



HAL
open science

Amélioration de méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle.

Mathieu Corus

► **To cite this version:**

Mathieu Corus. Amélioration de méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle.. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole Centrale Paris, 2003. Français. NNT: . tel-00011298

HAL Id: tel-00011298

<https://theses.hal.science/tel-00011298>

Submitted on 4 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



ECOLE CENTRALE PARIS



THÈSE

présentée
pour l'obtention du

GRADE DE DOCTEUR

par

Mathieu CORUS

Formation doctorale : Mécanique

Amélioration des méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d'expansion et de réduction de modèle

Soutenue le Vendredi 12 septembre 2003 devant le jury composé de :

Louis JEZEQUEL	Président
Noureddine BOUHADDI	Rapporteur
Frédéric BOURQUIN	Rapporteur
Etienne BALMÈS	Directeur de thèse
Laurent BILLET	Examineur
Jean Pierre LOMBARD	Examineur

n° 2003 - 23

Ecole Centrale Paris
Grand établissement sous tutelle du
Ministère de l'Education Nationale
Grande Voie des Vignes
92295 Châtenay-Malabry Cedex

Laboratoire de Mécanique des Sols,
Structures et Matériaux (MSS-Mat)
CNRS UMR 8579 - Ecole Centrale Paris
Tél. 33 (1) 41 13 10 31

Remerciements

Comment remercier toutes les personnes qui ont contribué à ce travail, de quelque manière que ce soit, en n'oubliant personne et en restant concis ? La tâche n'est pas simple, et comme je ne suis pas très doué pour ce genre de chose, je m'en vais faire court en adressant mes plus sincères et chaleureux remerciements à toutes les personnes sus-non-nommées...

Table des matières

Notations	9
1 INTRODUCTION	13
1.1 Contexte	13
1.1.1 Besoins EDF	14
1.1.2 Définition	15
1.1.3 Illustration de la problématique	15
1.2 État de l'art	18
1.2.1 Sous structuration dynamique	18
1.2.2 Analyse modale expérimentale	19
1.2.3 Méthodes de modification structurale - SDM	19
1.3 Plan du mémoire	22
2 PRÉSENTATION DES PRINCIPALES MÉTHODES DE SDM & DES CONCEPTS SOUS- JACENTS	23
2.1 Concepts fondamentaux	24
2.1.1 Dynamique des structures	24
2.1.2 Analyse modale expérimentale	25
2.1.3 Synthèse modale	29
2.1.4 Réduction de modèles & sous structuration dynamique	30
2.1.5 Modes d'interface	32
2.2 Modification structurale : formulations classiques	35
2.2.1 Méthodes de perturbation	35
2.2.2 Formulation additive	36
2.2.3 Formulation multiplicative	38
2.3 Limitations et restrictions des méthodes classiques	40
2.3.1 Incompatibilités géométriques	40
2.3.2 Troncature géométrique	42
2.3.3 Erreurs de positionnement	45
2.3.4 Erreurs de mesure	46
2.3.5 Troncature modale et réciprocité	46

3	PROPOSITIONS D'ÉVOLUTIONS DE LA FORMULATION ADDITIVE	49
3.1	Formulation des évolutions proposées	50
3.1.1	Hypothèses - Principes	50
3.1.2	Le modèle local	53
3.1.3	Construction de la base d'expansion	55
3.1.4	Formulation du couplage	60
3.1.5	Indicateurs de sélection	63
3.2	Comparaison de la méthode proposée avec les formulations classiques	70
3.2.1	Présentation du démonstrateur numérique	70
3.2.2	LMME-SDM	73
3.2.3	Méthodes classiques	81
3.2.4	Conclusions	88
4	ÉTUDES DES FACTEURS INTERVENANT DANS LA PRÉDICTION PAR LMME-SDM	91
4.1	Influence de la configuration de mesure	92
4.2	Perturbations sur le modèle de synthèse	96
4.2.1	Modèles d'erreur	96
4.2.2	Erreurs additives et multiplicatives	98
4.2.3	Erreurs sur la masse généralisée	103
4.2.4	Erreurs proportionnelles aux modes voisins	104
4.2.5	Effets de régularisation dans la LMME-SDM	106
4.3	Influence de la géométrie du modèle local	107
4.4	Influence des paramètres physiques du modèle local sur la prédiction	111
4.4.1	Influence des propriétés physiques du modèle local sur la qualité intrinsèque des résultats	112
4.4.2	Influence des propriétés physiques du modèle local sur les indicateurs énergétiques	116
4.5	Influence de la méthode de réduction de modèle	119
4.6	Conclusion - Mise en œuvre de la méthode	120
4.6.1	Analyse modale	120
4.6.2	Réalisation du modèle local	121
4.6.3	Obtention des premiers résultats	122
5	APPLICATIONS	125
5.1	Démonstrateur académique expérimental	126
5.2	Moteur de pompe à axe vertical	129
5.3	Pompe CRF	137
5.4	Carter de turbine à combustion (TAC)	144
5.5	Conclusions - Utilisation de la LMME-SDM	155

CONCLUSION

157

Bibliographie

163

Notations

La liste de notations présentée ici n'est pas exhaustive et ne présente que les notations les plus couramment utilisées. Pour toute autre notation non précisée ici, les principes suivants sont adoptés :

- les matrices sont notées en majuscules entre crochets ;
- les vecteurs sont notés en minuscules entre accolades, à l'exception des vecteurs extraits d'une matrice, noté en majuscules simplement indicées ;
- les scalaires sont notés en minuscule, à l'exception des termes extraits d'une matrice, noté en majuscules doublement indicées *en minuscules*.

Les acronymes et abréviations utilisés dans le corps de texte sont également rappelés.

- Matrices :

$[M]$:	Matrice de masse
$[K]$:	Matrice de raideur
$[D_v]$:	Matrice d'amortissement visqueux
$[Z]$:	Matrice de rigidité dynamique
$[H]$:	Matrice de flexibilité dynamique
$[\Phi]$:	Matrice des modes propres
$[\Omega]$:	Matrice diagonale des pulsations propres
$[\Gamma]$:	Matrice des coefficients d'amortissement
$[T]_{N \times N_T}$:	Base d'un sous espace
$[B]_{N \times N_a}$:	Matrice d'entrée (ou de commande en automatique)
$[C]_{N_s \times N}$:	Matrice de sortie (ou d'observation en automatique)

- Vecteurs :

$\{q\}_N$: Vecteur des degrés de libertés " <i>physiques</i> " (déplacements / rotations)
$\{f\}_N$: Vecteur des efforts extérieurs
$\{\phi_i\}_N$: Vecteur propre n°i
$\{\eta\}_{N_M}$: Vecteur des degrés de liberté (ou coordonnées) <i>généralisés</i>
$\{u\}_{N_a}$: Vecteur des entrées
$\{y\}_{N_s}$: Vecteur des sorties

- Scalaires :

ω	: Pulsation
ω_i	: Pulsation propre n°i
ξ_i	: Coefficient d'amortissement modal n°i
δ_{ij}	: Symbole de Kronecker associé aux indices i et j

- Exposants & indices :

\diamond^B	: Exposant associé à la structure de base
\diamond^M	: Exposant associé à la modification
\diamond^{B+M}	: Exposant associé à la structure complète
\diamond^C	: Exposant associé au problème couplé obtenu par SDM
\diamond_I	: Indice associé aux DDL d'interface
\diamond_C	: Indice associé aux DDL complémentaires (ou condensés)
\diamond_t	: Indice associé aux données de mesure
\diamond_g	: Indice associé aux coordonnées (ou DDL) généralisés
\diamond_τ	: Indice associé aux DDL généralisés du modèle expérimental de la structure
\diamond_L	: Indice associé au modèle local

• Acronymes & abréviations :

SDM	:	Structural Dynamic Modification - Méthodes de modification structurale à partir de données numériques et expérimentales
EF	:	Éléments Finis
DDL	:	Degré(s) De Liberté
FRF	:	Fonction(s) de Réponse en Fréquence
CMS	:	Component Mode Synthesis - Synthèse par modes de composants
MAC	:	Modal Assurance Criterion - Critère d'assurance modal
IME-SDM	:	Interface Modeshapes Expansion SDM - Expansion sur la base des modes du modèle local (<i>incluant le modèle de la modification</i>) condensé sur les DDL d'interface
LMME-SDM	:	Local Model Modeshapes Expansion SDM - Expansion sur la base des modes du modèle local (<i>incluant le modèle de la modification</i>) condensé sur les DDL d'interface et les capteurs
IERI	:	Interface Energy Ratio Indicators - Critères énergétiques basés sur le travail de la modification pour un déplacement différentiel de l'interface

Chapitre 1

INTRODUCTION

1.1 Contexte

EDF est régulièrement confrontée à des incidents vibratoires survenant sur le parc de production. Ces crises vibratoires proviennent principalement d'un mauvais dimensionnement et du vieillissement des installations.

Le dimensionnement vibratoire de certaines structures n'a pas été réalisé. Dès la mise en route, un certain nombre de problèmes apparaît et aucune solution définitive est adoptée. Certaines installations présentent des phénomènes d'accrochage liés au couplage entre les différentes structures qui ne peuvent être résolus que sur le terrain. Le vieillissement des installations, les sollicitations de l'environnement et les diverses altérations pouvant survenir pendant la durée de vie d'un matériel produisent aussi des changements de caractéristiques mécaniques ou de conditions aux limites. Ces évolutions dans les propriétés de la structure modifient le comportement global et la réponse du matériel dans son environnement est perturbée.

Dans tous les cas, la détection de niveaux vibratoires élevés entraîne un arrêt des processus liés au matériel critique pour éviter sa ruine. Les arrêts de production, la recherche et la mise en place de solution ont un impact important sur la qualité du service et le rendement. Dans chaque cas, une solution spécifique doit être apportée rapidement pour permettre le bon fonctionnement des installations.

1.1.1 Besoins EDF

Lorsqu'un incident vibratoire survient, deux stratégies de réponse sont envisagées suivant la nature de la crise à surmonter :

- Le problème est générique sur le parc, mais n'est pas directement critique dans le processus de production d'énergie. Pour proposer une solution globale et assurer le maximum de fiabilité, une étude complète de la structure est alors envisagée. Un modèle éléments finis prédictif est élaboré, recalé par rapport au comportement expérimental de la structure. À partir de ce modèle, plusieurs modifications sont étudiées, et leurs impacts sur le comportement de la structure qualifiés. Ce type d'étude est long, mais doit permettre d'assurer une bonne compatibilité entre les problèmes rencontrés et les solutions adoptées.
- Le problème se pose plus ponctuellement, mais de manière critique, et nécessite parfois un arrêt du processus de production. Pour traiter ce type de situation, il est indispensable de disposer d'outils permettant de réagir rapidement et d'apporter une solution fiable à un problème particulier. Les modifications ainsi proposées ne cherchent pas à être générales, mais doivent permettre de résoudre durablement la crise vibratoire et autoriser la reprise de la production dans les plus brefs délais et les meilleures conditions de sécurité.

La majeure partie des problèmes à traiter ne fait intervenir que le comportement basses fréquences des structures considérées. Dans ce cas, la réponse du matériel à une excitation forcée ne fait intervenir que les quelques premiers modes propres de la structure, dont l'importance dans la dynamique est alors prépondérante. Pour diminuer les niveaux de réponse en fonctionnement, il faut alors éviter l'appropriation de l'excitation extérieure avec le comportement de la structure défectueuse. Le décalage des fréquences propres de la structure en dehors de la bande de fréquences de l'excitation ou la modification de la forme des modes incriminés permet d'apporter une solution au problème.

La réalisation d'études complètes de ces problèmes est maintenant bien maîtrisée et EDF dispose d'outils numériques adaptés permettant de prédire correctement l'effet de modifications sur la structure en crise lorsqu'un modèle numérique prédictif est disponible. Cependant, lorsqu'il s'agit de donner une réponse rapide, les outils disponibles à l'heure actuelle ne sont pas suffisamment performants. Plusieurs logiciels d'analyse expérimentale proposent des solutions en s'appuyant sur les analyses modales expérimentales réalisées sur la structure. Les possibilités de modification proposées sont généralement très limitées. Il s'agit principalement de modifications ponctuelles (ajouts de masses, de raideurs ou d'amortisseurs) uniquement permises au niveau des nœuds du modèle expérimental. Les modifications continues, lorsqu'elles sont possibles, ne sont pas prise en compte de manière satisfaisante.

1.1.2 Définition

On entend par “méthodes de modification structurale” l’ensemble des techniques qui permettent d’estimer l’influence d’une modification quelconque sur le comportement dynamique d’une structure. Dans le cadre général, le modèle de comportement de la structure cible, comme celui de la modification, peut être aussi bien numérique qu’expérimental.

La modification peut prendre plusieurs formes. Il peut s’agir de l’ajout (ou du retrait) d’un appendice, de la modification des conditions limites ou d’une modification physique des propriétés locales de la structure (traitement de surface, ajout de matériau amortissant, etc.). Une interface est alors explicitement définie entre les deux modèles de sous-structures. Dans le cas de problèmes linéaires, l’écriture du principe fondamental de la dynamique, complété des conditions de continuité des déplacements et de réciprocité des efforts à l’interface permet d’aboutir à un modèle de comportement du problème couplé. Il est alors possible de procéder à un calcul de réponse ou de réaliser une analyse modale pour déterminer le comportement de la structure modifiée.

Certaines restrictions sont imposées dans le cadre de ce travail, puisque seul le cas particulier du couplage d’un modèle expérimental de la structure et d’un modèle numérique de la modification sera traité. Dans ce cadre, l’appellation générique de “méthode de modification structurale” est restreinte aux seules modifications suivantes :

- des ajouts ou des retraits d’appendices (nervure, orifice, etc.),
- des modification de conditions limites.

Dans un soucis de simplification, l’acronyme anglais classique SDM (Structural Dynamic Modification Method) sera utilisé pour désigner cette application particulière des méthodes de modification structurale.

1.1.3 Illustration de la problématique

Pour illustrer la problématique de la SDM, on considère la cage excitatrice d’alternateur présentée sur la figure 1.1. Ce matériel commande la génération du courant inducteur dans l’alternateur de puissance et pilote la production d’électricité. L’apparition de niveaux de vibrations élevés compromettant la production a conduit EDF à étudier le comportement vibratoire de cette structure. Les problèmes rencontrés sur cette structure ne sont pas critiques, mais une dégradation du comportement vibratoire de la structure pourrait avoir des conséquences importantes (arrêt de tranche, remplacement de matériels lourds, etc.). Il est donc souhaitable de résoudre rapidement le début de crise.

Une expertise vibratoire est commandée. La configuration capteur adoptée pour cet essai reprend la géométrie d’ensemble de la structure et permet de bien représenter les mouvements globaux pour comprendre l’origine du problème. Cette configuration est également présentée sur la figure 1.1.

L'analyse modale révèle l'existence de modes propres de la structure dans une bande de fréquences proche de sa fréquence de fonctionnement. L'analyse de ces données permet de comprendre le problème et de proposer une modification. Le déplacement des premières fréquences propres de la structure en dehors de la bande de fréquences sensible devrait permettre la diminution des niveaux de réponses en fonctionnement et assurer la tenue du matériel.

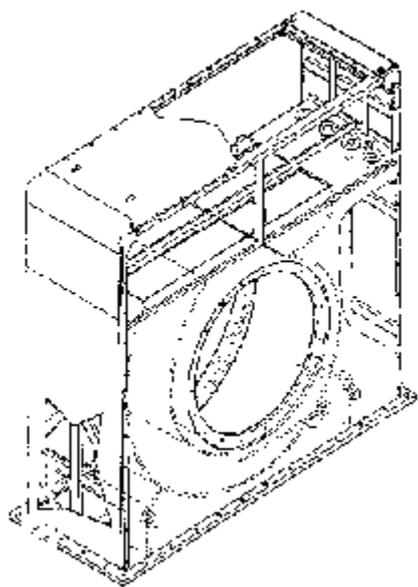
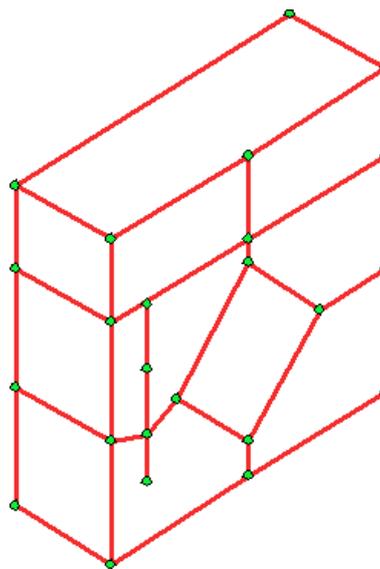


Schéma de la structure



Configuration des points de mesure

FIG. 1.1 – Cage excitatrice d'alternateur avant la modification

Le problème identifié est un mode de flexion de l'excitatrice, apparaissant à la fréquence de rotation de l'alternateur. La solution envisagée consiste à venir raidir la face avant de l'excitatrice pour décaler la première fréquence propre et éviter l'appropriation avec la fréquence de rotation de l'alternateur. L'objectif est de prédire le comportement dynamique de la structure et d'estimer l'impact des raidisseurs. Le calcul est réalisé par le couplage du modèle expérimental de l'excitatrice avec un modèle éléments finis (EF) de la modification. La figure 1.2 illustre le principe de la modification et montre la superposition des modèles de chacun des composants.

La configuration du maillage capteur adoptée pour réaliser l'analyse modale permet de comprendre le problème mais n'autorise pas le calcul du comportement de la structure modifiée. Pour cela, il est impératif de connaître, pour chacun des composants, les champs de déplacement à l'interface de couplage pour construire le modèle couplé de la structure. La figure 1.2 illustre les problèmes rencontrés dès que l'on considère le couplage entre des données expérimentales d'une part et numériques de l'autre. Cette représentation permet de mettre en avant les deux points importants traités dans cette étude pour permettre l'application de méthodes de SDM en présence de modification distribuées :

-
- le nombre de points instrumentés à l'interface n'est pas suffisant pour permettre de réaliser un couplage continu au sens des éléments finis (EF),
 - les mesures et les DDL de l'interface du modèle EF ne coïncident pas.

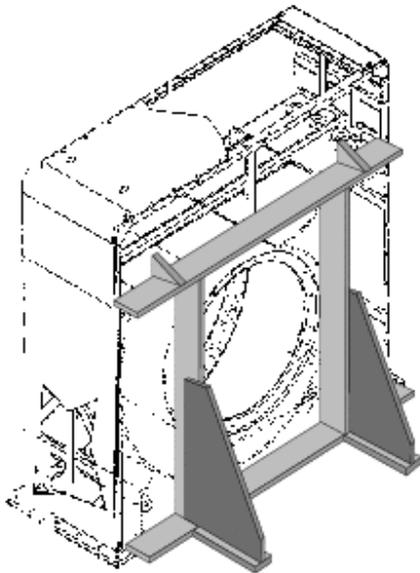
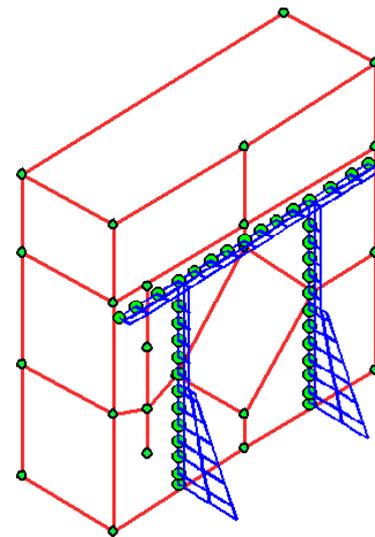


Schéma de la structure modifiée



Modèles de l'excitatrice et de la modification

FIG. 1.2 – Cage excitatrice d'alternateur intégrant la modification

L'étude de faisabilité [11] a montré la possibilité d'exploiter au mieux l'ensemble des informations disponibles sur la structure pour quantifier l'influence de la modification sur le comportement vibratoire de la structure de base. Ces résultats encourageants, au vue de la qualité des mesures disponibles pour réaliser l'étude, ont motivé la mise en place de ce travail.

