



Mise en évidence de la cohérence quantique des conducteurs en régime dynamique

Julien Gabelli

► To cite this version:

Julien Gabelli. Mise en évidence de la cohérence quantique des conducteurs en régime dynamique. Matière Condensée [cond-mat]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2006. Français. NNT : . tel-00011619

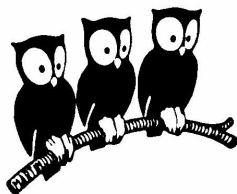
HAL Id: tel-00011619

<https://theses.hal.science/tel-00011619>

Submitted on 15 Feb 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Julien GABELLI

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

**Mise en évidence de la cohérence quantique
des conducteurs en régime dynamique**

Soutenue le 24 janvier 2006

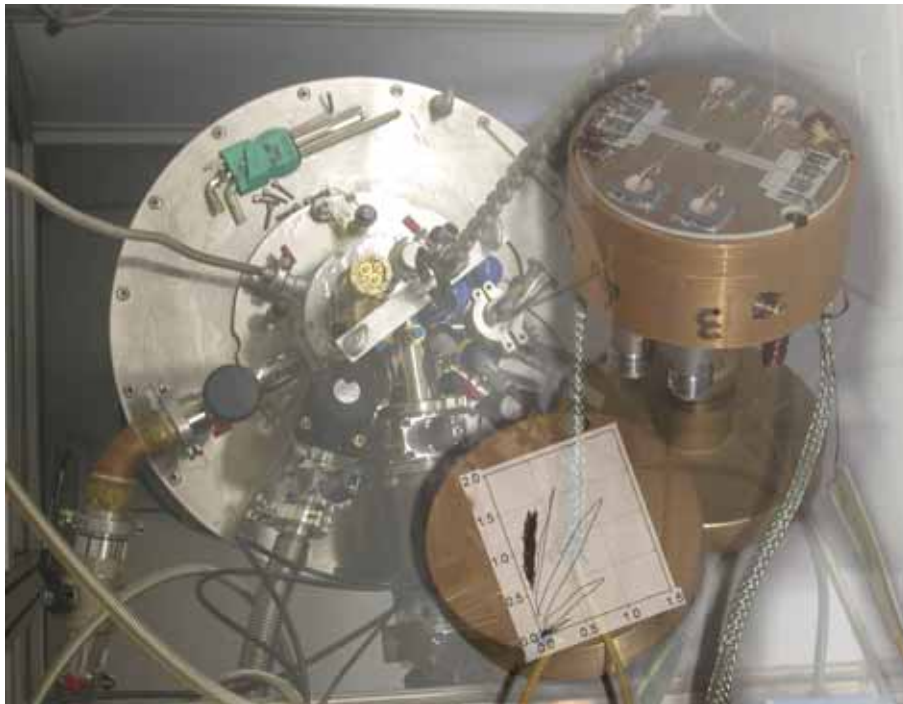
devant le jury composé de :

M.	Jean-Marc Berroir		Directeur de thèse
Mme.	Hélène Bouchiat		Rapporteur
M.	Markus Büttiker		Examineur
M.	Roland Combescot		Président
M.	Christian Glattli		Codirecteur de thèse
M.	Thierry Martin		Rapporteur

THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 6

Julien GABELLI

**Mise en évidence de la cohérence quantique
des conducteurs en régime dynamique**



Laboratoire Pierre Aigrain, École Normale Supérieure, UMR 8551
24 rue Lhomond, 75231 PARIS Cedex 05 - FRANCE

Remerciements

Je remercie Claude Delalande de m'avoir accueilli au Laboratoire Pierre Aigrain. Je le remercie également pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et plus généralement au travail du groupe de Physique mésoscopique. Merci également à Hélène Bouchiat, Markus Büttiker, Roland Combescot et Thierry Martin de m'avoir fait l'honneur de participer au jury de cette thèse.

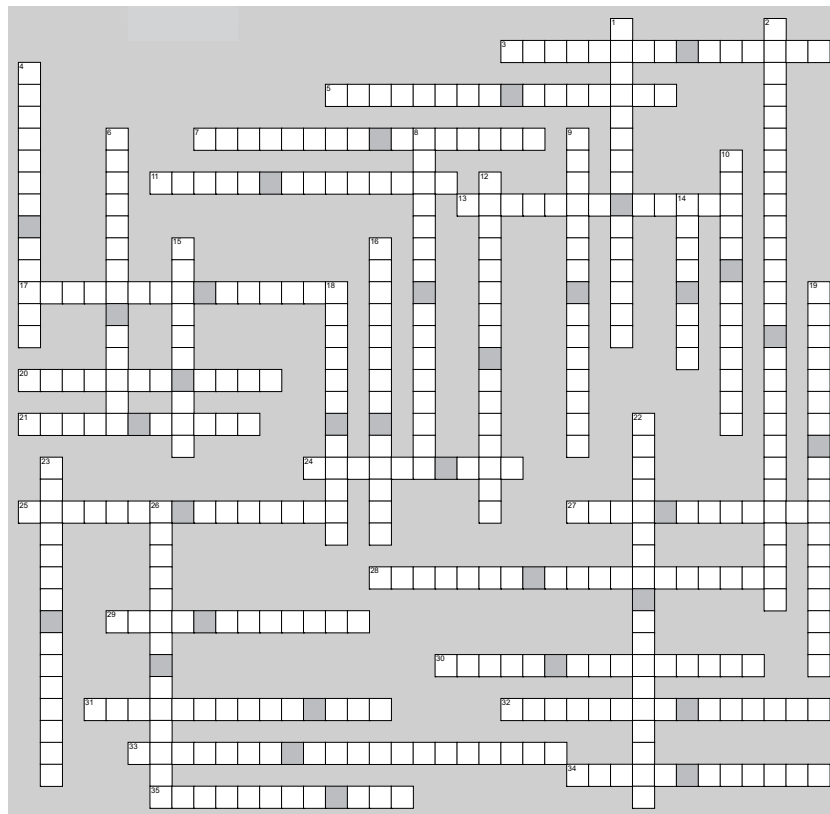
Je suis particulièrement reconnaissant à Christian Glattli pour m'avoir attiré dans le domaine de la physique mésoscopique grâce à son cours de maîtrise intitulé « Conducteurs Quantiques » et pour m'avoir donné goût, par sa motivation et sa patience, aux expériences difficiles dont le rapport signal sur bruit est proche de l'unité. Je remercie tout autant Jean-Marc Berroir pour sa constante disponibilité et l'intérêt qu'il n'a cessé de porter à mes interrogations. Je tiens également à remercier Bernard Plaçais pour m'avoir encadré avec bonne humeur et pour m'avoir appris les ficelles du métier de Chercheur.

Tout mon travail de thèse n'aurait bien entendu pas été possible sans échantillon. Je tiens à remercier toute l'équipe d'épitaxie moléculaire du Laboratoire de Photonique et Nanostructure de Marcoussis pour les gaz d'électrons 2D « grand cru » qu'ils nous ont fournis et plus particulièrement Yong Jin pour la manière qu'il a de les « préparer ». La complexité technique des expériences proposées par Christian est telle qu'il aurait été impossible de mener notre recherche sans l'aide des ingénieurs et techniciens du laboratoire : Olivier Andrieu, Willy Daney de Marcillac, David Darson, François-René Ladan, Pascal Morfin, Martial Nicolas, Philippe Pace et Laurent Réa. Je remercie également Anne Matignon pour son efficacité à gérer les tâches administratives (merci pour m'avoir redonné une centaine de fois le code de la photocopieuse).

Je remercie tous mes collègues de laboratoire pour leur soutien amical, en particulier la garde prétorienne composée de Gwendal Fève et Manuel Aranzana, mais également tous ceux qui sont passés, passent et passeront par la P13 : Adrian Bachtold, Hélène Bize-Reydellet, Gao Bo, Bertrand Boursin, Julien Chaste, Thierry Jolicoeur, Takis Kontos, Adrien Mahé, Nicolas Renault, sans oublier des compagnons de galère comme Arnaud Labourt-Ibarre qui suit le même chemin que moi depuis bientôt huit ans.

Je tiens aussi à remercier tous mes ami(e)s pour avoir vécu cette thèse par procuration, m'avoir soutenu de près, comme Isabelle ou de plus loin comme tous les autres (compléter la grille). Ils se sont souvent intéressés à ce travail et je leur en suis reconnaissant.

Enfin, je voudrais remercier mes parents pour m'avoir permis d'arriver jusque là.



Horizontal

3. Le médecin péruvien
5. La physicienne aux boutons multicolores
7. Celui qui vous fera réagir
11. Elle le vaut bien
13. Le patient péruvien
17. LA Fille
20. Le matelot de péniche
21. Le prof de lettre qui m'y fait encore croire
24. La martégale
25. L'américain de la rive gauche
27. L'interne devenue aventurière
28. Le meilleur des cyniques
29. Le guide des nuits aixoises
30. La 2^{ème} colloc
31. La colloc de Copenhague
32. Le Nôtre du XXI^{ème} siècle
33. La fille qui fait né quand c'est oui
34. Le copain de lycée Marseillais
35. L' ornithologue des Maths

Vertical

1. L'homme qui refusera de lire ce manuscrit
2. Elle pourrait être votre coach
4. Le Beethoven des Houches
6. Si elle pouvait, elle volerait
8. Le plus cool des durs
9. L'homme des liquides non alcoolisés
10. La personne à voir pour préparer un entretien
12. La Madrilène
14. La 3^{ème} colloc
15. La force tranquille
16. Le skipper, père du patient bolivien
18. L'Homme qui rendrait Paris respirable
19. L'instit épris de relativité
22. La chimie en 47.2s au tour
23. L'homme qui vous emmènera loin
26. Celui qui forme les postdocs

Table des matières

Partie I Transport dynamique dans des gaz bidimensionnels cohérents

1	Généralités	31
1.1	Gaz d'électrons à deux dimensions	31
1.1.1	Transport électronique dans un métal à deux dimensions	31
1.1.1.1	Le modèle semi-classique	31
1.1.1.2	Les différentes échelles de longueur dans un conducteur - cas du transport quantique	32
1.1.2	Fabrication d'un circuit mésoscopique quantique	34
1.2	Transport quantique cohérent dans un gaz d'électrons bidimensionnel	35
1.2.1	Conductance en régime continu	36
1.2.1.1	Cas particulier du contact ponctuel quantique	37
1.2.1.2	Violation de la loi d'Ohm dans un conducteur quantique cohérent . . .	38
1.2.2	Transport dynamique cohérent dans un gaz d'électrons bidimensionnel	39
1.2.2.1	Détermination de l'admittance $g_{\alpha\beta}(\omega)$	41
1.2.2.2	Etats de diffusion émis par le réservoir β	41
1.2.2.3	Interprétation	42
2	Dispositif expérimental	45
2.1	Contraintes expérimentales	45
2.2	Thermalisation des lignes	46
2.2.1	Lignes DC	46
2.2.1.1	Transport de la chaleur par rayonnement	47
2.2.1.2	Transport de la chaleur par conduction	47
2.2.1.3	Thermalisation	47
2.2.2	Lignes hyperfréquence	48
2.2.2.1	Thermalisation du rayonnement transporté par les lignes RF	49
2.2.2.2	Conduction de la chaleur par les lignes RF - Thermalisation	50
2.3	Porte échantillon hyperfréquences	51
2.3.1	Cahier des charges	52
2.3.2	Réalisation	53
2.3.3	Caractéristiques	54
2.4	Chaîne d'amplification	56
2.4.1	Les amplificateurs cryogéniques et leurs isolateurs	56

2.4.2	Les amplificateurs à chaud	57
2.5	Réponse en fréquence typique du système de mesure	57
2.6	Détection homodyne	59
2.7	Cage de Faraday	61

Partie II Etudes de circuits mésoscopiques élémentaires

3	Le circuit RC mésoscopique	67
3.1	Physique du circuit RC quantique cohérent	69
3.1.1	Admittance $G(\omega)$ d'un circuit RC mésoscopique	69
3.1.1.1	Admittance $g(\omega)$ à température nulle du système boîte quantique- CPQ	69
3.1.1.2	Couplage du circuit mésoscopique à la grille capacitive	71
3.1.2	Admittance $G(\omega)$ dans le cas de N modes de conduction à température nulle . .	72
3.1.3	Admittance $G(\omega)$ dans le cas d'un mode de conduction à température finie . . .	73
3.2	Modélisation d'un circuit RC mésoscopique réel	76
3.2.1	Modèle utilisé	76
3.2.1.1	Matrice de diffusion et densité d'états	76
3.2.1.2	Coefficient de réflexion :	78
3.2.2	Résultats numériques à température nulle	79
3.2.2.1	Evolution de la capacité quantique C_Q en fonction de la transmission du CPQ à température nulle	79
3.2.2.2	Effet combiné de V_{CPQ} sur la phase ϕ et la transmission du CPQ . . .	79
3.2.3	Résultats numériques à température finie	81
3.2.3.1	Impédance	81
3.2.3.2	Admittance	81
3.2.3.3	Diagramme de Nyquist	84
3.2.3.4	Etude en température du contraste $\mathcal{C}$ des oscillations à forte transmission	84
3.2.4	Description phénoménologique du blocage de Coulomb à faible transmission . . .	87
3.3	Résultats expérimentaux	90
3.3.1	Dispositif expérimental	91
3.3.1.1	Echantillons	91
3.3.1.2	Ordres de grandeur des capacités électrostatique C_Σ et quantique C_Q .	91
3.3.1.3	Dispositif de mesure d'admittance	93
3.3.1.4	Procédure expérimentale de traitement des données	95
3.3.2	Admittance du circuit RC quantique	97
3.3.2.1	Admittances des échantillons $E1$, $E2$ et $E3$	97
3.3.2.2	Ouverture du deuxième canal de conduction	100
3.3.2.3	Période des oscillations observées	100
3.3.2.4	Dépendance de l'admittance avec la température	103
3.3.2.5	Oscillations de l'admittance avec le champ magnétique	103
3.3.2.6	Linéarité	105
3.3.3	Détermination de la résistance quantique R_Q et de la capacité quantique C_Q . .	106
3.3.3.1	Diagrammes de Nyquist des échantillons $E1$, $E2$ et $E3$	107
3.3.3.2	Réglage précis de la phase du signal mesuré	109
3.3.3.3	Détermination expérimentale de la transmission de l'échantillon $E2$. .	114
3.3.4	Détermination de la capacité électrochimique C_μ	115

3.3.4.1	échantillon $E1$	117
3.3.4.2	Echantillon $E3$	118
3.3.5	Mesure absolue de la résistance de relaxation de charge	
	Vérification de $R_Q = \frac{h}{2e^2}$	119
3.3.6	Dépendance en température du contraste des oscillations d'admittance à forte transmission	121
3.3.7	Régime haute température ($k_B T \gg \hbar \Gamma, \Delta$)	123
3.4	Conclusion	126
4	Admittance d'un contact ponctuel quantique à fréquence finie	127
4.1	Admittance d'un CPQ	128
4.1.1	Notion d'émittance	128
4.1.2	Modélisation d'un CPQ en régime d'effet Hall quantique	129
4.1.2.1	Ordre de grandeur et dépendance en champ magnétique	130
4.1.3	Généralisation au cas de N canaux transmis	131
4.2	Dispositif expérimental	132
4.2.1	L'échantillon	132
4.2.1.1	Impédance série	132
4.2.1.2	Capacités parasites	133
4.2.2	Dispositif expérimental	133
4.3	Résultats expérimentaux	135
4.3.1	Caractérisation en régime continu	135
4.3.2	Observation des plateaux de conductance et d'émittance en régime radiofréquence	135
4.3.3	Mesures détaillées de l'admittance d'un ensemble barre de Hall- CPQ	139
4.4	Conclusion	140

Partie III Une expérience de corrélations Hanbury-Brown & Twiss pour mesurer la statistique de photons émis par les conducteurs quantiques

Partie Annexes 153

A Longueur de thermalisation 153

A.1	Longueur de thermalisation	153
A.2	Thermalisation des lignes DC sur pistes de Kapton	154
A.3	Thermalisation des câbles rf $EZ118$	154
A.4	Thermalisation des fils de thermométrie-Calibration des thermomètres	155

B Mesures de Hall effectuées sur les échantillons Ei 157

Partie Bibliographie 160

Table des figures

1	Schéma du circuit RC mésoscopique quantique étudié. Il est composé d'un contact ponctuel quantique (CPQ) en série avec une capacité dont l'une des armatures est constituée du gaz bidimensionnel d'électrons jouxtant le CPQ et l'autre armature d'une grille macroscopique en regard.	26
2	Schéma du circuit LR mésoscopique quantique étudié. Il est composé d'un contact ponctuel quantique (CPQ) séparant en deux parties une barre de Hall étendue ($\approx 50 \mu m \times 5 \mu m$).	27
1.1	(a) Schéma du parcours diffusif d'un électron dans un conducteur. On distingue les chocs élastiques distants en moyenne de $l_e = v_F \tau$ et les chocs inélastiques caractérisant la longueur de cohérence de phase l_φ . Le parcours entre deux chocs inélastiques est diffusif, on a donc $l_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi}$ où D est le coefficient de diffusion. (b) Description d'un conducteur quantique diffusif. (c) Description d'un conducteur quantique balistique.	33
1.2	(a) Différentes couches d'une hétérostructure $GaAs-AlGaAs$. (b) Diagramme énergétique de la bande de conduction dans l'hétérostructure. La différence en énergie entre le bas de la bande de conduction de $GaAs$ et celle de $Al_{0.33}Ga_{0.67}As$ est de 320 meV. La distance entre le niveau de Fermi et le bas de la bande de conduction au niveau de l'interface est de 30.3 meV.	35
1.3	Diffusion des ondes électroniques du contact α vers le contact β . Les contacts sont modélisés par des réservoirs à l'équilibre thermique T_i et au potentiel chimique $\mu_i : f_i(\epsilon)$. Les modes de propagation dans les électrodes semi-infinies qui connectent le système (centre diffuseur) aux réservoirs sont ondes planes progressives convoluées aux modes transverses d'un puits infini. Les modes incidents a_α et a_β de chaque réservoir sont transmis et réfléchis par le centre diffuseur S	36
1.4	Schéma simplifié des grilles pour réaliser une constriction unidimensionnelle dans un gaz d'électrons. Le gaz d'électrons est représenté en grisé pour une tension négative V_g appliquée sur les grilles.	38
1.5	Observation expérimentale de la quantification de la conductance d'un CPQ. Ces mesures ont été effectuées à 30 mK sur l'échantillon étudié au chapitre 4.	39
1.6	Schéma d'une boîte quantique réalisée à l'aide de deux CPQ en série.	40
1.7	(a) Diffusion des ondes électroniques du contact α vers le contact β lorsqu'on applique une différence de potentiel δU_β . On définit la conductance par $G_{\alpha\beta} = -\frac{\delta I_\alpha}{\delta U_\beta}$ avec $\delta U_\beta \ll k_B T$. (b) Diffusion des ondes électroniques du contact α vers le contact β lorsqu'on applique une différence de potentiel δU_β . On définit la conductance par $G_{\alpha\beta} = \frac{\delta I_\alpha}{\delta U_\beta}$ avec $\delta U_\beta \ll k_B T$	43
2.1	Schéma de principe d'une mesure d'admittance sur un conducteur mésoscopique	46
2.2	Bruit thermique ramené par les câbles coaxiaux au niveau de l'échantillon mésoscopique.	47
2.3	Thermalisation des lignes DC.	48

2.4	Thermalisation du rayonnement de photons par un atténuateur à la température T . La densité spectrale de rayonnement en sortie de l'atténuateur est égale à la somme de la densité spectrale en entrée et de la densité spectrale d'une source thermique à T atténuée de $(1 - D^2)$. $D = 10^{-\frac{n}{20}}$ est la transmission de l'atténuateur de n dB. Les résistances r et R sont données par : $r = 50 \frac{1-D}{1+D}$ et $R = 50 \frac{2D}{1-D^2}$	49
2.5	Thermalisation de la gaine des câbles RF	51
2.6	Thermalisation du rayonnement par les atténuateurs	51
2.7	Schéma et réalisation du porte-échantillon hyperfréquences. En haut, le boîtier et les connexions. En bas, le circuit imprimé.	52
2.8	Empreintes face avant (a) et face arrière (b) servant à la réalisation du circuit imprimé hyperfréquences TMM10. Les numérotations $RF_1 - RF_4$ et $P_1 - P_8$ sont utilisées dans la suite du manuscrit pour repérer les lignes hyperfréquences et les amenées de polarisation DC	53
2.9	Paramètres de diffusion entrée-sortie des porte-échantillon saphir et TMM10 mesurés à 300 K.	55
2.10	Chaîne d'excitation et d'amplification du signal hyperfréquence. Les chaîne d'amplification à chaud $N^\circ 1$ et $N^\circ 2$ peuvent être montées séparément.	56
2.11	Paramètres de diffusion des isolateurs mesurés à 4 K en fonction du champ magnétique. Les mesures sont effectuées dans les sens passants et non-passants pour des champs appliqués dans le plan du composant $B_{\parallel}$ ou perpendiculairement $B_{\perp}$	58
2.12	Module d'amplification à chaud. Le rôle de l'atténuateur 3dB est d'amortir les résonances de la ligne entre les deux amplificateurs qui pourraient perturber leur fonctionnement.	58
2.13	Réponse en fréquence typique de l'analyseur GHz-mK en présence d'un échantillon mésoscopique	59
2.14	Schéma de principe de la détection homodyne GHz. Elle inclue la chaîne d'amplification à chaud. Elle est placée en tête de cryostat et est réglée en température.	60
2.15	Ajustement des paramètres de la détection homodyne pour des mesures effectuées à 1.0 GHz. 61	
2.16	Description de la cage de Faraday. Les mousses absorbantes permettent d'éliminer les modes de vibrations acoustiques et électromagnétique (ondes stationnaires représentées en pointillés). Les passages filtrés composés de filtre « Π » permettent la connection du dispositif expérimental placé à l'intérieur de la cage avec les appareils de mesures restés à l'extérieur. Seul les passages radiofréquences ne sont pas filtrés.	62
2.17	Les différents éléments de notre montage	63
3.1	Description du circuit RC mésoscopique quantique. Les électrons à l'intérieur de la boîte quantique relaxent dans le contact ohmique en passant par le CPQ.	68
3.2	(a) Modélisation de transport dynamique cohérent à travers un circuit RC mésoscopique. La capacité mésoscopique est connectée au réservoir α par un CPQ de transmission t (en amplitude). Elle est par ailleurs couplée électrostatiquement à la grille portant l'excitation δV_{exc} . Les conducteurs macroscopiques sont représentés en noir alors que le gaz d'électron est en gris. (b) On peut déplacer en bloc tous les potentiels de façon à ramener le potentiel de l'armature quantique de la capacité à zéro.	70
3.3	Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique monomode.	72
3.4	Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique multimodes.	73
3.5	Schéma électrocinétique équivalent pour un unique canal de transmission à température finie. L'association en parallèle des $R_Q(\epsilon)C_Q(\epsilon)$ est pondérée par la fonction $(-df/de)$	74

3.6	Représentation de la densité d'état $\mathcal{N}$ (ligne en trait plein) dans la capacité mésoscopique et de la densité de probabilité $(-df/d\epsilon)$ du canal d'énergie ϵ (ligne en trait pointillé).	75
3.7	Modélisation du transport dynamique cohérent à travers un circuit RC mésoscopique monomode unidimensionnel. La capacité mésoscopique est connectée au réservoir α par un CPQ de transmission t . Elle est par ailleurs couplée électrostatiquement à la grille portant l'excitation δV_{exc} . Les conducteurs macroscopiques sont représentés en rouge alors que le gaz d'électrons est en bleu. On note ϕ la phase accumulée par l'électron lors d'un tour dans la capacité mésoscopique.	76
3.8	Paramètre de diffusion du système $\{CPQ, \text{boite quantique}\}$	77
3.9	Modèle 1D de la capacité mésoscopique connectée au réservoir.	78
3.10	Densité d'états dans la capacité mésoscopique pour différentes transmissions.	78
3.11	Evolution de la capacité quantique en fonction de la tension de grille du CPQ pour différentes valeurs de phase. Les valeurs $\phi = 0$ et $\phi = \pi$ correspondant aux cas résonnant (ligne en trait plein) et anti-résonnant (ligne en trait tiré). La transmission D est représentée en fonction de V_{CPQ} par la ligne pointillée.	80
3.12	Evolution de la capacité quantique en fonction de la tension de grille de CPQ (courbe noire). La transmission D est représentée en trait pointillé.	80
3.13	Evolution en fonction de V_{CPQ} de l'impédance lors de l'ouverture du premier canal de conduction. Les paramètres de simulation sont les paramètres S1 donnés dans le tableau 3.1.(a) Partie réelle. On a également porté sur la figure la transmission D (trait pointillé), $h/2e^2D$ (trait tiré) et la conductance du CPQ $G_{CPQ} = h/e^2D$ (trait tiré-pointillé). (b) Partie imaginaire. On a indiqué la valeur de V_{CPQ} qui correspond à la transmission caractéristique du régime de brouillage thermique donnée par $D\Delta = k_B T$ ($D=0.075$ pour les paramètres utilisés).	82
3.14	Evolution en fonction de V_{CPQ} des parties réelle (courbe noire) et imaginaire (courbe rouge) de l'admittance lors de l'ouverture du premier canal de conduction pour le jeu de paramètres S1. La transmission du CPQ est représentée en pointillés. On a indiqué la valeur de V_{CPQ} qui correspond à la transmission caractéristique du régime de brouillage thermique donnée par $D\Delta = k_B T$ ($D=0.075$ pour les paramètres utilisés).	83
3.15	Diagramme de Nyquist du circuit RC mésoscopique donné pour deux jeux de paramètres de simulation différents S1 et S2. L'arc de cercle rouge est le cercle de résistance constante $h/2e^2$. Les arcs de cercle bleu, vert et bleu pointillé sont les cercles de capacité constante respectivement égales à $(1/C_\Sigma + 1/C_{Q0})^{-1}$, $(1/C_\Sigma + 1/C_{th})^{-1}$ et $1/C_\Sigma$. La transmission D du CPQ est noté pour chaque lobe dans le régime de brouillage thermique.	85
3.16	Comparaison des diagrammes de Nyquist simulés pour le jeu de paramètres S1 à $T = 30$ mK (pointillé) et $T = 100$ mK (trait plein).	86
3.17	Contraste obtenu par simulation numérique en utilisant le modèle 1D présenté précédemment pour différentes transmissions. Les points correspondent au résultat de la simulation et les courbes en trait plein au développement pour D voisin de 1. Les résultats pour $D = 0.99$ ont été multipliés par 32 pour des raisons de lisibilité.	87
3.18	Modèle 1D de boîte quantique connectée à 2 réservoirs	88
3.19	Calcul du courant hors résonance à travers une boîte quantique. Le calcul au second ordre en perturbation, fait intervenir la somme des amplitudes de probabilité pour des états intermédiaires où la boîte possède un électron ou un trou supplémentaire. On parle de cotunneling élastique. Ce processus décrit exactement le courant tunnel hors résonance à travers une boîte faiblement couplée en régime linéaire.	89

3.20	(a) Spectre en énergie de la boîte quantique sans interactions, tous les niveaux sont supposés équidistants. (b) Spectre d'addition de la boîte quantique après avoir pris en compte l'interaction électrostatique. Il y a ouverture d'un « gap » autour du niveau de Fermi égal à l'énergie de Coulomb $E_c = e^2/C$	90
3.21	Description de l'échantillon « circuit RC ». L'encadré correspond à l'agrandissement de la zone cohérente. La croix de Hall adjacente permet de caractériser le gaz d'électrons.	92
3.22	(a) Couplage de l'armature quantique de la capacité mésoscopique avec les conducteurs environnants. On mesure le courant I_{mes} sur la charge de 50Ω connectée au réservoir lorsque l'excitation V_{exc} est portée sur l'armature classique.	92
3.23	Description du couplage de la capacité mésoscopique avec les conducteurs environnants.	93
3.24	Schéma du système de mesure. Il comprend : la ligne d'excitation atténuée de 80 dB, la ligne d'amplification radiofréquence (+140 dB) et la double détection homodyne séparant les quadratures du signal ($Re(G(\omega))$ et $Im(G(\omega))$). La transmission du CPQ est contrôlée par la tension de grille V_{CPQ} . Le potentiel de grille jouant le rôle de seconde armature de la capacité est contrôlé par la tension de grille V_{capa} . Des lignes de mesures DC (SMA 1-4) permettent également de faire des mesures d'effet Hall pour caractériser l'échantillon. Le champ B , perpendiculaire au gaz d'électrons varie de 0 à 1.3 T. La température du réfrigérateur varie de 35 mK à 350 mK.	94
3.25	Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique monomode.	95
3.26	Diagrammes de Nyquist de l'échantillon $E1$ à différentes températures pour une fréquence d'excitation $f = 1.305$ GHz sous un champ magnétique $B = 1.3$ T. Insert : diagramme de Nyquist typique à très basse température ($T = 30$ mK). Point A : CPQ pincé. Point B : CPQ complètement ouvert pour le premier canal de conduction.	96
3.27	(a) Admittances de l'échantillon $E1$ quand le CPQ est pincé (ronds, point A sur la figure 3.26) et quand le CPQ laisse passer un canal de conduction (carrés, point B sur la figure 3.26). (b) Evolution de la hauteur du premier plateau ($ \Delta G = B - A $) avec la température. (c) Evolution en température de $ \Delta G / A $	98
3.28	Mesures des parties réelle (courbes noires) et imaginaire (courbes rouges) de l'admittance effectuées sur les échantillons $E1$, $E2$ et $E3$ à $T = 30$ mK lors de l'ouverture du premier et/ou deuxième canal de conduction. Colonne (1) : mesures en champ nul. Colonne (2) : mesures en régime d'effet Hall quantique entier au facteur de remplissage $\nu = 4$ ($B = 1.3$ T). Toutes les mesures sont en unités arbitraires et renormalisées au premier canal de conduction. La mesure des deux canaux de conduction (2^{ime} ligne) a été effectuée sur l'échantillon $E1$ à $B = 1.3$ T.	99
3.29	Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique lors de l'ouverture du deuxième mode de conduction.	100
3.30	(a) Admittance lors de l'ouverture des deux premiers modes de conduction sur l'échantillon $E1$ à $T = 35$ mK, $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. (b) Impédance correspondante à $T = 35$ mK. Notons que le signal est affecté ici de dérives de la ligne de base (dues à la température) et ne permet qu'une comparaison qualitative.	101

3.31	(a) Oscillations de l'admittance sur les deux premiers canaux de transmission à $T = 150$ mK, $B = 1.37$ T et $f = 1.085$ GHz pour l'échantillon $E1$. La mesure du 2 ^{ème} plateau a nécessité deux fois plus de moyennes par points pour obtenir un rapport signal à bruit suffisant. (b) Mesure de la période en V_{CPQ} en fonction de la transmission à $B = 1.3$ T pour les premier (carrés noirs) et deuxième (ronds rouges) plateaux. Ces mesures ont été effectuées sur l'échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz en mesurant l'écart entre deux pics consécutifs (inserts). (c) Mesure de la période en V_{CPQ} pour différentes températures à $B = 0$ T (carrés noirs) et $B = 1.3$ T (ronds rouges). Ces mesures ont été effectuées sur l'échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz en calculant la transformée de fourier de l'admittance sur toute gamme de V_{CPQ}	102
3.32	Evolution de l'admittance en fonction de la température (partie réelle en noir, partie imaginaire en rouge). Toutes les mesures ont été effectuées sur l'échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz sous un champ $B = 0$ T. Elles sont normées à l'admittance du premier plateau.	103
3.33	Evolution de l'admittance en fonction de la température (partie réelle en noir, partie imaginaire en rouge). Toutes les mesures ont été effectuées sur l'échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz sous un champ $B = 1.3$ T. Elles sont normées à l'admittance du premier plateau.	104
3.34	Module de l'admittance en fonction du champ magnétique pour une tension de grille $V_{CPQ} = -0.74$ V. On observe des oscillations avec une dérive du signal. L'unité est ici ramenée à une hauteur de plateau $ \Delta G $. Le gaz d'électron est en régime d'effet Hall quantique entier à facteur de remplissage $\nu = 4$	105
3.35	Evolution des pics de la partie imaginaire de l'admittance pour différentes puissances d'excitation du générateur (9, 13, 17, 21 dBm) sur l'échantillon $E1$. Toutes les courbes ont été normées par rapport à la puissance en entrée. Insert : trace complète lors de l'ouverture du premier plateau de conduction pour des puissances d'entrée de 13 et 17 dBm. La partie hachurée correspond aux pics étudiés.	106
3.36	Diagrammes de Nyquist en admittance obtenus pour les échantillons $E1$, $E2$ et $E3$ lors de l'ouverture du premier canal de conduction à $T = 30$ mK. Colonne 1 : mesures en champ nul. Colonne 2 : mesures en régime d'effet Hall quantique entier au facteur de remplissage $\nu = 4$ ($B = 1.3$ T). Toutes les mesures sont en unités arbitraires (normalisées au module de l'admittance lorsque le premier canal est complètement transmis)	108
3.37	Diagrammes de Nyquist obtenus lors de l'ouverture des deux premiers modes de conduction pour l'échantillon $E1$ à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz pour $T = 35$ mK (a) et $T = 295$ mK (b).	109
3.38	Partie réelle de l'impédance $Re(Z)$ obtenue pour diverses rotations de phase du signal mesuré sur l'échantillon $E2$ à $f = 1.1$ GHz, $B = 0$ T et $T = 30$ mK. La rotation de phase ψ est exprimée en radians, son origine est arbitraire.	110
3.39	Transformées de Fourier des courbes $Re(Z(V_{CPQ}))$ présentées figure 3.38. Le pic observé à environ 0.5 mV ⁻¹ correspond à la périodicité en V_{CPQ} d'environ 2 mV observée sur les courbes d'admittance de l'échantillon $E2$. La rotation de phase correspondant au minimum d'oscillations de $Re(Z)$ est repérée par le cercle noir.	111
3.40	Echantillon $E2$ à $f = 1.1$ GHz, $B = 0$ T et $T = 30$ mK. Réglage fin de la phase par analyse des différences entre les spectres de Fourier de $Re(Z)$ obtenus pour 2 rotations de phase successive. La phase finalement retenue est soulignée par le cercle rouge.	112

- 3.41 Diagramme de Nyquist de l'échantillon $E1$ à $T = 30$ mK , $B = 0$ T et $f = 1.085$ GHz. La correspondance avec l'évolution des admittances et impédances en fonction de la tension de grille V_{CPQ} est représentée par les zones hachurées. Les hachures rouges correspondent au régime de brouillage thermique. Les hachures bleues correspondent au régime où la résistance de relaxation de charge est constante. Les points expérimentaux se situent alors sur le cercle bleu. Dans cette zone, on présente également une amplification (par 20) de la résistance. 113
- 3.42 Impédance de l'échantillon $E2$ à $T = 30$ mK , $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz. 113
- 3.43 Ajustement des points expérimentaux ($Im(Z)^{min}, Im(Z)^{max}$) de l'échantillon $E2$ à $T = 30$ mK , $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz. On a ajusté les points à forte transmission (point noirs). On trouve $a = 4.5 \pm 0.2$ et $b = 102 \pm 6$. L'insert donne le produit $C_Q^{max} \times C_Q^{min}$ 116
- 3.44 Mesure de la transmission D du CPQ pour l'échantillon $E2$ à $T = 30$ mK, $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz. L'ajustement des points à forte transmission (points noirs) par $D = 1/(1 + \exp((V_{CPQ} - V_0)/\Delta V_0))$ donne $V_0 = 0.631 \pm 0.0001$ et $\Delta V_0 = 0.00584 \pm 0.0002$. . 116
- 3.45 Evolution en température des deux premiers pics de $Re(G)$ observés lors de l'ouverture du CPQ pour l'échantillon $E1$ à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. Les courbes ont été translatées verticalement pour des raisons de visibilité. Les points expérimentaux (carrés noirs) sont ajustés par deux pics $A/(\text{ch}((V_{CPQ} - V_{pic})/\delta V))^2$ de même largeur δV mais de hauteurs différentes (courbe rouge). 118
- 3.46 Echantillon $E1$ à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz : évolution de la largeur δV des pics de $Re(Z)$ en fonction de la température. L'ajustement par la courbe $\delta V = a\sqrt{1 + (T/T_{el})^2}$ (courbe rouge) donne $a = 0.37 \pm 0.02$ mV et $T_{el} = 75 \pm 4$ mK. 119
- 3.47 Evolution en température des pics de $Re(G)$ observés pour l'échantillon $E3$ lorsqu'on fait varier la tension continue V_{capa} à V_{CPQ} fixé. Ces mesures ont été effectuées à $B = 1.3$ T et $f = 1.2$ GHz. Les courbes ont été translatées verticalement pour des raisons de visibilité. Les points expérimentaux (carrés noirs) sont ajustés par quatre pics $A/(\text{ch}((V_{capa} - V_i)/\delta V))^2$ de même hauteur A et même largeur δV (courbe rouge). 120
- 3.48 Echantillon $E3$ à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz : évolution de la largeur δV des pics en V_{capa} de $Re(Z)$ en fonction de la température. L'ajustement par la courbe $\delta V = a\sqrt{1 + (T/T_{el})^2}$ (courbe rouge) donne $a = 0.050 \pm 0.003$ mV et $T_{el} = 166 \pm 16$ mK. 121
- 3.49 (E1) Diagramme de Nyquist de l'échantillon $E1$ à $T = 30$ mK , $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. Le point de coordonnées (X_0, Y_0) , a été obtenu en moyennant les courbes d'admittance dans le régime de résistance constante. (E3) Diagramme de Nyquist de l'échantillon $E3$ à $T = 30$ mK , $B = 1.3$ T et $f = 1.2$ GHz. Le point de coordonnées (X_0, Y_0) , a été obtenu en moyennant les courbes d'admittance dans le régime de résistance constante. 122
- 3.50 Impédances des échantillons $E1$ et $E3$ en fonction de la tension grille V_{CPQ} en unités absolues (parties réelles en noir, parties imaginaires en rouge). Mesures effectuées à 30 mK et 1.3 T. La fréquence est 1.085 GHz pour $E1$ et 1.2 GHz pour $E2$ 123
- 3.51 Echantillon $E1$ à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz : dépendance en température du contraste des oscillations de $Im(G)$ à forte transmission. Paramètre de l'ajustement par le contraste théorique donné par (3.61) : $C = A 2\pi^2 \frac{T}{T^*} / \text{sh}\left(2\pi^2 \frac{T}{T^*}\right)$ avec $A = 0.2 \pm 0.01$ et $T^*/k_B = 1.08 \pm 0.05$ K (courbe rouge). Insert : $Im(Z)$ normée au premier plateau, le contraste des oscillations a été évalué sur le dernier lobe pour $-0.70 < V_{CPQ} < -0.68$ V (rectangle rouge). 124

3.52	Echantillon $E1$ à $B = 1.3 T$ et $f = 1.085 \text{ GHz}$: diagrammes de Nyquist obtenus en régime cohérent à $T = 295 \text{ mK}$ (trait plein noir) et incohérent à $T = 4.2 K$ (pointillés noirs) en unité absolues. On a également représenté les cercles $R = h/e^2$ (pointillé rouge épais), $R = h/2e^2$ (trait plein rouge) et $R = h/4e^2$ (pointillé rouge fin) et les cercles de $C = C_\mu = 2.4 \text{ fF}$ (trait bleu) et $C = C_\Sigma = 5 \text{ fF}$ (pointillé bleu fin) correspondant aux valeurs déduites des expériences à basses températures. Le cercle pointillé bleu épais est un guide pour l'oeil.	125
4.1	Description des régimes capacitif ($D < 1$) et inductif ($D \simeq 1$) du CPQ en régime dynamique. Dans le cas $D < 1$ il apparaît une différence de charge δq entre les deux régions de part et d'autre du CPQ associée au « dipôle de Landauer ».	129
4.2	Modélisation du transport dynamique cohérent à l'ouverture du premier canal d'un CPQ en régime d'effet Hall quantique entier. Le CPQ de transmission t est connecté au réservoir de gauche par une barre de Hall. On note ϕ la phase accumulée par l'électron le long de la barre de Hall.	129
4.3	Simulation de l'ouverture de quatre canaux de conduction en régime de Hall. Partie réelle (courbe noire) et imaginaire (courbe rouge) de l'admittance en fonction de la tension de grille V_{CPQ} du CPQ . Les paramètres sont tels que $\omega L_Q = h/e^2$ à $D = 1$. Comme au chapitre 3, nous supposons que la transmission lors de l'ouverture d'un canal est donnée par $D(V_{CPQ}) = 1/(\exp(V_{CPQ}/\delta V) + 1)$. On a choisi $\delta V = 0.012 \text{ V}$ et on a supposé que les canaux s'ouvraient régulièrement tous les 0.1 V . L'admittance du même circuit en régime incohérent est présentée en traits pointillés. En insert, on présente le diagramme de Nyquist correspondant (trait plein) et par comparaison, le diagramme de Nyquist de la réponse incohérente du même circuit (trait pointillé).	131
4.4	Description de l'échantillon ayant servi à la mesure de la quantification de l'admittance. L'encadré correspond à l'agrandissement du CPQ . La grille centrale ainsi que le CPQ n°2 sont laissés flottants alors que le CPQ n°1 est contrôlé par la tension de grille V_g . Les chiffres en bout de flèche correspondent au nombre de carré de chaque barre de Hall. . .	132
4.5	Schéma électrocinétique équivalent de l'échantillon pris entre deux lignes RF refermées sur 50Ω . On distingue les accès à la barre de Hall sur les côtés et le domaine actif au centre. Les valeurs numériques indicatives sont $L_{fil} \simeq 0.5 \mu\text{H}$, $R_{fil} \lesssim 150 \Omega$, $C_{fil} \simeq 90 \text{ fF}$, $C \lesssim 2 \text{ fF}$	133
4.6	Schéma du système de mesure. Il comprend la mesure radiofréquence ($Re(G(\omega))$ et $Im(G(\omega))$ en rouge) avec une ligne d'excitation atténuée de 80 dB , puis une chaîne d'amplification et l'analyseur de réseau. La mesure DC est réalisée à l'aide d'une détection synchrone (G en vert).	134
4.7	Réponse en fréquence du système de mesure lorsque le CPQ est totalement pincé.	134
4.8	Mesure de la conductance DC à $B = 0.224 \text{ T}$ pour une excitation en tension de $10 \mu\text{V}$ aux bornes de l'échantillon. Les points rouges correspondent à la conductance effectivement mesurée $1/G_{mesure,N} = 12.9 \text{ k}\Omega/N + R_{série}$. Les points noirs correspondent à la conductance du CPQ seul $G_{CPQ,N} = N/12.9 \text{ k}\Omega$	136

4.9	Mesure de l'admittance d'un CPQ à 1.5 GHz, sous champ $B = 0.224T$ (carrés) et $B = 0.385T$ (croix). a) Partie réelle. Comme en DC, on observe la quantification de la conductance en multiple de $2e^2/h$, qui fournit la calibration en amplitude de la mesure. b) Diagrammes de Nyquist correspondant. La phase a été ajustée de sorte que le couplage à CPQ pincé soit purement capacitif (points (a)). Le régime (b) correspondant à l'ouverture des premiers canaux se traduit par une droite de phase constante. A l'ouverture totale du CPQ (régime (c)), la phase tourne à cause du couplage capacitif vers les grilles, qui devient important en régime non déplété.	137
4.10	Parties réelle (a) et imaginaire (b) de l'admittance du CPQ mesurée à 1.25 GHz et 0.385 T. Chacun des 500 points de mesure est une moyenne sur 160 fréquences dans une bande de 0.1 GHz effectuée par l'analyseur de réseau.	138
4.11	Diagramme de Nyquist de l'admittance mesurée figure 4.10. La phase a été ajustée de sorte que le couplage à CPQ pincé soit purement capacitif.	139
4.12	Description de la source d'électron unique. Les caractéristiques du pulse (amplitude, front de montée τ) et de la barrière de potentiel (transmission D) pourront être ajustés afin d'injecter des électrons avec une résolution temporelle de l'ordre de la nanoseconde. . . .	151
A.1	Schéma de thermalisation d'une ligne.	153
A.2	Schéma de thermalisation d'une ligne.	154
A.3	Calibration du thermomètre RuO_2 de la source thermique de photon étudiée dans le chapitre 5.	156
B.1	Oscillations Shubnikov-de Hass à faible champs. On mesure une résistance à champ nul $R_0 \simeq 380\Omega$ (il faut tenir compte du champ rémanent de 0.028 T). Insert : Ajustement des minima du champs, on trouve $1/B_n = 0.0359n + 2.876\text{ T}^{-1}$	157
B.2	Mesures des résistances Hall (R_{XY}) et longitudinale (R_{XX}). On observe les plateaux de quantification entier sur la résistance Hall ainsi que quelques fractions.	158

Introduction

La physique mésoscopique a connu un développement très important durant ces vingt dernières années grâce aux progrès considérables dans le domaine de la nanofabrication. Il est aujourd'hui possible de réaliser des structures à base de semiconducteurs d'une centaine de micromètres de longueur présentant les propriétés de conduction d'un métal à deux dimensions de haute mobilité ($\mu > 10^6 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$) dans lequel le libre parcours moyen électronique est supérieur à la taille du système ($\sim 10 \mu\text{m}$). A des températures suffisamment basses ($T \sim 100 \text{ mK}$) pour conserver la cohérence de phase des électrons, le transport électronique ne peut plus être expliqué par des modèles classiques ou semi-classiques et doit être décrit en terme de diffusion d'ondes électroniques [1–4]. Cette approche a montré que les grandeurs macroscopiques locales comme la conductivité ne peuvent alors plus décrire correctement les propriétés de conduction et elle a introduit naturellement une échelle caractéristique, l'échelle mésoscopique, à laquelle les électrons perdent leur cohérence. Cette échelle fait le lien entre les descriptions macroscopique (classique) et microscopique (quantique) où les grandeurs locales n'ont plus de sens. Les interférences quantiques imposent alors en particulier de bien définir la façon dont courant et tension sont mesurés. On doit alors parler de conductance et non plus de conductivité. Afin de mettre en évidence les effets de cohérence de phase dans les métaux, R. Webb *et al* [5] ont mesuré en 1985 la résistance d'un anneau d'or en fonction du champ magnétique. Ils ont observé une périodicité de la magnétorésistance avec le flux magnétique appliqué, la période étant donnée par le quantum de flux $\Phi_0 = h/e$. Cette expérience, de type Aharonov-Bohm, constituait un passage obligé dans la compréhension des effets d'interférences quantiques électroniques au sein des conducteurs. Elle a amorcé l'étude du transport électronique quantique dans les systèmes mésoscopiques. Les effets de la cohérence quantique ont ensuite été largement étudiés à travers de nombreux phénomènes. On peut citer par exemple la localisation d'Anderson [6–9] ou la quantification de la conductance [10, 11]. Le domaine s'est également enrichi avec l'étude de l'effet des interactions sur le transport. Les interactions coulombiennes donnent par exemple lieu au phénomène de blocage de Coulomb lié à la quantification de la charge (étudiée dans les métaux normaux [12, 13] puis supraconducteurs [14] et les semiconducteurs ou les gaz d'électrons bidimensionnels [15]). Si le blocage de Coulomb est un effet caractéristique de l'échelle mésoscopique, d'autres effets moins spécifiques comme l'effet Kondo (interaction des électrons avec une impureté magnétique) ont également été étudiés à cette échelle [16, 17]. Les systèmes mésoscopiques permettent ainsi de mieux comprendre des phénomènes observables dans des échantillons macroscopiques tels que l'effet Hall quantique [18–20]. Dans les années 1990, l'étude du transport a été étendue à celle des fluctuations temporelles du courant [21–24]. En effet, alors que la conductance met en évidence le caractère ondulatoire des électrons, l'aspect corpusculaire ne peut être mis en évidence qu'en considérant, non plus des grandeurs moyennées mais leurs fluctuations. C'est la raison pour laquelle l'intérêt s'est porté sur la physique du « bruit » (étude des fluctuations de courant). Ainsi, il est possible d'observer dans des circuits mésoscopiques un bruit hors équilibre analogue au bruit de grenaille (« shot noise ») observé dès 1918 par Schottky dans une diode à vide [25]. Le bruit est toujours proportionnel au courant et à la charge des particules, avec cependant un facteur de réduction (facteur de Fano) qui dépend de la probabilité de transmission des électrons au travers de l'échantillon [22, 26, 27]. En

effet, l'annulation du bruit de partition pour un système de transmission unité à température nulle reflète le caractère non bruyant de la distribution de Fermi-Dirac. Le bruit à travers un système mésoscopique à température nulle se réduit alors au bruit de partition quantique sub-poissonien [28] caractérisé par un facteur de Fano inférieur à l'unité. Un moyen plus sensible d'étudier le bruit de partition est d'effectuer des mesures de corrélations croisées du type Hanbury Brown & Twiss. De telles mesures, effectuées à l'origine sur des photons [29, 30], ont été réalisées sur des électrons dans des gaz d'électrons bidimensionnels. Les anticorrélations mesurées ont confirmé le caractère sub-poissonien de la statistique électronique [31, 32]. Les expériences citées précédemment ne mettent en jeu que des quasi-particules de Fermi de charge élémentaire e . Cependant, des mesures de bruit de grenaille dans des systèmes similaires en régime de Hall ont également mis en évidence des quasi-particules de charge fractionnaire [33, 34]. En effet la dépendance linéaire du bruit avec la charge des porteurs ouvre la voie à l'étude de particules possédant de nouvelles statistiques quantiques [35]. Les dernières expériences dans la physique du bruit des conducteurs mésoscopiques portent sur l'étude du bruit photo-assisté [36] et du bruit à fréquence finie [37]. Ces résultats montrent une singularité du bruit de grenaille pour des tensions $V = h\nu/e$ appliquées aux bornes du conducteur où ν est la fréquence de mesure du bruit. Ils sont en bon accord avec les prévisions théoriques [21, 38] et ils sont interprétés par une théorie de la diffusion où les électrons peuvent absorber ou émettre des photons. Ces expériences, comme celles portant sur la mesure de moments d'ordre supérieur de la distribution statistique des électrons [39, 40] illustrent la nécessité d'effectuer des mesures dans des bandes de fréquence de plus en plus larges.

Il est aujourd'hui indispensable d'étudier plus en détail le couplage entre les électrons des conducteurs quantiques cohérents et les photons susceptibles de sonder la dynamique des conducteurs. Dans le cas des gaz d'électrons bidimensionnels, il s'agit de photons radio-fréquence car les énergies caractéristiques mises en jeu (tension d'excitation, énergie thermique, écart entre niveaux, énergie de charge) sont associées aux GHz. Les premières mesures étudiant ce couplage concernent l'étude du transport photo-assisté en régime continu [41–45]. Les mesures de transport et de bruit à fréquence finie sont un pas supplémentaire et permettent de répondre expérimentalement à des questions théoriques telles que :

- la dynamique des électrons cohérents dans un gaz d'électrons bidimensionnel pour différents types d'excitations : plasmoniques [46], électroniques [47, 48],...
- la mesure des fluctuations de point zéro [37] et la mesure des moments d'ordre 3 ou 4 de la statistique électronique des conducteurs quantiques [39, 40],
- la mesure et le rôle des interactions dans des conducteurs unidimensionnels [49],
- la compréhension des lois de l'électrocinétique quantique.

L'étude de la dynamique quantique cohérente des électrons pourrait également avoir des applications importantes dans le contrôle de l'information pour la logique quantique [50] ainsi que dans des domaines plus pratiques comme la métrologie avec la définition d'un étalon de capacité [51].

Ce travail de thèse contribue au « défrichage » du domaine concernant l'étude de la dynamique des conducteurs quantiques cohérents. La partie centrale de ce manuscrit répond aux prédictions théoriques de A. Prêtre, H. Thomas et M. Büttiker [52, 53] concernant le transport dynamique cohérent à travers un circuit RC mésoscopique quantique. Ces derniers ont prédit dès 1993 que la résistance de relaxation de charge R_Q d'un tel circuit devait être indépendante de la transmission D du contact ponctuel quantique séparant la capacité mésoscopique C du réservoir de charges (Fig. 1). Leurs calculs conduisent à une valeur constante égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$ alors que la résistance intrinsèque du contact ponctuel quantique est donnée par la formule de Landauer $R = (h/e^2)/D$ [1, 2]. On en déduit le résultat contre-intuitif suivant : *le temps de relaxation de charge τ_Q d'un circuit mésoscopique cohérent n'est pas égal au simple produit $\tau = R \times C$ mais au produit :*

$$\tau_Q = \left(\frac{h}{2e^2} \right) \times \left(\frac{1}{C} + \frac{1}{C_Q} \right)^{-1} = \frac{h}{2e^2} \frac{1}{C_\mu}$$

où $C_Q = e^2 \mathcal{N}$ est la capacité quantique proportionnelle à la densité d'états électronique $\mathcal{N}$ dans le capacité mésoscopique. La capacité effective C_μ est donc l'association en série d'une capacité électrostatique C et d'une capacité quantique C_Q . Nous avons mesuré à la fois les parties *dissipative* ($Re(G) = R_Q$) et *non dissipative* ($Im(G) = \omega C_\mu$) de l'admittance d'un circuit RC mésoscopique et confirmé expérimentalement ces prédictions. Ces mesures constituent le premier résultat expérimental sondant les lois fondamentales régissant la *dynamique* d'électrons cohérents dans un circuit mésoscopique. En effet, même si certaines expériences se sont directement intéressées à la dynamique des électrons dans les gaz bidimensionnels en étudiant la propagation d'excitations subnanosecondes en régime de Hall [46, 47], le circuit RC étudié ici reste le circuit électronique le plus simple permettant de mettre en évidence l'ensemble des phénomènes quantique décrivant la dynamique du transport d'électrons. Des études partielles de la dynamique ont été menées précédemment pour mesurer la capacité d'un gaz d'électrons bidimensionnel en influence avec une grille macroscopique. Les résultats obtenus sur des barres de Hall ont permis notamment de mettre en évidence des oscillations de capacité quantique liées aux oscillations Shubnikov-deHaas. On pourra retenir par exemple l'expérience de S. Takaoka *et al* [54] qui discute précisément de la capacité quantique en régime d'effet Hall. Qu'il s'agisse de boîtes quantiques [55, 56] ou de barres de Hall en régime de Hall quantique entier [54, 57–60] ou fractionnaire [61, 62], ces mesures, réalisées à basses fréquences (la centaine de kHz), ne donnent accès qu'à la composante imaginaire de l'admittance et ne permettent pas de mesurer la résistance de relaxation de la charge de la capacité. Des mesures à 200 kHz ont par exemple été réalisées par R.C. Ashoori *et al* [56] sur des boîtes quantiques. Ils ont montré l'existence d'une capacité quantique liée à la densité d'états des électrons confinés et effectué la spectroscopie de la boîte par mesure capacitive. L'une des armatures de la capacité est un îlot de gaz d'électrons bidimensionnel formant une boîte quantique tandis que l'autre est une armature classique constituée d'une grille métallique en regard du gaz. Dans le cas de notre échantillon, l'armature quantique de la capacité est reliée au réservoir d'électron par un contact ponctuel quantique (Fig. 1), alors que dans l'expérience de R.C. Ashoori *et al*, la résistance est réalisée par une barrière tunnel. La gamme de fréquences utilisée conduisant à une partie imaginaire de l'impédance de l'ordre du $M\Omega$, le pont capacitif employé ne permet pas la mesure de la partie réelle. Par ailleurs, même s'ils avaient pu la mesurer, la résistance associée aurait été égale à la résistance tunnel et non à la résistance de relaxation de charge du circuit cohérent en raison des effet de brouillage thermique. Afin de répondre à la question théorique posée par M. Büttiker et ses collaborateurs, il est indispensable de comparer l'impédance capacitive $Z_c = 1/j\omega C_\mu$, à la résistance de relaxation de charge $R_Q = h/2e^2 \simeq 12.9 \text{ k}\Omega$. Les capacités étant de l'ordre du fF, cette comparaison impose l'utilisation de fréquences dans la gamme du GHz. Les mesures hyperfréquences sur des gaz d'électrons bidimensionnels sont techniquement délicates en raison de la difficulté de guider, sans altération, les ondes radiofréquences au niveau de l'échantillon mésoscopique thermalisé à quelques dizaines de mK sans le réchauffer. Ce type de mesure a déjà été réalisé par exemple par J. Pieper *et al* pour étudier les effets de fréquence finie sur l'admittance en régime de localisation faible [63, 64] ou par B. Reulet *et al* pour étudier la dépendance en champ magnétique de la polarisabilité d'anneaux mésoscopiques [65]. Nous pouvons également citer les travaux de F. Hohls *et al* sur l'étude de l'admittance à haute fréquence d'un système en régime de Hall quantique [60]. Ces derniers ont notamment effectué des mesures en réflexion dans une gamme de fréquence allant de 100 kHz à 6 GHz. Dans notre cas, le faible rapport entre les parties réelle et imaginaire de l'admittance ($Re(G)/Im(G) \sim 0.1$) ainsi que les contraintes imposées par le régime linéaire de conduction, nous ont fait opter pour une mesure en transmission. Le système de mesure que nous avons mis en oeuvre s'avère être un outil performant pour l'étude du transport à des fréquences de l'ordre du GHz à travers des circuits mésoscopiques cohérents.

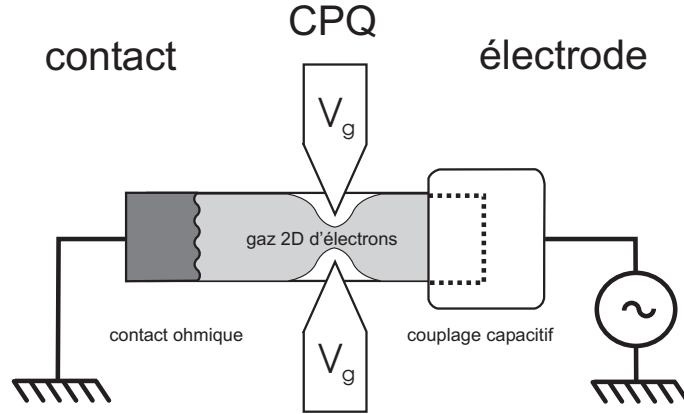


FIG. 1 – Schéma du circuit RC mésoscopique quantique étudié. Il est composé d'un contact ponctuel quantique (CPQ) en série avec une capacité dont l'une des armatures est constituée du gaz bidimensionnel d'électrons jouxtant le CPQ et l'autre armature d'une grille macroscopique en regard.

Après avoir présenté dans le premier chapitre les divers outils théoriques nécessaires à la compréhension du transport dynamique dans les gaz d'électrons bidimensionnels, je décrirai en détail dans le deuxième chapitre le dispositif expérimental qui nous a permis de réaliser les premières mesures de transport à des fréquences de l'ordre du GHz sur des circuits mésoscopiques avec une résolution en phase inférieure au degré. L'étude du circuit RC mésoscopique est développée au chapitre 3 (Fig. 1). Nous montrerons, comme annoncé par M. Büttiker et ses collaborateurs, que la résistance intervenant dans le temps caractéristique τ_Q de relaxation de charge n'est pas égale à la résistance de Landauer $h/(e^2 D)$ où D est la transmission du CPQ. Elle est en particulier indépendante de la transmission D et égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$. Nous mettrons également en évidence le rôle primordial de la capacité quantique $C_Q = e^2 \mathcal{N}$ proportionnelle à la densité d'états $\mathcal{N}$ dans l'armature quantique de la capacité mésoscopique. Le chapitre 4 sera consacré aux mesures effectuées sur un deuxième système élémentaire : le contact ponctuel quantique (Fig. 2). Ces mesures mettent en évidence l'inductance cinétique du gaz d'électrons et font apparaître le contact ponctuel quantique comme un circuit LR mésoscopique. Enfin, en annexe, on trouvera une publication résultant d'un travail effectué en début de thèse. L'article contient les mesures que nous avons effectuées suite au travail de thèse de Laure-Hélène Bize-Reydellet concernant le bruit électronique à fréquence finie. Elle a montré la sensibilité à la statistique des mesures de type Hanbury-Brown & Twiss effectuées sur les photons GHz émis par un conducteur. Ma contribution a été de montrer, en reprenant ses mesures à très basse température, qu'il est possible d'atteindre la sensibilité à la statistique quantique des photons. Nous avons pour cela mesuré les deux premiers moments de la statistique de photons émis par une source thermique dans le régime quantique ($k_B T < h\nu$). Ce dispositif expérimental qui constituera à terme un outil de mesure des statistiques non classiques de photons émis par des conducteurs mésoscopiques a également permis de caractériser la chaîne de mesure utilisée pour les mesures de transport GHz.

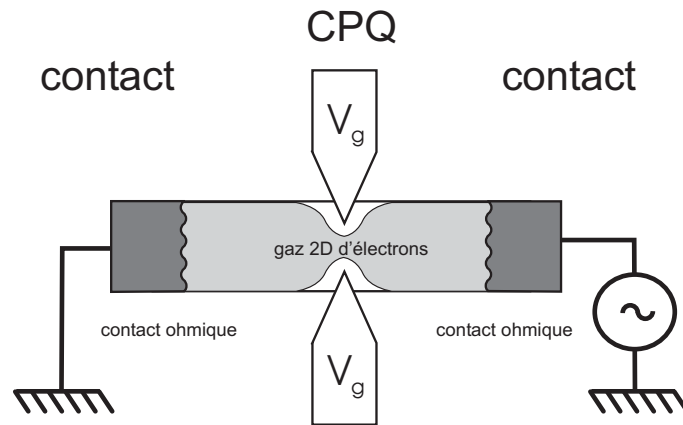


FIG. 2 – Schéma du circuit LR mésoscopique quantique étudié. Il est composé d'un contact ponctuel quantique (CPQ) séparant en deux parties une barre de Hall étendue ($\approx 50 \mu m \times 5 \mu m$).

Première partie

**Transport dynamique dans des gaz
bidimensionnels cohérents**

Chapitre 1

Généralités

Sommaire

1.1	Gaz d'électrons à deux dimensions	31
1.1.1	Transport électronique dans un métal à deux dimensions	31
1.1.2	Fabrication d'un circuit mésoscopique quantique	34
1.2	Transport quantique cohérent dans un gaz d'électrons bidimensionnel	35
1.2.1	Conductance en régime continu	36
1.2.2	Transport dynamique cohérent dans un gaz d'électrons bidimensionnel	39

Ce chapitre rappelle rapidement les outils nécessaires à l'étude de la dynamique cohérente des électrons dans un conducteur mésoscopique. Nous commencerons par préciser ce qu'est l'échelle mésoscopique, en montrant l'importance de la description quantique du transport à cette échelle. Nous rappellerons rapidement la description du transport électronique cohérent en termes de diffusion des ondes électroniques. Nous montrerons ensuite comment on étend cette description au régime dynamique quantique cohérent. Nous ne donnerons ici que les grandes lignes du raisonnement, il faudra se reporter aux références [53,66] pour un traitement exhaustif du problème.

1.1 Gaz d'électrons à deux dimensions

Les gaz bidimensionnels d'électrons fabriqués à partir d'hétérojonctions de semiconducteurs à modulation de dopage font partie des systèmes mésoscopiques les mieux contrôlés. Nous décrirons leur fabrication et leur utilisation en temps que conducteurs quantiques. Nous rappellerons brièvement leur caractéristiques électroniques et verrons pourquoi elles imposent une description du transport électronique en terme d'ondes électroniques cohérentes.

1.1.1 Transport électronique dans un métal à deux dimensions

1.1.1.1 Le modèle semi-classique

Le modèle semi-classique de conduction de Drude-Sommerfeld [67] décrit la conduction en terme de fonction de distribution de quasi-particules indépendantes. La conductivité est alors limitée par les chocs des « porteurs libres » (quasi-particules) sur des centres diffuseurs. On peut distinguer deux types de collisions :

- les collisions élastiques (par exemple les collisions sur des impuretés massives avec lesquelles il n'y a pas d'échange d'énergie),

- les collisions inélastiques (collisions des électrons avec les phonons du réseau cristallin, des électrons entre eux, des électrons avec des impuretés magnétiques...) responsables de la perte de cohérence de phase.

On associe à ces phénomènes de diffusion une longueur et un temps caractéristique qu'on regroupe dans un temps de relaxation τ_e également appelé temps de collision. La valeur moyenne de la vitesse de dérive des électrons d'un gaz bidimensionnel soumis à un champ électrique $\vec{E}$ est alors donnée par :

$$\vec{v} = -\frac{e\tau_e}{m^*} \vec{E} \quad (1.1)$$

où m^* est la masse effective des quasi-particules. Cela définit la mobilité $\mu = v/E = e\tau_e/m^*$ du gaz et sa *conductivité* :

$$\sigma = \frac{ne^2\tau_e}{m^*} \quad (1.2)$$

n étant la densité de porteurs. Le tableau 1.1 rappelle les ordres de grandeurs de μ et n pour un métal classique et pour un gaz bidimensionnel d'électrons ¹.

1.1.1.2 Les différentes échelles de longueur dans un conducteur - cas du transport quantique

Nous avons mentionné différents types de diffusions possibles intervenant dans la description du transport électronique. Ils sont associées à des longueurs ou des temps caractéristiques. On voit, d'après ce qui précède, se dessiner trois types de longueurs caractéristiques (Fig. 1.1(a)) :

- la *longueur d'onde de Fermi* $\lambda_F = 2\pi/k_F$, associée à l'énergie de Fermi $\epsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m^*}$,
- le *libre parcours moyen élastique* l_e , associée aux diffusions élastiques sur des impuretés (il n'y a pas d'échange d'énergie : la phase électronique φ est préservée). Elle est reliée au temps de collision τ par $l_e = v_F \tau$, où v_F est la vitesse de Fermi,
- la *longueur de cohérence de phase* l_φ , en deçà de laquelle l'électron peut être décrit par une onde dont la phase est parfaitement définie. Elle est associée au temps de cohérence de phase τ_ϕ .

