HAL
open science

L'effet de microlentille gravitationnelle dans la recherche de planètes extra-solaires et dans le sondage d'atmosphères d'étoiles géantes du Bulbe

Arnaud Cassan

▶ **To cite this version:**

Arnaud Cassan. L'effet de microlentille gravitationnelle dans la recherche de planètes extra-solaires et dans le sondage d'atmosphères d'étoiles géantes du Bulbe. Astrophysique [astro-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2005. Français. NNT : . tel-00012057

HAL Id: tel-00012057

https://theses.hal.science/tel-00012057

Submitted on 9 Jul 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat de l'Université Paris VI (Pierre et Marie Curie)

Spécialité

Astrophysique & Instrumentations Associées

Présentée par

Arnaud Cassan

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris VI

⋆

L'effet de microlentille gravitationnelle dans la recherche de planètes extra-solaires et dans le sondage d'atmosphères d'étoiles géantes du Bulbe

⋆

Soutenue le 8 décembre 2005, devant le jury composé de :

M. Patrick Boissé	Président
M. Alain Milsztajn	Rapporteur
M. Didier Queloz	Rapporteur
M. Jean-Philippe Beaulieu	Directeur de thèse
M. Pascal Fouqué	Examinateur
M. Joachim Wambsganss	Examinateur

A mes grands-parents

Remerciements

Les travaux de recherche présentés ici n'ont pu être menés à bien que grâce aux contributions de nombreuses personnes qui, de près ou de loin, m'ont permis d'enrichir mon expérience et ma culture, d'aiguiser mon sens critique et de développer mon autonomie dans le monde foisonnant de l'astrophysique. Je ne peux que m'excuser d'avance de ne pouvoir les citer absolument toutes, aussi bien celles qui ont joué un rôle dans le déroulement de ma thèse sans parfois le savoir – certaines discussions peuvent avoir un impact insoupçonné sur le cheminement intérieur des idées – que celles dont l'intérêt pour mon travail a constitué pour moi une motivation essentielle.

Mes remerciements sincères s'adressent d'abord à Jean-Philippe Beaulieu qui a encadré ma thèse pendant mes trois années passées à l'IAP. Toujours enthousiaste, il a su me communiquer sa vitalité et son engagement dans nos projets et a contribué par là à donner un sens fort à ma thèse. Grâce à la confiance qu'il m'a constamment témoignée, j'ai pu mener mes recherches avec une grande liberté et développer des idées personnelles pour lesquelles Jean-Philippe s'est toujours montré très ouvert. J'y ai incontestablement gagné en autonomie et en assurance. Je dois également beaucoup au soutien sans faille qu'il m'a accordé au sein d'une équipe de recherche nombreuse afin de me permettre d'y prendre toute ma place. Je le remercie aussi pour m'avoir permis d'assister à plusieurs conférences, workshops et écoles internationales, aux réunions annuelles de PLANET et pour avoir rendu possibles des séjours de travail et d'observation souvent à l'autre bout du monde, qui furent en eux-mêmes des expériences très riches. Je salue enfin sa disponibilité et son contact chaleureux qui ont par dessus tout rendu ma thèse motivante et agréable au quotidien.

Mes salutations vont ensuite à Daniel Kubas, collaborateur privilégié et ami, alors doctorant à l'Université de Potsdam en Allemagne. Le programme d'échange EGIDE nous a permis d'effectuer plusieurs séjours ensemble à Paris et à Berlin où il fut mon guide. Les séances de travail sur les plages artificielles des canaux berlinois, les projets ébauchés sur une table de café et les réflexions philosophiques autour d'un verre sont autant de moments forts qui resteront attachés à ma thèse.

Mon parcours dans la recherche a débuté à l'Observatoire de Meudon, à la Table Equatoriale, au sein de l'équipe d'interférométrie et haute résolution angulaire ; je dois à Vincent Coudé du Foresto de m'y avoir accueilli pour de premiers échanges : sa passion et son ouverture ont beaucoup pesé dans mon choix d'une thèse en astronomie. J'ai ainsi pu faire connaissance avec Guy Perrin, qui m'a proposé de participer

à son projet d'interféromètre 'OHANA ; les quelques mois passés à Meudon avec lui ont été très stimulants et riches d'enseignements. A tous deux, j'exprime ici toute ma gratitude pour m'avoir ouvert la voie en Astronomie. Je remercie aussi l'Ecole Doctorale d'Astronomie & Astrophysique d'Ile de France, dont Pierre Léna était le directeur, pour m'avoir permis de rejoindre cette formation doctorale et ainsi d'y préparer ma thèse.

Parmi les chercheurs avec qui j'ai étroitement travaillé, je remercie tout spécialement Pascal Fouqué, pour s'être toujours montré très généreux en explications de toutes sortes. Je lui suis également reconnaissant de m'avoir accueilli pour un séjour à Toulouse qui a initié une série d'échanges très bénéfiques.

Je remercie également l'ensemble des membres de la collaboration PLANET, qui m'ont accompagné dans cette passionnante aventure qu'est la recherche de planètes extra-solaires. En dehors des personnes déjà citées, mes remerciements vont tout particulièrement à Stéphane Brillant, qui m'a assisté à maintes reprises lors de mes voyages à l'ESO Chili, à John Greenhill qui m'a été d'une aide précieuse dans la réduction des données et qui m'a accueilli en Tasmanie, à John Menzies qui m'a guidé dans mes premiers pas d'observateur en Afrique du Sud, à Martin Dominik pour ses remarques pertinentes et à Christian Coutures pour sa bonne humeur durant de nos échanges au cours de la saison d'observation.

Je voudrais aussi remercier les membres de l'IAP et les doctorants, qui ont contribué de près ou de loin à la réussite de ma thèse. Je pense en particulier à Samaya Nissanke, qui partageait mon bureau, pour sa gentillesse et le charme des discussions mêlant anglais et français. Elle a aussi su insuffler un bon dynamisme entre doctorants et post-doctorants par l'organisation des « séminaires étudiants ». Merci de même à Jean-Christophe Mauduit pour s'être chargé des sorties « Young Trendy Astronomers » toujours très agréables, et à Vianney Lebouteiller pour ses nombreuses initiatives touchant à la vie des doctorants.

Outre mon activité de recherche, j'ai eu la chance de pouvoir assurer en parallèle un monitorat à l'Université Paris VI. Je dois la réussite de cette expérience d'enseignement à l'excellente ambiance au sein de l'équipe menée par Patrick Boissé. J'ai pu en apprécier à la fois le dynamisme, l'interactivité et la souplesse dans l'organisation.

Merci à Jean-Baptiste Marquette et Patrick Tisserand pour avoir assisté avec Jean-Philippe à mes répétitions de soutenance orale. Grâce à leurs conseils et leurs suggestions, la présentation de mon travail n'a pu que gagner en clarté et précision.

Je remercie tous les membres du jury : Alain Milsztajn et Didier Queloz qui ont accepté la tâche délicate d'être rapporteurs de ma thèse, pour le soin qu'ils ont porté à la lecture du texte et les commentaires dont ils m'ont fait part ; Joachim Wambsganss pour sa grande disponibilité et son intérêt pour mon travail ; Pascal Fouqué et Patrick Boissé, qui ont lu et commenté mon manuscrit avec autant de soin que l'aurait fait un rapporteur ; enfin Jean-Philippe, pour son regard critique et ses encouragements.

Ces remerciements seraient incomplets si je ne mentionnais le rôle déterminant

de ma famille et de mes amis au cours de ces trois années de thèse. Je remercie ma mère pour son attentive présence, mes deux sœurs et mon amie pour le soutien constant qu'elles m'ont apporté et un merci particulier à mon père, qui a effectué la première relecture de mes textes et dont les conseils m'ont été d'une grande utilité.

Table des matières

Introduction **11**

I Microlentilles gravitationnelles **15**

1 Le phénomène de microlentille gravitationnelle **17**
1.1 Lentilles et microlentilles gravitationnelles 17
1.1.1 Déviation des rayons lumineux par des corps massifs 17
1.1.2 Les microlentilles 19
1.2 Exploitation de l'effet de microlentille 19
1.2.1 Sonder le contenu en masse du halo de la Galaxie 19
1.2.2 Détecter les objets invisibles en direction du Bulbe 20
1.2.3 Sonder les atmosphères des étoiles-sources 22
1.3 Une technique originale dans la recherche d'exoplanètes 22
1.3.1 Les possibilités de la méthode 22
1.3.2 Télescopes d'alertes et réseaux de suivi des microlentilles . . . 23
1.3.3 Intérêt du suivi d'événements de grande amplification 24
1.3.4 Fausses alertes et premières détections 25
1.4 Stratégie d'observation de PLANET en 2002–2005 26
1.4.1 Les collaborateurs 26
1.4.2 Réseau de télescopes et réduction des données 27
1.4.3 Déroulement des observations et des calculs de modèles 27

2 Modélisation des microlentilles gravitationnelles **31**
2.1 Optique micro-gravitationnelle 32
2.1.1 Angle de déviation des rayons lumineux 32
2.1.2 Plan–lentille et plan–source 35
2.1.3 Equation des lentilles 36
2.1.4 Profondeur optique en direction du bulbe Galactique 38
2.1.5 Microlentilles multiples 39
2.1.6 Sources multiples 41
2.2 Phénomène d'amplification 42
2.2.1 Amplification apparente du flux de la source 42
2.2.2 Courbes critiques et caustiques micro-gravitationnelles 43

2.3 Modélisation du mouvement de la source 44
2.3.1 Description du problème 44
2.3.2 Temps d'Einstein 45
2.3.3 Effet de parallaxe 46
2.4 Microlentille simple ou de Schwarzschild 47
2.4.1 Images et anneau d'Einstein 47
2.4.2 Amplification 48
2.5 Microlentilles binaires 50
2.5.1 Equation des lentilles binaires et amplification 50
2.5.2 Nombre d'images de la source 51
2.5.3 Topologie et propriétés des caustiques 52
2.5.4 Galerie de courbes d'amplification 58
2.6 Effet de source étendue et assombrissement centre-bord 64
2.7 Masse et distance de la microlentille 67
2.8 Caractérisation complète de OGLE 2002–BLG–069 (Article A&A) . . 73
2.9 Mesure de masse à très grande amplification (Article ApJ) 82
2.10 Microlentilles et astrométrie 92
2.10.1 Déplacement du centroïde de l'image 92
2.10.2 Microlentille simple 93
2.10.3 Simulation sur une microlentille binaire 93
2.10.4 Déplacement du centroïde et mesure de masses (Article ApJ) . 95

II Planètes extra-solaires 107

3 Recherche de planètes extra-solaires 109
3.1 En quête des exoplanètes 110
3.1.1 Des mondes au-delà de notre système solaire 110
3.1.2 La chasse aux planètes extra-solaires 110
3.1.3 Tour d'horizon des exoplanètes découvertes 111
3.2 Sur l'origine et la formation des systèmes planétaires 116
3.2.1 La nébuleuse protostellaire, un berceau pour les planètes . . . 116
3.2.2 La formation des planètes terrestres 118
3.2.3 Le cas des planètes gazeuses géantes 120
3.3 Panorama des principales méthodes de détection 124
3.3.1 Imagerie directe 125
3.3.2 Méthode des transits 127
3.3.3 Astrométrie 129
3.3.4 Mesure des vitesses radiales 131
3.4 La recherche d'exoplanètes par effet de microlentille 134
3.4.1 Exoplanètes et microlentilles 134
3.4.2 Déviations planétaires 137

3.4.3 Probabilités de détection 143
3.5 Les exoplanètes détectées grâce à l'effet de microlentille 146
3.5.1 Juillet 2003 : première planète découverte 146
3.5.2 Avril 2005 : une nouvelle planète jovienne 148
3.5.3 Août 2005 : une planète de 5.5 $M_\oplus$ (Article Nature) 149
3.6 Discussion sur la stratégie d'observation 158

4 Limites sur l'abondance des planètes extra-solaires 161
4.1 Sur l'abondance des exoplanètes 161
4.1.1 Quelles planètes détectées et autour de quelles étoiles ? 161
4.1.2 Prédictions des modèles de formation planétaire 162
4.1.3 Abondance des exoplanètes autour des naines M 163
4.2 Efficacités de détection par effet de microlentille 164
4.2.1 Sensibilité de la méthode 165
4.2.2 Calcul des efficacités de détection 165
4.2.3 Diagrammes d'efficacité de détection 169
4.3 Limites sur l'abondance des planètes 173
4.3.1 Diagramme d'exclusion dans le plan (d, q) 173
4.3.2 Diagramme d'exclusion dans le plan physique 174
4.4 Annexe : étude des événements individuels 179

III Atmosphères d'étoiles du Bulbe Galactique 191

5 Sonder les atmosphères d'étoiles du Bulbe de la Voie Lactée 193
5.1 Les microlentilles au service de la physique stellaire 193
5.1.1 Sur l'intérêt des microlentilles pour sonder les étoiles 193
5.1.2 Une loupe gravitationnelle pour sonder le Bulbe 198
5.1.3 Mesure d'assombrissement centre-bord en bande large 200
5.1.4 Sonder les atmosphères des Géantes du Bulbe 201
5.2 Mise en œuvre des microlentilles en Physique Stellaire 204
5.2.1 Assombrissement centre-bord 204
5.2.2 Modélisation de la traversée d'une caustique 210
5.2.3 Modélisation du transit d'une microlentille simple 217
5.3 OGLE 2002–BLG–069 (Article A&A) 221
5.4 OGLE 2004–BLG–254 (Article soumis à A&A) 242
5.5 OGLE 2004–BLG–482 et binaires PLANET 254

Conclusion et perspectives **257**

Annexes **261**

A Méthodes mathématiques et numériques **261**
A.1 Résolution de l'équation des lentilles binaires 261
A.1.1 Equation polynomiale complexe 262
A.1.2 Calcul des caustiques et des courbes critiques 263
A.2 Algorithmes de minimisation 264
A.2.1 Position du problème 264
A.2.2 Minimisation de l'écart entre le modèle et les mesures 265
A.2.3 Ajustement linéaire des flux 265
A.2.4 Exploration de l'espace des paramètres du modèle 270
A.2.5 Estimation des erreurs sur les paramètres 277
A.3 Amplification des sources étendues dans les microlentilles binaires . . 278
A.3.1 Intégration directe sur la surface de la source 278
A.3.2 Intégration dans le plan–lentille 279
A.3.3 Lancer de rayons ("ray shooting") et cartes d'amplification . . 279
A.4 Parallaxe annuelle 282
A.5 Les outils de modélisation gobi et tangobi 285
A.5.1 gobi 285
A.5.2 tangobi 296

B Participation à d'autres projets **299**
B.1 Observations d'"afterglow" de sursauts γ et des flashs de rayons X . . 299
B.1.1 Afterglow du flash XRF 050509c 299
B.1.2 Afterglow du sursaut γ GRB 040825A 300
B.1.3 Afterglow du sursaut γ GRB 030725 300
B.2 Suivi photométrique de la comètes 9P/Temple 1 depuis La Silla . . . 300

C Formulaire **303**
C.1 Constantes physiques et conversions 303
C.2 Formules utiles 303

Références bibliographiques **305**

Résumés **318**

Introduction

> (...) l'astronomie a eu beau faire au cours des siècles de grands progrès dans ses recherches sur la constitution et les mouvements des corps célestes, elle n'est pourtant pas encore arrivée à un point tel que d'innombrables choses ne restent indécises, et peut-être aussi beaucoup d'autres cachées.
>
> Galileo Galilei
> *Dialogues sur les grands systèmes du monde*

Dans le système du monde de Ptolémée (140 après J.C.), la Terre occupait le centre de l'univers, et les astres visibles dans le ciel nocturne étaient disposés sur des sphères transparentes, centrées sur la Terre. Les sept premières maintenaient sur leur surface successivement la Lune, Mercure, Vénus, le Soleil, Mars, Jupiter et Saturne. La dernière était la « sphère des fixes », qui supportait toutes les étoiles.

Cette construction de l'univers émanait d'une vision géométrique et harmonieuse du monde et s'appuyait sur une conception essentiellement intellectuelle. De complexes mouvements épicycliques affectant les diverses sphères étaient évoqués, afin de rendre compte du mouvement compliqué des planètes, ces « astres errants ». Durant près de quatorze siècles, ce système ne fut pas contesté. Il se fondait en effet sur l'intuition du sens commun même s'il souffrait dans ses détails de nombreux points faibles.

Il faudra attendre la Renaissance (et ce malgré les idées d'héliocentrisme développées par Aristarque de Samos en 300 avant J.C.) pour qu'une vraie remise en question soit publiquement faite. Dans le traité *De revolutionibus orbium caelestium* de Copernic (1543), le Soleil devient le centre du monde, et les planètes acquièrent leur statut actuel d'objets en orbite. En Italie, Giordano Bruno prend toute la mesure de la révolution copernicienne, et conçoit que le Soleil pourrait s'apparenter à une étoile similaire à celles observées dans le ciel ; et ainsi, la Terre et les autres planètes pouvaient ne pas être seules dans l'univers. L'horizon venait subitement de s'élargir ! Galilée donne une réalité à ce qui n'était que supputations métaphysiques, en braquant à partir de 1609 une lunette astronomique en direction du ciel étoilé : il découvre alors que la Voie Lacté est formée d'innombrables étoiles, que Jupiter est, comme la Terre avec la Lune, accompagné de satellites. Par ailleurs il constate

que les planètes ressemblent étrangement à la Terre, et qu'elles ne brillent que parce qu'elles réfléchissent une partie de la lumière solaire.

A partir du XVIIe siècle, l'idée que certains corps dans le ciel ressemblent à notre Terre fait son chemin dans l'esprit des penseurs, et ce de manière durable. La découverte de nouvelles planètes débuta en 1781 avec Uranus par Herschel, suivie par Neptune (trahie par la perturbation gravitationnelle qu'elle induit sur Uranus, comme l'ont préssenti Le Verrier et Adams). Mais la recherche de mondes plus lointains ne fut pas envisageable avant la révolution technologique de la fin du XXe siècle, malgré les espoirs cultivés par nombre d'astronomes du XIXe siècle. C. Flammarion, sans doute le plus grand vulgarisateur en matière d'astronomie des années 1850-1880, ne peut que se déclarer convaincu de « la pluralité des mondes habités », sans pouvoir avancer de preuves à son assertion.

Cet empressement à trouver d'autres mondes, ce désir de pouvoir les scruter en détail, sont intimement liés à un questionnement métaphysique de l'Homme qui veut savoir s'il est seul dans le vaste univers. Après avoir cru qu'une civilisation existait sur la planète Mars, de la fin du XIXe siècle jusqu'au premier quart du XXe siècle, il reporte naturellement ses espoirs déçus vers la découverte de mondes lointains, qui peut-être un jour lui apporteront la réponse qu'il attend : la vie extra-terrestre existe-t-elle et, si oui, est-elle douée d'intelligence ?

Nous n'en sommes pas encore là, certes, mais les découvertes de ces dernières années nous ont montré que les planètes en orbite autour des étoiles autres que le Soleil, les planètes extra-solaires ou exoplanètes, sont nombreuses et d'une grande variété. Des planètes de masse de plus en plus faible sont découvertes et il semble que nous allons progressivement mais inexorablement vers la détection de planètes semblables à notre planète bleue.

Dans le but de détecter ces mondes extra-solaires, de nombreux moyens observationnels ont été mis en place. Parmi les techniques modernes de recherche de planètes extra-solaires (dont les plus importantes sont rappelées dans ce mémoire) la méthode des « microlentilles gravitationnelles », longtemps restée marginale, est en train de prendre tout son essor.

Le premier phénomène de lentille gravitationnelle a été mis en évidence par la distorsion qu'il provoque de l'image d'un quasar, en 1979. A cette échelle extra-galactique, la masse d'une galaxie d'avant-plan dévie les rayons lumineux de galaxies lointaines et très lumineuses, en en donnant plusieurs images, ponctuelles ou sous forme d'arcs. En 1986, Paczynski propose d'utiliser l'effet de microlentille gravitationnelle, qui a lieu lorsque deux étoiles sont pratiquement alignées au sein de notre Galaxie, pour sonder le contenu en masse sombre de son halo. Dans le scénario proposé, le flux d'une étoile-source, située dans le Grand ou le Petit Nuage de Magellan, est amplifié par un objet massif du halo qui reste trop peu lumineux pour être vu directement car distant de plusieurs kiloparsecs.

Si l'effet de lentille gravitationnelle a d'abord été envisagé pour sonder la matière à l'échelle extra-galactique pour des objets très massifs (des galaxies), puis des naines

brunes à l'échelle galactique, son entrée dans la recherche de planètes extra-solaires au sein de la Voie Lactée peut paraître assez surprenante. Il s'agit en effet d'objets astrophysiques parmi les moins massifs qui soient !

Ce sont Mao et Paczynski qui, en 1991, émettent la suggestion que la méthode pourrait être mise en œuvre avec succès pour tenter de détecter des mondes situés au-delà du Système Solaire. Les premières observations en ce sens ont réellement débuté en 1998, alors que trois corps planétaires avaient été découverts en 1992 autour d'un pulsar par Wolszczan et Frail, et que M. Mayor et D. Queloz avaient annoncé, en 1995, leur importante découverte de la première planète extra-solaire autour de 51 Pegasi, une étoile similaire au Soleil. Cette découverte fut elle-même suivie par plusieurs autres détections dans les mois qui suivirent. Prometteuse, la technique des microlentilles, quant à elle, n'en restait pas moins muette, ce durant de longues années qui furent cependant ponctuées par quelques fausses alertes.

L'objet principal de cette thèse consistera à démontrer que l'observation des microlentilles prend désormais toute sa place dans le panorama des techniques actuelles de détection des exoplanètes. La découverte de trois planètes extra-solaires qu'a récemment permise cette méthode, la première en 2003 et les deux suivantes en 2005 (les saisons d'observations ne durent que quatre à cinq mois) est la preuve qu'elle est efficace ; la dernière de ces détections fait en outre état de la découverte d'une exoplanète d'environ $3 - 12\,M_{\oplus}$, ce qui prouve bien que les planètes de masse équivalente à celle de la Terre sont à sa portée.

Mon exposé s'ouvre par un bref rappel historique du phénomène de microlentille, qui situe le travail réalisé au cours de la thèse et permet d'en cerner la problématique (chapitre un). Le deuxième chapitre traite de la modélisation des phénomènes de microlentille, et pose les bases qui guideront le lecteur pour les chapitres suivants. Afin de faciliter la lecture du mémoire, les aspects les plus techniques ont été placés dans l'annexe A (méthodes mathématiques et numériques). De nombreux renvois dans le corps du texte invitent le lecteur à s'y reporter pour y trouver de plus amples informations.

La deuxième partie est dédiée à la recherche des planètes extra-solaires. Dans le chapitre quatre, un panorama synthétique des découvertes, des modèles de formation et des principales techniques de détection sert de prélude à l'exposé de la technique des microlentilles dans la recherche d'exoplanètes. La découverte d'une exoplanète de très faible masse en août 2005 en constitue le point d'orgue.

Un autre aspect important est abordé au chapitre cinq : le calcul des limites sur l'abondance des exoplanètes autour des étoiles naines M. Difficilement réalisable par d'autres techniques observationnelles, il est désormais rendu possible du fait de l'échantillon assez large obtenu à partir de l'observation des événements depuis 1995. La méthode employée y est discutée, et un résultat préliminaire d'abondance, basé sur les observations effectuées par PLANET entre 1995 et 2004, est présenté.

La troisième partie, enfin, propose une application originale du suivi photomé-

trique et spectroscopique des microlentilles : la technique permet de résoudre spatialement les disques stellaires d'étoiles géantes du Bulbe de la Galaxie, à plus de 8 kpc, et ainsi de sonder leurs atmosphères. La chromosphère d'une géante a pu être détectée par cette méthode grâce à son émission dans la raie Hα de la série de Balmer.

L'annexe A présente et discute des méthodes mathématiques et numériques, ainsi que le code gobi que j'ai mis au point au cours de mon travail de thèse. L'annexe B fait très succinctement état d'autres projets auxquels j'ai participé en tant qu'observateur (rémanents de sursauts γ, suivi photométrique de la Comète 9P / Temple 1, à La Silla). En annexe C enfin, sont regroupées quelques constantes et formules utiles.

Entrons maintenant dans le vif du sujet et voyons ce que sont les microlentilles gravitationnelles afin d'en venir à la question centrale : comment peuvent-elles être mises à profit pour la recherche de planètes extra-solaires et le sondage d'atmosphères d'étoiles géantes du Bulbe ?

Première partie

Microlentilles gravitationnelles

Chapitre 1
Le phénomène de microlentille gravitationnelle

Sommaire

1.1 Lentilles et microlentilles gravitationnelles 17
1.1.1 Déviation des rayons lumineux par des corps massifs . . . 17
1.1.2 Les microlentilles 19
1.2 Exploitation de l'effet de microlentille 19
1.2.1 Sonder le contenu en masse du halo de la Galaxie 19
1.2.2 Détecter les objets invisibles en direction du Bulbe 20
1.2.3 Sonder les atmosphères des étoiles-sources 22
1.3 Une technique originale dans la recherche d'exoplanètes 22
1.3.1 Les possibilités de la méthode 22
1.3.2 Télescopes d'alertes et réseaux de suivi des microlentilles . 23
1.3.3 Intérêt du suivi d'événements de grande amplification . . 24
1.3.4 Fausses alertes et premières détections 25
1.4 Stratégie d'observation de PLANET en 2002–2005 . . . 26
1.4.1 Les collaborateurs 26
1.4.2 Réseau de télescopes et réduction des données 27
1.4.3 Déroulement des observations et des calculs de modèles . 27

1.1 Lentilles et microlentilles gravitationnelles

1.1.1 Déviation des rayons lumineux par des corps massifs

La question de savoir si un corps massif est en mesure de dévier des rayons lumineux a été posée dès l'époque de Newton, au début du XVIIIe siècle. La lumière était-elle seulement une onde, par nature impalpable, ou était-elle constituée de corpuscules (dans ce dernier cas, elle serait soumise à la loi d'attraction universelle des corps de Newton) ? C'est un siècle plus tard, en 1801, que Soldner utilise la théorie newtonienne de la Gravitation pour apporter une première réponse à la

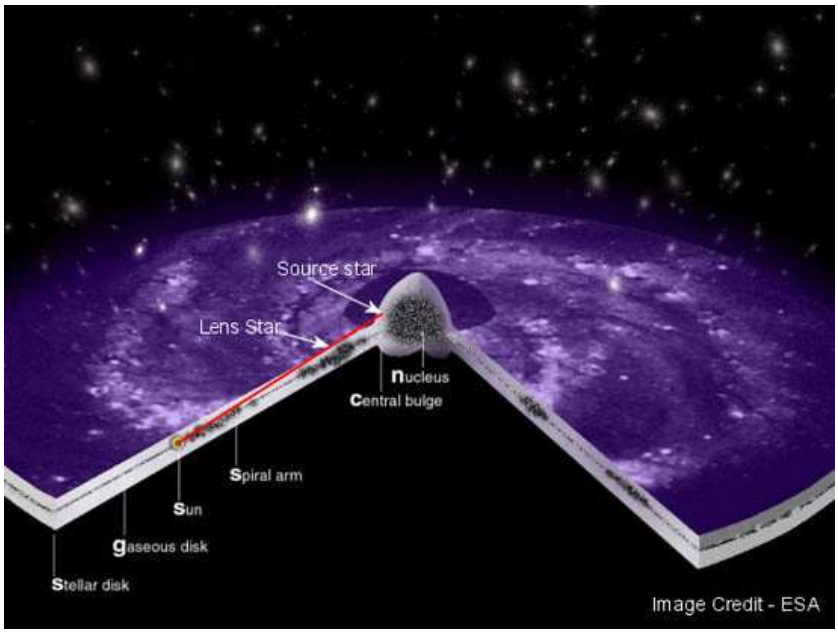

FIG. 1.1: Effet de microlentille gravitationnelle Galactique, selon une vue d'artiste (réalisation ESA).

déviation des rayons lumineux. Il émet l'hypothèse que la lumière devrait avoir les mêmes propriétés que la matière et il considère un corps se déplaçant à une vitesse constante égale à celle de la lumière, c, qui passe à proximité d'un autre corps massif supposé immobile. Il obtient ainsi un angle caractéristique de déflexion de la trajectoire ($0.84''$) qui dépend de la masse du corps, de c et du paramètre d'impact, distance d'approche minimale du rayon lumineux au corps.

Einstein, en 1911, se penche à son tour sur la question : par un premier calcul dans le cadre d'un espace de métrique euclidienne, il parvient au même résultat que Soldner par l'utilisation de la théorie de la Relativité Restreinte, sans avoir à évoquer la nature ondulatoire ou corpusculaire de la lumière. Mais Einstein n'a heureusement pas le temps de diffuser son résultat ! Il s'apercevra en effet en 1916, après avoir élaboré la théorie de la Relativité Générale, que la métrique courbe qui décrit correctement l'environnement d'un corps isolé ajoute un effet supplémentaire à la déviation : l'angle exact est égal au double de celui calculé précédemment. Le premier test de la Relativité Générale réalisé par Eddington en 1919, qui permit comme on le sait de mesurer un écart entre les positions d'une même étoile pendant une éclipse et six mois plus tard, apporte non seulement une première confirmation de la nouvelle théorie de la gravitation, mais en même temps prouve que la lumière peut être déviée par des corps matériels. C'est ainsi la première observation de ce qui allait devenir le phénomène de « lentille gravitationnelle ».

En 1937, Zwicky montre que des galaxies lointaines peuvent agir comme des lentilles. Une trentaine d'années plus tard, Klimov, Liebes et Refsdal (1964) en

particulier ont mené un certain nombre d'études sur toutes sortes d'objets — étoiles, galaxies, quasars — qui pouvaient faire office de source ou de lentille. Les quasars, sources extra-galactiques, furent en 1979 les premiers objets à engendrer des effets de lentille observés. Les images qu'ils produisaient restaient relativement ponctuelles et ce n'est qu'en 1989 que furent observés de spectaculaires « arcs lumineux », images distordues de très lointaines galaxies dont les rayons lumineux ont été déviés par un amas de galaxies plus proches. Dans le cas d'un alignement parfait entre la source et la lentille, Einstein avait envisagé la formation d'un anneau au lieu d'un ensemble d'images, ce qui ne sera observé effectivement qu'au tournant des années 1990 dans le domaine spectral des ondes radio.

1.1.2 Les microlentilles

Le phénomène de lentilles entre deux étoiles, en dehors du Soleil, a été évoqué par Eddington (1920), Chwolson (1924) ou encore Einstein (1936). S'ils ont tous trois estimé que plusieurs images de la source devaient apparaître, Einstein fait le calcul théorique de l'angle de déviation de la lumière et conclut qu'il était bien trop faible pour jamais permettre d'observer cet effet. Selon lui, les images de l'étoile-source ne seraient jamais séparables, et l'effet ne resterait certainement qu'à l'état de simple curiosité théorique. Cependant il note que le phénomène doit s'accompagner d'une augmentation apparente du flux lumineux de la source.

Or en 1979, en s'intéressant à la déviation des rayons lumineux produite par une étoile particulière au sein d'une galaxie, Chang & Refsdal évaluent l'amplitude de l'amplifiaction obtenue, et notent qu'elle rend le phénomène observable. A leur suite, Paczynski propose le terme de « microlentille gravitationnelle » ("microlensing") pour désigner des événements de lentille entre étoiles (et non entre galaxies ou quasars), pour lesquels l'étoile-source n'est pas résolue.

1.2 Exploitation de l'effet de microlentille

1.2.1 Sonder le contenu en masse du halo de la Galaxie

L'observation des microlentilles a été proposée à l'origine par Paczynski (1986), pour tester l'hypothèse d'un halo sphérique de matière noire baryonique entourant la Voie Lactée. De rayon compris entre 50 et 200 kpc, il pouvait être composé d'objets relativement compacts de masses très diverses, communément appelés « MACHOs », pour **M**Assive **C**ompact **H**alo **O**bjects (Griest, 1991). S'ils sont supposés trop peu lumineux pour être détectés par leur luminosité propre, ils sont en revanche en mesure de produire des effets de microlentille gravitationnelle à même de révéler leur présence. Une difficulté non négligeable inhérente à ce type d'observation en fait à cette époque un défi : la probabilité d'observer un événement de microlentille est proche de 10^{-6} (autrement dit, à chaque instant et en moyenne, une étoile seulement

sur un million est amplifiée) ! Pour espérer observer un phénomène si discret, plusieurs millions d'étoiles devaient donc être suivies en même temps, et ce en continu.

Malgré cela, au début des années 1990, des équipes internationales d'astronomes et de physiciens des particules se formèrent pour mettre en place des télescopes dédiés à l'observation des microlentilles, ainsi que des techniques, nouvelles pour l'époque, de traitement massif des données. De ce point de vue, la technique observationnelle s'inscrit dans une nouvelle ère pour l'Astronomie et l'Astrophysique, où les objets sont désormais traités en très grand nombre par des moyens informatiques automatisées, au lieu des traditionnels clichés sur plaques photographiques d'objets individuels.

C'est ainsi qu'en 1990 la collaboration française EROS (**E**xpérience de **R**echerche d'**O**bjets **S**ombres, 1990–2003) voit le jour, rejointe par l'équipe australo-américaine MACHO (comme le nom des objets) qui débute ses observations en 1992. Leurs lignes de visées sont orientées vers les Grand et Petit Nuages de Magellan. Ces deux galaxies-satellites de la Voie Lactée, respectivement distantes d'environ 50 et 60 kpc de nous, constituent en effet des régions à forte densité d'étoiles, situées à la périphérie du halo Galactique et assez éloignées pour fournir un grand nombre de sources, et dont les rayons lumineux peuvent sonder le contenu en objets massifs. En 1993 le succès est au rendez-vous, avec les trois premières détections de microlentilles, annoncées simultanément par EROS (Aubourg *et al.* , 1993) et MACHO (Alcock *et al.* , 1993) dans le même numéro de la revue Nature.

1.2.2 Détecter les objets invisibles en direction du Bulbe

Avant la mise en place effective de ces premières expériences de suivi de microlentilles, Paczynski (1991) souligne le caractère incertain de leurs significations scientifiques. Rien alors n'assurait que la méthode était viable, et une recherche infructueuse de MACHOs pourrait tout aussi bien être imputable à une défaillance de la technique d'observation qu'à une réelle absence de candidats baryoniques à la matière noire[1].

Or, par un calcul de la profondeur optique (c'est-à-dire de la probabilité) des événements de microlentilles en direction de la « fenêtre de Baade » ($l = 1^o$, $b = -3.9^o$ en coordonnées galactiques, soit en direction du Centre Galactique), Paczynski estime à environ 4×10^{-7} la probabilité qu'il se produise un événement en direction du Bulbe — valeur égale à celle obtenue pour le Grand Nuage, en basant le calcul sur une estimation des populations d'étoiles du disque Galactique. Selon l'auteur, des observations dirigées vers le Bulbe seraient le moyen de démontrer la viabilité de la technique tout en donnant du sens aux résultats des expériences en direction

[1]Une des principales alternatives à l'hypothèse des MACHOs est un halo Galactique contenant majoritairement des WIMPs, (**W**eakly **I**nteracting **M**assive **P**articles), particules exotiques faites de matière non baryonique, interagissant très faiblement. D'autres hypothèses sont aussi avancées, comme par exemple une modification de la théorie de la Gravitation (MOND).

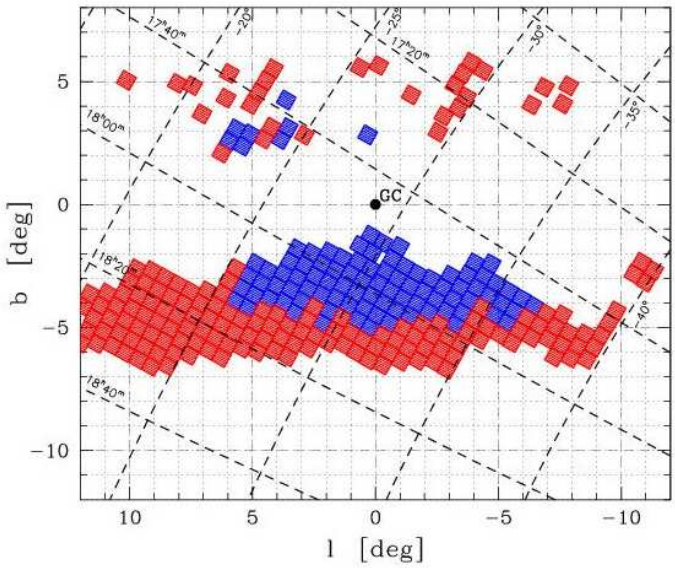

FIG. 1.2: Champs d'observation de la collaboration OGLE, en direction du centre Galactique. Sur cette carte, repérée par des coordonnées galactiques, les champs actuellement observés apparaissent en bleu. Le point central noté CG marque le centre galactique, où la densité d'étoiles est la plus grande. Environ cent millions d'étoiles sont surveillées très régulièrement dans ces régions.

des Nuages de Magellan.

En outre, il estime qu'une classe intéressante d'objets serait susceptible d'apporter une contribution notable aux événements, à savoir la population des naines brunes, dont aucune n'avait encore pu être détectée. Leur proportion dans le disque Galactique était non seulement inconnue, mais de plus controversée.

Quelques mois plus tard, Mao & Paczynski (1991) (et aussi Griest, 1991) vont un peu plus loin dans l'investigation des possibilités liées à l'observation des microlentilles en direction du Centre Galactique (*cf.* Fig. 1.1). En remarquant que la majorité des étoiles du disque sont des systèmes binaires, ces derniers proposent d'utiliser la méthode pour sonder ce type d'étoiles, en affirmant de plus que la technique donne accès à un régime de masses en-deçà des naines brunes, c'est-à-dire aux planètes extra-solaires.

C'est dans ce contexte qu'est fondée la collaboration américano-polonaise OGLE (**O**ptical **G**ravitational **L**ensing **E**xperiment), qui débute en 1992 un programme d'observations en direction du Bulbe Galactique (Fig. 1.2). Parallèlement, MACHO ajoute certaines régions du Bulbe à son champ d'observation. En 1995, l'expérience DUO observe à son tour régulièrement quelques dix millions d'étoiles vers le Centre Galactique, et en 1996 (premier cliché-test) EROS II ajoute aussi à ses observations des champs en direction du Bulbe et des Bras Spiraux.

1.2.3 Sonder les atmosphères des étoiles-sources

Les observations en continu, nécessaires au bon suivi des microlentilles, ont en outre débouché sur une application originale, l'étude d'atmosphères d'étoiles résidant dans le Bulbe de la Voie Lactée (ex. Witt, 1995; Sasselov, 1996; Valls-Gabaud, 1995; Bryce *et al.* , 2003; Heyrovský, 2003).

De nombreuses mesures de l'assombrissement centre-bord d'étoiles du Bulbe ($D_{\rm S} \sim 8\,{\rm kpc}$) ont pu être réalisées. Il s'agit pratiquement de la seule méthode à pouvoir obtenir de tels résultats pour des étoiles aussi lointaines. Grâce à un effet conjugué d'amplification globale et différentielle de régions de la surface de l'étoile-source, les observations conduisent à une résolution angulaire d'une fraction de son rayon. Des études spectroscopiques peuvent alors être menées (ex. Cassan *et al.* , 2004), autorisant l'étude du comportement individuel des raies spectrales en fonction de leur profondeur optique de formation. Les fondements et les applications de l'« outil microlentille » pour l'étude des étoiles font l'objet de la troisième partie de cette thèse.

1.3 Une technique originale dans la recherche d'exoplanètes

1.3.1 Les possibilités de la méthode

A une époque (1991) où aucune exoplanète n'avait encore été découverte, les microlentilles apparaissaient assez efficaces (en théorie du moins) pour conduire à la première détection d'une planète extra-solaire. Les aspects liés à l'utilisation du phénomène de microlentille pour la recherche d'exoplanètes sont décrits en détails au § 3.4 du chapitre 3. On retiendra seulement pour le moment que Gould & Loeb (1992) ont aussi souligné les possibilités très intéressantes qu'offrent les microlentilles dans la recherche de planètes extra-solaires. Ainsi, dans un scénario standard où l'étoile–source réside dans le Bulbe et la microlentille dans le Disque, Gould & Loeb estiment à plus de 20 % la probabilité de détecter un système planétaire de type Soleil–Jupiter. Ce pourcentage appréciable justifiait à lui seul de mettre en place des suivis photométriques appropriés. De plus, pour les événements de très grande amplification, l'efficacité de détection peut même atteindre 100 % dans certaines conditions (Griest & Safizadeh, 1998, *cf.* § 3.4.3)

Mais était-il possible de mener à bien ce nouveau type d'observations avec les projets déjà existants ? La réponse fut négative, en raison des contraintes très exigeantes imposées par les caractéristiques mêmes des exoplanètes. Du fait de sa très faible masse, en effet, une planète accompagnant une microlentille ne perturbe que très peu son potentiel gravitationnel. Les courbes de lumière obtenues avec et sans planète sont très semblables, hormis en des régions relativement localisées où ont lieu des déviations. Ces « anomalies » ont une durée caractéristique de l'ordre de un à trois jours pour un système étoile-Jupiter et de seulement quelques heures pour une planète terrestre.

Les suivis de microlentilles, tels qu'ils étaient pratiqués pour les besoins de la recherche de matière sombre, se faisaient souvent à des précisions photométriques de 10 à 20 %, et la fréquence des mesures n'était que de quelques points par objet et par nuit, avec bien entendu des trous dans la couverture (le jour) du fait qu'un seul télescope était dédié aux observations. Par conséquent, ce type d'observations n'était pas envisageable avec un unique instrument : la recherche de planètes extra-solaires nécessitait une observation continue des étoiles, et devait donc se doter d'une stratégie originale.

1.3.2 Télescopes d'alertes et réseaux de suivi des microlentilles

C'est pourquoi en 1995, lors d'une réunion de bilan des différentes équipes impliquées dans les projets de microlentilles, une solution pratique fut proposée, notamment sous l'impulsion de Paczynski. Elle consistait en l'utilisation de réseaux de petits télescopes (de la classe des 1 m), régulièrement espacés en longitude pour assurer un suivi photométrique en continu. Situés dans l'hémisphère Sud pour permettre l'observation de champs choisis dans la région du centre Galactique (constellation du Sagittaire), ils offriraient la possibilité de prendre une à plusieurs images par heure, vingt-quatre heures sur vingt-quatre, au lieu des quelques points par jour avec les dispositifs déjà existants. Selon ce principe, chaque télescope du réseau n'observe qu'un nombre limité d'objets (d'une dizaine à une vingtaine), un seul à la fois et avec des priorités et des fréquences dépendant de l'intérêt de l'objet en question.

Mais ces réseaux ne pouvaient fonctionner de manière isolée, car il leur était impossible de réaliser à la fois un grand relevé de détection d'événement de microlentille et d'assurer leur suivi. La solution retenue a consisté à associer aux réseaux de petits télescopes des télescopes de type grand relevé dédiés aux alertes. Dans ce nouveau projet, les instruments construits pour la recherche de matière noire (MACHO et OGLE) avaient la tâche de recenser les événements en cours, de faire circuler une alerte publique et d'indiquer tous les paramètres utiles aux observations (carte du ciel avec position de l'objet, magnitude...).

La collaboration MOA (**M**icrolensing **O**bservations in **A**strophysics, collaboration entre le Japon et la Nouvelle-Zélande) fait son entrée dans le groupe des télescopes d'alertes en 1998, peu après EROS II. Ce dispositif, toujours utilisé, conduit à un bien meilleur suivi photométrique. Les précisions obtenues sont proches de 1 % au lieu de $10 - 20$ % (il est en effet beaucoup plus facile d'ajuster les paramètres d'observation pour un objet individuel que pour plusieurs objets de caractéristiques différentes dans le même champ), et la fréquence d'échantillonage des courbes de lumière peut facilement atteindre plus d'une dizaine de points de mesure par heure, sans aucun trou dans les données (si les conditions climatiques le permettent).

Deux réseaux de suivis de microlentilles se sont d'abord constitués : GMAN (**G**lobal **M**icrolensing **A**lert **N**etwork) piloté par MACHO, et la collaboration in-

ternationale PLANET[2] (pour **P**robing **L**ensing **A**nomalies **NET**work) en 1995. En 1997, une nouvelle équipe voit le jour, MPS (**M**icrolensing **P**lanet **S**earch, américaine). La collaboration américaine μFUN s'est, quant à elle, constituée autour de A. Gould en 2001, après qu'une scission des membres de PLANET s'y fut produite.

C'est dans ce contexte qu'a débuté en 2002 mon travail au sein de PLANET sur des aspects liés à la modélisation, travail complété par plusieurs séjours d'observation.

Le réseau de télescopes de PLANET comptait à ses début au moins un instrument par continent dans l'hémisphère Sud (Chili, Afrique du Sud et Australie). Sa première saison d'observations (Albrow *et al.* , 1998), d'une durée d'un mois a eu lieu en 1995, et a été marquée par le suivi intensif de plusieurs microlentilles simples et récompensée par la découverte d'une microlentille double, MACHO 95–BLG–12. De leur côté, MACHO et GMAN mettaient en évidence que des effets de parallaxe pouvaient être détectés (Alcock *et al.* , 1995). Cet événement (MACHO 95–BLG–30) a notamment révélé (pour la première fois) qu'une anomalie[3] dans la courbe de lumière était imputable au fait que l'étoile–source (une géante M4 du Bulbe) avait été résolue spatialement par la microlentille. Cette propriété rencontrée pour certains événements est très intéressante car peu de méthodes peuvent conduire à une si grande résolution angulaire.

L'année 1996 fut une année creuse au plan des découvertes pour essentiellement deux raisons. Certaines collaborations, ayant pris conscience des possibilités prometteuses de la méthode, en profitèrent pour améliorer leur système ou construire de nouveaux instruments et outils informatiques. Par ailleurs, les conditions climatiques déplorables dues au phénomène El Niño, particulièrement actif cette année-là ont ruiné les efforts des observateurs.

1.3.3 Intérêt du suivi d'événements de grande amplification

Au cours des premières saisons, toutes les lentilles étaient observées tant que la source résidait dans le rayon d'Einstein de la lentille (zone où un effet de microlentille est détectable). Par la suite, le nombre croissant d'alertes a impliqué d'opérer une sélection parmi les événements. En 1998, et suivant les préconisations de Griest & Safizadeh (1998), l'attention se porte sur les événements de grande amplification (HAE : "High Amplification Events", $A > 20$), pour lesquels la fréquence d'observation est accrue. L'observation des HAEs présente en outre l'avantage de les rendre en quelque sorte prévisibles, car l'anomalie due à la présence d'une planète se produit au pic de la courbe de lumière (au niveau de la caustique centrale, ainsi que nous le verrons au chapitre 3). Comme la date du maximum d'amplification peut souvent être déterminée avec une précision relativement bonne, il est possible de

[2] `http ://planet.iap.fr`

[3] Un événement est dit « anormal » s'il ne peut être modélisé par une lentille simple et une source ponctuelle.

programmer les observations pour échantillonner au mieux les événements.

1.3.4 Fausses alertes et premières détections

Cependant, avant 2003, aucune planète extra-solaire n'est encore découverte avec cette méthode, malgré certains événements prometteurs qui malheureusement sont restés sans suite. MPS proposait ainsi pour l'événement anormal MACHO 97–BLG–41 un modèle de planète jovienne orbitant un système d'étoiles doubles (Bennett *et al.* , 1999). Mais quelques semaines plus tard, PLANET prenait le contre-pied des conclusions de MPS parues dans la revue Nature, en s'appuyant sur des points de mesure en contradiction avec ce modèle planétaire et suggérait en revanche un modèle de lentille binaire en rotation (Albrow *et al.* , 2000a). Plus tard, MPS encore annonce la découverte d'une exoplanète (Rhie *et al.* , 2000) dans MACHO 98–BLG–35, mais la courbe de lumière peut de nouveau être expliquée par d'autres effets (Gaudi *et al.* , 2002).

Malgré ces premières déconvenues, les observations toujours plus précises et nombreuses autorisent un certain optimisme. On se souvient qu'avant de détecter la première planète par la technique des vitesses radiales, près de dix ans de tâtonnements s'étaient écoulés.

Les résultats obtenus ont toutefois conduit à une conclusion importante : les planètes sont moins nombreuses que ce que l'on imaginait avant les premières campagnes fructueuses de recherche d'exoplanètes, et ce particulièrement autour des étoiles M qui constituent la cible privilégiée des observations de microlentilles. En 2000, une méthode statistique a été proposée pour tenter de quantifier ce constat, en fixant des limites à la proportion d'étoiles accompagnées d'une planète (Gaudi *et al.* , 2002). Pour les cinq ans d'observations de PLANET (1995–1999), les auteurs concluent que moins de 30 % des naines M du disque de la Galaxie ont une planète de masse jovienne ($M_{\rm J}$) située entre $1,5$ et 4 UA, et moins de 45 % sont accompagnées d'une planète de 3 $M_{\rm J}$ située entre 1 et 7 UA. Une nouvelle étude portant cette fois sur une période plus large englobant plus de dix ans d'observations (1995–2005) est en cours de préparation (Cassan *et al*, *cf.* chapitre 4) ; elle inclut certaines améliorations des modèles et des méthodes.

Finalement, la première détection d'une planète extra-solaire par effet de microlentille a été réalisée en juillet 2003. Elle a été rapidement suivie par deux autres découvertes en juin et août 2005 (*cf.* chapitre 3). La dernière exoplanète découverte, réalisée par PLANET et alertée par OGLE, est de très faible masse, ce qui confirme l'intérêt des microlentilles pour la recherche de planètes extra-solaires dans le régime des masses terrestres.

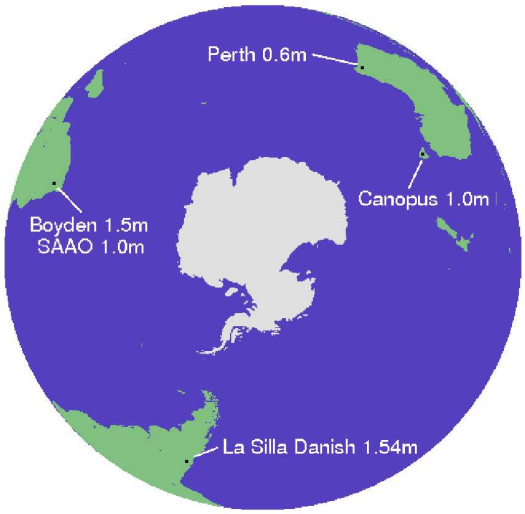

Fig. 1.3: Logo de PLANET, centré sur une vue de l'hémisphère sud. Les sites d'observations, indiqués sur le dessin, sont situés aux quatre coins du monde pour effectuer le suivi en continu d'événements de microlentilles gravitationnelles, en direction du centre de la Voie Lactée.

1.4 Stratégie d'observation de PLANET en 2002–2005

1.4.1 Les collaborateurs

La collaboration PLANET s'est constituée en 1995 ; son logo est reproduit Fig. 1.3. Après le remaniement de la collaboration de 2001, PLANET II se devait de développer de nouveaux outils pour prendre en compte la diversité croissante des modèles rencontrés, et se donner les moyens de mener les nouvelles études qu'elle se préparait à réaliser. Certains objets observés soulèvent en effet des difficultés d'interprétation, avec en particulier des événements très anormaux pour lesquels la taille de la source entre en jeu, et des outils statistiques pour étudier les objets suivis sur plusieurs années devaient être développés. L'ESO lui a attribué en 2002 un *Large Program* sur le télescope de 2.2 m à La Silla (240 heures) ainsi qu'un statut de *Target of Opportunity* (ToO) sur le spectrographe UVES monté au VLT, pour réaliser la tomographie d'étoiles géantes du Bulbe.

En outre, plusieurs télescopes doivent opérer en continu, durant les trois mois d'observations (de juin à septembre). Pour cela, PLANET dispose actuellement d'une équipe internationale de trente chercheurs répartis dans le monde entier (France, Allemagne, Afrique du Sud, Danemark, Chili, Royaume Uni, Etats Unis, Autriche, Australie et Nouvelle-Zélande).

1.4.2 Réseau de télescopes et réduction des données

Comme indiqué plus haut, le suivi des microlentilles exige de disposer d'un réseau de télescopes, tous situés dans l'hémisphère sud pour sonder le Bulbe de la Galaxie, et régulièrement espacés en longitude pour bénéficier d'un suivi photométrique en continu. Le suivi des objets est possible grâce aux collaborations d'alertes, qui, par un suivi de plusieurs millions d'étoiles en simultané, répertorient les événements en cours.

Télescope	Miroir	Lieu		Caméra CCD	
		longitude	latitude	taille (pixels)	résolution
SAAO	1 m	$20^o49'$	$-32^o23'$	512×512	$0.35''$
Boyden	1.5 m	$26^o24'$	$-29^o02'$	1024×1024	$0.41''$
Perth	0.6 m	$116^o08'$	-32°	512×512	$0.6''$
UTas	1 m	$147^o32'$	-43°	512×512	$0.47''$
Danish	1.54 m	$289^o16'$	$-29^o15'$	2048×4096	$0.39''$

Tab. 1.1: Les télescopes du réseau PLANET, en 2004–2005. Classés par longitude croissante, on trouve Elizabeth 1m (**SAAO**, South African Astronomical Observatory), Rockefeller 1.5m (**Boyden** observatory, Bloemfontein, South Africa), **Perth**/Lowell 0.6m (Bickley, Australia), Canopus 1m (**UTas**, University of Tasmania) et **Danish** 1.54m (La Silla, Chile).

PLANET dispose de plusieurs télescopes et pour certains pour toute la durée de la saison d'observation. En 2004 et 2005, ils étaient au nombre de cinq. Leurs caractéristiques essentielles sont rassemblées dans le Tab. 1.1 (et également indiqués sur la carte de la Fig. 1.3). J'ai pour ma part participé activement aux observations lors de plusieurs séjours de durée variée et dans différents observatoires : deux semaines à SAAO en juillet 2002, deux semaines à UTas en juin 2003, deux semaines au télescope danois au Chili en août de la même année, trois semaines au Danish en août 2004 et enfin dix nuits au Danois en juin 2005.

Le réseau de télescopes PLANET est épaulé par un système automatisé de réduction en ligne des données, QUYLLURWASI (Beaulieu & Coutures). La version courante de ce programme (un "pipeline" d'analyse de données) est chaque année améliorée à partir du bilan des saisons passées.

1.4.3 Déroulement des observations et des calculs de modèles

Deux collaborations participent à la mise en ligne sur internet d'alertes, OGLE ["Early Warning System (EWS)" (Udalski *et al.* , 1994), puis "Early Early Warning

System (EEWS)" (Udalski, 2003)] et MOA (MACHO et EROS ayant cessé leurs observations). A titre d'illustration, la Fig. 1.2, p. 21, donne la répartition en direction du centre Galactique de leurs champs d'observation. La détection d'événements de microlentilles en temps réel n'était *a priori* pas chose aisée, car parmi les quelques millions d'étoiles observées il faut savoir identifier les microlentilles et les distinguer de tous les types d'étoiles variables. Cette prouesse est pratiquement devenue une tâche habituelle maintenant, grâce aux perfectionnements des logiciels dédiés à l'analyse des données. Un synopsis du déroulement des observations tel qu'il est pratiqué par PLANET est présenté à la Fig. 1.4, et détaillé ci-dessous.

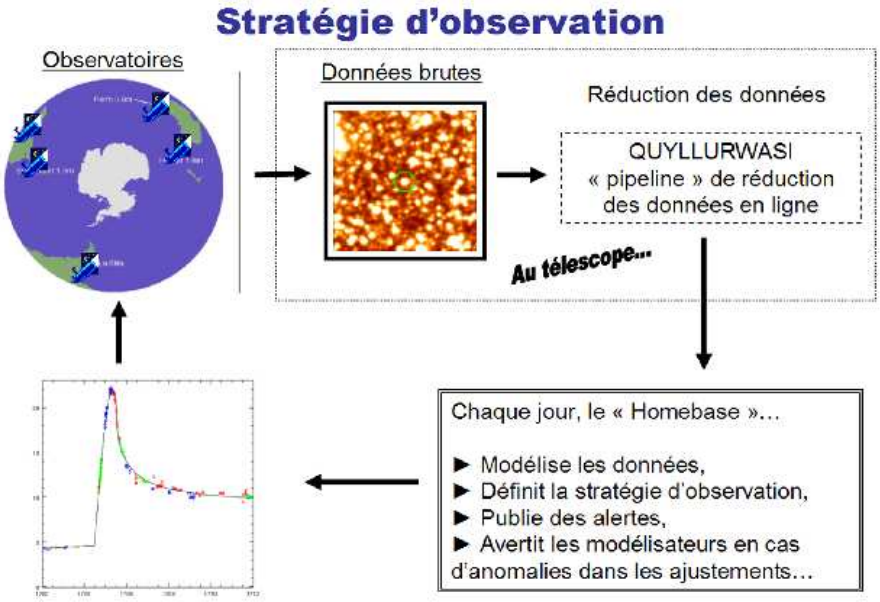

FIG. 1.4: Synopsis du déroulement des observations de PLANET.

Une saison d'observations débute au mois de mai et finit à la mi-septembre. Une fois les alertes mises en ligne par les collaborations d'alertes, PLANET prend le relais : les informations et les points de mesure sont automatiquement collectés par l'ordinateur central de la collaboration, basé depuis 2004 à l'Institut d'Astrophysique de Paris. Un chercheur de la collaboration, le coordinateur ("homebase", soit « camp de base ») est chargé de faire le point sur l'ensemble des alertes, d'informer les observateurs ainsi que les autres membres de la collaboration des événements qu'il juge intéressants. Ce rôle incombe à tour de rôle aux divers membres volontaires de la collaboration. Les changements se font périodiquement tous les dix à quinze jours. Le coordinateur a aussi la responsabilité d'avertir publiquement la communauté des chercheurs en cas d'anomalie détectée.

L'une des grandes inconnues dans l'observation des microlentilles est leur amplification maximale. Au début de l'observation d'un événement, de très nombreux modèles peuvent facilement reproduire le début de la déviation. Chaque point de donnée supplémentaire viendra affiner un peu plus les prédictions, et classer l'événement comme intéressant ou non. Dans certains cas, il est possible de prévoir le comportement de la suite d'un événement, par exemple pour une sortie de caustique après que l'entrée a été observée. Mais dans la plupart des cas, les prédictions sont délicates. Un schéma bayésien est en particulier implémenté et disponible sur le site internet de PLANET. Son avantage réside dans le fait que les *a priori* de la méthode sont directement issus du grand nombre d'observations réalisées par les collaborations d'alertes, comme OGLE.

Le coordinateur dispose de plusieurs outils pour faire son choix parmi les quelques cinquante objets potentiellement candidats au suivi (plus de six cents alertes auront été données pour la seule saison 2005, et aucune méthode d'estimation des paramètres des événements n'est infaillible). Des logiciels en ligne tentent d'évaluer automatiquement les paramètres essentiels des lentilles, comme la date et la valeur du maximum d'amplification. Il se fait alors sa propre idée en fonction de son expérience, ou parfois suit les suggestions avancées par l'une des personnes présente au télescope[4].

A plusieurs milliers de kilomètres de là, les observateurs suivent (en principe) les indications préconisées par le coordinateur. La stratégie est détaillée dans des courriers électroniques quotidiens, adressés à tous les collaborateurs. Les observateurs ont alors pour tâche d'entrer les nouveaux objets dans leur base de données, d'en prendre des images et d'en choisir une comme référence, en vue de calculer la courbe de lumière de l'événement. Ils sont aussi responsables de la réduction en temps réel des images, gérée par la chaîne de réduction des données ("pipeline") QUYLLURWASI, installée et adaptée à chaque télescope du réseau.

Les points de mesure récoltés et réduits sont acheminés vers la machine centrale. Lorsqu'il dispose de ces mesures, le coordinateur utilise l'outil en ligne « PLANET Plotter », qui permet d'ajuster un modèle de microlentille simple aux données. Les courbes de lumière des événements en cours sont alors accessibles *via* le site web de la collaboration (dont l'accès est sécurisé, à la différence du site public accessible à tous). Le Tab. 1.2 donne un exemple de fréquences d'observations recommandées, en fonction de l'amplification courante de l'événement.

Les courbes de lumière d'événements comportant des anomalies (c'est-à-dire quand les modèles de microlentilles isolées se révèlent insuffisants) sont étudiées par les modélisateurs de la collaboration. S'ils trouvent un modèle convenable, ils peuvent en envoyer la courbe d'amplification à un serveur du PLANET Plotter, et il sera utilisé en lieu et place du modèle de base. Les observateurs sont ainsi informés en temps réel de l'évolution des objets, et peuvent déterminer en conséquence leur

[4]On dirait « sur la montagne » dans le jargon des astronomes...

Amplification	...	1.03	1.1	1.3	2	3	5	8	12	20	50	...
Echantillonnage	...	48 h	24 h	12 h	6 h	4 h	2 h	30'	20'	15'	10'	...

TAB. 1.2: Exemple de fréquences d'observations recommandées par PLANET, en fonction de l'amplification maximale estimée de l'événement, selon le modèle de microlentille simple. Ces valeurs sont adaptées à chaque télescope. La fréquence d'observation, en cas d'anomalies, est ajustée au cas par cas.

priorités observationnelles.

La saison 2004, par exemple, a été caractérisée par la détection de près de 700 alertes par OGLE, dont 72 ont été suivies par PLANET ; 21 événements étaient caractérisés par une amplification $A > 10$ et 11 par $A > 20$. Seulement 10 % du temps a été utilisé pour le suivi d'événements $A < 2$.

Chapitre 2
Modélisation des microlentilles gravitationnelles

Sommaire

2.1 Optique micro-gravitationnelle 32
2.1.1 Angle de déviation des rayons lumineux 32
2.1.2 Plan–lentille et plan–source 35
2.1.3 Equation des lentilles 36
2.1.4 Profondeur optique en direction du bulbe Galactique . . . 38
2.1.5 Microlentilles multiples 39
2.1.6 Sources multiples 41
2.2 Phénomène d'amplification 42
2.2.1 Amplification apparente du flux de la source 42
2.2.2 Courbes critiques et caustiques micro-gravitationnelles . . 43
2.3 Modélisation du mouvement de la source 44
2.3.1 Description du problème 44
2.3.2 Temps d'Einstein 45
2.3.3 Effet de parallaxe 46
2.4 Microlentille simple ou de Schwarzschild 47
2.4.1 Images et anneau d'Einstein 47
2.4.2 Amplification 48
2.5 Microlentilles binaires 50
2.5.1 Equation des lentilles binaires et amplification 50
2.5.2 Nombre d'images de la source 51
2.5.3 Topologie et propriétés des caustiques 52
2.5.4 Galerie de courbes d'amplification 58
2.6 Effet de source étendue et assombrissement centre-bord 64
2.7 Masse et distance de la microlentille 67
2.8 Caractérisation complète de OGLE 2002–BLG–069 (Article A&A) 73

2.9 Mesure de masse à très grande amplification (Article ApJ) 82
2.10 Microlentilles et astrométrie 92
2.10.1 Déplacement du centroïde de l'image 92
2.10.2 Microlentille simple 93
2.10.3 Simulation sur une microlentille binaire 93
2.10.4 Déplacement du centroïde et mesure de masses (Article ApJ) 95

2.1 Optique micro-gravitationnelle

Dans les expériences de recherche des microlentilles gravitationnelles, l'étoile–source est située dans le bulbe de la Voie Lactée ou dans un des Nuages de Magellan. Dans les observations dédiées à la recherche de matière noire, la microlentille est située dans le Halo de la Galaxie[1] ; lorsque la ligne de visée est dirigée vers le centre Galactique, la microlentille fait partie du Disque ou d'une zone périphérique du Bulbe.

Du point de vue de l'observateur, le suivi photométrique d'une microlentille quelconque au cours de plusieurs nuits d'observation montre une augmentation du flux de l'étoile-source, qui atteint un maximum avant de retrouver sa magnitude de base en quelques jours ou quelques semaines. Une particularité des microlentilles gravitationnelles est de produire, comme toute lentille, plusieurs images de la source qui se substituent à l'image normale de l'étoile ; seulement, l'écart angulaire entre deux images (moins de 0.5 mas) est trop faible pour qu'elles puissent être distinguées par un télescope classique (contrairement aux arcs gravitationnels, images d'une galaxie lumineuse d'arrière-plan déformées par une galaxie plus proche). Elles restent fusionnées en une tache lumineuse sur le CCD. La modélisation s'en trouve en conséquence compliquée, car aucune donnée sur la géométrie des images n'est observable, seule la variation du flux pouvant être étudiée. Avec une résolution suffisante, il devrait toutefois être possible, dans les années qui viennent, de mesurer un déplacement caractéristique de cette tache lumineuse (*cf.* § 2.10).

2.1.1 Angle de déviation des rayons lumineux

La propagation des rayons lumineux au voisinage d'un corps massif est décrite, dans le Modèle Standard, par la Théorie de la Relativité Générale d'Einstein. Dans la limite des champs faibles, qui constitue une bonne approximation dans le cas des microlentilles gravitationnelles du fait de leur faible masse, les équations peuvent

[1] Les événements pour lesquels la microlentille et la source sont toutes deux situées dans un des Nuages sont appelés "self lensing".

être linéarisées, ce qui conduit à une métrique spatio-temporelle décrite par

$$\mathrm{d}s^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right) c^2\,\mathrm{d}t^2 - \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) \mathrm{d}l^2. \tag{2.1}$$

ϕ désigne ici le potentiel de gravitation newtonien, c la vitesse de la lumière, et $\mathrm{d}l^2 = \mathrm{d}x^2 + \mathrm{d}y^2 + \mathrm{d}z^2$ l'élément de longueur en coordonnées cartésiennes. Cette métrique simplifiée conduit à une analogie forte avec l'Optique. En effet pour un photon on a $\mathrm{d}s^2 = 0$, et l'équation précédente conduit, sous l'hypothèse $\phi/c^2 \ll 1$, à :

$$\mathrm{d}t \simeq \frac{1}{c}\left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) \mathrm{d}l, \tag{2.2}$$

soit, par intégration le long du chemin d'un rayon lumineux,

$$c\,t = \int \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) \mathrm{d}l. \tag{2.3}$$

Cette dernière équation est identique à celle utilisée en optique classique pour calculer le chemin optique emprunté par la lumière dans un milieu d'indice variable n : $ct = \int n\,\mathrm{d}l$. Les rayons lumineux subissent ainsi dans le voisinage de l'objet massif une déviation, semblable à un milieu réfractant d'indice optique

$$n = 1 - \frac{2\phi}{c^2}. \tag{2.4}$$

Pour cette raison, on parle souvent d'« Optique gravitationnelle ». Le chemin effectivement poursuivi par la lumière est alors donné en appliquant le principe de Fermat à l'équation Eq. (2.3), qui stipule que l'intégrale de chemin doit être minimale, soit $c\,\delta t = 0$.

Considérons pour commencer le cas d'une lentille de masse ponctuelle M (encore appelée lentille *de Schwarzschild*), illustré par la Fig. 2.1. Le long de la ligne de visée, la distance d'interaction entre le rayon lumineux et la masse est très petite face aux distances source–lentille et lentille–observateur (*cf.* § 2.1.2), et l'interaction du rayon avec le potentiel de gravitation n'a lieu qu'au point le plus proche de la lentille, à la distance $r_{\min}$. Le champ ϕ a pour valeur :

$$\phi = \phi(r_{\min}) = -\frac{GM}{r_{\min}}. \tag{2.5}$$

Dans l'hypothèse d'angles petits, toujours valable pour ce qui est des phénomènes de microlentille gravitationnelle comme on le verra par la suite, l'angle de déviation α du rayon s'exprime comme (ex. Schneider *et al.* , 1992) :

$$\alpha = \frac{4GM}{c^2\,r_{\min}} = \frac{2R_s}{r_{\min}}, \tag{2.6}$$

où apparaît le rayon de Schwarzschild $R_s = 2GM/c^2$. L'hypothèse des angles faibles, $\alpha \ll 1$, est ainsi naturellement liée à celle des champs faibles, $R_s \ll r_{\min}$.

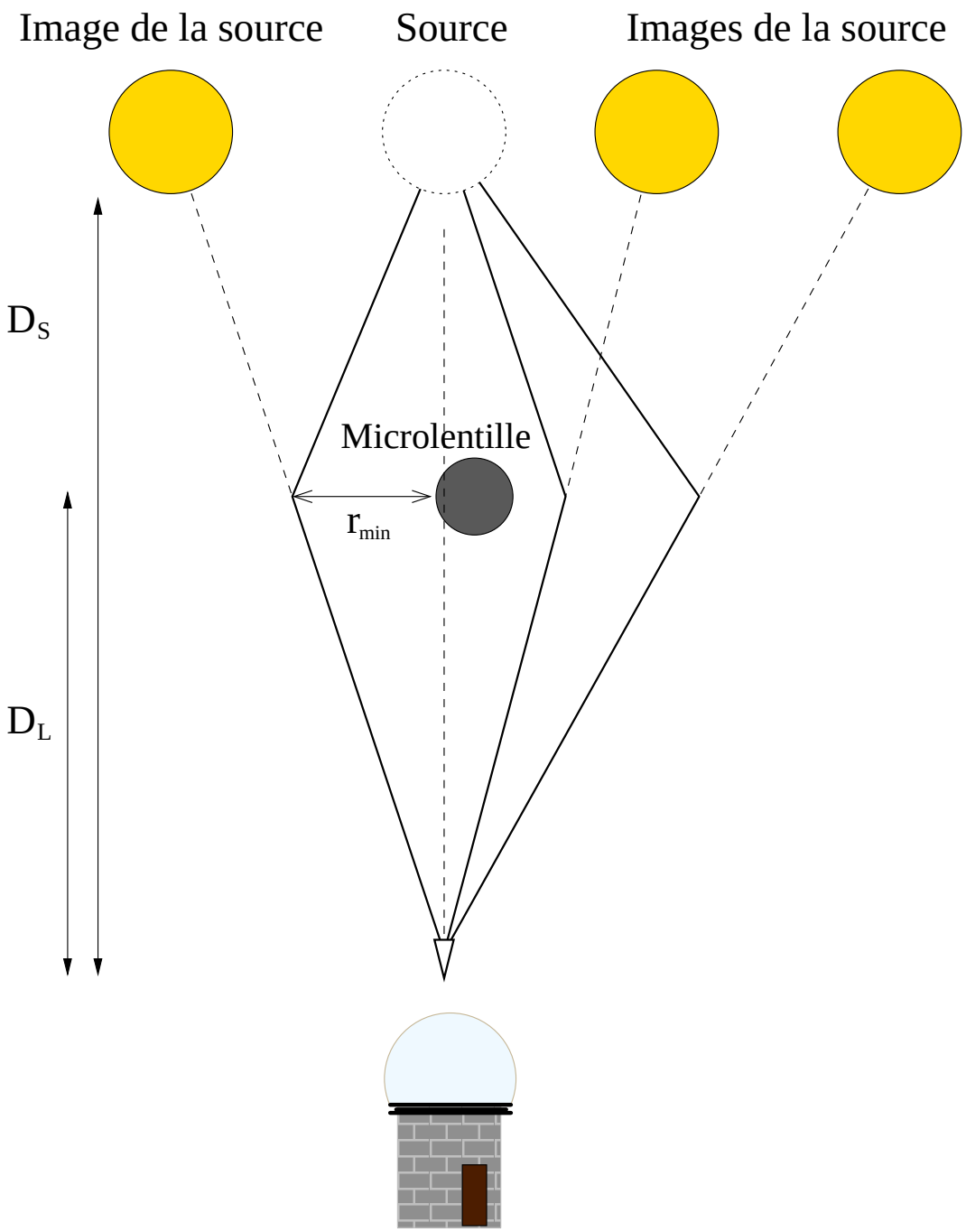

Fig. 2.1: Effet de microlentille gravitationnelle. La source (disque blanc à bordures pointillées) n'est pas vue directement car les rayons qui nous parviennent sont déviés par un corps massif situé sur la ligne de visée : la microlentille gravitationnelle (disque anthracite). A sa place, plusieurs images apparaissent (disques dorés). En pratique, leurs très faibles séparations angulaires empêchent de les distinguer individuellement sur une image prise par un télescope classique (bas du schéma).

Une manière imagée de voir le problème consistera à dire que chaque rayon passant à une distance $r_{\min}$ de la lentille « tourne » autour d'elle, de telle manière que lentille et rayon soient coplanaires. Pour une lentille multiple, chaque composante massive contribuera de cette manière à l'effet, mais comme elles ne sont pas situées dans le même plan, cela ajoute un effet d'*orientation* du rayon émergent (*cf.* § 2.1.5).

2.1.2 Plan–lentille et plan–source

La Fig. 2.2 schématise le problème géométrique soulevé par l'action d'une microlentille sur la déviation du chemin emprunté par la lumière provenant de l'étoile–source.

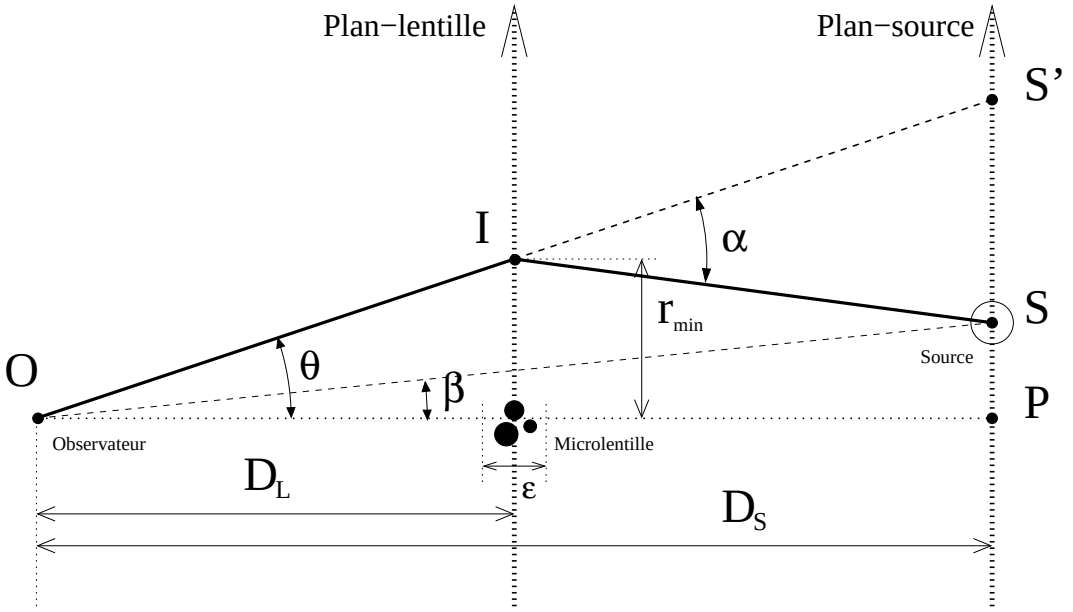

Fig. 2.2: Description géométrique du problème de la déviation d'un rayon lumineux par une microlentille quelconque. Ce dernier, provenant d'une source S, forme une image en I au niveau du plan–lentille, puis parvient jusqu'à l'observateur en O. La très courte zone d'interaction ε permet de considérer que le trajet de la lumière est formé de deux lignes droites, faisant entre elles un angle α.

Le plan (imaginaire) perpendiculaire à la ligne de visée au niveau de la source s'appelle le *plan–source* ("source plane"). Les étoiles dont la lumière sera affectée d'un effet de microlentille seront toutes situées dans ce plan, distant de $D_{\rm S}$ de l'observateur O.

Toute distribution volumique de masse ρ se trouvant sur le trajet de la lumière S–O peut produire un effet de microlentille. Cependant, son étendue ε ($<$ quelques UA) selon la ligne de visée sera toujours très inférieure aux distances à l'observateur et à la source ($D_{\rm S} \sim 8\,$kpc, $D_{\rm L} \sim 6\,$kpc, soit $\varepsilon \ll D_{\rm L}$ et $D_{\rm S}$). Ce qui correspond à l'équivalent de l'approximation des lentilles minces en optique classique. La métrique

pourra être considérée comme euclidienne partout ailleurs que dans cette petite région d'interaction où les rayons seront courbés. Le trajet lumineux est donc composé de deux portions de droite. D'une distribution volumique de masse on aboutit à une description en densité surfacique de matière Σ, située sur un plan (imaginaire) parallèle au plan–source, appelé *plan–lentille* ("lens plane"). On a

$$\Sigma(\boldsymbol{r}) = \int_0^{\varepsilon} \rho\,(\boldsymbol{r}, z)\,\mathrm{d}z \tag{2.7}$$

s'il s'agit de décrire une distribution continue de masse[2], ou plus simplement

$$m(\boldsymbol{r}) = \sum_{k=1}^{N} M_k(\boldsymbol{r_k}) \tag{2.8}$$

si la masse est concentrée et répartie dans les composantes d'une étoile multiple, ce qui est le cas envisagé dans le présent travail.

2.1.3 Equation des lentilles

Le point S sur la Fig. 2.2 est la position vraie de la source, que l'observateur situé en O croit voir en S'. On appelle *image* de la source sa position apparente dans le *plan–lentille* ; elle est positionnée en I sur le schéma.

La lentille peut *a priori* être composée de plusieurs corps distincts, réductibles à un ensemble de masses ponctuelles discrètes, décrit par l'Eq. (2.8). La figure représente le trajet d'un rayon lumineux (il est toujours possible de choisir un plan qui le contienne complètement), mais en réalité il en provient plusieurs de S qui arrivent en O. A chacun de ces rayons correspond une image I de la source ponctuelle ; ces dernières sont toujours au nombre de deux pour une microlentille isolée, mais de trois ou cinq pour une microlentille binaire. Le nombre d'images dépend en effet de la configuration géométrique du système de masses qui compose la lentille, ainsi que de la position relative de la source.

A partir des relations entre les angles définis dans la Fig. 2.2, on peut établir une équation générale, dite *équation des lentilles* ("lens equation"), qui spécifie le chemin pris par un rayon voyageant de S à O, dans l'approximation des angles faibles ($\alpha \ll \pi$) :

$$\theta\, D_{\mathrm{S}} - \beta\, D_{\mathrm{S}} = \alpha\,(D_{\mathrm{S}} - D_{\mathrm{L}}), \tag{2.9}$$

soit

$$\beta = \theta - \left[1 - \frac{D_{\mathrm{L}}}{D_{\mathrm{S}}}\right]\alpha. \tag{2.10}$$

Dans le cas d'un corps sphérique isolé, l'angle de déviation du rayon lumineux vaut $\alpha = (4GM)/(c^2\, r_{\min})$ (*cf.* Eq. (2.6)) ; comme de plus $r_{\min} = D_{\mathrm{L}}\,\theta$ d'après la

[2] On lui trouve des applications pratiques importantes, comme par exemple dans la modélisation d'un disque proto-planétaire de gaz et de poussière.

figure, on obtient l'équation des lentilles sous la forme

$$\beta = \theta - \frac{\Theta_{\mathrm{E}}^2}{\theta}. \tag{2.11}$$

La grandeur angulaire introduite dans cette dernière équation,

$$\Theta_{\mathrm{E}} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D_{\mathrm{S}}}\left[\frac{D_{\mathrm{S}}}{D_{\mathrm{L}}} - 1\right]}, \tag{2.12}$$

est appelée *rayon angulaire d'Einstein*. Sans trop anticiper sur ce qui suivra, on peut déjà remarquer que le terme $\Theta_{\mathrm{E}}^2/\theta$ de l'Eq. (2.11) n'aura une influence que si $\theta \sim \Theta_{\mathrm{E}}$, c'est-à-dire pour une source située à une distance angulaire de l'ordre du rayon d'Einstein (si $\theta \gg \Theta_{\mathrm{E}}$, l'équation s'écrit $\beta \simeq \theta$ et l'effet de microlentille « disparaît »).

On utilise aussi deux autres grandeurs dérivées de Θ_{E}, définies par $R_{\mathrm{E}} = D_{\mathrm{L}}\,\Theta_{\mathrm{E}}$ et $R'_{\mathrm{E}} = D_{\mathrm{S}}\,\Theta_{\mathrm{E}}$, respectivement appelées « rayon d'Einstein » ("Einstein ring radius") dans le plan–lentille et dans le plan–source. Il s'agit de la conversion en mètres du rayon angulaire d'Einstein dans ces deux plans fondamentaux. En définissant le rapport de distances

$$x = \frac{D_{\mathrm{L}}}{D_{\mathrm{S}}}, \tag{2.13}$$

on obtient leur expression

$$R_{\mathrm{E}} = \sqrt{\frac{4GMD_{\mathrm{S}}}{c^2}\,x\,(1-x)} \quad \text{et} \quad R'_{\mathrm{E}} = \sqrt{\frac{4GMD_{\mathrm{S}}}{c^2}\frac{1-x}{x}}. \tag{2.14}$$

En pratique, on parlera indifféremment de rayon d'Einstein pour désigner Θ_{E}, R_{E} ou R'_{E} (sauf en cas d'ambiguïté), en gardant en mémoire que Θ_{E} est une dimension angulaire.

Dans les observations traditionnelles de microlentilles, Θ_{E} est toujours très faible. Le calcul explicite utilisant l'Eq. (2.12) donne la formule avec les ordres de grandeur :

$$\Theta_{\mathrm{E}} \simeq 2.85 \times \sqrt{\frac{1\,\mathrm{kpc}}{D_{\mathrm{L}}} - \frac{1\,\mathrm{kpc}}{D_{\mathrm{S}}}} \times \sqrt{\frac{M}{M_{\odot}}} \quad \mathrm{mas}. \tag{2.15}$$

On se réfère souvent à un « scénario standard » pour donner des valeurs numériques ou estimer des grandeurs, basé sur l'expérience des observations accumulées au cours des ans. Soit ainsi une étoile–source située dans le bulbe de la Galaxie ($D_{\mathrm{S}} \simeq 8$ kpc), dont la lumière est déviée par une microlentille dans le Disque ou à la périphérie du Bulbe ($D_{\mathrm{L}} \simeq 6$ kpc). Le prototype choisi pour la microlentille est une étoile la plus représentative des objets susceptibles d'agir en lentille, souvent une étoile M naine de masse $M \simeq 0.3\ M_{\odot}$. Le calcul de Θ_{E} dans ce scénario donne $\Theta_{\mathrm{E}} \simeq 0.3\,\mathrm{mas}$, soit une fraction de milli-seconde d'arc ! Il apparaît clairement que la précision requise d'alignement angulaire entre deux étoiles est très rare (ce qui

explique la longue histoire de détection de microlentilles rapportée au premier chapitre). Le paragraphe qui suit présente un calcul simplifié qui donnera une meilleure idée de la probabilité qu'un tel alignement fortuit produise un phénomène détectable depuis la Terre.

2.1.4 Profondeur optique en direction du bulbe Galactique

On peut estimer la probabilité qu'une source d'arrière-plan soit à l'origine d'un phénomène de microlentille, en faisant l'hypothèse qu'un tel événement a lieu si la source se trouve à l'intérieur du rayon d'Einstein d'une étoile située sur la ligne de visée, et ce à un instant donné. On définit alors la « profondeur optique » ("lensing optical depth", Vietri & Ostriker, 1983) à la distance D_{S}, comme la probabilité d'observer à cet instant un événement de microlentille (ou encore comme le rapport entre le nombre d'étoiles d'avant-plan qui produisent un phénomène de microlentille sur le nombre d'étoiles du champ observé).

Soit un système de coordonnées sphériques centrées sur l'observateur. On considère un cliché du ciel faisant intervenir toutes les étoiles contenues dans un (petit) angle solide ω centré sur l'observateur. Dans le cas simplifié envisagé ici, on suppose que la densité volumique d'étoiles entre la source et l'observateur est constante, égale à n_{V}. Le volume élémentaire compris entre les deux coquilles de rayon D_{L} et $D_{\mathrm{L}}+\mathrm{d}D_{\mathrm{L}}$ et délimité par le cône d'angle solide ω, s'exprime comme $\mathrm{d}V = \omega\, D_{\mathrm{L}}^2\, \mathrm{d}D_{\mathrm{L}}$, et le nombre d'étoiles qu'il contient vaut $n_{\mathrm{V}}\, \mathrm{d}V$. Or chaque étoile a un rayon d'Einstein R_{E} dans le plan–lentille (qui dépend de D_{L} et de sa masse, à D_{S} fixée), qui couvre une surface πR_{E}^2 sur le ciel, ou, de manière équivalente un angle solide $(\pi R_{\mathrm{E}}^2)/D_{\mathrm{L}}^2$. L'angle solide total couvert par les lentilles contenues dans $\mathrm{d}V$ vaut donc $\delta\omega_{\mathrm{E},tot} = n_{\mathrm{V}}\, \mathrm{d}V \times (\pi R_{\mathrm{E}}^2)/D_{\mathrm{L}}^2$.

En suivant la définition de la profondeur optique (notée τ) donnée plus haut, la contribution élémentaire $\mathrm{d}\tau$ (associée au volume $\mathrm{d}V$) à la probabilité totale est égale au rapport $\mathrm{d}\tau = \delta\omega_{\mathrm{E},tot}/\omega$, soit

$$\mathrm{d}\tau = \frac{\frac{\pi R_{\mathrm{E}}^2}{D_{\mathrm{L}}^2}\, n_{\mathrm{V}}\, \mathrm{d}V}{\omega}. \tag{2.16}$$

Soit $\rho = n_{\mathrm{V}}\, M$ la densité massique de microlentilles. M, qui intervient dans les expressions de ρ et de R_{E}, est choisie constante, égale à la moyenne des masses des déflecteurs. Les Eq. (2.13) et Eq. (2.14) conduisent à réécrire

$$\mathrm{d}\tau = \frac{4\pi G D_{\mathrm{S}}^2\, \rho}{c^2}\, x\,(1-x)\, \mathrm{d}x. \tag{2.17}$$

L'expression finale de τ s'obtient enfin en tenant compte de toutes les étoiles situées dans le cône ω, c'est-à-dire en intégrant $\mathrm{d}\tau$ de O à S :

$$\tau(D_{\mathrm{S}}) = \frac{4\pi G D_{\mathrm{S}}^2\, \rho}{c^2} \int_0^1 x\,(1-x)\, \mathrm{d}x = \frac{2\pi G D_{\mathrm{S}}^2\, \rho}{3\, c^2}. \tag{2.18}$$

Il reste à appliquer cette formule au cas des observations vers le centre Galactique. En adoptant la densité massique acceptable $\rho \simeq 0,12\, M_\odot/\,\mathrm{pc}^3$, on trouve l'équation aux ordres de grandeur :

$$\tau(D_\mathrm{S}) \simeq 7.7 \times 10^{-7} \left(\frac{D_\mathrm{S}}{8\,\mathrm{kpc}}\right)^2. \tag{2.19}$$

Pour le scénario standard décrit au § 2.1.3 ($D_\mathrm{S} = 8\,\mathrm{kpc}$), $\tau \simeq 10^{-6}$. On interprète ce résultat de la façon suivante : à chaque instant, en direction du bulbe de la Voie Lactée, moins d'une étoile sur un million produit un phénomène de microlentille... Il n'en fallait pas davantage pour laisser dubitatif plus d'un astronome à l'aube des premières expériences dédiées à leur observation !

Microlentille multiple ou multiplicité de microlentilles ?

Les observations de microlentilles montrent qu'un certain nombre d'événements ne peuvent pas être expliqués par la présence d'un corps unique sur la ligne de visée. Pour des corps multiples, une question se pose naturellement : sont-ils liés par la force de gravitation ? Le paragraphe précédent permet de conclure de manière presque certaine. Pour qu'au moins deux corps indépendants jouent un rôle, il faut que la taille de leur rayon d'Einstein et celle de leur distance de séparation soient du même ordre de grandeur. Etant donnée la très faible probabilité (10^{-6}) qu'un phénomène se produise, ces conditions supplémentaires très restrictives rendent extrêmement improbable que deux corps totalement indépendants soient associés dans un même événement de microlentille. En pratique, les événements à plusieurs lentilles font intervenir des systèmes gravitationnellement liés, tels des étoiles multiples ou des systèmes planétaires.

2.1.5 Microlentilles multiples

L'équation des lentilles (2.10) s'applique au cas d'une lentille multiple, à condition de prendre en compte la distribution spatiale de ses composantes, projetée dans le plan–lentille. Le problème est alors posé dans le plan–lentille, au lieu du plan contenant un rayon lumineux, comme sur la Fig. 2.2.

L'Eq. (2.11), écrite dans le cas d'une lentille isolée, fait apparaître que Θ_E joue aussi un rôle important dans les modèles mathématiques, car il normalise les dimensions angulaires. Si en effet on définit les deux variables x et y, correspondant respectivement à la *position d'une image* et à la *position de la source* normalisées par Θ_E

$$x = \frac{\theta}{\Theta_\mathrm{E}} \quad \text{et} \quad y = \frac{\beta}{\Theta_\mathrm{E}}, \tag{2.20}$$

alors l'équation des lentilles se met aussi sous la forme adimensionnelle :

$$y = x - \frac{1}{x}. \tag{2.21}$$

Cette opération revient en quelque sorte à convertir les dimensions angulaires θ et β en positions sur le plan–lentille. Dans ce cas particulier, vus à partir du point O (au lieu de la vue latérale de la Fig. 2.2), la source, ses images et l'observateur sont alignés sur un segment de droite contenu dans le plan–lentille.

Formalisme complexe

Une manière commode d'étudier le phénomène est alors de le décrire dans le plan–lentille. Les positions de la source et des images sont repérées par des nombres complexes (notés en police grasse) dans le plan–lentille, selon un formalisme introduit par Witt (1990). Par exemple, dans le cas de la lentille isolée évoquée plus haut, l'équation des lentilles s'écrit

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \frac{\boldsymbol{x}}{|\boldsymbol{x}|^2}, \tag{2.22}$$

$\boldsymbol{x}$ et $\boldsymbol{y}$ ayant alors même argument (O, I et S sont alignés). Cette façon de décrire le problème prend toute sa signification dans le cas d'une microlentille multiple. Soit N le nombre de ses composantes, avec $M_k = m_k\, M$ leurs masses, $M = \sum_{k=1}^{N} M_k$ la masse totale et m_k les fractions de masse correspondantes.

Un calcul théorique (ex. Schneider *et al.* , 1992) permet d'établir l'équation des lentilles multiples. Il consiste à écrire le temps de parcours τ_g des rayons lumineux de la source jusqu'à l'observateur, puis à utiliser le principe de Fermat pour déterminer le trajet le plus court qu'emprunte la lumière. On peut écrire

$$\tau_g = \frac{1}{2}\,(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{y})^2 - \sum_{k=1}^{N} m_k \,\ln|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|. \tag{2.23}$$

D'après le principe de Fermat, τ_g est stationnaire par rapport à la position de l'image $\boldsymbol{x}$ (trajet de temps minimum), et donc $\partial_{\boldsymbol{x}}\, \tau_g = 0$, ce qui conduit à

$$\partial_{\boldsymbol{x}}\, \tau_g = 0 = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{y} - \sum_{k=1}^{N} m_k \,\frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|^2}. \tag{2.24}$$

Une approche plus qualitative pour établir l'équation des lentilles multiples est donnée ci-dessous. On considère ici que chaque corps massif contribue à dévier le rayon lumineux vers lui, avec un angle de déviation $\alpha_k = 4GM_k/(c^2\, r_k)$, où r_k est la distance du point-image I à la masse M_k. Il faut bien se garder cependant de conclure que l'angle résultant serait simplement la somme de ces angles individuels, car le rayon lumineux est courbé de telle sorte que chaque masse à l'origine de la déviation élémentaire appartienne aussi au plan qui contient ce rayon. Le formalisme complexe permet de prendre en compte non seulement l'intensité de la déviation mais précise aussi l'orientation du plan contenant chaque rayon lumineux.

La Fig. 2.3 donne la répartition de N masses M_k dans le plan–lentille. On appelle $\boldsymbol{l_k}$ la position de la masse k dans le plan–lentille. Le rayon (flèche jaune) part

de la source S, arrive en un point–image I sur le plan–lentille, d'où il est dévié par chaque masse M_k, selon la direction $\mathbf{IM}_k$ avec l'intensité α_k. Cette déviation est représentée par les vecteurs en rouge sur la figure. La valeur de l'angle final ainsi que sa direction sera la somme des déviations individuelles dues aux différents corps, selon un principe de superposition linéaire. La déviation résultante est représentée par le vecteur bleu, somme vectorielle des divers vecteurs rouges. Pour écrire l'équation des lentilles correspondante, on transforme la grandeur α_k en une grandeur complexe $\boldsymbol{\alpha_k}$, en ajoutant l'effet géométrique dans son argument : $\arg \boldsymbol{\alpha_k}$ doit être tel que la direction de la déviation élémentaire soit dirigée selon $\mathbf{M}_k\mathbf{I}$, par analogie avec l'Eq. (2.22). Autrement dit, $\arg \boldsymbol{\alpha_k} = \arg(\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k})$. Quant à la valeur de son module, il est inversement proportionnel à $r_k = \mathrm{M}_k\mathrm{I} = |\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|$. Finalement, $\boldsymbol{\alpha_k} = 4GM_k/c^2 \times (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k})/\left|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}\right|^2$ et on a :

$$\begin{aligned}\left[1 - \frac{D_\mathrm{L}}{D_\mathrm{S}}\right] \boldsymbol{\alpha} &= \left[1 - \frac{D_\mathrm{L}}{D_\mathrm{S}}\right] \sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{\alpha_k} = \Theta_\mathrm{E}^2 \sum_{k=1}^{N} \frac{m_k}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|} \times \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|} \\ &= \Theta_\mathrm{E}^2 \sum_{k=1}^{N} m_k \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|^2} = \Theta_\mathrm{E}^2 \sum_{k=1}^{N} \frac{m_k}{\boldsymbol{x}^* - \boldsymbol{l_k}^*},\end{aligned} \tag{2.25}$$

où Θ_E fait référence au rayon d'Einstein du système *complet* de masse M et $\boldsymbol{z}^*$ désigne le conjugué complexe de $\boldsymbol{z}$.

On en déduit que l'équation des lentilles s'écrit finalement comme Eq. (2.24), soit :

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \sum_{k=1}^{N} m_k \frac{\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}}{|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{l_k}|^2}. \tag{2.26}$$

Etant donnée la position $\boldsymbol{x}$ d'une image, l'application directe de cette équation fournit la position $\boldsymbol{y}$ de la source. En revanche, elle n'est pas bijective, et à un point–source correspondent plusieurs images. Cette équation peut être résolue dans le corps des nombres complexes (ce n'est cependant pas une fonction analytique), ou être décomposée en un système de deux équations réelles non-linéaire couplées. Sa résolution est discutée dans l'Annexe A.1.

2.1.6 Sources multiples

La modélisation d'événements avec source multiple ne pose pas de problème particulier, car l'amplification résultante est la superposition linéraires des courbes individuelles dues à chaque source (ex Paczynski, 1991). En particulier, le temps d'Einstein t_E (*cf.* § 2.3.2) est commun aux deux courbes superposées, bien qu'il faille encore ajouter des paramètres géométriques pour définir complètement la loi d'amplification.

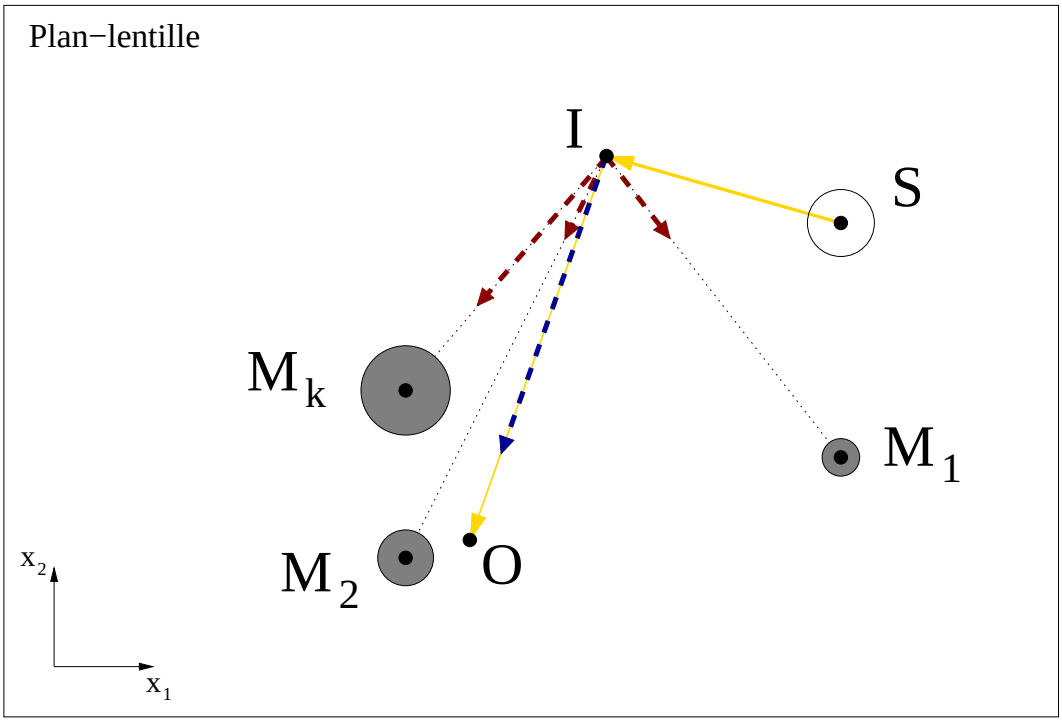

FIG. 2.3: Déviation des rayons lumineux, en projection dans un plan orthogonal à la ligne de visée (ici le plan–lentille). Les flèches en jaune retracent le chemin d'un rayon ; ce dernier part de la source en S et arrive en un point-image I sur le plan–lentille. L'intensité des déviations dues à chaque masse M_k est illustré par les vecteurs en rouge. Leur somme vectorielle, le vecteur en bleu, indique la direction et l'intensité de la déviation résultante, qui conduit le rayon lumineux à atteindre l'observateur en O.

2.2 Phénomène d'amplification

2.2.1 Amplification apparente du flux de la source

Comme le suggérait la Fig. 2.1, un potentiel gravitationnel a pour effet de concentrer les rayons provenant de l'étoile vers l'observateur. Certains rayons qui étaient destinés à errer dans le vide intersidéral sont ainsi réorientés vers l'observateur, ce qui explique qualitativement le phénomène d'« amplification » ("magnification" en anglais, plus utilisé que "amplification") du flux de l'étoile. Lorsque la source ne subit pas d'effet de microlentille, elle est vue sous un certain angle solide Ω. Mais dès que l'écart angulaire entre source et lentille s'approche de $\Theta_{\rm E}$, plusieurs images $k \in [1, N_{\rm im}]$ de la source se forment, chacune d'elles étant alors vue sous l'angle solide Ω'_k. Lors du processus de déviation, au cours duquel la lumière suit simplement le trajet le plus court dans un espace courbe dépourvu de matière, toutes les longueurs d'onde subissent le même effet et le phénomène est achromatique ; l'intensité spécifique du flux provenant de l'étoile–source est conservé, ce qui signifie qu'il n'y a pas « concentration » des rayons dans les images de la source. L'amplification A

de la source est ainsi définie comme le rapport entre l'angle solide total des images $\sum_{k=1}^{N_{\rm im}} \Omega'_k$ et l'angle solide de l'étoile non amplifiée :

$$A = \frac{\sum_{k=1}^{N_{\rm im}} \Omega'_k}{\Omega} = \sum_{k=1}^{N_{\rm im}} A_k, \tag{2.27}$$

où $A_k = \frac{\Omega'_k}{\Omega}$ définit l'amplification individuelle de l'image k.

A ces angles solides correspondent des surfaces dans le plan–lentille, conformément au § 2.1.5. D'un point de vue mathématique, la transformation locale de la surface de la source en une surface–image donnée (dans le plan–lentille) est gouvernée par l'Eq. (2.26). Elle s'exprime grâce au déterminant du Jacobien (encore appelé « matrice d'amplification ») de la transformation $\boldsymbol{x} \to \boldsymbol{y}$, dont l'élément (i, j) est donné par

$$J_{ij} = \frac{\partial y_j}{\partial x_i}. \tag{2.28}$$

L'amplification de l'image k située au point $\boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k})}$ vaut donc[3] :

$$A_k = \frac{1}{\left| J_{ij}\left(\boldsymbol{x}^{(\boldsymbol{k})}\right)\right|}. \tag{2.29}$$

L'amplification totale A est alors la somme des amplifications individuelles des $N_{\rm im}$ images.

En pratique, une microlentille apparaît comme une tache brillante sur une caméra CCD, dont la taille varie avec l'amplification au cours de l'événement, comme illustré par la Fig. 2.4. Lors des observations au télescope, il est assez gratifiant de suivre l'évolution de l'objet directement sur l'image.

2.2.2 Courbes critiques et caustiques micro-gravitationnelles

Les propriétés des microlentilles multiples sont très différentes de celles qui résulteraient de la seule superposition de microlentilles isolées. Ce n'est qu'à la limite des grandes séparations entre les composantes de la microlentille multiple que les modèles se rejoignent.

La caractéristique la plus marquante qui apparaît lorsque plusieurs corps composent la microlentille est certainement la création de « caustiques » gravitationnelles ("caustics") étendues. En optique classique, les caustiques sont des lignes d'accumulation de lumière. Ce sont elles que l'on voit, en été par exemple, onduler au fond des piscines découvertes, au gré des mouvements de la surface liquide. En optique gravitationnelle, ce sont des lignes imaginaires, qui correspondent au lieu des

[3]Le déterminant de la matrice jacobienne J_{ij} a un signe : s'il est positif, l'image est qualifiée de paire, et d'impaire dans le cas contraire. Ici, seules les valeurs absolues qui correspondent à des angles solides ou à des surfaces effectives entrent en jeu.

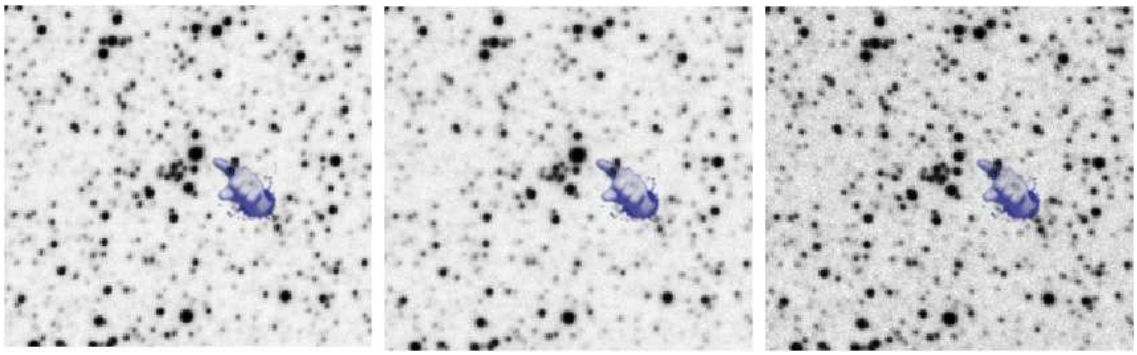

FIG. 2.4: Exemple d'une série d'images prises en mai–juin 2005 par le télescope danois à La Silla de l'objet OGLE 2005–BLG–018, une microlentille binaire. Cette dernière est signalée par un doigt sur ces clichés espacés en moyenne d'une semaine. Ce sont en fait les détails ($30'' \times 30''$) d'images plus grandes, prises dans des conditions météorologiques similaires, et dont les temps de pose étaient identiques, ce qui autorise leur comparaison. La tache de l'objet varie en taille, signe que le flux de l'étoile varie au cours du phénomène de microlentille.

points du plan–source pour lesquels le déterminant du Jacobien J_{ij} s'annule, et où donc l'amplification devient formellement infinie. Définies dans le plan–lentille, elles portent le nom de « courbes critiques » ("critical curves"). Un point–source situé dans les environs immédiats d'une caustique subit une très grande amplification, formellement infinie sur la caustique, ce qui leur confère une grande importance. Nous y reviendrons. Une description générale des propriétés mathématiques des caustiques peut être trouvée en particulier dans l'ouvrage de Schneider, Ehlers et Falco (1992) ; le cas des caustiques des microlentilles binaires est exposé en détail au § 2.5.3.

2.3 Modélisation du mouvement de la source

2.3.1 Description du problème

Il est commode pour décrire un événement de considérer comme fixe une microlentille, et la source en mouvement. La Fig. 2.5 illustre la géométrie du problème.

Dans la disposition des composantes de la microlentille, seuls leurs éloignements mutuels et à la source importent (l'observateur peut choisir une ligne de visée arbitraire). Le choix du point O, où est placé l'observateur, est en soi conventionnel. Pour une lentille isolée, on prendra naturellement l'origine confondue avec la position de l'observateur. Dans le cas d'une lentille binaire ($N = 2$), s'il est possible d'adopter pour O le point milieu du segment joignant les deux composantes, le manque de généralité de cette convention, non applicable quand on est en présence de plus de deux corps, conduit à préférer le centre de gravité des deux masses. C'est la convention adoptée dans tous les modèles présentés.

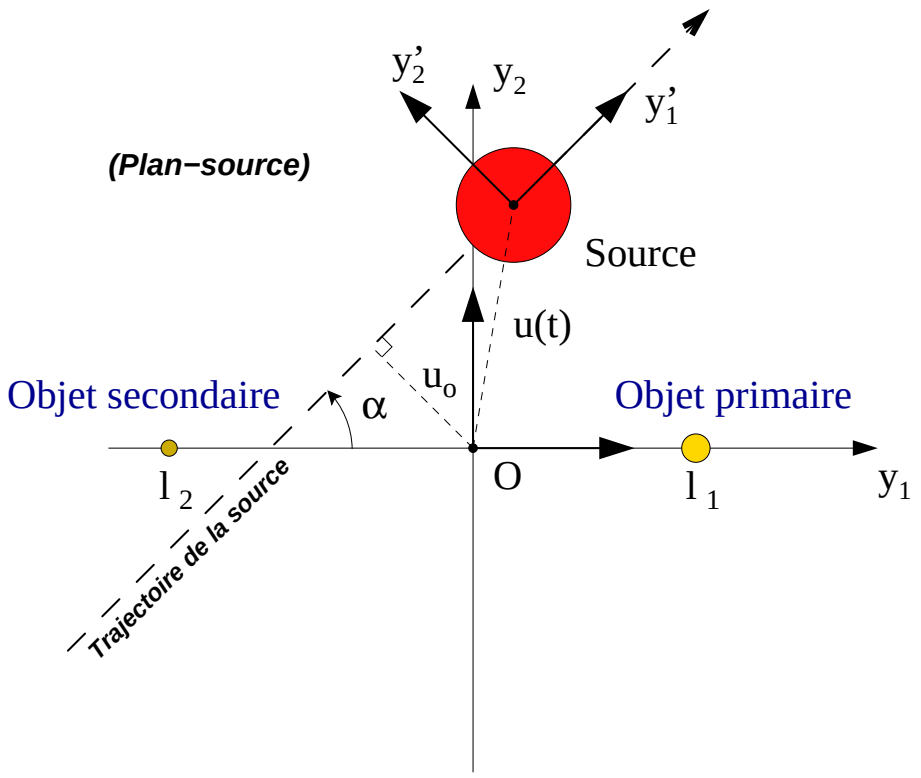

FIG. 2.5: Trajectoire de la source par rapport aux lentilles. La trajectoire fait un angle α avec l'axe des abcisses, et passe à la distance minimale u_o (dit « paramètre d'impact ») du centre du repère O. La figure est dessinée dans le cas d'une lentille binaire. Par convention, l'objet de plus faible masse (l'objet secondaire) est placé à gauche, et O se trouve au centre de gravité du système des deux corps. Dans le cas d'une microlentille isolée, cette dernière est située en O.

2.3.2 Temps d'Einstein

Au premier ordre, la source effectue une translation rectiligne dans le plan–source. On appelle « paramètre d'impact minimal », noté u_o, la distance minimale que fait la trajectoire avec l'origine. L'angle α est parfois qualifié d'« angle d'impact ». Ces deux paramètres sont purement géométriques. L'instant du passage au plus près de l'origine O est noté t_o ; il joue le rôle d'une origine des temps dans les modèles. Il est alors possible de décrire la trajectoire par l'équation

$$u(t) = \sqrt{u_o^2 + \left(\frac{t - t_o}{t_\mathrm{E}}\right)^2}. \tag{2.30}$$

La grandeur t_E a pour nom « temps d'Einstein ». Selon l'Eq. (2.30), c'est le temps qu'il faut à la source pour parcourir une distance angulaire Θ_E dans le ciel. Cette grandeur caractérise la durée du phénomène de microlentille et, à ce titre, sert de guide pour les observations, par exemple pour ce qui est de la fréquence d'échantillonnage dans le suivi photométrique de l'objet.

Soit $v_\perp$ la vitesse orthoradiale relative, projetée dans le plan–lentille, de la lentille par rapport à l'axe observateur–source. En utilisant la définition de t_E, on trouve que

$$t_\mathrm{E} = \frac{R_\mathrm{E}}{v_\perp} = \frac{D_\mathrm{L}\,\Theta_\mathrm{E}}{v_\perp}. \tag{2.31}$$

Si la distribution des vecteurs-vitesses dans le Bulbe suit une statistique purement aléatoire, les étoiles du Disque, en revanche, sont astreintes à suivre son mouvement de rotation moyen v_d. En se basant sur une courbe de rotation Galactique suivant le modèle de Navarro–Frenk–White (NFW), on obtient une vitesse circulaire moyenne pour le Soleil de $v_{\mathrm{d},\odot} \simeq 200\,\mathrm{km\,s^{-1}}$, à $D_\mathrm{S} \simeq 8\,\mathrm{kpc}$ du centre Galactique.

En conséquence, une équation aux ordres de grandeur pour t_E peut s'écrire :

$$t_\mathrm{E} \simeq 24.71 \times \frac{D_\mathrm{L}}{1\,\mathrm{kpc}} \times \sqrt{\frac{1\,\mathrm{kpc}}{D_\mathrm{L}} - \frac{1\,\mathrm{kpc}}{D_\mathrm{S}}} \times \sqrt{\frac{M}{M_\odot}} \times \frac{200\,\mathrm{km\,s^{-1}}}{v_\perp} \quad \text{jours.} \tag{2.32}$$

La durée caractéristique d'un événement est de l'ordre du mois, ce qui par chance permet le suivi de la quasi-totalité des événements. Ceux d'une durée très courte (quelques jours) ou très longue (plus d'une dizaine de mois) sont extrêmement rares.

Le temps d'Einstein est une des très rares grandeurs directement mesurables à partir des observations de microlentilles. Malheureusement, il est clair que la mesure de t_E apporte plus de questions qu'elle n'en résout, puisque sa définition fait intervenir une combinaison dégénérée des paramètres masse de la lentille M, distances de la lentille et de la source à l'observateur D_L et D_S, ainsi que leur vitesse relative $v_\perp$. La dégénérescence peut toutefois être levée s'il est possible d'avoir des informations complémentaires indépendantes : effet de taille étendue de la source sur la courbe de lumière (*cf.* § 2.6), détermination de la position des images individuelles de la source avec des observations à très haute résolution angulaire ou déplacement du barycentre des images (*cf.* § 2.10), ou encore observation d'une perturbation due à un effet de parallaxe annuelle de la Terre autour du Soleil. C'est ce dernier effet qui est décrit dans le paragraphe qui suit.

2.3.3 Effet de parallaxe

Dans le cas d'événements de longue durée, c'est-à-dire au-delà de quelques mois, le mouvement de la Terre autour du Soleil peut induire un effet non négligeable de *parallaxe annuelle.* Cette dernière ajoute à la trajectoire rectiligne de la source une ondulation de période d'un an. Son amplitude η, en unité de Θ_E, et sa forme dépendent des distances D_L et D_S, de la position de l'objet dans le ciel (puisque la Terre a son mouvement dans le plan de l'Ecliptique) ainsi que de leur vitesse relative $v_\perp$. La première observation d'un tel effet dans une courbe de lumière a été réalisée par Alcock *et al.* (1995).

Sa modélisation, un peu technique, est présentée en détail dans l'Annexe A.4. On retiendra ici que l'amplitude η de l'ondulation de la trajectoire autour d'une droite s'exprime par :

$$\eta = \frac{1\,\mathrm{UA}}{\Theta_\mathrm{E}} \left[\frac{1}{D_\mathrm{L}} - \frac{1}{D_\mathrm{S}}\right] = \pi_\mathrm{E} = \frac{\pi_\mathrm{LS}}{\Theta_\mathrm{E}}, \tag{2.33}$$

où

$$\pi_\mathrm{LS} = \frac{1\,\mathrm{UA}}{D_\mathrm{L}} - \frac{1\,\mathrm{UA}}{D_\mathrm{S}} \tag{2.34}$$

est la parallaxe *relative* entre la lentille et la source, qui ne dépend que des distances relatives observateur–source–lentille. Le paramètre η est obtenu en même temps que les autres paramètres du modèle lors du processus de son ajustement aux données.

La prise en compte dans les modèles d'un effet de parallaxe augmente bien sûr le nombre de degrés de liberté (de deux exactement), ce qui rend d'autant plus délicate la recherche de modèles s'ajustant aux observations. Cependant, si elle peut être détectée et le paramètre η déterminé avec précision, elle est en mesure de fournir une information additionnelle sur la géométrie de l'événement. Avec la mesure de t_E, des relations peuvent être établies entre les paramètres, en particulier entre distance et masse de la lentille. De telles relations seront explicitées au § 2.7.

2.4 Microlentille simple ou de Schwarzschild

2.4.1 Images et anneau d'Einstein

Le cas le plus évident de microlentille, déjà évoqué dans les lignes précédentes, consiste en une étoile isolée. On l'appelle « microlentille simple » ("single microlens", ou PSPL "point–source point–lens") ou encore « lentille de Schwarzschild ». Nous avons vu que l'équation des lentilles prend la forme $y = x - 1/x$ (Eq. (2.21)).

Considérons pour commencer le cas où la source, la lentille et l'observateur sont parfaitement alignés ; l'observateur et la microlentille étant situés au centre du repère, on a $y = 0$ (source dont la trajectoire sur la Fig. 2.5 passe exactement par l'origine). La position x de l'image doit satisfaire l'équation : $0 = x - 1/x$, soit $x^2 = 1$, qui n'est autre que l'équation d'un cercle de rayon unité. Conformément à la définition Eq. (2.20) des grandeurs adimensionnelles x et y, l'image du point–source est un anneau lumineux dans le ciel, de rayon angulaire Θ_E. Il porte le nom d'« anneau d'Einstein ». L'observation d'un tel phénomène est spectaculaire ; il est notamment responsable de la formation d'arcs lumineux, images de galaxies lointaines, dont l'alignement avec un amas galactique plus proche est *presque* parfait.

Pour une autre position $y \neq 0$, la source apparaît comme un ensemble d'images dispersées. La position des images est solution de l'équation Eq. (2.21). Pour des raisons « historiques », y est plutôt notée u pour les modèles de lentille simple. Nous devons donc résoudre l'équation du second degré $x^2 - u\,x - 1 = 0$, qui implique

l'existence de deux images, en $x_\pm$:

$$x_\pm = \frac{1}{2}\left(u \pm \sqrt{u^2+4}\right). \tag{2.35}$$

Le trajet des deux images est illustré à la Fig. 2.6. L'image intérieure à l'anneau d'Einstein est appelée image « mineure », l'autre étant l'image « majeure ». On vérifie bien que les images, la source et la microlentille sont alignées.

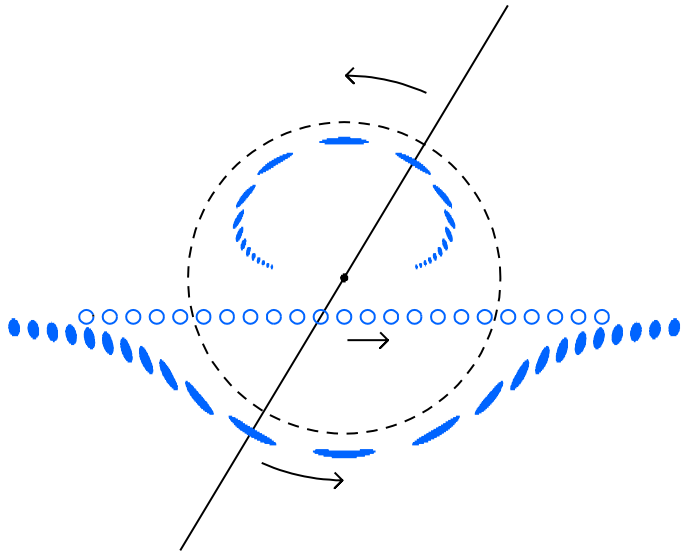

Fig. 2.6: Quand la source (cercle en bleu) se déplace en arrière-plan de la lentille (point noir), deux images sont produites (en bleu). L'une est située à l'intérieur de l'anneau d'Einstein, c'est l'image « mineure » et l'autre est à l'extérieur (image « majeure »). Ces images ne sont pas circulaires, elles sont étirées lors du phénomène. Les images, la source et la microlentille sont toutes alignées sur le trait noir. Figure adaptée de Paczynski (1996).

2.4.2 Amplification

L'amplification totale est la somme de l'amplification des deux images individuelles de la source. L'application des équations Eq. (2.28) et Eq. (2.29) conduit aux amplifications individuelles

$$A_\pm = \frac{1}{4}\left(\frac{u}{\sqrt{u^2+4}} + \frac{\sqrt{u^2+4}}{u} \pm 2\right), \tag{2.36}$$

et l'amplification totale, $A_{\rm PSPL} = A_+ + A_-$, vaut

$$A_{\rm PSPL}(u) = \frac{u^2+2}{u\,\sqrt{u^2+4}}. \tag{2.37}$$

Les caustiques sont définies comme l'ensemble des points du plan–source qui satisfont la condition $1/A_{\rm PSPL}(u) = 0$ (*cf.* § 2.2.2), soit ici pour $u = 0$. La caustique d'une microlentille simple est ainsi réduite à un point. Quant aux courbes critiques, associées aux caustiques par l'équation des lentilles, elles sont telles que $u = 0$ dans l'Eq. (2.35), soit $x = 1$. Cette courbe critique n'est autre que l'anneau d'Einstein.

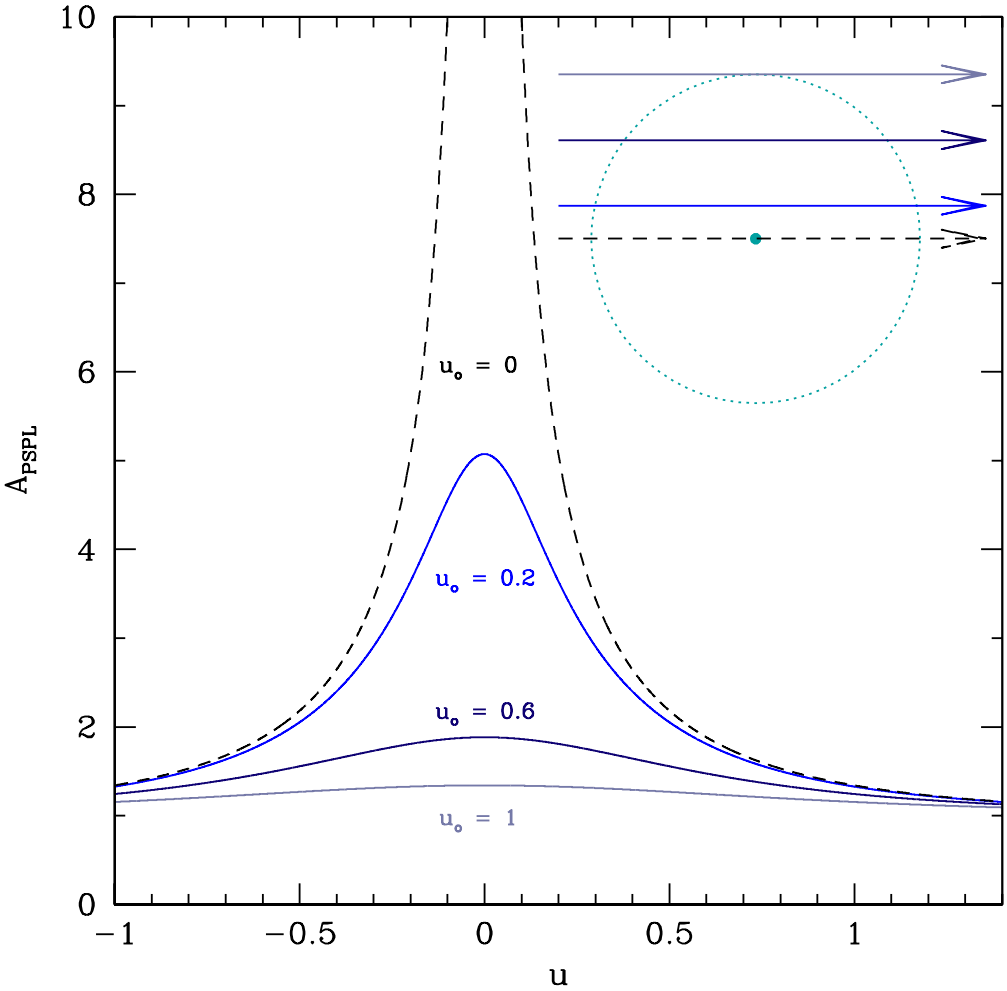

FIG. 2.7: Amplification due à une microlentille simple et source ponctuelle, pour différentes valeurs du paramètre d'impact u_o. Le cercle figure le rayon d'Einstein (unité des modèles), et les flèches montrent différentes trajectoires correspondant aux courbes d'amplification tracées. La fonction $A_{\rm PSPL}(u)$ est représentée par la courbe en pointillés, qui est aussi la courbe obtenue à paramètre d'impact nul.

La courbe caractéristique d'amplification du flux d'une étoile-source par une microlentille simple est représentée en pointillés sur la Fig. 2.7, en fonction de u. Elle correspond aussi à l'amplification d'une source ponctuelle dont la trajectoire passe exactement par le point O, c'est-à-dire à paramètre d'impact nul, $u_o = 0$. Plusieurs

autres courbes d'amplification $A_{\mathrm{PSPL}}(u(t))$ sont également présentées, pour plusieurs paramètres d'impact $u_o \neq 0$. Ces courbes en cloche, très caractéristiques, portent souvent dans la littérature le nom de *courbes de Paczyński*.En haut à droite de la figure et en bleu clair, l'anneau d'Einstein est dessiné en pointillés ; différentes trajectoires envisagées pour la source sont représentées par des flèches, auxquelles correspondent les courbes d'amplification tracées.

L'amplification maximale est d'autant plus élevée que le paramètre d'impact est petit. Pour $u_o \longrightarrow 0$, on a $A_{\mathrm{PSPL,\,max}} \sim 1/u_o$. L'amplification de la source, lorsque celle-ci est exactement située sur l'anneau d'Einstein ($u = 1$) vaut $A_{\mathrm{PSPL}}(1) = 3/\sqrt{5} \simeq 1.34$. Si on considère qu'un événement de microlentille a lieu lorsque la source pénètre dans l'anneau d'Einstein de la lentille, un critère équivalent portant sur l'amplification de la source, est que cette dernière subisse une amplification supérieure ou égale à 1.34.

2.5 Microlentilles binaires

2.5.1 Equation des lentilles binaires et amplification

Le premier travail portant spécifiquement sur l'étude d'une microlentille formée de deux étoiles, ou « microlentille binaire » (ou double) ("binary microlens") a été réalisé par Schneider & Weiss (1986), à partir de l'étude détaillée du cas d'un rapport de masse $q = 1$ et d'une séparation égale au rayon d'Einstein entre les deux composantes. L'étude de ce cas particulier suffit pour dégager les propriétés topologiques essentielles des microlentilles binaires, en particulier que le nombre d'images de la source est égal à trois ou cinq, selon la position relative de la source[4], ou que l'amplification d'un point-source dans le voisinage de toute caustique varie comme la racine carrée de l'inverse de leur séparation.

Les microlentilles binaires jouent un rôle important, car elles sont adaptées à la description des systèmes planétaires. Elles sont aussi conceptuellement beaucoup plus riches (mais malheureusement proportionnellement plus complexes...) que les microlentilles simples : l'équation des lentilles Eq. (2.26) n'est pas linéaire et il est bien sûr impossible de superposer deux lentilles simples pour obtenir une lentille binaire.

La Fig. 2.5 p. 45 rappelle la géométrie du système utile à la modélisation des courbes de lumière. Les deux composantes de la lentille sont par convention situées de part et d'autre de l'origine O et sur l'axe des abscisses. La composante de plus faible masse est placée à gauche. Dans le formalisme complexe introduit dans le § 2.1.5, leur position L_1 et L_2 est représentée par $\boldsymbol{l_1} = l_1$ et $\boldsymbol{l_2} = l_2$, et l'origine O du repère est choisie au centre de gravité du système des deux corps (conformément à la prescription du § 2.3).

[4]Dans le cas général de N corps, Witt (1990) a montré que le nombre d'images est nécessairement impair et et qu'elles sont au plus au nombre de $N^2 + 1$.

La source, à la position $\boldsymbol{y} = y_1 + i\,y_2$, et les différentes images k, en $\boldsymbol{x}^{(k)} = x_1^{(k)} + i\,x_2^{(k)}$, vérifient l'équation des lentilles[5] Eq. (2.26), avec $N = 2$:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - m_1 \frac{\boldsymbol{x} - l_1}{|\boldsymbol{x} - l_1|^2} - m_2 \frac{\boldsymbol{x} - l_2}{|\boldsymbol{x} - l_2|^2}. \tag{2.38}$$

Le système double est caractérisé par son rapport de masse q et la séparation d des composantes en unités du rayon d'Einstein :

$$q = \frac{m_2}{m_1} \quad \text{et} \quad d = |l_2 - l_1|\,. \tag{2.39}$$

Pour une image k donnée, les équations Eq. (2.28) et Eq. (2.29) permettent de calculer l'amplification d'un point–source. Le déterminant de la matrice jacobienne s'écrit ici

$$\det J_{ij} = \frac{\partial y_1}{\partial x_1}\frac{\partial y_2}{\partial x_2} - \left(\frac{\partial y_1}{\partial x_2}\right)^2, \tag{2.40}$$

car la matrice est symétrique ($\partial y_1/\partial x_2 = \partial y_2/\partial x_1$). On en déduit l'expression analytique de A_k, amplification de l'image k, en fonction de x_1 et x_2 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_k} \;=\; & 1 - \left[\frac{m_1\,(x_2^2 - (x_1 - l_1)^2)}{(x_2^2 + (x_1 - l_1)^2)^2} + \frac{m_2\,(x_2^2 - (x_1 - l_2)^2)}{(x_2^2 + (x_1 - l_2)^2)^2}\right]^2 - \\ & - 4\,x_2^2 \left[\frac{m_1(x_1 - l_1)}{(x_2^2 + (x_1 - l_1)^2)^2} + \frac{m_2(x_1 - l_2)}{(x_2^2 + (x_1 - l_2)^2)^2}\right]^2, \end{aligned} \tag{2.41}$$

L'amplification totale, valable dans le cas où la source est *ponctuelle* ("point source"), est donnée par

$$A_{\mathrm{PS}} = \sum_{k=1}^{N} A_k. \tag{2.42}$$

Cette dernière équation montre que si l'on connaît la position des images de la source, il est aisé de calculer l'amplification correspondante. Par contre, la détermination de la position des images est un problème ardu, car l'Eq. (2.38) doit être inversée. Une discussion des méthodes de résolution de cette équation est présentée en Annexe A.1.

2.5.2 Nombre d'images de la source

Le nombre d'images de la source est de trois ou cinq. Les caustiques se rejoignent au niveau des "cusps" (des pointes, voir plus bas), et délimitent toujours des domaines d'étendue limitée. Il y a dès lors ce qu'on appelle communément un *intérieur* et un *extérieur* aux caustiques. Ces régions peuvent être au nombre d'une, de deux ou de trois (*cf.* le § 2.5.3 qui suit). En tout état de cause, le nombre d'images d'un

[5] On rappelle que le rayon d'Einstein fait alors référence à la masse totale des composantes de la lentille.

point-source est exactement égal à cinq lorsqu'il est à l'intérieur d'une caustique, quelle qu'elle soit, sinon il est de trois. On en tire le constat important qu'à chaque fois qu'une *traversée de caustique* par le point-source a lieu, le nombre d'images augmente ou diminue de deux, respectivement pour une entrée ou une sortie de caustique. Ces deux images apparaissent « à partir de rien » en un point de la courbe critique associé à la position où la source traverse la caustique.

Les caustiques jouent ainsi un rôle important dans le cas des microlentilles multiples. En particulier, l'aspect topologique des caustiques des microlentilles doubles, si on le compare à celui de la microlentille simple où la caustique était réduite à un point singulier, présente un grand intérêt. Le paragraphe qui suit en propose une illustration.

2.5.3 Topologie et propriétés des caustiques

Trois topologies de caustiques peuvent être dégagées, la transition de l'une à l'autre dépend du rapport de masse q et de la séparation d de la microlentille. Des formules établissant les transitions de l'une à l'autre [Eq. (2.43)], avec certaines autres propriétés sont données à la fin de cette section.

Ces trois types de caustiques sont représentées sur la Fig. 2.8, panneau du haut, dans le cas particulier $q = 10^{-1}$, et pour trois séparations $d = 0.7$, 1 et 1.7. Les courbes critiques qui leur sont associées sont dessinées dans le panneau du bas. Les caustiques sont composées de segments de lignes courbes d'une certaine régularité qui sont connectées au niveau de pointes, plus couramment appelées "cusps". Quant aux courbes critiques, elles sont essentiellement « lisses ».

Les noms des différentes topologies font référence à la séparation entre les deux corps ; leurs caractéristiques sont les suivantes :

1 – faible séparation ("close binary", en bleu marine : $d = 0.7$)
Il existe trois petites caustiques. Celle du centre a une structure en forme de diamant, et comporte quatre pointes. Elle est située au niveau de la composante de plus grande masse, et prend le nom de « caustique centrale » ("central caustic"). De part et d'autre de l'axe de symétrie de la microlentille double, deux petites caustiques triangulaires apparaissent : les « caustiques secondaires », qui dans le cas d'un rapport de masse planétaire (ex. $q < 10^{-3}$) prennent le nom de « caustiques planétaires » ("planetary caustics"). Leur taille diminue cependant très rapidement quand le rapport de masse devient inférieur à quelques centièmes, en s'éloignant de plus en plus de l'anneau d'Einstein. Ces deux caustiques secondaires n'ont dès lors qu'un intérêt relativement limité. Les courbes critiques sont au nombre de trois : deux petites en forme de cercle situées de part et d'autre de l'axe de symétrie de la microlentille, et une grande qui les encercle.

2 – séparation intermédiaire ("intermediate", en bleu azur : $d = 1$)
Il y a une caustique unique, formée d'une seule courbe fermée. Elle comporte

six pointes. La courbe critique associée est continue, en forme de cercle déformé ou de haltère pour de plus grandes séparations ou rapports de masse.

3 – grande séparation ("wide binary", en gris clair : $d = 1.7$)
Deux systèmes de caustiques apparaissent cette fois : une caustique centrale à quatre pointes, et une caustique secondaire ou planétaire située entre les deux composantes de la microlentille. A la différence du premier cas, cette dernière caustique est toujours relativement large, plus étendue même que la caustique centrale, comme il apparaît clairement sur la figure. Lorsque le rapport de masse devient planétaire, sa taille reste appréciable, et son importance est confirmée par les observations : on en prendra pour preuve la découverte d'une exoplanète de rapport de masse avec son étoile-hôte de $q < 10^{-4}$ (*cf.* § 3.5.3). En ce qui concerne les courbes critiques, elles sont au nombre de deux, en forme de cercles déformés.

Les termes définissant ces topologies (séparations faible, intermédiaire ou grande) sont bien sûr relatifs à la valeur de Θ_{E}, et n'ont pas de lien direct avec la séparation physique du système. Une planète pourra ainsi être la deuxième composante d'une lentille à grande séparation.

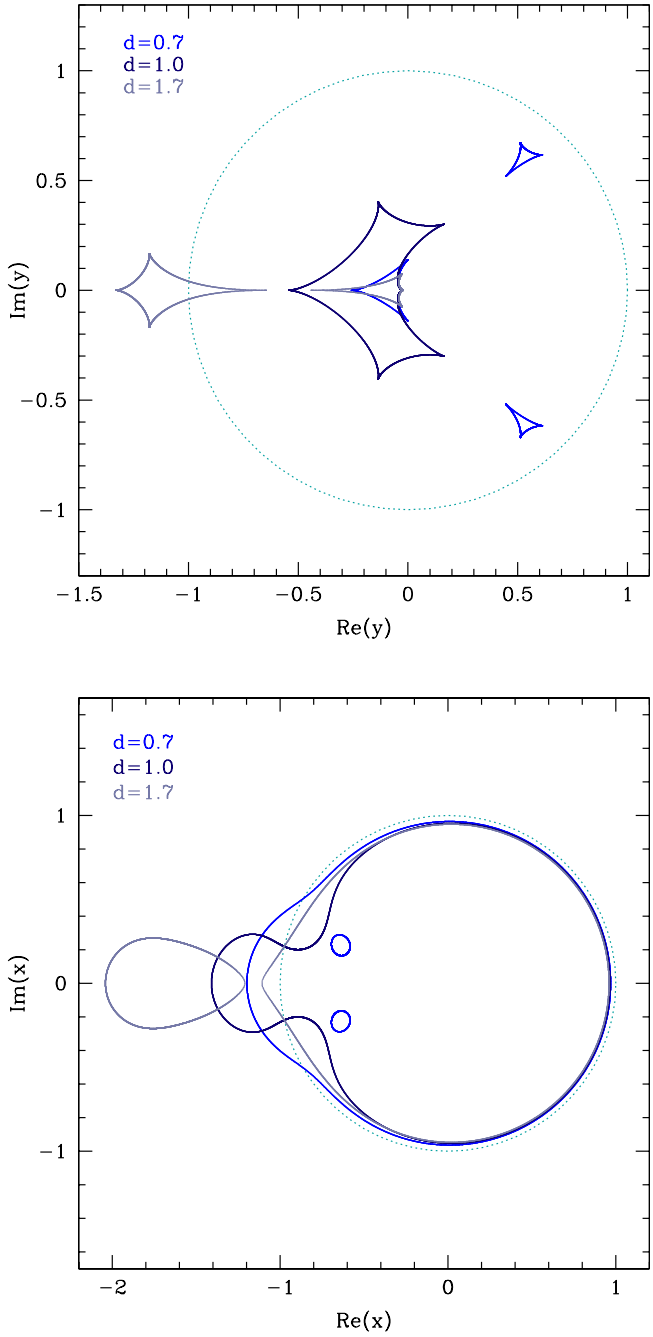

FIG. 2.8: Les deux figures montrent les caustiques (en haut) et les courbes critiques (en bas) dans trois configurations différentes $d = 0.7$ (binaire serrée, faible séparation), $d = 1$ (séparation intermédiaire) et $d = 1.7$ (binaire espacée, grande séparation), et pour un même rapport de masse $q = 10^{-1}$. La composante de masse la plus faible est à gauche. Ces trois cas illustrent notamment les caractéristiques des trois topologies de caustiques des microlentilles binaires : ($d = 0.7$) il existe une caustique centrale et deux petites caustiques secondaires hors-axe ; ($d = 1$) une caustique unique est présente ; ($d = 1.7$) une caustique centrale et une caustique secondaire (ou planétaire) apparaissent sur l'axe horizontal.

