



HAL
open science

Microlasers : Dynamique de Couplage et de Polarisation

Géraud Bouwmans

► **To cite this version:**

Géraud Bouwmans. Microlasers : Dynamique de Couplage et de Polarisation. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2001. Français. NNT : . tel-00083926

HAL Id: tel-00083926

<https://theses.hal.science/tel-00083926>

Submitted on 4 Jul 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DES SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LILLE
UFR DE PHYSIQUE

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE

Discipline : Physique

Présentée et soutenue publiquement par

Géraud BOUWMANS

Microlasers :
Dynamique de Couplage et de Polarisation

Soutenue le 6 novembre 2001 devant la Commission d'Examen :

M. P. Glorieux	Professeur à l'Université de Lille I	Président
M. F. Bretenaker	Chargé de recherche à l'Université de Rennes I	Rapporteur
M. J.L. Oudar	Directeur de recherche au laboratoire LPN Marcoussis	Rapporteur
M. B. Ségard	Professeur à l'Université de Lille I	Directeur de thèse
M. P. Thony	CEA-LETI, Grenoble	Examineur
M. R. Vilaseca	Professeur à l'Universitat Politecnica de Catalunya Teresa, Espagne	Examineur

Remerciements

Ce travail s'est déroulé au laboratoire de Physique des Lasers Atomes et Molécules (Phlam) de l'université de Lille I.

Je remercie vivement Pierre Glorieux, qui en tant que directeur de laboratoire m'a permis de commencer cette thèse et qui tout du long de son déroulement m'a consacré de son temps précieux lors de discussions fructueuses.

Un très grand merci à Bernard Ségard qui m'a proposé ce sujet de thèse et qui m'a initié à la rigueur de la recherche scientifique et en particulier au soin à apporter aux expériences. Qu'il trouve également ici ma reconnaissance pour les multiples corrections apportées à ce manuscrit.

Je remercie Fabien Bretenaker et Jean Louis Oudar d'avoir bien voulu étudier en détail ce travail et dont les remarques constructives ont permis de bonifier la présentation de cette thèse.

Merci également à Philippe Thony et Ramon Vilaseca pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et qui ont accepté de participer au jury et cela malgré la distance nous séparant.

Je tiens à exprimer ma gratitude aux membres du groupe Composants et Dispositif d'Optroniques du CEA-LETI à Grenoble pour nous avoir fourni gracieusement les microlasers utilisés lors de nos expériences.

Je remercie toutes les membres du Phlam qui ont contribué au bon déroulement de cette thèse d'une manière ou d'une autre (scientifique, technologique ou administrative).

Merci à ceux qui ont su égayer mes jours et nuits de thésards: Vinz, Dave, Michou, Simone, Berni, Sabine, Randoux et son savon, Loulou et sa philo, Christian et son portable, Michel et ses pubs, Jean et ses zazous ...

Je remercie également ma famille de m'avoir tant épaulé moralement et financièrement pendant toutes ces années d'études.

Enfin et surtout un grand merci à Malbaux, alias Caroline ma pacsée, qui a su me soutenir et me supporter durant ces années délicates et qu'elle se rassure une thèse n'arrive qu'une fois...

SOMMAIRE

PRESENTATION	1
CHAPITRE I : CARACTERISATIONS DES MICROLASERS.....	5
I) QU'EST-CE QU'UN MICROLASER ?.....	7
1) <i>Présentation générale.....</i>	<i>7</i>
2) <i>Fonctionnement monomode longitudinal.....</i>	<i>8</i>
3) <i>Fonctionnement monomode transverse.....</i>	<i>9</i>
4) <i>Variation de la fréquence émise.....</i>	<i>9</i>
a) <i>Défauts de surface.....</i>	<i>10</i>
b) <i>Effets thermiques.....</i>	<i>11</i>
5) <i>Avantages des microlasers.....</i>	<i>12</i>
II) CARACTERISTIQUES DES MICROLASERS UTILI.....	13
1) <i>L'ion Nd³⁺.....</i>	<i>14</i>
2) <i>Nd³⁺:YVO₄.....</i>	<i>15</i>
a) <i>Caractéristiques du cristal de Nd³⁺:YVO₄.....</i>	<i>16</i>
b) <i>Caractéristiques mesurées du microlaser YVO₄.....</i>	<i>17</i>
i) <i>Montage expérimental.....</i>	<i>17</i>
ii) <i>Détermination des caractéristiques du milieu amplificateur.....</i>	<i>19</i>
iii) <i>Caractéristique du rayonnement émis et de la cavité.....</i>	<i>21</i>
3) <i>Nd³⁺:YAG.....</i>	<i>27</i>
a) <i>Caractéristiques du cristal de Nd³⁺:YAG.....</i>	<i>27</i>
b) <i>Caractéristiques mesurées du microlaser Nd³⁺:YAG.....</i>	<i>29</i>
4) <i>Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG.....</i>	<i>31</i>
a) <i>Caractéristiques du laser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG.....</i>	<i>32</i>
b) <i>Caractéristiques mesurées du microlaser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG.....</i>	<i>34</i>
CHAPITRE II: DYNAMIQUE DE COUPLAGE ENTRE MICROLASERS.....	39
I) DISPOSITIF EXPERIMENTAL.....	42
1) <i>Montage.....</i>	<i>42</i>
a) <i>Système de pompage.....</i>	<i>42</i>
b) <i>Positionnement du microlaser.....</i>	<i>43</i>
c) <i>Diagnostics.....</i>	<i>43</i>
2) <i>Stratégies retenues.....</i>	<i>46</i>
a) <i>Choix du cristal.....</i>	<i>46</i>
b) <i>Ajustement du désaccord de fréquences entre lasers.....</i>	<i>47</i>
II) RESULTATS EXPERIMENTAUX	50
1) <i>Dynamique temporelle du système.....</i>	<i>50</i>
a) <i>Oscillations quasi indépendantes.....</i>	<i>51</i>
b) <i>Accrochage de phase.....</i>	<i>51</i>
c) <i>Régime instable.....</i>	<i>51</i>
2) <i>Etudes détaillées des différents régimes dynamiques.....</i>	<i>52</i>
a) <i>Etude des intensités émises par chaque laser en fonction $\Delta\nu_c$.....</i>	<i>52</i>
i) <i>Lasers quasi indépendants.....</i>	<i>54</i>
ii) <i>Domaines d'accrochage.....</i>	<i>55</i>
iii) <i>Régimes instables.....</i>	<i>57</i>
b) <i>Evolution de la structure en champ lointain du rayonnement émis.....</i>	<i>62</i>
III) MODELISATION	65
1) <i>Les différents modèles existants.....</i>	<i>65</i>
2) <i>Notre modèle.....</i>	<i>66</i>
a) <i>Coefficient de couplage complexe.....</i>	<i>66</i>
b) <i>Etat stationnaire.....</i>	<i>69</i>

i) Etude de la plage de verrouillage.....	69
ii) Valeurs stationnaires du déphasage entre les lasers φ^S	70
c) Grands désaccords.....	72
d) Mesure du coefficient de couplage.....	73
e) Evolution du coefficient de couplage en fonction de la distance entre lasers.....	78
IV) EXPERIMENTATIONS NUMERIQUES.....	82
1) <i>Présentation du programme</i>	82
2) <i>Confrontation des résultats numériques à l'expérience</i>	83
3) <i>Rôle des parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage</i>	89
a) Domaines d'accrochage et d'instabilité.....	89
b) Fréquence de battement.....	91
c) Caractéristiques du système de franges.....	92
i) Etude de la visibilité des franges.....	92
ii) Déphasage au centre du système de franges.....	94
4) <i>Influences des fréquences de relaxation sur la dynamique</i>	95
V) EXPRESSION ANALYTIQUE DU COEFFICIENT DE COUPLAGE.....	97
1) <i>Equations d'évolution des champs</i>	97
2) <i>Analyse des résultats et confrontation avec le modèle initial</i>	101
3) <i>Calcul du coefficient de couplage et comparaison avec les résultats expérimentaux</i>	104
a) Partie réelle.....	104
b) Partie imaginaire.....	108

CHAPITRE III : DYNAMIQUE DE POLARISATION DE MICROLASERS

YAG.....111

I) ETUDE DU MICROLASER ND³⁺ :YAG	114
1) <i>Contexte</i>	114
2) <i>Dispositif expérimental</i>	117
3) <i>Comportements observés</i>	119
a) Biréfringence importante.....	119
i) Puissance de pompe élevée	120
ii) Puissance de pompe modérée.....	121
iii) Evolution temporelle en fonctionnement bimode.....	124
b) Faibles anisotropies.....	126
4) <i>Modélisation</i>	128
a) Modèles existants.....	128
b) Modèle développé.....	129
i) Approche du problème	129
ii) Mise en équation	132
c) Etude analytique des équations.....	136
i) Forte anisotropie de cavité.....	136
ii) Laser monomode.....	138
5) <i>Détermination de β_L et β_p</i>	141
a) Approche qualitative.....	141
i) Valeurs relatives.....	141
ii) Ordre de grandeur.....	141
b) Méthode quantitative.....	141
c) Résultats quantitatifs.....	142
6) <i>Confrontation modèle expérience : Caractéristiques statiques</i>	142
a) Simulations sur la base des paramètres calculés.....	142
b) Test de la robustesse du modèle.....	144
c) Discussion.....	145
7) <i>Comparaison Théorie-Expérience : Dynamique temporelle</i>	145
a) Biréfringence importante.....	146
b) Biréfringence faible.....	147
II) ETUDE DU MICROLASER ND³⁺ ,CR⁴⁺ :YAG	149
1) <i>Abstract</i>	150
2) <i>Introduction</i>	151
3) <i>Experimental set-up</i>	152
4) <i>Experimental results</i>	153

a) Strong birefringence.....	154
b) Weak birefringence.....	154
5) <i>Model</i>	155
a) Discussion of the model.....	155
b) Discussion of the parameter values.....	159
6) <i>Numerical simulations</i>	159
a) Strong birefringence.....	160
b) Weak birefringence.....	161
7) <i>Conclusion</i>	162
III) ETUDE DE DEUX MICROLASERS ND³⁺, CR⁴⁺:YAG COUPLES.....	174
1) <i>Montage expérimental</i>	174
2) <i>Comportements observés</i>	175
a) Lasers non synchronisés.....	176
b) Synchronisation simple.....	177
c) Synchronisation harmonique.....	178
CONCLUSION.....	181
BIBLIOGRAPHIE.....	185

Présentation

Depuis leur invention, les applications des lasers ne cessent de se diversifier : télémétrie, vélocimétrie, télécommunication, spectroscopie, usinage, produit grand public... Ce développement est lié à celui de nouvelles sources lasers. Le microlaser, caractérisé par son très faible encombrement (épaisseur ≤ 1 mm), constitue l'un des derniers nés de la famille des lasers à solide. Il allie à la fois un faible coût de production, un rayonnement de bonne qualité spectrale et spatiale, tout en étant robuste compact et fiable. Mais la puissance émise par un microlaser unique est insuffisante pour certaines applications.

Son augmentation par l'accroissement de la puissance de pompe est limitée principalement par des effets thermiques qui dégradent singulièrement les propriétés spatiales et spectrales du laser. Une autre approche consiste à réaliser des réseaux de microlasers tels que ceux développés, par exemple, pour les diodes lasers [1][2][3]. Ces microlasers étant fabriqués sur une galette de faible épaisseur mais de taille conséquente (de l'ordre du centimètre), la réalisation de réseaux (à une ou deux dimensions) implantant plusieurs lasers à proximité les uns des autres au sein d'une même galette [4][5] paraît naturelle.

Les réseaux peuvent être regroupés en deux catégories suivant que les N éléments constituant le réseau sont ou non verrouillés en phase. Le premier cas correspond à l'oscillation de tous les éléments sur une fréquence unique et permet d'obtenir une intensité lumineuse en champ lointain proportionnelle à N^2 , tandis que le second correspond à la superposition incohérente de ses différents éléments possédant chacun leur propre fréquence d'émission. L'intensité lumineuse en champ lointain est alors proportionnelle à N .

Le principal but de notre travail consiste à étudier la dynamique de deux microlasers couplés par proximité afin d'acquérir une meilleure compréhension des mécanismes du couplage et de leurs effets sur les propriétés des éléments individuels du « réseau ». Cette étude pourra être étendue ultérieurement à celle d'un réseau plus complexe de microlasers.

Par rapport à d'autres études expérimentales [6][7][8][9], notre travail a consisté à analyser, de façon rigoureuse et systématique, non seulement la structure en champ lointain du faisceau émis et le spectre optique du rayonnement total émis, mais également l'évolution temporelle de l'intensité de chaque laser. Un autre point fort de notre étude est la possibilité

de faire varier de façon indépendante les deux paramètres clés qui déterminent le verrouillage de phase des deux éléments, à savoir le désaccord entre les fréquences de résonance de leurs cavités et la distance les séparant.

Les microlasers que nous avons utilisés sont des cristaux de YAG (grenat d'alumine à l'yttrium) ou d'orthovanadate d'yttrium (YVO_4), tous deux dopés aux ions néodymes Nd^{3+} . Dans le cas des microlasers YAG, la coexistence possible de deux modes de polarisation différents, gêne notablement l'étude du couplage des microlasers. Les phénomènes alors observés nous ont conduits à entreprendre une analyse détaillée de la dynamique d'apparition de ces deux modes.

Cette étude a été étendue à la caractérisation et la compréhension des effets de polarisation dans les microlasers YAG émettant un rayonnement continu ($\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$) ou impulsionnel ($\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$). Elle a notamment l'intérêt de clarifier l'influence de la direction de polarisation de la pompe sur le rayonnement émis et cela pour différentes valeurs caractéristiques du laser (taux de pompage, biréfringence de cavité...). Cette étude est indispensable pour tirer pleinement parti des effets de polarisation du laser [11][12] ou au contraire connaître les limites de fonctionnement pour une application bien précise [13].

L'interaction observée entre modes de polarisation présente de nombreuses similitudes avec le couplage des microlasers. L'ensemble des travaux que nous présentons s'inscrit donc dans le cadre très général de l'étude des oscillateurs couplés que ce soit des modes de lasers [1]-[10] des systèmes biologiques ou électriques par exemple [14].

Ce document de synthèse de nos travaux se décompose en trois chapitres.

Le premier décrit les caractéristiques des microlasers. Après avoir présenté les propriétés générales des microlasers, ainsi que leur intérêt, nous décrivons les microlasers utilisés pour l'étude du couplage et des effets de polarisation. Ces caractérisations constituent une étape nécessaire fixant les paramètres indispensables à la compréhension et à la modélisation des phénomènes décrits précédemment et qui font l'objet des deux chapitres suivants.

Le second chapitre est consacré à l'étude du couplage de deux microlasers continus. Le dispositif expérimental et, en particulier, les différents diagnostics que nous avons mis en place sont tout d'abord décrits. Vient ensuite la présentation des observations expérimentales et du modèle théorique que nous avons développé. Les résultats numériques obtenus à l'aide

de ce modèle sont alors comparés à leurs homologues expérimentaux. Certains des comportements observés expérimentalement peuvent être décrits par des solutions analytiques du modèle, ce qui permet la détermination du coefficient de couplage entre les lasers qui s'avère être complexe.

Le troisième et dernier chapitre traite des effets de polarisation présentés par les microlasers YAG pompés par un rayonnement polarisé linéairement. Nous analysons, à la fois expérimentalement et numériquement, la polarisation d'un laser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ émettant en continu, puis celle d'un laser à absorbant saturable $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ émettant en régime de Q switch passif. La dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'étude de la dynamique de polarisation de deux microlasers à absorbant saturable couplés pompés par deux faisceaux de polarisations linéaires et perpendiculaires.

Une synthèse de ce travail ainsi que quelques ouvertures sont données en conclusion.

Chapitre
I
Caractérisations des microlasers

Ce premier chapitre précise d'abord les propriétés générales et les différents intérêts des microlasers par rapport à d'autres types de lasers. Ensuite, nous présentons les principales caractéristiques des microlasers utilisés, caractérisations nécessaires tant pour l'étude des lasers couplés (cf. chapitre II) que pour celle des effets de polarisation (cf. chapitre III).

I) Qu'est-ce qu'un microlaser ?

1) Présentation générale

Comme tout laser, le microlaser est constitué d'un milieu amplificateur (ou milieu actif) placé à l'intérieur d'une cavité. Dans le cas particulier des microlasers, la cavité est de type Perot-Fabry et sa longueur est typiquement inférieure au millimètre. C'est principalement cette faible longueur qui caractérise le microlaser et est responsable de la plupart de ses propriétés.

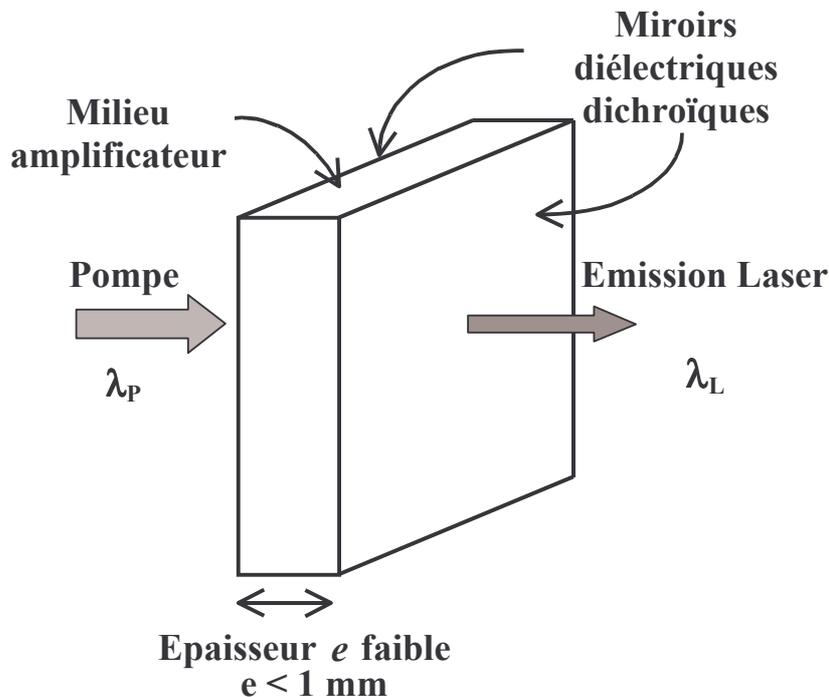


Figure I-1: *Pompage longitudinal d'un microlaser plan-plan.*

La Figure I-1 illustre schématiquement un microlaser pompé par un faisceau laser de longueur d'onde λ_P entrant par un des miroirs (pompage longitudinal), alors que l'émission laser à la longueur d'onde λ_L est extraite de la cavité par le miroir opposé. Les miroirs, de type diélectriques multicouches, sont directement déposés sur le cristal amplificateur. Il en résulte que la longueur L de la cavité est égale à l'épaisseur e du milieu actif. Le pompage

s'effectuant longitudinalement, le miroir d'entrée transmet un maximum de puissance du faisceau de pompe λ_p tout en possédant un coefficient de réflexion élevé (R_{\max}) à λ_L .

Le développement des microlasers a été rendu possible grâce à la combinaison d'un pompage longitudinal cohérent (diode laser, saphir-titane, argon...) et des propriétés optiques particulièrement intéressantes des terres rares (Néodyme, Erbium, Thulium...) constituant les éléments actifs du milieu amplificateur.

Le pompage longitudinal permet un bon recouvrement spatial entre la zone de gain et le mode laser, évitant ainsi de pomper des zones inutilisables pour l'amplification du faisceau laser (pompage transverse). La cohérence du faisceau de pompe assure une sélectivité spectrale du pompage, rendant le dispositif hautement sélectif, contrairement au pompage incohérent (lampe à éclairs, à incandescence...).

Les ions de terres rares, tels que les ions néodyme (cf. ci-dessous), possèdent à la fois un niveau métastable possédant une longue durée de vie, facilitant l'apparition de l'inversion de population, et une section efficace d'émission laser importante assurant un gain notable, une fois cette inversion de population réalisée. Mais surtout, la section efficace d'absorption de la pompe est suffisamment conséquente pour permettre l'absorption du faisceau de pompe sur des longueurs inférieures au millimètre. A titre d'exemple, 99% de la puissance du faisceau de pompe à 808 nm est absorbée sur environ 600 μm dans le cas d'un cristal d'orthovanadate d'yttrium dopé à 2 % d'ions néodyme ($\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$). Lorsque l'ion néodyme apparaît en tant que composant stœchiométrique, cette longueur d'absorption peut être encore plus faible. Ainsi pour le cristal de LNP (lithium néodyme tetrphosphate), la même fraction de la puissance de pompe est absorbée en moins de 180 μm [15].

Précisons maintenant quelques propriétés spectrales du rayonnement émis par un tel microlaser.

2) Fonctionnement monomode longitudinal

La finesse des résonances de la cavité Perot-Fabry [16] impose au laser d'émettre sur des fréquences proches de ces résonances. L'écart entre ces dernières est l'intervalle spectral libre (I.S.L.) de la cavité noté $\Delta\nu_c$ et vaut $c/2nL$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide et n l'indice de réfraction du milieu actif [16]. Le laser peut émettre simultanément sur plusieurs de ces fréquences lorsque l'intervalle spectral libre de la cavité est beaucoup plus faible que la largeur à mi-hauteur $\Delta\nu_g$ de la courbe de gain. C'est, par exemple, le cas des lasers à fibres où l'I.S.L. est couramment de plus de 3 ordres de grandeur inférieur à $\Delta\nu_g$ [17] et qui émettent simultanément sur plusieurs centaines de modes longitudinaux. Par contre, dans le cas du

microlaser, $\Delta\nu_c$ et $\Delta\nu_g$ sont du même ordre de grandeur. Par exemple, dans le cas d'un cristal de YAG, d'épaisseur 500 μm , dopé à 1% d'ions Néodyme, $\Delta\nu_c$ et $\Delta\nu_g$ sont tous les deux proches de 150 GHz (cf. ci-dessous). Ainsi, la faible longueur de la cavité a tendance à rendre naturellement le microlaser monomode longitudinalement et, cela, sans introduire d'élément sélectif dans la cavité. L'apparition d'autres modes longitudinaux, liée au « spatial hole burning » [18], ne se produit que pour les très forts taux de pompage.

Intéressons nous maintenant au profil transverse du champ.

3) Fonctionnement monomode transverse

La cavité laser étant de type plan-plan, la géométrie du faisceau est déterminée à la fois par les effets thermiques et le guidage par le gain [19].

L'absorption de la pompe crée un échauffement local du cristal. Cet échauffement induit une dilatation du cristal et un bombement des faces. Ce dernier a pour effet de stabiliser la cavité laser. A ce bombement s'ajoute un guidage par l'indice, semblable à ce qui est rencontré en optique guidée, lorsque l'indice de réfraction n du matériau augmente avec sa température T ($dn/dT > 0$). Ce second effet se produit dans les cristaux de YAG et YVO_4 utilisés par la suite, et, a également pour effet de stabiliser la cavité.

Signalons qu'il existe aussi un guidage par le gain qui se manifeste par un confinement du rayonnement laser dans les zones de fort gain. Une étude détaillée de l'influence du profil de gain sur le profil transverse du champ laser a été réalisée, entre autres, par H. Koegelnik [20] et T. Fan [21].

La géométrie du faisceau dépend ainsi à la fois des effets thermiques et du guidage par le gain, qui sont tous les deux fortement liés au profil de la pompe. En général, le guidage du faisceau laser est suffisant pour induire un bon recouvrement entre ce dernier et le faisceau de pompe. Le pompage est alors optimisé et le laser fonctionne sur un unique mode transverse.

Ainsi, les microlasers plan plan possèdent une tendance naturelle à être monomode longitudinalement et transversalement.

4) Variation de la fréquence émise

Nous allons maintenant préciser les paramètres qui influent sur la longueur optique, L_{opt} , de la cavité laser et, en conséquence, sur la fréquence d'émission du microlaser.

Précisons que dans la plupart des microlasers, les temps de décroissance du champ dans la cavité et des inversions de population sont bien supérieurs au temps de décroissance de la polarisation. Le laser est alors dit de « classe B » [16]. Les effets de tirage de fréquence

sont négligeables et la fréquence d'émission ν_L est quasiment égale à l'une des fréquences de résonance de la cavité ν_c . La variation $\Delta\nu_L$ de la fréquence émise ν_L est alors proportionnelle à la variation ΔL_{opt} de la longueur optique de la cavité ($L_{opt}=2nL$).

Comme la longueur de la cavité des microlasers est faible, une petite variation de cette dernière peut induire une variation importante de la fréquence émise. Pour les lasers que nous utilisons ($L_{opt} \leq 1\text{ mm}$) émettant à 1064 nm, une variation de longueur de 0,1 nm entraîne une variation de fréquence de 55 MHz. De telles variations de longueur peuvent avoir deux origines : les défauts de surface de la cavité et les effets thermiques.

a) Défauts de surface

Les défauts de planéité et de parallélisme induisent des différences de longueur de la cavité selon le point d'excitation du cristal par le faisceau de pompe (Figure I-2) bien supérieures à celle envisagée ci-dessus.

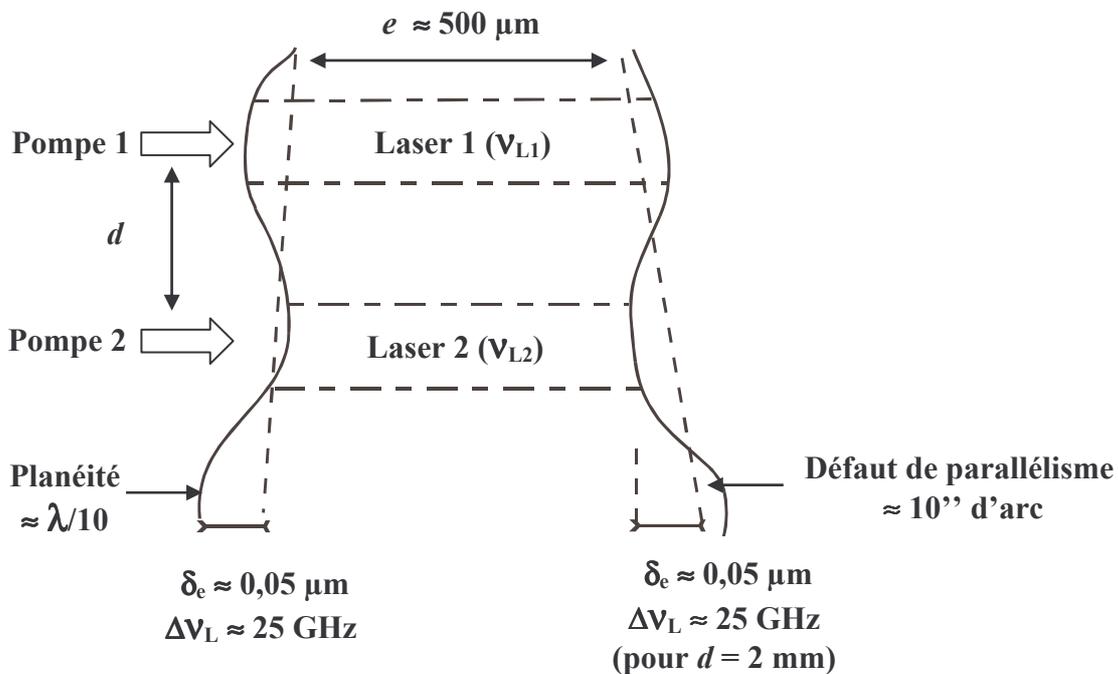


Figure I-2 : Représentation schématique de l'influence des défauts de surface sur les fréquences émises. Pour deux positions différentes sur le cristal, les lasers n'ont pas la même fréquence optique à cause des défauts de planéité et de parallélisme.

Les cavités lasers, associées à deux faisceaux de pompe excitant des points différents du cristal, ont donc des fréquences de résonance différentes. Le défaut de parallélisme des miroirs est typiquement de l'ordre de $10''$ d'arc, ce qui correspond à une variation de l'épaisseur de cristal, δ_e , de $0,05 \mu\text{m}$ sur une distance de 2 mm selon la direction de la plus

grande pente. Une planéité de $\lambda/10$, courante pour les microlasers, correspond également à une variation $\delta_e = 0,05 \mu\text{m}$. La variation de la fréquence associée atteint 25 GHz pour un laser de $500 \mu\text{m}$ de long émettant à $1,06 \mu\text{m}$.

b) Effets thermiques

Intéressons nous maintenant aux variations de la longueur optique liées aux effets thermiques.

L'absorption du faisceau de pompe conduit à un échauffement local du cristal qui induit à la fois une dilatation et une variation de l'indice de réfraction n . Ces effets modifient tous deux la longueur optique de la cavité et donc ses fréquences de résonance. Tant que la différence entre ν_L et ν_c liée au tirage de fréquence reste faible, ce qui est le cas de la plupart des microlasers, nous avons alors la relation suivante :

$$\nu_L = \nu_c = q \frac{c}{2nL} \quad (\text{I-1})$$

où q est un entier.

La variation de la fréquence ν_c due a une variation de température s'écrit donc :

$$\frac{d\nu_c}{dT} = -\nu_c \left[\frac{1}{n} \frac{dn}{dT} + \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \right] \quad (\text{I-2})$$

Nous admettons, ici, que la variation de ν_c est déterminée par la variation de la température moyenne le long de la direction de propagation du laser, ce qui revient à négliger l'influence des inhomogénéités transversales et longitudinales de l'indice de réfraction sur la détermination de la fréquence de résonance de la cavité. Le coefficient $d\nu_c/dT$ est indépendant de la longueur de la cavité. C'est une propriété intrinsèque du cristal qui vaut, par exemple, - 1,64 GHz/K dans le cas du YVO_4 [22].

Signalons, enfin, que la fréquence du maximum de la courbe de gain dépend également de la température du cristal. Dans le cas du YVO_4 , la variation de cette fréquence a été estimée à - 0,53 GHz/K [22]. La dérive des modes étant plus rapide que celle de la courbe de gain, des variations importantes de température peuvent éventuellement entraîner des sauts de mode.

5) Avantages des microlasers

Le microlaser émet naturellement un rayonnement monomode transverse (TEM_{00}) et longitudinal dont la largeur spectrale peut être inférieure à la dizaine de kilohertz [23][24].

Le domaine de longueur d'onde d'émission des microlasers s'étend du visible à l'infrarouge, grâce au choix de différents dopants [25][26][27][28] et/ou grâce à l'ajout intracavité d'un cristal non linéaire permettant le doublage de fréquence [29][30].

La fréquence émise peut être contrôlée par l'utilisation des effets thermiques [22] ou par l'application de contraintes [31]. Ainsi T. Taira et al. [22] ont pu obtenir un balayage de la fréquence émise sur 107 GHz sans saut de mode grâce à l'utilisation des effets thermiques.

Le taux de conversion d'un microlaser varie bien sûr d'un microlaser à un autre et dépend des caractéristiques du pompage, mais il est généralement élevé, compris entre 10 et 60% [32][33] grâce notamment au bon recouvrement entre le faisceau cohérent de la pompe et le faisceau laser émis. La puissance émise par un microlaser continu est typiquement de plusieurs dizaines de milliwatts.

Le laser peut émettre également en régime impulsionnel grâce, par exemple, à l'introduction d'un film mince d'absorbant saturable dans la cavité. Un cristal de YAG dopé au chrome (Cr^{4+}) est un exemple d'absorbant couramment utilisé pour les microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ [34][35]. La largeur des impulsions varie typiquement de l'ordre de la centaine de picosecondes à plusieurs nanosecondes pour des taux de répétition compris entre quelques hertz et plusieurs centaines de kilohertz. La puissance crête émise peut ainsi atteindre plusieurs kilowatts. Ce type de microlaser présente l'avantage d'une meilleure stabilité thermique et photochimique, ainsi qu'un seuil de dommage plus élevé que d'autres lasers impulsionnels courants tels que les lasers à colorant [36].

D'un point de vue technologique, l'atout majeur du microlaser est sa possibilité de production de masse à un très faible coût. En effet, il est possible de créer, dans un cristal de 1 pouce de diamètre et de plusieurs millimètres d'épaisseur, des milliers de microlasers après découpe et polissage des surfaces.

Le pompage par diode laser, directement accolée au microlaser, rend alors le système complet (laser + pompage) très compact et de faible coût.

D'un point de vue pratique, les microlasers sont très simples d'utilisation. Par exemple, contrairement à d'autres types de lasers, il n'existe pas de problème d'alignement des miroirs, puisque ceux-ci sont déposés directement sur le cristal, ni d'alignement de la pompe, en particulier lorsqu'elle est accolée au microlaser.

En résumé, le microlaser constitue une source de rayonnement compacte, robuste, de faible coût et facile à mettre en œuvre, tout en émettant un rayonnement de bonne qualité spectrale et spatiale, de fréquence stable mais également modulable. Les applications

possibles de ce type de laser sont donc nombreuses, par exemple, la télémétrie, la détection des polluants, la télécommunication, la spectroscopie haute résolution... Il peut également servir d'injecteur optique pour un autre laser plus puissant ou pour un amplificateur afin d'obtenir un faisceau laser plus puissant tout en préservant les bonnes propriétés spectrales et spatiales du faisceau initial.

Après avoir ainsi explicité les caractéristiques générales des microlasers, nous allons détailler le mode de fonctionnement des différents lasers que nous avons utilisés lors de nos études du couplage et de la polarisation dans ces systèmes.

II) Caractéristiques des microlasers utilisés

Avant de décrire les propriétés des différents microlasers utilisés par la suite, nous tenons à préciser qu'ils ont tous été généreusement mis à notre disposition par le CEA-LETI (Grenoble).

Dans tous les cas, l'élément actif responsable de l'effet laser est l'ion Néodyme (Nd^{3+}). Cet ion est incorporé en tant que dopant dans une matrice cristalline qui peut être l'orthovanadate d'yttrium (YVO_4) ou le grenat d'alumine et d'yttrium ($\text{Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ ou YAG). Dans le premier cas, le laser dont nous disposons émet en régime continu. Dans le cas du YAG, deux configurations ont été utilisées : le laser continu et le laser à absorbant saturable (LSA) obtenu par adjonction d'une couche de YAG dopé au chrome (Cr^{4+}).

Nous allons, dans un premier temps, rappeler brièvement quelques propriétés de l'ion néodyme responsable de l'effet laser dans ces cristaux. Ensuite, nous détaillerons les propriétés connues ou mesurées du cristal de $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$, puis nous étudierons le rayonnement émis par un tel microlaser dans nos conditions expérimentales. Nous reprendrons ensuite cette démarche pour les microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ et $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$.

1) L'ion Nd³⁺

L'ion Nd³⁺ fait partie du groupe des ions de terres rares, tels que l'Erbium (Er) ou le Thulium (Tm), groupe d'ions souvent utilisé comme dopant pour des cristaux [25][37][38] ou pour des fibres [39][40][41] afin de leur assurer un rôle d'amplificateur optique. Dans le cas des cristaux utilisés ici, l'ion néodyme se substitue à une partie des ions yttrium Y³⁺. La Figure I-3 illustre le diagramme des niveaux d'énergie impliqués dans les transitions optiques présentes dans nos microlasers [16]. Les 4 sous-niveaux ainsi représentés appartiennent au même niveau électronique 4f, mais possèdent des moments orbitaux L et cinétiques J différents. Ils sont repérés par la convention spectroscopique habituelle ^{2S+1}L_J où S représente le moment résultant des couplages entre spins.

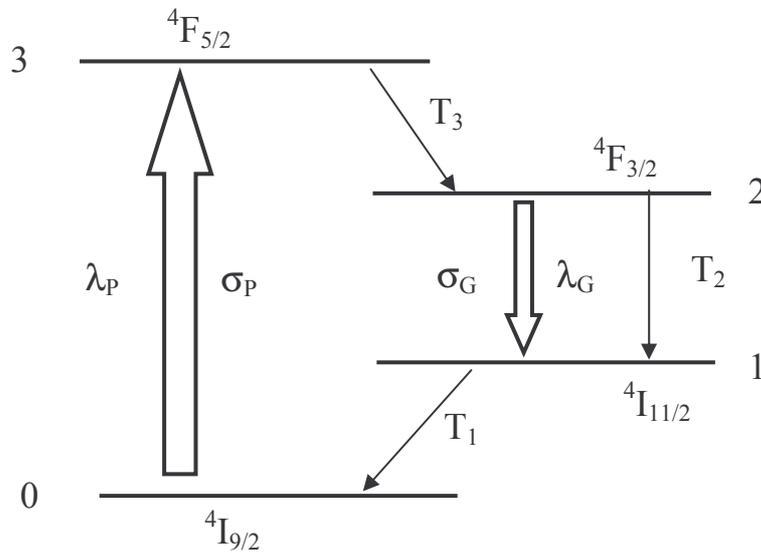


Figure I-3 : Diagramme des 4 niveaux impliqués dans l'effet laser de l'ion néodyme Nd³⁺

λ_p (λ_G) : longueur d'onde de la pompe (du laser), σ_p (σ_G) : section efficace de la transition 0-1 (2-1), T_i : durée de vie du niveau i [16].

Les électrons du niveau fondamental ⁴I_{9/2} (noté aussi 0) sont excités grâce au faisceau de pompe de longueur d'onde λ_p vers le niveau ⁴F_{5/2} (3) avec une section efficace de transition σ_p . Ce niveau est alors très rapidement dépeuplé grâce à des transitions non radiatives vers le niveau ⁴F_{3/2} (2). La transition laser à la longueur d'onde λ_G s'effectue alors entre ce niveau ⁴F_{3/2} et le niveau ⁴I_{11/2} (1) avec une section efficace de transition σ_G . Ensuite, une désexcitation non radiative très rapide entre ce niveau et le niveau fondamental permet d'assurer une bonne évacuation du niveau bas de la transition laser.

L'inversion de population est d'autant plus facile à réaliser que les durées de vie des niveaux 3 (T_3) et 1 (T_1) sont faibles devant celle du niveau métastable 2 (T_2). Bien que ces

grandeurs dépendent à la fois de la concentration des ions Nd^{3+} et de la matrice d'accueil (YAG ou YVO_4), nous avons typiquement $T_3, T_1 \ll T_2$. Signalons, qu'à l'approximation dipolaire électrique, la transition entre les niveaux $^4F_{3/2}$ et $^4I_{11/2}$ de l'ion isolé est interdite [42]. La valeur relativement importante de la section efficace σ_G observée expérimentalement a été interprétée par Judd [42] comme une conséquence du champ cristallin. Celui-ci induirait un mélange des fonctions d'ondes électroniques des niveaux 4f et 5d de l'ion isolé rendant les transitions 4f permises à l'ordre dipolaire électrique. On parle alors de transition dipolaire électrique forcée.

Le champ cristallin est également responsable de la subdivision de chacun des niveaux décrits précédemment en plusieurs sous-niveaux très rapprochés (effet Stark). A cause de cette levée de dégénérescence, le laser pourra émettre éventuellement sur des raies différentes mais très proches [43].

Toutefois, que ce soit pour le YAG ou pour le YVO_4 , l'émission laser s'effectue à 1064 nm environ, alors que le pompage a lieu aux alentours du maximum d'absorption, soit à une longueur d'onde proche de 808 nm.

Après avoir décrit brièvement l'ion responsable de l'effet laser pour tous les microlasers que nous avons utilisés, nous allons maintenant décrire les caractéristiques propres à chacun de ces microlasers.

2) $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$

Le cristal de vanadate (YVO_4) que nous analysons a été utilisé lors de l'étude du couplage entre deux microlasers continus présentée au chapitre II.

Nous décomposons la caractérisation de ce microlaser en deux étapes. Dans la première, nous donnons les caractéristiques intrinsèques propres à ce cristal. Dans la seconde, nous étudions les propriétés liées à notre dispositif expérimental.

a) Caractéristiques du cristal de $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$

Le cristal de YVO_4 cristallise selon une symétrie tétragonale D_{4h} de type zircon (ZrSiO_4) [44] et est uniaxe positif, assurant la polarisation du rayonnement émis selon l'axe extraordinaire (noté c) lorsque le cristal est coupé perpendiculairement à un axe ordinaire (noté a) ce qui est notre cas.

Le Tableau I-1 récapitule les principales caractéristiques du YVO_4 dopé au néodyme lorsqu'il est taillé perpendiculairement à l'axe a (coupe a). Il indique, en particulier, les valeurs spectroscopiques telles que les sections efficaces de la transition laser σ_G et de la

pompe σ_P , leur centre λ_G et λ_P , ainsi que leur largeur $\Delta\nu_G$ et $\Delta\nu_P$. Figurent également dans ce tableau les durées de vie du niveau 2 (T_2) et 1 (T_1), ainsi que le coefficient d'absorption de la pompe α . Nous avons reporté les valeurs pour deux dopages différents (1% et 2% en atomes) puisque nous ne connaissions pas a priori le dopage de notre cristal avant d'effectuer les mesures décrites dans la partie suivante. Il n'existe pas à notre connaissance de valeur pour T_3 dans la littérature, nous savons simplement que cette désexcitation est très rapide ($T_3 \ll T_2$). Ce tableau indique aussi l'indice de réfraction n_c selon l'axe c pour une longueur d'onde de 1064 nm, ainsi que le taux de variation dn_c/dT de cet indice en fonction de la température. Enfin, les caractéristiques thermiques du matériau, à savoir le coefficient de dilatation α_a selon l'axe de propagation de la lumière (a), et la conductivité thermique K , sont également reportés dans ce tableau.

Caractéristiques du cristal Nd³⁺:YVO₄ (a-cut)			
Longueur d'onde de la pompe	λ_P (nm)	808,5	[28][45]
Longueur d'onde de l'émission laser	λ_G (nm)	1064	[37]
Section efficace de la transition de la pompe	σ_P (10 ⁻¹⁹ cm ²)	2,7	[28][46]
Section efficace de la transition laser	σ_G (10 ⁻¹⁹ cm ²)	12-16	[28][47]
Largeur à mi-hauteur de la courbe d'absorption de la pompe	$\Delta\nu_P$ (GHz)	690	[46][48]
Largeur à mi-hauteur de la courbe de gain de la transition laser	$\Delta\nu_G$ (GHz)	257-265	[37][48]
Durée de vie du niveau haut de la transition laser	T_2 (μs)	74-100 (Dop. 1%) 30-33 (Dop. 2%)	[45] [47][49]
Durée de vie du niveau bas de la transition laser	T_1 (ps)	870 (Dop. 1%) 330 (Dop. 2%)	[49][50]
Coefficient d'absorption de la pompe	α_{abs} (cm ⁻¹)	28-30 (Dop. 1%) 72-80 (Dop. 2%)	[28][33]
Indice de réfraction à 1064 nm	n_c	2,168	[28][46]
Taux de variation de l'indice de réfraction due à une variation de la température	dn_c/dT (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	3	[51][52]
Coefficient de dilatation	α_a (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	4,43	[51][52]
Conductivité thermique	K (W/m.K)	5,1-5,2	[51][52]

Tableau I-1 : *Tableau récapitulatif des grandeurs caractéristiques d'un cristal de YVO₄ taillé perpendiculairement à un axe ordinaire a.*

Les dimensions du cristal sont d'environ 5 et 8 mm de côté, pour une épaisseur de 500 μm . Le coefficient de transmission en puissance à 808 nm du miroir d'entrée a été estimé à 90%, alors que le coefficient de réflexion en puissance à 1064 nm est proche de 99,5%. Le miroir de sortie, qui n'est pas réfléchissant à 808 nm, possède un coefficient de transmission en puissance d'environ 95% à 1064 nm.

b) Caractéristiques mesurées du microlaser YVO_4

Avant de déterminer les caractéristiques du milieu amplificateur, ainsi que celles du rayonnement émis, nous allons présenter le montage expérimental associé au pompage qui conditionne certaines des propriétés du laser.

i) Montage expérimental

La partie amont du montage expérimental est schématisée sur la Figure I-4.

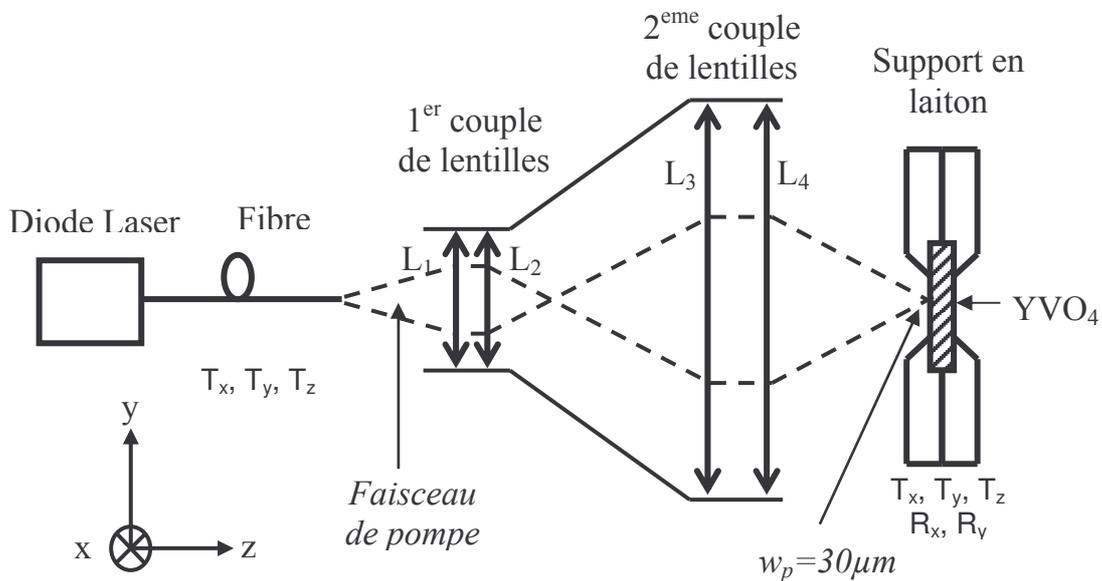


Figure I-4 : Schéma du montage utilisé pour le pompage du microlaser YVO_4 . L_1 (L_2) est une lentille de focale f_1 (f_2) de 14,5 mm (8 mm) et d'ouverture numérique 0,28 (0,5). L_3 et L_4 sont deux lentilles identiques de diamètre 48 mm et de 120 mm de focale. T_u (R_u) symbolise une translation selon l'axe u (rotation autour de u).

Le pompage est assuré par une diode laser fibrée (SDL 2362) délivrant une puissance maximale en bout de fibre d'environ 700 mW. La fibre utilisée est une fibre multimode de diamètre de cœur de 50 μm , le diamètre de la gaine étant de 125 μm . L'ouverture numérique de 0,4 correspond à un demi-angle de divergence du faisceau de 24°. La température de la diode est régulée grâce à un élément Peltier, de manière à stabiliser sa fréquence d'émission. Le choix de la température de fonctionnement permet d'optimiser le pompage (longueur

d'onde émise = 808,5 nm). La largeur spectrale de la diode est d'environ 2 nm. La puissance émise est ajustée en réglant l'intensité du courant injecté dans la diode. Les alimentations de l'élément Peltier et de la diode sont regroupées dans un même boîtier qui intègre tous les éléments de réglage, de régulation (intensité, température) ainsi que de contrôle (mesure de la puissance via une photodiode intégrée dans le boîtier de la diode). Pour éliminer les parasites à 50 Hz liés au secteur, l'alimentation fonctionne sur des batteries de 12V. L'extrémité de la fibre est placée sur un système de positionnement 3D qui nous permet d'ajuster sa position par rapport au dispositif de remise en forme de faisceau.

Ce dernier, prévu pour l'étude du couplage entre lasers, a été introduit de façon à obtenir deux ou plusieurs faisceaux de pompe parallèles et peu divergents à l'échelle de la cavité des microlasers. Ceci a été obtenu grâce à un montage utilisant deux couples de lentilles. Le premier couple est constitué de lentilles de courte focale et de grande ouverture angulaire et permet de modifier la taille et la divergence des faisceaux. Le second couple comporte deux lentilles identiques de grande focale et assure l'injection des pompes sur le cristal, tout en ménageant un espace important entre ce dernier et la dernière lentille du dispositif. Cet espace permet un contrôle in situ de la puissance injectée et des caractéristiques spatiales des faisceaux (insertion d'un miroir de renvoi à 45°).

Les lentilles du second groupe (L_3 et L_4) ont des focales de 120 mm. La lentille frontale L_1 possède une focale de 14,5 mm pour une ouverture numérique 0,28, tandis que la lentille L_2 a une focale de 8 mm. Le rayon (à e^{-2}) du faisceau ainsi obtenu varie de 30 à 58 μm sur l'épaisseur du cristal. Cette mesure a été effectuée à l'aide d'un analyseur de faisceau dont la caméra est placée sur un système de translation parallèle à l'axe de propagation du faisceau. Le dispositif, que nous venons de décrire, a été réalisé avec les matériels existant au laboratoire, ce qui explique que l'ouverture angulaire de la lentille frontale n'est pas adaptée à celle de la fibre (0,4). En fait, ce défaut introduit un filtrage spatial du faisceau de pompe qui facilite l'obtention du faible rayon de faisceau nécessaire à l'étude du couplage de lasers [51]. La forte réduction de puissance liée au filtrage (environ 50%) permet toutefois d'obtenir des densités de puissance élevées (5 fois supérieures au seuil).

Le cristal est maintenu dans un support massif en laiton qui permet d'évacuer l'énergie apportée par le pompage. Ce support est maintenu dans un dispositif à double cardan, lui-même fixé sur un système de positionnement 3D. L'ensemble permet d'orienter le cristal perpendiculairement au faisceau de pompe, de l'amener à proximité du point de focalisation et de sélectionner le point d'excitation du cristal.

Le dispositif, que nous venons de décrire, a été optimisé pour l'étude du couplage entre microlasers. Les choix effectués conditionnent fortement les caractéristiques de ces microlasers, ainsi que la calibration de la puissance de pompe incidente sur le cristal que nous allons maintenant aborder.

ii) Détermination des caractéristiques du milieu amplificateur

Le coefficient d'absorption et les durées de vie des niveaux dépendent fortement du taux de dopage du YVO_4 en ions Nd^{3+} (cf. Tableau I-1). Dans la mesure où ce taux nous est inconnu, nous avons été amenés à mesurer ces caractéristiques in situ.

➤ Mesure du coefficient d'absorption

Afin de mesurer le coefficient d'absorption du rayonnement de la pompe (à 808 nm), nous avons déplacé le cristal par rapport au point de focalisation de façon à nous placer en dessous du seuil. Nous avons ensuite mesuré la puissance incidente sur le cristal, ainsi que la puissance transmise par le cristal. Dans le second cas, le signal de fluorescence à 1064 nm a été éliminé par une lame dichroïque. En prenant en compte la transmission des miroirs ainsi que les pertes introduites par la lame dichroïque, on obtient une valeur du coefficient d'absorption égale à 75 cm^{-1} . Cette valeur correspond à celle donnée dans la littérature pour un dopage de 2%. Pour confirmer ce résultat, nous avons également étudié la durée de vie du niveau haut de la transition laser.

➤ Mesure de la durée de vie du niveau haut de la transition laser

Cette mesure est basée sur la décroissance de la fluorescence [53]. Cette dernière est due à la désexcitation du niveau haut (2) de la transition laser vers son niveau bas (1) par émission spontanée. L'intensité du signal de fluorescence est donc proportionnelle à la variation de la population du niveau 2 au cours du temps en l'absence d'effet laser. Un échelon du pompage fait passer le signal de fluorescence de sa valeur stationnaire initiale à sa valeur stationnaire finale par une (dé)croissance exponentielle de constante de temps T_2 , durée de vie de la population dans le niveau excité de la transition laser.

Comme dans la mesure précédente, le cristal est déplacé par rapport au point de focalisation de la pompe, pour éviter l'effet laser, tout en conservant un signal de fluorescence suffisamment important pour la détection. La modulation du pompage est réalisée via celle de l'intensité du courant de la diode. Le signal de fluorescence est focalisé sur un détecteur (Thorlabs DET 410, 150 MHz) relié à un oscilloscope numérique (Tektronix TDS 420A bande passante 100 MHz).

La Figure I-5 est un exemple d'enregistrement ainsi obtenu. L'observation de l'évolution de la puissance de pompe (courbe 1) montre que la durée de commutation ($\approx 1\mu\text{s}$) est de 1 à 2 ordres de grandeur plus faible que le temps de décroissance du signal de fluorescence (courbe 2) et ne perturbe donc pas ce dernier. Le signal de fluorescence décroît exponentiellement, avec une constante de temps de $28\mu\text{s}$, comme le montre l'exponentielle de la courbe 3 ajustée sur les valeurs expérimentales par une procédure de moindres carrés. Pour d'autres conditions de focalisation, de puissance de pompe et de taux de modulation, nous avons obtenu des temps de décroissance identiques à 25% près.

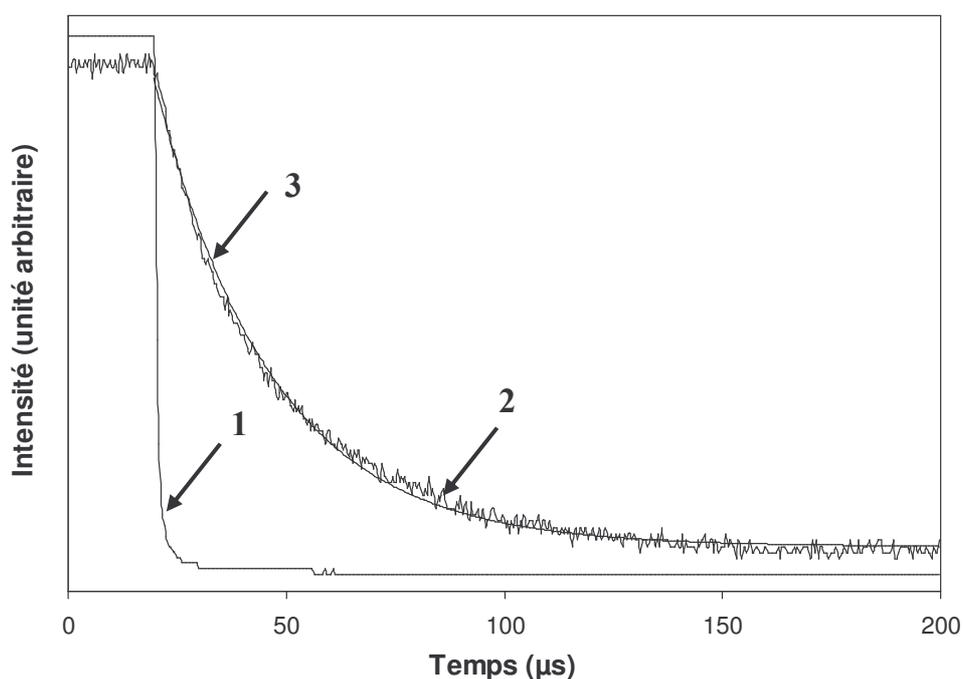


Figure I-5 : *Etude de la décroissance de la fluorescence. La courbe 1 (2) représente l'évolution de la puissance de pompe (du signal de fluorescence) en fonction du temps. La courbe 3 est une exponentielle décroissante, ajustée sur la courbe expérimentale 2 dont le temps de décroissance vaut $28\mu\text{s}$.*

La valeur mesurée de T_2 est très voisine des valeurs (30 et $33\mu\text{s}$) données dans la littérature (cf. Tableau I-1) dans le cas d'un dopage de l'ordre de 2% , ce qui est en bon accord avec le résultat de la mesure de l'absorption.

Précisons que la diminution de la durée de vie du niveau 2 liée à l'augmentation du dopage est due à un mécanisme de «up-conversion» [54] qui se manifeste par l'apparition d'une tache jaunâtre sur la face d'entrée du cristal au point du pompage. Nous avons analysé ce rayonnement de fluorescence correspondant à l'aide d'un monochromateur relié à un photomultiplicateur. Le spectre obtenu présente effectivement une composante vers 595 nm .

D'après la référence [54], deux ions dans le niveau excité ${}^4F_{3/2}$ interagissent, l'un retombe dans l'état fondamental alors que l'autre se retrouve dans un état excité de plus haute énergie (${}^2P_{1/2}$). De ce niveau, l'ion peut alors se désexciter par émission spontanée vers le niveau ${}^4I_{15/2}$. Le rayonnement émis possède alors une longueur d'onde proche de 590 nm en accord avec nos résultats. Comme ce phénomène fait intervenir deux ions, il augmente fortement avec la concentration des ions et est donc en partie responsable de la diminution de T_2 lorsque le dopage croît.

iii) Caractéristiques du rayonnement émis et de la cavité

➤ Seuil et taux de conversion

La Figure I-6 représente la puissance laser émise (à 1064 nm) en fonction de la puissance de pompe (à 808 nm) incidente sur le cristal. Le seuil de l'émission laser est atteint pour une puissance de pompe proche 60 mW. La puissance émise varie de façon linéaire avec la puissance de pompe et la pente de cette droite de conversion est d'environ 25%. La valeur maximale du taux de pompage A (puissance de pompe normalisée à sa valeur au seuil) est proche de 5 et la puissance émise est alors supérieure à 50 mW.

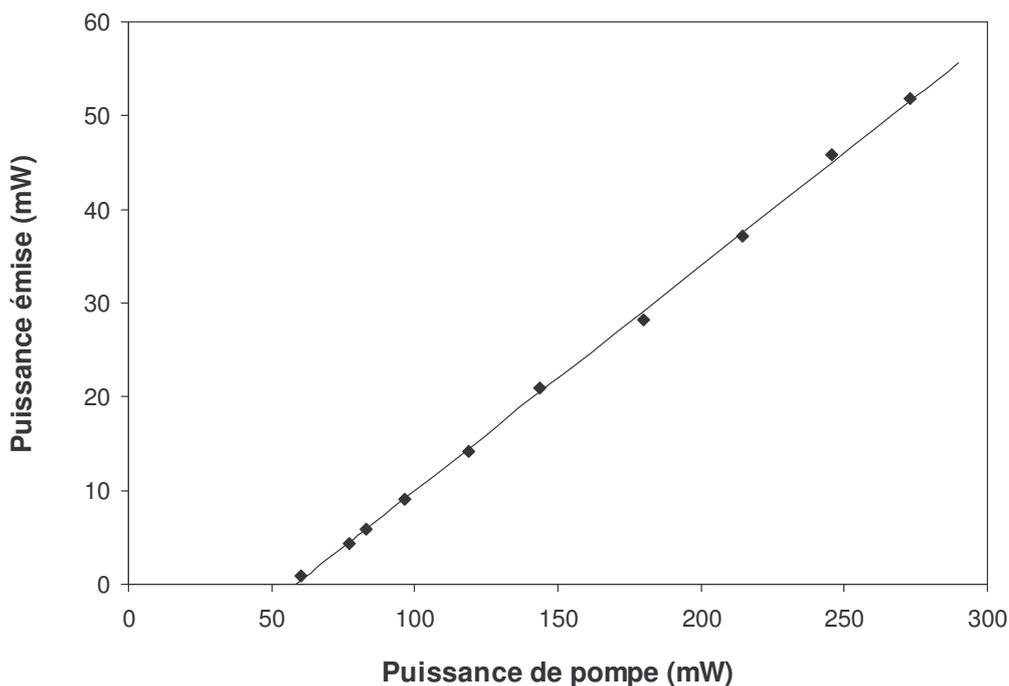


Figure I-6 : Puissance émise (à 1064 nm) en fonction de la puissance de pompe (à 808 nm)

➤ Etude de la polarisation

Pour l'étude de la polarisation du rayonnement émis par le microlaser, nous avons placé sur le trajet du faisceau une lame demi-onde d'ordre zéro et un cube séparateur de polarisation. En tournant la lame demi-onde, nous pouvons mesurer les puissances maximales

(P_{\max}) et minimales (P_{\min}) transmises par le cube séparateur de polarisation. Le rapport de ces puissances est de l'ordre de 1000. Ce rapport étant supérieur aux spécifications du fabricant (1%), nous pouvons dire que le rayonnement émis par le YVO_4 est effectivement polarisé linéairement.

➤ Structure spatiale et divergence du faisceau

Le profil du champ émis est mesuré à l'aide d'une photodiode au silicium que l'on déplace perpendiculairement à la direction de propagation du faisceau émis. Cette diode délivrant une tension proportionnelle à l'intensité, on obtient une coupe du profil transverse de l'intensité du faisceau. La

Figure I-7 présente un exemple de profil obtenu pour une puissance de pompe de 200 mW à 90 cm du cristal de YVO_4 . La courbe en trait plein représente une gaussienne ajustée sur les données expérimentales. Le diamètre à e^{-2} du faisceau est ici de 12,6 mm.

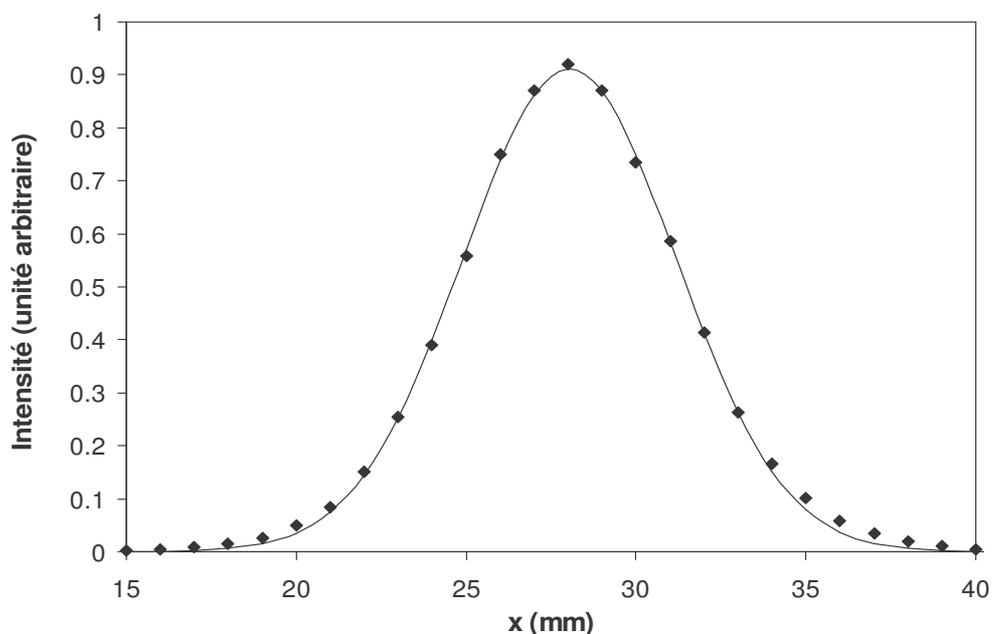


Figure I-7 : Etude du profil transverse du faisceau observé à 90 cm du laser. Les points représentent les valeurs expérimentales, la courbe en trait plein est une gaussienne de largeur $2w=12,6$ mm ajustée sur ces points expérimentaux.

Il existe une bonne coïncidence entre les points expérimentaux et la gaussienne, sauf dans les ailes. Cette différence peut être attribuée à la structure même du faisceau imposée en partie par le guidage de l'onde induit par les effets thermiques. Rappelons que, dans le cas d'un guide planaire à saut d'indice, la décroissance dans les ailes est en $\exp(-x)$ [55] et non en $\exp(-x^2)$ comme dans le cas de la gaussienne. La mesure de la taille du diamètre du faisceau à différentes distances du cristal, permet de déterminer la divergence du faisceau et d'en

déduire son rayon de pincement (waist) qui est un paramètre qui conditionne de façon critique le couplage des microlasers. Les valeurs mesurées de la divergence et du rayon de pincement sont respectivement 7 mrad et 43 μm .

➤ Fluctuations temporelles de l'intensité émise.

Le rayonnement de notre microlaser présente un taux de fluctuations relativement important. Ces dernières ont été analysées en envoyant le faisceau émis sur un détecteur (Thorlabs DET 410, bande passante 150 MHz) relié soit à l'oscilloscope numérique (TDS 420A) soit à l'analyseur de spectre (Advantest TR4131E de bande passante 10 kHz-3,5 GHz). Rappelons que, dans le cas d'un laser de classe B, la réponse du laser à une percussion se présente sous forme d'oscillations amorties dont la fréquence (fréquence de relaxation) [16] dépend du taux de pompage et des taux de décroissance du champ dans la cavité (κ) et de l'inversion de population (γ_{II}). L'évolution temporelle du signal détecté montre que les fluctuations sont constituées de trains d'oscillations à la fréquence de relaxation déclenchés de façon erratique par le bruit de pompe, les vibrations parasites ou même par l'émission spontanée [45][49]. Le spectre basse fréquence de la Figure I-8, obtenu pour une puissance de pompe de 170 mW (2,8 fois le seuil), met clairement en évidence cette composante à la fréquence de relaxation, égale ici à 6,3 MHz. L'étude de l'évolution de cette fréquence avec le taux de pompage va nous permettre de déterminer les pertes de la cavité (voir ci après).

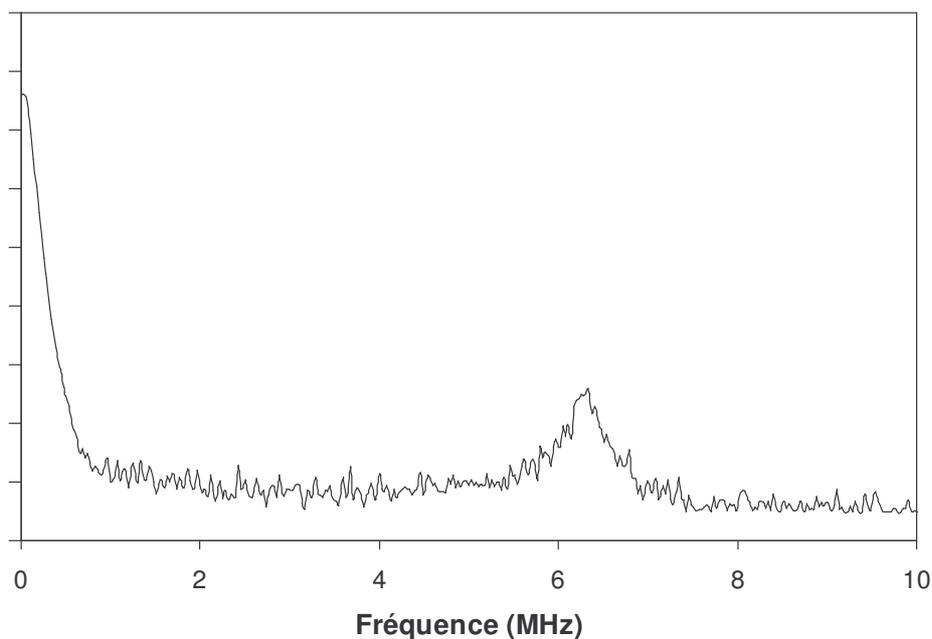


Figure I-8 : Exemple de spectre des fluctuations de l'intensité émise (10 dB/div).

En plus de la composante continue, apparaît une composante à 6,3 MHz qui correspond à la fréquence de relaxation du laser ($P_p = 170 \text{ mW}$ soit $A = 2,8$).

La Figure I-9 représente l'évolution de l'amplitude du bruit en fonction du taux de pompage. Les résultats présentés correspondent aux valeurs quadratiques moyennes mesurées sur une bande passante de 100 MHz. Cette amplitude de bruit diminue rapidement lorsque le pompage augmente : elle passe de 20 % à 5% quand la puissance de pompe varie de deux à quatre fois le seuil. Ce niveau de bruit est élevé, mais il est relativement courant dans le cas des microlasers. A titre de comparaison, le bruit de la diode de pompe utilisée est de l'ordre de quelques pour mille.

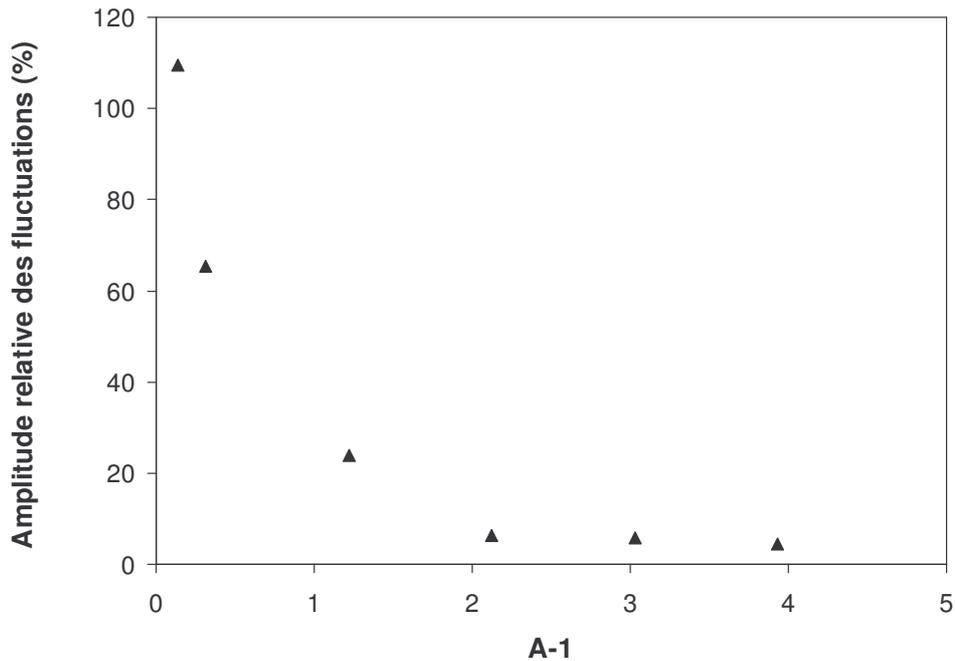


Figure I-9 : Evolution de l'amplitude relative des fluctuations de l'intensité émise en fonction de l'excès de pompage, $A-1$.