Lorsqu'on se place en régime de transport quantique, c'est à dire sur des échelles de longueur plus petites que la longueur de cohérence de phase ($L < l_\varphi$), les grandeurs locales comme la conductivité σ définie précédemment n'ont plus de sens. En effet, les interférences quantiques obligent à définir des conductances $g_{\alpha\beta}$: rapport de l'intensité I_α mesurée au contact α sur le potentiel V_β appliqué au contact β .

On peut distinguer deux régimes de conduction. :

- le régime de transport quantique diffusif ² lorsque les dimensions du système sont plus grandes que le libre parcours moyen élastique, $L > l_e$ (Fig. 1.1(b)),
- le régime quantique balistique lorsque $L < l_e$ (Fig. 1.1(c)). Dans ce régime, un électron traverse le conducteur sans avoir subi de collision.

Dans le régime balistique, la longueur de cohérence de phase est reliée au temps de cohérence de phase par $l_\varphi = v_F \tau_\phi$ alors que dans le cas diffusif la relation fait intervenir un coefficient de diffusion $D = v_F^2 \tau_e$. Dans toute la suite de ce manuscrit, nous ne considérerons que des systèmes balistiques cohérents. Le transport pourra alors être décrit à l'aide de matrices de diffusion dont les coefficients dépendent de

¹Dans les métaux usuels, le nombre de porteurs est fixé. La conductivité est alors une grandeur intrinsèque et on ne parle en général pas de mobilité. Ce n'est pas le cas dans les semiconducteurs ou les gaz bidimensionnels.

²Ce régime ne peut plus être décrit par une simple matrice de diffusion. On peut par exemple utiliser une matrice aléatoire possédant certaines propriétés liées à la théorie de la diffusion et déduire, sous certaines hypothèses, une distribution statistique de conductance [68].

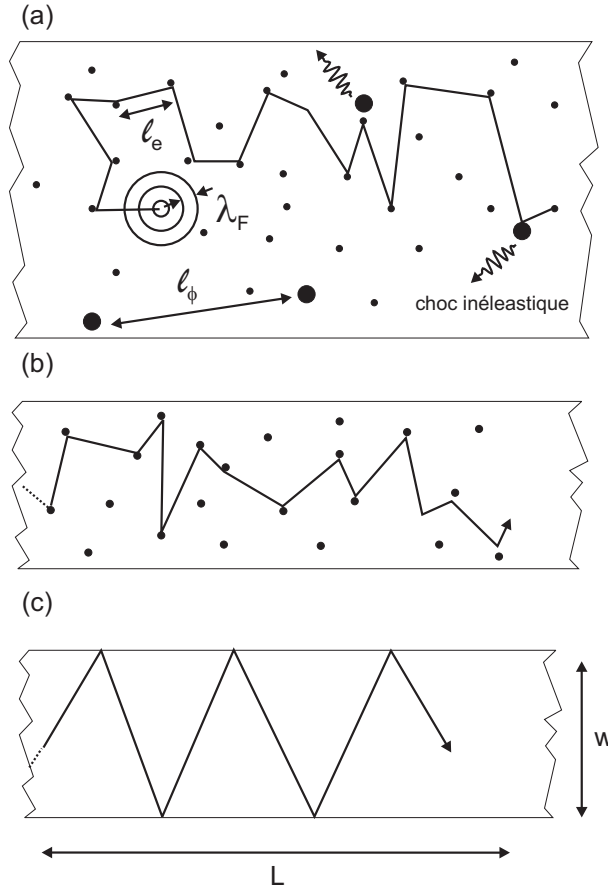


FIG. 1.1 – (a) Schéma du parcours diffusif d'un électron dans un conducteur. On distingue les chocs élastiques distants en moyenne de $l_e = v_F \tau$ et les chocs inélastiques caractérisant la longueur de cohérence de phase l_ϕ . Le parcours entre deux chocs inélastiques est diffusif, on a donc $l_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$ où D est le coefficient de diffusion. (b) Description d'un conducteur quantique diffusif. (c) Description d'un conducteur quantique balistique.

paramètres contrôlables du système. Cela impose d'avoir une mobilité $\mu = e\tau_e/m^* \geq eL/m^*v_F$. La densité d'état dans un gaz d'électrons bidimensionnel étant constante et égale à $\mathcal{N} = \frac{m^*}{\pi\hbar^2}$, on peut relier l'énergie de Fermi à la densité de porteurs :

$$n = \frac{m^* \epsilon_F}{\pi \hbar^2} \quad (1.3)$$

Nous obtenons finalement une condition sur la mobilité et la densité de porteurs. Pour des systèmes mésoscopiques de taille $L \sim 10 \mu\text{m}$, le transport est balistique si :

$$\mu \cdot \sqrt{n} \geq \frac{eL}{\sqrt{2\pi}\hbar} \sim 6.2 \times 10^9 \text{ mV}^{-1}\text{s}^{-1} \quad (1.4)$$

Pour nos échantillons, on trouve $\mu \cdot \sqrt{n} \simeq 1.03 \times 10^{10} \text{ mV}^{-1}\text{s}^{-1}$ (Tab. 1.1).

Le régime de transport quantique ($l_\phi > L$) conduit à des effets très spectaculaires si on tente de tester les lois de l'électrocinétique classique avec des conducteurs mésoscopiques. Les interférences d'ondes électroniques conduisent par exemple à la violation de la loi d'Ohm ou, comme nous le verrons en détail au chapitre 3 à la violation des lois de Kirchhoff en régime dynamique. Toutefois, le régime quantique

	densité n (cm^{-d})	énergie ϵ_F (meV)	mobilité μ ($\text{cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$)	λ_F ($\text{\AA}$)	l_e ($T = 4\text{ K}$) (μm)	l_φ ($T = 1\text{ K}$) (μm)
<i>Cuivre</i>	8.5×10^{22}	7000	7×10^3	~ 0.5	~ 0.1	~ 1
<i>GaAs – AlGaAs</i>	1.7×10^{11}	4.9	2.6×10^6	600	17	~ 200

TAB. 1.1 – Ordres de grandeur des différentes échelles de longueur caractérisant le transport dans un métal et dans un gaz d'électrons bidimensionnel (les valeurs données pour le gaz d'électrons 2D sont celles des échantillons étudiés au chapitre 3).

n'est pas observable sans efforts : il nécessite d'éliminer autant que faire se peut les collisions inélastiques responsables de la perte de cohérence de phase des électrons. Les collisions électron-phonon peuvent être éliminées en abaissant la température. Pour des hétérostructures suffisamment propres à très basse température (la dizaine de mK), seules subsistent les collisions électron-électron. Le temps de cohérence de phase est alors donné par le temps de collision électron-électron donné par la théorie des liquides de Fermi dans un gaz balistique à 2D :

$$\frac{1}{\tau_\varphi} = \frac{\epsilon_F}{2\hbar} \left(\frac{k_B T}{\epsilon_F} \right)^2 \ln \left(\frac{\epsilon_F}{k_B T} \right) \quad (1.5)$$

où ϵ_F est la longueur d'onde de Fermi des électrons. Dans nos conditions expérimentales ($T = 1\text{ K}$ et à champ magnétique nul), on obtient une longueur de cohérence de phase $l_\varphi \sim 200\mu\text{m}$.

1.1.2 Fabrication d'un circuit mésoscopique quantique

Le but est de réaliser un métal à deux dimensions de densité et de mobilité suffisantes. Les hétérostructures *GaAs – AlGaAs* sont fabriquées au Laboratoire de Photonique et Nanostructures (LPN) par Bernard Etienne et Ulf Gennser. La croissance cristalline par épitaxie par jet moléculaire (MBE) permet la fabrication d'une interface avec peu de défauts. La différence de « gap » entre les deux semiconducteurs entraîne la formation d'un puits de potentiel pour les électrons fournis par un plan de dopant *Si* (on parle de « δ -dopping » en raison de la localisation des dopants). Ce plan est placé relativement loin de l'hétérojonction pour limiter l'influence électrostatique des atomes de *Si* ionisés (qui limiteraient la mobilité) sur le plan d'électrons tout en restant suffisamment proche pour que la densité du gaz reste importante (détermination de la courbure de la bande de conduction). Le plan de dopants est placé à une dizaine de nanomètres de la surface de *GaAs* (Fig. 1.2), de sorte qu'une simple gravure chimique de l'ordre de $500\text{\AA}$ à la surface de l'échantillon entraîne son altération et une déplétion du gaz d'électrons en regard. Cette gravure, dont les motifs sont réalisés par lithographie électronique, permet de définir la géométrie du « mesa »³.

Le métal bidimensionnel créé à l'hétérojonction ne constitue pas un échantillon à proprement parlé. Il faut ensuite contacter le gaz d'électrons et créer avec celui-ci les structures qui nous intéressent. La gravure chimique mentionnée précédemment permet de confiner latéralement le gaz d'électrons et de réaliser des structures de taille supérieure ou égale au μm . La déplétion locale du gaz est ensuite contrôlée à plus petite échelle par des grilles métalliques déposées par lithographie électronique à la surface de

³Le « mesa » est le nom donné au gaz d'électrons confiné latéralement. Il provient de la forme de la gravure permettant le confinement du gaz. Cette dernière rappelle en effet les formations géologiques des plateaux de grès de Monument Valley de l'Utha aux Etats-Unis baptisées « mesa » (ou *table* en espagnol) par les mexicains.

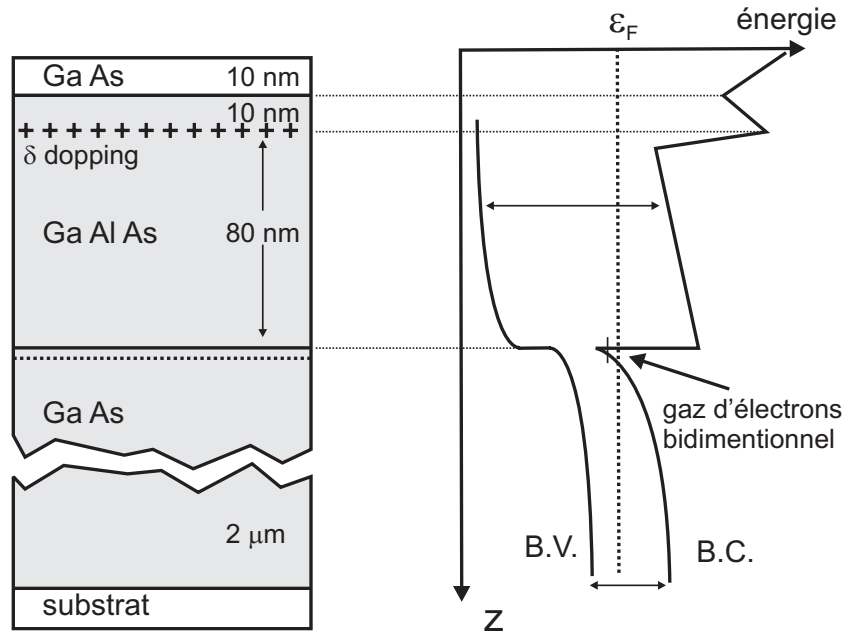


FIG. 1.2 – (a) Différentes couches d'une hétérostructure *GaAs* – *AlGaAs*. (b) Diagramme énergétique de la bande de conduction dans l'hétérostructure. La différence en énergie entre le bas de la bande de conduction de *GaAs* et celle de *Al_{0.33}Ga_{0.67}As* est de 320 meV. La distance entre le niveau de Fermi et le bas de la bande de conduction au niveau de l'interface est de 30.3 meV.

l'échantillon. La densité du gaz sous les grilles est contrôlée par le potentiel électrique négatif qu'on leur applique. Le gaz d'électrons est finalement contacté à la chaîne de mesure par des contacts ohmiques (plots métalliques d'environ 100 μ m de côté) composés d'un alliage d'or, de nickel et de germanium diffusés à travers la couche de *GaAs*. Toutes ces étapes conduisant à la mise en forme des échantillons utilisés ont été réalisées par Yong Jin au LPN.

1.2 Transport quantique cohérent dans un gaz d'électrons bidimensionnel

Le transport quantique est décrit en terme de transmission d'ondes électroniques. Cette description introduite par Landauer en 1957 [1, 2] permet de rendre compte des effets quantiques du transport dans le régime continu. Après avoir rappelé l'expression de la conductance en régime continu en fonction de la matrice de diffusion du système mésoscopique, je m'intéresserai au cas particuliers du *CPQ* (véritable « résistance quantique ») et de l'association en série de deux *CPQ* où on observe la violation de la loi d'Ohm. Je ne m'intéresserai ici (sauf indication contraire) qu'à des électrons « sans *spin* ». Cela signifie que je ne tiendrai pas compte de la dégénérescence de *spin* dans la densité d'états électronique. Le quantum de conductance sera alors donné par e^2/h et non $2e^2/h$.

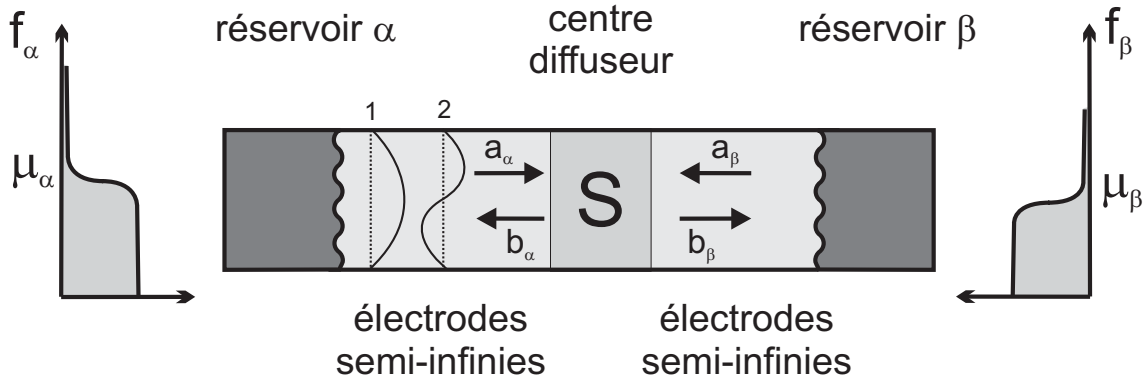


FIG. 1.3 – Diffusion des ondes électroniques du contact α vers le contact β . Les contacts sont modélisés par des réservoirs à l'équilibre thermique T_i et au potentiel chimique μ_i : $f_i(\epsilon)$. Les modes de propagation dans les électrodes semi-infinies qui connectent le système (centre diffuseur) aux réservoirs sont ondes planes progressives convoluées aux modes transverses d'un puits infini. Les modes incidents a_α et a_β de chaque réservoir sont transmis et réfléchis par le centre diffuseur S .

1.2.1 Conductance en régime continu

La théorie de Landauer-Büttiker pour la diffusion des ondes électroniques dans un gaz d'électrons bidimensionnel balistique cohérent permet de calculer la conductance $g_{\alpha\beta}(\omega = 0)$ entre deux contacts (réservoirs) α et β à partir de la matrice de diffusion $[s(\epsilon)]$ du conducteur entre ces deux réservoirs. Cette matrice relie les opérateurs associés aux modes entrant dans la zone de diffusion ($\hat{a}_\alpha, \hat{a}_\beta$) aux opérateurs associés aux modes sortant ($\hat{b}_\alpha, \hat{b}_\beta$).

$$\begin{pmatrix} \hat{b}_\alpha \\ \hat{b}_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [s_{\alpha\alpha}] & [s_{\alpha\beta}] \\ [s_{\beta\alpha}] & [s_{\beta\beta}] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_\alpha \\ \hat{a}_\beta \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

$[\hat{a}_\alpha]$ et $[\hat{b}_\alpha]$ sont des vecteurs colonnes de dimension N , $[\hat{a}_\beta]$ et $[\hat{b}_\beta]$ des vecteurs colonnes de dimension M , $[s_{\alpha\alpha}]$ une matrice de dimension $N \times N$, $[s_{\alpha\beta}]$ une matrice de dimension $M \times N$, $[s_{\beta\alpha}]$ une matrice de dimension $N \times M$ et $[s_{\beta\beta}]$ une matrice de dimension $M \times M$. N et M sont respectivement le nombre de modes des contacts α et β .

Les états de diffusion incidents sont émis par les réservoirs, c'est à dire, par les régions du gaz électronique séparées de la zone de diffusion par des longueurs supérieure à la longueur de cohérence. Chaque contact γ est un réservoir d'électrons à l'équilibre thermodynamique caractérisé par un potentiel électrochimique μ_γ et une température T_γ . Ils émettent dans chaque mode des électrons avec une distribution de Fermi-Dirac :

$$f_\gamma(\epsilon) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{\epsilon - \mu_\gamma}{k_B T_\gamma}\right)} \quad (1.7)$$

Les contacts ohmiques peuvent être considérés comme de véritables « corps noirs » d'électrons qui absorbent sans les réfléchir toutes les ondes électroniques qui leur arrivent et réémettent des électrons avec une distribution à l'équilibre thermique.

La conductance $g_{\alpha\beta}$ du système donne l'intensité δI_α sortant du contact α en réponse à une tension δV_β appliquée au contact β . Les potentiels électrochimiques valent alors respectivement $\mu_\alpha = \epsilon_F$ et $\mu_\beta = \epsilon_F + e \delta V_\beta$. En supposant que la vitesse des électrons et les modes transverses des ondes électroniques

sont indépendants de l'énergie autour de l'énergie de Fermi ϵ_F , on peut écrire l'opérateur courant :

$$\delta \hat{I}_\alpha(x, t) \simeq \frac{e}{h} \int d\epsilon d\epsilon' \left(\hat{a}_\alpha^\dagger(\epsilon) \hat{a}_\alpha(\epsilon') - \hat{b}_\alpha^\dagger(\epsilon) \hat{b}_\alpha(\epsilon') \right) e^{i(\epsilon - \epsilon')(t - x/v_F)/\hbar} \quad (1.8)$$

où $\hat{b}_{\alpha,n}$ est l'opérateur annihilation du mode n entrant dans le contact α . $\hat{b}_{\alpha,n}$ s'exprime en fonction des opérateurs $\hat{a}_{\alpha,n}$ et $\hat{a}_{\beta,n}$ émis par les contacts α et β (Eq. (1.22)) et de la matrice de diffusion $s_{\alpha\beta}(\epsilon)$ de diffusion des N modes entre les contacts α et β :

$$\hat{b}_{\alpha,n}(\epsilon) = \sum_{p=1}^N \left(s_{\alpha\alpha,np}(\epsilon) \hat{a}_{\alpha,p}(\epsilon) + \sum_{q=1}^M s_{\alpha\beta,nq}(\epsilon) \hat{a}_{\beta,q}(\epsilon) \right) \quad (1.9)$$

La conductance est alors donnée par [3], [23] :

$$g_{\alpha\beta}(\omega = 0) \equiv -\frac{\langle \delta \hat{I}_\alpha \rangle}{\delta V_\beta} = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \text{Tr} \left([s_{\alpha\beta}(\epsilon)]^\dagger [s_{\alpha\beta}(\epsilon)] \right) \times \frac{f_\alpha(\epsilon) - f_\beta(\epsilon)}{e \delta V_\beta} \quad (1.10)$$

Dans le régime linéaire ($\delta V_\beta \rightarrow 0$) et en supposant que les deux contacts sont portés à la même température T , on déduit :

$$g_{\alpha\beta}(\omega = 0) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \text{Tr} \left([s_{\alpha\beta}(\epsilon)]^\dagger [s_{\alpha\beta}(\epsilon)] \right) \times \left(-\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) \quad (1.11)$$

Dans la limite des basses températures $\left(-\frac{\partial f}{\partial \epsilon} \right) = \delta(\epsilon - \epsilon_F)$ et la conductance $g_{\alpha\beta}(\omega = 0)$ devient :

$$g_{\alpha\beta}(\omega = 0) = \frac{e^2}{h} D_{\alpha\beta} \quad (1.12)$$

où $D_{\alpha\beta} = \text{Tr} \left([s_{\alpha\beta}(\epsilon)]^\dagger [s_{\alpha\beta}(\epsilon)] \right)$ est la transmission d'un électron du contact β vers le contact α en tenant compte de tous les modes de conduction. On peut réécrire $D_{\alpha\beta} = \sum_n D_{\alpha\beta,n}$, soit la somme des transmissions des N modes de conduction du contact α . Un canal correspond alors à un mode transverse de l'onde électronique [23] et porte un quantum de conductance e^2/h .

Interprétation : en s'aidant de la figure 1.7(a), on voit que les électrons émis par le contact β accèdent aux états libres ($\epsilon_F < \epsilon < \epsilon_F + e \delta V_\beta$) du contact α après avoir diffusé à travers le circuit mésoscopique (terme $s_{\beta\alpha}^\dagger(\epsilon)$ de l'équation (1.12)). Les trous qui leurs sont associés diffusent en sens inverse avec la même énergie (terme $s_{\beta\alpha}(\epsilon)$ de l'équation (1.12)). A température nulle, on peut également décrire le transport en termes de paquets d'ondes électroniques de largeur temporelle $\Delta\tau = h/e \delta V_\beta$ qui se succèdent régulièrement (à température nulle tous les paquets d'ondes sont occupés ce qui traduit le caractère non bruyant de la statistique de Fermi) [69]. On comprend alors bien que la diffusion des électrons à travers le système mésoscopique du contact β vers le contact α pour un unique canal de conduction de transmission D engendre un courant δI_α proportionnel au nombre d'électrons $N_\tau = D\tau/\Delta\tau$ transmis pendant un temps τ :

$$\delta I_\alpha = e \frac{N_\tau}{\tau} = \frac{e^2}{h} D \delta V_\beta \quad (1.13)$$

On retrouve ainsi le résultat (1.12) obtenu en appliquant la formule (1.10).

1.2.1.1 Cas particulier du contact ponctuel quantique

Le circuit mésoscopique quantique le plus simple consiste en une constriction dans le gaz d'électrons. On parle de contact ponctuel quantique (CPQ). La figure 1.4 représente schématiquement la structure

d'un *CPQ*. Les deux contacts ohmiques enserrant le gaz d'électrons constituent les réservoirs de charges. La taille w de la constriction est contrôlée par la tension appliquée aux grilles métalliques déposées à la surface de l'échantillon. On arrive ainsi à contrôler w à l'échelle du nanomètre. Dans une région de taille inférieure à l_e autour de la constriction, le gaz d'électrons est balistique, il est connecté aux contacts ohmiques par le reste du gaz qui se comporte comme un réservoir de charges grâce aux multiples collisions qui s'y produisent.

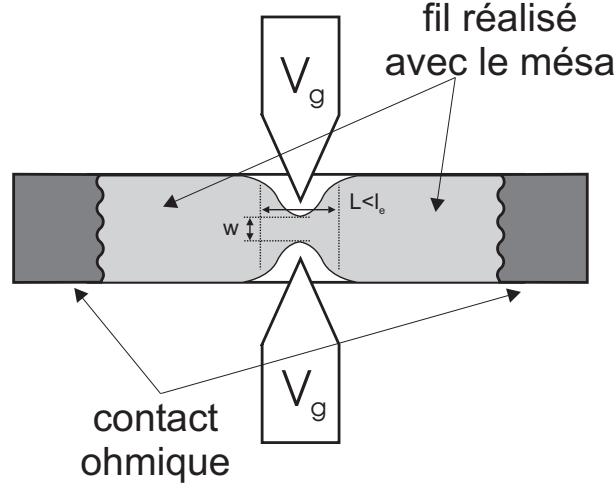


FIG. 1.4 – Schéma simplifié des grilles pour réaliser une constriction unidimensionnelle dans un gaz d'électrons. Le gaz d'électrons est représenté en gris pour une tension négative V_g appliquée sur les grilles.

La quantification de la conductance, en multiples du quantum de conductance e^2/h , comme le prévoit la formule de Landauer (1.12), a été observée dès 1988 par Van Wees *et al* [10] et par Wharam *et al* [11] pour des *CPQ* (Fig. 1.4) ⁴. En effet, parmi tous les électrons incidents dans la constriction, seuls pourront être transmis ceux qui ont une composante longitudinale k_l du vecteur d'onde adaptée à la constriction : $k = n\pi/w$, où n un entier positif. Quand w est très petit devant la longueur d'onde de Fermi λ_F , l'énergie de confinement latéral est supérieure à l'énergie de Fermi définie par les réservoirs et aucun mode ne peut être transmis par la constriction. Pour des tensions de grille moins négatives, la constriction s'ouvre et chaque fois que l'énergie de confinement latéral d'un nouveau mode passe sous l'énergie de Fermi, un nouveau mode est transmis. Le *CPQ* constitue un guide d'onde électronique qui laisse passer un nombre entier de modes, cela se traduit par une évolution de la conductance en forme de plateaux lorsque la largeur de la constriction évolue. Cela impose de réaliser des constriction de largeur de l'ordre de la longueur d'onde de Fermi (de l'ordre de 70 nm). Nous avons réalisé ce type de mesures en tant que mesure préliminaire lors de l'étude de l'admittance d'un *CPQ* dans la gamme *GHz* (chapitre 4). La quantification de la conductance est représentée sur la figure 1.5 en fonction de la tension de grille.

1.2.1.2 Violation de la loi d'Ohm dans un conducteur quantique cohérent

Le confinement du gaz d'électron bidimensionnel suivant les deux directions permet de créer un système 0D dont les caractéristiques rappellent beaucoup celles d'un atome, on parle de boîte quantique. Celle-ci peut être réalisée à l'aide de deux *CPQ* en séries (Fig. 1.6). Le *CPQ* étant l'équivalent de la résistance dans un circuit mésoscopique, nous pourrions nous attendre à retrouver la loi d'Ohm. Cependant, pour

⁴Les mesures présentées dans ce paragraphe ont été effectuées à champ nul et font donc apparaître un facteur 2 dans le quantum de conductance en raison de la dégénérescence de spin.

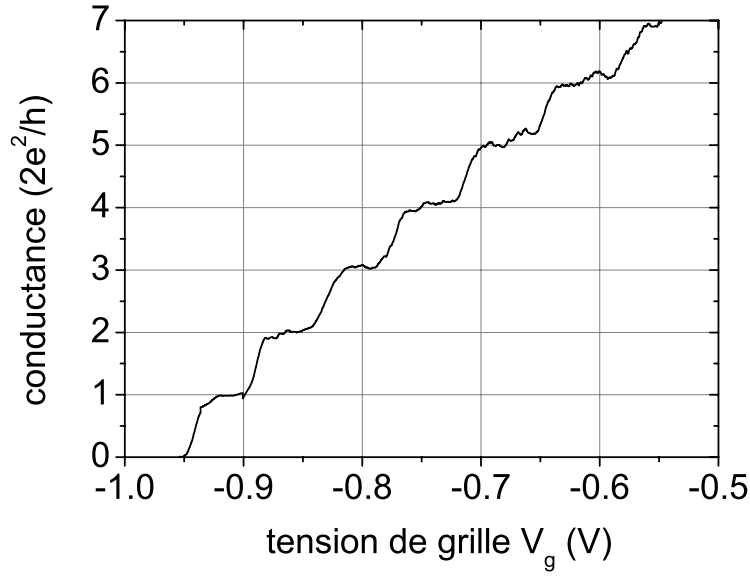


FIG. 1.5 – Observation expérimentale de la quantification de la conductance d'un *CPQ*. Ces mesures ont été effectuées à 30 mK sur l'échantillon étudié au chapitre 4.

des températures suffisamment basses, la cohérence du système entraîne l'apparition d'interférences qui violent la loi d'Ohm. Un modèle simple de type Fabry-Pérot permet d'exprimer la conductance en fonction des transmissions D_1 et D_2 du premier mode de chaque *CPQ* et de la phase ϕ de l'onde électronique entre eux deux. En effet, la matrice de diffusion associée à l'association des deux *CPQ* se réduit à un scalaire :

$$t = \frac{\sqrt{D_1 D_2} e^{i\phi}}{1 - \sqrt{(1 - D_1)(1 - D_2)} e^{2i\phi}} \quad (1.14)$$

En appliquant la formule (1.12), on déduit la résistance $\mathcal{R}_{totale}$ de l'association de deux *CPQ* en série [70, 71] :

$$\mathcal{R}_{totale} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + 2\sqrt{\frac{\mathcal{R}_1 \mathcal{R}_2}{D_1 D_2}} \cos(2\phi) \neq \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \quad (1.15)$$

où $\mathcal{R}_1 = \frac{h}{e^2} \frac{1 - D_1}{D_1}$ et $\mathcal{R}_2 = \frac{h}{e^2} \frac{1 - D_2}{D_2}$ sont les résistances intrinsèques [1] des points *CPQ*₁ et *CPQ*₂. Dans le cas particulier où $D_1 = D_2 = D$ et $\phi \equiv 0[2\pi]$ (résonance), on remarque que la résistance de la double barrière est égale au quantum de résistance h/e^2 quelque soit la transmission D . La violation de la loi d'Ohm est un trait caractéristique de l'association de conducteurs cohérents. Nous verrons une généralisation de cette violation au domaine de l'électrocinétique où l'association d'une résistance et d'une capacité ne suit pas les lois classiques de Kirchoff et fait apparaître en particulier le demi quantum de résistance $h/2e^2$.

1.2.2 Transport dynamique cohérent dans un gaz d'électrons bidimensionnel

Les électrons du conducteur quantique voient un champ électrostatique dépendant non seulement du conducteur mésoscopique mais également des charges apportées par les donneurs, des grilles de polari-

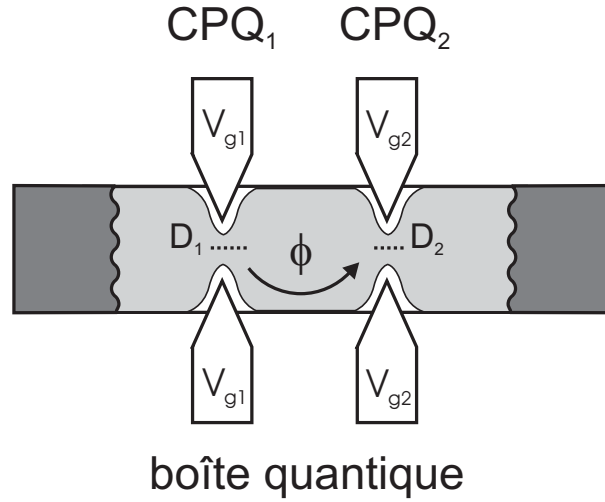


FIG. 1.6 – Schéma d'une boîte quantique réalisée à l'aide de deux CPQ en série.

sation ou encore des contacts ohmiques. La détermination de ce champ électrostatique qui nécessite de prendre en compte tout cet environnement, revêt une importance particulière dans le régime dynamique. En effet, contrairement au cas du transport continu pour lequel nous n'avons à considérer que le courant de particules, il faut ici considérer les courants de déplacement. En supposant que les champs électrostatiques sont confinés au voisinage de l'échantillon (hypothèse de l'électrocinétique), nous devons utiliser la conservation du courant pour relier le courant de particules au sein du conducteur mésoscopique au courant de déplacement mettant en jeu l'ensemble des conducteurs. Les courants de déplacements seront traités à l'aide des lois de l'électrostatique classique alors que les courants d'électrons seront obtenus par une théorie de la diffusion. Le calcul de l'admittance $G(\omega)$ d'un circuit mésoscopique entre deux contacts quelconques (contacts ohmiques ou grilles) se fera donc en trois étapes :

- calcul de l'admittance $g(\omega)$ du gaz d'électrons moyennant certaines hypothèses sur le potentiel du gaz,
- utilisation de la conservation du courant pour calculer le potentiel du gaz d'électrons en fonction des courants de déplacement et des courant d'électrons,
- détermination de la conductance $G(\omega) = \delta I / \delta V$ en exprimant la différence de potentiel δV entre les contacts en fonction de l'intensité δI qui traverse le conducteur à l'aide du potentiel calculé à l'étape précédente.

Ce raisonnement, développé par M. Büttiker et ses collaborateurs [53], sera décrit en détail au chapitre 3 dans le cas particulier du circuit RC mésoscopique composé d'un CPQ couplé à une boîte quantique. Nous montrerons ainsi que dans un circuit cohérent la résistance de relaxation de charge R_Q n'est pas la résistance du CPQ donnée par la formule de Landauer (1.12). Ainsi, comme dans le cas de la résistance d'une double barrière de potentiel, nous observerons une nouvelle fois une violation des loi de l'électrocinétique classique : l'impédance de l'association en série d'une résistance et d'un condensateur n'est plus donnée par la somme des impédances. Ce cas particulier ne sera pas traité dans ce chapitre mais fera l'objet du chapitre 3. Nous allons nous concentrer ici sur la détermination de l'admittance $g(\omega)$ du gaz d'électrons. Elle est obtenue dans le cadre d'une théorie de la réponse linéaire appliquée aux gaz d'électrons bidimensionnel soumis à une excitation sinusoïdale de pulsation ω . Nous ne donnerons ici que les grandes étapes du calcul et insisterons sur la similitude des formules trouvées pour la conductance en régime continu et l'admittance en régime dynamique. Pour une démonstration détaillée, nous nous reporterons aux références [53] et [66]. Nous considérons ici des conducteurs quantiques dont la longueur

de cohérence de phase l_{phi} est infinie, le produit $\omega \tau_{phi}$ est donc infini et les effets de relaxation dus à la perte de cohérence étudiés dans le régime de localisation faible par J. Pieper et al ou B. Reulet et al ne seront pas bordés ici [63–65].

1.2.2.1 Détermination de l'admittance $g_{\alpha\beta}(\omega)$

On considère un conducteur à deux contacts α et β dont l'un est relié à la masse (par exemple α) et l'autre est soumis à un potentiel sinusoïdal $\delta V_\beta(t) = \delta V_\beta \cos(\omega t)$ (Fig. 1.7(b)). L'admittance $g_{\alpha\beta}(\omega)$ est alors le rapport du courant $-\delta I_\alpha$ à la fréquence ω arrivant au contact α en réponse à l'excitation en tension $\delta V_\beta(t)$. L'équation (1.8) donne l'intensité au niveau du contact α en fonction des opérateurs relatifs aux modes sortant des réservoirs. On peut montrer [66] qu'il suffit de remplacer, dans le cadre de la réponse linéaire ($e \delta V_\beta \ll \hbar\omega$), l'opérateur $\hat{a}_{\beta,n}(\epsilon)$ de l'état de diffusion d'énergie ϵ par l'opérateur :

$$\hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) + \frac{e \delta V_\beta}{2\hbar\omega} (\hat{a}_{\beta,n}(\epsilon - \hbar\omega) - \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon + \hbar\omega)) \quad (1.16)$$

où les opérateurs $\hat{a}_{\beta,n}$ correspondent toujours aux opérateurs des modes sortant des réservoirs à l'équilibre thermique. Les termes en $\epsilon \pm \hbar\omega$ correspondent à l'absorption/émission d'un photon d'énergie $\hbar\omega$. On trouve finalement, en se limitant à l'ordre 1 en $eV_\beta/\hbar\omega$, l'admittance :

$$g_{\alpha\beta}(\omega) \equiv -\frac{\langle \delta \hat{I}_\alpha \rangle}{\delta V_\beta} = -\frac{e^2}{h} \int d\epsilon \text{Tr} \left(\delta_{\alpha\beta} - s_{\alpha\beta}^\dagger(\epsilon) s_{\alpha\beta}(\epsilon + \hbar\omega) \right) \times \frac{f_\beta(\epsilon) - f_\beta(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega} \quad (1.17)$$

1.2.2.2 Etats de diffusion émis par le réservoir β

Nous cherchons ici à expliquer la forme prise par les opérateurs associés aux modes de diffusion en présence du potentiel oscillant. Si on suppose que le potentiel oscillant est appliqué suffisamment loin du centre diffuseur pour qu'il ne soit pas ressenti dans la zone de diffusion, les états de diffusion dans le réservoir β et émis par ce réservoir sont soumis au potentiel oscillant et sont solutions de l'équation de Schrödinger dépendant du temps :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi_n(r, \epsilon, t) = (H_0 + e \delta V_\beta(t)) \psi_n(r, \epsilon, t) \quad (1.18)$$

où H_0 est le Hamiltonien des électrons dans le circuit mésoscopique en l'absence de potentiel oscillant. Les états de diffusion émis par le réservoir β , au point d'entrée du conducteur cohérent, sont alors de la forme :

$$\psi_{\beta n}(r, \epsilon, t) = \chi_{\beta n}(r_\perp) e^{ik_{\beta n} z - i\epsilon t/\hbar} \times \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l \left(\frac{e \delta V_\beta}{\hbar\omega} \right) e^{-il\omega t} \quad (1.19)$$

où $\chi_{\beta n}(r_\perp)$ est la fonction d'onde du mode transverse à z et J_l la fonction de Bessel d'ordre l . On peut alors montrer que les opérateurs d'annihilation des modes électroniques se propageant dans l'électrode contactée à β avant d'être diffusés sont donnés par :

$$\hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} J_l \left(\frac{e \delta V_\beta}{\hbar\omega} \right) \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon - l \hbar\omega) \quad (1.20)$$

où $\hat{a}_{\beta,n}$ est l'opérateur annihilation correspondant au n^{ieme} mode émis par le réservoir β en l'absence de potentiel oscillant. Cet effet de « pompage » des électrons d'énergie ϵ dans des niveaux d'énergie $\epsilon \pm \hbar\omega$ a déjà été largement étudié dans l'effet tunnel photo-assisté [41–45, 72]. On observe dans ce cas des plateaux

dans la caractéristique courant-tension de la jonction tunnel. Ceux-ci sont dus à l'absorption ou l'émission d'un nombre entier l de photons par les électrons participant à la conduction. Le cas qui nous intéresse ici est la réponse dynamique des électrons suite à l'interaction électron-photon en mesurant l'admittance du conducteur quantique. C'est pour cette raison que nous les avons utilisés pour expliciter le courant quantique δI_α oscillant à la fréquence ω . Il suffit donc de se placer dans le cadre de la réponse linéaire $e\delta V_\beta \ll \hbar\omega$ où les processus mis en jeu sont ceux à zéro ou un photon ($l = 0$ ou ± 1). On ne considère donc que les fonctions de Bessel J_0 et J_1 qu'on développe à l'ordre 1 en $e\delta V_\beta \ll \hbar\omega$:

$$J_0\left(\frac{e\delta V_\beta}{\hbar\omega}\right) = 1 + O\left(\frac{e\delta V_\beta}{\hbar\omega}\right)^2 \quad \text{et} \quad J_1\left(\frac{e\delta V_\beta}{\hbar\omega}\right) = \frac{1}{2} \frac{e\delta V_\beta}{\hbar\omega} + O\left(\frac{e\delta V_\beta}{\hbar\omega}\right)^3 \quad (1.21)$$

Les états de diffusion des contacts α et β sont donc :

$$\hat{a}_{\alpha,n}(\epsilon) = \hat{a}_{\alpha,n}(\epsilon) \quad \text{et} \quad \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) = \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) + \frac{e\delta V_0}{2\hbar\omega} (\hat{a}_{\beta,n}(\epsilon - \hbar\omega) - \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon + \hbar\omega)) \quad (1.22)$$

On peut s'assurer que la distribution électronique émise par le réservoir β reste bien égale à une distribution de Fermi-Dirac à l'ordre 1 en $eV_\beta/\hbar\omega$:

$$\langle \hat{a}_{\beta,n}^\dagger(\epsilon) \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) \rangle = \langle \hat{a}_{\beta,n}^\dagger(\epsilon) \hat{a}_{\beta,n}(\epsilon) \rangle = f_\beta(\epsilon) \quad (1.23)$$

1.2.2.3 Interprétation

Les formules (1.10) et (1.17) sont très similaires dans le cas où $\alpha \neq \beta$:

- l'écart en énergie entre les distributions de Fermi-Dirac des deux contacts est donné par la polarisation $e\delta V_\beta$ dans le cas continu et par l'énergie $\hbar\omega$ des photons d'excitation dans le cas alternatif,
- dans le cas de l'admittance, seule la distribution de Fermi-Dirac du contact portant le potentiel oscillant est à prendre en compte,
- le produit $s^\dagger(\epsilon)s(\epsilon')$ dans le cas continu fait formellement intervenir la diffusion élastique d'un électron d'énergie ϵ auquel est associé un trou de même énergie ($\epsilon' = \epsilon$). Dans le cas du régime alternatif et en reprenant la description en terme de paquet d'onde, on s'aperçoit que la largeur temporelle du paquet d'onde et ici égale à une période T : chaque période correspond à la diffusion d'un électron à travers le système et l'électron et son trou associé ont des énergies qui diffèrent d'un quantum $\hbar\omega$. Les effets d'interférences entre l'électron et le trou associé induisent un déphasage $\Delta\phi = \phi(\epsilon + \hbar\omega) - \phi(\epsilon)$ entre le courant mesuré et l'excitation : $\delta I_\alpha = e^{i\Delta\phi} \delta V_\beta$. En effet, en considérant le cas d'un unique canal de conduction connectant le réservoir α au réservoir β avec un coefficient de diffusion $s = \sqrt{D} e^{i\phi}$. La formule (1.17) dans la limite $T \rightarrow 0$ et $\omega \ll eV_\beta/\hbar$ donne :

$$g_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{e^2}{h} D e^{i\Delta\phi} \quad (1.24)$$

Nous verrons en détail au chapitre 4 que cette admittance est caractéristique d'un contact ponctuel quantique en régime dynamique. En développant au premier ordre en ω le terme de déphasage, on trouve que l'admittance dans ce cas simple est égale au quantum de conductance auquel s'ajoute une partie inductive due aux effets de retard :

$$g_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{e^2}{h} D + i \left(\frac{e^2}{h} D \frac{\partial\phi}{\partial\epsilon} \right) \omega \quad (1.25)$$

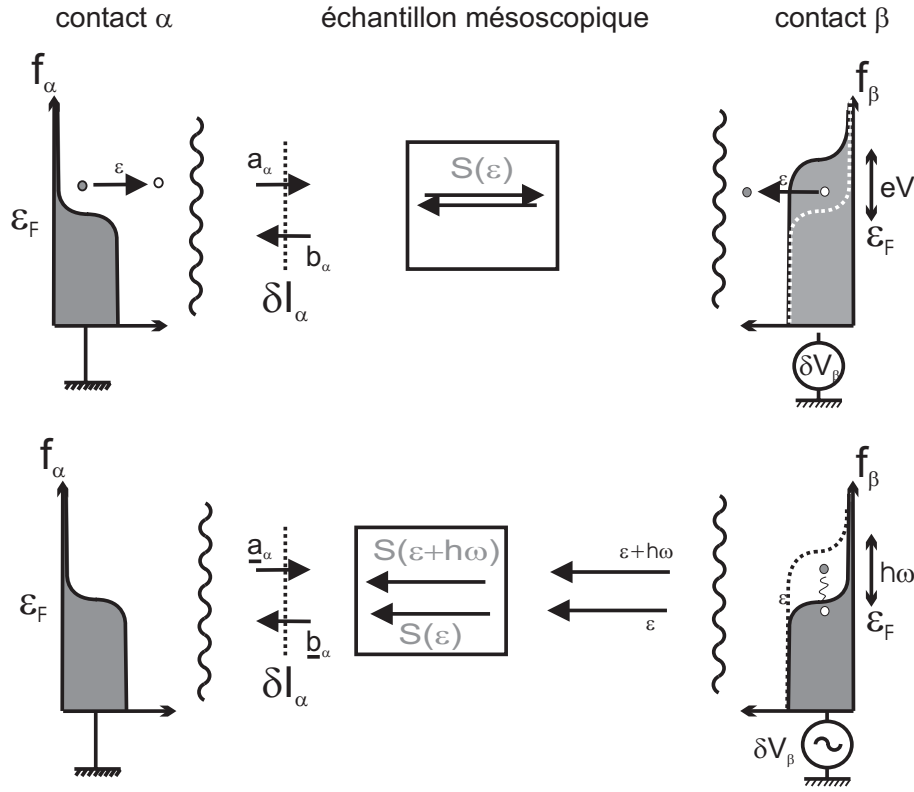


FIG. 1.7 – (a) Diffusion des ondes électroniques du contact α vers le contact β lorsqu'on applique une différence de potentiel δU_β . On définit la conductance par $G_{\alpha\beta} = -\frac{\delta I_\alpha}{\delta U_\beta}$ avec $\delta U_\beta \ll k_B T$. (b) Diffusion des ondes électroniques du contact α vers le contact β lorsqu'on applique une différence de potentiel δU_β . On définit la conductance par $G_{\alpha\beta} = \frac{\delta I_\alpha}{\delta U_\beta}$ avec $\delta U_\beta \ll k_B T$.

Nous venons de donner les grandes lignes du raisonnement permettant de calculer l'admittance dynamique d'un gaz d'électron bidimensionnel cohérent. Le régime linéaire et la cohérence imposent des contraintes expérimentales fortes : il faut pouvoir exciter un échantillon mésoscopique refroidi à quelques dizaines de mK avec une tension radiofréquence contrôlée et effectuer une mesure à la même fréquence de sa réponse en courant. Nous avons pour cela développé un système de mesure homodyne permettant de mesurer les parties réelle et imaginaire de l'admittance d'un circuit mésoscopique dans la gamme 1–2 GHz. Le chapitre suivant est consacré à la description et à la caractérisation de ce dispositif expérimental.

Chapitre 2

Dispositif expérimental

Sommaire

2.1	Contraintes expérimentales	45
2.2	Thermalisation des lignes	46
2.2.1	Lignes DC	46
2.2.2	Lignes hyperfréquence	48
2.3	Porte échantillon hyperfréquences	51
2.3.1	Cahier des charges	52
2.3.2	Réalisation	53
2.3.3	Caractéristiques	54
2.4	Chaîne d'amplification	56
2.4.1	Les amplificateurs cryogéniques et leurs isolateurs	56
2.4.2	Les amplificateurs à chaud	57
2.5	Réponse en fréquence typique du système de mesure	57
2.6	Détection homodyne	59
2.7	Cage de Faraday	61

Les motivations de ce travail de thèse, présentées au chapitre précédent, conduisent à l'étude du transport électronique dans un conducteur quantique à des fréquences dans la gamme des GHz et à des températures dans la gamme des mK. Ces conditions expérimentales permettent d'étudier la dynamique quantique du transport électronique cohérent, en particulier le couplage entre électrons et photons hyperfréquences. Durant mon travail de thèse, j'ai développé un dispositif expérimental GHz extrêmement sensible, permettant de réaliser des mesures d'admittance et de bruit dans un réfrigérateur à dilution. La description de ce dispositif fait l'objet de ce chapitre.

2.1 Contraintes expérimentales

Les contraintes expérimentales auxquelles nous avons du faire face sont nombreuses, qu'elles soient liées à la physique que nous voulons observer ou au système de mesure que nous utilisons. On peut schématiquement les regrouper en trois catégories.

- Les premières sont liées à la physique que nous voulons observer. Pour rester dans le domaine linéaire de conduction, la tension V_{exc} appliquée aux bornes de l'échantillon mésoscopique doit être

telle que l'énergie associée eV_{exc} n'excède pas l'énergie thermique $k_B T$, où T est la température électronique. De plus, en régime dynamique, la condition de linéarité impose $eV_{exc} \ll \hbar\omega$ (cf. chapitre 1). Pour fixer les idées, une fréquence $f = 1$ GHz correspond à une température de 45 mK et à une tension de $4 \mu\text{V}$. Les tensions d'excitation utilisées seront donc de l'ordre du μV .

- L'impédance d'un échantillon mésoscopique est de l'ordre du quantum de résistance $R_0 = h/e^2 \simeq 25.8 \text{ k}\Omega$. Le principe de la mesure d'admittance hyperfréquence (notée $G(\omega)$) est présentée sur la figure 2.1. La mesure du courant se fait sur l'impédance caractéristique des lignes coaxiales 50Ω . La tension à mesurer est égale au signal d'entrée multiplié par $\sim 50 G(\omega)$, de l'ordre de 2.10^{-3} . Elle est donc de l'ordre de quelques nV. Un tel niveau de signal impose l'utilisation d'une chaîne d'amplification ultra bas bruit décrite dans la suite.
- La dernière contrainte est liée au caractère invasif du dispositif de mesure. En effet, les lignes hyperfréquence et les lignes DC nécessaires au contrôle de l'échantillon (polarisation des grilles) amènent de l'énergie jusqu'à l'échantillon par rayonnement ou par conduction thermique. Nous verrons dans la suite que la puissance frigorifique limitée du réfrigérateur à dilution et le respect de faibles niveaux d'excitation sur l'échantillon imposent de gros efforts de thermalisation des lignes.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons d'abord les moyens techniques mis en oeuvre pour résoudre les problèmes de thermalisation. Nous détaillons ensuite la chaîne d'amplification puis la réalisation d'une détection homodyne pour mesurer les parties réelle et imaginaire de l'admittance d'un conducteur mésoscopique.

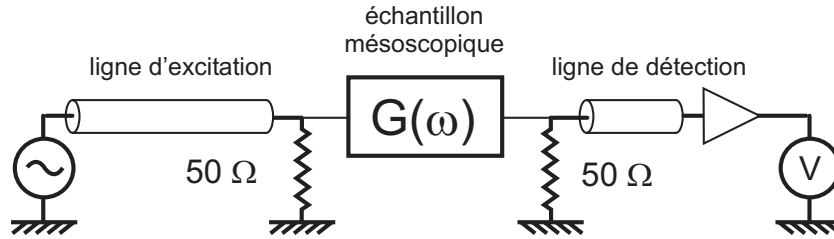


FIG. 2.1 – Schéma de principe d'une mesure d'admittance sur un conducteur mésoscopique

2.2 Thermalisation des lignes

Les lignes DC ainsi que les lignes hyperfréquences sont réalisées à l'aide de câbles coaxiaux. Deux types de mécanismes assurent le transport de la chaleur par ces câbles : la conduction thermique par l'âme et la gaine conductrices et le rayonnement associé à la propagation des photons le long de la ligne. Si le premier mécanisme doit être pris en compte pour les deux types de ligne, le second est spécifique des lignes hyperfréquences du fait de la large fenêtre spectrale ouverte sur le rayonnement à 300K.

Nous décrivons dans un premier temps le câblage basse fréquence nécessaire au contrôle des différentes grilles de l'échantillon ainsi qu'aux mesures DC de conductance Hall pour la caractérisation du gaz d'électrons. Nous abordons ensuite le cas des lignes hyperfréquence.

2.2.1 Lignes DC

La circuiterie permettant d'effectuer les mesures en régime continu et de contrôler le potentiel des grilles à la surface de l'échantillon mésoscopique a été réalisée, pour sa partie basses températures (jusqu'à 4 K) à l'aide de fils de manganin (CuMnNi, diamètre 0.05 mm, résistance $218.7 \Omega/\text{m}$) écranté par

un capillaire d'inox de 0.5 mm de diamètre et, pour sa partie hautes températures, de câbles coaxiaux *CRYOFORUM* (résistance $23\ \Omega/\text{m}$, capacité $174\text{ pF}/\text{m}$, impédance caractéristique $40\ \Omega$). Les connexions utilisées sont de type SMA afin de réaliser un blindage correct. La résistance des lignes DC est de l'ordre de $100\ \Omega$ et leur capacité de l'ordre de 300 pF , ce qui correspond à une fréquence de coupure de l'ordre du MHz. Dans ces conditions, on peut négliger les phénomènes de propagation dans ces lignes.

2.2.1.1 Transport de la chaleur par rayonnement

L'ordre de grandeur des fluctuations de tension ΔU_{th} aux bornes d'un câble coaxial de capacité $C \sim 300\text{ pF}$ est donnée par : $\Delta U_{th} \sim \sqrt{k_B T / C}$ de l'ordre du μV . Ces fluctuations restent petites devant les tensions grilles appliquées (de l'ordre de 100 mV à 1 V pour les grilles commandant l'ouverture d'un CPQ et de l'ordre de $10\ \mu\text{V}$ à 1 mV pour l'armature d'une capacité mésoscopique).

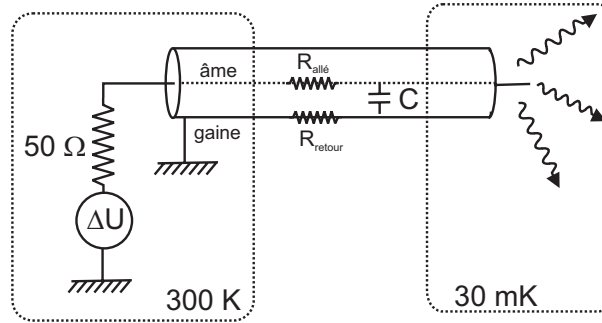


FIG. 2.2 – Bruit thermique ramené par les câbles coaxiaux au niveau de l'échantillon mésoscopique.

2.2.1.2 Transport de la chaleur par conduction

Du fait de la grande résistivité des lignes DC, la chaleur $\dot{Q}$ apportée par la conduction thermique électronique entre le point chaud (température T_c) et le point froid (température T_f) est relativement faible. Elle est donnée par la loi de Wiedemann-Franz.

$$\dot{Q} = \frac{\pi^2}{3} \left(\frac{k_B}{e} \right)^2 \frac{1}{R_{lin}} \frac{\nabla T^2}{2} \sim \frac{25}{R_{fil}[\Omega]} \frac{(T_c^2 - T_f^2)}{2} [\text{nW}] \quad (2.1)$$

où R_{lin} est la résistance linéique du fil en $\Omega.\text{m}^{-1}$. Ainsi, pour un fil de $100\ \Omega$, la chaleur apportée sur l'étage à 4 K est $\dot{Q}_{300\text{K} \rightarrow 4\text{K}} \sim 10\ \mu\text{W}$ et celle apportée sur la chambre de mélange est $\dot{Q}_{4\text{K} \rightarrow 30\text{ mK}} \sim 2\text{ nW}$. Les calculs précédents montrent que si on thermalise les lignes DC à 4 K et sur la chambre de mélange, la puissance ramenée au niveau de la chambre de mélange est nettement inférieure à la puissance frigorifique du réfrigérateur à sa température typique de fonctionnement ¹.

2.2.1.3 Thermalisation

La thermalisation des fils au niveau des points froids (à 4 K et sur la chambre de mélange) est assurée par des pistes en cuivre sur kapton de longueur suffisante pour être thermalisées par la plaque de

¹La puissance frigorifique du réfrigérateur Oxford Kelvinox 400 que nous utilisons vaut nominalelement $400\ \mu\text{W}$ à 100 mK . Elle évolue en T^2 , ce qui donne une puissance de $4\ \mu\text{W}$ à 10 mK .

cuiivre avec laquelle elles sont en contact (voir figure 2.3). Les pistes de cuiivre utilisées ont une épaisseur $\delta_{cuiivre} \approx 50 \mu\text{m}$ et sont déposées sur une feuille de kapton d'épaisseur $\delta_{kapton} \sim 200 \mu\text{m}$. Les conductivités thermiques du kapton et du cuiivre à basse température sont données par :

$$\kappa_{kapton} \sim 25 T^2 \mu\text{W}/\text{cm}/\text{K} \text{ et } \kappa_{cuiivre} \sim 10 T \text{ W}/\text{cm}/\text{K}$$

Les calculs de l'Annexe A donnent les longueurs caractéristiques de thermalisation :

$$l_{th} = \sqrt{\frac{\kappa_{cuiivre}}{\kappa_{kapton}} \delta_{cuiivre} \delta_{kapton}}$$

dont les valeurs sont reportées dans le tableau ci-dessous :

$T(\text{K})$	1	0.05
$l_{th}(\text{cm})$	2.5	10

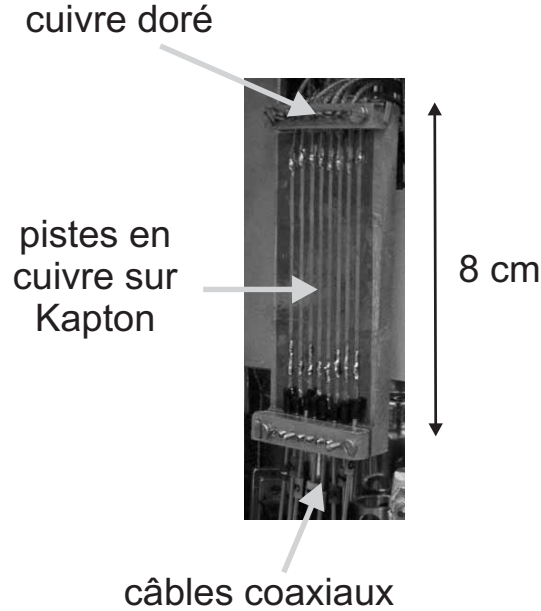


FIG. 2.3 – Thermalisation des lignes DC.

2.2.2 Lignes hyperfréquence

Le contrôle dynamique des électrons dans les circuits mésoscopiques impose de pouvoir les exciter à l'aide d'impulsions subnanosecondes : un front de montée de 50 ps nécessite une ligne de transmission de bande passante 20 GHz. Nous avons donc utilisé le standard radiofréquence K de bande passante 40 GHz. Sans précautions, le bruit en tension ramené aux bornes de l'échantillon par les photons thermiques est celui d'une impédance de 50Ω à 300 K, soit $\Delta U_{th} = 90 \mu\text{V}$, 10 fois supérieur au signal d'excitation typique des mesures d'admittance. Il est donc indispensable d'atténuer ce rayonnement pour permettre l'étude du régime linéaire de conduction dans les systèmes mésoscopiques. Par ailleurs, cette grande bande passante est nécessairement associée à une faible résistivité des câbles ce qui impose des efforts particuliers pour limiter la conduction thermique.

2.2.2.1 Thermalisation du rayonnement transporté par les lignes RF

Pour atténuer le rayonnement thermique parvenant sur l'échantillon, nous avons incorporé plusieurs atténuateurs sur les lignes d'excitation hyperfréquence. L'atténuation globale est de -80 dB. $T_0 = 300$ K est la température de l'atténuateur situé en tête du réfrigérateur. On note $T_1, T_2, \dots, T_6$ les températures des six atténuateurs qui suivent. La puissance spectrale rayonnée dans le câble coaxial par l'atténuateur à l'équilibre thermique à T_0 est donnée par :

$$\frac{dP}{d\nu} = h\nu f_{BE}(h\nu, T_0) = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{k_B T_0}} - 1} \quad (2.2)$$

où $f_{BE}(h\nu, T_0)$ est la distribution de Bose-Einstein pour des photons de fréquence ν à l'équilibre thermique T_0 . Ce rayonnement est constitué d'un bruit blanc de densité spectrale $k_B T$ jusqu'à une fréquence de coupure de l'ordre de $k_B T/h$, soit 6THz à 300 K et 0.6 GHz à 30mK.

La puissance spectrale en sortie d'un atténuateur de n dB à la température T est donnée en fonction de celle injectée à l'entrée par la relation (voir aussi figure 2.5) :

$$\frac{dP_{\text{sortie}}}{d\nu} = D^2 \frac{dP_{\text{entre}}}{d\nu} + (1 - D^2) h\nu f_{BE}(h\nu, T) \quad \text{avec } D = 10^{\frac{-n}{20}}. \quad (2.3)$$

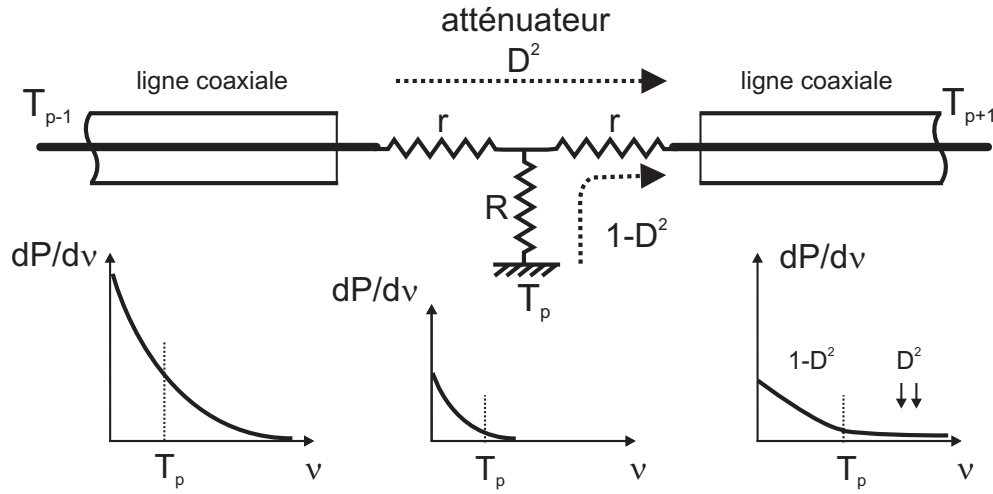


FIG. 2.4 – Thermalisation du rayonnement de photons par un atténuateur à la température T . La densité spectrale de rayonnement en sortie de l'atténuateur est égale à la somme de la densité spectrale en entrée et de la densité spectrale d'une source thermique à T atténuée de $(1 - D^2)$. $D = 10^{\frac{-n}{20}}$ est la transmission de l'atténuateur de n dB. Les résistances r et R sont données par : $r = 50 \frac{1-D}{1+D}$ et $R = 50 \frac{2D}{1-D^2}$.

En utilisant l'équation 2.3, on calcule aisément la puissance spectrale du rayonnement tout au long de la ligne de descente. Le tableau 2.1 récapitule les résultats trouvés. Il indique la température physique estimée (voir paragraphe suivant) des différents atténuateurs, leur atténuation en dB, leur transmission et la température du rayonnement $T_{p,eq}$ à la sortie de chaque atténuateur. On constate que la distribution des atténuateurs permet de thermaliser efficacement les photons.

	0	1	2	3	4	5	6
T (K)	300	150	30	3	1	0.5	0.15
n (dB)	$\times$	10	10	10	10	20	20
D	0	0.32	0.32	0.32	0.32	0.1	0.1
T (K)	$\times$	165	43.5	7.05	1.61	0.51	0.154

TAB. 2.1 – Thermalisation du rayonnement 300K par des atténuateurs. Les grandeurs reportées sont définies dans le texte.

Après intégration sur la bande passante des câbles de la densité spectrale en sortie du dernier atténuateur, on obtient la puissance arrivant sur l'échantillon. Les calculs ci-dessus donnent 10.5 fW, en très bon accord avec la puissance totale rayonnée par une source thermique à 150 mK soit $\pi^2/6(k_B T)^2/h = 10.7$ fW. On en déduit la fluctuation associée $\Delta U_{th} = 0.7 \mu\text{V RMS}$ au niveau de l'échantillon. Cette valeur, à comparer aux 90 μV que nous aurions obtenus sans les atténuateurs, est négligeable devant les tensions d'excitation utilisées pour les mesures d'admittance.

2.2.2.2 Conduction de la chaleur par les lignes RF - Thermalisation

La bande passante de 40 GHz des lignes de descente RF nécessite l'utilisation de câbles coaxiaux EZ118 peu résistifs ($R_{\text{ligne}} < 2 \Omega$). Sans précautions particulières, la puissance rapportée sur la chambre de mélange serait d'après l'équation 2.1 de 500 μW nettement supérieure à la puissance frigorifique du réfrigérateur à dilution (environ 40 μW à 30 mK). Il est donc nécessaire de thermaliser le câble à chaque étage du réfrigérateur. La méthode standard qui consiste à utiliser des câbles résistifs pour thermaliser continûment une ligne coaxiale, n'est pas applicable à nos lignes large bande. La solution retenue consiste à diviser la ligne en tronçons isothermes thermiquement découplés les uns des autres. A cette fin, on pourrait idéalement utiliser des coupleurs capacitifs (DC block in-out) qui isolent électriquement l'âme et la gaine du câble en DC. Cependant ces éléments sont fragiles et on peut réaliser l'isolation thermique de manière plus simple et plus robuste en exploitant la résistance électrique des atténuateurs par ailleurs nécessaires pour thermaliser le rayonnement (voir paragraphe précédent). Chaque tronçon est ancré thermiquement à un étage du réfrigérateur par l'intermédiaire de mors en cuivre dorés, réalisant un contact pressé sur le câble, relié à l'étage correspondant par une tresse en cuivre de quelques mm^2 de section.

L'ensemble assure une résistance entre le blindage du câble et l'étage correspondant inférieure à 0.1 m Ω . La résistance typique d'une connexion par atténuateur est de 10 m Ω (atténuateur en inox + connecteurs en laiton). La conductance thermique correspondante, donnée par la formule 2.1, est de 2.5 $\mu\text{W/K}$ à 1 K, ce qui est compatible avec les puissances frigorifiques disponibles à chaque étage. Ces chiffres montrent que les tronçons sont thermiquement découplés les uns des autres et ancrés à leurs étages respectifs. Les résistances internes des atténuateurs (de l'ordre de 50 Ω) sont trop importantes pour participer à la thermalisation. Le profil de température des atténuateurs est fixé par les températures de la gaine et de l'âme des deux tronçons qu'ils relient. L'âme est thermalisée à la gaine par le diélectrique (la conductance thermique du téflon microporeux étant de l'ordre de 100 $\mu\text{W/K}$ pour 10 cm de câble à 1 K, les longueurs de thermalisation données par les calculs de l'annexe A prévoient une longueur de thermalisation de l'ordre de la dizaine de cm). Pour les calculs de thermalisation du rayonnement, on prend une température physique de l'atténuateur constante et égale à la moyenne des températures des deux étages concernés.