Passage d'une topologie à une autre

La présence de caustiques gravitationnelles étendues est certainement l'une des propriétés les plus remarquables des microlentilles multiples. Le passage d'une topologie à une autre est défini comme la limite où des caustiques se séparent ou fusionnent, selon les valeurs de la séparation d et du rapport de masse q. Cet aspect a pour la première fois été étudié par Erdl & Schneider (1993) ; ils ont établi un ensemble de formules qui délimitent les régimes illustrés au paragraphe précédent. Celui qui concerne les faibles séparations est ainsi valable tant que $d < d_{\rm c}$ (« c » comme "close") et celui des grandes séparations tant que $d > d_{\rm w}$ (« w » comme "wide"). Les expressions de $d_{\rm c}$ et $d_{\rm w}$ sont données par les formules :

$$\begin{aligned} d_{\rm c}^8 &= \frac{(1+q)^2}{27\,q}\left(1-d_{\rm c}^4\right)^3, \\ d_{\rm w} &= \left(\frac{\left[1+q^{1/3}\right]^3}{1+q}\right)^{1/2}. \end{aligned} \tag{2.43}$$

Le développement de la première équation (implicite) conduit à résoudre l'équation polynomiale à coefficients réels suivante :

$$D_{\rm c}^3 + \left(\frac{27\,q}{(1+q)^2} - 3\right) D_{\rm c}^2 + 3\,D_{\rm c} - 1 = 0, \tag{2.44}$$

où $D_{\rm c} = d_{\rm c}^4$, qui admet deux solutions complexes conjuguées et une solution réelle, qui est celle recherchée. La Fig. 2.9 fait apparaître trois régions — séparations faibles, intermédiaires ou grandes — délimitées par les courbes $d_{\rm c}(q)$ pour la limite des faibles séparations, et $d_{\rm w}(q)$ pour celle des grandes séparations. Il apparaît notamment que lorsque $q \to 0$, le régime intermédiaire est pratiquement inexistant.

La difficulté à calculer la position des caustiques et l'amplification dans leur voisinage immédiat a suscité la publication de très nombreux travaux. Certains s'attachent à donner des équations paramétriques des caustiques sous certaines approximations, alors que d'autres se proposent de décrire l'amplification dans leur voisinage. Sans tenter d'être exhaustif, on peut citer quelques uns de ces travaux tout en soulignant quelques points essentiels.

La dégénérescence en $d \leftrightarrow 1/d$

Après l'article Schneider & Weiss (1986) cité plus haut, plusieurs voies ont été explorées pour tenter de mieux cerner les propriétés des caustiques. Dominik (1999) passe en revue les diverses manières de poser le problème de la définition des caustiques, en rappelant les principales méthodes et approximations mathématiques testées (développement asymptotique de l'équation des lentilles, développement quadrupolaire calqué sur l'Electromagnétisme...). Il met de plus l'accent sur un fait qui a une grande importance pour la mise en pratique des modèles, à savoir que dans la

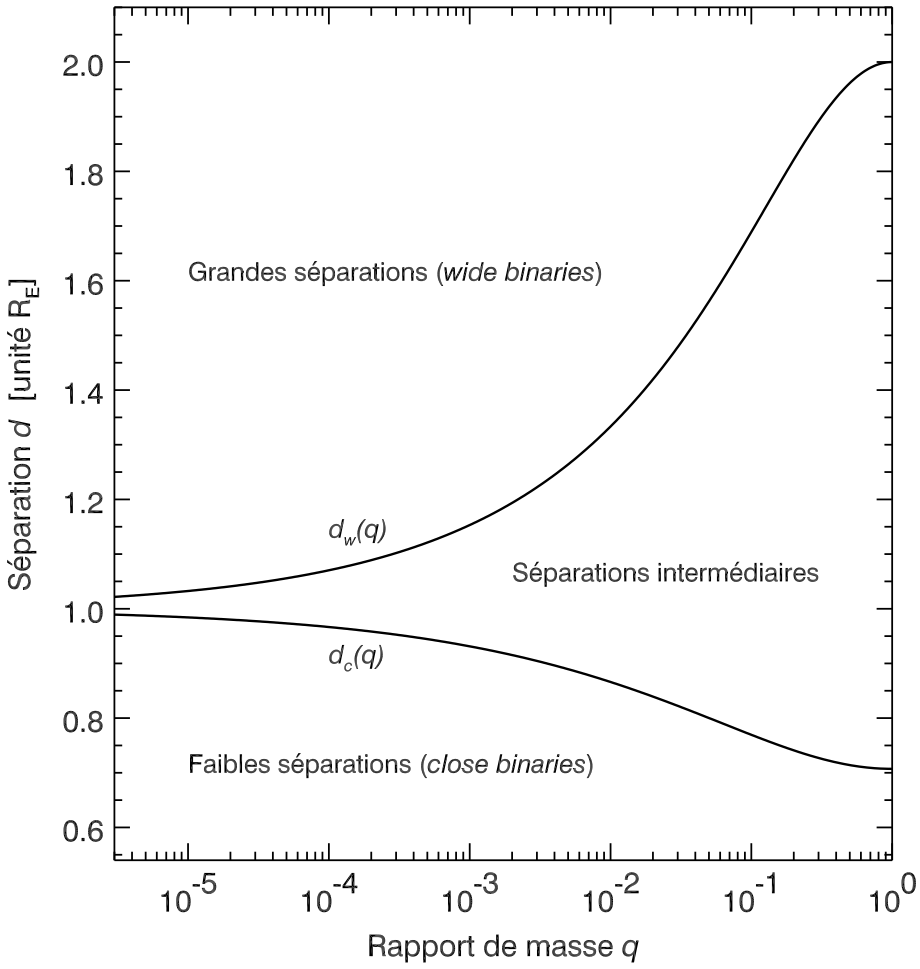

FIG. 2.9: Séparations entre les régimes de séparation faible, grande et intermédiaire. En abcisse, le rapport de masse q est en échelle logarithmique, tandis que d, en ordonnée, est en échelle linéaire. Pour $q \ll 1$, le régime intermédiaire tend vers la seule valeur $d \simeq 1$. On peut vérifier sur ce graphe que les configurations considérées à la Fig. 2.8, soit $q = 10^{-1}$ et $d = 0.7$, 1 et 1.7, sont respectivement dans le régime de faible séparation avec trois caustiques distinctes, dans le régime intermédiaire avec une seule caustique, enfin dans celui des grandes séparations avec deux caustiques séparées.

limite des faibles rapports de masse ($q \ll 1$), il existe une dégénérescence mathématique dans la forme des caustiques centrales entre les modèles à grande séparation ($d_{\rm w} > 1$) et à faible séparation ($d_{\rm c} < 1$). Il devient dès lors impossible, quand la caustique centrale est impliquée, de les départager sur la seule base des paramètres ajustés des modèles. La similarité des caustiques est d'autant plus grande que q est faible, ce qui est de plus aggravé par la quasi inexistence du régime des séparations intermédiaires pour $q \to 0$ (*cf.* Fig. 2.9). Les risques d'avoir affaire à une telle am-

biguïté sont grands dans le régime des masses planétaires, et il est à prévoir que les planètes découvertes par un effet dû à une caustique centrale y seront presque toujours confrontées. Ainsi dans le cas de l'événement planétaire OGLE 2005–BLG–071 (§ 3.5.2), il n'a pas été possible de trancher franchement entre un modèle à grande ou à faible séparation.

Cette dégénérescence va plus loin en pratique : dans le cas où q est proche de l'unité ($q \simeq 1$), l'expérience montre que la caustique planétaire d'un modèle à grande séparation d_{w} peut ressembler à s'y méprendre à la caustique centrale d'un modèle à faible séparation d_{c}. Cette ambiguïté a été observée dans l'événement OGLE 2002–BLG–069 (*cf.* § 2.8). Pour cet exemple, cependant, il a été possible d'exclure l'un des deux modèles : en effet, les temps d'Einstein t_{E} mesurés pour chacun d'eux étaient très différents, ce qui a permis (grâce aux mesures de la parallaxe relative source–lentille et du rayon de l'étoile–source), de déduire des relations établies au § 2.7 que l'un des modèles impliquait un trou noir binaire en rotation, ce qui était très improbable.

Cette dualité des modèles porte le nom de « dégénérescence en $d \leftrightarrow 1/d$ ».

Approche en termes de perturbation d'une microlentille simple

Une approche en termes de perturbation d'une microlentille simple, adaptée aux cas des très grandes ou des très faibles séparations des microlentilles multiples, est présentée par exemple dans Bozza (2000a), où certaines formules analytiques approchées sont avancées, telles que les expressions de l'aire et de la taille des caustiques. Le même type de calcul est mis en œuvre dans Bozza (2000b) pour le cas des caustiques secondaires, pour des séparations $d < 1$.

Amplification minimale à l'intérieur d'une caustique

L'amplification d'une microlentille quelconque est toujours supérieure ou égale à un, valeur obtenue pour une source infiniment éloignée de la lentille. Dans le cas des microlentilles binaires étudiées ici, nous avons vu que lorsqu'une source pénètre à l'intérieur d'une caustique, une paire d'images apparaît en plus des trois images déjà existantes. Elles ajoutent donc un flux (c'est-à-dire une amplification) supplémentaire au moment précis de l'entrée dans la caustique. Le minimum d'amplification pour un point-source à l'intérieur d'une caustique ne peut par conséquent qu'être strictement supérieur à l'unité. Une étude quantitative visant à déterminer cette borne inférieure a été menée par Witt & Mao (1995). Ils ont démontré que $A_{\mathrm{min}} = 3$ est une borne inférieure à l'amplification, et que de plus cette dernière est atteinte pour deux corps de masses égales ($q = 1$), séparés de deux rayons d'Einstein ($d = 2$) pour un point-source exactement placé entre les deux.

Cette section a mis en évidence trois grandes classes de microlentilles binaires et en a souligné les propriétés essentielles. Les caustiques centrales jouent un rôle

déterminant dans la détection des exoplanètes, ainsi que les caustiques planétaires pour $q \ll 1$. Des études ont été menées visant à mieux les définir (ex. An, 2005; Bozza, 1999). Les caractéristiques et l'intérêt de ces deux types de caustiques dans le régime planétaire seront détaillées au § 3.4.2, qui traite spécifiquement des modèles de microlentilles adaptés à la recherche d'exoplanètes.

Les lignes qui suivent s'attachent à illustrer le nombre et la diversité particulièrement surprenants des courbes d'amplification qui peuvent résulter du passage de la source en arrière-plan de microlentilles binaires.

2.5.4 Galerie de courbes d'amplification

La variété des courbes de lumière qu'il est possible d'obtenir est en effet très vaste, puisque la source peut traverser des caustiques, éventuellement à plusieurs reprises, ou encore passer sur une pointe ("cusp"). Une galerie de courbes d'amplification (Fig. 2.10 à 2.17) est présentée dans les pages qui suivent. Si elle ne peut prétendre à l'exhaustivité, elle présente néanmoins des courbes d'amplification caractéristiques d'un certain nombre d'effets remarquables, qui sont commentés ci-dessous.

Sur le panneau du haut de chaque figure, qui représente le plan–source, les deux points roses donnent la position des deux composantes de la microlentille, la moins massive se trouvant à gauche. Les caustiques sont représentées en rouge et la trajectoire rectiligne de la source est dessinée en orange. Dans le panneau du bas, la courbe d'amplification correspondante est tracée en vert, en fonction du temps t. On rappelle que d désigne la séparation entre les deux composantes de la microlentille, q leur rapport de masse, u_o le paramètre d'impact et α l'angle d'impact (*cf.* § 2.3, § 2.5.1 et Fig. 2.5).

Fig. 2.10 : La source traverse deux caustiques d'une microlentille de séparation intermédiaire. L'amplification est toujours plus grande à l'intérieur des caustiques à cause des deux images supplémentaires de la source qui viennent s'ajouter aux trois autres.

Fig. 2.11 : Cas d'une microlentille de faible séparation, avec deux traversées de caustique et passage près de deux "cusps". Ces derniers sont trahis par l'apparition de deux bosses, l'une à l'entrée et l'autre à la sortie de la caustique.

Fig. 2.12 : Même configuration de microlentille que la figure précédente, mais pour une trajectoire différente.

Fig. 2.13 : Déformation de la courbe de lumière d'une microlentille simple due à une caustique centrale. Cette microlentille est caractérisée par une faible séparation et un faible rapport de masse.

Fig. 2.14 : Microlentille de type planétaire, à très faible rapport de masse. La forme particulière de la courbe d'amplification est due au passage de la source à très petite distance des "cusps" de la caustique centrale. Il s'agit en fait de la configuration de l'événement planétaire OGLE 2005–BLG–071 (*cf.* § 3.5.2).

Fig. 2.15 : Le rapport de masse et la trajectoire sont identiques au cas précédent. En revanche, la microlentille est à grande séparation. Les courbes d'amplification obtenues dans les deux cas sont similaires, ce qui met en évidence une dégénérescence entre grande et faible séparation, particulièrement si le rapport de masse est planétaire $q < 10^{-3}$.

Fig. 2.16 : Figure qui illustre à quel point une courbe de microlentille peut être exotique...

Fig. 2.17 : L'événement représenté ici est le « prototype » de l'événement de microlentille planétaire, tel qu'on rêve de l'observer : un pic étroit (grande amplification et faible durée $\Delta t \ll t_{\mathrm{E}}$) perce la partie gauche de la courbe d'amplification d'une banale microlentille simple. Il est dû à la présence, au voisinage de la trajectoire, d'une caustique planétaire (à gauche, en rouge). Le rêve est très récemment devenu réalité, avec la découverte de OGLE 2005–BLG–390... à lire au § 3.5.3.

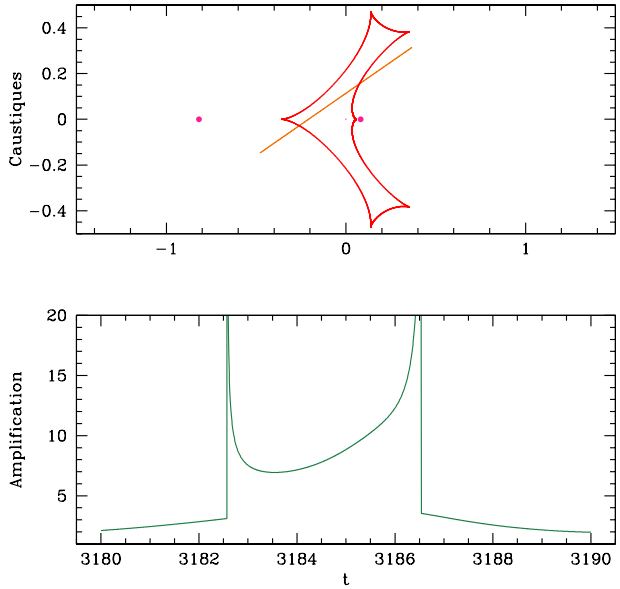

FIG. 2.10: Microlentille binaire avec $d = 0.9$, $q = 0.1$, $u_o = 0.1$ et $\alpha = 0.5$ rad. Figure commentée p. 58.

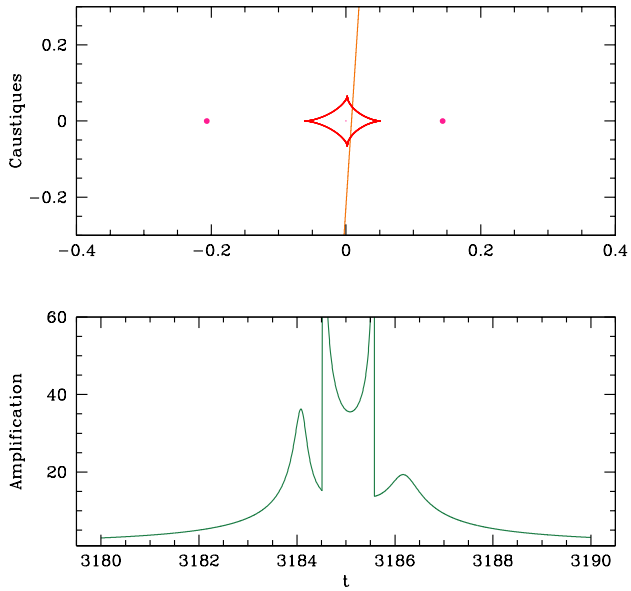

FIG. 2.11: Microlentille binaire avec $d = 0.35$, $q = 0.7$, $u_o = -8 \times 10^{-3}$ et $\alpha = 1.5$ rad. Figure commentée p. 58.

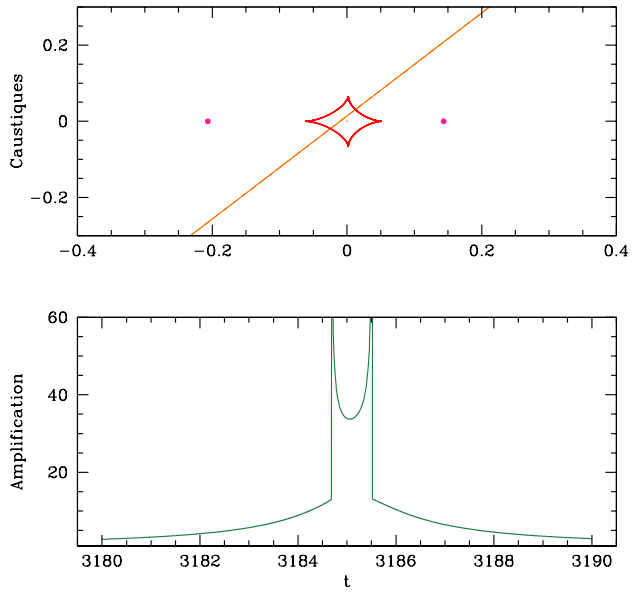

FIG. 2.12: Microlentille binaire avec $d = 0.35$, $q = 0.7$, $u_o = 8 \times 10^{-3}$ et $\alpha = 0.9$ rad. Figure commentée p. 58.

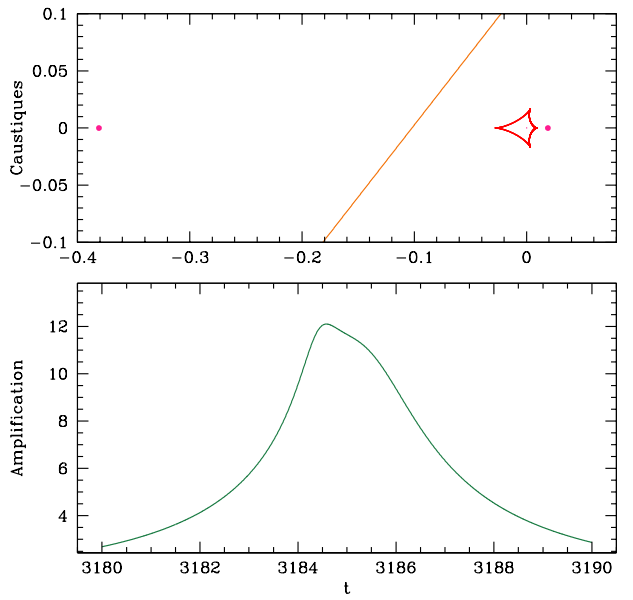

FIG. 2.13: Microlentille binaire avec $d = 0.4$, $q = 5 \times 10^{-2}$, $u_o = -8 \times 10^{-2}$ et $\alpha = 0.9$ rad. Figure commentée p. 58.

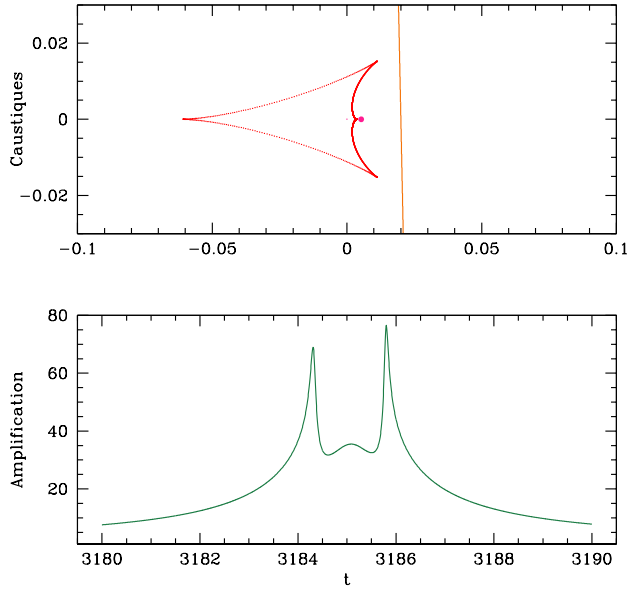

FIG. 2.14: Microlentille binaire avec $d = 0.76$, $q = 7\times10^{-3}$, $u_o = -2\times10^{-2}$ et $\alpha = 1.6$ rad. Figure commentée p. 58.

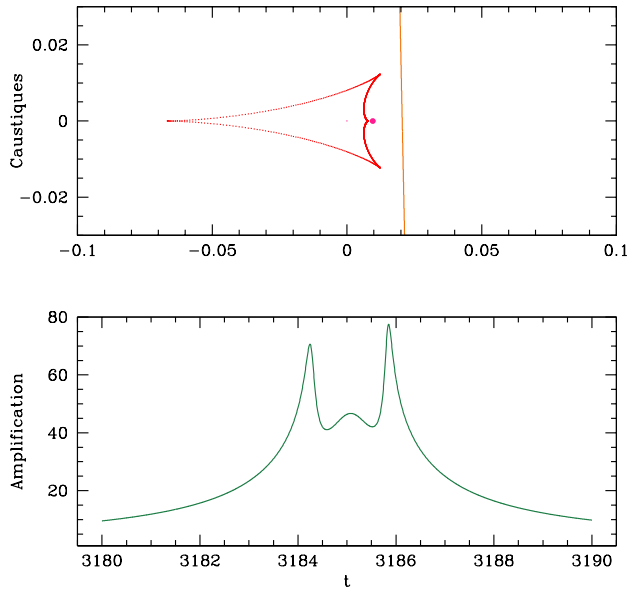

FIG. 2.15: Microlentille binaire avec $d = 1.38$, $q = 7\times10^{-3}$, $u_o = -2\times10^{-2}$ et $\alpha = 1.6$ rad. Figure commentée p. 59.

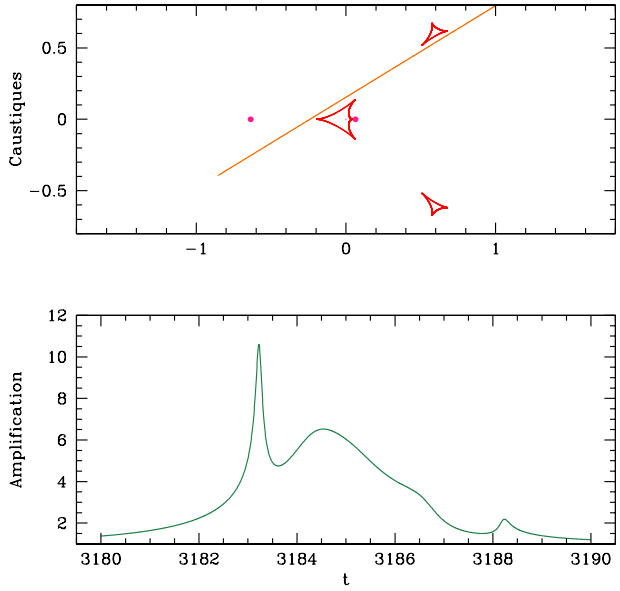

FIG. 2.16: Microlentille binaire avec $d = 0.7$, $q = 0.1$, $u_o = 0.13$ et $\alpha = 0.57$ rad. Figure commentée p. 59.

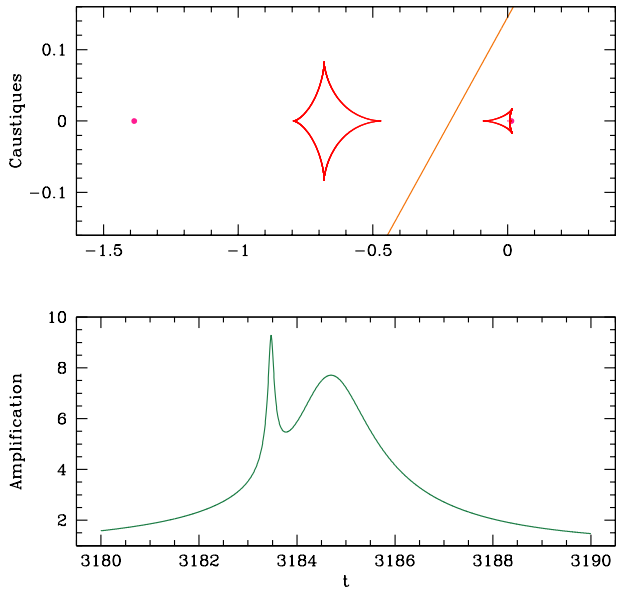

FIG. 2.17: Microlentille binaire avec $d = 1.4$, $q = 1 \times 10^{-2}$, $u_o = 0.12$ et $\alpha = 0.6$ rad. Figure commentée p. 59.

2.6 Effet de source étendue et assombrissement centre-bord

Jusqu'ici, seules des sources *ponctuelles* ont été envisagées. Cette approximation est valable tant que la variation du gradient d'amplification au niveau de la surface de la source est assez faible pour pouvoir être négligé. Cependant, du fait de son extension spatiale, la source a de très fortes chances de passer suffisamment près des caustiques des microlentilles binaires, comme cela a été illustré sur les figures de la section précédente.

Ainsi, même si la source est de très faible dimension en unités d'Einstein, la courbe d'amplification pourra être affectée par des effets dits de « source étendue » ("finite" ou mieux "extended source effect") lorsque cette dernière passe dans le voisinage immédiat des caustiques. Si l'amplification d'une source ponctuelle devient infinie au niveau des caustiques, pour une source étendue, dont l'amplification est donnée par l'intégrale sur la source de l'amplification ponctuelle, elle sera toujours finie parce que l'Eq. (2.29) est intégrable.

Ces effets ont lieu dans des régions relativement limitées de la courbe de lumière ; les effets de taille étendue ne seront par conséquent décelables que sur des durées très brèves, de l'ordre de la fraction de t_{E}, et une grande attention est à apporter aux fluctuations de magnitude de la microlentille. L'augmentation du nombre d'objets observés, bénéficiant d'un suivi toujours plus précis et susceptibles de mesurer des déviations très courtes a naturellement conduit à de plus en plus de détections de déviations dues à la taille angulaire de la source.

Le fait que la source puisse ainsi révéler sa taille angulaire est une propriété très particulière des microlentilles. Une étoile géante du Bulbe de 30 $R_{\odot}$ située à 8 kpc, par exemple, aura un diamètre angulaire d'environ 35 μas, très inférieure à la résolution angulaire du meilleur instrument disponible. La microlentille ne grossit pas à proprement parler la source. Elle se contente de convertir son rayon angulaire en un rayon mesuré en unités d'Einstein Θ_{E}. Comme cette dernière grandeur est elle-même toujours très faible, le rapport entre le diamètre angulaire de la source et Θ_{E} reste dans des valeurs comparables ($\sim 10^{-2} - 10^{-3}$) et conduit la plupart du temps à des effets observables. En résumé, une microlentille possède la capacité de résoudre spatialement une source, même si cette dernière est de très faible dimension angulaire. On peut ajouter une remarque générale sur le flux amplifié de la source. Si l'on considère le cas d'une microlentille simple et une configuration géométrique D_{L}, D_{S} donnée, l'amplification maximale d'une source étendue de brillance uniforme, de rayon R_{S} en unité d'Einstein, vaut (*cf.* Eq. (5.31) du § 5.2.3) $A_{\mathrm{ES}}^{\max} = \sqrt{4 + R_{\mathrm{S}}^2}/R_{\mathrm{S}} \sim 2/R_{\mathrm{S}}$ si $R_{\mathrm{S}} \ll 1$. D'autre part, puisque le flux Φ_o de l'étoile non-amplifiée est proportionnel à la surface du disque stellaire, $\Phi_o \propto R_{\mathrm{S}}^2$, le flux amplifié de l'étoile $\Phi' = A_{\mathrm{ES}}^{\max} \times \Phi_o$ est proportionnel à R_{S} ($\Phi' \propto R_{\mathrm{S}}$). Les microlentilles pénalisent donc moins les observations de sources de faible rayon que l'observation directe : $\Phi'/\Phi_o \gg 1$ quand $R_{\mathrm{S}} \ll 1$.

La Fig. 2.18 quantifie plus précisément la taille de la source en unité d'Einstein.

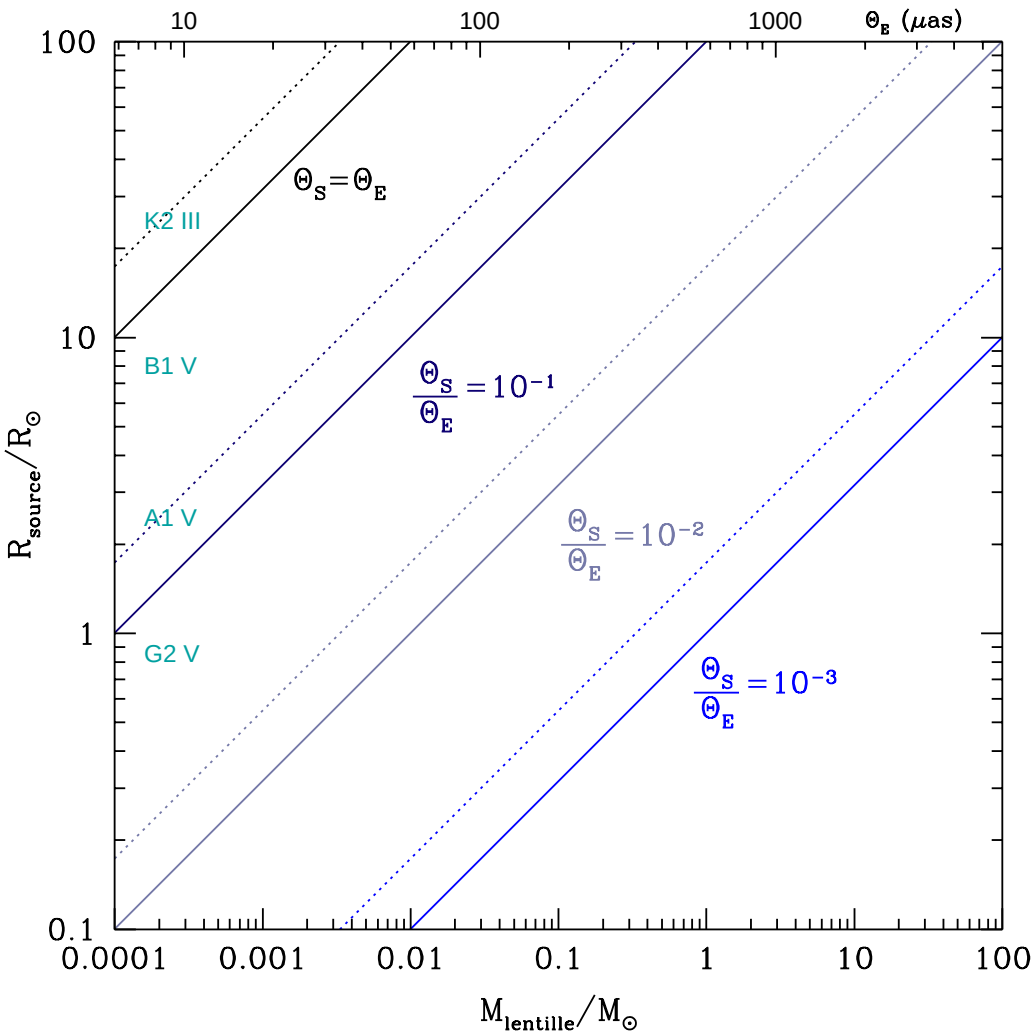

FIG. 2.18: Taille d'une source R_{source}, située a $D_S = 8$ kpc, en fonction de la masse M_{lentille} de la lentille, pour divers rapports Θ_S/Θ_E. Les traits continus sont calculés pour $D_L = 6$ kpc, alors que les traits en pointillés correspondent à $D_L = 4$ kpc. Ce diagramme permet de se rendre compte de la taille angulaire de la source en unités du rayon d'Einstein (soit $R_S = \Theta_S/\Theta_E$), pour diverses configurations ($M_{\text{lentille}}, R_{\text{source}}$). L'échelle du haut donne, pour $D_L = 6$ kpc, la valeur de Θ_E en micro-secondes d'angle (μ as). Par exemple, une lentille de masse solaire située à 6 kpc amplifiant la lumière provenant d'une géante K2 ($\sim 23\,R_\odot$) d'arrière-plan à 8 kpc aura un rayon d'Einstein d'environ 583 μas, pour un rayon de source $\sim 2.3\times10^{-2}$ en unité d'Einstein. Les effets de taille étendue se manifestent souvent dans les courbes de lumière d'événements de grande amplification, dès que Θ_S/Θ_E devient supérieur à 10^{-3}. On a enfin indiqué sur la partie gauche du graphe les types spectraux correspondants à quelques valeurs de R_{source}.

On a supposé que cette dernière évolue dans le Bulbe de la Voie Lactée, à $D_S \simeq 8$ kpc. En abscisse est portée la masse de la lentille (isolée) en $M_\odot$, et en ordonnée le rayon de

la source considérée (le type d'étoile correspondant est donné le long de l'axe, à titre indicatif, pour quelques tailles de sources). Les droites obliques sont paramétrées par le rapport du rayon de la source sur $\Theta_{\rm E}$, avec $\Theta_{\rm S}/\Theta_{\rm E} = 1$, 10^{-1}, 10^{-2} et 10^{-3}. Les droites en trait plein correspondent à une source à $D_{\rm S} = 6\,{\rm kpc}$, les droites en pointillés à $D_{\rm S} = 4\,{\rm kpc}$. Ainsi, une source de taille $10\,R_\odot$ vue à $8\,{\rm kpc}$ « au travers » d'une lentille de type naine M de $0.3\,M_\odot$, a une dimension un peu supérieure à $10^{-2}\,\Theta_{\rm E}$. Des effets de taille étendue importants peuvent alors être détectés. Dans le cas de caustiques produites par des microlentilles binaires à faible rapport de masse ($q \ll 1$), il se peut que la dimension de la source soit du même ordre de grandeur que la taille des caustiques centrales ou secondaires. Les caustiques à la limite risquent d'être noyées par la taille de la source, et ses effets sur la courbe de lumière seront difficilement distingués du bruit de mesure.

Le cas général du calcul complet d'un modèle avec une source étendue, pour une lentille binaire quelconque, est possible mais en pratique très largement au-dessus des capacités des ordinateurs actuels. Les modèles mathématiques doivent parfois être simplifiés, et plusieurs méthodes numériques sont implémentées dans les codes pour travailler de manière complémentaire. Dans certains cas, des effets caractéristiques isolés dans la courbe de lumière peuvent parfois être modélisés indépendamment du reste de l'événement. L'Annexe A est consacrée à l'étude de diverses méthodes, ainsi qu'à leur implémentation dans des codes efficaces.

La prise en compte des effets de taille étendue dans les modèles de microlentilles pose certainement un réel défi aussi bien au plan des mathématiques que dans la mise en place de codes numériques stables. Elle ouvre cependant la voie à de très intéressantes possibilités. En général, une source est affectée d'un « assombrissement centre-bord » ("limb-darkening"). Les observations de microlentilles gravitationnelles y sont sensibles quand la source s'approche des caustiques, à tel point que, dans certains cas, il est indispensable de le prendre en compte dans la modélisation. On utilise souvent des lois d'assombrissement centre-bord linéaires ou en racine carrée (*cf.* § 5.1.3), qui ajoutent alors un ou deux paramètres libres supplémentaires. Il est possible de tirer un grand profit de cet effet pour sonder en détail les atmosphères d'étoiles du Bulbe de la Voie Lactée. Les modèles adaptés à un tel projet, ainsi que les résultats obtenus, seront détaillées au chapitre 5. En particulier, si la source traverse une caustique, ses différentes parties seront amplifiées de façon différentielle, puisque les points situés sur la caustique subissent une amplification formellement infinie. Cet effet est utilisé pour mesurer les assombrissements centre-bord d'étoiles du Bulbe, ou encore d'étudier les variations de largeur équivalente centre-bord de raies spectrales comme Hα ; cet effet peut aussi être mis à profit avec une lentille simple. De nombreuses mesures d'assombrissement centre-bord ont pu être effectuées sur des étoiles très lointaines grâce à la technique des microlentilles. Une grande variété d'étoiles peut ainsi être étudiée, en particulier les Géantes rouges et les étoiles de la Séquence Principale de la population du Bulbe (*cf.* § 5.1.2).

La mesure de la taille de la source $R_{\rm S}$ en unités du rayon d'Einstein $\Theta_{\rm E}$ per-

met aussi de donner des contraintes fortes sur les caractéristiques géométriques, et comme pour la parallaxe (*cf.* § 2.3.3) de lever une partie des dégénérescences du modèle ; la mesure de ces deux effets conduit d'ailleurs à évaluer la masse de la lentille et sa distance à l'observateur de manière univoque, comme il sera démontré au § 2.7. Des modèles numériquement viables sont aussi en mesure d'être départagés si les paramètres physiques de la microlentille sont mesurés (par exemple pour l'événement OGLE 2002–BLG–069, § 2.8). Là encore, la prise en compte d'une source de taille étendue ajoute un paramètre dans les modèles et complique énormément les problèmes de calcul numérique (voir l'Annexe A). La taille de la source, quand elle est déterminée, constitue toutefois une mesure solide, qui peut être utilisée pour apporter des contraintes fortes sur les caractéristiques de la microlentille.

Source ponctuelle ou étendue ?

Terminons cette section par quelques remarques pratiques. Une manière efficace de procéder consiste à décomposer les courbes de lumière en diverses régions, selon que les effets de taille étendue sont prédominants ou non. Lorsque la source est loin des caustiques, l'approximation d'une source ponctuelle est bonne et suffit pour mener à bien le calcul de l'amplification. Pour les régions de la courbe de lumière affectées par la taille étendue de la source, on peut parfois mettre en place un modèle approché pour faciliter et accélérer les calculs. Mais dans certains cas, le modèle complet avec effet de source étendue sans approximation est nécessaire, et le temps de calcul peut devenir très important.

2.7 Masse et distance de la microlentille

L'expression de t_{E}, seul paramètre directement mesurable dans un événement de microlentille, est une combinaison dégénérée des paramètres D_{L}, D_{S}, M et $v_{\perp}$ comme il a déjà été signalé. La mesure de la parallaxe et celle de la taille de la source, correspondant respectivement à la détermination dans les modèles des paramètres η et R_{S}, permettent de lever l'ambiguïté sur les caractéristiques de la microlentille. On fera pour cela l'hypothèse que la distance de la source est relativement bien déterminée (par exemple par des méthodes *ad hoc* de tracés de diagrammes magnitude–couleur du champ observé), ce qui est presque toujours le cas.

Pour cela, on commence par réécrire l'expression du rayon d'Einstein donnée par l'Eq. (2.14), en exprimant les masses en termes de masse solaire $M_{\odot}$:

$$R_{\mathrm{E}} = \left(\frac{4GM_{\odot}\,D_{\mathrm{S}}}{c^2}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{M}{M_{\odot}}\,x\,(1-x)}, \quad x = \frac{D_{\mathrm{L}}}{D_{\mathrm{S}}}, \tag{2.45}$$

de laquelle on tire la formule :

$$\frac{M(x)}{M_{\odot}} = \frac{c^2}{4GM_{\odot}\,D_{\mathrm{S}}} \times \frac{R_{\mathrm{E}}^2}{x\,(1-x)}. \tag{2.46}$$

La vitesse orthoradiale relative $v_\perp$ définie dans l'Eq. (2.31) se déduit alors de cette formule, puisque t_E est mesuré :

$$v_\perp = \frac{R_\mathrm{E}}{t_\mathrm{E}} = \left(\frac{4GM_\odot\, D_\mathrm{S}}{c^2\, t_\mathrm{E}^2}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{M}{M_\odot}\, x\,(1-x)}. \tag{2.47}$$

Contraintes issues de la mesure de la parallaxe annuelle

Nous avons vu au § 2.3.3 que la mesure de la parallaxe d'un événement de microlentille était essentiellement caractérisée par le paramètre $\eta = (1-x)\, a_\oplus / R_\mathrm{E}$ (*cf.* Eq. (2.33) et (A.20)). On peut donc extraire R_E de la formule et l'insérer dans l'Eq. (2.46), pour obtenir :

$$\frac{M(x)}{M_\odot} = \frac{c^2}{4GM_\odot\, D_\mathrm{S}} \times \left(\frac{\eta}{a_\oplus}\right)^2 \times \frac{1-x}{x}, \tag{2.48}$$

qui fait intervenir la valeur physique du demi-grand axe de l'orbite terrestre, $a_\oplus$, ainsi que sa valeur obtenue dans l'ajustement du modèle aux données, η. Cette formule donne une relation entre la masse de la lentille M et sa distance relative x à l'observateur. Un exemple d'une telle relation est tracée Fig. 2.19.

Contraintes issues de la mesure du rayon de la source

En disposant d'observations dans plusieurs bandes spectrales, ou encore d'informations spectroscopiques sur l'étoile source, on peut déterminer sa distance et son type, et ainsi estimer son rayon physique, noté R_S^phys. Si la taille de la source en unité d'Einstein R_S est déterminée dans l'ajustement d'un modèle (*cf.* § 2.6), une relation supplémentaire entre les paramètres dégénérés est en mesure d'être établie. En effet, par définition, R_S mesure le rayon de la source en unité de R'_E dans le plan–source, c'est-à-dire :

$$R_\mathrm{S} = \frac{R_S^\mathrm{phys}}{R'_\mathrm{E}} = x\, \frac{R_S^\mathrm{phys}}{R_\mathrm{E}}. \tag{2.49}$$

Une fois encore, on peut extraire l'expression de R_E pour la remplacer dans l'Eq. (2.46). Nous obtenons une relation du même type que celle donnée par l'Eq. (2.48), à savoir :

$$\frac{M(x)}{M_\odot} = \frac{c^2}{4GM_\odot D_\mathrm{S}} \times \left(\frac{R_S^\mathrm{phys}}{R_\mathrm{S}}\right)^2 \times \frac{x}{1-x}. \tag{2.50}$$

La courbe correspondante pour $R_S^\mathrm{phys} = 16\, R_\odot$ est tracée avec la précédente sur la Fig. 2.19.

Discussion sur la mesure simultanée de la parallaxe et du rayon de la source

S'il était possible de mesurer pour tous les événements la parallaxe et le rayon de la source, on aurait accès aux caractéristiques géométriques et physiques complètes

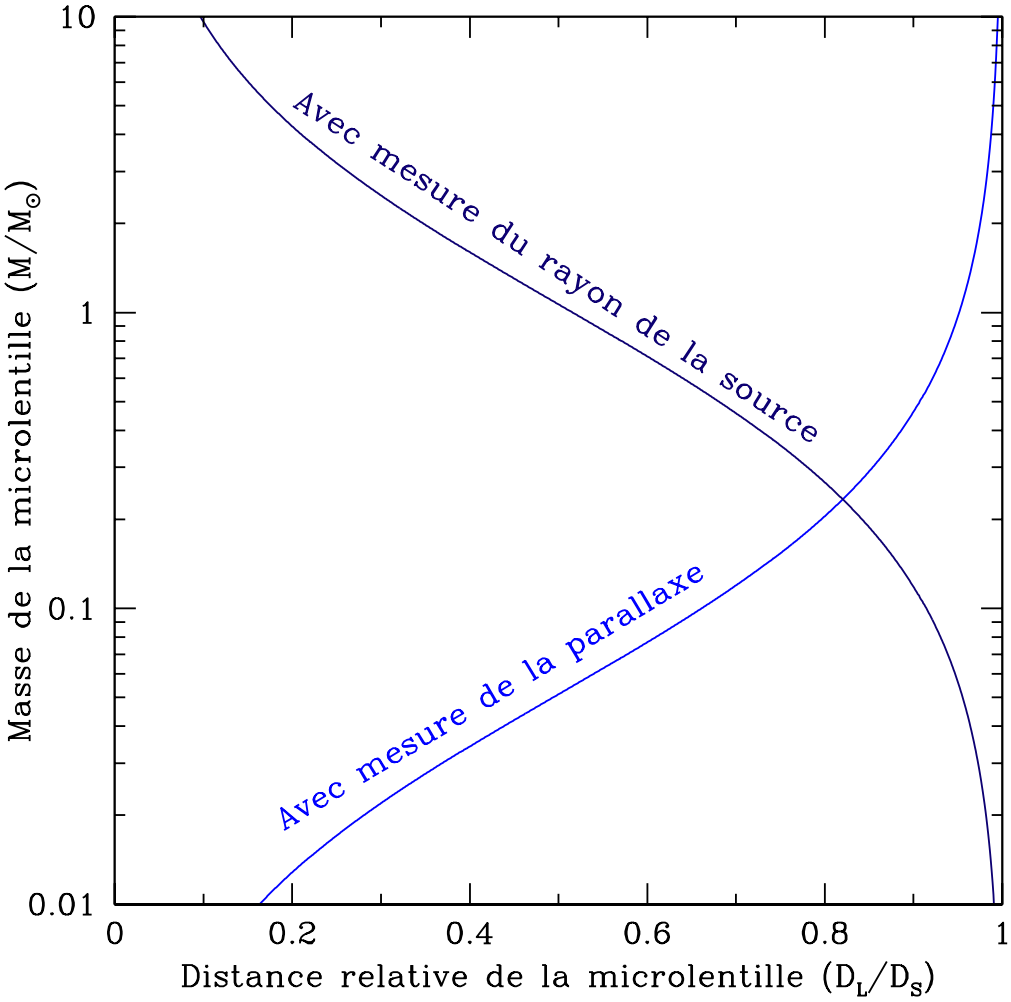

FIG. 2.19: Contraintes physiques sur la masse M de la lentille (en ordonnées) et sa distance à l'observateur ($D_{\rm L}$, abscisse). La source est supposée résider dans le bulbe de la Galaxie à la distance de $D_{\rm S} = 8\,$kpc. La courbe bleu marine trace la contrainte Eq. (2.48) obtenue à partir d'une mesure de la parallaxe par l'intermédiaire du paramètre $\eta = 0.12$, avec $a_\oplus = 1\,$UA. La deuxième courbe (en bleu roi) illustre la contrainte issue de l'Eq. (2.50), où on a mesuré aussi bien la taille physique du rayon de la source, $R_S^{\rm phys} = 16\,R_\odot$, que sa valeur en unités d'Einstein, $R_{\rm S} = 4 \times 10^{-2}$. Le point représentatif du couple $(D_{\rm L}, M)$ est astreint à se déplacer sur ces courbes. Si la parallaxe et la taille de source sont mesurées en même temps, la lentille possède les caractéristiques indiquées par le point d'intersection des deux courbes.

du problème, par simple lecture du point d'intersection des deux courbes Eq. (2.48) et Eq. (2.50) sur la Fig. 2.19. En pratique, ceci n'est que très rarement réalisé, en partie pour les raisons discutées ci-dessous.

Tout d'abord, les événements très courts ($t_{\rm E} \simeq 10\,$jours $\ll 365\,$jours) ne per-

mettent pas en général de mesurer de manière fiable la parallaxe relative ; les modèles fournissent éventuellement des valeurs maximales du paramètre η.

Dans le cas des microlentilles simples, le raisonnement suivant met en lumière qu'il est difficile de mesurer simultanément parallaxe et rayon de la source. Soit μ la vitesse angulaire relative entre la microlentille et la source ; pour fixer les idées, dans un scénario Bulbe–Bulbe on aura $\mu \simeq 15\,\mu$as/jour alors que dans un événement Bulbe–Disque, ce sera plutôt $\mu \simeq 22\,\mu$as/jour. Considérons une source de taille fixée $R_S^{\rm phys}$, subissant un effet de microlentille, dont on suppose la géométrie donnée, de même que la vitesse relative μ. La taille angulaire de la source $\Theta_{\rm S} = R_S^{\rm phys}/D_{\rm S}$ est donc constante, tandis que celle de l'anneau d'Einstein $\Theta_{\rm E} = \mu\, t_{\rm E}$ est quant à elle d'autant plus grande que le temps d'Einstein $t_{\rm E}$ est plus long. Par conséquent, la taille angulaire *relative* de l'étoile-source par rapport à $\Theta_{\rm E}$ (c'est-à-dire $\Theta_{\rm S}/\Theta_{\rm E}$) varie comme $1/t_{\rm E}$. On arrive donc à deux effets contradictoires : si $t_{\rm E}$ est grand, la mesure de la parallaxe est facilitée, mais alors $\Theta_{\rm S}/\Theta_{\rm E}$ est faible et l'observation d'effets de source étendue est peu probable. Inversement, un événement court favorise l'observation d'effets de taille étendue de la source, mais pénalise la mesure de la parallaxe.

Les microlentilles binaires dans le régime des rapports de masses intermédiaires ($10^{-2} \ll q < 1$), quant à elles, ont à leur actif de posséder des caustiques très étendues, de taille comparable à $\Theta_{\rm E}$ (*cf.* Fig. 2.8 et 2.9). La probabilité que la trajectoire de la source croise une de ces caustiques, en produisant des déviations notables dans la courbe de lumière (ex. entrées ou sorties de caustique), est alors très grande, et ce même si $\Theta_{\rm S}/\Theta_{\rm E} \ll 1$. De ce point de vue, un temps d'Einstein $t_{\rm E}$ plus long favorise non seulement la mesure de la parallaxe, mais également celle de la taille de la source, contrairement aux microlentilles simples. Notons cependant que pour le régime des microlentilles planétaires ($q \ll 1$), les caustiques sont de très petite taille ce qui renvoie aux difficultés précédentes.

Pour cette raison, peu de mesures simultanées de la masse et de la distance de microlentilles ont pu être réalisées. Elles sont regroupées dans le Tab. 2.1.

Microlentille	$\Theta_{\rm E}$ (mas)	Masse ($M_\odot$)	Distance (kpc)
EROS 2000–BLG–5	1.38 ± 0.12	0.612 ± 0.057	$\simeq 2$
OGLE 2002–BLG–069.....	$\simeq 0.99$	0.51 ± 0.15	2.9 ± 0.4
OGLE 2003–BLG–238.....	0.652 ± 0.056	$1.15^{+0.33}_{-0.79}$	$5.9^{+0.4}_{-2.3}$
OGLE 2003–BLG–175.....	$\simeq 2.2$	$\simeq 0.75$	$\simeq 1.1$

Tab. 2.1: Microlentilles pour lesquelles la masse et la distance ont pu être mesurées simultanément.

Estimation des paramètres basée sur un modèle galactique

Lorsqu'il n'est pas possible de mesurer l'un ou l'autre de ces paramètres, il est en dernier ressort possible de s'appuyer sur un modèle Galactique de distribution des masses, des distances et des vitesses des étoiles (ex. Han & Gould, 2003), pour estimer la masse et la distance de la microlentille. Un exemple en est donné à la Fig. 2.20, pour lequel les densités de probabilité de la masse M (graphe du haut), de la distance $D_{\rm L}$ (au milieu) et de la vitesse relative $v_\perp$ (en bas) de la microlentille sont calculées pour un événement donné. La source réside dans le Bulbe, et deux scénarios sont envisagés, selon que la microlentille appartient au Bulbe ou au Disque de la Galaxie.

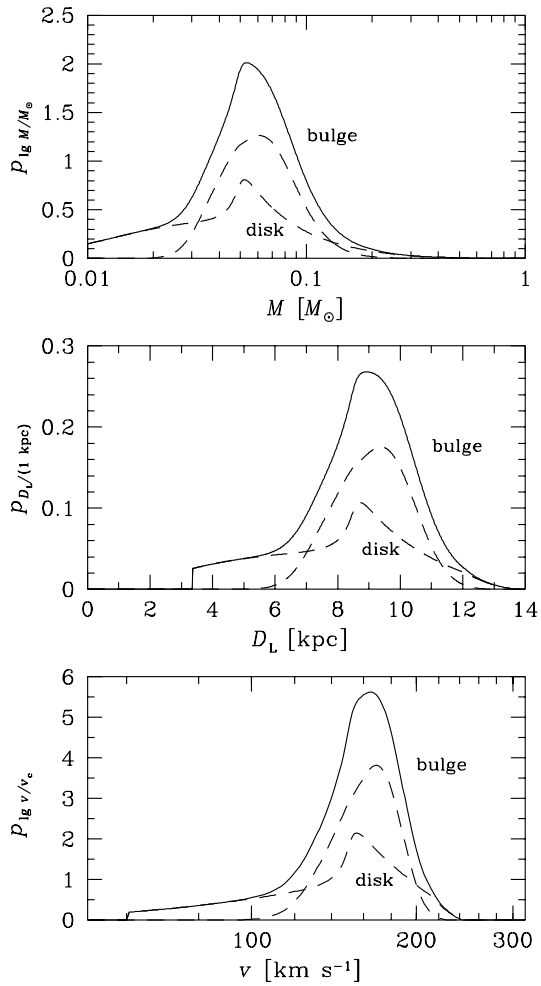

FIG. 2.20: Exemple de densités de probabilité de la masse M (graphe du haut), de la distance $D_{\rm L}$ (au milieu) et de la vitesse relative $v_\perp$ (en bas) pour un événement donné. Deux scénarios sont envisagés : soit la lentille (comme la source) est dans le Bulbe (courbe en pointillés notée "bulge"), soit la lentille réside dans le disque (en pointillés, notée "disk") de la Galaxie. La courbe en trait plein est la densité de probabilité totale, sans distinction du scénario.

D'autres effets peuvent aussi être utilisés pour mesurer les paramètres physiques de la microlentille, à partir du moment où ils sont modélisables. C'est le cas par exemple de la mesure de la rotation d'une microlentille binaire (ex. Dominik, 1998a). Un tel effet a bien été observé et modélisé avec succès par Albrow *et al.* (2000b), dans l'événement MACHO 97–BLG–41, et par An *et al.* (2002) pour EROS 2000–BLG–5. Malgré tout, ce genre de mesure reste très rare, et les efforts portent essentiellement sur la modélisation précise des effets de parallaxe et de source étendue pour remonter à la distance et à la masse de la microlentille.

2.8 Caractérisation complète de OGLE 2002–BLG–069 (Article A&A)

L'événement OGLE 2002–BLG–069 est un événement de microlentille binaire, pour lequel deux traversées de caustiques ont été observées. La modélisation de cet événement a clairement mis en évidence une dégénérescence des modèles à grande et faible séparation, qu'il a été possible de départager par des considérations physiques. La masse et la distance de la microlentille ont pu être mesurées avec précision. La sortie de la caustique, de plus, a été suivie en spectroscopie UVES, et les données obtenues ont permis de sonder l'atmosphère de l'étoile source, située dans le Bulbe de la Galaxie (*cf.* § 5.3).

L'article qui suit a été publié par Kubas *et al.* (2005) dans *Astronomy & Astrophysics.*

A&A 435, 941–948 (2005)
DOI: 10.1051/0004-6361:20042624
© ESO 2005

Astronomy & Astrophysics

Full characterization of binary-lens event OGLE-2002-BLG-069 from PLANET observations*

D. Kubas[1,7], A. Cassan[1,2], J. P. Beaulieu[1,2], C. Coutures[1,2,4], M. Dominik[1,5], M. D. Albrow[1,10], S. Brillant[1,3], J. A. R. Caldwell[1,11], D. Dominis[1,7], J. Donatowicz[1,6], C. Fendt[7], P. Fouqué[1,12], U. G. Jørgensen[1,9], J. Greenhill[1,13], K. Hill[1,13], J. Heinmüller[7], K. Horne[1,5], S. Kane[1,5], J. B. Marquette[2], R. Martin[1,13], J. Menzies[1,14], K. R. Pollard[1,10], K. C. Sahu[1,11], C. Vinter[1,9], J. Wambsganss[1,8], R. Watson[1,13], A. Williams[1,15], and C. Thurl[16]

[1] PLANET collaboration member
[2] Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis boulevard Arago, 75014 Paris, France
[3] European Southern Observatory, Casilla 19001, Vitacura 19, Santiago, Chile
[4] DSM/DAPNIA, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France
[5] University of St Andrews, School of Physics & Astronomy, North Haugh, St Andrews, KY16 9SS, UK
[6] Technical University of Vienna, Dept. of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria
[7] Universität Potsdam, Astrophysik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Germany
e-mail: kubas@astro.physik.uni-potsdam.de
[8] Astronomisches Rechen-Institut, Mönchhofstrasse 12–14, 69120 Heidelberg, Germany
[9] Niels Bohr Institute, Astronomical Observatory, Juliane Maries Vej 30, 2100 Copenhagen, Denmark
[10] University of Canterbury, Department of Physics & Astronomy, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand
[11] Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA
[12] Observatoire Midi-Pyrénées, 14 avenue Édouard Belin, 31400 Toulouse, France
[13] University of Tasmania, Physics Department, GPO 252C, Hobart, Tasmania 7001, Australia
[14] South African Astronomical Observatory, PO Box 9, Observatory 7935, South Africa
[15] Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth 6076, Australia
[16] RSAA, Mount Stromlo and Siding Spring Observatories, ANU, Cotter Road, Weston Creek, Canberra, ACT 2611, Australia

Received 29 December 2004 / Accepted 27 January 2005

Abstract. We analyze the photometric data obtained by PLANET and OGLE on the caustic-crossing binary-lens microlensing event OGLE-2002-BLG-069. Thanks to the excellent photometric and spectroscopic coverage of the event, we are able to constrain the lens model up to the known ambiguity between close and wide binary lenses. The detection of annual parallax in combination with measurements of extended-source effects allows us to determine the mass, distance and velocity of the lens components for the competing models. While the model involving a close binary lens leads to a Bulge-Disc lens scenario with a lens mass of $M = (0.51 \pm 0.15)\ M_\odot$ and distance of $D_L = (2.9 \pm 0.4)$ kpc, the wide binary lens solution requires a rather implausible binary black-hole lens ($M \gtrsim 126\ M_\odot$). Furthermore we compare current state-of-the-art numerical and empirical models for the surface brightness profile of the source, a G5III Bulge giant. We find that a linear limb-darkening model for the atmosphere of the source star is consistent with the data whereas a PHOENIX atmosphere model assuming LTE and with no free parameter does not match our observations.

Key words. gravitational lensing – stars: atmospheres – stars: binaries: general

1. Introduction

By exploiting the phenomenon of the bending of light from background source stars due to the gravitational field of intervening compact objects acting as lenses, Galactic microlensing provides an opportunity to infer the brightness profile of the source star, the mass and configuration of the lens, as well as the relative parallax and proper motion. In recent years there has been a remarkable increase in the power of microlensing survey alert systems like OGLE-III (Udalski 2003)[1] and MOA (Bond et al. 2001)[2]. As a consequence, binary-lens microlensing events have become a unique and valuable tool to study, in unprecedented detail, members of the source and lens population within our Galaxy and in the Magellanic Clouds (Abe et al. 2003; Fields et al. 2003; An et al. 2002; Albrow et al. 2001b, 2000a,b, 1999a,b). The OGLE-2002-BLG-069 event is an ideal example for showing the current capabilities of microlensing follow-up observations.

* Based on observations made at ESO, 69.D-0261(A), 269.D-5042(A), 169.C-0510(A).

[1] www.astrouw.edu.pl/~ogle/
[2] www.physics.auckland.ac.nz/moa/

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

The passage of a source star over a line-shaped (fold) caustic as created by a binary lens produces a characteristic peak in the light curve which depends on the stellar brightness profile. The data obtained for OGLE-2002-BLG-069 clearly reveal a pair of such passages consisting of an entry and subsequent caustic exit, where the number of images increases by two while the source is inside the caustic.

This binary-lens event is the first where both photometric and high-resolution spectroscopic data were taken over the whole course of the caustic exit. The previous attempts on EROS-2000-BLG-5 (Afonso et al. 2001) had good coverage but low spectral resolution (Albrow et al. 2001a), or a pair of spectra taken with high resolution but low signal-to-noise (Castro et al. 2001). Prior to this study, we presented a fold-caustic model of the OGLE-2002-BLG-069 photometric data comparing a linear law and a model derived from PHOENIX v2.6 synthetic spectra for the limb-darkening and analyzed variations in the Hα line as observed in high-resolution UVES spectra taken over the course of the caustic passage (Cassan et al. 2004). A full account of the spectral observations in Hα, Hβ, CaII, Mg and other lines will be given in Beaulieu et al. (2005). Here, we concentrate on the photometric data alone in order to present the full binary-lens model.

For the majority of observed microlens events all information about lens mass, relative lens-source distance and proper motion is convolved into one single characteristic time scale. Binary-lens events however are especially sensitive to effects caused by finite source size and parallax, so that in combination with the determination of the angular source radius, these three lens quantities can be measured individually (Refsdal 1966; Gould 1992). This is only the second binary microlensing event, after EROS-BLG-2000-5 (An et al. 2002), for which this has been achieved. Despite our high sampling rate and the small uncertainty of our photometric measurements, we still encounter the well-known close/wide-binary ambiguity originating in the lens equation itself (Dominik 1999) and which may only be broken with additional astrometric measurements as proposed in Dominik (2001) and Gould & Han (2000).

2. OGLE-2002-BLG-069 photometry data

Alerted by the OGLE collaboration (Udalski 2003) on June 1, 2002 about the ongoing Bulge microlensing OGLE 2002-BLG-069 event (RA = $17^{\rm h}48^{\rm m}1\overset{\rm s}{.}0$, Dec = $-21°16'9\overset{''}{.}3$), the PLANET collaboration network began photometric observations on June 18, using 6 different telescopes, namely SAAO 1 m (South Africa), Danish 1.54 m (La Silla), ESO 2.2 m (La Silla), Canopus 1 m (Tasmania), Stromlo 50″ (Australia) and Perth 1 m (Australia). Data were taking in *I*- (UTas, Danish, SAAO, Perth), *R*- (La Silla) and *V*-bands (Stromlo). Since the *V*-band data set of Stromlo contains only 8 points, which is less than the number of parameters we fit, we do not use it in the modeling process.

The photometry reductions were done by point-spread-function (PSF) fitting using our own modified version of DoPHOT (Schechter et al. 1993), implemented as part of the PLANET reduction pipeline. The full raw data set including the public OGLE data (available from www.astrouw.edu.pl/~ogle/ogle3/ews/ews.html) consists of 675 points. Data that were obviously wrong according to the observational log books or for which the reduction software did not succeed in producing a proper photometric measurement have been eliminated. Moreover, PLANET data taken under reported seeing that was significantly above the typical value for the given site were removed according to the cut-offs listed in Table 1. Altogether about 2% of the data were rejected, leaving us with a total of 651 points (Fig. 1).

Table 1. Selection criteria for PLANET photometric dataset.

Telescope	Median seeing (arcsec)	Seeing cut (arcsec)	Number of points
ESO 2.2 m	1.13	≤2.5	150
Danish	1.62	≤2.5	108
UTas	3.13	≤3.6	58
SAAO	1.93	≤2.6	153
Perth	2.43	≤2.8	86

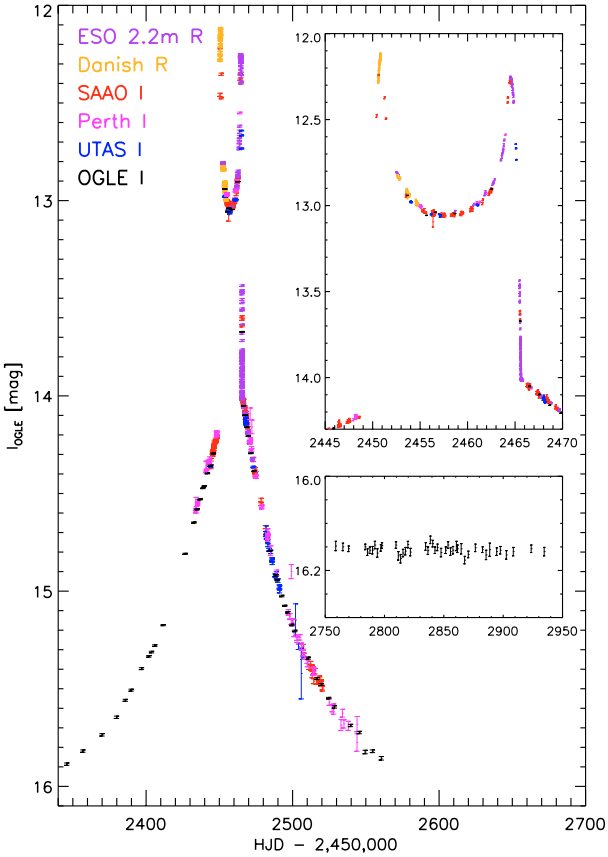

Fig. 1. Complete photometric *I*- and *R*-band datasets of PLANET and OGLE, with PLANET calibrated to the OGLE filter. The upper inner panel shows a zoom of the caustic passages, while the lower panel displays the baseline measurements of OGLE made in the 2003 season, i.e. one year after the lensing event occurred.

Thanks to the favourable brightness at baseline ($I_{\rm OGLE}$ = 16.15 ± 0.01 mag) and low crowding of this event, the correlation between seeing and observed flux is negligible and does

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

not yield a significant signature in the data, contrary to some previously analyzed events (e.g. Albrow et al. 2000b).

3. Binary-lens model

3.1. Parametrization and general approach

The art of binary-lens light curve modeling still poses significant challenges. A priori the parameters have a large dynamical range (the mass ratio for instance can vary over several magnitudes) and the standard χ^2 goodness-of-fit measure of the complicated high-dimensional parameter space is very sensitive to subtle changes in most of the parameters. Furthermore the parameter space contains both real ambiguous solutions and false numerical minima where parts of the χ^2 surface are either flat or contain very irregular and rough regions, in which local optimizing codes, based on gradient search algorithms (Press et al. 1992), can get trapped. Another barrier is the treatment of extended-source effects, which are prominent when the source is resolved by caustic crossings. Given the large number of initial model parameters and the large number of data points, all suggested methods of calculate binary-lens curves of extended sources (Kayser & Schramm 1988; Dominik 1995; Wambsganss 1997; Dominik 1998a) are too time consuming to be used for the complete data set. Therefore we employ a strategy similar to that used by Albrow et al. (1999b). We treat the data obtained during the caustic passage(s) separately from the remainder of the light curve using the criteria given below.

For a caustic crossing binary-lens event a minimum of $7 + 2n$ parameters are required, namely $t_0, u_0, t_E, q, d, \alpha$, and ρ_*, plus F_S and F_B for each of the n different observing sites (here $n = 6$). Here t_0 denotes the time of closest approach to the center of mass of the binary, $u_0 \geq 0$ the impact parameter at time t_0, t_E is the time needed to cross the angular Einstein radius, which is defined as

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2}\frac{D_{LS}}{D_L D_S}}, \quad (1)$$

where D_L, D_S and D_{LS} are the observer-lens, observer-source, lens-source distances and M the total mass of the binary lens. The lens is characterized by the mass ratio $q = m_2/m_1$ between the secondary and the primary and their angular separation $d\,\theta_E$. The impact angle α is measured between the line from the secondary to the primary and the positive direction of source motion relative to the lens. The angular source size is given by $\rho_\star\,\theta_E$. The flux of the unlensed source star is F_S and F_B is the flux contribution of any other unlensed sources (including the lens) within the aperture. For every observing site, F_B and F_S are determined independently to account for different background and flux characteristics of the individual telescopes/detectors. Modeling the parallax effect due to the orbital motion of the Earth requires 2 more parameters, the length π_E of the semi-major axis projected onto the sky plane and a rotation angle ψ, describing the relative orientation of the transverse motion of the source track to the ecliptic plane. The source surface brightness profile in this study is described by either a 1- or 2-parameter law so that the complete photometric model consists of up to 23 parameters.

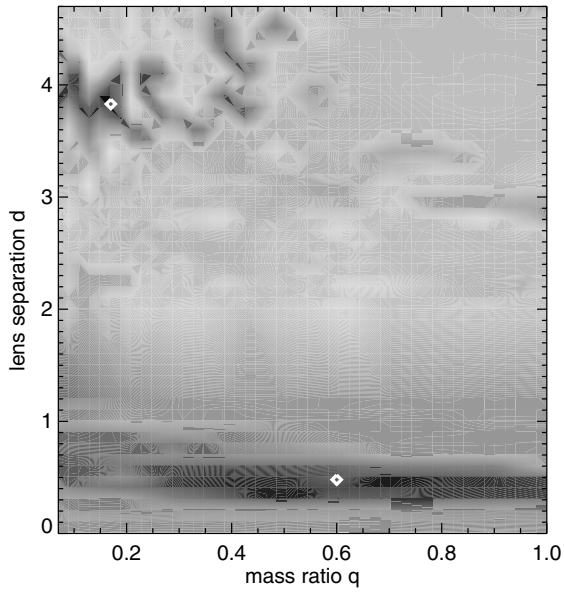

Fig. 2. Gray-scale χ^2 map of full grid in mass ratio q and lens separation d, with darker regions representing lower values of χ^2. The irregularity of parameter space is reflected by the patchy appearance of the map, especially around the wide binary model in the upper left part of the plot. The best models are marked by the white diamonds at $q \sim 0.6$, $d \sim 0.5$ (close binary) and at $q \sim 0.16$, $d \sim 3.7$ (wide binary).

Our initial search for the lens model involves only data outside the caustic-crossing region, where extended-source effects are negligible. Moreover, we also neglect parallax effects. We then scan the parameter space on a grid of fixed values of mass ratio q and lens separation d, optimizing the remaining parameters t_0, u_0, t_E and α with the genetic algorithm Pikaia (Charbonneau 1995; Kubas & Cassan 2005) and subsequently with a gradient routine to obtain χ^2-maps such as shown in Fig. 2, which give an overview of possible model solutions. The values of F_S and F_B are simultaneously computed by inexpensive linear fitting. To explore in more detail the minima that are found we conduct a search with Pikaia over a restricted range of q and d but this time allowing these parameters to be optimized as well and again use gradient based techniques for final refinement. The results from the fold-caustic-crossing modeling in combination with the point source fits are then used to generate magnification maps with the ray-shooting technique (Wambsganss 1997). These maps contain the full information on the lens-source system.

We note that in crowded fields the raw photometry errors given by the reduction process clearly underestimate the true errors (Wozniak 2000). To achieve a reduced χ^2 of unity in our best fit model the photometric error bars would have to be rescaled by factors of 1.51 (SAAO), 1.92 (UTas), 1.34 (Danish), 1.16 (ESO 2.2 m), 1.59 (Perth) and 2.3 (OGLE).

3.2. Preferred lens parameters

To exclude the data points which are affected by finite source effects we apply the argument given in Albrow et al. (1999b).

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

There it was shown, that for times $\gtrsim 3\Delta t$ away from the fold caustic, where Δt is the time in which the source radius crosses the caustic, the point source approximation is accurate enough for photometric errors of $\lesssim 1\%$. Based on the measured caustic crossing times (see Sect. 4) we cut out data between $2450.0 \leq \mathrm{HJD}' \leq 2452.8$ and $2463.0 \leq \mathrm{HJD}' \leq 2466.0$, where $\mathrm{HJD}' = \mathrm{HJD} - 2\,450\,000$. We then search for promising regions in parameter space on a grid of mass ratio q and lens separation d, the two parameters that characterize the binary lens, with $q = 0.01, 0.05, 0.10, 0.15, ..., 1.00$ and $d = 0.01, 0.05, 0.10, 0.15, ..., 4.70$. The result is shown in Fig. 2. While the apparent close binary solution around $q \sim 0.6$ and $d \sim 0.5$ seems to be well defined, the numerical routines converge poorly in the vicinity of the wide-binary solution, reflecting the intricacy of binary-lens parameter space. By bracketing apparently interesting subsets of the (q, d) plane, our optimization algorithm identifies the best wide solution at $q \sim 0.16$ and $d \sim 3.7$.

3.3. Annual parallax

Close-binary-lens models that neglect the motion of the Earth around the Sun show a significant asymmetry in the residuals which disappears if parallax is taken into account. Adapting the convention in Dominik (1998b) and illustrated in Fig. 3 we introduce as a parameter the projected length π_E of the Earth's semi-major axis in the sky plane, which is defined as

$$\pi_\mathrm{E} = \pi_\mathrm{LS}/\theta_\mathrm{E} = \frac{1\ \mathrm{AU}}{\theta_\mathrm{E}} \left(\frac{1}{D_\mathrm{L}} - \frac{1}{D_\mathrm{S}} \right), \tag{2}$$

where π_LS is the relative lens-source parallax. The second additional parameter is the angle ψ describing the relative orientation of the source motion to the ecliptic. The heliocentric ecliptic coordinates (φ, χ) used for the parallax modeling are derived from the standard geocentric ecliptic coordinates (λ, β) by applying $\chi = \beta$ and $\varphi = \lambda + \pi + \varphi_\gamma$, where φ_γ is the angle of the vernal equinox measured from the perihelion.

In 2002 Earth reached the perihelion at ~2277.1 HJD′ and the time of the vernal equinox was ~2354.3 HJD′. This yields $\varphi = 163.3°$ and $\chi = 2.1°$ for OGLE-BLG-2002-069.

4. Source model

The data taken when the source transits the caustic show the corresponding characteristic shape. The caustic entry is not well sampled, because in the early stage of the event it was difficult to distinguish between a binary and a single lens, and the practically unpredictable rise of the light curve was rather short. On the other hand, the caustic exit has very good coverage thanks to our predictive online modeling. Hence, we focus our study on the caustic exit. We estimate that the exit occurred for $(2463.45 \leq \mathrm{HJD}' \leq 2467)$ approximately. The corresponding subset of data comprises 95 points from ESO 2.2 m, 21 points from SAAO and 17 points from UTas, giving a total of 133 points. We assume the source to move uniformly and neglect the curvature of the caustic as well as the variation of its strength on the scale of the source size. This approximation

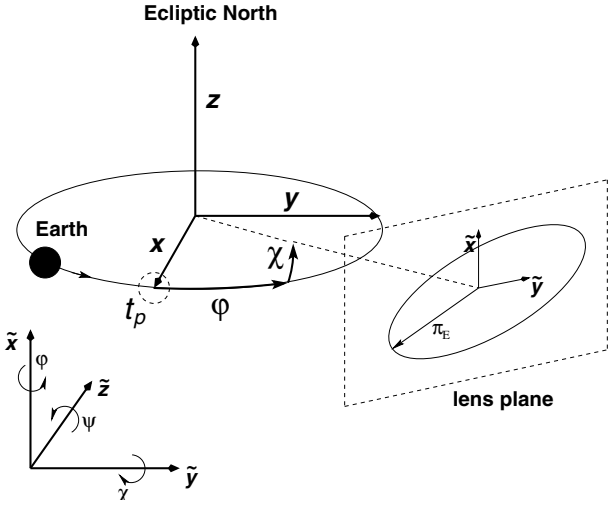

Fig. 3. The coordinates $(\tilde{x}, \tilde{y})$ are chosen so that the right hand system $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ fulfils $\tilde{x} = z$, $\tilde{y} = y$, $\tilde{z} = -x$ for $\varphi = \chi = \psi = 0$. The longitude φ is measured from the perihelion t_p towards the Earth's motion and the latitude χ from the ecliptic plane towards ecliptic north.

(which is justified in Sect. 5) allows us to increase computational efficiency significantly by using a fold-caustic-crossing model (e.g. Cassan et al. 2004). We recall that during a caustic crossing, the total magnification $A^{(s)}$ of the source is the sum of the magnifications of the two critical images and the three other images:

$$A^{(s)} = a_\mathrm{crit}\, G_\mathrm{f} \left(\frac{t_\mathrm{f} - t}{\Delta t}\ ;\ \xi^{(s)} \right) + a_\mathrm{other}\ [1 + \omega(t - t_\mathrm{f})]\,. \tag{3}$$

Here Δt is the time needed for the radius of the source to cross the caustic, t_f is the date at which the limb exits the caustic and G_f is a characteristic function (Schneider & Wagoner 1987) depending on the surface brightness profile ξ. The blending parameters and the baseline magnitudes for each site are derived from the point-source model on the non-caustic-crossing part of the light curve; they are held fixed in the following.

Limb-darkening is frequently characterized by a sum of power-laws:

$$\frac{\xi(\mu)}{\xi_0} = 1 - \sum_i a_i (1 - \mu^i), \tag{4}$$

where $\mu = \cos\vartheta$ is the cosine of the emergent angle of the light ray from the star, and a_i $(i = 1/2, 1, 3/2, 2...)$ are the so-called limb darkening coefficients (LDC). We investigate the two most popular realizations: the linear $(a_1 \neq 0)$ and square root limb darkenings $(a_1 \neq 0$ and $a_{1/2} \neq 0)$. Performing a χ^2 minimization on our fold-caustic data provides us with the parameters listed in Table 2 that best describe our photometric data. The value of χ^2/d.o.f. tells us about the relative goodness of the fits among the studied models. Claret (2000) also introduced a 4-parameter law which fits the limb-darkening curves derived from spherical atmosphere models. However, as pointed out by Dominik (2004a), for coefficients beyond the linear law, the differences in the light curve are much smaller than the differences in the profiles, and it is not possible to

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

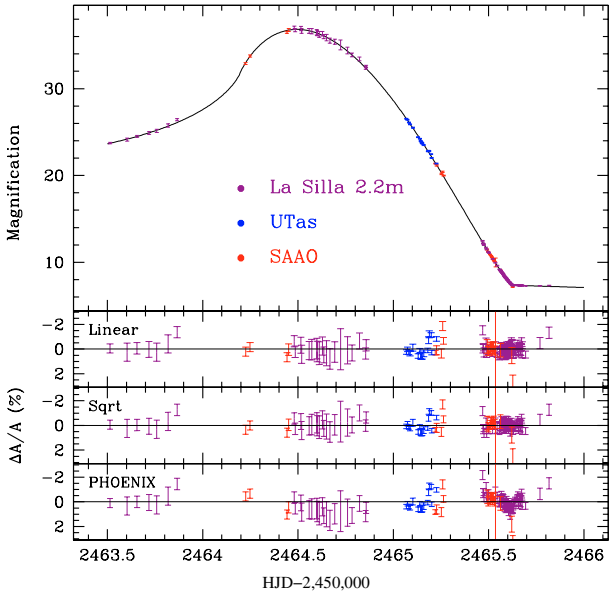

Fig. 4. Data points and light curve obtained with square-root limb darkening (upper panel), and residuals coming from the linear, square-root and PHOENIX laws.

Table 2. Limb-darkening coefficients (LDC) derived from the fit of OGLE-2002-BLG-069 during the caustic exit. Each set of LDC corresponds to the best fit obtained (no error rescaling here) by using the LDC as well as the fold-caustic model parameters as free parameters.

	Linear	Square root	PHOENIX
t_f (days)	2465.624	2465.626	2465.636
Δt (days)	0.71	0.72	0.72
ω (days^{-1})	−0.10	−0.10	−0.11
a_{crit}	19.98	20.03	19.85
a_{other}	7.33	7.35	7.33
a_1	0.62	0.10	–
$a_{1/2}$	–	0.80	–
χ^2/d.o.f.	2.230	1.937	3.528

find a unique set of coefficients given our data set. Finally, we also consider a PHOENIX atmosphere model that resulted from a spectroscopic analysis of the source star by Cassan et al. (2004), where corresponding broad-band brightness profiles for R- and I-band were computed.

In the upper panel of Fig. 4, the best model (with square-root limb darkening) is plotted with the data. The fit residuals obtained with the linear, square-root and PHOENIX limb darkening are displayed in the lower panels. With free limb-darkening coefficients, even the linear law describes the data reasonably well, while the square-root law allows a better match. In contrast the parameter-free PHOENIX model computed assuming LTE fails. The residuals for the caustic-crossing region show systematic trends that are typical for an inappropriate limb-darkening profile, as discussed by Dominik (2004b). A new analysis taking into account NLTE effects will be done in a forthcoming paper.

In the following sections, we will use the square-root limb darkening to describe the source star.

Table 3. Fit parameters of best close and wide-binary models with 1σ uncertainties. The χ^2 values are based on the raw photometric errors. i.e. without rescaling factors.

parameter	close	wide
q	$0.58^{+0.05}_{-0.02}$	$0.17^{+0.06}_{-0.02}$
d	$0.46^{+0.01}_{-0.02}$	$3.68^{+0.02}_{-0.02}$
u_0	$0.016^{+0.001}_{-0.003}$	$2.562^{+0.005}_{-0.002}$
α [deg]	$134.4^{+0.5}_{-0.5}$	$60.8^{+0.5}_{-0.5}$
t_E [days]	$104.5^{+1.0}_{-1.0}$	$286.5^{+3.0}_{-2.0}$
t_0	$2456.92^{+0.10}_{-0.10}$	$2825.32^{+0.12}_{-0.12}$
π_E	$0.23^{+0.02}_{-0.02}$	$0.002^{+0.05}_{-0.02}$
ψ [deg]	$258.551^{+12.2}_{-12.2}$	$189.0^{+10.5}_{-10.5}$
ρ_*	$0.0048^{+0.0005}_{-0.0005}$	$0.0023^{+0.0009}_{-0.0009}$
h_{OGLE}	$0.10^{+0.02}_{-0.02}$	$0.00^{+0.03}_{-0.00}$
χ^2/d.o.f.	2029.8 / 631	2251.0 / 631

5. A complete model

With the point-source model and the brightness profile of the source determined from the data in the caustic-crossing region, we can now derive a complete and consistent model of the lens, yielding its mass M, distance D_L and relative transverse velocity v. This is done by generating magnification maps with the ray-shooting method (Wambsganss 1997) for the best-fit values found for mass ratio q and lens separation d and then convolving these maps with the source profile modeled in Sect. 4. The maps and the corresponding light curves derived from them, are shown in Figs. 5–7.

These maps also serve as a check on the validity of the straight-fold-caustic approximation (see Sect. 4). We find that the effect of curvature of the caustic is negligible and does not influence the results of the stellar surface brightness modeling. Table 3 lists all fit parameters for the best close- and wide-binary solution. The quoted 1-σ error bars correspond to projections of the hypersurfaces defined by $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi^2_{min} = 1$ onto the parameter axes.

5.1. Physical lens properties

The measured finite source size and the parallax effect yield two independent constraints for determining the lens mass M, its distance D_L and transverse velocity v. Assuming a luminous lens we can put upper limits on its mass using our knowledge of the absolute luminosity and distance of the source star. These were determined in Cassan et al. (2004) from spectroscopic measurements combined with the measured amount of blended light (which includes any light from the lens) inferred from the light curve modeling.

Figure 8 plots the implied blend fraction $h = F_B/(F_S + F_B)$ if both components of the lens are main-sequence stars (from A0 to M9, Allen 1972) put at distances of 2, 4, 6, and 9 kpc along the line of sight to the lens in comparison with the blend fractions derived from OGLE data. If we assume the lens is the only source of the blended light, the inferred blend fraction from our best fit models gives an upper limit for the

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

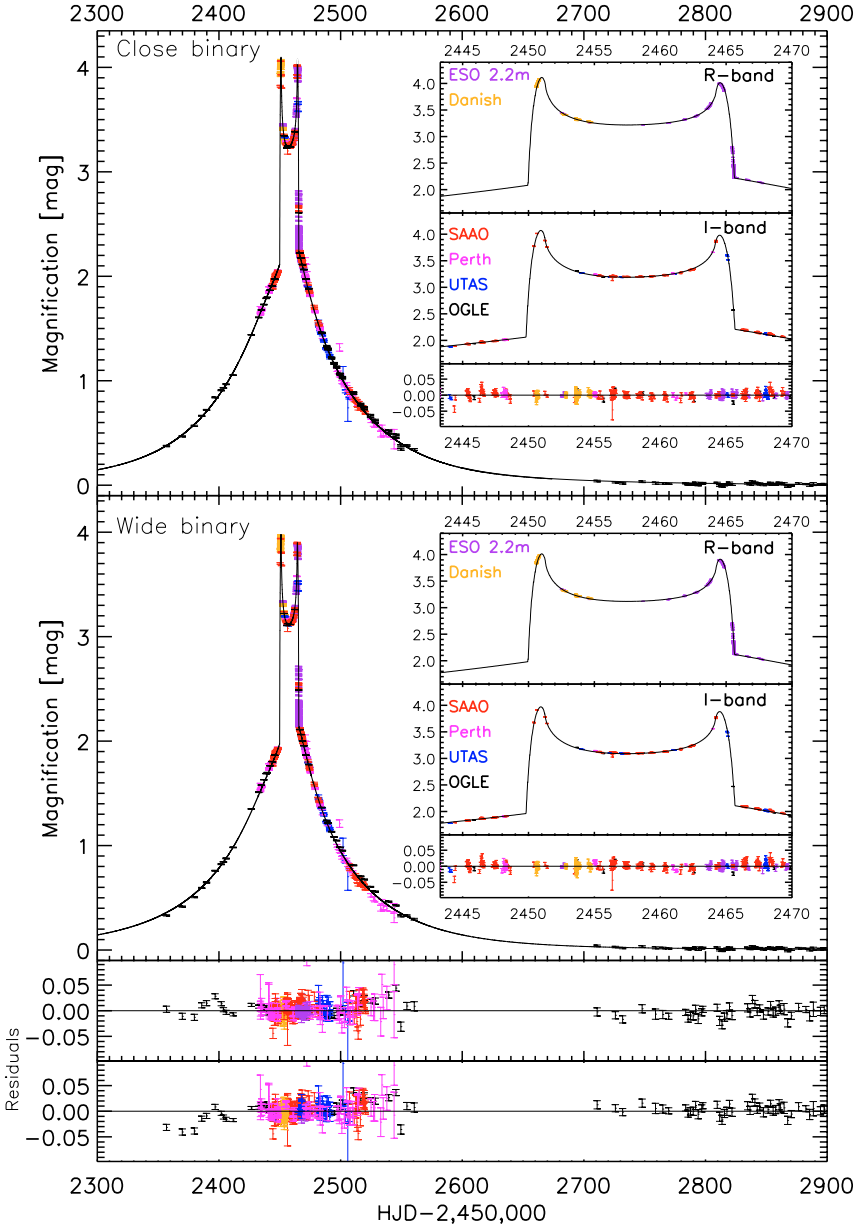

Fig. 5. Lightcurves of close and wide binary-lens models and their residuals. Insets show a zoom of the caustic passages in the two different bands taken.

total lens mass of ~2.5 $M_\odot$ for the close-binary and ~0.8 $M_\odot$ for the wide-binary-lens model.

We use the source radius caustic crossing time Δt from the straight-fold-caustic model, together with the lens geometry given by (q, d) and time-scale t_E from the point source model, to derive the relative angular source size ρ_*, which expressed as a fraction of the angular Einstein radius reads

$$\rho_* = \frac{\Delta t}{t_E} \sin\phi, \tag{5}$$

with ϕ being the angle between source track and caustic tangent. The source size parameter ρ_* is refined by fitting on a grid of magnification maps convolved with different source sizes. So with the inferred physical source size of $R_* \simeq 10\ R_\odot$ and source distance $D_S = (9.4 \pm 1.4)$ kpc from the spectral measurements (Cassan et al. 2004) the constraint on the lens mass from extended-source effects can be inferred from

$$\frac{M(x)}{M_\odot} = \frac{c^2}{4GM_\odot D_S} \frac{{R_*}^2}{{\rho_*}^2} \frac{x}{1-x}, \tag{6}$$

with $x = D_L/D_S$. The dependence of the lens mass upon annual parallax effects reads

$$\frac{M(x)}{M_\odot} = \frac{c^2}{4GM_\odot D_S} \left(\frac{1\ \mathrm{AU}}{\pi_E}\right)^2 \frac{1-x}{x}. \tag{7}$$

The curves arising from these two relations are plotted in Fig. 9 for our best fit parameters π_E, ρ_* (see Table 3) of the wide and

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

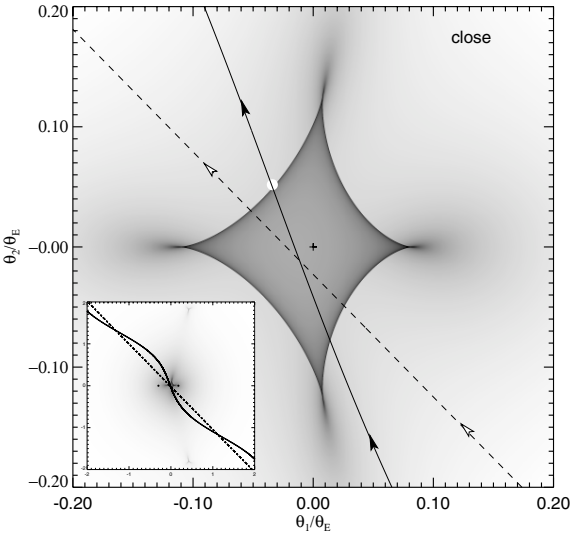

Fig. 6. Magnification map and source trajectory for the close-binary model. The solid curve is the track of the source including annual parallactic motion and the dashed line represents the source motion (with direction indicated by the arrows) as seen from the Sun. The origin marked with the cross is the center of mass and the filled white circle indicates the source size. The grey-scale marks the magnification scale in the source plane, with dark regions corresponding to high magnification and bright regions referring to low magnification. The inset shows the full caustic topology, with the two filled black circles marking the positions of the binary lens components.

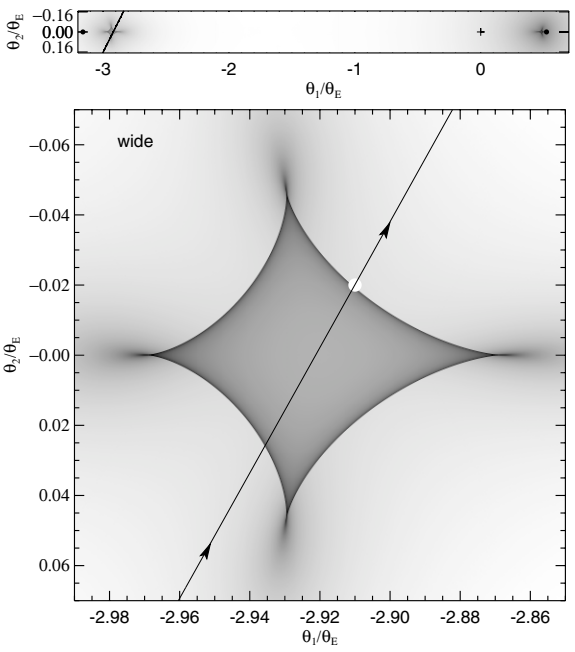

Fig. 7. Magnification map and source trajectory for the wide-binary. The effect of parallax is negligible. The top panel shows the full caustic topology, where the lens positions are marked with the black filled circles and the center of mass by the cross. In the zoom around the secondary lens, lower panel, the filled white circle marks the source size, the arrows indicate the direction of source motion. As in Fig. 6 dark regions mark high magnification and bright regions represent low magnification areas.

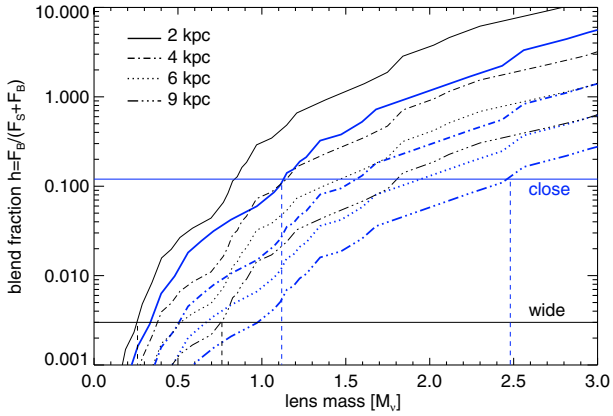

Fig. 8. Assuming the lens to be composed of two main-sequence stars according to each of our models, the blend fraction $h = F_B/(F_S + F_B)$ for OGLE data (horizontal solid lines) yields upper limits (vertical dashed lines) on the total lens mass for the known brightness and distance of the source ($M_V = +0.9$, $(V - I) = 0.95$) and $D_S = (9.4 \pm 1.4)$ kpc from Cassan et al. (2004). While the close-binary model is compatible with lens masses up to $\sim$1.1–2.5 $M_\odot$, the wide-binary model only allows lens masses up to $\sim$0.3–0.8 $M_\odot$ for lens distances between 2–9 kpc (where the thin lines represent the wide binary lens and the thick lines the close binary lens).

close binary-lens model. From this we obtain the following physical lens parameters,

$$M_{\rm close} = (0.51 \pm 0.15)\ M_\odot,\ \text{at}\ D_{\rm L} = (2.9 \pm 0.4)\ \text{kpc} \tag{8}$$

and

$$M_{\rm wide} \gtrsim (126 \pm 22)\ M_\odot,\ \text{at}\ D_{\rm L} \gtrsim (9.0 \pm 2.3)\ \text{kpc}. \tag{9}$$

The close-binary solution yields a Bulge-Disc lens scenario similar to that for EROS-BLG-2000-5 (An et al. 2002), namely an M-dwarf binary system with a projected separation of (4.5 ± 1.1) AU located most likely just beyond the Orion arm of the Milky Way. The marginal detection of parallax effects in the wide-binary model however allows us to put lower limits on the mass and velocity of the lens, suggesting a rather implausible binary system consisting of two super-stellar massive black holes in the Galactic bulge with $v_{\rm wide} \gtrsim 129$ km s^{-1}. We therefore reject the wide binary model and derive for the transverse velocity of the close binary model

$$v_{\rm close} = \frac{R_*}{t_{\rm E}(\frac{\pi_{\rm E}}{1\ \rm AU} R_* + \rho_*)} = (49.8 \pm 2.7)\ \text{km s}^{-1}. \tag{10}$$

6. Summary and conclusions

While the number of observed galactic microlensing events has now reached an impressive count of over 2000 (with about 5% of them being identified as binary-lens events), still very little is known about the physical properties of the lens population, since in general the information on mass, distance and velocity of the lens needs to be inferred from one single parameter, the event time scale $t_{\rm E}$. The present work is the second successful attempt (after An et al. 2002) at putting strong

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

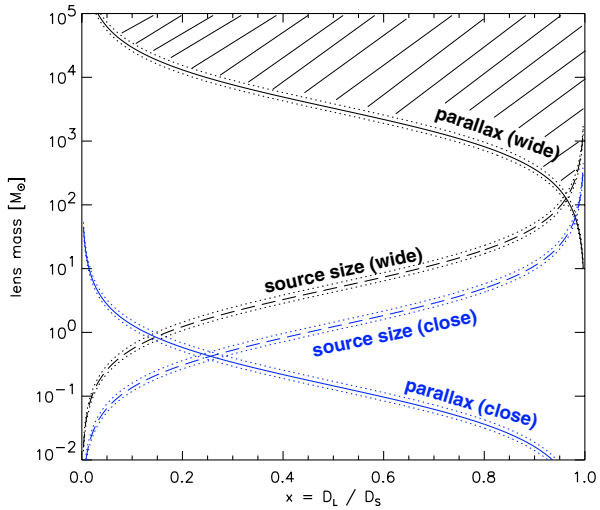

Fig. 9. The independent constraints on the lens mass from the source size (dashed line) according to Eq. (6) and from parallax effects according to Eq. (7) (solid line) for the close and wide separation binary models as function of $x = D_L/D_S$. The dotted lines mark the uncertainty due to the error in the source distance measurement. While the close-binary constraints intersect at the plausible lens mass of $(0.51 \pm 0.15)\ M_\odot$ implying a disc lens at $D_L = (2.9 \pm 0.4)$ kpc, the wide binary favours a rather implausible scenario of a binary black hole of $M \gtrsim (126 \pm 22)\ M_\odot$ in the Bulge at $D_L \gtrsim (9.0 \pm 2.3)$ kpc, with the hatched region marking the allowed parameter space for the wide-binary solution.

constraints on lens and source properties in a microlensing event. This event involves a G5III cool giant in the Bulge at a distance of $D_S = (9.4 \pm 1.4)$ kpc lensed by an M-dwarf binary system of total mass $M = (0.51 \pm 0.15)\ M_\odot$ located at $D_L = (2.9 \pm 0.4)$ kpc. These conclusions could only be achieved by the use of a network of telescopes to ensure a continuous, dense and precise coverage of the event, whereas data obtained from a survey with mainly daily sampling are insufficient for achieving this goal (Jaroszyński et al. 2004). The parameter space exploration, for both lens and source properties, described here provides a template for our future analysis of binary-lens events with fold-caustic crossings.

Acknowledgements. The Planet team wishes to thank the OGLE collaboration for its fast Early Warning System (EWS) which provides a large fraction of the targets for our follow-up observations. Futhermore we are especially grateful to the observatories that support our science (European Southern Observatory, Canopus, CTIO, Perth, SAAO) via the generous allocation of telescope time that makes this work possible. The operation of Canopus Observatory is in part supported by the financial contribution from David Warren, and the Danish telescope at La Silla is operated by IDA financed by SNF. JPB acknowledges financial support via an award from the "Action Thématique Innovante" INSU/CNRS. M.D. acknowledges postdoctoral support on the PPARC rolling grant PPA/G/2001/00475.

References

Abe, F., Bennett, D. P., Bond, I. A., et al. 2003, A&A, 411, L493
Afonso, C., Albert, J. N., Andersen, J., et al. 2001, A&A, 378, 1014
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 1999a, ApJ, 512, 672
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 1999b, ApJ, 522, 1022
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 2000a, ApJ, 535, 176
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 2000b, ApJ, 534, 894
Albrow, M., An, J., Beaulieu, J.-P., et al. 2001a, ApJ, 550, L173
Albrow, M. D., An, J., Beaulieu, J.-P., et al. 2001b, ApJ, 549, 759
Allen, C. W. 1972, Allen's Astrophysical Quantities, 4th ed. (Springer, AIP)
An, J. H., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., et al. 2002, ApJ, 572, 521
Beaulieu, J. P., Brillant, S., Cassan, A., et al. 2005, in preparation
Bond, I. A., Abe, F., Dodd, R. J., et al. 2001, MNRAS, 327, 868
Cassan, A., Beaulieu, J. P., Brillant, S., et al. 2004, A&A, 419, L1
Castro, S., Pogge, R. W., Rich, R. M., DePoy, D. L., & Gould, A. 2001, ApJ, 548, L197
Charbonneau, P. 1995, ApJS, 101, 309
Claret, A. 2000, A&A, 363, 1081
Dominik, M. 1995, A&AS, 109, 597
Dominik, M. 1998a, A&A, 333, L79
Dominik, M. 1998b, A&A, 329, 361
Dominik, M. 1999, A&A, 349, 108
Dominik, M. 2001, in Gravitational Lensing: Recent Progress and Future Goals, ASP Conf. Ser., 237, 259
Dominik, M. 2004a, MNRAS, 352, 1315
Dominik, M. 2004b, MNRAS, 353, 118
Fields, D. L., Albrow, M. D., An, J., et al. 2003, ApJ, 596, 1305
Gould, A. 1992, ApJ, 392, 442
Gould, A., & Han, C. 2000, ApJ, 538, 653
Jaroszyński, M., Udalski, A., Kubiak, M., et al. 2004, Acta Astron., 54, 103
Kayser, R., & Schramm, T. 1988, A&A, 191, 39
Kubas, D., & Cassan, A. 2005, in preparation
Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. 1992, Numerical recipes (Cambridge: University Press)
Refsdal, S. 1966, MNRAS, 134, 315
Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, PASP, 105, 1342
Schneider, P., & Wagoner, R. V. 1987, ApJ, 314, 154
Udalski, A. 2003, Acta Astron., 53, 291
Wambsganss, J. 1997, MNRAS, 284, 172
Wozniak, P. R. 2000, Acta Astron., 50, 421

Article published by EDP Sciences and available at http://www.edpsciences.org/aa or http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361:20042624

2.9 Mesure de masse à très grande amplification (Article ApJ)

L'événement de très grande amplification OGLE 2003–BLG–238 ($A \simeq 170$) a produit des effets de taille finie de la source. Des mesures du rayon de la source ainsi que de la parallaxe (bien que peu contraignante à cause de la faible durée de l'événement) ont permis de donner une plage de valeurs de la masse et de la distance de la microlentille. Une étude ultérieure est prévue pour donner des contraintes sur la présence d'exoplanètes autour de cette microlentille.

L'article qui suit a été publié par Jiang *et al.* (2004) dans l'*Astrophysical Journal*, et pour lequel ma contribution a essentiellement été la vérification des modèles et des résultats physiques, ainsi que l'observation de cette microlentille à La Silla.

The Astrophysical Journal, 617:1307–1315, 2004 December 20
© 2004. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in U.S.A.

OGLE-2003-BLG-238: MICROLENSING MASS ESTIMATE OF AN ISOLATED STAR[1]

Guangfei Jiang,[2] D. L. DePoy,[2] A. Gal-Yam,[3,4] B. S. Gaudi,[5] A. Gould,[2] C. Han,[6]
Y. Lipkin,[7] D. Maoz,[7] E. O. Ofek,[7] B.-G. Park,[8] and R. W. Pogge[2]
(The μFUN Collaboration)

A. Udalski,[9] M. Kubiak,[9] M. K. Szymański,[9] O. Szewczyk,[9] K. Żebruń,[9]
Ł. Wyrzykowski,[7,9] I. Soszyński,[9] and G. Pietrzyński[9,10]
(The OGLE Collaboration)

and

M. D. Albrow,[11] J.-P. Beaulieu,[12] J. A. R. Caldwell,[13,14] A. Cassan,[12] C. Coutures,[12,15] M. Dominik,[16]
J. Donatowicz,[17] P. Fouqué,[18] J. Greenhill,[19] K. Hill,[19] K. Horne,[16] S. F. Jørgensen,[20]
U. G. Jørgensen,[20] S. Kane,[16] D. Kubas,[21] R. Martin,[22] J. Menzies,[23] K. R. Pollard,[11]
K. C. Sahu,[13] J. Wambsganss,[20] R. Watson,[19] and A. Williams[22]
(The PLANET Collaboration[24])

Received 2004 April 19; accepted 2004 August 23

ABSTRACT

Microlensing is the only known direct method to measure the masses of stars that lack visible companions. In terms of microlensing observables, the mass is given by $M = (c^2/4G)\tilde{r}_E\theta_E$ and so requires the measurement of both the angular Einstein radius θ_E and the projected Einstein radius $\tilde{r}_E$. Simultaneous measurement of these two parameters is extremely rare. Here we analyze OGLE-2003-BLG-238, a spectacularly bright ($I_{min} = 10.3$), high-magnification ($A_{max} = 170$) microlensing event. Pronounced finite-source effects permit a measurement of $\theta_E = 650$ μas. Although the timescale of the event is only $t_E = 38$ days, one can still obtain weak constraints on the microlens parallax: 4.4 AU $< \tilde{r}_E <$ 18 AU at the 1 σ level. Together these two parameter measurements yield a range for the lens mass of 0.36 $M_\odot < M <$ 1.48 $M_\odot$. As was the case for MACHO-LMC-5, the only other single star (apart from the Sun) whose mass has been determined from its gravitational effects, this estimate is rather crude. It does, however, demonstrate the viability of the technique. We also discuss future prospects for single-lens mass measurements.

Subject headings: gravitational lensing — stars: fundamental parameters

[1] Based in part on observations obtained with the 1.3 m Warsaw Telescope at the Las Campanas Observatory of the Carnegie Institution of Washington and the Danish 1.54 m telescope at ESO, La Silla, Chile, operated by Instrumentcenter for Jordbaseret Astronomisk Forskning (IJAF) and financed by Statens Naturvidenskabelige Forskningsråd (SNF).

[2] Department of Astronomy, The Ohio State University, 140 West 18th Avenue, Columbus, OH 43210; jiang@astronomy.ohio-state.edu, depoy@astronomy.ohio-state.edu, gould@astronomy.ohio-state.edu, pogge@astronomy.ohio-state.edu.
[3] Department of Astronomy, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91025; avishay@astro.caltech.edu.
[4] Hubble Fellow.
[5] Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, MA 02138; sgaudi@cfa.harvard.edu.
[6] Department of Physics, Institute for Basic Science Research, Chungbuk National University, Chongju 361-763, Korea; cheongho@astroph.chungbuk.ac.kr.
[7] School of Physics and Astronomy and Wise Observatory, Tel Aviv University, Tel Aviv 69978, Israel; yiftah@wise.tau.ac.il, dani@wise. tau.ac.il, eran@wise.tau.ac.il.
[8] Korea Astronomy Observatory 61-1, Whaam-Dong, Youseong-Gu, Daejeon 305-348, Korea; bgpark@boao.re.kr.
[9] Warsaw University Observatory, Al. Ujazdowskie 4, 00-478 Warszawa, Poland; udalski@astrouw.edu.pl, soszynsk@astrouw.edu.pl, wyrzykow@astrouw.edu.pl, mk@astrouw.edu.pl, msz@astrouw.edu.pl, pietrzyn@astrouw.edu.pl, szewczyk@astrouw.edu.pl, zebrun@astrouw.edu.pl.
[10] Departmento de Física, Universidad de Concepcion, Casilla 160-C, Concepcion, Chile; pietrzyn@hubble.cfm.udec.cl.
[11] Department of Physics and Astronomy, University of Canterbury, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand.
[12] Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France.
[13] Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218.
[14] McDonald Observatory, University of Texas, Box 1337-MCD, Fort Davis, TX 79734.
[15] DSM/DAPNIA, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.
[16] School of Physics and Astronomy, University of St. Andrews, North Haugh, St. Andrews KY16 9SS, UK.
[17] Department of Computing, Technical University of Vienna, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria.
[18] Observatoire Midi-Pyrenees, UMR 5572, 14, Avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France.
[19] School of Mathematics and Physics, University of Tasmania, Private Bag, Hobart, Tasmania 7001, Australia.
[20] Astronomical Observatory, Niels Bohr Institute, Juliane Maries Vej 30, DK-2100 Copenhagen, Denmark; sfj@astro.ku.dk.
[21] Astrophysik, Universität Potsdam, Am Neuen Palais 10, D-14469 Potsdam, Germany.
[22] Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth 6076, Australia.
[23] South African Astronomical Observatory, P.O. Box 9, Observatory, 7935, South Africa.
[24] The PLANET Collaboration can be contacted collectively at planetmembers@anu.edu.au.

1. INTRODUCTION

When microlensing experiments were first proposed (Paczyński 1986) and implemented (Alcock et al. 1993; Aubourg et al. 1993; Udalski et al. 1993), it was not expected to be possible to measure the masses and distances of individual microlenses. The only microlensing parameter that depends on the mass and that is routinely measured is the Einstein timescale $t_{\rm E}$, which is a degenerate combination of the lens mass M and the lens-source relative parallax $\pi_{\rm rel}$ and proper motion $\mu_{\rm rel}$. Specifically,

$$t_{\rm E} = \frac{\theta_{\rm E}}{\mu_{\rm rel}}, \quad \theta_{\rm E} = \sqrt{\kappa M \pi_{\rm rel}}, \quad \kappa \equiv \frac{4G}{c^2\ {\rm AU}} \simeq 8.14\frac{\rm mas}{M_\odot}, \quad (1)$$

where $\theta_{\rm E}$ is the angular Einstein radius. However, Gould (1992) showed that if both $\theta_{\rm E}$ and the microlens parallax,

$$\pi_{\rm E} = \sqrt{\frac{\pi_{\rm rel}}{\kappa M}}, \quad (2)$$

could be measured, then the mass and lens-source relative parallax could both be determined:

$$M = \frac{\theta_{\rm E}}{\kappa \pi_{\rm E}}, \quad \pi_{\rm rel} = \pi_{\rm E}\theta_{\rm E}. \quad (3)$$

Nevertheless, of the roughly 2000 microlensing events detected to date, there have been only about a dozen for which $\theta_{\rm E}$ has been measured and a dozen for which $\pi_{\rm E}$ has been measured. Moreover, there is only one event, EROS-BLG-2000-5, with measurements of *both* parameters and so for which the microlens mass and distance have been reliably determined (An et al. 2002). Since this one event was a binary, and since all the other stars with directly measured masses are components of binaries, it remains the case today that the only single star with a directly measured mass is the Sun.

The one exception is the microlens in MACHO-LMC-5. Alcock et al. (2001) were able to measure both $\theta_{\rm E}$ and $\pi_{\rm E}$ for this event and thus measure the mass and distance. These estimates were completely inconsistent with photometry-based estimates of these quantities, but Gould (2004) resolved this puzzle by showing that the $\pi_{\rm E}$ measurement was subject to a discrete degeneracy for this event and that the alternate solution was consistent at the few σ level with the photometric evidence. Drake et al. (2004) then obtained a new trigonometric parallax measurement of this event. Combining this with earlier data, Gould et al. (2004) were able to improve the precision of the mass measurement to 17%.

Here we analyze OGLE-2003-BLG-238, the brightest microlensing event ever observed and only the fourth reported point-lens (i.e., nonbinary) event with pronounced finite-source effects. As with the other three such events (Alcock et al. 1997; Smith et al. 2003b; Yoo et al. 2004), these finite-source effects allow one to measure $\theta_{\rm E}$ with reasonably good ($\sim$10%) precision, where the error is typically dominated by the modeling of the source rather than the microlensing event. Hence, if $\pi_{\rm E}$ could also be measured, it would be possible to determine M.

Despite the event's short duration, it is still possible to detect parallax effects in OGLE-2003-BLG-238 because of its bright source and high magnification. For short events like this one, the Earth's acceleration can be approximated as uniform during the event. Gould et al. (1994) showed that under these conditions, the parallax effect reduces to a simple asymmetry in the light curve around the peak. The high magnification of OGLE-2003-BLG-238 permits a very accurate measurement of the peak time of the event, which in turn makes the fitting process very sensitive to this small asymmetry. The brightness of the source allows high-precision photometric measurements even in the wings of the event, which enable detection of these subtle deviations. Unfortunately, as also shown by Gould et al. (1994), the simplicity of the parallax effect for short events implies that only one-dimensional parallax information can be effectively extracted, whereas the microlens parallax is intrinsically a two-dimensional vector $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$. That is, while one component of the vector parallax is well determined, the scalar parallax $\pi_{\rm E}$ is not well determined, and this degrades the mass determination through equation (3). Nevertheless, this is still only the second single star (other than the Sun) for which any direct mass measurement at all can be made.

2. OBSERVATIONAL DATA

The microlensing event OGLE-2003-BLG-238 was identified by the OGLE III Early Warning System (EWS; Udalski 2003) on 2003 June 22. It peaked on HJD$' \equiv$ HJD $-$ 2,450,000 $=$ 2878.38 (2003 August 26.88) over South Africa. OGLE III observations were carried out in the I band using the 1.3 m Warsaw Telescope at the Las Campanas Observatory, Chile, which is operated by the Carnegie Institution of Washington. While OGLE III normally operates in survey mode, cycling through the observed fields typically once per two nights during the main part of the "bulge season," it can switch rapidly to follow-up mode if an event is of particular interest and requires dense sampling. The high magnification of OGLE-2003-BLG-238, which was predicted while the event was developing, and possible deviations from a single point mass microlensing light-curve profile were the main reasons that OGLE observed this event in follow-up mode.

The OGLE III data comprise a total of 205 observations in the I band, including 144 during the 2003 season and 61 in the two previous seasons, 2001 and 2002. The exposures were generally the standard 120 s, except for three nights (HJD$'$ 2877.5–2879.7) around the maximum when the star was too bright for the standard exposure time. The time of exposure was adjusted then to the current brightness of the lens and seeing conditions to avoid saturation of images and was as short as 10 s on the night of maximum. Photometry was obtained with the OGLE III image subtraction technique data pipeline (Udalski 2003) based in part on the Woźniak (2000) difference image analysis (DIA) implementation.

OGLE DIA photometry is then transformed to standard magnitudes using the constant flux component of the source star determined from the reference image with the DoPhot photometry program (Schechter et al. 1993) and converted to the DIA flux scale. This aligns the OGLE photometry with DoPhot-based photometry but with generally much higher precision measurements.

Following the alert, the event was monitored by the Microlensing Follow-Up Network (μFUN; Yoo et al. 2004) from sites in Chile and Israel and by the Probing Lensing Anomalies Network (PLANET; Albrow et al. 1998) from sites in Chile and Tasmania. The μFUN Chile observations were carried out at the 1.3 m (ex-2MASS) telescope at Cerro Tololo Inter-American Observatory using the ANDICAM camera, which simultaneously images at optical and infrared wavelengths (DePoy et al. 2003). There were a total 203 images in the I band from HJD$'$ 2870.5 (8 days before peak) until HJD$'$ 2950.5 at the end of the season. The exposures were

generally 300 s but were shortened to 120 s for 81 exposures over the peak. The exposures should have been further shortened on the night of the peak, but due to human error, this did not happen. Hence, all 19 of these images were saturated. μFUN obtained 12 points in V, primarily to determine the source color. This includes one saturated point over the peak. All saturated images were discarded.

The μFUN Israel observations were carried out in the I band using the Wise 1 m telescope at Mitzpe Ramon, 200 km south of Tel Aviv. There were 14 observations in total, all restricted to the peak of the event, $2877.3 < \mathrm{HJD}' < 2883.3$. The exposures (all 240 s) were obtained using the Wise Tektronix 1K CCD camera.

The PLANET Chile observations were carried out in the R band using the Danish 1.54 m telescope at the European Southern Observatory in La Silla, Chile. There were a total of 68 observations from HJD′ 2874.6 to HJD′ 2883.7. The exposure times ranged from 2 to 80 s. The PLANET Tasmania observations were carried out in the I band using the Canopus 1 m telescope near Hobart, Tasmania, with 52 observations from HJD′ 2877.9 to HJD′ 2903.9. The exposure times ranged from 60 to 300 s. During the first night in Tasmania the data were taken despite significant cloud cover by observing through "holes" in the cloudy sky. This proved feasible only because of the extreme brightness ($I \sim 11$) of the source and demonstrates the importance of carefully monitoring events in real time to determine whether they should be observed despite truly awful conditions. All μFUN and PLANET photometry were extracted using the PLANET pipeline, which is based on DoPhot.

The position of the source is R.A. $= 17^{\mathrm{h}}45^{\mathrm{m}}50\overset{\mathrm{s}}{.}34$, decl. $= -22^{\circ}40'58\overset{''}{.}1$ (J2000) $(l, b = 5\overset{\circ}{.}72, 2\overset{\circ}{.}60)$, so it was accessible for most of the night near peak from Chile and Tasmania but for only a few hours from Israel. The combined data sets are shown in Figure 1.

3. FINITE-SOURCE EFFECTS

In general, the fluxes, $F_i(t)$, observed during a microlensing event by $i = 1, \ldots, n$ observatory-filter combinations are fit to the form,

$$F_i(t) = F_{s,i}A(t) + F_{b,i}, \tag{4}$$

where $F_{s,i}$ is the flux of the unmagnified source star as seen by the ith observatory and $F_{b,i}$ is any background flux that lies in the aperture but is not participating in the microlensing event. (The one exception would be a binary-source event, in which case two source-star terms and two magnification functions would be required.)

In most cases, the lensed star can be fairly approximated as a point source. The magnification is then given by (Paczyński 1986)

$$A(u) = \frac{u^2 + 2}{u(u^2 + 4)^{1/2}}, \tag{5}$$

where u is the angular source-lens separation in units of the angular Einstein radius θ_{E}. However, this approximation breaks down for $u \lesssim \rho$, where

$$\rho \equiv \frac{\theta_*}{\theta_{\mathrm{E}}} \tag{6}$$

is the angular source size θ_* normalized to θ_{E}. Finite-source effects then dominate. An appropriate formalism for incorporating these effects is given by Yoo et al. (2004). Here we summarize the essentials. If limb darkening is neglected, the total magnification becomes (Gould 1994; Witt & Mao 1994; Yoo et al. 2004)

$$A_{\mathrm{uni}}(u|\rho) \simeq A(u)B_0(u/\rho), \quad B_0(z) \equiv \frac{4}{\pi} zE(k, z), \tag{7}$$

where E is the elliptic integral of the second kind and $k = \min(z^{-1}, 1)$. This formula is accurate to $O(\rho^2/8)$ (Yoo et al. 2004), and hence it applies whenever (as in the present case) $\rho \ll 1$. Note from Figure 1 that the finite-source fit passes first above the point-source curve and then moves below it. This transition occurs when $B_0(z) = 1$, which (from Fig. 3 of Yoo et al. 2004) occurs at $z \sim 0.54$. In contrast, for MACHO-95-30 (Alcock et al. 1997) and OGLE-2003-BLG-262 (Yoo et al. 2004) the finite-source fits remain above the point-source curves throughout, because in those cases the minimum source-lens separation (impact parameters) were $u_0 \sim 0.7\rho$ and $u_0 \sim 0.6\rho$, respectively.

To include the effects of limb darkening, we model the source profile S_λ at each wavelength λ by

$$S_\lambda(\vartheta) = \overline{S}_\lambda \left[1 - \Gamma_\lambda \left(1 - \frac{3}{2}\cos\vartheta\right)\right], \tag{8}$$

where Γ_λ is the linear limb-darkening coefficient and ϑ is the angle between the normal to the stellar surface and the line of sight. The magnification is then given by

$$A_{\mathrm{ld}}(u|\rho) = A(u)[B_0(z) - \Gamma B_1(z)], \tag{9}$$

where $B_1(z)$ is a function described by equation (16) and Figure 3 of Yoo et al. (2004).

4. PARALLAX EFFECT

If the motions of the source, lens, and observer can all be approximated as rectilinear, the source-lens separation u in equation (5) can be written as

$$u(t) = \sqrt{[\tau(t)]^2 + [\beta(t)]^2}, \tag{10}$$

where

$$\tau(t) = \frac{t - t_0}{t_{\mathrm{E}}}, \qquad \beta(t) = u_0. \tag{11}$$

The simplest point-source fit to a microlensing event requires five parameters: the source flux F_s, the background flux F_b, the time of closest approach t_0, the Einstein timescale t_{E}, and impact parameter u_0.

However, even if the source and lens can be assumed to be in rectilinear motion, the Earth is not. Especially for the long events [$t_{\mathrm{E}} \geq (1/2\pi)$ yr], the Earth parallax effect must be taken into account. The event OGLE-2003-BLG-238 lasted only 38 days, and hence parallax effects would be negligible if the source were not very bright and highly magnified, both of which facilitate detection of the very subtle parallax effect. Moreover, after it was realized that finite-source effects had been detected, both OGLE and μFUN intensified observations of the event in the hope of measuring the parallax and so combining the result with the source-size measurement to determine a mass.

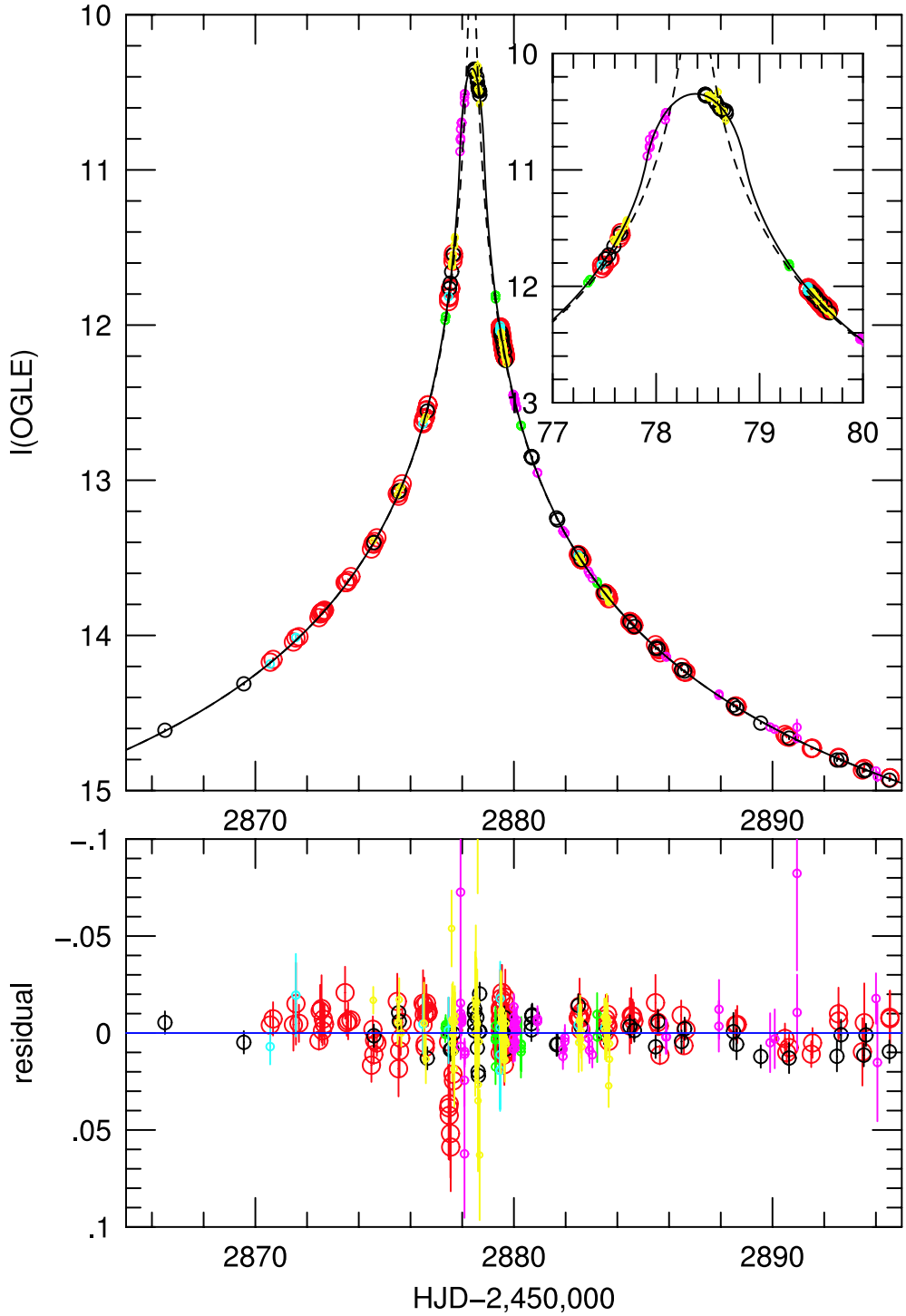

FIG. 1.—Photometry of microlensing event OGLE-2003-BLG-238 near its peak on 2003 August 26.88 (HJD 2,452,878.38). Data points are in I (OGLE: *black*; μFUN Chile: *red*; PLANET Tasmania: *magenta*; μFUN Israel: *green*), V (μFUN: *cyan*), and R (PLANET Chile: *yellow*). The saturated and other excluded points are not shown. The circles are displayed at different sizes to make the figure more readable. All bands are linearly rescaled so that F_s and F_b are the same as the OGLE observations, which define the magnitude scale. The solid curve shows the best-fit nonparallax model with finite-source effect. The dashed curve shows the light curve expected for the same lens model but with a point source.

Historically, parallax fits were carried out in the heliocentric frame. That is, u_0 was adopted as the point of closest approach to the Sun, and t_0 was the time at which this approach occurred. When, as in the present case, parallax is only weakly detected, the trajectory relative to the Sun is poorly determined, so t_0 and u_0 have very large errors that are highly correlated with the parallax parameters. In the geocentric frame, in contrast, t_0 and u_0 are directly determined from the time and height of the peak of the light curve (Dominik 1998). Gould (2004) further refined the geocentric frame by subtracting out the Earth-Sun relative velocity as well as their positional offset. This frame is appropriate for the analysis of OGLE-2003-BLG-238. Hence, we

TABLE 1
OGLE-2003-BLG-238 Fit Parameters

Parameters	Parallax Fit		Nonparallax Fit	
	Value	Error	Value	Error
t_0 (days)	2878.38123	0.00078	2878.38026	0.00076
u_0	0.00200	0.00021	0.00222	0.00019
t_E (days)	38.18743	0.22142	37.58892	0.18946
ρ	0.01282	0.00012	0.01299	0.00012
Γ_I	0.47696	0.06007	0.46658	0.05793
Γ_R	0.53287	0.08419	0.52438	0.08308
$\pi_{E,N}$	−0.02053	0.19697	0.0	...
$\pi_{E,E}$	0.06639	0.01328	0.0	...
$\pi_{E,\parallel}$	0.06700	0.01181	0.0	...
$\pi_{E,\perp}$	0.01847	0.19706	0.0	...
$(F_b/F_s)_{I_1}$	−0.03716	0.00763	−0.05265	0.00549
$(F_b/F_s)_{I_2}$	0.00959	0.00704	−0.01235	0.00479
$(F_b/F_s)_{V_2}$	−0.00594	0.10906	−0.02527	0.07587
$(F_b/F_s)_{I_3}$	0.02762	0.08100	0.02850	0.05617
$(F_b/F_s)_{I_4}$	−0.07444	0.02112	−0.09285	0.01485
$(F_b/F_s)_{R_4}$	−0.14948	0.04248	−0.16968	0.02990
χ^2	478.323	...	510.643	...

Note.—Observatories: 1=OGLE, 2=μFUN Chile, 3=μFUN Israel, 4=PLANET; $\Delta\chi^2 \simeq 32$.

follow the Gould (2004) formalism for modeling parallax in the geocentric frame.

The parallax effect is parameterized by a vector $\boldsymbol{\pi}_E$ whose magnitude gives the ratio of the Earth's orbit (1 AU) to the size of the Einstein ring projected onto the observer plane ($\tilde{r}_E$) and whose direction is that of the lens-source relative motion as seen from the Earth at the peak of the event. Explicitly, $\pi_E \equiv \mathrm{AU}/\tilde{r}_E$. Equation (11) is then replaced by

$$\tau(t) = \frac{t - t_0}{t_E} + \delta\tau, \quad \beta(t) = u_0 + \delta\beta, \tag{12}$$

where

$$(\delta\tau, \delta\beta) = \pi_E \Delta \boldsymbol{s} = (\boldsymbol{\pi}_E \cdot \Delta \boldsymbol{s}, \boldsymbol{\pi}_E \times \Delta \boldsymbol{s}) \tag{13}$$

and $\Delta \boldsymbol{s}$ is the apparent position of the Sun relative to what it would be if the Earth remained in rectilinear motion with the velocity it had at the peak of the event (see eqs. [4]–[6] of Gould 2004). More explicitly,

$$(\delta\tau, \delta\beta) = [\Delta s_N(t)\pi_{E,N} + \Delta s_E(t)\pi_{E,E}, \\ - \Delta s_N(t)\pi_{E,E} + \Delta s_E(t)\pi_{E,N}], \tag{14}$$

where the subscripts N and E refer to components projected on the sky in north and east celestial coordinates.

A major advantage of this formalism is that the parameters t_0, u_0, and t_E are virtually the same for the parallax and nonparallax solutions and, especially important in the present case, when the parallax solution is varied in the $\boldsymbol{\pi}_E$ plane to obtain likelihood contours.

4.1. *Nonparallax Fit*

As we will show in § 4.2, the parallax effect is quite subtle and so can, to a first approximation, be ignored. On the other hand, the finite-source effects are quite severe (see Fig. 1). We therefore begin by fitting the light curve by taking into account finite-source effects (including linear limb darkening) but not parallax. The fit therefore contains six geometric parameters ($t_0, u_0, t_E, \rho, \Gamma_I, \Gamma_R$) as well as 12 flux parameters (two for each observatory-filter combination). The results are listed in Table 1 and plotted in Figure 1. Also shown in Figure 1 is the light curve that would have been generated by the same event but assuming that the source had been a point of light. As discussed in § 3, this remains below the finite-source curve until $z \equiv u/\rho = 0.54$ and then rises dramatically above it.

4.2. *Parallax Fit*

To find the best-fit parallax $\boldsymbol{\pi}_E$ and the error ellipse around it, we conduct a grid search over the $\boldsymbol{\pi}_E$ plane. That is, we minimize χ^2 by holding each trial parameter pair $\boldsymbol{\pi}_E \equiv (\pi_{E,N}, \pi_{E,E})$ fixed while allowing the remaining 18 parameters (see § 4.1) to vary. After finding the best-fit $\boldsymbol{\pi}_E$, we hold this fixed and renormalize the errors so that χ^2 per degree of freedom is unity. We eliminate the largest outlier point and repeat the process until there are no 3 σ outliers. Of course, we first eliminate the 19 saturated points in μFUN Chile *I* and one saturated point in μFUN *V*. We find that this procedure removes five points from the OGLE data, an additional 17 points from the μFUN Chile *I* data, seven points from the PLANET *R* data, two points from the PLANET *I* data, and none from the other data sets. The final renormalization factors are 1.96, 0.87, 2.2, and 1.4 for OGLE, μFUN Chile *I*, PLANET Tasmania *I*, and PLANET Chile *R* data, respectively. The other two data sets, μFUN Chile *V* and μFUN Israel *I*, do not require renormalization. This cleaned and renormalization data set is used in all fits reported in this paper and is shown in Figure 1. It contains 200 points from OGLE *I*, 167 from μFUN Chile *I*, 14 from μFUN Israel *I*, 11 from μFUN Chile *V*, 50 from PLANET Tasmania *I*, and 61 from PLANET Chile *R*.

Figure 2 shows the resulting likelihood contours in the $\boldsymbol{\pi}_E$ plane. The best fit is at $(\pi_{E,E}, \pi_{E,N}) = (0.0664, -0.0205)$. The contours are extremely elongated with their major axes almost perfectly aligned with the north-south axis. Gould et al. (1994) showed that short events would yield essentially one-dimensional parallax information because the Earth's acceleration vector is basically constant over the duration of the event. Hence, only a single parallax parameter can be measured

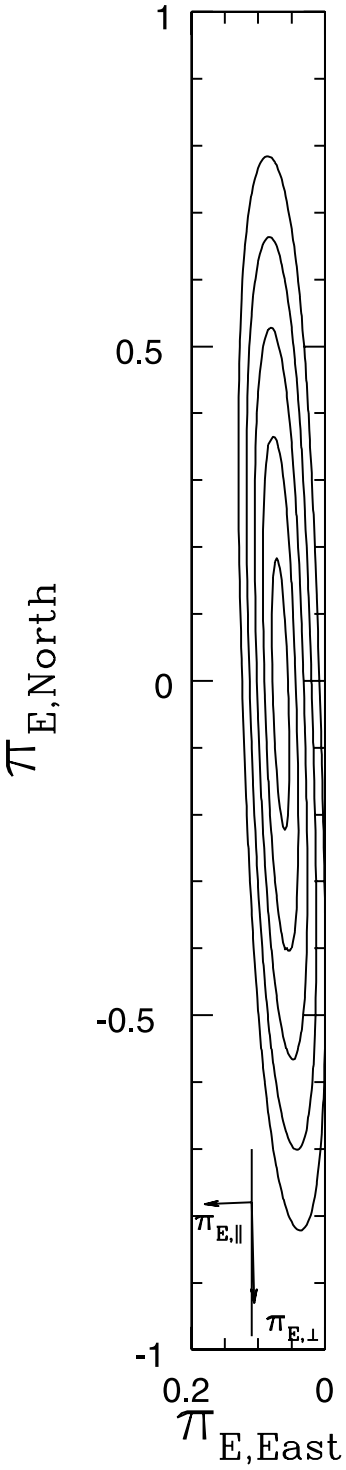

FIG. 2.—Likelihood contours ($\sigma = 1, 2, 3, 4, 5$) as a function of the vector parallax $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$. The direction of the Sun's apparent acceleration is given by $\pi_{\rm E,\parallel}$. As expected from theory, the parallax is well constrained in this direction but poorly constrained in the orthogonal ($\pi_{\rm E,\perp}$) direction, which lies at an angle of $1\overset{\circ}{.}769$ from the north-south axis (*vertical line segment*).

robustly, namely the magnitude of the asymmetry of the light curve. This yields information about the component of the projected lens-source relative velocity parallel to the Earth's acceleration (projected onto the plane of the sky) but not the perpendicular component. At the peak of the event, the position of the Sun (projected onto the plane of the sky; see eq. [6] of Gould 2004) is $(s_E, s_N) = (-0.930\ {\rm AU}, 0.028\ {\rm AU})$, which means that the Earth is accelerating in the same direction. Hence, one expects the direction of maximum sensitivity (minor axis of the error ellipse) to be at a position angle $\tan^{-1}(-0.930/0.028) = 91\overset{\circ}{.}725$ (north through east), which agrees quite well with the orientation ($91\overset{\circ}{.}769$) shown in Figure 2. The event MOA-2003-BLG-37, which was also short ($t_{\rm E} \sim 42$ days) shows similar highly elongated parallax-error contours (Park et al. 2004).

Figures 1 and 2 both illustrate that the parallax effect in OGLE-2003-BLG-238 is weak. The residuals in Figure 1, which shows the fit without parallax, demonstrate that the asymmetry is quite subtle. Figure 2 shows that the error contours extend almost to the origin. That is, from Table 1, the addition of two parallax parameters reduces χ^2 from 510.6 to 478.3, a 5.5 σ effect.

4.3. *Check for Parallax Degeneracies*

Gould (2004) showed that microlensing events, particularly those with short timescales [$t_{\rm E} \lesssim (1/2\pi)$ yr], could be subject to a discrete four-fold degeneracy. One pair of degenerate solutions, which was previously discovered by Smith et al. (2003a), takes $u_0 \to -u_0$. The remaining parameters are then similar to the original parameters, with the differences being proportional to u_0. Since in the present case u_0 is extremely small, $u_0 = 2 \times 10^{-3}$, one expects that these two solutions would be virtually identical, and this proves to be the case.

The other pair of solutions arises from the "jerk-parallax" degeneracy, which predicts that if $\boldsymbol{\pi}_{\rm E} = (\pi_{\rm E,\parallel}, \pi_{\rm E,\perp})$ is a solution, then $\boldsymbol{\pi}'_{\rm E} = (\pi'_{\rm E,\parallel}, \pi'_{\rm E,\perp})$ is also a solution, with

$$\pi'_{\rm E,\parallel} = \pi_{\rm E,\parallel}, \qquad \pi'_{\rm E,\perp} = -(\pi_{\rm E,\perp} + \pi_{j,\perp}), \tag{15}$$

where $\boldsymbol{\pi}_j$ is the "jerk parallax." In the approximation that the Earth's orbit is circular,

$$\pi_{j,\perp} = -\frac{4}{3}\frac{\rm yr}{2\pi t_{\rm E}}\frac{\sin\beta_{\rm ec}}{\left(\cos^2\psi\sin^2\beta_{\rm ec} + \sin^2\psi\right)^{3/2}}, \tag{16}$$

where $\beta_{\rm ec}$ is the ecliptic latitude of the source and $\psi = 69^\circ$ is the phase of the Earth's orbit relative to opposition at the peak of the event. In the present case, the event is quite close to the ecliptic, $\beta_{\rm ec} \sim 0\overset{\circ}{.}8$, so $\pi_{j,\perp} \sim -0.037$. Since $\pi_{\rm E,\perp} = 0.018$, this implies that $\pi'_{\rm E,\perp} = -(\pi_{\rm E,\perp} + \pi_{j,\perp}) = 0.017$, which is almost identical to $\pi_{\rm E,\perp}$. Hence, no degeneracy is predicted, and this expectation is confirmed by Figure 2, which shows a single minimum.

Note that for events seen right on the ecliptic, $\beta_{\rm ec} = 0$, equation (15) predicts $\pi'_{\rm E,\perp} = -\pi_{\rm E,\perp}$. Indeed, for this special case, the degeneracy is exact to all orders and not only to fourth order in the perturbative expansion as was derived by Gould (2004). That is, since the accelerated motion is exactly along the ecliptic, there is no way to distinguish whether the component of lens-source relative motion perpendicular to the ecliptic is toward the north or south. Since OGLE-2003-BLG-238 is very near the ecliptic, one would naively expect it to be strongly affected by this degeneracy. In fact, it is only because $\pi_{\rm E,\perp}$ is also very close to zero that the degeneracy is avoided.

