



**HAL**  
open science

# Modèle d'interface pour la simulation du comportement des assemblages collés

Silvio de Barros

► **To cite this version:**

Silvio de Barros. Modèle d'interface pour la simulation du comportement des assemblages collés. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2005. Français. NNT: . tel-00012180

**HAL Id: tel-00012180**

**<https://theses.hal.science/tel-00012180>**

Submitted on 26 Apr 2006

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# Modèle d'interface pour la simulation du comportement des assemblages collés

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 29 novembre 2005

pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Versailles Saint-Quentin  
(spécialité mécanique)

par

Silvio Romero DE BARROS

### Composition du jury

<i>Président :</i>	Monsieur A. RIGOLOT
<i>Rapporteurs :</i>	Monsieur J-Y. COGNARD Monsieur L. GORNET
<i>Examineur :</i>	Monsieur L. CANGEMI
<i>Directeurs de thèse :</i>	Madame R. DROUOT Monsieur L. CHAMPANEY

Mis en page avec la classe thloria.

## Remerciements

Je remercie tout d'abord Laurent CHAMPANEY qui a su encadrer mon travail de manière irréprochable et qui a toujours été présent pour répondre mes questions.

Je remercie également Raymonde DROUOT qui m'a toujours soutenu dans ces années de thèse.

Je remercie Alain RIGOLOT, Jean-Yves COGNARD, Laurent GORNET et Laurent CANGEMI, qui m'on fait l'honneur de bien vouloir juger ce travail.

Je remercie Constantino CRETON, Fredy MARTIN et le personnel du l'ESPCI pour l'aide apportée à la réalisation des essais mécaniques.

Je remercie Joana D'arc GONCALVEZ et toute le personnel de la CAPES du ministère de l'éducation du Brésil, responsable de ma bourse de thèse.

Je remercie Giulio ALFANO qui m'a orienté pendant mon séjour à l'Université de Naples.

Je remercie Vitoriano RUAS, responsable du programme ALFA, qui m'a fait venir pour la première fois en France.

Je remercie Joël POUGET, Guillaume RACINEUX, Hervé LEMOUSSU, Paolo VANNUCCI, Joël FRELAT, Bernard COLLET, Corrado MAURINI, Nunzianta VALOROSO, Gaetano NAPOLI, Valentina VLASIE-BELLONCLE, Mireille TIXIER et Reza AHMADIA, pour leur amitié qui m'a permis d'avoir une très bonne ambiance pour travailler.

Je tiens à remercier Martine ROUSSEAU pour toute son attention envers moi depuis mon arrivée en France.

Enfin, je remercie ma famille au Brésil. Elle a su être à mon côté malgré la distance qui nous séparait.

*Je dédie cette thèse à ma femme Sophie.*



*"...à Paris, tu vas chercher un spécialiste en physique,  
en chimie, en mécanique, en électricité, etc.  
Étudie ces matières-là et n'oublie pas que  
le futur du monde est dans la mécanique."*

**Alberto SANTOS DUMONT** a reçu ce conseil de son père le jour de son départ du Brésil pour la France. Quelques années plus tard (1906) il réalisera, avec son avion 14 Bis, le premier vol homologué de l'histoire de l'aviation.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Le collage comme technique d'assemblage</b>	<b>5</b>
1.1 Le collage au cours de l'histoire . . . . .	5
1.2 Adhésion et Adhérence . . . . .	6
1.3 Théories de l'adhésion . . . . .	8
1.4 Avantages et désavantages . . . . .	10
1.5 Traitements de surface . . . . .	11
1.6 Essais destructifs et non-destructifs . . . . .	11
1.6.1 Essais destructifs . . . . .	11
1.6.2 Essais non destructifs . . . . .	13
1.7 Modélisation mécanique des plaques collées . . . . .	14
1.8 Conclusion . . . . .	15
<b>2 Approches par la mécanique de la rupture</b>	<b>17</b>
2.1 Mécanique linéaire de la rupture . . . . .	17
2.1.1 Courbes de propagation pour les essais en mode pur . . . . .	19
2.1.2 Courbes de propagation pour les essais en mode mixte . . . . .	23
2.2 Modèle avec interface élastique . . . . .	25
2.2.1 Compliance et Rigidité . . . . .	27
2.2.2 Energie dissipée pour faire avancer la fissure . . . . .	27
2.2.3 Influence de la raideur de l'interface . . . . .	29
2.3 Comparaison des résultats . . . . .	30
2.4 Conclusion . . . . .	33
<b>3 Modèle d'interface endommageable</b>	<b>35</b>
3.1 Endommagement en mode pur . . . . .	36
3.2 Endommagement en mode mixte . . . . .	38
3.3 Prise en compte d'un état initial . . . . .	43
3.4 Conclusion . . . . .	44
<b>4 Premières simulations numériques</b>	<b>47</b>
4.1 Modèle numérique dans l'essai ENF . . . . .	48
4.2 Simulations d'essais DCB et MMF . . . . .	49
4.3 Influence des paramètres du modèle . . . . .	53

4.3.1	Energies critiques . . . . .	53
4.3.2	Energies d'activation de l'endommagement . . . . .	53
4.3.3	Critère de rupture en mode mixte . . . . .	55
4.3.4	Endommagement initial . . . . .	57
4.4	Conclusion . . . . .	61
<b>5</b>	<b>Pilotage de l'algorithme</b>	<b>63</b>
5.1	Méthode de contrôle local . . . . .	64
5.2	Contrôle sur l'avancée de la fissure . . . . .	67
5.3	Résultats avec contrôle local . . . . .	67
5.4	Conclusion . . . . .	67
<b>6</b>	<b>Comparaison avec d'autres modèles d'interface endommageable</b>	<b>71</b>
6.1	Modèle Crisfield-Alfano . . . . .	71
6.2	Modèle Allix-Ladevèze . . . . .	74
6.3	Comparaison avec le modèle Champaney-Valoroso . . . . .	74
6.3.1	Chargement en mode pur . . . . .	76
6.3.2	Chargement en mode mixte . . . . .	78
6.4	Résultats des simulations . . . . .	78
6.4.1	Essai DCB . . . . .	80
6.4.2	Essai DCB compact . . . . .	80
6.4.3	Essai MMF . . . . .	82
6.4.4	Essai MMT . . . . .	82
6.5	Conclusion . . . . .	85
<b>7</b>	<b>Identification et validation</b>	<b>87</b>
7.1	Préparation des éprouvettes . . . . .	87
7.2	Essais réalisés . . . . .	88
7.3	Identification de paramètres . . . . .	93
7.4	Validation du modèle . . . . .	96
7.5	Conclusion . . . . .	98
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>99</b>
<b>A</b>	<b>Essais acoustiques sur plaques collées</b>	<b>101</b>
A.1	Modèle rhéologique . . . . .	101
A.2	Courbes de dispersion . . . . .	104
A.3	Essais acoustiques . . . . .	105
	<b>Bibliographie</b>	<b>107</b>

# Introduction

Depuis longtemps, l'homme réalise des assemblages par collage pour créer des objets utilitaires ou décoratifs. Au cours de l'histoire, l'adhésif a subi diverses transformations jusqu'à la conception aujourd'hui de résines synthétiques, qui sont largement employées dans de nombreux processus de fabrication. Ces résines offrent, entre autres, la possibilité de rassembler des matériaux qui jusqu'alors ne pouvaient pas être collés.

A partir du milieu du vingtième siècle, les avancées dans le domaine des sciences des matériaux et la constante nécessité de disposer de structures plus performantes, plus légères, plus résistantes et plus fiables, ont motivé le développement de nouvelles méthodes d'assemblage structural. L'assemblage par collage semble être une technique prometteuse avec des avantages comme la réduction du poids, la possibilité de unir différents matériaux, une bonne résistance à la fatigue, l'atténuation du choc et la facilité pour rassembler les formes les plus complexes [28].

Les collages sont de plus en plus employés dans l'industrie, aussi bien pour les liaisons entre pièces métalliques qu'entre pièces composites. Les assemblages collés sont parfois plus intéressants que les méthodes classiques car les concentrations de contraintes dues aux trous et les éléments de liaison, comme rivets et vis, n'y sont pas présentes. Les tensions sur les extrémités sont aussi réduites car la colle remplit tout l'espace entre les deux éléments rassemblés, ce qui favorise la répartition des efforts. Dans l'industrie aérospatiale, l'utilisation de plaques de matériaux composites collées à structures métalliques, afin de renforcer ou de réparer ces structures, est déjà reconnue comme une technique efficace. Dans l'industrie automobile, quatre à cinq kilogrammes de colle interviennent actuellement dans l'assemblage des différents éléments d'une voiture de tourisme et il faut s'attendre à voir croître cette masse de colle [11].

L'utilisation d'adhésifs présente pourtant quelques inconvénients comme la faible résistance à la température et l'absorption de l'eau. Les composants collés peuvent aussi présenter des défauts qui réduisent la qualité de l'assemblage comme les porosités et les espaces vides. Une bonne qualité d'adhésion est garantie par les essais avec lesquels on est capable de déterminer les caractéristiques mécaniques de l'assemblage ou bien de détecter les défauts à l'intérieur de la couche de colle. Il existe deux types d'essais : les premiers provoquent la rupture de l'éprouvette, les deuxièmes sont des contrôles non destructifs. Les essais destructifs les plus fréquemment utilisés consistent à mesurer la force nécessaire pour faire propager une fissure dans l'interface collée. Selon le mode de sollicitation, on peut envisager divers types d'essais destructifs [17]. Les plus utilisés sont les essais DBC (Double Cantilever Beam), ENF (End Notched Flexure) et MMF (Mixte Mode Flexure). Parmi les tests non destructifs, les principaux mis en oeuvre en vue de détecter des défauts de collage sont les méthodes ultrasonores, l'interférométrie holographique et la thermographie infrarouge.

Les mécanismes d'adhésion, de même que les mécanismes de vieillissement dans les collages, restent encore mal connus. Le manque d'outils numériques fiables et efficaces pour la prédiction de la capacité de charge de ce type d'assemblage limite encore son application. Pour essayer de comprendre ces mécanismes, il existe beaucoup de modèles qui permettent d'expliquer certains des comportements observés, mais nous sommes encore loin de voir paraître une théorie unifiée de l'adhésion et du collage.

La rupture d'un joint collé est le résultat de l'évolution et de l'interaction de plusieurs processus complexes de dégradation dans la couche de colle. Ces processus commencent par l'énucléation et l'augmentation de micro-cavités, qui amènent progressivement à la perte de l'adhésion et au développement de fissures macroscopiques [53]. La simulation de ces mécanismes de dégradation a été analysée à partir de deux approches différentes.

La première est basée sur des méthodes qui utilisent directement la mécanique élastique linéaire de la rupture [31]. La position et la longueur de la fissure initiale doivent ici être définies. Dans ce cadre, on part du postulat suivant : le matériau est uniformément élastique, même à la tête de la fissure où

des tensions infinies sont analytiquement obtenues. Cette approche n'est jamais complète pour des vrais matériaux dans lesquels il y a toujours une zone en état de progressif endommagement localisée à la tête de la fissure. Notamment pour des joints collés, cette zone doit être considérée comme longue, et son influence sur le comportement général de la structure ne peut pas être négligée. Plus grande est la zone, plus stable est la propagation de la fissure.

La deuxième approche s'appuie sur les formulations basées sur l'endommagement [45, 23, 22]. Ces méthodes sont très intéressantes pour des calculs pratiques car les efforts de rupture peuvent être obtenus sans utilisation d'un critère de fracture. En outre, dans une description avec endommagement, le comportement de la fracture est d'une certaine façon contenu dans le modèle constitutif, dans la mesure où un domaine formé par un matériau complètement endommagé constitue une fente. Les modèles d'interface, qui peuvent être considérés comme une généralisation du concept de fissure fictive de Hillerborg [30], sont aussi dans cette catégorie.

La principale idée dans les modèles d'interface est que le processus de dégradation, qui apparaît dans les structures formées par assemblage d'éléments individuels, peut être décrit à une échelle intermédiaire : la meso-échelle [36, 7]. Cette approche, qui a été développée principalement pour la simulation de la dégradation des matériaux composites, considère que la séparation entre les plis se développe à l'intérieur d'une couche mince de matériel fibreux : les interfaces inter-laminaires. Largement traitées dans la littérature, les interfaces sont définies comme des surfaces d'épaisseur nulle, capables d'assurer la continuité des efforts et des déplacements entre les éléments adjacents [6, 18, 38, 4, 51]. L'introduction de ces composants mésoscopiques permet la simulation effective de l'amorçage et de la propagation de la fissure.

La difficulté, en utilisant ce type de modèle, est justement l'identification des paramètres de l'interface. Une interface isolée n'existe pas physiquement et ne peut pas être testée. La réalisation d'essais sur une couche de colle, par exemple, peut donner les caractéristiques physiques de cette colle, mais ces caractéristiques ne sont pas les paramètres utilisés dans un modèle d'interface. L'interface ne peut pas être décrite en dehors du cadre de l'assemblage étudié. Les paramètres d'interface sont valables uniquement pour la colle, le matériau et les traitements de surface pour lesquels ils ont été identifiés. Les essais sur les structures collées sont donc indispensables.

L'un des objectifs du travail réalisé est d'identifier des paramètres du modèle d'interface ici étudié. Cette identification est basée sur des mesures acoustiques non destructives des caractéristiques initiales du collage (raideurs), et sur des mesures mécaniques destructives (énergies critiques).

L'objectif final de cette étude est d'avoir un outil numérique capable d'apporter la fiabilité et l'efficacité dont l'industrie a besoin pour développer davantage l'utilisation du collage comme méthode d'assemblage structural. La représentation de la couche de colle comme une interface entre deux matériaux au lieu d'introduire un nouveau corps facilite le calcul numérique. La colle est modélisée d'une façon convenable, évitant la modélisation de la couche dans l'espace tridimensionnel, ce qui pourrait se traduire par une augmentation du temps de calcul. L'utilisation des interfaces, à la place d'un maillage en 3D, est aussi avantageuse lorsqu'on a besoin de modéliser des pièces de formes plus complexes.

Ce mémoire commence par une introduction des principales notions nécessaires pour comprendre la problématique abordée pendant cette étude. Le premier chapitre donne des informations plus détaillées sur le développement du collage en tant que méthode d'assemblage industriel. La réalisation du collage et ses méthodes de préparation des surfaces sont aussi abordées. Les principaux types d'essais réalisés sur les plaques collées sont également présentés. Le chapitre se termine par un bref commentaire sur les différentes façons de représenter la couche de colle lors d'une étude du comportement mécanique d'un assemblage collé.

Le chapitre deux de ce mémoire commence par une analyse basée sur la mécanique élastique linéaire du comportement des plaques collées dans les essais du type ENF, DCB et MMF. Pour ces deux premiers essais, des résultats sur l'expression de la compliance et de la courbe de propagation de la fissure ont déjà été publiés [8] et sont utilisés ici. Pour l'essai MMF, à la différence des deux premiers essais, les procédures pour l'obtention de telles expressions sont détaillées. Les simulations numériques des essais mécaniques sont effectuées afin de donner les premières informations sur l'influence de certains paramètres dans la réponse globale de la structure. A ce stade du travail, la colle est uniquement modélisée par une interface élastique. La comparaison entre les résultats numériques et ceux obtenus de façon analytique permet de vérifier le bon accord entre les deux approches.

Dans le troisième chapitre, le concept d'interface endommageable est introduit. Une loi d'évolution de l'endommagement est définie comme modèle. Ce modèle, proposé par Champaney et Valoroso [15],

est basé sur la mécanique de l'endommagement et permet l'étude de la dégradation du collage pendant toute la phase de chargement. L'état de vieillissement du collage est, quant à lui, pris en compte par l'intermédiaire d'un endommagement initial.

Le modèle a été implanté dans le code de calcul industriel CAST3M et les premiers résultats numériques sont montrés dans le chapitre quatre. Une partie des travaux présentés portent sur le développement de techniques spécifiques pour la résolution des problèmes numériques engendrés par la prise en compte de l'endommagement.

Le cinquième chapitre est consacré à l'étude d'une technique de pilotage avec contrôle local. L'utilisation de ce type de pilotage a permis de dépasser plus aisément les points d'instabilité caractéristiques des essais qui ont été modélisés, en comparaison avec le pilotage classique déjà existant dans CAST3M.

Le sixième chapitre présente une comparaison avec deux autres modèles d'interface endommageable qui sont proposés dans la littérature. Le premier modèle, issu de ceux qui sont employés pour la modélisation de la dégradation inter laminaire dans les composites, est proposé par Allix [7]. Ce modèle a inspiré le développement du modèle Champaney/Valoroso [54]. Le deuxième modèle, proposé par Alfano et Crisfield, se spécialise dans les rapports bilinéaires d'interface pour des cas de pur-mode. Ce modèle a d'abord été conçu comme un rapport mixe-mode entre le vecteur de déplacement relatif et la traction sur l'interface [42], mais il a alors été dérivé dans le cadre de la mécanique de l'endommagement [4]. Ces deux modèles peuvent être considérés comme une spécialisation du modèle Champaney/Valoroso. Quelques exemples de simulations numériques sont présentés afin de pouvoir comparer les résultats obtenus avec ces trois modèles.

Pour pouvoir connaître quelques propriétés du collage et pour vérifier l'exactitude des résultats des simulations numériques, des essais mécaniques ont été réalisés. Le chapitre sept aborde le processus de préparation des collages ainsi que les résultats obtenus dans les tests. La comparaison entre les résultats des essais et ceux des simulations numériques conduit à la validation du modèle Champaney/Valoroso comme méthode de représentation du comportement du collage.

Les mesures acoustiques et leur rapport avec ce sujet d'étude sont montrés dans un chapitre annexe. Des modèles d'interface sont aussi utilisés pour étudier le comportement acoustique des plaques collées [58, 46, 12]. Les similitudes entre les modèles acoustiques et les modèles d'endommagement montrent que ces deux types d'études sont effectivement complémentaires. Les essais acoustiques permettent l'identification de certains paramètres que ne peuvent pas être quantifiés dans les essais mécaniques. La rigidité de l'interface, par exemple, n'a pas beaucoup d'influence sur le comportement d'une structure collée lors d'un essai de flexion. En revanche, l'influence de cette rigidité dans le comportement acoustique de l'assemblage est plus facilement mesurée.



# Chapitre 1

## Le collage comme technique d'assemblage

Le collage est une technique qui est très couramment utilisée. Ainsi, de nombreux objets peuvent être collés : dans une automobile par exemple, on colle le pare-brise, et sur sa face interne la vignette ; l'opercule d'un yaourt adhère également au pot grâce à de la colle. Selon l'utilisation que l'on fait de ces objets, les colles sont plus ou moins résistantes (l'opercule du yaourt doit se détacher rapidement et facilement, à la différence du pare-brise sur une voiture).

Ce chapitre commence par un bref historique de la technique du collage et de son évolution au cours des temps.

Le processus d'adhésion est très complexe et jusqu'à aujourd'hui, il est assez mal connu. Pour essayer d'expliquer ce processus, il existe plusieurs théories et quelques unes seront abordées ici [11]. Cependant, il est nécessaire, au préalable, de faire un point sur la définition de l'adhésion elle-même et sur le concept d'adhérence.

L'utilisation croissante du collage dans l'industrie est due à ses nombreux avantages devant des méthodes classiques d'assemblage. Toutefois, le choix de cette méthode d'assemblage comporte aussi certains inconvénients qui limitent encore son application. Quelques avantages et désavantages sont alors décrits dans cette partie introductive de la problématique du collage.

Pour réaliser un bon collage, il est souvent nécessaire de préparer les surfaces avant d'appliquer la colle. Cette préparation peut consister en un simple nettoyage de la surface ou bien à utiliser des méthodes spécifiques de traitement [16, 21]. Pour donner des caractéristiques souhaitables à cette surface, on utilise les traitements de surface décrits ultérieurement.

Une fois que le collage a été réalisé, c'est le moment de vérifier la qualité du produit. On se servira alors de plusieurs types d'essais qui peuvent provoquer, ou non, la rupture de l'assemblage. Ce chapitre présente uniquement les essais ; leur utilisation dans l'identification de certains paramètres du collage sera abordée plus tard dans ce mémoire.

Le chapitre finit par un commentaire sur les diverses façons de représenter la couche de colle lors d'une étude du comportement mécanique d'un assemblage collé. L'idée d'interface est pour la première fois abordée ici. Pourtant, le concept d'interface sera plus précisément défini dans les chapitres à venir, notamment au chapitre 3 qui explique le modèle d'interface endommagée.

### 1.1 Le collage au cours de l'histoire

Le collage est l'une des premières techniques d'assemblage d'une structure utilisée par l'homme. Ce dernier s'est en effet servi très tôt des produits d'origine végétale, animale et minérale tels que la gomme arabique, le latex, les farines de céréales, le goudron etc... pour concevoir de la colle. Dès la plus haute antiquité, la cire d'abeille fut par exemple utilisée pour les sceaux. Cette technique permettait de fermer un pli et de graver, par moulage, une signature attestant l'identité de l'expéditeur [11].

Au début du XXe siècle, d'autres techniques d'application de colles naturelles se développent comme l'emballage et l'étiquetage. Jusqu'alors, les industriels restaient toujours dépendants plus ou moins

directement des produits naturels. Cette situation change brutalement avec la fabrication des résines synthétiques et le développement de la chimie des macromolécules.

La notion de colle structurale apparaît dans les années 1940. Les études entreprises sur les collages caoutchouc-métal et bois-métal et la mise au point des polyuréthanes et des colles phénoliques impulsent le développement des techniques de collage métal-métal. Ces colles, qui permettent une très grande résistance, commencent à être utilisées dans la construction des avions. Les résines époxy (permettant d'effectuer des collages sous faible pression) et les polymères silicones (utilisés soit pour coller, soit pour jouer un simple rôle de joints d'étanchéité et/ou de dilatation thermique) sont découverts à la même époque.

C'est après la Deuxième Guerre mondiale que le collage empirique devient véritablement une science. Les laboratoires de recherche et de développement commencent à étudier les lois du collage, le vieillissement et la durée de vie des assemblages collés. Diverses théories et modèles sont proposés pour comprendre les mécanismes du collage, pour déterminer les principaux paramètres actifs ainsi que leurs importances respectives selon les conditions de réalisation de l'assemblage souhaité.

Les domaines d'application sont dès lors de plus en plus vastes, ils ne sont plus cantonnés à l'aérospatial et à l'industrie. Les médecins et dentistes sont en effet intéressés par ces techniques de collages. Des colles biocompatibles ont été mises au point pour résoudre des problèmes de fixation en chirurgie et en odontologie. Par exemple, en orthopédie dento-faciale, les verrous sont collés sur la face externes des dents pour modifier la denture en cas de malocclusion et d'esthétisme ingrat [40, 44].

## 1.2 Adhésion et Adhérence

Le terme d'usage courant « adhésion » revêt deux sens selon le point de vue d'où l'on se place. Pour le scientifique, il s'agit des interactions existant entre deux surfaces, l'ingénieur quant à lui s'intéresse à la résistance à la séparation de deux éléments. Il est donc approprié de distinguer ces deux aspects par deux termes différents : Adhésion et Adhérence [16]. L'adhésion est définie comme un phénomène chimique, physique ou physico-chimique qui produit l'adhérence.

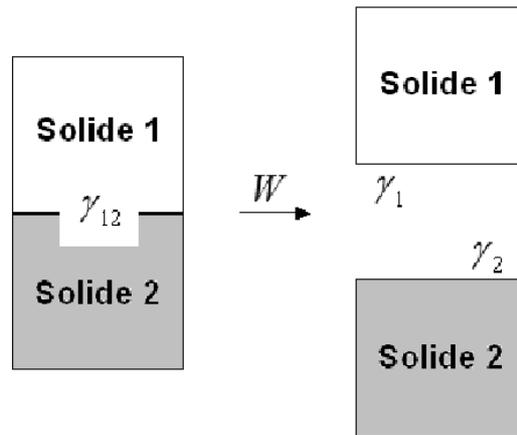
La cohésion d'un corps est assurée par l'existence de forces qui agissent en son sein. Les molécules les plus proches interagissent, de sorte que la résultante de ces interactions est nulle. Par contre, à la surface, une molécule se trouve soumise à une résultante non nulle dirigée vers l'intérieur et qui tend à réduire cette surface. C'est la raison pour laquelle, lorsque l'on approche deux solides l'un de l'autre, des forces d'attraction moléculaire se manifestent avant même que le contact soit établi et augmentent jusqu'à la réalisation du contact. Ces forces viennent s'ajouter aux efforts extérieurs, de la même manière que le champ magnétique accroît la pression d'appui d'un aimant posé sur un substrat en fer doux. Les forces d'attraction moléculaire ont une intensité qui dépend de la nature des liaisons assurant la cohésion des matériaux. L'énergie superficielle  $\gamma$  représente le travail à effectuer pour séparer, de manière isotherme et réversible, deux parties du solide suivant un plan imaginaire de surface unitaire, en coupant les liaisons rencontrées.

L'énergie superficielle des corps peut également être définie comme étant le travail pour créer deux surfaces unitaires. Ainsi, l'énergie d'adhésion de Dupré (1969), ou travail thermodynamique d'adhésion, permet de rendre compte de la séparation de deux solides différents 1 et 2 préalablement réunis. C'est l'énergie de Dupré qui est responsable du maintien en place de deux corps réunis dans un assemblage et qui assure leur contact intime, Figure 1.1. L'équation du travail thermodynamique ( $W$ ) proposée par Dupré est simple :

$$W = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}$$

Où  $\gamma_1$  est l'énergie nécessaire pour créer un élément unitaire de surface du corps 1,  $\gamma_2$  est l'énergie pour créer un élément unitaire de surface du corps 2 et  $\gamma_{12}$  est l'énergie interfaciale emmagasinée à l'interface lors de la mise en contact.

Le calcul ou la mesure de la force d'attraction (force d'adhésion), en fonction de la distance des solides que l'on rapproche, ne permet pas d'en déduire la force qu'il faut appliquer pour séparer les corps une fois le contact établi, Figure 1.2. Cette force de séparation (force d'adhérence) dépend d'un grand nombre de comportements mécaniques et de paramètres tels que les déformations élastiques, viscoélastiques ou plastiques des solides en contact, la vitesse de rupture, la température ambiante, etc.



$$W = \gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_{12}$$

FIG. 1.1 – Travail thermodynamique de l'adhésion

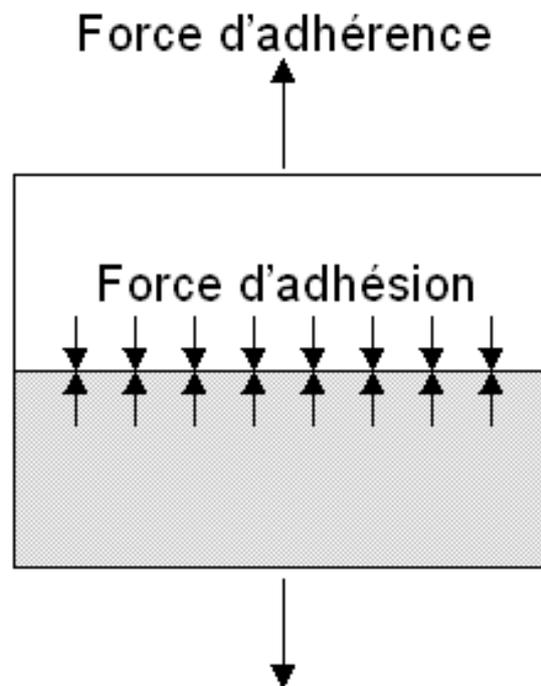


FIG. 1.2 – Adhésion et adhérence

A titre d'exemple, les forces qui lient entre elles les différentes couches d'un ruban adhésif sur son rouleau débiteur (les forces d'adhésion) sont de même intensité. En revanche, lorsque l'on souhaite décoller une certaine longueur du ruban, la force qu'il faut appliquer (la force d'adhérence) dépend de la vitesse de tirage que l'on impose [11].

### 1.3 Théories de l'adhésion

Le caractère pluridisciplinaire de l'adhésion rend difficile la formulation d'une théorie unique capable de décrire les différents phénomènes étudiés. Il n'y a toujours pas une théorie de l'adhésion, mais il existe plusieurs théories qui, dans la plupart des cas, sont complémentaires entre elles.

L'ancrage mécanique est l'une des premières théories utilisées pour rendre compte de l'adhésion durable entre deux solides. Selon cette théorie, une bonne adhésion dépend de la pénétration par capillarité de la colle liquide dans les pores et entre les aspérités des surfaces en contact (Figure 1.3a) et de la solidification ultérieure de cette colle (Figure 1.3b).

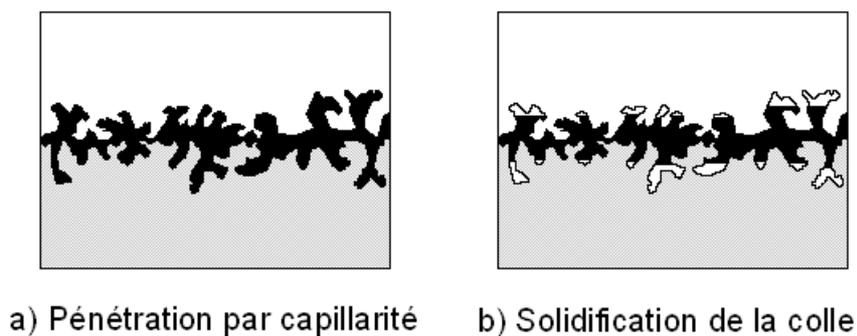


FIG. 1.3 – Ancrage mécanique

L'augmentation de la surface réelle de contact et l'accroissement simultané du nombre de liaisons interfaciales permettent d'expliquer la forte adhésion constatée. Ils sont également à l'origine de l'accroissement de la résistance au cisaillement du joint dans le plan de l'interface. Pour que cela fonctionne, il est nécessaire que la colle "mouille" le plus parfaitement possible les surfaces à réunir, afin de ne pas piéger des bulles d'air au fond des porosités.

Le modèle électrostatique a été développé en 1948 pour des matériaux de natures différentes, suite à l'observation d'émissions d'électrons rapides lorsqu'un contact est rompu sous vide ou lors de la fracture d'un cristal, Figure 1.4.

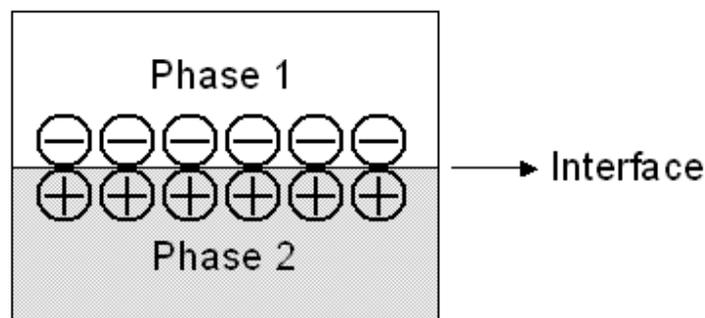


FIG. 1.4 – Charges électriques

Cette théorie est basée sur le transfert de charges électriques lors du contact. Ce processus conduit en général à la formation d'une double couche électrique à l'interface. Cette théorie s'applique surtout

aux assemblages verre-polymère. Elle n'est pas applicable pour un assemblage du type verre-métal, par exemple. Les transferts de charges électriques ne sont pas toujours observés dans les collages, ce qui fait penser qu'il s'agit plutôt de l'effet que la cause de l'adhésion entre le verre et le polymère.

Dans les années 1960, apparaît l'hypothèse de la formation d'une zone au voisinage de l'interface, Figure 1.5. Cette zone, appelée interphase, est caractérisée par une cohésion différente de celles des deux matériaux en présence.

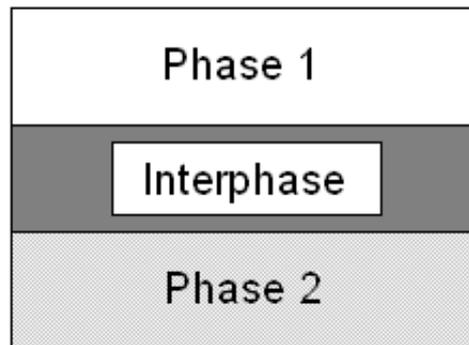


FIG. 1.5 – Interphase

Selon cette théorie, la rupture se produit à l'intérieur de l'un des deux solides lorsqu'on a une forte cohésion. En revanche, la rupture dans la zone de transition interfaciale traduit une faible cohésion.

Une théorie voisine de la précédente par l'aspect chimique qu'elle représente est la théorie de l'interdiffusion, Figure 1.6. Cette théorie vise essentiellement les assemblages polymère-polymère de même ou de différentes natures chimiques. L'idée ici est que les chaînes macromoléculaires des deux matériaux en contact diffusent à travers l'interface et réalisent la cohésion de l'ensemble.

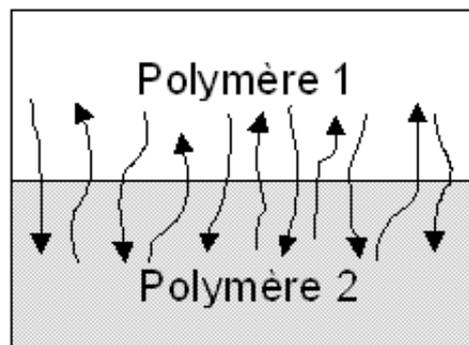


FIG. 1.6 – Interdiffusion

Cette théorie permet d'expliquer les phénomènes de cicatrisation observés avec les polymères fracturés ou fissurés. Par contre, on n'est pas encore certain aujourd'hui, si l'interdiffusion est à l'origine de l'adhésion ou si elle se produit à la suite d'une adhésion préalable.

La théorie du mouillage doit être prise en compte car les colles sont toujours liquides, ou susceptibles de le devenir par chauffage. Une goutte d'un liquide quelconque s'étale naturellement plus ou moins sur la surface plane et lisse d'un solide. La configuration adoptée minimise l'énergie du système et rend parfaitement compte des interactions entre le liquide et le substrat solide. Un mouillage total est observé dans le cas de l'eau pure sur la surface propre d'une plaque de verre. A l'opposé, une goutte de mercure sur la même plaque de verre ne s'étale pas, parce que la tension de surface du métal est supérieure à l'énergie de surface du substrat en verre. La condition d'obtention d'une bonne adhésion dépend du contact entre les deux solides destinés à être assemblés donc du mouillage au contact "colle liquide-surface

solide” lors de la formation de l’assemblage. La tension de surface de la colle doit être inférieure à celle du substrat qu’elle est destinée à recouvrir.

La théorie du facteur dissipatif concerne plutôt l’adhérence que l’adhésion. Elle fait en effet intervenir la notion de rupture de l’assemblage collé plutôt que celle de sa cohésion. Lorsqu’une fissure se propage dans un matériau ou à l’interface d’un joint adhésif, le bilan des énergies mises en jeu peut être écrit sous la forme simple suivante :  $G = \Gamma \times \Phi$ , expression dans laquelle l’énergie de rupture  $G$  est égale au produit de l’énergie de surface  $\Gamma$  par le facteur de dissipation irréversible en volume  $\Phi$ .

Ce modèle permet de comprendre qu’un joint adhésif présente la même adhérence si l’adhésion ( $\Gamma$ ) est faible avec une colle présentant une viscosité ( $\Phi$ ) importante ou si l’adhésion est forte avec une viscosité peu marquée, le paramètre de contrôle étant précisément le produit  $\Gamma \times \Phi$ . Ainsi, si la pâte à modeler présente un aspect collant et légèrement poisseux au toucher, malgré sa faible adhésion, c’est parce que la viscosité de la pâte est essentiellement responsable de la sensation tactile éprouvée. Ce modèle permet également de comprendre pourquoi il faut dépenser, pour rompre un assemblage collé, une énergie au moins 10000 fois supérieure à l’énergie correspondant aux forces attractives entre les molécules [11].

## 1.4 Avantages et désavantages

Le collage trouve des applications dans tous les domaines industriels, il est devenu une technique d’assemblage au même titre que le ”triangle classique” rivetage - vissage - soudage. Le collage présente de nombreux avantages dans sa mise en oeuvre et au niveau de la qualité des assemblages réalisés. Cependant, certaines précautions d’emploi doivent être observées, et la conception des pièces doit nécessairement prendre en compte ce procédé particulier d’assemblage.

L’un des principaux avantages du collage est de favoriser une augmentation de la productivité dans l’industrie. En effet, les besoins en pièces à assembler sont moindres, seule la colle est nécessaire : on peut s’abstenir d’utiliser des vis par exemples. De même, l’application de la colle étant automatisée, l’assemblage des pièce est plus rapide.

Le collage est aussi parfaitement adapté à l’assemblage de matériaux différents, de matériaux fragiles ou minces. La colle forme un joint continu entre les solides au travers duquel se transmettent les efforts mécaniques.

En collant des matériaux métalliques, on ne modifie pas les dimensions des pièces ce qui constitue un gros avantage par rapport au soudage à haute température. L’industrie aéronautique est aussi attirée par l’amélioration de l’aspect esthétique apportée par le collage : les surfaces extérieures des assemblages, parfaitement lisses, conduisent à la réduction de la résistance à l’air.

Les couches de colle absorbent encore les vibrations et apportent une isolation à la fois électrique, thermique et acoustique.

Malgré ces nombreux avantages, le collage comportent toutefois certains inconvénients. Le premier concerne le choix des formes et des dimensions adéquates des surfaces des solides à réunir. Il est nécessaire d’éviter toute localisation de contraintes qui constituerait un point de faiblesse de l’assemblage. La préparation de la surface des solides à coller est aussi un problème. Il est habituellement nécessaire de traiter de façon mécanique ou physico-chimique les surfaces avant l’application de la colle, ce qui est une opération coûteuse mais indispensable pour éliminer les impuretés, augmenter l’énergie de la surface, accroître l’accrochage mécanique et favoriser le mouillage afin de faciliter l’étalement de la colle. Le choix de la colle est également problématique puisque le produit adhésif doit être sélectionné en fonction de nombreux critères liés, entre autres, à : la nature même des solides à assembler, aux conditions auxquelles sera soumis l’assemblage, à la forme liquide ou solide à bas point de fusion de l’adhésif, à ses caractéristiques de mouillabilité, à sa facilité d’application sur les surfaces, aux conditions et à la durée de la solidification, au temps de séchage (durée de prise de la colle), etc.

Le démontage et le repositionnement des éléments d’un assemblage qui a été collé sont également deux opérations difficiles à envisager.

Enfin, parmi toutes les colles existantes, certaines ne résistent pas à la chaleur, au froid ou aux chocs thermiques, d’autres présentent un mauvais comportement en présence de la lumière ou de l’eau, d’autres encore, techniquement parfaites pour l’utilisation envisagée, s’avèrent trop onéreuses compte tenu de la grande superficie à encoller, si bien qu’il n’existe malheureusement pas de colle universelle alliant toutes les qualités à la fois.

## 1.5 Traitements de surface

La préparation des surfaces est importante pour garantir de bonnes conditions d'adhésion. Différents traitements de surface peuvent être appliqués selon le type de matériau à rassembler.

L'opération de lavage précède généralement la mise en place de l'adhésif. Le lavage élimine les éléments faiblement attachés à la surface, comme des poussières. La présence de ces éléments pourrait se traduire dans l'existence de points où l'adhésion ne se produira pas. En fonction du produit utilisé, le lavage peut aussi contribuer au changement des caractéristiques de la surface. Les techniques de lavage les plus utilisées sont le dégraissage avec solvant, l'attaque acide et le lavage à la lessive (basique). En outre, l'utilisation des solvants peut générer des problèmes de sécurité, de santé et de pollution. C'est pourquoi les lavages à la lessive restent la méthode la plus utilisée.

Il existe des traitements qui consistent à travailler mécaniquement les surfaces afin d'obtenir l'augmentation de l'ancrage mécanique du collage. On peut citer comme exemple de ces opérations mécaniques la polissage et la brassage ou encore le sablage.

Les traitements thermiques jouent aussi un rôle important dans la préparation des surfaces à coller. Le chauffage pendant une heure d'un acier inoxydable, par exemple, peut améliorer considérablement le résultat du collage. Pour la préparation de l'aluminium ce type de traitement est aussi recommandé. Ce traitement peut, parfois, entraîner la modification de la couleur de la surface. Ce qui n'est toujours pas un inconvénient majeur vu que la plupart des traitements utilisés peuvent aussi changer l'apparence de la surface.

D'autres types de traitements de nature physique ou chimique sont aussi cités dans la littérature, comme par exemple les traitements Corona, Plasma et Laser [16].

Le rinçage est obligatoire après la plupart des traitements. Cette opération peut encore provoquer des changements dans la surface des matériaux. Cela explique pourquoi le type d'eau utilisée a son importance. Au contraire de ce que l'on peut croire, l'utilisation de l'eau distillée à la place d'eau du robinet n'est pas toujours favorable. Après l'attaque acide, le rinçage avec l'eau distillée peut réduire la résistance d'un joint d'aluminium collé à l'époxy. L'attaque acide provoque l'incorporation d'ions qui favorisent l'adhérence. Ceux-là se dissolvent dans l'eau distillée mais pas dans l'eau du robinet qui contient déjà des ions.

En général, les traitements de surface ont un effet de courte durée, le collage doit alors se faire dans un court espace de temps. Pour les pièces en aluminium, il est conseillé de procéder au collage dans l'heure qui suit le traitement. Dans l'industrie aérospatiale, par exemple, le collage s'effectue immédiatement après les traitements.

## 1.6 Essais destructifs et non-destructifs

Le développement des adhésifs modernes à haute résistance mécanique a inévitablement entraîné la recherche et la mise au point de tests permettant de comparer les qualités respectives de deux produits concurrents. Il existe deux types d'essais : ceux qui provoquent la rupture de l'éprouvette (essais destructifs) et les contrôles déclarés non destructifs.

### 1.6.1 Essais destructifs

Les tests destructifs, les plus fréquemment utilisés consistent en une mesure de la force de rupture d'un joint collé. Les valeurs des forces  $F$  que l'on peut ainsi mesurer permettent d'établir certaines comparaisons entre différents collages, pour lesquels les conditions de préparation des surfaces sont considérées comme étant identiques.

On ne peut pas déduire des contraintes de traction ou de cisaillement à la rupture, à partir de la force de rupture  $F$  à la superficie  $S$  de la zone collée. En effet, la proportionnalité de la force de rupture à la surface collée signifierait que la rupture s'effectue d'une manière brutale, d'un seul bloc, alors que la rupture résulte toujours de la propagation d'une fissure dont la vitesse est largement dépendante de la rhéologie des matériaux.

Parmi la multitude de tests existants pour quantifier les qualités de résistance d'un joint adhésif, lesquels sont nécessairement destructifs, les seuls qui peuvent être déclarés fiables sont ceux pour lesquels l'énergie de rupture  $G$  est calculable.

Le pelage est la méthode qui paraît à la fois la plus simple à réaliser et la mieux adaptée pour éprouver la résistance au décollement d'un film adhésif. Elle consiste, dans un premier temps, à coller une bande souple dont la déformation est élastique sur la surface plane et lisse d'un substrat rigide. Dans un second temps, afin de provoquer le décollement, on impose une force  $F$  dans la direction qui fait un angle constant avec le plan du joint collé. L'énergie de rupture  $G$  est calculable si on prend en compte des considérations géométriques simples et le fait que le film est soumis à une déformation élastique uniaxiale. Dans l'industrie, plusieurs géométries de pelage sont utilisées (Figure 1.7).

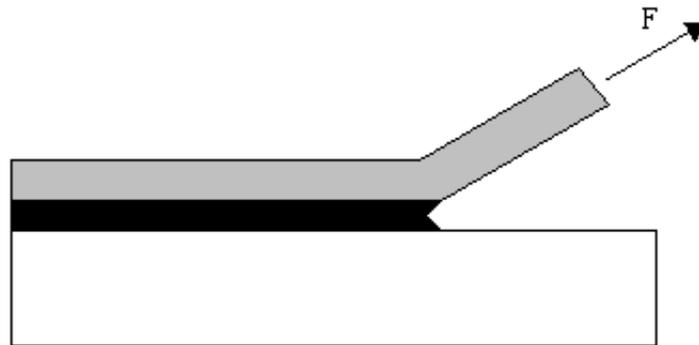


FIG. 1.7 – Essai de pelage

Lorsqu'il s'agit non plus de films élastiques mais de matériaux déformables élastiquement en flexion, il existe divers types d'essais selon les modes de sollicitation définis dans la mécanique de la rupture, Figure 1.8. Les essais les plus communs sont ceux qui travaillent avec les modes I et II (DCB et ENF) ou avec les combinaisons de ces deux modes (MMF).

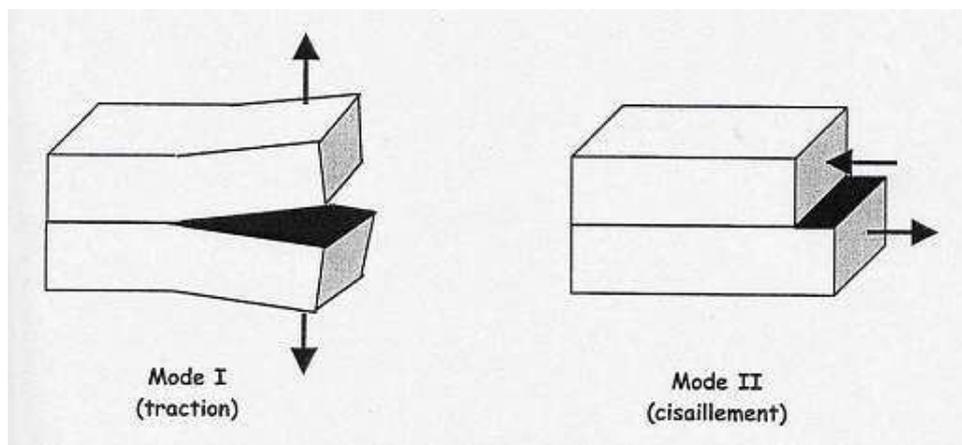


FIG. 1.8 – Modes de sollicitation

Dans l'essai DCB (Double Cantilever Beam), les plaques collées sont encastrées à une extrémité, l'autre extrémité, qui est libre, est soumise à la traction pour faire propager la fissure, comme dans la Figure 1.9.

On mesure l'ouverture ( $\delta$ ) provoquée par l'application de la force  $F$ . Cet essai est un exemple d'une sollicitation de mode I où on observe la traction pure à l'interface. Le problème avec ce type d'essai est qu'il est difficile de fixer les éprouvettes dans la machine.

Pour l'essai ENF (End Notched Flexure), les plaques fissurées sont soumises à une flexion à trois points (Figure 1.10). La force et le déplacement du point d'application de la force sont mesurés.

Le graphique Force-déplacement obtenu à travers cet essai permet de calculer l'énergie nécessaire pour faire propager la fissure. L'interface collée est sollicitée en cisaillement pur (mode II). Cet essai est plus simple et plus facile à réaliser que l'essai DCB.

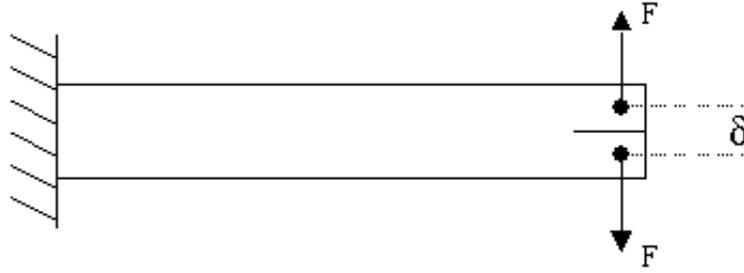


FIG. 1.9 – Essai DCB

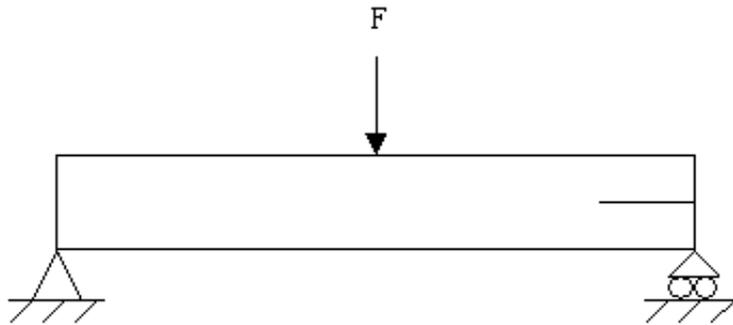


FIG. 1.10 – Essai ENF

L'essai MMF (Mixte Mode Flexure) est un mélange de mode I et mode II. Il y a plusieurs types d'essais mixtes mais ils sont difficiles à mettre en oeuvre. En effet, il faut s'assurer que le système de fixation des éprouvettes est correctement préparé.

L'essai en mode mixte permet d'obtenir une relation entre les paramètres de traction et de cisaillement. La Figure 1.11 en montre un exemple.

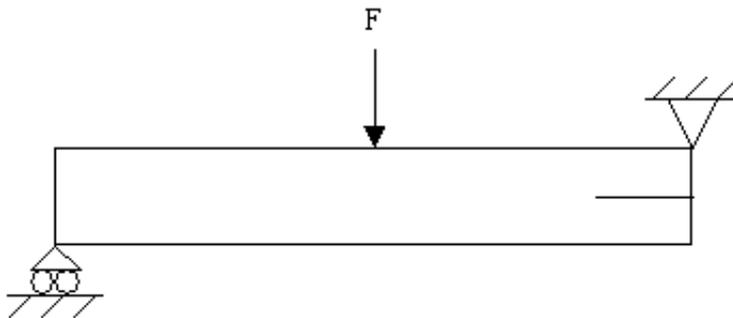


FIG. 1.11 – Essai MMF

### 1.6.2 Essais non destructifs

Les tests non destructifs sont utilisés la plupart du temps pour vérifier la qualité du collage. Avec ce type d'essai il est possible de détecter des défauts de collage, comme des fissures et des bulles, ou bien la présence d'un corps étranger dans la couche de colle.