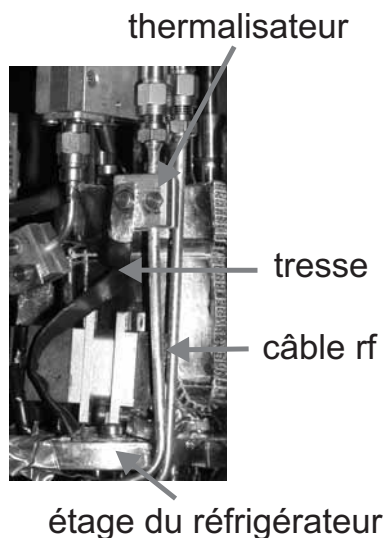


FIG. 2.5 – Thermalisation de la gaine des câbles RF

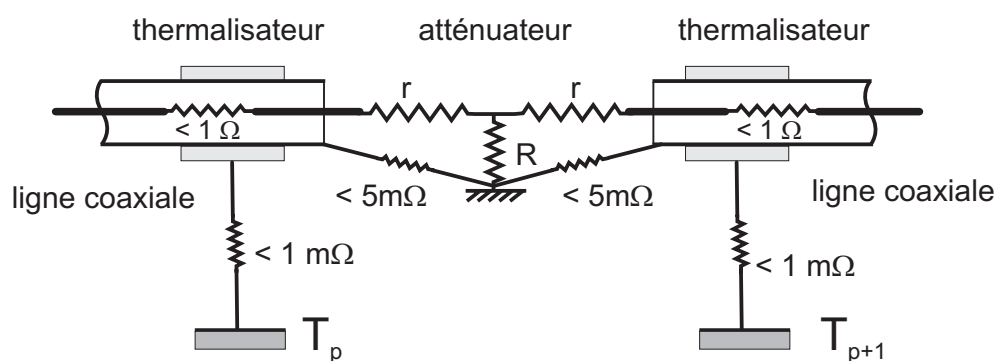


FIG. 2.6 – Thermalisation du rayonnement par les atténuateurs

Nous avons décrit ici les lignes hyperfréquence d'injection. Les lignes de détection, de bande passante plus étroite (1 – 2 GHz) ne peuvent évidemment pas être atténuées. Elles sont protégées du rayonnement par des isolateurs. Les problèmes liés à la conduction de la chaleur sont résolus comme pour les lignes de descente en remplaçant les atténuateurs par de simples adaptateurs.

2.3 Porte échantillon hyperfréquences

Nous venons de voir comment guider de manière non invasive le signal d'excitation ainsi que les différentes polarisations nécessaires au contrôle de l'échantillon jusqu'à la chambre de mélange du cryostat. Pour amener les hyperfréquences jusqu'au voisinage de l'échantillon, on utilise une technique de guide d'ondes coplanaire. Dans ce paragraphe, nous décrivons le circuit coplanaire, son couplage aux câbles coaxiaux et à l'échantillon. Nous présentons ensuite la calibration hyperfréquences de notre montage à vide.

2.3.1 Cahier des charges

Il s'agit de réaliser dans un espace restreint (cylindre de diamètre 38 mm) un porte échantillon hyperfréquences fonctionnant dans la gamme mK pour mesurer la matrice de diffusion (transmission et réflexion dans les deux sens) d'un composant mésoscopique. L'élément central de ce porte échantillon est un circuit coplanaire. Il comprend deux lignes hyperfréquences indépendantes faiblement couplées placées proche de l'échantillon (voir figure 2.7). Celui-ci est monté en pont entre les deux lignes à l'aide de fils d'or micro soudés ($25\text{ }\mu\text{m}$ de diamètre). Son impédance $\sim h/e^2$ étant très grande devant $50\text{ }\Omega$, la propagation dans les lignes n'est quasiment pas affectée par sa présence. D'autre part, compte tenu de la géométrie axiale (verticale) du champ magnétique nécessaire aux mesures en régime d'effet Hall, le circuit hyperfréquences doit se trouver dans un plan horizontal. Il faut donc utiliser des renvois hyperfréquences coudés (voir figure 2.7) pour coupler les câbles coaxiaux aux guides d'onde coplanaires. Nous devons également amener jusqu'à l'échantillon les polarisations DC qui permettent son fonctionnement. Certaines sont amenés directement par les lignes DC. On peut également superposer des tensions continues aux hyperfréquences sur les lignes coaxiales en combinant l'utilisation de T de polarisation (par exemple le modèle *Picosecond Pulse Labs 5542* de bande passante $10\text{ kHz} - 50\text{ GHz}$ qui fonctionne à froid) et de DC blocks qui coupent le continu (modèle *Picosecond Pulse Labs 5509*). Enfin le blindage de l'ensemble doit être assuré par un boîtier hermétique aux hyperfréquences.

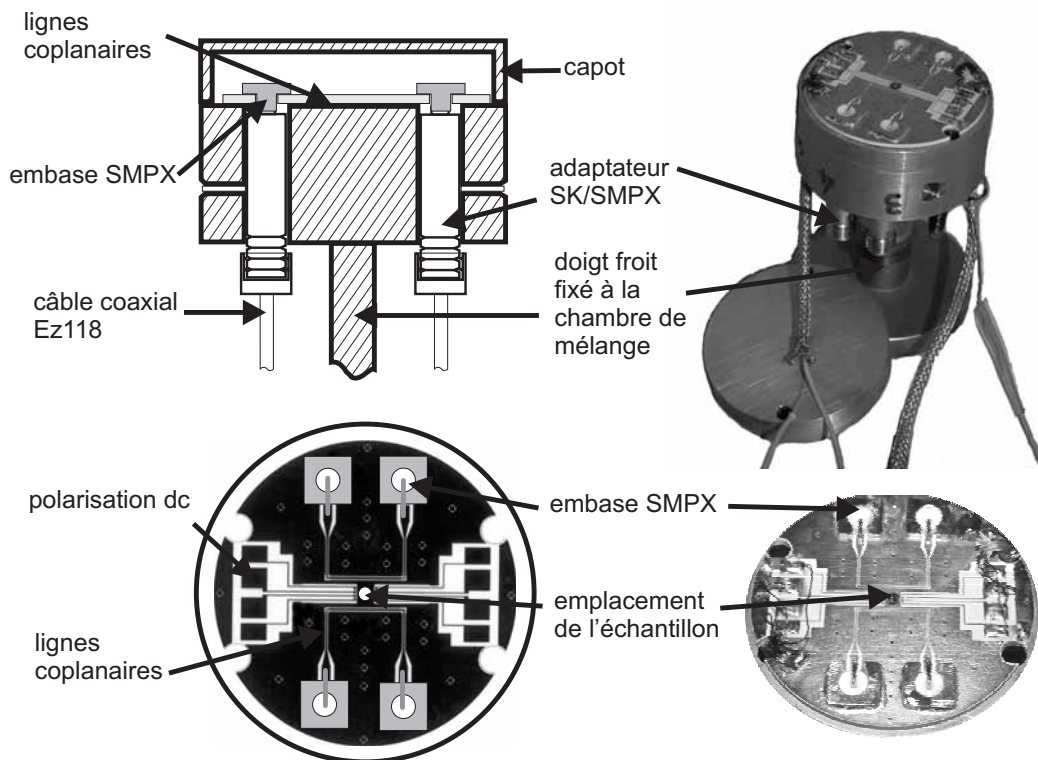


FIG. 2.7 – Schéma et réalisation du porte-échantillon hyperfréquences. En haut, le boîtier et les connexions. En bas, le circuit imprimé.

2.3.2 Réalisation

Nous avons réalisé les premières lignes coplanaires par lithographie optique d'or sur un substrat de saphir (épaisseur $500\text{ }\mu\text{m}$) choisi pour ses bonnes propriétés de conduction thermique. Cependant l'usinage du saphir ne permet pas la fabrication d'un porte échantillon monobloc ce qui limite fortement le nombre d'accès DC autour de l'échantillon. Nous avons maintenant opté pour un substrat composite Teflon Alumine Rogers TMM10 d'épaisseur d'épaisseur $762\text{ }\mu\text{m}$) et de constante diélectrique comparable à celle du saphir ($\varepsilon = 9.2$) adaptée aux hyperfréquences. Nous avons retenu une géométrie en U qui reporte l'encombrement des connecteurs loin de l'échantillon et permet de l'encadrer par deux voies : l'une d'excitation, l'autre de détection (voir figure 2.7). Les deux côtés libres de l'échantillon sont utilisés pour amener les polarisations DC (P_1 à P_8 sur la figure 2.8). L'optimisation de la géométrie des lignes pour la propagation a été faite par David Darson, ingénieur électronicien au LPA, à l'aide du logiciel *Microwave Office*. Compte tenu de l'épaisseur du substrat et de sa constante diélectrique, les lignes réalisées ont une largeur d'environ $100\text{ }\mu\text{m}$.

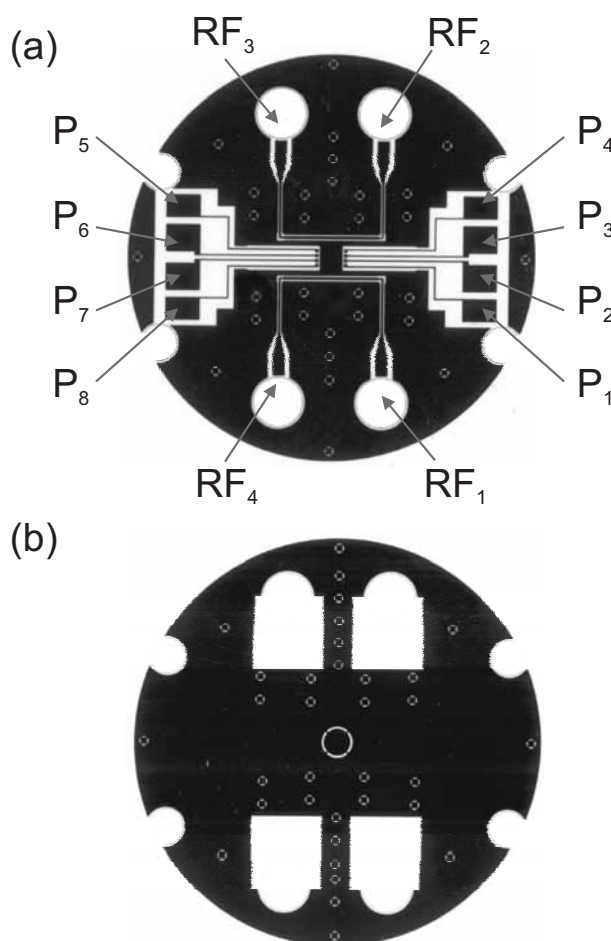


FIG. 2.8 – Empreintes face avant (a) et face arrière (b) servant à la réalisation du circuit imprimé hyperfréquences TMM10. Les numérotations $RF_1 - RF_4$ et $P_1 - P_8$ sont utilisées dans la suite du manuscrit pour repérer les lignes hyperfréquences et les amenées de polarisation DC

Les circuits imprimés ² ont été réalisés par la société *Teleph*. La face arrière du substrat est constituée d'un plan de masse relié à la face supérieure par des trous métallisés de diamètre $500\ \mu\text{m}$ (voir figure 2.8). La propagation des ondes dans la ligne est affectée par les défauts géométriques liés d'une part à la résolution du masque (de l'ordre de quelques microns) et surtout à la rugosité induite par la croissance électrolytique des métallisations ($35\ \mu\text{m}$ de cuivre recouvert d'un dépôt électrolytique d'or) que nous avons utilisées. Les connecteurs coudés, censés passer 40 GHz, sont de type « push-in » (modèle SMP de chez *Rosenberger*). Les empreintes de ces connecteurs adaptées au substrat ont été fournies par le constructeur. L'âme du connecteur est soudée sur la ligne coplanaire. L'ensemble connecteur-circuit coplanaire est fixé mécaniquement au porte-échantillon par l'intermédiaire d'adaptateurs K/SMP (de marque *Rosenberger*) qui permettent la transition vers les lignes coaxiales de type K. Le circuit coplanaire est recouvert d'un couvercle en cuivre doré tapissé d'un absorbant RF sur sa face intérieure pour atténuer le couplage direct entrée-sortie. Les pièces ont été conçues et dessinées par Pascal Morfin, ingénieur mécanicien au LPA. Elles ont été réalisées à l'atelier de mécanique du LPA par Laurent Réa. Signalons pour terminer que les amenées de polarisation DC sont filtrées au niveau du porte-échantillon par des condensateurs de type CMS (100 pF). Par souci de clarté, les différentes entrées RF et DC seront dorénavant référencées selon la numérotation indiquée figure 2.8.

2.3.3 Caractéristiques

Nous avons mesuré à l'aide d'un analyseur de réseau vectoriel *Anritsu 37200C* (4 Mhz – 40 GHz) les paramètres de réflexion (s_{11}) et de transmission (s_{21}) entre les ports RF 1 et 2 du porte-échantillon lorsque les ports 3 et 4 sont refermés sur $50\ \Omega$ (voir figure 2.8). Les résultats de ces mesures sont présentés sur la figure 2.9 pour les portes échantillon en saphir et en TMM10. On remarque que le taux de réflexion s_{11} est dans tous les cas inférieur à $-10\ \text{dB}$ jusqu'à 10 GHz et que le taux de transmission s_{21} est supérieur à $-6\ \text{dB}$ dans la même gamme de fréquence. Les performances des lignes sur saphir sont légèrement supérieures, ce que nous attribuons à une meilleure qualité lithographique des lignes obtenues par évaporation. La dépendance en fréquence de s_{21} est correctement expliquée par l'effet de peau qui entraîne une dépendance du type $s_{12} = a - b\sqrt{f}$. L'analyseur utilisé permet une étude temporelle qui permet de déterminer la position des diffuseurs RF. Cette étude a montré que les réflexions parasites qui surviennent à haute fréquence se produisent au niveau des passages coudés. Les expériences que nous avons réalisées lors de ce travail de thèse concernent la gamme 1 – 1.8 GHz. Nous avons donc réalisé des mesures systématiques de la matrice de diffusion entre les différentes voies dont les résultats sont synthétisés dans le tableau 2.2.

$\nearrow$	RF ₁	RF ₂	RF ₃	RF ₄
RF ₁	< -24	< -68	< -70	> -0.7
RF ₂	< -68	< -24	> -0.7	< -70
RF ₃	< -70	> -0.7	< -24	< -68
RF ₄	> -0.7	< -70	< -68	< -24

TAB. 2.2 – Caractéristiques hyperfréquence du porte-échantillon mesurées à 300 K dans la gamme 1 GHz ~ 1.8 GHz et exprimées en dB. Les lignes sont numérotées comme sur la figure 2.8. Les connecteurs non-utilisés lors d'une mesure sont systématiquement fermés sur une charge $50\ \Omega$.

²ou le masque pour la lithographie optique sur saphir que nous avons réalisée au LPA

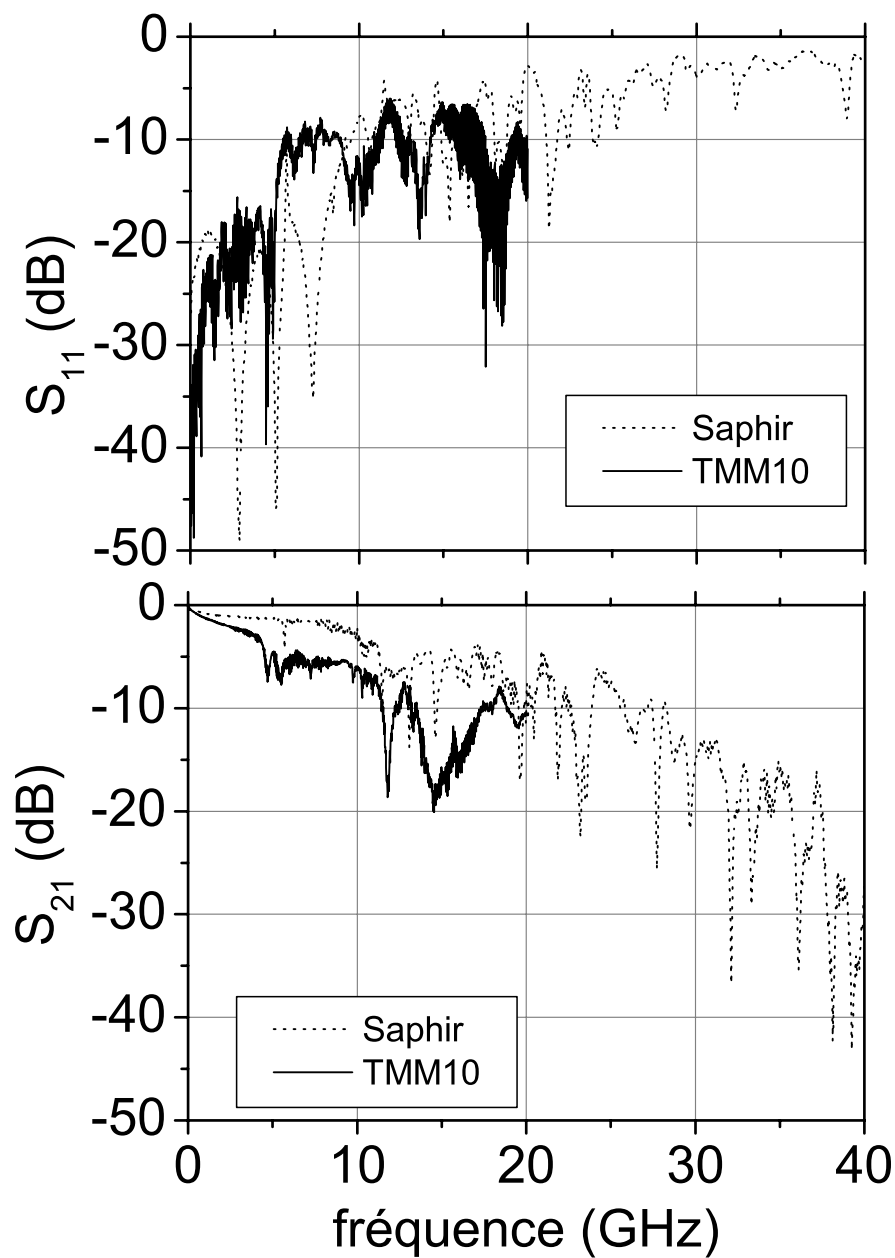


FIG. 2.9 – Paramètres de diffusion entrée-sortie des porte-échantillon saphir et TMM10 mesurés à 300 K.

Les paramètres de diffusion $RF_1 \rightarrow RF_2$ (s_{21}) ou $RF_1 \rightarrow RF_3$ (s_{31}) correspondent au couplage parasite direct entre les lignes d'entrée et de sortie. Celui-ci peut être modélisé par une capacité de l'ordre du femtofarad. Les autres paramètres sont conformes aux mesures de la figure 2.9.

2.4 Chaîne d'amplification

Comme nous l'avons mentionné précédemment, le niveau de signal lors des mesures d'admittance RF (de l'ordre de 1 à 10 nV) nécessite la mise au point d'une chaîne d'amplification ultra bas bruit. Elle est composée d'un étage cryogénique comprenant un amplificateur et des isolateurs et d'un étage d'amplification à 300 K. L'objet de ce paragraphe est la description détaillée de la chaîne d'amplification.

2.4.1 Les amplificateurs cryogéniques et leurs isolateurs

Les amplificateurs cryogéniques sont des *Miteq AMFK-2F-001-020*, de gain 33 dB et de bande passante 0.1 – 2 GHz. Leur température de bruit $T_N = 12\text{ K}$ ³ correspond à un bruit en entrée de l'amplificateur de $0.2\text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ qui permet de mesurer un signal de 10 nV avec un bon rapport signal sur bruit avec un temps d'intégration de 1 s.

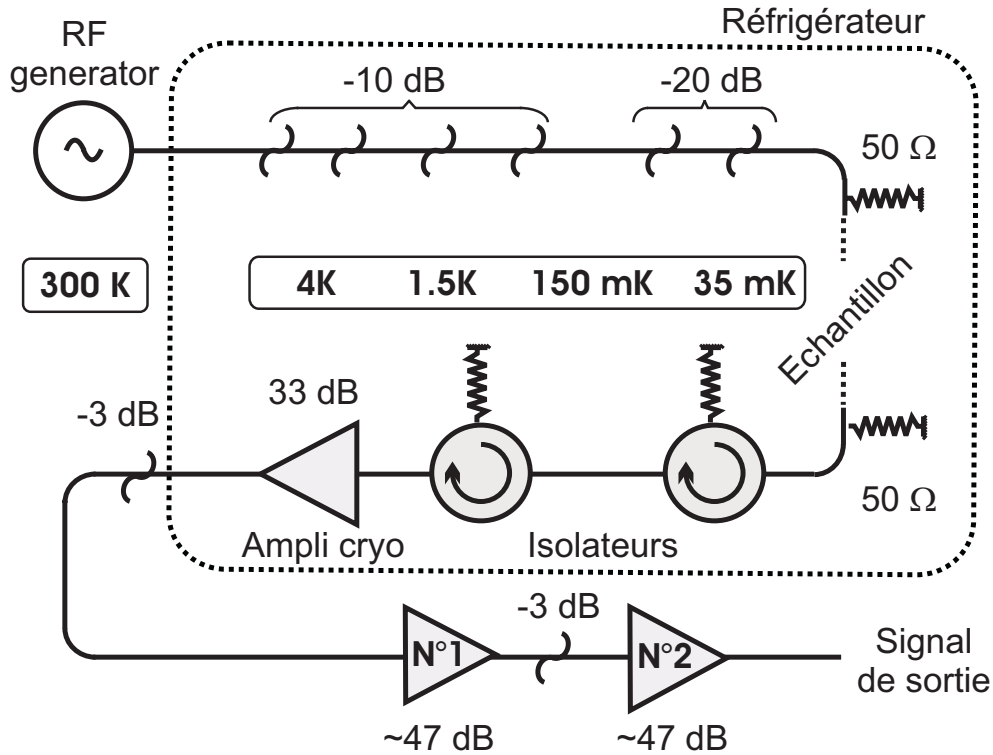


FIG. 2.10 – Chaîne d'excitation et d'amplification du signal hyperfréquence. Les chaîne d'amplification à chaud $N^{\circ}1$ et $N^{\circ}2$ peuvent être montées séparément.

Pour autant, le bruit en tension intégré sur la bande passante correspond à $10\text{ }\mu\text{V}$. Cette estimation fournit l'ordre de grandeur du bruit réinjecté par l'amplificateur sur l'échantillon (en tout cas une borne

³Le bruit d'un amplificateur, ramené à l'entrée, est celui d'une résistance $50\text{ }\Omega$ à la température de bruit.

supérieure). Il est donc nécessaire de protéger l'échantillon. Pour cela, on utilise des isolateurs ⁴ *Pamtech PC-1218-5G* eux mêmes cryogéniques et de bande passante 1 – 1.8 GHz. Deux isolateurs en série sont placés entre l'échantillon et l'amplificateur cryogénique, l'un entre la chambre de mélange et l'étage à 100 mK, l'autre entre les étages 1 K et 4 K. La résistance de 50 Ω d'un isolateur absorbe le rayonnement réinjecté par l'étage supérieur (il reste un couplage résiduel de l'ordre de -20 dB) et réemet vers l'étage inférieur un rayonnement thermique à sa température physique. Evidemment, les signaux remontant la chaîne sont transmis avec une très faible atténuation. Dans notre expérience, l'isolateur le plus froid absorbe le rayonnement (à environ 3 K) de l'autre isolateur et renvoie vers l'échantillon un rayonnement thermique à environ 100 mK (ce qui correspond à un bruit de tension inférieur à 1 μ V). Les isolateurs sont par nature sensibles au champ magnétique. Comme ils sont situés à proximité de la bobine qui nous permet de créer au niveau de l'échantillon un champ pouvant aller jusqu'à 18 T, des précautions s'imposent. Des mesures à 4K (voir figure 2.11 ont montré qu'un champ externe appliqué dans le plan du composant $B_{\parallel}$ décale la bande de fréquence de fonctionnement de 0.25 GHz/T alors qu'un champ perpendiculaire $B_{\perp}$ rend l'isolateur inefficace au delà de 0.02 T. L'isolateur à 100 mK est situé 40 cm plus haut que le centre de la bobine et voit un champ d'environ 0.15 T lorsque le champ dans la bobine vaut 18 T. Il a été orienté radialement pour minimiser la composante $B_{\perp}$ ce qui nous permet, dans les conditions actuelles, de monter le champ dans la bobine jusqu'à 2 T. Une bobine de compensation supraconductrice est en cours de réalisation qui permettra d'exploiter la chaîne de mesures dans toute la gamme de champ.

2.4.2 Les amplificateurs à chaud

Les appareils de mesures (analyseur de réseau, oscilloscope) ainsi que les mélangeurs hyperfréquences utilisés dans la détection homodyne sont faits pour fonctionner avec des signaux d'entrée de l'ordre de la centaine de mV. Cela impose un gain d'environ +140 dB pour la chaîne de détection. Nous utilisons en sortie du cryostat des modules d'amplification (seul ou en série) de +47 dB chacun et de bande passante 1 – 4 GHz. Ils sont composés (voir figure 2.12) d'amplificateur *Miteq JS2-00100400-10-5A* (bande passante 0.1 – 4 GHz, gain 27 dB, température de bruit environ 75 K) et *JS3-00101800-40-5A* (bande passante 0.1 – 18 GHz, gain 23 dB, température de bruit environ 450 K). Le bruit de ces amplificateurs est négligeable comme on peut s'en rendre compte en le ramenant à l'entrée de l'amplificateur cryogénique (division de la température de bruit d'un facteur 2000 pour le premier amplificateur à chaud).

2.5 Réponse en fréquence typique du système de mesure

Après avoir analysé successivement les différents éléments de la chaîne de mesures GHz-mK, nous présentons ici sa réponse en fréquence typique dans la gamme 1 – 2 GHz. En effet, une véritable calibration du système, bien que souhaitable, reste illusoire dans la mesure où les propriétés de notre montage ne sont pas reproduites exactement d'une expérience à l'autre. En particulier, la transmission d'un simple connecteur RF dépend de son serrage. Notre dispositif qui comprend au moins une quarantaine de connecteurs à des températures différentes est donc particulièrement vulnérable au problème de reproductibilité.

⁴Un isolateur est réalisé à l'aide d'un composant tripolaire (un circulateur) dont l'une des voies est refermée sur une résistance de 50 Ω . Un circulateur est constitué d'un circuit RF en anneau avec trois sorties à 120° les unes des autres. Un aimant ferrite crée un champ magnétique qui induit une chiralité de la propagation dans le circuit. Au voisinage d'une résonance paramagnétique électronique du diélectrique, le champ induit une différence de vitesse entre les ondes propageantes et contra-propageantes par rapport à la direction du champ. En jouant sur les phénomènes d'interférences et sur cette différence de vitesse, on peut coupler deux ports successifs dans un sens et pas dans l'autre.

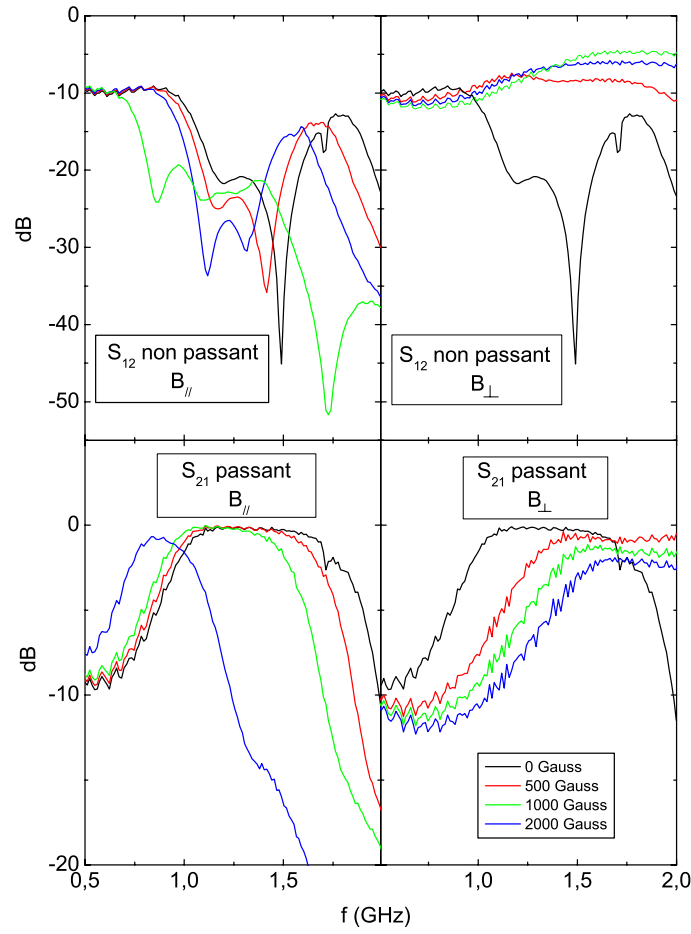


FIG. 2.11 – Paramètres de diffusion des isolateurs mesurés à 4 K en fonction du champ magnétique. Les mesures sont effectuées dans les sens passants et non-passants pour des champs appliqués dans le plan du composant $B_{\parallel}$ ou perpendiculairement $B_{\perp}$.

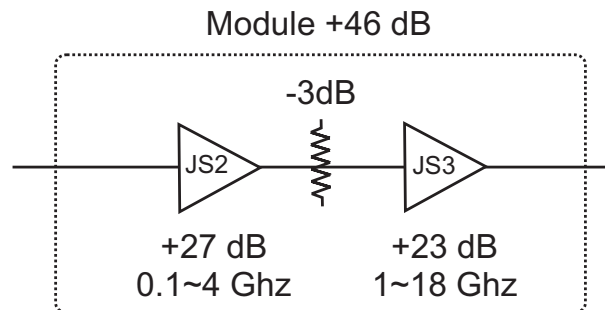


FIG. 2.12 – Module d'amplification à chaud. Le rôle de l'atténuateur 3dB est d'amortir les résonances de la ligne entre les deux amplificateurs qui pourraient perturber leur fonctionnement.

Nous estimons le défaut de reproductibilité global de la chaîne de mesures à $\pm 3\text{dB}$.

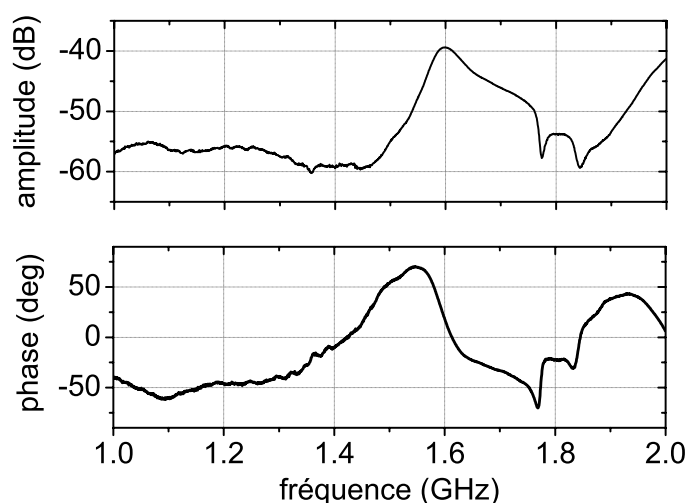


FIG. 2.13 – Réponse en fréquence typique de l'analyseur GHz-mK en présence d'un échantillon mésoscopique

Les courbes présentées sur la figure 2.13 ont été obtenues avec l'analyseur de réseau vectoriel pour un échantillon type « capacité mésoscopique » décrit au chapitre suivant. Compte tenu de l'atténuation de 80 dB dans la ligne de descente et de l'amplification de $33 + 46 = 79\text{ dB}$ de la chaîne de détection, le niveau de signal observé correspond à une transmission au niveau de l'échantillon d'environ -55 dB . Ceci est nettement supérieur aux -70 dB mesurés à chaud pour le porte-échantillon vide et est de l'ordre de grandeur attendu pour un couplage par un échantillon mésoscopique. La réponse en fréquence présente des zones de réponse plate mais également des zones de résonance plus ou moins élargies. Ces dernières, entachées des problèmes de reproductibilité mentionnées ci-dessus, compliquent les études systématiques en fréquence.

2.6 Détection homodyne

L'analyseur vectoriel de réseau qui permet de mesurer la réponse en fréquence de notre dispositif peut également être utilisé pour mesurer l'admittance complexe d'un échantillon à fréquence donnée (voir par exemple les mesures du chapitre 4). Cependant, la complexité des mesures effectuées par l'analyseur n'est pas idéale pour optimiser le rapport signal sur bruit. C'est pourquoi, nous avons développé une détection homodyne hyperfréquences à l'aide de composants RF du commerce.

Comme représenté sur la figure 2.14, le signal RF à la fréquence de mesure issu d'un générateur RF *Agilent E8257* est séparé en deux à l'aide d'un diviseur de puissance (*Picosecond Pulse Labs.*, bande passante 0 – 40 GHz, -6 dB). Une partie est envoyée sur la ligne d'injection, l'autre sert de référence à la détection homodyne. Le signal de mesure est appliqué à l'entrée d'un déphaseur (*Astrolab*) qui fournit 2 quadratures du signal avec une atténuation de -3 dB . Chacune de ces quadratures est mélangé au signal

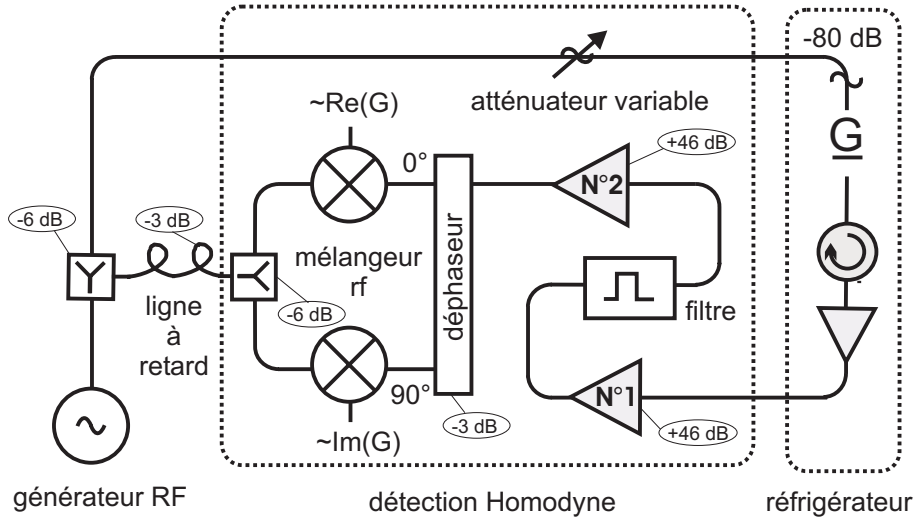


FIG. 2.14 – Schéma de principe de la détection homodyne GHz. Elle inclue la chaîne d'amplification à chaud. Elle est placée en tête de cryostat et est régulée en température.

de référence à l'aide de mélangeurs (*Miteq DM052LA2*) qui fournissent des tensions DC proportionnelles à l'amplitude de la quadrature considérée. Un atténuateur variable 0 – 10 dB par pas de 1 dB (*JFW Industries Inc. 50R-248*) permet de modifier le niveau du signal de mesure indépendamment de celui de la référence. Une ligne à retard d'environ 3 m en série avec un déphaseur mécanique ajustable de 10 cm est interposée sur la référence pour compenser le temps de propagation dans le cryostat.

f (GHz)	g_X	g_Y	g_Y/g_X	$\delta\varphi$
1.0	0.0112	0.0103	0.92	$< 2^\circ$
1.2	0.0112	0.0108	0.96	$< 2^\circ$
1.3	0.0070	0.0060	0.86	$< 2^\circ$
1.4	0.0115	0.0108	0.94	$< 3^\circ$
1.5	0.0122	0.0105	0.86	$< 3^\circ$
1.6	0.0100	0.0080	0.80	$< 3^\circ$

TAB. 2.3 – Caractéristiques de l'ensemble amplificateurs à chaud -détection homodyne en fonction de la fréquence. Les gains g_X et g_Y mesurés pour chacune des voies sont indiqués ainsi que le rapport g_Y/g_X . $\delta\varphi$ représente le défaut de quadrature.

Comme le gain des mélangeurs dépend de la fréquence et des niveaux des signaux de référence et d'entrée, il est nécessaire de calibrer la détection homodyne. Nous avons choisi de calibrer l'ensemble amplificateurs à chaud-détection homodyne en substituant un atténuateur de 120 dB à la partie cryogénique de la chaîne expérimentale de manière à simuler les signaux expérimentaux. Les niveaux de signaux sur les mélangeurs sont alors de +10 dBm pour le signal de référence (LO) et de -8 dBm pour le signal d'entrée (RF). Il faut veiller à ce que l'écart entre les signaux LO et RF n'excède pas la limite d'isolation de 30 dB entre les entrées. Le signal DC alors attendu en sortie est d'environ 30 mV. La figure 2.15 représente, pour une fréquence de 1 GHz et dans un diagramme de Nyquist, les deux quadratures du signal lorsque l'on

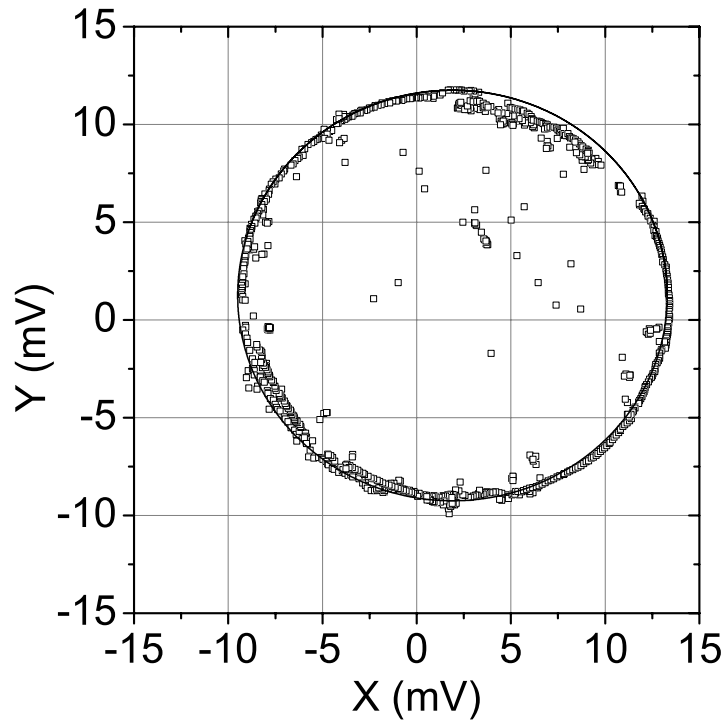


FIG. 2.15 – Ajustement des paramètres de la détection homodyne pour des mesures effectuées à 1.0 GHz.

fait varier la longueur de la ligne à retard. Le diagramme de Nyquist obtenu est bien représenté par une ellipse quasiment circulaire. Les résultats de mesures similaires effectuées pour différentes fréquences entre 1 et 2 GHz sont résumées dans le tableau 2.3. La dissymétrie de gain entre les deux voies n'excèdent pas 20% et les phases relatives des quadratures mesurées sont définies à mieux que 3° près. La détection homodyne est montée en tête de cryostat sur un platine de cuivre massif thermostatée de manière à assurer la stabilité en gain et en phase de la détection.

2.7 Cage de Faraday

Nos mesures radiofréquences sont effectuées dans une gamme de fréquence où la pollution électromagnétique est grande (téléphones portables...). Pour s'en affranchir, nous avons placé l'ensemble du dispositif expérimental (réfrigérateur et chaîne de détection) dans un cage de Faraday de $2 \times 2 \times 2.5 \text{ m}^3$ composée de plaques de cuivre de 3 mm d'épaisseur reliées électriquement qui écrantent le champ électromagnétique à des fréquences $f \geq 1 \text{ kHz}$. La cavité constituée par la cage de Faraday possède des modes électromagnétiques propres qui peuvent perturber nos mesures. Ils sont éliminés par une mousse graphitée (conducteur diffusif) qui tapisse les parois internes de la cage. Les appareils de contrôle (alimentation de champ magnétique, excitation, ... etc) et de mesure basse fréquence (multimètres, analyseur de spectre, analyseur de réseau, .. etc) sont placés à l'extérieur de la cage et contactés à l'expérience via des filtres Π (-65 dB d'atténuation à 100 MHz). De manière équivalente, les modes microphoniques sont éliminés grâce à un capitonnage de mousse (Fig. 2.16).

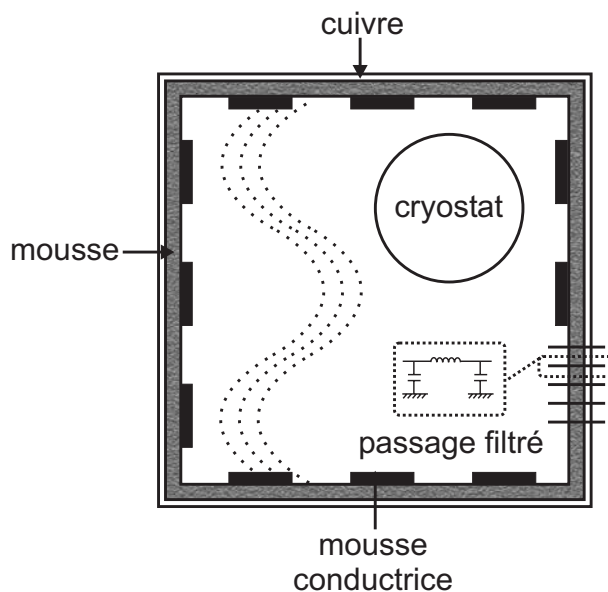


FIG. 2.16 – Description de la cage de Faraday. Les mousses absorbantes permettent d'éliminer les modes de vibrations acoustiques et électromagnétique (ondes stationnaires représentées en pointillés). Les passages filtrés composés de filtre « Π » permettent la connection du dispositif expérimental placé à l'intérieur de la cage avec les appareils de mesures restés à l'extérieur. Seul les passages radiofréquences ne sont pas filtrés.

Pour conclure, la figure 2.17 présente une vue éclatée des principaux éléments de notre montage cryogénique et hyperfréquence.

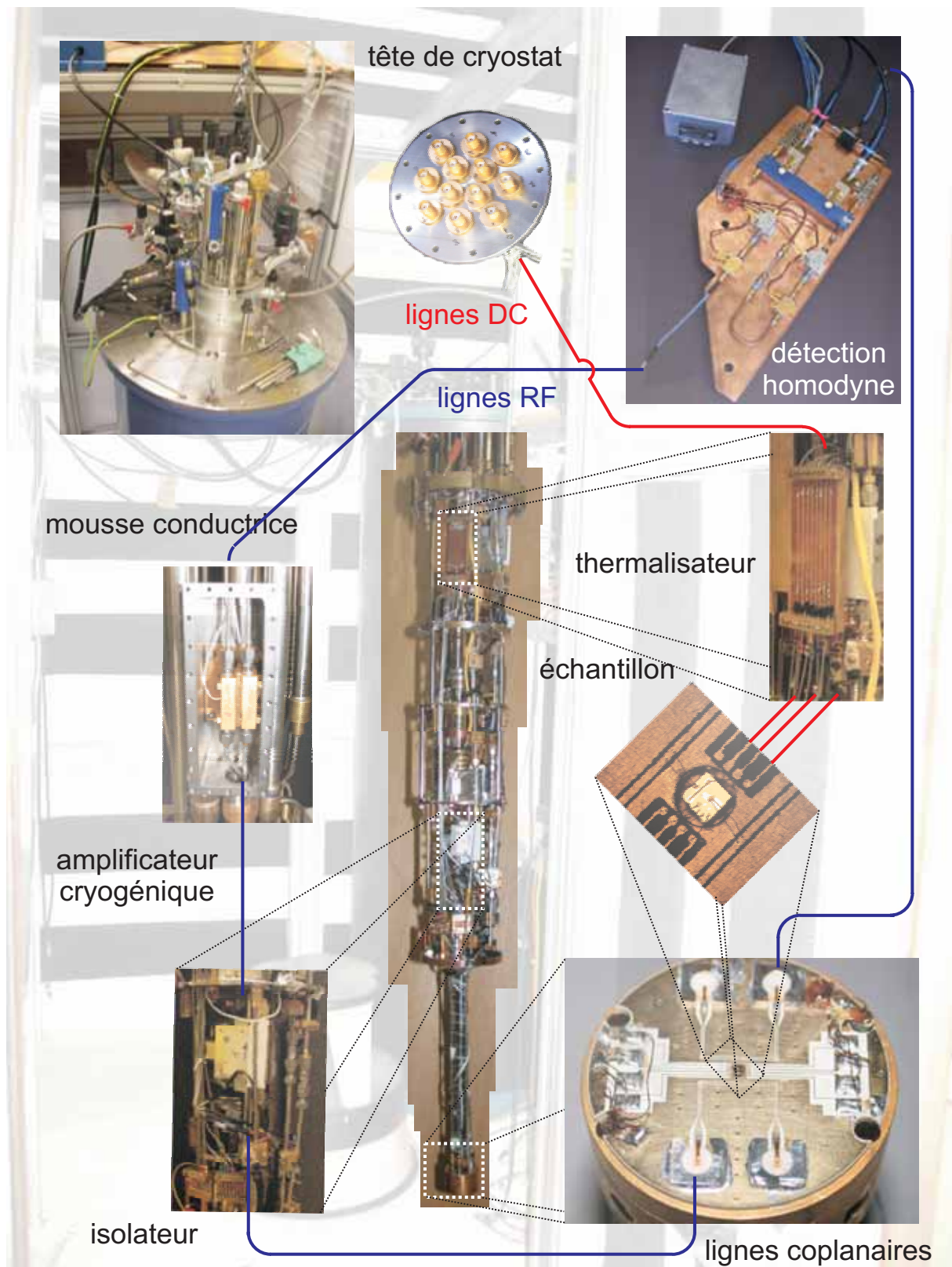


FIG. 2.17 – Les différents éléments de notre montage

Deuxième partie

**Etudes de circuits mésoscopiques
élémentaires**

Chapitre 3

Le circuit RC mésoscopique

Sommaire

3.1	Physique du circuit RC quantique cohérent	69
3.1.1	Admittance $G(\omega)$ d'un circuit RC mésoscopique	69
3.1.2	Admittance $G(\omega)$ dans le cas de N modes de conduction à température nulle	72
3.1.3	Admittance $G(\omega)$ dans le cas d'un mode de conduction à température finie	73
3.2	Modélisation d'un circuit RC mésoscopique réel	76
3.2.1	Modèle utilisé	76
3.2.2	Résultats numériques à température nulle	79
3.2.3	Résultats numériques à température finie	81
3.2.4	Description phénoménologique du blocage de Coulomb à faible transmission	87
3.3	Résultats expérimentaux	90
3.3.1	Dispositif expérimental	91
3.3.2	Admittance du circuit RC quantique	97
3.3.3	Détermination de la résistance quantique R_Q et de la capacité quantique C_Q	106
3.3.4	Détermination de la capacité électrochimique C_μ	115
3.3.5	Mesure absolue de la résistance de relaxation de charge Vérification de $R_Q = \frac{h}{2e^2}$	119
3.3.6	Dépendance en température du contraste des oscillations d'admittance à forte transmission	121
3.3.7	Régime haute température ($k_B T \gg \hbar \Gamma, \Delta$)	123
3.4	Conclusion	126

Comme nous l'avons vu dans la partie introductive, le régime dynamique du transport électronique dans les conducteurs quantiques cohérents a très peu été étudié [65]. Grâce au dispositif expérimental que nous avons mis en place, il est possible de mesurer les parties dissipative ($Re(G)$) et réactive ($Im(G)$) de l'admittance G d'un circuit mésoscopique à des fréquences dans la gamme du GHz et étudier ainsi la dynamique cohérente des électrons.

En électrocinétique classique, un des circuits les plus simples faisant apparaître une composante non dissipative est le circuit RC , constitué d'une capacité C en série avec une résistance R . L'étude de ce circuit fait apparaître un temps caractéristique $\tau = R \times C$ qui correspond au temps que met la charge d'une armature du condensateur C à relaxer à travers la résistance R .

Durant mon travail de thèse, nous avons choisi d'aborder le régime dynamique des conducteurs quantiques en étudiant la relaxation de charge d'un circuit RC mésoscopique. L'une des armatures de la capacité mésoscopique est un îlot dans un gaz d'électrons bidimensionnel formant une boîte quantique tandis que l'autre est une armature classique constituée d'une grille métallique en regard du gaz. L'armature quantique de la capacité est reliée à un réservoir par un contact ponctuel quantique (CPQ) qui joue le rôle de résistance (Fig. 3.1). L'ensemble {capacité, CPQ} forme un tout quantiquement cohérent.

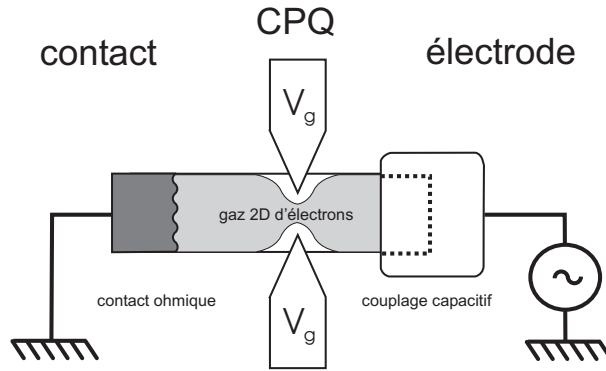


FIG. 3.1 – Description du circuit RC mésoscopique quantique. Les électrons à l'intérieur de la boîte quantique relaxent dans le contact ohmique en passant par le CPQ.

Le circuit RC quantique a été étudié théoriquement par A.Prêtre, H.Thomas et M. Büttiker [52], [53]. Leur prédiction la plus surprenante est que la résistance de relaxation de charge intervenant dans le temps caractéristique τ_Q n'est pas égale à la résistance de Landauer $h/(e^2 D)$ où D est la transmission du CPQ [73], [3], [4]. Elle est en particulier indépendante de la transmission et égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$. Leurs calculs mettent également en évidence le rôle primordial de la capacité quantique $C_Q = e^2 \mathcal{N}$ proportionnelle à la densité d'états dans l'armature quantique de la capacité mésoscopique. Si R.C. Ashoori et al. [56] ont réalisé des mesures de la capacité quantique dans la gamme des MHz et ont montré qu'elles permettaient de faire la spectroscopie d'une boîte quantique faiblement couplée, la capacité quantique dans le régime où la dynamique cohérente des électrons se manifeste n'a jamais été observée expérimentalement. Plus important encore, la résistance de relaxation de charge n'a jamais été étudiée expérimentalement. Nous avons réalisé pour la première fois des mesures d'admittance sur un circuit RC mésoscopique cohérent. Nos mesures confirment de manière remarquable les résultats prévus par Büttiker et al. La cohérence quantique se manifeste aux basses températures par une résistance de relaxation de charge constante égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$. Nous avons également observé des oscillations spectaculaires de la partie imaginaire de l'admittance étroitement liée à la capacité quantique.

Je présenterai dans un premier temps la théorie du circuit RC mésoscopique développé par M. Büttiker et ses collaborateurs dans le formalisme des matrices de diffusion. Elle nous permettra dans un deuxième temps de modéliser le circuit RC mésoscopique réel et en particulier les variations d'admittance à l'ouverture du premier canal. Je montrerai également comment, dans certaines limites, on peut inclure dans le modèle les effets de charge dans l'armature quantique de la capacité. Je présenterai finalement l'ensemble des résultats expérimentaux et leur interprétation.

3.1 Physique du circuit RC quantique cohérent

Le circuit RC mésoscopique décrit précédemment (Fig. 3.1) est un des circuits quantiques les plus simples pour mettre en évidence la partie non dissipative de l'admittance d'un gaz d'électrons bidimensionnel. La description théorique du régime dynamique linéaire d'un conducteur quantique a été présentée au chapitre I. Nous avons vu que pour calculer l'admittance à la fréquence ω , on est amené à considérer la diffusion élastique simultanée de deux quasi-particules (un électron et un trou) d'énergies séparées par $\hbar\omega$. D'autre part, les courants de déplacement obligent à tenir compte des conducteurs macroscopiques environnants. Le calcul de l'admittance $G(\omega)$ du circuit RC , proposé par M. Büttiker et ses collaborateurs se déroule en trois étapes :

- calculer à l'aide d'une théorie de la réponse linéaire l'admittance $g_{\alpha\alpha}(\omega) \equiv \frac{\delta I_\alpha}{\delta V_\alpha}$ qui relie le courant sortant $\langle \delta I_\alpha \rangle$ du contact noté α , au potentiel d'excitation δV_α appliqué à ce même contact (voir chapitre I).^{1 2} :

$$g_{\alpha\alpha}(\omega) = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \operatorname{Tr}[1 - s_{\alpha\alpha}^\dagger(\epsilon) s_{\alpha\alpha}(\epsilon + \hbar\omega)] \times \frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega}, \quad (3.1)$$

où $s_{\alpha\alpha}(\epsilon)$ est la matrice de diffusion correspondant à la diffusion d'un électron du réservoir α vers lui-même,

- calculer le courant de déplacement δI_a entre la capacité mésoscopique et la grille portant l'excitation δV_{exc} . en faisant l'hypothèse que le potentiel δU dans la capacité mésoscopique est uniforme et constant,
- déterminer δU de manière auto-consistante en utilisant la conservation du courant³ ($\delta I_\alpha + \delta I_a = 0$). On peut alors calculer $G(\omega)$.

3.1.1 Admittance $G(\omega)$ d'un circuit RC mésoscopique

Nous allons dans un premier temps traiter le cas d'un circuit RC avec un seul mode de conduction (Fig. 3.2). Les électrons qui sont émis par le contact α vont sonder l'armature quantique de la capacité mésoscopique via le CPQ de transmission t avant d'être réabsorbés par le contact α . Par ailleurs, le canal de conduction est capacitivement couplé (la capacité correspondante est notée C_{capa}) à la grille portant l'excitation δV_{exc} qui constitue ainsi la deuxième armature (classique) de la capacité mésoscopique.

3.1.1.1 Admittance $g(\omega)$ à température nulle du système boîte quantique- CPQ

Dans le cas d'un unique mode de conduction la matrice de diffusion $s_{\alpha\alpha}(\epsilon)$ se réduit à un scalaire unitaire ($|s_{\alpha\alpha}|^2 = 1$). Cela traduit le fait que tout électron entrant dans la capacité mésoscopique en ressort. On peut donc écrire $s_{\alpha\alpha}$ sous la forme :

$$s_{\alpha\alpha}(\epsilon) = \exp(i\Theta(\epsilon)) \quad (3.2)$$

¹Nous utilisons une représentation complexe des différentes grandeurs en $e^{-i\omega t}$.

²Le domaine de validité de cette formule est discuté au chapitre 1. Elle ne tient compte que des effets photo-assistés à un photon, $e V_{exc} \ll \hbar\omega$, V_{exc} étant la tension d'excitation.

³On peut remarquer que la formule (4.3) ne conserve pas le courant à fréquence finie : pour un unique contact les règles de sommes habituelles donnerait $g_{\alpha\alpha} = 0$. Cela vient du fait qu'il faut également tenir compte des courants de déplacement.

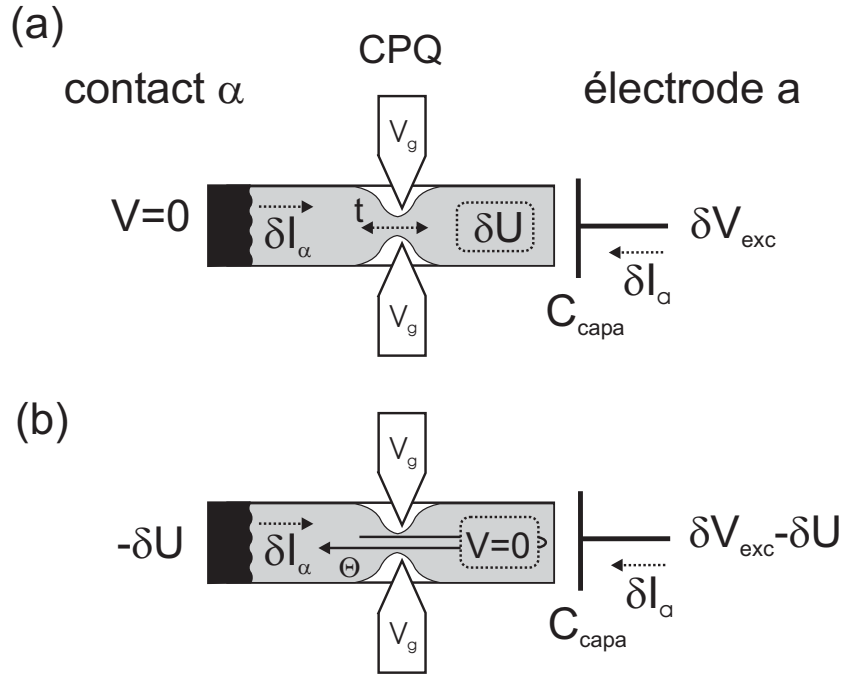


FIG. 3.2 – (a) Modélisation de transport dynamique cohérent à travers un circuit RC mésoscopique. La capacité mésoscopique est connectée au réservoir α par un CPQ de transmission t (en amplitude). Elle est par ailleurs couplée électrostatiquement à la grille portant l'excitation δV_{exc} . Les conducteurs macroscopiques sont représentés en noir alors que le gaz d'électron est en gris. (b) On peut déplacer en bloc tous les potentiels de façon à ramener le potentiel de l'armature quantique de la capacité à zéro.

où $\Theta(\epsilon)$ est la phase accumulée par l'onde électronique lors de l'aller-retour dans la capacité mésoscopique. L'équation (4.3) dans la limite où $k_B T \rightarrow 0$ et $\hbar\omega \rightarrow 0$ devient ⁴ :

$$g_{\alpha\alpha}(\omega) = \frac{e^2}{h} \left(1 - e^{i(\Theta(\epsilon_F + \hbar\omega) - \Theta(\epsilon_F))} \right) = \frac{1}{\frac{h}{2e^2} + \frac{1}{-iC_Q\omega}} \quad (3.3)$$

$$\text{où } C_Q = \frac{2e^2}{\hbar\omega} \operatorname{tg} \left(\frac{\Theta(\epsilon_F + \hbar\omega) - \Theta(\epsilon_F)}{2} \right)$$

La première des deux équations ci-dessus montre qu'à *température nulle*, le circuit RC quantique est donc équivalent à l'association en série d'une résistance constante égale au demi quantum de résistance $R_Q = h/2e^2$ et d'une capacité C_Q .

De manière remarquable, la résistance de relaxation de charge R_Q est indépendante de la transmission du CPQ contrairement à la résistance du CPQ donnée par la formule de Landauer $R_{CPQ} = h/(e^2 D)$.

L'origine de la capacité C_Q est plus explicite quand on se place dans la limite $\hbar\omega \rightarrow 0$. On trouve alors :

⁴A température nulle, l'élargissement thermique de la source d'électrons émis par le contact est nul dans la limite où $\hbar\omega \rightarrow 0$, on a : $\frac{f(\epsilon) - f(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega} = \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) = \delta(\epsilon - \epsilon_F)$. Cette limite impose que $\frac{f''(\epsilon)}{f'(\epsilon)} \hbar\omega \ll 1$ ie $\hbar\omega \ll k_B T$.

$$C_Q = \frac{e^2}{2\pi} \left. \frac{\partial \Theta}{\partial \epsilon} \right|_{\epsilon=\epsilon_F} \quad (3.4)$$

La dérivée de Θ par rapport à l'énergie est à un facteur 2π près la densité d'état $\mathcal{N}(\epsilon)$ dans le mode de conduction correspondant⁵. On a donc :

$$C_Q = e^2 \mathcal{N}(\epsilon_F) \quad (3.5)$$

C_Q reflète donc la capacité du système à stocker des charges dans le mode électronique considéré. Il s'agit d'une capacité quantique : $e^2/C_Q = 1/\mathcal{N}(\epsilon_F)$ est le coût en énergie pour rajouter un électron dans le mode qui résulte du principe d'exclusion de Pauli. On peut expliciter la forme de C_Q dans les cas qui nous intéressent. En effet, la densité d'état partielle $\mathcal{N}(\epsilon)$ est la densité d'état d'un mode dans une boîte quantique couplée à un réservoir par un CPQ de transmission t . Elle présente donc une série de pics pour les énergies correspondant aux niveaux de la boîte qui sont d'autant plus fins que le couplage est faible ($t \sim 0$). On note Δ l'écart entre les niveaux d'énergie dans la boîte pour des énergies voisines de l'énergie de Fermi. La largeur caractéristique $\hbar\Gamma$ des pics de densité d'états est donnée par :

$$\hbar\Gamma \sim \frac{D\Delta}{2} \quad (3.6)$$

On aura un pic de capacité quantique chaque fois que le niveau de Fermi du réservoir sera situé à la hauteur d'un niveau dans la capacité mésoscopique. Pour calculer l'admittance du circuit RC mésoscopique, il reste à fermer le circuit en tenant compte des courants de déplacement entre la capacité mésoscopique et la grille portant l'excitation.

3.1.1.2 Couplage du circuit mésoscopique à la grille capacitive

Nous supposons le potentiel δU dans la capacité mésoscopique uniforme (cela suppose qu'il n'y a aucun effet de polarisation au sein du gaz). Les potentiels électriques étant définis à une constante près, on peut alors tous les décaler de $-\delta U$ (Fig. 3.2 (b)) de sorte que la capacité mésoscopique est portée au potentiel nul. Par définition de $g_{\alpha\alpha}(\omega)$, on a :

$$\delta I_\alpha = -g_{\alpha\alpha}(\omega) \delta U \quad (3.7)$$

La conservation de la charge implique l'existence d'un courant de déplacement δI_a donné par :

$$\delta I_\alpha + \delta I_a = 0 \quad (3.8)$$

D'autre part, on a ⁶ : $\delta V_{exc} - \delta U = -1/i\omega C_{capa} \delta I_a$ et donc :

$$-g_{\alpha\alpha}(\omega) \delta U - iC_{capa}\omega (\delta V_{exc} - \delta U) = 0 \quad (3.9)$$

Nous trouvons finalement l'admittance $G(\omega)$ en remplaçant le potentiel δU obtenu au (3.9) dans l'équation (3.7) :

$$G = -\frac{\delta I_\alpha}{\delta V_{exc}} = \frac{1}{\frac{1}{g(\omega)} + \frac{1}{-iC_{capa}\omega}} \quad (3.10)$$

⁵une rotation de 2π de la phase correspond à l'ajout d'un état soit à une variation de 1 de $\mathcal{N}(\epsilon)$

⁶On doit respecter la convention générateur imposée par (4.3) et utiliser la représentation complexe en $e^{-i\omega t}$.

La conductance $G(\omega)$ du circuit RC mésoscopique est donc donnée par le circuit équivalent représenté figure 3.3. Le canal de conduction apporte une contribution dissipative égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$ et une contribution réactive égale à la capacité quantique C_Q . Les capacités quantique et électrostatique s'ajoutent en série.

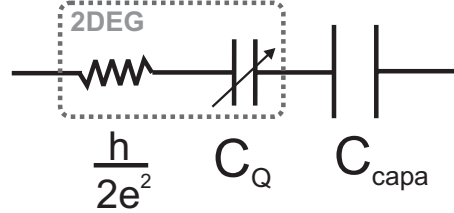


FIG. 3.3 – Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique monomode.

3.1.2 Admittance $G(\omega)$ dans le cas de N modes de conduction à température nulle

Dans le cas d'un conducteur à un contact et N canaux de conduction, la matrice de diffusion est une matrice $N \times N$. On peut alors définir la matrice de Wigner [74], [75], [76] :

$$\hat{\mathcal{N}} = \frac{1}{2\pi i} s_{\alpha\alpha}^\dagger \frac{\partial s_{\alpha\alpha}}{\partial \epsilon} \quad (3.11)$$

On déduit de l'unitarité de $s_{\alpha\alpha}$ que $\hat{\mathcal{N}}$ est symétrique positive et possède un spectre positif noté $\{\tau_n/h\}$. La densité d'états peut alors se mettre sous la forme :

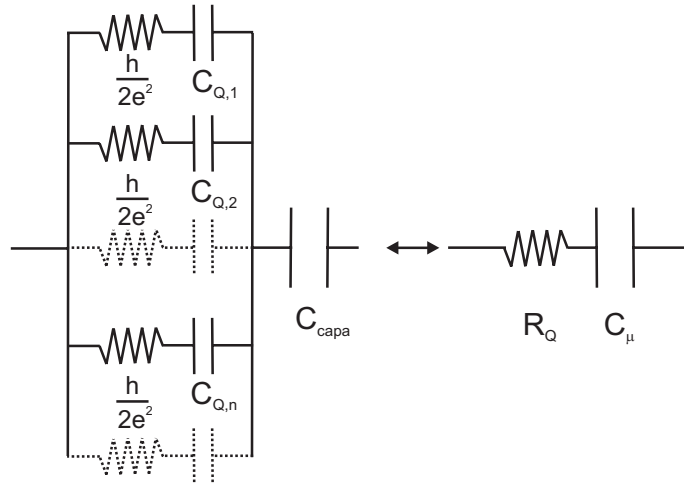
$$\mathcal{N} = \text{Tr} [\hat{\mathcal{N}}] = \frac{1}{h} \sum_n \tau_n \quad (3.12)$$

Le temps τ_n peut être interprété comme le temps de résidence des électrons du mode n dans l'armature quantique de la capacité mésoscopique. En utilisant le raisonnement du paragraphe 3.1.1.1 on montre que l'admittance $g_{\alpha\alpha}(\omega)$ s'écrit à température nulle :

$$g(\omega) = \sum_n \frac{1}{\frac{h}{2e^2} + \frac{1}{-iC_{Q,n}\omega}} \quad \text{avec} \quad C_{Q,n} = e^2 \frac{\tau_n}{h} \quad (3.13)$$

Le circuit RC mésoscopique est alors représenté par le circuit équivalent de la figure 3.4. Chaque canal de conduction apporte une contribution dissipative égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$ et une contribution réactive égale à la capacité quantique $C_{Q,n}$ associée au mode considéré. Les admittances quantiques des différents modes s'additionnent ce qui traduit un branchement en parallèle des impédances quantique $h/2e^2 + 1/-i\omega C_{Q,n}$.