The extreme axis ratio of the parallax-error ellipse, $\sigma(\pi_{\rm E,\perp})/\sigma(\pi_{\rm E,\parallel}) = 17$, confirms that the information about parallax is essentially one-dimensional, as predicted by Gould et al. (1994). However, it is not perfectly one-dimensional; while $\pi_{\rm E,\perp}$ is highly consistent with zero there is some constraint,

however weak, on this quantity. We search for the origin of this constraint within the context of the Gould (2004) formalism. For the limiting case (relevant here) of $u_0 \to 0$, $\pi_{\mathrm{E},\perp}$ first enters in the fourth-order term C_4 in the Taylor expansion $u^2 = \sum_i C_i(t-t_0)^i$. For sufficiently large $\pi_{\mathrm{E},\perp}$, $C_4 \sim \left(\alpha\pi_{\mathrm{E},\perp}/2\right)^2$, where $\alpha \sim (60\ \mathrm{days})^{-2}$ is the apparent acceleration of the Sun at the peak of the event, divided by an AU (see eq. [20] of Gould 2004). Hence, for $u \gg u_0$ (i.e., essentially everywhere in the present case), $C_4(t-t_0)^4 \sim 0.04u^4\pi_{\mathrm{E},\perp}^2$, implying a perturbation $\Delta u \sim 0.02u^3\pi_{\mathrm{E},\perp}^2$. If we now consider $\pi_{\mathrm{E},\perp} = 0.4$ (roughly the 2 σ upper limit), and focus on $u \sim 1.5$ (where there is still a high density of 1% photometry and where $d\ln A/du \sim 0.3$ is still fairly high), then the amplitude of the effect is small, $\Delta A/A \sim (d\ln A/du)0.02u^3\pi_{\mathrm{E},\perp}^2 \sim 3\times10^{-3}$, but still plausibly large enough given the large number of relatively high precision measurements.

5. NEGATIVE BLENDING

As seen from Table 1, the best nonparallax fit of the background flux for OGLE I band, μFUN Chile I band and V band, and PLANET I band are all negative. There are three potential reasons for such negative background fluxes: systematic photometry errors, unmodeled effects in the light curve that are absorbed by the blended flux parameter, and "negative flux" from unlensed sources. The first possibility is virtually ruled out by the fact that the negative background flux appears in so many unassociated light curves. The last possibility is not as ridiculous as it might first appear, because the dense Galactic bulge fields have a mottled background of turnoff and main-sequence stars. If the source happens to lie in a hole in this background, it will appear as negative F_b (Park et al. 2004). The $F_b/F_s = -5\%$ from the OGLE photometry (which has the most extensive baseline), would require a "hole" corresponding to a star 20 times fainter than the source, i.e., $I_{0,\mathrm{hole}} \sim 17.6$ (see Fig. 3). This is a plausible brightness for a hole in the unresolved turnoff stars. Combining this value with the $F_b/F_s = -17\%$ measurement from PLANET R yields a color difference between the "hole" and the source,

$$\Delta(R-I) \equiv (R-I)_{\mathrm{hole}} - (R-I)_s = -1.25 \pm 0.20, \quad (17)$$

whereas the expected value (given the source position in Fig. 3) is about $\Delta(R-I) \sim -0.5$. Hence this explanation is not completely self-consistent.

Because the effect of the blending parameter is even about the peak, it can absorb effects of other even parameters including F_s, ρ, u_0, and t_{E}. Since all of these are taken into account in the nonparallax fit (and its errors), these cannot be the cause. However, as pointed out by Smith et al. (2003a), microlens parallax can also mimic blending. Within the formalism of Gould (2004), the blending fraction is correlated with $\pi_{\mathrm{E},\perp}$, which is also an even parameter (see Park et al. 2004).

The best-fit parallax solution still contains negative background fluxes, although these are slightly reduced in magnitude relative to the nonparallax fit, while the errors are somewhat increased. The reduction reflects the absorption of some of the negative blending into $\pi_{\mathrm{E},\perp}$, while the larger errors reflect the covariance between F_b and $\pi_{\mathrm{E},\perp}$. However, since the negative blending is still detected with substantial significance, parallax cannot be the whole story. A "hole" in the mottled bulge background of turnoff stars remains the most plausible explanation for the negative blending, although as discussed above, this explanation is not perfect.

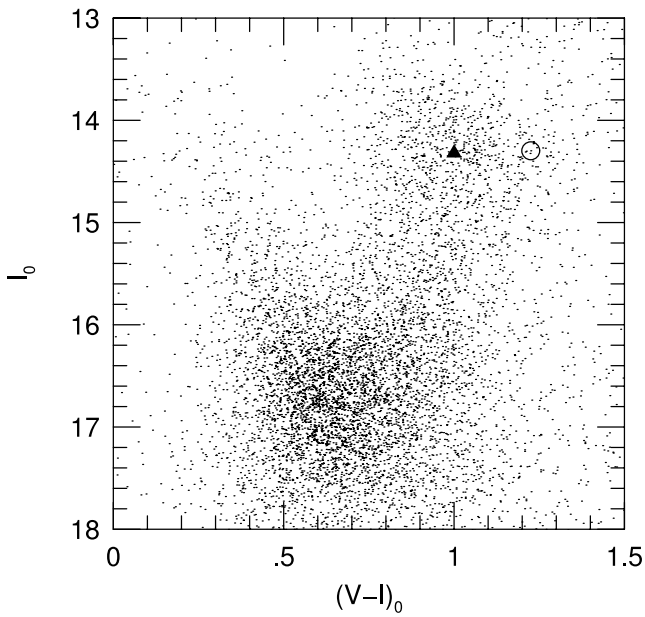

FIG. 3.—Uncalibrated color-magnitude diagram from μFUN data of a 6′ square around OGLE-2003-BLG-238 that has been translated to put the centroid of the clump (*triangle*) at its known position $[(V-I)_0, I_0]_{\mathrm{clump}} = (1.00, 14.32)$. The unmagnified source (*circle*) is about 0.02 mag brighter and 0.22 mag redder than the clump.

6. ERROR DETERMINATION

We use Newton's method to find the minimum χ^2 with respect to the 18 parameters of the nonparallax model. This procedure utilizes the Fisher matrix and therefore automatically generates a covariance matrix and so linearized error estimates for all the parameters. We find, however, that Newton's method fails when we add the two parallax parameters, probably because the effect is too subtle to withstand the numerical noise induced by numerical differentiation of the finite source effects. We therefore hold $\boldsymbol{\pi}_{\mathrm{E}}$ fixed at a grid of values and, at each one, minimize χ^2 with respect to the remaining 18 parameters. The resulting contours are shown in Figure 2. To estimate the errors we use the method of "hybrid statistical errors" given in Appendix D of An et al. (2002). First, Newton's method automatically yields $\tilde{c}_{ij}$, the covariance matrix of the model parameters (collectively a_i) with the two parameters $\boldsymbol{\pi}_{\mathrm{E}}$ held fixed at their best-fit values. Next, we evaluate the two-dimensional covariance matrix $\hat{c}_{mn}$, where m, n range over the parameters $(\pi_{\mathrm{E},N}, \pi_{\mathrm{E},E})$, by fitting the contours in Figure 2 to a parabola. Third, we evaluate $\partial a_i/\partial a_m$, the change in the best-fit model parameter a_i as one of the parallax parameters is varied over the grid. Finally, we evaluate the covariance matrix c_{ij} by

$$c_{ij} = \tilde{c}_{ij} + \sum_{m,n=\pi_{\mathrm{E},N},\pi_{\mathrm{E},E}} \hat{c}_{mn}\frac{\partial a_i}{\partial a_m}\frac{\partial a_j}{\partial a_n}. \quad (18)$$

7. ESTIMATES OF MASS AND DISTANCE

7.1. *Measurement of* θ_{E}

We determine the angular size of the source θ_* from the instrumental color-magnitude diagram (CMD) using the method developed by Albrow et al. (2000) and references therein, which is concisely summarized by Yoo et al. (2004). We measure the offsets in color and magnitude between the unmagnified source

star and the center of the clump giants, $\Delta I = I_s - I_{\rm clump} = -0.02$, $\Delta(V-I) = (V-I)_s - (V-I)_{\rm clump} = 0.22$. For the dereddened color and magnitude of the clump center, we adopt $[(V-I)_0, I_0]_{\rm clump} = (1.00, 14.32)$ (Yoo et al. 2004) then transform from $(V-I)_0$ to $(V-K)_0$ using the color-color relation of Bessell & Brett (1988). We obtain $[(V-I)_0, I_0]_s = (1.22, 14.30)$. Finally, using the color–surface-brightness relation of van Belle (1999), we obtain $\theta_* = 8.35 \pm 0.72$ μas, where the error is dominated by the 8.7% scatter in the van Belle (1999) relation.

From the best-fit value $\rho = 0.0128$, we then obtain

$$\theta_{\rm E} = 652 \pm 56\ \mu{\rm as},$$
$$\mu_{\rm rel} = 6.20 \pm 0.54\ {\rm mas\ yr^{-1}} = 29.4 \pm 2.6\ {\rm km\ s^{-1}\ kpc^{-1}}. \quad (19)$$

7.2. *Mass and Distance Estimates*

The best parallax fit for the event is $\pi_E = 0.0695$, which when combined with equations (3) and (19) yields

$$M = 1.15\ M_\odot \qquad \text{(best fit)}. \quad (20)$$

However, the errors are quite large. Figure 2 shows that at the 1 σ level, $\pi_{\rm E}$ lies in the range $0.2256 > \pi_{\rm E} > 0.0552$, which implies

$$0.36 < M/M_\odot < 1.48 \qquad (1\ \sigma). \quad (21)$$

The same microlens parallax estimates lead (through eq. [3]) to a best relative parallax estimate of $\pi_{\rm rel} = 45$ μas and a 1 σ range of 147 μas $> \pi_{\rm rel} >$ 35 μas. If one adopts a source distance of $D_s = 8$ kpc, this corresponds to a distance range 3.6 kpc $< D_l <$ 6.3 kpc.

At the 2 σ level, $0.4180 > \pi_{\rm E} > 0.0434$, which leads to a mass range $0.19 < M/M_\odot < 1.86$ and a relative parallax range 273 μas $> \pi_{\rm rel} >$ 28 μas, corresponding to 2.5 kpc $< D_l <$ 6.5 kpc. Therefore, the 2 σ interval is consistent with most of the stellar range, but it does not provide any "new" information about the lens other than ruling out stellar-mass black holes and very late type M dwarfs and brown dwarfs. On the other hand, it does serve as a basic consistency check on the viability of the microlens mass measurements, since if the method were plagued by strong systematic errors one would not necessarily expect the estimated mass to lie in the stellar range.

7.3. *A Single Star?*

As noted in § 1, part of the motivation for microlensing mass measurements is that this is the only known way to directly measure the mass of single stars. But how confident can we be that OGLE-2003-BLG-238 is a single star? In a future paper, we will analyze the light curve for the presence of all types of companions to the lens, particularly planetary companions. However, by simple inspection of the light curve, it is possible to place rough limits on stellar-mass companions, i.e., those with mass ratios $q > 0.1$. No such companions are possible with separations (in units of $\theta_{\rm E}$ of the *observed* lens) of $d \sim 1$, since there would be clearly visible caustic crossings.

As the separation is increased, the magnification pattern approaches a Chang-Refsdal lens with shear $\gamma = q_w/d_w^2$ (Chang & Refsdal 1979, 1984). The width of the Chang-Refsdal caustic in the limit of $\gamma \ll 1$ is $\ell \sim 4\gamma$. From inspection of the light curve and the fact that $u_0 \sim \rho/6$ (see Table 1), we can say that such a caustic would certainly have been noticed if $\ell > \rho/2$. This implies a limit $d_w > (8q_w/\rho)^{1/2} = 25 q_w^{1/2}$.

According to the so-called $d \to d^{-1}$ duality discovered by Dominik (1999) and further elaborated by Albrow et al. (2002), the central caustics of extremely close binaries mimic those of wide binaries. Keeping to the convention that the observed Einstein radius corresponds to the mass near the observed peak in the light curve (i.e., the combined mass of the binary in the close case but just the mass of one star in the wide case), one finds that $\gamma = d_c^2 q_c/(1+q_c)^2$. Thus, by the same argument as above, $d_c < 0.04(1+q_c)q_c^{-1/2}$. Combining these two arguments and making use of equation (19) implies that the entire range of companion projected separations $r_\perp$,

$$0.2\ {\rm AU}\ (q_c^{1/2} + q_c^{-1/2})\frac{D_l}{R_0} < r_\perp < 85\ {\rm AU}\ q_w^{1/2}\frac{D_l}{R_0}$$
$$\text{(excluded companions)}, \quad (22)$$

is excluded. Here D_l is the distance to the lens and $R_0 = 8$ kpc. Hence, if the lens has a stellar companion, it is either extremely close or very far away.

8. FUTURE PROSPECTS

To date, microlensing mass measurements of single stars have depended on very rare combinations of circumstances. The problem is somewhat more severe than was outlined in § 1. There we noted that $\pi_{\rm E}$ and $\theta_{\rm E}$ were separately measured only infrequently, so combined measurements are even more infrequent. However, for single stars, the events most likely to show the parallax effects from which one could measure $\pi_{\rm E}$ are also the least likely to show the finite-source effects from which one could measure $\theta_{\rm E}$. That is, microlens parallax measurements generally require long events, $t_{\rm E} \gtrsim (1/2\pi)$ yr, which tend to favor large masses, since $t_{\rm E} \propto M^{1/2}$. But the probability of significant finite-source effects (i.e., $u_0 \lesssim \rho$) scales as $\rho = \theta_*/\theta_{\rm E}$, which favors small masses, since $\theta_{\rm E} \propto M^{1/2}$. The combination of large $t_{\rm E}$ and small $\theta_{\rm E}$ implies low relative proper motion, $\mu_{\rm rel} = \theta_{\rm E}/t_{\rm E}$.

Actually, neither of the two single-star events with microlens mass measurements meets this criterion. OGLE-2003-BLG-238 has $\mu \sim 6$ mas yr^{-1}, which is a typical value for disk lenses seen against the bulge and is substantially higher than the proper motions expected for bulge-bulge events. MACHO-LMC-5 has $\mu \sim 20$ mas yr^{-1}, which of course is extremely fast. What can be learned about the future prospects for single-star mass measurements from the failure of both of these events to "fit the mold"?

OGLE-2003-BLG-238 was not long enough to obtain a good microlens parallax measurement. That is, only the $\pi_{\rm E,\parallel}$ component of the microlens parallax vector $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$ can really be said to have been "measured." The other ($\pi_{\rm E,\perp}$) component was only grossly constrained. Regarding MACHO-LMC-5, it was neither long enough for a very accurate measurement of $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$, nor did it exhibit the finite source effects that are normally required to measure $\theta_{\rm E}$. The fact is that auxiliary, nonmicrolensing data were needed to measure $\theta_{\rm E}$ for this event. That is, the source and lens were separately resolved six years after the event, and from the measurement of their separation, Alcock et al. (2001) were able to deduce $\mu_{\rm rel}$, which when combined with microlensing data yielded $\theta_{\rm E}$.

This experience with MACHO-LMC-5 points to one future route to microlens mass measurements: give up altogether on measuring $\theta_{\rm E}$ from the microlensing events; instead, just focus

on long events with good parallax measurements and measure θ_E from postevent astrometry. Han & Chang (2003) estimated that 22% of disk-bulge events could be resolved 10 years after the event, assuming a resolution of 50 mas.

Alcock et al. (2001) proposed a second route to measuring the mass of MACHO-LMC-5: use the fact that the source was already resolved to measure both the lens-source relative parallax, π_{rel}, and the lens-source relative proper motion, μ_{rel}. One sees directly from equation (1) that if these two measurements are combined with a measurement of t_E, one obtains the lens mass, M. Indeed, this would be a variant of the original idea of Refsdal (1964) to determine single-star masses by first finding nearby stars passing close to the line of sight of more-distant stars and by then obtaining π_{rel}, and the angular deflection $\Delta\theta_{rel}$ at the impact parameter $b = u_0\theta_E$, all from astrometry. The only difference being that for these nearby lenses, which generally pass well outside the Einstein ring ($u_0 \gg 1$), $\theta_E = (b\Delta\theta_{rel})^{1/2}$, is determined directly from astrometry rather than from the combination of astrometric (μ_{rel}) and photometric (t_E) parameters employed by Alcock et al. (2001).

Yet a third route is suggested by the experience of OGLE-2003-BLG-238. In spite of its short duration, the microlens parallax is well measured in one direction. If the lens could be resolved by postevent imaging, this would not only yield the *magnitude* of the proper motion $\boldsymbol{\mu}_{rel}$ but also its *direction*. Since the directions of $\boldsymbol{\mu}_{rel}$ and $\boldsymbol{\pi}_E$ are the same, the proper-motion measurement would at the same time resolve the parallax degeneracy. It may prove difficult to apply this method to OGLE-2003-BLG-238 itself because (from Table 1), the source is so much brighter than the lens. However, Ghosh et al. (2004) argue that another event, OGLE-2003-BLG-175/MOA-2003-BLG-45, shows excellent promise for yielding a mass with this method.

Finally, a fourth route has been proposed by several authors (Agol et al. 2002; Delplancke et al. 2001; Dalal & Lane 2003). For very massive lenses, primarily black holes, the events will generally be long enough to measure $\boldsymbol{\pi}_E$, while θ_E may be large enough to measure it using precise astrometry from the deviation of the centroid of lensed light relative to the source position. F. Delplancke (2004, private communication) expects that she and her team at the Very Large Telescope will achieve the required high precision for $K < 11$, 13, and 16 sources in 2004, 2005, and 2006, respectively.

In the longer term, it should be possible to measure single-star masses using the *Space Interferometry Mission* (*SIM*) in two distinct ways. First, *SIM*'s high (4 μas) precision will allow one to carry out the original Refsdal (1964) proposal, provided appropriate lens-source pairs can be found (Paczyński 1998; Gould 2000; Salim & Gould 2000). Second, for microlensing events generated by distant lenses (whether luminous or not) and for sufficiently bright sources, it will be possible for *SIM* to routinely measure θ_E from the centroid displacement discussed above (Boden et al. 1998; Paczyński 1998). On the other hand, since *SIM* will be in solar orbit, comparison of *SIM* and ground-based photometry of the event will yield microlens parallaxes according to the method of Refsdal (1966) and Gould (1995). Approximately 200 such measurements should be feasible with the 1200 hours of *SIM* time that has been allocated to this project (Gould & Salim 1999).

Work at OSU was supported by grants AST 02-01266 from the NSF and NAG 5-10678 from NASA. B. S. G. was supported by a Menzel Fellowship from the Harvard College Observatory. C. H. was supported by the Astrophysical Research Center for the Structure and Evolution of the Cosmos (ARCSEC) of Korea Science & Engineering Foundation (KOSEF) through Science Research Program (SRC) program. A. G.-Y. acknowledges support by NASA through Hubble Fellowship grant HST-HF-01158.01-A awarded by STScI, which is operated by AURA, Inc., for NASA, under contract NAS 5-26555. Partial support to the OGLE project was provided with the NSF grant AST-0204908 and NASA grant NAG5-12212 to B. Paczyński and the Polish KBN grant 2P03D02124 to A. Udalski. A. U., I. S., and K. Ż. also acknowledge support from the grant "Subsydium Profesorskie" of the Foundation for Polish Science. M. D. acknowledges postdoctoral support on the PPARC rolling grant PPA/G/O/2001/00475.

REFERENCES

Agol, E., Kamionkowski, M., Koopmans, L. V. E., & Blandford, R. D. 2002, ApJ, 576, L131
Albrow, M. D., et al. 1998, ApJ, 509, 687
———. 2000, ApJ, 535, 176
———. 2002, ApJ, 572, 1031
Alcock, C., et al. 1993, Nature, 365, 621
———. 1997, ApJ, 491, 436
———. 2001, Nature, 414, 617
An, J. H., et al. 2002, ApJ, 572, 521
Aubourg, E., et al. 1993, Nature, 365, 623
Bessell, M. S., & Brett, J. M. 1988, PASP, 100, 1134
Boden, A. F., Shao, M., & Van Buren, D. 1998, ApJ, 502, 538
Chang, K., & Refsdal, S. 1979, Nature, 282, 561
———. 1984, A&A, 130, 157
Dalal, N., & Lane, B. F. 2003, ApJ, 589, 199
Delplancke, F., Gorski, K. M., & Richichi, A. 2001, A&A, 375, 701
DePoy, D. L., et al. 2003, SPIE, 4841, 827
Dominik, M. 1998, A&A, 329, 361
———. 1999, A&A, 349, 108
Drake, A. J., Cook, K. H., & Keller, S. C. 2004, ApJ, 607, L29
Ghosh, H., et al. 2004, ApJ, 615, 450
Gould, A. 1992, ApJ, 392, 442
———. 1994, ApJ, 421, L71
Gould, A. 1995, ApJ, 441, L21
———. 2000, ApJ, 532, 936
———. 2004, ApJ, 606, 319
Gould, A., Bennett, D. P., & Alves, D. R. 2004, ApJ, 614, 404
Gould, A., Miralda-Escudé, J., & Bahcall, J. N. 1994, ApJ, 423, L105
Gould, A., & Salim, S. 1999, ApJ, 524, 794
Han, C., & Chang, H.-Y. 2003, MNRAS, 338, 637
Paczyński, B. 1986, ApJ, 304, 1
———. 1998, ApJ, 494, L23
Park, B. G., et al. 2004, ApJ, 609, 166
Refsdal, S. 1964, MNRAS, 128, 295
———. 1966, MNRAS, 134, 315
Salim, S., & Gould, A. 2000, ApJ, 539, 241
Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, PASP, 105, 1342
Smith, M., Mao, S., & Paczyński, B. 2003a, MNRAS, 339, 925
Smith, M., Mao, S., & Woźniak, P. 2003b, ApJ, 585, L65
Udalski, A. 2003, Acta Astron., 53, 291
Udalski, A., et al. 1993, Acta Astron., 43, 289
van Belle, G. T. 1999, PASP, 111, 1515
Witt, H., & Mao, S. 1994, ApJ, 430, 505
Woźniak, P. R. 2000, Acta Astron., 50, 421
Yoo, J., et al. 2004, ApJ, 603, 139

2.10 Microlentilles et astrométrie

2.10.1 Déplacement du centroïde de l'image

Nous avons jusqu'ici exploité deux effets caractérisant un phénomène de microlentille : la création de plusieurs images de la source et l'amplification globale du flux qui nous en parvient. Une autre conséquence du fait que les images apparaissent à différentes positions, avec pour chacune d'elles une amplification différente, est que le barycentre lumineux des images, aussi appelé « centroïde », n'est pas situé dans le cas général à la position angulaire de la source. En conséquence, au cours du phénomène de microlentille, la position du centroïde de l'image fluctue autour de celle de la source dans le ciel.

L'observation de cet effet constitue une nouvelle donnée du phénomène de microlentille. En effet, la courbe de lumière modélisée d'une microlentille prédit le déplacement des images en unités du rayon d'Einstein Θ_{E}, alors que la mesure simultanée du déplacement du centroïde en unités physiques conduit à une mesure directe de Θ_{E} en unités physiques (en principe, quelques mesures suffisent). Autrement dit, une telle observation fournit une nouvelle relation indépendante entre les paramètres du modèle. Un grand nombre de ce que l'on considère comme étant des dégénérescences aujourd'hui pourraient alors être levées.

Si personne n'a encore pu effectuer de telles mesures, il semble pourtant acquis qu'avec les futurs projets liés aux mesures astrométriques d'étoiles, ce sera chose faite dans les toutes prochaines années. Au sol par exemple, l'instrument PRIMA[6] (**P**hase-**R**eferenced **I**maging and **M**icro-arcsecond **A**strometry) sur le VLTI (**V**ery **L**arge **T**elescope **I**nterferometry) pourra suivre des étoiles jusqu'à la magnitude $I = 12$. Une résolution angulaire inférieure à la milli-seconde d'arc devrait facilement être atteinte et séparer les diverses images de la source, alors que le mouvement du centroïde pourrait être suivi à des précisions de quelques μas (Delplancke *et al.* , 2001, 2003).

A l'horizon 2010, deux satellites, SIM (**S**pace **I**nterferometry **M**ission) et GAIA (**G**lobal **A**strometric **I**nterferometer for **A**strophysics) réaliseront des relevés de postions d'étoiles avec des précisions allant en deçà de la dizaine de μas, ce qui est parfaitement adapté aux précisions requises par les observations de microlentilles (ex. Belokurov & Evans, 2002).

Il est intéressant de remarquer que la taille de la source n'intervient pas, en première approximation, dans le déplacement du centroïde, puisque seule la position des images doit être considérée. En d'autres termes, même si les images de la source sont de très petite dimension angulaire (~ 1 μas dans la simulation que je présente au § 2.10.3), le déplacement peut atteindre la milli-seconde d'angle. Plus généralement, lorsque la source traverse une caustique, des images apparaissent sur les courbes critiques, avec une amplification bien supérieure aux autres ; l'ordre de grandeur du

[6] `www.eso.org/projects/vlti/instru/prima/index_prima.html`

déplacement maximal sera donc aussi celui de la taille du rayon d'Einstein associé à la lentille.

Pour entrer davantage dans les détails, si le centroïde est par définition le barycentre des points–images $\{\boldsymbol{x_k}\}$ d'un point–source $\boldsymbol{y}$, affectés de leur valeur d'amplification A_k, le *déplacement* $\boldsymbol{\delta}$ (en unités *physiques*) du centroïde de l'image est défini par la différence vectorielle entre la position de la source dans le ciel et le centroïde, c'est-à-dire :

$$\frac{\boldsymbol{\delta}}{\Theta_{\mathrm{E}}}(t) = \frac{\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{im}}} A_k \, \boldsymbol{x_k}}{\sum_{k=1}^{N_{\mathrm{im}}} A_k} \tag{2.51}$$

(la fonction du temps rappelle que $\boldsymbol{\delta}$ varie au cours de l'événement).

2.10.2 Microlentille simple

La formule Eq. (2.51) appliquée au cas d'une microlentille simple (*cf.* § 2.4) conduit à

$$\frac{\boldsymbol{\delta}}{\Theta_{\mathrm{E}}}(t) = \frac{\boldsymbol{u}}{u^2+1}, \tag{2.52}$$

où $u = |\boldsymbol{y}|$ (comme dans le § 2.4). Cette formule montre que la microlentille, l'observateur, la source et le centroïde de ses images sont toujours alignés.

Ce premier exemple met au jour un point fondamental. Lorsque le paramètre d'impact de la source avec la lentille simple devient grand ($u \gg 1$), l'amplification décroît comme

$$A \sim 1 + \frac{2}{u^4}, \tag{2.53}$$

alors que la valeur du déplacement $\boldsymbol{\delta}$ quant à elle varie seulement comme

$$\delta \sim \frac{\Theta_{\mathrm{E}}}{u}. \tag{2.54}$$

En conséquence, la profondeur optique du phénomène (sa probabilité d'être observé) est bien plus grande en astrométrie qu'en photométrie. Il se pourrait dès lors très bien qu'un événement non détectable par une variation de son flux soit trahi par le déplacement de son centroïde. En pratique cependant, il y aura une contamination par le flux de "blending" (dû à la présence, sur la ligne de visée, de nombreuses étoiles non amplifiées, *cf.* § A.2.3), notamment celui de la lentille : dans ce cas, vient se surimposer une source localisée de flux supplémentaire, qui devra être introduite dans la définition de $\boldsymbol{\delta}$. Ce dernier cas ne devrait cependant se produire que pour les microlentilles relativement brillantes et proches.

2.10.3 Simulation sur une microlentille binaire

Penchons-nous à présent sur le cas des microlentilles binaires. La formule Eq. (2.51) est toujours applicable, mais il n'existe pas de solution analytique pour le calcul de

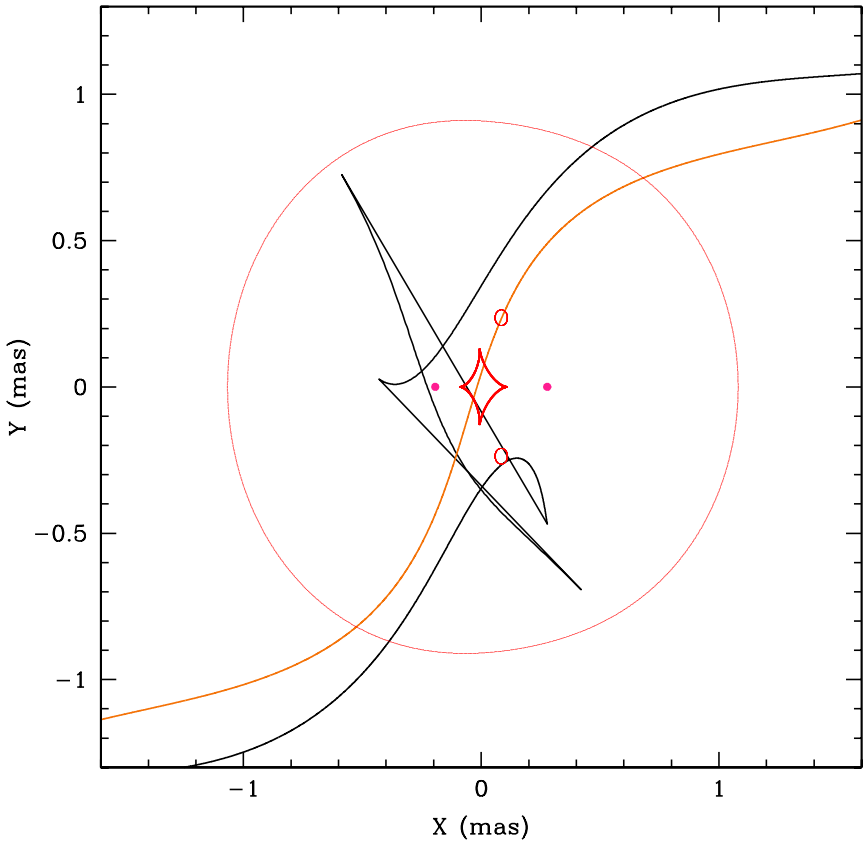

FIG. 2.21: Simulation de la trajectoire du centroïde de l'image de la source sur l'événement OGLE 2002–BLG–069. La trajectoire de la source est en orange, celle du centroïde en noir. En rouge sont tracées les caustiques (trait épais) et leurs courbes critiques associées (trait fin). Les points précisent la position des deux composantes de la microlentille. La microlentille est supposée fixe dans le repère choisi, et les axes sont gradués en milli-secondes d'angle.

la position des images ou pour celui des amplifications individuelles. Seul le calcul numérique est possible[7] dans le cas d'une lentille binaire quelconque. J'ai choisi pour illustrer l'effet de déplacement du centroïde l'événement déjà évoqué OGLE 2002–BLG–069, pour lequel nous avons trouvé le modèle et déterminé avec une bonne précision les paramètres physiques. En particulier, le rayon d'Einstein a été estimé à $\Theta_{\rm E} \simeq 1$ mas. La Fig. 2.21 consiste en une simulation du mouvement du centroïde. En rouge et trait épais est tracée la caustique (en forme de diamant) ; les courbes critiques qui lui sont associées ont la forme de courbes ovales, en trait fin, et les

[7]Dans le cas des systèmes « extrêmes », par exemple une microlentille binaire à grande séparation et à faible rapport de masse, certaines formules approchées peuvent être utilisées et des expressions semi-analytiques développées.

deux points sur l'axe des abscisses situent les deux composantes de la microlentille. La trajectoire réelle de la source par rapport à la microlentille est représentée en orange[8]. La trajectoire du centroïde, relativement complexe, est dessinée en noir. L'écart maximal entre deux de ses positions successives a lieu au moment des traversées de caustiques, et on constate qu'il est de l'ordre de la milli-seconde d'angle. La taille réelle d'une image de la source, quant à elle, est à peine plus grande que l'épaisseur du trait. Lorsque la source est loin de la microlentille, enfin, les courbes en noir et en orange se confondent. Le déplacement conséquent du centroïde aurait été très aisément à la portée d'instruments comme PRIMA, SIM ou GAIA.

Cette simulation a pour vocation de souligner l'intérêt de futures observations, qui pourraient débuter très prochainement avec les premiers relevés à très haute résolution angulaire. La profondeur optique non négligeable de l'effet, devrait conduire à de nombreuses mesures de « déviations de centroïde », et ainsi sans doute ouvrir la voie à la découverte de nouvelles classes de microlentilles et à une meilleure caractérisation de leurs propriétés.

2.10.4 Déplacement du centroïde et mesure de masses (Article ApJ)

Il est parfois possible d'observer le déplacement du centroïde des images, directement sur les images obtenues par des télescopes au sol, même si la précision reste modeste. Une telle mesure a été réalisée pour l'événement OGLE 2003–BLG–175 / MOA 2003–BLG–45 : sur cette microlentille simple avec effets de taille étendue de la source, le centroïde des images était toujours aligné avec la source. S'il s'était agi d'une étoile contribuant au seul "blending", en effet, la probabilité que cet alignement perdurât au cours de l'événement aurait été très faible. Il est montré dans ce travail, conformément aux paragraphes précédents, que la mesure de la vitesse relative entre source, microlentille et observateur en astrométrie peut contribuer à lever les dégénérescences intrinsèques des modèles.

L'article qui suit a été publié par Ghosh *et al.* (2004) dans l'*Astrophysical Journal.*

[8]La trajectoire est ondulée, car affectée d'un effet de parallaxe.

The Astrophysical Journal, 615:450–459, 2004 November 1
© 2004. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in U.S.A.

POTENTIAL DIRECT SINGLE-STAR MASS MEASUREMENT

H. Ghosh,[1] D. L. DePoy,[1] A. Gal-Yam,[2,3] B. S. Gaudi,[4] A. Gould,[1] C. Han,[1,5] Y. Lipkin,[6] D. Maoz,[6] E. O. Ofek,[6] B.-G. Park,[7] R. W. Pogge,[1] and S. Salim[8]
(The μFUN Collaboration)

F. Abe,[9] D. P. Bennett,[10] I. A. Bond,[11] S. Eguchi,[9] Y. Furuta,[9] J. B. Hearnshaw,[12] K. Kamiya,[9] P. M. Kilmartin,[12] Y. Kurata,[9] K. Masuda,[9] Y. Matsubara,[9] Y. Muraki,[9] S. Noda,[13] K. Okajima,[9] N. J. Rattenbury,[14] T. Sako,[9] T. Sekiguchi,[9] D. J. Sullivan,[15] T. Sumi,[16] P. J. Tristram,[14] T. Yanagisawa,[17] and P. C. M. Yock[14]
(The MOA Collaboration)

A. Udalski,[18] I. Soszyński,[18] Ł. Wyrzykowski,[6,18] M. Kubiak,[18] M. K. Szymański,[18] G. Pietrzyński,[18,19] O. Szewczyk,[18] and K. Żebruń[18]
(The OGLE Collaboration)

and

M. D. Albrow,[20] J.-P. Beaulieu,[21] J. A. R. Caldwell,[22] A. Cassan,[21] C. Coutures,[21,23] M. Dominik,[24] J. Donatowicz,[25] P. Fouqué,[26] J. Greenhill,[27] K. Hill,[27] K. Horne,[24] U. G. Jørgensen,[28] S. Kane,[24] D. Kubas,[29] R. Martin,[30] J. Menzies,[31] K. R. Pollard,[20] K. C. Sahu,[22] J. Wambsganss,[29] R. Watson,[27] and A. Williams[30]
(The PLANET Collaboration)[32]

Received 2004 May 25; accepted 2004 June 18

ABSTRACT

We analyze the light curve of the microlensing event OGLE-2003-BLG-175/MOA-2003-BLG-45 and show that it has two properties that, when combined with future high-resolution astrometry, could lead to a direct, accurate measurement of the lens mass. First, the light curve shows clear signs of distortion due to the Earth's accelerated motion, which yields a measurement of the projected Einstein radius $\tilde{r}_{\rm E}$. Second, from precise astrometric measurements, we show that the blended light in the event is coincident with the microlensed source to within about 15 mas. This argues strongly that this blended light is the lens and hence opens the possibility of directly measuring the lens-source relative proper motion $\boldsymbol{\mu}_{\rm rel}$ and so the mass $M = (c^2/4G)\mu_{\rm rel} t_{\rm E} \tilde{r}_{\rm E}$, where $t_{\rm E}$ is the measured Einstein timescale. While the light-curve–based measurement of $\tilde{r}_{\rm E}$ is, by itself, severely degenerate, we show that this degeneracy can be completely resolved by measuring the direction of proper motion $\boldsymbol{\mu}_{\rm rel}$.

Subject headings: astrometry — gravitational lensing — stars: fundamental parameters

[1] Department of Astronomy, Ohio State University, 140 West 18th Avenue, Columbus, OH 43210; ghosh@astronomy.ohio-state.edu, depoy@astronomy.ohio-state.edu, gould@astronomy.ohio-state.edu, pogge@astronomy.ohio-state.edu.
[2] Department of Astronomy, MS 105-24, California Institute of Technology, Pasadena, CA 91025; avishay@astro.caltech.edu.
[3] Hubble Fellow.
[4] Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, MA 02138; sgaudi@cfa.harvard.edu.
[5] Department of Physics, Institute for Basic Science Research, Chungbuk National University, Chongju 361-763, Korea; cheongho@astroph.chungbuk.ac.kr.
[6] School of Physics and Astronomy and Wise Observatory, Tel Aviv University, Tel Aviv 69978, Israel; yiftah@wise.tau.ac.il, dani@wise.tau.ac.il, eran@wise.tau.ac.il.
[7] Korea Astronomy Observatory, 61-1, Whaam-Dong, Youseong-Gu, Daejeon 305-348, Korea; bgpark@boao.re.kr.
[8] Department of Physics and Astronomy, University of California, Los Angeles, CA 90095.
[9] Solar-Terrestrial Environment Laboratory, Nagoya University, Nagoya 464-8601, Japan; abe@stelab.nagoya-u.ac.jp, furuta@stelab.nagoya-u.ac.jp, kkamiya@stelab.nagoya-u.ac.jp, kmasuda@stelab.nagoya-u.ac.jp, kurata@stelab.nagoya-u.ac.jp, muraki@stelab.nagoya-u.ac.jp, okajima@stelab.nagoya-u.ac.jp, sado@stelab.nagoya-u.ac.jp, sako@stelab.nagoya-u.ac.jp, sekiguchi@stelab.nagoya-u.ac.jp, ymatsu@stelab.nagoya-u.ac.jp.
[10] Department of Physics, Notre Dame University, Notre Dame, IN 46556; bennett@emu.phys.nd.edu.
[11] Institute for Astronomy, University of Edinburgh, Edinburgh EH9 3HJ, UK; iab@roe.ac.uk.
[12] Department of Physics and Astronomy, University of Canterbury, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand; john.hearnshaw@canterbury.ac.nz, pam.kilmartin@canterbury.ac.nz.
[13] National Astronomical Observatory of Japan, Osawa 2-21-1, Mitaka, Tokyo 181-8588, Japan; sachi.t.noda@nao.ac.jp.
[14] Department of Physics, University of Auckland, Auckland, New Zealand; nrat001@phy.auckland.ac.nz, paulonieka@hotmail.com, p.yock@auckland.ac.nz.
[15] School of Chemical and Physical Sciences, Victoria University, P.O. Box 600, Wellington, New Zealand; denis.sullivan@vuw.ac.nz.
[16] Department of Astrophysical Sciences, Princeton University, Princeton, NJ 08544; sumi@astro.princeton.edu.
[17] National Aerospace Laboratory, Jindaiji 7-44-1, Chofu, Tokyo 182-8522, Japan; tyanagi@nal.go.jp.
[18] Warsaw University Observatory, Al. Ujazdowskie 4, 00-478 Warsaw, Poland; udalski@astrouw.edu.pl, soszynsk@astrouw.edu.pl, wyrzykow@astrouw.edu.pl, mk@astrouw.edu.pl, msz@astrouw.edu.pl, pietrzyn@astrouw.edu.pl, szewczyk@astrouw.edu.pl, zebrun@astrouw.edu.pl.
[19] Departamento de Física, Universidad de Concepción, Casilla 160-C, Concepción, Chile.
[20] Department of Physics and Astronomy, University of Canterbury, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand.
[21] Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France.
[22] Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218.
[23] DSM/DAPNIA, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.
[24] School of Physics and Astronomy, University of St. Andrews, North Haugh, St. Andrews, Fife KY16 9SS, UK; md35@st-andrews.ac.uk.

1. INTRODUCTION

When microlensing experiments were initiated more than a decade ago (Alcock et al. 1993; Aubourg et al. 1993; Udalski et al. 1993), there was no expectation that the individual lens masses could be determined to much better than an order of magnitude. The only routinely observable parameter, the Einstein timescale t_E, is related in a complicated way to the mass M and two other parameters, the lens-source relative parallax π_{rel} and relative proper motion μ_{rel}:

$$t_E = \frac{\theta_E}{\mu_{rel}}, \tag{1}$$

where

$$\theta_E = \sqrt{\kappa M \pi_{rel}} \tag{2}$$

is the angular radius of the Einstein ring and $\kappa \equiv 4G/(c^2 \mathrm{AU}) \simeq 8.14\ \mathrm{mas}/M_\odot$. In principle, therefore, a measurement of θ_E and π_{rel} would lead to a determination of lens mass (Refsdal 1964). However, since neither π_{rel} nor μ_{rel} is usually known for microlensing events, one can generally obtain only a rough estimate of the lens mass based on statistical inferences from the distance and velocity distributions of the lens and source populations.

The motion of the Earth in its orbit produces a distortion in the observed light curve from that of the simple heliocentric case. The magnitude of this distortion is proportional to the size of the projected Einstein radius $\tilde{r}_E$ relative to the size of the Earth's orbit. This ratio, $\pi_E \equiv \mathrm{AU}/\tilde{r}_E$, is commonly called the microlens parallax, from the similarity in its definition to astrometric parallax. As shown in Gould (2000), $\pi_E \theta_E = \pi_{rel}$, and therefore

$$\pi_E = \sqrt{\frac{\pi_{rel}}{\kappa M}}. \tag{3}$$

Gould (1992) pointed out that individual lens masses could be determined provided that θ_E and π_E were simultaneously measured for the same event, and he suggested some methods for measuring each.[33] If successfully carried out, microlensing would join only a handful of other methods for directly measuring stellar masses. However, unlike all other methods, microlensing can in principle be used to measure the masses of objects without visible companions, in particular, single stars. At present, the Sun is the only single star whose mass has been directly measured with high precision. This was possible originally only because it has nonstellar, but nevertheless highly visible, companions.

In fact, the Sun is also the one single star whose mass has been accurately measured using gravitational lensing. While the original Eddington eclipse experiment was regarded at the time as a confirmation of Einstein's general relativity (Dyson et al. 1920), general relativity is by this point so well established that this experiment can now be regarded as a mass measurement of the Sun. Applying the same principle to the deflection of radio waves, Shapiro et al. (2004) were able to confirm general relativity (or alternatively measure the mass of the Sun) accurate to 0.04%.

With the notable exception of the Sun, and despite the discovery of several thousand microlensing events as well as a decade of theoretical efforts to invent new ways to measure π_E and θ_E, there have been just two mass measurements of single stars using microlensing. The problem is that while the microlens parallax π_E has been measured for more than a dozen single lenses (Alcock et al. 1995, 2001; Mao 1999; Soszyński et al. 2001; Bond et al. 2001; Mao et al. 2002; Smith et al. 2002a, 2002b; Bennett et al. 2002; Afonso et al. 2003; Park et al. 2004; Jiang et al. 2004), the angular Einstein radius θ_E has been measured for only five single lenses (Alcock et al. 1997, 2001; Smith et al. 2003b; Yoo et al. 2004; Jiang et al. 2004). Although Alcock et al. (2001) and Jiang et al. (2004) each measured both θ_E and π_E for their events, respectively MACHO-LMC-5 and OGLE-2003-BLG-238, in neither case was the π_E measurement very accurate. Moreover, Gould (2004) showed that the microlens parallax measurement of MACHO-LMC-5 was subject to a discrete degeneracy. Nevertheless, Drake et al. (2004) resolved this degeneracy by a trigonometric measurement of π_{rel}. Gould et al. (2004) then combined the Drake et al. (2004) measurement of π_{rel} and $\boldsymbol{\mu}_{rel}$ with the original photometric data and additional high-resolution photometry of the source to constrain the mass to within 17%. This is the most precise direct mass measurement of a single star (other than the Sun) to date. By comparison, the mass of the only other directly measured single star, OGLE-2003-BLG-238, is only accurate to a factor of a few.

An et al. (2002) made the most precise microlens mass measurement to date, with an error of just 9%. However, the lens, EROS-BLG-2000-5, was a binary. In the future, the *Space Interferometry Mission* should routinely measure the masses of single stars both for stars in the bulge (Gould & Salim 1999) and for nearby stars passing more distant ones (Refsdal 1964; Paczyński 1995; Salim & Gould 2000). Thus, at present, the direct measurement of single-star masses (other than the Sun) remains a difficult undertaking.

Here we present evidence that the microlensing event OGLE-2003-BLG-175/MOA-2003-BLG-45 is an excellent candidate for such a single-star measurement. This seems odd at first sight because, as we will show, π_E is measured only to a factor of a few and θ_E is not measured at all. Hence it would appear difficult to derive any mass measurement, let alone a precise one. However, the event has the relatively unusual property that the lens itself is visible, and this makes a mass measurement possible.

As discussed by Gould (2000) and in greater detail by Gould (2004), π_E is actually the magnitude of a vector quantity, $\boldsymbol{\pi}_E$, whose direction is that of the lens-source relative motion. We first show that one component of $\boldsymbol{\pi}_E$ is extremely well determined, so that if its direction could also be constrained, π_E would also be well determined. Second, we show that the blended light for this event is almost certainly the lens. We

[25] Department of Computing, Technical University of Vienna, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria.
[26] Observatoire Midi-Pyrenees, UMR 5572, 14, avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France.
[27] Physics Department, University of Tasmania, GPO 252C, Hobart, Tasmania 7001, Australia.
[28] Niels Bohr Institute, Astronomical Observatory, Juliane Maries Vej 30, DK-2100 Copenhagen, Denmark.
[29] Universität Potsdam, Astrophysik, Am Neuen Palais 10, D-14469 Potsdam, Germany.
[30] Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth 6076, Australia.
[31] South African Astronomical Observatory, P.O. Box 9, Observatory 7935, South Africa.
[32] The e-mail address of the PLANET Collaboration is planet@iap.fr.
[33] The relationship between the observable parameters θ_E and $\tilde{r}_E$ and the physical parameters M and π_{rel} is explained in Gould (2000). See especially his Fig. 1.

outline how future space-based or possibly ground-based observations could measure $\boldsymbol{\mu}_{\rm rel}$, the vector lens-source relative proper motion (Han & Chang 2003). When combined with the very well determined $t_{\rm E}$ for this event, this would yield $\theta_{\rm E}$ through equation (1). At the same time, such a proper-motion measurement would give the direction of motion and so tightly constrain $\pi_{\rm E}$.

2. DATA

The event [(R.A., decl.) = ($18^{\rm h}06^{\rm m}34^{\rm s}.68$, $-26^\circ01'16''.2$) (J2000.0), (l, b) = ($4^\circ.859$, $-2^\circ.550$)] was initially discovered by the Optical Gravitational Lens Experiment (OGLE; Udalski et al. 1994) and was announced to the community as OGLE-2003-BLG-175 through the OGLE-III Early Warning System (EWS; Udalski 2003a) on 2003 May 28. It was independently rediscovered by Microlensing Observations for Astrophysics (MOA; Bond et al. 2001) and designated MOA-2003-BLG-45 on 2003 July 6. It achieved peak magnification on HJD$' \equiv$ HJD $- 2,450,000 = 2863.1$ (2003 August 11).

Observations were carried out by four groups from a total of eight observatories: OGLE from Chile, MOA from New Zealand, the Microlensing Follow-Up Network (μFUN; Yoo et al. 2004) from Chile and Israel, and the Probing Lensing Anomalies Network (PLANET; Albrow et al. 1998) from Chile, Perth, South Africa, and Tasmania. OGLE made a total 178 I-band observations from 2001 August 6 to 2003 November 10, of which 119 were during the 2003 season, using the 1.3 m Warsaw telescope at the Las Campanas Observatory, Chile, which is operated by the Carnegie Institute of Washington. The exposures were 120 s, and photometry was obtained using difference image analysis (Woźniak 2000). MOA made a total of 522 I-band observations from 2000 April 12 to 2003 November 4, of which 303 were during the 2003 season, using the 0.6 m Boller & Chivens telescope at Mount John University Observatory in New Zealand.

μFUN monitoring of the event began on July 7. Observations were made at the 1.3 m (ex-2MASS) telescope at Cerro Tololo Inter-American Observatory (CTIO) in Chile using ANDICAM (DePoy et al. 2003) and at the Wise 1 m telescope at Mitzpe Ramon in Israel using the Wise TeK 1K CCD camera. At CTIO, there were 210 observations in I band, from July 7 to October 29, and 11 observations in V, covering a similar period (July 9–November 5). Exposures were 5 minutes each. Observations at Wise consisted of 12 in I band, covering the period July 8 to August 12, and 56 observations using a clear filter. The latter sampled the light curve densely just after peak, from August 12 to August 15. Photometry for all μFUN observations was done using DoPHOT (Schechter et al. 1993).

PLANET observations of this event included 52 observations in I band using the 0.9 m telescope at CTIO, from August 11 to August 18; 80 observations in I band using the 0.6 m telescope at Perth Observatory in Australia, from August 6 to November 2; 165 observations in R band using the Danish 1.54 m telescope at La Silla, Chile, from June 4 to September 1; six observations in I band using the South African Astronomical Observatory 1 m telescope at Sutherland, South Africa, on August 5; and 59 observations in I band using the Canopus Observatory 1 m telescope in Tasmania, from August 5 to September 21. The data reduction was done with the PLANET pipeline using PSF fitting photometry with DoPHOT.

In fitting the light curve, we iteratively renormalized errors to obtain a χ^2 per degree of freedom of unity and eliminated points that were farther than 3 σ from the best fit. For the data sets (OGLE, MOA, μFUN [Chile I, Chile V, Israel clear, Israel I], PLANET [Chile Danish R, Chile CTIO I, Perth, South Africa, Tasmania]), there were initially (178, 522, 210, 11, 56, 12, 165, 52, 80, 6, 59) data points, of which (175, 515, 203, 11, 56, 12, 161, 51, 76, 5, 51) were incorporated into the final fit, with corresponding renormalization factors (1.48, 1.179, 1.10, 1.00, 0.94, 0.81, 2.26, 1.06, 1.06, 2.69, 1.62). The data from all four collaborations are shown in Figure 1 together with a standard fit to the light curve, which shows strong residuals that are asymmetric about the peak.[34]

3. LIGHT-CURVE FITTING

All microlensing events are fitted to the functional form

$$F(t) = F_s A(t) + F_b, \tag{4}$$

where $F(t)$ is the observed flux, F_s is the source flux, which is magnified by a factor $A(t)$, and F_b is the flux from any stars blended with the source but not undergoing gravitational lensing. For point-source point-lens events, $A(t) = A[u(t)]$, where u is the lens-source separation in units of $\theta_{\rm E}$ and (Paczyński 1986)

$$A(u) = \frac{u^2 + 2}{u(u^2 + 4)^{1/2}}. \tag{5}$$

The event shows no significant signature of finite source effects, implying that equations (4) and (5) are appropriate. However, it does show a highly significant asymmetry, of the kind expected from parallax effects. We therefore fit for five geometric parameters (in addition to a pair of parameters, F_s and F_b, for each of the 11 observatory-filter combinations). Three of these five are the standard microlensing parameters: the time of peak magnification t_0, the Einstein crossing time $t_{\rm E}$, and the impact parameter $u_0 = u(t_0)$. The remaining two are the microlens parallax $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$, a vector whose magnitude gives the projected Einstein radius, $\tilde{r}_{\rm E} \equiv {\rm AU}/\pi_{\rm E}$, and whose direction gives the direction of lens-source relative motion. We work in the geocentric frame defined by Gould (2004), so that the three standard microlensing parameters (t_0, $t_{\rm E}$, u_0) are nearly the same as for the no-parallax fit (in which $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$ is fixed to be zero).

The parallactic distortion of the light curve has a component that is asymmetric about the event peak, and one that is symmetric. The former allows a determination of $\pi_{{\rm E},\parallel}$, the component of the parallax that is in the direction of the apparent acceleration of the Sun projected onto the plane of the sky at event peak. The symmetric distortion allows a determination of $\pi_{{\rm E},\perp}$, the component perpendicular to $\pi_{{\rm E},\parallel}$. The direction of $\pi_{{\rm E},\perp}$ is chosen so that ($\pi_{{\rm E},\parallel}$, $\pi_{{\rm E},\perp}$) form a right-handed coordinate system. We fit for $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$, however, as $\pi_{{\rm E},N}$ and $\pi_{{\rm E},E}$, the projections in the north and east directions (in the equatorial coordinate system), respectively. The error ellipse for these two $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$ parameters is highly elongated. To quantify this effect, we also calculate ($\pi_{{\rm E},1}$, $\pi_{{\rm E},2}$), the principal components of $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$, as well as the position angle ψ (north through east) of the minor axis of the error ellipse. The best-fit values thus obtained are shown in Table 1. However, microlensing light curve fits can suffer from several degeneracies.

[34] OGLE, MOA, and μFUN photometric data for this event are publicly available at http://bulge.astro.princeton.edu/~ogle, http://www.massey.ac.nz/~iabond/alert/alert.html, and http://www.astronomy.ohio-state.edu/~microfun.

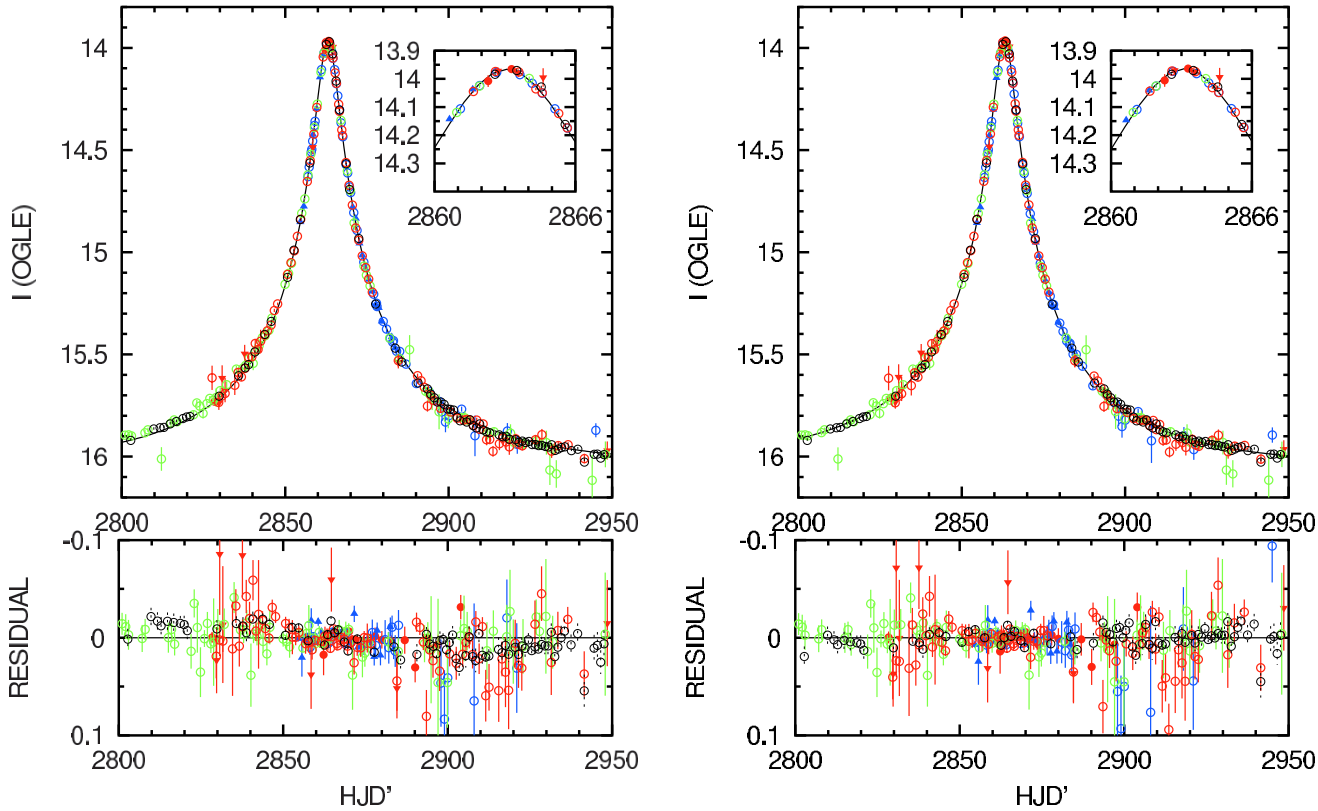

FIG. 1.—Fit to the light curve in the nonparallax (*left*) and the parallax (*right*) models. Data from different collaborations are color-coded as follows: *red*, μFUN; *green*, MOA; *black*, OGLE; *blue*, PLANET. Symbols indicate filter bands: *open circles*, *I*; *inverted triangles*, *V*; *filled circles*, clear; *upright triangles*, *R*. Data have been binned by night. The residuals from the nonparallax fit show an asymmetry about the event peak; the asymmetry disappears when the light curve is fitted for parallax. The inset shows a zoomed-in view of the peak.

TABLE 1
BEST-FIT PARAMETERS

Parameter	$u_0 > 0$ Fit		$u_0 < 0$ Fit	
	Value	Uncertainty	Value	Uncertainty
t_0 (days)	2863.1119	0.0059	2863.1116	0.0065
u_0	0.0547	0.0008	−0.0546	0.0008
t_E (days)	63.2196	1.1297	62.7894	0.8874
$\pi_{E,N}$	0.2124	0.3463	0.1108	0.7296
$\pi_{E,E}$	0.1483	0.0335	0.1603	0.0385
$\pi_{E,1}$	0.1674	0.0090	0.1658	0.0090
$\pi_{E,2}$	−0.1977	0.3478	−0.1024	0.7306
ψ (deg)	84.7	...	87.1	...
$(F_b/F_s)_1$	2.0042	0.0018	2.0057	0.0020
$(F_b/F_s)_2$	2.5950	0.0024	2.5965	0.0027
$(F_b/F_s)_3$	2.6439	0.0026	2.6459	0.0029
$(F_b/F_s)_4$	3.4172	0.0067	3.4187	0.0071
$(F_b/F_s)_5$	2.7335	0.0106	2.7371	0.0109
$(F_b/F_s)_6$	2.8974	0.0045	2.8999	0.0048
$(F_b/F_s)_7$	3.9964	2.7173	3.9967	2.7194
$(F_b/F_s)_8$	2.6069	0.0028	2.6091	0.0030
$(F_b/F_s)_9$	7.0921	0.0301	7.0954	0.0317
$(F_b/F_s)_{10}$	4.2433	0.1039	4.2482	0.1047
$(F_b/F_s)_{11}$	3.4946	0.0045	3.4974	0.0050
χ^2	1295.9659	...	1296.6528	...

NOTES.—Observatory/filter combinations for the ratios (F_b/F_s): 1 = OGLE *I*, 2 = μFUN Chile *I*, 3 = MOA *I*, 4 = μFUN Wise *I*, 5 = PLANET CTIO *I*, 6 = PLANET Perth *I*, 7 = PLANET SAAO *I*, 8 = PLANET Tasmania *I*, 9 = μFUN Chile *V*, 10 = μFUN Wise clear, and 11 = PLANET Danish *R*.

3.1. *Degeneracies in the Models*

Degeneracies arise when the source-lens-observer relative trajectory deviates from uniform rectilinear motion but there is not enough information in the light curve to distinguish among multiple possible trajectories. We consider three types of degeneracies in our fits.

3.1.1. *Constant-Acceleration Degeneracy*

Since this is a relatively short-duration ($t_E \sim 63$ days) event, the change in acceleration over this timescale is relatively small and the fit is susceptible to the degeneracy derived by Smith et al. (2003a) in the limit of constant acceleration. In the geocentric frame adopted in this paper, the additional solution is expected to have $u_0' = -u_0$, with the remaining parameters very similar to those of the original solution (Smith et al. 2003a; Gould 2004). That is, the lens passes on the opposite side of the source but otherwise the new trajectory is very similar to the old one. Table 1 shows that this is indeed the case. Moreover, the two solutions have almost identical χ^2 values.

3.1.2. *Jerk-Parallax Degeneracy*

Gould (2004) generalized the analysis of Smith et al. (2003a) to include jerk and found an additional degeneracy whose parameters can be predicted analytically from the parameters of the original solution together with the known acceleration and jerk of the Earth at t_0. This prediction has been verified for both MACHO-LMC-5 (Gould 2004) and MOA 2003-BLG-37 (Park et al. 2004). We search for this potential alternate solution in two ways. First, we adopt a seed solution

at the location predicted by Gould (2004) and search for a local minimum of the χ^2 surface in the neighborhood of this seed. Second, we evaluate χ^2 over a grid of points in the $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$ plane and search for any local minima. Neither search yields an additional solution. We note that for MACHO-LMC-5 (with timescale $t_{\rm E} \sim 30$ days) the two solutions have nearly identical χ^2 values, while for MOA-2003-BLG-37 (with $t_{\rm E} \sim 42$ days) the second minimum is disfavored at $\Delta\chi^2 \sim 7$. It may well be that for events as long as OGLE-2003-BLG-175/MOA-2003-BLG-45 ($t_{\rm E} \sim 63$ days), the degeneracy is lifted altogether.

3.1.3. *Xallarap*

If the source is a component of a binary, its Keplerian motion will also generate acceleration in the source-lens-observer trajectory. Like the Earth's motion, this is describable by the seven parameters of a binary orbit. However, unlike the Earth's orbit, the binary-orbit parameters are not known a priori. Hence, while a parallax fit requires just two parameters, $\boldsymbol{\pi}_{\rm E}$ (basically the size of the Einstein ring and the direction of the lens-source relative motion relative to the Earth's orbit), a full xallarap fit requires seven. This proliferation of free parameters may seem daunting but can actually be turned into an advantage in understanding the event: if the full xallarap fit yields parameters that are inconsistent with the Earth's orbit, then this is proof that xallarap (rather than parallax alone) is at work (Smith et al. 2002b). On the other hand, if the xallarap fit parameters are consistent with the Earth's orbit, this is evidence that parallax is the predominant acceleration effect. Of course, the latter inference depends on the size of the errors: if the xallarap parameters are tightly constrained and agree with the Earth's orbit, this would be powerful evidence. If the errors are very large, mere consistency by itself does not provide a strong argument.

We make two simplifications in our test for xallarap. First, instead of adding five parameters (to make the full seven), we consider a more restricted class of xallarap models with circular orbits. This eliminates two parameters, the eccentricity and the position angle of the apse vector. Hence only three additional parameters are required: the inclination, phase, and period. Second, rather than introduce additional free parameters into the fit, we conduct a grid search.

We find that the data do not discriminate among the models very well. There is a large region of parameter space (including the Earth's parameters) that is consistent with the data at the 2 σ level. Only very short orbital periods, $P < 0.2$ yr, are excluded.

This exercise shows that, at least for this event, it is impossible to discriminate between parallax and xallarap from the light curve data alone. Hence, some other argument is needed to decide between these two possible interpretations of the acceleration that is detected in the light curve.

4. CHARACTERISTICS OF THE BLENDED LIGHT

We now argue that the blended light is most likely due to the lens. The key argument is astrometric: by measuring the centroid shift during the event, we show that the source and the blend are aligned to high precision and that the chance of such an alignment (if the blend were not associated with the event) is extremely small. In addition, the position of the blend on the color-magnitude diagram (CMD) shows it to be a foreground disk star.

4.1. *Astrometry*

If we ignore the displacement of the positions of the images relative to that of the source (as justified below), then the position of the source-blend centroid of light, $\boldsymbol{\theta}_c$, is given by the flux-weighted average of the positions of the source and blend:[35]

$$\boldsymbol{\theta}_c[A(t)] = \frac{AF_s[\boldsymbol{\theta}_s + \boldsymbol{\mu}_s(t-t_*)] + F_b[\boldsymbol{\theta}_b + \boldsymbol{\mu}_b(t-t_*)]}{AF_s + F_b} - \frac{A_*F_s\boldsymbol{\theta}_s + F_b\boldsymbol{\theta}_b}{A_*F_s + F_b} + \boldsymbol{\theta}_*, \tag{6}$$

where $\boldsymbol{\theta}_s$ and $\boldsymbol{\theta}_b$ are the positions of the source and blend at some fiducial time t_*, $\boldsymbol{\mu}_s$ and $\boldsymbol{\mu}_b$ are the proper motions of the source and blend, and $\boldsymbol{\theta}_*$ is the centroid position at t_*. For the time of maximum magnification ($t_* = t_0$, $A_* = A_{\rm max}$), this equation can be rewritten

$$\boldsymbol{\theta}_c[A(t)] = (\boldsymbol{\theta}_b - \boldsymbol{\theta}_s)Z(A) + (A-1)\boldsymbol{\mu}_s W(A,t) + \boldsymbol{\mu}_c W(A,t) + \boldsymbol{\theta}_0, \tag{7}$$

where $\boldsymbol{\theta}_0$ is the centroid position at t_0, $\boldsymbol{\mu}_c \equiv (\boldsymbol{\mu}_s + r\boldsymbol{\mu}_b)$,

$$Z(A) \equiv \frac{(A_{\rm max} - A)r}{(A_{\rm max} + r)(A + r)}, \tag{8}$$

and

$$W(A,t) \equiv \frac{t - t_0}{A + r}, \quad r \equiv \frac{F_b}{F_s}. \tag{9}$$

We have introduced the parameter $\boldsymbol{\mu}_c$ instead of using $\boldsymbol{\mu}_b$ since the latter is highly correlated with $\boldsymbol{\mu}_s$ and the linear combination can be better constrained. For the OGLE data, $r \approx 2$ (see Table 1). The quantities Z, W, and $A(t)$ are determined from the fit to the light curve. We fit the light centroid obtained from astrometry of 81 OGLE images taken both before and during the event to equation (7) and find

$$(\theta_b - \theta_s)_{\rm north} = 3.9 \pm 7.6 \text{ mas}, \quad (\theta_b - \theta_s)_{\rm east} = -8.5 \pm 10.5 \text{ mas}. \tag{10}$$

The astrometric measurement errors of the individual points are assumed to be equal. Their amplitude is determined by forcing χ^2 per degree of freedom to be unity. They are found to be 8 and 11 mas in the north and east directions, respectively. In Figure 2 we show this fit together with the data points plotted as $\Delta\boldsymbol{\theta}$ versus Z, where

$$\Delta\boldsymbol{\theta} \equiv \boldsymbol{\theta}_c - \boldsymbol{\mu}_s(A-1)W - \boldsymbol{\mu}_c W - \boldsymbol{\theta}_0. \tag{11}$$

Here the $\boldsymbol{\theta}_c$ are the measured positions, while $\boldsymbol{\mu}_s$, $\boldsymbol{\mu}_c$, and $\boldsymbol{\theta}_0$ are the best-fit parameters.

Equation (10) shows that the source and blend have the same position within about 15 mas. There are only 42 stars arcmin^{-2} in this field that are as bright or brighter than the blend. The probability that one of them would lie within 15 mas of the source is therefore less than 10^{-5}, unless the star were related to the event. If the blend is related to the event, there are only three possibilities: (1) the blend is the lens, (2) the blend is a companion to the lens, or (3) the blend is a companion to the source. The last possibility is ruled out by the CMD, which

[35] Alard et al. (1995) calculate the shift in the centroid in the case of zero proper motion. Note that their eq. (2) is in error and should read $\Delta\boldsymbol{r}_c = \boldsymbol{r}(1-f)\{1 - 1/[Af + (1-f)]\}$.

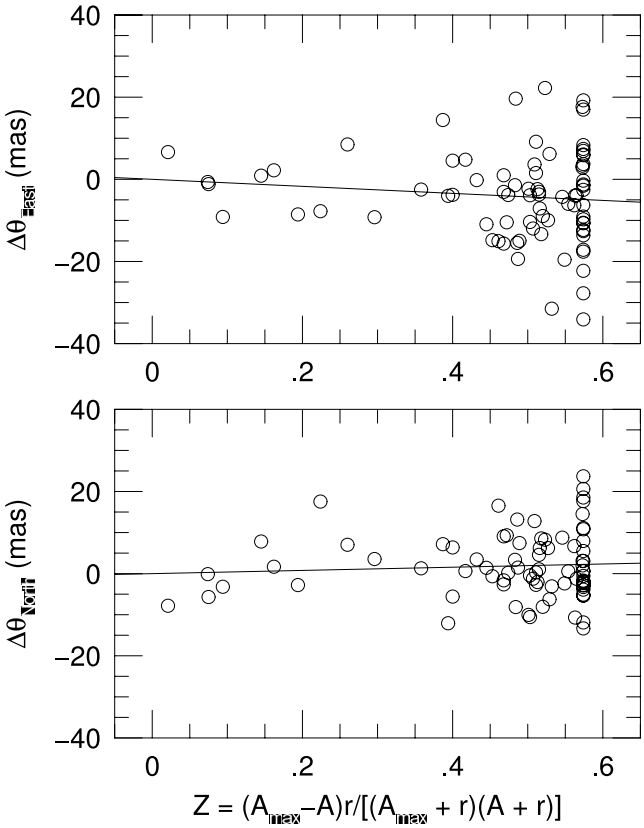

FIG. 2.—Measurement of the separation of the microlensed source and the unlensed blended light from OGLE astrometry. As described in § 4.1, the blend-source centroid should be at $\boldsymbol{\theta}_c[A(t)] = (\boldsymbol{\theta}_b - \boldsymbol{\theta}_s)Z(A) + (A\boldsymbol{\mu}_s + r\boldsymbol{\mu}_b)W(A,t) + \boldsymbol{\theta}_0$, where $r = F_b/F_s$, $W(A,t) = (t - t_0)/(A + r)$ and $Z(A) = (A_{\max} - A)r/[(A_{\max} + r)(A + r)]$. The two panels show the residuals, using the best-fit values of $\boldsymbol{\mu}_s$, $\boldsymbol{\mu}_b$, and $\boldsymbol{\theta}_0$ in the east and north directions, but with the $(\boldsymbol{\theta}_b - \boldsymbol{\theta}_s)Z(A)$ term removed. Hence the slopes of the linear fits to these residuals, $(\theta_b - \theta_s)_{\rm north} = 3.9 \pm 7.6$ mas and $(\theta_b - \theta_s)_{\rm east} = -8.5 \pm 10.5$ mas, give estimates for the source-blend separation. This separation is consistent with zero within small errors.

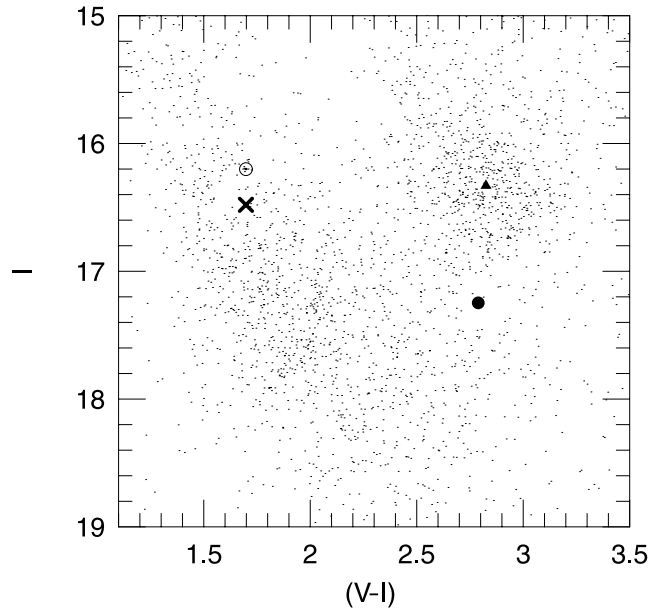

FIG. 3.—Approximately calibrated CMD of stars within a 6′ square of OGLE-2003-BLG-175/MOA-2003-BLG-45. See § 4.2 for details on the calibration procedure. The source (*filled circle*) lies a magnitude below the center of the bulge clump (*triangle*) and therefore lies within or behind the bulge. The open circle shows the position of the blend based on μFUN photometry, and the cross shows the position after the correction based on OGLE photometry. The blended light lies along the "reddening sequence" of foreground disk main-sequence and turnoff stars, which suffer less extinction than the bulge and therefore appear relatively bright and blue in the diagram. Based on this diagram and arguments given in § 4.2, we conclude that the blended light comes from a star of mass $M_b = 0.75\ M_\odot$ and distance $D_b = 1.1$ kpc.

shows that the blend lies in the foreground disk while the source lies either in or behind the bulge (see Fig. 3). While we cannot immediately rule out that the blend is a companion to the lens rather than the lens itself, we will show below that this hypothesis is ultimately testable. Moreover, even if the blend is a companion to the lens, most of the arguments of this paper remain unaltered. For the moment, we ignore this possibility and tentatively assume that the blend is the lens.

Before continuing, we note that neither of the proper-motion parameters is determined with high precision. We find

$$\boldsymbol{\mu}_s = (-28,\ -46) \pm (64,\ 89)\ \text{mas yr}^{-1},$$
$$(\boldsymbol{\mu}_s + r\boldsymbol{\mu}_b) = (5,\ 3) \pm (5,\ 7)\ \text{mas yr}^{-1}. \qquad (12)$$

This means, in particular, that the parameter of greatest physical interest $(\boldsymbol{\mu}_b - \boldsymbol{\mu}_s)$, which is a linear combination of these two fit parameters, can only be determined with a precision of about 100 mas yr^{-1}, far larger than its plausible value. Similarly, the astrometric errors are at least an order of magnitude too large to detect the motion of the image centroid relative to the source, which is why we ignore it in this treatment.

Finally, we note that if the blend is either the lens itself or a companion to the lens, then one would expect the lens-source relative motion to be in the direction of Galactic rotation (roughly north by northeast). This is because the blend lies in the foreground disk while the source lies in or behind the bulge. In fact, the parallax measurement shows that the lens-source relative motion is consistent with this direction (see Fig. 4).

4.2. *Mass and Distance of the Blend*

Independent of whether the blend is indeed the lens, we can obtain a rough estimate of the blend's mass and distance from its position on the CMD by making use of the disk color-magnitude relation of Reid (1991), $M_V = 2.89 + 3.37(V - I)$, together with the mass-luminosity relation of Cox (2000). This estimate necessarily involves a number of approximations. First, the two relations just mentioned have scatter in them, which we ignore. Second, while the reddening could in principle be measured spectroscopically, no such measurement has been made. We therefore assume that the *I*-band extinction is related to the blend distance by [36] $A_I = 0.5(D_b/\text{kpc})$. Third, we must specify $R_{VI} = A_V/E(V - I)$, the ratio of total to selective extinction. This is known to be anomalous toward the bulge, but while it varies somewhat from one bulge line of sight to another, the measured values lie consistently near $R_{VI} \sim 2.1$ (Popowski 2000; Udalski 2003b; Sumi 2004). We therefore adopt this value.

[36] Extinction is proportional to $\exp(-z/z_h + R/R_s)$, where z is the height above the Galactic plane, R is the distance, along the plane, from the Sun to the blend, and z_h and R_s are the dust scale height and scale length, respectively. R has its origin at the Sun and *increases* toward the Galactic center. Since $z = R \sin b$, for $z_h \sim 130$ pc, $R_s \sim 3$ kpc, and $b = 2.^\circ5$ the two terms inside the exponent almost cancel.

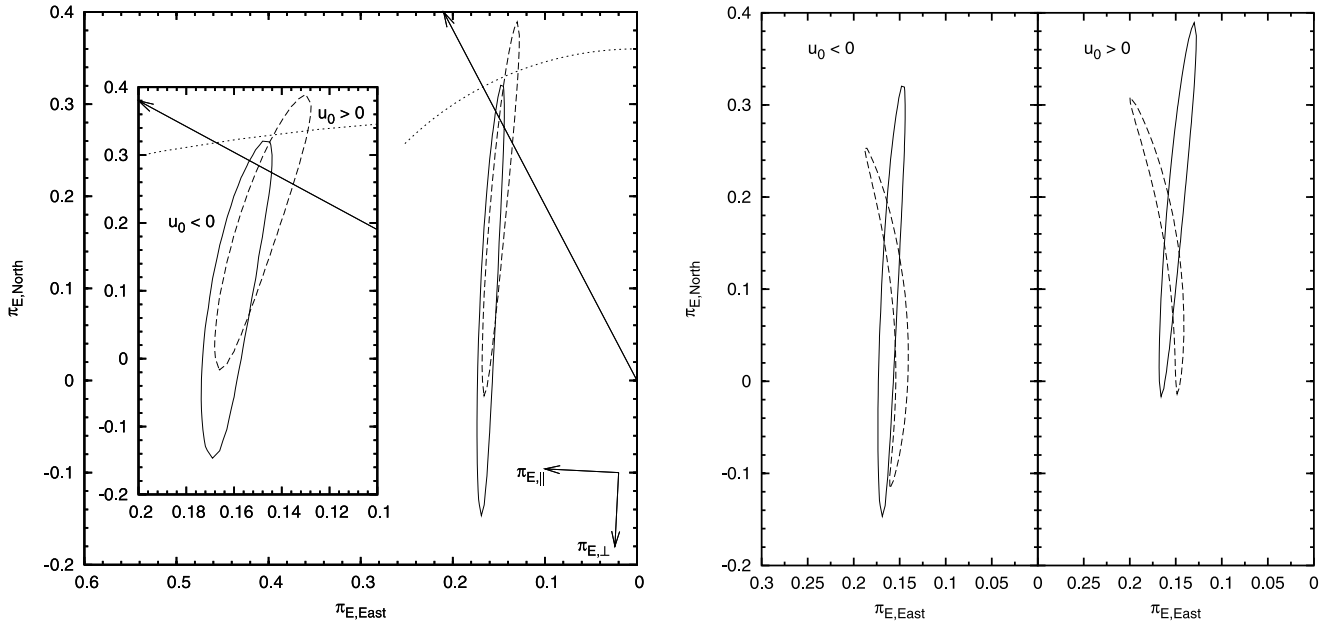

FIG. 4.—*Left*: The 1 σ contours of the χ^2 surfaces, projected onto the $(\pi_{E,E}, \pi_{E,N})$ plane, for the $u_0 > 0$ and $u_0 < 0$ fits. The arrow shows the direction of Galactic rotation. The axis ratio of the $u_0 < 0$ ellipse is 26:1, and that of the $u_0 > 0$ one is 24:1. Although only one component of $\boldsymbol{\pi}_E$ is well constrained, this figure shows that the direction of lens-source relative proper motion is consistent with the direction of Galactic rotation, which supports the hypothesis that the lens is a foreground disk star. The dotted arcs are parts of a circle of radius $\pi_E = 0.36$, the predicted microlens parallax. The inset shows the contours with the horizontal scale expanded. *Right*: The solid contours are the same ones shown in the left panel and are in the geocentric frame. The contours in dashed lines show them transformed to the heliocentric frame.

Fourth, we must estimate the apparent color and magnitude of the blend. While in principle the most straightforward step, under present circumstances this is actually the most uncertain. The flux of the blend is a parameter of the fit to the light curve. To determine a color, we must have two such fluxes and so use the μFUN Chile photometry since this is the only one of our observatories with data in two photometric bands. However, it is known that the μFUN Chile photometry contains additional blended light relative to the OGLE photometry. First, the ratio of fit parameters, $r = F_b/F_s$, is greater for μFUN Chile I ($r \simeq 2.60$) than for OGLE I ($r \simeq 2.01$) despite the fact that the passbands are very similar. Second, OGLE photometry identifies additional sources in the neighborhood of the source that μFUN photometry does not identify and that therefore must be included in the μFUN blend. If the colors of these extra sources were known, they could just be removed to find the color as well as the magnitude of the OGLE blend. Unfortunately, they are not known. For the purposes of this estimate we assume the color of the blend is also the color of the lens. However, the fact that the better determined OGLE ratio $r \simeq 2.01$ is less than $r \simeq 2.60$ for μFUN indicates that the lens may be fainter by 0.28 mag than its μFUN I magnitude. We therefore use this corrected value for our estimate. Finally, the CMD has not been directly calibrated to standard bands. The OGLE I fluxes are calibrated to within a few tenths, and by identifying the OGLE and μFUN I, we can therefore approximately calibrate the ordinate of the μFUN CMD. We then determine $A_I = 2.0$ of the clump from the calibrated I of the clump and the known dereddened magnitude of the clump, $I_0 = 14.32$ (Yoo et al. 2004). We then estimate $E(V - I) = 1.82$ using $R_{VI} = 2.1$ and so from the known dereddened color of the clump, $(V - I)_0 = 1.00$, calibrate the abscissa. Clearly, the very complexity of this approach as well as the sheer number of approximations leaves something to be desired. Nevertheless, since we are interested only in rather crude mass and distance estimates for the blend, it will suffice. We estimate

$$I_b = 16.48, \quad (V - I)_b = 1.67. \tag{13}$$

To carry out our calculation, we consider trial stars as a function of blend mass, M_b. For each mass, we obtain an absolute magnitude M_V using Cox (2000) and then a color $(V - I)_{0,b}$ using the Reid (1991) color-magnitude relation. This gives a selective extinction $E(V - I) = (V - I)_b - (V - I)_{0,b}$ and so an extinction $A_I = E(V - I)(R_{VI} - 1)$, and hence a distance $D_b = A_I/(0.5 \text{ mag kpc}^{-1})$. From this, we obtain a predicted I magnitude, $I = M_I + 5 \log D_b/10 \text{ pc} + A_I$. These predictions are shown in Figure 5, where they are compared to the observed magnitude $I_b = 16.48$. From this comparison, we obtain

$$M_b = 0.75\ M_\odot, \quad D_b = 1.1 \text{ kpc}. \tag{14}$$

4.3. *Microlens Parallax and Proper-Motion Predictions*

If we identify the blend with the lens and assume that the source lies at $D_s \sim 10$ kpc, we obtain $\pi_{rel} = \pi_l - \pi_s = 0.91 \text{ mas} - 0.10 \text{ mas} = 0.81$ mas. Assuming $M_l = M_b = 0.75\, M_\odot$ and substituting these values into equations (2) and (3) yields

$$\pi_E = 0.36, \quad \theta_E = 2.2 \text{ mas}. \tag{15}$$

We may now ask if these values, which are derived from the photometrically determined characteristics of the blend, are consistent with what is known about the microlensing event. From Figure 4, we see that the predicted parallax, $\pi_E = 0.36$, is consistent with the value observed at the $\sim 1\ \sigma$ level.

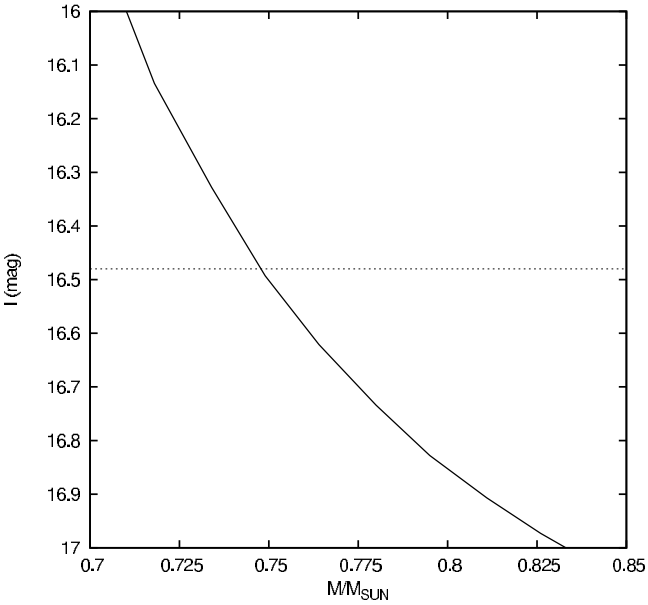

FIG. 5.—Expected apparent I magnitude vs. mass, as explained in § 4.2. The observed $I = 16.48$ mag of the blend is marked with a dotted line. The intersection of the two curves gives our estimate of the mass of the blended light source, $M_b = 0.75\ M_\odot$.

Combining the Einstein radius $\theta_E = 2.2$ mas with the event's measured timescale $t_E = 63$ days yields a proper motion

$$\mu_{rel} = \frac{\theta_E}{t_E} = 13 \text{ mas yr}^{-1}. \tag{16}$$

The only hard information we have on μ_{rel} comes from the lack of finite source effects, which puts a weak lower limit on the Einstein radius, $\theta_E > \theta_*/u_0$. Here θ_* is the source radius and $u_0 = 0.05$ is the impact parameter. Using the standard method to infer the angular source size from the instrumental CMD (Yoo et al. 2004), we find $\theta_* = 3.8\ \mu$as. Hence $\theta_E > 76\ \mu$as, and $\mu_{rel} > \theta_E/t_E = 0.5$ mas yr^{-1}. Equation (16) easily satisfies this limit. However, the proper motion in equation (16) is somewhat higher than the typical ($\mu_{rel} \sim 7$ mas yr^{-1}) proper motion that would be expected for a disk lens moving with the same rotation velocity as the Sun and seen projected against a star with some random motion in the bulge. But, given that the blend is so close ($D_b \sim 1.1$ kpc), the peculiar motions of the Sun and the blend relative to the mean disk rotation may both contribute significantly to μ_{rel}. Finally, the measurement of the blended motion, $\boldsymbol{\mu}_c \equiv \boldsymbol{\mu}_s + r\boldsymbol{\mu}_b = (5,\ 3) \pm (5,\ 7)$ mas yr^{-1} (see eq. [12]), also places indirect constraints on $\boldsymbol{\mu}_{rel} = [\boldsymbol{\mu}_c - (r+1)\boldsymbol{\mu}_s]/r$. That is, since $r \simeq 2$, equation (16) implies $|3\boldsymbol{\mu}_s - \boldsymbol{\mu}_c| = 24$ mas yr^{-1}. This constraint is not easily satisfied unless either μ_s is anomalously fast or $\boldsymbol{\mu}_s$ is antialigned with $\boldsymbol{\mu}_c$ (and so $\boldsymbol{\mu}_b$). That is, $\boldsymbol{\mu}_s \cdot \boldsymbol{\mu}_c < 0$. However, the latter option is quite plausible. The source could be retrogressing, as would occur if it were in the far disk and as would be consistent with its position somewhat below the clump in the CMD. In that case, the relative proper motion could be high without requiring rapid motion of the centroid of light. Hence, the proper motion obtained in equation (16) is not unreasonable.

In brief, all the available evidence is consistent with the hypothesis that the blend is the lens or a companion to the lens. In either case, this opens the possibility that the lens mass can be precisely determined by measuring the proper motion of the blend. There would still remain the question of whether the mass that was measured was that of the blend, in which case this measurement could be compared with more accurate photometric and spectroscopic measurements than have been obtained to date. We return to this question in § 6.

4.4. *Uncertainty in Lens Mass Estimates*

The mass M of the lens is given by

$$M = \frac{\theta_E}{\kappa\pi_E} = \frac{\mu_{rel} t_E}{\kappa\pi_E}. \tag{17}$$

The uncertainty in the mass estimate is therefore

$$\left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\mu_{rel}}}{\mu_{rel}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{t_E}}{t_E}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\pi_E}}{\pi_E}\right)^2. \tag{18}$$

In microlensing events in general, the fit to the light curve typically produces a tight constraint on t_E, so σ_{t_E}/t_E is usually small. Microlensing parallax is usually less well determined. In this event, for example, the fit constrains very well the component of $\boldsymbol{\pi}_E$ that is parallel to the direction of acceleration at the event peak but the other component is only very poorly constrained. We refer to these components[37] as $\pi_{E,\parallel}$ and $\pi_{E,\perp}$. This situation is depicted in Figure 6, where the solid line l shows the direction of the long axis of the error ellipse for $\boldsymbol{\pi}_E$ (see Fig. 4 for comparison) and the dashed lines parallel to l and at a distance $\sigma_{\pi_{E,\parallel}}$ indicate the uncertainty. A hypothetical measurement of the direction of the relative proper motion is shown in Figure 6 as the line m, with its associated uncertainty indicated by the dotted lines on either side. The magnitude of $\boldsymbol{\pi}_E$ is then given by the distance from the origin to the point of intersection of lines l and m ($\overline{OA}$ in Fig. 6).

The uncertainty in π_E thus has two contributions, one from the width $\sigma_{\pi_{E,\parallel}}$ and the other from $\sigma_{\mu_\perp}$. The errors are not correlated and so may be added in quadrature. The fractional uncertainty in π_E is therefore given by

$$\left(\frac{\sigma_{\pi_E}}{\pi_E}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\pi_{E,\parallel}}}{\pi_{E,\parallel}} \sec\gamma\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\mu_\perp}}{\mu} \tan\gamma\right)^2, \tag{19}$$

where $\gamma = 90^\circ - (\alpha + \beta)$ and the angles α, β, and γ are as defined in Figure 6.

For this event, the fit to the light curve gives $(\sigma_{t_E}/t_E) = 0.012$ and $(\sigma_{\pi_{E,\parallel}}/\pi_{E,\parallel}) = 0.056$, both small. The error in the mass will therefore be dominated by the uncertainty in the proper-motion measurement, unless it is very accurate. If $(\sigma_{\mu_{rel}}/\mu_{rel}) = (\sigma_{\mu_\perp}/\mu_{rel})$ and $(\alpha + \beta) \approx 45^\circ$, a 10% determination of μ_{rel} would give a 16% measurement of the mass.

5. MEASURING THE PROPER MOTION

The actual determination of the lens mass depends on an accurate measurement of the lens-source relative vector proper motion: the magnitude is required to determine $\theta_E = \mu_{rel} t_E$, while the direction is required to determine π_E (see § 4.4).

[37] For short events, $t_E \lesssim \text{yr}/2\pi$, the short axis of the error ellipse should line up with the direction of acceleration (Gould et al. 1994), and this prediction has been confirmed to high precision for two short events (Park et al. 2004; Jiang et al. 2004). For OGLE-2003-BLG-175/MOA-2003-BLG-45 the acceleration position angle is $87\overset{\circ}{.}1$. So while the minor axis of the error ellipse for the $u_0 < 0$ fit is aligned with the direction of acceleration, that for the $u_0 > 0$ fit differs by $2\overset{\circ}{.}4$. We ignore this difference in this section and refer to the principal components as "$\pi_{E,\parallel}$" and "$\pi_{E,\perp}$".

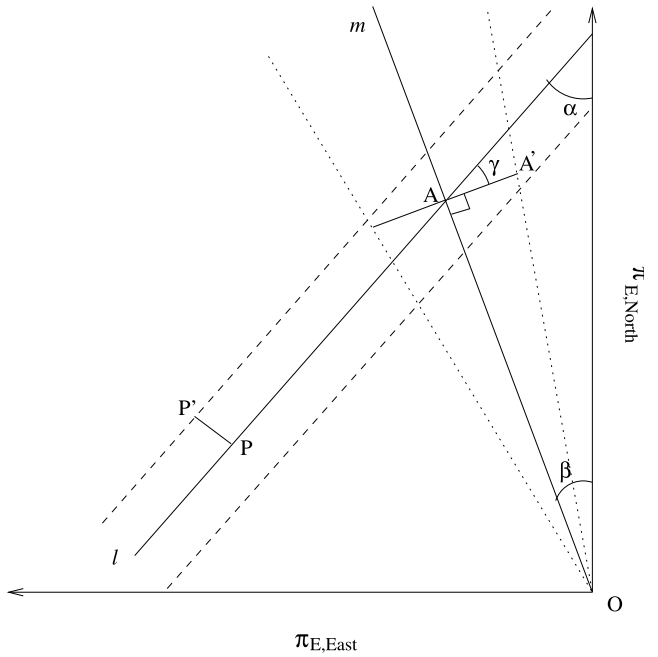

FIG. 6.—Even when only one component of the parallax $\boldsymbol{\pi}_E$ is well determined, it may be possible to constrain the magnitude π_E if the source-lens relative proper motion $\boldsymbol{\mu}_{rel}$ is measured. In this figure it is assumed that the $(\pi_{E,\parallel}, \pi_{E,\perp})$ axes are rotated from the $(\pi_{E,East}, \pi_{E,North})$ axes by an angle α, that $\pi_{E,\parallel}$ is well constrained, and that $\pi_{E,\perp}$ is not constrained at all. The solid line l is the (very) long axis of the error ellipse, which in this case is a strip of width $2\overline{PP'} = 2\sigma_{\pi_{E,\parallel}}$. The solid line m shows the direction of relative proper motion, and the dotted lines on either side indicate the uncertainty in the direction. The magnitude of $\boldsymbol{\pi}_E$ corresponds to the length of $\overline{OA}$. The uncertainty in the length of $\overline{OA}$ results from the uncertainty $\overline{PP'}$ in $\pi_{E,\parallel}$ and the uncertainty $\overline{AA'}$ in the direction of $\boldsymbol{\mu}_{rel}$.

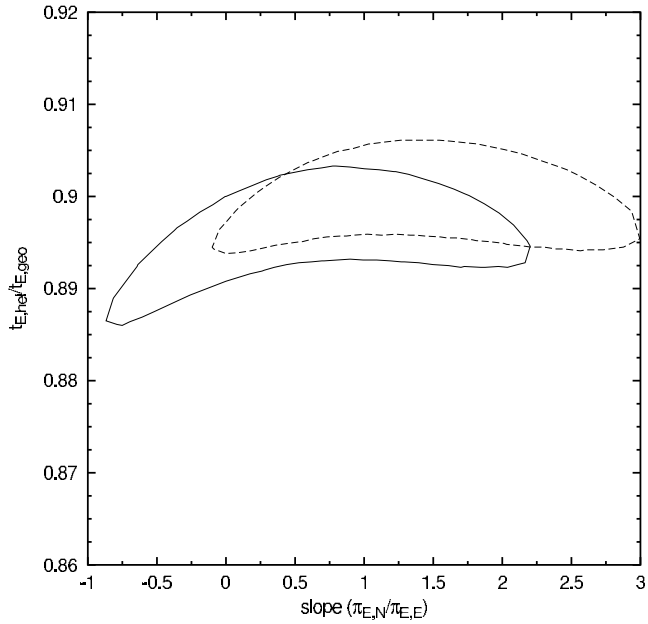

FIG. 7.—Ratio of Einstein timescales t_E in the heliocentric and geocentric frames, evaluated along the contours shown in Fig. 4 for the $u_0 < 0$ (*solid line*) and the $u_0 > 0$ (*dashed line*) fits. For a given direction of lens-source relative proper motion $\beta = \tan^{-1}(\pi_{E,north}/\pi_{E,east})$ (β can be inferred from the direction of $\boldsymbol{\mu}_{rel}$), the width of the 1 σ contours corresponds to a variation in $t_{E,hel}/t_{E,geo}$ of about 3%.

There are two ways in which $\boldsymbol{\mu}_{rel}$ may be observationally determined. It would be possible, by waiting long enough, to resolve the source and the blend into separate objects in ground-based images. However, at the estimated rate of 13 mas yr^{-1}, this might take of the order of a decade.

The other method uses the higher resolution of space-based imaging and the significantly different reddening of the source and the blend. The blend is on the reddening sequence on the CMD, which indicates that it lies in front of most of the dust column to the source. The source, which lies in or behind the bulge, is therefore much more reddened than the blend. Hence, by imaging in a blue band such as U, in which the source is expected to suffer high extinction, and in a red band such as I, in which it suffers much less extinction, it would be possible to measure the separation between the source and the blend from the offset of their centroids in the two bands even before they are separately resolved. The true separation $\Delta\boldsymbol{\theta}$ is given in terms of the separation $\Delta\boldsymbol{\theta}_{UI}$ in the U and I band centroids by

$$\Delta\boldsymbol{\theta} = \left[\frac{1}{1+(F_s/F_b)_U} - \frac{1}{1+(F_s/F_b)_I}\right]^{-1} \Delta\boldsymbol{\theta}_{UI}, \quad (20)$$

where $(F_s/F_b)_U$ and $(F_s/F_b)_I$ are respectively the source/lens flux ratios in U and I. The proper motion is then simply $\boldsymbol{\mu}_{rel} = \Delta\boldsymbol{\theta}/\Delta t$, where Δt is the time interval between the event peak and the epoch of the observation. With the resolution of the *Hubble Space Telescope*, such a measurement should be possible 3 years after the event peak. Note that while $(F_s/F_b)_I$ is known from the microlensing event itself, the determination of $(F_s/F_b)_U$ requires a bit more work. First, $(F_s + F_b)_U$ is measured directly in the follow-up observations. To find $F_{s,U}$, one should first note that $(V-I)_s$ is well determined from the microlensing fit. Hence, $(U-I)_s$ will be very similar to the $(U-I)$ of other clump stars with the same $(V-I)$ as the source. One can evaluate the error in this determination from its scatter when applied to other clump stars. This procedure yields $F_{s,U}$ and so (together with the total-flux measurement) $(F_s/F_b)_U$.

Applying this method to blue and red plates from the 1950 Palomar Sky Survey, we find a shift $\Delta\boldsymbol{\theta}_{BR} = (0''.30 \pm 0''.17, -0''.23 \pm 0''.17)$, with the red centroid to the northeast of the blue. While this direction agrees with the relative proper motion expected for a disk lens, the magnitude is consistent with zero and provides no useful constraint.

5.1. *Geocentric versus Heliocentric Frames*

Although we have been working in the geocentric frame in this paper, the lens-source relative proper motion $\boldsymbol{\mu}_{rel}$ is measured in the heliocentric frame. Hence, to measure the mass $M = \mu_{rel} t_{E,hel}/\kappa\pi_E$, the Einstein timescale $t_E = t_{E,geo}$ that we obtain from fitting the light curve must be transformed to the heliocentric frame, in which it is not as well determined. The geocentric and heliocentric timescales are related by $\tilde{r}_E = t_{E,geo}\tilde{v}_{geo} = t_{E,hel}\tilde{v}_{hel}$, where $\tilde{r}_E$ is the projected Einstein radius and $\tilde{\boldsymbol{v}}$ is the projected velocity in the appropriate frame. The transformation of the projected velocity to the heliocentric frame is accomplished using the known geocentric velocity of the Sun at event peak: $\tilde{\boldsymbol{v}}_{hel} = \tilde{\boldsymbol{v}}_{geo} - \boldsymbol{v}_{\odot}$. Since $\tilde{v} \propto 1/(\pi_E t_E)$ and t_E is well-determined in the geocentric frame, the uncertainty in $\tilde{v}_{geo}$ is dominated by the uncertainty in π_E shown by the 1 σ contours in Figure 4. As shown in Figure 7, the corresponding uncertainty in the ratio $t_{E,hel}/t_{E,geo} = \tilde{v}_{geo}/\tilde{v}_{hel}$ is about 3%, almost independent of the actual direction of the proper motion.

6. DISTINGUISHING THE LENS AND BLEND HYPOTHESES

If the mass of the lens is measured from the proper motion of the blend, it will still not automatically be known whether the lens is the blend or is a companion to it. Here we show that the proper-motion measurement itself can help distinguish these hypotheses.

There is no sign of binarity in the well-sampled light curve. This provides a lower limit to the binary separation if the lens system is a wide binary, or an upper limit if the system is a close binary, as follows.

At large separations, the companion would induce a caustic in the magnification profile of full width $\ell = 4q^{-1}d^{-2}$, where q is the lens/blend mass ratio, $d\theta_{\rm E}$ is their separation, and $\ell\theta_{\rm E}$ is the angular width of the caustic. Since the source clearly did not traverse a caustic, $\ell < 2\sqrt{2}u_0$, and indeed, detailed fitting would provide somewhat tighter constraints (see Fig. 1 of Gaudi & Gould 1997). Hence, $d > (qu_0/\sqrt{2})^{-1/2} = 5.3q^{-1/2}$. From equation (15), the Einstein radius associated with the blend is expected to be $\theta_{\rm E} = 2.2$ mas. The lens Einstein radius would be smaller by $q^{1/2}$. Hence, the separation of the lens from the putatively distinct luminous blend must have been at least

$$|\boldsymbol{\theta}_l - \boldsymbol{\theta}_b| = dq^{1/2}\theta_{\rm E,b} > 12 \text{ mas} \tag{21}$$

at the peak of the event.

This separation is already of order the measurement errors from the OGLE astrometry (see eq. [10]). If future proper-motion measurements are taken at multiple epochs, they should be able to determine whether the blend-source relative motion points back to a common position at the time of the event, or whether the two were separated by at least the lower limit from equation (21). Such a measurement would therefore be able to determine whether the blend was the lens, or a companion to the lens.

If the system is a close binary (either one of the components is unseen, or both are visible but unresolved), then $d < (q^{1/2} + q^{-1/2})(u_0/\sqrt{2})^{1/2}$. For small q this limit can be approximated as $d < 1/(5.3q^{1/2})$. Since $v^2 = M/dr_{\rm E}$, where v is the orbital velocity of the secondary, this implies $v > 1.6q^{1/4}(M/M_\odot)^{1/2}v_\oplus$, where we have used $\theta_{\rm E} = 2.2$ mas and $\pi_l \sim 1$ kpc. The radial velocity of the primary is then $qv \gtrsim 42q^{5/4}$ km s^{-1}. This should be detectable unless the companion is substellar ($q \ll 0.1$).

Work at OSU was supported by grants AST 02-01266 from the NSF and NAG 5-10678 from NASA. A. G. acknowledges support by NASA through Hubble Fellowship grant HST-HF-01158.01-A awarded by STScI, which is operated by AURA, Inc., for NASA, under contract NAS 5-26555. B. S. G. was supported by a Menzel Fellowship from the Harvard College Observatory. C. H. was supported by the Astrophysical Research Center for the Structure and Evolution of the Cosmos (ARCSEC) of the Korea Science and Engineering Foundation (KOSEF) through the Science Research Program (SRC). The MOA project is supported by the Marsden Fund of New Zealand, the Ministry of Education, Culture, Sports, Science, and Technology (MEXT) of Japan, and the Japan Society for the Promotion of Science (JSPS). Partial support to the OGLE project was provided by NSF grant AST 02-04908 and NASA grant NAG5-12212 to B. Paczyński and Polish KBN grant 2P03D02124 to A. Udalski. A. U., I. S., and K. Ż. also acknowledge support from the grant "Subsydium Profesorskie" of the Foundation for Polish Science. M. D. acknowledges postdoctoral support on the PPARC rolling grant PPA/G/O/2001/00475. The allocation of observing time by IJAF at the Danish 1.54 m telescope at La Silla and support for the observations by the Danish Natural Science Research Council (SNF) are acknowledged. D. K. and J. W. were supported by grant DFG WA 1047/9-1.

REFERENCES

Afonso, C., et al. 2003, A&A, 404, 145
Alard, C., Mao, S., & Guibert, J. 1995, A&A, 300, L17
Albrow, M., et al. 1998, ApJ, 509, 687
Alcock, C., et al. 1993, Nature, 365, 621
———. 1995, ApJ, 454, L125
———. 1997, ApJ, 486, 697
———. 2001, Nature, 414, 617
An, J. H., et al. 2002, ApJ, 572, 521
Aubourg, E., et al. 1993, Nature, 365, 623
Bennett, D. P., et al. 2002, ApJ, 579, 639
Bond, I. A., et al. 2001, MNRAS, 327, 868
Cox, A. N. 2000, Allen's Astrophysical Quantities (4th ed.; New York: Springer)
DePoy, D. L., et al. 2003, Proc. SPIE, 4841, 827
Drake, A. J., Cook, K. H., & Keller, S. C. 2004, ApJ, 607, L29
Dyson, F. W., Eddington, A. S., & Davidson, C. 1920, Philos. Trans. R. Soc. London A, 220, 291
Gaudi, B. S., & Gould, A. 1997, ApJ, 482, 83
Gould, A. 1992, ApJ, 392, 442
———. 2000, ApJ, 542, 785
———. 2004, ApJ, 606, 319
Gould, A., Bennett, D. P., & Alves, D. R. 2004, ApJ, 614, 404
Gould, A., Miralda-Escudé, J., & Bahcall, J. N. 1994, ApJ, 423, L105
Gould, A., & Salim, S. 1999, ApJ, 524, 794
Han, C., & Chang, H.-Y. 2003, MNRAS, 338, 637
Jiang, G., et al. 2004, ApJ, submitted
Mao, S. 1999, A&A, 350, L19
Mao, S., et al. 2002, MNRAS, 329, 349
Paczyński, B. 1986, ApJ, 304, 1
———. 1995, Acta Astron., 45, 345
Park, B.-G., et al. 2004, ApJ, 609, 166
Popowski, P. 2000, ApJ, 528, L9
Refsdal, S. 1964, MNRAS, 128, 295
Reid, I. N. 1991, AJ, 102, 1428
Salim, S., & Gould, A. 2000, ApJ, 539, 241
Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, PASP, 105, 1342
Shapiro, S. S., Davis, J. L., Lebach, D. E., & Gregory, J. S. 2004, Phys. Rev. Lett., 92, 121101
Smith, M. C., Mao, S., & Paczyński, B. 2003a, MNRAS, 339, 925
Smith, M. C., Mao, S., & Woźniak., P. 2002a, MNRAS, 332, 962
———. 2003b, ApJ, 585, L65
Smith, M. C., et al. 2002b, MNRAS, 336, 670
Soszyński, I., et al. 2001, ApJ, 552, 731
Sumi, T. 2004, MNRAS, 349, 193
Udalski, A. 2003a, Acta Astron., 53, 291
———. 2003b, ApJ, 590, 284
Udalski, A., Szymański, M., Kałużny, J., Kubiak, M., Krzemiński, W., & Mateo, M. 1993, Acta Astron., 43, 69
Udalski, A., Szymański, M., Kałużny, J., Kubiak, M., Mateo, M., Krzemiński, W., & Paczyński, B. 1994, Acta Astron., 44, 227
Woźniak, P. R. 2000, Acta Astron., 50, 421
Yoo, J., et al. 2004, ApJ, 603, 139

Deuxième partie

Planètes extra-solaires

CHAPITRE 3

Recherche de planètes extra-solaires

Sommaire

3.1 En quête des exoplanètes 110

3.1.1 Des mondes au-delà de notre système solaire 110

3.1.2 La chasse aux planètes extra-solaires 110

3.1.3 Tour d'horizon des exoplanètes découvertes 111

3.2 Sur l'origine et la formation des systèmes planétaires . . 116

3.2.1 La nébuleuse protostellaire, un berceau pour les planètes . 116

3.2.2 La formation des planètes terrestres 118

3.2.3 Le cas des planètes gazeuses géantes 120

3.3 Panorama des principales méthodes de détection 124

3.3.1 Imagerie directe 125

3.3.2 Méthode des transits 127

3.3.3 Astrométrie 129

3.3.4 Mesure des vitesses radiales 131

3.4 La recherche d'exoplanètes par effet de microlentille . . 134

3.4.1 Exoplanètes et microlentilles 134

3.4.2 Déviations planétaires 137

3.4.3 Probabilités de détection 143

3.5 Les exoplanètes détectées grâce à l'effet de microlentille 146

3.5.1 Juillet 2003 : première planète découverte 146

3.5.2 Avril 2005 : une nouvelle planète jovienne 148

3.5.3 Août 2005 : une planète de $5.5\,M_{\oplus}$ (Article Nature) . . . 149

3.6 Discussion sur la stratégie d'observation 158

3.1 En quête des exoplanètes

3.1.1 Des mondes au-delà de notre système solaire

La recherche de planètes a depuis toujours eu deux motivations essentielles. Il s'agissait d'abord de répondre à la soif de découvertes inhérente à la nature de l'homme et ce désir qui, dans un premier temps, s'est exercé sur son environnement proche a été étendu par la suite à l'Univers tout entier. Par ailleurs, la question de savoir si l'homme est seul dans l'Univers ou s'il existe des Terres lointaines habitées est récurrente depuis très longtemps.

Dès l'Antiquité, on imaginait l'existence d'autres mondes et la possibilité qu'ils soient habités. Il est vrai que les Grecs s'en tenaient à la description de Ptolémée qui plaçait la Terre au centre de l'univers. Dans ce système, en vigueur jusqu'aux découvertes de Galilée et de Copernic, on ne s'intéressait qu'aux planètes connues, c'est-à-dire à celles du Système Solaire. On supposait qu'elle pouvaient être habitées et par exemple bien après eux, Fontenelle dans ses *Entretiens sur la pluralité des mondes*, lorsqu'il s'efforce de répondre à « l'impatience de savoir » de son auditrice, va jusqu'à affirmer que la Lune est un astre habité tout comme les autres planètes.

Plus tard, et c'est le cas avec C. Flammarion, dans son ouvrage *La pluralité des mondes habités*, on cherche toujours à répondre à la même lancinante question. Mais pour cela il faut s'efforcer de découvrir de nouvelles planètes pour percer le mystère de leur formation afin de tenter de cerner la question de la vie en-dehors de la planète bleue.

3.1.2 La chasse aux planètes extra-solaires

Les tentatives d'observer des planètes autour de très lointaines étoiles, les « planètes extra-solaires » ou « exoplanètes », remontent aux origines de l'Astronomie moderne, lorsqu'on s'est rendu compte que notre Soleil n'était qu'une étoile parmi tant d'autres. Comment alors ne pas imaginer l'existence de planètes, discrètes compagnes des étoiles ? Malheureusement, les distances astronomiques séparant ces lointains systèmes ont durant longtemps eu raison de toute tentative d'observation.

Lorsque les lois de la Mécanique céleste de Newton ont été bien connues, certains astronomes ont repris espoir en cherchant à mesurer des déplacements dans la position des étoiles, provoqués par la présence d'une planète. La méthode, qui semblait prometteuse à l'époque, s'était avérée assez illusoire puisque les distances aux étoiles étaient très largement sous-évaluées, et les fluctuations en conséquence sur-évaluées.

L'arrivée de moyens d'observation performants, avec les CCD en remplacement des plaques photographiques et les premiers ordinateurs, a permis dans les années 1980 de découvrir les premiers signes de planètes extra-solaires, avec l'observation

dans l'infrarouge de disques protoplanétaires. Un des exemples les plus marquants a été la découverte du disque de poussière autour de l'étoile β Pictoris. Il s'en suivit un grand engouement pour la recherche d'exoplanètes, qui semblait alors s'axer sur l'étude de ces disques circumstellaires, berceaux potentiels de jeunes planètes.

Or en 1992, un premier choc a secoué la communauté des chasseurs de planètes. Les trois premières exoplanètes sont découvertes : il s'agissait de corps de masse équivalente ou inférieure à celle de la Terre, en orbite autour d'une étoile à neutron (un pulsar, PSR 1257+12, Wolszczan & Frail, 1992), ce qui faisait d'eux des cas un peu à part. Il n'est en effet pas exclu qu'ils aient été formés après la phase de supernovae, par agglomération des poussières et débris issus de l'explosion.

Un deuxième choc vient ébranler cette fois-ci beaucoup plus fortement la communauté en 1995. A l'Observatoire de Haute Provence, deux astronomes suisses, M. Mayor et D. Queloz ont enregistré un mouvement périodique rapide (environ quatre jours) affectant 51 Pegasi, une étoile très semblable au Soleil. Malgré cette variation de très courte durée, son amplitude plaidait pour un signal planétaire. Mais ceci impliquait qu'une telle planète devait voyager sur une orbite extrêmement proche de son étoile, ce qui semblait peu probable selon les scénarios de formation planétaire admis à cette date (Goldreich & Tremaine, 1980, avaient cependant prévu que cela n'était pas exclu). Le modèle du Système Solaire, avec ses planètes telluriques de faible masse proches de l'étoile et ses planètes gazeuses géantes à la périphérie, faisait en effet figure de référence. La découverte (Mayor & Queloz, 1995) constitue la toute première détection d'une planète extra-solaire en orbite autour d'une étoile de type solaire, et est aussi le premier « Jupiter chaud ». Elle inaugure ainsi une grande vague de détections d'exoplanètes, qui se poursuit depuis dix ans, ce qui confirme la prédiction d'Alfred Vidal-Madjar (en 1995) pour qui il allait « pleuvoir des planètes ». Non seulement cette découverte majeure démontrait qu'il était possible de développer des programmes de recherche d'exoplanètes, mais elle donnait du même coup une impulsion nouvelle à la recherche de scénarios plausibles de formation planétaire (*cf.* § 3.2). La chasse aux exoplanètes était ouverte !

3.1.3 Tour d'horizon des exoplanètes découvertes

La découverte de la première planète extra-solaire, 51 Peg b, a immédiatement soulevé un grand nombre de questions. Quel était la nature exacte de cet objet massif, orbitant si près de son étoile ? Quelles conséquences en tirer pour les scénarios de formation ? Le Système Solaire, dont les planètes géantes sont plutôt situées à la périphérie, était-il dans la norme ou atypique ?

Après dix ans de découvertes de nouvelles exoplanètes et de systèmes planétaires, il semble possible d'imaginer que leur formation puisse entrer dans le cadre d'un modèle unifié. S'il apparaît clairement que les caractéristiques des planètes extra-solaires sont d'une très grande diversité, cette dernière est très certainement liée aux nombreux processus physiques qui président à leur formation au sein du disque

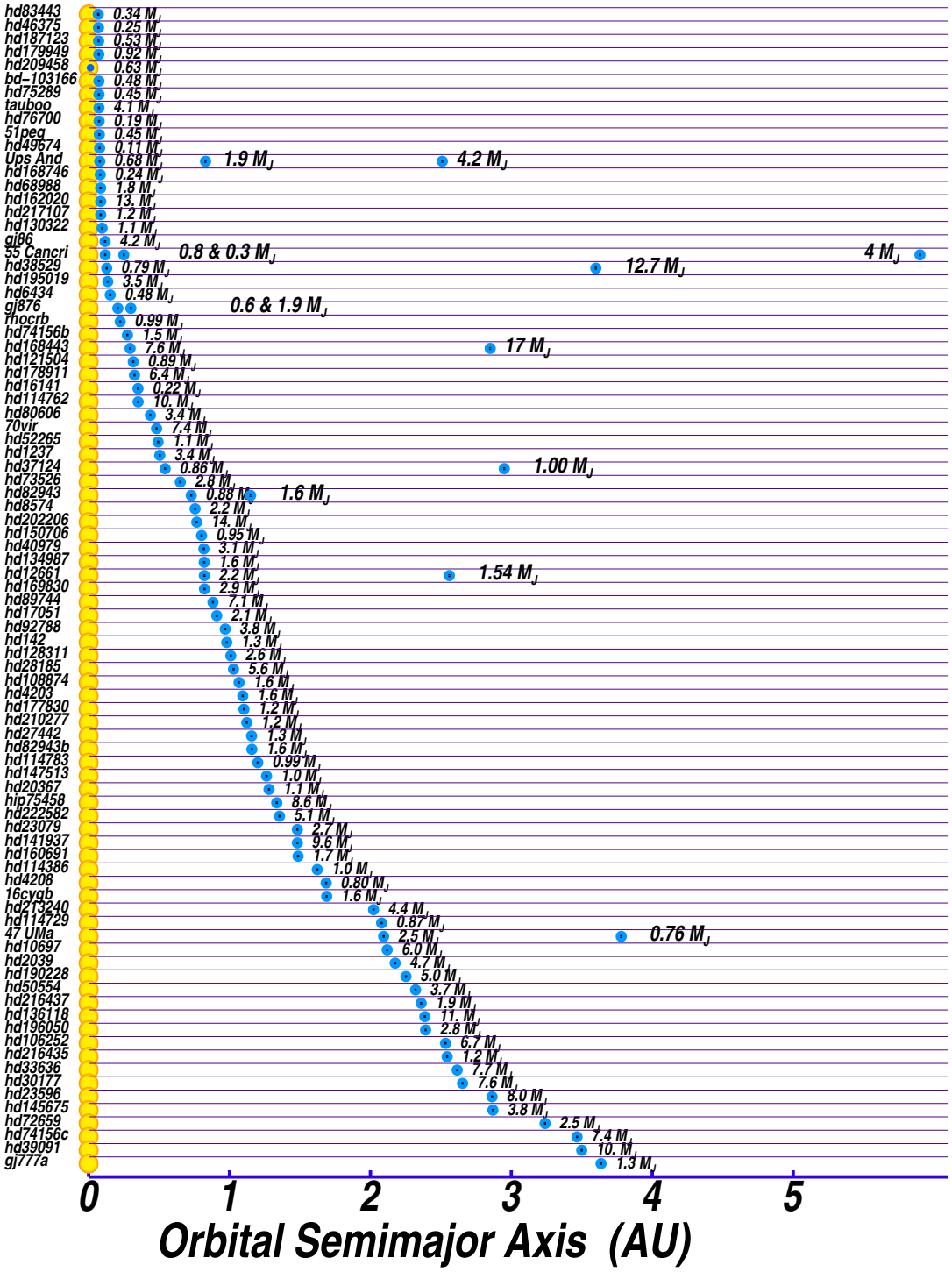

Fig. 3.1: Planètes découvertes à ce jour (Septembre 2005), et leur répartition en fonction de leur distance à l'étoile, en unités astronomiques (UA). Leurs masses sont indiquées à droite des points. Figure d'après California & Carnegie Planet Search.

protoplanétaire ainsi qu'à leur migration vers l'étoile centrale (*cf.* § 3.2), et non à plusieurs modèles exotiques. Les lignes qui suivent proposent un tour d'horizon de quelques propriétés marquantes des exoplanètes détectées, afin de mesurer toute la richesse qui a émergé d'une décennie d'observations.

Tableau des découvertes d'exoplanètes

La Fig. 3.1 présente le « tableau de chasse » des planètes extra-solaires détectées à ce jour (Septembre 2005). Sur ce diagramme, les exoplanètes sont disposées de bas en haut selon leurs distances décroissantes à l'étoile–hôte, indiquées en unités astronomiques (UA) ; leurs masses y sont aussi précisées. 168 planètes sont actuellement recensées, et on a mis en évidence 18 systèmes planétaires multiples, qui apparaissent de fait assez communs. Leur nombre devrait d'ailleurs continuer à augmenter dans l'avenir, puisque l'observation sur une plus longue durée des systèmes planétaires déjà connus (*cf.* § 3.3.4) est à même de révéler des objets de périodes plus grandes, passés inaperçus jusqu'à maintenant.

Cette figure montre qu'il existe une certaine continuité dans la distribution des demi-grands axes des orbites planétaires, tout au moins jusqu'à quelques UA. La coupure à 5 UA est un effet essentiellement observationnel : la plupart des détections sont dues à la méthode des vitesses radiales, dont la durée (dix ans) limite actuellement les détections à des demi-grands axes inférieurs à cette valeur, pour les étoiles de type solaire (F, G ou K) qui composent la population sondée par cette technique (*cf.* § 3.3.4).

Distribution des masses et des excentricités

Dans l'échantillon observé, environ 5 à 7 % des étoiles de type solaire sont accompagnées d'un objet planétaire, à moins de 5 UA de leur étoile–hôte. Le graphique présenté Fig. 3.2, panneau du haut, semble montrer que la distribution du nombre N d'exoplanètes par unité de leur masse M suit une loi empirique, donnée par $\mathrm{d}N/\mathrm{d}M \propto M^{-1.05}$ (Marcy *et al.* , 2005). Ce fait avait déjà été noté par Queloz *et al.* (2002), qui avancent l'idée que cela signifierait que les techniques actuelles passent à côté d'un certain nombre d'exoplanètes de plus faible masse, si tant est que la loi empirique reste valable pour les objets d'une fraction de M_{J} (masse de Jupiter).

Le panneau du bas de la Fig. 3.2 présente la masse des planètes extra-solaires en fonction de leur demi-grand axe. S'il n'apparaît pas de corrélation en général, il est possible de distinguer une population particulière de planètes géantes, celle des « Jupiters chauds », dont l'orbite est inférieure à 0.1 UA (ensemble de points regroupés en bas à gauche). Ces objets, de la même classe que 51 Peg b, sont détectés dans un peu plus de 1 % des cas autour d'étoiles de type solaire.

Avec une certaine spécificité, les exoplanètes ont en moyenne des orbites très elliptiques, d'excentricité médiane $< \epsilon >= 0.25$ (Fig. 3.2, panneau du bas à droite). Ce fut là l'une des grandes surprises apportées par l'observation des exoplanètes : par

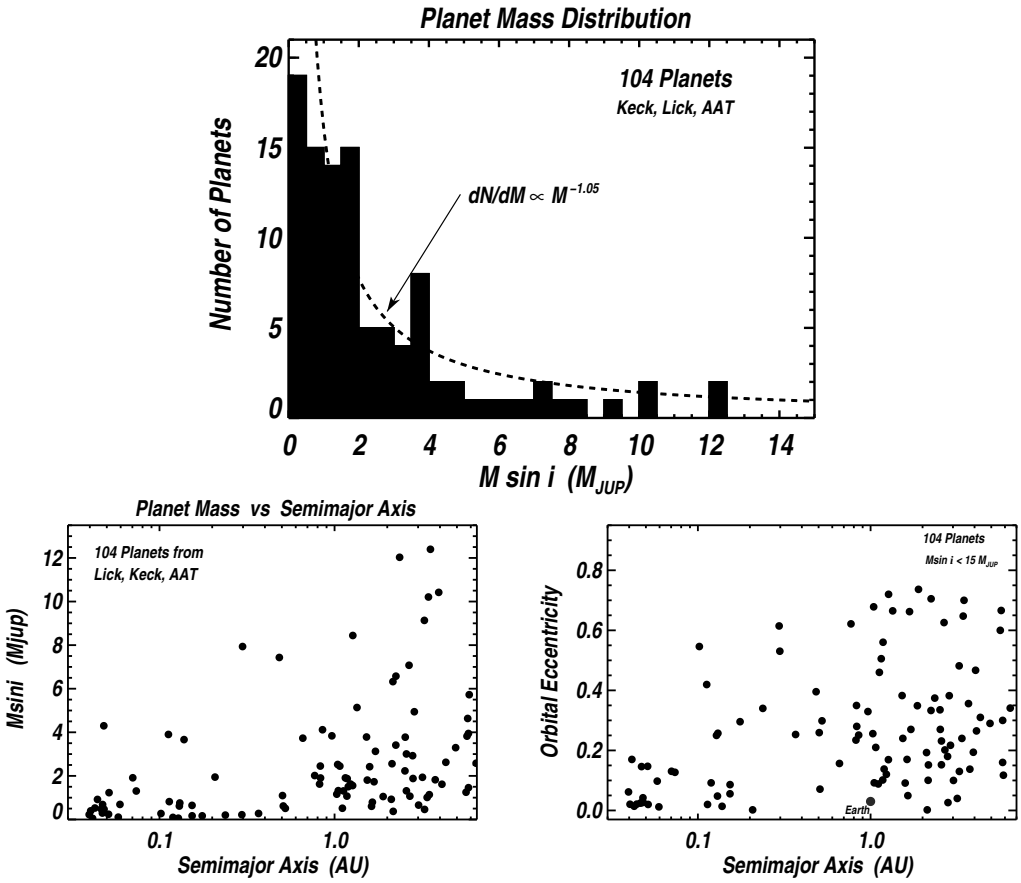

FIG. 3.2: Panneau du haut : distribution du nombre d'exoplanètes en fonction de leur masse. Panneaux du bas : masses (à gauche) et excentricités (à droite) des exoplanètes en fonction de leur distance à l'étoile-hôte. Les figures sont tirées de Marcy *et al.* (2005).

comparaison, les orbites les plus elliptiques des planètes du Système Solaire[1] sont celles de Mercure ($\epsilon = 0.21$) et de Mars ($\epsilon = 0.09$). Les exoplanètes ont quant à elles des excentricités comprises le plus souvent entre $\epsilon = 0.2 - 0.7$, allant même jusqu'à 0.93 ! L'une des explications de cette diversité est que des interactions entre planètes, voire des instabilités gravitationnelles aboutiraient à des orbites relativement excentriques. Des résonances entre orbites pourraient aussi conduire à l'éjection de planètes, origine possible des "free floating planets" évoquées au § 3.3.1.

La population des Jupiters chauds se détache encore une fois dans le plan demi-grand axe–excentricité ; ils sont visibles en bas à gauche sur le graphique, avec des excentricités pratiquement nulles. A de si faibles distances de l'étoile (moins de 0.07 UA), les forces de marées sont dès lors prépondérantes et parviennent donc à circulariser l'orbite dans des temps inférieurs à l'âge du système étoile–planète.

[1]Excepté Pluton, qui constitue un cas un peu à part, *cf.* note p. 116.

Métallicité des étoiles-hôtes

Au-delà des études statistiques sur les seules exoplanètes, peu de temps après les premières découvertes certains auteurs se sont intéressés aux propriétés de leurs étoiles-hôtes. Des observations spectroscopiques ont été menées sur les étoiles abritant des planètes, et les mesures de leurs métallicités ont été comparées à celles d'étoiles similaires mais *a priori* isolées. Des analyses statistiques basées sur des échantillons de taille significative ont été présentées par Santos *et al.* (2001, 2005). Leurs résultats suggèrent de manière convaincante que les planètes sont le plus souvent situées autour d'étoiles de métallicité plus élevée que la moyenne. Santos *et al.* (2004a) estiment ainsi à 5 % la fraction d'étoiles de type solaire arborant un compagnon, contre cinq fois plus (25 %) si les étoiles sont deux fois plus riches en éléments lourds.

Cette tendance a été évoquée de manière plus théorique par Gonzalez (1997). L'atmosphère des étoiles reflète en effet l'abondance en éléments du disque protostellaire dans lequel l'étoile et les planètes sont nées. Des disques de métallicité plus élevée auraient par conséquent plus de chance de former des planètes. Les données récentes sont aujourd'hui corroborées par les modèles théoriques (*cf.* § 3.2). Cet effet guide déjà des programmes vers l'observation d'étoiles de grande métallicité.

Le « désert des naines brunes »

La distribution statistique de la masse des exoplanètes a fait apparaître une lacune d'objets entre le régime des planètes extra-solaires et celui des naines brunes et des étoiles. Ce fossé est couramment désigné sous le terme de « désert des naines brunes » ("brown dwarfs desert"). Il marque une sorte de séparation entre la population des planètes et celles des objets stellaires ou sub-stellaires comme les naines brunes. L'existence de ce désert fait dire à certains auteurs que les mécanismes présidant à la formation de ces deux catégories d'objets pourraient être fondamentalement différents. Nous y reviendrons au § 3.2.

Les observations ont ainsi dépassé le stade de la collection d'événements individuels, parfois célèbres comme 51 Peg b ou μ Ara b, pour progressivement conduire à un point de vue statistique émergent. La diversité des propriétés des planètes extra-solaires, cependant, n'a pas remis en cause les grands principes de formation planétaire. En revanche, elle a mis l'accent sur le fait qu'une très riche variété de configurations planétaires doit être correctement reproduite par les modèles et les simulations numériques. Il ne fait pas de doute que ces derniers en ont été considérablement enrichis. En retour, les modèles de formation planétaire peuvent suggérer des pistes pour les projets observationnels en fournissant des clés essentielles à la compréhension des mesures. A cet effet, la section suivante propose une excursion dans les modèles actuels de formation planétaire.

3.2 Sur l'origine et la formation des systèmes planétaires

3.2.1 La nébuleuse protostellaire, un berceau pour les planètes

La nébuleuse primitive

Le Système Solaire tel que nous l'entendons aujourd'hui, avec le Soleil au centre et son cortège de planètes terrestres (Mercure, Vénus, la Terre et Mars) et de planètes gazeuses géantes (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune), sans compter ses nombreux objets et planétoïdes, a suscité très tôt l'intérêt des philosophes[2]. Comment s'était-il formé, et était-il unique ? Si ces questions n'ont reçu des réponses satisfaisantes que très récemment, déjà au XVIIIe siècle, Kant proposa l'idée que notre monde s'était constitué à partir de particules dispersées, qui à cause de leur attraction gravitationnelle se sont rapprochées, pour s'agglomérer grâce aux forces chimiques. L'hypothèse d'une nébuleuse primitive à l'origine du Système Solaire est reprise en 1796 par P.-S. de Laplace, qui l'affine en précisant qu'elle devait être composée de gaz et de poussières solides en rotation s'étendant au-delà de l'orbite de la dernière planète connue. Du fait de sa dissipation thermique, argumentait-il, la nébuleuse devait se contracter, puis à cause de la conservation de son moment cinétique, s'aplatir en formant plusieurs anneaux. L'agglomération des matériaux en leur sein conduisait alors naturellement aux planètes.

Nous savons aujourd'hui que les étoiles se forment bien au sein de nuages de gaz et de poussières en rotation (ex. Andre *et al.* , 2000). Ceux-ci sont eux-mêmes issus de la fragmentation de grands nuages moléculaires (de dimension de un à quelques dizaines de parsecs), souvent révélés par l'absorption de la lumière provenant de sources très lointaines, voire extra-galactiques comme les quasars.

Le processus de formation des planètes est quant à lui bien plus complexe que la vision quelque peu naïve proposée par Laplace. La rotation de la nébuleuse conduit à la formation non pas d'anneaux, mais d'un disque protostellaire. Tout indique que ce dernier est le berceau idéal pour la naissance des planètes ; c'est d'ailleurs la raison pour laquelle il est aussi nommé disque protoplanétaire. Ces disques sont aujourd'hui couramment observés, en particulier dans les étoiles T Tauri vues dans l'infrarouge (Fig. 3.3). L'étoile centrale se forme par contraction gravitationnelle directe du gaz, et accumule suffisamment de matière (soit plus qu'environ $0.072\,M_\odot$, avec une légère dépendance en métallicité) pour déclencher en son cœur des réactions thermonucléaires. Elle est maintenue en équilibre par les forces antagonistes de pression du gaz et d'attraction gravitationnelle, et irradie d'énergie la matière environnante, en particulier le disque duquel naîtront de futures planètes.

[2]Uranus et Neptune n'ont toutefois été découvertes qu'en 1781 et 1846, respectivement. Pluton (découverte en 1930) est un cas à part : il s'agirait selon toute probabilité d'un objet de la ceinture de Kuiper (encore appelés astéroïdes trans-neptuniens) capturé par le champ gravitationnel de Neptune. L'un de ces objets (2003 UB313, astro-ph/0508633), de masse plus importante que Pluton vient récemment d'être détecté.

FIG. 3.3: Le disque d'une étoile T Tauri vu par la tranche (HH-30, Hubble Space Telescope).

En corollaire, toute hypothèse sur la formation planétaire doit prendre en compte les interactions permanentes entre les planètes et le disque dont elles sont issues, et cela à toutes les étapes du processus. La dynamique couplée des corps est également essentielle : ce sont les multiples interactions entre le disque et les planètes entre elles qui assurent la très riche diversité des systèmes planétaires observés (*cf.* § 3.1.3).

Sédimentation des grains de poussière dans le disque protoplanétaire

Les disques protoplanètaires contiennent *a fortiori* les « briques » nécessaires à la construction des planètes. Les observations basées sur notre propre Système Solaire (en particulier sur la composition de l'atmosphère solaire, dont les éléments n'ont pas été détruits par des réactions nucléaires, et qui témoignent donc de l'abondance en éléments de la nébuleuse protosolaire) donnent une bonne indication sur leur composition. Ils seraient constitués pour leur majeure partie d'Hydrogène et d'Hélium, comptant respectivement pour 3/4 et 1/4 de leur masse. On trouve ensuite du Carbone et de l'Azote qui, avec l'Oxygène, peuvent former des molécules non gazeuses, appelées glaces (ex. H_2O, CH_4, CO_2, NH_3) car solides à basse température ($T < 20$ à 100 K) ; elles sont relativement abondantes. Des éléments plus lourds, comme les métaux (ex. Mg, Fe), le Soufre ou le Silicium sont aussi présents bien qu'en faible proportion. Leur rôle est néanmoins fondamental, car ils sont à l'origine des roches des planètes terrestres, et se retrouvent dans les cœurs solides des planètes géantes gazeuses. Le disque est ainsi formé de gaz, en grande proportion, et de condensats de taille de l'ordre du μm, qui regroupent tous les matériaux plus lourds que He. Ce sont ces derniers qui sont souvent désignés par l'expression « grains de poussière ».

Au cours de la contraction de la nébuleuse, les poussières ne sont pas retenues par des forces de pression, contrairement au gaz. A mesure que le disque en rotation se forme, les grains sont soumis à l'attraction de l'étoile centrale et à la force centrifuge

due à la rotation. En traversant le plan équatorial du disque, les grains sont freinés par des forces de frottement occasionnées par le gaz relativement dense qui s'y est accumulé. L'oscillation des grains de part et d'autre du disque aboutit à leur sédimentation en son intérieur ; en chemin, ils ont grossi en capturant la poussière située sur leur trajet. Le disque finalement formé est chaud. La condensation des éléments n'est possible qu'à partir d'une certaine distance minimale du centre du disque, la ligne des glaces ("snow line"), où les radiations de l'étoile et la température sont suffisamment faibles.

Les premières phases de la formation sont identiques pour toutes les planètes. Cette affirmation revient à avancer l'idée que, malgré la très grande variété des caractéristiques des systèmes planétaires observés à ce jour, des scénarios très exotiques expliquant la formation de certaines catégories de planètes sont considérés comme très improbables. Certains effets supplémentaires dus à l'interaction disque–planète par exemple, comme la migration, ou encore des instabilités gravitationnelles, peuvent conduire à une diversité importante, mais ils restent dans le cadre d'une théorie unifiée.

3.2.2 La formation des planètes terrestres

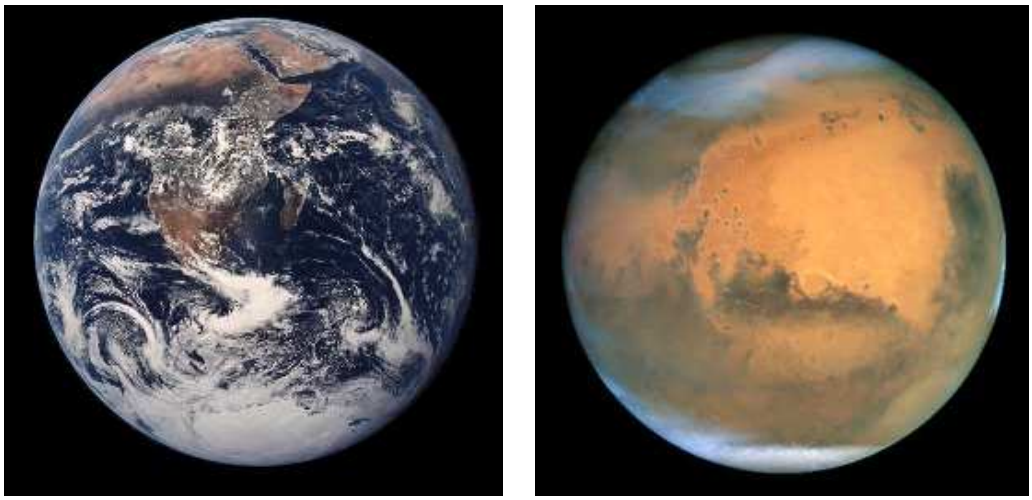

Fig. 3.4: Deux planètes rocheuses : la Terre et Mars (photographies Jet Propulsion Laboratory & Hubble Space Telescope).