1.2 État de l'art

Cette section introduit les deux principes sur lesquels reposent les méthodes de SDM, le couplage de sous-structures et la détermination d'un modèle de comportement à partir d'essais réalisés sur une structure. Un historique des méthodes de sous-structuration dynamique est présenté à la section 1.2.1. La section 1.2.2 reprend brièvement l'évolution des techniques d'analyse modale permettant d'aboutir à un modèle de comportement de la structure testée. Les aspects théoriques seront développés dans les sections 2.1.4 et 2.1.2.

1.2.1 Sous structuration dynamique

Les méthodes de modifications structurales se sont développées à partir de la publication de l'article de Hurty [52] sur l'analyse de la dynamique des systèmes couplés dans le milieu des années 60. Cette méthode générale permet d'analyser le comportement dynamique d'une structure complexe à partir de la connaissance des comportements particuliers des sous-structures dont elle est constituée. Le principe de la "synthèse par modes de composants" (ou de "sous-structures") est posé et constitue le point de départ de développements qui ont suivi deux directions principales [22].

La première direction suivie est celle des développements numériques. Les avantages de la mise en œuvre de telles méthodes sont nombreux. La synthèse par modes de composants (CMS : Component Mode Synthesis) permet de réduire le nombre de degrés de libertés (DDL) pour l'analyse dynamique du modèle. Le comportement de chacune des sous-structures est caractérisé par un nombre de DDL généralisés plus faible que le nombre de DDL "physiques" utilisés pour le modèle numérique de la sous-structure. De fait, les temps de calculs sont diminués, et l'étude de structures complexes, jusqu'alors impossible, devient réalisable. Le couplage par modes de sous-structures permet également d'effectuer l'analyse de plusieurs structures simultanément, ou par des équipes différentes. Le calcul du comportement de structures de plus en plus complexes par l'analyse de la dynamique des sous-structures a aussi été rendu possible par le développement d'architectures parallélisées, avec le développement des méthodes de décomposition de domaine [41], ou les évolutions des méthodes de sous structuration classique (voir par exemple [18], [19] ou [17]).

La synthèse par modes de composants, telle qu'énoncée par Hurty, ne se limite pas aux applications numériques. Il est envisageable de réaliser le calcul couplé entre un modèle numérique de structure d'une part, et un modèle construit à partir de données expérimentales d'autre part. Cette seconde voie de développement est celle empruntée par les méthodes de SDM. Ces méthodes présentent l'intérêt de proposer potentiellement une réponse rapide et exacte aux problèmes tels que la conception optimale ou la ré-analyse de systèmes. Il devient alors possible d'envisager n'importe quelle modification sur une structure support et de pouvoir en estimer l'effet. Les principes de bases de-

vant permettre l'application de la CMS à partir de modèles expérimentaux des sous-structures sont rappelés par Craig dans [22].

1.2.2 Analyse modale expérimentale

L'analyse modale expérimentale s'est développée à partir des années 40 dans le milieu de l'aéronautique. L'objectif était d'accéder aux paramètres modaux des structures d'avions pour mieux comprendre les phénomènes de flottement. Avec l'apparition dans les années 70 des premiers analyseurs FFT, et le développement des techniques d'identification, la construction de modèles expérimentaux de structure est devenue possible. Les modèles de comportement expérimentaux dérivant de l'analyse modale sont utilisés dans un grand nombre d'applications dont beaucoup sont présentées dans [51], [59] et [39].

L'utilisation la plus courante est probablement la corrélation calcul/essai. L'acquisition des paramètres modaux d'une structure permet la comparaison avec un modèle EF ou un modèle analytique de la structure considérée. La géométrie des modes et les fréquences propres sont comparées avec les déformées modales et les fréquences propres identifiées à partir de l'analyse modale expérimentale. De tels modèles sont utilisés dans les étapes de validations des choix de conception.

Le recalage constitue une autre application courante en autorisant l'enrichissement ou l'ajustement d'un modèle numérique préexistant. Une identification plus fine des paramètres modaux autorise alors la correction du modèle, ou l'intégration de nouveaux paramètres. Un modèle ainsi recalé autorise la prédiction de l'effet de modification, ou l'assemblage dans un processus de sous-structuration.

Enfin, l'analyse modale expérimentale d'une structure permet la construction directe d'un modèle de synthèse fiable, réaliste et prédictif par la connaissance de l'ensemble des paramètres modaux. L'objectif est celui de la construction d'un modèle hybride. La réalisation d'un tel modèle requiert un grand soin tant dans la mise en œuvre du test que dans le dépouillement des données, mais autorise l'intégration dans un modèle de sous-structures au même titre qu'un modèle recalé, ou la prédiction de l'effet de modifications. L'échelle des modes identifiées (masse modale), ou l'amortissement sont autant d'informations nécessaires à la réalisation d'un modèle prédictif. Cette utilisation correspond au cadre des méthodes de SDM.

1.2.3 Méthodes de modification structurale - SDM

Les méthodes de sous-structuration ou de décomposition de domaine sont mises en œuvre pour réduire la taille des problèmes et les coûts de calcul. Dans le cas des méthodes de CMS numérique, la totalité de l'information est connue pour chacun des composants. Lorsque la réduction effectuée

ne permet pas d'obtenir un niveau de qualité suffisant, il est toujours possible d'enrichir les modèles réduits.

Il en est tout autrement lorsqu'il s'agit de réaliser le couplage de données expérimentales d'une part et numériques de l'autre. L'analyse expérimentale d'une partie de la structure fournit une connaissance partielle du comportement vibratoire de la structure. L'utilisation d'un modèle expérimental présente certaines limitations et difficultés majeures, présentées dans la section 2.3, qui doivent être surmontées.

Malgré ces difficultés, la problématique des méthodes de SDM a été un des sujets majeurs en dynamique des structures jusqu'au début des années 90. La majorité des applications concerne des modifications locales de paramètres physiques tels qu'un ajout de masse, de raideur ou d'amortissement sur la structure. Les développements classiques permettent aussi de quantifier l'influence de connexions de la structure, soit en rajoutant des contraintes [76], soit des modifications discrètes telles que l'ajout d'une barre entre deux points du maillage expérimental [38], [55]. Le cas des modifications continues n'est que peu abordé, et les modifications réalisées restent simples (Elliot et Mitchell dans [38]). Néanmoins, un travail important a été réalisé, au point que D'Ambrogio et Sestieri considèrent que les problèmes concernant les modifications concentrées sont résolus et citent [56], [73] et [78]. De nombreux codes d'analyse modale expérimentale du commerce proposent d'ailleurs un module de SDM.

Traditionnellement, la connaissance du mouvement des points de couplage entre la structure et la modification est indispensable pour estimer l'effet de la modification. L'application des méthodes de SDM aux modifications présentant une interface continue avec la structure de base reste délicate. En adoptant les formulations classiques, présentées à la section 2.2, un nombre important de mesures est nécessaire pour représenter une jonction continue au sens des éléments finis. Au début des années 90, les avancées réalisées dans le domaine des méthodes numériques et la puissance croissante des moyens informatiques ont favorisé le développement des méthodes de recalage de modèle. L'information expérimentale est utilisée pour enrichir un modèle numérique de la structure testée. Ce modèle recalé est prédictif et permet de quantifier l'influence de n'importe quelle modification sur la structure. Moyennant la réalisation d'un tel modèle, la problématique des modifications distribuées semble résolue.

Cependant, aujourd'hui encore, le recalage d'un modèle EF est un défi dans le cas des structures complexes, et nécessite la mise en œuvre de moyens importants. Ces conditions sont incompatibles avec les besoins de réactivité nécessaires au traitement des crises vibratoires. De ce fait, la volonté de mettre en œuvre des méthodes pratiques et rapides de résolution de problèmes vibratoires suscite un regain d'intérêt pour les méthodes de SDM. Depuis la fin des années 90, quelques auteurs se sont penchés sur les problèmes liés à l'ajout de modifications distribuées (D'Ambrogio et Sestieri dans [27] et [28] ou encore Schwarz et Richardson dans [77]) et ont proposé des solutions. Cependant,

quelle que soit la méthode adoptée par ces auteurs, tous imposent d'avoir suffisamment de points de mesure sur l'interface pour réaliser le couplage. Telles que décrites dans ces communications, les différentes méthodes ne sont donc applicables que dans le cas où l'essai a été réalisé en connaissant au préalable la modification envisagée.

Pour les applications réalisées dans ce mémoire, on a utilisé des méthodes d'erreur en sortie dans le domaine fréquentiel qui ont été revisitées récemment (cf. [7], [45], [46]). Dans les développements connexes, on pourra citer la reconstruction des termes de flexibilité résiduelle (voir par exemple [2], [34], [35] ou [50]) et les effets de non-linéarités locales (frottements et chocs [74], [81], amortissement [63], [64], etc.).

Les domaines d'applications des méthodes de SDM sont multiples. La technique d'analyse de l'influence d'une modification sur le comportement dynamique d'une structure peut être utilisée pour obtenir un comportement dynamique prédéfini. La définition d'une modification à partir d'une structure et d'objectifs vibratoires donnés relève des problèmes d'optimisation [85]. La détection de défauts par une méthode non destructive peut également être effectuée avec les outils de la SDM [62]. Les comportements d'une structure de référence et d'une structure de test sont comparés. La présence d'une altération dans la structure pouvant significativement modifier son comportement dynamique, les écarts constatés constituent des renseignements précieux sur la nature et la localisation du défaut. Ces deux aspects constituent une approche inverse des équations de la modification structurale. La prédiction du comportement dynamique d'une structure pour une modification imposée constitue un problème direct.

1.3 Plan du mémoire

Le chapitre 2 présente les concepts fondamentaux utilisés dans cette thèse. Les relations de la dynamique des structures pour les problèmes discrets sont rappelées pour fixer les notations. Les principes de la synthèse modale, de sous-structuration dynamique et de réduction de modèle, utilisés dans le cadre de ce travail, sont rappelés, ainsi que la notion de modes d'interface. Les formulations classiques des méthodes de SDM sont ensuite présentées. Enfin, les limitations et les restrictions de ces méthodes sont évoquées.

Le chapitre 3 propose une formulation originale permettant de prendre en compte les incompatibilités entre les mesures et les DDL de l'interface structure/modification et de régulariser la construction d'un modèle de comportement couplé. Cette première contribution de la thèse repose sur l'utilisation des techniques d'expansion de données et de réduction de modèle, associées à la formulation additive présentée dans le chapitre 2. Des indicateurs sont également construits pour estimer la cohérence de la prédiction réalisée. Les évolutions sont appliquées au cas d'un démonstrateur numérique et les résultats sont comparés avec les prédictions réalisées par les méthodes classiques. Cette deuxième partie de chapitre est aussi l'occasion de décrire la méthodologie associée à cette nouvelle formulation.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude de l'influence des différents facteurs intervenant dans la construction du modèle couplé et la qualité de la prédiction. L'analyse des résultats permet de dresser une liste non exhaustive des précautions à prendre lors de la mise en œuvre de la méthode proposée, depuis la réalisation pratique de l'analyse modale expérimentale jusqu'à l'interprétation des premiers résultats. La méthodologie appliquée dans le chapitre 3 est affinée et les techniques d'analyse sont précisées. Le protocole ainsi défini constitue le second apport de cette thèse.

Le chapitre 5 présente plusieurs applications. Un premier démonstrateur académique démontre la faisabilité de la méthode. Une deuxième étude, réalisée sur un cas industriel, illustre les gains de temps potentiels en comparant la prédiction avec les résultats d'une étude basée sur un modèle EF recalé de la structure. La troisième étude illustre l'application de la méthode dans un cas type. L'analyse modale de la structure cible permet de comprendre le problème, une modification est conçue, réalisée et mise en place. La prédiction est ensuite comparée aux résultats de l'analyse modale de la structure modifiée. Enfin, la dernière application montre les limites de la méthodologie. L'étude multi-objectifs sur une large bande de fréquences d'une structure industrielle permet de faire une ouverture vers la suite des travaux et montre la nature des difficultés à surmonter. La mise en œuvre des concepts introduits au chapitre 3, associée à la méthodologie développée au chapitre 4 sur des cas industriels représentatifs, constitue la troisième contribution de ce travail à l'évolution des méthodes de modification structurale.

Chapitre 2

PRÉSENTATION DES PRINCIPALES MÉTHODES DE SDM & DES CONCEPTS SOUS-JACENTS

Ce chapitre présente les concepts théoriques utilisés dans cette thèse. Les relations de la dynamique des structures constituent le cadre général du développement des méthodes de modification structurale. Les notations et les principes de bases sont rappelés dans la première partie. Les formulations classiques des méthodes de SDM sont alors présentées sur la base d'une étude bibliographique. Les principales limitations rencontrées lors de la mise en œuvre des méthodes de SDM, qu'elles soient d'ordre théorique ou expérimental, sont ensuite détaillées.

Ce chapitre utilise le formalisme et les notations classiques des méthodes de SDM qui supposent que les degrés de liberté de couplage sont mesurés. Cette approche simplifie les écritures et l'analyse bibliographique mais est source de limitations détaillées en section 2.3 où l'on motive les extensions proposées au chapitre 3.

2.1 Concepts fondamentaux

Avant de commencer la présentation des méthodes de modification structurale et l'introduction de la méthode proposée, les relations de bases sont rappelées dans la section 2.1.1, ce qui permet de préciser les notations. Le formalisme utilisé suppose que le problème continu a été discrétisé en utilisant la méthode des éléments finis. Les ouvrages [16] et [30] en apportent une description détaillée. On suppose dès lors que les modélisations introduites par cette étape permettent de rendre correctement compte du comportement dynamique de la structure étudiée. La section 2.1.1 reprend les relations associées aux approximations de Ritz des équations de la dynamique des structures. Les concepts liés à l'analyse modale expérimentale sont présentés dans la section 2.1.2. Les principes de la synthèse modale sont alors rappelés dans la section 2.1.3. La réduction de modèle est alors abordée dans la section 2.1.4, et la notion de mode d'interface est introduite à la section 2.1.5.

2.1.1 Dynamique des structures

Considérons le modèle EF d'une structure discrétisée en N degrés de libertés (DDL). L'évolution temporelle de ses mouvements est régie par la relation matricielle dérivant du principe fondamental de la dynamique

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [D_v] \{\dot{q}(t)\} + [K] \{q(t)\} = \{f(t)\}. \quad (2.1)$$

Les matrices $[M]$, $[D_v]$ et $[K]$ représentent respectivement les propriétés d'inertie, d'amortissement visqueux et de raideur de la structure. Les vecteurs $\{\ddot{q}(t)\}$, $\{\dot{q}(t)\}$ et $\{q(t)\}$ représentent l'accélération, la vitesse et le déplacement associés aux DDL et le vecteur $\{f(t)\}$ correspond à la discrétisation des sollicitations extérieures.

Les systèmes considérés ici sont *linéaires, faiblement dissipatifs et réciproques*. Ainsi, les matrices $[M]$, $[D_v]$ et $[K]$ sont constantes, réelles, symétriques et semi-définies positives.

Après transformée de Fourier, la relation s'écrit

$$\left(-\omega^2 [M] + j\omega [D_v] + [K]\right) \{q(\omega)\} = \{f(\omega)\}. \quad (2.2)$$

La matrice de rigidité dynamique est définie par

$$[Z(\omega)] = \left(-\omega^2 [M] + j\omega [D_v] + [K]\right). \quad (2.3)$$

On note $[\Phi]$ la matrice des vecteurs propres $\{\phi_i\}$ et $[\Omega]$ la matrice diagonale des pulsations propres ω_i associées au problème non amorti homogène associé

$$\left(-\omega_i^2 [M] + [K]\right) \{\phi_i\} = \{0\}. \quad (2.4)$$

Les modes propres $\{\phi_i\}$ vérifient alors les relations d'orthogonalité

$$\{\phi_i\}^T [M] \{\phi_j\} = \mu_i \delta_{ij}, \quad (2.5)$$

$$\{\phi_i\}^T [K] \{\phi_j\} = \frac{\omega_i^2}{\mu_i} \delta_{ij}. \quad (2.6)$$

On considèrera dans la suite que $[\Phi]$ est normée par rapport à la matrice de masse, soit $\mu_i = 1 \forall i$.

La décomposition du mouvement sur la base des modes propres s'exprime alors

$$\{q\}_N = [\Phi]_{N \times N} \{\eta\}_N. \quad (2.7)$$

La relation fondamentale de la dynamique (2.2) projetée sur la base des modes propres de vibrations, sous les hypothèses considérées, s'écrit

$$\left(-\omega^2 [Id] + j\omega [\Gamma] + [\Omega]^2\right) \{\eta\} = [\Phi]^T \{f\}. \quad (2.8)$$

L'amortissement du système étant faible, on suppose valable l'hypothèse d'amortissement modal. La matrice $[D_v]$ est alors diagonalisable dans la base des modes propres du système non amorti homogène associé

$$\Gamma_{ij} = \{\phi_i\}^T [D_v] \{\phi_j\} = 2\xi_i \omega_i \delta_{ij}. \quad (2.9)$$

Cette hypothèse n'est pas nécessaire pour les développements à venir, mais permet de simplifier la mise en œuvre de la méthode.

2.1.2 Analyse modale expérimentale

Avec les principes de réduction de modèle, de synthèse modale et de sous-structuration, l'analyse modale expérimentale est un point central de l'étude. L'objectif de cette section n'est pas de réaliser un exposé exhaustif sur les différentes techniques d'analyse modale et d'identification des paramètres modaux. Cependant, ces techniques constituent le point de départ dans la mise en œuvre des méthodes de modification structurale, il convient donc d'en présenter les principes. Pour une présentation plus détaillée sur la mise en œuvre expérimentale des méthodes d'analyse modale et les techniques d'identification, on se référera notamment à [51] et [39].

- Principes

Il existe deux grandes classes de méthodes d'identification. Les méthodes d'identification fréquentielles et les méthodes temporelles. Seuls les principes des méthodes fréquentielles sont présentés dans cette section.

Le comportement dynamique d'une structure est donné par la relation

$$\begin{cases} (-\omega^2 [M] + j\omega [D_v] + [K]) \{q\} = [B] \{u\}, \\ \{y\} = [C] \{q\}, \end{cases} \quad (2.10)$$

où $[M]$, $[D_v]$ et $[K]$ sont des matrices $N \times N$.

Les méthodes d'analyse modale expérimentale consistent à déterminer et analyser le comportement dynamique d'une structure en connaissant le transfert entre les entrées $\{u\}$ appliquées et les sorties $\{y\}$ mesurées. La matrice des FRF décrivant ce transfert est définie par

$$[H] \{y\} = \{u\}. \quad (2.11)$$

En réécrivant avec (2.10), il vient

$$[H(\omega)] = [C] \left([-\omega^2 [M] + j\omega [D_v] + [K]] \right)^{-1} [B]. \quad (2.12)$$

Les matrices $[B]$ et $[C]$ permettent de faire la distinction entre les entrées et les sorties réelles avec les entrées et les sorties au niveau des DDL définis pour construire $[Z(\omega)]$. Une analyse modale expérimentale est ainsi définie par le choix des efforts appliqués (les entrées) et des mesures (les sorties), et correspond à une discrétisation spatiale donnée de la structure testée.

En utilisant les principes de la décomposition spectrale (relation (2.7)), les conditions d'orthogonalité (2.5) et (2.6) et en faisant l'hypothèse d'un amortissement visqueux faible (relation (2.9)), on peut écrire

$$[H(\omega)] = \sum_k^N \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{-\omega^2 + 2j\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2}. \quad (2.13)$$

La détermination des k premiers vecteurs $[C] \{\phi\}_k$ et $\{\phi\}_k^T [B]$, ainsi que les k premiers amortissements modaux ξ_k et fréquences propres ω_k autorise la construction d'un modèle modal de comportement de la structure.