Le comportement observé s'explique par une réduction à la fois de l'importance relative de l'émission spontanée par rapport à l'émission stimulée et de l'amplitude relative du bruit de pompe.

➤ Détermination du taux de décroissance du champ dans la cavité

L'évolution de la fréquence de relaxation ν_R avec le taux de pompage décrite par la relation suivante [16] :

$$\nu_R^2 = \frac{1}{2\pi^2} (A-1) \kappa \gamma_{\parallel} \quad (\text{I-3})$$

va nous donner accès à la valeur du produit $\kappa \gamma_{\parallel}$ et nous permettre d'en déduire la valeur du taux de décroissance κ du champ dans la cavité. La Figure I-10 représente l'évolution du

carré de la fréquence en fonction de l'excès de pompage $A-1$. La pente de la droite de régression linéaire, déduite de ces données expérimentales, permet grâce à ((I-3)) d'estimer κ à $1,2 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}$ en adoptant $\gamma_{\parallel}=1/T_2 = 38 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}$. Comme γ_{\perp} est de l'ordre $8,2 \cdot 10^{11} \text{ s}^{-1}$ (d'après la largeur de la courbe de gain donnée dans le Tableau I-1), on justifie a posteriori l'utilisation d'un modèle de type classe B qui suppose $\gamma_{\perp} \gg \gamma_{\parallel}, \kappa$.

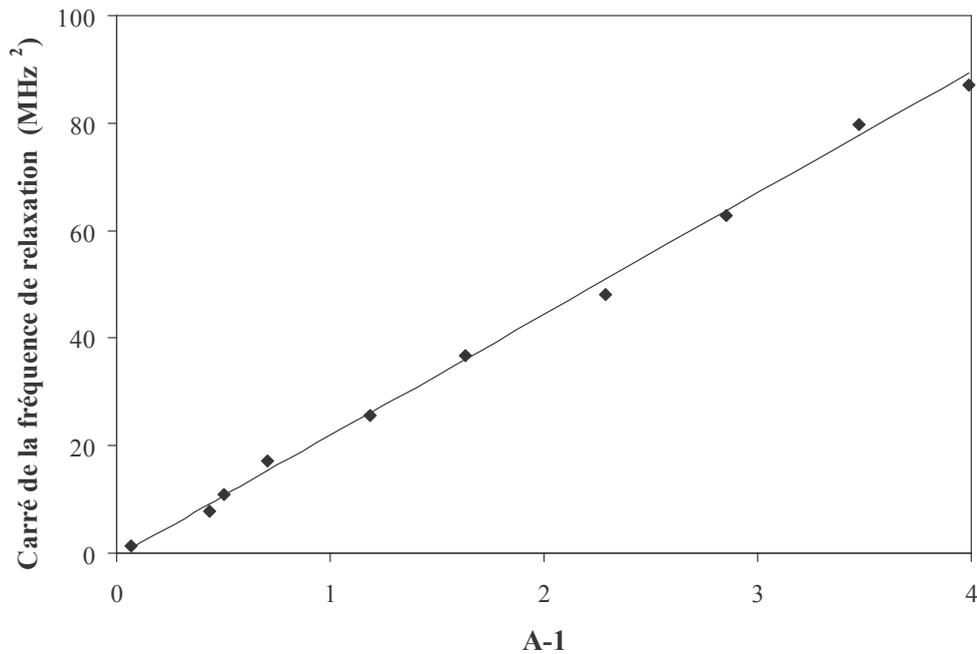


Figure I-10 : Evolution du carré de la fréquence de relaxation du laser en fonction de l'excès de pompe par rapport au seuil ($A-1$). Les losanges représentent les points expérimentaux tandis que la courbe en trait plein est la droite passant par l'origine ajustée sur les points expérimentaux (pente = 23 MHz^2).

➤ Etude du spectre optique

Comme nous l'avons déjà signalé, l'un des avantages du microlaser est sa grande plage de fonctionnement monomode, aussi bien transversal que longitudinal. Il convient de vérifier dans quelle plage de paramètres expérimentaux ceci est effectivement observé. Pour cela, le spectre optique du rayonnement émis a été analysé à l'aide d'un Perot-Fabry de résolution 15 MHz (Newport, Super Cavity S-250). Sauf à pompage élevé ($A \approx 5$) et sur des zones très localisées du cristal, le rayonnement émis par le microlaser est bien monomode longitudinal et transversal. Toutefois sa fréquence varie avec la puissance de pompe utilisée.

➤ Analyse de la relation fréquence d'émission - puissance de pompe

Comme indiqué précédemment, l'absorption de la pompe provoque une élévation de température du cristal. Elle induit une dilatation du cristal ainsi qu'une augmentation de l'indice de réfraction ($dn/dT > 0$ pour le YVO_4). La variation de la fréquence propre de cavité ν_c qui en découle est caractérisée par l'équation (I-2) qui rappelons-le s'écrit:

$$\frac{d\nu_c}{dT} = -\nu_c \left[\frac{1}{n} \frac{dn}{dT} + \frac{1}{L} \frac{dL}{dT} \right]$$

Dans le cas du YVO_4 , $n = 2,17$, $dn/dT = 3 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ et $1/L \cdot dL/dT$ qui est le coefficient de dilatation vaut $4,43 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ (cf. Tableau I-1). $d\nu_c/dT$ est donc égal à $-1,64 \text{ GHz/K}$. Dans la mesure où le tirage en fréquence [16], induit par le décalage de la courbe de gain par rapport à résonance de cavité, est faible ($\gamma_L \gg \kappa$), nous allons négliger son effet. La variation de la fréquence d'émission est alors donnée par l'expression ci-dessus.

Les variations de la fréquence d'émission (mesurée à l'aide du Perot-Fabry) sont reportées sur la Figure I-11.

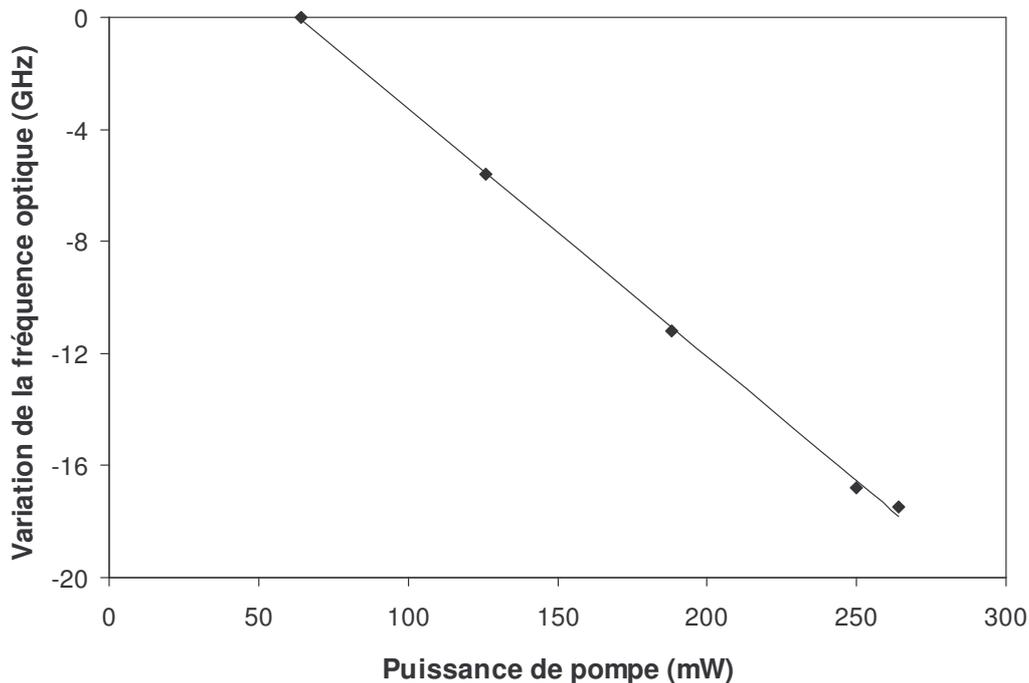


Figure I-11 : Variation de la fréquence optique émise en fonction de la puissance de pompe incidente. Les points représentent les valeurs expérimentales tandis que la courbe en trait plein est une droite ajustée sur les points expérimentaux.

Dans la plage d'émission du laser, la fréquence émise décroît linéairement en fonction de la puissance de pompe avec une pente de -90 MHz/mW. Cette évolution reflète la linéarité de la variation de température du cristal T avec la puissance de pompe. A partir de l'équation (I-2), on déduit que cette élévation de température est de 55 K/W, ce qui correspond à une augmentation de température relativement faible, de l'ordre de 17° , pour une puissance de pompe de 300 mW correspondant à une densité de puissance proche de 20 kW/cm².

Après cette caractérisation détaillée du microlaser YVO₄, nécessaire à l'étude du couplage entre deux de ces microlasers (cf. chapitre II), nous allons reprendre une étude analogue sur les autres lasers en galette utilisés par la suite, à savoir un laser YAG continu, et un laser YAG à absorbant saturable fonctionnant en régime impulsionnel.

3) Nd³⁺:YAG

Comme pour le microlaser YVO₄, nous allons, tout d'abord, préciser les caractéristiques intrinsèques au cristal de YAG utilisé avant de caractériser le rayonnement émis dans notre configuration particulière de pompage.

a) Caractéristiques du cristal de Nd³⁺:YAG

Les ions Néodyme se substituent à des atomes d'Yttrium de la matrice cristalline de YAG, tout comme pour le YVO₄. La formule chimique du cristal dopé à 1% en ions Néodyme est donc : Y_{2,97}Nd_{0,03}Al₅O₁₂ [43]. Mais contrairement au YVO₄ qui possède une structure cristalline uniaxe assurant ainsi une direction bien définie de la polarisation du rayonnement émis (coupe a), le cristal de YAG est lui cubique [38]. L'état de polarisation du rayonnement émis par un microlaser Nd³⁺:YAG n'est donc pas imposé par la structure cristalline du YAG. La question de la polarisation de ce laser fait l'objet de l'étude présentée au chapitre III de ce document.

Le Tableau I-2 récapitule les principales caractéristiques du cristal que nous avons utilisé.

Caractéristiques du cristal Nd³⁺:YAG dopé à 1%			
Longueur d'onde de la pompe	λ_P (nm)	808,7	[28]
Longueur d'onde de l'émission laser	λ_G (nm)	1064,18	[43]
Section efficace de la transition de la pompe	σ_P (10 ⁻¹⁹ cm ²)	0,7	[28]
Section efficace de la transition laser	σ_G (10 ⁻¹⁹ cm ²)	3,3-8,8	[43][46] [47][56]
Largeur à mi-hauteur de la transition de la pompe	$\Delta\nu_P$ (GHz)	370	[46][48]
Largeur à mi-hauteur de la transition laser	$\Delta\nu_G$ (GHz)	132-185	[46][48]
Durée de vie du niveau haut de la transition laser	T_2 (μs)	230-250	[43][46]
Durée de vie du niveau bas de la transition laser	T_1 (ps)	225	[50]
Coefficient d'absorption de la pompe	α_{abs} (cm ⁻¹)	7,1-8,3	[33][46]
Indice de réfraction à 1064 nm	n	1,82-1,84	[28][57]
Taux de variation de l'indice de réfraction due à une variation de la température	$\frac{dn}{dT}$ (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	7,3	[57][58]
Coefficient de dilatation	α (10 ⁻⁶ K ⁻¹)	6,7-7,9	[57][58] [59]
Conductivité thermique	K (W/m.K)	10-13	[28][59]

Tableau I-2 : *Tableau récapitulatif des grandeurs caractéristiques d'un cristal de YAG dopé en ions néodyme à 1%.*

En comparant les valeurs de ce tableau et celles du Tableau I-1 données pour le YVO₄, on observe que les sections efficaces de transition sont plus faibles pour le YAG que pour le YVO₄, que ce soit pour l'absorption de la pompe ou pour l'émission laser. Comme de plus, le dopage maximum du cristal de YAG est de l'ordre de 1,1% contre 3% pour le YVO₄, la pente de conversion d'un laser Nd³⁺:YVO₄ est en général bien meilleure que celle du Nd³⁺:YAG. Les plus faibles valeurs du dopage et de la section efficace σ_P de notre cristal de YAG par rapport à notre cristal de YVO₄ entraînent un coefficient d'absorption d'un ordre de grandeur plus faible pour le premier que pour le second. Ainsi, notre cristal de YAG d'épaisseur 500 μm n'absorbe que 30 % de la puissance de pompe.

La moindre efficacité du pompage du YAG par une diode de largeur spectrale importante est une conséquence d'une courbe d'absorption à 808 nm plus étroite que celle du YVO₄.

La durée de vie T_2 du niveau haut de la transition laser est supérieure d'un ordre de grandeur à celle du YVO₄ (240 μ s contre 30 μ s), facilitant ainsi l'apparition de l'inversion de la population. Le niveau bas de la transition laser possède un temps de vie T_1 de près de 6 ordres de grandeur plus faible que le niveau 2 assurant ainsi une très bonne évacuation du niveau 1 vers le niveau fondamental 0.

Le cristal, coupé perpendiculairement à l'axe cristallographique [111], possède un diamètre de un pouce et une épaisseur de 520 μ m.

Le miroir d'entrée possède un coefficient de transmission proche de 95% à 808 nm, alors que le coefficient de réflexion à 1064 nm est maximum. Le miroir de sortie réfléchit quant à lui 98% à 1064 nm et plus de 95% à 808 nm permettant une augmentation de l'absorption de la pompe grâce à un double passage du faisceau de pompe dans la cavité.

b) Caractéristiques mesurées du microlaser Nd³⁺:YAG

Le dispositif de pompage décrit précédemment n'est pas adapté à l'étude des effets de polarisation car il n'est pas possible d'y insérer les éléments nécessaires au contrôle de la polarisation du faisceau de pompe. Le montage expérimental utilisé est constitué d'une lentille de collimation de focale 6,5 mm et d'ouverture numérique 0,615 et d'une lentille de focalisation de focale 8 mm. Le contrôle de la polarisation de pompe est assuré par un polariseur de type Polacor (extinction à 808 nm : 10^{+4}) associé à une lame $\lambda/2$ d'ordre 0 à 808 nm, tous deux placés entre les lentilles. La puissance maximum disponible est d'environ 300 mW. Le diamètre du faisceau de pompe au point de focalisation sur le microlaser est de 70 μ m.

Nous donnons ci-dessous un ordre de grandeur des différentes valeurs caractéristiques du microlaser. Elles ont été obtenues pour une direction de la polarisation du faisceau de pompe fixée, mais dépendent très peu du choix de cette direction. Précisons que la structure spatiale du faisceau émis est analogue à celle du laser YVO₄ et son rayon de pincement est de 40 μ m.

➤ Seuil et taux de conversion

La Figure I-12 illustre l'évolution de la puissance émise en fonction de la puissance de pompe. Le seuil est atteint pour une puissance de pompe d'environ 75 mW. La pente de conversion est quant à elle de 8%. Le montage permet d'atteindre un taux de pompage maximum de 4, la puissance émise est alors proche de 18 mW.

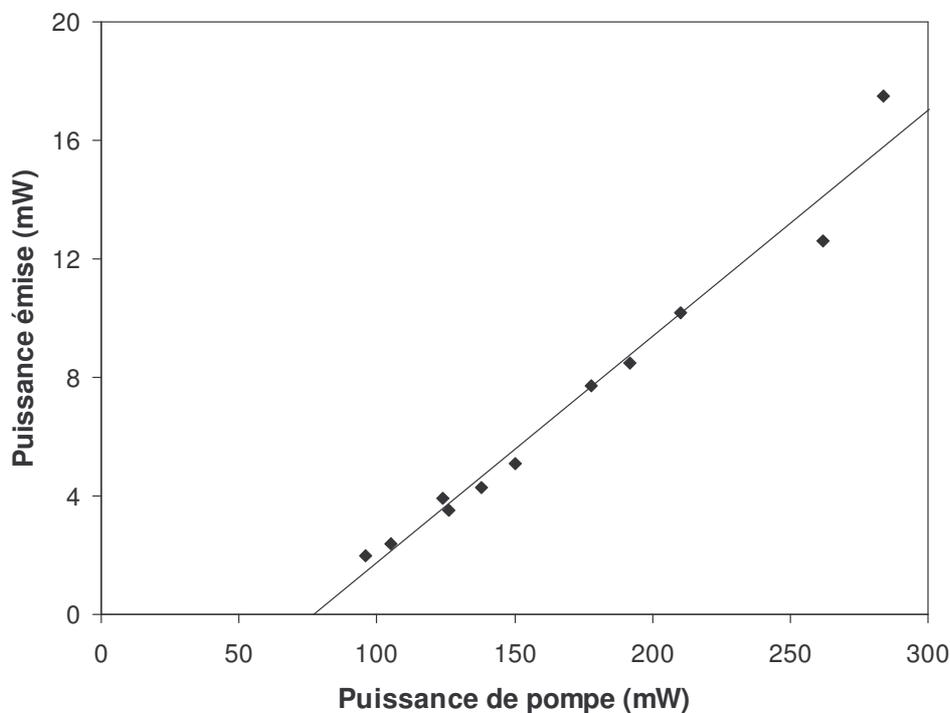


Figure I-12 : Puissance émise par le microlaser en fonction de la puissance de pompe.

➤ Détermination du taux de décroissance du champ dans la cavité

Comme pour le YVO_4 , l'intensité émise par le microlaser YAG présente des oscillations à la fréquence de relaxation du laser. Mais l'amplitude relative du bruit est ici plus importante que dans le cas du YVO_4 . A titre d'exemple, pour un taux de pompage (A) de 4, l'amplitude relative du bruit est ici supérieure à 15%, alors qu'elle n'est que de 5% pour le YVO_4 . L'évolution du carré de la fréquence de relaxation en fonction du taux de pompage (cf. Figure I-13) nous a permis de déterminer le taux de décroissance du champ dans la cavité. On obtient une valeur de $3,3 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$, en prenant pour la durée de vie du niveau haut de la transition laser la valeur $T_2 = 240 \mu\text{s}$.

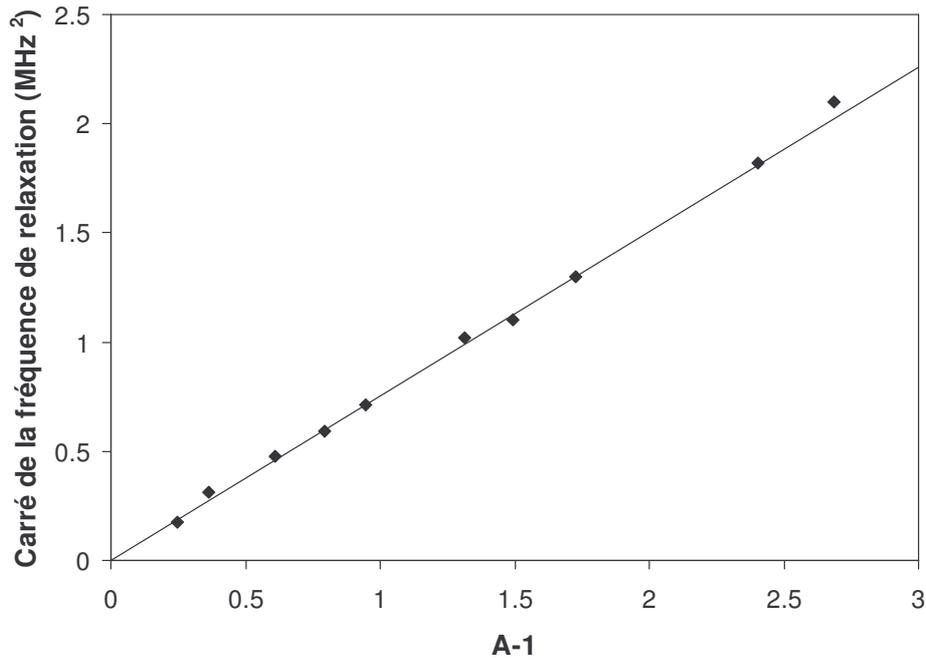


Figure I-13 : Evolution du carré de la fréquence de relaxation en fonction de l'excès de pompage pour le microlaser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$. Les losanges représentent les résultats expérimentaux alors que la courbe en trait plein est la droite d'ajustement.

➤ Analyse de la relation fréquence d'émission - puissance de pompe

Précisons que le spectre optique montre que, quelles que soient les conditions expérimentales, le laser émet sur un seul mode transversal et longitudinal. Le taux de variation de la fréquence optique émise en fonction de la température, calculé à partir des valeurs du coefficient de dilatation et du taux de variation de l'indice $\frac{dn}{dT}$ (cf. Tableau I-2), est d'environ $-3,2 \text{ GHz/K}$, soit deux fois celui du YVO_4 . La fréquence d'émission décroît de façon linéaire avec la puissance de pompe avec un taux relativement faible puisqu'il n'est que de 20 MHz/mW contre 90 MHz/mW dans le cas du YVO_4 . Le taux de variation de la température en fonction de la puissance de pompe est alors seulement de $6,3 \text{ K/W}$.

4) $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$

Dans cette section, nous rappelons en quoi le dopage au Cr^{4+} modifie le fonctionnement du YAG, puis nous présentons le montage de caractérisation ainsi que les résultats des mesures.

a) Caractéristiques du laser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG

L'élément de base de ce laser est un cristal de YAG dopé au néodyme ($\approx 1\%$ en atome) de $700\ \mu\text{m}$ d'épaisseur, sur lequel est déposée une couche de YAG dopée en ions chrome (Cr⁴⁺), d'épaisseur $100\ \mu\text{m}$, qui joue le rôle d'absorbant saturable. Sa section est un carré de $9\ \text{mm}$ de côté et le cristal est coupé perpendiculairement à son axe [1,1,1].

A l'intérieur de la couche d'absorbant, les ions Cr⁴⁺ se substituent à des ions Al³⁺ placés dans des sites tétraonaux (soit 60% des atomes de Al) [60][61]. L'excès de charges introduit par les ions Cr⁴⁺ est compensé par l'adjonction d'un co-dopant (l'ion Ca²⁺) [60][62]. Le dopage introduit également une grande quantité d'ions Cr³⁺, aussi la concentration en ions Cr⁴⁺ n'est-elle pas connue avec précision [61][63].

Comme pour le Nd³⁺:YAG, l'état de polarisation du rayonnement émis par un laser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG n'est pas uniquement dû à la structure cristalline. L'étude de la transmission d'une couche de Cr⁴⁺:YAG révèle une anisotropie qui est interprétée par Eilers et al. [61] comme due à un alignement préférentiel des dipôles électriques selon les axes cristallins, ce qui induit une dynamique de polarisation qui est présentée au chapitre III.

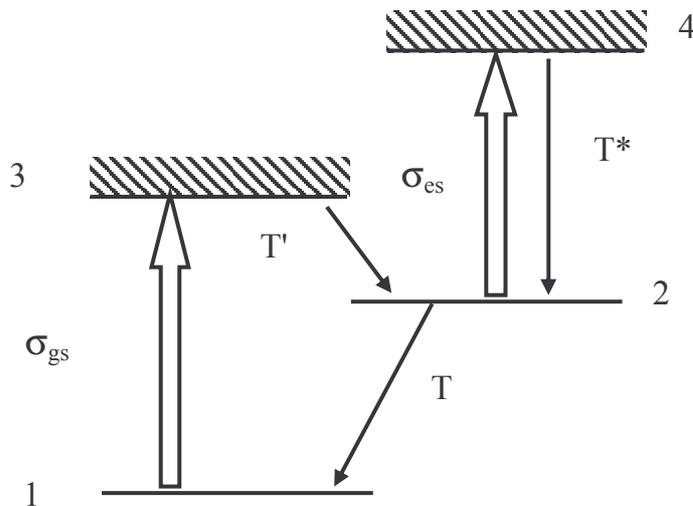


Figure I-14 : *Diagramme des niveaux d'énergie impliqués dans le processus d'absorption saturée du Cr⁴⁺:YAG.*

Le modèle d'absorption le plus couramment rencontré met en jeu quatre niveaux répartis suivant le schéma de la Figure I-14. Ces quatre niveaux ne sont pas tous clairement identifiés. Le niveau fondamental 1 et le niveau excité 3 sont respectivement les sous-niveaux d'énergie ³A₂ et ³T₂ [34][62][63][64][65], le niveau 4 est associé au niveau ³T₁ [34][64], tandis que le niveau 2 est identifié soit au niveau ¹E [62][63], soit à un sous-niveau du niveau

3T_2 [34][64]. Signalons qu'une étude de la transmission d'impulsions dans une couche de YAG dopée au chrome a conduit S. Yim et al. [65] à introduire un cinquième niveau.

Tous les auteurs s'accordent cependant pour considérer que les niveaux 3 et 4 relaxent très rapidement vers le niveau 2, tandis que la relaxation entre les niveaux 2 et 1 est beaucoup plus lente. La valeur attribuée au temps de décroissance de la population du niveau 2 (T) varie selon les auteurs entre 2,9 et 4,1 μs [34][61][63][66]. Ceux des niveaux 3 (T') et 4 (T*) sont très mal connus et, dans la quasi totalité des articles, ils sont seulement supposés très courts devant T. Seuls Z. Burshtein et al. [62] et G. Xiao et al. [63] donnent des estimations de T* respectivement égales à 0,5 et 0,1 ns.

Le mécanisme principal d'absorption correspond à la transition du niveau fondamental 1 vers le niveau excité 3. Mais l'absorption du rayonnement à 1064 nm peut également se produire sur la transition entre les niveaux excités 2 et 4. Ce dernier processus se manifeste essentiellement aux fortes intensités, lorsque l'absorption principale se sature, et, il est alors responsable de l'absorption résiduelle de la couche de Cr^{4+} :YAG [60][62].

Les sections efficaces de transition sont également mal connues, même si la grandeur macroscopique correspondante, à savoir l'absorption de la couche, qui dépend de la concentration en ions Cr^{4+} , des sections efficaces d'absorption et de l'épaisseur de chrome, est plus facilement mesurable. Le Tableau I-3 donne un aperçu des valeurs relevées dans la littérature. Les valeurs de σ_{gs} (associée à la transition 1 \rightarrow 3) varient de 19 à 70 $10^{-19}cm^2$ alors que celles de σ_{es} (associée à la transition 2 \rightarrow 4) sont comprises entre 2 et 20 $10^{-19}cm^2$. Ces écarts sont principalement liés à l'incertitude sur la concentration des ions Cr^{4+} . Pour le cristal dont nous disposons, les valeurs minimales T_0 (en absence de saturation) et maximale T_s (forte saturation) de la transmission ont été mesurées au LETI et valent respectivement 77,5% et 97%.

$\sigma_{gs} (10^{-19} cm^2)$	57 ± 20	70 ± 8	19 ± 5	$30 \pm 0,5$	25 ± 3
$\sigma_{es} (10^{-19} cm^2)$	8 ± 2	20 ± 3	5 ± 1	$2 \pm 0,5$	$3 \pm 0,3$
Références	[61]	[62]	[63]	[64]	[67]

Tableau I-3 : Tableau récapitulatif des valeurs rapportées pour les sections efficaces des transitions entre les niveaux 1 et 3 (σ_{gs}) et les niveaux 2 et 4 (σ_{es}).

Pour compléter la description des caractéristiques de ce microlaser Nd^{3+},Cr^{4+} :YAG, précisons que le coefficient de réflexion du miroir d'entrée à 1064 nm est de 99,5%, tandis que son coefficient de transmission à la longueur d'onde de pompe (808 nm) est de l'ordre de

90%. Le miroir de sortie n'est pas traité à 808 nm et possède une transmission de 7% à 1064 nm. Compte tenu de cette dernière transmission et de la transmission saturée de la couche de chrome, la valeur calculée du temps de décroissance du champ dans la cavité est de 197 ps.

b) Caractéristiques mesurées du microlaser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG

➤ Montage expérimental

Le pompage est assuré par un laser Saphir-Titane (Coherent 899 Ring Laser) pompé par un laser à argon ionisé de 15 W (Coherent Innova 400). Il délivre à 808 nm un rayonnement de puissance supérieure à 2 W avec une largeur spectrale inférieure à 500 kHz. Le faisceau émis est polarisé linéairement (ellipticité <0,1). Le dispositif de focalisation utilisé pour pomper le laser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG est un télescope constitué d'une lentille frontale de focale 200 mm associée à une lentille de courte focale (15 mm). Le rayon à e^{-2} varie de 13,5 μm à 20 μm environ sur la longueur du cristal. La divergence du faisceau émis par le microlaser est de 12,4 mrad, ce qui correspond à un rayon de pincement de 27,4 μm .

➤ Seuil et taux de conversion

Nous allons maintenant étudier l'évolution de la puissance moyenne émise en fonction de la puissance de pompe. La Figure I-15 illustre l'évolution linéaire de la puissance émise en fonction de la puissance de pompe.

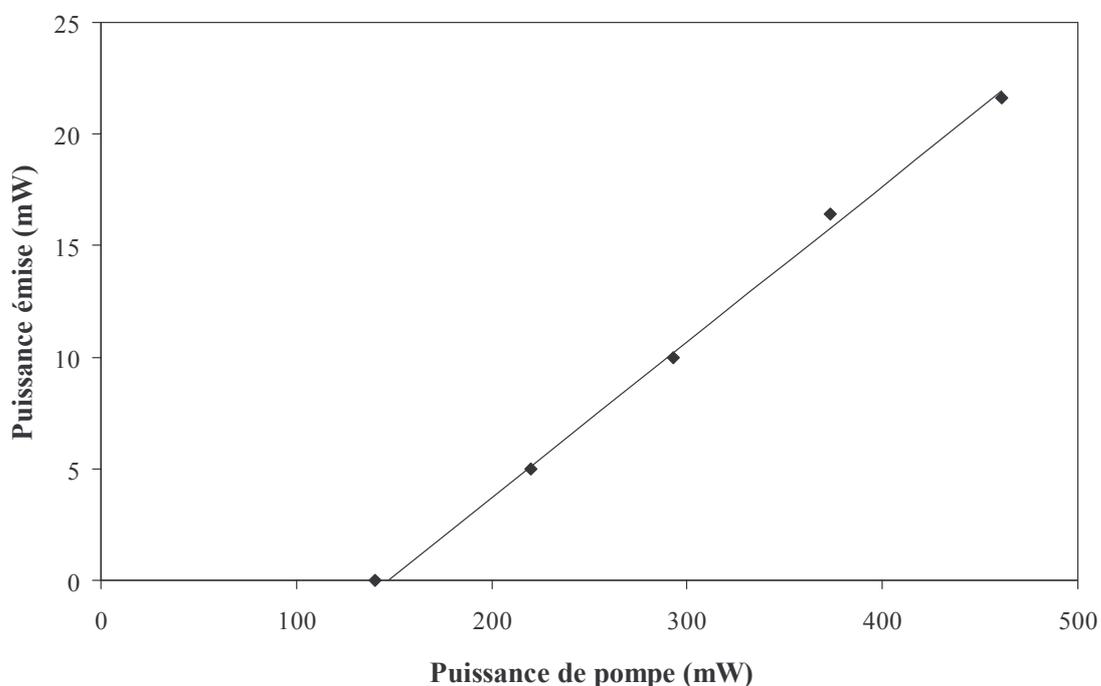


Figure I-15 : Evolution de la puissance émise en fonction de la puissance de pompe.

Le seuil est atteint pour une puissance de pompe d'environ 150 mW, alors que la pente de conversion vaut environ 7%. Il est possible d'obtenir des taux de pompage maximum de l'ordre 4, proche du seuil de dommage des miroirs.

➤ Taux de répétition des impulsions

Le laser émet des impulsions asymétriques de 400 ps de durée (durée totale à mi-hauteur). Le temps de montée (10-90%) est d'environ 280 ps, alors que le temps de descente est de 650 ps. La fréquence de répétition de ces impulsions est proportionnelle à l'excès de pompage par rapport au seuil (Figure I-16). Elle atteint 60 kHz pour un excès de pompage de 2,1 (puissance de pompe proche de 460 mW). Une telle évolution a été prédite par différents auteurs [36][46][68]. Elle peut être comprise en admettant que l'énergie émise dans chaque impulsion est indépendante du taux de pompage et que la puissance moyenne varie de façon linéaire avec la puissance de pompe.

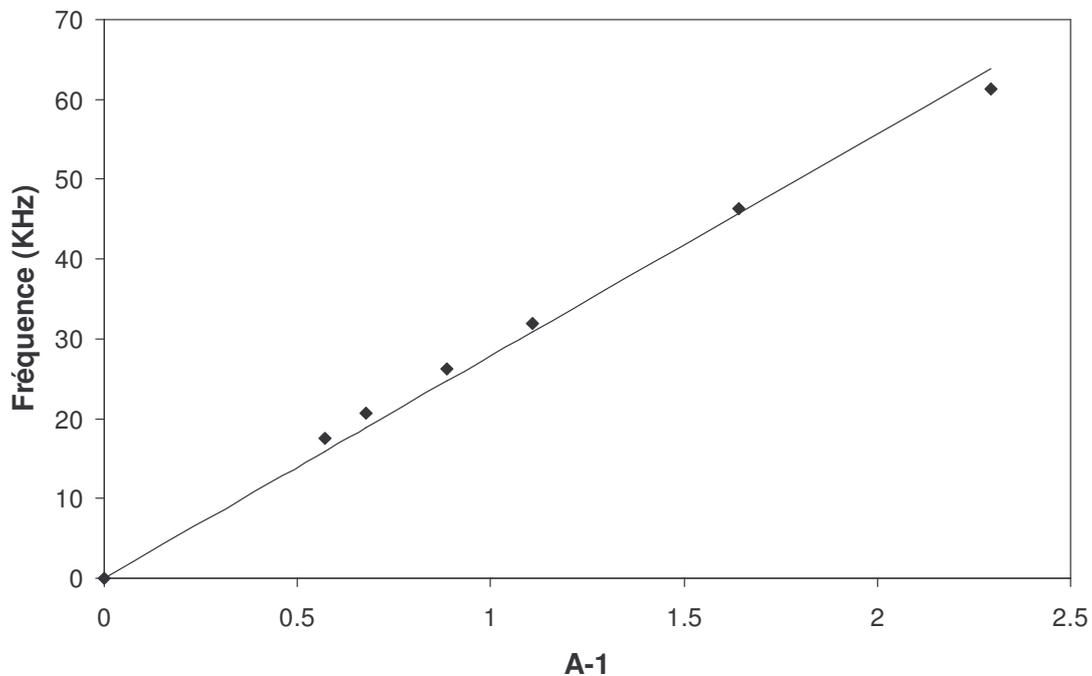


Figure I-16 : Evolution de la fréquence de répétition en fonction de l'excès de pompage.

➤ Analyse de la relation fréquence d'émission - puissance de pompe

L'évolution de sa fréquence optique en fonction de la puissance de pompe est observée à l'aide d'un Perot-Fabry plan-plan d'intervalle spectral libre 15 GHz et de finesse 20, bien adapté à l'observation du spectre émis de largeur 1 à 2 GHz. Le faisceau émergent de la cavité est envoyé sur un détecteur couplé à un filtre passe bas de fréquence de coupure 200 Hz destiné à moyennner la réponse du Perot-Fabry sur un grand nombre de périodes du laser.

Comme c'est le cas pour le laser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$, la fréquence optique du $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ dépend de la puissance de pompe. L'indice de réfraction n , sa variation avec la température et le coefficient de dilatation α sont des caractéristiques intrinsèques de la matrice cristalline utilisée et donc quasiment indépendants du dopant. Le taux de variation de la fréquence optique en fonction de la température d'un laser $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ est en pratique identique à celui d'un simple laser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ et vaut donc $-3,2 \text{ GHz/K}$.

La Figure I-17 représente la courbe expérimentale de dépendance de la fréquence émise en fonction de la puissance de pompe. Comme dans le cas des deux autres microlasers, la fréquence décroît linéairement avec la puissance de pompe. La droite de régression ajustée sur la courbe expérimentale a une pente de 205 MHz/mW , ce qui correspond à un taux de variation de la température en fonction de la puissance de pompe d'environ 64 K/W nettement plus important que pour le laser YAG continu. Cet écart, révélateur de variations de température plus grandes, est dû en partie au rendement plus faible mais aussi à de moins bons échanges thermiques entre le cristal et son environnement (air ambiant et support).

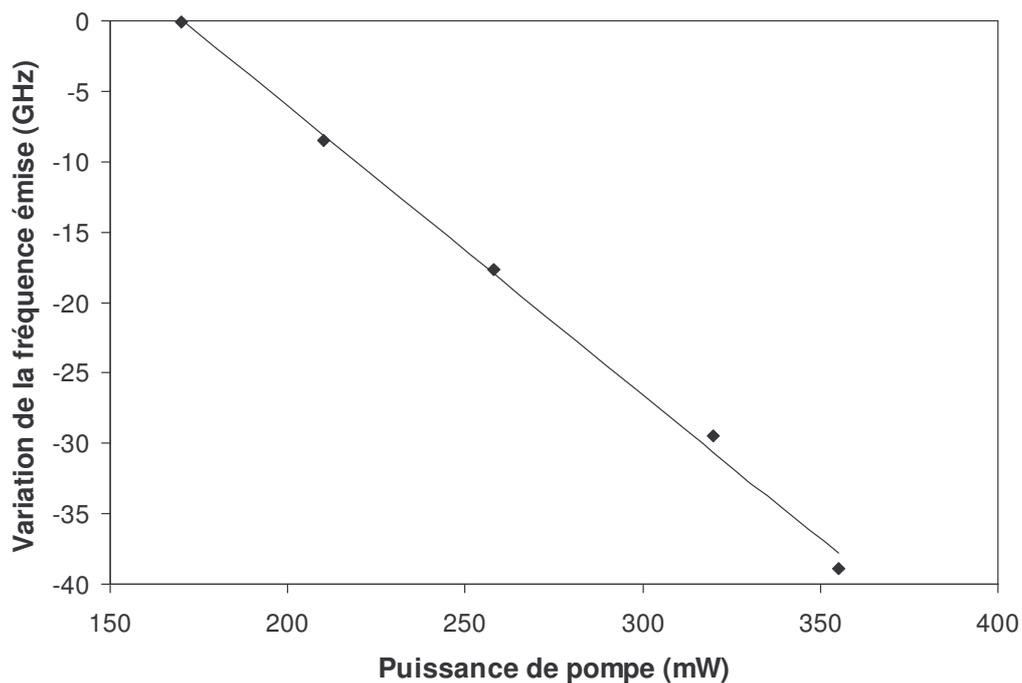


Figure I-17 : Evolution de la fréquence optique du rayonnement en fonction de la puissance de pompe. La courbe en trait plein est une droite de pente 205 MHz/mW ajustée sur les points expérimentaux.

Ce premier chapitre nous a permis non seulement de présenter les propriétés générales et l'intérêt des microlasers, mais surtout de caractériser les microlasers utilisés dans la suite de ce travail. Ces caractérisations préliminaires sont une étape nécessaire aux études plus complexes du couplage entre deux microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$ et des effets de polarisation dans les microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ et $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ présentées respectivement aux chapitres II et III de ce document.

Chapitre

II

Dynamique de couplage entre microlasers

Le présent chapitre est consacré à l'étude du couplage entre deux microlasers continus. Il se décompose en cinq parties.

Dans un premier temps, nous présentons le dispositif expérimental utilisé pour cette étude en indiquant les problèmes rencontrés ainsi que les stratégies mises en œuvre pour y remédier.

La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'étude expérimentale de la dynamique des deux lasers couplés et de son évolution en fonction du désaccord de fréquence entre ces lasers. Nous y décrivons les différents régimes observés en les associant à différents domaines du désaccord. Ces régimes sont caractérisés par l'évolution temporelle de l'intensité de chaque laser ainsi que par la structure du faisceau émis observée en champ lointain.

Nous présentons le modèle retenu pour décrire notre système dans la troisième partie. En étudiant la symétrie des équations du modèle et en recherchant des solutions particulières nous montrons que nous pouvons tirer des informations qualitatives et quantitatives sur le coefficient de couplage à partir des résultats expérimentaux obtenus dans la partie précédente. Cette analyse nous a permis de proposer une méthode permettant de déterminer complètement le coefficient de couplage à partir de résultats expérimentaux.

Dans une quatrième partie, nous présentons les résultats obtenus par résolution numérique du système d'équations du modèle. Nous y mettons en évidence l'excellent accord entre ces résultats numériques et les observations expérimentales décrites dans la deuxième partie de ce chapitre. L'influence de différents paramètres sur la dynamique du système est également étudiée à l'aide de ces simulations numériques.

Enfin la cinquième partie est consacrée à une première tentative d'établissement de l'expression analytique du coefficient de couplage et à la comparaison de son évolution en fonction de la distance entre lasers avec celle que l'on a pu obtenir expérimentalement.

I) Dispositif expérimental

Cette section est consacrée d'une part à la description du dispositif de pompage permettant d'obtenir deux lasers couplés et d'autre part à l'ensemble des diagnostics qui vont nous permettre d'analyser le comportement des deux lasers. Nous abordons ensuite les choix que nous avons retenus tant pour le cristal que pour la maîtrise de l'écart de fréquence entre les deux lasers.

1) Montage

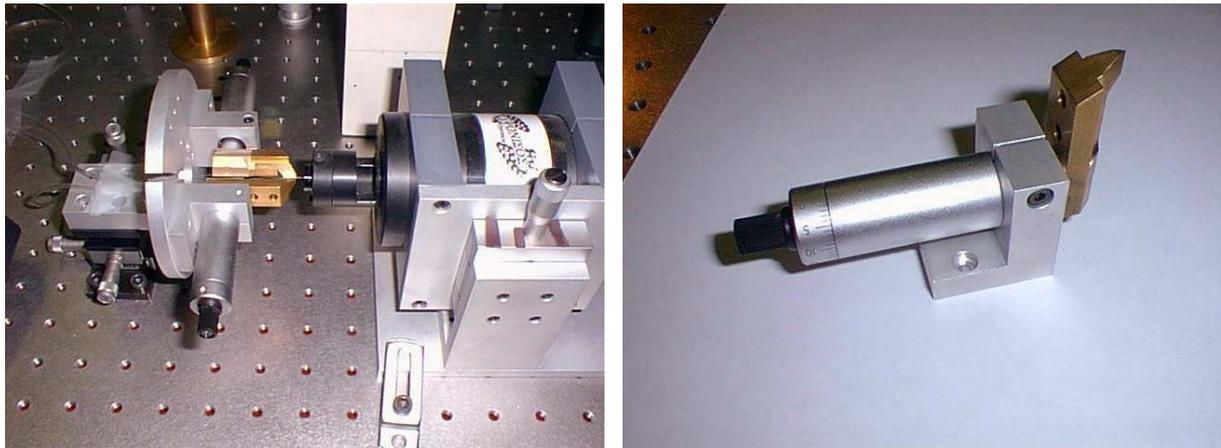
Le montage décrit ci-dessous permet d'étudier le couplage entre deux microlasers quel que soit le cristal utilisé ou la méthode choisie pour faire varier le désaccord entre les lasers.

a) Système de pompage

Le pompage est effectué par deux diodes lasers fibrées, identiques à celle utilisée dans le chapitre I, placées devant le dispositif de remise en forme des faisceaux précédemment décrit.

Chaque fibre est collée sur l'arête d'une mâchoire de mandrin solidaire d'un système de translation micrométrique, lui-même fixé sur un support pouvant accueillir jusqu'à quatre fibres (Figure II-1). Les fibres peuvent ainsi être positionnées indépendamment l'une de l'autre. Ce système permet de faire varier la distance entre les faisceaux de pompe et donc entre les lasers. La distance minimum entre faisceaux de pompe sera donc liée à l'écart minimum entre les fibres. Pour réduire au maximum cet écart, les fibres sont dénudées avant collage, ce qui permet d'atteindre une distance minimum théorique égale au diamètre de la gaine des fibres soit 125 μm . Cette opération de collage, effectuée sous microscope binoculaire, est rendue délicate par la nécessité de placer les extrémités des deux fibres à la même distance de l'extrémité des mâchoires de mandrin de façon à les amener dans un même plan par rapport à la face d'entrée du dispositif de focalisation.

Le dispositif de positionnement relatif des fibres que nous venons de décrire est lui-même fixé sur un système de trois platines de translation d'axes perpendiculaires, permettant de régler sa position par rapport au dispositif de focalisation décrit au chapitre I. La distance entre les faisceaux de pompe, au niveau du cristal, peut être ajustée entre 140 et 2000 μm .



(a)

(b)

Figure II-1: *Dispositif de positionnement des fibres, (a) vue globale, (b) la mâchoire du mandrin solidaire de son système de translation micrométrique*

b) Positionnement du microlaser

Le dispositif de maintien et de positionnement du microlaser décrit au chapitre I permet de sélectionner facilement les zones sur le cristal où les rayonnements émis ont des fréquences voisines en déplaçant le cristal transversalement par rapport à la direction de propagation des faisceaux de pompe.

c) Diagnostics

Pour étudier le comportement du système formé par les deux microlasers, nous avons mis en place plusieurs moyens de diagnostics. En plus de l'observation de la structure de l'émission en champ lointain et de la détermination de la valeur absolue du désaccord en fréquence entre microlasers, qui sont généralement effectuées [6][7][8][9][69], nous avons recherché un accès au signe de ce désaccord en fréquence ainsi qu'à l'évolution temporelle de l'intensité associée à chaque faisceau. Pour cela, nous avons réalisé le montage expérimental schématisé sur la Figure II-2. Le rayonnement émis par la galette est séparé en quatre voies principales à l'aide de cubes séparateurs non polarisants.

Une première voie est dédiée à l'étude de l'intensité du rayonnement associé à chaque laser (I_1 et I_2). A cause de leur divergence, les deux faisceaux se recouvrent très rapidement. Pour les séparer, on positionne une lentille ($f = 15$ cm) sur les trajets de ces faisceaux de façon à ce que ceux-ci soient « collimatés » alors que leurs directions de propagation divergent. A une distance de 2,5 m de la lentille la distance entre faisceaux est supérieure à 3 mm alors que leur diamètre reste inférieur à 2 mm. Pour faciliter la séparation effective des faisceaux, on utilise alors un cube séparateur non polarisant ($R=T=50\%$). Le faisceau transmis associé au laser L_1 et le faisceau réfléchi issu du laser L_2 sont sélectionnés par des diaphragmes à iris de

diamètre 1 mm. Les faisceaux sont alors envoyés sur des détecteurs (D_1 et D_2) de bande passante 150 MHz (Thorlabs DET410). Ces derniers permettent d'observer l'évolution temporelle de chaque faisceau. Ils sont reliés à un oscilloscope numérique (Tektronix TDS 420A de bande passante 100 MHz ou LeCroy LC 334A de bande passante 500 MHz) tous deux connectés à un PC.

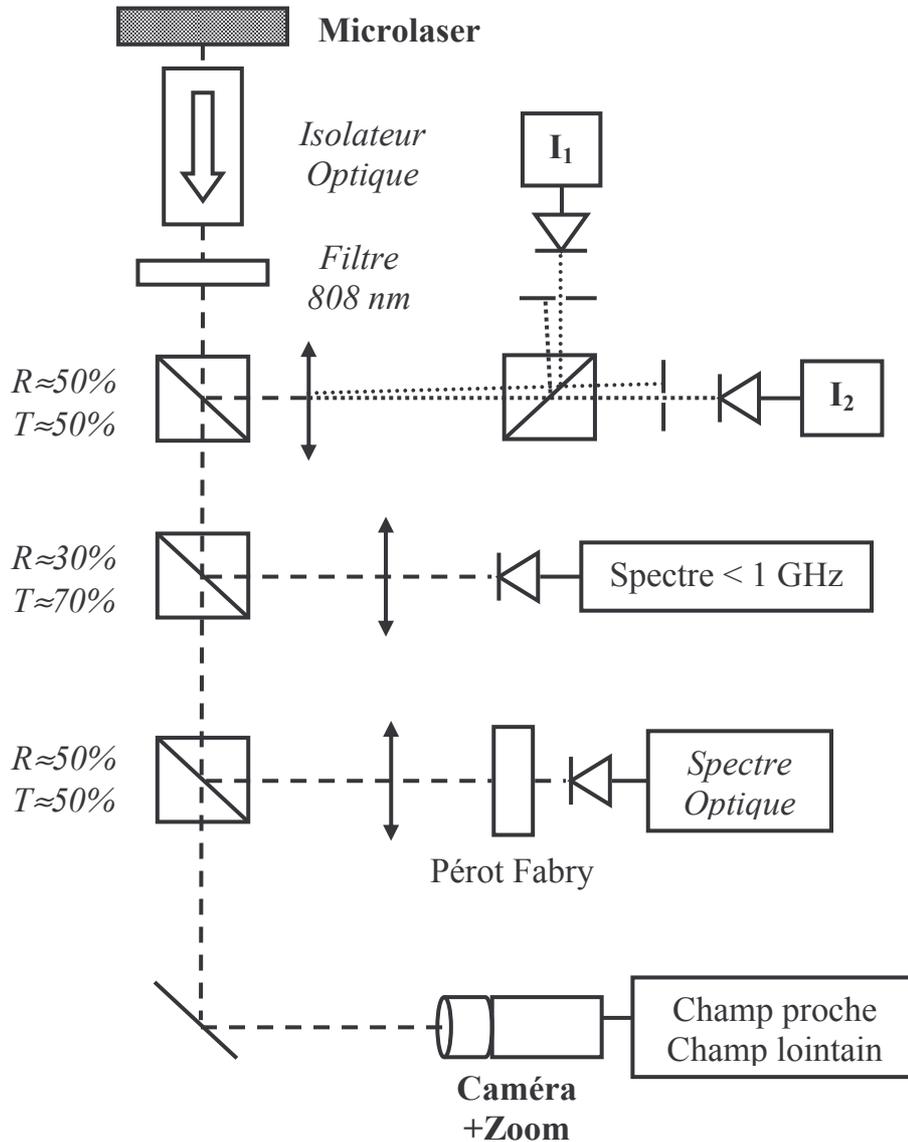


Figure II-2 : Représentation schématique du montage expérimental permettant l'analyse du couplage entre deux microlasers.

Les signaux correspondants à l'évolution temporelle de l'intensité de chaque faisceau (5000 points sur 50 μ s pour le TDS 420A et 25000 points sur 50 μ s pour le LC 334A) sont stockés, puis traités. Ce traitement permet de déterminer les caractéristiques de ces intensités telles que l'amplitude relative des fluctuations, les fréquences caractéristiques du spectre de Fourier ou la fonction d'intercorrélacion.

Sur une deuxième voie (cf. Figure II-2), les deux faisceaux sont focalisés sur un détecteur rapide (D_3) de bande passante supérieure à 1 GHz (Newport 818-BB-30). Ce dernier, relié à un analyseur de spectre, permet de mesurer la fréquence de battement entre les deux lasers. Notons que seule la valeur absolue de cette différence de fréquences entre les microlasers est ainsi accessible.

Pour déterminer le signe du désaccord et pour repérer les désaccords supérieurs à 1 GHz, nous avons utilisé le Perot-Fabry haute résolution (Super Cavity S-250 de Newport) présenté au chapitre I. Ce dernier est introduit sur une troisième voie d'analyse. Une lentille permet d'adapter la taille des faisceaux émis à celle du mode de la cavité Perot-Fabry. On peut ainsi repérer en temps réel la position relative des résonances associées à chacun des lasers et identifier le laser qui possède la fréquence optique la plus élevée.

La dernière voie d'analyse permet d'observer la structure du rayonnement émis. Pour cela, on utilise une caméra CCD (Sanyo) équipée d'un zoom qui permet de faire la mise au point aussi bien sur le cristal (champ proche) que sur une zone de fort recouvrement des faisceaux (champ lointain). Cette caméra est reliée au PC via une carte d'acquisition (Matrox Météor) ce qui permet d'acquérir et de sauvegarder des profils d'intensité.

Un isolateur optique (Gsänger FR-880, isolation 20 dB) a été placé dès la sortie du microlaser pour empêcher tout retour vers le cristal. De plus, pour les mêmes raisons, tous les éléments de la chaîne de mesure (cubes séparateurs, détecteurs, lentilles, Perot-Fabry...) sont légèrement désalignés et/ou ont fait l'objet d'un revêtement anti-reflet à 1064 nm. Comme nous étudions le couplage dû uniquement à la proximité des faisceaux à l'intérieur de la galette du microlaser, il est impératif d'éviter toute injection de l'intensité d'un des lasers sur lui-même ou sur l'autre.

Pour terminer cette description du dispositif expérimental, précisons qu'un filtre dichroïque permettant d'atténuer de 20 dB le résidu de pompe transmis a été positionné à la sortie de l'isolateur.

Nous allons maintenant préciser les choix stratégiques que nous avons effectués.

2) Stratégies retenues

Comme dans toute nouvelle expérience sur, à la fois, un sujet et un objet nouveaux pour le laboratoire, nous avons été confrontés à des problèmes difficilement prévisibles a priori (distance optimale pour le couplage, variations de la différence du désaccord entre les lasers, choix du milieu amplificateur etc.). Parmi ces difficultés, la mise en forme des faisceaux nécessaire à l'étude du couplage a déjà été abordée au chapitre I. En premier lieu, nous indiquerons brièvement les raisons qui nous ont conduits à utiliser une galette de YVO_4 pour l'étude du couplage entre lasers continus. Nous présenterons ensuite les différentes méthodes permettant d'ajuster le désaccord de fréquence entre les lasers en terminant par la description de la méthode retenue.

a) Choix du cristal

Nous avons à notre disposition trois types de microlasers émettant un rayonnement continu : $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$, $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$ et le LNP.

Le cristal de $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ est le plus couramment utilisé et ses caractéristiques sont a priori bien connues. L'inconvénient majeur de ce type de microlaser est qu'il émet en général sur deux modes de polarisation de fréquences différentes (cf. chapitre III). L'écart de fréquence entre modes de polarisation dépend de la position du laser sur le cristal et peut donc varier d'un laser à l'autre. Le système émet alors sur quatre fréquences distinctes. Ceci complique singulièrement l'étude de la dynamique du couplage et cela d'autant plus que les écarts de fréquence entre les modes de polarisation sont voisins des désaccords de cavité laser.

Le rayonnement émis par un cristal de LNP est lui polarisé linéairement selon un axe pseudo orthorhombique du cristal [53]. Ce cristal pourrait donc être un bon candidat pour notre étude. De plus, l'ion néodyme responsable de l'effet laser constitue un composant stœchiométrique de la matrice cristalline LNP alors qu'il n'est qu'un dopant dans le cas du YAG ou du YVO_4 . Ainsi, la densité d'atomes de néodyme dans le LNP est de 10 à 30 fois supérieure à ce qu'elle est dans les deux autres cristaux [70]. Mais cette forte concentration, qui pouvait être considérée a priori comme un avantage, s'est révélée néfaste pour notre étude. En effet, plus de 99% de la puissance de pompe est absorbée sur une épaisseur de $180\ \mu\text{m}$ ce qui induit des effets thermiques très importants. Il s'est avéré quasiment impossible de coupler correctement deux lasers. Pour de faibles distances, la présence d'un des lasers déforme la cavité du second par effets thermiques et augmente ainsi son seuil

d'oscillation. Les seuils de deux lasers deviennent alors trop élevés pour qu'il nous soit possible de les faire émettre.

Le cristal de YVO_4 s'est finalement révélé comme le meilleur candidat. Grâce à sa structure cristalline, le rayonnement émis est polarisé linéairement selon un axe cristallin (cf. chapitre I) ce qui simplifie l'étude du couplage entre les deux lasers. Bien que près de 97% du rayonnement de la pompe soit absorbé sur l'épaisseur du cristal, l'échauffement local est beaucoup moins important que dans le cas du LNP et permet une émission simultanée des deux lasers pour de faibles distances (cf. chapitre I et ci-dessous).

b) Ajustement du désaccord de fréquence entre lasers

Le désaccord de fréquence entre les lasers influe fortement sur la dynamique des deux lasers couplés. Il est donc très important de le faire varier indépendamment des autres paramètres tels que la séparation entre les lasers.

Changer la zone d'excitation du cristal constitue bien sûr une possibilité de faire varier le désaccord. En effet, les défauts de surfaces (rugosité et défaut de parallélisme des faces) déterminent la fréquence d'émission du microlaser (cf. chapitre I). Mais cette méthode de variation du désaccord ne permet qu'un ajustement grossier. Précisons que J. Xu et al. [8] ont utilisé un microlaser Nd:YAG légèrement prismatique de façon à pouvoir faire varier le désaccord soit en modifiant la distance entre les lasers, soit en tournant le cristal.

Une autre possibilité consiste à utiliser un microlaser semi-monolithique [69]. Une des faces du cristal est traitée anti-reflet et la cavité est alors fermée par un miroir classique. En inclinant ce miroir, on fait varier de façon sélective la longueur de cavité associée à chaque laser et donc le désaccord. Cette inclinaison doit être très faible et nécessite l'utilisation de cales piézo-électriques. Mais ce système, moins compact et moins robuste, est sensible aux vibrations mécaniques induisant des fluctuations de l'écart en fréquence.

Une dernière possibilité d'ajustement du désaccord de fréquence est d'utiliser les propriétés thermiques du cristal. En effet, nous avons vu au chapitre I qu'une augmentation de température induit d'une part une dilatation et d'autre part une augmentation de l'indice de réfraction qui ont tous deux pour effet de diminuer la fréquence de résonance de la cavité et donc du laser.

On peut envisager d'introduire un dispositif de contrôle de la température par chauffage et/ou par refroidissement sur le support du cristal. Si un tel dispositif peut être efficace pour accorder la fréquence de résonance des cavités avec le maximum de la courbe de gain et ainsi augmenter la puissance émise, il présente deux inconvénients. D'une part,

l'équilibre thermique est d'autant plus long à atteindre que le faisceau laser est loin des sources de chaleur. D'autre part, cette méthode est également peu sélective spatialement dans la mesure où la diffusion de la chaleur rend difficile l'ajustement et le contrôle de la différence de fréquences entre deux microlasers très proches (de l'ordre de 200 μm).

La façon la plus simple de faire varier la température du cristal est de modifier légèrement la puissance de l'une des pompes. En effet en changeant celle-ci, on modifie la puissance absorbée dans le cristal et donc l'élévation de température qui lui est liée. La source de chaleur est ainsi directement placée là où l'émission laser a lieu. Son action est donc relativement rapide et surtout spatialement très sélective. En effet, si à cause de la diffusion de la chaleur la température du cristal au niveau des deux lasers évolue, la variation est plus importante au niveau du laser dont le pompage a été modifié. L'inconvénient est que l'on change un des paramètres du système : le taux de pompage d'un des lasers. Toutefois, nous allons montrer que sur la gamme des désaccords de fréquences explorée dans nos expériences, les variations de ce paramètre de pompage restent très faibles. Pour une séparation typique de 200 μm , une mesure systématique de l'écart de fréquences entre lasers en fonction de la puissance d'une des pompes, montre que le taux de variation du désaccord par unité de puissance de pompe est de 40 MHz/mW alors que la puissance de pompe est typiquement de 200 mW par laser. Il est donc possible de faire varier le désaccord d'une centaine de mégahertz, ordre de grandeur des variations dans les expériences décrites ci-dessous, avec une variation de la puissance de pompe de l'ordre du pour cent. Dans la mesure où les lasers sont excités largement au-delà de leur seuil et où les taux de pompage des deux lasers sont notablement différents, une telle variation d'un des taux de pompage peut être négligée.

C'est cette méthode d'ajustement du désaccord, couplée à une sélection préalable du site propice sur le cristal, que nous avons retenue.

A ce niveau, il convient de préciser les limites de cette méthode, et de façon plus générale, les contraintes liées aux variations de température du cristal.

Le taux de variation du désaccord de fréquence entre lasers étant de -40MHz/mW , une variation de 1 MHz du désaccord correspond à une variation de la puissance de pompe de l'ordre de 2 centièmes de milliwatt soit une variation relative de 10^{-4} pour des puissances de l'ordre de 200 mW (valeur typique). De plus une telle modification du désaccord correspond à une variation de température de l'ordre du milliKelvin facilement induite par des modifications de l'environnement du microlaser (courant d'air, température de la pièce...). En fait, dans les conditions expérimentales, on observe des fluctuations de l'ordre de la dizaine

de mégahertz suffisamment basses fréquences (0,1 Hz) pour que le désaccord soit constant pendant l'acquisition des signaux.

Précisons enfin que le désaccord de fréquence entre les cavités vides, $\Delta\nu_c = \nu_{c2} - \nu_{c1}$ ne nous est pas accessible expérimentalement. Nous ne pouvons mesurer qu'une valeur approchée de ce désaccord qui est l'écart entre les fréquences émises par les lasers $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$. Il existe deux causes qui induisent une différence entre $\Delta\nu_c$ et $\Delta\nu$: le tirage en fréquence dû à la non coïncidence entre les fréquences de résonance de la cavité et le maximum de la courbe de gain et le couplage lui-même. Le laser étant de classe B ($\kappa \ll \gamma_{\perp}$), le tirage en fréquence introduit une très faible différence, de l'ordre du pour cent, entre le désaccord en fréquence des cavités et le désaccord en fréquence des lasers

$$(\Delta\nu = \frac{\gamma_{\perp}}{\gamma_{\perp} + \kappa} \Delta\nu_c) [16].$$

Dans la mesure où l'interaction entre lasers est faible, le battement observé sur le détecteur rapide D₃ fournit une très bonne approximation du désaccord de fréquence entre les cavités. Lorsque l'interaction entre les lasers devient importante, la fréquence de battement, lorsqu'elle existe, diffère du désaccord de cavité, mais cette différence reste modérée et n'introduit que des modifications de détails dans la présentation des résultats, ce qui est vérifié par les simulations numériques (cf. paragraphe IV).

II) Résultats expérimentaux

1) Dynamique temporelle du système

La dynamique temporelle des lasers couplés a été analysée de façon systématique en fonction du désaccord de fréquence entre cavités, pour différentes distances ($140 \mu\text{m} < d < 250 \mu\text{m}$) et pour différents taux de pompage ($1,5 < A < 4$).

Avant toute chose, précisons que sur la gamme de variation du désaccord de fréquence explorée, nous n'avons pas pu mettre en évidence des variations significatives de la puissance émise par les deux lasers. Il est à noter toutefois que la puissance totale émise par les deux lasers est environ 10% plus faible que la somme des puissances émises par chaque laser seul, le second laser étant éteint. Cette diminution peut être attribuée aux effets thermiques du type de ceux décrits précédemment dans le cas d'un cristal de LNP.

Pour une distance entre lasers donnée et des taux de pompage fixés, seul le désaccord de fréquence varie au cours d'une expérience. Dans la plupart de nos expériences, les taux de pompage des deux lasers sont différents pour des raisons essentiellement techniques. En effet, l'inhomogénéité de l'épaisseur du cristal induit, à température ambiante, des longueurs optiques différentes pour les cavités associées aux deux lasers. Un apport supplémentaire de puissance sur un laser est nécessaire pour compenser cet écart. Ce n'est donc qu'exceptionnellement que les lasers auront même fréquence d'émission pour des taux de pompage égaux. Dans une telle situation, la technique de variation de l'écart entre les fréquences des lasers par action sur les puissances de pompe est difficilement applicable. Enfin, des raisons théoriques explicitées plus loin nous ont poussés à choisir des situations où les taux de pompage sont différents. Sans perte de généralité, nous allons nommer laser L_2 le laser le plus fortement pompé ($A_2 \geq A_1$ où A_i représente la puissance de pompe en unité de puissance de pompe au seuil).

Suivant la valeur de l'écart de fréquence entre cavités lasers, l'ensemble des expériences met en évidence 3 types de comportements dynamiques différents. La largeur des domaines d'apparition de ces régimes dépend principalement de la distance entre les lasers et peut varier de plus d'un ordre de grandeur sur l'intervalle exploré. Ces trois régimes correspondent respectivement à l'oscillation quasi indépendante des deux lasers, l'accrochage en phase de ces lasers et un comportement intermédiaire caractérisé par des instabilités de grande amplitude affectant l'intensité de chacun des lasers.

a) Oscillations quasi indépendantes

Lorsque la valeur absolue du désaccord en fréquence est grande, l'interaction entre les lasers est faible. Le spectre optique observé à l'aide du Perot-Fabry (cf. Figure II-2) présente deux composantes bien distinctes voisines de celles des deux lasers indépendants. La structure en champ lointain du rayonnement émis par l'ensemble des microlasers, observée grâce à la caméra, est constituée d'une tache unique dont le profil d'intensité est proche d'une gaussienne. Le spectre de Fourier de l'intensité du rayonnement émis par chaque laser (détecteurs D_1 et D_2) présente une composante basse fréquence correspondant à des oscillations à la fréquence de relaxation du laser considéré. A cela, s'ajoute une seconde composante importante à la fréquence de battement dont l'amplitude tend très rapidement vers zéro lorsque le désaccord augmente en valeur absolue.

b) Accrochage de phase

A l'opposé, lorsque le désaccord de fréquence est faible, les deux lasers peuvent osciller à une même fréquence optique. Cela se traduit par l'existence d'une composante unique sur le Perot-Fabry et par la disparition du battement sur le détecteur D_3 . De plus, la structure en champ lointain du rayonnement présente un système de franges de très bonne visibilité, révélateur de la cohérence entre les deux lasers. L'intensité de chaque laser est alors constante aux fluctuations techniques près. Ces fluctuations sont caractérisées par une unique fréquence de relaxation et ont même phase pour les deux lasers.

c) Régime instable

Pour des désaccords de fréquence intermédiaires, l'intensité de chaque laser est caractérisée par l'apparition d'oscillations de forte amplitude, de régimes impulsionnels périodiques synchrones ou chaotiques. La visibilité des franges observées sur la structure du rayonnement en champ lointain demeure proche de l'unité dans le cas des régimes impulsionnels périodiques, puis diminue à mesure que $|\Delta\nu_c|$ augmente. Ces régimes instables présentent une asymétrie entre désaccord de fréquence positif et négatif. Cette asymétrie se manifeste aussi bien sur les fréquences d'oscillation de l'intensité des lasers que sur leurs amplitudes. Elle est d'autant plus prononcée que les taux de pompage des lasers sont différents. Cette asymétrie nous révèle, comme nous le verrons par la suite, la nature du couplage. Il est donc important de la mettre en évidence. C'est pour cette raison que nous avons privilégié les situations où le pompage des deux lasers est différent.

Après ce bref aperçu des caractéristiques des régimes observés, il convient d'en présenter une description plus détaillée que nous illustrons par des exemples de comportements observés expérimentalement.

2) Etudes détaillées des différents régimes dynamiques

a) Etude des intensités émises par chaque laser en fonction $\Delta\nu_c$

Pour chaque valeur de $\Delta\nu_c$, les signaux enregistrés à l'aide de l'oscilloscope LeCroy sont traités par un programme en C++ qui en calcule le spectre de Fourier et identifie les composantes principales de ce spectre, en particulier les fréquences basses, correspondant aux oscillations de relaxation, et la fréquence de battement. Il permet également de déterminer les maximums et minimums d'intensité ainsi que la valeur moyenne des signaux enregistrés. En enregistrant des signaux pour différents désaccords (tous les autres paramètres restant fixes), nous pouvons ainsi préciser comment ce paramètre affecte l'évolution temporelle de l'intensité.

La Figure II-3 représente l'évolution des amplitudes des oscillations basse fréquence de l'intensité des lasers et celle de leur fréquence en fonction de $\Delta\nu_c$. Plus précisément, la Figure II-3-a illustre la variation de l'amplitude crête à crête des oscillations normalisée à la moyenne de chaque intensité. La Figure II-3-b montre l'évolution des deux composantes principales du spectre basse fréquence qui correspondent aux fréquences de relaxation des lasers dans le domaine où ceux-ci sont quasi indépendants. Ces courbes ont été obtenues pour une distance d de $194 \pm 5 \mu\text{m}$, les taux de pompage A_1 (laser L_1) et A_2 (laser L_2) étant respectivement égaux à 2,5 et 3,5.