Une fois sédimentées dans le disque, les poussières en rotation subissent un frottement avec le gaz. Elles dérivent alors lentement vers l'intérieur du disque, puisque la fréquence de rotation devient inférieure à la rotation keplerienne ($\Omega < \Omega_{\rm Kepler} = \sqrt{GM_*/R^3}$). En quelques dix mille ans, des grains de taille de l'ordre du centimètre au mètre se formeraient dans le disque, principalement par agglomération. Les processus exacts qui ont lieu au cours de cette étape sont encore de nos jours relativement incertains (Wuchterl *et al.* , 2000) ; en particulier, des turbulences dans

le disque, bien que favorisant les collisions de particules, pourraient détruire les agrégats si les vitesses relatives lors des chocs étaient trop importantes.

Les planétésimaux

La phase de sédimentation s'achève par la formation d'un disque où le gaz est toujours présent, et où évoluent les agrégats de taille comprise entre le centimètre et le mètre. L'hypothèse la plus répandue est que ces derniers continuent à se rencontrer et à s'agglomérer. Le processus pose un problème supplémentaire par rapport à la phase précédente. Les grains sont volumineux et massifs, et s'ils se brisent lors des collisions, il n'y a aucune chance de formation de planète. La composition des roches — et donc les propriétés de métallicité du disque et de la nébuleuse primitive — joue très certainement un rôle essentiel au cours de cette phase. Du fait que les grains dérivent vers le centre, leur coalescence doit se faire assez rapidement. Leur temps de formation conditionne en fin de compte la formation des « planétésimaux », blocs solides de glaces et de roches, dont la taille est de l'ordre du kilomètre. Ces objets massifs, une fois formés, vont contrôler en grande partie la suite des événements.

Des planétésimaux aux protoplanètes et aux planètes terrestres

Les planétésimaux sont suffisamment massifs pour exercer les uns sur les autres une attraction gravitationnelle appréciable. Leur grande taille les rend par ailleurs insensibles aux forces de frottement dues au gaz, desquelles ils se découplent ; leurs trajectoires ne sont plus contrôlées que par l'attraction de l'étoile centrale (les vitesses de rotation sont alors kepleriennes) et par leurs perturbations gravitationnelles mutuelles et réciproques. Dans ce problème de gravitation à N corps, les orbites des objets sont modifiées au gré des rencontres récurrentes avec d'autres planétésimaux, et leur ellipticité favorise les collisions et la formation de corps de masse croissante, toujours par agglomération. Mais cette fois, les corps les plus gros prennent le dessus sur les moins massifs (Lissauer, 1995), selon un scénario d'« emballement de l'accrétion » ("runaway accretion"). Les objets les moins massifs ont en effet une vitesse moyenne d'autant plus élevée que les masses des plus gros planétésimaux sont grandes (par un phénomène d'équipartition de l'énergie gravitationnelle), et leur taux d'agglomération sur les objets les plus massifs augmente à mesure que ces derniers accumulent de la matière.

Les simulations montrent qu'à la fin de cette phase, qui dure à peu près de dix à cent mille ans, très peu d'objets solides ont survécu dans le disque (certaines simulations numériques font intervenir 500 de ces objets). Ils sont devenus assez massifs pour arriver au stade de « protoplanètes ». Par l'accrétion d'objets situés dans leur sphère d'influence, ils ont amassé au cours de leur révolution autour de l'étoile une quantité de matière qui augmente avec la taille de l'orbite de la protoplanète. Ainsi, à 1 UA, des corps de $\sim 10^{-2}\,M_\oplus$ se sont formés, contre $\sim 1\,M_\oplus$ à 5 UA, ce qui reste

encore éloigné de la masse $M_\oplus$ de la Terre ou des $\sim 5 - 15\,M_\oplus$[3] (estimées) formant le cœur solide de Jupiter.

Durant cette étape, les orbites des protoplanètes s'espacent du fait des interactions et des instabilités newtoniennes, tout en poursuivant le phénomène d'agglomération. La configuration qui s'établit mène à un système gravitationnellement stable, et qui le restera jusqu'au stade final du processus de formation (Lissauer, 1995). Seule une poignée de planètes survivra pour former le système planétaire, et les planètes terrestres débutent ainsi leur vie autour de leur étoile-hôte (Fig. 3.4). Les modèles et les simulations prévoient que cette évolution devrait être très lente : elle pourrait durer jusqu'à cent millions d'années. Ceci entraîne des difficultés pour expliquer la formation des planètes gazeuses géantes, puisqu'elles doivent amasser une grande quantité de gaz dans leur atmosphère, avant la disparition totale de la composante gazeuse du disque.

3.2.3 Le cas des planètes gazeuses géantes

Fig. 3.5: Jupiter et Saturne, deux planètes gazeuses géantes (photographies Hubble Space Telescope).

Les planètes géantes (Fig. 3.5), composées d'une très grande quantité de gaz, sont fascinantes parce qu'elles sont très différentes des planètes rocheuses comme la Terre. Deux scénarios de formation distincts ont émergé pour expliquer leur origine : l'effondrement gravitationnel du gaz ou l'accrétion d'une atmosphère autour d'un cœur solide.

[3]La valeur traditionnelle de l'estimation de la masse du cœur de Jupiter est $15\,M_\oplus$, mais de récentes mesures réalisées grâce à la sonde Galileo indiquent que la valeur exacte serait plus proche de $5\,M_\oplus$.

Une formation par instabilité gravitationnelle ?

La première possibilité a donné naissance à des modèles dont l'idée sous-jacente était qu'une instabilité gravitationnelle (Boss, 1997) pouvait conduire à la fragmentation du disque protoplanétaire. Cette fragmentation est dans ce modèle suivie par l'effondrement gravitationnel progressif des régions sur-denses. Ce modèle *a priori* plausible, puisqu'il est à l'œuvre dans la formation des étoiles, a cependant suscité de sévères objections.

D'une part, il ne parvenait à expliquer ni la faible abondance d'éléments lourds dans Jupiter et Saturne, ni l'origine des planètes Uranus et Neptune. D'autre part, dans les simulations numériques de disques protoplanétaires, il apparaît que la rotation du disque ainsi que les forces de pression à petite échelle le stabilisent. Il s'ensuit qu'une fragmentation du disque est relativement peu probable, et rend difficilement compte du grand nombre de planètes actuellement détectées. Enfin, les données observationnelles suggèrent qu'il y a un fossé dans la distribution de masse des objets situés entre le régime des naines brunes et celui des exoplanètes. Ce « désert des naines brunes », déjà évoqué au § 3.1.3, semble prouver qu'il existe une réelle différence entre les processus de formation des étoiles ou des naines brunes, et celui des planètes.

Certains auteurs continuent cependant à défendre activement ce scénario (par ex. Mayer *et al.* , 2002) car, selon eux, il pourrait expliquer la formation de planètes pour une large gamme de paramètres orbitaux, à l'intérieur de bras spiraux créés dans le disque en rotation.

Le "core accretion model"

Pour expliquer la formation des planètes gazeuses géantes, une autre hypothèse consiste à soutenir qu'après la phase de formation d'un cœur solide (selon le scénario décrit à la section précédente, c'est-à-dire selon le schéma de formation des planètes rocheuses), celui-ci soit assez massif pour accréter et retenir une atmosphère. La version moderne de ce scénario est référencée sous l'appellation "core accretion model" (Pollack *et al.* , 1996).

Ce modèle repose sur la combinaison de l'accrétion de planétésimaux sur un cœur massif existant, conjuguée avec l'accumulation gravitationnelle de gaz. Le taux d'accrétion du gaz est faible au début, car il se crée un équilibre entre l'énergie rayonnée dans l'espace par l'atmosphère et le chauffage dû au bombardement des planétésimaux qui s'écrasent sur la protoplanète. Au fur et à mesure que la masse du cœur augmente, l'accrétion de gaz s'accélère ; lorsque la masse de l'enveloppe devient à peu prés égale à la masse solide (autour de $10\,M_\oplus$), le phénomène s'emballe. La perte d'énergie par rayonnement n'est plus compensée par le dépôt d'énergie des planétésimaux, l'accrétion de gaz devient prépondérante et s'accélère fortement. L'atmosphère de la planète se contracte, en même temps qu'elle s'échauffe ; son opacité augmente en conséquence. En définitive, c'est la pression qui en résulte qui

s'oppose à toute contraction supplémentaire.

La composition de l'atmosphère planétaire dépend en dernier ressort de la quantité d'éléments lourds qui s'y trouvent mélangés. Même si, au cours des premiers stades de formation, la température est assez élevée pour initier une évaporation de l'eau dans l'atmosphère, ce n'est que lorsque l'enveloppe devient vraiment massive qu'un enrichissement appréciable peut se produire. Les derniers planétésimaux tombant sur la planète n'ont pas le temps d'atteindre sa partie solide : ils se subliment directement dans l'enveloppe planétaire très dense, déposant très efficacement des éléments lourds dans l'atmosphère de la jeune planète.

Les processus qui gouvernent la formation des planètes dépendent bien naturellement des caractéristiques particulières des disques, comme leur densité, leur température ou leur métallicité. La diversité des planètes extra-solaires se trouve intimement liée à la manière dont le noyau et l'atmosphère grossissent. Elle fait intervenir de manière étroitement couplée l'action dynamique des planétésimaux bombardant le cœur, et les phénomènes thermodynamiques de contraction qui affectent l'enveloppe massive qui l'entoure.

Ainsi, une métallicité plus grande du disque pourrait favoriser la formation de planètes, comme le suggèrent les observations (Santos *et al.* , 2001, § 3.1.3). Des modèles récents (Ida & Lin, 2004) avancent que le scénario du "core accretion" prédit cet effet, plus ou moins important selon la valeur du rapport [Fe/H] adoptée[4]. D'autres calculs (Laughlin *et al.* , 2004) ont mis en évidence que la formation des planètes géantes dépendait fortement de la masse de gaz disponible à l'origine. D'après leurs simulations (Fig. 4.1, p. 163), une planète géante peut être formée autour d'une étoile de $1\,M_\odot$, alors que l'accumulation de gaz autour du cœur est inhibée si l'étoile centrale est une naine rouge peu massive ($M_* = 0.4\,M_\odot$ dans cet exemple). Nous verrons que ce résultat théorique est d'une importance cruciale pour la recherche de planètes extra-solaires par effet de microlentille gravitationnelle (*cf.* § 3.4).

La migration des planètes dans le disque protoplanétaire

Une question importante liée au "core accretion model" porte sur le temps caractéristique de formation de l'atmosphère des planètes géantes. En effet, aussi bien les simulations numériques que les observations dans l'infrarouge des disques protoplanétaires, indiquent que leur durée de vie ne peut en aucun cas excéder une dizaine de millions d'années. En combien de temps, dans ce cas, une planète peut-elle s'entourer de gaz avant que ce dernier ne soit complètement dissipé ? La grande quantité de gaz H_2 et He dans les planètes gazeuses géantes du Système Solaire, par exemple, est une preuve que ces planètes se sont formées avant la déplétion en gaz de la nébuleuse solaire. Le modèle doit donc expliquer la capacité de la planète à

[4]Selon Santos *et al.* (2004a), les seules données observationnelles disponibles ne permettent pas non plus d'écarter le scénario basé sur une fragmentation du disque, évoqué plus haut, tout particulièrement pour les exoplanètes arborant une faible métallicité.

amasser dans son enveloppe une fraction substantielle du gaz présent dans le disque.

Deux conditions doivent pour cela être réunies : la planète doit se former dans une région riche en éléments condensés (c'est-à-dire à des distances plus grandes que celle de la ligne des glaces déjà évoquée), et le processus d'accrétion doit être suffisamment rapide. La présence de Jupiters chauds à des distances très proches de leur étoile (moins de 0.1 UA), dans une région pauvre en gaz et dépourvue de poussières, amène à la conclusion que ces planètes se sont initialement formées ailleurs, puis ont *migré* vers les parties internes du disque dans une phase ultérieure (Ward, 1986).

Les modèles suggèrent ainsi que les planètes géantes auraient été formées sur des orbites quasi-circulaires, puis auraient migré vers le centre en accumulant de plus en plus de matière, à un rythme bien plus important que dans le cas d'une formation *in situ*. L'accrétion de gaz pourrait s'arrêter lorsqu'il n'y a plus de gaz dans la zone d'influence de la planète. Ceci peut se produire si la planète creuse un « sillon » vide de matière, ou si une cavité magnétique dans les régions très proches de l'étoile vide ses environs de son gaz (Terquem, 2003). Si rien ne stoppe la planète, celle-ci pourrait tout simplement être engloutie par l'étoile... Grâce au processus de migration, le temps de formation des planètes géantes est ramené à quelques millions d'années seulement, c'est-à-dire à une durée effectivement inférieure au temps de vie du disque, et donc compatible avec les observations.

Le phénomène de migration intervient *a priori* quel que soit le type de planète concerné, mais son origine diffère selon la masse de la protoplanète. Tout d'abord, du fait que le disque est en rotation quasi-keplerienne, il existe une rotation différentielle des parties extérieures et intérieures. La planète subit donc deux couples antagonistes, l'un tendant à l'éloigner et l'autre à la rapprocher de l'étoile. Ces deux couples ne s'équilibrent pas et, par un effet de géométrie, c'est la migration de la planète vers les parties internes du disque qui est privilégiée. En parallèle, le moment cinétique de la planète est évacué vers l'extérieur. Quant aux protoplanètes plus massives, des perturbations hydrodynamiques apparaissent, dont les effets deviennent prépondérants. L'effet est cependant le même, et la planète est poussée vers l'étoile. Dans les disques magnétisés, certaines configurations du gradient du champ magnétique pourraient en revanche pousser la planète vers l'extérieur du disque.

Les processus de formation des planètes sont aujourd'hui bien appréhendés dans leur ensemble, même s'ils restent très complexes et certaines étapes encore incertaines. Les modèles doivent prendre en compte de très nombreux effets, dont l'interaction entre les poussières et le gaz. Les scénarios proposés prédisent un certain nombre de caractéristiques planétaires.

La grande gamme de phénomènes physiques à l'œuvre se traduit naturellement par une importante diversité des systèmes, comme nous l'avons souligné au début de ce chapitre. Or, depuis une dizaine d'années, les techniques observationnelles nous ont permis d'aller au-delà du seul exemple du Système Solaire, avec près de 180 planètes découvertes. Si la plupart d'entre elles ont été démasquées par la méthode

des vitesses radiales (§ 3.3.4), les techniques se sont diversifiées, et de nombreux projets ont vu le jour ces dernières années. Du fait de leur complémentarité plus que de leur concurrence, l'ensemble des dispositifs actuels de détection d'exoplanètes contribue à toujours mieux comprendre les mécanismes de leur construction au sein des disques protoplanétaires, et de mettre à l'épreuve les prédictions des modèles, voire de suggérer de nouvelles pistes.

Un panorama de quelques-unes des principales méthodes de détection est présenté maintenant, il permettra d'introduire la méthode de détection par effet de microlentille gravitationnelle, développée au § 3.4.

3.3 Panorama des principales méthodes de détection

Les techniques de détection de planètes extra-solaires sont actuellement d'une diversité et d'une richesse surprenantes, mais il n'en a pas toujours été ainsi. Un bref regard en arrière montre qu'après les observations à l'œil nu, les planètes de notre système solaire deviennent les premières cibles des lunettes astronomiques, popularisées par Galilée au XVIIe siècle. Les télescopes ont ensuite rendu possible l'observation de ces mondes si semblables ou si différents du nôtre, et ont suscité le désir de voir plus loin ce à quoi pourraient ressembler d'autres systèmes exo-planétaires. Mais on s'était entre temps aussi rendu compte de l'immensité de l'espace séparant notre Terre des lointaines étoiles. Il a fallu attendre longtemps pour mettre au point des instruments de mesure suffisamment perfectionnés pour dépasser cette difficulté. Avec l'arrivée de nouvelles technologies, les premières découvertes d'exoplanètes ont indubitablement stimulé l'imagination des astronomes !

Cette partie dresse un panorama des principales techniques qui sont actuellement opérationnelles (ou qui le seront dans un futur très proche). Quelques remarques préliminaires cependant sont utiles pour bien cerner les problèmes que pose la recherche d'exoplanètes. Les systèmes planétaires extra-solaires sont tout d'abord situés à une très grande distance $D_{\rm S}$ de la Terre (autour de 5 pc pour la plus proche), et la puissance lumineuse qui nous en parvient est très faible (diminution en $1/D_{\rm S}^2$). Les dimensions angulaires quant à elles sont inversement proportionnelles à $D_{\rm S}$. Il devient dès lors délicat de séparer une planète de son étoile, surtout si on cherche des planètes situées à quelques UA (1 UA vue à 1 pc correspond à 1" d'angle). Un autre aspect caractéristique de ces systèmes concerne la très grande différence de luminosité entre une planète et son étoile. Le rapport de flux peut atteindre des valeurs aussi élevées que 10^9 et l'étoile éblouit inévitablement le télescope qui chercherait à repérer un si faible compagnon.

Les méthodes de détection développées cherchent à contourner ces difficultés majeures, soit en utilisant des techniques sophistiquées pour s'affranchir des problèmes de résolution angulaire et de contraste entre étoile et planète, soit en exploitant des effets indirectement liés à la présence d'un compagnon. Dans la première catégorie, on trouve essentiellement les techniques d'imagerie directe (les « photographies »

de planètes), utilisant les derniers perfectionnements des systèmes d'optique adaptative, montés sur les plus grands télescopes du monde. La détection du passage de la planète devant son étoile est, quant à elle, à mi-chemin entre les méthodes directes et indirectes. Une propriété très exploitée est liée au mouvement induit par une planète sur l'étoile (toutes deux en orbite autour de leur centre de gravité commun). Il est à la base des méthodes des vitesses radiales, des relevés astrométriques et des chronométrages de pulsars. Enfin, la technique des microlentilles repose sur un effet indirect, puisque c'est le potentiel gravitationnel de l'étoile perturbée par une planète qui modifie le flux lumineux d'une étoile d'arrière-plan.

Les paragraphes qui suivent présentent un instantané des techniques actuelles affectées à la recherche de planètes extra-solaires. Ces dernières années, le domaine a pris un essor extraordinaire, et il ne peut ici être question d'être exhaustif. J'ai donc essayé de dégager quelques caractéristiques marquantes de la discipline[5].

3.3.1 Imagerie directe

Le rêve de toute personne passionnée par la recherche des exoplanètes serait de pouvoir, un jour, « photographier » une de ces exoplanètes, comme on a pris des images de Jupiter ou des galaxies lointaines. Si la méthode est *a priori* simple dans son principe — on prend une image avec un télescope — en pratique les instruments actuels ont bien du mal à distinguer autre chose qu'une tache qui apparaît floue sur les clichés. Les dimensions angulaires des systèmes planétaires sont évidemment extrêmement faibles : si l'on trace l'histogramme[6] des séparations angulaires étoile–planète pour toutes les exoplanètes détectées à ce jour (168 objets acceptés par la communauté scientifique au 26 septembre 2005), il apparaît un pic de densité centré autour de 40 milli-secondes d'arc (mas). Cette valeur très faible n'est pas accessible aux instruments actuels, et la difficulté est d'autant plus grande que les exoplanètes sont très peu lumineuses.

De récents perfectionnements apportés aux télescopes ont heureusement permis, dans une certaine mesure, de dépasser ces difficultés. Les progrès de l'optique adaptative en particulier (correction en temps réel des déformations des images causées par la turbulence atmosphérique) ont ainsi permis de prendre le premier portrait d'une exoplanète (Chauvin *et al.* , 2004), reproduit à la Fig. 3.6, avec un télescope de 8 m de diamètre (le VLT épaulé de systèmes d'optique adaptative). La séparation, de l'ordre de 0.8 seconde d'angle, a pu être atteinte parce que l'étoile–hôte est une naine brune peu lumineuse qui, de plus, présente un contraste relativement faible avec la planète si les observations sont menées dans l'infrarouge. On attend beaucoup des techniques d'imagerie interférométrique développées ces toutes dernières années ;

[5]Connaissance que j'ai pu enrichir lors des conférences que j'ai suivies à l'Ecole d'Hiver des Canaries *Extrasolar Planets*, en novembre–décembre 2004.

[6]Une encyclopédie interactive des exoplanètes mise à jour par Jean Schneider (Observatoire de Paris) est disponible sur `vo.obspm.fr/exoplanetes/encyclo/catalog-main.php`.

elles sont basées sur les capacités des interféromètres à additionner ou soustraire les amplitudes des ondes lumineuses. Il devrait alors bientôt être possible d'« effacer » l'étoile des images pour ne conserver que le signal caractérisant la planète. La technique du "nulling" par exemple — où l'un des bras de l'interféromètre déphase de 180° la lumière provenant de l'étoile (ce qui annule son signal) mais additionne des signaux en phase pour la planète — ou encore celle du coronographe interférentiel réalisé autour d'un interféromètre de Michelson, sont en passe de faire leur entrée dans le champ de l'imagerie des exoplanètes.

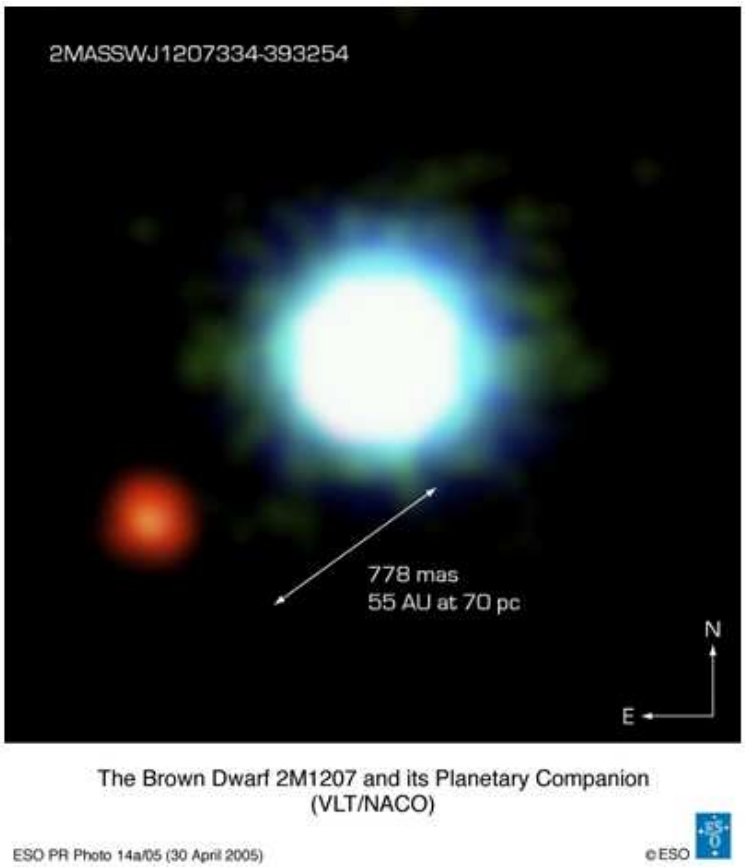

FIG. 3.6: Premier portrait photographique d'une exoplanète (dans le coin en bas à gauche, de couleur rouge). L'image a été prise dans les trois bandes spectrales H, K et L' avec le Very Large Telescope au Chili (8.2m de diamètre), grâce aux performances du système d'optique adaptative NACO. La planète est en orbite autour d'une naine brune. L'image est tirée de Chauvin *et al.* (2004).

L'imagerie directe a aussi conduit à la détection de ces objets étranges, les « planètes flottantes » ("free floating planets"), qui sont des corps sub-stellaires non liés par la gravité à une étoile. Ces planètes auraient été éjectées de leur orbite par des perturbations gravitationnelles au sein d'amas d'étoiles, ou dans une des premières phases de la formation de systèmes planétaires. Isolées lorsqu'elles sont encore jeunes

(quelques millions d'années), leur flux est détectable, mais par la suite, n'ayant pas de source interne de chauffage, elles se refroidissent et deviennent progressivement invisibles aux télescopes. Ces objets sont aussi des cibles potentielles pour la technique des microlentilles lorsque la configuration géométrique source–lentille est favorable (*cf.* Fig. 2.18).

D'autres tentatives sont aussi en cours pour augmenter la taille des télescopes au sol et ainsi améliorer encore leur résolution angulaire (la limite imposée par la diffraction diminue quand le diamètre augmente), comme le projet européen OWL[7] (**O**ver**W**helmingly **L**arge telescope, ESO), instrument de 100 mètres de diamètre (contre une dizaine aujourd'hui pour les plus grands télescopes) ! L'un de ses principaux objectifs sera de tenter de détecter de nouvelles planètes de faible masse, situées dans un intervalle de distance à leur étoile propice à l'éclosion de la vie.

3.3.2 Méthode des transits

Un moustique passe devant un projecteur : peut-on mesurer l'infime baisse de flux lumineux qui accompagne ce passage ? Dans un contexte certes différent, tel est l'objectif de la méthode des *transits* : détecter une planète si elle vient à passer devant son étoile en effectuant un suivi continu de son flux lumineux. La fraction de lumière qui est bloquée par la planète est très faible à cause du très faible rapport entre les surfaces des disques planétaire (noté πr_p^2) et stellaire (πR_*^2). Si en effet Φ désigne le flux reçu de l'étoile, sa diminution relative lors du transit est simplement égale au rapport des deux surfaces (à condition que la planète pénètre entièrement dans le disque) :

$$\frac{\Delta\Phi}{\Phi} = \left(\frac{r_p}{R_*}\right)^2 . \tag{3.1}$$

Pour mener à bien ce projet, il faut que l'étoile observée ait une activité photosphérique faible. Des fluctuations de luminosité peuvent en effet brouiller les mesures. De plus, la précision photométrique requise est très grande. La détection d'un Jupiter extra-solaire implique une baisse relative de flux $\Delta\Phi/\Phi \simeq 1\,\%$, cette valeur descendant à $0.01\,\%$ pour une planète comme la Terre ! On touche là la principale limite de la méthode.

La première exoplanète mise en évidence par cette méthode (Charbonneau *et al.* , 2000) évolue autour de l'étoile HD 209458[8] (il s'agit en réalité d'une confirmation, car le compagnon de HD 209458 a été originellement découvert par la méthode des vitesses radiales). La courbe du transit que Charbonneau *et al.* ont obtenu est présentée dans la partie gauche de la Fig. 3.7. On note la subite baisse de luminosité qui intervient quand la planète masque de son disque la surface de l'étoile. Le profil arrondi de la courbe de lumière à l'intérieur du « creux » est dû à l'assombrissement

[7] `www.eso.org/projects/owl/`

[8] Cette planète extra-solaire s'appellera peut-être un jour officiellement « Osiris », selon une suggestion d'Alfred Vidal-Madjar.

centre-bord du disque de l'étoile, ce qui, avec les microlentilles gravitationnelles, en fait une technique rendant possible la mesure de tels effets (*cf.* chapitre 5).

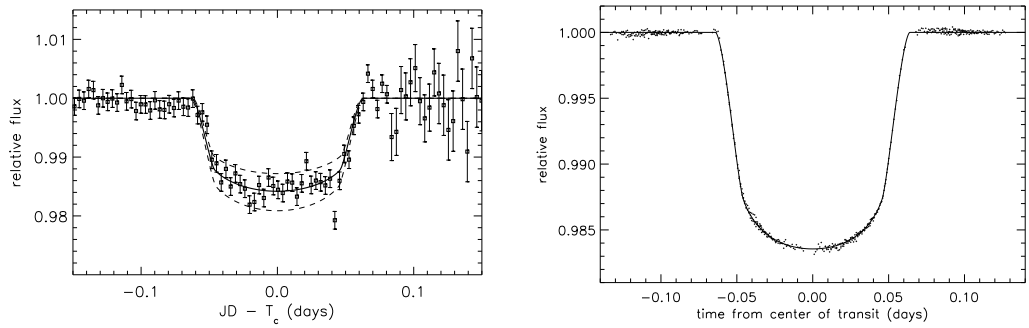

FIG. 3.7: Courbes de transit de la planète de HD 209458. Les premières observations ont été réalisées avec un télescope au sol (Charbonneau *et al.* , 2000, panneau de gauche), puis confirmées ultérieurement par le Hubble Space Telescope (Brown *et al.* , 2001, panneau de droite).

Dans un système planétaire donné, toutes les planètes ne produisent pas nécessairement un transit. Le rayon orbital de la planète étant plus grand que le rayon de l'étoile, il n'est pas évident que le satellite passe devant cette dernière : il faut pour cela que l'inclinaison i de son orbite (angle que fait le plan de l'orbite avec la ligne de visée) soit inférieure à une certaine valeur limite ; au-delà, la planète ne croise plus le disque stellaire. Un calcul géométrique suivi d'une intégration sur toutes les inclinaisons, aléatoirement distribuées de 0 à π, conduit à l'ordre de grandeur de la probabilité qu'une planète, évoluant sur une orbite circulaire de rayon a, passe devant son étoile :

$$\mathrm{Pr}(a) \simeq \frac{R_*}{a}. \tag{3.2}$$

Le signal de transit est indépendant de notre distance à l'étoile surveillée, puisque seuls comptent les paramètres géométriques du système. Les deux formules précédentes montrent cependant le compromis inévitable auquel est confrontée la recherche de transit : si la probabilité de détection augmente avec le rayon de l'étoile R_* (pour une planète de taille r_p donnée), l'amplitude de la variation de flux décroît comme le carré de ce même rayon. Cette difficulté n'est cependant pas insurmontable. Certaines études prévoient qu'en proportion, sur mille étoiles observées, un transit devrait être décelé.

Au sol, des télescopes relativement modestes peuvent réaliser de tels suivis. La condition principale est qu'ils soient équipés d'un système de photométrie précis et disposent d'un champ de vision assez large pour pouvoir englober suffisamment d'étoiles-cibles à la fois. La collaboration OGLE a ainsi extrait de sa base de données un certain nombre de candidats transits. Si la plupart de ces candidats se sont révélés

être des étoiles binaires lors d'observations complémentaires en vitesses radiales, cinq d'entre eux ont bien été classés parmi les planètes extra-solaires [9].

Les missions spatiales ne sont pas en reste. Le télescope spatial Hubble a déjà montré sa capacité à mesurer des transits, en confirmant aussi le compagnon de HD 209458 par des mesures d'une très grande précision (Brown *et al.* , 2001, panneau de droite de la Fig. 3.7), ce qui est de bon augure concernant les expériences spatiales. Le satellite COROT (**CO**nvection **RO**tation and planetary **T**ransits) du CNES/ESA doit être lancé mi-2006 pour le suivi de près d'environ 10 000 étoiles sur un peu plus de deux ans, à la précision photométrique de $3\,10^{-4}$. La NASA a de son côté misé sur la mission KEPLER qui devrait être lancée fin 2007. D'une durée prévue de quatre ans, elle permettra de repérer les exoplanètes avec une précision de 10^{-5}, en scrutant environ 100 000 étoiles.

3.3.3 Astrométrie

L'*astrométrie* est certainement une des plus anciennes techniques imaginées pour tenter de repérer des compagnons planétaires aux étoiles. Elle fait partie des méthodes qui tentent de détecter la présence d'une planète par le mouvement qu'elles imposent à leur étoile–hôte, conformément aux lois de la Mécanique newtonienne. Une telle situation est illustrée sur la Fig. 3.8. La popularité initiale de la méthode s'explique par sa simplicité de mise en œuvre : il suffit de relever à intervalles réguliers la position d'une étoile, puis de modéliser les anomalies de sa trajectoire dans le ciel en évoquant la présence de planètes. Il est alors évident que cette technique permet de mesurer le mouvement des étoiles en projection sur la sphère céleste, c'est-à-dire perpendiculairement à la ligne de visée.

En pratique, ces mouvements sont mesurés par rapport à des objets très lointains, par exemple un quasar. Leurs amplitudes sont en moyenne très faibles, à cause du petit rapport de masse planète–étoile, à peu prés égal à 10^{-3} pour le couple Jupiter–Soleil et à un peu plus de 10^{-6} pour la Terre. Plus précisément, on peut calculer l'ordre de grandeur suivant : avec les mêmes notations qu'au paragraphe précédent, et si $D_{\rm S}$ désigne la distance entre l'observateur et le système planétaire, la taille angulaire maximale Θ de l'orbite de l'étoile autour du centre de gravité étoile-planète varie comme :

$$\Theta \propto \frac{m_p}{M_*}\frac{a}{D_{\rm S}}, \tag{3.3}$$

qu'on peut aussi réécrire, grâce à la troisième loi de Kepler,

$$\Theta \propto \frac{m_p}{D_{\rm S}}\left(\frac{T}{M_*}\right)^{2/3} \tag{3.4}$$

où T est la période de rotation de la planète sur son orbite. La première formule met en évidence que la méthode astrométrique a une sensibilité qui décroît avec la

[9] OGLE–TR–10, OGLE–TR–56, OGLE–TR–111, OGLE–TR–113 et OGLE–TR–132.

distance (Θ diminue comme $1/D_{\rm S}$), et qu'elle est moins sensible pour les étoiles de masse élevée. La deuxième établit que la méthode a une meilleure efficacité quand la période orbitale T augmente, à l'opposé de la technique des vitesses radiales qui est plus sensible aux courtes périodes (*cf.* § 3.3.4). Pour une planète jovienne en orbite autour d'une étoile de type solaire à une distance de quelques parsecs, Θ serait inférieur à 1 mas. Le satellite HIPPARCOS de l'ESA (lancé en 1989) détenait le record en ayant effectué sur plusieurs années un relevé des positions de plus de 100 000 étoiles, avec une précision astrométrique d'une milli-seconde d'angle. Malgré cette performance, il n'aurait pas été en mesure de découvrir une planète extra-solaire, qui demande une précision encore plus grande.

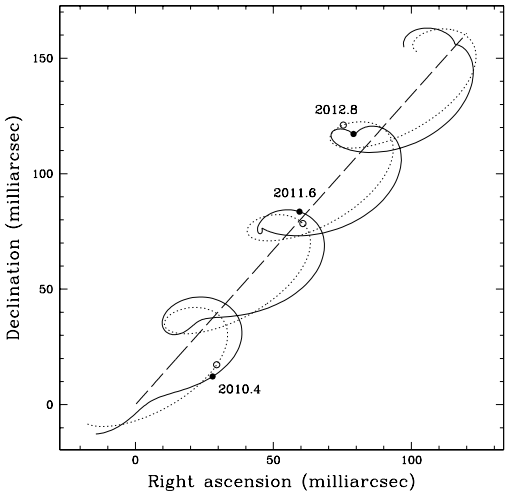

FIG. 3.8: Simulation du mouvement projeté sur la sphère céleste d'une étoile accompagnée d'une exoplanète, à une distance de 50 pc. La vitesse propre du système est choisie égale à 50 mas/an, la masse de la planète à $15\,M_{\rm J}$ pour une orbite de 0.6 UA et une excentricité de 0.2. La courbe en pointillés est celle qui aurait été observée sans la planète, alors que la courbe en trait plein montre la déviation due à la planète, multipliée trente fois. Figure tirée de Perryman (2000).

L'exemple sans doute le plus fameux de ce type d'observations est la découverte du grand mouvement propre de l'étoile de Barnard (10.34 secondes d'angle par an), en 1916 par l'astronome du même nom, qui s'est fondé sur l'étude de clichés qu'il avait collecté depuis 1894. En construisant la trajectoire de l'étoile de Barnard sur plus de 60 ans, P. Van de Kamp annonce en 1963 y avoir repéré la première planète autour d'une étoile autre que le Soleil. En 1969, ses conclusions sont même revues à la hausse, pour ainsi dire, car des anomalies dans la trajectoire l'incitent à conclure que deux planètes sont en orbite autour de l'étoile. Mais quelques années plus tard malheureusement, le constat d'erreurs de mesure liées aux instruments a eu raison de cette première découverte...

Aujourd'hui, malgré cette première déconvenue, les observations astrométriques suscitent de nouveau un réel engouement parmi la communauté des chercheurs de planètes. Si les observations depuis le sol restent délicates, notamment à cause de la turbulence atmosphérique qui perturbe les mesures, on attend tout de même des précisions jusqu'à $10\,\mu$as en améliorant la résolution des grands télescopes actuels (VLT et KECK), sur des champs en contrepartie angulairement très petits. Parallèlement, des missions spatiales dont on attend beaucoup, sont prévues. GAIA (mission ESA, lancement en 2011) devrait suivre un milliard d'étoiles jusqu'à des distances d'environ 50 kpc, pendant quatre à cinq ans. Sa résolution devrait avoisiner les $2-10\,\mu$as (pour les étoiles les plus brillantes), avec la possibilité de détecter quelques 10 000 planètes géantes. Coté NASA, le satellite SIM est prévu pour opérer à la précision de $1\,\mu$as, à partir de 2009 et pour une durée de cinq ans également. Le concept sera un peu différent de GAIA, car seules quelques centaines d'étoiles devraient être suivies dans le cadre du programme d'exoplanètes, autour desquelles des planètes de masse terrestre seront recherchées.

3.3.4 Mesure des vitesses radiales

La méthode des *vitesses radiales*[10] a été la première à accumuler de nombreux succès dans la quête des planètes extra-solaires. A elle seule, elle a permis la découverte de la très grande majorité des exoplanètes recensées à ce jour. Cette série de détections a été inaugurée en 1995 par les deux astronomes suisses M. Mayor et D. Queloz, qui ont mis en évidence un compagnon planétaire à l'étoile 51 Pegasi, grâce à l'instrument ELODIE installé à l'Observatoire de Haute Provence (Fig. 3.9, panneau de gauche). C'est encore aujourd'hui la méthode la plus performante non seulement pour le nombre de découvertes à son actif mais aussi en terme de recherche de planètes de faible masse.

La technique de détection est basée sur le fait que le spectre de l'étoile est décalé périodiquement vers le bleu ou le rouge (effet Doppler-Fizeau), suivant que l'étoile se rapproche ou s'éloigne de nous, dans le mouvement réflexe causé par la présence d'une (ou plusieurs) planète(s) l'accompagnant. Le système étoile–planète tourne autour de son centre de gravité, et l'application des lois de Kepler permet de calculer l'amplitude de la variation de vitesse radiale de l'étoile, notée K_*, selon l'équation (ex. Udry, 2001)

$$\frac{(m_p \sin i)^3}{(M_* + m_p)^2} = \frac{P}{2\pi G} K_*^3 \left(1-\varepsilon^2\right)^{3/2}, \tag{3.5}$$

où ε est l'excentricité de l'orbite, P sa période et i son inclinaison. Le membre de gauche de cette équation est appelé « fonction de masse ».

Comme la planète est toujours beaucoup moins massive que son étoile parente, $m_p \ll M_*$ (rapport de masse d'environ 10^{-3} pour Jupiter, voir aussi le Tab. 3.1,

[10]Je remercie ici Dominique Naef (Observatoire de Genève et ESO Santiago) pour les échanges très intéressants que nous avons eus à Santiago sur le sujet.

p. 141), on peut simplifier la fonction de masse et exprimer la masse de la planète grâce à la formule :

$$m_p \sin i \simeq \left(\frac{P}{2\pi G}\right)^{1/3} K_* \, M_*^{2/3} \sqrt{1-\varepsilon^2}. \tag{3.6}$$

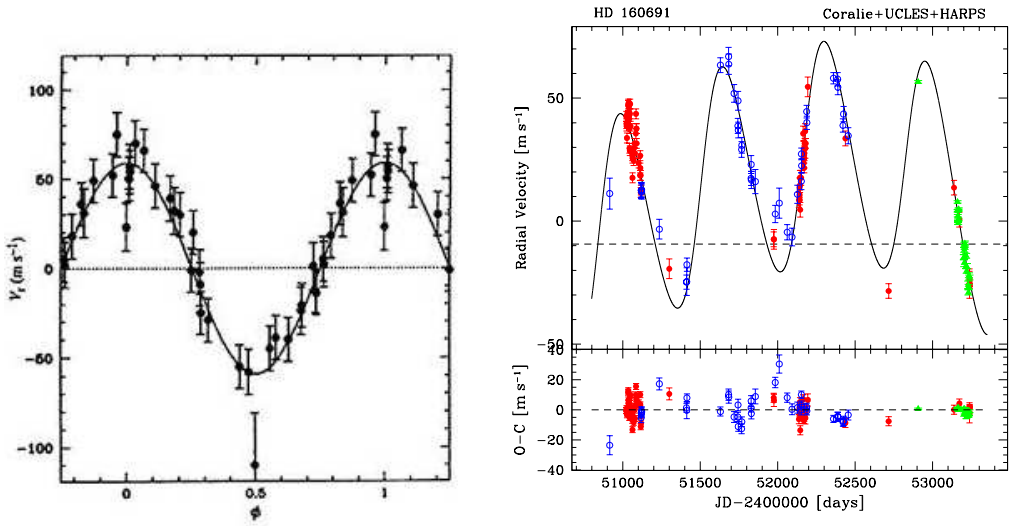

FIG. 3.9: Courbes de vitesses radiales d'étoiles abritant un compagnon planétaire. La figure de gauche correspond aux mesures réalisées par M. Mayor et D. Queloz sur l'étoile 51 Pegasi. Les variations de vitesse radiale ont une amplitude de $59\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ et une période d'environ 4.2 jours. Les observations ont été menées entre septembre 1994 et septembre 1995. A droite, la courbe de vitesses radiales due à une planète de $14\,M_\oplus$ (Santos *et al.* , 2004b), découverte que j'ai eu la chance de fêter à La Silla avec certains des auteurs !

La période de la variation de vitesse radiale donne directement la valeur de la période orbitale P, et le facteur K_* est obtenu à partir de la mesure de son amplitude. Pour une excentricité nulle, la courbe est une sinusoïde, qui est déformée si $\varepsilon \neq 0$. L'ajustement d'une courbe théorique aux données permet ainsi de mesurer les différents paramètres pour obtenir la valeur de $m_p \sin i$. Cette méthode ne permet de donner qu'une masse minimale à la planète, car $m_p \sin i \leq m_p$. Cependant, la distribution des masses réelles m_p est statistiquement très proche de celle en $m_p \sin i$, et peut en tout cas y être ramenée avec précision, par des calculs statistiques *ad hoc*.

Les mesures réalisées par cette méthode ne font pas intervenir la distance à l'étoile, comme dans le cas des transits, puisque seules les caractéristiques intrinsèques du système planétaire entrent en jeu. La précision demandée en terme de vitesse radiale est assez grande : Jupiter induit ainsi une vitesse radiale du Soleil de $12.5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ dans le plan de l'Ecliptique, et la Terre seulement $0.1\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. La précision exigée pour mesurer cette dernière sera difficile à atteinte, en particulier à cause de l'activité photosphérique bien réelle de certaines étoiles. Si dans la plupart des cas

un simple bruit supplémentaire s'ajoute aux mesures, il se peut que les variations du flux stellaire aillent jusqu'à mimer la présence d'une planète. Des diagnostics complémentaires existent, qui permettent de lever l'ambiguïté si le signal n'est pas trop ténu. La valeur de K_* peut s'écrire plus généralement

$$K_* \simeq 28.4 \times \left(\frac{P}{1\,\mathrm{an}}\right)^{-1/3} \times \left(\frac{m_p \sin i}{M_\mathrm{J}}\right) \times \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{-2/3} \times \frac{1}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}\ \mathrm{m\,s^{-1}}, \tag{3.7}$$

où

$$P = \left(\frac{a}{1\,\mathrm{UA}}\right)^{3/2} \times \left(\frac{M_*}{M_\odot}\right)^{-1/2}\ \mathrm{an}. \tag{3.8}$$

Le décalage des raies spectrales est très faible ($\sim 10^{-5}\,\mathrm{nm}$), mais grâce à une technique de corrélation croisée des spectres mesurés avec ceux de référence, il est possible d'obtenir les vitesses radiales d'étoiles avec des précisions aussi grandes que 1 à $3\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. Cet exploit est notamment réalisé avec l'instrument HARPS (**H**igh **A**ccuracy **R**adial velocity **P**lanet **S**earch) monté sur le télescope de 3.60 mètres de diamètre à La Silla (Chili). Le domaine d'exploration de la méthode s'en trouve à présent très élargi si l'on considère que pour détecter un Jupiter autour d'une étoile de type solaire, une résolution d'une dizaine de $\mathrm{m\,s^{-1}}$ suffit.

La très grande majorité des exoplanètes découvertes par cette méthode est située dans le voisinage solaire, dans une sphère d'environ 100 pc de rayon centrée sur la Terre, car la spectroscopie nécessite des étoiles de magnitude relativement faible. Puisque l'amplitude de la vitesse radiale varie comme $K_* \propto m_p/P^{1/3}$, la méthode favorise la détection de planètes à courte période, massives et proches de leur étoile.

Les systèmes planétaires multiples peuvent aussi être mis en évidence par la technique des vitesses radiales. Les données accumulées pendant plusieurs années sur des systèmes planétaires connus, peuvent révéler des variations de faible amplitude et de longue période, qui sont dues à d'autres planètes. De ce point de vue, la durée de l'expérience détermine en partie l'efficacité de la méthode. Une orbite planétaire complète est le minimum nécessaire pour en déterminer les paramètres, et les mesures réservent parfois des surprises. C'est ainsi par exemple qu'une planète de $14\,M_\oplus$ (Santos *et al.* , 2004b, Fig. 3.9) a été détectée en 2004, et une autre de 6 à 8 masses terrestres autour de GJ 876 d très récemment (Rivera *et al.* , 2005). Les mesures de vitesses radiales ont débuté il y a environ dix ans, et seules les planètes situées à moins de 5 UA environ ont eu le temps de boucler une orbite. Au-delà de cette valeur, les périodes orbitales sont trop longues et ne peuvent être déterminées. En attendant une sensibilité encore plus fine, les découvertes d'exoplanètes de masse de plus en plus petite se succèdent, on en veut pour preuve les trois nouvelles planètes de masse proche de celle de Saturne (Moutou *et al.* , 2005) ajoutées à la liste des détections.

Avec les méthodes présentées jusqu'ici, je n'ai évoqué que les principaux moyens de détection mis à la disposition des chasseurs d'exoplanètes à ce jour. On pourrait

aussi citer le chronométrage des pulsars, qui a permis la découverte en avant-première d'un système triple de planètes de très faible masse (équivalentes à celles de la Terre et de la Lune), d'un deuxième candidat encore en débat, ou bien encore les missions des futurs grands interféromètres spatiaux, tels DARWIN (mission ESA, prévue pour 2015).

D'autres méthodes ont également été mises en place afin de saisir des effets complémentaires occasionnés par la présence d'un compagnon planétaire. C'est par exemple le cas des expériences dédiées à capter la fraction de lumière d'une étoile qui est réfléchie par l'atmosphère de l'exoplanète. De telles études sont plutôt concentrées sur l'observation de systèmes déjà découverts, et destinées à caractériser finement les propriétés physico-chimiques du compagnon sub-stellaire (On pourra consulter à ce propos la revue de Charbonneau, 2004).

3.4 La recherche d'exoplanètes par effet de microlentille

L'observation des microlentilles gravitationnelles est une méthode relativement nouvelle, qui a récemment démontré sa capacité à détecter des planètes extra-solaires. Les microlentilles gravitationnelles « planétaires », c'est-à-dire caractérisées par un rapport de masse très faible ($q < 3 \times 10^{-2}$), peuvent être décrites par le formalisme introduit au chapitre 2. Il existe cependant quelques caractéristiques spécifiques propres aux microlentilles planétaires, susceptibles d'orienter aussi bien la stratégie d'observation (décrite de manière générale au § 1.4) que la modélisation des événements. Ceci fait l'objet de la présente section ; la suivante fera quant à elle état des découvertes d'exoplanètes par effet de microlentille.

3.4.1 Exoplanètes et microlentilles

La technique des microlentilles avait d'abord été conçue comme un outil original pour sonder la matière invisible (Paczynski, 1986, § 1.2.1). Nous avons vu au § 1.3 que l'intérêt de son application pour la recherche de planètes extra-solaires a rapidement été perçu (Mao & Paczynski, 1991), et elle a été immédiatement proposée comme une méthode prometteuse. La ligne de visée choisie est dirigée vers le Centre Galactique, région potentiellement très riche en étoiles-sources (*cf.* Fig. 1.2, p 1.2). La population d'étoiles sondée par la méthode est donc celle des étoiles du Disque et de la périphérie du Bulbe, à des distances supérieures à 6 kpc. Les microlentilles sont dans leur majorité des naines M ($M_* \sim 0.1 - 0.6\,M_\odot$), les plus abondantes dans la Voie Lactée, suivies par les naines K.

Mao & Paczynski ont même suggéré que les observations de microlentilles pourraient conduire à la découverte de la première planète extra-solaire, alors qu'aucune des autres méthodes (*cf.* § 3.3) n'avait encore été couronnée de succès. En outre, la technique ne demandait pas d'équipement matériel spécial, ce qui la rendait à la fois simple à mettre en pratique et peu coûteuse. Mais le chemin vers la réussite était

en fait semé d'embûches, comme cela arrive souvent avec les méthodes nouvelles, et il a fallu plus de cinq longues années pour que la technique commence à donner des résultats dans la recherche de planètes extra-solaires.

Discussion des difficultés rencontrées dans la méthode

Avant de développer les caractéristiques des microlentilles planétaires et les propriétés qui leur sont attachées, il me paraît utile de commencer par discuter certains « inconvénients » (ex. Wambsganss, 2004) qui leur sont traditionnellement associés :

1. La probabilité d'observer un événement de microlentille en direction du Bulbe est faible, de l'ordre de 10^{-6} et, seule une fraction réduite des événements observés devrait contenir une signature planétaire. Toutefois, le nombre d'objets observés augmente régulièrement, et OGLE par exemple en suit actuellement plus de 150 millions au cours d'une nuit, ce qui accroît d'autant plus le nombre de candidats potentiels.
2. Une déviation planétaire dans une microlentille est un événement qui ne se produit qu'une seule fois. Les investigations ultérieures sont difficiles, car les autres moyens de détection n'ont pas le plus souvent la sensibilité requise pour confirmer rapidement les candidats observés. Malgré tout, sur une période moyenne d'une dizaine d'années, la séparation angulaire entre la source et la microlentille planétaire (pour des vitesses relatives typiques d'environ $200\,\mathrm{km\,s^{-1}}$) devient suffisante pour qu'elle puisse être mesurée au foyer d'un télescope. En outre, de même que pour les sursauts γ ou les supernovae, qui sont des phénomènes uniques, la réalité d'une déviation est assurée par un échantillonage très dense de la courbe de lumière, à bon rapport signal-sur-bruit. Cette exigence est actuellement satisfaite par PLANET, qui mesure si nécessaire plus d'une dizaine de fois par heure la magnitude d'un événement.
3. La mesure exacte de la distance à la microlentille planétaire n'est pas aisée. Cependant, l'observation et la modélisation d'effets additionnels, comme la mesure de la parallaxe, du déplacement du centroïde de l'image ou encore de la taille de la source, créent des contraintes supplémentaires sur les distances des microlentilles. De plus, sur la base d'un échantillon statistique consistant, les distances peuvent être correctement traitées, en prenant en compte un modèle de distribution des masses et des vitesses des étoiles dans le Disque et le Bulbe Galactique.
4. Les mesures donnent accès au rapport de masse étoile–planète q, et non à la masse absolue m_p de la planète. Là encore, la mesure d'effets complémentaires peut conduire à la détermination de la masse de l'étoile–hôte, et donc à celle de la planète par le biais de q. Statistiquement, puisque les caractéristiques des microlentilles sont *a priori* « tirées au sort » parmi tous les types d'étoiles de la Voie Lactée, la grande majorité des événements implique des naines

M de la Séquence Principale car elles sont les plus abondantes. Du fait de la dispersion relativement faible des masses absolues des microlentilles, les rapports de masse se convertissent en masses absolues des exoplanètes avec une assez bonne précision.

5. Les déviations dues aux exoplanètes sont très courtes, de quelques heures à quelques jours. Les réseaux de télescopes de suivi permettent de pallier cette difficulté. Une fois une anomalie détectée, les observations se concentrent sur un nombre limité d'objets, avec une qualité photométrique parfois inférieure à un pourcent. Les télescopes répartis en longitude sur le globe permettent d'avoir une couverture continue des événements.

Si les points précédents sont autant de difficultés, ils ne constituent pas pour autant des obstacles insurmontables. La technique des microlentilles possède même des avantages propres, qui la rendent complémentaire d'autres méthodes.

En effet, si toutes les techniques présentées plus haut sont très efficaces pour rechercher des planètes dans le voisinage immédiat de notre Système Solaire ($\sim$ 100 pc), elles manquent de sensibilité pour une exploration plus profonde de la Galaxie. L'observation de microlentilles planétaires, situées à plusieurs kiloparsecs, constituent un saut considérable en distance, avec la possibilité de détecter un système planétaire n'importe où sur la ligne de visée observateur–étoile-source.

En outre, du fait que seules les masses interviennent, les observations de microlentilles ne sélectionnent pas les étoiles selon le critère de leur luminosité. Tous les types stellaires ont une chance égale d'être sondés par la méthode, proportionnellement à leur abondance, et son application ne s'arrête pas aux seules étoiles de type solaire. En particulier (et nous y reviendrons dans le prochain chapitre) la principale population d'étoiles impliquée dans les événements est celle des naines M, peu brillantes et peu massives, difficilement accessibles aux autres méthodes. A ce jour, seules cinq exoplanètes ont été recensées autour de naines M par des mesures de vitesse radiale, dont une par l'instrument HARPS (*cf.* chapitre suivant).

L'observation des microlentilles donne aussi la possibilité de mesurer de grandes séparations étoiles–planètes, puisque les anomalies correspondantes ne durent que quelques heures. Au contraire, la plupart des autres méthodes exigent d'attendre une orbite complète de la planète autour de l'étoile pour pouvoir en déterminer les paramètres orbitaux. En contre partie, cependant, seule la projection instantanée de la planète est accessible aux microlentilles.

Enfin, les microlentilles ont une bonne sensibilité aux planètes terrestres (ex. Bennett & Rhie, 1996), même s'il est probable que seules les futures missions spatiales approcheront cet objectif. L'observation de microlentilles à partir d'un satellite (Bennett, 2004) ou d'un télescope installé au Dôme C en Antarctique (Beaulieu *et al.* , 2005) pourrait grandement augmenter les possibilités de la méthode dans la chasse aux planètes de très faible masse.

On peut enfin souligner que des systèmes planétaires multiples peuvent être mis en évidence (ex. Han, 2005)[11], ainsi que des planètes non liées gravitationnellement à une étoile (les "free floating planets", ex. Han *et al.* , 2004).

La technique des microlentilles est donc complémentaire aux autres méthodes. Or, si on souhaite un jour pouvoir élaborer des scénarios de formation plausibles et unifiés de formation planétaire, il faudra pouvoir faire l'inventaire de l'ensemble des catégories d'objets existants, et en déterminer les abondances relatives. Seules la multiplicité et la diversité des méthodes de détection devraient permettre de satisfaire cette exigence.

3.4.2 Déviations planétaires

Perturbation planétaire de la courbe de lumière d'une microlentille simple

La première analyse détaillée des méthodes adaptées à la recherche de planètes extra-solaires par l'étude des microlentilles gravitationnelles a été réalisée par Gould & Loeb (1992). Comme base à leurs investigations, ils utilisent le modèle d'une microlentille simple perturbée par la présence d'un compagnon planétaire. Pour un rapport de masse $q \ll 1$, l'amplification en présence de la planète s'écrit $A_{\rm pla} = (1+\delta)\, A_{\rm PSPL}$, où $\delta \ll 1$ est l'« excès » d'amplification due à la perturbation. Mais toutes les trajectoires de l'étoile-source ne conduisent pas à une déviation photométrique. La situation est illustrée sur la Fig. 3.10, panneau de gauche : la microlentille est fixe dans le repère choisi du plan–lentille. En l'absence de planète, la source (cercle rouge) passe à une certaine distance (angulaire) de la microlentille et produit deux images (surfaces ovales en pointillés), dont l'une est à l'intérieur et l'autre à l'extérieur de l'anneau d'Einstein (les images mineure et majeure, *cf.* § 2.4). On considère maintenant deux planètes compagnons, situées aux positions + et × sur la figure. A mesure que la source étendue se déplace dans le plan, l'une de ses images (l'image majeure) trouve sur son chemin la planète ×. Celle-ci agit alors comme une microlentille gravitationnelle, de rayon d'Einstein $\Theta_{\rm p} \ll \Theta_{\rm E}$, et perturbe l'image en produisant une déviation planétaire (correspondant au pic secondaire en pointillés, sur le panneau droit de la figure). La planète + est quant à elle située loin des images de la source et ne produit donc aucune déviation significative dans la courbe de lumière ; elle passe donc inaperçue.

La zone d'influence de la planète susceptible de produire une perturbation dépend donc naturellement de son *rayon d'Einstein propre* $\Theta_{\rm p}$, défini à partir de sa masse m_p. D'après la définition Eq. (2.12) du rayon angulaire d'Einstein de la microlentille,

[11] En pratique, de tels effets sont détectables si les planètes ne sont pas de masses trop différentes. En effet, les signatures planétaires de systèmes multiples devraient être détectées essentiellement par leur influence sur la forme de la caustique centrale (*cf.* § 3.4.2). La signature d'un Jupiter peut alors effacer celle d'une planète de plus faible masse, à moins que cette dernière ne soit détectée grâce à sa caustique planétaire.

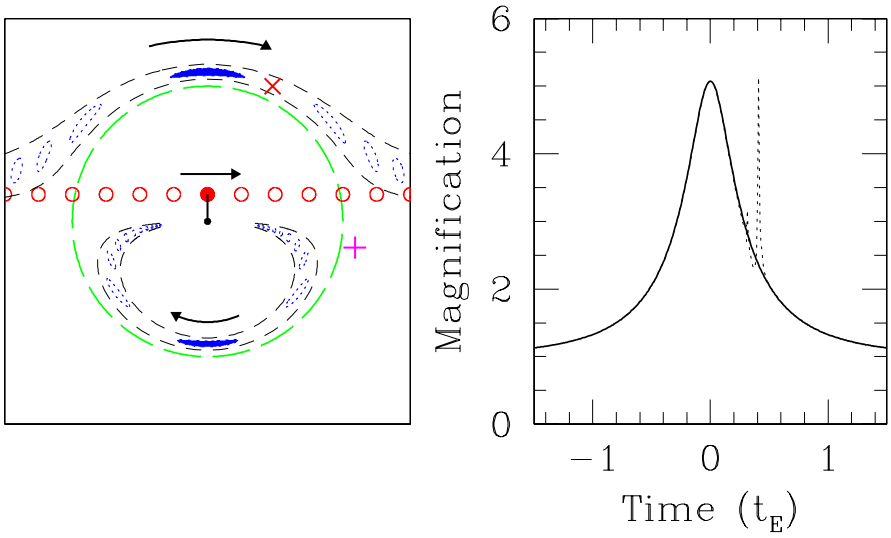

FIG. 3.10: Perturbation d'une courbe d'amplification d'une microlentille simple par un compagnon planétaire. La source (panneau de gauche) est représentée par le cercle noir ; elle passe à proximité d'une microlentille ponctuelle (point noir) qui crée deux images de la source (surfaces ovales en pointillés). Si une planète se trouve sur le chemin d'une de ses images lorsque la source se déplace (cas de la planète $\times$), elle peut perturber la courbe de lumière (pic secondaire sur le panneau de droite). Sinon, elle passe inaperçue (planète $+$). Figure extraite de Gaudi (2003).

on peut écrire :

$$\Theta_{\rm p} = \sqrt{\frac{m_p}{M}} \times \Theta_{\rm E} = \sqrt{q}\,\Theta_{\rm E}. \tag{3.9}$$

Pour que la planète $\times$ soit détectable, il faut que $\Theta_{\rm p}$ soit du même ordre de grandeur que la taille de l'image perturbée. La durée de la perturbation est alors liée à la valeur de $\Theta_{\rm p}$: à partir du temps d'Einstein $t_{\rm E}$ qu'il faut à la source pour parcourir une distance angulaire $\Theta_{\rm E}$ (*cf.* § 2.3.2), on en déduit une estimation de la durée d'une anomalie $t_{\rm p} \simeq t_{\rm E} \times \Theta_{\rm p}/\Theta_{\rm E}$, soit

$$t_{\rm p} \simeq t_{\rm E} \times \sqrt{\frac{m_p}{M}} = \sqrt{q}\,t_{\rm E}. \tag{3.10}$$

Ces deux formules mettent en évidence que l'amplitude et la durée des perturbations planétaires décroissent seulement comme la racine carrée du rapport de masse, ce qui en fait une méthode sensible aux exoplanètes de faible masse (§ 3.4.3). A partir de l'ordre de grandeur typique du temps d'Einstein $t_{\rm E}$, donné par l'Eq. (2.32), de l'ordre du mois, les durées de déviation attendues vont d'environ un à trois jours pour une planète comme Jupiter, à quelques heures pour une planète terrestre.

Si cette approche (Gaudi & Gould, 1997) permet de saisir les principes sous-jacents aux déviations provoquées par des compagnons planétaires sur les courbes

de lumière, elle ne suffit pas pour décrire précisément les déviations planétaires. Le § 2.5.4 avait en effet mis en lumière la très grande diversité des courbes de lumière que l'on peut attendre des microlentilles doubles, sans compter les effets de source étendue qui s'y greffent (*cf.* annexe A).

Perturbations dues aux caustiques centrales et planétaires

Ce sont les perturbations causées par les caustiques centrales et planétaires des microlentilles binaires qui vont servir à notre analyse quantitative (§ 2.5, et § 2.5.3 en particulier). Cela rend possible une modélisation précise et indispensable pour prendre en compte correctement les déviations planétaires de faible amplitude. Pour faire le lien avec l'approche précédente, on remarque que lorsque les planètes sont situées au niveau des caustiques dans le plan–source, les images de la source apparaissent à la position des planètes dans le plan–lentille.

La Fig. 2.16 de la p. 63 rappelle que dans le cas de microlentilles doubles de faible séparation (les différents régimes sont illustrés sur la Fig. 2.9, p. 56), il apparaît une *caustique centrale*, située à peu près au niveau de la position de la microlentille, et deux *caustiques planétaires*, situées de part et d'autre de l'axe de symétrie de la microlentille. Pour une grande séparation étoile–planète (Fig. 2.17), on a une caustique centrale au niveau de la microlentille, et une seule caustique planétaire située sur l'axe de symétrie, entre l'étoile et la planète.

Or si l'étoile-source, dans son trajet, s'approche suffisamment près des caustiques, une déviation se produira dans la courbe de lumière. Pour les rapports de masse très faibles ($q < 10^{-2}$), les caustiques sont elles-mêmes de très petite dimension (ex. Bozza, 2000b,a), et la source est souvent plus étendue que la surface de la caustique, notamment pour celles qui sont centrales. Des méthodes mathématiques et numériques fiables doivent être mises en œuvre pour modéliser les courbes de lumière (j'invite le lecteur à consulter l'annexe A, pour plus de détails sur cet aspect ainsi que sur la mise en pratique des modèles).

On peut donc distinguer en pratique deux « canaux de détection », selon que la déviation est due à une caustique centrale ou planétaire.

1. Caustiques centrales — Une déviation due à une caustique centrale se produit lorsque la source passe très près de la microlentille. Un telle anomalie a donc lieu à grande ou à très grande amplification, au niveau du pic de la courbe de lumière. Du point de vue de la stratégie d'observation, il est possible de « prévoir » le moment où une déviation planétaire est susceptible d'intervenir, en estimant la date du pic d'amplification (*cf.* § 1.4.3). Il existe en principe une ambiguïté des modèles à grande et faible séparation (dégénérescence en $d \leftrightarrow 1/d$) pour le régime des faibles rapports de masse, comme décrit au § 2.5.3. Ceci signifie que les caustiques centrales des modèles de séparation d et $1/d$ sont très proches, et produisent en conséquence des courbes de lumière très semblables (*cf.* Fig. 2.14 et Fig. 2.15, p. 62), pour un rapport de masse

presque identique. Les séparations impliquées, d et $1/d$, restent cependant du même ordre de grandeur (d ou $1/d \in [0.6, 1.6]$ en moyenne, *cf.* ci-dessous). L'interprétation diffère certes quelque peu, mais ne change pas radicalement les conclusions.

2. Caustiques planétaires — Les déviations sont dans ce cas pratiquement imprévisibles, car les caustiques planétaires se situent autour de l'anneau d'Einstein, et rien ne peut signaler leur présence avant qu'elles ne provoquent un début de déviation. Remarquons d'abord qu'il est peu probable (sans être exclu) que les caustiques planétaires des événements de faible séparation ($d < 1$) fournissent matière à provoquer des signatures planétaires dans les courbes de lumière. Elles sont en effet de très faible dimension, et situées relativement loin de l'anneau d'Einstein. La caustique planétaire d'une microlentille à grande séparation, en revanche, est très étendue et située entre la planète et l'étoile, ce qui peut engendrer de fortes distorsions dans les courbes de lumière. Elles apportent une grande contribution à la probabilité de détection si la planète est située dans la "lensing zone" (*cf.* § suivant).

La stratégie d'observation est un peu différente selon qu'on recherche des déviations planétaires dues aux caustiques centrales ou planétaires. Ce point sera discuté au § 3.6.

La "lensing zone"

Les caustiques des microlentilles doubles ont des étendues plus ou moins importantes, qui dépendent certes du rapport de masse, mais dont les propriétés essentielles sont liées à la séparation d des deux composantes. La "lensing zone" est définie comme l'intervalle des valeurs de séparation d pour lequel les caustiques sont toutes situées à l'intérieur de l'anneau d'Einstein ou dans ses environs immédiats. Si d est trop grande ou trop petite, la planète sera trop loin des images et passera inaperçue. Le maximum d'efficacité de la méthode correspond alors aux configurations planétaires dont la séparation d est comprise dans cet intervalle (Wambsganss, 1997). Le calcul suivant donne la largeur de la "lensing zone".

Les caustiques planétaires sont situées à des distances de l'ordre de

$$y_c \simeq d - \frac{1}{d} \tag{3.11}$$

du centre de la microlentille (Gould & Loeb, 1992). En prenant pour la position des caustiques la valeur maximale de $y_c = \pm 1$, on aboutit à $y_c \simeq d - 1/d \simeq \pm 1$, ce qui fournit les deux solutions positives

$$d_{\min} \simeq \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \simeq 0.6 \quad \text{et} \quad d_{\max} \simeq \frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1.6. \tag{3.12}$$

La "lensing zone" est ainsi définie pour

$$0.6 \leq d \leq 1.6. \tag{3.13}$$

Planète	d	q
Mercure.....	0.11	1.65×10^{-7}
Venus.....	0.21	2.45×10^{-6}
Terre.....	0.29	3.00×10^{-6}
Mars.....	0.44	3.22×10^{-7}
Jupiter.....	1.49	9.56×10^{-4}
Saturne.....	2.73	2.86×10^{-4}
Uranus.....	5.50	4.36×10^{-5}
Neptune.....	8.61	5.17×10^{-5}

TAB. 3.1: Caractéristiques observationnelles d'un système planétaire identique au Système Solaire, qui serait situé à $D_{\rm L} \simeq 6$ kpc et dont l'étoile–source amplifiée appartiendrait au Bulbe ($D_{\rm S} \simeq 8$ kpc). La tableau fournit la valeur des grandeurs adaptées (observables) à la recherche d'exoplanètes par la technique des microlentilles, c'est-à-dire les rapports de masse planète-étoile, ou $q = m_p/M_\odot$, et les demi-grands axes d en unités du rayon d'Einstein. Si la microlentille est remplacée par une naine M de masse $0.3\,M_\odot$ (étoiles les plus communes), les valeurs de d sont multipliées par 1.8, et les rapports de masse par 3.3.

Ceci est illustré par la Fig. 2.8, p. 54, avec des valeurs de d juste au-delà de la "lensing zone" ($d = 0.7$ et 1.7). L'efficacité de détection d'une planète dans cette gamme de séparations y est maximale. En dehors de cette zone, seules les caustiques centrales sont statistiquement en mesure de révéler un compagnon planétaire à la microlentille.

Dans le scénario standard $D_{\rm L} \simeq 6$ kpc, $D_{\rm S} \simeq 8$ kpc et $M_* = M_\odot$, la "lensing zone" s'étend de 2.1 à 5.6 UA de l'étoile. La sensibilité maximale de la méthode va de 1 à 6 UA, selon la configuration géométrique des événements.

Le Tab. 3.1 donne une idée des séparations d, en unité du rayon d'Einstein, du cortège de planètes du Système Solaire[12], s'il était situé à $D_{\rm L} \simeq 6$ kpc. Les planètes terrestres (Mercure, Vénus, la Terre et Mars) sont dans le régime des faibles séparations ($d < 1$), alors que les planètes gazeuses géantes (Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune) sont dans celui des grandes séparations. Seul Jupiter fait partie de la "lensing zone". Il est bien entendu que lorsque les distances à la microlentille changent, l'intervalle change aussi, il peut alors englober la Terre ou Mars par exemple (voir la légende du tableau).

Zone habitable et "lensing zone"

Par un hasard heureux, la méthode est donc sensible à des planètes orbitant à quelques unités astronomiques de leur étoiles-hôtes. Il se trouve que les planètes en orbite à ces distances sont très susceptibles de faire partie de la « zone habitable » de l'étoile. Il s'agit de l'intervalle de distances moyennes étoiles–planètes pour lesquelles

[12]Exception faite de Pluton.

les conditions physiques sont suffisamment clémentes pour pour que la planète soit en mesure de conserver une fraction de son eau sous forme liquide (Kasting *et al.* , 1993). Selon le paradigme qu'elle est nécessaire à l'éclosion de la vie — hypothèse dont nombre d'exobiologistes sont de fervents partisans — la découverte d'exoplanètes à ces distances constitue un premier pas pour émettre des conjectures sur la possibilité d'une vie extra-terrestre en dehors de notre planète bleue.

Détecter des exoplanètes autour des étoiles-sources ?

Les planètes peuvent aussi exister autour des étoiles-sources, à des distances supérieures à 8 kpc. Sont-elles détectables ? Si la réponse peut dans certains cas être positive en théorie, de telles détections devraient être extrêmement rares, pour les raisons exposées ci-dessous.

On rappelle tout d'abord que l'amplification due à une source multiple est la somme des amplifications dues aux sources individuelles. Lorsque le système étoile–planète traverse une caustique (nous considérons ici les deux cas d'une caustique ponctuelle d'une microlentille simple, et de la caustique rectiligne d'une microlentille double), l'étoile et la planète voient leurs flux amplifiés. Si $R_{\rm S}$ désigne le rayon de la source et R_p celui de la planète ($R_p < R_{\rm S} \ll 1$ pour les événements standards), l'amplification *maximale* de chacune des composantes ($r = R_{\rm S}$ ou R_p) est telle que $A_{\rm ES}^{\rm max} \propto 1/r$ pour une microlentille simple (*cf.* § 2.6), ou $A_{\rm cc}^{\rm uni} \propto 1/\sqrt{r}$ lors de la traversée de caustique d'une microlentille double (*cf.* § 5.2.2).

En l'absence de phénomène de microlentille, le rapport de flux maximal planète–étoile vaut $\upsilon_{\rm max}^o = \Phi_p^o/\Phi_S^o$. En présence d'une microlentille, les flux en provenance de la planète et de l'étoile valent $\Phi_p \propto \Phi_p^o/R_p$ et $\Phi_S \propto \Phi_S^o/R_{\rm S}$ pour une microlentille simple, et $\Phi_p \propto \Phi_p^o/\sqrt{R_p}$ et $\Phi_S \propto \Phi_S^o/\sqrt{R_{\rm S}}$ pour une microlentille double, d'après le paragraphe précédent.

On en déduit donc que le rapport de flux planète–étoile en présence d'un effet de microlentille est tel que

$$\upsilon_{\rm max} = \frac{\Phi_p}{\Phi_S} = \upsilon_{\rm max}^o \times \frac{R_{\rm S}}{R_p} \quad \text{ou} \quad \upsilon = \upsilon_{\rm max}^o \times \sqrt{\frac{R_{\rm S}}{R_p}}, \tag{3.14}$$

respectivement pour une microlentille simple ou une traversée de caustique double. La présence d'une microlentille a donc un effet très intéressant, puisqu'il augmente très fortement le *contraste* de flux entre les deux composantes, en plus de l'amplification globale des deux flux.

Si le cas le plus favorable semble celui d'une microlentille simple, en pratique la valeur de υ donnée est une valeur maximale, calculée quand la source et la planète se trouvent à tour de rôle alignées avec la microlentille. Ce cas est en réalité très improbable. En revanche, les caustiques de microlentilles doubles traversées par le système étoile–planète sont très souvent allongées (proche de la valeur du rayon

d'Einstein si la microlentille a un rapport de masse unité). Il est dans ce cas presque certain que l'étoile *et* la planète traverseront une telle caustique.

Il reste dans ce dernier cas un aspect important à étudier : quelle est la séparation, en unités d'Einstein, du système étoile-planète source du phénomène ? Prenons le cas d'un Jupiter en orbite autour d'un étoile similaire au Soleil. Une telle planète est située à environ $1120\,R_*$ de l'étoile. Si on considère que la source a un rayon $R_\mathrm{S} = 10^{-2}\,\Theta_\mathrm{E}$ dans un événement typique de microlentille, alors la planète est située au plus loin à $s = 3.2\,\Theta_\mathrm{E}$ de son étoile-hôte : dans le cas de la Terre, cette distance vaut environ $s = 2.2\,\Theta_\mathrm{E}$. Ces deux exemples montrent qu'en moyenne, les distances étoile–planète en unité d'Einstein sont malheureusement trop grandes pour traverser une même caustique, dont la longueur est toujours inférieure à $1\,\Theta_\mathrm{E}$.

Il n'en va pas de même pour les Jupiters chauds, en orbite à des distances très proches de leur étoile-hôte. Ainsi, pour un Jupiter chaud en orbite à moins de $10\,R_*$, pour une étoile-source de rayon $R_\mathrm{S} = 10^{-2}\,\Theta_\mathrm{E}$, la séparation étoile–planète n'est que de $s = 0.1\,\Theta_\mathrm{E}$, et la probabilité est grande que les deux composantes de la source traversent la même caustique. Il pourrait donc exister une possibilité de détecter ces derniers par ce moyen, même s'il est probable qu'elle reste très marginale. Tout d'abord parce que les Jupiters chauds sont peu fréquents, et qu'il faut une microlentille double ($\sim 10\,\%$ seulement de l'ensemble des événements) pour les observer. Ensuite parce que le flux des exoplanètes est très ténu, du fait de leur grand éloignement, même lorsqu'il est amplifié par effet de microlentille.

Le principal canal de détection d'exoplanètes fait donc naturellement intervenir les caustiques centrales et planétaires, qui seules entrent en compte dans les estimations de probabilités de détection, point qui est maintenant abordé.

3.4.3 Probabilités de détection

Mao & Paczynski (1991), dans leur article visant à encourager la mise en place de recherches de microlentilles en vue de découvrir des planètes extra-solaires, estimaient que 5 à 10 % des événements devraient pouvoir être imputés à des microlentilles planétaires. Ceci représentait en moyenne deux détections par an.

Peu après, Gould & Loeb (1992) entreprennent une étude sur la détection d'un système planétaire semblable au nôtre, et étudient plus avant la configuration des microlentilles planétaires. En se limitant aux événements pour lesquels l'étoile-source pénètre à l'intérieur de l'anneau d'Einstein de la microlentille, il estiment que dans à peu près 20 % des événements planétaires, une déviation relative d'amplitude supérieure à 5 % devrait se produire. Une planète comme Jupiter y contribuerait à elle seule à hauteur de 17 %. Les planètes joviennes devenaient du même coup le paradigme de la détection d'exoplanètes par microlentilles.

Alors que les premières observations ont débuté, l'étude de Griest & Safizadeh (1998), qui affirme que des planètes présentes dans la "lensing zone" sont détectables avec un taux de succès proche de 100 % pour les événements de grande amplification

($A_{\max} > 20$), a immédiatement un impact considérable. Elle focalise l'attention sur les étoiles très amplifiées, et la stratégie d'observation est ajustée en conséquence afin de donner une grande priorité à ces événements.

Les premiers calculs de probabilité de détection d'exoplanètes par effet de microlentille gravitationnelle étaient donc très optimistes.

Sur le problème des effets de taille étendue de l'étoile-source

Nombre d'estimations des probabilités de détection restaient cependant basées sur l'approximation des sources ponctuelles (ex. Bolatto & Falco, 1994), qui est valable (avec un bon degré de précision) tant que le rayon angulaire de la source $\Theta_{\rm S}$ reste inférieur au son rayon d'Einstein de la planète, $\Theta_{\rm p}$. Bennett & Rhie (1996) affirment cependant qu'une telle hypothèse n'est pas réaliste pour la détection de planètes de faible masse, dans la gamme $m_p \simeq 1 - 10\,M_\oplus$. Tenir compte des effets de taille étendue de l'étoile-source est indispensable, car cette dernière contribue à noyer le signal planétaire (Wambsganss, 1997, § 2.6 et Annexe A.1), et l'efficacité de détection de la méthode s'en trouve affectée. Malgré cela, Bennett & Rhie estiment qu'une planète terrestre par an devrait tout de même être détectée.

La recherche de planètes de faible masse est donc en partie assujettie à la taille des sources en unités de $\Theta_{\rm E}$. Pour des étoiles-sources géantes du Bulbe, le signal des planètes de masse terrestre autour d'une microlentille est pratiquement indétectable, alors que des étoiles-sources de la Séquence Principale ou du "turn-off" ont un rayon suffisamment faible pour permettre la détection de planètes de masse aussi petite que $0.1\,M_\oplus$. Ceci a fortement encouragé l'observation des microlentilles en tant que méthode destinée à mesurer l'abondance de planètes terrestres dans la Galaxie, programme qu'aucune autre technique n'est en mesure de réaliser à partir du sol. Des estimations plus récentes (ex. Peale, 2003) sur la sensibilité de ce type d'observations tempèrent cependant cet optimisme compte tenu des limitations liées à la qualité des sites d'observation. Des missions spatiales dédiées aux microlentilles pourraient en revanche permettre d'atteindre cet objectif (Bennett, 2004).

Le Tab. 3.2 donne une idée des probabilités de détection d'une planète dans la "lensing zone" (D. Kubas & J. Wambsganss, 2001). Pour chaque rapport de masse $q = m_p/M_*$, de nombreuses courbes de lumières sont simulées (avec un échantillonage « parfait »), pour différents paramètres et angles d'impact (u_o et α). Le critère de détection choisi impose que la durée de déviation relative, $\Delta t/t_{\rm E}$, soit supérieure ou égale à une valeur fixée, 3 % ou 5 %; l'amplitude de la déviation, $\delta = |(A - A_{\rm PSPL})/A_{\rm PSPL}|$, doit elle être supérieure ou égale à 1 %, 3 % ou 5 % pour au moins trois mesures consécutives. La probabilité calculée correspond à la proportion de courbes de lumières synthétiques qui conduisent à une détection. Cette probabilité est de plus intégrée (pour d) sur la "lensing zone". Pour prendre en compte les effets de taille étendue de la source, trois types d'étoiles sont envisagés $R_{\rm S} = 0.8$, 7.5 et $23.3\,R_\odot$. Les trois rapports de masse choisis ($q = 10^{-3}$, 10^{-4} et 10^{-5}) sont proches

			$\delta \geq 5\,\%$		$\delta \geq 3\,\%$		$\delta \geq 1\,\%$	
Source	q	$\Delta t/t_{\mathrm{E}} \geq$	5 %	3 %	5 %	3 %	5 %	3 %
	10^{-3}	Pr =	0.13	0.18	0.22	0.27	0.46	0.50
0.8 $R_\odot$	10^{-4}	Pr =	0.01	0.02	0.02	0.03	0.06	0.11
	10^{-5}	Pr =	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
	10^{-3}	Pr =	0.12	0.18	0.21	0.28	0.46	0.50
7.5 $R_\odot$	10^{-4}	Pr =	0.01	0.02	0.02	0.03	0.06	0.11
	10^{-5}	Pr =	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
	10^{-3}	Pr =	0.12	0.15	0.20	0.24	0.46	0.48
23.3 $R_\odot$	10^{-4}	Pr =	0.00	0.00	0.01	0.02	0.06	0.08
	10^{-5}	Pr =	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

TAB. 3.2: Estimation de probabilités de détection dans la "lensing zone" (adapté de D. Kubas & J. Wambsganss, 2001). Les détails de son calcul sont explicités dans le texte. Par exemple, la probabilité d'enregistrer une signature planétaire d'un Jupiter dont la déviation est d'amplitude $\delta \geq 5\%$ et de durée $\Delta t/t_{\mathrm{E}} \geq 3\,\%$, pour une étoile-source de rayon $0.8\,R_\odot$, et une planète de rapport de masse $q = 10^{-3}$ est estimée à 18 %.

de ceux de Jupiter, Neptune et la Terre avec le Soleil.

Les prévisions optimistes évoquées ci-dessus ont grandement motivé le démarrage des observations des collaborations de suivi des microlentilles en direction du Bulbe. En prenant le Système Solaire pour paradigme, la planète Jupiter devenait l'objet le plus facilement détectable, à cause de l'étendue importante des caustiques qu'elle crée autour de la microlentille.

Cependant, dans les années qui ont suivi les premières campagnes d'observations de 1998, les efforts n'ont abouti qu'à de fausses alertes (Bennett *et al.* , 1999; Rhie *et al.* , 2000, *cf.* § 1.3.4). Jusqu'en 2003, les planètes sont restées invisibles, et un certain scepticisme est venu s'installer dans la communauté des chercheurs d'exoplanètes.

Si les calculs de probabilités de détection se sont avérés un peu trop optimistes, c'est que certains effets annexes avaient été négligés dans les calculs. On peut avancer deux causes principales à cela.

D'une part, au niveau des observations et de leurs modélisations, il est apparu que de nombreux objets lumineux dans le champ d'observation (photométrie en champ très encombré) pouvaient noyer les signaux planétaires dans un flux de "blending" (*cf.* annexe A.2.3). La forme des caustiques centrales peut aussi être affectée par des objets autres que les seules planètes. Cela peut conduire à des ambiguïtés dans les modèles car les déviations peuvent être attribuées à d'autres effets : la détection peut être jugée douteuse et sera rejetée, en vertu d'un « principe de précaution ».

Les premières campagnes d'observations de microlentilles ont d'autre part sug-

géré que les planètes qu'on s'attendait à découvrir (des Jupiters à quelques UA) n'étaient pas aussi nombreuses que ce que l'on pensait en 1995. Des résultats récents sur la formation planétaire semblent même montrer que la population d'étoiles sondée par la technique des microlentilles, les naines M, ont assez peu de chance d'être entourés de telles planètes, mais qu'elles sont plus à même d'être accompagnées de planètes de plus faible masse. Sans entrer plus avant dans des détails qui seront développés au chapitre 4, on peut dire que les expériences cherchaient peut-être des planètes là où il n'y en avait en réalité que très peu statistiquement[13].

En 2003, la première détection d'une exoplanète par effet de microlentille a redonné confiance aux collaborations de suivi, et la viabilité de la méthode a été confirmée par deux autres découvertes en 2005.

3.5 Les exoplanètes détectées grâce à l'effet de microlentille

3.5.1 Juillet 2003 : première planète découverte

L'événement de microlentille gravitationnelle OGLE 2003–BLG–235 / MOA 2003–BLG–53 (J2000.0, $\alpha = 18^{\mathrm{h}}05^{\mathrm{m}}16^{\mathrm{s}}.35$, $\delta = -28^{o}53'42''.0$) contient la première planète extra-solaire détectée par la méthode des microlentilles. Il a été alerté par OGLE le 22 juin 2003 et par MOA le 21 juillet 2003. La courbe de lumière présentée par les auteurs (Bond *et al.* , 2004) est donnée à la Fig. 3.11.

La déviation par rapport à une lentille simple apparaît clairement sur l'aile gauche de la courbe de lumière. Il s'agit de l'entrée puis de la sortie d'une caustique de l'étoile-source, qui a eu lieu entre le 14 et le 21 juillet 2003. L'anomalie a représenté 12 % du temps d'Einstein t_{E}, pour une amplitude de perturbation photométrique de l'ordre de 25 %.

L'exploration de l'espace des paramètres a permis d'exclure les configurations non planétaires (test basé sur un calcul de χ^2). Si quelques points de mesure sont situés à plus de 2σ de la courbe théorique, ils peuvent être expliqués par le caractère non gaussien de la distribution des barres d'erreurs photométriques en champ encombré (les queues de distributions sont plus longues), et dans tous les cas, seule une déviation due à un corps de très faible masse (une lune par exemple) pourrait à la rigueur les expliquer.

Les principaux paramètres du modèle sont le rapport de masse $q = 3.9 \times 10^{-3}$ et la séparation instantanée étoile–planète $d = 1.12$ en unités d'Einstein. Le rapport de masse est planétaire, si on place une barre à $q < 3 \times 10^{-2}$ entre la distribution des systèmes binaires contenant une naine brune ou une exoplanète (argument qui provient de l'observation du « désert des naines brunes »). Il s'agit d'une microlentille de séparation intermédiaire, pour laquelle il était impossible de prévoir l'entrée dans

[13] La migration des exoplanètes dans le disque protoplanétaire pourrait notamment être à l'origine de la faible population observée de Jupiters dans la "lensing zone".

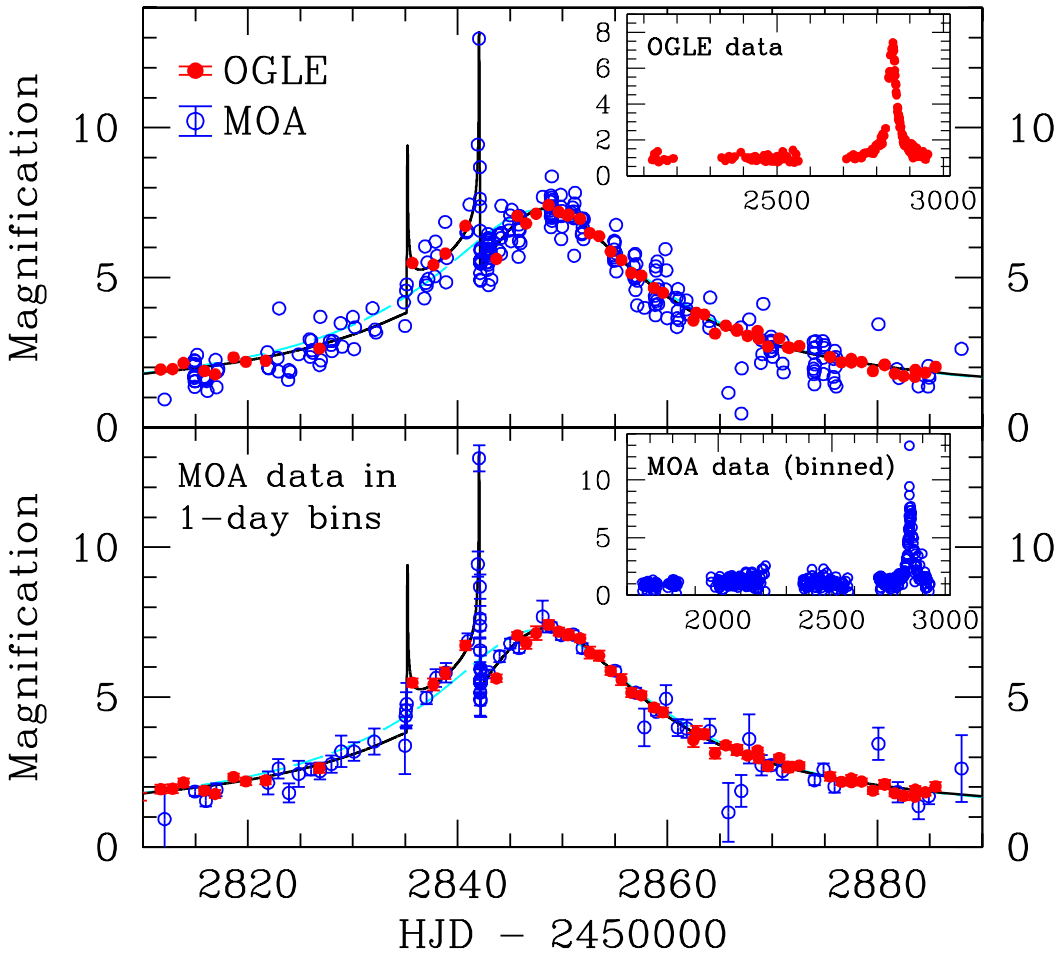

FIG. 3.11: L'événement de microlentille planétaire OGLE 2003–BLG–235 / MOA 2003–BLG–53. La planète extra-solaire est, selon le scénario le plus probable, de masse $1.5\,M_{\rm J}$, séparée de 3 UA de son étoile–hôte au moment de l'observation, et située à quelques 5.2 kpc de la Terre. Figure tirée de Bond *et al.* (2004).

la caustique, alors que la date de sortie a pu être prédite grâce à la modélisation en temps quasi-réel des événements.

L'étoile-source de l'événement est située dans le Bulbe de la Galaxie. La position la plus probable de la planète extra-solaire (de la microlentille) est d'environ $D_{\rm L} = 5.2\,$kpc, ce qui en fait un objet du Disque. Bond *et al.* en déduisent que si l'étoile-hôte de l'exoplanète était une naine M2–M7, elle serait accompagnée par une planète jovienne de masse $1.5\,M_{\rm J}$, séparée de son étoile au moment de l'observation de 3 UA. Si la planète était en orbite autour d'une naine blanche de $0.6\,M_{\odot}$, elle serait de masse $2.5\,M_{\rm J}$, à une distance de 2.8 UA. C'est ce dernier scénario qui serait privilégié par certains modèles de formation planétaire, qui estiment très peu probable la

présence d'une planète jovienne autour d'une naine rouge (Laughlin *et al.* , 2004, et chapitre 4).

3.5.2 Avril 2005 : une nouvelle planète jovienne

En avril 2005, une deuxième planète a été mise en évidence dans l'événement de microlentille OGLE 2005–BLG–071. L'événement a été alerté par OGLE le 17 mars 2005, en direction du Centre Galactique (J2000.0, $\alpha = 17^{\mathrm{h}}50^{\mathrm{m}}09^{\mathrm{s}}.77$, $\delta = -34^{o}40'23''.5$), et la découverte en fut rapportée par Udalski *et al.* (2005). La courbe de lumière de l'objet est présentée à la Fig. 3.12. Il s'agit de la deuxième détection avérée d'une planète extra-solaire par cette technique, ce qui démontre que la méthode est viable et que les systèmes planétaires ne sont pas rares autour de microlentilles situées à plusieurs kpc.

Les données photométriques à haute résolution (erreur photométrique inférieure à 1%) au pic de la courbe de lumière montrent sans ambiguïté une déviation par rapport à une microlentille simple (apparition d'un creux très profond), de nature incontestablement planétaire. La déviation avait une durée exceptionnelle d'environ cinq jours.

La modélisation de l'événement a permis à Udalski *et al.* d'estimer le rapport de masse (avec son étoile–hôte) de la nouvelle exoplanète à $q = 7.1 \times 10^{-3}$, là encore imputable à une planète. Les deux pics de la courbe de lumière ont lieu tous deux à une grande amplification, ce qui confirme l'hypothèse d'un scénario impliquant une caustique centrale de faible dimension. La légère remontée de la courbe de lumière entre les deux pics exclut que la caustique incriminée soit d'un tenant, c'est-à-dire que la microlentille soit de séparation intermédiaire, contrairement à la première planète découverte. Le "cusp" central d'une telle caustique produirait en effet un troisième pic d'intensité similaire aux deux autres, ce qui n'est pas observé.

Dans le cas d'une déviation due à une caustique centrale, deux configurations peuvent expliquer la courbe de lumière, pour un rapport de masse presque identique (dégénérescence $d \leftrightarrow 1/d$) : d'une part, une microlentille double à faible séparation, ici $d = 0.758$, et d'autre part une autre à grande séparation, ici $d = 1.294$. Dans les deux cas, la planète est située dans la "lensing zone", où la sensibilité de la méthode est maximale.

Le modèle le plus probable estime à $m_p \simeq 0.05 - 4\,M_{\mathrm{J}}$ la masse de la nouvelle exoplanète, accompagnant une étoile peu massive ($M_* \simeq 0.08 - 0.5 M_\odot$) située entre 1.5 et 5 kpc du Système Solaire.

En se basant sur l'argumentation de Gould & Loeb (1992) et Griest & Safizadeh (1998), Udalski *et al.* affirment que seuls les événements impliquant des caustiques centrales apparaissent en pratique utiles pour la recherche de planètes extra-solaires de masse terrestre. Cette conclusion, un peu hâtive puisque fondée sur la base d'une détection unique, a été remise en cause trois mois plus tard par la découverte d'une exoplanète de très faible masse autour de OGLE 2005–BLG–390.

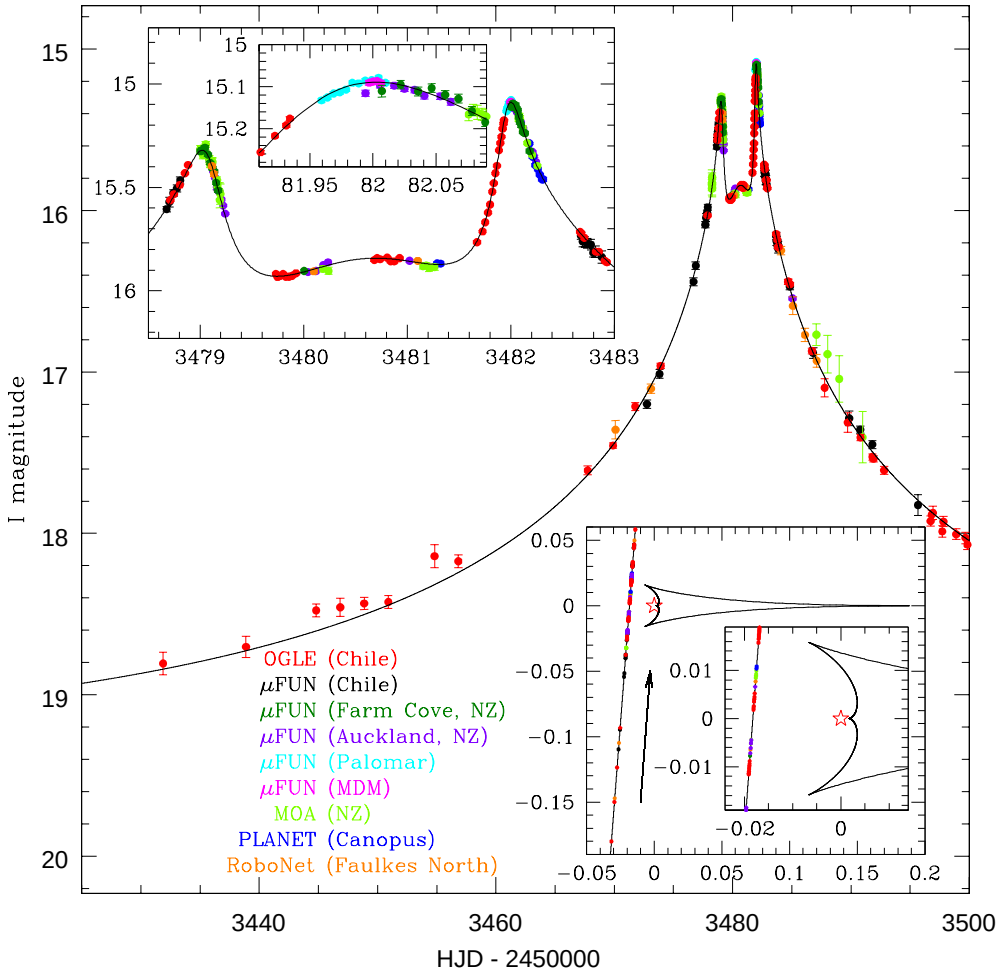

FIG. 3.12: Un planète extra-solaire de masse comprise entre 5×10^{-2} et $4\,M_{\rm J}$, détectée par effet de microlentille dans l'événement OGLE 2005–BLG–071, en avril 2005. Elle est située à une distance de 1.5 à 5 kpc de la Terre. Figure tirée de Udalski *et al.* (2005).

3.5.3 Août 2005 : une planète de $5.5\,M_\oplus$ (Article Nature)

Une anomalie dans la courbe de lumière de la microlentille OGLE 2005–BLG–390 (J2000.0, $\alpha = 17^{\rm h}54^{\rm m}19^{\rm s}.19$, $\delta = -30^o22'38''.3$) a été détectée en août 2005 par PLANET (Beaulieu *et al.* , 2006, p. 152), dans un événement d'amplification maximale modeste ($A_o \simeq 3$). Sa modélisation nous a permis d'y déceler la présence d'une exoplanète de très petite masse, $m_p \simeq 6\,M_\oplus$, la moins massive à ce jour et à laquelle seule GJ 876 d ($m_p \simeq 7.5\,M_\oplus$), découverte par la méthode des vitesses radiales (Rivera *et al.* , 2005), peut être comparée.

Il s'agit aussi de la première planète à être mise en évidence par la présence de sa caustique planétaire dans un événement de microlentille. La déviation n'a

pas été détectée par nos concurrents μFUN, dont la stratégie est essentiellement basée sur un échantillonnage dans la région du pic des courbes de lumière de grande amplification. Des déviations dues aux caustiques centrales ont de bonnes chances d'être mises en évidence, mais il est bien plus difficile de détecter des déviations dans les ailes des événements. Quant à OGLE, la densité insuffisante de leur couverture photométrique ne leur a pas permis de suivre une déviation de si courte durée, pour un événement d'amplification modeste.

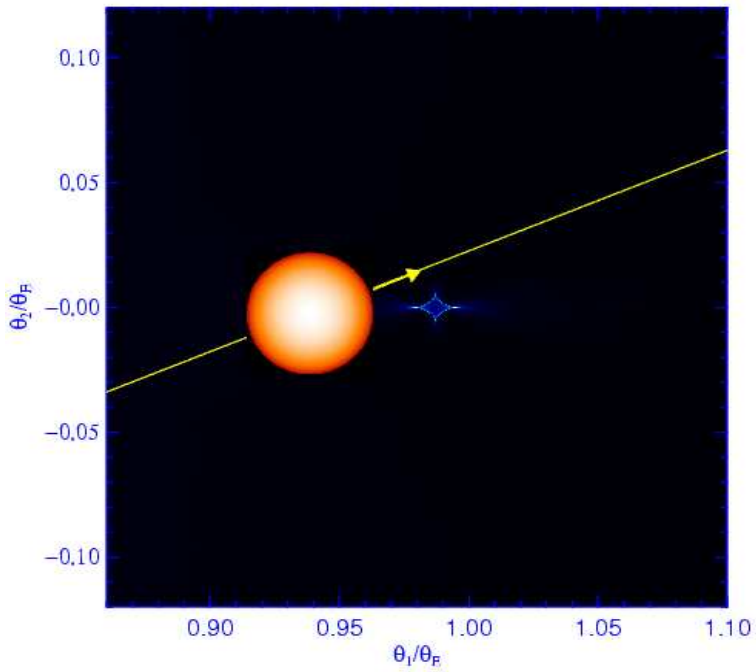

FIG. 3.13: L'étoile-source de la microlentille OGLE 2005–BLG–390 est en passe de traverser la caustique planétaire. On note que, comme dans la majorité des événements planétaires, la source a une étendue angulaire égale ou supérieure à celle de la caustique.

La taille de la source ne peut pas être négligée dans l'étude des événements planétaires, car les caustiques ont souvent une étendue comparable (en projection) aux sources, voire inférieure. La Fig. 3.13 présente la géométrie de la traversée de la caustique planétaire par l'étoile-source ; le disque stellaire a une étendue supérieure à celle de la caustique. Ce fait complique les modèles, et demande des moyens de calculs importants.

Les caractéristiques du nouveau système planétaire découvert, une exoplanète à peine six fois plus massive que la Terre sur une trajectoire trois fois plus éloignée que l'orbite terrestre, autour d'une étoile naine rouge, en font le premier objet de ce type jamais détecté. De part ses caractéristiques, ce nouveau monde est certainement composé de roches et de glaces, et pourrait (ou aurait pu) conserver un océan d'eau liquide sous une épaisse croute gelée, à la manière d'Europe, satellite de Jupiter.

D'autre part, très peu d'exoplanètes ont été trouvées à ce jour autour d'étoiles

naines rouges[14]. La découverte de deux planètes de masse inférieure à Neptune autour de ce type d'étoiles est un fait important pour les théories de formation planétaire (ces aspects sont exposés plus en détail au chapitre suivant). Alors qu'autour des étoiles de type solaire (types F à K), les observations ont révélé une majorité de Jupiters et autres exoplanètes plus massives (*cf.* Fig. 3.2, p. 114), ces premiers résultats suggèrent que les planètes accompagnant les naines rouges seraient plutôt des Neptunes voire des Terres. Les futures observations devraient nous en apprendre davantage dans les mois et les années à venir (voir aussi Queloz, 2006, p. 156). Nous ne sommes qu'au début d'une recherche palpitante d'exoplanètes autour des étoiles les plus abondantes de la Voie Lactée !

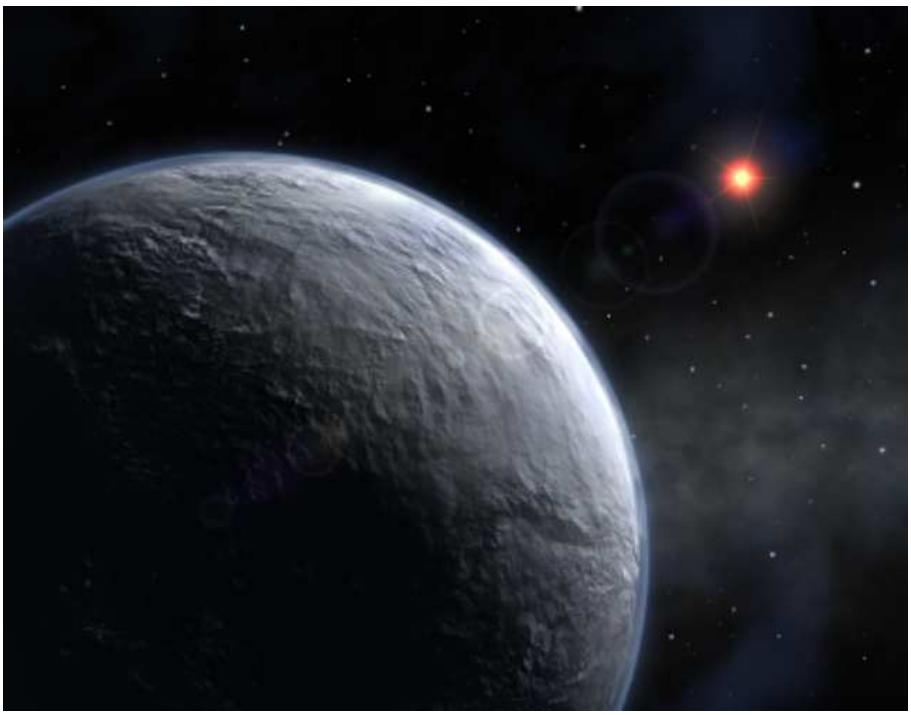

FIG. 3.14: Une vue d'artiste du monde glacé OGLE 2005–BLG–390Lb (réalisation ESO).

La découverte a été publiée dans Nature ; dans les pages qui suivent l'article original est reproduit, suivi d'un texte de Didier Queloz paru dans le même numéro de la revue.

[14]Cinq par vitesses radiales (*cf.* § 4.1.3), et trois à présent par microlentille.

Vol 439|26 January 2006|doi:10.1038/nature04441 nature

LETTERS

Discovery of a cool planet of 5.5 Earth masses through gravitational microlensing

J.-P. Beaulieu[1,4], D. P. Bennett[1,3,5], P. Fouqué[1,6], A. Williams[1,7], M. Dominik[1,8], U. G. Jørgensen[1,9], D. Kubas[1,10], A. Cassan[1,4], C. Coutures[1,11], J. Greenhill[1,12], K. Hill[1,12], J. Menzies[1,13], P. D. Sackett[1,14], M. Albrow[1,15], S. Brillant[1,10], J. A. R. Caldwell[1,16], J. J. Calitz[1,17], K. H. Cook[1,18], E. Corrales[1,4], M. Desort[1,4], S. Dieters[1,12], D. Dominis[1,19], J. Donatowicz[1,20], M. Hoffman[1,19], S. Kane[1,21], J.-B. Marquette[1,4], R. Martin[1,7], P. Meintjes[1,17], K. Pollard[1,15], K. Sahu[1,22], C. Vinter[1,9], J. Wambsganss[1,23], K. Woller[1,9], K. Horne[1,8], I. Steele[1,24], D. M. Bramich[1,8,24], M. Burgdorf[1,24], C. Snodgrass[1,25], M. Bode[1,24], A. Udalski[2,26], M. K. Szymański[2,26], M. Kubiak[2,26], T. Więckowski[2,26], G. Pietrzyński[2,26,27], I. Soszyński[2,26,27], O. Szewczyk[2,26], Ł. Wyrzykowski[2,26,28], B. Paczyński[2,29], F. Abe[3,30], I. A. Bond[3,31], T. R. Britton[3,15,32], A. C. Gilmore[3,15], J. B. Hearnshaw[3,15], Y. Itow[3,30], K. Kamiya[3,30], P. M. Kilmartin[3,15], A. V. Korpela[3,33], K. Masuda[3,30], Y. Matsubara[3,30], M. Motomura[3,30], Y. Muraki[3,30], S. Nakamura[3,30], C. Okada[3,30], K. Ohnishi[3,34], N. J. Rattenbury[3,28], T. Sako[3,30], S. Sato[3,35], M. Sasaki[3,30], T. Sekiguchi[3,30], D. J. Sullivan[3,33], P. J. Tristram[3,32], P. C. M. Yock[3,32] & T. Yoshioka[3,30]

In the favoured core-accretion model of formation of planetary systems, solid planetesimals accumulate to build up planetary cores, which then accrete nebular gas if they are sufficiently massive. Around M-dwarf stars (the most common stars in our Galaxy), this model favours the formation of Earth-mass ($M_\oplus$) to Neptune-mass planets with orbital radii of 1 to 10 astronomical units (AU), which is consistent with the small number of gas giant planets known to orbit M-dwarf host stars[1–4]. More than 170 extrasolar planets have been discovered with a wide range of masses and orbital periods, but planets of Neptune's mass or less have not hitherto been detected at separations of more than 0.15 AU from normal stars. Here we report the discovery of a $5.5^{+5.5}_{-2.7}\,M_\oplus$ planetary companion at a separation of $2.6^{+1.5}_{-0.6}$ AU from a $0.22^{+0.21}_{-0.11}\,M_\odot$ M-dwarf star, where $M_\odot$ refers to a solar mass. (We propose to name it OGLE-2005-BLG-390Lb, indicating a planetary mass companion to the lens star of the microlensing event.) The mass is lower than that of GJ876d (ref. 5), although the error bars overlap. Our detection suggests that such cool, sub-Neptune-mass planets may be more common than gas giant planets, as predicted by the core accretion theory.

Gravitational microlensing events can reveal extrasolar planets orbiting the foreground lens stars if the light curves are measured frequently enough to characterize planetary light curve deviations with features lasting a few hours[6–9]. Microlensing is most sensitive to planets in Earth-to-Jupiter-like orbits with semi-major axes in the range 1–5 AU. The sensitivity of the microlensing method to low-mass planets is restricted by the finite angular size of the source stars[10,11], limiting detections to planets of a few $M_\oplus$ for giant source stars, but allowing the detection of planets as small as $0.1M_\oplus$ for main-sequence source stars in the Galactic Bulge. The PLANET collaboration[12] maintains the high sampling rate required to detect low-mass planets while monitoring the most promising of the >500 microlensing events discovered annually by the OGLE collaboration, as well as events discovered by MOA. A decade of pioneering microlensing searches has resulted in the recent detections of two Jupiter-mass extrasolar planets[13,14] with orbital separations of a few AU by the combined observations of the OGLE, MOA, MicroFUN and PLANET collaborations. The absence of perturbations to stellar microlensing events can be used to constrain the presence of planetary lens companions. With large samples of events, upper

[1]PLANET/RoboNet Collaboration (http://planet.iap.fr and http://www.astro.livjm.ac.uk/RoboNet/). [2]OGLE Collaboration (http://ogle.astrouw.edu.pl). [3]MOA Collaboration (http://www.physics.auckland.ac.nz/moa). [4]Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS, Université Pierre et Marie Curie UMR7095, 98bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France. [5]University of Notre Dame, Department of Physics, Notre Dame, Indiana 46556-5670, USA. [6]Observatoire Midi-Pyrénées, Laboratoire d'Astrophysique, UMR 5572, Université Paul Sabatier—Toulouse 3, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France. [7]Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth, WA 6076, Australia. [8]Scottish Universities Physics Alliance, University of St Andrews, School of Physics and Astronomy, North Haugh, St Andrews KY16 9SS, UK. [9]Niels Bohr Institutet, Astronomisk Observatorium, Juliane Maries Vej 30, 2100 København Ø, Denmark. [10]European Southern Observatory, Casilla 19001, Santiago 19, Chile. [11]CEA DAPNIA/SPP Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France. [12]University of Tasmania, School of Mathematics and Physics, Private Bag 37, Hobart, TAS 7001, Australia. [13]South African Astronomical Observatory, PO Box 9, Observatory 7935, South Africa. [14]Research School of Astronomy and Astrophysics, Australian National University, Mt Stromlo Observatory, Weston Creek, ACT 2611, Australia. [15]University of Canterbury, Department of Physics and Astronomy, Private Bag 4800, Christchurch 8020, New Zealand. [16]McDonald Observatory, 16120 St Hwy Spur 78 #2, Fort Davis, Texas 79734, USA. [17]Boyden Observatory, University of the Free State, Department of Physics, PO Box 339, Bloemfontein 9300, South Africa. [18]Lawrence Livermore National Laboratory, IGPP, PO Box 808, Livermore, California 94551, USA. [19]Universität Potsdam, Institut für Physik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Astrophysikalisches Institut Potsdam, An der Sternwarte 16, D-14482, Potsdam, Germany. [20]Technische Universität Wien, Wiedner Hauptstrasse 8 / 020 B.A. 1040 Wien, Austria. [21]Department of Astronomy, University of Florida, 211 Bryant Space Science Center, Gainesville, Florida 32611-2055, USA. [22]Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, Maryland 21218, USA. [23]Astronomisches Rechen-Institut (ARI), Zentrum für Astronomie, Universität Heidelberg, Mönchhofstrasse 12–14, 69120 Heidelberg, Germany. [24]Astrophysics Research Institute, Liverpool John Moores University, Twelve Quays House, Egerton Wharf, Birkenhead CH41 1LD, UK. [25]Astronomy and Planetary Science Division, Department of Physics, Queen's University Belfast, Belfast, UK. [26]Obserwatorium Astronomiczne Uniwersytetu Warszawskiego, Aleje Ujazdowskie 4, 00-478 Warszawa, Poland. [27]Universidad de Concepcion, Departamento de Fisica, Casilla 160–C, Concepcion, Chile. [28]Jodrell Bank Observatory, The University of Manchester, Macclesfield, Cheshire SK11 9DL, UK. [29]Princeton University Observatory, Peyton Hall, Princeton, New Jersey 08544, USA. [30]Solar-Terrestrial Environment Laboratory, Nagoya University, Nagoya 464-860, Japan. [31]Institute for Information and Mathematical Sciences, Massey University, Private Bag 102-904, Auckland, New Zealand. [32]Department of Physics, University of Auckland, Private Bag 92019, Auckland, New Zealand. [33]School of Chemical and Physical Sciences, Victoria University, PO Box 600, Wellington, New Zealand. [34]Nagano National College of Technology, Nagano 381-8550, Japan. [35]Department of Astrophysics, Faculty of Science, Nagoya University, Nagoya 464-860, Japan.

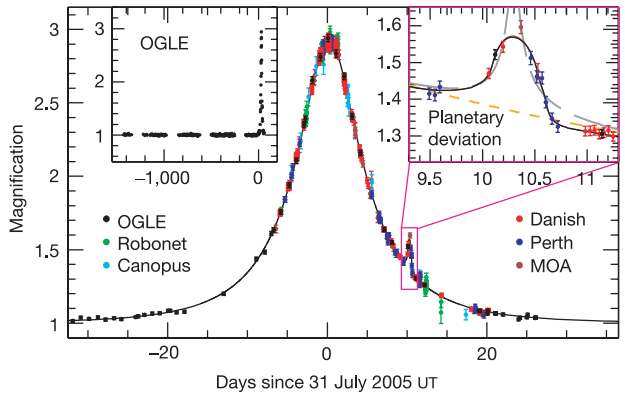

Figure 1 | The observed light curve of the OGLE-2005-BLG-390 microlensing event and best-fit model plotted as a function of time. Error bars are 1σ. The data set consists of 650 data points from PLANET Danish (ESO La Silla, red points), PLANET Perth (blue), PLANET Canopus (Hobart, cyan), RoboNet Faulkes North (Hawaii, green), OGLE (Las Campanas, black), MOA (Mt John Observatory, brown). This photometric monitoring was done in the I band (with the exception of the Faulkes R-band data and the MOA custom red passband) and real-time data reduction was performed with the different OGLE, PLANET and MOA data reduction pipelines. Danish and Perth data were finally reduced by the image subtraction technique[19] with the OGLE pipeline. The top left inset shows the OGLE light curve extending over the previous 4 years, whereas the top right one shows a zoom of the planetary deviation, covering a time interval of 1.5 days. The solid curve is the best binary lens model described in the text with $q = 7.6 \pm 0.7 \times 10^{-5}$, and a projected separation of $d = 1.610 \pm 0.008 R_E$. The dashed grey curve is the best binary source model that is rejected by the data, and the dashed orange line is the best single lens model.

limits on the frequency of Jupiter-mass planets have been placed over an orbital range of 1–10 AU, down to $M_\oplus$ planets[15–17] for the most common stars of our galaxy.

On 11 July 2005, the OGLE Early Warning System[18] announced the microlensing event OGLE-2005-BLG-390 (right ascension $\alpha = 17\,\mathrm{h}\,54\,\mathrm{min}\,19.2\,\mathrm{s}$, declination $\delta = -30°\,22'\,38''$, J2000) with a relatively bright clump giant as a source star. Subsequently, PLANET, OGLE and MOA monitored it with their different telescopes. After peaking at a maximum magnification of $A_{\max} = 3.0$ on 31 July 2005, a short-duration deviation from a single lens light curve was detected on 9 August 2005 by PLANET. As described below, this deviation was due to a low-mass planet orbiting the lens star.

From analysis of colour-magnitude diagrams, we derive the following reddening-corrected colours and magnitudes for the source star: $(V - I)_0 = 0.85$, $I_0 = 14.25$ and $(V - K)_0 = 1.9$. We used the surface brightness relation[20] linking the emerging flux per solid angle of a light-emitting body to its colour, calibrated by interferometric observations, to derive an angular radius of $5.25 \pm 0.73\,\mu\mathrm{as}$, which corresponds to a source radius of $9.6 \pm 1.3 R_\odot$ (where $R_\odot$ is the radius of the Sun) if the source star is at a distance of 8.5 kpc. The source star colours indicate that it is a 5,200 K giant, which corresponds to a G4 III spectral type.

Figure 1 shows our photometric data for microlensing event OGLE-2005-BLG-390 and the best planetary binary lens model. The best-fit model has $\chi^2 = 562.26$ for 650 data points, seven lens parameters, and 12 flux normalization parameters, for a total of 631 degrees of freedom. Model length parameters in Table 1 are expressed in units of the Einstein ring radius R_E (typically $\sim$2 AU for a Galactic Bulge system), the size of the ring image that would be seen in the case of perfect lens–source alignment. In modelling the light curve, we adopted linear limb darkening laws[21] with $\Gamma_I = 0.538$ and $\Gamma_R = 0.626$, appropriate for this G4 III giant source star, to describe

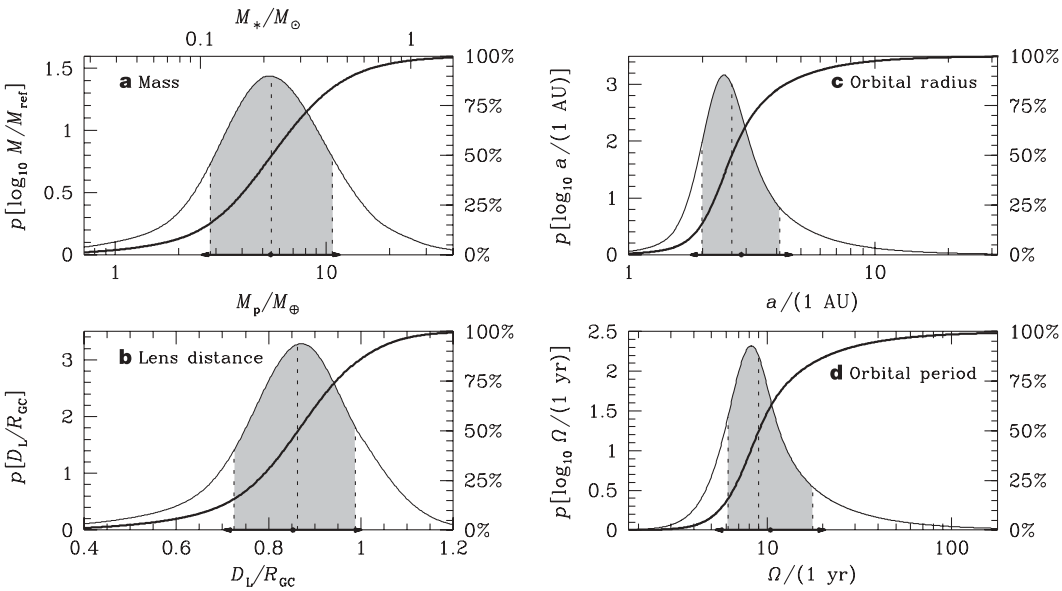

Figure 2 | Bayesian probability densities for the properties of the planet and its host star. a, The masses of the lens star and its planet (M_* and M_p respectively), **b**, their distance from the observer (D_L), **c**, the three-dimensional separation or semi-major axis a of an assumed circular planetary orbit; and **d**, the orbital period Ω of the planet. (In **a**, M_{ref} refers to $M_\oplus$ on the upper x axis and $M_\odot$ on the lower x axis.) The bold, curved line in each panel is the cumulative distribution, with the percentiles listed on the right. The dashed vertical lines indicate the medians, and the shading indicates the central 68.3% confidence intervals, while dots and arrows on the abscissa mark the expectation value and standard deviation. All estimates follow from a bayesian analysis assuming a standard model for the disk and bulge population of the Milky Way, the stellar mass function of ref. 23, and a gaussian prior distribution for $D_S = 1.05 \pm 0.25 R_{GC}$ (where $R_{GC} = 7.62 \pm 0.32$ kpc for the Galactic Centre distance). The medians of these distributions yield a $5.5^{+5.5}_{-2.7}\,M_\oplus$ planetary companion at a separation of $2.6^{+1.5}_{-0.6}$ AU from a $0.22^{+0.21}_{-0.11}\,M_\odot$ Galactic Bulge M-dwarf at a distance of 6.6 ± 1.0 kpc from the Sun. The median planetary period is 9^{+9}_{-3} years. The logarithmic means of these probability distributions (which obey Kepler's third law) are a separation of 2.9 AU, a period of 10.4 years, and masses of $0.22 M_\odot$ and $5.5 M_\oplus$ for the star and planet, respectively. In each plot, the independent variable for the probability density is listed within square brackets. The distribution of the planet–star mass ratio was taken to be independent of the stellar mass, and a uniform prior distribution was assumed for the planet–star separation distribution.

Table 1 | Microlensing fit parameters

d	$1.610 \pm 0.008 R_E$
q	$(7.6 \pm 0.7) \times 10^{-5}$
Closest approach	$0.359 \pm 0.005 R_E$
Einstein ring radius crossing time	11.03 ± 0.11 days
Time of closest approach	31.231 ± 0.005 July 2005 UT
Source star radius crossing time	0.282 ± 0.010 days
θ	2.756 ± 0.003 rad

The parameters for the best binary lens model for the OGLE 2005-BLG-390 microlensing event light curve are shown with their 1σ uncertainties. Some of these parameters are scaled to the Einstein ring radius, which is given by $R_E = 2\sqrt{GMD_L(D_S - D_L)/(c^2 D_S)}$, where M is the mass of the lens, G is the newtonian constant of gravitation, c is the speed of light in vacuum, and D_L and D_S are the lens and source distances, respectively.

the centre-to-limb variation of the intensity profile in the I and R bands. Four different binary lens modelling codes were used to confirm that the model we present is the only acceptable model for the observed light curve. The best alternative model is one with a large-flux-ratio binary source with a single lens, which has gross features that are similar to a planetary microlensing event[22]. However, as shown in Fig. 1, this model fails to account for the PLANET-Perth, PLANET-Danish and OGLE measurements near the end of the planetary deviation, and it is formally excluded by $\Delta\chi^2 = 46.25$ with one less model parameter.

The planet is designated OGLE-2005-BLG-390Lb, where the 'Lb' suffix indicates the secondary component of the lens system with a planetary mass ratio. The microlensing fit only directly determines the planet–star mass ratio, $q = 7.6 \pm 0.7 \times 10^{-5}$, and the projected planet–star separation, $d = 1.610 \pm 0.008 R_E$. Although the planet and star masses are not directly determined for planetary microlensing events, we can derive their probability densities. We have performed a bayesian analysis[23] employing the Galactic models and mass functions described in refs 11 and 23. We averaged over the distances and velocities of the lens and source stars, subject to the constraints due to the angular diameter of the source and the measured parameters given in Table 1. This analysis gives a 95% probability that the planetary host star is a main-sequence star, a 4% probability that it is a white dwarf, and a probability of <1% that it is a neutron star or black hole. The host star and planet parameter probability densities for a main sequence lens star are shown in Fig. 2 for the Galactic model used in ref. 23. The medians of the lens parameter probability distributions yield a companion mass of $5.5^{+5.5}_{-2.7} M_\oplus$ and an orbital separation of $2.6^{+1.5}_{-0.6}$ AU from the $0.22^{+0.21}_{-0.11} M_\odot$ lens star, which is located at a distance of $D_L = 6.6 \pm 1.0$ kpc. These error bars indicate the central 68% confidence interval. These median parameters imply that the planet receives radiation from its host star that is only 0.1% of the radiation that the Earth receives from the Sun, so the probable surface temperature of the planet is ~50 K, similar to the temperatures of Neptune and Pluto.

The parameters of this event are near the limits of microlensing planet detectability for a giant source star. The separation of $d = 1.61$ is near the outer edge of the so-called lensing zone[7], which has the highest planet detection probability, and the planet's mass is about a factor of two above the detection limit set by the finite size of the source star. Planets with $q > 10^{-3}$ and $d \approx 1$ are much easier to detect, and so it may be that the parameters of OGLE-2005-BLG-390Lb represent a more common type of planet. This can be quantified by simulating planetary light curves with different values of q and θ (where θ is the angle of source motion with respect to the lens axis) but the remaining parameters are fixed to the values for the three known microlensing planets. We find that the probability of detecting a $q \approx 4$–7×10^{-3} planet, like the first two microlens planets[13,14], is ~50 times larger than the probability of detecting a $q = 7.6 \times 10^{-5}$ planet like OGLE-2005-BLG-390Lb. This suggests that, at the orbital separations probed by microlensing, sub-Neptune-mass planets are significantly more common than large gas giants around the most common stars in our Galaxy. Similarly, the first detection of a sub-Neptune-mass planet at the outer edge of the 'lensing zone' provides a hint that these sub-Neptune-mass planets may tend to reside in orbits with semi-major axes $a > 2$ AU.

The core-accretion model of planet formation predicts that rocky/icy 5–15$M_\oplus$ planets orbiting their host stars at 1–10 AU are much more common than Jupiter-mass planets, and this prediction is consistent with the small fraction of M-dwarfs with planets detected by radial velocities[3,5] and with previous limits from microlensing[15]. Our discovery of such a low-mass planet by gravitational microlensing lends further support to this model, but more detections of similar and lower-mass planets over a wide range of orbits are clearly needed. Planets with separations of ~0.1 AU will be detected routinely by the radial velocity method or space observations of planetary transits in the coming years[24–27], but the best chance to increase our understanding of such planets over orbits of 1–10 AU in the next 5–10 years is by future interferometer programs[28] and more advanced microlensing surveys[11,29,30].

Received 28 September; accepted 14 November 2005.

1. Safronov, V. *Evolution of the Protoplanetary Cloud and Formation of the Earth and Planets* (Nauka, Moscow, 1969).
2. Wetherill, G. W. Formation of the terrestrial planets. *Annu. Rev. Astron. Astrophys* **18**, 77–113 (1980).
3. Laughlin, G., Bodenheimer, P. & Adams, F. C. The core accretion model predicts few jovian-mass planets orbiting red dwarfs. *Astrophys. J.* **612**, L73–L76 (2004).
4. Ida, S. & Lin, D. N. C. Toward a deterministic model of planetary formation. II. The formation and retention of gas giant planets around stars with a range of metallicities. *Astrophys. J.* **616**, 567–572 (2004).
5. Rivera, E. *et al.* A ~7.5 Earth-mass planet orbiting the nearby star, GJ 876. *Astrophys. J.* (in the press).
6. Mao, S. & Paczynski, B. Gravitational microlensing by double stars and planetary systems. *Astrophys. J.* **374**, L37–L40 (1991).
7. Gould, A. & Loeb, A. Discovering planetary systems through gravitational Microlenses. *Astrophys. J.* **396**, 104–114 (1992).
8. Wambsganss, J. Discovering Galactic planets by gravitational microlensing: magnification patterns and light curves. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **284**, 172–188 (1997).
9. Griest, K. & Safizadeh, N. The use of high-magnification microlensing events in discovering extrasolar planets. *Astrophys. J.* **500**, 37–50 (1998).
10. Bennett, D. P. & Rhie, S. H. Detecting Earth-mass planets with gravitational microlensing. *Astrophys. J.* **472**, 660–664 (1996).
11. Bennett, D. P. & Rhie, S. H. Simulation of a space-based microlensing survey for terrestrial extrasolar planets. *Astrophys. J.* **574**, 985–1003 (2002).
12. Albrow, M. *et al.* The 1995 pilot campaign of PLANET: searching for microlensing anomalies through precise, rapid, round-the-clock monitoring. *Astrophys. J.* **509**, 687–702 (1998).
13. Bond, I. A. *et al.* OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53: A planetary microlensing event. *Astrophys. J.* **606**, L155–L158 (2004).
14. Udalski, A. *et al.* A jovian-mass planet in microlensing event OGLE-2005-BLG-071. *Astrophys. J.* **628**, L109–L112 (2005).
15. Gaudi, B. S. *et al.* Microlensing constraints on the frequency of Jupiter-mass companions: analysis of 5 years of PLANET photometry. *Astrophys. J.* **566**, 463–499 (2002).
16. Abe, F. *et al.* Search for low-mass exoplanets by gravitational microlensing at high magnification. *Science* **305**, 1264–1267 (2004).
17. Dong, S. *et al.* Planetary detection efficiency of the magnification 3000 microlensing event OGLE-2004-BLG-343. *Astrophys. J.* (submitted); preprint at ⟨http://arXiv.org/astro-ph/0507079⟩ (2005).
18. Udalski, A. The optical gravitational lensing experiment. real time data analysis systems in the OGLE-III survey. *Acta Astron.* **53**, 291–305 (2003).
19. Alard, C. Image subtraction using a space-varying kernel. *Astron. Astrophys. Suppl.* **144**, 363–370 (2000).
20. Kervella, P. *et al.* Cepheid distances from infrared long-baseline interferometry. III. Calibration of the surface brightness-color relations. *Astron. Astrophys.* **428**, 587–593 (2004).
21. Claret, A., Diaz-Cordoves, J. & Gimenez, A. Linear and non-linear limb-darkening coefficients for the photometric bands R I J H K. *Astron. Astrophys. Suppl.* **114**, 247–252 (1995).
22. Gaudi, B. S. Distinguishing between binary-source and planetary microlensing perturbations. *Astrophys. J.* **506**, 533–539 (1998).
23. Dominik, M. Stochastical distributions of lens and source properties for observed galactic microlensing events. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* (submitted); preprint at ⟨http://arXiv.org/astro-ph/0507540⟩ (2005).

24. Vogt, S. S. *et al.* Five new multicomponent planetary systems. *Astrophys. J.* **632,** 638–658 (2005).
25. Mayor, M. *et al.* The CORALIE survey for southern extrasolar planets. XII. Orbital solutions for 16 extrasolar planets discovered with CORALIE. *Astron. Astrophys.* **415,** 391–402 (2004).
26. Borucki, W. *et al.* in *Second Eddington Workshop: Stellar Structure and Habitable Planet Finding* (eds Favata, F., Aigrain, S. & Wilson, A.) 177–182 (ESA SP-538, ESA Publications Division, Noordwijk, 2004).
27. Moutou, C. *et al.* Comparative blind test of five planetary transit detection algorithms on realistic synthetic light curves. *Astron. Astrophys.* **437,** 355–368 (2005).
28. Sozzeti, A. *et al.* Narrow-angle astrometry with the space interferometry mission: the search for extrasolar planets. I. Detection and characterization of single planets. *Pub. Astron. Soc. Pacif.* **114,** 1173–1196 (2002).
29. Bennett, D. P. in *ASP Conf. Ser. on Extrasolar Planets: Today and Tomorrow* (eds Beaulieu, J.-P., Lecavelier des Etangs, A. & Terquem, C.) Vol. 321, 59–68 (ASP, 2004).
30. Beaulieu, J. P. *et al.* PLANET III: searching for Earth-mass planets via microlensing from Dome C? *ESA Publ. Ser.* **14,** 297–302 (2005).

Acknowledgements PLANET is grateful to the observatories that support our science (the European Southern Observatory, Canopus, Perth; and the South African Astronomical Observatory, Boyden, Faulkes North) and to the ESO team in La Silla for their help in maintaining and operating the Danish telescope. Support for the PLANET project was provided by CNRS, NASA, the NSF, the LLNL/NNSA/DOE, PNP, PICS France-Australia, D. Warren, the DFG, IDA and the SNF. RoboNet is funded by the UK PPARC and the FTN was supported by the Dill Faulkes Educational Trust. Support for the OGLE project, conducted at Las Campanas Observatory (operated by the Carnegie Institution of Washington), was provided by the Polish Ministry of Science, the Foundation for Polish Science, the NSF and NASA. The MOA collaboration is supported by MEXT and JSPS of Japan, and the Marsden Fund of New Zealand.

Author Information The photometric data set is available at planet.iap.fr and ogle.astrouw.edu.pl Reprints and permissions information is available at npg.nature.com/reprintsandpermissions. The authors declare no competing financial interests. Correspondence and requests for materials should be addressed to J.P.B. (beaulieu@iap.fr) or D.P.B. (bennett@nd.edu).

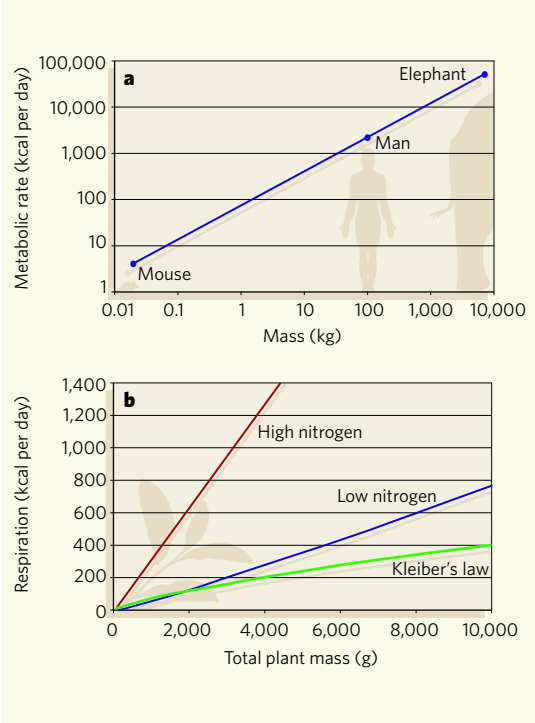

Figure 2 | Metabolism and mass. **a**, Kleiber's law. Logarithmically, the basal metabolic rate of mammals varies with body mass as a straight line with a slope of 0.74. **b**, When expressed on a linear scale, the 3/4 scaling relationship of Kleiber's law (green line) shows total respiration rate decreasing proportionately as a function of body mass. In contrast, the isometric (slope 1.0) logarithmic scaling relationships described by Reich *et al.*[1] for vascular plants are consistent with a strictly proportional (linear) relationship between whole-plant respiration and mass. The authors also report that the intercept of the log–log scaling relationship depends on plant nitrogen. On the linear scale shown here, this translates to steep proportionality for plants in nutrient-rich greenhouse soils (red line) and less-steep proportionality for plants in nutrient-poor natural soils (blue line). Note that it is difficult to distinguish visually between isometric and 3/4 scaling lines on a linear scale, as this projection draws attention to only a limited part of the dynamic range.

et al. also report that the intercept of the scaling line differed between plants grown in the greenhouse and in the field, showing that respiration per unit mass differed systematically between these two environments.

The next observation is even more intriguing. When Reich *et al.* expressed plant respiration against the whole-plant content of nitrogen (instead of plant mass), the dissimilarity in intercept between environments entirely disappeared, but the overall scaling slope remained isometric. This suggests that the systematic difference in respiration per unit mass was caused by higher supplies of nitrogen in greenhouse compared with field environments. More importantly, across the different environments plant respiration was consistently more closely linked to variations in nitrogen than in mass. This result challenges not only the idea of a universal 3/4 scaling law, but also the notion that size alone is the dominant determinant of differences in metabolism across species. In hindsight, this need to explicitly consider nutrients might not be so surprising given that nitrogen is an essential component of enzymes such as Rubisco (responsible for carbon fixation in plants), and of proteins, chlorophyll and other biomolecules involved in plant photosynthesis and respiration.

Do the results simply imply that it is the business ends of plants — leaves and roots — in which most respiration occurs, and therefore most nitrogen is stored? In such a case, the metabolism versus nitrogen relationship might largely reflect rather pedestrian proportionate variations in crown and root volumes across individuals and species. A key issue is whether Reich and colleagues' findings extend beyond the size of tree saplings, the largest individuals sampled. Nitrogen allocation may very well change as trees mature within natural forests and become increasingly subject to constraints of self-thinning[15] and competition for nutrients[16]. A second question is why nitrogen emerges as such a strong correlate of metabolism, when phosphorus is generally considered the better predictor[17].