En pratique, un essai est réalisé sur une bande de fréquences limitée. On note N_{inf} la fréquence propre la plus faible de la structure observable par l'essai, et N_{sup} la plus grande. La relation (2.13) peut alors se décomposer sur trois bandes de fréquences distinctes

$$[H] = \sum_{k=1}^{N_{inf}-1} \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{-\omega^2 + 2j\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2} + \sum_{k=N_{inf}}^{N_{sup}} \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{-\omega^2 + 2j\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2} + \sum_{k=N_{sup}+1}^{\infty} \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{-\omega^2 + 2j\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2}. \quad (2.14)$$

Dans le premier terme de (2.14), les fréquences propres des modes sont inférieures à la fréquence minimale d'intérêt. Lors de l'analyse sur la bande contenant les modes entre N_{inf} et N_{sup} , on peut

donc poser $\omega_k \approx 0$. Pour le troisième terme, les fréquences propres des modes sont supérieures à la fréquence maximale d'intérêt de l'essai. On pose donc $\omega \approx 0$. Il vient alors

$$[H] = \underbrace{\sum_{k=1}^{N_{inf}-1} \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{-\omega^2}}_F + \sum_{k=N_{inf}}^{N_{sup}} \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{-\omega^2 + 2j\xi_k \omega_k \omega + \omega_k^2} + \underbrace{\sum_{k=N_{sup}+1}^{\infty} \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{\omega_k^2}}_E. \quad (2.15)$$

Le terme F correspond à l'influence des modes basse fréquence dans l'essai. Ce terme n'apparaît que rarement dans les analyses modales courantes, la bande d'analyse commençant dès $N_{inf} = 1$. Par contre, le terme E quantifie l'influence des modes haute fréquence dans la bande d'analyse, qui ne peuvent pas être tous identifiés. Du point de vue de la bande de fréquence considérée, ces modes semblent répondre de manière quasi statique. Pour cette raison, ces modes sont qualifiés de "correction statique".

La réponse du système à une excitation quelconque fait donc intervenir les N_{sup} premiers modes, ainsi que les modes présents dans le terme E . Lorsque ces termes ne sont pas introduits dans le modèle modal, la réponse est tronquée. Ce phénomène est appelé troncature modale.

- Mise en œuvre

En pratique, l'estimation des FRF est réalisée à partir d'un des estimateurs statistiques $[H_1]$ ou $[H_2]$. Ces deux estimateurs sont construits sur la corrélation entre $\{\hat{u}\}$ et $\{\hat{y}\}$, les transformées de Fourier des signaux temporels associées aux entrées $\{\tilde{u}\}$ et aux sorties $\{\tilde{y}\}$. $[H_1]$ et $[H_2]$ sont définies par

$$[H_1] = \frac{E(\{\hat{y}\}^H \{\hat{u}\})}{E(\{\hat{u}\}^H \{\hat{u}\})},$$

$$[H_2] = \frac{E(\{\hat{y}\}^H \{\hat{y}\})}{E(\{\hat{u}\}^H \{\hat{y}\})}.$$

Selon le type de test, on emploiera $[H_1]$ ou $[H_2]$. On peut montrer que $[H_1]$ est non biaisé pour un bruit sur les sorties non corrélé et que $[H_2]$ est non biaisé pour un bruit non corrélé sur les entrées.

Afin de limiter les erreurs liées aux conditions de mesure (position des capteurs, excitateurs, bruits sur la chaîne d'acquisition, faibles non linéarités de la structure, etc.), il est nécessaire de réaliser un moyennage sur plusieurs tests "identiques". Dans le cas idéal, si on excite successivement tous les points de mesure dans toutes les directions de mesure et que toutes les directions de mesure sont instrumentées, il est théoriquement possible de reconstruire complètement la matrice de flexibilité de la structure associée à la discrétisation spatiale du test effectué. Cependant, en pratique, on ne dispose que de la mesure de quelques colonnes ou lignes de la matrice de flexibilité, sur une bande de fréquence limitée. Cette information partielle peut être directement utilisée pour mettre en œuvre

les méthodes “multiplicatives” (voir la section 2.2.3). Plus généralement, on cherchera à reconstruire un modèle modal de la structure. L’extraction des fréquences propres, des déformées et des amortissements modaux est réalisée en identifiant les paramètres de la relation (2.13).

Pour extraire ces informations des FRF expérimentales, de nombreuses méthodes d’identification peuvent être mises en œuvre. La recherche s’effectue par la minimisation d’une fonctionnelle caractéristique de la distance entre les mesures et le modèle pôles/résidus représentant la relation (2.13)

$$\text{ArgMin}_{\lambda, [R_k], BF, HF} \left(\left\| [H(\omega)_{test}] - \sum_{k=1}^{N_{id}} \left(\frac{[R_k]}{(j\omega + \lambda_k)} + \frac{[\bar{R}_k]}{(j\omega + \bar{\lambda}_k)} \right) + \frac{BF}{\omega^2} + HF \right\|^2 \right). \quad (2.16)$$

Le terme constant HF prend en compte l’influence des modes plus hautes fréquences dans la bande d’analyse, et correspond aux résidus associés aux corrections statiques (terme E dans (2.15)), BF/ω^2 celle des modes situés plus bas en fréquence (terme F dans (2.15)) lorsque des modes sont présents dans une bande de fréquence inférieure à la fréquence minimale d’intérêt de l’identification.

De nombreuses méthodes sont disponibles pour résoudre (2.16). Il n’est pas ici question d’exposer toutes les solutions qu’il est possible d’implémenter. Pour de plus de détails sur la mise en place expérimentale de ces méthodes, leurs caractéristiques et les résolutions possibles de (2.16), se référer à [51], [59] ou [39].

Le passage d’un modèle pôle/résidus (2.16) à un modèle de synthèse des modes normaux de la structure (2.14) suppose une hypothèse supplémentaire. Pour la recherche des termes de $[R_k]$, on ne pose *a priori* aucune hypothèse. Cependant, le modèle identifié, pour correspondre à la description d’un système mécanique linéaire, doit être réciproque. Cette condition est traduite par la symétrie des matrices de masse et de raideur du modèle EF équivalent de la structure. Dans le cas d’un modèle réalisé à partir d’une analyse modale, cette condition se traduit par la positivité de la partie imaginaire des résidus associés aux tests colocalisés. Lorsque cette condition est vérifiée, il est alors possible d’identifier les termes entre (2.16) et (2.14). Les expressions de $[R_k]$ et λ_k s’écrivent

$$[R_k] = j \frac{[C] \{\phi\}_k \{\phi\}_k^T [B]}{2\omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2}}, \quad (2.17)$$

$$\lambda_k = \xi_k \omega_k + j\omega \sqrt{1 - \xi_k^2}. \quad (2.18)$$

Cependant, pour de multiples raisons, même lorsque les conditions de réciprocité sont assurées pour la réalisation pratique de l’essai, il est possible que la partie imaginaire de certains résidus associés à un test colocalisé (i.e. mesure et application de l’effort au même point et dans la même direction) ne soit pas positive. Dans ce cas, il est nécessaire de définir un processus régularisant pour assurer la construction d’un modèle réciproque minimal de la structure testée. La référence [6] détaille la technique utilisée dans cette thèse.

2.1.3 Synthèse modale

La synthèse modale correspond à l'assemblage classique de modèles de composants isolés en un modèle unique représentant le comportement du système couplé. Pour simplifier l'écriture, un cas à deux composants est présenté. Ces deux composants sont appelés "base" et "modification" pour des raisons qui apparaîtront dans la section 2.2. Pour chaque composant, la relation fondamentale de la dynamique est de la forme

$$[Z(\omega)] \{q\} = \{f\}. \quad (2.19)$$

Les systèmes matriciels décrivant le comportement des deux sous-structures sont partitionnés selon les DDL d'interface et les DDL complémentaires. Les équations pour la base s'écrivent

$$\text{Pour la base : } \begin{bmatrix} [Z_{CC}^B] & [Z_{CI}^B] \\ [Z_{IC}^B] & [Z_{II}^B] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_C^B\} \\ \{q_I^B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C^B\} \\ \{f_I^B + f_{I_{ext}}^B\} \end{Bmatrix}. \quad (2.20)$$

$$(2.21)$$

En partitionnant de la même façon, les relations pour la modification s'écrivent

$$\text{Pour la modification : } \begin{bmatrix} [Z_{CC}^M] & [Z_{CI}^M] \\ [Z_{IC}^M] & [Z_{II}^M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_C^M\} \\ \{q_I^M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C^M\} \\ \{f_I^M + f_{I_{ext}}^M\} \end{Bmatrix}. \quad (2.22)$$

$\{f_I^M\}$ et $\{f_I^B\}$ sont les efforts de couplage à l'interface, $\{f_C^M\}$ et $\{f_C^B\}$ les efforts extérieurs appliqués sur les DDL complémentaires et $\{f_{I_{ext}}^M\}$ et $\{f_{I_{ext}}^B\}$ les efforts extérieurs appliqués à l'interface.

Les deux composants sont supposés parfaitement liés. En formulation continue forte, cette hypothèse se traduit par la continuité du déplacement et la nullité du saut de contrainte normale. Dans le principe des travaux virtuels (formulation faible), ces deux conditions sont remplacées par une hypothèse de continuité de la solution et des champs virtuels. Les méthodes de synthèse modale exploitent généralement la formulation faible dans une approche de type Ritz-Galerkin.

Dans l'hypothèse de maillages compatibles à l'interface, la continuité des champs de déplacement et des fonctions tests se traduit par

$$\{q_I^M\} = \{q_I^B\} = \{q_I\}. \quad (2.23)$$

La deuxième condition est la nullité du travail des efforts de couplage à l'interface pour les fonctions tests $\{\hat{q}_I\}$ vérifiant (2.23), soit

$$\{\hat{q}_I\}^T \{f_I^B\} + \{\hat{q}_I\}^T \{f_I^M\} = 0. \quad (2.24)$$

En identifiant $\{f_I^B\}$ et $\{f_I^M\}$ dans les relations (2.20) et (2.22), (2.24) devient

$$\begin{aligned} \{\hat{q}_I\}^T \left([Z_{II}^B] + [Z_{II}^M] \right) \{q_I\} + \{\hat{q}_I\}^T [Z_{IC}^B] \{q_C^B\} + \{q_I\}^T [Z_{IC}^M] \{q_C^M\} \\ = \\ \{\hat{q}_I\}^T \{f_{I_{ext}}^B\} + \{\hat{q}_I\}^T \{f_{I_{ext}}^M\}. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Classiquement, on suppose que les fonctions tests $\{\hat{q}_I\}$ engendrent le sous-espace des déplacements continus à l'interface, ce qui permet d'éliminer $\{\hat{q}_I\}$ de 2.25. En reportant les équations non liées à l'interface de (2.20) et (2.22), on obtient donc les équations couplées classiques

$$\begin{bmatrix} [Z_{CC}^B] & [Z_{CI}^B] & [0] \\ [Z_{IC}^B] & [Z_{II}^B] + [Z_{II}^M] & [Z_{IC}^M] \\ [0] & [Z_{CI}^M] & [Z_{CC}^M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_C^B\} \\ \{q_I\} \\ \{q_C^M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C^B\} \\ \{f_{I_{ext}}^B\} + \{f_{I_{ext}}^M\} \\ \{f_C^M\} \end{Bmatrix}. \quad (2.26)$$

La condition de nullité du travail virtuel est souvent présentée dans la littérature sur la synthèse modale comme découlant du principe d'équilibre de l'action et de la réaction. Il est vrai que pour $\{\hat{q}_I\}$ engendrant le sous-espace des déplacements continus à l'interface, (2.24) devient

$$\{f_I^M\} + \{f_I^B\} = \{0\}. \quad (2.27)$$

mais il s'agit d'une condition d'équilibre des efforts généralisés, alors que le principe de l'action et de la réaction conduirait à la continuité des contraintes normales.

La notion de modes d'interface, largement utilisée dans ce mémoire, correspond au choix de déformées engendrant un sous-espace de q_I . Le passage par (2.24) permettra, en section 2.1.5, une présentation claire de la synthèse modale adaptée à ce cas.

2.1.4 Réduction de modèles & sous structuration dynamique

Pour diverses applications, il est utile d'estimer le comportement global d'une structure à partir de la connaissance des comportements particuliers des sous-structures dont elle est constituée. Dans ce cas, on substitue à l'espace des N DDL associés à la représentation locale du comportement un sous-espace (de dimension réduite) de DDL généralisés $\{\eta\}$, représentatif des comportements globaux de sous-structures. Pour réaliser une telle approximation, une base $[T]$ du sous-espace, de taille $N \times N_g$, doit être définie. Pour être avantageux, le sous-espace doit assurer que l'on ait $N_g \ll N$. La relation (2.28) exprime la relation liant les DDL généralisés $\{\eta\}$ aux DDL "physiques" $\{q\}$

$$\{q\}_N = [T]_{N \times N_g} \{\eta\}_{N_g}. \quad (2.28)$$

L'approximation de Ritz de l'équation fondamentale de la dynamique (2.2) dans le sous-espace engendré par $[T]$ s'écrit donc

$$[T]^T \left(-\omega^2 [M] + j\omega [D_v] + [K] \right) [T] \{\eta\} = [T]^T \{f\}. \quad (2.29)$$

Le problème ainsi posé est de taille $N_g \times N_g$, très inférieure à $N \times N$.

Le choix du sous-espace est crucial et conditionne directement la qualité du résultat. La construction de ce sous-espace doit assurer la cohérence du modèle pour l'analyse souhaitée, tout en assurant une taille réduite au modèle final. Dans le cas particulier de la sous structuration en dynamique, le sous-espace engendré par $[T]$ doit :

- C_1 : rendre compte du comportement dynamique des différentes sous-structures dans la bande d'analyse du problème
- C_2 : assurer la compatibilité des déplacements et la nullité du travail des efforts à l'interface entre les différentes sous-structures
- C_3 : conserver la linéarité du problème.

Pour illustrer la construction de ces bases, considérons l'équation matricielle décrivant le comportement d'une sous-structure particulière. Chaque sous-structure est partitionnée en DDL d'interface (indiqués I) et DDL complémentaires (indiqués C)

$$\left(\begin{bmatrix} [K_{CC}] & [K_{CI}] \\ [K_{IC}] & [K_{II}] \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} [M_{CC}] & [M_{CI}] \\ [M_{IC}] & [M_{II}] \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} \{q_C\} \\ \{q_I\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C\} \\ \{f_I\} \end{Bmatrix}. \quad (2.30)$$

La base du sous-espace $[T]$ proposée par MacNeal [58] est composée :

- d'une base tronquée de N_L modes issue de la base des modes à interface libre $[\Phi_{libre}]_{N_L}$,
- d'une base de N_A modes d'attache correspondants aux déplacements des DDL complémentaires pour un effort statique unitaire appliqué aux DDL d'interface.

Cette méthode est donc dite "à interfaces libres". La base du sous-espace est construite par

$$[T_{MN}] = \begin{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} [\Phi_{libre}]_C \\ [\Phi_{libre}]_I \end{bmatrix}}_{\text{modes à interface libre}} \underbrace{\begin{bmatrix} [K_{CC}] & [K_{CI}] \\ [K_{IC}] & [K_{II}] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [0] \\ [Id] \end{bmatrix}}_{\text{modes d'attache}} \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Il est important de noter que cette construction peut être problématique dans le cas de structure avec des modes de corps rigide. Dans ce cas de figure, la notion de mode d'attache est modifiée. Des solutions ont notamment été proposées par Géradin et Rixen dans [43], et Farhat et Géradin dans [40].

La base du sous-espace $[T]$ proposée par Craig & Bampton [23] est composée :

- d'une base tronquée de N_F modes issue de la base des modes à interface fixe $[\Phi_{fixe}]_{N_F}$,
- d'une base de N_C modes de contrainte.

Chaque mode de contrainte correspond au relèvement statique d'un déplacement unitaire des DDL d'interface sur les DDL complémentaires. La base des modes de contrainte constitue la base du sous-espace permettant de condenser statiquement un modèle sur une partie de ses DDL. Cette méthode de condensation est également appelée condensation de Guyan [43].

Cette méthode est donc dite "à interfaces fixes". La base du sous-espace est construite par

$$[T_{Cr\&B}] = \left[\underbrace{\begin{bmatrix} [\Phi_{fixe}]_C \\ [0]_I \end{bmatrix}}_{N_F \text{ modes à interface fixe}} \quad \underbrace{\begin{bmatrix} -[K_{CC}]^{-1}[K_{CI}] \\ [Id] \end{bmatrix}}_{N_C \text{ modes de contrainte}} \right]. \quad (2.32)$$

N_F et N_L sont en général pris de sorte que la dernière fréquence propre du système réduit considéré soit de l'ordre de 1,5 fois la dernière fréquence d'intérêt du problème (donné par Rubin dans [75]). N_C et N_A doivent, dans ce cas, être égaux au nombre de DDL d'interface pour satisfaire les conditions de compatibilité à l'interface (condition C₂).

Il est intéressant de noter que la base $[T]$ peut être construite en considérant des conditions limites et des chargements différents à l'interface. La formulation Craig & Bampton fait intervenir les déplacements à l'interface (modes à déplacements nuls à l'interface, puis relèvement à déplacement imposé sur le reste du sous domaine). La formulation MacNeal fait intervenir les chargements à l'interface (modes à efforts nuls à l'interface, puis relèvement à effort imposé sur le reste du sous domaine). De nombreuses méthodes à interface chargées ont été développées (voir par exemple [44]).

2.1.5 Modes d'interface

Les concepts de réduction de modèles présentés à la section 2.1.4 sont très largement appliqués et intégrés dans la plupart des codes commerciaux de calcul de structures. Cependant, dans le cas de structures avec des interfaces comportant un nombre de DDL important, le modèle réduit reste d'une taille importante. D'autre part, la réduction du modèle se fait au détriment de la topologie des matrices décrivant le problème. Dans le cas du problème complet, les matrices de masse et de raideur sont très creuses. Cette topologie est mise à profit pour résoudre rapidement les problèmes de réponse statique, ce qui permet d'accélérer la recherche des premières (ou dernières) valeurs propres par des méthodes itératives type Lanczos ou IRA/Sorensen. Les problèmes réduits conduisent à des matrices pleines qui peuvent très largement ralentir la résolution du problème réduit, puisque la résolution des problèmes statiques sous-jacents est plus coûteuse. Dans le cas de nombreuses interfaces

de grandes tailles, la réduction du modèle par sous-structuration type Craig & Bampton ou MacNeal peut s'avérer plus coûteuse que la résolution du problème complet, et son intérêt est alors limité.

La réduction de modèle a pour objectif de représenter la flexibilité dynamique pour certaines sollicitations (des efforts externes et sur les interfaces) et sur une certaine gamme de fréquence [6]. Les méthodes de réduction combinent donc des vecteurs liés à des calculs statiques (pour représenter les efforts) et des bases modales tronquées (puisque la bande de fréquence d'intérêt est limitée).

Les méthodes présentées dans la section précédente conservent toutes les déformées statiques liées à l'interface. Or dans une bande de fréquences donnée, les déformées possibles de l'interface présentent des propriétés de régularité importantes. Le concept de modes d'interfaces a pour objectif d'exploiter cette propriété. Les points clés sont de définir un problème spectral représentatif permettant de construire une base des déformées d'interface classées en termes de régularité, puis d'utiliser la troncature modale pour éliminer les déformées d'interface trop irrégulières.

Par exemple, les modes d'interface introduits dans [24] sont associés à chacune des sous-structures et dérivent du modèle réduit à l'interface. En considérant une matrice de raideur de sous-structure $[K]$ partitionnée selon les DDL d'interface I et les DDL complémentaires C , $[T_r]$ est donnée par la relation (2.33).

$$[T_r] = \begin{bmatrix} -[K_{CC}]^{-1} [K_{CI}] \\ [Id] \end{bmatrix}. \quad (2.33)$$

On définit les modes d'interface comme solutions propres du modèle dans le sous-espace engendré par $[T_r]$, avec

$$\left(-\omega_r^2 [T_r]^T [M] [T_r] + [T_r]^T [K] [T_r] \right) \{ \phi_r \} = \{ 0 \}, \quad (2.34)$$

soit

$$\{ q \}_N = [T_r]_{N \times N_I} [\Phi_r]_{N_I \times N_I} \{ \eta_I \}_{N_I}. \quad (2.35)$$

Ayant cette décomposition spectrale, on réalise une troncature en conservant les modes d'interface de pulsation ω_r faible.