Rappelons que, l'écart de fréquence entre les cavités vides $\Delta\nu_c$ n'étant pas accessible à l'expérience, il est approché par le désaccord de fréquence des lasers $\Delta\nu$ qui est déterminé à l'aide de la fréquence du battement extraite des signaux eux-mêmes. Pour les désaccords faibles, cette fréquence de battement disparaît, soit parce que noyée dans le spectre très large associé aux régimes chaotiques, soit parce que les lasers se sont accrochés en fréquence. Nous avons alors estimé $\Delta\nu_c$ par continuité avec ses valeurs mesurées. Lorsque les variations du courant appliquées pour modifier le désaccord sont suffisamment importantes, on utilise une méthode d'interpolation prenant en compte ces variations. Dans le cas contraire, on peut se servir du délai entre impulsions (dans le cas des régimes impulsionnels) pour classer par ordre croissant du désaccord les enregistrements expérimentaux. En effet, nous avons vérifié de nombreuses fois que, dans le cas des régimes impulsionnels périodiques, les impulsions

observées sur les deux lasers sont synchronisées et que le délai entre les impulsions des lasers L_1 et L_2 augmente avec $|\Delta\nu_c|$. Indiquons tout de suite que ces comportements sont bien retrouvés dans nos simulations numériques (cf. paragraphe IV).

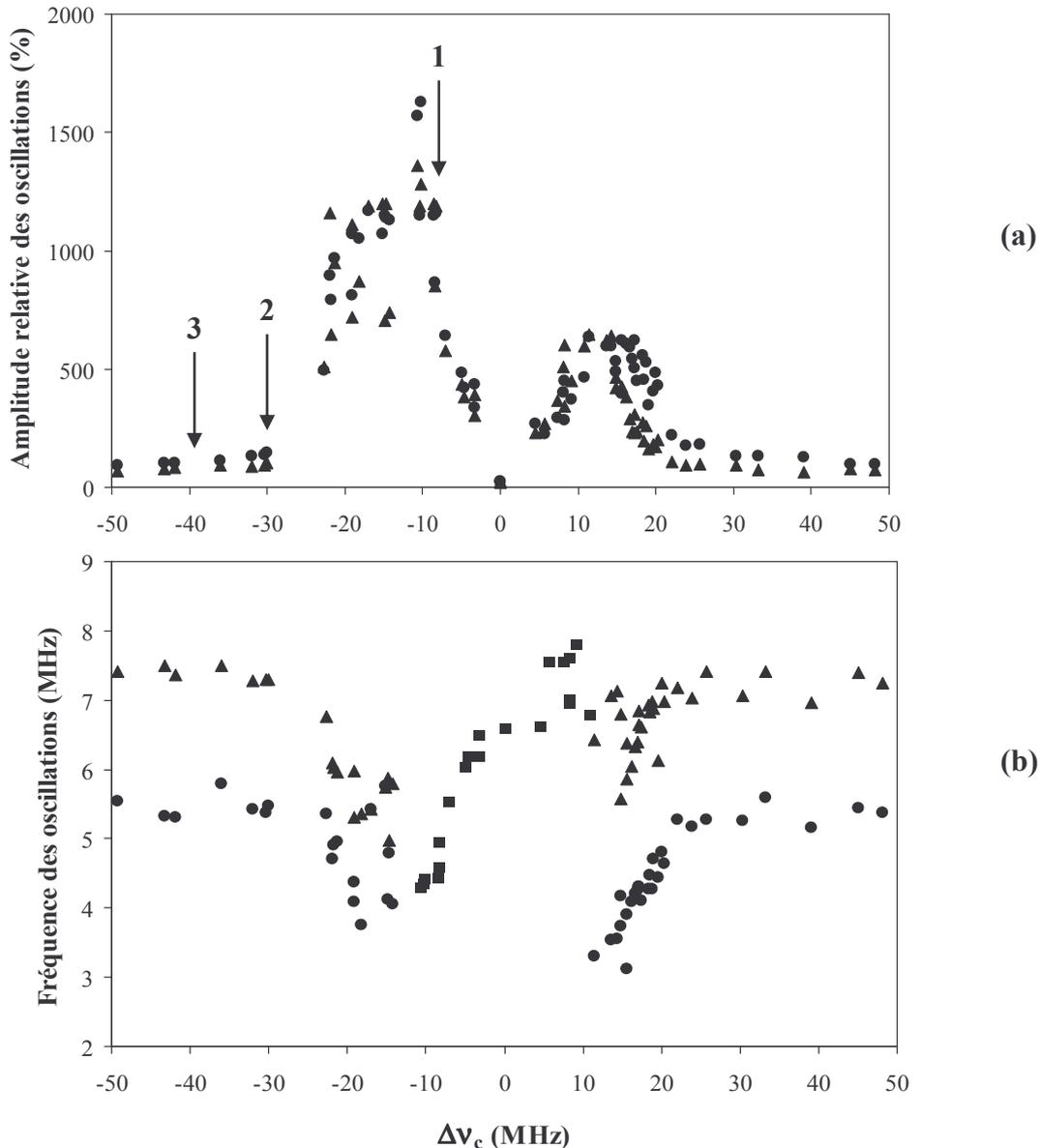


Figure II-3 Evolution en fonction du désaccord de l'amplitude relative crête à crête de l'intensité (a) et du spectre basse fréquence de chacun des deux lasers (b).

● laser 1, ▲ laser 2, ■ commun aux deux lasers ($d = 194 \mu\text{m}$).

Les trois régimes décrits précédemment sont facilement repérables sur la figure précédente (Figure II-3-a et b). Le domaine des lasers quasi indépendants (grand désaccord) s'étend au delà de +25 MHz environ pour les valeurs positives du désaccord et jusqu'à -30 MHz pour les valeurs négatives. L'intervalle de désaccord pour lequel les lasers

s'accrochent en phase a été estimé à $[-3, +3]$ MHz, dans ces conditions expérimentales. Le régime instable s'établit quant à lui pour des désaccords compris entre -25 MHz et -4 MHz et entre +4 MHz et +22 MHz.

i) Lasers quasi indépendants

Dans ce domaine, l'intensité de chaque laser est principalement caractérisée par des oscillations à sa propre fréquence de relaxation (5,5 MHz pour L_1 , 7,4 MHz pour L_2). Ces oscillations, qui se superposent à un fond continu, sont relativement importantes, de l'ordre de 15% (RMS) et sont dues aux bruits techniques. Le spectre obtenu à l'aide d'une transformée de Fourier rapide sur le signal de chaque laser met en évidence, en plus de l'existence d'une composante à la fréquence de relaxation, une composante à la fréquence du battement. Nous avons soigneusement contrôlé que cette composante n'est pas due à une mauvaise séparation des faisceaux. Si c'était le cas, l'amplitude de cette composante serait indépendante du désaccord alors que, dans nos expériences, elle diminue fortement lorsque le désaccord augmente, sans que cela puisse être attribué à l'étroitesse de la bande passante des détecteurs ou de l'oscilloscope. Nous étudierons de façon plus précise les caractéristiques de ces oscillations dans une section ultérieure.

Un exemple d'enregistrement pris dans ce domaine de grand désaccord est illustré par la Figure II-4. La Figure II-4-a montre l'évolution temporelle de l'intensité de chaque laser alors que leurs spectres associés sont représentés sur la Figure II-4-b. Pour une meilleure lisibilité, les courbes associées au laser L_2 ont été translatées vers le haut sur les deux figures. Sur la Figure II-14-a, on observe que l'intensité des deux lasers présente une oscillation sinusoïdale basse fréquence (fréquence de relaxation) à laquelle se superpose une modulation sinusoïdale plus haute fréquence. On observe nettement que la fréquence de relaxation du laser L_2 est supérieure à celle du laser L_1 (période plus courte). La fréquence de la modulation haute fréquence est la même pour les deux lasers et correspond à la fréquence de battement. On peut constater, de plus, que cette modulation n'a pas la même phase pour les deux lasers. Nous verrons, par la suite, que cette dernière propriété est intrinsèquement liée à la nature même du couplage entre lasers et n'est évidemment accessible que par une analyse systématique des comportements temporels qui est une spécificité de notre étude.

Les spectres reflètent les résultats précédents. On observe des composantes aux fréquences de relaxation F_1 et F_2 qui valent respectivement 5,4 et 7,4 MHz, ainsi qu'une composante à la fréquence de battement (50,3 MHz).

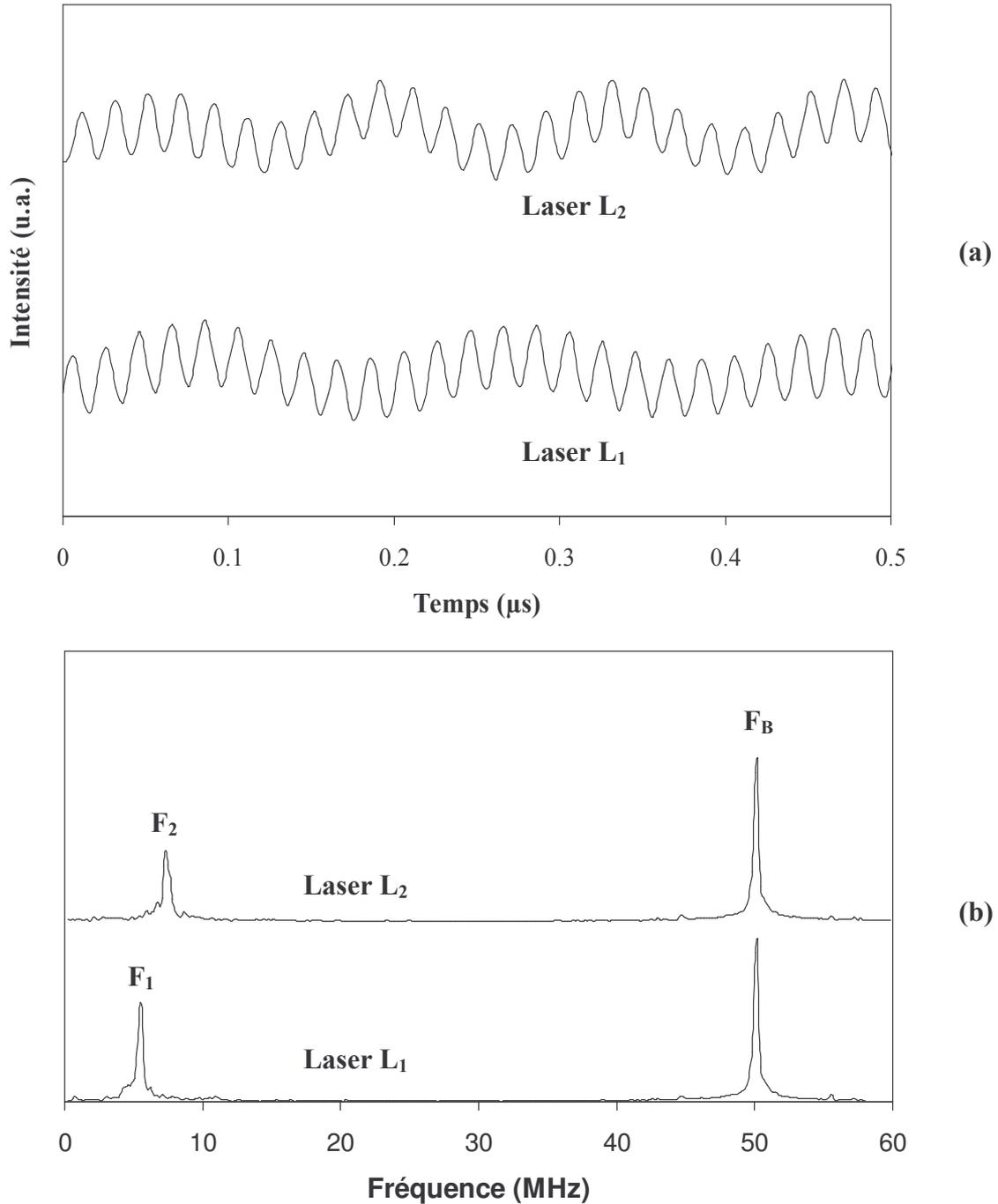


Figure II-4 : Exemple de régimes observés pour les grands désaccords : (a) Evolution temporelle de l'intensité émise par chaque laser et (b) spectres basse fréquence associés. Mêmes conditions expérimentales que la Figure II-3.

ii) *Domaine d'accrochage*

Le comportement des lasers dans ce domaine est illustré sur la Figure II-5 pour laquelle les conditions expérimentales sont les mêmes que celles de la Figure II-3. Là encore, les courbes associées au laser 2 ont été décalées.

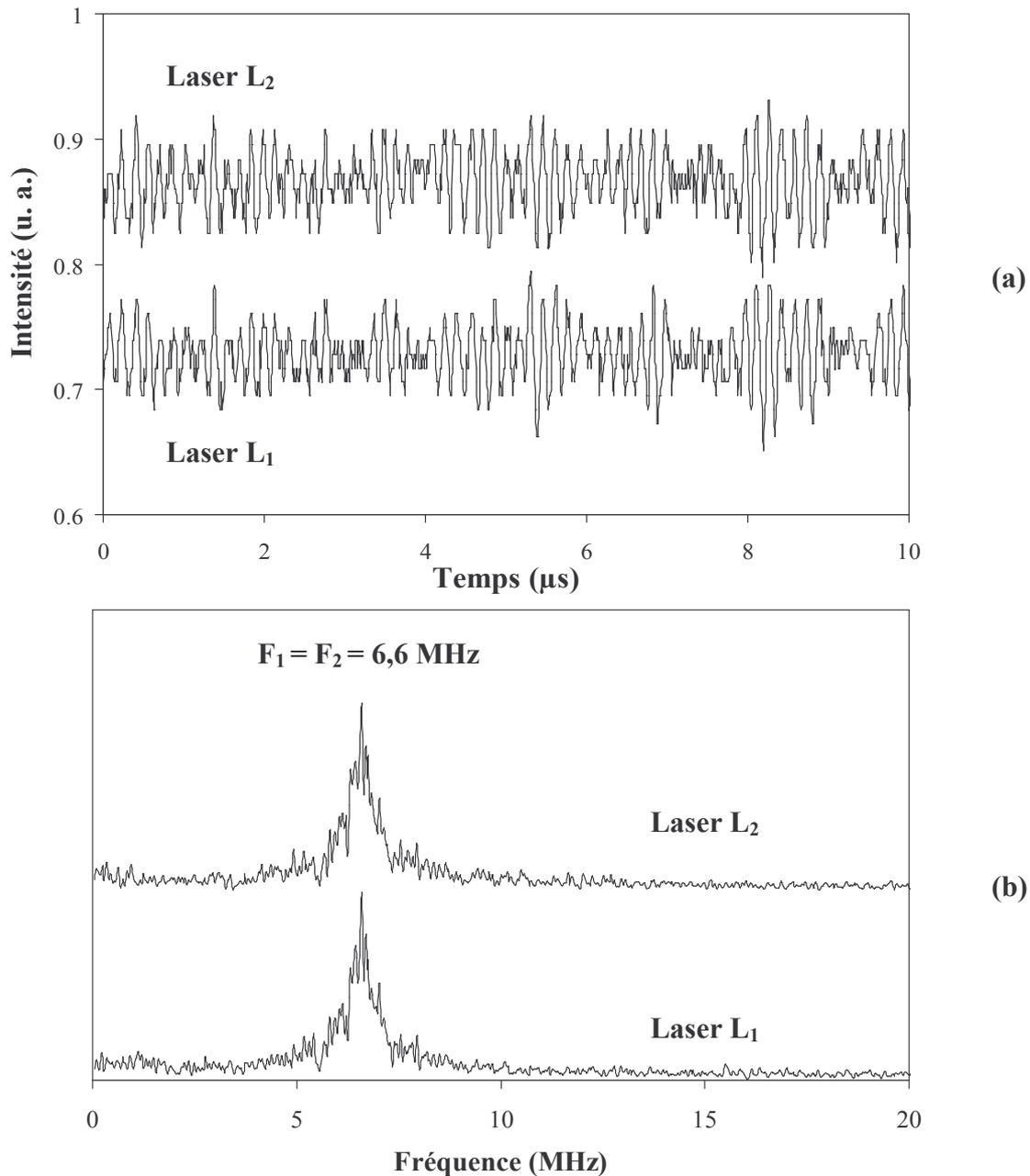


Figure II-5 : Exemple de régimes accrochés a) Evolution temporelle de l'intensité émise par chaque laser et b) spectres basse fréquence associés.
 Mêmes conditions expérimentales que la Figure II-3.

Les fluctuations de l'intensité émise (Figure II-5-a) ont une amplitude très faible, de l'ordre de 3% en valeur quadratique moyenne. Comme le montrent les spectres de la Figure II-5-b, ces fluctuations sont caractérisées par une fréquence unique ($F_1 = F_2 = 6,6 \text{ MHz}$) intermédiaire entre les fréquences de relaxation des lasers dans la zone de quasi indépendance (5,4 et 7,4 MHz). De plus, ces fluctuations sont assez fortement corrélées. Dans le cas particulier des signaux présentés ici, la valeur maximale de la fonction d'intercorrélacion n'est que de 0,88, mais elle excède 0,95 dans nombre d'autres enregistrements.

iii) Régimes instables

Dans ce domaine, le comportement dynamique dépend fortement de la valeur et du signe du désaccord. L'amplitude et les fréquences d'oscillation ont des caractéristiques qualitatives et quantitatives notablement différentes lorsque le désaccord change de signe.

Nous allons tout d'abord nous intéresser aux faibles désaccords (inférieurs en valeur absolue à 10 MHz). Dans cette région, les lasers émettent tous deux en régime impulsionnel avec des périodes identiques et des amplitudes très voisines, mais celles-ci sont deux à trois fois plus fortes du côté des désaccords négatifs que du côté positif (cf. Figure II-3-a). Une asymétrie entre désaccords positifs et négatifs est aussi observable sur les fréquences de ces impulsions. En effet, pour les désaccords négatifs, ces fréquences sont plus faibles que la fréquence de relaxation en phase d'accrochage, alors qu'elles sont supérieures ou égales à cette fréquence dans le cas du désaccord positif (Figure II-3-b ■). Comme signalé précédemment, il existe un délai entre les impulsions des lasers L_1 et L_2 . Ce délai diminue avec la valeur absolue du désaccord.

Un exemple d'un tel régime pour un désaccord estimé à environ -8 MHz est illustré par la Figure II-6. Comme on peut le constater, les impulsions sur les deux lasers sont synchrones et d'amplitudes comparables. Ces dernières sont toutefois affectées de fluctuations dont les caractéristiques dépendent du laser. Les valeurs moyennes des intensités des impulsions sont respectivement égales à 1160% (laser L_1) et 1190% (laser L_2) des intensités moyennes émises. La durée des impulsions est d'environ 25 ns à mi-hauteur, le laser L_1 présente un retard d'environ 5 ns par rapport à L_2 . Les spectres basse fréquence des deux lasers (Figure II-6-b) sont identiques et présentent une même composante fondamentale à la fréquence 4,59 MHz, correspondant au taux de répétition des impulsions, ainsi que les harmoniques de cette composante fondamentale.

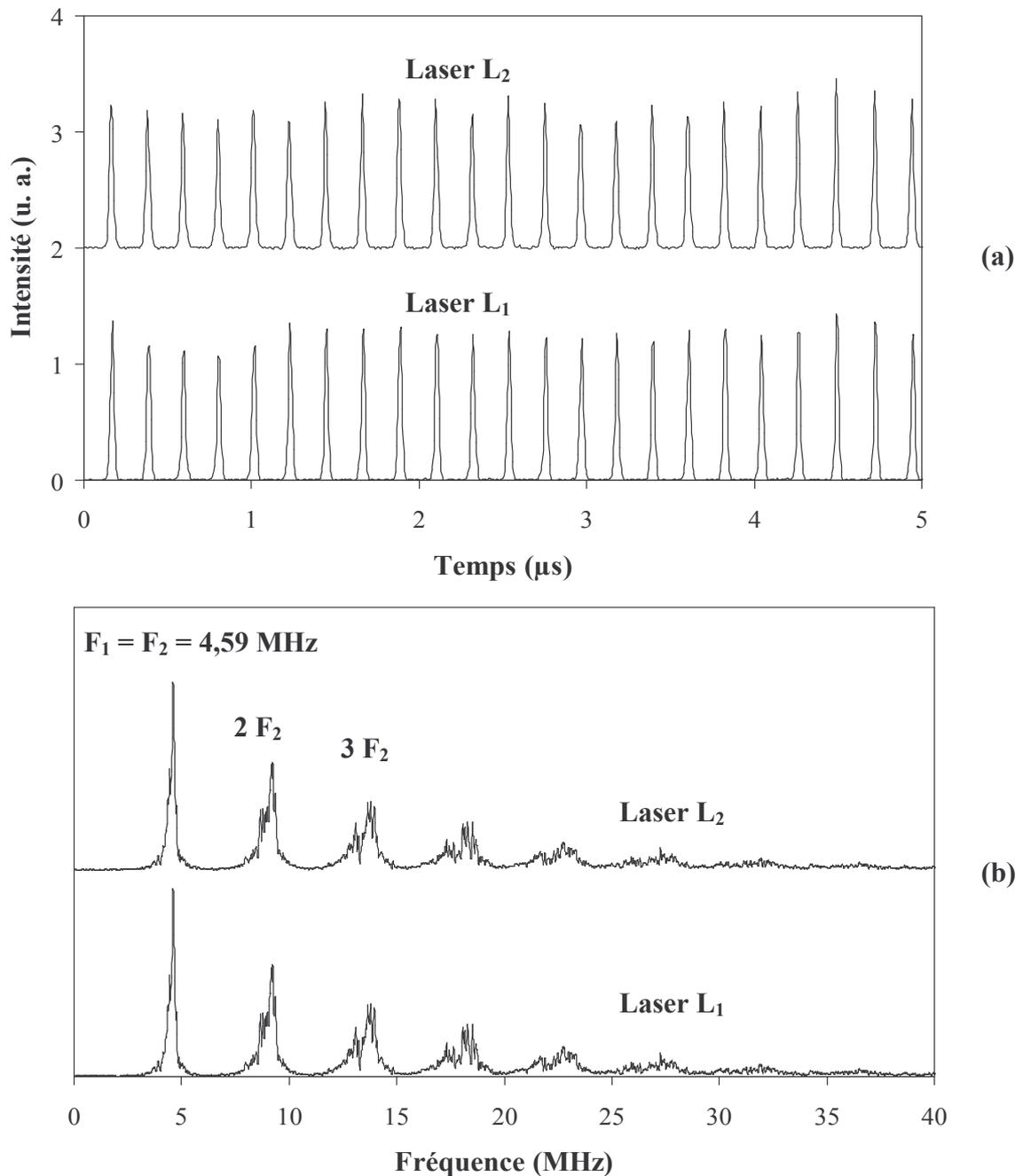


Figure II-6 a) Evolution temporelle de l'intensité émise par chaque laser et b) spectres basse fréquence associés. Mêmes conditions expérimentales que la Figure II-3. Désaccord de fréquence -8 MHz . Les signaux temporels associés au laser L₂ ont subi un décalage d'origine des intensités de deux unités.

Pour des désaccords plus importants, les oscillations de l'intensité émise perdent toute régularité. Pour des désaccords positifs, l'amplitude des oscillations du laser L₁ est approximativement deux fois plus importante que pour le laser L₂ sur un large domaine de désaccord. Le spectre basse fréquence devient complexe. Il est composé de nombreuses composantes relativement fines et révèle de subtiles interactions non triviales entre les fréquences de relaxation des lasers, leurs harmoniques, la fréquence de battement et ses

bandes latérales. La Figure II–7 constitue un exemple de comportements temporels alors observés ainsi que le spectre associé.

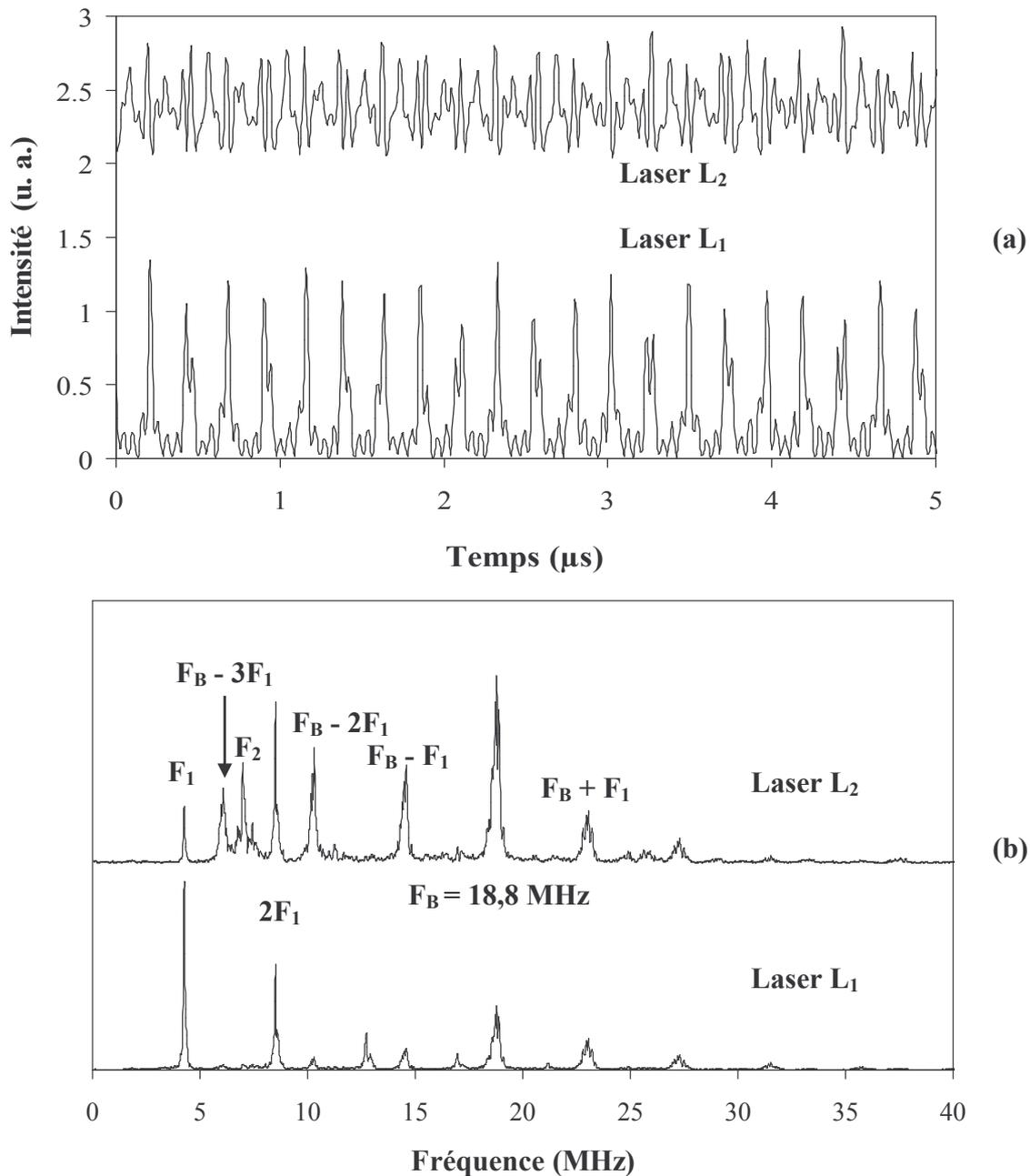


Figure II–7 : Exemple de régimes instables pour un désaccord positif. a) Evolution temporelle de l'intensité émise par chaque laser et b) spectres basse fréquence associés.

Désaccord $\Delta\nu_c = 18,8 \text{ MHz}$. Mêmes conditions expérimentales que la Figure II–3.

Il est difficile de trouver des similitudes entre les signaux temporels observés. Les spectres mettent en évidence des composantes basse fréquence F_1 (4,3 MHz) et F_2 (7,0 MHz) correspondant aux oscillations de relaxation ainsi qu'une composante F_B à la fréquence de battement (18,8 MHz). Cette composante présente elle-même des bandes latérales ($F_B \pm F_1$, $F_B \pm 2F_1 \dots$) liées à la forte modulation du laser L1. Sur le spectre du laser L2 on observe une

coïncidence partielle entre composantes F_2 , $2F_1$ et F_B-3F_1 qui pourrait être à l'origine de l'apparition des instabilités.

A l'inverse, pour les désaccords négatifs, les composantes du spectre s'élargissent pour former un large fond continu. Dans ce domaine, l'évolution de l'amplitude et des fréquences des oscillations est erratique. De plus, les écarts entre amplitudes des instabilités des deux lasers sont beaucoup moins marqués que pour les désaccords positifs. Un exemple d'enregistrement effectué dans ce domaine est présenté par la Figure II-8.

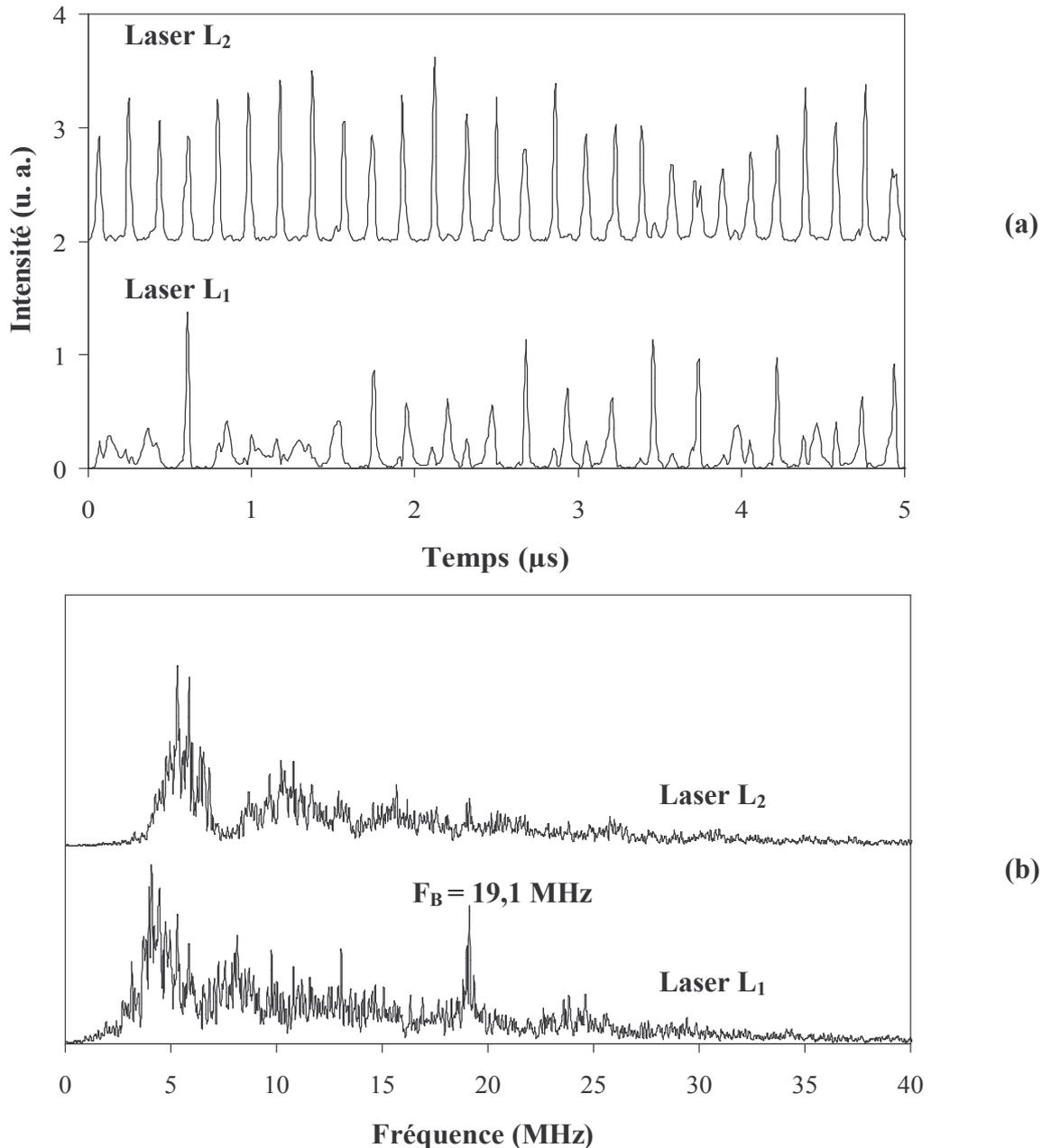


Figure II-8 : Exemple de régimes instables pour les désaccords négatifs. a) Evolution temporelle de l'intensité émise par chaque laser et b) spectres associés.

Désaccord $\Delta\nu_c = -19,1 \text{ MHz}$. Mêmes conditions expérimentales que pour la Figure II-3.

Pour cet exemple, l'amplitude crête à crête normalisée des instabilités est de 10,7 pour le laser L_1 et de 11,1 pour le laser L_2 . Les spectres sont très larges, on peut toutefois mettre en évidence une composante principale basse fréquence aux alentours de 4,2 MHz pour le laser L_1 et aux environ de 5,2 MHz pour le laser L_2 . La composante à la fréquence de battement ($F_B = 19,1$ MHz) reste bien visible, au moins pour le spectre du laser L_1 , mais ce résultat n'est pas général.

Les phénomènes que nous venons de décrire se retrouvent si l'on modifie la distance entre lasers, seules les largeurs des domaines d'instabilités et d'accrochage varient. Par exemple, pour une distance entre lasers d de 150 ± 5 μm , l'accrochage se produit pour des désaccords compris entre -60 et $+50$ MHz alors que la zone d'instabilités s'étend jusqu'à des désaccords de l'ordre de 120 MHz. Au contraire, pour une distance $d = 238 \pm 5$ μm , instabilités et accrochage se produisent pour des écarts inférieurs à 20 MHz.

Pour résumer, nous avons pu caractériser l'évolution temporelle de l'intensité des deux lasers pour les différentes zones de désaccord. Le résultat le plus important, car non étudié jusqu'à présent à notre connaissance et aussi parce qu'il va nous informer sur la nature du couplage (cf. paragraphe III), est la nette asymétrie observée dans le domaine des régimes instables entre désaccord positif et négatif. Cette asymétrie apparaît aussi bien de façon quantitative que qualitative sur les amplitudes des oscillations et sur les fréquences de ces oscillations. Le second résultat important, qui va nous permettre de caractériser *quantitativement* le couplage entre lasers, est l'existence, pour les grands désaccords, d'une modulation de l'intensité émise par chaque laser à la fréquence de battement. Le paragraphe suivant est consacré à l'étude des structures observées en champ lointain en fonction du désaccord. Elle va nous permettre de compléter nos informations sur le mécanisme de couplage.

b) Evolution de la structure en champ lointain du rayonnement émis

La structure en champ lointain du rayonnement émis est observée grâce au dispositif présenté Figure II-2 pour différentes valeurs du désaccord entre les cavités lasers. Pour caractériser l'évolution de cette structure en fonction du désaccord, nous allons nous appuyer sur la Figure II-9 qui présente des exemples de structures en champ lointain dans les trois grands domaines de désaccord précédemment introduits. Les paramètres expérimentaux des enregistrements d à f de la Figure II-9 sont identiques à ceux de la Figure II-3. Pour les images a à c de cette même figure, correspondant à l'évolution des franges dans la zone d'accrochage, la distance d entre lasers a été réduite à 150 μm de façon à obtenir un domaine d'accrochage suffisamment grand pour permettre une étude plus facile de l'influence du désaccord sur le système de franges. Précisons que, pour simplifier l'impression, l'intensité est inversée.

Dans ce domaine d'accrochage, la structure en champ lointain présente des franges de visibilité proche de un. Rappelons que la visibilité est définie par le rapport $(I_{\text{max}} - I_{\text{min}})/(I_{\text{max}} + I_{\text{min}})$ où I_{max} (I_{min}) est le maximum (minimum) d'intensité du système de franges. Ce système de franges est comparable à celui de l'expérience des deux fentes de Young [71] et révèle la cohérence des lasers. Dans cette expérience, une frange sombre au centre correspond à des lasers émettant en opposition de phase alors qu'une frange claire correspond à des lasers en phase.

Sur la Figure II-9, les images a, b et c correspondent à des désaccords respectivement égaux à -60 MHz, 0 MHz et +50 MHz. Ces désaccords sont calculés par interpolation en utilisant les variations de la puissance de pompe d'un des lasers. Cette série de figures montre clairement qu'un glissement des franges accompagne la variation du désaccord. Ceci correspond donc à une variation du déphasage entre les lasers. Nous reviendrons par la suite sur l'interprétation de ce résultat à l'aide de notre modèle introduit dans la section III de ce chapitre. Notons que dans le cas des Figure II-9 a-c, le déphasage entre lasers varie d'environ $0,7\pi$.

Dans le domaine d'instabilité, il est encore possible d'observer des franges de bonne visibilité. Cette visibilité est surtout importante lorsque les lasers émettent en régime impulsionnel synchrone. L'image d montre la structure de franges observée dans les conditions de la Figure II-3 pour un désaccord égal à environ 8 MHz (flèche 1). Soulignons qu'un système de franges fixe dans le temps et de bonne visibilité peut exister alors que la différence de phase entre les lasers n'est pas constante. Si cette condition est requise dans le

cas où les intensités des lasers sont constantes, il n'en est pas de même dans le cas des régimes impulsionnels synchrones pour lesquels le déphasage peut évoluer au cours du temps. Il suffit que la phase varie très peu durant les impulsions et que sa valeur soit la même (modulo 2π) pour toutes les impulsions.

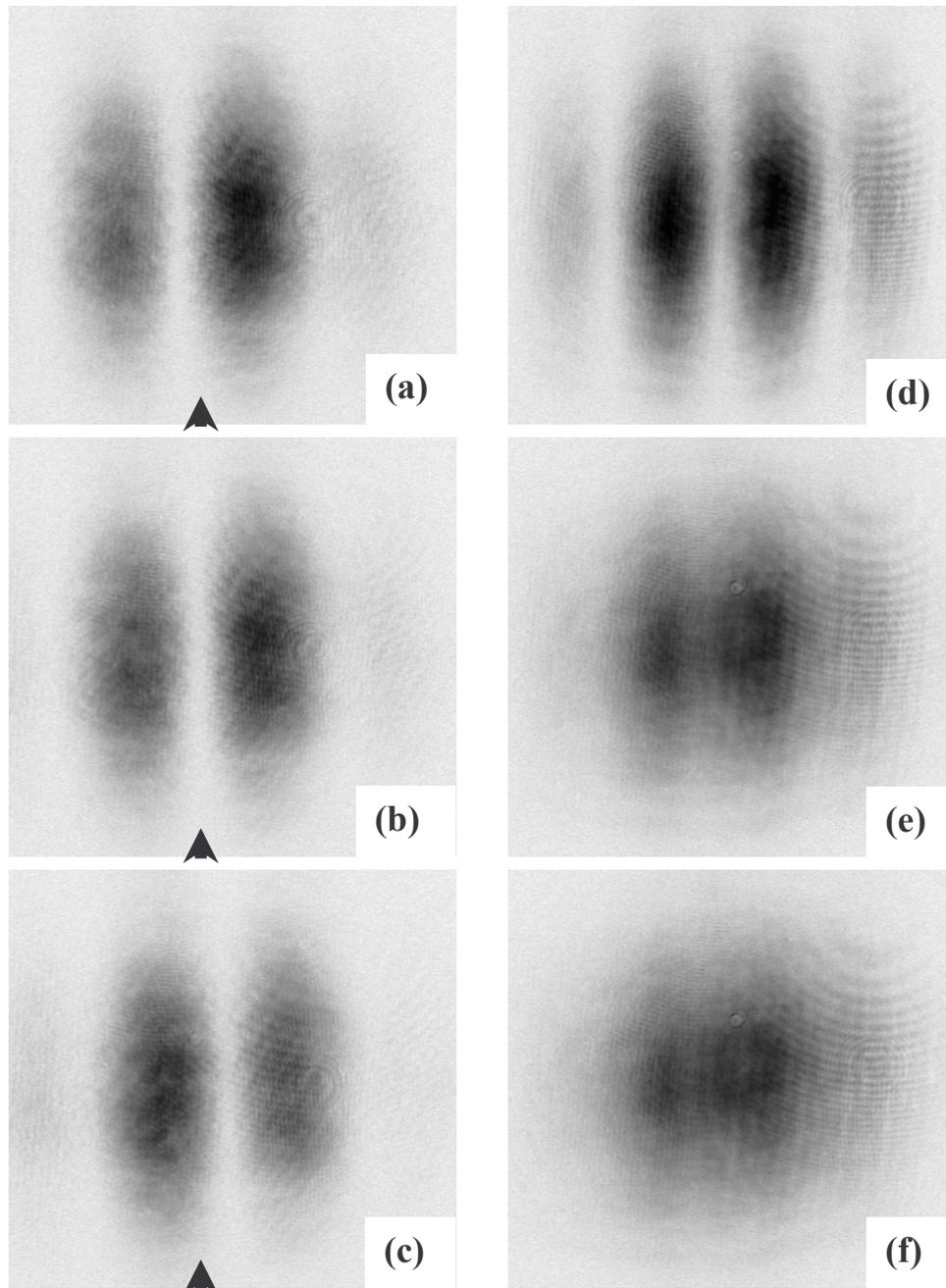


Figure II-9 : Structure du rayonnement en champ lointain pour différents désaccords. a)-c) : lasers accrochés pour $d=150 \mu\text{m}$, désaccord estimé à -60 MHz a), 0 MHz b) et 50 MHz c). La flèche indique la position de la frange centrale pour un désaccord nul. d)-f) ont été obtenues pour $d=194 \mu\text{m}$: d) régimes impulsionnels synchronisés (flèche 1 de la Figure II-3), e)-f) ont été obtenus dans le cas de régimes quasi indépendants (flèches 2 et 3 de la Figure II-3).

Dans le domaine des lasers quasi indépendants, les franges disparaissent très rapidement lorsque le désaccord augmente. Les images e et f sont obtenues respectivement pour des désaccords égaux à -30 MHz et -40 MHz (flèche 2 et 3 de la Figure II-3). Sur l'image e on observe encore des franges de faible visibilité. Pour ce désaccord, chaque laser possède une composante non négligeable à la fréquence de l'autre laser associée à la modulation de l'intensité de chaque laser à la fréquence de battement. La composante à la fréquence ν_2 du laser L_2 interfère avec la faible composante à la même fréquence ν_2 du laser L_1 . La différence importante entre ces amplitudes conduit à un système de franges de faible visibilité. Le champ lointain peut être alors interprété comme la somme de deux systèmes de franges, l'un à la fréquence ν_2 et l'autre à la fréquence ν_1 . Ces deux fréquences étant relativement proches, les systèmes de franges associés ont quasiment le même interfrange et peuvent se superposer sans une diminution importante de la visibilité. Ainsi des franges de visibilité non nulle (et fixe dans le temps) peuvent exister alors que le spectre optique comprend deux fréquences différentes.

La seule observation du système de franges est insuffisante pour caractériser la plage de verrouillage, puisque ces franges sont également observées avec une bonne visibilité pour les régimes impulsionnels synchrones, et subsistent même en présence de deux fréquences optiques différentes. Le fait que, pour un désaccord nul, le système de franges révèle un déphasage entre lasers proche de π va nous renseigner sur le couplage (cf. paragraphe III 2 d).

En résumé, les expériences ont mis en évidence l'existence de trois types de régimes bien différents : i) les lasers quasi indépendants, ii) les lasers accrochés en phase, iii) les régimes d'instabilités associés à des domaines différents de désaccord. Les caractéristiques de chacun de ces régimes ont été analysées et ont mis en évidence trois propriétés importantes : asymétrie entre désaccord positif et négatif, oscillations à la fréquence de battement pour les grands désaccords et déplacement des franges avec le désaccord dans le domaine d'accrochage. Ces propriétés feront l'objet d'une analyse plus détaillée à l'aide des résultats théoriques fournis par le modèle que nous allons présenter dans le paragraphe suivant.

III) Modélisation

Précisons tout d'abord que, par souci de simplicité, nous avons recherché le modèle minimal présentant tous les ingrédients nécessaires à la description des résultats expérimentaux. Bien entendu, le modèle que nous proposons est largement inspiré par ceux existant dans la littérature. Mais l'un des points clef est l'introduction d'un coefficient de couplage complexe entre les lasers qui a permis de rendre compte de l'ensemble des résultats expérimentaux. La relative simplicité de notre modèle a permis de dériver une expression analytique décrivant les oscillations de l'intensité des deux lasers à la fréquence du désaccord, observées pour les grandes valeurs de ce dernier. Il nous alors été possible d'établir une méthode expérimentale de détermination du coefficient de couplage à partir de l'amplitude relative de ces oscillations ainsi que de la structure des franges observées dans le domaine d'accrochage.

Avant de présenter notre modèle, nous allons rapidement passer en revue les différents modèles rencontrés dans la littérature.

1) Les différents modèles existants

Si le couplage entre lasers a fait l'objet de nombreuses études, les modèles développés ne sont pas tout à fait adaptés à décrire les microlasers utilisés ici. Suivant les situations envisagées dans la littérature, les écarts avec nos observations portent sur les points suivants :

- le couplage est supposé unidirectionnel, comme dans le cas de l'injection non réciproque d'un laser maître dans un second laser (esclave) [72][73][74], alors que dans notre cas le couplage est « symétrique ».
- les modèles introduisent des « supermodes » pour lesquels seule la distribution spatiale de l'intensité est étudiée [1].
- les fréquences des lasers sont supposées identiques alors que nos expériences ont montré l'importance de la différence de fréquences sur la dynamique du système [75][76][77].
- le réseau de lasers est considéré comme une entité unique (couplage fort) [78][79][80], alors que nous recherchons à modéliser un ensemble de deux lasers faiblement couplés
- le coefficient de couplage introduit dans les équations d'évolution des champs laser est purement imaginaire dans le cas de lasers à semi-conducteur [76][77][81][82] ou purement réel dans le cas de lasers à solide [7][83][84][85][86].

Parmi tous ces modèles, ceux développés pour la description des lasers solides sont le plus susceptibles de décrire nos résultats expérimentaux, moyennant des modifications mineures.

2) Notre modèle

a) Coefficient de couplage complexe

Le modèle que nous avons retenu dérive de celui introduit par Kusche et Erneux [87].

Les équations d'évolution des champs et des inversions de population s'écrivent :

$$\frac{d\bar{E}_i}{dt} = (D_i - 1 - i\delta_i)\bar{E}_i + k\bar{E}_j \quad (\text{II-1})$$

$$\frac{dD_i}{dt} = \gamma \left[A_i - \left(1 + |\bar{E}_i|^2 \right) D_i \right] \quad (\text{II-2})$$

avec $\gamma = \gamma_{//} / \kappa$ où $i = 1$ ou 2 et $j = 3-i$. \bar{E}_i et D_i sont respectivement l'amplitude complexe du champ et l'inversion de population du laser i , A_i le taux de pompage du laser i . $\gamma_{//}$ est le taux de décroissance de la population et κ le taux de décroissance du champ dans la cavité. $\delta_i / 2\pi$ est le désaccord entre la fréquence de résonance de la cavité i et la fréquence de référence du référentiel tournant dans lequel sont écrites les équations, les fréquences étant exprimées en unité de temps réduit κ^{-1} . k est le coefficient de couplage réel chez Kusche et Erneux mais considéré ici comme complexe ($k = k_r + ik_i = K e^{-i\theta}$). Il est à noter que, toujours par souci de simplicité, le couplage est caractérisé par un unique coefficient k indépendant des conditions de pompage.

Les équations d'évolution des champs (II-1) peuvent être réécrites en termes d'amplitudes réelles des champs E_i et de la phase relative φ du laser 2 par rapport au laser 1.

Les équations d'évolution deviennent alors :

$$\frac{dE_i}{dt} = (D_i - 1)E_i + KE_j \cos(\varphi + (-1)^j \theta) \quad (\text{II-3})$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \Delta - K \left[\frac{E_2}{E_1} \sin(\varphi + \theta) + \frac{E_1}{E_2} \sin(\varphi - \theta) \right] \quad (\text{II-4})$$

où $\bar{E}_i = E_i e^{-i\varphi_i}$, $\Delta = \delta_2 - \delta_1$ et $\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$.

Le choix d'un coefficient de couplage complexe a été en partie guidé par l'asymétrie des comportements observés entre désaccords positifs et négatifs (amplitudes et fréquences des fluctuations d'intensité des lasers). Pour faciliter l'analyse de la symétrie des équations (II-2) à (II-4), il convient de remarquer que des comportements symétriques sont observés lorsque les amplitudes des champs satisfont aux égalités $E_i(-\Delta) = E_j(\Delta)$ et $E_i(-\Delta) = E_i(\Delta)$ où $j=3-i$. Ces

égalités correspondent à l'invariance du système d'équations lors des transformations suivantes :

Transformation a : permutation du rôle des lasers ($E_i \rightarrow E_j$, $D_i \rightarrow D_j$) et changement du signe de leur phase relative ($\varphi \rightarrow -\varphi$) et du désaccord ($\Delta \rightarrow -\Delta$).

Transformation b : changement de signe de la phase relative ($\varphi \rightarrow -\varphi$) et du désaccord ($\Delta \rightarrow -\Delta$), les champs et population étant invariants ($E_i \rightarrow E_i$, $D_i \rightarrow D_i$).

Transformation c : changement du signe du désaccord ($\Delta \rightarrow -\Delta$) et remplacement de la phase par son supplémentaire ($\varphi \rightarrow \pi - \varphi$), pas de modification des champs et populations.

Remarquons tout d'abord que, dans le cas où les pompes sont identiques ($A_1 = A_2$), le système est invariant dans la transformation (a) quelle que soit la nature du couplage. Nous avons donc en particulier $E_i(\Delta) = E_j(-\Delta)$. Cette symétrie disparaît dès que le pompage devient asymétrique ($A_2 > A_1$). Que A_1 et A_2 soient égaux ou non, les propriétés suivantes sont observées :

- Dans le cas d'un couplage purement réel, $k_i = 0$ ($\theta = 0$ ou π), le système d'équations est invariant par la transformation (b) et donc la relation $E_i(\Delta) = E_i(-\Delta)$ est vérifiée.
- Dans le cas d'un couplage purement imaginaire ($k_r = 0$), c'est la transformation (c) qui laisse le système invariant et nous avons toujours $E_i(\Delta) = E_i(-\Delta)$.
- Par contre, dans le cas d'un couplage complexe, la relation $E_i(\Delta) = E_i(-\Delta)$ n'est jamais vérifiée.

Pour reproduire l'asymétrie sur les amplitudes des champs par rapport au signe du désaccord observée dans les expériences (cf. paragraphe II), il faut donc nécessairement que le coefficient de couplage soit complexe. Il en serait de même si les coefficients de couplage étaient différents pour le laser L_1 et le laser L_2 , dans la mesure où s'ils sont purement réels ou imaginaires, on obtient toujours $E_i(\Delta) = E_i(-\Delta)$.

A ces considérations de symétrie, on peut ajouter des arguments physiques sur l'origine de la nature complexe du coefficient de couplage.

Ces arguments sont basés sur le fait que le couplage est lié au recouvrement des profils de gain et d'indice du milieu induits par les pompes avec les profils transverses des champs. Ils peuvent être d'ores et déjà résumés de la façon suivante. Quand les deux lasers ont des fronts d'ondes plans et qu'ils interagissent via un profil de gain non uniforme, le coefficient de couplage entre lasers est réel [6]. Au contraire, si ces mêmes ondes sont couplées via un profil non uniforme de l'indice de réfraction, le coefficient de couplage est purement

imaginaire [55]. Si les ondes ne peuvent plus être considérées comme des ondes planes, chaque type de couplage (par le gain ou par l'indice) correspond à des coefficients de couplage complexes. Finalement dans notre expérience, où les deux faisceaux de pompe créent à la fois des profils de gain et d'indice non uniformes, le coefficient de couplage est complexe quelle que soit la nature du front d'onde des champs lasers émis. Nous reviendrons plus en détail sur ce sujet lorsque nous établirons une expression analytique du coefficient de couplage (cf. paragraphe V).

Signalons qu'un coefficient de couplage purement imaginaire correspond à un couplage conservatif alors qu'un coefficient de couplage purement réel conduit à un couplage dissipatif. Pour s'en convaincre, il suffit de calculer la variation au cours du temps de l'intensité totale du système ($I_{tot} = (\bar{E}_1 + \bar{E}_2) \times (c.c.)$ où *c.c.* symbolise le complexe conjugué de l'expression). A partir de (II-1) on obtient sans difficulté :

$$\frac{\partial I_{tot}}{\partial t} = f(E_i, D_i, \varphi) + 2K \cos \theta \times (E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \cos \varphi)$$

où $f(E_i, D_i, \varphi)$ est fonction des amplitudes de chaque laser, de leurs inversions de population et de leur différence de phase mais qui ne dépend pas explicitement du couplage. Si le coefficient de couplage est réel ($\theta = 0, \pi$), la variation de l'intensité totale au cours du temps dépend du coefficient de couplage et le couplage est dissipatif. Par contre, cette dépendance disparaît si $\theta = \pm \frac{\pi}{2}$ (couplage purement imaginaire), le couplage est alors conservatif. Cette différence de nature n'est pas très surprenante. En effet, la partie réelle du coefficient de couplage étant liée aux recouvrements entre le gain et les profils transverses de lasers, il n'est pas très étonnant que le couplage soit de nature dissipative. Au contraire, le couplage imaginaire est associé aux recouvrements des profils d'indice et des champs. Elle est donc de même nature que le couplage par champ évanescent entre deux guides diélectriques parallèles proches l'une de l'autre. Or nous savons que dans un tel cas, si on part d'une situation où toute l'intensité est située dans un guide, au bout d'une certaine distance de propagation toute l'intensité se retrouve dans l'autre guide [55]. Ce mouvement d'alternance entre les guides se répète ainsi périodiquement au cours de la propagation et l'intensité totale est alors conservée.

Le modèle une fois défini, nous allons analyser ses propriétés en recherchant des solutions particulières. Les plus simples sont les solutions stationnaires du système d'équations (II-2) à (II-4).

b) Etat stationnaire

Pour obtenir cette solution, nous annulons les dérivées par rapport au temps. Il en résulte le système de 5 équations non linéaires couplées suivant :

$$\frac{\partial \varphi^S}{\partial t} = 0 = \Delta - K \left[\frac{E_2^S}{E_1^S} \sin(\varphi^S + \theta) + \frac{E_1^S}{E_2^S} \sin(\varphi^S - \theta) \right] \quad (\text{II-5})$$

$$\frac{\partial E_i^S}{\partial t} = 0 = (D_i^S - 1)E_i^S + KE_j^S \cos(\varphi^S + (-1)^j \theta) \quad (\text{II-6})$$

$$\frac{\partial D_i^S}{\partial t} = 0 = \gamma \left[A_i - \left(1 + |\bar{E}_i^S|^2 \right) D_i^S \right] \quad (\text{II-7})$$

où l'exposant S indique qu'il s'agit de valeurs stationnaires.

Il n'existe pas de solution analytique à ce système. Il est toutefois possible d'en extraire des informations importantes sur le système de deux lasers. Ainsi la première équation (II-5) va nous permettre de préciser de plage de verrouillage de phase.

i) Etude de la plage de verrouillage

L'équation (II-5) conduit à la relation suivante :

$$\Delta + C \sin \varphi^S + D \cos \varphi^S = 0 \quad (\text{II-8-a})$$

soit encore :

$$\Delta + \sqrt{C^2 + D^2} \sin(\varphi^S + \Phi) = 0 \quad (\text{II-8-b})$$

$$\text{où } C = -k_r \left(\frac{E_1^S}{E_2^S} + \frac{E_2^S}{E_1^S} \right), \quad D = -k_i \left(\frac{E_1^S}{E_2^S} - \frac{E_2^S}{E_1^S} \right) \text{ et } \Phi = \text{Arctg} \left(\frac{D}{C} \right)$$

Cette équation n'admet de solutions que si :

$$|\Delta| \leq \sqrt{C^2 + D^2} \quad (\text{II-9})$$

Les variables E_i, D_i et φ ne peuvent donc être indépendantes du temps que dans un domaine où les désaccords sont faibles. C'est ce domaine de fréquence qui est appelé « plage de verrouillage » des deux lasers. A l'intérieur de cette zone, la phase relative des lasers est indépendante du temps et les deux lasers peuvent être accrochés en phase si toutefois la solution stationnaire est stable. La largeur de la plage de verrouillage augmente avec le

couplage mais, comme $\left(\frac{E_1^S}{E_2^S} + \frac{E_2^S}{E_1^S} \right)$ est toujours supérieur à la valeur absolue de $\left(\frac{E_1^S}{E_2^S} - \frac{E_2^S}{E_1^S} \right)$,

c'est surtout l'augmentation de la partie réelle du coefficient de couplage, via C , qui contribue à élargir la plage de verrouillage.

Dans la mesure où les valeurs stationnaires des champs et leur évolution en fonction de Δ ne sont pas connues, il n'est pas possible de donner la valeur analytique de la plage de verrouillage.

On peut toutefois préciser que, si le coefficient de couplage est purement réel ($k_i = 0$) ou purement imaginaire ($k_r = 0$), la symétrie des équations ($E_i(\Delta) = E_i(-\Delta)$) implique que la plage de verrouillage est symétrique (par rapport à Δ). Si de plus, les taux de pompage sont identiques ($A_1 = A_2$), les équations deviennent également invariantes par échange des lasers. Les champs des 2 lasers sont alors égaux quel que soit Δ . Il en résulte que la largeur totale de la plage de verrouillage est nulle si k est imaginaire (pas de verrouillage) et vaut $4|k_r|$ si k est réel.

Pour caractériser davantage la zone d'accrochage lorsque les taux de pompes sont différents, nous sommes amenés à supposer que le couplage reste très faible. Dans ce cas, les amplitudes stationnaires des champs sont celles obtenues à l'ordre 0 par rapport à K pour les champs i.e. pour des lasers totalement indépendants ($E_i^S = E_i^0 = \sqrt{A_i - 1}$).

La plage de verrouillage est continue et symétrique par rapport à Δ quel que soit le coefficient de couplage et sa largeur totale est égale à $2\sqrt{C_0^2 + D_0^2}$

$$\text{où } C_0 = -k_r \left(\frac{\sqrt{A_1 - 1}}{\sqrt{A_2 - 1}} + \frac{\sqrt{A_2 - 1}}{\sqrt{A_1 - 1}} \right) \text{ et } D_0 = -k_i \left(\frac{\sqrt{A_1 - 1}}{\sqrt{A_2 - 1}} - \frac{\sqrt{A_2 - 1}}{\sqrt{A_1 - 1}} \right)$$

Notons que, si le coefficient de couplage est réel, la largeur de verrouillage est plus grande que $4|k_r|$ qui est la valeur obtenue lorsque les taux de pompage sont égaux.

ii) Valeurs stationnaires du déphasage entre les lasers φ^S

A ce niveau d'approximation (ordre 0 par rapport à K pour les champs), il est possible d'étudier l'évolution du déphasage φ^S entre lasers sur la plage de verrouillage. L'équation (II-8-a) admet deux solutions, un calcul de stabilité montre qu'une seule de ces solutions est stable. Celle-ci s'écrit :

$$\varphi^S = \pi + \arcsin \left(\frac{\Delta}{\sqrt{C_0^2 + D_0^2}} \right) - \Phi_0 \quad (\text{II-10})$$

où $\Phi_0 = \arctg(D_0/C_0)$.

La déphasage dépend donc du désaccord Δ ainsi que du coefficient de couplage k . φ^s varie de $\frac{3\pi}{2} - \Phi_0$ ($\Delta = -\sqrt{C_0^2 + D_0^2}$) à $\frac{\pi}{2} - \Phi_0$ ($\Delta = \sqrt{C_0^2 + D_0^2}$), soit une rotation de phase de π sur la largeur de la plage de verrouillage. Par exemple, dans le cas d'un couplage purement réel et négatif ($\theta = \pi$), $\Phi_0 = 0$ et lorsque le désaccord de cavité évolue des valeurs négatives aux valeurs positives, la différence de phase évolue de $\frac{3\pi}{2}$ à $\frac{\pi}{2}$ en passant par π pour $\Delta = 0$. Cette variation de φ^s se traduit par un glissement des franges d'interférence observées en champ lointain. En effet, φ^s représente la différence de phase entre les deux champs au centre de la figure d'interférence observée en champ lointain. Dans l'exemple précédent, les franges se déplacent d'un demi interfrange et on observe une frange centrale sombre ($\varphi^s = \pi$) quand le désaccord de cavité est nul.

L'aspect du système de franges dépend donc du coefficient de couplage. Mais, dans la mesure où la partie imaginaire du couplage n'intervient que dans le coefficient D_0 , cet effet reste très faible lorsque les deux lasers ont des intensités très voisines ($D_0 \cong 0$). Ce résultat important explique pourquoi la simple analyse des franges en champ lointain ne permet pas d'obtenir des informations significatives sur k_i . Par contre, elle permet la détermination du signe de k_r . En effet, si D_0 est proche de zéro, l'équation (II-8) conduit à $\sin\varphi^s \cong -\Delta/C_0$ ce qui, dans le cas où k_r est positif ($C_0 < 0$), donne $\varphi^s = 0$ lorsque $\Delta=0$ ce qui correspond à une frange centrale brillante. Dans le cas contraire ($k_r < 0$), la frange centrale sera sombre quand le désaccord de fréquence Δ sera nul.

En résumé, la recherche de solutions stationnaires au système d'équations (II-2) à (II-4) met en évidence un domaine de désaccord de fréquence Δ à l'intérieur duquel les lasers ont la possibilité de se verrouiller en phase. La largeur de la plage de verrouillage est minimum lorsque les pompes sont identiques. C'est surtout la partie réelle du coefficient de couplage qui contribue à la largeur de la plage d'accrochage et cela d'autant plus que les intensités des lasers sont voisines.

L'étude de la phase relative entre les lasers permet :

- d'interpréter le glissement des franges observé dans la section II de ce chapitre lorsqu'on balaye le désaccord de fréquence entre cavités lasers.
- de définir le signe de la partie réelle du coefficient de couplage dans le cas simple mais relativement courant où $D_0 \ll C_0$.

Pour déterminer totalement le coefficient de couplage, nous avons été amenés à rechercher des solutions asymptotiques du système d'équations (II-2) à (II-4) valables pour les grandes valeurs du désaccord Δ .

c) Grands désaccords

Pour les désaccords importants ($\frac{K}{|\Delta|} \ll 1$), les deux lasers sont quasi indépendants et la phase φ évolue approximativement comme Δt (II-4). Dans l'équation (II-3), le couplage apparaît alors comme un forçage sinusoïdal à la fréquence du désaccord Δ . En régime linéaire, la réponse des deux lasers est proportionnelle à l'amplitude du forçage et donc à l'amplitude K du couplage. De plus, comme le forçage des deux lasers s'effectue avec des phases opposées ($\pm \theta$), le déphasage entre les réponses sera de 2θ . Ainsi, l'étude de l'amplitude et de la phase relative des oscillations à la fréquence du désaccord observées sur chacun des lasers pour les grandes valeurs du désaccord doit permettre une mesure directe du module et de l'argument du coefficient de couplage. Ces arguments qualitatifs nous ont conduits à rechercher des solutions approchées de l'amplitude des champs valables pour les grands désaccords. Pour cela, nous utilisons un développement des variables du laser au premier ordre en $\varepsilon = \frac{K}{\Delta}$.

$$E_i = E_i^0 + e_i + O(\varepsilon^2) \quad (\text{II-11})$$

$$D_i = D_i^0 + d_i + O(\varepsilon^2) \quad (\text{II-12})$$

où E_i^0 et D_i^0 sont les valeurs stationnaires de l'amplitude et de l'inversion de population des lasers en absence de couplage ($E_i^0 = \sqrt{A_i - 1}$, $D_i^0 = 1$).

Les équations (II-2) et (II-3) conduisent au système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{de_i}{dt} = d_i E_i^0 + K E_j^0 \cos(\Delta t + (-1)^j \theta)$$

$$\frac{dd_i}{dt} = -\gamma [A_i d_i + 2E_i^0 e_i]$$

dont les solutions stationnaires pour les champs sont de la forme :

$$e_i = \frac{K E_j^0}{\Delta} \sin(\Delta t + (-1)^j \theta)$$

où rappelons le, $i=1,2$ et $j=3-i$. Précisons que pour obtenir cette dernière équation, nous avons tenu compte à la fois de la faible valeur de γ ($\approx 10^{-6}$) et du fait que les fréquences de relaxation du système sont faibles devant le désaccord entre cavités.

L'intensité émise par chaque laser, au 1^{er} ordre en K/Δ , s'écrit alors :

$$I_i = E_i^2 = E_i^{02} \left[1 + \frac{2KE_j^0}{\Delta E_i^0} \sin(\Delta t + (-1)^j \theta) \right] \quad (\text{II-13})$$

L'intensité de chaque laser est modulée à la fréquence du désaccord Δ . L'amplitude de cette modulation proportionnelle au module du coefficient de couplage évolue en $\frac{1}{\Delta}$. La phase relative $|\Psi|$ des oscillations d'intensité du laser L_2 par rapport à celles du laser L_1 est indépendante de Δ , mais son signe change avec celui de Δ ($\Psi = -2\text{sgn}(\Delta) \times \theta$). Ce résultat est conforme aux arguments qualitatifs donnés en début de paragraphe et va permettre d'accéder à la fois au module et à l'argument du coefficient de couplage.

d) Mesure du coefficient de couplage

On peut envisager de déterminer le coefficient de couplage en mesurant la largeur de la plage d'accrochage par l'étude de la visibilité des franges en champ lointain [6]. Mais une telle méthode présente plusieurs inconvénients.

- La largeur de cette plage, nous venons de le voir, dépend peu de la partie imaginaire du coefficient de couplage, du moins lorsque les taux de pompage sont voisins.
- Il n'est pas prouvé que la solution « lasers verrouillés en phase » soit stable sur toute la plage de verrouillage. A cela s'ajoute le fait que la simple observation des franges pour la détermination de la largeur de cette plage s'avère insuffisante puisque nous avons observé des franges de bonne visibilité en dehors de la zone de verrouillage.
- La valeur du désaccord au voisinage la zone d'accrochage est très délicate à estimer (paragraphe II), ce qui n'est pas le cas pour les grands désaccords utilisés par la méthode que nous proposons.

Pour que l'équation (II-13) soit directement utilisable pour la mesure de k , il est nécessaire de la réécrire en introduisant les fréquences de relaxation des lasers qui sont des grandeurs mesurables expérimentalement.

L'intensité des lasers s'écrit alors:

$$I_i = I_i^0 \left[1 + \frac{2Kv_{Rj}}{\Delta v_{Ri}} \sin(\Delta t + (-1)^j \theta) \right]$$

En traçant l'amplitude relative des oscillations en fonction de $1/|\Delta|$ on obtient pour chaque laser une droite passant par l'origine. Pour le laser i , la pente de cette droite vaut $\frac{2Kv_{Rj}}{v_{Ri}}$. La connaissance de cette pente et des fréquences de relaxation fournit une mesure

directe du module du coefficient de couplage. Comme les fréquences de relaxation augmentent avec le pompage, la pente de la droite associée au laser L_1 (le moins pompé) est plus importante que celle du laser L_2 ($v_{R1} < v_{R2}$).

D'un point de vue expérimental, rappelons que ces oscillations de fréquences relativement élevées se superposent à des oscillations à la fréquence de relaxation dues aux bruits techniques. Ceci peut expliquer qu'à notre connaissance, ces oscillations n'ont pas été étudiées jusqu'à présent dans la littérature.

Pour déterminer l'amplitude et la phase relative des oscillations de l'intensité des lasers, nous avons mis au point un programme de traitement des signaux temporels utilisant une procédure de moindres carrés non linéaires. Cette dernière prend en compte les amplitudes et les fréquences des oscillations de relaxation. Les résultats ainsi obtenus sont résumés sur la Figure II-10. Les amplitudes ont été corrigées pour tenir compte de l'atténuation liée à la bande passante de notre détection. La distance d entre les lasers est ici de $173 \pm 5 \mu\text{m}$.

La Figure II-10-a représente l'évolution de l'amplitude normalisée à l'intensité de chaque laser en fonction du désaccord de fréquence $v_2 - v_1$ où $v_2 - v_1$ est lié à Δ par la relation $v_2 - v_1 = \Delta K / (2\pi)$. Les points représentent les valeurs expérimentales et les courbes en trait plein représentent les hyperboles qui s'ajustent au mieux sur les valeurs expérimentales. Il apparaît nettement que l'amplitude des oscillations est inversement proportionnelle à la valeur absolue du désaccord. Cette évolution des amplitudes de la modulation est symétrique par rapport à la fréquence de battement, et comme le prévoit le modèle, les amplitudes relatives sont plus importantes pour le laser L_1 (le moins pompé) que pour le laser L_2 ($v_{R2} = 7,29 \text{ MHz}$, $v_{R1} = 5,84 \text{ MHz}$).

