains (Andrade *et al.*, 1996). C'est pourquoi il est important d'obtenir une description de la dynamique des grains.

Il existe plusieurs méthodes permettant de décrire l'écoulement et d'obtenir les vitesses des particules au sein d'un silo, lors de la vidange.

L'approche la plus communément adoptée dans la détermination du champ d'écoulement est l'utilisation de traceurs qui se déplacent avec le matériau. Ces traceurs sont suivis soit visuellement soit à l'aide d'équipements de détection. Lorsque des traceurs sont utilisés, la précision des mesures expérimentales est directement proportionnelle à la capacité du traceur à suivre le matériau granulaire aussi étroitement que possible. Les risques de ségrégation du traceur par le matériau granulaire en écoulement sont dus soit à la taille, soit à la masse, soit aux propriétés de frottement du traceur. C'est pourquoi, lorsque des traceurs sont utilisés, il est important d'avoir la certitude qu'il n'y aura pas de ségrégation significative durant la vidange (Tüzün *et al.*, 1982).

3.2.1 Méthodes 2D

La Méthode visuelle. Cette méthode consiste à repérer à travers une paroi transparente des particules marquées. Elle nécessite un silo quasi-2D, dont la profondeur est de l'ordre de quelques particules. Les informations obtenues par l'observation sont purement qualitatives. La détermination quantitative des champs de vitesses nécessite l'utilisation de caméras, (méthode utilisée par Medina *et al.*, 1998*a*; Chou *et al.*, 2002).

C'est une méthode qui est relativement simple à mettre en œuvre, mais il est très difficile de travailler sur beaucoup de particules à la fois. De plus l'influence des parois sur l'écoulement est difficilement quantifiable.

PIV : Particle Image Velocimetry. La PIV est une amélioration de la méthode visuelle, où les traceurs ne sont pas obligatoires. Cette méthode consiste à déterminer la distance parcourue par les particules entre deux images consécutives comme pour la méthode visuelle. Mais cette analyse peut-être étendue à l'ensemble des particules filmées par l'intermédiaire de logiciels adéquats. De plus, la PIV nécessite l'utilisation d'une caméra suffisament rapide pour que la distance parcourue par les particules entre deux

images soit relativement faible afin de permettre leur suivi.

Cette méthode est utilisée à l'origine pour les mesures de vitesse dans des fluides exposés par un plan laser, mettant ainsi en évidence les particules en suspension. Or les matériaux granulaires ne laissent pas passer la lumière laser ce qui rend indispensable l'utilisation de silo quasi-2D pour l'observation, méthode utilisée par Medina *et al.* (1998*b*, 2000); Steingart & Evans (2005); Ostendorf & Schwedes (2005).

Si la PIV permet d'obtenir plus de précision sur les vitesses que la méthode visuelle, elle n'évite pas les inconvénients liés au silo quasi-2D.

Radiographie. Les rayons X pénètrent facilement la « matière molle » (matière solide peu dense et constituée d'éléments légers), ils sont facilement absorbés par la « matière dure » (matière solide dense constituée d'éléments lourds). Cette méthode a été utilisée avec des silos quasi-2D (Tüzün *et al.*, 1982). Mais Grantham & Forsberg (2004) ont ensemencé avec des particules de tungstène le plan central de leur silo en 3D rempli d'alumine (Al_2O_3). Ils ont obtenu les champs de vitesses au centre du silo.

L'ensemencement et l'utilisation des rayons X rendent les conditions d'expérimentation complexes. Ce système permet de s'affranchir des inconvénients dus aux silos quasi-2D, sans pour autant permettre des mesures concernant l'intégralité du silo.

3.2.2 Méthodes 3D

Méthode de Neddermann (1988). Cette technique est faite pour mesurer la distribution de vitesse dans une trémie, en évitant les problèmes liés à la dilatation qui a lieu lors du déclenchement de l'écoulement, (Neddermann, 1988). Des traceurs (particules peintes) sont libérés dans le matériau granulaire en écoulement, et la distribution des vitesses est déduite des temps de parcours mesurés. Le chronométrage est réalisé entre l'instant où le traceur est libéré et l'instant où il ressort de la trémie. Les traceurs sont libérés dans les particules en écoulement à l'aide d'un tube. L'utilisation du tube d'injection permet de connaitre parfaitement la position initiale et d'injecter plusieurs traceurs au cours d'une vidange méthode utilisée par Xie & Shinohara (1999).

Cette methode permet une bonne approche de la vitesse radiale des particules au sein d'une trémie, mais n'est pas transposable pour de grands silos puisqu'on ne peut évaluer le parcours effectué par les particules.

IRM : Imagerie par Résonance Magnétique. Cette méthode permet de faire des images en coupes dans différents plans et de reconstruire en trois dimensions la structure

analysée. L'IRM nécessite un ensemencement ; celui-ci peut-être réalisé avec des traceurs, Chevoir *et al.* (2001) ont introduit des graines de moutarde. Il est aussi possible de recouvrir certaines particules du matériau granulaire utilisé avec une substance adéquate (de l'huile silicone à été utilisée par Porion *et al.*, 2004).

L'analyse permet d'obtenir des résultats sur l'ensemble de l'écoulement en trois dimensions. Par contre, l'IRM n'est pas envisageable pour des silos de grandes dimensions.

Balises radio. Des balises radio fréquence sont placées à différents endroits prédéterminés au sein du matériau. Chacune de ces balises doit émettre un signal différent afin d'être dissociable des autres. Une unité de contrôle est placée à côté de la sortie et émet un signal sur toute cette zone. Quand une balise sort, elle répond avec un signal qui l'identifie à l'unité de contrôle. De cette façon l'heure de passage de chaque balise au travers de la sortie est automatiquement enregistrée. Le principe de cette technique réside dans le fait que la position de chaque balise, au remplissage du silo, est connue ainsi que le temps mis par chacune des balises pour atteindre la sortie. Les vitesses moyennes pour chaque balise sont calculées. On en déduit la forme de l'écoulement, (Ooi *et al.*, 1998; Ooi & Rotter, 1998).

D'après Chen *et al.* (2005), dans un silo où l'écoulement se fait en masse, un relativement petit nombre de capteurs est nécessaire pour caractériser l'intégralité du régime d'écoulement, car les variations de vitesses sont faibles, et aucune discontinuité n'apparaît dans l'écoulement. Au contraire, pour les écoulements en semi-masse ou en cheminée, un très grand nombre d'émetteurs est nécessaire à une bonne description des frontières du canal d'écoulement ainsi que des vitesses.

Cette technique a été réalisée à l'intérieur de silos réels, contrairement à toutes les autres méthodes d'étude de l'écoulement. Le répérage des balises se faisant uniquement à la sortie du silo, il est impossible de connaître leurs positions exactes tout au long de la vidange. La taille des balises étant de l'ordre de sept centimètres de diamètre, les risques de ségrégation ne sont pas complètement négligeables.

3.2.3 Conclusion

Toutes les méthodes en 2D et 3D restent expérimentales puisqu'elles ne sont pas transposables à des silos de taille réelle sauf en ce qui concerne la méthode utilisant des balises radio.

La PIV est la seule technique non intrusive. Les autres méthodes, par l'utilisation de traceurs, engendrent des risques de ségrégation et par conséquent des perturbations

plus ou moins importantes de l'écoulement.

La seule méthode utilisable dans un silo de taille réelle est celle utilisant des balises radio.

3.3 Le débit

3.3.1 Silo à fond plat

Contrairement à un liquide, le débit massique d'un matériau granulaire à la sortie d'un silo ne dépend pas de la hauteur d'ensilage. C'est une des principales différences entre un liquide et un matériau granulaire, (Wu *et al.*, 1993; Medina *et al.*, 1998*b*). Cette caractéristique des milieux granulaires vient des frottements qui se produisent pendant l'écoulement, (Ferellec, 2001). Effectivement, les forces de frottement diminuent les effets de l'accélération due à la pesanteur au sein du matériau. Dans le cas d'un écoulement en masse ce frottement se produit entre les parois et le matériau. Lors d'un écoulement en cheminée, le frottement se produit entre le matériau en mouvement et le matériau stagnant.

En effet, pour un fluide, le débit massique est proportionnel à la racine carrée de la hauteur de fluide au-dessus de la sortie. Alors que le débit massique Q pour un milieu granulaire dépend seulement du diamètre de l'ouverture D, de la masse volumique apparente du matériau ensilé ρ_b, du coefficient de frottement des particules et de l'accélération de pesanteur g. Une analyse dimensionnelle sur ces paramètres donne une relation empirique pour le débit massique de la forme suivante :

$$Q = C_b \rho_b \sqrt{g} D^{\frac{5}{2}} \tag{3.1}$$

C_b étant une constante adimensionnelle dépendant essentiellement des caractéristiques géométriques du silo. Celle-ci a été expérimentalement évaluée dans l'intervalle $[0.55; 0.65]$.

À partir de leurs expériences, Beverloo *et al.* (1961) ont obtenu une loi de cette forme avec une correction du terme D qui prend en compte la taille des particules quand celle-ci s'approche de D. Cette formule est la suivante :

$$Q = C_b \rho_b \sqrt{g} (D - kd)^{\frac{5}{2}} \tag{3.2}$$

où d est le diamètre moyen des particules et k une constante empirique et adimensionnelle qui dépend seulement de la forme des particules. k et C_b sont données par

Beverloo *et al.* (1961) respectivement égaux à 1,4 et 0,58.

D'après Le Pennec *et al.* (1995), k est généralement prise égale à 1,5 pour les particules sphériques et des valeurs légèrement plus grandes sont utilisées pour les particules anguleuses.

Des expériences ont été réalisées par Le Pennec *et al.* (1995) en utilisant un sablier cylindrique avec une chambre supérieure à fond plat muni d'une sortie circulaire ou avec un silo cylindrique avec un sortie circulaire dans la paroi verticale. Celles-ci ont permis de montrer que le débit massique restait quasiment constant et indépendant de la hauteur du matériau.

3.3.2 Sablier et silo à trémie

La formule de Beverloo *et al.* (1961) est reconnue comme opérante pour les sabliers et les silos à trémie simple.

En effet, Le Pennec *et al.* (1995) ont réalisé des expériences en centrifugeuse pour modéliser l'effet d'une grande hauteur de particules. Ils ont montré la pertinence de l'équation de Beverloo (équation : 3.2). Et ils n'ont pas observé d'écart significatif par rapport à cette équation lorsqu'ils ont fait varier l'accélération de pesanteur jusqu'à treize fois sa valeur naturelle.

3.4 Les forces au sein d'un matériau granulaire

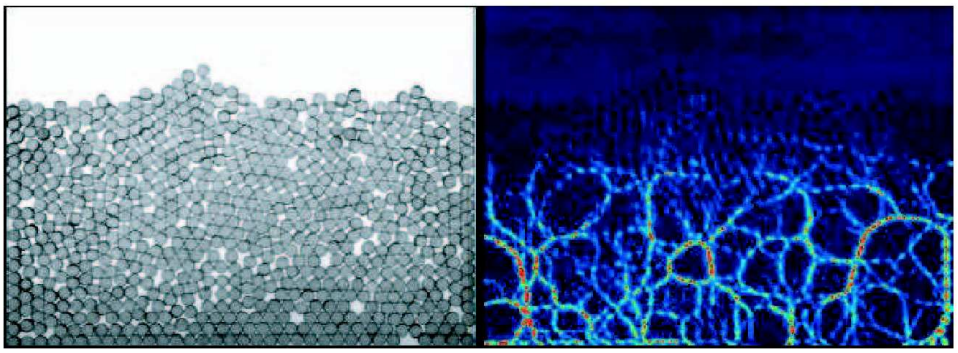
3.4.1 Introduction

D'après Guiata *et al.* (2003), une des principales causes de déformations, voire de rupture des parois des silos à grains, est due aux pressions excessives exercées sur les parois durant la vidange.

Or, la connaissance de la distribution des forces dans un empilement granulaire est une question délicate, (Bertho, 2003). En effet, cette distribution est très hétérogène. Si certains grains sont soumis à de fortes contraintes, d'autres, voisins sont peu sollicités, voire libres de se mouvoir. Ces hétérogénéités, ont pu être mises en évidence expérimentalement en utilisant des billes photoélastiques[1]. Comme le montre l'expérience réalisée par Hartley *et al.* (2000), la répartition des contraintes est très hétérogène. Cette expérience

[1]Le matériau qui compose ces billes a la particularité d'être biréfringent, *i.e. :* il a la propriété de faire tourner le plan de polarisation de lumière incident en fonction de la contrainte à laquelle il est soumis. De cette manière, un empilement de grains biréfringents observé entre polarisateurs croisés ne laissera apparaître que les grains soumis à des contraintes importantes.

(figure 3.3) consiste à placer un empilement bidimensionnel de disques biréfringents (a), entre des polarisateurs croisés de façon à mettre en évidence les chaînes de forces (b). Les disques sont d'autant plus lumineux qu'ils sont soumis à des contraintes importantes. Les forces se propagent suivant des chemins particuliers appelés chaînes de force ou voûtes.



(*a*) (*b*)

FIG. 3.3 – *Chaîne de force dans un matériau granulaire, d'après Hartley et al., 2000*

3.4.2 Statique

Un matériau granulaire dans un silo a tendance à rediriger les contraintes verticales vers les parois. De cette observation expérimentale, Janssen (1895) a proposé un modèle expérimental. Lors du remplissage d'un silo avec une masse M de grains, la masse effectivement pesée sur le fond de celui-ci, appelée masse apparente M_{app}, ne représente pas la totalité de la masse effectivement versée. D'après Bertho (2003), les trois hypothèses du modèle de Janssen peuvent être écrites de la façon suivante :

- les contraintes sont totalement indépendantes de la position radiale à l'intérieur du silo ; elles sont donc uniformes dans la section. Le modèle de Janssen est donc un modèle en couches ;
- aux parois, le matériau granulaire se situe en tout point au seuil de glissement. En d'autre termes, la frottement doit être totalement mobilisé sur les parois du silo, on a donc : $\sigma_{zr} = \mu_s \sigma_{rr}$, avec $\overline{\overline{\sigma}}$ représentant le tenseur des contraintes et μ_s le coefficient de frottement de Coulomb statique ;
- les contraintes radiales sont proportionnelles aux contraintes verticales avec $\sigma_{rr} = K_j \sigma_{zz}$, où K_j est un coefficient caractéristique du milieu granulaire. Cette hypothèse peut se comprendre en termes de voûtes dans le milieu granulaire :

les efforts verticaux sont transférés vers les parois par des chaînes de forces, selon un angle ϕ tel que $K_j = \tan\phi$.

Dans ces conditions, il est possible de décrire l'équilibre d'une couche de grains d'épaisseur dz, immobile dans un un silo cylindrique de rayon R. Les forces s'exerçant sur cette couche sont le poids des grains, les forces de pression solide et les forces de frottement aux parois, d'où :

$$\rho c g \pi R^2 dz - \pi R^2[\sigma_{zz}(z+dz) - \sigma_{zz}(z)] - 2\pi R dz \sigma_{zr} = 0 \tag{3.3}$$

où ρ est la masse volumique des grains et c la compacité[2] de l'empilement de grains. Donc, en tenant compte des hypothèses simplificatrices de Janssen :

$$\frac{d\sigma_{zz}}{dz} + \frac{1}{\lambda} = \rho c g \qquad avec \qquad \lambda = \frac{R}{2\mu_s K_j} \tag{3.4}$$

Le coefficient λ, homogène à une longueur, est appelé longueur de Janssen. La contrainte verticale σ_{zz} vérifie donc une équation différentielle du premier ordre que l'on peut résoudre pour une hauteur de grains z_0 dans un silo. En intégrant l'équation 3.4 entre la surface libre[3] du silo (en $z = 0$) et le bas de l'empilement granulaire (en $z = z_0$) on obtient :

$$\sigma_{zz}(z_0) = \rho c g \lambda [1 - \exp(-\frac{z_0}{\lambda})] \tag{3.5}$$

Il y donc deux comportements particuliers suivant la valeur de z_0 :

- lorsque $z_0 \ll \lambda$, la contrainte σ_{zz} ressentie au fond de la colonne est proportionnelle à la hauteur de grains versés : $\sigma_{zz}(z_0 \to 0) = \rho c g z_0$. Dans ce cas nous trouvons un comportement hydrostatique.
- pour de grandes hauteurs de particules dans un silo : $\sigma_{zz}(z_0 \to \infty) = \rho c g \lambda$, le modèle de Janssen prévoit une saturation de la contrainte verticale. Nous obtenons donc que pour $z_0 \gg \lambda$, tout ajout de grains dans le silo n'engendre pas d'augmentation de la pression au fond.

3.4.3 Dynamique

Une représentation des contraintes après remplissage et lors de la vidange d'un silo à trémie simple est donnée par Ferellec (2001). Pour un silo rempli, le profil de

[2] La compacité c, correspond au « taux de remplissage » par des grains d'un volume donné et est donnée par : $c = \frac{volume\ des\ grains}{volume\ total}$.

[3] Aucun surpoids n'étant ajouté à la colonne de grains, $\sigma_{zz}(0) = 0$.

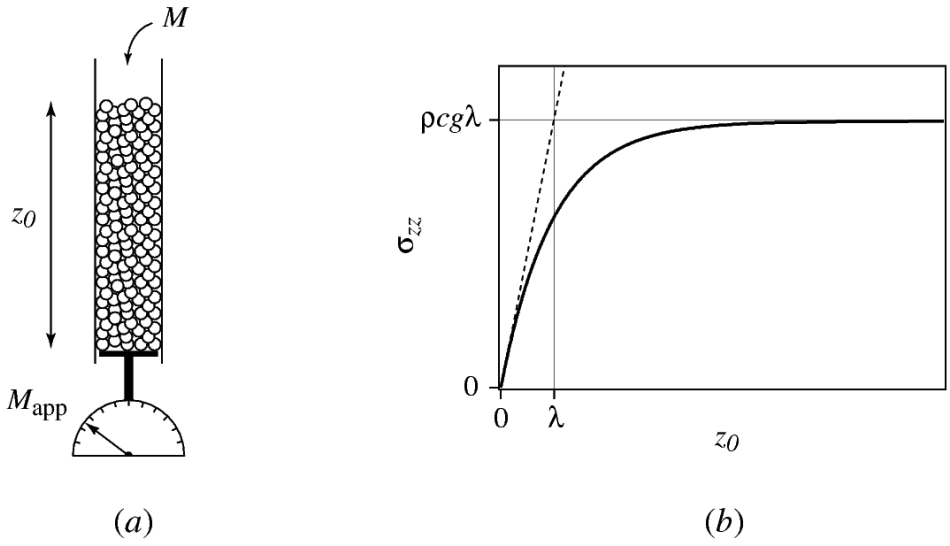


FIG. 3.4 – *(a) Schéma de l'expérience de Janssen. (b) Évolution de la contrainte verticale σ_{zz} ressentie au fond du silo en fonction de la hauteur de grains versés dans le silo. (Bertho, 2003).*

contrainte normale à la paroi possède l'allure représentée sur la figure 3.5a. La contrainte normale à la paroi dans la partie verticale du silo augmente avec la profondeur mais avec un gradient décroissant tendant de façon asymptotique vers zéro. Dans le silo, les contraintes verticales sont supérieures aux contraintes horizontales. La contrainte principale majeure est orientée verticalement dans l'axe du silo. Lorsqu'on se rapproche des parois à partir de l'axe du silo, la direction de la contrainte principale majeure diverge de plus en plus de la direction verticale. On peut observer une discontinuité des contraintes à la paroi à la transition cellule-trémie. Les contraintes normales à la paroi dans la trémie décroissent légèrement ensuite avec la profondeur. L'état de contrainte après remplissage du silo est appelé état de contrainte actif ou état de remplissage.

Au début de la vidange d'une trémie conçue pour être le siège d'un écoulement en masse (figure 3.5b), le matériau granulaire se met en mouvement et l'état de contrainte dans la trémie change. Il passe d'un état actif à un état passif. Quand le matériau s'écoule dans la trémie, il est comprimé horizontalement. En revanche la contrainte verticale est réduite grâce à l'écoulement. La contrainte horizontale devient la contrainte principale majeure. La figure 3.5c représente l'état de contrainte lorsque l'écoulement est établi. Dans la trémie, l'état de contrainte est passif alors que dans la cellule du silo, l'état de contrainte reste actif. À la transition cellule-trémie, on observe un pic local de contrainte que l'on appelle « switch », (Jenike *et al.*, 1973).

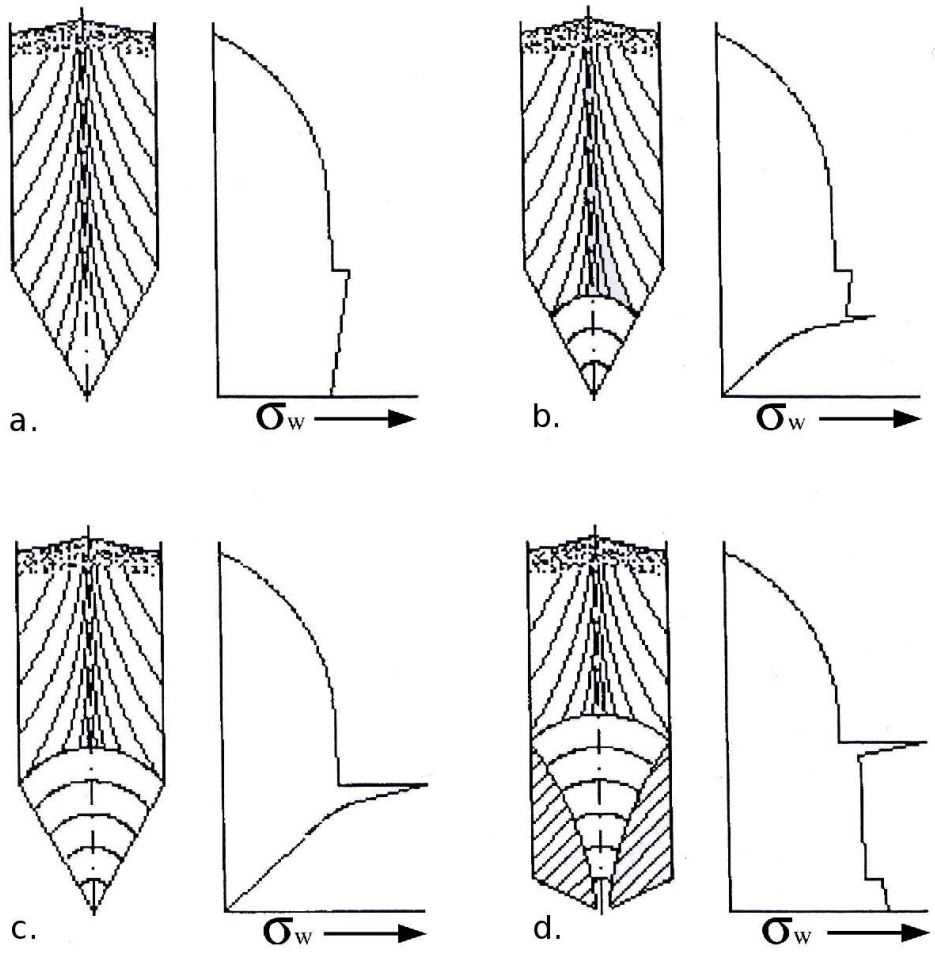


FIG. 3.5 – *Directions des contraintes principales majeures et des contraintes normales sur la paroi* σ_W.

Dans le cas d'un silo à écoulement en cheminée (figure 3.5d), la zone morte joue le même rôle qu'une trémie : le switch est observé à la « transition effective ».

3.5 Vibrations

La vidange de matériaux granulaires est souvent caractérisée par des vibrations ou des pulsations du silo. Ce phénomène est connu sous le nom de « silo quaking », et le bruit sourd qui peut les accompagner est appelé musique de silo, (Schulze, 1998). Ce bruit est dû à une résonance sonore produite par les vibrations. Ces deux phénomènes sont indésirables, car les vibrations peuvent engendrer une détérioration de la structure du silo, des fissures dans les parois, et parce que la musique de silo est source de nuisance

sonore, (Tejchman, 1998).

Wensrich (2003) fait remarquer, que ces vibrations apparaissent essentiellement dans deux types de silo :

– les silos de grande hauteur ayant des écoulements en masse ;

– les réservoirs générant des écoulements en masse ou semi-masse.

Dans les silos de grande hauteur, chaque tremblement se compose de deux grandes ondes de compression (figure 3.6). La raréfaction du matériau dans la trémie due à la vidange engendre une onde de décompression, et une onde de compression qui amène de nouveau le matériau granulaire au repos . L'onde de décompression est générée par le processus de stick-slip[4] dans la trémie ou la section inférieure du silo, et celle-ci passe au travers de l'onde de compression librement.

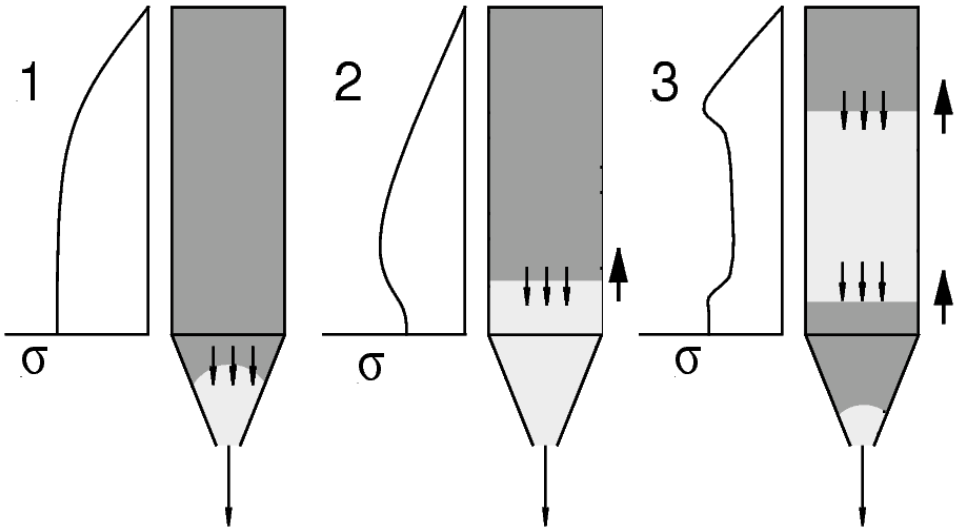


FIG. 3.6 – *Un cycle d'une saccade dans un silo de grande hauteur, d'après Wensrich (2003).*

L'étude réalisée par Muite *et al.* (2004) montre que le mouvement de stick-slip produit la musique de silo et le « silo quaking ». La musique de silo est générée par le mouvement de pulsation engendré par le stick-slip du matériau granulaire pendant la vidange et est associée à une résonance dans la colonne d'air au-dessus de la surface libre. Les auteurs ont aussi remarqué que, pour leur étude, la fréquence de pulsation était indépendante de la vitesse de vidange.

[4]Dans certaines conditions expérimentales, certains milieux granulaires se déforment de manière saccadée à l'échelle macroscopique ; on appelle ce phénomène le stick-slip.

En-dessous d'une certaine hauteur de matériau, les vibrations s'arrêtent instantanément. Cette hauteur critique a pu être modifiée pour certains matériaux en ajoutant un surpoids sur la surface libre.

Chapitre 4

Simulation numérique

4.1 Sur l'approche numérique

D'après Duran (1997), le but des modélisations numériques, très ambitieux, est parfaitement clair : à partir de la considération de particules élémentaires constituant le matériau et de la connaissance de leurs interactions réciproques, il s'agit de mettre en place une méthode de calcul numérique, aussi souple que possible, capable de prévoir le comportement réel d'un matériau granulaire, dans n'importe quelle situation.

L'approche numérique des comportements granulaires s'est effectuée sous différentes formes. Dans l'ordre chronologique, nous trouvons la méthode aux éléments finis, puis les méthodes discrètes et enfin les systèmes multi-agents.

4.1.1 Éléments finis

D'après Fortin (2000), l'utilisation de la méthode aux éléments finis pour des milieux granulaires est basée sur l'utilisation du critère de Coulomb (1776)[1]. Les mécaniciens ont donc développé des lois rhéologiques susceptibles de mieux rendre compte du comportement complexe des milieux granulaires.

La description d'un matériau granulaire dépend de l'échelle d'observation. À l'échelle du grain, appelée échelle microscopique, un matériau granulaire est intrinséquement hétérogène et discontinu. Mais pour un échantillon de taille suffisamment grande, on peut décrire le matériau par un équivalent homogène et continu pour lequel on peut définir des variables macroscopiques moyennes. Ce passage de l'échelle microscopique à l'échelle

[1] Coulomb a montré que le frottement est en partie responsable du comportement complexe des milieux granulaires et a proposé un critère de rupture.

macrosopique fait intervenir la notion de Volume Éléméntaire Représentatif (VER) et nécessite que le rapport entre la taille de l'échantillon et la taille des grains soit suffisament grand. Quand un Volume Éléméntaire Représentatif peut être défini, l'approche classique consiste à décrire le comportement du matériau granulaire par un modèle continu utilisant un tenseur des contraintes et un tenseur des déformations (Masson *et al.*, 2003).