Les principaux essais non destructifs sont : les méthodes ultrasonores, l'interférométrie holographique, la thermographie infrarouge et l'émission acoustique.

Ces méthodes sont basées sur l'interférence causée par les défauts de collage au passage d'une onde envoyée. Dans les essais d'ultrasons, par exemple, toute discontinuité de la matière est une source de réflexion. Une inclusion ou une fissure va donc produire une perturbation du signal (Figure 1.12) lors du passage de l'onde ultrasonique.

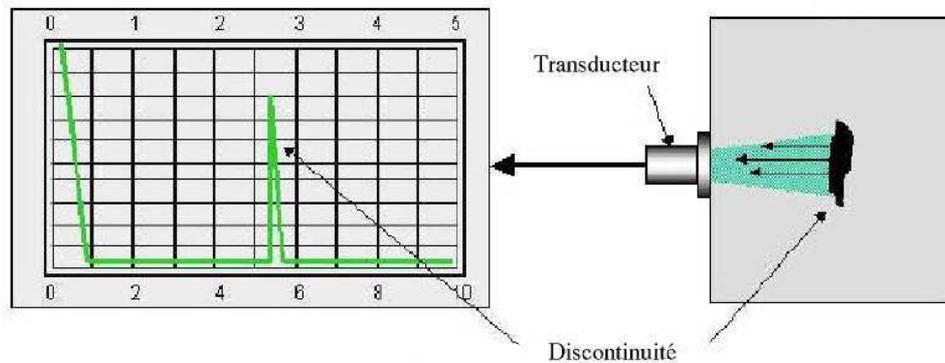


FIG. 1.12 – Essai d'ultrason

Les essais acoustiques peuvent aussi être utilisés pour identifier certaines caractéristiques d'une interface collée, comme les raideurs d'interface par exemple.

## 1.7 Modélisation mécanique des plaques collées

Pour étudier leur comportement mécanique les assemblages collés peuvent être modélisés de plusieurs façons différentes selon l'objectif de l'étude réalisée. Le premier choix à faire est celui de la représentation de la couche de colle. La colle peut être représentée par un modèle volumique ou bien par un modèle surfacique. La Figure 1.13 montre ces deux types de représentation d'un collage entre deux plaques.

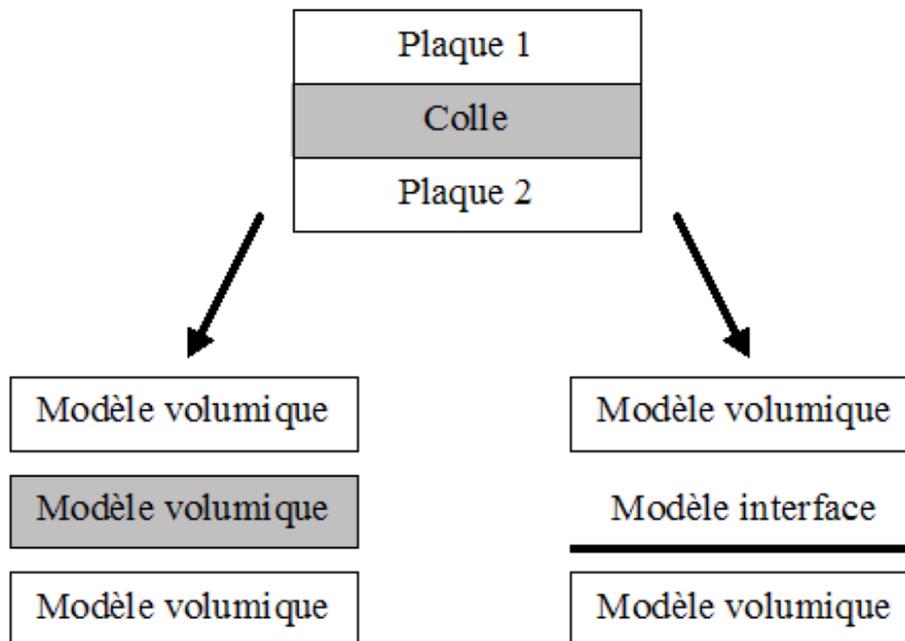


FIG. 1.13 – Représentations du collage

Il reste encore une troisième possibilité qui combine les deux précédentes. Dans la Figure 1.14 la couche de colle est représentée par un modèle volumique plus deux interfaces : une de chaque côté de la couche. Cette représentation peut être problématique lorsque l'on veut modéliser des essais de propagation de fissure comme ceux présentés dans la section précédente. Avec deux interfaces il est difficile de choisir où placer la fissure initiale. En revanche, cette représentation est nécessaire lorsque l'on veut étudier la rupture adhésive (interface) et la rupture cohésive (volume).

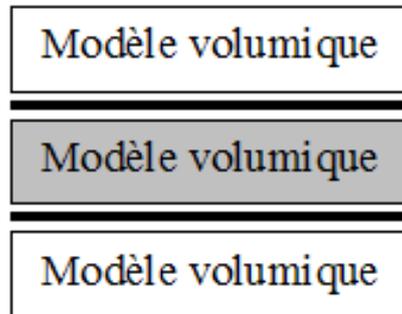


FIG. 1.14 – Représentation avec deux interfaces

Dans le travail présenté ici, la représentation de la couche de colle par une simple interface entre deux matériaux a été choisie pour simplifier le calcul numérique. L'utilisation d'une seule interface facilite aussi la modélisation des pièces de formes plus complexes

Les interfaces peuvent elles aussi être modélisées de plusieurs façons différentes, encore selon le but des études effectuées. La première question qui se pose concerne le comportement de l'interface lorsqu'elle est soumise à un effort quelconque. L'existence d'une fissure dans l'interface suppose la dégradation complète de cette interface à l'endroit où se trouve la fissure. La dégradation de l'interface selon l'effort appliqué peut être analysée à partir de deux approches différentes.

La première est basée sur des méthodes qui utilisent directement la mécanique linéaire de la rupture [8, 34]. Dans ce premier type d'interface, le passage de la condition non dégradée à totalement dégradée se fait de façon brutale. Deux plaques collées peuvent ainsi être étudiées de façon purement analytique. Les théories de flexion de poutres peuvent être utilisées pour étudier le comportement de plaques selon les principes de la résistance des matériaux [8]. Dans cette perspective analytique, l'interface collée est considérée comme étant parfaite. Les deux plaques collées ont le comportement d'une seule poutre dans la partie collée et de deux poutres complètement séparées dans la partie fissurée.

L'utilisation d'un modèle en éléments finis peut améliorer ce concept avec l'introduction d'une interface élastique [34]. Ce type de modélisation est indispensable lorsqu'on veut analyser le collage sur des géométries plus complexes. L'étude analytique est réalisable uniquement pour le collage sur des plaques planes qui peuvent être considérées comme de simples poutres.

La deuxième approche s'appuie sur les formulations basées sur l'endommagement de l'interface [45, 23, 42]. Ici l'interface passe de la condition non-dégradée (non-endommagée) à totalement dégradée (complètement endommagée) d'une façon progressive. Cette approche a été développée originellement pour la simulation de la dégradation des matériaux composites. Cette représentation reste plus proche de la réalité car, dans la réalité, la dégradation ne se passe pas de façon brutale. Dans les joints collés il y a toujours une zone en état de endommagement progressif localisée à la tête de la fissure. Les modèles d'interface endommageables sont donc les plus utilisés aujourd'hui dans les études des assemblages collés.

## 1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, l'évolution de l'utilisation du collage dans l'industrie a été montrée. Les avantages et désavantages du choix de ce type d'assemblage ont été présentés. Les différentes théories présentées ici donnent une idée de la complexité des phénomènes d'adhésion. Bien qu'une théorie unique de l'adhésion

ne soit pas encore acceptée, il est reconnu que l'état initial de la surface à coller joue un rôle important sur le comportement d'un collage. Les traitements de surface sont donc souhaitables afin d'améliorer la résistance des collages.

Pour vérifier la qualité du collage obtenu, des essais destructifs et non-destructifs sont utilisés. Plus tard, dans ce mémoire, ces essais seront aussi utilisés pour identifier les caractéristiques de l'interface collées.

Les diverses façons d'étudier le comportement mécanique des collages ont également été montrées ici. L'utilisation d'un modèle d'interface pour représenter la couche de colle a été justifiée par l'objectif d'avoir un outil de calcul numérique simple. Deux approches différentes ont été présentées pour modéliser l'interface collée.

Dans les chapitres à venir, le comportement des plaques collées dans les essais du type ENF, DCB et MMF seront étudiés. Dans le chapitre 2 l'approche utilisée sera celle de la mécanique linéaire de la rupture. Les résultats analytiques et numériques seront donc comparés.

Dans le troisième chapitre, le concept d'interface endommageable sera utilisé. Une loi d'évolution de l'endommagement sera définie comme modèle. Les résultats des simulation numériques obtenus avec le modèle d'endommagement seront confrontés avec ceux obtenus dans le deuxième chapitre.

# Chapitre 2

## Approches par la mécanique de la rupture

Les essais de propagation d'une fissure sont utilisés tout au long de ce travail de thèse, soit pour valider le modèle proposé avec des simulations numériques, soit pour identifier les paramètres du modèle à travers les résultats pratiques.

Afin de commencer à étudier le comportement des plaques collées dans les essais du type ENF, DCB et MMF, un modèle d'interface élastique est utilisé. Le concept d'endommagement ne sera pas encore introduit ici.

Dans la première partie de ce chapitre, le collage est considéré comme étant parfait, avec une raideur d'interface infinie. Les deux plaques collées se comportent comme une seule plaque dans la partie collée et comme deux plaques complètement séparées dans la partie fissurée. L'analyse faite ici est basée uniquement sur la mécanique linéaire de la rupture. Les expressions de la compliance et les courbes de propagation de la fissure à énergie constante sont calculées à l'aide de la théorie classique de la résistance des matériaux [8].

La deuxième approche est numérique. A ce stade du travail, la colle est modélisée par une interface élastique et la raideur est un paramètre d'interface[34]. Une deuxième façon d'obtenir des courbes de propagation de la fissure à énergie constante est proposée. Les simulations numériques des essais mécaniques sont effectuées afin de donner les premières informations sur l'influence de certains paramètres dans la réponse globale de la structure.

La comparaison entre les résultats numériques et ceux obtenus de façon analytique permet de vérifier le bon accord entre les deux approches. Ces résultats seront donc utilisés dans les chapitres à venir pour vérifier l'efficacité du modèle d'endommagement.

### 2.1 Mécanique linéaire de la rupture

L'une des façons de commencer à étudier les essais de flexion en plaques collées est d'utiliser les théories de flexion dans une poutre simple selon les principes de la résistance des matériaux (Figure 2.1).

La Figure 2.1 représente la variation de la force  $P$  nécessaire pour imposer un déplacement du point d'application d'une valeur égale à la flèche  $u$ . L'énergie dissipée  $E_d$  pour faire fléchir une poutre élastique est calculée en fonction de la force  $P$  et du déplacement  $u$ .

$$E_d = \frac{1}{2}Pu \quad (2.1)$$

La théorie de la résistance des matériaux permet d'écrire :

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M^2}{EJ} dx \quad (2.2)$$

où  $M$  est le moment fléchissant,  $E$  est le module de Young et  $J$  est le moment d'inertie de la section.

Pour les plaques d'un profil rectangulaire, comme celles qui seront utilisées tout au long de cette étude, le moment d'inertie est calculé en fonction de la largeur  $B$  et de l'épaisseur  $h$  de la plaque :

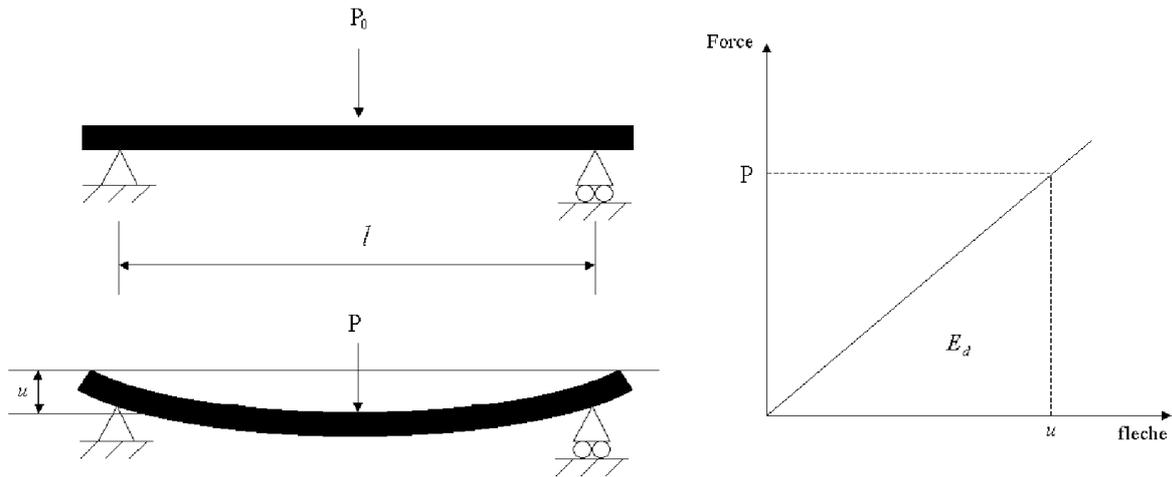


FIG. 2.1 – Poutre simple

$$J = \frac{Bh^3}{12} \quad (2.3)$$

Dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, on considère le comportement de deux plaques collées dans un essai de flexion comme celui des poutres. L'existence d'une fissure initiale, de longueur  $a$ , dans l'interface collée impose que la structure soit étudiée de deux façons différentes, avant et après la tête de la fissure. Les deux plaques sont donc considérées séparément dans la région avant la tête de la fissure et comme étant une seule poutre dans la partie collée. La Figure 2.2 illustre cette configuration.

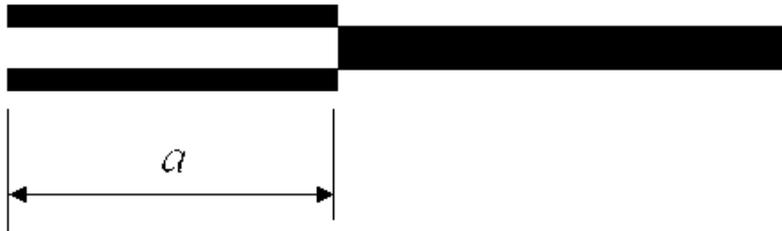


FIG. 2.2 – Représentation des plaques collées

La rigidité globale de la structure change en fonction de la longueur de la fissure dans la couche de colle. La Figure 2.3 présente un exemple de courbes Force-déplacement pour deux longueurs différentes de fissure ( $a_1 < a_2$ ). On peut donc considérer que la surface entre les deux courbes représente l'énergie  $G$  nécessaire pour faire avancer une fissure d'une longueur  $a_1$  à une longueur  $a_2$ .

Si on considère que le comportement global de l'assemblage est linéaire pour une longueur de fissure donnée, le taux d'énergie dissipée peut alors être déterminé par :

$$G = \frac{dE_d}{dS} = \frac{1}{B} \frac{dE_d}{da} = \frac{P}{2B} \frac{du}{da} \quad (2.4)$$

où  $S$  est la surface de la fissure et  $a$  est la longueur de la fissure.

On peut aussi définir la compléance de la structure ( $C$ ) qui donne le rapport entre la flèche  $u$  et la force appliquée  $P$  :

$$C = \frac{u}{P} \quad (2.5)$$

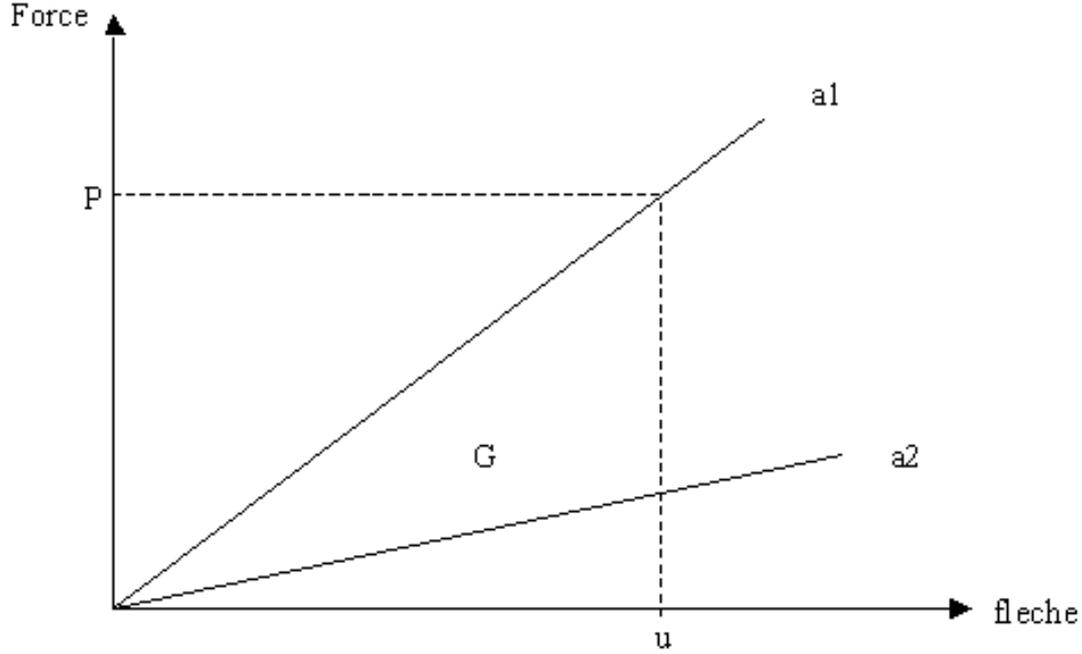


FIG. 2.3 – Force-déplacement

Le taux d'énergie dissipée s'écrit alors en fonction de la compliance :

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad (2.6)$$

Une fissure se propage lorsque  $G$  arrive à la valeur critique  $G_c$ , qui est considérée constante. Il est donc intéressant de connaître la courbe qui représente les points de propagation d'une fissure en fonction de  $P$  et  $u$  pour une valeur de  $G_c$  donnée.

### 2.1.1 Courbes de propagation pour les essais en mode pur

Lorsque la fissure se propage uniquement en mode pur, l'énergie critique s'écrit  $G_{cI}$  pour une rupture en mode I et  $G_{cII}$  pour une rupture en mode II. Pour obtenir l'expression de la compliance et de la courbe de propagation de la fissure à énergie constante, les essais DCB e ENF sont représentés par des poutres comme le montrent les Figures 2.4 et 2.5, respectivement.

Pour les essais du type DCB et ENF, les expressions pour la compliance  $C$  et pour la courbe de propagation de la fissure  $f(P, u)$  ont déjà été publiées dans la littérature [8]. Ces expressions sont montrées dans la Table 2.1.

Essai	$a$	$C$	$f(P, u)$
DCB	$0 \leq a \leq l$	$\frac{2a^3}{3EI}$	$u = \frac{1}{3P^2} \sqrt{EI} (BG_{cI})^{3/2}$
ENF	$0 \leq a \leq l/2$	$\frac{l^3 + 12a^3}{384EI}$	$u = \frac{Pl^3}{384EI} + \frac{1}{P^2} 16\sqrt{EI} \left( \frac{BG_{cII}}{3} \right)^{3/2}$
ENF	$l/2 \leq a \leq l$	$\frac{l^3 - 3(l-a)^3}{96EI}$	$u = \frac{Pl^3}{96EI} - \frac{1}{P^2} 16\sqrt{EI} \left( \frac{BG_{cII}}{3} \right)^{3/2}$

TAB. 2.1 – Expressions connues pour les essais DCB et ENF

Les deux plaques collées sont ici considérées comme identiques, de même largeur  $B$  et de même épaisseur  $h$ . La valeur  $I$  représente donc le moment d'inertie d'une seule plaque.

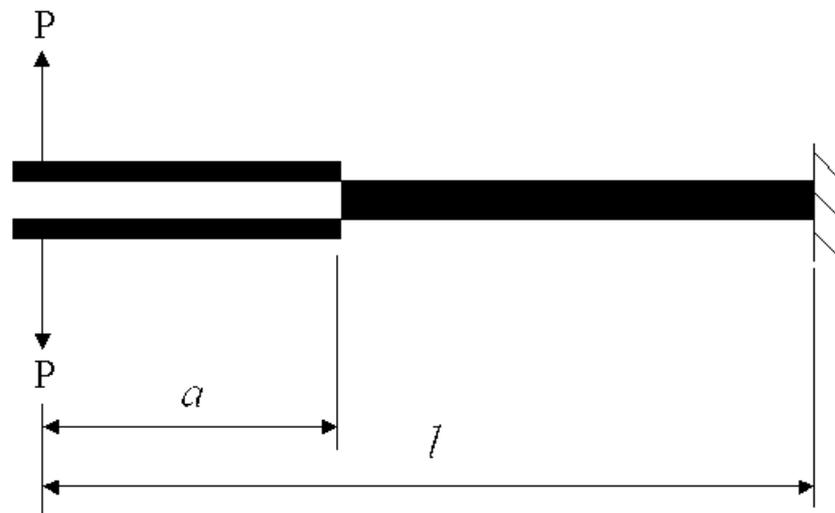


FIG. 2.4 – Représentation d'un essai DCB

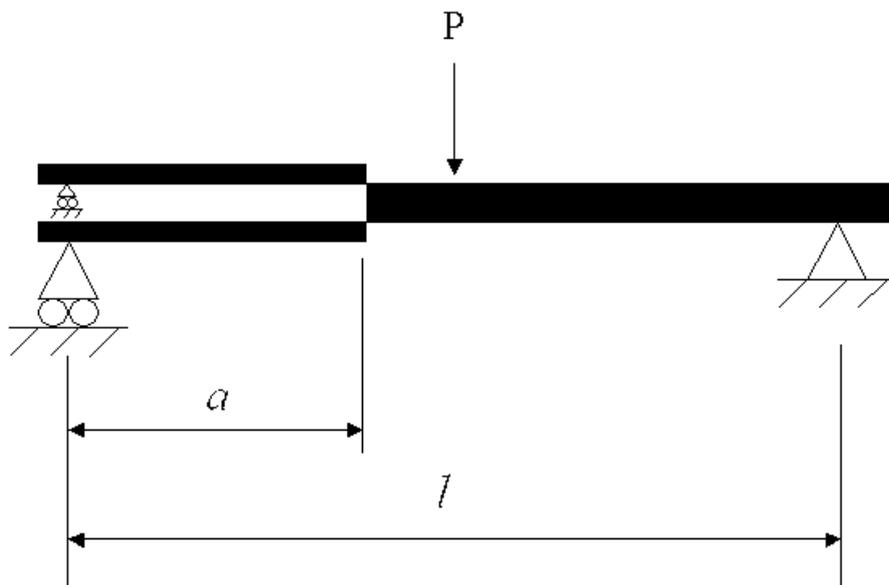


FIG. 2.5 – Représentation d'un essai ENF

La Figure 2.6 montre la courbe qui représente les points de propagation de la fissure pour un essai DCB. La courbe a été obtenue pour une valeur d'énergie critique  $G_{cI} = 0.02N/mm$ ; le module de Young  $E = 81000MPa$ ; la distance entre les appuis  $l = 120mm$  et les dimensions des plaques  $B = 20mm$  et  $h = 3mm$ .

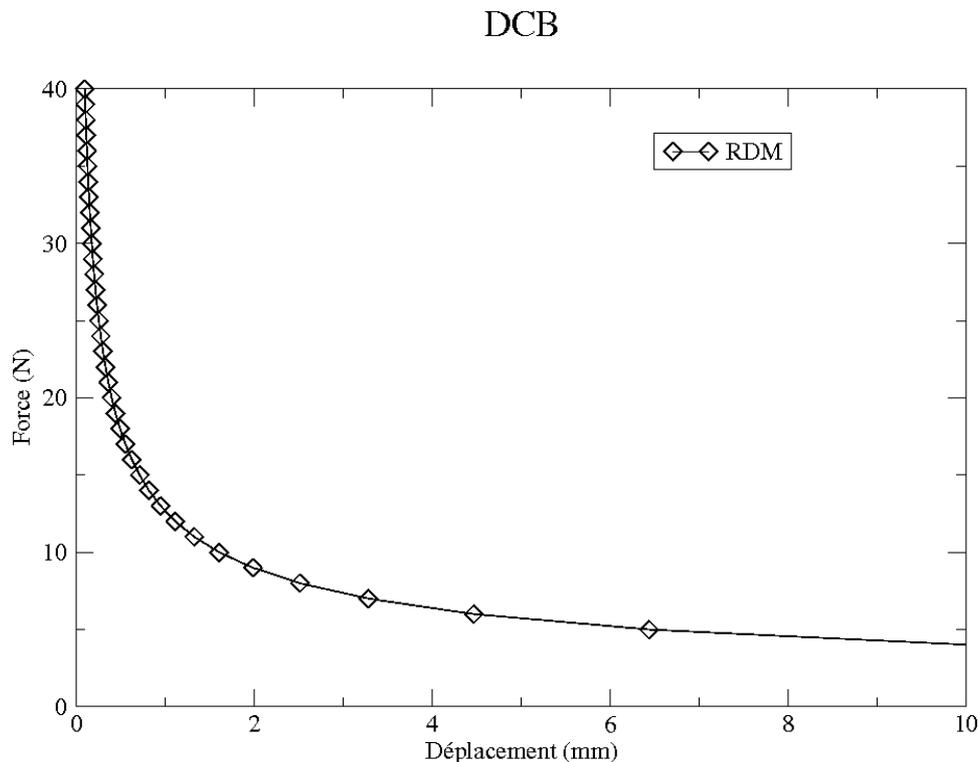


FIG. 2.6 – Courbe de propagation de la fissure pour un essai DCB

Pour l'essai DCB, la propagation de la fissure est toujours stable en déplacement et toujours instable par rapport à la force quelque soit la longueur de la fissure initiale  $a$ . Autrement dit, pour passer d'une longueur de fissure  $a_1$  à une longueur  $a_2$ , le déplacement doit augmenter alors que la force diminue, quelque soit  $a_1$ , pour  $a_1 < a_2$ .

En revanche, pour un essai du type ENF, la longueur initiale de la fissure est un facteur déterminant de la stabilité de la propagation de cette fissure. Les courbes de propagation permettent de calculer les zones de stabilité des essais par rapport à l'évolution de la force appliquée  $P$  ou bien par rapport au déplacement imposé  $u$ . La propagation de la fissure est stable lorsque  $dG/da$  est non-positive pour une force  $P$  constante ou pour un déplacement  $u$  constant [8].

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{dG}{da} \right|_P = \frac{P^2}{2B} C'' \leq 0 \\ \left. \frac{dG}{da} \right|_u = \frac{u^2}{2BC^2} \left( C'' - \frac{2C'^2}{C} \right) \leq 0 \end{array} \right. \quad (2.7)$$

Dans les équations 2.7 les symboles (') et (") représentent la première et la deuxième dérivée par rapport à longueur de la fissure  $a$ .

La Figure 2.7 décrit les courbes de propagation de la fissure pour un essai ENF. Les courbes ont été obtenues en utilisant les valeurs :  $G_{cII} = 0.4N/mm$ ;  $E = 81GPa$ ;  $l = 120mm$ ;  $B = 20mm$ ;  $h = 3mm$ . L'expression de la compliance peut être utilisée pour tracer les droites  $P \times u$  qui représentent le comportement des plaques pour une longueur de fissure  $a$  donnée. Deux de ces droites sont également présentées dans la Figure 2.7 afin de montrer les zones de stabilité dans un essai en mode II pour la force  $P$  ( $0.5l < a < l$ ) et pour le déplacement  $u$  ( $0.347l < a < l$ ).

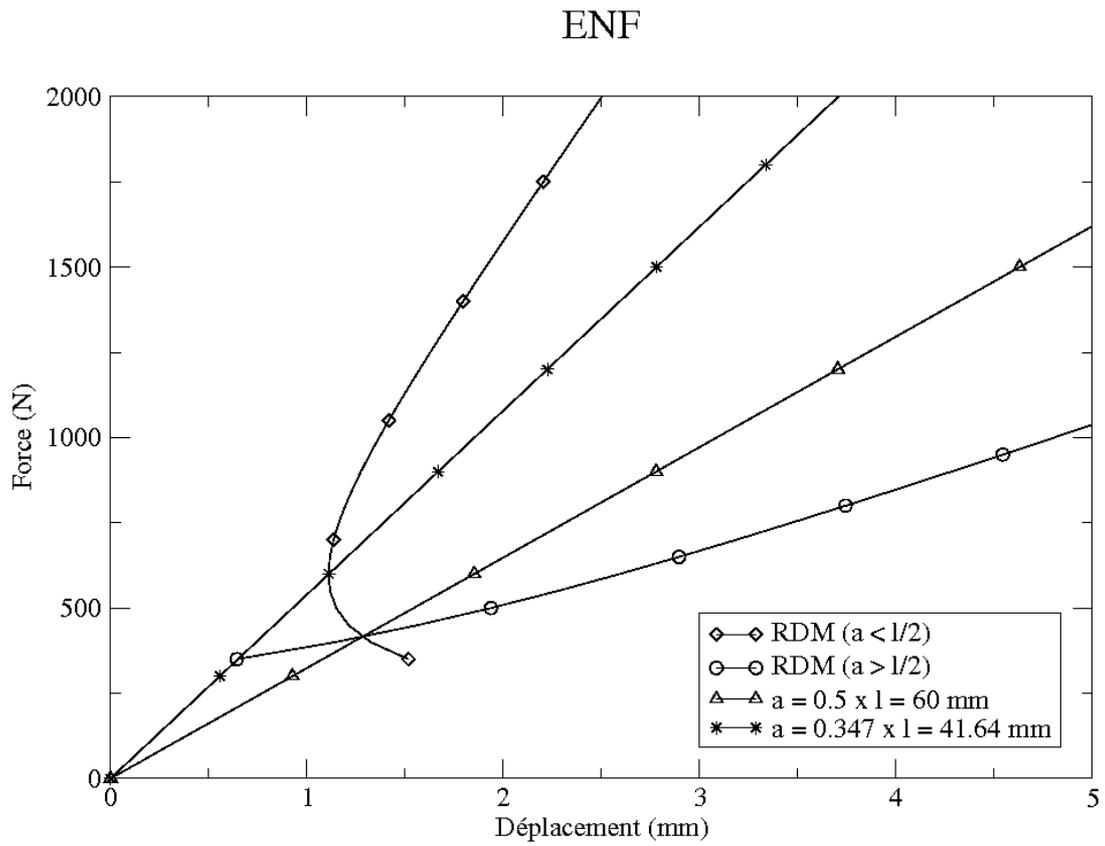


FIG. 2.7 – Courbes de propagation de la fissure pour un essai ENF

## 2.1.2 Courbes de propagation pour les essais en mode mixte

Pour un essais en mode mixte, les expressions de la compliance et de la courbe de propagation de la fissure à énergie constante n'ont pas été trouvées dans la littérature. Le calcul a donc été fait et il est présenté ici à titre d'exemple.

Pour une propagation de fissure en mode mixte l'énergie critique totale  $G_{Tc}$  est exprimée en fonction des énergies critiques en mode pur. Dans le Chapitre 3, un critère sera adopté pour décrire le rapport entre les énergies critiques  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$  lors d'un chargement en mode mixte. Pour le moment la notation  $G_{Tc}$  suffit pour atteindre les objectifs du présent chapitre.

L'essai MMF sera représenté par des poutres comme le montre la Figure 2.8. Pour cet essai, seule la plaque supérieure est appuyée dans la région entre l'appui et la tête de la fissure, de longueur  $a$ . Dans la région où  $x < a$ , les efforts sont calculés pour une poutre simple d'épaisseur  $h$  et moment d'inertie  $I$ .

$$I = \frac{Bh^3}{12}$$

Dans la région où  $x \geq a$ , les calculs sont faits pour une poutre d'épaisseur  $2h$  et moment d'inertie  $J$ .

$$J = \frac{B(2h)^3}{12} = \frac{8Bh^3}{12} = 8I$$

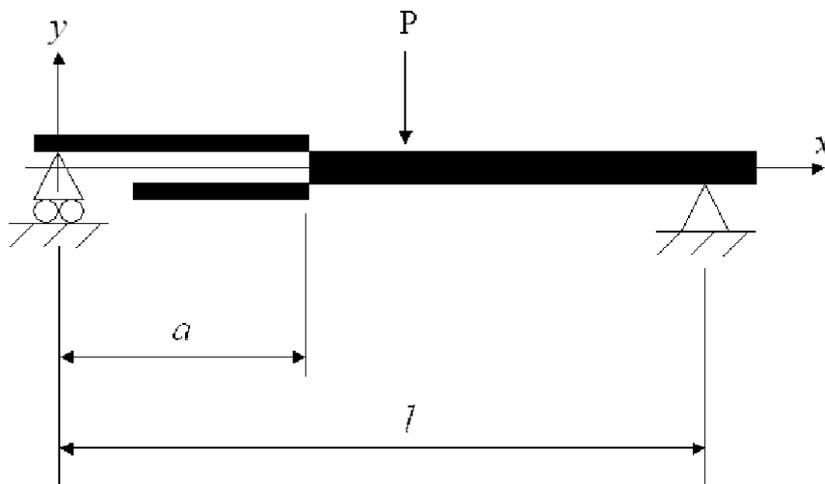


FIG. 2.8 – Représentation d'un essai MMF

Le moment fléchissant  $M$  est calculé selon les coordonnées montrées dans la figure 2.8 :

$$M = \begin{cases} -\frac{Px}{2} & \Rightarrow 0 \leq x \leq l/2 \\ \frac{P(x-l)}{2} & \Rightarrow l/2 \leq x \leq l \end{cases} \quad (2.8)$$

En utilisant l'équation 2.2, l'expression de l'énergie dissipée pour deux cas différents, en fonction de la longueur de la fissure initiale  $a$ , peut être écrite :

Pour  $a \leq l/2$ ,

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^a \frac{M^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \int_a^l \frac{M^2}{8EI} dx \quad (2.9)$$

Pour  $l/2 \leq a \leq l$ ,

$$E_d = \frac{1}{2} \int_0^{l/2} \frac{M^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \int_{l/2}^a \frac{M^2}{EI} dx + \frac{1}{2} \int_a^l \frac{M^2}{8EI} dx \quad (2.10)$$

L'application des moments fléchissants 2.8 dans les équations 2.9 et 2.10 permet d'obtenir deux expressions pour l'énergie dissipée :

Pour  $a \leq l/2$ ,

$$E_d = \frac{1}{2EI} \int_0^a \frac{P^2 x^2}{4} dx + \frac{1}{2EI} \int_a^{l/2} \frac{P^2 x^2}{32} dx + \frac{1}{2EI} \int_{l/2}^l \frac{P^2 (x-l)^2}{32} dx$$

$$E_d = \frac{1}{2EI} \left[ \frac{P^2 a^3}{12} + \frac{P^2 l^3}{768} - \frac{P^2 a^3}{96} + \frac{P^2 l^3}{768} \right] = \frac{P^2}{2EI} \left[ \frac{7a^3}{96} + \frac{l^3}{384} \right]$$

$$E_d = \frac{P^2 (l^3 + 28a^3)}{768EI} \quad (2.11)$$

Pour  $l/2 \leq a \leq l$ ,

$$E_d = \frac{1}{2EI} \int_0^{l/2} \frac{P^2 x^2}{4} dx + \frac{1}{2EI} \int_{l/2}^a \frac{P^2 (x-l)^2}{4} dx + \frac{1}{2EI} \int_a^l \frac{P^2 (x-l)^2}{32} dx$$

$$E_d = \frac{P^2}{2EI} \left[ \frac{l^3}{96} + \left( \frac{a^3}{12} - \frac{a^2 l}{4} + \frac{a l^2}{4} - \frac{7l^3}{96} \right) + \left( \frac{l^3}{96} - \frac{a^3}{96} + \frac{a^2 l}{32} - \frac{l^2 a}{32} \right) \right]$$

$$E_d = \frac{P^2}{2EI} \left[ \frac{2l^3}{96} - \left( \frac{7l^3}{96} - \frac{7al^2}{32} + \frac{7a^2 l}{32} - \frac{7a^3}{96} \right) \right] = \frac{P^2}{2EI} \left[ \frac{2l^3}{96} - \frac{7}{96} (l^3 - 3al^2 + 3a^2 l - a^3) \right]$$

$$E_d = \frac{P^2 (2l^3 - 7(l-a)^3)}{192EI} \quad (2.12)$$

L'expression obtenue pour l'énergie dissipée, 2.11 et 2.12, et les équations 2.1 et 2.5 permettent d'écrire le déplacement  $u$  et la compliance de la structure  $C$  en fonction de la longueur de la fissure  $a$  :

Pour  $a \leq l/2$ ,

$$u = \frac{P (l^3 + 28a^3)}{384EI} \quad (2.13)$$

$$C = \frac{l^3 + 28a^3}{384EI} \quad (2.14)$$

Pour  $l/2 \leq a \leq l$ ,

$$u = \frac{P [2l^3 - 7(l-a)^3]}{96EI} \quad (2.15)$$

$$C = \frac{2l^3 - 7(l-a)^3}{96EI} \quad (2.16)$$

Les expressions de la compliance (2.14 et 2.16), appliquées à l'équation 2.6, permettent d'écrire  $a$  en fonction de l'énergie critique totale  $G_{Tc}$ .

Pour  $a \leq l/2$ ,

$$G_{Tc} = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} = \frac{P^2}{2B} \frac{84a^2}{384EI} = \frac{7P^2 a^2}{64BEI}$$

$$a = \frac{8}{P} \sqrt{\frac{BEIG_{Tc}}{7}} \quad (2.17)$$

Pour  $l/2 \leq a \leq l$ ,

$$G_{Tc} = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} = \frac{P^2}{2BEI} \left( \frac{7a^2}{32} - \frac{7al}{16} + \frac{7l^2}{32} \right) = \frac{7P^2}{64BEI} (a-l)^2$$

$$a = l - \frac{8}{P} \sqrt{\frac{BEIG_{Tc}}{7}} \quad (2.18)$$

Les expressions 2.17 et 2.18, appliquées à l'équation du déplacement (2.13 et 2.15), permettent d'écrire les expressions des courbes de propagation  $f(P, u)$ .

Pour  $a \leq l/2$ ,

$$u = \frac{P \left[ l^3 + 28 \left( \frac{8}{P} \sqrt{\frac{BEIG_{Tc}}{7}} \right)^3 \right]}{384EI}$$

$$u = \frac{Pl^3}{384EI} + \frac{14336}{384EIP^2} \left( \frac{BEIG_{Tc}}{7} \right)^{3/2}$$

$$u = \frac{Pl^3}{384EI} + \frac{112}{3P^2} \sqrt{EI} \left( \frac{BG_{Tc}}{7} \right)^{3/2}$$

Pour  $l/2 \leq a \leq l$ ,

$$u = \frac{P \left[ 2l^3 - 7 \left( \frac{8}{P} \sqrt{\frac{BEIG_{Tc}}{7}} \right)^3 \right]}{96EI}$$

$$u = \frac{Pl^3}{48EI} + \frac{3584}{96EIP^2} \left( \frac{BEIG_{Tc}}{7} \right)^{3/2}$$

$$u = \frac{Pl^3}{48EI} - \frac{112}{3P^2} \sqrt{EI} \left( \frac{BG_{Tc}}{7} \right)^{3/2}$$

La Table 2.2 présente un résumé des expressions obtenues pour un essai du type MMF.

Essai	$a$	$C$	$f(P, u)$
MMF	$0 \leq a \leq l/2$	$\frac{l^3 + 28a^3}{384EI}$	$u = \frac{Pl^3}{384EI} + \frac{112}{3P^2} \sqrt{EI} \left( \frac{BG_{Tc}}{7} \right)^{3/2}$
MMF	$l/2 \leq a \leq l$	$\frac{2l^3 - 7(l-a)^3}{96EI}$	$u = \frac{Pl^3}{48EI} - \frac{112}{3P^2} \sqrt{EI} \left( \frac{BG_{Tc}}{7} \right)^{3/2}$

TAB. 2.2 – Expressions obtenues pour l'essai MMF

La Figure 2.9 montre les courbes qui représentent les points de propagation de la fissure pour un essai MMF. Les courbes ont été obtenues pour une valeur d'énergie critique  $G_{Tc} = 0.4N/mm$ ; le module de Young  $E = 81GPa$ ; la distance entre les appuis  $l = 120mm$  et les dimensions des plaques  $B = 20mm$  et  $h = 3mm$ . Deux droites sont également présentées dans la Figure 2.9 afin de montrer les zones de stabilité dans un essai en mode mixte pour la force  $P$  ( $0.5l < a < l$ ) et pour le déplacement  $u$  ( $0.261l < a < l$ ).

## 2.2 Modèle avec interface élastique

Une autre façon d'étudier les essais de flexions en plaques collées est d'utiliser les simulations numériques. Les résultats numériques peuvent ainsi être comparés avec les courbes issues de la théorie classique des poutres. La façon la plus simple de simuler numériquement un essai de flexion sur des plaques collées est d'utiliser un modèle en éléments finis avec une interface élastique pour représenter la colle. Les essais ont été modélisés en utilisant des éléments finis dans le code CAST3M développé par le CEA - Commissariat à l'Énergie Atomique en France. Le comportement d'une interface élastique est déjà prévue dans le code de calcul utilisé :

$$F_i = k_i [u_i] \Rightarrow i = 1, 2, 3 \quad (2.19)$$

où  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_3$  sont les raideurs élastiques de l'interface.

La Figure 2.10 présente les dimensions des plaques qui ont été prises en compte dans les simulations d'un essai ENF montrées dans cette session.

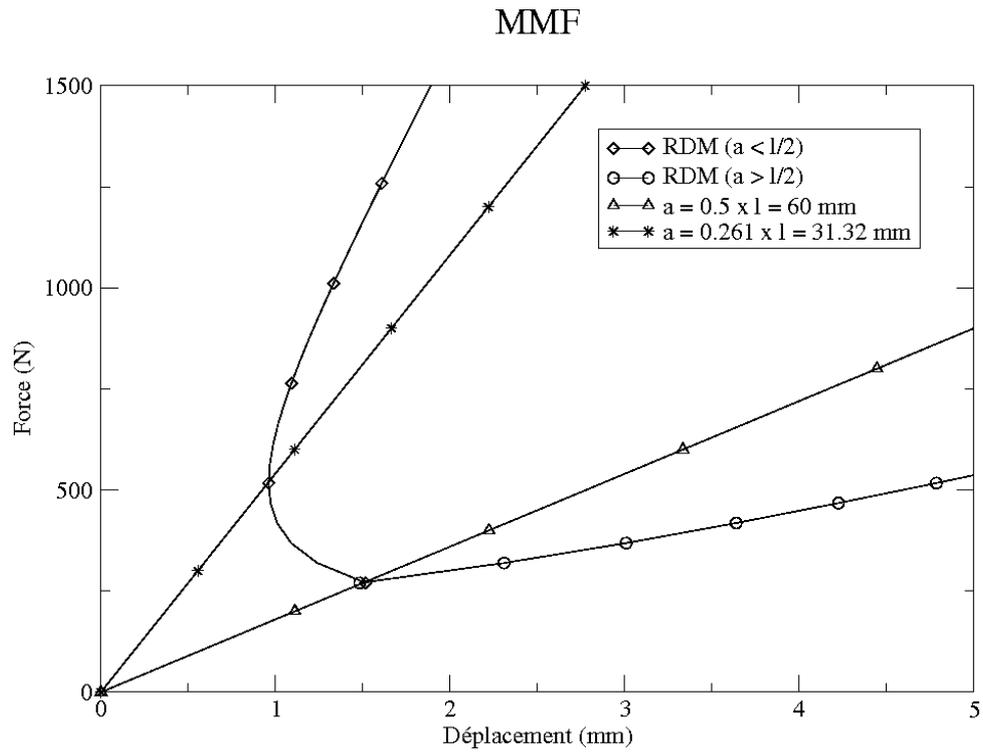


FIG. 2.9 – Courbes de propagation de la fissure pour un essai MMF

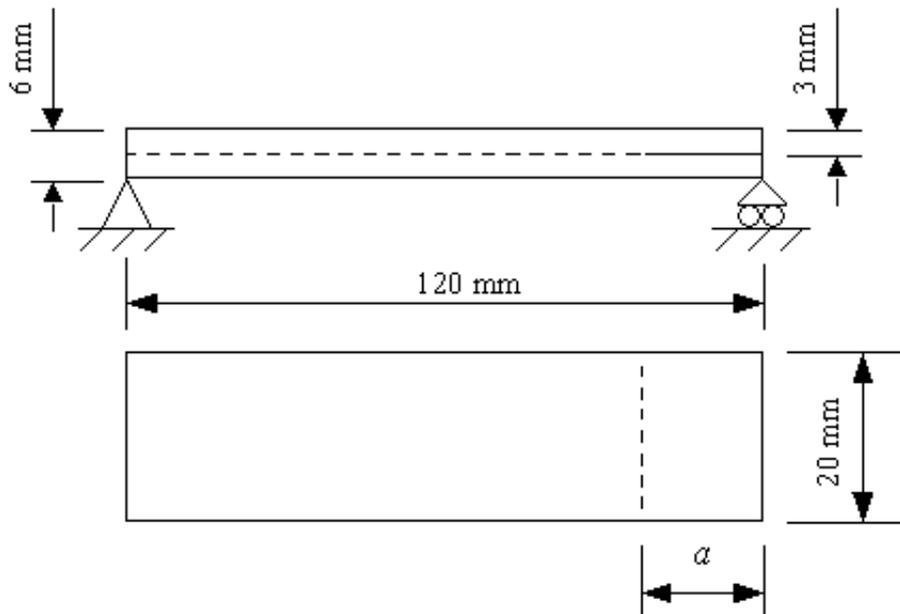


FIG. 2.10 – Modèle d'essai

## 2.2.1 Compliance et Rigidité

La simulation numérique permet d'obtenir la courbe Force-déplacement pour une géométrie donnée. En faisant varier la longueur de fissure initiale  $a$ , il est possible de tracer plusieurs courbes. Les courbes montrées dans la Figure 2.11 confirment l'influence de la longueur de la fissure  $a$  dans le comportement global de la structure. Plus grande est la fissure initiale, moins raide est la structure. La rigidité  $R$  est définie comme l'inverse de la compliance  $C$ .

$$R = \frac{P}{u}$$

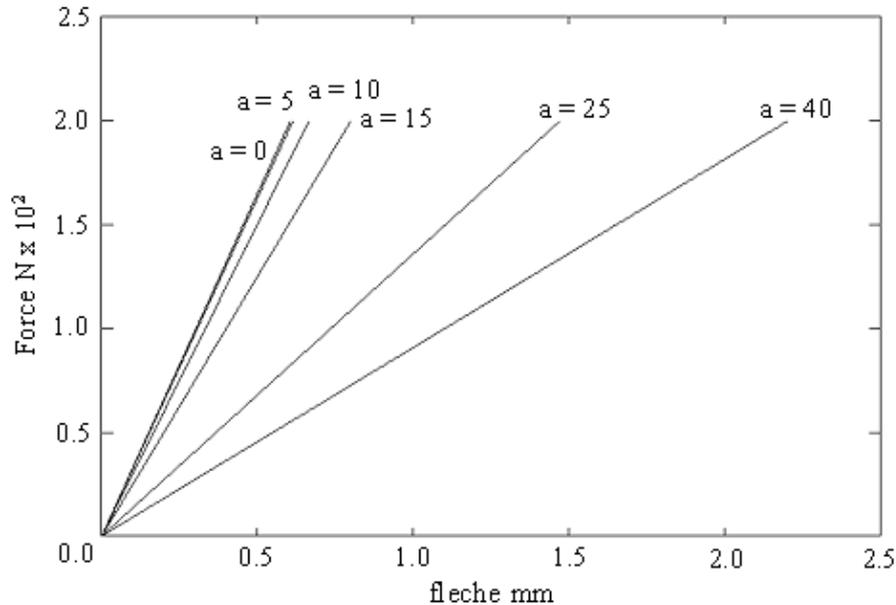


FIG. 2.11 – Rigidité

Le graphique de la Figure 2.12 montre la variation de la rigidité de l'assemblage  $R$  en fonction des rapports entre les longueurs de fissure  $a$  et la distance entre les appuis  $l$ .

## 2.2.2 Energie dissipée pour faire avancer la fissure

La Figure 2.13 est un schéma qui représente ce qui a été montré dans la Figure 2.11. Elle montre comment a été calculée l'énergie dissipée  $G$ .

L'énergie utilisée pour faire avancer la fissure est représentée par la surface grise indiquée dans la Figure 2.13.

$$G = \frac{FLE(i)}{2} (FS(i-1) - FI(i)) \quad (2.20)$$

L'indice  $i$  représente l'instant observé par rapport à la longueur de la fissure. Par exemple,  $FLE(2)$  et  $FS(1)$  représentent la flèche et la force au moment de l'avancée de la fissure de  $1mm$  à  $2mm$ , et  $FI(2)$  est la force au moment où l'énergie recommence à être accumulée pour faire avancer la fissure de  $2mm$  à  $3mm$ .