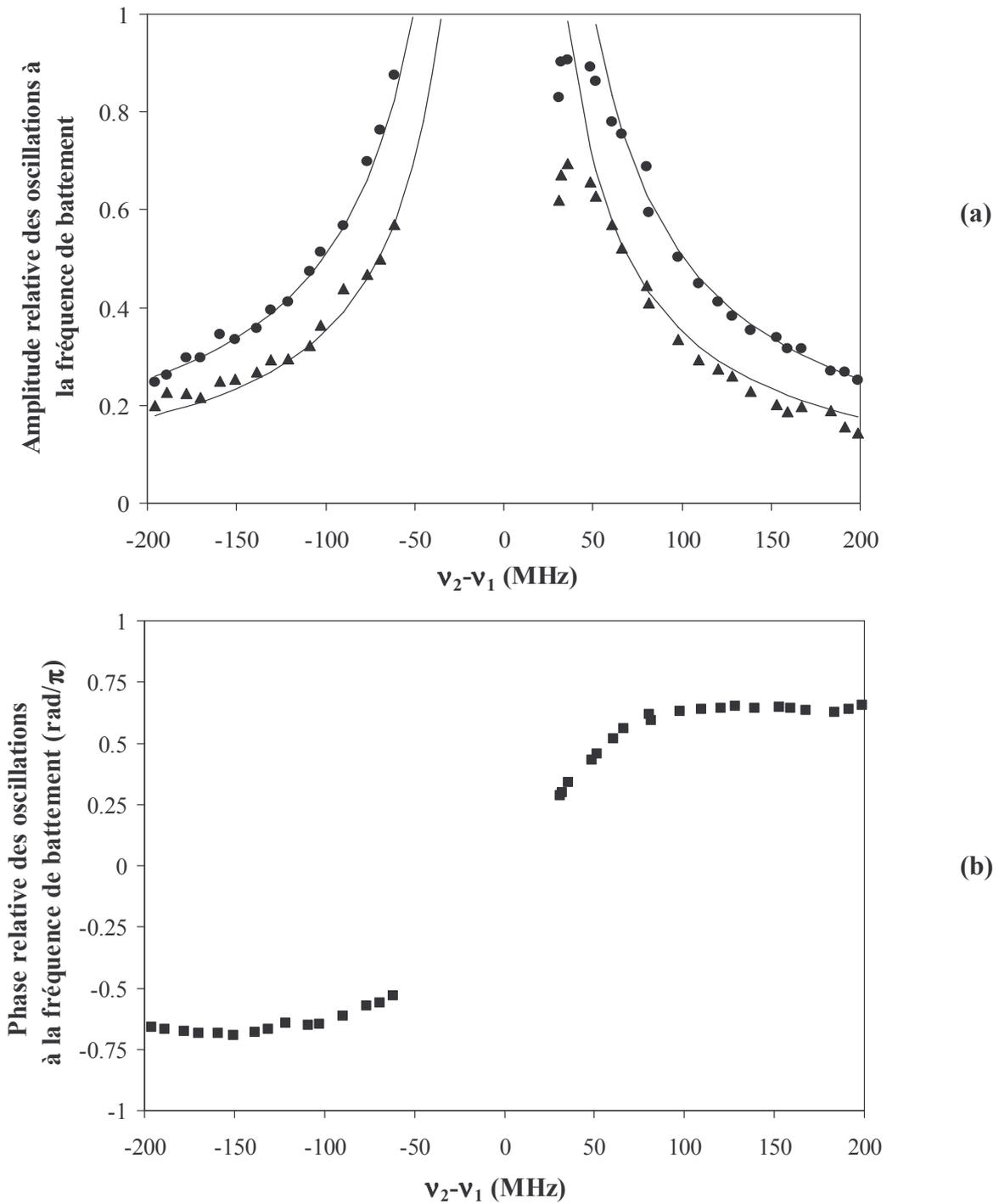


Figure II–10 : a) Amplitude relative des oscillations d'intensité à la fréquence de battement pour les deux lasers ($\bullet L_1$, $\blacktriangle L_2$), en trait plein, les hyperboles ajustées sur les données expérimentales. b) Différence de phase entre les oscillations du laser L_2 par rapport au laser L_1 .

Sur la Figure II–11, les points décrivant l'évolution des amplitudes sont représentés en fonction de l'inverse de la valeur absolue du désaccord. Les points expérimentaux sont non seulement alignés sur deux droites mais leurs pentes sont telles que le module du coefficient

de couplage que l'on peut en déduire est le même pour les deux lasers. Dans notre exemple, il vaut $0,012 \pm 0,001$ en unité de temps de décroissance du champ (κ^{-1}) estimé à 90 ps.

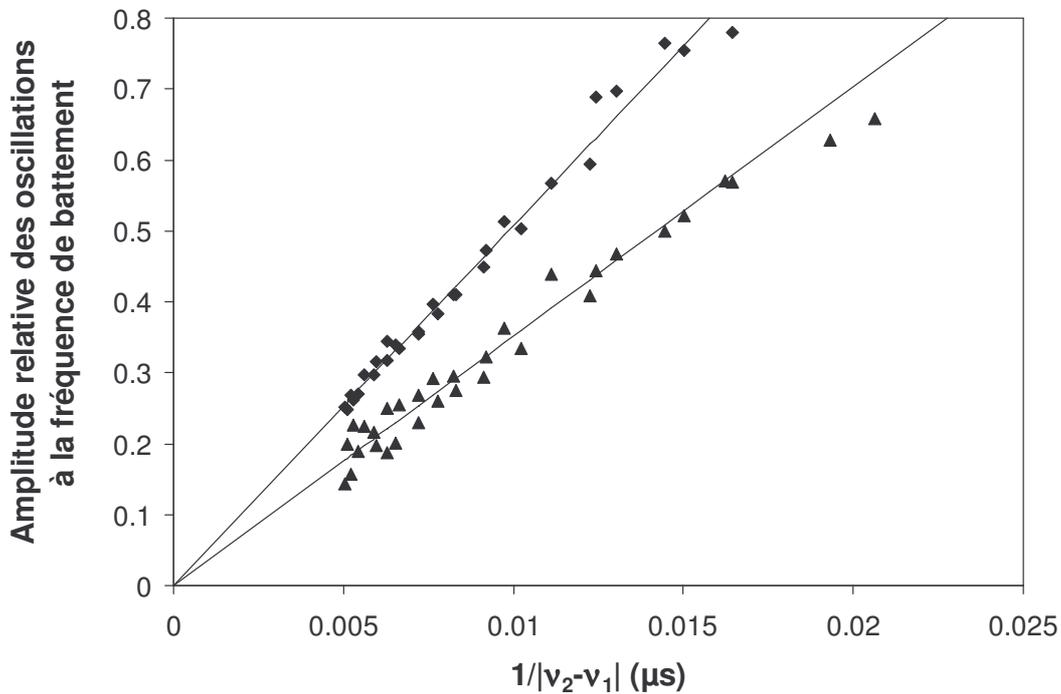


Figure II-11 : Evolution des amplitudes relatives des oscillations à la fréquence de battement de chaque laser en fonction de l'inverse du désaccord entre les lasers.

\blacklozenge et \blacktriangle représentent les valeurs expérimentales respectivement associées au laser L_1 et L_2 .

Les droites en trait plein sont obtenues par régression linéaire.

La phase relative Ψ (Figure II-10-b) apparaît bien comme une fonction impaire du désaccord, elle est positive quand ce dernier est positif. Elle est à peu près constante ($0,65\pi$ en valeur absolue) dès que le module du désaccord ($|v_2 - v_1|$) est supérieur à 80 MHz. L'argument θ du coefficient de couplage peut se déduire des mesures de la phase relative, $\Psi = -2\theta \text{sgn}(\Delta)$.

Comme Ψ ne peut être mesurée qu'à 2π près, θ n'est connu qu'à π près, ce qui introduit une indétermination sur le signe des parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage. On peut toutefois préciser s'ils sont de même signe ou de signes contraires. Dans notre exemple, l'argument du coefficient de couplage vaut donc $(-0,327 \pm 0,007)\pi$ à π près. Pour lever l'indétermination sur le signe des parties réelle et imaginaire, il est nécessaire d'analyser les caractéristiques du système de franges observé en champ lointain.

Pour montrer l'influence du signe de la partie réelle du coefficient de couplage sur l'allure de ces franges, nous avons représenté sur la Figure II-12 l'évolution de la phase stationnaire φ^S calculée à partir de l'équation (II-10) en fonction de Δ pour les deux signes possibles de k_r , les autres paramètres étant fixés ($k_r/k_i = 0,8$, $E_2^0 = 1,2E_1^0$). Cette figure montre comment l'observation des franges permet de déduire le signe de k_r et donc celui de k_i . En effet, lorsque Δ décrit la plage de verrouillage φ^S évolue de $-0,43\pi$ à $0,57\pi$ en atteignant $0,07\pi$ pour un désaccord nul si k_r est positif alors que si k_r est négatif φ^S varie de $0,57\pi$ à $1,57\pi$. La différence entre ces solutions est de π , car quand k_r et k_i changent de signe, Φ_0 varie de π . Lorsque k_r est positif, on observera une frange centrale de forte intensité pour un désaccord nul. Cette frange sera sombre dans le cas contraire. Ainsi en observant les franges en champ lointain, nous avons pu lever l'incertitude sur le signe de k_r . Dans l'exemple que nous présentons, on observe expérimentalement une frange centrale de faible intensité pour un désaccord nul ($\varphi^S \cong \pi$); nous pouvons en déduire que k_r est négatif. θ vaut donc $(0,673 \pm 0,007)\pi$. Nous avons donc réussi à déterminer totalement le coefficient de couplage qui est effectivement complexe et vaut $k = (-0,0062 \pm 0,0008) - i(0,01 \pm 0,001)$, valeur étroitement dépendante de la distance séparant les deux lasers, ici $d = 173 \pm 5 \mu\text{m}$.

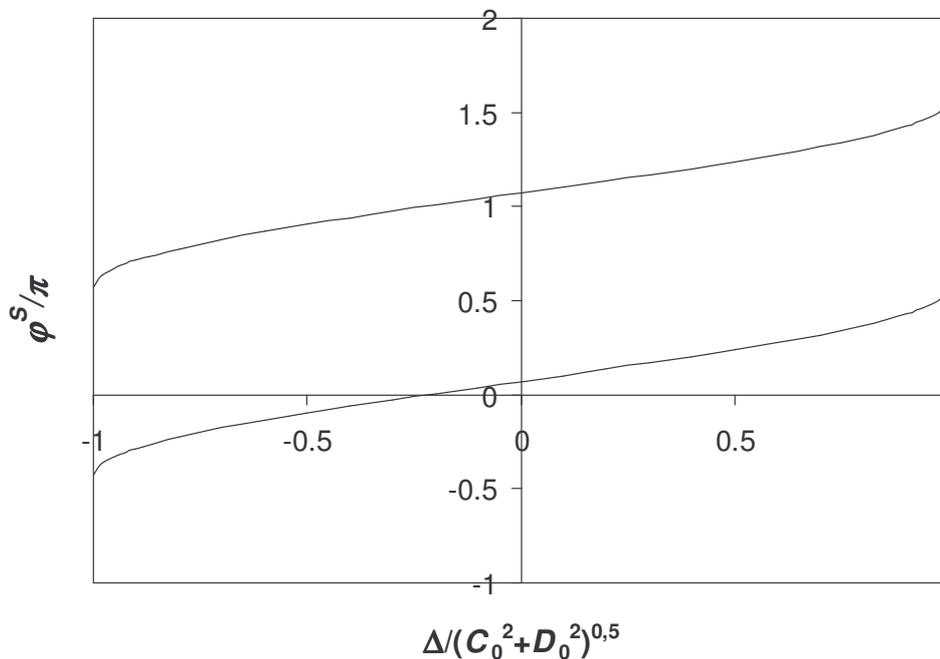


Figure II-12 : Evolution de la phase stationnaire entre les deux lasers en fonction du désaccord. La courbe supérieure est obtenue pour $k_r/k_i = 0,8$, $E_2^0 = 1,2E_1^0$ et $k_r < 0$ alors que la courbe inférieure est obtenue pour les mêmes paramètres sauf $k_r > 0$.

e) Evolution du coefficient de couplage en fonction de la distance entre lasers

Dans la mesure où le couplage est lié à des recouvrements de faisceaux (de pompes et lasers) et de profil d'indice, le coefficient de couplage dépend fortement de la distance d entre lasers. Nous avons mesuré systématiquement le coefficient de couplage pour les distances allant de 140 à 240 μm .

Pour des distances supérieures à 240 μm , le couplage est insuffisant et l'amplitude des oscillations est trop faible pour être mesurable. Au contraire, pour les faibles distances, le couplage devient si fort que le domaine de fréquence utile pour la détermination du coefficient de couplage tombe en dehors de la bande passante de nos détecteurs. Mais, à ce problème purement technique (qui pourrait se résoudre par l'achat de détecteurs suffisamment rapides et sensibles), vient s'ajouter un problème de maîtrise du désaccord de fréquence entre les lasers. En effet, pour des distances inférieures à 140 μm , les valeurs du désaccord à atteindre pour mesurer k sont si grandes (> 200 MHz) que la variation de Δ par la puissance de pompe introduit des modifications non négligeables d'un des taux de pompage. Ceci n'est pas dû qu'à l'augmentation des valeurs des désaccords à atteindre mais aussi à la réduction du taux de variation de ce dernier avec la puissance de pompe, les températures des deux cavités lasers ayant tendance à s'égaliser du fait de leur proximité.

Les résultats décrits ci-dessous ont été obtenus pour des conditions expérimentales aussi proches que possible que celles de la Figure II-3. En particulier, la focalisation des faisceaux de pompe et la position moyenne des lasers sur le cristal sont les mêmes pour toutes les expériences. Nous avons préalablement vérifié que le cristal ne comportait pas de défauts sur toute la gamme des distances utilisée. En effet, ces derniers peuvent coupler les deux lasers par diffusion et perturber fortement les mesures. Seuls les taux de pompages varient légèrement (moins de 10%) d'une distance à l'autre de façon à ajuster les fréquences des cavités. Les résultats de mesures sont regroupés sur la Figure II-13 qui représente, d'une part, l'évolution du module K du coefficient de couplage en fonction de la distance (Figure II-13-a) et, d'autre part, celle de son argument $-\theta$ (Figure II-13-b).

Dans la gamme de distances explorées, K décroît de façon monotone lorsque d augmente, ce qui est conforme à l'intuition. K diminue de $2,55 \cdot 10^{-2}$ à $3,5 \cdot 10^{-4}$, mais, si la valeur de K est divisée par un facteur 30 dans l'intervalle 170 μm à 240 μm , la variation de K est beaucoup plus faible dans le domaine 140-170 μm . L'argument ($-\theta$) du coefficient de

couplage évolue quant à lui de $-0,8\pi$ à $-0,67\pi$ lorsque d augmente de $150 \mu\text{m}$ à $170 \mu\text{m}$ alors que sa dépendance en d est moins évidente pour les plus grandes valeurs de d .

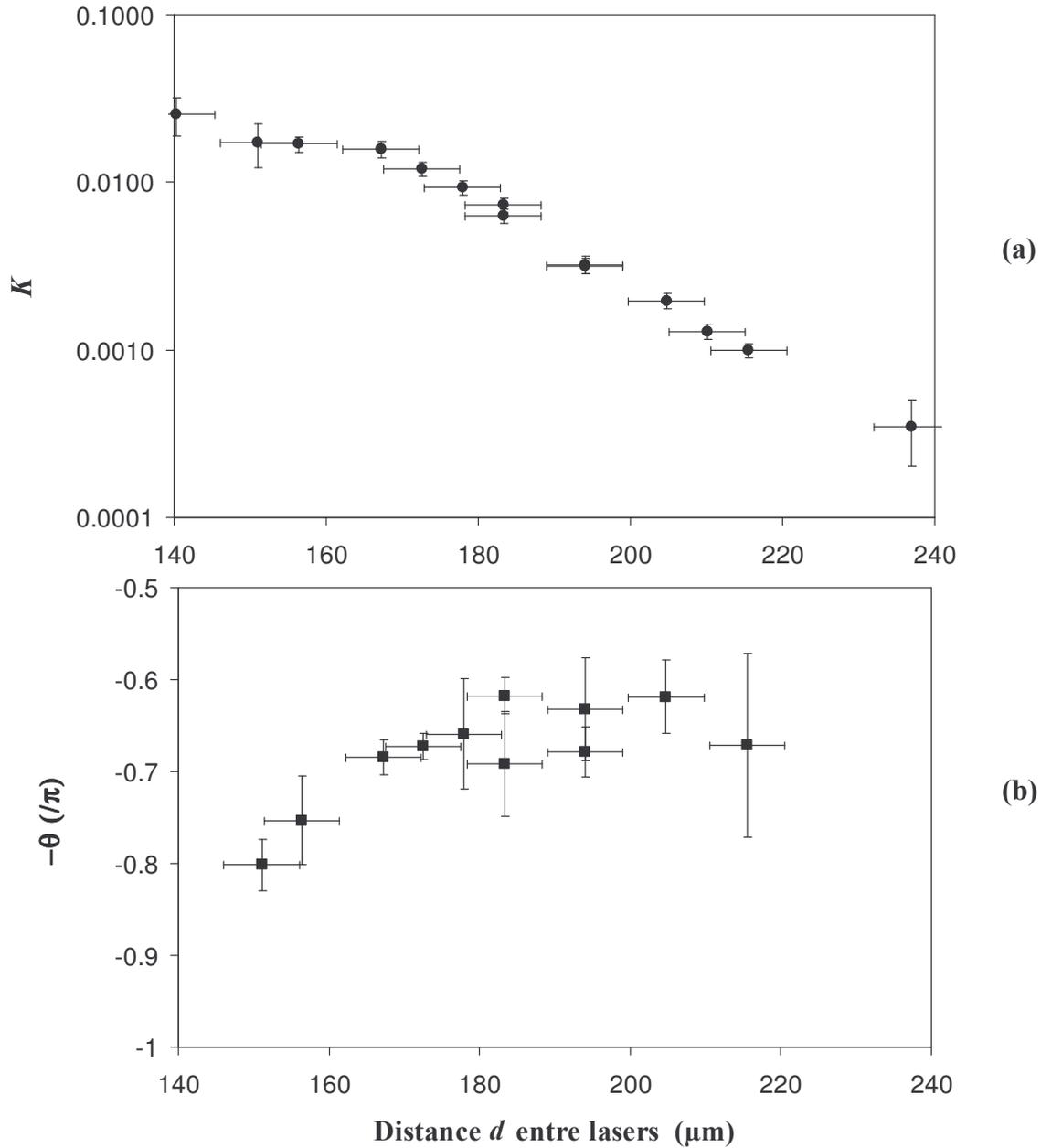


Figure II-13 : Evolution du module K (a) et de l'argument $-\theta$ (b) du coefficient de couplage en fonction de la distance d entre les lasers.

La représentation du coefficient de couplage en termes de partie réelle k_r et imaginaire k_i paraît mieux adaptée dans la mesure où ces deux termes correspondent à des couplages de nature différente. L'évolution de k_r et k_i en fonction de d est représentée sur la Figure II-14.

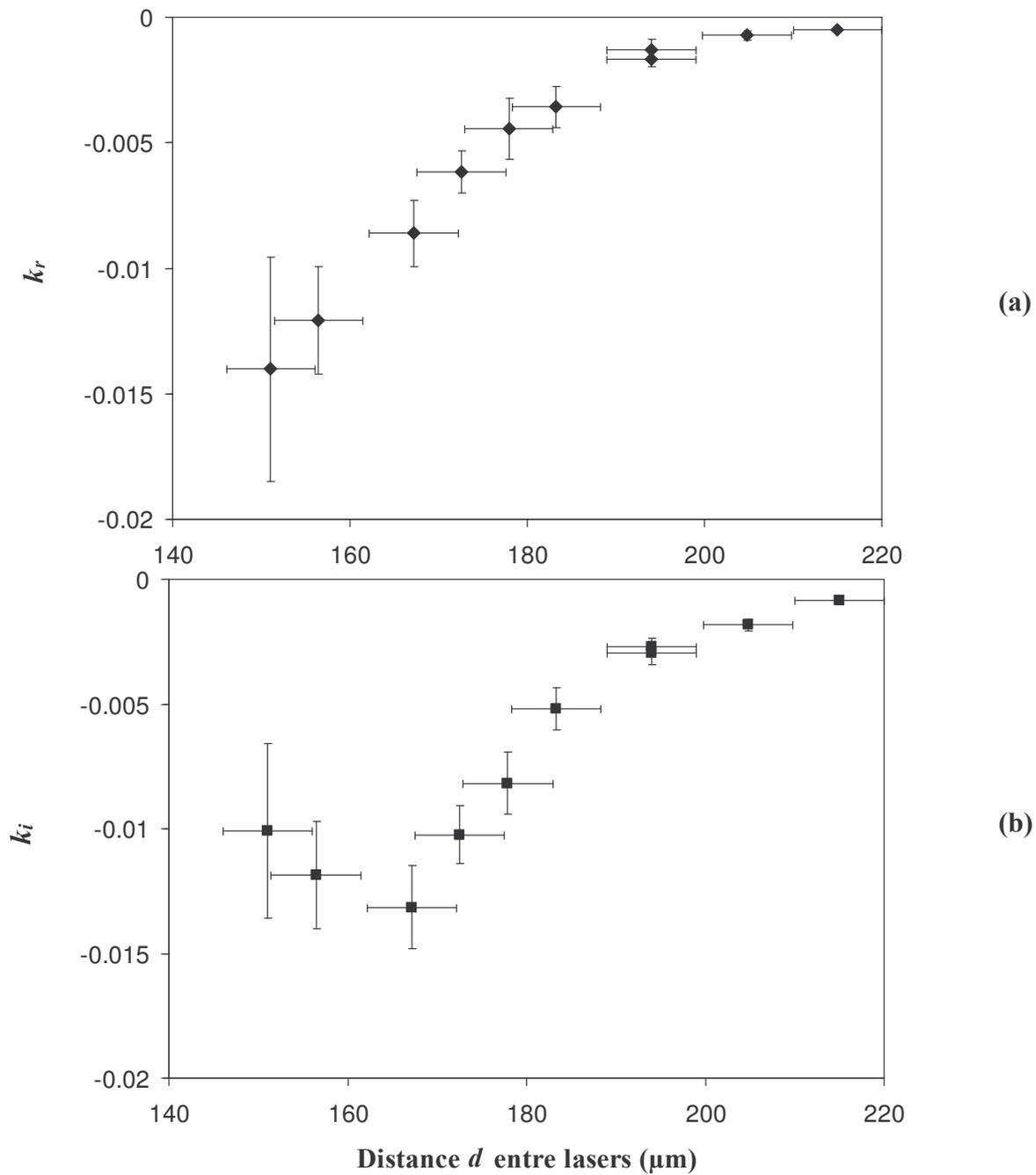


Figure II-14 : Evolution de la partie réelle k_r (a) et imaginaire k_i (b) en fonction de la distance entre les lasers.

Notons tout d'abord que ces termes sont tous deux négatifs. Alors que la partie réelle varie de façon monotone de $-1,4 \cdot 10^{-2}$ à $-5,1 \cdot 10^{-4}$ lorsque d croît, la partie imaginaire présente un extremum (de l'ordre $-0,013$) au voisinage de $d = 165 \mu\text{m}$ puis tend vers 0. L'existence de cet extremum, qui pourrait également exister pour la partie réelle k_r à de plus faible distance,

permet d'envisager la possibilité d'un changement de signe de k_r et k_i qui conduirait à un accrochage des lasers en phase et non en opposition de phase comme c'est le cas dans nos expériences. Signalons que H. Laabs et al. [6] ont réussi à passer de la situation des lasers accrochés en opposition de phase à celle des lasers accrochés en phase grâce, soit à l'ajout d'une zone de gain entre les lasers via un troisième faisceau de pompe, soit à la diminution de la distance entre les lasers.

L'interprétation des résultats que nous venons de présenter nécessite une étude plus détaillée des mécanismes de couplage qui fera l'objet du dernier paragraphe de ce chapitre. Auparavant, nous allons poursuivre l'étude des potentialités du modèle en faisant appel aux moyens numériques.

IV) Expérimentations numériques

Nous commençons tout d'abord cette partie consacrée aux simulations numériques par la présentation du programme que nous avons développé afin de résoudre les équations couplées présentées ci-dessus. Nous mettons ensuite en évidence le très bon accord entre les résultats numériques ainsi obtenus et les résultats expérimentaux décrits dans le deuxième paragraphe de ce chapitre. Enfin, nous terminons cette présentation par une étude de l'influence de la nature du coefficient de couplage sur l'évolution de la dynamique du système ainsi que celle des fréquences de relaxations du système.

1) Présentation du programme

Pour confronter nos résultats expérimentaux à notre modèle, nous avons écrit un programme en C⁺⁺. Ce programme résout le système des cinq équations différentielles réelles du premier ordre couplées non linéaires décrites dans la partie précédente. Pour cela, il utilise une procédure d'intégration à pas variable de type merson 7 dont le pas maximum est inférieur ou égale à la nanoseconde, valeur qui correspond à la résolution de l'échantillonneur.

Les paramètres d'entrée de ce programme sont les taux de pompage (A_1 et A_2), le taux de décroissance du champ dans la cavité (κ) et celui de l'inversion de population ($\gamma_{||}$), les parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage (k_r et k_i) et le désaccord de fréquence entre les cavités (noté $\Delta\nu_c$). Le programme permet de visualiser (et de sauvegarder) l'évolution temporelle de l'intensité et de l'inversion de population de chaque laser ainsi que celle du déphasage φ entre ces lasers. La durée du signal visualisé est réglable et il est possible d'introduire un délai avant observation qui permet d'atteindre les régimes permanents. Pour comparer les résultats numériques et expérimentaux, le programme calcule l'amplitude crête à crête des oscillations, sa valeur quadratique moyenne ainsi que l'intensité moyenne de chaque laser. Ces paramètres sont également calculés pour les inversions de population et le déphasage entre les lasers. Le programme intègre également une procédure de transformée de Fourier rapide qui permet de déterminer les fréquences des composantes principales du spectre de l'intensité de chaque laser.

Une option du programme permet l'étude de la visibilité des franges observées expérimentalement. Pour cela rappelons que ce système de franges est dû à l'interférence des deux champs lasers dont la phase relative dépend du point de l'espace où l'on observe le système de franges. Le profil d'intensité dans la direction perpendiculaire aux franges est obtenu en introduisant une phase Θ représentant la variation spatiale du déphasage entre les

deux champs. Les franges observées expérimentalement correspondent à la moyenne temporelle de l'intensité sur la durée d'acquisition de l'image (1/50 s). On est donc amené à calculer la moyenne temporelle de l'intensité sur des durées de l'ordre d'une centaine de microsecondes correspondant à un grand nombre de périodes.

Le profil d'intensité moyenné correspondant s'écrit alors :

$$I_{moy}(\Theta) = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + \langle E_1 E_2 e^{-i\varphi} \rangle e^{i\Theta} + \langle E_1 E_2 e^{+i\varphi} \rangle e^{-i\Theta}$$

soit

$$I_{moy}(\Theta) = \langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle + 2 \left| \langle E_1 E_2 e^{-i\varphi} \rangle \right| \cos(\Theta - \varphi_m)$$

où le symbole $\langle \rangle$ désigne la moyenne temporelle. $\varphi_m = -\arg(\langle E_1 E_2 e^{-i\varphi} \rangle)$ représente le déphasage moyen entre lasers, c'est à dire la phase au centre du profil d'intensité moyenné. L'intensité est maximum pour $\Theta = \varphi_m$ et la visibilité est alors donnée par :

$$V = \frac{2 \left| \langle E_1 E_2 e^{-i\varphi} \rangle \right|}{\langle E_1^2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle}$$

Les moyennes φ_m et V sont obtenues à partir des séries de valeurs de $E_1(t)$, $E_2(t)$ et $\varphi(t)$. Une durée de moyennage de 50 microsecondes, imposée par les temps de calcul, s'avère tout à fait suffisante dans la plupart des situations. Toutefois, dans les domaines correspondant à des instabilités de type chaotique, les moyennes obtenues dépendent légèrement ($\approx 10\%$) du délai avant analyse, ce qui ne paraît pas anormal vu la nature de ces régimes.

Enfin, précisons que nous n'avons pas tenu compte ici de la modulation du système de franges par le profil transverse des faisceaux.

2) Confrontation des résultats numériques à l'expérience

Nous avons tout d'abord étudié l'évolution, en fonction du désaccord de fréquence entre cavités, de l'amplitude des oscillations d'intensité et celle des fréquences caractéristiques du spectre dans les conditions des expériences décrites sur la Figure II-3. Les taux de pompage sont respectivement $A_1 = 2,47$ et $A_2 = 3,53$. Le temps de décroissance du champ a été fixé à 90 ps et celui des populations à 26 μ s. Les parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage ont été mesurées par la méthode décrite dans la section précédente et valent respectivement -0,0013 et -0,0029. Les courbes de la Figure II-16 présentent les résultats ainsi obtenus et correspondent aux courbes expérimentales de la Figure II-3.

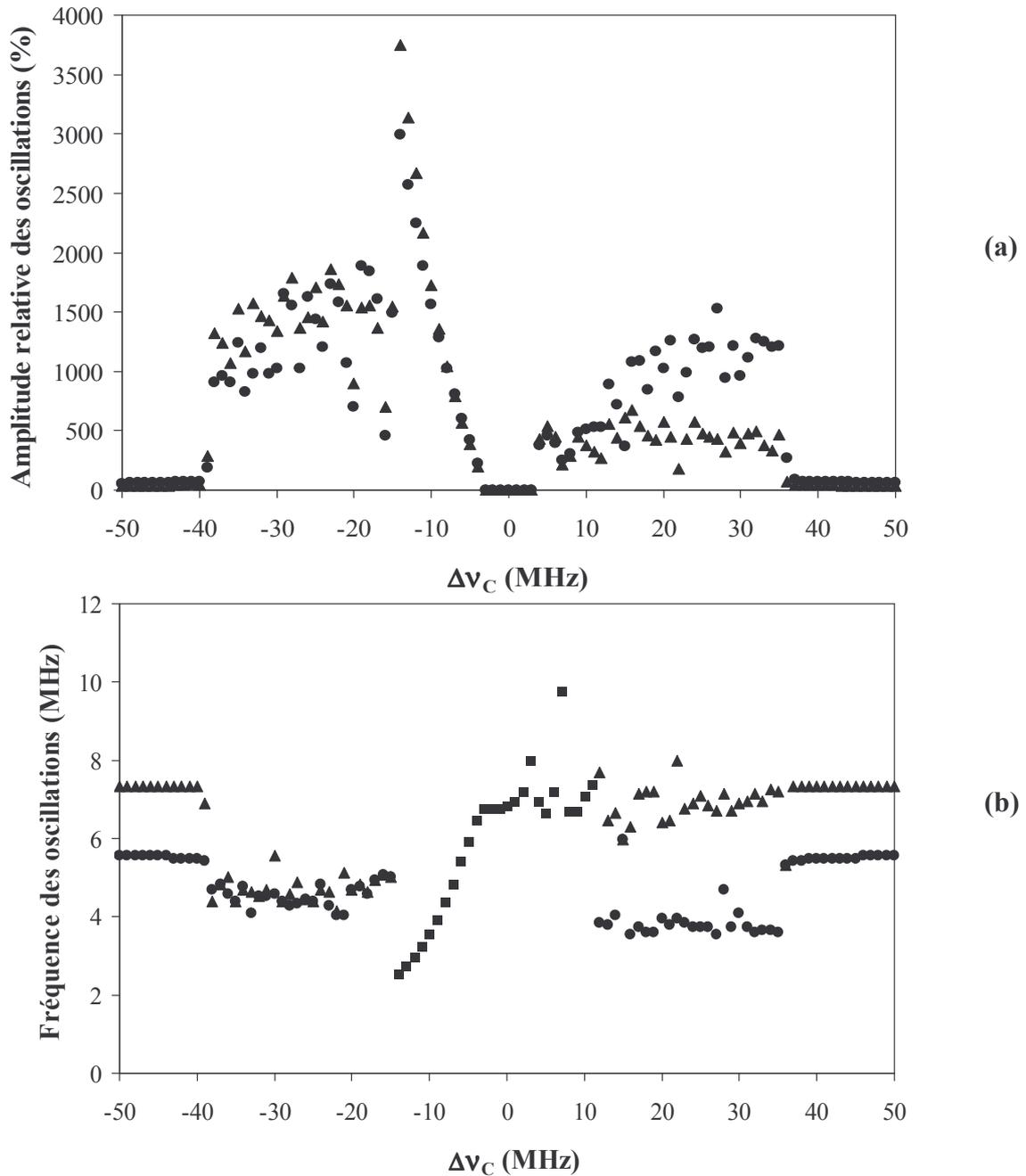


Figure II–15 : Evolution de l'amplitude des oscillations de l'intensité des deux lasers (a), et des fréquences d'oscillation (b) en fonction du désaccord de fréquence entre les cavités.

Simulations numériques dans les conditions de la Figure II–3. $k_r = -0,0013$, $k_i = -0,0029$, $A_1 = 2,47$, $A_2 = 3,53$, $\gamma_{\parallel}^{-1} = 26 \mu s$, $\kappa^{-1} = 90 ps$. ● laser 1, ▲ laser 2, ■ commun aux deux lasers

La Figure II-15-a représente l'évolution de l'amplitude crête à crête des oscillations d'intensité des lasers (normalisées à leur intensité moyenne). La Figure II-15-b montre, quant à elle, l'évolution des fréquences des composantes du spectre associées aux fréquences de relaxation de chaque laser lorsqu'ils oscillent de façon quasi indépendante. Précisons que,

puisque nous n'avons introduit aucune source de bruit dans notre système d'équations, on n'observe pas d'oscillations de relaxation dans la plage de verrouillage ni dans le domaine des lasers quasi indépendants. Les valeurs des fréquences de relaxation sont obtenues à partir du régime transitoire.

Ces figures montrent, à l'évidence, que le modèle reproduit remarquablement bien les résultats expérimentaux. On observe une très bonne concordance sur les points suivants :

a) L'existence des trois régimes dynamiques distincts : les lasers quasi indépendants pour les grands désaccords, les lasers accrochés pour les faibles valeurs du désaccord et les régimes instables pour la zone intermédiaire.

b) Une asymétrie nette entre désaccords positifs et négatifs.

c) L'existence dans la zone d'instabilité de deux sous-domaines. A proximité de la zone de verrouillage, les deux lasers émettent en régime impulsionnel avec la même période alors que pour des désaccords plus importants, l'évolution des intensités perd toute régularité (régime de type chaotique).

De façon plus précise, comme dans les expériences, l'asymétrie se manifeste par :

- Des amplitudes d'oscillations deux à trois fois plus grandes pour les désaccords négatifs que pour les désaccords positifs

i) Dans le domaine des régimes impulsionnels

- La fréquence des impulsions est supérieure ou égale à la fréquence de relaxation en régime d'accrochage pour les désaccords positifs alors qu'elle est inférieure à cette fréquence pour les désaccords négatifs.

ii) Dans le domaine des instabilités de type chaotique

- L'amplitude des oscillations du laser L_1 est plus importante que celle du laser L_2 pour les désaccords positifs alors qu'elles sont voisines pour les désaccords négatifs.
- Parallèlement, la fréquence caractéristique du laser L_1 est près de deux fois plus faible que celle de L_2 côté positif alors que ces fréquences sont voisines côté négatif.
- De plus, le spectre des instabilités est large coté négatif alors qu'il présente de nombreuses composantes étroites du coté positif.

Enfin précisons qu'en régime impulsionnel, les impulsions de L_1 sont en retard par rapport à celles de L_2 et que ce retard diminue à mesure que le désaccord tend vers zéro.

Les résultats numériques et expérimentaux diffèrent uniquement sur les valeurs des limites des zones d'instabilités. En effet, les instabilités apparaissent aux environs de -30 et $+25$ MHz pour l'expérience alors que pour la simulation les valeurs correspondantes sont -40 et $+35$ MHz. Cette différence peut être attribuée à une évaluation imprécise des taux de décroissance du champ et de la population mais également aux hypothèses simplificatrices introduites dans le modèle (système à 2 niveaux, laser de classe B, terme de couplage minimal :cf. paragraphe V). Précisons également l'existence d'une faible hystérèse au niveau des limites « supérieures » des zones d'instabilités. Ces dernières peuvent changer de quelques mégahertz lorsqu'on change le sens de balayage du désaccord. Notons toutefois que cet écart est trop faible pour être observable expérimentalement.

Mise à part cette légère différence quantitative sur la limite des zones d'instabilités, les simulations sont en excellent accord avec les observations expérimentales, sans qu'il soit nécessaire d'introduire un paramètre ajustable ; tous les paramètres utilisés ont été mesurés par des méthodes directes ou indirectes.

Rappelons que, dans les expériences, nous avons supposé que le désaccord de fréquence entre cavités reste très voisin de la fréquence de battement mesurée. Sur la Figure II-16 nous avons représenté l'évolution de la fréquence de battement en fonction du désaccord dans les conditions de la Figure II-15.

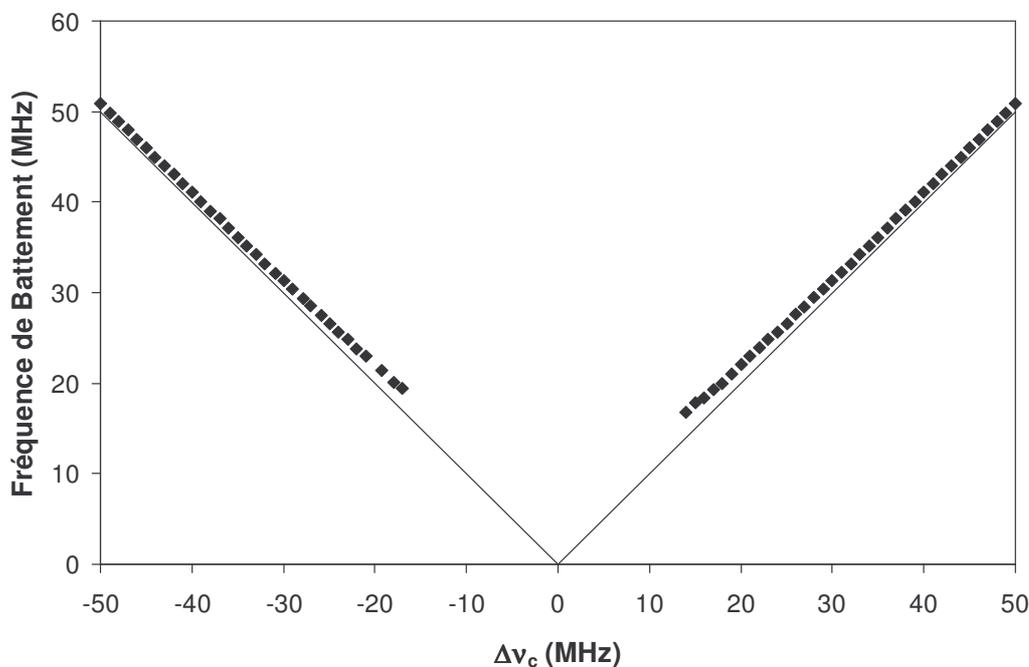


Figure II-16 : Comparaison entre la fréquence de battement (♦) et la valeur absolue du désaccord (trait plein) (conditions de la Figure II-15).

Pour les faibles valeurs du désaccord, la fréquence de battement n'est pas clairement identifiable quand elle ne disparaît pas totalement (lasers accrochés en phase). Cette figure montre que, si la fréquence de battement est toujours supérieure à la valeur absolue du désaccord, la différence diminue lorsque le désaccord augmente (en valeur absolue) et n'excède jamais 3 MHz ce qui justifie a posteriori l'hypothèse introduite.

La simulation numérique nous a également permis de restituer les caractéristiques du système de franges observé expérimentalement. La Figure II-17 représente l'évolution de la visibilité des franges en fonction du désaccord entre cavités.

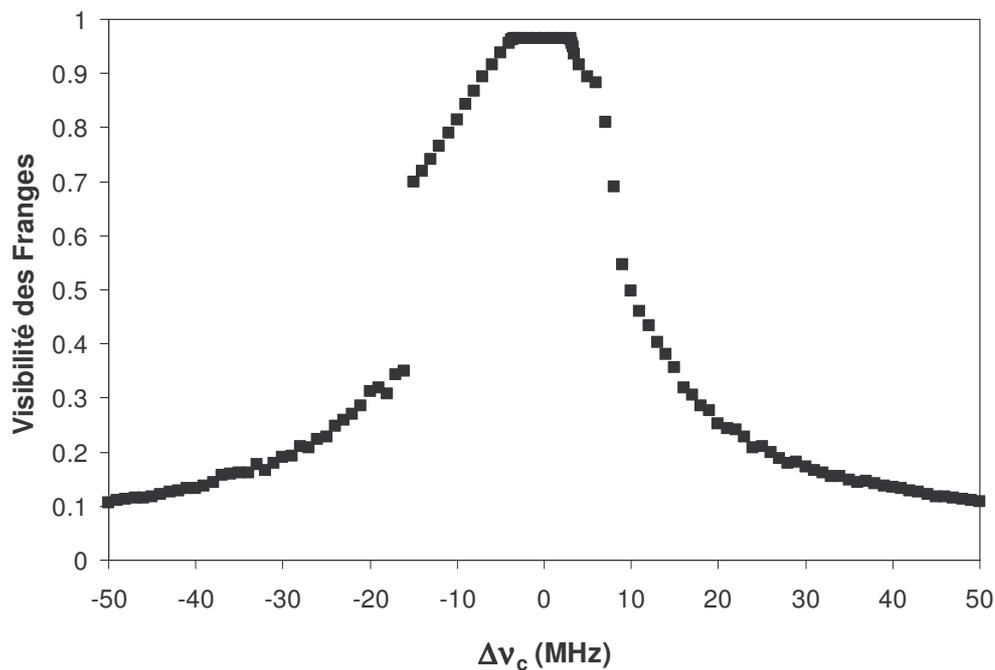


Figure II-17 : Évolution de la visibilité du système de franges en fonction du désaccord des cavités (conditions de la Figure II-15).

La visibilité est proche de l'unité dans la zone de verrouillage de phase (-3,5 à +3 MHz). La valeur maximale n'est pas atteinte du fait de la différence d'intensité entre les deux lasers. La courbe montre également clairement que la visibilité reste importante (>0,7) tant que les désaccords restent compris entre -15 MHz et 8 MHz. Ceci montre que le système de franges reste bien visible lorsque les deux lasers émettent en régime impulsionnel synchrone, comme nous l'avons observé dans l'expérience. Ceci n'est pas surprenant si l'on interprète la visibilité comme une mesure du degré de cohérence entre deux signaux. Au-delà de ce domaine, la visibilité décroît régulièrement lorsque le désaccord augmente (en valeur absolue) et pour un désaccord de 40 MHz elle est de l'ordre de 0,15, ce qui n'est pas tout à

fait négligeable. On trouve de nouveau une asymétrie entre désaccords positifs et négatifs. Elle est particulièrement sensible pour les faibles désaccords du domaine instable où la visibilité reste très importante sur un large domaine de désaccords négatifs allant de -4 à -15 MHz qui correspond aux régimes impulsionnels de grande amplitude observés aussi bien dans les expériences (Figure II-6) que dans les simulations (Figure II-15).

La position du système de franges par rapport à l'axe du système dépend directement du déphasage moyen entre lasers φ_m . L'évolution de cette grandeur en fonction du désaccord de fréquence entre cavités est représentée par des cercles sur la Figure II-18. Lorsque les lasers sont verrouillés, φ_m est non seulement égal à la valeur stationnaire du déphasage φ entre lasers obtenu par intégration numérique (\blacklozenge), mais, de plus, il coïncide avec la valeur du déphasage donnée par l'expression analytique (II-10) présentée au paragraphe III. Cette dernière valeur est représentée par la courbe en trait plein tracée sur toute la plage théorique de verrouillage qui s'étend de $-5,5$ à $+5,5$ MHz. On peut noter que le domaine effectif d'accrochage est limité à l'intervalle $-3,5$ MHz à $+3$ MHz. La solution « lasers accrochés » n'est donc pas stable sur tout son domaine d'existence, possibilité que nous avons envisagée lors de l'étude théorique de cette solution.

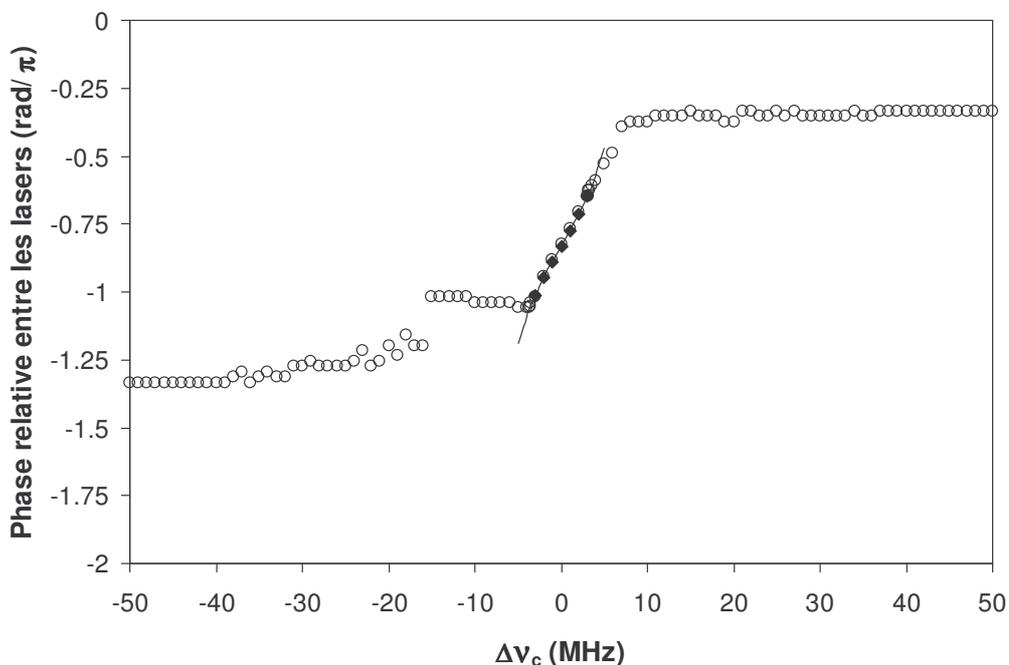


Figure II-18 : Évolution du déphasage moyen entre lasers en fonction du désaccord de fréquence entre cavités (conditions de la Figure II-15).

Une analyse plus détaillée de la Figure II-18 montre que, dans le domaine d'accrochage, la phase au centre de la figure d'interférence varie de $-1,02\pi$ à $-0,65\pi$, ce qui correspond à un système de franges possédant un minimum d'intensité au voisinage de son centre, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux présentés sur la Figure II-9. Pour les régimes impulsionnels (désaccords compris entre -4 à -15 MHz), φ_m reste pratiquement constante et la figure d'interférence reste fixe, seule sa visibilité évolue (cf. Figure II-17). Pour les grands désaccords, φ_m vaut environ $-1,33\pi$ pour les désaccords négatifs et $-0,33\pi$ pour les désaccords positifs. On observe donc une variation globale du déphasage φ_m égale à π , ce qui correspond à un déplacement de la figure d'un demi-interfrange. Ces résultats sont également en accord avec les expériences décrites au paragraphe II où l'on avait observé un déplacement de l'ordre de 0,4 interfrange. L'écart théorie-expérience s'explique facilement par le fait que pour les grands désaccords la visibilité est trop faible pour permettre une mesure précise.

Un bon accord global a été obtenu, mais il reste à interpréter ces résultats. Pour cela, il faut cerner les rôles respectifs de k_r et k_i dans la dynamique de couplage du système. C'est l'objet de la section suivante.

3) Rôle des parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage

Nous avons analysé l'ensemble des caractéristiques décrites dans le paragraphe précédent en imposant au coefficient de couplage d'être soit purement réel, soit purement imaginaire. Pour permettre une comparaison avec les résultats antérieurs, l'ensemble des paramètres, y compris le module du coefficient de couplage et les signes de k_r et k_i , ont été conservés et sont ceux de la Figure II-15. Suivant les cas, k_r ou k_i seront fixés à $-0,003178$ ou 0 .

a) Domaines d'accrochage et d'instabilité

La Figure II-19 représente l'évolution de l'amplitude des oscillations d'intensité des lasers en fonction du désaccord entre cavités pour un couplage purement réel (a) et purement imaginaire (b).

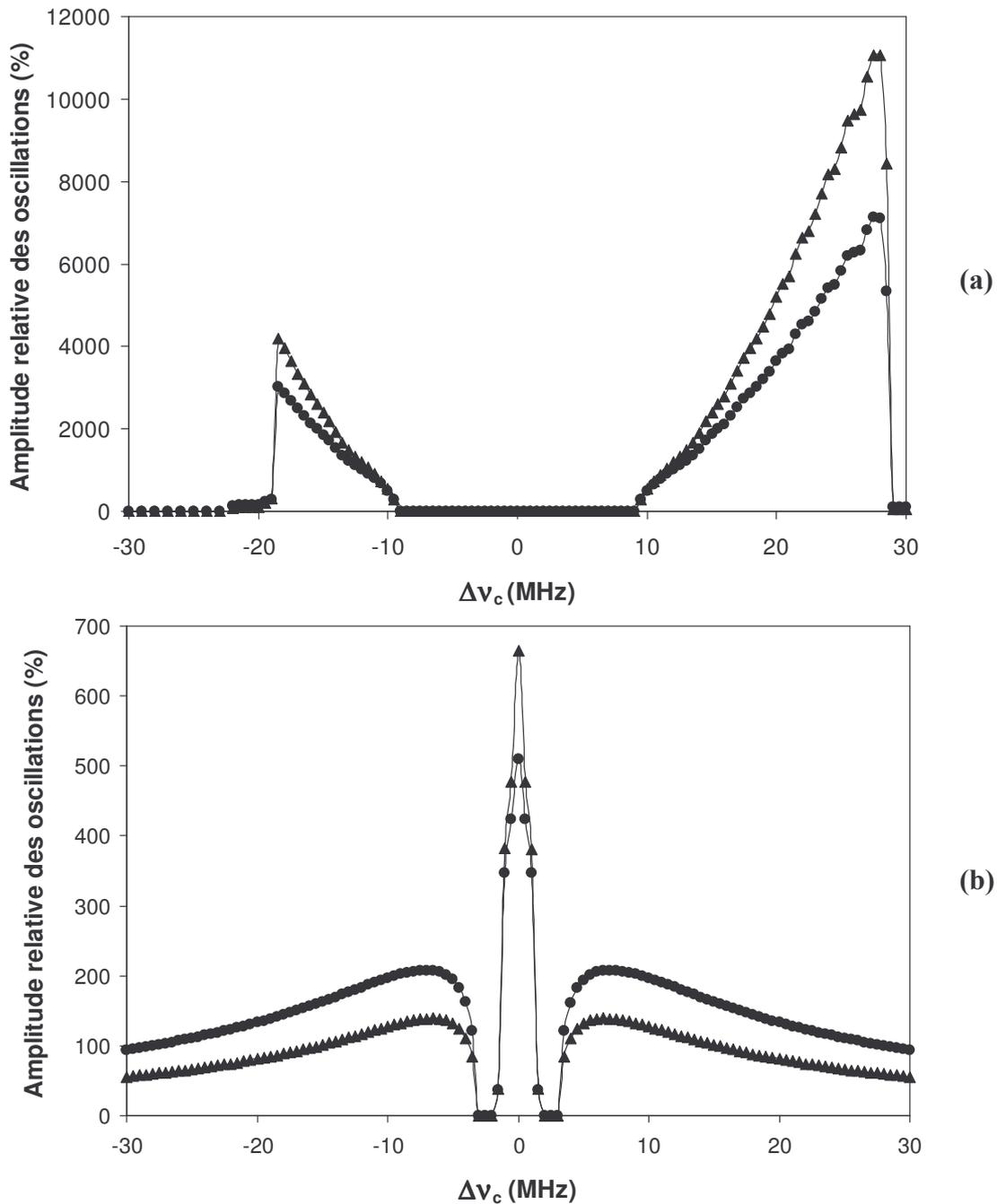


Figure II-19 : Evolution des amplitudes relatives des oscillations en fonction du désaccord pour un couplage purement réel (a) et purement imaginaire (b).

● laser 1, ▲ laser 2 (conditions de la Figure II-15 sauf pour k_r et k_i).

Le premier phénomène qui apparaît clairement est la forte asymétrie de la courbe correspondant au cas réel (Figure II-19-a). L'analyse de la symétrie des équations effectuée au paragraphe III prévoit que cette courbe doit être symétrique, $E_i(\Delta) = E_i(-\Delta)$ doit être vérifiée tant pour le cas réel (a) qu'imaginaire (b). En fait, cette asymétrie est liée au sens du balayage du désaccord et on obtient des courbes symétriques par rapport au désaccord nul lorsque le sens de balayage est inversé. Cette asymétrie révèle l'existence d'une forte hystérèse liée à un

comportement bistable qui explique le caractère abrupt des transitions en limite des zones instables. Cette bistabilité semble être liée à la seule partie réelle du coefficient de couplage compte tenu de la symétrie et de la continuité des courbes b pour lesquelles le couplage est purement imaginaire. Rappelons que dans le cas du coefficient de couplage complexe de la Figure II-15, nous avons déjà signalé l'existence d'une faible hystérèse.

En second lieu, il apparaît que le domaine de verrouillage est beaucoup plus large pour le couplage réel que pour l'imaginaire. Dans le premier cas, il s'étend sur une plage de désaccords de 18 MHz, légèrement inférieure à la valeur théorique 23,4 MHz donnée par l'expression analytique (II-9). Dans le second cas, la largeur du domaine n'est que de 6 MHz, ce qui est conforme aux prévisions théoriques, mais la partie centrale est instable et caractérisée par l'existence de régimes impulsionnels synchrones.

En troisième lieu, il faut noter qu'il n'existe pas de domaine d'instabilités pour les grands désaccords dans le cas du couplage imaginaire. En dehors de la plage de verrouillage, on observe une transition progressive vers un régime de lasers quasi-indépendants, les intensités des deux lasers oscillent sinusoïdalement à une fréquence qui tend vers la fréquence de battement à mesure que le désaccord s'accroît (en valeur absolue). Il est à noter que, conformément aux prévisions du modèle, les intensités oscillent en opposition de phase. Par contre, le couplage réel est caractérisé par un large domaine instable dans lequel les lasers oscillent en régime impulsionnel synchrone de grande amplitude.

En résumé, les simulations tendent à montrer que c'est la partie réelle du coefficient de couplage qui est responsable de l'apparition des domaines d'instabilité ainsi que de l'existence de zones bistables.

b) Fréquence de battement

L'influence des parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage est résumée sur la Figure II-20 qui représente l'évolution de la fréquence de battement en fonction du désaccord dans les deux cas envisagés. Il apparaît clairement que k_r et k_i ont des effets inverses. La fréquence de battement est inférieure au désaccord (visualisée par la droite en trait plein) dans le cas d'un couplage purement réel alors qu'elle est supérieure au désaccord lorsque le couplage est imaginaire.

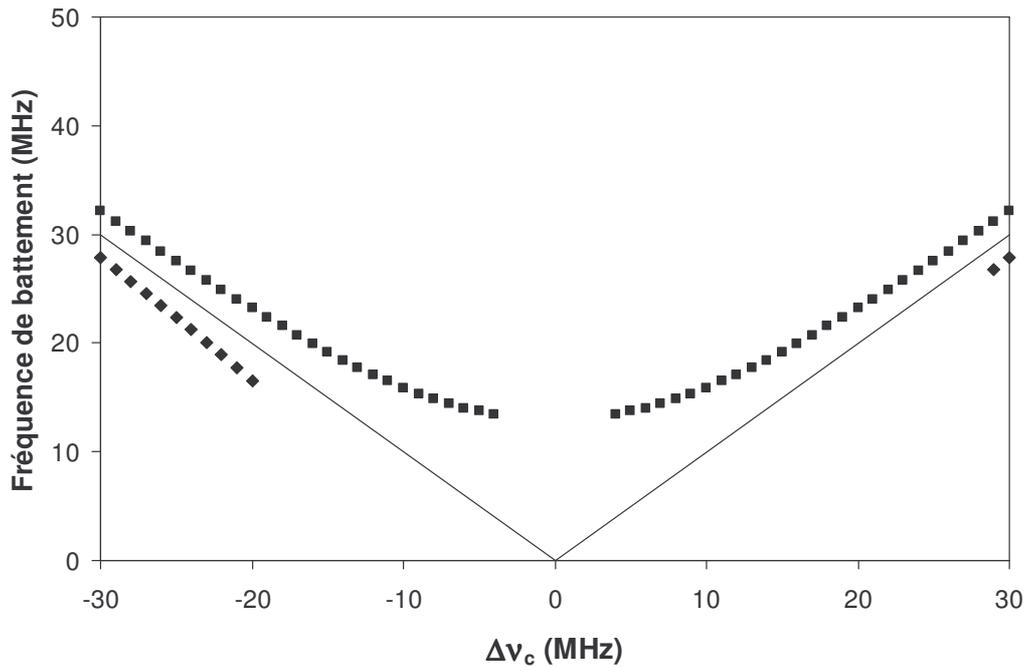


Figure II–20 : Evolution de la fréquence de battement en fonction du désaccord entre cavités. ♦ couplage réel, ■ couplage imaginaire (conditions de la Figure II-19).

On peut, par analogie avec l'étude de la dynamique de deux modes transverses couplés effectuée par V. Zehnlé [88][89], parler de « frequency pulling » dans le cas d'un couplage purement réel et de « frequency pushing » dans le cas d'un couplage purement imaginaire. On retrouve le fait que le couplage purement réel, en réduisant l'écart de fréquence entre lasers, facilite leur accrochage (pulling) alors qu'un couplage purement imaginaire a plutôt tendance à l'empêcher (pushing).

c) Caractéristiques du système de franges

Pour terminer, nous allons analyser l'aspect du système de franges observées en champ lointain. Dans une première étape nous allons nous intéresser à la visibilité des franges puis nous aborderons l'étude du déphasage moyen au centre du dispositif de franges.

i) Etude de la visibilité des franges.

L'évolution de la visibilité des franges est représentée sur la Figure II-21. Précisons tout d'abord que l'asymétrie de la courbe a (couplage réel) est liée à l'existence de la bistabilité déjà mise en évidence précédemment. Il apparaît clairement à la vue de ces figures que la visibilité des franges est globalement bien meilleure dans le cas où $k_i = 0$ que dans le cas où $k_r = 0$. Pour un couplage purement réel, la zone d'accrochage est très large et la visibilité décroît très lentement avec la valeur absolue du désaccord et reste supérieure à 0,4

sur la quasi totalité du domaine de désaccord exploré. Par contre, lorsque le couplage est imaginaire, la décroissance de la visibilité est rapide, ainsi pour un désaccord de 20 MHz elle n'est plus que de 0,15.

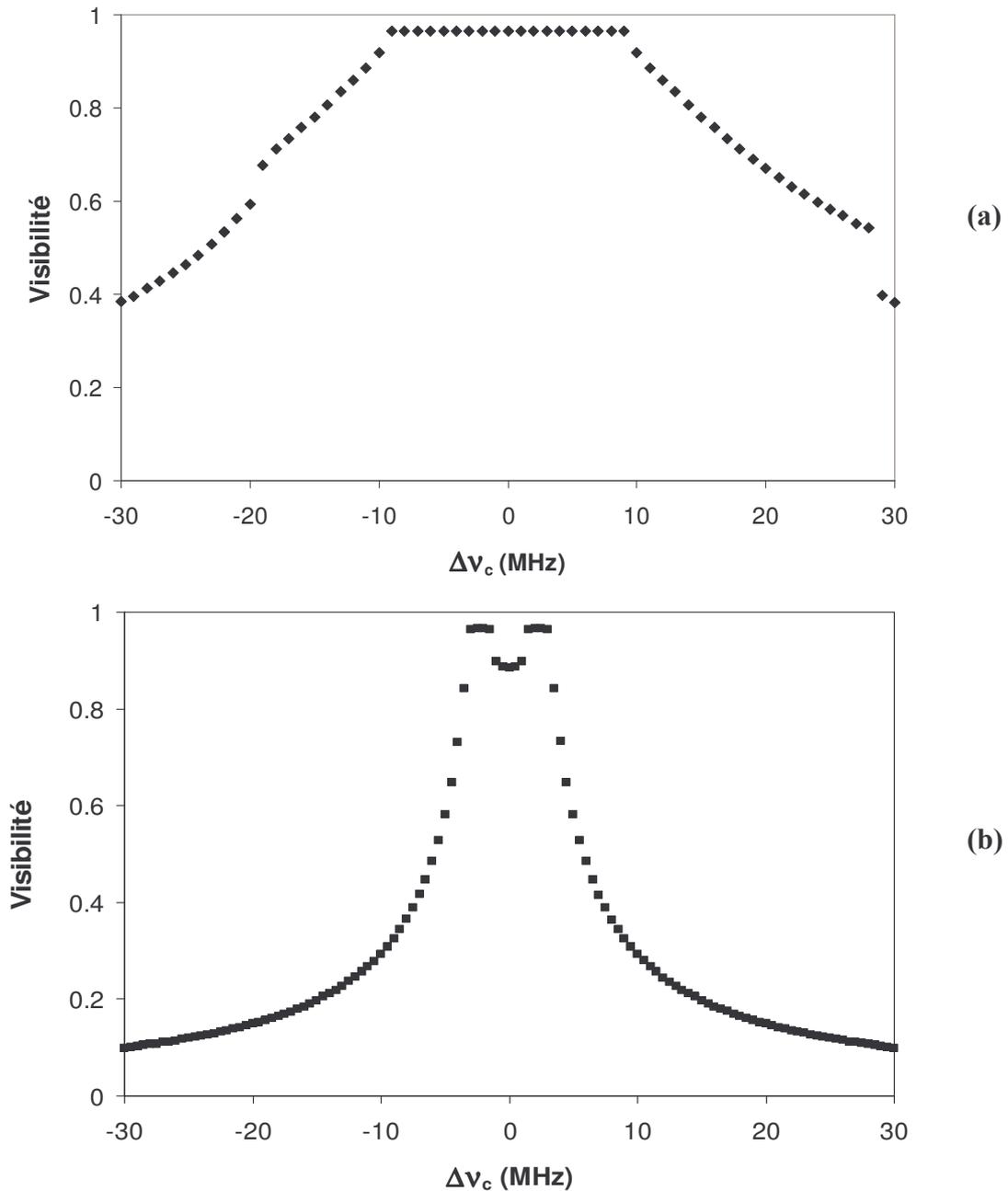


Figure II-21 : Evolution de la visibilité des franges en fonction du désaccord entre cavités :
 (a) couplage réel, (b) couplage imaginaire (conditions de la Figure II-19).

Lorsque les lasers sont accrochés, la visibilité des franges est proche de 1 dans les deux cas et, comme nous l'avons déjà signalé auparavant, la visibilité peut rester importante lorsque les lasers émettent en régime impulsionnel ($>0,5$ pour le couplage réel et de l'ordre de 0,9 pour les faibles désaccords dans le cas du couplage imaginaire).

ii) Déphasage au centre du système de franges

L'évolution de ce déphasage φ_m en fonction du désaccord est représentée par la Figure II-22. Comme il est prévisible, l'évolution de φ_m est centrée autour de $-\pi$ (désaccord nul) lorsque le coefficient de couplage est purement réel (a) et autour de $-\pi/2$ lorsque le couplage est purement imaginaire (b). Signalons que le déphasage est constant en dehors des zones d'accrochage et d'instabilité.

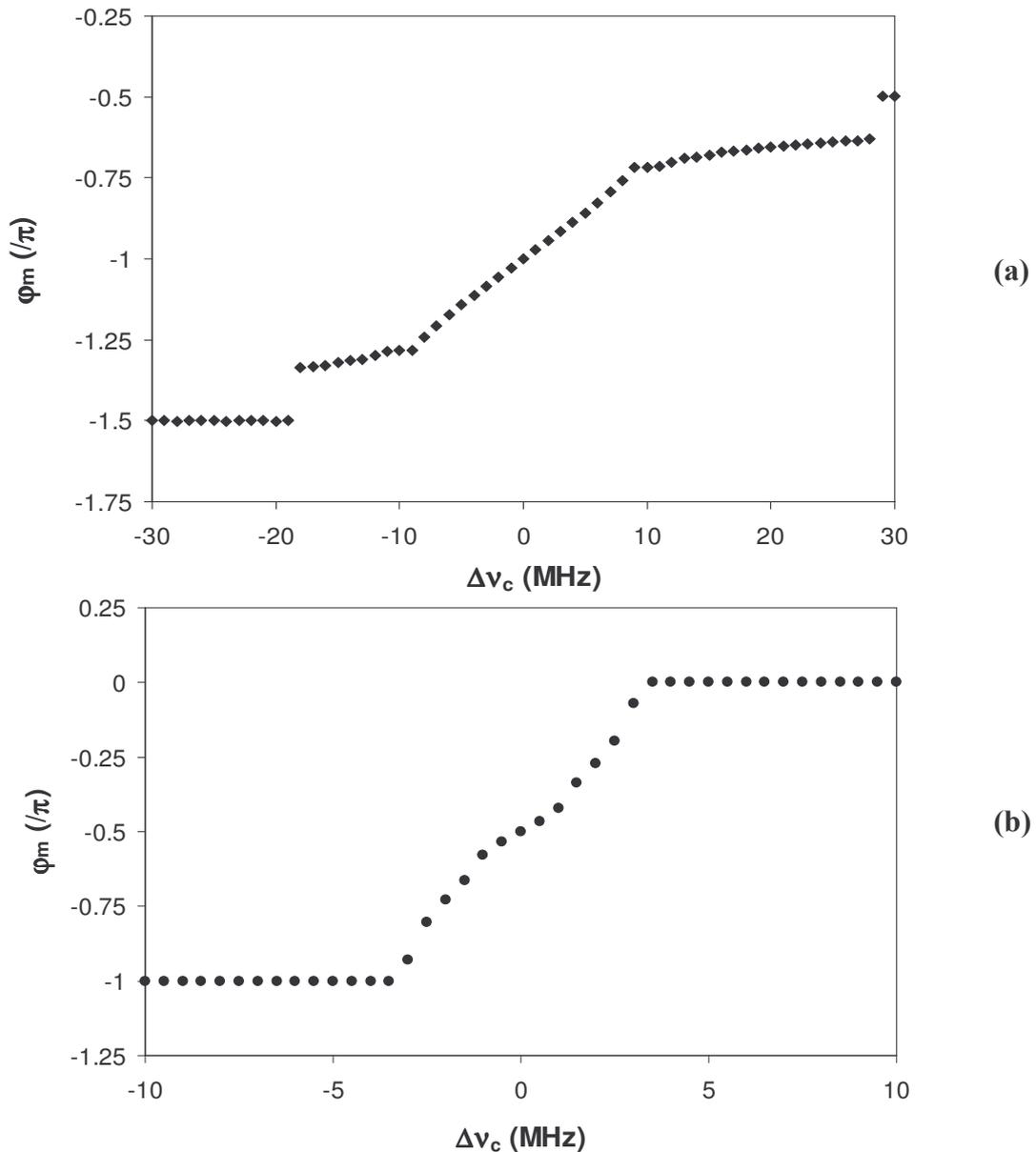


Figure II-22 : Evolution du déphasage au centre de la figure d'interférence en fonction du désaccord des cavités :

(a) couplage réel, (b) couplage imaginaire (conditions de la Figure II-19).

Cette étude nous a permis de contrôler la validité des solutions analytiques présentées au paragraphe III de ce chapitre et, en particulier, de montrer que la zone d'accrochage

théorique est une approximation correcte de la zone où les lasers sont effectivement accrochés bien que la solution accrochée ne soit pas stable sur tout son domaine d'existence.

Du point de vue des applications potentielles, le résultat le plus important est que la zone d'accrochage est beaucoup plus large dans le cas du coefficient de couplage purement réel que dans celui du couplage purement imaginaire. En contre partie, la zone d'instabilité est également plus grande pour $k_i = 0$ que pour $k_r = 0$. Si l'on recherche un fonctionnement de type « oscillateursphasés » il convient de privilégier un couplage réel accompagné d'un contrôle de désaccord suffisamment précis pour permettre un maintien en zone d'accrochage. A l'opposé, un couplage imaginaire est favorable à la réalisation d'« oscillateurs nonphasés », mais les désaccords doivent être suffisamment élevés pour que les oscillations à la fréquence de battement soient négligeables. Précisons toutefois que les remarques précédentes ne s'appliquent strictement qu'à des microlasers dont les caractéristiques sont comparables à celles des lasers utilisés. Une modification des temps caractéristiques des matériaux ou de la cavité optique peut changer la dynamique du système de lasers dans la mesure où elle introduit une variation des fréquences de relaxation du système. C'est cette évolution de la dynamique que nous allons illustrer dans le paragraphe suivant.