Nonetheless, we find ourselves with a theory challenged. There is no question of the value of ideas such as those of West and colleagues[2–4], as they dare to invoke first-principle universal mechanisms. But these new findings question a central tenet of the metabolic scaling theory — that size-dependent distribution networks exert the primary constraint on metabolic rates in vascular plants. Reich and colleagues' results[1] will spark considerable debate among ecologists and physiologists: at stake is the issue of whether there is a truly unified theory of metabolism that encompasses all organisms. ■

Lars O. Hedin is in the Department of Ecology and Evolutionary Biology, Princeton University, Princeton, New Jersey 08540, USA.
e-mail: lhedin@princeton.edu

1. Reich, P. B., Tjoelker, M. G., Machado, J.-L. & Oleksyn, J. *Nature* **439,** 457–461 (2006).
2. West, G. B., Brown, J. H. & Enquist, B. J. *Science* **276,** 122–126 (1997).
3. Enquist, B. J., Brown, J. H. & West, G. B. *Nature* **395,** 163–165 (1998).
4. Brown, J. H. *et al. Ecology* **85,** 1771–1789 (2004).
5. Kleiber, M. *Hilgardia* **6,** 315–353 (1932).
6. Hemmingsen, A. M. *Rep. Steno Meml Hosp. Nordisk Inst. Lab.* **9,** 6–110 (1960).
7. Smil, V. *Nature* **403,** 597 (2000).
8. Kozlowski, J. & Konarzewski, M. *Funct. Ecol.* **18,** 283–289 (2004).
9. Cyr, H. & Walker, S. C. *Ecology* **85,** 1802–1804 (2004).
10. White, C. R. & Seymour, R. S. *Proc. Natl Acad. Sci. USA* **100,** 4046–4049 (2003).
11. Rubner, M. *Z. Biol.* **19,** 536–562 (1883).
12. Midgley, J. J. *Trends Ecol. Evol.* **18,** 5–6 (2003).
13. Li, H. T., Han, X. G. & Wu, J. G. *J. Integr. Plant Biol.* **47,** 1173–1183 (2005).
14. Gillooly, J. F., Brown, J. H., West, G. B., Savage, V. M. & Charnov, E. L. *Science* **293,** 2248–2251 (2001).
15. Yoda, K., Kiara, T., Igawa, H. & Hozumi, K. *J. Biol. Osaka City Univ.* **14,** 107–129 (2003).
16. Chapin, F. S. *Annu. Rev. Ecol. Syst.* **11,** 233–260 (1980).
17. Elser, J. J. *et al. Ecol. Lett.* **6,** 936–943 (2003).

EXTRASOLAR PLANETS

Light through a gravitational lens

Didier Queloz

A planet with a mass lower than that of Neptune has been detected as its gravity bent the light from a remote star. This lensing technique adds to our arsenal for spotting small planets outside the Solar System.

Ten years ago, Michel Mayor and I discovered the first planet outside the Solar System orbiting a Sun-like star[1]. This 'exoplanet' orbits the star 51 Pegasi in 4 days and has about the same mass as Jupiter (more than 300 times that of Earth). Its existence was revealed through highly accurate measurements of a tiny 'Doppler' variation in 51 Pegasi's radial velocity — the speed at which its position changes relative to an observer. This variation is caused by the gravitational pull of an orbiting planet with a mass 1,000 times less than that of 51 Pegasi. The discovery triggered many more Doppler surveys to search for planets around nearby stars. As a result, more than 160 planets with masses ranging from ten times that of Jupiter down to that of Neptune (which is around 17 times Earth's mass) have been found (Fig. 1).

The range of planet masses and orbital parameters that can be identified by the Doppler technique is limited both by the detection sensitivity of the technique and by the time needed to survey at least one orbital period of each planet. The largest Doppler variation is caused by planets of high mass and those on short orbits. Therefore, low-mass planets can be detected only if they are on short orbits.

On page 437 of this issue, Beaulieu *et al.*[2] report the use of a different technique, known as gravitational microlensing, to detect a planet with a mass less than that of Neptune. Its orbital distance is about 2 AU (1 AU, or astronomical unit, is the Earth–Sun distance),

©2006 Nature Publishing Group

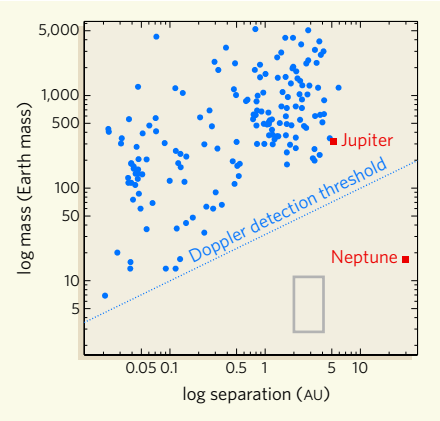

Figure 1 | Limits of the Doppler technique. Blue dots indicate the masses of the extrasolar planets found so far using the Doppler technique, plotted against their separation from their star. High-mass planets on short orbits (and so at a smaller separation) cause the greatest Doppler variation of the star's radial velocity. There is a detection threshold of accurate Doppler surveys of around 3 m s^{-1} radial velocity (blue line) below which no planet can be found using this technique. The grey rectangle indicates the region (including uncertainties) of the planet found by Beaulieu *et al.*[2] using the gravitational microlensing technique. The new planet is thus well below the Doppler sensitivity threshold.

which would correspond to an orbit between those of Mars and Jupiter in the Solar System. The planet's orbit is thus considerably larger than those found for planets of similarly small mass using the Doppler technique, for which the orbital distances are no more than 0.15 AU.

The evidence for Beaulieu and colleagues' planet lies in a small amplification effect that occurs when light from a remote, background star is deflected, as in the action of a lens, by the gravity of a closer, moving object as this approaches our line of sight to the star (Fig. 2). The brightness of the background star increases continuously and predictably over a period, generally a few weeks, and then decreases as the lensing object moves away again. This effect is generally caused by an intervening star, but sometimes a companion planet to this lensing star can also produce a detectable signal. In looking for such a signal, the rise in brightness corresponding to the approach of the star alerts observers to the need for more intensive observations. The aim is to detect a smaller brightness change that occurs on a timescale of around a day: the signature of an orbiting planet around the lensing star.

This planetary microlensing signal is challenging to detect. If seen and carefully traced, however, it provides an unambiguous measurement of the mass ratio between the planet and the star, as well as supplying a measure of the separation of the planet from its star that depends on both the distance of the lensing star from Earth and its transverse velocity. The real mass and separation can then be obtained through a statistical approach. This uses a galactic model to estimate the expected distances and velocities of both the lens and the source star on the basis of the values anticipated for stars of their brightness in that sector of the sky.

From the wealth of planets found so far, we know that the frequency with which they are encountered increases with decreasing mass[3]. But Doppler detection of planets with masses lower than that of Neptune is still a challenge, and is restricted to planets on orbits shorter than a couple of months. The Neptune-mass planets with short-period orbits found by Doppler surveys[4–7] suggest a relatively high occurrence of such low-mass planets orbiting normal stars. Beaulieu and colleagues' detection[2] further strengthens this suggestion: they argue that the probability of detecting a microlensing event from a planet such as theirs is more than ten times smaller than that of detecting an event caused by a giant planet.

Interestingly, the physical structure and formation history of this new planet, because of its orbital distance, is likely to be different from that of the closer low-mass planets discovered by the Doppler surveys. Whereas these short-period, Neptune-mass planets are likely to have migrated inwards and are now enduring the strong irradiation of their host star, causing some evaporation[8] of their atmosphere, Beaulieu and colleagues' planet is certainly more akin to the ice giants Uranus and Neptune of our Solar System.

The discovery by Beaulieu *et al.*[2] demonstrates that microlensing surveys can detect sub-Neptune planets with low separations from their stars. In combination with other planet-finding techniques, microlensing surveys will play their part in eventually gathering a complete picture of planet statistics right down to the regime of rocky planets. A deeper insight into the physical models of planetary formation for low-mass giant and high-mass rocky planets will surely follow. ■

Didier Queloz is at the Observatoire de Genève, 51 chemin des Maillettes, 1290 Sauverny, Switzerland.
e-mail: didier.queloz@obs.unige.ch

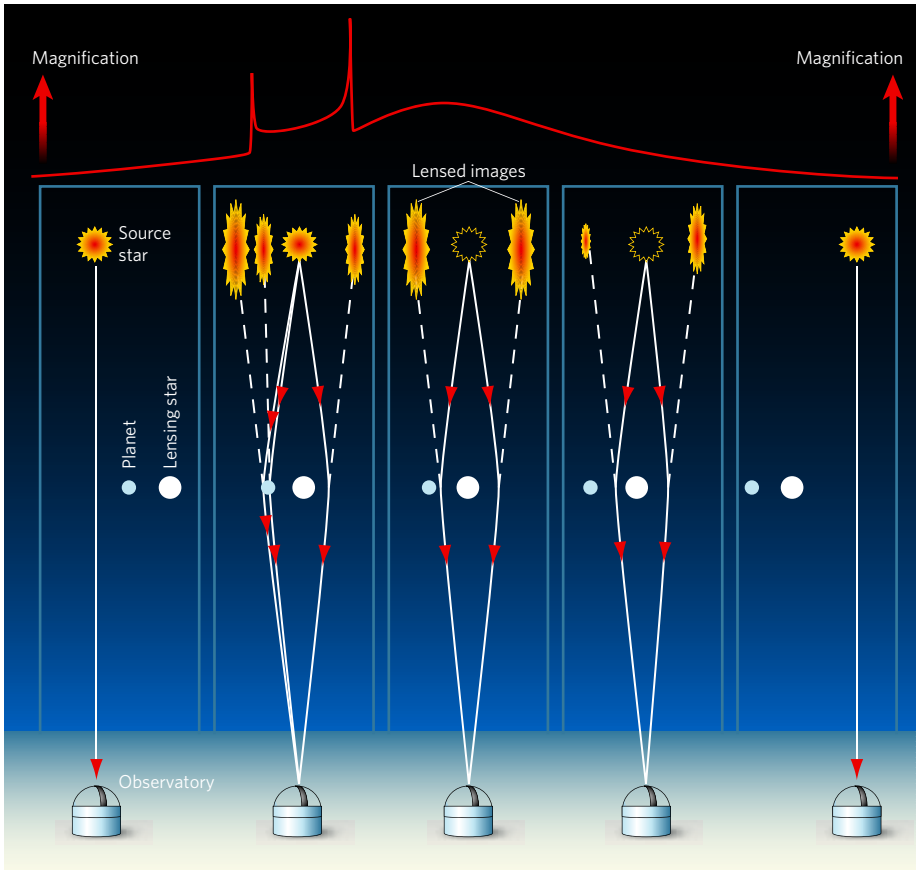

Figure 2 | Lensing planet. The gravitational microlensing effect exploited by Beaulieu *et al.*[2] results from the bending of space-time near an object of given mass that is predicted by Einstein's general theory of relativity. An object, such as a star, crossing our line of sight to a more distant source star will affect the light from that star just like a lens, producing two close images whose total brightness is enhanced. If the lensing star is accompanied by a planet, one can (potentially) observe not only the principal effect from the star, but also a secondary, smaller effect resulting from perturbation by the planet.

1. Mayor, M. & Queloz, D. *Nature* **378,** 355–359 (1995).
2. Beaulieu, J.-P. *et al. Nature* **439,** 437–440 (2006).
3. Santos, N. *et al. ESO Messenger* **110,** 32 (2002).
4. Rivera, E. J. *et al. Astrophys. J.* **634,** 625–640 (2005).
5. Santos, N. C. *et al. Astron. Astrophys.* **426,** L19–L23 (2004).
6. McArthur, B. E. *et al. Astrophys. J.* **614,** L81–L84 (2004).
7. Bonfils, X. *et al. Astron. Astrophys.* **443,** L15–L36 (2005).
8. Baraffe, I. *et al. Astron. Astrophys.* **436,** L47–L52 (2005).

©2006 Nature Publishing Group

3.6 Discussion sur la stratégie d'observation

Cette section aborde, pour terminer, quelques unes des difficultés qu'il peut y avoir à établir une stratégie d'observation définitive, dans l'état actuel du fonctionnement des collaborations (télescopes au sol, réseaux d'alertes et de suivi des microlentilles).

Rappelons d'abord que les événements de microlentille gravitationnelle sont très nombreux : OGLE et MOA fournissent lors de chaque saison d'observations plus de 600 alertes. Les événements correspondants sont rendus publics quand la source est entrée dans l'anneau d'Einstein de la microlentille (soit $A > 1.34$ pour un objet sans "blending"). Généralement, ces objets ne présentent pas, à ce stade, un intérêt suffisant pour que PLANET les ajoute à sa base de données. Un choix doit être fait parmi la centaine de microlentilles observables. Les observations ne débutent donc que lorsque l'événement est déjà bien avancé. Les anomalies sont alors le plus souvent décelables au moment du pic ou sur l'aile descendante de la courbe de lumière.

Repérer les anomalies dans la courbe de lumière

PLANET n'observe tout au plus qu'une quinzaine d'objets sur une base quotidienne. Une première question qui se pose concerne donc la détection, dans les courbes de lumière, de déviations par rapport à une microlentille simple.

Si l'on s'intéresse aux déviations dues à des caustiques centrales, le moyen le plus efficace de les détecter est de prévoir précisément la date et l'amplification maximale (au pic de la courbe de lumière). Ce choix conduit à sélectionner en priorité les événements de grande amplification, pour lesquels la source passe au plus près de la caustique centrale. Il est alors assez aisé d'obtenir une bonne couverture photométrique de l'événement dans la région utile de la courbe de lumière, lorsque les estimations des modèles sont correctes.

Cependant, dans cette manière de procéder, les systèmes de suivi sont aveugles aux déviations dues aux caustiques planétaires, qui peuvent produire des anomalies (dans les ailes de la courbe de lumière) de manière totalement imprévisible. Il est donc indispensable de savoir détecter des déviations, même lorsqu'elles n'affectent que quelques points. Cette tâche est très délicate en pratique : il est courant qu'en fin de nuit, à cause de l'augmentation de la masse d'air et du seeing, la photométrie perde en précision, en produisant de « faux » points déviants. A ce moment-là, le jugement humain est encore le meilleur recours pour distinguer les fausses alertes des véritables détections (comme lors de la découverte de la nature planétaire de la microlentille OGLE 2005–BLG–390). Dans ce cas bien sûr, le travail est considérable, car il faut alors sélectionner manuellement les objets parmi les très nombreux candidats.

A la manière du EEWS (*cf.* § 1.4.3) utilisé par OGLE, des algorithmes robustes sont développés, afin de distinguer automatiquement des déviations réelles des bruits

de mesure. Mais pour être relativement performants, ils n'en sont pas pour autant infaillibles.

Actuellement, le meilleur parti est d'utiliser les informations données par les systèmes automatisés : la liste d'objets à suivre qu'ils proposent peut alors être revue, adaptée et complétée par le "homebase" (*cf.* § 1.4.3) ou les observateurs.

Abandonner le suivi d'un événement

Plusieurs raisons objectives peuvent conduire à poursuivre longtemps l'observation d'un objet. Un bon compromis consiste à poursuivre le suivi des événements tant qu'ils sont sensibles à la "lensing zone". La sélection des objets peut alors se faire sur la qualité photométrique (sans pour autant privilégier outrageusement les objets très brillants, *cf.* § suivant). En effet, au-delà du rayon d'Einstein, les objets sont pratiquement à leur magnitude de base ($I \sim 17 - 19$) et la photométrie en champ encombré devient délicate. Une qualité insuffisante ruinerait, le cas échéant, toute chance d'apporter la preuve convaincante d'une déviation planétaire.

Le problème de la sélection des événements sur le critère de leur magnitude

Donner la priorité aux événements brillants ($I_{\rm base} \sim 16 - 14$) est bien sûr très tentant, car les données photométriques seront en moyenne de meilleure qualité (à moins que l'objet ne soit dans un champ très encombré). Cependant, ils impliquent la plupart du temps des étoiles géantes du Bulbe. Nous avons vu que dans ce cas, leur taille en unité du rayon d'Einstein devient comparable à celle des caustiques centrales ou planétaires, ce qui a pour effet de rendre indétectable en pratique le signal planétaire.

Une solution originale a été proposée par Loeb & Sasselov (1995) pour palier la difficulté liée aux étoiles-sources géantes : ces étoiles sont souvent caractérisées par une augmentation du flux, au niveau de leur limbe, de certaines raies spectrales résonantes, comme TiO ou Hα. Contrairement à la plupart des raies, qui subissent un assombrissement centre-bord (*cf.* chapitre 5), elles restent optiquement épaisses jusqu'au limbe du disque, et y apparaissent donc en émission. Perçues à travers un filtre à bande passante très étroite, les géantes apparaîtraient comme un anneau lumineux, plutôt qu'un disque. Leur étendue radiale ($\sim 0.1\,R_*$) est de nouveau effectivement inférieure aux dimensions des caustiques. La source en traversant une caustique pourrait alors produire une déviation marquée et détectable. Et du fait que les sources sont des géantes, amplifiées de surcroît, le flux devrait être assez important pour autoriser un suivi photométrique au sol. Cette possibilité sera sans doute testée au cours la saison 2006.

Une stratégie d'observation performante est ainsi essentielle, étant donné l'aspect souvent imprévisible et la très grande variété des déviations planétaires possibles. Les tâches sont de plus en plus automatisées, avec des algorithmes de sélection des

événements de plus en plus efficaces. Ceci laisse entrevoir la perspective d'utiliser dans le futur des observatoires automatiques (par exemple ROBONET), même si en l'état actuel des choses, du travail reste à accomplir dans ce domaine.

CHAPITRE 4
Limites sur l'abondance des planètes extra-solaires

Sommaire

4.1 Sur l'abondance des exoplanètes 161
4.1.1 Quelles planètes détectées et autour de quelles étoiles ? . . 161
4.1.2 Prédictions des modèles de formation planétaire 162
4.1.3 Abondance des exoplanètes autour des naines M 163
4.2 Efficacités de détection par effet de microlentille 164
4.2.1 Sensibilité de la méthode 165
4.2.2 Calcul des efficacités de détection 165
4.2.3 Diagrammes d'efficacité de détection 169
4.3 Limites sur l'abondance des planètes 173
4.3.1 Diagramme d'exclusion dans le plan (d, q) 173
4.3.2 Diagramme d'exclusion dans le plan physique 174
4.4 Annexe : étude des événements individuels 179

4.1 Sur l'abondance des exoplanètes

Le chapitre précédent a été essentiellement consacré à la détection des planètes extra-solaires. Si les nombreuses découvertes permettent aujourd'hui de bien appréhender les caractéristiques de l'échantillon ainsi constitué, peu d'informations ont été données sur leur abondance dans la Galaxie. C'est cet aspect qui est envisagé maintenant, et nous verrons que les microlentilles sont en mesure d'apporter une contribution décisive.

4.1.1 Quelles planètes détectées et autour de quelles étoiles ?

L'essentiel des découvertes de planètes extra-solaires a été réalisé grâce à la méthode des vitesses radiales, comme nous l'avons souligné au début du chapitre 3. De fait, notre connaissance sur l'abondance des exoplanètes est, actuellement, surtout

basée sur la population d'étoiles privilégiée par cette technique. Il s'agit d'étoiles assez brillantes, de type solaire (F à K) dans la Séquence Principale. L'observation d'étoiles moins massives et moins lumineuses demande quant à elle une très grande précision instrumentale. Par exemple en ce qui concerne la méthode des vitesses radiales, Marcy *et al.* (2005) rapportent que dans leur échantillon d'étoiles, seules 120 sur 1330 d'entre elles étaient des naines M, situées de plus dans le très proche voisinage solaire ($< 10\,\mathrm{pc}$). Or, ce sont ces dernières étoiles, les naines rouges M ($M_* \sim 0.1 - 0.6\,M_\odot$), qui sont les plus abondantes dans la Galaxie, les étoiles de type solaire y étant minoritaires.

On peut alors se demander, si un peu plus de 5 % des étoiles de type solaire sont accompagnées de planètes, ce qu'il en est des autres. Pour la plupart des méthodes d'observation, affiner la sensibilité des instruments pour observer les naines M représente un défi certain, et relativement peu de naines rouges ont à ce jour pu être sondées (quelques centaines seulement dans le proche voisinage solaire).

4.1.2 Prédictions des modèles de formation planétaire

Il est raisonnable de penser que tous les disques protoplanétaires n'ont pas les mêmes chances de former les mêmes types de planètes. La quantité de matière qui y est contenue, leur métallicité, la proportion de gaz par rapport aux poussières ou encore le temps de formation de l'étoile centrale sont autant de paramètres qui peuvent orienter la formation planétaire vers certains types d'objets, voire inhiber certains processus. Il semble actuellement que la possibilité de formation de planètes géantes soit très intimement liée au temps de vie du disque protoplanétaire (*cf.* § 3.2). De ce point de vue, la recherche d'exoplanètes autour des naines rouges peut constituer un test assez sévère pour les modèles de formation planétaire.

De récents modèles théoriques et simulations numériques ont été mis en œuvre afin de percer les secrets des conditions de formation des exoplanètes autour d'étoiles de faibles masses. Par des simulations de type Monte Carlo, basées sur plusieurs modèles de disques protoplanétaires, Ida & Lin (2004) affirment ainsi que le "core accretion model" prédit un déficit de planètes de masses intermédiaires, $m_p = 10 - 100\,M_\oplus$, à des distances $a \leq 3\,\mathrm{UA}$ de l'étoile-hôte, ainsi qu'un déficit de planètes de masses plus élevées, $m_p \geq 10^3\,M_\oplus$, en orbite très proche de leur étoile-hôte, $a \leq 0.2\,\mathrm{UA}$.

De leur côté, Laughlin *et al.* (2004) tirent de leurs modèles qu'autour des naines M, la formation des Jupiters serait assez fortement inhibée, et ce à presque toutes les distances orbitales. En revanche, beaucoup de planètes dans le régime de masse de Neptune (environ $14\,M_\oplus$) devraient s'être constituées (*cf.* Fig. 4.1), en même temps que des planètes terrestres. Ida & Lin (2004) prédisent en outre que ces Neptunes devraient être nombreux dans le régime des courtes périodes orbitales parce que la migration vers l'intérieur du disque protoplanétaire serait facilitée pour des planètes en formation autour des étoiles peu massives.

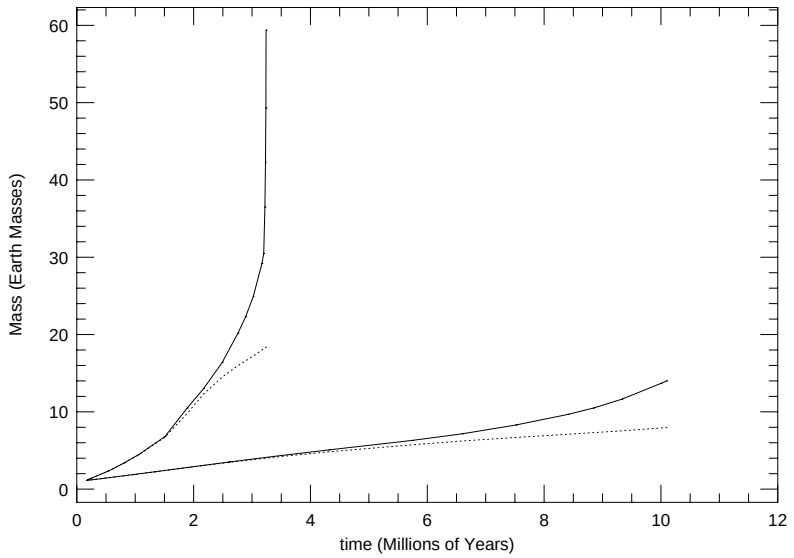

FIG. 4.1: Masse du cœur (courbes en pointillés) et masse totale (courbes en traits pleins) de deux types de planètes en cours de formation, en fonction du temps. Les deux courbes du haut correspondent à la formation d'un Jupiter (importante enveloppe gazeuse) autour d'une étoile solaire ($M_* = M_\odot$). Le deuxième cas (les deux courbes du bas) implique une étoile centrale de faible masse, $M_* = 0.4\,M_\odot$: elle accrète la matière beaucoup plus lentement que dans le cas précédent, et au bout d'environ dix millions d'années, la masse du disque étant devenue trop faible, la croissance de la planète s'arrête. Sa masse finale se situe autour de celle de Neptune. Figure extraite de Laughlin *et al.* (2004).

4.1.3 Abondance des exoplanètes autour des naines M

Sur les quelques cent soixante-huit exoplanètes découvertes, seulement cinq aujourd'hui l'ont été autour d'étoiles naines M (détectées par la mesure de leur vitesse radiale), et trois font partie du même système triple. Selon l'ordre chronologique de leur découverte, il s'agit de GJ 876 b, compagnon d'une M4 et découverte simultanément par Delfosse *et al.* (1998) et Marcy *et al.* (1998), GJ 876 c, deuxième planète de GJ 876 en résonance 2 : 1 avec la première (Marcy *et al.* , 2001), GJ 436 b, autour d'une M2 (Butler *et al.* , 2004), GJ 876 d, faisant de GJ 876 un système triple (Rivera *et al.* , 2005) et GJ 581 b, dont l'étoile-hôte est une naine M3 (Bonfils *et al.* , 2005). Les deux premières de ces exoplanètes entrent dans la catégorie des Jupiters, tandis que les trois dernières sont plutôt des Neptunes. Les trois planètes découvertes par la méthode des microlentilles (*cf.* chapitre 3) impliquent aussi, selon toute probabilité, des naines M, bien que le type des étoiles-hôtes n'ait pu être inféré que de manière statistique.

Ces premiers résultats importants suggèrent que le déficit de planètes autour des naines rouges est réel (ex. Naef *et al.* , 2005), de même qu'il semble aussi avéré qu'il existe un déficit de planètes géantes à grande période (Bonfils *et al.* , 2005). Pour ce qui est de la mesure d'abondance d'exoplanètes avec HARPS, la fréquence[1] d'étoiles naines M accompagnées d'au moins une planète serait ainsi inférieure à 1 % pour les compagnons relativement massifs et de courte période ($m_p > M_\mathrm{J}$ et $P < 10$ jours) et inférieure à 3 % pour des planètes moins massives et de plus longue période ($m_p > 0.5\,M_\mathrm{J}$ et $P < 1000$ jours). Plusieurs programmes de recherche sont par ailleurs restés infructueux dans leur recherche d'exoplanètes, aussi bien par la technique des vitesses radiales (par ex. Guenther & Wuchterl, 2003) que par la recherche de transits (par ex. Gilliland *et al.* , 2000, dans l'amas 47 Tuc, avec le HST).

Les microlentilles gravitationnelles ont contribué à mieux connaître la statistique des exoplanètes autour des naines rouges. Ainsi, par l'étude des événements observés au cours des premières années de suivi (saisons 1995 à 1999 incluse), Gaudi *et al.* (2002) ont estimé que moins de 33 % des étoiles naines M du centre galactique devraient être accompagnées d'un Jupiter de rayon orbital compris entre 1.5 et 4 UA, ce chiffre s'élevant à 45 % pour des exoplanètes de masse $3\,M_\mathrm{J}$ et situées entre 1 à 7 UA de leur étoile.

C'est cette étude qui est reprise et adaptée dans les sections suivantes. La base de données a été tout d'abord étendue aux observations réalisées par PLANET entre 1995 et 2004. Tout d'abord, au-delà de la simple extension du nombre d'objets, la détection récente de planètes extra-solaires par effet de microlentille nous amène aujourd'hui à reconsidérer la signification statistique des résultats. D'autre part, les fortes contraintes issues d'événements très bien couverts photométriquement et de grande amplification, incitent à étendre l'approche utilisée par Gaudi *et al.* (2002) par la mise en œuvre d'un modèle galactique de distribution des vitesses des étoiles-sources et des microlentilles, ainsi que des masses de ces dernières. Le travail préliminaire à la détermination des limites d'abondance d'exoplanètes autour des naines rouges par la méthode des microlentilles gravitationnelles est actuellement encore en cours de développement.

4.2 Efficacités de détection par effet de microlentille

L'observation d'un grand nombre de microlentilles gravitationnelles permet de poser des limites sur l'abondance d'exoplanètes dans l'échantillon observé. Cette section décrit une manière de construire des diagrammes d'exclusion de planètes, dans l'espace des paramètres des modèles. Ils serviront à leur tour à produire des diagrammes d'exclusion dans l'espace physique demi-grand axe–masse des exopla-

[1] Ces chiffres préliminaires m'ont été communiqués par Xavier Bonfils (LAOG Grenoble, communication personnelle) ; ils sont donnés à ± 1 % à $1\,\sigma$.

nètes (section 4.3), et enfin un diagramme (préliminaire) combiné de limites sur leur abondance.

4.2.1 Sensibilité de la méthode

La technique des microlentilles possède une certaine sensibilité intrinsèque aux exoplanètes. Nous avons vu en particulier, au chapitre précédent, que cette sensibilité était maximale pour une planète située dans la "lensing zone" de la microlentille (*i.e.* $0.6 < d < 1.6$). Mais ce n'est pas pour autant que toutes les planètes vont produire une déviation détectable, car ceci dépend beaucoup de la trajectoire de l'étoile-source par rapport à la microlentille, comme nous allons le voir.

Dans le développement qui suit, les paramètres de rapport de masse q et de séparation instantanée d planète–étoile sont fixés, et les efficacités de détection calculées seront toujours fonction de ce couple de paramètres. Pour les rapports de masse assez faibles (disons $q < 10^{-2}$), la forme des courbes de lumière affectées par une déviation planétaire est similaire, dans sa globalité, à celle d'une microlentille simple (PSPL[2]), sauf dans la région de la déviation planétaire. La trajectoire de l'étoile-source par rapport à la microlentille joue un rôle central : elle est décrite par les deux paramètres u_o et α (*cf.* Fig. 2.5)Le paramètre d'impact u_o détermine essentiellement la forme globale de la courbe d'amplification, et la valeur du pic. Quant à α, c'est lui qui va décider si l'étoile-source traverse ou non une caustique.

Ceci est illustré par la Fig. 4.2, où deux trajectoires de l'étoile-source sont envisagées. Le paramètre d'impact u_o est identique dans les deux cas, mais deux orientations différentes du mouvement de la source sont envisagées. Ainsi la trajectoire en bleu ne rencontre pas de caustique et aucune déviation n'est visible sur la courbe d'amplification, malgré la présence d'une planète ; en revanche, la trajectoire en rouge, qui traverse la caustique planétaire, produit un pic d'amplitude appréciable dans la courbe d'amplification.

4.2.2 Calcul des efficacités de détection

La sensibilité de la méthode est prise en compte par une « efficacité de détection », pour un couple séparation instantanée–rapport de masse (d, q) donné. Elle est définie comme la probabilité d'observer un signal planétaire, pour une microlentille binaire de configuration (d, q) et d'amplification maximale donnée, lorsque toutes les trajectoires compatibles avec la courbe de lumière ont été envisagées. Elle sera notée de manière générale $\varepsilon(d, q)$.

On peut simplifier un peu le problème en faisant l'hypothèse que toutes ces trajectoires ont des paramètres d'impact pratiquement identiques (*cf.* § 4.2.1), et que la variété des courbes d'amplification à envisager est essentiellement due aux différents angles d'impact α possibles.

[2]Cette notation, introduite au chapitre 2, est utilisée ici pour plus de commodité.

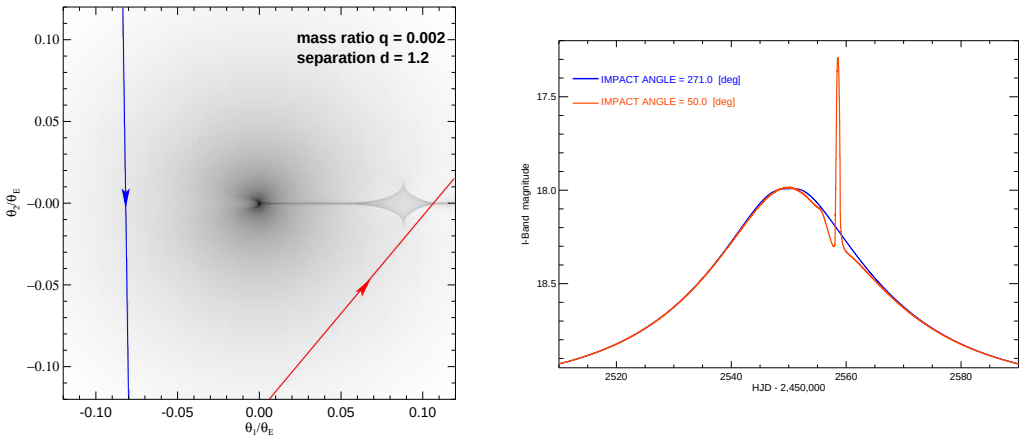

FIG. 4.2: Effet de la présence d'une exoplanète autour d'une microlentille gravitationnelle. Le rapport de masse et la séparation planète–étoile valent respectivement $q = 2 \times 10^{-3}$ et $d = 1.2$. Le panneau de gauche est la carte d'amplification (*cf.* annexe A.3.3) de cette microlentille (d, q), où les régions plus sombres indiquent des amplifications plus grandes. Les deux trajectoires, à gauche en bleu et à droite en rouge, ont le même paramètre d'impact, $u_o = 0.34$, mais des angles d'impact différents, 270° et 50° respectivement. Dans le premier cas (en bleu), la source passe loin des caustiques centrale et planétaire, et aucune déviation par rapport à la microlentille simple n'est visible sur le panneau de droite. Dans le second cas (en rouge), en revanche, la source traverse une caustique et produit un pic très clair dans la courbe de lumière.

En conséquence, une première approche pour évaluer ces efficacités de détection serait de calculer toutes les courbes possibles à (d, q) et u_o fixés, et mesurer l'importance de la déviation planétaire pour tous les angles $\alpha \in [0, 2\pi]$. La fraction de ces angles qui conduisent à une déviation jugée détectable pourra alors être assimilée à une efficacité de détection ; sa valeur $\varepsilon(d, q)$ vaut 1 si toutes les trajectoires (c'est-à-dire tous les angles) provoquent une déviation notable, et au contraire 0 si la planète passe inaperçue quelle que soit la trajectoire considérée.

Cependant cette approche, qui fut historiquement la première envisagée (Griest & Safizadeh, 1998), souffre d'un défaut important en pratique. L'échantillonnage des courbes de lumière n'est jamais parfait, et il arrive toujours qu'à cause des conditions climatiques, par exemple, on ait des trous dans la prise de données. Une déviation planétaire telle que celle présentée à la Fig. 4.2 pourrait très bien avoir lieu précisément dans l'une de ces régions non couverte par les observations ! Le calcul de l'efficacité de détection présenté plus haut surestime dans ce cas la valeur réelle, qui doit en fait prendre en compte la qualité de la couverture temporelle des mesures ainsi que leur qualité photométrique.

Une solution consiste à calculer l'efficacité de détection de la méthode pour chaque événement observé k, et pour une configuration (d, q) donnée ; elle est notée

dans ce cas $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d,q) \in [0,1]$ (nous rencontrerons par la suite plusieurs « types » d'efficacités de détection). Afin qu'elles prennent en compte la qualité de l'événement étudié, les calculs doivent être basés sur les points de mesure. Puisqu'il n'est jamais possible d'être certain que toutes les déviations ont été observées, on définit $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d,q)$ comme la fraction des trajectoires possibles pour lesquelles les mesures ne sont pas compatibles avec le modèle planétaire (d,q) envisagé. Dans le cas idéal de courbes de lumières parfaitement échantillonnées et sans aucune déviation détectable, cette définition et la précédente sont équivalentes (car alors les points de mesure retracent dans ce cas très précisément la courbe théorique d'amplification d'une microlentille simple).

On choisit d'abord, pour évaluer l'importance d'une déviation, de prendre comme point de référence la valeur $\chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}$ (*cf.* Eq. (A.10), p. 265) du meilleur modèle de microlentille simple (PSPL). Pour chaque valeur de l'angle d'impact $\alpha \in [0,\pi]$[3], on recherche alors le meilleur modèle planétaire — à (d,q) fixé — qui s'ajuste aux données, en laissant libres de varier tous les autres paramètres. Cet ajustement est caractérisé par sa valeur de χ^2, comme pour le modèle PSPL de référence, qui est alors notée $\chi^2_k(d,q,\alpha)$. Les déviations sont en fin de compte quantifiées par les valeurs de $\chi^2_k(d,q,\alpha) - \chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}$.

D'après ce qui précède, la fraction des angles qui auraient produit une déviation incompatible avec les mesures est donnée par (Θ est l'échelon de Heaviside) :

$$\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d,q) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \Theta\left(C(d,q,\alpha) - C_{\mathrm{s}}\right)\mathrm{d}\alpha, \tag{4.1}$$

où $C(d,q,\alpha)$, le « contraste », évalue la déviation relative entre le meilleur ajustement des points de mesure au modèle planétaire (d,q) (avec α fixé) et PSPL. Il est défini par :

$$C_k(d,q,\alpha) = \frac{\chi^2_k(d,q,\alpha) - \chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}}{\chi^2_k(d,q,\alpha)}. \tag{4.2}$$

Le choix du dénominateur, $\chi^2_k(d,q,\alpha)$ et non $\chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}$, relève de l'hypothèse *a priori* qu'une planète est présente autour de la microlentille dans cette étude. Le contraste est compris entre zéro est un : si $\chi^2_k(d,q,\alpha) \gg \chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}$ (on aurait détecté une telle planète) alors $C_k(d,q,\alpha) \to 1$; au contraire, quand $\chi^2_k(d,q,\alpha) \simeq \chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}$ (pas d'anomalie détectée malgré la présence de la planète), on a $C_k(d,q,\alpha) \to 0$. Quant à C_{s}, il s'agit du seuil pour lequel on considère que le modèle planétaire peut être exclu. Sa valeur sera discutée plus loin.

Avec cette définition, l'efficacité de détection $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d,q)$ d'un événement observé sera d'autant plus grande que l'amplification maximale sera grande, car alors

[3] On se limite à $\alpha \in [0,\pi]$ du fait de la symétrie axiale de la microlentille binaire. La prise en compte de la parallaxe nécessiterait de considérer $\alpha \in [0,2\pi]$, mais son effet est ici inclus dans les erreurs systématiques, ce qui est suffisant puisqu'on ne cherche pas à détecter et à mesurer précisément des paramètres planétaires. En pratique, l'intervalle $[0,\pi]$ est divisé en 100 valeurs, $\alpha_j = j\pi/100$, ce qui fournit une résolution angulaire satisfaisante.

les déviations dues aux caustiques centrales seront très fréquentes. En revanche, $\varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d,q)$ se révélera d'autant plus faible que la qualité des observations réalisées sera moins bonne, avec une valeur absolue de $\chi_k^2(d,q,\alpha)$ plus élevée (en effet, la contribution à χ^2 des mêmes points déviants de plus d'1σ dans les modèles planétaires et PSPL est éliminée au numérateur par la soustraction $\chi_k^2(d,q,\alpha) - \chi^2_{\mathrm{PSPL,k}}$ mais conservée au dénominateur).

Cette approche diffère légèrement de celle adoptée par Gaudi & Sackett (2000), qui était basée sur le critère que la valeur de $\Delta\chi^2 = \chi_k^2(d,q,\alpha) - \chi^2_{\mathrm{PSPL,k}}$ devait dépasser une certaine valeur-seuil donnée, $\Delta\chi_o^2$, au lieu de considérer une différence relative. La méthode adoptée par Gaudi & Sackett impliquait cependant que les barres d'erreurs fussent toutes réajustées sur la base du meilleur modèle PSPL obtenu, en excluant systématiquement les points déviants. Les barres d'erreurs étaient finalement recalculées de telle manière que la valeur de $\chi^2/d.o.f.$ (où $d.o.f.$ est le nombre de degrés de liberté du modèle, égale à la différence entre le nombre de données et de paramètres) soit unitaire. Un critère commun $\Delta\chi_o^2$ d'exclusion des modèles planétaires pouvait alors être choisi grâce à des simulations Monte Carlo (voir plus loin).

Le choix adopté ici consiste plutôt à réajuster les barres d'erreurs pour chaque site, en fonction de la qualité de la photométrie des observations avant toute modélisation. Cela permet d'éviter de mettre à un même niveau des observations de seeing moyen d'une seconde d'angle avec d'autres mesures de seeing moyen 1.6". Les observations contribuent donc d'autant plus au résultat final que leur photométrie est de bonne qualité. De plus, le modèle PSPL ne joue pas un rôle trop central dans cette approche (alors qu'il est relativement central dans l'approche antérieure), et les déviations ne sont pas exclues *a priori* pour le calcul du modèle de référence. Enfin, le choix de C_{s} est naturellement commun à tous les événements.

Afin de conserver la compatibilité avec les travaux précédents, nous avons basé le nouveau choix du critère d'exclusion sur la comparaison entre les résultats des deux méthodes, toutes deux appliquées à OGLE 98–BLG–014 (Albrow *et al.* , 2000). La courbe d'amplification de cette microlentille est tracée sur la Fig. 4.3. Le choix de $\Delta\chi_o^2 = 60$ (Gaudi *et al.* , 2002) correspond à $C_{\mathrm{s}} \simeq 5.3\,\%$ pour cet objet-test. Ce critère est suffisamment fiable pour éviter d'exclure des modèles en réalité affectés par des erreurs systématiques, au lieu de déviations planétaires. Ce choix pour C_{s} a été retenu pour les calculs présentés au paragraphe suivant.

J'ai développé un programme spécificique, tangobi (*cf.* annexe A.5.2), pour le calcul des efficacités de détection, avec quelques spécificités décrites par la suite. Les méthodes numériques, testées sur cet événement, sont rapportées en annexe A, et les résultats en sont illustrés par la Fig. A.3, p. 274.

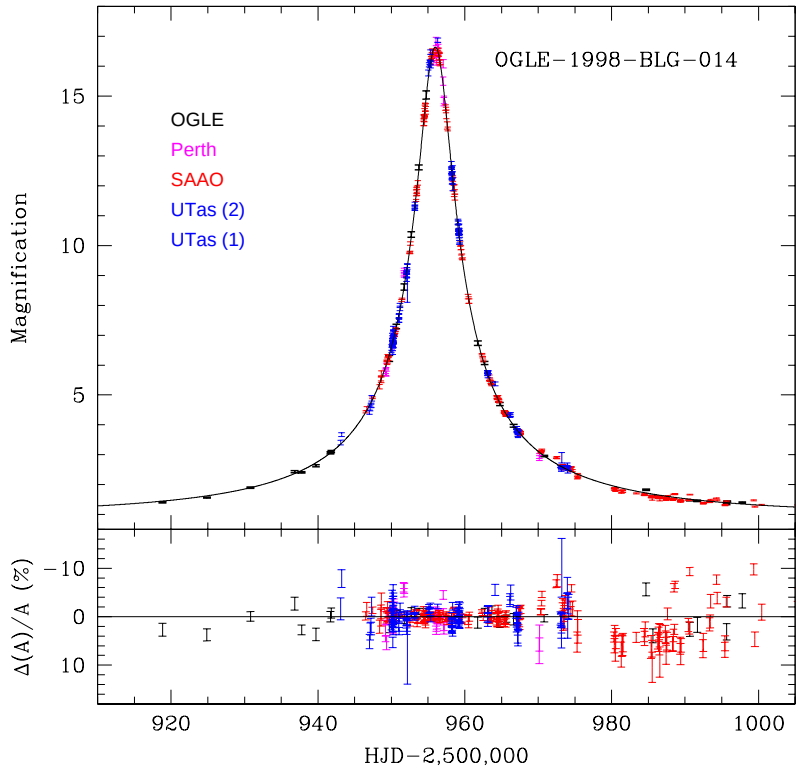

FIG. 4.3: Courbe de lumière de l'événement OGLE 1998–BLG–014 (Albrow *et al.* , 2000). Les données sélctionnées proviennent des télescopes indiqués. Le modèle sous-jacent est lentille simple avec source poncutelle.

4.2.3 Diagrammes d'efficacité de détection

Algorithme de calcul de $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}\,(d,q)$

L'algorithme de calcul des efficacités de détection, pour un événement observé k, fait en fin de compte intervenir les étapes suivantes :

1. Trouver le meilleur modèle PSPL, ce qui fournit la valeur de $\chi^2_{\mathrm{PSPL,\,k}}$.
2. Pour un couple (séparation instantanée d, rapport de masse q) donné et, pour chaque valeur de l'angle d'impact $\alpha \in [0,\pi]$, rechercher le modèle de microlentille binaire (avec effet de source étendue) qui s'ajuste au mieux aux données, ce qui est quantifié par $\chi^2_k\,(d,q,\alpha)$.
3. Répéter l'étape (2) pour toutes les valeurs de α.
4. Calculer $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}\,(d,q)$ grâce aux équations (4.1) et (4.2).
5. Répéter les étapes (2) à (4) pour toutes les valeurs du couple (d,q).

Choix de la grille (d, q) de calcul

Les valeurs discrètes de d et q que nous avons choisies pour calculer les efficacités $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d, q)$ privilégient la couverture de la "lensing zone", où les effets les plus importants sont attendus et demandent une bonne résolution. Volontairement, la grille (d, q) est irrégulière (même si cela pose quelques problèmes numériques supplémentaires) afin de limiter le temps de calcul par événement. Notre grille finale est constituée de 35 valeurs de séparations : $d = 0.1 - 0.2 - 0.3 - 0.4 - 0.5 - 0.526316 - 0.555556 - 0.588235 - 0.6 - 0.625000 - 0.666667 - 0.7 - 0.714286 - 0.769231 - 0.8 - 0.833333 - 0.9 - 1.0 - 1.11111 - 1.2 - 1.25 - 1.3 - 1.4 - 1.42857 - 1.5 - 1.6 - 1.66667 - 1.7 - 1.8 - 1.9 - 2.0 - 2.5 - 3.33333 - 5.0 - 10.0$, et de 9 valeurs du rapport de masse : $q = 10^{-4} - 2\times10^{-4} - 3\times10^{-4} - 6\times10^{-4} - 10^{-3} - 1.8\times10^{-3} - 3.2\times10^{-3} - 5.6\times10^{-3} - 10^{-2}$.

Le nombre de modèles qu'il faut calculer pour déterminer $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d, q)$ est donc égal à $35 \times 9 = 315$. Le temps nécessaire au calcul de l'ensemble des valeurs $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d, q)$ pour un événement, sur un mono-processeur cadencé à 2 GHz, se situe autour de 48 heures. Il faut ensuite le multiplier par le nombre N_l de microlentilles étudiées. Un programme, tangobi (*cf.* § A.5.2), est dédié à ces calculs ; il est complété par un ensemble de programmes écrits en langage `IDL`, notamment pour effectuer les tracés de diagrammes sur les grilles irrégulières.

Cartes d'amplification

Nous avons généré des cartes d'amplification (*cf.* Annexe A.3.3) des microlentilles pour les configurations (d, q) choisies, et ce pour deux raisons. D'une part, une fois que les cartes sont crées, le calcul de l'amplification se fait par simple lecture et interpolation des pixels de la carte, ce qui est beaucoup plus rapide que la détermination des trois ou cinq racines de l'équation des lentilles. D'autre part — et ceci représente une extension de la méthode utilisée par Gaudi *et al.* (2002) — ces cartes ont été convoluées avec une source étendue, pour éviter d'utiliser des modèles avec source ponctuelle, qui entraînent des divergences dans les amplifications et amènent à surestimer les efficacités de détection. Plusieurs tests ont été réalisés, en convoluant successivement les cartes d'amplification avec des sources de taille $R_{\mathrm{S}} = 10^{-3}$, 5×10^{-3} et $10^{-2}\,R_{\mathrm{E}}$, ce qui correspond à des rayons de source de 1, 6 et $13\,R_{\odot}$ respectivement, pour une microlentille de masse $0.3\,M_{\odot}$ et des distances observateur–microlentille de $D_{\mathrm{L}} = 4\,\mathrm{kpc}$ et étoile-source de $D_{\mathrm{S}} = 8.5\,\mathrm{kpc}$. La taille de source retenue est $R_{\mathrm{S}} = 10^{-2}\,R_{\mathrm{E}}$, c'est-à-dire celle qui est la plus à même de bien décrire les événements à source étendue, sans pour autant trop sous-estimer l'efficacité des événements où la source est en réalité plus petite. Le disque stellaire est de plus décrit par une loi d'assombrissement centre-bord linéaire, de paramètre $\gamma_1 = 0.5$ (*cf.* § 5.2.1).

En pratique, ces cartes sont de taille 2048×2048 pixels, stockées au format `FITS`. Leur point origine est choisi au centre de gravité du système étoile–planète. La résolution est d'environ $10^{-3}\,R_{\mathrm{E}}$, pour une densité de rayons de 10^4/pixel. Les

régions de la courbe de lumière qui ne sont pas prises en compte, à cause de la taille nécessairement finie de la carte, sont prolongées par un modèle à source ponctuelle. Cela ne pose pas de problème particulier, puisqu'à ces distances de la microlentille, les effets de taille étendue sont souvent négligeables.

Sélection des objets et diagrammes individuels d'efficacité de détection

Etant donné le très grand nombre de microlentilles observées, seules les efficacités de détection d'une sélection d'événements peuvent être calculées. L'expérience montre qu'il est possible de retenir certains critères de sélection. Ainsi les événements qui présentent l'une au moins des caractéristiques listées ci-dessous ont soit une sensibilité très réduite aux compagnons planétaires des microlentilles, soit ne fournissent qu'une contribution négligeable au résultat final. Ont ainsi été écartés de la sélection finale :

- les événements mal échantillonnés, en particulier autour du pic de la courbe de lumière, et qui présentent une grande incertitude dans la détermination des paramètres du modèle PSPL ;
- les objets trop peu brillants ou situés dans des champs d'étoiles très encombrés, présentant de grandes barres d'erreurs,
- les événements de faible amplification (inférieure à $A \simeq 2$) qui ne contribuent que très peu au résultat final ;
- les événements présentant de très fortes anomalies clairement dues à des étoiles binaires (traversées de caustiques ou de "cusps") ;
- les événements de longue durée, dont la courbe de lumière était visiblement affectée par un fort effet de parallaxe, qui posent des problèmes importants de stabilité des algorithmes et de temps de calcul.

Le calcul des diagrammes d'efficacité de détection pour les saisons 1995–2004 est en cours de préparation (Cassan *et al.*, 2005). Le Tab. 4.1 de la p. 172 présente la liste des événements k pour lesquels les calculs de $\varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d,q)$ ont été réalisés. La liste finale contient notamment les événements qui ont eu une contribution majeure au cours des saisons 1995–1999, dont certains sont encore en cours d'analyse, ainsi que plusieurs objets de la saison d'observation de l'an 2000.

Les courbes de lumière individuelles avec les diagrammes d'efficacité de détection correspondants sont tracés sur les figures rassemblées au § 4.4.

Objets	Télescopes	t_E
MACHO 1997–BLG–026	d-Z-U-C-M	68.64
MACHO 1998–BLG–033	d-U-W-Y-M	10.03
OGLE 1998–BLG–014	S-U-C-Y-P-O	39.57
MACHO 1999–BLG–037	d-U-W-Y-M	83.63
OGLE 1999–BLG–036	d-U-W-Y-O	52.22
OGLE 2002–BLG–100	d-Z-U-W-X-O	46.84
OGLE 2002–BLG–103	d-W-X-O	85.85
OGLE 2002–BLG–280	U-W-X-0	22.35
OGLE 2002–BLG–296	d-W-O	41.08
OGLE 2002–BLG–297	d-W-O	13.53
OGLE 2003–BLG–161	A-Z-U-W-O	19.72
OGLE 2003–BLG–167	A-Z-U-W-O	51.68
OGLE 2003–BLG–175	Z-U-W-O	57.00
OGLE 2003–BLG–177	A-Z-U-W-O	25.06
OGLE 2003–BLG–244	Z-U-O	21.45
OGLE 2003–BLG–278	A-Z-U-O	11.30
OGLE 2003–BLG–334	C-Z-U-W-O	18.81
OGLE 2004–BLG–191	A-Z-U-W-O	25.69
OGLE 2004–BLG–203	A-Z-U-W-O	51.07
OGLE 2004–BLG–222	A-Z-O	30.03
OGLE 2004–BLG–234	A-Z-U-W-O	11.79
OGLE 2004–BLG–274	A-Z-O	53.12
OGLE 2004–BLG–293	A-Z-O	14.21
OGLE 2004–BLG–305	A-Z-O	16.85
OGLE 2004–BLG–319	Z-U-W-O	24.16
OGLE 2004–BLG–384	Z-U-W-O	43.77
OGLE 2004–BLG–421	A-Z-U-O	11.97
OGLE 2004–BLG–441	A-Z-U-W-O	5.85

TAB. 4.1: Objets dont les diagrammes d'efficacité de détection ont été calculés, parmi ceux qui ont été sélectionnés. Les télescopes qui ont observé sont désignés par : Z (Danois à La Silla), A, d ou S (SAAO), U (UTas), W (Perth), C ou Y (CTIO), O (OGLE), M (MACHO) et K (MOA). Le temps d'Einstein t_E du meilleur modèle de microlentille simple (PSPL) est aussi indiqué.

4.3 Limites sur l'abondance des planètes

4.3.1 Diagramme d'exclusion dans le plan (d, q)

Il est possible de combiner tous les diagrammes pour obtenir des limites sur l'abondance des exoplanètes relatives à l'ensemble des observations réalisées et analysées. Dans un premier temps, on envisage le calcul de telles limites dans le plan des paramètres (d, q) du modèle.

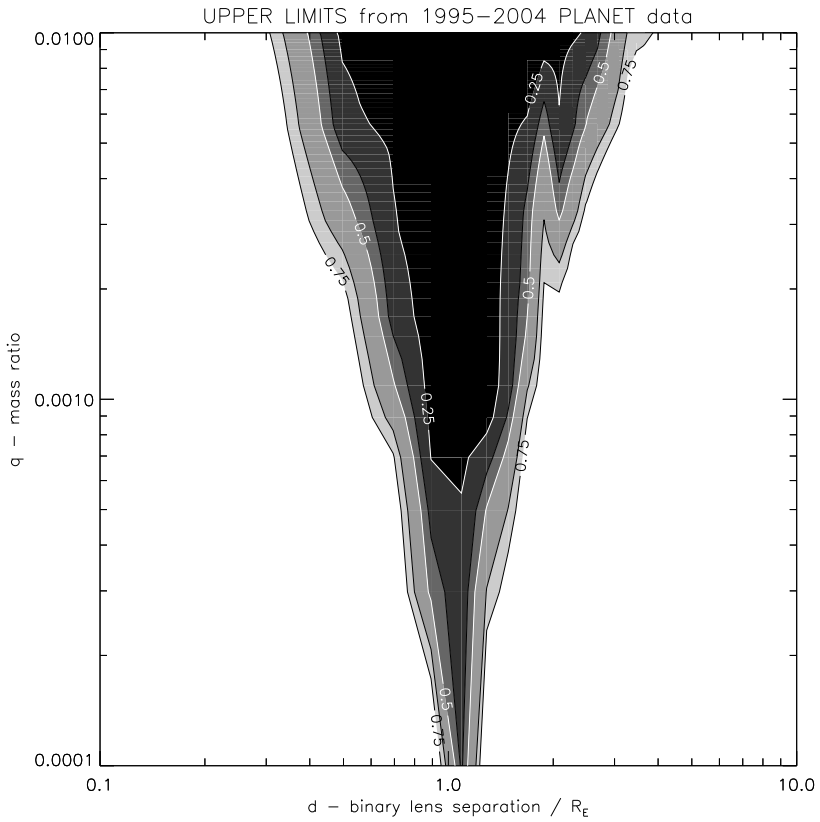

FIG. 4.4: Diagramme préliminaire de limites d'abondance dans le plan des paramètres (d, q) du modèle. Les microlentilles listées dans le Tab. 4.1 ont été utilisées pour produire ce diagramme. Les lignes de niveaux donnent des limites supérieures (à 95 % de confiance) à la fraction $f_{\mathrm{meth}}(d, q)$ d'étoiles ayant une planète de rapport de masse q et de séparation instantanée d.

Soit $f_{\mathrm{meth}}(d, q)$ la fraction de l'échantillon choisi de microlentilles qui sont accompagnées d'une exoplanète de rapport de masse q et de séparation instantanée d. D'un point de vue statistique, $\varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d, q)$ représente la probabilité de détecter une planète en orbite autour de la microlentille k, étant donnée la courbe de lumière observée. La probabilité qu'un événement donné soit accompagné d'une planète détectable vaut alors $\varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d, q) \times f_{\mathrm{meth}}(d, q)$, et ainsi la probabilité qu'aucune planète n'ait été détectée dans l'événement k s'exprime par : $1 - \varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d, q)\, f_{\mathrm{meth}}(d, q)$. Fi-

nalement, la probabilité d'avoir une détection au moins dans l'échantillon complet est donnée par :

$$P(d,q) = 1 - \prod_{k=1}^{N_l} \left(1 - \varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}\,(d,q)\, f_{\mathrm{meth}}(d,q)\right). \tag{4.3}$$

Pour calculer des limites supérieures à la fraction $f_{\mathrm{meth}}(d,q)$ d'étoiles ayant une planète de rapport de masse q et de séparation instantanée d, à un degré de confiance de 95 %, on choisit la probabilité telle que $P(d,q) = 0.05$. Les limites supérieures sont alors données en résolvant[4] l'Eq. (4.3) en $f_{\mathrm{meth}}(d,q)$.

Un diagramme de limites supérieures à l'abondance d'exoplanètes dans le plan (d,q) pour la sélection actuelle d'objets observés entre 1995 et 2004, est présenté à la Fig. 4.4. Les principaux contours indiqués, $f_{\mathrm{meth}}(d,q) = 25\,\%$, $33\,\%$, $50\,\%$, $66\,\%$ et $75\,\%$, excluent à $95\,\%$ de confiance qu'une fraction $f_{\mathrm{meth}}(d,q)$ du nombre d'exoplanètes ait une orbite projetée égale à $d \times R_{\mathrm{E}}$ et un rapport de masse q. Ce diagramme préliminaire impose de plus fortes contraintes que celui avancé par Gaudi *et al.* (2002) sur la base des observations entre 1995 et 1999.

4.3.2 Diagramme d'exclusion dans le plan physique

Le diagramme d'abondance calculé dans le plan (d,q) est très naturellement établi à partir des observations, et il ne comporte que très peu de biais intrinsèques (ils ne sont liés qu'au choix des événements utilisés pour son calcul). Tel quel, il n'est cependant pas pratique, car il n'est pas exprimé en terme de la masse m_p de la planète et du demi-grand axe a de son orbite. C'est la question de la conversion dans un plan physique (a, m_p) qui est abordée dans cette section.

Conversion entre (d,q) et (a,m_p)

On considère un certain événement k, pour lequel on a calculé le diagramme d'efficacité de détection $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}\,(d,q)$.

Tout d'abord, les distances en unités d'Einstein se convertissent en distances physiques r par multiplication par R_{E}, et les rapports de masses étoiles-planètes en masses absolues par multiplication par la masse M_* de l'étoile–hôte. L'approche adoptée par Gaudi *et al.* (2002) a consisté à choisir une conversion commune à tous les événements, en prenant les valeurs les plus probables de R_{E} et M_* : le rayon d'Einstein est pris égal à 2 UA, dans un scénario où l'étoile-source réside dans le Bulbe et la microlentille à la distance $D_{\mathrm{L}} = 6\,\mathrm{kpc}$. La masse de la microlentille est,

[4]Pour cela, on peut résoudre par exemple une équation du point fixe $g(x) = x$, avec $g(x) = x/(1-P) \prod_{k=1}^{N_l} \left(1 - x\,\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}\,(d,q)\right)$: en quelques itérations seulement, la suite $u_{n+1} = g(u_n)$ converge vers $f_{\mathrm{meth}}(d,q)$.

elle, prise égale $M = 0.3\,M_\odot$ (naine rouge). Ceci revient à effectuer la conversion :

$$m_p = q \times M_* \simeq \left(\frac{q}{3 \times 10^{-3}}\right) M_\mathrm{J} \quad \text{et} \quad r = d \times R_\mathrm{E} \simeq \left(\frac{d}{0.5}\right) \text{UA}. \tag{4.4}$$

La prise en compte d'une distribution des valeurs de R_E et M_* modifie les valeurs numériques de cette dernière équation, ce pour chaque événement k, en fonction de certaines de ses caractéristiques (en particulier la valeur du paramètre t_E). Ce problème est en cours d'étude et n'est présenté ici.

Les efficacités $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}(d, q)$ sont alors converties en grandeurs $\varepsilon_{\mathrm{mod},\,k}(r, m_p)$, exprimées en unités physiques (distance orbitale en UA et masse en M_J).

Un deuxième élément à prendre en compte est que la grandeur d est une séparation instantanée, et non la valeur du demi-grand axe de l'orbite planétaire. En supposant que les orbites s'éloignent peu d'un cercle, la projection $r = d \times R_\mathrm{E}$ de la distance étoile–planète, à un instant donné, possède une densité de probabilité d'être observée égale à :

$$p_a(r) = \frac{r}{a^2} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}}, \tag{4.5}$$

pour une orbite de rayon a (projection sur un plan méridien de la distance à l'origine d'un point placé aléatoirement sur une sphère centrée sur l'origine).

La courbe de $p_a(r)$ est tracée à la Fig. 4.5. On note que $p_a(r)$ donne plus de poids aux valeurs de r proches de a, du fait de la variation en sinus de la projection r de a (l'espérance de la variable aléatoire r vaut $\pi/4\,a \simeq 0.79\,a$).

Quant à la probabilité d'observer une planète de séparation instantanée $r = d \times R_\mathrm{E}$ $(0 \leq r_1 < r_2 \leq a)$, elle vaut :

$$\Pr\{r \in [r_1, r_2]\} \equiv \int_{r_1}^{r_2} p_a(r)\,\mathrm{d}r = \left[\sqrt{1 - \left(\frac{r}{a}\right)^2}\right]_{r_2}^{r_1}. \tag{4.6}$$

D'un point de vue statistique, la variable r est une valeur aléatoire, et $p_a(r)$ permet de calculer les espérances des grandeurs qui en dépendent.

Efficacités de détection dans le plan physique (a, m_p)

Pour chaque événement k, il est maintenant possible de convertir les efficacités de détections $\varepsilon_{\mathrm{mod},\,k}(r, m_p)$ en nouvelles efficacités, exprimées cette fois-ci en fonction des grandeurs physiques demi-grand axe et masse de la planète, (a, m_p). En effet, selon la définition de $p_a(r)$, on a :

$$\varepsilon_{\mathrm{phys},\,k}(a, m_p) = \int_0^a p_a(r)\,\varepsilon_{\mathrm{mod},\,k}(r, m_p)\,\mathrm{d}r. \tag{4.7}$$

Pour chaque événement k, on peut donc tracer un diagramme de limites d'abondance dans le plan (a, m_p) (*cf.* § 4.4). Ces derniers n'ont cependant de sens que combinés entre eux, car les conversions entre unités (d, q) et (a, m_p) sont de nature statistique.

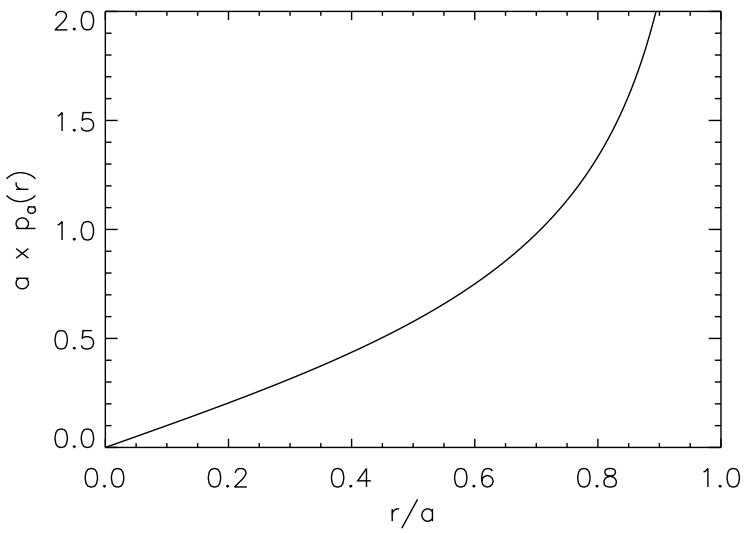

FIG. 4.5: Courbe proportionnelle à la densité de probabilité d'observer une planète à la distance physique r, en projection sur le plan normal à la ligne de visée. L'orbite de la planète est supposée circulaire de rayon physique a, et la figure donne $a \times p_a(r)$ en fonction du rayon fractionnel projeté r/a de la planète.

Etude de l'événement OGLE 2004–BLG–203

Afin de tester les différentes étapes du calcul des efficacités, j'ai choisi OGLE 2004–BLG–203 pour sa bonne couverture photométrique. La Fig. 4.6 illustre l'interpolation réalisée dans le but d'effectuer la conversion Eq. (4.4), suivie de l'intégration Eq. (4.7), et la Fig. 4.7 en montre le résultat. Enfin, la Fig. 4.8 présente le diagramme de limites d'abondances pour cet événement (c'est-à-dire $\varepsilon_{\mathrm{phys},k}(a, m_p)$).

Diagramme combiné de limites supérieures à l'abondance de planètes dans le plan physique

On peut combiner tous les événements afin, encore une fois, de poser des limites supérieures sur l'abondance d'exoplanètes. La méthode utilisée est identique à celle présentée au § 4.3.1, en remplaçant $\varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d, q)$ par $\varepsilon_{\mathrm{phys},k}(a, m_p)$.

Les valeurs de limites obtenues en choisissant les mêmes valeurs de conversion entre (d, q) et (a, m_p) (*cf.* Eq. (4.4)) pour tous les événements ne prennent pas en compte la diversité des configurations géométriques réelles des microlentilles. Un modèle galactique réaliste est en cours d'élaboration, qui permettra d'obtenir un diagramme combiné plus significatif que celui utilisé par Gaudi *et al.* (2002).

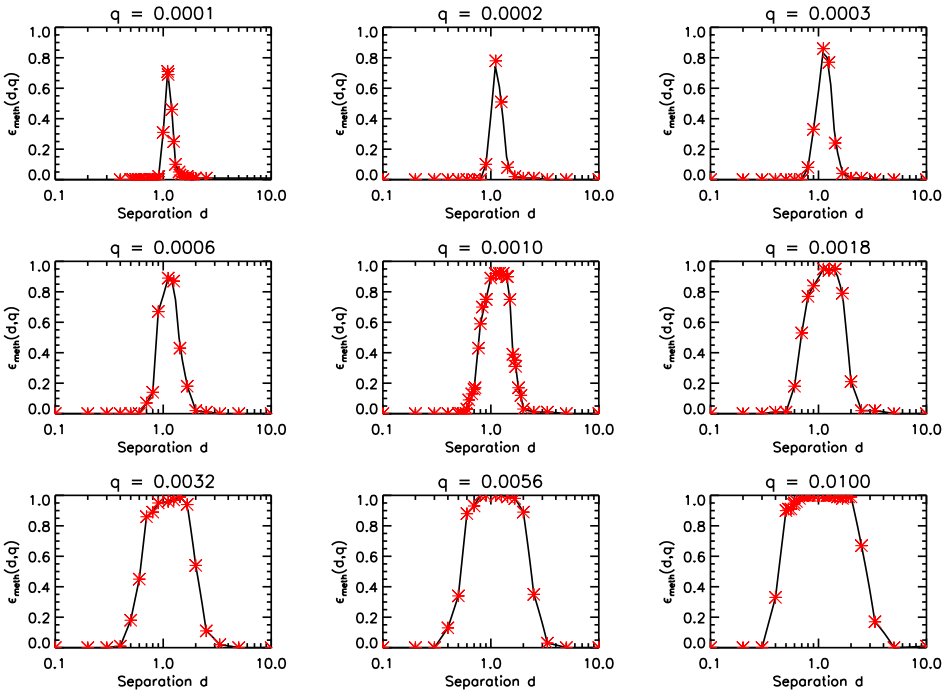

FIG. 4.6: Interpolation en vue de la conversion de $\varepsilon_{\mathrm{meth},k}(d,q)$ à (a, m_p), pour l'événement testé OGLE 2004–BLG–203.

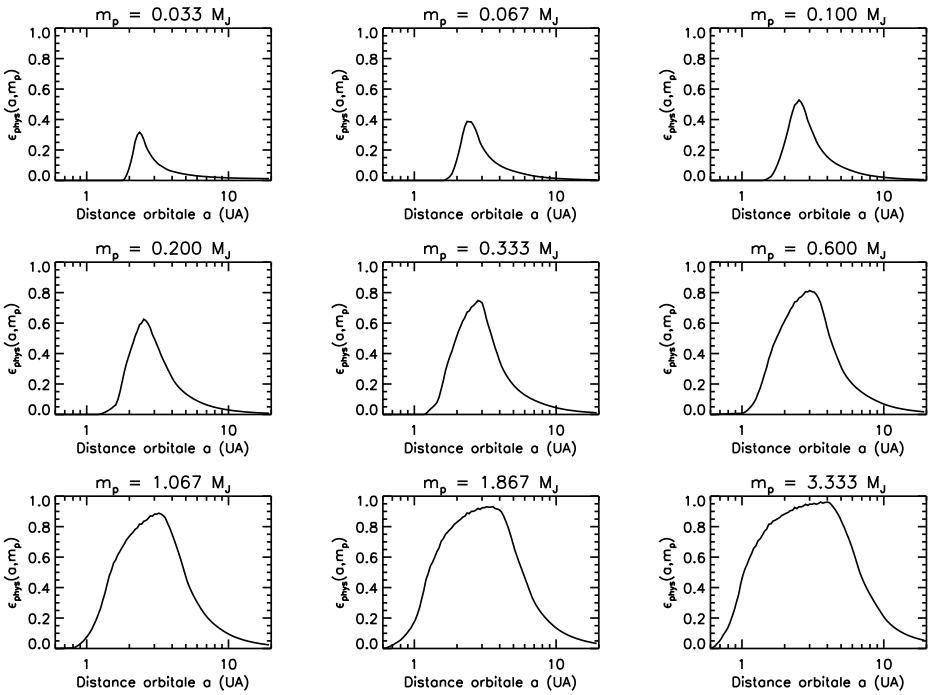

FIG. 4.7: Résultat de la conversion dans le plan physique (a, m_p) de OGLE 2004–BLG–203.

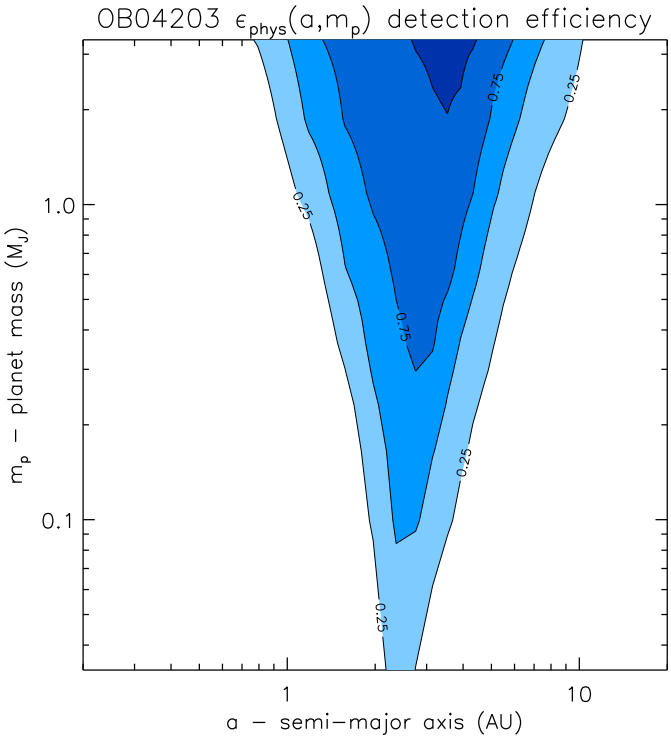

FIG. 4.8: Diagramme final d'efficacité de détection dans le plan physique (a, m_p), pour OGLE 2004–BLG–203. Ce diagramme isolé n'a de sens physique que lorsqu'il est combiné à l'ensemble des autres objets analysés, puisque la conversion entre (d, q) et (a, m_p) n'a qu'une signification statistique.

4.4 Annexe : étude des événements individuels

Les figures qui suivent présentent pour chaque événement étudié la courbe de lumière (panneau de gauche), le diagramme d'efficacité de détection $\varepsilon_{\mathrm{meth},\,k}\,(d,q)$ dans le plan (d,q) (panneau du milieu), et les diagrammes d'efficacités de détection dans le plan physique (a,m_p), après intégration sur toutes les orientations, $\varepsilon_{\mathrm{phys},\,k}\,(a,m_p)$ (panneau de droite).

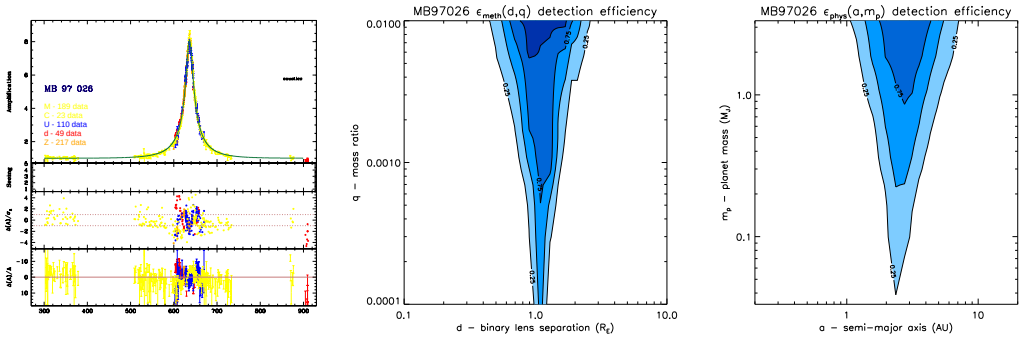

FIG. 4.9: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de MACHO 1997–BLG–026

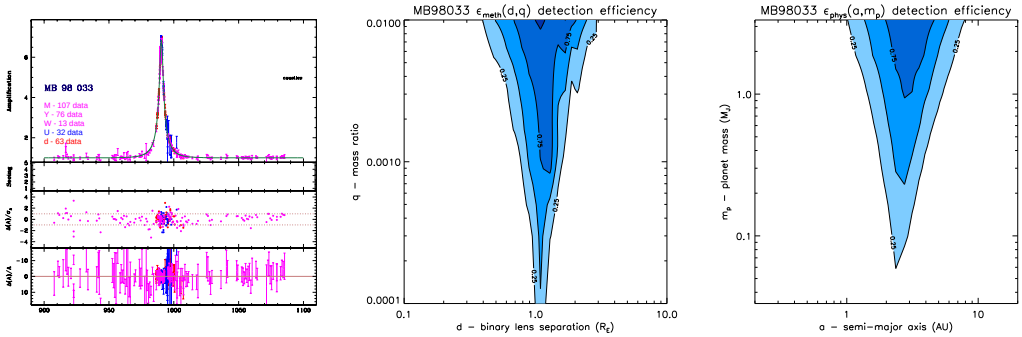

FIG. 4.10: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de MACHO 1998–BLG–033

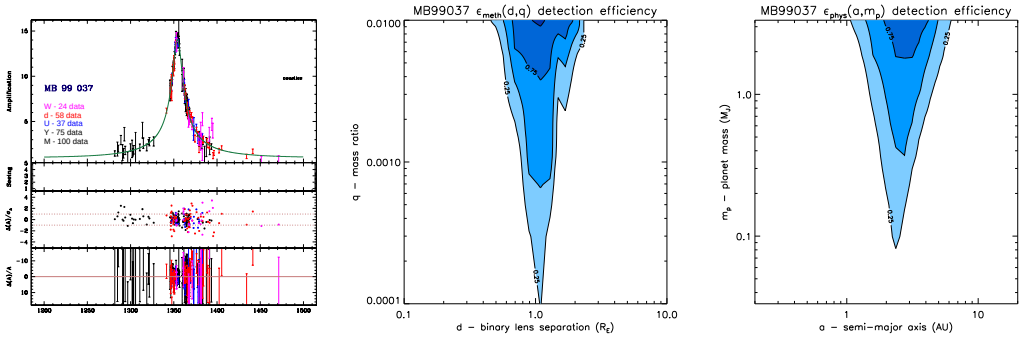

FIG. 4.11: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de MACHO 1999–BLG–037

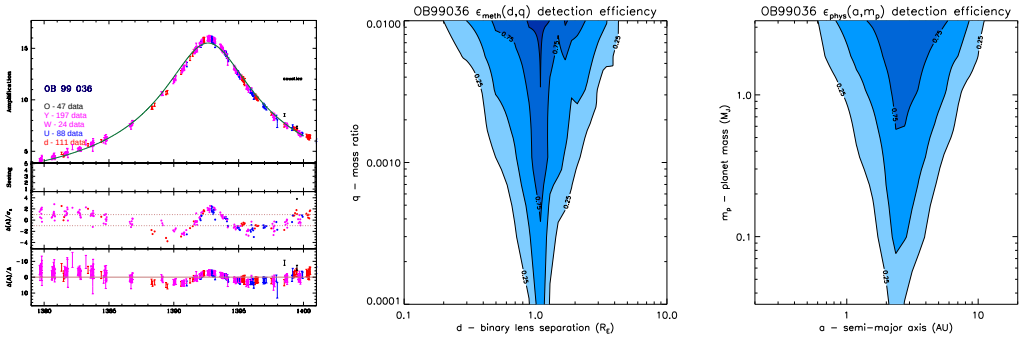

FIG. 4.12: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 1999–BLG–036

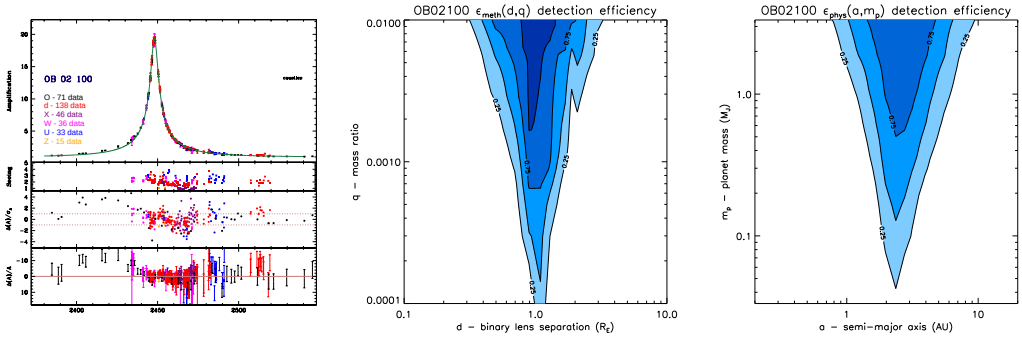

FIG. 4.13: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2002–BLG–100

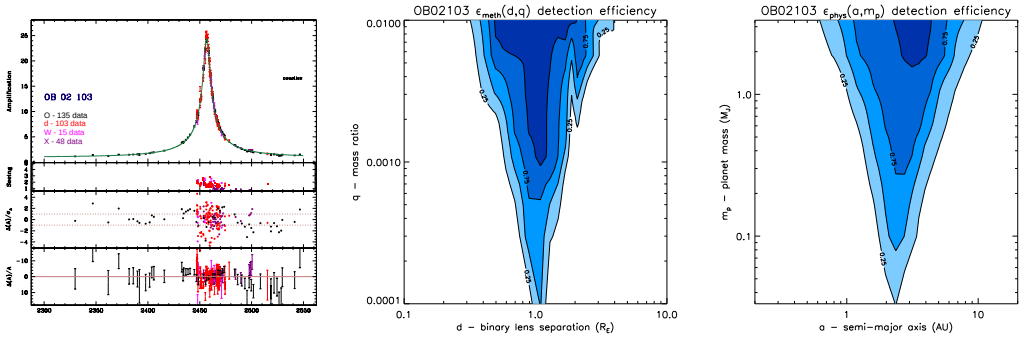

FIG. 4.14: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2002–BLG–103

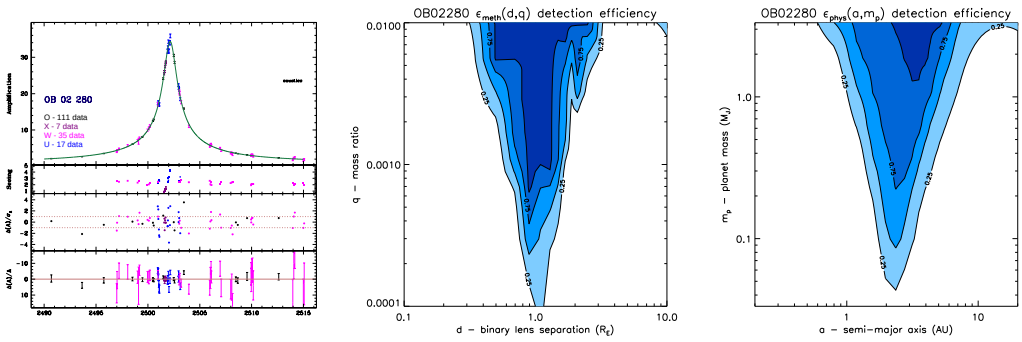

FIG. 4.15: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2002–BLG–280

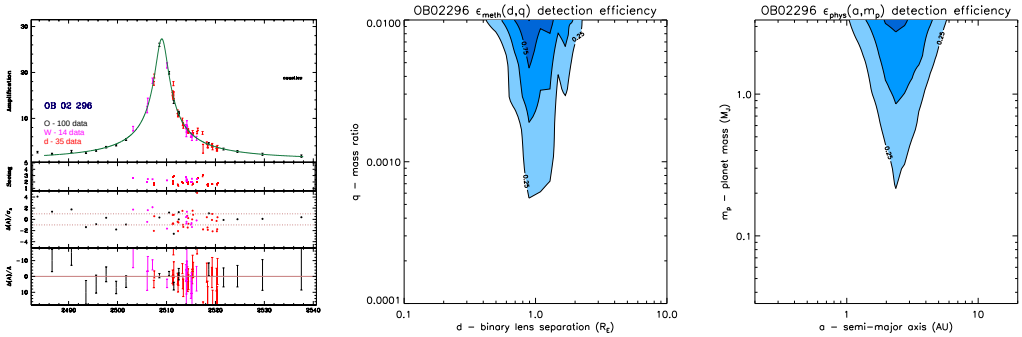

FIG. 4.16: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2002–BLG–296

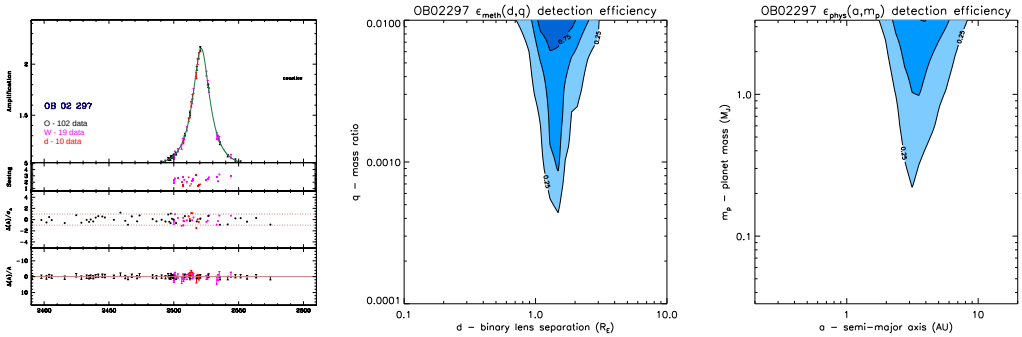

FIG. 4.17: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2002–BLG–297

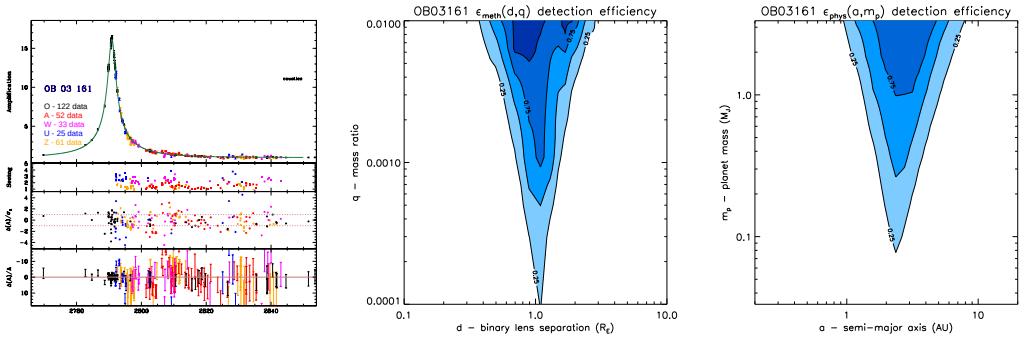

FIG. 4.18: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–161

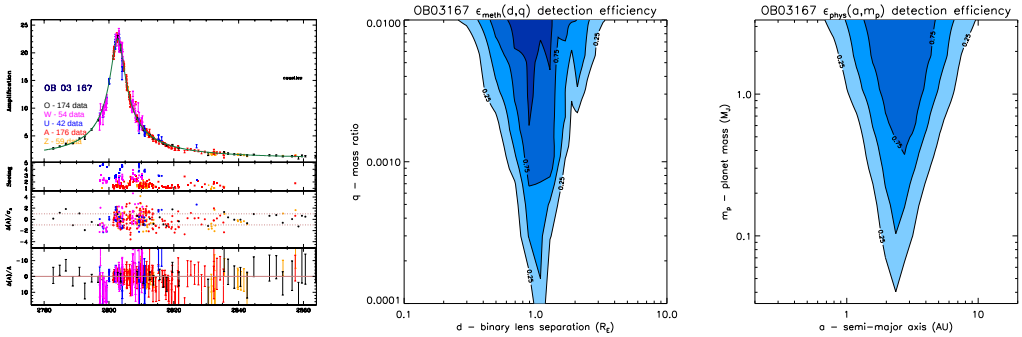

FIG. 4.19: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–167

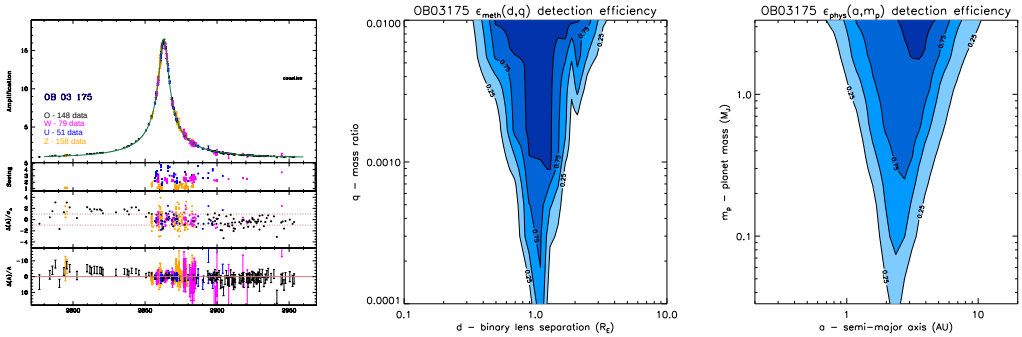

FIG. 4.20: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–175

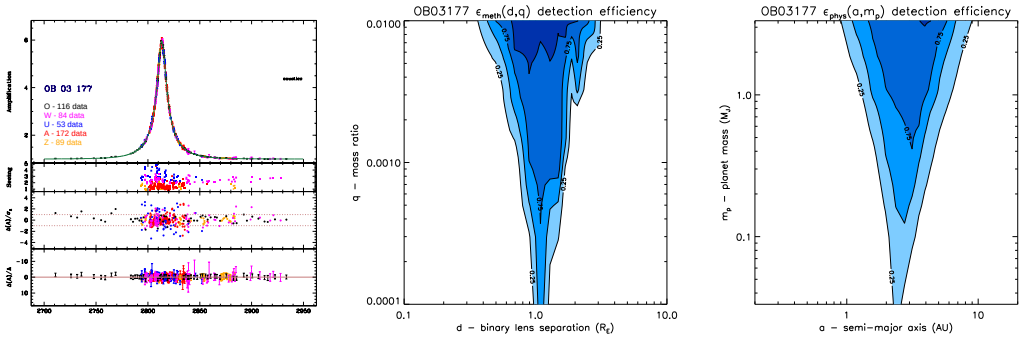

FIG. 4.21: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–177

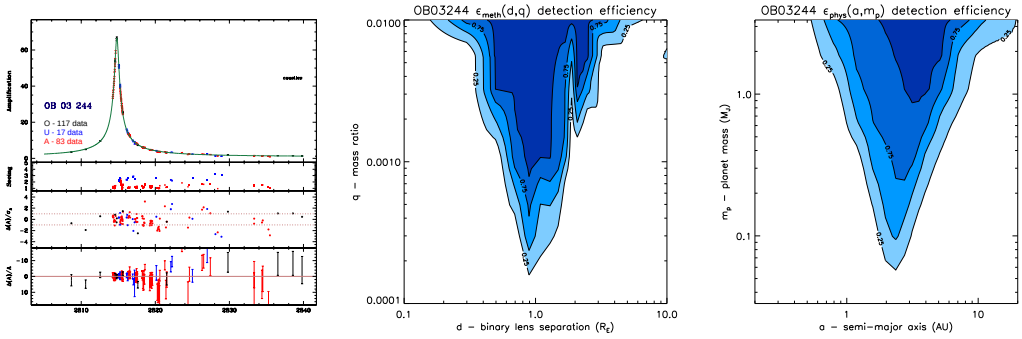

FIG. 4.22: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–244

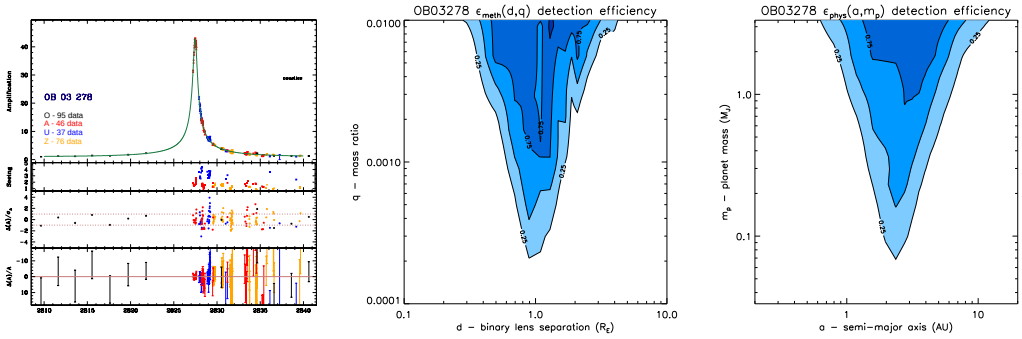

FIG. 4.23: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–278

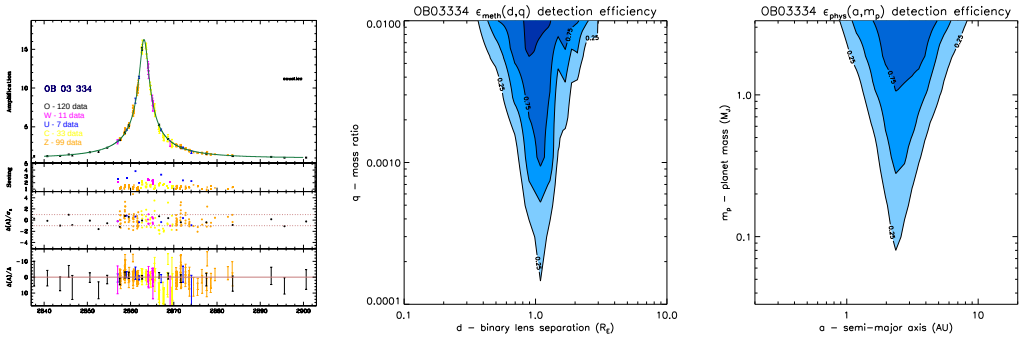

FIG. 4.24: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2003–BLG–334

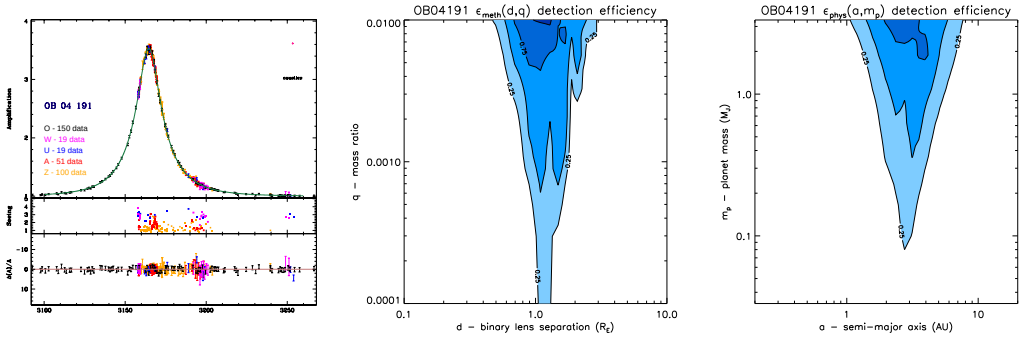

FIG. 4.25: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–191

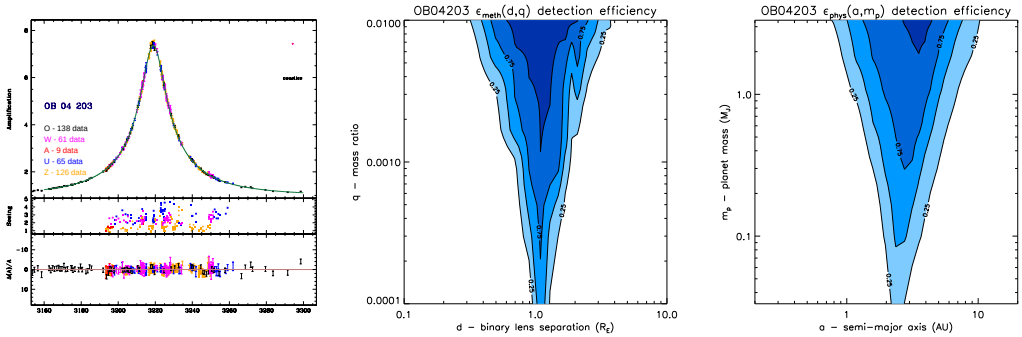

FIG. 4.26: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–203

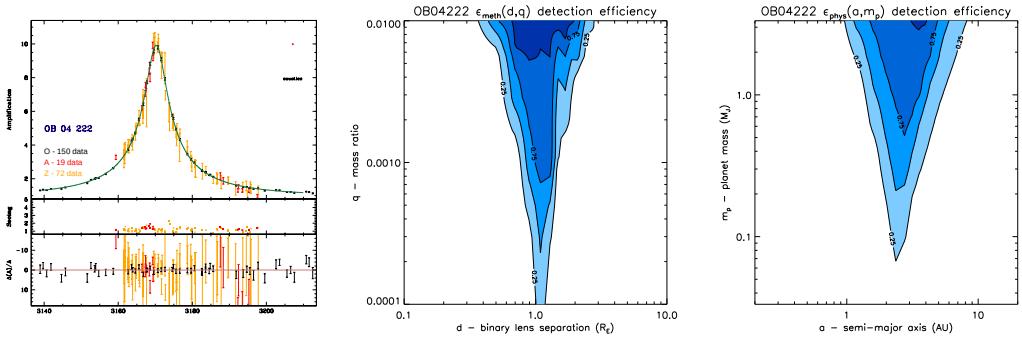

FIG. 4.27: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–222

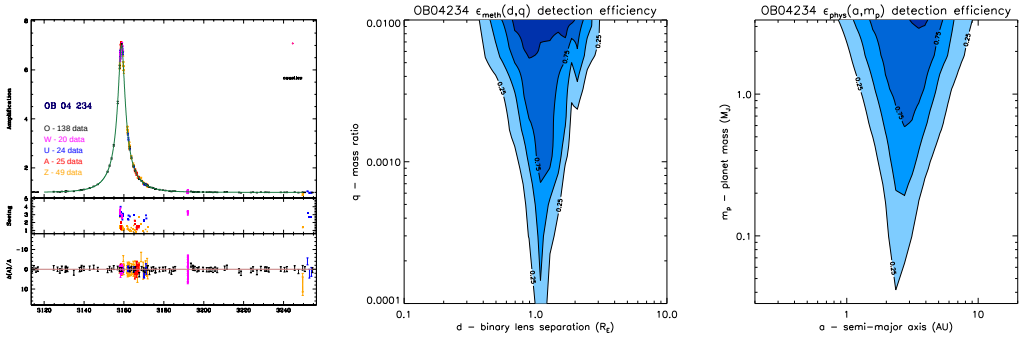

FIG. 4.28: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–234

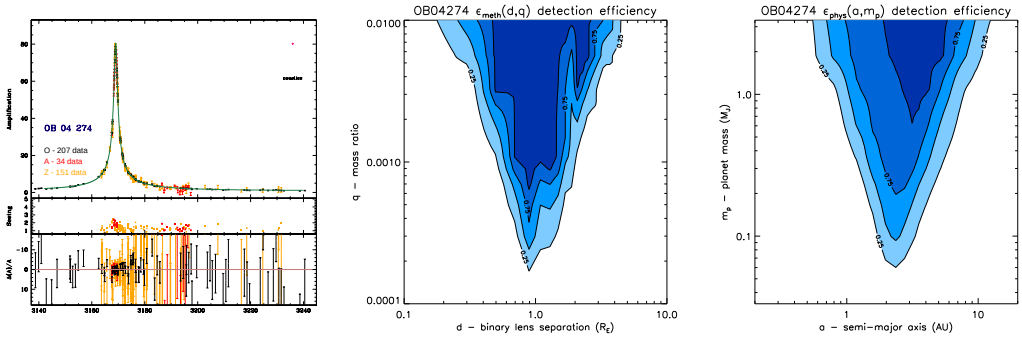

FIG. 4.29: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–274

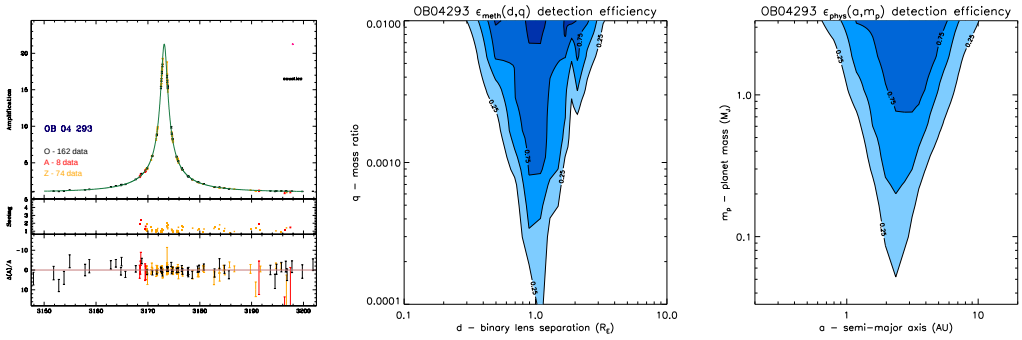

FIG. 4.30: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–293

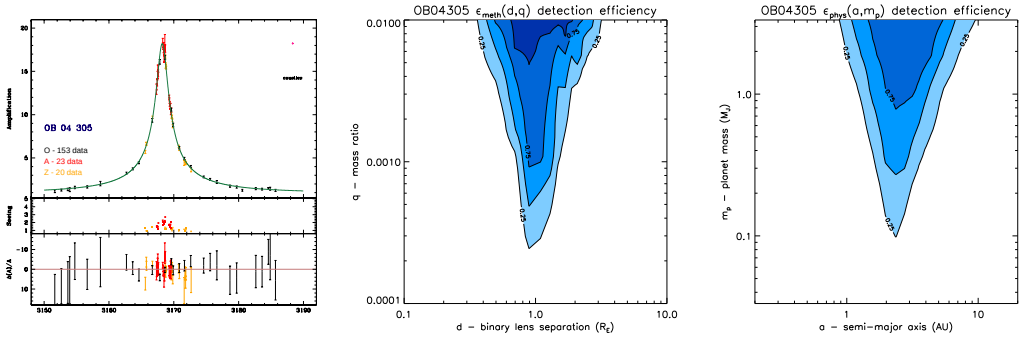

FIG. 4.31: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–305

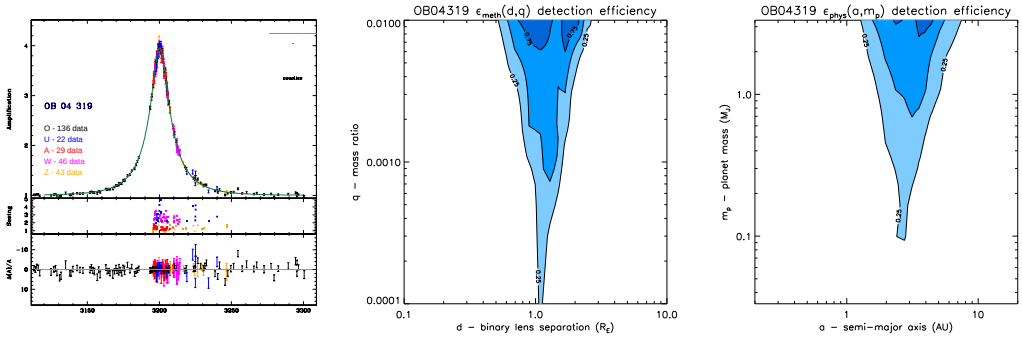

FIG. 4.32: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–319

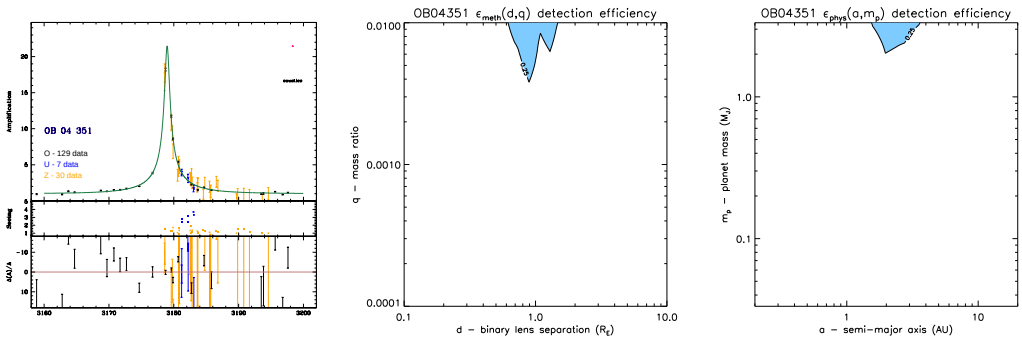

FIG. 4.33: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–351

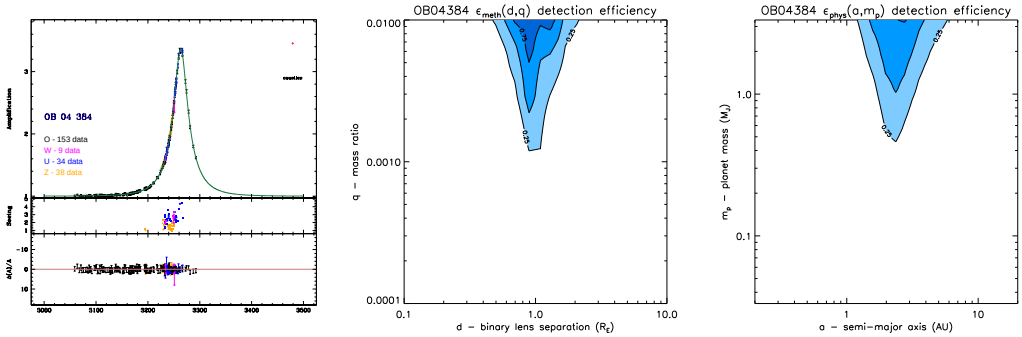

FIG. 4.34: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–384

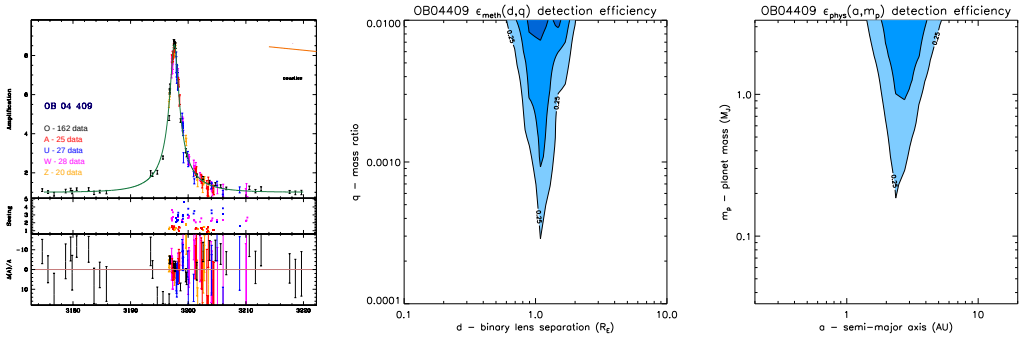

FIG. 4.35: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–409

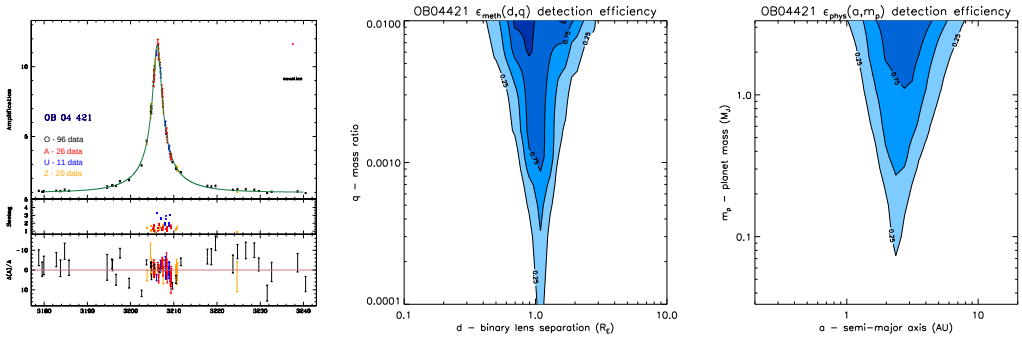

FIG. 4.36: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–421

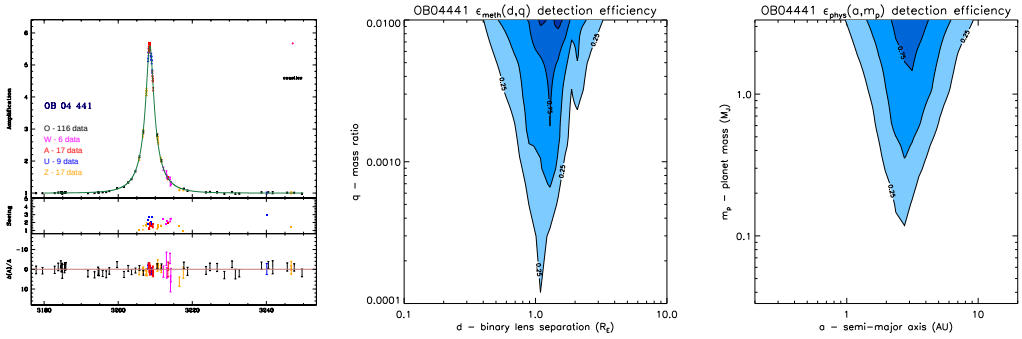

FIG. 4.37: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–441

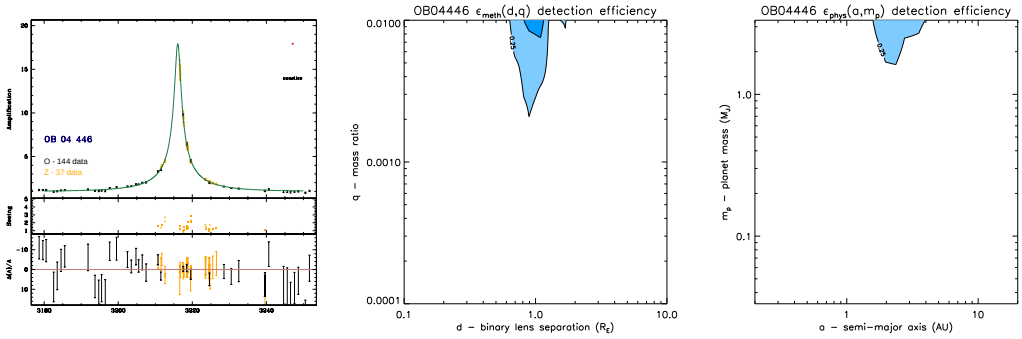

FIG. 4.38: Courbe de lumière, efficacité de détection dans le plan (d, q) et dans le plan physique de OGLE 2004–BLG–446

Troisième partie

Atmosphères d'étoiles du Bulbe Galactique

CHAPITRE 5
Sonder les atmosphères d'étoiles du Bulbe de la Voie Lactée

Sommaire

5.1 Les microlentilles au service de la physique stellaire . . . 193
5.1.1 Sur l'intérêt des microlentilles pour sonder les étoiles . . . 193
5.1.2 Une loupe gravitationnelle pour sonder le Bulbe 198
5.1.3 Mesure d'assombrissement centre-bord en bande large . . 200
5.1.4 Sonder les atmosphères des Géantes du Bulbe 201
5.2 Mise en œuvre des microlentilles en Physique Stellaire . 204
5.2.1 Assombrissement centre-bord 204
5.2.2 Modélisation de la traversée d'une caustique 210
5.2.3 Modélisation du transit d'une microlentille simple 217
5.3 OGLE 2002–BLG–069 (Article A&A) 221
5.4 OGLE 2004–BLG–254 (Article soumis à A&A) 242
5.5 OGLE 2004–BLG–482 et binaires PLANET 254

5.1 Les microlentilles au service de la physique stellaire

5.1.1 Sur l'intérêt des microlentilles pour sonder les étoiles

La première étoile a avoir été étudiée en tant qu'objet scientifique, c'est bien sûr le Soleil. Longtemps cependant, à cause de son éclat éblouissant, son observation visuelle directe n'a rien apporté. Un temps objet vénéré, source de réflexion métaphysique ou incarnation d'un dieu, ce n'est dans la culture occidentale qu'à partir de l'époque où Galilée, vers 1609, braque une lunette astronomique vers l'astre du jour et projette son image sur un écran, que les recherches d'ordre purement scientifique débutent. La surface solaire apparaît alors complexe et de nombreux termes décrivant ses propriétés, pour certains assez évocateurs, font leur apparition. La majeure partie du flux qui provient du Soleil est émise au niveau de la « photosphère » (Fig. 5.1). Elle est elle-même pigmentée de « taches solaires » bordées de régions plus

brillantes, les « facules ». Ces dernières sont de plus observées en grand nombre en dehors des taches. Outre ces défauts locaux, la surface n'est pas continue mais apparaît plutôt de texture granuleuse, ces « grains de riz » qui selon Herschel et Janssen forment un « réseau photosphérique ». L'observation du Soleil pendant les éclipses (et plus tard grâce aux coronographes) a mis en évidence la « chromosphère », anneau lumineux très fin qui entoure le disque solaire, de couleur dominante rouge à cause de l'émission à haute température de l'hydrogène dans la raie de Balmer Hα. Lors de l'éclipse de 1842 qu'il a suivi en Espagne, Arago rapporte avoir noté la présence de « protubérances solaires » jaillissant de la chromosphère. Enfin la découverte de la « couronne », s'étendant sur plus de trois fois le diamètre solaire, mit en évidence que l'astre ne se limitait pas à son seul disque photosphérique.

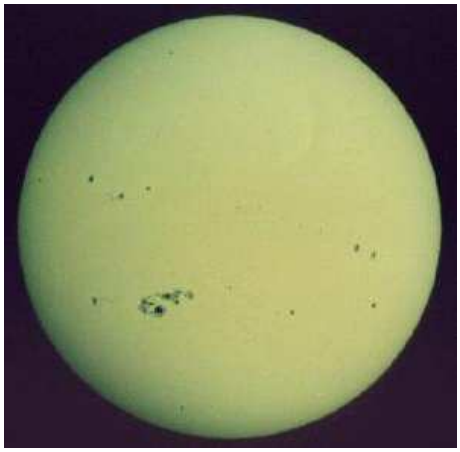

FIG. 5.1: La photosphère solaire photographiée dans le domaine des longueurs d'ondes visibles (Cliché ESO). On y distingue des taches solaires, et l'assombrissement centre-bord du disque est bien visible sur l'image.

Le Soleil joue un rôle important en physique stellaire et planétaire. Etoile d'un type très répandu dans une galaxie relativement standard, ses propriétés sont prises comme référence pour classer et caractériser les autres étoiles (par exemple leur métallicité). De plus, la photosphère solaire contient des éléments chimiques qui n'ont pas été détruits par des réactions nucléaires dans l'étoile. Ceci en fait un témoin de la composition en éléments chimiques du disque proto-planétaire qui a donné naissance au Soleil lui-même.

Si l'étude du Soleil est relativement aisée en raison de sa proximité, celle des autres étoiles, en revanche, s'est révélée plus ardue à cause de leur très faible dimension angulaire et parce que leur flux lumineux est d'autant plus ténu qu'elles sont éloignées de la Terre. Auguste Comte, dans sa tentative pour classer les Sciences basée sur sa *Philosophie positive* de la Nature, avait même cru pouvoir y discerner une limite absolue aux observations astronomiques. Il écrivit que, du fait qu'il n'était possible d'étudier les astres que par la lumière qu'on en reçoit, il serait bien

chimérique de chercher à en déterminer la composition chimique. La découverte de l'analyse spectrale lui a apporté un démenti définitif, au bénéfice certain des sciences astronomiques. Déjà en 1669, Newton avait réalisé des expériences grâce auxquelles il démontra que la lumière blanche est en réalité composée d'une multitude de radiations colorées. Plus tard, les spectroscopes autorisèrent la mesure des spectres d'étoiles.

Historiquement, les informations tirées de ces données ont permis de classer les étoiles selon différents types (étoiles naines, géantes, supergéantes...), puis de mesurer leurs caractéristiques générales, telles que la température effective ($T_{\rm eff}$), la métallicité (Z ou [M/H]) ou la gravité de surface ($\log g$). Cette approche a pourtant montré certaines limites, en particulier pour les étoiles très éloignées du voisinage solaire pour lesquelles l'observation spectroscopique n'est pas envisageable, à cause de la très faible fraction de lumière qui arrive jusqu'aux télescopes. Seules des observations photométriques en bande large, utilisant différents filtres, sont dans ces cas pertinentes. Le point commun de ces deux types d'observation, photométrie et spectroscopie classique des étoiles, est qu'elles apparaissent toujours « ponctuelles » aux instruments. Comme leur émission lumineuse résulte de la superposition de très nombreuses radiations émises de manière spécifique en des régions données de l'étoile, un spectre ne donne accès qu'à la moyenne de son flux, intégré sur sa surface. Autrement dit, les particularités locales d'une atmosphère stellaire sont indiscernables tant que l'étoile n'est pas résolue spatialement. Si l'étude *directe* des détails de leur atmosphère est donc exclue dans le cadre des techniques traditionnelles, nous verrons cependant que certaines méthodes permettent de dépasser les problèmes évoqués, comme c'est le cas par exemple en profitant du phénomène de microlentille gravitationnelle.

Puisque les étoiles sont si lointaines et qu'il n'est pas possible d'expérimenter (au sens propre du terme), une manière de mieux les connaître consiste à élaborer des modèles synthétiques d'atmosphères stellaires (ex. Hauschildt *et al.* , 1999; Kurucz, 1993; Vandenberg, 1985). Ceux-ci incluent les concepts physiques nécessaires à la description d'une étoile (énergies des transitions électroniques, équations de transfert radiatif, d'hydrodynamique....) et ils permettent de générer des spectres synthétiques afin de confronter leurs prédictions aux données observationnelles. Actuellement, ces modèles sont en fait si utiles, que l'essentiel des connaissances sur les propriétés physiques intrinsèques des étoiles repose très largement sur eux (Gray, 1992). Les plus élaborés prennent en compte une vaste gamme de paramètres physiques et chimiques, et couvrent une très grande diversité de types stellaires.

Ils fournissent de plus très souvent une information bien plus riche que ce qui peut être concrètement testé. Pour les étoiles non résolues spatialement par exemple, seul un spectre moyen peut être mesuré ; une difficulté surgit alors, car il arrive que plusieurs modèles d'étoiles différentes prédisent des spectres moyens similaires, et dans ce cas l'observation ne suffit pas à les départager. La situation est encore plus ambiguë si seules des observations photométriques en bande large sont disponibles,

car le spectre, en plus d'être moyenné spatialement, est aussi intégré en longueurs d'onde.

Outre le spectre moyen observable, ces modèles prédisent entre autres — et ceci tient à la manière même dont ils sont calculés — que les surfaces stellaires sont affectées par une « variation centre-bord » de leur luminosité. Ainsi le Soleil, lorsqu'il est observé dans les longueurs d'onde visibles, n'est pas uniformément brillant, et sa luminosité diminue lorsqu'on va du centre vers le limbe du disque. Ce fait est nettement visible sur la Fig. 5.1. Ce phénomène porte le nom d'« assombrissement centre-bord » du disque, et il existe pour toutes les étoiles. Il peut être plus ou moins marqué selon la bande spectrale choisie pour l'observation. Le même phénomène affecte donc aussi logiquement les spectres : s'il est possible de prendre un spectre en différentes régions d'un astre (ce qui a été réalisé dans le cas du Soleil, par exemple), on observe alors un assombrissement centre-bord des raies spectrales individuelles, selon une loi qui leur est propre et qui témoigne des processus physiques qui sont à l'origine de leur formation. Ce phénomène s'explique par le fait que, si la loi de brillance spectrale d'une étoile suit en première approximation celle d'un corps noir (de température effective $T_{\rm eff}$, qui détermine sa couleur dominante), cette dernière ne suffit pas pour décrire les processus complexes d'émission et d'absorption des rayonnements au sein d'une étoile. Ainsi la diminution du flux radiatif du centre du disque vers son bord est intimement liée à la structure de l'atmosphère stellaire, c'est-à-dire au gradient de température ou de densité, ou encore à la composition chimique de ses diverses couches. Sur la Fig. 5.2 p. 205, il apparaît en effet que, par un effet de projection géométrique, les rayons à la périphérie du disque sont émis selon un angle θ avec la normale sortante à la sphère lumineuse. L'inclinaison de ces rayons les oblige à parcourir un trajet plus important dans les couches stellaires supérieures, où ils subissent en conséquence une absorption plus importante que les autres. Pour les régions périphériques du disque, le flux lumineux sera donc émis essentiellement par des couches à plus haute altitude de la basse atmosphère, où la température — et donc l'intensité du flux — diminue.

L'assombrissement centre-bord des étoiles constitue une nouvelle grandeur qui, lorsque sa mesure est possible, fournit un moyen important de tester les prédictions des modèles d'atmosphères. Jusqu'à une époque assez récente, les seules étoiles susceptibles de donner lieu à une mesure de ce genre étaient les binaires à éclipse. Lorsque l'une des étoiles masque le disque lumineux de sa compagne, la variation du flux observée dépend du profil de brillance de l'étoile d'arrière-plan, puisque différentes régions de sa surface sont tour à tour occultées. La modélisation n'est pas tâche aisée : il existe des dégénérescences entre des effets de géométrie et d'assombrissement centre-bord ; une excellente qualité photométrique est de plus indispensable, ce qui limite la portée de la méthode aux étoiles proches. Les occultations lunaires ont aussi été mises à profit pour déterminer le rayon angulaire des étoiles ainsi que leur profil de brillance. Plus récemment, les transits de planètes extra-solaires (*cf.* § 3.3.2) ont démontré qu'ils pouvaient aussi être mis à profit pour sonder la

surface de l'étoile-hôte. Ainsi, dans le cas de HD 209458 (Brown *et al.* , 2001; Charbonneau *et al.* , 2000, et Fig. 3.7 p. 127) des mesures photométriques réalisées avec plusieurs filtres ont conduit à la mesure de l'assombrissement centre-bord de l'étoile (Jha *et al.* , 2000). Si la précision photométrique demandée était grande à cause de la faible fraction du disque stellaire masquée par son compagnon, les observations ont clairement mis en évidence l'assombrissement centre-bord de l'étoile et permis sa mesure. Les techniques interférométriques offrent aussi la possibilité de résoudre spatialement la surface d'étoiles géantes du voisinage solaire. Elles sont caractérisées par une très grande résolution angulaire intrinsèque et sont la plupart du temps épaulées par des dispositifs d'optique adaptative (par exemple NACO au VLT). Des mesures d'assombrissement centre-bord sur l'étoile géante Bételgeuse (α Orionis), par exemple, ont été menées récemment (ex. Perrin *et al.* , 2004). Mais là encore, il existe des corrélations entre les paramètres des modèles, et les observations interférométriques restent pour le moment limitées à l'étude des étoiles assez brillantes, dans l'infrarouge uniquement (bande K). Les futures missions spatiales (ex. DARWIN) et les interféromètres terrestres à très grande base (ex. 'OHANA), quant à eux, semblent offrir de très belles perspectives.

Les microlentilles viennent s'ajouter, depuis quelques années, aux techniques observationnelles sensibles à l'assombrissement centre-bord des étoiles. Une des spécificités de la méthode est que la population des étoiles sondées appartient au Bulbe Galactique, à des distances aussi grandes que $\sim 8\,\mathrm{kpc}$. Les dimensions angulaires des étoiles y sont très faibles, et là où la plupart des méthodes sont impuissantes, la technique des microlentilles permet de réaliser de telles mesures. La propriété des microlentilles utilisée ici est l'effet d'amplification *différentielle* du disque de l'étoile-source, lorsque cette dernière s'approche très près des caustiques (qu'elles soient étendues ou ponctuelles), au voisinage desquelles le gradient d'amplification est très important. Au fur et à mesure que l'étoile-source se déplace, les caustiques « sondent » certaines régions de sa surface, en les amplifiant fortement par rapport aux régions plus éloignées. Le phénomène est observable. Un suivi photométrique précis lors du passage de la microlentille permet de mesurer l'assombrissement centre-bord de la source, *via* un modèle *ad hoc* (il en sera question ultérieurement). Le Tab. 5.1 p. 202 récapitule les mesures qui ont été menées dans ce domaine lors des suivis de microlentilles.

L'observation des microlentilles permet même d'aller plus loin. Parce que l'amplification différentielle de la source est toujours accompagnée d'une amplification globale de son flux, le suivi de l'événement en temps réel par des mesures spectroscopiques devient possible. Par exemple, une étoile du Bulbe de magnitude 19 peut facilement atteindre la magnitude 14 au pic de la courbe de lumière, qui correspond souvent à la région où la microlentille résout spatialement la surface stellaire. Les observations donnent alors accès à la mesure de *spectres* en différents points de l'étoile, qui correspondent à diverses profondeurs optiques de formation des raies. Au lieu de la seule mesure de flux dans un filtre donné, c'est donc à l'assombrissement centre-

bord des raies individuelles que ce type d'observation permet d'accéder. Les modèles d'atmosphères (ex Hauschildt *et al.* , 1999) fournissent souvent des spectres d'étoiles tabulés, écrits dans des fichiers du type $[\lambda\,;\,\mu\,;\,I(\lambda,\mu)]$, où $\mu = \cos\theta$ est lié à l'angle d'émergence du rayon lumineux ($\mu = 0$ correspond au limbe, et $\mu = 1$ au centre de la source, *cf.* Fig. 5.2), λ est la longueur d'onde et $I(\lambda,\mu)$ le flux radiatif prédit par le modèle. Ces modèles peuvent être ainsi directement confrontés aux observations (Cassan *et al.* , 2004; Heyrovský, 2003; Bryce *et al.* , 2002; Gaudi & Gould, 1999; Sasselov, 1998; Valls-Gabaud, 1995). De telles observations possibles sur les géantes rouges, pour lesquelles les modèles sont incertains, présentent un intérêt tout particulier (Heyrovský *et al.* , 2000). L'étude des variations de largeurs équivalentes de raies résonantes — telles Ca II ou les raies de l'hydrogène de la série de Balmer — en fonction de leur distance au centre de l'étoile est rendue réalisable, et l'effet de microlentille offre la possibilité unique de sonder l'intérieur des atmosphères stellaires.

De ce point de vue, les microlentilles gravitationnelles tiennent leur place parmi les méthodes d'observation à haute résolution angulaire. La population d'étoiles à laquelle elle donne accès est celle des étoiles naines de la Séquence Principale ainsi que celle des Géantes du Bulbe, qui par ailleurs sont très difficilement accessibles par d'autres techniques, essentiellement à cause de leur grand éloignement (de l'ordre de la dizaine de kpc).

L'intérêt de l'effet d'amplification (globale ou différentielle) des microlentilles en tant qu'outil d'observation et d'analyse d'étoiles très lointaines, a été très vite perçu par les spécialistes des atmosphères d'étoiles et d'évolution stellaire. Dans cette optique, les microlentilles agissent de deux manières. D'une part, elles amplifient considérablement le flux de l'étoile-source, donnant accès à l'observation spectroscopique d'étoiles autrement inaccessibles, même aux télescopes les plus puissants ; c'est ce que nous verrons au § 5.1.2. D'autre part, si la source passe suffisamment près des caustiques, les forts gradients d'amplification qu'elles créent dans leur voisinage immédiat conduisent à un amplification différentielle de la surface stellaire. La source est résolue spatialement et temporellement si l'échantillonnage de l'événement est assez dense, ce qui permet la mesure d'assombrissement centre-bord dans divers filtres standards (filtre I de Cousins, par exemple) comme il sera vu au § 5.1.3. Enfin, au § 5.1.4, il sera démontré que si des observations spectroscopiques continues sont envisageables pour certains événements (ce qui nécessite de disposer de temps d'observation sur de grands télescopes), des mesures fines du comportement des raies individuelles en fonction de leur profondeur optique de formation pourront être menées.

5.1.2 Une loupe gravitationnelle pour sonder le Bulbe

Les microlentilles amplifient le flux des étoiles-sources situées dans le Bulbe de la Galaxie. Si la trajectoire de la source passe suffisamment loin des caustiques, les effets

de taille étendue sont négligeables et l'amplification est parfaitement achromatique. La microlentille joue ainsi le rôle d'une loupe géante, qui augmente la quantité de lumière provenant de l'étoile, souvent d'un facteur supérieur à dix (soit quelques magnitudes). Durant le laps de temps de l'observation, un télescope de diamètre D est alors équivalent à un instrument de diamètre $\sqrt{A} \times D$, ce qui donne accès à des étoiles du Centre Galactique, à des distances supérieures à 10 kpc, voire à des objets de la Galaxie naine du Sagittaire.

Le Bulbe contient une population d'étoiles vieilles, chimiquement très évoluées. Il n'existe que très peu de données sur la composition et la métallicité des étoiles de la Séquence Principale dans cette région centrale de la Galaxie, alors que des catalogues sur le Halo (ex. Wheeler *et al.* , 1989) et le Disque (ex. Edvardsson *et al.* , 1993) ont été établis. Cette lacune dans les données est essentiellement due à la très faible luminosité de ces étoiles, dont le flux n'est pas assez intense pour l'observation spectroscopique, même avec les plus grands télescopes actuellement disponibles. L'effet de microlentille, multipliant par un facteur de plusieurs unités l'amplification, autorise la prise de spectres échelles à très haute résolution et à rapport signal-sur-bruit exceptionnel, avec les instruments existants.

Une première application possible d'une telle « loupe gravitationnelle » est l'étude des propriétés d'étoiles placées près du "turn-off" de la Séquence Principale du diagramme de Hertzsprung-Russell. Leur âge peut en effet être déterminé si l'on peut évaluer la composition chimique de leurs atmosphères. La propriété d'achromatisme de la microlentille est ici bien sûr essentielle pour correctement mesurer les abondances des divers éléments chimiques. Certains éléments peuvent jouer un rôle important de traceur chimique de l'évolution stellaire pour les étoiles de population II. Minniti *et al.* (1998) ont utilisé par exemple le spectrographe HIRES monté sur le télescope Keck (10 m de diamètre), pour prendre un spectre à haute résolution d'une étoile du Bulbe, distante de 8 kpc, au cours de l'événement de microlentille MACHO 97–BLG–45. L'amplification de $A = 3$ faisait pour quelques minutes du Keck le télescope le plus grand du monde, avec un diamètre équivalent à 15 m. Les auteurs ont ainsi pu mesurer pour la première fois l'abondance du lithium d'une étoile de la population Bulbe. Or l'abondance atmosphérique d'un tel élément varie au cours de l'évolution de l'étoile vers le régime des géantes rouges, à cause de la forte convection de son atmosphère lors de cette phase de l'évolution stellaire. Les étoiles du Bulbe, cibles naturelles des expériences de microlentilles, ont ceci de particulier et donc très intéressant, qu'elles sont nées dans le gaz qui devait constituer le Halo au moment de la formation de la Galaxie. L'abondance de l'Hélium est supposée y avoir été élevée.

S'il n'est pas exclu que dans les années futures de grands télescopes soient en mesure de collecter une quantité de flux suffisante pour étudier directement leurs propriétés et abondances chimiques (par exemple OWL de l'ESO), les microlentilles peuvent fournir une solution élégante, peu coûteuse et relativement accessible pour réaliser de telles études sans attendre l'aide de plus grands instruments. Enfin, si

au lieu de diriger la ligne de visée vers le centre de la Voie Lactée on observe des événements en direction du Grand et du Petit Nuage de Magellan, la capacité des microlentilles à y résoudre spatialement les sources est très au-delà des possibilités des projets instrumentaux les plus ambitieux.

5.1.3 Mesure d'assombrissement centre-bord en bande large

Le flux lumineux d'une étoile est dominé par le continuum photosphérique, qui est souvent caractérisé par un maximum d'intensité en son centre géométrique, puis diminue vers le limbe selon une certaine loi d'assombrissement centre-bord. En moyenne, le continuum est formé à une profondeur plus importante au centre du disque — où les rayons émergent perpendiculairement à la surface — qu'en son bord où les rayons sortants sont très inclinés. Cet effet de projection du globe stellaire en un disque donne ainsi accès aux propriétés de l'atmosphère stellaire à différentes profondeurs optiques .

Il arrive souvent, en particulier dans les événements de grande amplification des microlentilles simples, comme dans la plupart des événements de microlentilles binaires, que les sources ne puissent plus être considérées comme ponctuelles (Witt & Mao, 1994). Cet effet se produit à cause des forts gradients d'amplification au voisinage des caustiques, qui peuvent résoudre spatialement une source de rayon typique $\Theta_{\rm S} \sim 10^{-2}\,\Theta_{\rm E}$. Au cours de la traversée par l'étoile-source d'une caustique gravitationnelle (ponctuelle ou étendue), cette dernière amplifie différentiellement le disque stellaire. Dans le cas d'une microlentille simple, l'amplification est formellement infinie en son centre, et l'amplification dans son voisinage ($u \ll 1$) varie comme $A \propto 1/u$, où $u \ll 1$ est la distance point-source lentille en unités d'Einstein (*cf.* § 5.2.3). Les microlentilles binaires, quant à elles, sont caractérisées par des caustiques étendues d'amplification infinie, au voisinage desquelles l'amplification est telle que $A \propto 1/\sqrt{d}$, où $d \ll 1$ désigne la distance à la caustique (*cf.* § 5.2.2). Ces deux singularités ont donc ceci en commun que sur des distances très faibles, une forte amplification différentielle affecte le disque de l'étoile qui est ainsi résolu spatialement.

La vitesse relative entre l'étoile-source de type solaire et une microlentille se situe autour de $v_\perp \simeq 200\,{\rm km\,s^{-1}}$; un temps d'exposition de dix minutes fournit alors une résolution spatiale caractéristique de $0.1\,R_\odot$ au niveau du disque de la source, puisque les caustiques se sont déplacées entre temps. Cette très fine résolution angulaire autorise en plus de la mesure d'assombrissement centre-bord d'autres types de mesure, comme la détection de taches stellaires ou encore l'analyse des surfaces stellaires des Géantes rouges du Bulbe, comme nous le verrons au § 5.1.4. Si, lors d'un tel événement, des observations photométriques peuvent être menées de manière continue, les caustiques amplifient fortement les régions du disque situées tour à tour dans leur voisinage immédiat. Les courbes de lumière mesurées dans divers filtres permettent alors de remonter à l'assombrissement centre-bord du disque.

La courte durée de la traversée d'une caustique (en moyenne de quelques heures à quelques jours) implique de disposer d'un réseau de télescopes régulièrement espacés en longitude (*cf.* chapitre 1) pour couvrir l'événement complet. Le nombre d'événements intéressants pour sonder les atmosphères d'étoiles du Bulbe devrait continuer à augmenter avec la croissance du nombre d'alertes de microlentilles.

Les événements de microlentilles simples sont en pratique observés bien plus souvent que les microlentilles binaires, mais, paradoxalement, il est moins courant qu'ils puissent être utilisés pour sonder l'étoile-source. La caustique y est en effet réduite à un seul point, et il faut que la source s'en approche à au moins un rayon pour produire un effet quantifiable. Pour $\Theta_{\rm S} \sim 10^{-2}\,\Theta_{\rm E}$, la probabilité est très faible, et à ce jour seule une poignée d'événements a pu être mis en évidence : MACHO 95–BLG–30 (Alcock *et al.* , 1997), OGLE 2003–BLG–262 (Yoo *et al.* , 2004), OGLE 2003–BLG–238 (Jiang *et al.* , 2004, voir § 2.9) et OGLE 2004–BLG–254 (Cassan *et al.* , 2005, voir § 5.4). D'autres événements de ce type ont été observés en 2004–2005 par PLANET, et sont encore en cours d'étude. Il s'agit de OGLE 2004–BLG–482 (*cf.* § 5.5) et de OGLE 2005–BLG–158. Ces événements sont nécessairement liés à une grande amplification du flux de l'étoile-source à cause du faible paramètre d'impact requis. Ils sont certes rares, mais présentent l'avantage que la prévision de la date du pic d'amplification indique aussi le moment où devrait se produire l'anomalie. La stratégie d'observation peut ainsi être ajustée en conséquence. La modélisation des microlentilles simples avec source étendue est détaillée au § 5.2.3.

Les microlentilles binaires sont moins courantes, puisqu'elles représentent environ de 5 à 10 % de l'échantillon d'objets en direction du Bulbe, mais elles ont à leur avantage de posséder des caustiques étendues, parfois de longueur comparable à $\Theta_{\rm E}$. La probabilité pour l'étoile-source de traverser une caustique est alors relativement élevée, et de nombreux exemples sont disponibles. En contrepartie cependant, les entrées de la source dans une caustique sont complètement imprévisibles, et il est rare que l'échantillonnage soit parfait ; la date de la sortie de la caustique qui suit peut quant à elle être prévue avec un degré de confiance assez élevé. Cette information peut être mise à profit pour programmer des mesures d'assombrissement centre-bord. La modélisation des traversées de caustiques fait l'objet du § 5.2.2.

La mesure de l'assombrissement centre-bord de l'étoile-source d'un événement de microlentille est souvent réalisée en même temps que l'ajustement d'un modèle photométrique aux points de mesures, dans différentes bandes spectrales (souvent avec des filtres I, R, V ou H). Le Tab. 5.1 fait état des mesures des coefficients d'assombrissement centre-bord linéaires, rapportés pour des observations de microlentilles jusqu'à ce jour.