Dans le cas de maillages compatibles, les conditions de couplage sont données par (2.23) et (2.24) avec

$$\{ \hat{q} \} = [T_r] [\Phi_r] \{ \hat{\eta}_I \}. \quad (2.36)$$

L'équation couplée, faisant maintenant intervenir des DDL d'interface généralisés $\{ \hat{\eta}_I \}$ plutôt que les DDL nominaux q_I est alors donnée par

$$\begin{bmatrix} [Z_{CC}^B] & [Z_{CI}^B][\Psi_{Ir}] & [0] \\ [\Psi_{Ir}]^T[Z_{IC}^B] & [\Psi_{Ir}]^T([Z_{II}^B]+[Z_{II}^M])[\Psi_{Ir}] & [\Psi_{Ir}]^T[Z_{IC}^M] \\ [0] & [Z_{CI}^M][\Psi_{Ir}] & [Z_{CC}^M] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_C^B\} \\ \{\hat{\eta}_I\} \\ \{q_C^M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C^B\} \\ [\Psi_{Ir}]^T(\{f_{I_{ext}}^B\}+\{f_{I_{ext}}^M\}) \\ \{f_C^M\} \end{Bmatrix}. \quad (2.37)$$

La vérification des conditions de continuité est équivalente à la construction d'un jeux unique de DDL d'interface généralisés. On est donc amené à utiliser les modes d'interface d'une des sous-structures [44], à calculer les modes d'interface sur un modèle condensé sur l'interface [24] ou à introduire une décomposition spectrale adaptée [18], [19] ou [6]. Une autre approche considérée dans les méthode de décomposition de domaine est d'obtenir la continuité par un processus itératif [41].

Pour les problèmes de grande taille qui présentent des interfaces étendues, le calcul des modes de contraintes et la projections des matrices de masse et de raideur des sous-structures aux interface s'avère très coûteux. Pour accélérer le processus, Bourquin introduit la matrice identité comme opérateur de masse [19], les modes $[\Phi_r]$ sont alors normés dans L^2 . L'utilisation de cette norme accélère sensiblement le calcul, mais la définition non mécanique des déformations à l'interface oblige à prendre en compte un nombre de modes conséquent. La prise en compte d'une matrice de masse diagonale intégrant la masse totale de la sous-structure rapportée à l'interface (matrice de masse concentrée) permet d'améliorer la représentativité des modes d'interface et d'en réduire le nombre pour l'assemblage du problème complet. Cette approche est notamment proposée par Cros dans [25].

La question de la règle de troncature est importante pour l'utilisation des modes d'interface. La règle empirique de Rubin ne s'applique que si le problème spectral (2.34) utilise une masse physique et il peut être difficile d'assurer la qualité des résultats. Il est possible de mettre en place des indicateurs d'erreur pour enrichir de façon contrôlée une base de modes d'interface [54]. La notion de modes d'interface et l'enrichissement progressif de la base de réduction sont de fait aussi très utile pour la gestion des maillages incompatibles (cf. [47], [6]).

2.2 Modification structurale : formulations classiques

Après avoir précisé les notations utilisées, et rappelé quelques principes qui seront utilisés dans la suite, cette section va s'attacher à rappeler les principales formulations retenues pour l'application des méthodes de modification structurale. Ces formulations sont celles trouvées dans la littérature (voir [59], [39]). Pour cette raison, dans toute la suite, on fera référence à ces méthodes par le terme de "formulations classiques". Un exposé plus complet de ces méthodes et une comparaison à l'aide de cas simples sont proposés dans la référence [79].

2.2.1 Méthodes de perturbation

L'approche de la modification structurale par méthode de perturbation a été initialement présentée par Fox & Kapoor [42]. Cette approche dérive de l'analyse de sensibilité des valeurs et vecteurs propres, en considérant des perturbations au premier ordre par rapport aux paramètres d'intérêt du système p . Sous cette hypothèse, les valeurs propres et vecteurs propres de la structure modifiée s'écrivent

$$\omega_{i_{modif}}^2 = \omega_i^2 + \delta p \frac{\partial \omega_i^2}{\partial p}, \quad (2.38)$$

$$\{\phi_{i_{modif}}\} = \{\phi_i\} + \delta p \frac{\partial \{\phi_i\}}{\partial p}. \quad (2.39)$$

La sensibilité de la valeur propre ω_i^2 s'écrit

$$\frac{\partial \omega_i^2}{\partial p} = \{\phi_i\}^T \left(\frac{\partial}{\partial p} [K(p)] - \omega_i^2 \frac{\partial}{\partial p} [M(p)] \right) \{\phi_i\}. \quad (2.40)$$

La sensibilité de $\{\phi_i\}$ est décomposée sur la base des $\{\phi_j\}$

$$\frac{\partial}{\partial p} \{\phi_i\} = \sum_j (i\alpha_j) \{\phi_j\}. \quad (2.41)$$

Les détails, dont la définition des coefficients de participation $(i\alpha_j)$, sont donnés dans [42].

Ces méthodes sont largement utilisées dans les approches numériques, et la littérature sur le sujet est abondante. La facilité et la rapidité de mise en œuvre constituent les avantages majeurs de cette approche. Dans le cadre particulier des méthodes de modification structurale, on considère les ajouts de masse ou de raideur comme une perturbation au premier ordre du système initial. On écrit alors

$$[\Delta M] = \frac{\partial}{\partial p} [M(p)] \delta p, \quad (2.42)$$

$$[\Delta K] \frac{\partial}{\partial p} [K(p)] \delta p, \quad (2.43)$$

$[\Delta M]$ et $[\Delta K]$ correspondent aux matrices de masse et de raideur de la modification.

Les formulations obtenues aux équations (2.40) et (2.41) permettent d'évaluer rapidement l'influence d'une perturbation sur la base modale du modèle non perturbé. Cependant, dans le cadre particulier de la modification structurale, la base modale utilisée pour les calculs de sensibilités des vecteurs propres est tronquée. Les erreurs sont alors importantes.

De plus, les effets d'une modification importante devant la taille de la structure initiale sont souvent mal prédits, comme il est montré par Yap et Zimmerman dans [84]. Les limitations constatées sont en parties dues à des problèmes de convergence de la série de Taylor. On peut noter que le développement en série avec des termes d'ordre supérieur n'améliore pas les résultats, ainsi que l'atteste [83].

Cette méthode ne sera donc pas évaluée dans la suite de l'étude, étant donnée l'importance de la modification envisagée par rapport à la taille de la structure de base. Cette approche reste peu utilisée dans le cadre des méthodes de modification structurale, mais constitue une part importante des outils pour les problèmes d'optimisation et de modèles adaptatifs. Les méthodes basées sur l'analyse de sensibilité sont surtout utilisées pour la détermination des zones sensibles de la structure à modifier.

2.2.2 Formulation additive

Ce type de méthode s'appuie sur les principes de la synthèse modale et de la réduction de modèle exposés précédemment. Cette approche est reprise entre autres dans [59], [31], [49], [77] et [84].

Dans le cadre des méthodes de modification structurale, la connaissance du modèle de base est expérimentale. La base choisie pour exprimer la matrice de rigidité dynamique $[Z^B]$ est la base des modes propres du système. Pour la modification, on utilise des modes d'interface correspondant à la trace des modes de la structure de base sur l'interface. La condition de continuité des déplacements s'écrit alors

$$\{q_I^B\}_{N_I} = \{q_I^M\}_{N_I} = [\Phi_I^B]_{N_I \times N_{MB}} \{\eta^B\}_{N_{MB}}. \quad (2.44)$$

Pour ce sous-espace particulier, et en considérant la relation (2.44), les relations (2.20) et (2.22) deviennent

$$\left(-\omega^2 [Id] + j\omega [\Gamma^B] + [\Omega^B]^2\right) \{\eta^B\} = \begin{bmatrix} [\Phi_C^B] \\ [\Phi_I^B] \end{bmatrix}^T \begin{Bmatrix} \{f_C^B\} \\ \{f_I^B\} + \{f_{I_{ext}}^B\} \end{Bmatrix}, \quad (2.45)$$

$$\begin{bmatrix} [Z_{CC}^M] & [Z_{CI}^M] [\Phi_I^B] \\ [\Phi_I^B]^T [Z_{IC}^M] & [\Phi_I^B]^T [Z_{II}^M] [\Phi_I^B] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_C^M\} \\ \{\eta^B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C^M\} \\ [\Phi_I^B]^T (\{f_I^M\} + \{f_{I_{ext}}^M\}) \end{Bmatrix}. \quad (2.46)$$

Les conditions d'équilibre des efforts généralisés s'écrivent

$$\{\eta^B\}^T [\Phi_I^B]^T \{f_I^M\} + \{\eta^B\}^T [\Phi_I^B]^T \{f_I^B\} = \{0\}. \quad (2.47)$$

En reprenant le cheminement permettant d'aboutir à la relation (2.26), le comportement du système couplé peut se mettre sous la forme

$$[Z^{B+M}] \begin{Bmatrix} \{\eta^B\} \\ \{q_C^M\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [\Phi_C^B]^T \{f_C^B\} + [\Phi_I^B]^T (\{f_{I_{ext}}^B\} + \{f_{I_{ext}}^M\}) \\ \{f_C^M\} \end{Bmatrix}, \quad (2.48)$$

avec

$$[Z^{B+M}] = \begin{bmatrix} \left(-\omega^2 [Id] + j\omega [\Gamma^B] + [\Omega^B]^2 \right) & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\Phi_I^B]^T [Z_{II}^M] [\Phi_I^B] & [\Phi_I^B]^T [Z_{IC}^M] \\ [Z_{CI}^M] [\Phi_I^B] & [Z_{CC}^M] \end{bmatrix}.$$

Choisir d'exprimer $[Z^{B+M}]$ sous la forme des valeurs propres, amortissements propres et déformées propres permet d'utiliser directement cette approche dans un cadre expérimental, ces informations pouvant être extraites des données mesurées. Cette formulation confère donc à cette méthode une grande facilité d'utilisation, car les données nécessaires sont facilement accessibles, tant du côté de la structure de base que du côté de la modification. L'appellation de "méthode additive" découle de la forme de la relation (2.48).

En l'absence de troncature modale, les résultats présentés à l'équation (2.48) sont identiques à ceux obtenus avec le modèle EF assemblé de la structure défini par la relation (2.26). Néanmoins, l'impossibilité d'identifier complètement la base modale et donc le fait de négliger les termes de flexibilité résiduels est une importante source d'erreurs. D'autre part, l'écriture du couplage ne se fait que sur les DDL d'interface et il est rarement possible de caractériser expérimentalement la réponse de tous les DDL d'interface nécessaires au couplage correct avec le modèle EF. Ces difficultés seront présentées plus en détails à la section 2.3.

2.2.3 Formulation multiplicative

Ce type de méthode considère l'équation de la dynamique écrite sous la forme de fonctions de transfert

$$\{q\} = [H(\omega)] \{f\} \quad (2.49)$$

Les références [39], [59], [4], [27], [26], ou [69] en présentent les principes et des applications.

En reprenant les principes de la synthèse modale utilisés pour aboutir à la relation (2.26), on peut écrire formellement

$$[Z^{B+M}] = [Z^B] + [Z^M] = \begin{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} [H_{CC}^B] & [H_{CI}^B] \\ [H_{IC}^B] & [H_{II}^B] \end{bmatrix} \right)^{-1} & [0] \\ [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [Z_{II}^M] & [Z_{IC}^M] \\ [0] & [Z_{CI}^M] & [Z_{CC}^M] \end{bmatrix}. \quad (2.50)$$

En utilisant le fait que l'inverse d'une matrice diagonale par bloc, quand il existe, est égal à la matrice diagonale de l'inverse des blocs, l'introduction d'une matrice $[A]$ inversible de la taille de $[Z_{CC}^M]$ permet d'écrire

$$[Z^{B+M}] = \begin{bmatrix} [Id] & [0] & [0] \\ [0] & [Id] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [Z_{II}^M] & [Z_{IC}^M] \\ [0] & [Z_{CI}^M] & [Z_{CC}^M] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H_{CC}^B] & [H_{CI}^B] & [0] \\ [H_{IC}^B] & [H_{II}^B] & [0] \\ [0] & [0] & [A] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} [H_{CC}^B] & [H_{CI}^B] \\ [H_{IC}^B] & [H_{II}^B] \end{bmatrix} \right)^{-1} & [0] \\ [0] & [0] \\ [0] & [0] & [A]^{-1} \end{bmatrix}. \quad (2.51)$$

Comme $[H^{B+M}] = [Z^{B+M}]^{-1}$, l'inversion de la relation (2.51) conduit à l'expression recherchée.

$$[H^{B+M}] = \begin{bmatrix} [H_{CC}^B] & [H_{CI}^B] & [0] \\ [H_{IC}^B] & [H_{II}^B] & [0] \\ [0] & [0] & [A] \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} [Id] & [0] & [0] \\ [0] & [Id] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [Z_{II}^M] & [Z_{IC}^M] \\ [0] & [Z_{CI}^M] & [Z_{CC}^M] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [H_{CC}^B] & [H_{CI}^B] & [0] \\ [H_{IC}^B] & [H_{II}^B] & [0] \\ [0] & [0] & [A] \end{bmatrix} \right)^{-1}. \quad (2.52)$$

Pour la mise en œuvre de cette méthode, on pourra donc choisir $[A] = [Id]$. Dans [39], Ewins utilise $[A] = [H_{CC}^M]$ pour obtenir un formalisme condensé.

Cette approche présente l'avantage d'utiliser directement les résultats de mesure. Les FRF obtenus expérimentalement rendent compte du comportement de la structure sur l'ensemble de la bande de fréquences, sans faire d'approximation et en particulier de troncature modale. Le comportement haute fréquence n'est pas occulté. Les données disponibles sont donc exploitées complètement. L'appellation de "méthode multiplicative" découle de la relation (2.52).

La seule hypothèse utilisée pour arriver au résultat de l'équation (2.52) est la présence de termes d'amortissement dans $[H]$ et $[Z]$. Le résultat obtenu est donc identique à celui obtenu avec le modèle EF équivalent. Néanmoins, ainsi que pour les méthodes additives, il s'avère délicat en pratique d'obtenir suffisamment d'informations pour obtenir des résultats satisfaisants. D'autre part, l'utilisation directe des données d'essai rend cette méthode particulièrement sensible aux biais de mesures [57]. Enfin, le problème de la réciprocité du modèle expérimental reste une limitation majeure pour l'application de cette méthode. Ces points seront développés dans la section 2.3.

2.3 Limitations et restrictions des méthodes classiques

Les méthodes additives et multiplicatives sont les deux méthodes les plus répandues et ont fait l'objet de nombreuses communications. Cependant, aucune référence traitant objectivement du choix de l'une ou l'autre méthode n'a été trouvée. Le travail de synthèse réalisé dans [79] permet d'appréhender les spécificités de chacune de ces méthodes.

Malgré les différences de point de vue et de formulation, un certain nombre de restrictions communes à ces deux méthodes en limitent l'efficacité. La première limitation est la nécessité d'avoir défini des points de mesure sur l'interface de couplage. Cette difficulté est traitée dans la section 2.3.1. Ce problème est également lié au problème du nombre de mesures et du choix du sous domaine à instrumenter. Cette question est détaillée dans la section 2.3.2. Le dernier problème rencontré classiquement pendant la mise en place du test, abordé dans la section 2.3.3, est l'erreur sur la position du point ou de la direction de mesure par rapport à la définition du maillage expérimental. Les limitations sont également liées à la chaîne de mesure. La section 2.3.4 présente brièvement l'influence des différents bruits de mesure sur le processus de SDM. Enfin, deux sources d'erreurs importantes attachées à l'analyse modale, la troncature modale et la réciprocity du modèle, sont détaillées dans la section 2.3.5.

Les sections suivantes ne constituent pas une revue exhaustive des limitations et des restrictions, mais illustrent plutôt la diversité des problèmes rencontrés et présentent certaines techniques permettant d'en limiter l'impact sur l'application des méthodes de SDM.

2.3.1 Incompatibilités géométriques

La qualification d'incompatibilité géométrique reprend les problèmes liés aux DDL d'interface. Classiquement, les DDL d'interface sont considérés comme étant un sous-ensemble mesuré. En conséquence, le nombre de DDL sur lequel peut s'effectuer le couplage est généralement restreint.

La figure 2.1 illustre la problématique en présentant la superposition du maillage capteur et du modèle EF de la modification envisagée sur la structure. L'étude du cas associé à cette illustration est présentée dans la section 5.3. Ce cas expose bien les problèmes de coïncidence entre les mesures et les DDL de l'interface du modèle EF et montre la nécessité de se doter d'opérateurs permettant de faire le lien entre les deux structures.

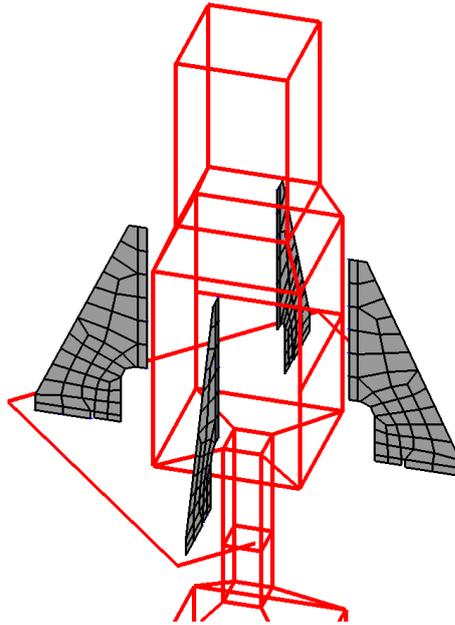


FIG. 2.1 – Illustration du problème d’incompatibilité géométrique - La configuration de mesure apparaît en trait gras, le modèle EF de la modification en traits fin

Pour combler ce déficit, Balmès (voir [6] notamment) propose un formalisme issu de l’automatique prenant en compte cette différence. En introduisant des opérateurs d’observation et de commande, la distinction entre les “entrées/sorties” du système et les “efforts/déplacements” est rendue possible. Cette approche est résumée ci-après, et fait le parallèle avec l’approche classique utilisée en mécanique présentée dans la section 2.1.1. Le lien entre les données mesurées effectivement (les entrées & sorties) et les variables utilisées pour poser le problème (vecteurs d’efforts & déplacements) est réalisé par l’intermédiaire de deux applications linéaires $[B]$ (commande) et $[C]$ (observation). Dans le cadre des méthodes de SDM, cette approche permet de créer un lien fort entre les points sur lesquels sont réalisées les mesures et les DDL d’interface, non nécessairement instrumentés. Cet ensemble de DDL d’interface permet de définir une zone de couplage plus riche que celle accessible par les méthodes classiques.

En adoptant ce nouveau formalisme, à l’équation du mouvement se rajoute une équation d’observation

$$\begin{cases} [Z(\omega)] \{q\} = \{f\} = [B] \{u\}, \\ \{y\} = [C] \{q\}, \end{cases} \quad (2.53)$$

où

- $[B]$ est la matrice de commande,
- $[C]$ est la matrice d’observation,
- $\{u\}$ représente les entrées (signal capteurs de force, etc.),

- $\{y\}$ représente les sorties (signal des accéléromètres, laser, etc.).

$[B]$ permet de déterminer comment se fait l'excitation. $[C]$ permet de définir le mouvement d'un point mesuré à partir du mouvement des DDL du modèle numérique sous-jacent. Il devient alors possible, sous la restriction que $[B]$ et $[C]$ sont correctement construites, de connaître les mouvements de points non instrumentés, et d'appliquer des efforts sur des points n'appartenant pas au maillage expérimental. La distinction entre les données expérimentales ($\{y\}$, $\{u\}$), et les données utiles pour le couplage à l'interface ($\{q_I\}$, $\{f_I\}$) est un point essentiel de cette étude. La matrice de flexibilité doit aussi refléter ce changement, et s'écrit

$$[H(\omega)] = [C]([Z(\omega)])^{-1}[B], \quad (2.54)$$

où $[H(\omega)]$ est la matrice des FRF obtenue par analyse modale.

Dans le cadre classique de la dynamique des structures, on suppose avoir une correspondance entre les efforts appliqués et les entrées réelles (soit $[B] = [Id]$), et de même entre les grandeurs observées et les DDL définis sur le maillage expérimental (soit $[C] = [Id]$). La prise en compte de ces nouvelles notations pour l'exposé des différentes méthodes de couplage aurait considérablement alourdi les écritures, sans éclairer davantage les formulations. Cependant, pour présenter la méthode proposée dans le cadre de cette thèse, l'adoption de ce formalisme est désormais indispensable.

La construction des matrices $[B]$ et $[C]$, permettant de faire le lien entre les données de test et les DDL d'interface sera explicitée dans la section 3.1.2.