4.1.2 Méthodes discrètes

Dans ces simulations, le temps évolue de manière discrète et l'on souhaite connaître la position et la vitesse des particules à chaque pas de temps. Le calcul des forces d'interaction entre les particules permet de déterminer l'évolution des vitesses, et donc des positions, en utilisant les lois de la dynamique classique de Newton discrétisées.

Grâce aux méthodes discrètes, il est possible de modéliser les milieux granulaires formés de particules individuelles roulant ou glissant les unes sur les autres, Ullidtz (1997). Les modes d'écoulement rencontrés dans les silos sont obtenus avec ce type de simulations (Martinez *et al.*, 1995).

La simulation des efforts au sein du matériau granulaire et de la pression aux parois à l'échelle microscopique donne des résultats comparables à ceux donnés par une approche macroscopique, et de plus ils permettent de mieux tenir compte des paramètres fondamentaux des matériaux granulaires (Martinez & Masson, 1998). Le passage à l'échelle macroscopique, nécessaire pour l'ingénieur, est ensuite possible par homogénéisation des grandeurs discrètes obtenues.

4.1.3 Systèmes multi-agents

Un système multi-agents (SMA) est un ensemble d'agents situés dans un certain environnement et interagissant entre-eux selon une certaine organisation. Un agent est une entité caractérisée par le fait qu'elle est, au moins partiellement, autonome. Pour la simulation de matériaux granulaires, considérer un grain comme un agent permet de décentraliser la résolution du tas localement à chaque grain. D'après Breton *et al.* (1999), il est plus difficile d'appréhender les milieux granulaires par une approche globale, car l'espace de recherche est très grand alors que localement, les possibilités qui s'offrent à chaque grain sont plus réduites.

4.2 Simulation numérique discrète

Nous décrirons ici la Méthode des Éléments Distincts (MED), que nous avons utilisée dans notre travail. Elle a été développée par Cundal (1971) et Cundall & Strack (1979) et fait partie de la famille des méthodes discrètes. Dans cette méthode, le pas de temps choisi doit être suffisamment petit. En effet, pour une particule, les perturbations ne doivent pas se propager au-delà de ses voisines immédiates, pendant un pas de temps. Ainsi, à chaque pas de temps, les forces résultantes pour une particule sont déterminées exclusivement par les intéractions de cette particule et des particules avec lesquelles elle est en contact.

Les calculs exécutés dans la MED alternent entre l'application de la seconde loi de Newton pour une particule et la loi force - déplacement aux contacts. La seconde loi de Newton donne pour une particule la vitesse résultant des forces qui lui sont appliquées. La loi force - déplacement est utilisée pour trouver les forces de contact à partir des déplacements.

4.2.1 Modélisation géométrique

Différentes façons de modéliser la géométrie des grains peuvent être mises en œuvre. Pour des raisons de simplification des calculs, les grains modélisés ont le plus souvent une forme géométrique assez simple : circulaire (2D) ou sphérique (3D). Toutefois des formes de type elliptique ou polygonal peuvent être mises en œuvre afin d'obtenir une géométrie des grains plus réaliste. D'autre part, la génération d'agrégats de formes élémentaires est une alternative possible à l'élaboration de géométries de grains plus complexe.

Grains à courbure continue

Parmi les formes à courbure continue, la plus simple est le disque pour les milieux bidimensionnels et la sphère pour les milieux tridimensionnels. Cependant, le caractère idéal de ces modèles ne permet pas de représenter des matériaux granulaires naturels. Trop régulières, les particules ont tendance à rouler facilement et engendrer ainsi un angle de frottement macroscopique très inférieur à l'angle de frottement microscopique. Divers stratagèmes permettent cependant de pallier ce problème. Oda & Iwashita (2000) proposent l'introduction d'une résistance pour limiter le roulement des particules. Ting *et al.* (1989) attribuent aux particules des moments d'inertie infinis leur ôtant toute possibilité de tourner sur elles-mêmes.

L'autre forme à courbure continue utilisée dans le plan est la forme elliptique (Rothenburg *et al.*, 1993; Ting *et al.*, 1989; Ng & Lin, 1993). L'expression mathématique de l'ellipse reste relativement simple, ne produisant pas de surcharge trop importante des codes de calcul. L'ellipse permet de modéliser une gamme plus large de formes allant du disque jusqu'à une particule allongée comme un grain de blé. Cette forme allongée offre, contrairement au disque, la possibilité de transmettre des moments avec des forces de contact normales.

Ellipse et ellipsoïde sont les formes les plus simples de la famille des superquadriques. Ces dernières peuvent être facilement définies mathématiquement et représentent plus de 75% des formes que l'on peut rencontrer, (Williams & Pentland, 1989). Mais elles demandent cependant des capacités de calcul trop importantes pour être facilement exploitables.

Grains à formes polygonales

Une autre façon de représenter les grains est de définir des solides polyédriques dans l'espace ou polygonaux dans le plan. De tels éléments peuvent très bien représenter des particules aux formes très découpées comme celles que l'on peut rencontrer dans les sols ou les matériaux de construction (sables et granulats concassés). Mais cette représentation et son implantation dans les codes de calcul nécessitent des moyens beaucoup plus lourds que pour les superquadriques, que ce soit au niveau de la définition mathématique de la forme ou au niveau du travail de détection des contacts entre les éléments.

Bouzidi & Jouve (1996) ont simulé des grains polygonaux (figure 4.1). La forme des grains est déterminée grâce à trois paramètres : N le nombre de sommets, α le coefficient d'angularité, β le coefficient d'arrondissement. Les coefficients α et β sont définis de la façon suivante :

$$\alpha = \frac{b_1 - b_2}{b_2} = \frac{a_2 - a_1}{a_2} \; avec \; \begin{cases} b_1 < b_2 \\ a_1 < a_2 \end{cases} \tag{4.1a}$$

$$\beta = \frac{b_1}{a_1} = \frac{b_2}{a_2} \tag{4.1b}$$

Les coordonnées polaires du sommet i sont définies de manière pseudo - aléatoire :

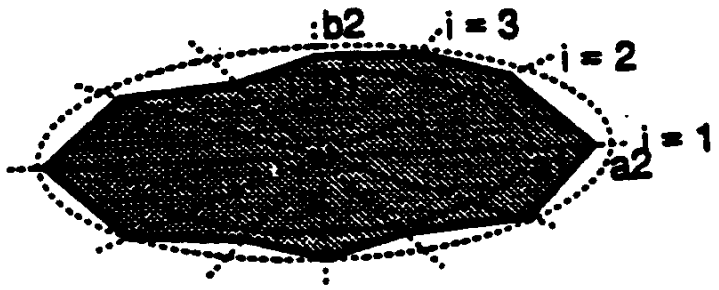


FIG. 4.1 – *Grain polygonal simulé par Bouzidi & Jouve (1996).*

$$\theta_i = \frac{(i-1)\times 2\pi}{N} \tag{4.2a}$$

$$r_i = [1-(1-\alpha)\times\xi]\times a_2\sqrt{\frac{\beta^2}{\beta^2\cos^2\theta_i+\sin^2\theta_i}} \tag{4.2b}$$

avec : $0<\xi<1$ un nombre aléatoire.

Grains constitués de formes élémentaires

Mahboubi *et al.* (1997) représentent des particules de forme non sphérique et ayant la possibilité d'être broyées ou cassées. Des particules de base, circulaires ou sphériques, suivant que l'on travaille en deux ou trois dimensions, sont collées entre elles pour former un agrégat (figure 4.2). La force de collage entre les particules est au choix de l'utilisateur. La forme et la force de collage affectent le comportement mécanique du milieu granulaire formé par ces agrégats.

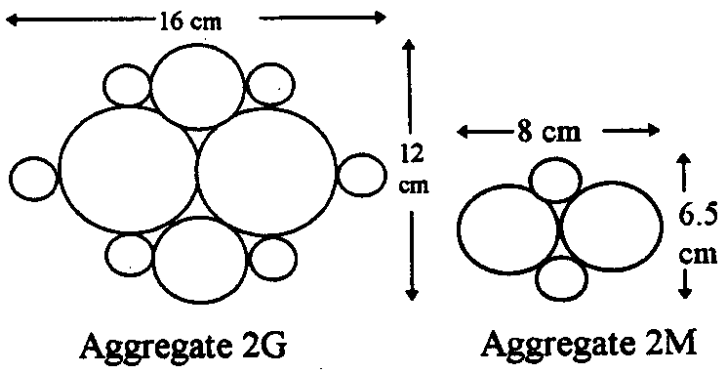


FIG. 4.2 – *Agrégats simulés par Mahboubi et al., 1997.*

Génération de l'assemblage des grains

L'histoire de la construction d'un milieu granulaire conditionne la réponse ultérieure de celui-ci. La création d'un assemblage de grains peut être gérée par deux processus :

- la construction grain par grain qui positionne chaque grain selon un critère de stabilité. Il existe, dans cette catégorie, la méthode classique de déposition sous gravité et la méthode RSA (Random Sequential Adsorption) où les coordonnées du centre d'une particule sont déterminées de façon aléatoire à condition qu'elle ne recouvre pas une particule déjà existante ;
- la construction collective qui représente un processus où les particules trouvent ensemble leurs positions d'équilibre en s'arrangeant géométriquement par déplacements relatifs.

4.2.2 Modélisation des contacts

L'existence de contacts ou d'interfaces entre des corps pris à l'échelle discrète différencie un milieu granulaire d'un milieu continu. La modélisation mécanique des contacts est une composante primordiale dans n'importe quelle méthode aux éléments discrets. Cundall & Hart (1989) proposent deux classes de contacts : les « soft contacts » et les « hard contacts ». Dans la première classe, la déformabilité des contacts est prise en compte en autorisant les particules à s'interpénétrer. Ce type de contact convient mieux à la modélisation d'un régime quasi-statique de milieu dense aux déformations lentes et avec prédominance des forces de contact entre particules. Dans la seconde classe, les contacts sont rigides, non déformables ; dès que deux éléments entrent en contact, il y a collision et les éléments se repoussent. Cette classe de contacts est mieux adaptée à la modélisation d'un régime cinétique correspondant aux milieux lâches où le mouvement est régi par les collisions entre particules avec prédominance des forces d'inertie.

Seule la modélisation des contacts déformables sera développée ici. Dans la Méthode des Éléments Distincts originelle de Cundall & Strack (1979), le modèle d'interaction régissant les contacts est représenté à l'aide du modèle rhéologique élasto - visco - plastique de Kelvin-Voigt (figure 4.3). La composante normale de contact est modélisée à l'aide d'un ressort de rigidité k_n associé en parallèle à un amortisseur de coefficient c_n. Le ressort traduit l'élasticité du contact et la rigidité k_n peut être considérée comme constante ou peut dépendre du niveau de chargement conformément à la théorie de Hertz pour deux particules sphériques. Concernant la composante tangentielle, il faut ajouter

au ressort et à l'amortisseur, un patin de coefficient de frottement f caractérisant le comportement plastique lié au frottement de Coulomb. La rigidité tangentielle k_t relève, le plus souvent, de l'approximation linéaire de la théorie de Mindlin, alors que c_t correspond à un amortissement tangentiel.

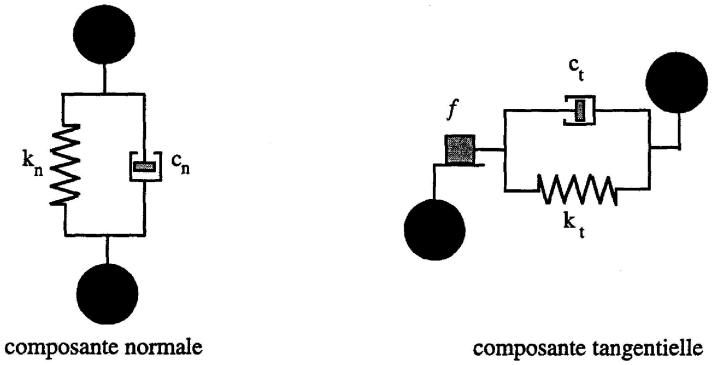


FIG. 4.3 – *Modèle de contact de Kelvin-Voigt avec critère de plasticité de Coulomb.*

L'interpénétration entre deux particules est caractérisée par le recouvrement U existant entre ces deux entités (figure 4.4).

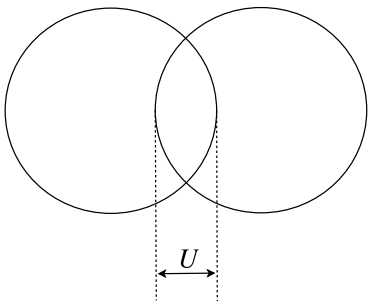


FIG. 4.4 – *Recouvrement entre deux particules.*

La composante normale de la force de contact F_n exercée par une particule j sur la particule i est donnée par la somme des forces dues au ressort et à l'amortisseur :

$$Sur \quad \vec{n} : \qquad F_n = (-k_n U_n - c_n V.n) \times n \tag{4.3}$$

U_n est le déplacement relatif normal entre les deux particules i et j, k_n le coefficient de rigidité normal et c_n le coefficient d'amortissement normal au contact. V est le vecteur vitesse de la particule i par rapport à la particule j et n est le vecteur unitaire reliant le centre de la particule i vers la particule j.

Le coefficient d'amortissement normal est défini, selon Cundall & Strack (1979), par :

$$c_n = 2\sqrt{mk_n} \tag{4.4}$$

où m est la masse de la particule.

La composante tangentielle de la force de contact F_{tij} est donnée par :

$$F_{tij} = -k_t U_t - c_t V_{ct} \tag{4.5}$$

où U_t est le déplacement relatif tangentiel entre les deux particules i et j, k_t et c_t sont les coefficients de rigidité et d'amortissement tangentiels au contact. V_{ct} est la vitesse de glissement au contact.

Le coefficient d'amortissement tangentiel est défini, selon Cundall & Strack (1979), par :

$$c_t = 2\sqrt{mk_t} \tag{4.6}$$

La vitesse de glissement au contact est définie entre deux particules i et j de même rayon a par :

$$V_{ct} = V - (V.n) \times n + a \times (\omega_i + \omega_j) \times n \tag{4.7}$$

ω_i et ω_j sont les vitesses angulaires des particules.

Le critère de plasticité de Coulomb utilisé limite la composante tangentielle de la force de contact par l'intermédiaire d'un coefficient de frottement au contact f :

$$\|F_t\| \leq f\|F_n\| \tag{4.8}$$

Remarque : la rotation des particules joue un rôle important dans le contrôle de la dilatance[2] et de la ruine des milieux granulaires. C'est pourquoi, Oda *et al.* (1997) ont mis en œuvre un modèle de contact prenant en compte la résistance au roulement dans le cadre de la Méthode Modifiée des Éléments Distincts (MDEM : Modified Distinct Element Method).

[2]Losque l'on applique un effort de cisaillement sur un matériau granulaire, il apparait en premier lieu une augmentation du volume ; c'est ce que l'on appelle la dilatance. Ce phénomène a été mis en évidence par Osborne Reynolds (1842-1912).

4.2.3 Équations de mouvement

Dans la Méthode des Éléments Distincts, les interactions entre particules sont traitées comme un processus dynamique avec des états d'équilibre. Les forces de contact et les déplacements des grains sont déterminés à partir du mouvement individuel de chaque particule. Les mouvements résultent des perturbations et de la propagation d'énergie entre les différents corps mis en présence. La vitesse de propagation à travers le milieu dépend des propriétés physiques de celui-ci.

Le comportement du milieu considéré est représenté numériquement en tenant compte des conditions suivantes :

- le pas de temps Δt choisi doit être pris de telle sorte que la propagation des perturbations ne puisse se faire qu'entre particules voisines. Les forces agissant sur les éléments sont déterminées exclusivement à partir des interactions des particules en contact ;
- l'intervalle Δt doit être suffisamment petit pour considérer que l'accélération est constante ;
- le mouvement des éléments résulte du déplacement imposé aux frontières qui délimitent l'ensemble ;
- la déformation sur une particule est très petite en comparaison de la déformation globale de l'ensemble.

Le mouvement d'une particule est déterminé grâce aux relations fondamentales de la dynamique en considérant les résultantes des forces $\sum F$ et des moments des vecteurs $\sum M$ agissant sur celle-ci, m étant la masse et I l'inertie de la particule. Le mouvement de translation du centre de gravité d'un élément est décrit par son déplacement x, sa vitesse $\dot{x}$, son accélération $\ddot{x}$; le mouvement de rotation fait référence à l'angle de rotation θ, la vitesse angulaire $\dot{\theta}$, l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$.

Afin de résoudre les équations de Newton ci-après, la méthode des éléments distincts utilise un schéma explicite aux différences finies sur un intervalle de temps Δt.

$$m\ddot{x} = \sum F \quad \text{et} \quad I\ddot{\theta} = \sum M \tag{4.9}$$

Sur un intervalle de temps Δt suffisamment petit, les accélérations linéaire et angulaire peuvent être considérées constantes ; les vitesses $\dot{x}$ et $\dot{\theta}$ peuvent ainsi être calculées :

$$\dot{x}^{t+\Delta t} = \dot{x}^t + \ddot{x}^t.\Delta t \quad \text{et} \quad \dot{\theta}^{t+\Delta t} = \dot{\theta}^t + \ddot{\theta}^t.\Delta t \tag{4.10}$$

avec :

$$\dot{x} = \frac{\dot{x}^{t+\Delta t} + \dot{x}^t}{2} \quad \text{et} \quad \dot{\theta} = \frac{\dot{\theta}^{t+\Delta t} + \dot{\theta}^t}{2} \tag{4.11}$$

On obtient les nouvelles positions des particules :

$$x^{t+\Delta t} = x^t + \dot{x}.\Delta t \quad \text{et} \quad \theta^{t+\Delta t} = \theta^t + \dot{\theta}.\Delta t \tag{4.12}$$

4.3 Conclusion

Les méthodes aux éléments finis donnent des résultats intéressants, mais obligent à une homogénéisation du matériau granulaire. La simulation discrète apparaît comme une alternative plus réaliste que l'application de méthodes fondées sur la mécanique des milieux continus en prenant en compte les aspects hétérogène et anisotrope, caractéristiques des matières granulaires.

Les méthodes discrètes nécessitent un temps de calcul plus important que les méthodes aux éléments finis, calcul rendu possible par les capacités des ordinateurs actuels.

Les systèmes multi-agents, encore peu utilisés dans l'étude des milieux granulaires, abordent ce sujet sous un angle différent puisque chaque grain est traité comme une entité autonome.

Nous avons développé au laboratoire, un code utilisant une méthode discrète : celle des éléments distincts.

Deuxième partie

Étude expérimentale

Chapitre 5

Présentation et caractérisation des matériaux granulaires utilisés

5.1 Les matériaux utilisés

Notre but étant d'obtenir différents modes d'écoulement, il nous fallait donc différents matériaux et ceux-ci en quantité relativement importante. De plus, la maquette, en raison de sa structure, ne peut supporter que des matériaux ayant une masse volumique modérée ($\leq 1000\ kg/m^3$). Pour tenir compte de ces différents paramètres, nous avons opté pour du bois et des matériaux alimentaires qui répondent aux différentes contraintes fixées pour nos expériences.

Le bois utilisé est de la granule de bois de grenaillage. Celle-ci est fabriquée à partir de coques et de noyaux de fruits concassés. Ces particules sont de couleur brun clair (figure 5.1). Selon, le fabriquant la granulométrie est comprise entre 400 μm et 800 μm.

Pour nos essais, nous avons travaillé directement avec ces particules de bois en vrac et avec différentes classes obtenues par tamisage.

Les grains alimentaires utilisés sont le soja, le colza et le seigle (figure 5.1). Le soja se présente sous la forme de billes très dures de couleur jaune pâle et d'un diamètre moyen de $6,5\ mm$. Le colza se présente sous la forme de petites billes noires, de diamètre proche de $2\ mm$. Quand au seigle, il est de forme cylindrique arrondie, de couleur brun-vert avec une longueur de l'ordre de 6 à 7 mm et un diamètre proche de $3\ mm$.

Comme nous l'avant vu dans la section 1.1, tous les matériaux granulaires utilisés ayant des dimensions caractéristiques supérieures à 100 μm, nous pouvons les considérer comme des matériaux granulaires secs. De plus, pour ces tailles de particules les forces de cohésion peuvent être négligées d'après Bideau & Ammi (2001). Ceci implique que nous



FIG. 5.1 – *Photos des différents grains utilisés.*

pouvons négliger les effets dus aux forces de Van der Walls, à l'électricité statique ainsi qu'à l'humidité ambiante.

Pour l'ensemble de ce travail, nous utiliserons la nomenclature du tableau 5.1 pour référencer nos différentes particules.

Matériaux	Dénominations
Bois diamètres compris entre 400 $\mu m < ... < 800$ μm	Bois A
Bois diamètres compris entre 500 $\mu m < ... < 600$ μm	Bois B
Bois diamètres compris entre 600 $\mu m < ... < 710$ μm	Bois C
Graines de Soja	Soja
Graines de Colza	Colza
Graines de Seigle	Seigle

TAB. 5.1 – *Appellation des différents matériaux utilisés.*

5.2 Caractérisation

5.2.1 Granulométrie

A l'aide de tamis normalisés, nous avons procédé au tri des particules de bois. Nous avons mesuré la masse des différentes classes obtenues après tamisage. Ainsi nous en avons déduit la caractérisation granulométrique. Ces tamis sont de la marque Analysensieb, leurs ouvertures nominales de mailles sont 400*, 500⋆, 600◇, 710⋆, 800* μm[1].

Les mesures des refus des différentes classes de particules de bois sont données dans le tableau 5.2, ainsi que la distribution granulométrique (figure 5.2). La distribution granulométrique cumulée (figure 5.3) montre que le diamètre médian d_{50} est de 600 μm.

Classe des particules	Masse des refus (kg)
...< 400 μm	$1,53 \pm 0.01$
400 μm <...< 500 μm	$17,29 \pm 0.02$
500 μm <...< 600 μm	$27,00 \pm 0.03$
600 μm <...< 710 μm	$31,12 \pm 0.03$
710 μm <...< 800 μm	$12,22 \pm 0.02$

TAB. 5.2 – *Répartition massique en fonction de la granulomètrie des particules de bois.*

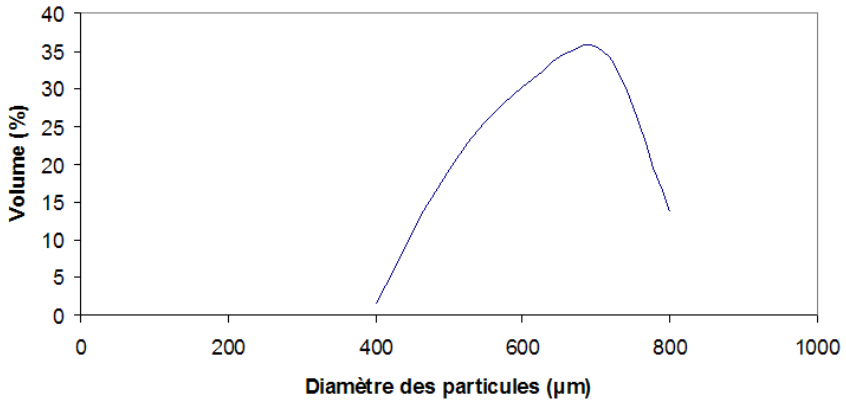


FIG. 5.2 – *Distribution granulométrique pour le bois de grenaillage utilisé.*

[1]Les ouvertures nominales sont normalisées :
– * norme AFNOR NF X 11-504 ;
– ◇ norme ASTM E 11 ;
– ⋆ communes aux normes AFNOR NF X 11-504 et ASTM E 11.

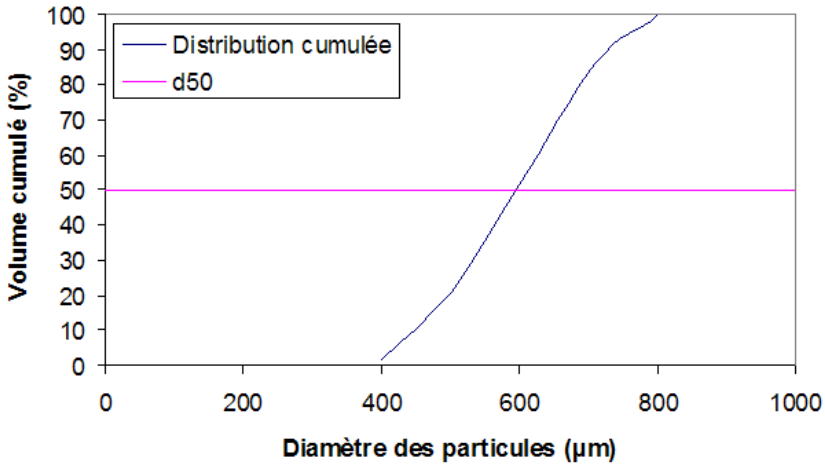


FIG. 5.3 – *Distribution granulométrique cumulée pour le bois de grenaillage utilisé.*

5.2.2 Masses volumiques et compacité

Pour mesurer la masse volumique apparente ρ_a, des divers matériaux utilisés, nous avons pesé un échantillon de 500 mL de chaque produit, obtenu à l'aide d'une éprouvette. La balance utilisée est de la marque Denver de précision $0,1$ g. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.3.

Matériau	Masse volumique apparente (kg/m^3)
Bois A	$611,8 \pm 3,5$
Bois B	$615,4 \pm 3,5$
Bois C	$609,2 \pm 3,4$
Soja	$681,6 \pm 3,8$
Colza	$640,8 \pm 3,6$
Seigle	$740,8 \pm 4,1$

TAB. 5.3 – *Masse volumique apparente des différents matériaux utilisés.*

La masse volumique réelle ρ, a été mesurée en relevant l'accroissement de volume lors de l'ajout de 200 g de matériau dans 250 ml d'eau. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.4.

Des valeurs de ρ et ρ_a nous pouvons obtenir la compacité c. En effet, la compacité, étant la fraction de volume occupée par la phase solide d'un milieu granulaire, elle est obtenue par :

$$c = \frac{volume\ des\ grains}{volume\ total} \qquad \simeq \qquad c = \frac{\rho_a}{\rho} \tag{5.1}$$

Matériau	Masse volumique réelle (kg/m^3)
Bois A	$1290,3 \pm 21,5$
Bois B	$1290,3 \pm 21,5$
Bois C	$1290,3 \pm 21,5$
Soja	$1176,5 \pm 17,9$
Colza	$1052,6 \pm 14,4$
Seigle	$1212,1 \pm 19,0$

TAB. 5.4 – *Masse volumique réelle des différents matériaux utilisés.*

Les valeurs de la compacité des matériaux granulaires utilisés sont présentés dans le tableau 5.5.

Matériau	Compacité
Bois A	$0,47 \pm 0,01$
Bois B	$0,48 \pm 0,01$
Bois C	$0,47 \pm 0,01$
Soja	$0,58 \pm 0,01$
Colza	$0,61 \pm 0,01$
Seigle	$0,61 \pm 0.01$

TAB. 5.5 – *Compacité des différents matériaux utilisés.*

5.2.3 Angle de talus

Pour réaliser les mesures d'angle de talus, un entonnoir dont l'orifice de sortie mesure 20 mm de diamètre a été suspendu au-dessus d'un disque de réception de 12 cm de diamètre (figure 5.4). Nous pouvons varier la hauteur entre le disque de réception et l'orifice de l'entonnoir.

Pour ces tests nous avons fixé l'emplacement de 8 points de mesures tous les 45 ° sur la circonférence du disque. Le fait d'effectuer des mesures tout autour du disque et sur des points fixes a pour but de connaître les angles de talus minimum et maximum.

Le protocole d'expérience pour obtenir l'angle de talus, a été défini comme suit :

- placer l'orifice de l'entonnoir à 70 mm au-dessus du centre du disque de réception ;
- verser 500 ml du matériau granulaire d'un seul coup dans l'entonnoir ;
- mesurer en 8 points également répartis sur la circonférence du disque, l'angle formé entre le disque et le côté du tas formé par le matériau ;

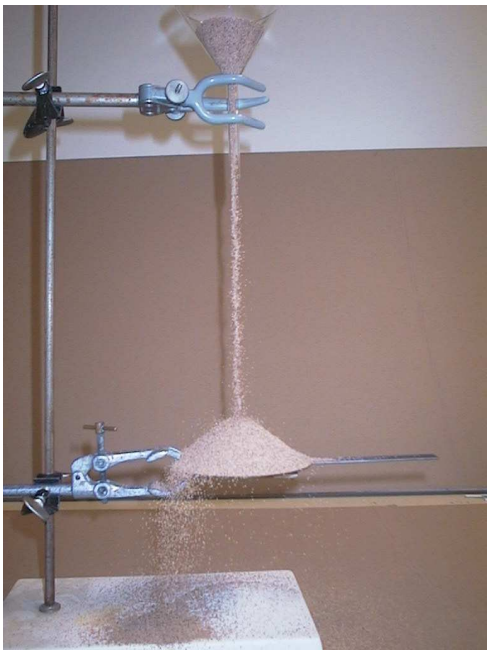


FIG. 5.4 – *Appareil de mesures d'angle.*

– recommencer au minimum 5 fois cette opération afin de limiter les risques d'erreur.