Avec le modèle en éléments finis, il est possible d'obtenir la flèche  $Y(i)$  correspondant à une force  $F1$  appliquée pour une longueur de fissure donnée  $a$ . Une courbe de propagation à  $G$  constante est une courbe contenant tous les points  $FS(i)$  pour cette valeur d'énergie. L'équation 2.20 donne :

$$FS(i-1) = \frac{2G}{FLE(i)} + FI(i)$$

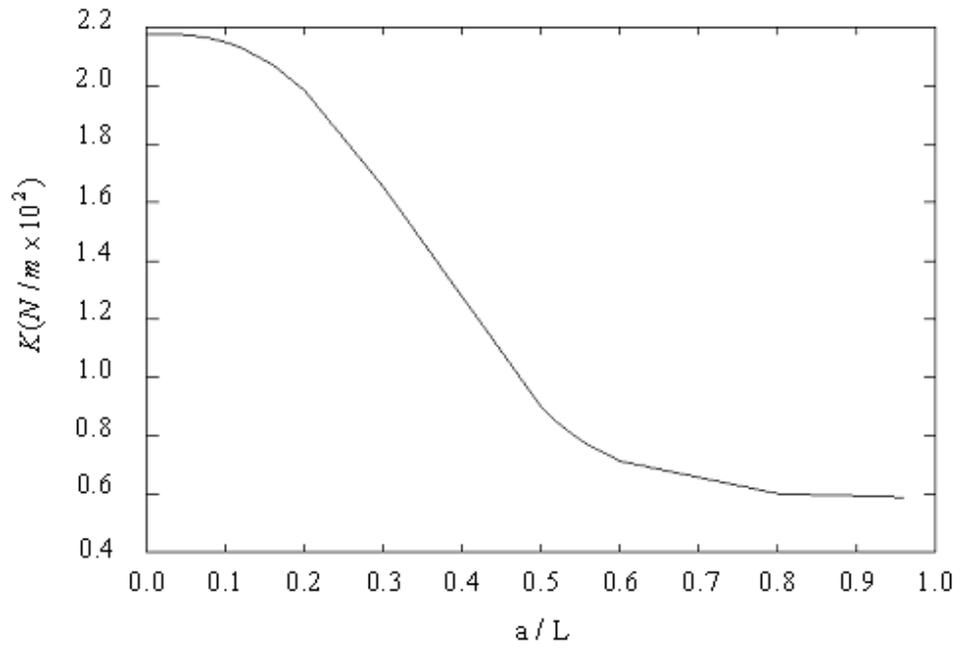


FIG. 2.12 – Variation de la rigidité

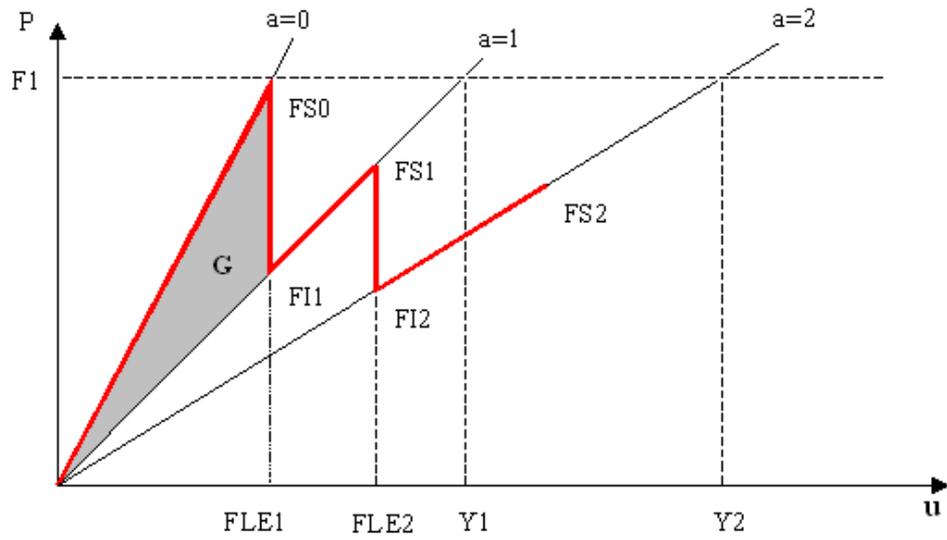


FIG. 2.13 – Schéma de l'avancée de la fissure

A partir de la Figure 2.13, on peut écrire les relations suivantes :

$$\frac{F1}{Y(i)} = \frac{FS(i)}{FLE(i+1)} = \frac{FI(i)}{FLE(i)} \quad (2.21)$$

$$R(i) = \frac{F1}{Y(i)}$$

$$\begin{cases} FS(i-1) &= FLE(i) \times R(i-1) \\ FI(i) &= FLE(i) \times R(i) \end{cases}$$

$$FLE(i) = \sqrt{\frac{2G}{R(i-1) - R(i)}}$$

Une routine a été faite sur le CAST3M pour calculer les forces  $FS(i)$  et  $FI(i)$  et les flèches  $FLE(i)$  à partir d'une force  $F1$  donnée et des flèches  $Y(i)$  que cette force impose au système.

La courbe Force-déplacement pour une valeur de  $G = 0.4N/mm$  et les raideurs d'interface  $k_1 = k_2 = k_3 = 10^{17}N/m^3$  est montrée dans la Figure 2.14. La valeur  $k_i = 10^{17}N/m^3$  a été adoptée car elle est suffisamment grande pour représenter un collage parfait entre les plaques [12].

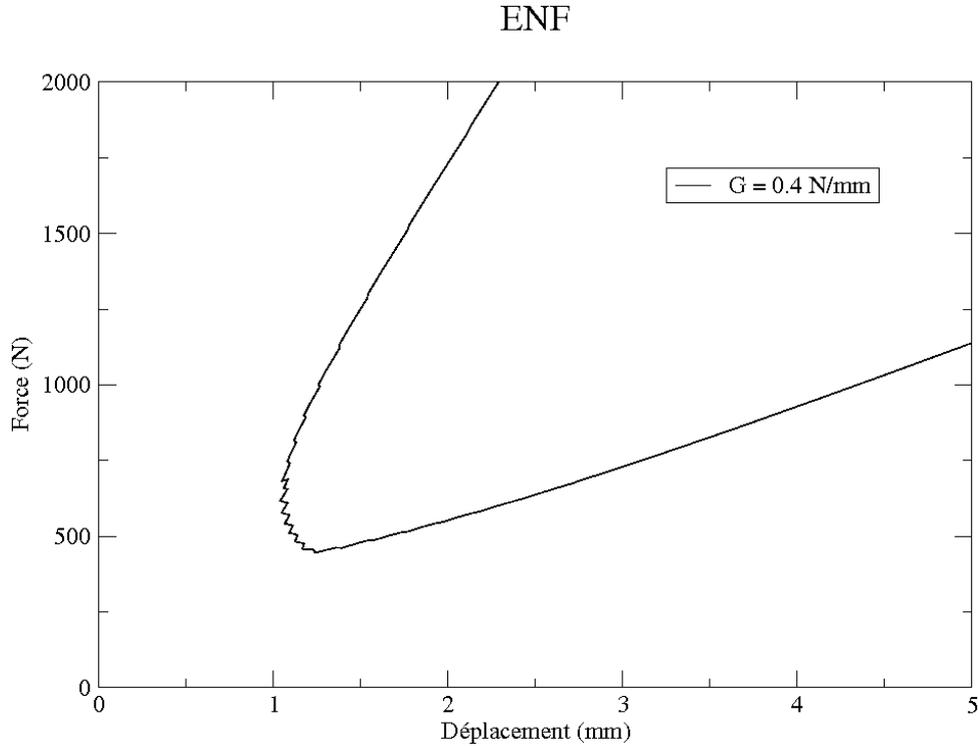


FIG. 2.14 – Graphique Force x flèche à  $G = 0.4N/mm$

La Figure 2.15 montre quelques courbes obtenues pour différentes valeurs de  $G$ .

### 2.2.3 Influence de la raideur de l'interface

La courbe de propagation à  $G$  constante dépend de la valeur des raideurs  $k_i$  de l'interface élastique. Le modèle en éléments finis avec une interface élastique peut être utilisé pour étudier l'influence des raideurs  $k_i$  sur le comportement des collages dans un essai de flexion. En faisant varier  $k_i$  on peut obtenir plusieurs courbes pour une valeur  $G$  constante. La Figure 2.16 montre les courbes obtenues pour un essai ENF avec  $G = 0.4N/mm$  et  $k_1 = k_2 = k_3$  qui varient entre 10 et  $10^{10}N/m^3$ .

## ENF

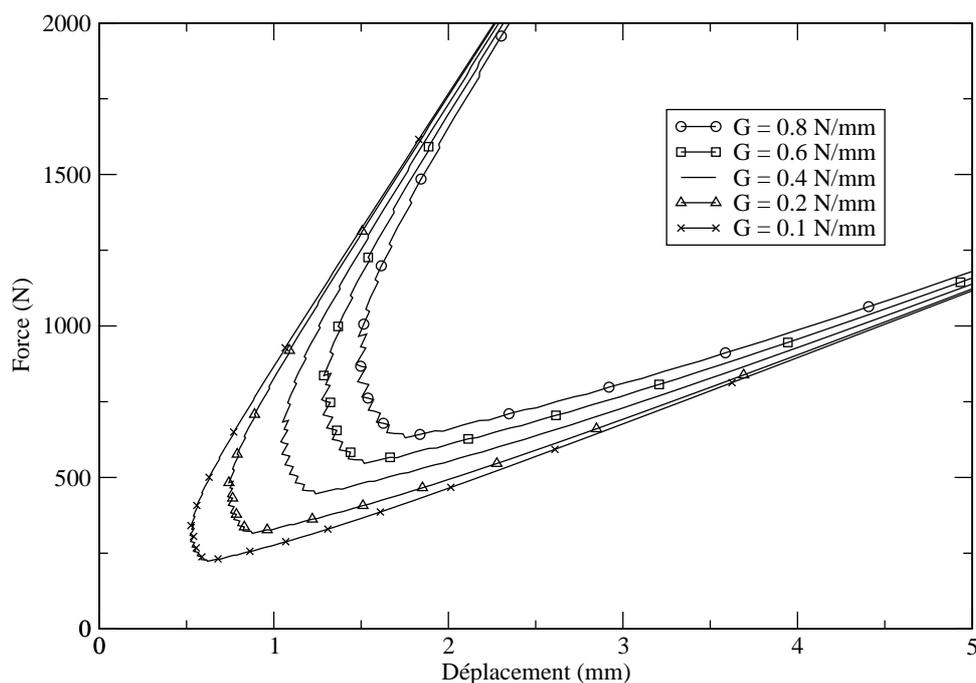


FIG. 2.15 – Variation de  $G$

Pour les valeurs de raideur d'interface plus importantes que  $10^2 N/m^3$  les courbes de propagation à  $G$  constante sont coïncidentes. Il est donc impossible de distinguer les résultats de deux essais de flexion où la raideur d'interface collée est de l'ordre de  $10^4$  sur une éprouvette et de  $10^{10}$  sur l'autre.

Ces essais ne sont pas la meilleure façon d'identifier la raideur de l'interface collée. Les essais acoustiques sont donc utilisés pour ce type d'identification (Annexe A).

### 2.3 Comparaison des résultats

Le graphique de la Figure 2.17 compare les courbes obtenues avec le modèle en éléments finis et celles obtenues en utilisant la mécanique linéaire de la rupture, pour un essai ENF à  $G = 0.4 N/mm$ . Les deux méthodes donnent des courbes assez proches avec une petite différence lorsque la fissure rentre dans la zone d'instabilité en déplacement. Cette différence est due au fait que la mécanique élastique linéaire considère que, dans la région déjà fissurée, les plaques se comportent comme deux poutres qui ne se touchent pas (Figure 2.5), alors que le modèle en éléments finis prend en compte le contact unilatéral entre les plaques dans la région de la fissure.

La Figure 2.18 confirme la bonne concordance entre les deux méthodes, cette fois pour un essai en mode mixte. Dans cet essai, le contact entre les deux plaques est moins important dans la région de la fissure. Les deux courbes sont assez proches même dans la zone d'instabilité en déplacement.

Pour un essai DCB, la propagation de la fissure en mode I n'entraîne pas le contact entre les plaques dans la région déjà fissurée. Dans ces conditions, les deux méthodes donnent des courbes encore plus proches (Figure 2.19).

Dans la section 2.2.3, les résultats ont montré une faible influence de la raideur de l'interface sur les courbes de propagation obtenues. Cependant, pour des valeurs de raideurs plus petites que  $10^4 N/m^3$  il est possible d'observer une petite variation dans les courbes (Figure 2.16). Les courbes présentes dans les Figures 2.17, 2.18 et 2.19 ont été faites avec une faible raideur ( $k_i = 10^2 N/m^3$ ). La figure 2.20 montre une comparaison de résultats lorsqu'on utilise une raideur plus importante pour l'interface élastique. La courbe numérique est légèrement décalée vers la gauche. Ce résultat est en accord avec ce qui a été montré dans la Figure 2.16.

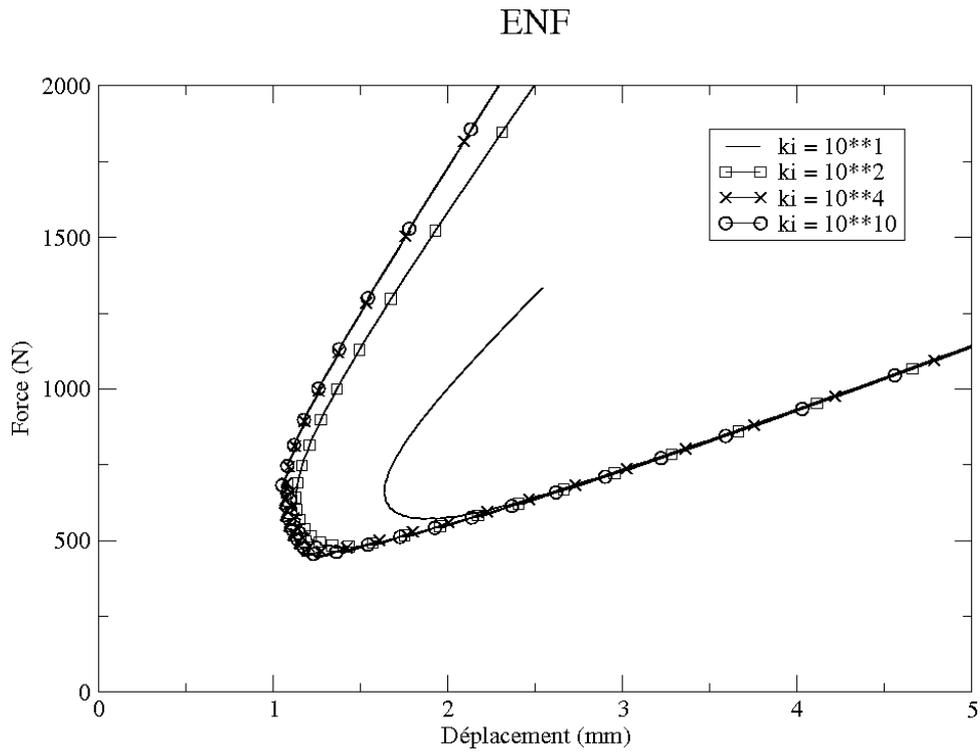


FIG. 2.16 – Courbes à  $G$  constant

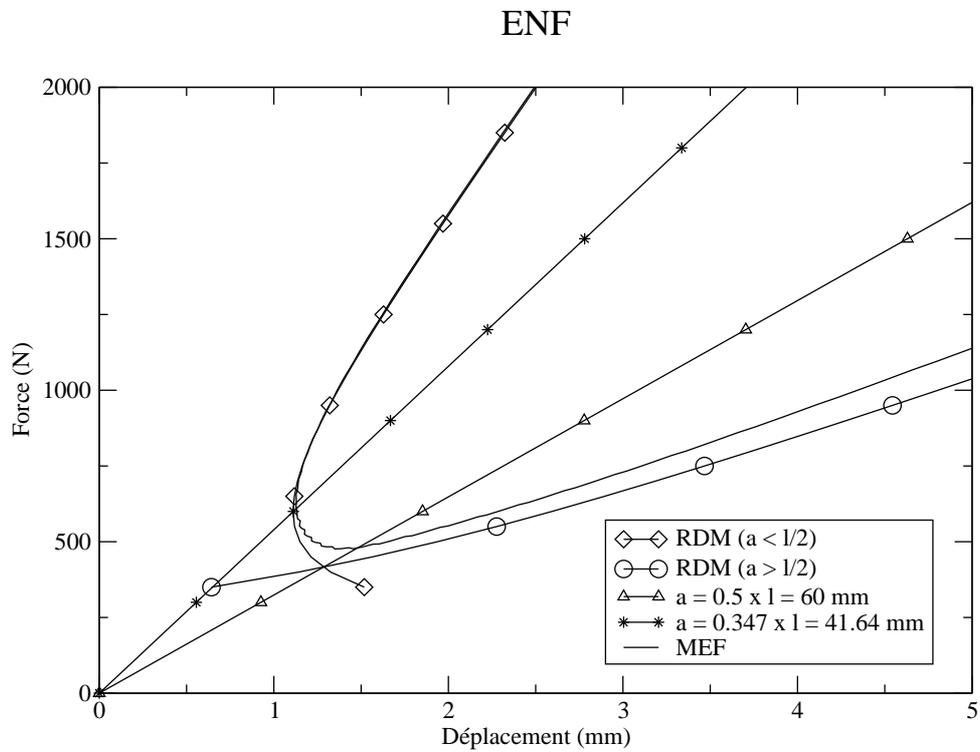


FIG. 2.17 – Comparaison entre les deux méthodes - ENF

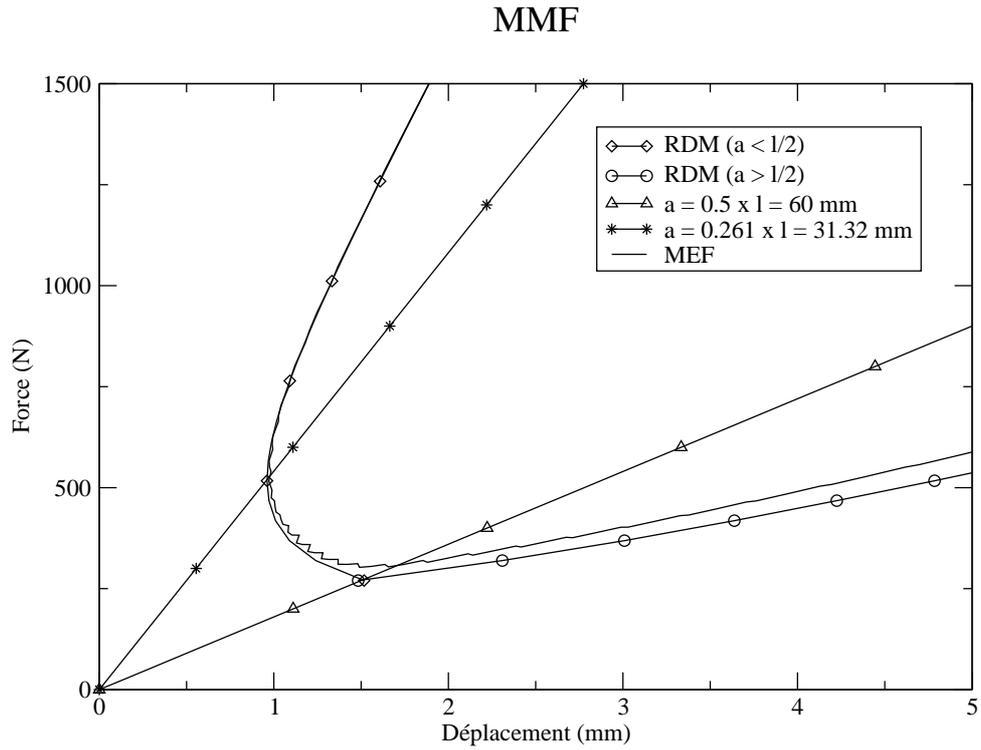


FIG. 2.18 – Comparaison entre les deux méthodes - MMF

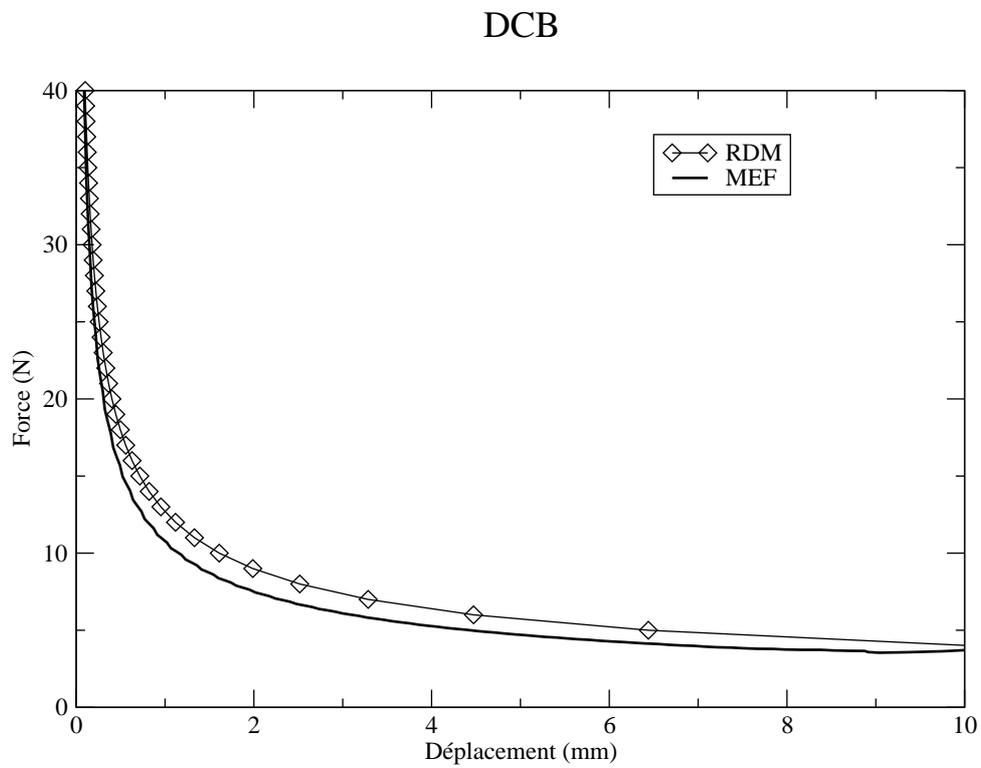


FIG. 2.19 – Comparaison entre les deux méthodes - DCB

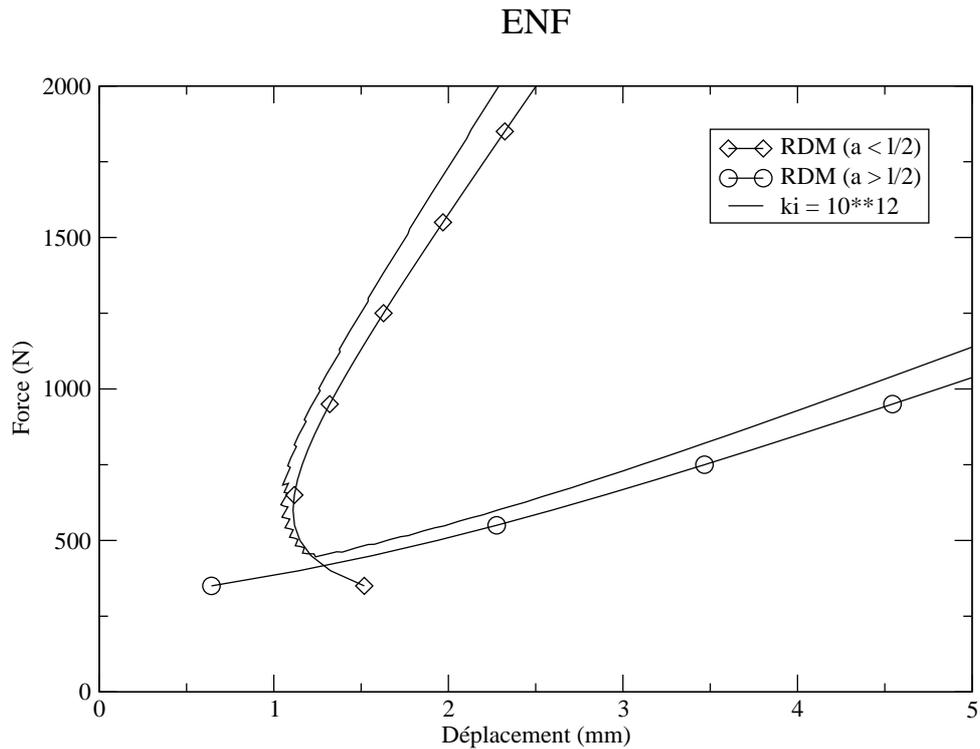


FIG. 2.20 – Comparaison entre les deux méthodes - ENF

L'observation des Figures 2.17 et 2.20 montre que la simulation numérique avec une interface de raideur plus faible rend possible un meilleur accord avec les courbes obtenues selon la théorie de la mécanique élastique, bien que l'influence de la raideur soit toujours très petite.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, une première analyse de la dégradation des collages par la mécanique linéaire de la rupture a été proposée sous forme de deux approches complémentaires. La première, purement analytique, permet d'obtenir des courbes de référence sur le comportement d'assemblages au cours d'essais classiques qui seront utilisés par la suite. La deuxième, implantée dans un code de calcul par éléments finis, permet de prendre en compte une raideur élastique de l'interface dans une approche de type mécanique linéaire de la rupture. L'influence de la raideur élastique a pu ainsi être montrée. Comme on s'y attendait, les deux approches donnent des résultats identiques lorsque la raideur du collage est faible.

Ces deux approches restent néanmoins limitées à des situations simples de dégradation de collage. Elles ne permettent pas d'envisager l'étude de situations industrielles réalistes dans lesquelles la mixité du chargement est inconnue et évolue au cours du temps. Les résultats obtenus dans cette partie seront utilisés dans les chapitres suivants pour valider la réalisation et l'implantation d'un modèle d'interface endommageable.



## Chapitre 3

# Modèle d'interface endommageable

L'objectif de ce chapitre est de présenter un modèle capable de représenter la dégradation de la couche de colle pendant le chargement d'un joint collé. Cette dégradation peut être traduite par la diminution de la raideur de la couche jusqu'à la perte totale du contact entre les parties. L'idée d'endommagement comme variable représentant cette réduction de la raideur est adoptée ici.

L'endommagement doit être capable de représenter la dégradation de la colle jusqu'à la perte totale du contact entre les parties. Lorsque deux corps collés sont soumis à compression, ils ne perdent jamais le contact, même si la colle est complètement dégradée. Il est donc raisonnable d'adopter l'hypothèse de ne pas définir l'endommagement en compression.

Les modèles d'interface endommageables ont été largement employés dans l'étude de la dégradation entre les multiples couches d'un matériau composite [36, 4, 6, 18]. Ces modèles ont aussi été adaptés à l'étude du comportement des assemblages collés [15, 22, 23]. Les joints collés sont alors considérés comme étant des corps unis par une couche adhésive dont l'épaisseur est négligeable par rapport aux dimensions des corps rassemblés [Figure3.1]. L'interface assure donc le transfert des efforts entre les deux corps. Les équations constitutives du modèle d'endommagement sont écrites en fonction du saut de déplacement  $[\mathbf{u}] = \mathbf{u}^+ - \mathbf{u}^-$ .

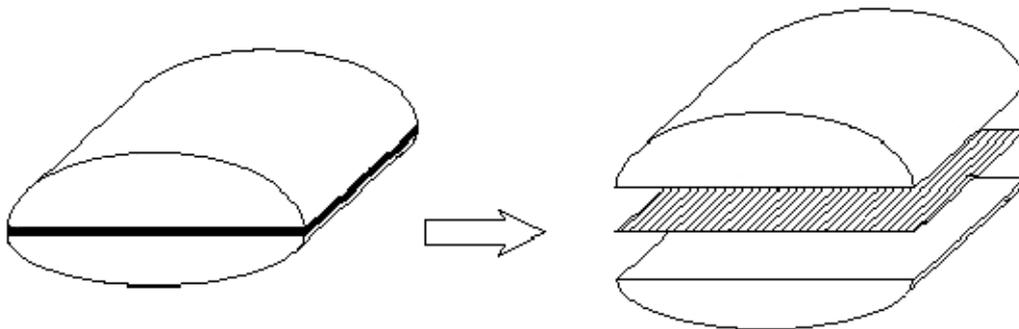


FIG. 3.1 – Interface

Le modèle est initialement présenté dans le cas uni-dimensionnel qui représente un chargement en mode pur (section 3.1). Les variables sont d'abord présentées pour un chargement en mode I pour aboutir ensuite au cas bi-dimensionnel qui représente le chargement en mode mixte. Les critères qui gouvernent le rapport entre les variables en pur mode *I* et *II* sont présentés dans la section 3.2. Le concept d'endommagement initial et ses spécificités pour les cas des essais mécaniques sur plaques collées sont abordés dans la section 3.3.

### 3.1 Endommagement en mode pur

Pour un problème uni-dimensionnel en mode I, l'énergie stockée s'écrit :

$$\psi([\mathbf{u}], D) = \frac{1}{2}(1-D)k^+ \langle [u] \rangle_+^2 + \frac{1}{2}k^- \langle [u] \rangle_-^2 \quad (3.1)$$

où  $D \in [0, 1]$  est la variable scalaire qui représente l'endommagement.

Dans l'équation 3.1, les symboles  $\langle \cdot \rangle_+$  et  $\langle \cdot \rangle_-$  représentent les parties positive et négative de  $\langle \cdot \rangle$ , définies comme  $\langle x \rangle_{\pm} = 1/2(x \pm |x|)$ . Les raideurs de l'interface non-endommagée sont représentées par  $k^+$  et  $k^-$  en traction et compression respectivement.

Dans l'expression 3.1, la variable qui représente l'endommagement  $D$  n'intervient pas dans le calcul de l'énergie en compression, pour  $k^-$ . L'endommagement existe uniquement dans la partie de l'énergie liée à la traction, pour  $k^+$ .

Les équations constitutives pour ce modèle sont données par la thermodynamique et par l'expression de la dissipation mécanique :

$$\begin{cases} t = \frac{\partial \psi}{\partial [\mathbf{u}]} = (1-D)k^+ \langle [u] \rangle_+ + k^- \langle [u] \rangle_- \\ Y = -\frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{1}{2}k^+ \langle [u] \rangle_+^2 \end{cases} \quad (3.2)$$

La traction dans l'interface  $t$  et la force thermodynamique  $Y$  sont, respectivement, les variables duales du déplacement et de l'endommagement.

La force qui pilote l'endommagement est considérée comme étant attachée à une valeur critique. Ce rapport peut être caractérisé par l'utilisation d'un critère du type :

$$\phi = Y - Y^* \leq 0 \quad (3.3)$$

où  $Y^*$  est la force critique de pilotage de l'endommagement qui représente le seuil d'énergie à un moment donné. Avant l'application d'un chargement quelconque  $Y^* = G_o \geq 0$ . L'énergie  $G_o$  n'est pas nécessairement l'énergie élastique correspondant à la valeur locale maximale du rapport traction-séparation. Cette énergie est définie comme l'énergie d'activation de l'endommagement.

L'augmentation de la taille de la zone élastique définie par 3.3 est associée à la croissance de l'endommagement. Cette augmentation est donc irréversible. Ceci peut être pris en compte par l'utilisation des équations d'évolution comme :

$$\begin{cases} \dot{D} = \dot{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial Y} \\ \dot{Y}^* = \dot{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial D} \end{cases} \quad (3.4)$$

où  $\dot{\gamma}$  est un multiplicateur de Lagrange, sujet aux conditions de Karush-Kuhn-Tucker [13] :

$$\begin{cases} \phi \leq 0 \\ \dot{\gamma} \geq 0 \\ \dot{\gamma} \phi = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

et  $F$  est une fonction monotone positive croissante de l'argument  $D$ .

Lorsque l'endommagement augmente ( $\dot{\gamma} > 0$ ), la condition de persistance de l'endommagement ( $\dot{Y}^* = \dot{Y}$ ) associée avec les conditions 3.5 donne :

$$Y^*(t) = \max \left\{ G_o, \max_{\tau \leq t} Y(\tau) \right\} \quad (3.6)$$

avec  $t \in [0, T]$  comme le paramètre de pseudo-temps.

Le modèle d'endommagement est caractérisé par le choix du rapport entre le seuil d'énergie  $Y^*$  et la variable d'endommagement  $D$ . Une condition basique qui doit être considérée est le critère d'énergie de la mécanique de la rupture. L'énergie dissipée pendant le processus de décohésion doit être égal à l'énergie critique de rupture  $G_c$ .

$$\int_0^{+\infty} Y \dot{D} dt = G_c \quad (3.7)$$

Le modèle le plus simple qui satisfait les conditions précédentes, décrit une rupture fragile de façon immédiate au début de l'endommagement :

$$\begin{cases} Y^* = G_c & \Rightarrow D \in [0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (3.8)$$

La Figure 3.2 représente le comportement d'un modèle de ce type.

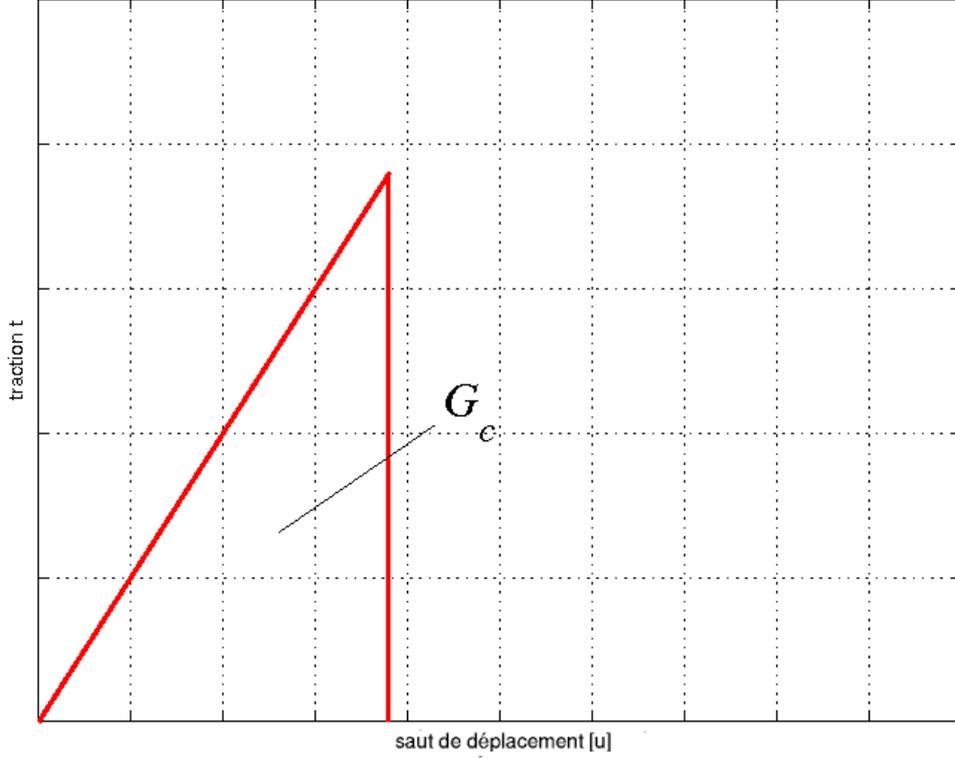


FIG. 3.2 – Rupture fragile

L'idée de zone cohésive se présente comme une régularisation de l'équation 3.8. Dans le cadre de la mécanique de l'endommagement, un modèle cohésif peut être décrit de la façon suivante :

$$\begin{cases} Y^* = G_o & \Rightarrow D = 0 \\ Y^* = \int_0^t \dot{Y}^* dt = F(D) & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (3.9)$$

Différents modèles cohésifs peuvent être employés selon la forme de la fonction  $F$  adoptée. Deux de ces modèles seront abordés dans le chapitre 6.

Le modèle utilisé dans cette thèse est celui proposé par Champaney-Valoroso [54]. Ce modèle d'endommagement décrit l'énergie critique  $Y^*$  comme :

$$\begin{cases} Y^* = G_o & \Rightarrow D = 0 \\ Y^* = G_o + (Y_f - G_o) [-\log(1 - D)]^N & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (3.10)$$

La valeur caractéristique  $Y_f$ , correspondant à l'énergie dissipée pendant le process de décohesion est obtenue à partir de l'équation 3.7 :

$$\int_0^1 Y^*(D)dD = G_o + (Y_f - G_o) \Gamma(N + 1) = G_c \quad (3.11)$$

où  $\Gamma$  est la fonction Gamma [10] définie par :

$$\Gamma(N + 1) = \int_0^{+\infty} x^N e^{-x} dx = N \cdot \Gamma(N) \quad (3.12)$$

La Figure 3.3 montre le comportement du modèle pour différentes valeurs de la variable  $N$ . Lorsque la valeur de  $N$  tend vers zéro, la rupture est fragile comme cela a été décrit dans l'équation 3.8 et montré dans la Figure 3.2.

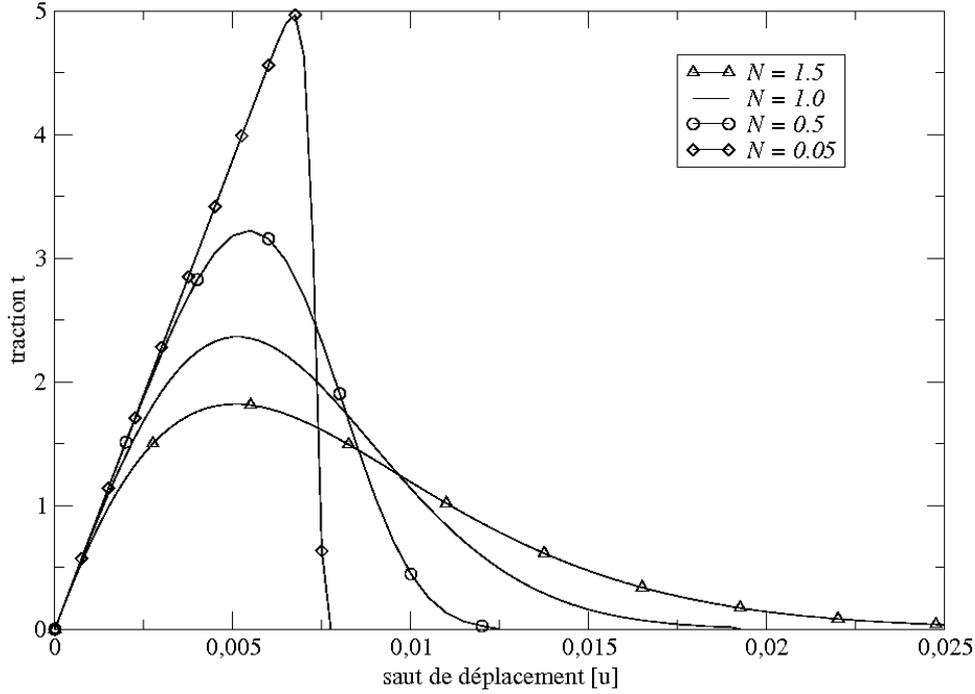


FIG. 3.3 – Comportement du modèle

## 3.2 Endommagement en mode mixte

Le modèle uni-dimensionnel montré dans la section précédente prévoit seulement le cas d'un chargement en mode simple. Le critère qui détermine le début d'endommagement ainsi que la rupture complète de l'interface utilise donc un seul composant pour l'énergie d'activation de l'endommagement  $G_o$  et pour l'énergie critique  $G_c$ . Lorsqu'on est dans le cas d'un chargement en mode mixte, l'énergie totale utilisée dans le processus de décohesion peut être écrite comme le résultat de la contribution individuelle des chargements en mode  $I$  et mode  $II$ . L'endommagement en mode mixte est donc vu comme l'évolution simultanée des rapports traction-séparation dans les directions normale et tangentielle.

$$G_T = G_I + G_{II} \quad (3.13)$$

Le modèle pour le mode mixte utilise ainsi le même raisonnement adopté pour le modèle uni-dimensionnel et les variables ici sont équivalentes à celles montrées dans la section précédente. L'énergie surfacique de l'interface endommagée s'écrit de la façon suivante :

$$\psi([\mathbf{u}], D) = \frac{1}{2} (1 - D) \left[ k_n^+ \langle [u_n] \rangle_+^2 + k_s [u_s]^2 \right] + \frac{1}{2} k_n^- \langle [u_n] \rangle_-^2 \quad (3.14)$$

où  $[u_n]$  et  $[u_s]$  représentent les composantes normale et tangentielle du vecteur de déplacement  $[u]$ .  $k_n$  et  $k_s$  correspondent également à la raideur de l'interface dans les directions normale et tangentielle.

Les équations constitutives s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{t} = \frac{\partial \psi}{\partial [\mathbf{u}]} = (1 - D) \left[ k_n^+ \langle [u_n] \rangle_+ \mathbf{n} + k_s [u_s] \mathbf{s} \right] + k_n^- \langle [u_n] \rangle_- \mathbf{n} \\ Y_m = -\frac{\partial \psi}{\partial D} = Y_I + Y_{II} \end{cases} \quad (3.15)$$

où  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire normal extérieur et  $\mathbf{s}$  le vecteur unitaire tangent à l'interface.

L'indice inférieur  $m$  représente le mode mixte et les forces thermodynamiques en mode pur  $Y_I$  et  $Y_{II}$  sont donnés pour :

$$\begin{cases} Y_I = \frac{1}{2} k_n^+ \langle [u_n] \rangle_+^2 \\ Y_{II} = \frac{1}{2} k_s [u_s]^2 \end{cases} \quad (3.16)$$

La force thermodynamique en mode mixte peut donc être écrite de la façon suivante :

$$Y_m = \frac{1}{2} k_n^+ \delta^2 \quad (3.17)$$

où  $\delta$  est le paramètre de déplacement équivalent d'ouverture :

$$\delta = \left( \langle [u_n] \rangle_+^2 + \alpha^2 [u_s]^2 \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

avec :

$$\alpha = \sqrt{\frac{k_s}{k_n^+}} \quad (3.19)$$

Un paramètre de mixité  $\beta$  peut donc être défini :

$$\beta = \alpha \tan(\varphi) \quad (3.20)$$

$\varphi$  étant l'angle de chargement :

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{[u_s]}{\langle [u_n] \rangle_+} \right] \in [0, +\pi/2] \quad (3.21)$$

Les contributions des modes purs (Equation 3.16) pour la force thermodynamique deviennent :

$$\begin{cases} Y_I = \frac{1}{1 + \beta^2} Y_m \\ Y_{II} = \frac{\beta^2}{1 + \beta^2} Y_m \end{cases} \quad (3.22)$$

En éliminant la partie qui prend en compte les problèmes d'interpénétration, le rapport cohésif peut être écrit comme :

$$t_\delta = (1 - D) k_n^+ \delta \quad (3.23)$$

où  $t_\delta$  est la traction équivalente :

$$t_\delta = \left( t_n^2 + \frac{1}{\alpha^2} t_s^2 \right)^{1/2} \quad (3.24)$$

et le composant normal  $t_n$  et le composant cisailant  $t_s$  du vecteur traction s'écrivent :

$$\begin{cases} t_n = \langle \mathbf{t} \cdot \mathbf{n} \rangle_+ = \frac{1}{(1 + \beta^2)^{1/2}} t_\delta \\ t_s = \mathbf{t} \cdot \mathbf{s} = \frac{\alpha\beta}{(1 + \beta^2)^{1/2}} t_\delta \end{cases} \quad (3.25)$$

Pour une dissipation maximale en endommagement, l'équation d'évolution s'écrit :

$$\dot{D} = \dot{\gamma} \frac{\partial \phi_m}{\partial Y_m} \quad (3.26)$$

avec un critère d'endommagement :

$$\phi_m = Y_m - Y_m^* \leq 0 \quad (3.27)$$

où  $Y_m^*$  représente la force thermodynamique critique en mode mixte.

Le modèle d'endommagement est caractérisé par le rapport entre cette énergie critique  $Y_m^*$  et l'endommagement  $D$ . Ceci peut être exprimé sous la forme :

$$\begin{cases} Y_m^* = Y_{mo} & \Rightarrow D = 0 \\ Y_m^* = F_m(D) & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y_m^* = \max_{\tau \leq t} Y_m(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (3.28)$$

où, pour un endommagement irréversible, la fonction  $F_m$  doit être positive, monotone, non décroissante et disparaissant dans  $\mathfrak{R}_0^-$ .

Dans le chargement en mode pur, le début de l'endommagement est déterminé en fonction du seuil d'énergie  $G_o$ . En revanche, les énergies d'activation de l'endommagement en mode pur  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  ne correspondent pas nécessairement au début d'endommagement pour un chargement en mode mixte. L'interface peut être endommagée en mode mixte pour une valeur d'énergie inférieure à celui d'un des seuils en mode pur. L'énergie critique de rupture en mode mixte peut également être inférieure à celles en mode pur  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ . Le modèle d'endommagement en mode mixte utilise donc deux paramètres,  $Y_{mo}$  et  $Y_{mf}$ , calculés à travers des paramètres en mode pur pour le début d'endommagement et pour la propagation de la décohésion. Le début d'endommagement est prévu en utilisant le critère suivant :

$$\left( \frac{Y_I}{G_{oI}} \right)^{\alpha_1} + \left( \frac{Y_{II}}{G_{oII}} \right)^{\alpha_2} = 1 \quad (3.29)$$

Les paramètres  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont considérés positifs (pas nécessairement entiers) et doivent être choisis en fonction de résultats expérimentaux.

Pour un angle de chargement donné (Equation 3.21), le seuil d'activation d'endommagement en mode mixte  $Y_{mo}$  est calculé à partir de l'équation 3.29 qui, en accord avec 3.22, peut être écrite :

$$c_I (Y_m)^{\alpha_1} + c_{II} (Y_m)^{\alpha_2} = 1 \quad (3.30)$$

$c_I$  et  $c_{II}$  sont écrits en fonction de  $\beta$  :

$$\begin{cases} c_I = \left[ \frac{1}{(1 + \beta^2) G_{oI}} \right]^{\alpha_1} \\ c_{II} = \left[ \frac{\beta^2}{(1 + \beta^2) G_{oII}} \right]^{\alpha_2} \end{cases} \quad (3.31)$$

Si  $\alpha_1 = \alpha_2$  l'équation 3.30 donne :

$$Y_{mo} = \frac{(1 + \beta^2) G_{oI} G_{oII}}{[(G_{oII})^{\alpha_1} + (\beta^2 G_{oI})^{\alpha_1}]^{1/\alpha_1}} \quad (3.32)$$

Le critère de propagation adopté provient d'un des critères les plus largement utilisés pour prévoir la propagation du décollement dans les matériaux composites [47]. Ce critère est un critère généralisé en forme d'ellipse.

$$\left(\frac{G_I}{G_{cI}}\right)^{\beta_1} + \left(\frac{G_{II}}{G_{cII}}\right)^{\beta_2} = 1 \quad (3.33)$$

où les exposants  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont réels et positifs et les énergies dissipées en mode I et mode II sont données pour :

$$G_i = \int_0^{+\infty} Y_i \dot{D} dt ; \quad i \in \{I, II\} \quad (3.34)$$

De l'équation 3.22, pour un chargement proportionnel, le rapport entre  $G_{II}$  et  $G_I$  est constant :

$$\frac{G_{II}}{G_I} = \beta^2 \quad (3.35)$$

De l'équation 3.33 vient l'équation non linéaire :

$$d_I (G_T)^{\beta_1} + d_{II} (G_T)^{\beta_2} = 1 \quad (3.36)$$

où  $G_T$  est définie pour 3.13 et les coefficients  $d_I$  et  $d_{II}$  ont des expressions similaires à celles de  $c_I$  et  $c_{II}$  (Equations 3.31)

$$\begin{cases} d_I = \left[ \frac{1}{(1 + \beta^2) G_{cI}} \right]^{\beta_1} \\ d_{II} = \left[ \frac{\beta^2}{(1 + \beta^2) G_{cII}} \right]^{\beta_2} \end{cases} \quad (3.37)$$

pour  $\beta_1 = \beta_2$  la propagation de la décohésion a lieu pour :

$$G_{Tc} = \frac{(1 + \beta^2) G_{cI} G_{cII}}{\left[ (G_{cII})^{\beta_1} + (\beta^2 G_{cI})^{\beta_1} \right]^{1/\beta_1}} \quad (3.38)$$

où  $G_{Tc}$  est calculée comme le travail total de séparation :

$$G_{Tc} = \int_0^{+\infty} Y_m^* \dot{D} dt \quad (3.39)$$

dont l'expression dépend de celle de la fonction  $F_m$  définissant la force critique de pilotage de l'endommagement dans le domaine  $D \in ]0, 1[$ . La fonction  $F_m$  peut être écrite de plusieurs façons différentes selon le modèle adopté. Le modèle Champaney-Valoroso, propose l'utilisation d'une expression similaire à celle adoptée pour le chargement en mode pur 3.10 :

$$F_m(D) = Y_{mo} + (Y_{mf} - Y_{mo}) [-\log(1 - D)]^N \quad (3.40)$$

pour  $N > 0$  et pas nécessairement entier.

En accord avec les équations 3.38 et 3.39, la force thermodynamique en mode mixte  $Y_{mf}$  est écrite comme :

$$Y_{mf} = Y_{mo} + \frac{1}{\Gamma(N + 1)} [G_{Tc} - Y_{mo}] \quad (3.41)$$

où  $\Gamma$  est la fonction Gamma [10]

La Figure 3.4 montre le rapport entre la traction équivalente  $t_\delta$  (eq. 3.24) et les composants du déplacement en mode pur  $[u_n]$  et  $[u_s]$ . Les surfaces sont construites en faisant varier l'angle de chargement  $\varphi$  entre 0 et  $+\pi/2$ . Les paramètres utilisés sont :  $k_n^+ = k_s = 10000$ ,  $G_{cI} = 0.125$ ,  $G_{cII} = 0.5$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 2$ ,  $G_{oI} = G_{oII} = 0$  et  $N = 1.7$ .