Au second ordre en ω , on trouve que ce circuit est équivalent à l'association en série d'une résistance de relaxation de charge R_Q et d'une capacité C_μ données par :

FIG. 3.4 – Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique multimodes.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_Q = \frac{h}{2e^2} \frac{\sum_n \tau_n^2}{\left(\sum_n \tau_n\right)^2} \\ C_\mu = \frac{C_{capa} \left(\frac{e^2}{h} \sum_n \tau_n\right)}{C_{capa} + \left(\frac{e^2}{h} \sum_n \tau_n\right)} \end{array} \right. \quad (3.14)$$

L'expression de C_μ donnée ici en fonction de τ_n nécessite de faire un développement en fréquence. L'hypothèse $\hbar\omega \rightarrow 0$ et l'arrêt du développement à $(\hbar\omega)^2$ n'est justifié que pour $(\hbar\omega)^3 \left\| s_{\alpha\alpha}^\dagger \frac{\partial^3 s_{\alpha\alpha}}{\partial \epsilon^3} \right\| \ll (\hbar\omega)^2 \left\| s_{\alpha\alpha}^\dagger \frac{\partial^2 s_{\alpha\alpha}}{\partial \epsilon^2} \right\|$ ie $\frac{\hbar\omega}{\Delta} \ll 1$.

3.1.3 Admittance $G(\omega)$ dans le cas d'un mode de conduction à température finie

A température finie, la distribution des électrons émis par le contact α est donnée par la fonction de Fermi-Dirac dont la largeur en énergie est $k_B T$. En utilisant (3.3) et (4.3), on obtient l'expression de l'admittance quantique $g(\omega)$ à température finie quand $\hbar\omega \rightarrow 0$: ⁷

$$g(\omega) = \int d\epsilon \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) \frac{1}{\frac{h}{2e^2} + \frac{1}{-i\omega C_Q(\epsilon)}} \quad \text{avec } C_Q = e^2 \mathcal{N}(\epsilon) \quad (3.15)$$

Le système est alors équivalent au système multicanal où les N canaux de conduction sont remplacés par une infinité continue de canaux en parallèle pondérés par la distribution de Fermi-Dirac (Fig. 3.5).

Comme précédemment, on obtient l'admittance du circuit RC avec un canal de conduction à température finie en considérant l'admittance $g(\omega)$ en série avec la capacité électrostatique C_{capa} :

⁷La fonction $f(\epsilon + \hbar\omega) - f(\epsilon)$ a une largeur caractéristique $\hbar\omega + k_B T$ tandis que $\frac{df}{d\epsilon}$ a une largeur $k_B T$. Pour prendre en compte plus correctement les effets de fréquence finie, il suffit donc de remplacer T par $T + \hbar\omega/k_B$.

$$G = \frac{-iC_\mu\omega}{1 - iR_Q C_\mu\omega} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} R_Q = \frac{h}{2e^2} \frac{\int d\epsilon \left(\frac{-df}{d\epsilon} \right) \mathcal{N}(\epsilon)^2}{\left(\int d\epsilon \left(\frac{-df}{d\epsilon} \right) \mathcal{N}(\epsilon) \right)^2} \\ C_Q = e^2 \int d\epsilon \left(\frac{-df}{d\epsilon} \right) \mathcal{N}(\epsilon) \\ C_\mu = \frac{C_{\text{capa}} C_Q}{C_{\text{capa}} + C_Q} \end{array} \right. \quad (3.16)$$

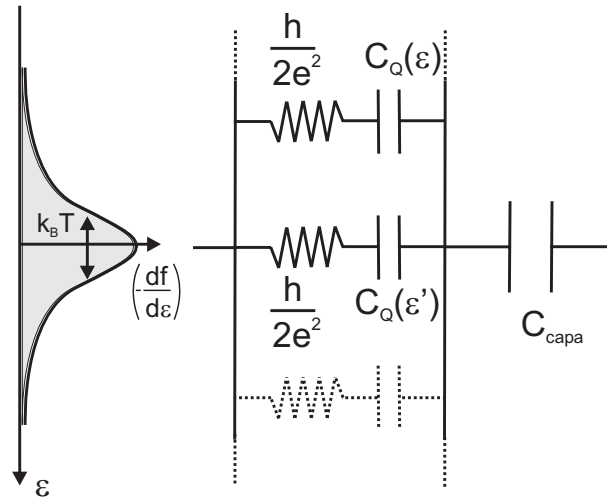


FIG. 3.5 – Schéma électrocinétique équivalent pour un unique canal de transmission à température finie. L'association en parallèle des $R_Q(\epsilon)C_Q(\epsilon)$ est pondérée par la fonction $(-df/d\epsilon)$.

- Si $k_B T \ll \hbar \Gamma$ où $\hbar \Gamma$ est la largeur des pics de densité d'états, $R_Q = h/2e^2$ et $C_Q = e^2 \mathcal{N}(\epsilon_F)$. On retrouve le système cohérent à température nulle.
- Lorsque $\hbar \Gamma \sim k_B T$, la résistance de relaxation R_Q n'est plus constante. Ce régime est atteint pour les faibles transmissions puisque la condition précédente s'écrit aussi $D\Delta \sim k_B T$. Pour $D\Delta \ll k_B T \ll \Delta$, on peut évaluer R_Q . On peut en effet alors représenter la densité d'états par une série de pics de largeur $\hbar \Gamma \sim D\Delta$ et de hauteur $1/(D\Delta)$ (cf. (3.6)). Lorsque le niveau de Fermi du réservoir est à hauteur du n^{eme} niveau de la capacité mésoscopique, on a ⁸ :

⁸En toute rigueur, les évaluations de R_Q présentées ici dépendent légèrement de la forme de $\mathcal{N}(\epsilon)$. Avec la forme lorentzienne 3.25 de la densité d'états obtenue dans le modèle du paragraphe 3.2.1, ces évaluations sont rigoureuses.

$$\begin{aligned}
R_Q^{th} &\simeq \frac{h}{2e^2} \frac{1}{\left(-\frac{df}{d\epsilon}\right)_{\epsilon=\epsilon_n}} \frac{\int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon)^2}{\left(\int d\epsilon \mathcal{N}(\epsilon)\right)^2} \\
&\sim \frac{h}{e^2} \frac{4k_B T}{\hbar \Gamma} \text{ch}^2\left(\frac{\epsilon_n - \epsilon_F}{2k_B T}\right) \\
&\sim \frac{h}{e^2} \frac{1}{D} \frac{4k_B T}{\Delta} \text{ch}^2\left(\frac{\epsilon_n - \epsilon_F}{2k_B T}\right)
\end{aligned} \tag{3.17}$$

L'amplitude des pics de R_Q diverge lorsque $D \rightarrow 0$.

A plus haute température ($k_B T \gg \Delta$), la conduction met en jeu plusieurs niveaux d'énergie et la résistance R_Q est donnée par :

$$R \sim \frac{h}{2e^2} \frac{1}{\hbar \Gamma} \frac{1}{\sum \left(-\frac{df}{d\epsilon}\right)_{(\epsilon_n)}} \sim \frac{h}{e^2} \frac{1}{D \Delta} \frac{1}{\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\epsilon}{\Delta} \left(-\frac{df}{d\epsilon}\right)} \sim \frac{h}{e^2} \frac{1}{D} \tag{3.18}$$

Nous retrouvons la résistance de Landauer entre deux réservoirs alors que nous n'avons fait aucune hypothèse sur la perte de cohérence dans la capacité mésoscopique. Le brouillage thermique se traduit par la disparition de la cohérence. La largeur temporelle caractéristique d'un paquet d'onde électronique est alors donnée par $\hbar/k_B T$, tandis que le temps mis par l'électron pour faire un tour dans la boîte est $\hbar/\Delta$. Lorsque $k_B T \gg \Delta$, l'électron ne peut interférer avec lui-même et l'armature quantique de la capacité mésoscopique se comporte comme un réservoir.

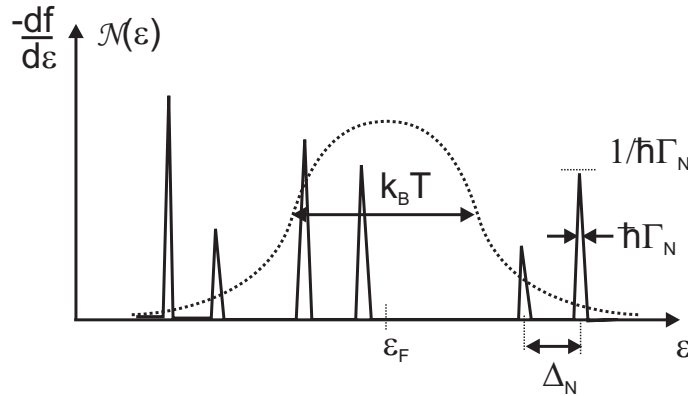


FIG. 3.6 – Représentation de la densité d'état $\mathcal{N}$ (ligne en trait plein) dans la capacité mésoscopique et de la densité de probabilité $(-df/d\epsilon)$ du canal d'énergie ϵ (ligne en trait pointillé).

De la même manière, dans la limite $\hbar \Gamma \ll k_B T \ll \Delta$ où seul le niveau n participe à la conduction ⁹ :

⁹Les évaluations de C_Q sont indépendantes de la forme de $\mathcal{N}(\epsilon)$

$$C_Q \simeq \frac{e^2}{4k_B T \text{ch}^2 \left(\frac{\epsilon_n - \epsilon_F}{2k_B T} \right)} \quad (3.19)$$

La hauteur des pics de capacité quantique est alors indépendante des paramètres du système considéré et ne dépend que de constantes fondamentales et de la température. On dispose alors d'un thermomètre capacitif primaire. Dans ce régime, on a : $R_Q C_Q \omega = 2\pi \frac{\hbar \omega}{D \Delta}$.

Dans la limite $k_B T \gg \Delta$, la température moyenne les oscillations de la capacité quantique et on trouve :

$$C_Q \simeq \frac{e^2}{2} \frac{\hbar \Gamma}{\Delta} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\epsilon}{\Delta} \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) = \frac{e^2}{\Delta} \quad (3.20)$$

3.2 Modélisation d'un circuit RC mésoscopique réel

Compte tenu de la richesse des comportements prévus par la théorie exposée au paragraphe précédent, il est utile pour comprendre les résultats expérimentaux de simuler les variations d'admittance d'un circuit RC mésoscopique réel lors de l'ouverture du premier canal de conduction. Nous présentons ici des simulations basées sur une modélisation du coefficient de diffusion $s(\epsilon)$ et de l'action des grilles, aussi bien sur la transmission du CPQ que sur la phase accumulée dans la capacité mésoscopique.

3.2.1 Modèle utilisé

Nous considérons un seul mode de conduction unidimensionnel. L'électron a une probabilité $D = t^2$ de traverser le CPQ et une probabilité $t^2 r^n$ de sortir de l'armature quantique de la capacité après avoir effectué n tours à l'intérieur de celle-ci. Lors d'un tour, il accumule une phase ϕ (Fig. 3.7).

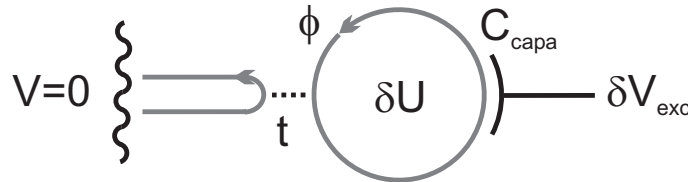


FIG. 3.7 – Modélisation du transport dynamique cohérent à travers un circuit RC mésoscopique monomode unidimensionnel. La capacité mésoscopique est connectée au réservoir α par un CPQ de transmission t . Elle est par ailleurs couplée électrostatiquement à la grille portant l'excitation δV_{exc} . Les conducteurs macroscopiques sont représentés en rouge alors que le gaz d'électrons est en bleu. On note ϕ la phase accumulée par l'électron lors d'un tour dans la capacité mésoscopique.

3.2.1.1 Matrice de diffusion et densité d'états

La matrice de diffusion s_{CPQ} d'un CPQ monomode peut être modélisée par un coefficient de réflexion r et un coefficient de diffusion t ($|r|^2 + |t|^2 = 1$). La matrice de diffusion $s(\epsilon)$ d'un électron du réservoir vers lui-même après avoir accumulé une phase $\phi(\epsilon)$ dans la capacité mésoscopique est alors donnée en réinjectant le mode de sortie de s_{CPQ} sur son mode d'entrée. En notant $a_\alpha(\epsilon)$ (resp. $b_\alpha(\epsilon)$) le mode entrant (resp. sortant) du CPQ α (voir figure 3.8), on a :

FIG. 3.8 – Paramètre de diffusion du système $\{CPQ, \text{boite quantique}\}$..

$$\begin{pmatrix} s a_\alpha \\ b_\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r & -t \\ t & r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_\alpha \\ e^{i\phi} b_\alpha \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

On trouve :

$$s(\epsilon) = r - t^2 e^{i\phi} \sum_{n=0}^{\infty} (r e^{i\phi})^n = \frac{r - e^{i\phi}}{1 - r e^{i\phi}} \quad (3.22)$$

Nous retrouvons la propriété (3.2) : $|s| = 1$. On peut alors écrire $s = e^{i\Theta}$.¹⁰ La densité d'états est donnée par (Fig. 3.9) :

$$\mathcal{N}(\phi) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \Theta}{\partial \epsilon} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon} \frac{1 - r^2}{1 - 2r \cos(\phi) + r^2} \quad (3.23)$$

On note $\Delta^{-1} = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon}$ l'écart entre les niveaux d'énergie dans l'armature quantique de la capacité mésoscopique. Pour des températures et des fréquences très inférieures à la température de Fermi ($k_B T, \hbar \omega \ll \epsilon_F$), on peut supposer Δ indépendant de ϵ . La phase ϕ est alors reliée à l'énergie ϵ par :

$$\phi = 2\pi \frac{\epsilon}{\Delta} \quad (3.24)$$

Dans la limite de faible couplage ($r \sim 1$), par un développement limité en ϕ autour de $2n\pi$, on peut montrer que la densité d'états est une somme de lorentziennes :

$$\mathcal{N}(\epsilon) \simeq \frac{1}{\Delta} \sum_{n=n_0}^{+\infty} \frac{\left(\frac{1+r}{1-r}\right)}{1 + \left(\frac{\epsilon - n\Delta}{\hbar\Gamma/2}\right)^2} \text{ avec } \Gamma(r) = \frac{2}{h} \frac{(1-r)}{\sqrt{r}} \Delta \quad (3.25)$$

Dans cette limite, $\Gamma \simeq D \Delta / h$ est le taux de fuite de l'armature quantique de la capacité mésoscopique c'est-à-dire la probabilité par unité de temps qu'a l'électron de sortir de la capacité mésoscopique. La figure 3.10 représente la densité d'états $\mathcal{N}(\epsilon)$ pour différentes valeurs du coefficient de transmission. On observe que les pics de densité d'états correspondant aux niveaux d'énergies quantifiés de la boîte sont d'autant plus fins que celle-ci est isolée. h/Δ étant le temps d'aller-retour dans la boîte, le temps de relaxation de charge de la capacité mésoscopique non cohérente τ_{inc} est donné par $h/D\Delta$. On peut l'écrire comme le produit de la résistance du CPQ par la capacité quantique :

$$\tau_{inc.} = \left(\frac{h}{e^2} \frac{1}{D}\right) \times \left(\frac{e^2}{\Delta}\right) \quad (3.26)$$

¹⁰Notons que cette description unidimensionnelle est très bien adaptée lorsque le système est en régime d'effet Hall quantique. A champ magnétique nul, le système est a priori bidimensionnel et la capacité mésoscopique quantique chaotique, les paramètres r et ϕ n'ont plus d'interprétation simple mais l'unitarité de $s_{\alpha\alpha} = e^{i\Theta(\epsilon)}$ autorise à garder l'expression formelle 3.22.

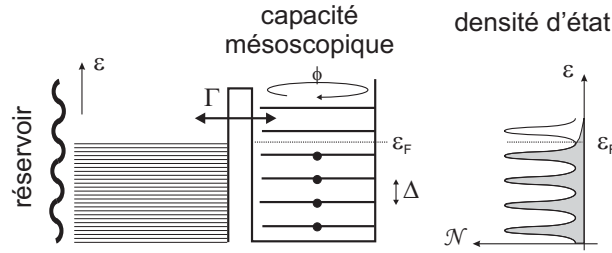


FIG. 3.9 – Modèle 1D de la capacité mésoscopique connectée au réservoir.

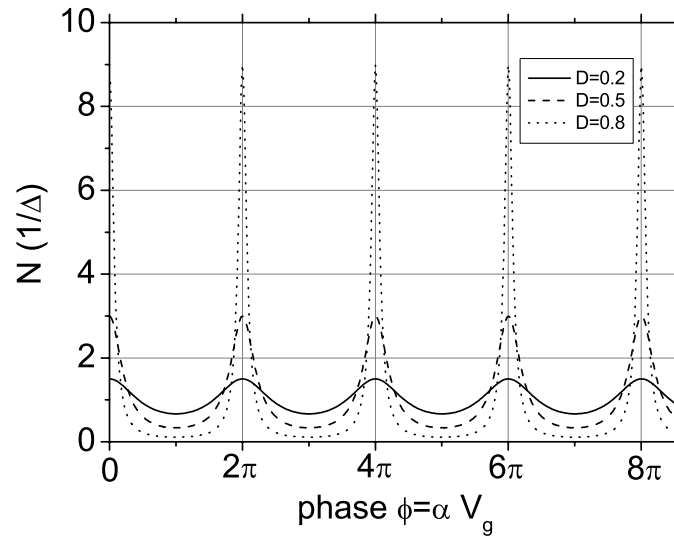


FIG. 3.10 – Densité d'états dans la capacité mésoscopique pour différentes transmissions.

3.2.1.2 Coefficient de réflexion :

L'ouverture du CPQ est contrôlée expérimentalement par la tension de grille V_{CPQ} . En modélisant la barrière de potentiel au niveau du CPQ par un point col au potentiel électrostatique V_e , M. Büttiker [77] a montré que la transmission du CPQ au voisinage de l'ouverture du $n^{\text{ème}}$ canal de conduction dépend de l'énergie ϵ comme :

$$D(\epsilon) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha(\epsilon - \epsilon_n - V_e))} \quad (3.27)$$

où ϵ_n est l'énergie du $n^{\text{ème}}$ mode dans le CPQ et α est un paramètre qui dépend de la courbure du potentiel du CPQ et du champ magnétique.

En supposant que l'énergie d'excitation $\hbar\omega$ et l'énergie $k_B T$ sont négligeables devant l'énergie caractéristique de variation de $D(\epsilon)$ et en supposant que le potentiel moyen local vu par les électrons répond linéairement aux variations du potentiel extérieur imposé par les grilles ¹¹ on peut espérer décrire conve-

¹¹Ce qui est certainement valide à faible transmission où l'écrantage est négligeable, mais plus douteux quand le CPQ est ouvert.

nablement l'ouverture d'un canal du CPQ par :

$$D = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{V_{CPQ} - V_0}{\Delta V_0}\right)} \quad (3.28)$$

où V_0 est à la tension à appliquer sur les grilles du CPQ pour le pincer et ΔV_0 est la raideur du pincement.
¹²

3.2.2 Résultats numériques à température nulle

Dans ce paragraphe, on présente les résultats des simulations numériques obtenues à température nulle. D'après 3.13, la résistance R_Q est dans ce cas constante égale à $h/2e^2$ et seule la capacité quantique évolue avec la transmission du CPQ. Dans un premier temps, on s'intéressera à l'évolution de C_Q avec la transmission du CPQ, en supposant la phase accumulée ϕ constante. On s'intéressera ensuite à l'action combinée de V_{CPQ} sur la transmission et la phase ϕ .

3.2.2.1 Evolution de la capacité quantique C_Q en fonction de la transmission du CPQ à température nulle

D'après 3.13, la résistance R_Q est dans ce cas constante et seule la capacité quantique évolue avec la transmission du CPQ. La figure 3.11 présente les résultats numériques obtenus pour la capacité quantique pour différentes valeurs de la phase ϕ . Les paramètres utilisés pour modéliser l'ouverture du canal sont $V_0 = -0.625$ V et $\Delta V_0 = 2.2$ mV, en supposant dans un premier temps ϕ indépendant de V_{CPQ} . On a fixé l'origine des énergies au niveau de Fermi et on a supposé celui ci en résonance avec un niveau de la boîte ($\phi = 0[2\pi] \Leftrightarrow \epsilon_F = n\Delta$). On remarque que la capacité quantique est indépendante de la valeur de ϕ lorsque le canal est totalement ouvert et vaut $C_Q = \frac{e^2}{\Delta}$. $1/\Delta$ représente bien la densité d'états moyenne pour un système à une dimension. Par contre, lorsque la capacité mésoscopique est isolée, C_Q est très sensible à la phase.

3.2.2.2 Effet combiné de V_{CPQ} sur la phase ϕ et la transmission du CPQ

Le nombre d'électrons dans la capacité mésoscopique est contrôlé par couplage capacitif à l'aide des diverses grilles de polarisation (grilles du CPQ et grille de la capacité). Pour chaque électron ajouté ou enlevé de la capacité, on fait défiler un niveau d'énergie devant l'énergie de Fermi. Cela induit donc un déphasage de 2π . La phase ϕ est donc, contrairement au coefficient de réflexion, sensible aux variations d'énergie de l'ordre de Δ . On suppose qu'elle est une fonction linéaire des tensions de grille :

$$\phi = \alpha V_{CPQ} + \beta V_{capa} \quad (3.29)$$

En utilisant la relation (3.24), on peut prédire l'évolution de C_Q en fonction de la tension de grille V_{CPQ} (on prendra $V_{capa} = 0$). Comme nous l'avons discuté au paragraphe 3.1.3, la capacité quantique présente des oscillations dues au défilement des niveaux d'énergie de la capacité mésoscopique devant le niveau de

¹²Dans nos simulations, pour rendre compte de nos résultats expérimentaux, on est souvent amené à introduire une réflexion résiduelle à CPQ ouvert. Cette réflexion résiduelle est en général négligée pour un CPQ entre deux contacts.

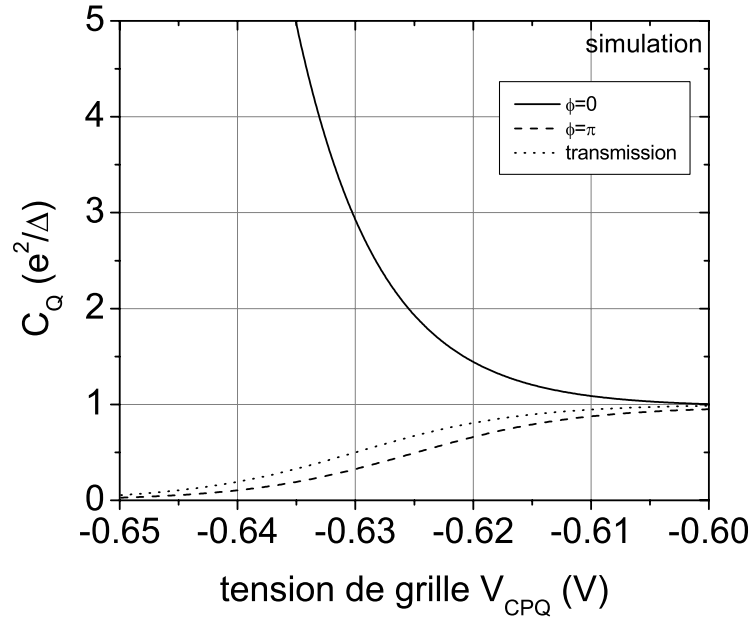


FIG. 3.11 – Evolution de la capacité quantique en fonction de la tension de grille du CPQ pour différentes valeurs de phase. Les valeurs $\phi = 0$ et $\phi = \pi$ correspondant aux cas résonnant (ligne en trait plein) et anti-résonnant (ligne en trait tiré). La transmission D est représentée en fonction de V_{CPQ} par la ligne pointillée.

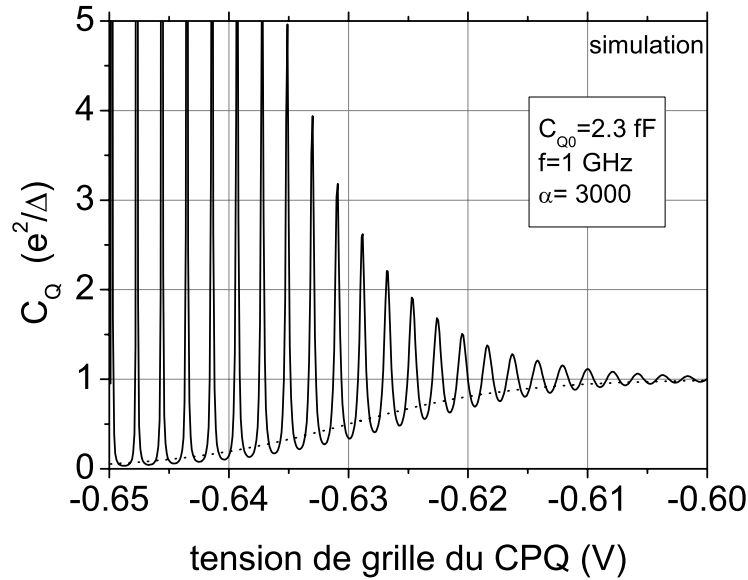


FIG. 3.12 – Evolution de la capacité quantique en fonction de la tension de grille de CPQ (courbe noire). La transmission D est représentée en trait pointillé.

Fermi du réservoir. Le paramètre $\alpha = 3000$ fixe le couplage électrostatique entre les grilles du CPQ et la capacité mésoscopique ¹³. Les pics sont d'autant plus fins que le CPQ est très fermé et leur amplitude diverge lorsque $r \rightarrow 0$ (Fig. 3.12). Lorsque le canal de conduction est totalement transmis, la capacité quantique cesse d'osciller et elle est alors donnée par la densité d'états du mode dans la boîte $C_{Q0} = e^2/\Delta$. Dans le paragraphe suivant on s'intéresse à l'effet de la température et on montre que l'élargissement thermique de la distribution électronique modifie considérablement les résultats ci-dessus.

3.2.3 Résultats numériques à température finie

Les résultats qui suivent sont issus de simulations numériques utilisant le modèle précédemment exposé ainsi que les prédictions théoriques données par les équations (3.16)¹⁴.

3.2.3.1 Impédance

Nous avons montré que, lors de l'ouverture du premier canal de conduction, le circuit RC est équivalent à l'association en série d'une résistance de relaxation de charge et d'une capacité. La grandeur pertinente n'est donc pas l'admittance mais l'impédance. Celle-ci fait clairement apparaître les parties résistives et capacitives sans les mélanger.

La figure 3.13 présente les résultats de la simulation pour les parties réelle et imaginaire de l'impédance. Les paramètres utilisés dans la simulation sont les paramètres S1 donnés dans le tableau 3.1 ¹⁵. On remarque que la résistance de relaxation de charge est constante égale à $h/2e^2$ pour les hautes transmissions. On a indiqué sur la figure 3.13 la valeur de V_{CPQ} qui correspond à la transmission caractéristique du régime de brouillage thermique donnée par $D\Delta = k_B T$ ($D=0.075$ pour les paramètres utilisés). On constate que les oscillations de R_Q démarrent pour des transmissions nettement supérieures à $k_B T/\Delta$ (dans la simulation, la résistance cesse d'être constante pour des transmissions inférieures à environ 0.8). Le brouillage thermique réduit donc considérablement la zone de résistance constante. A faible transmission, on retrouve la divergence de l'amplitude des oscillations en $1/D$. La partie capacitive oscille avec une amplitude de plus en plus grande au fur et à mesure qu'on pince le CPQ. En effet, les niveaux dans la capacité mésoscopique sont de plus en plus fins et les pics de densité d'état divergent. La capacité totale est majorée par C_{capa} .

3.2.3.2 Admittance

Il est également intéressant de tracer les courbes d'admittance puisque c'est la grandeur que nous mesurons ¹⁶. On observe sur la figure 3.14 l'ouverture du premier canal de conduction par l'apparition de pics d'admittance (sur les parties réelle et imaginaire) pour des tensions de grille $V_{CPQ} \geq -0.64$ V. Ces oscillations reflètent les oscillations de la capacité quantique. Pour les transmissions très petites devant $k_B T/\Delta$, les parties réelle et imaginaire de l'admittance sont voisines de zéro en raison de la

¹³On verra plus loin que cette valeur de α correspond à une capacité $C_{CPQ} = 60$ aF (voir l'équation (3.43))

¹⁴Dans toutes les simulations numériques qui suivent, les effets de fréquence finie sont pris en compte rigoureusement

¹⁵Pour que les simulations présentées ici rendent bien compte des résultats expérimentaux, en particulier de l'amplitude des oscillations observées à CPQ ouvert, nous avons introduit une réflexion résiduelle à CPQ ouvert ($R_{min} = 0.1$).

¹⁶Avec les conventions que nous avons utilisées pour le circuit RC mésoscopique, on a $Re(G) > 0$, $Im(G) < 0$, $Re(Z) > 0$ et $Im(Z) > 0$. Dans toute la suite, y compris la partie expérimentale, on tracera toutes les grandeurs dans le cadran de parties réelle et imaginaires positives.

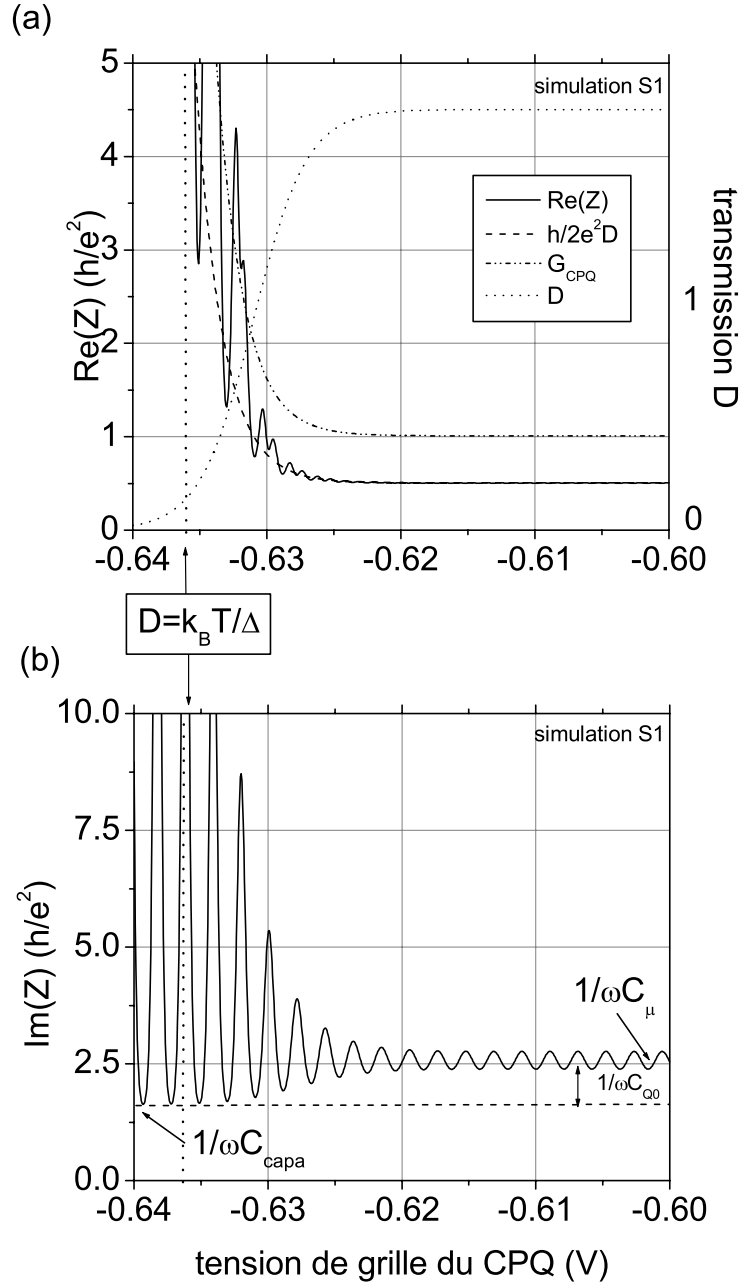


FIG. 3.13 – Evolution en fonction de V_{CPQ} de l'impédance lors de l'ouverture du premier canal de conduction. Les paramètres de simulation sont les paramètres S1 donnés dans le tableau 3.1. (a) Partie réelle. On a également porté sur la figure la transmission D (trait pointillé), $h/2e^2 D$ (trait tiré) et la conductance du CPQ $G_{CPQ} = h/e^2 D$ (trait tiré-pointillé). (b) Partie imaginaire. On a indiqué la valeur de V_{CPQ} qui correspond à la transmission caractéristique du régime de brouillage thermique donnée par $D\Delta = k_B T$ ($D=0.075$ pour les paramètres utilisés).

simulation	$S1$	$S2$
T (mK)	30	60
$\hbar\omega$ (mK)	45	45
C_{capa} (fF)	5	5
Δ (mK)	400	800
C_{Q0} (fF)	4.6	2.3
C_μ (fF)	2.4	1.6
α	3000	2000
V_0 (V)	-0.625	-0.625
ΔV_0 (mV)	2	5.8
R_{min}	0.1	0.1

TAB. 3.1 – Paramètres utilisés pour les simulations S1 et S2.

divergence de R_Q étudiée au paragraphe précédent (brouillage thermique). L'admittance est alors essentiellement résistive. A transmission élevée, les oscillations s'estompent et $Im(G) \simeq C_\mu \omega \simeq 0.37e^2/h$ et $Re(G) \simeq (C_\mu \omega)^2 h / 2e^2 \simeq 0.07e^2/h$. L'admittance est essentiellement capacitive. Pour les transmissions intermédiaires on observe des oscillations fortes sur les deux quadratures et la phase passe progressivement de 0 à $\pi/2$.

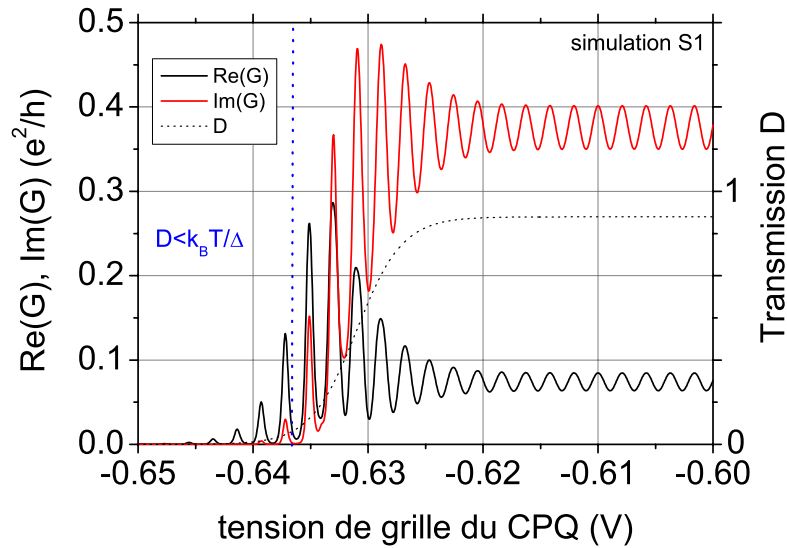


FIG. 3.14 – Evolution en fonction de V_{CPQ} des parties réelle (courbe noire) et imaginaire (courbe rouge) de l'admittance lors de l'ouverture du premier canal de conduction pour le jeu de paramètres S1. La transmission du CPQ est représentée en pointillés. On a indiqué la valeur de V_{CPQ} qui correspond à la transmission caractéristique du régime de brouillage thermique donnée par $D\Delta = k_B T$ ($D=0.075$ pour les paramètres utilisés).

3.2.3.3 Diagramme de Nyquist

Au vu des résultats des simulations précédentes, nous constatons que le comportement du circuit RC mésoscopique cohérent diffère du circuit RC classique à résistance variable par :

- les oscillations de l'admittance lors de l'ouverture du premier canal de conduction,
- la constance de la résistance de relaxation de charge dans le régime de basses températures malgré la variation de la transmission du CPQ.

Un moyen de comparer ces comportements sans faire apparaître explicitement la transmission D du CPQ est de tracer l'admittance $G(\omega)$ dans un diagramme de Nyquist ($Re(G(\omega)), Im(G(\omega))$). En effet, le diagramme de Nyquist est indépendant de la manière dont la transmission varie avec la tension de grille du CPQ. Pour un circuit RC série, l'admittance $G(\omega)$ est représentée dans un diagramme de Nyquist par l'ensemble des points :

$$(X, Y) = \left(\frac{R(C\omega)^2}{1 + (RC\omega)^2}, \frac{C\omega}{1 + (RC\omega)^2} \right) \quad (3.30)$$

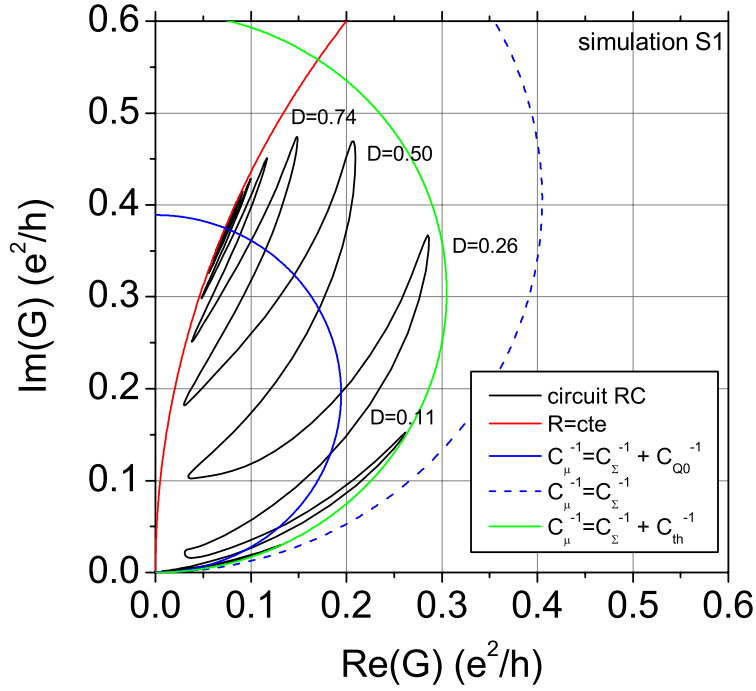
Le diagramme obtenu en faisant varier C à R constant est un cercle de centre $(1/2R, 0)$ et de rayon $1/2R$. Celui obtenu en variant R à C constant est un cercle de centre $(0, C\omega/2)$ et de rayon $C\omega/2$.

La figure 3.15 présente le diagramme de Nyquist du circuit RC simulé au paragraphe précédent (paramètres S1). On remarque que les oscillations d'admittance sont visibles dans le régime de brouillage thermique. On observe alors des lobes caractéristiques des oscillations de C_Q et R_Q (on voit sur la figure que ces oscillations sont à peu près symétriques par rapport au cercle (bleu) de capacité constante égale à la capacité quantique moyenne $C_{Q0} = e^2/\Delta$.) A forte transmission, la résistance R_Q devient constante et les oscillations de la capacité quantique se situent alors sur le cercle $R = cte = h/2e^2$ (rouge). Dans le régime de brouillage thermique les lobes n'atteignent pas l'arc de cercle (bleu pointillé) relatif à la capacité électrostatique C_Σ . En effet d'après (3.19) la capacité quantique à résonance vaut alors $C_{th} = e^2/4k_B T$. Les lobes atteignent donc le cercle (vert) de capacité constante égale à $(1/C_\Sigma + 1/C_{th})^{-1}$. La figure 3.15 présente également le diagramme de Nyquist obtenu pour un autre jeu de paramètres (S2, voir le tableau 3.1). Les résultats obtenus sont tout à faits analogues.

Pour des températures comparables à l'écart entre niveaux Δ les effets du brouillage thermique se manifestent jusqu'aux transmission très voisines de $D = 1$. L'allure du diagramme de Nyquist est alors très différente (Fig. 3.16). Comme attendu, dans le régime de brouillage thermique, les oscillations sont nettement moins marquées et le diagramme de Nyquist est pratiquement confondu avec le cercle caractéristique d'une capacité constante $C_\mu = (1/C_\Sigma + 1/C_{Q0})^{-1}$. Dans le paragraphe suivant, nous montrons que, dans notre modèle, la dépendance en température des oscillations à forte transmission est alors pilotée par l'énergie caractéristique Δ .

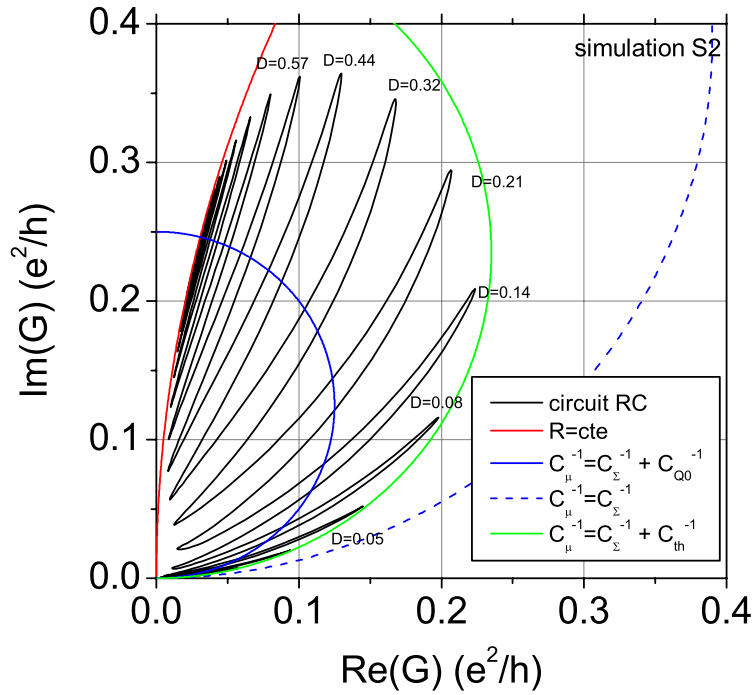
3.2.3.4 Etude en température du contraste $\mathcal{C}$ des oscillations à forte transmission

La partie imaginaire de l'impédance du circuit RC mésoscopique à température finie est donnée par l'équation (3.16) :



$T=30\text{mK}$
 $\omega=45\text{mK}$
 $C_\Sigma=5\text{ fF}$
 $\Delta=400\text{mK}$
 $\alpha=3000$
 $\Delta V_0=2\text{mV}$

$C_{Q0}=4.6\text{ fF}$
 $C_\mu=2.4\text{ fF}$



$T=60\text{mK}$
 $\omega=45\text{mK}$
 $C_\Sigma=5\text{ fF}$
 $\Delta=800\text{mK}$
 $\alpha=2000$
 $\Delta V_0=5.8\text{mV}$

$C_{Q0}=2.3\text{ fF}$
 $C_\mu=1.6\text{ fF}$

FIG. 3.15 – Diagramme de Nyquist du circuit RC mésoscopique donné pour deux jeux de paramètres de simulation différents $S1$ et $S2$. L'arc de cercle rouge est le cercle de résistance constante $h/2e^2$. Les arcs de cercle bleu, vert et bleu pointillé sont les cercles de capacité constante respectivement égales à $(1/C_\Sigma + 1/C_{Q0})^{-1}$, $(1/C_\Sigma + 1/C_{th})^{-1}$ et $1/C_\Sigma$. La transmission D du CPQ est noté pour chaque lobe dans le régime de brouillage thermique.

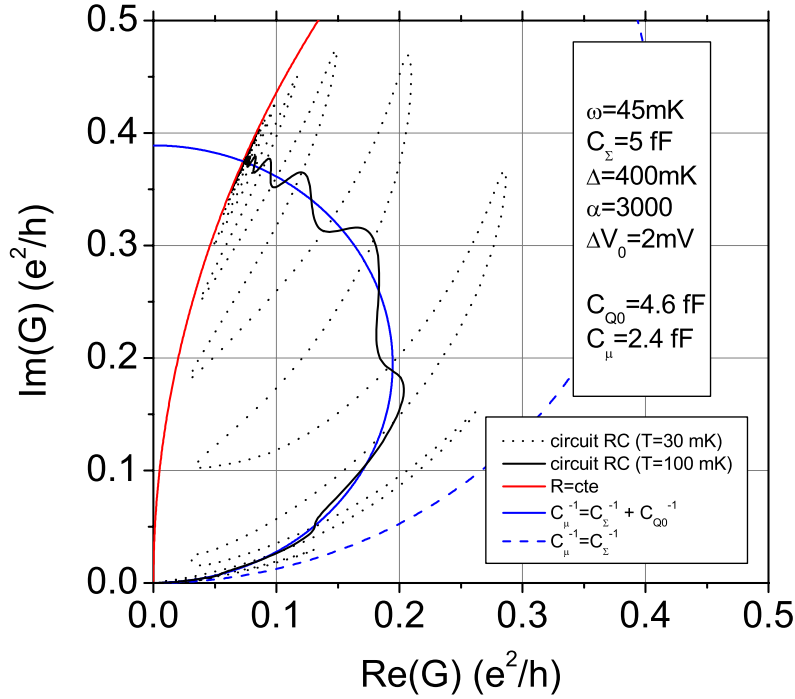


FIG. 3.16 – Comparaison des diagrammes de Nyquist simulés pour le jeu de paramètres S1a $T = 30$ mK (pointillé) et $T = 100$ mK (trait plein).

$$\begin{aligned}
 \text{Im}(Z) &= \frac{1}{C_{\Sigma}\omega} + \frac{1}{C_Q\omega} \\
 &= + \frac{1}{C_{\Sigma}\omega} + \frac{1}{\frac{e^2}{\Delta}\omega \int d\epsilon \left(-\frac{df}{d\epsilon} \right) \frac{1-r^2}{1+2r \sin\left(2\pi\left(\frac{\epsilon}{\Delta} + \alpha V_{CPQ}\right)\right) + r^2}}
 \end{aligned} \tag{3.31}$$

Dans la limite des fortes transmissions ($r \sim 0$), la formule précédente se calcule de manière analytique au premier ordre en r :

$$\text{Im}(Z) = \frac{1}{C_{\Sigma}\omega} + \frac{1}{C_{Q_0}\omega} \left(1 - 2r \frac{\frac{2\pi^2 k_B T}{\Delta}}{\text{sh}\left(\frac{2\pi^2 k_B T}{\Delta}\right)} \cos(\alpha V_{CPQ}) \right) \tag{3.32}$$

On peut alors définir un contraste $\mathcal{C}$ pour les oscillations de $\text{Im}(Z)$ (Fig. 3.42) :

$$\mathcal{C} \equiv \frac{\text{Im}(Z)_{\max} - \text{Im}(Z)_{\min}}{\text{Im}(Z)_{\max} + \text{Im}(Z)_{\min}} = 2r \frac{C_{\mu}}{C_{Q_0}} \frac{2\pi^2 k_B T / \Delta}{\text{sh}(2\pi^2 k_B T / \Delta)} \tag{3.33}$$

A transmission donnée, la décroissance des oscillations est d'autant plus rapide avec la température que l'espacement entre niveaux Δ est faible. La figure 3.17 présente la comparaison entre le contraste déduit des simulations et la formule ci-dessus pour plusieurs valeurs de la transmission. On constate que l'accord

est très bon dans toute la gamme de température pour des transmissions $D > 0.9$ (courbe rouge) : ¹⁷

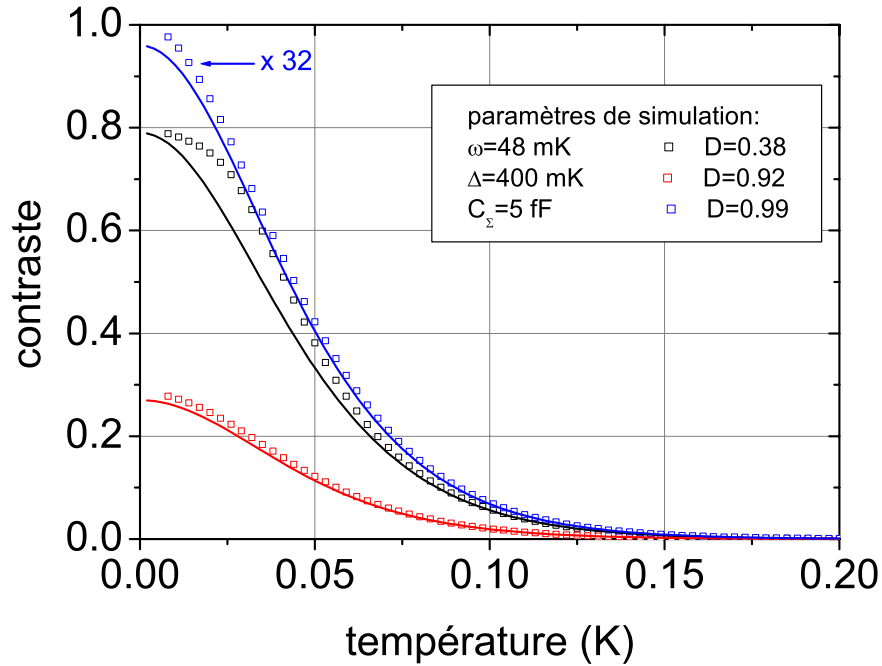


FIG. 3.17 – Contraste obtenu par simulation numérique en utilisant le modèle 1D présenté précédemment pour différentes transmissions. Les points correspondent au résultat de la simulation et les courbes en trait plein au développement pour D voisin de 1. Les résultats pour $D = 0.99$ ont été multipliés par 32 pour des raisons de lisibilité.

La théorie de la diffusion présentée ci-dessus ne tient pas compte des effets de charges de la capacité mésoscopique. Pourtant, l'énergie de Coulomb qui leur est associée est de l'ordre du Kelvin ($E_c = \frac{e^2}{2C_\Sigma} = 0.93 \text{ K}$ pour une capacité de 1 fF) et donc a priori comparable voir supérieure à l'écart entre niveaux Δ dans la capacité mésoscopique. Dans le paragraphe suivant, nous montrons comment on peut incorporer les effets de charge dans la théorie présentée ci-dessus dans le régime des faibles transmissions et à très basse température. Nous montrerons en particulier que les résultats obtenus précédemment ne sont pas qualitativement modifiés.

3.2.4 Description phénoménologique du blocage de Coulomb à faible transmission

La théorie du transport électronique cohérent que nous avons présentée est une théorie à une particule qui ne tient pas compte des interactions. Une manière "ad hoc" pour y incorporer les effets de charge dans la boîte quantique est d'introduire l'énergie de Coulomb E_c dans la matrice $s(\epsilon)$ par le biais du spectre d'addition ¹⁸. Cette méthode est utilisée pour décrire le « cotunneling élastique », responsable du

¹⁷Dans la simulation, on a traité exactement les effets de fréquence finie (sans faire l'approximation $\omega \rightarrow 0$ faite dans les calculs analytiques de ce paragraphe). Ce sont ces effets qui expliquent l'épaule observée sur la courbe $D = 0.38$ de la figure 3.17 aux alentours de 40 mK

¹⁸Le spectre d'addition représente le spectre des énergies nécessaires pour ajouter ou retirer un électron à la boîte. Il diffère du spectre des excitations internes qui est indépendant de la charge de la boîte si celle-ci contient

courant hors résonance dans le régime linéaire de conductance des boîtes quantiques en régime de blocage de Coulomb. Il s'agit d'un développement perturbatif qui n'est valable qu'à faible transmission.

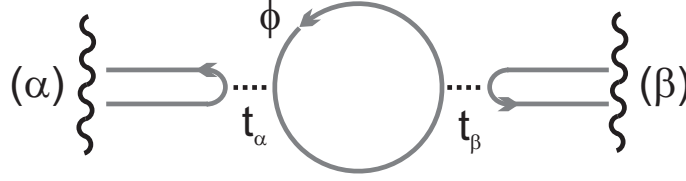


FIG. 3.18 – Modèle 1D de boîte quantique connectée à 2 réservoirs

Pour adapter cette méthode au cas qui nous intéresse, on décrit l'armature quantique du circuit RC mésoscopique par un modèle 1D de boîte quantique connectée à 2 réservoirs (α et β) par 2 CPQ de transmissions respectives t_α et t_β et on fait tendre la transmission t_β vers 0 (voir figure 3.18). Le coefficient de diffusion s d'un électron à travers l'armature quantique du circuit RC mésoscopique est alors égal au coefficient $s_{\alpha\alpha}$ de la boîte quantique dans la limite où $t_\beta \rightarrow 0$. En utilisant l'unitarité de la matrice de diffusion de la boîte quantique, on montre facilement que $s_{\alpha\alpha}s_{\beta\alpha}^* + s_{\beta\beta}^*s_{\alpha\beta} = 0$. Dans la limite $t_\beta \rightarrow 0$, $s_{\beta\beta} \rightarrow 1$ de sorte que :

$$s = \lim_{t_\beta \rightarrow 0} - \frac{s_{\beta\beta}^* s_{\alpha\beta}}{s_{\beta\alpha}^*} = \lim_{t_\beta \rightarrow 0} \frac{s_{\alpha\beta}}{s_{\beta\alpha}^*} \quad (3.34)$$

On exprime donc la matrice de diffusion du circuit RC mésoscopique en fonction des coefficients de transmission à travers une boîte quantique. La description des effets de charge dans le cas du circuit RC mésoscopique se ramène donc à celle utilisée pour le transport à travers les boîtes quantiques.

La technique utilisée pour inclure les effets de charge par l'intermédiaire de la matrice de diffusion consiste à d'abord faire apparaître les pôles de $s_{\alpha\beta}$. On montre facilement que si l'on ne tient pas compte des effets de charge, l'élément de matrice $s_{\beta\alpha}$ de diffusion à travers une boîte quantique est donné par [78] :

$$s_{\beta\alpha} = \frac{t_\alpha t_\beta e^{i\phi/2}}{1 - r_\alpha r_\beta e^{i\phi}} = i \frac{\Delta}{\pi} t_\alpha t_\beta e^{-\eta/2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n + i\eta/2\pi\Delta} \quad (3.35)$$

r_α et r_β sont les coefficients de réflexion des CPQ que l'on a écrit sous la forme $r_\alpha = e^{-\eta_\alpha}$ et $r_\beta = e^{-\eta_\beta}$ et on a posé $\eta = \eta_\alpha + \eta_\beta$. ϕ est la phase accumulée lors d'un tour dans la boîte à l'énergie ϵ . On a écrit $\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\epsilon}{\Delta}$ où Δ est l'écart entre niveaux d'énergie dans la boîte.

Dans le cas hors résonance ($\epsilon \neq \epsilon_n$), l'expression de $s_{\beta\alpha}$ est exactement celle que l'on obtient en traitant le hamiltonien de couplage tunnel entre la boîte et les réservoirs au second ordre en perturbation. Le courant à travers la boîte quantique s'interprète alors en terme de cotunneling élastique [79] (voir figure 3.19). La situation résonnante est parfaitement décrite par la formule du cotunneling élastique à la condition d'introduire l'élargissement des niveaux dans la boîte par l'intermédiaire du terme d'énergie complexe $i\eta\Delta/2\pi$.

Dans le cas où l'on tient compte des effets de charge et dans le régime linéaire de conductance, le courant hors résonance est encore dû au cotunneling élastique mais celui-ci doit-être calculé en tenant compte du spectre d'addition de la boîte quantique (voir figure 3.20). A température nulle, cela revient à décaler de $E_c = e^2/2C$, où C est la capacité de la boîte quantique, les états situés au dessus du niveau de Fermi

beaucoup d'électrons (typiquement pour $N \geq 100$)

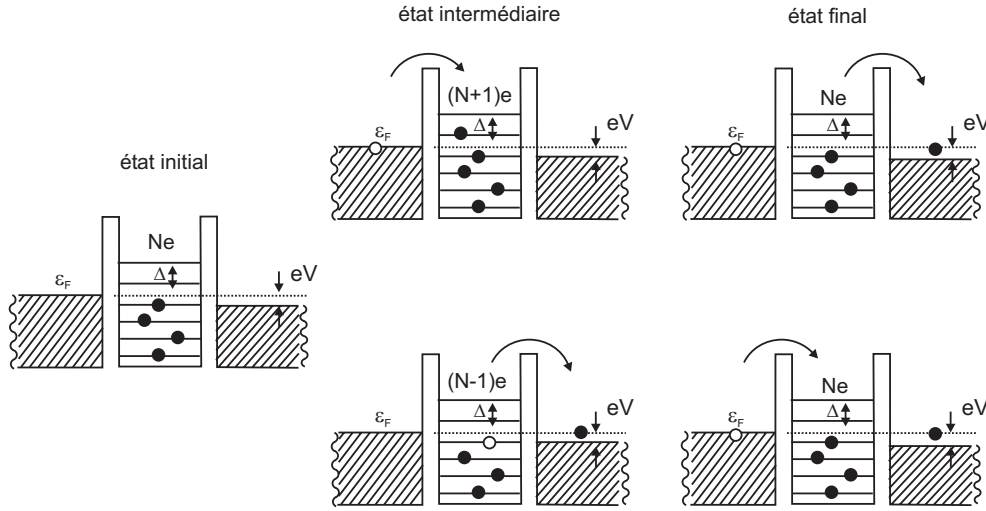


FIG. 3.19 – Calcul du courant hors résonance à travers une boîte quantique. Le calcul au second ordre en perturbation, fait intervenir la somme des amplitudes de probabilité pour des états intermédiaires où la boîte possède un électron ou un trou supplémentaire. On parle de cotunneling élastique. Ce processus décrit exactement le courant tunnel hors résonance à travers une boîte faiblement couplée en régime linéaire.

($n > 0$ par convention) et de $-E_c$ les états situés au dessous du niveau de Fermi ($n \leq 0$). Par analogie avec le cas précédent, on utilise l'expression suivante de $s_{\beta\alpha}$ pour décrire le courant à travers la boîte quantique, y compris à résonance :

$$s_{\beta\alpha} = i \frac{\Delta}{\pi} t_{\alpha} t_{\beta} e^{-\eta/2} \left(\sum_{n=-\infty}^0 \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n + E_c + i\eta\Delta/2\pi} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n - E_c + i\eta\Delta/2\pi} \right) \quad (3.36)$$

Cette démarche peut-être étendue facilement aux températures pour lesquelles $k_B T < \Delta$. La boîte peut en effet alors toujours être considérée dans son état fondamental. Il suffit alors de prendre en plus en compte l'élargissement thermique de la distribution électronique dans les réservoirs pour calculer la conductance. L'équation 3.34 permet d'étendre cette méthode au cas du circuit RC mésoscopique. En décalant les pôles de $s_{\alpha\beta}$ et $s_{\beta\alpha}$, on obtient l'expression suivante :

$$s = \frac{\sum_{n=-\infty}^0 \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n + E_c + i\eta\Delta/2\pi} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n - E_c + i\eta\Delta/2\pi}}{\sum_{n=-\infty}^0 \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n + E_c - i\eta\Delta/2\pi} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{\epsilon - \epsilon_n - E_c - i\eta\Delta/2\pi}} \quad (3.37)$$

On montre alors aisément que la densité d'états s'écrit comme une somme de Lorentziennes dont les énergies sont décalées de E_c pour les états au dessus du niveau de Fermi ($n > 0$) et de $-E_c$ pour les états au dessous du niveau de Fermi ($n \leq 0$) :

$$\mathcal{N}(\epsilon) = \frac{\eta}{\pi\Delta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\frac{\eta^2}{2\pi} + \left(\frac{\epsilon - \epsilon_{-n} + E_c}{\Delta} \right)^2} + \frac{\eta}{\pi\Delta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\frac{\eta^2}{2\pi} + \left(\frac{\epsilon - \epsilon_n - E_c}{\Delta} \right)^2} \quad (3.38)$$

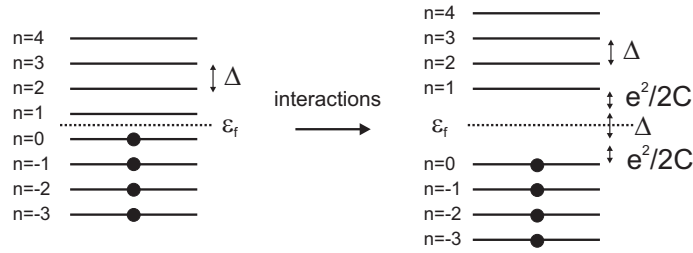


FIG. 3.20 – (a) Spectre en énergie de la boîte quantique sans interactions, tous les niveaux sont supposés équidistants. (b) Spectre d'addition de la boîte quantique après avoir pris en compte l'interaction électrostatique. Il y a ouverture d'un « gap » autour du niveau de Fermi égal à l'énergie de Coulomb $E_c = e^2/C$.

Dans le régime des faibles transmissions, la prise en compte des effets de charge fait donc apparaître au voisinage du niveau de Fermi des pics de densité d'états, dont la forme (hauteur et aire intégrée) est très proche de celle des pics de densité d'états de la boîte en l'absence d'effets de charge mais dont l'écart en énergie est donné par $E_c + \Delta$ (le minimum de densité d'états au voisinage du niveau de Fermi est diminué d'un facteur proportionnel à $\left(\frac{\Delta}{\Delta + E_c}\right)^2$). Il est clair que la prise en compte d'une telle densité d'états dans les simulations présentées précédemment ne va pas modifier qualitativement les courbes d'admittance obtenues. On s'attend simplement à ce que la périodicité des oscillations soit gouvernée par l'énergie $E_c + \Delta$. Dans le régime où cette méthode est valide ($k_B T \ll \Delta$ qui est le régime qui nous intéresse), le brouillage thermique ne fait intervenir qu'un seul pic de densité d'états et on n'attend aucune autre modification des résultats obtenus ¹⁹.

L'approche ci-dessus n'est pas applicable au cas des fortes transmissions. Plusieurs études expérimentales (voir par exemple [80,81]) ont mis en évidence des effets de charge dans le transport DC à travers des boîtes quantiques fortement couplées. Les périodicités observées en fonction des tensions grille appliquées sont les mêmes que dans le régime pincé. Aleiner et Glatzmann [82] ont développé une théorie du blocage de Coulomb dans ce régime. Cette théorie montre que le blocage de Coulomb n'est pas complètement détruit même à parfaite transmission. Elle confirme que la périodicité en tension grille reste donnée par l'ajout d'un électron sur l'îlot et prévoit une énergie de Coulomb renormalisée par le coefficient de réflexion des CPQ. Cette renormalisation a également été traitée dans un cas plus général par Y. Nazarov. Il prédit une énergie renormalisée par un facteur $\exp(-\alpha G/G_0)$, où G est la conductance du système et $G_0 = e^2/h$ est le quantum de conductance. Pour le cas qui nous intéresse, de la relaxation de charge d'une capacité quantique fortement couplée à un réservoir, il n'existe actuellement aucune théorie.

3.3 Résultats expérimentaux

Nous présenterons ici les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. A l'aide du dispositif expérimental décrit au chapitre 2, nous avons effectué des mesures d'admittance dans la gamme 1 – 2GHz et 30 – 350mK. Ces mesures démontrent sans ambiguïté la cohérence du transport électronique dans un circuit RC mésoscopique à basse température. Elles permettent de confirmer pour la première fois en détails les prédictions théoriques de M. Büttiker qui prévoient une résistance de relaxation de charge

¹⁹Une théorie plus sophistiquée, utilisant le formalisme des fonctions de Green, est en cours d'élaboration par Simon Nigg et Markus Büttiker.

indépendante de la transmission du CPQ et égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$. Elles mettent également en évidence le rôle primordial de la capacité quantique dans le régime dynamique du transport électronique cohérent.

Nous décrirons dans un premier temps les échantillons sur lesquels ces mesures ont été réalisées. Après avoir dégagé les ordres de grandeurs importants et donné quelques précisions sur le dispositif expérimental, nous aborderons la description et l'interprétation des résultats expérimentaux.

3.3.1 Dispositif expérimental

3.3.1.1 Echantillons

Les échantillons sur lesquels nous avons obtenu les résultats présentés ici ont été réalisés par Yong Jin sur des couches fabriquées par le groupe d'épithaxie au Laboratoire de Photonique et Nanostructure à Marcoussis. Le gaz bidimensionnel d'électrons est réalisé à l'interface d'une hétérojonction $AlGaAs/GaAs$ obtenue par épithaxie par jets moléculaires. L'armature quantique de la capacité mésoscopique et l'électrode qui la relie au contact sont définies par gravure chimique²⁰. La partie non gravée est appelée « mesa ». Le contact ohmique est obtenu par diffusion d'un alliage eutectique GeAuNi. Les grilles assurant le contrôle du CPQ et celle définissant l'armature classique de la capacité sont déposées à la surface de l'échantillon (couche d'accrochage en titane suivie d'une couche d'or). La distance entre les grilles et le gaz d'électrons est de 100 nm.