L'angle de mouvement est calculé comme la moyenne des valeurs maximales de chaque essai. Quand à l'angle de repos, sa valeur est prise égale à la moyenne des valeurs mesurées sur les différents essais. Les valeurs des angles de talus sont données avec une erreur absolue de $\pm 0,5°$.

Pour chaque matériau nous obtenons les résultats sous la forme du tableau 5.6.

Le tableau 5.7 récapitule les résultats des mesures d'angle pour les différents matériaux.

	1	2	3	4	5	6	7	8	Moyennes	Max
Essai 1	34	33	32	34	38	35	35	34	34,4	38
Essai 2	35	33	37	35	36	34	34	35	34,9	37
Essai 3	36	35	36	34	38	37	35	34	35,6	38
Essai 4	34	33	34	34	36	37	34	33	34,4	37
Essai 5	36	30	33	34	36	34	35	34	34,0	36

Angle de repos : 34,7°
Angle de mouvement : 37,2°

TAB. 5.6 – *Mesure d'angle pour le bois B.*

Matériau	Angle de repos (°)	Angles de mouvement (°)
Bois A	35,2	39,6
Bois B	34,7	37,2
Bois C	34,6	37,8
Soja	30,3	34,2
Colza	32,0	35,6
Seigle	29,2	33,6

TAB. 5.7 – *Angle de repos et angle de mouvement pour les différents matériaux utilisés.*

5.2.4 Caractérisation à la boîte de cisaillement plan

Matériel utilisé

Pour compléter la caractérisation des matériaux granulaires, nous avons réalisé des essais de resistance aux cisaillements et évalué la coulabilité. Ces essais ont été réalisés sur la boîte de cisaillement plan du Laboratoire de Génie Civil et Génie Mécanique (GCGM) de l'INSA de Rennes, présentée sur la photo de la figure 5.5.

Protocole expérimental

Avant chaque mesure, il faut mettre le matériau granulaire dans un état dit « de consolidation critique ». Cette étape est obligatoire pour obtenir une bonne reproductibilité des résultats. Cet état est obtenu par l'application d'une charge normale, appelée charge de consolidation : σ_c, puis par cisaillement l'échantillon jusqu'à atteindre la rupture qui se traduit soit par une chute brutale de la contrainte de cisaillement (comme dans le cas du bois), soit par une stabilisation de la contrainte de cisaillement. Pour les essais réalisés, cette étape de consolidation a été effectuée pour 4 charges différentes : 15 kg, 27 kg, 47 kg et 67 kg.

Lorsque cet état est atteint, le cisaillement est arrêté, la contrainte tangentielle ne s'exerce plus. Ensuite, il faut enlever la charge normale pour continuer l'essai.

Une charge normale, σ_s, inférieure à la charge de consolidation est ensuite appliquée.

L'échantillon est cisaillé pour cette nouvelle charge normale jusqu'à ce que le matériau cède pour une valeur de contrainte notée τ_s.

L'expérience est répétée pour plusieurs charges normales inférieures à la charge de consolidation. Les différentes charges normales appliquées en fonction des charges de consolidation sont données dans le tableau 5.8.

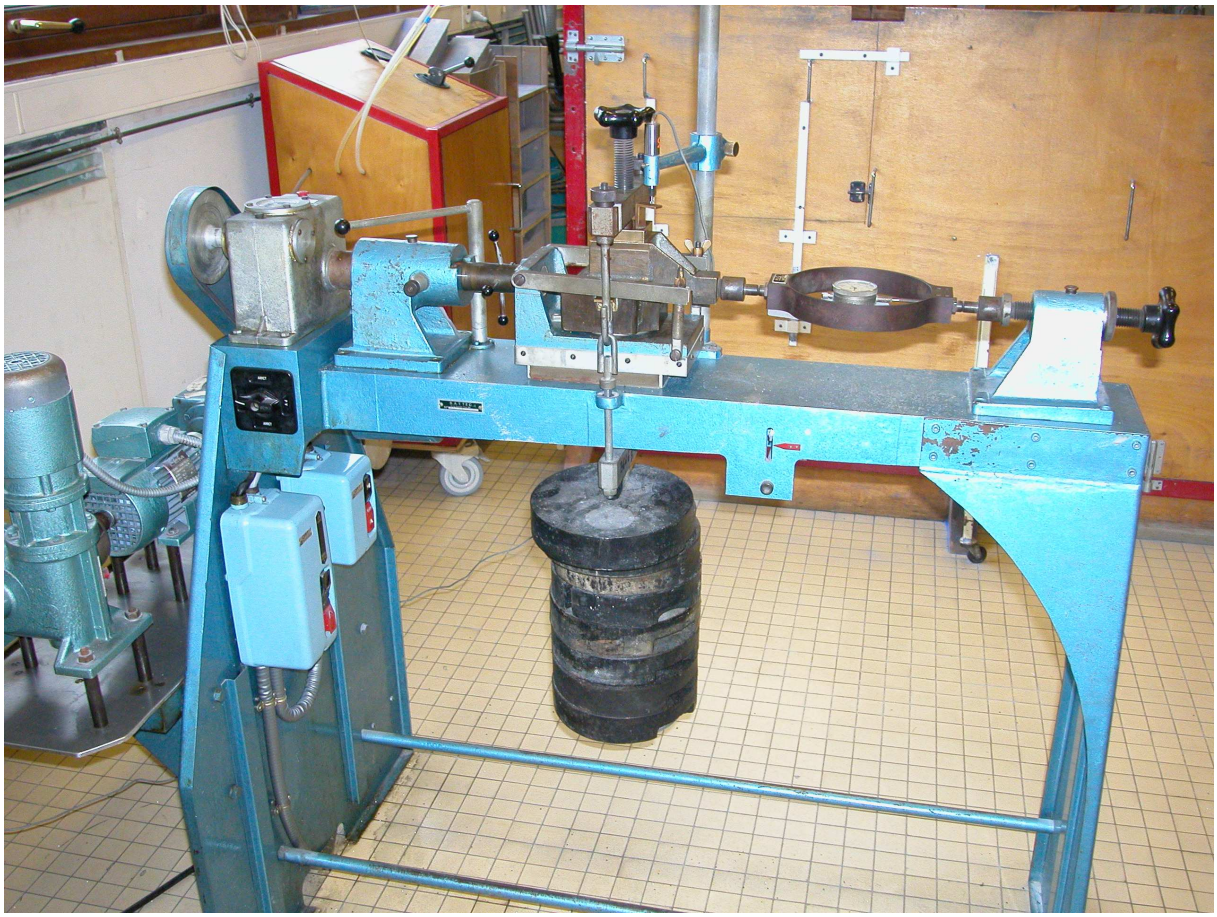


FIG. 5.5 – *Bâti de cisaillement direct (INSA de Rennes).*

Interprétation et résultats

Pour chacun des matériaux utilisés, nous avons effectué des essais de cisaillement, et nous obtenons des courbes du type de celle obtenue pour le bois B préconsolidé sous une charge de 67 kg présentée sur la figure 5.6.

De ces courbes, nous avons déduit la valeur des différents couples (τ_s, σ_s). Ces couples (τ_s, σ_s) constituent les points du lieu cinématique de rupture (LCR) du matériau granulaire pour la consolidation σ_c.

Le dernier point du LCR est donné par le couple (τ_c, σ_c), car l'application d'une charge normale supérieure tasserait le matériau granulaire et changerait sa consolidation.

À partir des différents LCR d'un matériau granulaire, nous pouvons obtenir la fonction d'écoulement par la représentation en cercles de Mohr. Les cercles de Mohr utilisés sont le cercle de Mohr tangent au LCR et passant par l'origine qui nous donne la contrainte de cohésion, σ_p et celui tangent au LCR et passant par son point extrême (τ_c,

Charge de consolidation (kg)	15,07	27,09	47,09	67,11
Charge normale 1 (kg)	7,09	7,09	7,09	7,09
Charge normale 2 (kg)	9,10	12,10	17,09	22,10
Charge normale 3 (kg)	11,11	17,09	27,09	37,09
Charge normale 4 (kg)	13,16	22,10	37,10	52,10
Charge normale 5 (kg)	15,08	27,09	47,09	67,11

TAB. 5.8 – *Les différentes charges normales utilisées en fonction des charges de consolidation.*

σ_c) qui donne la contrainte majeure de consolidation σ_1.

Pour obtenir les valeurs de σ_1 et σ_p, nous avons programmé une fonction sous Matlab®. Cette fonction permet de tracer les deux cercles de Mohr tangents au LCR, ainsi que de calculer les valeurs de σ_1 et σ_p. Le traitement appliqué aux essais effectués sur le bois B préconsolidé à 67 *kg* est présenté sur la figure 5.7. La contrainte de cisaillement (rapport de la force sur la surface cisaillée corrigée) est enregistrée au cours de l'essai. L'échantillon subit une consolidation par cisaillement sous une charge normale de 67 *kg*. Le cisaillement est repris avec une charge normale inférieure allant de 7 kg, 22 kg, 37 kg, 52 kg et 67 kg. Le seuil de rupture augmente avec la charge normale appliquée.

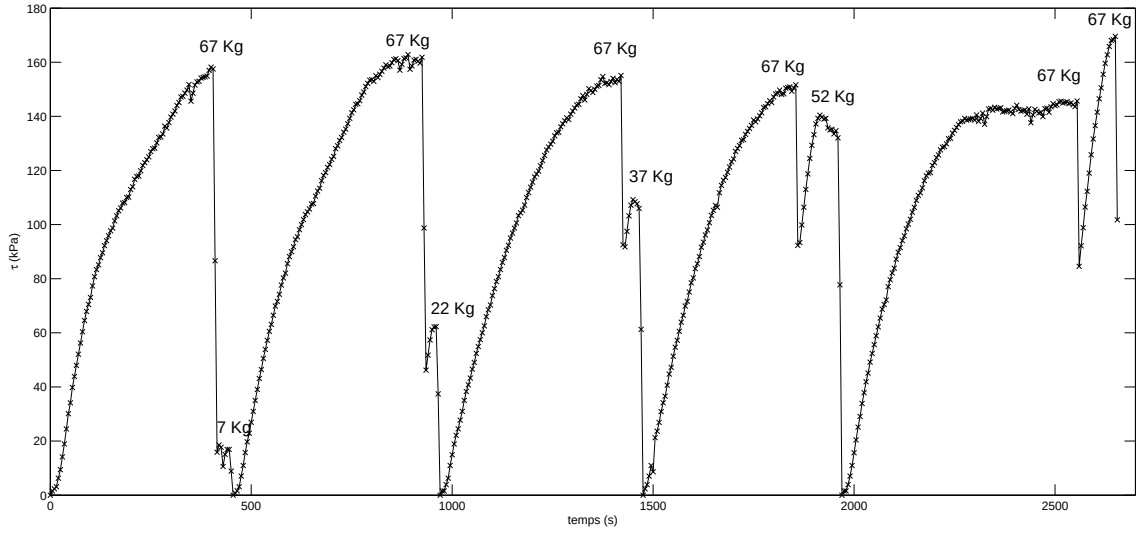


FIG. 5.6 – *Essais de cisaillement, pour le bois B.*

Pour les matériaux granulaires étudiés, les valeurs des couples (σ_1, σ_p) pour les différentes charges de consolidation sont récapitulées dans les tableaux 5.9 et 5.10.

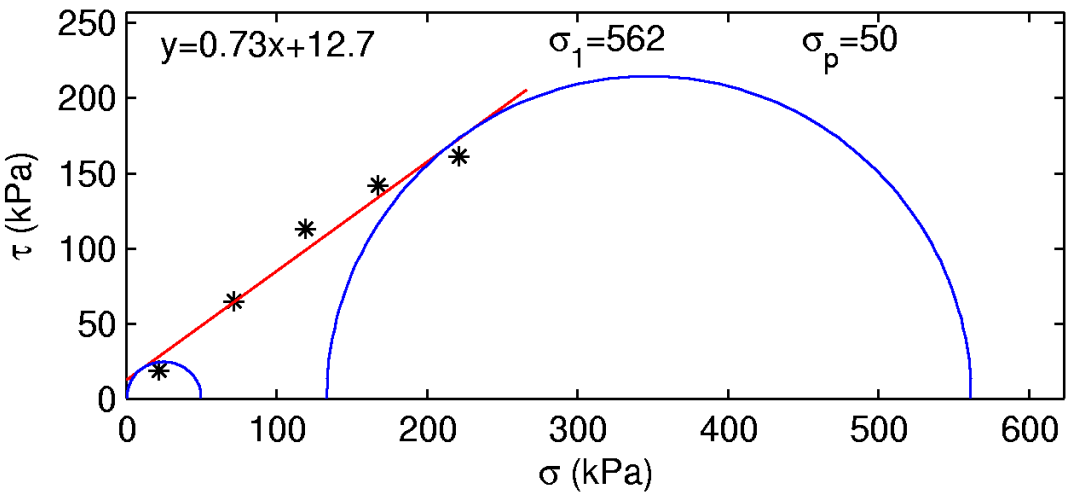


FIG. 5.7 – *Tracé du LCR et des deux cercles de Mohr permettant d'obtenir σ_p et σ_1, pour le bois B préconsolidé à 67 kg.*

	bois A		bois B		bois C	
Consolidation (kg)	σ_1	σ_p	σ_1	σ_p	σ_1	σ_p
15	143,9	5,9	124,9	22,9	125,9	5,9
27	242,4	6,9	259,1	5,2	227,7	0,8
47	410,2	15,4	431,2	13,6	402,0	10,6
67	596,3	14,8	639,9	14,6	580,2	23,0

TAB. 5.9 – *Les couples (σ_1, σ_p), (en kPa), en fonction de la charge de consolidation, pour les différentes particules de bois.*

	Soja		Colza		Seigle	
Consolidation (kg)	σ_1	σ_p	σ_1	σ_p	σ_1	σ_p
15	112,3	24,0	94,4	13,5	95,9	15,7
27	233,9	32,8	170,9	3,4	190,6	1,3
47	485,5	13,9	320,2	5,2	308,9	7,9
67	673,0	33,2	470,8	11,2	419,1	26,9

TAB. 5.10 – *Les couples (σ_1, σ_p) (en kPa), en fonction de la charge de consolidation, pour les différentes particules alimentaires.*

Les couples (σ_1, σ_p) obtenus pour les différentes consolidations permettent de tracer la fonction d'écoulement (FF). Les FF pour les différents matériaux sont présentées

à la figure 5.8.

La pente moyenne des diverses fonctions d'écoulement obtenues est très faible. Nous pouvons donc dire que ces matériaux ne doivent pas poser de difficulté à l'écoulement.

Nous pouvons aussi remarquer, que les différentes catégories de bois ont des fonctions d'écoulement très peu différentes.

La figure 5.8 montre les FF des produits étudiés.Nous pouvons remarquer que nos différents produits sont des matériaux à écoulement libre.

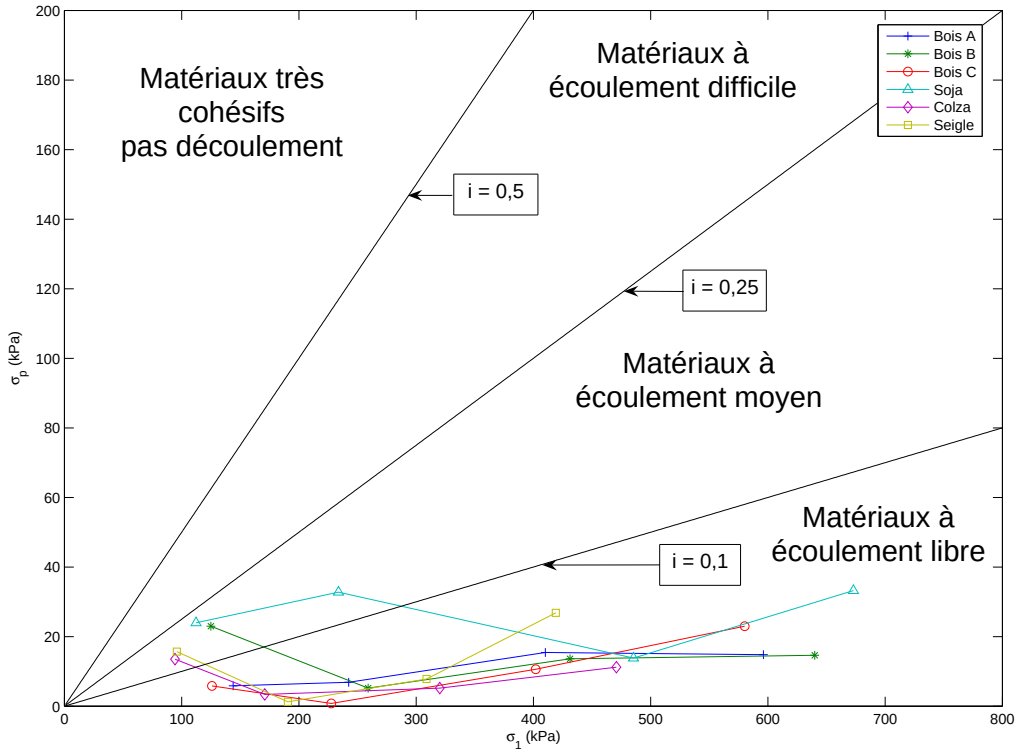


FIG. 5.8 – *Les fonctions d'écoulement pour les différents produits étudiés comparées à la théorie.*

Chapitre 6

Caractéristiques de la maquette

Afin de mieux comprendre l'écoulement granulaire dans les silos, et de dégager les paramètres pertinents, nous avons conçu un modèle réduit de silo à grains répondant à certaines contraintes.

6.1 Cahier des charges

Ces charges sont à la fois liées à des contraintes techniques de réalisation de la maquette et à des paramètres inhérents à nos méthodes de mesures, à savoir :

- la taille de la maquette doit être raisonnable pour être installée dans le laboratoire (hauteur maximale 2,5 m) ;
- la maquette doit être transparente, pour permettre la visualisation de l'écoulement et de faire les mesures ;
- la dimension de l'ouverture de sortie doit permettre d'éviter la formation de voûtes lors des vidanges. D'après Brown & Richards (1970), pour les particules supérieures à 100 μm, l'ouverture doit être 8 fois plus large que la dimension caractéristique des grains pour obtenir un écoulement gravitaire ;
- interchangeabilité des trémies, afin de comprendre les changements d'écoulement ainsi engendrés ;
- le silo doit être construit dans un matériau suffisamment résistant pour permettre une manipulation aisée.

6.2 Description de la maquette

Les dimensions de la maquette sont representées sur les figures 6.1 et 6.2. Le diamètre d'ouverture est fixé à 60 *mm*.

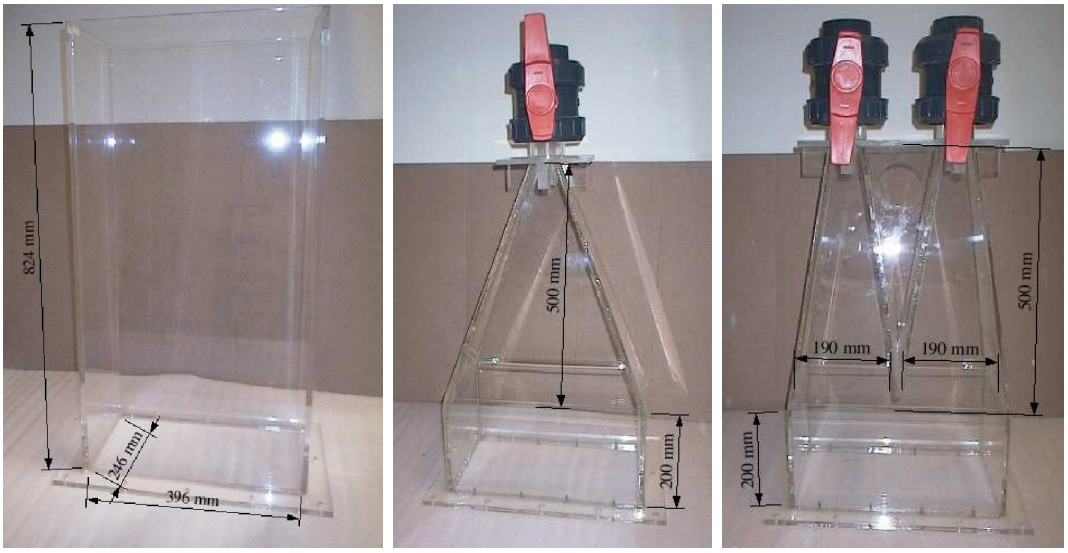


FIG. 6.1 – *Dimensions de la cellule, de la trémie simple et de la trémie double de la maquette de silo utilisée.*

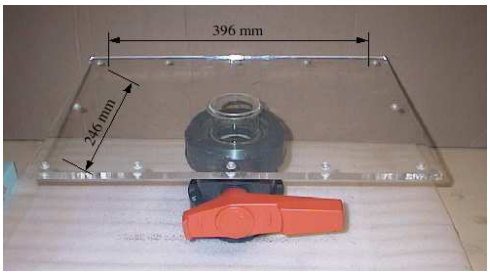


FIG. 6.2 – *Le fond plat de la maquette de silo utilisée et ses dimensions.*

La maquette est construite en « altuglass » transparent, maintenue par un bâti métallique qui la protège des chocs lors des manipulations (figure 6.3). De plus, lorsque nous remplissons le silo, les risques éventuels de s'appuyer sur la partie en altuglass sont écartés grâce à l'armature métallique. La maquette est modulaire : la cellule de notre maquette peut recevoir plusieurs types de sortie. Nous en avons choisi et conçu trois différentes :

– une trémie simple

– une trémie double

– un fond plat

Ces fonds viennent s'emboîter sur le bâti métallique et la cellule est simplement vissée sur celui-ci, ce qui permet de changer aisément de trémie.

Dans toutes les configurations de la maquette, des vannes quart de tour permettent l'ouverture et la fermeture rapides du silo. Les vannes ont été choisies en matière plastique pour en limiter le poids.

Ces solutions répondent à tous les critères que nous nous étions imposés pour la maquette.

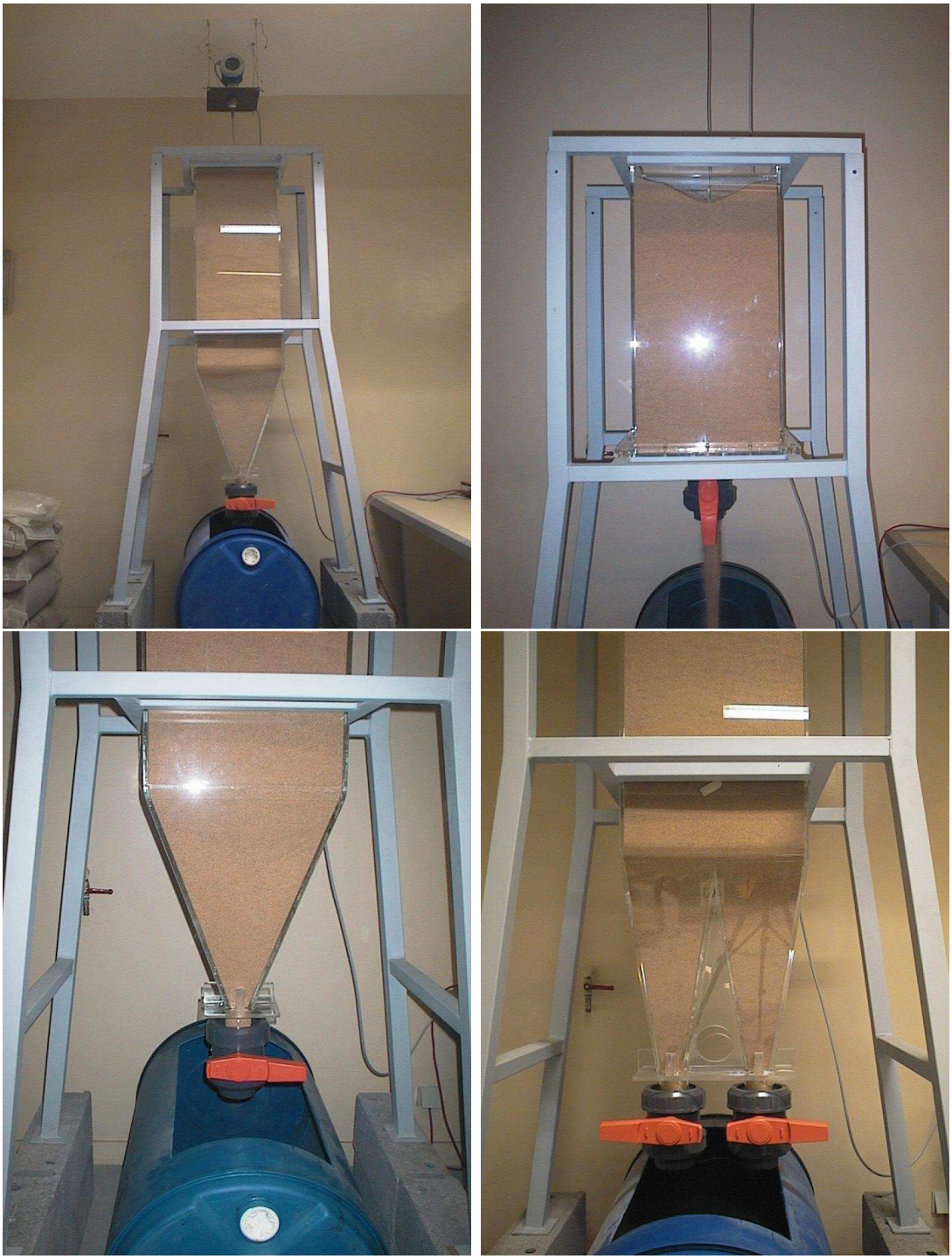


FIG. 6.3 – *Photos de la maquette du silo avec les différents fonds.*

Chapitre 7

Mesures expérimentales

7.1 Introduction

L'observation des vidanges des matériaux utilisés, nous renseigne sur le mode d'écoulement. Les principaux types d'écoulement sont : l'écoulement en masse, l'écoulement en cheminée et l'écoulement en semi-masse (*cf :* chapitre bibliographie, section 3.1.2).

Pour le silo à fond plat, les différentes classes de bois s'écoulent en cheminée et des saccades sont visibles à l'œil nu durant la quasi intégralité de la vidange. En ce qui concerne les grains alimentaires, l'écoulement se fait en semi-masse et des saccades ne sont visibles qu'au début de la vidange. Nous caractériserons les saccades observées à la fin de ce chapitre. Pour le silo équipé de la trémie simple ou de la trémie double, la vidange s'effectue en masse.

Pour envisager des solutions aux problèmes de vidange, il faut être en mesure de comprendre les phénomènes internes aux silos. Or, toute variation au sein de l'écoulement a une influence sur la surface libre. Pour affiner la caractérisation des différents écoulements, il apparait donc intéressant de connaitre précisément l'évolution de la surface libre, sa vitesse ainsi que le débit, afin de chercher des corrélations entre ces différentes données.

Dans le cas d'écoulement en masse, la forme de la surface libre est inchangée au cours du temps. De ce fait, la mesure en un point permet de déduire les résultats pour l'ensemble de la surface libre, ce qui est effectué par un système de mesure par micro-impulsion couramment employé.

Par contre, lorsque la surface libre subit des déformations au cours d'écoulements en cheminée ou en semi-masse, les systèmes à micro-impulsion donnent la hauteur d'un seul point de la surface libre. Il est donc nécessaire d'utiliser en plus une méthode de

mesure prenant en compte l'intégralité de la surface libre, ce que permet le système de mesure « laser » que nous avons développé.

7.2 Appareils de mesures

7.2.1 Mesure par micro-impulsion

Nous disposons d'un système de mesures par micro impulsion « Levelflex ». Cet appareil est un transmetteur de niveau compact destiné à la mesure continue dans les solides en vrac et les liquides. Il est composé d'une sonde munie d'un contre poids et d'un bloc électronique de mesure. Il renvoie une intensité en fonction de la hauteur de la sonde pénétrant dans le matériau.

Le « Levelflex » donne le niveau de remplissage d'un silo. De ce niveau, nous pouvons obtenir la vitesse verticale en un point de la surface libre.

Pour nos mesures, nous l'avons couplé avec un échographe, qui permet de faire une sauvegarde des données relevées par le « Levelflex ». En fait, cet appareil est un enregistreur numérique qui intègre un voltmètre et un ampèremètre reliés à un système de sauvegarde des données (figure 7.1).