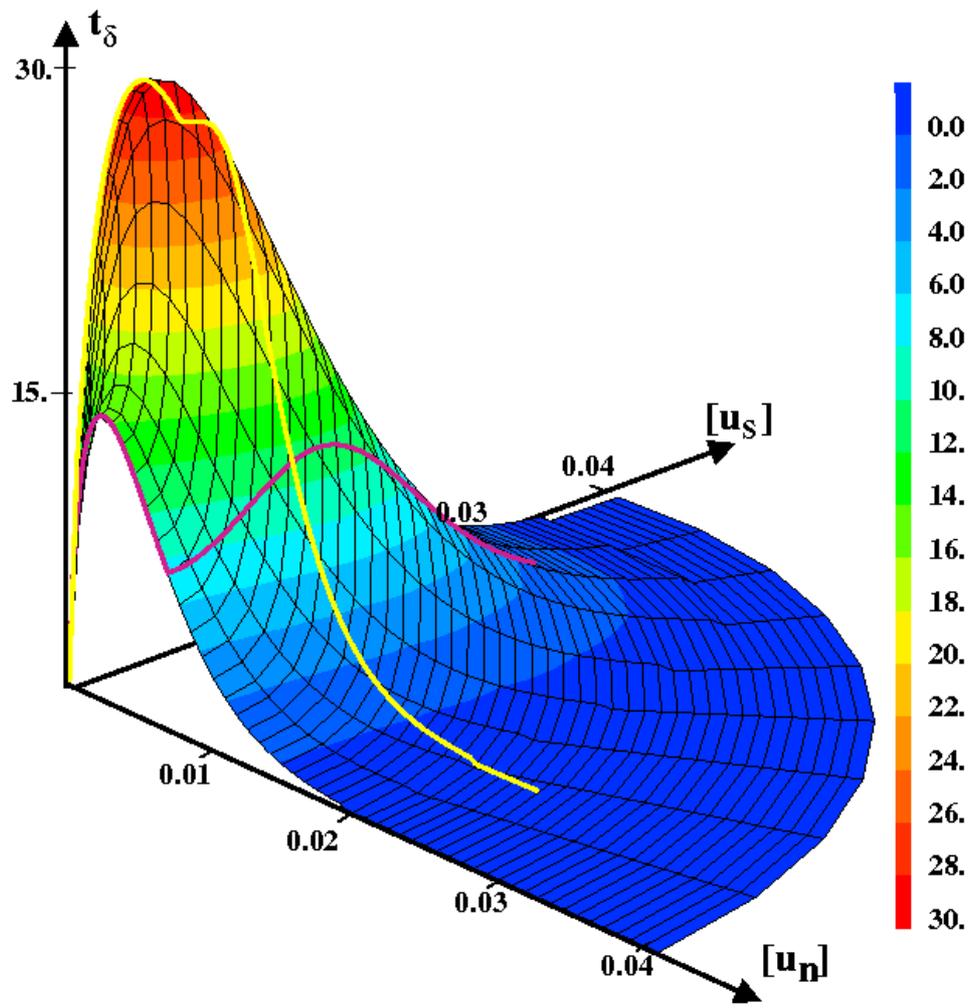


FIG. 3.4 – Rapport traction-séparation en mode mixte.

### 3.3 Prise en compte d'un état initial

Plusieurs facteurs peuvent être responsables d'un changement dans les conditions initiales de la couche de colle : contact avec l'eau, réchauffement, un chargement mécanique préexistant, etc. Tous ces facteurs vont réduire la résistance du joint collé. Un modèle numérique qui envisage la bonne simulation du comportement d'un assemblage collé doit prévoir la possibilité d'inclure des variables capables de représenter cette affaiblissement de l'union.

Dans un modèle d'endommagement comme celui adopté ici, l'énergie d'activation de l'endommagement  $G_o$  pourrait être utilisée pour représenter une réduction dans la résistance de l'interface. Une énergie plus petite que celle considérée comme étant idéale pour le collage étudié serait donc introduite dans le modèle. Le problème avec un tel choix de variable est que l'énergie  $G_o$  idéale ne peut pas être facilement évaluée.

La solution est d'adopter la variable d'endommagement  $D$  comme indicateur de changement des conditions initiales. Il faut rappeler que l'endommagement est déjà défini comme facteur de réduction de la rigidité de l'interface. Il suffit donc d'avoir les valeurs des rigidités d'interface considérées comme idéales pour le collage étudié.

Dans l'annexe A de cette thèse, il est montré qu'un endommagement initial peut être évalué à travers des essais acoustiques. Le modèle utilisé par Vlasie [55] permet de calculer les valeurs des raideurs élastiques  $k_n^0$  et  $k_s^0$  qui correspondent à un collage parfait non-endommagé. Les essais acoustiques permettent de calculer les raideurs  $k_n$  et  $k_s$  correspondant à l'état actuel du collage. La comparaison entre les valeurs mesurées et les valeurs optimales permet d'évaluer l'endommagement initial  $D_0$  du joint collé.

Du point de vue numérique les effets d'endommagement initial sur la structure se traduit par l'inclusion de la valeur de  $D_0$  dans le modèle. Quand on considère l'interface non-endommagée, la variable d'endommagement  $D$  part d'une valeur égale à zéro et croît, selon la loi adoptée, jusqu'à la valeur 1, qui représente le décollement total. Pour considérer que l'interface a été pré-endommagée, il suffit de faire partir la variable  $D$  d'une valeur égale à  $D_0$ . La Figure 3.5 montre deux exemples du profil d'endommagement dans deux plaques collées, avec et sans endommagement initial. La Figure 3.6 montre le comportement du modèle lorsque l'endommagement initial est utilisé.

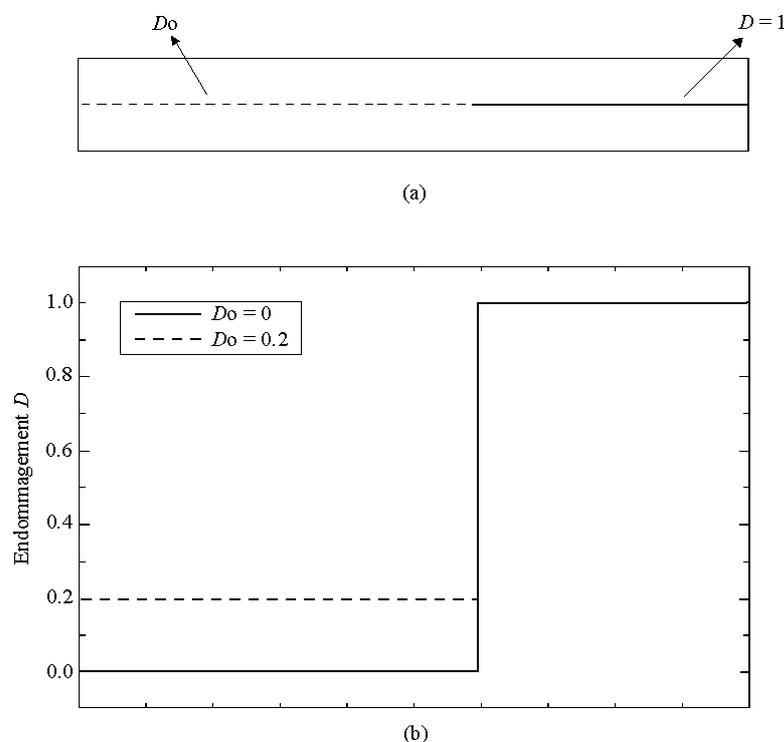


FIG. 3.5 – Profil d'endommagement initial

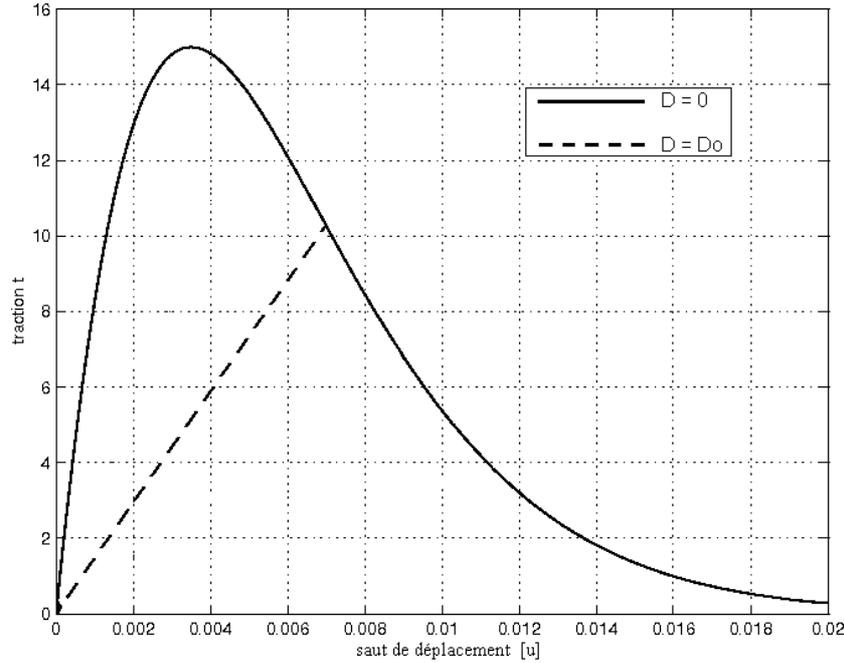


FIG. 3.6 – Comportement du modèle

La simple inclusion d'une valeur d'endommagement initial ne suffit pas pour caractériser une interface pré-endommagée. Il faut aussi analyser le profil d'endommagement à adopter par rapport à la façon dont l'interface a été endommagée. Le profil d'endommagement montré dans la Figure 3.5 suppose que l'interface a été pré-endommagée d'une façon uniforme. Cette représentation peut être utilisée pour simuler un pré-endommagement causé par l'action de la chaleur, par exemple, où on peut considérer une action uniforme de la température sur toute l'interface. Pour un endommagement causé par le contact avec de l'eau, on peut considérer un profil où l'endommagement soit progressif dans la région proche des extrémités de la pièce (Figure 3.7), par exemple.

Les essais mécaniques, qui seront modélisés ici, sont basés sur la propagation d'une fissure initiale. L'existence de cette fissure peut amener à une différence entre la valeur d'endommagement le long de la couche de colle (Figure 3.8(a)). L'endommagement dans la région la plus proche de la tête de la fissure peut être considéré comme étant plus important que celui du reste de la couche.

Pour garantir la continuité de l'endommagement le long de la couche de colle, dans les simulations menées ici, l'endommagement dans la région proche de la tête de la fissure varie de façon linéaire entre les valeurs  $D_0$  et 1. La Figure 3.8(b) représente un exemple du profil d'endommagement le long de l'interface collée avant le chargement.

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle d'interface endommageable a été présenté. La dégradation de la couche de colle est représentée par une variable interne d'endommagement. Les concepts du modèle ont été présentés pour des chargements en modes purs. Lorsque le chargement est mixte (traction et cisaillement) et qu'il peut évoluer au cours du chargement, la mixité est mise à jour. Le début de dégradation du collage et la rupture complète sont pris en compte par deux critères énergétiques généralistes dont les paramètres seront à identifier.

Une technique de prise en compte d'un état d'endommagement initial, éventuellement variable en espace, a été proposée. Elle pourra être utilisée par la suite pour la modélisation du vieillissement des collages.

L'implantation de ce modèle dans un code de calcul par éléments finis est validé dans le chapitre suivant par comparaison avec les résultats obtenus dans le chapitre 2 pour des situations simples.

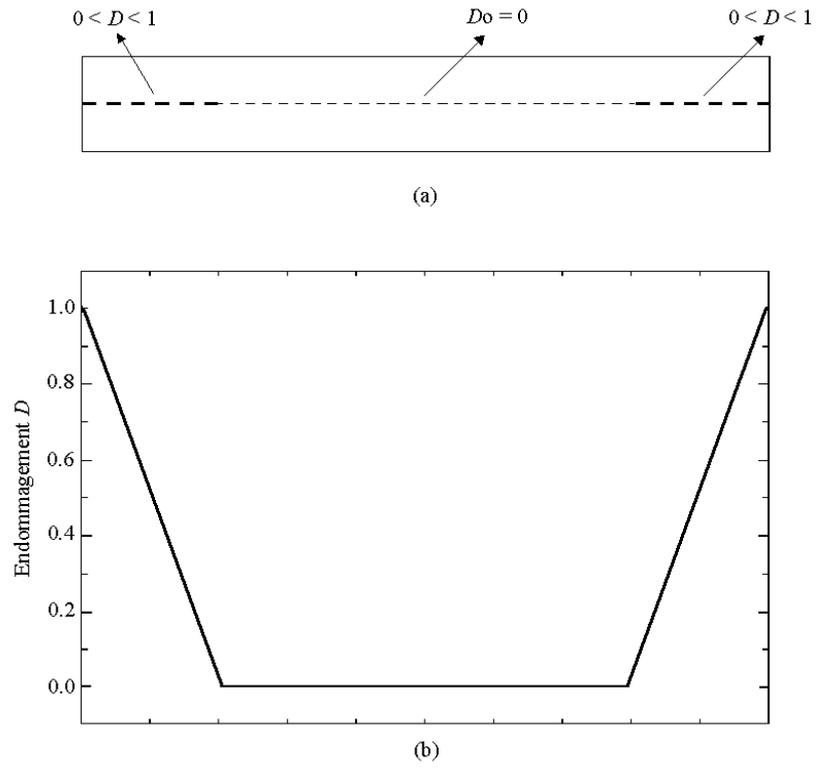


FIG. 3.7 – Profil d'endommagement initial

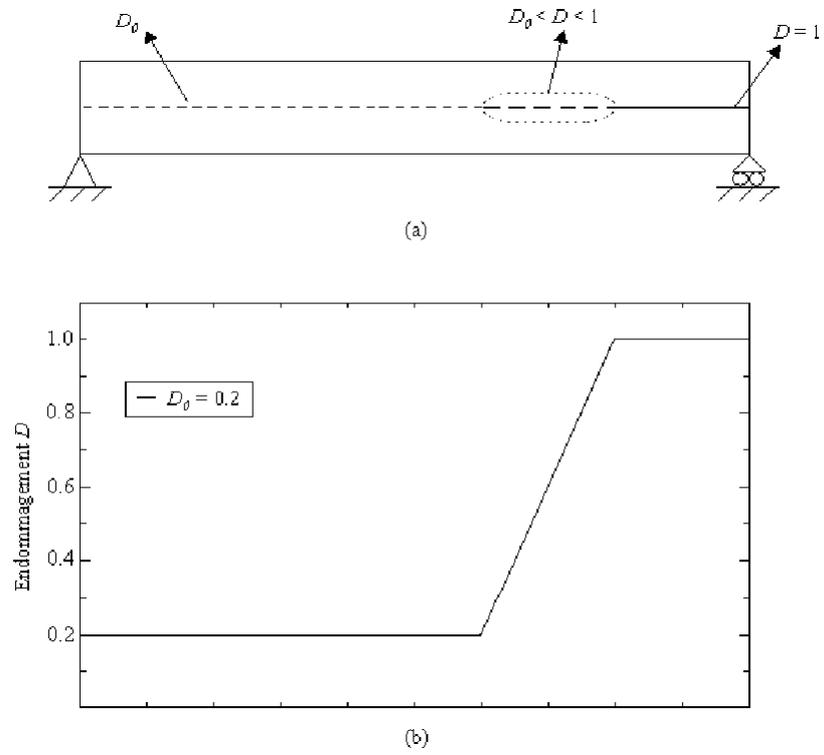


FIG. 3.8 – Profil d'endommagement initial



# Chapitre 4

## Premières simulations numériques

Des essais de flexion, montrés au deuxième chapitre, ont été modélisés en utilisant la méthode des éléments finis dans le code de calcul industriel CAST3M. Ce logiciel a été développé par le CEA - Commissariat à l'Energie Atomique en France. Le modèle d'interface endommageable Champaney-Valoroso, adapté selon ce qui a été montré dans le chapitre précédent par rapport à l'endommagement initial, a été implanté dans CAST3M. Les premières simulations ont été menées avec un pilotage classique en déplacement déjà disponible dans le logiciel.

La Figure 4.1 montre la configuration basique utilisée dans les simulations numériques. Les dimensions des plaques collées ainsi que les distances entre les appuis et longueurs de fissure ont été adoptées pour les trois types d'essais. Le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau sont respectivement  $E = 81\text{GPa}$  et  $\nu = 0.3$ .

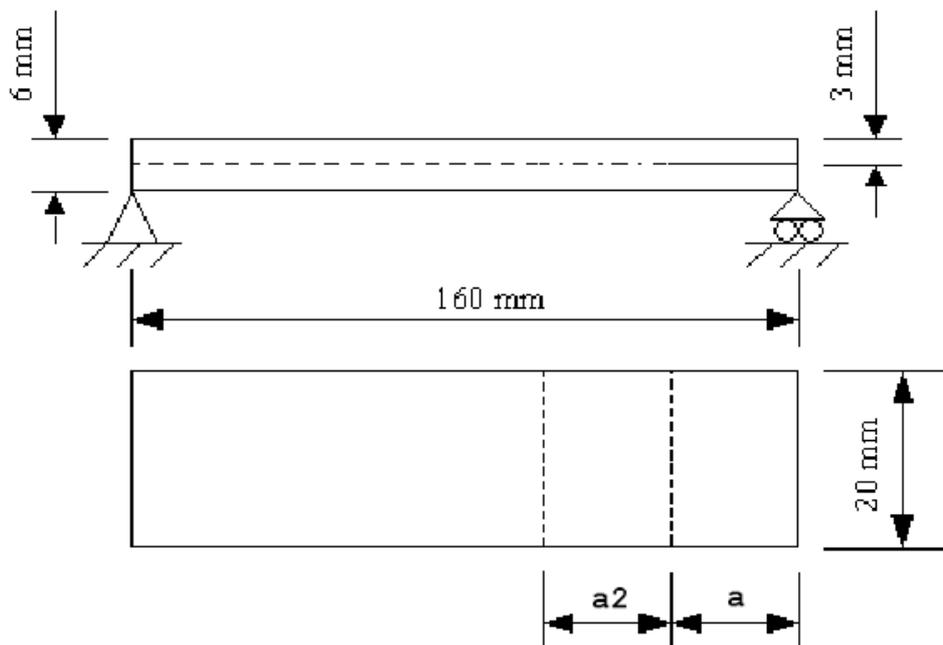


FIG. 4.1 – Dimensions des plaques collées

Les simulations des essais ENF sont utilisées pour présenter les détails de la modélisation des essais. Une comparaison avec les résultats obtenus pour les courbes de propagation de la fissure au deuxième chapitre est faite. Le bon accord entre ces courbes est le premier indice de la pertinence du modèle adopté. Ensuite, les résultats des simulations et les comparaisons avec les courbes de propagation de fissure sont présentés pour les deux autres types d'essais. La pertinence du modèle est encore une fois constatée.

Le modèle a donné des résultats cohérents par rapport à ce qui était attendu selon les théories utilisées au chapitre 2. Ce chapitre se termine donc par une analyse de l'influence des principaux paramètres du modèle sur le comportement général des plaques collées soumises à des essais mécaniques. Cette analyse démontre que le modèle est capable de représenter un spectre assez large de comportements des interfaces collées. La reproduction d'un résultat réel d'essais semble donc être parfaitement possible. La réussite de la représentation du comportement réel dépendra, bien entendu, des résultats pratiques qui permettent l'identification des paramètres d'interface.

## 4.1 Modèle numérique dans l'essai ENF

La Figure 4.2 représente le modèle en éléments finis utilisé pour un essai du type ENF. Deux lignes formées par des éléments élastiques endommageables (P1-P2 et P2-P3) représentent la couche de colle. La ligne P2-P3 est la région de l'interface proche de la tête de la fissure. Cette ligne correspond à la région pré-endommagée par la fissure initiale abordée au chapitre précédent. Les points P6 et P7 sont les points d'appui et le point P5, situé à mi-chemin entre P6 et P7, est le point d'application de la force d'essai.

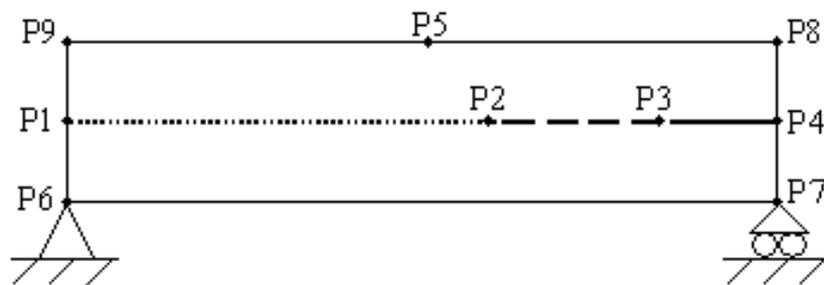


FIG. 4.2 – Modèle numérique

Avec ce modèle numérique, il est donc possible d'obtenir des résultats de simulations des essais mécaniques des trois types proposés. La Figure 4.3 montre le maillage utilisé dans la simulation d'un essai ENF. Ce maillage est composé par 960 éléments quadratiques à huit noeuds et 125 éléments d'interface.



FIG. 4.3 – Maillage ENF

Le graphique de la Figure 4.4 présente le comportement du modèle pour un essai ENF. L'endommagement initial de l'interface dans ces premières simulations a été pris comme étant égal à zéro ( $D_o = 0$ ). L'influence de ce paramètre est étudiée à la fin du présent chapitre. Les énergies d'activation  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  correspondent à 60% des énergies critiques  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ . Les résultats des essais ENF représentent toujours la force en fonction du déplacement mesuré au point P5 qui est l'endroit d'application de cette force. La longueur de la fissure initiale est de  $35\text{ mm}$  pour les simulations présentées dans ce chapitre ( $a = 35\text{ mm}$ ).

La courbe montrée dans la Figure 4.4 est bien caractéristique des essais ENF. La fissure se propage de façon brutale et la force chute abruptement. Alors que dans les essais du type DCB, par exemple, la fissure se propage plus doucement et la force chute de façon continue, comme cela sera montré dans la section suivante. Dans le chapitre 2 il a été démontré que la discontinuité de la force au moment de l'avancée de la fissure est déterminée par la longueur de fissure initiale. Lorsque cette discontinuité de la force est très importante il peut être difficile d'obtenir la convergence dans les simulations. Dans le prochain chapitre une méthode qui facilite la convergence sera étudiée.

## ENF

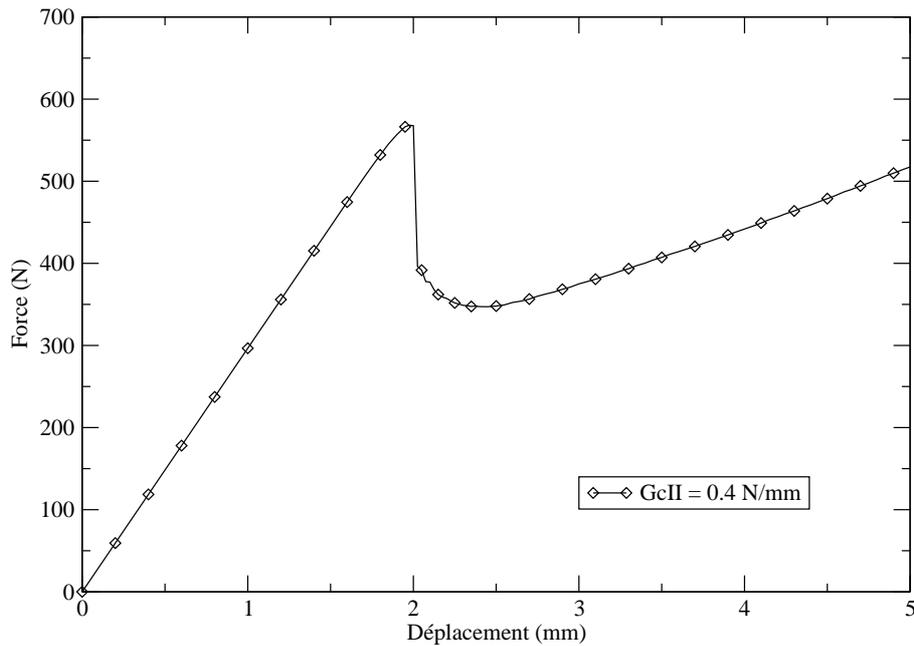


FIG. 4.4 – Résultat pour  $D_0 = 0$

Dans le chapitre 7, les résultats numériques sont comparés avec ceux obtenus dans les essais mécaniques réalisés. Pour l'instant, on peut déjà vérifier que le résultat numérique est en accord avec les courbes de propagation obtenues dans le chapitre 2. La Figure 4.5 montre un exemple pour une valeur d'énergie critique  $G_{cII} = 0.4 N/mm$ .

## 4.2 Simulations d'essais DCB et MMF

Les essais en mode I et en mode mixte ont aussi été simulés avec le modèle Champaney-Valoroso. Les dimensions utilisées sont celles déjà montrées dans la figure 4.1. Les modèles adoptés pour ces deux types d'essais sont similaires à celui utilisé pour l'essai en mode II. Pour passer d'un type d'essai à l'autre il suffit de changer les points d'application de la force et/ou les points d'appui.

Pour un essai DCB, ayant comme référence la Figure 4.2, on considère le côté opposé à la fissure initiale comme étant encasté. Les déplacements des lignes P6-P1 et P1-P9 sont donc bloqués dans toutes les directions. Deux forces de même amplitude et dans le sens opposé sont appliquées aux points P7 et P8 pour ouvrir la fissure en mode I.

La Figure 4.6 montre le résultat numérique de l'essai DCB. Le graphique présente la force appliquée en fonction du déplacement total, soit de l'ouverture totale correspondant. L'endommagement initial a été pris comme étant égal à zéro et l'énergie  $G_{oI}$  correspond à 60% de l'énergie  $G_{cI}$  utilisée ( $G_{oI} = 0.6G_{cI}$ ).

La Figure 4.7 montre que la simulation est en accord avec ce que l'on pouvait attendre en regardant la courbe de propagation à énergie constante pour la valeur d'énergie utilisée. A la différence de l'essai ENF, il n'y a pas de discontinuité de la force au moment de l'avancée de la fissure. Cela était attendu et reste en accord avec ce qui a été démontré au chapitre 2, quand on a observé qu'il n'y a pas de point d'instabilité en déplacement dans les courbes de propagation pour l'essai DCB.

Pour les essais MMF, toujours ayant comme référence la Figure 4.2, le seul changement par rapport à l'essai ENF est le point d'appui du côté de la fissure. Pour simuler un essai en mode mixte, il suffit de laisser libres les déplacements du point P7 et de considérer comme point d'appui le point P4. De cette manière, au moment de l'application de la force sur le point P5, la fissure ira se propager à la fois en mode I dû à l'ouverture entre les plaques, et à la fois en mode II dû au cisaillement causé par la flexion des plaques.

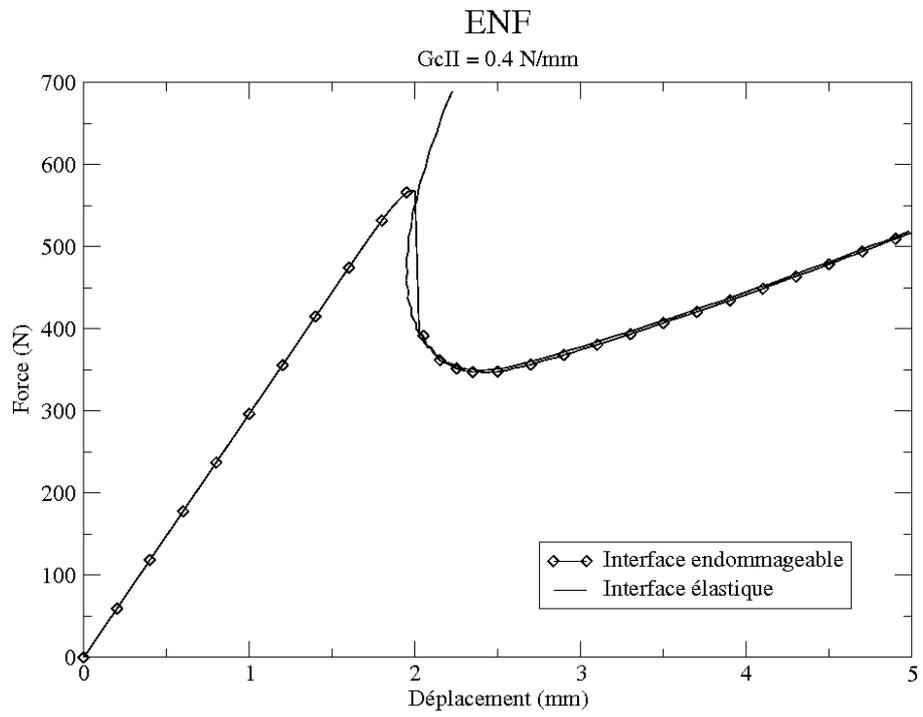


FIG. 4.5 – Comparaison avec la courbe de propagation

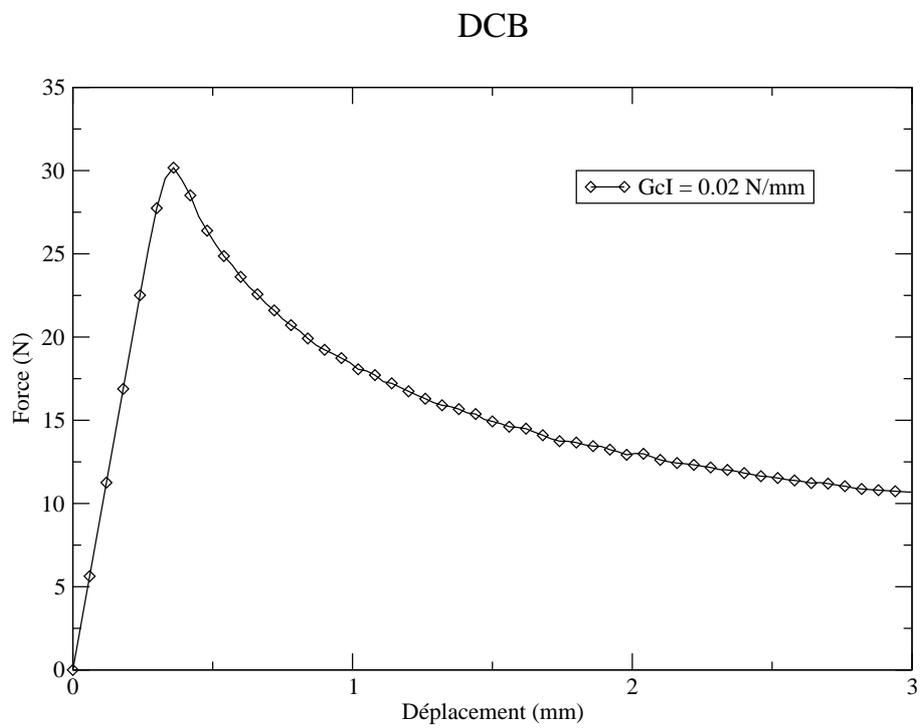


FIG. 4.6 – Essais DCB

## DCB

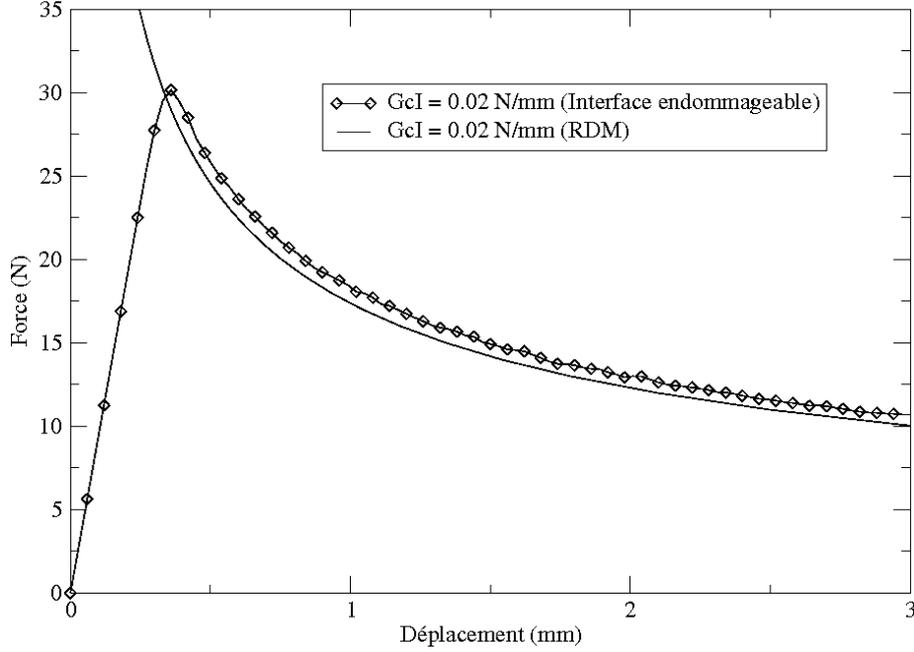


FIG. 4.7 – Comparaison avec la courbe de propagation

Au deuxième chapitre, les courbes de propagation ont été tracées à partir d'une valeur d'énergie critique totale  $G_{Tc}$ . Alors que la simulation numérique d'un essai MMF utilise les valeurs des énergies critiques en mode pur,  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ . Afin de pouvoir comparer les courbes de propagation et le résultat de la simulation, l'énergie critique totale a été calculée selon le critère présenté au chapitre 3.

$$G_{Tc} = \frac{(1 + \beta^2) G_{cI} G_{cII}}{\left[ (G_{cII})^{\beta_1} + (\beta^2 G_{cI})^{\beta_1} \right]^{1/\beta_1}} \quad (4.1)$$

Pour  $G_{cI} = 0.02 \text{ N/mm}$ ;  $G_{cII} = 0.4 \text{ N/mm}$ , la mixité  $\beta$  est calculée :

$$\frac{G_{cII}}{G_{cI}} = \frac{0.4}{0.02} = \beta^2$$

$$\beta = \sqrt{20}$$

Pour une valeur classique  $\beta_1 = 2$ , l'énergie critique totale est calculée avec l'équation 4.1 :

$$G_{Tc} = 0.29698 \text{ N/mm}$$

La Figure 4.8 montre le résultat de la simulation de cet essai et la courbe de propagation. L'endommagement initial a été pris comme étant égal à zéro et les énergies  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  correspondent à 60% des énergies  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ , respectivement ( $G_{oI} = 0.6G_{cI}$  et  $G_{oII} = 0.6G_{cII}$ ). Encore une fois, la comparaison démontre que les résultats sont compatibles.

Pour cet essai il y a aussi une discontinuité par rapport à la force au moment de l'avancée de la fissure. L'existence de cette discontinuité suggère que, pour la géométrie adoptée, les effets de cisaillement (mode II) sont assez importants.

Le maillage utilisé pour simuler l'essai MMF est présenté dans la Figure 4.9, avec les configurations avant l'essai et après la déformation superposées. Ce maillage est composé de 1920 éléments quadratiques à huit noeuds et de 250 éléments d'interface.

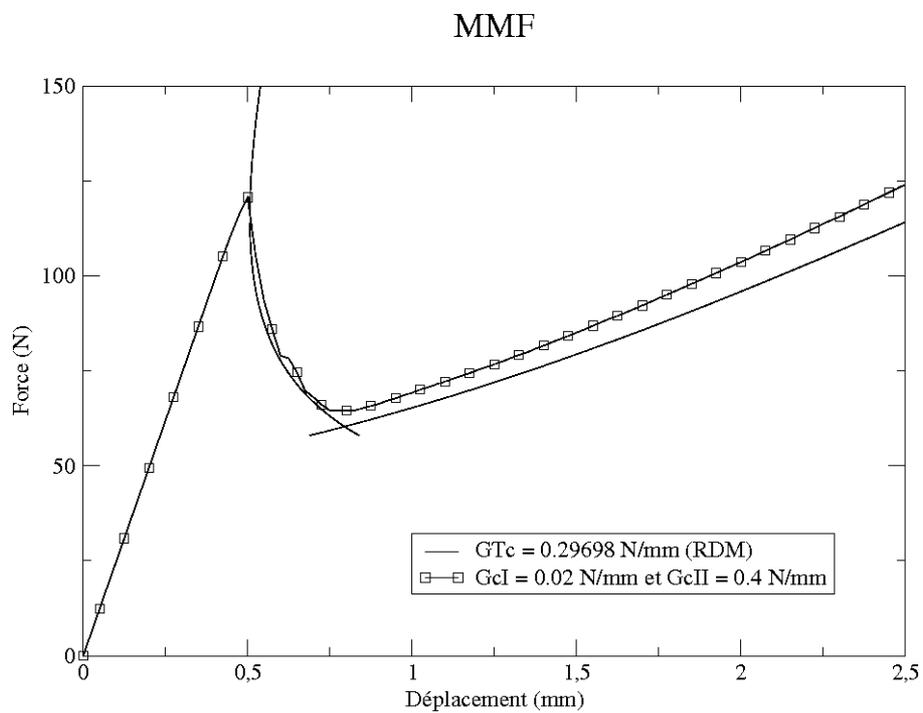


FIG. 4.8 – Comparaison avec la courbe de propagation

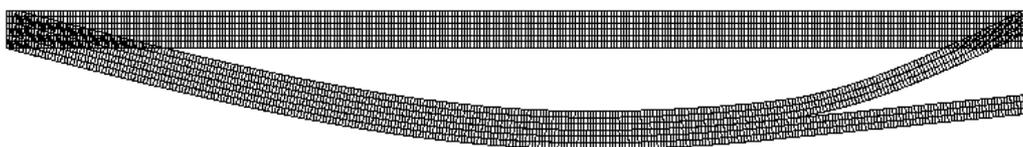


FIG. 4.9 – Maillage MMF

### 4.3 Influence des paramètres du modèle

Dans le chapitre 3, l'influence de l'exposant  $N$  dans le comportement de l'interface a déjà été montrée. A présent, les effets de la variation d'autres paramètres sur le résultat des simulations des essais de flexion seront étudiés. Les paramètres étudiés ici seront les énergies critiques  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ ; les énergies d'activation de l'endommagement  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$ ; les paramètres qui régissent les rapports entre les énergies lorsqu'on travaille en mode mixte  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ ,  $\beta_1$  et  $\beta_2$ ; et l'endommagement initial  $D_o$ .

#### 4.3.1 Energies critiques

Les simulations présentées ici montrent l'influence des énergies critiques  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$  dans le comportement de l'assemblage. Les résultats ont été obtenus en modifiant uniquement la variable qui est observée. Cette procédure est adoptée jusqu'à la fin de ce chapitre pour étudier l'influence des autres variables.

L'essai DCB, étant un essai en mode I pur, est utilisé pour observer l'influence de  $G_{cI}$ . La Figure 4.10 montre que la fissure se propage plus tôt lorsque la valeur de l'énergie critique est réduite, comme il était attendu.

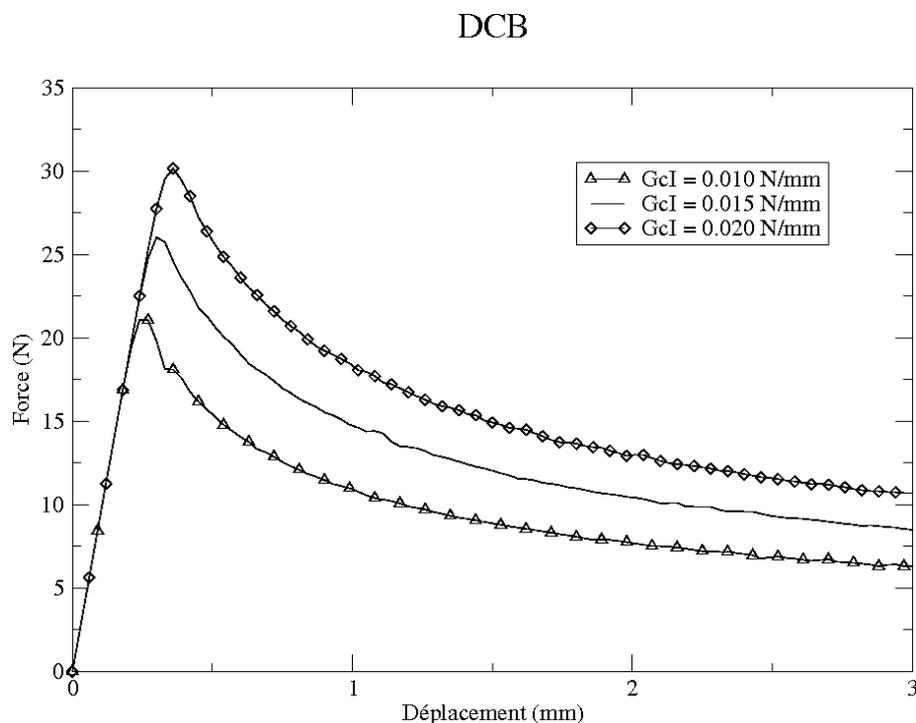


FIG. 4.10 – Influence de  $G_{cI}$

Les simulations de l'essai ENF sont utilisées afin d'observer l'influence de l'énergie critique en mode II,  $G_{cII}$ . La Figure 4.11 montre que la réduction de la valeur de l'énergie critique en cisaillement amène bien à une propagation plus rapide de la fissure initiale.

#### 4.3.2 Energies d'activation de l'endommagement

Le même principe adopté pour montrer l'influence des énergies critiques est utilisé ici. L'influence des énergies d'activation  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  dans le comportement général de l'assemblage est montrée ici en utilisant les résultats des essais DCB et ENF.

Les trois courbes dans la Figure 4.12 montrent bien que la valeur de l'énergie  $G_{oI}$  a une très faible influence dans la réponse globale du modèle. Afin de faciliter l'appréciation des résultats, les valeurs de  $G_{oI}$  sont notées en fonction de l'énergie critique  $G_{cI}$  utilisée dans les simulations.

### ENF

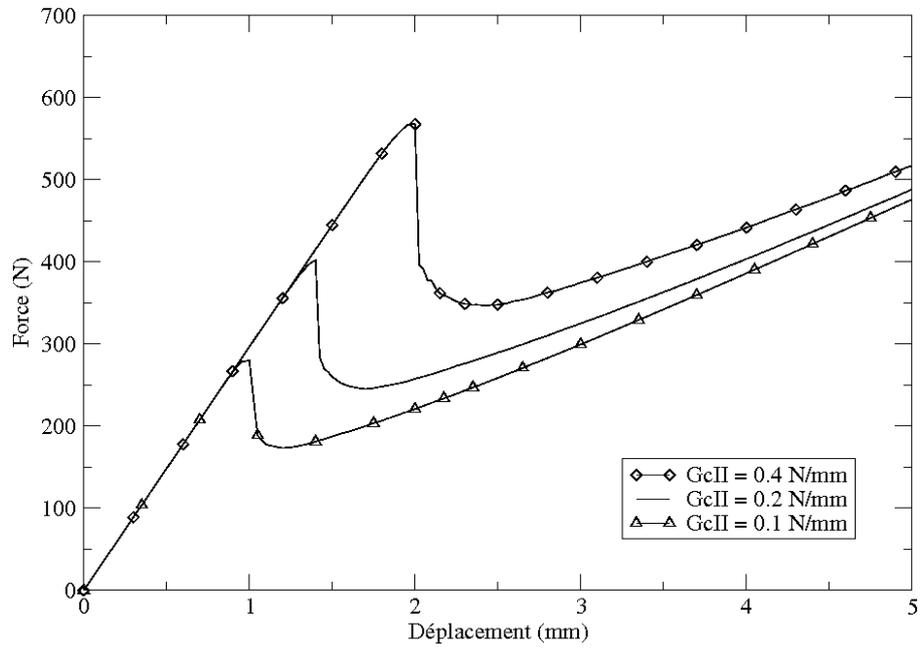


FIG. 4.11 – Influence de  $G_{cII}$

### DCB

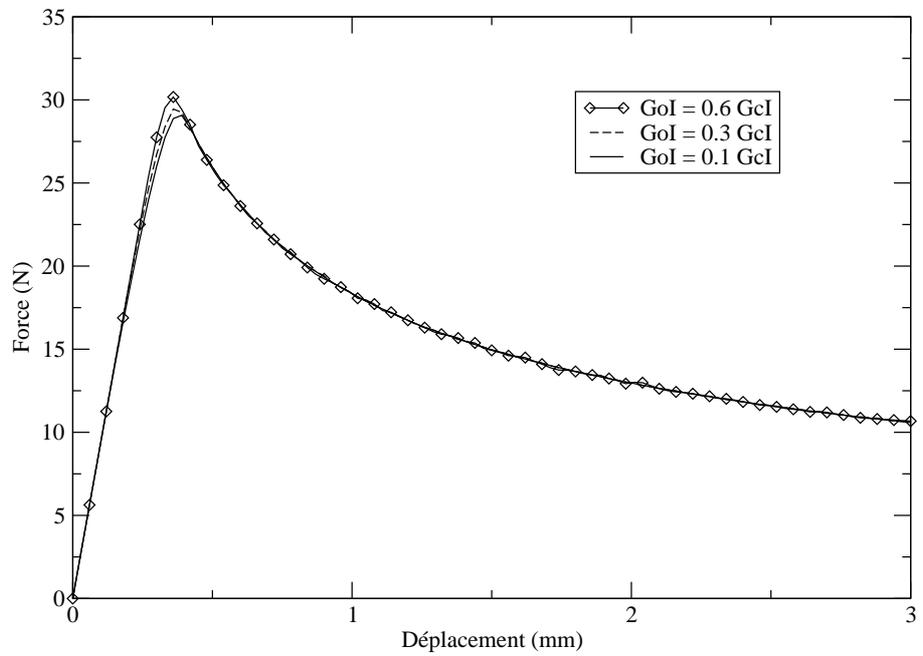


FIG. 4.12 – Influence de  $G_{oI}$

En ce qui concerne l'énergie  $G_{oII}$ , les résultats des essais ENF présentés dans la Figure 4.13 confirment que cette variable n'as pas une influence significative sur la réponse globale du modèle.

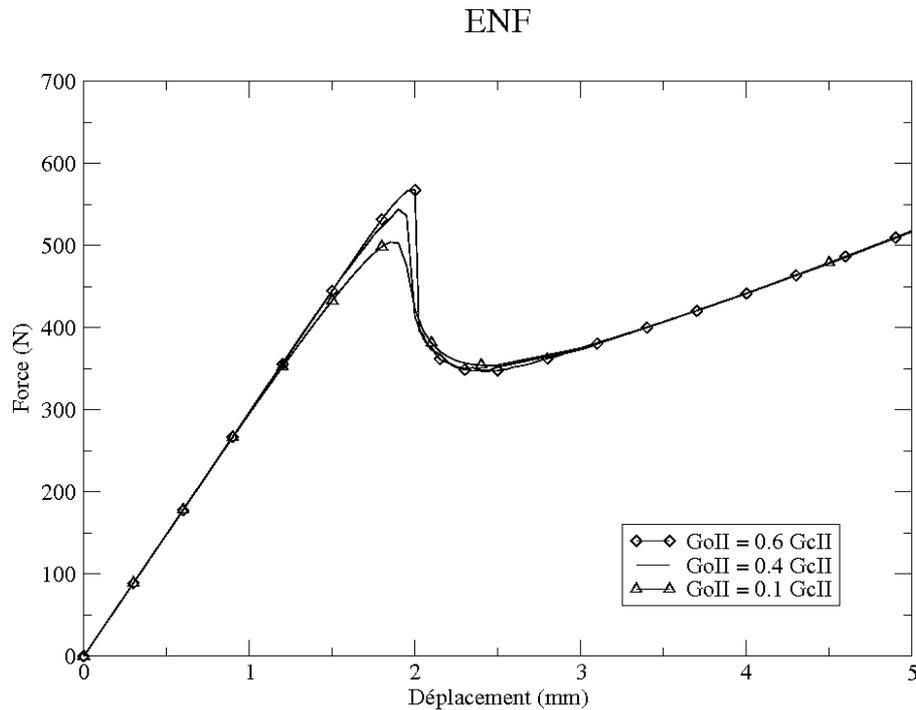


FIG. 4.13 – Influence de  $G_{oII}$

### 4.3.3 Critère de rupture en mode mixte

Dans le chapitre 3, le paramètre de mixité  $\beta$  a été défini et le rapport entre les énergies en mode pur a été écrit :

$$\frac{Y_{II}}{Y_I} = \frac{G_{II}}{G_I} = \beta^2$$

La mixité  $\beta$  caractérise le type de chargement en mode mixte. La Figure 4.14 présente les rapports entre les énergies en mode pur pour quelques valeurs différentes de la mixité.

Le critère adopté pour l'activation de l'endommagement dépend des variables  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  :

$$\left(\frac{Y_I}{G_{oI}}\right)^{\alpha_1} + \left(\frac{Y_{II}}{G_{oII}}\right)^{\alpha_2} = 1$$

Le critère adopté pour la propagation du décollement dépend encore des variables  $\beta_1$  et  $\beta_2$  :

$$\left(\frac{G_I}{G_{cI}}\right)^{\beta_1} + \left(\frac{G_{II}}{G_{cII}}\right)^{\beta_2} = 1$$

Le développement du modèle utilise  $\alpha_1 = \alpha_2$  et  $\beta_1 = \beta_2$ . Pour les essais mécaniques en mode mixte représentés ici, il est encore convenable d'utiliser  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2$ , ce qui est tout à fait raisonnable si on prend en compte les similitudes qui unissent ces paramètres. La Figure 4.15 présente les rapports entre les énergies en mode pur qui correspondent au critère de propagation pour quelques valeurs de la variable  $\alpha_1$

Pour une valeur de mixité donnée, les énergies en mode pur qui amènent à la propagation de la décohésion dépendent énormément du paramètre  $\alpha_1$ . La Figure 4.16 montre clairement cette dépendance. Les points 1, 2, 3 et 4 représentent 4 niveaux d'énergie possibles pour faire propager la fissure selon la valeur  $\alpha_1$  adoptée.