2.3.2 Troncature géométrique

La qualification de troncature géométrique fait ici référence à un manque de mesures associées à la géométrie de la zone instrumentée. Il peut s'agir d'un manque d'information global sur la structure (mesures dans une seule direction de l'espace, par exemple) ou de l'absence de mesure sur une partie de la structure (lorsqu'un domaine est inaccessible, par exemple). L'estimation et la reconstruction de déplacements à partir des mesures est un problème très largement traité dans la littérature (voir par exemple [3], [26], [61], [72]).

Pour pallier ces problèmes, deux classes de solutions existent. L'approche directe, où des développements techniques permettent d'accéder à l'information recherchée lorsqu'il est possible d'aller instrumenter la zone d'intérêt (augmentation du nombre de capteurs, capteurs de "rotation"), et l'approche indirecte qui procède par expansion de données. L'augmentation du nombre de mesures nécessite la réalisation d'un essai complémentaire, et introduit un coût et des délais supplémentaires pour disposer d'une information plus riche. La reconstruction des informations manquantes peut s'avérer plus rapide, mais la quantité d'informations physiques disponible reste inchangée, à moins de disposer

d'un modèle EF recalé de la structure. Dans ce cas encore, les coûts et les délais augmentent. Il faut donc trouver un compromis entre un surcroît de mesure et l'expansion de données.

Augmentation du nombre de capteurs

La première solution proposée est d'augmenter le nombre de capteurs, afin d'augmenter la quantité de mesures. Cette solution n'est envisageable que si toutes les informations recherchées sont de même nature. Dans le cadre particulier de la SDM, on mesure principalement des données en translations (déplacements, vitesses et accélérations). Mais on peut vouloir accéder à d'autres grandeurs, telles que des taux de déformations, des contraintes, ou des "DDL de rotation".

Les "DDL de rotation" sont un artifice permettant de simplifier l'écriture des équations de la mécanique des milieux continus, sous certaines hypothèses (structures minces/structures élancées). Dans les méthodes de modification structurale, des structures de type poutre ou coque sont fréquemment utilisées pour réaliser des nervures ou des liaisons avec le sol. Pour faciliter les études liées à ce type de problème, et pour réduire la dimension des problèmes, l'identification des "DDL de rotation" peut sembler utile. Bien que n'ayant pas de signification en mécanique des milieux continus, cette famille d'inconnues est utile dans le cadre des problèmes d'ajouts de poutres ou de coques minces entre plusieurs nœuds du maillage expérimental. Les approches multiplicatives aussi bien qu'additives sont exactes dans la mesure où l'on connaît la totalité des informations liée à la discrétisation, et en particulier ces "DDL de rotation", indispensables à la transmission des moments (hypothèse de structures élancées). En l'état actuel des techniques expérimentales, s'il s'avère possible de mesurer les grandeurs en translation (déplacement, vitesse ou accélération), il est plus difficile d'accéder aux informations relatives aux rotations. Les capteurs spécifiques dédiés à la mesure des rotations à la surface d'une structure sont rarement utilisés.

Depuis de nombreuses années, l'estimation des "DDL de rotation" est un sujet d'actualité. Plusieurs techniques ont été proposées et testées pour "mesurer" les "DDL de rotation". Elles reposent sur une réalisation technique proposée pendant la partie d'analyse expérimentale. Dans [39], puis [61], les auteurs proposent d'estimer la rotation ponctuelle sous les capteurs par des techniques de différences finies. Le capteur associé est un montage composé d'un couple d'accéléromètres disposés sur un "T" supposé très rigide par rapport à la structure testée. La réalisation de tests successifs et les principes de couplage/découplage présentés à la section 2.2.3 ainsi que la connaissance des deux accélérations et des dimensions du "T" permettent d'accéder presque directement à la mesure de l'accélération en rotation autour d'un axe orthogonal au dit "T".

D'autres techniques, dérivant de la mesure des déformations locales, peuvent se faire au moyen de capteurs spécifiques, tels que les jauges résistives, ou piézo-électriques comme proposé notamment par D'Ambrogio et Sestieri dans [26]. L'allongement de ces capteurs permet d'accéder aux déforma-

tions locales de la structure sous les capteurs. Cependant, l'utilisation de ces types de capteurs dans le cadre de l'analyse modale et de la modification structurale reste peu développée, alors que dans d'autres domaines, ils sont largement répandus. Par exemple, l'utilisation des jauges résistives est courant dans les problèmes liés à la fatigue, ou encore au fluage. Les capteurs piézo-électriques sont eux couramment utilisés dans les applications de contrôle actif.

Interpolation numérique - Expansion de données

Les méthodes d'interpolation numérique reposent sur la construction d'un modèle mathématique du champ de données à retrouver. Les données disponibles *a priori* sont introduites dans le modèle pour assurer localement la cohérence du champ estimé et du champ mesuré. Une bonne introduction à ces méthodes dans le cadre du traitement d'image est fournie par [48].

Dans le cadre de la mécanique, les fonctions de forme associées à la modélisation EF autorisent une construction numérique simple et rapide des champs de déplacements à reconstruire. Plusieurs auteurs ont utilisé cette base pour reconstruire l'information manquante, et en particulier les "DDL de rotation".

L'approche la plus simple consiste à introduire les données mesurées dans des fonctions de formes particulières d'éléments. C'est l'approche présentée dans [65]. Les éléments sont assemblés en respectant la localisation des nœuds expérimentaux en introduisant des fonctions de formes polynomiales équivalentes à des éléments finis. Les DDL non mesurés sont estimés en introduisant les déplacements mesurés expérimentalement dans la formulation des champs de déplacement théoriques.

Cette technique s'apparente aux techniques d'expansion, qui s'appuient sur un modèle global de la structure considérée, analytique ou élément finis, et reposent sur le principe des méthodes de réduction de modèle. De ce fait, il est possible d'obtenir une reconstruction cohérente des DDL non mesurés, des taux de déformation ou des contraintes.

En supposant que la base de réduction choisie permette de représenter correctement le comportement global de la structure à partir d'un nombre restreint de DDL, on peut écrire formellement la relation déjà introduite en 2.1.4

$$\{q_{\text{complet}}\} \approx [T] \{\eta_{\text{réduit}}\}. \quad (2.55)$$

Le problème que l'on cherche à résoudre dans le cadre de l'expansion est de trouver une estimation cohérente $\{q_{\text{expand}}\}$ du champ de déplacement $\{q_{\text{complet}}\}$ à partir de la connaissance d'un nombre limité de mesures $\{q_{\text{test}}\}$. On résout alors généralement le problème en cherchant à minimiser la distance euclidienne entre les données mesurées et l'observation du champ de déplacement idéalisé

$$\{\eta_{\text{réduit}}\} = \underset{\eta}{\text{ArgMin}} \left(\|\{q_{\text{test}}\} - [C] [T] \{\eta\}\|_{[X]}^2 \right), \quad (2.56)$$

où $[X]$ est une matrice définie par l'utilisateur, caractéristique du problème, introduite pour améliorer la pertinence de l'expansion. L'introduction d'une pondération basée sur les niveaux d'erreurs *a priori* peut par exemple limiter l'apparition de résultats non physiques. On revient ensuite au champ recherché par l'intermédiaire de la relation (2.55).

Ce type de méthode, présenté ici pour la reconstruction de déformées, peut également se dériver pour l'expansion de FRF. L'objectif n'est pas ici de faire une revue exhaustive de toutes les méthodes décrites et utilisées. Nous nous contenterons de citer les plus connues, parmi lesquelles la méthode d'expansion modale [53], SEREP (System Equivalent Reduction Expansion Process) [66] ou MDRE (Minimum Dynamic Residual Expansion) [8]. La littérature sur ce type de méthodes est très abondante, on pourra en particulier citer les travaux de synthèse de Piergentili, Avitabile et O'Callahan [71], de Balmès [10], [12] ainsi que Qu et Selvam [72].

Cette démarche a été largement utilisée pour la reconstruction des "DDL de rotation" associés à la définition de l'interface de couplage. Dans le cadre des méthodes d'expansion, les DDL instrumentés constituent l'équivalent des DDL d'interface. Une technique considérant une réduction de type Guyan d'un modèle EF de la structure a été présentée par O'Callahan dans [67]. La construction de $[T]$ peut aussi se faire à partir des modes propres du modèle EF de la structure testée. Cette approche a notamment été utilisée par Avitabile dans [3]. Dans ce cadre, l'écriture de la relation d'expansion diffère sensiblement, puisqu'il faut prendre en compte la différence de nature des DDL impliqués.

Par le moyen des méthodes d'expansion, il est ainsi possible d'extrapoler les mouvements d'une structure sur une zone difficile d'accès qui n'a pas été instrumentée. Cet aspect des méthodes d'expansion constitue également un point important de cette thèse.

2.3.3 Erreurs de positionnement

Il est ici question des imperfections et des approximations sur le placement des capteurs par rapport au maillage expérimental. Ces erreurs peuvent être de deux ordres.

D'une part la mauvaise position topologique du capteur sur la structure, avec par exemple la non prise en compte du décalage entre la position réelle et la position estimée sur le maillage capteur. Il n'y a alors pas coïncidence entre la donnée mesurée et la donnée attendue. Ce type d'erreur peut avoir des conséquences importantes dans les applications liées à la modification structurale, où la bonne estimation des mouvements de l'interface est cruciale. Une réponse à ce problème est apportée en considérant un opérateur d'observation $[C]$ permettant de définir des liens entre la position expérimental des capteurs et les DDL du modèle numérique ou analytique de la structure.

D'autre part, il faut considérer les erreurs sur les directions de mesure. En général, le maillage expérimental réalisé est une estimation grossière de la géométrie de la structure. En particulier, les faibles courbures ne sont généralement pas représentées. Mais ces approximations sur la modélisation de la géométrie peuvent conduire à une mauvaise estimation de la direction de mesure par rapport à la direction souhaitée. L'influence de ces erreurs peut être limitée par la construction correcte de l'observateur [C].

2.3.4 Erreurs de mesure

Les erreurs de mesures présentées ici comprennent les différents bruits de la chaîne de mesure, depuis l'acquisition des données (perturbations électromagnétiques, limitations du matériel d'acquisition, etc.) jusqu'à l'extraction des différents paramètres d'intérêt (au moment de l'identification dans le cas d'une analyse modale, par exemple), mais aussi les problèmes de calibration (Deel et Luk [29]). Concernant les problèmes liés aux bruits de mesure, on peut citer notamment Ulm [82] qui propose un exemple numérique montrant l'influence d'un bruit de mesure fictif superposé à des données calculées non bruitées dans le cas de la modification structurale. L'auteur montre notamment que le bruit de mesure affecte la prédiction des fréquences, mais aussi les déformées modales. Les problèmes de calibration influencent tout autant la qualité de la prédiction, dans la mesure où la réponse de la structure initiale est estimée relativement et non absolument. Quoique pénalisantes sur les résultats obtenus, ces erreurs peuvent être réduites lors de la mise en place de la chaîne de mesure. En effet, il est toujours possible de redéfinir, avant chaque acquisition, la calibration des capteurs, mais aussi d'isoler au maximum la chaîne de mesure, de manière à réduire l'influence des perturbations extérieures, de bien calibrer les entrées pour avoir la meilleure dynamique possible, et éviter ainsi les bruits numériques dus à la discrétisation des signaux analogiques.

2.3.5 Troncature modale et réciprocité

Les erreurs que nous venons d'évoquer jouent un rôle important dans la qualité des prédictions réalisées, mais peuvent en principe être réduites par la mise en œuvre de moyens plus importants (instrumentation ou modélisation). Les erreurs évoquées ici sont elles dues à une limitation fondamentale de l'analyse modale expérimentale. La troncature modale est particulièrement liée à la méthode additive, le problème de la réciprocité des modèles est une limitation de fait pour l'application des méthodes multiplicatives.

Troncature modale

La troncature modale correspond à la restriction des modèles identifiés à une bande de fréquences donnée. La représentation des mouvements est alors affectée par la non prise en compte de l'ensemble des composantes fréquentielles présentes dans la structure. Des erreurs importantes sont introduites lors des calculs de réponses à une sollicitation ou une modification. Pour limiter les effets de la troncature modale, il donc est souhaitable d'identifier des modes jusqu'à une fréquence plus importante que la dernière fréquence d'intérêt du problème. On retrouve alors le critère de Rubin. Si f est la fréquence maximale pour laquelle on souhaite un résultat correct, alors une analyse réalisée jusqu'à $1,5f$ devrait donner des résultats corrects.

Plus l'espace sur lequel s'effectue cette décomposition est restreint, moins le calcul est correct. En poussant à l'extrême le raisonnement, si on considère un modèle composé d'un seul mode, le calcul fournira la projection sur ce mode du mouvement couplé. Si le mouvement couplé est orthogonal à la déformée modale considérée, la projection est nulle, et il ne pourra donc jamais être évalué. Les articles traitant de ce problème sont très nombreux, dans la mesure où la troncature modale est une des principales sources d'erreurs dans le cadre de la mise en œuvre des méthodes additives de SDM. On peut citer par exemple les travaux de Elliot et Mitchell [37] ou encore Avitabile, O'Callahan et Peshinsky [5]. L'écriture des relations couplées à partir des FRF permet de s'affranchir des effets de la troncature modale, puisque l'influence des modes haute fréquence est incluse dans les données mesurées. Pour la méthode additive, si la modification envisagée vient perturber sensiblement un mode situé en dehors de la bande d'analyse, alors les résultats seront biaisés, puisque l'information nécessaire à un calcul correct ne sera pas disponible.

Pour tenter de remédier à ce problème, plusieurs solutions ont été mises en œuvre. La plus couramment répandue consiste à identifier les modes résiduels à partir des FRF obtenues expérimentalement. Cette approche est proposée entre autre par Sohaney et Bonnacasse [80] ou Okubo et Matsuzaki [68]. Cependant, pour obtenir des résultats non biaisés dans le cadre des méthodes de SDM, il est indispensable d'identifier la flexibilité résiduelle totale au niveau de l'interface de couplage. Cela revient à identifier complètement Z_{II} sur une très large bande de fréquence, afin de minimiser l'erreur de troncature modale. La réalisation d'un tel modèle expérimental suppose :

- (1) de connaître la position de la modification et de disposer d'un modèle,
- (2) de pouvoir pratiquement réaliser un essai permettant d'accéder à tous les DDL,
- (3) que la bande d'analyse choisie recouvre largement la bande de fréquences retenue pour l'analyse du comportement de la structure modifiée¹.

Une approche consistant à reconstruire une "borne inférieure" de la matrice de flexibilité résiduelle à partir d'un essai non complètement réciproque (i.e. la FRF du point i au point j n'est pas disponible

¹Soit une bande de fréquence donnée. Alors il n'est pas possible d'assurer la validité du comportement couplé estimé de la structure en dehors de cette bande de fréquence.

pour tous les couples de points (i, j) appartenant à la structure) a été proposée par Doebling, Peterson et Alvin [34], [35], [33] et [36]. Des méthodes expérimentales permettant de déduire ces informations à partir de tests spécifiques ont été présentées par Ashory et Ewins [2], ainsi que par Maia, Silva et Ribeiro [60]. Dans ces deux cas de figure, le problème des DDL non instrumentés reste posé.

Aucune des méthodes proposées n'apporte vraiment de solution au problème de la troncature modale. L'estimation des données manquantes à l'aide d'information pertinentes sur le comportement mécanique de la structure, une prise en compte plus importante des informations associées à la modification, de même qu'un critère de qualité de cette estimation semblent être la clef du problème.

Réciprocité du modèle

La construction d'un modèle réciproque constitue une limitation majeure dans la mise en œuvre de la formulation multiplicative. L'application de cette méthode impose la réalisation d'un essai réciproque au niveau des points de couplage. Cette condition s'avère rédhibitoire pour deux raisons principales.

Tout d'abord, il faut pouvoir réaliser pratiquement un tel essai. Tous les points de couplage doivent être accessibles pour réaliser une mesure et appliquer un effort dans la direction de mesure. Pour des raisons liées à l'encombrement de l'instrumentation, la réalisation d'une mesure à l'endroit précis où la force est appliquée n'est possible que dans des cas très particuliers (entrée en effort et mesure en vis à vis d'une même surface, par exemple).

La seconde raison est la réciprocité de la structure testée. Les hypothèses de réciprocité supposent l'égalité des fonctions de transferts $[H_{ij}(\omega)]$ et $[H_{ji}(\omega)]$. Elles sont souvent admises implicitement lors de la création d'un modèle expérimental d'une structure. Cependant, la présence de faibles non-linéarités dans les structures réelles met en défaut cette hypothèse. L'identification de ces non-linéarités fait l'objet de nombreuses publications (cf. [63], [64], [74] ou [81] par exemple).

La construction d'un modèle modal, par l'identification des données, permet la construction d'un modèle modal réciproque de la structure. Dans l'hypothèse où l'essai est réciproque pour les points définis à l'interface de couplage, il est possible d'identifier correctement les termes résiduels. Le modèle modal, associé aux corrections statiques, permet la synthèse d'un modèle réciproque permettant la mise en œuvre des méthodes multiplicatives. La construction de modèles réciproques a notamment été abordée par Doebling dans [32], ou encore par Balmès dans [9] et [6].

D'autre part, le processus d'identification permet de limiter la propagation des bruits de mesure. Dans ce cas, les formulations additives et multiplicatives sont équivalentes.

Chapitre 3

PROPOSITIONS D'ÉVOLUTIONS DE LA FORMULATION ADDITIVE

Les principes des principales méthodes de SDM ont été présentés au chapitre précédent. Les restrictions associées aux formulations d'une part et inhérentes à l'analyse modale expérimentale d'autre part ont été exposées. Ce chapitre débute par une présentation de la méthode de SDM développée dans le cadre de cette thèse. Cette méthode introduit plusieurs évolutions notables qui visent à surmonter certaines difficultés rencontrées dans les approches classiques exposées à la section 2.2.2, à savoir :

- (1) la non coïncidence entre les mesures et les DDL du modèle numérique de la modification,
- (2) l'insuffisance générale du nombre de points de mesure disponibles dans la zone de couplage pour réaliser une jonction continue au sens des éléments finis,
- (3) l'absence d'indicateurs de qualité permettant d'estimer la confiance relative à placer dans les résultats de l'analyse.

En section 3.2, on introduit un démonstrateur numérique pour comparer les méthodes classiques et les évolutions proposées. Ce modèle est représentatif d'un essai sur une structure simple et permet de mettre en lumière les lacunes des méthodes classiques. L'influence d'une modification est prédite en mettant en œuvre successivement les évolutions proposées, la méthode additive puis la méthode multiplicative.

3.1 Formulation des évolutions proposées

Les évolutions proposées passent par la reconstruction, à l'interface de couplage, d'un champ de déplacement compatible avec les mesures, et s'inscrivent dans la continuité des idées développées dans la section 2.3.2. Ce champ de déplacement est alors utilisé dans le cadre d'une approche additive pour estimer l'effet de la modification. Le choix de la formulation additive est motivé par le besoin de prendre en compte la réciprocité lors de la construction du modèle modal. Néanmoins, ces évolutions sont applicables dans le cadre de la formulation multiplicative. Cette transposition n'a pas été réalisée ici et pourrait faire l'objet d'un travail ultérieur. Les hypothèses et les principes ayant permis d'aboutir à la proposition d'une méthode innovante sont exposés dans la section 3.1.1.

Une technique classique de reconstruction des déplacements à l'interface repose sur l'expansion des données de mesure. Cette reconstruction ne peut s'opérer que par l'intermédiaire d'un modèle. Pour autoriser le couplage, l'interface structure/modification doit de plus être explicitement définie. Quelques auteurs ont déjà utilisé le concept de l'expansion sur un modèle EF dans le cadre des méthodes de SDM, mais l'obtention de résultats satisfaisants n'a été possible qu'avec l'utilisation d'un modèle correctement recalé (voir [67] ou [3]). Cette exigence n'est pas compatible avec les objectifs visés ici, puisque le recalage est une étape longue et difficile. L'utilisation d'un modèle local, non recalé, pour réaliser l'expansion constitue la première originalité de ce travail. La construction et les exigences liées à ce modèle sont exposées à la section 3.1.2.