Les caractéristiques du gaz d'électrons ont été obtenues à l'aide de mesure sur la croix de Hall adjacente à la capacité mésoscopique (Fig. 3.24). Ces mesures sont présentées dans l'annexe B. On trouve une densité électronique $n = 1.35 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ et une mobilité $\mu = 1.3 \times 10^6 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ mesurées à 20 mK.

	$a(\mu\text{m})$	$b(\mu\text{m})$	$c(\mu\text{m})$	$S(\mu\text{m}^2)$	$C_{\text{capa}}(\text{fF})$	$\Delta(\text{mK})$
E1	1.5	1	0.3	0.63	0.7	650
E2	1	2	0.3	0.68	0.8	500
E3	1	1	0.3	0.28	0.3	850

TAB. 3.2 – Caractéristiques nominales de la géométrie des échantillons et estimation de la capacité $C_{\text{capa}} \simeq \epsilon_0 \epsilon_r a b/d$. La surface S représente la surface effective de la capacité mésoscopique (en raison de la gravure, les dimensions définies par lithographie sont réduites de $0.3 \mu\text{m}$). La densité d'états Δ donnée à titre d'information est basé sur un modèle 1D pour une vitesse de dérive des électrons $v_d = 5 \times 10^4 \text{ m.s}^{-1}$.

3.3.1.2 Ordres de grandeur des capacités électrostatique C_Σ et quantique C_Q

Au paragraphe précédent, nous avons supposé la capacité mésoscopique en influence électrostatique totale avec la grille portant l'excitation. En réalité, celle-ci est couplée à tous les conducteurs environnants : en particulier les grilles du CPQ, le plan de masse... Tous ces conducteurs peuvent être considérés comme étant connectés à la masse de notre montage. Ils y sont en effet reliés par des filtres capacitifs passe bas ou par des résistances 50Ω dont les impédances sont négligeables vis à vis des capacités du circuit RC mésoscopique. On note C_Σ la capacité totale de l'armature quantique de la capacité mésoscopique. Le circuit équivalent au circuit RC mésoscopique est alors représenté figure 3.22 (on rappelle que C_{capa}

²⁰H3PO4 :H2O2 :H2O (3 :1 :40) avec une vitesse de gravure 50nm/min. La profondeur de la gravure est de 800 Å pour le motif général et de 400 Å pour le motif précis de l'armature quantique de la capacité.

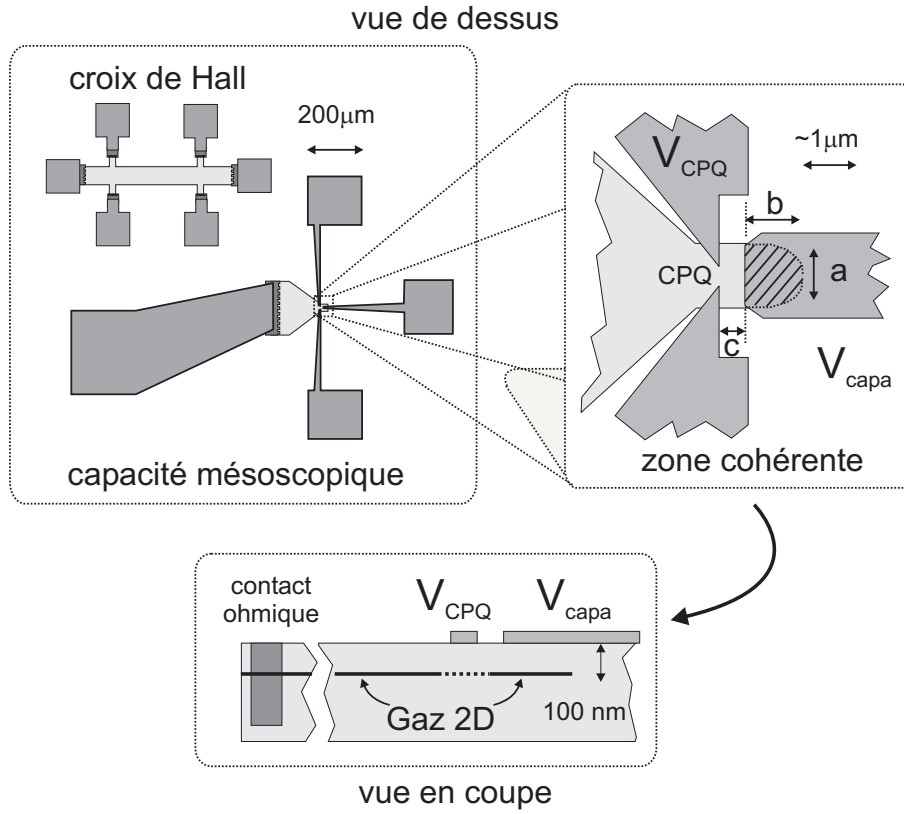


FIG. 3.21 – Description de l'échantillon « circuit RC ». L'encadré correspond à l'agrandissement de la zone cohérente. La croix de Hall adjacente permet de caractériser le gaz d'électrons.

désigne la capacité entre l'armature quantique et l'armature classique de la capacité mésoscopique). En reprenant le raisonnement du paragraphe 3.1.1, on montre facilement que :

$$G(\omega) = \frac{C_{capa}}{C_{\Sigma}} \times \frac{-i\omega C_{\Sigma} g(\omega)}{i\omega C_{\Sigma} + g(\omega)} \quad (3.39)$$

C'est, à un facteur C_{capa}/C_{Σ} près, l'admittance d'une capacité mésoscopique de capacité géométrique C_{Σ} .

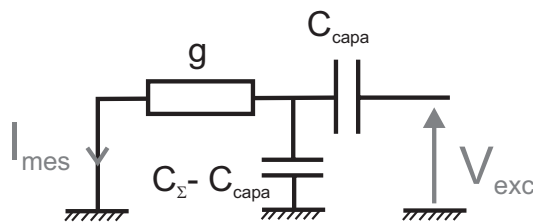


FIG. 3.22 – (a) Couplage de l'armature quantique de la capacité mésoscopique avec les conducteurs environnants. On mesure le courant I_{mes} sur la charge de 50Ω connectée au réservoir lorsque l'excitation V_{exc} est portée sur l'armature classique.

Capacité électrostatique totale : elle fait intervenir le couplage entre la capacité mésoscopique et son environnement (Fig. 3.23). Nous pouvons estimer la valeur de C_Σ :

$$C_\Sigma \sim C_0 + C_{\text{capa}} + C_{\text{CPQ}} \quad (3.40)$$

où C_0 est ici la capacité du gaz d'électron vis à vis du demi-espace infini côté substrat et C_{CPQ} la capacité de couplage de la capacité mésoscopique avec les grilles du CPQ (Fig. 3.23). Les caractéristiques des échantillons utilisés sont données dans le tableau (3.2). On considère ici une surface de grille $S = 1 \times 1 \mu\text{m}^2$ en regard avec la capacité mésoscopique. La capacité électrostatique est alors évaluée à $C_{\text{capa}} \simeq 1.5 \text{ fF}$. Nous pouvons également évaluer la capacité de couplage de la capacité mésoscopique avec le demi espace en l'assimilant à un disque uniformément chargé $C_0 \sim 1/2 (2\pi\epsilon_r\epsilon_0 a) \sim 0.4 \text{ fF}$. Le gaz d'électrons étant déplété par les grilles du CPQ, le couplage de ces grilles à l'armature quantique de la capacité est grossièrement donné par celui d'une ligne bifilaire : $C_{\text{CPQ}} \sim (1 + \epsilon_r) / 2\epsilon_0 a \ln(\text{cte}) \sim 0.2 \text{ fF}$. Au total, on trouve que C_Σ est de l'ordre de quelques fF.

Capacité quantique : elle fait intervenir la densité d'états de la capacité mésoscopique. Nous pouvons l'estimer dans le cas d'un canal de bord de l'effet Hall quantique entier. La vitesse de dérive de l'électron est alors donnée par $v = E/B$ où E est le champ électrique de confinement du gaz [35]. Pour les facteurs de remplissage utilisés, on peut évaluer la vitesse de dérive à $v_d = (2 - 10) \times 10^4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ [83], on calcule $\Delta = 2\pi \left(\frac{\partial \phi}{\partial \epsilon} \right)^{-1} = 2\pi \frac{\hbar v_d}{L}$ où $L \sim 2(a + b + c)$ est la longueur parcourue par l'électron dans la capacité mésoscopique. On trouve alors $\Delta = 0.2 \sim 1 \text{ K}$. La capacité quantique est donc comprise entre :

$$1.8 \text{ fF} \leq C_Q \leq 7.4 \text{ fF} \quad (3.41)$$

Son évaluation à champ magnétique nul est plus délicate en raison du caractère chaotique de la boîte définie par l'armature quantique de la capacité. On s'attend a priori à un écart entre niveaux plus faible caractéristique d'un système bidimensionnel. On verra plus tard que nos résultats expérimentaux suggèrent que l'on sonde seulement une partie de ces états et que la valeur de Δ est peu modifiée par le champ magnétique.

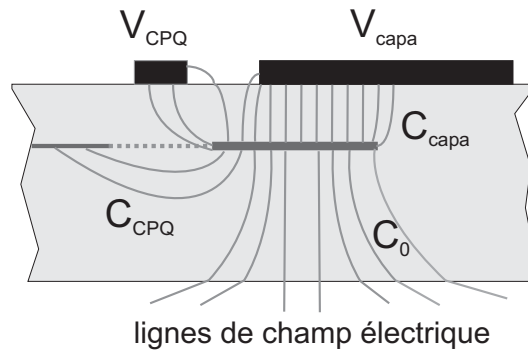


FIG. 3.23 – Description du couplage de la capacité mésoscopique avec les conducteurs environnants.

3.3.1.3 Dispositif de mesure d'admittance

Le dispositif expérimental a été décrit en détail au chapitre 2. Nous ne présentons ici que les particularités liées à l'étude du circuit RC mésoscopique.

La figure 3.24 présente le principe de la mesure d'admittance effectuée sur les capacités mésoscopiques. Le contrôle des tensions continues de grilles du CPQ (V_{CPQ}) et de la capacité (V_{capa}) est assuré par des lignes d'amenée basse fréquence. D'autres lignes permettent également la mesure quatre points des résistances de Hall et de Shubnikov d'une croix de Hall placée à proximité (Fig. 3.21) pour caractériser le gaz d'électrons. La thermalisation des électrons est assurée par le T de polarisation (a) dont la sortie DC est connectée à un fil de cuivre enroulé sur la chambre de mélange. Le second T de polarisation (b) permet d'appliquer simultanément sur la grille de la capacité l'excitation RF et la tension continue V_{capa} .

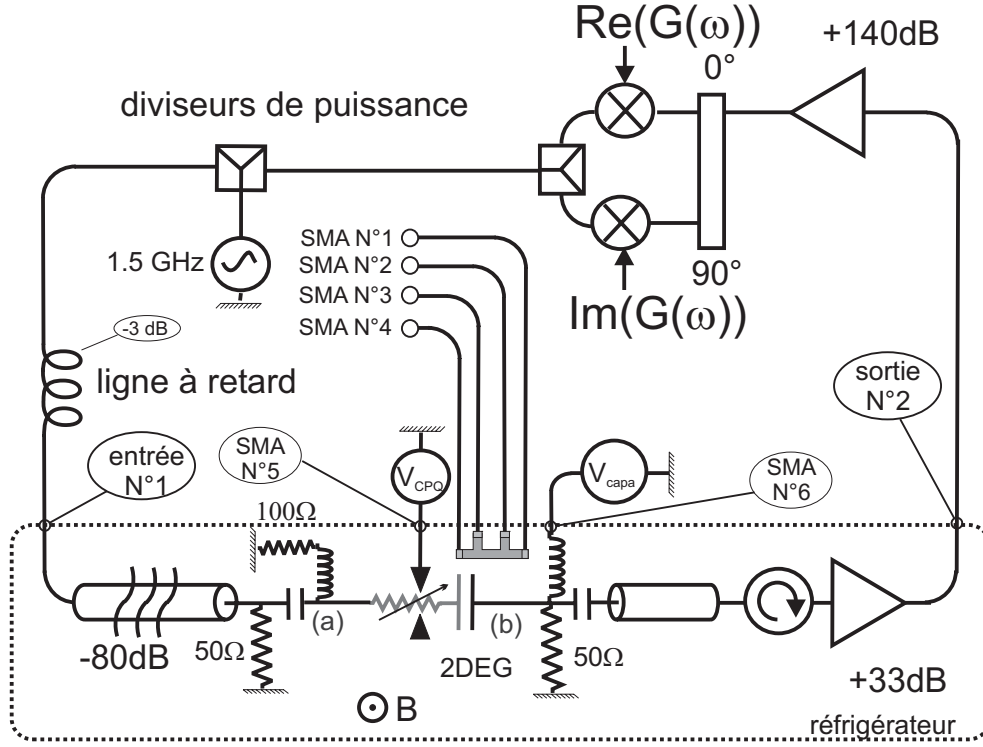


FIG. 3.24 – Schéma du système de mesure. Il comprend : la ligne d'excitation atténuée de 80 dB, la ligne d'amplification radiofréquence (+140 dB) et la double détection homodyne séparant les quadratures du signal ($Re(G(\omega))$ et $Im(G(\omega))$). La transmission du CPQ est contrôlée par la tension de grille V_{CPQ} . Le potentiel de grille jouant le rôle de seconde armature de la capacité est contrôlé par la tension de grille V_{capa} . Des lignes de mesures DC (SMA 1-4) permettent également de faire des mesures d'effet Hall pour caractériser l'échantillon. Le champ B , perpendiculaire au gaz d'électrons varie de 0 à 1.3 T. La température du réfrigérateur varie de 35 mK à 350 mK.

La puissance et la fréquence du générateur radiofréquence sont ajustables. La majeure partie des mesures exposées dans ce chapitre a été effectuée à deux fréquences ($f = 1.085$ GHz et $f = 1.3$ GHz)²¹ et à puissance fixe $P_{gén.} = 21$ dBm. Si on tient compte de l'atténuation de la ligne de descente (−80 dB), des diviseurs de puissance de la détection homodyne (−6 dB) et des pertes dans les câbles coaxiaux (−3 dB), la tension d'excitation aux bornes de l'échantillon est d'environ $V_{exc.} \sim 30 \mu V$. Pour s'assurer de la linéarité de la réponse du système, il importe de connaître la différence de potentiel entre le réservoir et l'armature quantique de la capacité. Grâce au schéma de la figure 3.25, on déduit, en négligeant les impédances 50Ω et en se plaçant dans le cas où $C_Q \ll C_\Sigma$:

²¹Voir le chapitre 2 pour le choix des fréquences utilisées.

$$V_{2DEG} = \frac{-iR_Q C_{capa}\omega}{1 - iR_Q C_{\Sigma}\omega} V_{exc.} \quad (3.42)$$

Sauf dans le cas des très faibles transmissions, les paramètres expérimentaux sont tels que V_{2DEG} est diminuée d'environ un facteur 10 par rapport à $V_{exc.}$. Ainsi, le rapport $eV_{2DEG}/\hbar\omega$ est inférieur à l'unité ce qui nous place dans le régime linéaire de conduction dynamique. La linéarité sera vérifiée de manière expérimentale au paragraphe 3.3.2.6.

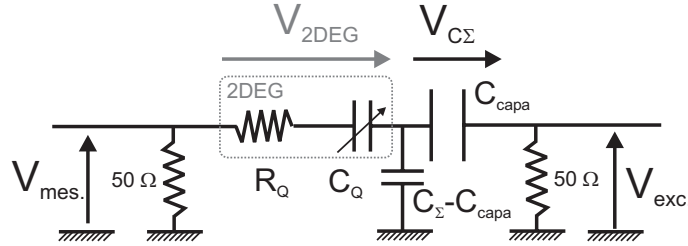


FIG. 3.25 – Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique monomode.

3.3.1.4 Procédure expérimentale de traitement des données

Dans ce paragraphe nous nous intéressons à la procédure employée pour extraire le signal correspondant au circuit RC mésoscopique du signal total que nous mesurons. En effet, comme nous l'avons déjà mentionné, en l'absence d'échantillon, nous mesurons un signal dû en particulier au couplage capacitif des lignes d'excitation et de détection. Par ailleurs, le signal mesuré est très dépendant de la température. Il est donc important de disposer d'une procédure fiable pour accéder au module et à la phase du signal qui nous intéresse.

La figure 3.26 rassemble les diagrammes de Nyquist ($Re(G)$, $Im(G)$) mesurés sur l'échantillon $E1$ à différentes températures comprises entre 35 mK et 270 mK. Pour chaque température, le diagramme de Nyquist est obtenu en variant la tension V_{CPQ} appliquée à la grille du CPQ. L'insert de la figure 3.26 permet d'observer le détail du diagramme obtenu à $T = 36.8$ mK. On reconnaît la forme typique des diagrammes simulés précédemment. Les détails des diagrammes de Nyquist expérimentaux seront étudiés dans le paragraphe 3.3.3.1. On cherche juste ici à extraire correctement le module et la phase de l'admittance du circuit RC mésoscopique. Les admittances A et B (voir insert de la figure 3.26) correspondent respectivement aux cas du CPQ totalement fermé et totalement ouvert. Le signal à mesurer est donc caractérisé par la différence $B - A$ alors que le signal parasite correspond à l'admittance A . On constate que le signal du circuit RC mésoscopique est de l'ordre de quelques pour cent du signal total. Par ailleurs, les variations du signal total lorsqu'on passe de 30 à 300 mK sont de l'ordre de 30%. Les figures 3.27(a) et (b) présentent respectivement la dépendance en température des points A et B et de l'amplitude du signal du circuit RC mésoscopique $|\Delta G| = |B - A|$ tandis que la figure 3.27(c) présente le rapport $|\Delta G|/A$ en fonction de la température. Ce rapport reste remarquablement constant pour des températures comprises entre 30 et 300 mK. Ces résultats expérimentaux suggèrent fortement qu'il existe un signal parallèle se rajoutant au signal qu'on cherche à mesurer et que le gain de notre montage dépend de la température²². Il est clair qu'ils démontrent également la nécessité d'une très bonne stabilisation en température de

²²Cette dépendance en température pourrait en partie s'expliquer par une conduction parallèle du substrat. Il est en effet connu [84] que la conduction à haute fréquence des parties du gaz 2D qui ont été gravées pour définir le méso n'est pas forcément nulle

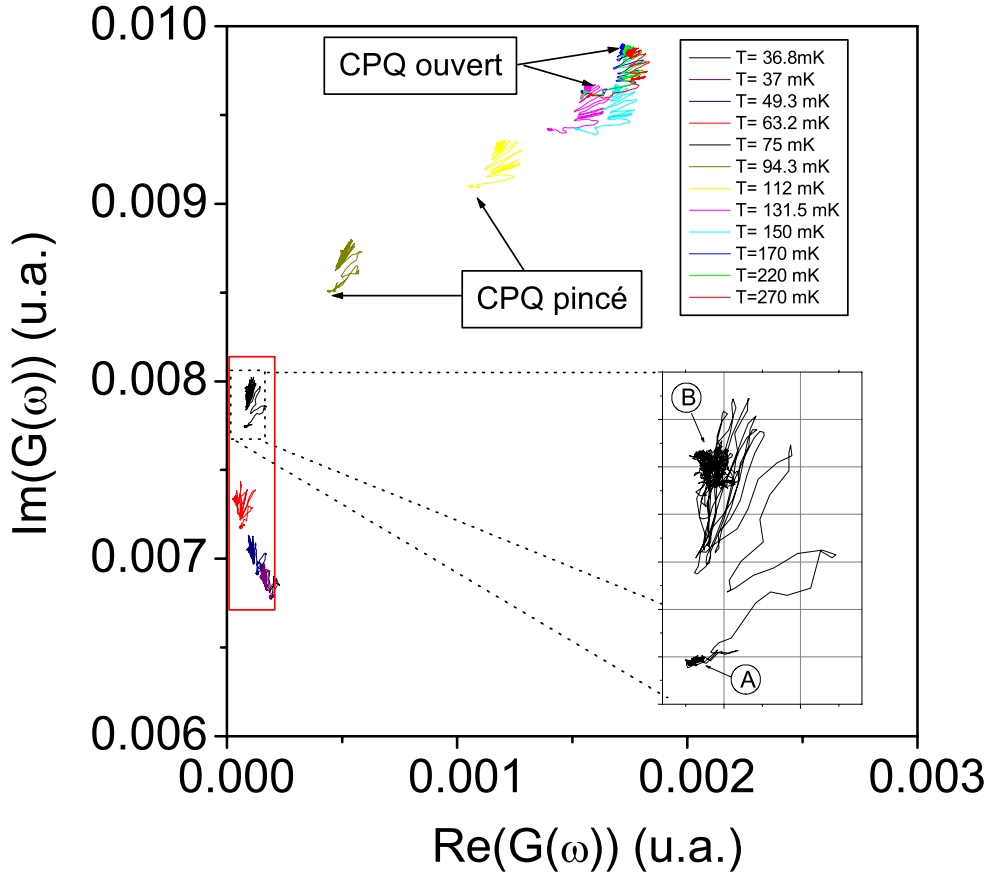


FIG. 3.26 – Diagrammes de Nyquist de l'échantillon $E1$ à différentes températures pour une fréquence d'excitation $f = 1.305$ GHz sous un champ magnétique $B = 1.3$ T. Insert : diagramme de Nyquist typique à très basse température ($T = 30$ mK). Point A : CPQ pincé. Point B : CPQ complètement ouvert pour le premier canal de conduction.

notre dispositif expérimental.

Sur la figure 3.26, la phase est a priori arbitraire. Pour la fixer grossièrement, on utilise le fait que le signal résiduel lorsque le CPQ est fermé est essentiellement capacitif. On a donc appliqué une rotation de phase globale pour ramener l'ensemble des diagrammes de Nyquist obtenus à basse température au voisinage de l'axe imaginaire. Cette rotation de phase ne ramène pas les diagrammes obtenus à plus haute température au voisinage de l'axe imaginaire, ce qui traduit simplement le fait que le gain de notre montage dépend de la température non seulement en amplitude mais également en phase.

Dans la suite de ce chapitre, toutes les données expérimentales sont traitées de la manière suivante, justifiées par les observations ci-dessus :

- on applique la rotation de phase qui ramène le point A sur l'axe imaginaire,
- on retranche au signal mesuré ²³ l'admittance parallèle A quand le CPQ est pincé,

²³La procédure expérimentale exige de retrancher en plus le signal mesuré lorsque la chaîne d'excitation est

- on norme le signal par la conductance $|\Delta G|$.

Cette procédure nous permet de définir la phase de l'admittance à quelques degrés près. Nous verrons par la suite comment on peut améliorer nettement la précision de ce réglage.

3.3.2 Admittance du circuit RC quantique

Nous avons effectué une série de mesures à la température de base du réfrigérateur ($T = 30\text{ mK}$). Les trois échantillons étudiés présentent le même type de réponse en très bon accord avec les prévisions théoriques vues précédemment. Nous allons dans un premier temps exposer les mesures brutes effectuées à champ nul et sous champ sur chaque échantillon lors de l'ouverture du premier canal de conduction. Nous montrerons ensuite que les effets de la cohérence quantique se manifestent également à l'ouverture du second canal de conduction. L'analyse de la périodicité des oscillations d'admittance mettra en évidence la nécessité de prendre en compte les effets de charge de la capacité. Nous discuterons ensuite des effets du champ magnétique et de la température. Enfin, nous vérifierons expérimentalement que nos mesures sont effectuées dans le régime linéaire.

3.3.2.1 Admittances des échantillons $E1$, $E2$ et $E3$

Les mesures d'admittance $G(\omega)$ typiques répertoriées en fonction de V_{CPQ} figure 3.28 ont été obtenues en appliquant la procédure expérimentale décrite au paragraphe précédent. Il s'agit des mesures obtenues lors de l'ouverture du premier canal de conduction pour chaque échantillon à champ nul et sous champ $B = 1.3\text{ T}$ (on est alors en régime d'effet Hall quantique entier non dégénéré de spin au facteur de remplissage $\nu = 4$). On rappelle que la transmission évolue avec la tension de grille V_{CPQ} de sorte que le CPQ est totalement pincé pour des valeurs de V_{CPQ} fortement négatives.

On constate de prime abord que les traces sont qualitativement les mêmes quels que soient l'échantillon et la valeur du champ magnétique. On remarque de plus qu'elles sont en bon accord qualitatif avec les simulations du paragraphe 3.1.3. Nous observons le comportement attendu :

- La partie imaginaire de l'admittance présente un plateau et de fortes oscillations lors de l'ouverture du premier canal de conduction.
- La partie réelle est plus faible mais présente également de fortes oscillations. Elle tend à devenir constante pour les transmissions voisines de 1.
- Lorsque la transmission diminue, l'enveloppe des oscillations de la partie imaginaire croît puis décroît très rapidement. On retrouve là le comportement des simulations attribué au brouillage thermique de la capacitance. La partie réelle (mélange entre capacitance et résistance) présente le même comportement dans ce régime (Fig. 3.14).

On peut aussi remarquer des différences d'ordre quantitatif entre les échantillons et les différentes situations expérimentales :

- Les mesures effectuées sur l'échantillon $E3$ sont plus bruitées car la capacité mésoscopique étant plus petite, le signal mesuré l'est également. On remarque que l'amplitude des oscillations ramenée au premier plateau de $\text{Im}(G)$ est plus grande pour les échantillons $E2$ et $E3$ que pour l'échantillon $E1$. Dans tous les cas, les oscillations montent largement plus haut que le plateau et l'amplitude maximale des oscillations est comparable à la hauteur du plateau. Cela montre que la capacité

éteinte. En effet les mélangeurs radiofréquences utilisés pour la détection homodyne n'ont pas des voies parfaitement isolées. Ils délivrent donc un signal DC non nul même si l'amplitude de l'entrée RF est mise à zéro.

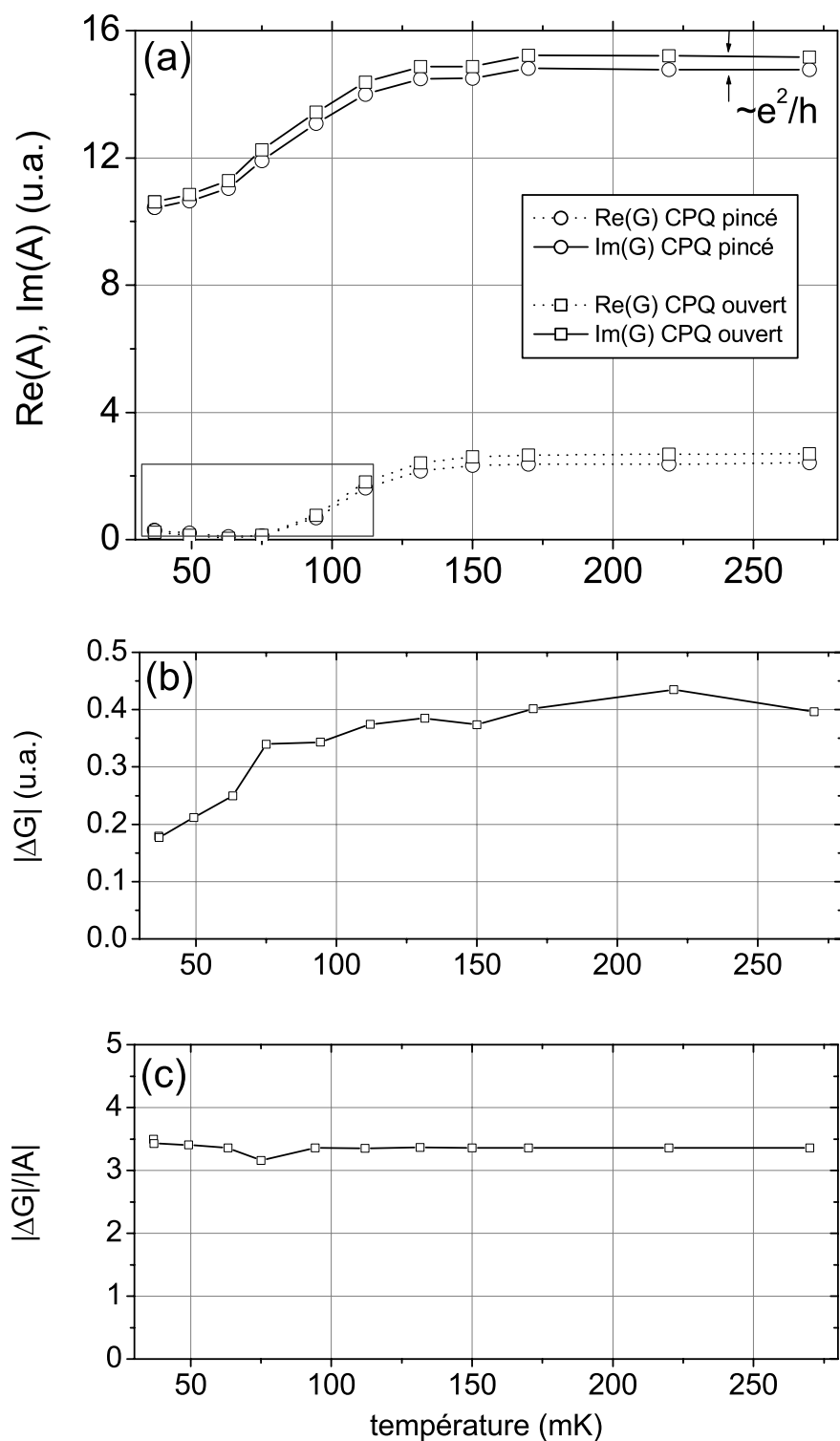


FIG. 3.27 – (a) Admittances de l'échantillon $E1$ quand le CPQ est pincé (ronds, point A sur la figure 3.26) et quand le CPQ laisse passer un canal de conduction (carrés, point B sur la figure 3.26). (b) Evolution de la hauteur du premier plateau ($|\Delta G| = |B - A|$) avec la température. (c) Evolution en température de $|\Delta G|/|A|$

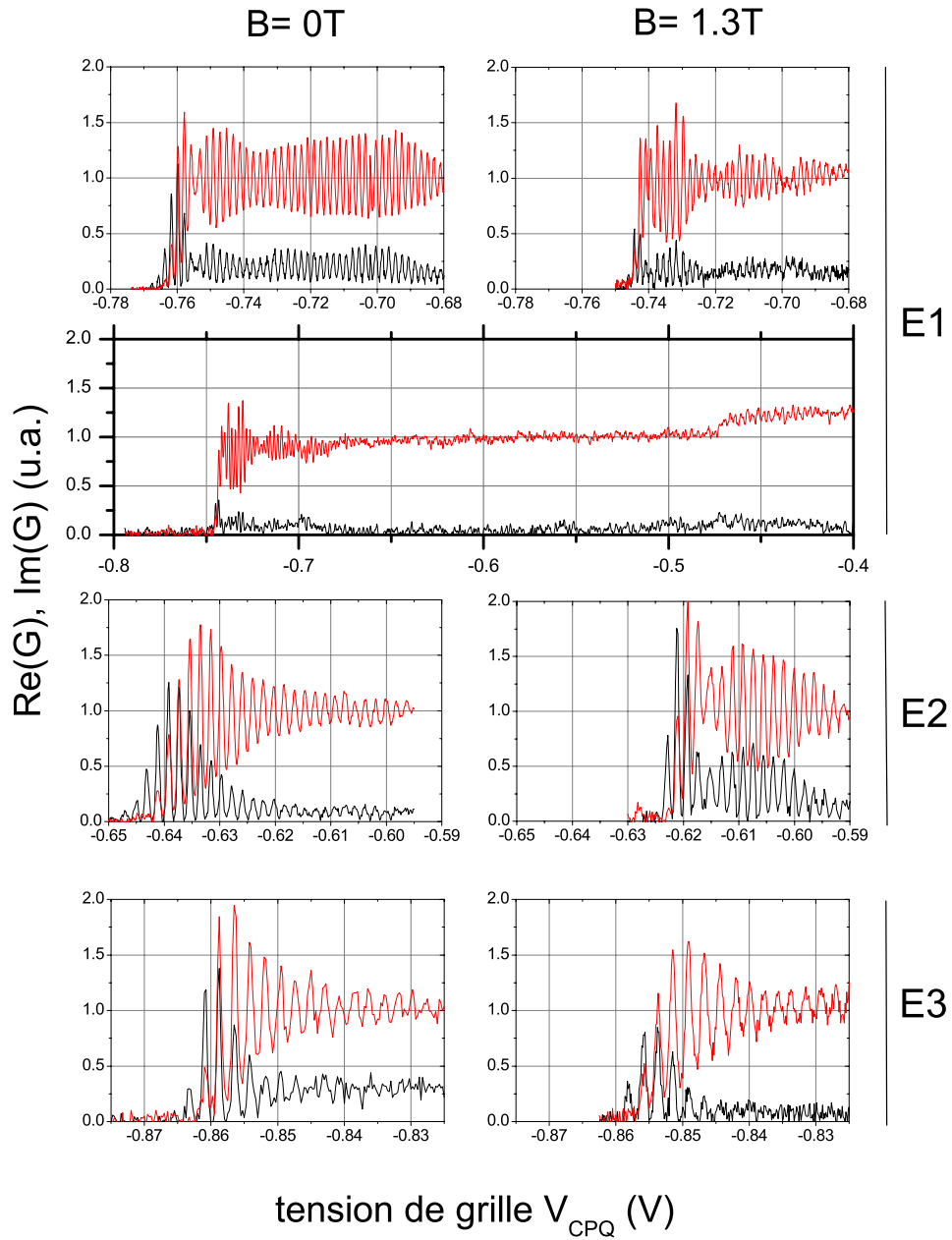


FIG. 3.28 – Mesures des parties réelle (courbes noires) et imaginaire (courbes rouges) de l’admittance effectuées sur les échantillons $E1$, $E2$ et $E3$ à $T = 30 \text{ mK}$ lors de l’ouverture du premier et/ou deuxième canal de conduction. Colonne (1) : mesures en champ nul. Colonne (2) : mesures en régime d’effet Hall quantique entier au facteur de remplissage $\nu = 4$ ($B = 1.3 \text{ T}$). Toutes les mesures sont en unités arbitraires et renormalisées au premier canal de conduction. La mesure des deux canaux de conduction ($2^{\text{ème}}$ ligne) a été effectuée sur l’échantillon $E1$ à $B = 1.3 \text{ T}$.

quantique C_Q et la capacité électrostatique C_Σ sont bien du même ordre de grandeur dans ce système (pour s'en convaincre on peut se reporter à la discussion du paragraphe 3.2.3).

- On constate que l'enveloppe des oscillations est sensiblement différente en présence du champ magnétique. En particulier, la décroissance des oscillations avec l'ouverture du canal est nettement plus rapide. Cet effet est particulièrement marqué sur l'échantillon $E1$.
- Sur certains échantillons ($E1$, $E2$), on trouve des modulations d'amplitudes dans le régime de forte transmission. Des comportements similaires ont été obtenus lors de mesures DC dans des boîtes quantique sous champ magnétique [81]. Nous n'avons pas pour l'instant d'explication convaincante à l'existence de ces modulations.

Pour autant, les traces mesurées sont très reproductibles, y compris pour des expériences réalisées à quelques jours d'intervalle²⁴.

3.3.2.2 Ouverture du deuxième canal de conduction

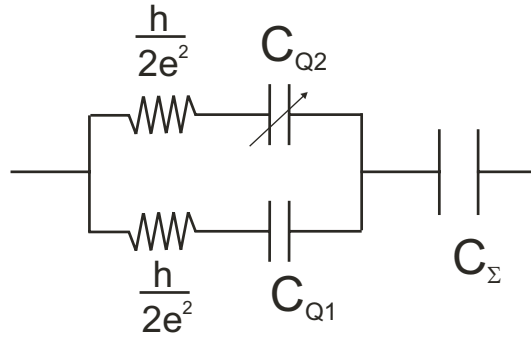


FIG. 3.29 – Schéma électrocinétique équivalent au circuit RC mésoscopique lors de l'ouverture du deuxième mode de conduction.

Sur l'échantillon $E1$ nous avons également observé l'ouverture du deuxième canal de conduction (Fig. 3.28 et 3.30) pour $V_{CPQ} \sim -0.47$ V. Nous observons également des oscillations d'admittance lors de l'ouverture de ce second canal (voir insert de la figure 3.31). La hauteur du plateau correspondant et l'amplitude des oscillations sont plus faibles que dans le cas du premier canal (Fig. 3.30). D'après l'étude théorique précédente le passage de un à deux canaux de conduction se traduit par l'ajout d'un canal RC en parallèle du premier et le schéma électrique équivalent est celui de la figure 3.29. Les hauteurs mesurées pour les deux plateaux sont dans un rapport environ 1/3 (voir figure 3.30(a)). C'est le rapport déduit du schéma électrique de la figure 3.29 avec $C_\Sigma \simeq C_{Q1}$, ordre de grandeur qu'on avait également déduit des mesures lors de l'ouverture du premier canal (voir paragraphe précédent), si on admet $C_{Q2} \simeq C_{Q1}$.

3.3.2.3 Période des oscillations observées

La figure 3.31 présente la période des oscillations d'admittance mesurées lors de l'ouverture des premier et deuxième canaux de conduction en fonction de la transmission du CPQ et du champ magnétique. A la précision des mesures, la périodicité observée est indépendante de la transmission, du champ magnétique

²⁴De fortes tensions DC appliquées sur les grilles du CPQ ou de la capacité peuvent néanmoins modifier irréversiblement les propriétés du gaz d'électrons

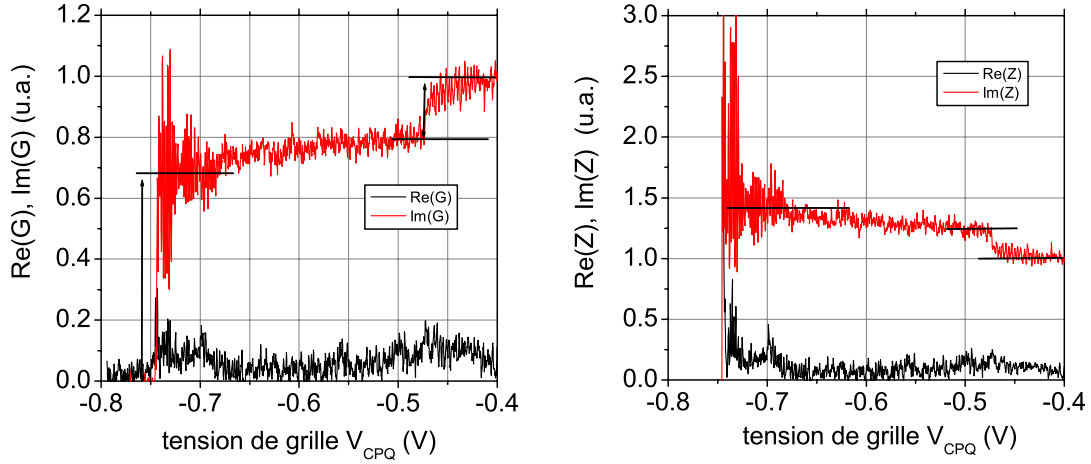


FIG. 3.30 – (a) Admittance lors de l’ouverture des deux premiers modes de conduction sur l’échantillon $E1$ à $T = 35$ mK, $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. (b) Impédance correspondante à $T = 35$ mK. Notons que le signal est affecté ici de dérives de la ligne de base (dus à la température) et ne permet qu’une comparaison qualitative.

et elle est la même pour les deux canaux de conduction. Pour l’échantillon $E1$, elle vaut environ 2 mV. Une étude similaire donne une périodicité d’environ 2 mV pour $E2$ et environ 1 mV pour $E3$.

La régularité observée des oscillations et le faible dépendance de la période avec le champ magnétique suggèrent un effet de quantification de la charge dans la capacité. Dans l’approximation de Thomas-Fermi, la périodicité prévue en tenant compte des effets de charge et des niveaux dans la boîte est [85] :

$$\Delta V_g = \frac{C_\Sigma}{C_{CPQ}} \frac{e}{C_\Sigma + \frac{e^2}{\Delta}} \quad (3.43)$$

De la périodicité mesurée, on peut déduire une estimation du couplage entre la grille du CPQ et l’armature quantique de la capacité. Nos mesures précédentes montrent que $C_\Sigma \simeq e^2/\Delta$,²⁵ on déduit alors de (3.43) :

$$C_{CPQ} = \frac{e}{2\Delta V_g} \simeq 40 \text{ aF} \quad (3.44)$$

Nous avons très grossièrement estimé cette capacité au paragraphe 3.3.1.2 à 200 aF.

²⁵Cette dernière remarque semble contradictoire avec la faible dépendance de la périodicité avec le champ magnétique. On s’attendrait en effet à voir une densité d’états de type unidimensionnel en champ fort et de type bidimensionnel en champ faible et à observer une modification de la période des oscillations. Il est clair que nous n’observons pas cette modification. Il est possible que, vu la géométrie, on sonde une densité d’états de type 1D même à $B = 0$ T.

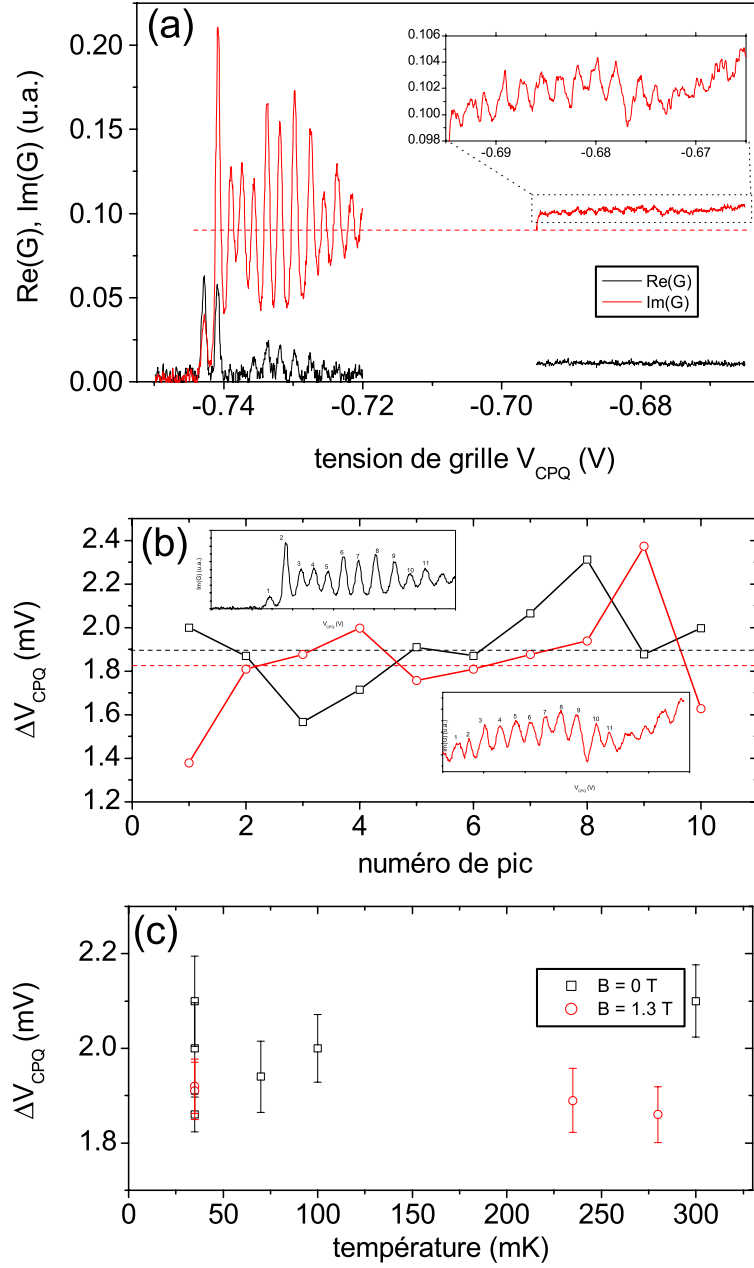


FIG. 3.31 – (a) Oscillations de l’admittance sur les deux premiers canaux de transmission à $T = 150$ mK, $B = 1.37$ T et $f = 1.085$ GHz pour l’échantillon $E1$. La mesure du 2^{ème} plateau a nécessité deux fois plus de moyennes par points pour obtenir un rapport signal à bruit suffisant. (b) Mesure de la période en V_{CPQ} en fonction de la transmission à $B = 1.3$ T pour les premier (carrés noirs) et deuxième (ronds rouges) plateaux. Ces mesures ont été effectuées sur l’échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz en mesurant l’écart entre deux pics consécutifs (inserts). (c) Mesure de la période en V_{CPQ} pour différentes températures à $B = 0$ T (carrés noirs) et $B = 1.3$ T (ronds rouges). Ces mesures ont été effectuées sur l’échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz en calculant la transformée de fourier de l’admittance sur toute gamme de V_{CPQ} .

3.3.2.4 Dépendance de l'admittance avec la température

Les figures 3.32 et 3.33 présentent la dépendance en température de l'admittance de l'échantillon *E1* à champ nul et pour un champ de 1.3 T. L'amplitude observée des oscillations diminue clairement avec la température. Une analyse quantitative de cette dépendance en température sera effectuée au paragraphe 3.3.6.

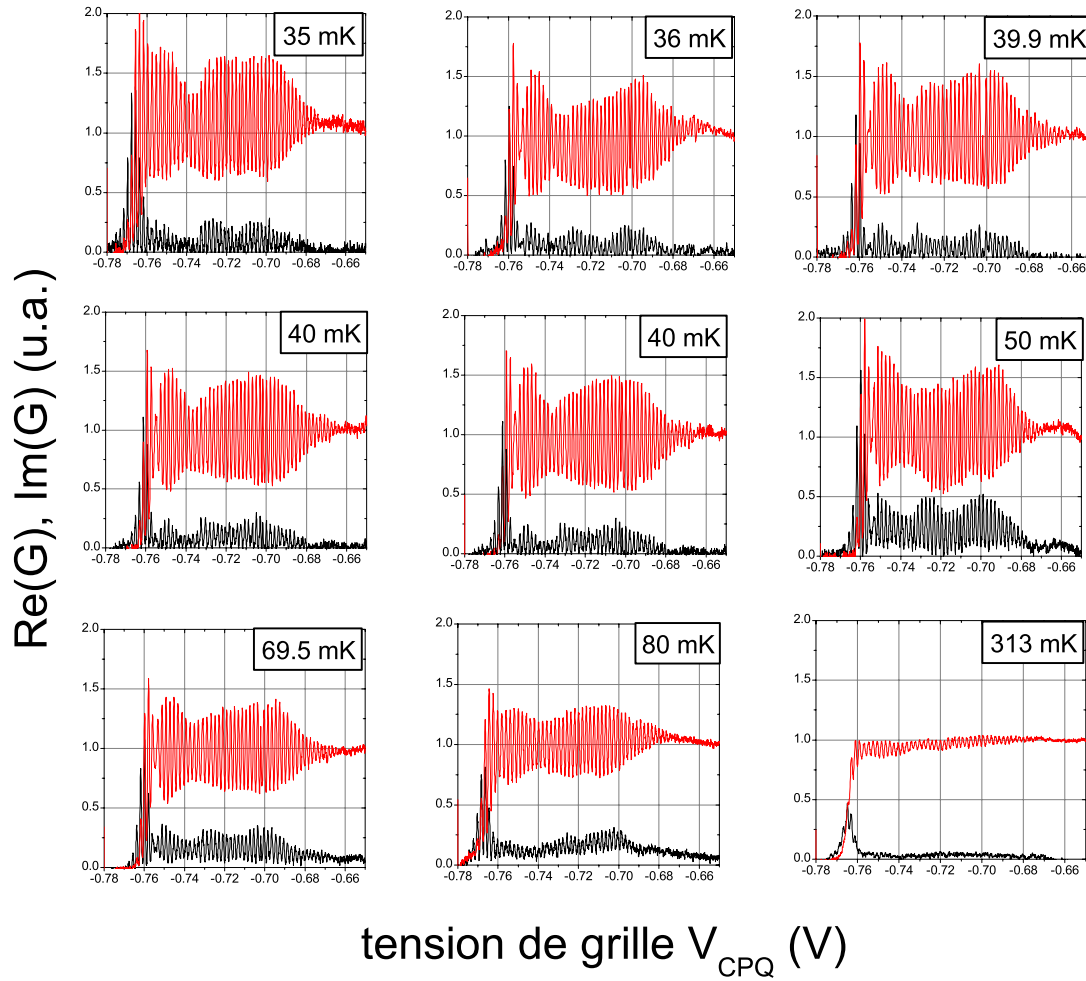


FIG. 3.32 – Evolution de l'admittance en fonction de la température (partie réelle en noir, partie imaginaire en rouge). Toutes les mesures ont été effectuées sur l'échantillon *E1* à $f = 1.085$ GHz sous un champ $B = 0$ T. Elles sont normées à l'admittance du premier plateau.

3.3.2.5 Oscillations de l'admittance avec le champ magnétique

La figure 3.34 présente les variations du module de l'admittance $|G(\omega)|$ en fonction du champ magnétique au voisinage de $B = 1.3$ T et pour une tension de grille $V_{CPQ} = -0.74$ V. Cette tension correspond à l'un des premiers pics d'admittance lors de l'ouverture du CPQ. On observe des oscillations dont la période est

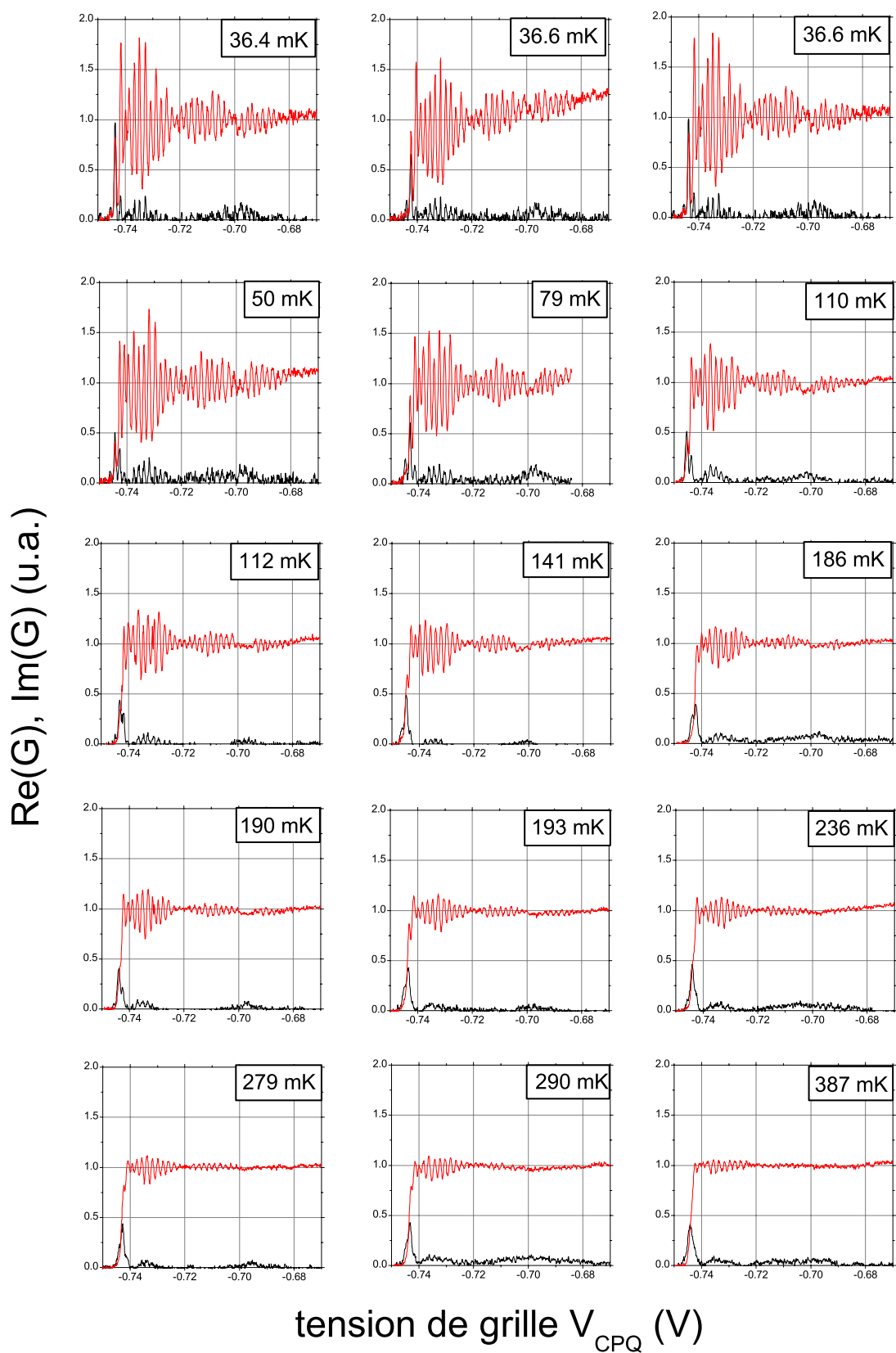


FIG. 3.33 – Evolution de l'admittance en fonction de la température (partie réelle en noir, partie imaginaire en rouge). Toutes les mesures ont été effectuées sur l'échantillon $E1$ à $f = 1.085$ GHz sous un champ $B = 1.3$ T. Elles sont normées à l'admittance du premier plateau.

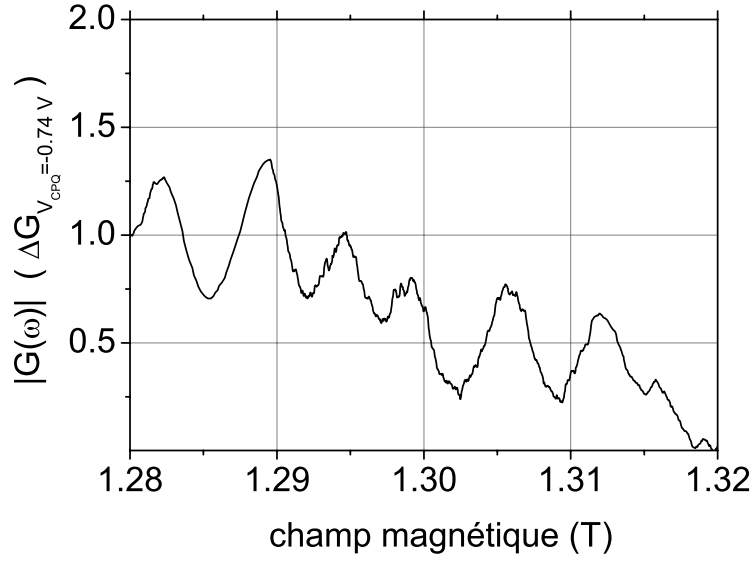


FIG. 3.34 – Module de l'admittance en fonction du champ magnétique pour une tension de grille $V_{CPQ} = -0.74$ V. On observe des oscillations avec une dérive du signal. L'unité est ici ramenée à une hauteur de plateau $|\Delta G|$. Le gaz d'électron est en régime d'effet Hall quantique entier à facteur de remplissage $\nu = 4$.

d'environ 5.6 mT. L'échelle de la figure 3.34 a été normalisée par l'amplitude $\Delta|G|_{V_{CPQ} = -0.74 \text{ mV}}$ de l'oscillation d'admittance autour de $V_{CPQ} = -0.74$ V. Nous pouvons déduire de la période des oscillations l'aire S de la surface enlacée par le canal de bord transmis par le CPQ (à $B = 1.3$ T, $\nu = 4$). En effet, la phase ϕ des électrons dans la capacité mésoscopique est fonction du flux magnétique à travers la capacité mésoscopique [35] :

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{S B}{\phi_0} \quad (3.45)$$

où $\varphi_0 = h/e$ est le quantum de flux. Nous mesurons alors :

$$S_{A.B.} = 0.74 \pm 0.06 \mu\text{m}^2 \quad (3.46)$$

Cette mesure est en bon accord avec le surface déduite des paramètres de gravure égale à $0.84 \mu\text{m}^2$.

3.3.2.6 Linéarité

Nous avons vérifié expérimentalement que nos mesures sont effectuées dans le régime linéaire de conduction. Nous avons pour cela réalisé des mesures d'admittance sur l'échantillon *E1* pour différentes valeurs du signal d'excitation. Ces mesures sont présentées sur la figure 3.35. Les puissances indiquées sont celles délivrées par le générateur hyperfréquences. Elles varient de 9 à 21 dBm (soit un peu plus d'un ordre de grandeurs en puissance) et sont représentatives de celles utilisées lors de ce travail. En insert, on présente la partie imaginaire de l'admittance en fonction de la tension grille V_{CPQ} pour les deux valeurs extrêmes du signal d'excitation. La figure principale montre un zoom sur quelques oscillations au voisinage du

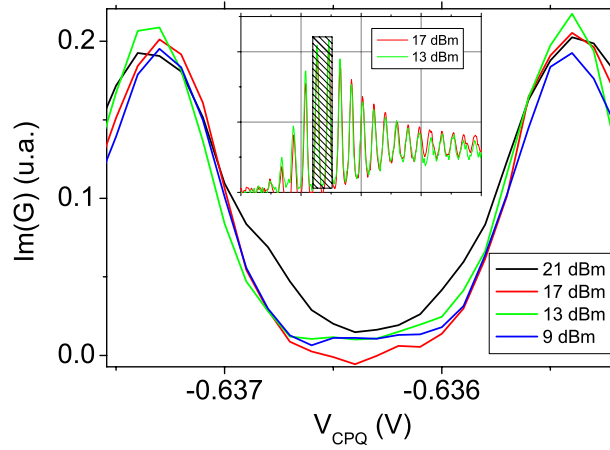


FIG. 3.35 – Evolution des pics de la partie imaginaire de l'admittance pour différentes puissances d'excitation du générateur (9, 13, 17, 21 dBm) sur l'échantillon $E1$. Toutes les courbes ont été normées par rapport à la puissance en entrée. Insert : trace complète lors de l'ouverture du premier plateau de conduction pour des puissances d'entrée de 13 et 17 dBm. La partie hachurée correspond aux pics étudiés.

maximum d'amplitude pour toutes les valeurs du signal d'excitation que nous avons étudiées. Chaque courbe est normée par la tension d'excitation correspondante. On constate que les pics sont quasiment inchangés, ce qui prouve que nos mesures sont effectuées dans le régime linéaire. On peut chercher à vérifier quantitativement que la tension aux bornes de la partie quantique de l'échantillon est bien inférieure à $\hbar\omega/e$, condition imposée pour que la théorie de la réponse linéaire présentée précédemment soit valide. Compte tenu des incertitudes sur l'atténuation des lignes d'excitation, dues en particulier à l'existence de résonances, la manière la plus simple d'estimer le signal aux bornes de l'échantillon est de le comparer au bruit détecté. Ce bruit est dû à l'amplificateur cryogénique dont le bruit en tension ramené à l'entrée de l'amplificateur est de l'ordre de $0.2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Sachant que les temps d'acquisition sont ici de l'ordre de quelques secondes, le bruit détecté (mesuré sur 50Ω) correspond à un courant dans le circuit de l'ordre de 2 pA . On peut, à l'aide de la figure 3.35, estimer le bruit à environ 5 pourcents de l'amplitude mesurée pour une puissance d'excitation de 17 dBm. Aux maximums des pics (minimums de capacité quantique), le courant mesuré à 17 dBm d'excitation est donc de l'ordre de 40 pA . Comme l'impédance de la partie quantique de l'échantillon est alors de l'ordre de quelques dizaines de $k\Omega$ (on pourra se référer aux simulations du paragraphe précédent), la tension qui y est appliquée est d'environ $1 \mu\text{V}$ nettement inférieure à $\hbar\omega/e \sim 4 \mu\text{V}$ à 1 GHz . Il est clair que la condition de linéarité est certainement moins bien vérifiée au voisinage des minimums d'admittance, l'impédance de la partie quantique de l'échantillon pouvant alors être de l'ordre de quelques centaines de $k\Omega$. la figure 3.35 ne permet cependant pas de mettre en évidence des effets dus au non linéarités dans la gamme d'excitation utilisée.

3.3.3 Détermination de la résistance quantique R_Q et de la capacité quantique C_Q

Pour mesurer la capacité quantique et la résistance de relaxation de charge, il faut déterminer l'impédance du circuit étudié. On obtient R_Q et C_Q par :

$$\begin{cases} R_Q = Re(Z) = \frac{Re(G)}{Re(G)^2 + Im(G)^2} \\ C_Q = \frac{1}{\omega Im(Z) - \frac{1}{C_\Sigma}} = \frac{1}{\frac{\omega Im(G)}{Re(G)^2 + Im(G)^2} - \frac{1}{C_\Sigma}} \end{cases} \quad (3.47)$$

L'inversion $G \leftrightarrow Z$ donnée ci-dessus nécessite d'avoir préalablement extrait « exactement » les parties du signal mesuré en phase et en quadrature de phase avec le signal d'excitation. Cela revient à régler précisément la phase ψ du signal mesuré par rapport au signal d'excitation.

Nous allons dans un premier temps étudier les diagrammes de Nyquist expérimentaux mesurés pour les échantillons $E1$, $E2$ et $E3$. Nous montrerons que le diagramme de Nyquist constitue une « carte d'identité » du circuit RC mésoscopique. Cela nous permettra :

- Sur le plan de la physique, d'identifier sans ambiguïté le circuit RC mésoscopique et de mettre en évidence la région de résistance constante prédite par la théorie et la région où se manifeste les effets du brouillage thermique. et d'identifier les régimes brouillés et non-brouillés thermiquement,
- Sur le plan de la mesure, de régler finement la phase ψ du signal mesuré par rapport au signal d'excitation.

3.3.3.1 Diagrammes de Nyquist des échantillons $E1$, $E2$ et $E3$

La figure 3.36 présente les diagrammes de Nyquist mesurés pour les échantillons $E1$, $E2$ et $E3$ en champ magnétique nul et pour un champ magnétique de 1.3 Tesla. Ces diagrammes ont été obtenus à partir des courbes d'admittance présentées figure 3.28.

Les diagrammes expérimentaux sont en très bon accord qualitatif avec ceux obtenus par simulation ²⁶. Nous observons le même type de comportement sur tous les diagrammes : l'admittance est nulle lorsque le CPQ est fermé, elle est essentiellement résistive à très faible transmission et devient essentiellement capacitive lorsque le premier canal est complètement transmis. Entre ces deux régimes, on observe des lobes qui finissent par s'accumuler sur un cercle caractéristique d'un circuit RC de résistance constante. Comme on la vu au paragraphe 3.2, ces lobes caractérisent le régime de brouillage thermique et reflètent des oscillations simultanées des parties réelles et imaginaires de l'admittance.

La figure 3.37 représente les diagrammes de Nyquist de l'échantillon $E1$ à $B = 1.3$ T obtenus lors de l'ouverture des deux premiers canaux de conduction à des températures de 35 mK et 295 mK. Le diagramme en forme d'arc de cercle spécifique du circuit RC cohérent est également clairement visible lors de l'ouverture du deuxième canal, en particulier à $T=295$ mK. A cette température, les lobes caractéristiques du régime de brouillage thermique sont nettement moins marqués mais demeurent cependant observables lors de l'ouverture du premier canal de conduction.

Les diagrammes de Nyquist expérimentaux, en accord remarquable avec ceux obtenus par simulation, confirment donc de manière spectaculaire les prédictions de la théorie développée par M. Büttiker et ses collaborateurs : la résistance de relaxation de charge du circuit RC mésoscopique reste constante dans toute la gamme de transmission où le brouillage thermique ne se manifeste pas. Dans la suite de ce chapitre, nous allons montrer comment on peut mesurer quantitativement cette résistance de relaxation de charge. La première étape de cette mesure consiste en un réglage précis de la phase du signal mesuré par rapport au signal d'excitation.