FIG. 7.1 – *Le Levelflex et l'échographe*

7.2.2 Mesures « laser »

Une mesure avec une sonde de type « Levelflex » permet d'avoir rapidement la position et la vitesse verticale de la surface libre au centre de la maquette mais ne permet pas de mesurer en d'autres points, en effet la sonde n'étant pas fixée à son extrémité inférieure, elle est déportée vers le centre de l'écoulement lors de la vidange. Pour les écoulements en masse la surface ne se déforme pas et le « Levelflex » est suffisant. Par contre, lors d'écoulements en cheminée, où la surface libre se creuse et forme un cône concave, le « Levelflex » ne permet pas de renseigner sur l'évolution de la forme de la surface libre.

L'objectif de la mesure laser est de mettre en évidence l'évolution de la forme de la surface libre lors de la vidange. Cet outil de mesure permet ainsi de déterminer la vitesse verticale de la surface libre et de déterminer l'évolution du débit au cours du temps.

Nous avons développé un système de mesure non-intrusif, basé sur une série de plans laser. C'est pourquoi nous appelons ce système mesure « laser ».

Dispositif expérimental

Des sources laser sont situées à la verticale du silo. Un dispositif de prisme est monté sur chaque source laser, afin de transformer le rayon laser en un plan. Les plans laser sont espacés régulièrement, dans des plans parallèles à la face arrière du silo $(\vec{y}\vec{z})$. L'intersection entre un plan laser et la surface libre décrit une courbe que l'on appelle raie. Un capteur CCD, en vue plongeante, enregistre la vidange du silo. La position du capteur CCD doit permettre une visualisation totale du silo. Cinq lasers ont été utilisés pour les mesures. Ce nombre est un compromis entre précision et compatibilité de traitement. En effet, des plans lasers trop proches engendrent une exposition trop importante de la surface libre et par conséquent, l'impossibilité d'extraire toutes les raies. Une solution serait d'altérner des lasers de différentes couleurs, dans le cas où un capteur CCD couleur serait utilisé. Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 7.2.

Le capteur CCD, la maquette de silo et les cinq émetteurs lasers sont physiquement indépendants les uns des autres pour éviter toute propagation de vibrations de la cuve au reste du dispositif expérimental lors de la vidange. Les mesures sont effectuées sur la maquette de silo décrite au chapitre 6. Pour obtenir de bonnes conditions de prise de vue, nous avons isolé de la lumière les parois latérales et arrière de la maquette et travaillé dans l'obscurité la plus complète possible.

Le film obtenu permet la visualisation de l'évolution des raies au cours de la

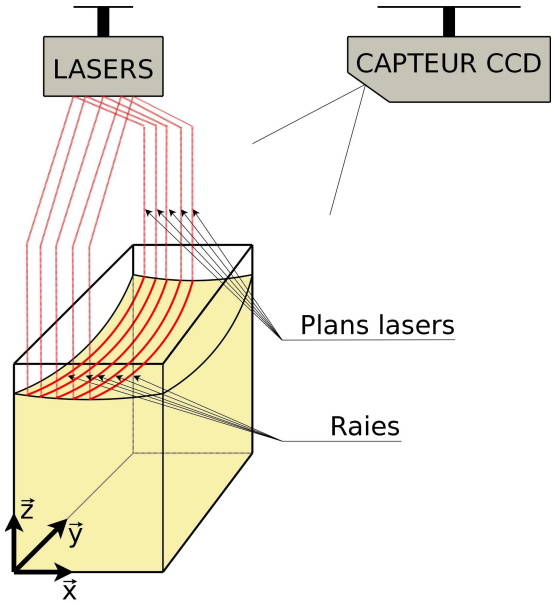


FIG. 7.2 – *Représentation du dispositif expérimental.*

vidange. Un programme développé sous Matlab®, effectue le traitement du film et donne la hauteur de la surface libre au cours de la vidange.

Le capteur CCD utilisé permet de prendre 25 images par seconde au format 720×576 pixels. Il est connecté à un ordinateur équipé du logiciel « Pinnacle studio 9 », afin de réaliser l'acquisition du film.

Méthode d'interprétation

L'interprétation des mesures est réalisée avec le logiciel Matlab®. La position des différents éléments du dispositif n'étant pas parfaitement reproductible, avant chaque campagne de mesure ou si l'un des éléments a été déplacé, il est nécessaire de procéder à un étalonnage du dispositif. Le traitement de chaque film peut être alors réalisé.

Étalonnage : Pour chaque raie laser, il s'agit de constituer une matrice de valeurs associant des coordonnées spatiales à chaque pixel de l'image. À cet effet, nous déplaçons dans le silo vide, une plaque graduée. A l'aide du capteur CCD, nous prenons une série de photos à différentes hauteurs connues. Ensuite sur chaque photo, les graduations nous permettent d'associer une valeur des coordonnées $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ aux pixels correspondants. Par interpolation, nous associons à chaque pixel d'une image, des valeurs de hauteur, de largeur et de profondeur.

Traitement des images : Nous réalisons le film d'une vidange qui donne les positions des raies laser au cours du temps. Le traitement consiste à extraire les pixels correspondant aux raies. La confrontation avec les matrices obtenues lors de l'étalonnage permet de connaître les coordonées $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ de chaque pixel. Ceci est effectué pour chaque raie laser et pour chaque image du film (25 images par seconde). Par interpolation entre les raies laser, nous obtenons la position et la forme de la surface libre.

Lors de la vidange, l'écoulement se déroulant de façon symétrique, nous avons positionné les cinq lasers au-dessus d'une moitié de la surface libre. Ce qui permet de diminuer le temps de traitement d'un film tout en conservant une bonne précision sur la position des grains constituant la surface. Par symétrie, nous visualisons ainsi la totalité de la surface libre, comme nous pouvons le voir sur la figure 7.3.

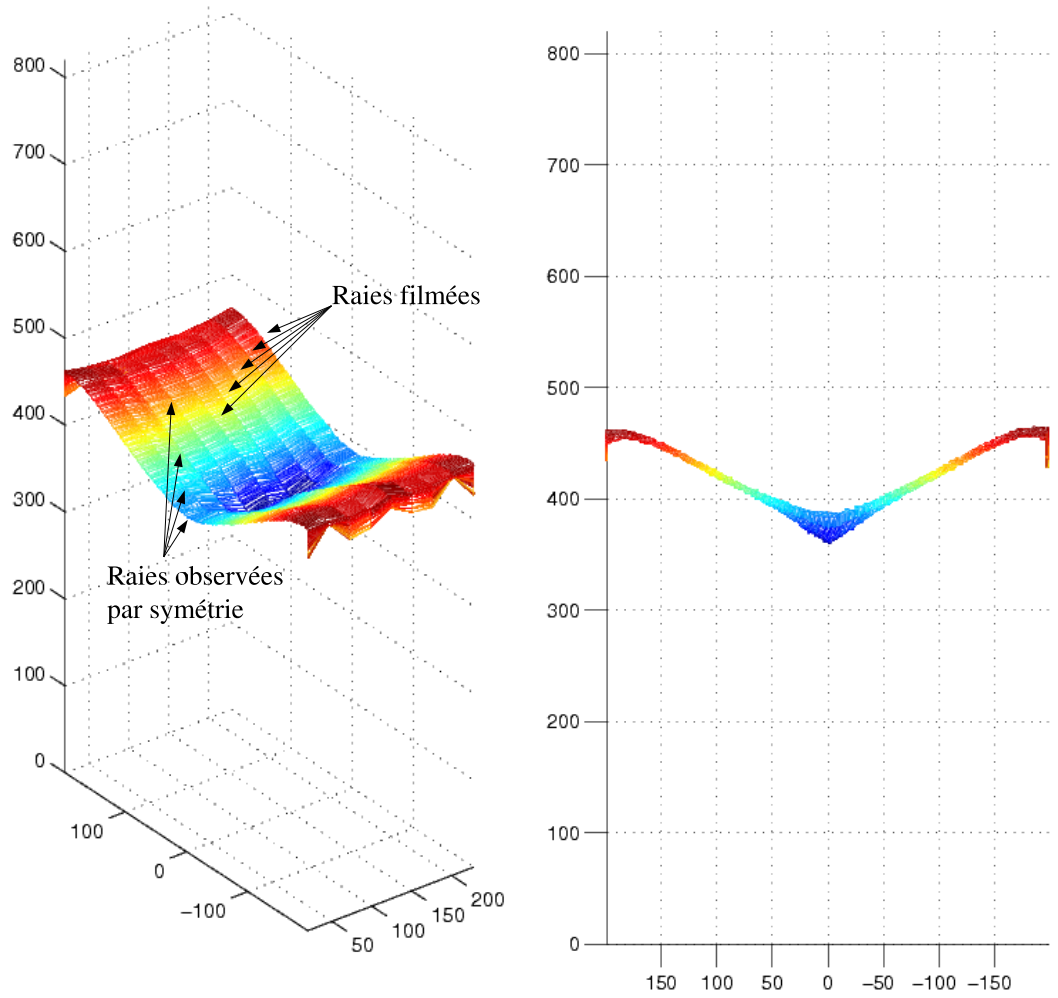


FIG. 7.3 – *Position de la surface libre obtenue par le système de mesure laser, avec le bois A et le silo à fond plat, après 27 s de vidange.*

Avec le système de mesure « laser » que nous avons ainsi développé, nous avons obtenu l'évolution de la surface libre au cours des vidanges réalisées. Le graphique de la figure 7.4 représente un exemple de l'évolution de la surface libre en fonction du temps. Ces résultats donnent un aperçu des variations de la forme de la surface libre, en fonction de la localisation dans le silo, et ceci à différents instants de la vidange.

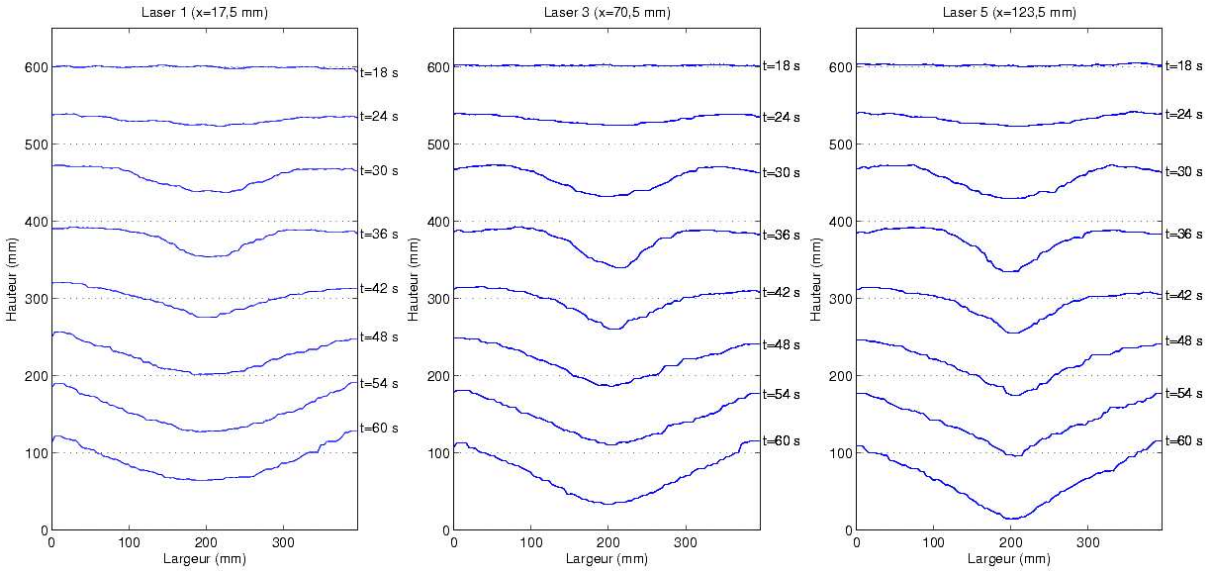


FIG. 7.4 – *Évolution de la surface libre pour le soja en fonction du temps.*

Le système de mesure permet, dans la limite de la fréquence d'acquisition du capteur CCD, d'avoir un suivi de la surface libre en temps réel.

L'analyse de deux images successives permet de déterminer la vitesse verticale en tous points de la surface libre et d'obtenir le débit instantané.

7.3 Mesure de vitesse

7.3.1 Par micro-impulsion

Lors des expériences réalisées, nous avons mesuré l'évolution du niveau de la surface libre du silo pendant sa vidange. Nous avons effectué des expériences avec les trois sortes de fonds (trémie simple, trémie double et fond plat), pour l'ensemble des matériaux granulaires présentés. La sonde qui sert aux mesures, est positionnée dans le silo avant son remplissage. Lors de la vidange, les vannes sont ouvertes d'un seul coup pour limiter au maximum les effets d'ouverture. Toutes les expériences faites ont été réalisées avec la

sonde positionnée au centre du silo.

Des variations de la hauteur du centre de la surface libre, nous déduisons la vitesse verticale au centre du silo, au niveau de la surface libre. Ceci est fait en calculant la différence de hauteur entre deux valeurs du temps.

Sur la figure 7.5, nous pouvons voir trois mesures de la hauteur de la surface libre, effectuées avec du bois A, sur le silo à fond plat.

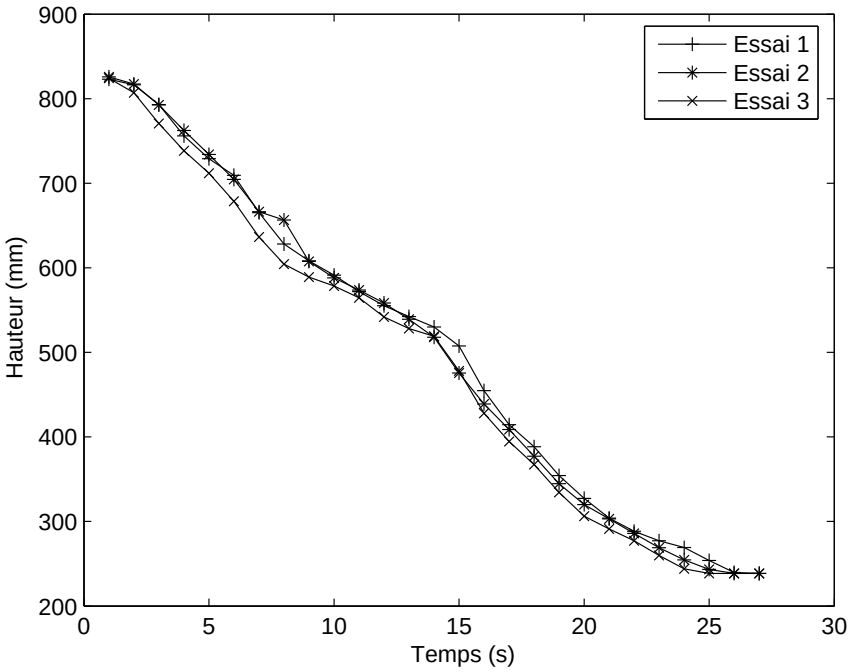


FIG. 7.5 – *Évolution de la hauteur du centre de la surface au cours du temps.*

Dans les essais concernant le bois avec le silo à fond plat (écoulement en cheminée) nous observons trois ruptures de pente récurrentes. Afin d'analyser ces phénomènes, nous avons filmé plusieurs vidanges. Il apparait que la première rupture (au bout de 7 à 8 s) est due à l'avalanche qui succède à la formation du cône de vidange. Cette avalanche se poursuit pendant environ 7 s. À la suite, une série d'avalanches de moindre importance prend le relais, c'est à ce moment que l'on note la seconde rupture de pente (au bout de 14 s).

La troisième rupture de pente est due au ralentissement du matériau granulaire engendré par la présence du contrepoids de la sonde. Cette anomalie est d'ailleurs détectée sur toutes les vidanges effectuées, tous matériaux et fonds confondus.

Le phénomène d'avalanches successives peut s'expliquer par les différences de

tassement au sein du matériau. En effet la partie supérieure du matériau granulaire n'est pas compactée avant la vidange. Ceci explique que la première avalanche se déroule de façon régulière. Le tassement des grains devenant trop important, l'angle nécessaire à l'écoulement des grains est supérieur, ce qui entraîne la succession de petites avalanches.

Sur la figure 7.6, nous présentons des exemples de calcul de la vitesse verticale au centre de la surface libre, pour le silo à fond plat rempli de bois A.

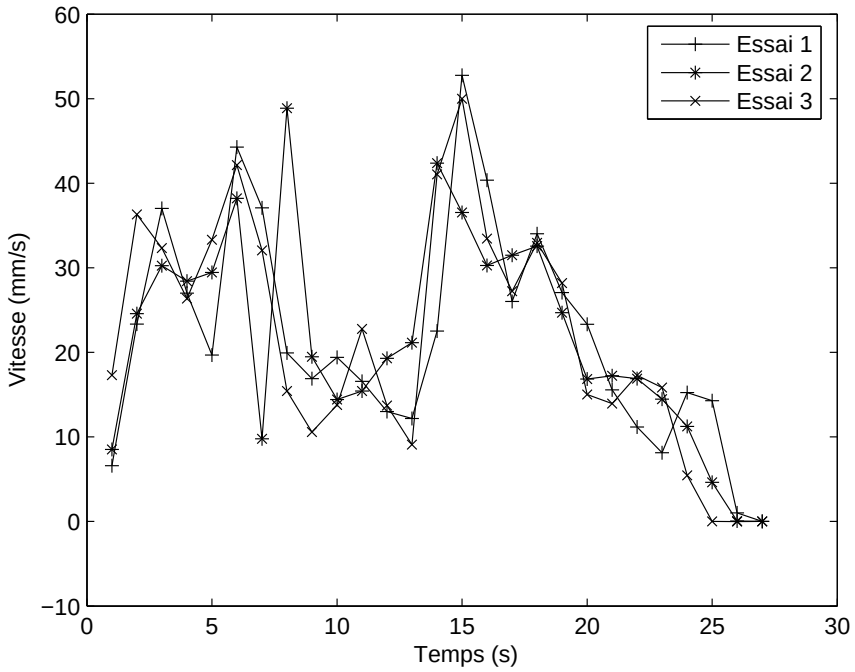


FIG. 7.6 – *Vitesse verticale de la surface libre au centre du silo en fonction du temps.*

Nous pouvons remarquer sur les différentes représentations des vitesses que nos mesures font apparaître des fluctuations de la vitesse, et ceci est vrai avec tous les matériaux granulaires utilisés.

Les courbes de vitesse verticale de la surface libre en fonction du temps permettent de voir un écoulement saccadé. Les irrégularités constatées sur les mesures de vitesse ont deux origines différentes :

- quel que soit le mode d'écoulement, on observe des vibrations lors de la vidange d'un silo. Ce phénomène est détaillé dans la bibliographie : partie 3.5 ;
- à cela vient s'ajouter, pour les écoulements en cheminée et en semi-masse, une évolution par avalanches successives de la surface libre. Au sein de ces avalanches, de légères variations d'angle du cône de surface créent de petites

oscillations en son centre, perçues par la sonde. Ces variations sont peu détectables sur les représentations graphiques de la variation de la hauteur du centre de la surface libre en fonction du temps, mais deviennent visibles sur les mesures de la vitesse verticale ;

Une étude plus détaillée de ce phénomène de saccades est présentée en fin de chapitre.

Nous avons calculé les vitesses verticales moyennes du centre de la surface libre, lors des vidanges. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 7.1. Les valeurs de la vitesse verticale moyenne indiquées dans le tableau sont à $\pm 0,5 mm/s$ près.

	Vitesse verticale moyenne (mm/s)		
Matériau	Fond plat	Trémie simple	Trémie double
Bois A	20,7	12,4	30,5
Bois B	20,8		
Bois C	20,8		
Soja	12,2	9,2	25,3
Colza	15,2	12,2	31,7
Seigle	13,5	9,6	25,8

TAB. 7.1 – *Vitesse verticale moyenne au centre du silo, pour les matériaux utilisés.*

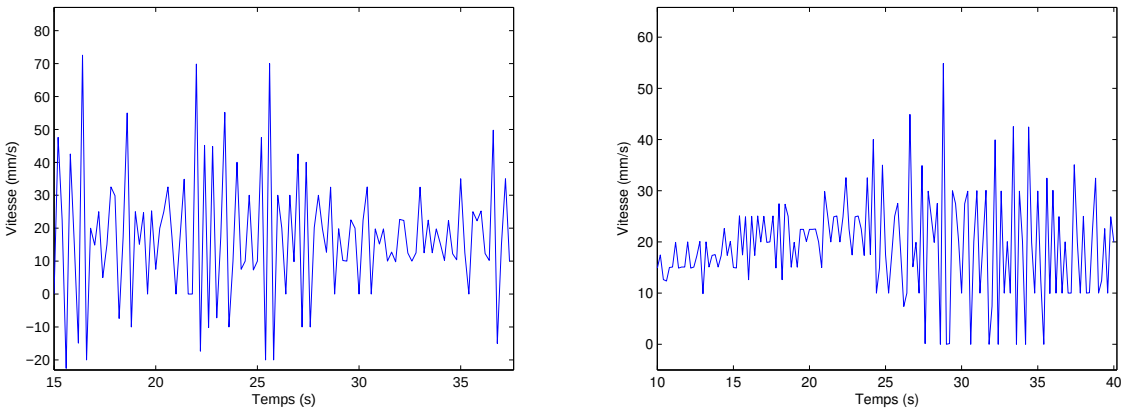
Comme nous pouvons le remarquer, sur le tableau 7.1, les valeurs des vitesses verticales moyennes pour les diverses classes de bois, avec le silo à fond plat sont semblables.

Le classement des divers matériaux utilisés, en fonction de leurs vitesses verticales moyennes ne dépend pas du type de fond monté sur la maquette de silo. De plus, pour les matériaux utilisés, la vitesse verticale moyenne dépend de la taille des particules : plus celle-ci est petite plus les vitesses sont élevées.

7.3.2 Par mesure laser

Nous avons calculé la vitesse verticale instantanée au centre de la surface libre, comme représenté sur la figure 7.7. Nous remarquons que la vitesse fluctue rapidement, comme constaté avec les mesures par micro-impulsion. Ces variations sont visibles pour l'ensemble des matériaux utilisés.

En comparant les écoulements du bois et des matériaux alimentaires, on note une différence sur l'amplitude des fluctuations des vitesses. En analysant l'amplitude des fluctuations des vitesses d'écoulement de tous les matériaux alimentaires au centre de la



(a) bois A (b) colza

FIG. 7.7 – *Vitesse verticale de la surface libre au centre du silo en fonction du temps.*

surface libre (ici le colza : figure 7.7(b)), on note un accroissement de l'amplitude entre 25 s et 35 s après le début de la vidange en fonction des matériaux alimentaires. Cet accroissement de l'amplitude n'apparaît pas lors des mesures concernant le bois (figure 7.7(a)).

Ce phénomène peut s'expliquer en comparant le graphique de l'évolution de la surface libre au centre du silo et celui des vitesses (figure 7.8). On note une corrélation entre la formation de la cheminée d'écoulement et l'accroissement de l'amplitude.

De même, en observant la courbe de tendance de la vitesse, on remarque un maximum qui correspond au moment où la cheminée d'écoulement est formée.

En effet, les matériaux alimentaires s'écoulant en semi-masse, c'est-à-dire que l'écoulement se fait en masse au début puis en cheminée, la surface libre garde sa forme initiale pendant le début de l'écoulement puis se creuse pour former la cheminée d'écoulement.

Comme il n'y a pas de changements dans le mode d'écoulement du bois (écoulement en cheminée), nous ne retrouvons pas cet accroissement de l'amplitude. La courbe de tendance de la vitesse d'écoulement du bois reste constante.

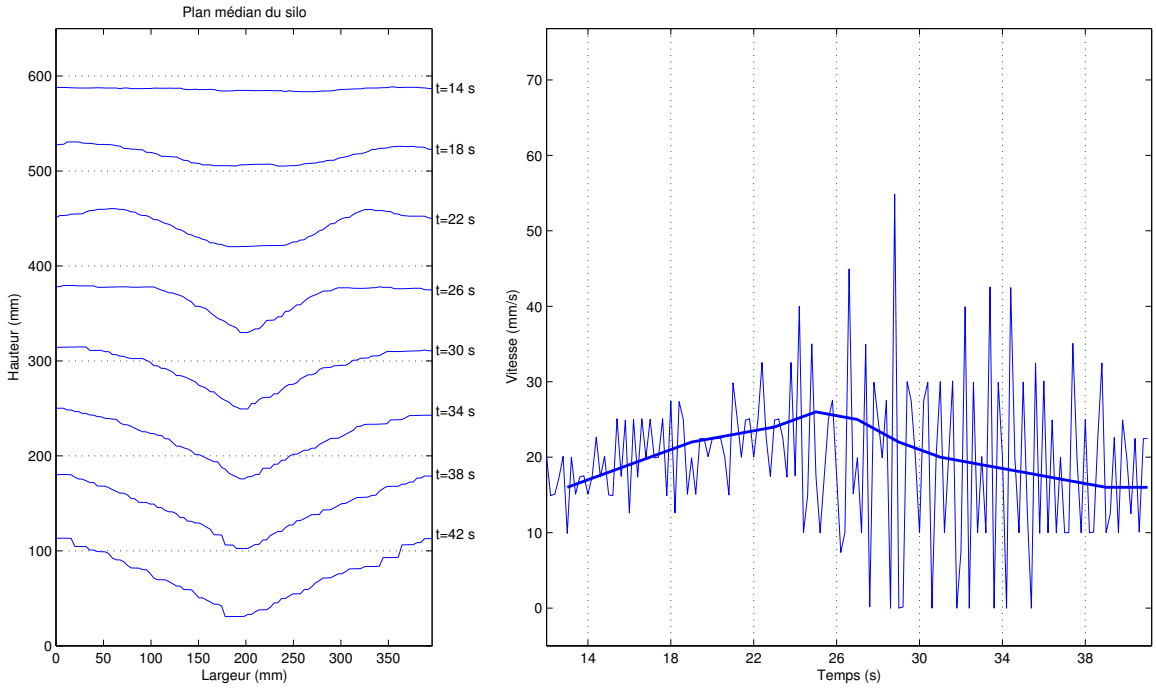


FIG. 7.8 – *Évolution de la surface libre confrontée à la vitesse verticale au centre la surface, pour le colza.*

7.4 Mesure de débit

7.4.1 Influence des conditions de remplissage

Nous avons mené plusieurs vidanges identiques en faisant uniquement varier la hauteur depuis laquelle les grains sont versés. La différence entre les deux hauteurs est de $2,5\ m$. En comparant les débits massiques obtenus, la différence n'est pas détectable du fait de la marge d'erreur comme nous pouvons le voir sur le tableau 7.2.

	Débits mesurés en fonction de la hauteur de versement (kg/s)	
Matériaux	$0\ m$	$2,5\ m$
Bois A	$1,06 \pm 0,01$	$1.05 \pm 0,01$
Soja	$0,82 \pm 0,01$	$0,84 \pm 0,01$
Colza	$0,98 \pm 0,01$	$0,99 \pm 0,01$
Seigle	$0,95 \pm 0,01$	$0,97 \pm 0,01$

TAB. 7.2 – *Influence de la hauteur de remplissage sur le débit moyen.*

A partir de ce résultat, nous pouvons conclure qu'une faible variation de la hauteur de versement dans la maquette de silo, n'a pas d'influence quantifiable sur le débit mesuré en ce qui concerne les matériaux granulaires et les moyens de mesures utilisés. On peut donc considérer que toutes les expériences effectuées dans la maquette sont réalisées avec des conditions similaires de remplissage et de tassement.

7.4.2 Débit moyen

Le débit moyen a été obtenu par différentes méthodes, ce qui permet de comparer les mesures obtenues et de vérifier leur validité.

Mesure directe

Le débit massique a été obtenu en mesurant la masse de matériau granulaire écoulé et en la divisant par le temps. Afin d'évaluer avec le plus de précision possible les temps de vidange, nous avons filmé les opérations de vidange à l'aide d'une caméra vidéographique. Le chronométrage d'un même test a été effectué plusieurs fois. Les valeurs obtenues sont présentées dans les tableaux 7.3, 7.4 et 7.5, page 72.

Micro-impulsion

Avec les mesures par micro-impulsions, nous obtenons la vitesse verticale moyenne du centre de la surface libre pour chacune des vidanges effectuées. Afin d'obtenir le débit massique moyen, la vitesse moyenne est multipliée par la surface de la base de la cellule puis par la masse volumique ensilée. Les résultats sont récapitulés dans les tableaux 7.3, 7.4 et 7.5, page 72.

Dispositif « laser »

Le système de mesure « laser » permet d'obtenir la forme de la surface libre au cours du temps. Nous calculons le volume de matériau granulaire s'étant écoulé entre deux instants donnés et nous en déduisons le débit volumique. Le débit massique est obtenu par multiplication du débit volumique par la masse volumique ensilée. Le débit massique moyen est obtenu à partir de l'ensemble des débits massiques instantanés sur la totalité de la vidange. Les résultats pour le silo à fond plat sont présentés dans le tableau 7.3, page 72.