L'expansion de données, telle qu'elle est définie à la relation (2.56) correspond à une combinaison linéaire des vecteurs d'un sous-espace. La construction de ce sous-espace conditionne la qualité de l'expansion. La deuxième innovation, détaillée en section 3.1.3, est la construction d'un sous-espace adaptée à la prédiction du comportement de la structure modifiée.

La construction du modèle local et la définition de vecteurs particuliers, définis à l'interface, permettent d'aboutir à la définition du problème couplé. La section 3.1.4 présente l'intégration des différents éléments et la construction du modèle de la structure modifiée.

Enfin, la dernière originalité est présentée dans la section 3.1.5. La qualité de la prédiction couplée dépend de la reconstruction des déplacements à l'interface, opérée par expansion sur les vecteurs d'un sous-espace. Deux indicateurs sont construits pour aider à la sélection du sous-espace optimal.

3.1.1 Hypothèses - Principes

La méthode présentée ici permet, par rapport aux méthodes développées auparavant, de lever un certain nombre de contraintes :

- L'instrumentation peut être limitée à un sous domaine de la structure étudiée,
- L'interface de couplage peut être continue,
- La coïncidence entre les DDL d'interface et les points de mesure n'est pas nécessaire,
- Un essai non spécifique peut être exploité.

Cette méthode s'appuie cependant sur les données suivantes :

- Le modèle expérimental de la structure étudiée,
- Le modèle numérique (EF) de la modification.

La figure 3.1 illustre de façon simplifiée une configuration de mesure sur une structure donnée, ainsi que la modification envisagée.

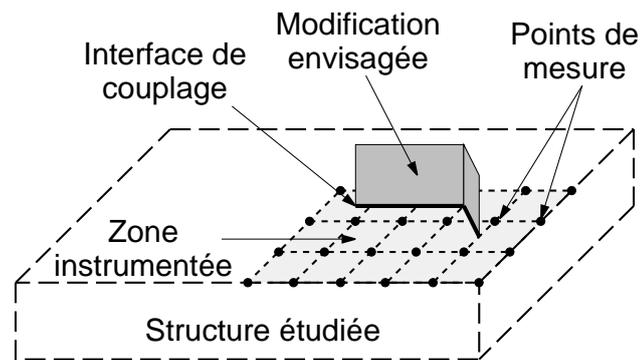


FIG. 3.1 – Schématisation d'une application type de la méthode présentée

Pour réaliser le couplage entre le modèle expérimental et le modèle numérique, les déplacements au niveau de l'interface doivent être définis pour les deux sous-structures. *A priori*, seuls les mouvements de la modification peuvent être connus en tout point, puisque qu'on suppose l'avoir modélisée par éléments finis. L'information manquante pour la structure non modifiée doit donc être estimée. Pour reconstruire les déplacements non mesurés, on fait alors une hypothèse forte sur la cinématique de l'interface :

Il existe un sous-espace engendré par $[T_{It}]$ reliant la cinématique des DDL de l'interface $\{q_I\}$ et les déplacements mesurés sur la structure $\{y_t\}$, de sorte que l'on puisse écrire

$$\{q_I\} = [T_{It}] \{y_t\}. \quad (3.1)$$

L'opération aboutissant à la reconstruction des mouvements de l'interface réalisée par $[T_{It}]$ est schématisée sur la figure 3.2.

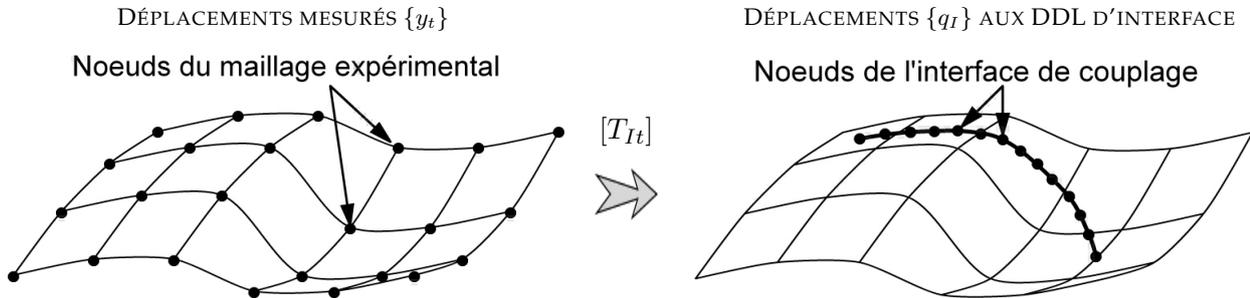


FIG. 3.2 – Reconstruction des mouvements des DDL d'interface à partir des déplacements aux points de mesure

Les problèmes vibratoires traités par les méthodes de SDM concernent généralement le comportement en basse fréquence des structures incriminées. Dans ces conditions, la connaissance des premiers modes propres permet de représenter correctement les mouvements en tout point de la structure, et donc à la fois au niveau des points de mesures et des DDL de l'interface. La connaissance de chacun de ces modes en tous points fournirait donc l'information recherchée par $[T_{It}]$. Malheureusement, la connaissance expérimentale de ces mouvements est limitée aux mesures.

Dans le cas très particulier d'un essai réalisé pour l'ensemble des DDL d'interface, définis par le modèle EF de la modification, la construction de $[T_{It}]$ est immédiate. Il s'agit simplement de construire l'opérateur d'observation des DDL d'interface parmi l'ensemble des mesures. Dans le cas plus général d'un essai non-coïncident, ou si le nombre de mesures sur l'interface n'est pas suffisant, la construction de $[T_{It}]$ correspond à deux opérations distinctes :

- (1) La première opération est la création d'observateurs. On explicite d'abord la relation cinématique entre les DDL $\{q_L\}$ du modèle local et les mesures

$$\{y_t\} = [C_{tL}] \{q_L\}. \quad (3.2)$$

Les mesures n'étant pas forcément réalisées en des nœuds coïncidents avec les nœuds du modèle local, cette étape est non triviale.

Par ailleurs, on construit aussi l'observateur explicitant la relation cinématique entre les DDL de l'interface $\{q_I\}$ et les DDL du modèle local $\{q_L\}$

$$\{q_I\} = [C_{IL}] \{q_L\}. \quad (3.3)$$

Dans le cas des méthodes de CMS numérique, par exemple, cette opération correspond à la sélection d'un sous-ensemble de DDL particuliers parmi l'ensemble des DDL du modèle du composant.

Cette étape est détaillée à la section 3.1.2.

(2) La seconde opération est la reconstruction d'une base d'expansion dans le but de construire un pseudo-inverse à la relation (3.2). Cette opération est basée sur l'hypothèse que le mouvement réel est régulier et peut être exprimé comme une combinaison linéaire de déformées calculées à partir du modèle local. La construction de cette base d'expansion est exposée en section 3.1.3

3.1.2 Le modèle local

Objectifs et contraintes

On rappelle que le modèle local a deux objectifs. Il fournit une cinématique continue permettant de définir les opérateurs d'observation $[C_{tL}]$ des mesures depuis les mouvements du modèle local et $[C_{IL}]$ des DDL d'interface parmi les DDL du modèle local. Il sert à calculer une base $[\Phi_{Lg}]$ de vecteurs réguliers servant à l'expansion.

Le modèle local doit répondre à un certain nombre d'exigences :

- la création du modèle doit être rapide et simple,
- la géométrie de la zone instrumentée doit être représentée approximativement pour faciliter la création de $[C_{tL}]$,
- les DDL d'interface doivent être inclus dans le modèle local,
- la construction d'une famille de fonctions régulières doit dériver du modèle,
- la "régularité" de $[\Phi_{Lg}]$ par rapport aux équations de la dynamique doit être assurée.

Il n'est *a priori* pas nécessaire d'imposer que les DDL d'interface soient inclus dans le modèle local. Cependant, en imposant cette contrainte, l'opérateur $[C_{IL}]$ est booléen et sa construction est immédiate.

La construction de plusieurs types de modèles peut être envisagée. Dans des cas simples tels une poutre ou une plaque, la représentation analytique du comportement local de la zone instrumentée, ou encore l'élaboration de fonctions polynomiales représentatives des champs de déplacements pourraient convenir. Cependant, pour des structures plus complexes, la réalisation de tels modèles ne permet pas de satisfaire les besoins de réactivité.

La solution retenue est la réalisation d'un modèle EF grossier représentant la géométrie de la zone instrumentée. La définition de la géométrie peut s'appuyer sur la position des points de mesure de l'analyse modale et des éléments simples tels que des lignes, des plans ou des cylindres. De nombreux outils disponibles sur le marché permettent de réaliser rapidement le maillage de géométries simples. Des propriétés physiques approximatives sont introduites dans le modèle local pour permettre la

création de famille de déplacements réguliers. Ce modèle local doit être vu comme le support géométrique de la création de $[C_{tL}]$ et $[\Phi_{Lg}]$ et non pas comme un modèle numérique représentatif du comportement de la structure étudiée.

Construction de l'observateur

La construction du modèle local peut s'appuyer sur le maillage expérimental de la structure réalisé pour effectuer l'analyse modale. Pour autant, il peut s'avérer difficile d'assurer la coïncidence de tous les points de mesure avec quelques nœuds du modèle local. D'autre part, les mesures sont effectuées sur les surfaces libres de la structure, alors que les modèles simplifiés de poutre ou de plaque reposent sur la géométrie de la fibre neutre de la structure. Pour prendre en compte tous ces effets, il est avantageux de construire un opérateur $[C_{tL}]$ permettant de faire le lien entre les mesures et les DDL du modèle local. La construction de $[C_{tL}]$ repose sur la construction de relations cinématiques linéarisées entre les nœuds du modèle local et les points de mesures, comme illustré sur la figure 3.3. Plusieurs méthodes ont été proposées dans [10].

Une construction plus pertinente, basée sur l'utilisation des fonctions de forme des éléments, peut également être envisagée. Cette construction permet d'introduire une information plus fine dans $[C_{tL}]$. Cependant, pour des raisons pratiques, cette méthode n'a pas été retenue. Il est en effet nécessaire, lorsque le point de mesure n'est pas "physiquement" dans l'élément, de construire la projection orthogonale de ce point dans l'élément. Un lien rigide entre le point de mesure et sa projection dans l'élément du modèle local est ensuite construit. L'automatisation de cette procédure est délicate lorsqu'un même point de mesure est susceptible d'appartenir à plusieurs éléments du modèle local.

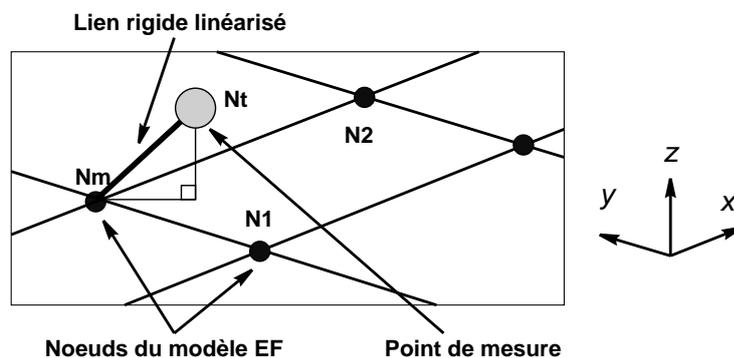


FIG. 3.3 – Construction de $[C_{tL}]$ par linéarisation des liens rigides entre le nœud le plus proche du modèle local (N_m) et le point de mesure (N_t)

Certains DDL de rotation, en particulier les DDL de vrillage dans le cas des éléments de coque, sont mal définis. Pour surmonter ce problème, l'observation ne se fait donc pas directement par la transmission rigide des rotations du nœud maître vers le nœud de test. La solution retenue consiste à estimer les rotations du nœud maître N_m par différences finies des déplacements à l'aide de nœuds adjacents ($N1$ et $N2$) du modèle local. Par exemple, pour la configuration présentée sur la figure 3.3, la rotation du nœud maître autour de y est estimée par

$$Ry(N_m) = \frac{Tz(N_m) - Tz(N2)}{d(N_m, N2)}, \quad (3.4)$$

où $d(N_m, N2)$ est la distance entre N_m et $N2$. Ces rotations estimées sont ensuite transmises rigide-ment au nœud test N_t .

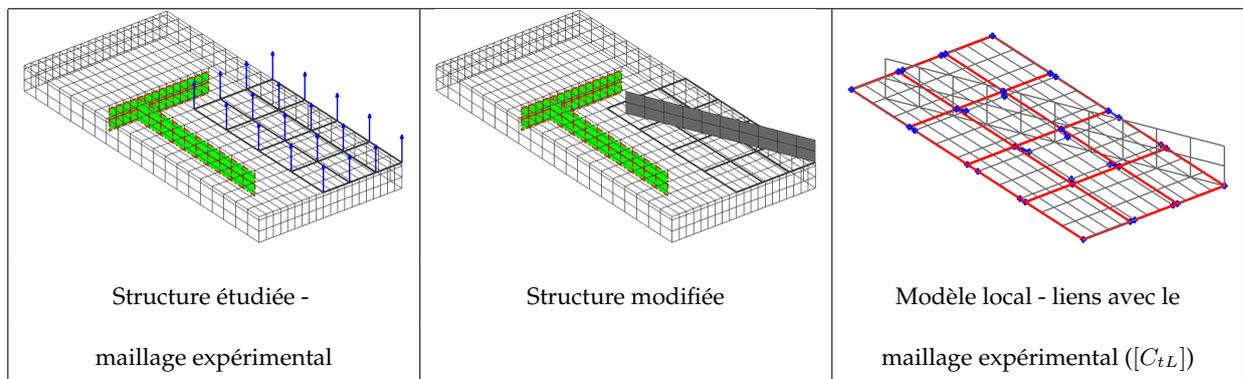


FIG. 3.4 – Exemple de modèle local et de modification pour une structure donnée

La figure 3.4 illustre la définition d'un modèle local à partir de la définition des points de mesure et de la modification proposée. Ce modèle local est un modèle simplifié représentant le domaine instrumenté de la structure complète. Il s'agit d'un modèle de plaque dont les nœuds ne coïncident pas avec tous les points de mesure. La définition des liens rigides servant à la construction de l'observateur $[C_{tL}]$ est également présentée.

3.1.3 Construction de la base d'expansion

La seconde étape dans le processus de reconstruction est la création d'une base de déformées régulières définies sur le modèle local. On cherche à construire des déformées permettant d'interpoler le mouvement entre les points de mesure, et à les classer en fonction de leur pertinence pour la représentation du problème couplé.

Sachant que le modèle local ne cherche pas à être très représentatif de la structure testée, son comportement dynamique n'a pas de pertinence particulière. On utilisera donc des déformées statiques pour construire la base d'expansion.

Pour interpoler les déplacements entre les capteurs, l'idée naturelle est d'utiliser les déformées statiques induites par des déplacements unitaires sur ces capteurs (modes de contraintes de la synthèse modale). L'introduction d'un opérateur $[C_{tL}]$ modifie légèrement l'expression (2.32) présentée à la section 2.1.4. Il faut considérer la déflexion statique associée aux forces localisées au niveau des points de mesure [10]. L'expression de $[\Phi_{Lg}]$ en dérivant est alors

$$[T_{Lt}] = [\hat{K}_L]^{-1} [C_{tL}]^T. \quad (3.5)$$

En l'absence de modes de corps rigides, $[\hat{K}_L] = [K_L]$ permet de définir $[\hat{K}_L]^{-1}$. Lorsque $[K_L]$ n'est pas inversible, l'utilisation d'une matrice de raideur shiftée en masse $[\hat{K}_L] = [K_L] + \alpha [M_L]$ ou le principe d'auto équilibrage des chargements effectivement appliqués (présenté dans [43]) permettent de définir $[\hat{K}_L]^{-1}$.

Dans l'expansion sur cette base, dite expansion statique², les mesures jouent le rôle des DDL généralisés. Cette approche peut conduire à l'apparition de déformations très localisées. Lorsqu'on impose un déplacement à un point de mesure, les autres sont bloqués. La propagation des déformations est alors très limitée. On n'a donc pas le lien recherché entre les mesures et les déplacements de l'interface. Seuls les points de mesures situés au voisinage de l'interface induisent des mouvements sur la modification. La représentation (1) de la figure 3.5 illustre l'aspect localisé des déformées statiques.

Du point de vue de la structure, ces déformations très localisées sont assimilables à des mouvements hautes fréquences assez irréguliers. Pour assurer la régularité, on va construire une base $[\Phi_{Lg}]$ du même sous-espace, classée en terme de régularité. La troncature de cette base permettra ensuite d'assurer un certain niveau de régularité. La base $[\Phi_{Lg}]$ est obtenue en calculant les modes du modèle local dans le sous-espace engendré par T_{Lt} . On cherche donc les couples $(\{\phi_g\}, \omega_g^2)$ solutions de

$$\left(-\omega_g^2 [T_{Lt}]^T [M_L] [T_{Lt}] + [T_{Lt}]^T [K_L] [T_{Lt}] \right) \{\phi_g\} = \{0\}. \quad (3.6)$$

On obtient

$$[\Phi_{Lg}] = [T_{Lt}] \left[\left\{ \phi_g^1 \right\} \dots \left\{ \phi_g^{N_t} \right\} \right]. \quad (3.7)$$

Le deuxième objectif de la base d'expansion est de prédire correctement la réponse couplée, ce qui conduit à deux adaptations pour la construction de $[\Phi_{Lg}]$.

L'estimation correcte de la dynamique de la structure modifiée repose sur une estimation raisonnable du comportement de l'interface pour le problème couplé. Donc, pour introduire *a priori* une information pertinente sur le comportement de l'interface pour le système couplé, on impose d'inclure le modèle EF de la modification dans le modèle local.

²Cette qualification est abusive, puisqu'en fait, il s'agit de l'expansion sur une base de modes d'attaches. Néanmoins, il est possible de réorganiser les vecteurs de $[T_{Lt}]$ pour aboutir à la définition de l'expansion statique.

Lors du couplage, on doit pouvoir représenter correctement les efforts appliqués par la modification sur le modèle de la structure de base. Il est donc important que la base d'expansion permette une représentation correcte de tels efforts.

En synthèse modale, on utilise pour cet objectif les modes d'attache définis par

$$[T_{LI}] = [\hat{K}_L]^{-1} [C_{IL}]^T. \quad (3.8)$$

Cette base a été considérée, avec une phase de classification (3.6) pour aboutir à la base $[\Phi_{Lg}]$ qui correspond alors exactement aux modes d'interfaces définis par (2.34).

En raison de l'utilisation de modes d'interface, cette méthode sera qualifiée de méthode IME-SDM (Interface Modeshapes Expansion SDM). De bons résultats ont été obtenus en utilisant cette approche (voir par exemple les résultats présentés dans [13] ou [20], [21]). Cependant, la construction des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ introduit une forte localisation de l'information dans la zone de l'interface. De ce fait, lorsque la modification est de taille très réduite devant la taille du domaine instrumenté, ou quand l'information expérimentale est très diffuse sur le structure, cette construction ne permet pas de prendre correctement en compte toute l'information disponible, puisque les déformations en dehors du voisinage de l'interface sont limitées. Le schéma (2) de la figure 3.5 illustre ce problème.

L'approche proposée dans cette thèse combine les deux approches précédentes pour tenir compte des efforts d'interface, tout en permettant la prise en compte correcte des mesures éloignées de la zone de couplage. La base $[T_{L_i^I}]$ est construite par

$$[T_{L_i^I}] = [\hat{K}_L]^{-1} \begin{bmatrix} [C_{IL}] \\ [C_{tL}] \end{bmatrix}^T. \quad (3.9)$$

De même que dans (3.6), les couples $(\{\phi_{t_g}\}, \omega_{t_g}^2)$ correspondent aux modes du modèle projeté sur $[T_{L_i^I}]$

$$\left(-\omega_{t_g}^2 [T_{L_i^I}]^T [M_L] [T_{L_i^I}] + [T_{L_i^I}]^T [K_L] [T_{L_i^I}] \right) \{\phi_{t_g}\} = \{0\}. \quad (3.10)$$

La base d'expansion introduite pour permettre la reconstruction des déplacements de l'interface est donc finalement

$$[\Phi_{Lg}] = [T_{L_i^I}] [\Phi_{t_g}]. \quad (3.11)$$

La partie (3) de la figure 3.5 présente une déformée de vecteur de $[\Phi_{Lg}]$. Il apparaît nettement que l'aspect basse fréquence, et donc régularisant car peu énergétique, des vecteurs introduits par la relation (3.6) est conservé, tout en permettant d'exploiter les mesures réalisées "loin" de l'interface.