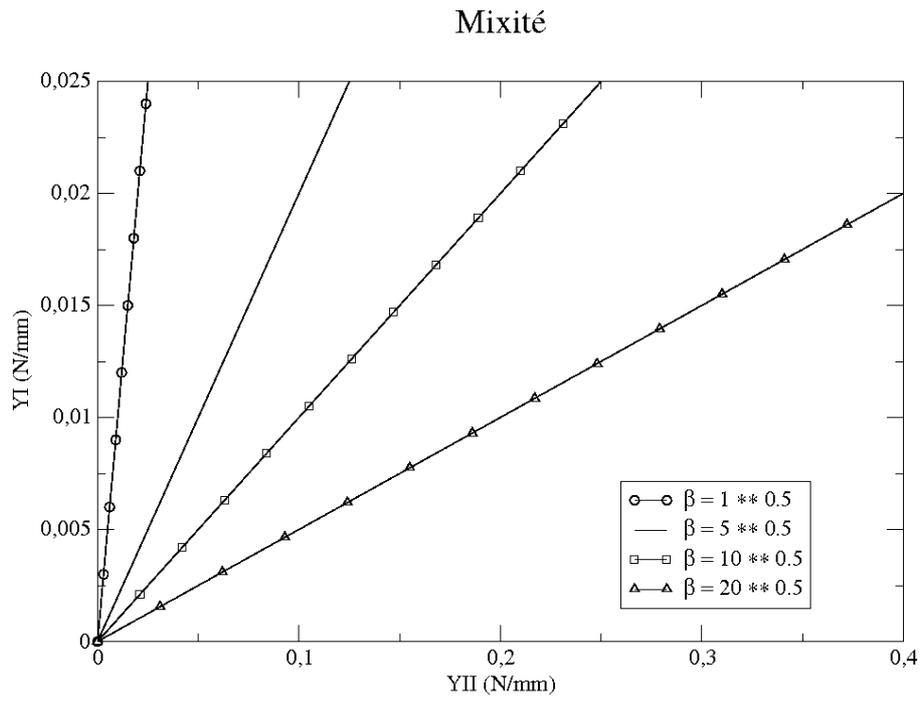


FIG. 4.14 – Influence de la mixité  $\beta$

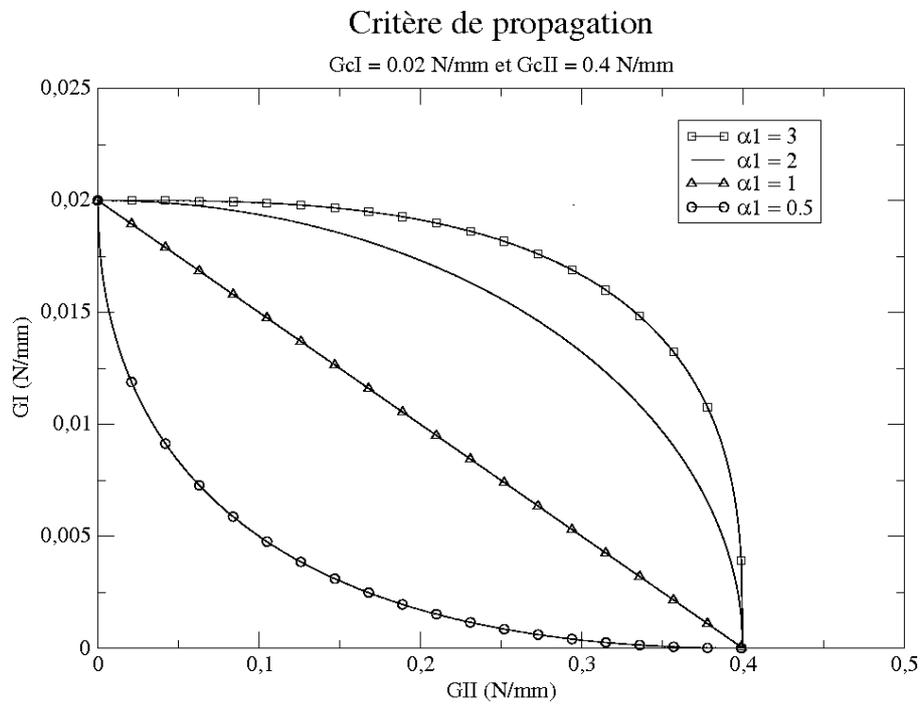


FIG. 4.15 – Critères de propagation

## Critère de propagation et mixité

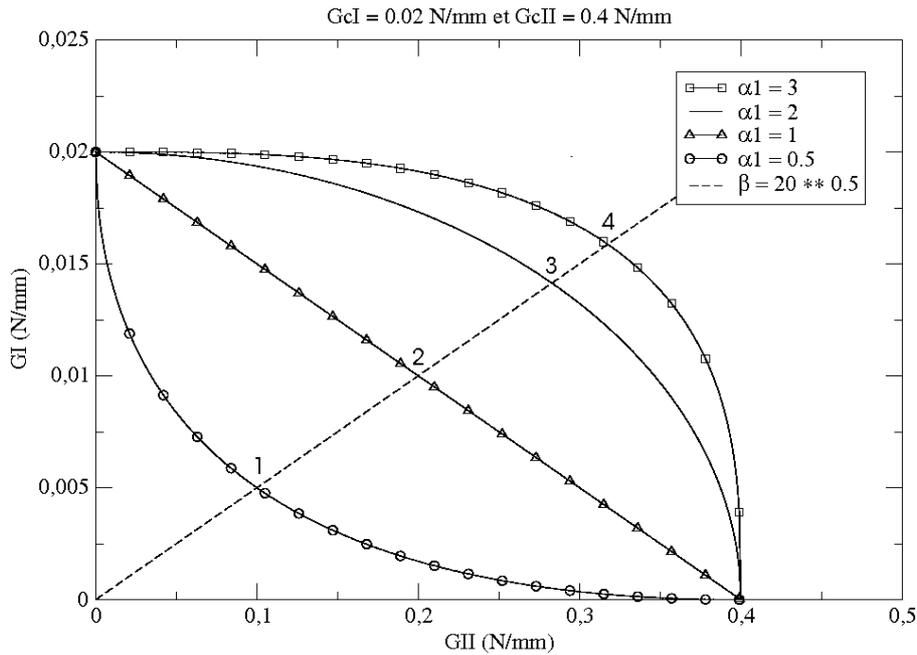


FIG. 4.16 – Critères de propagation et mixité

La valeur de la mixité  $\beta$ , dans la Figure 4.16, a été choisie pour rester cohérente avec les valeurs d'énergies critiques utilisées jusqu'ici. Les énergies d'activation de l'endommagement suivent les mêmes critères et sont donc aussi dépendantes du paramètre  $\alpha_1$ .

Les essais MMF sont utilisés pour montrer l'influence des paramètres en mode mixte. Les résultats des simulations (Figure 4.17) montrent que ces paramètres jouent un rôle très important dans le comportement du modèle.

### 4.3.4 Endommagement initial

Des simulations des essais ENF ont été faites pour étudier l'influence de l'endommagement initial. Le modèle en éléments finis utilisé est celui montré dans la Figure 4.2. Des conditions initiales différentes ont été adoptées pour les lignes P1-P2 et P2-P3. Une valeur constante d'endommagement  $D_0$  est utilisée dans toute la ligne P1-P2 alors que pour la ligne P2-P3 l'endommagement varie entre la valeur  $D_0$  au point P2 et la valeur 1 au point numéro P3.

La Figure 4.18 montre le profil d'endommagement sur les lignes qui représentent l'interface collée à l'instant initial, pour  $D_0 = 0.2$ . La simulation ici a été faite avec une longueur  $a_2 = 20\text{mm}$  entre les points P2 et P3. A partir de maintenant on appellera « endommagement initial » la valeur d'endommagement dans la ligne P1-P2 à l'instant initial  $D_0$ . Il est sous-entendu que l'endommagement dans la ligne P2-P3 est toujours variable entre  $D_0$  et 1.

L'évolution d'endommagement au cours du temps est montrée dans la Figure 4.19 pour un endommagement initial  $D_0 = 0.2$ . Les courbes d'évolution d'endommagement ont été tracées à chaque déplacement de  $0.1\text{mm}$  du point P5. Le saut d'endommagement observé représente l'avancée brutale de la fissure au voisinage du point d'application de la force, endroit où la longueur de la fissure est proche de la moitié de la distance entre les appuis ( $a \simeq l/2$ ).

Le modèle numérique a été testé pour plusieurs valeurs d'endommagement initial. Le graphique de la Figure 4.20 montre les résultats obtenus pour quelques valeurs d'endommagement.

L'influence de l'endommagement initial dans le comportement du modèle est visible. A mesure qu'on augmente la valeur de l'endommagement initial, l'énergie nécessaire pour faire propager la fissure diminue. L'influence de l'endommagement initial sur la raideur d'interface est mieux vue dans la Figure 4.21 qui montre les mêmes courbes en zoom.

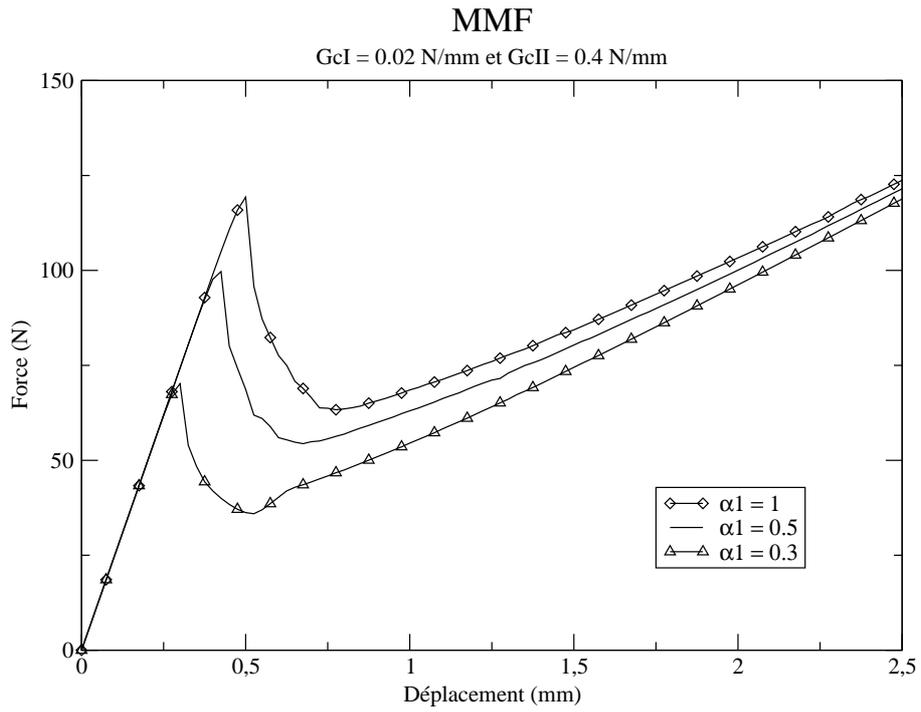


FIG. 4.17 – Influence des critères de propagation

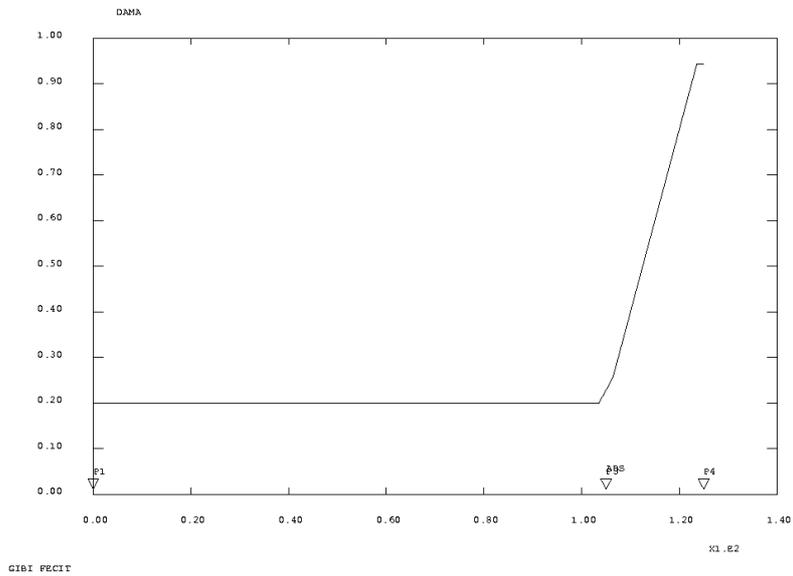


FIG. 4.18 – Profil d'endommagement

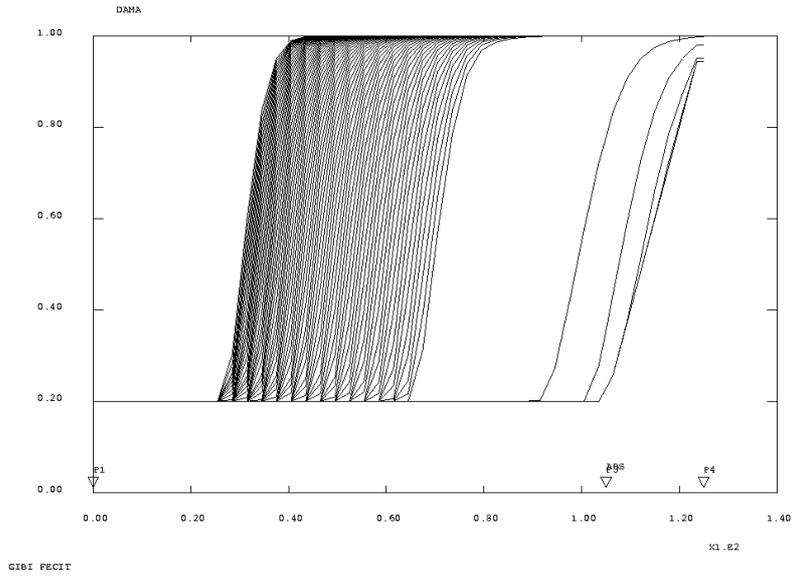


FIG. 4.19 – L'évolution de l'endommagement

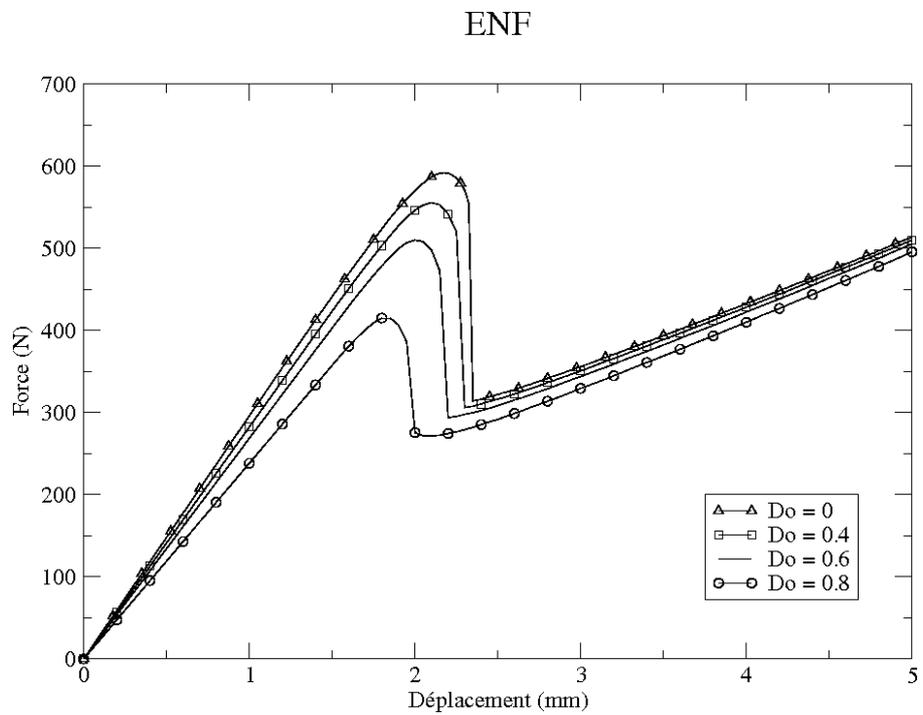


FIG. 4.20 – L'influence de l'endommagement

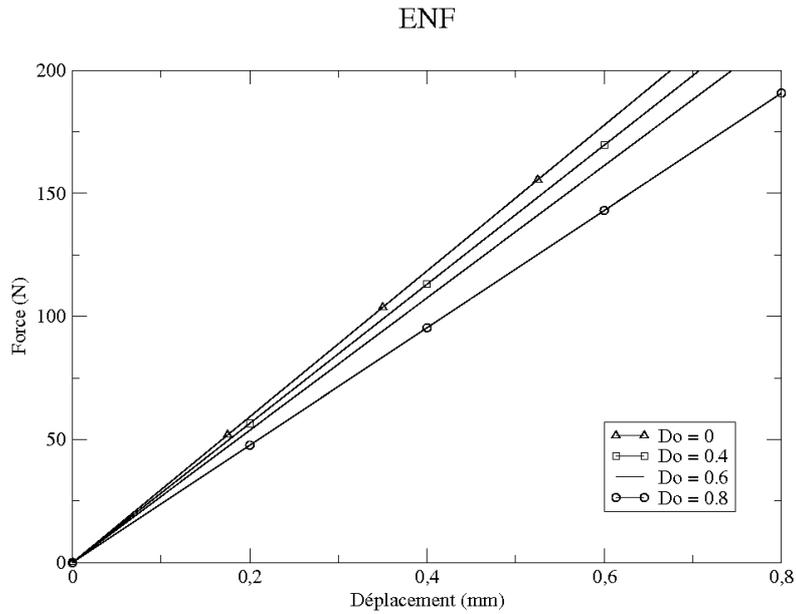


FIG. 4.21 – L'influence de l'endommagement

La longueur de la zone de transition représentée par la ligne P2-P3, notée  $a_2$ , est aussi un paramètre qui détermine la forme de la courbe résultante de la simulation d'un essai. Le graphique de la Figure 4.22 présente les courbes obtenues pour trois longueurs différentes  $a_2$ . La différence entre les courbes est visible à partir d'une valeur assez grande de  $a_2$ . Pour les dimensions des essais simulés une zone de transition de  $35\text{mm}$  est déjà trop importante. Pour des valeurs raisonnables ( $a_2 < 10\text{mm}$ ), ce paramètre a donc une faible influence dans la réponse globale du modèle.

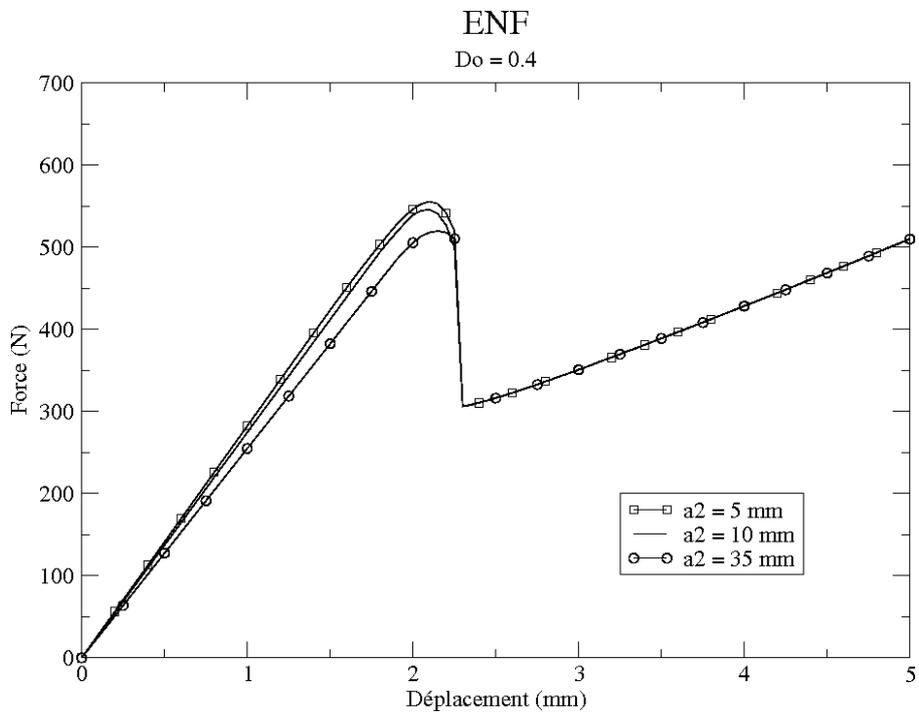


FIG. 4.22 – L'influence de la longueur de la zone de transition

## 4.4 Conclusion

Ce chapitre a été consacré aux premières simulations numériques des essais mécaniques avec l'utilisation du modèle Champaney-Valoroso. L'interface a été modélisée avec un profil d'endommagement initial créé pour reproduire les conditions rencontrées dans les essais de propagation d'une fissure initiale. Les essais du type ENF, DCB et MMF ont été simulés et les résultats ont été compatibles avec les courbes de propagation obtenues au deuxième chapitre.

L'influence des paramètres du modèle sur les résultats des simulations a été étudiée. Les premiers paramètres étudiés furent les énergies critiques en mode pur. Les résultats ont confirmé que la fissure se propage plus tôt lorsque la valeur de l'énergie critique est réduite.

Pour les énergies d'activation de l'endommagement, les résultats des simulations des essais DCB et ENF ont montré une faible influence de  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  dans le comportement global du modèle.

Les critères de rupture en mode mixte adoptés dans le modèle Champaney-Valoroso ont été également étudiés. L'influence de la forme du critère par rapport à la mixité  $\beta$  a été explicitée dans les graphiques présentés. Les résultats des simulations des essais MMF ont confirmé l'importance de cette forme dans la réponse globale du modèle.

Pour conclure le chapitre, l'influence de l'endommagement initial  $D_o$  a été montrée dans les résultats des simulations des essais ENF. En revanche, l'influence de la taille de la zone de transition a été très faible, pour des valeurs raisonnables de  $a_2$ .

Ces premières simulations ont aussi révélé une certaine difficulté pour obtenir la convergence dans les simulations d'essais du type ENF et MMF. Dans ce chapitre cette difficulté a été surmontée à la fois par la réduction des pas de calcul et par le raffinement du maillage. Le prochain chapitre sera donc consacré à l'étude d'une méthode de pilotage qui permet d'obtenir plus facilement la convergence dans les cas où il existe une grande discontinuité de la force lorsqu'il y a instabilité en déplacement.



# Chapitre 5

## Pilotage de l'algorithme

Au deuxième chapitre il a été montré que la propagation de la fissure lors d'un essai de flexion peut se passer de façon instable par rapport à la force ou au déplacement, en fonction du type d'essais et de la longueur de fissure initiale  $a$ . La Figure 5.1 rappelle les zones de stabilité d'un essai ENF par rapport à la force ( $0.5l < a < l$ ) et au déplacement ( $0.347l < a < l$ ).

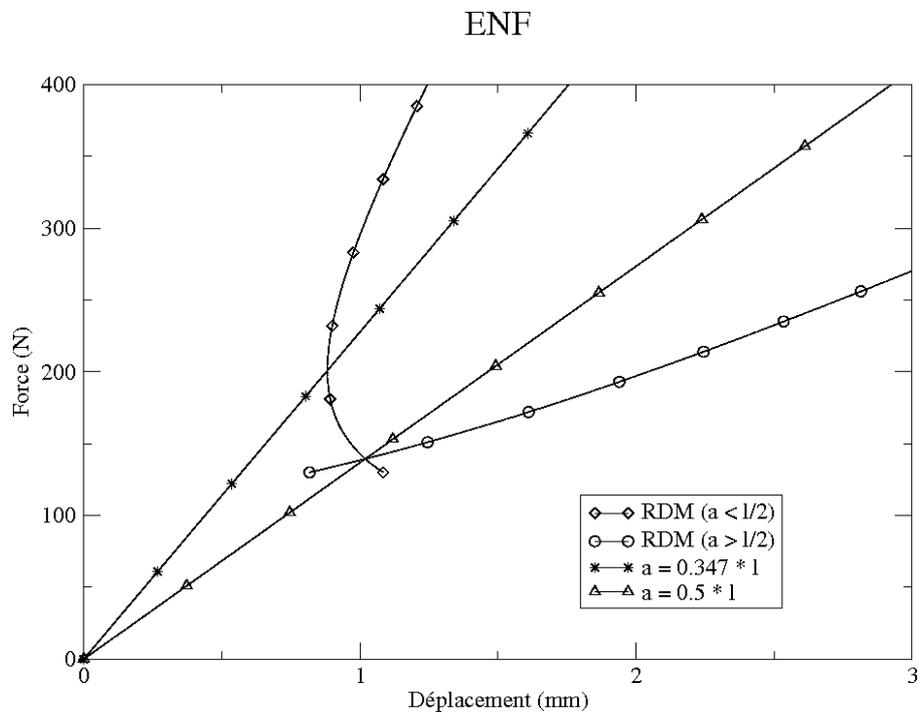


FIG. 5.1 – Zones de stabilité

Les simulations présentées dans le chapitre précédent utilisent un algorithme incrémental avec pilotage en déplacement disponible dans CAST3M. Les essais DCB sont toujours stables en déplacement, quelque soit la longueur de la fissure initiale. En revanche, pour les essais du type ENF ou MMF, la longueur initiale de la fissure est un facteur déterminant de la stabilité de la propagation de cette fissure. Pour un essai ENF par exemple, le stabilité en déplacement est obtenue lorsque la fissure initiale est plus grande que  $0.347l$ .

La Figure 5.2 présente deux simulations des essais ENF avec une longueur entre les appuis  $l = 160mm$ . Deux longueurs de fissure initiale ont été utilisées :  $a = 35mm$  ( $a < 0.347l$ ) et  $a = 60mm$  ( $a > 0.347l$ ). L'observation de ces deux résultats numériques, placés sur la courbe de propagation à énergie constante, confirme que l'éprouvette où  $a < 0.347l$  est dans la zone d'instabilité en déplacement. Cette instabilité est traduite par une discontinuité de la force au moment de la propagation de la fissure. D'autre part,

sur l'éprouvette où  $a > 0.347l$ , la fissure se propage de manière stable, sans présenter de discontinuité de la force et en parfaite concordance avec la courbe de propagation.

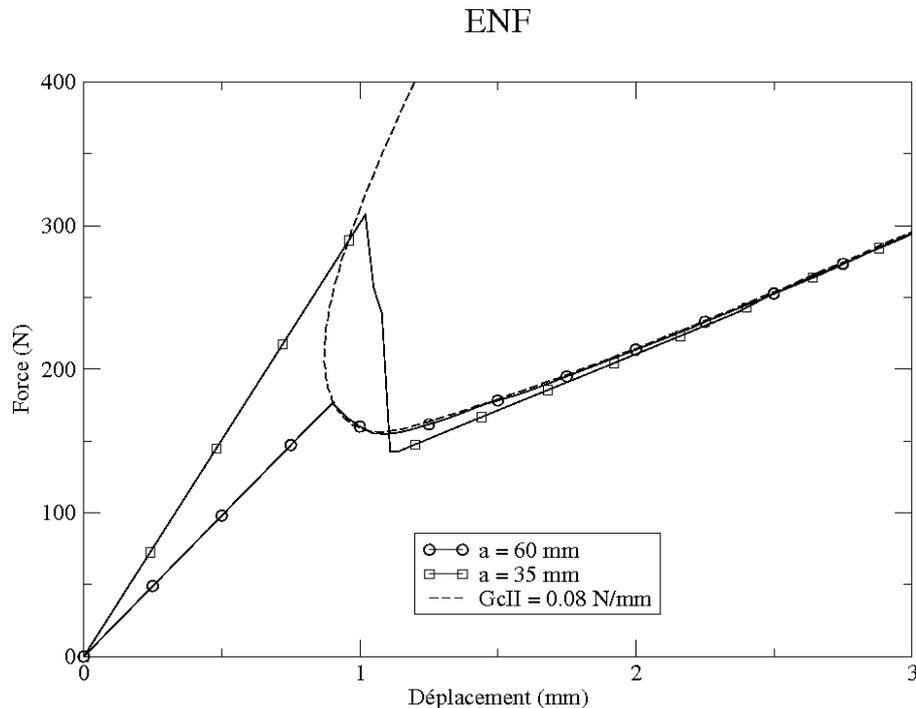


FIG. 5.2 – Stabilité d'un essai ENF

Pour les éprouvettes avec une fissure initiale dans la zone d'instabilité, il est parfois difficile ou même impossible d'obtenir la convergence avec un pilotage en déplacement du type *pas-a-pas*. Le schéma présenté dans la Figure 5.3 montre ce qui se passe lors d'une simulation d'un essai ENF avec ce type de pilotage. Lorsque la force au point 1 est beaucoup plus grande que celle au point 2, obtenir ce dernier numériquement peut devenir très difficile ("chemin A"). L'obtention du point 2 de cette manière exige à la fois l'utilisation d'un maillage très raffiné et d'un pas d'évolution du point d'application de la force très petit.

Pour obtenir des résultats d'une façon plus convenable, il est nécessaire d'utiliser une autre technique de pilotage. La méthode de contrôle local "longueur d'arc" [29, 48, 19] permet d'avoir un pilotage sur l'avancée de la fissure au lieu d'imposer les déplacements du point d'application de la force. De cette façon il est possible de parcourir le "chemin" naturel de propagation de la fissure. Ce chemin est déterminé par la courbe de propagation à énergie constante ("chemin B"), également montrée dans la Figure 5.3.

La forme de la courbe de propagation fait apparaître le phénomène du *snap-back*, caractéristique de ces types d'essais, qui se traduit par la baisse d'effort et de déplacement dans la recherche de l'équilibre. Ce phénomène est difficilement observable dans les vrais essais mécaniques car dans ces essais, le déplacement du point d'application de la force est imposé.

Une méthode de contrôle local a été étudiée avec l'aide de l'ingénieur Giulio Alfano pendant un séjour à l'Université de Naples dans le cadre du programme européen Galilée. Cette méthode, proposée par Alfano et Crisfield [5], a été implantée dans CAST3M. Des simulations d'essais de flexion ont été faites et les résultats sont comparés avec ceux obtenus avec un pilotage classique.

## 5.1 Méthode de contrôle local

Avec une approximation standard basée sur le déplacement des éléments finis, l'état d'une structure dépend d'un vecteur de déplacement  $\mathbf{p}$  de dimension  $N$ , avec  $N$  étant le nombre de degrés de liberté et des variables internes,  $k_{max}$ , aux points d'intégration des éléments d'interface. L'ensemble des forces

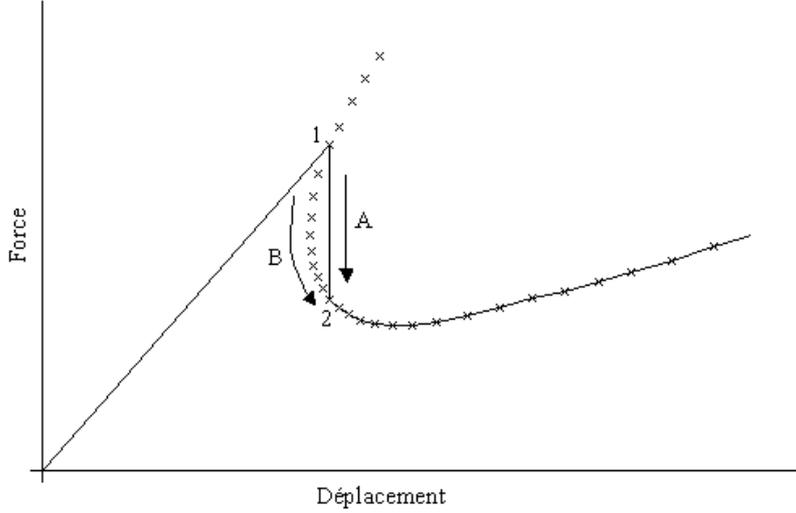


FIG. 5.3 – Schéma Force-déplacement

et/ou des déplacements auxquels la structure est soumise est sensé être appliqué quasi-statiquement et dépend d'un facteur de charge  $\lambda$ .

Le traitement d'un problème non-linéaire de manière incrémentale consiste à suivre la réponse structurale pour  $\lambda$  variant dans une certaine gamme, généralement à partir d'une valeur initiale nulle et évoluant, au moins au début, dans la direction  $\lambda > 0$ . La présence des points critiques est typique de la réponse d'une structure adoucissante et les algorithmes conventionnels qui maintiennent le facteur de charge fixé à chaque incrément échouent pour passer de tels points.

Par conséquent, des techniques de contrôle, dans lesquelles le facteur de charge,  $\lambda$ , est ajouté à l'ensemble des inconnues, sont nécessaires. Le processus est donc divisé en un nombre fini d'incrément. Pour le  $n^{eme}$  incrément les valeurs initiales,  $\mathbf{p}_{n-1}$  et  $\lambda_{n-1}$ , sont celles obtenues après la convergence dans l'incrément précédent,  $n - 1$ , et sont donc connues, ainsi que les valeurs convergées précédentes. Les valeurs finales des déplacements et du facteur de charge,  $\mathbf{p}_n$  et  $\lambda_n$ , sont des inconnues. En conséquence le nombre d'inconnues est  $N + 1$  et est lié à  $N$  équations d'équilibre plus une contrainte additionnelle qui pilote l'augmentation du facteur de charge.

La méthode "longueur d'arc" ici considérée est basée sur l'introduction d'une fonction de contrôle,  $a_n$ , pour chaque incrément  $n$ , qui dépend seulement des déplacements,  $\mathbf{p}$ , et donne une mesure de l'évolution de la structure. L'équation de contrainte s'écrit :

$$\Delta a_n (\Delta \mathbf{p}_n) = a_n (\mathbf{p}_n) - a_n (\mathbf{p}_{n-1}) = \Delta l_n \quad (5.1)$$

où

$$\Delta \mathbf{p}_n = \mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1} \quad (5.2)$$

La taille de l'incrément,  $\Delta l_n$ , est calculée par l'intermédiaire d'un procédé automatique d'incrément. En particulier, la fonction de contrôle est indépendante du facteur de charge  $\lambda$  [20].

L'équation 5.1 et les équations d'équilibre mènent au système non linéaire suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{g} (\mathbf{p}_n, \lambda_n) = \mathbf{q}_i (\mathbf{p}_n, \lambda_n) - \mathbf{q}_{ext} (\lambda_n) = 0 \\ \Delta a_n (\Delta \mathbf{p}_n) - \Delta l_n = 0 \end{cases} \quad (5.3)$$

où  $\mathbf{q}_i$  et  $\mathbf{q}_{ext}$  sont les vecteurs des forces internes et externes, respectivement, et  $\mathbf{g}$  est le vecteur de force résiduelle. Lorsque des déplacements sont imposés,  $\mathbf{q}_i$  dépend de  $\lambda$ .

Les équations 5.3 sont typiquement résolues par un algorithme itératif. A chaque itération, pour la simplicité de la notation, aucun index lié au nombre d'itération ne sera employé. Au lieu de cela, la valeur des déplacements et du facteur de charge calculé à la fin de l'itération précédente est notée  $\mathbf{p}_0$  et  $\lambda_0$ .  $\mathbf{p}$  et  $\lambda$  sont les nouvelles valeurs calculées à la fin de l'itération et  $\delta \mathbf{p}$  et  $\delta \lambda$  les incréments :

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \delta\mathbf{p} \\ \lambda = \lambda_0 + \delta\lambda \end{cases} \quad (5.4)$$

Les incréments à la fin de l'itération sont notés  $\Delta\mathbf{p}$  et  $\Delta\lambda$ , avec

$$\begin{cases} \Delta\mathbf{p} = \mathbf{p} + \mathbf{p}_{n-1} \\ \Delta\lambda = \lambda + \lambda_{n-1} \end{cases} \quad (5.5)$$

La convergence arrive lorsque :

$$\frac{\|\mathbf{g}(\mathbf{p}, \lambda)\|}{\|\mathbf{f}(\mathbf{p}, \lambda)\|} < \gamma \quad (5.6)$$

où  $\mathbf{f}$  est le vecteur de toutes les forces externes, y compris les réactions, et  $\gamma$  est une tolérance numérique. Lorsque la convergence arrive,  $\mathbf{p}_n = \mathbf{p}$  et  $\lambda_n = \lambda$  et on passe au prochain incrément,  $n + 1$ , autrement,  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}$  et  $\lambda_0 = \lambda$  et on recommence. À la première itération (prédiction)  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{n-1}$  et  $\lambda_0 = \lambda_{n-1}$ .

La méthode de Newton est employée ici et les équations d'équilibre sont linéarisées autour de  $(\mathbf{p}_0, \lambda_0)$ . Le système linéaire de  $N$  équations et  $N + 1$  inconnues est obtenu :

$$\mathbf{K}_{t0}\delta\mathbf{p} = -\mathbf{g}_0 + \delta\lambda\mathbf{q}'_0 \quad (5.7)$$

où

$$\begin{cases} \mathbf{K}_{t0} = \frac{\partial\mathbf{q}_i}{\partial\mathbf{p}} \Big|_{(\mathbf{p}_0, \lambda_0)} \\ \mathbf{q}'_0 = \frac{\partial\mathbf{q}_{ext}}{\partial\lambda} \Big|_{\lambda_0} - \frac{\partial\mathbf{q}_i}{\partial\lambda} \Big|_{(\mathbf{p}_0, \lambda_0)} \\ \mathbf{g}_0 = \mathbf{q}_i(\mathbf{p}_0, \lambda_0) - \mathbf{q}_{ext}(\lambda_0) \end{cases} \quad (5.8)$$

$\delta\mathbf{p}$  s'écrit :

$$\delta\mathbf{p} = \delta\bar{\mathbf{p}} + \delta\lambda\delta\mathbf{p}_t \quad (5.9)$$

où

$$\begin{cases} \delta\bar{\mathbf{p}} = -\mathbf{K}_{t0}^{-1}\mathbf{g}_0 \\ \delta\mathbf{p}_t = \mathbf{K}_{t0}^{-1}\mathbf{q}'_0 \end{cases} \quad (5.10)$$

En remplaçant  $\Delta\mathbf{p}_n$  dans l'équation 5.3(2) avec l'incrément,

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \delta\bar{\mathbf{p}} + \delta\lambda\delta\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_{n-1} \quad (5.11)$$

L'équation avec l'inconnue  $\delta\lambda$  est obtenue :

$$\Delta a_n(\Delta\mathbf{p}_0 + \delta\bar{\mathbf{p}} + \delta\lambda\delta\mathbf{p}_t) = \Delta l_n \quad (5.12)$$

et le vecteur

$$\Delta\mathbf{p} = \mathbf{p}_0 + \mathbf{p}_{n-1} \quad (5.13)$$

est l'incrément de déplacement au début de l'itération. La solution de l'équation 5.12, avec les expressions 5.9 et 5.10, donne les incréments,  $\delta\mathbf{p}$  et  $\delta\lambda$ .

## 5.2 Contrôle sur l'avancée de la fissure

Cette méthode de contrôle local a été implantée dans le code CAST3M. Les résultats numériques montrés jusqu'ici ont été calculés en utilisant un pilotage sur le déplacement du point d'application de la force. Pour un pilotage classique comme celui-là il suffit d'utiliser la procédure *pas-a-pas* disponible dans CAST3M. Pour utiliser le contrôle local la procédure *pas-b-pas* a été créée.

Dans les problèmes avec endommagement, les phénomènes de *snap-back* sont typiquement liés à la localisation des contraintes et à l'augmentation de l'endommagement. Le nombre de degrés de liberté liés à ces phénomènes est comparativement petit.

Des fonctions de contrôle basées sur des normes globales de déplacements peuvent être trop peu sensibles et, en conséquence, les fonctions de contrôle local, qui dépendent seulement d'un ensemble localisé de degrés de liberté, ont été employées [14].

Une fonction de contrôle local linéaire,  $a_n$ , est choisie à chaque incrément  $n$ . Bien que  $a_n$  dépende d'un ensemble localisé de degrés de liberté, il est commode de la faire dépendre de tous les déplacements,  $\mathbf{p}$ . L'équation de contrainte 5.12 peut alors être écrite de la forme suivante :

$$\Delta a_n(\Delta \mathbf{p}) = \mathbf{a}_n \cdot (\Delta \mathbf{p}_0 + \delta \bar{\mathbf{p}} + \delta \lambda \delta \mathbf{p}_t) = \Delta l_n \quad (5.14)$$

avec  $\mathbf{a}_n$  étant un vecteur de dimension  $N$ .

Pour la première itération (prédiction)  $\Delta \mathbf{p}_0 = 0$ , car  $\mathbf{p}_0 = \mathbf{p}_{n-1}$ ; et  $\delta \bar{\mathbf{p}} = -\mathbf{K}_{t_0}^{-1} \mathbf{g}_0 \cong 0$ , car  $\mathbf{g}_0 = \mathbf{g}(\mathbf{p}_{n-1}, \lambda_{n-1}) \cong 0$ . Dans l'itération suivante (correction) on peut supposer que l'équation 5.14 a été exactement satisfaite à la fin de l'itération précédente, de sorte que  $\Delta l_n = \mathbf{a}_n \cdot \Delta \mathbf{p}_0$ . Alors, l'équation 5.14 a une solution donnée pour :

$$\delta \lambda \cong \frac{\Delta l_n}{\mathbf{a}_n \cdot \delta \mathbf{p}_t} \quad (\text{prediction})$$

et

$$\delta \lambda = -\frac{\mathbf{a}_n \cdot \delta \bar{\mathbf{p}}}{\mathbf{a}_n \cdot \delta \mathbf{p}_t} \quad (\text{correction})$$

Dans la simulation des essais de flexion sur les plaques collées, le vecteur  $\mathbf{a}_n$  est choisi en fonction des valeurs d'endommagement de l'interface calculés à chaque pas d'interaction. Dans la procédure *pas-b-pas*, les déplacements  $\mathbf{p}$  pris en compte dans le calcul de l'incrément  $\Delta l_n$  sont ceux des points où l'endommagement est encore inférieur à 1. Cette procédure assure donc le contrôle sur l'avancée de la fissure.

## 5.3 Résultats avec contrôle local

La procédure *pas-b-pas* a été implantée dans le CAST3M. Le résultat de la simulation d'un essai du type ENF (Figure 5.4) permet de constater que le phénomène de *snap-back* peut être parfaitement pris en compte lorsqu'on utilise le contrôle local sur l'avancée de la fissure.

La Figure 5.5 montre la comparaison entre les résultats obtenus avec contrôle local et ceux obtenus avec le pilotage sur le déplacement du point d'application de la force. En dehors de la zone de *snap-back* les deux courbes suivent pratiquement le même chemin. Les essais en mode mixte présentent eux aussi du *snap-back* et peuvent être mieux simulés avec un pilotage sur l'avancée de la fissure (Figure 5.6).

Une comparaison entre les courbes obtenues avec contrôle local et les courbes de propagation obtenues au chapitre 2 est montrée dans la Figure 5.7. Le contrôle local permet de suivre exactement le chemin de propagation de la fissure. La Figure 5.8 montre les courbes obtenues pour différentes valeurs de  $G_{cII}$ . Ces résultats sont aussi en accord avec les courbes de propagation pour différentes valeurs d'énergie critique qui ont été présentées au deuxième chapitre.

## 5.4 Conclusion

La méthode de pilotage avec contrôle local de type "longueur d'arc" a été étudiée dans ce chapitre. Cette méthode facilite la simulation de essais du type ENF et MMF qui présentent le phénomène de *snap-back*.

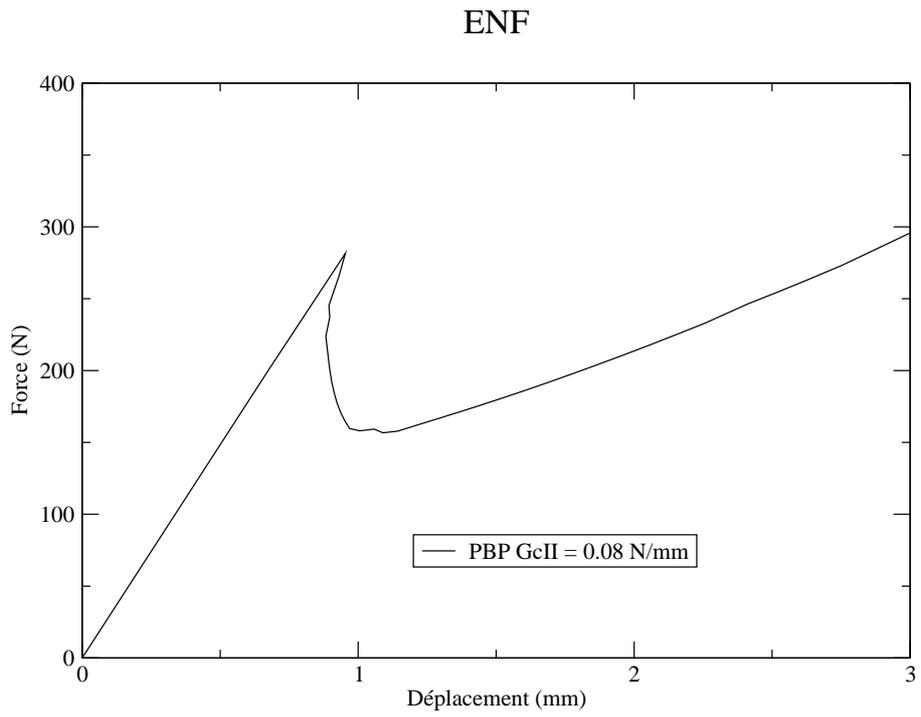


FIG. 5.4 – Résultat avec contrôle local

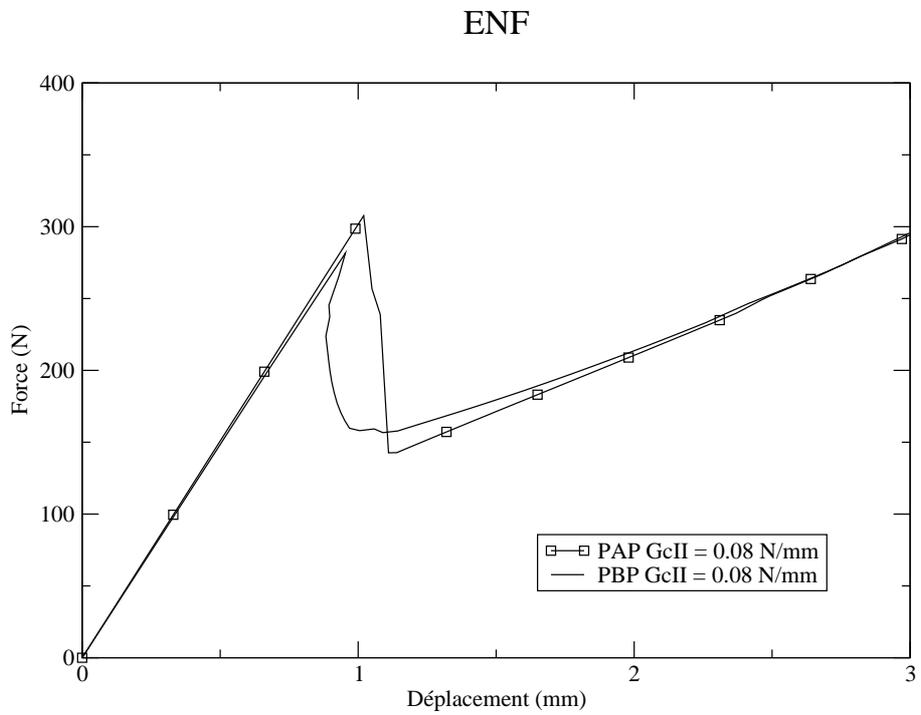


FIG. 5.5 – Comparaison entre les résultats

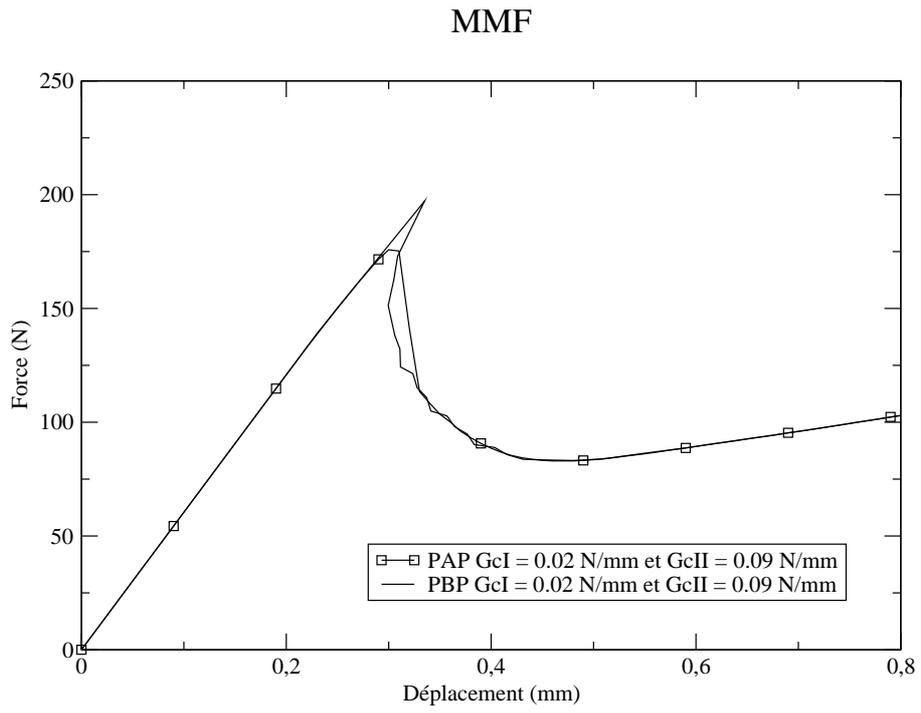


FIG. 5.6 – Comparaison entre les résultats

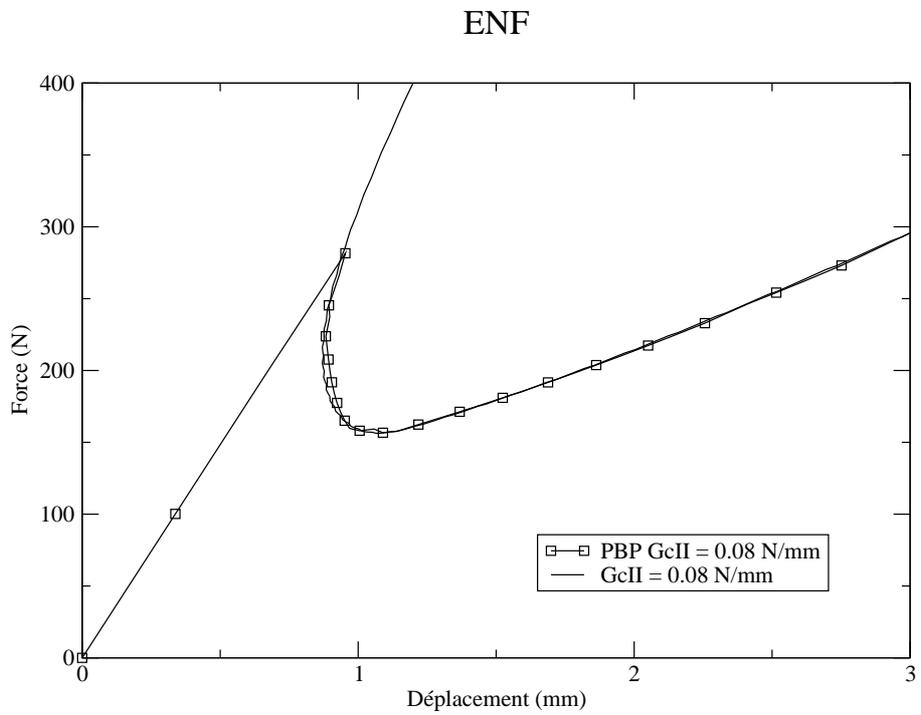


FIG. 5.7 – Comparaison avec la courbe de propagation

## ENF

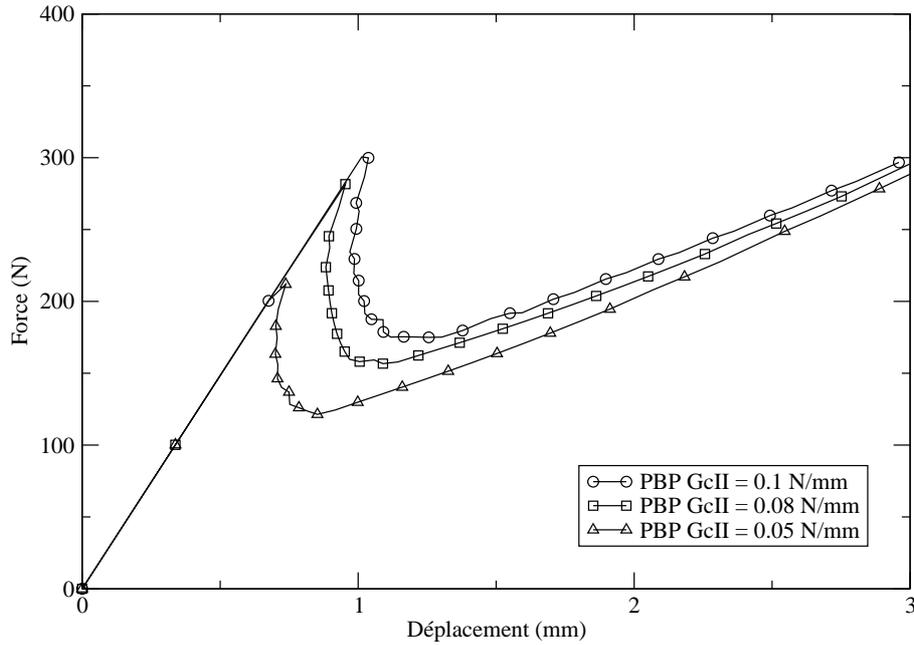


FIG. 5.8 – Résultats avec contrôle local

La méthode “longueur d’arc” a été implantée dans CAST3M et la procédure *pas-b-pas* a été créée. Le nom de cette nouvelle procédure a été choisi pour faire référence à la procédure *pas-a-pas* déjà existante dans le logiciel. Les simulations avec les deux procédures ont été comparées et ont démontré un bon accord.