²⁶ Les paramètres des simulations présentées au paragraphe 3.2.3.3 ont été choisis pour reproduire au mieux les diagrammes expérimentaux des échantillons $E1$ et $E2$ à $B = 0$ T. Nous verrons par la suite que l'ensemble des paramètres utilisés pour les simulations sont en très bon accord avec ceux déduits de nos mesures

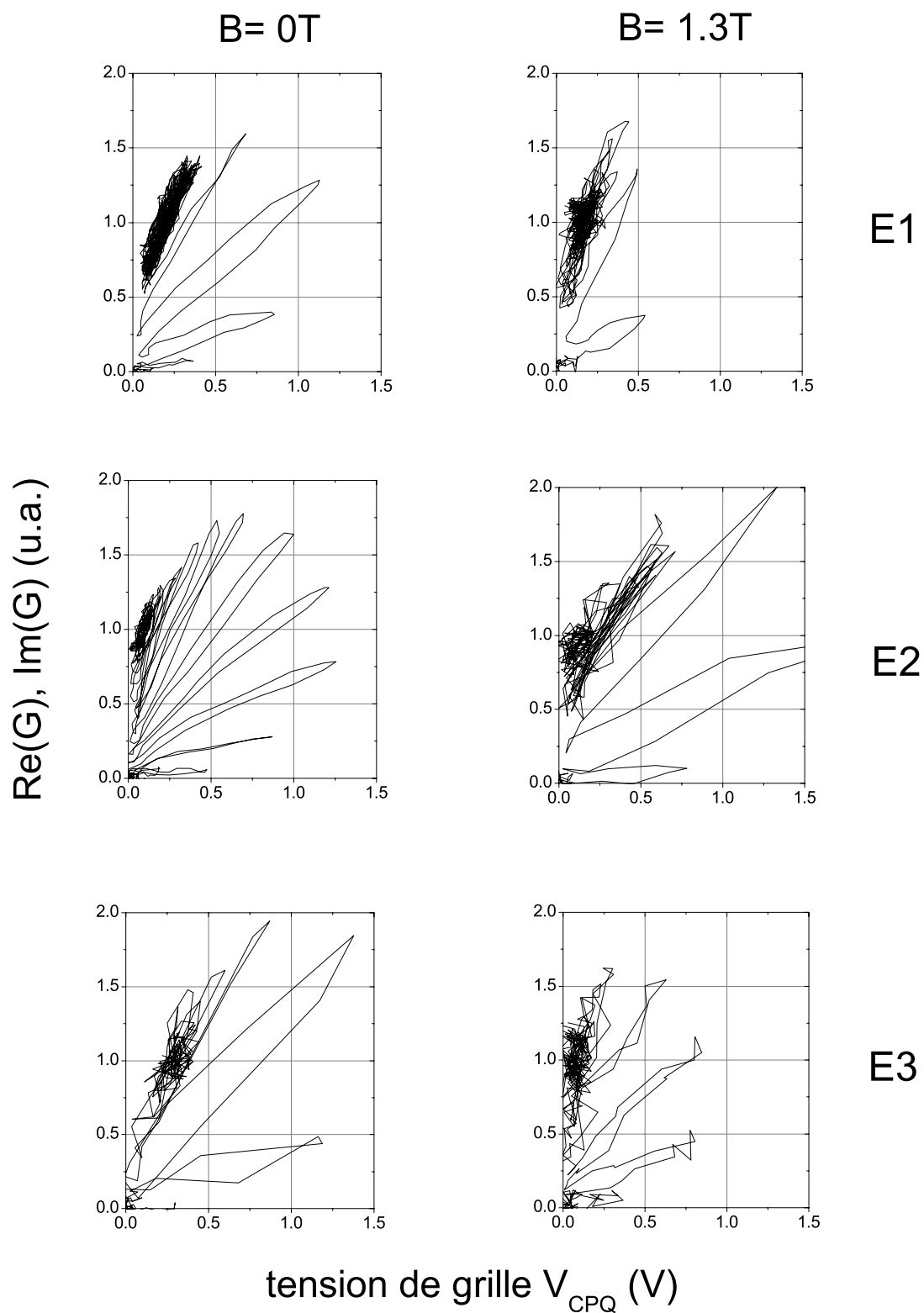


FIG. 3.36 – Diagrammes de Nyquist en admittance obtenus pour les échantillons $E1$, $E2$ et $E3$ lors de l'ouverture du premier canal de conduction à $T = 30$ mK. Colonne 1 : mesures en champ nul. Colonne 2 : mesures en régime d'effet Hall quantique entier au facteur de remplissage $\nu = 4$ ($B = 1.3$ T). Toutes les mesures sont en unités arbitraires (normalisées au module de l'admittance lorsque le premier canal est complètement transmis)

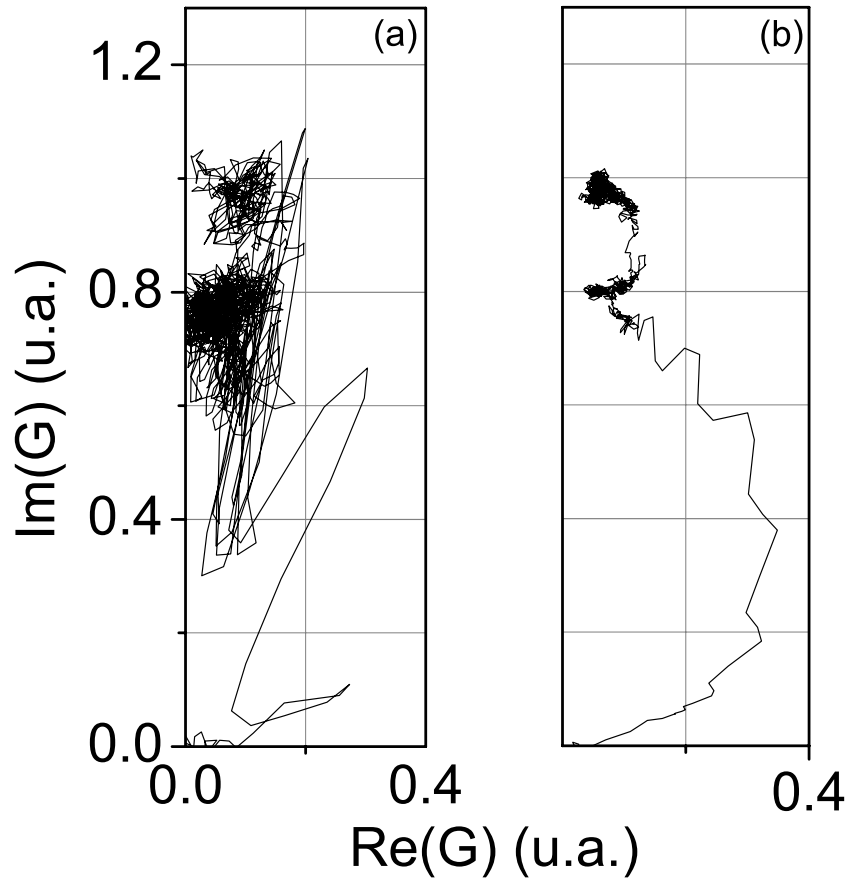


FIG. 3.37 – Diagrammes de Nyquist obtenus lors de l’ouverture des deux premiers modes de conduction pour l’échantillon $E1$ à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz pour $T = 35$ mK (a) et $T = 295$ mK (b).

3.3.3.2 Réglage précis de la phase du signal mesuré

Comme nous venons de le voir, nos résultats expérimentaux confirment l’ensemble des prédictions théoriques, en particulier la résistance de relaxation de charge constante du circuit RC mésoscopique. On peut maintenant utiliser cette propriété pour régler finement la phase du signal mesuré par rapport au signal d’excitation. Pour cela, on applique au signal mesuré des rotations de phase successives. Pour chaque rotation de phase, on calcule l’impédance ($Re(Z)$ et $Im(Z)$) en inversant l’admittance. On sélectionne ensuite la rotation de phase pour laquelle $Re(Z)$ présente le moins d’oscillations (un mauvais réglage de la phase entraîne un mélange des parties réelles et imaginaires de l’impédance. On observe alors de légères oscillations de $Re(Z)$ dues aux oscillations de la capacité quantique). Dans la pratique, pour chaque rotation de phase, on calcule la transformée de Fourier de $Re(Z)$. Celle-ci présente un pic correspondant à la périodicité des oscillations en V_{CPQ} . On sélectionne précisément la rotation de phase qui correspond au minimum de l’amplitude de ce pic en repérant d’abord grossièrement le minimum (cercle rouge sur la figure 3.39) et en l’ajustant ensuite finement en considérant les différences entre spectres de Fourier successifs au voisinage du minimum (voir figure 3.40). La précision du réglage de phase obtenue par cette

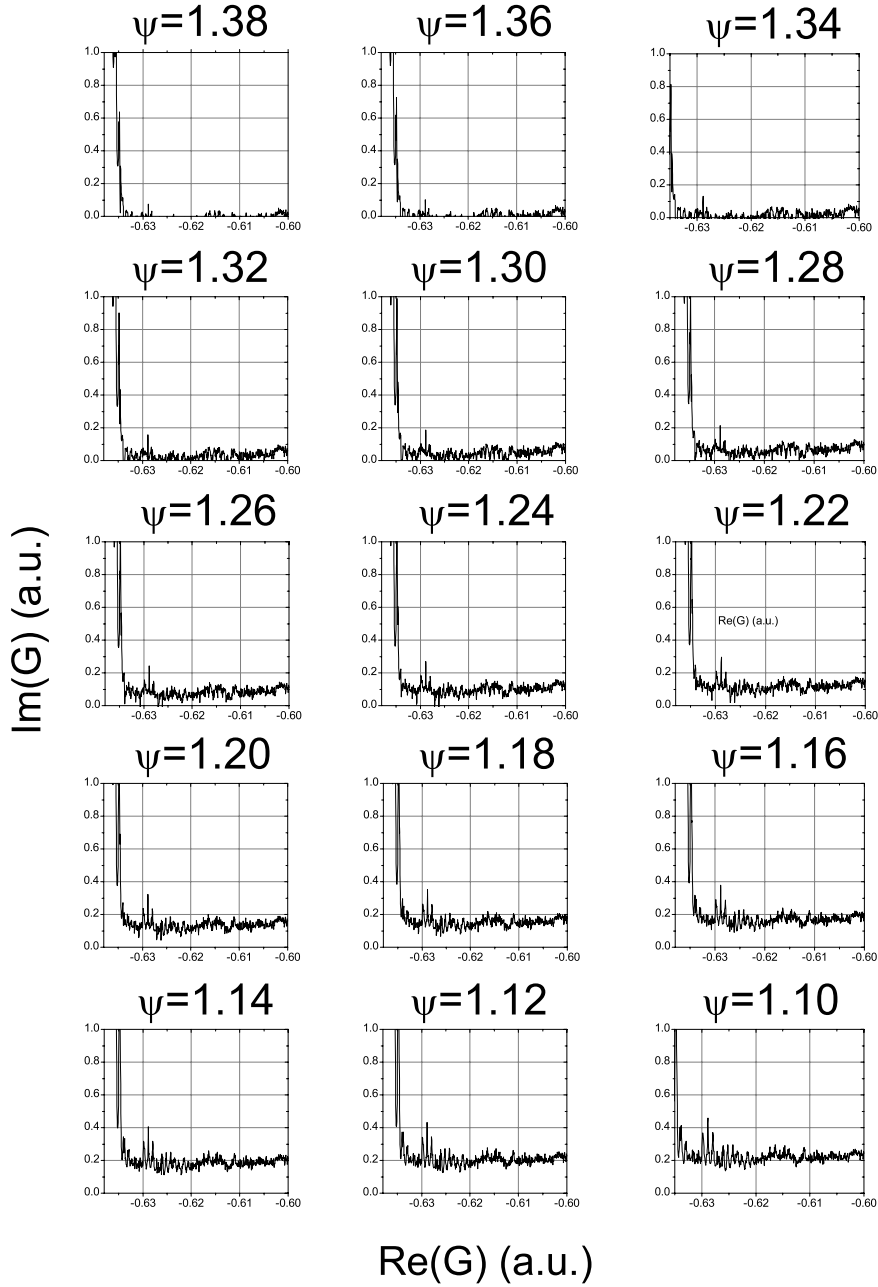


FIG. 3.38 – Partie réelle de l'impédance $Re(Z)$ obtenue pour diverses rotations de phase du signal mesuré sur l'échantillon $E2$ à $f = 1.1$ GHz, $B = 0$ T et $T = 30$ mK. La rotation de phase ψ est exprimée en radians, son origine est arbitraire.

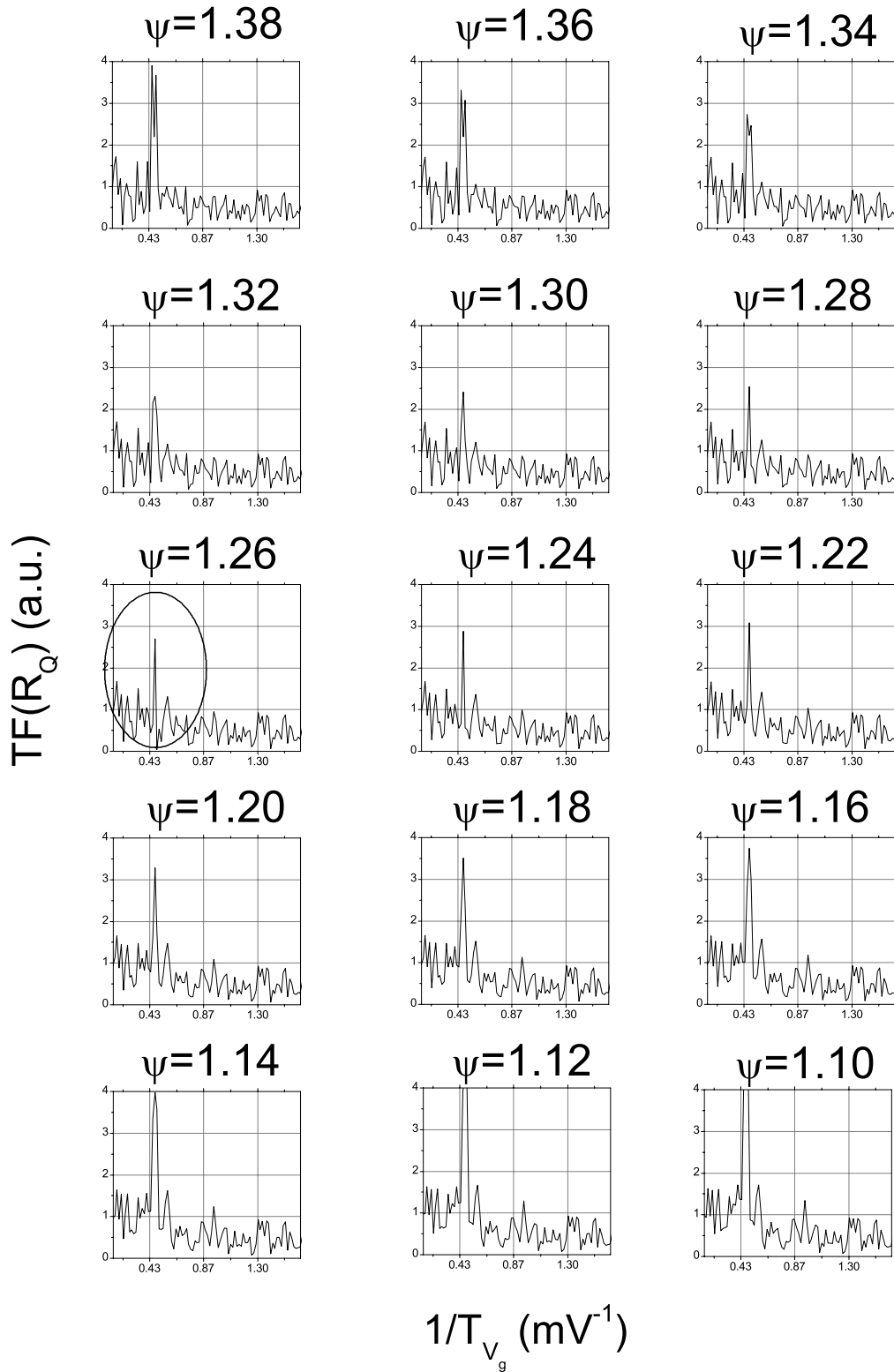


FIG. 3.39 – Transformées de Fourier des courbes $Re(Z(V_{CPQ}))$ présentées figure 3.38. Le pic observé à environ 0.5 mV^{-1} correspond à la périodicité en V_{CPQ} d'environ 2 mV observée sur les courbes d'admittance de l'échantillon $E2$. La rotation de phase correspondant au minimum d'oscillations de $Re(Z)$ est repérée par le cercle noir.

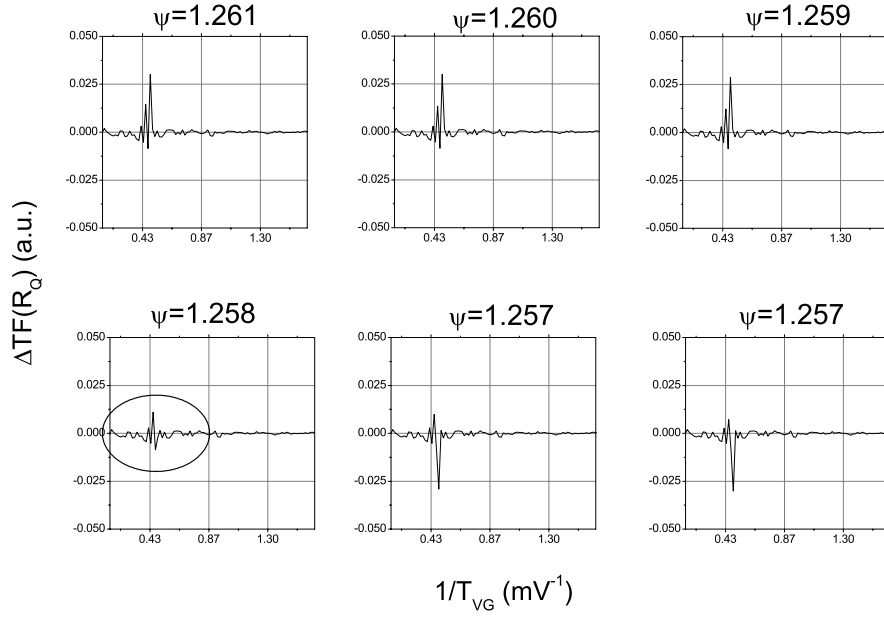


FIG. 3.40 – Échantillon $E2$ à $f = 1.1$ GHz, $B = 0$ T et $T = 30$ mK. Réglage fin de la phase par analyse des différences entre les spectres de Fourier de $Re(Z)$ obtenus pour 2 rotations de phase successive. La phase finalement retenue est soulignée par le cercle rouge.

méthode est remarquable. Elle peut-être évaluée à :

$$\Delta\psi = \pm 0.001 \text{ rad} = \pm 0.05^\circ \quad (3.48)$$

Le diagramme de Nyquist en admittance après réglage fin de la phase du signal mesuré est présenté figure 3.41 pour l'échantillon $E1$ à $T = 30$ mK, $B = 0$ T et $f = 1.085$ GHz. Cette figure présente également les variations correspondantes d'admittance et d'impédance avec la tension grille V_{CPQ} . Les zones hachurées en bleu correspondent au régime où la résistance de relaxation de charge est constante tandis que les zones hachurées en rouge correspondent au régime de brouillage thermique. Dans la première zone, on a multiplié par 20 la partie réelle de l'impédance. Il est clair que nos résultats expérimentaux démontrent sans ambiguïté et avec une très bonne précision la constance de la résistance de relaxation de charge dans ce régime. La figure 3.42 présente de même les variations d'impédance de l'échantillon $E2$ obtenues après réglage fin de la phase à $T = 30$ mK, $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz. Là encore, le régime de relaxation de charge constante est très clairement démontré.

Il est maintenant légitime d'essayer de préciser pour quelles gammes de transmission du CPQ, on observe le régime de résistance de relaxation de charge constante. Les simulations présentées au paragraphe 3.2.3.3 fournissent un premier élément de réponse. Celles-ci ont en effet été effectuées pour reproduire au mieux les diagrammes de Nyquist des échantillons $E1$ et $E2$ à $T = 30$ mK et à champ magnétique nul, avec des paramètres en très bon accord avec ceux déduits de nos expériences. Nous avons déjà mentionné que le brouillage thermique réduisait considérablement la gamme de transmissions pour lesquelles on observe une résistance constante. Plus précisément, on voit sur la figure 3.15 que le régime de résistance constante n'est

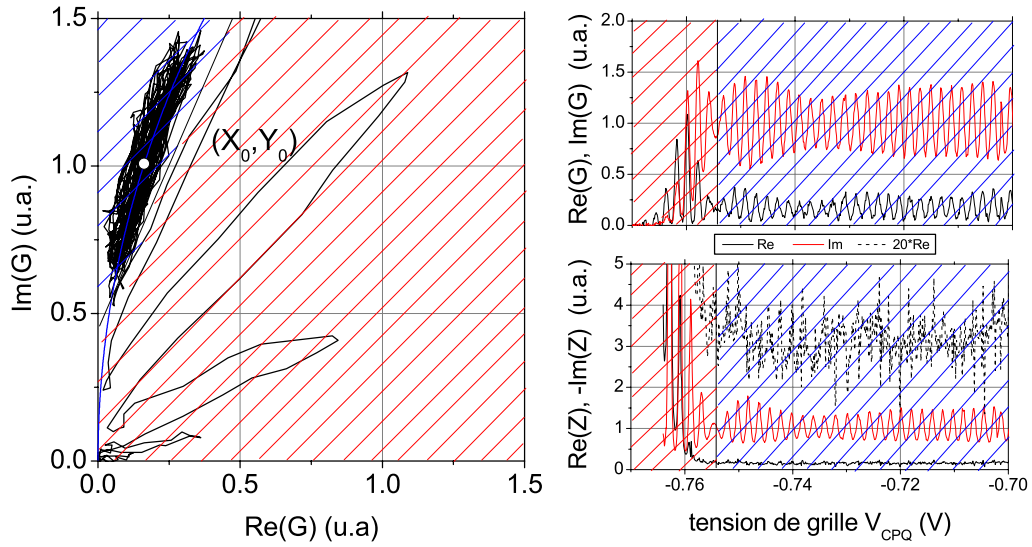


FIG. 3.41 – Diagramme de Nyquist de l'échantillon *E1* à $T = 30$ mK , $B = 0$ T et $f = 1.085$ GHz. La correspondance avec l'évolution des admittances et impédances en fonction de la tension de grille V_{CPQ} est représentée par les zones hachurées. Les hachures rouges correspondent au régime de brouillage thermique. Les hachures bleues correspondent au régime où la résistance de relaxation de charge est constante. Les points expérimentaux se situent alors sur le cercle bleu. Dans cette zone, on présente également une amplification (par 20) de la résistance.

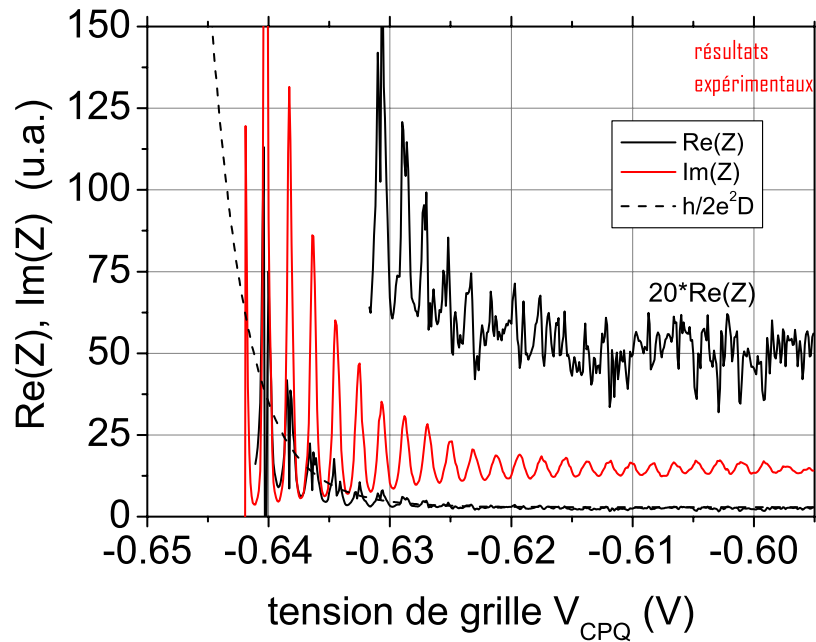


FIG. 3.42 – Impédance de l'échantillon *E2* à $T = 30$ mK , $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz.

attendu que pour des transmissions grossièrement comprises entre 0.8 et 1 pour l'échantillon $E1$ comme pour l'échantillon $E2$. On s'attend donc à ce que le brouillage thermique rende difficile l'observation d'une résistance constante dans une zone où la transmission a significativement varié. Cependant, on voit aussi sur les figures 3.15, qu'en régime de brouillage thermique, les minimums de résistance rejoignent presque le cercle de résistance $h/2e^2$ jusqu'à des transmissions beaucoup plus faibles de l'ordre 0.5 (on peut également voir sur la figure 3.13 que ces minimums croissent moins vite que $1/D$ lorsqu'on ferme le CPQ). On peut essayer de vérifier expérimentalement l'ensemble de ces prédictions. Il faut pour cela disposer d'une mesure de la transmission. Nous allons montrer dans le paragraphe suivant qu'une telle mesure est possible dans le cas de l'échantillon $E2$.

3.3.3.3 Détermination expérimentale de la transmission de l'échantillon $E2$

La théorie que nous avons présentée précédemment a clairement établi que la capacité quantique du système que nous étudions est étroitement liée à la transmission du CPQ. Plus précisément, l'équation (3.16) montre qu'à température nulle la capacité quantique oscille entre :

$$C_Q^{min} = \frac{e^2}{\Delta} \frac{1-r}{1+r} \text{ et } C_Q^{max} = \frac{e^2}{\Delta} \frac{1+r}{1-r} \quad (3.49)$$

On en déduit :

$$C_Q^{min} \times C_Q^{max} = \left(\frac{e^2}{\Delta} \right)^2 \quad (3.50)$$

et

$$D = 1 - \left(\frac{\sqrt{\frac{C_Q^{max}}{C_Q^{min}}} - 1}{\sqrt{\frac{C_Q^{max}}{C_Q^{min}}} + 1} \right)^2 \quad (3.51)$$

On peut donc espérer déduire la transmission du CPQ de la mesure des oscillations de la capacité quantique. Pour isoler le terme de capacité quantique il est nécessaire de considérer l'impédance $Z = R_Q - \frac{1}{iC_Q\omega} - \frac{1}{iC_\Sigma\omega}$. A température nulle, l'impédance atteint donc ces maxima $Im(Z)^{max}$ et minima $Im(Z)^{min}$ pour $C_Q = C_Q^{min}$ et $C_Q = C_Q^{max}$ et d'après 3.50, on s'attend à :

$$\left(Im(Z)^{max} - \frac{1}{\omega C_\Sigma} \right) \times \left(Im(Z)^{min} - \frac{1}{\omega C_\Sigma} \right) = \left(\frac{\Delta}{\omega e^2} \right)^2 \quad (3.52)$$

Nous avons réalisé des mesures des maxima et minima de l'impédance Z de l'échantillon $E2$ à $T=30$ mK et sous champ magnétique nul. Cet échantillon et ces conditions expérimentales ont été retenues car les spectres d'admittance et d'impédance obtenus ne présentent pas les modulations mentionnées au paragraphe 3.3.2.1 et non décrites par notre modèle théorique. Pour chaque oscillation, on mesure le maximum et le minimum de $Im(Z)$. Ces mesures sont reportées figure 3.43. On ajuste alors les points expérimentaux $(Im(Z)^{min}, Im(Z)^{max})$ par l'expression théorique suivante (Fig. 3.43) :

$$y = \frac{b}{x-a} + a \text{ avec } \begin{cases} a = \frac{1}{\omega C_\Sigma} \\ b = \left(\frac{\Delta}{\omega e^2} \right)^2 \end{cases} \quad (3.53)$$

Le fit est limité aux 20 points mesurés à plus fortes transmissions afin de ne pas être gêné par les effets du brouillage thermique ou par les effets de charge dans l'armature quantique de la capacité. On constate que la relation entre les minima et les maxima de $\text{Im}(Z)$ est alors très bien décrite par notre modèle théorique et on déduit les paramètres $a = 4.5 \pm 0.2 \text{ u.a.}$ et $b = 102 \pm 6 \text{ u.a.}$ ²⁷. On peut alors recalculer le produit $C_Q^{\text{max}} \times C_Q^{\text{min}}$. Celui-ci est présenté en fonction de la tension V_{CPQ} dans l'insert de la figure 3.43. On constate que, comme attendu, le produit $C_Q^{\text{max}} \times C_Q^{\text{min}}$ est remarquablement constant dans la gamme de transmission étudiée. A partir de ces mesures, on déduit le rapport C_Q/C_Σ (la partie imaginaire de l'impédance étant exprimée en unité arbitraire, nous n'avons pas accès aux valeurs absolues de C_Q et C_Σ) :

$$\frac{C_Q}{C_\Sigma} = \sqrt{\frac{a^2}{b}} = 0.44 \pm 0.03 \quad (3.54)$$

Cette mesure confirme les ordres de grandeur qu'on avait déduit de l'allure des spectres d'admittance au paragraphe 3.3.2.1.

En utilisant (3.51), on peut également déduire de ces mesures la transmission D du CPQ. Les valeurs de la transmission obtenues sont représentées sur la figure 3.44 en fonction de V_{CPQ} . On présente également sur cette figure un ajustement des points expérimentaux par la fonction $D = 1 - 1/(1 + \exp((V_{CPQ} - V_0)/\Delta V_0))$, que nous avons utilisée pour modéliser l'ouverture du premier canal de conduction dans nos simulations. Le meilleur accord avec les résultats expérimentaux est obtenu pour $V_0 = 0.631 \pm 0.0001$ et $\Delta V_0 = 0.00584 \pm 0.0002$.

Pour une tension $V_{CPQ} = -0.63 \text{ V}$, la transmission mesurée vaut 0.8. On voit sur la figure 3.42 qu'à cette tension, la résistance de relaxation de charge a varié d'environ 20 %. Comme attendu, le brouillage thermique empêche l'observation d'une résistance constante dès que la transmission devient inférieure à 0.9. Compte tenu du niveau de bruit, nos mesures ne permettent donc pas d'affirmer directement que la résistance reste constante dans une zone où on s'attendrait à la voir varier en DC. On peut cependant remarquer sur 3.42 que, comme prévu par les simulations, lorsque la résistance se met à osciller, les minima des oscillations croissent moins vite que l'inverse de la transmission (sur la figure 3.42, on a également porté en pointillé, la courbe $\frac{h}{2e^2} \frac{1}{D}$ où D est la valeur expérimentale de la transmission). Ce comportement, qui reflète le caractère cohérent de la relaxation de charge, confirme une fois de plus les prévisions théoriques.

Pour valider définitivement la théorie, il est important d'essayer de déterminer la valeur de la résistance de relaxation de charge dans le régime haute transmission où elle est constante. La valeur attendue pour un mode de conduction est alors $h/2e^2$ (en DC pour un CPQ transmettant totalement un mode de conduction, on s'attend à h/e^2). Cette détermination ne peut être obtenue de manière directe car la calibration absolue de notre montage ne peut être effectuée de manière suffisamment précise (pas mieux que quelques dB). Néanmoins, la précision du réglage de la phase du signal mesuré, établie au paragraphe 3.3.3.2, permet d'envisager une détermination indirecte de la résistance via celle de la capacité C_μ . Dans le paragraphe suivant, nous montrons comment on peut déterminer C_μ en étudiant la dépendance en température des pics d'admittance dans le régime des faibles transmissions.

3.3.4 Détermination de la capacité électrochimique C_μ

Nous avons réalisé la mesure de C_μ , sur les échantillons $E1$ et $E3$. Afin de n'avoir qu'un mode de conduction, nous avons effectué des mesures sous champ magnétique pour lever la dégénérescence de

²⁷On constate sur la figure 3.42 que, comme attendu, la valeur du paramètre a est en très bon accord avec le minimum des oscillations de $\text{Im}(Z)$ dans le régime très pincé, qui est déterminé par la capacité géométrique C_Σ .

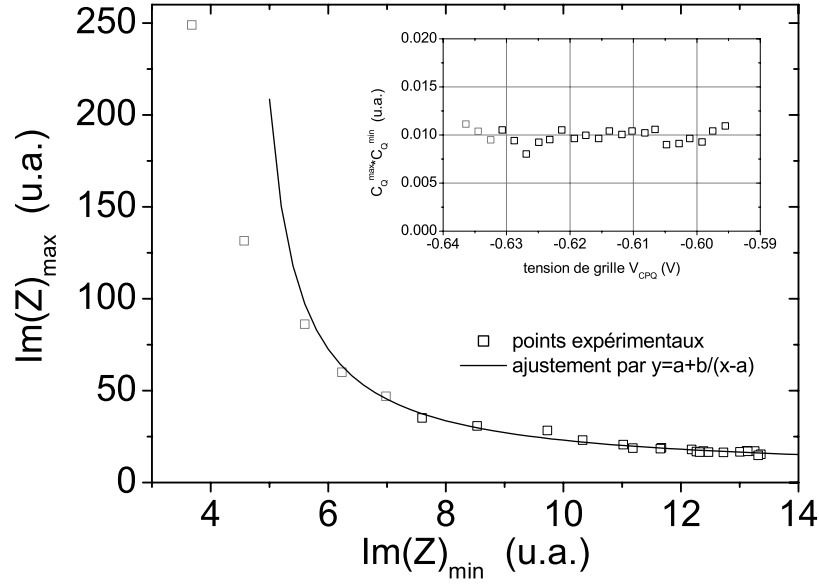


FIG. 3.43 – Ajustement des points expérimentaux $(Im(Z)^{min}, Im(Z)^{max})$ de l'échantillon $E2$ à $T = 30$ mK, $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz. On a ajusté les points à forte transmission (point noirs). On trouve $a = 4.5 \pm 0.2$ et $b = 102 \pm 6$. L'insert donne le produit $C_Q^{max} \times C_Q^{min}$.

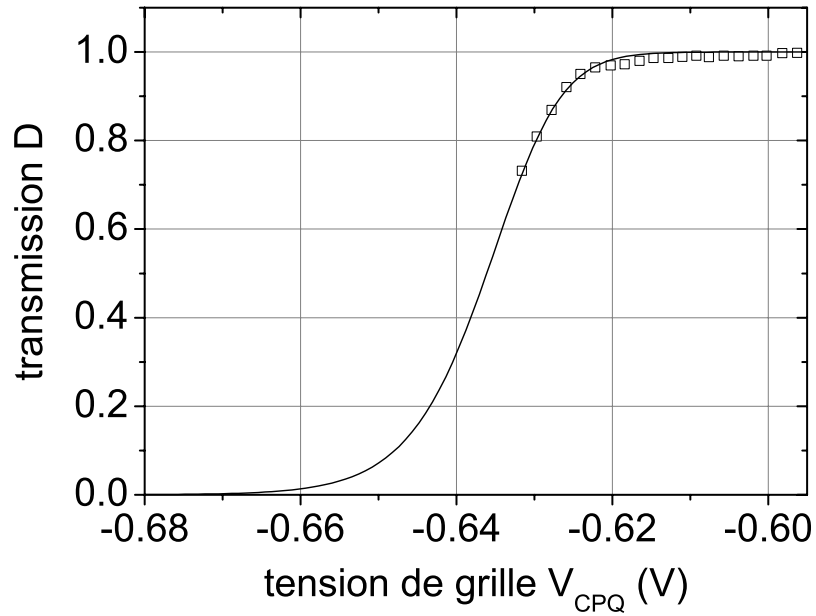


FIG. 3.44 – Mesure de la transmission D du CPQ pour l'échantillon $E2$ à $T = 30$ mK, $B = 0$ T et $f = 1.3$ GHz. L'ajustement des points à forte transmission (points noirs) par $D = 1 / (1 + \exp((V_{CPQ} - V_0) / \Delta V_0))$ donne $V_0 = 0.631 \pm 0.0001$ et $\Delta V_0 = 0.00584 \pm 0.0002$.

spin. Même si le principe utilisé pour déterminer C_μ est le même pour les deux échantillons, les mesures ont été réalisées de 2 manières différentes.

3.3.4.1 échantillon E1

Nous avons montré au paragraphe 3.1.3 que dans le régime de brouillage thermique $D \leq k_B T / \Delta$, lorsque le niveau de Fermi du réservoir se trouve à hauteur du n^{ime} niveau dans la boîte, on observe un pic d'admittance dont la forme (en énergie) présente une dépendance caractéristique en $1/ch^2((\epsilon_n - \epsilon_F)/2k_B T)$. Dans ce régime, la mesure de la largeur des pics observés dans les courbes $G(V_{CPQ})$ permet de calibrer l'axe V_{CPQ} en énergie. La mesure de l'écart entre pics successifs, qui correspond à l'énergie e^2/C_μ permet alors la détermination de C_μ .

La figure 3.45 présente des mesures effectuées sur l'échantillon E1 à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. On y trouve la dépendance en température de $Re(G)$ pour les premiers pics d'admittance observés lors de l'ouverture du CPQ²⁸. Les pics sont d'amplitudes différentes en raison de l'évolution de la transmission avec V_{CPQ} . Pour chaque température, on trouve sur la figure 3.45 un ajustement des résultats expérimentaux par deux pics de la forme $A / (\text{ch}((V_{CPQ} - V_p)/\delta V))^2$ de même largeur δV et d'amplitudes différentes. L'accord entre les fits et les résultats expérimentaux est très bon dans toute la gamme de températures étudiée. La figure 3.46 présente l'évolution de la largeur δV obtenue en fonction de la température. On observe une évolution linéaire à haute température et une saturation à basse température. La linéarité observée pour les plus hautes températures confirme que les mesures sont effectuées dans le régime de brouillage thermique. C'est elle qui va permettre la détermination de C_μ . La saturation aux très basses températures s'explique par une température électronique différente de celle de la chambre de mélange du réfrigérateur. La figure 3.46 présente également un ajustement de la largeur $\delta V(T)$ par une fonction qui rend compte de cette saturation :

$$\delta V(T) = a \sqrt{1 + \left(\frac{T}{T_{el}}\right)^2} \quad (3.55)$$

L'accord avec les points expérimentaux est très bon. On déduit de ces mesures les paramètres $a = 0.37 \pm 0.02$ mV et $T_{el} = 75 \pm 4$ mK²⁹. Dans la partie linéaire de la courbe, on peut écrire :

$$\delta V(T) = \frac{a}{2k_B T_{el}} (2k_B T) \quad (3.56)$$

Sachant que la largeur en énergie des pics d'admittance est $2k_B T$, on déduit la calibration en énergie de l'axe V_{CPQ} . La périodicité des pics ΔV est associée à l'énergie e^2/C_μ . On déduit alors :

$$C_\mu = \frac{a}{2k_B T_{el}} \frac{e^2}{\Delta V} \quad (3.57)$$

Pour l'échantillon E1, $\Delta V = 2$ mV et on obtient :

$$C_\mu = 2.4 \pm 0.3 \text{ fF} \quad (3.58)$$

²⁸Le traitement des pics de $Im(G)$ est un peu plus difficile car ils ne retombent pas à 0.

²⁹On peut comprendre l'origine de cette température électronique. Nous avons vu au paragraphe 3.1.3 que la fréquence finie s'ajoute à la température pour élargir les pics d'admittance. On rend déjà compte ainsi d'une température T_{el} de 45 mK à 1 GHz. Les 30 mK restant s'expliquent facilement par le bruit des amplificateurs cryogéniques et les fuites hors bande passante des circulateurs.

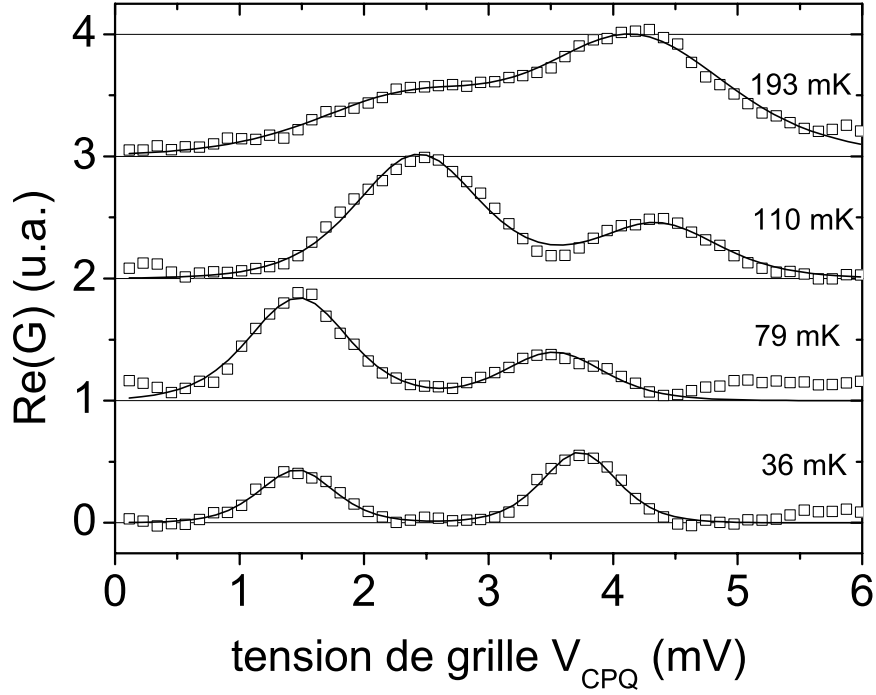


FIG. 3.45 – Evolution en température des deux premiers pics de $Re(G)$ observés lors de l’ouverture du CPQ pour l’échantillon $E1$ à $B = 1.3\text{ T}$ et $f = 1.085\text{ GHz}$. Les courbes ont été translatées verticalement pour des raisons de visibilité. Les points expérimentaux (carrés noirs) sont ajustés par deux pics $A/(\text{ch}((V_{CPQ} - V_p/c)/\delta V))^2$ de même largeur δV mais de hauteurs différentes (courbe rouge).

3.3.4.2 Echantillon $E3$

Pour l’échantillon $E3$, nous avons effectué l’étude de la largeur des pics d’admittance en fonction de la température en maintenant la transmission rigoureusement constante. Pour cela, nous avons fixé la tension V_{CPQ} pour être en régime de brouillage thermique et nous avons modulé l’admittance de l’échantillon en appliquant une tension continue V_{capa} sur l’armature classique de la capacité mésoscopique. On pilote ainsi le nombre d’électrons dans la boîte quantique sans modifier la transmission du CPQ. Les pics d’admittance observés sont présentés sur la figure 3.47 pour différentes températures. Cette fois-ci, comme la transmission est maintenue constante, tous les pics ont la même amplitude pour une température donnée. La périodicité observée d’environ $370\text{ }\mu\text{V}$ correspond à une capacité de couplage égale à 0.43 fF . Cette valeur est en très bon accord avec l’estimation de la capacité géométrique (0.6 fF) présentée au paragraphe 3.3.1.1 à partir des dimensions de l’échantillon $E3$ ³⁰. L’ajustement par des pics en $1/ch^2$ de même amplitudes et de même largeur est présentée en rouge sur la figure 3.47. L’accord avec les points expérimentaux est remarquable pour toutes les températures étudiées. La dépendance de la largeur des pics avec la température est présentée figure 3.48. On retrouve un comportement tout à fait similaire à

³⁰Des mesures similaires ont été effectuées sur l’échantillon $E2$. Elles conduisent à une capacité de 0.6 fF là encore en bon accord avec les estimations géométriques

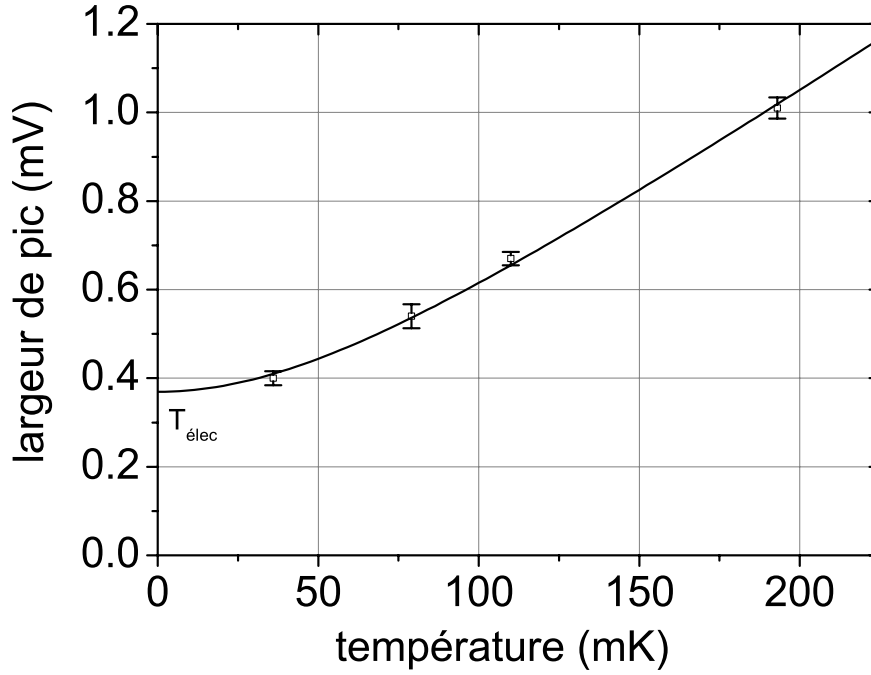


FIG. 3.46 – Echantillon *E1* à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz : évolution de la largeur δV des pics de $Re(Z)$ en fonction de la température. L'ajustement par la courbe $\delta V = a\sqrt{1 + (T/T_{\text{él}})^2}$ (courbe rouge) donne $a = 0.37 \pm 0.02$ mV et $T_{\text{él}} = 75 \pm 4$ mK.

celui décrit au paragraphe précédent. De la même façon, on déduit : $C_\mu = 1.04 \pm 0.2$ fF.³¹

3.3.5 Mesure absolue de la résistance de relaxation de charge

Vérification de $R_Q = \frac{h}{2e^2}$

Nous pouvons maintenant utiliser les valeurs de C_μ déterminées au paragraphe précédent pour déduire R_Q de la phase du signal mesuré, dont on a montré au paragraphe 3.3.3.2 qu'elle était réglée à mieux que 0.05° près.

Le diagramme de Nyquist de l'échantillon *E1* obtenu, après réglage fin de la phase, à $T = 30$ mK, $f = 1.085$ GHz et $B = 1.3$ T est représenté figure 3.49. On a également représenté sur ce diagramme le point de coordonnées (X_0, Y_0) , obtenu en moyennant les courbes d'admittance dans le régime de résistance constante (-0.73 V $< V_{CPQ} < -0.70$ V). On déduit $R_Q C_\mu \omega$ par : $R_Q C_\mu \omega = Y_0/X_0$. On obtient ainsi :

Echantillon E1 $\Rightarrow R_Q = 10.2 \pm 2.5$ k Ω

(3.59)

³¹La température électronique déduite de ces expériences est relativement élevée $T_{\text{él}} = 166$ mK. On pourrait penser que le régime de brouillage thermique n'est pas atteint pour les plus basses températures. Néanmoins des expériences effectuées à CPQ légèrement plus pincé infirment cette hypothèse.

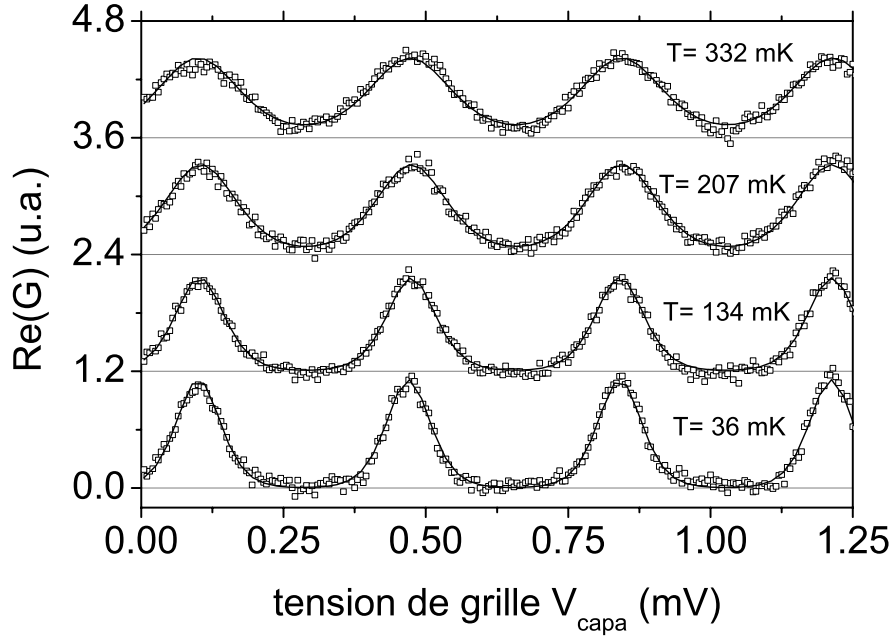


FIG. 3.47 – Evolution en température des pics de $Re(G)$ observés pour l'échantillon $E3$ lorsqu'on fait varier la tension continue V_{capa} à V_{CPQ} fixé. Ces mesures ont été effectuées à $B = 1.3$ T et $f = 1.2$ GHz. Les courbes ont été translatées verticalement pour des raisons de visibilité. Les points expérimentaux (carrés noirs) sont ajustés par quatre pics $A/(\text{ch}((V_{capa} - V_i)/\delta V))^2$ de même hauteur A et même largeur δV (courbe rouge).

Pour l'échantillon $E3$ à $T = 30$ mK, $B = 1.3$ T et $f = 1.2$ GHz, nous déduisons en utilisant la même procédure (Fig. 3.49) :

Echantillon E3 $\Rightarrow R_Q = 13.5 \pm 2$ k Ω

(3.60)

Il est clair que la précision de ces deux mesures nous permet d'affirmer qu'on mesure une résistance de relaxation de charge égale au demi quantum de résistance $h/2e^2 \simeq 12.9$ k Ω et non au quantum de résistance. Finalement, la figure 3.50 présente les variations des impédances des échantillons $E1$ et $E3$ avec la tension grille V_{CPQ} en unités absolues.

L'ensemble des mesures que nous avons présentées démontre sans ambiguïté à la fois qualitativement et quantitativement les prédictions théoriques de M. Büttiker et ses collaborateurs concernant la relaxation de charge d'un circuit RC cohérent. Avant de conclure, nous allons nous intéresser au régime obtenu à haute température où la cohérence disparaît. Dans un premier temps, nous présenterons des mesures qui confirment que la cohérence persiste jusqu'à au moins quelques centaines de mK. Nous montrerons ensuite que le comportement du circuit RC mésoscopique à 4 K est celui d'un circuit RC classique.

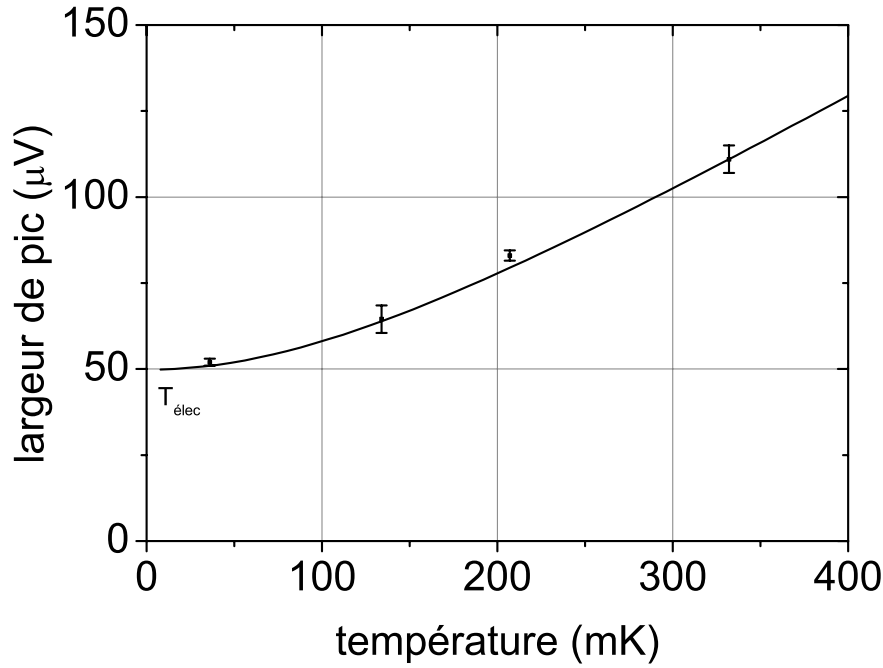


FIG. 3.48 – Echantillon *E3* à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz : évolution de la largeur δV des pics en V_{capa} de $Re(Z)$ en fonction de la température. L'ajustement par la courbe $\delta V = a\sqrt{1 + (T/T_{él})^2}$ (courbe rouge) donne $a = 0.050 \pm 0.003$ mV et $T_{él} = 166 \pm 16$ mK.

3.3.6 Dépendance en température du contraste des oscillations d'admittance à forte transmission

Nous avons étudié la dépendance en température du contraste des oscillations de la partie imaginaire de l'admittance à forte transmission pour l'échantillon *E1*. La figure 3.51 représente le contraste obtenu pour 16 mesures effectuées à des températures comprises entre 30 et 700 mK, à $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. La mesure a été réalisée en effectuant une moyenne sur les 10 pics représentés dans l'insert de la figure 3.51. On observe une décroissance du contraste avec la température. On finit par ne quasiment plus observer d'oscillations vers 700 mK. Le modèle théorique que nous avons présenté prévoit une dépendance du contraste donnée par l'équation (obtenue au paragraphe 3.2.3.4) :

$$\mathcal{C} \equiv \frac{Im(Z)_{max} - Im(Z)_{min}}{Im(Z)_{max} + Im(Z)_{min}} = 2r \frac{C_\mu}{C_{Q0}} \frac{2\pi^2 k_B T / \Delta}{\text{sh}(2\pi^2 k_B T / \Delta)} \quad (3.61)$$

Cette expression a été obtenue sans tenir compte des effets de charge. Bien que nous ne disposions pas d'une théorie permettant de les décrire dans ce régime, on peut s'attendre à ce qu'il faille remplacer l'écart entre niveaux Δ par un paramètre Δ^* compris entre Δ et $\Delta + E_c$ ³². Nous avons ajusté les points expérimentaux par $\mathcal{C} = A 2\pi^2 \frac{T}{T^*} / \text{sh}\left(2\pi^2 \frac{T}{T^*}\right)$. Nous obtenons alors les paramètres de fit $A = 0.2 \pm 0.01$ et $T^*/k_B = 1.08 \pm 0.05$ K, qui donnent un très bon accord avec les résultats expérimentaux.

³²Nous avons déjà mentionné qu'une théorie du blocage de Coulomb dans ce régime prévoit une énergie de Coulomb renormalisée à rE_c

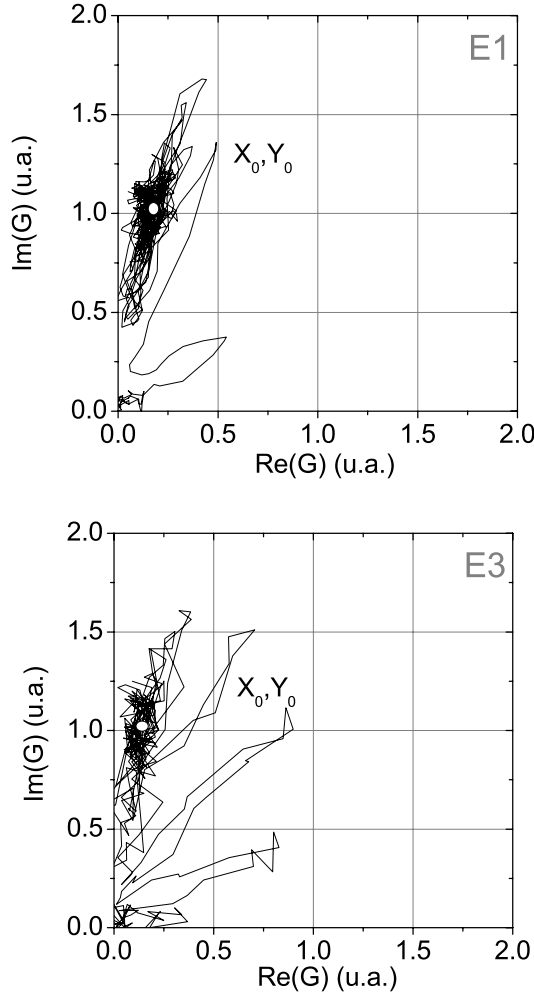


FIG. 3.49 – (E1) Diagramme de Nyquist de l'échantillon $E1$ à $T = 30$ mK , $B = 1.3$ T et $f = 1.085$ GHz. Le point de coordonnées (X_0, Y_0) , a été obtenu en moyennant les courbes d'admittance dans le régime de résistance constante. (E3) Diagramme de Nyquist de l'échantillon $E3$ à $T = 30$ mK , $B = 1.3$ T et $f = 1.2$ GHz. Le point de coordonnées (X_0, Y_0) , a été obtenu en moyennant les courbes d'admittance dans le régime de résistance constante.

Comme le rapport C_Q/C_Σ est de l'ordre de l'unité, la valeur de A donne $r \sim 0.1$. Bien qu'on n'ait pas de mesure précise de la transmission sur l'échantillon $E1$, il est clair que cette valeur de r est tout à fait compatible avec ce qu'on attend là où les mesures de contraste ont été effectuées (on pourra se reporter aux simulations ou aux résultats obtenus sur $E2$). La valeur de T^* correspond à une capacité de 1.8 fF. Cette valeur est assez proche de la valeur de C_μ (2.4 fF) que nous avons déterminée au paragraphe 3.3.4. On sait que C_μ est associée à l'énergie $\Delta + E_c$. Compte tenu de la renormalisation attendue de l'énergie de Coulomb, on s'attendrait plutôt à trouver une capacité supérieure à C_μ . Il faut cependant noter que la mesure du contraste est difficile et qu'elle ne conduit pas à une détermination très précise de T^* . Celle-ci peut en particulier avoir été faussée par la présence de la modulation d'amplitude des oscillations mentionnée au paragraphe 3.3.2.1. On peut toutefois conclure de ces mesures que le contraste observé est bien décrit par le modèle théorique que nous avons présenté. La cohérence du transport

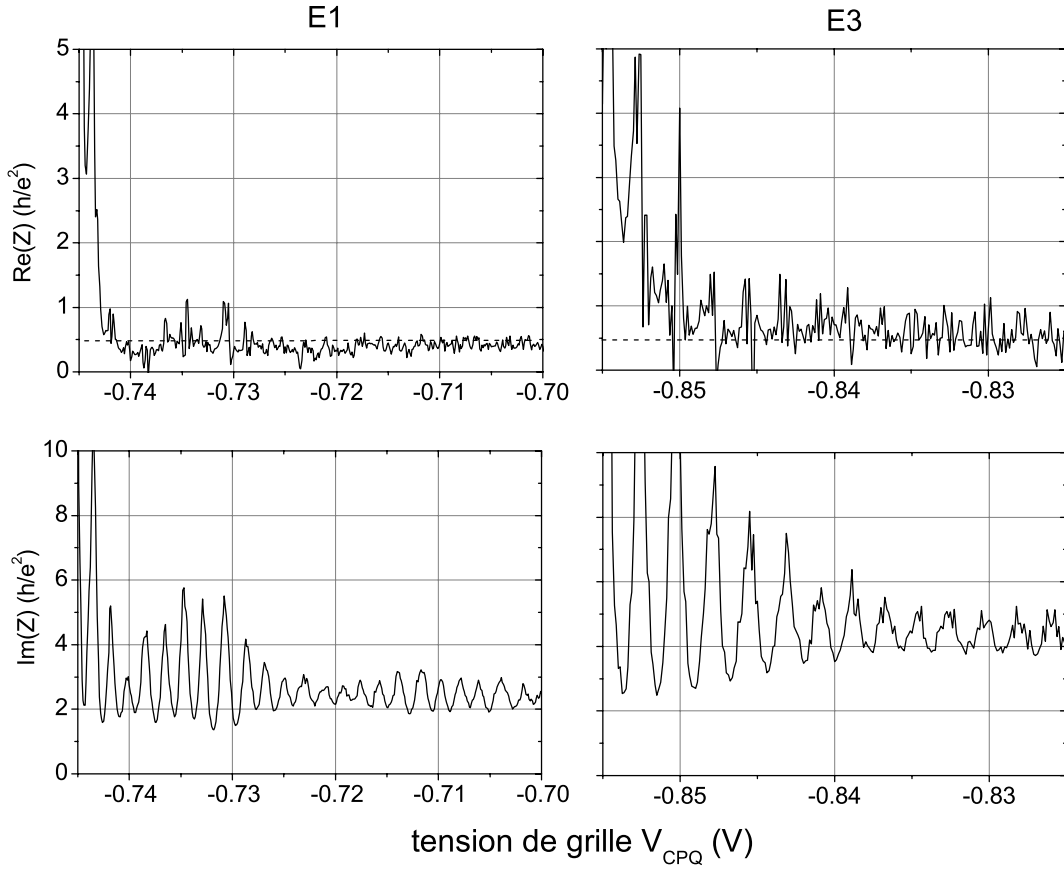


FIG. 3.50 – Impédances des échantillons $E1$ et $E3$ en fonction de la tension grille V_{CPQ} en unités absolues (parties réelles en noir, parties imaginaires en rouge). Mesures effectuées à 30 mK et 1.3 T . La fréquence est 1.085 GHz pour $E1$ et 1.2 GHz pour $E2$.

électronique persiste donc pour ces températures ce que l'on avait déjà déduit du diagramme de Nyquist de l'échantillon $E1$ à $T = 295\text{ mK}$ (voir paragraphe 3.3.3.1).

3.3.7 Régime haute température ($k_B T \gg \hbar\Gamma, \Delta$)

Pour compléter cette étude, nous nous attachons ici à mettre en évidence expérimentalement les différences qualitatives entre les comportements d'un circuit RC « parfaitement » cohérent et celui d'un circuit RC dont les effets de la cohérence sont masqués par un effet de température. Nous avons réalisé des expériences à $T = 4\text{ K}$ où la cohérence du transport électronique est totalement brouillée par les effets thermiques ($k_B T \gg \hbar\Gamma, \Delta$).

La série de mesures réalisées à basses températures sur l'échantillon $E1$ nous a permis de calibrer complètement notre système sous un champ magnétique de 1.3 T . Nous utilisons ici cette calibration pour présenter figure 3.52 les diagrammes de Nyquist de l'échantillon $E1$ en unités absolues à $T = 4.2\text{ K}$ (trait

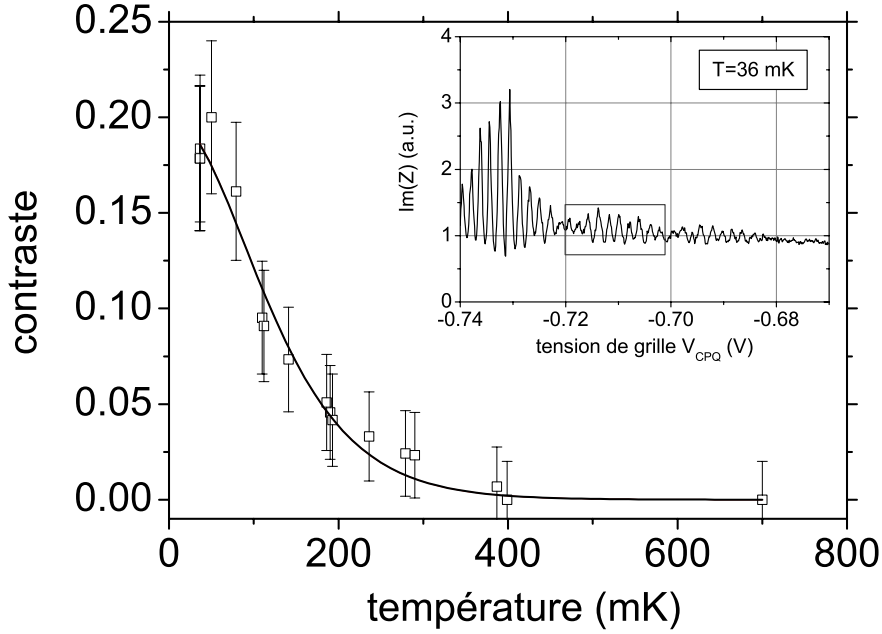


FIG. 3.51 – Echantillon $E1$ à $B = 1.3 T$ et $f = 1.085 \text{ GHz}$: dépendance en température du contraste des oscillations de $\text{Im}(G)$ à forte transmission. Paramètre de l'ajustement par le contraste théorique donné par (3.61) : $\mathcal{C} = A 2\pi^2 \frac{T}{T^*} / \text{sh} \left(2\pi^2 \frac{T}{T^*} \right)$ avec $A = 0.2 \pm 0.01$ et $T^*/k_B = 1.08 \pm 0.05 \text{ K}$ (courbe rouge). Insert : $\text{Im}(Z)$ normée au premier plateau, le contraste des oscillations a été évalué sur le dernier lobe pour $-0.70 < V_{CPQ} < -0.68 \text{ V}$ (rectangle rouge).

pointillé noir) et à $T = 295 \text{ mK}$ (trait plein noir). Ces 2 diagrammes résultent de la même procédure d'analyse décrite au paragraphe 3.3.1.4 qui permet de comparer quantitativement des traces obtenues à des températures différentes. À $T = 295 \text{ mK}$, la mesure est effectuée jusqu'à l'ouverture complète du deuxième canal de conduction tandis que la mesure à $T = 4.2 \text{ K}$ concerne uniquement l'ouverture du premier canal.

Pour interpréter les résultats, nous avons ajouté comme repères visuels sur la figure les cercles $R = h/e^2$ (pointillé rouge épais), $R = h/2e^2$ (trait plein rouge) et $R = h/4e^2$ (pointillé rouge fin). Nous avons également représenté les cercles $C = C_\mu = 2.4 fF$ (trait bleu) et $C_\Sigma = 5 \text{ fF}$ (pointillé bleu fin) correspondant aux valeurs déduites des expériences à basses températures. Comme nous l'avons déjà décrit, le diagramme obtenu à $T = 295 \text{ mK}$ lors de l'ouverture du premier canal est voisin du cercle, représenté en trait plein bleu, de capacité constante $C_\mu = \left(C_\Sigma^{-1} + C_{Q0}^{-1} \right)^{-1}$ (à cette température, les lobes caractéristiques du régime cohérent thermiquement brouillé sont très peu marqués). Fort de ces repères, nous allons discuter successivement des valeurs de la capacité quantique et de la résistance de relaxation de charge mesurées à 4.2 K .