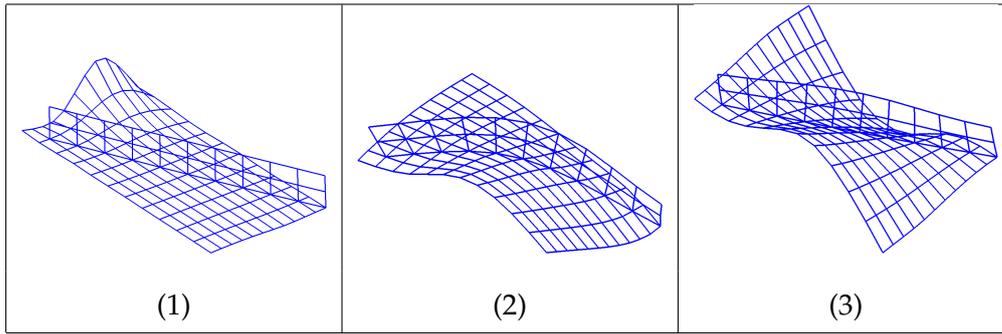


FIG. 3.5 – Différentes familles de modes envisagées - (1) : Déflexion statique / (2) : Mode propre du modèle local condensé sur les DDL d’interface / (3) : Mode propre du modèle local condensé sur les DDL d’interface et les capteurs. Le cas présenté dérive de l’exemple introduit à la figure 3.4.

Pour désigner les colonnes de $[\Phi_{Lg}]$, on parlera indifféremment de modes ou de vecteurs. On désignera aussi $[\Phi_{Lg}]$ de base d’expansion. D’autre part, pour alléger la lecture du document, la technique d’expansion sur les vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ construits à partir d’un modèle local *prenant en compte la modification* sera notée LMME (Local Model Modeshapes Expansion). Cette méthode sera utilisée préférentiellement. L’utilisation d’une méthode plus globale améliore la robustesse. En ne considérant que les modes d’interface, l’estimation correcte des contributions modales est rendue difficile, sauf dans le cas de modifications très étendues ([11], [21]).

D’autres choix de construction de la base d’expansion ont été testés, prenant en compte où non la modification dans le modèle local. Des techniques de pondérations basées sur le modèle local ont également été développées. Les meilleurs résultats ayant été obtenus avec l’IME-SDM et la LMME-SDM avec une expansion non pondérée, seuls ces deux méthodes sont présentées. Bien entendu, il est possible d’adapter spécifiquement les choix de condensation, de construction du modèle local ou de pondération de l’expansion dans chaque cas traité. Cependant, l’objectif est ici de développer une méthodologie “générique”, performante dans la plupart des cas.

Éléments de choix entre IME et LMME

Dans la plupart des cas, la construction de $[\Phi_{Lg}]$ en utilisant la LMME s’avérera le choix le plus judicieux.

Lorsque l’essai est réalisé pour détecter et analyser un problème, ni la modification ni l’endroit où l’appliquer ne sont définis. Souvent, il s’avère que l’interface est de taille réduite devant le modèle local (ajout d’un raidisseur, d’une nervure, etc.). Les mouvements des seuls DDL d’interface ne permettent donc pas de définir un observateur pertinent du comportement global de la structure. La

construction de $[\Phi_{Lg}]$ par LMME permet d'exploiter l'information sur l'ensemble de la structure. L'exemple présenté sur les figures 3.6 à 3.7 illustre ce problème dans un cas simple.

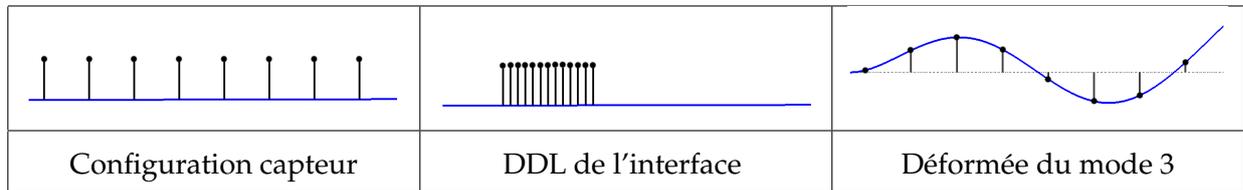


FIG. 3.6 – Exemple de la poutre encastrée

Considérons le cas d'une poutre en flexion, encastrée à une extrémité. L'origine et la nature du problème sont inconnus, la configuration de l'essai doit donc permettre d'accéder au comportement global de la structure. Un certain nombre de capteurs ont été disposés de manière uniforme sur l'ensemble de la poutre pour bien représenter les déformées des premiers modes. L'analyse du problème conduit à la conclusion que le premier ventre du troisième mode (près de l'encastrement) est pénalisant. Sa forme doit être modifiée pour limiter les déformations dans cette zone. L'ajout d'une modification dans le premier tiers de la poutre, près de l'encastrement est envisagé pour résoudre le problème. La figure 3.6 présente la configuration de mesure, ainsi que la position des DDL de l'interface et la déformation du mode incriminé.

Les deux techniques permettant de régulariser l'expansion sont mises en œuvre. La figure 3.7 présente les cinq premiers vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ dans le cas des méthodes IME et LMME, ainsi que la déformée du troisième mode expérimental reconstruite par expansion. L'inspection visuelle des déformées obtenues dans le cadre de la méthode IME permet d'appréhender les problèmes liés à la non prise en compte des déplacements en dehors de la zone d'interface. Le processus d'expansion est lié à un problème de minimisation par une technique de moindre carrés. La présence d'une information *a priori* très dégradée en dehors de la zone de l'interface vient perturber fortement la reconstruction de l'information. La déformée de l'interface obtenue par IME est alors totalement erronée. Le résultat obtenu par LMME est lui nettement meilleur, puisque des déplacements compatibles avec les mesures en dehors de la zone de l'interface sont permis.

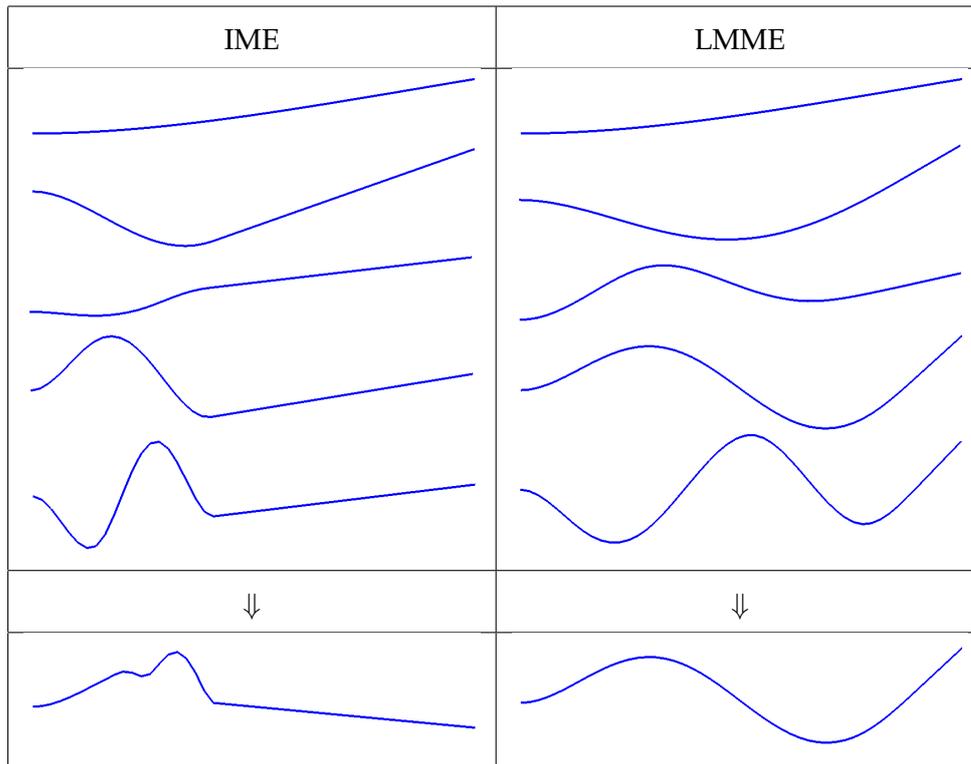


FIG. 3.7 – Déformées des modes d’interface et résultats de l’expansion dans les deux cas

Néanmoins, lorsque la taille de l’interface est importante devant la géométrie de la zone instrumentée, alors les méthodes IME et LMME sont presque équivalentes. Lorsque le nombre de points de mesure dans la région de l’interface est important, les premiers modes du modèle condensé sont assez semblables. Dans ce cas, le choix est laissé à l’utilisateur d’essayer les deux méthodes. Dans ce cas, et lorsque les données de mesure sont bruitées, l’utilisation de la méthode IME augmente l’effet régularisant et permet de lisser le résultat d’expansion. La base construite à partir de la méthode LMME peut venir perturber la prédiction en filtrant moins les différents bruits sur les déformées.

Dans ces cas précis, le choix de l’une ou l’autre méthode peut se faire après une analyse approfondie des résultats du calcul de prédiction et un examen minutieux des déformées des modes étendues.

3.1.4 Formulation du couplage

L’opérateur d’observation $[C_{tL}]$ n’est pas inversible. Pour estimer le mouvement $\{q_L\}$ sur l’ensemble du modèle local, on se propose donc d’utiliser les techniques d’expansion évoquées en section 2.3.2. Ces techniques passent par la sélection d’un sous-espace de dimension inférieure au nombre de mesures. On va ici utiliser les familles de fonctions régulières $[\Phi_{Lg}]$ introduites en section précédente.

Avec l'hypothèse $\{q_L\} = [\Phi_{Lg}] \{\eta_g\}$, l'application de (2.56) correspond à la résolution de

$$\{\eta_g\} = \underset{\{\hat{\eta}_g\}}{\text{ArgMin}} \left(\| [C_{tL}] [\Phi_{Lg}] \{\hat{\eta}_g\} - \{y_t\} \|^2 \right). \quad (3.12)$$

dont la résolution conduit à une base T_{gt} où les mesures $\{y_t\}$ sont utilisées comme des DDL généralisés décrivant les déplacements du modèle local

$$\{q_L\} = [\Phi_{Lg}] [T_{gt}] \{y_t\}. \quad (3.13)$$

Les relations (3.13) et la matrice d'observation C_{IL} définissent ensuite la base de déformées d'interface

$$[T_{It}] = [C_{IL}] [T_{Lt}]. \quad (3.14)$$

On notera que la solution de (3.12) n'est bien définie que si l'on ne conserve dans Φ_{Lg} qu'un nombre de vecteurs inférieur ou égal au nombre de capteurs.

Le choix du sous-espace $[\Phi_{Lg}]$ conditionne directement la validité des résultats de la prédiction couplée. En particulier le nombre de déformées conservées à une influence considérable. Pour permettre la troncature optimale, des indicateurs seront donc introduits dans la section 3.1.5. La construction de $[C_{tL}]$ doit être soignée, mais a une influence moindre.

Écriture du problème couplé

Le sous-espace T_{It} défini en (3.14) peut être considéré comme une base de modes d'interfaces tels que défini en section 2.1.5. Par ailleurs l'analyse modale expérimentale de la structure conduit à une base de modes $[\Phi_{test}]$ définis sur les capteurs. On peut donc réaliser une synthèse (prédiction couplée) en posant

$$\{q_I\} = [T_{It}] [\Phi_{test}] \{\eta_{test}\}. \quad (3.15)$$

En reportant dans la formulation additive classique présentée en section 2.2.2, on a

- Pour la base

$$\left(-\omega^2 [Id] + j\omega [\Gamma_{test}] + [\Omega_{test}]^2 \right) \{\eta_{test}\} = [\Phi_{test}]^T [T_{It}]^T \{f_I^B\}, \quad (3.16)$$

$$\{y_t\} = [\Phi_{test}] \{\eta_{test}\}, \quad (3.17)$$

$[\Omega_{test}]$: pulsations propres expérimentales de la structure,
 avec $[\Gamma_{test}]$: amortissement expérimental identifié,
 $[\Phi_{test}]$: modes propres reconstruits à partir des résidus identifiés (voir section 2.1.2).

• Pour la modification,

$$\begin{bmatrix} [Z_{CC}^M] & [Z_{CI}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) \\ ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [Z_{IC}^M] & ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [Z_{II}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_C^M\} \\ \{\eta_{test}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_C^M\} \\ ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T (\{f_I^M\} + \{f_{I_{ext}}^M\}) \end{Bmatrix}. \quad (3.18)$$

L'équation de la dynamique pour le système couplé est alors donnée par

$$(-\omega^2 [M^C] + j\omega [D_v^C] + [K^C]) \{q^C\} = \{f^C\}. \quad (3.19)$$

où $[M^C]$, $[D_v^C]$ et $[K^C]$ sont les matrices de masse, d'amortissement et de raideur du système couplé construites par addition

$$[M^C] = \begin{bmatrix} [Id] + ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [M_{II}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) & ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [M_{IC}^M] \\ [M_{CI}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) & [M_{CC}^M] \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

$$[D_v^C] = \begin{bmatrix} [\Gamma_{test}] + ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [D_{vII}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) & ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [D_{vIC}^M] \\ [D_{vCI}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) & [D_{vCC}^M] \end{bmatrix}, \quad (3.21)$$

$$[K^C] = \begin{bmatrix} [\Omega_{test}]^2 + ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [K_{II}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) & ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [K_{IC}^M] \\ [K_{CI}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}]) & [K_{CC}^M] \end{bmatrix}. \quad (3.22)$$

Les vecteurs de déplacement et de chargement associés au problème couplé s'écrivent

$$\{q^C\} = \begin{Bmatrix} \{\eta_{test}\} \\ \{q_C^M\} \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{f^C\} = \begin{Bmatrix} ([T_{It}] [\Phi_{test}])^T \{f_{I_{ext}}\} \\ \{f_C^M\} \end{Bmatrix}. \quad (3.23)$$

Dans le cadre de ce travail, on a calculé les modes réels associés à la partie conservative de (3.19) et synthétisé les fonctions de transfert associées. La méthodologie est également applicable à la prédiction des effets induits par l'introduction d'amortissement à la structure, mais la validité de ces prédictions n'a pas été étudiée.

Enfin, la relation (3.15) construit le problème couplé à partir d'une base de modes libres de la structure de base. Cette écriture, basée sur la méthode additive, correspond à un modèle réduit de la base

en considérant une réduction de type MacNeal (voir la section 2.1.4) ne prenant pas en compte les modes d'attaches. L'obtention des modes d'attache à partir d'un essai suppose un effort important, et nécessite en particulier d'avoir prévu et conçu la modification avant la réalisation de l'essai. L'introduction de la modification dans le modèle local permet de reconstruire une partie de l'information manquante associée à la définition des modes d'attache, en introduisant à l'interface une estimation de l'effet des efforts résiduels, liés à la présence de la modification. Les modes libres de la structure de base, reconstruits à partir de l'expansion sur les vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, ne sont donc plus des modes à interface libre (type MacNeal), mais se rapprochent de la définition des modes à interface chargée, notamment introduits par Gladwell [44]. Les effets de troncature importants dus à l'absence des modes d'attaches sont ainsi amoindris.

3.1.5 Indicateurs de sélection

L'introduction d'une famille de N_g vecteurs pour reconstruire les mouvements de l'interface pose le problème de la sélection. Il est difficile de décider *a priori* de la taille de la base d'expansion permettant d'obtenir la meilleure estimation du comportement couplé. Pour opérer cette sélection, deux indicateurs sont introduits. Le premier indicateur est une estimation énergétique du déplacement différentiel de l'interface induit par la mise en concurrence de deux méthodes d'expansion. Le second teste la réversibilité de la modification en réalisant l'opération de couplage/découplage, tout en conservant le principe d'introduire *a priori* une information sur le système couplé/découplé.

IERI - Indicateurs énergétique de régularité de l'interface

Le premier indicateur introduit pour opérer la sélection parmi les vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ est basé sur deux évaluations différentes des mouvements à l'interface pour le problème couplé. La relation (3.19) permet d'obtenir une estimation des modes propres du système couplé. Les modes $[\Phi^C]$ sont définis sur les DDL généralisés τ associés au problème non couplé et les DDL complémentaires du modèle de la modification. On appelle $[C_\tau^C]$ l'opérateur permettant la sélection des DDL généralisés parmi les DDL associés à $[\Phi^C]$. L'expression des modes propres prédits $[\Phi_t^C]$ définis sur les DDL de mesure est donc

$$[\Phi_t^C] = [\Phi_{test}] \left([C_\tau^C] [\Phi^C] \right). \quad (3.24)$$

Les indicateurs présentés ici rendent compte de deux estimations différentes des mouvements à l'interface pour un champ de déplacement $\{\phi_t^C\}$. La première estimation $\{q_I^{LMME}\}$ est obtenue en utilisant la LMME. On a donc directement $\{q_I^{LMME}\} = [T_{It}] \{\phi_t^C\}$.

La seconde estimation $\{q_I^{Stat}\}$ est obtenue en considérant l'expansion statique de $\{\phi_t^C\}$ sur le modèle local *ne prenant pas en compte la modification*³. D'autres techniques, comme l'expansion sur la base des modes du modèle local sans la modification, condensé sur les capteurs, auraient pu être envisagées. Le choix de l'expansion statique a été déterminé par la volonté d'utiliser deux méthodes relativement différentes. Ces différences sont principalement :

- l'absence d'apport d'information *a priori* sur le comportement couplé de l'interface,
- l'absence de processus régularisant, à travers la superposition de déformations localisées,
- la taille fixe de la base d'expansion, seulement dépendante du nombre de capteur retenu pour l'analyse.

Les indicateurs proposés sont basés sur l'hypothèse que pour la solution couplée optimale, les déformées d'interface $\{q_I^{LMME}\}_k$ et $\{q_I^{Stat}\}_k$ du $k^{\text{ième}}$ mode propre sont très proches. Pour mesurer cette proximité, on définit deux indicateurs énergétiques.

- Pour l'énergie potentielle élastique,

$$(\Delta_{E_K})_k = \frac{\|\{q_I^{LMME}\}_k - \{q_I^{Stat}\}_k\|_{K^M}^2}{\|\{q_I^{LMME}\}_k\|_{K^M}^2 + \|\{q_I^{Stat}\}_k\|_{K^M}^2}. \quad (3.25)$$

- Pour l'énergie cinétique,

$$(\Delta_{E_M})_k = \frac{\|\{q_I^{LMME}\}_k - \{q_I^{Stat}\}_k\|_{M^M}^2}{\|\{q_I^{LMME}\}_k\|_{M^M}^2 + \|\{q_I^{Stat}\}_k\|_{M^M}^2}. \quad (3.26)$$

Pour simplifier la mise en place de ces indicateurs, le modèle EF de la modification retenu est un modèle condensé statiquement sur l'interface. La technique adoptée n'est pas la seule qui permette la comparaison des deux techniques d'expansion. Néanmoins, le choix d'une méthode énergétique a été dicté par l'obligation de devoir comparer des grandeurs de natures différentes (DDL de translation/DDL de rotation). La comparaison aurait pu se faire sur un modèle dérivé du modèle local, mais seul le modèle de la modification a une réelle signification physique.

Pour illustrer cette notion de concordance, la figure 3.8 montre deux résultats de prédiction pour le même mode, obtenus avec des bases d'expansion de tailles différentes. Ce cas est tiré de l'application présentée à la section 5.1.

Le résultat de la prédiction couplée donné par la relation (3.19) est défini à la fois sur le maillage capteur et le modèle EF de la modification. La déformation de l'interface $\{q_I^{LMME}\}$ correspond à la déformation de l'interface de la modification (ici, le croisillon) visible sur la figure. $\{q_I^{Stat}\}$ correspond à l'expansion statique des déplacements associés aux points de mesures. Le résultat de l'expansion statique n'est pas présenté pour ne pas surcharger la figure. La déformation $\{q_I^{Stat}\}$ correspond

³ soit $\{q_I^{Stat}\} = [C_{IL}][T_{Stat}]\{\eta_{Stat}\}$ avec $\{\eta_{Stat}\} = \underset{\{\eta\}}{\text{ArgMin}} \left(\|[C_{tL}][T_{Stat}]\{\eta\} - \{\phi_t^C\}\|^2 \right)$, et $[T_{Stat}] = [\hat{K}_L]^{-1} [C_{tL}]^T$ où $[K_L]$ est la matrice de raideur du modèle local *n'incluant pas la modification*.

en fait “à l'idée que l'on peut se faire de la déformation de l'interface, connaissant uniquement les déplacements des capteurs pour le problème couplé”.