5.1.4 Sonder les atmosphères des Géantes du Bulbe

Les événements brillants de microlentilles impliquent souvent des étoiles géantes du Bulbe ($I \sim 16$). Lors du phénomène d'amplification, elles peuvent facilement at-

Objet	Etoile-source	Filtre	γ_1	a_1
MACHO 1997–BLG–28	K2 III	V	0.92	0.95
		I	0.76	0.83
MACHO 1997–BLG–41	G5 ... 8 III	I	0.36	0.46
MACHO 1998–BLG–SMC-1	A5... 7 V	R	0.04 ± 0.23	0.06 ± 0.33
		V	0.45 ± 0.11	0.55 ± 0.11
		I	0.17 ± 0.04	0.24 ± 0.05
OGLE 99–BLG–23	G8... K0 IV	V	$0.71\ ^{+0.10}_{-0.10}$	$0.79\ ^{+0.08}_{-0.08}$
		I	$0.53\ ^{+0.05}_{-0.04}$	$0.63\ ^{+0.05}_{-0.04}$
EROS 2000–BLG–5	K3 III	V	0.77	0.83
		I	0.44	0.54
		H	0.26	0.34
OGLE 2002–BLG–069	G5 III	I	0.50	0.60
MOA 2002–BLG–33 OGLE 2002–BLG–235	G... F IV	I	0.32 ± 0.05	0.41 ± 0.05
OGLE 2003–BLG–238	K2 III	R	0.53 ± 0.08	0.63 ± 0.07
		I	0.47 ± 0.06	0.57 ± 0.06
OGLE 2003–BLG–262	K1... 2 III	V	0.85 ± 0.2	0.89 ± 0.2
		I	0.61 ± 0.2	0.70 ± 0.2
		H	0.10 ± 0.2	0.14 ± 0.3
OGLE 2004–BLG–254	K2 III	R	$0.56\ ^{+0.04}_{-0.06}$	$0.66\ ^{+0.04}_{-0.05}$
		I	$0.35\ ^{+0.04}_{-0.06}$	$0.45\ ^{+0.04}_{-0.06}$
OGLE 2004–BLG–482	M6 III	R	0.54	0.64
		I	0.42	0.52

TAB. 5.1: Mesures d'assombrissement centre-bord d'étoiles du Bulbe Galactique ($D_S \sim$ 8 kpc) par la méthode des microlentilles gravitationnelles.

teindre des magnitudes aussi faibles que 11 ou 12. Des observations spectroscopiques à haute résolution ($\sim 20\,000$) sur les plus grands télescopes (VLT, Keck) deviennent alors envisageables. Nous avons déjà signalé que lorsque la source traverse une région de caustiques, ses parties sont amplifiées de manière différentielle, ce qui permet de sonder l'étoile à différentes profondeurs optiques, selon les régions amplifiées du disque stellaire.

Les étoiles qui se trouvent dans la branche des Géantes rouges y restent durant une partie non négligeable de leur vie (près de 5 %). Elles tiennent ainsi une place importante dans la population stellaire de la Galaxie. La possibilité de pouvoir résoudre spatialement les surfaces de ces objets a très vite été saisie (Loeb & Sasselov, 1995; Sasselov, 1996, 1998) et examinée. Des simulations basées sur un modèle d'atmosphère réaliste, limité à une sélection de raies spectrales (Valls-Gabaud, 1998), ont ainsi montré que ces dernières pouvaient être fortement affectées par le phénomène d'amplification différentielle.

La technique est aussi sensible aux défauts des surfaces stellaires, comme les taches (Hendry *et al.* , 2002; Heyrovský & Sasselov, 2000), ou encore aux mouvements de leur atmosphère lors des traversées de caustiques (Bryce *et al.* , 2003). L'observation d'une augmentation du flux vers le limbe de l'étoile ("limb brightening"), pour certaines raies spectrales résonantes et optiquement épaisses (ex. Ca II ou Hα), peut être mise en évidence (ces dernières sont visibles en émission au niveau du limbe). Récemment, la chromosphère d'une Géante a même été observée (Cassan *et al.* , 2004).

De par leur densité importante et leur éclat relativement soutenu, les Géantes pouvaient donc faire l'objet d'une étude intensive par des observations de microlentilles (Heyrovský *et al.* , 2000). Cependant, ce type d'observations n'est pas *a priori* très aisé à réaliser, car il repose sur l'association très étroite entre les modèles photométriques et leurs prévisions, calculées sur la base des observations, ainsi que sur l'activation de temps réservé sur les spectrographes (ToO et DDT) de grands télescopes (le VLT dans le cas de PLANET, *cf.* Article § 5.3).

La première tentative réussie d'un suivi spectroscopique en temps réel d'un événement de microlentille a été effectuée par Alcock *et al.* (1997), pour l'objet MACHO 95–BLG–30. L'étoile-source impliquée était une géante M4 du Bulbe, distante de 9 kpc de la Terre, et l'objet déflecteur une microlentille simple. Les observations photométriques ont tout d'abord mis en évidence des effets dus à l'étendue de la source. Ces données prises dans l'aile montante de la courbe de lumière, ont immédiatement motivé une demande (en mode « Target of Opportunity ») de mesure de spectres depuis les télescopes CTIO (Chili), Mont Stromlo (Australie) et HIRES au Keck (Hawaii). Malheureusement, peu de spectres ont pu être pris, et la plupart l'ont été alors que la source avait déjà quitté les zones où les effets sont les plus forts. Malgré cela, une légère variation de largeur équivalente ("equivalent width", EW) dans le cœur de la raie de Balmer Hα ($\Delta EW/EW \simeq 4\%$) a été détectée, de même que TiO, qui présentait une variation de presque 10%. Si ce premier essai démontrait

que les observations étaient possibles, les données n'étaient pas en nombre suffisant pour pouvoir être correctement comparées aux modèles, et de plus la source était variable.

L'événement de microlentille binaire MACHO 96–BLG–3 (Lennon *et al.* , 1996) est le premier à avoir exploité une traversée de caustique pour sonder l'étoile-source. Cette dernière était une G0 IV–V à 6100 K située à 7 kpc, amplifiée au pic d'un facteur 25 (soit une diamètre équivalent à 17.5 m pour le NTT au Chili). La sortie de caustique a été échantillonnée avec succès en spectroscopie, mais seuls trois spectres ont été mesurés.

L'événement de microlentille EROS 2000–BLG–5 a marqué une avancée dans ce type d'observations, avec un premier suivi photométrique et spectroscopique en temps réel de la sortie d'une caustique par l'étoile-source, une géante K3 du Bulbe (Castro *et al.* , 2001; Albrow *et al.* , 2001; Afonso *et al.* , 2001; An *et al.* , 2002; Fields *et al.* , 2003). Les observations photométriques ont permis de prévoir la sortie de la caustique, et d'activer la prise de spectres sur le spectrographe FORS de l'ESO. Une paire de spectres a aussi été obtenue sur le Keck, à haute résolution, pendant la sortie de la caustique. Dans tous les cas, les données montraient une nette variation de la largeur équivalente de la raie Hα au fur et à mesure que la caustique amplifiait différentes régions de la surface de l'étoile. Cette s'est cependant bornée à ne démontrer que qualitativement la variation de la largeur équivalente.

Le suivi de la microlentille OGLE 2002–BLG–069 (Cassan *et al.* , 2004), dont l'analyse est détaillée au § 5.3, a pour la première fois utilisé le modèle d'amplification réel, pour reproduire des variations centre-bord de la largeur équivalente de Hα. Il apparaît que l'amplitude des variations observée est sensiblement plus grande que ce que prévoyait le modèle d'atmosphère utilisé pour décrire la source.

Enfin, une géante M6 a été suivie très récemment en photométrie et spectroscopie UVES (*cf.* § 5.5). Si la modélisation de la courbe de lumière de cet événement ne pose pas de problème particulier, en revanche le grand nombre de raies moléculaires présentes dans son spectre rend délicate son analyse spectroscopique.

Les paragraphes qui suivent proposent une modélisation des événements impliquant des sources étendues et affectées d'un assombrissement centre-bord, dans les deux cas très importants en pratique des traversées de caustiques ou du transit d'une microlentille devant le disque de l'étoile-source.

5.2 Mise en œuvre des microlentilles en Physique Stellaire

5.2.1 Assombrissement centre-bord

Les lois d'assombrissement centre-bord standards

Ce paragraphe détaille la modélisation de l'assombrissement centre-bord adaptée aux observations des microlentilles. La description présentée ici est équivalente à celle

utilisée par les spécialistes des atmosphères stellaires, bien que modifiée pour une meilleure efficacité sur le plan du calcul des modèles.

Sur la Fig. 5.2, une étoile est représentée en coupe dans le plan qui contient son centre et l'axe de visée observateur–source. Celui-ci est situé vers le bas de la figure. Le rayon stellaire est choisi ici comme unité, et $\rho \in [0, 1]$ désigne le rayon fractionnaire d'émission du rayon lumineux, qui lui-même fait un angle θ avec la normale à la surface stellaire. θ est appelé « angle émergent » du rayon.

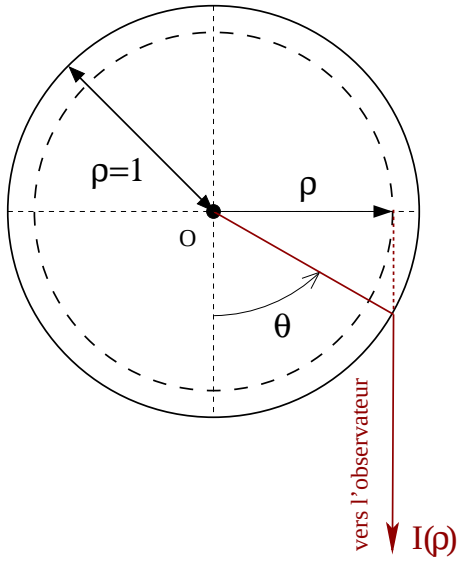

FIG. 5.2: Vue d'une étoile en coupe selon un plan méridien. Un rayon lumineux (en rouge) émerge au point situé à la distance projetée $\rho = \sin\theta$ du disque stellaire et se dirige vers l'observateur situé vers le bas du schéma.

L'intensité lumineuse I décroît vers les bords du disque et peut être en première approximation établie en tenant compte de l'effet géométrique impliqué par le fait que les rayons quittent la surface stellaire selon un angle θ avec sa normale :

$$I(\rho) = I_o\,(1 - a + a\,\cos\theta)\,. \tag{5.1}$$

I_o est ici l'intensité au centre du disque (obtenue pour $\theta = 0$), et a un paramètre.

De manière plus générale, les lois d'assombrissement centre-bord sont très souvent formulées au moyen d'une série de puissances de μ, où $\mu = \cos\theta$ est connu sous la dénomination « cosinus de l'angle émergent ». Une meilleure description du profil de brillance du disque est obtenue en ajoutant des termes correctifs en $\mu^{n/2}$ à l'expression de I, selon la forme traditionnelle

$$I(\mu) = I_o\left[1 - \sum_{n\in\mathcal{N}} a_{n/2}\left(1 - \mu^{n/2}\right)\right], \tag{5.2}$$

où les $a_{n/2}$ sont appelés « coefficients d'assombrissement centre-bord ». Un ensemble $\{a_{n/2},\, n \in \mathcal{N}\}$ définit alors une « loi d'assombrissement centre-bord ».

Le rayon fractionnaire ρ est lié simplement à μ par la relation (*cf.* Fig. 5.2)

$$\rho = \sqrt{1-\mu^2}. \tag{5.3}$$

Hormis le cas du disque uniforme ($\forall n,\ a_{n/2} = 0$ dans l'Eq. (5.2)), les lois d'assombrissement centre-bord les plus couramment utilisées sont la loi « linéaire » ("linear limb-darkening", seul a_1 est non nul) et celle en « racine carrée » ("square-root limb-darkening", $a_1 \neq 0$ et $a_{1/2} \neq 0$).

La définition fait intervenir I_o qui est l'intensité au centre de la source, quelles que soient la valeurs des coefficients $a_{n/2}$. En revanche, le flux intégré sur la source change quand ces paramètres varient. Comme dans les applications des microlentilles c'est l'amplification qui importe, une telle définition impose, en plus de calculer le flux amplifié, de déterminer celui de la source à chaque étape, ce qui ne va pas sans compliquer les modèles numériques. Pour cette raison, il est beaucoup plus commode de modifier l'expression de la loi décrite par l'Eq. (5.2), en la normalisant par le flux intégré sur la source non-amplifiée. Les deux descriptions resteront parfaitement équivalentes.

Lois d'assombrissement centre-bord normalisées en intensité

On cherche une nouvelle expression de $I(\rho)$ qui soit cette fois normalisée en flux, de telle façon que l'intégrale du flux sur sa surface S soit constante. Il s'agit alors de trouver un développement en puissances de μ avec des coefficients différents, $\{\gamma_{n/2}\}$ au lieu de $\{a_{n/2}\}$, mais dont on souhaite qu'ils conservent la même signification physique (afin par exemple que a_1 comme γ_1 restent bien tous deux des coefficients d'assombrissement centre-bord linéaire).

Soit alors pour $I(\rho)$ une expression de la forme :

$$I(\rho) = \mathcal{K}\left[1 - \sum_{n\in\mathcal{N}} \gamma_{n/2}\left(1 - \alpha_{n/2}\,\mu^{n/2}\right)\right], \tag{5.4}$$

dans laquelle la constante multiplicative $\mathcal{K}$ et les coefficients intermédiaires $\alpha_{n/2}$ sont à évaluer.

La condition de normalisation du flux $\iint_{\mathrm{S}} I(\rho)\,\mathrm{d}S = 1$ implique que

$$\iint_{\mathrm{S}} I(\rho)\,\mathrm{d}S = \iint_{\mathrm{S}} \mathcal{K}\,\mathrm{d}S - \sum_{n\in\mathcal{N}} \iint_{\mathrm{S}} \left(1 - \alpha_{n/2}\,\mu^{n/2}\right)\,\mathrm{d}S = 1, \tag{5.5}$$

qui peut être satisfaite pour

$$\mathcal{K} = \frac{1}{\pi} \qquad \text{et} \qquad \forall n \in \mathcal{N},\ \iint_{\mathrm{S}} \left(1 - \alpha_{n/2}\,\mu^{n/2}\right)\,\mathrm{d}S = 0. \tag{5.6}$$

Le calcul explicite de l'Eq. (5.6), en coordonnées polaires centrées sur le disque stellaire et avec $\mu = \sqrt{1-\rho^2}$, conduit à

$$\forall n \in \mathcal{N},\ \int_{\rho=0}^{1}\int_{\phi=0}^{2\pi}\left[1 - \alpha_{n/2}\,\left(1-\rho^2\right)^{n/4}\right]\rho\,\mathrm{d}\rho\,\mathrm{d}\phi = 0 \ \Rightarrow\ \alpha_{n/2} = \frac{n+4}{4}. \tag{5.7}$$

On aboutit ainsi à une loi d'assombrissement centre-bord normalisée en flux donnée par l'expression générale

$$I(\rho) = \frac{1}{\pi}\left[1 - \sum_{n\in\mathcal{N}} \gamma_{n/2}\left(1 - \frac{n+4}{4}\left(1-\rho^2\right)^{n/4}\right)\right]. \tag{5.8}$$

Avec cette nouvelle définition des coefficients d'assombrissement centre-bord, il n'est plus nécessaire de calculer le flux total de la source puisqu'il reste constant, quelles que soient les valeurs $\gamma_{n/2}$.

Relation entre les coefficients $a_{n/2}$ et $\gamma_{n/2}$

En identifiant les coefficients multiplicatifs des termes en $\mu^{n/2}$ dans les équations Eq. (5.2) et Eq. (5.4), on trouve la relation de passage de $\gamma_{n/2}$ à $a_{n/2}$:

$$a_{n/2} = \frac{(n+4)\,\gamma_{n/2}}{4 + \sum_{k\in\mathcal{N}} k\,\gamma_{k/2}}. \tag{5.9}$$

Elles font intervenir tous les coefficients non nuls $a_{n/2}$ et $\gamma_{n/2}$ et l'expression de $a_{n/2}$ n'a pas la même forme selon la loi assombrissement centre-bord choisie. Le paragraphe suivant en donne une illustration, avec les formules explicites de passage pour les lois d'assombrissement centre-bord linéaire et en racine carrée, les plus couramment employées.

Cas particuliers

Les lois linéaires I^{lin} $(\gamma_1 \neq 0)$ et en racine carrée I^{sqrt} $(\gamma_1 \neq 0,\ \gamma_{1/2} \neq 0)$ s'écrivent respectivement :

$$\begin{aligned} I^{\text{lin}}(\rho) &= \frac{1}{\pi}\left[1 - \gamma_1\left(1 - \frac{3}{2}\sqrt{1-\rho^2}\right)\right], \\ I^{\text{sqrt}}(\rho) &= \frac{1}{\pi}\left[1 - \gamma_1\left(1 - \frac{3}{2}\sqrt{1-\rho^2}\right) - \gamma_{1/2}\left(1 - \frac{5}{4}\sqrt[4]{1-\rho^2}\right)\right], \end{aligned} \tag{5.10}$$

et les coefficients $a_{n/2}$ correspondants sont liés à $\gamma_{n/2}$ par

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{3\,\gamma_1}{2+\gamma_1} && \text{(loi linéaire)}, \\ a_{1/2} &= \frac{5\,\gamma_{1/2}}{4+\gamma_{1/2}+2\,\gamma_1} \quad \text{et} \quad a_1 = \frac{6\,\gamma_1}{4+\gamma_{1/2}+2\,\gamma_1} && \text{(loi en racine carrée)}. \end{aligned} \tag{5.11}$$

La Fig. 5.3 présente des courbes d'assombrissement centre-bord suivant la loi linéaire, pour diverses valeurs du coefficient γ_1. La condition pour le flux de rester positif en tout point de la surface stellaire $(\forall\,\rho)$ implique que $\gamma_1 \in [0,1]$. Le réseau de courbes paramétrées obtenues se rejoint en un point unique dont on calcule facilement la position, $\rho = \sqrt{5}/3$ et $I\left(\sqrt{5}/3\right) = 1$. Cette propriété n'est cependant vraie que dans le cas de la loi linéaire.

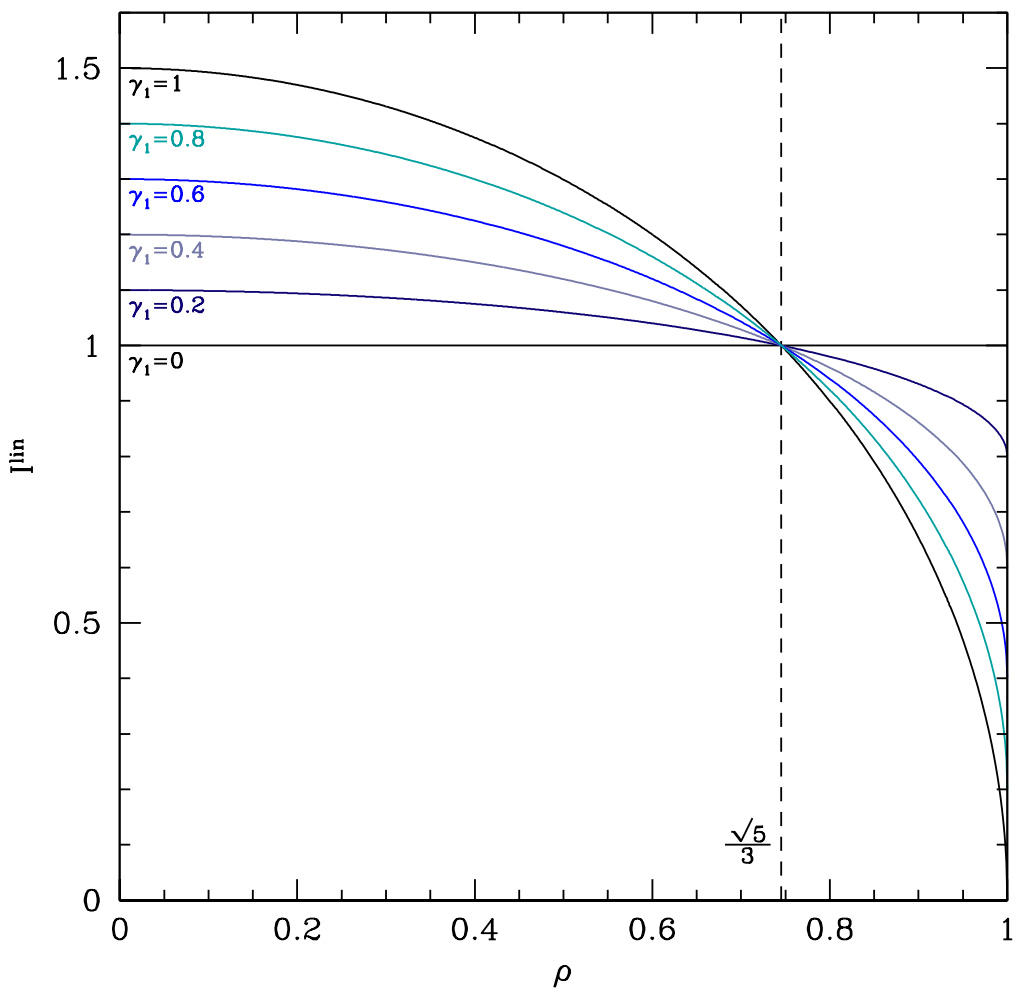

FIG. 5.3: Lois d'assombrissement centre-bord linéaires normalisées en intensité, pour des valeurs de $\gamma_1 \in [0, 1]$. L'abscisse donne la valeur du rayon fractionnaire ρ, avec $\rho = \sqrt{1-\mu^2}$ et $\mu = \cos\theta$. Les diverses courbes paramétrées par γ_1 se coupent au point $(\sqrt{5}/3, 1)$.

Calcul de l'amplification

L'amplification d'une source étendue de loi d'assombrissement centre-bord $I(\rho)$ est quant à elle obtenue en intégrant l'amplification d'un point-source, pondérée par $I(\rho)$, sur la surface S de la source :

$$A_{\rm cc}(\eta) = \frac{\iint\limits_S I(\rho)\, A_{\rm PS,\,cc}(R_{\rm S}\, x)\, {\rm d}S}{\iint\limits_S I(\rho)\, {\rm d}S} = \iint\limits_S I(\rho)\, A_{\rm PS,\,cc}(R_{\rm S}\, x)\, {\rm d}S. \qquad (5.12)$$

Décomposition en composantes principales

Une autre possibilité d'étude de l'assombrissement centre-bord d'une étoile consiste à tenter d'extraire une loi directement des données (Gaudi & Gould, 1999), qui met en œuvre diverses méthodes d'inversion. Ainsi, Heyrovský (2003) construit une base de composantes principales (PCA) à partir d'un ensemble de modèles d'atmosphères, calculés pour une certaine gamme de paramètres stellaires autour d'un type d'étoile donné (par exemple une géante rouge). Les fonctions de base ainsi obtenues se substituent aux différents ordres d'assombrissement centre-bord classiques, mais avec quelques différences notables. Ainsi, le panneau de gauche de la figure Fig. 5.4) montre que la courbe qui correspond au premier ordre de la décomposition est beaucoup plus aplatie que la loi linéaire, alors que les ordres suivants sont plus piqués au limbe de l'étoile, que ce qui peut être obtenu avec une décomposition donnée par la formule 5.2. Les courbes d'assombrissement centre-bord ainsi obtenues sont sensiblement plus proches des courbes correspondant à une modèle donné, que les lois classiques, comme on le voit sur le panneau de droite de la Fig. 5.4.

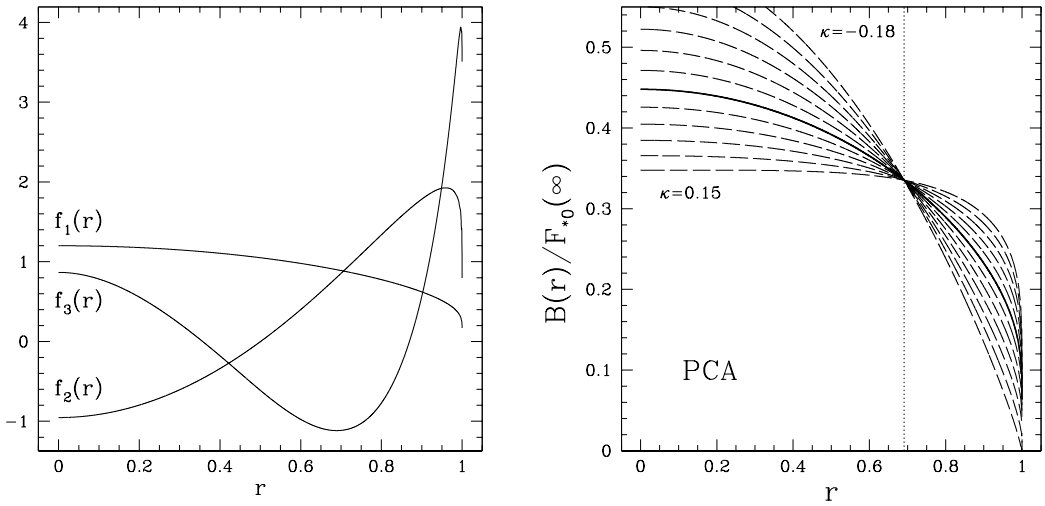

FIG. 5.4: Panneau de gauche : les trois première composantes principales. Panneau de droite : les assombrissement centre-bord correspondant aux deux seules premières composantes, pour diverses valeurs d'un paramètre κ. Figure extraite de Heyrovský (2003).

En ne considérant que les deux premiers ordres, on se rend compte que les courbes d'assombrissement centre-bord se coupent en un point, comme dans le cas de la loi linéaire classique. Cependant, ce dernier est situé environ 5 % plus à l'intérieur du disque que ne l'est le point d'intersection de la loi linéaire. Cela signifie qu'en pratique, il est possible qu'en forçant la loi linéaire à décrire l'assombrissement centre-bord de l'étoile, on soit conduit à sous-estimer du même ordre de grandeur la taille de source.

Une collaboration a débuté en 2004 avec D. Heyrovský sur ce sujet, qui mettra en pratique la méthode de décomposition en composantes principales pour les événements OGLE 2003–BLG–262, OGLE 2004–BLG–254, OGLE 2004–BLG–482 et OGLE 2005–BLG–158 dans un premier temps. Cette nouvelle méthode pourrait constituer le moyen le plus sûr et le plus stable pour extraire avec le moins d'*a priori* possibles les courbes d'assombrissement centre-bord, afin de comparer les lois empiriques aux modèles d'atmosphères.

5.2.2 Modélisation de la traversée d'une caustique

Une configuration d'observation particulièrement intéressante se présente lorsque l'étoile-source traverse une caustique produite par une microlentille binaire, comme illustré par la Fig. 5.5. Le long de cette ligne, l'amplification est formellement infinie, et son gradient est très fort dans son voisinage immédiat. Le disque de la source sera par conséquent l'objet d'une amplification différentielle importante, et les parties situées le long de la courbe seront très amplifiées, contrairement aux zones plus éloignées.

Courbure des caustiques

La Fig. 2.8 (p. 54) suggère, dans le régime de rapport de masse autour de $10^{-1} < q \leq 1$, que les caustiques sont des courbes étendues, de longueur de l'ordre de $1/10\,\Theta_{\rm E}$. Or, dans la plupart des cas rencontrés en pratique, les sources ont un diamètre souvent bien inférieur à $10^{-2}\,\Theta_{\rm E}$, comme illustré sur la Fig. 2.18. A l'échelle de la source, la courbe pourra être considérée dans une excellente approximation comme une droite. Certaines conditions doivent pour cela être satisfaites. Il faut que la trajectoire coupe la caustique suffisamment loin des de ses pointes, ce qui constitue une singularité différente de l'équation des lentilles (ex. Gaudi & Petters, 2002; Schneider & Weiss, 1992; Zakharov, 1995) ; l'angle que fait la trajectoire avec la caustique ne doit pas être trop important, sans quoi il ne serait pas envisageable de négliger la variation des propriétés de l'amplification le long de la caustique. Enfin, si le rayon de courbure est effectivement très grand devant le rayon de la source, on assimile la caustique à une droite infinie, dont les propriétés sont invariantes par translation le long de la caustique.

Lorsque ces conditions sont réunies, on peut décrire de manière simplifiée le problème du calcul de l'amplification qui correspond à une source traversant une caustique, en terme de « modèle de traversée de caustique ». Son importance justifie qu'il soit décrit ici, car il permet de se dispenser de calculer le modèle complet de la microlentille (ce qui d'ailleurs n'est pas toujours possible).

Avec l'étude de la microlentille double de rapport de masse unité et de séparation unitaire, Schneider & Weiss (1986) ont mis en évidence les propriétés locales des caustiques, et démontré que l'amplification dans leur voisinage était générique. Pour le cas idéal de la caustique droite décrit au paragraphe précédent, Schneider

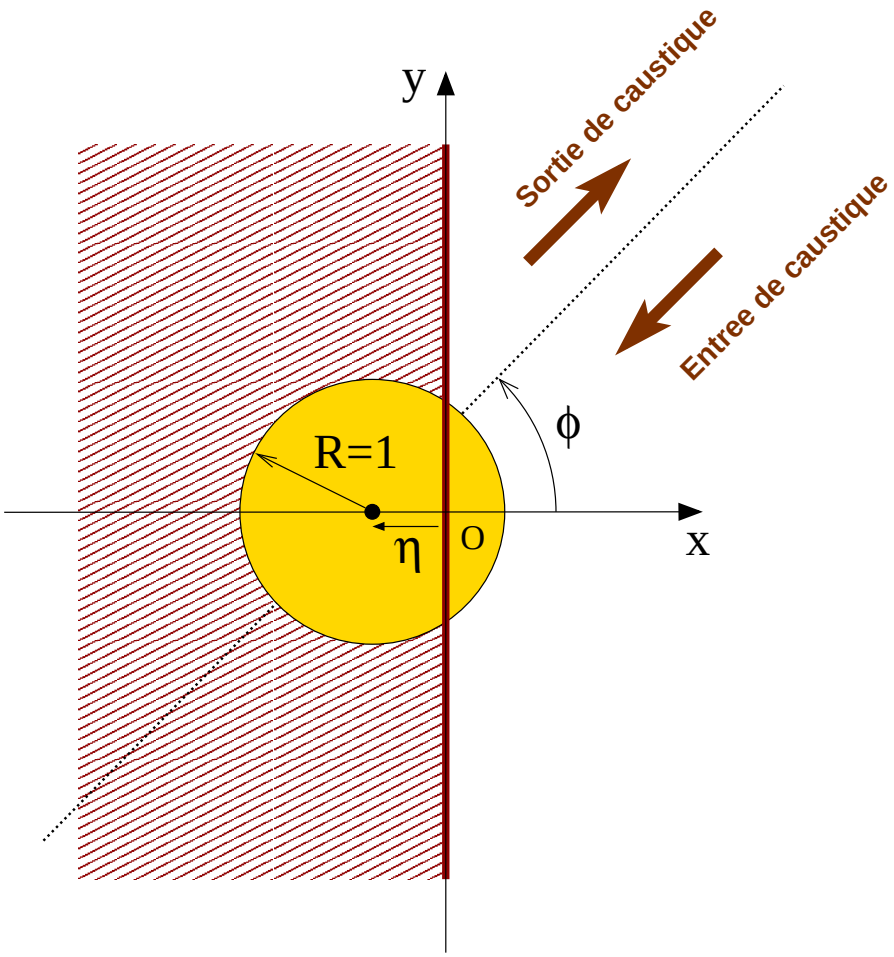

FIG. 5.5: Paramétrisation d'une traversée de caustique. La partie rayée, à gauche de la ligne verticale, est l'intérieur de la caustique, où cinq images de la sources sont présentes.

& Wagoner (1987) calculent la courbe d'amplification théorique due aux images critiques (c'est-à-dire la paire d'images qui apparaissent lorsque la source entre dans la caustique) correspondant à une source d'intensité uniforme. Son profil très caractéristique est tracé sur la Fig. 5.6. L'intérêt pratique de ces résultats a été démontré par Albrow *et al.* (1999), qui ont de plus donné des formules semi-analytiques pour traiter le cas des assombrissements centre-bord. Les propriétés importantes du modèle de la caustique étendue ont ensuite été étudiées par plusieurs autres auteurs (par ex. Dominik, 2004).

Description du modèle

Au § 2.5.2, nous avons vu que lorsqu'un point-source entre dans une caustique, une paire d'images « critiques » apparaît sur la courbe critique et existe tant que la source est à l'intérieur de la caustique, avant de s'effacer quand la source en sort.

Les trois images « non-critiques » qui existent toujours ne sont quant à elles pas perturbées. Le modèle de traversée traite donc l'amplification de ces deux types d'images séparément, et elle peut s'écrire :

$$A(\eta) = A_{\rm cc}(\eta) + A_{\rm au}(\eta), \tag{5.13}$$

où $A_{\rm cc}$ et $A_{\rm au}$ désignent respectivement les amplifications des images critiques (« cc » comme "caustic crossing") et non-critiques (« au » comme "autre"). η mesure la distance algébrique du centre de la source à la caustique, comme indiqué sur la Fig. 5.5.

Intéressons-nous pour commencer au cas des images d'amplification divergente $A_{\rm cc}$; le cas de $A_{\rm au}$ sera envisagé ultérieurement pour décrire le modèle final.

Amplification due aux images critiques

Schneider & Weiss (1986) ont démontré qu'avec les notations de la figure et en notant $R_{\rm S}$ le rayon de la source en unités du rayon d'Einstein $\Theta_{\rm E}$, l'amplification ponctuelle $A_{\rm PS,\,cc}$ à la distance $R_{\rm S}\,x$ de la caustique variait comme l'inverse de sa racine carrée : $A_{\rm PS,\,cc} \propto (R_{\rm S}\,x)^{-1/2}$. Cette formule n'est valable que pour $x < 0$, c'est-à-dire à l'intérieur de la caustique, sinon ($x > 0$) l'application est nulle (les images n'existent pas). En conclusion,

$$A_{\rm PS,\,cc} = a_{\rm cc}\,(R_{\rm S}\,x)^{-1/2}\;H(x), \tag{5.14}$$

où $H(x)$ est la fonction échelon de Heaviside et $a_{\rm cc}$ une constante caractérisant la « force » de la caustique gravitationnelle.

L'intégration de l'Eq. (5.12) se fait plus naturellement en coordonnées cartésiennes. Le point courant (x, y) sur la source correspond alors à la valeur du rayon fractionnaire ρ, de telle manière à ce qu'on ait $\rho^2 = (\eta - x)^2 + y^2$ d'après la figure. En prenant en compte la parité de l'intégrande pour la variable y et en détaillant les bornes d'intégration, on obtient

$$\begin{cases} \eta < -1 \Rightarrow & A_{\rm cc}(\eta) = 0, \\ -1 \leq \eta \leq 1 \Rightarrow & A_{\rm cc}(\eta) = 2\,\dfrac{a_{\rm cc}}{\sqrt{R_S}} \displaystyle\int_{x=0}^{\eta+1} \int_{y=0}^{\sqrt{1-(\eta-x)^2}} \dfrac{I(\rho)}{\sqrt{x}}\;{\rm d}y\;{\rm d}x, \\ 1 < \eta \Rightarrow & A_{\rm cc}(\eta) = 2\,\dfrac{a_{\rm cc}}{\sqrt{R_S}} \displaystyle\int_{x=\eta-1}^{\eta+1} \int_{y=0}^{\sqrt{1-(\eta-x)^2}} \dfrac{I(\rho)}{\sqrt{x}}\;{\rm d}y\;{\rm d}x. \end{cases} \tag{5.15}$$

Ceci peut être réécrit plus simplement $\forall\eta$,

$$A_{\rm cc}(\eta) = \frac{2\;a_{\rm cc}}{\sqrt{R_S}} \int_{x=\max(0,\eta-1)}^{\max(0,\eta+1)} \int_{y=0}^{\sqrt{1-(\eta-x)^2}} \frac{I(\rho)}{\sqrt{x}}\;{\rm d}y\;{\rm d}x. \tag{5.16}$$

Avec l'introduction de la loi d'assombrissement centre-bord définie par l'Eq. (5.8) (p. 207) dans l'équation précédente, on est conduit à calculer des fonctions caractéristiques de traversée de caustique du type

$$\mathrm{C}_{n/2}(\eta) = \frac{2}{\pi} \int\limits_{x=\max(0,\eta-1)}^{\max(0,\eta+1)} \int\limits_{y=0}^{\sqrt{1-(\eta-x)^2}} x^{-1/2} \left[1-(\eta-x)^2-y^2)\right]^{n/4} \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}x. \tag{5.17}$$

A chaque coefficient $\gamma_{n/2}$ est associée une fonction $\mathrm{C}_{n/2}(\eta)$, qui hérite alors de sa signification (coefficient linéaire, en racine carrée, etc.). L'expression finale de l'amplification due aux images divergentes A_{cc} s'écrit alors :

$$A_{\mathrm{cc}}(\eta) = \frac{a_{\mathrm{cc}}}{\sqrt{R_S}} \left[\mathrm{C}_0(\eta) - \sum_{n\in\mathcal{N}} \gamma_{n/2} \left(\mathrm{C}_0(\eta) - \frac{n+4}{4} \mathrm{C}_{n/2}(\eta) \right) \right]. \tag{5.18}$$

Les fonctions $\mathrm{C}_{n/2}(\eta)$ se réécrivent en effectuant le changement de variable $z = x - \eta$:

$$\mathrm{C}_{n/2}(\eta) = \frac{2}{\pi} \int\limits_{x=\max(-\eta,-1)}^{\max(-\eta,1)} \int\limits_{y=0}^{\sqrt{1-z^2}} \frac{(1-z^2-y^2)^{n/4}}{(z+\eta)^{1/2}} \, \mathrm{d}y \, \mathrm{d}z. \tag{5.19}$$

Le calcul de C_0 associé à une source d'intensité uniforme a été effectué par Schneider & Wagoner (1987), qui l'ont exprimé en termes d'intégrales elliptiques. Le calcul de C_1 (correspondant au coefficient d'assombrissement centre-bord linéaire) est immédiat, et a été mentionné pour la première fois par Albrow *et al.* (1999)[1]. Ces deux fonctions sont données ci-dessous (en revanche, il n'existe pas de formule pour exprimer de manière générale $\mathrm{C}_{n/2}$). Il est alors possible de les développer en série, ou d'effectuer numériquement l'intégration.

Cas particuliers

Les fonctions d'amplification $A_{\mathrm{cc}}^{\mathrm{uni}}$ et $A_{\mathrm{cc}}^{\mathrm{lin}}$, qui correspondent respectivement à une source uniforme et à un assombrissement centre-bord linéaire, s'écrivent d'après ce qui précède

$$\begin{aligned} A_{\mathrm{cc}}^{\mathrm{uni}} &= \frac{a_{\mathrm{cc}}}{\sqrt{R_S}} \mathrm{C}_0(\eta) \; ; \\ A_{\mathrm{cc}}^{\mathrm{lin}} &= \frac{a_{\mathrm{cc}}}{\sqrt{R_S}} \left[\mathrm{C}_0(\eta) - \gamma_1 \left(\mathrm{C}_0(\eta) - \frac{3}{2} \mathrm{C}_1(\eta) \right) \right], \end{aligned} \tag{5.20}$$

où

$$\mathrm{C}_0(\eta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \eta < -1, \\ \frac{4\sqrt{2}}{3\pi} \left[(1-\eta) K\left(\sqrt{\frac{1+\eta}{2}}\right) + 2\eta E\left(\sqrt{\frac{1+\eta}{2}}\right) \right] & \text{si } -1 \leq \eta \leq 1, \\ \frac{8}{3\pi} (1+\eta)^{1/2} \left[\eta E\left(\sqrt{\frac{2}{1+\eta}}\right) - (\eta-1) K\left(\sqrt{\frac{2}{1+\eta}}\right) \right] & \text{si } \eta > 1, \end{cases} \tag{5.21}$$

[1] A noter cependant que la formule écrite en Annexe par les auteurs contient une erreur de signe.

et

$$\mathrm{C}_1(\eta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \eta < -1, \\ \frac{4}{15}\left(1+\eta\right)^{3/2}\left(3-2\eta\right) & \text{si } -1 \leq \eta \leq 1, \\ \frac{4}{15}\left[\left(1+\eta\right)^{3/2}\left(3-2\eta\right) + \left(\eta-1\right)^{3/2}\left(3+2\eta\right)\right] & \text{si } \eta > 1. \end{cases} \tag{5.22}$$

La Fig. 5.6 représente la fonction caractéristique C_0 de l'amplification d'une source uniforme lors d'une entrée de caustique, et la Fig. 5.7 l'amplification d'une étoile avec assombrissement centre-bord, pour diverses valeurs du paramètre γ_1 (*cf.* § 5.2.1). En pratique, l'un des grands avantages de la définition de ces fonctions est qu'elles ne dépendent que d'un seul paramètre, η, et qu'elles peuvent donc être très facilement tabulées pour une utilisation efficace dans un code numérique, tel gobi (*cf.* § A.5). De plus, la plage de valeurs pour laquelle elles doivent être évaluées s'étend de $\eta = -1$ à $\eta \simeq 4$. En dehors de cet intervalle, les effets de taille étendue de la source ne sont plus probants, et l'amplification se confond avec celle d'une source ponctuelle. Ceci est illustré sur la Fig. 5.6, sur laquelle est tracée en pointillés l'amplification ponctuelle, à côté de l'amplification avec source étendue, en trait plein.

Voyons à présent comment ces formules peuvent être adaptées à l'étude d'un événement observé.

Amplification due aux images non-critiques et paramétrisation

Nous étudions (sans perdre en généralité) le cas d'une entrée de caustique pour établir la paramétrisation du problème (son adaptation au cas de la sortie de caustique est immédiate). On suppose qu'à l'instant t_{cc}, le centre de la source se trouve sur la caustique. Soit ϕ l'angle que fait la trajectoire avec la normale à la caustique, R_S le rayon de la source et Δt le temps de traversée par le rayon de la caustique, c'est-à-dire l'intervalle de temps entre le moment du premier contact et t_{cc}. La variable η est définie comme la distance (algébrique), *en unité du rayon de la source*, du centre de la source à la caustique, dans le repère (O,x,y) (*cf.* Fig. 5.5). La source se déplace de plus relativement à la caustique avec une vitesse *normale* $\mu_\perp = \cos\phi/t_\mathrm{E}$, puisque t_E est le temps mis par la source pour parcourir un rayon d'Einstein. Nous avons alors $R_\mathrm{S} = \mu_\perp \Delta t$ et $\eta\ R_\mathrm{S} = \mu_\perp(t - t_{cc})$. Ainsi

$$\eta = \frac{t - t_{cc}}{\Delta t}, \tag{5.23}$$

et ni le temps d'Einstein t_E ni l'angle ϕ n'interviennent. Le modèle est alors en quelque sorte autonome, ou générique, il peut être établi sans même avoir connaissance de la courbe de lumière de l'événement complet, comme on l'avait déjà mentionné au début de cette partie ; Δt et t_{cc} sont en particulier des paramètres spécifiques à ce modèle.

Il n'est pas nécessaire de connaître le modèle complet pour déterminer leur valeur, et l'observation d'une traversée de caustique suffit à les définir. Cependant, la

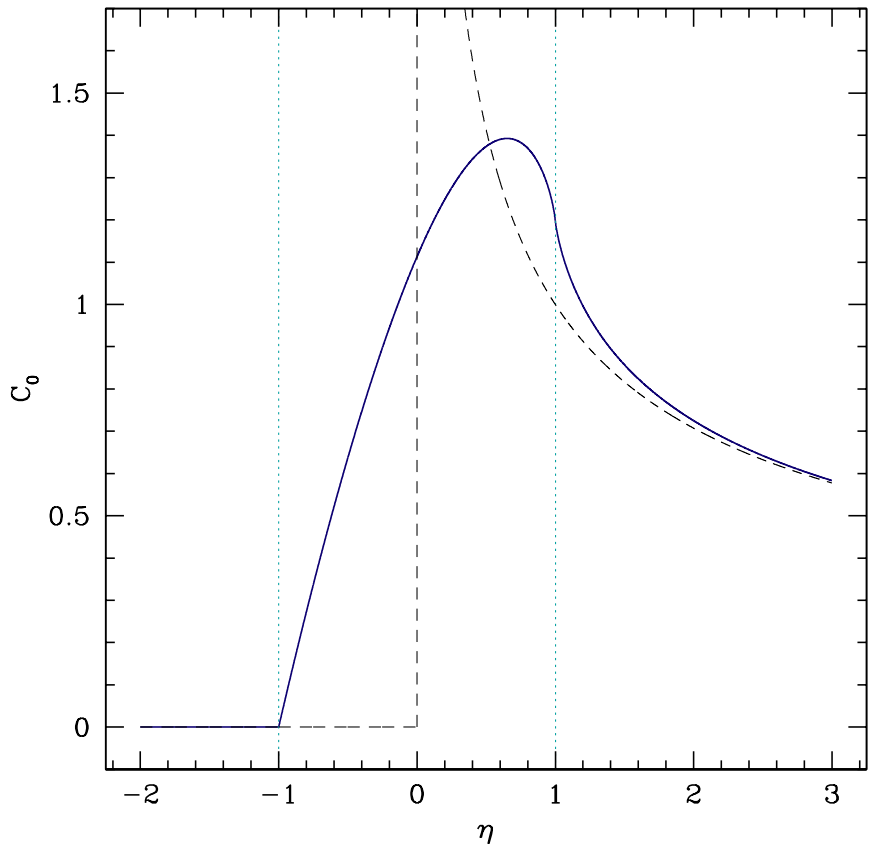

FIG. 5.6: En trait plein est tracée la fonction caractéristique $C_0(\eta)$ d'amplification d'une source uniforme traversant une caustique ; elle est à comparer à l'amplification d'une source ponctuelle (trait en pointillés). Les deux lignes verticales indiquent les entrée et sortie de caustique par la source large. On remarque que l'amplification d'une source ponctuelle et celle d'une source large deviennent quasiment identiques pour une distance centre de la source – caustique d'environ trois rayons de source.

caractérisation d'une traversée de caustique est dans une certaine mesure, bien sûr, liée au modèle complet. Plus spécialement, la relation cinématique entre le rayon de la source, sa vitesse et le temps de traversée de la caustique, $R_S = \mu_\perp \Delta t$, peut se réécrire

$$R_S = \frac{\cos\phi}{t_E}\Delta t, \tag{5.24}$$

ce qui permet de déterminer le rayon de la source en unité d'Einstein Θ_E, si le modèle complet fournit t_E et l'angle d'impact ϕ. La détermination de la taille de la source pourra par la suite servir à contraindre la position et/ou la masse totale de la lentille (*cf.* § 2.7).

L'écriture finale de l'amplification totale requiert en fin de compte celle de l'amplification A_{au} des images non-critiques. Du fait que ces images ne sont pas affectées

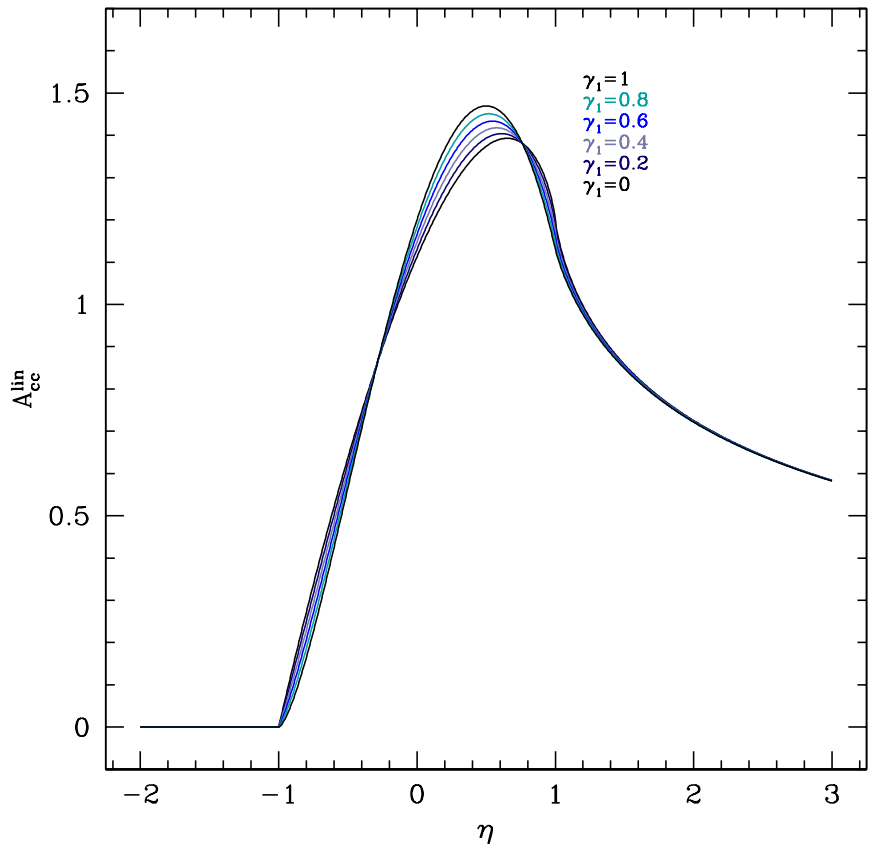

FIG. 5.7: Amplification $\mathrm{C}_1(\eta)$ d'une source avec assombrissement centre-bord traversant une caustique linéique, pour diverses valeurs du coefficient γ_1. La source uniforme correspond à $\gamma_1 = 0$.

par la traversée de la caustique ($|\mathrm{d}A_{\mathrm{au}}/\mathrm{d}t| \ll 1$ sur la durée Δt), il est possible d'effectuer un développement de Taylor au premier ordre :

$$A_{\mathrm{au}}(t) \simeq a_{\mathrm{au}} \left[1 + \omega \left(t - t_{cc} \pm \Delta t\right)\right]. \tag{5.25}$$

L'amplification totale (signe '+' ou '−', respectivement pour une entrée ou une sortie de caustique), écrite en remplaçant η par sa forme fonctionnelle donnée par l'Eq. (5.23), est la somme de A_{cc} et de A_{au} (respectivement Eq. (5.18) et (5.25)) :

$$A\left(\frac{t - t_{cc}}{\Delta t}\right) = a_{\mathrm{cc}}\, \mathrm{C}\left(\pm\frac{t - t_{cc}}{\Delta t}, \boldsymbol{\gamma}\right) + a_{\mathrm{au}} \left[1 + \omega \left(t - t_{cc} \pm \Delta t\right)\right], \tag{5.26}$$

où $\boldsymbol{\gamma} = \{\gamma_{n/2}\}$ sont les coefficients d'assombrissement centre-bord de la source (*cf.* § 5.2.1), et

$$\mathrm{C}\left(\eta, \boldsymbol{\gamma}\right) = \mathrm{C}_0(\eta) - \sum_{n \in \mathcal{N}} \gamma_{n/2} \left(\mathrm{C}_0(\eta) - \frac{n+4}{4}\, \mathrm{C}_{n/2}(\eta)\right) \tag{5.27}$$

les fonctions caractéristiques qui leur sont associées.

5.2.3 Modélisation du transit d'une microlentille simple

Lors d'événements de grande amplification dus à des microlentilles simples, il arrive que la lentille (ponctuelle) traverse le disque de la source, produisant des effets de taille étendue, qui permettent comme pour les traversées de caustique de résoudre spatialement la surface stellaire. Si l'amplification d'une source ponctuelle $A_{\rm PSPL}$ étudiée au § 2.4 a est calculée simplement, le cas d'une source étendue est bien plus complexe. Witt & Mao (1994) ont évalué sur le plan–lentille l'aire des deux images d'une source uniformément brillante, et ont obtenu une formule semi-analytique exacte (mais complexe) de l'amplification. Gould (1994) en a ensuite proposé une formule approchée adaptée au cas des événements de grande amplification, pour lesquels la source est de très faible taille ($\sim 10^{-2}\,\Theta_{\rm E}$) et de paramètre d'impact u_o très faible ($u_o < R_{\rm S}$). Yoo *et al.* (2004) ont ensuite trouvé une expression semi-analytique à la formule approchée de l'amplification d'une source uniforme, celle des assombrissements centre-bord restant à calculer numériquement.

Modèle adopté

Avec $I(\rho)$ ($\rho \in [0,1]$) le profil d'intensité de la source défini au § 5.2.1, l'amplification d'une source étendue s'obtient à partir de la somme pondérée par I de l'amplification ponctuelle d'une microlentille simple $A_{\rm PSPL}$ (dans la bande spectrale considérée) :

$$\begin{aligned} A_{\rm ES}(u|R_{\rm S}, I) &= \int_0^{2\pi}\int_0^1 I(\rho)\, A_{\rm PSPL}(\eta)\, \rho\, {\rm d}\phi\, {\rm d}\rho, \\ \eta &= R_{\rm S}\sqrt{\rho^2 - 2\,\rho\, u\cos\phi + u^2}. \end{aligned} \tag{5.28}$$

Witt & Mao (1994) ont donné une formule exacte de l'amplification d'une source de brillance *uniforme*, notée ici $A_{\rm ES}$. Celle-ci dépend de deux paramètres liés, le paramètre d'impact u_o et la taille de la source $R_{\rm S}$. On introduit ici la grandeur (par analogie avec le cas de la traversée de caustique)

$$\eta = \frac{u_o}{R_{\rm S}}, \tag{5.29}$$

qui est l'expression du paramètre d'impact en unité du rayon de source ; en fonction de u_o et η, l'amplification s'exprime comme :

$$\begin{aligned} A_{\rm ES}(u_o,\eta) \;=\; \frac{1}{\pi}\Bigg[& \frac{(\eta+1)\sqrt{4\,\eta^2 + u_o^2(\eta-1)^2}}{2\;u_o} \times E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) - \\ & -\frac{(\eta-1)}{u_o}\frac{4\;\eta^2 + u_o^2(\eta^2-1)/2}{\sqrt{4\;\eta^2 + u_o^2(\eta-1)^2}} \times F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) + \\ & + \frac{2\,(\eta-1)^2}{u_o\;(\eta+1)}\frac{\eta^2 + u_o^2}{\sqrt{4\;\eta^2 + u_o^2(\eta-1)^2}} \times \Pi\left(\frac{\pi}{2}, n, k\right)\Bigg], \end{aligned} \tag{5.30}$$

avec

$$\begin{aligned} n &= \frac{4\,\eta}{(\eta+1)^2} \\ k &= \frac{4\,\eta^{3/2}}{(\eta+1)\sqrt{4\,\eta^2+u_o^2(\eta-1)^2}}. \end{aligned}$$

Les définitions utilisées ici des intégrales elliptiques incomplètes E, F et Π sont rappelées en Annexe C.

Le panneau supérieur de la Fig. 5.8 illustre le comportement de l'amplification pour trois tailles de sources différentes, $R_{\rm S} = 0.05$, 0.1 et $0.2\,\Theta_{\rm E}$ (traits pleins), ainsi que l'amplification d'une lentille simple obtenue à partir d'une source ponctuelle (pointillés) en fonction du paramètre d'impact u_o.

Approximation des faibles paramètres d'impact

L'amplification maximale pour un paramètre d'impact nul $u_o = 0$ attendue d'un effet de source étendue sur une lentille simple est donnée par :

$$A_{\rm ES}^{\rm max}(u_o = 0) = \frac{\sqrt{4+R_{\rm S}^2}}{R_{\rm S}} \tag{5.31}$$

Pour un événement caractéristique, la taille de la source est toujours très petite devant le rayon d'Einstein, et en pratique $R_S \simeq 5.10^{-2}$ en est souvent une valeur maximale. D'autre part, l'effet de taille étendue n'est sensible que pour quelques rayons de source, comme le montre le panneau du haut de la Fig. 5.8 (on peut comparer la courbe en pointillés de l'amplification d'une source ponctuelle avec celles en trait plein dues aux sources étendues, qui se rejoignent très vite au niveau des ailes). En dehors de cette zone, l'approximation d'une source ponctuelle est de nouveau valable. Il en résulte que l'effet de taille étendue sera prépondérant pour des paramètres d'impact $u_o \ll 1$, et des tailles de source $R_{\rm S} \ll 1$. En conséquence, l'amplification ponctuelle $A_{\rm PSPL}$ est bien approchée par $A_{\rm PSPL}(u) \simeq \frac{1}{u_o}$ dans le cas limite où $u_o \to 0$ (Gould, 1994). Son introduction dans l'Eq. (5.28) conduit Yoo *et al.* (2004) a fournir une formule semi-analytique de l'amplification d'une source uniforme ($I(\rho) \equiv 1$) :

$$A_{\rm ES}(u,\eta) \simeq A_{\rm PSPL}(u) \times {\rm S}_0(\eta), \tag{5.32}$$

avec

$${\rm S}_0(\eta) = \frac{4\,\eta}{\pi}\boldsymbol{K}(k),\ k = \min\left(\arcsin\left[\frac{1}{\eta}\right], \frac{\pi}{2}\right), \tag{5.33}$$

où $\boldsymbol{K}(k) = F(\frac{\pi}{2}, k)$ désigne l'intégrale elliptique complète de Legendre de première espèce (*cf.* Annexe C). Les auteurs déterminent en outre les conditions suivantes définissant le domaine de validité de cette approximation :

$$\frac{R_{\rm S}^2}{8} \ll 1 \quad \text{et} \quad u_o \ll 1. \tag{5.34}$$

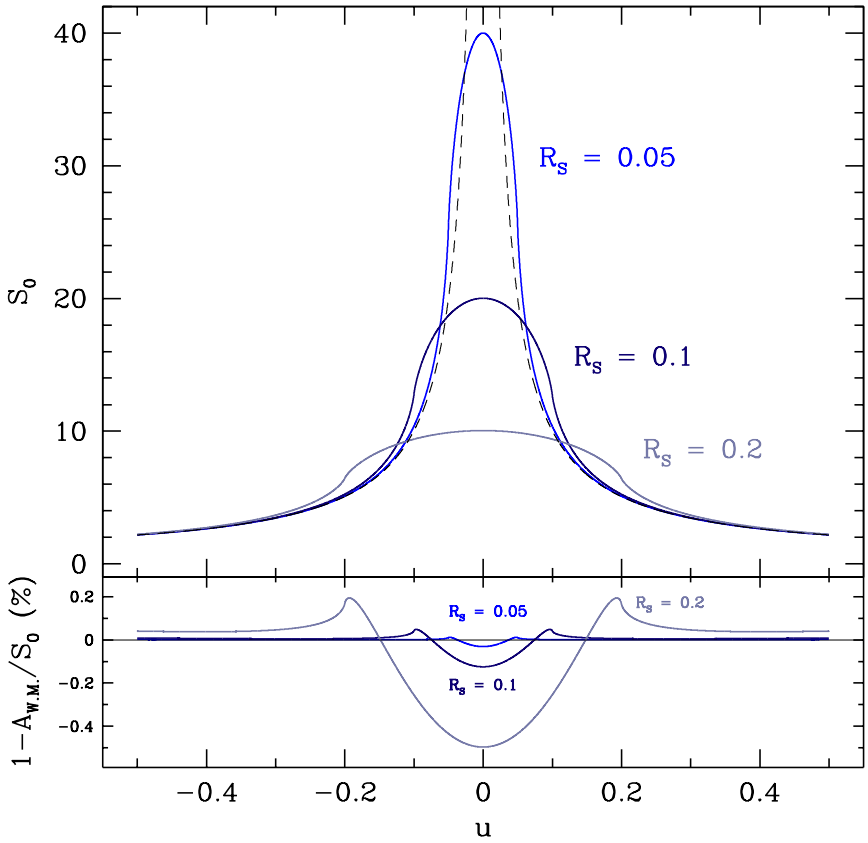

FIG. 5.8: Effet de source étendue pour les lentilles simples. On a représenté trois tailles de sources, $R_S = 0.05$, 0.1 et $0.2\,\Theta_E$. Une source étendue a une amplification maximale qui croît quand cette taille diminue. Le panneau du bas compare les valeurs exactes $A_{W.M.}$ données par la formule de Witt & Mao (1994) et la formule simplifiée S_0 de Yoo *et al.* (2004), en pourcentage sur leur écart relatif. On voit que pour les tailles de source inférieures à $0.1\,\Theta_E$, la différence ($\simeq 0.1\,\%$) est bien en-dessous des erreurs photométriques typiques. Le trait en pointillés est l'amplification d'une source ponctuelle, divergente en $1/u_o$ au voisinage de l'origine.

L'intérêt de cette approximation ne se limite pas à la seule simplification de la formule obtenue par Witt & Mao (1994). En effet, alors que la formule exacte fait intervenir de manière inséparable les variables η et R_S, S_0 ne dépend que du rapport $\eta = u/R_S$. Il est ainsi très facile de tabuler cette fonction une fois pour toutes et d'utiliser la table interpolée pour améliorer très significativement la vitesse de calcul des modèles. Son domaine de validité défini par Eq. (5.34) est en pratique très large, comme cela est illustré sur le panneau inférieur de la Fig. 5.8. La comparaison entre $A_{W.M.}$ et S_0, en pourcentage sur leur écart relatif, reste très faible ($< 0.5\,\%$) même pour une source de $0.2\,\Theta_E$, cet écart chutant à moins de $0.1\,\%$ quand la source est de taille inférieure à $R_S \simeq 0.05$, ce qui est bien inférieur aux erreurs photométriques

moyennes des observations réalisées. En pratique, pour $u_o < 5\,R_{\rm S}$, $R_{\rm S}^2 \simeq 3.10^{-4}$ et $u_o^2 < 7.10^{-2}$ ce qui satisfait très bien les conditions Eq. (5.34) ; les fonctions sont tabulées dans gobi pour $u_o < 10\,R_{\rm S}$.

La taille de la source détermine l'amplification maximale qu'elle subira. Ainsi sur la figure précédente, on voit qu'elle est d'autant plus grande que le rayon de la source diminue, pour un paramètre d'impact u_o donné. L'amplification due à la source étendue peut être inférieure ou supérieure à l'amplification d'une source ponctuelle de même paramètre d'impact, selon la valeur de $R_{\rm S}$.

Dans le cas d'une loi d'assombrissement centre-bord, l'introduction de $I(\rho)$ dans l'Eq. (5.28) conduit à

$$A_{\rm ES}(\eta) \simeq A_{\rm PSPL}(u) \times \left[{\rm S}_0(\eta) - \sum_{n\in\mathcal{N}} \gamma_{n/2} \left({\rm S}_0(\eta) - \frac{n+4}{4}\, {\rm S}_{n/2}(\eta) \right) \right], \qquad (5.35)$$

où comme pour le cas de la traversée d'une caustique, les ${\rm S}_{n/2}(\eta)$ sont des fonctions caractéristiques de l'amplification d'une source étendue avec une lentille ponctuelle, associées aux coefficients d'assombrissement centre-bord $\gamma_{n/2}$.

Source uniforme $I^{\rm uni}$ et assombrissement linéaire $I^{\rm lin}$

Les fonction d'amplification $A_{\rm ES}^{\rm uni}$ et $A_{\rm ES}^{\rm lin}$ dues respectivement à une source uniforme et à un assombrissement centre-bord linéaire s'écrivent :

$$\begin{aligned} A_{\rm ES}^{\rm uni}(\eta) &\simeq A_{\rm PSPL}(u) \times {\rm S}_0(\eta)\ ; \\ A_{\rm ES}^{\rm lin}(\eta) &\simeq A_{\rm PSPL}(u) \times \left[{\rm S}_0(\eta) - \gamma_1 \left({\rm S}_0(\eta) - \frac{3}{2}\, {\rm S}_1(\eta) \right) \right], \end{aligned} \qquad (5.36)$$

où la fonction ${\rm S}_0$ a déjà été définie par l'Eq. (5.33), et

$${\rm S}_1(\eta) = \frac{2\,\eta}{\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{1} \frac{\sqrt{1-\rho^2}\,\rho\,{\rm d}\rho\,{\rm d}\phi}{\sqrt{\rho^2+\eta^2-2\rho\eta\cos\phi}}. \qquad (5.37)$$

Cette dernière formule n'a pas trouvé d'expression simple semi-analytique. Elle reste toutefois très utile dans la mesure où les variables u_o et η sont séparées, ce qui autorise leur tabulation en fonction du seul paramètre η.

La Fig. 5.9 présente l'amplification d'une source étendue avec assombrissement centre-bord linéaire, en fonction de la valeur du paramètre η, qui correspond au paramètre d'impact en unités du rayon de la source. Le cas de la source uniforme est obtenu pour $\gamma_1 = 0$.

La paramétrisation de l'amplification pour décrire la courbe de lumière est similaire à celle utilisée pour une microlentille simple, à savoir le temps d'Einstein $t_{\rm E}$ de traversée de $\Theta_{\rm E}$, u_o le paramètre d'impact et t_o l'instant où la trajectoire se trouve au plus près de l'origine, avec de plus $R_{\rm S}$, rayon de la source en unités d'Einstein.

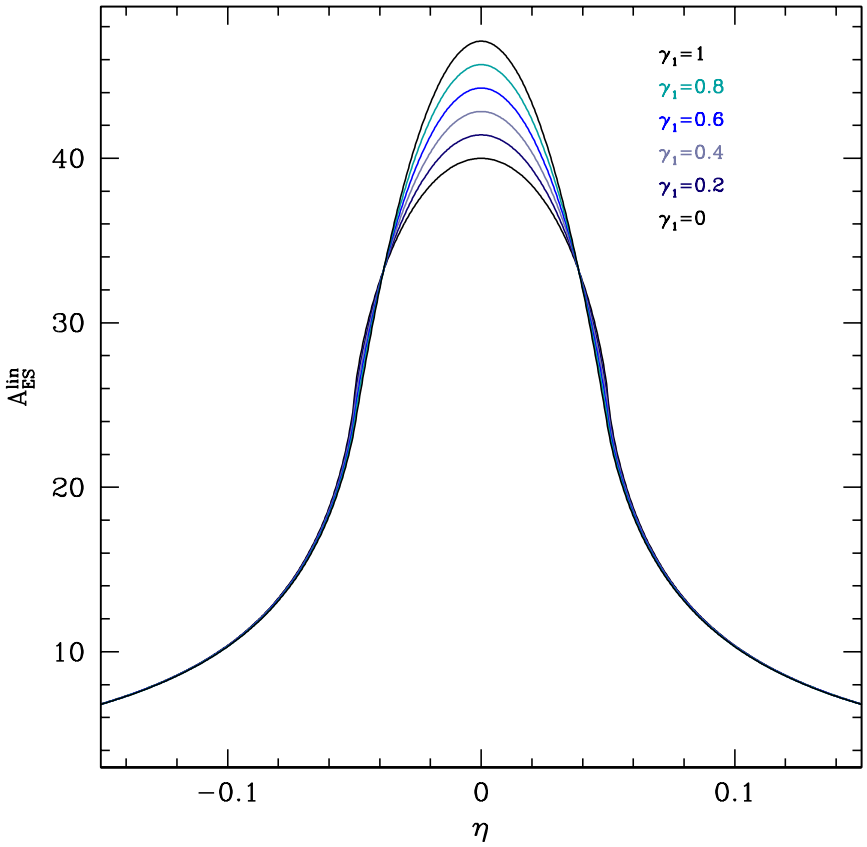

Fig. 5.9: Courbes d'amplification d'une source étendue d'assombrissement centre-bord linéaire par une microlentille simple, pour diverses valeurs du paramètre η (ce dernier est égal au paramètre d'impact en unité du rayon de la source). Le cas de la source uniforme est obtenu pour $\gamma_1 = 0$.

5.3 OGLE 2002–BLG–069 (Article A&A)

OGLE 2002–BLG–069, une géante G5 III du Bulbe

Je présente ici une application des possibilités d'études offertes par les microlentilles gravitationnelles, avec le cas des traversées de caustique de l'événement OGLE 2002–BLG–069. C'est avec cet objet que j'ai eu l'occasion d'élaborer les premiers modèles que j'ai implémenté dans un code spécialement conçu, gobi, qui est présenté en Annexe. Je précise dans les paragraphes qui suivent quelques points importants sur le modèle de traversée de caustique, en utilisant le formalisme développé dans les paragraphes précédents, et j'en souligne quelques résultats essentiels. Les détails sont donnés dans la publication qui suit cette introduction.

Suivi photométrique et spectroscopique

L'événement de microlentille OGLE 2002–BLG–069 a été détecté par la collaboration OGLE le 1er juin 2002, qui annonçait que la source s'approchait du rayon d'Einstein de la microlentille. Une quinzaine de jours plus tard, l'amplification estimée la plaçait dans la classe des événements de grande amplification et PLANET débutait son suivi photométrique sur son réseau de télescopes au Chili, en Afrique du Sud, en Australie et en Tasmanie. Les événements se sont précipités à la fin du mois, car la source traversait une caustique : une très grande priorité lui est alors accordée par PLANET, et des modèles de microlentilles binaires sont mis au point pour tenter de prédire la date de sortie de la caustique. Cet événement a effectivement lieu au début du mois de juillet. De nombreux points de mesure sont collectés pendant deux nuits, dans les bandes I et R. Entre temps, PLANET avait activé son programme de "Target of Opportunity" (ToO) sur UVES, le spectromètre à haute résolution de l'ESO, monté sur le télescope Kuyen, deuxième Unité du VLT au Chili. Quatorze heures de données en spectroscopie sont ainsi obtenues, que PLANET a réparties sur deux nuits d'observations régulièrement espacées, grâce à une excellente coordination des opérations. Dans un premier temps, un modèle de sortie de caustique en bande large a été développé. Il a permis de déterminer pour les bandes I et R les coefficients d'assombrissement centre-bord afin de modéliser correctement les courbes de lumières et de déterminer les paramètres du modèle.

Les données spectroscopiques obtenues avec UVES lors de la traversée de la caustique, auxquelles s'ajoutent des observations obtenues un mois plus tard en "Director Discretionary Time" (DDT), ont permis de déterminer précisément les paramètres de l'étoile. Le type spectral de l'objet a été obtenu en reproduisant synthétiquement les raies de Ca et MgH, ainsi qu'en établissant les courbes de croissance de Fe I et Fe II. Les résultats sont en accord avec les paramètres établis à partir de l'étude du diagramme couleur–magnitude (CMD) du champ. L'étoile-source d'OGLE 2002–BLG–069 est une géante G5 du Bulbe, de température effective $T_{\rm eff} = 5000$ K, de métallicité $[{\rm Fe/H}] = -0.6$ et de gravité de surface $\log g = 2.5$.

Dans une deuxième étape, un certain nombre de spectres synthétiques d'étoiles de paramètres proches de ceux que nous avons calculés ont été générés à partir du code PHOENIX grid v2.6 (Orosz & Hauschildt, 2000), à grande résolution spectrale, $\delta\lambda = 0.05\,A$. Il s'agit d'un code à symétrie sphérique, qui fournit un spectre pour chaque valeur du cosinus de l'angle émergent $\mu = \cos\theta$. Grâce à un modèle de sortie de caustique, il a été possible de comparer les assombrissements centre-bord calculés en intégrant les spectres synthétiques sur les longueurs d'ondes correspondant au filtre, avec une loi classique d'assombrissement centre-bord linéaire. Pour utiliser le modèle d'atmosphère tabulé, la source a été discrétisée en anneaux concentriques d'intensité constante. On peut calculer ensuite l'amplification due à chaque disque en utilisant la fonction C_0 du § 5.2.2. Si c_k, $k \in [1, N_{\rm a}]$ dénote l'intensité de l'anneau situé entre les rayons fractionnaires ρ_k et ρ_{k+1}, le profil d'intensité peut aussi s'écrire

($\rho_{k+1} < \rho_k$, en posant $\rho_1 = 1$ et $c_0 = 0$)

$$\begin{aligned} I(\rho) &= \sum_{k=1}^{N_\mathrm{a}-1} c_k \left[\Theta(\rho_k - \rho) - \Theta(\rho_{k+1} - \rho)\right] + c_{N_\mathrm{a}} \Theta(\rho_{N_\mathrm{a}} - \rho) \\ &= \sum_{k=1}^{N_\mathrm{a}} \left[c_k - c_{k-1}\right] \Theta(\rho_k - \rho), \end{aligned} \tag{5.38}$$

où Θ est l'échelon de Heaviside. L'amplification des images critiques est obtenue comme une combinaison linéaire des coefficients c_k et des amplifications C_0 de disque uniforme de rayon ${\rho_k}^2$:

$$A_\mathrm{cc}(t) = a_\mathrm{cc} \times \frac{\displaystyle\sum_{k=1}^{N_\mathrm{a}} (c_k - c_{k-1})\, \rho_k^{3/2}\, \mathrm{C}_0 \left(\pm \frac{t - t_{cc}}{\rho_k\, \Delta t}\right)}{\displaystyle\sum_{k=1}^{N_\mathrm{a}} (c_k - c_{k-1})\, \rho_k^2}. \tag{5.39}$$

Les résultats sont commentés dans l'article, tout comme les ajustements aux données.

Etude de la variation de largeur équivalente de la raie Hα

Disposant des spectres synthétiques et d'observations spectroscopiques, il a été possible de comparer les variations de largeur équivalente de la raie Hα au cours du phénomène. Son amplitude mesurée apparaît ainsi plus importante que celle qui avait été prédite par les modèles d'atmosphères. En particulier, ces derniers reproduisent très mal le fond de la raie Hα. Nous avons testé des modèles d'atmosphère aussi bien en que hors d'équilibre thermodynamique, mais les conclusions restent inchangées.

Enfin, grâce au chronométrage très précis qu'il est possible d'obtenir lors d'une traversée de caustique, nous avons pu identifier une notable émission de flux au fond de Hα, au moment très précis où la caustique se trouvait au limbe de la source, qui seul alors était amplifié. Il s'agit de la première détection non ambigüe de la chromosphère d'une étoile géante du Bulbe, à quelques 10 kpc de la Terre.

L'article qui suit a été publié dans le journal Astronomy & Astrophysics (Cassan *et al.* , 2004).

[2]Chacun des termes de cette expression doit être calculé numériquement, le temps de calcul étant alors lié au nombre de longueurs d'ondes à prendre en compte et au nombre de rayons fractionnaires considérés pour décrire la source (1000 dans le cas présent). La fonction C_0 est quant à elle tabulée pour une plus grande efficacité numérique, puis interpolée — voir la section Méthodes numériques pour plus de détails.

A&A 419, L1–L4 (2004)
DOI: 10.1051/0004-6361:20040112
© ESO 2004

Astronomy & Astrophysics

Letter to the Editor

Probing the atmosphere of the bulge G5III star OGLE-2002-BUL-069 by analysis of microlensed Hα line*

A. Cassan[1,2], J. P. Beaulieu[1,2], S. Brillant[1,3], C. Coutures[1,2,4], M. Dominik[1,5], J. Donatowicz[1,6], U. G. Jørgensen[1,7], D. Kubas[1,8], M. D. Albrow[1,9], J. A. R. Caldwell[1,10], P. Fouqué[1,11], J. Greenhill[1,12], K. Hill[1,12], K. Horne[1,5], S. Kane[1,5], R. Martin[1,13], J. Menzies[1,14], K. R. Pollard[1,9], K. C. Sahu[1,10], C. Vinter[7], J. Wambsganss[1,8], R. Watson[1,12], A. Williams[1,13], C. Fendt[8], P. Hauschildt[15], J. Heinmueller[8], J. B. Marquette[2], and C. Thurl[16]

[1] PLANET collaboration member
[2] Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis boulevard Arago, 75014 Paris, France
[3] European Southern Observatory, Casilla 19001, Vitacura 19, Santiago, Chile
[4] DSM/DAPNIA, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France
[5] University of St. Andrews, School of Physics & Astronomy, North Haugh, St. Andrews KY16 9SS, UK
[6] Technical University of Vienna, Dept. of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria
[7] Niels Bohr Institute, Astronomical Observatory, Juliane Maries Vej 30, 2100 Copenhagen, Denmark
[8] Universität Potsdam, Astrophysik, Am Neuen Palais 10, 14469 Potsdam, Germany
[9] University of Canterbury, Department of Physics & Astronomy, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand
[10] Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA
[11] Observatoire Midi-Pyrénées, UMR 5572, 14 avenue Édouard Belin, 31400 Toulouse, France
[12] University of Tasmania, Physics Department, GPO 252C, Hobart, Tasmania 7001, Australia
[13] Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth 6076, Australia
[14] South African Astronomical Observatory, PO Box 9 Observatory 7935, South Africa
[15] Hamburger Sternwarte, Gojenbergsweg 112, 21029 Hamburg, Germany
[16] RSAA, Mount Stromlo and Siding Spring Observatories, ANU, Cotter Road, Weston Creek, Canberra ACT 2611, Australia

Received 7 January 2004 / Accepted 11 March 2004

Abstract. We discuss high-resolution, time-resolved spectra of the caustic exit of the binary microlensing event OGLE 2002-BLG-069 obtained with UVES on the VLT. The source star is a G5III giant in the Galactic Bulge. During such events, the source star is highly magnified, and a strong differential magnification around the caustic resolves its surface. Using an appropriate model stellar atmosphere generated by the PHOENIX v2.6 code we obtain a model light curve for the caustic exit and compare it with a dense set of photometric observations obtained by the PLANET microlensing follow up network. We further compare predicted variations in the Hα equivalent width with those measured from our spectra. While the model and observations agree in the gross features, there are discrepancies suggesting shortcomings in the model, particularly for the Hα line core, where we have detected amplified emission from the stellar chromosphere after the source star's trailing limb exited the caustic. This achievement became possible by the provision of the very efficient OGLE-III Early Warning System, a network of small telescopes capable of nearly-continuous round-the-clock photometric monitoring, on-line data reduction, daily near-real-time modelling in order to predict caustic crossing parameters, and a fast and efficient response of a 8 m class telescope to a "Target-of-Opportunity" observation request.

Key words. techniques: gravitational microlensing – techniques: high resolution spectra – techniques: high angular resolution – stars: atmosphere models – stars: individual: OGLE 2002-BLG-069

1. Introduction

Near extended caustics produced by binary (or multiple) lenses, the source star undergoes a large total magnification in brightness. Furthermore, its surface is differentially magnified because of a strong gradient in magnification. The relative lens-source proper motion is typically slow enough to allow the light curve to be frequently sampled. This translates to a high spatial resolution on the source star's surface and hence permits its radial brightness profile to be inferred from the observations. Over the past four years, coefficients characterizing linear or square-root limb-darkening profiles have been obtained with the microlensing technique for several Bulge

Send offprint requests to: J. P. Beaulieu,
e-mail: beaulieu@iap.fr

* Based on observations made at ESO, 69.D-0261(A), 269.D-5042(A), 169.C-0510(A).

giants and sub-giants (Fields et al. 2003 and references therein) and a main sequence star (Abe et al. 2003). A new generation of stellar atmosphere models (Orosz & Hauschildt 2000) have revealed limb-darkening laws that are significantly different from the traditional analytic ones (Bryce et al. 2002; Claret & Hauschildt 2003). The centre to limb variation of spectral lines can show markedly different behaviour from that of the continuum. Most moderately strong and weak lines weaken towards the limb, but resonant scattering lines can vary in a much more pronounced way (Loeb & Sasselov 1995). In cool giants, Hβ, being formed lower in the atmosphere, is more limb-darkened than Hα. TiO and Ca II show strong variations, and some lines and bands may even be limb-brightened. Intensive spectroscopic monitoring of a caustic exit at high resolution with high *S/N* should reveal temporal variations in the equivalent widths of promising spectral lines that can be compared with predictions from stellar atmosphere models (Heyrovský et al. 2000).

We present here the first photometric and spectroscopic monitoring campaign that has successfully been performed at high resolution with dense sampling. Previously, Castro et al. (2001) obtained two KECK HIRES spectra of EROS 2000-BLG-5, but missed the trailing limb of the caustic where the effects are stronger, while the data in the qualitative analysis of Albrow et al. (2001) involved dense coverage but at low resolution. Afonso et al. (2001) provided a model that reproduces the photometric data and found an excess of Hα at the limb. They attribute the excess to chromospheric emission, but it could be due to shortcomings of the synthetic spectra. Using a determination of the spectral type of the source star, we have computed the limb-darkening profiles in R and I from appropriate PHOENIX synthetic spectra of the source star and fitted a fold-caustic model to our photometric data obtained during the caustic exit. This model has been used here to compute the synthetic spectrum for wavelengths around the Hα-line. A more detailed report on the determination of the stellar parameters and the analysis of other spectral lines will be presented elsewhere (Beaulieu et al. 2004), as will the details of a full binary lens model fit to the PLANET observations of the event (Kubas et al. 2004).

2. OGLE 2002-BLG-069 photometry and spectroscopy

The PLANET collaboration, comprising six different telescopes, namely, SAAO 1.0 m (South Africa), Danish 1.54 m (Chile), ESO 2.2 m (Chile), Canopus 1.0 m (Australia), Mt. Stromlo 50 in (Australia) and Perth 0.6 m (Australia), commenced photometric observations of OGLE 2002-BLG-069 alerted by the OGLE-III early Warning System (Udalski 2003) in early June, 2002. From online data reductions on 25 June it was realised that the event involved a binary lens and a bright giant source star. With the source taking ~1.4 days to cross the caustic on entry, it appeared to be an excellent candidate for time-resolved spectroscopy of the caustic exit. Using the predictions based on modeling our photometry, and thanks to excellent coordination with the staff at La Silla and Paranal, very good coverage was obtained during the caustic exit together with post-caustic reference spectra. These observations were performed using the UVES spectrograph mounted on Kueyen (VLT UT2) as part of Target-of-Opportunity and Director's Discretionary time. Thirty-nine spectra with exposure time of 20 min (1 h for the post caustic observations) were obtained alternately in the so-called standard settings, 580 and 860, covering the full 4800–10 600 Å range at a resolution of 30 000 with *S/N* ranging from 50 to 130. From an analysis of the curve-of-growth of 100 Fe I and Fe II lines as done by Minniti et al. (2002), and independently from the study of the Ca II and Mg lines (Jørgensen et al. 1992), a good fit to all the data was obtained with a plane-parallel model atmosphere having $T_{\rm eff}$ = 5000 K, $\log(g) = 2.5$, $v_{\rm turb} = 1.5$ km s^{-1} and [Fe/H] = −0.6, The calibration of the MK spectral type gives, for a G5III star, $T_{\rm eff}$ = 5050 K, $M_V = +0.9$, $(V-I) = 0.95$, $M/M_\odot = 1.1$ and $R/R_\odot = 10$. At HJD = 2 452 455.2754, the source was amplified by 17.7. The measured color from SAAO data are $I = 13.01 \pm 0.01$, $(V-I) = 2.06 \pm 0.02$, so $E(V-I) = 1.11 \pm 0.02$. We adopt a conservative $A_V/E(V-I) = 2.2 \pm 0.3$, and then derive a distance of 9.4 ± 1.4 kpc.

3. Modeling of the caustic exit

With ρ denoting the fractional radius of the source star, we approximate its wavelength-dependent brightness profile $I^\lambda(\rho) = \bar{I}\xi^\lambda(\rho)$ by concentric rings of constant intensity. A model atmosphere for the stellar parameters given in the previous section was computed with the PHOENIX grid v2.6 (based on the code described by Allard et al. (2001) but using spherical geometry and spherically symmetric radiative transfer). A synthetic spectrum was calculated from this model at a spectral resolution of 0.05 Å at 128 steps in source radius. The intensity profile was interpolated with cubic splines at 1000 points equally spaced in $\cos\vartheta = \sqrt{(1-\rho^2)}$ where ϑ is the emergent angle, so that the width of the rings of constant intensity decreases toward the stellar limb. For a broadband filter (s), the intensity profile $\xi^{(s)}(\rho)$ is obtained by convolving the source brightness profile with the filter, CCD transmission and atmosphere response functions. The observed magnitude $m^{(s)}(t)$ reads $m^{(s)}(t) = m_{\rm S}^{(s)} - 2.5\lg\left\{A^{(s)}(t) + g^{(s)}\right\}$ where $m_{\rm S}^{(s)}$ is the intrinsic source magnitude, $g^{(s)} = F_{\rm B}^{(s)}/F_{\rm S}^{(s)}$ is the ratio between background flux $F_{\rm B}^{(s)}$ and intrinsic source flux $F_{\rm S}^{(s)}$, and $A^{(s)}(t)$ the source magnification at time t.

The photometric data presented in the lower panel of Fig. 1 show a peak with the characteristic shape resulting from a fold-caustic exit. For a source in the vicinity of a fold caustic, the magnification $A^{(s)}(t)$ can be decomposed (e.g., Albrow et al. 1999a) as $A^{(s)}(t) = A_{\rm crit}^{(s)}(t) + A_{\rm other}(t)$, where $A_{\rm crit}^{(s)}(t)$ denotes the magnification of the critical images associated with the caustic, and $A_{\rm other}(t)$ denotes the magnification of the remaining images of the source under the action of the binary lens.

Let us consider a uniformly moving source crossing the caustic within $2\,\Delta t$ and exiting the caustic by its trailing limb at $t_{\rm f}$. If one neglects the curvature of the caustic and the variation of its strength over the size of the source, the magnification of the critical images reads $A_{\rm crit}^{(s)}(t) = a_{\rm crit}\, G_{\rm f}\left(-\frac{t-t_{\rm f}}{\Delta t}\,;\,\xi^{(s)}\right)$

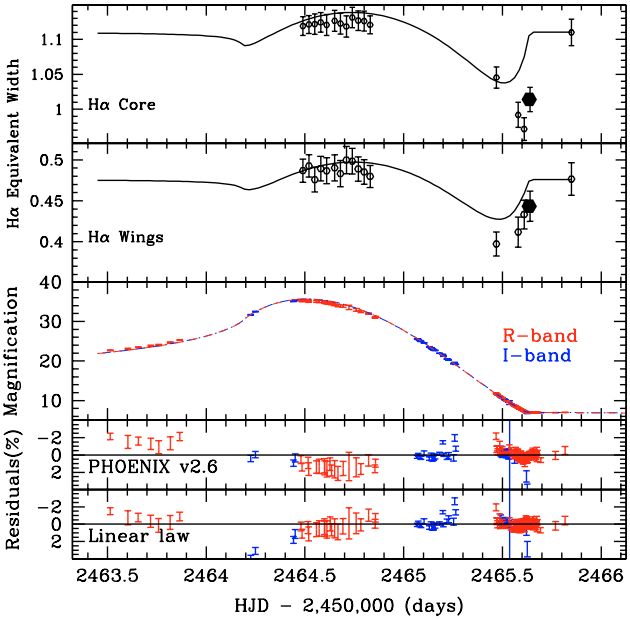

Fig. 1. Equivalent-width variation of the Hα core (*top panel*) and wings (second panel from the top); the open circles in the plots of the equivalent-width variation correspond to our UVES data, while the adjoining solid lines represent the model predictions over the course of the caustic passage. The big dots correspond to the spectra of 10 July, UT 02h58. *Third panel*: model light curves and photometric data, where R-band data are plotted in red and I-band data in blue; model residuals from the chosen PHOENIX atmosphere (fourth panel) and from the linear limb-darkening law (*bottom panel*), with the same color convention. The model parameters can be found in Table 1. The majority of model residuals are below the 2% level. The post caustic observations have been plotted at 2465.85, but have been taken on 16 August.

Table 1. Model parameters of a fit to data obtained by PLANET with the SAAO 1.0 m, UTas 1.0 m, and ESO 2.2 m on the microlensing event OGLE 2002-BLG-069. While source magnitudes $m_S^{(s)}$ and blend ratios $g^{(s)}$ result from a fit involving a binary lens model to the complete data sets, the remaining parameters have been determined by applying a generic fold-caustic model with PHOENIX limb darkening solely to the data taken around the caustic exit.

Parameter	Value	Parameter	Value
$m_S^{\mathrm{SAAO}\,[I]}$	16.05	t_f (days)	2465.637
$m_S^{\mathrm{UTas}\,[I]}$	16.05	Δt (days)	0.7297
$m_S^{\mathrm{ESO\ 2.2\ m}\,[R]}$	16.3	a_{crit}	19.60
$g^{\mathrm{SAAO}\,[I]}$	0.16	a_{other}	7.011
$g^{\mathrm{UTas}\,[I]}$	0.064	ω (days)$^{-1}$	−0.04519
$g^{\mathrm{ESO\ 2.2\ m}\,[R]}$	0.0083		

where $G_f(\eta;\xi^{(s)})$ is a characteristic function (Schneider & Wagoner 1987) which solely depends on the intensity profile $\xi^{(s)}$. For $|\omega(t-t_f)| \ll 1$, the magnification of the non-critical images can be approximated by $A_{\mathrm{other}}(t) \simeq a_{\mathrm{other}}\,[1+\omega(t-t_f)]$ where a_{other} is the magnification at the caustic exit at time t_f and ω measures its variation.

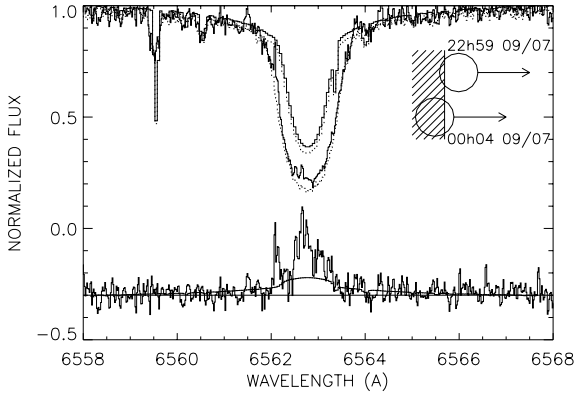

Fig. 2. *Upper panel*: two UVES spectra (two lower curves) corresponding to 9 July, UT 22h59 (HJD − 2 450 000 = 2465.47, solid line) and 9 July at UT 00h04 (reference spectra, HJD−2 450 000 = 2464.51, dotted line), as well as two computed synthetic spectra at the same epochs (the two upper solid and dotted curves). *Lower panel*: fractional difference $\delta F^\lambda = 2(F^\lambda_{00h04} - F^\lambda_{22h59})/(F^\lambda_{00h04} + F^\lambda_{22h59})$ (lower solid line) for wavelengths in the vicinity of the Hα-line shifted vertically by −0.3. Both the observations and the model are shown. On the upper right, we show the relative position of the source star at each epoch with respect to the fold-caustic shown as dashed.

As the period during which our generic fold-caustic model is believed to be a fair approximation, we choose the range 2463.45 ≤ HJD–2 450 000 ≤ 2467. Restricting our attention to those data sets with more than two points in this region leaves us with 29 points from SAAO and 15 points from UTas in I as well as 98 points from the ESO 2.2 m in R, amounting to a total of 142 data points. From a binary lens model of the complete data sets (Kubas et al. 2004) for these observatories and filters, we have determined the source magnitudes $m_S^{(s)}$ and the blend ratios $g^{(s)}$. With the adopted synthetic spectra, we compute the stellar intensity profiles for I and R, and use these for obtaining a fit of the generic fold-caustic model to the data in the caustic-crossing region by means of χ^2-minimization, which determined the 5 model parameters t_f, Δt, a_{crit}, a_{other}, and ω as shown in Table 1. If a classical linear limb darkening is included in the list of parameters to fit (as in Albrow et al. 1999b), the best fit is obtained with $\Gamma = 0.5$.

The modeled light curve and the structure of the residuals of the two fits are given in the lower panels of Fig. 1. The fit with adopted PHOENIX limb darkenings clearly show systematic trends at the level of 1−2%. The same trends in the residuals can be seen from the figure, which suggests some specific features lying in the real stellar atmosphere. We checked whether this discrepancy can be caused by the straight fold caustic approximation, but from running the already mentioned global binary lens model neither the very small curvature of the caustic nor the source trajectory can explain this systematic effect.

4. Comparison between synthetic spectra and spectroscopic data

The fold-caustic model derived in Sect. 3 is used to compute the source flux during the caustic exit in order to obtain a

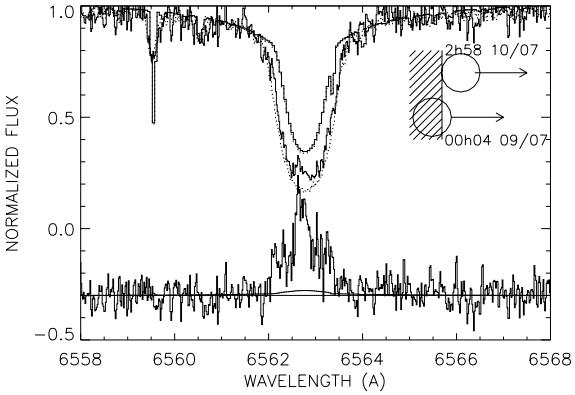

Fig. 3. Same legend as Fig. 2 but for the pair of spectra 9 July at UT 00h04. and 10 July, UT 02h58. Notice the strong signature of the chromospheric Hα emission.

synthetic spectrum at each epoch in a consistent way. In Fig. 2 we show the observed and synthetic spectra at two epochs: 9 July at UT 00h04 and 9 July at UT 22h59 (trailing limb crossing the caustic). A first analysis reveals good agreement between UVES and synthetic spectra for the wings part of Hα (6558–6561.8 Å and 6563.8–6567.6 Å), whereas a clear discrepancy is observed in its core (6561.8–6563.8 Å). We note that the chromosphere is not included in the PHOENIX calculations. Althought it should have a minor influence on the broadband limb darkenings, it will have an effect on the core of lines like Hα. We therefore divided the analysis in two parts: the wings and the core. In order to compare the observed equivalent widths of the Hα-line with the predictions from our synthetic spectrum, we apply an overall scale factor to the equivalent width (1.035 for the wings part and 1.495 for the core part of the line), so that the measurements derived from the fiducial model match the post-caustic observations.

The observed and predicted temporal variations of the equivalent widths of both the wings and the core of Hα are plotted in the upper part of Fig. 1. Note at the beginning a small short-term decrease in the model, when the leading limb hits the caustic, followed by little variation while the source centre crosses, but then a marked change when the trailing limb exits the caustic. The spectral profile of the core is not well matched by the model spectrum as seen in Fig. 2; both the width and the depth disagree. Furthermore, the differential variation in flux between the centre and the limb is not well reproduced, even after the scale factor has been applied. A better fit is obtained to the wings. Both parts of the line show larger equivalent width variations than predicted by the model.

Last but not least, in the spectrum corresponding to 10 July, UT 02h58 shown in Fig. 3, we clearly note a strong deviation in the core of the line but a much smaller one in the wing. For the purpose of the following discussion, we define the effective photospheric radius of the star as that at which the R band intensity has fallen to 5% of the central intensity in R. Using the fit done with limb darkening derived from PHOENIX model, we infer that the spectrum started when the caustic was at a fractional radius $\rho = 0.996$ and ended at $\rho = 1.015$ while with a linear limb-darkening law, the spectrum started at a fractional radius $\rho = 1.007$ and ended at $\rho = 1.026$.

In both cases, it is clear that the spectrum was taken when the caustic was outside the photosphere in R. There is a clear emission peak in the core of the Hα absorption line, and this can only exist provided there is a temperature inversion in the atmosphere (i.e. a chromosphere). The doppler shift of the emission core is consistent with material moving outward through the giant source star's chromosphere (Hα emission line) with a radial velocity of $\approx$7 km s^{-1}, the signature being amplified at the very end of the caustic exit.

Acknowledgements. For this particular VLT follow up exercise, we are expressing our highest gratitude to the ESO staff at Paranal and La Silla whose flexibility and efficiency was absolutely vital to the success of the observations. We are very grateful to OGLE-III for their Early Warning System (EWS), to the observatories that support our science (European Southern Observatory, Canopus, CTIO, Perth, SAAO) via the generous allocations of time that make this work possible. We thank Andy Gould and Dimitar Sasselov for fruitful discussions. The operation of Canopus Observatory is in part supported by the financial contribution from David Warren, and the Danish telescope at La Silla is operated by IJAF financed by SNF. J.P.B. acknowledges financial support via award of the "Action Thématique Innovante" INSU/CNRS. M.D. acknowledges postdoctoral support on the PPARC rolling grant PPA/G/O/2001/00475.

References

Abe, F., Bennett, D., Bond, I., et al. 2003, A&A, 411, L493
Afonso, C., Albert, J., Andersen, J., et al. 2001, A&A, 378, 1014
Albrow, M. D., Beaulieu, J., Caldwell, J., et al. 1999a, ApJ, 522, 1022
Albrow, M. D., Beaulieu, J., Caldwell, J., et al. 1999b, ApJ, 522, 1011
Albrow, M. D., Beaulieu, J., Caldwell, J., et al. 2001, ApJ, 550, L173
Allard, F., Hauschildt, P., Alexander, D., Tamanai, A., & Schweitzer, A. 2001, ApJ, 556, 357
Beaulieu, J. P., Brillant, S., Cassan, A., et al. 2004, in preparation
Bryce, H., Hendry, M., & Valls-Gabaud, D. 2002, A&A, 388, L1
Castro, S., Pogge, R., Rich, M., Depoy, D., & Gould, A. 2001, ApJ, 548, L197
Claret, A., & Hauschildt, P. H. 2003, A&A, 412, 241
Fields, D. L., Albrow, M. D., An, J., et al. 2003, ApJ, 596, 1305
Heyrovský, D., Sasselov, D., & Loeb, A. 2000, ApJ, 543, 406
Jørgensen, U., Carlsson, M., & Johnson, H. 1992, A&A, 254, 258
Kubas, D., Cassan, A., Beaulieu, J., et al. 2004, in preparation
Loeb, A., & Sasselov, D. 1995, ApJ, 449, L33
Minniti, D., Barbuy, B., Hill, V., et al. 2002, A&A, 384, 884
Orosz, J. A., & Hauschildt, P. H. 2000, A&A, 364, 265
Schneider, P., & Wagoner, R. V. 1987, ApJ, 314, 154
Udalski, A. 2003, Acta Astron., 53, 291

L'analyse des autres raies spectrales

Les autres raies sont en cours d'analyse. L'article qui suit va être soumis pour publication.

Astronomy & Astrophysics manuscript no. work October 20, 2005
(DOI: will be inserted by hand later)

Mapping the Atmosphere of a Bulge Giant by means of Time-Resolved High-Resolution Microlensed Spectra

J.P. Beaulieu[1,2], S. Brillant[1,3], A. Cassan[1,2], C. Coutures[1,2,4], M. Dominik[1,5], J. Donatowicz[1,6], U.G. Jørgensen[1,7], D. Kubas[1,8], M.D. Albrow[1,9], J.A.R. Caldwell[1,10], P. Fouqué[1,11], J. Greenhill[1,12], K. Hill[1,12], K. Horne[1,5], S. Kane[1,5], R. Martin[1,13], J. Menzies[1,14], K.R. Pollard[1,9], K.C. Sahu[1,10], C. Vinter[7], J. Wambsganss[1,8], R. Watson[1,12], A. Williams[1,13], C. Fendt[8], P. Hauschildt[15], J. Heinmueller[8], J. B. Marquette[2], and C. Thurl[16]

[1] PLANET collaboration member
[2] Institut d'Astrophysique de Paris, 98bis Boulevard Arago, 75014 Paris, France
[3] European Southern Observatory, Casilla 19001, Vitacura 19, Santiago, Chile
[4] DSM/DAPNIA, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France
[5] University of St Andrews, School of Physics & Astronomy, North Haugh, St Andrews, KY16 9SS, United Kingdom
[6] Technical University of Vienna, Dept. of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria
[7] Niels Bohr Institute, Astronomical Observatory, Juliane Maries Vej 30, DK-2100 Copenhagen, Denmark
[8] Universität Potsdam, Astrophysik, Am Neuen Palais 10, D-14469 Potsdam, Germany
[9] University of Canterbury, Department of Physics & Astronomy, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand
[10] Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA
[11] Observatoire Midi-Pyrenees, UMR 5572, 14, avenue Edouard Belin, F-31400 Toulouse, France
[12] University of Tasmania, Physics Department, GPO 252C, Hobart, Tasmania 7001, Australia
[13] Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth 6076, Australia
[14] South African Astronomical Observatory, P.O. Box 9 Observatory 7935, South Africa
[15] Hamburger Sternwarte, Gojenbergsweg 112, 21029 Hamburg, Germany
[16] RSAA, Mount Stromlo and Siding Spring Observatories, ANU, Cotter Road, Weston Creek, Canberra, ACT 2611, Australia

Received ; accepted

Abstract. We have obtained time-resolved high-resolution spectra of the source star undergoing microlensing event OGLE 2002-BUL-69 during the caustic exit using the UVES spectrograph mounted on Kueyen (VLT) on two nights in July 2002 as well as after the caustic exit one month later. This is the first time that such dense sampling has been achieved at both high resolution and high signal-to-noise ratio on a giant star transiting a caustic. As a consequence of strong differential magnifications among different regions of the source star during the caustic transit, temporal variations in the spectra can be observed. Comparison of the spectral slope, line strengths and line shape during and after the crossing yields tomography of the stellar atmosphere of the source that can be compared directly to theories of giant star atmospheres. Using independently the curve of growth of Fe I and Fe II lines, and the modeling of the Ca II 8498 Å line, the source star has been typed consistently as a G5III in the galactic bulge with a metallicity of $[\mathrm{Fe/H}] = -0.6$. We have detected clear signatures of the variation of the H_α, H_β, and Ca II 8498, 8662 Å lines during the caustic transit. We adopted the parameters obtained from modelling the broadband data. We computed a small grid of Phoenix V.26 synthetic spectra with NLTE treatment of Calcium and Balmer lines for $T_{\mathrm{eff}} = 4900,\ 5000,\ 5100$ K, $\log g = 2,\ 2.5$ and $[\mathrm{Fe/H}] = 0,\ -0.6$. The resolution is 0.05 Å with 128 emergent angles for each model. We further compare predicted variations in the equivalent widths of H_α, H_β, and Ca II 8498, 8662 Å lines with those measured from our spectra. We computed spectra that should occur during the caustic transit and compared these results with the observations for a list of selected lines. The amplitude of the observed variations of the equivalent width of the Balmer lines and the Calcium lines is systematically larger than the prediction of the model. Moreover, the Ca II 8498 Å line shows a variation during the first night for which we have no interpretation. This kind of study should be continued to investigate stars with different stellar parameters to provide unprecedented constraints for stellar atmosphere models of giants. It shows the power of the combination of a network of dedicated 1m-class telescopes and 8m-class telescopes with target-of-opportunity status.

Key words.

1. Introduction

By means of its gravitational field, a binary star acting as a microlens creates a characteristic magnification pattern for the light of an observed background star (Mao & Paczynski 1991). In general, this magnification pattern involves extended caustics corresponding to locations on the sky where the magnification for point sources becomes infinite. A large magnification gradient in the vicinity of caustics leads to strong differential magnifications as the source passes over. Typical proper motions of galactic bulge source stars of 10–30 μas/day and a sampling interval of a few minutes for the photometric light curve provide a high spatial resolution of the sources (a $R = 10R\odot$ in the Bulge has an an angular radius of 4 mas) accompanied by a large magnification during a caustic transit.

The spatial variation of the brightness across the face of the source star from its center to its limb (limb-darkening) significantly affects the observed light curve (Schneider & Wagoner 1987; Witt & Mao 1994; Loeb & Sasselov 1995; Gould & Welch 1996; Valls-Gabaud 1998; Heyrovský 2003) and therefore allows its radial brightness profile to be inferred from the observations.

Adopting linear and square-root limb-darkening laws, the PLANET collaboration[1] (Albrow et al. 1998) has obtained optical limb-darkening coefficients for 3 giant and sub-giant Bulge sources, namely MACHO 1997-BLG-28 (Albrow et al. 1999a), MACHO 1997-BLG-41 (Albrow et al. 2000), and OGLE 1999-BUL-23 (Albrow et al. 2001b) from its multi-band photometric monitoring of microlensing events with 1m-class telescopes, while both optical and near-infrared limb-darkening coefficients have been determined for another bulge giant, EROS 2000-BUL-5 (An et al. 2002; Fields et al. 2003). By combining data from several microlensing teams, optical limb-darkening coefficients could be determined even for a metal-poor A-dwarf star in the SMC with an angular radius of only 80 nas undergoing microlensing event MACHO 1998-SMC-1 (Albrow et al. 1999b; Rhie et al. 1999; Afonso et al. 2000). Recently, Abe et al. (2003) observed the caustic crossings of a solar-like star at high magnification. These are some of the first determinations of surface brightness profiles for normal stars (other than the Sun) from observations by any technique.

However, it has been found that the joint fit of PLANET V, I, H data and EROS V_E, R_E data for the microlensing event EROS 2000-BUL-5 is clearly inconsistent with the assumed classical limb-darkening laws and that the PHOENIX v2.6 atmosphere models differ significantly (Fields et al. 2003; Claret 2000; Claret & Hauschildt 2003; Bryce et al. 2002). Microlensing is offering new and subtle constraints for stellar atmosphere modeling. However Dominik (2004) has shown that although the presence of limb darkening is well established from the data on caustic crossings, the precise measurements of a second coefficient (characterizing square-root limb darkening) is currently not possible in most cases. Only linear limb darkening coefficient can safely be measured.

With ~ 380 microlensing events with peak magnifications $A_0 \gtrsim 1.34$ in 2002 toward the galactic bulge being publicly alerted by OGLE (Udalski et al. 1994; Udalski 2003b) www.astrouw.edu.pl/∼ogle/ogle3/ews/ews.html) and approximately 10 % of these events involving caustic crossings associated with a binary lens (Mao & Paczynski 1991), the possibility for testing stellar atmosphere models is provided for a large number of galactic bulge stars involving different stellar types. Besides using caustic crossings, suitably large magnification gradients and with them the possibility to study stellar atmospheres are also provided if the background star sweeps over a point-like caustic corresponding to a single point-mass lens, which is expected to occur in an additional 1–2 % of the events ((Loeb & Sasselov 1995; Heyrovský et al. 2000). This would be ideal to probe the atmophere of giants when the source is transiting over the point caustic. However, it is more difficult to accurately predict such a phenomenon since the prediction of a peak amplification by the classical single lens fit only using the wing of a microlens light curve can be off very significantly. On the other hand, predicting a caustic exit is now done on a routine basis. The drawback will be that the spectroscopic variations when transiting a fold caustic will have a smaller amplitude.

The next leap forward in order to provide more observational constraints for stellar atmosphere models is the intense high resolution *spectroscopic* monitoring during caustic crosssings with large-aperture telescopes revealing detailed information on some of the physical parameters as a function of atmospheric depth (Lennon et al. 1996; Gaudi & Gould 1999; Heyrovský et al. 2000; Bryce et al. 2002). For example, in cool giants (ie $T_{\rm eff} \approx 3000 - 5000K$, $\log\ g = 1 - 2.5$) the H_β line should be more limb-darkened than the H_α line, since it forms lower in the atmosphere. The slope of the continuum in the unlensed spectrum reverses in the lensed spectrum as the souce center transits the caustic and then reverses again at the caustic transit of the limb. Some lines and bands are in emission at the limb and in absorption near the center, with the locations where these transitions occur depending on the basic parameters of the model.

Constraints on the stellar atmosphere of the source star as well as on the nature of the lens star can be obtained from the comparison of spectra taken during, and before or after, the caustic crossing. This information can be obtained based on the presence or absence of spectral features associated with the lens in the lens-source blended spectrum (Mao, Reetz & Lennon 1998). Last but not least, it might be possible to detect the presence of spots on the stellar surface (Heyrovský & Sasselov 2000; Hendry et al. 2002).

We have obtained high-resolution spectroscopy during the caustic exit of a binary microlensing event on a Galactic Bulge giant star using UVES on the VLT simultaneously with dense photometric observations in I-, R-, or V-band on the same target. In a previous paper (Cassan et al. 2004), we presented the photometric data on the caustic exit and a fold caustic model assuming linear limb darkening, or limb darkening computed from synthetic spectra computed by PHOENIX v2.6 Allard et al. (2001). We presented the analysis of the Hα line and compared it with the model. We have detected amplified emission

Send offprint requests to: J.P.Beaulieu, beaulieu@iap.fr

[1] PLANET webpage: `http://planet.iap.fr`

from the stellar chromosphere after the source star's trailing limb exited the caustic.

We will give here the full details of the analysis of the spectra, and present also other lines, Hβ and the two Ca II 8498, 8662 Å lines. In Section 2, our collected data is presented, and the source is typed by analysis of curve of growth of Fe I and Fe II lines, and fits of Ca II and Mg lines. Section 3 describes the modelling of the caustic exit based on the photometric data. Section 4 shows the equivalent-width variations of the prominent H$_\alpha$, H$_\beta$ and Ca II lines and a comparison with predictions from PHOENIX v2.6 stellar atmosphere models.

2. Photometric and Spectroscopic data on OGLE 2002-BUL-69

2.1. Catching the caustic exit of a binary lens

On June 1 the OGLE collaboration announced the discovery of the ongoing galactic bulge microlensing event OGLE 2002-BUL-69, which would possibly reach a high magnification. The PLANET collaboration started its photometric observations on June 18. These form the basis for our analysis and consist of data from 6 different telescopes, being part of the PLANET network: the Danish 1.54m and the 2.2m at ESO La Silla (Chile), the Canopus 1m near Hobart (Tasmania), the Stromlo 50" (Caberra), the Perth/Lowell 0.6m at Bickley (Western Australia), and the Elizabeth 1m at the South African Astronomical Observatory (SAAO) at Sutherland (South Africa).

Triggered by the discovery that the source entered a fold caustic on June 25 and crossed it by its diameter in about 1.25 days, PLANET issued a public anomaly alert on June 26 and intensified its observations immediately.

Holding a target-of-opportunity status on the high-resolution spectrograph UVES mounted on Kueyen, the second VLT unit (UT2), we considered OGLE 2002-BUL-69 to be a very good candidate for time-resolved spectroscopy of the caustic exit because the source star involved is a giant and its caustic entry a took fairly long time.

The initial estimate by PLANET, on the morning of July 7, predicted that the center of the source would exit the caustic on July 10 at 4:50 (UT) $\pm$ 2.1 days, and PLANET therefore issued a caustic exit anomaly alert. Expecting the crossing time for caustic entry and caustic exit to be of the same order, we suspected that the caustic exit might already be in progress at that time. A day later, the estimate for the time of the caustic exit was updated to July 8 23:00 (UT) $\pm$ 0.44 days.

2.2. Reduction of UVES data

All the data from the two observing runs were reduced using the UVES pipeline version 1.2.0 for MIDAS. On the same day as the observing runs, spectra of a Thorium-Argon lamp were taken for wavelength calibration of the instrument and the position of the diffraction orders was determined using a physical model of the instrument predicting where the different orders would be on the 2D image. We computed a median bias which was substracted from both the science images and the flat fields. A median flat was produced by combining 5 individual flats.

Table 1. Log of the observations at the setting 580. The Date is given as month-day-hours of beginning of the observations in UT, Heliocentric Julian date at mid exposure (HJD-2450000), airmass (airm), exposure time in seconds (expt) , radial velocity correction in kms^{-1} ($Vcor$). The last two measurements were taken one month after the end of the caustic crossing to get the baseline measurements. The horizontal lines separate data taken on different days.

UT Date Year-month-day-hour	HJD at mid exposure	airm	expt sec	Vcor kms^{-1}
02-07-08T23:21:00	2464.485302	1.75	1200	-9.416
02-07-09T00:04:53	2464.515780	1.42	1200	-9.472
02-07-09T00:48:50	2464.546305	1.23	1200	-9.538
02-07-09T01:32:48	2464.576830	1.11	1200	-9.613
02-07-09T02:16:45	2464.607357	1.04	1200	-9.695
02-07-09T03:15:19	2464.648016	1.00	1200	-9.809
02-07-09T03:59:16	2464.678542	1.01	1200	-9.896
02-07-09T04:43:14	2464.709069	1.06	1200	-9.981
02-07-09T05:27:13	2464.739613	1.14	1200	-10.061
02-07-09T06:11:10	2464.770134	1.29	1200	-10.133
02-07-09T06:55:07	2464.800108	1.52	1105	-10.197
02-07-09T07:35:47	2464.828892	1.89	1200	-10.246
02-07-09T08:19:36	2464.854690	2.63	400	-10.286
02-07-09T22:59:32	2465.470365	1.95	1200	-9.865
02-07-09T23:43:29	2465.500891	1.53	1200	-9.916
02-07-10T01:30:21	2465.575097	1.10	1200	-10.083
02-07-10T02:14:17	2465.605613	1.04	1200	-10.165
02-07-10T02:58:05	2465.636026	1.00	1200	-10.250
02-08-16T00:06:36	2502.525601	1.02	3065	-24.401
02-08-16T00:59:36	2502.562405	1.00	3065	-24.500

No cosmic ray rejection algorithm was applied to the data but we performed a bad pixel correction. We flatfielded the extracted data and used an optimal extraction to produce one-dimensional order-by-order spectra of both the science data and the flat field, thereby taking care of the removal of the cosmic rays. One-dimensional sky spectra were obtained by averaging the results from extracting the sky on both sides of our target star. After dividing both the science and the sky spectra by the flat field, we removed the sky order by order, applied a merging algorithm to produce the final spectra, and computed the heliocentric correction. The characteristics of the resulting spectra taken at the two settings 580 and 860 are shown in Tables 1 and 2.

2.3. Stellar parameters from Fe I and Fe II lines

A quick inspection of the spectrum suggested that the source star in OGLE 2002-BUL-69 is a mid G - early K giant.The TiO bands are very weak, while Calcium lines are strong, and Balmer lines well detected. By fitting the spectral lines, we find a radial velocity $v_{\rm rad} = 28.5$ km s^{-1}. It is clear that the source does not belong the Sagittarius dwarf galaxy (Ibata et al. 1995), and that it is a typical Bulge giant (Minniti 1996).

We decided to derive the effective temperature $T_{\rm eff}$, the gravity $\log g$, metallicity $[{\rm Fe/H}]$ and the microturbulent ve-

Table 2. Log of the observations in the setting 860. Refer to table1 for the legend.

UT Date Year-month-day-hour	HJD at mid exposure	airm	expt sec	Vcor kms^{-1}
02-07-08T23:42:50	2464.500465	1.57	1200	-9.442
02-07-09T00:26:47	2464.530987	1.31	1200	-9.504
02-07-09T01:10:45	2464.561515	1.16	1200	-9.575
02-07-09T01:54:42	2464.592039	1.07	1200	-9.653
02-07-09T02:38:39	2464.622564	1.02	1200	-9.737
02-07-09T03:37:13	2464.663227	1.01	1200	-9.853
02-07-09T04:21:10	2464.693755	1.03	1200	-9.939
02-07-09T05:05:10	2464.724302	1.09	1200	-10.021
02-07-09T05:49:07	2464.754820	1.21	1200	-10.098
02-07-09T06:33:04	2464.785343	1.39	1200	-10.166
02-07-09T07:15:22	2464.814171	1.68	1105	-10.222
02-07-09T07:57:41	2464.844101	2.19	1200	-10.267
02-07-09T23:21:26	2465.485576	1.71	1200	-9.889
02-07-10T00:05:24	2465.516104	1.40	1200	-9.945
02-07-10T01:52:11	2465.590255	1.06	1200	-10.123
02-07-10T02:36:14	2465.620847	1.02	1200	-10.207
02-07-10T03:19:54	2465.651174	1.00	1200	-10.293
02-08-16T01:53:48	2502.600037	1.03	3065	-24.501
02-08-16T02:47:03	2502.63701	1.12	3065	-24.511

locity $v_{\rm turb}$ by comparing empirical and theoretical curves of growth for the Fe I and Fe II as done by Minniti et al. (2002). This work was done with the kind assistance of V. Hill, based on the tools developped by Spite et al. applied to a grid of MARCS models (Gustafsson et al. 1975) with the values of Fe I and Fe II lines adopted from the VALD database (Kupka et al. 1999). We chose the individual spectra with the highest signal-to-noise ratios, which are 07-09T00:04:53 for setting 580 and 07-09T00:26:47 for setting 860. Being the second spectra of the corresponding series, they correspond to the points of time with the largest source magnifi cation. Although the largest part of the star was inside the caustic region, equivalent width estimates of Fe I and Fe II are not affected by the differential lensing of the source star and can therefore be used safely. The equivalent widths of the observed Fe I and Fe II lines are presented in Table 3. With S/N being the signal-to-noise ratio, δx the pixel size in Å, and σ the full width at half-maximum of the line, the uncertainty in equivalent width measurement can be estimated following (Cayrel de Strobel & Spite 1988) as

$$\Delta \mathrm{EW} = \frac{1.6\,(\sigma\ \delta x)^{1/2}}{S/N}\,, \qquad (1)$$

yielding a typical value ΔEW $\lesssim 5$ mÅ.

We took various atmosphere models with temperature ranging between 4500 K and 5200 K. We asked that the lines from the same species with high and low excitation potential should produce the same abundance. We derived $\log g$ from the ionisation equilibrium, requiring that the Fe abundance deduced from neutral and ionised species should be the same. The microturbulent velocity is derived by the constraint that small and large equivalent widths of Fe I should lead to the same abundance of this element. While Fig. 1 shows the curve of growth of Fe I and Fe II, Fig. 2 shows a check of the fi nally adopted pa-

Table 3. List of Fe I and Fe II lines with central wavelength λ, their excitation potential $\chi_{\rm ex}$, their line transition probability $\log gf$ (McWilliam & Rich 1994) used to derive the stellar parameters.

λ (Å)	Species	χ_{ex} (eV)	log gf	EW Å
6151.62	FeI	2.18	-3.33	64.0
6173.34	FeI	2.22	-2.86	91.0
6180.21	FeI	2.73	-2.63	59.0
6187.99	FeI	3.94	-1.67	41.0
6200.32	FeI	2.61	-2.39	84.0
6212.07	FeI	4.37	-2.69	7.0
6213.44	FeI	2.22	-2.49	96.0
6219.29	FeI	2.20	-2.43	93.0
6229.23	FeI	2.84	-2.82	44.0
6240.65	FeI	2.22	-3.21	63.0
6246.32	FeI	3.60	-0.80	88.0
6252.57	FeI	2.4	-1.69	127.0
6254.25	FeI	2.28	-2.44	117.0
6265.14	FeI	2.18	-2.53	108.0
6270.23	FeI	2.86	-2.54	78.0
6271.28	FeI	3.32	-2.81	26.0
6297.80	FeI	2.22	-2.67	89.0
6301.50	FeI	3.65	-0.70	101.0
6307.85	FeI	3.64	-3.27	0.0
6311.50	FeI	2.83	-3.15	35.0
6322.69	FeI	2.59	-2.44	79.0
6330.84	FeI	4.73	-1.64	15.0
6335.34	FeI	2.20	-2.18	105.0
6336.83	FeI	3.69	-0.67	0.0
6353.85	FeI	0.91	-6.36	0.0
6355.04	FeI	2.84	-2.33	78.0
6380.75	FeI	4.19	-1.37	49.0
6392.54	FeI	2.28	-3.96	23.0
6393.61	FeI	2.43	-1.51	136.0
6411.11	FeI	4.73	-2.21	0.0
6411.66	FeI	3.65	-0.65	116.0
6419.94	FeI	4.73	-0.18	65.0
6421.35	FeI	2.28	-1.98	125.0
6430.86	FeI	2.18	-1.95	125.0
6475.63	FeI	2.56	-2.93	69.0
6481.88	FeI	2.28	-2.99	84.0
6494.99	FeI	2.40	-1.25	191.0
6498.95	FeI	0.96	-4.68	87.0
6518.37	FeI	2.83	-2.40	61.0
6533.93	FeI	4.56	-1.36	22.0
6546.25	FeI	2.75	-1.54	99.0
6556.81	FeI	4.79	-1.72	9.0
6569.22	FeI	4.73	-0.38	63.0
6571.18	FeI	4.29	-2.95	0.0
6574.25	FeI	0.99	-5.00	56.0
6575.04	FeI	2.59	-2.71	72.0
6591.31	FeI	4.59	-2.00	0.0
6593.87	FeI	2.43	-2.38	93.0
6597.56	FeI	4.80	-0.97	26.0
6608.04	FeI	2.28	-3.94	23.0
6627.54	FeI	4.55	-1.56	19.0
6646.97	FeI	2.60	-3.92	25.0
6648.12	FeI	1.01	-5.73	24.0
6653.91	FeI	4.14	-2.45	13.0
6678.00	FeI	2.69	-1.40	125.0
6699.14	FeI	4.59	-2.12	17.0

Table 4. Continuing list of Fe I and Fe II lines used to derive the stellar parameters.

λ (Å)	Species	χ_{ex} (eV)	log gf	EW Å
6703.58	FeI	2.76	-3.06	54.0
6704.50	FeI	4.20	-2.59	9.0
6705.11	FeI	4.61	-1.06	9.0
6710.32	FeI	1.48	-4.80	36.0
6713.77	FeI	4.80	-1.47	19.0
6715.39	FeI	4.59	-1.54	29.0
6716.25	FeI	4.56	-1.85	0.0
6725.35	FeI	4.10	-2.23	25.0
6726.67	FeI	4.59	-1.09	48.0
6733.15	FeI	4.64	-1.48	14.0
6739.52	FeI	1.56	-4.80	20.0
6750.16	FeI	2.42	-2.59	77.0
6752.72	FeI	4.64	-1.26	21.0
6806.85	FeI	2.73	-2.73	57.0
5991.36	FeII	3.153	-3.55	26.5
6084.09	FeII	3.199	-3.80	19.5
6149.24	FeII	3.889	-2.72	26.2
6247.56	FeII	3.890	-2.32	42.8
6416.92	FeII	3.891	-2.74	-2740.0
6432.68	FeII	2.890	-3.70	-3550.0
6456.39	FeII	3.900	-2.07	43.0
6516.08	FeII	2.890	-3.45	53.0

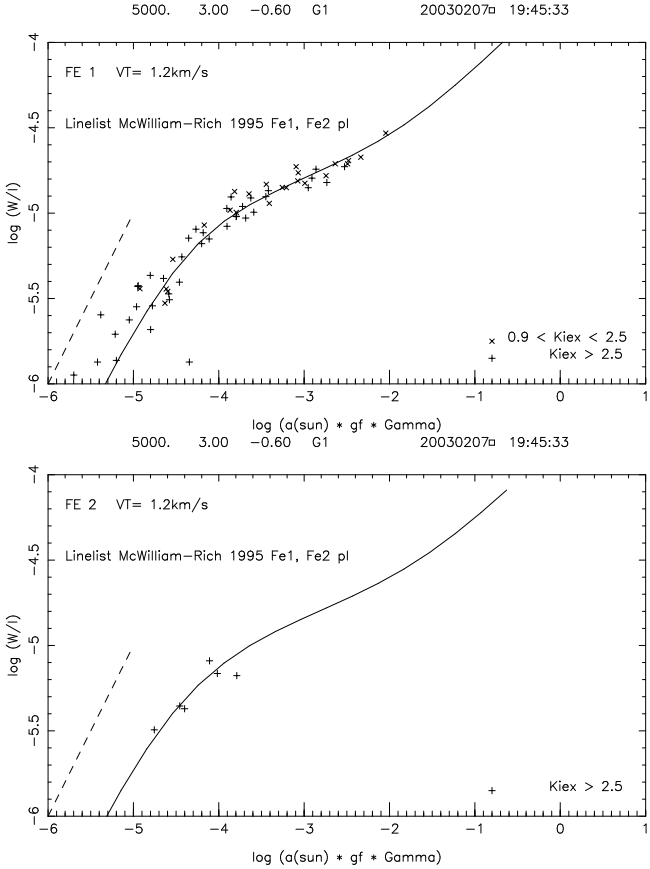

Fig. 1. Empirical and theoretical curve of growth of Fe I and Fe II for the adopted stellar model, $T_{\rm eff} = 5000$ K, $\log g = 3.0$, $v_{\rm turb} = 1.2$ km s^{-1} and $[{\rm Fe/H}] = -0.6$. The abscissa is $\log(\alpha_\odot\, gf\, \gamma)$ where $\alpha_\odot$ is the abundance of the element in the sun, gf the line transition probability and γ (Cayrel & Jugaku 1963) a function of the element and of the stellar model. The solid line is the theoretical curve of growth, and the distance to the dash line gives $[{\rm Fe/H}]$.

rameters. We have performed a compromise fit of Fe I and Fe II in order to obtain $\log g$ and $[{\rm Fe/H}]$. Our resulting parameters are $\log T_{\rm eff} = (5000 \pm 200)$ K, $[{\rm Fe/H}] = -0.6$, $\log g = 3.0$ with a micro turbulent velocity $v_{\rm turb} = 1.2$ km s^{-1}. We recall that with this method, $\log g$ is usually somewhat overestimated (Hill, private communication), so that its true value should rather fall into the range $\log g \sim 2.0$–2.5.

2.4. Stellar parameters from Ca *lines*

We decided to perform another completely independant analysis to derive the stellar parameters. The triplet of spectral lines of ionised calcium at λ 8498, 8542, and 8662 Å are among the strongest features in the spectrum of a broad range of stellar spectral types, and therefore very well studied. Our UVES spectra of OGLE-2002-BLG-69 include the spectral range of the 8498 Å and 8662 Å lines, but not the 8542 Å line, which unfortunately lies between two orders. We have therefore simulated the 8498 Å and 8662 Å lines by use of model atmospheres and synthetic spectra, in order to compare these simulations with our data. The CaII triplet is known to be only little affected by NLTE effects (Jørgensen et al. 1992a), and we therefore model the lines by use of LTE model atmospheres based on the MARCS code in the version of (Jørgensen et al. 1992b) with line data input from the VALD data base. The code has the capability to produce the atmosphere in plane parallel as well as in spherical symmetry. A test computation showed the effect of sphericity to be very small (because of the relatively high gravity to be discussed below), and in order to obtain the best consistency with the high-resolution synthetic spectrum computations, we therefore performed the general analysis based on plane parallel atmospheres.

For giants and super-giants, the CaII triplet has its maximum intensity for $T_{\rm eff}$ close to 5000 K. In the expected parameter range for OGLE-2002-BLG-069, the Ca line equivalent widths are quite sensitive to metallicity (calcium abundance), and somewhat less sensitive to $T_{\rm eff}$. For most values of temperature and metallicity, the equivalent widths increase for decreasing gravity, including for the values of interest here, while for lower values of $T_{\rm eff}$ and/or Z, the situation is a bit more complicated. For a given $T_{\rm eff}$, there will therefore always be a range of combinations of gravities and corresponding calcium abundances which will fit the equivalent width of the observed lines, and it is therefore necessary to include the whole profile in the analysisis to resolve the degeneracy of the equivalent widths in the parameter space.

The wing of the Ca profile is particularly sensitive to the calcium abundance, and in order to match the rather narrow wing of the observed line profile, an abundance somewhat reduced compared to the solar value is required. The depth of the line, on the other hand, is sensitive to temperature. A value of $T_{\rm eff}$ = 4800 K gives a too deep Ca line, while $T_{\rm eff}$ = 5000 K

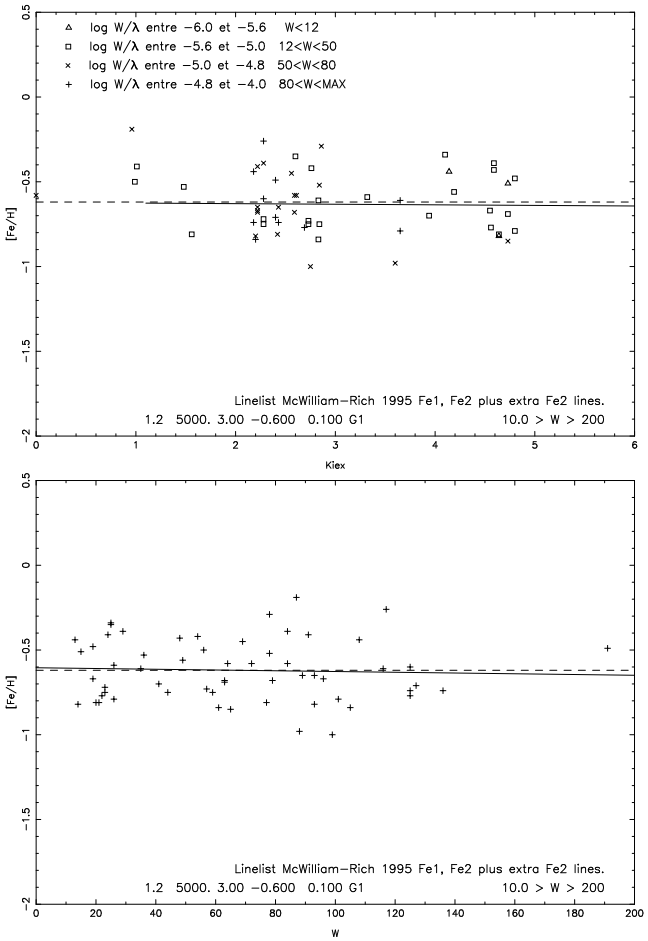

Fig. 2. We provide here two panels to check our method for determining the abundance of [Fe/H] for the adopted stellar parameters. The upper panel shows [Fe/H] as a function of the excitation potential of the lines. The lack of correlation shows that the excitation equilibrum is obtained, and therefore that the adopted temperature is correct. The lower one presents [Fe/H] as a function of the equivalent width of the line. The lack of correlation shows that the choice of the turbulent velocity is adequate.

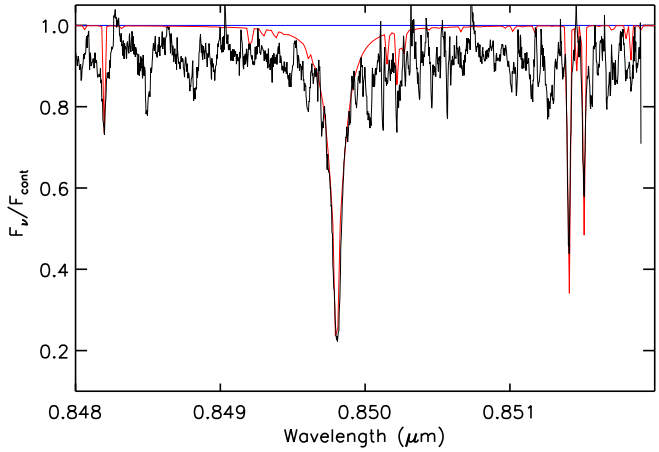

Fig. 3. The observed and computed spectrum normalised to the continuum in the region around the λ 8498 CaII line. Wavelength is given in μm and the flux f_ν is normalised to the continuum flux $f_{\rm cont}$. The computed spectrum is based on a stellar model of $T_{\rm eff}$ = 5000 K, $\log g = 2.0$, and Z=0.25$Z_\odot$. A value of v_{turb}=1.5kms^{-1} has been assumed in the computation of the Voigt line profiles. The observed spectrum is shifted to the rest frame.

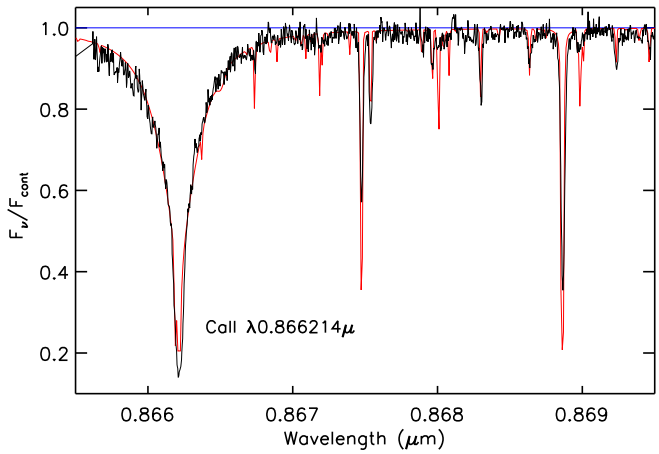

Fig. 4. The observed and computed spectrum in the region around the λ 8662 CaII line, computed in the same way as in Fig. 3.

and $T_{\rm eff}$ = 5200 K lead to equally good fits. A good fit to both of the CaII lines can be obtained with $Z_{\rm Ca} \approx 0.25\,Z_{\rm Ca,\odot}$ (i.e. [Fe/H]≈ -0.6 for scaled solar metallicity), $T_{\rm eff}$ = 5000 K, and $\log g = 2.0$ (i.e., a class III giant), as is seen in Fig. 3 and 4.

There are a number of Fe lines, as well as a few Ti and Si lines close to the two Ca lines. In order to fit both the weak and strong iron lines, a micro turbulence value of $v_{turb} \approx 1.5$ km/s or slightly less, is required, whereas the intensity of the Ca lines themselves are not very sensitive to the value of v_{turb}.

If OGLE-2002-BLG-69 were a supergiant ($\log g \approx 1.0$), a calcium abundance of $Z_{\rm Ca} \approx 0.10\,Z_{\rm Ca\odot}$ would be required. Lowering the iron abundance does not affect the strong and weak lines equally, and although the two strong iron lines1 to the right in Fig. 3 (at 8514.1 and 8515.1 Å) would also agree well with the observations for this parameter set, the weaker iron line at 8482.0 Å would no longer fit the depth of the (blended) feature on the left side of the figure.

In order to further confront the parameter set estimated from the Ca lines, we also simulated the magnesium triplet lines around λ 5175 Å . As for the CaII lines, these lines are also sensitive to $T_{\rm eff}$ and metallicity, and quite insensitive to the micro-turbulence parameter. As oppose to the CaII lines, they are, however, very sensitive to the value of $\log g$. With increasing gravity the widths of the three magnesium lines increase considerably, and the lines immediately confirm that OB0269 cannot be a super-giant, since this would produce far too narrow Mg lines. However, the computed Mg lines are still a bit too narrow even for the parameter set $T_{\rm eff}$ = 5000 K, $\log g = 2.0$. A lower temperature of $T_{\rm eff}$ = 4800 K would give much better agreement between observations and computations for the Mg lines. Nevertheless, in addition to being in disagreement with the Ca lines, this temperature would also predict measurable MgH bands, which are not seen in the observed spectrum. We therefore conclude that $T_{\rm eff}$ = 5000 K is realistic, also determined from the Mg lines, but that the Mg

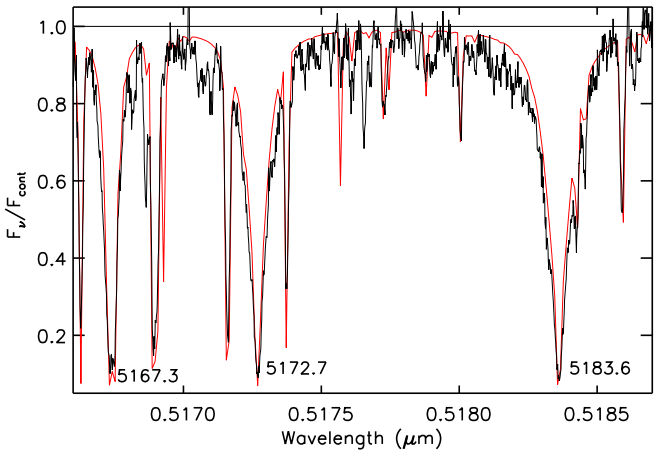

Fig. 5. The observed and computed spectrum in the region around the marked λ 5167.3, 5172.7 and 5183.6 Å Mg lines, computed in the same way as in Fig. 3, but for log(g) = 2.5. The line at λ 5167.3 Å blends with a (slightly stronger) Fe line at λ 5167.5 Å.

lines point to a slightly higher value of $\log g$ than adopted for the fit of the CaII lines.

Figure 5 shows the region of the Mg triplet fitted with a synthetic spectrum based on a model atmosphere of $T_{\rm eff}$ = 5000 K, $\log g = 2.5$, and Z = $0.25 Z_\odot$. The computed Ca lines are unaffected by a change of $\log g$ from 2.0 to 2.5. For cooler stars a comparison of the Mg and MgH lines impose a good constrain on gravity, but here of course the lack of MgH bands can only be used to give a lower limit on the temperature. Also comparison of the λ5175 Å triplet with the λ5711Å Mg line can sometimes give important information about the gravity (because they have opposite response to changes in gravity) but the 5711 Å -line is not observed, because it is just in between two orders of the spectrum.

2.5. Final stellar parameters chosen

The results obtained by studying the curve of growth of Fe I and Fe II lines, and the fit of the Ca II 8498Å and 8662 Å lines give consistent results. Therefore, in the following we will adopt as the stellar parameters $\mathrm{T_{eff}} = 5000\ K$, $\log g = 2.5$, $v_{\rm turb} = 1.5\ \mathrm{km\,s^{-1}}$ and $[\mathrm{Fe/H}] = -0.6$.