4) Influences des fréquences de relaxation sur la dynamique

Une série de simulations a montré que c'est la valeur relative des fréquences de relaxation par rapport à la largeur de la plage de verrouillage qui conditionne principalement la dynamique du système. Par souci de simplicité, c'est donc cette largeur que nous allons modifier par simple ajustement de l'intensité du couplage. Les autres paramètres du système, en particulier ceux qui définissent les fréquences de relaxation (κ , γ_i , A_1 et A_2) sont ceux utilisés précédemment (cf. Figure II-19).

La Figure II-23 illustre le résultat obtenu en réduisant l'intensité du couplage d'un facteur 50 ($k_r = -0,000065$, $k_i = 0$). Les fréquences de relaxation (5,46 MHz pour le laser 1 et de 7,4 MHz pour le laser 2) sont alors nettement supérieures à la largeur de la zone d'accrochage des lasers (0,25 MHz). La dissymétrie de la courbe est due au balayage et à l'existence d'une bistabilité comme dans le cas de la Figure II-19.

Dans le domaine des lasers quasi indépendants qui s'étend au delà du domaine d'accrochage, nous observons des zones d'instabilités de grande amplitude affectant chaque laser au voisinage de sa propre fréquence de relaxation. Mais il existe également des zones où les instabilités affectent simultanément les deux lasers pour des désaccords voisins de la

somme des fréquences de relaxation (≈ 13 MHz) et leur différence ($\approx 1,8$ MHz). L'apparition de ces instabilités peut s'expliquer de la façon suivante : le couplage entre les lasers constitue un forçage à une fréquence voisine du désaccord (cf. paragraphe III) et les instabilités apparaissent comme une réponse résonante non linéaire à ce forçage [90], réponse qui peut être accompagnée d'un effet de bistabilité. Il est à noter qu'on observe également une réponse sub-harmonique pour des désaccords voisins de 2,8 MHz. Ces comportements n'ont pu être étudiés expérimentalement de façon systématique à cause des fluctuations thermiques qui induisent des variations de fréquences de désaccord comparables aux fréquences de relaxations.

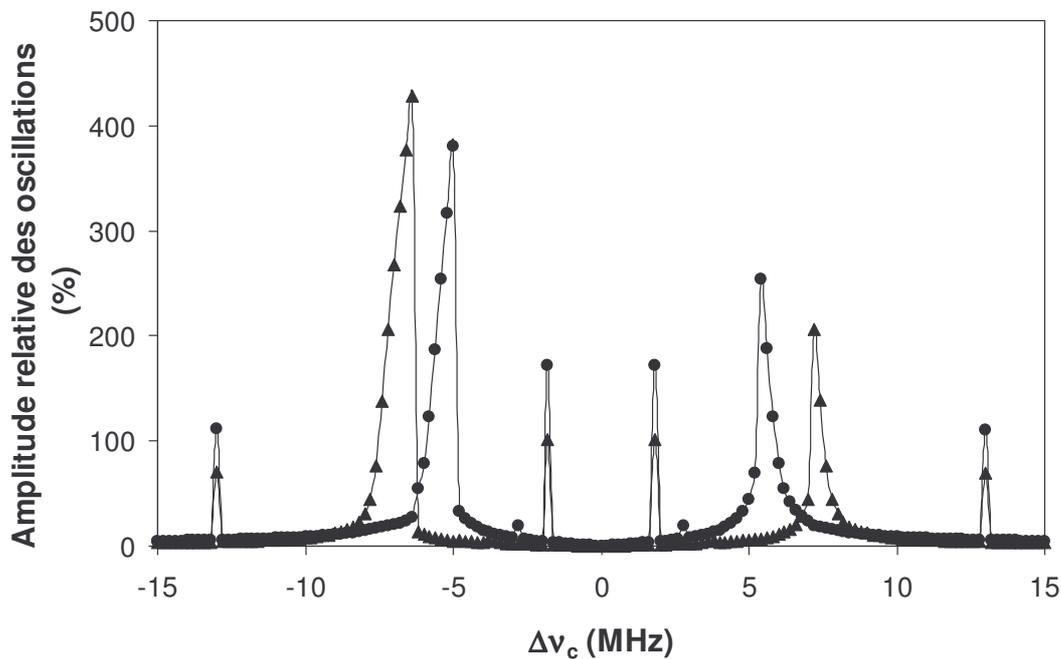


Figure II–23 : Mise en évidence de phénomènes de résonance dans le domaine des lasers quasi indépendants liés aux fréquences de relaxation.

$$\nu_{R1} = 5,64 \text{ MHz}, \nu_{R2} = 7,40 \text{ MHz}, k_r = -0,000065, k_i = 0.$$

Lorsque le couplage augmente, on observe une modification de toutes les fréquences propres du système qui conduit à une interpénétration des zones d'instabilités et s'accompagne d'une forte augmentation des amplitudes des oscillations. Les instabilités de types chaotiques observées expérimentalement (Figure II–8) semblent donc être liées à des interactions fortes entre le forçage et les oscillations du système à ses différentes fréquences au voisinage de la zone d'accrochage.

Enfin, lorsque les limites de la zone d'accrochage sont bien supérieures aux fréquences de relaxation des lasers, il n'y a plus de possibilité d'excitation résonante de ces fréquences.

V) Expression analytique du coefficient de couplage

Le but de ce paragraphe n'est évidemment pas de développer un modèle exhaustif prenant en compte tous les phénomènes qui participent au couplage de deux microlasers. Plus modestement nous tentons, à partir des équations de Maxwell-Bloch, de retrouver le modèle simple décrit au paragraphe III, tout en obtenant une expression analytique du coefficient de couplage. Pour cela, nous nous sommes largement inspirés de modèles existants [6]. Tout au long du calcul, nous avons été amenés à introduire un certain nombre d'hypothèses et d'approximations, parfois hardies, que nous décrirons à défaut de pouvoir les justifier toutes pleinement.

1) Equations d'évolution des champs

Précisons que, dans la mesure où la polarisation linéaire des lasers est imposée par la structure cristalline du milieu amplificateur, elle ne joue pas un rôle déterminant dans la dynamique du système. Aussi nous limiterons-nous à une approche purement scalaire et l'évolution des champs émis sera décrite par l'équation de propagation scalaire couplée aux équations de Bloch. Cette équation, déduite des équations de Maxwell dans laquelle nous n'avons pour l'instant introduit aucune perte, s'écrit [55] :

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \nabla^2 \mathbf{E} = - \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2} \quad (\text{II-14})$$

où ϵ_0 et μ_0 représentent respectivement la permittivité et la perméabilité du vide. \mathbf{E} et \mathbf{P} sont des grandeurs réelles représentant le champ électrique et la polarisation du milieu laser.

La polarisation totale \mathbf{P} qui comprend deux contributions différentes s'écrit:

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_n + \mathbf{P}_t \quad (\text{II-15})$$

où \mathbf{P}_n est la partie non résonante de la polarisation liée à l'indice de réfraction du milieu (le cristal), \mathbf{P}_t est la partie résonante de la polarisation liée à la transition laser (et donc à l'ion néodyme). Notons que la polarisation aléatoire associée à l'émission spontanée est négligée.

La polarisation liée à l'indice de réfraction $n(\vec{r})$ du milieu s'écrit [55] :

$$\mathbf{P}_n = \epsilon_0 \left(n^2(\vec{r}) - 1 \right) \mathbf{E} \quad (\text{II-16})$$

où \vec{r} désigne les coordonnées d'espace du point où l'on calcule \mathbf{P}_n .

Signalons que cette expression de \mathbf{P}_n suppose que la réponse du milieu à une excitation non résonante est instantanée, hypothèse couramment faite de façon implicite et pleinement justifiée dans le cas du Néodyme en matrice de YVO_4 . Dans notre cas, la partie non résonante de la polarisation comporte deux types de contributions : l'indice moyen du milieu n_0

indépendant de la position ($\cong 2,17$ à 1064 nm) et un terme dépendant de la position lié à l'absorption des faisceaux de pompe qui modifie localement la température et donc l'indice du milieu. L'indice s'écrit donc :

$$n(\vec{r}) = n_0 + \Delta n_1(\vec{r}) + \Delta n_2(\vec{r}) \quad (\text{II-17})$$

où $\Delta n_i(\vec{r})$ représente l'augmentation d'indice associée à l'absorption du faisceau de pompe i .

Pour poursuivre le développement analytique, nous nous plaçons dans un référentiel tournant à la fréquence ω_r , fréquence proche des fréquences optiques émises. Afin d'obtenir une équation d'évolution compatible avec les notations du modèle initial, le champ électrique et la polarisation du milieu sont développés sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} E(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} \left[\frac{\hbar(\gamma_{\perp}\gamma_{\parallel})^{1/2}}{\mu} E(\vec{r}, t) e^{-i\omega_r t} + c.c. \right] \\ P_t(\vec{r}, t) &= \frac{1}{2} \left[\frac{2i\hbar\epsilon_0 n_0^2 \kappa (\gamma_{\perp}\gamma_{\parallel})^{1/2}}{\mu\omega_r} P_t(\vec{r}, t) e^{-i\omega_r t} - c.c. \right] \end{aligned}$$

où \hbar est la constante de Planck et μ l'élément de matrice du dipôle de la transition.

L'équation (II-14) conduit alors à :

$$\frac{\partial^2 (E e^{-i\omega_r t})}{\partial t^2} - \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} e^{-i\omega_r t} \nabla^2 E = - (n^2(\vec{r}) - 1) \frac{\partial^2 (E e^{-i\omega_r t})}{\partial t^2} - \frac{2i\kappa n_0^2}{\omega_r} \frac{\partial^2 (P_t e^{-i\omega_r t})}{\partial t^2} \quad (\text{II-18})$$

Dans la mesure où ω_r est proche des fréquences optiques émises, on peut effectuer l'approximation des amplitudes variant lentement en supposant que les inégalités suivantes sont vérifiées :

$$\begin{aligned} \left| \frac{\partial E}{\partial t} \right| &\ll \omega_r |E| & \left| \frac{\partial P}{\partial t} \right| &\ll \omega_r |P| \\ \left| \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \right| &\ll \omega_r \left| \frac{\partial E}{\partial t} \right| & \left| \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} \right| &\ll \omega_r \left| \frac{\partial P}{\partial t} \right| \end{aligned}$$

L'équation (II-18) se simplifie alors pour donner :

$$\frac{\partial E(\vec{r}, t)}{\partial t} - i \frac{\omega_r}{2} E(\vec{r}, t) - i \frac{c^2}{2n^2(\vec{r})\omega_r} \nabla^2 E(\vec{r}, t) + \kappa E(\vec{r}, t) = -\kappa \frac{n_0^2}{n^2(\vec{r})} P_t(\vec{r}, t) \quad (\text{II-19})$$

où les pertes de la cavité ont été introduites de façon phénoménologique par l'intermédiaire du terme κE .

Le couplage étant supposé faible, nous allons décomposer le champ total sur les modes propres $u_i(\vec{r})$ des cavités associées à chacun des lasers supposés indépendants. $E(\vec{r}, t)$ s'écrit sous la forme suivante [6][89]:

$$E(\vec{r}, t) = u_1(\vec{r})E_1(t) + u_2(\vec{r})E_2(t) \quad (\text{II-20})$$

où les u_i vérifient l'équation d'Helmoltz [6].

$$\nabla^2 u_i(\vec{r}) = -k_i^2 u_i(\vec{r}) \quad (\text{II-21})$$

Afin de simplifier les calculs, nous supposerons que les modes propres $u_i(\vec{r})$ tiennent compte du bombement des faces du cristal mais pas des variations de l'indice induites par les faisceaux de pompe. Les nombres d'onde k_i sont alors liés de façon simple aux fréquences de résonance des deux cavités ω_{ci} par la relation:

$$k_i = \omega_{ci} n_0 / c \quad (\text{II-22})$$

Les modes $u_i(\vec{r})$ satisfont aux relations:

$$\int u_i(\vec{r})u_i(\vec{r})d\vec{r} = 1 ; \int u_i(\vec{r})u_j(\vec{r})d\vec{r} = \eta \neq 0 \text{ pour } i \neq j \quad (\text{II-23})$$

où η représente l'intégrale de recouvrement entre les profils des deux lasers. Ils sont donc normalisés mais non orthogonaux. Cette dernière propriété jouera un rôle important dans l'expression du coefficient de couplage entre les lasers.

Compte tenu des définitions des variables $E(t)$ et $P_i(t)$, la partie résonante de la polarisation du milieu s'écrit :

$$P_i(t) = -E(t)D(t)$$

où la différence de population $D(t)$ satisfait à une équation analogue à l'équation (II-2) du modèle initial. Cette expression de $P_i(t)$ est obtenue après élimination adiabatique de l'équation d'évolution de la polarisation. Elle suppose de plus que l'écart entre ω_i et la fréquence centrale de la courbe de gain est négligeable devant la largeur de cette dernière. Notons que ces hypothèses sont implicitement contenues dans le modèle initial.

Comme nous l'avons fait pour le champ, nous allons supposer que l'inversion de population peut se décomposer sous la forme suivante :

$$D(\vec{r}, t) = D_1(t)p_1(\vec{r}) + D_2(t)p_2(\vec{r}). \quad (\text{II-24})$$

où $p_1(\vec{r})$ et $p_2(\vec{r})$ représentent la dépendance transverse de la population liée aux profils d'intensité de chacun des faisceaux de pompe. Comme les $u_i(\vec{r})$, chacun de ces deux profils est centré sur l'axe du laser qui lui est associé.

Dans la mesure où les variations d'indice liées aux pompes $\Delta n_i(\vec{r})$ sont faibles devant n_0 , nous pouvons écrire :

$$\frac{n_0^2}{n(\vec{r})^2} \cong 1 - 2 \frac{\Delta n_1(\vec{r}) + \Delta n_2(\vec{r})}{n_0}$$

Compte tenu de cette approximation, l'équation d'évolution des champs (II-19) s'écrit :

$$\begin{aligned} & u_1 \left(\frac{dE_1}{dt} + \kappa E_1 + i(\omega_{c1} - \omega_r) E_1 - iE_1 \omega_r \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) \\ & + u_2 \left(\frac{dE_2}{dt} + \kappa E_2 + i(\omega_{c2} - \omega_r) E_2 - iE_2 \omega_r \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) \\ & = \kappa \left(1 - 2 \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (E_1 u_1 + E_2 u_2) (D_1 p_1 + D_2 p_2) \end{aligned} \quad (\text{II-25})$$

En projetant cette équation sur les modes u_i , l'équation d'évolution du champ E_i conduit à :

$$\frac{dE_1}{dt} = (D_1 c_1 + D_2 d_1 - 1 - ia_1) E_1 + (D_1 e_1 + D_2 f_1 + ib_1) E_2 \quad (\text{II-26})$$

où le temps t a été normalisé à κ^{-1} . Les coefficients suivants a_1, b_1, c_1, d_1, e_1 et f_1 sont définis par les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\kappa} \left[\omega_{c1} - \omega_r \frac{1}{1 - \eta^2} \int \left(\frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (u_1 u_1 - \eta u_1 u_2) d\vec{r} - \omega_r \right] \\ b_1 &= \frac{\omega_r}{(1 - \eta^2) \kappa} \int \left(\frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (u_1 u_2 - \eta u_2 u_2) d\vec{r} \\ c_1 &= \frac{1}{1 - \eta^2} \int \left(1 - 2 \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (p_1 u_1 u_1 - \eta p_1 u_1 u_2) d\vec{r} \\ d_1 &= \frac{1}{1 - \eta^2} \int \left(1 - 2 \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (p_2 u_1 u_1 - \eta p_2 u_1 u_2) d\vec{r} \\ e_1 &= \frac{1}{1 - \eta^2} \int \left(1 - 2 \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (p_1 u_2 u_1 - \eta p_1 u_2 u_2) d\vec{r} \\ f_1 &= \frac{1}{1 - \eta^2} \int \left(1 - 2 \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (p_2 u_2 u_1 - \eta p_2 u_2 u_2) d\vec{r} \end{aligned}$$

L'équation d'évolution du champ E_2 est obtenue simplement par permutation des indices.

2) Analyse des résultats et confrontation avec le modèle initial

L'équation d'évolution que nous venons d'obtenir doit être comparée à l'équation du modèle initial qui, rappelons le, s'écrit (cf. (II-1)) :

$$\frac{dE_1}{dt} = (D_1 - 1 - i\delta_1)E_1 + (k_r + ik_i)E_2 \quad (\text{II-27})$$

Les deux équations (II-26) (II-27) présentent de grandes similitudes, on retrouve le terme lié aux pertes ($-E_1$), un terme de gain proportionnel à D_1E_1 , et un terme prenant en compte le désaccord de fréquence de cavité ($\sim -iE_1$), enfin le coefficient de couplage ($\sim E_2$) est complexe. Mais l'équation (II-26) présente des caractères spécifiques. En premier lieu, il apparaît un terme de gain proportionnel à l'inversion de population du laser L_2 ($\sim D_2E_1$) qui introduit un couplage supplémentaire entre lasers. En second lieu, la partie réelle du coefficient de couplage ($D_1e_1 + D_2f_1$) est fonction des inversions de population des deux lasers qui eux-mêmes dépendent de l'amplitude des champs. Le couplage n'est donc plus linéaire ce qui introduit une différence qualitative importante entre le modèle initial et le modèle que nous venons de développer. Enfin le couplage n'est pas symétrique, le coefficient de couplage n'étant pas a priori le même dans les équations d'évolution des deux champs.

Pour analyser plus précisément les écarts entre les deux modèles, il est nécessaire de préciser les rôles et les valeurs des coefficients apparaissant dans l'équation (II-26) et d'introduire les approximations nécessaires à leur simplification.

- Les coefficients a_i ne diffèrent des désaccords δ_i que par les termes :

$$-\omega_r \frac{1}{1-\eta^2} \int \left(\frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} \right) (u_i u_i - \eta u_i u_{3-i}) d\vec{r}$$

qui représentent une faible correction des fréquences de résonance des cavités liée aux modifications d'indice induites par les pompes.

- L'expression du coefficient b_1 , qui représente la partie imaginaire du coefficient de couplage, montre clairement que cette dernière est due au recouvrement des profils des champs lasers avec les profils d'indice de réfraction induits par les pompes. Signalons que b_1 n'est égal à b_2 que si les profils Δn_i sont superposables par translation et s'il en est de même pour les profils u_i .
- L'expression des quatre derniers coefficients c_1 , d_1 , e_1 et f_1 qui interviennent dans les termes sources de l'équation (II-26) dépend des profils de distribution des inversions de populations $p_i(\vec{r})$ qu'il est nécessaire de normaliser. Pour que les deux équations d'évolution

puissent coïncider, la norme des $p_i(\vec{r})$ doit être fixée de manière à ce que le coefficient c_1 soit égal à 1. Comme les intégrales de type $\int (p_i u_j u_k - \eta p_i u_j u_{k'}) d\vec{r}$ sont a priori non nulles, les contributions des termes en $\frac{\Delta n_1(\vec{r}) + \Delta n_2(\vec{r})}{n_0}$ (de l'ordre de 10^{-5}) peuvent être négligées et les

4 coefficients s'écrivent alors :

$$c_1 = \frac{1}{1-\eta^2} (I_{111} - \eta I_{112}) \quad ; \quad d_1 = \frac{1}{1-\eta^2} (I_{211} - \eta I_{212})$$

$$e_1 = \frac{1}{1-\eta^2} (I_{121} - \eta I_{122}) \quad ; \quad f_1 = \frac{1}{1-\eta^2} (I_{221} - \eta I_{222})$$

où les coefficients $I_{ijk} = \int p_i u_j u_k d\vec{r}$ représentent des intégrales de recouvrement entre les profils transverses des inversions de population et ceux des faisceaux lasers. Chacun de ces quatre coefficients contient deux contributions de signes opposés. La contribution négative, proportionnelle à l'intégrale de recouvrement entre les modes des deux cavités η , est donc liée à la non orthogonalité des modes u_i ($\eta \neq 0$). Elle exprime le fait que chaque terme source de champ de l'équation (II-26) participe à l'accroissement du champ E_1 mais aussi pour une faible partie (η) à celui du champ E_2 et que, par-là même, l'accroissement de E_1 s'en retrouve réduit d'autant.

Les différentes contributions positives à l'évolution de E_1 sont décrites dans le Figure II-24.

$E_1 D_1 \int p_1 u_1 u_1 d\vec{r} = E_1 D_1 I_{111}$	Polarisation induite par le champ E_1 sur les atomes du laser 1.
$E_1 D_2 \int p_2 u_1 u_1 d\vec{r} = E_1 D_2 I_{211}$	Polarisation induite par le champ E_1 sur les atomes du laser 2.
$E_2 D_1 \int p_1 u_2 u_1 d\vec{r} = E_2 D_1 I_{121}$	Polarisation induite par le champ E_2 sur les atomes du laser 1.
$E_2 D_2 \int p_2 u_2 u_1 d\vec{r} = E_2 D_2 I_{221}$	Polarisation induite par le champ E_2 sur les atomes du laser 2.

Figure II-24: Contributions à l'accroissement du champ E_1 .

La contribution dominante est sans conteste la première qui fait intervenir l'intégrale de recouvrement de trois profils centrés sur l'axe du laser L_1 (I_{111}). Les trois autres

contributions sont notablement plus faibles, mais il est difficile de déterminer a priori leur ordre de grandeur relatif sans connaître la forme des profils mis en jeu. Ainsi le dernier terme du tableau, qui est le moins évident à prévoir, est du même ordre que le troisième terme si les p_i (et u_i) sont superposables par translation, ce qui entraîne l'égalité $I_{121}=I_{221}$.

La hiérarchie des contributions que nous venons de décrire va permettre de simplifier l'expression du terme « source » ($\sim E_I$) de l'équation (II-26). Ce dernier s'écrit :

$$c_1 D_1 E_1 + d_1 D_2 E_1 = \frac{1}{1-\eta^2} (I_{111} - \eta I_{112}) D_1 E_1 + \frac{1}{1-\eta^2} (I_{211} - \eta I_{212}) D_2 E_1$$

Le terme dominant est le terme proportionnel à I_{111} contenu dans le coefficient c_1 . La contribution de l'inversion de population du laser L_2 , qui n'a pas d'équivalent dans le modèle initial, apparaît comme une faible correction qui pourra être négligée. En ne conservant que le terme en I_{111} , nous retrouvons le modèle initial à condition de normaliser les profils des inversions de population de telle sorte que le coefficient $\frac{I_{111}}{1-\eta^2}$ soit égal à 1.

Les intégrales de recouvrement I_{ijk} interviennent également dans la partie réelle du coefficient de couplage (noté k_{r1}) qui s'écrit :

$$k_{r1} = \frac{1}{1-\eta^2} (I_{121} - \eta I_{122}) D_1 + \frac{1}{1-\eta^2} (I_{221} - \eta I_{222}) D_2$$

Mais les contributions de ces intégrales sont toutes a priori du même ordre de grandeur. Rappelons que contrairement au modèle initial, le couplage n'est pas linéaire. Cependant, si cette différence est qualitativement importante, elle ne se traduit pas nécessairement par des changements quantitatifs significatifs. En effet, la non-linéarité sera peu perceptible si les inversions de population restent très voisines de 1, comme c'est le cas dans les simulations numériques réalisées précédemment. Même pour les régimes impulsionsnels de grande amplitude, les fluctuations des inversions de population observées ne dépassent jamais quelques pour cent alors que les amplitudes relatives des oscillations d'intensité des lasers approchent les 4000%. De telles variations des inversions de population sont attribuables à la faible valeur de γ (de l'ordre de 10^{-6}). Dans ces conditions, il paraît légitime de remplacer les inversions de populations par 1 dans l'expression du coefficient de couplage. Cette approximation sera particulièrement justifiée en régime d'accrochage ou de fonctionnement quasi indépendant, pour lesquels les fluctuations de population sont les plus faibles. La partie réelle du coefficient de couplage devient alors indépendante des conditions de fonctionnement des lasers comme nous l'avons supposé pour le modèle initial.

A ce stade du calcul, nous disposons d'une expression analytique pour les parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage, à savoir :

$$k_{r1} = \frac{1}{1 - \eta^2} [I_{121} + I_{221} - \eta(I_{122} + I_{222})] \quad (\text{II-28 a})$$

$$k_{i1} = \frac{\omega_r}{(1 - \eta^2)K} \int \frac{\Delta n_1 + \Delta n_2}{n_0} (u_1 u_2 - \eta u_2 u_2) d\vec{r} \quad (\text{II-28 b})$$

Ces deux expressions montrent bien que la partie réelle du coefficient de couplage, liée aux profils d'inversion de population, décrit un couplage par le gain, tandis que la partie imaginaire, qui dépend des profils d'indice, est associée à un couplage par ondes évanescentes. Le couplage n'est symétrique ($k_{r1} = k_{r2} = k_r$ et $k_{i1} = k_{i2} = k_i$) que si les u_i , p_i ainsi que les Δn_i sont superposables par translation.

Pour confronter ces expressions analytiques avec les résultats expérimentaux et en particulier analyser les variations du coefficient de couplage en fonction de la distance d entre les lasers, il est nécessaire de préciser la forme des différents profils mis en jeu.

3) Calcul du coefficient de couplage et comparaison avec les résultats expérimentaux

a) Partie réelle

Pour calculer la partie réelle du coefficient de couplage, il faut expliciter les profils des inversions de population p_i ainsi que ceux des champs lasers u_i .

Les profils p_i sont évidemment fortement liés aux profils d'intensité des faisceaux de pompe, mais la saturation du gain vient les modifier. La forme exacte des p_i est donc difficile à estimer. Nous considérons que les profils p_i reproduisent les profils d'intensité des deux faisceaux de pompe eux-mêmes supposés gaussiens, de même rayon w_p et séparés d'une distance d , négligeant ainsi l'effet de saturation.

De la même façon, les profils des faisceaux lasers sont eux aussi supposés gaussiens, de même rayon w_L et également séparés de la distance d .

Notons que, pour simplifier, nous avons négligé toute dépendance longitudinale des profils des faisceaux en accord avec l'approximation du champ moyen sous-entendue dans le modèle initial.

Les profils d'amplitude des champs lasers sont donc de la forme :

$$u_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi w_L^2}} \exp\left(-\frac{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{w_L^2}\right) ; \quad u_2 = \sqrt{\frac{2}{\pi w_L^2}} \exp\left(-\frac{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{w_L^2}\right)$$

$$\text{où } \iint u_i u_i dx dy = 1 \text{ et } \eta = \iint u_1 u_2 dx dy = \exp\left(-\frac{d^2}{2w_L^2}\right)$$

Les profils des inversions des populations sont normalisés de telle sorte que $\frac{I_{111}}{1 - \eta^2} = 1$ et sont

donnés par les relations

$$p_1 = \left(1 - \eta^2\right) \frac{1 + \alpha}{\alpha} \exp\left(-2 \frac{\left(x - \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{w_p^2}\right) ; \quad p_2 = \left(1 - \eta^2\right) \frac{1 + \alpha}{\alpha} \exp\left(-2 \frac{\left(x + \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{w_p^2}\right)$$

où $\alpha = \frac{w_p^2}{w_L^2}$ est le carré du rapport entre le rayon du faisceau de pompe et celui du faisceau

laser.

Les intégrales de recouvrement I_{ijk} prennent la forme suivante:

$$I_{111} = I_{222} = 1 - \eta^2 ; \quad I_{112} = I_{121} = I_{221} = I_{212} = (1 - \eta^2) \eta^{\frac{2+\alpha}{1+\alpha}} ;$$

$$I_{211} = I_{122} = (1 - \eta^2) \eta^{\frac{4}{1+\alpha}}$$

La partie réelle du coefficient de couplage est alors donnée par la relation :

$$k_r = 2\eta^{\frac{2+\alpha}{1+\alpha}} - \eta - \eta^{\frac{5+\alpha}{1+\alpha}} \quad (\text{II-29})$$

Pour tester la validité de cette expression, nous avons étudié l'évolution de k_r en fonction de la distance d entre les lasers pour des tailles du faisceau laser w_L et de pompe w_p respectivement égales à 54,5 μm et 50 μm . La Figure II-25 montre la courbe ainsi obtenue.

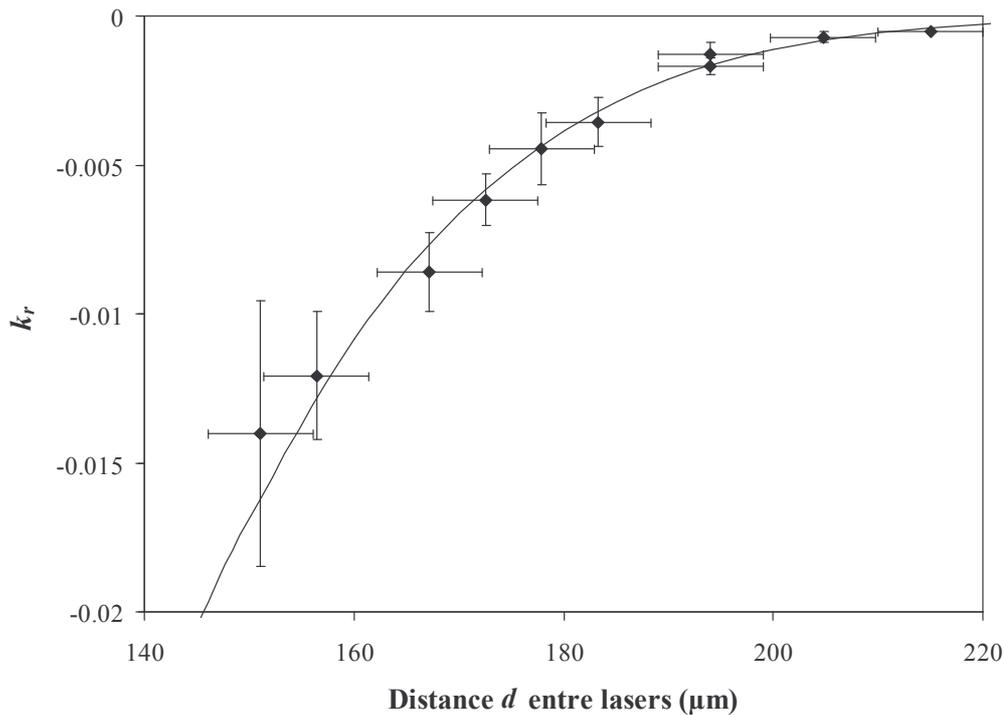


Figure II–25 : Evolution de la partie réelle du coefficient de couplage en fonction de la distance d entre les lasers. \blacklozenge : valeurs expérimentales ; trait continu : valeurs données par l'expression (II-29) avec $w_L = 54,5 \mu\text{m}$ et $w_P = 50 \mu\text{m}$.

Les valeurs des rayons w_L et w_P ont été ajustées de façon à reproduire le plus fidèlement possible les variations de k_r observées expérimentalement (\blacklozenge). La valeur de w_P est en accord avec la taille estimée du faisceau de pompe à l'intérieur du cristal qui varie de 30 à 58 μm (cf. chapitre I). Par contre, la valeur de w_L est de 30% supérieure à la taille mesurée qui est de $43 \pm 5 \mu\text{m}$. Cet écart est imputable à une sous-estimation de l'intégrale de recouvrement des faisceaux lasers η qui joue un rôle primordial dans l'expression de k_r . En effet, le recouvrement dépend très fortement de la valeur des champs dans la région intermédiaire entre les lasers où les profils gaussiens ont de très faibles valeurs. Aussi, un léger écart des profils des champs par rapport au profil gaussien induit une variation importante du recouvrement entre les faisceaux. Cet écart peut être introduit, entre autres, par les effets de guidage liés à l'existence des profils d'indice $\Delta n_i(\vec{r})$. Rappelons que l'analyse du profil transverse du rayonnement des lasers (chapitre I, Figure I-7) montre que la décroissance de l'intensité dans les ailes du profil est plus faible que le cas idéal du faisceau gaussien.

En tout état de cause, compte tenu des hypothèses simplificatrices introduites, l'accord expérience-théorie est assez remarquable.

Si dans le domaine de variation de d exploré expérimentalement, la partie réelle du coefficient de couplage est négative, la relation (II-29) prévoit qu'il n'en est pas toujours ainsi.

La Figure II-26 a été obtenue en étendant la plage de variation de d , les autres paramètres étant inchangés. Elle montre que, si k_r tend de façon prévisible vers zéro pour les grandes valeurs de d , il présente un minimum vers $110 \mu\text{m}$ et devient positif pour des distances inférieures à $80 \mu\text{m}$. Précisons que ces faibles valeurs de d , peu réalistes d'un point de vue expérimental, sont en limite de validité du modèle qui suppose des recouvrements de faisceaux suffisamment faibles pour que les intégrales de type $I_{i,i,3-i}$ soient négligeables devant I_{111} . Toutefois le changement de signe de k_r , ainsi observé, décrit des comportements expérimentaux présentés dans la littérature [6] où les lasers initialement accrochés en opposition de phase ($k_r < 0$) s'accrochent en phase ($k_r > 0$) lorsqu'on réduit la distance qui les sépare.

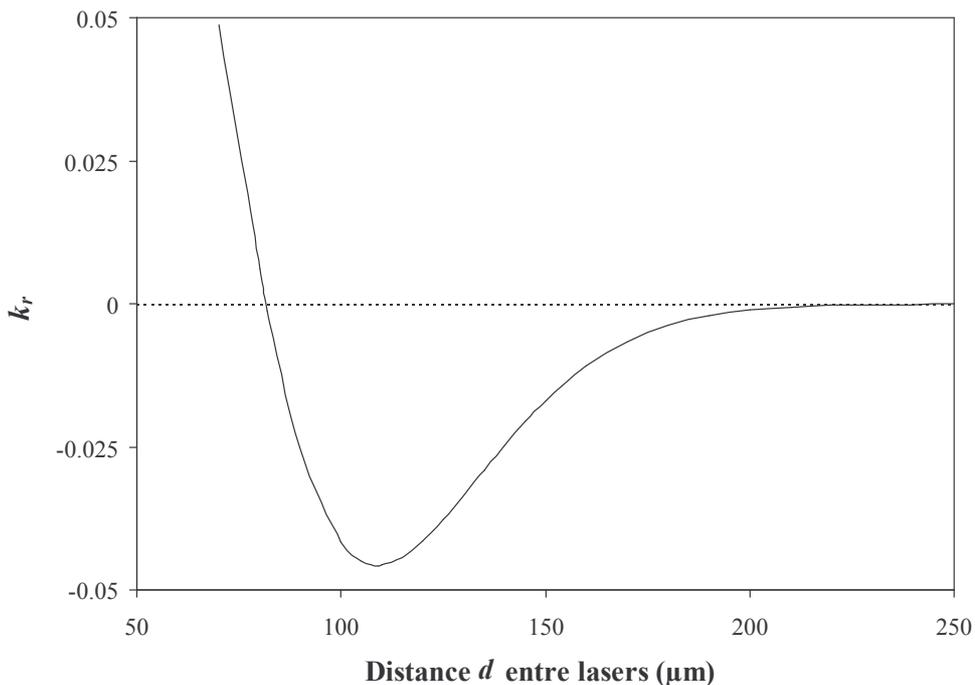


Figure II-26 : Illustration du changement de signe de k_r avec la distance ($w_L = 54,5 \mu\text{m}$ et $w_P = 50 \mu\text{m}$).

Enfin il apparaît qu'il n'est pas toujours judicieux de diminuer la distance d entre lasers pour augmenter l'intensité du couplage réel et par-là même la largeur de la zone d'accrochage.

Intéressons nous maintenant à la partie imaginaire du coefficient de couplage.

b) Partie imaginaire

Comme précédemment, l'expression analytique de la partie imaginaire du coefficient de couplage repose sur la détermination d'intégrales de recouvrement qui, dans ce cas, font intervenir les profils d'indices de réfraction Δn_i .

Le problème posé par la détermination des profils d'indice est bien plus ardu que pour les profils des champs. En effet, ils sont dus aux effets thermiques liés à l'absorption de la pompe (chapitre I) et sont directement proportionnels au profil de température (via dn/dT). Ce dernier dépend du profil d'intensité des faisceaux de pompe (à cause de l'absorption), des propriétés thermiques du cristal et des échanges thermiques entre le cristal et son environnement (porte cristal et air ambiant). En particulier, le problème critique de l'échange de chaleur entre le cristal et son support est difficilement soluble dans la mesure où surface de contact et coefficient d'échange thermique sont difficiles à estimer.

A défaut de détermination exacte des profils de température, nous avons comme précédemment modélisé ces derniers par des gaussiennes de même amplitude et même largeur, ce qui permet d'aboutir à une expression totalement analytique de k_i .

Les profils d'indice Δn_i prennent donc la forme suivante :

$$\Delta n_i(\vec{r}) = \frac{dn}{dT} \Delta T_i(\vec{r}) = \frac{dn}{dT} \Delta T \exp\left(-2 \frac{\left(x \pm \frac{d}{2}\right)^2 + y^2}{w_T^2}\right)$$

où ΔT est l'élévation maximale de température induite par chacune des pompes et w_T est la largeur à e^{-2} du profil. Un calcul analogue à celui utilisé au paragraphe précédent conduit à l'expression suivante pour la partie imaginaire du coefficient de couplage :

$$k_i = \frac{\omega_r}{1 - \eta^2} \frac{dn}{dT} \frac{\Delta T}{\kappa n_0} \frac{\beta}{1 + \beta} \left[2\eta^{\frac{2+\beta}{1+\beta}} - \eta - \eta^{\frac{5+\beta}{1+\beta}} \right] \quad (\text{II-30})$$

où $\beta = w_T^2/w_L^2$.

Les paramètres ΔT et w_T sont alors ajustés pour reproduire les résultats expérimentaux.

La Figure II-27 montre l'évolution de la valeur calculée de k_i pour une largeur de profil w_T de 110 μm et une élévation maximale de température ΔT de 33° ($w_L = 54,5 \mu\text{m}$).

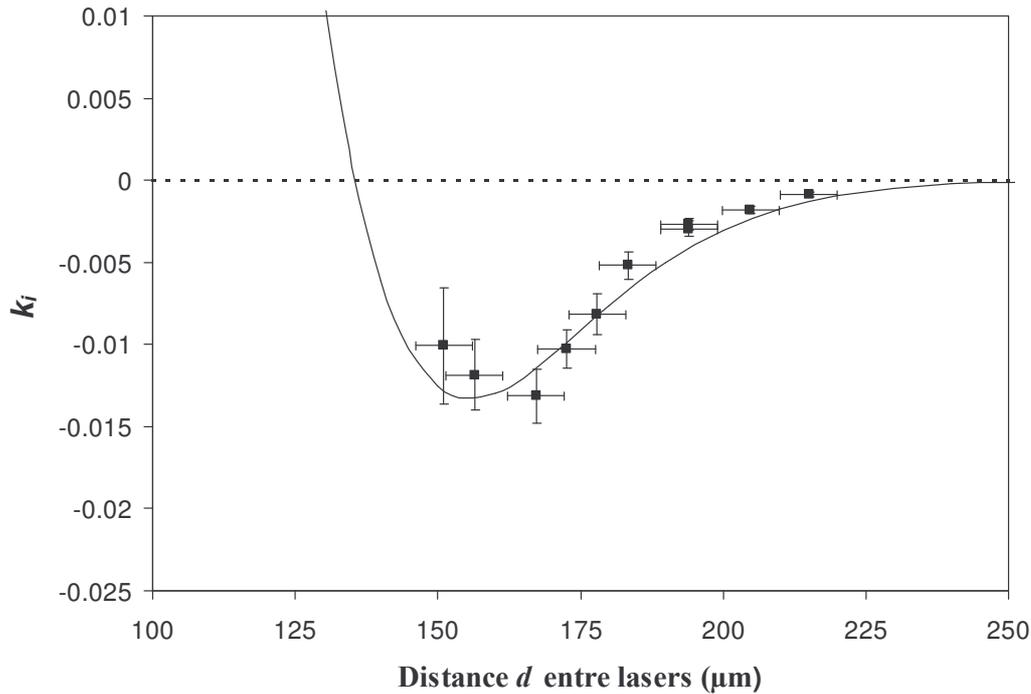


Figure II–27 : Evolution de la partie imaginaire du coefficient de couplage : ■ valeurs mesurées. Trait continu : valeurs calculées ($\Delta T = 33^\circ$, $w_T = 110 \mu\text{m}$, $w_L = 54,5 \mu\text{m}$)

L'augmentation maximale de température ΔT , quoique un peu élevée, reste très plausible par rapport à la valeur expérimentale de l'élévation de température, estimée à environ 15° . En effet, cette dernière valeur représente une moyenne à la fois sur le profil transverse du faisceau laser et sur l'épaisseur du cristal. L'élévation maximum correspondante doit être nettement plus grande, en particulier, au voisinage de la face d'entrée du cristal où l'apport d'énergie des pompes est maximale. L'écart entre la valeur de w_T et le rayon des faisceaux de pompe est imputable à un phénomène de diffusion de chaleur. Si l'accord entre modèle et expérience est globalement satisfaisant et donne une tendance d'évolution de k_i en fonction de la distance inter laser, il conviendrait d'établir un bilan thermique complet pour obtenir un profil de température plus réaliste, mais ceci sort du cadre du présent mémoire.

En guise de conclusion, précisons que l'étude que nous venons de présenter devrait servir de prélude à celle de systèmes plus complexes mettant en jeu un grand nombre de lasers. Une première étape consiste à analyser les comportements d'un système de trois lasers placés aux sommets d'un triangle équilatéral. A titre purement documentaire, la Figure II-28 donne un aperçu des résultats préliminaires que nous avons obtenus.

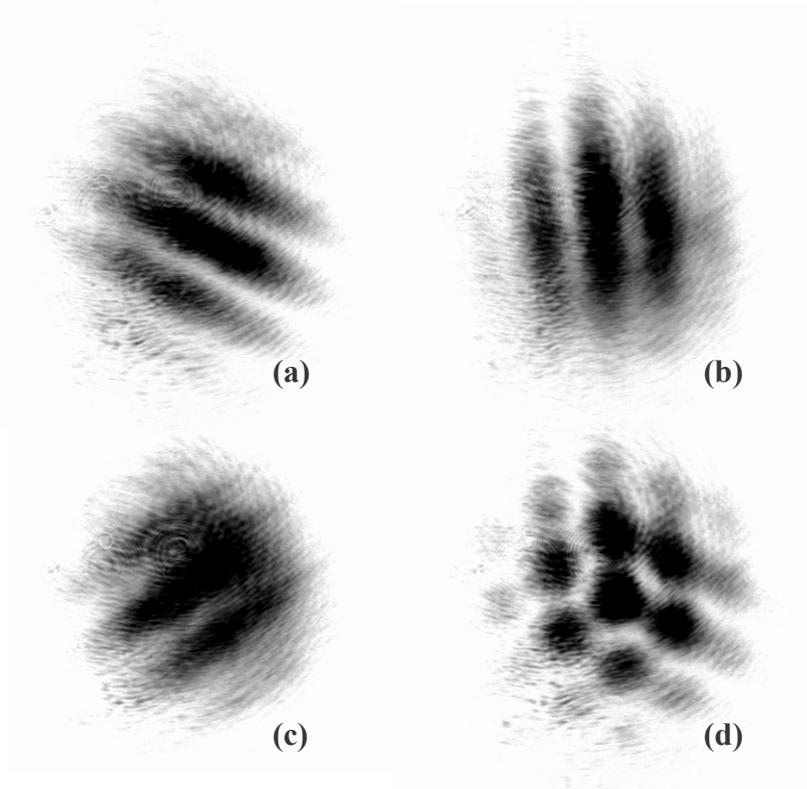


Figure II-28 : *Structure du rayonnement en champ lointain dans le cas de trois lasers (L_1 , L_2 et L_3) situés aux sommets d'un triangle équilatéral. Accrochage de deux des trois lasers, a : L_1 , et L_2 ; b : L_2 , et L_3 ; c : L_1 , et L_3 . d : accrochage simultané des trois lasers.*

Les figures a-c montrent le système de franges caractéristique de l'accrochage de deux des trois lasers et ont été obtenues par permutation circulaire des lasers impliqués. La figure d met en évidence des structures hexagonales révélatrices du verrouillage simultané des trois lasers. Le système de trois lasers offre donc un champ d'investigation riche avec une variété d'effets qui mérite un examen futur approfondi.

Chapitre

III

Dynamique de polarisation de microlasers YAG

Ce dernier chapitre est consacré aux effets de polarisation dans les microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ et $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$. Cette étude, non prévue initialement, a été motivée par l'observation de comportements originaux lors du couplage de deux microlasers $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ pompés par deux faisceaux polarisés linéairement selon des directions perpendiculaires. Pour pouvoir interpréter et modéliser ces résultats, nous avons analysé le comportement d'un microlaser $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ unique puis pour simplifier encore le problème qui s'est révélé complexe, nous avons reconsidéré le cas d'un seul microlaser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ isolé. La connaissance de la dynamique de polarisation présente un double intérêt : du point de vue fondamental, car elle met en jeu un paramètre d'ordre vectoriel (le champ électrique), et du point de vue des applications puisque bon nombre d'entre elles sont limitées (spectroscopie, lidar [13]...) ou, au contraire, tirent parti de ces effets de polarisations (la vibrométrie [11], source optique microonde [12] ...).

Plutôt que de présenter nos résultats de façon chronologique, nous adoptons ici une approche plus progressive où la complexité croît au fur et à mesure de l'avancée du chapitre. La première partie de ce chapitre est donc consacrée au cas d'un microlaser continu $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$. Elle nous permet notamment de poser la problématique des effets de polarisation communs à l'ensemble de ce chapitre. Ensuite, nous abordons le cas plus complexe du microlaser à absorbant saturable $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$. Enfin nous terminons par la présentation des premiers résultats expérimentaux obtenus lors du couplage de deux de ces microlasers $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$.

I) Etude du microlaser Nd³⁺:YAG

Dans cette première partie nous allons nous intéresser aux propriétés du rayonnement émis par un microlaser continu Nd³⁺:YAG lorsque celui-ci est pompé par un faisceau polarisé linéairement et en particulier à l'analyse de la (ou des) polarisation(s) du rayonnement émis en fonction de la direction de polarisation du faisceau de pompe. Comme nous l'avons déjà signalé, le but premier de cette étude est de fournir une base solide pour aborder le problème plus complexe de la polarisation du microlaser Nd³⁺,Cr⁴⁺:YAG puis de systèmes de tels lasers couplés.

Le plan de cette partie est le suivant. Après avoir situé rapidement le contexte de cette étude, nous discutons des expériences que nous avons menées (dispositif expérimental et résultats) puis nous présentons les modifications à introduire dans les modèles classiques pour reproduire quantitativement les observations et enfin quelques résultats analytiques et numériques qui peuvent en être déduits.

1) Contexte

La polarisation des lasers est depuis longtemps l'objet d'études plus ou moins approfondies. Elles ont porté aussi bien sur les premiers lasers à gaz (He-Ne par exemple avec effet Zeeman [92]-[95]) que sur les lasers à diode [96][97], à état solide (YAG [12][98]-[102]) ou à fibre [17][103][104].

Elles ont en particulier montré que l'état de polarisation du laser dépend essentiellement de paramètres tels que l'anisotropie de perte (dichroïsme), de phase (biréfringence) ou de gain. Le caractère mono ou multimode longitudinal du laser peut également intervenir comme c'est le cas pour le laser He-Ne où il y a alternance de polarisation entre modes successifs [105].

Tout comme la fréquence [16], la polarisation du rayonnement émis par un laser dépend du jeu combiné de ces facteurs qui peuvent être liés au milieu actif ou relatifs à la cavité.

On adopte ici un point de vue de champ moyen en négligeant les effets associés à la position des éléments anisotropes dans la cavité, ce qui est bien adapté au cas des microlasers où le milieu actif remplit entièrement la cavité.

Les anisotropies sont en général caractérisées par leur nature, leur amplitude et la direction des axes privilégiées, par exemple la biréfringence et la direction des axes propres associés.

En ce qui concerne la cavité, on distingue traditionnellement les anisotropies de perte (dichroïsme) des anisotropies d'indice de réfraction ou de phase (biréfringence).

Le milieu actif peut lui aussi présenter diverses anisotropies, soit une anisotropie de gain et/ou de phase liée à la structure même du milieu (anisotropie intrinsèque), telle que celle rencontrée dans le laser YVO_4 , soit des anisotropies induites par couplage entre le milieu actif et un rayonnement de pompe polarisé ou encore une anisotropie de la saturation du milieu.

Les situations les plus simples sont évidemment rencontrées quand l'un des facteurs domine les autres. Ainsi, dans les cavités contenant des éléments sous incidence de Brewster, la très forte anisotropie de perte induit un gel de la dynamique de polarisation et le laser émet essentiellement selon la direction favorisée par les fenêtres de Brewster [106]. De même, lorsque l'anisotropie intrinsèque du milieu amplificateur est prépondérante, comme c'est le cas du YVO_4 , le laser émet suivant la direction de polarisation qui présente le maximum de gain disponible et qui, dans ce cas, correspond à un axe propre de la biréfringence [22].

Dans le cas où l'anisotropie de phase de la cavité est prépondérante, le laser émet sur l'un et/ou l'autre des modes de la cavité vide associés aux directions propres de cette biréfringence [102]. Il y a alors levée de dégénérescence de la fréquence des modes, et il est possible en contrôlant l'amplitude de la biréfringence, de faire varier continûment l'écart de fréquence entre modes, ce qui peut notamment servir à l'obtention d'une source micro onde de fréquence ajustable [12]. Cette situation (biréfringence importante, anisotropie de gain/perte faible) est déjà plus complexe que les deux précédentes car la dynamique de polarisation résulte alors de la compétition dans le milieu actif des deux modes de la cavité vide [17].

Lorsque deux des facteurs d'anisotropie deviennent du même ordre de grandeur, ce qui est le cas des lasers quasi isotropes pour lesquels les deux facteurs sont très faibles, leur compétition entraîne l'apparition d'une dynamique de polarisation complexe. Ainsi Brunel et al. [101] ont montré que l'existence d'anisotropies de perte et de phase de cavité, d'amplitudes comparables mais d'axes propres différents, conduit à une dynamique d'accrochage entre modes de polarisation, similaire à celle observée au chapitre II et caractérisée notamment par l'apparition d'instabilités.

Intéressons-nous maintenant plus particulièrement au cas des microlasers dont le milieu amplificateur ne possède pas d'anisotropie intrinsèque, par exemple les lasers YAG. Leur caractère monolithique, intéressant par ailleurs (cf. chapitre I), constitue un handicap

pour l'étude de leur dynamique de polarisation dans la mesure où il est difficile de contrôler finement et continûment les différentes anisotropies. Ceci explique pourquoi, à notre connaissance, il n'y a pas eu d'étude *systematique* de la dynamique de polarisation des microlasers. Les informations données dans la littérature ([11][13][24][31][107]-[112]) sont souvent partielles et/ou imprécises (notamment en ce qui concerne l'état de polarisation de la pompe ou du taux de pompage) ou peu pertinentes pour notre étude (pompage non polarisé). Elles apparaissent même parfois contradictoires, d'après les auteurs eux-mêmes, quant à l'existence d'un comportement bimode par exemple ([24][31][107][109]). Elles ne permettent donc pas de valider, surtout quantitativement, un modèle.

Cependant, il ressort de ces études sur les microlasers YAG les informations générales suivantes :

- il existe une biréfringence résiduelle qui se traduit par un écart $\Delta\nu$ entre les fréquences des modes propres de polarisation dont la valeur varie typiquement de quelques mégahertz à plusieurs centaines de mégahertz [11][110]-[112]. Cette biréfringence est due à des contraintes locales engendrées lors de la production du cristal, par son maintien à l'intérieur d'un support [13] ou encore par des effets thermiques [112]. Lorsque le laser émet sur les deux modes propres de la cavité vide, ils sont du même ordre longitudinal car l'écart de fréquence $\Delta\nu$ est beaucoup plus faible que l'intervalle spectral libre de la cavité [31].

- les pertes anisotropes de cavité ne sont pas caractérisées précisément mais semblent être négligeables [13] [110].

Le microlaser YAG est donc quasi isotrope ou faiblement anisotrope : biréfringence Δn de l'ordre de 10^{-6} à 10^{-8} et anisotropie de perte très faible et, en tout état de cause, hors de portée de nos possibilités de mesures.

Lorsque le pompage est polarisé, il induit une anisotropie de gain qui vient s'ajouter aux autres anisotropies et peut être à l'origine d'une variation du seuil d'émission du laser avec la direction de polarisation de la pompe [110]. Dans le cas où la biréfringence domine, cette anisotropie de gain conduit, suivant la direction de polarisation de la pompe par rapport aux axes propres de biréfringence, à une oscillation suivant un ou deux modes de polarisation [110]. Dans ce dernier cas, on peut observer une modulation de l'intensité de chaque mode propre de la biréfringence, à la fréquence du désaccord $\Delta\nu$ [13]. L'anisotropie de gain peut également conduire à l'émission d'impulsions lorsque la biréfringence est suffisamment faible [110][113].

Dans la suite de ce travail, on s'attachera surtout à quantifier l'état de polarisation d'un microlaser YAG en fonction de la direction de la polarisation linéaire du faisceau de pompe pour différentes valeurs du taux de pompage. Si les résultats que nous avons obtenus recouvrent en partie des travaux antérieurs, soit sur les lasers couplés soit sur la polarisation d'autres lasers, la recherche d'un accord quantitatif nous a amenés à améliorer les modélisations existantes. Les résultats ainsi obtenus nous ont permis de proposer une méthode simple et originale de détermination de l'anisotropie liée au milieu actif.

2) Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental élaboré pour cette étude est schématisé sur la Figure III-1. Le pompage et le positionnement du laser sont analogues à ceux décrits au premier chapitre lors de l'étude du rayonnement émis par le microlaser YAG. Rappelons que la polarisation du rayonnement émis par la diode laser fibrée est contrôlée par un polariseur de type Polacor (CVI, taux d'extinction 10^{+4}) et que la direction de cette polarisation linéaire peut être ajustée à l'aide d'une lame $\lambda/2$ d'ordre 0 à 808 nm.

La polarisation du rayonnement émis est analysée à l'aide d'un cube séparateur de polarisation à 1064 nm (CSP_{1064}) associé à une lame $\lambda/2$ d'ordre 0. Cette dernière permet de faire coïncider la direction de polarisation des modes propres de la cavité vide avec les axes propres (horizontal et vertical) du cube. L'évolution temporelle de l'intensité dans ces deux directions perpendiculaires de polarisation est observée simultanément à l'aide des détecteurs D_1 et D_2 (DET410 Thorlabs) reliés à un oscilloscope (LeCroy LC 334A). Des cubes séparateurs de « puissance » (non polarisant) C_1 et C_2 ($R \approx 50\%$, $T \approx 50\%$) prélèvent une partie du rayonnement émis dans chacune de ces directions, en vue d'une analyse du spectre optique (Perot-Fabry : Newport Super Cavity S-250) ou de la mesure de la puissance émise (wattmètre : Ophir PD-300-3W). Le système constitué par le cube CSP_{1064} , la lame $\lambda/2$ à 1064 nm et le wattmètre, permet de mesurer la puissance émise dans chacun des modes propres de la cavité vide ou de déterminer l'ellipticité du rayonnement émis lorsque le laser est monomode [91]. Dans ce dernier cas, le carré de l'ellipticité est égal au rapport entre les valeurs minimum P_{\min} et maximum P_{\max} de la puissance réfléchie par le cube CSP_{1064} lors de la rotation de la lame $\lambda/2$ à 1064 nm.

Signalons que pour éviter la réinjection directe du faisceau réfléchi par le Perot-Fabry nous avons inséré un isolateur optique (Gsänger FR-880, isolation 20 dB) dans la voie

correspondante. Il n'est pas possible de placer directement cet isolateur à la sortie du microlaser puisqu'il est constitué d'éléments polarisants.

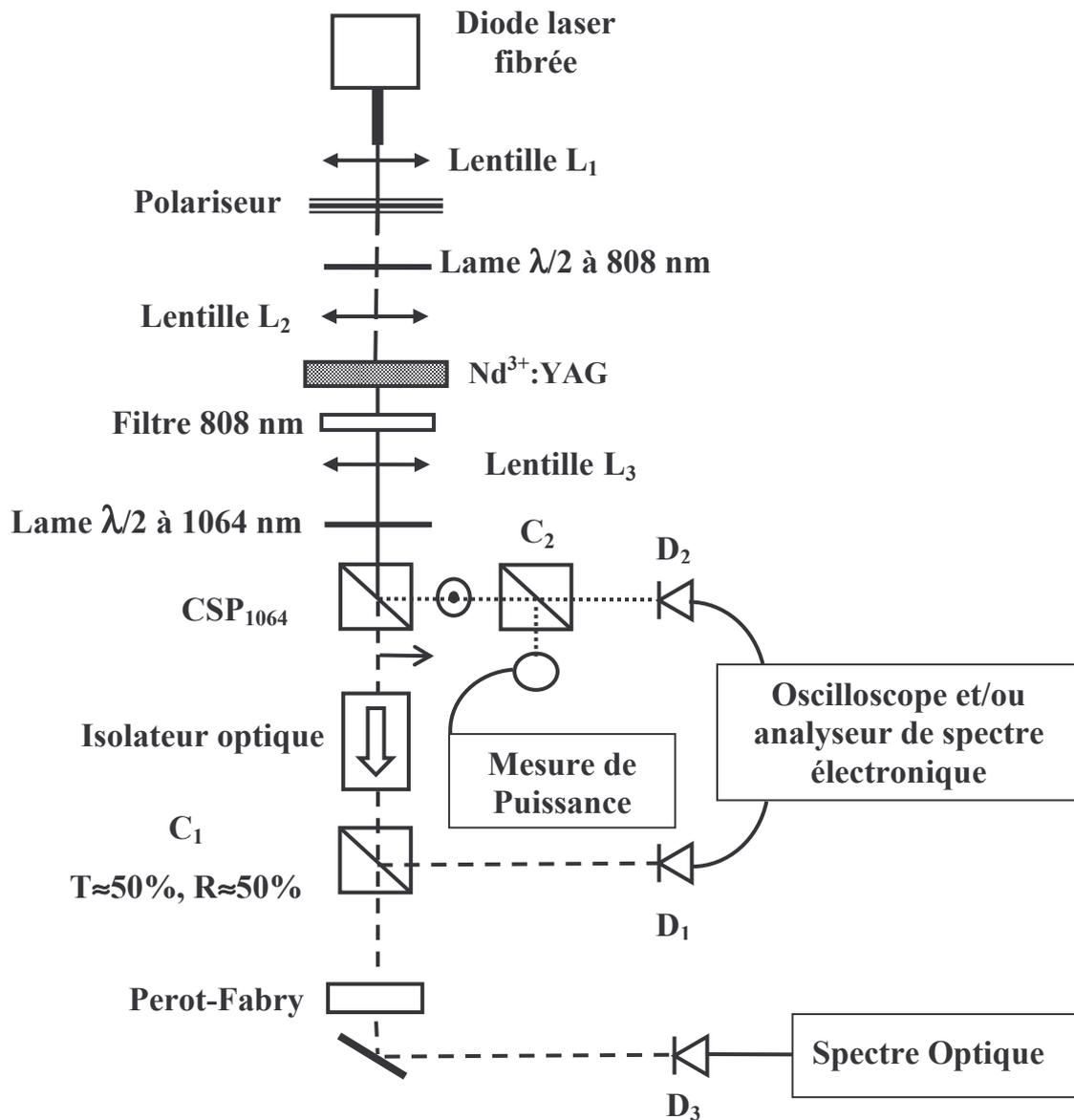


Figure III-1 : Dispositif expérimental permettant l'étude des caractéristiques du rayonnement émis par un Nd³⁺:YAG pompé par un faisceau polarisé

⊙ = Polarisation verticale, → = Polarisation horizontale.

Avant de décrire précisément les comportements observés, il convient de préciser l'ordre de grandeur des anisotropies de cavité de notre cristal.

Tout d'abord notons que la puissance totale émise et le seuil du laser sont indépendants, aux erreurs de mesures près (< 5%), de la direction de polarisation du faisceau de pompe et de l'état de polarisation du faisceau émis par le laser (cf Chap I § II-3). Le

dichroïsme est donc a priori négligeable comme nous l'avons indiqué auparavant. Nous précisons davantage ce point lors de l'étude qui va suivre.

La biréfringence du cristal est ici estimée simplement à partir de la différence de fréquence $\Delta\nu$ entre les modes de polarisation du laser. Cet écart dépend du point d'excitation du cristal (biréfringence locale) et reste typiquement compris entre 1 et 100 MHz (valeurs analogues à celles rencontrées dans la littérature [11][110]-[112]). La différence d'indice entre les axes propres de la biréfringence varie de $6 \cdot 10^{-9}$ à $6 \cdot 10^{-7}$ [11]. En plus de sa dépendance spatiale, nous avons pu observer des variations temporelles de $\Delta\nu$ de l'ordre du mégahertz par minute c'est à dire à des échelles de temps correspondant aux effets thermiques. Cependant, contrairement à He et Killinger [13], nous n'avons pas noté de variations significatives de la biréfringence du cristal en fonction de la puissance de pompe sur une gamme allant jusqu'à quatre fois la puissance au seuil.

3) Comportements observés

Dans la mesure où les anisotropies de pertes sont très faibles, la dynamique de polarisation est principalement conditionnée par deux facteurs : la biréfringence du matériau et l'anisotropie de gain induite par le pompage polarisé.

Il existe donc deux cas limites selon que l'un ou l'autre de ces facteurs domine :

dans la situation où la biréfringence est prépondérante, les modes de polarisation émis par le laser sont très proches des modes propres de la cavité vide de polarisations linéaires et orthogonales, l'anisotropie de gain affectant alors peu la nature des modes de polarisation. La dynamique de polarisation s'explique alors classiquement en termes de couplage des modes propres de la cavité vide.

Lorsque les effets liés à la biréfringence deviennent plus faibles que ceux de l'anisotropie de gain, il devient essentiel de prendre en compte l'axe privilégié introduit par le pompage polarisé. Notons que l'anisotropie de perte, bien que très faible, peut alors perturber les comportements observés.

Rappelons que l'on cherche essentiellement ici à préciser la façon dont la direction de polarisation et l'intensité du ou des modes émis dépendent de la direction de la polarisation de pompe.

a) Biréfringence importante

Cette situation est obtenue typiquement pour des valeurs de la biréfringence correspondant à des écarts $\Delta\nu$ supérieurs à la dizaine de mégahertz, par exemple 86 MHz pour les expériences présentées dans cette section. Le laser oscille alors sur l'un ou/et l'autre des modes propres du laser selon le taux de pompage et la direction de la polarisation de la pompe repérée par l'angle θ_p entre cette direction et un axe fixe dans le référentiel du laboratoire (prise par la suite égale à une des directions propres de la biréfringence).

On envisage deux situations correspondant à des comportements notablement différents. Dans la première, le laser est pompé bien au-delà de son seuil de telle sorte qu'il soit bimode quelle que soit la direction de polarisation θ_p du faisceau de pompe. Dans la seconde, le taux de pompage est fortement réduit et l'émission bimode ne peut plus être maintenue quel que soit θ_p . Le mode de fonctionnement du laser varie alors significativement avec cet angle.

i) Puissance de pompe élevée

Dans cette première expérience, la puissance de pompe (P_p) est 2,9 fois plus élevée que sa valeur au seuil (P_{ps}). Nous nous intéressons à l'évolution de la puissance émise selon les modes propres de la cavité vide qui constituent alors une base adéquate pour cette étude. L'évolution, en fonction de θ_p , de la puissance émise dans chacun de ces modes, que nous noterons respectivement a (\blacktriangle) et b (\circ), est représentée sur la Figure III-2.

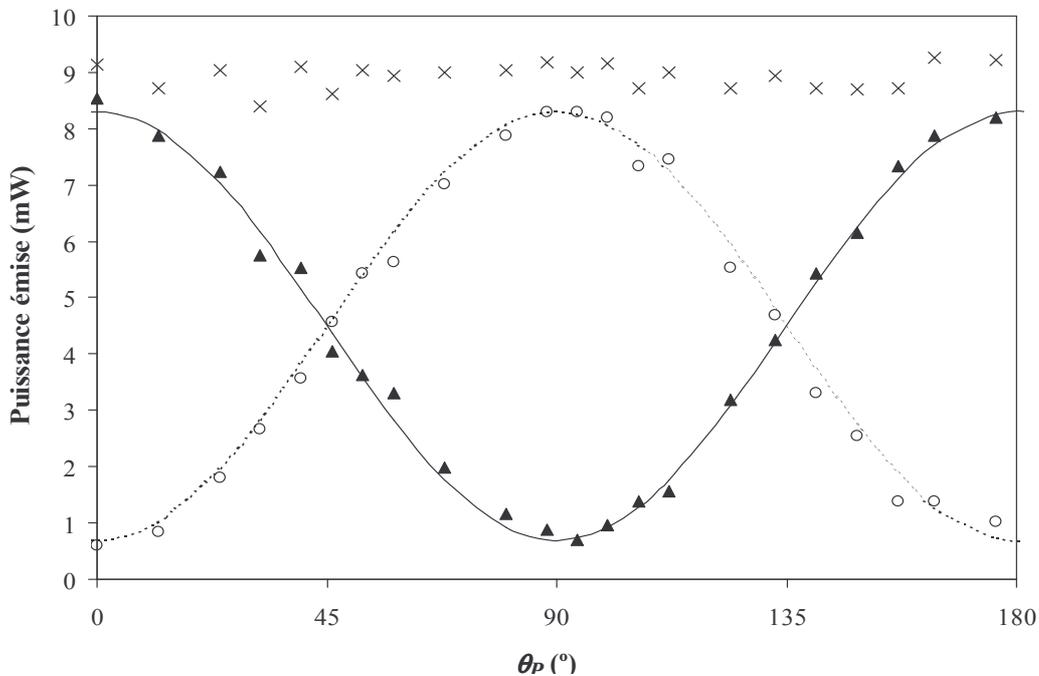


Figure III–2 : *Evolution de la puissance émise dans chaque mode en fonction de la direction de polarisation de la pompe. ▲) mode a, ○) mode b, ×) puissance totale (taux de pompage $P_p/P_{ps} = 2,9$, désaccord entre modes ≈ 86 MHz).*

Il apparaît clairement que les deux modes coexistent quelle que soit la valeur de θ_p et que les maximums de puissance de l'un coïncident avec les minimums de l'autre. La puissance dans chacun des modes, P_a et P_b , évolue de 0,6 mW à 8,4 mW tandis que la puissance totale émise (\times) reste constante (9 mW) aux erreurs de mesure près ($\approx 5\%$). De façon plus précise, les intensités des deux modes sont modulées en $\cos 2\theta_p$ comme le montre la bonne coïncidence entre les points expérimentaux et les courbes (trait plein et tiret) obtenues par ajustement sur une loi empirique de type $P_i = P_0 + \Delta P \cos(2\theta_p + \varphi_i)$ avec $\varphi_a = 0$ et $\varphi_b = \pi$.

Le comportement bimodal quel que soit θ_p décrit précédemment persiste tant que le rapport P_p/P_{ps} reste supérieur à la valeur pour laquelle les minimums d'intensité des modes deviennent nuls : $P_p/P_{ps} = 2,3$. On observe expérimentalement que ce seuil est indépendant de la valeur de la biréfringence (caractéristique du site sélectionné sur la galette de microlaser).

On peut donc en déduire qu'il ne dépend que de l'anisotropie de gain induite par le pompage et nous verrons par la suite que la valeur de ce seuil permet de caractériser cette dernière anisotropie.

Le fait que les maximums de puissance émise dans chaque mode (8,4 mW sur la Figure III-2) soient les mêmes confirme que l'anisotropie de perte est négligeable.

Des variations de la puissance émise dans les deux modes de polarisation ont déjà été observées expérimentalement sur des lasers à fibre [114] mais elles ne présentent pas le caractère de périodicité que nous observons ici. Dans cette référence, la modulation en $\cos(2\theta_p + \varphi)$ des puissances émises n'apparaît que dans le modèle théorique où l'anisotropie de pompe est introduite de façon phénoménologique.