Calcul théorique

La formule de Beverloo *et al.* (1961) permet de calculer le débit massique pour les silos à fond plat. Cette formule est détaillée dans la partie bibliographique : section 3.3, rappelée ci-dessous :

$$Q = C_b \rho_b \sqrt{g} (D - kd)^{\frac{5}{2}} \tag{7.1}$$

avec $C_b = 0.58$ et $k = 1.4$.

Les trémies simple et double étant à base rectangulaire, la base de chaque trémie où vient se fixer la vanne n'a pas exactement les mêmes dimensions que l'ouverture circulaire de la vanne (figure 7.9). Nous avons donc calculé un diamètre équivalent permettant l'application de la formule de Beverloo *et al.* (1961). Ce diamètre correspond au diamètre d'un cercle qui aurait la même ouverture que la trémie utilisée. Ceci explique que les résultats obtenus avec le fond plat et la trémie simple ne sont pas identiques.

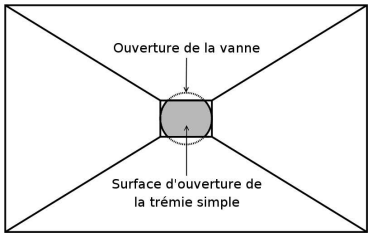


FIG. 7.9 – *Trémie simple en vue de dessus.*

Les résultats calculés pour chaque type de sortie de la maquette sont présentées dans les tableaux 7.3, 7.4 et 7.5, page 72.

Synthèse des résultats

Nous remarquons que les valeurs obtenues par la mesure directe et celles calculées par la formule de Beverloo *et al.* (1961) sont très comparables. Beverloo *et al.* (1961) ont établi leur formule à partir d'un silo à fond plat mais pour la maquette et les matériaux utilisés, elle reste valable pour les silos à trémie simple et à trémie double.

Les débits moyens calculés avec les vitesses moyennes et ceux obtenus par le temps de vidange, sont identiques dans la marge d'erreur pour les écoulements en masse (trémies simple et double), alors que pour les écoulements en semi-masse (fond plat pour matériaux alimentaires) ou en cheminée (fond plat pour les différentes particules de bois),

	Débit moyen de vidange (kg/s)			
Matériau	Mesure directe	Micro-impulsion	« laser »	Beverloo *et al.* (1961)
Bois A	$1,06 \pm 0,03$	$1,27 \pm 0,07$	$1,02 \pm 0.05$	$1,02 \pm 0,01$
Bois B	$1,04 \pm 0,03$	$1,28 \pm 0,07$		$1,02 \pm 0,01$
Bois C	$1,05 \pm 0,03$	$1,27 \pm 0,07$		$1,01 \pm 0,01$
Soja	$0,82 \pm 0,02$	$0,89 \pm 0,06$	$0,91 \pm 0,06$	$0,84 \pm 0,02$
Colza	$0,98 \pm 0,03$	$1,03 \pm 0,06$	$1,11 \pm 0,08$	$0,97 \pm 0,02$
Seigle	$0,95 \pm 0,02$	$1,01 \pm 0,07$	$1,01 \pm 0,07$	$0,89 \pm 0,02$

TAB. 7.3 – *Débit massique moyen pour le silo à fond plat.*

	Débit moyen de vidange (kg/s)		
Matériau	Mesure directe	Micro-impulsion	Beverloo *et al.* (1961)
Bois A	$0,76 \pm 0,02$	$0,76 \pm 0,05$	$0,82 \pm 0,05$
Soja	$0,69 \pm 0,01$	$0,67 \pm 0,06$	$0,65 \pm 0,05$
Colza	$0,79 \pm 0,02$	$0,77 \pm 0,05$	$0,77 \pm 0,05$
Seigle	$0,74 \pm 0,01$	$0,71 \pm 0,06$	$0,69 \pm 0,05$

TAB. 7.4 – *Débit massique moyen pour le silo à trémie simple.*

	Débit moyen de vidange (kg/s)		
Matériau	Mesure directe	Micro-impulsion	Beverloo *et al.* (1961)
Bois A	$1,94 \pm 0,05$	$1,87 \pm 0,08$	$2,04 \pm 0,08$
Soja	$1,82 \pm 0,05$	$1,85 \pm 0,09$	$1,9 \pm 0,1$
Colza	$2,04 \pm 0,06$	$2,01 \pm 0,09$	$2,0 \pm 0,1$
Seigle	$1,95 \pm 0,05$	$1,92 \pm 0,09$	$1,9 \pm 0,1$

TAB. 7.5 – *Débit massique moyen pour le silo à trémie double.*

les débits moyens calculés avec les vitesses moyennes sont plus importants que ceux obtenus par l'autre méthode.

Cette différence s'explique en partie par l'évolution de la forme de la surface libre lors de la vidange. En effet, lors d'un écoulement en masse, la surface libre n'évolue pas, donc la vitesse d'un point de la surface libre permet de connaitre l'intégralité du déplacement en surface.

Au contraire, pour les écoulements en cheminée et semi-masse la vitesse au centre de la surface libre n'est pas la même que sur le reste de la surface comme le montre la figure 7.10. Les positions des lasers sont respectivement, pour les lasers 1 à 3, de 17,5 mm, 70,5 mm et 123,5 mm de la face arrière.

Le système laser, pour les écoulements en cheminée et en semi masse, permet

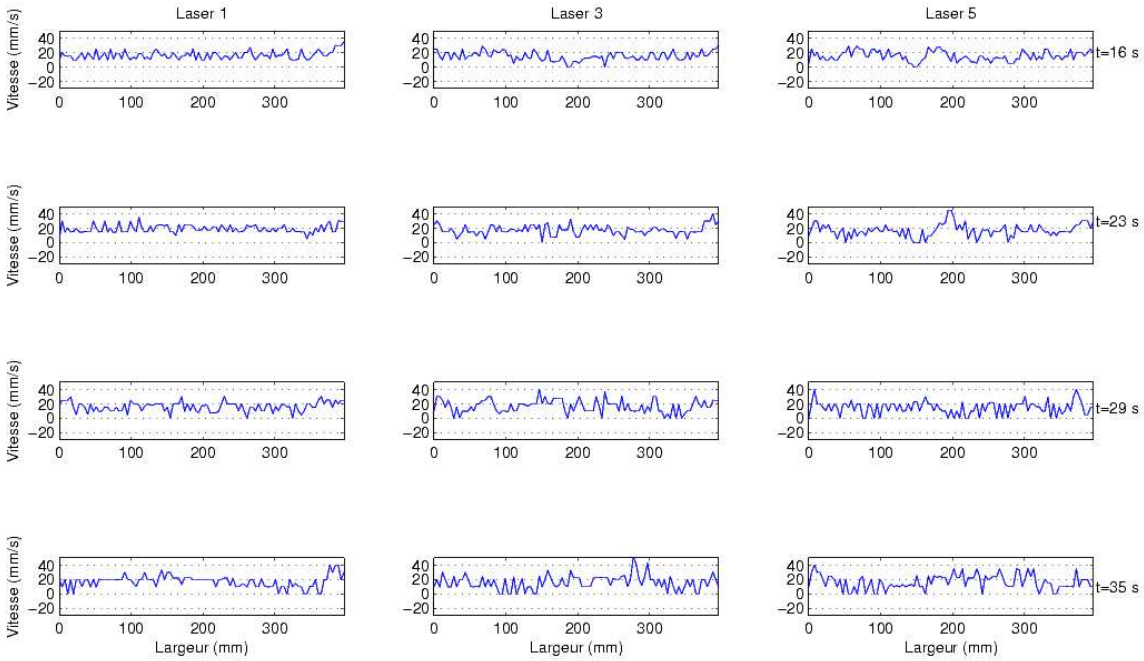


FIG. 7.10 – *Évolution de la vitesse à la surface libre pour le bois A en fonction du temps et en fonction de la section verticale du silo.*

d'obtenir des valeurs de débits comparables à celles obtenues par les mesures directes et donc celles calculées avec la formule de Beverloo *et al.* (1961). Cette comparaison des différentes mesures prouve la fiabilité de notre système de mesure laser.

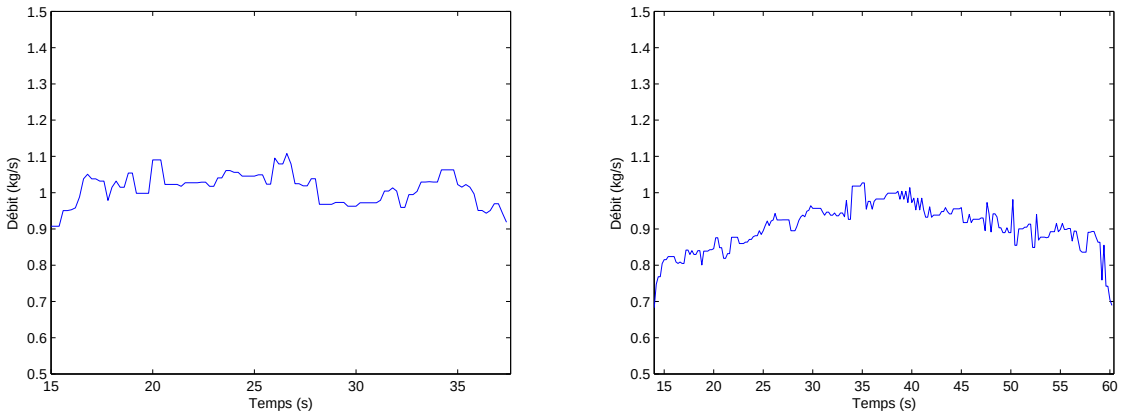
7.4.3 Débit instantané

La spécificité du système « laser » a permis d'étudier le débit massique instantané en surface. La démarche d'obtention est détaillée dans le sous chapitre 7.4.2 sur les débits moyens.

Nous obtenons deux types de courbes différentes pour les vidanges du silo à fond plat en fonction des matériaux.

Pour le bois A, nous constatons que le débit instantané reste relativement constant (figure 7.11(a)). Par contre pour les matériaux alimentaires, ici l'exemple du soja (figure 7.11(b)), la courbe présente un maximum entre 35 et 40 s après le début de la vidange. Suivant les matériaux alimentaires ce maximum varie entre 25 s et 40 s

Au cours d'une vidange de matériau alimentaire, la période où le débit instantané est maximum correspond au moment où l'écoulement en cheminée est totalement établi (figure 7.12).



(a) bois A (b) soja

FIG. 7.11 – *Débit massique instantané pour le silo à fond plat.*

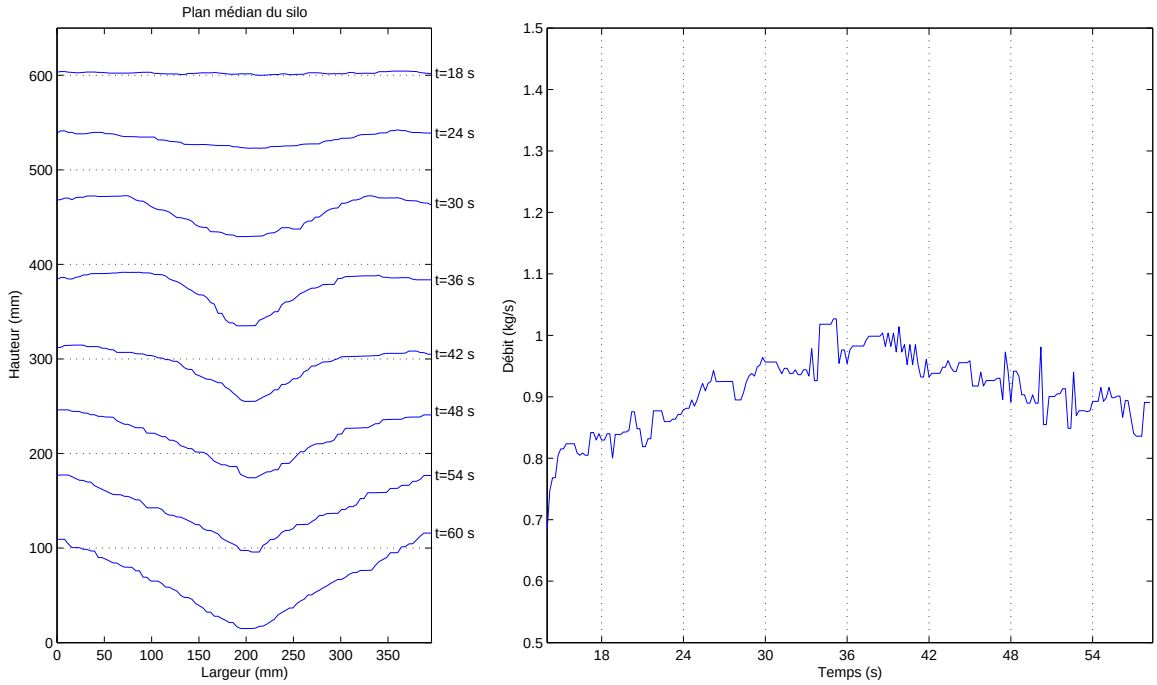


FIG. 7.12 – *Évolution de la surface libre au centre du silo confrontée au débit instantané, pour le soja.*

Pour les débits massiques instantanés, comme pour les vitesses, il existe une corrélation entre l'évolution de la surface libre et leurs variations.

7.5 Angle de talus pour les zones mortes

À l'issue d'une vidange d'un silo à fond plat, l'ensemble du matériau n'est pas évacué. Il reste de la matière entre les parois de la cellule et l'orifice de sortie. Cette partie du silo où la matière ne s'est pas écoulée, est appelée zone morte. L'angle formé entre le fond du silo et la surface du matériau granulaire est nommé angle de talus concave. Pour évaluer la valeur de l'angle de talus concave, nous avons mesuré la hauteur des zones mortes au niveau de la cellule. Ces mesures ont été faites à l'aide d'un réglet, en trois points sur chaque face, à chaque extrémité et au centre. De ces valeurs, nous avons déduit la valeur l'angle de talus concave. Un exemple de résultats pour le bois A, est donné sur le tableau 7.6. L'angle de repos a été pris égal à la moyenne des angles mesurés et l'angle de mouvement est égal à l'angle maximum.

Nous avons effectué ces mesures sur plusieurs vidanges, afin de minimiser les erreurs. Nous avons donc fait la moyenne des résultats obtenus pour les angles de talus sur l'ensemble des expériences effectuées. Les résultats pour les divers matériaux granulaires utilisés sont regroupés dans le tableau 7.7.

	Angle 1 (°)	Angle 2 (°)	Angle 3 (°)
Face 1	36,5	39,8	37,4
Face 2	37,4	36,3	35,5
Face 3	35,5	35,2	35,9
Face 4	35,5	37,9	35,5

Angle de repos : 36,5°
Angle de mouvement : 39,8°

TAB. 7.6 – *Mesure de l'angle de repos et de l'angle de mouvement, pour le bois, à partir des zones mortes à l'intérieur du silo à fond plat.*

Si l'on compare les résultats obtenus sur les angles de talus, dans le chapitre caractérisation (section 5.2.3) à ceux obtenus par l'analyse des zones mortes, nous remarquons que les angles concaves sont dans nos cas, toujours supérieurs aux angles convexes. Ceci s'explique par le fait que les grains proches de la surface dans un empilement concave sont mieux enserrés que ceux qui se trouvent dans un empilement convexe. Cette différence

Matériau	Angle de repos (°)	Angle de mouvement (°)
Bois A	36,7	39,8
Bois B	35,4	37,3
Bois C	36,1	38,8
Soja	36,8	40,3
Colza	33,6	38,0
Seigle	29,4	35,0

TAB. 7.7 – *Angle de repos et angle de mouvement obtenus à partir des zones mortes, lors de la vidange du silo à fond plat.*

doit disparaître quand les rayons de courbure deviennent très grands devant le diamètre moyen des particules, Duran (1997).

En effet, pour les particules dont les arêtes sont à peu près égales dans les trois dimensions (*i.e. :* tous les matériaux granulaires utilisés sauf le seigle), plus le diamètre caractéristique des particules est petit, plus la différence entre les angles concaves et convexes est faible.

7.6 Caractérisation des saccades

Lors des différentes vidanges nous avons observé des saccades. Afin de déterminer les liens entre les saccades et les divers matériaux vidangés engendrant des modes d'écoulements différents, nous avons cherché à caractériser ces saccades. Pour ce faire, nous avons utilisé deux capteurs piézoélectriques à cisaillement pour mesurer les vibrations produites par les saccades.

7.6.1 Accéléromètre piézoélectrique

L'accéléromètre piézoélectrique est un système électromécanique qui utilise le fait qu'une déformation d'un cristal piézoélectrique par l'application d'une force, produit une différence de potentiel V proportionnelle à la force appliquée.

Dans ce type d'accéléromètre (figure 7.13), la masse sismique est supportée par un élément piézoélectrique qui délivre une charge électrique proportionnelle à la force de rappel, donc au déplacement de la charge sismique. L'ensemble est solidaire d'une embase rigide, le tout étant contenu dans un boitier (Asch, 1991).

Ce type d'accéléromètre piézoélectrique étant auto générateur, il ne nécessite pas d'alimentation. Il est défini comme un système masse/ressort/amortisseur. Le cristal

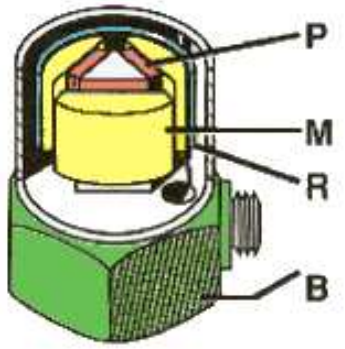


FIG. 7.13 – *Accéléromètre piézoélectrique à cisaillement.*
P : cristal piézoélectrique, M : masse sismique, R : anneau, B : base.

piézoélectrique, sous l'action d'un effort mécanique, libère une charge électrique proportionnelle à cet effort.

L'accéléromètre piézoélectrique a une large gamme dynamique et couvre une grande bande de fréquences. Ce type de capteur a une grande stabilité ; facile à étalonner, il peut être monté avec une orientation quelconque pour mesurer la composante d'accélération suivant son axe.

7.6.2 Expériences et résultats

Après plusieurs essais de positionnement des capteurs, il est apparu que la position optimale se situait sur la face avant ou arrière du silo à 50 cm de la base.

Dans un premier temps, on fait l'acquisition sans vidange pour obtenir la valeur du bruit dû au système d'acquisition et aux différents facteurs de l'environnement. Dans un deuxième temps, on fait l'acquisition pendant la vidange du silo. Puis nous calculons la Transformée de Fourier Rapide FFT pour les signaux obtenus par les deux capteurs piézoélectriques.

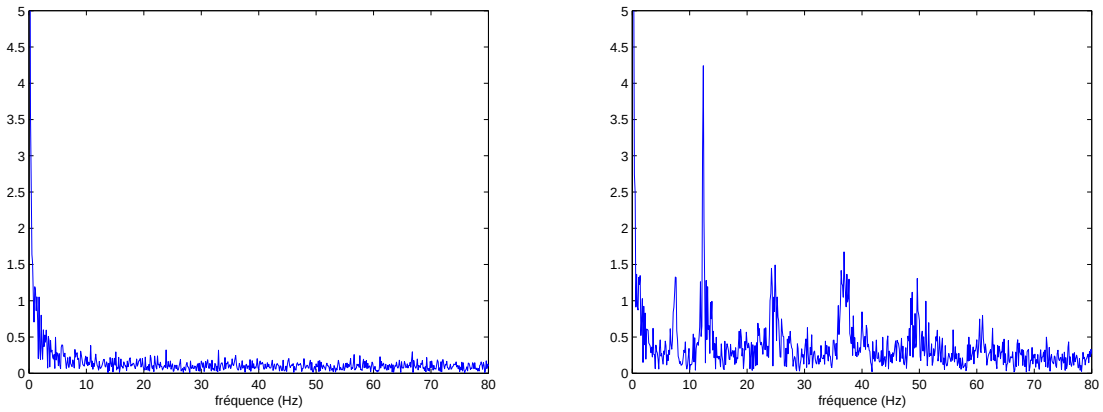
Lors des essais pour les matériaux alimentaires, il nous est rapidemment apparu que le type de capteurs utilisés ne permettait pas de distinguer les vibrations du bruit de fond.

Par contre, pour les vidanges effectuées avec le silo à fond plat et les particules de bois, le système de mesure permet de mettre en évidence des vibrations.

Si nous excitons le silo rempli de particules de bois, avec une impulsion, c'est-à-dire d'un point de vue expérimental avec un choc, nous voyons apparaître dans la réponse en fréquence un pic à $7,5\ Hz$. Cette fréquence correspond donc à la fréquence de résonance

du silo plein.

En faisant le traitement des signaux obtenus par les deux capteurs, on observe une différence entre la FFT du signal mesuré sans vidange (figure 7.14(a)), ce que nous considérons comme le bruit, et la FFT des signaux obtenus par les deux capteurs au cours de la vidange (figure 7.14(b)).



(a) sans la vidange (b) pendant la vidange

FIG. 7.14 – *Transformée de Fourier Rapide du signal obtenu avant et pendant la vidange.*

Pour améliorer la lisibilité du signal, et n'observer que le signal dû à la vidange, nous l'avons isolé en soustrayant le bruit (figure 7.15).

Comme attendu, nous retrouvons lors des vidanges un pic à $7,5\ Hz$, la fréquence de résonance du silo plein. Nous observons l'apparition d'une fréquence fondamentale à $12,4\ Hz$ caractéristique des vidanges réalisées dans ce travail. Le pic d'énergie est atteint pour cette fréquence.L'analyse spectrale permet d'observer clairement les trois premières harmoniques associées à cette fréquence fondamentale. Nous constatons une nette diminution de l'amplitude entre le fondamental et la première harmonique. Cependant l'énergie reste comparable sur les trois harmoniques et il semble qu'il existe une fréquence de coupure au-delà de la troisième harmonique.

D'après les expériences effectuées dans la maquette, l'écoulement en cheminée (spécifique au bois) produit des vibrations plus fortes que l'écoulement des matériaux alimentaires.

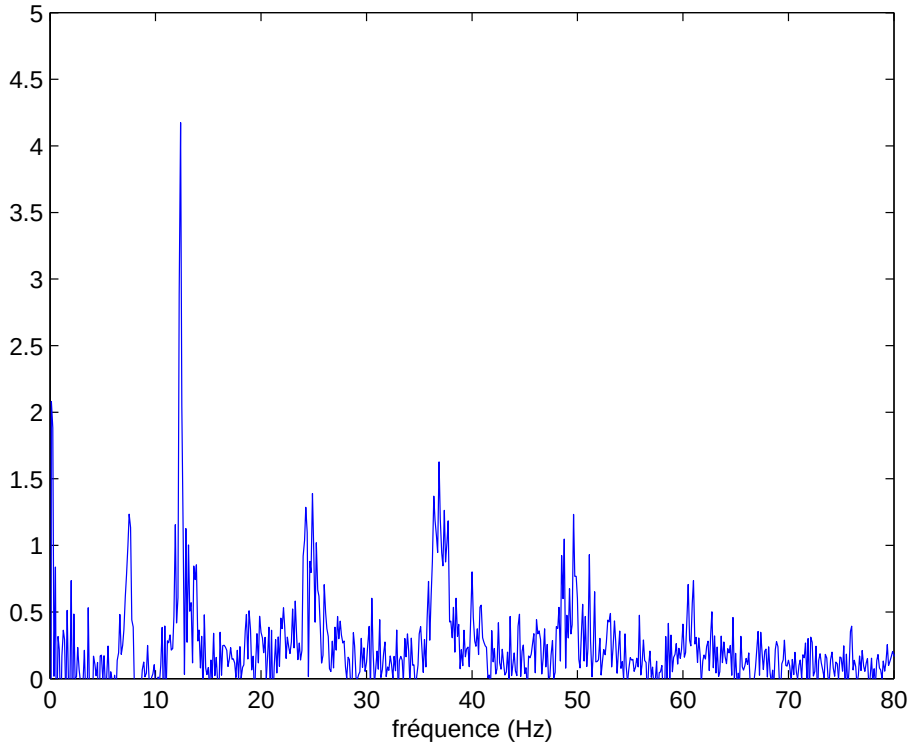


FIG. 7.15 – *Transformée de Fourier Rapide du signal obtenu pendant la vidange, sans le bruit.*

7.7 Conclusion

Toutes les expériences menées nous ont permis de préciser les phénomènes rencontrés lors de vidanges de matériaux granulaires.

La formule empirique de Beverloo *et al.* (1961) issue d'expériences avec un silo cylindrique à fond plat, est couramment appliquée dans le cas de silo à trémie simple. Nos essais montrent que cette formule reste valable pour nos essais avec la trémie double.

Le système « laser » que nous avons développé a permis d'obtenir les données nécessaires à l'établissement de liens entre les différents phénomènes observés. Le système « laser » s'est trouvé validé par les mesures effectuées sur les débit moyens puisque les mesures directes corroborent les résultats obtenus.

Pour les écoulements en semi-masse, le passage de l'écoulement en masse à l'écoulement en cheminée a une influence directe sur les vitesses verticales de la surface libre et sur le débit massique instantané : augmentation de l'amplitude des fluctuations de la vitesse et existence d'un maximum pour les vitesses verticales ainsi que pour le débit

massique instantané.

Il existe donc des corrélations entre l'évolution de la surface libre, sa vitesse verticale et le débit massique instantané.

Le système de mesure « laser » présente les avantages d'être une méthode de mesure en trois dimensions de la surface libre et d'être non intrusive. De plus, un perfectionnement du système est possible en utilisant des lasers projetant des raies plus fines, en alternant des lasers de différentes couleurs et en augmentant le nombre de capteurs CCD ainsi que leurs définitions.

Les phénomènes internes à l'écoulement ont une répercussion sur la surface libre. Avec plus de précision, il est envisageable de travailler avec des matériaux susceptibles de former des agrégats et de déceler les problèmes d'écoulement liés à ce type de matériaux.

Troisième partie

Étude numérique

Chapitre 8

Présentation du code DEMSI

8.1 Introduction

Nous avons développé un code de simulation du comportement des matériaux granulaires par la méthode des éléments distincts (MED), nommé DEMSI (Distinct Element Method SImulation). Ce code de simulation a été écrit en langage C. Il est destiné à simuler le comportement de matériaux granulaires, cohésifs ou non. Les sables et les graviers sont donc concernés, mais également les matériaux alimentaires.

Le code de calcul permet d'étudier le comportement inter-particulaire du matériau, par l'intermédiaire de lois de comportement microscopique. Les comportements simulés à cette échelle sont de type répulsif (simple contact entre particules ou entre particules et paroi), avec frottement et viscosité, ou de type répulsif - attractif pour les matériaux cohésifs ou les matériaux à tendence cohésive, présentant une prise en masse locale ou la formation d'amas (clusters) de particules. Ces types de comportement ont été programmés pour les forces radiales (traction et compression interparticulaires) et en cisaillement (forces tangentielles).

Le code de calcul permet de simuler des problèmes de dynamique, pour simuler des écoulements dans des silos. Chaque particule est gérée de façon autonome mais en tenant compte des interactions subies du fait de la présence de particules voisines. Les principaux paramètres enregistrés sont la vitesse et la position de chaque particule, ainsi que l'ensemble des forces microscopiques agissant sur elle. On peut ensuite visualiser globalement les champs de vitesse et de contrainte.

Nous avons écrit une première version du code de calcul en 2 dimensions afin de limiter les temps de calcul. Les pages suivantes détaillent le travail effectué à ce jour pour la version 2D.

8.2 Déroulement du programme

Le déroulement du code DEMSI est présenté sur l'organigramme des figures 8.1 et 8.2.