The calibration of the MK spectral type gives for a G5III ($\mathrm{T_{eff}} = 5050$K), M(V)=+0.9, V-I=0.95, BC=-0.34, $M/M\odot = 1.1$, $R/R_\odot = 10$, $\log g = 2$, $v_{rot} < 20 kms^{-1}$ (Lang 1992). At HJD=2452455.2754, the source was amplified by a factor of 17.7. The measured colors from SAAO data are $I = 13.01 \pm 0.01$, $(V - I) = 2.06 \pm 0.02$, so $\mathrm{E(V-I)} = 1.11 \pm 0.02$. The choice of the ratio of the total to selective absorption, R_{VI} for galactic Bulge line of sight has been debated recently, with values ranging from 1.9 to the standard value of 2.5 (Udalski 2003a; Sumi 2004). From these analyses, they suggest that the value of R_{VI} to take depends on the actual amount of extinction in these lines of sight. If we follow the prescription of Sumi (2004), we would have to adopt $R_{VI} = 2.5$, very similar to the typical values that were adopted before towards the Bulge. We adopt a conservative $\mathrm{A_V/E(V-I)} = 2.2 \pm 0.3$, and then derive a distance of 9.4 ± 1.4 kpc, the lower end value of the distance estimate corresponding to $R_{VI} = 2.5$. The source star is a G5III Bulge giant, with typical radial velocity $v_{\rm rad} = 28.5\ \mathrm{km\,s^{-1}}$. Its galactic coordinates are l=6.845, b=3.508.

3. Modelling the caustic exit, photometry

3.1. Generic fold-caustic model

For n light curves being observed over the caustic exit, our modelling of the data involves the following $3 + 2n$ parameters (Dominik 2003):

- $t_{\rm f}$, the point of time at the end of the caustic exit (when the trailing limb of the source exits),
- $\Delta t > 0$, half the time it takes the source to cross the caustic by its diameter,
- $F_{\rm f}^{(s)}$, the flux at the end of the caustic exit,
- $F_{\rm r}^{(s)} > 0$, the point-source flux at time $t_{\rm f} - \Delta t$ of the images becoming critical as the caustic is hit,
- ω, the rate of change in flux in units of $F_{\rm r}^{(s)}$ of the non-critical images,

where $1 \leq s \leq n$ is an index specifying the light curve, and $\hat{t} > 0$ is an arbitrarily chosen unit time. We approximate the wavelength-dependent brightness profile of the source $I^\lambda(\rho) = \overline{I}\xi^\lambda(\rho)$ (where $0 \leq \rho \leq 1$ is the fractional radius of the source star) by constant width rings of constant intensity. With these model parameters, the flux for the s-th light curve reads

$$F_{\rm fold}^{(s)}(t) = F_{\rm r}^{(s)} \left\{ G_{\rm f}\left(\frac{t_{\rm f} - t}{\Delta t}, \xi^{(s)}\right) + \omega(t - t_{\rm f}) \right\} + F_{\rm f}^{(s)} \quad (2)$$

where $G_{\rm f}$ is a universal fold-caustic profile function depending on the source brightness profile given by (Schneider & Wagoner 1987).

3.2. Limb-darkening profile

We adopted a stellar atmosphere model computed by the PHOENIX NextGEN code using spherical geometry and spherically symmetric radiative transfer for the stellar parameters we derived in section 2.5 (Hauschildt, Baron & Allard, 1997)

For selected wavelengths in steps of 0.05 Å, 128 values was calculated for the intensity profile function $I^\lambda(\rho)$ for which an interpolative cubic spline function was determined. This spline function was then approximated by the step function:

$$\begin{aligned} I^\lambda(\rho) &= \sum_{i=1}^{N} I_i^\lambda \left[\Theta(\rho_i - \rho) - \Theta(\rho_{i-1} - \rho)\right] \\ &= \sum_{i=1}^{N-1} \left[I_i^\lambda - I_{i+1}^\lambda\right] \Theta(\rho_i - \rho) + I_N^\lambda \end{aligned} \quad (3)$$

using $N = 1000$ coefficients I_i^λ and equally-spaced fractional radii $\rho_i = i/N$ for selected wavelengths in steps of 0.2 Å.

For normalization we write

$$\sum_{i=1}^{N-1} \left[I_i^\lambda - I_{i+1}^\lambda\right] \rho_i^2 + I_N^\lambda = 1\,. \tag{4}$$

Inserting Eq. (3) into Eq. (**??**) yields the fold-caustic profile function as

$$G_{\rm f}(\eta; I^\lambda) = \sum_{i=1}^{N-1} \left[I_i^\lambda - I_{i+1}^\lambda\right] \rho_i^{3/2}\, G_{\rm f,0}(\eta/\rho_i) + \\ + I_N^\lambda\, G_{\rm f,0}(\eta)\,, \tag{5}$$

where $G_{\rm f,0}(\eta) = G_{\rm f}(\eta, I^\lambda \equiv 1)$ is the profile function for a uniformly bright source.

4. Synthetic and observed spectra

Previous theoretical investigations (Loeb & Sasselov 1995; Gaudi & Gould 1999; Heyrovsk´y et al. 2000; Bryce et al. 2002) and observations of EROS 2000-BUL-5, (Albrow et al. 2001a; Castro et al. 2001; Afonso et al. 2001) have shown that one expects the spectrum to appear redder during the transit of the limb over the caustic than during the transit of the source center. Since individual lines form at different depth in the stellar atmosphere, their center-to-limb variations differ and will therefore vary differently during a caustic transit of their source star. Most absorption lines will be stronger during a caustic transit of the source center rather than the limb. The set of lines in which the most prominent features are detectable depends on the type of source star. The G5 bulge giant in OGLE 2002-BUL-69 is too hot for strong TiO lines to be present, but Balmer lines and Ca II lines comprise the preferred targets.

4.1. A small grid of stellar altmosphere models for OGLE-2002-BUL-69

The `PHOENIX` code is a multi-purpose non-LTE (NLTE) stellar atmosphere modeling package (Hauschildt & Baron 1999) which can handle extremely large model atoms as well as line blanketing by hundreds of millions of atomic and molecular lines. This code is designed to be both portable and flexible: it is used to compute model atmospheres and synthetic spectra for, e.g., novae, supernovae, M, L, and T dwarfs, irradiated atmospheres of extrasolar giant planets, O to M giants, white dwarfs and accretion disks in Active Galactic Nuclei (AGN). The radiative transfer in `PHOENIX` is solved in spherical geometry.

For our model calculations, we use the general-purpose stellar atmosphere code `PHOENIX` (version 13.8). Details of the numerical methods are given in the above references, so we do not repeat the description here.

The models used are an updated and improved version of the models used in Allard et al. (2001). These models go out to large distances from the star, where the layers are strongly influenced by NLTE effects. Therefore, we have calculated a small grid of NLTE models for the model parameters used in this paper (see Hauschildt & Baron 1999, for details) at a resolution of 0.05 Å : $T_{\rm eff} = 4900,\ 5000,\ 5100$ K, $\log g = 2,\ 2.5$ and $[{\rm Fe/H}] = 0,\ -0.6$. Our reference synthetic spectrum, the one that will be used in unless otherwise stated in the following has the parameters : $T_{\rm eff} = 5000$K, $\log g = 2.5$ and $[{\rm Fe/H}] = -0.6$.

The ions treated in NLTE are H I, He I–II, C I-VI, N I-V, O I-IV, Mg I-IV, Ca I-IV, Si I-IV and Fe I-IV where the atomic data were taken from the Kurucz and the CHIANTI databases. The NLTE effects are small for most of the lines, except for the outermost regions of the atmospheres.

We convolved the stellar brightness profiles for the various wavelengths according to the stellar atmosphere model with the transmission of the R- and I-filters in order to compute the limb-darkening profiles in R and I band as a function of ρ. The resulting profiles show significant differences compared to linear and square-root limb-darkening laws which is mainly due to the effect of spherical radiation transport tending to concentrate the emitted intensity closer to the center of the stellar disk than the plane parallel approximation (Orosz & Hauschildt, 2000, and see Fig. 9 of Hauschildt et al, 2001). For each spectra from the grid, we derived a fold-caustic model as in (**?**) and used it to compute the source flux during the caustic exit in order to obtain a synthetic spectrum at all the epochs of the UVES observations and at additionnal dates in order to sample the caustic exit well. The computation is made over 100 Å around the studied lines (H_α, H_β, Ca II). This wavelength range has been chosen to match the length of the UVES order containing the particular line.

4.2. Fitting the continuum

We are using individual order spectra (typically, a range of $\sim$ 100 Å) to study the equivalent width and the profile of the different lines of interest (H_α, H_β, Ca II). We took this decision in order not to be potentially affected by the approaches chosen in the merging of the orders. We have used two different methods to estimate the continuum.

First we used SPLAT from the STARLINK package . We always took the same range in wavelength to determine the continuum, but excluded some small areas where obviously a cosmic ray hit the detector. We fitted a low order polynomial to the spectrum. This rather pedestrian approach has been applied to all the observed spectra.

As a second approach, we performed an iterative smoothing of the spectrum F_i^λ with a window of 10 $\AA$, removing points at 5 σ. This procedure allows us to "remove" efficiently the cosmics and also the spectral lines and estimate a continuum. Then, we normalize the spectrum to 1.0 using this continuum.

In practise, the two methods gave similar results, so we adopted the second method and applied it to both synthetic and observed spectra.

Finally, we took a synthetic spectra, and add noise corresponding to the different signal to noise ratio obtained during the observations. We then applied our procedure to the different noised synthetic spectra to see we would not introduce any

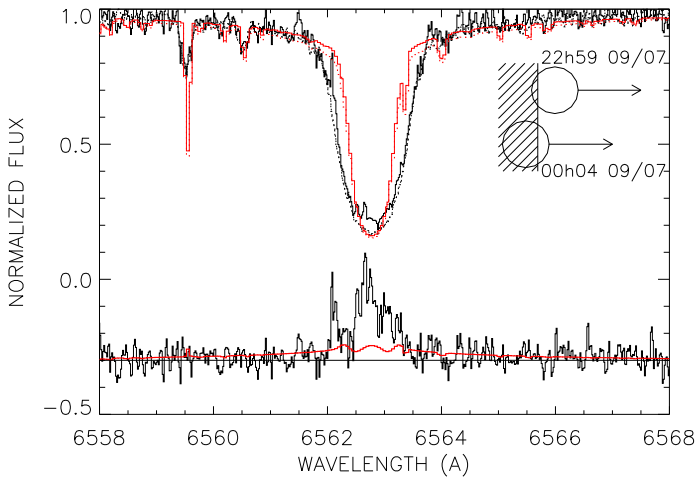

Fig. 6. Upper panel: two UVES spectra (two lower curves) corresponding to 9 July, UT 22h59 (HJD $-$ 2450000 $=$ 2465.47, solid line) and 9 July at UT 00h04 (reference spectra, HJD $-$ 2450000 $=$ 2464.51, dotted line), as well as two computed NLTE synthetic spectra at the same epochs (the two upper solid and dotted curves). Lower panel: fractional difference $\delta F^{\lambda} = 2(F^{\lambda}_{00h04} - F^{\lambda}_{22h59})/(F^{\lambda}_{00h04} + F^{\lambda}_{22h59})$ (lower solid line) for wavelengths in the vicinity of the $\mathrm{H}\alpha$-line shifted vertically by -0.3. On the upper right, we show the relative position of the source star at each epoch with respect to the fold-caustic shown as dashed.

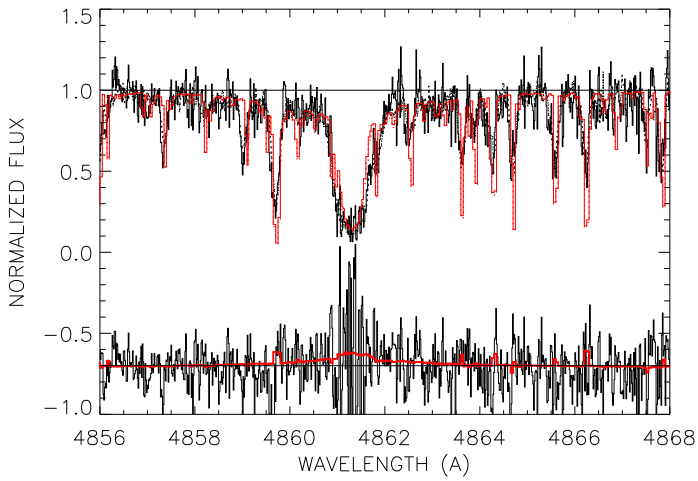

Fig. 7. We present the H_{β} line. Upper part of the figure : UVES spectra (two lower curves) corresponding to 9 July, UT 22h59 (HJD $-$ 2450000 $=$ 2465.47, solid line) and 9 July at UT 00h04 (reference spectra, HJD $-$ 2450000 $=$ 2464.51, dotted line), as well as two computed NLTE synthetic spectra at the same epochs (the two upper solid and dotted curves). Lower panel: fractional difference $\delta F^{\lambda} = 2(F^{\lambda}_{00h04} - F^{\lambda}_{22h59})/(F^{\lambda}_{00h04} + F^{\lambda}_{22h59})$ (lower solid line) for wavelengths in the vicinity of the $\mathrm{H}\beta$-line shifted vertically by -0.7. Although we show the epoch where we expect the strongest signal, we do not have a clear signature due to the low signal to noise ratio we obtained.

systematic trends in the fitting of the continuum with our procedures.

4.3. Center to limb variations of the H_{α} and H_{β} lines

In Cassan et al. (2004) we presented H_{α} line fractional differences, $\delta F^{\lambda} = 2(F^{\lambda}_{00h26} - F^{\lambda}_{23h21})/(F^{\lambda}_{00h26} + F^{\lambda}_{23h21})$, for both the LTE synthetic spectra and the observations. This initial analysis revealed good agreement between the synthetic spectra and the model in the wing part of the line, but a clear discrepancy in the core of the line. The spectral profile of the core was not well matched by the model spectrum: both the width and the depth disagreed. Fig. 6 is similar to Fig.2 from Cassan et al. (2004) but with an NLTE model. The depth of the H_{α} line of the NLTE model agrees with the observation, but not the width. The fractional difference δF^{λ} has a smaller amplitude with the NLTE model compared to the LTE one and has some unphysical wiggles.

Since the differential signal is expected to be strongest between the pair of spectra 9 July, UT 00h04 and 22h59, we present the corresponding figure for the H_{β} line in fig. 7. First, we note that there is a good agreement between the NLTE synthetic spectra and the observations at UT 00h04, reproducing both the core and the wing of the H_{β} line. We unfortunately did not reach a high enough signal to noise ratio at UT 22h59 and subsequently during the second night of observation. As a consequence we cannot get a clear signature of a differential signal in the H_{β} line. We computed a median using all the spectra of the first night to be compared with the one at UT 22h59 binned by 3, 5, 10 or 20 pixels. We cannot get a clear signature. Since the other spectra taken during the second night had lower signal to noise ratio, we cannot get a meaningfull comparison between the first and second nights.

We have a very clear signature of the differential signal in the H_{α} line, but because of low signal to noise ratio, the H_{β} line is inconclusive in the fractional difference plots. The synthetic spectra with NLTE treatment of Balmer and Calcium lines provides a better fit than the LTE calculations from Cassan et al. (2004).

4.4. Center to limb variations of the Calcium lines

In Fig. 8 and 9 we show the observed and synthetic NLTE spectra at two epochs: 9 July at UT 00h26 and 9 July at UT 23h21 (trailing limb crossing the caustic). On the lower part of Fig. 8 and 9 is plotted the fractional difference of the lines as a function of wavelength. An initial analysis with the NLTE model reveals good agreement between UVES and synthetic spectra, except for the deepest part of the core of the lines. In contrast, the LTE calculations (not shown) gave a very poor fit, most likely due to a prescription for the LTE line broadening that is too crude compared to the NLTE one in the `PHOENIX` v2.6 models.

We have a marginal detection of signal for the Ca II 8498 Å line in the core of the line, whereas the signal is strong for the wings and the core of Ca II 8662 Å . We notice that as for the $\mathrm{H}\alpha$-line, we have unphysical wiggles in the deepest part of the core of the lines.

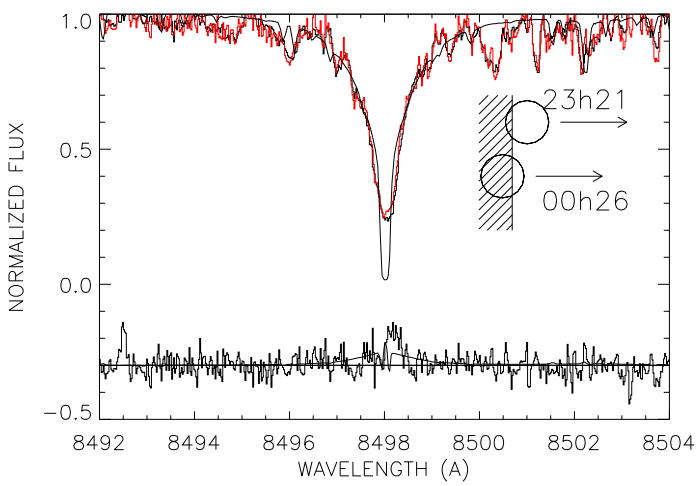

Fig. 8. The upper part of the figure shows the UVES spectra taken on UTC July 9 at 00h26 (dots) and at 23h21 (solid) around the Ca II 8498 Å line. On the lower part of the image is shown the fractional difference in the lines as a function of wavelength : $\delta F^{\lambda} = 2(F^{\lambda}_{00h26} - F^{\lambda}_{23h21})/(F^{\lambda}_{00h26} - F^{\lambda}_{23h21})$.

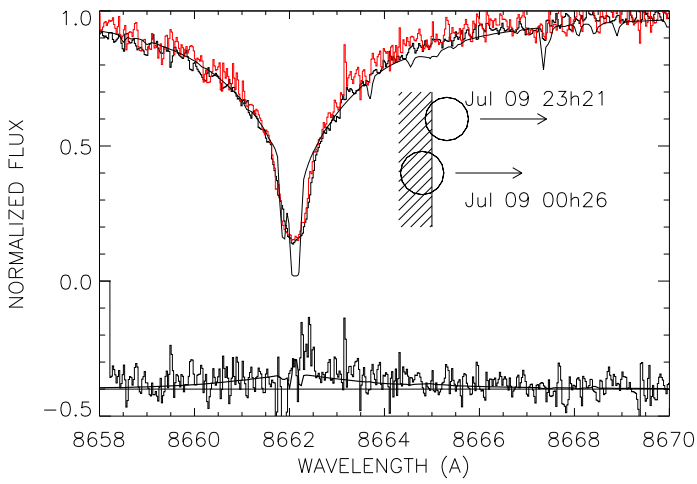

Fig. 9. The upper part of the figure shows the UVES spectra taken on UTC July 9 at 00h26 (dots) and at 23h21 (solid) around the Ca II 8498 Å line. On the lower part of the image is shown the fractional difference in the lines as a function of wavelength : $\delta F^{\lambda} = 2(F^{\lambda}_{00h26} - F^{\lambda}_{23h21})/(F^{\lambda}_{00h26} - F^{\lambda}_{23h21})$.

4.5. *Trailed spectrogram analysis of* H_α, H_β, Ca II *8498Å and 8662 Å lines*

We have done a trailed-spectrogram analysis of each of the echelle spectral orders containing H_α, H_β,Ca II 8498Å 8662 Å and Mg lines. In the subsequent figures, the spectra are displayed as a greyscale image, wavelength versus time sequence number. Horizontal lines mark time gaps longer than 0.5 days, thus dividing the spectra into three groups,12 or 13 spectra taken at high magnification, 5 spectra taken during the castic exit, 2 spectra taken a month later.Error bar spectra are generated from the pixel-to-pixel fluctuations in each spectrum, assuming the noise sigma scales with the square root of the flux times a proportionality factor that is a slow polynomial function of wavelength. This gives error bars for use in optimal fitting and averaging. An optimal average spectrum is calculated and plotted. That average spectrum is then optimally scaled to fit the individual spectra. This in effect models the trailed spectrogram F(lambda,time) as a separable function F(lambda) * F(time). The optimally-scaled mean spectrum is subtracted from the individual spectra to obtain residuals. The residuals are displayed as a greyscale. The residuals are divided by the error bars to obtain normalised residuals (in sigma units) and these are also displayed as a greyscale image (-5sigma to +5sigma).

The H_α chromospheric emission enhancement during caustic exit is clearly visible in Fig. 12. The same effect is weaker and marginally detected in Ca II 8662 Å . The signal to noise ratio of the H_β line is too low for a detection, and there is a marginal detection in Ca II 8498Å . No signal is seen in the Mg lines.

5. Equivalent width variations

5.1. *H_α and H_β lines*

For H_α, just as in Cassan et al. (2004) we divided the analysis into two parts: the wings ($6558 - 6561.8$ Å and $6563.8 - 6567.6$ Å), and the core ($6561.8 - 6563.8$ Å). We apply the same tools to measure the equivalent width in the observations and synthetic spectra and estimated the measurements errors using Eq. (1). In order to be able to compare the observed equivalent width of the H_α line with the predictions from our NLTE synthetic spectrum, we apply an overall scale factor to the equivalent width so that the measurements derived from the fiducial model match the post caustic observations. Fig. 13 shows the variation of EW in the core and in the wings of the H_α line with the photometric light curve. Both the NLTE and LTE calculations are also plotted. At the begining, we have a small short term decrease in the model when the leading limb hits the caustic followed by a small variation when the source center transits over the caustic, and then a marked change when the trailing limb hits the caustic. It is striking to notice that we have a smaller center to limb variation with NLTE calculations, in particular in the core of the line. Moreover, the observations suggest a sharp variation in the core of the line during the very end of the caustic exit, and neither the LTE nor the NLTE are reproducing it.

5.2. Ca II *8498Å and 8662 Å lines*

The observed Ca II 8498Å and 8662 Å lines show different behavior. The equivalent width of Ca II 8498Å varies by 0.1 Å during the first night. This variation was neither expected nor understood from the modeling. Different data reduction schemes were applied and special attention was paid to removing the sky contribution. Indeed, it is known that a skyline at 8498Å could contaminate the Ca II line. We use the UVES spectra of the night sky taken by **?** to estimate a possible contamination. We overplot it to Fig8. The net result is that thanks to the radial velocity shift of the star, no sky line are contaminating the core of Ca II 8498Å where the variation is seen.

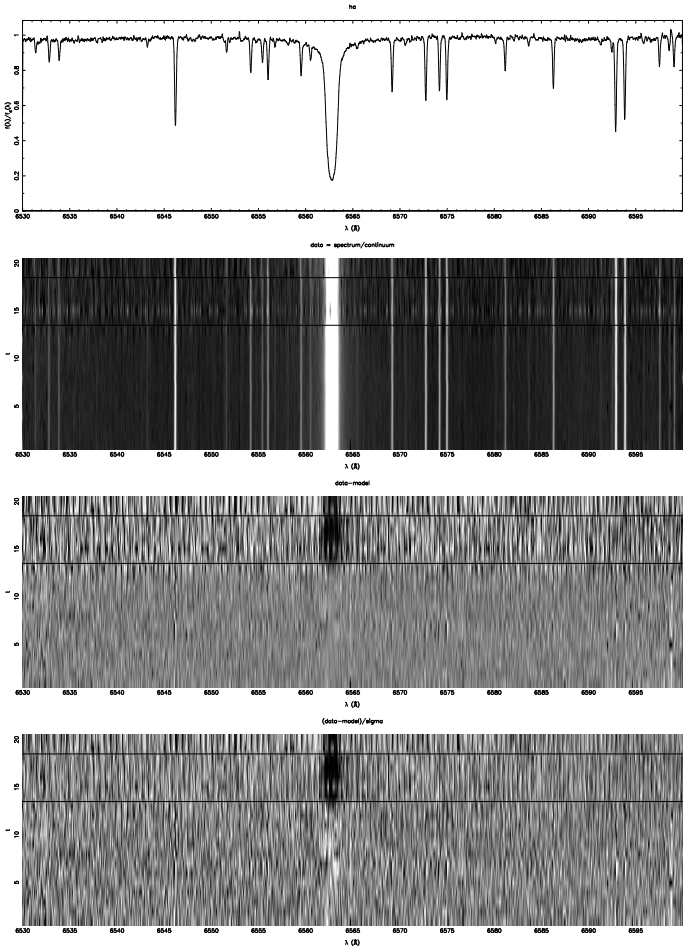

Fig. 10. Trailed spectrogram for the H_α line. Top panel: mean spectrum normalized to 1.0. The greyscale image in the second panel from the top shows the 20 individual spectra plotted versus time with black = 1.05 and white = 0.5. Horizontal lines mark time gaps longer than 0.5 days, thus dividing the spectra into three groups,12 or 13 spectra taken at high magnification, 5 spectra taken during the castic exit, 2 spectra taken a month later. The greyscale image in the third panel shows residual after subtracting the mean spectrum to the individual spectrum (black is +5 %, white -5 %) and the fourth pannel is as panel three, but normalized (black is +5 sigma, white is -5 sigma). There is a very clear chromosphere signature detected in H_α.

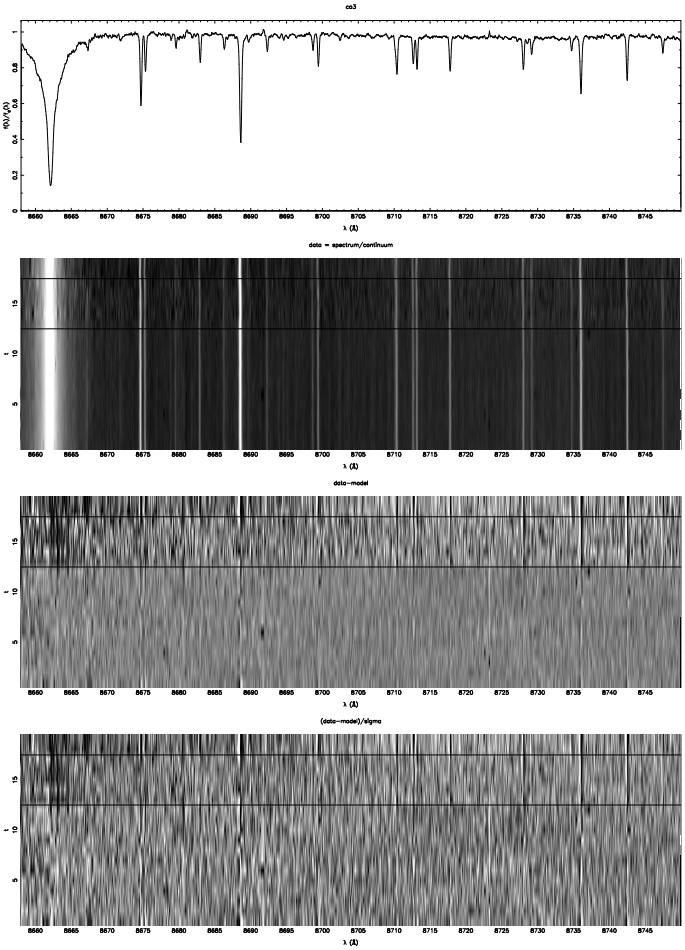

Fig. 11. Trailed spectrogram for the Ca II 8662 Å . See Fig. 12 for description. There is a chromosphere signature detected in Ca II 8662 Å .

During the second night of observation while the limb was transiting the caustic we observed slightly larger center to limb variation than what is computed by the synthetic models, but it could be due to the chromosphere of the giant not being taken care of by the current atmosphere model.

The equivalent width of Ca II 8662Å shows slightly larger center to limb variation than the NLTE model computation. The observations are more peaked towards the limb, leading us to suspect that the chromosphere would have to be taken into account for proper modeling of the phenomenon.

6. Summary and concluding remarks

This is the first time ever that a Bulge giant atmosphere has been resolved with high S/N, high resolution and high sampling rate at the same time. The only previous successful attempts (on EROS 2000-BUL-5) have been the high-resolution spectra from Keck at two phases (Castro et al. 2001), and the good time coverage of the phenomenon at high S/N but with low resolution with FORS described in the qualitative analysis of Albrow et al., (2001), reanalyzed by Afonso et al. (2001).

- We have been able to predict the phenomenon thanks to the generous allocation of telescope time at various PLANET sites, online analysis systems and fast prediction of caustic exits and do the observing with UVES on the VLT in a very efficient way as a Target of Opportunity. The flexibility in scheduling and the real time interaction with Paranal staff was vital. This kind of observation can be done successfully !
- The source star in OGLE 2002-BUL-69 is a Bulge giant G5III with a radial velocity of $v_{\rm rad} = 28.5$ km s^{-1}, $\log T_{\rm eff} = (5000 \pm 200)$ K, $[{\rm Fe/H}] = -0.6$, $\log g = 2.5$ and $v_{\rm turb} = 1.2$ km s^{-1}.
- Very good coverage of the caustic exit was achieved. We stress that the most important part is when the trailing limb of the star transits the caustic. In such a configuration, it is possible to get contributions from the chromosphere or the star.

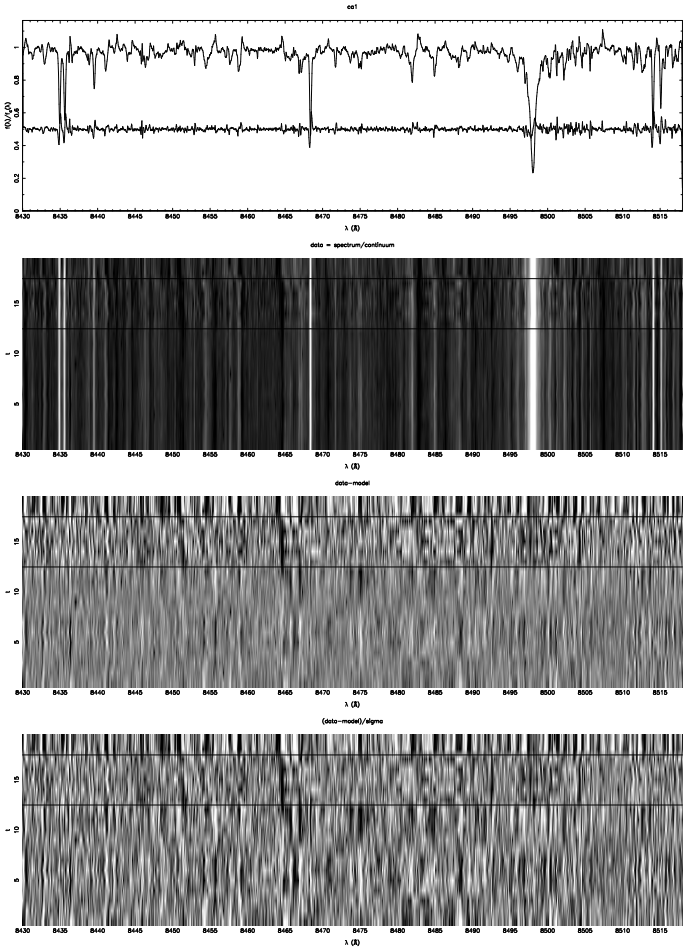

Fig. 12. Trailed spectrogram for the Ca II 8498 Å . See Fig. 12 for description. There is a marginal, chromosphere signature in Ca II 8498 Å .

- For a G5III, the strongest signal is obtained in the H_α line and then in the Ca II 8662 Å line. A signal is detected in the Ca II 8498 Å line but we do not have a high enough signal to noise ratio to get a clear detection in the H_β line.
- We have a clear detection of the chromosphere in H_α, and Ca II 8662 Å a weak signal in Ca II 8498 Å , but no conclusive signal from H_β.
- We stress that even using an 8m class telescope this kind of study should be restricted to bright targets since it is essential to get both high signal to noise ratio and high resolution for the trailing limb in order to get a positive detection of the center to limb variations.
- It is giving

Acknowledgements. We are especially grateful to the observatories that support our science (European Southern Observatory, Canopus, CTIO, Perth, SAAO) via the generous allocations of time that make this work possible. For this particular VLT follow-up exercise, we express our highest gratitude to the ESO staff at Paranal whose flexibility and efficiency was vital to the success of the observations. The operation of Canopus Observatory is in part supported by the financial contribution from David Warren. JPB acknowledges financial support of INSU/CNRS, PNP, PNPS.

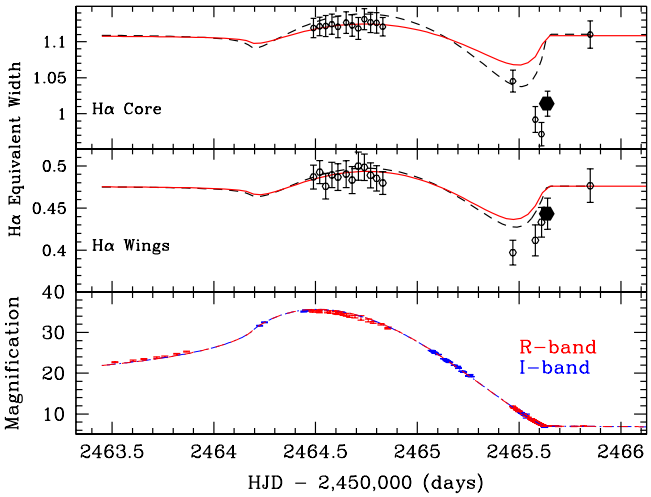

Fig. 13. Photometric data, spectroscopic data and model (NLTE as solid and LTE as dash) of the spectroscopic data. (top) Temporal variation of equivalent width of the core of the H_α line. (middle) Temporal variation of equivalent width of the wings of H_α line. (bottom) R- and I-band light curve during caustic exit. The vertical dashed line is the caustic exit time estimated from the photometry. The vertical solid line is separating caustic data and post caustic data from baseline measurements.

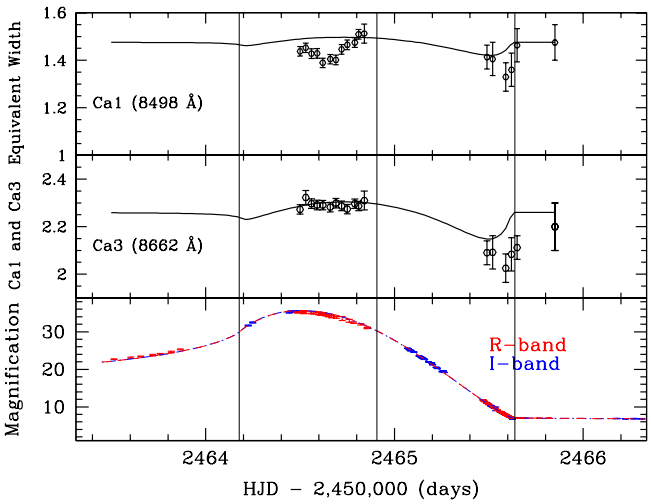

Fig. 14. The upper panel gives the variation of equivalent width of the Ca II (8498 Å) line as a function of time, the panel below giving ionCaii 8600 Å whereas the lowest panel gives the caustic exit in the R,I bands. The vertical dashed line is the caustic exit time estimated from the photometry. The vertical solid line separates caustic data and post caustic data from baseline measurements

References

Abe, F., Bennett, D., Bond, I., et al. 2003, A&A, 411, L493
Afonso, C., Albert, J., Andersen, J., et al. 2001, A&A, 378, 1014
Afonso, C. et al. 2000, ApJ, 532, 340
Albrow, M.D. Beaulieu, J., Caldwell, J., et al. 1999a, ApJ, 522, 1011

—. 2001a, ApJ, 550, L173
Albrow, M. D. et al. 1998, ApJ, 509, 687
—. 1999b, ApJ, 512, 672
—. 2000, ApJ, 534, 894
—. 2001b, ApJ, 549, 759
Allard, F., Hauschildt, P., Alexander, D., Tamanai, A., & Schweitzer, A. 2001, ApJ, 556, 357
Allard, F., Hauschildt, P. H., Alexander, D. R., Tamanai, A., & Schweitzer, A. 2001, ApJ, 556, 357
An, J. H. et al. 2002, ApJ, 572, 521
Bryce, H., Hendry, M., & Valls-Gabaud, D. 2002, A&A, 388, L1
Cassan, A., Beaulieu, J. P., Brillant, S., et al. 2004, A&A, 419, L1
Castro, S., Pogge, R., Rich, M., Depoy, D., & Gould, A. 2001, ApJ, 548, L197
Cayrel de Strobel, G. & Spite, M., eds. 1988, The impact of very high S/N spectroscopy on stellar physics: proceedings of the 132nd Symposium of the International Astronomical Union held in Paris, France, June 29-July 3, 1987.
Claret, A. 2000, A&A, 363, 1081
Claret, A. & Hauschildt, P. H. 2003, A&A, 412, 241
Dominik, M. 2004, MNRAS, 194
Fields, D. L., Albrow, M. D., An, J., et al. 2003, ApJ, 596, 1305
Gaudi, B. S. & Gould, A. 1999, ApJ, 513, 619
Gould, A. & Welch, D. L. 1996, ApJ, 464, 212
Gustafsson, B., Bell, R. A., Eriksson, K., & Nordlund, A. 1975, A&A, 42, 407
Hauschildt, P. H. & Baron, E. 1999, Journal of Computational and Applied Mathematics, 102, 41
Hendry, M. A., Bryce, H., & Valls-Gabaud, D. 2002, MNRAS, 335, 539
Heyrovsk´y, D. 2003, ApJ, 594, 464
Heyrovsk´y, D. & Sasselov, D. 2000, ApJ, 529, 69
Heyrovsk´y, D., Sasselov, D., & Loeb, A. 2000, ApJ, 543, 406
Ibata, R. A., Gilmore, G., & Irwin, M. J. 1995, MNRAS, 277, 781
Jørgensen, U., Carlsson, M., & Johnson, H. 1992a, A&A, 254, 258
Jørgensen, U. G., Johnson, H. R., & Nordlund, A. 1992b, A&A, 261, 263
Kupka, F., Piskunov, N., Ryabchikova, T. A., Stempels, H. C., & Weiss, W. W. 1999, A&AS, 138, 119
Lang, K. R. 1992, Astrophysical Data I. Planets and Stars. (Astrophysical Data I. Planets and Stars, X, 937 pp. 33 fi gs.. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York)
Lennon, D. J., Mao, S., Fuhrmann, K., & Gehren, T. 1996, ApJ, 471, L23+
Loeb, A. & Sasselov, D. 1995, ApJ, 449, L33
Mao, S. & Paczynski, B. 1991, ApJ, 374, L37
McWilliam, A. & Rich, R. M. 1994, ApJS, 91, 749
Minniti, D. 1996, ApJ, 459, 579
Minniti, D., Barbuy, B., Hill, V., et al. 2002, A&A, 384, 884
Rhie, S. H., Becker, A. C., Bennett, D. P., et al. 1999, ApJ, 522, 1037
Schneider, P. & Wagoner, R. V. 1987, ApJ, 314, 154
Sumi, T. 2004, MNRAS, 349, 193
Udalski, A. 2003a, ApJ, 590, 284
—. 2003b, Acta Astronomica, 53, 291
Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., et al. 1994, Acta Astronomica, 44, 227
Valls-Gabaud, D. 1998, MNRAS, 294, 747
Witt, H. J. & Mao, S. 1994, ApJ, 430, 505

5.4 OGLE 2004–BLG–254 (Article soumis à A&A)

Avec l'évènement OGLE 2004–BLG–254, une microlentille simple avec source étendue, PLANET a obtenu une dense couverture photométrique, ainsi que des spectres haute résolution avec UVES au VLT. L'étoile-source est une géante K2 III du Bulbe. Les données spectroscopiques ont permis de déterminer les paramètres stellaires de la source, et la modélisation des mesures photométriques a fourni les assombrissements centre-bord de la source en bande I et R. La mesure de la taille de la source aussi bien en unités d'Einstein qu'en unités angulaires donne une relation entre la distance et la masse de la microlentille. Des calculs basés sur la distribution des masses et des vitesses dans le Disque et le Bulbe de la Galaxie fournissent quant à eux une estimation de sa distance, et par conséquent de sa masse (ce qui en fait une naine M avec $M_* \sim 0.2\,M_\odot$). Les valeurs obtenues sont compatibles avec le taux de "blending" mesuré.

Un article soumis au journal Astronomy & Astrophysics est présenté ci-dessous. Dans cette analyse, en plus de l'étude de OGLE 2004–BLG–254, nous nous sommes intéressés aux précédentes mesures d'assombrissement centre-bord réalisées par suivi de microlentilles, dans le cas de sources géantes de type G–K. Les valeurs d'assombrissement centre-bord mesurées sont comparées à des modèles théoriques très courants (modèles ATLAS de Kurucz). Si les mesures sur les géantes de type G sont relativement conformes aux prédictions, en revanche le cas des géantes K incite à reconsidérer les modèles physiques sous-jacents à ce type d'étoiles.

Astronomy & Astrophysics manuscript no. AC254n14 December 20, 2005
(DOI: will be inserted by hand later)

OGLE 2004–BLG–254: a K2 III Galactic Bulge Giant spatially resolved by a single microlens

A. Cassan[1], J.-P. Beaulieu[1], S. Brillant[2], D. Kubas[2,3], P. Fouqu´e[4], U.G. Jørgensen[5], J. Greenhill[6], M. Dominik[13], C. Coutures[1,7], J.A.R. Caldwell[10,11], D. Bennett[9], M.D. Albrow[8], J.J. Calitz[12], K. Cook[22], D. Dominis[3,19], J. Donatowicz[14], K. Hill[6], M. Hoffman[12], K. Horne[13], V.R. Miller[8], S. Kane[21], J.-B. Marquette[1], R. Martin[15], P. Meintjes[12], J. Menzies[16], K.R. Pollard[8], K.C. Sahu[10], C. Vinter[5], J. Wambsganss[20], A. Williams[15]
(The PLANET collaboration),
A. Udalski[17], M.K. Szyma´nski[17], M. Kubiak[17], G. Pietrzy´nski[17,18], I. Soszy´nski[17,18], K. Żebru´n[17], O. Szewczyk[17], Ł. Wyrzykowski[17,24]
(The OGLE Collaboration),
and D. Heyrovsk´y[23].

[1] Institut d'Astrophysique de Paris, UMR7095 CNRS, Universit´e Pierre & Marie Curie, 98bis Bd Arago, 75014 Paris, France
[2] European Southern Observatory, Casilla 19001, Vitacura 19, Santiago, Chile
[3] Universität Potsdam, Astrophysik, Am Neuen Palais 10, D-14469 Potsdam, Germany
[4] Observatoire Midi-Pyr´en´ees, Laboratoire d'Astrophysique, UMR 5572, Universit´e Paul Sabatier - Toulouse 3, 14 avenue Edouard Belin, 31400 Toulouse, France
[5] Niels Bohr Institute, Astronomical Observatory, Juliane Maries Vej 30, DK-2100 Copenhagen, Denmark
[6] University of Tasmania, Physics Department, GPO 252C, Hobart, Tasmania 7001, Australia
[7] DSM/DAPNIA, CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette cedex, France
[8] University of Canterbury, Department of Physics & Astronomy, Private Bag 4800, Christchurch, New Zealand
[9] University of Notre Dame, Physics Department, 225 Nieuwland Science Hall, Notre Dame, IN 46530, USA
[10] Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive, Baltimore, MD 21218, USA
[11] University of Texas, McDonald Observatory, Fort Davis TX 79734, USA
[12] Dept Physics / Boyden Observatory, University of the Free State, Bloemfontein 9300, South Africa
[13] University of St Andrews, School of Physics & Astronomy, North Haugh, St Andrews, KY16 9SS, United Kingdom
[14] Technical University of Vienna, Dept. of Computing, Wiedner Hauptstrasse 10, Vienna, Austria
[15] Perth Observatory, Walnut Road, Bickley, Perth 6076, Australia
[16] South African Astronomical Observatory, P.O. Box 9 Observatory 7935, South Africa
[17] Warsaw University Observatory. Al. Ujazdowskie 4, 00-478 Warszawa, Poland
[18] Universidad de Concepci´on, Departamento de F´ısica, Casilla 160-C, Concepci´on, Chile
[19] Astrophysikalisches Institut Potsdam, An der Sternwarte 16, D-14482 Potsdam, Germany
[20] Astronomisches Rechen-Institut, Mönchhofstraße 12-14, 69120 Heidelberg, Germany
[21] Department of Astronomy, University of Florida, 211 Bryant Space Science Center, Gainesville, FL 32611-2055, USA
[22] Institute of Geophysics and Planetary Physics, L-413, Lawrence Livermore National Laboratory, P.O. Box 808, Livermore, CA 94550, USA
[23] Institute of Theoretical Physics, Charles University, V Holešovičk´ach 2, 180 00 Prague, Czech Republic
[24] Jodrell Bank Observatory, The University of Manchester, Macclesfield, Cheshire SK11 9DL, United Kingdom

Received ; accepted

Abstract. We present an analysis of OGLE 2004–BLG–254, a high-magnification ($A_0 \simeq 60$) and relatively short duration ($t_{\rm E} \simeq 13.3$ days) microlensing event in which the source star, a Bulge K-giant, has been spatially resolved by a point-like lens. A high signal-to-noise ratio spectrum taken while the source was still magnified by $A \sim 20$ showed that the source was a K2 III Bulge giant, situated at $D_{\rm S} \simeq 8.8$ kpc. From modelling the light curve, we derive an angular size of the Einstein ring $\theta_{\rm E} \simeq 123\,\mu$as, and a relative lens-source proper motion $\mu = \theta_{\rm E}/t_{\rm E} \simeq 3.4$ mas/yr, whereas no significant constraint can be obtained from parallax effects. We use a galactic model for the mass and velocity distribution of the stars to estimate the lens distance as $D_{\rm L} \simeq 7.4 \pm 0.7$ kpc, the lens mass as $M \sim 0.17\,M_\odot$ and its velocity at the lens distance as $v \simeq 125$ km s^{-1}. Our dense coverage of this event allows us to measure limb darkening of the source star in the I and R bands. We also compare previous measurements of linear limb-darkening coefficients involving GK giant stars with predictions from ATLAS atmosphere models. We discuss the case of K-giants and find a disagreement between limb-darkening measurements and model predictions, which is probably caused by the inadequacy of the linear limb-darkening law. ⋆

Key words. techniques: high resolution spectra – techniques: gravitational microlensing – techniques: high angular resolution – stars: atmosphere models – stars: limb darkening – stars: individual: OGLE 2004–BLG–254

1. Introduction

The microlensing technique is one of a few methods (together with interferometry, eclipsing binaries and transiting extra-solar planets) that can be used to measure brightness profiles of stars at distances exceeding a few kpc. The apparent stellar disk is a projection of the near stellar hemisphere and therefore shows an axisymmetric variation of the observed brightness as the projection maps the variation of the emergent radiation with depth. The continuum is on average formed at larger depth at the disk center and at smaller depth at the limb (Eddington-Barbier effect, see e.g.: Witt & Mao 1994; Loeb & Sasselov 1995; Sasselov 1997; Heyrovsk´y et al. 2000; Heyrovsk´y 2003). The microlensing method requires the source to transit a region with a large magnification gradient over its face, as present in the vicinity of caustics. While a single lens creates a point-like caustic at its angular position, binary lenses create extended caustic patterns formed of lines (fold caustics) which merge at cusps.

PLANET observations of the microlensing event MACHO 1997–BLG–28 (Albrow et al. 1999b) containing a cusp passage, constituted the first limb-darkening measurement of a Bulge giant. The majority of subsequent limb-darkening measurements such as MACHO 1998–SMC–1 (Albrow et al. 1999a; Afonso et al. 2000), MACHO 1997–BLG–41 (Albrow et al. 2000), OGLE 1999–BLG–23 (Albrow et al. 2001), EROS–2000–BLG–5 (Fields et al. 2003; An et al. 2002), OGLE 2002–BLG–069 (Cassan et al. 2004) resulted from fold-caustic passages. The limb-darkening measurement in the solar-like star MOA 2002–BLG–33 (Abe et al. 2003) constituted a very special case with the source enclosing several cusps of the caustic at the same time. For the extended size of the source star to have a significant effect on the light curve, the angular source size has to be of the order or larger than the angular separation between source center and lens. However, only a small fraction of microlensing events provide angular separations that are small enough, and so far very few cases have been observed (Alcock et al. 1997; Yoo et al. 2004; Jiang et al. 2004). For events showing evidence of this effect, the limb darkening of the source star can be determined, and constraints on the physical properties of the lens can be derived using estimates of its distance, spectral type and event model parameters (Gould 1994; Witt 1995; Loeb & Sasselov 1995; Heyrovsk´y et al. 2000; Heyrovsk´y 2003).

This work treats the case of OGLE 2004–BLG–254, a high magnification event from a point-like lens showing extended source effects, for which a dense photometric follow-up was performed at four PLANET observing sites, making it one of the best observed events of this kind to date. Using high-resolution spectra collected with UVES (VLT), we derive the characteristics of the source star, a K2 giant. Then we search for a suitable single-lens limb-darkened source microlensing model, which we use together with the properties derived from the high resolution spectra to discuss the source center-to-limb variations and constraints on the lens properties. We compare our limb-darkening measurements to previous observations of such stars, especially to EROS–2000–BLG–5 for which a large discrepancy was found between observations and atmosphere models. We also note that the derived characteristics provide the basic information necessary for a forthcoming study of element abundance in the Bulge giant source star of OGLE 2004–BLG–254.

2. Photometric observations

The OGLE-III Early Warning System (EWS) (Udalski 2003) discovered and alerted the Bulge event OGLE 2004–BLG–254 on May 17, 2004, from observations carried out with the 1.3 m Warsaw Telescope at the Las Campanas Observatory (Chile).

The PLANET collaboration started its photometric observations on June 8 which form the basis for our analysis and consist of data from 4 different telescopes being part of the PLANET network: the Danish 1.54m at ESO La Silla (Chile), the Canopus 1m near Hobart (Tasmania), the Elizabeth 1m at the South African Astronomical Observatory (SAAO) at Sutherland and the Rockefeller 1.5m of the Boyden Observatory at Bloemfontein (both in South Africa). Every 30 minutes the data from the different sites are uploaded to a central computer in Paris, where data are combined and fitted automatically, and light curves are made publicly available.

The event was also monitored by the μFUN collaboration from Chile (1.3m telescope at the Cerro Tololo Inter-American Observatory) and Israel (Wise 1m telescope at Mitzpe Ramon).

Data collected by PLANET, OGLE, and μFUN showed a rise in magnification by 2.85 mag above baseline by June 9, 8:10 UT. These data and adequate modelling indicated a peak to occur on June 10, 6:35$^{+20\mathrm{min}}_{-30\mathrm{min}}$ UT, at a rather uncertain, but in any case large, magnification of $A_0 \simeq 80^{+70}_{-30}$. Events of this type harbour an exceptional potential for the discovery or exclusion of extra-solar planets as well as for the study of stellar atmospheres and might provide an opportunity for measuring the mass of the lens star.

On June 10 at 12:45 UT, a public alert was issued by PLANET reporting that data collected on OGLE 2004–BLG–254 at the SAAO 1.0m between June 9, 18:50 UT and June 10, 4:40 UT, at the Danish 1.54m on June 10 between 2:20 UT and 10:05 UT, as well as OGLE data obtained on June 10 between 3:50 UT and 9:55 UT, revealed the extended size of the source star, and the crossing time of the disk was estimated to be around 16 hours. The peak was passed around June 10, 7:40 UT at 4.35 mag above baseline, at a magnification of $A \sim 55$.

3. UVES spectroscopy

3.1. Spectroscopic observations

On June 11, 2004, between 00:24 and 00:52 UT (HJD=3167.54159 at mid-exposure), we obtained a high-resolution spectrum of OGLE 2004–BLG–254 in the wavelength range $4780 - 6808$ Å using the UVES spectrograph mounted at the Nasmyth focus of Kueyen (VLT second unit). At this time, the source flux was magnified by the gravitational lens by a factor 20, making the VLT equivalent to a $\sim$ 37 m diameter telescope. The spectrum was taken at one of the

* Based on observations made at ESO, 073.D-0575A

standard red settings centered on 5800 Å, which covers the spectral domain $4780 - 5758$ Å at a resolution of $\sim 40\,000$.

The data were reduced using version 2.1 of the UVES context of the MIDAS data reduction software. The raw science data were first bias-substracted and then wavelength-calibrated order by order using a Thorium-Argon lamp. The position of the science spectrum was determined in each order and an optimum extraction was used to obtain 1D science spectra where the sky lines had been removed. An Halogen lamp was used to obtain flat-field spectra, which were bias-substracted and combined, then wavelength-calibrated. A 1D flat-field spectrum was then extracted at the same position as the science spectrum for each order and was used to flat field the science data. The order by order science spectra were then merged to obtain the final data.

3.2. Nature of the source star

Measuring the relative proper motion and velocity at the lens distance requires a determination of the distance and radius of the source star. This can be achieved by determining the apparent magnitude at baseline, the effective temperature, the gravity, and the amount of interstellar absorption toward the source. We seek to measure these quantities by use of a combination of the obtained photometry and spectroscopy.

3.2.1. Effective temperature from the colour-magnitude diagram

Fig. 1 shows the (uncalibrated) $(V - I)$ versus I colour-magnitude diagram of the field of the source/lens, shifted in $(V - I)$ and I so that the apparent center of what appears to be the red giant clump stars, is at the values $(V - I)_0 = 1.00$ and $I_0 = 14.25$. These values correspond to the Hipparcos red clump position, shifted to a distance of 7.8 kpc, slightly larger than the most recent determination of the Galactic Center distance (7.62 ± 0.32 kpc) by Eisenhauer et al. (2005), because of the negative latitude of the field, which corresponds to more distant stars in the bar geometry of Stanek et al. (1997). We can then measure the difference in colour and magnitude between the source and the center of the clump stars $\Delta\,[(V - I)_0, I_0] = [(V - I)_0, I_0]^{\rm source} - [(V - I)_0, I_0]^{\rm clump}$, and find $\Delta\,[(V - I)_0, I_0] = (0.13 \pm 0.03, 0.75 \pm 0.07)$. Hence,

$$[(V - I)_0, I_0]^{\rm source} = (1.13 \pm 0.03, 15.00 \pm 0.07). \qquad (1)$$

We now compare this value of $(V - I)_0$ with the values from the grid of model atmosphere colours by Buser & Kurucz (1992). First we notice that typical changes in the theoretical value of $(V - I)_0$ for a change in metallicity by a factor of two, or a change in $\log g$ by an order of magnitude, is around 0.005 (for fundamental parameters in the range of values of interest in the present study). In comparison, a change in the value of $T_{\rm eff}$ by 100 K gives rise to a 10 times larger change in $(V - I)_0$. The value of $(V - I)_0$ is therefore primarily a measure of the effective temperature of the star. Interpolating in the values of $(V - I)_0$ from the grid of Buser & Kurucz (1992), gives us the best fit effective temperature of the source star from the photometry alone, as $T_{\rm eff}^{\rm phot} = 4500 \pm 100$ K. The uncertainty in this value is solely caused by the uncertainty in the estimate of $(V - I)_0$ given in Eq. (1).

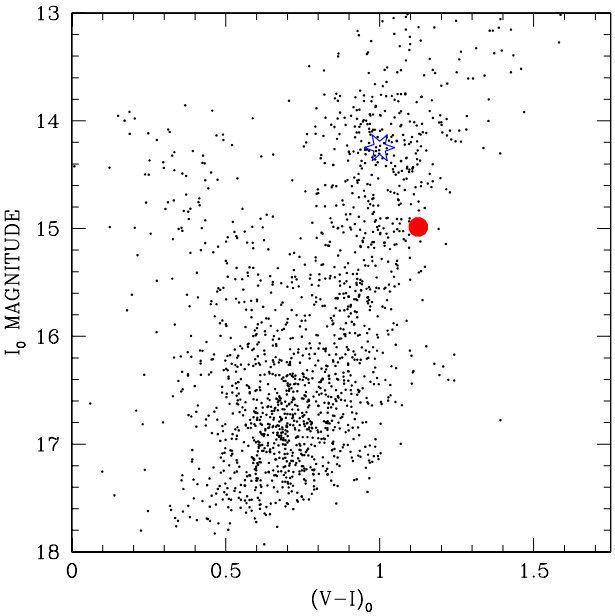

Fig. 1. The $(V - I), I$ colour-magnitude diagram of the field around OGLE 2004–BLG–254 as obtained with the Danish 1.54m telescope at La Silla. The target is plotted as a filled circle, and the center of the clump is marked by an open star. The diagram has been shifted to let the value of the apparent center of the clump be at $((V - I)_0 = 1.00, I_0 = 14.25)$, which is the position of the clump stars in the direction of Baade's Window.

3.2.2. Model atmosphere and synthetic spectrum

The position of the source star (and lens) is in the direction of the Sagittarius dwarf galaxy, and it could either be a member of the dwarf galaxy or of the Galactic Bulge. The line positions of the observed spectrum have a general offset of $+134$ km/s compared to laboratory data, which is also consistent with the star being in either the Sagittarius dwarf galaxy or the Galactic Bulge. The mean chemical abundance $[{\rm Fe/H}]$ ranges between -0.8 and -1.2 in Sagittarius, and a little higher in the Galactic Bulge. For the analysis of the UVES spectrum, we have therefore computed a grid of model atmospheres with $T_{\rm eff}$ between 4000 K and 4600 K, $\log g$ between 0.0 and 3.0, and scaled solar abundances with $[{\rm Fe/H}]$ between -2.0 and $+0.5$, and corresponding synthetic spectra.

The atmospheric models are based on the LTE, hydrostatic, radiative-convective equilibrium MARCS code (Gustafsson et al. 1975), computed with the spherical version described by Jørgensen et al. (1992) with later updates. The later update of highest importance for the present project is the inclusion of atomic-line opacity samplings based on the VALD data base (Kupka et al. 1999) of transitions in neutral and single-ionized atoms. The VALD data base is used for the model atmospheres as well as the spectral computations.

The synthetic spectra are computed with a resolution of 200,000 and then convolved to the same resolution as the observed spectrum. The observed spectrum shows approximately 10,000 well-defined lines, and almost all of them are identifiable from comparison with line positions and strengths of the transitions listed in the VALD data base. Line profiles are computed as Voigt profiles with the necessary broadening parameters taken from the data base.

3.2.3. Source star fundamental parameters from spectroscopy

Among the many atomic lines, we have selected 3 particularly well suited systems of strong Mg, Cr, and Na lines, whose intensity and line shapes are fitted to constrain the possible estimates of the fundamental parameters: effective temperature $T_{\rm eff}$, gravity $\log g$, and metallicity Z. Other lines are used to control this estimate and to get a feeling for individual deviations from a scaled solar abundance. Figure 3.2.3 shows the observed spectrum in those regions, together with a synthetic spectrum discussed below.

Magnesium lines – The triplet of neutral magnesium lines around 5175 Å is well suited to obtain limits on the temperature and gravity. The line system overlaps with the position of a relatively strong MgH band, and the ratio between Mg and MgH is sensitive to temperature as well as gravity. For strong gravity, the atomic magnesium triplet lines become very broad. As well as for low temperatures, the balance shifts in favour of MgH. Therefore, the shape and the intensity of the atomic lines can be used together with the ratio (or absence) of the intensity of MgH relative to the intensity of the atomic Mg lines to provide information on both temperature and gravity. The absence of MgH in our observed spectrum allows us to conclude that the star is not cooler than 4000 K. The breadth of the atomic Mg lines allows us to confine the value of $\log g$ between 1.0 and 2.5. Any value of the metallicity (the magnesium abundance) from slightly above solar to as low as $1/3\ Z_\odot$ can give rise to good fits, depending on the values of the two other parameters. The medium-strong neutral atomic Mg line at 5711 Å is known to respond oppositely to the triplet lines to changes in gravity, *i.e.* to become stronger for decreasing gravity. The synthetic line is too strong for $\log g = 0.0$ and solar metallicity, while it becomes too narrow for high $\log g$.

Chromium lines – As for the Mg triplet region, the MgH molecular system also has a relatively strong band in the region of a triplet of three strong chromium lines at 5204.51, 5206.04 and 5208.42 Å, which limits $T_{\rm eff}$ to be no less than 4000 K. Models of $T_{\rm eff} = 4200$ K fit the Cr lines well, while models of $T_{\rm eff} = 4400$ K result in wings of the lines being too weak even for high metallicity models, while $T_{\rm eff} = 4000$ K would require a metallicity considerably below $Z_\odot$. The chromium system is less sensitive to gravity than the other two line systems, and for some $T_{\rm eff}$, even values as low as $\log g \simeq 0.0$ could be in agreement with the observed spectrum. On the other hand the lines are sensitive to the chromium abundance and $Z = 0.3\ Z_\odot$ is too low unless $T_{\rm eff}$ is as low as 4000 K.

Sodium lines – The intensity and form of the NaD lines around 5890 – 5896 Å and other neutral sodium lines are very sensitive to $T_{\rm eff}$ as well as to gravity and (sodium) abundance. Often these lines are not useful for determination of the fundamental parameters and abundances, because interstellar absorption saturates or changes their intensity. In this case, however, the main component of the interstellar absorption is redshifted by a velocity of 122 km/s relative to the star, and the intrinsic stellar NaD lines are very strong and appear to be only moderately affected by interstellar absorption. The fact that the fundamental parameters derived from the NaD lines are in good agreement with the parameters derived from the other stellar lines, also indicates a small interstellar absorption at the radial velocity of the star. Model spectra from our grid with high metallicity ($Z = 3\ Z_\odot$), high gravity ($\log g = 3$) or low $T_{\rm eff}$, all give far too broad lines compared to the observed spectrum, and can therefore be excluded. Models of low gravity (~ 0), high $T_{\rm eff}$ (~ 4400 K) or low Z ($\sim 0.3\ Z_\odot$) give on the other hand too narrow lines, and would require a strong interstellar component at the same radial velocity as the star.

The intensity and form of the line systems discussed above are all different functions of $T_{\rm eff}$, $\log g$ and Z, and in principle three systems (like the Mg, Cr, and Na systems) are sufficient to determine the three fundamental stellar parameters uniquely from the observed spectrum. In practice, of course, the observed spectrum is noisy, and the theoretical spectrum suffers from inaccuracy in the model structure, incompleteness of the line list, etc. Therefore, rather than a unique fit, there is a certain range of models which give acceptable fits to the spectrum. If $T_{\rm eff} = 4300$ K is adopted, the Mg lines are well reproduced by $\log g$ = 2 and $Z = Z_\odot$, while the Cr and Na lines and most of the other lines are slightly too weak in the wings. The fit to the Cr and Na lines can be improved by decreasing the effective temperature to 4200 K, although this slightly decreases the goodness of the fit to the Mg lines. A similar effect can be obtained by keeping the value $T_{\rm eff} = 4300$ K, but increasing $\log g$ a bit, for example to $\log g = 2.25$, or increasing the metallicity. At $T_{\rm eff} = 4400$ K, the fit to the Mg lines would still be correct, but the fit to the Cr and Na lines would be worse than for $T_{\rm eff} = 4300$ K, and a compensation by increasing the gravity or the metallicity would require larger values than for $T_{\rm eff} = 4300$ K, and therefore result in a larger decrease in the goodness of the fit to the Mg system than for the $T_{\rm eff} = 4300$ K model. We therefore conclude that there is no consistent solution to the fit for $T_{\rm eff} = 4400$ K, and this value is therefore too large, independently of the adopted values of $\log g$ and Z. On the other hand, changing the temperature in the other direction, for example to $T_{\rm eff} = 4100$ K, a good fit to the spectrum would require that the value of the gravity and the metallicity be decreased. Models with $(T_{\rm eff}, \log g, \log Z/Z_\odot) = (4100, 1.0, -0.6)$ give an equally good fit to the spectrum as the $(4200, 2.0, 1.0)$ fit.

We conclude that good fits to the Mg, Cr, and Na lines (and other features in the spectrum) are obtained for models in the full range of $T_{\rm eff}$ from 4100 K to 4300 K. The fit based

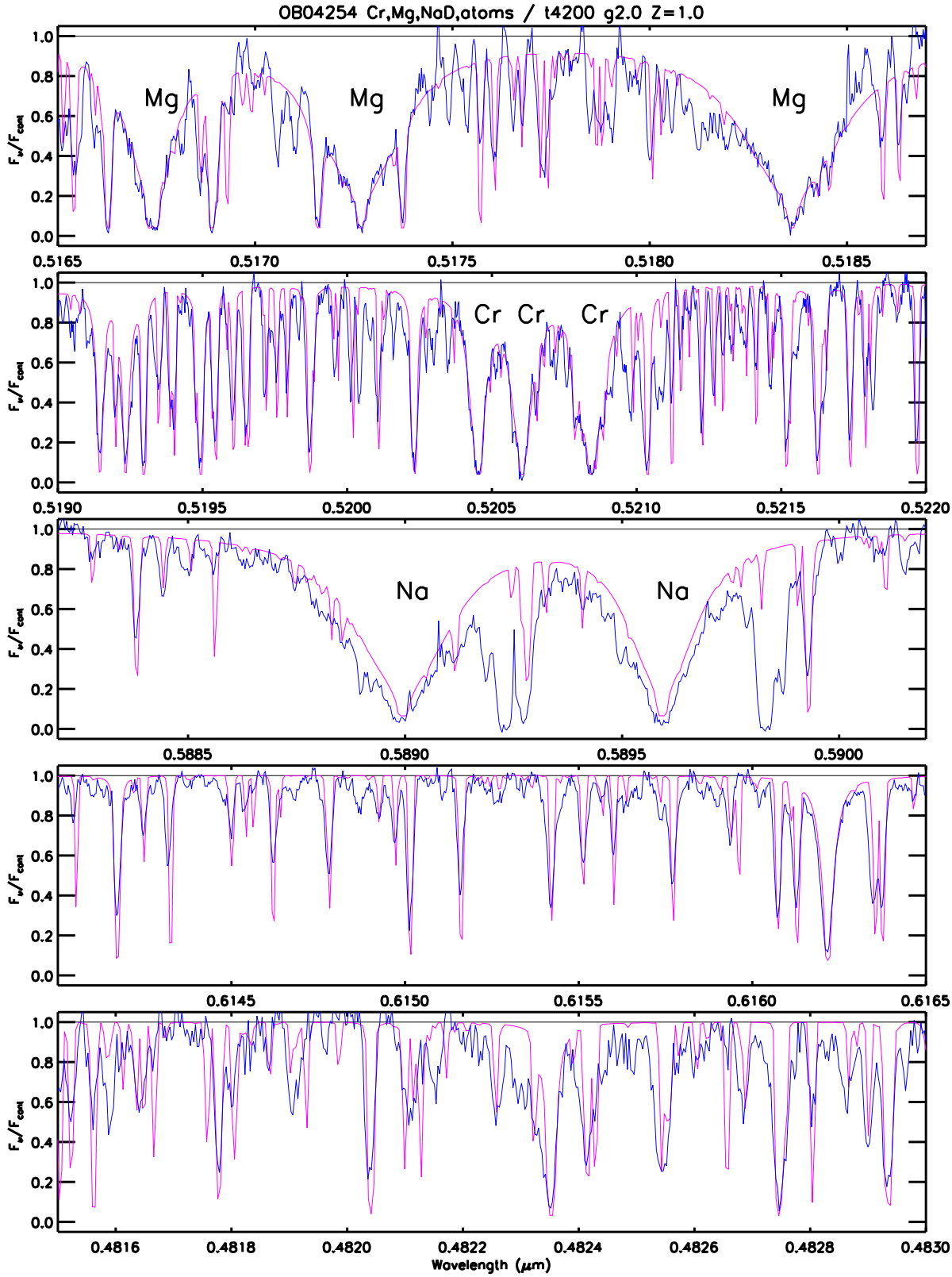

Fig. 2. Observed spectrum of OGLE 2004–BLG–254 source star (blue line), compared to a synthetic spectrum (pink line) based on a model atmosphere with $T_{\rm eff} = 4200$ K, $\log g = 2.0$ and $Z = Z_{\odot}$. The spectra are normalized to the local continuum. From top to bottom, the panels show the spectral region of: (1) a triplet of chromium lines; (2) a triplet of magnesium lines; (3) the NaD doublet, and (4) to (5), two other typical regions of the spectrum.

on a model with $(T_{\rm eff}, \log g, Z) = (4200, 2.0, Z_\odot)$ is shown in Fig. 3.2.3. We further conclude that the corresponding best fit values of $\log g$ and Z depend on the adopted value of $T_{\rm eff}$ in such a way that decreasing $T_{\rm eff}$ must be followed by a decreased value of $\log g$ and vice versa.

In summary of the above discussion, we adopt $T_{\rm eff} = 4250 \pm 50$ K, $\log g = 2.1 \pm 0.1$ and $Z \simeq Z_\odot$ for the fundamental spectroscopic parameters of the source star. These values classify the star as being a normal red giant K3 III star in the upper region of the clump or slightly brighter.

Other atomic lines – The spectrum is of remarkably high resolution and signal-to-noise for a star at this distance, and offers the potential of a detailed, high-quality abundance analysis. Fig. 3.2.3 shows two examples of typical spectral regions. Although it is beyond the scope of the present paper to present a detailed abundance analysis, Fe, V, Mn, Ca and Co lines show good agreement with the above model and metallicity estimates, while computed Ti, Si, Zr and Ba lines with the above parameters tend to be stronger than the observed lines. In particular we remark that the Li lines at 6707 Å are absent in the observed spectrum, indicating that the star is not Lithium-rich (*i.e.* not likely to be near the tip of the giant branch).

3.2.4. Results combining spectroscopy and photometry

A detailed discussion leading to the adopted distance, radius and absolute magnitude of the source star of OGLE 2004–BLG–254 is given in Appendix A. Here, we only summarize the derived values, which are: $\theta_* \simeq 4.9 \pm 0.3\ \mu$as, $R_* = 9.2 R_\odot$, $D_{\rm S} = 8.8$ kpc, $L_* = 30\ L_\odot$, $M_* = 1\ M_\odot$, $T_{\rm eff} = 4500$ K. The source star lies in the Galactic Bulge, not in the Sagittarius dwarf galaxy.

We are concerned by the apparent disagreement between spectroscopic and photometric estimates of temperature and gravity. As explained in Appendix A, we choose to rely on photometric estimates. Spectroscopic values deduced from stellar atmosphere models have low random uncertainty, but may contain systematic error due to the limitations of the adopted stellar atmosphere model (hydrostatic, LTE). Similar discrepancies appear in Fulbright et al. (2005), where spectroscopic temperatures of Bulge giants systematically differ from photometric estimates. After thorough discussion, these authors also adopt the photometric estimates.

4. Modelling the light curve

The photometric data collected on OGLE 2004–BLG–254 (see Fig. 3) clearly show that the light curve is affected by extended source effects.

4.1. Extended-source formalism

With $D_{\rm S}$ denoting the source distance and $x = D_{\rm L}/D_{\rm S}$ the fractional distance of the lens, of mass M, the angular Einstein radius reads

$$\theta_{\rm E} = \sqrt{\frac{4GM}{c^2 D_{\rm S}}\,\frac{1-x}{x}}. \tag{2}$$

which is a characteristic scale of microlensing. For a point source situated at a projected angular separation $u\,\theta_{\rm E}$ from the lens, the magnification function is given by

$$A_{\rm PSPL}(u) = \frac{u^2+2}{u\,\sqrt{u^2+4}}. \tag{3}$$

The magnification $A_{\rm ES}$ of an extended limb-darkened source of angular radius $\rho_*\,\theta_{\rm E}$ is obtained by integrating $A_{\rm PSPL}$ over the source disk. With $I(r)$ being the brightness profile of the source, normalized to unit flux (Sect. 4.2),

$$\begin{aligned} A_{\rm ES}(u|\rho_*, I) &= \int_0^{2\pi}\int_0^1 I(r)\,A_{\rm PSPL}(\eta)\,r\,{\rm d}\varphi\,{\rm d}r, \\ \text{where} \quad \eta &= \rho_*\,\sqrt{r^2 - 2\,ru\cos\varphi + u^2}. \end{aligned} \tag{4}$$

For a uniformly bright source, Witt & Mao (1994) have derived a semi-analytic expression of $A_{\rm ES}$, involving elliptic integrals. However, based on the fact that in a usual microlensing event toward the bulge of the Milky Way, extended source effects are only prominent for small lens-source angular separations ($u \ll 1$), where $A_{\rm PSPL}(u) \simeq u^{-1}$, Gould (1994) found that the extended-source magnification factorizes as:

$$A_{\rm ES}(u|\rho_*) \simeq A_{\rm PSPL}(u) \times B_0\left(\frac{u}{\rho_*}\right). \tag{5}$$

The second factor can be expressed by the semi-analytical formula $B_0(z) = \frac{4}{\pi} z E\left[\min\left(\frac{\pi}{2}, \arcsin\frac{1}{z}\right), z\right]$ (Yoo et al. 2004) , where E is the incomplete elliptic integral of the second kind. By separating the u and $z = u/\rho_*$ parameters, this formula allows easy discretization and fast computation of extended-source effects.

For non-uniform profiles (e.g. power-law limb-darkening models or tabulated profiles from stellar atmospheric models), no such simple expressions are known. Different strategies have been proposed: Witt & Mao (1994) use the uniform source magnification and its derivative in a one-dimensional integral; Heyrovsk´y (2003) first calculates analytically the angular integral of the magnification, so that a single integral involving the (radially dependent) brightness of the source remains. Finally, Yoo et al. (2004) give expressions of B_1-and $B_{1/2}$- functions, related to the linear and square root limb-darkening laws, respectively (with the same approximations as for Eq. (5)), to be numerically integrated.

When applying this formalism to OGLE 2004–BLG–254, we find that the maximal relative discrepancy between the exact magnification and its approximation related to Eq. (5) is less than $0.05\ \%$ for a linear limb-darkening law.

4.2. Event model parameters

In the photometric analysis of the event, both PLANET and OGLE data are used. For each PLANET observation site, we have applied a cut on seeing which only removes very unreliable points; we restricted the complete OGLE data to the ones collected after HJD' $= 3050.0$ (which is large enough to derive the baseline magnitude). OGLE provides 128 data points, SAAO 114, UTas 64, Boyden 75 and Danish 231, for a total of

5 observing sites and 612 measurements. Data reduced with our DoPhot-based pipeline underestimate photometric errors (e.g. for bright magnitudes, error estimates may reach 10^{-3}, which is unrealistic). Comparison with the scatter of the non-variable stars suggests that the errors are underestimated by about 20%. Hence we rescale the errors as $\sigma^2_{\rm resc} = (1.2\,\sigma_{\rm data})^2 + (0.01)^2$. As the source star is a K2 giant, we first check if the fluctuation in the OGLE baseline magnitude can be due to intrinsic periodic activity, which could easily be included into the models. A power spectrum of 115 baseline data points coming from OGLE does not show such evidence for modulation greater than $\sigma_{\rm mod} = 0.015$. We therefore attribute the residuals in the baseline to non-periodic variability or observational noise.

As expected, a single-lens model results in a high $\chi^2/{\rm d.o.f.}$ (~ 31), which obviously excludes this possibility. On the other hand, a uniform extended source model provides us with a first working set of parameters that fit the data well. However, at this stage, the residuals of the fit show some symmetric trends around the peak of the light curve that indicate limb-darkening effects. We thus add linear limb darkening to the source model. This is described here by

$$I(r) = \frac{1}{\pi}\left[1 - \Gamma\left(1 - \frac{3}{2}\sqrt{1-r^2}\right)\right], \qquad (6)$$

where $I(r)$ is normalized to unit total flux. The relation between Γ and the more commonly used parameter a, defined by

$$I(r) \propto 1 - a\left(1 - \sqrt{1-r^2}\right), \qquad (7)$$

is given by $a = \frac{3\,\Gamma}{2+\Gamma}$. The parameterization involves the following free parameters: three basic microlensing parameters, $t_\circ$ (time of closest approach), $u_\circ$ (impact parameter), $t_{\rm E}$ (crossing time of the Einstein ring radius), then the source size ρ_* (in units of $\theta_{\rm E}$), two annual parallax parameters $\pi_{\rm E}$ and ψ (see Sect. 6), the linear limb-darkening coefficient Γ and a baseline magnitude and blending parameter for each of the sites.

Errors on the best-fit parameters were obtained by Monte-Carlo simulations: we generate 500 sets of noisy light curves for each of the five observing sites using the obtained best-fit parameters, based on the original error bars of the data; then, from the distribution of the obtained values we determine the (non-Gaussian) 68.3 % confidence intervals for each parameter. The best corresponding set of parameters fitting the data and their errors is given in Tab. 1 (for a discussion on limb-darkening coefficients, see Sect. 5).

With the angular Einstein radius being related to the angular source radius as:

$$\theta_{\rm E} = \frac{\theta_*}{\rho_*}. \qquad (8)$$

and the relative lens-source proper motion

$$\mu = \frac{\theta_{\rm E}}{t_{\rm E}}, \qquad (9)$$

we find $\theta_{\rm E} \simeq 123\,\mu$as and $\mu = 3.4$ mas/yr.

The blending fraction significantly varies from one PLANET site to another. This is a consequence of the fact that the source has two very close neighbours, one of them at a distance of less than $1.4''$ (see also Appendix A), which can be part of the blending flux depending on the CCD resolution.

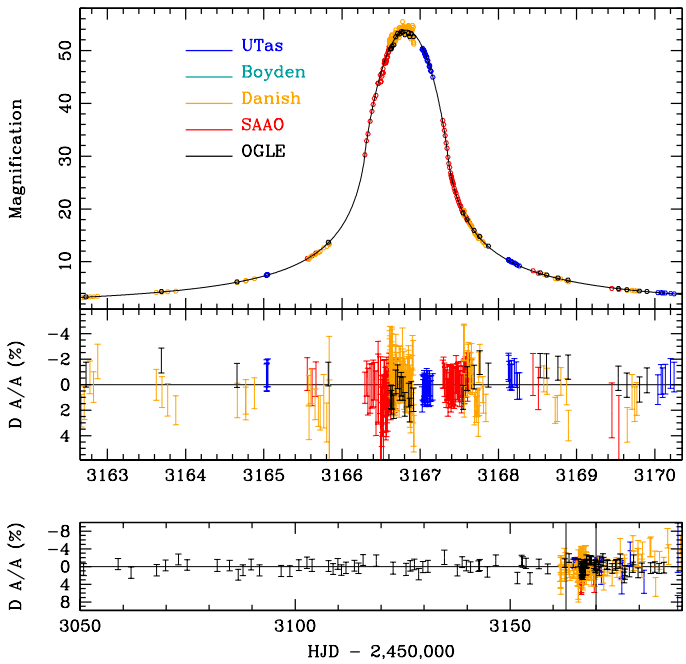

Fig. 3. The upper panel shows the photometry of the microlensing event OGLE 2004–BLG–254 near its peak, on June 10, 2004, observed by four PLANET sites, Danish 1.54m, UTas 1m, Perth 0.6m, Boyden 1.5m and SAAO 1.0m and OGLE. The solid line is the best-fitting point-lens, linearly limb-darkened extended source model around the peak region. The lower panel shows the residuals of the complete set of data (the two vertical lines indicate the peak region displayed above).

Table 1. Parameters for the best-fitting point-lens limb-darkened extended source models, using linear limb-darkening law. The set of data contains 612 measurements coming from 4 PLANET sites (Danish 1.54m, UTas 1m, Boyden 1.5m and SAAO 1.0m) and from OGLE. We also report the χ^2 value.

Parameters	Value & Error
$t_\circ$ (days)	3166.81941 ± 0.0002
$u_\circ$	$3.71^{+0.60}_{-0.77} \times 10^{-3}$
$t_{\rm E}$ (days)	$13.2524^{+0.03}_{-0.04}$
ρ_*	$3.95^{+0.01}_{-0.02} \times 10^{-2}$
Γ_I	$0.35^{+0.04}_{-0.06}$
Γ_R	$0.56^{+0.04}_{-0.06}$
$F_{\rm B}/F_{\rm S}\vert_{\rm SAAO}$	0.26
$F_{\rm B}/F_{\rm S}\vert_{\rm Danish}$	0.06
$F_{\rm B}/F_{\rm S}\vert_{\rm UTas}$	0.55
$F_{\rm B}/F_{\rm S}\vert_{\rm Boyden}$	0.43
$F_{\rm B}/F_{\rm S}\vert_{\rm OGLE}$	0.00
$\chi^2/{\rm d.o.f.}$	1342/598

5. Limb-darkening measurements

The photometric data of OGLE 2004–BLG–254 were dense enough to measure limb darkening of the source. Table 1 shows the linear limb-darkening coefficients (hereafter LLDC) that were obtained. Because of the duration of the event, the data coverage from a single site is not sufficient for such a measurement. Here, we benefit from our round-the-clock follow-up that permits to monitor the event over the full course of the caustic passage. Additionally, we find that a square root limb-darkening law $I(r) = \frac{1}{\pi}\left[1 - \Gamma\left(1 - \frac{3}{2}\sqrt{1-r^2}\right) - \Lambda\left(1 - \frac{5}{4}\left(1-r^2\right)^{1/4}\right)\right]$ does not improve the fit, and the strong correlation between Γ and Λ leads to an unsatisfactory and ambiguous result.

Previous microlensing events have yielded nine limb-darkening measurements by several follow-up teams: six for GK giants (Albrow et al. 1999b, 2000; Fields et al. 2003; Cassan et al. 2004; Jiang et al. 2004; Yoo et al. 2004), one for a subgiant (Albrow et al. 2001), and two for main sequence stars (Afonso et al. 2000; Abe et al. 2003). The I-band GK giant results are the most relevant for comparison, and are summarized in Tab. 2, giving the reported LLDC alongside values derived from ATLAS models (Claret 2000) for comparison. We point out that Claret's values are obtained by least-squares fits of intensity points more or less regularly spaced in incidence angle $\mu = \sqrt{1-r^2}$. In terms of the radial position on the stellar disk r, such a fit gives very high weight to points close to the limb and very low weight to points close to the center. In order to avoid this bias, we interpolate the ATLAS points by cubic splines and perform the least-squares fits on the obtained intensity profiles $I(r)$. As shown in the last column of Tab. 2 for the given sources, the resulting LLDCs are systematically lower than Claret's, by as much as 0.05. Such a difference in the LLDC would correspond for example to a temperature difference of several hundred K.

We excluded three cases from our detailed comparison plot. OGLE 2002–BLG–069 is of earlier spectral type; OGLE 2002–BLG–262 has large uncertainties due to sparse temporal coverage, and the LDC for MACHO 1997–BLG–41, also of earlier type, suffers from correlations between the LLDC and other model parameters.

The four other objects and other model parameters are presented in Fig. 4, which shows the linear limb-darkening law curves produced from the Γ-coefficients, where the total source I-band flux is always normalized to unity. The dark area labelled "Models K0–K3" displays LLDC ranging from 0.58 to 0.62, thus giving the ATLAS-predicted range of values for the chosen events (fitted following our prescription). The shaded area bounds the limb-darkening curves for OGLE 2004–BLG–254 and OGLE 2003–BLG–238 (given the error bars), while solid curves show the relation for MACHO 1997–BLG–28 and EROS 2000–BLG–5. One of the previously measured cases, MACHO 1997–BLG–28, involved a cusp passage and seems to deviate from theory. While we do not mistrust the underlying light curve model, the accuracy of its derived limb-darkening parameter is not sufficient to challenge the atmosphere modelling: an uncertainty of 15–20 % seems reasonable and removes part of the apparent discrepancy.

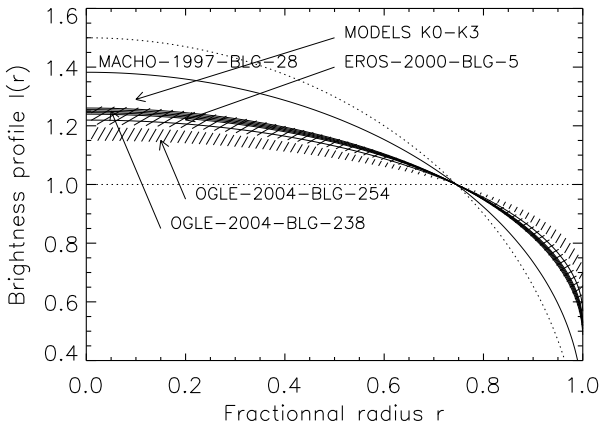

Fig. 4. Comparison of stellar brightness profiles estimated from fitting a linear LD law to MACHO 1997–BLG–28, EROS 2000–BLG–5, OGLE 2003–BLG–238 and OGLE 2004–BLG–254 with predictions from ATLAS models for K-giants. The two dotted curves show the two limiting cases of a uniform source and linear limb-darkened source with maximum LLDC, and the dark area labeled "Models K0–K3" displays LLDC ranging from 0.58 to 0.62 which bound the allowed curve positions from ATLAS models. OGLE 2004–BLG–254 and OGLE 2003–BLG–238 limb-darkened profiles are given by shaded area (for which error bars are available), while a single curve is given for MACHO 1997–BLG–28 and EROS 2000–BLG–5.

Assuming Claret (2000) limb-darkening coefficients for the stars with their known temperature, the two remaining literature events, EROS 2000–BLG–5 and OGLE 2003–BLG–238, together with OGLE 2004–BLG–254, appear to disagree with theory predictions, considering the high quality and suitability of the data for a direct surface-brightness profile constraint. However, assuming our limb-darkening coefficients, OGLE 2003–BLG–238 now agrees with the prediction, EROS 2000–BLG–5 is much closer to the predicted model, and the discrepancy for OGLE 2004–BLG–254 is reduced. There is still an incompatibility between the measured and theoretical limb darkening of Bulge K-giant stars, as previously for EROS 2000–BLG–5 (Fields et al. 2003). However, if a limb-darkening coefficient following our fitting prescription is used, the discrepancy is significantly smaller than with the coefficients published by Claret (2000).

Finally, a comparison between the shape of synthetic atmosphere models and linear and square-root limb-darkening law curves suggests that the classical laws are too restrictive to fit well the observations, as already suggested by Heyrovsk´y (2003). For example, all the normalized curves derived from the classical laws are constrained to pass through the point at $r = \sqrt{5}/3$, whereas curves derived from synthetic spectra of giant stars tend to intersect ~ 5 % closer to the center. If the latter is closer to reality, the LDC inferred from a given microlensing event might be biased by the attempt to compensate for the too steep outer behaviour of the linear limb-darkening laws, and this would only be exacerbated by any sparsity in the photometric coverage at that phase. We note here that Heyrovsk´y (2003) showed using simulated single-lens microlensing light curves that the accuracy of recovering linear

Event	Source characteristics				Measured LLDC		ATLAS LLDC	ATLAS
	Source type	$T_{\rm eff}$	$\log g$	[Fe/H]	Γ_I	a_I	a_I	a_I (new fit)
MACHO 1997–BLG–28	K2 III	4250 K	2.0	0.0	0.76	0.83 ($\pm 15\,\%$)	0.64	0.60
MACHO 1997–BLG–41	G5 ... 8 III	5000 K	3.2	−0.2	0.36	0.46	0.58	0.53
EROS 2000–BLG–5	K3 III	4200 K	2.3	+0.3	0.44	0.54	0.66	0.62
OGLE 2002–BLG–069	G5 III	5000 K	2.5	−0.3	0.50	0.60	0.57	0.52
OGLE 2003–BLG–262	K1 ... 2 III	4500 K	2.0	0.0	0.61 ± 0.15	0.70 ± 0.13	0.62	0.58
OGLE 2003–BLG–238	K2 III	4400 K	2.0	0.0	0.47 ± 0.06	0.57 ± 0.06	0.63	0.59
OGLE 2004–BLG–254	K2 III	4500 K	2.5	0.0	$0.35^{+0.04}_{-0.06}$	$0.45^{+0.04}_{-0.06}$	0.62	0.58

Table 2. Limb-darkening coefficients for the I-band of GK Bulge giants in OGLE 2004–BLG–254 and published events. The column ATLAS LLDC is from Claret (2000), whereas the last column is a new fit done to synthetic spectra.

limb-darkening coefficients is limited by the inadequacy of the linear limb-darkening law. Heyrovsk´y (2003) suggests to address this problem using a principal component analysis (PCA) approach, where orthogonal basis functions extracted from a grid of synthetic spectra, are used to describe the broad-band limb darkening of stars.

6. The lens location

With the source-size parameter ρ_* being well-constrained by our photometric model (see Sect. 4.2), Fig. 5 shows the variation of the lens mass with the ratio x of the lens distance $D_{\rm L}$ to the source distance $D_{\rm S}$, according to (e.g. Dominik 1998):

$$\frac{M}{M_\odot}(x) = \frac{c^2}{4\,GM_\odot}\frac{1}{D_{\rm S}}\frac{R_*^2}{\rho_*^2}\frac{x}{1-x}, \tag{10}$$

and the relative velocity between lens and source at the lens distance:

$$v = D_{\rm L}\,\mu \tag{11}$$

Similarly to Eq. 10, a measured parallax parameter would provide a relation between lens mass and x, but unfortunately the event is too short (~ 13 days $\ll 1$ year) to provide a measurement of the parallax, or even to give reasonable limits: values as different as $\pi_{\rm E} \sim 0.01$ and 10 are hardly distinguishable from the light curve fit. For a very similar event (duration $t_{\rm E} \simeq 13$ days, source size $\rho_* \simeq 0.06$ and very small impact parameter $u_\circ$), Yoo et al. (2004) only obtained a marginal parallax measurement too.

However, as discussed by Dominik (2005), the event timescale $t_{\rm E} = 13.25$ days and the source-size parameter $\rho_* = 0.0395$ provide us with probability densities for the lens mass M, the lens distance $D_{\rm L}$, and the transverse relative velocity v at the lens distance, which are shown in Fig. 6. They depend on the adopted Galaxy model, for which we follow the choice made by Dominik (2005). From these, we find a lens mass $M \sim 0.17\,M_\odot$, a velocity $v \simeq 125$ km s^{-1}, and a lens distance $D_{\rm L} = 7.4 \pm 0.7$ kpc for an assumed source distance of $D_{\rm S} = 8.8$ kpc. The lens is strongly preferred to reside in the Galactic bulge, with a probability of 84 %, as compared to a probability of 16 % for a disk lens.

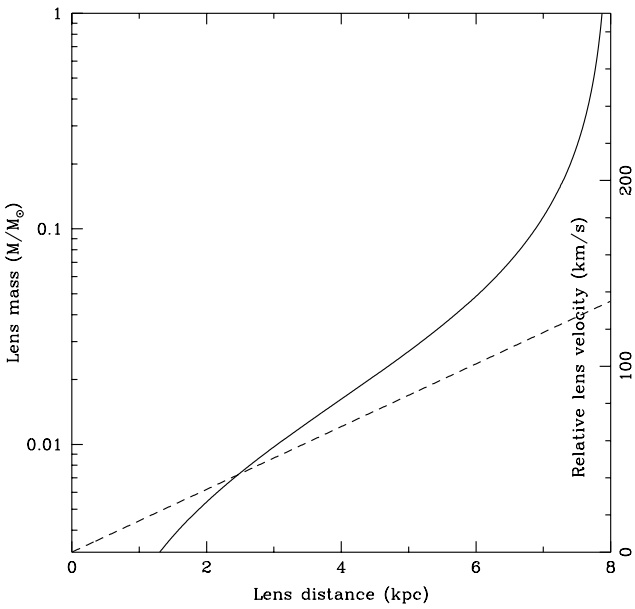

Fig. 5. Constraints on the lens mass, assuming a source at $D_{\rm S} \simeq 8.8$ kpc. The thick line represents the relation between the lens mass M and the distance of the lens (in kpc). The dashed line, also based on the source size at the lens distance, shows the relative orthoradial velocity between lens and source (right tick marks, in km/s).

Finally, similar to the discussion of event OGLE 2002-BLG-069 (Kubas et al. 2005), we put upper limits on the lens mass based on the measured blend ratio $F_{\rm B}/F_{\rm S}$, assuming a luminous main-sequence lens star and a source at $D_{\rm S} \simeq 8.8$ kpc. The latter limits, presented in Fig. 7, are compatible with a lens mass below $\sim 0.4 - 1.0\,M_\odot$, depending of its spectral type. Compared to the inferred mass probability density shown in Fig. 6, one sees that this new limit does not bring additional constraints.

7. Summary and conclusion

We have performed dense photometric monitoring of the microlensing event OGLE 2004–BLG–254, a relatively short duration and small impact parameter microlensing event generated by a point-like lens transiting a giant star. The peak magni-

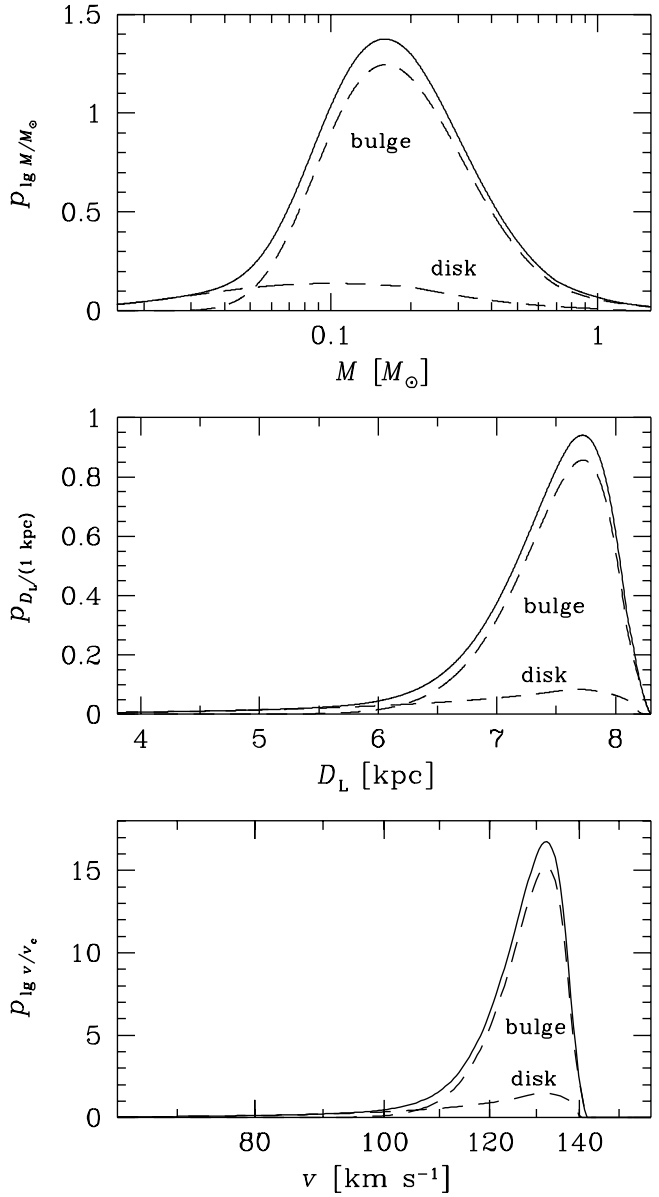

Fig. 6. Probability densities for the lens mass M, the lens distance $D_{\rm L}$ and the transverse relative velocity v at the lens distance, assuming a source distance of $D_{\rm S} = 8.8$ kpc and the Galaxy model adopted by Dominik (2005).

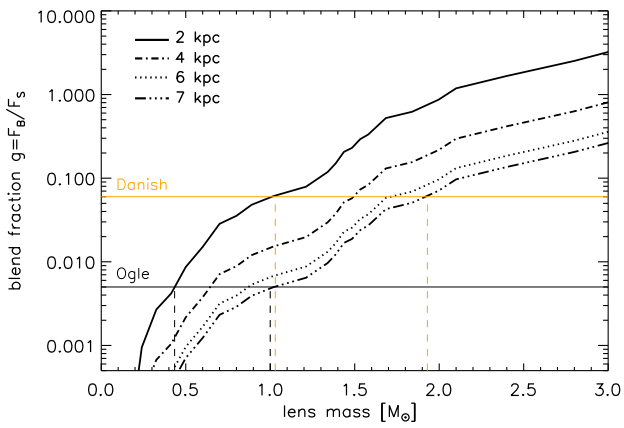

Fig. 7. Assuming the fraction of blended light being solely due to the lens, upper limits on the lens mass can be derived from the measured blend ratio $F_{\rm B}/F_{\rm S}$. The implied blend ratio for range of main sequence lens stars of spectral types M0–A9, put at distances of $2, 4, 6, 7$ kpc, is plotted as function of the lens mass. While the limits (vertical dashed lines) from the Danish data set (upper horizontal solid line) are consistent with lens masses up to $\sim 1.0-1.9\ M_\odot$, the OGLE data corresponds to upper limits of $\sim 0.4 - 1.0\ M_\odot$.

fication was about $A_0 \sim 60$, effectively multiplying the diameters of our network telescopes by a factor ~ 8. High-resolution spectra were taken using the UVES spectrograph at La Silla while the source was magnified by a factor $A \sim 20$, just after the end of the transit of the source over the caustic. This yielded a precise measurement of the characteristics of the star, a K2 III giant with $T_{\rm eff} = 4500 \pm 100$ K, $\log g = 2.5 \pm 0.5$ and $Z \simeq Z_\odot$. Using colour-magnitude diagram analysis and isochrones, we find a source angular radius $\theta_* \simeq 4.9 \pm 0.3\ \mu$as, and a physical radius $R_* = 9.2 R_\odot$, leading to a source distance $D_{\rm S} = 8.8$ kpc. From our photometric data, we have derived measurements of the source limb-darkening coefficients for the I and R broadband filters, and provided arguments for a discussion about a lack of relevant physics in K-giants atmosphere models. A Galaxy model together with the event time-scale $t_{\rm E} = 13.25$ d and the source-size parameter $\rho_* = 0.0395$ yielded a lens mass $M \sim 0.17\ M_\odot$, a lens distance $D_{\rm L} = 7.4 \pm 0.7$ kpc, and a velocity $v \simeq 125$ km s^{-1} at the lens distance, for an assumed source distance of $D_{\rm S} = 8.8$ kpc.

Appendix A: Location of the source star with CMD diagram

The distance to the source star of OGLE 2004–BLG–254 can be constrained using information from the photometry and spectroscopy. Details are given below.

A.1. Photometric measurements

OGLE reported an uncalibrated I magnitude of 16.339 for OGLE 2004–BLG–254, which may be in error by as much as 0.5 mag. A precise calibration of the field around OGLE 2004–BLG–254 with OGLE-II photometry led to a zero point shift of $+0.25 \pm 0.03$ magnitudes. We therefore adopt $I = 16.59 \pm 0.05$ as the baseline magnitude of the source star.

Thanks to its relative brightness, the source star of OGLE 2004–BLG–254 can be found in recent infrared surveys, such as DENIS (Epchtein et al. 1994) or 2MASS (Skrutskie et al. 1997). However, due to the large pixel size of these surveys (1 to 3″) and the presence of two nearby stars on the eastern side of OGLE 2004–BLG–254, the infrared measurements probably correspond to a blend of these stars: DENIS measured a "star" at 1.0″ E and 1.5″ S from OGLE 2004–BLG–254, with $I = 15.81 \pm 0.09$, $J = 14.02 \pm 0.12$, $K_{\rm s} = 13.12 \pm 0.16$, while 2MASS measured the same "star" at 1.3″ E and 1.0″ S, with $J = 14.135 \pm 0.046$, $H = 13.326 \pm 0.048$ and $K_{\rm s} = 12.969 \pm 0.045$. 2MASS quality flags are optimal, and blend and confusion flags are not activated. The DENIS I mag-

nitude is therefore 0.78 mag brighter than the OGLE calibrated measurement, which supports our hypothesis that DENIS measured a blend of the two nearby stars of similar magnitudes.

A.2. Source radius

To estimate the apparent angular radius of the source, we use the surface brightness relation from Kervella et al. (2004)[1]

$$\log(\theta_*/\mu\text{as}) = 3.212 - 0.2\, I_0 + 0.421\, (V-I)_0. \quad \text{(A.1)}$$

If we include a possible difference in reddening between the source and the red giant clump, we can write the measured shifts in the colour-magnitude diagram as:

$$\Delta(V-I) \;=\; \Delta(V-I)_0 + \Delta E(V-I), \quad \text{(A.2)}$$
$$\Delta I \;=\; \Delta I_0 + R_{\rm I}\, \Delta E(V-I), \quad \text{(A.3)}$$

where Δ is in the sense source minus red clump (RC), and $R_{\rm I}$ is the ratio of total-to-selective absorption in I band. For our adopted values $\Delta(V-I) = 0.13 \pm 0.03$, $\Delta I = 0.75 \pm 0.07$, $(V-I)_0(\text{RC}) = 1.00$, $I_0(\text{RC}) = 14.25$, we get

$$\log(\theta_*/\mu\text{as}) = 0.688 - k\, \Delta E(V-I), \quad \text{(A.4)}$$

where the coefficient of the differential extinction coefficient $k \equiv 0.421 - 0.2\, R_{\rm I}$ reads 0.23 for the anomalous Galactic Center reddening law of Sumi (2004) ($R_{\rm I} = 0.964$), or 0.12 for the standard reddening law ($R_{\rm I} = 1.5$). Assuming no differential extinction leads to an apparent angular radius of $4.9 \pm 0.3\, \mu$as.

The source radius R_* can then be written as a function of the distance ratio between the source and the red clump as:

$$\log\left(\frac{R_*}{R_\odot}\right) = 0.020 - k\, \Delta E(V-I) + \log\left(D_{\rm S}/\text{kpc}\right). \quad \text{(A.5)}$$

A constraint on the source distance $D_{\rm S}$ can be obtained from isochrone tracks: we use the Girardi et al. (2002) tracks for solar metallicity and look for a star of 10 Gyr (typical age of red clump giants in the Bulge), with similar characteristics as those from our spectrum analysis ($\log T_{\rm eff} = 3.628$, $\log g = 2.1$). We find such a star with mass $1.0431\, M_\odot$, $\log L/L_\odot = 1.8833$, $\log T_{\rm eff} = 3.6302$, $\log g = 2.0397$, $M_{\rm I} = -0.579$. Combining luminosity and temperature, or mass and gravity, gives a source radius

$$\log\left(\frac{R_*}{R_\odot}\right) = 1.207, \quad \text{(A.6)}$$

which can be compared to the previous estimate to get the distance to the source. Assuming no differential extinction, we get a distance of 15 kpc. This is not satisfying for two reasons: first, it is a large distance, putting the source beyond the Bulge in the far Galactic Disk, where the density of stars and the probability of lensing is smaller; second, the spectroscopic estimates correspond to a source colour of $(V-I)_0 = 1.293$ from Houdashelt et al. (2000), while the CMD gives 1.13. We can then assume that the difference comes from a smaller reddening toward the source by $\Delta E(V-I) = -0.16$. The corrected distance is then 14 kpc, not much different from the previous estimate, and still too large to be compatible with a smaller extinction than the red clump at 7.8 kpc.

The only solution we found to solve this puzzle is that our spectroscopic estimates are not as accurate as we first thought. We then checked the Girardi tracks for a less luminous star still compatible with our spectroscopic estimates, and found the following one: mass $1.0456 M_\odot$, $\log L/L_\odot = 1.4833$, $\log T_{\rm eff} = 3.6525$, $\log g = 2.5301$, $M_{\rm I} = 0.375$. This star has a hotter temperature of 4500 K, corresponding to a colour $(V-I)_0 = 1.148$, now in agreement with the CMD estimate. Its physical radius

$$\log\left(\frac{R_*}{R_\odot}\right) = 0.962, \quad \text{(A.7)}$$

gives a source distance of 8.8 kpc wihout differential reddening. We have adopted these values in the main text, and have computed the other lens - source system characteristics with this assumption.

Acknowledgements. We express our gratitude to the ESO staff at Paranal for reacting at short notice to our ToO request. We are very grateful to the observatories that support our science (European Southern Observatory, Canopus, CTIO, Perth, SAAO) via the generous allocations of time that make this work possible. The operation of Canopus Observatory is in part supported by a financial contribution from David Warren, and the Danish telescope at La Silla is operated by IDA financed by SNF. Partial support to the OGLE project was provided by the following grants: Polish MNII grant 2P03D02124, NSF grant AST-0204908 and NASA grant NAG5-12212. This publication makes use of data products from the 2MASS and DENIS projects, as well as the SIMBAD database, Aladin and Vizier catalogue operation tools (CDS Strasbourg, France). AC and DK acknowledge the "EGIDE" grant for Paris-Berlin travel support. MD acknowledges postdoctoral support on the PPARC rolling grant PPA/G/O/2001/00475. DH acknowledges support by the Czech Science Foundation grant GACR 205/04/P256.

References

Abe, F., Bennett, D., Bond, I., et al. 2003, A&A, 411, L493
Afonso, C., Alard, C., Albert, J. N., et al. 2000, ApJ, 532, 340
Albrow, M. D., An, J., Beaulieu, J.-P., et al. 2001, ApJ, 549, 759
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 1999a, ApJ, 512, 672
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 2000, ApJ, 534, 894
Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 1999b, ApJ, 522, 1011

[1] Although this calibration concerns Cepheids, it has been repeatedly demonstrated that surface-brightness relations for stable giants and Cepheids agree within 1% (Nordgren et al. 2002). A possible alternative would be to make use of surface-brightness relations directly calibrated for giant stars, but they only exist in $(V-K)$. Such a recent calibration by Groenewegen (2004) leads to an angular radius of $4.8\, \mu$as, in good agreement with our adopted value.

5.5 OGLE 2004–BLG–482 et binaires PLANET

Une géante froide : OGLE 2004–BLG–482

D'autres microlentilles présentant des effets de source étendue sont en cours d'analyse. En particulier, l'événement de microlentille simple OGLE 2004–BLG–482, une géante froide M6 III, a été suivie dans deux bandes photométriques, I et R, et des spectres haute résolution ont été obtenus avec le spectrographe UVES du VLT. Sa courbe d'amplification est tracée à la Fig. 5.10. L'ajustement photométrique a permis de mesurer les coefficients d'assombrissement centre-bord linéaires de l'étoile-source, $\gamma_{1,R} = 0.54$ et $\gamma_{1,I} = 0.42$.

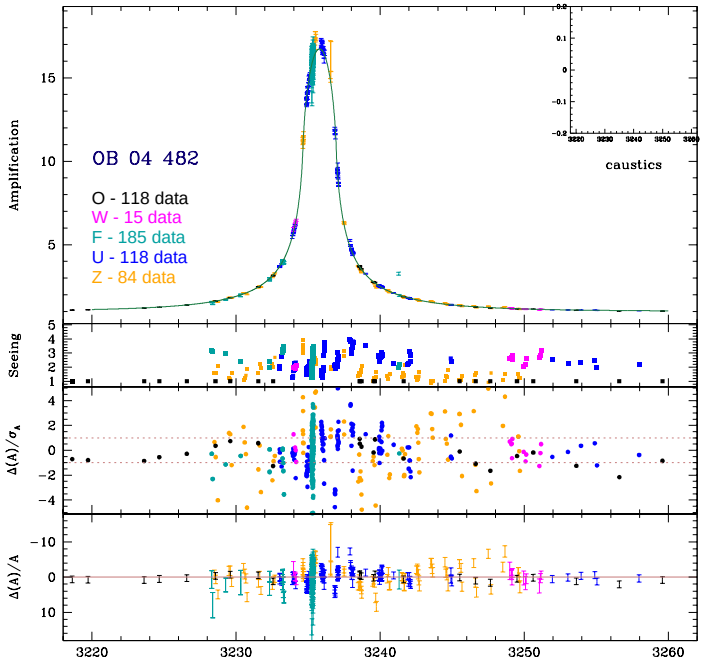

Fig. 5.10: OGLE 2004–BLG–482, un événement de microlentille simple avec effet de source étendue. La courbe d'amplification présentée correspond à une source uniforme afin de placer sur la même figure les données prises dans les bandes I et R. L'étoile-source est une géante froide M6 III.

Traversées de caustiques observées par PLANET

Au cours des saisons 2003–2004, PLANET a pu suivre un certain nombre de traversées de caustiques de microlentilles binaires. Une étude de synthèse est en cours de préparation, les résultats préliminaires sont présentés dans les tableaux

Tab. 5.2 et 5.5. Les objets sont désignés sous la dénomination utilisée par PLANET, c'est-à-dire par exemple que OB03200 fait référence à OGLE 2003–BLG–200.

Les coefficients d'assombrissement centre-bord sont mesurables pour la plupart de ces événements, mais n'ont pas été indiqués ici car une révision des données photométriques ainsi que la détermination des types spectraux n'a été réalisée qu'en partie.

Event	RA (2000)	Dec (2000)	l	b	Alert date	I_{OGLE}
OB03200	18 : 07 : 40.50	−31 : 43 : 38.0	359.965	−5.516	June 5, 2003	18.10
OB03267	17 :42 :28.86	-23 :27 :15.3	4.307	+3.467	June 28, 2003	16.42
OB04250	18 :07 :20.51	-26 :58 :55.1	4.100	−3.166	May 16, 2004	18.03
OB04273	17 :47 :14.67	-35 :43 :57.3	354.362	−3.817	May 27, 2004	19.88
OB04309	17 :58 :28.26	-28 :03 :29.0	2.195	−1.982	June 9, 2004	18.09
OB04347	17 :45 :53.14	-36 :29 :38.7	353.567	−3.975	June 19, 2004	17.48
OB04373	17 :54 :44.95	-30 :00 :50.4	0.093	−2.258	June 27, 2004	18.35
OB04379[a]	18 :05 :04.68	-30 :35 :51.9	0.690	−4.485	June 27, 2004	19.31

[a] Also alerted by MOA on July 25, 2004, as MOA-2004-BLG-039.

Tab. 5.2: Basic characteristics of modeled events.

Tab. 5.3: Caustic crossing parameters of the events. When both caustic entry and exit have been observed, two sets of parameters are given. Linear limb-darkening coefficient is given when fitted. The source radius calculated from the caustic and trajectory characteristics are listed.

Event	Crossing	Model	t_{cc} [day]	Δt [day]	ω	a_{crit}	a_{other}	γ_1
OB03200	Entry	Uniform	2828.900	0.331	−0.0462	15.20	6.604	
	Exit	Uniform	2840.262	0.231	−0.0963	9.151	3.422	
OB03267	Entry	Linear	2841.510	0.247	−0.416	87.28	11.62	0.239
	Exit	Uniform	2848.484	0.162	+0.123	88.81	13.26	
OB04250	Entry	Uniform	3153.709	0.220	−0.00509	31.92	5.200	
OB04273	Exit	Uniform	3159.583	0.299	+0.236	24.04	5.478	
OB04373	Exit	Uniform	3203.195	0.0589	−0.0887	31.51	2.188	
OB04379	Entry	Uniform	3195.657	0.346	−0.476	18.32	1.784	
	Exit	Uniform	3204.119	0.0844	+0.224	14.20	2.021	

Conclusion et perspectives

(...)
Ils regardaient monter en un ciel ignoré
Du fond de l'Océan des étoiles nouvelles.

Hérédia
Les conquérants

En choisissant de faire porter ma thèse sur les microlentilles gravitationnelles, j'ai pu prendre toute la mesure du vaste champ d'application de cet outil original, dans une période de plein essor de cette technique. Il m'a été ainsi possible de participer de manière active à la recherche de planètes extra-solaires (qui suscite actuellement une compétition internationale très motivante) et de développer des études statistiques dans le but de donner des limites de leur abondance. Par ailleurs, j'ai contribué aux applications de cette méthode à la mesure des caractéristiques d'étoiles du Bulbe de la Galaxie, afin de tester la validité de modèles d'atmosphères stellaires.

Du fait de la relative indépendance de la collaboration internationale PLANET, dont je suis devenu membre dès le début de ma thèse en 2002, j'ai pris part à toutes les phases du projet. J'ai ainsi souhaité faire partie des observateurs, fonction que j'ai remplie au cours de plusieurs séjours au Chili, en Afrique du Sud et en Tasmanie. L'axe principal de mon travail a consisté en la mise en place de modèles (éclairés autant que faire se peut par ma propre expérience des observations), complétés par leurs implémentations numériques et achevés par l'analyse et l'interprétation physique des résultats.

C'est de cette expérience et de l'aboutissement de ces travaux que rend compte le présent mémoire. Les principaux éléments de modélisation des microlentilles ont été rappelés dans la première partie. Ces modèles doivent être formulés mathématiquement de manière à ce qu'ils puissent s'intégrer dans des codes numériques à la fois rapides, fiables et flexibles. J'ai ainsi développé et mis en place un certain nombre de méthodes et d'algorithmes, que j'ai d'abord testés puis progressivement améliorés. Les plus performants ont été retenus pour le logiciel gobi que j'ai élaboré au cours de ma thèse et dont les grandes lignes sont présentées en annexe.

La deuxième partie de ce mémoire a mis en évidence le très grand intérêt que représente cette technique dans la recherche de planètes extra-solaires. Muette dans ce domaine lors des premières années — ce qui souleva parfois un certain scepticisme

— l'observation des microlentilles a subitement pris son essor, avec la découverte en 2003 de sa première exoplanète, puis d'une seconde en juin 2005. Dans le même élan, PLANET a réussi en août de cette même année l'importante découverte d'une planète extra-solaire de très faible masse, environ $5\,M_{\oplus}$. L'étoile centrale de ce système planétaire étant selon toute probabilité une naine M, cette découverte pourrait plaider en faveur des modèles de formation planétaire qui prévoient la présence de planètes de masses sub-neptuniennes à quelques unités astronomiques de leurs étoiles.

Un autre aspect de la recherche d'exoplanètes a été abordé dans mon travail : la détermination de limites d'abondance d'exoplanètes autour des étoiles naines M par l'étude des nombreux événements observés par PLANET, tout au long de ses dix ans d'existence. Les microlentilles ont en effet cet avantage particulier de mettre en évidence des objets astrophysiques par effet de leurs masses sur la déviation des rayons lumineux, et non par le flux lumineux qui pourrait en être perçu. Il est dès lors possible de sonder toutes sortes d'étoiles composant des systèmes planétaires, en particulier les naines rouges qui sont les plus nombreuses. Le travail préliminaire présenté dans ce mémoire se prolongera dans les semaines qui viennent, et des limites statistiquement significatives devraient pouvoir être déterminées dans un proche avenir.

La troisième partie a exploré un aspect assez original de l'observation des microlentilles. Si lorsque la source est loin des caustiques le phénomène est parfaitement achromatique, des effets notables de chromaticité apparaissent quand la source les traverse. Grâce à l'amplification différentielle du disque stellaire de l'étoile-source, située dans le Bulbe ($D_{\rm S} \sim 8\,$kpc), diverses régions, du centre au limbe, sont amplifiées à tour de rôle. La source est alors résolue spatialement.

De nombreux coefficients d'assombrissement centre-bord ont pu être mesurés, pour des étoiles de type G de la Séquence Principale ou de type K à M pour les géantes. Grâce aux résultats statistiques qui commencent à devenir significatifs, il apparaît que les valeurs mesurées dans le cadre de lois d'assombrissement centre-bord classiques ne sont pas en parfaite concordance avec les valeurs issues de spectres synthétiques. Ceci pourrait laisser entendre que la loi classique d'assombrissement centre-bord linéaire, très couramment utilisée, ne refléterait qu'assez mal la réalité. Une autre possibilité est que certains modèles d'atmosphère, en particulier pour les géantes K, ne représentent pas de manière suffisamment fiable les processus internes d'émission et d'absorption du rayonnement. Enfin, la combinaison des amplifications globale et différentielle rend possible l'étude spectroscopique à haute résolution par les plus grands télescopes des variations centre-bord des raies spectrales individuelles. Pour preuve de la finesse des mesures qu'il est possible de réaliser, nous avons pu mettre en évidence la chromosphère d'une géante G5 III du Bulbe, dans la raie de Balmer Hα.

Mon travail sur les microlentilles m'a ainsi permis d'effectuer des recherches dans

deux domaines de l'astrophysique, la recherche de planètes extra-solaires et l'étude des surfaces stellaires. Dans ce dernier domaine, je participe actuellement à la modélisation d'assombrissement centre-bord d'étoiles observées par PLANET. De nombreuses autres mesures par effet de microlentilles sont attendues pour les prochaines saisons d'observation. Une collaboration a débutée à ce sujet avec D. Heyrovsky, et se prolongera naturellement au cours de mon post-doctorat au Astronomisches Rechen-Institut, à Heidelberg.

La possibilité de réaliser un calcul de limites d'abondance de planètes autour des étoiles naines M est d'un grand intérêt, car ces étoiles sont accessibles à peu de techniques d'observation (ex. HARPS, avec la publication récente de ses premiers résultats sur le sujet). La première partie de mon post-doctorat sera ainsi consacrée à la mise en place de méthodes statistiques précises et à l'analyse des résultats de dix ans d'observations de microlentilles.

Enfin, la démonstration de la capacité de la technique des microlentilles gravitationnelles à découvrir des planètes extra-solaires de faible masse ouvre des perspectives très séduisantes pour les années à venir. Alors, peut-être, les microlentilles contribueront-elles à lever davantage le voile sur ces mondes lointains, dont nous savons encore si peu, et dans lesquels la vie, sous une forme familière ou exotique, anime des assemblages de molécules élaborés ou fortuits, simples ou complexes, mais sûrement étranges et donc passionnants.

Annexe A
Méthodes mathématiques et numériques

Sommaire

A.1 Résolution de l'équation des lentilles binaires 261
A.1.1 Equation polynomiale complexe 262
A.1.2 Calcul des caustiques et des courbes critiques 263
A.2 Algorithmes de minimisation 264
A.2.1 Position du problème 264
A.2.2 Minimisation de l'écart entre le modèle et les mesures . . 265
A.2.3 Ajustement linéaire des flux 265
A.2.4 Exploration de l'espace des paramètres du modèle 270
A.2.5 Estimation des erreurs sur les paramètres 277
A.3 Amplification des sources étendues dans les microlentilles binaires 278
A.3.1 Intégration directe sur la surface de la source 278
A.3.2 Intégration dans le plan–lentille 279
A.3.3 Lancer de rayons ("ray shooting") et cartes d'amplification 279
A.4 Parallaxe annuelle 282
A.5 Les outils de modélisation gobi et tangobi 285
A.5.1 gobi 285
A.5.2 tangobi 296

A.1 Résolution de l'équation des lentilles binaires

L'équation des lentilles binaires s'écrit, comme il a été vu au § 2.5,

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - m_1 \frac{\boldsymbol{x} - l_1}{|\boldsymbol{x} - l_1|^2} - m_2 \frac{\boldsymbol{x} - l_2}{|\boldsymbol{x} - l_2|^2}. \tag{A.1}$$

Etant donnée une source en $\boldsymbol{y}$, il s'agit alors d'inverser l'équation de manière à obtenir les affixes de ses différentes images $\boldsymbol{x}^{(k)}$, qui sont au nombre de trois ou cinq, selon que le point source est situé à l'intérieur ou à l'extérieur des caustiques.

Cette équation peut être posée sous forme de deux équations non-linéaires couplées, si on la décompose en ses parties réelle et imaginaire. On peut aussi utiliser une notation exponentielle pour l'inconnue, $\boldsymbol{x} = x\, e^{j\phi}$, et tenter d'exprimer les solutions de cette manière[1], mais un certain nombre de tests comprenant plusieurs cas sont à étudier car ils rendent l'implémentation de l'algorithme correspondant un peu délicate.

Un moyen plus direct et plus répandu consiste à résoudre une équation polynomiale complexe, qui englobe *toutes* les solutions de l'équation des lentilles binaires. Un test simple doit ensuite être effectué pour vérifier si, effectivement, chaque solution du polynôme est ou n'est pas solution de (A.1).

A.1.1 Equation polynomiale complexe

Le but ici est de trouver une équation qui ne fasse intervenir que $\boldsymbol{x}$, en éliminant son complexe conjugué $\boldsymbol{x}^*$ de l'équation des lentilles. Cependant, toutes les solutions de la nouvelle équation ne seront pas forcément solution de l'équation des lentilles.

De la conjugaison de l'Eq. (2.38), on tire

$$\boldsymbol{x}^* = \boldsymbol{y}^* + \frac{m_1}{\boldsymbol{x} - l_1} + \frac{m_2}{\boldsymbol{x} - l_2}, \tag{A.2}$$

qui introduite dans (A.1) donne

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{x} - \frac{m_1}{\boldsymbol{y}^* + \frac{m_1}{\boldsymbol{x}-l_1} + \frac{m_2}{\boldsymbol{x}-l_2} - l_1} - \frac{m_2}{\boldsymbol{y}^* + \frac{m_1}{\boldsymbol{x}-l_1} + \frac{m_2}{\boldsymbol{x}-l_2} - l_2}, \tag{A.3}$$

qu'on réécrit en

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}) + \frac{m_1\,(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2)}{(\boldsymbol{y}^* - l_1)(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + m_1\,(\boldsymbol{x} - l_2) + m_2\,(\boldsymbol{x} - l_1)} + \\ + \frac{m_2\,(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2)}{(\boldsymbol{y}^* - l_2)(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + m_1\,(\boldsymbol{x} - l_2) + m_2\,(\boldsymbol{x} - l_1)} = 0.\end{aligned} \tag{A.4}$$

Une simplification de l'équation est obtenue en choisissant le centre du repère O de telle sorte que $m_1\, l_2 + m_2\, l_1 = 0$ (le point O est alors le symétrique du centre de gravité du système de masses par rapport au milieu du segment $L_1 L_2$). Ainsi,

$$(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x}) + \frac{m_1\,(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2)}{(\boldsymbol{y}^* - l_1)(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + \boldsymbol{x}} + \frac{m_2\,(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2)}{(\boldsymbol{y}^* - l_2)(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + \boldsymbol{x}} = 0. \tag{A.5}$$

En ramenant les différents termes au même dénominateur et en simplifiant,

$$\begin{aligned}(\boldsymbol{y} - \boldsymbol{x})\,[\,(\boldsymbol{y}^* - l_1)(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + \boldsymbol{x}\,]\,[\,(\boldsymbol{y}^* - l_2)(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + \boldsymbol{x}\,] + \\ + \boldsymbol{x}\,(\boldsymbol{x} - l_1)(\boldsymbol{x} - l_2) + \boldsymbol{y}^*\,(\boldsymbol{x} - l_1)^2(\boldsymbol{x} - l_2)^2 = \boldsymbol{0},\end{aligned} \tag{A.6}$$

[1] Voir par ex. Asada *et al.* (2002).

on aboutit à une équation polynomiale complexe en $\boldsymbol{x}$ de degré cinq :

$$\boldsymbol{a}_5\,\boldsymbol{x}^5 + \boldsymbol{a}_4\,\boldsymbol{x}^4 + \boldsymbol{a}_3\,\boldsymbol{x}^3 + \boldsymbol{a}_2\,\boldsymbol{x}^2 + \boldsymbol{a}_1\,\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a}_0 = 0, \quad \text{avec}$$

$$\left\{\begin{array}{rcl}
\boldsymbol{a}_5 & = & -l_1\,l_2 - \boldsymbol{y}^{*\,2} + (z1 + z2)\,\boldsymbol{y}^*, \\[2ex]
\boldsymbol{a}_4 & = & l_1 + l_2 + 2\,l_1\,l_2^2 + 2\,l_1^2\,l_2 + [2\,(l_1 + l_2) + \boldsymbol{y}]\;\boldsymbol{y}^{*\,2} + \\
& & + [-(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{y} - 2\,l_2^2 - 4\,l_1\,l_2 - 2\,l_1^2 - 1]\;\boldsymbol{y}^* + l_1\,l_2\,\boldsymbol{y}, \\[2ex]
\boldsymbol{a}_3 & = & -l_1\,l_2\,(2 + l_1^2 + l_2^2 + 4\,l_1\,l_2) - l_1^2 - l_2^2 - \\
& & - [2\,(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{y} + l_1^2 + l_2^2 + 4\,l_1\,l_2]\;\boldsymbol{y}^{*\,2} + \\
& & + [2\,(l_1^2 + l_2^2 + 1 + 2\,l_1\,l_2)\,\boldsymbol{y} + 5\,l_1\,l_2\,(l_1 + l_2) + l_1^3 + l_2^3]\;\boldsymbol{y}^* - \\
& & -(1 + 2\,l_1\,l_2)\,(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{y}, \\[2ex]
\boldsymbol{a}_2 & = & 2\,l_1^2\,l_2^3 + l_1^2\,l_2 + l_1\,l_2^2 - l_2 + 2\,l_1^3\,l_2^2 - l_1 + \\
& & + [(4\,l_1\,l_2 + l_1^2 + l_2^2)\,\boldsymbol{y} + 2\,l_1\,l_2\,(l_1 + l_2)]\;\boldsymbol{y}^{*\,2} - \\
& & - [(5\,l_1\,l_2\,(l_1 + l_2) + l_2^3 + l_1^3 + 2\,(l_1 + l_2))\,\boldsymbol{y} + \\
& & + 2\,l_1\,l_2\,(l_1^2 + l_2^2 - 1 + 2\,l_1\,l_2) - l_2^2 - l_1^2]\;\boldsymbol{y}^* + \\
& & + [l_1^2\,l_2\,(4\,l_1\,l_2 + l_1^2 + l_2^2 + 2) + l_2^2 + l_1^2 + 1]\;\boldsymbol{y}, \\[2ex]
\boldsymbol{a}_1 & = & -l_1\,l_2\,(l_1^2\,l_2^2 - 1) + [-2\,l_1\,l_2\,(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{y} - l_1^2\,l_2^2]\;\boldsymbol{y}^{*\,2} + \\
& & + [2\,l_1\,l_2\,(l_1^2 + l_2^2 + 2\,l_1\,l_2 + 1)\,\boldsymbol{y} - l_1\,l_2\,(2 - l_1\,l_2)\,(l_1 + l_2)]\;\boldsymbol{y}^* - \\
& & - [l_1\,l_2\,(1 + 2\,l_1\,l_2)\,(l_1 + l_2)]\;\boldsymbol{y}, \\[2ex]
\boldsymbol{a}_0 & = & l_1^2\,l_2^2\,\boldsymbol{y}\,\boldsymbol{y}^{*\,2} + [-l_1^2\,l_2^2\,(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{y} + l_1^2\,l_2^2]\;\boldsymbol{y}^* + l_1^3\,l_2^3\,\boldsymbol{y}.
\end{array}\right. \tag{A.7}$$

Cette équation admet toujours cinq solutions $\boldsymbol{x}^{(k)}$, $k \in [1, 5]$, mais toutes ne sont pas des solutions à l'équation des lentilles. Les procédures numériques doivent donc vérifier que chaque solution du polynôme est aussi solution de l'Eq. (A.1). Le programme gobi (*cf.* Annexe A.5) met en pratique cette technique, grâce à une version adaptée d'une routine de résolution d'équation à coefficients complexes tirée de Press *et al.* (1992).

A.1.2 Calcul des caustiques et des courbes critiques

Le calcul analytique des caustiques et des courbes critiques, qui revient à résoudre l'équation $1/A = 0$, n'est pas possible, et seul un tracé point par point est efficace[2]. Plutôt que d'utiliser l'Eq. (2.41), qui est complexe car elle dépend de manière indépendante des parties réelle et imaginaire du point courant sur la caustique (ou sur la courbe critique), il est plus facile d'écrire $1/A = 0$ sous forme paramétrique, selon une façon proposée par Witt (1990). Avec $\boldsymbol{x} = x\,e^{j\phi}$, il démontre alors

[2]Une équation paramétrique a été avancée par Asada (2003) et Asada *et al.* (2004), mais les modalités de son application pratique ne sont pas encore complètement établies.

que cette condition équivaut à

$$\frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{x}}\, e^{j\phi} - \frac{\partial \boldsymbol{y}}{\partial \boldsymbol{x}^*} = 0, \quad \phi \in [0, 2\pi]. \tag{A.8}$$

Lorsque ϕ parcourt une fois l'intervalle de 0 à π, les solutions de cette équation définissent caustiques et courbes critiques, point par point. L'implémentation de cette équation est souvent appelée « algorithme de Witt ».

Si l'on effectue le calcul des dérivées partielles, avec les mêmes conventions et le même genre de calcul qu'au § A.1.1, on obtient une équation polynomiale complexe en $\boldsymbol{x}$, de degré quatre, qui englobe tous les points situés sur les courbes critiques :

$$\boldsymbol{x}^4 - 2\,(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{x}^3 + \left[l_1^2 + l_2^2 + 4\,l_1^2\,l_2^2 - e^{j\phi}\right]\,\boldsymbol{x}^2 - l_1\,l_2\,(l_1 + l_2)\,\boldsymbol{x} + l_1^2\,l_2^2 = 0. \tag{A.9}$$

Il faudra, là encore, prendre soin de tester si (à ϕ donné) chaque point est bien solution de l'Eq. (A.8).

Cette méthode revient ainsi à écrire une équation polynomiale complexe paramétrée par $\phi \in [0, 2\pi]$ dans le plan–lentille, qui permet de tracer les courbes critiques point par point. Les caustiques sont alors obtenues en utilisant l'équation des lentilles $\boldsymbol{x} \longrightarrow \boldsymbol{y}$.

A.2 Algorithmes de minimisation

A.2.1 Position du problème

Le problème de recherche du modèle sous-jacent à une courbe de lumière observée, en photométrie relative multi-site et multi-bande, est avant tout un problème d'optimisation. Etant donnés des points de mesure, il s'agit de trouver les paramètres qui les décrivent au mieux. On dit alors qu'on cherche un ajustement ("fit") du modèle aux données. Dans l'idéal, on préférerait avoir simplement à réaliser une inversion d'un système d'équation, mais cela est évidemment impossible ici, et c'est en terme de « meilleur modèle » parmi plusieurs qu'il faudra raisonner.

Je sépare dans cette Annexe le problème global en deux phases. Soit d'un côté un modèle (non-linéaire) d'amplification donné, noté $A(t)$, qui dépend d'un certain nombre de paramètres. D'un autre côté, soient les valeurs de l'amplification données par ce modèle, qui doivent être utilisées pour calculer des magnitudes aux instants de mesure t_i : $m_{\mathrm{mod},\,i} = m_{\mathrm{mod}}(t_i)$, pour être comparées aux magnitudes observées $m_{\mathrm{exp},\,i}$.

Les paragraphes qui suivent traitent des diverses méthodes et algorithmes utilisables pour résoudre ces deux sous-problèmes, ainsi que de leur interaction. Ils sont en particulier implémentés dans le code gobi que j'ai mis au point au cours de ma thèse[3].

[3]Une description succincte en est donnée dans l'annexe A.5.

A.2.2 Minimisation de l'écart entre le modèle et les mesures

Pour un certain modèle d'amplification $A(t)$, un moyen pratique de mesurer son adéquation aux points de mesure est d'utiliser un test de χ^2. Selon ce critère, on tente de minimiser globalement les écarts quadratiques entre les magnitudes calculées dans le cadre du modèle $m^s_{\mathrm{mod},\,i}$ aux magnitudes expérimentales $m^s_{\mathrm{exp},\,i}$, pour $i \in [1, N]$. Comme chaque mesure est de plus affectée par une erreur observationnelle σ_i, on tente de rendre minimum la valeur de

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \frac{\left(m^s_{\mathrm{exp},\,i} - m^s_{\mathrm{mod},\,i}\right)^2}{{\sigma_i}^2}. \tag{A.10}$$

Si les erreurs σ_i suivaient une densité de probabilité purement gaussienne, un bon ajustement serait caractérisé par $\chi^2 \simeq$ d.o.f., où d.o.f. est le nombre de degrés de liberté (soit le nombre de points de mesure diminué du nombre de paramètres libres décrivant le modèle). Cependant, des études ont démontré que les erreurs dans les expériences de microlentilles ne sont pas tout à fait gaussiennes (elles possèdent une queue de distribution un peu plus longue avec une légère asymétrie). Ces mêmes études montrent qu'elles sont aussi en moyenne sous-estimées d'un facteur 1.2 environ[4].

Selon les applications, il est possible de modifier le critère de minimisation de χ^2, en définissant une « fonction de coût », où l'impact de certains paramètres sera accentué par rapport à d'autres. Dans tous les cas, l'interprétation devra soigneusement prendre en considération les conditions de calcul de cette fonction de coût, et affirmer que $\chi^2/\mathrm{d.o.f.} \simeq 1$ n'est certainement pas une condition suffisante pour assurer en soi que l'ajustement entre le modèle et les données est optimal.

A.2.3 Ajustement linéaire des flux

Une conséquence importante des observations en continu pratiquées avec des télescopes au sol, est qu'elles font appel à plusieurs jeux de données. Il faut donc très précisément calibrer en date (ce qui se fait en se connectant à des serveurs liés à des horloges atomiques) et s'arranger pour avoir des données photométriques compatibles. Il est bien connu que la photométrie multi-sites et donc multi-bandes n'est pas chose aisée. Elle est dans le cas de PLANET réalisée avec des instruments aux caractéristiques relativement proches (miroirs de la classe des 1m).

Flux de la source et flux additionnels

Sous l'angle de la modélisation qui nous intéresse ici, le flux lumineux mesuré par les programmes de photométrie de PLANET[5] a une origine double. Une fraction

[4] Ces valeurs dépendent aussi de la magnitude de l'objet observé, ou de sa situation dans le champ d'étoiles en particulier.

[5] Une version modifiée de `DoPhot` (Schechter *et al.* , 1993) dans le cas d'une mesure de l'étendue de la tache lumineuse, ou `ISIS` (Alard & Lupton, 1998) si une soustraction d'image est réalisée.

provient de la source à proprement parler, à laquelle s'ajoute une contribution du flux de la lentille et d'étoiles angulairement très proches sur la ligne de visée, toutes non-résolues mais englobées dans la tache lumineuse de l'étoile observée (les observations se font en effet en direction du centre Galactique, une région très dense en étoiles). Le flux additionnel est souvent appelé "blend" ou "blending", sans tenir compte de son origine particulière.

Le flux total reçu d'une étoile non-amplifiée donnée s'écrit $F = F_S + F_B$, en désignant par F_S le flux propre de la source et F_B le flux de blending. Comme par nature chaque télescope a ses caractéristiques et vit dans un environnement propre, il faut distinguer pour chacun les valeurs de ces deux flux. On affectera par convention les flux et les magnitudes mesurés par le télescope s, $s \in [1, N_s]$, d'un exposant « ^{s} ». On peut illustrer cette nécessité en notant par exemple que la tache de l'étoile est affectée par le "seeing" au cours d'une observation, qui reflète la qualité des conditions météorologiques et quantifie la possibilité de séparer deux étoiles : ainsi deux astres nettement distincts sur une image prise au Chili (désert d'Atacama) paraîtront n'en faire qu'un en Tasmanie (zone tempérée), aussi bien pour l'œil que pour les programmes de photométrie.

Que se passe-t-il à présent, si un phénomène de microlentille se produit ? Nous avons vu au § 2.1.4 que la probabilité pour que les configurations géométriques et les valeurs des rayons d'Einstein soient compatibles avec deux lentilles gravitationnellement indépendantes, est extrêmement faible. Une seule source et une seule lentille (toutes deux pouvant être des systèmes multiples) sont sélectionnées, malgré la très grande densité d'étoiles, pour produire un phénomène observable. Seule la source est amplifiée, tandis que le flux de blending reste constant. Défini de cette manière, le flux total F^s reçu par le télescope s peut être décrit par l'expression

$$F^s(t) = A(t)\, F_S^s + F_B^s, \tag{A.11}$$

où $A(t)$ est l'amplification du modèle fixé pour le moment.