Les simulations avec la procédure *pas-b-pas* ont aussi été comparées avec les courbes de propagation. Les résultats confirment que la procédure créée permet l’accompagnement de la courbe de propagation en évitant les discontinuités de la force.

Le pilotage sur l’avancée de la fissure est particulièrement applicable à la simulation des essais de propagation d’une seule fissure. En revanche, pour des simulations sur des éprouvettes avec plus d’une fissure, l’utilisation de cette méthode devient plus compliquée. Le problème dans ce cas est de choisir quelle fissure doit être contrôlée. Pour résoudre des problèmes de cette nature, une combinaison de la méthode “longueur d’arc” et de la méthode “line searches” a été proposée par Alfano-Crisfield [5, 19].

Les simulations présentées dans ce travail de thèse ont toujours une seule fissure à contrôler. L’utilisation de la méthode “longueur d’arc” est donc suffisante pour résoudre les problèmes de convergence, lorsqu’ils existent.

Avec l’implémentation de la procédure *pas-b-pas*, l’outil de calcul numérique a été mis au point. Le prochain pas devrait être l’identification des paramètres du modèle. Toutefois, avant de commencer cette identification, il est convenable de comparer les résultats obtenus avec le modèle Champaney-Valoroso et avec ceux d’autres modèles d’endommagement déjà proposés dans la littérature. Le prochain chapitre présente deux autres modèles d’interface endommageable. La comparaison des résultats va permettre de vérifier la pertinence du modèle adopté et de le valider.

## Chapitre 6

# Comparaison avec d'autres modèles d'interface endommageable

Le modèle Champaney-Valoroso a été présenté au troisième chapitre. Dans le chapitre suivant le modèle a été implanté dans le CAST3M et les premières simulations numériques ont été faites. Les problèmes de convergences pour la simulation des essais du type ENF et MMF ont été traités dans le chapitre précédent. L'outil de calcul numérique a donc été mis au point. Les résultats des simulations des essais en utilisant le modèle proposé sont compatibles avec les courbes de propagation de la fissure à énergie constante obtenues au deuxième chapitre. Pour être sûr de la pertinence du modèle il reste encore à valider ces résultats avec ceux obtenus avec d'autres modèles et d'autres codes de calcul.

Deux autres modèles d'interface endommageable seront donc présentés dans ce chapitre. Le premier, présenté dans la section 6.1, a été proposé par Crisfield [42] et modifié plus tard par Alfano [4]. Le deuxième, section 6.2, a été d'abord employé dans l'étude de la dégradation entre les différentes couches des matériaux composites [9]. Ce deuxième modèle est celui qui a inspiré le développement du modèle Champaney-Valoroso.

Dans les deux premières sections du présent chapitre, les deux modèles seront brièvement présentés d'une façon similaire à celle utilisée par les auteurs dans les publications prises comme référence. Après ce premier aperçu des modèles, la section 6.3 développe la comparaison entre ces deux modèles et celui proposé par Champaney-Valoroso. Le but de cette section est de vérifier si le modèle Champaney-Valoroso, tel qu'il a été proposé, est aussi capable de représenter à la fois le comportement bilinéaire du modèle Crisfield-Alfano et le comportement du modèle Allix-Ladevèze.

Des simulations d'essais de propagation de la fissure avec les trois modèles seront présentées ensuite, section 6.4. Les résultats seront donc comparés afin d'observer les possibles différences entre les modèles.

### 6.1 Modèle Crisfield-Alfano

Ce modèle a été proposé par Crisfield [42] et il a été modifié par Alfano [4]. Le modèle définit de manière explicite le rapport non-linéaire entre le déplacement  $[\mathbf{u}]$  et la traction dans l'interface  $\mathbf{t}$ . Pour cela, le paramètre  $\tilde{\gamma}$  est introduit :

$$\tilde{\gamma} = \left[ \left( \frac{Y_I}{G_{oI}} \right)^\mu + \left( \frac{Y_{II}}{G_{oII}} \right)^\mu \right]^{\frac{1}{\mu}} - 1 \quad (6.1)$$

où le scalaire  $\mu$  est un paramètre du matériau et  $Y_I$  et  $Y_{II}$  sont définis exactement de la même façon que dans le modèle Champaney-Valoroso :

$$\begin{cases} Y_I = \frac{1}{2} k_n^+ \langle [u_n] \rangle_+^2 \\ Y_{II} = \frac{1}{2} k_s [u_s]^2 \end{cases} \quad (6.2)$$

L'existence de deux énergies d'activation de l'endommagement  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  est aussi présumée. Le rapport entre ces deux paramètres et les énergies critiques en mode pur  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$  est écrit à l'aide du paramètre  $\eta$  introduit dans le modèle :

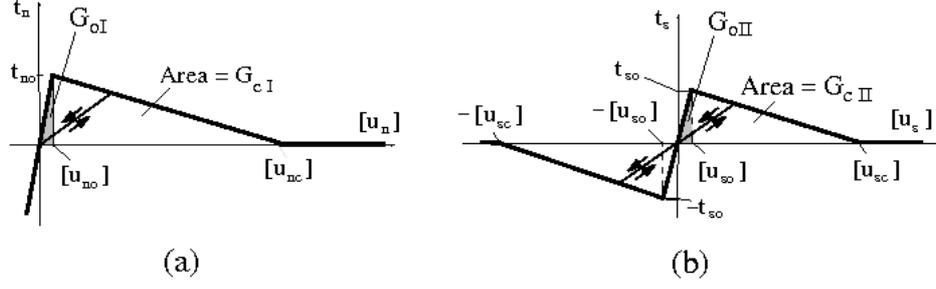


FIG. 6.1 – Loi de comportement bilinaire : mode I (a) et mode II (b)

$$\frac{G_{oI}}{G_{cI}} = \frac{G_{oII}}{G_{cII}} = 1 - \eta \quad (6.3)$$

On appelle  $\gamma$  la plus grande valeur de  $\tilde{\gamma}$  obtenue au cours du chargement :

$$\gamma = \max_{\tau \leq t} \tilde{\gamma} \quad (6.4)$$

La traction dans l'interface est donc écrite :

$$\mathbf{t} = \begin{cases} \mathbf{K}[\mathbf{u}] & \text{si } \gamma \leq 0 \\ (\mathbf{I} - D\mathbf{C})\mathbf{K}[\mathbf{u}] & \text{si } \gamma > 0 \end{cases} \quad (6.5)$$

où  $\mathbf{K} = \text{diag}[k_n, k_s]$  et  $\mathbf{C} = \text{diag}[h([u_n]), 1]$ , avec la fonction de Heaviside  $h(x)$  :

$$\begin{cases} h(x) = 1 & \text{si } x \geq 0 \\ h(x) = 0 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (6.6)$$

$\mathbf{I}$  est le tenseur identité et le paramètre d'endommagement  $D$  est défini comme :

$$D = \min \left\{ 1, \frac{1}{\eta} \left( \frac{\gamma}{1 + \gamma} \right) \right\} \quad (6.7)$$

La matrice  $\mathbf{C}$  joue un rôle quand il y a compression de l'interface ( $[u_n] < 0$ ), dans ce cas là, le mode I n'interagit pas avec le mode II.

Le critère de propagation adopté par Champaney-Valoroso :

$$\left( \frac{G_I}{G_{cI}} \right)^{\beta_1} + \left( \frac{G_{II}}{G_{cII}} \right)^{\beta_2} = 1 \quad (6.8)$$

est simplifié ici, par un rapport fixe entre les modes de sollicitation, en prenant  $\beta_1 = \beta_2 = \mu/2$ .

Les énergies dissipées en mode I et mode II sont données pour :

$$\begin{cases} G_I = \int_0^{+\infty} t_n [\dot{u}_n] dt \\ G_{II} = \int_0^{+\infty} t_s [\dot{u}_s] dt \end{cases} \quad (6.9)$$

L'ensemble des paramètres d'entrée du modèle, décrit dans les équations précédentes, est représenté par les énergies critiques  $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ , les énergies d'activation de l'endommagement  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$ , et les raideurs  $k_n$  et  $k_s$ . Ces paramètres sont illustrés dans la Figure 6.1, pour les chargements en mode pur.

D'après la Figure 6.1,  $G_{oI}$  et  $G_{oII}$  représentent les énergies d'activation en mode I et II correspondant respectivement aux déplacements relatifs  $[u_{no}]$  et  $[u_{so}]$ , alors que  $t_{no}$  et  $t_{so}$  sont les valeurs de la traction correspondant à ces déplacements. Les rapports suivants sont facilement déduits :

$$G_{oI} = \frac{1}{2} t_{no} [u_{no}]; \quad G_{oII} = \frac{1}{2} t_{so} [u_{so}]; \quad k_n = \frac{t_{no}}{[u_{no}]}; \quad k_s = \frac{t_{so}}{[u_{so}]}; \quad (6.10)$$

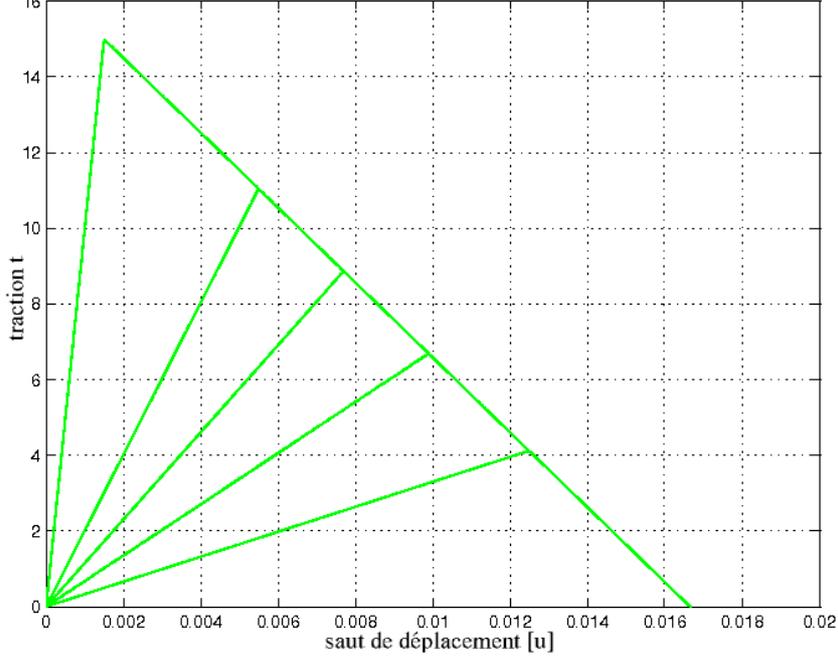


FIG. 6.2 – Comportement du modèle en mode pur

De cette façon, le modèle peut aussi être décrit par un nouvel ensemble de paramètres d'entrée :  $G_{cII}$ ,  $G_{cI}$ ,  $t_{no}$ ,  $t_{so}$ ,  $[u_{no}]$  et  $[u_{so}]$ .

Dans la Figure 6.1, les composants du déplacement relatif correspondant aux endommagements complets en mode pur ont été notés comme  $[u_{nc}]$  et  $[u_{sc}]$ . Par rapport aux paramètres d'entrée, ces déplacements peuvent être écrits :

$$\begin{cases} [u_{nc}] = \frac{2G_{cI}}{t_{no}} \\ [u_{sc}] = \frac{2G_{cII}}{t_{so}} \end{cases} \quad (6.11)$$

On remarque que l'équation 6.3 peut être écrite en fonction des composants de déplacement relatif :

$$\frac{[u_{no}]}{[u_{nc}]} = \frac{[u_{so}]}{[u_{sc}]} = 1 - \eta \quad (6.12)$$

L'expression pour la variable  $\tilde{\gamma}$  peut également être ré-écrite :

$$\tilde{\gamma} = \left[ \left( \frac{\langle [u_n] \rangle_+}{[u_{no}]} \right)^\mu + \left( \frac{[|u_s|]}{[u_{so}]} \right)^\mu \right]^{\frac{1}{\mu}} - 1 \quad (6.13)$$

Le modèle Crisfield a été brièvement décrit jusqu'ici en utilisant une approche explicite analogue à celle proposée dans [42]. Ce modèle a été reformulé par Alfano [4] dans un cadre plus général d'endommagement mécanique. Alfano propose l'expression suivante pour l'énergie surfacique :

$$\psi([\mathbf{u}], D_n, D_s) = \frac{1}{2} (1 - D_n) k_n \langle [u_n] \rangle_+^2 + \frac{1}{2} (1 - D_s) k_s [u_s]^2 + \frac{1}{2} k_n \langle [u_n] \rangle_-^2 \quad (6.14)$$

A partir de l'introduction de deux variables d'endommagement  $D_n$  et  $D_s$ , il est nécessaire de travailler avec les deux forces thermodynamiques  $Y_I$  et  $Y_{II}$ , respectivement. La force thermodynamique en mode mixte  $Y_m$  n'est pas définie ici, comme le fait le modèle Champaney-Valoroso.

La Figure 6.2 montre le comportement du modèle pour un chargement en mode pur.

## 6.2 Modèle Allix-Ladevèze

Ce modèle a d'abord été proposé pour étudier la délaminage entre les plis d'un composite [9]. Le modèle a été ensuite utilisé pour étudier la dégradation d'une couche de colle [38].

L'énergie surfacique est ici décrite de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \psi([\mathbf{u}], D_n, D_{s1}, D_{s2}) = & \frac{1}{2}(1 - D_n) k_n \langle [u_n] \rangle_+^2 + \frac{1}{2}(1 - D_{s1}) k_{s1} [u_{s1}]^2 \\ & + \frac{1}{2}(1 - D_{s2}) k_{s2} [u_{s2}]^2 + \frac{1}{2} k_n \langle [u_n] \rangle_-^2 \end{aligned} \quad (6.15)$$

On dénote par  $s1$  et  $s2$  les variables relatives aux deux directions possibles pour le cisaillement en mode pur.

Les forces thermodynamiques qui pilotent les lois d'évolution s'écrivent de la façon suivante :

$$\begin{cases} Y_n = \frac{1}{2} k_n^+ \langle [u_n] \rangle_+^2 \\ Y_{s1} = \frac{1}{2} k_{s1} [u_{s1}]^2 \\ Y_{s2} = \frac{1}{2} k_{s2} [u_{s2}]^2 \end{cases} \quad (6.16)$$

L'endommagement étant le seul phénomène dissipatif, l'énergie dissipée s'écrit :

$$\phi = Y_n \dot{D}_n + Y_{s1} \dot{D}_{s1} + Y_{s2} \dot{D}_{s2} \quad (6.17)$$

avec  $\phi \geq 0$ , pour satisfaire le second principe de la thermodynamique.

Une loi d'évolution de l'endommagement isotrope est utilisée en supposant toujours les différents endommagements très fortement couplés et gouvernés par un taux de restitution d'énergie unique qui s'écrit :

$$Y(t) = \sup_{|\tau < t} \left[ (Y_n^\alpha + (\gamma_1 Y_{s1})^\alpha + (\gamma_2 Y_{s2})^\alpha)^\frac{1}{\alpha} \Big|_\tau \right] \quad (6.18)$$

où  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont des paramètres de couplage énergies de cisaillement/énergie transverse et  $\alpha$  est un autre paramètre permettant de décrire le lieu de rupture en mode mixte vis-à-vis de la mécanique de la rupture.

De la même façon que dans la modèle Champaney-Valoroso, on considère ici que l'interface rompu dans un mode de sollicitation donné l'est aussi pour tous les autres modes. La loi d'évolution de l'endommagement est alors définie par le choix d'une fonction matériau  $\omega$  telle que :

$$\begin{aligned} D_n = D_{s1} = D_{s2} = \omega(Y) \text{ si } D < 1 \\ D_n = D_{s1} = D_{s2} = 1 \text{ sinon} \end{aligned}$$

avec :

$$\omega(Y) = \left[ \frac{n}{n+1} \frac{\langle Y - G_o \rangle_+}{(G_c - G_o)} \right]^n \quad (6.19)$$

Le paramètre  $n$  caractérise la plus ou moins grande fragilité de l'interface. Plus  $n$  est grand, plus l'interface est fragile (Figure 6.3).

La Figure 6.4 montre le comportement du modèle pour un chargement en mode pur.

## 6.3 Comparaison avec le modèle Champaney-Valoroso

Dans cette section les trois modèles seront présentés d'une façon similaire. Les modèles Crisfield-Alfano et Allix-Ladevèze sont vus comme une forme simplifiée du modèle Champaney-Valoroso [3].

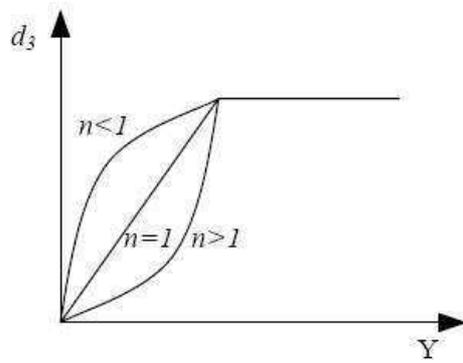


FIG. 6.3 – Evolution de l'endommagement pour différentes valeurs de  $n$

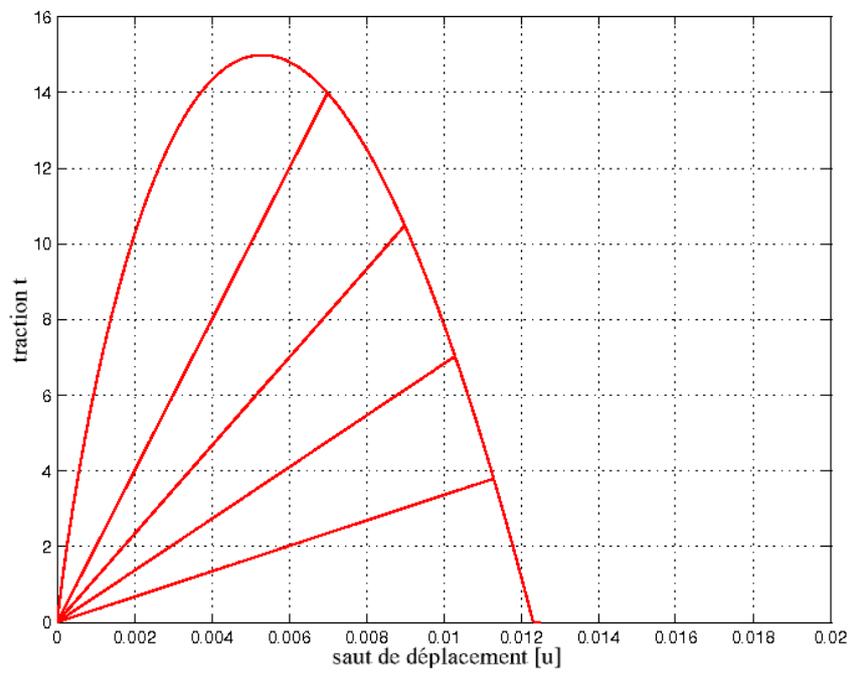


FIG. 6.4 – Comportement du modèle en mode pur

### 6.3.1 Chargement en mode pur

L'idée de zone cohésive a été présentée, au chapitre 3, de la façon suivante :

$$\begin{cases} Y^* = G_o & \Rightarrow D = 0 \\ Y^* = \int_0^t \dot{Y}^* dt = F(D) & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (6.20)$$

Les différents modèles cohésifs existant, ainsi que les trois ici étudiés, se différencient surtout par rapport à la forme de la fonction  $F$  adoptée et par les paramètres considérés. Une condition basique qui doit être respectée est le critère d'énergie de la Mécanique de la Fracture :

$$\int_0^{+\infty} Y \dot{D} dt = G_c \quad (6.21)$$

L'énergie dissipée pendant le processus de décohésion doit être égale à l'énergie critique  $G_c$ .

Le modèle exponentiel d'endommagement proposé par Champaney-Valoroso [54] décrit l'énergie critique  $Y^*$  comme :

$$\begin{cases} Y^* = G_o & \Rightarrow D = 0 \\ Y^* = G_o + (Y_f - G_o) [-\log(1 - D)]^N & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (6.22)$$

Lors de la présentation de ce modèle il a été montré que la valeur caractéristique  $Y_f$  de la force thermodynamique est calculée en imposant la condition décrite dans l'équation 6.21.

De la même façon, un modèle comme celui de Crisfield-Alfano peut être obtenu en utilisant :

$$\begin{cases} Y^* = G_o & \Rightarrow D = 0 \\ Y^* = \frac{Y_f^2 G_o}{[G_o D + Y_f (1 - D)]^2} & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (6.23)$$

D'après l'équation 6.21 :

$$Y_f = G_c$$

La fonction  $F$  peut aussi être écrite en utilisant le paramètre  $\eta$  défini par Crisfield-Alfano dans l'équation 6.3 :

$$F_{CA} = \frac{(1 - \eta) G_c}{(1 - \eta D)^2}$$

Un modèle du type Allix-Ladèveze peut également être représenté de cette façon :

$$\begin{cases} Y^* = G_o & \Rightarrow D = 0 \\ Y^* = G_o + (Y_f - G_o) D^{1/N} & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y^* = \max_{\tau \in [0, T]} Y(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (6.24)$$

Le paramètre  $N > 0$  est donc introduit pour avoir un modèle plus élaboré. Ce modèle est capable de représenter des situations d'endommagement plus diverses, par rapport au modèle bilinéaire, comme le montre la Figure 6.5.

La valeur caractéristique  $Y_f$  est calculée à partir de l'équation 6.21 :

$$\int_0^t Y^*(D) dD = G_o + \frac{N}{N+1} (Y_f - G_o) = G_c$$

En utilisant ces mêmes paramètres (équation 6.22), le modèle Champaney-Valoroso permet de représenter des situations encore plus spécifiques. La comparaison entre la Figure 6.5 et la Figure 6.6, déjà présentée au troisième chapitre, montre bien que la différence entre les deux modèles est particulièrement remarquable à la fin du processus d'endommagement.

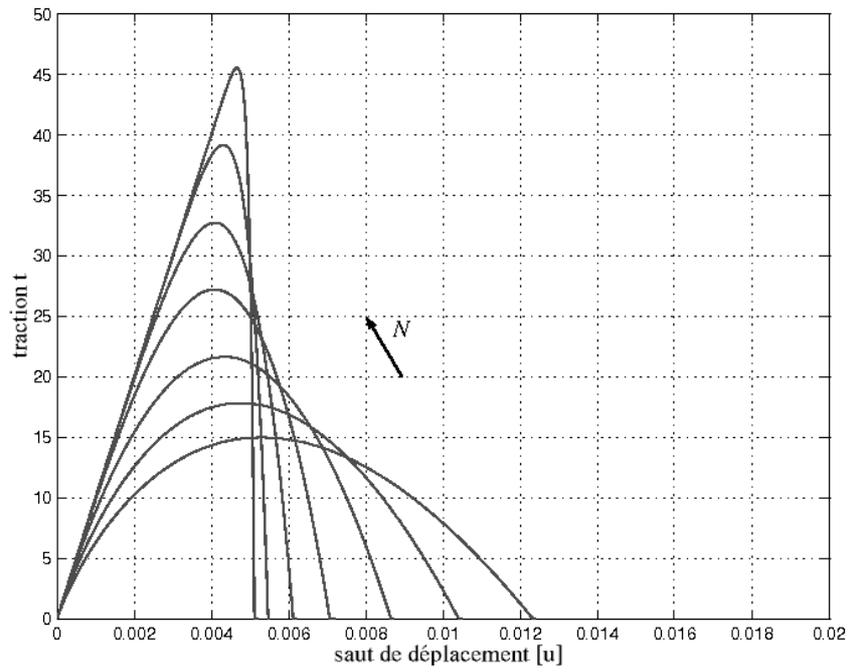


FIG. 6.5 – Comportement du modèle Allix-Ladevèze en fonction de  $N$

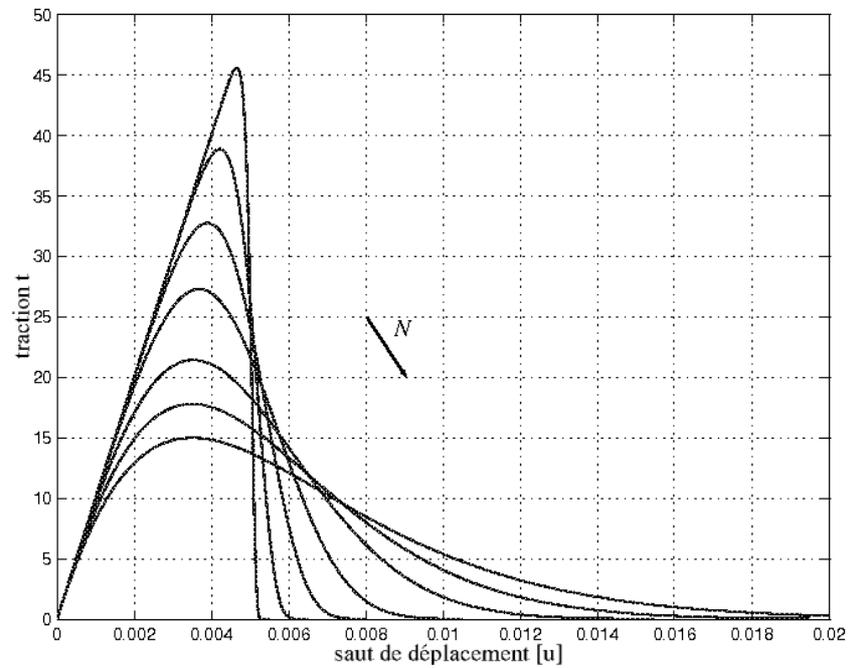


FIG. 6.6 – Comportement du modèle Champaney-Valoroso en fonction de  $N$

### 6.3.2 Chargement en mode mixte

Au chapitre 3, le modèle d'endommagement en mode mixte a été caractérisé par le rapport entre cette énergie critique  $Y_m^*$  et l'endommagement  $D$  :

$$\begin{cases} Y_m^* = Y_{mo} & \Rightarrow D = 0 \\ Y_m^* = F_m(D) & \Rightarrow D \in ]0, 1[ \\ Y_m^* = \max_{\tau \leq t} Y_m(\tau) & \Rightarrow D = 1 \end{cases} \quad (6.25)$$

L'énergie total  $G_T$  dissipée pendant la décohesion est définie comme :

$$G_T = G_I + G_{II} \quad (6.26)$$

De façon similaire à celle utilisée dans le cas du chargement en mode pur, l'énergie critique totale est calculée :

$$G_{Tc} = \int_0^{+\infty} Y_m^* \dot{D} dt \quad (6.27)$$

En utilisant les mêmes notations présentées dans le chapitre 3, les expressions pour  $F_m$  pour les trois modèles peuvent être écrites :

$$F_m(D) = \begin{cases} \frac{Y_{mf}^2 Y_{mo}}{[Y_{mo}D + Y_{mf}(1-D)]^2} \\ Y_{mo} + (Y_{mf} - Y_{mo}) D^{1/N} \\ Y_{mo} + (Y_{mf} - Y_{mo}) [-\log(1-D)]^N \end{cases} \quad (6.28)$$

La valeur caractéristique  $Y_{mf}$  est calculée à partir de l'équation 6.27 :

$$Y_{mf} = \begin{cases} G_{Tc} \\ \frac{1}{N} [(N+1)G_{Tc} - Y_{mo}] \\ Y_{mo} + \frac{1}{\Gamma(N+1)} [G_{Tc} - Y_{mo}] \end{cases} \quad (6.29)$$

Les modèles Crisfield-Alfano, Allix-Ladèveze et Champaney-Valoroso sont respectivement représentés par les équations 6.28(1) et 6.29(1), 6.28(2) et 6.29(2), 6.28(3) et 6.29(3).

Les Figures 6.7, 6.8 et 6.9 montrent le rapport entre la traction équivalente  $t_\delta$ , définie au chapitre 3, et les composants du déplacement en mode pur  $[u_n]$  et  $[u_s]$ , pour les trois modèles. Les surfaces sont construites en faisant varier l'angle de chargement  $\varphi$  entre 0 et  $+\pi/2$ . Les paramètres utilisés sont :  $k_n^+ = k_s = 10000$ ,  $G_{cI} = 0.125$ ,  $G_{cII} = 0.5$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 2$ . Pour le modèle Crisfield-Alfano  $G_{oI} = 0.01125$  et  $G_{oII} = 0.045$ . Pour le modèle Allix-Ladèveze  $G_{oI} = G_{oII} = 0$  et  $N = 0.2$ . Pour le modèle Champaney-Valoroso  $G_{oI} = G_{oII} = 0$  et  $N = 1.7$ .

## 6.4 Résultats des simulations

Quatre situations différentes ont été simulées avec les trois modèles présentés afin de comparer les résultats [3]. Les simulations avec le modèle Crisfield-Alfano ont été réalisées par G. Alfano dans le logiciel LUSAS. Les simulations avec le modèle Allix-Ladèveze ont été faites dans CAST3M. Ce modèle a été implanté dans CAST3M par L. Gornet [25, 37].

Pour pouvoir comparer les différents modèles, on considère la même raideur initiale d'interface dans les trois types de simulation. Les autres paramètres sont fixés de façon à obtenir les mêmes valeurs pour l'énergie de fracture et la contrainte maximale locale. Le concept de contrainte maximale n'est pas défini de façon directe dans les modèles Allix-Ladèveze et Champaney-Valoroso. Dans les simulations avec ces deux modèles, l'exposant  $N$  est donc ajusté pour obtenir la valeur maximale de la traction qui correspond à la contrainte maximale locale du modèle bilinéaire.

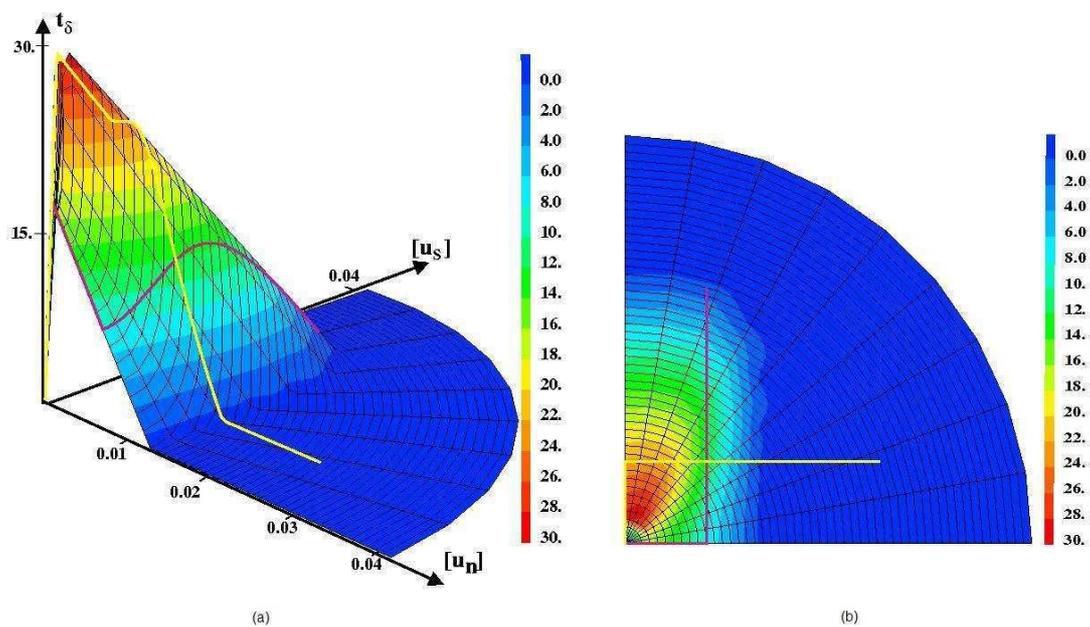


FIG. 6.7 – Rapport traction-séparation en mode mixte - Crisfield-Alfano. Profil (a) et haut (b)

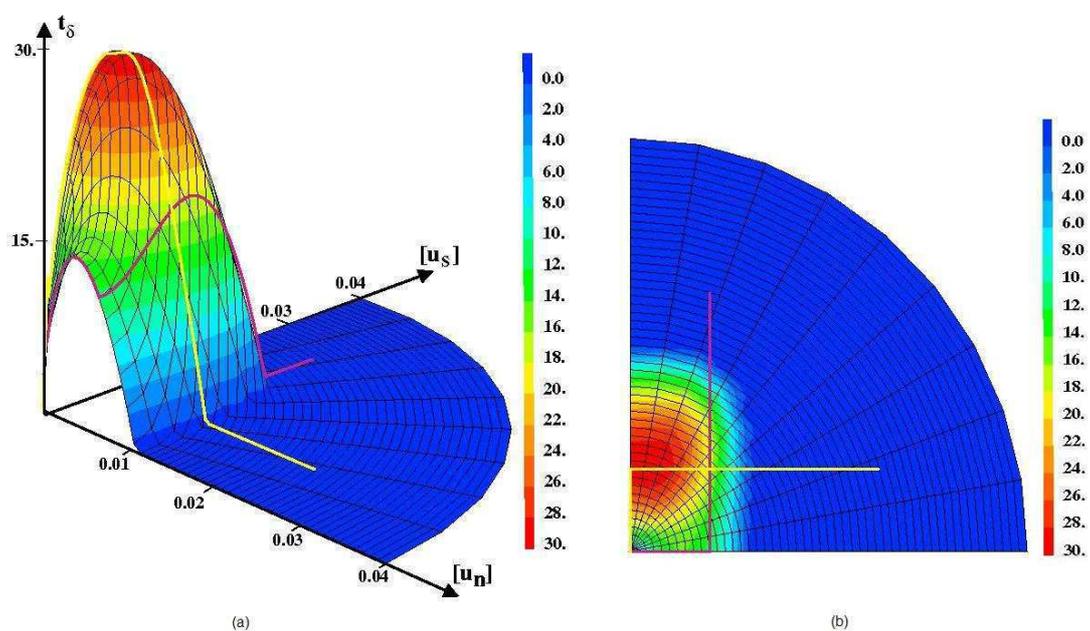


FIG. 6.8 – Rapport traction-séparation en mode mixte - Allix-Ladèveze. Profil (a) et haut (b)

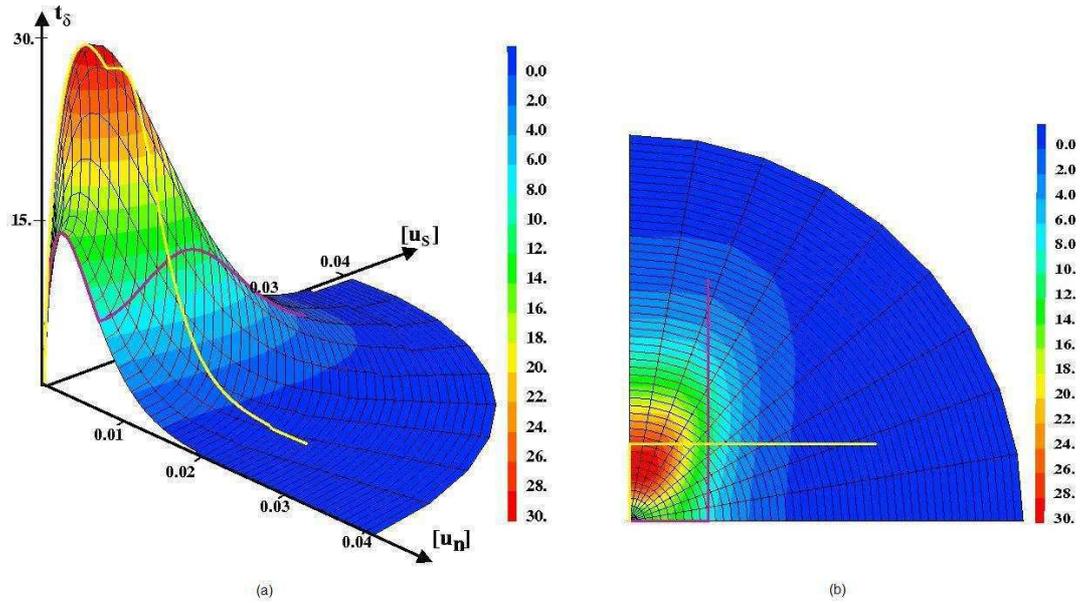


FIG. 6.9 – Rapport traction-séparation en mode mixte - Champaney-Valoroso. Profil (a) et haut (b)

### 6.4.1 Essai DCB

Pour un premier exemple, on considère l'essai DCB représenté dans la Figure 6.10. Les paramètres de l'interface sont montrés dans la Table 6.1. Pour le matériau  $E = 70 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0.3$ .

Paramètres d'interface	$k_n \text{ (N/mm}^3\text{)}$	$G_o \text{ (N/mm)}$	$G_c \text{ (N/mm)}$	$t_o \text{ (N/mm}^3\text{)}$	$N$
Allix-Ladevèze	1.000E+04	1.125E-02	5.000E-01	3.002E+01	1.980E-01
Champaney-Valoroso	1.000E+04	1.125E-02	5.000E-01	3.004E+01	1.720E+00
Crisfield-Alfano	1.000E+04	4.500E-02	5.000E-01	3.000E+01	-

TAB. 6.1 – Paramètres d'interface

Les résultats obtenus avec les trois modèles (Figure 6.11) n'ont pas de différences significatives. Ils sont pratiquement coincidents, compte tenu du raffinement du maillage utilisé ( $284 \times 4$  éléments quadratiques à huit noeuds continus et 280 éléments d'interface) et la faible rigidité de l'éprouvette.

### 6.4.2 Essai DCB compact

Le deuxième exemple simulé reproduit les mêmes conditions de chargement que l'essai précédent, mais dans le cas présent, la rigidité des plaques est considérablement augmentée. Les simulations ont été faites avec des plaques de  $50 \text{ mm}$  d'épaisseur au lieu des  $1.5 \text{ mm}$  utilisés dans l'essai DCB classique.

Les paramètres de l'interface sont ceux qui ont déjà été montrés dans la Table 6.1. Le module de Young et le coefficient de Poisson du matériau sont respectivement  $E = 210 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0.2$ . Le maillage a été construit avec  $78 \times 16$  éléments continus et 70 éléments d'interface.

L'augmentation de la rigidité des plaques permet de voir un écart plus important entre les résultats obtenus avec les trois modèles (Figure 6.12). Pour cette configuration en particulier, le modèle Allix-Ladevèze amène à un résultat avec une force maximale environ 20% plus importante que les modèles exponentiel et bilinéaire.

Ce résultat montre que pour des éprouvettes très épaisses la forme de la loi d'évolution peut avoir une influence significative sur la taille de la *process zone*. Ce qui a déjà été démontré par Alfano [2].

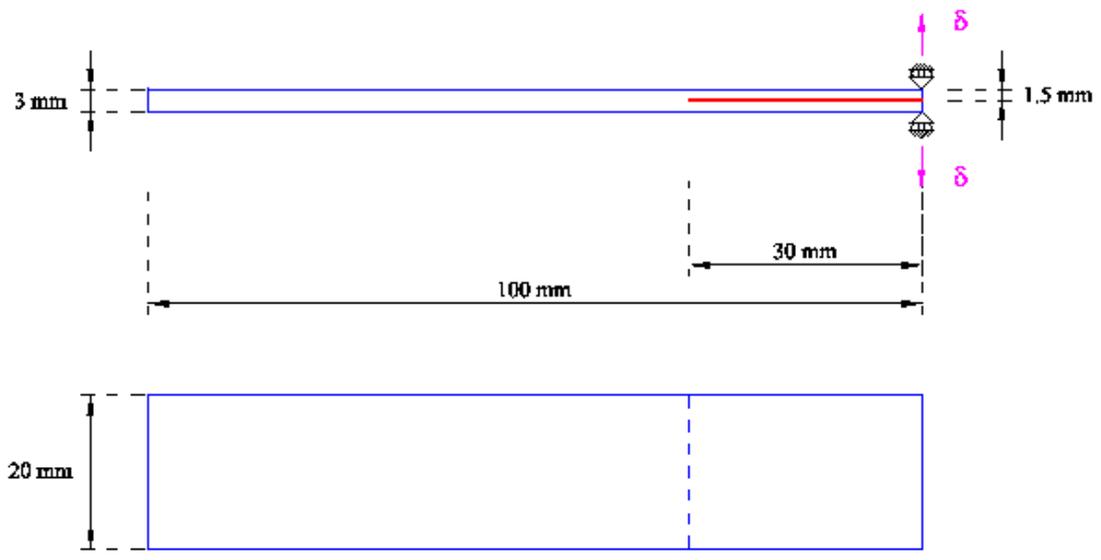


FIG. 6.10 – Essai DCB

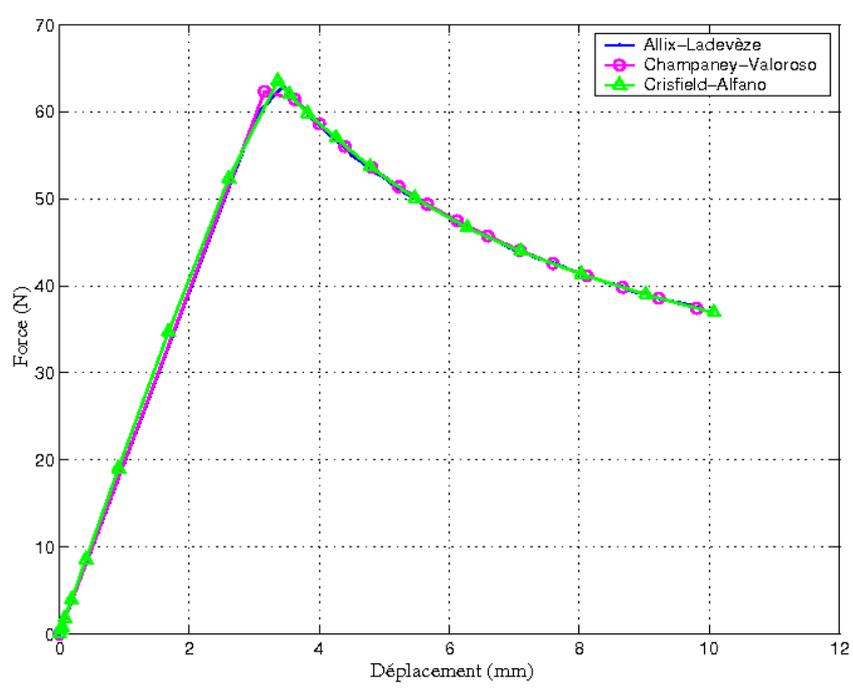


FIG. 6.11 – Simulations d'essai DCB

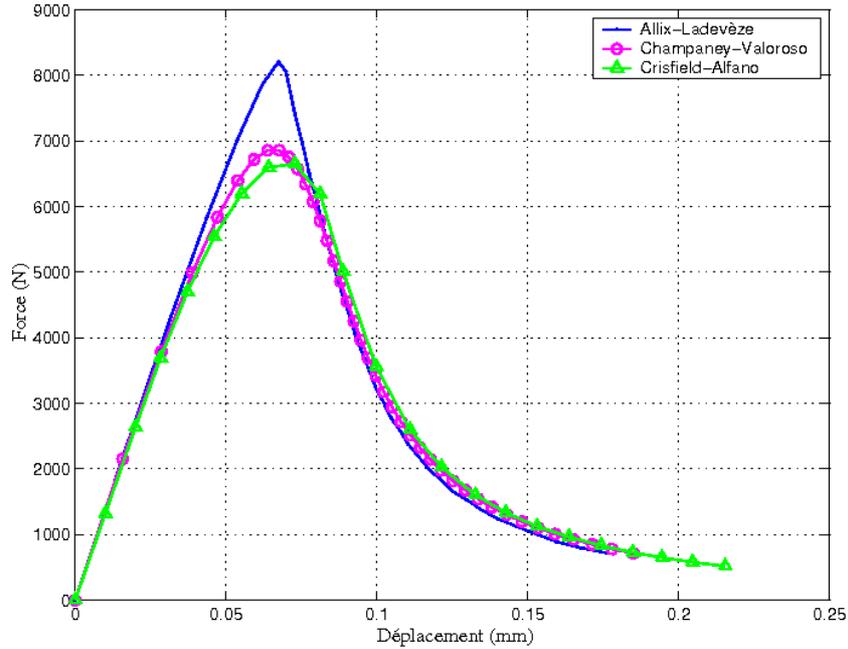


FIG. 6.12 – Simulations d’essai DCB compact

### 6.4.3 Essai MMF

L’essai MMF représenté dans la Figure 6.13 à été simulé avec les paramètres d’interface présentés dans la Table 6.2. Pour le matériau des plaques, le module de Young et le coefficient de Poisson sont respectivement  $E = 70 \text{ GPa}$  et  $\nu = 0.3$ .

Paramètres d’interface	$k_n \text{ (N/mm}^3\text{)}$	$G_{oI} \text{ (N/mm)}$	$G_{cI} \text{ (N/mm)}$	$t_{no} \text{ (N/mm}^3\text{)}$	$N$
Allix-Ladevèze	1.000E+04	2.813E-03	1.250E-01	1.501E+01	1.975E-01
Champaney-Valoroso	1.000E+04	2.813E-03	1.250E-01	1.502E+01	1.696E+00
Crisfield-Alfano	1.000E+04	1.125E-02	1.250E-01	1.500E+01	-
	$k_s \text{ (N/mm}^3\text{)}$	$G_{oII} \text{ (N/mm)}$	$G_{cII} \text{ (N/mm)}$	$t_{so} \text{ (N/mm}^3\text{)}$	$\alpha_1, \beta_1$
Allix-Ladevèze	1.000E+04	1.125E-02	5.000E-01	3.002E+01	2.000E+00
Champaney-Valoroso	1.000E+04	1.125E-02	5.000E-01	3.004E+01	2.000E+00
Crisfield-Alfano	1.000E+04	4.500E-02	5.000E-01	3.000E+01	2.000E+00

TAB. 6.2 – Paramètres d’interface

Les simulations avec les trois modèles ont été faites avec le maillage présenté dans la Figure 6.14. Les trois résultats ont une très bonne concordance (Figure 6.15).