On constate que le diagramme obtenu à $T = 4.2 \text{ K}$ est très proche d'un cercle (bleu pointillé) de capacité constante intermédiaire entre C_μ et C_Σ (cercle bleu pointillé fin). La capacité quantique effective est donc plus grande à 4.2 K qu'à 295 mK . On peut comprendre cette augmentation par le mélange thermiquement activé des différents états de bord dans la boîte quantique : l'énergie thermique autorise un électron du premier état de bord transmis par le CPQ à explorer les états de bords voisins dans la boîte, ce qui

produit une augmentation de la capacité quantique effective.

Comme on le sait maintenant, à $T = 295 \text{ mK}$, les oscillations correspondant au premier plateau se situent sur le cercle de résistance constante $h/2e^2$ (trait rouge plein), ce qui constitue la signature du transport électronique cohérent. A $T = 4.2 \text{ K}$, ces oscillations se situent clairement sur le cercle de résistance constante h/e^2 (pointillé rouge épais). Ce résultat prouve expérimentalement le passage à un régime de transport incohérent puisqu'on retrouve une résistance de relaxation de charge égale à la résistance du *CPQ* prise entre deux réservoirs. On peut au passage remarquer qu'à $T = 295 \text{ mK}$, les oscillations correspondant au second plateau se rapprochent du cercle de résistance constante $h/4e^2$, ce qui confirme le schéma électrique équivalent au circuit cohérent proposé au paragraphe 3.1.2.

Ces résultats illustrent donc clairement et quantitativement le passage du circuit *RC* cohérent au circuit *RC* « incohérent » équivalent à l'association en série de la résistance du *CPQ* et de la capacité électrochimique C_μ ³³.

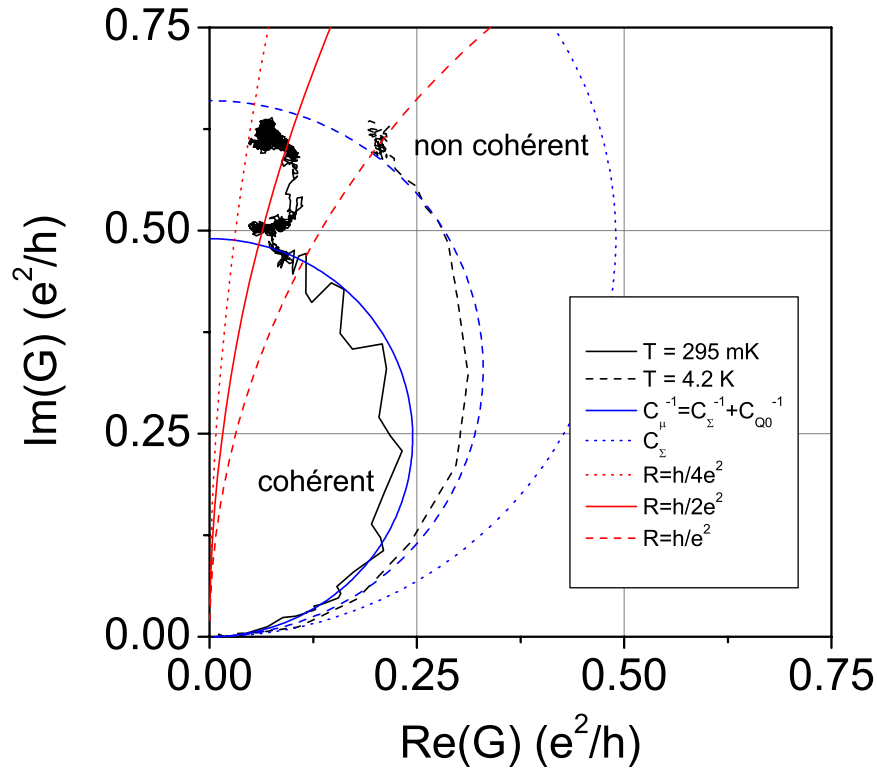


FIG. 3.52 – Echantillon *E1* à $B = 1.3 \text{ T}$ et $f = 1.085 \text{ GHz}$: diagrammes de Nyquist obtenus en régime cohérent à $T = 295 \text{ mK}$ (trait plein noir) et incohérent à $T = 4.2 \text{ K}$ (pointillés noirs) en unité absolues. On a également représenté les cercles $R = h/e^2$ (pointillé rouge épais), $R = h/2e^2$ (trait plein rouge) et $R = h/4e^2$ (pointillé rouge fin) et les cercles de $C = C_\mu = 2.4 \text{ fF}$ (trait bleu) et $C = C_\Sigma = 5 \text{ fF}$ (pointillé bleu fin) correspondant aux valeurs déduites des expériences à basses températures. Le cercle pointillé bleu épais est un guide pour l'œil.

³³Le terme « incohérent » n'est pas à prendre *stricto sensu*, il s'agit du masquage des effets de cohérence suite au brouillage thermique.

3.4 Conclusion

Nous nous sommes intéressés au régime dynamique du transport électronique cohérent dans un circuit RC quantique composé de l'association en série d'un CPQ de transmission variable et d'une capacité mésoscopique. Pour cela, nous avons développé un dispositif expérimental original qui permet d'étudier l'électrocinétique quantique cohérente jusqu'à 2 GHz et 30 mK. Nous avons montré que ce dispositif permet de faire des mesures de l'admittance d'un conducteur quantique avec une résolution en phase exceptionnelle de l'ordre de 0.1 degré. Cette résolution nous a permis de mettre en évidence les principales signatures de la cohérence dans la réponse d'un circuit RC quantique en très bon accord avec les prévisions théoriques de M. Büttiker et ses collaborateurs. Nous avons ainsi pu accéder pour la première fois à la résistance de relaxation de charge d'un circuit RC quantique qui dépend fortement de la cohérence du circuit. En particulier, nous avons montré qu'aux plus basses températures, la résistance est indépendante de la transmission, par opposition à la résistance DC donnée par la formule de Landauer. De surcroît, nous avons mesuré la valeur de cette résistance constante et montré qu'elle est égale au demi-quantum de résistance $h/2e^2$, comme prévu par la théorie. La température entraîne une forte dépendance de la phase du signal en fonction de la transmission du CPQ. Cette dépendance en phase, révélée par le diagramme de Nyquist, porte la signature de la nature du transport électronique dans le conducteur quantique. Elle fait apparaître des différences qualitatives entre 3 régimes : le régime cohérent intrinsèque, le régime cohérent brouillé par la distribution thermique dans le réservoir et le régime incohérent.

Dans une capacité mésoscopique, la capacité quantique est aussi importante que la capacité géométrique. Les effets quantiques associés à la densité d'états se manifestent donc de manière spectaculaire dans le régime dynamique du transport électronique. Nous avons ainsi observé des oscillations très marquées de l'admittance à l'ouverture du premier canal de conduction en contrôlant le nombre d'électrons dans la capacité quantique. Les oscillations décroissent avec la température et le brouillage thermique rend compte quantitativement de cette décroissance. Dans le régime des faibles transmissions, ces oscillations prennent la forme de pics thermiquement élargis qui sont utilisés pour la calibration absolue des mesures d'admittance. Nous avons montré que les effets de charge dans la capacité doivent être pris en compte pour interpréter quantitativement nos mesures. Dans le régime des faibles transmissions nous avons montré qu'on pouvait les inclure simplement dans la théorie de diffusion développée par M. Büttiker. La prise en compte des effets Coulombiens dans la description de la relaxation de charge d'une capacité fortement couplée reste un problème théorique ouvert.

Chapitre 4

Admittance d'un contact ponctuel quantique à fréquence finie

Sommaire

4.1	Admittance d'un CPQ	128
4.1.1	Notion d'émittance	128
4.1.2	Modélisation d'un CPQ en régime d'effet Hall quantique	129
4.1.3	Généralisation au cas de N canaux transmis	131
4.2	Dispositif expérimental	132
4.2.1	L'échantillon	132
4.2.2	Dispositif expérimental	133
4.3	Résultats expérimentaux	135
4.3.1	Caractérisation en régime continu	135
4.3.2	Observation des plateaux de conductance et d'émittance en régime radiofréquence	135
4.3.3	Mesures détaillées de l'admittance d'un ensemble barre de Hall- CPQ .	139
4.4	Conclusion	140

Ce chapitre est consacré à l'étude d'un circuit mésoscopique élémentaire constitué d'une barre de Hall en série avec un contact ponctuel quantique (CPQ). Le CPQ contrôle le nombre N de canaux transmis et leur transmission D .

L'admittance complexe d'un CPQ pris entre deux réservoirs a été analysée dans le cadre de la théorie de diffusion par Christen et Büttiker [86] à champ magnétique nul. La partie réelle de l'admittance est donnée par la conductance en régime continu qui est quantifiée. La partie imaginaire, caractérisée par l'émittance E , est capacitive ($E > 0$) à CPQ fermé et devient progressivement inductive ($E < 0$) à l'ouverture du premier canal. L'inductance est alors, comme dans le cas du circuit RC mésoscopique, liée à la densité d'états partielle des électrons dans le mode considéré, ce qui justifie la notion d'émittance. L'admittance de conducteurs de Hall quantiques a également été étudiée par les mêmes auteurs [87]. Ils ont montré que les couplages électrostatiques entre états de bords conduisent à une admittance inductive ou capacitive selon leur géométrie. En particulier, chaque canal de bord complètement transmis contribue par une émittance négative associée à son inductance cinétique. Au contraire, un canal de bord complètement réfléchi par une constriction de la barre de Hall contribue par une émittance positive contrôlée par le couplage capacitif

entre les 2 bords de la constriction. Nous nous intéressons ici à l'ensemble $\{CPQ - \text{barre de Hall}\}$ qui combine la transmission par un CPQ et la quantification en états de bords. Ce système n'a à notre connaissance pas été exploré. Qualitativement, on s'attend à une admittance inductive à transmission suffisamment grande (les effets capacitifs seront négligeables si le nombre de canaux réfléchis est grand comparé au nombre de canaux transmis). Celle-ci est associée à l'inductance cinétique des barres de Hall, correspondant aux modes transmis et inversement proportionnelle à leur nombre. On s'attend également à ce que l'inductance par mode varie proportionnellement au champ magnétique comme l'inverse de la vitesse de dérive sur les états de bord.

Dans ce chapitre, nous présentons les premières mesures d'admittance (partie réelle et partie imaginaire) d'un contact ponctuel quantique dans la gamme de fréquences de l'ordre du GHz. Ce CPQ est disposé en série avec une barre de Hall. On se place en champ magnétique pour minimiser la résistance de la barre de Hall mais avec un facteur de remplissage suffisamment grand pour pouvoir faire varier significativement le nombre de canaux transmis par le CPQ . Nos résultats expérimentaux font apparaître clairement la quantification attendue de la conductance (partie réelle de l'admittance) en fonction de l'ouverture du CPQ . De manière plus remarquable, nous mettons en évidence une inductance qui s'incrémente à l'ouverture des canaux successifs, ce qui montre l'existence d'une inductance par canal constante. L'ordre de grandeur et la dépendance en champ magnétique de cette inductance confirment l'interprétation en termes d'inductance cinétique. Une analyse fine de la variation de phase en fonction de l'ouverture du CPQ montre qu'émittance et conductance ont la même dépendance en transmission ce qui est la signature du transport électronique cohérent. Par analogie avec le chapitre précédent, le circuit étudié ici peut être vu comme un circuit LR quantique.

Le chapitre s'articule en trois parties. Dans la première, nous développons un modèle simple permettant de calculer l'admittance dynamique cohérente d'un CPQ en régime d'effet Hall quantique par une approche de diffusion. La deuxième partie présente les principes expérimentaux : échantillon, dispositif et procédure expérimentale. La troisième partie est consacrée aux résultats expérimentaux et à leur interprétation.

4.1 Admittance d'un CPQ

Nous introduisons ici la notion d'émittance puis nous considérons le problème théorique de l'admittance d'un CPQ en série avec une barre de Hall. Nous présentons un modèle simple de transport cohérent à travers le CPQ sous champ magnétique utilisant le formalisme de la matrice de diffusion. Nous montrons que ce modèle prévoit un comportement inductif avec une inductance par canal proportionnelle à la densité d'états du mode et inversement proportionnelle à la transmission du CPQ pour le canal considéré.

4.1.1 Notion d'émittance

Rappelons quelques généralités sur la réponse linéaire à fréquence finie des conducteurs quantiques. Celle-ci est décrite par une admittance $G_{\alpha\beta}(\omega)$ qui quantifie le courant sortant du contact α , $\delta I_\alpha \cos(\omega t + \varphi)$, en réponse à une tension oscillante $\delta V_\beta \cos(\omega t)$ appliquée au contact β . La théorie de la réponse linéaire, développée dans les références [86] et [87], donne le développement basse fréquence,

$$G_{\alpha\beta}(\omega) = G_{\alpha\beta}(0) - i\omega E_{\alpha\beta}, \quad (4.1)$$

avec une partie réelle égale à la conductance en régime continu, $G_{\alpha\beta}(0)$, et une partie imaginaire linéaire en ω définissant l'émittance $E_{\alpha\beta}$. Dans le cas d'un couplage capacitif, comme celui étudié au chapitre précédent, l'émittance est positive et égale à la capacité électrochimique $E_{\alpha\beta} = C_{\alpha\beta}$ et la conductance

est nulle.

Plus généralement, un circuit classique RC parallèle a une émittance positive égale à C tandis qu'un circuit RL série a une émittance négative égale à $-L/R^2$. M.Büttiker et T. Christen ont montré [86] qu'un CPQ en champ nul passait progressivement d'un circuit RC parallèle à un circuit RL série à l'ouverture du premier mode (voir figure 4.1).

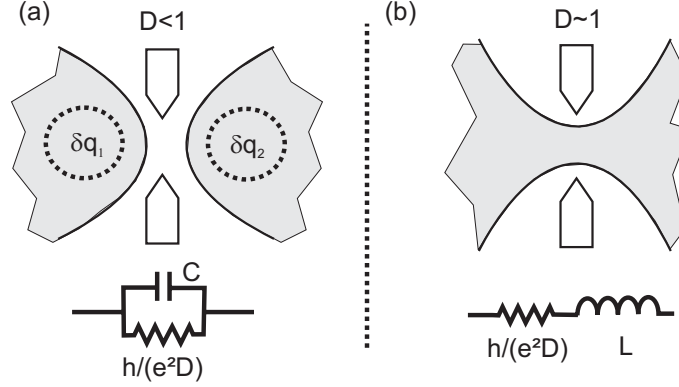


FIG. 4.1 – Description des régimes capacitif ($D < 1$) et inductif ($D \simeq 1$) du CPQ en régime dynamique. Dans le cas $D < 1$ il apparaît une différence de charge δq entre les deux régions de part et d'autre du CPQ associée au « dipôle de Landauer ».

4.1.2 Modélisation d'un CPQ en régime d'effet Hall quantique

Nous considérons ici l'admittance d'un CPQ en série avec une barre de Hall, connectant deux réservoirs (notés α et β). Nous nous plaçons en régime d'effet Hall quantique entier et, comme dans l'étude du circuit RC mésoscopique, nous modélisons dans un premier temps l'ouverture du premier canal de conduction. Nous négligeons dans ce modèle tous les couplages capacitifs du gaz d'électrons avec les conducteurs environnants ainsi que le couplage capacitif entre les deux parties du gaz séparées par le CPQ.

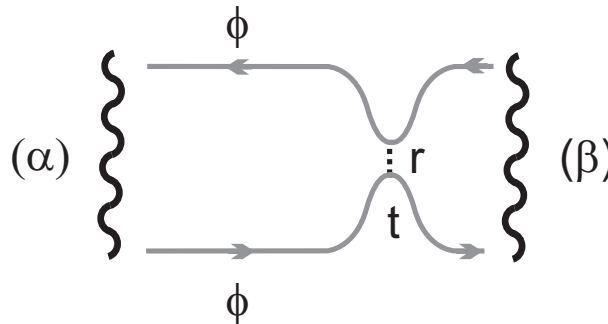


FIG. 4.2 – Modélisation du transport dynamique cohérent à l'ouverture du premier canal d'un CPQ en régime d'effet Hall quantique entier. Le CPQ de transmission t est connecté au réservoir de gauche par une barre de Hall. On note ϕ la phase accumulée par l'électron le long de la barre de Hall.

La matrice de diffusion d'un CPQ monomode en champ magnétique peut être représentée par un coefficient de réflexion r et un coefficient de diffusion t ($|r|^2 + |t|^2 = 1$) réels positifs. En tenant compte de la phase ϕ accumulée le long de la barre de Hall, nous obtenons pour l'association $\{CPQ - \text{barre de Hall}\}$ la matrice de diffusion suivante :

$$s = \begin{pmatrix} r e^{2i\phi} & -t e^{i\phi} \\ t e^{i\phi} & r \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

Dans le cadre de la réponse linéaire $\delta V_\beta \ll \hbar\omega/e$, l'admittance $G_{\alpha\beta}$ du conducteur considéré est donnée par (cette formule a été introduite et discutée au chapitre 1) :

$$G_{\alpha\beta}(\omega) \equiv \frac{\delta I_\alpha}{\delta V_\beta} = \frac{e^2}{h} \int d\epsilon \operatorname{Tr}[\delta_{\alpha\beta} - s_{\alpha\beta}^\dagger(\epsilon) s_{\alpha\beta}(\epsilon + \hbar\omega)] \times \frac{f_\beta(\epsilon) - f_\beta(\epsilon + \hbar\omega)}{\hbar\omega}, \quad (4.3)$$

Dans le cas d'un mode unique, la matrice $s_{\alpha\beta}$ est le scalaire $-t e^{i\phi}$ de sorte que dans la limite des très basses fréquences ¹ :

$$G_{\alpha\beta}(\omega) \simeq \frac{e^2}{h} D + i \frac{e^2}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon} D \omega \quad (4.4)$$

Comme $\frac{1}{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \epsilon} = \mathcal{N}$ est la densité d'états du mode considéré ², l'émittance s'écrit $E = -e^2 D \mathcal{N}$. Le circuit considéré est donc équivalent à l'association en série d'une résistance $R_Q = h/De^2$ et d'une inductance L_Q donnée par :

$$L_Q \equiv -E \left(\frac{h}{De^2} \right)^2 = \left(\frac{h}{e^2} \right)^2 \frac{e^2 \mathcal{N}}{D} \quad (4.5)$$

L_Q est proportionnelle à la densité d'états (il s'agit donc bien d'une inductance cinétique) et *inversement proportionnelle à la transmission*. Cette dernière propriété est la signature du régime cohérent. Comme dans le cas du circuit RC quantique, les lois de Kirchoff sont violées et la présence du CPQ modifie l'inductance de la barre de Hall. Le temps de relaxation caractéristique du circuit RL, donné par $\tau = L_Q/R_Q = h\mathcal{N}$ est, comme pour le circuit RC, indépendant de la transmission du CPQ . Notons que le courant transmis est en retard par rapport au potentiel appliqué, ce qui est caractéristique d'une inductance. Ce retard correspond au temps de propagation τ dans le cas cohérent. Il est indépendant de la transmission.

4.1.2.1 Ordre de grandeur et dépendance en champ magnétique

Nous avons montré au chapitre 3 que la densité d'états sur un canal de bord de longueur l est donnée par $\mathcal{N} = l/hv_d$, où $v_d = E/B$ est la vitesse de dérive de l'électron et E le champ électrostatique de confinement. On en déduit que l'inductance linéique du système que nous avons considéré s'écrit :

$$\mathcal{L}_Q = \frac{h}{De^2} \frac{1}{v_d} \quad (4.6)$$

Avec $v_d \sim 10^5 \text{ ms}^{-1}$ pour un champ $B = 1 \text{ T}$ [46, 47]³, nous estimons l'inductance linéique d'un canal transmis à $\mathcal{L}_Q \sim 100 \text{ nH}/\mu\text{m}$ (on a tenu compte ici de la dégénérescence de spin). Par ailleurs, notre

¹L'admittance est donnée ici en convention récepteur avec une dépendance des grandeurs sinusoïdales en $\exp(-i\omega t)$.

²Ceci est détaillé dans le chapitre 3 pour la capacité mésoscopique.

³De grandes différences sont en général trouvées pour v_d pour des conditions expérimentales apparemment semblables, aussi la valeur donnée ici n'est qu'indicative.

modèle prévoit une inductance linéique par canal proportionnelle au champ magnétique.

4.1.3 Généralisation au cas de N canaux transmis

La discussion précédente sur l'émittance à l'ouverture du premier canal se généralise facilement au cas de N canaux par une mise en parallèle des contributions de chaque canal. Un saut négatif d'émittance se produit à l'ouverture de chaque nouveau canal comme le montre la simulation de la figure 4.3. Le diagramme de Nyquist (insert de la figure 4.3) du système est alors une droite de pente négative. Ceci traduit simplement le fait que la résistance et l'inductance varient à la fois comme le nombre de canaux et comme l'inverse de la transmission pendant l'ouverture d'un canal, de sorte que la phase de la réponse est constante. La réponse incohérente du circuit serait caractérisée par un diagramme de Nyquist présentant des festons comme indiqué en pointillé sur l'insert de la figure 4.3. Ces festons sont le reflet de la dépendance en D^2 de l'émittance d'un circuit d'inductance linéique par canal constante.

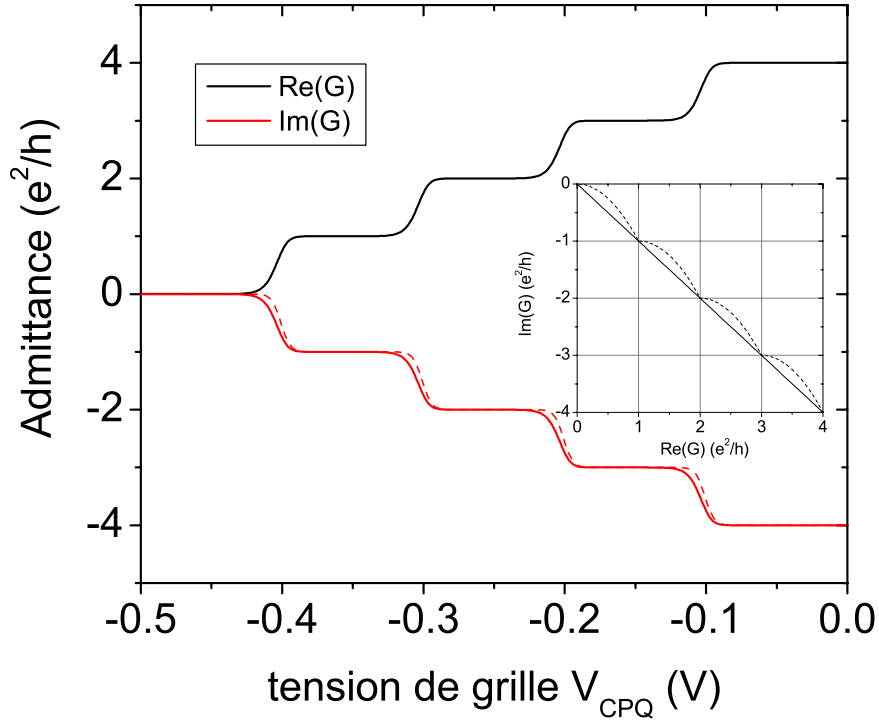


FIG. 4.3 – Simulation de l'ouverture de quatre canaux de conduction en régime de Hall. Partie réelle (courbe noire) et imaginaire (courbe rouge) de l'admittance en fonction de la tension de grille V_{CPQ} du CPQ. Les paramètres sont tels que $\omega L_Q = h/e^2$ à $D = 1$. Comme au chapitre 3, nous supposons que la transmission lors de l'ouverture d'un canal est donnée par $D(V_{CPQ}) = 1/(\exp(V_{CPQ}/\delta V) + 1)$. On a choisi $\delta V = 0.012$ V et on a supposé que les canaux s'ouvraient régulièrement tous les 0.1 V. L'admittance du même circuit en régime incohérent est présentée en traits pointillés. En insert, on présente le diagramme de Nyquist correspondant (trait plein) et par comparaison, le diagramme de Nyquist de la réponse incohérente du même circuit (trait pointillé).

4.2 Dispositif expérimental

4.2.1 L'échantillon

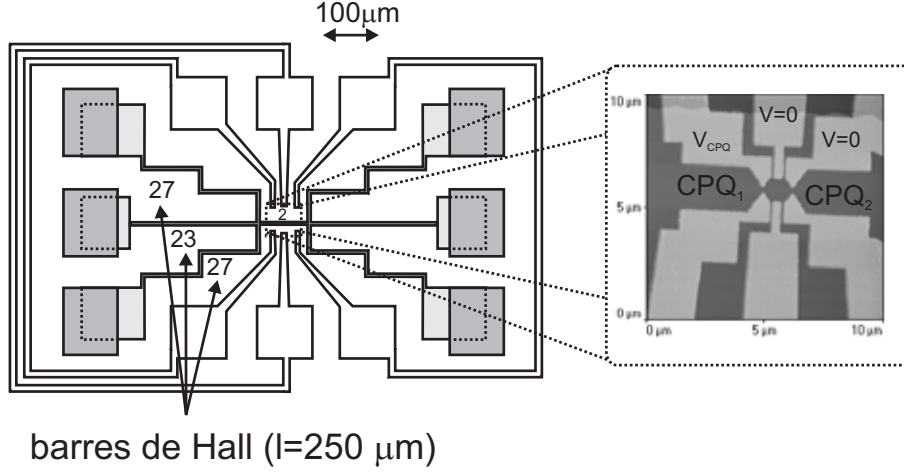


FIG. 4.4 – Description de l'échantillon ayant servi à la mesure de la quantification de l'admittance. L'encadré correspond à l'agrandissement du *CPQ*. La grille centrale ainsi que le *CPQ* n°2 sont laissés flottants alors que le *CPQ* n°1 est contrôlé par la tension de grille V_g . Les chiffres en bout de flèche correspondent au nombre de carré de chaque barre de Hall.

Les résultats reportés dans ce chapitre sont relatifs à un seul échantillon issu d'une série utilisée originellement par C. Pasquier lors de son travail de thèse sur le blocage de Coulomb dans les boîtes quantiques [85]. La géométrie de l'échantillon est schématisée sur la figure 4.4. La partie centrale, détaillée en insert (image AFM), est une barre de $\sim 50\mu\text{m}$ de long et $6\mu\text{m}$ de large réalisée dans un « mesa » de gaz d'électrons de densité et mobilité nominales $n = 1.2 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$ et $\mu = 3 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ [85]. Elle est pourvue d'un jeu de trois grilles symétriques, deux *CPQ* (G1 et G2) encadrant une grille centrale, le tout définissant une boîte quantique avec sa grille de commande. Les accès à la partie centrale sont constitués, de chaque côté, par trois mésas plus larges en parallèle, suivis de trois contacts.

Dans nos expériences, seul le *CPQ* G1 est actif et contrôlé par la tension de grille V_g . Les deux autres grilles sont mises à la masse. Elle introduisent un couplage capacitif fort entre le gaz 2D et la masse (de l'ordre de 20 fF) qui court-circuite la partie droite de l'échantillon. Celui-ci est donc en fait constitué d'une barre de hall en série avec un *CPQ*.

4.2.1.1 Impédance série

Toutes les mesures ont été réalisées en champ magnétique pour minimiser la résistance de la barre de Hall (de sorte qu'à la fréquence de travail GHz, les barres de Hall sont essentiellement inductives). Cependant, en raison de la sensibilité des isolateurs au champ magnétique, nous sommes limités à des bas champs correspondant à $\nu \geq 14$. On peut alors estimer à partir de la géométrie de l'échantillon et de ses propriétés la résistance des accès $R_{fil} \simeq 150 \Omega$. Comme l'inductance d'un canal de bord est de l'ordre de $100 \text{ nH}/\mu\text{m}$, on peut également estimer l'inductance série des accès à environ $L_{fil} = 0.5 \mu\text{H}$.

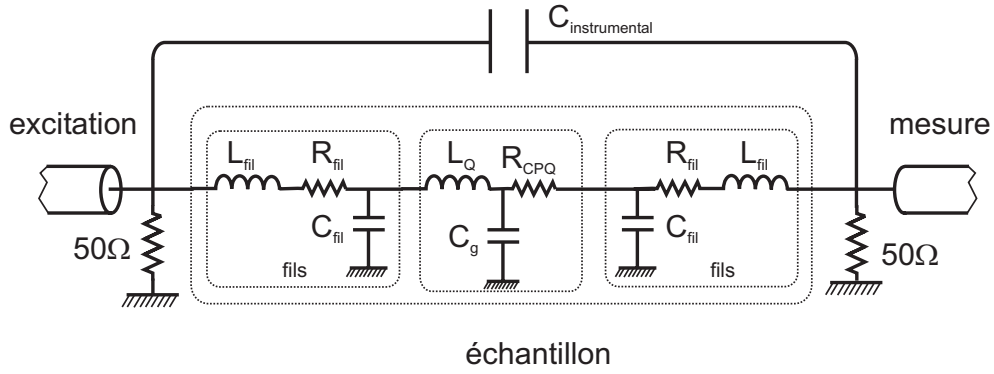


FIG. 4.5 – Schéma électrocinétique équivalent de l'échantillon pris entre deux lignes RF refermées sur 50Ω . On distingue les accès à la barre de Hall sur les côtés et le domaine actif au centre. Les valeurs numériques indicatives sont $L_{fil} \simeq 0.5 \mu\text{H}$, $R_{fil} \lesssim 150\Omega$, $C_{fil} \simeq 90 \text{ fF}$, $C \lesssim 2 \text{ fF}$.

4.2.1.2 Capacités parasites

Le logiciel AppCad permet d'estimer la capacité linéique entre un gaz d'électrons et une grille en régime déplété ($V_{CPQ} < -0.15 \text{ V}$) à $\lesssim 0.2 \text{ fF}/\mu\text{m}$. Compte tenu de la géométrie de l'échantillon, la capacité C de couplage entre la barre de Hall et la grille du CPQ actif est estimée à $C \lesssim 2 \text{ fF}/\mu\text{m}$. L'impédance associée ($> 50 \text{ k}\Omega$ à 1.5 GHz) correspond à des fuites RF négligeables compte tenu de l'admittance $\geq (10 \text{ k}\Omega)^{-1}$ de l'échantillon⁴. En régime non-déplété on peut évaluer C , vue comme une capacité planaire, à environ 12 fF ⁵, ce qui équivaut à relier le gaz d'électrons à la masse avec une impédance d'environ $8 \text{ k}\Omega$ dans le cas d'une grille non polarisée. La fuite devient alors importante et doit être prise en compte dans le calcul de la réponse du système. Il reste à évaluer le couplage capacitif entre la barre de Hall et le plan de masse situé à $500 \mu\text{m}$ sous la surface. Il correspond à une capacité de $\sim 60 \text{ aF}/\mu\text{m}$, soit $C_{fil} \sim 90 \text{ fF}$ pour les accès à la barre de Hall et $\lesssim 1 \text{ fF}$ pour la barre elle-même. Cette dernière contribution est négligeable au même titre que la capacité grille C mentionnée plus haut.

L'ensemble des éléments discrets, inductances, résistances et capacités, constituent le schéma électrique équivalent de notre échantillon, représenté sur la figure 4.5. Aux fréquences de travail et compte tenu des ordres de grandeurs, chaque accès (L_{fil} , R_{fil} , C_{fil}) déphase le signal d'environ π . On peut alors vérifier que tant que la capacité C a un rôle négligeable, la phase totale du signal mesurée reste celle de l'admittance de la partie centrale. Comme dans le chapitre précédent, la capacité instrumentale $C_{instrumental}$ mesurée à CPQ fermé (voir figure 4.5) sert de référence de phase.

4.2.2 Dispositif expérimental

Le montage expérimental utilisé dans ces expériences est schématisé sur la figure 4.6. Nous avons utilisé ici le porte échantillon composé des pistes en saphir (voir chapitre 2). Les signaux d'excitation et de mesure sont appliqués aux entrées (a) et (b) auxquelles on a adjoint un « T » de polarisation permettant d'effectuer les mesures continues.

⁴Notons que ces fuites peuvent être supprimées en appliquant une excitation symétrique ($\pm V_{exc}/2$) sur chaque contact de manière à maintenir nul le potentiel chimique au niveau du CPQ

⁵Pour une surface de l'ordre de $s = 10 \mu\text{m}^2$ et un plan d'électrons à $d = 100 \text{ nm}$ de la surface, on trouve $C_g \sim \epsilon_0 \epsilon_r s/d \sim 12 \text{ fF}$.

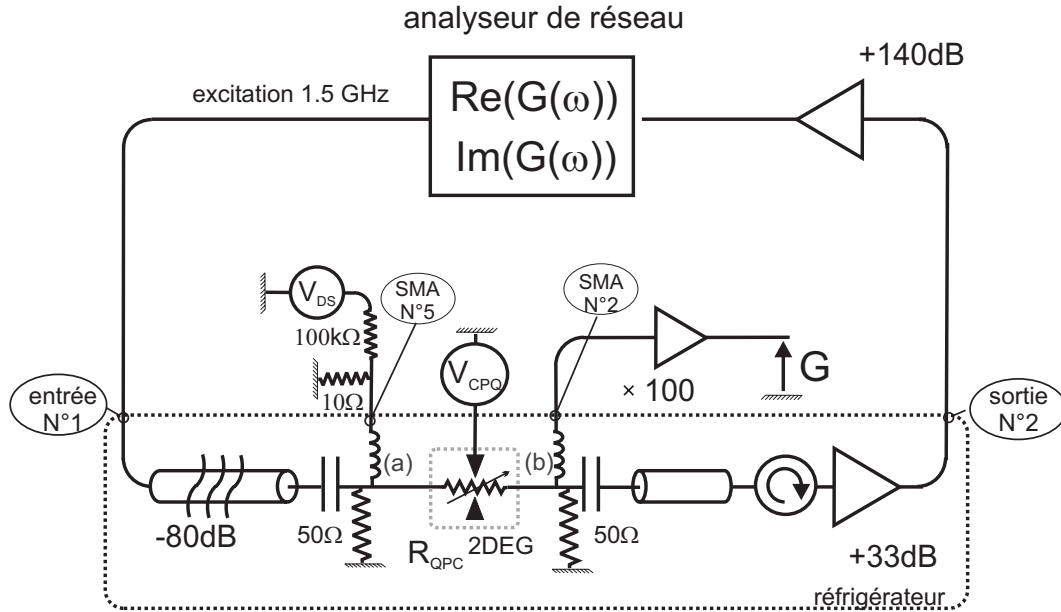


FIG. 4.6 – Schéma du système de mesure. Il comprend la mesure radiofréquence ($Re(G(\omega))$ et $Im(G(\omega))$ en rouge) avec une ligne d'excitation atténuée de 80 dB, puis une chaîne d'amplification et l'analyseur de réseau. La mesure DC est réalisée à l'aide d'une détection synchrone (G en vert).

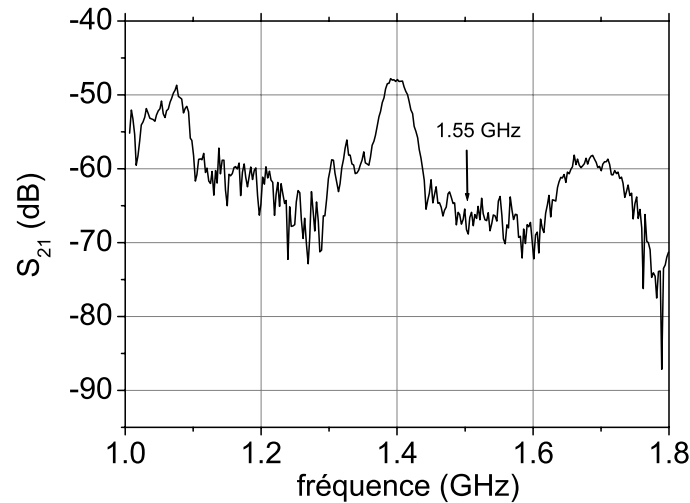


FIG. 4.7 – Réponse en fréquence du système de mesure lorsque le CPQ est totalement pincé.

La technique de mesure a été décrite au chapitre 2 à ceci près qu'on utilise ici l'analyseur vectoriel comme détecteur homodyne. La figure 4.7 montre la réponse en fréquence du système en présence de l'échantillon. Elle présente des résonances à 1.1, 1.4, et 1.7 GHz. Nous prenons les mesures dans la gamme de fréquences correspondant à une réponse plate, autour de 1.2, et 1.55 GHz. Pour améliorer le rapport signal sur bruit, les valeurs de transmission S_{21} sont moyennées sur une bande de 0.1 GHz pour chaque valeur de la tension grille. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas un enregistrement continu des variations de l'admittance en fonction des divers paramètres. Elle ne permet pas non plus d'optimiser la résolution de la mesure.

4.3 Résultats expérimentaux

Dans ce chapitre, toutes les mesures ont été réalisées à la température de base ($T \leq 30$ mK) du réfrigérateur.

4.3.1 Caractérisation en régime continu

La figure 4.8 montre les plateaux de conductance mesurés en DC en fonction de la tension de grille V_{CPQ} du CPQ à $B = 0.224T$, une fois retranchée une résistance série $5.1 \text{ k}\Omega$. La conductance est bien quantifiée en multiples de $G_0 = 2e^2/h$ (ce qui correspond bien au cas dégénéré de spin aux facteurs de remplissage utilisés). La résistance série est très supérieure à la valeur estimée au paragraphe 4.2.1.1. ($\sim 300 \Omega$). Nous attribuons la différence à une résistance série additionnelle due aux connecteurs. Ceci est corroboré par le fait que cette résistance de contact élevée disparaît en régime de couplage AC comme nous le verrons dans la suite.

4.3.2 Observation des plateaux de conductance et d'émittance en régime radio-fréquence

La figure 4.9-a présente une mesure typique de la dépendance, en fonction de la tension de grille V_{CPQ} du CPQ, de la partie réelle de l'admittance de l'échantillon. Les mesures sont faites à 1.5 GHz sous champ faible (à $B = 0.224T$ représenté par des carrés et $B = 0.385T$ représenté par des croix). La phase du signal a été réglée de sorte que le couplage résiduel à CPQ fermé ($V_{CPQ} < -0.9 \text{ V}$) soit purement capacitif. On a de plus retiré une résistance série $R_{fil} \simeq 500 \Omega$, cette fois-ci en bon accord avec l'estimation du paragraphe 4.2.1.1. La résolution en V_{CPQ} est suffisante pour faire apparaître clairement des plateaux de conductance régulièrement espacés à l'ouverture des premiers canaux. On utilise cette quantification en unités de $2e^2/h$ pour calibrer la mesure d'admittance.

La figure 4.9-b montre le diagramme de Nyquist correspondant à la mesure d'admittance. Au point ①, le CPQ est fermé ($V_{CPQ} < -0.9 \text{ V}$) et l'admittance est purement capacitive. L'écart $G(V_{CPQ}) - G(-0.9 \text{ V})$ mesure la contribution de l'échantillon. Comme on l'a mentionné plus haut, la phase mesurée est celle de l'admittance de l'ensemble $\{CPQ - \text{barre de Hall}\}$ (contrairement au module qui lui est affecté par les accès). On observe une dépendance quasi-linéaire $\text{Im}(G)$ v.s. $\text{Re}(G)$ lors de l'ouverture des premiers canaux du CPQ (régime ②). Enfin on observe une rotation de la phase du signal à l'ouverture totale du CPQ (régime ③).

La phase α de l'admittance dans le régime ② est négative et constante. On en déduit que l'émittance à la même dépendance en V_{CPQ} que l'admittance et présente les mêmes plateaux à l'ouverture des canaux. Ces observations sont conformes aux attentes théoriques et démontrent une inductance constante par

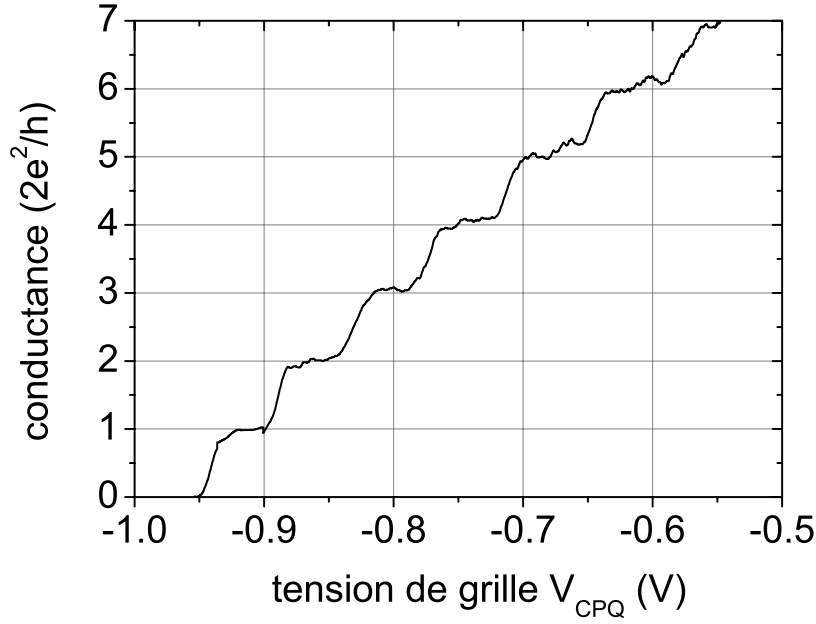


FIG. 4.8 – Mesure de la conductance DC à $B = 0.224$ T pour une excitation en tension de $10 \mu\text{V}$ aux bornes de l'échantillon. Les points rouges correspondent à la conductance effectivement mesurée $1/G_{\text{mesure},N} = 12.9 \text{ k}\Omega/N + R_{\text{série}}$. Les points noirs correspondent à la conductance du CPQ seul $G_{\text{CPQ},N} = N/12.9 \text{ k}\Omega$.

canal transmis. Par ailleurs, la valeur absolue de la phase augmente avec le champ magnétique. C'est le comportement attendu pour une inductance cinétique en régime de canaux de bord. Plus précisément, on mesure $\text{tg} \alpha \propto B$ avec $\text{tg} |\alpha| = 0.51$ à $B = 0.224$ T et $\text{tg} |\alpha| = 0.89$ à $B = 0.385$ T. On en déduit une inductance par canal $L_Q/B = 3.1 \mu\text{H}/\text{T}$, ce qui, compte-tenu de l'estimation présentée au paragraphe 4.1.2.1 conduit à une longueur effective de canal de bord de l'ordre de $30 \mu\text{m}$, comparable à la demi-largeur de la partie centrale de l'échantillon.

A l'ouverture totale du CPQ (régime ©), la phase tourne car le couplage capacitif vers les grilles devient important en régime non déplété (l'impédance de la capacité C varie rapidement d'une valeur grande en régime déplété à une valeur comparable à celle de la partie centrale de l'échantillon en régime non déplété, comme on la vu au paragraphe 4.2.1.2).

On néglige ici les effets capacitifs qui pourraient apparaître à cause des couplages entre canaux [87] car on se place expérimentalement dans la situation où le nombre de canaux réfléchis est bien supérieur au nombre de canaux transmis ($\nu \geq 14$). Les effets capacitifs peuvent alors être considérés comme indépendants de la transmission car le nombre de canaux réfléchis varie peu. Ils sont alors pris en compte dans la capacité $C_{\text{instrumental}}$.

Dans ces premières mesures, l'incrément de tension grille ne permet pas d'étudier en détail les variations d'admittance pendant l'ouverture d'un canal. Les mesures présentées au paragraphe suivant reproduisent les mesures précédentes, à une fréquence légèrement plus basse (1.25 GHz), avec un pas de tension grille

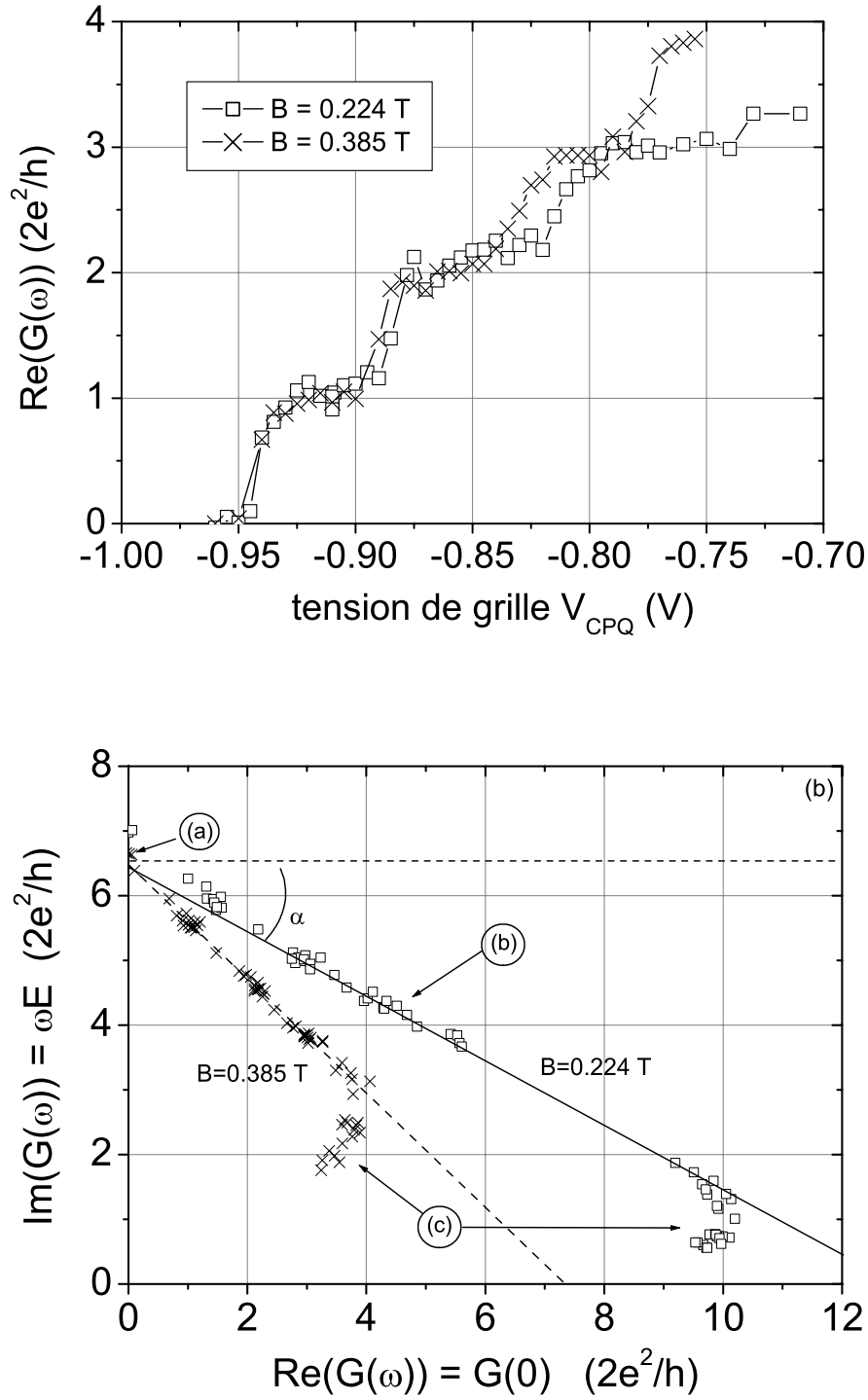


FIG. 4.9 – Mesure de l'admittance d'un *CPQ* à 1.5 GHz, sous champ $B = 0.224T$ (carrés) et $B = 0.385T$ (croix). a) Partie réelle. Comme en DC, on observe la quantification de la conductance en multiple de $2e^2/h$, qui fournit la calibration en amplitude de la mesure. b) Diagrammes de Nyquist correspondant. La phase a été ajustée de sorte que le couplage à *CPQ* pincé soit purement capacitif (points (a)). Le régime (b) correspondant à l'ouverture des premiers canaux se traduit par une droite de phase constante. A l'ouverture totale du *CPQ* (régime (c)), la phase tourne à cause du couplage capacitif vers les grilles, qui devient important en régime non déplété.

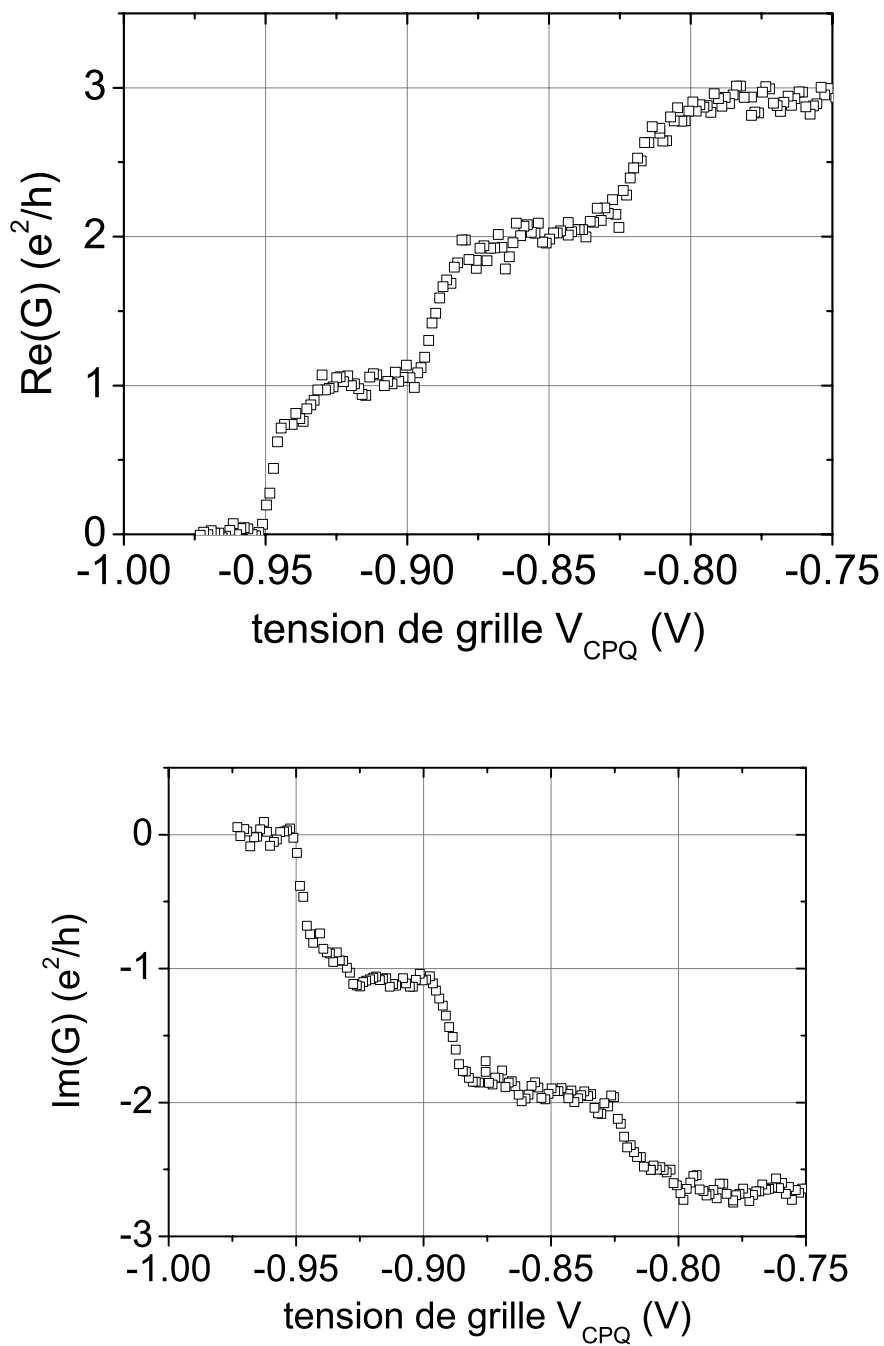


FIG. 4.10 – Parties réelle (a) et imaginaire (b) de l'admittance du *CPQ* mesurée à 1.25 GHz et 0.385 T. Chacun des 500 points de mesure est une moyenne sur 160 fréquences dans une bande de 0.1 GHz effectuée par l'analyseur de réseau.

beaucoup plus fin.

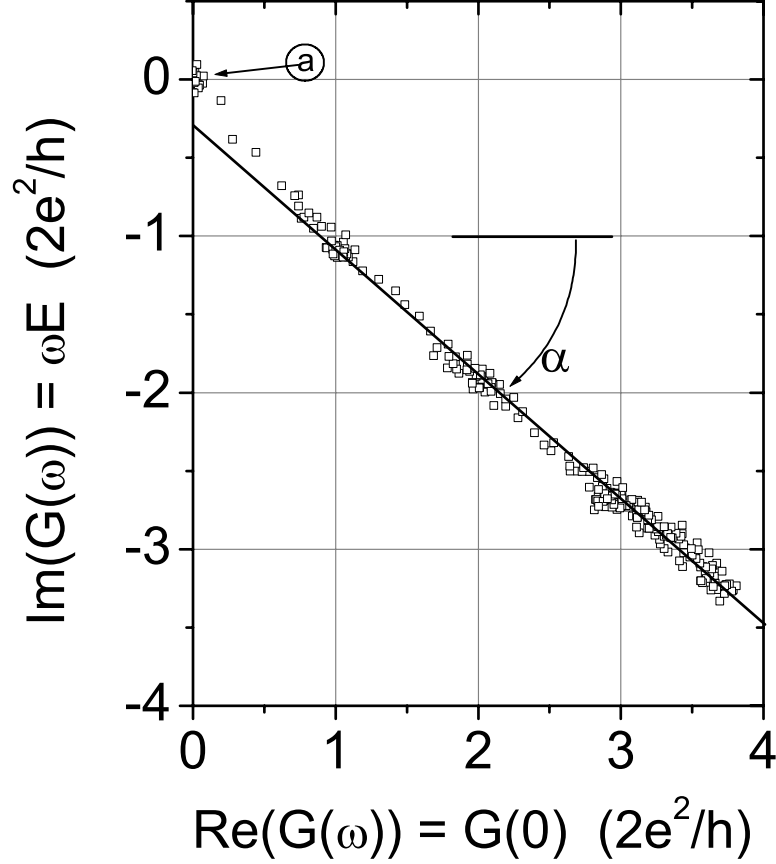


FIG. 4.11 – Diagramme de Nyquist de l'admittance mesurée figure 4.10. La phase a été ajustée de sorte que le couplage à CPQ pincé soit purement capacitif.

4.3.3 Mesures détaillées de l'admittance d'un ensemble barre de Hall- CPQ

La figure 4.10 montre les variations d'admittance (partie réelle (a) et partie imaginaire (b)) à l'ouverture des 3 premiers canaux de conduction. On retrouve avec un plus grand détail les plateaux de conductance (figure 4.10-a). On observe en particulier clairement le détail des transitions entre plateaux. Sur la figure 4.10-b, on met en évidence les sauts d'émittance associés à l'ouverture des canaux et prévus par la théorie de T. Christen et M. Büttiker [86]. Les plateaux d'émittance ressemblent qualitativement aux plateaux de conductance (au signe près). En particulier, les marches sont quasi équidistantes ce qui montre clairement la pertinence de la notion d'inductance par canal.

Pour mettre en évidence d'éventuelles différences dans les variations avec la transmission de l'émittance et de l'admittance, il convient à nouveau de représenter ces données dans le diagramme de Nyquist. Celui-ci est présenté sur la figure 4.11. Les plateaux se manifestent sur ce diagramme par des accumulations de points régulièrement espacés, alignés sur une droite de phase constante α comme dans les mesures

précédentes. Cette figure montre en plus de manière très nette que les transitions entre plateaux restent sur cette même droite. Cela prouve expérimentalement que l'émittance varie avec la transmission comme la conductance ($E \propto \sum D_n$ où D_n est la transmission du $n^{ième}$ mode. Ce résultat est en accord avec le modèle proposé au paragraphe 4.1.2. Ce comportement est la signature du régime cohérent. Il est qualitativement différent de celui attendu pour le régime incohérent (voir figure 4.3) ⁶.

4.4 Conclusion

Nous avons mesuré pour la première fois l'admittance complexe d'un *CPQ* en série avec une barre de Hall dans la gamme de fréquence des GHz. Nous avons observé des plateaux de conductance identiques à ceux mesurés en DC. De manière plus spectaculaire, nous avons également mis en évidence les plateaux d'émittance prédits théoriquement depuis une dizaine d'années. Ces plateaux sont associés à l'existence d'une inductance par canal dans la barre de Hall. La cohérence du transport électronique sur l'ensemble barre de Hall-*CPQ* se manifeste par une dépendance de cette inductance inversement proportionnelle à la transmission du *CPQ*, par opposition au régime incohérent où l'inductance est indépendante de la transmission.

⁶On peut remarquer sur la figure 4.11 que les premiers points obtenus au voisinage du pinch-off sont situés significativement au dessus de la droite de phase α . Ce décalage pourrait être attribué à un couplage capacitif entre les 2 côtés du *CPQ*. On peut estimer ce couplage à environ $3fF$.

Troisième partie

Une expérience de corrélations Hanbury-Brown & Twiss pour mesurer la statistique de photons émis par les conducteurs quantiques

Ce chapitre présente, sous la forme d'un article, le travail que j'ai effectué à la suite du travail de thèse de Laure-Hélène Bize-Reydellet [88]. Il est motivé par le lien qui existe entre la statistique des électrons dans un conducteur et la statistique des photons qu'il émet. Ainsi, les conducteurs quantiques pourraient constituer de nouvelles sources quantiques de photons [89]. En effet, le caractère sub-poissonien de la statistique d'électrons dans certains conducteurs quantiques [24, 26, 27, 90] pourrait être utilisé pour générer des photons possédant eux-mêmes une statistique sub-poissonienne [91, 92].

Le rayonnement de photons émis par les conducteurs qui nous intéressent se situe dans la gamme des GHz [93, 94]. Le travail de Laure-Hélène a été de prouver, sur des conducteurs classiques qu'il était possible de distinguer différents types de statistiques de photons GHz à l'aide d'une mesure de corrélations de type Hanbury Brown & Twiss (HB&T) communément utilisée en optique [29, 29, 31, 32]. Cette technique lui a permis de différencier le rayonnement super-poissonien d'une source thermique du rayonnement poissonien d'une source cohérente [95]. Mon travail a été de réaliser le même type d'expérience avec un conducteur en régime quantique. Ce régime est atteint à des températures inférieures à l'énergie des photons mesurés ($T \leq T_Q = h\nu$). Nous avons ainsi montré que le rayonnement d'une résistance de $50\ \Omega$ thermalisée à une dizaine de mK possède une distribution de Bose-Einstein [96]. Nous avons notamment observé le passage du régime quantique ($T \leq T_Q$) révélant la quantification du rayonnement, au régime classique ($T > T_Q$) pour lequel la puissance de photons émis est proportionnelle à la température. En reprenant l'argument de H. Nyquist [97] et les travaux de R. Glauber [98] nous avons ainsi relié la puissance de photons aux fluctuations de courant et les fluctuations de puissance aux moments d'ordre 4 de la distribution de courant. Cette expérience, en plus d'ouvrir la voie à la création de sources de photons non classiques, permet d'étudier les moments supérieurs de la distribution électronique du conducteur étudié [22, 99–102]. L'extrême sensibilité du dispositif expérimental (mesure d'un photon toutes les 100 ms en moyenne) a ainsi permis de mesurer les corrélations croisées HB&T dans le régime quantique et de confirmer l'annulation de celles-ci à température nulle.

Sur un plan plus technique, ces mesures de bruit à fréquence finie ont également permis de caractériser la chaîne d'amplification ultra bas bruit utilisée pour les mesures d'admittance sur les conducteurs quantiques (Partie I). Nous avons ainsi mesuré une température de bruit d'amplificateur de l'ordre de 14 K et montré que des amplificateurs commerciaux radiofréquences bas bruit conservent les caractéristiques quantiques du rayonnement de photons qu'ils amplifient [103, 104].

Le travail effectué sur la source thermique constitue une première étape. Il est maintenant important d'appliquer la technique développée ici à l'étude de conducteurs quantiques. Une expérience de ce type mettant en jeu un contact ponctuel quantique est en cours de réalisation dans le groupe de Christian Glattli au SPEC ⁷. Julien Segala, Fabien Portier et Patrice Roche cherchent à mesurer les corrélations négatives caractéristiques d'un bruit sub-poissonien sur les photons émis par un contact ponctuel quantique.

⁷CEA Saclay ,DSM/DRECAM/SPEC, Orme des merisiers 91191 Gif sur Yvette cedex.

Hanbury Brown–Twiss Correlations to Probe the Population Statistics of GHz Photons Emitted by Conductors

J. Gabelli,¹ L.-H. Reydellet,² G. Fève,¹ J.-M. Berroir,¹ B. Plaçais,¹ P. Roche,² and D.C. Glatthi^{1,2,*}

¹*Laboratoire Pierre Aigrain, Département de Physique de l'Ecole Normale Supérieure, 24 rue Lhomond, 75231 Paris Cedex 05, France*

²*Service de Physique de l'Etat Condensé, CEA Saclay, F-91191 Gif-sur-Yvette, France*

(Received 23 March 2004; published 27 July 2004)

We present the first study of the statistics of GHz photons in quantum circuits, using Hanbury Brown and Twiss correlations. The super-Poissonian and Poissonian photon statistics of thermal and coherent sources, respectively, made of a resistor and a radio frequency generator, are measured down to the quantum regime at milli-Kelvin temperatures. As photon correlations are linked to the second and fourth moments of current fluctuations, this experiment, which is based on current cryogenic electronics, may become a standard for probing electron/photon statistics in quantum conductors.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.93.056801

PACS numbers: 73.23.-b, 42.50.Ar, 73.50.Td

The seminal experiment of Hanbury Brown and Twiss (HBT) [1], consisted in two detectors correlating the power fluctuations of a single electromagnetic source at the outputs of a beam splitter [Fig. 1(a)]. Positive correlations observed for thermal photons within the coherence time have been interpreted as originating from photon bunching due to Bose-Einstein statistics [2]. Since correlations are very sensitive to statistics, HBT experiments have been widely used to investigate optical sources: laser light has Poissonian fluctuations revealed by vanishing HBT correlations; negative correlations have also been reported for nonclassical sources [3].

HBT correlations have also been observed with degenerate electrons in quantum conductors, where the analogue of the photon flux is the electrical current. Because of Fermi statistics, electrons emitted by contacts can be noiseless. As a result, sub-Poissonian noise and electron antibunching are observed [4–7], in quantitative agreement with predictions [8–11]. Comparing photon and electron statistics would remain a formal exercise unless one notices the dual representation of the current as fermionic excitations in a quantum conductor and bosonic electromagnetic modes in the external measuring circuit. This raises the intriguing question of how to relate the sub-Poissonian statistics of electrons fluctuations in the conductor to the statistics of the emitted photons [12–14]. A first theoretical answer has been given in Ref. [15] where the photon statistics is shown to remarkably deviate from the super-Poissonian black-body radiation. As shown below there is also a direct relation between photon statistics and the fourth moment of the electron full counting statistics [14].

But how to measure reliably the photon statistics in quantum circuits? Quantum effects in conductors, best displayed at sub-Kelvin temperatures, require few photon number detection at GHz frequencies and make experimental detection of TEM photon fluctuations challenging. An elegant approach is provided by quantum dots and

superconducting mesoscopic photon detectors [16,17]. However, a more versatile approach is to use cryogenic low noise amplifiers (LNA) followed by detectors.

In this Letter, we present the first HBT photon correlation measurements in the GHz range and in the few photon population number regime. The use of linear phase-insensitive amplification prior to photon detection provides a new situation having no optical counterpart. It is shown to preserve the nature of the HBT correlations characterizing the photon source under test. The sensitivity to various statistics is tested. First, an impedance matched resistor is used which provides an ideal black-body thermal source. Although expected, we show for the

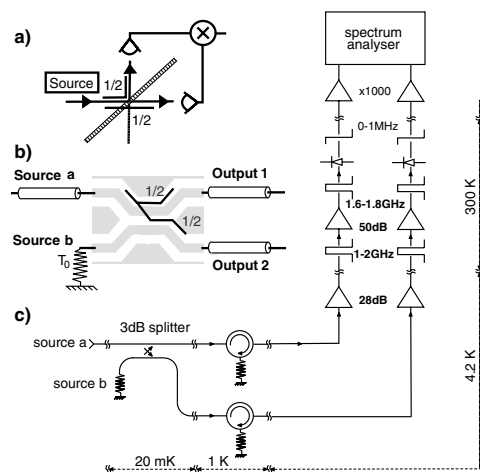


FIG. 1. Schematics of the HBT experiment (a), of the GHz beam splitter (b), of the amplification and detection chains (c). A detailed description is given in the text.

first time that the Johnson-Nyquist noise is associated with super-Poissonian noise and positive HBT correlations characteristic of Bose-Einstein thermal distribution. Second, a low noise radio frequency generator is used as a monochromatic coherent photon source. It is found to generate coherent photons with Poissonian statistics and vanishing HBT correlations (like a Laser). Regarding autocorrelations, which are sensitive to detection details, a quantum description of the amplifier noise is made which quantitatively agrees with our measurements.