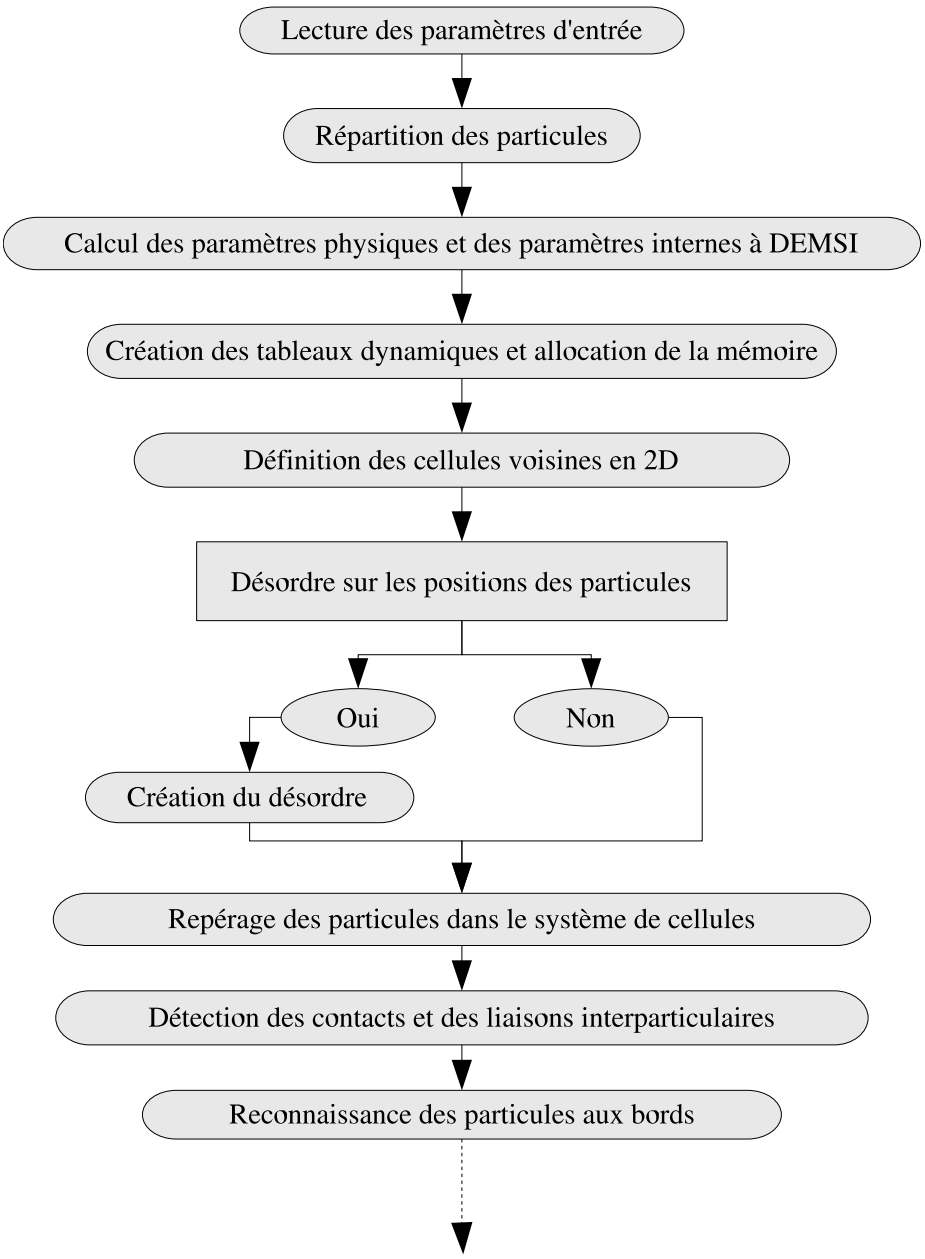


FIG. 8.1 – *Organigramme du programme DEMSI*

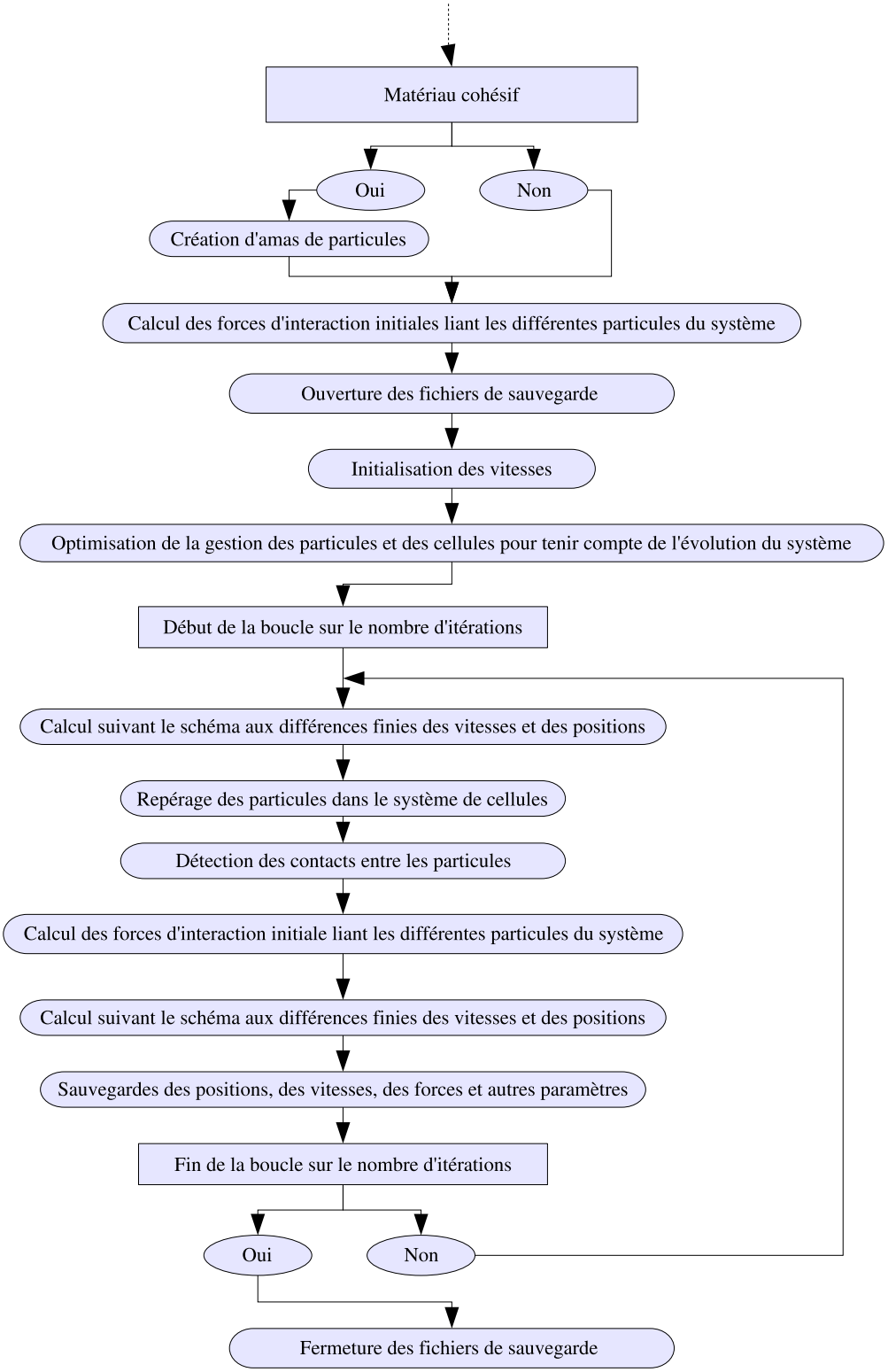


FIG. 8.2 – *Organigramme du programme DEMSI (suite)*

8.2.1 Détails des modules

Lecture des paramètres

Les différents paramètres utilisés dans DEMSI peuvent être classés en quatre catégories :

1. les paramètres géométriques :
   - le nombre de mailles sur la largeur du système ;
   - la largeur maximale du système (en m) ;
   - la hauteur maximale du système (en m) ;
2. les paramètres du matériau :
   - masse volumique ensilée du milieu (en kg/m^3) ;
   - vitesse de propagation des ondes de compression dans le milieu ;
   - angle de frottement ;
3. les paramètres de comportement microscopique :
   - ratio de constante de raideur radiale/constante de raideur en cisaillement ;
   - facteur d'hystérésis (utile dans le calcul de la nouvelle pente après décharge pour les forces répulsives uniquement) ;
   - constante de friction ;
   - coefficient Heuzé de viscosité ;
   - coefficient de viscosité des bords ;
   - seuil de rupture en extension en pourcentage de la distance d'équilibre inter-particulaire ;
   - seuil de rupture en cisaillement selon le coefficient de Griffith ;
4. les paramètres de simulation :
   - nombre d'itérations ;
   - fréquence de sauvegarde des positions ;
   - fréquence de sauvegarde des paramètres divers ;
   - fréquence de recherche des voisins.

Répartition des particules

Le programme, dans cette routine, calcule le nombre total de particules dans le système à partir du nombre de particules sur la largeur et sur la hauteur.

Le remplissage du silo est effectué par translation de gauche à droite puis de bas en haut de la maille. Ceci est décrit sur la figure 8.3.

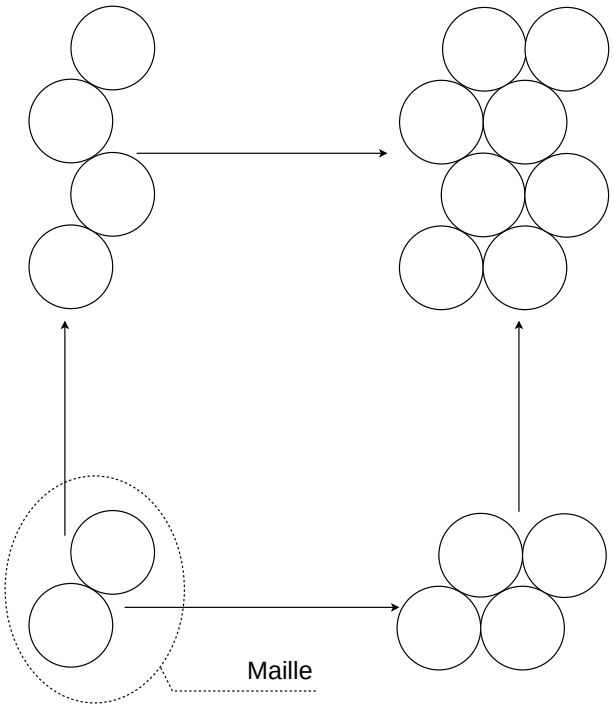


FIG. 8.3 – *Construction du réseau à partir de la maille*

Le réseau obtenu est hexagonal compact, donc régulier (les directions à 60 degrés sont privilégiées). Peu conforme à la réalité, cette régularité appelle à l'introduction d'un désordre. Le désordre est un paramètre optionnel de DEMSI. Il introduit une plage de variation sur la position du centre des particules ainsi que sur le rayon de celles-ci. La numérotation des particules s'effectue par couches de 2 lignes, selon les abscisses croissantes puis selon les ordonnées croissantes.

Calcul des paramètres

De nombreux paramètres sont calculés lors de cette étape du code. Pour les paramètres les plus importants, les calculs effectués par DEMSI sont détaillés ci-dessous :

Masse des éléments par unité de profondeur :

$$A = \frac{\text{masse volumique ensilée} \times \text{Largeur du silo} \times \text{Hauteur du silo}}{\text{Nombre de particules}} \tag{8.1}$$

Constante de raideur d'interaction du premier ordre :

$$\alpha = \frac{A \times V_p^2}{(\text{distance interparticulaire moyenne})^2} \tag{8.2}$$

Cela s'apparente au calcul du module de Young d'un matériau isotrope en élasticité à partir de la vitesse de propagation des ondes Vp dans le milieu.

Pas de temps :

$$\Delta t = 0.1 \times \left(1.0 - 2.0 \times \frac{\text{désordre}}{100.0}\right) \times \sqrt{\frac{A}{\alpha}} \tag{8.3}$$

Le désordre est donné en pourcentage. S'il n'y a pas de désordre appliqué, le pas de temps devient égal à :

$$\Delta t = 0.1 \times \sqrt{\frac{A}{\alpha}} \tag{8.4}$$

En remplaçant α par sa valeur, nous obtenons :

$$\Delta t = 0.1 \times \frac{\text{distance interparticulaire moyenne}}{V_p} \tag{8.5}$$

Le pas de temps est égal à une fraction du temps qu'il faut à une information pour passer d'une particule à la suivante. Pendant un pas de temps, une information doit être transmise d'une particule à ses seules voisines. Dans le cas contraire, les calculs ne seront pas effectués sur toutes les particules. La vitesse critique V_c, peut donc être déterminée comme ci-dessous.

La vitesse critique :

$$V_c = \frac{\text{distance interparticulaire moyenne}}{\Delta t} \tag{8.6}$$

Définition des cellules voisines en 2D

Pour le repérage des particules, le silo est vu sous forme d'un tableau. Chaque case de ce tableau est une cellule contenant un nombre variable de particules.

Détection des contacts et des liaisons interparticulaires

Pour la reconnaissance des contacts entre les particules, la recherche des particules voisines est effectuée sur toutes les particules d'une même cellule puis dans certaines

cellules voisines comme le montre la figure 8.4. Ce système de recherche des contacts entre les particules permet de réduire considérablement le temps de calcul.

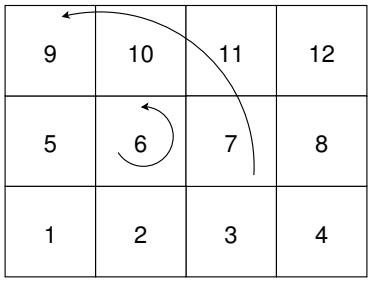


FIG. 8.4 – *Reconnaissance des contacts entre les particules.*
Pour une particule de la cellule 6, la recherche se fait à la fois dans cette cellule puis dans les cellules 7, 11, 10 et 9.

Calcul des forces d'interaction initiales liant les différentes particules du système

Une force de contact interparticulaire peut se décomposer en deux parties : une composante normale $\vec{F_n}$ et une composante tangentielle $\vec{F_t}$:

$$\vec{F} = \vec{F_n} + \vec{F_t} \tag{8.7}$$

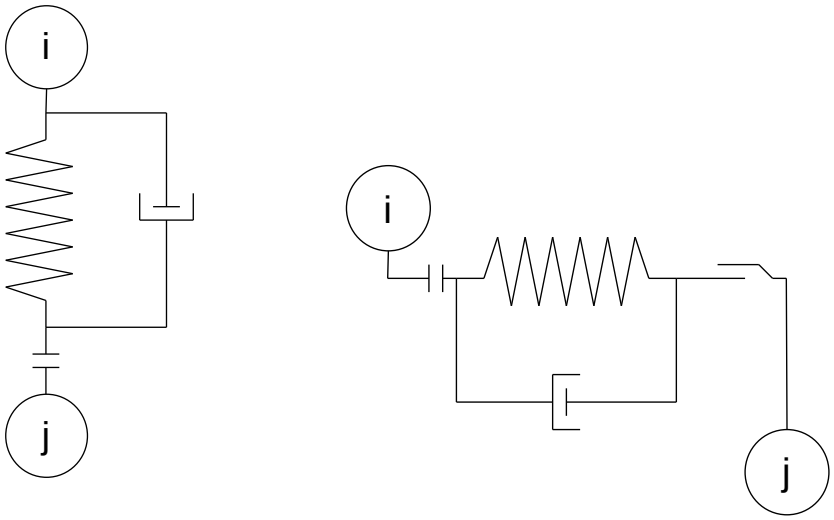
Chacune des deux composantes de la force obéit aux mêmes lois de comportement qui sont illustrées sur le schéma rhéologique suivant (figure 8.5) :

En fonction de la distance interparticulaire, la composante normale de la force de contact peut présenter deux types de comportement :

Force de type "répulsive-attractive" : $F_n = F_{ra}$ (figure 8.6).

$$F_{ra}(r) = \begin{cases} k(r - r_{eq}) & r \leq r_y \\ F_{ra}(r_y)\left[1 - \left(\frac{r-r_y}{r_l-r_y}\right)\right] & r_y \leq r \leq r_l \\ 0 & r > r_l \end{cases} \tag{8.8}$$

où k est le coefficient de rigidité élastique au contact et r la distance entre les deux particules en contact. La distance d'équilibre entre ces deux particules est notée r_{eq}. La distance critique, à partir de laquelle la force d'interaction est nulle, est r_l. Cette force



(a) Force normale au contact (b) Force tangentielle au contact

FIG. 8.5 – *Modèle de contact du code DEMSI*

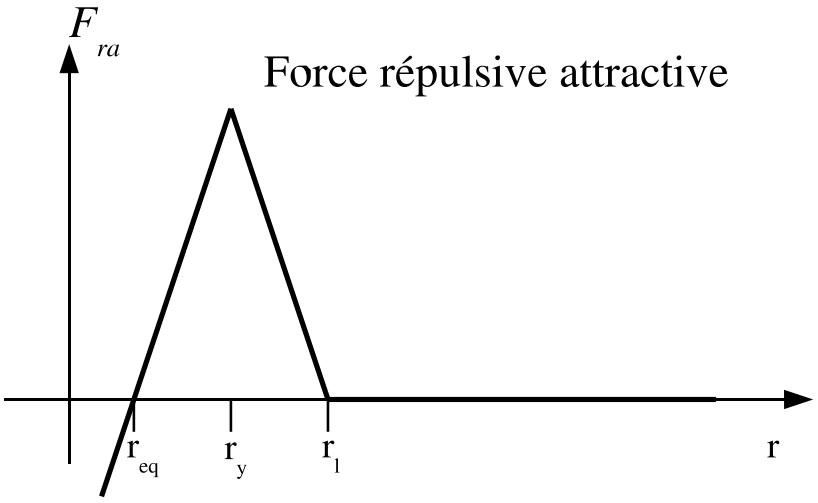


FIG. 8.6 – *Force d'interaction de type « répulsive - attractive »*

correspond au caractère cohésif d'un matériau granulaire et possède un comportement élastique linéaire.

Force de type "purement répulsive" : $F_n = F_r$ (figure 8.7).

$$F_r(r) = \begin{cases} k(r - r_{eq}) & r \leq r_{eq} \\ 0 & r > r_{eq} \end{cases} \tag{8.9}$$

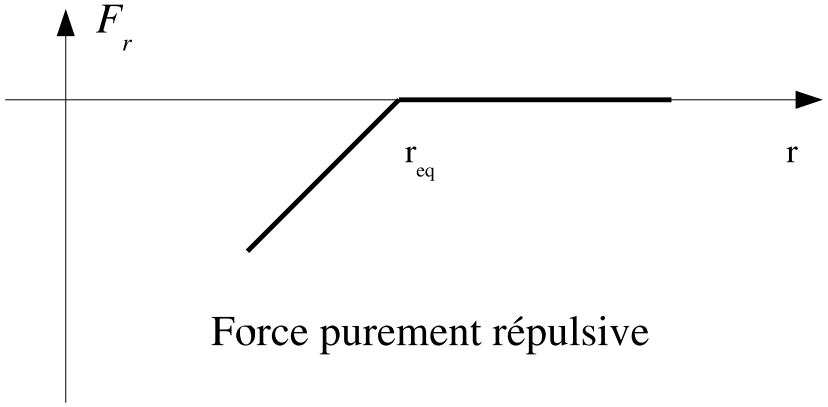


FIG. 8.7 – *Force d'interaction de type « purement répulsive »*

Calcul suivant le schéma aux différences finies des vitesses et des positions

Une fois que les forces appliquées aux particules sont connues, il est possible en utilisant la seconde loi de Newton de déterminer le déplacement de ces particules. En effet, la relation fondamentale de la dynamique permet d'écrire la relation suivante pour une particule i de masse m soumise à un ensemble de forces F :

$$F_{(total)i} = m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} \tag{8.10}$$

Le code de calcul aux éléments discrets DEMSI utilise cette relation pour déterminer les déplacements à l'aide d'un schéma explicite aux différences finies. Si l'intervalle de temps Δt est suffisamment petit, les accélérations linéaires peuvent être considérées comme constantes. La vitesse v_i peut ainsi être calculée de la façon suivante sur l'intervalle de temps $[t\ ;\ t + \Delta t]$:

$$v_i(t + \Delta t) = v_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t \left[\frac{d^2 x_i}{dt^2}(t) + \frac{d^2 x_i}{dt^2}(t + \Delta t) \right] \tag{8.11}$$

Ceci permet de déterminer la nouvelle position x_i de la particule :

$$x_i(t + \Delta t) = x_i(t) + \Delta t \times v_i(t) + \frac{1}{2}\Delta t^2 \left[\frac{d^2 x_i}{dt^2}(t) \right] \tag{8.12}$$

Sauvegardes

Les sauvegardes des divers paramètres calculés par DEMSI, ne sont pas effectuées à chaque itération, mais suivant des fréquences qui font partie des paramètres d'entrée du code. Il y a deux fréquences différentes pour ces sauvegardes, celle utilisée pour l'enregistrement des positions des particules et celle réservée aux autres paramètres.

Pour chaque essai, DEMSI crée un répertoire dans lequel toutes les sauvegardes sont faites. Le format de ces sauvegardes est l'ASCII.

Chapitre 9

Résultats obtenus

9.1 Résultats types

La maquette de silo simulée correspond à un silo à fond plat. Les dimensions du silo sont paramètrables ainsi que le diamètre d'ouverture. Pour contourner la difficulté que pose la simulation des parois, nous avons fait le choix de fixer des particules qui représentent ainsi les frontières du silo simulé.

Pour simuler un silo de la taille de notre maquette, le temps de calcul varie entre plusieurs heures et plusieurs jours suivant les paramètres introduits.

Nous allons présenter, dans la suite, des résultats types obtenus pour un silo de 10 cm par 10 cm contenant 1020 particules. La masse volumique ensilée des particules simulées est de 650 kg/m^3. L'ouverture est au centre du fond plat et mesure 4 cm.

Les simulations effectuées avec le code DEMSI sont en deux dimensions 2D.

9.1.1 Cinématique

La figure 9.1 montre l'évolution de la position de chaque particule au cours de la vidange. A l'instant initial, le réseau des particules est régulier.

Dans cet exemple, l'écoulement se fait en semi-masse : sur la figure 9.3 à $t = 0,09\ s$ nous pouvons constater que la forme de la surface libre n'a quasiment pas évolué. Sur les représentations suivantes, la surface libre se creuse petit à petit.

Dans le but de mieux visualiser les déplacements des particules, nous avons distingué, par bandes verticales, les particules simulées en utilisant deux niveaux de gris (9.2).

Durant le début de la vidange, les grains de la partie haute du silo ne sont pas

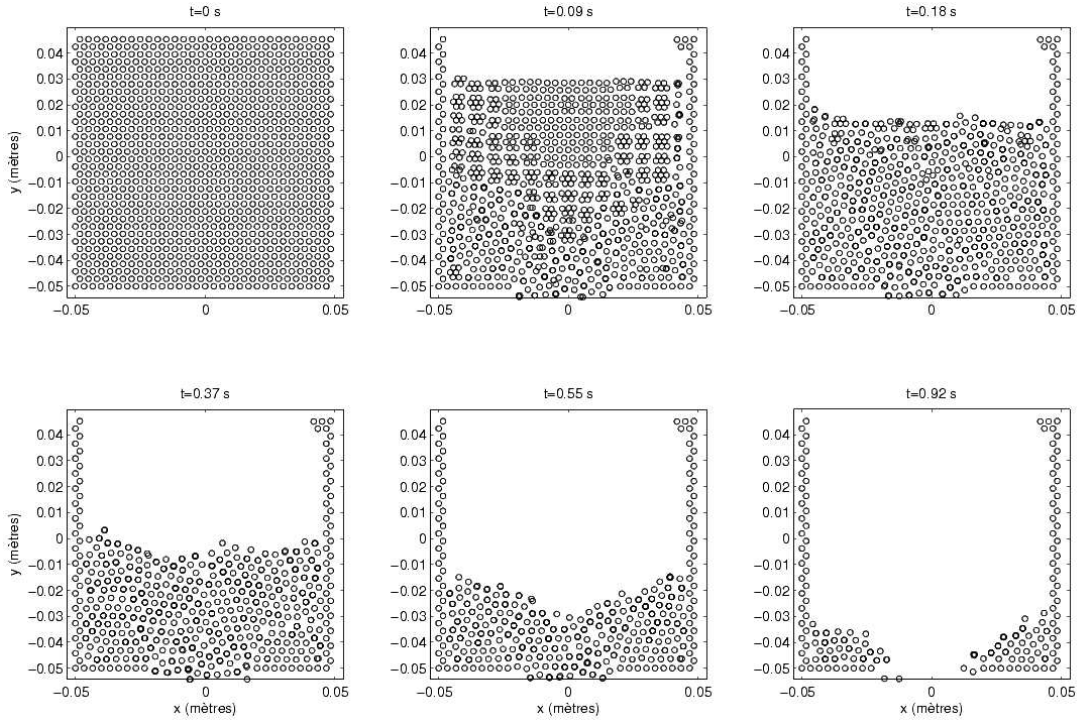


FIG. 9.1 – *Évolution de la position des particules au cours de la vidange.*

désorganisés, comme le montre les bandes de gris.

Afin de compléter cette étude cinématique de l'écoulement, nous avons représenté le champ des vitesses instantanées au cours de la vidange (figure 9.3).

Au début de la vidange, les particules situées au niveau de l'orifice tombent. Cette chute entraîne un mouvement global vertical descendant des particules. Celles de la moitié supérieure du silo ont une vitesse purement verticale.

Sur la représentation à $t = 0,09\ s$, la zone de transition, entre la zone d'écoulement en masse et la zone de convergence, est bien marquée. Nous pouvons remarquer l'influence des zones mortes qui se situent de part et d'autre de l'orifice sur les vitesses des particules. En effet, à partir de $t = 0,37\ s$, nous constatons que les vitesses sont orientées vers la sortie du silo. Les vitesses des particules constituant les zones mortes sont plus faibles que dans le reste du silo.

Sur cette simulation nous avons une bonne réprésentation d'une vidange en semi-masse.

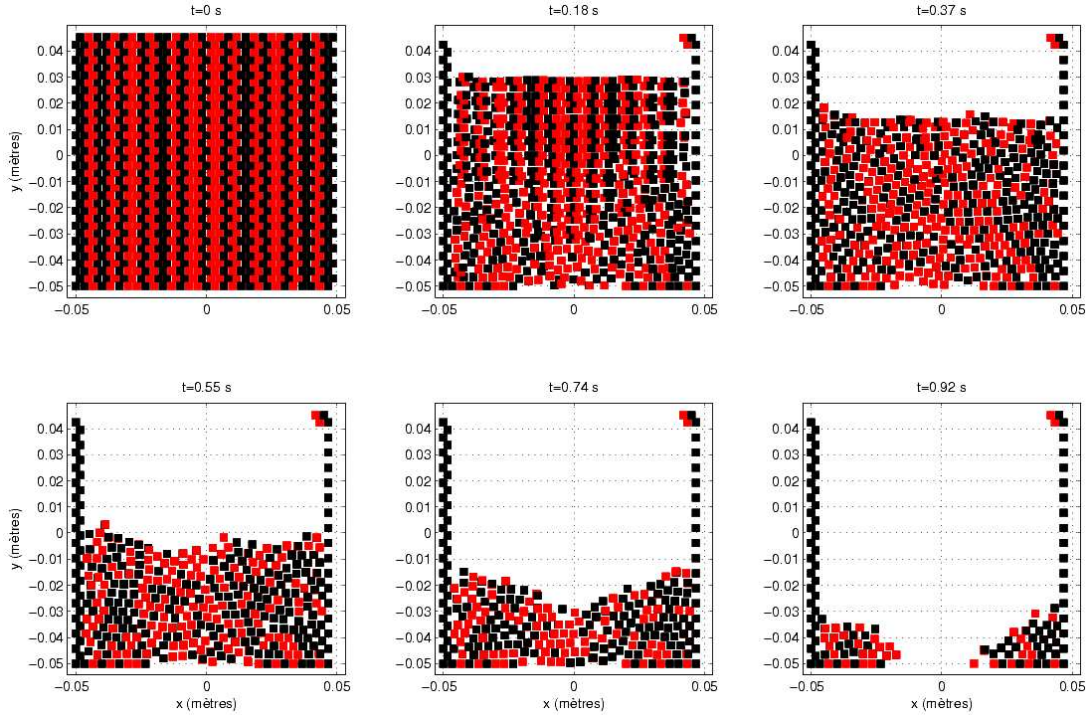


FIG. 9.2 – *Visalisation du mouvement des particules par niveau de gris.*

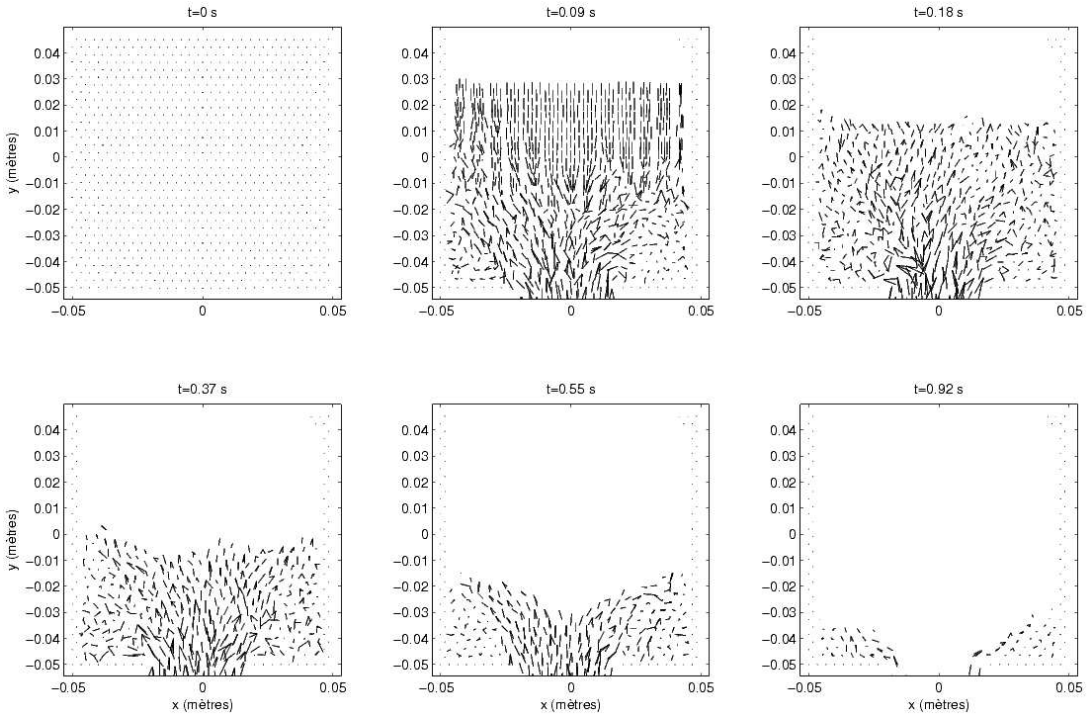


FIG. 9.3 – *Évolution de la vitesse des particules au cours de la vidange.*

9.1.2 Statique

Les forces microstructurelles de contact sont étudiées grâce au code de simulation DEMSI. Le réseau de forces de contact interparticulaire est présenté sur la figure 9.4, pour différents instants de la vidange.