Ces résultats confirment ce qui a été trouvé pour les essais DCB. Les simulations avec des éprouvettes relativement flexibles, en utilisant un maillage suffisamment raffiné, sont peu sensibles aux différentes lois de comportement. Dans ces conditions, quelque soit le modèle utilisé, les résultats seront toujours très proches les uns des autres.

### 6.4.4 Essai MMT

Le quatrième type d’essais est le *mixed-mode thick specimen test* (MMT). La Figure 6.16 montre le schéma de cet essai en mode mixte avec une éprouvette plus rigide que celle utilisée dans un essai MMF classique. Ici, le chargement se fait avec une force horizontale appliquée au point supérieur droit de la plaque supérieure. La force appliquée de cette façon transmet des efforts de traction normal (mode I) et cisailant (mode II) au long de l’interface.

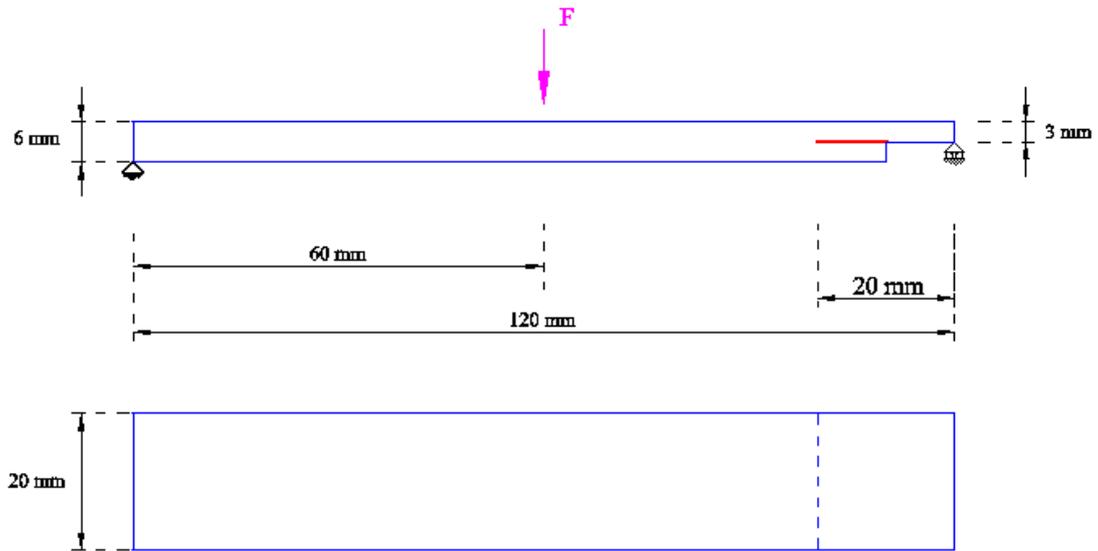


FIG. 6.13 – Essai MMF

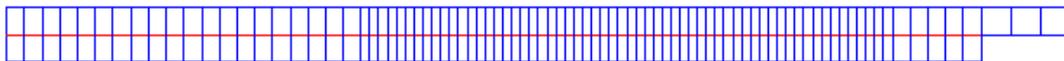


FIG. 6.14 – Maillage d'essai MMF

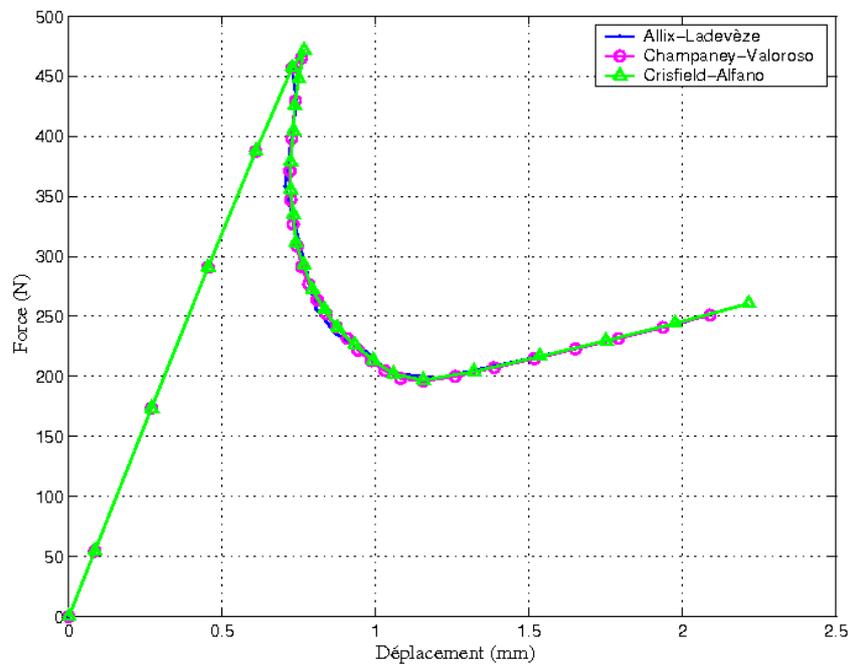


FIG. 6.15 – Simulations d'essai MMF

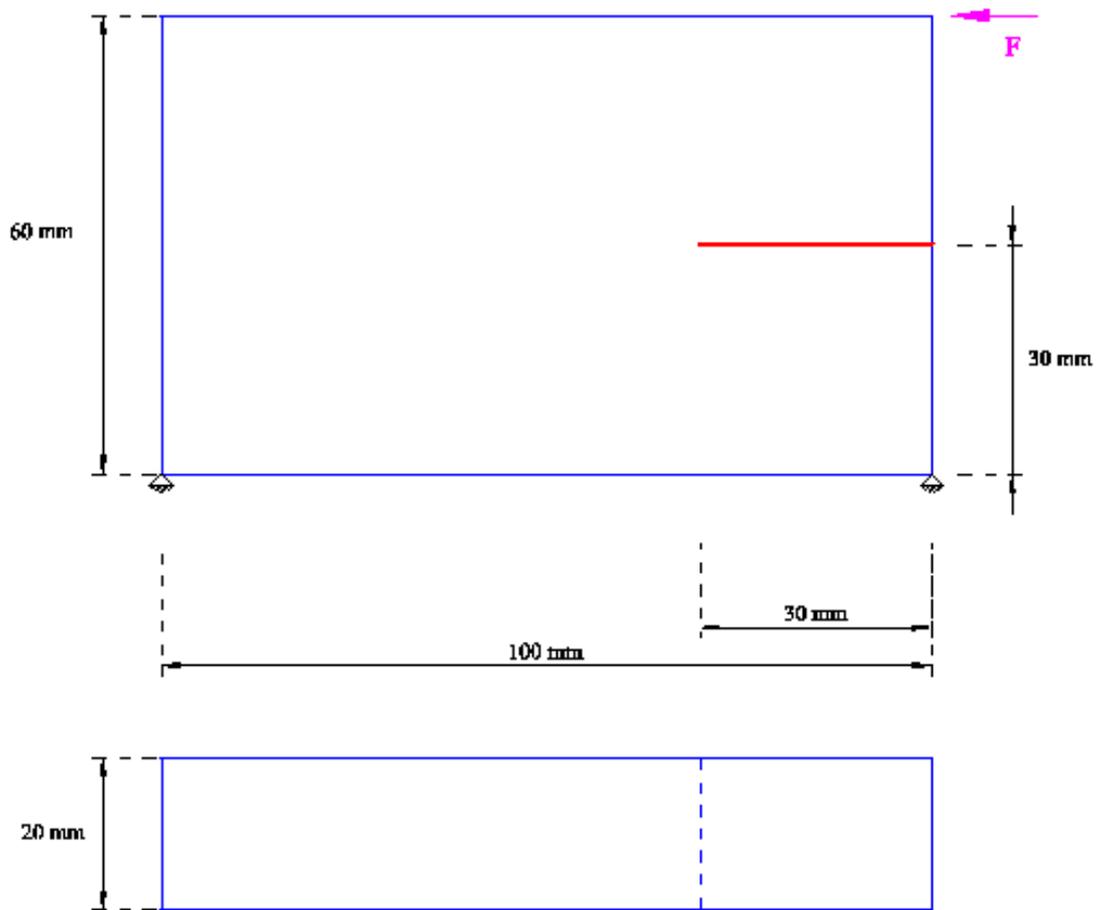


FIG. 6.16 – Essai MMT

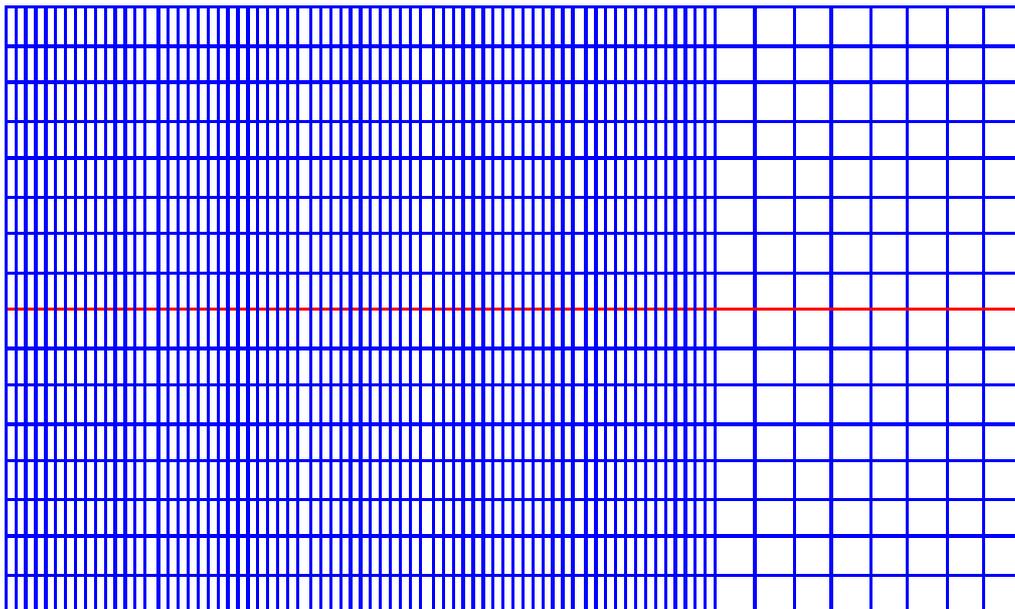


FIG. 6.17 – Maillage d’essai MMT

Les simulations ont été faites avec un maillage construit avec  $78 \times 16$  éléments continus et 70 éléments d’interface (Figure 6.17). Les trois résultats présentés dans la Figure 6.18 ont été obtenus avec les mêmes paramètres d’interface et les mêmes caractéristiques de matériau utilisées dans l’exemple précédent.

Le résultat obtenu avec le modèle Allix-Ladevèze présente encore une fois une force maximale plus importante que les autres. La différence ici est toutefois moins importante que celle observée pour l’essai DCB compact. Les résultats montrent aussi un comportement légèrement moins rigide lorsqu’on utilise le modèle Crisfield-Alfano.

## 6.5 Conclusion

Dans ce chapitre, les modèles Crisfield-Alfano et Allix-Ladevèze ont été brièvement présentés. Ensuite, il a été démontré que ces modèles peuvent être aperçus comme étant une simplification du modèle Champaney-Valoroso.

Des simulations d’essais de propagation de la fissure avec les trois modèles ont été présentées. Les chargement en mode I et en mode mixte ont été étudiés. Pour pouvoir comparer les résultats obtenus avec les trois modèles, les paramètres d’interface ont été choisis de façon à avoir les mêmes valeurs pour l’énergie de fracture et la contrainte maximale locale. Les paramètres en mode mixte ont été choisis en utilisant un critère elliptique pour établir les rapports entre les énergies critiques en mode pur.

Les résultats montrent que la forme de la loi de comportement de l’interface peut avoir une influence sur la réponse globale dans certains cas. L’augmentation de la rigidité des éprouvettes a été identifiée comme responsable des différences observées dans les simulations présentées avec les trois modèles. En revanche, pour les simulations des essais classiques (DCB et MMF) où les l’éprouvettes ne sont pas très rigides, les trois modèles présentent pratiquement les mêmes résultats.

Ces résultats valident le modèle développé et son implantation dans CAST3M par comparaison avec deux autres modèles dans deux autres codes. Il ne reste qu’à procéder à l’identification des paramètres du modèle. Le chapitre 7 montre donc l’identification de quelques paramètres à l’aide des essais mécaniques.

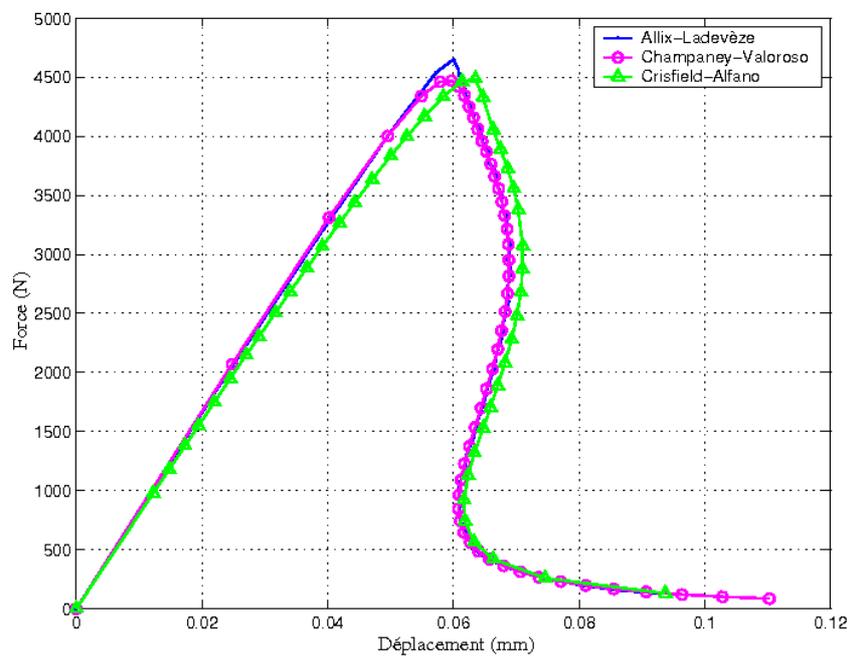


FIG. 6.18 – Simulations d'essai MMT

# Chapitre 7

## Identification et validation

Le travail réalisé jusqu'ici a permis d'avoir un outil capable de simuler des essais mécaniques de propagation d'une fissure. Les résultats de ces simulations ont d'abord été comparés avec les courbes de propagation obtenues au deuxième chapitre, ensuite avec les résultats obtenus par deux autres modèles. Pour valider d'une façon définitive le modèle adopté, il ne manque que la comparaison entre les simulations et les résultats pratiques.

Les essais mécaniques rendent possible, dans un premier temps, l'identification de certains paramètres du modèle d'interface. Les essais acoustiques réalisés par V. Vlasie [57] complètent cette étape d'identification (Annexe A). Une fois que tous les paramètres ont été identifiés, les résultats d'autres essais mécaniques sont utilisés pour valider les simulations.

La première section de ce chapitre explique comment ont été faites les éprouvettes collées. Quelques traitements de surface trouvés dans la littérature [16, 21, 49] sont brièvement présentés. Les résultats des essais, présentés dans la section 7.2, montrent l'efficacité des traitements utilisés.

La section 7.3 compare les résultats des essais et les résultats des simulations numériques. Cette comparaison permet d'identifier les paramètres du modèle. Finalement, dans la section 7.4, on vérifie si le modèle est capable de reproduire d'autres résultats expérimentaux avec les mêmes valeurs identifiées pour les paramètres.

### 7.1 Préparation des éprouvettes

Les éprouvettes utilisées sont du type aluminium/epoxy/aluminium. La résine epoxy a été préparée à l'Ecole Supérieure de Physique et Chimie Industrielles de Paris (ESPCI) et est composée d'une mole de diglycidylether de bisphenole A (DGEBA) et de deux moles de diamino méthane diphenylique (DDM). Ces deux solides sont mélangés et fondus ensemble. Avant d'être utilisée, la colle est dégazée afin d'éliminer toutes les bulles formées pendant la préparation. La présence de bulles dans la couche de colle pourrait affecter la qualité du collage.

Pour améliorer le collage des plaques d'aluminium, la littérature propose quelques traitements de surface [16, 21, 49]. Afin de vérifier leur efficacité, trois types de traitements ont été mis en oeuvre.

- Traitement acide - Une solution de 250 g d'acide sulfurique et 50 g d'acide chromique dans 1 litre d'eau distillée est utilisée dans ce traitement. Les plaques sont d'abord dégraissées avant d'être immergées dans la solution acide pendant 20 minutes. Elles sont donc lavées à l'eau courante et restent encore 5 minutes trempées dans l'eau désionisée.
- Traitement basique - La procédure est identique à celle du traitement acide sauf qu'ici les plaques restent dans une solution basique. Une solution avec une lessive ordinaire a été utilisée.
- Traitement thermique - C'est le traitement le plus simple à réaliser. Les plaques doivent seulement rester au four à 300°C pendant une heure.

Pour les trois types de traitement des surfaces, le collage doit être fait dans l'heure qui suit le traitement. Après la première heure les effets du traitement sur les conditions de la surface commencent à diminuer. Pour le traitement thermique, par exemple, la couche d'oxyde évaporée pendant le traitement sera reformée au bout de la première heure.

Les plaques utilisées ont 3 mm d'épaisseur, 200 mm de longueur et 200 mm de largeur. Les deux plaques à coller sont maintenues écartées de 0.5 mm l'une de l'autre à l'aide des cales de Teflon (Figure

7.1). La colle est versée à l'intérieur de cet ensemble jusqu'à qu'il soit complètement rempli. L'ensemble est donc mis au four à  $80^{\circ}C$  pendant 12 heures.

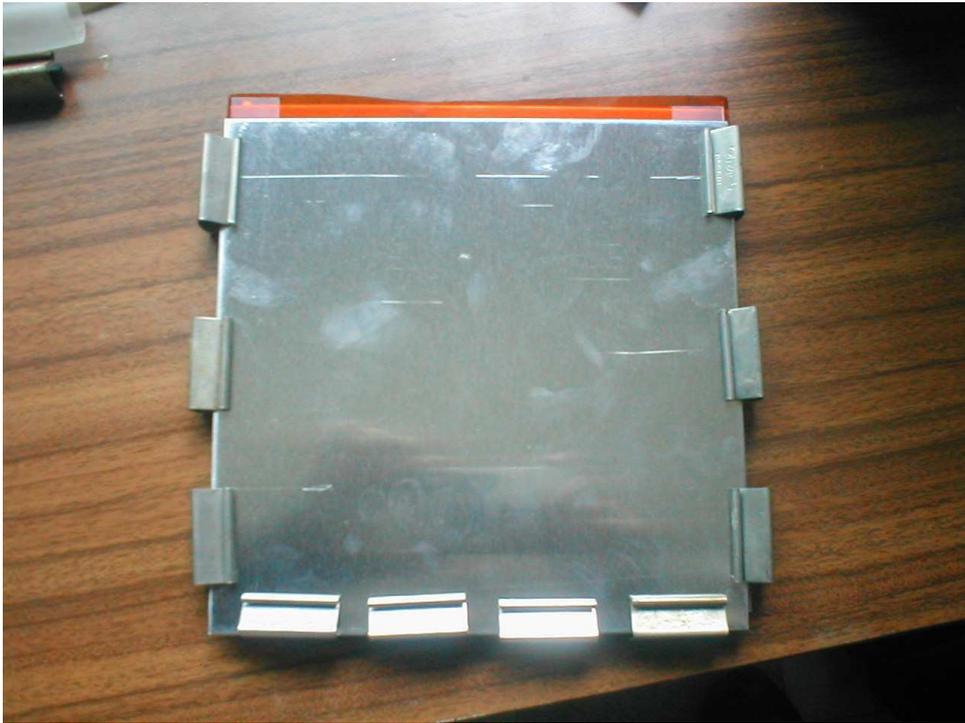


FIG. 7.1 – Préparation des collages

Quatre types d'éprouvettes collées ont été préparés : plaques avec traitement acide (A) ; plaques avec traitement basique (B) ; plaques avec traitement thermique (T) ; et plaques sans aucun traitement (ST) (Figure 7.2).

Au deuxième chapitre il a été montré que pour identifier la raideur de l'interface les essais acoustiques sont plus indiqués que les essais mécaniques de flexion. Dans les essais acoustiques, il est nécessaire d'avoir une surface assez large pour placer l'émetteur d'ondes (Annexe A). Les plaques d'aluminium, de  $200\text{ mm}$  de longueur et  $200\text{ mm}$  de largeur, collées sont d'abord inspectées dans un essai acoustique. Les raideurs de l'interface sont identifiées. Ensuite, les plaques sont découpées en éprouvettes de  $20\text{ mm}$  de largeur, utilisées dans les essais mécaniques.

## 7.2 Essais réalisés

Les éprouvettes ont été testées à l'ESPCI avec une machine de traction/compression MTS 816 avec une capacité de charge de  $7500\text{ Kg}$ . Les caractéristiques de l'aluminium sont  $E = 75000\text{ MPa}$  et  $\nu = 0.3$ .

Des essais du type ENF (Figure 7.3) ont été faits pour vérifier le succès des traitements de surface effectués. La qualité des différents collages réalisés est plus facilement démontrée dans un essai ENF car la résistance à un chargement en mode II est toujours plus élevée que celle à un chargement en mode I.

La Figure 7.4 montre les résultats de ces premiers essais ENF pour les différents traitements de surface. Afin de pouvoir comparer les résultats, des éprouvettes sans aucun traitement ont aussi été préparées.

L'éprouvette ST1 a juste été nettoyée avant le collage, sans avoir eu de traitement spécifique. L'essai avec cette éprouvette est le seul sur lequel est constaté une propagation de fissure avant la plastification des plaques. Les essais sur les éprouvettes traitées avec solution acide (A1), solution basique (B1) et traitement thermique (T1) n'ont pas présenté de propagation de la fissure. Ces éprouvettes ont subi des déformations plastiques et la fissure initiale ne s'est pas propagée.



FIG. 7.2 – Eprouvettes

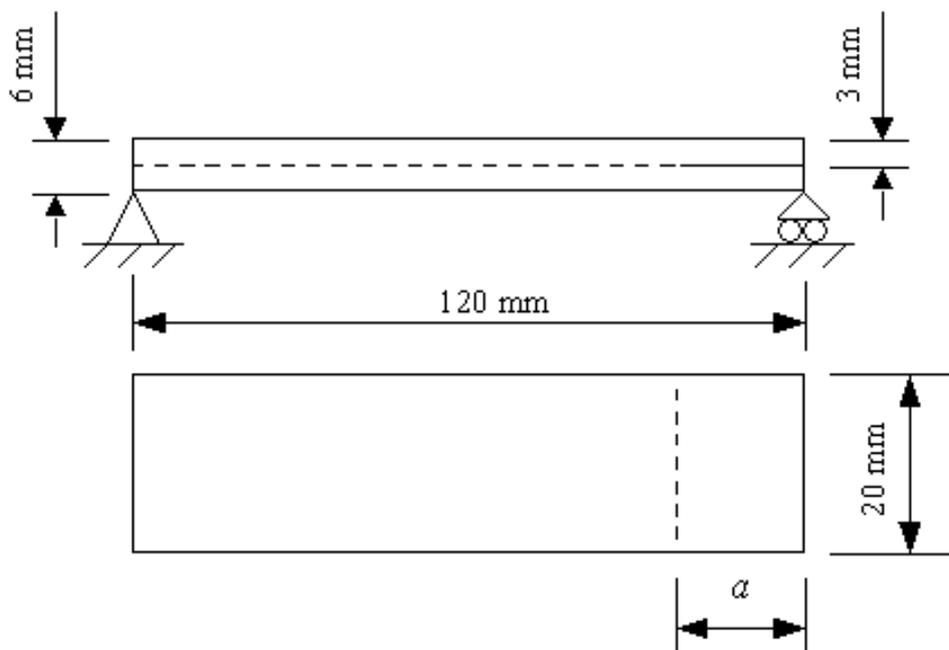


FIG. 7.3 – Essai ENF

## ENF

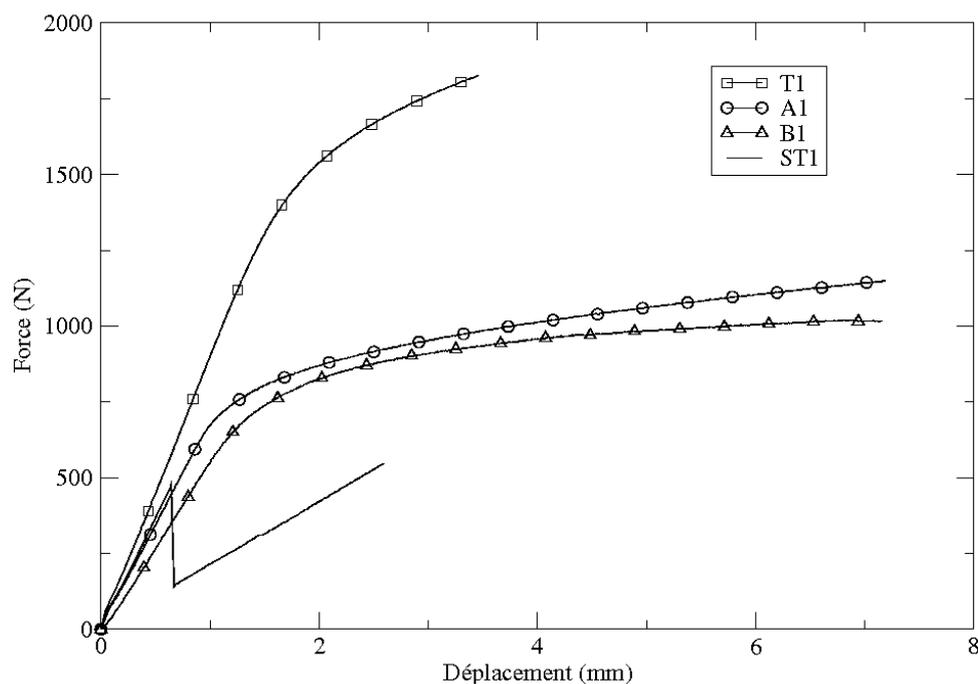


FIG. 7.4 – Résultats des essais ENF

Ces résultats démontrent l'augmentation de la qualité du collage due aux traitements des surfaces. Il est possible que pour des éprouvettes plus rigides, les mêmes essais puissent présenter une propagation de la fissure. En revanche, le fait d'avoir observé la propagation de la fissure en cisaillement dans l'éprouvette sans traitement suffit pour démontrer l'avantage d'utiliser les traitements.

Des essais du type MMF ont été faits avec le même type d'éprouvette. L'expectative était d'observer la propagation de la fissure y compris sur les éprouvettes traitées. Le fait d'avoir une sollicitation en mode I combinée avec un chargement en mode II facilite beaucoup la propagation de la fissure.

Les similitudes entre les essais ENF et MMF rendent possible une adaptation rapide des éprouvettes pour passer d'un essai à l'autre. La Figure 7.5, montre un des essais MMF réalisés. La différence par rapport aux essais ENF est que seule la plaque supérieure est appuyée du côté de la fissure initiale.

Comme prévu, les résultats des essais MMF ont démontré que la fissure se propage en mode mixte, même dans les éprouvettes traitées. La Figure 7.6 compare les résultats obtenus avec les quatre types d'éprouvettes différentes. Le traitement acide présente une meilleure qualité d'adhésion, avec un effort plus important pour faire propager la fissure. En revanche, les traitements basique et thermique présentent des résultats équivalents. La Figure 7.7 présente les résultats avec des éprouvettes traitées en solution basique. Les trois courbes correspondent à des longueurs différentes de la fissure initiale  $a$ . Ces résultats confirment ce qui a été montré au deuxième chapitre par rapport à l'influence de la longueur de la fissure initiale sur la rigidité globale.

Une série complète d'essais avec le même type d'éprouvettes, toutes préparées de la même façon serait souhaitable pour bien identifier les paramètres du modèle. Par contre, les essais du type DCB sont plus compliqués à réaliser et il est plus difficile d'avoir de bons résultats. Plusieurs tentatives ont été faites de dépasser les barrières techniques, mais les résultats obtenus pendant ce travail n'ont pas été satisfaisants.

En outre, les résultats présentés dans la Figure 7.4 ont déjà démontré qu'avec les éprouvettes traitées, il n'y a pas de propagation de la fissure dans les essais ENF. Ce qui n'est pas intéressant pour l'identification des paramètres d'un modèle d'endommagement qui a été conçu pour prévoir la propagation du décollement. Pour cette raison, les simulations présentées ensuite prennent uniquement en compte les essais ENF et MMF sur les éprouvettes sans traitement. Les Figures 7.8 et 7.9 montrent quelques résultats utilisés dans la section suivante.

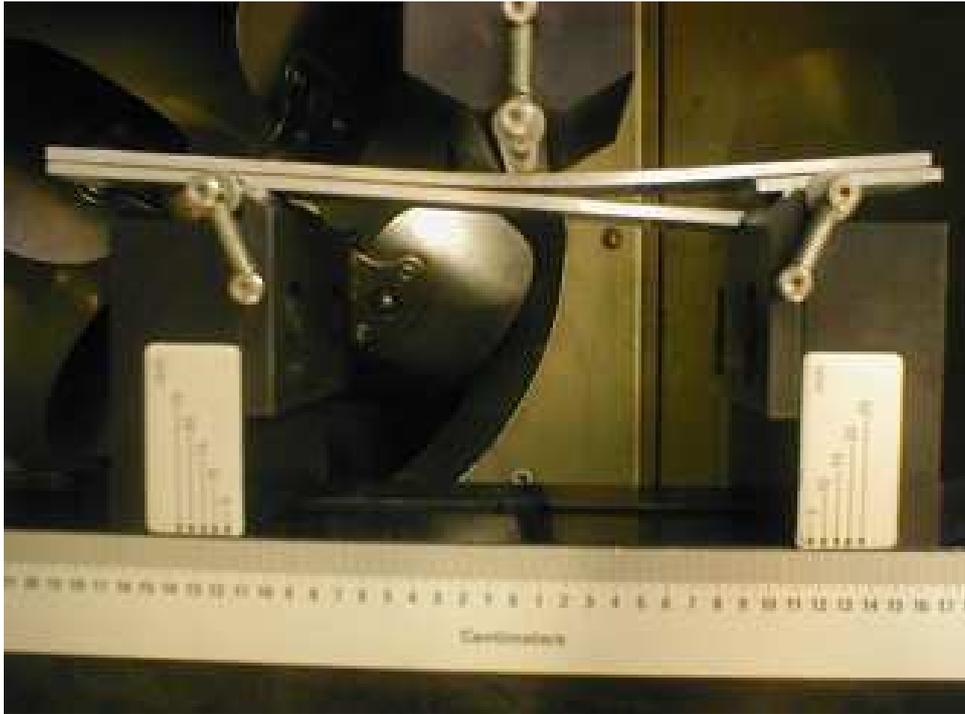


FIG. 7.5 – Essai MMF

### MMF

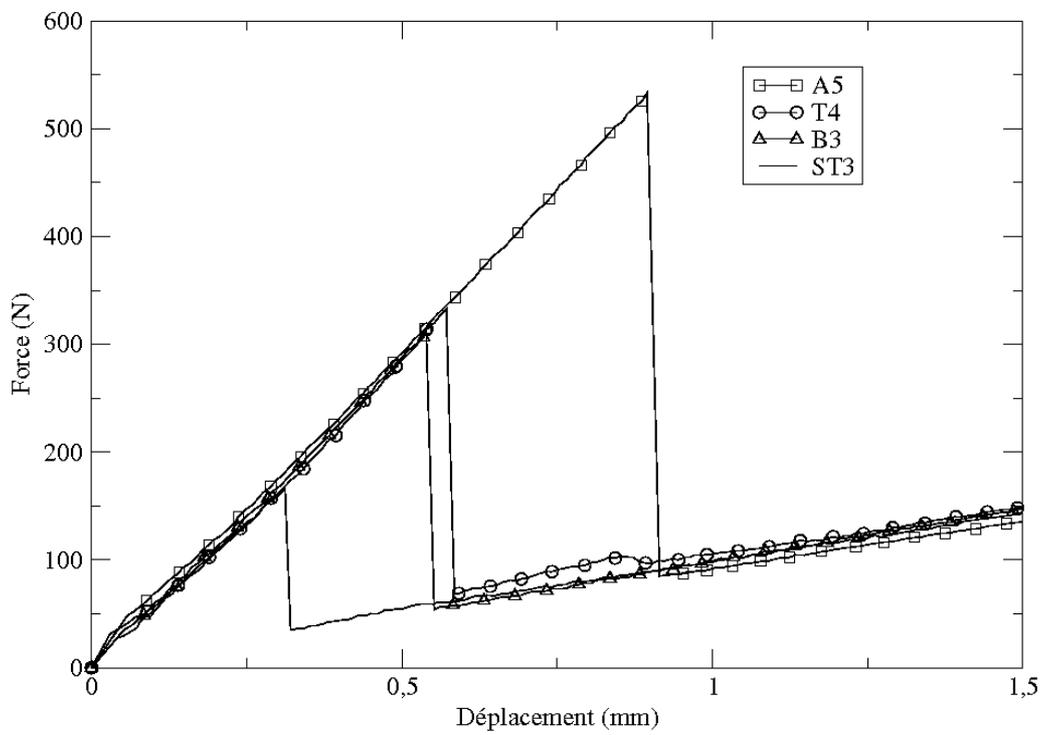


FIG. 7.6 – Résultats des essais MMF

### MMF

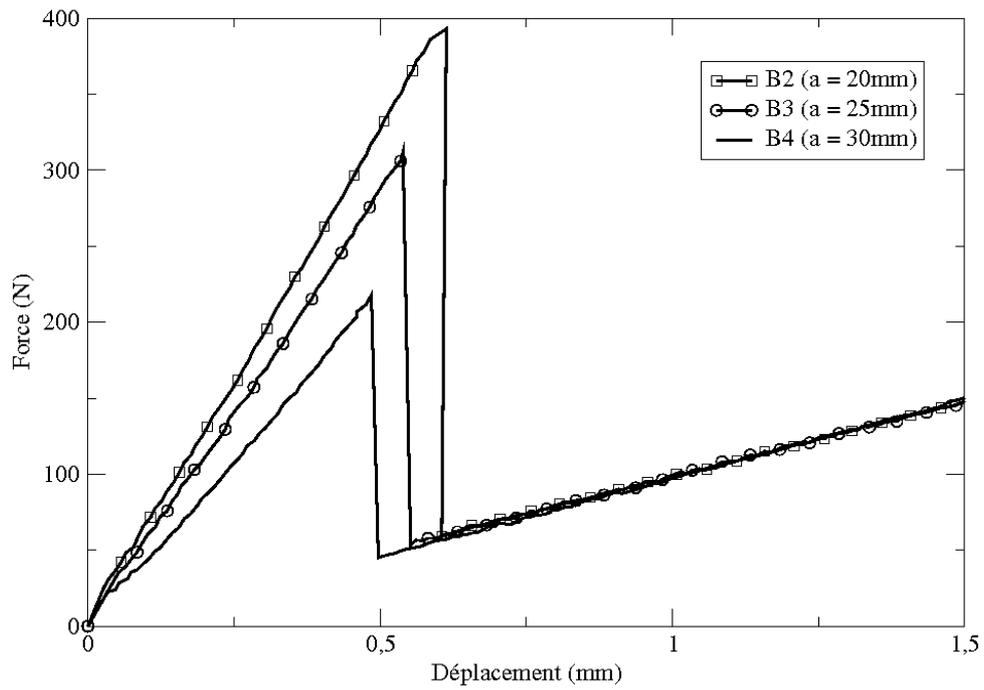


FIG. 7.7 – Résultats des essais MMF avec traitement basique

### ENF

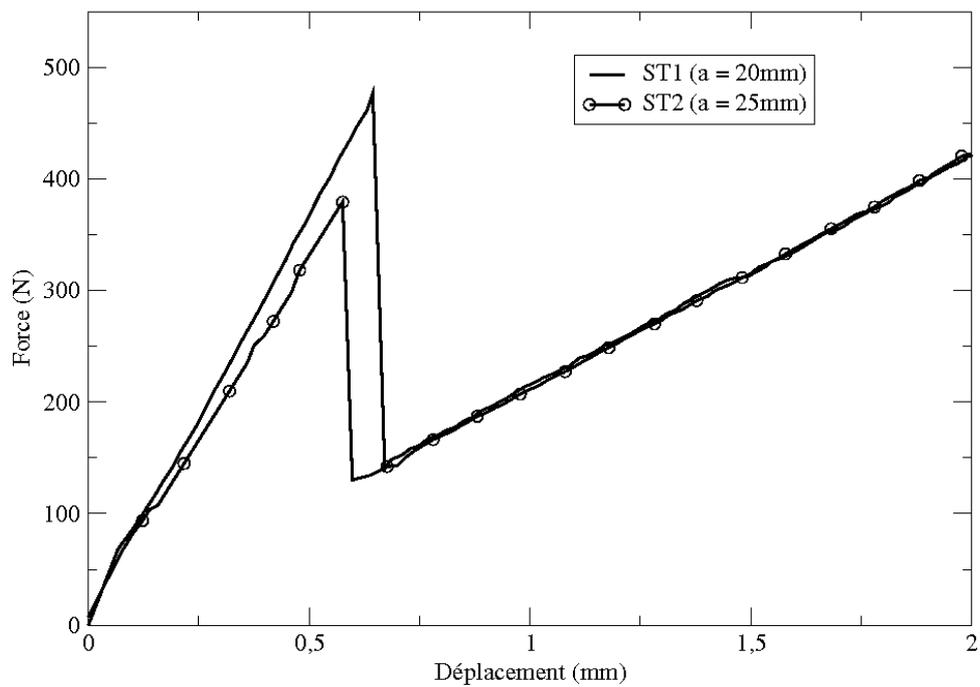


FIG. 7.8 – Résultats ENF sans traitement

## MMF

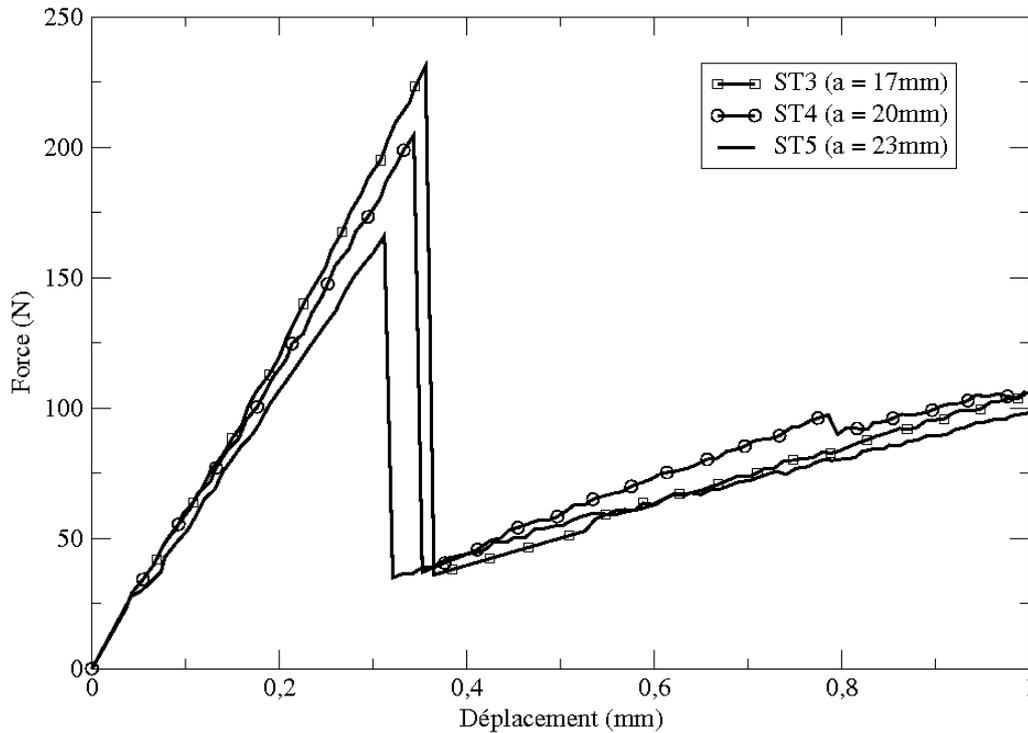


FIG. 7.9 – Résultats MMF sans traitement

### 7.3 Identification de paramètres

La réalisation d'essais mécaniques a permis l'identification de quelques paramètres qui caractérisent l'interface dans le modèle Champaney-Valoroso. Les paramètres du modèle étudié sont les raideurs de l'interface ( $k_n$  et  $k_s$ ), les énergies d'activation pour chaque mode pur ( $G_{oI}$  et  $G_{oII}$ ), les énergies critiques ( $G_{cI}$  et  $G_{cII}$ ), et les exposants du critère en mode mixte pour l'activation ( $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ ) et pour la propagation ( $\beta_1$  et  $\beta_2$ ). Dans le critère elliptique, il est classique d'adopter une même valeur pour ces exposants :  $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = \beta_2 = 2$ .

Dans le chapitre 4, il a été démontré que les énergies d'activation de l'endommagement ( $G_{oI}$  et  $G_{oII}$ ) ont une très faible influence dans le comportement global de la structure, pour les géométries d'essais ici réalisées. Dans les simulations suivantes, ces énergies ont été fixées à 40% des respectives énergies critiques.

Les raideurs de l'interface ne peuvent pas être calculées directement à partir des propriétés élastiques de l'adhésif [53]. Elles ne peuvent pas être identifiées à partir d'essais mécaniques sur l'assemblage collé, non plus. Dans le chapitre 2, il a été démontré que ces raideurs n'ont pas d'influence dans la réponse globale de la structure lors d'un essai classique de propagation de fissure. Ces paramètres sont identifiés dans des essais acoustiques brièvement abordés dans l'annexe A. [58, 12].

Les essais de propagation de fissure ont été utilisés pour obtenir les énergies critiques en mode I et mode II. La simulation numérique avec les paramètres ainsi identifiés permet d'évaluer la capacité du modèle à reproduire les résultats des essais mécaniques.

Le maillage utilisé pour simuler un essai ENF est composé de 528 éléments quadratiques à huit nœuds et de 74 éléments d'interface (Figure 7.10).

La Figure 7.11 montre la comparaison entre la courbe expérimentale et le résultat de la simulation numérique, une fois que l'énergie  $G_{cII}$  a été identifiée. L'identification est faite sur la force au moment de la propagation de la fissure. Il y a un bon accord entre les deux courbes, surtout dans la première partie qui va jusqu'au point de propagation de la fissure. Les effets de la dynamique de la propagation, qui ne sont pas prévus dans le modèle, ne permettent pas une reproduction plus précise du résultat de l'essai.

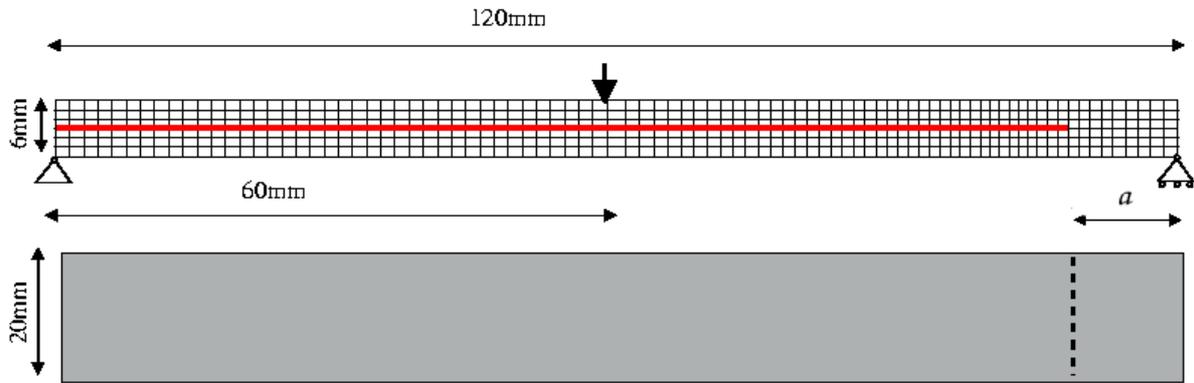


FIG. 7.10 – Essai ENF

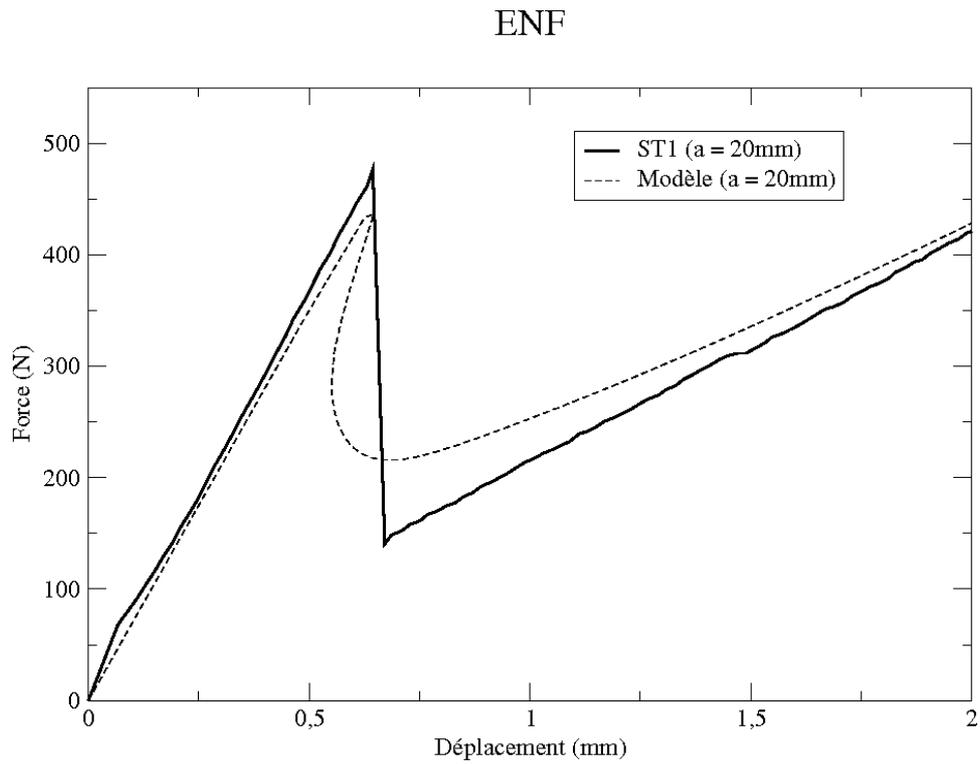


FIG. 7.11 – Essai ENF - comparaison de résultats

Pour simuler un essai MMF, un maillage composé de 504 éléments quadratiques à huit noeuds et de 77 éléments d'interface a été utilisé (Figure 7.12).

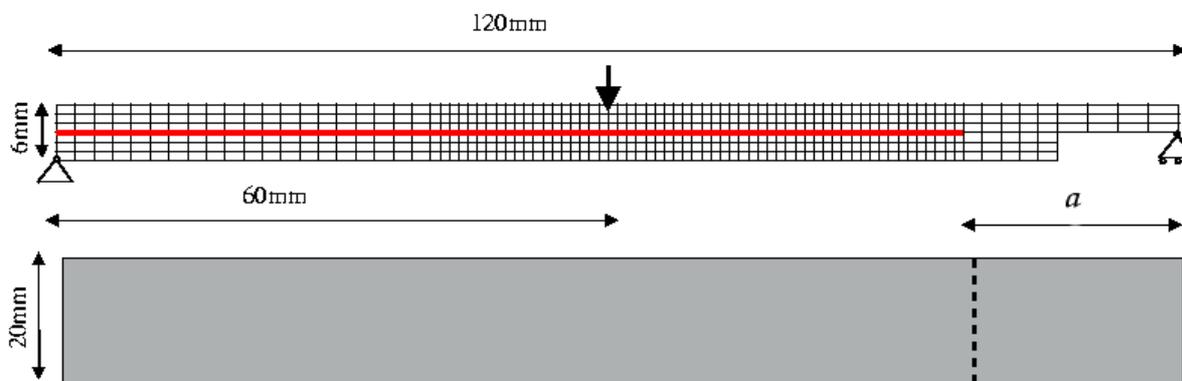


FIG. 7.12 – Essai MMF

La Figure 7.13 montre la comparaison entre la courbe expérimentale et le résultat de la simulation, une fois que l'énergie  $G_{cI}$  a été identifiée. L'identification est faite aussi sur la force au moment de la propagation de la fissure. La valeur de  $G_{cII}$  identifiée dans l'essai ENF est utilisée ici. La valeur de  $G_{cI}$  peut donc être identifiée de cette façon. Le bon accord entre les deux courbes jusqu'au point de propagation de la fissure est encore une fois vérifié.

Dans ce type d'essai le déplacement de la plaque inférieure est plus important. Le modèle, qui travaille avec des petits déplacements, n'est pas capable de reproduire de façon précise ce que se passe pour de grandes déplacements. Ceci est à l'origine de l'écart observé entre les deux courbes après la propagation de la fissure.