Following Nyquist [18], the current noise power of a conductor of conductance G can be related to the power of TEM waves emitted in the external circuit. If Z is the characteristic circuit impedance, the average power in a small frequency range ν , $\nu + d\nu$ is

$$\bar{P} = \frac{Z}{(1 + GZ)^2} S_I(\nu) d\nu = \bar{N} h \nu d\nu.$$

Here N is the photon population, and $S_I(\nu) = \overline{(\Delta I)^2}/d\nu$ the spectral density of current fluctuation $\Delta I(t)$ filtered in the frequency range ν , $\nu + d\nu$ [19]. The fluctuations of the current noise power entail fluctuations in the photon power at frequencies much lower than ν . For classical currents, its variance, proportional to the low frequency bandwidth B , is, according to notations in [19],

$$\langle (\Delta P)^2 \rangle = \frac{Z^2}{(1 + GZ)^4} \langle [(\Delta I)^2(t) - \overline{(\Delta I)^2}]^2 \rangle$$

and that of the photon population is directly related to the fourth moment of the current fluctuation:

$$\overline{(\Delta N)^2} = \left(\frac{Ze^2}{h(1 + GZ)^2} \right)^2 \times \frac{\overline{(\Delta I)^4} - [\overline{(\Delta I)^2}]^2}{(e^2 \nu d\nu)^2}.$$

According to Glauber [20], thermal fluctuations of a classical current lead to super-Poissonian fluctuations $\overline{(\Delta N)^2} = \bar{N}(1 + \bar{N})$ or

$$\langle (\Delta P)^2 \rangle = 2B\bar{N}(1 + \bar{N})(h\nu)^2 d\nu, \quad (1)$$

with $\bar{N}$ given by the Bose-Einstein distribution. In the case of quantum conductors, the current is no longer a classical observable and the unsymmetrized current noise operator $\hat{S}_I(\nu, t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \hat{I}(t) \hat{I}(t + \tau) \exp(i2\pi\nu\tau)$ is needed [16,21]. A full quantum treatment can be found in Ref. [15] which shows that, for conductors with large numbers of electronic modes, the statistics of photons shows only small deviations from Bose-Einstein distribution even when shot noise dominates over thermal noise. However, a single electronic mode conductor with transmission close to 1/2 is found to emit nonclassical photons for frequency in the range $1/e$. Nonclassical photons are characterized by negative deviations $\overline{(\Delta N)^2} - \bar{N}$ from the Poisson statistics, which is precisely the quantity that HBT correlations measure. This remarkable result and the connection with the fourth moment of

the full electron current statistics provide a strong motivation to investigate HBT photon correlations in quantum circuits.

The radio-frequency equivalent of the optical HBT experiment is shown in Fig. 1(b). Source (a) is the rf-photon source under test. The emitted TEM photons propagate through a short 50 Ω characteristic impedance coaxial line and are fed to a cryogenic 3 dB stripline power splitter. The splitter scattering matrix, measured with a network analyzer, is identical to that of an optical separatrix (phases included). A built-in 50 Ω resistor, source (b), plays the role of the vacuum channel of the optical case. Photon vacuum is achieved when its temperature T_0 satisfies $T_0 \ll T_Q$ where $T_Q = h\nu/k_B$. Outputs (1) and (2) of the power splitter are not immediately detected but a 1–2 GHz linear phase-insensitive amplification chain is inserted before square-law detection [see Fig. 1(c)]. Each chain consists in a microwave circulator followed by an ultralow noise cryogenic amplifier and room temperature amplifiers. The circulators, at low temperature, ensure that amplifiers do not send back photons towards (a) and (b). The detectors give an output voltage proportional to the photon intensity after amplification $P_{1,2}^{\text{out}}$. Their finite 1 μ s integration time allows to monitor the low frequency photon intensity fluctuations. A fast numerical spectrum analyzer calculates the autocorrelations $\langle (\Delta P_{1,2}^{\text{out}})^2 \rangle$ and the HBT cross correlations $\langle \Delta P_1^{\text{out}} \Delta P_2^{\text{out}} \rangle$ in the band 40–200 kHz ($B = 160$ kHz).

In a first series of experiments, A and B , the sensitivity to Bose-Einstein statistics is tested. In a third experiment C , Poisson's statistics is tested using coherent photons. In A , source (a) is a 50 conductor whose temperature T is varied from 20 mK to several K, while source (b) realizes good photon vacuum ($T_0 = 17$ –20 mK $< T_Q$). A pair of 1.64–1.81 GHz filters select a narrow band frequency around $\nu = 1.72$ GHz, with $T_Q = 86$ mK and $h\nu \ll k_B T$. A quantum description of the amplifiers (see below) predicts the mean powers $P_i = P_i^{\text{out}}/G_i$, referred to the input, and their fluctuations:

$$\bar{P}_i = \left(\frac{\bar{N}_a}{2} + \frac{\bar{N}_b}{2} + \frac{k_B T_{N,i}}{h\nu} \right) h\nu d\nu, \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \langle (\Delta P_i)^2 \rangle &= 2B \left(\frac{\bar{N}_a}{2} + \frac{\bar{N}_b}{2} + \frac{k_B T_{N,i}}{h\nu} \right) \\ &\times \left(\frac{1}{G_i} + \frac{\bar{N}_a}{2} + \frac{\bar{N}_b}{2} + \frac{k_B T_{N,i}}{h\nu} \right) (h\nu)^2 d\nu \\ &\approx \langle P_i \rangle^2 \frac{2B}{d\nu}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle = 2B \left(\frac{\bar{N}_a}{2} - \frac{\bar{N}_b}{2} \right)^2 (h\nu)^2 d\nu. \quad (4)$$

Here $\bar{N}_a$ and $\bar{N}_b$ are the photon populations of sources (a)

and (b) given by Bose-Einstein distribution, with $\bar{N}_b \approx 0$ as $T_0 \ll T_Q$. Autocorrelations differ from Eq. (1) in two ways: first, the factor 1 in the second parenthesis, revealing the independent particle behavior of thermal photons is replaced by $1/G_i$ ($G_i = 80$ dB) when referred to the amplifier input; second, an extra photon population is added due to amplifier noise expressed in temperature units $T_{N,i}$ ($T_N \approx 15$ K in the experiment A and $T_N \approx 6$ K in experiments B and C). The HBT cross correlation is unaffected by amplification.

Experimental results are shown in Fig. 2. The solid line is the Bose-Einstein theoretical fit of the mean photon power with Eq. (2) taking T_N and G as free parameters. The experimental data reproduce well the quantum crossover at $T_Q/2 \approx 43$ mK. This is the coldest quantum crossover ever reported for microwave photons. The parameter G is consistent with independent setup calibration. The experimental scatter, $\delta T \approx 1$ mK in temperature units, corresponds to the resolution $\delta T \approx 2T_N/\sqrt{d\nu\Delta t}$ expected for few seconds acquisition time Δt . This unprecedented sensitivity amounts to flux rate variations of 1 photon per μs . The HBT cross correlations $\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle$ are expected to vary like $(\bar{N}_a)^2 \approx (T/T_Q)^2$ for $T > T_Q$ as $\bar{N}_b = 0$. This is exactly what we observed in Fig. 2. This provides the first evidence for Bose-Einstein correlations of photon emitted by a resistor in the few photon number limit at sub-Kelvin temperature. The correlation resolution is $\delta\langle(\Delta P)^2\rangle \approx \langle(\Delta P_{1,2})^2\rangle/\sqrt{B\Delta t}$. This corresponds to detect

population fluctuations of $\sqrt{\Delta N_1 \Delta N_2} \approx k_B T_N / (h\nu\sqrt{B\Delta t}) \approx 1.5$ for our experimental $\Delta t = 1000$ s.

Experiment B provides evidence for vanishing HBT correlations $\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle \approx (\bar{N}_a - \bar{N}_b)^2$ when $\bar{N}_a = \bar{N}_b$. The experiment is performed at higher temperature ($T = 4-24$ K, $T_0 = 4$ K). Source (b) is no longer in the ground state: $\bar{N}_b(\nu) \approx k_B T_0 / h\nu \approx 40$. Here, the central frequency is $\nu = 1.5$ GHz, the bandwidth $d\nu \approx 0.8$ GHz, and the amplifier noise temperatures $T_{N,i} = 6$ K and 8 K. As shown in Fig. 3, $\bar{P}_{1,2}$ linearly depend on temperature in agreement with Eq. (2). The $T = 0$ extrapolates define the LNA noise temperatures. In our analysis the linear slopes give $G_1 = 1.53 \times 10^8$ ($\Delta\nu_1 = 0.75$ GHz), $G_2 = 1.17 \times 10^8$ ($\Delta\nu_2 = 0.88$ GHz) in fair agreement (within 20%) with independent calibration. The square root of the autocorrelation shows linear variation with temperature exemplifying the super-Poissonian noise of thermal photons given by Eq. (3). There are no free parameter left for the HBT correlations as gains are known. They are found positive and quantitatively agree with Eq. (4) (solid line in Fig. 3). They extrapolate to 0 for equal temperature sources [22].

Experiment C tests the sensitivity to a different statistics. A microwave source of frequency $\nu_0 = 1.5$ GHz and bandwidth ≈ 100 Hz generates monochromatic photons. Its output is attenuated at cryogenic temperature T_{att} . The average power $\bar{P}_a$ in (a), is chosen comparable to that delivered by the thermal source in experiment B. As for a laser, the source is expected to generate coherent photon

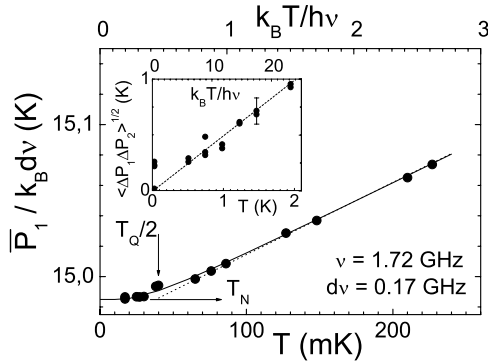


FIG. 2. Experiment A: Thermal source at $\nu = 1.7$ GHz. Main frame: quantum crossover at $T_Q/2 \approx 40$ mK in the mean photon power $\bar{P}_1$ as function of temperature T , or effective occupation number $k_B T / h\nu$ for a beam splitter temperature $T_0 \approx 17$ mK. The solid line is a Bose-Einstein fit with an amplifier noise temperature $T_N \approx 15$ K. Inset: positive HBT correlations show the bunching of thermal photons and the absence of residual correlations at $T = 0$ K. Experimental scatter lies within the expected statistical uncertainty (error bar).

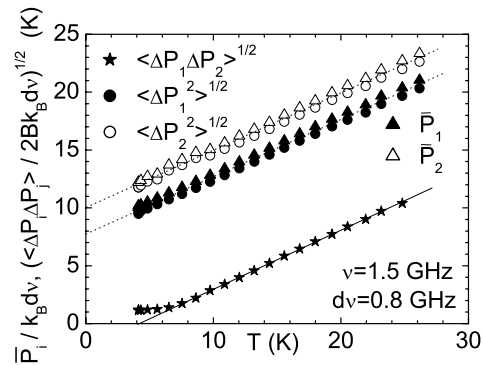


FIG. 3. Experiment B: Super-Poissonian correlations of a thermal source in the classical regime: mean photon power $\bar{P}_i$ and noise $\sqrt{\langle \Delta P_i \Delta P_j \rangle}$ (bandwidth $B = 160$ kHz) as a function source temperature T with a beam splitter at $T_0 \approx 4$ K. The temperature scale of $\sqrt{\langle (\Delta P_i)^2 \rangle}$ and $\bar{P}_i$ is used as a calibration of the measuring line. Cross correlations $\sqrt{\langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle}$ are deduced without extra parameter and found to extrapolate to 0 for $T = T_0$, in agreement with Eq. (4).

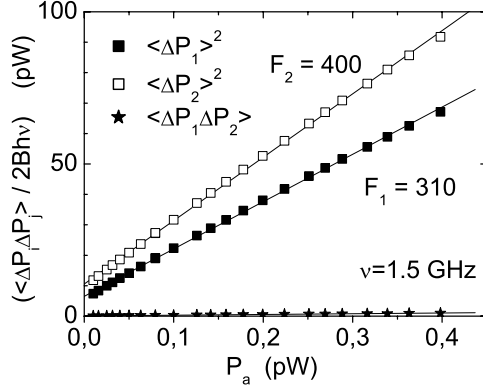


FIG. 4. Experiment C: Poissonian correlations of a coherent monochromatic source. Autocorrelations are linear in the input RF power with a large Fano factor F due to amplification and attenuation. Cross correlations vanish in accordance with theoretical predictions.

states [20]. The photon statistics being Poissonian, the low frequency power fluctuations of source (a) in bandwidth B are $\langle (\Delta P_a)^2 \rangle = 2Bh\nu_0 \bar{P}_a$. An important question is whether attenuation and amplification before detection change the statistics and if yes how. According to Refs. [23,24], the commutation rules for bosonic input and output operators imply the addition of an extra bosonic operator describing the amplifier/attenuator noise. Applying this quantum constraint, we find (in units referred to the amplifier chain input):

$$\langle (\Delta P_{1,2})^2 \rangle = 2Bh\nu_0 F_{1,2} \bar{P}_{1,2}, \quad \langle \Delta P_1 \Delta P_2 \rangle = 0,$$

$$F_{1,2} = 1 + 2k_B \frac{T_{\text{att}} + T_{N1,2}}{h\nu_0},$$

where we have used $T_{\text{att}} = T_0$. Again, amplification has no effect on HBT cross correlations and the absence of cross correlation characterizing Poisson's statistics remains. In the autocorrelations, a Fano factor F appears due to amplification noise. The results of experiment C are shown in Fig. 4. Cross- and autocorrelations are plotted versus detected power referred to the input. Cross correlations are negligible at the scale of the autocorrelations [22]. Autocorrelations are perfectly linear with power as expected. We measure a large Fano factor $F_{1,2} = 310, 400$ in accordance with the order of magnitude of $(T_{\text{att}} + T_{N1,2})/h\nu_0$.

In conclusion, the highly sensitive HBT photon correlations performed in the GHz range at sub-Kelvin temperature using phase insensitive LNA and square-law detection easily discriminate between different statistics. In particular, the cross correlations are unaffected by amplification details. The method, simple, versatile and

based on currently available electronics, can be easily reproduced in other laboratories. It appears to be very suitable to study the photon population statistics of TEM modes emitted by quantum conductors or equivalently the fourth moment of current fluctuations.

We thank J.-D. Gallego and A. Barcia from Centro Astronomico Nacional di Yebes and B. Lazareff and J.Y. Chenu from IRAM for providing us with cryogenic amplifiers. This research has been supported by the S.E.S.A.M.E. program E.1436 of the Ile de France Region. The laboratoire Pierre Aigrain is "unité mixte de recherche" (UMR 8551) of the Ecole Normale Supérieure, the CNRS, and the Universities Paris 6 and Paris 7.

*Electronic address: glattli@lpa.ens.fr

- [1] R. Hanbury Brown and R. Q. Twiss, *Nature (London)* **177**, 27 (1956).
- [2] E. M. Purcell, *Nature (London)* **178**, 1448 (1956).
- [3] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect, *Europhys. Lett.* **1**, 173 (1986).
- [4] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman, and D. Mahalu, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3340 (1995).
- [5] A. Kumar, L. Saminadayar, D. C. Glatli, Y. Jin, and B. Etienne, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 2778 (1996).
- [6] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, M. Holland, and C. Schönenberger, *Science* **284**, 296 (1999).
- [7] W. D. Oliver, K. Kim, R. C. Liu, and Y. Yamamoto, *Science* **284**, 299 (1999).
- [8] Y. M. Blanter and M. Buttiker, *Phys. Rep.* **336**, 2 (2000).
- [9] G. B. Lesovik, *JETP Lett.* **49**, 592 (1989).
- [10] M. Büttiker, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 2901 (1990).
- [11] T. Martin and R. Landauer, *Phys. Rev. B* **45**, 1742 (1992).
- [12] B. Yürke and J. S. Denker, *Phys. Rev. A* **29**, 1419 (1984).
- [13] L. S. Levitov and G. B. Lesovik, *JETP Lett.* **58**, 230 (1993).
- [14] M. Kindermann and Y. V. Nazarov, *cond-mat/0303590*.
- [15] C. W. J. Beenakker and H. Schomerus, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 700 (2001).
- [16] R. Aguado and L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1986 (2000).
- [17] R. Deblock, E. Onac, E. Gurevich, and L. P. Kouwenhoven, *Science* **301**, 203 (2003).
- [18] H. Nyquist, *Phys. Rev.* **32**, 110 (1928).
- [19] Throughout this Letter, $\bar{\chi}$ denotes the mean value of χ over the full bandwidth ($d\nu/2$) whereas $\langle \chi \rangle$ denotes the estimate of $\bar{\chi}$ in the truncated measurement bandwidth B .
- [20] R. J. Glauber, *Phys. Rev.* **131**, 2766 (1963).
- [21] U. Gavish, Y. Levinson, and Y. Imry, *Phys. Rev. B* **62**, 10637(R) (2000).
- [22] Residual cross-correlations are due to small splitter imperfections combined with temperature of the circulators, which is 4 K in experiments B and C.
- [23] C. M. Caves, *Phys. Rev. D* **26**, 1817 (1982).
- [24] Y. Yamamoto and H. A. Haus, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 1001 (1986).

Conclusion

Le principal travail de cette thèse a été la mesure de l'admittance de circuits mésoscopiques cohérents élémentaires : les circuits RC et RL . L'étude du transport quantique en régime continu dans des systèmes mésoscopiques depuis la fin des années 1980 a conduit à une compréhension profonde des mécanismes mis en jeu dans des conducteurs aussi variés que les métaux diffusifs, les gaz d'électrons ballistiques et aujourd'hui les nanotubes de carbones. Les expériences de transport ne permettant cependant que de mettre en évidence la nature ondulatoire des électrons, des expériences de bruit se sont très vite montrées intéressantes car elles renseignent sur la statistique et les corrélations des électrons participant au transport. Etudier la réponse temporelle de ses systèmes constitue alors l'étape suivante. Des expériences de transport et de bruit sur des gaz d'électrons bidimensionnels ont déjà été réalisées à fréquence finie, elles restent cependant marginales en raison des difficultés techniques inhérentes. Durant ce travail de thèse j'ai réussi à réaliser un dispositif expérimental permettant de mesurer l'admittance complexe $G(\omega)$ d'un circuit mésoscopique avec une résolution de phase inférieure au degré. Cela a permis, entre autre, de mesurer la résistance de relaxation de charge du circuit RC mésoscopique.

Dans le premier chapitre, j'ai replacé mon travail dans son contexte en rappelant les expériences fondatrices ou en rapport avec celui-ci ainsi que les développements théoriques actuels et les expériences à développer. J'ai ensuite présenté la théorie de la diffusion des ondes électroniques étendue au régime dynamique. Cette théorie sans interactions, développée par M. Büttiker, constitue à l'heure actuelle la seule théorie relative au transport quantique dynamique cohérent dans les conducteurs mésoscopiques.

Le deuxième chapitre a été consacré à la description détaillée du dispositif expérimental mis en œuvre au cours de ma thèse. La mise en place de ce dispositif expérimental complexe a commencé dès mon stage de DEA par la réalisation du porte échantillon et des lignes hyperfréquences coplanaires puis s'est étalée sur l'ensemble de mes trois années de thèse en conduisant à divers résultats expérimentaux. Un soin particulier a été apporté au traitement des problèmes de thermalisation et de guidage des hyperfréquences. En effet, le guidage des radiofréquences à proximité d'un échantillon mésoscopique en régime cohérent est le principal problème technique : il faut exciter l'échantillon avec un signal GHz contrôlé en phase et en amplitude tout en éliminant le rayonnement thermique et le flux de chaleur guidé par les câbles de large bande passante. Le dernier point important traité dans ce chapitre concerne la réalisation de la détection homodyne hyperfréquence précédée d'une chaîne d'amplification bas bruit.

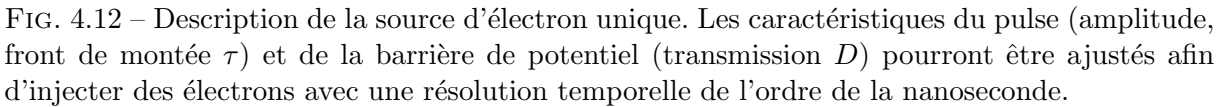
Nous avons répondu ainsi expérimentalement aux travaux théoriques de A. Prêtre, H. Thomas et M. Büttiker concernant le transport dynamique cohérent à travers un circuit RC mésoscopique quantique ce qui constitue le résultat majeur de cette thèse. Nous avons en effet confirmé que la résistance de relaxation de charge d'un tel circuit est constante et égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$. Nous avons pour la première fois mesuré les parties réelles et imaginaires de l'admittance G d'un circuit RC mésoscopique cohérent à très basse température (30 mK) à des fréquences comprises entre 1 et 2 GHz. La dépendance de G avec la transmission du contact ponctuel quantique (CPQ) définissant la résistance du circuit RC a pu être étudiée grâce aux diagrammes de Nyquist ($Re(G)$, $Im(G)$). Ces diagrammes se sont avérés être de véritables « cartes d'identités » des circuits étudiés. En effet, en nous appuyant sur les résultats d'une

simulation numérique développée en parallèle sur un modèle simple de circuit RC cohérent, nous avons pu démontrer de manière certaine la cohérence de notre système, et ce, sur trois échantillons différents. Nous avons également montré la nécessité de prendre en compte les interactions coulombiennes entre les électrons de l'armature quantique de la capacité. Nous avons alors adapté de manière ad hoc une théorie du blocage de Coulomb à la théorie de A. Prêtre, H. Thomas et M. Büttiker. Elle a permis de rendre compte des effets observés à faible transmission. Ces effets de charge ont également permis de mesurer la capacité électronchimique et ainsi de calibrer la chaîne d'amplification hyperfréquence (rendu difficile par un gain élevé de +140 dB). Nous avons finalement pu mesurer une résistance de relaxation de charge $R_Q = 10.2 \pm 2.5 \text{ k}\Omega$ sur l'échantillon $E1$ et $R_Q = 13.5 \pm 2 \text{ k}\Omega$ sur l'échantillon $E3$ ce qui est en bon accord avec la prédiction théorique $R_Q = h/2e^2 = 12.9 \text{ k}\Omega$ attendue en fort champ magnétique en l'absence de dégénérescence de spin.

Le chapitre suivant a présenté les mesures d'admittance effectuées sur un CPQ à $f = 1.5 \text{ GHz}$ et 30 mK . Ces mesures ont été réalisées dans le but de calibrer le dispositif expérimental à l'aide de la quantification de la conductance. Or, en plus de confirmer la persistance de cette quantification sur la partie réelle de l'admittance du CPQ nous avons également réussi à mettre en évidence un effet inductif sur la partie imaginaire des barres de Hall reliant le CPQ aux contacts ohmiques. Nous avons en effet mesuré une inductance cinétique quantifiée $L_Q \simeq 1.2 \mu\text{H}/\text{canal}$ dépendant linéairement du champ magnétique comme prévu par la théorie. Ce deuxième circuit que nous avons testé constitue en quelque sorte le circuit RL mésoscopique quantique. Ces résultats expérimentaux préliminaires sont en bon accord avec un modèle simple basé sur la théorie de M. Büttiker et de ses collaborateurs.

En plus des mesures de transport, nous nous sommes intéressés à la caractérisation de la statistique de photons émis par un conducteur quantique cohérent. Nous sommes parvenus à mesurer les deux premiers moments de la distribution de photons de fréquence $\nu = 1.7 \text{ GHz}$ émis par une résistance de 50Ω à l'équilibre thermique pour des températures comprises entre 15 mK et 300 mK . Nous avons également effectué une mesure de corrélations croisées du type Hanbury-Brown & Twiss sur les photons émis par la résistance et prouvé que nous étions sensible à la statistique quantique des photons ($k_B T < h\nu$). Cette expérience ouvre la voie à de nouvelles expériences capables de mesurer la statistique des photons émis par des conducteurs quantiques cohérents [91, 92]. D'un point de vu plus technique, ces mesures ont également permis de caractériser la chaîne d'amplification du dispositif expérimental (température de bruit, efficacité des isolateurs).

L'étude de la résistance de relaxation de charge du circuit RC mésoscopique nous a permis de caractériser de façon précise la réponse dynamique du système dans le régime linéaire. Des mesures concernant l'étude du régime de conduction non linéaire sont en cours. Outre son intérêt purement fondamental, ce régime transforme le circuit RC mésoscopique en un élément clef dans la réalisation de qubit de charge [50] (le qubit $|0\rangle$ étant associé à l'absence de charge et le qubit $|1\rangle$ à la présence d'une charge dans un mode d'excitation du système). En effet, le circuit RC mésoscopique tel que nous l'avons présenté peut être utilisé en tant que source d'électron unique à l'image de la source de photon unique utilisée pour la cryptographie quantique. Il suffit pour cela de pincer le CPQ jusqu'à former un îlot et d'appliquer un pulse radiofréquence sur la grille de la capacité pour compenser l'énergie de Coulomb et expulser ainsi un électron dans le circuit extérieur (Fig. 4.12). Un choix judicieux des paramètres tels que la hauteur du pulse, son temps de montée ou la transmission du CPQ devrait permettre de réaliser une source d'électron unique ayant un taux de répétition de l'ordre du GHz. Nous pourrions ensuite envisager de manipuler des qubits de charge sur des temps inférieurs au temps de parcours d'un électron dans les circuits mésoscopiques et réaliser alors des portes logiques élémentaires telle que la porte « control-Not ».



Annexe A

Longueur de thermalisation

A.1 Longueur de thermalisation

On considère le cas générique plan où une piste métallique d'épaisseur δ et de conductivité thermique κ_m est en contact avec un isolant d'épaisseur d et de conductivité κ_i lui-même en contact avec un étage du réfrigérateur à température constante T_0 (Fig. A.1).

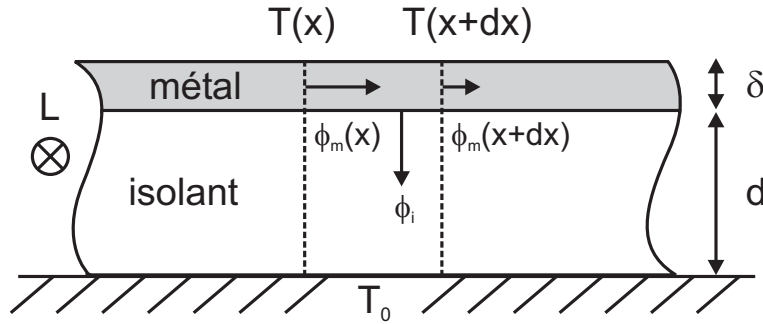


FIG. A.1 – Schéma de thermalisation d'une ligne.

En régime permanent, le flux de chaleur entrant dans la tranche (δ , dx , L) de conducteur est égale au flux sortant :

$$\phi_m(x) = \phi_m(x + dx) + \phi_i(x),$$

c'est à dire,

$$L \delta j_m(x) = L \delta j_m(x + dx) + L dx j_i(x) \quad (\text{A.1})$$

D'après la loi de Laplace, $j_m(x) = -\kappa_m \frac{dT}{dx}$ et $j_i(x) = \kappa_i \frac{T(x) - T_0}{e}$. La température T satisfait donc l'équation :

$$d\delta \frac{\kappa_m}{\kappa_i} \frac{d^2T}{dx^2} - T = -T_0 \quad (\text{A.2})$$

dont la solution est :

$$T(x) = T_0 + Ae^{-\lambda_{th}x} + Be^{-\lambda_{th}x} \quad (\text{A.3})$$

où

$$\lambda_{th} = \sqrt{\delta d \frac{\kappa_m}{\kappa_i}} \quad (\text{A.4})$$

apparaît comme une longueur caractéristique de thermalisation.

Nous avons vu que la conductivité thermique des métaux évolue comme T à très basse température. Pour les matériaux amorphes tels que le Kapton ou le téflon, elle est proportionnelle à T^2 [105]. Ainsi la longueur de thermalisation évolue comme $1/\sqrt{T}$ qui tend vers l'infini quand $T \rightarrow 0$.

A.2 Thermalisation des lignes DC sur pistes de Kapton

Les lignes DC décrites dans le chapitre 2 sont thermalisées une première fois sur l'étage du pot à 1 K (Fig. A.2) puis sur la chambre de mélange du réfrigérateur à une température de base de l'ordre de 30 mK. La thermalisation se fait en utilisant une géométrie « strip line ». Elle consiste à interrompre la ligne coaxiale pour la remplacer par des pistes de cuivre sur kapton d'une longueur de l'ordre de la longueur de thermalisation.

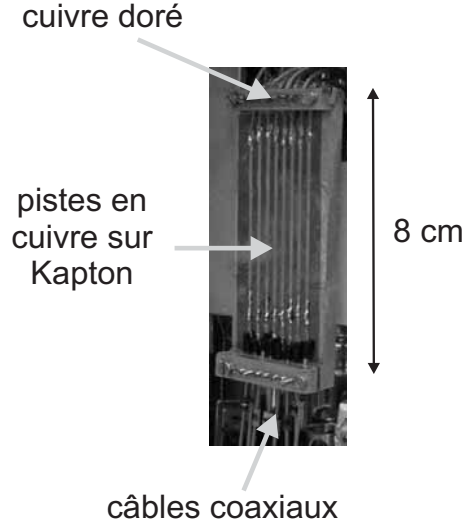


FIG. A.2 – Schéma de thermalisation d'une ligne.

La conductivité thermique du kapton est donnée par $\kappa_{kapton} = 25 \mu\text{W } T^2[\text{K}]/\text{cm}$ et celle du cuivre par $\kappa_{cuivre} = 1 \text{ W } T[\text{K}]/\text{cm}$. Les pistes de cuivre utilisées ont une épaisseur $\delta \approx 50 \mu\text{m}$ et sont déposées sur une feuille de kapton de $200 \mu\text{m}$. Si on tient compte des $\approx 100 \mu\text{m}$ de résine epoxy utilisée pour le collage du kapton sur le cuivre on obtient les longueurs de thermalisation suivantes :

$T(\text{K})$	1	0.05
$l_{th}(\text{cm})$	2.5	10

TAB. A.1 – Longueurs de thermalisation des lignes DC.

A.3 Thermalisation des câbles rf EZ118

La géométrie est cylindrique mais un calcul similaire donne une longueur de thermalisation égale à :

$$l_{th} = \sqrt{r_1 r_2 \frac{\kappa_m}{2\kappa_i}} \quad (\text{A.5})$$

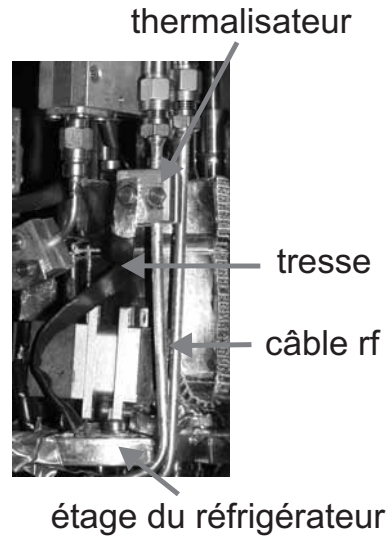
où r_1 et r_2 sont respectivement les rayons de l'âme et du diélectrique du câble coaxial. La conductivité thermique du téflon microporeux étant de $35 \mu\text{W T}[K]/\text{cm}$, on trouve :

$T(\text{K})$	1	0.05
$l_{th}(\text{cm})$	8	37

TAB. A.2 – Longueurs de thermalisation des câbles hyperfréquence.

Les longueurs de thermalisation calculées précédemment ne sont valides que si la gaine du câble coaxial est elle même thermalisée. Le chapitre 2 mentionne l'utilisation de « thermalisateurs » permettant la liaison thermique entre le gaine des câbles et les différents étages du réfrigérateur. Pour être efficace la résistance thermique de cet assemblage doit être faible pour évacuer la chaleur en gardant un gradient de température faible entre le câble et le réfrigérateur. On doit par exemple limiter à $\dot{Q} = 1 \mu\text{W}$ le flux de chaleur sur le dernier étage à 30 mK. Si on autorise un gradient de température $dT = 20 \text{ mK}$ alors, d'après la loi de Wiedemann-Franz la résistance électrique de l'assemblage ne doit pas excéder $R = 30 \mu\Omega$. Les « thermalisateurs » sont composés de morses en cuivre dorés prenant en machoire les câbles *EZ118* et sont reliés au réfrigérateur par une tresse en cuivre étamée de section $(1 \times 5 \text{ mm}^2)$ (Fig. A.3). La résistances électrique d'un assemblage « gaine-thermalisateur-tresse-thermalisateur-gaine » a été mesurée à différentes températures.

Température (K)	300	4
Résistance ($\text{m}\Omega$)	1	0.02



TAB. A.3 – Résistance de contact entre thermalisateur et câble hyperfréquence.

A.4 Thermalisation des fils de thermométrie-Calibration des thermomètres

La fiabilité des thermomètres RuO_2 dépend de leur thermalisation. A très basse température, ils sont thermalisés par leurs contacts via les fils de mesure. Ce sont des fils de cuivre de 0.25 mm environ recouvert d'une couche de vernis de $10 \mu\text{m}$ ce qui nous donne une longueur de thermalisation d'environ 5 cm . Cependant la surface de contact entre le fil cylindrique et la tige de cuivre sur laquelle il est enroulé n'est pas plane. En estimant l'efficacité du contact à 10% il faut enrouler environ 50 cm de fil.

La figure A.3 donne l'ajustement de la loi en température de la résistance RuO_2 placée sur la résistance de $50\,\Omega$ utilisée comme source thermique de photons GHz :

$$R_{\text{RuO}_2}(T) = R_0 \exp\left(\frac{T_0}{T}\right)^{1/4} + R_{\text{fils}}. \quad (\text{A.6})$$

La résistance des fils de mesure a été mesurée indépendamment ($R_{\text{fils}} = 250\,\Omega$) et l'ajustement se fait pour des valeurs de température supérieures à 200 mK pour être sûr de la calibration du thermomètre Oxford (celui-ci devant être régulièrement recalibré à l'aide d'un jeu de résistances de calibration).

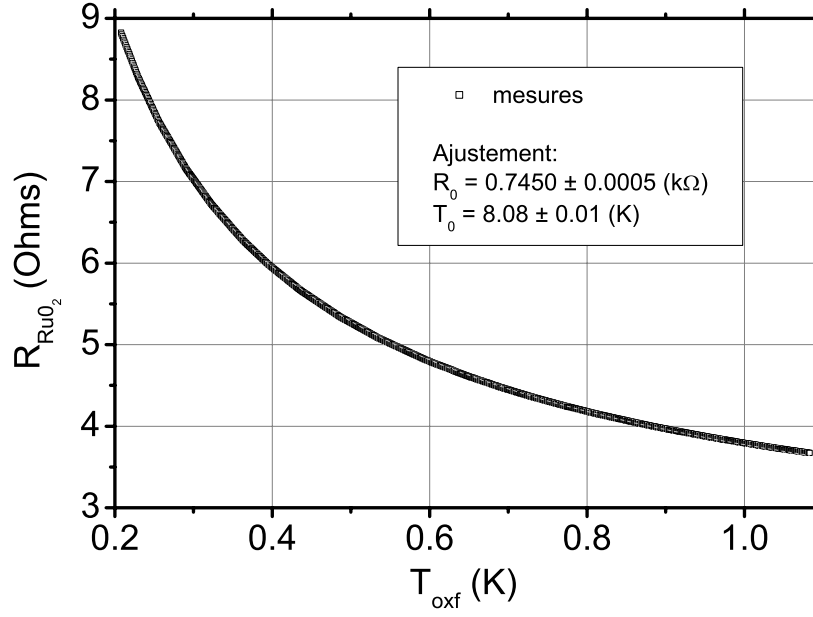


FIG. A.3 – Calibration du thermomètre RuO_2 de la source thermique de photon étudiée dans le chapitre 5.

Annexe B

Mesures de Hall effectuées sur les échantillons *Ei*

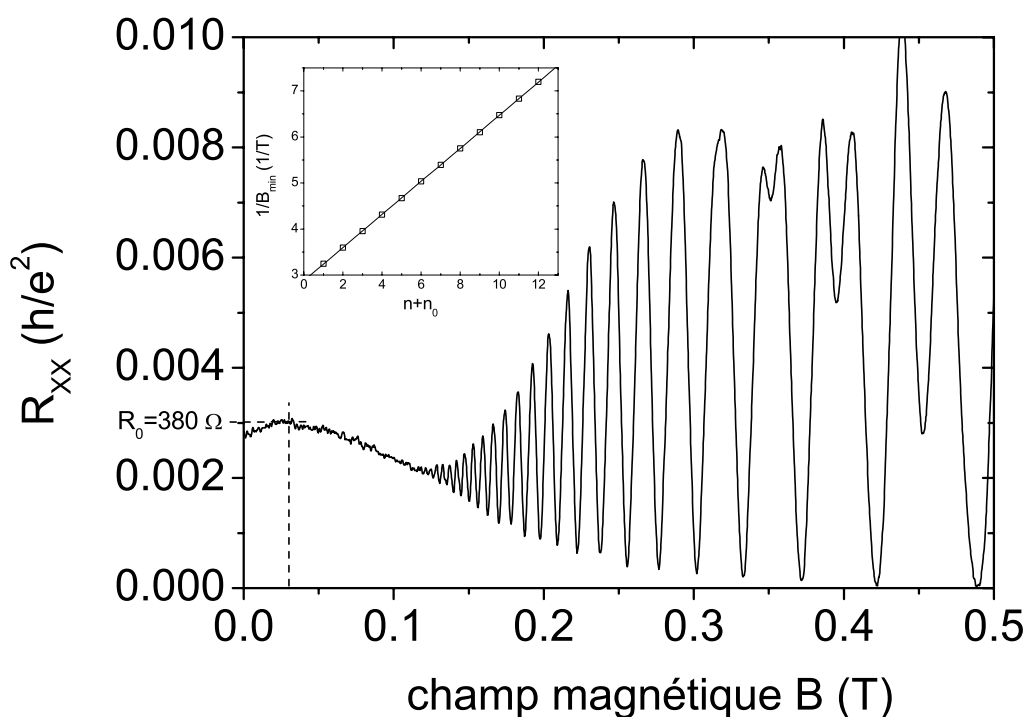


FIG. B.1 – Oscillations Shubnikov-de Haas à faible champs. On mesure une résistance à champ nul $R_0 \simeq 380 \Omega$ (il faut tenir compte du champ rémanent de 0.028 T). Insert : Ajustement des minima du champs, on trouve $1/B_n = 0.0359 n + 2.876 \text{ T}^{-1}$.

Ces mesures ont été effectuées sur une barre de Hall adjacente au circuit RC mésoscopique. Les mesures Shubnikov-de Haas (résistance longitudinale R_{XX}) permettent d'obtenir le densité électronique grâce à la relation $n_{e-} = \frac{2|e|}{h} \frac{1}{1/B_{n+1} - 1/B_n}$ où $\{B_n\}$ est l'ensemble des valeurs du champ pour lesquelles R_{XX}

est minimale. L'ajustement des minima (fig. B.2) permet de mesurer la densité de porteurs :

$$n_{e-} = (1.35 \pm 0.01) \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$$

La mesure de la résistance par carrée $R_{\square} \simeq 35 \Omega$ ¹ permet de calculer la mobilité $\mu = \frac{1}{|e|n_{e-}R_{\square}}$:

$$\mu \simeq 1.3 \times 10^6 \text{ cm}^2 \text{V}^{-1} \text{s}^{-1}$$

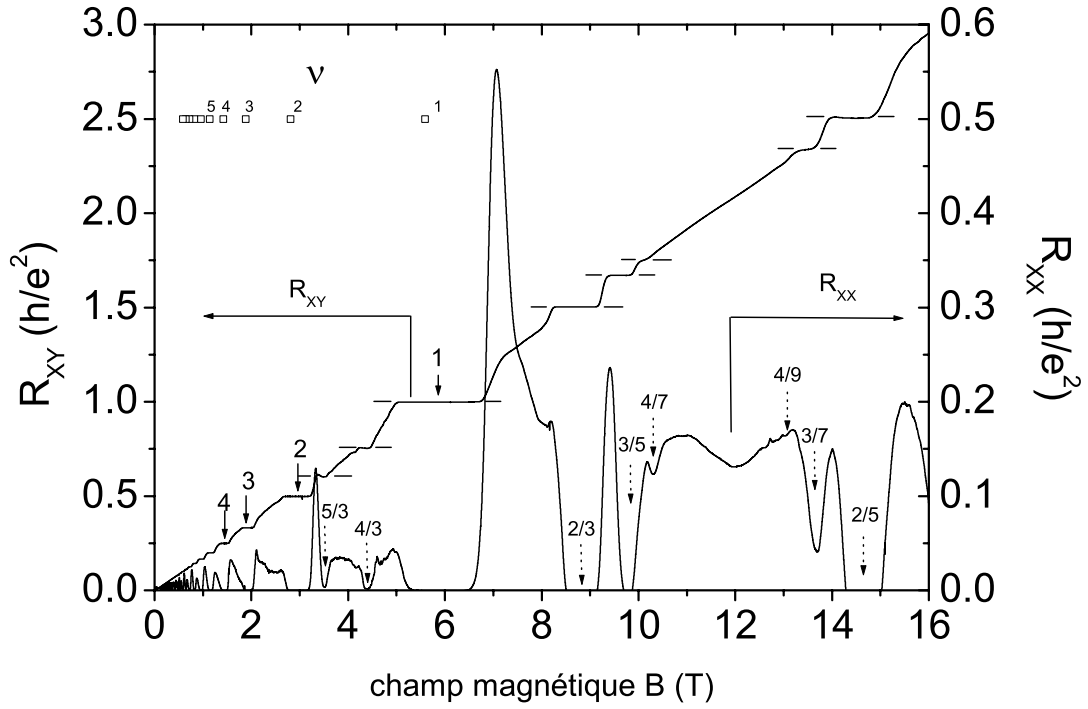
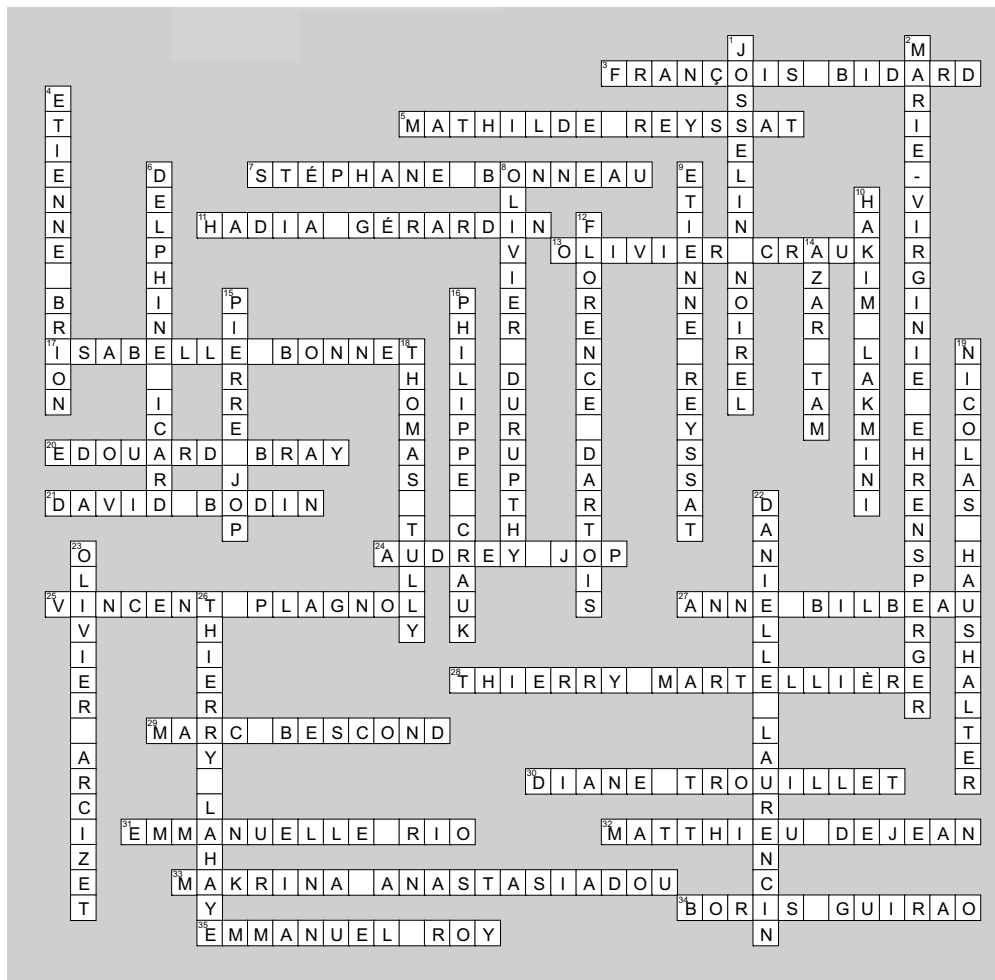


FIG. B.2 – Mesures des résistances Hall (R_{XY}) et longitudinale (R_{XX}). On observe les plateaux de quantification entier sur la résistance Hall ainsi que quelques fractions.

¹La résistivité ρ_{XX} dans un métal à deux dimensions est égale à la résistance de n'importe quel carré de conducteur. Dans le cas des échantillons étudiés au chapitre 4, on a $R_{\square} = R_0/11$.

Solution de la page 6



Bibliographie

- [1] R. Landauer. *IBM J. Res. Dev.*, 1 :233, 1957.
- [2] R. Landauer. Electrical resistance of disordered one-dimensional lattice. *Phil. Mag.*, 21 :863, 1970.
- [3] S. Datta. *Electronic Transport in Mesoscopic Systems*. Cambridge University Press, 1999.
- [4] Y. Imry. *Introduction to mesoscopic physics*. Oxford University Press, 1997.
- [5] R.A. Webb, S. Washburn, C.P. Umbach, and R.B. Laibowitz. Observation of h/e Aharonov-Bohm oscillations in normal-metal rings. *Phys. Rev. Lett.*, 54 :2696, 1985.
- [6] P.W. Anderson. Absence of diffusion in certain random lattices. *Phys. Rev.*, 109 :1492, 1958.
- [7] E. Abrahams, P.W. Anderson, D.C. Licciardello, and T.V. Ramakrishnan. Scaling theory of localization : Absence of quantum diffusion in two dimensions. *Phys. Rev. Lett.*, 42 :673, 1979.
- [8] W.J. Skocpol, P.M. Mankiewich, R.E. Howard, L.D. Jackel, D.M. Tennant, and A. Douglas Stone. Universal conductance fluctuations in silicon inversion-layer nanostructures. *Phys. Rev. Lett.*, 56 :2865, 1986.
- [9] K. Ishibashi, K. Nagata, K. Gamo, S. Namba, S. Ishida, K. Murase, M. Kawabe, and Y. Aoyagi. Universal magnetoconductance fluctuations in narrow n+ GaAs wires. *Solid State Commun.*, 61 :385, 1987.
- [10] B.J. van Wees, H. van Houten, C.W.J. Beenakker, J.G. Williamson, L.P. Kouwenhoven, and D. van der Marel. Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 60 :848, 1988.
- [11] D.A. Wharam, M. Pepper, H. Ahmed, J.E.F. Frost, D.G. Hasko, D.C. Peacock, D.A. Ritchie, and G.A.C. Jones. Addition of the one-dimensional quantised ballistic resistance. *J. Phys. C : Solid State Phys.*, 21 :L887–L891, 1988.
- [12] T. A. Fulton and G. J. Dolan. Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :109, 1987.
- [13] J.B. Barner and S.T. Ruggiero. Observation of the incremental charging of ag particles by single electrons. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :807, 1987.
- [14] M. Iansiti, A.T. Johnson, C.J. Lobb, and M. Tinkham. Crossover from Josephson tunneling to the Coulomb blockade in small tunnel junctions. *Phys. Rev. Lett.*, 60 :2414, 1988.
- [15] J.H.F. Scott-Thomas, Stuart B. Field, M.A. Kastner, Henry I. Smith, and D. A. Antoniadis. Conductance oscillations periodic in the density of a one-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 62 :583, 1988.
- [16] Madhavan, V. Chen, W. Jamneala, T. Crommie, and M.F. Wingreen. Tunneling into a single magnetic atom : spectroscopic evidence of the Kondo resonance. *Science*, 280 :567, 1998.
- [17] Li, J. Schneider, W.-D. Berndt, and R. Delley. Kondo scattering observed at a single magnetic impurity. *Phys. Rev. Lett.*, 80 :2893, 1998.

- [18] P. Streda, J. Kucera, and A.H. MacDonald. Edge states, transmission matrices, and the hall resistance. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :1973, 1987.
- [19] J.K. Jain and S.A. Kivelson. Quantum hall effect in quasi one-dimensional systems : Resistance fluctuations and breakdown. *Phys. Rev. Lett.*, 60 :1542, 1988.
- [20] M. Büttiker. Absence of backscattering in the quantum hall effect in multiprobe conductors. *Phys. Rev. B*, 38 :9375, 1988.
- [21] V.A. Khlus. *Sov. Phys. JEPT*, 66 :1243, 1987.
- [22] G.B. Lesovik. *JETP Lett.*, 49 :592, 1989.
- [23] M. Büttiker. Scattering theory of current an intensity noise correlations in conductors and wave guides. *Phys. Rev. B*, 46(19) :12485, 1992.
- [24] Ya.M. Blanter and M. Büttiker. Shot noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rep.*, 336 :1, 1992.
- [25] W. Schottky. *Ann. Phys.*, 57 :541, 1918.
- [26] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman, and D. Mahalu. Temporal correlation of electrons : Suppression of shot noise in a ballistic quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3340, 1995.
- [27] A. Kumar, L. Saminadayar, D.C. Glatthi, Y. Jin, and B. Etienne. Experimental test of the quantum shot noise reduction theory. *Phys. Rev. Lett.*, 76 :2778, 1996.
- [28] Y.M. Blanter and M. Büttiker. Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides. *Phys. Rep.*, 1 :336, 2000.
- [29] Hanbury Brown and Twiss. A new type of interferometer for use in radio astronomy. *Phil. Mag.*, 45 :663, 1954.
- [30] Hanbury Brown and Twiss. Correlation between photons in two coherent beams of light. *Nature*, 177 :27, 1956.
- [31] M. Henny, S. Oberholtzer, C. Strunk, T. Heinzel, M. Holland, and C. Schonenberger. The Fermionis Hanbury Brown and Twiss experiment. *Science*, 284 :296, 1999.
- [32] W.D. Oliver, K. Kim, R.C. Liu, and Y. Yamamoto. Hanbury brown and twiss-type experiment with electrons. *Science*, 284 :299, 1999.
- [33] L. Saminadayar and D.C. Glatthi. Observation of the $e/3$ fractionally charged laughlin quasiparticle. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :2526, 1997.
- [34] R. de Picciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin, and D. Mahalu. Direct observation of a fractional charge. *Nature*, 389 :162, 1997.
- [35] D. Yoshioka. *The Quantum Hall Effect*. Springer.
- [36] L-H. Reydellet, P. Roche, D.C. Glatthi, B. Etienne, and Y. Jin. Quantum partition noise of photon-created electron-hole pairs. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :176803, 2003.
- [37] R. J. Schoelkopf, P. J. Burke, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober, and M. J. Rooks. Frequency dependence of shot noise in a diffusive mesoscopic conductor. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :3370, 1997.
- [38] R.C. Liu and Y. Yamamoto. Nyquist noise in the transition from mesoscopic to macroscopic transport. *Phys. Rev. B*, 50 :17414, 1994.
- [39] B. Reulet, J. Senzier, and D. E. Prober. Environmental effects in the third moment of voltage fluctuations in a tunnel junction. *Phys. Rev. Lett.*, 91 :196601, 2003.
- [40] J. Gabelli, L-H. Reydellet, G. Fève, J-M. Berroir, B. Plaçais, P. Roche, and D.C. Glatthi. Hanbury Brown & Twiss correlations to probe the population statistics of GHz photons emitted by conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :056801, 2004.

- [41] L.P. Kouwenhoven, A.T. Johnson, N. C. van der Vaart, C.J.P.M. Harmans, and C.T. Foxon. Quantized current in a quantum-dot turnstile using oscillating tunnel barriers. *Phys. Rev. Lett.*, 67 :1626, 1991.
- [42] C. Bruder and H. Schoeller. Charging effects in ultrasmall quantum dots in the presence of time-varying fields. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :1076, 1994.
- [43] L.P. Kouwenhoven, S. Jauhar, J. Orenstein, P.L. McEuen, Y. Nagamune, J. Motohisa, and H. Sakaki. Observation of photon-assisted tunneling through a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 73 :3443, 1994.
- [44] L.P. Kouwenhoven, S. Jauhar, K. McCormick, D. Dixon, P.L. McEuen Yu.V. Nazarov, N.C. van der Vaart, and C.T. Foxon. Photon-assisted tunneling through a quantum dot. *Phys. Rev. B*, 50 :2019, 1994.
- [45] T.H. Oosterkamp, L.P. Kouwenhoven, A.E.A. Koolen, N.C. van der Vaart, and C.J.P.M. Harmans. Photon sidebands of the ground state and first excited state of a quantum dot. *Phys. Rev. Lett.*, 78 :1536, 1997.
- [46] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin, and K. West. Edge magnetoplasmons in the time domain. *Phys. Rev. Lett.*, 45 :3894, 1992.
- [47] G. Sukhodub, F. Hohls, and R. J. Haug. Observation of an interedge magnetoplasmon mode in a degenerate two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :196801, 2004.
- [48] J. Gabelli, G. Fève, J.-M. Berroir, B. Plaças, and D.C. Glattli. The RC mesoscopic quantum circuit. *EP2DS-16 Conference*, 2005.
- [49] Ya.M. Blanter, F.W.J. Hekking, and M. Büttiker. Interaction constants and dynamic conductance of a gated wire. *Phys. Rev. Lett.*, 81(9) :1925, 1998.
- [50] R. Ioniciuiu, G. Amaratunga, and F. Udrea. Quantum computation with ballistic electrons. *Int. J. Mod. Phys. B*, 15 :125, 2001.
- [51] K. Flensberg, A.A. Odintsov, F. Lieftrink, and P. Teunissen. Towards singel-electron metrology. *Condmatt9908219*, 1999.
- [52] M. Büttiker, H. Thomas, and A. Prêtre. Mesoscopic capacitors. *Phys. Lett.*, A180 :364, 1993.
- [53] M. Büttiker. Dynamic conductance and the scattering matrix of small conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 70(26) :4114, 1993.
- [54] S. Takaoka, K. Oto, H. Kurimoto, K. Murase, and K. Gamo. Magnetocapacitance and the edge state of a two-dimensional electron system in the quantum hall regime. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :3080, 1991.
- [55] W. Hansen, T.P. Smith, K.Y. Lee, J.A. Brum, C.M. Knoedler, J.M. Hong, and D.P. Kern. Zeeman bifurcation of quantum-dot spectra. *Phys. Rev. Lett.*, 62 :2168, 1989.
- [56] R.C. Ashoori, H.L. Stormer, J.S. Weiner, L.N. Pfeiffer, S.J. Pearton, K.W. Baldwin, and K.W. West. Single-electron capacitance spectroscopy of discrete quantum levels. *Phys. Rev. Lett.*, 68(20) :3088, 1992.
- [57] R. K. Goodall, R. J. Higgins, and J. P. Harrang. Capacitance measurements of a quantized two-dimensional electron gas in the regime of the quantum hall effect. *Phys. Rev. B*, 31 :6597, 1986.
- [58] W. Chen, T.P. Smith, M. Büttiker, and M. Shayegan. Magnetic field symmetry properties of the capacitance tensor of a two-dimensional electron system. *Phys. Rev. Lett.*, 73 :146, 1994.
- [59] N.B. Zhitenev, M. Brodsky, R.C. Ashoori, and M.R. Melloch. New class of resonances at the edge of the two-dimensional electron gas. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :1833, 1996.

- [60] F. Hohls, U. Zeitler, and R.J. Haug. High frequency conductivity in the quantum hall regime. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :5124, 2001.
- [61] T.P. Smith, W.I. Wang, and P.J. Stiles. Two-dimensional density of states in the extreme quantum limit. *Phys. Rev. B*, 34 :2995, 1986.
- [62] J.S. Moon, J.A. Simmons, J.L. Reno, and B.L. Johnson. Multiterminal capacitance tensor elements of composite fermions and anomalous capacitance peaks at even denominator fillings. *Phys. Rev. Lett.*, 79 :4457, 1997.
- [63] J.B. Pieper, J.C. Price, and J.M. Martinis. Measurement of the weak-localization complex conductivity at 1 ghz in disordered ag wires. *Phys. Rev. B*, 45 :3857, 1992.
- [64] J.B. Pieper and J.C. Price. Frequency dependence of h/e conductance oscillations in mesoscopic ag rings. *Phys. Rev. Lett.*, 72 :3586, 1994.
- [65] R. Deblock, Y. Noat, H. Bouchiat, B. Reulet, and D. Mailly. Measurement of flux-dependent screening in Aharonov-Bohm rings. *Phys. Rev. Lett.*, 84(23) :5379, 2000.
- [66] M. Büttiker. Time-dependent transport in mesoscopic structures. *J. of Low Temp. Phys.*, 118 :519, 2000.
- [67] N.W. Ashcroft and N.D. Mermin. *Solid state physics*. 2003.
- [68] A.D. Stone, P.A. Mello, and J.L. Pichard K.A. Muttalib. *Random matrix theory of maximum entropy models for disordered conductors*. 1991.
- [69] T. Martin and R. Landauer. Wave-packet approach to noise in multichannel mesoscopic systems. *Phys. Rev. B*, 45 :1742, 1992.
- [70] D.A. Wharam, M. Pepper, H. Ahmed, J.E.F. Frost, D.G. Hasko, D.C. Peacock, D.A. Ritchie, and G.A.C. Jones. Addition of the one-dimensional quantised ballistic resistance. *J. Phys. C : Solid State Phys.*, 21 :L887, 1988.
- [71] P.H. Beton, B.R. Snell, P.C. Main, A. Neves, J.R. Owers-Bradley, L. Eaves, M. Henini, O.H. Hughes, S.P. Beaumont, and C.D.W. Wilkinson. The resistance of two quantum point contacts in series. *J. Phys. C : Solid State Phys.*, 1 :7505, 1989.
- [72] P.K. Tien and J.R. Gordon. Multiphoton process observed in the interaction of microwave fields with the tunneling between superconductor films. *Phys. Rev.*, 129(2) :647, 1963.
- [73] R. Landauer. Conductance determined by transmission. *J. Phys : Condens. Matter*, 1 :8099–811, 1989.
- [74] P.A. Mello. *Mesoscopic Quantum Physics*, volume Les Houche session LXI. North-Holland, Amsterdam, 1994.
- [75] C. W. J. Beenakker. Random-matrix theory of quantum transport. *J. Phys. Condens. Matter*, page 9612179, 1996.
- [76] M. Büttiker. Charge relaxation resistances and charge fluctuations in mesoscopic conductors. *J. Korean Phys. Soc.*, 34 :121, 1999.
- [77] M. Büttiker. Quantized transmission of a saddle-point constriction. *Phys. Rev. B*, 41(11) :7906, 1990.
- [78] D.C. Glatthli. Coulomb blockade and off-resonance tunneling in small electronic systems. *Physica B*, 189 :88, 1993.
- [79] D.V. Averin and Y. Nazarov. *Chapter 6 dans Single Charge Tunneling*, volume NATO ASI Series B : Physics, Vol.294. Plenum, New York, 1992.

- [80] C. Pasquier, U. Meirav, F.I.B. Williams, D.C. Glatthi, Y. Jin, and B. Etienne. Quantum limitation on Coulomb blockade in 2d electron system. *Phys. Rev. Lett.*, 70 :69, 1993.
- [81] N.C. van der Vaart and C.T. Foxon. Charging effects in quantum dots at high magnetic field. *Physica B*, 189 :99110, 1993.
- [82] I.L. Aleiner and L.I. Glazman. Mesoscopic charge quantization. *Phys. Rev. B*, 57(16) :9608, 1998.
- [83] A. Mitra and S.M. Girvin. Interedge phase coherence in quantum hall line junctions. *Phys. Rev. B*, 64 :041309, 2001.
- [84] Bertrand Reulet. *Susceptibilité magnétique orbitale et conductance AC d'anneaux mésoscopiques isolés*. Université paris-sud, orsay, 1994.
- [85] C. Pasquier. *Transport quantique balistique et monoélectronique dans des nanostructures d'Aséniure de Gallium*. Paris xi, orsay, 1994.
- [86] T. Christen and M. Büttiker. Low-frequency admittance of a quantum point contact. *Phys. Rev. Lett.*, 77(1) :143, 1996.
- [87] T. Christen and M. Büttiker. Low-frequency admittance of quantized hall conductors. *Phys. Rev. B*, 53(53) :2064, 1996.
- [88] L-H. Bize-Reydellet. *Bruit quantique électronique et photons micro-ondes*. Paris 6, 2002.
- [89] P. Grangier, G. Roger, and A. Aspect. Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter : a new light on single-photon interferences. *Europhys. Lett.*, 1 :173, 1986.
- [90] M. Büttiker. Scattering theory of thermal and excess noise in open conductors. *Phys; Rev. Lett.*, 65 :2901, 1990.
- [91] C.W.J. Beenakker and H. Schomerus. Counting statistics of photons produced by electronic shot noise. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :700, 2001.
- [92] C.W.J. Beenakker and H. Schomerus. Antibunched photons emitted by a quantum point contact out of equilibrium. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :096801, 2004.
- [93] R. Aguado and L.P. Kouwenhoven. Double quantum dots as detectors of high-frequency quantum noise in mesoscopic conductors. *Phys. Rev. Lett.*, 84 :1986, 2000.
- [94] R. Deblock, E. Onac, E. Gurevich, and L.P. Kouwenhoven. Detection of quantum dot noise from an electrically-driven two-level system. *Science*, 301 :203, 2003.
- [95] E.M. Purcell. The question of correlation between photons in coherent light rays. *Nature*, 178 :1448, 1956.
- [96] R.H. Koch, D.J. Van Harlingen, and J. Clarke. Observation of zero-point fluctuations in a resistively shunted josephson tunnel junction. *Phys. Rev. Lett.*, 47 :1216, 1981.
- [97] H. Nyquist. Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32 :110, 1928.
- [98] R.J. Glauber. Coherent and incoherent states of radiation field. *Phys. Rev.*, 131(6), 1963.
- [99] B. Yurke and J.S. Denker. Quantum network theory. *Phys. Rev. A*, 29 :1419, 1984.
- [100] L.S. Levitov and G.B. Lesovik. Charge distribution in quantum shot noise. *JETP Lett.*, 58 :230, 1993.
- [101] M. Kindermann and Y. Nazarov. Full counting statistics in electronic circuits. *Condmatt0303590*, 2003.
- [102] U. Gavish, Y. Levison, and Y. Imry. Detection of quantum noise. *Phys. Rev. B*, 62(16), 200.
- [103] C. M. Caves. Quantum limits on noise in linear amplifiers. *Phys. Rev. D*, 26 :1817, 1982.

- [104] Y. Yamamoto and H. A. Haus. Preparation, measurement and information capacity of optical quantum states. *Rev. Mod. Phys.*, 58 :1001, 1986.
- [105] O. V. Lounasmaa. *Experimental principles and methods below 1K*. London, 1974.

Résumé

Cette thèse est consacrée à l'étude expérimentale du *transport dynamique cohérent* dans des conducteurs mésoscopiques. Nous avons mis en oeuvre un dispositif expérimental permettant de mesurer pour la première fois l'admittance de circuits quantiques à des fréquences de l'ordre du GHz avec une résolution en phase inférieure au degré. Nous avons alors répondu expérimentalement aux travaux théoriques de A. Prêtre, H. Thomas et M. Büttiker concernant le transport dynamique cohérent à travers un *circuit RC mésoscopique quantique*. Nous avons confirmé que la résistance de relaxation de charge d'un tel circuit est constante et égale au demi quantum de résistance $h/2e^2$. Ceci constitue la première mesure absolue des parties réelles et imaginaire de l'admittance G d'un circuit RC mésoscopique cohérent à très basse température (30 mK) à des fréquences comprises entre 1 et 2 GHz. Cette étude a été suivie de la mesure de l'admittance d'un contact ponctuel quantique (CPQ). Nous avons ainsi mis en évidence un effet inductif des barres de Hall reliant le CPQ aux contacts ohmiques et mesuré une inductance cinétique quantifiée dépendant linéairement du champ magnétique comme prévu par la théorie. Une dernière partie de ce travail de thèse est rapportée en annexe sous la forme d'un article. Il concerne la caractérisation de la statistique de photons émis par un conducteur à l'équilibre thermique. Nous avons démontré qu'il est possible, à l'aide d'une expérience de type Hanbury-Brown & Twiss sur des photons GHz, d'étudier la statistique quantique des photons émis par un conducteur quantique.

Mots-clés : physique mésoscopique, dynamique électronique cohérente, circuit RC quantique, circuit RL quantique, Hanbury Brown & Twiss, mesures hyperfréquences ultra bas bruit.

Abstract

The dynamical transport in mesoscopic conductors had been investigated. We have built a highly sensitive vector analyser at ultra low temperature (30 mK) in the frequency range 1 – 2 GHz. It allows to measure the complex admittance of a quantum circuit with a remarkable phase accuracy. Thus, we validate the theoretical work of A. Prêtre, H. Thomas and M. Büttiker about the coherent AC transport through a mesoscopic RC circuit by showing that the charge relaxation is constant and equal to the half of the quantum of resistance $h/2e^2$. We have moreover investigated the admittance of a quantum point contact (QPC) and measured a quantized kinetic inductance. The last part is related to the characterization of the photon statistics emitted by conductors at the thermal equilibrium. We have demonstrated, with a Hanbury-Brown & Twiss type experiment on GHz photons, our capability to study photon statistics emitted by quantum conductors.

Keywords : mesoscopic physics, coherent electronic dynamic, quantum RC circuit, quantum RL circuit, Hanbury Brown & Twiss, ultra low noise hyperfrequency measurement.