Notons également que notre résultat diffère notablement de ceux présentés par Zhou et Ferguson [108] et par Zayhowski et Mooradian [109] qui observent un comportement monomode pour des taux de pompage très élevés (supérieurs à 10) ou de celui de Dekker et Dawes [110] qui suggèrent que le laser est monomode s'il est pompé selon un axe propre de la biréfringence.

ii) Puissance de pompe modérée

Pour des taux de pompage plus faibles ($P_p/P_{ps} < 2,3$), il existe des plages de valeurs de θ_p sur lesquelles l'intensité dans l'un des deux modes est quasi nulle. Le laser est alors monomode (une seule fréquence optique) et possède une polarisation quasi linéaire (P_a/P_b ou $P_b/P_a > 50$). La largeur de la plage de valeurs de θ_p pour laquelle le laser est bimode diminue alors au fur et à mesure que le taux de pompage diminue.

Un exemple de ce comportement est représenté sur la Figure III-3 pour laquelle le taux de pompage P_p/P_{ps} est égal à 1,4. Comme sur la Figure III-2, on a représenté l'évolution des puissances dans chaque mode ainsi que celle de la puissance totale. On observe trois types de fonctionnement ; en plus du régime bimode ($30^\circ < \theta_p < 60^\circ$) apparaissent des fonctionnements monomodes, soit sur le mode a ($0^\circ < \theta_p < 30^\circ$), soit sur le mode b ($60^\circ < \theta_p < 90^\circ$). Le comportement observé pour $90^\circ < \theta_p < 180^\circ$ se déduit de celui décrit précédemment par symétrie.

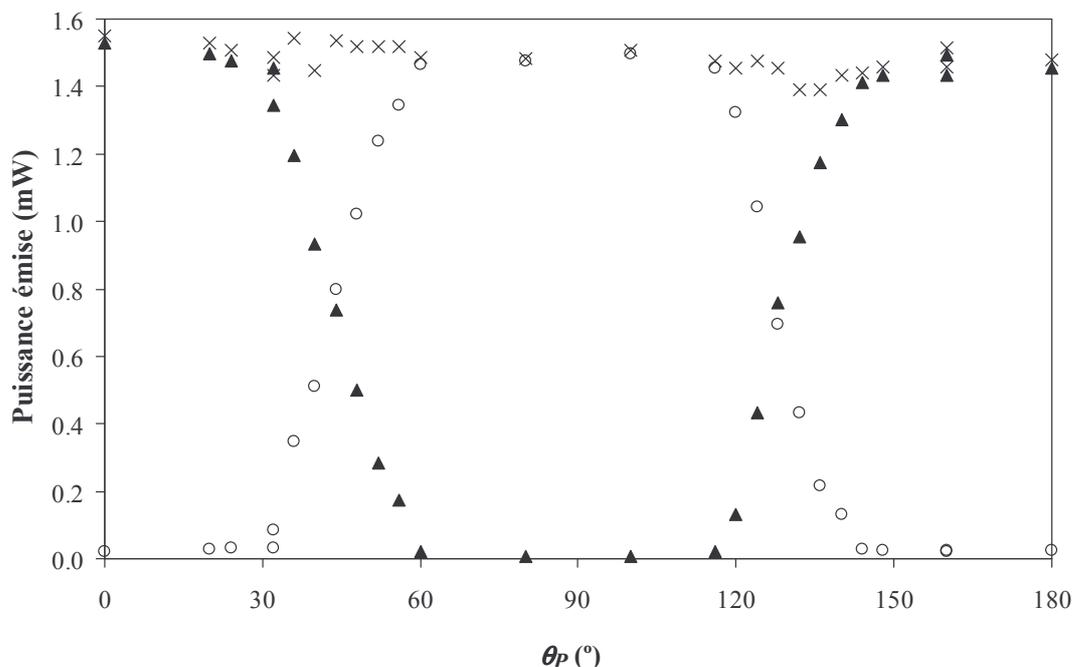


Figure III-3 : Evolution de la puissance émise dans les modes a (▲) et b (○) en fonction de la direction de la polarisation du faisceau de pompe pour un microlaser pompé légèrement au dessus du seuil ($P_p/P_{ps} = 1,4$, désaccord entre modes ≈ 86 MHz). (×) puissance totale .

On peut également suivre l'évolution de la puissance émise dans chacun des modes en observant le spectre optique du rayonnement total émis. Pour cela la lame $\lambda/2$ à 1064 nm est tournée de façon à ce que le cube CSP_{1064} transmette simultanément les rayonnements associés à chacun des deux modes qui sont alors envoyés sur le Perot-Fabry d'analyse.

L'évolution du spectre obtenu est illustrée sur la Figure III-4 où ce dernier est représenté dans les plages d'émission monomode (*a* et *b*) ainsi que dans la zone intermédiaire où les deux modes coexistent. Les conditions expérimentales sont voisines de celles de la Figure III-3

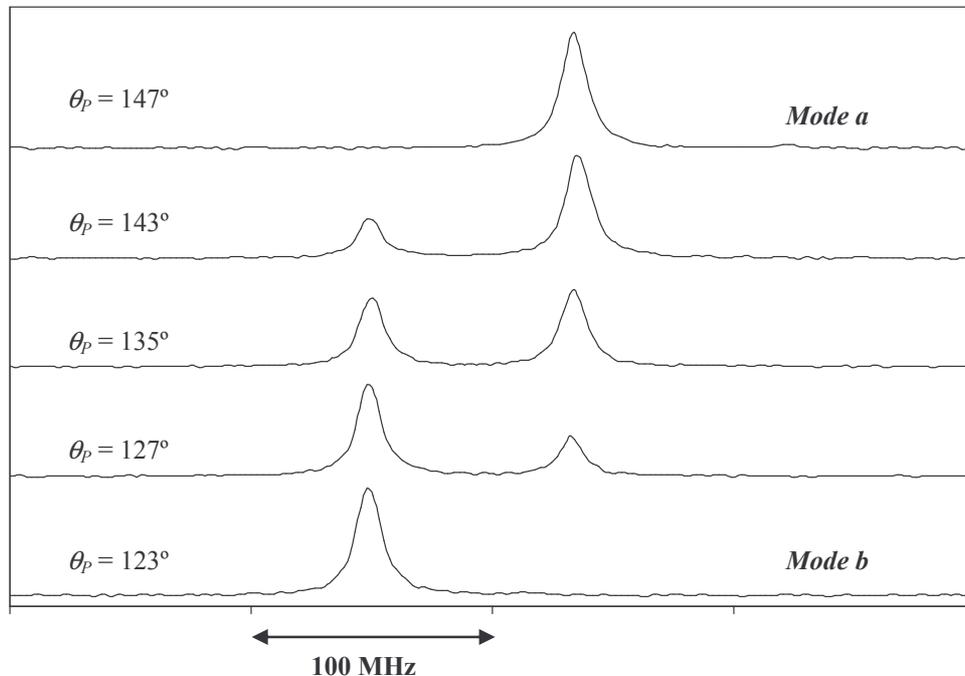


Figure III-4 : Evolution du spectre optique pour différentes valeurs de θ_p
 ($P_p/P_{ps} \approx 1,4$; désaccord entre modes ≈ 85 MHz).

Comme le montre ces résultats, le comportement du laser se résume à la compétition entre les deux modes *a* et *b*. Considérons par exemple le cas où le pompage est identique pour les deux modes de polarisation ($\theta_p = 45^\circ$), l'anisotropie de perte étant faible, les deux modes ont des intensités égales. Lorsque θ_p s'écarte de cette position, un mode est alors plus pompé que l'autre : la puissance émise dans le mode ainsi favorisé augmente au détriment du second. Ce comportement persiste jusqu'à ce que la puissance d'un des modes s'annule. La puissance émise dans le mode restant est alors quasiment indépendante de θ_p . Le fait que la puissance émise dans une direction de polarisation fixe (mode *a* ou *b*) soit quasi indépendante de la direction de la polarisation de la pompe implique que l'anisotropie de gain induite par la pompe est relativement faible.

Cette alternance de fonctionnement monomode, bimode, monomode observée lorsque θ_p varie est en accord avec les résultats décrits sommairement par Dekker et Dawes [110] qui précisent simplement que le laser est monomode pour $\theta_p = 0^\circ$ et bimode pour $\theta_p = 45^\circ$.

Les observations que nous venons de rapporter sont relatives à la valeur moyenne de l'intensité émise par le microlaser dans chaque mode. L'évolution temporelle de l'intensité de ces modes et notamment la présence éventuelle de modulations de leur amplitude est une autre caractéristique importante du fonctionnement des microlasers.

iii) Evolution temporelle en fonctionnement bimode

En régime bimodal, obtenu à puissance de pompe élevée (3,8 fois le seuil) et pour un fort désaccord (92 MHz) la puissance émise par le laser dans chacun des deux modes est modulée temporellement comme le montre la Figure III-5.

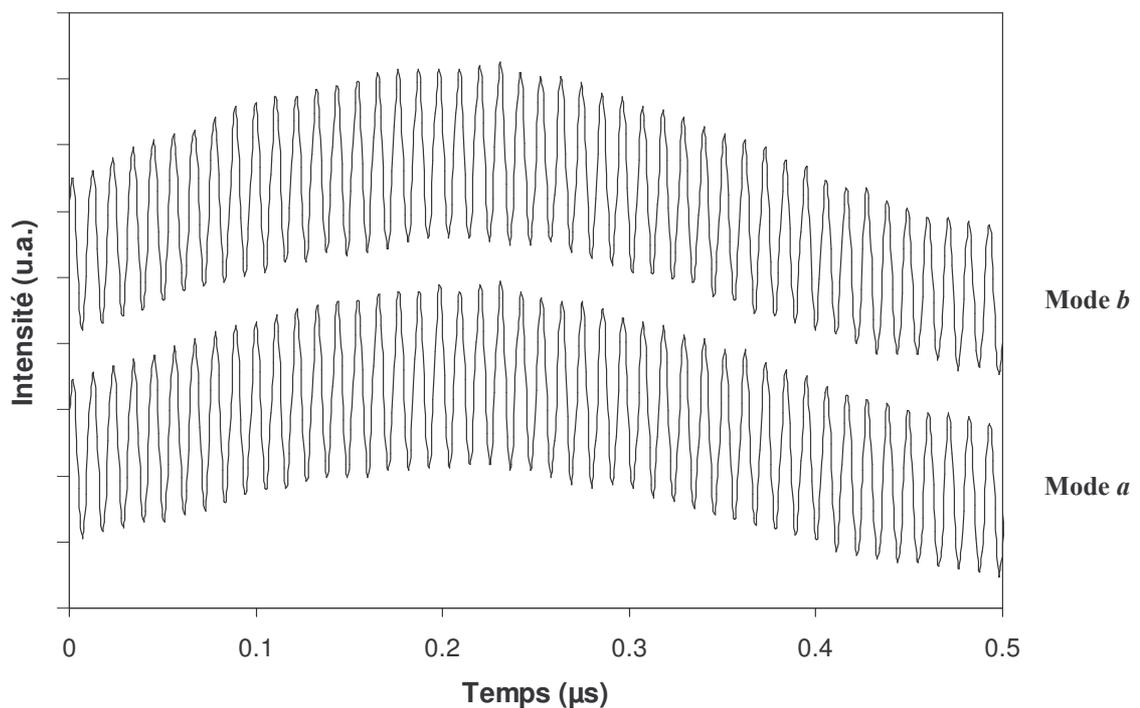


Figure III-5 : Exemple de modulation en phase des intensités de chaque mode à la fréquence du désaccord ici égale à 92 MHz

$(P_p/P_{ps}=3,8, \theta_p = 45^\circ, \text{puissance moyenne dans chaque mode} = 8 \text{ mW}).$

Des modulations dans deux gammes de fréquences se superposent:

– α) Des modulations basse fréquence ($\nu \leq 2$ MHz) correspondant aux oscillations de relaxation induites par les fluctuations techniques inévitables et le bruit quantique. Comme c'est le cas pour tous les systèmes de deux oscillateurs couplés (modes de polarisation [17], modes longitudinaux [115][120]...) les oscillations de relaxation présentent deux composantes spectrales. Celle de plus haute fréquence (ici 1,7 MHz) correspond à une oscillation d'ensemble (en phase sur les deux modes) tandis que la seconde est associée à une

modulation en opposition de phase de l'intensité des deux modes (antiphase) et disparaît lorsque les axes propres du cube sont placés à 45° des directions de polarisation des deux modes (observation de l'intensité totale). Précisons que le rapport entre ces fréquences de relaxation est indépendant du taux de pompage et vaut 4 (à 10% près) lorsque $\theta_p = 45^\circ$.

- β) Une oscillation haute fréquence, à la fréquence du désaccord où les intensités émises dans chaque mode sont modulées en phase. Compte tenu de son amplitude relative qui atteint 11%, elle ne peut être attribuée à la réjection limitée du cube séparateur de polarisation (CSP1064) ni à une mauvaise coïncidence entre les axes propres de ce cube et ceux du cristal. En d'autres termes, il s'agit bien d'une modulation de l'intensité des modes et non d'un simple phénomène de battement entre mode qui par ailleurs se traduirait par des oscillations en opposition de phase sur les deux voies de détection.

Dans le cas de la Figure III-5, le faisceau de pompe est polarisé linéairement à 45° des axes propres du cristal. Lorsque la polarisation de la pompe s'écarte de cette direction, l'amplitude de cette modulation diminue et devient nulle quand la polarisation de la pompe est alignée sur un des axes propres de la biréfringence comme le montre la Figure III-6 où est représentée l'évolution du taux de modulation de l'intensité des deux modes en fonction de θ_p .

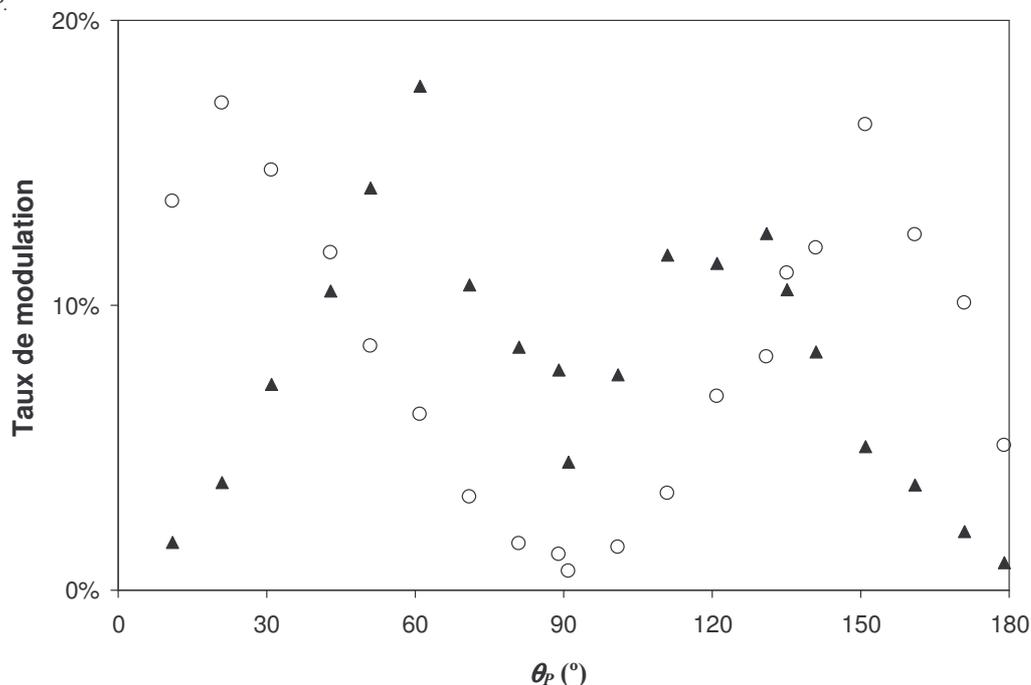


Figure III-6 : Evolution du taux de modulation des modes a (▲) et b (○) à la fréquence du désaccord (92 MHz) en fonction de la direction de la polarisation de la pompe. Même conditions que la Figure III-5.

Ce type de modulation à la fréquence de battement a été aussi observé par Brunel et al. [101] et He et Killinger [13] respectivement dans le cas d'un laser YAG pompé par un faisceau non polarisé et présentant des éléments intra cavité et dans le cas d'un microlaser Ho,Tm :YAG pompé par un faisceau polarisé. Mais dans ce dernier cas l'influence de la direction de polarisation de la pompe n'est pas mentionnée.

Cette modulation peut être interprétée en considérant que l'émission a lieu sur deux modes elliptiques comme le suggèrent He et Killinger [13] qui ont montré que la modulation peut disparaître si l'on interpose une lame $\lambda/4$ entre le laser et le dispositif d'analyse. Dans notre cas, le taux de modulation de 11% conduit à une très faible ellipticité égale à 0,027 soit un rapport P_{\max}/P_{\min} supérieur à 1000.

Par analogie avec les lasers présentant à la fois des anisotropies de phase et de perte de cavité et pour lesquels l'existence de modes elliptiques est liée à la non-coïncidence de leurs axes propres [101], l'ellipticité que révèle la modulation, doit être ici due à la non-coïncidence entre axes de biréfringence et d'anisotropie de gain. Ceci est confirmé par le fait que la modulation observée disparaît lorsque la polarisation de la pompe est alignée sur un des axes propres de la biréfringence.

Enfin, à θ_p fixe ($\neq 0^\circ$ et 90°), lorsque le désaccord entre modes augmente l'amplitude de la modulation décroît et l'ellipticité des modes émis tend vers zéro. En effet, l'anisotropie de gain devient alors négligeable devant celle due à la biréfringence et la perturbation des modes propres de la « cavité vide » (polarisations linéaires et perpendiculaires) qu'elle induit tend à disparaître.

La modulation d'intensité que nous venons de décrire ainsi que ses propriétés sont très similaires aux comportements observés sur les microlasers couplés lorsqu'ils sont quasi indépendants. Comme pour ceux-ci on peut donc espérer « quantifier » le couplage entre les modes en déterminant les caractéristiques de l'anisotropie de gain induite par la pompe à partir des taux de modulation mesurés (cf. paragraphe 5).

b) Faibles anisotropies

Pour les zones du cristal où la biréfringence est faible (Δv de l'ordre de la dizaine de mégahertz), l'émission laser présente des instabilités de forte amplitude comparables à celles décrites par Brunel et al. [113] et Dekker et Dawes [110].

La Figure III–7 illustre un exemple d'évolution temporelle observée dans ces conditions. Les intensités des polarisations a et b présentent alors des impulsions synchrones de largeur à mi-hauteur 200 ns et de taux de répétition proche de 0,6 MHz. On remarque également une modulation erratique de l'amplitude des impulsions qui affecte les deux polarisations de la même façon. Le spectre de l'intensité alors très large (2 MHz à 3dB) laisse supposer l'apparition du chaos, ce qui resterait à confirmer par les méthodes habituelles de la dynamique nonlinéaire.

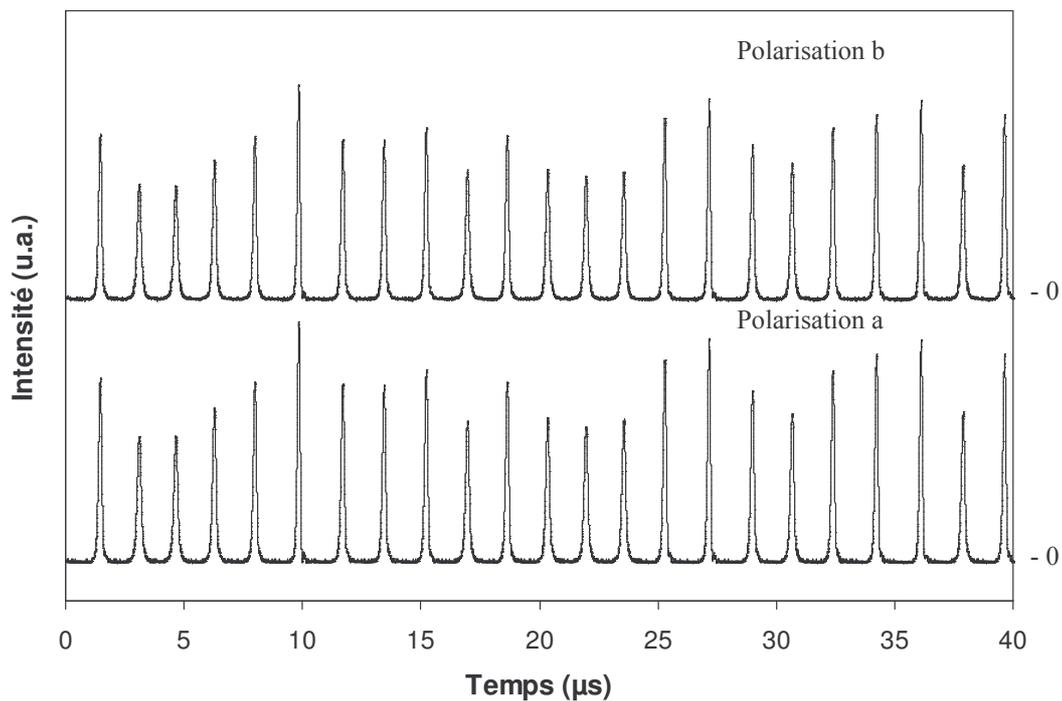


Figure III–7 : Exemple d'évolution temporelle des intensités des polarisations a et b dans le cas d'une faible anisotropie de cavité (désaccord ≈ 15 MHz ; $P_p/P_{ps} = 3,8$, $\theta_p \approx 40^\circ$).

Ce comportement est similaire à celui observé pour les microlasers couplés lorsqu'ils émettent en régime impulsionnel tout en conservant leur cohérence (visibilité des franges proche de 1). Une lame $\lambda/2$ placée devant le cube séparateur des polarisations a et b ne modifie pas significativement les observations, quelle que soit son orientation. On peut donc considérer que le laser émet suivant un unique mode de polarisation quasi circulaire, les deux modes de polarisation a et b émettant alors de façon cohérente à l'instar des lasers couplés. Ceci est en bon accord avec les résultats obtenus par Brunel et al. [101] en utilisant un laser YAG pompé avec un faisceau non polarisé mais contenant des éléments intra cavité permettant de contrôler finement les anisotropies de perte et de biréfringence.

Enfin, lorsque la biréfringence devient très faible, les fluctuations thermiques masquent la dynamique intrinsèque du laser. De plus, le dichroïsme de la cavité ne peut plus être considéré comme négligeable. Une étude systématique de l'influence de la polarisation de la pompe n'a pu donc être menée à bien dans la situation des très faibles anisotropies.

On peut toutefois observer deux phénomènes correspondant aux limites du domaine d'instabilité:

- Pour des angles θ_p de l'ordre de 20 à 40° on obtient des régimes d'accrochage stables qui se manifestent par l'existence d'une unique composante des oscillations de relaxation (~ 1 MHz) dans le spectre de Fourier des intensités émises suivant les modes de la cavité vide.
- Au voisinage de la zone instable ($\Delta\nu \sim 10$ MHz), on observe un tirage en fréquence (écart entre la différence de fréquences des modes propres de la cavité vide et celle des modes émis), lié à l'anisotropie de gain et dépendant fortement de l'angle θ_p . Ce tirage est analogue à celui rencontré lors de l'accrochage de deux microlasers (cf. chapitre II) ou de deux modes de polarisation dans les cavités présentant des anisotropies d'axes différentes (tournés à 45°) [101]. La dépendance du tirage avec l'angle θ_p fait que l'on observe un passage de la zone stable vers le domaine d'instabilité par simple rotation de la polarisation de la pompe. Ce point est à confronter au résultat des simulations numériques menées sur le modèle que nous allons décrire au paragraphe suivant.

4) Modélisation

Les modèles développés dans la littérature sont peu adaptés pour reproduire nos observations. Après avoir indiqué comment ils peuvent être étendus, nous en introduirons une synthèse permettant la modélisation de nos expériences, puis nous en extrairons les solutions analytiques asymptotiques.

a) Modèles existants

Les modèles introduits antérieurement pour décrire la dynamique de polarisation des lasers présentent des insuffisances qui les rendent impropres à modéliser nos expériences. Les limitations rencontrées dans les différents modèles peuvent être regroupées de la façon suivante :

- Les modèles se limitent à la description de l'intensité des modes et négligent leur phase relative ce qu'ils les rendent inadaptés à la description des phénomènes liés à l'accrochage de phase [17][104].

- Ils prennent en compte l'anisotropie de cavité et celle induite par le rayonnement de pompe dans le milieu actif, mais supposent (ou aboutissent) à une émission du laser sur un mode unique [116][117].

- Ils introduisent une élimination adiabatique de la dynamique des populations et par-là même sont incapables de décrire les lasers de classe B (comme les Nd^{3+} :YAG ou YVO₄) et leurs oscillations de relaxation [92][93][118].

Deux modèles développés d'une part par Zeghlache et Boulnois [119] et d'autre part par Brunel et al. [101] sont toutefois très proches de nos préoccupations (laser de classe B, modèle sensible à la phase). Si ces modèles ont été développés pour des lasers fortement multimode [119] ou pour un pompage non polarisé [101], ils sont aisément adaptables au cas de nos microlasers monomode longitudinal pompés par un faisceau polarisé linéairement. Mais ceci fait, ils ne permettent pas de reproduire quantitativement nos observations expérimentales.

Nous avons donc été amenés à développer un modèle spécifique en adaptant les deux modèles précédents [101][119] à nos expériences et en y intégrant certains éléments, comme la dépendance du pompage et de l'émission avec les polarisations, disponibles dans les autres modèles.

b) Modèle développé

Nous allons tout d'abord rappeler l'origine de l'anisotropie du gain dans le milieu actif et discuter des approximations à introduire dans sa description pour aboutir un modèle simple mais suffisamment détaillé pour reproduire nos observations. Dans la seconde partie, nous exposerons comment celui-ci est mis en équations.

i) Approche du problème

Comme déjà discuté plus haut, il faut prendre en compte les anisotropies de la cavité et du milieu actif. Intéressons-nous tout d'abord aux termes décrivant celle de la cavité. Les biréfringence et dichroïsme circulaires [116] sont toujours supposés négligeables dans les lasers Nd^{3+} :YAG et, au vu de nos expériences, nous allons également admettre que le dichroïsme linéaire (anisotropie de perte) est nul. L'anisotropie de la cavité se réduit alors à la seule biréfringence linéaire et elle est alors très simple à traiter. En effet, en projetant le champ sur les deux axes propres a et b de la biréfringence, l'évolution de l'amplitude E_a du champ selon l'axe a est indépendante de celle de l'amplitude E_b du champ selon l'axe b en absence du processus laser. Les fréquences propres de ces deux modes de polarisation seront caractérisées par des désaccords Δ_a et Δ_b par rapport une fréquence de référence commune.

L'introduction de désaccords différents décrit à elle seule la biréfringence linéaire. Soulignons que la simplicité de ces anisotropies découle du fait que ces coefficients Δ_a et Δ_b sont indépendants de l'état de polarisation et de l'intensité du champ laser.

L'anisotropie du milieu actif est plus compliquée à modéliser. Commençons par préciser que, bien que la structure cristalline du YAG soit cubique, les ions néodymes occupent différents sites, tous de symétrie D_2 [100][116], qui peuvent être regroupés en six classes selon leurs orientations dans la maille cristalline. C'est l'anisotropie liée à ces sites qui doit être ici prise en compte. Nous supposons, pour simplifier, que tous les sites sont analogues et ne diffèrent que par leur orientation. L'anisotropie peut être alors décrite en introduisant la notion de classe d'oscillateur anisotrope [104][116][121] présentée simplement ci-dessous dans le cadre de l'approximation dipolaire électrique et d'une réponse instantanée du milieu au champ exciteur \vec{E} . La réponse \vec{P} , ou polarisation du milieu, s'écrit dans ces conditions sous la forme suivante :

$$\vec{P} = \varepsilon_0 \overline{\overline{\chi}} \vec{E}$$

où $\overline{\overline{\chi}}$ est le tenseur de susceptibilité électrique dont seule la partie liée au gain ou à l'absorption nous intéresse ici.

Dans le cas de l'ion isolé, la symétrie du système impose que la réponse du milieu soit toujours parallèle à \vec{E} et que son module, $|\vec{P}|$, ne dépende pas de la direction de polarisation de \vec{E} . Le tenseur $\overline{\overline{\chi}}$ est donc dans ce cas diagonal pour n'importe quel repère orthogonal normé $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. De plus, les termes diagonaux $\chi_{xx}, \chi_{yy}, \chi_{zz}$ de $\overline{\overline{\chi}}$, qui sont proportionnels à la section efficace de transition pour ces directions de polarisation $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$, sont tous égaux. L'oscillateur associé à la transition étudiée est ainsi isotrope.

Au contraire, pour une classe d'ions occupant le même type de site, que ce soit dans une structure cristalline ou dans un verre, l'anisotropie liée au type de site considéré implique a priori que la réponse \vec{P} de cette classe d'ions dépende de la direction de polarisation de \vec{E} . La matrice $\overline{\overline{\chi}}$ associée à ces ions n'est alors diagonale que pour certains repères orthogonaux dont les orientations sont fixées par le type de site étudié [104][116][121]. Les termes diagonaux sont différents, ce qui est équivalent à dire que les sections efficaces de transitions dépendent de la polarisation du champ exciteur \vec{E} . L'oscillateur associé à cette transition

est donc anisotrope. Il existe ainsi une direction privilégiée de \vec{E} pour laquelle la polarisation du milieu est maximum, ce qui n'est pas le cas pour l'oscillateur isotrope.

Puisque dans un repère lié au laboratoire, les matrices de susceptibilité associées à la transition de pompe et à la transition laser ne sont pas identiques d'une classe de sites à l'autre, les 6 types de sites référencés pour la matrice de YAG vont donc être à la fois excités différemment par le faisceau de pompe et dépeuplés différemment par le champ laser. L'anisotropie est alors non seulement non linéaire par rapport à l'amplitude du champ laser, mais elle dépend également de la direction de polarisation du champ de pompe et de celle du champ laser, ce qui la rend nettement plus complexe que la simple anisotropie linéaire de cavité.

Les repères associés aux 6 sites s'inscrivent en fait dans un espace à 3 dimensions [116]. Par souci de simplicité, nous avons préféré modéliser le système par des oscillateurs anisotropes à deux dimensions oscillant dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation des faisceaux de pompe et laser. Une approximation similaire introduite par ailleurs [98][103][104] dans le cadre de modèles non sensibles à la phase a trouvé sa justification dans une étude comparative des modèles 2D et 3D présentée par R. Leners et al. [104] qui montre que ces deux modèles permettent de reproduire les mêmes observations expérimentales (propriétés de fluorescence et lasers de verres dopés en ions néodymes) mais avec des paramètres d'anisotropie différents.

Chaque classe de sites est caractérisée par sa direction privilégiée de polarisation \vec{e}_α , supposée commune à l'absorption de la pompe et à l'émission laser. Cette direction est repérée par l'angle α qu'elle fait avec l'axe propre a de la biréfringence du cristal (fixe dans le référentiel lié au laboratoire). Pour chaque classe, les matrices de la susceptibilité diélectrique associées à l'absorption et à l'émission sont alors respectivement proportionnelles aux matrices $\Sigma_p(\alpha)$ et $\Sigma_L(\alpha)$ qui s'écrivent :

$$\Sigma_p(\alpha) = \begin{pmatrix} \sigma_p & 0 \\ 0 & \beta_p \sigma_p \end{pmatrix}_{\vec{e}_\alpha, \vec{e}_{\alpha\perp}} \quad \Sigma_L(\alpha) = \begin{pmatrix} \sigma_L & 0 \\ 0 & \beta_L \sigma_L \end{pmatrix}_{\vec{e}_\alpha, \vec{e}_{\alpha\perp}} \quad (\text{III-1})$$

où σ_p et σ_L sont les sections efficaces de l'absorption et d'émission selon la direction privilégiée \vec{e}_α . β_p et β_L sont les coefficients d'anisotropie associés. En toute rigueur, les valeurs de β_p et β_L dépendent de la fréquence de la pompe comme le montre la dépendance des puissances émises dans les directions parallèle et perpendiculaire à la polarisation de pompe en fonction de la longueur d'onde de celle-ci mise en évidence par P. Esherick et al. [99].

Toujours par soucis de simplicité, nous négligerons les effets dus à la structure cristalline intrinsèque du YAG et en particulier à une éventuelle anisotropie liée à l'existence des 6 classes de sites hôtes pour les ions néodymes. En effet :

- A notre connaissance, aucune expérience n'a mis en évidence une quelconque influence des axes cristallographiques du YAG sur les propriétés du rayonnement émis, nous pouvons donc supposer que l'orientation des sites est répartie de façon uniforme dans le plan et non suivant 6 directions bien définies. On retrouve alors un modèle de type lasers à fibre [103] [104][114].

- La prise en compte des six sites par Dalgliesh et al. [116] n'aboutit qu'à un faible écart entre la direction de la polarisation de la pompe et celle du faisceau laser lorsque la biréfringence de la cavité est nulle. Cet écart est modulé avec une période égale à 60° , en accord avec l'existence des 6 sites, mais reste très faible (de l'ordre de 2°), ce qui justifie l'introduction de l'hypothèse simplificatrice que nous venons de décrire.

Enfin, comme dans le chapitre II, nous négligeons les effets sur la polarisation de la structure longitudinale des faisceaux ainsi que du désaccord entre le centre de la courbe de gain et la fréquence d'émission, et nous effectuons l'élimination adiabatique de la dynamique de la polarisation du milieu. Des hypothèses qui se sont avérées justifiées dans notre étude du couplage des microlasers.

Au prix de toutes ces approximations, nous obtenons une simplification drastique par rapport au modèle de Dalgliesh et al. [116], puisque 3 équations sont suffisantes pour décrire le milieu actif contre 12 dans le modèle précédent.

ii) Mise en équation

Afin de simplifier l'écriture des équations, nous projetons le champ laser sur les deux axes propres \vec{a} et \vec{b} de la biréfringence de la cavité, soit :

$$\vec{E} = \Re\left[\left(\tilde{E}_a \vec{a} + \tilde{E}_b \vec{b}\right)e^{-i\omega t}\right] = \Re\left[\tilde{E}e^{-i\omega t}\right]$$

L'évolution de ces deux composantes complexes \tilde{E}_a et \tilde{E}_b est décrite par l'équation suivante:

$$\frac{d\tilde{E}_q}{dt} = (-i\delta_q - \kappa)\tilde{E}_q + \kappa P_q \quad (\text{III-2})$$

où $q = a$ ou b . δ_q est le désaccord entre la pulsation de référence ω_r et la pulsation de résonance de la cavité pour la polarisation q et κ le taux de décroissance du champ dans la cavité (pertes isotropes). P_q est la projection de la polarisation totale \vec{P} sur la direction \vec{q}

($P_q = \bar{P} \cdot \vec{q}$ avec $\vec{q} = \vec{a}$ ou \vec{b}). Notons que la polarisation est normalisée de la même façon qu'au chapitre II et prend en compte la section efficace d'émission stimulée.

A chaque classe de sites, repérée par l'angle α , nous associons une inversion de population notée $N(\alpha)$. Cette dernière contribue à la polarisation totale par l'intermédiaire de deux composantes. La première est orientée dans la direction \vec{e}_α tandis que la seconde est dirigée selon la direction orthogonale $\vec{e}_{\alpha\perp}$ et est donc proportionnelle à β_L (cf. eq (III-1)). La polarisation totale \bar{P} due à l'ensemble des inversions de population s'écrit alors :

$$\bar{P} = \int_0^\pi \left(\bar{P}(\alpha) + \beta_L \bar{P}_\perp(\alpha) \right) d\alpha$$

$$\text{où } \bar{P}(\alpha) = N(\alpha) \left(\vec{e}_\alpha \cdot \vec{\tilde{E}} \right) \vec{e}_\alpha \text{ et } \bar{P}_\perp(\alpha) = N(\alpha) \left(\vec{e}_{\alpha\perp} \cdot \vec{\tilde{E}} \right) \vec{e}_{\alpha\perp}$$

L'évolution de l'inversion de population $N(\alpha)$ est régie par l'équation :

$$\frac{dN(\alpha)}{dt} = \gamma \left(A(\alpha) - N(\alpha) - \frac{1}{2} \left\{ \left(\bar{P}^*(\alpha) + \beta_L \bar{P}_\perp^*(\alpha) \right) \vec{\tilde{E}} + \left(\bar{P}(\alpha) + \beta_L \bar{P}_\perp(\alpha) \right) \vec{\tilde{E}}^* \right\} \right)$$

où γ est le taux de décroissance de l'inversion de population et $A(\alpha)$ est le taux de pompage de l'inversion de population associée aux sites orientés selon \vec{e}_α .

En explicitant les valeurs de $\bar{P}(\alpha)$ dans cette expression, elle prend la forme suivante :

$$\frac{dN(\alpha)}{dt} = \gamma \left(A(\alpha) - N(\alpha) \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) + \frac{1}{2} (E_a^2 - E_b^2) (1 - \beta_L) \cos 2\alpha + E_a E_b (1 - \beta_L) \sin 2\alpha \cos \phi \right] \right) \quad (\text{III-3})$$

où E_a et E_b sont respectivement les amplitudes réelles des champs complexes $\vec{\tilde{E}}_a$ et $\vec{\tilde{E}}_b$ alors que ϕ représente la phase relative entre les champs E_a et E_b :

$$\vec{\tilde{E}}_a = E_a \exp(-i\phi_a), \quad \vec{\tilde{E}}_b = E_b \exp(-i\phi_b), \quad \phi = \phi_b - \phi_a \quad (\text{III-4})$$

Pour décrire les variations angulaires de l'inversion de population $N(\alpha)$, nous allons décomposer celle-ci en série de Fourier suivant l'expression [101][119][114] :

$$N(\alpha) = \frac{2}{\pi} (N_0 + 2N_c \cos 2\alpha + 2N_s \sin 2\alpha) + \dots \quad (\text{III-5})$$

En reportant cette expression dans l'équation (III-3), nous obtenons les équations d'évolution des composantes de la série de Fourier N_0 , N_c , et N_s qui s'écrivent :

$$\frac{dN_0}{dt} = \gamma \left\{ A_0 - N_0 \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) \right] - N_c \left[\frac{1}{2} (E_a^2 - E_b^2) (1 - \beta_L) \right] - N_s \left[(E_a E_b) (1 - \beta_L) \cos \phi \right] \right\}$$

$$\frac{dN_c}{dt} = \gamma \left\{ A_c - N_0 \left[\frac{1}{4} (E_a^2 - E_b^2) (1 - \beta_L) \right] - N_c \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) \right] \right\}$$

$$\frac{dN_s}{dt} = \gamma \left\{ A_s - N_0 \frac{1}{2} [(E_a E_b) (1 - \beta_L) \cos \phi] - N_s \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) \right] \right\}$$

où A_0 , A_c et A_s sont les composantes de Fourier du taux de pompage $A(\alpha)$

($A(\alpha) = \frac{2}{\pi} (A_0 + 2A_c \cos 2\alpha + 2A_s \sin 2\alpha) + \dots$) définies par :

$$A_0 = \frac{1}{2} \int_0^\pi A(\alpha) d\alpha, \quad A_c = \frac{1}{2} \int_0^\pi A(\alpha) \cos 2\alpha d\alpha \quad \text{et} \quad A_s = \frac{1}{2} \int_0^\pi A(\alpha) \sin 2\alpha d\alpha.$$

$A(\alpha)$ est proportionnel à la puissance de pompe incidente P_p . La matrice de susceptibilité diélectrique de la transition de pompe étant diagonale dans le repère \vec{e}_α et $\vec{e}_{\alpha L}$ (cf. eq (III-1)), le taux de pompage, pour un faisceau de pompe polarisé linéairement s'écrit :

$$A(\alpha) \propto \sigma_p P_p \cos^2(\Psi_p - \alpha) + \beta_p \sigma_p P_p \sin^2(\Psi_p - \alpha)$$

$$\text{soit } A(\alpha) = \frac{4A}{\pi} (\cos^2(\Psi_p - \alpha) + \beta_p \sin^2(\Psi_p - \alpha))$$

où β_p caractérise l'anisotropie de l'absorption de la pompe et Ψ_p représente l'angle entre la direction de polarisation de la pompe et l'axe a de la biréfringence. A est un coefficient proportionnel à la puissance de pompe incidente et indépendant des angles α et Ψ_p .

On en déduit les coefficients de la décomposition de $A(\alpha)$:

$$A_0 = A(1 + \beta_p); \quad A_c = \frac{A}{2} (1 - \beta_p) \cos 2\Psi_p; \quad A_s = \frac{A}{2} (1 - \beta_p) \sin 2\Psi_p \quad (\text{III-6})$$

En explicitant la dépendance angulaire de la population $N(\alpha)$ (eq (III-5)) dans l'intégrale de définition de la polarisation \vec{P} on obtient l'expression suivante :

$$\vec{P} = P_a \vec{a} + P_b \vec{b} = \vec{a} \{ \tilde{E}_a [N_0(1 + \beta_L) + N_c(1 - \beta_L)] + \tilde{E}_b N_s(1 - \beta_L) \} \\ + \vec{b} \{ \tilde{E}_b [N_0(1 + \beta_L) - N_c(1 - \beta_L)] + \tilde{E}_a N_s(1 - \beta_L) \}$$

En injectant les valeurs de P_a et P_b ainsi obtenues dans l'équation (III-2), nous obtenons deux équations régissant l'évolution des deux amplitudes complexes du champ selon \vec{a} et \vec{b} . On en déduit aisément les équations d'évolution des amplitudes (réelles) et de la phase relative des deux champs lasers. Le modèle complet s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\frac{dE_a}{dt} = (N_0(1 + \beta_L) + N_c(1 - \beta_L) - 1)E_a + N_s(1 - \beta_L)E_b \cos \phi \quad (\text{III-7-a})$$

$$\frac{dE_b}{dt} = (N_0(1 + \beta_L) - N_c(1 - \beta_L) - 1)E_b + N_s(1 - \beta_L)E_a \cos \phi \quad (\text{III-7-b})$$

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[\Delta - N_s(1 - \beta_L) \left(\frac{E_a}{E_b} + \frac{E_b}{E_a} \right) \sin \phi \right] \quad (\text{III-7-c})$$

$$\frac{dN_0}{dt} = \gamma \left\{ A_0 - N_0 \left[1 + \frac{1}{2}(E_a^2 + E_b^2)(1 + \beta_L) \right] - N_c \left[\frac{1}{2}(E_a^2 - E_b^2)(1 - \beta_L) \right] - N_s [(E_a E_b)(1 - \beta_L) \cos \phi] \right\} \quad (\text{III-7-d})$$

$$\frac{dN_c}{dt} = \gamma \left\{ A_c - N_0 \left[\frac{1}{4}(E_a^2 - E_b^2)(1 - \beta_L) \right] - N_c \left[1 + \frac{1}{2}(E_a^2 + E_b^2)(1 + \beta_L) \right] \right\} \quad (\text{III-7-e})$$

$$\frac{dN_s}{dt} = \gamma \left\{ A_s - N_0 \frac{1}{2} [(E_a E_b)(1 - \beta_L) \cos \phi] - N_s \left[1 + \frac{1}{2}(E_a^2 + E_b^2)(1 + \beta_L) \right] \right\} \quad (\text{III-7-f})$$

où le temps t , la différence de fréquence entre les modes propres de la cavité vide Δ , et γ sont exprimés relativement au temps κ^{-1} et au taux κ de décroissance du champ dans la cavité laser.

Le milieu actif *couple directement les deux champs* via N_s (dernier terme de droite des trois premières équations). Ces équations sont donc très proches de celles utilisées pour l'étude du couplage entre microlasers (cf. chapitre II) mais ici le coefficient de couplage est réel (comme prévu) et dépend d'une des variables dynamiques du système (N_s).

Remarquons que dans le modèle du laser à fibre dopée de Bielawski et al. [17] on introduit phénoménologiquement deux classes de populations distinctes, associée chacune à une direction de polarisation donnée. Ceci correspond au cas limite du modèle présenté ici où la distribution uniforme des directions privilégiées des classes de site est remplacée par une distribution discrète selon deux directions perpendiculaires. Le terme de saturation croisée introduit alors correspond au coefficient β_L de notre modèle.

Si le modèle que nous venons de présenter est assez proche de celui développé par Brunel et al. [101], il s'en distingue par le fait que l'anisotropie de perte ainsi que les désaccords entre fréquences propres de cavité et fréquence centrale de la courbe de gain sont négligées. En contrepartie nous avons introduit des termes permettant de décrire l'influence de la direction de polarisation à la fois dans le pompage et dans l'émission laser. De plus le modèle introduit ici reste suffisamment simple pour qu'il soit possible d'en extraire des

solutions asymptotiques analytiques, ce qui va nous permettre de proposer une méthode de mesure originale des coefficients d'anisotropie introduits.

c) Étude analytique des équations

i) Forte anisotropie de cavité

Aux fortes anisotropies, les deux modes de cavité vide ont des fréquences propres très différentes.

Si le désaccord de fréquence Δ est suffisant pour que :

$$\Delta \gg N_s(1 - \beta_L) \begin{pmatrix} E_a & E_b \\ E_b & E_a \end{pmatrix} \quad (\text{III-8})$$

ce qui suppose qu'aucun des deux champs E_a et E_b n'est nul, la phase ϕ évolue principalement en Δt (cf. eq (III-7-c)). En suivant la démarche utilisée lors de l'étude de la dynamique des microlasers couplés pour les grands désaccords, nous allons chercher des solutions sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} E_q(t) &= \bar{E}_q + e_q(t) \\ N_k(t) &= \bar{N}_k + n_k(t) \end{aligned}$$

où $q = a$ ou b , et $k = 0, c, s$.

Les termes \bar{E}_q et \bar{N}_k sont les valeurs stationnaires obtenues lorsque l'on néglige les termes dépendant de ϕ dans le système d'équations (III-7). Les termes e_q et n_k apparaissent alors comme des « corrections » dépendantes du temps.

Les valeurs stationnaires sont les suivantes (si $\beta_L \neq 1$):

$$\bar{E}_a^2 = A_0 \left(1 + \frac{\rho_P}{\rho_L} \cos 2\Psi_P \right) - \frac{1}{1 + \beta_L} \quad (\text{III-9-a})$$

$$\bar{E}_b^2 = A_0 \left(1 - \frac{\rho_P}{\rho_L} \cos 2\Psi_P \right) - \frac{1}{1 + \beta_L} \quad (\text{III-9-b})$$

$$\bar{N}_0 = \frac{1}{1 + \beta_L} \quad (\text{III-9-c})$$

$$\bar{N}_c = 0 \quad (\text{III-9-d})$$

$$\bar{N}_s = \frac{\rho_P}{2(1 + \beta_L)} \sin 2\Psi_P \quad (\text{III-9-e})$$

où $\rho_m = \frac{1 - \beta_m}{1 + \beta_m} \leq 1$ avec $m = P$ ou L .

Les termes « correctifs » sont donnés par les expressions approchées suivantes obtenues en linéarisant le système (III-7) au voisinage des solutions obtenues précédemment :

$$e_a = \bar{N}_s (1 - \beta_L) \bar{E}_b \frac{\sin \Delta t}{\Delta} \quad (\text{III-10-a})$$

$$e_b = \bar{N}_s (1 - \beta_L) \bar{E}_a \frac{\sin \Delta t}{\Delta} \quad (\text{III-10-b})$$

$$n_0 = -\gamma \bar{N}_s (1 - \beta_L) \bar{E}_a \bar{E}_b \frac{\sin \Delta t}{\Delta} \quad (\text{III-10-c})$$

$$n_c = 0 \quad (\text{III-10-d})$$

$$n_s = -\gamma \bar{N}_0 (1 - \beta_L) \bar{E}_a \bar{E}_b \frac{\sin \Delta t}{2\Delta} \quad (\text{III-10-e})$$

L'ensemble des équations (III-9) (III-10) décrit un laser émettant sur deux modes de fréquences et de polarisations différents associés aux modes propres de la cavité vide. L'intensité de chaque mode est modulée à la fréquence différence entre modes Δ , ce qui peut être interprété comme l'oscillation du laser sur deux modes elliptiques orthogonaux d'intensité constante.

Analyse des termes stationnaires

Les résultats analytiques (III-9) reproduisent bien les observations expérimentales, en particulier :

- l'intensité de chaque mode évolue en $\cos 2\Psi_P$ comme cela a été observé expérimentalement lorsque le taux de pompage est suffisamment important pour que les deux modes existent quel que soit Ψ_P (Figure III-2).
- l'intensité totale émise, égale à $E_a^2 + E_b^2 = 2 \left(A_0 - \frac{1}{1 + \beta_L} \right)$, est indépendante de la

direction de la polarisation du faisceau de pompe Ψ_P .

Ils nous permettent également d'établir des relations liant les différentes caractéristiques du microlaser aux paramètres du modèle. Ces relations seront utiles pour déterminer les valeurs de ces derniers par comparaison avec l'expérience. Ainsi :

- l'angle limite de fonctionnement bimode Ψ_P^{lim} se déduit de la condition de seuil pour le mode b, soit dans l'intervalle de valeurs de Ψ_P compris entre 0 et 45°:

$$\Psi_P^{\text{lim}} = \frac{1}{2} \arccos \left[\frac{A_0(1 + \beta_L) - 1}{A_0(1 + \beta_L)} \frac{\rho_L}{\rho_P} \right] \quad (\text{III-11})$$

- la valeur minimale $A_{0,2}$ de la composante A_0 du taux de pompage pour laquelle le fonctionnement est bimodal quel que soit Ψ_P est donnée par la condition $\Psi_P^{\text{lim}} = 0$ soit:

$$A_{0,2} = \frac{1}{(1 + \beta_L) \left(1 - \frac{\rho_P}{\rho_L} \right)} \quad (\text{III-12})$$

ce qui suppose que la relation $(1 + \beta_L) \left(1 - \frac{\rho_P}{\rho_L} \right) > 0$ soit respectée. Cette relation ne peut être

satisfaite que si le coefficient d'anisotropie de l'émission laser est inférieur à celui de l'absorption de la pompe c'est à dire si:

$$0 \leq \beta_L < \beta_P \leq 1 \quad (\text{III-13})$$

Cette condition est identique à celle déduite dans le modèle de Leners et Stephan [104] qui ne tient pas compte de la phase relative entre les modes propres de la cavité.

Analyse des termes correctifs

Ici encore les résultats analytiques (cf. (III-10)) recouvrent bien les observations expérimentales (voir par exemple la Figure III-6), en particulier :

- l'intensité de chaque mode est modulée à la fréquence Δ avec une amplitude inversement proportionnelle à Δ .
- le déphasage entre les modulations des deux modes est nul.
- l'amplitude absolue de cette modulation s'annule lorsque le pompage s'effectue selon un axe propre de la biréfringence ($\Psi_P = 0$ ou $\frac{\pi}{2}$) par suite de sa proportionnalité avec \bar{N}_s .

ii) Laser monomode

Dans le cas où le laser est monomode, il est possible de calculer la valeur analytique du seuil ($A_{0,1}$) d'apparition du premier mode (a) et de déterminer ainsi le rapport entre le seuil d'apparition du second mode ($A_{0,2}$), et celui du premier mode, paramètre que l'on peut facilement confronter aux mesures expérimentales et éventuellement utiliser pour la détermination de paramètres du laser.

Dans la zone où le laser est monomode, le système d'équations (III-7) se simplifie. Les évolutions du champ et des différences de population N_0 et N_c sont alors indépendantes de N_s et sont décrites par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dE_a}{dt} &= (N_0 (1 + \beta_L) + N_c (1 - \beta_L) - 1) E_a \\ \frac{dN_0}{dt} &= \gamma \left\{ A_0 - N_0 \left[1 + \frac{1}{2} E_a^2 (1 + \beta_L) \right] - N_c \left[\frac{1}{2} E_a^2 (1 - \beta_L) \right] \right\} \\ \frac{dN_c}{dt} &= \gamma \left\{ A_c - N_0 \left[\frac{1}{4} E_a^2 (1 - \beta_L) \right] - N_c \left[1 + \frac{1}{2} E_a^2 (1 + \beta_L) \right] \right\}\end{aligned}$$

On rappelle que (cf. eq. III-6):

$$A_c = A_0 \frac{1 - \beta_p}{2(1 + \beta_p)} \cos 2\Psi_p = A_0 \frac{\rho_p}{2} \cos 2\Psi_p$$

Ces équations conduisent alors à une équation du second degré pour l'intensité du mode a et permettent de déterminer le seuil du laser. Ce dernier prend une forme particulièrement simple et s'écrit :

$$A_{0,1}(\Psi_p) = \frac{2}{(1 + \beta_L)(2 + \rho_p \rho_L \cos 2\Psi_p)} \quad (\text{III-14})$$

Ψ_p étant compris entre 0° et 45° .

Comme on pouvait s'y attendre, le seuil est minimum pour $\Psi_p = 0^\circ$ (polarisation de la pompe alignée avec un des modes propres de la cavité vide) et maximum pour $\Psi_p = 45^\circ$. Le rapport des valeurs extrêmes du seuil $A_{0,1}(45^\circ)/A_{0,1}(0^\circ)$ qui caractérise la dépendance du seuil avec Ψ_p , sera d'autant plus faible que le produit $\rho_p \rho_L$ est petit. Cette dernière situation, qui correspond à nos expériences, est associée à des anisotropies de gain faible, c'est à dire des coefficients β_L et β_p assez proches de 1.

La valeur de ce seuil pour $\Psi_p = 0^\circ$ peut être également comparée au seuil du second mode obtenu au paragraphe précédent (III-12) pour cette même valeur de Ψ_p . On obtient alors le rapport entre les seuils du second et du premier mode qui s'écrit :

$$\frac{A_{0,2}}{A_{0,1}(0)} = \frac{\rho_L(\rho_L \rho_p + 2)}{2(\rho_L - \rho_p)} \quad (\text{III-15})$$

La Figure III-8 représente l'évolution de ce rapport en fonction de β_L pour différentes valeurs de β_p . A titre indicatif, la courbe horizontale indique la valeur obtenue expérimentalement ($2,3 \pm 10\%$).

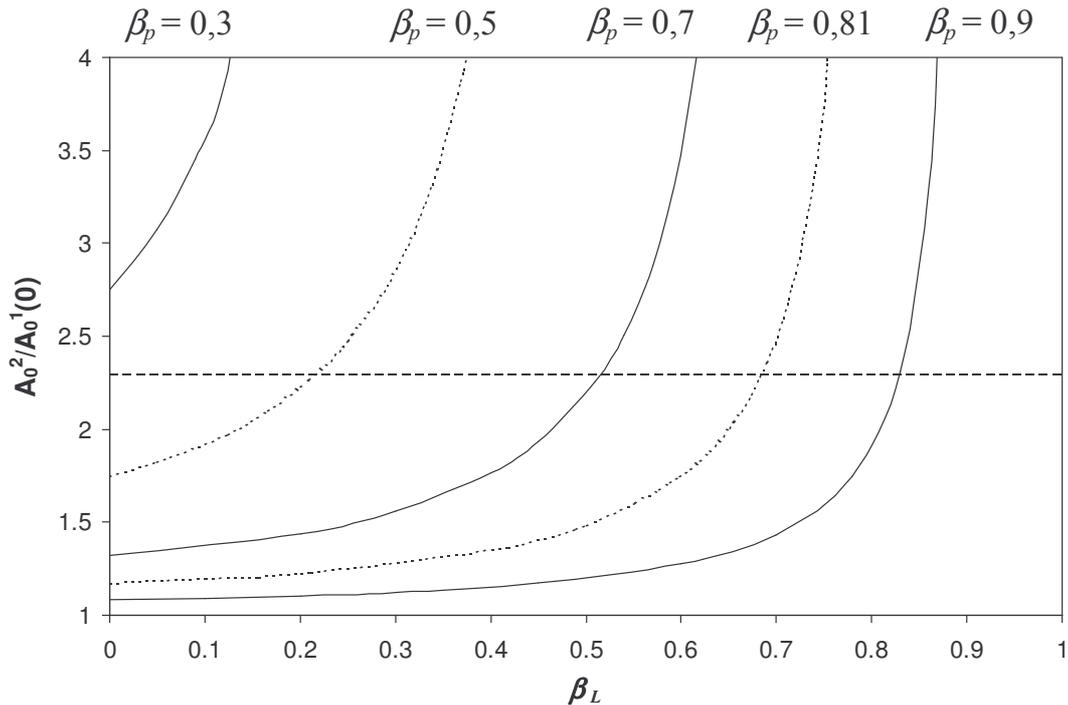


Figure III-8 : Evolution du rapport théorique entre le seuil du second mode et le seuil du premier mode en fonction de β_L pour différentes valeurs de β_p ($\Psi_p=0$).

La courbe horizontale correspond à la valeur expérimentale.

A β_L fixé, le rapport $A_{0,2}/A_{0,1}(0)$ diminue lorsque β_p augmente, ce qui revient à dire, en accord avec l'intuition, que le laser est d'autant plus facilement bimode que l'anisotropie associée à l'absorption de la pompe est faible. Par contre, ce fonctionnement bimode est d'autant plus facile à atteindre que l'anisotropie de l'émission laser est importante (β_L tendant vers 0). Ce résultat, qui peut surprendre au premier abord, s'interprète de la manière suivante. Pour des faibles valeurs de β_L (forte anisotropie), le mode laser polarisé linéairement selon θ_L ne sature fortement que les inversions de population dont les directions privilégiées α sont proches de la direction θ_L . Les inversions de population $N(\alpha)$ associées à des directions voisines de $\theta_L + 90^\circ$ restent donc disponibles pour l'apparition d'un second mode (phénomène de « hole burning » angulaire). A l'opposé, lorsque β_L tend vers 1, toutes les populations $N(\alpha)$ participent à l'émission du mode laser avec la « même efficacité » et sont donc saturées par cette émission. Il n'y a alors quasiment plus de gain pour un second mode de polarisation différente.

L'étude analytique que nous venons de présenter va permettre de confronter résultats expérimentaux et théoriques et par là de déterminer les paramètres d'anisotropies introduits lors de la modélisation.

5) Détermination de β_L et β_P

a) Approche qualitative

Des résultats expérimentaux présentés il est possible de déduire les informations suivantes concernant les coefficients β_L et β_P

i) Valeurs relatives

Le fait que le laser puisse osciller simultanément sur deux modes de polarisations perpendiculaires quelle que soit la direction de polarisation de la pompe (Figure III-2) n'est possible que si $\beta_L < \beta_P$ (cf. eq. (III-13)).

ii) Ordre de grandeur

Le fait que le seuil du laser soit quasiment indépendant de la direction de polarisation de la pompe θ_P implique une faible anisotropie de gain ($\rho_L \rho_P \ll 1$ cf. eq. (III-14)), c'est à dire que β_L et/ou β_P sont relativement proches de 1.

b) Méthode quantitative

La détermination quantitative de β_L et β_P est rendue possible du fait qu'ils agissent sur plusieurs grandeurs accessibles expérimentalement, en particulier:

- le rapport $A_{0,2}/A_{0,1}(0)$ des seuils de fonctionnement bimode et monomode lorsque la direction de polarisation du pompage est alignée selon un des axes de la biréfringence dont l'expression est :
$$\frac{A_{0,2}}{A_{0,1}(0)} = \frac{\rho_L(\rho_L \rho_P + 2)}{2(\rho_L - \rho_P)}$$
- le taux de modulation de l'intensité de chaque mode à la fréquence de battement pour un pompage à 45° des axes propres de la biréfringence. D'après les équations (III-9) et (III-10), ce dernier est égal à $\rho_P \rho_L / \Delta$.
- le rapport entre les fréquences d'oscillations en opposition de phase (ν_L) et de relaxation (ν_R) qui, suivant la proposition de Bielawski et al [17], fournit des informations sur l'anisotropie du milieu. L'expression de ces deux fréquences peut être aisément obtenue dans les conditions suivantes. Le pompage est identique pour les deux modes ($\Psi_P = 45^\circ$) et la biréfringence est suffisamment forte pour que l'on puisse négliger les effets de la phase entre les modes. Une analyse de stabilité linéaire [17][104] permet alors d'obtenir l'expression suivante pour le rapport de ces fréquences :

$$\frac{\nu_L}{\nu_R} = \frac{1}{\sqrt{2}} \rho_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1 - \beta_L}{1 + \beta_L} \quad (\text{III-16})$$

Cette expression est identique à celle obtenue par Leners et al. [104] et similaire à celle de Bielawski et al [17].

Bien que la mesure de deux grandeurs suffise à déterminer les deux coefficients d'anisotropie, il est plus judicieux de profiter de la possibilité de « croiser » les déterminations par la prise en compte des trois mesures et d'évaluer les deux coefficients par une méthode de moindres carrés.

c) Résultats quantitatifs

Les résultats expérimentaux rapportés au Tableau III-1 permettent de déduire les valeurs de β_L et β_P affectées d'une incertitude (écart type) fournie par la méthode de moindres carrés (pondérée) et qui est de l'ordre de 15 à 20%.

	Valeurs Expérimentales	Incertitudes Expérimentales	Valeurs Calculées	Ecart (Théorie-Exp)/Exp
$A_{0,2}/A_{0,1}(0)$	2,3	10%	2,0	-15%
$\rho_L \rho_P / \Delta$ pour $\Delta = 0,17$	0,11	10%	0,16	+45%
v_L/v_P ($\theta = 45^\circ$)	0,25	10%	0,19	-30%
Résultat	$\beta_L = 0,62 \pm 0,12$		$\beta_P = 0,79 \pm 0,12$	

Tableau III-1 : Résultats des mesures pour la détermination de β_L et β_P

La comparaison entre valeurs calculées et mesurées pour les grandeurs directement accessibles indique des écarts de -15%, +45% et +30% alors que les incertitudes expérimentales ne sont que de 10%.

6) Confrontation modèle expérience : Caractéristiques statiques

a) Simulations sur la base des paramètres calculés

Les paramètres ont été obtenus à partir de mesures effectuées sur le microlaser amené dans des conditions particulières, par exemple au seuil d'émission du second mode. Il est important de tester le modèle dans son objectif principal, qui, rappelons le, est de décrire l'influence de la polarisation de la pompe. Nous avons donc effectué des simulations numériques pour calculer l'évolution des puissances émises dans chaque mode en fonction de la direction de polarisation de la pompe (Ψ_P) et pour des conditions correspondant aux expériences rapportées plus haut (Figure III-2 et Figure III-3). La Figure III-9 et la Figure

III-10 représentent l'évolution obtenue pour un désaccord de fréquence ($\kappa \Delta / 2\pi$) de 86 MHz et un taux de pompage (P_p/P_{ps}) respectivement égal à 2,9 et 1,4.

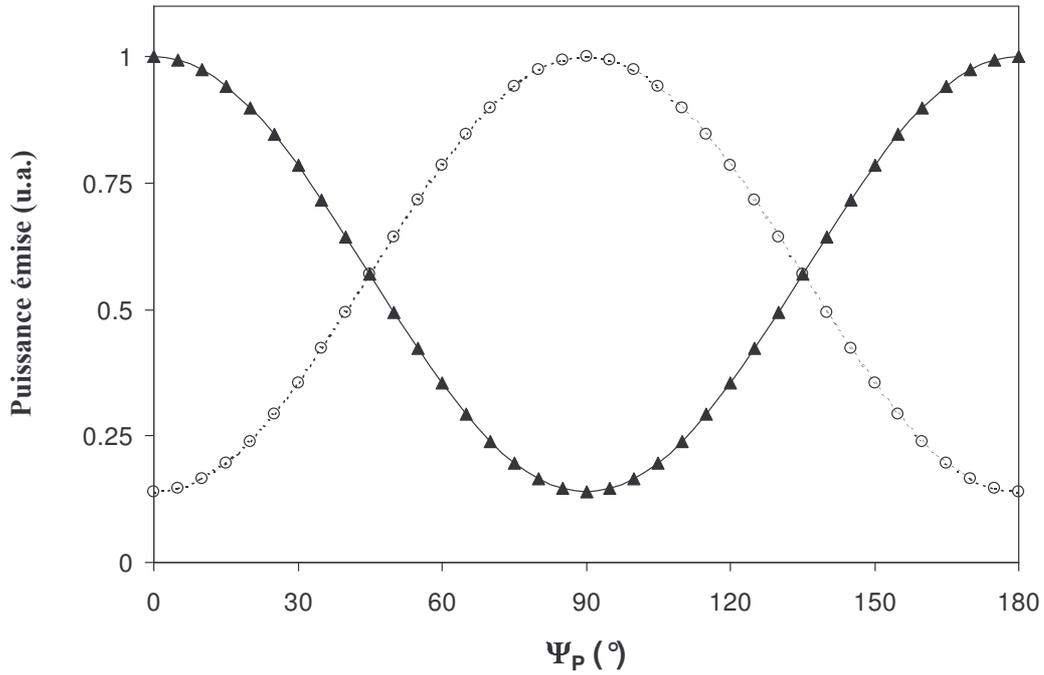


Figure III-9 : Evolution de la puissance émise dans les deux modes propres a (▲) et b (○) de la cavité en fonction de la direction de la polarisation de la pompe. Les courbes en trait plein et en pointillés représentent l'évolution des solutions analytiques données par les équations (III-9-a et b). $\kappa \Delta / 2\pi = 86$ MHz, $P_p/P_{ps} = 2,9$

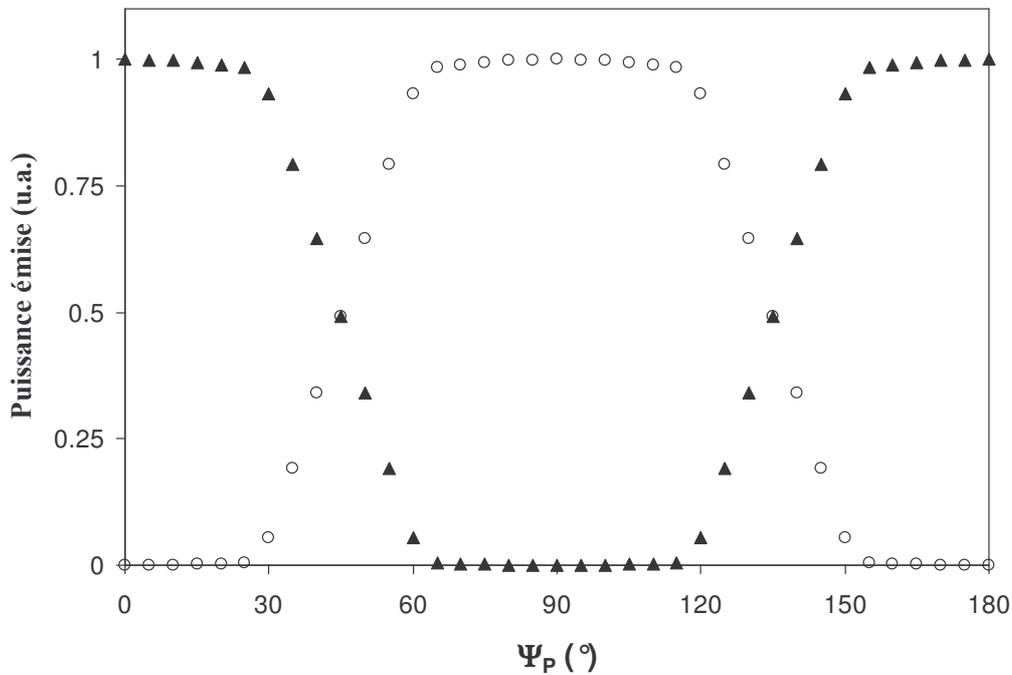


Figure III-10 : Evolution de la puissance émise dans les deux modes propres a (▲) et b (○) de la cavité. $\kappa \Delta / 2\pi = 86$ MHz, $P_p/P_{ps} = 1,4$.

Ces deux figures montrent qu'un bon accord qualitatif est obtenu entre résultats numériques et expérimentaux. De façon plus précise, nous retrouvons bien que, dans le cas d'un pompage important (Figure III-9), l'émission du laser s'effectue simultanément sur les deux modes propres de la cavité quel que soit Ψ_P et que la puissance émise dans chacun de ces modes est modulée par un terme en $\cos 2\Psi_P$ en opposition de phase par rapport à l'autre mode. La très bonne coïncidence entre les résultats numériques (\blacktriangle et \circ) et les valeurs stationnaires approchées (trait plein et pointillés) montre que notre développement analytique (paragraphe 4) c) i)) constitue une excellente approximation de la solution numérique complète. Sur la Figure III-10, conformément aux expériences, le laser n'émet sur deux modes que pour certaines valeurs de Ψ_P et qu'en dehors de ces domaines la puissance émise dans le mode unique est quasiment indépendante de Ψ_P .