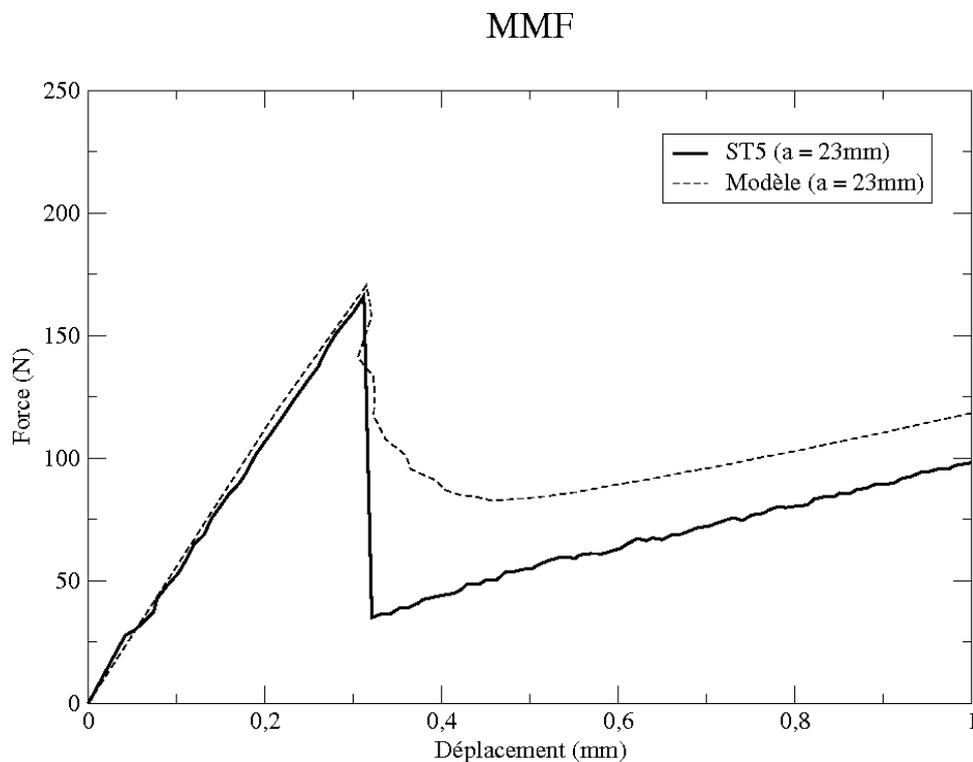


FIG. 7.13 – Essai MMF - comparaison de résultats

Les valeurs des paramètres d'interface identifiées pour les collages sans traitement surfacique et utilisées dans toutes les simulations présentées sont :

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \alpha_2 = 2 & & \beta_1 = \beta_2 = 2 \\ k_n = 810 \text{ N/mm}^3 & & k_s = 760 \text{ N/mm}^3 \\ G_{cI} = 0.02 \text{ N/mm}^3 & & G_{oI} = 0.4 \times G_{cI} \\ G_{cII} = 0.09 \text{ N/mm}^3 & & G_{oII} = 0.4 \times G_{cII} \end{aligned}$$

## 7.4 Validation du modèle

Les paramètres du modèles ont été identifiés pour les collages sans traitement surfaciques. Ces paramètres doivent être les mêmes pour tous les éprouvettes sans traitement qui ont été préparés.

Pour valider le modèle d'interface proposé, il est nécessaire de vérifier s'il est capable de reproduire d'autres essais faits sur des plaques sans traitement. Dans la Figure 7.8, deux résultats d'essais de type ENF sont montrés. Celui avec une longueur de la fissure initiale  $a = 20 \text{ mm}$  a été utilisé pour identifier les paramètres du modèle. Le deuxième avec une longueur de fissure différente est utilisé pour valider le modèle.

La simulation de ce deuxième essai ENF faite avec les mêmes valeurs des paramètres d'interface est montrée dans la Figure 7.14. Le bon accord entre les courbes est vérifié pour cette nouvelle longueur de fissure initiale  $a = 25 \text{ mm}$ , ce qui confirme que les paramètres d'interface ont été correctement indentifiés.

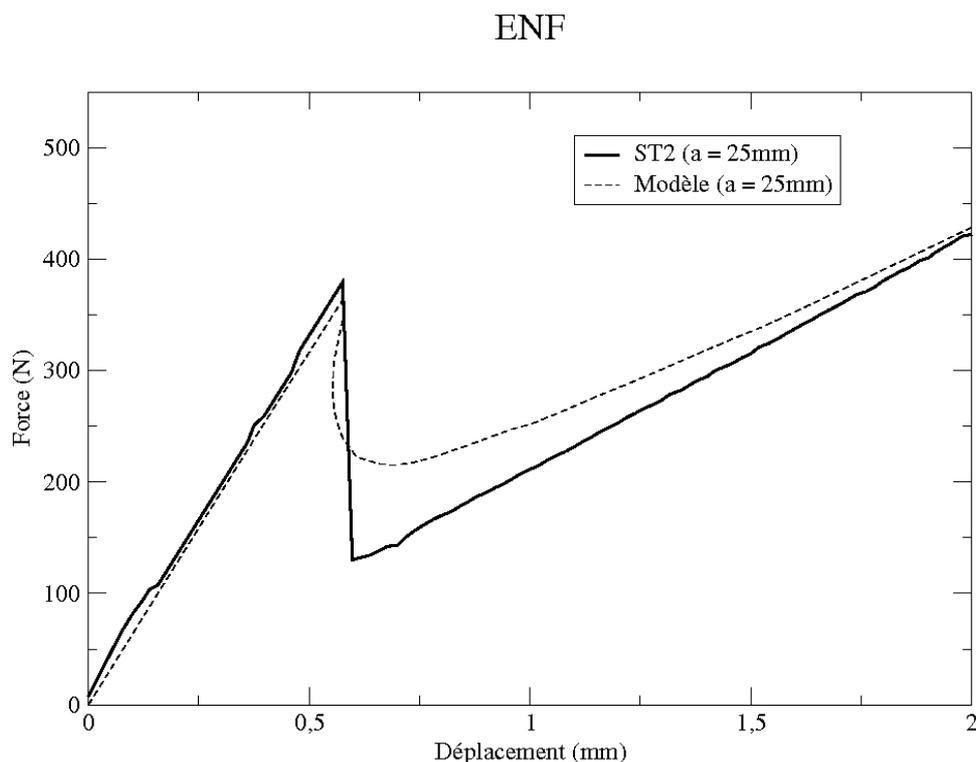


FIG. 7.14 – Essai ENF - comparaison de résultats

Pour les essais MMF, la figure 7.9 présentait trois résultats différents. Celui avec une longueur de fissure initiale  $a = 23 \text{ mm}$  a été utilisé pour identifier les paramètres. Les deux autres essais ont été simulés avec les valeurs de paramètres identifiées et les résultats sont montrés dans les Figures 7.15 et 7.16. Le bon accord entre les courbes obtenues dans les essais et celles obtenues dans les simulations est vérifié pour toutes les différentes longueurs de fissure initiale  $a$ . Ce qui confirme la capacité du modèle à reproduire différentes conditions d'essais.

### MMF

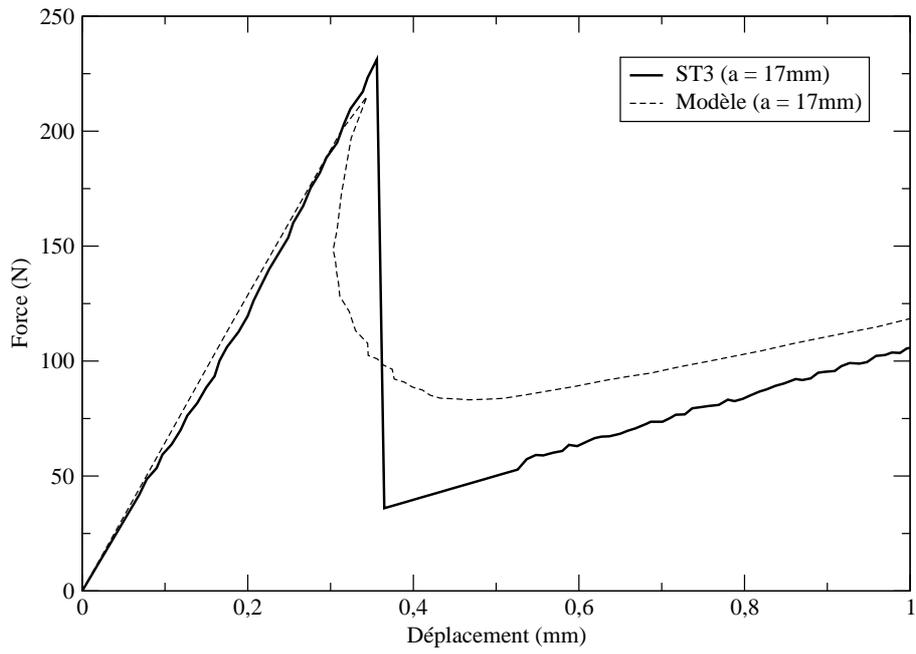


FIG. 7.15 – Essai MMF - comparaison de résultats

### MMF

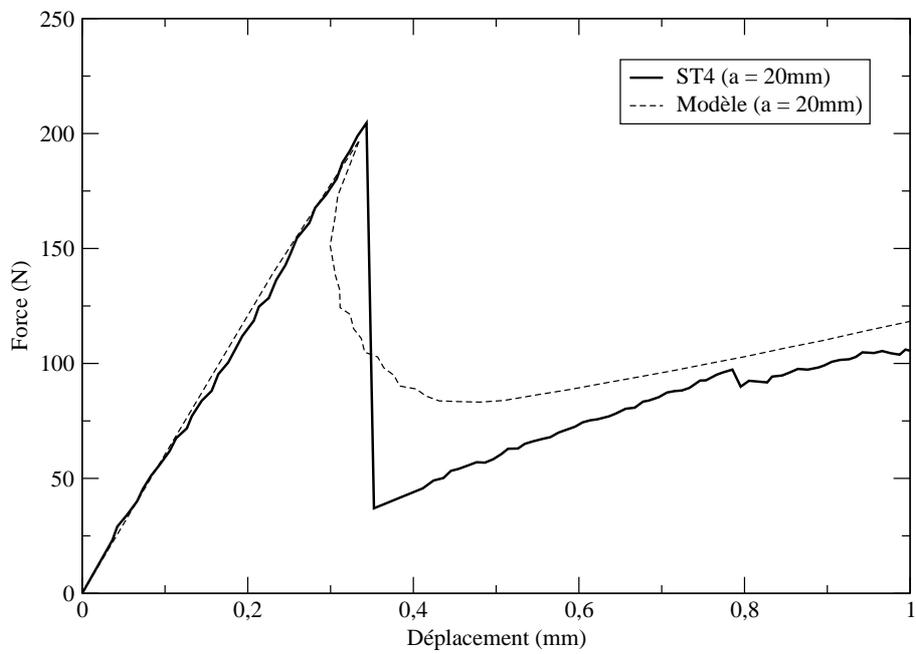


FIG. 7.16 – Essai MMF - comparaison de résultats

## 7.5 Conclusion

Dans ce chapitre les résultats des essais mécaniques ont été utilisés pour valider le modèle d'interface.

Trois types de traitements de surface ont été testés afin de vérifier leur influence sur la qualité du collage. Les trois traitements se sont montrés efficaces et l'augmentation de la résistance du collage a été montrée dans les résultats des essais ENF et MMF.

L'identification des paramètres du modèle Champaney-Valoroso a été faite avec les résultats des essais sur des éprouvettes sans traitement. Les raideurs de l'interface ( $k_n$  et  $k_s$ ) utilisée dans les simulations ont été identifiées dans des essais acoustiques réalisés par V. Vlasie au Laboratoire d'Acoustique Ultrasonore et d'Electronique de l'Université du Havre (LAUE).

Les paramètres ainsi identifiés ont été utilisés pour simuler d'autres essais avec différentes longueurs de fissure initiale  $a$ . Les résultats des simulations comparés avec les résultats des essais valident l'utilisation du modèle Champaney-Valoroso.

# Conclusions et perspectives

L'objectif de ce travail de thèse était d'avoir un outil numérique capable de représenter le comportement des assemblages collés.

Parmi les multiples façons de représenter la couche de colle, un modèle d'interface unique a été choisi. Ce choix a permis d'avoir un outil simple de calcul numérique.

Le comportement des plaques collées pendant les essais mécaniques de propagation d'une fissure a été étudié tout au long de ce travail.

Afin d'avoir un premier aperçu sur la réponse structurale au fur et à mesure que la fissure initiale avance, des méthodes basées sur la mécanique linéaire de la rupture ont été utilisées. Les courbes de propagation obtenues de cette façon ont servi de base pour vérifier l'efficacité du modèle d'endommagement dans la prévision de la tenue des assemblages.

Le modèle d'endommagement proposé par Champaney-Valoroso a été adopté. Le critère d'endommagement a été défini ainsi que les variables du modèle. Le concept d'endommagement initial a été également présenté. Quelques exemples de profils d'endommagement ont été donnés. Finalement, le profil pour simuler les essais mécaniques a été défini. Les essais du type ENF, DCB et MMF ont été simulés et les résultats ont été compatibles avec les courbes de propagation obtenues selon les principes de la mécanique de la rupture. Le modèle Champaney-Valoroso a donc été validé une première fois.

L'étude du comportement du modèle par rapport à la variation de ces différents paramètres a été faite. Les premières simulations ont révélé une certaine difficulté à obtenir la convergence dans les ENF et MMF. Afin de résoudre ces problèmes de convergence liés au phénomène de *snap-back*, une méthode de pilotage avec contrôle local "longueur d'arc" a été implantée dans CAST3M.

Deux autres modèles d'endommagement proposés dans la littérature ont été comparés avec le modèle Champaney-Valoroso. Il a été démontré que ces deux modèles peuvent être considérés comme des simplifications du modèle Champaney-Valoroso. Les résultats des comparaisons ont validé une deuxième fois le modèle proposé.

Pour finir, l'identification de quelques paramètres du modèle a été faite à l'aide des essais mécaniques. Les raideurs de l'interface ( $k_n$  et  $k_s$ ) ont été identifiées dans des essais acoustiques.

Des simulations avec les valeurs de paramètres ainsi identifiés ont été faites. Les résultats de ces simulations ont démontré une bonne concordance avec les essais mécaniques. Le bon accord a aussi été vérifié pour d'autres essais différents de ceux utilisés pour identifier les paramètres. Le modèle Champaney-Valoroso a donc été validé de façon définitive.

Afin de donner une continuité à ce travail, il serait important de réaliser une nouvelle campagne d'essais pour identifier les paramètres du modèle avec plus de précision. L'obtention de bons résultats d'essais du type DCB est souhaitable, ainsi que la réalisation d'essais en mode mixte capables de donner plus d'informations sur l'influence des paramètres de mixité.

La perspective majeure de ce travail consiste à utiliser l'outil numérique développé ici pour simuler des situations réelles présentant des géométries et des chargements complexes. Pour de telles études, une extension du modèle aux cas 3D est à réaliser. Cette extension ne présente pas de difficultés théoriques.

Dans ce travail, le parti a délibérément été pris de modéliser le collage par une simple interface. La question peut se poser de savoir si le modèle peut différencier une rupture adhésive d'une rupture cohésive. Cette question devra faire l'objet d'une étude aussi bien numérique qu'expérimentale. Une telle étude peut amener à redéfinir le modèle.

Par ailleurs, les mécanismes dissipatifs du modèle sont purement de type "endommagement". Des études ont montré la possibilité de dissipation par des phénomènes de plasticité et/ou de viscosité [34]. Cela peut être pris en compte dans un modèle d'interface mais l'identification des paramètres de ces phénomènes n'est pas aisée [15]. Elle doit faire l'objet de la mise au point d'essais adaptés.



# Annexe A

## Essais acoustiques sur plaques collées

L'utilisation d'essais acoustiques pour vérifier les conditions du collage a été largement étudiée dans la littérature [43, 33, 41, 35, 46, 50]. Un modèle rhéologique similaire à celui utilisé pour traiter de l'endommagement a déjà été utilisé dans l'acoustique [32, 58, 12]. Dans ce modèle, les raideurs d'interface sont aussi des paramètres importants pour déterminer les conditions du collage.

Le modèle rhéologique permet d'obtenir les fréquences des ondes sur les plaques collées. Ces fréquences sont calculées en fonction des raideurs de l'interface et sont présentées dans des courbes de dispersion.

Des essais acoustiques ont été réalisés au "Laboratoire d'Acoustique Ultrasonore et d'Electronique de l'Université" du Havre (LAUE) par Valentina Vlasie [55]. Les résultats de ces essais, comparés avec les courbes de dispersion obtenues dans le modèle rhéologique, permettent d'évaluer les raideurs d'interface des assemblages essayés.

### A.1 Modèle rhéologique

Les concepts basiques de propagation des ondes sur une plaque simple sont déjà traités dans la littérature [1, 26]. La Figure A.1 représente deux plaques collées et la propagation des ondes transversales et longitudinales, dans le plan  $xoz$ , sera brièvement étudiée ici.

Les vecteurs d'onde  $k_L = \omega/c_L$  et  $k_T = \omega/c_T$  sont définis, où  $c_L$  et  $c_T$  sont les vitesses de propagation des ondes longitudinales et transversales et  $\omega$  est la fréquence angulaire. Les vecteurs d'onde s'écrivent en fonction de leur composante  $k_x$ , dans la direction  $x$ , et des composantes longitudinales et transversales  $k_{Lz}$  et  $k_{Tz}$ , dans la direction  $z$  :

$$k_L^2 = k_x^2 + k_{Lz}^2$$

$$k_T^2 = k_x^2 + k_{Tz}^2$$

Les déplacements sont écrits en utilisant la décomposition de Helmholtz :

$$\mathbf{u} = \nabla\varphi + \nabla \wedge \psi \tag{A.1}$$

où  $\varphi$  est le potentiel scalaire et  $\psi$  est le potentiel vecteur, avec les conditions de Jauge  $\nabla \cdot \psi = 0$ .

Pour les déformations planes, les potentiels  $\varphi$  et  $\psi$  peuvent être écrits en fonction des composantes symétriques et anti-symétriques comme :

$$\begin{aligned} \varphi &= [S_L \cos(k_{Lz}z) + A_L \sin(k_{Lz}z)] e^{i(k_x x - \omega t)} \\ \psi_y &= [A_T \cos(k_{Tz}z) + S_T \sin(k_{Tz}z)] e^{i(k_x x - \omega t)} \\ \psi_x &= \psi_z = 0 \end{aligned} \tag{A.2}$$

$S$  et  $A$  représentent les composantes symétriques et anti-symétriques.  $L$  et  $T$  se réfèrent aux composantes longitudinales et transversales de l'onde.

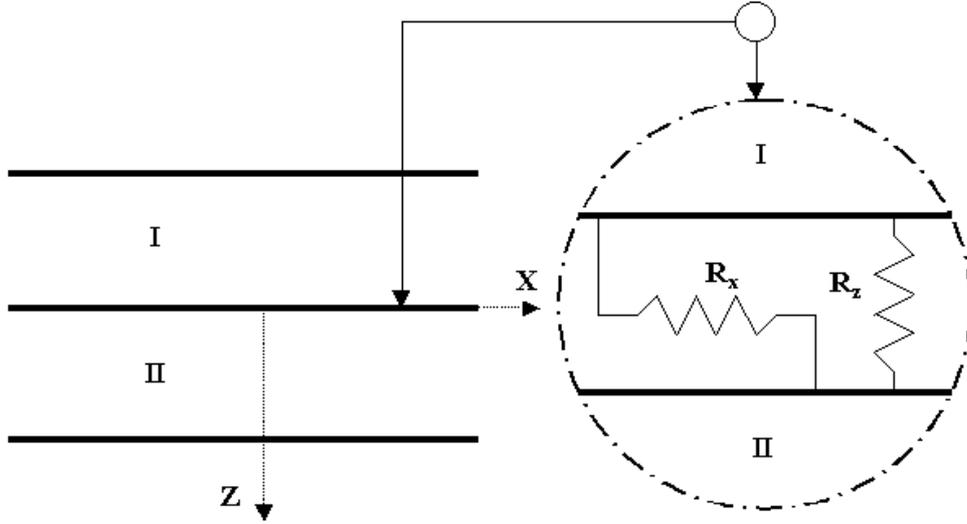


FIG. A.1 – Interface collée

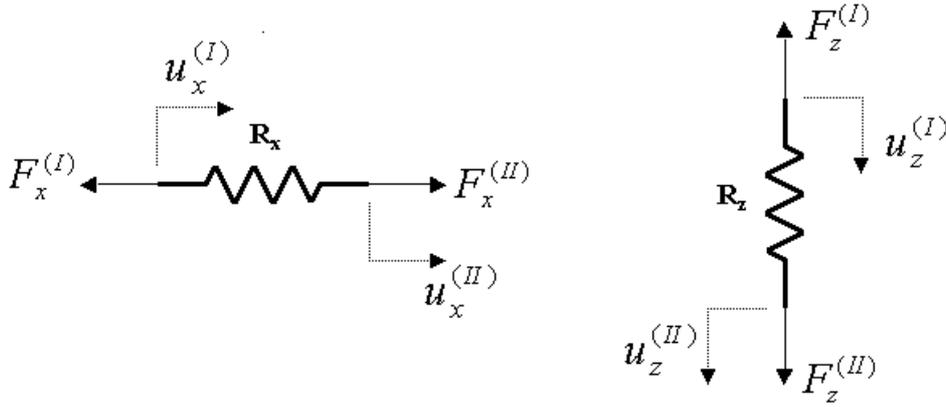


FIG. A.2 – Forces et déplacements.

Les composantes du vecteur déplacement  $\mathbf{u}$  peuvent être déterminées en utilisant les équations A.2 et A.1 :

$$\begin{aligned}
 u_x &= [ik_x S_L \cos(k_{Lz}z) + ik_x A_L \sin(k_{Lz}z) + \\
 &\quad + k_{Tz} A_T \sin(k_{Tz}z) - k_{Tz} S_T \cos(k_{Tz}z)] e^{i(k_x x - \omega t)} \\
 u_z &= [-k_{Lz} S_L \sin(k_{Lz}z) + k_{Lz} A_L \cos(k_{Lz}z) + \\
 &\quad + ik_x A_T \cos(k_{Tz}z) + ik_x S_T \sin(k_{Tz}z)] e^{i(k_x x - \omega t)}
 \end{aligned} \tag{A.3}$$

La loi de Hooke permet d'écrire les contraintes :

$$\begin{aligned}
 \sigma_{xz} &= \mu [-2ik_{Lz} k_x S_L \sin(k_{Lz}z) + S_T (k_T^2 - 2k_x^2) \sin(k_{Tz}z) + \\
 &\quad + 2ik_{Lz} k_x A_L \cos(k_{Lz}z) + A_T (k_T^2 - 2k_x^2) \cos(k_{Tz}z)] e^{i(k_x x - \omega t)} \\
 \sigma_{zz} &= \mu [-S_L (k_T^2 - 2k_x^2) \cos(k_{Lz}z) + 2ik_{Tz} k_x S_T \cos(k_{Tz}z) + \\
 &\quad - A_L (k_T^2 - 2k_x^2) \sin(k_{Lz}z) - 2ik_{Tz} k_x A_T \sin(k_{Tz}z)] e^{i(k_x x - \omega t)}
 \end{aligned} \tag{A.4}$$

Dans les équations suivantes, les variables qui se réfèrent à la plaque  $I$  sont notées  $(*)^{(I)}$  et les variables qui se réfèrent à la plaque  $II$  sont notées  $(*)^{(II)}$ , ayant comme référence la Figure A.2.

Les conditions aux limites pour les surfaces libres des plaques  $I$  et  $II$  appliquées aux équations A.4 donnent :

$$\sigma_{xz}^{(I)} = 0 \quad \text{en} \quad z = -h_1 \quad \forall x, t$$

$$2ik_{Lz}k_x \sin(k_{Lz}h_1) S_L^{(I)} - (k_T^2 - 2k_x^2) \sin(k_{Tz}h_1) S_T^{(I)} + 2ik_{Lz}k_x \cos(k_{Lz}h_1) A_L^{(I)} + (k_T^2 - 2k_x^2) \cos(k_{Tz}h_1) A_T^{(I)} = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\sigma_{zz}^{(I)} = 0 \quad \text{en} \quad z = -h_1 \quad \forall x, t$$

$$-(k_T^2 - 2k_x^2) \cos(k_{Lz}h_1) S_L^{(I)} + 2ik_{Tz}k_x \cos(k_{Tz}h_1) S_T^{(I)} + (k_T^2 - 2k_x^2) \sin(k_{Lz}h_1) A_L^{(I)} + 2ik_{Tz}k_x \sin(k_{Tz}h_1) A_T^{(I)} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma_{xz}^{(II)} = 0 \quad \text{en} \quad z = h_2 \quad \forall x, t$$

$$-2ik_{Lz}k_x \sin(k_{Lz}h_2) S_L^{(II)} + (k_T^2 - 2k_x^2) \sin(k_{Tz}h_2) S_T^{(II)} + 2ik_{Lz}k_x \cos(k_{Lz}h_2) A_L^{(II)} + (k_T^2 - 2k_x^2) \cos(k_{Tz}h_2) A_T^{(II)} = 0 \quad (\text{A.7})$$

$$\sigma_{zz}^{(II)} = 0 \quad \text{en} \quad z = h_2 \quad \forall x, t$$

$$-(k_T^2 - 2k_x^2) \cos(k_{Lz}h_2) S_L^{(II)} + 2ik_{Tz}k_x \cos(k_{Tz}h_2) S_T^{(II)} - (k_T^2 - 2k_x^2) \sin(k_{Lz}h_2) A_L^{(II)} - 2ik_{Tz}k_x \sin(k_{Tz}h_2) A_T^{(II)} = 0 \quad (\text{A.8})$$

A l'interface  $z = 0$ , les conditions de continuité sont écrites :

$$\sigma_{xz}^{(I)} = R_x \left( u_x^{(II)} - u_x^{(I)} \right) \quad (\text{A.9})$$

$$\sigma_{zz}^{(I)} = R_z \left( u_z^{(II)} - u_z^{(I)} \right) \quad (\text{A.10})$$

$$\sigma_{xz}^{(II)} = \sigma_{xz}^{(I)} \quad (\text{A.11})$$

$$\sigma_{zz}^{(II)} = \sigma_{zz}^{(I)} \quad (\text{A.12})$$

où  $R_x$  et  $R_z$  sont les raideurs de l'interface.

Avec les équations A.3 et A.4, pour  $z = 0$ , les déplacements et les contraintes à l'interface s'écrivent :

$$u_x^{(I)} = \left[ iS_L^{(I)} k_x - S_T^{(I)} k_{Tz} \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.13})$$

$$u_z^{(I)} = \left[ A_L^{(I)} k_{Lz} + iA_T^{(I)} k_x \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.14})$$

$$u_x^{(II)} = \left[ iS_L^{(II)} k_x - S_T^{(II)} k_{Tz} \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.15})$$

$$u_z^{(II)} = \left[ A_L^{(II)} k_{Lz} + iA_T^{(II)} k_x \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.16})$$

$$\sigma_{xz}^{(I)} = \mu \left[ 2iA_L^{(I)} k_{Lz} k_x + A_T^{(I)} (k_T^2 - 2k_x^2) \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.17})$$

$$\sigma_{zz}^{(I)} = \mu \left[ 2iS_T^{(I)} k_{Tz} k_x - S_L^{(I)} (k_T^2 - 2k_x^2) \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.18})$$

$$\sigma_{xz}^{(II)} = \mu \left[ 2iA_L^{(II)} k_{Lz} k_x + A_T^{(II)} (k_T^2 - 2k_x^2) \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.19})$$

$$\sigma_{zz}^{(II)} = \mu \left[ 2iS_T^{(II)} k_{Tz} k_x - S_L^{(II)} (k_T^2 - 2k_x^2) \right] e^{i(k_x x - \omega t)} \quad (\text{A.20})$$

En utilisant les équations de A.13 à A.20 dans les équations de A.9 à A.12, on obtient :

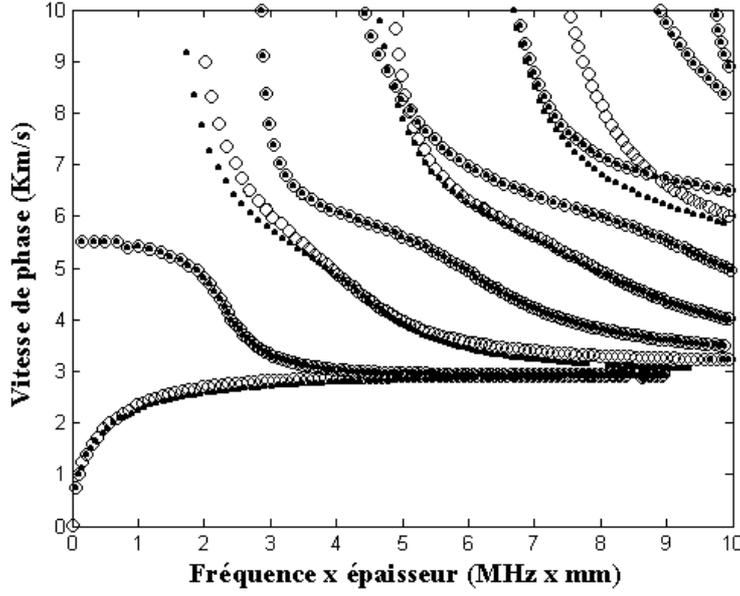


FIG. A.3 – Courbes de dispersion : (o)  $R_x = 10^{17} N/m^3$  and  $R_z = 10^{17} N/m^3$ ; (•)  $R_x = 10^{15} N/m^3$  and  $R_z = 10^{17} N/m^3$ .

$$ik_x S_L^{(I)} - k_{Tz} S_T^{(I)} - ik_x S_L^{(II)} + k_{Tz} S_T^{(II)} + \frac{\mu}{R_x} 2ik_{Lz} k_x A_L^{(II)} + \frac{\mu}{R_x} (k_T^2 - 2k_x^2) A_T^{(II)} = 0 \quad (\text{A.21})$$

$$k_{Lz} A_L^{(I)} + ik_x A_T^{(I)} - \frac{\mu}{R_z} (k_T^2 - 2k_x^2) S_L^{(II)} + \frac{\mu}{R_z} 2ik_{Tz} k_x S_T^{(II)} - k_{Lz} A_L^{(II)} - ik_x A_T^{(II)} = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$2ik_{Lz} k_x A_L^{(I)} + (k_T^2 - 2k_x^2) A_T^{(I)} - 2ik_{Lz} k_x A_L^{(II)} - (k_T^2 - 2k_x^2) A_T^{(II)} = 0 \quad (\text{A.23})$$

$$-(k_T^2 - 2k_x^2) S_L^{(I)} + 2ik_{Tz} k_x S_T^{(I)} + (k_T^2 - 2k_x^2) S_L^{(II)} + 2ik_{Tz} k_x S_T^{(II)} = 0 \quad (\text{A.24})$$

Les solutions du système formé par les équations A.5 à A.8 et A.21 à A.24 sont les courbes de dispersion pour la propagation d'ondes dans les deux plaques collées. Ces solutions sont calculées à l'aide du logiciel MATLAB et quelques courbes sont présentées ici pour montrer l'influence des raideurs d'interface.

## A.2 Courbes de dispersion

Une des façons de présenter ces courbes est de tracer les vitesses de phase  $c_f$  en fonction de la fréquence.

$$c_f = \frac{\omega}{k_x}$$

Les Figures A.3 et A.4 montrent les variations des courbes de dispersion en fonction des raideurs  $R_x$  et  $R_z$ . Dans la Figure A.3, les courbes sont tracées pour deux valeurs différentes de la raideur  $R_x$  et la raideur  $R_z$  est maintenue constante. Les différences entre les courbes montrent l'influence de la raideur  $R_x$  sur le comportement des courbes. Dans la Figure A.4, la situation est inversée et l'influence de la raideur  $R_z$  est vérifiée. Dans les deux figures les comparaisons ont été faites avec les courbes obtenues pour les raideurs  $R_x = R_z = 10^{17} N/m^3$ , qui correspondent à un collage parfait [12].

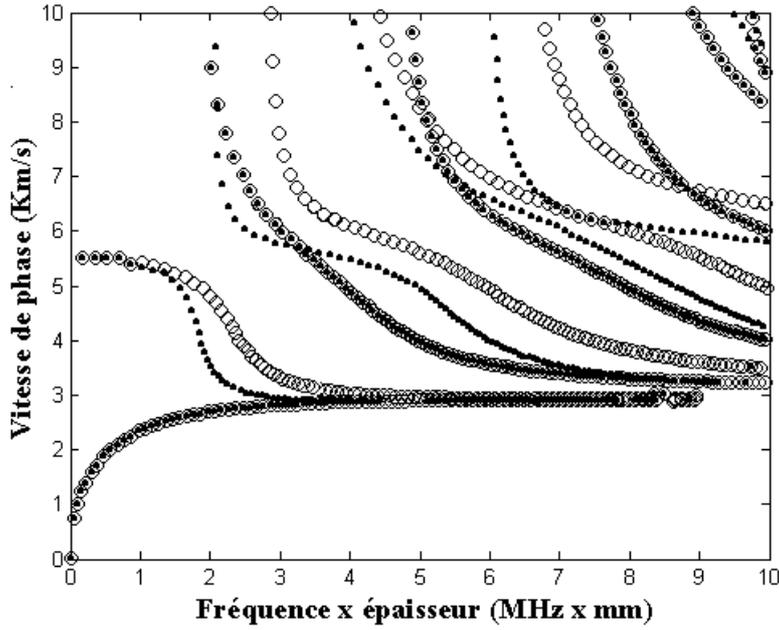


FIG. A.4 – Courbes de dispersion : (◦)  $R_x = 10^{17} N/m^3$  and  $R_z = 10^{17} N/m^3$ ; (●)  $R_x = 10^{17} N/m^3$  and  $R_z = 10^{15} N/m^3$ .

### A.3 Essais acoustiques

Les essais acoustiques ont été développés par Valentina Vlasie dans le cadre de sa thèse intitulée “Modélisation mécanique et caractérisation ultrasonore de structures collées” qui a été soutenue en 2003 au “Laboratoire de Modélisation en Mécanique” de l’Université Paris VI (LMM) [55, 56, 57, 58]. Les essais ont été réalisés au “Laboratoire d’Acoustique Ultrasonore et d’Electronique” de l’Université du Havre (LAUE). Les Figures A.5 et A.6 montrent le dispositif expérimental pour les tests ultrasonores en contact et pour l’interférométrie laser.

Les expériences ultrasonores permettent de mesurer les fréquences de coupure des modes guidés de la structure collée. Ces mêmes fréquences de coupure peuvent être calculées en faisant  $k_x = 0$  dans les équations A.5 à A.8 et A.21 à A.24. De plus, à partir des fréquences de coupure, on peut déduire les raideurs d’interface  $R_x$  et  $R_z$ .

Les valeurs des raideurs ainsi identifiées sont :

$$R_x = 760 N/mm^3$$

$$R_z = 810 N/mm^3$$

Etant donné que le modèle d’endommagement utilisé est basé sur le même modèle rhéologique, ces valeurs peuvent aussi être utilisées pour les paramètres qui représentent les raideurs d’interface du modèle Champaney-Valoroso :

$$k_s = 760 N/mm^3$$

$$k_n = 810 N/mm^3$$



FIG. A.5 – Dispositif expérimental pour les tests ultrasonores en contact.

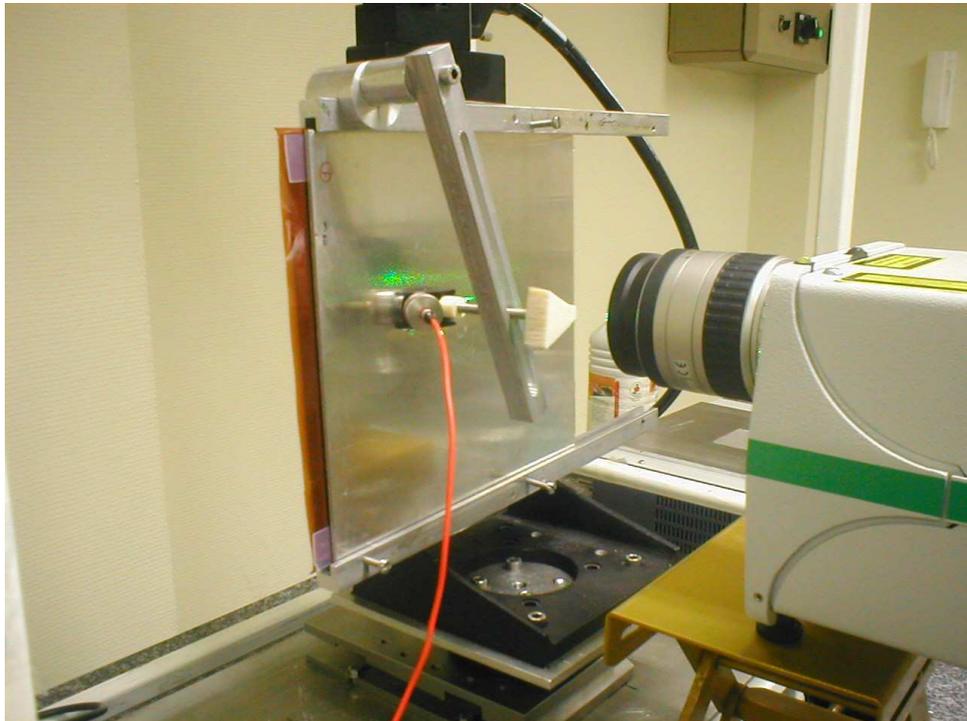


FIG. A.6 – Dispositif expérimental pour l'interférométrie laser.

# Bibliographie

- [1] J.D. Achenbach. Wave propagation in elastic solids, North Holland, Amsterdam, 1975.
- [2] G. Alfano. On the influence of the shape of the interface law on the application of cohesive-zone models. *Composites Science and Technology*, 2005.
- [3] G. Alfano, S. de Barros, L. Champaney et N. Valoroso. Comparison between two cohesive-zone models for the analysis of interface debonding. *Proc. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering, ECCOMAS 2004, Jyvaskyla, Finland, 24-28 July, 2004*.
- [4] G. Alfano et M.A. Crisfield. Finite element interface models for the delamination analysis of laminated composites : mechanical and computational issues. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 50 (7), 1701–1736, 2001.
- [5] G. Alfano and M.A. Crisfield. Solution strategies for the delamination analysis based on a combination of local-control arc-length and line searches. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 58, 999-1048, 2003.
- [6] O. Allix et A. Corigliano. Some aspects of interlaminar degradation in composites. *Comp. Meth. Appl. Mech. Engrg.* 185, 203–224, 2000.
- [7] O. Allix et P. Ladevèze. Interlaminar interface modelling for the prediction of delamination. *Int. J. Composite Struct.*, 22 (4), 235–242, 1992.
- [8] O. Allix, P. Ladevèze et A. Corigliano. Damage analysis of interlaminar fracture specimens. *Composites Structures*, 31, 61–74, 1995.
- [9] O. Allix, D. Lévêque & L. Perret. Identification and forecast of delamination in composite laminates by an interlaminar interface model. *Composites Science and Technology* ; 58 :611-678, 1998.
- [10] G.E. Andrews, R. Askey and R. Roy. *Special functions*. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [11] M. Barquins et K. Fadel. Adhésion et collage. *Découverte*, vol. 271, pp. 31-46, 1999.
- [12] S. de Barros, A.L. Gama, M. Rousseau et B. Collet. Characterization of bonded plates with Lamb and SH waves using a quasi-static approximation. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 1 (4), 379–399, 2004.
- [13] D.P. Bertsekas. *Constrained optimization and Lagrange multiplier methods*. Academic Press, New York, 1982.
- [14] R. de Borst. Computation of post-bifurcation and post-failure behavior of strain-softening solids. *Computers & Structures*, 25(2) :211–224, 1987.
- [15] L. Champaney et N. Valoroso. Evaluation of interface models for the analysis of non-linear behaviour of adhesively bonded joints. *Proc. European Conférence on Computational Mechanics (ECCM), Cracow, Poland, 2001*.
- [16] J. Cognard, *Sciences et technologies du collage*, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne. ISBN 2-88074-410-5, 2000.
- [17] J.Y. Cognard, P. Davies, B. Gineste et L. Sohier. Development of an improved adhesive test method for composite assembly design. *Composites Science and Technology*. 65 :359-368, 2005.
- [18] A. Corigliano. Formulation, identification and use of interface models in the numerical analysis of composite delamination. *Int. J. Solids Struct.*, 30 (20), 2779–2811, 1993.
- [19] M.A. Crisfield. An arc-length method including line searches and accelerations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 19 :1269–1289, 1983.

- [20] M.A. Crisfield. A fast incremental/iterative solution procedure that handles « snap-through ». *Computers & Structures*, 13 :55–62, 1981.
- [21] G. W. Critchlow, D. M. Brewis, Review of surface pretreatments for aluminium alloys, *Int. J. Adhesion and Adhesives*, 16, 255-275, 1996.
- [22] U. Edlund. Surface adhesive joint description with coupled elastic-plastic damage behaviour and numerical applications. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 115, 253-276, 1994.
- [23] U. Edlund et A. Klarbring. A coupled elastic-plastic damage model for rubber-modified epoxy adhesives. *Int. J. Solids Struct.*, 30 (19), 2693-2708, 1993.
- [24] L. Goglio et M. Rossetto. Ultrasonic testing of adhesive bonds of thin metal sheets. *NDT&E International* ; 32 : 323-331, 1999.
- [25] L. Gornet, C. Hochard and P. Ladevèze. Quelques exemples de modélisation et simulation du délaminage en 3D. *Revue Européenne des Eléments Finis* ; 7(6) : 657-679, 1998.
- [26] K.F. Graff. *Wave motion in elastic solids*, Dover Publications, 1991.
- [27] C.H.H. Guyott et P. Cawley. The ultrasonic vibration characteristics of adhesive joints. *J. Acoust. Soc. Am.* ;83(1) :632-640, 1988.
- [28] K. Heller, L.J. Jacobs, J. Qu. Characterization of adhesive bond properties using Lamb waves. *NDT&E International* ; 33 : 555-563, 2000.
- [29] H.B. Hellweg and M.A Crisfield. A new arc-length method for handling sharp snap-backs. *Computers & Structures*, 66(5) :705–709, 1998.
- [30] A. Hillerborg, M. Modéer et P.E. Petersson. Analysis of crack formation and growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement & Concrete Res.*, 6, 773-782, 1976.
- [31] D. Jangblad. Prediction of the failure loads of adhesive single lap joints using a fracture mechanics evaluation technique. G. Verchery and A.H. Cardon, editors, *Mechanical behaviour of adhesive joints*, pages 293-306, Paris. Pluralis, 1987.
- [32] J.P. Jones et J.S. Whittier. Waves in a flexibly bonded interface. *J. Appl. Mech.* ;34 :905-909, 1967.
- [33] A. Jungman, P. Guy et G. Quentin. Characterization of glued bonds using ultrasonic reflected beam. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation* ;10B :1319-1327, 1991.
- [34] F. Kalb. *Adhésion, microstructure et microdéformations à l'interface de polymères semi-cristallins*. Thèse de doctorat de l'université Paris VI. 1998.
- [35] T. Kundu et K. Maslov. Material interface inspection by Lamb waves. *Int. J. Solids Structures* ; 34(29) :3885-3901, 1997.
- [36] P. Ladevèze. A damage computational methode for composite structures. *Computers & Structures*, 44 (1/2), 79-87, 1992.
- [37] P. Ladevèze, O. Allix, L. Gornet, D. Lévêque et L. Perret. A computational damage mechanics approach for laminates : identification and comparison with experimental results. *Damage Mechanics in Engineering Materials*. G. Voyiadjis and al., Elsevier ; 481-500. *Proceedings of McNu'97*, 1998.
- [38] P. Ladevèze, L. Guitard, L. Champaney et X. Aubard. Debond modeling for multidirectional composites. *Comp. Meth. Appl. Mech. Eng.*, 185, 109–122, 2000.
- [39] O. Lenoir, J.L. Izicki, P. Rembert, G. Maze et J. Ripoche. Acoustic scattering from an immersed plane multilayer : Application to the inverse problem. *J. Acoust. Soc. Am.* ;91(1) :601-612, 1992.
- [40] G. Lewis, S. Manickan, D. Wharton. Effect of debonding forces on bonded orthodontic brackets : finite element study. *Biomed Mater Eng.* ; 6(2) :113–21, 1996.
- [41] M.J.S. Lowe et P. Cawley. The applicability of plate wave techniques for the inspection of adhesive and diffusion bonded joints. *Journal of Nondestructive Evaluation* ; 13(4) :185-200, 1994.
- [42] Y. Mi, M.A. Crisfield, G.A.O. Davies et H.-B. Hellweg. Progressive delamination using interface elements. *J. Composite Materials*, 32 (14), 1246–1272, 1998.
- [43] P.B. Nagy et L. Adler. Nondestructive evaluation of adhesive joints by guided waves. *Journal of Applied Physics* ;66(10) :4658-4663, 1989.
- [44] I. Nergiz, P. Schmage, H. Wolfram et O. Mutlu. Effect of alloy type and surface conditioning on roughness and bond strength of metal brackets. *American Journal of Orthodontics and Dentofacial Orthopedics* ; 125 (1) 42-50, 2004.

- [45] N.S. Ottosen et K.S. Olsson. Hardening/softening plastic analysis of an adhesive joint. *J. Eng. Mech.*, 114 (1), 97-116, 1998.
- [46] A. Pilarski, J.L. Rose. A transverse wave ultrasonic oblique-incidence technique for interface weakness detection in adhesive bonds. *J. Appl. Phys.* 63 :300-307, 1988.
- [47] J.R. Reeder. An evaluation of mixed-mode delamination failure criteria. Technical Memorandum 104210, NASA, 1992.
- [48] E. Ricks, C.C. Rankin and F.A. Brogan. On the solution mode jumping phenomena in thin-walled shell structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 136 (1-2) : 59-92, 1996.
- [49] A.A Roche, J. Guillemin, Mechanical and chemical properties of organic coatings applied to metallic sheet substrates, *Thin Solids Films* 342, 52-60, 1999.
- [50] S.I. Rokhlin. Lamb wave interaction with lap-shear adhesive joints : Theory and experiment. *J. Acoust. Soc. Am.* ;89(2) :2758-2765, 1991.
- [51] J.C. Schellekens et R. de Borst. Free edge delamination in carbon epoxy laminates : a novel numerical/experimental approach. *Composite Struct.*, 28 (14), 357-373, 1993.
- [52] A. Tiwari, H.E. Henneke et J. Duke. Acousto-ultrasonic technique for measuring adhesive bond quality. *Journal of Adhesion* ;34 :1-15, 1991.
- [53] L. Tong et G. Steven. *Analysis and Design of Structural Bonded Joints*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.
- [54] N. Valoroso et L. Champaney. A damage-mechanics-based approach for modelling decohesion in adhesively bonded assemblies. *Engineering Fracture Mechanics*, 2005.
- [55] V. Vlasie. *Modélisation mécanique et caractérisation ultrasonore de structures collées*. Thèse de Doctorat, Université Paris VI, 2003.
- [56] V. Vlasie, S. de Barros, M. Rousseau., L. Champaney, H. Duffo et B. Morvan. Mechanical and acoustical study of a structural bond : comparison theory/numerical simulations/experiment. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 2005.
- [57] V. Vlasie et S. de Barros. Ultrasonic rheological model of cohesive and adhesive zones in aluminum joints. *Archive of Applied Mechanics*, 2005.
- [58] V. Vlasie et M. Rousseau. Acoustical validation of the rheological models for a structural bond. *Wave Motion* ;37 :33-349, 2003.



## Résumé

Les collages sont de plus en plus employés dans l'industrie. Le manque d'outils numériques fiables et efficaces pour la prédiction de la capacité de charge de ce type d'assemblage limite encore leur application. La rupture d'un joint collé est le résultat de l'évolution et de l'interaction de plusieurs processus complexes de dégradation dans la couche de colle. Le modèle d'interface endommageable proposé dans cette thèse permet la modélisation de la dégradation du collage pendant toute la phase de chargement. Ce modèle, issu de ceux employés pour la modélisation de la dégradation interlaminaire dans les composites, a été implanté dans le code de calcul industriel CAST3M. Cette implantation a été validée par comparaison avec des approches de type Mécanique Linéaire de la Rupture et avec d'autres types de modèles d'interface endommageable. La difficulté, en utilisant ce type de modèle, est justement l'identification des paramètres mécaniques de l'interface. Ces paramètres sont valables uniquement pour la colle, le matériau des substrats et les traitements de surface pour lesquels ils ont été identifiés. Les essais sur les structures collées sont donc pour l'instant indispensables. L'un des objectifs du travail réalisé est l'identification des paramètres. Cette identification est basée sur des mesures acoustiques non destructives des caractéristiques initiales du collage (raideurs) et sur des mesures mécaniques destructives (énergies critiques). L'objectif final de cette étude est d'avoir un outil numérique capable d'apporter la fiabilité et l'efficacité dont l'industrie a besoin pour développer davantage l'utilisation du collage comme méthode d'assemblage structural.

**Mots-clés:** collage, interface, endommagement, identification

## Abstract

The use of adhesive in composite and metallic components has become increasingly popular. However, the lack of reliable and efficient computational tools for the prediction of the load-carrying capacity of such type of junctions have severely limited their range of application. Failure of adhesively bonded joints is the result of the evolution and interaction of several complex degradation processes in the adhesive layer. The damage interface model proposed in this study allows modelling the joints degradation during all the loading phase. This model, which originates from those employed for the analysis of delamination in composites laminates, has been implemented as a part of the finite element code CAST3M. Its implementation was validated by comparison with Linear Fracture Mechanics models and with other damaging interface models. The difficulty, by using this type of model, is precisely the identification of the interface mechanical parameters. These parameters are valid only for the adhesive, material and the surface treatments for which they were identified. The tests on the bonded structures are thus essential. In this work, the identification of the interface parameters is based on nondestructive acoustic measures (stiffnesses) and on destructive mechanical measures (critical energies). The identification procedure is validated by the study of other geometric configurations of a bonded joint. The aim of this work is to have a numerical tool able to bring the reliability and the effectiveness that the industry needs to develop the use of adhesive joints as a method of structural assembly.

**Keywords:** adhesive, interface, damage, identification