En pratique, on définit le facteur de « taux de blending », $g^s = \frac{F_B^s}{F_S^s}$, et la « magnitude de base » de l'objet, $M_{base}^s = -2.5\, \log_{10}(F_S^s + F_B^s)$, qui comprend donc le flux de la source non-amplifiée plus le blending. En écrivant $F^s(t) = F_S^s\, [A(t) + g^s]$, la magnitude mesurée (en photométrie relative) s'écrit $m^s(t) = \mathcal{K} - 2.5\, \log_{10}[F^s(t)]$, soit enfin :

$$m^s(t) = M_{base}^s - 2.5\, \log_{10}\left[\frac{A(t) + g^s}{1 + g^s}\right]. \tag{A.12}$$

Au passage, on note qu'une erreur sur la magnitude σ_m se convertit en une erreur sur l'amplification σ_A grâce à la formule :

$$\sigma_A = \frac{\ln(10)}{2.5}\, (A + g^s)\, \sigma_m. \tag{A.13}$$

Une exemple qui illustre l'effet du blending est donnée Fig. A.1, pour une lentille simple avec et sans effet de source étendue. Dans les deux cas, le flux additionnel

« noie » en quelque sorte le flux de la source, et il faut attendre que cette dernière soit assez amplifiée pour qu'elle se distingue vraiment. De plus, le pic d'amplification paraît moins pointu et moins haut (en magnitude). Les ailes de la courbe en cloche contiennent toute l'information sur la valeur des taux de blending g^s des différents jeux de données ; il est toutefois nécessaire de mesurer, pour un site au moins, une valeur précise de la magnitude de base $M_{base}^{s_o}$, afin de fixer les valeurs absolues des g^s. Celle-ci est souvent fournie par les mesures des collaborations OGLE et/ou MOA au début des suivis, car elles sont les seules à disposer de mesures sur la ligne de base.

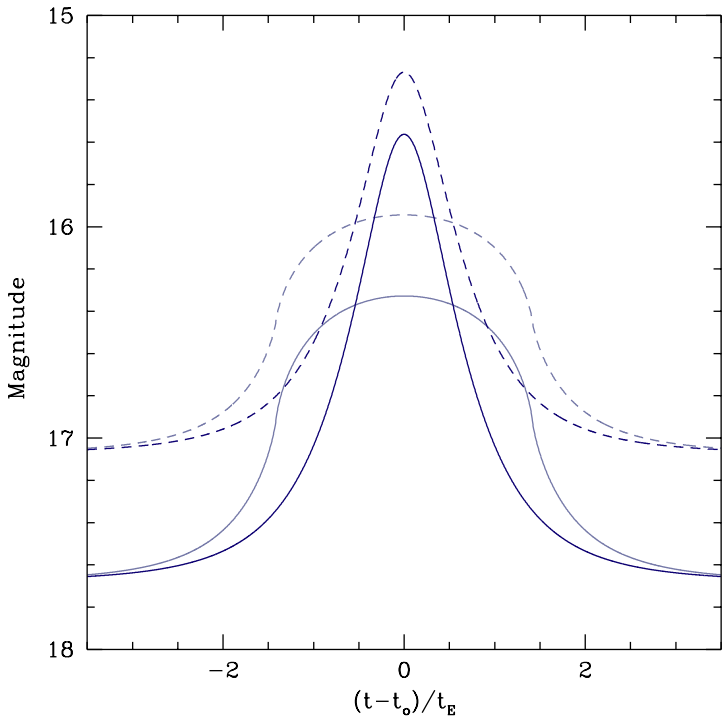

Fig. A.1: Illustration de l'effet du blending sur une courbe de lumière. La figure représente deux modèles : une microlentille simple avec une source ponctuelle (courbes pointues, en bleu marine), et une source étendue (courbes arrondies, en violet clair). Dans les deux cas, les courbes en trait plein donnent la magnitude de l'objet sans flux additionnel de blending ($g = 0$), alors que les courbes en tirets correspondent à un facteur de blending $g = 0.25$ (pour une fonction d'amplification $A(t)$ identique). On remarque que les courbes avec blending sortent plus difficilement de la ligne de base que les autres, alors qu'en réalité le flux de la source est amplifié exactement de la même manière. Il ne faut donc pas conclure trop rapidement quant à l'amplification de la source à la seule vue des magnitudes.

Les événements à fort taux de blending, s'ils mettent plus de temps à « sortir » de la magnitude de base, sont aussi potentiellement les plus intéressants. En effet,

la différence de magnitude entre le pic et la ligne de base est égale à

$$(\Delta m^s)_{\max} = 2.5 \log_{10} \left[1 + \frac{A_{\max}}{g^s} \right], \tag{A.14}$$

ce qui montre que pour une valeur $(\Delta m^s)_{\max}$ donnée, l'amplification maximale de l'événement $A_{\max}$ peut être très élevée si le blending g^s est conséquent.

Ajustement des magnitudes mesurées aux modèles

L'équation Eq. (A.11) met en évidence que le flux total F^s s'exprime comme une combinaison linéaire entre le flux de la source et le flux de blending, si $A(t)$ est donnée. Les $2\,N_s$ paramètres F_S^s et F_B^s peuvent alors très facilement être calculés au moyen d'un algorithme des moindres carrés, qui est rapide et efficace sur le plan des calculs numériques. Une précaution est cependant à prendre, car il convient de considérer le problème plutôt comme une programmation linéaire, où des limites bornent les valeurs possibles des flux.

Supposons d'abord, en effet, que dans le processus de recherche de la solution, le modèle $A(t)$ testé soit très proche du modèle final : toutes les grandeurs seront proches de leurs valeurs physiques réelles, et il y a peu de risque que les valeurs de flux trouvées par le programme soient aberrantes. En revanche, si $A(t)$ est éloigné du modèle réel (par exemple dans les premiers stades de l'ajustement), il est tout à fait possible que les paramètres ajustés F_S^s et F_B^s soient totalement dénués de signification physique (valeurs négatives par exemple), tout en donnant un bon ajustement. La conséquence inévitable sera que le programme convergera vers des valeurs de paramètres n'ayant aucune réalité physique. Il faut donc aiguiller ce processus d'ajustement vers les solutions acceptables, en lui fournissant un fourchette de valeurs possibles.

Pour prendre en compte ces contraintes, on se donne tout d'abord un domaine rectangulaire autorisé dans le plan des paramètres (M_{base},g) (l'indice s a été omis pour plus de clarté), qui ont une signification physique (par exemple $g \geq 0$). Si l'on connaît parfaitement la valeur de la magnitude de base, comme c'est le cas pour les points d'OGLE (qui ont souvent pris plusieurs dizaines de points de mesure avant d'observer une amplification), on peut placer des bornes étroites sur les valeurs minimum et maximum de M_{base}. En ce qui concerne PLANET, qui n'effectue le suivi qu'une fois l'événement bien avancé ($A \geq 1.34$), de telles valeurs de M_{base} ne sont pas disponibles et on pourra prendre une fourchette plus large. Le blending maximum n'est pas un paramètre critique, il faut simplement veiller à ne pas le prendre trop faible (même si dans la majorité des cas, on aboutira à $g < 2$ pour le modèle final). La magnitude étant liée au flux par $M = -2.5 \times \log(F)$, le rectangle autorisé défini par les droites $g = \text{cste}$ et $M_{base} = \text{cste}$ se transforme en trapèze dans le plan (F_S, F_B) Fig. A.2, borné par les droites d'équation :

$$\begin{array}{rcll} F_B & = & g \times F_S & \text{si} \quad g = \text{cste}, \\ F_B & = & -F_S + 10^{-M_{base}/2.5} & \text{si} \quad M_{base} = \text{cste}. \end{array} \tag{A.15}$$

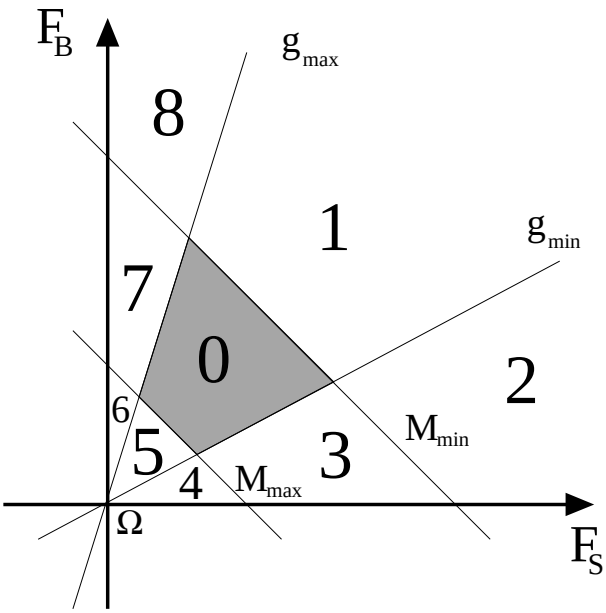

FIG. A.2: Domaine de solutions physiquement acceptables (en grisé) dans le plan (F_S, F_B). Les bornes $g_{\min}$, $g_{\max}$, $M_{\min}$ et $M_{\max}$ sont choisies sur des critères objectifs, liés aux mesures photométriques. Si au cours du processus d'ajustement du modèle aux données, le point trouvé tombe dans l'un des autres domaines numérotés de 1 à 8, on fixe la (ou les) valeurs dépassées aux valeurs limites, et un nouveau calcul ramène le point (F_S, F_B) dans la région grisée (voir le texte pour plus d'explications).

Le principe de calcul de la solution est alors le suivant : si en résolvant le système d'équations Eq. (A.11) par la méthode des moindres carrés, la solution se trouve dans le domaine grisé noté 0 dans la Fig. A.2, alors les valeurs de flux sont physiquement acceptables et on garde les valeurs de F_S et F_B. Si elles ne tombent pas dans cette zone, deux cas se présentent :

- soit le point se trouve dans un « coin » (régions notées 2, 4, 6 ou 8),
- soit il est dans une zone séparée par une bordure de la zone grisée (régions 1, 3, 5 ou 7).

Dans le premier cas, deux limites sont dépassées. Le meilleur ajustement sera obtenu en prenant le couple de valeurs définissant le coin.

Dans le second cas, une seule limite est dépassée, et supposons pour commencer que g ait dépassé la valeur limite g_m (minimale ou maximale). En fixant $g = g_m$, qui est sa valeur optimale, le flux total pour chaque point de mesure pris en t_i s'écrit : $F(t_i) = F_S\,(A(t_i) + g_m)$. La nouvelle fonction connue est alors $A(t) + g_m$, au lieu de $A(t)$, et il ne reste qu'à trouver la pente F_S qui minimise la valeur de χ^2, par une méthode des moindres carrés à une dimension au lieu de deux. La valeur trouvée sera telle que le point se situera sur une bordure du domaine grisé, puisque $g = g_m$. Le cas d'une valeur de magnitude de base M_{base} dépassée est similaire : si M_m désigne cette limite, il faudra trouver la valeur de F_S qui minimise χ^2 dans le système d'équations $F(t_i) = F_S\,(A(t_i) - 1) + 10^{-M_m/2,5}$.

Cette méthode s'est révélée très efficace, surtout quand l'espace des paramètres est très largement exploré, et où les modèles intermédiaires au cours du processus d'ajustement du modèle $A(t)$ sont très éloignés du modèle final. Dans le cas du calcul des abondances de planètes extra-solaires (chapitre 4), on est amené à évaluer plusieurs dizaines de milliers de modèles, en les classant selon la valeur minimale de χ^2 qu'ils fournissent. Il est alors d'une très grande importance de n'explorer que les modèles physiquement acceptables pour ne pas biaiser l'estimation par des modèles donnant de bons ajustements mais sans possibilité d'existence réelle.

Dans le programme gobi, il est ainsi possible d'ajuster les limites du rapport de blending sur flux de la source, ainsi que la fourchette des magnitudes de base, pour chaque site d'observation pris en compte. Puisque pour chaque site on doit calculer ces deux paramètres, la photométrie relative multi-sites et multi-bandes oblige à considérer $2\,N_s$ paramètres indépendants, en plus de ceux qui décrivent le modèle d'amplification non-linéaire $A(t)$.

A.2.4 Exploration de l'espace des paramètres du modèle

Le modèle $A(t)$ peut être celui d'une microlentille simple avec ou sans effet de taille étendue ou bien un modèle de microlentille planétaire ou encore tout autre modèle étudié dans le cadre de ce travail. Il pourra tout aussi bien être *achromatique* dans le cas où la source peut être assimilée à un point, que *chromatique* si les caustiques résolvent spatialement la source (ce sont les effets de source étendue discutées au § 2.6). Dans tous les cas, les modèles décrivant l'amplification sont fortement non-linéaires, et des méthodes spécialement adaptées doivent être mises en œuvre.

La stratégie globale de recherche du modèle est la suivante : à partir d'une donnée initiale de l'ensemble $\mathcal{P}_A$ des paramètres qui décrivent $A(t)$, on calcule les flux de source et de blending qui ajustent au mieux le modèle complet aux points de mesure, selon la méthode préconisée au § A.2.3, en minimisant le χ^2 défini au § A.2.2. Un algorithme dédié modifie alors les paramètres d'entrée pour les transformer en un nouvel ensemble $\mathcal{P}'_A$, avec lequel il réitère l'opération décrite ci-dessus. Il compare alors les valeurs de χ^2 obtenues avec les deux ensembles $\mathcal{P}_A$ et $\mathcal{P}'_A$, et décide en conséquence des modifications à introduire dans les valeurs de $\mathcal{P}'_A$, pour tenter de converger vers le meilleur modèle possible.

Toute la différence entre les algorithmes candidats à ce genre d'exercice réside dans les modifications à introduire d'une étape à l'autre, dans les valeurs des paramètres du modèle $A(t)$. Une remarque s'impose ici : les méthodes de recherche de solutions avec des grilles de paramètres prédéfinies demandent des temps de calcul hors de portée des meilleurs ordinateurs, et en dehors de certains cas très précis, ils sont à proscrire. Les paragraphes qui suivent présentent des algorithmes qui ont fait leurs preuves dans la modélisation des microlentilles. Ils sont en particulier implémentés dans le programme gobi.

La méthode du `simplex`

La méthode du `simplex`[6] est une méthode très classique de minimisation d'une fonction de coût comme le χ^2, pour la classe des problèmes convexes. Ses bases mathématiques sont bien assises, et sont traitées dans de nombreux ouvrages d'optimisation numérique. Je me contenterai ici d'en rappeler le principe et de commenter son application aux problèmes rencontrés dans la modélisation des microlentilles.

Le principe du `simplex` est bien illustré dans un espace à deux paramètres libres (la généralisation à n variables ne pose pas problème). La surface définie par $\chi^2(x, y)$ dans le plan des deux paramètres (x,y) peut présenter des aspérités, des bosses, qui peuvent être comparées à des montagnes sur une carte de géographie en relief. Les minima locaux sont alors comme des « vallées » dans ce paysage un peu singulier. Le but recherché est qu'un point sur cette surface atteigne le fond de la plus profonde vallée, qui correspond à la plus faible valeur de χ^2. Il s'agira de la solution globale du problème de minimisation. Soit alors un point situé sur la pente d'une « montagne » ; il doit pouvoir librement explorer les deux directions x et y, pour tenter de trouver *un* minimum. Ceci se réalise en plaçant deux nouveaux points, de façon à former un triangle. La comparaison des valeurs de χ^2 en chacune de ses pointes conduit l'algorithme à étendre ou à contracter le triangle en faisant bouger ces points, de telle manière que le triangle descende vers la vallée, tout en se contractant. Quand les valeurs relatives des χ^2 aux trois angles sont égales, à un facteur de tolérance près, le processus d'ajustement se termine et fournit les derniers paramètres ajustés.

Si ces derniers sont censés donner la position d'un minimum de χ^2, rien ne permet de s'assurer qu'il s'agit *du* minimum global. Ce premier inconvénient fait de lui un mauvais candidat pour l'exploration de régions étendues dans l'espace des paramètres. De plus, dans les régions plates, l'algorithme reste complètement bloqué, inapte à se diriger vers un minimum. Appliqué au cas de microlentilles, il est très performant pour trouver un modèle de microlentille simple (comme la plupart des algorithmes), mais Vermaak (2003) a mis en évidence que pour les modèles de microlentilles binaires, si les paramètres initiaux s'éloignaient de plus de $\sim 5\%$, le `simplex` était incapable de localiser le minimum. Il se révèle cependant très utile quand on sait que les paramètres d'entrée sont proches de leur valeur optimale. Il peut dès lors être efficacement associé à d'autres méthodes plus à même d'explorer de grands espaces.

Méthode du gradient

Les méthodes évaluant le gradient de la fonction χ^2 sont assez répandues. Certaines exigent les formules explicites des dérivées partielles du modèle. Il est parfois délicat, voire impossible, de les calculer (par exemple pour les lentilles binaires). Elles peuvent cependant être numériquement évaluées entre deux points proches,

[6] Une implémentation de cet algorithme est donnée par exemple dans Press *et al.* (1992).

selon des directions prédéfinies, et c'est l'option que j'ai retenue dans l'implémentation des algorithmes.

Son principe suit le schéma suivant. On définit pour commencer autant de directions indépendantes qu'il y a de paramètres dans l'espace étudié. On peut par exemple choisir les directions colinéaires aux paramètres, ou une direction obtenue à partir de plusieurs paramètres, pour minimiser l'effet de corrélation dont ils sont toujours plus ou moins affectés. Chaque direction est alors explorée, une par une, et le point courant suit successivement le sens indiqué par l'opposé du gradient selon chaque direction, en ligne droite. L'opération se répète, jusqu'à ce qu'un minimum de χ^2 soit atteint, moyennant une certaine tolérance relative.

Cet algorithme est sensible à la corrélation entre paramètres, ce qui constitue un point un peu délicat. La recherche d'un minimum selon une direction donnée peut éloigner les autres paramètres du modèle du minimum global. Cette différence par rapport à `simplex` étant soulignée, il souffre cependant d'inconvénients communs avec lui : l'exploration des larges espaces de paramètres est difficile, et il se laisse aussi prendre dans le piège de minima locaux.

Les deux algorithmes présentés jusqu'ici sont de plus totalement libres de converger vers tout ensemble de paramètres (ou ne pas converger du tout pour `simplex`), sans pour autant que ces derniers aient une réelle signification physique, s'ils sortent des bornes de leurs domaines de définition respectifs. Ce problème avait déjà été évoqué au § A.2.3, et résolu dans le cas de l'ajustement linéaire des flux. Ici, pour un modèle $A(t)$ non-linéaire, il serait possible de pénaliser certaines régions de l'espace (en augmentant artificiellement la valeur de χ^2 par exemple), correspondant à des paramètres sans réalité physique. Cette approche est cependant « dangereuse », car elle peut très fortement influencer la suite du processus de minimisation, voire induire des instabilités dans les codes numériques.

Pour illustrer le comportement de ces algorithmes sur un événement réel, on peut par exemple se pencher sur le cas d'OGLE 98–BLG–014, dont le modèle de lentille simple est tracé sur la Fig. 4.3. Les algorithmes sont placés ici en condition difficile, car les paramètres explorés sont *a priori* assez éloignés de ceux correspondant au modèle réel. Dans le contexte du calcul des efficacités de détection (*cf.* § 4.2), en effet, on force un modèle binaire à s'ajuster au mieux à des données parfois incompatibles.

La Fig. A.3 est séparée en six panneaux, et cinq d'entre eux contiennent six graphes. Dans les modèles considérés — des microlentilles binaires — on a fixé la séparation d et le rapport de masse q aux valeurs indiquées dans le sixième panneau en bas à gauche. Par exemple dans le panneau du haut à gauche, on considère un modèle avec $d = 10$ et $q = 10^{-3}$ pour le graphe de gauche, et $d = 0.6$ et $q = 10^{-4}$ pour celui situé à droite. Dans chaque panneau, on a utilisé un jeu de données différent, provenant de cinq télescopes différents. En les appelant conventionnellement O, P, S, U et V, et en suivant les panneaux de haut en bas et de gauche à droite, les données suivantes ont été utilisées : { O+P+S+U+V }, { P+U }, { O }, { S } et enfin

{ U }.

Chaque graphe individuel donne la plus petite valeur de χ^2/d.o.f. trouvée par chacun des algorithmes, en rouge pour `simplex` et en violet pour la méthode du gradient, en fonction de l'angle d'impact α. On constate que les deux méthodes donnent des résultats assez similaires, avec cependant un petit avantage pour la méthode du gradient. Au passage, on note à quel point la fonction χ^2 est dépendante du jeu de données utilisé. Comme signalé plus haut, on constate sur cette simple coupe selon le paramètre α l'aspect très « vallonné » [7] de χ^2, présentant plusieurs minima locaux.

[7] D'autant plus qu'ici on a fixé les deux paramètres les plus sensibles du modèle, d et q.

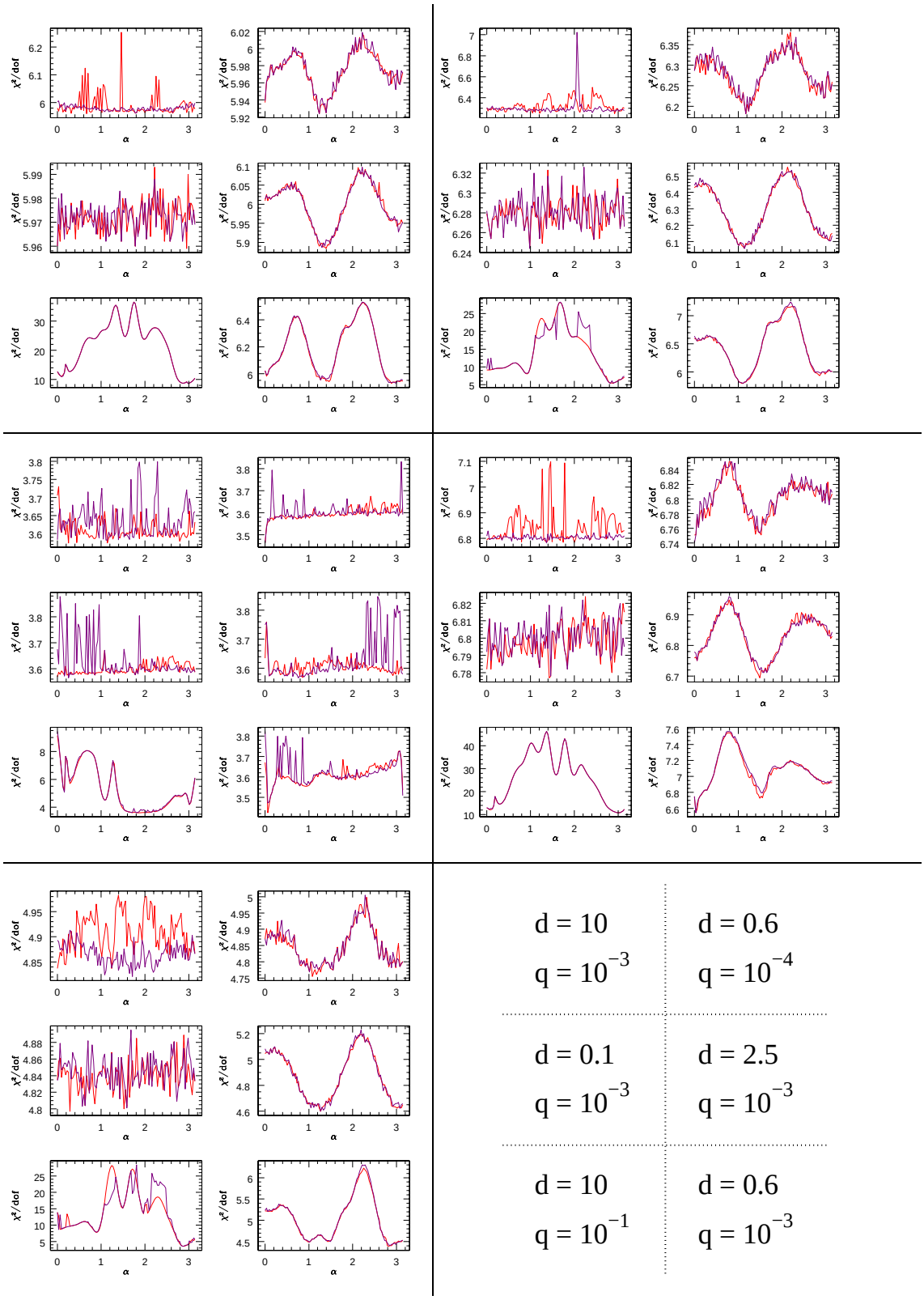

FIG. A.3: Graphes donnant la valeur minimale de χ^2/d.o.f. trouvés par la méthode du `simplex` (en rouge) et celle du gradient (en violet), pour des modèles de microlentilles binaires, en fonction de l'angle d'impact α. Les valeurs de d et q sont fixées ; elles sont indiquées dans le sixième panneau en bas à droite (se référer au texte pour plus de détails).

Algorithme génétique

Les méthodes de minimisation de la classe des *algorithmes génétiques* peuvent être d'un grand secours dans le problème posé par l'exploration de l'espace des paramètres des microlentilles binaires. On a vu que les méthodes précédentes, en effet, ont leurs paramètres confinés dans un domaine restreint, souvent autour de minima locaux. Une solution pour en sortir est d'aller explorer des zones qui *a priori* semblent conduire à un modèle moins bon. Les algorithmes génétiques ont cette capacité de ne négliger aucune région. Ils sont basés sur des familles de modèles (c'est-à-dire des ensembles de paramètres), dont certains membres sont sélectionnés, d'autres rejetés et de nouveaux créés à chaque génération. Ils poursuivent un double objectif : explorer en priorité les zones pour lesquelles les modèles reproduisent bien les observations tout en testant en permanence d'autres régions *a priori* moins intéressantes.

Cette méthode « darwinienne » est basée sur le concept de sélection « naturelle » [8], avec ses deux grands principes. Tout d'abord l'*hérédité* : un modèle d'une certaine génération doit hériter de ses parents[9] les caractéristiques qui font que le modèle s'ajustait bien aux données. Ensuite il doit préserver la *diversité naturelle*, sans quoi le processus de sélection ne peut fonctionner correctement. C'est cette dernière particularité qui lui permet d'élargir son champ d'exploration et de sortir des minima locaux. L'adaptation d'un modèle à son environnement (c'est-à-dire aux données) est mesurée par la valeur de χ^2.

En pratique, on fournit à ce type d'algorithme une fourchette de valeurs admissibles des paramètres $k \in [1, N]$. Ces derniers pourront alors être représentés par un nombre compris entre 0 et 1, correspondant aux bornes minimum et maximum de la fourchette. Outre la nécessité de cette transformation pour le fonctionnement du programme, cela permet de mieux contrôler les paramètres, en particulier d'explorer une zone particulière de leur espace ou d'exclure des modèles impossibles (ex. rapport de masse négatif). Chaque variable du problème ($\in [0, 1]$) est codée par un « gène », ici une chaîne de n chiffres (ses n premières décimales). Un « génotype » du modèle est ensuite formé par une chaîne de longueur $N \times n$, composée de la juxtaposition de tous les gènes, ce qui forme une sorte de chromosome numérique. Toujours en conservant l'analogie avec le monde vivant, les chromosomes peuvent subir des *mutations génétiques* (un chiffre de la chaîne peut se transformer en un autre, avec une probabilité définie ou variable), des « cross-over » se produisent entre chromosomes au niveau de certains gènes, et accouchent d'un bébé-modèle. A la fin, le génotype est décodé, autrement dit on extrait les sous-chaînes de chiffres pour reconstruire la valeur de chaque paramètre, et on évalue l'adéquation entre ce nouveau modèle et les données par un calcul de χ^2. La nouvelle génération ainsi créée rem-

[8] Un « coup de pouce » de l'utilisateur est toutefois souvent bien utile...

[9] Par commodité, le vocabulaire métaphorique utilisé ici est calqué sur le celui du monde vivant, même si cela peut apparaître un peu abusif.

place l'ancienne, puis le processus recommence. Plusieurs raffinements peuvent être ajoutés aux codes numériques, comme baser les probabilités de mutation sur l'adéquation du modèle aux données, privilégier l'élitisme, ajuster la population (nombre de modèles) ou encore fixer un nombre de générations.

Si le nombre d'implémentations (en langage C, C++, FORTRAN, IDL...) de ce genre de méthode est maintenant élevé, Charbonneau (1995) a décrit les avantages de leur utilisation en Astrophysique en l'appliquant à des exemples concrets, et a mis en ligne une version FORTRAN du code : `pikaia`. On notera que ce programme *maximise* une fonction de coût au lieu d'une classique minimisation ; on pourra alors choisir de maximiser $1/\chi^2$ sans que cela ne modifie en rien le problème. Ce code est utilisé comme routine numérique par gobi. Un exemple présenté par Charbonneau permet de démontrer sa capacité à explorer des régions étendues de l'espace des paramètres, et ainsi de sortir de minima locaux. Il fait intervenir deux paramètres, un maximum global et quarante-huit maxima locaux. D. Kubas[10] a décrit la manière dont évoluent les individus (les modèles) au cours du processus :

> In the random initial population, only a few individuals lie anywhere near the tallest peak and none close enough for local hill-climbing algorithms. After only ten generations the population in the outer low-level regions has been decimated and groups of the population have converged on some peaks close the highest central peak. As generations go by, a few individuals have been catapulted by crossover and mutation to the wings of the central peak, where rapidly a base camp is established. Favored by natural selection this subgroup now gradually conquers the central peak at expense of its neighbors. By the 40th generation basically the whole population now resides on the highest mountain, with only a few mutants occasionally appearing in some other locations. In the 90th generation the sporadic explorations still have led to no new discoveries and the central peak appears to remain the best environment for the inhabitants of this landscape.

Par une autre ressemblance avec le monde vivant, où les modifications de phénotype (l'apparence finale d'un individu) s'opèrent selon des temps caractéristiques relativement longs, cette classe d'algorithme peut devenir très coûteuse en temps de calcul dès que l'on commence à augmenter la taille de la population $n_{\rm pop}$ et le nombre de générations $n_{\rm gen}$. Un choix raisonnable de la valeur de ces deux paramètres est essentiel, car le temps de calcul est proportionnel à $n_{\rm gen} \times n_{\rm pop}$. Il ne faut pas être trop ambitieux, sinon le temps de calcul devient disproportionné, mais un choix trop modeste ne conduit qu'à des résultats bien décevants. Des tests basés sur des simulations de modèles binaires indiquent qu'une population $n_{\rm pop} \geq 250$ et un nombre de générations $n_{\rm gen} \geq 500$ commencent à donner des résultats satisfaisants.

[10]Doctorant à l'Université de Potsdam en Allemagne, avec qui j'ai participé à l'application de cet algorithme.

Comme indiqué dans les paragraphes précédents, un algorithme peut être utilisé pour localiser les principaux minima, locaux ou globaux. Les paramètres trouvés sont ensuite fournis à l'un des algorithmes précédents, qui convergent presque automatiquement vers le minimum en question. Enfin, il ne reste plus qu'à comparer ces divers minima et à choisir le plus petit.

Algorithme de type Markov Chain Monte-Carlo

D'autres algorithmes ont été testés pour tenter de gagner en efficacité dans l'exploration de l'espace des paramètres. Particulièrement intéressantes sont les méthodes basées sur les algorithmes de Monte-Carlo. Une implémentation particulière, dite « Markov Chain Monte-Carlo » (MCMC), implique un ensemble de modèles qui forment une chaîne, selon une séquence de variables corrélées. Un avantage de ce type d'algorithme est qu'il est naturellement adapté à fournir des incertitudes sur les paramètres du modèle final. En contre partie, de très nombreuses itérations seront nécessaires pour faire converger le modèle qui doit nécessairement être épaulé par de sérieuses ressources en terme de puissance de calcul. Ford (2005) a testé cet algorithme avec succès, mais si cela démontre que la méthode est viable il n'est pas encore certain qu'elle soit la plus efficace. Une version est actuellement en cours de conception au sein de PLANET, et sera entre autre implémentée dans le code gobi.

A.2.5 Estimation des erreurs sur les paramètres

Il existe de très nombreuses méthodes pour calculer les barres d'erreur des modèles, mais aucune d'elles ne s'impose véritablement. J'en présente ici succinctement deux que j'ai mises en pratique. Dans les deux cas, une première étape consiste à rechercher le meilleur modèle qui s'ajuste aux données. Un jeu de paramètres optimal est alors trouvé, dont on cherche les barres d'erreurs.

Une première procédure consiste à fixer tous les paramètres, sauf un, que l'on fait varier autour de sa position optimale (minimum de χ^2). Autour de ce point, χ^2 se comporte de manière parabolique en fonction du paramètre (développement de Taylor). On peut alors fixer un seuil de $\chi^2_o > \chi^2_{\min}$ au-delà duquel l'ajustement sera jugé inacceptable. Les valeurs du paramètre correspondantes à χ^2_o définissent alors son intervalle de confiance. Cette méthode présente le défaut de privilégier *a priori* une certaine direction dans l'espace des paramètres et elle ne prend pas correctement en compte leur corrélation.

La deuxième méthode, bien que plus coûteuse en temps de calcul, permet de pallier en partie cet inconvénient. Elle consiste à produire N jeux de données simulés à partir du jeu de données initial. Ils sont obtenus en modifiant aléatoirement la valeur de chaque point de mesure, selon une densité de probabilité gaussienne, centrée sur la valeur de celle du point réel, et d'écart-type égal à la barre d'erreur qui accompagne la donnée. On envisage en quelque sorte toutes les séries de mesures sur l'événement qui auraient pu être effectuées. On réalise ensuite un ajustement entre

ces N jeux de données et les N modèles associés ($N \simeq 500$ est une valeur correcte). Les paramètres se dispersent alors autour de la valeur du modèle réel et, en choisissant un critère stipulant que 68% des valeurs obtenues doivent tomber dans son intervalle de confiance, on obtient là encore les barres d'erreurs recherchées. Elles sont de plus asymétriques par construction, ce qui reflète mieux le comportement du modèle quand les paramètres varient autour de leurs valeurs optimales.

A.3 Amplification des sources étendues dans les microlentilles binaires

L'amplification pour les microlentilles binaires, donnée par l'Eq. (2.41), correspond à celle d'une source ponctuelle. Cependant, nous avons vu en particulier au § 2.6 que dans les observations actuelles de microlentilles, les événements intéressants font presque toujours intervenir des sources étendues, c'est-à-dire celles qui ne peuvent être réduites à une source ponctuelle, tout au moins dans certaines régions. Plusieurs méthodes peuvent être mises en place pour le calcul de l'amplification de sources étendues, en dehors des cas particuliers (traités dans la partie II de cette thèse) de la traversée d'une caustique ou du transit d'une microlentille simple devant le disque de l'étoile-source.

A.3.1 Intégration directe sur la surface de la source

Une première méthode très simple consiste à décomposer la source en petites surfaces élémentaires, et à appliquer la formule, en utilisant Eq. (2.41) et (2.42) :

$$A_{\mathrm{ES}} = \sum_{k=1}^{N} \frac{\iint\limits_S I(\rho)\, A_k \,\mathrm{d}S}{\iint\limits_S I(\rho)\,\mathrm{d}S}. \tag{A.16}$$

Si cette technique a le mérite d'être à la fois simple conceptuellement et sur le plan de son implémentation numérique, elle se révèle très peu commode dès qu'on l'utilise de manière intensive. La source doit être finement décomposée en petites surfaces élémentaires, car près des caustiques le gradient d'amplification devient très grand. Un quadrillage de sa surface de 100×100 cases élémentaires est un minimum pour la précision requise par les observations.

Le temps de calcul est un obstacle majeur à l'utilisation de cette méthode. Elle peut cependant être employée si la durée de la déviation due à des effets de source étendue est limitée dans le temps. Dans ce cas, on détermine à l'avance les intervalles de la courbe de lumière où l'intégration surfacique de l'amplification sera nécessaire. Pour décrire le reste de la courbe, l'approximation d'une source ponctuelle est suffisante.

A.3.2 Intégration dans le plan–lentille

En réponse au problème de la forte densité surfacique de points nécessaire pour effectuer le calcul précédent, Gould & Gaucherel (1997) (suivis plus tard par Dominik (1998b)) ont proposé d'utiliser le théorème de Stokes pour remplacer l'intégrale sur la surface Eq. (A.16), par une intégration sur le *contour* des *images*. Au lieu de considérer l'amplification individuelle d'un point-source, on peut revenir à la définition de base de l'amplification, et calculer directement la surface des images I_k dans le plan–lentille (l'amplification sera ensuite obtenue en divisant cette surface par celle de la source). Le théorème de Stokes intervient dans la conversion de l'intégrale de surface en circulation sur le contour des images :

$$\iint_{I_k} \frac{\partial Q}{\partial x_1} - \frac{\partial P}{\partial x_2} \, \mathrm{d}x_1 \, \mathrm{d}x_2 = \int_{\partial I_k} P \, \mathrm{d}x_1 + Q \, \mathrm{d}x_2. \tag{A.17}$$

Le cas d'une source uniforme est alors calculé en prenant par exemple $P = -x_2/2$ et $Q = x_1/2$, avec le membre de gauche qui est égal à la surface $\iint_{I_k} \mathrm{d}x_1 \, \mathrm{d}x_2$ de l'image k.

Cette méthode est beaucoup plus efficace sur le plan numérique, car il suffit de bien échantillonner le *contour de la source*, pour avoir une bonne résolution sur le contour de ses *images* et appliquer l'Eq. (A.17). La difficulté réside ici dans le fait qu'il faut mettre de l'ordre dans les divers points–images du contour de la source. Ils peuvent être au nombre de trois ou cinq, et une source traversant une caustique est scindée en deux parties dont l'une a deux images de plus que l'autre. Dans des caustiques complexes, les problèmes de type numérique peuvent devenir très gênants et rendre la méthode inapplicable.

A.3.3 Lancer de rayons ("ray shooting") et cartes d'amplification

Une méthode un peu particulière pour établir l'amplification de lentilles disposées de manière quelconque est la méthode du « lancer de rayons » ("ray shooting"). D'abord développée dans le cas des lentilles extra-galactiques (ex. Schneider & Weiss, 1988), elle a naturellement été appliquée au cas des microlentilles doubles[11] ensuite, en particulier comme outil pour la recherche de planètes extra-solaires (Wambsganss, 1997).

Selon cette méthode, le trajet des rayons lumineux tel qu'il était décrit dans la figure introductive Fig. 2.1 est inversé. Les rayons sont « lancés » depuis l'observateur, selon différents angles, de manière à traverser le plan–lentille avec une densité uniforme dans une zone prédéfinie autour de la lentille (qui dépend de la résolution souhaitée). Ces rayons sont alors défléchis selon l'équation des lentilles Eq. (2.10) et sont collectés dans le plan–source. La densité de rayons reçus par un élément

[11] Elle fonctionne aussi pour toutes les microlentilles multiples.

de surface $\delta\sigma$ du plan–source est alors directement proportionnelle à l'amplification que subirait la source si elle était située exactement à cette position. Considérons en effet $\rho_X(x_1, x_2)$ la densité de rayons lancés depuis le point (x_1, x_2) dans le plan–lentille[12], et $\rho_Y(y_1, y_2)$ la densité de probabilité qu'ils atterrissent en (y_1, y_2) dans le plan–source. On a alors $\rho_Y(y_1, y_2) = \sum_{\text{Images}} \left|\frac{\partial y_j}{\partial x_i}\right|^{-1} \rho_X(x_1, x_2)$. La valeur absolue du déterminant du jacobien $J_{ij} = \frac{\partial y_j}{\partial x_i}$ qui intervient ici n'est autre que l'inverse de l'amplification $A(y_1, y_2)$ de l'Eq. (2.29). Si les rayons sont lancés avec une densité de probabilité uniforme $\rho_X(x_1, x_2) = \text{cste}$, alors $\rho_Y(y_1, y_2) \propto A(y_1, y_2)$. En normalisant cette expression par la densité de rayons lancés, on retrace très précisément l'amplification dans le plan–source. Aussi cette méthode génère-t-elle une « carte d'amplification » ("magnification map") dans le plan–source, qui décrit en chaque point l'amplification de la source *ponctuelle*.

Techniquement, il faut veiller à ne pas perdre trop de rayons dans le processus de lancer. La zone dans le plan–lentille d'où seront lancés les rayons, de dimension nécessairement finie, doit être ni trop petite, sans quoi on risquerait de perdre des rayons qui auraient dû parvenir jusque dans la carte, ni trop étendue pour conserver un temps de calcul raisonnable[13]. Pour des raisons d'utilisation pratique, les cartes sont stockées dans des images au format `FITS` de 2048×2048 pixels, l'amplification de chacun des pixels étant codée par un entier court. Une carte peut alors être visualisée par un logiciel adapté (`DS9` par exemple), et être utilisée dans un programme grâce aux librairies `cfitsio`, par exemple, en langage C.

Pour obtenir une résolution acceptable et un bon rapport signal sur bruit (numérique), la densité de rayons ρ_X par pixel doit être suffisante. Comme l'erreur relative commise sur l'amplification est de l'ordre de $\Delta A/A \sim \rho_X^{-1/4}$, en général, une densité de rayons $\rho_X \geq 10^4$ assure une qualité convenable aux cartes d'amplification.

Deux exemples de telles cartes sont donnés à la Fig. A.4, toutes deux calculées pour une séparation $d = 0.9$ et un rapport de masse $q = 10^{-2}$. Les zones de grande amplification, proches des caustiques, y apparaissent en sombre et celles de faible amplification en clair. Des logiciels sont dédiés à la génération de cartes pour différents types de lentilles. Une version adaptée aux besoins spécifiques de PLANET est disponible ; elle a notamment servi à générer les cartes de modèles planétaires mises en œuvre pour les calculs d'abondance d'exoplanètes évoqués au chapitre 4.

Sources étendues

Une source ponctuelle est décrite dans ce système par un pixel, qui est aussi la plus petite taille de source étendue modélisable. Une source étendue de taille supérieure est composée d'une grille de pixels dont les valeurs peuvent être individuel-

[12] On la classe de fait souvent parmi les méthodes d'intégration dans le plan–lentille.

[13] Il faut en moyenne quatre heures sur un mono-processeur standard à 2 GHz pour calculer une carte.

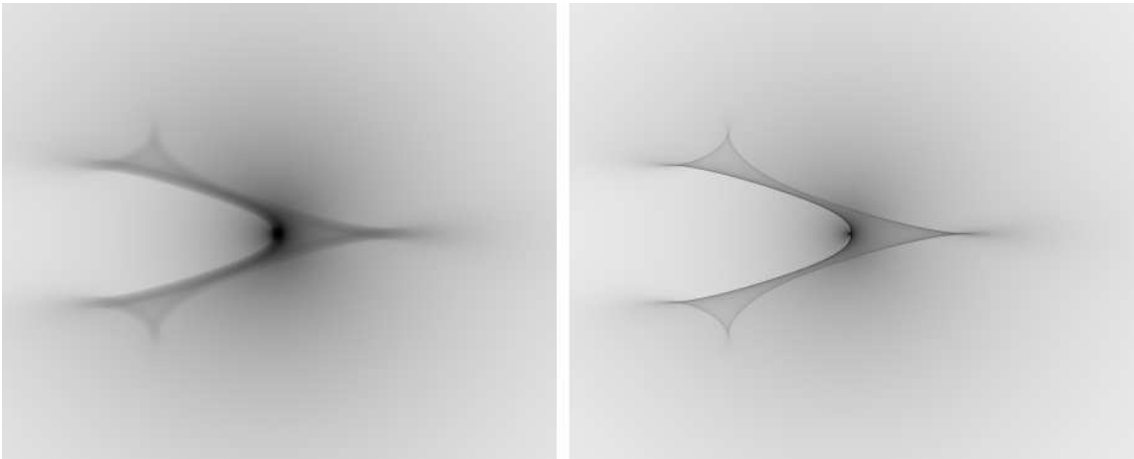

Fig. A.4: Cartes d'amplification pour une microlentille binaire de séparation $d = 0.9$ et de rapport de masse $q = 10^{-2}$.. Les zones de faible amplification sont représentées en clair, alors que les zones sombres correspondent aux fortes amplifications. Les forts gradients d'amplification se trouvent près des caustiques. La carte de droite est associée à une source ponctuelle. Elle est directement obtenue à partir du lancer de rayons. Celle de gauche a été convoluée avec une source circulaire de taille 10 pixels et d'assombrissement centre-bord $\gamma_1 = 0.51$.

lement choisies. Il devient très aisé de décrire des sources présentant une brillance à symétrie radiale (assombrissement centre-bord par exemple) comme des surfaces lumineuses complètement arbitraires, telles les taches stellaires. C'est l'un des atouts de la méthode.

L'amplification totale de la source résulte de la somme des amplifications de chacun de ses points. Plutôt que de calculer cette somme pour chaque trajectoire envisagée, il est plus simple de produire une deuxième carte, dont chaque point représente l'amplification de la *source étendue considérée*, centrée en ce point. Ceci est obtenu en convoluant la carte initiale avec la source, *via* une Transformée de Fourier Rapide (FFT). Il est alors très facile d'envisager plusieurs trajectoires de source, pour des propriétés identiques de microlentille et de source : il suffit de tracer une de ces trajectoires dans la carte et de lire (ou d'interpoler) la valeur de l'amplification correspondante dans la carte.

Ceci est illustré sur la Fig. A.4. La carte de droite correspond à l'amplification ponctuelle (directement obtenue à partir du lancer de rayons), alors que celle de gauche est le résultat de sa convolution avec une source circulaire de taille 10 pixels et d'assombrissement centre-bord $\gamma_1 = 0.51$.

On remarque que l'effet de taille étendue de la source se solde par un brouillage des structures des caustiques dans les cartes. Les forts gradients d'amplification sont alors atténués, proportionnellement à l'étendue de la source. On se rend ainsi compte qu'en ce qui concerne la recherche et la détection de planètes extra-solaires

— dont les cartes d'amplification sont formées de petites caustiques — l'effet de taille étendue est un phénomène parasite. Un risque est que les caustiques soient complètement noyées dans la taille de la source, et qu'il ne soit plus possible de distinguer le signal d'une anomalie planétaire d'un bruit de mesure.

A.4 Parallaxe annuelle

La parallaxe joue un rôle essentiel comme il a été démontré dans le § 2.7. Pour les événements suffisamment longs, lorsqu'elle peut être détectée et modélisée, elle conduit en effet à une relation supplémentaire portant sur Θ_{E} et permet de lever une partie de la dégénérescence dans les paramètres.

Pour ce qui est de sa prise en compte dans les modèles, il faut toutefois se montrer assez prudent pour qu'elle ne substitue pas un effet à un autre. Il est ainsi toujours préférable, dans un premier temps, de trouver un modèle sans effet de parallaxe, dont on *améliorera* la qualité en ajoutant, dans un deuxième temps seulement, cet effet. De ce point de vue, il doit être considéré comme un paramètre d'ajustement de second ordre.

Dans le repère écliptique, le Soleil (symbole « $\odot$ ») est situé au centre et l'objet se trouve dans la direction définie par les angles (λ', β'). Or, les coordonnées de l'objet sont connues dans le référentiel géocentrique[14], où elles s'écrivent (λ, β). En négligeant la distance entre la Terre et le Soleil par rapport aux distances des objets observés (1 UA contre plusieurs kpc), on aura $\beta' = \beta$. De plus, étant donné que le vecteur rotation de la Terre autour du Soleil $\mathbf{\Omega}$ est le même pour les deux repères, et que l'ascension droite du soleil va croissant au cours du temps, λ' sera également croissant. Ainsi, $\lambda' = \lambda + \mathcal{K}$. La constante est déterminée au point vernal : un objet situé en ce point sera vu à $\lambda_{obj} = 0$, alors que depuis la Terre l'observateur regardera exactement dans la direction opposée, c'est à dire $\lambda'_{obj} = \pi$. Finalement,

$$\lambda' = \lambda + \pi \quad \text{et} \quad \beta' = \beta. \tag{A.18}$$

La Fig. A.5 donne la géométrie du problème, dans un repère géocentrique.

Le vecteur de base $\boldsymbol{e_1}$ de ce repère est dirigé dans la direction du point vernal Υ, $\boldsymbol{e_3}$ pointe vers le pôle nord écliptique et $\boldsymbol{e_2}$, qui appartient au plan de l'écliptique, complète le repère orthonormé direct. L'orbite de la Terre autour du Soleil est, selon une excellente approximation ici (sinon voir par ex. Dominik, 1998a), circulaire de rayon physique $a_\oplus$. Le mouvement plan de la Terre y est décrit par les coordonnées $x_\oplus(t)$ et $y_\oplus(t)$), avec

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_\oplus(t) & = \eta \cos\left(\Omega\,(t - t_\Upsilon)\right) \\ y_\oplus(t) & = \eta \sin\left(\Omega\,(t - t_\Upsilon)\right). \end{array} \right. \tag{A.19}$$

[14] Il faudra bien sûr au préalable les exprimer à partir de l'ascension droite et de la déclinaison de l'objet selon les formules de transformations classiques.

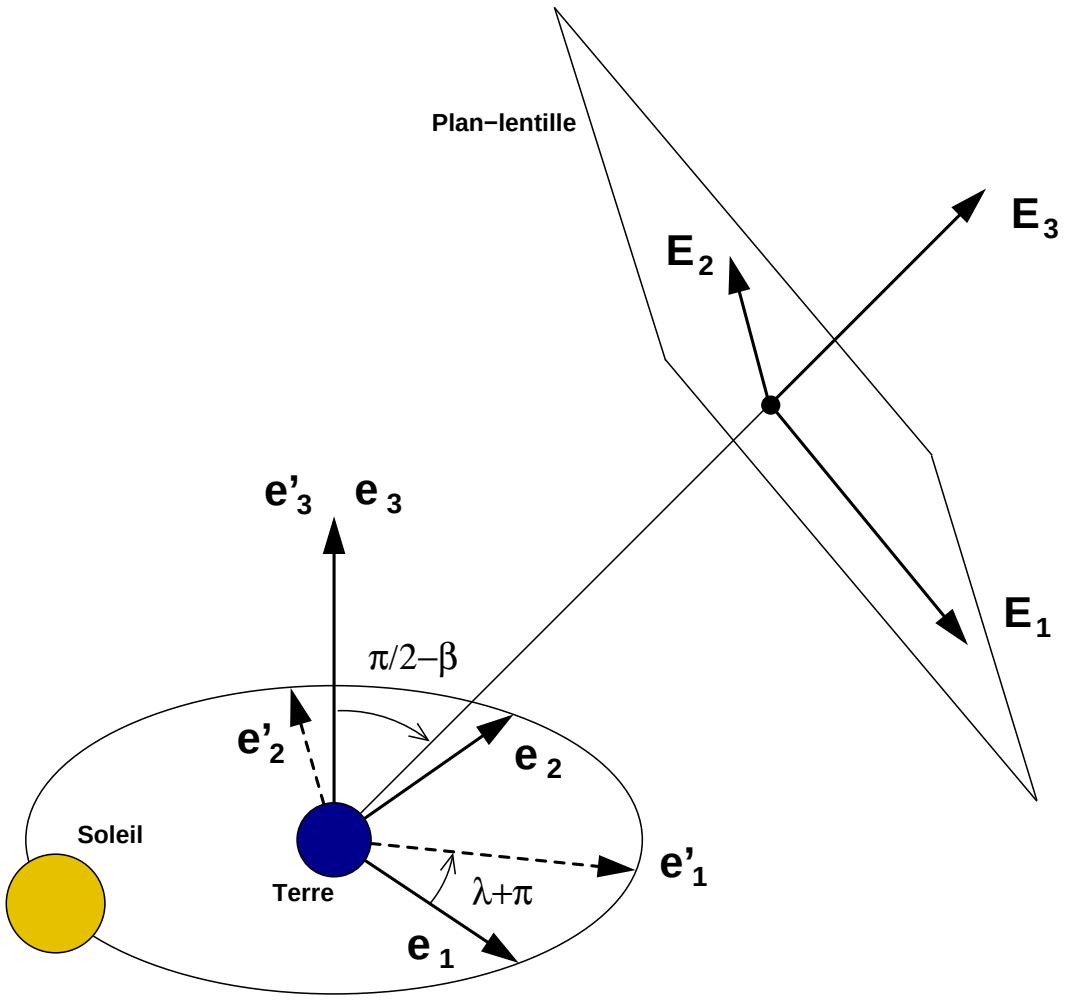

Fig. A.5: Disposition du plan–lentille par rapport à l'Ecliptique, et définition des systèmes de coordonnées. La Terre est située au centre du référentiel ; son orbite est supposée circulaire.

L'unité de distance de η, dans ce repère, est choisie de manière à ce qu'elle soit compatible avec la description habituelle dans le plan–lentille ou le plan–source. Vu à partir du point sur le plan–source qui se trouve dans le prolongement de l'axe de rotation porté par $\boldsymbol{e_3}$, le rayon de l'orbite terrestre vaut $(D_\mathrm{S} - D_\mathrm{L})/D_\mathrm{S} \times a_\oplus$ au niveau du plan–lentille. Si η désigne cette valeur, mais en unités du rayon d'Einstein dans le plan–lentille, on aura :

$$\eta = \frac{a_\oplus}{R_\mathrm{E}} \left[1 - \frac{D_\mathrm{L}}{D_\mathrm{S}}\right]. \tag{A.20}$$

On peut alors réécrire plus généralement η en unité angulaire Θ_E, grâce à $R_\mathrm{E} = D_\mathrm{L}\,\Theta_\mathrm{E}$ et $a_\oplus = 1\,\mathrm{UA}$:

$$\eta = \pi_\mathrm{E} = \frac{1\,\mathrm{UA}}{\Theta_\mathrm{E}} \left[\frac{1}{D_\mathrm{L}} - \frac{1}{D_\mathrm{S}}\right] = \frac{\pi_\mathrm{LS}}{\Theta_\mathrm{E}}, \tag{A.21}$$

où

$$\pi_{\mathrm{LS}} = \frac{1\,\mathrm{UA}}{D_{\mathrm{L}}} - \frac{1\,\mathrm{UA}}{D_{\mathrm{S}}} \tag{A.22}$$

est la parallaxe *relative* entre la lentille et la source. Il apparaît ainsi qu'une mesure du paramètre η, qui intervient directement dans les modèles, fournit bien une relation supplémentaire (indépendante) entre parallaxe relative et rayon angulaire d'Einstein, c'est-à-dire entre les grandeurs D_{S}, D_{L} et $v_{\perp}$.

On définit ensuite un nouveau repère orthonormé dans le plan–lentille, de telle sorte que $\boldsymbol{E_3}$ soit dirigé du soleil vers l'objet, $\boldsymbol{E_1}$ et $\boldsymbol{E_2}$ appartenant au plan. La trajectoire de la Terre autour du Soleil y est définie par les coordonnées $X_{\oplus}(t)$ et $Y_{\oplus}(t)$, qui s'obtiennent grâce à la matrice de passage du premier repère au nouveau, composée de deux rotations successives, d'angle $\lambda + \pi$ autour de $\boldsymbol{e_3}$ (matrice R_{λ}) puis d'angle $\frac{\pi}{2} - \beta$ autour de $\boldsymbol{E_2}$ ($R_{\frac{\pi}{2}-\beta}$) :

$$R_{\frac{\pi}{2}-\beta} \cdot R_{\lambda+\pi} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\pi}{2}-\beta) & 0 & -\sin(\frac{\pi}{2}-\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\frac{\pi}{2}-\beta) & 0 & \cos(\frac{\pi}{2}-\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\lambda+\pi) & \sin(\lambda+\pi) & 0 \\ -\sin(\lambda+\pi) & \cos(\lambda+\pi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{A.23}$$

soit

$$R_{\frac{\pi}{2}-\beta} \cdot R_{\frac{\pi}{2}-\lambda} = \begin{pmatrix} -\sin(\beta)\,\cos(\lambda) & -\sin(\beta)\,\sin(\lambda) & -\cos(\beta) \\ \sin(\lambda) & -\cos(\lambda) & 0 \\ -\cos(\beta)\,\cos(\lambda) & -\cos(\beta)\,\sin(\lambda) & \sin(\beta) \end{pmatrix}. \tag{A.24}$$

La projection du mouvement du Soleil autour de la Terre sur le plan-lentille a finalement pour expression :

$$\begin{cases} X_{\oplus}(t) & = -\cos\lambda\,\sin\beta\,x_{\oplus}(t) - \sin\lambda\,\sin\beta\,y_{\oplus}(t) \\ Y_{\oplus}(t) & = \sin\lambda\,x_{\oplus}(t) - \cos\lambda\,y_{\oplus}(t). \end{cases} \tag{A.25}$$

Une dernière inconnue est encore à prendre en compte. Si l'angle α qui définit l'orientation de la trajectoire de la source par rapport à la lentille est bien déterminé (*cf.* Fig. 2.5), l'*orientation du plan-lentille autour de la ligne de visée* ne l'est pas. Cela ne pose pas de problème pour le cas d'une lentille simple, car elle est symétrique par rotation, mais il est essentiel de prendre en compte ce fait pour une lentille multiple. Il est ainsi nécessaire de rajouter un deuxième paramètre (en plus de η) dans la modélisation de la parallaxe, qui décrit une rotation ψ du plan–lentille (lié aux composantes de la lentille) autour de la ligne de visée, portée par le vecteur $\boldsymbol{E_3}$. La Terre aura alors pour trajectoire dans le plan–source :

$$\begin{pmatrix} X_P \\ Y_P \end{pmatrix}(t) = \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi \\ -\sin\psi & \cos\psi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{\oplus} \\ Y_{\oplus} \end{pmatrix}(t) \tag{A.26}$$

L'équation complète de la trajectoire de la source, incluant l'effet de parallaxe, se fera en ajoutant à sa trajectoire rectiligne $(X_S(t), Y_S(t))$ le mouvement parallactique supplémentaire $(X_P(t), Y_P(t))$. Dans un souci de raffinement, on pourra même

ajouter à sa place $(X_P(t) - X_P(t_o), Y_P(t) - Y_P(t_o))$, où t_o est l'instant de passage de la source au plus près de l'origine du plan–source (soit u_o), dans le but de faire intervenir la parallaxe comme une correction, ainsi qu'il avait été précisé au début de cette Annexe. En fin de compte,

$$\begin{cases} X(t) &= X_S(t) + (X_P(t) - X_P(t_o)) \\ Y(t) &= Y_S(t) + (Y_P(t) - Y_P(t_o)) \end{cases} \tag{A.27}$$

(et on a bien $X(t_o) = X_S(t_o)$ et $Y(t_o) = Y_S(t_o)$).

La trajectoire $(X_S(t), Y_S(t))$, non affectée par la parallaxe, est exprimée comme suit.

Trajectoire de la source $X_S(t), Y_S(t)$

La trajectoire de la source est décrite Fig. 2.5. On note de plus M la position du centre de la source et P est la projection orthogonale du centre du repère O sur la trajectoire. Le repère de calcul est noté $(\mathrm{O}, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ et la source se déplace selon l'axe $\mathrm{O}\mathbf{x}'$, où $(\mathrm{O}, \mathbf{x}', \mathbf{y}')$ est un repère orthonormé obtenu par rotation d'angle α de $(\mathrm{O}, \mathbf{x}, \mathbf{y})$ autour de l'origine.

Soit $(X_S(t), Y_S(t)) = \mathbf{OM} = \mathbf{OP} + \mathbf{PM}$, où $\mathbf{OP} = u\,\mathbf{y}'$ et $\mathbf{PM} = v(t - t_0)\,\mathbf{x}'$. Comme de plus $v = 1/t_\mathrm{E}$ (t_E est le temps que met la source pour franchir une distance égale au rayon d'Einstein), $\mathbf{PM} = (t - t_o)/t_\mathrm{E}\,\mathbf{x}'$. Or, d'après la figure, $\mathbf{x}' = \cos(\alpha)\,\mathbf{x} + \sin(\alpha)\,\mathbf{y}$ et $\mathbf{y}' = -\sin(\alpha)\,\mathbf{x} + \cos(\alpha)\,\mathbf{y}$. La trajectoire de la source dans le repère s'écrit donc :

$$\mathbf{OM} = \left[\frac{t - t_o}{t_\mathrm{E}}\cos(\alpha) - u_o\sin(\alpha)\right]\mathbf{x} + \left[\frac{t - t_o}{t_\mathrm{E}}\sin(\alpha) + u_o\cos(\alpha)\right]\mathbf{y}. \tag{A.28}$$

Changement d'origine

Pour définir la même trajectoire par rapport à la microlentille, mais dans un repère $(O', \mathbf{x}, \mathbf{y})$ d'origine différente, on doit appliquer des transformations $u \to u'$ et $t_o \to t'_o$. Soit alors c défini par $\mathbf{OO}' = c\,\mathbf{x}$. En écrivant l'expression de $\mathbf{O}'\mathbf{M}$ grâce à $\mathbf{OM} = \mathbf{OO}' + \mathbf{O}'\mathbf{M}$, on obtient en comparant l'écriture de $\mathbf{OM}$ à Eq. (A.28) :

$$\begin{aligned} u'_o &= u_o + c\sin(\alpha) \\ t'_o &= t_o + c\,t_\mathrm{E}\cos(\alpha). \end{aligned} \tag{A.29}$$

A.5 Les outils de modélisation gobi et tangobi

A.5.1 gobi

Le code gobi que j'ai développé au cours de ma thèse est un programme multi-fonctions dédié au calcul de différents modèles de microlentilles, et de leur ajustement aux données multi-sites. Les différents modèles ont été implémentés au fur et à

mesure que le suggéraient les anomalies rencontrées dans les courbes de lumière observées. Les méthodes numériques de résolution des équations et de l'exploration de l'espace des paramètres des modèles, ont été enrichies par des discussions avec des collaborateurs ou par des algorithmes « maison ».

Aperçu général du programme

Je ne donne pas ici le détail du programme mais plutôt les points essentiels abordés, avec quelques aperçus des entrées/sorties du programme, ainsi que la signification de quelques paramètres importants. L'interface utilisateur, en particulier, a été étudiée pour que son utilisation soit facilitée pour toute personne désireuse de le prendre rapidement en main. Le programme est conçu de manière modulaire, ce qui rend très aisé l'ajout de modèles, de méthodes ou d'algorithmes numériques.

L'aide de gobi donne quelques informations essentielles sur les paramètres entrés par l'utilisateur, ainsi que sur certaines options :

```
[cassan@popov] gobi -h

 ~   ~
  ~    ~   ~~        vv
     ~                ww           mmmmmm
      ~       ~         mm      mmmmmmmmmm^mm
        ~  ~       ~~    mmmm  mmmmooomm G mmmm
     ~   ~    ~            mmmmmmm.gobi.mmmmmmmm
                   ~~      mmmm  mmmooom mm--mm
    ~     ~ ~~ ~           mm      mmmm  mmmmm
      ~      ~             ww      mm    mmm
  ~       ~          vvv
 ~

  Options: gobi -? ?
    -h : display general help
    -m : fit mode
    -r : no confirmation run mode
    -v : verbosity 1 to 5 [1]
    -e : error bars
    -P : printing : -P yourfilename.eps

  Option m (fit model) help:
    binary       binary lens
    single       single lens
    ast          astrometry
    cc           straight fold caustic crossing
    binsrce      binary source
    fitgrid      fit on a (d,q) grid, point-source or maps

  Option f (fit strategy) help:
    1            gradient
    2            simplex
    3            genetic -> gradient
    4            genetic -> simplex
    5            genetic

  Option r (no confirmation run mode) help:
    x            run gobi with mode x (no prompt, x=1, 2, 3...)

  Notes:
    + excluded data should be written in 'killdata.dat' (eg. UI32)

 Now, let's go !...
 This is the end

  Gobi - version 12.5 - 2005 - Cassan A. - PLANET collaboration
```

Interface utilisateur–machine

Avant de préciser quels sont les principaux modèles implémentés et les principales options de gobi, quelques exemples liés à l'interface utilisateur–machine sont présentés dans les lignes qui suivent.

Une option essentielle non spécifiée entraîne une erreur. Par exemple :

```
(...)
 No fitting strategy chosen (-f ? option)...
 This is the end
(...)
```

qui attire l'attention de l'utilisateur sur le fait qu'aucune méthode de minimisation n'a été spécifiée dans la recherche d'ajustement entre modèle et données.

De manière générale, lorsqu'un fichier nécessaire est manquant, le programme s'arrête en signalant le problème, et une option inexistante sera aussi signalée :

```
(...)
 File 'espltab.tab' does not exist...
 This is the end
(...)
```

```
(...)
 Option '-t' does not exist...
 This is the end
(...)
```

Les principaux modèles implémentés

Les principaux modèles testés et définitivement implémentés à cette date sont brièvement décrits ci-dessous (d'autres sont très spécifiques, ou encore en cours de conception ou de test).

↪ **Lentilles simples** Cette option gère les microlentilles simples, aussi bien dans l'approximation des sources ponctuelles que dans le cas d'une source étendue. Elle permet de déterminer les coefficients d'assombrissement centre-bord. Diverses options sont disponibles dans le fichier d'entrée `gobi.setup` (voir plus loin).

```
[cassan@popov] gobi -m single
(...)
   1 [ FIT  ] - Point source, single lens
   2 [ PLOT ] - Point source, single lens
   3 [ FIT  ] - Extended source, uniform
   4 [ PLOT ] - Extended source, uniform
   5 [ FIT  ] - Extended source, linear ld
   6 [ PLOT ] - Extended source, linear ld
(...)
```

↪ **Lentilles binaires** Option utilisée pour modéliser les lentilles binaires, avec ou sans effet de source étendue.

```
[cassan@popov] gobi -m binary
(...)
   1 [ FIT  ] - Point-source, binary lens
   2 [ PLOT ] - Point-source, binary lens
   3 [ FIT  ] - Extended-source, binary lens
   4 [ PLOT ] - Extended-source, binary lens
(...)
```

↪ **Sources binaires** Cette option permet de décrire une source binaire.

```
[cassan@popov] gobi -m binsrce
(...)
   1 [ FIT  ] - Binary static source, single lens
   2 [ PLOT ] - Binary static source, single lens
(...)
```

↪ **Traversée de caustique** Option qui génère les courbes de traversée de caustiques, entrée et sortie, avec mesure de l'assombrissement centre-bord.

```
[cassan@popov] gobi -m cc
(...)
   1 [ FIT  ] - cc exit, uniform source
   2 [ PLOT ] - cc exit, uniform source
   3 [ FIT  ] - cc entry, uniform source
   4 [ PLOT ] - cc entry, uniform source
   5 [ FIT  ] - cc entry, linear ld
   6 [ PLOT ] - cc entry, linear ld
   7 [ FIT  ] - cc exit, linear ld
   8 [ PLOT ] - cc exit, linear ld
(...)
```

↪ **Utilisation de cartes d'amplification** Option similaire à « Lentilles binaires », mais en utilisant des cartes d'amplification pré-calculées. Ces dernières peuvent en particulier intégrer des sources étendues à profil de brillance quelconque.

```
[cassan@popov] gobi -m map
(...)
   1 [ FIT  ] - Source map, binary lens
   2 [ PLOT ] - Source map, binary lens
(...)
```

↪ **Recherche de modèles dans une grille de paramètres** Utilisation d'une grille de paramètres (d, q) pour affiner un modèle proche de son minimum global, ou pour explorer une région donnée de l'espace des paramètres.

```
[cassan@popov] gobi -m fitgrid
(...)
   1 [ FIT  ] - binary fit on a (d,q) grid, point-source
   2 [ FIT  ] - binary fit on a (d,q) grid, maps
   3 [ READ ] - read binary fit -g ?, point-source
(...)
```

↪ **Astrométrie** Option spécifique au tracé de la trajectoire du centroïde d'une image au cours d'un événement de microlentille déjà modélisé.

```
[cassan@popov] gobi -m ast
(...)
   1 [ AST  ] - Single lens
   2 [ AST  ] - Binary lens
(...)
```

Chaque modèle est codé dans un fichier individuel. Par exemple, le menu `single` est écrit dans `single.c`, dont voici un extrait (ce modèle de fichier est générique) :

```
(...)
void menu_single(void)
{
```

```
  char CHOIX[16][256];
  int i,choix,Nchoix;
  sprintf(CHOIX[0],  "[ QUIT ]");
  sprintf(CHOIX[1],  "[ FIT  ] - Point source, single lens");
  sprintf(CHOIX[2],  "[ PLOT ] - Point source, single lens");
  sprintf(CHOIX[3],  "[ FIT  ] - Extended source, uniform");
  sprintf(CHOIX[4],  "[ PLOT ] - Extended source, uniform");
  sprintf(CHOIX[5],  "[ FIT  ] - Extended source, linear ld");
  sprintf(CHOIX[6],  "[ PLOT ] - Extended source, linear ld\n");
  Nchoix=6; AFFICHE_MENU;

  readio();

  fitflags[0]=0; fitflags[1]=0;

  switch(choix)
    {
    case 1 :
      fitflags[3]=0;
      AmpliCalculate=AmpliCalc_pspl;
      Fitgobi();
      PrintLightCurve_leastSquare_ps(5000);
      break;
    case 2 :
(...)

void AmpliCalc_pspl(double t, double afunc[], int ma)
{
  double u,HB;
  // 2=u0 | 4=t_E | 5=t_o | 6=eta | 7=psi
  u = sqrt(SQR((t-fitpara[5])/fitpara[4]+fitpara[6]*(Parallaxe(t, (...)
  HB =  (SQR(u)+2)/(u*sqrt(SQR(u)+4));
  LINFIT;
}
(...)
```

Les options

Les options permettent de spécifier le fonctionnement de gobi.

`-f` (`fit strategy`) permet de choisir la méthode d'optimisation voulue. Le fichier 'gobi.setup' contient divers paramètres ajustables par l'utilisateur qui peut choisir la précision, les points de départ dans l'espace des paramètres, par exemple.

`-r` (`no confirmation run mode`) lance l'exécution du programme, avec le modèle et les options choisis, sans demander de confirmation à l'utilisateur. Avant de lancer un calcul dans ce mode, un test devrait toujours être réalisé en mode normal. Ce mode s'utilise aussi avec l'option `-v 0`.

`-v` (`verbosity`) définit le degré d'informations qui s'affichent à l'écran. L'argument de cette option va de 0 à 5, le mode 4 donnant en particulier toutes les informations sur la lecture des données et des paramètres. Le mode `-v 0` (aucune sortie à l'écran excepté le logo...) ne s'utilise qu'en association avec `-r x`. Il permet de lancer le programme en tâche de fond, par exemple :
`[cassan@popov] gobi -m binary -f 1 -r 1 -v 0 &`

`-e` (`error bars`) autorise le calcul de barres d'erreurs à partir du meilleur modèle obtenu (*cf.* § A.2.5).

Paramètre de l'utilisateur

Le fichier de paramètres–utilisateur, `gobi.setup`, a la forme suivante (exemple d'une lentille binaire) :

```
#==============================================================================#
# GA SETUP                                                                     #
#==============================================================================#
# ga ctrl setup , ctrl is vector of control flags and parameters to control
# the behavior of the genetic algorithm, if value of element is < 0. then
# default settings indicated in bracets are used.

   250.     ctrl(1)  = population size (default is 100)
   550.      ctrl(2)  = number of generations (500)
   6.        ctrl(3)  = number of significant digits in encoding (6)
  -1.        ctrl(4)  = crossover propability (0.85)
   6.        ctrl(5)  = mutation mode; 1/2/3/4/5/6 (2) , see documentation
  -1.        ctrl(6)  = initial mutation rate (0.005)
  -1.        ctrl(7)  = minimum mutation rate (0.0005)
  -1.        ctrl(8)  = maximum mutations rate (0.25)
  -1.        ctrl(9)  = relativ fitness differential ([0,1]; 1)
   3.        ctrl(10) = reproduction plan; 1/2/3 (3)
  -1.        ctrl(11) = elitism flag 0/1 off/on , only for plan 1 & 2 (0)
   2.        ctrl(12) = printed output 0/1/2 none/minial/verbose (0)

#==============================================================================#
# PARAMETER SPACE - values and boundaries                                      #
# 1 = free , 0 = { fixed + parameter=value }                                   #
#------------------------------------------------------------------------------#

  0.35012999      / 0.1      / 5.0     / 0  d     lens separation
  0.69486600      / 0.001    / 1.0     / 0  q     mass ratio
 -0.008249        / -2.0     / 2.0     / 1  u     minimum impact parameter
  1.533967        / 0.0      / 3.14    / 1  alpha impact angle (radians)
  13.384381       / 1.0      / 200.0   / 1  t_E   Einstein time
  3185.087814     / 3170.0   / 3210.0  / 1  t_o   time origin
  0.000000        / 0.4      / 0.9     / 0  eta   parallax semimajor axis
  0.000000        / 0.4      / 0.9     / 0  psi   parallax orientation

  100.0    ps magnification cut

#------------------------------------------------------------------------------#
# Limb-darkening: 1 = parameter(s)/common Band , 2 =parameter(s)/site          #
#------------------------------------------------------------------------------#
 1    limb-darkening mode

#--- tolerance in gradient/simplex fit ----------------------------------------
 1.e-4  tol = tolerance for termination criteria


#==============================================================================#
# OBJECT DESCRIPTION                                                           #
#------------------------------------------------------------------------------#

  OB04368       event data filename
```

```
  17h56m14.91s  rectascension
 -29d36m54.2s   declination


#==============================================================================#
# MAP LIBRARY SELECTION ( *.dat = map directory   /  *.fits = single map )    #
#------------------------------------------------------------------------------#

 IRIS0010_5_0.51.fits  map library
# IRIS_0694866_0350130_2_0.50.fits   map library


#==============================================================================#
# GRID (d,q) CONTROLS                                                          #
#------------------------------------------------------------------------------#

 0.15 / 1.5 / 4.  dmin/dmax/nbvalues
 0.11 / 0.9 / 3.  qmin/qmax/nbvalues


#==============================================================================#
# DATA SELECTION                                                               #
#------------------------------------------------------------------------------#
# Data Types options:                                                          #
# ->  ? stype ok (default 11)                                                  #
# Data Filter options:                                                         #
# ->  seeing min / seeing max / mag min / mag max / error min / error max     #
#------------------------------------------------------------------------------#

 11 stype ok
 17 stype ok
 19 stype ok

 0.2 / 6.0 / 9.0 / 22.0 / 0.0 / 1.0     data filter


#------------------------------------------------------------------------------#
# DATA TYPE (1, 2, 3 or 4)  -  gobiOnline : 10                                 #
#------------------------------------------------------------------------------#
# code         1    2    3     4       5       6      7    8      9     10
# 1 [PLANET]   #N   #Mag #Err  #Date   #Seeing #BackG #Typ #ExpTm #FWHM #AirMa
# 2 [OGLE]     #Mag #Err #Date
# 3 [MicroFUN] #Mag #Err #Date #Seeing #BackG  #Typ
# 4 [Gobi 9.1] #Date #Mag #Err #Seeing #BackG  #Typ   #Site
#-------------------------------------------------------------------------------
# site / dataTyp / band / JD_start / JD_end / minMb / maxMb / minBlen / maxBlen

# Danish
  Z / 1 / R / 3100.0 / 3300.0 / 16.0 / 20.5 / 0.0 / 0.5   # TOUT
#  Z / 1 / R / 3130.0 / 3240.0 / 16.0 / 20.5 / 0.0 / 0.5   # caustic crossing

# UTas
  U / 1 / I / 3100.0 / 3220.0 / 16.0 / 20.5 / 0.0 / 0.5   # part 1
  U / 1 / I / 3250.0 / 3300.0 / 16.0 / 20.5 / 0.0 / 0.5   # part 2

# SAAO
  A / 1 / I / 3100.0 / 3300.0 / 16.0 / 20.5 / 0.0 / 0.5   # TOUT

# OGLE
```

```
  O / 2 / I / 2100.0 / 3400.0 / 16.0 / 20.0 / -1.0 / 0.5  # TOUT

#==========================================================================#
# Plot controls                                                            #
#--------------------------------------------------------------------------#

#-- Time range -------------------------------------------------------------
# 3170. / 3210. plot range  # vue large
 3180. / 3190. plot range  # vue sur le pic
# 2837. / 2853. plot range  # zoom caustics

#-- Magnification range ----------------------------------------------------
# 100.  magnification max

#-- Caustics view ----------------------------------------------------------
#  0.45 / 0.7   x caustics
 -0.2 / 0.2   y caustics

#==========================================================================#
#==========================================================================#
```

Ce fichier est modulable selon les calculs demandés. Une option commentée (caractère #) ou inexistante sera utilisée à sa valeur par défaut, alors qu'une information essentielle manquante, tel le nom de l'événement ou la valeur d'un paramètre, produira un message d'erreur sur le problème précis de la part de gobi (sans générer de fichier de corruption dans le disque).

Le cœur du programme

Plusieurs méthodes d'ajustements, linéaires ou non, sont implémentées, avec une base commune pour gérer les courbes de lumière, la précision, l'affichage, etc. Il suffit de définir des fonctions d'amplification pour générer de nouveaux modèles à l'intérieur du programme, que le code conçoit de manière modulaire. Il est ainsi très aisé d'en ajouter de nouveaux, en fonction des besoins.

Lecture et tri des données

gobi comporte un certain nombre de filtres qui éliminent automatiquement des données clairement déviantes. Ainsi, par exemple, une magnitude de 6 ou une erreur de 0.8 magnitude seront immédiatement exclues. Le mode `gobi -v 4` donne toutes les précisions sur les points exclus, comme le montre l'exemple suivant (le paramètre qui a causé l'exclusion de la donnée clignote à l'écran et les lignes listant les points exclus sont en couleur inversée, par exemple blanc sur fond noir) :

```
(...)
 [gobi] Data selection:
    Reading data ZOB03267R.dat (1), 2840.600000 < t < 2842.300000
      data 61   excluded in ZOB03267R   typ= 11   mag= 15.9   err= 0.053
      data 93   excluded in ZOB03267R   typ= 11   mag=  0.0   err= 0.025
    Reading data UOB03267I.dat (2), 2840.600000 < t < 2842.300000
      data 34   excluded in UOB03267I   typ= 19   mag= 16.7   err= 0.076
    Reading data OOB03267I.dat (3), 2840.600000 < t < 2842.300000
(...)
```

Magnitude de base et "blending"

Les valeurs des magnitudes de base et des flux de "blending" sont bornées, pour éviter d'explorer des régions de l'espace des paramètres conduisant à des modèles non physiques, et ce durant tout le temps du "fit", processus de recherche du modèle. A l'écran, une vérification de ces bornes, précisées dans le fichier `gobi.setup`, peut donner :

```
(...)
[gobi] Physical bounds on baseline magnitude and blending ratio:
    Archive ZOB03267R
    17.00 < Mb < 20.00 and  0.00 < Fb/Fs <  0.60
    Archive UOB03267I
    16.00 < Mb < 19.00 and  0.00 < Fb/Fs <  0.20
    Archive OOB03267I
    15.00 < Mb < 20.00 and  0.00 < Fb/Fs <  0.40
(...)
```

Résultats des calculs de modèles

Une fois un modèle déterminé par gobi, les résultats sont affichés à l'écran, selon le schéma suivant :

```
 [gobi] Archives - data and names:
    46    data in archive ZOB03267R
    33    data in archive UOB03267I
    23    data in archive OOB03267I
  = 102   data in total
 [gobi] Magnification plotted for the uniform source
 [gobi] Chi^2 = 199.220925  Chi^2/dof = 2.165445

        d = 1.030144
        q = 0.312257
        u = 0.0510398
    alpha = 0.246501
      t_E = 24.306844
      t_o = 2486.352156
      eta = 0.034536
      psi = 1.598724

  Site        Baseline   Blending   Lin. l.d.

  ZOB03267R  18.301019   0.033450  0.596535
  UOB03267I  18.278878   0.121576  0.303539
  OOB03267I  17.611006   0.020012  0.314912
```

Interface graphique

Lorsque le modèle est calculé, son tracé et celui des résidus est réalisé. Si l'option `gobi (...) -P figure.eps (...)` est activée, il n'y a pas de sortie graphique à l'écran mais un fichier PostScript Encapsulé est généré. Sinon, à moins que l'option `-v 0` ne soit activée, ce qui inhibe toute sortie, gobi utilise X11 sous `linux` afin de générer une sortie graphique à l'écran, qui permet de visualiser le résultat des calculs du modèle. Une routine `supermongo` est automatiquement générée (elle est

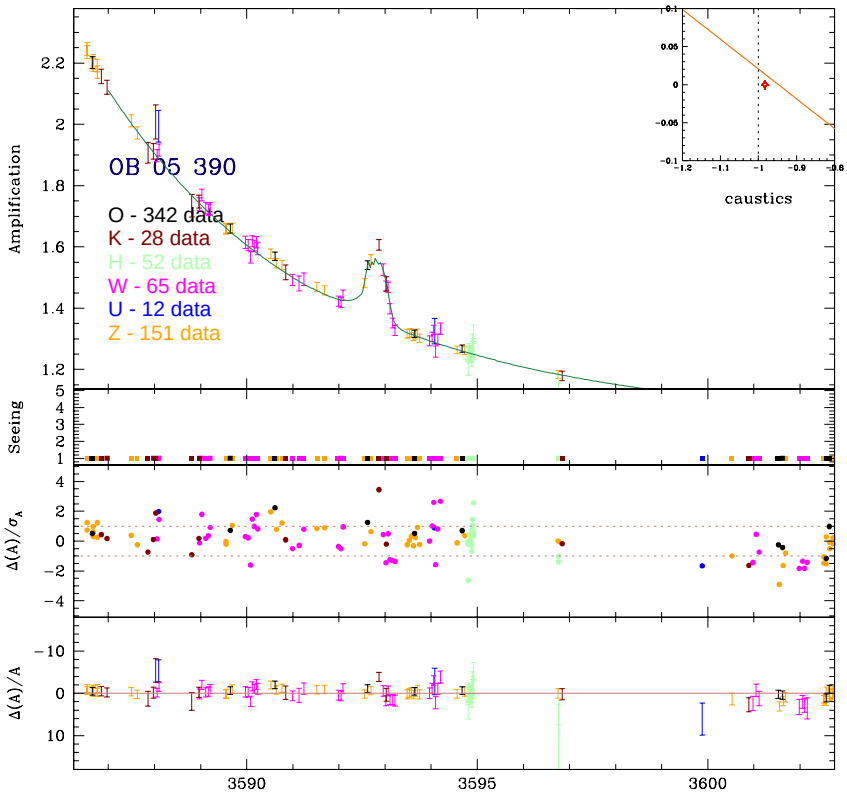

FIG. A.6: Interface graphique de gobi . La courbe d'amplification est tracée en vert, la position des caustiques et la trajectoire de la source sont indiquées dans l'encart en haut à droite. Les panneaux du bas représentent les résidus de l'ajustement, en terme d'amplification relative, $\Delta A/A(\%)$ et en « nombre de σ », $\Delta A/\sigma_A$.

ajustable) et exécutée pour produire l'affichage standard dont un exemple est donné à la Fig. A.6. La courbe d'amplification est tracée dans le panneau du haut, avec les points de mesure et leurs barres d'erreur ; le nom de l'événement et le nombre de données par télescope y sont aussi indiqués. La configuration des caustiques et la trajectoire de la source sont représentées dans un encart en haut à droite. Les deux panneaux du bas sont les résidus de l'ajustement, en terme d'amplification relative, $\Delta A/A\,(\%)$ et en « nombre de σ », $\Delta A/\sigma_A$.

Liste des routines

Le corps du programme gobi est constitué des routines `gobi.c` (programme principal), `fitgobi.c` (routines centrales de gestion des méthodes numériques), `pikaia.f` (algorithme génétique), `readio.f` et `readiodata.c` (lecture des paramètres et des données). Les modèles sont écrits dans des fichiers individuels, conformément à l'aspect modulaire de gobi : `single.c` (lentilles simples), `psbl.c` (lentilles

binaires), `cc.c` (traversée de caustique), `map.c` (utilisation des cartes d'amplification), `fitgrid.c` (recherche de modèles sur une grille de paramètres) et `astrometry.c` (routines de calculs astrométriques). Les principales méthodes mathématiques, adaptées au problème, sont dans `mathutils.c` et `powell.c`. Enfin, on trouve des utilitaires `routinesTrajectoire.c` (calcul des courbes critiques et des caustiques, de la trajectoire, de la parallaxe), `tpgheader.h` (déclaration des fonctions, des macros), `nrutilPr.h` et `nrutilPr.c` issues de (Press *et al.* , 1992), `fitsio.h` et `longnam.h` pour la bibliothèque `cfitsio` qui permet de gérer les cartes d'amplification au format FITS. Certains fichiers de fonctions tabulées peuvent parfois être nécessaires pour certaines fonctions (effet de source étendue par exemple). C'est le cas de `ccfunctab.tab` ou `espltab.tab`, qui ont été générés à partir d'algorithmes implémentés dans des programmes complémentaires que j'ai réalisés.

Utilisation de `gobiOnline`

`gobiOnline` est une version de gobi qui permet la récupération automatique des données, et la modélisation en ligne des événements, au cours de la saison d'observations PLANET. Les mesures des divers télescopes sont extraites de la base de données PLANET, au fur et à mesure qu'elles sont collectées et réduites en temps réel dans les "pipelines" de réduction automatique. gobi est adapté à la modélisation en temps réel des événements, et cela dans les meilleures conditions de confort et d'efficacité pour le modélisateur. Les filtres sur les données, basés sur les grandeurs telles seeing ou magnitude, sont particulièrement utiles pour ce genre d'utilisation.

A.5.2 tangobi

Le programme spécifique tangobi est conçu pour calculer des efficacités de détection et les diagrammes correspondants. Une version figée de ce programme a été mise en place, afin que la méthode de calcul reste strictement identique pour toutes les microlentilles traitées, même si le travail est réalisé à plusieurs semaines d'intervalle (bien que quelques corrections mineures y aient régulièrement été ajoutées). Les formats des fichiers d'entrée et de sortie de tangobi ont aussi été choisis une fois pour toutes. Ceci permet de garder une bonne cohérence, lorsque les calculs sont faits d'une année sur l'autre par exemple (ajout d'événements pour augmenter la statistique).

tangobi fonctionne selon divers modes, de manière très similaire à gobi. Pour calculer un modèle de lentille simple (PSPL) préliminaire, on utilise :

```
[cassan@popov] tangobi -m single
(...)
   1 [ FIT  ] - Point-source, single lens
   2 [ PLOT ] - Point-source, single lens
(...)
```

Le calcul des efficacités de détection utilise le mode

```
[cassan@popov] tangobi -m excl
(...)
   1 [ FIT  ] - exclusion files, map
```

```
   2 [ FIT  ] - exclusion files, PS
   3 [ FIT  ] - compute detection efficiencies for THIS event
   4 [ FIT  ] - compute detection efficiencies for ALL events
(...)
```

Une batterie de programmes annexes, pour la plupart écrits en IDL, complète alors tangobi pour effectuer certains calculs et tracer les diagrammes d'exclusion de planètes extra-solaires.

Annexe B
Participation à d'autres projets

Sommaire

B.1 Observations d'"afterglow" de sursauts γ et des flashs de rayons X 299
B.1.1 Afterglow du flash XRF 050509c 299
B.1.2 Afterglow du sursaut γ GRB 040825A 300
B.1.3 Afterglow du sursaut γ GRB 030725 300
B.2 Suivi photométrique de la comètes 9P/Temple 1 depuis La Silla 300

J'ai eu l'occasion au cours de ma thèse de participer en tant qu'observateur à divers projets ; ils sont très succintement présentés dans cette annexe.

B.1 Observations d'"afterglow" de sursauts γ et des flashs de rayons X

En parallèle des observations PLANET, une équipe danoise utilisait le télescope de La Silla en mode d'alerte. Lorsqu'un sursaut γ ou un flash de rayons X était détecté, les observateurs étaient contactés pour planifier des observations dans plusieurs filtres. Le but était de voir si une contre-partie optique au phénomène pouvait ou non être mise en évidence.

B.1.1 Afterglow du flash XRF 050509c

(Gorosabel *et al.* , 2005).

We have performed almost daily R-band monitoring of the XRF 050509c field (GCN Circ. 3402, HETE-2 trigger #3751) from May 15 to June 8.
No significant rebrightening brighter than $R \sim 22.5$ has been detected at the afterglow position (GCN Circ. 3425) during the mentioned period. If XRF 050509c was related to a supernova similar to SN 1998bw, our observations would impose a lower redshift limit of z $>$ 0.4.

A combination of all late images reveals a faint ($R \sim 24$) object coincident with the afterglow position, which we tentatively identify as the host galaxy of XRF 050509c

B.1.2 Afterglow du sursaut γ GRB 040825A

(Jensen *et al.* , 2004a,b).

We report optical observations, covering $\sim 90\,\%$ of the refined 7' error-circle (HETE#11553-2) of GRB040825A, taken with the Danish 1.54m telescope at La Silla (FoV=13.7'), as follows :

```
Date midobs (UT) | t_b+  | filter:expt | seeing | 3sig limit
-------------------------------------------------------------
Aug. 26.30, 2004   27.7h    R:14x600s     ~1.1"     R~23.5
Aug. 26.31, 2004   27.9h    V:12x600s     ~1.4"     V~23.3
Aug. 27.31, 2004   51.9h    R:18x600s     ~1.5"     R~23.0
Aug. 28.28, 2004   75.2h    I:13x300s     ~2.1"     I~21.0
```

Photometric calibration is based on Henden et al. (GCN#2668).
Visual comparison of the three main epochs reveals no candidate optical afterglow down to $R \sim 23.0$

B.1.3 Afterglow du sursaut γ GRB 030725

(Jorgensen *et al.* , 2003).

We have obtained R-band observations of the candidate optical afterglow of GRB 030725 (Monard, GCN ##2324,2334; Vinter et al. GCN #2335) with the Danish 1.5m telescope at La Silla. The late R-band light curve (Jul 29.3 - Aug 6.3 2003 UT) is well-fitted by a power law decay with index -1.4 ± 0.1. The optical transient is now $R \sim 23$.

B.2 Suivi photométrique de la comètes 9P/Temple 1 depuis La Silla

J'ai eu aussi l'occasion de suivre la comète 9P/Temple 1 depuis le Chili. Ces observations s'inscrivaient dans le cadre de la mesure précise de la position de la comète, en vue de l'arrivée de l'impacteur "Deep Impact", le 4 juillet 2005. Une des images prises au télescope danois est présentée à la Fig. B.1.

Fig. B.1: Vue sur la comète 9P/Temple 1, depuis le télescope danois de 1.54 m à La Silla (Chili), un mois avant l'impact par le percuteur lancé par la sonde "Deep Impact".

Annexe C
Formulaire

Sommaire

C.1 Constantes physiques et conversions 303
C.2 Formules utiles 303

C.1 Constantes physiques et conversions

c		$2,997\,924\,58 \times 10^{8}$	$\mathrm{m\,s^{-1}}$
G		$6,672\,59 \times 10^{-11}$	$\mathrm{kg\,m^{3}\,s^{-2}}$
$M_\odot$ . . .		$1,989\,1 \times 10^{-30}$	kg
$R_\odot$		$6,955 \times 10^{8}$	m
$\mathrm{T}_{\odot,\mathrm{eff}}$ . .		5780	K
1	rad	$2,062\,648\,062\,5 \times 10^{5}$	arcsec
1	kpc	$3,085\,677 \times 10^{19}$	m
1	UA	$1,495\,978 \times 10^{11}$	m

Tab. C.1: Constantes et conversions entre unités.

C.2 Formules utiles

Intégrale elliptique incomplète de Legendre de première espèce (e.g. Gradshteyn & Ryzhik, 1994) :

$$F(\phi, k) = \int_0^{\phi} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}}, \tag{C.1}$$

Intégrale elliptique incomplète de Legendre de deuxième espèce :

$$E(\phi, k) = \int_0^{\phi} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}\, \mathrm{d}\theta, \tag{C.2}$$

Intégrale elliptique incomplète de Legendre de troisième espèce :

$$\Pi(\phi, \alpha^2, k) = \int_0^{\phi} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \theta}\left(1 - \alpha^2 \sin^2 \theta\right)}, \tag{C.3}$$

Les intégrales elliptiques *complètes* qui leur sont associées sont $\boldsymbol{K}(k) = F(\frac{\pi}{2}, k)$ (première espèce), $\boldsymbol{E}(k) = E(\frac{\pi}{2}, k)$ (deuxième espèce).

Bibliographie

Afonso, C., Albert, J. N., Andersen, J., Ansari, R., Aubourg, É., Bareyre, P., Bauer, F., Blanc, G., Bouquet, A., Char, S., Charlot, X., Couchot, F., Coutures, C., Derue, F., Ferlet, R., Fouqué, P., Glicenstein, J. F., Goldman, B., Gould, A., Graff, D., Gros, M., Haissinski, J., Hamilton, J. C., Hardin, D., de Kat, J., Kim, A., Lasserre, T., LeGuillou, L., Lesquoy, É., Loup, C., Magneville, C., Mansoux, B., Marquette, J. B., Maurice, É., Milsztajn, A., Moniez, M., Palanque-Delabrouille, N., Perdereau, O., Prévot, L., Regnault, N., Rich, J., Spiro, M., Vidal-Madjar, A., Vigroux, L., Zylberajch, S., & The EROS collaboration. 2001. Photometric constraints on microlens spectroscopy of EROS-BLG-2000-5. *A&A*, **378**, 1014–1023.

Alard, C., & Lupton, R. H. 1998. A Method for Optimal Image Subtraction. *ApJ*, **503**, 325.

Albrow, M. D., *et al.* . 1998. The 1995 Pilot Campaign of PLANET : Searching for Microlensing Anomalies through Precise, Rapid, Round-the-Clock Monitoring. *ApJ*, **509**, 687.

Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., Dominik, M., Gaudi, B. S., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Naber, R. M., Pollard, K. R., Sackett, P. D., Sahu, K. C., Vermaak, P., Watson, R., Williams, A., Bond, H. E., & van Bemmel, I. M. 2000a. Detection of Rotation in a Binary Microlens : PLANET Photometry of MACHO 97-BLG-41. *ApJ*, **534**, 894–906.

Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., Dominik, M., Gaudi, B. S., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Naber, R. M., Pollard, K. R., Sackett, P. D., Sahu, K. C., Vermaak, P., Watson, R., Williams, A., Bond, H. E., & van Bemmel, I. M. 2000b. Detection of Rotation in a Binary Microlens : PLANET Photometry of MACHO 97-BLG-41. *ApJ*, **534**, 894–906.

Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., DePoy, D. L., Dominik, M., Gaudi, B. S., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Naber, R. M., Pogge, R. W., Pollard, K. R., Sackett, P. D., Sahu, K. C., Vermaak, P., Watson, R., & Williams, A. 2000. Limits on Stellar and Planetary Companions in Microlensing Event OGLE-1998-BUL-14. *ApJ*, **535**, 176.

Albrow, M. D., *et al.* . 2001. Hα Equivalent Width Variations across the Face of a Microlensed K Giant in the Galactic Bulge. *ApJl*, **550**, L173.

Albrow, M.D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J.A.R., Depoy, D.L., Dominik, M., Gaudi, B.S., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Naber, R.M., Pogge, R.W., Pollard, K.R., Sackett, P.D., Sahu, K.C., Vermaak, P., Watson, R., & Williams, A. 1999. A Complete Set of Solutions for Caustic Crossing Binary Microlensing Events. *ApJ*, **522**, 1022–1036.

Alcock, C., Akerloff, C. W., Allsman, R. A., Axelrod, T. S., Bennett, D. P., Chan, S., Cook, C. H., Freeman, K. C., Griest, K., Marshall, S. L., Park, H. S., Perlmutter, S., Peterson, B. A., Pratt, M. R., Quinn, P. J., Rodgers, A. W., Stubbs, C. W., & Sutherland, W. 1993. Possible Gravitational Microlensing of a Star in the Large Magellanic Cloud. *Nature*, **365**, 621.

Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D., Axelrod, T. S., Bennett, D. P., Cook, K. H., Freeman, K. C., Griest, K., Guern, J., Lehner, M. J., Marshall, S. L., Peterson, B. A., Pratt, M. R., Quinn, P. J., Rodgers, A. W., Stubbs, C. W., & Sutherland, W. 1995. First Observation of Parallax in a Gravitational Microlensing Event. *ApJ*, **454**, L125.

Alcock, C., Allen, W. H., Allsman, R. A., Alves, D., Axelrod, T. S., Banks, T. S., Beaulieu, S. F., Becker, A. C., Becker, R. H., Bennett, D. P., Bond, I. A., Carter, B. S., Cook, K. H., Dodd, R. J., Freeman, K. C., Gregg, M. D., Griest, K., Hearnshaw, J. B., Heller, A., Honda, M., Jugaku, J., Kabe, S., Kaspi, S., Kilmartin, P. M., Kitamura, A., Kovo, O., Lehner, M. J., Love, T. E., Maoz, D., Marshall, S. L., Matsubara, Y., Minniti, D., Miyamoto, M., Morse, J. A., Muraki, Y., Nakamura, T., Peterson, B. A., Phillips, M. M., Pratt, M. R., Quinn, P. J., Reid, I. N., Reid, M., Reiss, D., Retter, A., Rodgers, A. W., Sargent, W. L. W., Sato, H., Sekiguchi, M., Stetson, P. B., Stubbs, C. W., Sullivan, D. J., Sutherland, W., Tomaney, A., Vandehei, T., Watase, Y., Welch, D. L., Yanagisawa, T., Yoshizawa, M., Yock, P. C. M., The Macho, & Gman Collaborations. 1997. MACHO Alert 95-30 : First Real-Time Observation of Extended Source Effects in Graviational Microlensing. *ApJ*, **491**, 436.

An, J. H. 2005. Gravitational lens under perturbations : symmetry of perturbing potentials with invariant caustics. *MNRAS*, **356**, 1409–1428.

An, J. H., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., DePoy, D. L., Dominik, M., Gaudi, B. S., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Pogge, R. W., Pollard, K. R., Sackett, P. D., Sahu, K. C., Vermaak, P., Watson, R., & Williams, A. 2002. First Microlens Mass Measurement : PLANET Photometry of EROS BLG-2000-5. *ApJ*, **572**, 521–539.

Andre, P., Ward-Thompson, D., & Barsony, M. 2000. From Prestellar Cores to Protostars : the Initial Conditions of Star Formation. *Protostars and Planets IV*, 59.

Asada, H. 2003. A Parametric Representation of Critical Curves and Caustics for a Binary Gravitational Lens. *Progress of Theoretical Physics*, **110**, 425–432.

Asada, H., Kasai, T., & Kasai, M. 2002. Algebraic Properties of the Real Quintic Equation for a Binary Gravitational Lens. *Progress of Theoretical Physics*, **108**, 1031–1037.

Asada, H., Kasai, T., & Kasai, M. 2004. Euclidean Algorithm to a Gravitational Lens in a Polynomial Equation. *Progress of Theoretical Physics*, **112**, 241–248.

Aubourg, E., Bareyre, P., Brehin, S., Gros, M., Lachieze-Rey, M., Laurent, B., Lesquoy, E., Magneville, C., Milsztajn, A., Moscoso, L., Queinnec, F., Rich, J., Spiro, M., Vigroux, L., Zylberajch, S., Ansari, R., Cavalier, F., Moniez, M., Beaulieu, J. P., Ferlet, R., Grison, P., Vidal-Madjar, A., Guibert, J., Moreau, O., Tajahmady, F., Maurice, E., Prevot, L., & Gry, C. 1993. Evidence for Gravitational Microlensing by Dark Objects in the Galactic Halo. *Nature*, **365**, 623.

Beaulieu, J. P., Cassan, A., Kubas, D., Albrow, M., Bennett, D., Brillant, S., Caldwell, J. A. R., Calitz, H., Cook, K., Coutures, C., Dominik, M., Dominis, D., Donatowicz, J., Fouqué, P., Greenhill, J., Hill, K., Hoffman, M., Horne, K., Jørgensen, U. G., Kane, S., Martin, R., Mientjes, P., Menzies, J. M., Pollard, K., Sahu, K., Vinter, C., Wambsganss, J., & Williams, A. 2005. PLANET III : searching for Earth-mass planets via microlensing from Dome C ? *Pages 297–302 of : EAS Publications Series.*

Beaulieu, J.-P., Bennett, D.P., Fouque, P., Williams, A., Dominik, M., Jorgensen, U.G., Kubas, D., Cassan, A., Coutures, C., Greenhill, J., Hill, K., Menzies, J., Sackett, P.D., Albrow, M., Brillant, S., Caldwell, J.A.R., Calitz, J.J., Cook, K.H., Corrales, E., Desort, M., Dieters, S., Dominis, D., Donatowicz, J., Hoffman, M., Kane, S., Marquette, J.-B., Martin, R., Meintjes, P., Pollard, K., Sahu, K., Vinter, C., Wambsganss, J., Woller, K., Horne, K., Steele, I., Bramich, D., Burgdorf, M., Snodgrass, C., Bode, M., Udalski, A., Szymanski, M., Kubiak, M., Wieckowski, T., Pietrzynski, G., Soszynski, I., Szewczyk, O., Wyrzykowski, L., & Paczynski, B. 2006. Discovery of a Cool Planet of 5.5 Earth Masses Through Gravitational Microlensing. *Nature*, **436**, 437–440.

Belokurov, V. A., & Evans, N. W. 2002. Astrometric microlensing with the GAIA satellite. *MNRAS*, **331**, 649–665.

Bennett, D. P. 2004. The Detection of Terrestrial Planets via Gravitational Microlensing : Space vs. Ground-based Surveys. *Page 59 of : ASP Conf. Ser. 321 : Extrasolar Planets : Today and Tomorrow.*

Bennett, D. P., & Rhie, S. H. 1996. Detecting Earth-Mass Planets with Gravitational Microlensing. *ApJ*, **472**, 660.

Bennett, D. P., Rhie, S. H., Becker, A. C., Butler, N., Dann, J., Kaspi, S., Leibowitz, E. M., Lipkin, Y., Maoz, D., Mendelson, H., Peterson, B. A., Quinn, J., Shemmer, O., Thomson, S., & Turner, S. E. 1999. Discovery of a planet orbiting a binary star system from gravitational microlensing. *Nature*, **402**, 57–59.

Bolatto, A. D., & Falco, E. E. 1994. The detectability of planetary companions of compact Galactic objects from their effects on microlensed light curves of distant stars. *ApJ*, **436**, 112–116.

Bond, I. A., Udalski, A., Jaroszyński, M., Rattenbury, N. J., Paczyński, B., Soszyński, I., Wyrzykowski, L., Szymański, M. K., Kubiak, M., Szewczyk, O., Żebruń, K., Pietrzyński, G., Abe, F., Bennett, D. P., Eguchi, S., Furuta, Y., Hearnshaw, J. B., Kamiya, K., Kilmartin, P. M., Kurata, Y., Masuda, K., Matsubara, Y., Muraki, Y., Noda, S., Okajima, K., Sako, T., Sekiguchi, T., Sullivan, D. J., Sumi, T., Tristram, P. J., Yanagisawa, T., & Yock, P. C. M. 2004. OGLE 2003-BLG-235/MOA 2003-BLG-53 : A Planetary Microlensing Event. *ApJ*, **606**, L155–L158.

Bonfils, X., Forveille, T., Delfosse, X., Udry, S., Mayor, M., Perrier, C., Bouchy, F., Pepe, F., Queloz, D., & Bertaux, J.-L. 2005. The HARPS search for southern extra-solar planets. VI. A Neptune-mass planet around the nearby M dwarf Gl 581. *A&A*, **443**, L15–L18.

Boss, A. P. 1997. Giant planet formation by gravitational instability. *Science*, **276**, 1836–1839.

Bozza, V. 1999. Perturbative analysis in planetary gravitational lensing. *A&A*, **348**, 311–326.

Bozza, V. 2000a. Caustics in special multiple lenses. *A&A*, **355**, 423–432.

Bozza, V. 2000b. Secondary caustics in close multiple lenses. *A&A*, **359**, 1–8.

Brown, T. M., Charbonneau, D., Gilliland, R. L., Noyes, R. W., & Burrows, A. 2001. Hubble Space Telescope Time-Series Photometry of the Transiting Planet of HD 209458. *ApJ*, **552**, 699–709.

Bryce, H. M., Hendry, M. A., & Valls-Gabaud, D. 2002. Gravitational microlensing as a test of stellar model atmospheres. *A&A*, **388**, L1–L4.

Bryce, H. M., Ignace, R., & Hendry, M. A. 2003. Microlensing of circumstellar envelopes. II. Emission lines from radial and azimuthal flow during fold caustic crossings. *A&A*, **401**, 339–346.

Butler, R. P., Vogt, S. S., Marcy, G. W., Fischer, D. A., Wright, J. T., Henry, G. W., Laughlin, G., & Lissauer, J. J. 2004. A Neptune-Mass Planet Orbiting the Nearby M Dwarf GJ 436. *ApJ*, **617**, 580–588.

Cassan, A., Beaulieu, J. P., Brillant, S., Coutures, C., Dominik, M., Donatowicz, J., Jørgensen, U. G., Kubas, D., Albrow, M. D., Caldwell, J. A. R., Fouqué, P., Greenhill, J., Hill, K., Horne, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Pollard, K. R., Sahu, K. C., Vinter, C., Wambsganss, J., Watson, R., Williams, A., Fendt, C., Hauschildt, P., Heinmueller, J., Marquette, J. B., & Thurl, C. 2004. Probing the atmosphere of the bulge G5III star OGLE-2002-BUL-069 by analysis of microlensed Hα line. *A&A*, **419**, L1.

Cassan, A., Beaulieu, JP., Brillant, S., Kubas, D., & Fouqué, P. et al. 2005. *OGLE 2004–BLG–254 : a K2 III Galactic Bulge Giant spatially resolved by a single microlens.* soumis.

Castro, S., *et al.* . 2001. Spatial/Spectral Resolution of a Galactic Bulge K3 Giant Stellar Atmosphere via Gravitational Microlensing. *ApJ*, **548**, L197.

Chang, K., & Refsdal, S. 1979. Flux variations of QSO 0957+561 A, B and image splitting by stars near the light path. *Nature*, **282**, 561–564.

Charbonneau, D. 2004. A Review of the Current Status of Follow-Up Techniques to Study Known Extrasolar Planets. *Page 367 of : IAU Symposium.*

Charbonneau, D., Brown, T. M., Latham, D. W., & Mayor, M. 2000. Detection of Planetary Transits Across a Sun-like Star. *ApJ*, **529**, L45–L48.

Charbonneau, P. 1995. Genetic Algorithms in Astronomy and Astrophysics. *ApJS*, **101**, 309–334.

Chauvin, G., Lagrange, A.-M., Dumas, C., Zuckerman, B., Mouillet, D., Song, I., Beuzit, J.-L., & Lowrance, P. 2004. A giant planet candidate near a young brown dwarf. Direct VLT/NACO observations using IR wavefront sensing. *A&A*, **425**, L29–L32.

Delfosse, X., Forveille, T., Mayor, M., Perrier, C., Naef, D., & Queloz, D. 1998. The closest extrasolar planet. A giant planet around the M4 dwarf GL 876. *A&A*, **338**.

Delplancke, F., Górski, K. M., & Richichi, A. 2001. Resolving gravitational microlensing events with long-baseline optical interferometry. Prospects for the ESO Very Large Telescope Interferometer. *A&A*, **375**, 701–710.

Delplancke, F., Lévy, F., & Derie, F. 2003. Planet Detection with Micro-Lensing and Interferometry. *In : IAU Symposium.*

Dominik, M. 1998a. Galactic microlensing with rotating binaries. *A&A*, **329**, 361.

Dominik, M. 1998b. A robust and efficient method for calculating the magnification of extended sources caused by gravitational lenses. *A&A*, **333**, L79.

Dominik, M. 1999. The binary gravitational lens and its extreme cases. *A&A*, **349**, 108.

Dominik, M. 2004. Theory and practice of microlensing light curves around fold singularities. *MNRAS*, **353**, 69.

Edvardsson, B., Andersen, J., Gustafsson, B., Lambert, D. L., Nissen, P. E., & Tomkin, J. 1993. The Chemical Evolution of the Galactic Disk - Part One - Analysis and Results. *A&A*, **275**, 101.

Erdl, H., & Schneider, P. 1993. Classification of the multiple deflection two point-mass gravitational lens models and application of catastrophe theory in lensing. *A&A*, **268**, 453–471.

Fields, Dale L., Albrow, M. D., An, J., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., DePoy, D. L., Dominik, M., Gaudi, B. S., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Jørgensen, U. G., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Pogge, R. W., Pollard, K. R., Sackett, P. D., Sahu, K. C., Vermaak, P., Watson, R., Williams, A., Glicenstein, J.-F., & Hauschildt, P. H. 2003. High-Precision Limb-Darkening Measurement of a K3 Giant Using Microlensing. *ApJ*, L173.

Ford, E. B. 2005. Quantifying the Uncertainty in the Orbits of Extrasolar Planets. *AJ*, **129**, 1706–1717.

Gaudi, B. S. 2003. Microlensing Searches for Extrasolar Planets. *Pages 79–86 of : ASP Conf. Ser. 294 : Scientific Frontiers in Research on Extrasolar Planets.*

Gaudi, B. S., & Gould, A. 1997. Planet Parameters in Microlensing Events. *ApJ*, **486**, 85.

Gaudi, B. S., & Gould, A. 1999. Spectrophotometric Resolution of Stellar Surfaces with Microlensing. *ApJ*, **513**, 619.

Gaudi, B. S., Albrow, M. D., An, J., Beaulieu, J. P., Caldwell, J. A. R., DePoy, D. L., Dominik, M., Gould, A., Greenhill, J., Hill, K., Kane, S., Martin, R., Menzies, J., Naber, R. M., Pel, J.-W., Pogge, R. W., Pollard, K. R., Sackett, P. D., Sahu, K. C., Vermaak, P., Vreeswijk, P. M., Watson, R., & Williams, A. 2002. Microlensing Constraints on the Frequency of Jupiter-Mass Companions : Analysis of 5 Years of PLANET Photometry. *ApJ*, **566**, 463.

Gaudi, B. Scott, & Petters, A. O. 2002. Gravitational Microlensing near Caustics. II. Cusps. *ApJ*, **580**, 468.

Gaudi, B. Scott, & Sackett, Penny D. 2000. Detection Efficiencies of Microlensing Data Sets to Stellar and Planetary Companions. *ApJ*, **528**, 56.

Ghosh, H., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., Gaudi, B. S., Gould, A., Han, C., Lipkin, Y., Maoz, D., Ofek, E. O., Park, B.-G., Pogge, R. W., Salim, S., Abe, F., Bennett, D. P., Bond, I. A., Eguchi, S., Furuta, Y., Hearnshaw, J. B., Kamiya, K., Kilmartin, P. M., Kurata, Y., Masuda, K., Matsubara, Y., Muraki, Y., Noda, S., Okajima, K., Rattenbury, N. J., Sako, T., Sekiguchi, T., Sullivan, D. J., Sumi, T., Tristram, P. J., Yanagisawa, T., Yock, P. C. M., Udalski, A., Soszyński, I., Wyrzykowski, Ł., Kubiak, M., Szymański, M. K., Pietrzyński, G., Szewczyk, O., Żebruń, K., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., Cassan, A., Coutures, C., Dominik, M., Donatowicz, J., Fouqué, P., Greenhill, J., Hill, K., Horne, K., Jørgensen, U. G., Kane, S., Kubas, D., Martin, R., Menzies, J., Pollard, K. R., Sahu, K. C., Wambsganss, J., Watson, R., & Williams, A. 2004. Potential Direct Single-Star Mass Measurement. *ApJ*, **615**, 450–459.

Gilliland, R. L., Brown, T. M., Guhathakurta, P., Sarajedini, A., Milone, E. F., Albrow, M. D., Baliber, N. R., Bruntt, H., Burrows, A., Charbonneau, D., Choi, P., Cochran, W. D., Edmonds, P. D., Frandsen, S., Howell, J. H., Lin, D. N. C., Marcy, G. W., Mayor, M., Naef, D., Sigurdsson, S., Stagg, C. R., Vandenberg, D. A., Vogt, S. S., & Williams, M. D. 2000. A Lack of Planets in 47 Tucanae from a Hubble Space Telescope Search. *ApJ*, **545**, L47–L51.

Goldreich, P., & Tremaine, S. 1980. Disk-satellite interactions. *ApJ*, **241**, 425–441.

Gonzalez, G. 1997. The stellar metallicity-giant planet connection. *MNRAS*, **285**, 403–412.

Gorosabel, J., Hjorth, J., Jensen, B. L., Jorgensen, U. G., Beaulieu, J.-P., Cassan, A., Andersen, M. I., Donatowicz, J., Watson, D., Fynbo, J. P. U., Jakobsson, P., Castro Ceron, J. M., & Pedersen, H. 2005. XRF 050509c : optical monitoring. *GRB Circular Network*, **3546**, 1.

Gould, A. 1994. Proper motions of MACHOs. *ApJ*, **421**, L71–L74.

Gould, A., & Gaucherel, C. 1997. Stokes's Theorem Applied to Microlensing of Finite Sources. *ApJ*, **477**, 580.

Gould, A., & Loeb, A. 1992. Discovering planetary systems through gravitational microlenses. *ApJ*, **396**, 104.

Gradshteyn, I. S., & Ryzhik, I. M. 1994. *Table of integrals, series and products.* New York : Academic Press, 1994, 5th ed. completely reset, edited by Jeffrey, Alan.

Gray, D. F. 1992. *The observation and analysis of stellar photospheres.* Cambridge ; New York : Cambridge University Press, 1992. 2nd ed.

Griest, K. 1991. Galactic microlensing as a method of detecting massive compact halo objects. *ApJ*, **366**, 412–421.

Griest, K., & Safizadeh, N. 1998. The Use of High-Magnification Microlensing Events in Discovering Extrasolar Planets. *ApJ*, **500**, 37.

Guenther, E.W., & Wuchterl, G. 2003. Companions of old brown dwarfs, and very low mass stars. *A&A*, **401**.

Han, C. 2005. Analysis of Microlensing Light Curves Induced by Multiple-Planet Systems. *ApJ*, **629**, 1102–1109.

Han, C., & Gould, A. 2003. Stellar Contribution to the Galactic Bulge Microlensing Optical Depth. *ApJ*, **592**, 172–175.

Han, C., Chung, S.-J., Kim, D., Park, B.-G., Ryu, Y.-H., Kang, S., & Lee, D. W. 2004. Gravitational Microlensing : A Tool for Detecting and Characterizing Free-Floating Planets. *ApJ*, **604**, 372–378.

Hauschildt, P. H., *et al.* . 1999. The NEXTGEN Model Atmosphere Grid. II. Spherically Symmetric Model Atmospheres for Giant Stars with Effective Temperatures between 3000 and 6800 K. *ApJ*, **525**, 871.

Hendry, M. A., Bryce, H. M., & Valls-Gabaud, D. 2002. The microlensing signatures of photospheric starspots. *MNRAS*, **335**, 539–549.

Heyrovský, D. 2003. Measuring Stellar Limb Darkening by Gravitational Microlensing. *ApJ*, **594**, 464–482.

Heyrovský, D., & Sasselov, D. 2000. Detecting Stellar Spots by Gravitational Microlensing. *ApJ*, **529**, 69–76.

Heyrovský, D., Sasselov, D., & Loeb, A. 2000. Probing Red Giant Atmospheres with Gravitational Microlensing. *ApJ*, **543**, 406–416.

Ida, S., & Lin, D. N. C. 2004. Toward a Deterministic Model of Planetary Formation. II. The Formation and Retention of Gas Giant Planets around Stars with a Range of Metallicities. *ApJ*, **616**, 567–572.

Jensen, B. L., Cassan, A., Dominis, D., Hjorth, J., Fynbo, J., Andersen, M. I., & Gorosabel, J. 2004a. GRB040825A : optical observations. *GRB Circular Network*, **2687**.

Jensen, B. L., Cassan, A., Dominis, D., Hjorth, J., Fynbo, J., Andersen, M. I., & Gorosabel, J. 2004b. GRB040825A : optical observations. *GRB Circular Network*, **2686**.

Jha, S., Charbonneau, D., Garnavich, P.M., Sullivan, D.J., Sullivan, T., Brown, T.M., & Tonry, J.L. 2000. Multicolor Observations of a Planetary Transit of HD 209458. *ApJ*, **540**, 45.

Jiang, G., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., Gaudi, B. S., Gould, A., Han, C., Lipkin, Y., Maoz, D., Ofek, E. O., Park, B.-G., Pogge, R. W., Udalski, A., Kubiak, M., Szymański, M. K., Szewczyk, O., Żebruń, K., Wyrzykowski, Ł., Soszyński, I., Pietrzyński, G., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., Cassan, A., Coutures, C., Dominik, M., Donatowicz, J., Fouqué, P., Greenhill, J., Hill, K., Horne, K., Jørgensen, S. F., Jørgensen, U. G., Kane, S., Kubas, D., Martin, R., Menzies, J., Pollard, K. R., Sahu, K. C., Wambsganss, J., Watson, R., & Williams, A. 2004. OGLE-2003-BLG-238 : Microlensing Mass Estimate of an Isolated Star. *ApJ*, **617**, 1307–1315.

Jorgensen, S. F., Vinter, C., Cassan, A., Jensen, B. L., Gorosabel, J., Fynbo, J. P. U., Hjorth, J., & Pedersen, K. 2003. GRB030725 : optical observations. *GRB Circular Network*, **2344**.

Kasting, J. F., Whitmire, D. P., & Reynolds, R. T. 1993. Habitable Zones around Main Sequence Stars. *Icarus*, **101**, 108–128.

Kubas, D., Cassan, A., Beaulieu, J. P., Coutures, C., Dominik, M., Albrow, M. D., Brillant, S., Caldwell, J. A. R., Dominis, D., Donatowicz, J., Fendt, C., Fouqué, P., Jørgensen, U. G., Greenhill, J., Hill, K., Heinmüller, J., Horne, K., Kane, S., Marquette, J. B., Martin, R., Menzies, J., Pollard, K. R., Sahu, K. C., Vinter, C., Wambsganss, J., Watson, R., Williams, A., & Thurl, C. 2005. Full characterization of binary-lens event OGLE-2002-BLG-069 from PLANET observations. *A&A*, **435**, 941.

Kurucz, R. L. 1993. *SYNTHE spectrum synthesis programs and line data.* Kurucz CD-ROM, Cambridge, MA : Smithsonian Astrophysical Observatory, |c1993, December 4, 1993.

Laughlin, G., Bodenheimer, P., & Adams, F. C. 2004. The Core Accretion Model Predicts Few Jovian-Mass Planets Orbiting Red Dwarfs. *ApJ*, **612**, L73–L76.

Lennon, D. J., Mao, S., Fuhrmann, K., & Gehren, T. 1996. The First Spectroscopic Observations of Caustic Crossing in a Binary Microlensing Event. *ApJ*, **471**, L23.

Lissauer, J. J. 1995. Urey prize lecture : On the diversity of plausible planetary systems. *Icarus*, **114**, 217–236.

Loeb, A., & Sasselov, D. 1995. Removing Degeneracy of Microlensing Light Curves through Narrowband Photometry of Giants. *ApJ*, **449**, L33–L36.

Mao, S., & Paczynski, B. 1991. Gravitational microlensing by double stars and planetary systems. *ApJ*, **374**, L37–L40.

Marcy, G., Butler, R.P., Fischer, D.A., Vogt, S.S., Wright, J.T., Tinney, C.G., & Jones, H.R.A. 2005. Observed Properties of Exoplanets : Masses, Orbits, and Metallicities. *astro-ph/0505003.*

Marcy, G. W., Butler, R. P., Vogt, S. S., Fischer, D., & Lissauer, J. J. 1998. A Planetary Companion to a Nearby M4 Dwarf, Gliese 876. *ApJ*, **505**, L147–L149.

Marcy, G. W., Butler, R. P., Fischer, D., Vogt, S. S., Lissauer, J. J., & Rivera, E. J. 2001. A Pair of Resonant Planets Orbiting GJ 876. *ApJ*, **556**, 296–301.

Mayer, L., Quinn, T., Wadsley, J., & Stadel, J. 2002. Formation of Giant Planets by Fragmentation of Protoplanetary Disks. *Science*, **298**, 1756–1759.

Mayor, M., & Queloz, D. 1995. A Jupiter-Mass Companion to a Solar-Type Star. *Nature*, **378**, 355.

Minniti, D., Vandehei, T., Cook, K. H., Griest, K., & Alcock, C. 1998. Detection of Lithium in a Main Sequence Bulge Star Using Keck I as a 15M Diameter Telescope. *ApJ*, **499**, L175.

Moutou, C., Mayor, M., Bouchy, F., Lovis, C., Pepe, F., Queloz, D., Santos, N. C., Udry, S., Benz, W., Lo Curto, G., Naef, D., Ségransan, D., & Sivan, J.-P. 2005. The HARPS search for southern extra-solar planets. IV. Three close-in planets around HD 2638, HD 27894 and HD 63454. *A&A*, **439**, 367–373.

Naef, D., Mayor, M., Beuzit, J. L., Perrier, C., Queloz, D., Sivan, J. P., & S., Udry. 2005. *The ELODIE Planet Search : Synthetic View of the Survey and its Global Detection Threshold.* astro-ph/0409230.

Orosz, J. A., & Hauschildt, P. H. 2000. The use of the NextGen model atmospheres for cool giants in a light curve synthesis code. *A&A*, **364**, 265.

Paczynski, B. 1986. Gravitational microlensing by the galactic halo. *ApJ*, **304,**, 1–5.

Paczynski, B. 1991. Gravitational microlensing of the Galactic bulge stars. *ApJ*, **371**, L63–L67.

Paczynski, B. 1996. Gravitational Microlensing in the Local Group. *ARA&A*, **34**, 419–460.

Peale, S. J. 2003. Comparison of a Ground-based Microlensing Search for Planets with a Search from Space. *AJ*, **126**, 1595–1603.

Perrin, G., Ridgway, S.T., Coudé du Foresto, V., Mennesson, B., Traub, W.A., & Lacass, M.G. 2004. Interferometric observations of the supergiant stars α Orionis and α Herculis with FLUOR at IOTA. *A&A*, **418**, 675–685.

Perryman, M. A. C. 2000. Extra-solar planets. *Reports of Progress in Physics*, **63**, 1209–1272.

Pollack, J. B., Hubickyj, O., Bodenheimer, P., Lissauer, J. J., Podolak, M., & Greenzweig, Y. 1996. Formation of the Giant Planets by Concurrent Accretion of Solids and Gas. *Icarus*, **124**, 62–85.

Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., & Flannery, B.P. 1992. *Numerical recipes in C. The art of scientific computing.* Cambridge University Press, 2nd ed.

Queloz, D. 2006. Light through a gravitational lens. *Nature*, **436**, 400–401.

Queloz, D., Santos, N. C., & Mayor, M. 2002. Search for extra-solar planets. *Pages 117–121 of : ESA SP-485 : Stellar Structure and Habitable Planet Finding.*

Refsdal, S. 1964. The gravitational lens effect. *MNRAS*, **128**, 295.

Rhie, S. H., Bennett, D. P., Becker, A. C., Peterson, B. A., Fragile, P. C., Johnson, B. R., Quinn, J. L., Crouch, A., Gray, J., King, L., Messenger, B., Thomson, S., Bond, I. A., Abe, F., Carter, B. S., Dodd, R. J., Hearnshaw, J. B., Honda, M., Jugaku, J., Kabe, S., Kilmartin, P. M., Koribalski, B. S., Masuda, K., Matsubara, Y., Muraki, Y., Nakamura, T., Nankivell, G. R., Noda, S., Rattenbury, N. J., Reid, M., Rumsey, N. J., Saito, T., Sato, H., Sato, S., Sekiguchi, M., Sullivan, D. J., Sumi, T., Watase, Y., Yanagisawa, T., Yock, P. C. M., & Yoshizawa, M. 2000. On Planetary Companions to the MACHO 98-BLG-35 Microlens Star. *ApJ*, **533**, 378–391.

Rivera, E. J., Lissauer, J. J., Butler, R. P., Marcy, G. W., Vogt, S. S., Fischer, D. A., Brown, T. M., Laughlin, G., & Henry, G. W. 2005. A ~7.5 $M_\oplus$ Planet Orbiting the Nearby Star, GJ 876. *ApJ*, **634**, 625–640.

Santos, N. C., Israelian, G., & Mayor, M. 2001. The metal-rich nature of stars with planets. *A&A*, **373**, 1019–1031.

Santos, N. C., Israelian, G., & Mayor, M. 2004a. Spectroscopic [Fe/H] for 98 extra-solar planet-host stars. Exploring the probability of planet formation. *A&A*, **415**, 1153–1166.

Santos, N. C., Bouchy, F., Mayor, M., Pepe, F., Queloz, D., Udry, S., Lovis, C., Bazot, M., Benz, W., Bertaux, J.-L., Lo Curto, G., Delfosse, X., Mordasini, C., Naef, D., Sivan, J.-P., & Vauclair, S. 2004b. The HARPS survey for southern extra-solar planets. II. A 14 Earth-masses exoplanet around μ Arae. *A&A*, **426**, L19–L23.

Santos, N. C., Israelian, G., Mayor, M., Bento, J. P., Almeida, P. C., Sousa, S. G., & Ecuvillon, A. 2005. Spectroscopic metallicities for planet-host stars : Extending the samples. *A&A*, **437**, 1127–1133.

Sasselov, D. D. 1996. Opportunities for stellar surface imaging via gravitational microlensing. *Page 541 of : ASP Conf. Ser. 109 : Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun.*

Sasselov, D. D. 1998. Surface Imaging by Microlensing. *Page 383 of : ASP Conf. Ser. 154 : Cool Stars, Stellar Systems, and the Sun.*

Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993. DOPHOT, a CCD photometry program : Description and tests. *PASP*, **105**, 1342–1353.

Schneider, P., & Wagoner, R. V. 1987. Amplification and polarization of supernovae by gravitational lensing. *ApJ*, **314**, 154.

Schneider, P., & Weiss, A. 1986. The two-point-mass lens - Detailed investigation of a special asymmetric gravitational lens. *A&A*, **164**, 237.

Schneider, P., & Weiss, A. 1988. Light propagation in inhomogeneous universes - The ray-shooting method. *ApJ*, **330**, 1.

Schneider, P., & Weiss, A. 1992. The gravitational lens equation near cusps. *A&A*, **260**, 1.

Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E.E. 1992. *Gravitational Lenses.* Springer-Verlag Berlin Heidelberg New-York.

Terquem, C. E. J. M. L. J. 2003. Stopping inward planetary migration by a toroidal magnetic field. *MNRAS*, **341**, 1157–1173.

Udalski, A. 2003. The Optical Gravitational Lensing Experiment. Real Time Data Analysis Systems in the OGLE-III Survey. *Acta Astron.*, **53**, 291.

Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., Kubiak, M., Mateo, M., Krzeminski, W., & Paczynski, B. 1994. The Optical Gravitational Lensing Experiment. The Early Warning System : Real Time Microlensing. *Acta Astron.*, **44**, 227.

Udalski, A., Jaroszyński, M., Paczyński, B., Kubiak, M., Szymański, M. K., Soszyński, I., Pietrzyński, G., Ulaczyk, K., Szewczyk, O., Wyrzykowski, Ł., Christie, G. W., DePoy, D. L., Dong, S., Gal-Yam, A., Gaudi, B. S., Gould, A., Han, C., Lépine, S., McCormick, J., Park, B.-G., Pogge, R. W., Bennett, D. P., Bond, I. A., Muraki, Y., Tristram, P. J., Yock, P. C. M., Beaulieu, J.-P., Bramich, D. M., Dieters, S. W., Greenhill, J., Hill, K., Horne, K., & Kubas, D. 2005. A Jovian-Mass Planet in Microlensing Event OGLE-2005-BLG-071. *ApJ*, **628**, L109–L112.

Udry, S. 2001. Planètes extra-solaires. *Ecole de Goutelas #23, CNRS, 22-26 May 2000, edited by D. Egret, J.-L. Halbwachs, and J.-M. Hameury. Publisher : Societe Francaise d'Astronomie et d'Astrophysique (SF2A), p. 141.*, **23**, 141.

Valls-Gabaud, D. 1995. Chromatic, spectroscopic and polarisation effects in microlensing events from stellar sources. *Page 326 of : Large Scale Structure in the Universe.*

Valls-Gabaud, D. 1998. Chromatic and spectroscopic signatures of microlensing events as a tool for the gravitational imaging of stars. *MNRAS*, **294**, 747.

Vandenberg, D. A. 1985. Evolution of 0.7-3.0 solar masses stars having Fe/H between -1.0 and 0.0. *ApJS*, **58**, 711–769.

Vermaak, P. 2003. Rapid analysis of binary lens gravitational microlensing light curves. *MNRAS*, **344**, 651–656.

Vidal-Madjar, A. 1995. *Il pleut des plan'etes.* Hachette, ISBN 2012792243.

Vietri, M., & Ostriker, J. P. 1983. The statistics of gravitational lenses - Appaarent changes in the luminosity function of distant sources due to passage of light through a single galaxy. *ApJ*, **267**, 488–510.

Wambsganss. 1997. Discovering Galactic planets by gravitational microlensing : magnification patterns and light curves. *MNRAS*, **284**, 172.

Wambsganss, J. 2004. Microlensing Surveys in Search of Extrasolar Planets. *Page 47 of : ASP Conf. Ser. 321 : Extrasolar Planets : Today and Tomorrow.*

Ward, W. R. 1986. Density waves in the solar nebula - Differential Lindblad torque. *Icarus*, **67**, 164–180.

Weinberg, S. 1972. *Gravitation and cosmology : Principles and applications of the general theory of relativity.* New York : Wiley, 1972.

Wheeler, J. C., Sneden, C., & Truran, J. W. 1989. Abundance ratios as a function of metallicity. *ARA&A*, **27**, 279–349.

Witt, H. J. 1990. Investigation of high amplification events in light curves of gravitationally lensed quasars. *A&A*, **236**, 311.

Witt, H. J. 1995. The Effect of the Stellar Size on Microlensing at the Baade Window. *ApJ*, **449**, 42.

Witt, H. J., & Mao, S. 1994. Can lensed stars be regarded as pointlike for microlensing by MACHOs ? *ApJ*, **430**, 505.

Witt, H. J., & Mao, S. 1995. On the Minimum Magnification Between Caustic Crossings for Microlensing by Binary and Multiple Stars. *ApJ*, **447**, L105.

Wolszczan, A., & Frail, D. A. 1992. A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257 + 12. *Nature*, **355**, 145–147.

Wuchterl, G., Guillot, T., & Lissauer, J. J. 2000. Giant Planet Formation. *Protostars and Planets IV*, 1081.

Yoo, J., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., Gaudi, B. S., Gould, A., Han, C., Lipkin, Y., Maoz, D., Ofek, E. O., Park, B.-G., Pogge, R. W., Udalski, A., Soszyński, I., Wyrzykowski, Ł., Kubiak, M., Szymański, M., Pietrzyński, G., Szewczyk, O., & Żebruń, K. 2004. OGLE-2003-BLG-262 : Finite-Source Effects from a Point-Mass Lens. *ApJ*, **603**, 139–151.

Zakharov, A. F. 1995. On the magnification of gravitational lens images near cusps. *A&A*, **293**, L1.

L'effet de microlentille gravitationnelle dans la recherche de planètes extra-solaires et dans le sondage d'atmosphères d'étoiles géantes du Bulbe

Résumé – Un effet de microlentille gravitationnelle galactique a lieu lorsqu'une étoile d'avant-plan du disque de la Voie Lactée (la « microlentille ») croise la ligne de visée d'une étoile d'arrière-plan située dans le Bulbe (la source). Le phénomène s'accompagne d'une amplification caractéristique du flux lumineux. Cette propriété est utilisée comme outil original aussi bien pour la recherche de planètes extra-solaires et la détermination de limites à leur abondance, que pour réaliser la tomographie d'étoiles géantes du Bulbe.

Grâce à un réseau de télescopes régulièrement espacés en longitude dans l'hémisphère sud, la collaboration internationale PLANET (Probing Lensing Anomalies NETwork) procède à un suivi précis et continu d'événements de microlentille soigneusement choisis. Des méthodes mathématiques et numériques adaptées à leur modélisation sont utilisées, afin de répondre aux problèmes posés par la non-linéarité des équations et la configuration particulière de l'espace des paramètres, qui est à la fois vaste et constitué de nombreux minima locaux.

Une planète extra-solaire peut être détectée par cette technique si sa présence produit une déviation dans la courbe de lumière produite par son étoile-hôte. L'un des points forts de cette méthode réside dans sa capacité à mettre au jour des exoplanètes en orbite à quelques unités astronomiques et de masse aussi petite que celle de la Terre, grâce aux caustiques gravitationnelles produites par la planète. Ces dernières peuvent engendrer un pic d'amplification secondaire significatif, si la source vient à les traverser. La découverte de l'exoplanète OGLE 2005-BLG-390Lb porte à trois le nombre de détections par effet de microlentille ; elle est présentée ici. Outre le fait d'être à ce jour la planète la moins massive détectée – environ cinq fois la Terre – elle se situe à une distance appréciable de son étoile-hôte, soit trois unités astronomiques.

Les observations réalisées sont également mises à profit afin de poser des limites à l'abondance de planètes extra-solaires autour d'étoiles naines rouges. Pour une sélection de microlentilles observées entre 1995 et 2004 et qui ne présentent pas de signature planétaire évidente, des diagrammes d'efficacité de détection sont calculés selon une méthode décrite ici. Les résultats obtenus forment alors la base de l'étude statistique.

Enfin, un effet d'amplification différentielle du disque de l'étoile-source, lorsque cette dernière traverse une caustique, est exploité afin de sonder l'atmosphère d'étoiles géantes du Bulbe. Les mesures de coefficients d'assombrissement centre-bord de plusieurs étoiles sont rapportées et comparées aux prédictions des modèles. En outre, grâce à un suivi spectroscopique à haute résolution spectrale, il a été possible de confronter aux modèles les mesures de largeur équivalente de raies spectrales en plusieurs points du disque d'une géante G5III du Bulbe, à 9 kpc, et d'en détecter directement la chromosphère.

Mots-clefs – Microlentilles gravitationnelles – Planètes extra-solaires – Abondance des exoplanètes – Assombrissement centre-bord – Etoiles géantes du Bulbe – Haute résolution angulaire

⋆

Searching for extra-solar planets and probing the atmosphere of Bulge giant stars through gravitational microlensing

Abstract – A galactic microlensing effect occurs when a luminous object (the source) located in the Bulge of the Milky Way is temporarily magnified by an intervening star (the "microlens") passing close to its line of sight. This phenomenom is used for searching extra-solar planets and constraining their abundance, as well as probing the atmosphere of Bulge giant stars.

The PLANET collaboration (Probing Lensing Anomalies NETwork) monitors carefully chosen ongoing microlensing events on a round-the-clock basis from observatories in the southern hemisphere. Mathematical and numerical methods are developed to deal with both the highly non-linear equations and the wide parameter space plagued with many local minima.

Microlensing exoplanet detection is possible because planets can induce perturbations to the standard lensing light curves. Its sensitivity can go down to Earth-mass planets, thanks to gravitational caustics that arise from a binary lens. If crossed by the source, additional secondary magnification peaks in the light curve can occur. OGLE 2005-BLG-390Lb is the third extra-solar planet detected by this method so far, and its discovery is reported here. It is the lightest exoplanet to date – about five Earth masses – located at a rather large distance of its star, that is about three astronomical units.

A selection of microlensing events monitored during the 1995–2004 period was used to derive limits on exoplanets abundance around red dwarf stars. The method is described and detection efficiency diagrams are provided as a basis of the statistical analysis.

Last, a differential magnification effect over the disk of the source star is used as a tool to probe Bulge giants stellar atmospheres. Limb-darkening parameters of a set of stars have been measured and compared to atmosphere models. Moreover, a high-resolution spectroscopic monitoring of a Bulge G5III giant at 9 kpc made possible both the measurement of the individual lines equivalent width and the direct detection of its chromosphere.

Key-words – Gravitational microlensing – Extra-solar planets – Exoplanets abundance – Limb-darkening – Bulge giant stars – High angular resolution