Si l'accord qualitatif est bon, là encore, on observe des écarts quantitatifs significatifs entre expériences et simulations. Ainsi, le taux de variation de la puissance émise dans un mode n'est que de 76% sur la Figure III-9 alors qu'il est de 87% pour les expériences. De même, la largeur totale des domaines de fonctionnement bimode de la Figure III-10 ($\sim 40^\circ$) est largement supérieure à celle obtenue dans les expériences ($30^\circ \pm 2^\circ$).

b) Test de la robustesse du modèle

Le fait que les valeurs calculées pour les trois grandeurs de base du Tableau III-1 s'écartent significativement des valeurs mesurées, alors que β_L et β_P sont assez bien déterminés, laisse présager une certaine flexibilité du modèle par rapport à ces paramètres, l'incertitude réelle sur ces derniers pouvant dépasser largement les indications de la méthode de moindres carrés. A titre de test on a repris la détermination de β_L et β_P et les simulations consécutives en basant le calcul sur les deux premières mesures, c'est à dire en n'utilisant que $A_{0,2}/A_{0,1}(0)$ et $\rho_P \rho_L / \Delta$ et en ignorant v_L/v_R . On obtient des valeurs de β_L et β_P respectivement égales à 0,69 et 0,81 et donc assez voisines des valeurs initialement trouvées. Bien sur la description de v_L/v_R se trouve sévèrement dégradée puisque la valeur calculée est deux fois plus faible que la valeur mesurée.

De façon assez surprenante ces nouvelles valeurs fournissent une bien meilleure description des autres caractéristiques de l'évolution de la polarisation du laser comme le montrent les résultats comparatifs du Tableau III-2.

	Résultats expérimentaux	Détermination à partir des trois grandeurs $\beta_L = 0,62, \beta_P = 0,79$	Détermination à partir de deux grandeurs $\beta_L = 0,69, \beta_P = 0,81$
Largeur du domaine bimode $P_p/P_{ps} = 1,4$	$30^\circ \pm 2^\circ$	40°	30°
Taux de variation de la puissance dans 1 mode $P_p/P_{ps} = 2,9$	87%	76%	85%

Tableau III-2 : Influence des valeurs de β_L et β_P sur la restitution des caractéristiques du laser

c) Discussion

Le fait qu'une utilisation partielle des résultats analytiques du modèle conduise à un meilleur accord quantitatif suggère que le modèle demeure incomplet. Les limitations du modèle peuvent être dues à l'hypothèse de la coïncidence des axes privilégiés des oscillateurs associés à l'absorption de la pompe et à l'émission laser. Si cette hypothèse simplifie notablement l'écriture du modèle en limitant à deux le nombre de paramètres, elle n'est pas pleinement justifiée.

En conclusion, malgré ses limites, le modèle est capable de reproduire qualitativement l'ensemble des observations expérimentales précédemment décrites. Moyennant la restriction introduite ci dessus, l'accord peut être quantitatif pour la plupart d'entre elles et cela sans que la complexité du modèle soit accrue de façon significative par rapport aux modèles existants [17][101][104][120]. La mesure des deux grandeurs donnant alors accès aux coefficients d'anisotropie du milieu actif constitue une méthode originale de détermination in situ de ces paramètres. Cette méthode est d'une mise en œuvre simple et est particulièrement adaptée au cas des microlasers. En effet, elle ne nécessite ni l'utilisation d'élément intra-cavité [118] (ce qui est impossible pour un microlaser) ni la mise en place d'un montage externe de réinjection [111].

7) Comparaison Théorie-Expérience : Dynamique temporelle

Jusqu'à présent, nous nous sommes limités à la description de l'évolution des puissances moyennes en fonction de la direction de la polarisation de la pompe, nous allons voir que le modèle s'avère également très performant pour reproduire les comportements temporels observés, aussi bien à forte qu'à faible biréfringence.

a) Biréfringence importante

Intéressons nous tout d'abord à la modulation de l'intensité de chaque mode à la fréquence du désaccord lorsque la biréfringence est importante. L'évolution de ce taux en fonction de Ψ_p est représentée sur la Figure III-11 pour un taux de pompage et un désaccord entre mode égaux à ceux mesurés dans les conditions expérimentales (Figure III-6 et section III-I-3-a).

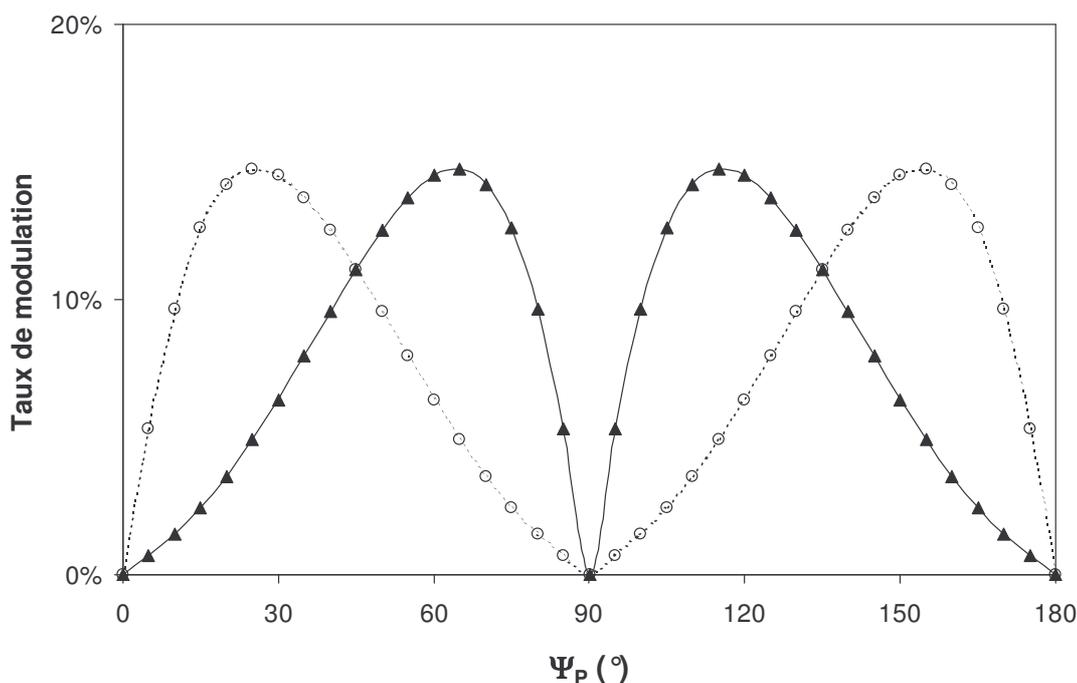


Figure III-11 : Evolution du taux de modulation des modes a (▲) et b (○) à la fréquence du désaccord en fonction de la direction de la polarisation de la pompe. $P_p/P_{ps} = 3,8$, $\beta_L = 0,69$, $\beta_p = 0,81$ et $\kappa \Delta / 2\pi = 92$ MHz

En plus de la bonne coïncidence entre les valeurs numériques (▲ et ○) et celles calculées à partir des expressions analytiques déterminées dans la section précédente (trait plein et pointillé), on observe un accord remarquable entre les résultats déduits du modèle et ceux observés expérimentalement :

- le taux de modulation tend vers zéro lorsque la polarisation de la pompe s'approche d'un des axes de la biréfringence.
- il est identique pour les deux modes lorsque le pompage s'effectue à 45° des axes de biréfringence et vaut près de 11% (comme dans l'expérience).
- la forme asymétrique des courbes par rapport à un pompage à 45° des axes de biréfringence est également reproduite correctement.

Précisons que comme prévu, il existe un tirage de fréquence qui se manifeste par un écart entre la fréquence $\Delta\nu$ de la modulation des intensités et le désaccord de fréquence $\kappa \Delta / 2\pi$ entre modes propres de la cavité vide. Ce tirage est maximum pour $\Psi_P = 45^\circ$ mais reste faible ($< 1\%$). La mesure de $\Delta\nu$ constitue donc une bonne approximation de « l'amplitude » de la biréfringence lorsque celle-ci est importante.

b) Biréfringence faible

Si, en biréfringence dominante, l'écart de fréquence entre modes est quasiment égal à la fréquence de modulation $\Delta\nu$, il n'en est pas de même en cas de biréfringence faible par suite de forts tirages de fréquence. L'incertitude qui en découle sur la valeur de Δ rend difficile une comparaison quantitative entre théorie et expériences. Nous présentons donc ici deux séries de résultats numériques relatifs à une biréfringence conduisant à des valeurs arbitraires mais typiques du désaccord $\kappa \Delta / 2\pi$ respectivement égales à 10 MHz et voisine de 0 (< 1 MHz). La première est destinée à la comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus dans les mêmes conditions. La seconde est purement exploratoire car dans l'état actuel de notre dispositif les conditions expérimentales ne sont pas contrôlables avec une précision suffisante dans cette zone de paramètres

- Pour des désaccords de l'ordre de 10 MHz et pour des valeurs de paramètres correspondant aux expériences, on observe l'apparition d'instabilités de grande amplitude. A titre d'exemple, la Figure III–12 met en évidence un régime impulsionnel (taux de répétition égale à 0,5 MHz) comparable à celui présenté par la Figure III–7 et caractérisé par l'émission d'impulsions synchrones selon les deux directions de polarisation a et b . Ce résultat a été obtenu pour $\Psi_P = 45^\circ$, mais pour des valeurs de $\Psi_P < 30^\circ$, les instabilités de forte amplitude disparaissent pour laisser place à une modulation sinusoïdale l'intensité de chaque mode. Ce phénomène est lié au fait que le tirage en fréquence des modes dépend de la direction de polarisation de la pompe. Ainsi la fréquence de modulation $\Delta\nu$ de l'intensité des modes diminue continûment d'une valeur proche de 10 MHz pour $\Psi_P \cong 0^\circ$ à 4,7 MHz pour $\Psi_P = 30^\circ$. Conformément aux expériences, il est ainsi possible de passer de la zone « stable » vers le domaine « instable » en modifiant la direction de la polarisation de la pompe.

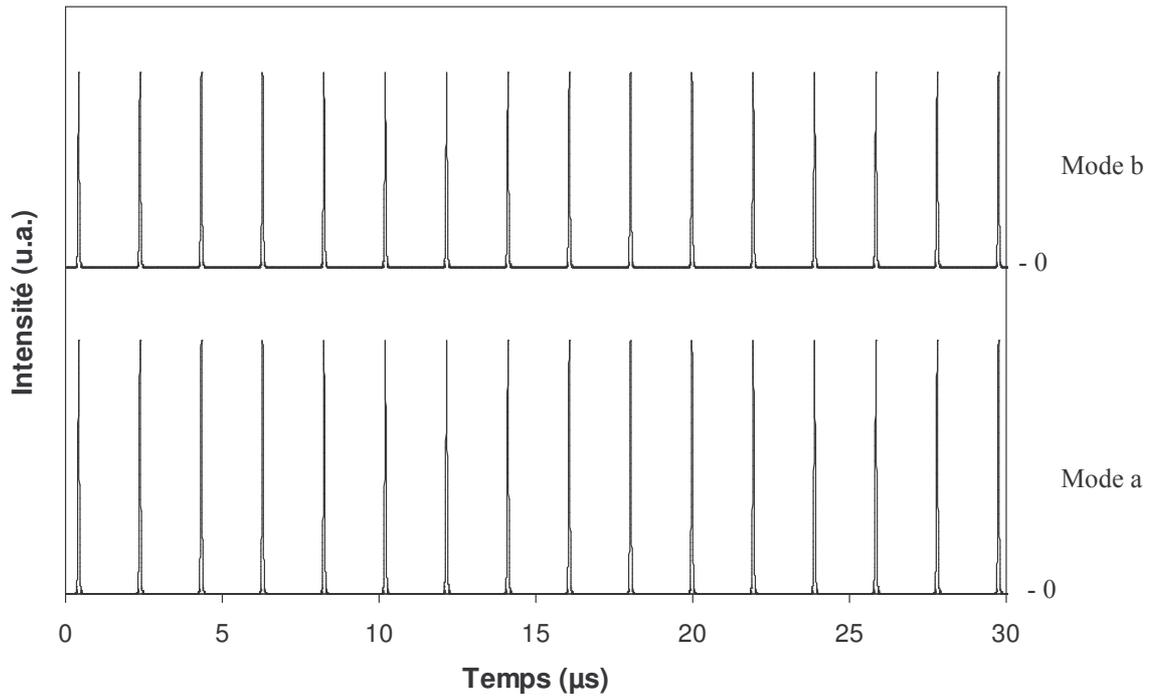


Figure III-12 : Exemple de régime impulsionnel observé selon les modes propres de la cavité pour un désaccord $\kappa \Delta / 2\pi = 10$ MHz, $\Psi_p = 40^\circ$ et $P_p / P_{ps} = 4$.

- Dans le cas particulier d'une anisotropie de cavité nulle ($\Delta = 0$), les simulations confirment que, pour des faibles taux de pompage ($A_0 < A_{0,2}$) le laser est monomode et de polarisation linéaire. La direction de cette polarisation suit celle de la pompe ($\Psi_L = \Psi_p$) qui constitue alors la seule source d'anisotropie. Pour des taux de pompage plus importants (typiquement tel que $A_0 > A_{0,2}$), la polarisation est alors elliptique, le grand axe de l'ellipse étant orienté selon la direction de polarisation de la pompe.

Dans le domaine des très faibles biréfringences ($\kappa \Delta / 2\pi < 1$ MHz) l'azimut et l'ellipticité des rayonnements émis ainsi que leur dépendance avec l'azimut de la pompe varient bien entendu avec le désaccord de fréquence entre modes. Qualitativement, on observe une augmentation de l'ellipticité et un décalage d'azimut plus important avec la pompe. Simultanément des instabilités peuvent apparaître. La difficulté de mener une comparaison quantitative avec l'expérience dans ce domaine nous a conduit à ne pas développer ici les résultats numériques obtenus.

L'étude que nous venons de mener tout au long des sections précédentes, nous a donc permis de clarifier l'influence de la direction de la polarisation de la pompe sur le rayonnement émis par un microlaser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$. A partir de données expérimentales

quantitatives, nous avons amélioré les modélisations existantes afin d'obtenir un meilleur accord théorie-expérience. Ceci a pu être réalisé sans complication excessive du modèle qui tient compte à la fois des anisotropies d'absorption de la pompe et d'émission laser et de la phase relative entre les modes propres de la cavité. Dans la partie suivante, nous étendons l'étude précédente au microlaser à absorbant saturable ($\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$) décrit au chapitre I.

II) Etude du microlaser $\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$

L'étude de la dynamique de polarisation de ce microlaser à absorbant saturable est ici présentée sous la forme d'un manuscrit d'article actuellement accepté pour publication dans le journal « Optics Communications »

POLARISATION DYNAMICS OF MONOMODE Nd³⁺:YAG LASERS WITH Cr⁴⁺ SATURABLE ABSORBER: INFLUENCE OF THE PUMP POLARISATION

Géraud BOUWMANS, Bernard SEGARD and Pierre GLORIEUX

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules,
Centre d'Etudes sur les Lasers et Applications,
Université des Sciences et Technologies de Lille,
59655 Villeneuve d'Ascq Cedex (France)

1) Abstract

Polarisation dynamics has been studied in a monomode Nd³⁺:YAG microchip laser with Cr⁴⁺ saturable absorber in the passive Q-switching regime with a linearly polarised pump. The emission is usually linearly polarised and the azimuth of the laser polarisation is shown to depend on the relative orientation of the pump polarisation, the crystalline axis and the direction of the cavity polarisation eigenstates. The laser output intensity and polarisation exhibit qualitatively different dependencies on the azimuth of the pump polarisation when the stress-induced birefringence dominates the saturable loss anisotropy and vice versa. Experimental observations are in agreement with the results of a phase sensitive rate equation model including all these ingredients.

PACS: 42.55 R Laser action in other solids

42.60 F Laser beam modulation

42.60 B Design of specific laser systems

Keywords : Microlasers, Laser with saturable absorber, Q-switching, Polarisation dynamics

2) Introduction

The polarisation state of light emitted by a laser is a long-standing problem which has received various solutions according to the nature of the laser under investigation. The question was initially considered in the framework of the development of the He-Ne laser [1], where the nature of the energy levels involved in laser action played a crucial role because the gain medium is made of atoms, which are very sensitive to magnetic fields. As new laser materials were discovered, the nature of the problem changed and each kind of laser material brings in new situations, from molecular gas lasers where the coherent pumping can introduce some anisotropy between the Zeeman sublevels [2] to ion-doped crystals in which the birefringence of the crystalline host plays a crucial role [3]. In this paper we report on polarisation dynamics of a microchip monomode laser with saturable absorber (μ LSA). The crystal host is YAG and the active and passive media are Nd^{3+} and Cr^{4+} ions respectively. The laser considered here is a system of practical use, especially when it is operated in the passive Q-switching regime, since it delivers sharp pulses relevant for applications such as Doppler lidars, rangefinders or low-cost injection sources. The recent industrial development of microchip lasers and the associated possibility of their mass production has strengthened the interest in understanding the dynamics of such lasers.

Surprisingly enough, the polarisation dynamics of the microchip LSAs has been investigated only recently. Their emission was considered as linearly polarised although some authors reported regimes with “unpolarised” or alternate polarisations [4], but they gave little information on the ways to control or predict these polarisation states. Indeed, because of the presence of the saturable absorber, the standard approach of polarisation dynamics much be enlarged, in particular to include the absorber variables. Two recent studies were devoted to detailed analysis of the polarisation of Q-switched Cr^{4+} , Nd^{3+} :YAG microchip laser [5,6]. Il'ichev et al. induced polarisation-bistability on such lasers and triggered polarisation switches by an external laser beam [5]. They described theoretically this bistability on the basis of a model in which they relate the polarisation ellipse azimuth to the populations of the Cr^{4+} centres groups [100] and [010]. The latter are coupled to the photon density and the population inversion in the active medium. Brunel et al. investigated both experimentally and theoretically the laser dynamics as a function of the relative orientation of the cavity phase anisotropies and the Cr^{4+} :YAG matrix orientation [6]. They observed laser emissions for which the pulses on two orthogonally polarised directions are in alternate or simultaneity regimes. They explained their observations on the basis of a rate equation model including

one population and one intensity variables associated with each of the two orthogonally polarised cavity eigenstates and three population variables associated with the three possible orientations for the absorber dipoles in the [111] cut YAG. Both studies were carried out with an unpolarised pumping. Here we have investigated the influence of the pump beam polarisation on the microchip dynamics, a problem which gained relevance from the realisation of monolithic structures in which the microchip laser is directly end-pumped by a diode laser.

Although YAG is an isotropic crystal, it appears that the azimuth of the pump polarisation is important because it sets the gain anisotropy in the active medium. In a Nd^{3+} :YAG microlaser, the polarisation of emission results from the interplay between this parameter and the refractive index anisotropy which determines the cavity eigenstates. This birefringence is induced by local stress. In a Cr^{4+} , Nd^{3+} :YAG laser, the saturable losses due to the Cr^{4+} ions introduce additional anisotropies, especially for the [111]-cut Cr^{4+} :YAG [7]. We emphasise in this work the competition between birefringence and loss anisotropy in two limit cases corresponding to whether the loss anisotropy dominates the birefringence or vice versa. More specifically, we show that the polarisation and the output power delivered by a μLSA exhibit qualitatively different dependencies on the pump polarisation in these two limit cases. The paper is organised as follows. We first present the laser characteristics and the diagnostic equipment. The experimental observations of the polarisation dynamics in the two limit cases discussed above are then presented. These results are compared in the last section to numerical simulations carried out on the basis of a model involving amplitude and phase for the fields description.

3) Experimental set-up.

The experiments have been carried out on microchip lasers designed by CEA-LETI. They are monolithic structures made of a set of a Nd^{3+} doped and a Cr^{4+} doped flat plates with mirrors ($T=90\%$ at 808 nm, $R = 99.5$ and 93% respectively at 1064 nm) deposited on both sides. The active medium is a YAG crystal doped with Nd^{3+} ions. The microlaser is pumped by a Titanium-Sapphire laser operating at 808 nm through a telescope ($\times 0.075$) and a series of half-wave plates and polarisers to obtain a linearly polarised laser beam of controlled intensity and azimuth. The pump beam waist in the microlaser is closed to $20\ \mu\text{m}$ and the laser threshold is obtained at about 150 mW.

This μ LSA operates in the passive Q-switching (PQS) regime and delivers typically 400 ps wide (FWHM) pulses at a rate of about several tens of kiloHertz depending on the pumping rate.

The microchip is mounted on translation stages so that different points of the chip may be used as lasing medium. This allows to select regions of the chip in which there is very little birefringence, or inversely to select those regions with maximum stress so that the cavity eigenmodes frequencies are well separated. The local birefringence is measured through the frequency splitting of the eigenmodes it induces. Because the laser emits very sharp pulses, its wide power spectrum must be considered when evaluating birefringence strength. For instance in the μ LSA experiments, a splitting of the order 0.5 GHz must be considered as small since for such a birefringence, the spectrums in the two polarisation eigenmodes strongly overlap. Therefore we will separate regions with small birefringence (eigenfrequency splitting less than 0.5 GHz) from those with large splitting (eigenfrequency splitting of 3-9 GHz typically). Note that the requirement for “weak” birefringence is here much less stringent than for standard Nd^{3+} :YAG lasers where the weak birefringence domain occurs at less than 10 MHz typically because these lasers have a much sharper spectral definition.

The optical spectrum of the laser output is monitored with a Fabry-Perot interferometer and its polarisation is analysed by a half-wave plate coupled to a polarised beam splitter with a rejection in the 10^{-2} - 10^{-3} range. High speed detectors (Thorlabs DET210) monitor laser emission in each polarisation channel and the average emitted power is measured with a standard powermeter (Ophir PD-300-3W).

4) Experimental results.

As previously mentioned, we have mostly considered the two limit cases of strong and weak birefringence. When birefringence dominates the other anisotropy phenomena, the eigenfrequencies of the two orthogonal eigenstates are well separated and it is expected that the laser dynamics can be understood in the basis of these eigenstates, with phenomena such as those encountered in two-mode lasers. On the other hand, when birefringence is weak, the frequencies associated with the polarisation eigenstates are quasidegenerate and the gain and loss anisotropies rule the dynamics while frequency effects are expected to be negligible. We explore here these two limits of polarisation dynamics by varying the azimuth of the pump polarisation, at the difference from previous studies where the pump was assumed to be unpolarised [5, 6]. Let us emphasize that we have no a priori knowledge of the position of

birefringence eigenaxis. Therefore all experiments reported hereafter were carried out by taking azimuth measurements with respect to an arbitrary fixed laboratory axis.

a) Strong birefringence.

This section reports on a series of experimental observations obtained for a eigenfrequencies splitting of 3 GHz, i.e. when birefringence dominates saturated loss anisotropy. For this given birefringence, the microlaser polarisation essentially depends on the pump polarisation and is independent of the orientation of the Cr⁴⁺:YAG crystal. The evolution of the laser polarisation and output power as the pump polarisation is rotated is displayed in Figure 1. The laser emits pulses which are linearly polarised along one of the two orthogonal directions corresponding to the eigenstates and negligible power in the other one (see Figures 2a and c). The ellipticity (squared), measured by the ratio of the power emitted in the two orthogonal directions, is negligible ($P_{\min}/P_{\max} \leq 10^{-2}$). The laser polarisation is linear and its azimuth presents two plateaus of about 90° as the pump polarisation is rotated by 180° as shown on Figure 1. Spectral analysis reveals that the laser is single frequency in the plateaus and that the difference between the emission frequencies associated with each plateau is close to 3 GHz. Between the two plateaus there is a small transition range -in the vicinity of 65° in the conditions of Figure 1- where the laser delivers pulses with alternating polarisation azimuths (see Figure 2b) and frequencies equal to those obtained in the single frequency regimes. The average emitted power varies by less than 4 % over the whole rotation range, which is comparable to the effects of technical variations of local gain.

In all experimental situations, the laser dynamics appears to be well described as resulting from the competition/alternation of pulses whose properties are those of the cavity polarisation eigenstates. The pump polarisation only acts to select the particular eigenstate in which the pulses are emitted, except in the small transition regions where the polarisation alternates.

b) Weak birefringence

In a weakly birefringent laser, the cavity eigenmodes are almost degenerate and gain anisotropy induced by the pump polarisation now competes with loss anisotropy of the absorber. As mentioned above, the later is characterised by three possible orientations for its dipoles, leading to three preferred directions associated with the YAG crystalline axes. Therefore the leading parameter is now the angle between the pump polarisation azimuth and a given crystallographic axis.

The evolution of the laser polarisation and intensity as the pump polarisation is rotated by 180° is given in Figure 3. This evolution is qualitatively different from that reported on Figure 1 since there is a continuous variation of the azimuth of the microlaser polarisation instead of polarisation switching. Moreover three 60° wide quasi plateaus separated by 60° are observed instead of the two 90° real plateaus shown on Figure 1. The ellipticity evolves with the same 60° periodicity as the polarisation plateaus of Figure 3. It remains weak since P_{\min}/P_{\max} varies from $5 \cdot 10^{-3}$ to $2 \cdot 10^{-2}$ and as a first approximation, the emission may be considered as linearly polarised. Similarly, the output power varies by less than 15 % and is minimum at the transition between plateaus. Observation of the time dependence shows no polarisation alternation, even in the transition regions between pseudo plateaus where the ellipticity is maximum. Therefore to a good approximation, the microlaser emission may be considered as linearly polarised in a direction selected by the absorber and the pump polarisation.

5) Model

In this section we present a model for the Cr^{4+} , Nd^{3+} :YAG microlaser and compare it with previous models for similar lasers. We then discuss the values of the parameters introduced in the model and eventually show the results of numerical simulations carried out in cases corresponding to experiments.

a) Discussion of the model

Self-pulsing in passively Q-switched microlasers is very well modelled in the framework of rate equations. Peterson et al. could obtain an excellent qualitative agreement with the experiments, to within 10% for a Cr^{4+} , Nd^{3+} :YAG microlaser [8]. Their model is essentially a set of three ordinary differential equations coupling the population inversion, the photon flux and the saturable absorber gain. When polarisation needs to be modelled, this approach should be completed to account for the angular dependence of the electric field.

Two models have been designed for describing the polarisation dynamics of μLSA 's. In the approach of Brunel et al., two sets of rate equations are coupled, one for each polarisation eigenstate with cross-saturation between these two components and three population inversions are added for the absorber, associated with each of the three species of dipoles [6]. Il'chev et al. only use a single rate equation for the gain medium and introduce only two absorber populations because the Cr^{4+} centres are in the [010] and [100] groups. In their model, the azimuth of the laser polarisation is a passive (slave) variable whose value is fixed by the other variables [5].

None of the above models may account for our experimental results. More specifically, we want to set up a model that should fit the observations on the polarisation dynamics in a passive Q-switching laser but also reproduce the polarisation dynamics of the simple Nd³⁺:YAG laser, i.e. in absence of absorber, with possible locking/unlocking between the two components of the laser field on the cavity eigenstates [9]. In that purpose, we have to introduce a model in which the relative phase between these two components is a dynamic variable. Moreover we must include the variations of the pump parameter as the azimuth of the pump polarisation is varied, since this is the main control parameter in the experiments presented above.

Therefore the model given hereunder uses a description of the active medium similar to that Khandokhin et al. introduced to describe the relaxation oscillation of the Nd-doped fiber laser [10] and add three population variables for the absorber as Brunel et al. [6]. For the gain (resp absorbing) medium, there are six [11] (resp three [6]) crystallographic sites with different local fields. For each site there is a preferred direction for the electric dipoles and therefore the interaction of the gain medium with the pump field depends on its azimuth. Similarly the coupling of the laser field with both gain and absorbing media is also azimuth dependent. The main consequence of these phenomena is that the induced medium polarisation is generally not collinear with the associated electric field. In the gain medium, two coefficients are introduced to characterize these effects, β_P (resp β_L) ($\beta_P, \beta_L < 1$) quantify this non proportionality of the field E_P (resp E_L) with the induced polarisation P_P (resp P_L) [11]

$$\begin{pmatrix} P_{P,L} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \beta_{P,L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{P,L} \end{pmatrix}$$

where the operator is expressed in the basis provided by the preferred site directions of the gain medium. In the absorbing medium, the corresponding anisotropy is very weak. For instance, its magnitude is related to the cross saturation coefficient which was shown to be as small as 0.03 by Camacho-Lopez et al. [7d]. Brignon also showed that it lead to very weak effects in degenerate four wave mixing [7b]. Therefore the angular dependence in the absorbing medium will be described only by the populations \overline{N}_P ($p = 1, 2$ or 3) of the three classes of sites.

Let us now present the different evolution equations associated with the gain and absorbing medium. In the gain medium, the discrete site distribution has been replaced by a continuous one. The sites are assumed to be homogeneously distributed and their orientations

measured by the angle α between the site preferred direction and the eigenaxis a of the cavity birefringence.

The population inversion of the site classes in the active medium $N(\alpha)$ depends on the azimuth α and its evolution is given by :

$$\frac{dN(\alpha)}{dt} = \gamma \left(A(\alpha) - N(\alpha) \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) + \frac{1}{2} (E_a^2 - E_b^2) (1 - \beta_L) \cos 2\alpha + E_a E_b (1 - \beta_L) \sin 2\alpha \cos \phi \right] \right)$$

$E_{a,b}$ are the amplitudes of the projections of the electric field on each of the cavity polarisation eigenmodes a and b which are assumed to be linear, and ϕ is the relative phase of these two projections. γ is the medium decay rate. $A(\alpha)$ is the pump parameter which also depends on the orientation. In case of a linearly polarised pump, it may be written as

$$A(\alpha) = A \left(\cos^2(\Psi_P - \alpha) + \beta_p \sin^2(\Psi_P - \alpha) \right)$$

where Ψ_P is the angle between the pump azimuth and birefringence axis a .

As in [10], $N(\alpha)$ is developed in Fourier series as:

$$N(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left(N_0 + 2N_c \cos 2\alpha + 2N_s \sin 2\alpha \right) + \dots$$

The associated evolution equations for the population variables N_0 , N_c , et N_s are:

$$\begin{aligned} \frac{dN_0}{dt} &= \gamma \left\{ A_0 - N_0 \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) \right] - N_c \left[\frac{1}{2} (E_a^2 - E_b^2) (1 - \beta_L) \right] - N_s \left[(E_a E_b) (1 - \beta_L) \cos \phi \right] \right\} \\ \frac{dN_c}{dt} &= \gamma \left\{ A_c - N_0 \left[\frac{1}{4} (E_a^2 - E_b^2) (1 - \beta_L) \right] - N_c \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) \right] \right\} \\ \frac{dN_s}{dt} &= \gamma \left\{ A_s - N_0 \frac{1}{2} \left[(E_a E_b) (1 - \beta_L) \cos \phi \right] - N_s \left[1 + \frac{1}{2} (E_a^2 + E_b^2) (1 + \beta_L) \right] \right\} \end{aligned}$$

where the Fourier components of the pumping rate A_0 , A_c et A_s are given by:

$$A_0 = A (1 + \beta_p) ; \quad A_c = \frac{A}{2} (1 - \beta_p) \cos 2\Psi_P ; \quad A_s = \frac{A}{2} (1 - \beta_p) \sin 2\Psi_P$$

The absorber population equations are

$$\frac{d\bar{N}'_p}{dt} = \bar{\gamma} \left\{ \bar{A}_p - \bar{N}_p \left(1 + \bar{a} \left(E_a^2 \cos^2 \bar{\theta}_p + E_b^2 \sin^2 \bar{\theta}_p + E_a E_b \cos \phi \sin 2\bar{\theta}_p \right) \right) \right\}$$

where $\bar{\gamma}$ is the inverse lifetime of the excited state of the absorber, $\bar{\theta}_p$ is the angle between the dipoles of the class p ($p = 1, 2$ or 3) and the axis a taken as a reference

($\bar{\theta}_2 = \bar{\theta}_1 + 120^\circ$ and $\bar{\theta}_3 = \bar{\theta}_1 + 240^\circ$), \bar{A}_p is a constant proportional to the number of absorbers in the direction of the class p and \bar{a} is the relative saturability of the absorber. It reads

$$\bar{a} = \frac{\sigma_{gs} \gamma}{\sigma_G \bar{\gamma}}$$

where σ_G and σ_{gs} are the cross sections for the laser and the absorber transitions.

As the three crystallographic axes are equivalent, the three dipole classes have identical populations in the absence of radiation and the populations \bar{A}_p are equal ($\bar{A}_p = \bar{A}$) where \bar{A} may be written as a function of physical parameters as :

$$\bar{A}_p = \bar{A} = n_{p0} \sigma_{gs} \bar{l} \frac{c}{2n(\bar{l} + l)\kappa} = \frac{2}{3} \ln(1/T_0) \frac{c}{2n(\bar{l} + l)\kappa}$$

where n_{p0} is the number of dipoles in class p per unit volume, κ is the cavity decay rate, \bar{l} and l are the absorber and amplifier lengths. $n_{p0}\sigma_{gs}$ is calculated from the transmission T_0 of the chromium layer in absence of saturation [12].

Finally, the evolution of the electric field components and their relative phase is given by :

$$\begin{aligned} \frac{dE_a}{\kappa dt} &= \left(N_0(1 + \beta_L) + N_c(1 - \beta_L) - 1 - \sum_p \bar{N}_p \cos^2 \bar{\theta}_p \right) E_a + \left(N_s(1 - \beta_L) - 0.5 \sum_p \bar{N}_p \sin 2\bar{\theta}_p \right) E_b \cos \phi \\ \frac{dE_b}{\kappa dt} &= \left(N_0(1 + \beta_L) - N_c(1 - \beta_L) - 1 - \sum_p \bar{N}_p \sin^2 \bar{\theta}_p \right) E_b + \left(N_s(1 - \beta_L) - 0.5 \sum_p \bar{N}_p \sin 2\bar{\theta}_p \right) E_a \cos \phi \\ \frac{d\phi}{\kappa dt} &= \left[\Delta - \left(N_s(1 - \beta_L) - 0.5 \sum_p \bar{N}_p \sin 2\bar{\theta}_p \right) \begin{pmatrix} E_a & E_b \\ E_b & E_a \end{pmatrix} \sin \phi \right] \end{aligned}$$

$\Delta = \frac{2\pi\Delta\nu}{\kappa}$, where $\Delta\nu$ is the eigenfrequency splitting.

The models introduced by Bielawski et al. [13] and by Brunel et al. [6] correspond to the limit situation where the continuous distribution used here is replaced by a discrete distribution along the two orthogonal directions. Compared with these models we have neglected the loss anisotropy of the crystalline host since it is negligible in monolithic YAG microlasers. It could be reintroduced without any difficulty if ever microlasers with strong loss anisotropies were used. The coupling terms arising from the population gratings introduced in [10] also disappear because the microchip laser operates on a single longitudinal mode.

b) Discussion of the parameter values

This model has seven dynamical variables and seven parameters, plus the field cavity lifetime which scales time. They are namely, β_L , β_P , γ , $\bar{\gamma}$, A , \bar{A} and \bar{a} in addition to the pump polarisation azimuth. Obviously, it is too complicated for analytical investigations. Therefore we restricted ourselves to numerical simulations with parameter values corresponding to the particular μ LSA under investigation as discussed in the following.

The lifetimes of the active levels, the absorbing ones and the field inside the cavity are relatively well known from previous works or calculated as 240 μ s [14], 3 μ s [7d, 7e] and 200 ps respectively.

The absorber saturability \bar{a} and population \bar{A} have been calculated from the absorber and active medium relaxation constants, their cross sections σ_G and σ_{gs} and the transmission of the chromium layer [7d, 7e] as 0.1 and 3.4 respectively. In fact \bar{a} is not well determined because of large uncertainties in σ_G and σ_{gs} . The particular value of \bar{a} has been chosen so as to reproduce the fast rise/slow fall of the PQS pulses.

The pump anisotropies β_L and β_P which measure the pump induced anisotropies on the lasing and the pumping transition have been determined as $\beta_L = 0.69$ and $\beta_P = 0.8$ from measurements on Nd^{3+} :YAG microchip lasers [9]. As already mentioned by Esherick and Owyong, the difference in these two values strongly depends (through β_P) on the spectral characteristics of the pump radiation [15].

The pump parameter A_0 has been set equal at the experimentally measured value, i.e. 2.2 times the threshold value which is calculated as $A_0 \cong \frac{1 + 1.5 \bar{A}}{1 + \beta_L} = 3.6$.

Let us recall that Ψ_L and Ψ_P which are the laser and pump polarisation azimuths respectively, refer to angles measured with respect to the a-axis of the cavity anisotropy. These angles correspond to experimental measures respectively within a constant rotation offset.

6) Numerical simulations

The constants discussed above have been used to perform numerical simulations in the case of weak and strong birefringence. More precisely the difference between the eigenstates frequencies $\Delta\nu$ is fixed as 0, 3 and 6 GHz respectively. The first two values correspond to the experiments. The last one has been used to reach the situation in which the overlapping of the pulses spectrum in the two eigenmodes is quite negligible. If this condition is fulfilled for a splitting of 3 GHz in experiments, it requires a twice-larger value in numerical simulation

because the calculated pulse width is 200 ps instead of the 400 ps measured experimentally and therefore the scaling for Δv is different. It should be noticed that the pulses period is also not well reproduced for calculated values of \bar{a} , A and \bar{A} . This is not surprising since this period critically depends on the distance from the bifurcation at which the limit cycles originate. Note that, except for \bar{a} , all the parameter values have been obtained from measurements and there is no additional free parameter. Better agreement on the pulse duration could be obtained at the expense of losing the pulse asymmetry or accepting unphysical values for the parameters (e.g. much larger cavity lifetimes). Therefore we have chosen as few free parameters as possible for checking the limits of the model.

In the case of strong birefringence the influence of the azimuth of the pump polarisation on the laser characteristics depend on the orientation of the crystallographic axes with respect to birefringence eigenaxes which is unknown experimentally. Therefore two series of simulations have been performed, corresponding to situations in which the role of this orientation is extremal. On the one hand, when one of the crystallographic axes are oriented at 45° with respect to the eigenaxes ($\bar{\theta}_1 = 45^\circ$), the anisotropy of the saturable losses does not introduce any unbalance between these two directions, and its effect is minimum. On the other hand, when any of the crystallographic axes is oriented along one of the eigenaxes ($\bar{\theta}_1 = 0$), it introduces the maximum unbalance between them. Any experimental situation should correspond to an intermediate case between these two extreme situations.

In the following, the field amplitudes E_a and E_b and their relative phase ϕ given by simulations allow to calculate the evolution of the experimentally accessible quantities, namely the power emitted, the laser polarisation azimuth and the ellipticity squared.

a) Strong birefringence

The simulations were first carried out for a splitting $\Delta v = 6$ GHz for which the frequencies of the two polarisation eigenstates are clearly separated. The results obtained for $\bar{\theta}_1 = 0$ and $\bar{\theta}_1 = 45^\circ$ are shown on Figures 4 and 5 respectively. In both cases, the ellipticity remains small ($P_{\min}/P_{\max} < 10^{-2}$) therefore the laser operates essentially on a single mode. As the direction of the pump polarisation is rotated, the laser suddenly switches from one mode to the other for $\Psi_p = 45^\circ$ and 135° . We also obtain that

- the laser polarisation coincides with one of the eigendirections of the cavity and it exhibits two plateaus over a 90° range separated by 90° .

- the output power is constant within 2% over each plateau. As expected the emitted powers in the two eigenmodes is the same when $\bar{\theta}_1 = 45^\circ$ but they depart from 15% when one crystallographic axis coincides with an eigendirection ($\bar{\theta}_1 = 0^\circ$).
- the ellipticity is much smaller for a pump oriented along a crystallographic axis ($e^2 \sim 10^{-5}$ for $\bar{\theta}_1 = 0^\circ$, see Figure 4) than when it is at 45° ($e^2 \sim 7 \cdot 10^{-3}$, see Figure 5).

The correspondence between the experimental observations and the simulations for $\bar{\theta}_1 = 45^\circ$, in particular the 4% variation of the emitted power and the small but measurable ellipticity indicates that in our experiments $\bar{\theta}_1$ must be close to 45° .

The agreement is excellent with the time averaged series. Numerical simulations also reproduce quite well the μ LSA dynamics. More specifically, the analysis of the time dependence of the PQS pulses show alternating pulses in the transition region which extends over about 1° . In the plateaus the emission essentially occurs in one eigen-polarisation, nevertheless a residual pulse of very small intensity is also observed in the orthogonal direction. Observation of the behaviour with a high temporal resolution shows that the amplitude of this residual pulse is modulated at a frequency equal to that of the mode beating, which was observed experimentally by Brunel et al. [6].

Given these results, it is interesting to compare then with those obtained with the experimental value ($\Delta\nu = 3$ GHz). When similar simulations are carried out for this smaller birefringence, the results are qualitatively equivalent to the preceding case as shown in Figure 6, except for slight quantitative discrepancies (i) there are again two plateaus in the laser azimuth but they appear at 5° and 85° instead of 0° and 90° , (ii) the ellipticity displays small but noticeable jumps as the laser polarisation switches from one direction to the other one. These findings are consistent with a stronger coupling between the two polarisation eigenmodes. As mentioned earlier, the pulse duration in the simulation (200 ps) becomes comparable with the inverse of the frequency splitting and therefore emission spectrum in the two polarisation eigenmodes overlap in the pulsed regimes of the μ LSA. In the time domain, the amplitude modulation of the pulses disappears since the duration of the pulses (200 ps FWHM) is smaller than the period of the possible beat.

b) Weak birefringence

The simulations have been carried out in the situation of negligible birefringence $\Delta\nu = 0$ with all other parameters equal to those selected for the previous section and the two limit cases for

the crystal orientation $\bar{\theta}_1 = 0^\circ$ and 45° have been considered (Figures 7a and 7b). They are in excellent agreement with the experimental observation and in particular: (i) the laser operates on a single optical frequency, (ii) the three quasi plateaus separated by 60° are reproduced with the continuous transition between them. Note that one transition coincides with the crystallographic axis of the active medium, i.e. 0° and 45° in Figures 7a and 7b respectively, (iii) the output power exhibits variations of the order of 15% with minima in the transition regions as observed in the experiments.

In these regimes the laser polarisation is mostly governed by the anisotropy of the saturable absorber. For $\bar{\theta}_1 = 0^\circ$, the directions such that the laser azimuth is equal to 30° , 90° and 150° are favored. Figure 5 shows that as expected, the absorption is maximum when the azimuth of the laser polarization is aligned along one of the crystallographic axes of $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$. Then the plateaus, which correspond to favored directions for emission, are obtained for the minimum absorptions, which occur when the laser polarisation is oriented along the bisector of two crystallographic axes, i.e. perpendicularly to the third one.

The model introduced here may be considered as both an extension and a simplification of previously discussed ones. It is more complicated than others mostly through two essential ingredients (i) the phase difference between the electric fields in both polarizations is explicitly introduced as a dynamical variable and (ii) the pump induced anisotropy must be introduced in case of polarised pumping. It is simpler than some of the previous ones because only one longitudinal mode is used for the decomposition of the laser electric field which is valid for microchip lasers.

7) Conclusion

Pumping a microchip laser by a polarised diode laser induces gain and saturation anisotropy through both the pumping and emitting transitions. When the microchip contains a saturable absorber layer, the gain anisotropy competes with the loss anisotropy associated with the saturated absorption and also with the phase anisotropy produced by e.g. stress-induced birefringence. Laser emission then occurs along preferred directions depending on which factor dominates the other ones. In the situations of strong birefringence, the laser emission occurs in one and only one of the cavity eigenstates while for weak enough birefringence, the polarization azimuth roughly follows that of the pump with some lag depending on the orientation of the absorber crystallographic axes. All these observations are well reproduced by a model of the microchip LSA which is a combination of previously developed models and accounts for pump induced anisotropy and keeps the possibility of phase dynamics between

different polarization modes. Such a model provides a good basis for explaining the observations made on arrays of coupled microlasers containing saturable absorbers.

The Commissariat à l'Energie Atomique-Laboratoire d'Electronique, de Technologie et d'Instrumentation is gratefully acknowledged for providing us with the microchip lasers used in this study. We benefited from discussions with F.Bretenaker, D. Dangoisse, T. Erneux, D. Hérisson and Ph. Thony. The Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules is Unité Mixte de Recherche de l'Université de Lille I et du Centre National de la Recherche Scientifique. The Centre d'Etudes et de Recherches sur les Lasers et Applications is supported by the Ministère de la Recherche, the Région Nord-Pas de Calais and the Fonds Européen de Développement Economique des Régions.

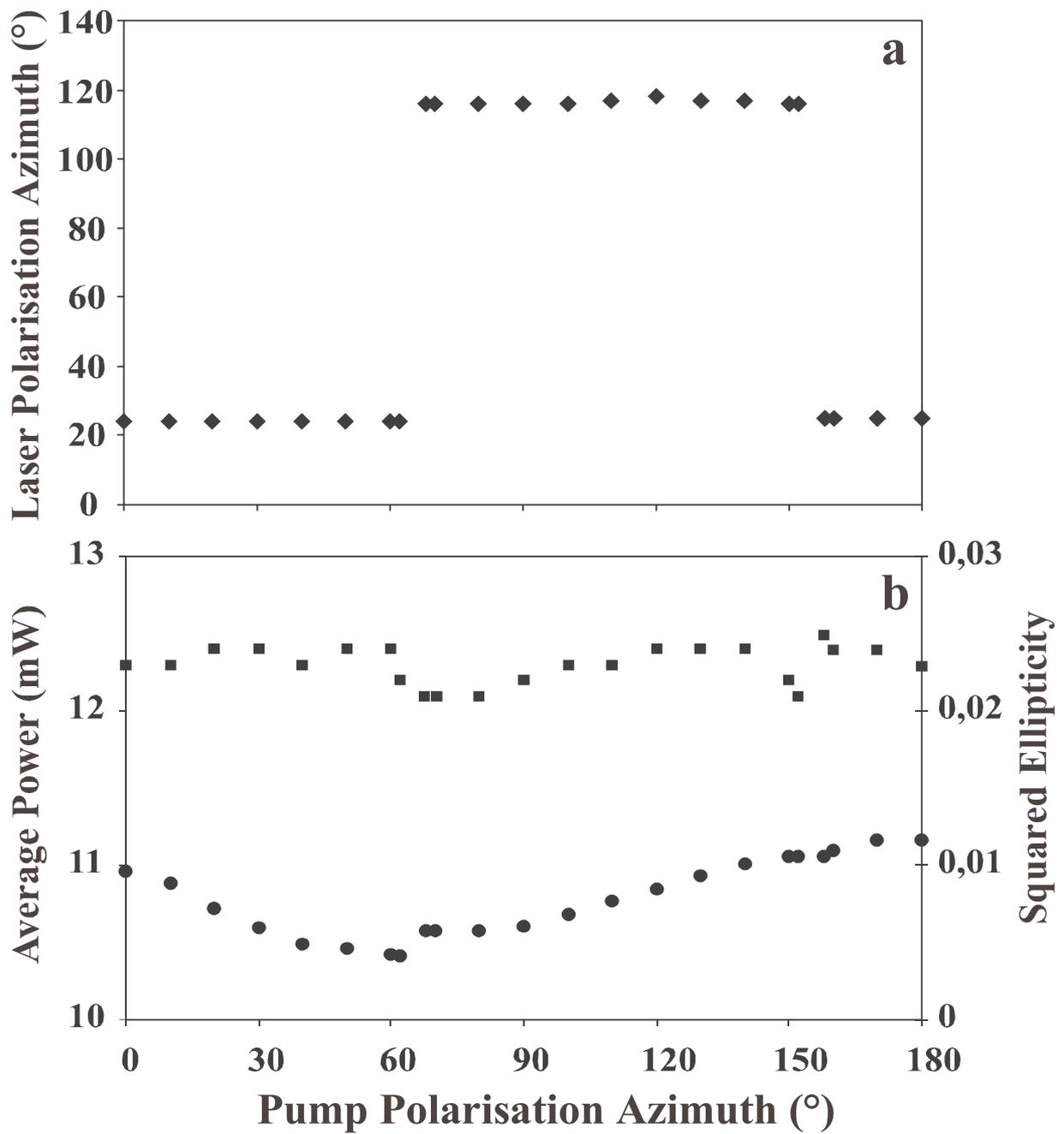


Figure 1 : Evolution (a) of the polarisation direction and (b) of the (■) average power and (●) squared ellipticity of the microchip laser versus the polarisation azimuth of the pump laser in the case of strong birefringence. Experimental results (pump power = $2.2 \times$ threshold power; mode detuning = 3 GHz).

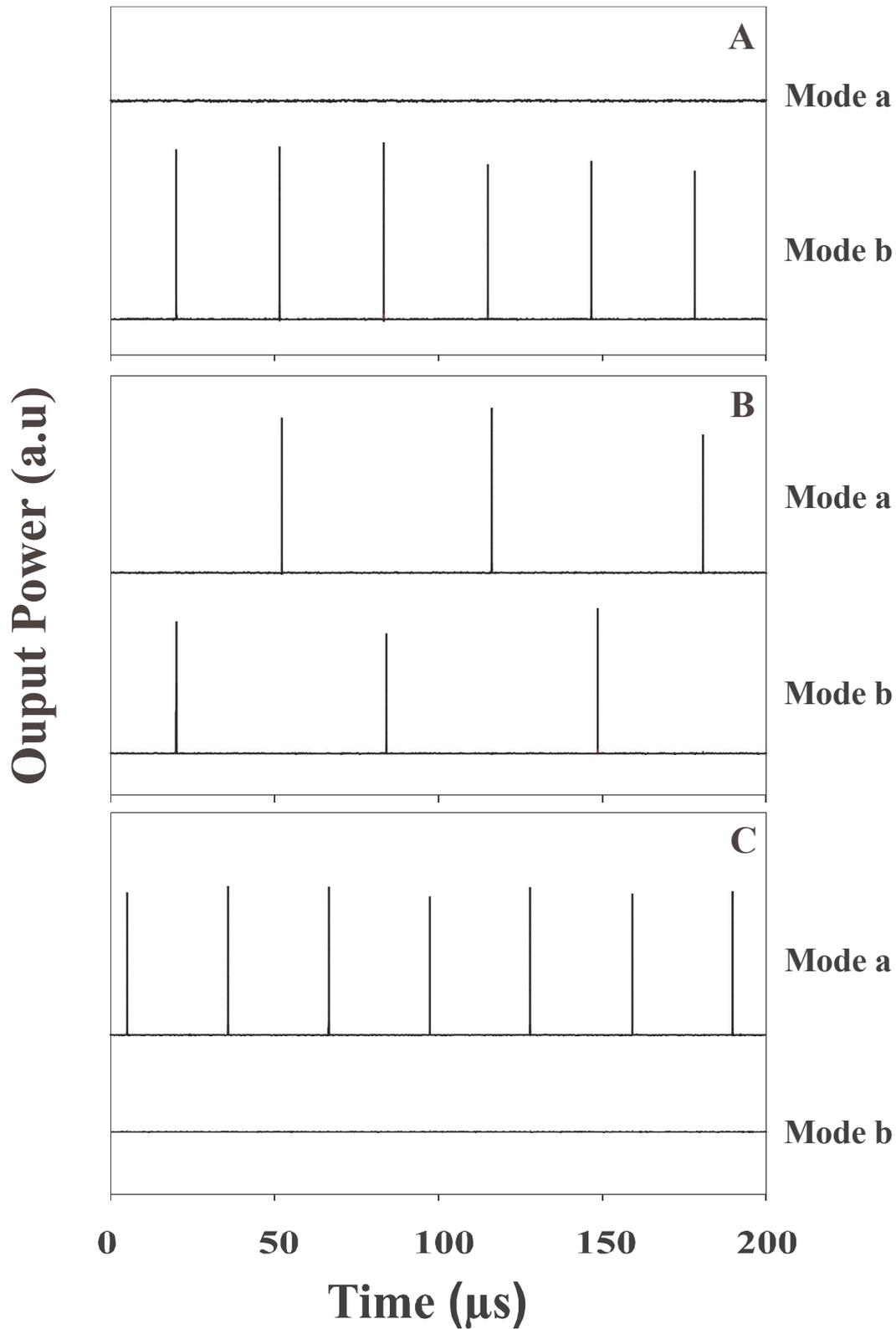


Figure 2 : Passive Q-switching pulses in the plateau (A and C, single polarisation) and in the transition region (B, alternating polarizations). Modes a and b correspond to linear polarisations along the cavity eigenmodes. The irregularities in the amplitude are due to the sampling technique.

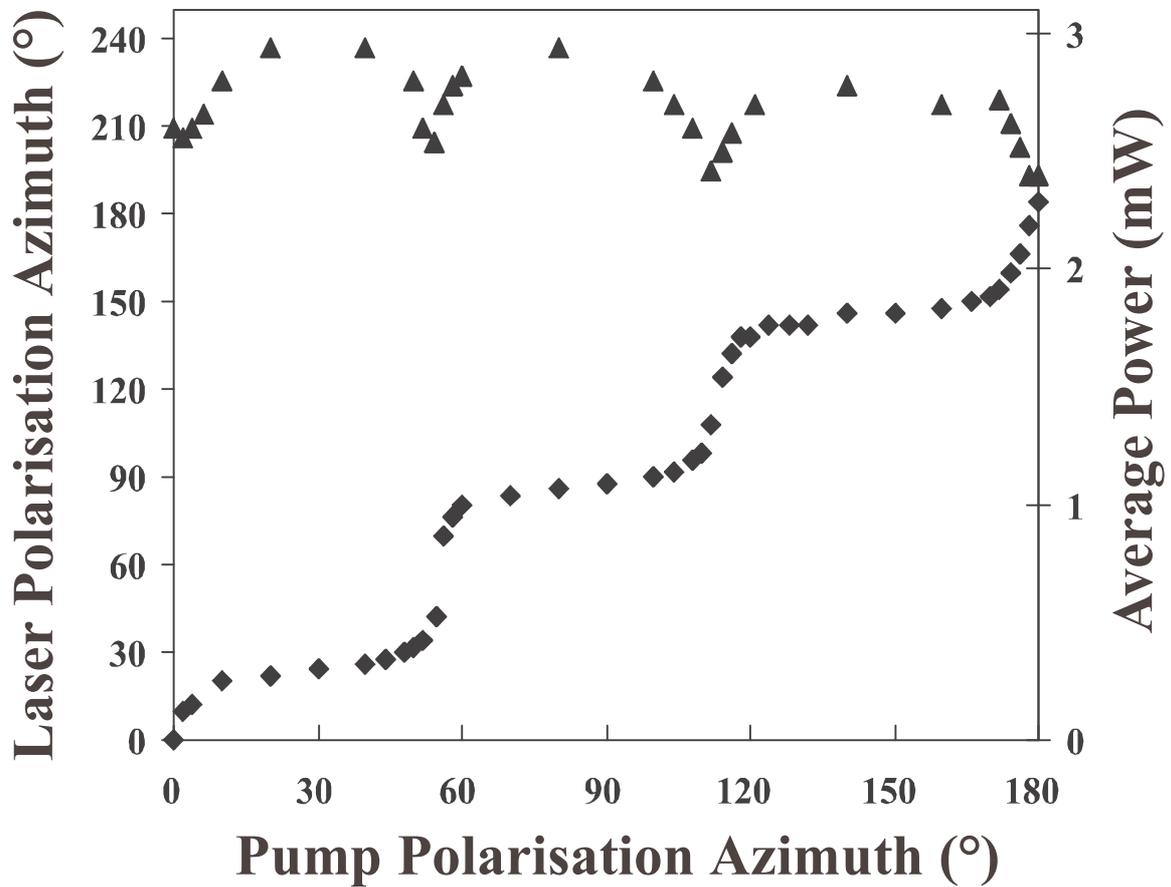


Figure 3 : Evolution (◆) of the polarisation azimuth and (▲) the average power of the microchip laser versus the pump polarisation azimuth in the case of weak birefringence. Experimental results (same conditions as figure 1 except for the location on the microchip).

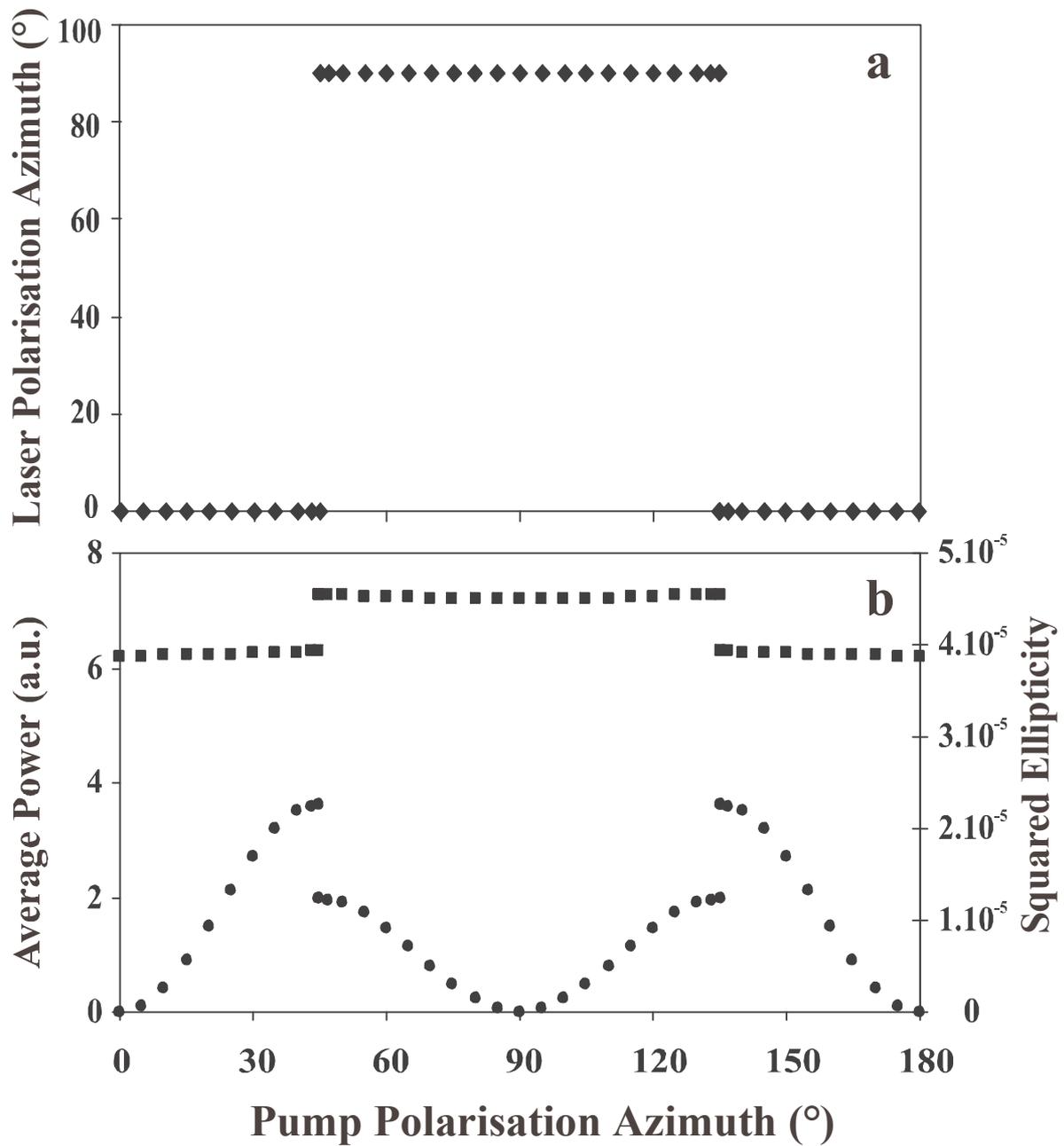


Figure 4 : Evolution (a) of the polarisation direction and (b) of the (■) average power and (●) squared ellipticity of the microchip laser the versus the pump polarisation azimuth in the case of strong birefringence. Numerical simulations with a birefringence corresponding to $\Delta\nu = 6$ GHz and one crystallographic axis aligned along one of the birefringence eigenaxes ($\bar{\theta}_1 = 0^\circ$).

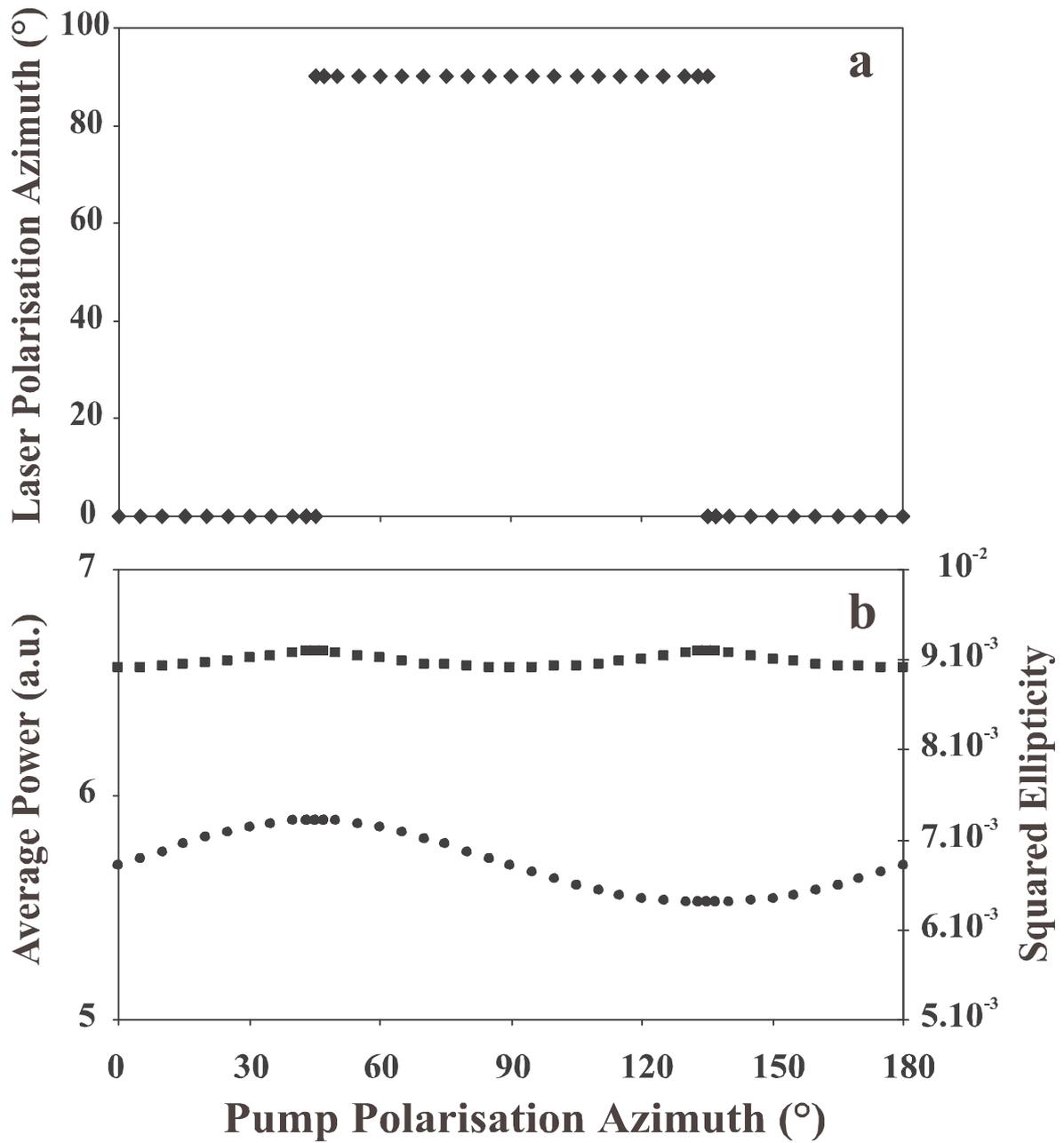


Figure 5 : Evolution (a) of the polarisation direction and (b) of the (■) average power and (●) squared ellipticity of the microchip laser versus the pump polarisation azimuth in the case of strong birefringence for $\bar{\theta}_1 = 45^\circ$. Numerical simulations with a birefringence corresponding to $\Delta\nu = 6$ GHz.

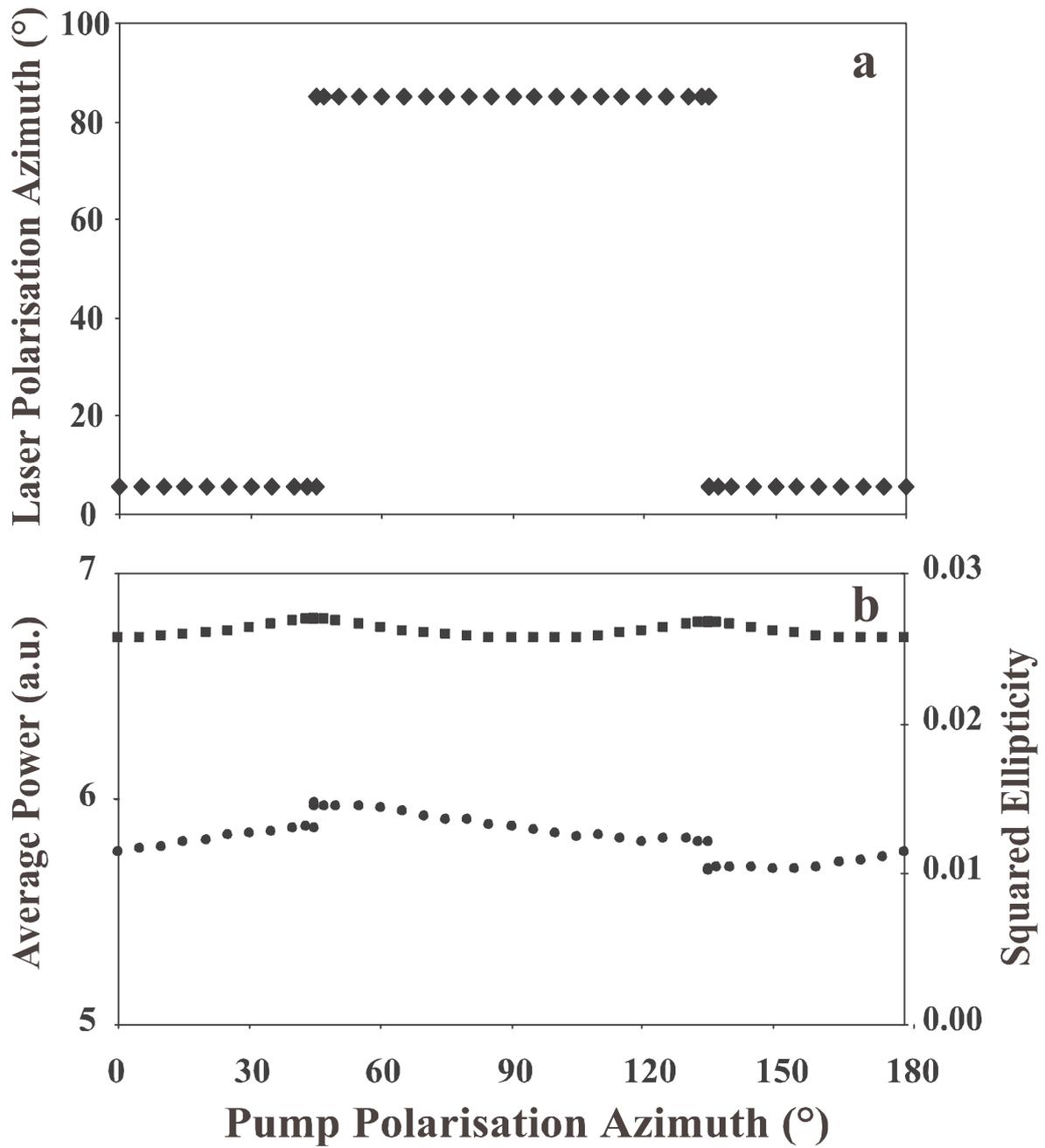


Figure 6 : Same as Figure 5 except for $\Delta\nu = 3$ GHz.