Pour un instant très proche de l'état initial, on remarque une légère destruction du réseau des forces de contact qui était initialement régulier. La chute des premières particules situées au niveau de l'orifice induit un mouvement descendant des particules qui se trouvent au-dessus. Ce phénomène se traduit par l'effondrement des chaînons de force et la création d'une zone « poreuse » de force de contact au niveau de l'orifice permettant l'écoulement du matériau. Par la suite la zone « poreuse » s'agrandit au-dessus de la sortie.

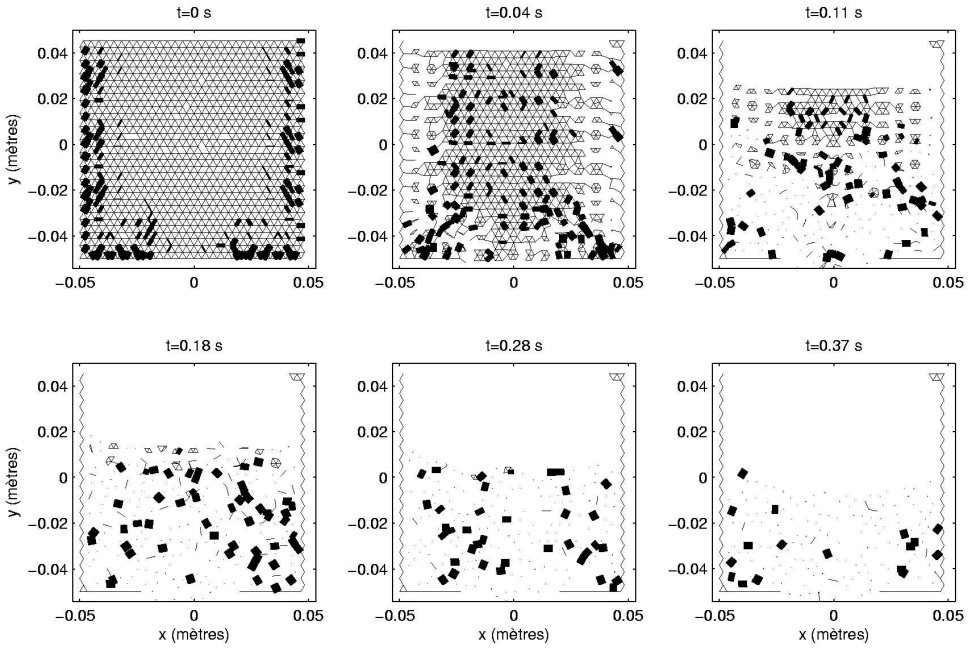


FIG. 9.4 – *Réseau des forces de contact au cours de la vidange.*

9.1.3 Conclusion

Le code existant peut simuler différentes caractéristiques de surface, différents comportements de matériaux mais ne permet pas de changer la forme des particules simulées. La simulation d'agrégats permet de contourner cette limite du code.

DEMSI est capable de simuler les différents modes d'écoulement rencontrés dans les silos à fond plat.

Chapitre 10

Comparaison numérique expérimentale

Pour la comparaison simulation numérique résultats expérimentaux, nous avons créé des conditions expérimentales qui se rapprochent le plus possible des conditions numériques.

Deux problèmes se sont posés : celui de la texture des parois et celui des conditions nécessaires à l'obtention d'un écoulement en 2D.

Il s'agit ici, de vérifier la pertinence du code numérique en comparant les résultats avec ceux obtenus par expérimentation sur la maquette. L'utilisation d'un matériau granulaire à particules de taille relativement importante simplifie cette première série de comparaisons. Nous avons donc choisi le soja.

10.1 Les parois

Dans le code numérique DEMSI, les parois sont définies à l'aide de grains dont le mouvement est interdit. Dans le but de connaître l'influence de ce type de parois sur les résultats, nous avons recouvert les parois de la maquette, en y apposant des feuilles cartonnées sur lesquelles sont collées des graines de soja. Des mesures de débit massique ont été réalisées avec le silo rempli de soja. Les résultats sont présentés dans le tableau 10.1.

	Débits mesurés en fonction de la hauteur de remplissage (kg/s)	
Matériaux	parois nues	parois recouvertes de soja
Soja	$0,82 \pm 0,01$	$0,82 \pm 0,01$

TAB. 10.1 – *Influence de la surface des parois sur le débit moyen.*

Nous remarquons que pour la maquette utilisée et les moyens de mesure mis en

œuvre, le fait d'avoir recouvert les parois de graines de soja n'a pas d'influence sur le débit. La comparaison numérique expérimentale peut donc être réalisée avec les parois lisses et transparentes de la maquette.

10.2 L'ouverture

Pour se rapprocher des conditions 2D imposées par le code de simulation numérique DEMSI, nous avons fabriqué un système d'ouverture pour la maquette de silo qui permet une ouverture totale en profondeur ($\vec{x}$). La taille de cette ouverture est variable de 0 à 30 *cm* grâce un système de plaques coulissantes (figure 10.1).

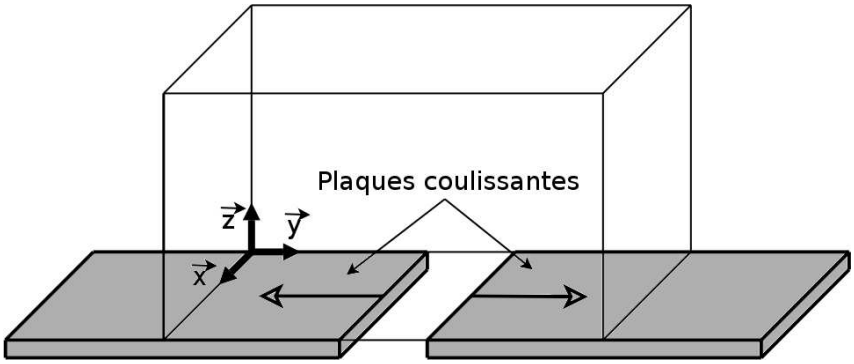


FIG. 10.1 – *Système de plaques coulissantes permettant le réglage de l'ouverture.*

L'ouverture instantanée est rendue possible par deux trappes pivotantes, présentées sur la figure 10.2.

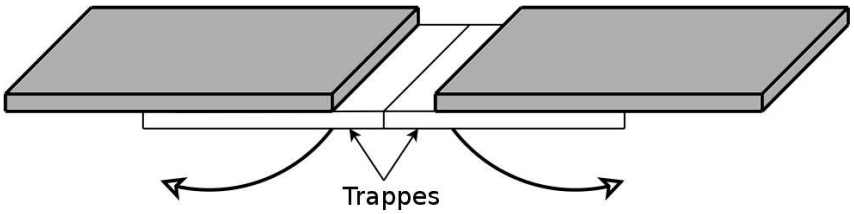


FIG. 10.2 – *Système de trappes permettant l'ouverture instantanée.*

Les résultats préliminaires obtenus à l'aide du système de mesure « laser » ont montré que nous pouvons considérer l'écoulement engendré comme un écoulement 2D, puisque nous perdons l'influence de la troisième dimension ($\vec{x}$).

10.3 Les comparaisons

Nous avons effectué trois séries d'essais pour différentes tailles d'ouverture, dans le but de comparer l'expérience au code numérique. Ces essais consistent à réaliser en parallèle les mêmes écoulements par une approche numérique et une approche expérimentale.

Dans les conditions expérimentales, le silo mesure 40 *cm* de large, il est rempli avec du soja dont le diamètre moyen est de 6,5 *mm* sur une hauteur de 40 *cm*. Les mêmes conditions sont paramétrées dans le code numérique DEMSI. Les tailles d'ouverture ont été choisies à 10, 12 et 14 *cm*.

Les résultats sont présentés sur les figures 10.3, 10.4 et 10.5, aux pages suivantes.

Sur toutes les simulations, nous retrouvons les caractéristiques d'un écoulement en cheminée avec la formation du « V » d'écoulement à la verticale de l'orifice, et l'apparition de zones mortes de part et d'autre de la sortie.

La comparaison de la surface libre obtenue expérimentalement et numériquement à un même instant fait apparaître un décalage. La vidange simulée est beaucoup moins rapide que la vidange réelle.

Par contre, une comparaison de la forme des surfaces libres, en excluant le facteur temps, peut être obtenue en superposant, pour une même hauteur sur le bord du silo, les surfaces libres expérimentale et numérique. Nous constatons que la forme simulée se rapproche de celle obtenue par l'expérience, comme nous pouvons le voir sur les figures 10.6, 10.7 et 10.8. La forme expérimentale présente souvent un creusement du centre de la surface libre plus marqué que pour celle obtenue numériquement.

Le temps d'écoulement simulé trop long et la surface libre simulée moins creusée, nous amène à penser que le matériau simulé manque de fluidité par rapport à l'expérimental.

Cette incohérence temporelle est sans doute due aux lois de comportement microscopique du matériau simulé qui ne sont pas encore assez proches de la réalité.

En modifiant certains paramètres du code DEMSI, il nous était sans doute possible d'obtenir un résulat numérique apparemment cohérent avec l'expérimental. En effet, la modification de plusieurs paramètres mènerait peut-être au même résultat. Mais, privilégier un paramètre à un autre sans validation physique serait arbitraire.

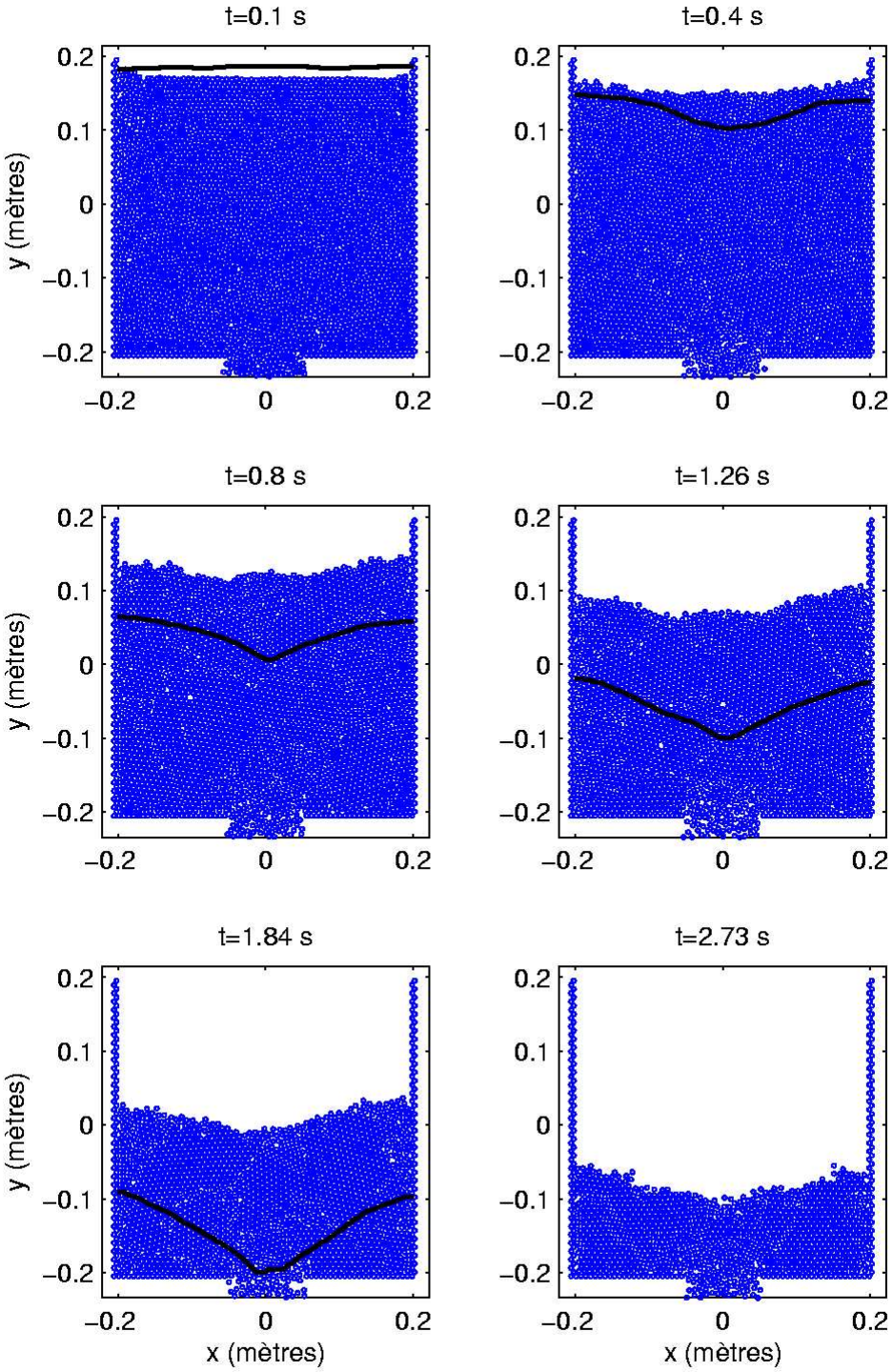


FIG. 10.3 – *Comparaison temporelle entre approches numérique et expérimentale à un instant t, avec une ouverture de 10 cm.*

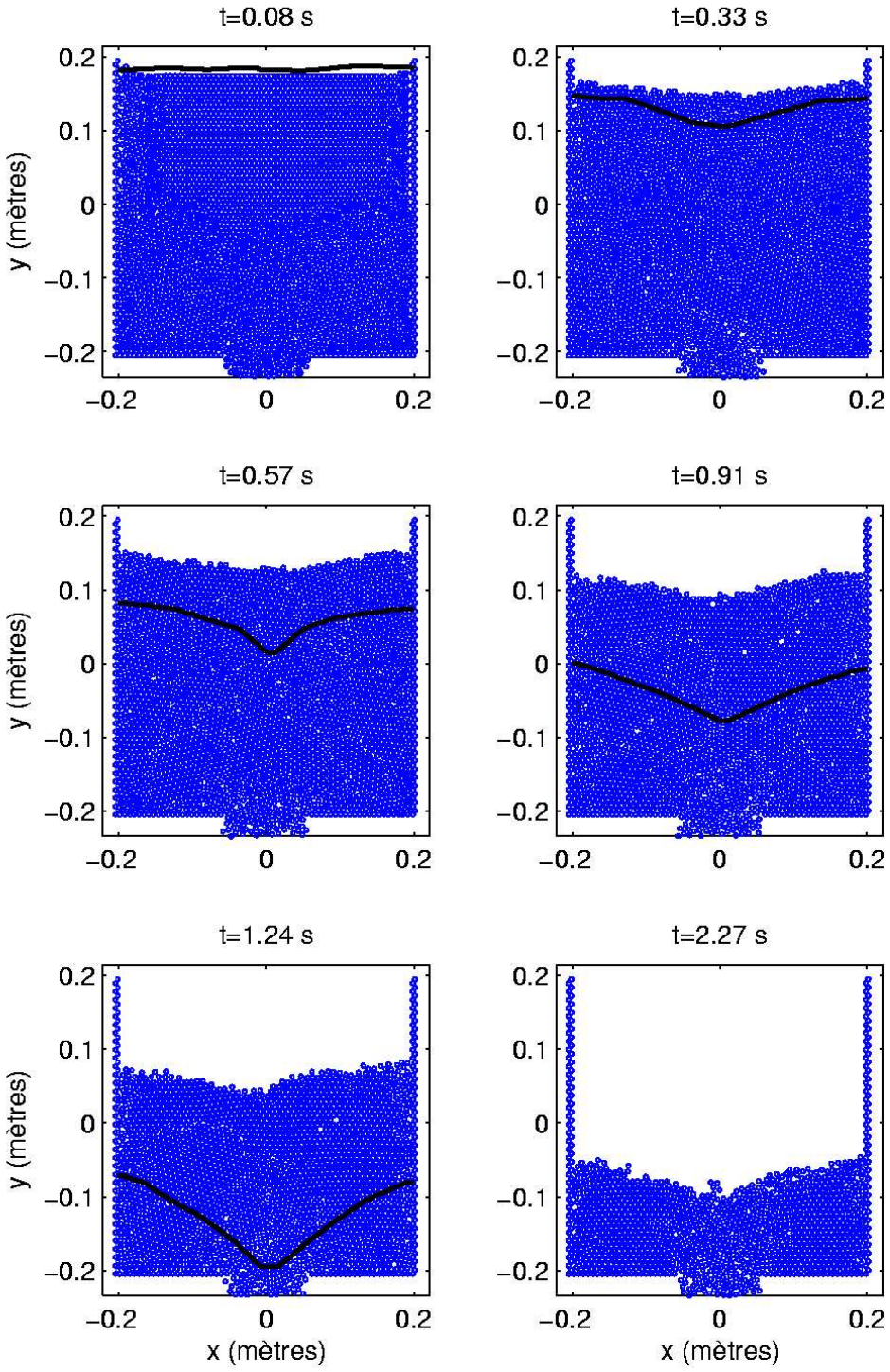


FIG. 10.4 – *Comparaison temporelle entre approches numérique et expérimentale à un instant t, avec une ouverture de 12 cm.*

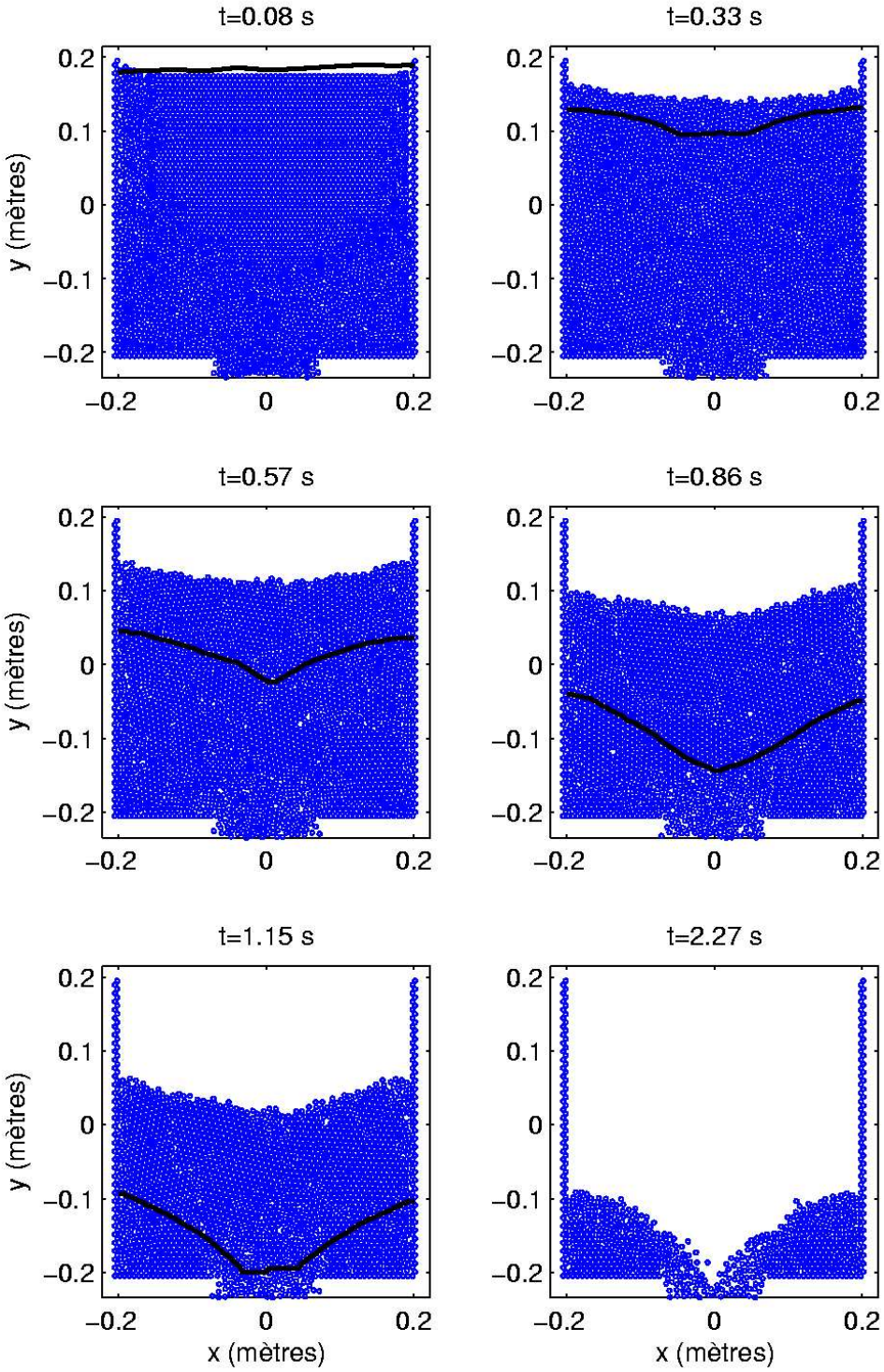


FIG. 10.5 – *Comparaison temporelle entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 14 cm.*

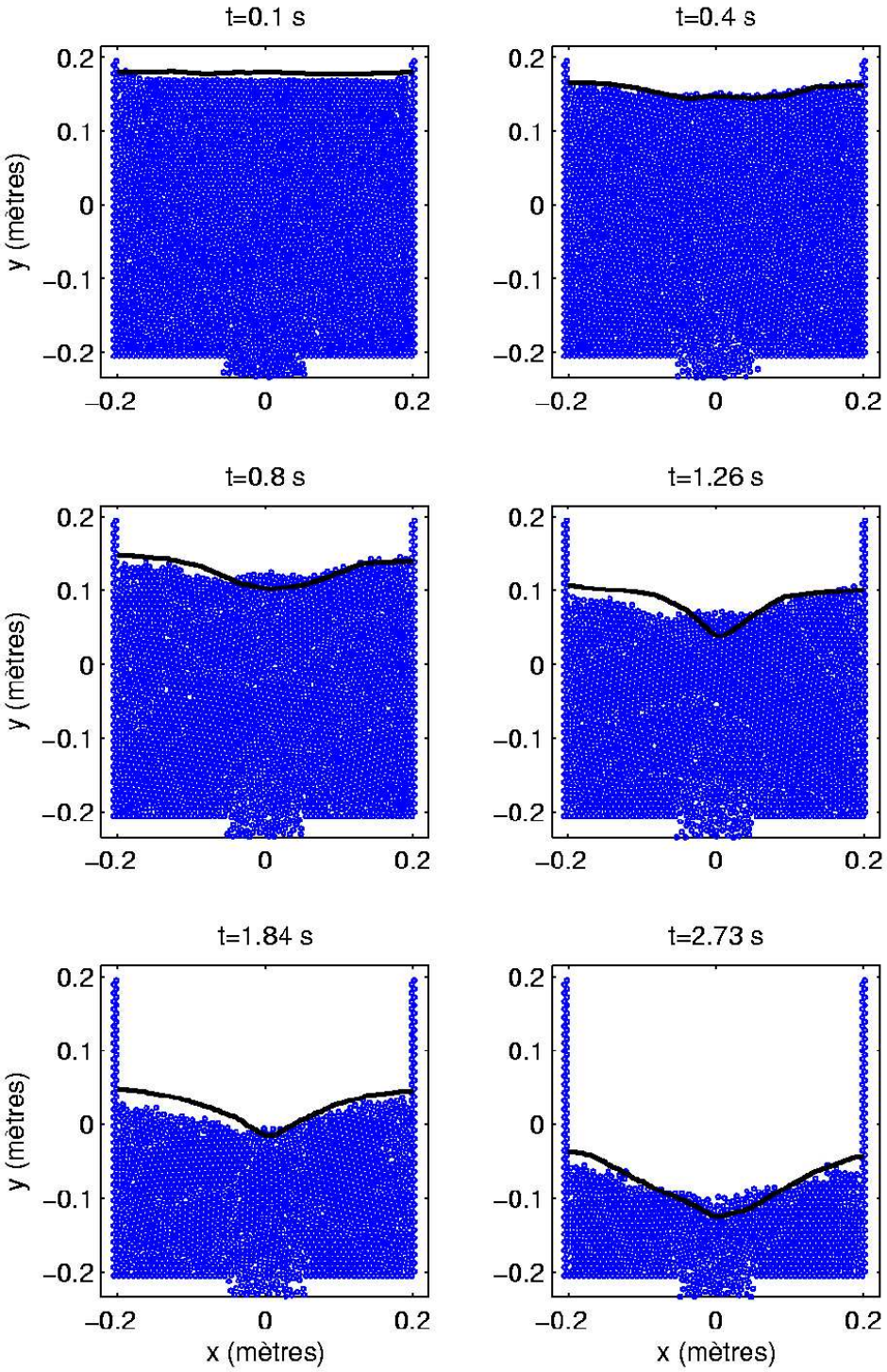


FIG. 10.6 – *Comparaison de la surface libre entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 10 cm.*

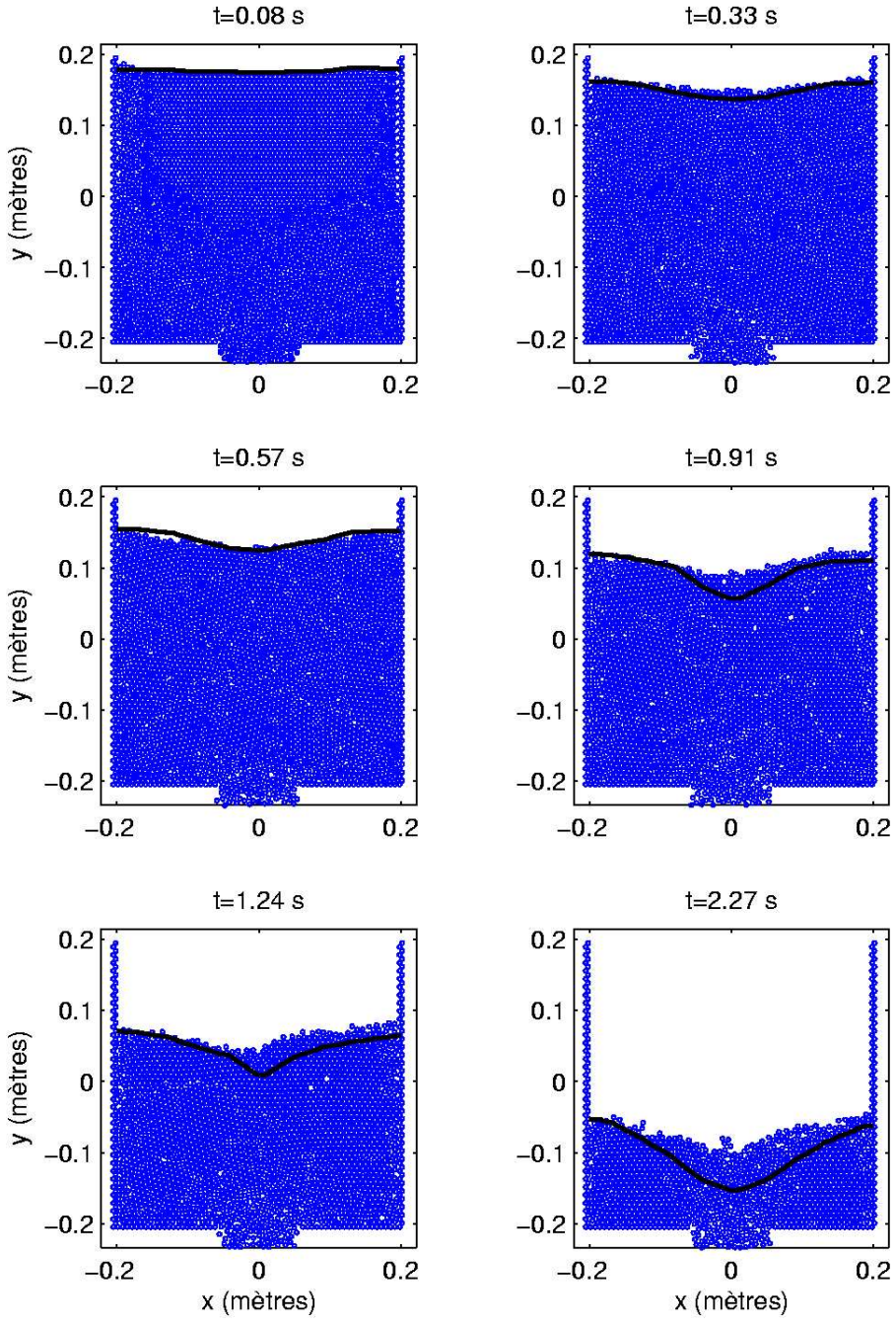


FIG. 10.7 – *Comparaison de la surface libre entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 12 cm.*