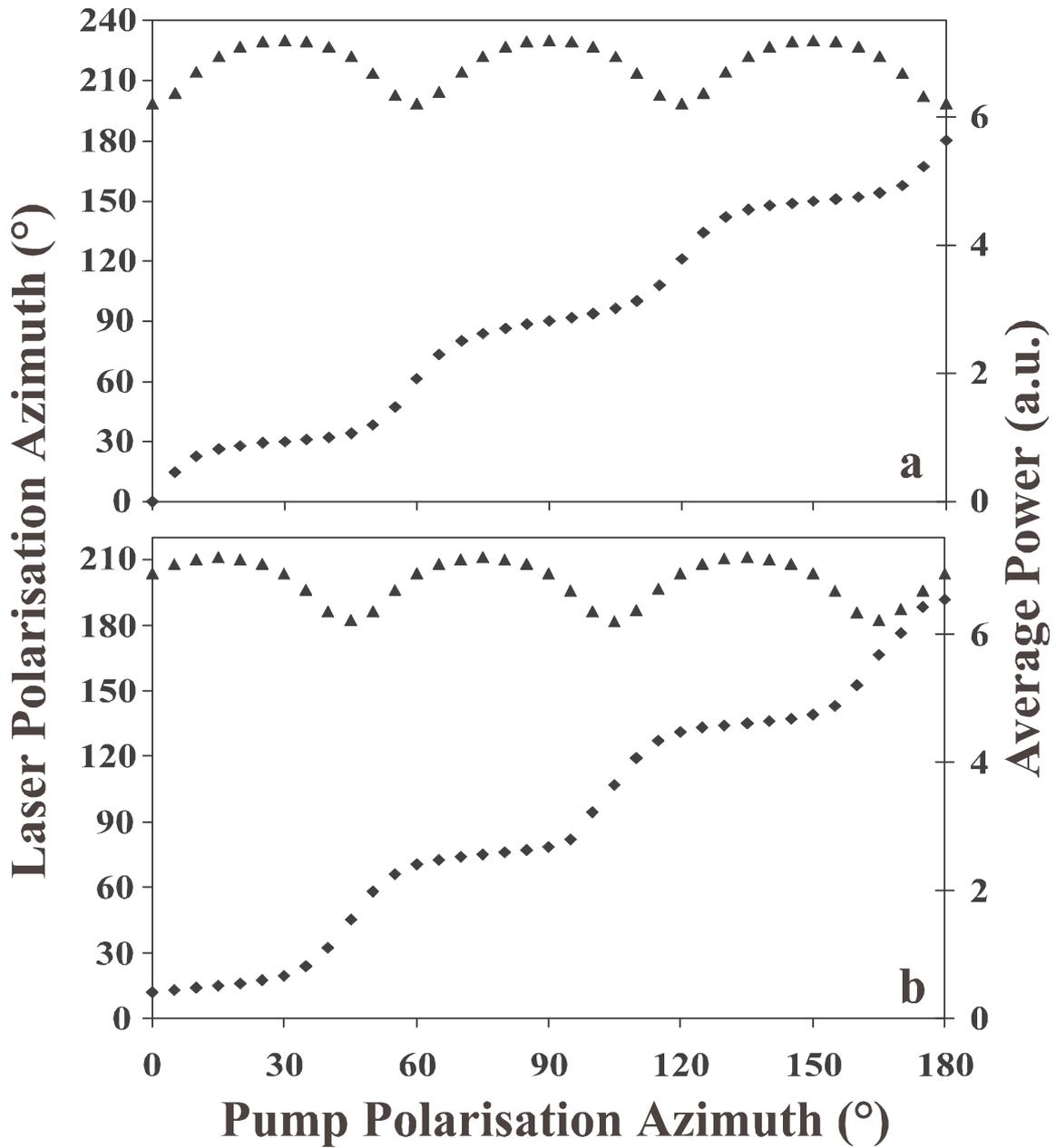


Figure 7 : Evolution (\blacklozenge) of the polarisation direction and (\blacktriangle) of the microchip laser average power versus the pump polarisation azimuth in the case of weak birefringence ($\Delta v = 0$).

Numerical simulations for (a) $\bar{\theta}_1 = 0^\circ$, (b) $\bar{\theta}_1 = 45^\circ$.

References

- [1] W. Culshaw and J. Kannelaud “Coherence effects in gaseous lasers with axial magnetic fields I. Theoretical” Phys. Rev. 141, 228 (1966).
- W. Van Haeringen “Polarization properties of a single-mode operating gas laser in a small axial magnetic field” Phys. Rev. 158, 256 (1967).
- M. Sargent III, W.E. Lamb Jr and R.L. Fork “Theory of a Zeeman laser II.” Phys. Rev. 164, 450 (1967).
- D. Lenstra “On the theory of polarization effects in lasers.” Phys. Rev. 59, 299 (1980).
- A. LeFloch, G. Ropars, J. Lenormand and R. LeNaour, “Dynamics of laser eigenstates”. Phys. Rev. Lett. 52, 918 (1984).
- A.D. May and G. Stephan “Stability of polarized modes in a quasi-isotropic laser.” J. Opt. Soc. Am. B6, 2355 (1989).
- G.I. Kozin, I.P. Konovalov, V.V. Petrov and E. D. Protsenko “Competition between two modes of a gas laser with controlled ellipticity of the polarizations.” Sov. J. Quant. Electron. 20, 1206 (1990).
- [2] D. K. Mansfield, L.C. Johnson and A. Mendelsohn “Observation of intracavity polarization modulation in an optically pumped far-IR laser.” Appl. Opt. 18, 3717 (1979).
- R. Corbalan, R. Vilaseca, M. Arjona, J. Pujol, E. Roldan and G.J. de Valcarcel “Dynamics of coherently-pumped lasers with linearly polarized pump and generated fields.” Phys. Rev. A48, 1483 (1993).
- [3] M. Brunel, O. Emile, M. Alouini, A. Le Floch and F. Bretenaker, “Experimental and theoretical study of longitudinally monomode vectorial lasers.” Phys. Rev. A59, 831 (1999).
- P. Dekker and J. M. Dawes “Pulsed output from a dual-polarization cw dioded-pumped Nd:YAG laser.” J. Opt. Soc. Am. B15, 247 (1998).
- J. W. Czarske, H. Mueller “Birefringent Nd:YAG microchip laser used in heterodyne vibrometry.” Opt. Comm. 114, 223 (1995).
- [4] P. Yankov “Cr⁴⁺:YAG Q-switching of Nd: host oscillators.” J. Phys. D27, 1118 (1994).
- H. Liu, O. Hornia, Y.C. Chen and S-H. Zhou, “Single-frequency Q-switched Cr-Nd:YAG laser operating at 946 nm wavelength.” I.E.E.E. J. Sel. Top. Quant. Electron. QE-3, 26 (1997).
- N.N. Il’chev, A.V. Kir’yanov, E. S. Gulyamova and P.P. Pashini “Influence of the nonlinear anisotropy of absorption in a passive Cr⁴⁺:YAG switch on the energy and polarisation characteristics of a neodymium laser.” Quant. Electron. 27, 298 (1997).

- [5] V. Kir'yanov, V. Aboites and N.N. Il'ichev "A polarisation-bistable neodymium laser with a Cr^{4+} :YAG passive switch under the weak resonant signal control." *Opt. Comm.* **169**, 309 (1999).
- [6] M. Brunel, O. Emile, M. Vallet, F. Bretenaker, A. Le Floch, L. Fulbert, J. Marty, B. Ferrand and E. Molva "Experimental and theoretical study of monomode vectorial lasers passively Q-switched by Cr^{4+} :YAG." *Phys. Rev.* **A60**, 4052 (1999).
- [7] (a) M. I. Dykman and G. G. Tarasov "Saturation of absorption and rotation of polarization of radiation by local vibrations in cubic crystals." *Sov. Phys. JETP* **45**, 1181 (1977).
N.N. Il'chev, A.V. Kir'yanov, P.P. Pashinin and S.M. Shpuga "Investigation of nonlinear-absorption anisotropy in YAG: Cr^{4+} ." *JETP* **78**, 768 (1994).
- (b) A. Brignon "Anisotropic properties of pulsed four-wave mixing in Cr^{4+} :YAG saturable absorber" *J. Opt. Soc. Am.* **B13**, 2154, (1996).
- (c) M. J. Damzen, S. Camacho-Lopez and R. P. M. Green "Wave-mixing and vector phase conjugation by polarization-dependent saturable absorption in Cr^{4+} :YAG." *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2894 (1996).
- (d) S. Camacho-Lopez, R.P.M. Green, G.J. Crofts and M. J. Damzen "Intensity-induced birefringence in Cr^{4+} :YAG." *J. Mod. Opt.* **44**, 209 (1997).
- (e) H. Eilers, K. R. Hoffman, W. M. Dennis, S. M. Jacobsen and W. M. Yen "Saturation of 1.064 μm absorption in $\text{Cr,Ca:Y}_3\text{Al}_5\text{O}_{12}$ crystals." *Appl. Phys. Lett.* **61**, 2958 (1992).
- [8] P. Peterson, A. Gavrielides, M.P. Sharma and T. Erneux "Dynamics of passively Q-switched microchip lasers." *I.E.E.E. J. Quant. Electron.* **35**, 1247 (1999).
- [9] G. Bouwmans, B. Segard and P. Glorieux, unpublished
- [10] P. A. Khandokhin, Ya. I. Khanin, Yu. Mamaev, N. Milovskii, E. Shirokov, S. Bielawski, D. Derozier and P. Glorieux, "Low-frequency dynamics of class B laser with two elliptically polarised modes." *Quant. Electron.* **28**, 502 (1998).
- [11] R. Leners and G. Stephan "Rate equations analysis of a multimode, bipolarization Nd^{3+} doped fiber laser." *Quant. Semiclass. Opt.* **7**, 757 (1995).
- [12] X. Zhang, S. Zhao, Q. Wang, Q. Zhang, L. Sun and S. Zhang "Optimization of Cr^{4+} -doped saturable absorber Q-switched lasers." *I.E.E.E. J. Quant. Electron.* **33**, 2286 (1997).
Z. Burshtein, P. Blau, Y. Kalisky, Y. Shimony and M. R. Kokta "Excited state absorption studies of Cr^{4+} ions in several garnet host crystals." *I.E.E.E. J. Quant. Electron.* **34**, 292 (1998).
- [13] S. Bielawski, D. Derozier and P. Glorieux "Antiphase dynamics and polarization effects in the Nd -doped fiber laser." *Phys. Rev.* **A46**, 2811 (1992).

[14] S. Singh, R. G. Smith and L. G. Van Uitert “Stimulated emission cross-section and fluorescent quantum efficiency of Nd³⁺ in yttrium aluminium garnet at room temperature.” Phys. Rev. B10, 2566 (1974).

G.J. Spühler, R. Paschotta, R. Fluck, B. Braun, M. Moser, G. Zhang, E. Gini and U. Keller “Experimentally confirmed design guidelines for passively Q-switched microchip lasers using semiconductor saturable absorbers.” J. Opt. Soc. Am. B 16, 376 (1999).

[15] P. Esherick and A. Owyong “Polarization effects in laser-pumped Nd:YAG lasers.” SPIE Proc. 912, Pulsed single-frequency lasers: technology and applications, 2 (1988)

III) Etude de deux microlasers $\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ couplés

Dans cette dernière partie, nous présentons une étude préliminaire du couplage de deux microlasers à absorbant saturable qui a motivé les travaux précédents et qui est à notre connaissance complètement originale.

Plus précisément, nous discutons ci-dessous de la dynamique des polarisations accompagnant la synchronisation de deux microlasers $\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ pompés par deux faisceaux lasers de polarisations linéaires perpendiculaires.

1) Montage expérimental

Comme dans le paragraphe précédent, le pompage est assuré par un laser saphir-titane. Les deux faisceaux de polarisations orthogonales sont obtenus à l'aide d'un montage classique utilisant deux cubes séparateurs de polarisation. Précisons que deux lames $\lambda/2$ à 808 nm permettent de régler indépendamment l'intensité de chaque faisceau.

La partie analyse du montage expérimental est représentée schématiquement

Figure **III-13**. Un soin particulier a été apporté à la séparation des faisceaux émis par les deux lasers, ce qui a été réalisé grâce à un choix adéquat des convergences des lentilles L_1 et L_2 . La lentille (L_1) de focale 76 mm collimate les deux faisceaux tout en faisant diverger leur axe de propagation de façon à pouvoir les séparer spatialement (cf. chapitre II) et ainsi étudier simultanément la polarisation des deux lasers. La lentille L_2 de 200 mm de focale, placée entre les deux cubes C_0 et C_1 , évite une trop grande séparation des faisceaux ce qui permet d'envoyer simultanément les deux faisceaux sur le Perot-Fabry.

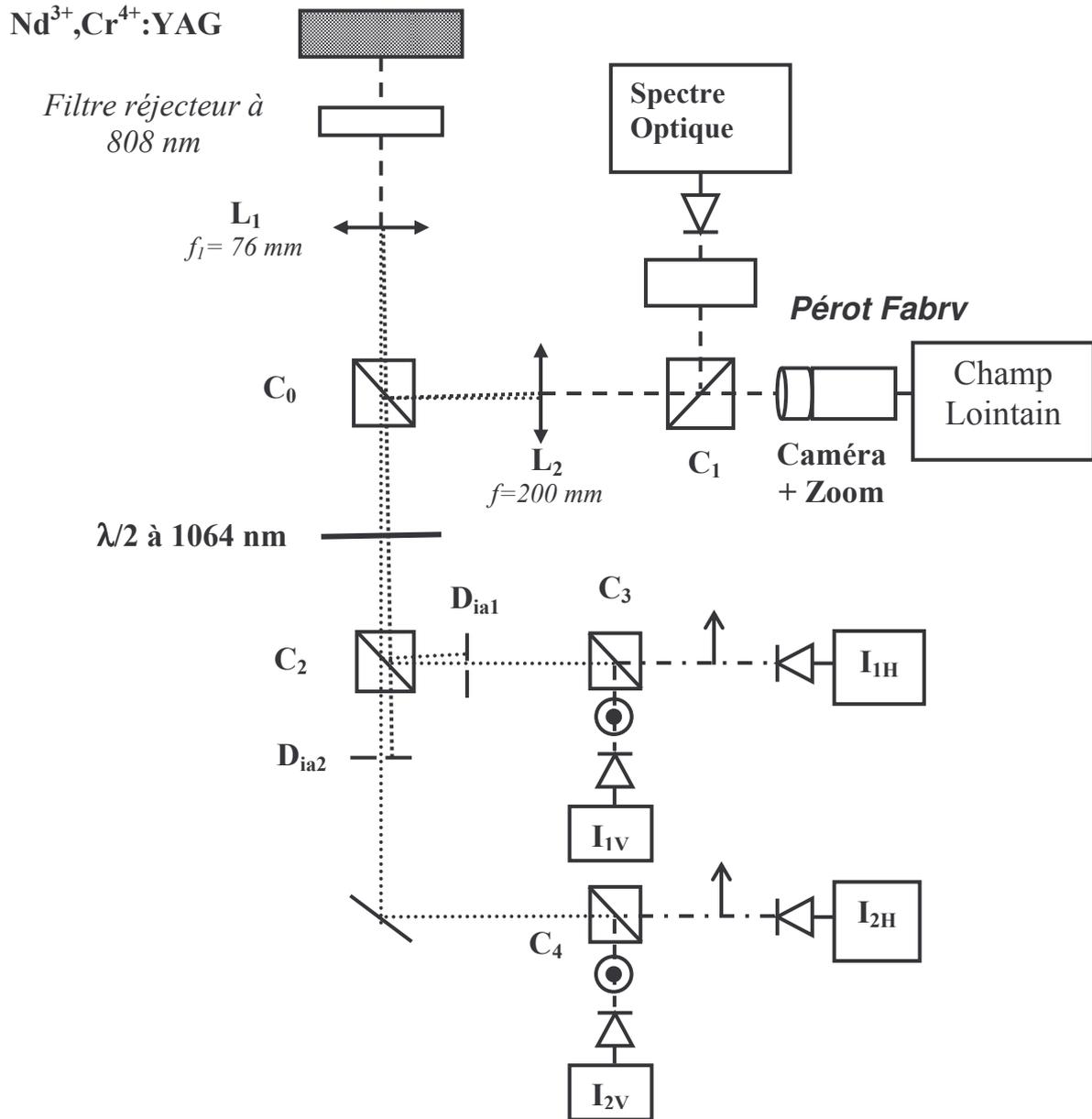


Figure III–13 : Dispositif d'analyse de la dynamique de deux microlasers $\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ couplés (C_0, C_1 et C_2 = cubes séparateurs de faisceaux ; C_3 et C_4 = cubes séparateurs de polarisations ; D_{ia} = diaphragme)

2) Comportements observés

La modélisation d'un tel système sur la base du modèle utilisé pour la description d'un microlaser unique est très complexe. Elle nécessiterait l'introduction de 19 équations différentielles non linéaires couplées : 9 pour chaque laser à absorbant saturable plus une équation pour la différence de phase entre les lasers. Aux paramètres liés aux anisotropies (Δ , β_L et β_P), il faut ajouter le désaccord de fréquence entre les lasers et les coefficients de

couplage entre les lasers liés au gain, à l'indice de réfraction et à l'absorbant saturable. Il est donc illusoire d'extraire du modèle tel quel des résultats analytiques. Compte tenu des paramètres expérimentaux libres, les simulations sont trop lourdes pour être profitables. On adopte donc ici un point de vue différent. On considère chaque microlaser à absorbant saturable comme un système dynamique vectoriel et on explore la dynamique de deux systèmes vectoriels pulsés et couplés.

Quand deux systèmes périodiques sont couplés, ils peuvent se synchroniser [123] si leurs fréquences sont dans un rapport rationnel, c'est à dire si les périodes T_1 et T_2 de répétition des impulsions des deux lasers L_1 et L_2 sont telles que : $T_1 = \frac{p}{q} T_2$ avec p et q entiers. Ce type de synchronisation est ici retrouvé pour des distances d entre lasers typiquement inférieures à 150 μm , mais il est enrichi par des effets liés à la polarisation.

Pour une distance entre lasers fixée, deux paramètres apparaissent comme déterminants pour la synchronisation des deux microlasers à absorbant saturable en régime impulsionnel, à savoir d'une part la différence $pT_2 - qT_1$ entre multiples de leurs périodes de répétition et d'autre part l'écart entre leurs fréquences optiques ν_{L2} (Laser2) et ν_{L1} (Laser1). Si cet écart est suffisamment grand, aucune synchronisation n'est possible même si les périodes de répétition des deux lasers sont quasi identiques.

Nous présentons ici une série d'expériences réalisées sur deux microlasers fonctionnant en régime pulsé avec des périodes de répétition voisines et où l'on modifie le taux de pompage d'un des lasers (laser1) de façon à explorer le voisinage de la synchronisation. La distance entre lasers est de 110 μm (4 fois le rayon de pincement des faisceaux émis) et on a choisi une zone du cristal où la biréfringence de la cavité est prépondérante. On observe successivement les trois régimes suivants.

a) Lasers non synchronisés

La Figure III-14 illustre ce cas : les deux lasers émettent des impulsions indépendantes, polarisées linéairement et orthogonalement (H pour le laser L_1 et V pour le laser L_2). Chaque laser émet donc dans un des modes propres de polarisation de sa cavité ; les modes d'émission étant sélectionnés par la polarisation des pompes, ils sont donc orthogonaux.

L'écart de fréquences entre les deux lasers a été estimé à l'aide du Perot-Fabry à environ 1,5 GHz. Le champ lointain observé à la caméra présente alors un profil proche d'une gaussienne correspondant à la somme des deux faisceaux lasers indépendants.

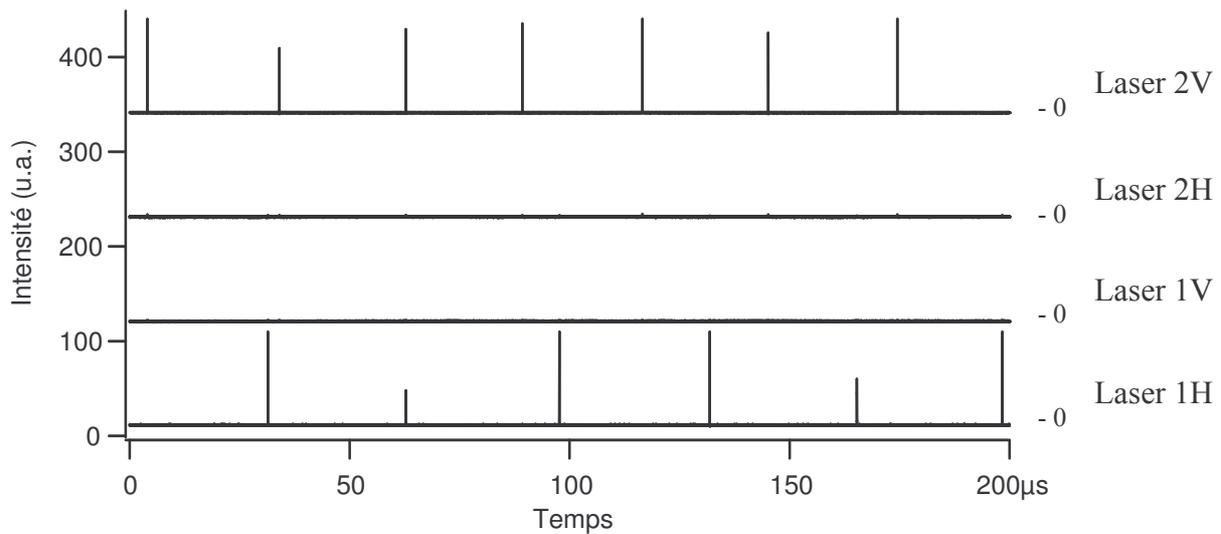


Figure III–14 : *Intensité émise pour chaque laser dans les deux directions de polarisations perpendiculaires H et V lorsque les lasers ne sont pas synchronisés.*

(Taux de pompages : $1,9 < A_1 < 2$ et $A_2 = 2$; Périodes de répétition : $T_1 = 33 \mu\text{s}$ et $T_2 = 28 \mu\text{s}$)

b) Synchronisation simple

En diminuant légèrement le taux de pompage du Laser 1 ($A_1 = 1,9$) on obtient la synchronisation entre les deux lasers qui est représenté Figure III–15. Les deux périodes de répétition des lasers sont alors identiques ($T_1 = T_2$). La polarisation du laser L_1 a basculé de 90° et les impulsions synchrones ont même polarisation. Le spectre optique présente deux composantes distantes d'environ 1 GHz (valeur typique de la demi-largeur à mi-hauteur des composantes). La structure du faisceau en champ lointain est caractérisée par la présence d'un système de franges semblable à celui observé pour les microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$ couplés et révélateur de la cohérence entre les deux lasers. La réduction du pompage du Laser 1 a d'une part augmenté la différence entre les périodes de répétition des deux lasers isolés (T_1 augmente par rapport à T_2) mais a d'autre part réduit l'écart entre les fréquences optiques des lasers à cause des effets thermiques (cf. chapitre I). C'est a priori la diminution de ce désaccord de fréquence qui a permis la synchronisation des impulsions des deux lasers.

L'originalité de ce cas réside dans le fait que deux lasers initialement polarisés orthogonalement peuvent émettre, si le couplage est suffisamment important, des impulsions synchronisées caractérisées par une même direction de polarisation. Ainsi le couplage via le milieu amplificateur et l'absorbant saturable permet à un des lasers d'émettre selon une polarisation orthogonale à celle qui possède le maximum de gain lorsqu'il est isolé.

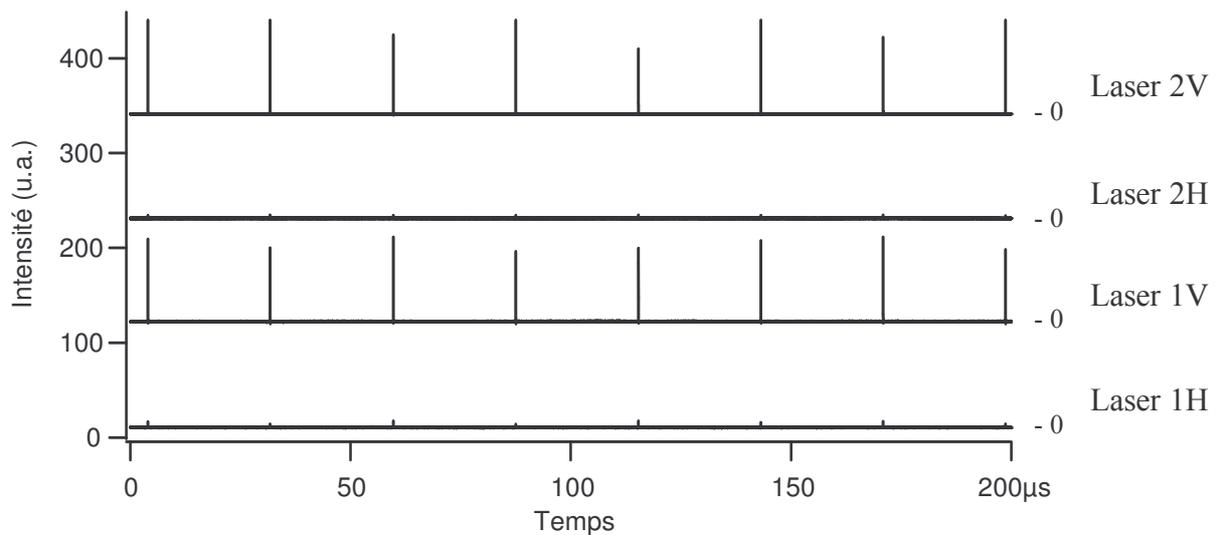


Figure III-15 : Exemple de l'intensité émise par les deux lasers dans les deux directions *H* et *V* lorsque les lasers sont synchronisés

(Taux de pompages : $A_1 = 1,9$ et $A_2 = 2$; Périodes de répétition : $T_1 = T_2 = 28 \mu s$).

c) Synchronisation harmonique

Lorsqu'on réduit suffisamment A_1 ($A_1 = 1,7$), la synchronisation se produit avec un rapport des périodes différent de 1, on observe alors que la polarisation d'un des deux lasers bascule uniquement lorsque les impulsions des deux lasers sont émises simultanément.

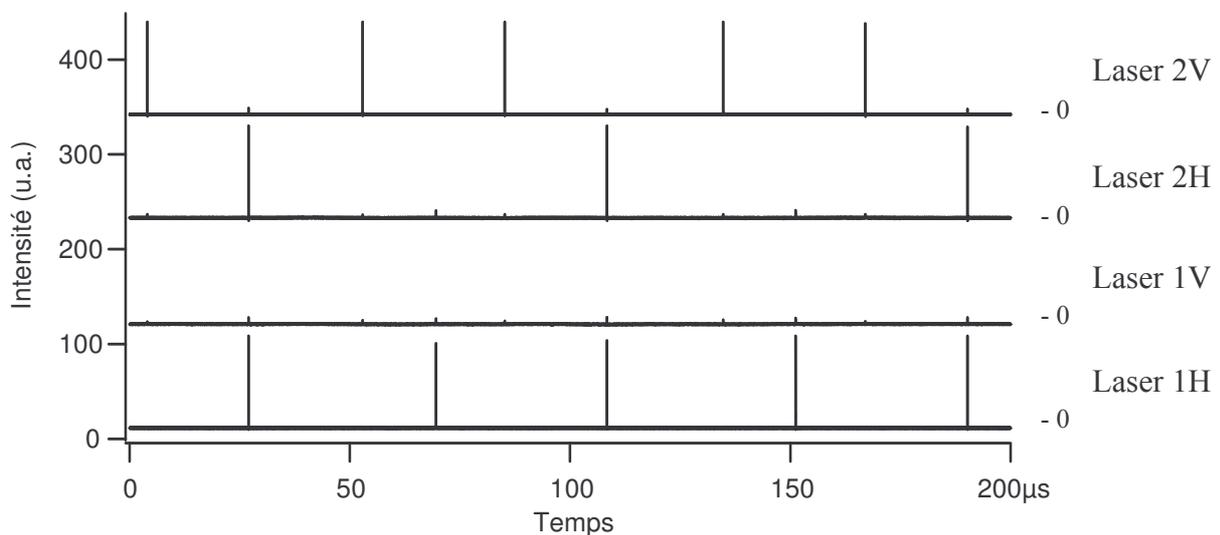


Figure III-16 : Intensité émise par chaque laser dans les deux directions de polarisation *H* et *V* dans la cas d'une synchronisation harmonique

(Taux de pompages : $A_1 = 1,7$ et $A_2 = 2$; Périodes de répétition : $2T_1 = 3T_2$)

La Figure III–16 illustre un tel exemple où $2T_1 = 3T_2$. Le spectre optique ne permet pas de distinguer les fréquences associées à chacun des lasers car elles sont trop proches. A partir du taux de variation de la différence $\nu_{L2} - \nu_{L1}$ en fonction du taux de pompage A_1 , nous pouvons estimer cet écart à environ - 0,5 GHz. Dans cet exemple, c'est la polarisation du laser L_2 qui bascule lorsque les impulsions des deux lasers sont émises simultanément (et uniquement pour ces impulsions). On peut remarquer, sur le laser L_2 , une légère diminution de l'intervalle entre impulsions au moment de la synchronisation. L'impulsion émise par le laser L_1 sature partiellement l'absorbant du laser L_2 ce qui provoque la croissance anticipée de l'impulsion de ce dernier [123].

Le mécanisme de sélection du laser dont la polarisation bascule n'est pas clairement déterminé. Plusieurs facteurs sont susceptibles d'affecter ce choix. Le premier est la puissance relative des lasers. Mais d'autres facteurs doivent être incriminés puisque dans l'exemple de la Figure III–15 c'est le laser le moins pompé qui voit sa polarisation basculée tandis que pour la Figure III–16 c'est cette fois-ci le laser le plus pompé dont la polarisation est modifiée. La modification du désaccord entre les cavités vides des lasers lors du changement de polarisation (à cause de la biréfringence) peut également jouer un rôle dans la détermination du laser dont la polarisation bascule. Ainsi il est possible que ce désaccord entre les cavités vides diminue lorsqu'un des lasers change de polarisation alors qu'il augmenterait si c'était le cas pour l'autre laser. De même, la dépendance spectrale du gain peut également influencer sur ce choix même si elle est a priori très faible pour la gamme de désaccord qui nous intéresse (cf. chapitre I).

En conclusion la synchronisation des impulsions des lasers ne peut se produire que si les conditions suivantes sont réunies

- la distance entre les lasers est inférieure à 150 μm soit environ 6 fois le rayon de pincement des faisceaux émis.

- l'écart de fréquence entre les deux lasers est inférieur ou de l'ordre de grandeur de la largeur du spectre d'émission des lasers (~ 1 GHz).

- les périodes de répétition des impulsions satisfont à la relation $T_1 \cong \frac{p}{q} T_2$

En régime synchronisé, les impulsions émises simultanément par les deux lasers possèdent la même polarisation alors que les autres impulsions ont des polarisations

orthogonales. Toutefois le mécanisme qui sélectionne le laser dont la polarisation bascule n'est pas déterminé et nécessite des investigations expérimentales complémentaires.

Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire s'intègrent dans le cadre général de l'étude des oscillateurs couplés. Deux aspects ont été abordés qui concernent, d'une part la dynamique du couplage de deux microlasers placés au sein d'une même galette, et d'autre part la dynamique des interactions entre modes de polarisation dans les microlasers YAG présentant de faibles anisotropies.

L'étude expérimentale du système de deux lasers continus couplés par proximité a permis de mettre en évidence et de caractériser trois types de régimes dynamiques différents: i) lasers quasi indépendants, ii) instabilités périodiques et chaotiques et iii) verrouillage de phase entre les lasers, régimes observés successivement à mesure que les deux cavités lasers ont des résonances de plus en plus proches. La force de notre dispositif expérimental réside, à la fois dans la possibilité qu'il offre de faire varier de façon indépendante deux paramètres clés de la dynamique du couplage, à savoir le désaccord de fréquences entre lasers et la distance qui les sépare, mais aussi dans la mise en place de moyens de diagnostic complémentaires (structure en champ lointain ou proche, spectre optique et basse fréquence, évolution temporelle de l'intensité émise par chaque laser).

Grâce à ceux-ci on a pu mettre en évidence une forte asymétrie des signaux par rapport au signe du désaccord de fréquences, laquelle révèle la nature complexe du coefficient de couplage entre lasers alors que les études antérieures adoptaient un coefficient soit réel, soit imaginaire pur.

Le modèle développé pour rendre compte des caractéristiques du couplage reproduit de façon remarquable l'ensemble des résultats expérimentaux et cela alors que tous les paramètres ont été mesurés directement ou indirectement, c'est à dire sans paramètre ajustable.

En particulier, en régime quasi indépendant, les solutions analytiques asymptotiques de ce modèle ont permis d'élaborer une méthode fiable de mesure du coefficient de couplage. Cette méthode est principalement basée sur la caractérisation, notamment en fonction du désaccord, des oscillations à la fréquence de battement alors observées sur l'intensité des deux lasers.

Une étude détaillée du couplage a permis d'associer la partie réelle du coefficient de couplage au recouvrement entre les modes des lasers et le profil non uniforme du gain, tandis

que la partie imaginaire est liée aux variations d'indice induites par les effets thermiques liés au pompage. L'expression analytique du coefficient de couplage permet de reproduire quantitativement la dépendance non uniforme de ses parties réelle et imaginaire en fonction de la distance entre les lasers.

L'ensemble de ces résultats, publiés par ailleurs [124], doit servir de tremplin à l'étude de systèmes plus complexes mettant en jeu plusieurs lasers (3, 4 et davantage), répartis suivant des motifs géométriques simples (droite, triangle équilatéral, carré, hexagone...). Au-delà de l'analyse des mécanismes de couplage internes au réseau de microlasers ainsi constitué, on peut également envisager l'étude de la propagation d'une perturbation appliquée localement sur un laser (modulation d'un des faisceaux de pompe) ou des effets liés à l'introduction d'un défaut géométrique. Les résultats obtenus constituent également une base d'informations intéressantes pour le développement industriel de système compact de réseaux de microlasers pompé par un ensemble de diodes.

L'étude détaillée de la dynamique de polarisation de microlasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ a clairement mis en évidence le rôle crucial de la biréfringence liée aux contraintes locales et de l'anisotropie de gain induite par un faisceau de pompe polarisé linéairement. Grâce à cette étude quantitative nous avons pu clarifier l'influence de la polarisation de la pompe sur l'émission laser qui lorsqu'elle est abordée dans la littérature, reste confuse car basée sur des résultats expérimentaux parfois contradictoires.

Lorsque la biréfringence de cavité joue un rôle prépondérant, le laser émet sur les modes propres de la cavité de fréquences différentes et de polarisations linéaires orthogonales. A fort taux de pompage, les deux modes coexistent indépendamment de la direction Ψ_p de la polarisation de la pompe. Pour des taux de pompage modérés, le laser peut être bimode ou monomode selon la valeur de Ψ_p . Dans ce dernier cas le mode oscillant est sélectionné par l'anisotropie du gain. Lorsque la biréfringence décroît, les fréquences des deux modes deviennent voisines et le laser présente des comportements analogues à ceux des microlasers couplés par proximité (instabilités de grandes amplitudes).

Dans le cas du laser $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ [1,1,1], l'anisotropie introduite par l'absorbant saturable s'ajoute à la biréfringence et à l'anisotropie du gain. La dynamique de polarisation du laser, comme précédemment conduite par l'anisotropie du gain, résulte de la compétition entre les deux autres types d'anisotropie. Lorsque l'anisotropie de l'absorbant domine, le laser oscille sur un unique mode de polarisation quasi linéaire. Cette polarisation présente trois

directions privilégiées séparées de 60° et orthogonales aux axes cristallins. Le passage d'une direction à une autre s'effectue continûment. Au contraire, lorsque la biréfringence l'emporte, il n'existe plus que deux directions privilégiées : les directions orthogonales associées aux axes propres de la biréfringence. Le laser émet alors dans l'un ou l'autre des modes propres de polarisation de la cavité. Dans les zones de transition, le laser émet alternativement selon ces deux modes.

D'un point de vue théorique, les effets de polarisation sont décrits par un modèle unique qui rend compte de l'évolution temporelle des composantes du champ sur les axes propres de la biréfringence ainsi que celle de leur phase relative. La description de l'anisotropie du gain a nécessité l'introduction de deux coefficients β_P et β_L associés respectivement à l'anisotropie d'absorption du faisceau de pompe et de l'émission laser. L'anisotropie de l'absorbant saturable est prise en compte grâce à l'introduction de 3 inversions de populations associées aux 3 axes cristallins.

Appliqué sous forme réduite au cas du laser $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$, ce modèle possède des solutions analytiques approchées qui donnent accès à l'ensemble des paramètres du système (en particulier β_P et β_L). Les résultats expérimentaux sont alors très fidèlement reproduits. Dans le cas du laser à absorbant saturable, si la relative simplicité du modèle ne permet pas de reproduire quantitativement toutes les grandeurs expérimentales, notamment la période et la durée des impulsions, celui-ci s'avère toutefois très performant pour la reproduction de la dynamique de polarisation.

Nous avons également abordé l'étude expérimentale du couplage entre deux microlasers $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ pompés avec des polarisations linéaires orthogonales. Si en absence de couplage les deux lasers émettent suivant des polarisations perpendiculaires, la dynamique associée au couplage est caractérisée par la synchronisation des impulsions des deux lasers qui s'accompagne du changement de polarisation d'un des lasers.

La richesse des régimes observés dans ces conditions incite à une étude plus poussée des différents régimes dynamiques et d'abord de leurs conditions d'apparition. Le modèle développé pour la description des lasers $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$ et $\text{Nd}^{3+},\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$, par la qualité de l'accord obtenu, constitue une base solide pour la modélisation d'un tel système.

Bibliographie

- [1] W. Streifer, M. Osinski, D.R. Scifres, D.F. Welch, and P.S. Cross, “Phased-array lasers with a uniform, stable supermode”, *Appl. Phys. Lett.* **49** (22), 1496-1498 (1986)
- [2] L.J. Mawst, D. Botez, and T.J. Roth, “High-power, diffraction-limited-beam operation from diode-laser phase-locked arrays operating in coupled first-order modes”, *Appl. Phys. Lett.* **53** (14), 1236-1238 (1988).
- [3] G.A. Evans, N. W. Carlson, J.M. Hammer, M. Lurie, J.K. Butler, S.L. Palfrey, R. Amantea, L.A. Carr, F.Z. Hawrylo, E.A. James, C.J. Kaiser, J.B. Kirk, W.F. Reichert, S.R. Chinn, J.R. Shealy, and P.S. Zory, “Coherent, monolithic two-dimensional (10*10) laser arrays using grating surface emission”, *Appl. Phys. Lett.* **53** (22), 2123-2125 (1988).
- [4] C.D. Nabors, A. Sanchez, and A. Mooradian, “High-power, continuous-wave, Nd :YAG microchip laser array”, *Opt. Lett.* **17** (22), 1587-1589 (1992).
- [5] R. Waarts, D. Nam, S. Sanders, J. Harrison, and B.J. Dinerman, “Two-dimensional Er :YSGG microlaser array pumped with a monolithic two-dimensional laser diode array”, *Opt. Lett.* **19** (21), 1738-1740 (1994).
- [6] H. Laabs, B. Ozygus, “The influence of transverse structures on the coupling of solid-state lasers”, *Opt. Las. Technol.*, **29** (7), 401-406 (1997)
B. Ozygus, H. Laabs, “Gain-induced Coupling of Solid-state Lasers”, *Chaos, Solitons & Fractals*, **4** (8/9), 1559-1572 (1994)
- [7] L.Fabiny,P.Colet,R.Roy, “Coherence and phase dynamics of spatially coupled solid state-lasers”, *Phys.Rev. A*,(5),4287-4296 (1993)
- [8] J. Xu, K.K. Lee, Y.C. Chen, “Phase locking in a two-element laser array with detuning”, *Opt.Comm.***117**, 198-206 (1995)
- [9] M. Oka, H. Masuda, Y. Kaneda, and S. Kubota, “Laser-Diode-Pumped Phase-Locked Nd :YAG Laser Arrays”, *IEEE J. Quant. Electron.*, **QE-28** (4), 1142-1147 (1992).

- [10] J. Wilson, J.F.B Hawkes, “Lasers: Principles and Applications”, Prentice Hall, p152 (1987)
W. Weingartner, K. Schroder, D. Schuocker, “Phase locking of CO₂ lasers”, *Appl. Opt.* **40** (15), 2453-2460 (2001)
- [11] J. W. Czarske, H. Mueller, “Birefringent Nd:YAG microchip laser used in heterodyne vibrometry”, *Opt. Commum.* **114**, 223-229 (1995).
- [12] M. Brunel, F. Bretenaker, A. Le Floch, “Tunable optical microwave source using spatially resolved laser eigenstates”, *Opt. Lett.* **22**(6), 287-387 (1997)
- [13] C. He, D. K. Killinger, “Dual polarization modes and self-heterodyne noise in a single-frequency 2.1 μm microchip Ho,Tm:YAG laser”, *Opt. Lett.* **19**(6), 396-397 (1994).
- [14] A. Winfree, “The Geometry of Biological time”, Springer-Verlag, Berlin (1990)
K. Bar-Eli, *Physica D* **14**, 242 (1985)
M. Kawato, R. Suzuki, *J. Theor. Biol.* **86**, 547 (1980)
A. Barone and G. Paterno, “Physics and Applications of the Josephson Effect”, John Willey & Sons (1982)
E Mosekilde, “Topics in non linear dynamics: Applications to Physics, Biology and Economy Systems”, World Scientific (1996)
- [15] N. MacKinnon, B.D. Sinclair, “Pump power induced cavity stability in lithium neodymium tetrphosphate (LNP) microchip lasers”, *Opt. Comm.* **94**(4), 281-288 (1992)
- [16] Didier Dangoisse, Daniel Hennequin, Véronique Zehnlé-Dhaoui, “Les lasers”, Dunod, Paris (1998)
- [17] S. Bielawski, D. Derozier, P. Glorieux, “Antiphase dynamics and polarization effects in the Nd-doped fiber laser”, *Phys. Rev. A* **46**(5), 2811-2822 (1992)
- [18] A.E. Siegman, “Lasers”, University Science Books, Mill Valley CA, 1986, p 465
- [19] G.L. Bourdet, G. Lescroart, “Theoretical modelling and design of a Tm:YVO₄ microchip laser”, *Opt. Comm.* **149**, 404-414 (1998)
- [20] H. Kogelnik, “On the Propagation of Gaussian Beams of Light Through Lenslike Media Including those with a Loss or Gain Variation”, *Appl. Opt.* **4**(12), 1562-1569 (1965)
- [21] T.Y. Fan, “Aperture guiding in quasi-three-level lasers”, *Opt. Lett.* **19**(8), 554-556 (1994)

- [22] T. Taira, A. Mukai, Y. Nozawa, T. Kobayashi, "Single-mode oscillation of laser-diode-pumped Nd:YVO₄ microchip lasers", *Opt. Lett.* **16**(24), 1955-1957 (1991)
- [23] J.J. Zayhowski, A. Mooradian, "Single-frequency microchip Nd lasers", *Opt. Lett.* **14** (1), 24-26 (1989)
- [24] J.J. Zayhowski, A. Mooradian, "Frequency-modulated Nd:YAG microchip lasers", *Opt. Lett.* **14** (12), 618-620 (1989)
- [25] G.L. Bourdet, G. Lescroart, R. Muller, "Spectral characteristics of 2 μm microchip Tm :YVO₄ and Tm,Ho :YLF lasers", *Opt. Comm.* **150**, 141-146 (1998)
- [26] S. Taccheo, P. Laporta, S. Longhi, C. Svelto, "Experimental analysis and theoretical modeling of a diode-pumped Er :Yb :glass microchip laser", *Opt.Lett.***20** (8), 889-891 (1995)
- [27] J.A. Keszenheimer, E.J. Balboni, J.J. Zayhowski, "Phase locking of 1.32μm microchip lasers through the use of pump-diode modulation", *Opt. Lett.* **17** (9), 649-651 (1992)
- [28] D.G. Matthews, J.R. Boon, R.S. Conroy, B.D. Sinclair, "A comparative study of diode pumped microchip laser materials :Nd-doped YVO₄, YOS, SFAP and SVAP", *J. Mod. Opt.* **43**(5), 1079-1087 (1995)
- [29] D.G. Matthews, R.S. Conroy, B.D. Sinclair, N. MacKinnon, "Blue microchip laser fabricated from Nd :YAG and KnbO₃", *Opt. Lett.* **21** (3), 198-200 (1996)
- [30] N. MacKinnon, B.D. Sinclair, "A laser diode array pumped, Nd :YVO₄/KTP, composite material microchip laser", *Opt. Comm.* **105** (3,4), 183-187 (1994)
- [31] A. Owyong, P. Esherick, "Stress-induced tuning of a diode-laser-excited monolithic Nd :YAG laser", *Opt. Lett.* **12** (12), 999-1001 (1987)
- [32] R.S. Conry, T. Lake, G.J. Friel, A.J. Kemp, B.D. Sinclair, "Self-*Q*-switched Nd :YVO₄ microchip lasers", *Opt. Lett.* **23** (6), 457-459 (1998)
- [33] T. Sasaki, T. Kojima, A. Yokotani , O. Oguri, S. Nakai, "Single-longitudinal-mode operation and second-harmonic generation of Nd:YVO₄ microchip lasers", *Opt. Lett.* **16**(21), 1665-1667, (1991)
- [34] T. Dascalu, G. Philipps, H. Weber, "Investigation of a Cr⁴⁺:YAG passive Q-switch in CW pumped Nd:YAG lasers", *Opt. Las. Technol.* **29**(3), 145-149 (1997)
- [35] P. Peterson, A. Gravielides, M.P. Sharma, T. Erneux, "Dynamics of Passively *Q*-Switched Microchip Lasers", *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-35** (8), 1247-1256 (1999)

- [36] X. Zhang, S. Zhao, Q. Wang, Q. Zhang, L. Sun, S. Zhang, "Optimization of Cr⁴⁺-Doped Saturable-Absorber Q-Switched Lasers", *IEEE. J. Quant. Electron.* **33**(12), 2286-2294 (1997)
- [37] Q. Mingxin, D.J. Booth, G.W. Baxter, G.C. Bowkett, "Performance of a Nd:YVO₄ microchip laser with continuous-wave pumping at wavelengths between 741 and 825 nm", *Appl. Opt.* **32**(12), 2085-2086 (1993)
- [38] W. Koechner, "Solid-State Laser Engineering", Third completely revised and updated edition, Springer-Verlag, Berlin (1999)
- [39] J. Stone, C.A. Burrus, "Neodymium-doped silica lasers in end pump geometry", *Appl. Phys. Lett.* **23**, 288-289 (1973)
- [40] R. Wyatt, "High-Power Broadly tunable Erbium doped silica fibre laser", *Electron. Lett.* **24**, 28-29 (1988)
- [41] D.C. Hanna, M.J. Carthy, I.R. Perry, P.J. Suni, "Efficient High-Power Continuous-wave operation of monomode Tm-doped fibre laser at 2 μm Pumped by Nd YAG Laser at 1.064 μm", *Electron. Lett.* **25**, 1365-1366 (1989)
- [42] B.R. Judd, "Optical Absorption Intensities of Rare-Earth Ions", *Phys. Rev.* **127**(3), 750-761 (1962)
- [43] S. Singh, R.G. Smith, L.G. Van Uitert, "Stimulated-emission cross section and fluorescent quantum efficiency of Nd³⁺ in yttrium aluminium garnet at room temperature", *Phys. Rev.* **B.10**(6), 2566-2572 (1974)
- [44] J.R. O'Connor, "Unusual crystal-field energy levels and efficient laser properties of YVO₄:Nd", *Appl. Phys. Lett.* **9**(11), 407-409 (1966)
- [45] C. Becher, K.J. Boller, "Intensity noise properties of Nd:YVO₄ microchip lasers pumped with an amplitude squeezed diode laser", *Opt. Comm.* **147**, 366-374 (1998)
- [46] G.J. Spühler, R. Paschotta, R. Fluck, B. Braun, M. Moser, G. Zhang, E. Gini, U. Keller, "Experimentally confirmed design guidelines for passively Q-switched microchip lasers using semiconductor saturable absorbers", *J. Opt. Soc. Am.* **B.16**(3), 376-388 (1999)
- [47] A.W. Tucker, M. Birnbaum, C.L. Fincher, J.W. Erler, "Stimulated-emission cross section at 1064 and 1342 nm in Nd:YVO₄", *J. Appl. Phys.* **48**(12), 4907-4911 (1977)
- [48] B. Beier, J.P. Meyn, R. Knappe, K.J. Boller, G. Huber, R. Wallenstein, "A 180 mW Nd:LaSc₃(BO₃)₄ Single-Frequency TEM₀₀ Microchip Laser Pumped by an Injection-Locked Diode-Laser Array", *Appl. Phys.* **B.58**, 381-388 (1994)

- [49] A. Bramati, J.P. Hermier, V. Jost, E. Giacobino, L. Fulbert, E. Molva, J.J. Aubert, "Effects of pump fluctuations on intensity noise of Nd :YVO₄ microchip lasers", *Eur. Phys. J. D.* **6**, 513-521 (1999)
- [50] C. Bibeau, S.A. Payne, H.T. Powell, "Direct measurements of the terminal laser level lifetime in neodymium-doped crystals and glasses", *J. Opt. Soc. Am.* **B 12**(10), 1981-1991 (1995)
- [51] G. Lescroart, R. Muller, G. Bourdet, « Experimental investigations and theoretical modeling of a Tm :YVO₄ microchip laser », *Opt.Comm.***143**, 147-155 (1997)
- [52] Y-F. Chen, H-J. Kuo, "Determination of the thermal loading of diode-pumped Nd :YVO₄ by use of thermally induced second-harmonic output depolarization", *Opt. Lett.* **23**(11), 846-848 (1998)
- [53] K. Otsuka, T. Yamada, M. Saruwatari, T. Kimura, "Spectroscopy and Laser Oscillation Properties of Lithium Neodymium Tetrphosphate", *IEEE J. Quant. Electron.*, **QE-11** (7), 330-335 (1975)
- [54] D.C. Brown, "Heat, Fluorescence, and Stimulated-Emission Power Densities and Fractions in Nd:YAG", *IEEE. J. Quant. Electron.* **QE-34** (3), 560-571 (1998)
- [55] A. Yariv, "Quantum Electronics", third edition, John Wiley, New-York, 1989
- [56] M. Birnbaum, A.W. Tucker, C.L. Fincher, "Laser emission cross section of Nd :YAG at 1064 nm", *J. Appl. Phys.* **52**(3), 1212-1215 (1981)
- [57] C. Pfistner, R. Weber, H.P. Weber, S. Merazzi, R. Gruber, "Thermal Beam Distorsions in End-Pumped Nd :YAG, Nd :GSGG, and Nd :YLF Rods", *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-30**(7), 1605-1615 (1994)
- [58] J. Harrison, R.J. Martinsen, "Thermal Modeling for Mode-Size Estimation in Microlasers with Application to Linear Arrays in Nd :YAG and Tm, Ho :YLF", *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-30**(11), 2628-2633 (1994)
- [59] W.F. Krupke, M.D. Shinn, J.E. Marion, J.A. Caird, S.E. Stokowski, "Spectroscopic, optical, and thermomechanical properties of neodymium- and chromium-doped gadolinium scandium gallium garnet", *J. Opt. Soc. Am.* **B 3** (1), 102-113 (1986)
- [60] Y. Shimony, Z. Burshtein, Y. Kalisky, "Cr⁴⁺:YAG as Passive Q-switch and Brewster Plate in a Pulsed Nd: YAG Laser", *IEEE. J. Quant. Electron.***3 1**(10), 1738-1741 (1995)

- [61] H. Eilers, K.R. Hoffman, W.M. Dennis, J.M. Jacobsen, W.M. Yen, "Saturation of 1.064 μ m absorption in Cr,Ca:Y₃Al₅O₁₂ crystals", Appl. Phys. Lett. **61**(25), 2958-2960 (1992)
- [62] Z. Burshtein, P. Blau, Y. Kalisky, Y. Shimony, M.R. Kokta, "Excited-State Absorption Studies of Cr⁴⁺ Ions in Several Garnet Host Crystals", IEEE. J. Quant. Electron. **34**(2), 292-299 (1998)
- [63] G. Xiao, J.H. Lim, S. Yang, E. Van Stryland, M. Bass, L. Weichman, "Z-Scan Measurement of the Ground and Excited State Absorption Cross Sections of Cr⁴⁺ in Yttrium Aluminium Garnet", IEEE. J. Quant. Electron. **35**(7), 1086-1091 (1999)
- [64] K. Spariosu, W. Chen, R. Stultz, M. Birnbaum, A.V. Shestakov, "Dual Q switching and laser action at 1.06 and 1.44 μ m in a Nd³⁺:YAG-Cr⁴⁺:YAG oscillator at 300K", Opt. Lett. **18**(10), 814-816 (1993)
- [65] S-H. Yim, D-R.Lee, B.K. Rhee, D. Kim, "Nonlinear absorption of Cr⁴⁺:YAG studied with lasers of different pulsewidths", Appl. Phys. Lett. **73**(22), 3193-3195 (1998)
- [66] A.V. Kir'yanov, V. Aboites, N.N. Il'ichev, "A polarisation-bistable neodymium laser with a Cr⁴⁺:YAG passive switch under the weak resonant signal control" Opt. Comm. **169**, 309-316 (1999)
- [67] S. Camacho-Lopez, R.P.M. Green, G.J. Crofts, M.J. Damzen, "Intensity-induced birefringence in Cr⁴⁺:YAG", J. Mod. Opt. **44**(1), 209-219 (1997)
- [68] Y. Shimony, Z. Burshtein, A. Ben-Amar Baranga, Y. Kalisky, M. Strauss, "Repetitive Q-Switching of a CW Nd:YAG Laser Using Cr⁴⁺:YAG Saturable Absorbers", IEEE J. Quant. Electron. **QE-32** (2), 305-310 (1996)
- [69] M. Möller, B. Forsmann, W. Lange, "Instabilities in coupled Nd:YVO₄ microchip lasers", Quantum Semiclass. Opt. **10** (6), 839-848 (1998)
- [70] K. Otsuka, T. Yamada, J. Nakano, T. Kimura, M. Saruwatari, "Lithium neodymium tetraphosphate laser", J. Appl. Phys., **46** (10), 4600-4601 (1975)
- [71] L. Mandel and E. Wolf, "Optical Coherence and Quantum Optics", p150, Cambridge University Press (1995)
- [72] H.L. Stover, W.H. Steier, "Locking of laser oscillators by light injection", Appl. Phys. Lett. **8**, 91-93 (1966)
- [73] C.J. Buczek, R.J. Freiberg, "Hybrid injection locking of higher power CO₂ lasers", IEEE J. Quant. Electron. **QE-8**, 641-650 (1972)

- [74] F.Mogensen, H.Olesen, G.Jacobsen, “Locking Conditions and Stability Properties for a Semiconductor Laser with External Light Injection”, IEEE J. Quant. Electron. **QE-21** (7), 784-793 (1985)
- [75] P. Ru, P.K. Jakobsen, J.V. Moloney, R.A. Indik, “Generalized coupled-mode model for the multistriple index-guided laser arrays”, J. Opt. Soc. Am. **B.10** (3), 507-515 (1993)
- [76] H.G. Winful, L. Rahman, “Synchronized Chaos and Spatiotemporal Chaos in Arrays of Coupled Lasers”, Phys. Rev. Lett, **65**(13),1575-1578.(1990)
- [77] H.G. Winful, S.S. Wang, “Stability of phase locking in coupled semiconductor laser arrays”, Appl. Phys. Lett. **53**(20), 1894-1896 (1988)
- [78] S-S. Wang, H.G. Winful, “Propagation model for the dynamics of gain-guided semiconductor laser arrays”, J. Appl. Phys.**73**(1), 462-464 (1993)
- [79] G. P. Agrawal, “Lateral-mode analysis of gain-guided and index-guided and index-guided semiconductor-laser arrays”, J. Appl. Phys. **58**(8), 2922-2931 (1985)
- [80] H. Adachihara, O. Hess, R. Indik, J.V. Moloney, “Semiconductor laser array dynamics :numerical simulatons on multistriple index-guided lasers”, J. Opt. Soc. Am. **B 10** (3), 496-506 (1993)
- [81] F.Prati, D.Vecchione, G.Vendramin, “Frequency locking of supermodes and stability of the out-of-phase-locked state in one-dimensional and two-dimensional arrays of vertical-cavity surface-emitting lasers”, Opt. Lett. **22**(21), 1633-1635 (1997)
- [82] S.S. Wang, H.G. Winful, “Dynamics of phase-locked semiconductor laser arrays”, Appl. Phys. Lett ,**52**(21),1774-1776 (1988)
- [83] K.S. Thornburg, M. Möller, R. Roy, T.W. Carr, R.D. Li, T. Erneux, “Chaos and coherence in coupled lasers”, Phys. Rev. **E 55**(4), 3865-3869 (1997)
- [84] L. Ruo-Ding,P. Mandel, “Periodic and quasiperiodic regimes in self-coupled lasers”, Phys. Rev. **A 41**(9), 5117-5126 (1990)
- [85] P. Mandel, L.Ruo-Ding, “Pulsating self-coupled lasers”, Phys. Rev. **A 39**(5), 2502-2508 (1989)
- [86] T. Erneux, T.W. Carr, R.D. Li, “Coupled lasers asymptotics”, SPIE **2039** Chaos in Optics, 80-90 (1993)
- [87] R. Kuske, T. Erneux, “Localized synchronization of two coupled solid state lasers”, Opt. Comm. **139**, 125-131 (1997)

- [88] V. Zehnle, "Theoretical analysis of a bimode laser", *Phys. Rev. A* **57**(1), 629-643 (1998)
- [89] V. Zehnle, "Theoretical model for coupled solid state lasers", *Phys. Rev. A* **62**(3), (2000)
- [90] Y. I. Khanin, "Principles of Laser Dynamics", 246-262, Elsevier Science (1995)
- [91] M. Born and E. Wolf, "Principles of Optics", Sixth Edition, Pergamon Press (1984)
- [92] P. Paddon, E. Sjerve, A.D. May, M. Bourouis, G. Stephan, "Polarization modes in a quasi-isotropic laser :a general anisotropy model with applications", *J. Opt. Soc. Am. B* **9**(4), 574-589 (1992)
- [93] A.D. May, G. Stephan, "Stability of polarized modes in a quasi-isotropic laser", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**(12), 2355-2362 (1989)
- [94] J.C. Corvette, F. Bretenaker, A. Le Floch, P. Glorieux, "Vectorial nonlinear dynamics in lasers with one or two stable eigenstates", *Phys Rev. A* **49** (4), 2868-2880 (1994)
- [95] G. Ropars, A. Le Floch, R. Le Naour, "Polarization control mechanisms in vectorial bistable lasers for one frequency systems", *Phys Rev. A* **46** (1), 623-626 (1992)
- [96] M. Vallet, M. Brunel, F. Bretenaker, M. Alouini, A. Le Floch, G.P. Agrawal , "Polarization self-modulated lasers with circular eigenstates", *Appl. Phys. Lett.* **74**(22), 3266-3268
- [97] G.P. Agrawal, N.K. Dutta, "Long-wavelength semiconductor lasers", Van Nostrand Reinhold Company, New York
- [98] R.V. Goidin, V.S. Kichuk, N.V. Kravtsov, G.D. Laptev, E.G. Lariontsev, V.V. Firsov, "Influence of the pump polarisation on the characteristics of radiation of a ring Nd :YAG chip laser", *Quantum Electronics* **28**(4), 347-349 (1998)
- [99] P. Esherick, A. Owyong, "Polarization Effects in Laser-Pumped Nd :YAG Lasers", SPIE Vol. 912, Pulsed Single-Frequency Lasers: Technology and Applications, 2-7 (1988)
- [100] M. Lukac, S. Trost, M. Kazic, "Flip-Flop Polarization Effect in Cube-Corner-Flat Cavity Nd :YAG Laser", *IEEE J. Quant. Electron.* **QE- 8**(11), 2560-2562 (1992)
- [101] M. Brunel, O. Emile, M. Alouini, A. Le Floch, F. Bretenaker, "Experimental and theoretical study of longitudinally monomode vectorial solid-state lasers", *Phys. Rev. A* **59** (1), 831-840 (1999)
- [102] W. Holzappel, M. Finneman,, "High-resolution force sensing by a diode-pumped Nd:YAG laser, *Opt. Lett.* **18**(23), 2062-2064 (1993)

- [103] R. Leners, P.L. François, G. Stephan, “Simultaneous effects of gain and loss anisotropies on the thresholds of a bipolarization fiber laser”, *Opt. Lett.* **19**(4), 275-277 (1994)
- [104] R. Leners, G. Stephan, “Rate equation analysis of a multimode bipolarization Nd³⁺ doped fibre laser”, *Quantum Sem. Opt.* **7**(5), 757-794 (1995)
- [105] M.L. Junttila, A.S. Pine, “Polarization-stabilized 1.15 and 3.39 μm He-Ne Lasers”, *Appl. Opt.* **31**(24), 5034-5037 (1992)
- [106] N.N. Il'ichev, A.V. Kir'yanov, E.S. Gulyamova, P.P. Pashinin, “Influence of the nonlinear anisotropy of absorption in a passive Cr⁴⁺:YAG switch on the energy and polarisation characteristics of a neodymium laser”, *Quant. Electron.* **27**(4), 298-301 (1997)
- [107] B. Zhou, T. J. Kane, G. J. Dixon, R. L. Byer, “Efficient, frequency-stable laser diode-pumped Nd:YAG laser”, *Opt. Lett.* **10**(2), 62-64 (1985)
- [108] F. Zhou, A.I. Ferguson, “Frequency stabilization of a diode-laser-pumped microchip Nd:YAG laser at 1.3 μm ”, *Opt. Lett.* **16**(2), 79-81 (1991)
- [109] J.J. Zayhowski, A. Mooradian, “Single-frequency microchip Nd lasers”, *Opt. Lett.* **14**(1), 24-27 (1989)
- [110] P. Dekker, J. M. Dawes, “Pulsed output from a dual-polarization cw diode-pumped Nd:YAG laser”, *J. Opt. Soc. Am.* **B 15** (1), 247-251 (1998)
- [111] M. Alouini, F. Bretenaker, M. Brunel, A. Le Floch, M. Vallet, P. Thony, “Existence of two coupling constants in microchip lasers”, *Opt. Lett.* **25**(12), 896-898
- [112] T. Yoshino, Y. Kobayashi, “Temperature characteristics and stabilization of orthogonal polarization two-frequency Nd³⁺:YAG microchip lasers”, *Appl. Opt.* **38** (15), 3266-3270 (1999)
- [113] M. Brunel, O. Emile, M. Alouini, A. Le Floch, F. Bretenaker, “Self-mode-locked pulsed monomode laser”, *Opt. Lett.* **24**(4), 229-231 (1999)
- [114] P.A. Khandokhin, Y.I. Khanin, Y. Mamaev, N. Milovskii, E. Shirokov, S. Bielawski, D. Derozier, P. Glorieux, “Low frequency dynamics of a class B laser with two elliptically polarised modes”, *Quantum electronics* **28**(6), 502-506 (1998)
- [115] K. Otsuka, “Winner-takes-all dynamics and antiphase states in modulated multimode lasers”, *Phys. Rev. Lett.* **67**(9), 1090-1093 (1991)

- [116] R. Dalgliesh, A.D. May, G. Stephan, “Polarization States of a Single-Mode (Microchip) Nd³⁺:YAG Laser—Part I Theory”, *IEEE J. Quant. Electron.* **QE 34**(8), 1485-1492 (1998)
- R. Dalgliesh, A.D. May, G. Stephan, “Polarization States of a Single-Mode (Microchip) Nd³⁺:YAG Laser—Part II :Comparison of Theory and Experiment”, *IEEE J. Quant. Electron.* **QE 34**(8), 1493-1502 (1998)
- [117] W. Van Haeringen, “Polarization Properties of a Single-Mode Operating Gas Laser in a Small Axial Magnetic Field”, *Phys. Rev.* **158**(2), 256-272 (1967)
- [118] M. Brunel, M. Vallet, A. Le Floch, F. Bretenaker, “Differential measurement of the coupling constant between laser eigenstates”, *Appl. Phys. Lett.* **70**(16), 2070-2072 (1997)
- [119] H. Zeghlache, A. Boulnois, “Polarization instability in lasers. I. Model and steady states of neodymium-doped fiber lasers”, *Phys. Rev. A* **52** (5), 4229-4242 (1995)
- H. Zeghlache, A. Boulnois, “Polarization instability in lasers. II. Influence of the pump polarization on the dynamics”, *Phys. Rev. A* **52** (5), 4243-4254 (1995)
- [120] C.L. Tang, H. Statz, G. de Mars, “Spectral output and spiking behavior of solid-state lasers”, *J. Appl. Phys.* **34** (8), 2289-2295 (1963)
- [121] D.W. Hall, R.A. Haas, W.F. Krupke, M.J. Weber, “Spectral and Polarization Hole Burning in Neodymium Glass Lasers”, *IEEE J. Quant. Electron.* **QE-19**(11), 1704-1717 (1983)
- [122] K.C. Reyzer, L.W. Casperson, “Polarization characteristics of dye-laser amplifiers I. Unidirectional molecular distributions”, *J. Appl. Phys.* **51**(12), 6075-6082 (1980)
- K.C. Reyzer, L.W. Casperson, “Polarization characteristics of dye-laser amplifiers II. Isotropic molecular distributions”, *J. Appl. Phys.* **51**(12), 6083-6090 (1980)
- [123] A. Barsella, C. Lepers, D. Dangoisse, P. Glorieux, T. Erneux, “Synchronization of two strongly pulsating CO₂ lasers”, *Opt. Commun.* **165**(4-6), 251-529 (1999).
- [124] G. Bouwmans, B. Ségard, D. Dangoisse, P. Glorieux, “ Modeling coupled microchip lasers requires complex coupling coefficients”, *J. Opt. Soc. Am.* **B 17**(5), 781-789 (2000)

Résumé :

Ce travail s'inscrit dans le cadre général de l'étude des mécanismes de couplage entre oscillateurs. Deux aspects sont abordés qui concernent respectivement le couplage par proximité de deux microlasers au sein d'une même galette et les interactions entre modes de polarisation dans les microlasers YAG présentant de faibles anisotropies.

L'étude expérimentale du couplage de deux lasers continus a mis en évidence trois régimes dynamiques différents qui apparaissent successivement à mesure que les fréquences propres des cavités des lasers se rapprochent : i) lasers quasi indépendants, ii) instabilités périodiques et chaotiques et iii) verrouillage de phase des lasers.

Le modèle développé pour rendre compte des caractéristiques du couplage introduit un coefficient de couplage complexe. Il reproduit de façon remarquable l'ensemble des résultats expérimentaux et de plus a permis de proposer une méthode fiable de mesure du coefficient de couplage. Une étude détaillée du recouvrement entre les modes des lasers et le profil non uniforme du gain et de l'indice de réfraction a permis d'établir une expression analytique reproduisant correctement l'évolution des parties réelle et imaginaire du coefficient de couplage en fonction de la distance entre lasers.

La dynamique de polarisation des microlasers YAG, et en particulier des lasers $\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$, met en jeu la biréfringence liée aux contraintes locales, l'anisotropie de gain induite par un faisceau de pompe polarisé linéairement et de celle de l'absorbant saturable. Suivant l'importance relative de ces différentes anisotropies, le laser peut émettre dans l'un et/ou l'autre des modes propres de la biréfringence ou avoir une polarisation orientée de façon privilégiée suivant l'un des axes cristallins de l'absorbant.

Les observations expérimentales ont pu être reproduites analytiquement et/ou numériquement à l'aide d'un modèle qui rend compte de l'évolution temporelle des composantes du champ selon les axes propres de la biréfringence ainsi que celle de leur phase relative. L'anisotropie du gain est décrite par deux coefficients d'anisotropie respectivement relatifs à la pompe et au laser. L'anisotropie de l'absorbant saturable est prise en compte grâce à l'introduction d'inversions de populations associées à chacun des axes cristallins

Discipline : Physique

Mots-clés : Microlasers, couplage, polarisation, dynamique, YAG, YVO_4

Microchip Laser: Coupling and Polarisation Dynamics

Abstract:

This work takes place within the general framework of the study of the oscillators coupling. Two aspects are approached which respectively concern the coupling by proximity of two microchip lasers within a same wafer and the interactions between polarisation modes in quasi isotropic microchip YAG lasers. The experimental study of the two coupled continuous lasers reveals three different dynamic regimes which appear successively as the frequency detuning of the lasers cavities decreases: i) almost independent lasers, ii) periodic and chaotic instabilities and iii) phase locking.

Contrary to most previous studies, the model developed to account for laser coupling introduces a *complex* coefficient linking the field amplitudes. It remarkably reproduces all the experimental results. This leads us to propose a reliable measurement method of this coupling coefficient. A detailed study of the origins of the coupling, i.e. the overlap between laser modes and the non uniform profile of the gain and of the refraction index, allows to derive an analytical expression of the coupling coefficient which reproduces well the evolution of its real and imaginary parts versus the distance between lasers.

The polarisation dynamics of microchip YAG lasers, and in particular, of the $\text{Nd}^{3+}, \text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ lasers, brings into play the stress-induced birefringence, the gain anisotropy induced by a linearly polarised pump beam and the anisotropy of the saturable absorber. According to the relative importance of these various anisotropies, the laser emits in one and/or the other of the birefringence eigenmodes or can have, in some cases detailed here, a linear polarisation perpendicular to one of the absorber crystal axes.

The experimental observations could be reproduced analytically and/or numerically using a model which accounts for the temporal evolution of the field components along the birefringence eigenaxes as well as that of their relative phase. The basis of this model are discussed.

Keywords : Microchip Lasers, Coupling, Polarisation, Dynamics, YAG, YVO_4

Adresse : Laboratoire Phlam, Bat. P5, Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq CEDEX