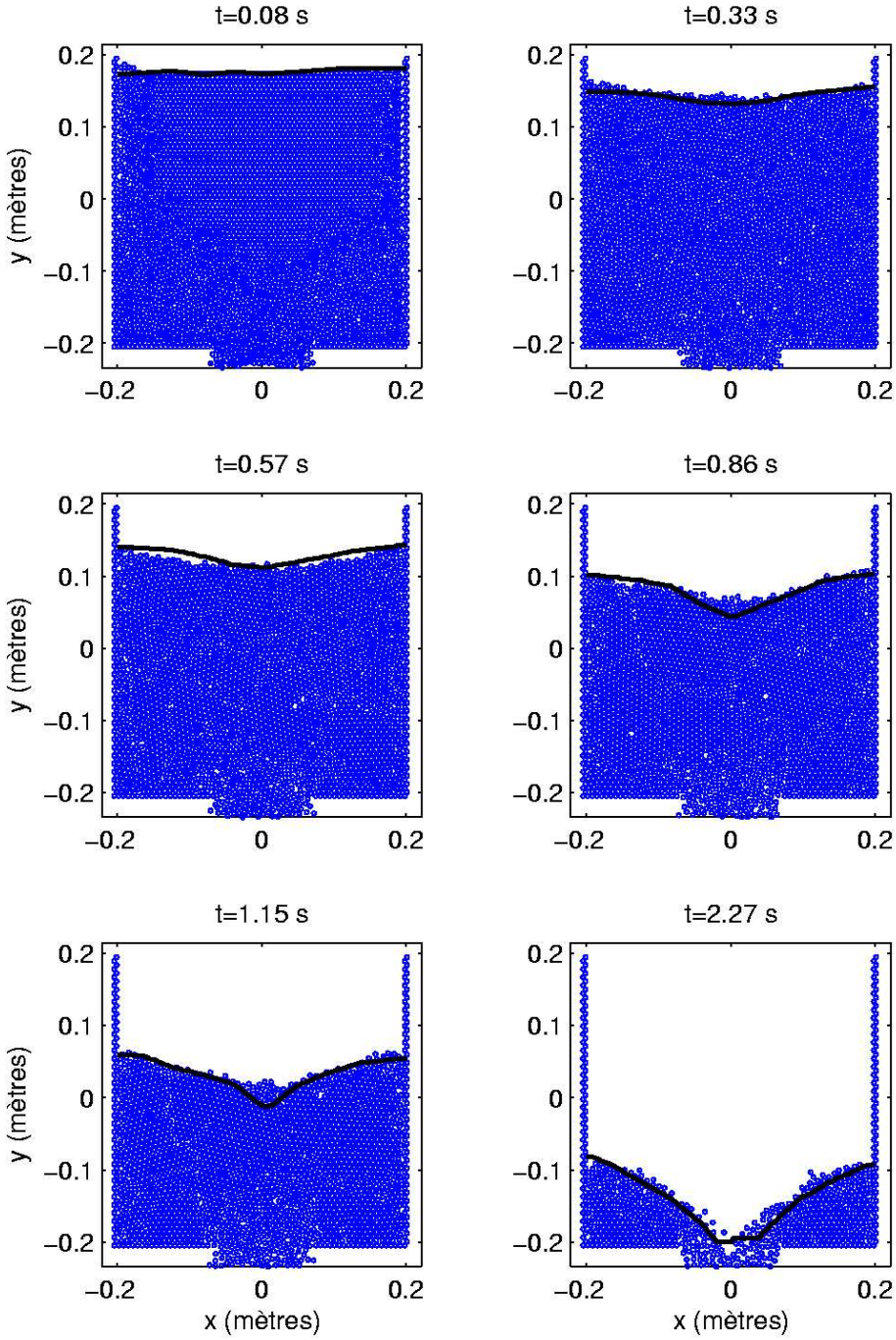


FIG. 10.8 – *Comparaison de la surface libre entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 14 cm.*

Conclusion et perspectives

Les études réalisées ont permis des avancées significatives dans la compréhension de l'écoulement granulaire. Toutefois, des zones d'ombre subsistent, notamment lorsqu'il s'agit d'appréhender les écoulements dans des silos de grandes tailles.

L'étude de ces différentes techniques expérimentales existantes nous a donc amené à innover en développant notre propre méthode expérimentale.

Dans notre travail, l'utilisation de plusieurs matériaux granulaires, nous a permis de reproduire les différents modes d'écoulement connus. Ces matériaux ont été caractérisés par les méthodes classiques, dans le but d'analyser les écoulements obtenus. Toutes nos études expérimentales ont été réalisées en laboratoire avec une maquette, permettant l'utilisation de différents types de fonds.

Notre méthode consiste à enregistrer l'évolution de la surface libre éclairée par des plans lasers. Celle-ci, nous a permis de montrer l'influence du changement de mode d'écoulement sur la vitesse verticale de la surface libre et le débit. Contrairement aux autres méthodes expérimentales existantes, le système que nous avons mis au point est non intrusif et transposable dans des silos de taille réelle.

Le code de simulation 2D DEMSI que nous avons développé, en parallèle, permet de simuler les différents modes d'écoulement existants. Avec ce code, nous pouvons obtenir les vitesses au sein de l'écoulement, les modifications de la surface libre ainsi que les forces de contact interparticulaire.

La comparaison des approches expérimentale et numérique a montré que les lois de comportement microscopique utilisées dans le code DEMSI ne sont pas applicables telles quelles puisqu'un décalage temporel apparaît.

Cependant, les résultats encourageants que nous obtenons, nous permettent d'envisager la poursuite de cet axe de recherche au sein du laboratoire.

Dans le prolongement de notre travail, il serait intéressant de déterminer de nouvelles lois de comportement microscopique pour les matériaux utilisés afin de les implanter dans notre code numérique DEMSI.

Il s'agirait de valider, étape par étape, ces nouvelles lois, en effectuant des essais expérimentaux et numériques, en compression puis en cisaillement, sur les matériaux étudiés.

Ce travail de validation effectué, ces lois pourraient être appliquées de façon aléatoire ou spécifique aux particules simulées lors de vidanges.

De nouvelles séries d'expériences intégrant des matériaux cohésifs sont envisageables et permettraient de mieux appréhender certaines difficultés rencontrées lors de la vidange de silo.

La capacité de notre système laser expérimental à s'adapter aux silos de grandes tailles permet d'envisager des études *in situ* et d'augmenter les possibilités d'investigation. Là encore une comparaison des approches numérique et expérimentale serait intéressante car elle permettrait, à terme de se passer de certaines phases expérimentales.

Liste des figures

2.1 Représentation des paramètres à relever lors de la mesure de l'angle d'éboulement . . . 11
2.2 Angles de talus selon le type d'empilement . . . 12
2.3 Schéma d'une boîte de cisaillement de type Casagrande . . . 14
2.4 Lieu cinématique de rupture $\tau = f(\sigma)$ . . . 15
2.5 Différents domaines d'écoulement en fonction de leur fonction d'écoulement 18
2.6 Fonction d'écoulement du charbon pour différentes humidités relatives, d'après Walker (1967) . . . 18
2.7 Effet de la durée de consolidation sur le LCR . . . 19

3.1 Représentation des modes d'écoulement . . . 21
3.2 Les différentes zones d'écoulement . . . 22
3.3 Chaîne de force dans un matériau granulaire, d'après Hartley *et al.* (2000) 28
3.4 Expérience de Janssen . . . 30
3.5 Directions des contraintes principales majeures et des contraintes normales sur la paroi σ_W . . . 31
3.6 Un cycle d'une saccade dans un silo de grande hauteur,d'après Wensrich (2003) . . . 32

4.1 Grain polygonal simulé par Bouzidi & Jouve (1996) . . . 37
4.2 Agrégats simulés par Mahboubi *et al.* (1997) . . . 37
4.3 Modèle de contact de Kelvin-Voigt avec critère de plasticité de Coulomb . 39
4.4 Recouvrement entre deux particules . . . 39

5.1 Photos des différents grains utilisés . . . 45
5.2 Distribution granulométrique pour le bois de grenaillage utilisé . . . 46
5.3 Distribution granulométrique cumulée pour le bois de grenaillage utilisé . . 47
5.4 Appareil de mesures d'angle . . . 49

5.5 Bâti de cisaillement direct (INSA de Rennes). 51
5.6 Essais de cisaillement, pour le bois B 52
5.7 Tracé du LCR et des deux cercles de Mohr permettant d'obtenir σ_p et σ_1, pour le bois B préconsolidé à 67 kg 53
5.8 Les fonctions d'écoulement pour les différents produits étudiés comparées à la théorie. 54

6.1 Dimensions de la cellule, de la trémie simple et de la trémie double de la maquette de silo utilisée 56
6.2 Le fond plat de la maquette de silo utilisée et ses dimensions 56
6.3 Photos de la maquette du silo avec les différents fonds 58

7.1 Le Levelflex et l'échographe 60
7.2 Représentation du dispositif expérimental 62
7.3 Position de la surface libre obtenue par le système de mesure laser, avec le bois A et le silo à fond plat, après 27 s de vidange 63
7.4 Évolution de la surface libre pour le soja en fonction du temps 64
7.5 Évolution de la hauteur du centre de la surface au cours du temps 65
7.6 Vitesse verticale de la surface libre au centre du silo en fonction du temps . 66
7.7 Vitesse verticale de la surface libre au centre du silo en fonction du temps . 68
7.8 Évolution de la surface libre confrontée à la vitesse verticale au centre la surface, pour le colza. 69
7.9 Trémie simple en vue de dessus 71
7.10 Évolution de la vitesse à la surface libre pour le bois A en fonction du temps et en fonction de la section verticale du silo 73
7.11 Débit massique instantané pour le silo à fond plat 74
7.12 Évolution de la surface libre au centre du silo confrontée au débit instantané, pour le soja 74
7.13 Accéléromètre piézoélectrique à cisaillement 77
7.14 FFT du signal obtenu avant et pendant la vidange 78
7.15 FFT du signal obtenu pendant la vidange, sans le bruit 79

8.1 Organigramme du programme DEMSI 83
8.2 Organigramme du programme DEMSI (suite) 84
8.3 Construction du réseau à partir de la maille 86
8.4 Reconnaissance des contacts entre les particules 88
8.5 Modèle de contact du code DEMSI 89

8.6 Force d'interaction de type « répulsive - attractive » 89
8.7 Force d'interaction de type « purement répulsive » 90

9.1 Évolution de la position des particules au cours de la vidange 93
9.2 Visalisation du mouvement des particules par niveau de gris 94
9.3 Évolution de la vitesse des particules au cours de la vidange 94
9.4 Réseau des forces de contact au cours de la vidange 95

10.1 Système de plaques coulissantes permettant le réglage de l'ouverture 97
10.2 Système de trappes permettant l'ouverture instantanée 97
10.3 Comparaison temporelle entre approches numérique et expérimentale à un instant t, avec une ouverture de 10 cm 99
10.4 Comparaison temporelle entre approches numérique et expérimentale à un instant t, avec une ouverture de 12 cm 100
10.5 Comparaison temporelle entre approches numérique et expérimentale à un instant t, avec une ouverture de 14 cm 101
10.6 Comparaison de la surface libre entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 10 cm 102
10.7 Comparaison de la surface libre entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 12 cm 103
10.8 Comparaison de la surface libre entre approches numérique et expérimentale, avec une ouverture de 14 cm 104

Liste des tableaux

2.1 Les différentes formes de grains selon la FEM 2582 (1991) 10
2.2 Aptitude à l'écoulement selon Carr (1975) 13

5.1 Appellation des différents matériaux utilisés 45
5.2 Répartition massique en fonction de la granulométrie des particules de bois 46
5.3 Masse volumique apparente des différents matériaux utilisés 47
5.4 Masse volumique réelle des différents matériaux utilisés 48
5.5 Compacité des différents matériaux utilisés 48
5.6 Mesures d'angles pour le bois B 49
5.7 Angle de repos et angle de mouvement pour les différents matériaux utilisés 50
5.8 Les différentes charges normales utilisées en fonction des charges de consolidation 52
5.9 Les couples (σ_1, σ_p), (en kPa), en fonction de la charge de consolidation, pour les différentes particules de bois 53
5.10 Les couples (σ_1, σ_p) (en kPa), en fonction de la charge de consolidation, pour les différentes particules alimentaires 53

7.1 Vitesse verticale moyenne au centre du silo, pour les matériaux utilisés . . 67
7.2 Influence de la hauteur de remplissage sur le débit moyen 69
7.3 Débit massique moyen pour le silo à fond plat 71
7.4 Débit massique moyen pour le silo à trémie simple 72
7.5 Débit massique moyen pour le silo à trémie double 72
7.6 Mesure de l'angle de repos et de l'angle de mouvement, pour le bois, à partir des zones mortes à l'intérieur du silo à fond plat 75
7.7 Angle de repos et angle de mouvement obtenus à partir des zones mortes, lors de la vidange du silo à fond plat 76

10.1 Influence de la surface des parois sur le débit moyen 96

Bibliographie

Andrade, J., Treviño, C. & Medina, A. 1996 Experimental evidence of density fluctuations in two-dimensional bins. *Physics Letters A* **223**, 105–110.

Asch, G. 1991 *Les capteurs en instrumentation industrielle*. Paris : Dunod.

Bertho, Y. 2003 Dynamiques d'écoulements gaz-particules en conduite verticale. PhD thesis, École polytechnique, Paris.

Beverloo, W. A., Leniger, H. A. & Van de Velde, J. 1961 The flow of granular solids trough orifices. *Chemical Engineering Science* **15**, 260–269.

Bideau, D. & Ammi, M. 2001 *Mécanique des milieux granulaires*, hermes sciences publications edn., chap. Écoulements gravitaires : sabliers et silos, pp. 75–114. Paris : Lanier, J.

Bonamy, D. 2001 Phénomènes collectifs dans les matériaux granulaires - écoulements de surface et réarrangement internes dans des empilements modèles. PhD thesis, Univertité Paris XI - Orsay.

Bouzidi, R. & Jouve, P. 1996 Modélisation des milieux granulaires par éléments distincts polygonaux. In *3ème Réunion annuelle*. Aussois, France.

Breton, L., Zucker, J.-D. & Clément, E. 1999 Une approche multi-agents pour la résolution d'équations en physique des milieux granulaires. In *Journées Françaises sur l'Intelligence Artificielle Distribuée et les Systèmes Multi-Agents*, pp. 281–293. St-Gilles (La Réunion).

Brown, R. L. & Richards, J. C. 1970 *Principles of powder mechanics*. Pergamon Press.

Carr, R. L. 1975 Particle behaviour storage and flow. *Chemical Engineering* **15**, 1541–1549.

Chen, J. F., Rotter, J. M., Ooi, J. Y. & Zhong, Z. 2005 Flowpattern measurement in a full scale silo containing iron ore. *Chemical Engineering Science* **60**, 3029–3041.

Chevoir, F., Prochnow, M., Moucheront, P., da Cruz, F., Bertrand, F., Guilbaud, J.-P., Coussot, P. & Roux, J.-N. 2001 Dense granular flows in vertical chute. *Powder and Grains* pp. 399–402.

Chou, C. S., Hsu, J. Y. & Lau, Y. D. 2002 The granular flow in a two-dimensional flat-bottomed hopper with eccentric discharge. *Physics A* **308**, 46–58.

Coulomb, C. 1776 Sur une application des règles de maximis et de minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture. *Mémoires de Mathématique de l'academie Royale des Sciences* pp. 343–382.

Cundal, P. A. 1971 A computer model for simulating progressive, large scale movements in blocky rock systems. In *Symposium Soc. Internat. Mécanique des Roches*. Nancy.

Cundall, P. A. & Hart, R. D. 1989 Numerical modeling of discontinua. In *DEM 1st US Conference* (ed. C. Press).

Cundall, P. A. & Strack, O. D. L. 1979 A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique* **29** (1), 47–65.

Devise, B. 1974 Étude de l'écoulement des poudres et de leur comportement sous l'effet de la pression. PhD thesis, Université de Lille, Faculté de Pharmacie.

Duran, J. 1997 *Sables, Poudres et Grains*. Eyrolles Sciences.

FEM 2582 1991 *Caractéristiques générales des produits en vrac et leur symbolisation*. Fédération Européene de la Manutention Section II Manutention Continue.

Ferellec, J.-F. 2001 Modelisations discretes et multi-echelle de l'écoulement de matériaux granulaires ensilés. PhD thesis, Institut national des sciences appliquées de Rennes.

Fortin, J. 2000 Simulation numérique de la dynamique des systèmes multicorps appliquée aux milieux granulaires. PhD thesis, Univertisté de Lille I.

de Gennes, P.-G. 1998 Reflections on the mechanics of granular matter. *Physics A* **261**, 267–293.

Grantham, S. G. & Forsberg, F. 2004 Measurement of granular flow in a silo using digital speckle radiography. *Powder Technology* **146**, 56–65.

Guiata, M., Couto, A. & Ayuga, F. 2003 Numerical simulation of wall pressure during discharge of granular material from cylindrical silos with eccentric hoppers. *Biosystems Engineering* **85** (1), 101–109.

Hartley, T. C., Behringer, R. P., Kolb, E., Ovarlez, G. & Clément, E. 2000 Force chains in a granular piston. *Bulletin of the American Physical Society* **45**.

Herrmann, H. J. 2002 Granular matter. *Physics A* **313**, 188–210.

Janssen, H. A. 1895 Test on grains pressure in silos. *Z. Ver. Dtsch. Ing.* **39**.

Jenike, A. W. 1964 *Storage and Flow of Solids*, utah engineering experiment station edn., *123*, vol. 53. Salt lake City : Bulletin of the University of Utah.

Jenike, A. W., Johanson, J. R. & Carson, J. W. 1973 Bin loads - part 2 and 3. *Journal of Engeneering for Industiry* **95** (1), 1–12.

Kouadri-Henni, A. 2002 La coulabilité d'une poudre : une propriété d'usage à comportements multiples et complexes. In *Euroforum, Commment maîtriser la coulabilité de vos poudres ?*.

Le Pennec, T., Ammi, M., Messager, J.-C., Truffin, B., Bideau, D. & Garnier, J. 1995 Effect of gravity on mass flow rate in an hour glass. *Powder Technology* **85**.

Lubert, M. 2000 Aptitude à l'écoulement d'un milieu granulaire : exploitation des instabilités de cisaillement et évaluation du vieillissement. PhD thesis, École des Mines d'Albi-Carmaux.

Mahboubi, A., Cambou, B. & Fry, J.-J. 1997 Numerical modelling of the mechanical behavior of non spherical, crushable particules. In *Powders and Grains* (ed. Behringer & Jenkins). Rotterdam : Balkema.

Martinez, J. & Masson, S. 1998 Relationship between finite element and distinct element simulations. In *Silos Fundamentals of theory, behaviour and design* (ed. C. Brown & J. Nielsen), chap. Numerical simulation of particulate solids, pp. 564–579. E & FN SPON.

Martinez, J., Masson, S. & Deserable, D. 1995 Simulation of silo flows with a cellular automaton for granular media. In *3rd European symposium on storage and flow of particulate solids*. Nuremberg, Germany.

Masson, S., Martinez, J., Baylac, B. & Ferellec, J.-F. 2003 Simulation numérique discrete des materiaux granulaires : Discrete numerical simulation of granular materials. *Mécanique et Industries* **4**, 497–504.

Medina, A., Andrabe, J., Córdova, J. A. & Treviño, C. 2000 Gravity induced granular flow measurments in a 2d silo with a lateral bottom exit. *Physics Letters A* **273**, 109–116.

Medina, A., Andrade, J. & Treviño, C. 1998*a* Experimental study of the tracer in the granular flow in a 2d silo. *Physics Letters A* **249**, 63–68.

Medina, A., Córdova, J. A., Luna, E. & Treviño, C. 1998*b* Velocity field measurments in granular gravity flow in 2d silo. *Physics Letters A* **250**, 111–116.

Muite, B. K., Quinn, S. F., Sundaresan, S. & Rao, K. K. 2004 Silo music and silo quake : granular flow-induced vibration. *Powder Technology* **145**, 190–202.

Neddermann, R. M. 1988 The measurement of the velocity profile in a granular material discharging from a conical hopper. *Chemical Engineering Science* **43** (7), 1507–1516.

Ng, T. T. & Lin, X. 1993 Numerical simulations of naturally deposited granular soil with ellipsoidal elements. In *2nd Internationnal Conference on DEM* (ed. J. Williams & G. Mustoe). IESL Publications.

Oda, M. & Iwashita, K. 2000 Study on couple stress and shear band development in granular media based on numerical simulation analyses. *International Journal of Engineering Science* **38**, 1713–1740.

Oda, M., Iwashita, K. & Kakiuchi, T. 1997 Importance of particule rotation in the mechanics of granular materials. In *Powders and Grains* (ed. Behringer & Jenkins). Rotterdam : Balkema.

Ooi, J. Y., Chen, J. F. & Rotter, J. M. 1998 Measurement of solids flows patterns in gypsum silo. *Powder Technology* **99**, 272–284.

Ooi, J. Y. & Rotter, J. M. 1998 Flow visualization. In *Silos Fundamentals of theory, behaviour and design* (ed. C. Brown & J. Nielsen), chap. Experimental techniques, pp. 745–760. E & FN SPON.

Ostendorf, M. & Schwedes, J. 2005 Application of particle image velocimetry for velocity measurements during silo discharge. *Powder Technology* .

Peleg, M. 1977 Flowability of food powders and methods for its evaluation. *J. Food Process Engng* **1**, 303–328.

Porion, P., Sommier, N., Faugère, A.-M. & Evesque, P. 2004 Dynamics of size segregation and mixing of granular materials in a 3d-blender by nmr imaging investigation. *Powder Technology* **141**, 55–68.

Rothenburg, L., Bathurst, R. J. & Berlin, A. A. 1993 Micromecanical response of simulated granular materials under principal stress rotations. In *Powders and Grains*, Thornton edn. Rotterdam : Balkema.

Schewedes, J. 1998 Flow patterns. In *Silos Fundamentals of theory, behaviour and design* (ed. C. Brown & J. Nielsen), chap. Flows in silos, pp. 112–117. E & FN SPON.

Schubert, H. 1987 Food particle technology. *Journal of food engeneening* **6**, 1–32 et 83–106.

Schulze, D. 1998 Silo quaking. In *Silos Fundamentals of theory, behaviour and design* (ed. C. Brown & J. Nielsen), chap. Flows in silos, pp. 171–182. E & FN SPON.

Scoville, E. & Peleg, M. 1981 Evaluation of the effects of liquid bridges o the bulk properties of model powders. *J. Food Sci.* **46** (1), 174–177.

Steingart, D. A. & Evans, J. W. 2005 Measurements of granular ows in two-dimensional hoppers by particle image velocimetry. part i : experimental method and results. *Chemical Engineering Science* **60**, 1043–1051.

Tejchman, J. 1998 Silo quake measurements, a numerical approach and a way for its suppression. *Thin-Walled Structures* **31**, 137–158.

Teunou, E. 1992 Mise au point d'une cellule de cisaillement annulaire et caractérisation des poudres alimentaires. Master's thesis, ENSIA de Massy.

Ting, J. M., Corkum, B. T., Kauffman, C. R. & Greco, C. 1989 Discrete numerical model for soil mechanics. *Journal of Geotechnical Engineering* **6** (2), 129–146.

Tüzün, U., Houlsby, G. T., Nedderman, R. M. & Savage, S. B. 1982 The flow of granular materials ii, velocity distributions in slow flow. *Chemical Engineering Science* **37** (12), 1691–1709.

Ullidtz, P. 1997 Modelling of granular materials using the discrete element method. In *Proceedings of the 18th international conference on asphalt pavement*. University of Washington, Seattle.

Walker, D. M. 1967 A basis of bunker design. *Powder Technology* **1**, 228–236.

Watson, G. R. & Rotter, J. M. 1996 A finite element kinematic analysis of planar granular solids flow. *Chemical Engineering Science* **51** (16), 3967–3978.

Wensrich, C. 2003 Numerical modelling of quaking in tall silos. *International Joural of Mechanical Sciences* **45**, 541–551.

Williams, J. R. & Pentland, A. P. 1989 Interactive, integrated design - object representation and modal analysis. In *Human Computer Interface International*. Boston.

Wu, X. I., Måløy, K. J., Hansen, A., Ammi, M. & Bideau, D. 1993 Why hour glasses tick. *Physical Review Letters* **71** (9), 1363–1366.

Xie, H.-Y. & Shinohara, K. 1999 Measurement of solids velocity in a conical hopper by mass tracer particles. *Chemical Engineering Science* **54**, 455–459.

Zhong, Z., Ooi, J. Y. & Rotter, J. M. 2001 The sensitivity of silo flow and wall stresses to filling method. *Engineering Structures* **23**, 756–767.

Caractérisation de matériaux granulaires et de leurs écoulements dans les silos verticaux. Mise en œuvre d'une méthode d'investigation expérimentale et numérique.

Notre travail s'inscrit dans le cadre de l'étude de la vidange de matériaux granulaires ensilés. Les phénomènes régissant les écoulements générés lors des vidanges de matériaux granulaires ensilés sont encore mal connus. L'étude des techniques expérimentales existantes nous a amené à innover en développant notre propre méthode expérimentale en 3D. Cette méthode consiste à enregistrer l'évolution de la surface libre éclairée par des plans lasers. Toutes les études expérimentales sont réalisées en laboratoire avec une maquette modulable permettant l'utilisation d'un fond plat, d'une trémie simple et d'une trémie double. Les matériaux granulaires utilisés sont caractérisés par les méthodes classiques. L'utilisation de ces matériaux, nous permet d'obtenir les différents modes d'écoulement connus et de les analyser. La technique expérimentale que nous présentons, nous permet de montrer l'influence du changement de mode d'écoulement sur la vitesse verticale de la surface libre et le débit. Contrairement aux autres méthodes expérimentales existantes, le système que nous avons mis au point est non intrusif et transposable dans des silos de taille réelle. Parallèlement, nous développons un code de simulation par éléments discrets en 2D (DEMSI) qui permet de simuler les différents modes d'écoulement existants. Avec ce code, nous obtenons les vitesses au sein de l'écoulement, les modifications de la surface libre ainsi que les forces de contact interparticulaire. La comparaison des approches expérimentale et numérique montre que la forme de la surface libre simulée est en parfaite concordance avec les résultats expérimentaux.

MOTS-CLÉS : caractérisation, coulabilité, grains alimentaires, matériaux granulaires, méthodes des éléments discrets, micro impulsions, plans lasers, silos, suivi de surface libre.

Characterization of granular materials and their flows in vertical silos. Implementation of an experimental and numerical method.

Our work falls within the scope of the study of ensiled granular material emptying. The phenomena governing the flow which is generated by the emptyings of ensiled granular material are, to this day, not well known. The study of the existing experimental techniques brought us to break new ground by developing our own three dimensional experimental method. This method consists in filming the evolution of the free surface lit by laser plans. All the tests are set in a lab and based on an adjustable model which make it possible to use a flat bottom and a simple or a double hopper. The granular materials used are characterised by using the usual methods. The use of these materials enables us to obtain the various flow patterns and to study them. The experimental technique which we present here makes it possible for us to show the influence of a change in the flow pattern on the vertical speed of the free surface and on the flow rate. Contrary to the other existing experimental methods, the system we have though up is a non intrusive and is transposable to life size silos. At the same time, we develop here a 2D simulation code (DEMSI) which enables us to simulate the various existing flow types. With this particular code we get the speeds within the flow, the changes in the free surface, as well as the inter-particular contact forces. The comparison of the experimental and of the numerical approaches shows the shape of the simulated free surface is in complete agreement with the experimental results.

KEYWORDS : characterization, flowability, food grains, granular materials, discrets elements method, micro impulses, laser plans, silos, free surface monitoring.