Il apparaît nettement que sur le résultat présenté sur la partie gauche, la continuité des déplacements n'est pas assurée à l'interface. La norme $\| \{q_I^{LMME}\} - \{q_I^{Stat}\} \|_{K,M}^2$ sera donc importante. Sur le résultat présenté sur la partie droite, il semble que la continuité soit mieux assurée. $\| \{q_I^{LMME}\} - \{q_I^{Stat}\} \|_{K,M}^2$ sera donc plus faible, ce qui correspond également à une meilleure prédiction.

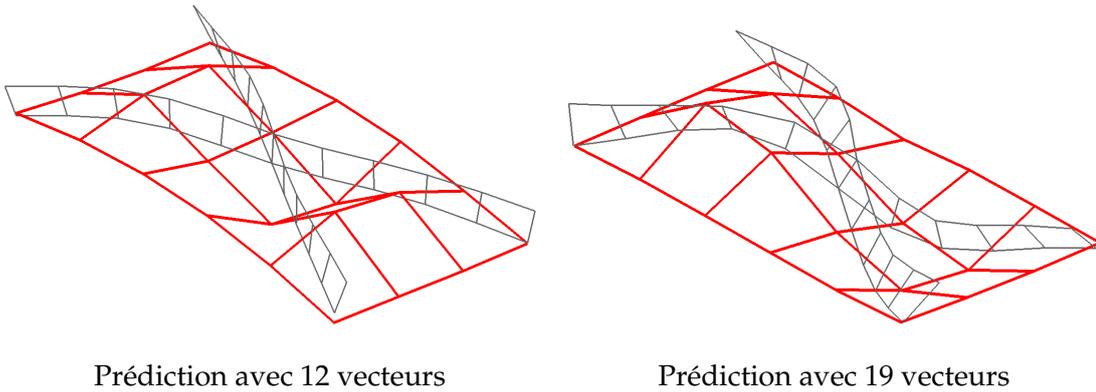


FIG. 3.8 – Illustration du décollement de l'interface - Prédiction éloignée et prédiction correcte

Pour chaque mode, les variations des indicateurs en masse et en raideur permettent d'évaluer le nombre de modes à retenir dans $[\Phi_{Lg}]$ pour reconstruire l'information à l'interface. Les deux techniques d'expansion à l'origine de ces estimateurs sont complémentaires.

L'expansion statique permet d'obtenir une classe de mouvements devant coïncider avec les déplacements mesurés. Cependant, la cohérence entre les déplacements de l'interface et les déplacements mesurés n'est que peu assurée, puisque la reconstruction s'opère par superposition de déformations localisées. L'expansion sur les modes $[\Phi_{lg}]$ permet de régulariser le processus et d'introduire une pondération sur les mouvements de l'interface en les incluant dans le modèle réduit. La taille de $[\Phi_{Lg}]$ étant inférieure au nombre de capteurs, la projection des modes étendus sur le maillage de mesure est *a priori* moins précise que par expansion statique mais les mouvements obtenus seront plus réguliers.

Les indicateurs ainsi définis ne permettent pas d'estimer directement la qualité des résultats du calcul couplé, mais indiquent la pertinence de la reconstruction. En effet, si pour une taille donnée de $[\Phi_{Lg}]$, il apparaît que le déplacement différentiel $\{q_I^{LMME}\}_k - \{q_I^{Stat}\}_k$ est faible au regard des deux indicateurs, alors il est raisonnable de conclure à une reconstruction correcte. Cette conclusion est permise par les importantes différences entre les deux méthodes d'expansion. Même si l'enrichissement progressif de $[\Phi_{Lg}]$ doit permettre de mieux représenter les déplacements mesurés, cette base diffère

fondamentalement de celle utilisée pour l'expansion statique par le fait que les DDL d'interface avec la modification sont utilisés dans sa construction.

Lorsque les indicateurs ne présentent pas de minima clairs, deux hypothèses sont envisageables :

- Les deux bases d'expansion sont pratiquement semblables, et représentent le même sous-espace. Lorsque le nombre de vecteurs dans $[\Phi_{Lg}]$ augmente, que l'influence de la modification est faible sur le modèle local et que la configuration de capteur retenue n'est pas localisée autour de la modification, alors il est possible que la LMME se comporte comme l'expansion statique. En augmentant le nombre de vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, il est possible que la LMME présente des problèmes de régularité des modes ou fasse apparaître des déformations très locales. Ces problèmes sont ceux dont on cherche à s'affranchir en réduisant la taille de la base d'expansion. Les indicateurs énergétiques auront tendance à diminuer, les deux expansions donnant des résultats sensiblement identiques. De fait, des résultats erronés peuvent être conservés.
- Les résultats fournis par la LMME ou l'expansion statique ne sont pas corrects, les IERI indiquent une vraie différence entre les deux champs reconstruits à l'interface. L'inspection visuelle des résultats fournis par les deux méthodes d'expansion est fortement recommandée, et le recours au sens physique de l'utilisateur est indispensable. L'analyse de déformées telles que celles présentées sur la figure 3.8 peut permettre de comprendre l'origine du mauvais comportement. Le test de réversibilité présenté dans la section suivante peut parfois faciliter l'analyse.

Test de réversibilité

Le principe de ce test repose sur la possibilité d'évaluer l'effet de la modification inverse de celle envisagée. Les méthodes de modification structurale permettent d'estimer le comportement dynamique d'une structure A couplée avec une structure B à partir des relations définies à la section 3.1.4 et de la connaissance du comportement des sous-structures. Ces mêmes relations permettent donc *a priori* d'estimer le comportement de A en ne connaissant que les propriétés de B et $A + B$.

On construit donc l'estimation du comportement $(\{\phi^{ini}\}, (\omega^{ini})^2)$ de la structure non modifiée à partir de comportement couplé prédit $(\{\phi^C\}, (\omega^C)^2)$. Les couples $(\{\phi^{ini}\}, (\omega^{ini})^2)$ sont alors comparés avec le comportement initial de la structure $(\{\phi_{test}\}, \omega_{test}^2)$.

Pour estimer $(\{\phi^{ini}\}, (\omega^{ini})^2)$, la démarche explicitée à la section 3.1.4 est appliquée. Ainsi, pour introduire *a priori* l'information sur le retrait de la modification, on considère cette fois le modèle local *ne prenant pas en compte la modification*.

La démarche présentée ici est totalement analogue à celle présentée à la section 3.1.3. Une base $[\hat{T}_{It}]$ du sous-espace doit être défini pour réaliser le lien entre les mesures et les DDL d'interface. Pour apporter un éclairage différent sur la méthode, l'ordre chronologique de la construction de $[\hat{T}_{It}]$ est adopté.

Soient $[M_{L_{sm}}]$ et $[K_{L_{sm}}]$ les matrices de masse et de raideur du modèle local sans la modification. $[C_{tL_{sm}}]$ et $[C_{IL_{sm}}]$ sont les matrices d'observation définies pour le modèle local sans la modification dérivant de $[C_{tL}]$ et $[C_{IL}]$. La première étape est la réduction du modèle sur les mesures et les DDL d'interface par $[\hat{T}_{L_{sm}^I}]$

$$[\hat{T}_{L_{sm}^I}] = [\hat{K}_{L_{sm}}]^{-1} \begin{bmatrix} [C_{IL_{sm}}] \\ [C_{tL_{sm}}] \end{bmatrix}^T. \quad (3.27)$$

Lorsque $[K_{L_{sm}}]$ est inversible, $[\hat{K}_{L_{sm}}]^{-1}$ est son inverse. Dans les autres cas, des solutions permettant d'obtenir $[\hat{K}_{L_{sm}}]^{-1}$ sont données en section 3.1.3.

Les modes et fréquences propres $(\{\hat{\phi}_{Ih}\}, \hat{\omega}_{Ih}^2)$ du problème réduit vérifiant (3.28) sont alors calculés

$$\left(-\hat{\omega}_{Ih}^2 [\hat{T}_{L_{sm}^I}]^T [M_L] [\hat{T}_{L_{sm}^I}] + [\hat{T}_{L_{sm}^I}]^T [K_L] [\hat{T}_{L_{sm}^I}] \right) \{\hat{\phi}_{Ih}\} = \{0\} \quad (3.28)$$

et conduisent à $[\hat{\Phi}_{L_{sm}h}]$

$$[\hat{\Phi}_{L_{sm}h}] = [\hat{T}_{L_{sm}^I}] [\hat{\Phi}_{Ih}]. \quad (3.29)$$

Dans (3.29), la base $[\hat{\phi}_{Ih}]$ est tronquée aux N_I premiers modes de (3.28), sans quoi le passage par (3.28) est inutile.

À ce niveau, une information supplémentaire doit être introduite dans le processus. La construction d'une nouvelle famille de N_h vecteurs $[\hat{\Phi}_{L_{sm}h}]$ suppose une nouvelle fois l'utilisation d'un processus itératif pour déterminer le nombre de vecteur optimal à retenir pour réaliser correctement l'expansion. Pour s'affranchir de cette difficulté, les vecteurs de $[\hat{\Phi}_{L_{sm}h}]$ sont combinés pour assurer la coïncidence avec $[\Phi_{Lg}]$ au niveau des points de mesure. Les vecteurs de $[P_{hg}]$ assurant la réorganisation sont définis par relation de minimisation

$$\{P_{hg}\}_i = \underset{\{P\}}{\text{ArgMin}} \left(\left\| [C_{tL_{sm}}] [\hat{\Phi}_{L_{sm}h}] \{P\} - [C_{tL}] \{\phi_{Lg}\}_i \right\|^2 \right). \quad (3.30)$$

On a alors

$$[\hat{\Phi}_{L_{sm}g}] = [\hat{\Phi}_{L_{sm}h}] [P_{hg}]. \quad (3.31)$$

La base $[\hat{T}_{It}]$ est alors définie par la relation

$$[\hat{T}_{It}] = [C_{IL_{sm}}] [\hat{\Phi}_{Lg}] [T_{gt}]. \quad (3.32)$$

La réorganisation des vecteurs de $[\hat{\Phi}_{Lsmh}]$ autorise l'utilisation de la base $[T_{gt}]$ définie par la relation (3.12). Le choix de la taille de $[\Phi_{Lg}]$ conditionne alors directement $[\hat{\Phi}_{Lsmg}]$.

Pour obtenir une prédiction optimale, les vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ doivent permettre de représenter aussi bien le comportement de la structure couplée que celui de la structure initiale. L'équation réduite (3.19) réalise une simple réorganisation de la base modale initiale pour satisfaire les conditions de continuité des déplacements et d'annulation du travail à l'interface. Si la base modale initiale n'est pas suffisamment riche, le problème couplé sera mal représenté. La réorganisation de $[\hat{\Phi}_{Lsmh}]$ découle de ce constat. On cherche à construire une famille restreinte de N_{go} vecteurs dont la forme projetée sur $[C_{tL}]$ représente correctement les problèmes couplés et découplés.

Le processus de couplage/découplage doit permettre d'estimer la dimension optimale du problème généralisé N_{go} . La réorganisation des modes du modèle condensé ne prenant pas en compte la modification permet d'obtenir la relation (3.32). On estime alors, pour un nombre fixé de vecteurs dans $[\Phi_{Lg}]$, que l'expansion des mouvements initiaux sur une base intégrant les effets de la modification est de qualité équivalente à celle des mouvements couplés de la structure sur des vecteurs n'intégrant pas les effets de la modification.

La construction d'une estimation du comportement initial de la structure à partir de deux bases d'expansion distinctes pour réaliser le couplage puis le découplage permet d'introduire deux nouveaux indicateurs basés sur les couples $(\{\phi^{ini}\}, (\omega^{ini})^2)$. Ces indicateurs, de même que $(\Delta_{EK})_k$ et $(\Delta_{EM})_k$, sont définis en fonction du nombre de modes d'interface retenu.

- L'erreur relative entre $(\omega_{test})_k$ et $(\omega^{ini})_k$

$$\Delta_{Fk} = 100 \times \left(\frac{(\omega_{test} - \omega^{ini})}{\omega_{test}} \right). \quad (3.33)$$

- Le M.A.C entre $\{\phi_{test}\}_k$ et $\{\phi^{ini}\}_k$

Avoir autant de vecteurs dans $[\hat{\Phi}_{Lsmg}]$ que dans $[\Phi_{Lg}]$, tout en assurant que ces deux bases engendrent le même sous-espace de mesures (projections sur $[C_{TL}]$ et $[C_{Tlsm}]$), permet d'estimer la taille minimale de la base qui permette de reconstruire aussi bien les modes de la structure initiale que les modes de la structure modifiée. Pour illustrer, considérons le premier mode d'une poutre avec des conditions limites libre-libre, et le premier mode de cette même poutre avec des conditions limites appuyée-appuyée. Si on considère qu'il faut N_{ll} modes de la structure libre pour représenter le premier mode appuyée, et que N_{aa} modes du système appuyée sont nécessaires pour représenter le premier mode de la structure libre, alors, dans tous les cas, $N_{comp} = \text{Max}(N_{ll}, N_{aa})$ modes de n'importe lequel des deux système permet de reconstruire le premier mode de la poutre dans chacune des deux conditions limites.

Ce test vient en complément des indicateurs énergétiques pour proposer une estimation de N_{comp} . Lorsque le choix d'un optimum basé uniquement sur la détermination des minima de Δ_{EK} et Δ_{EM} est difficile, le test sur la réversibilité peut permettre de trancher en sélectionnant la taille de $[\Phi_{Lg}]$ qui autorise le meilleur retour au comportement initial à partir du comportement couplé estimé. Cependant, ce test ne peut venir qu'après l'analyse de l'évolution des indicateurs énergétiques *puisque'on suppose que l'estimation du comportement couplé est correcte pour ensuite évaluer l'influence du retrait de la modification*. Lorsque cette hypothèse n'est pas vérifiée, le problème de couplage/découplage est mal défini et le problème aux valeurs propres n'admet pas nécessairement de solution physique.

3.2 Comparaison de la méthode proposée avec les formulations classiques

Cette section présente une comparaison entre les deux formulations des méthodes classiques présentées dans le chapitre précédent et la LMME-SDM introduite à la section 3.1. Pour mener cette comparaison, un démonstrateur numérique (EF) est construit pour simuler une analyse modale expérimentale. La construction de ce modèle EF est détaillée à la section 3.2.1. Dans la section 3.2.3, les méthodes additive et multiplicative sont mises en œuvre, et les résultats obtenus sont comparés. L'application de la LMME-SDM au cas du démonstrateur numérique est présentée à la section 3.2.2. La construction du modèle local et l'interprétation des résultats y sont détaillées.

3.2.1 Présentation du démonstrateur numérique

L'application numérique retenue, pour présenter les méthodes classiques de SDM et les évolutions proposées, est présentée sur la figure 3.9. La structure complète est constituée d'une plaque rectangulaire raidie sur son contour par un bord tombant. Pour simuler l'effet de sous-structures inconnues greffées sur cette structure, un raidisseur "caché" est placé sous la structure. Ce raidisseur permet de briser la symétrie de la plaque originale. La modification envisagée est un raidisseur rapporté sur une demi diagonale de la plaque de base. On s'intéresse à l'influence de cette modification sur les cinq premiers modes de la structure dans des conditions libre-libre.

Les FRF ont été synthétisées à partir des modes propres du modèle EF présenté sur la figure 3.9. La construction des différents modèles s'est effectuée dans l'ordre décrit ci-dessous. Les étapes sont détaillées pour notamment illustrer les précautions liées au choix des bandes de fréquences pour limiter les effets de la troncature modale.

- (1) Les 50 premiers modes propres du modèle EF sont calculés. Un nombre important de modes est pris en compte pour bien représenter l'influence des modes hautes fréquences sur la synthèse de FRF. La fréquence du dernier mode pris en compte est supérieure à 1000 Hz.
- (2) Les entrées et les sorties associées à la construction des FRF sont définies. Les entrées correspondent à des efforts normaux appliqués aux six points du maillage capteur qui coïncident avec l'interface et les sorties correspondent aux accélérations hors plan au niveau de chaque capteur (symbolisés par des flèches). Toutes les corrections statiques associées aux points de mesure ont été introduites, pour assurer la cohérence du modèle avec un essai réalisé sur une structure identique.
- (3) Les FRF sont synthétisées sur la bande de fréquence $[0 - 500\text{Hz}]$. Un faible amortissement structural (hystérétique) de 0,1% a été introduit pour toutes les sous-structures (plaque, bords tombants, raidisseur "caché" et modification), assurant le bon conditionnement des matrices pour l'application de la méthode multiplicative. Le choix de la bande $[0 - 500\text{Hz}]$ permet de limiter les effets de la troncature modale, puisque le dernier mode utilisé pour réaliser la synthèse est situé au dessus de

1000 Hz, soit une fréquence deux fois plus importante. Ces FRF sont celles utilisées pour la mise en œuvre de la méthode multiplicative.

- (4) Le modèle modal de la structure initial est construit à partir de tous les modes présents dans la bande $[0 - 500\text{Hz}]$, soit les quinze premiers modes de la structure initiale. Pour pouvoir comparer les résultats avec la méthode multiplicative, il est impératif de conserver ces quinze modes.

La configuration de mesure retenue est dense et permet de bien représenter le comportement de la structure sur les premiers modes considérés. Cependant, seuls les déplacements dans la direction normale à la plaque de base sont simulés pour montrer la sensibilité des méthodes classiques au manque d'information sur les comportements locaux de la structure.

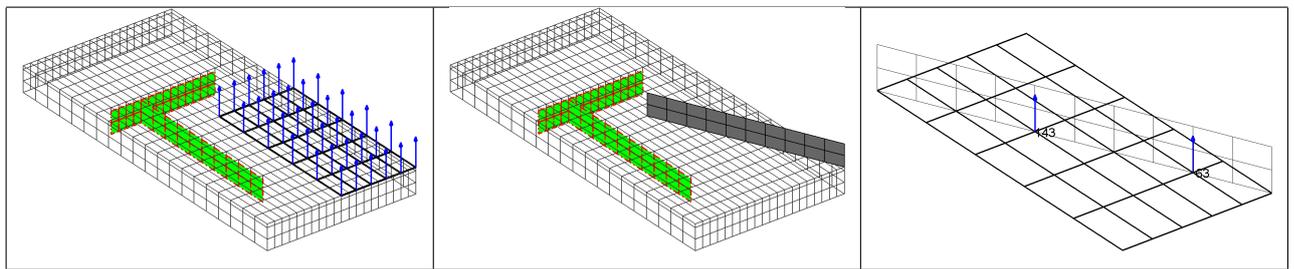


FIG. 3.9 – Cas test numérique - Maillage EF / maillage capteur et directions de mesure - Structure modifiée - Points de référence pour la comparaison des FRF ($63z$ et $143z$)

Remarque importante : Les corrections statiques n'ont pas été intégrées dans le modèle modal, pour représenter des résultats d'essai vraisemblables. Pourtant, ceci pourrait être réalisé. En effet, les conditions d'application de la méthode multiplicative **imposent** d'avoir réalisé un essai réciproque au niveau des points de couplage. Les termes diagonaux de la matrice d'impédance de la structure doivent impérativement être connus pour réaliser ce couplage, comme l'indique la relation (2.52). L'identification des termes résiduels associés aux corrections statiques est donc réalisable.

Pour montrer l'influence de la modification sur ce démonstrateur et mieux comprendre le comportement des différentes méthodes, le comportement avant et après modification est récapitulé. Le tableau 3.1 montre les cinq premières fréquences propres de la structure avant et après modification. Les déformées sont présentées sur la figure 3.10.

	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 5
Fréquence avant modification (Hz)	32,3	118,1	152,0	181,1	203,7
Fréquence après modification (Hz)	39,7	123,8	164,8	184,9	215,1

TAB. 3.1 – Fréquences propres du démonstrateur académique avant et après modification

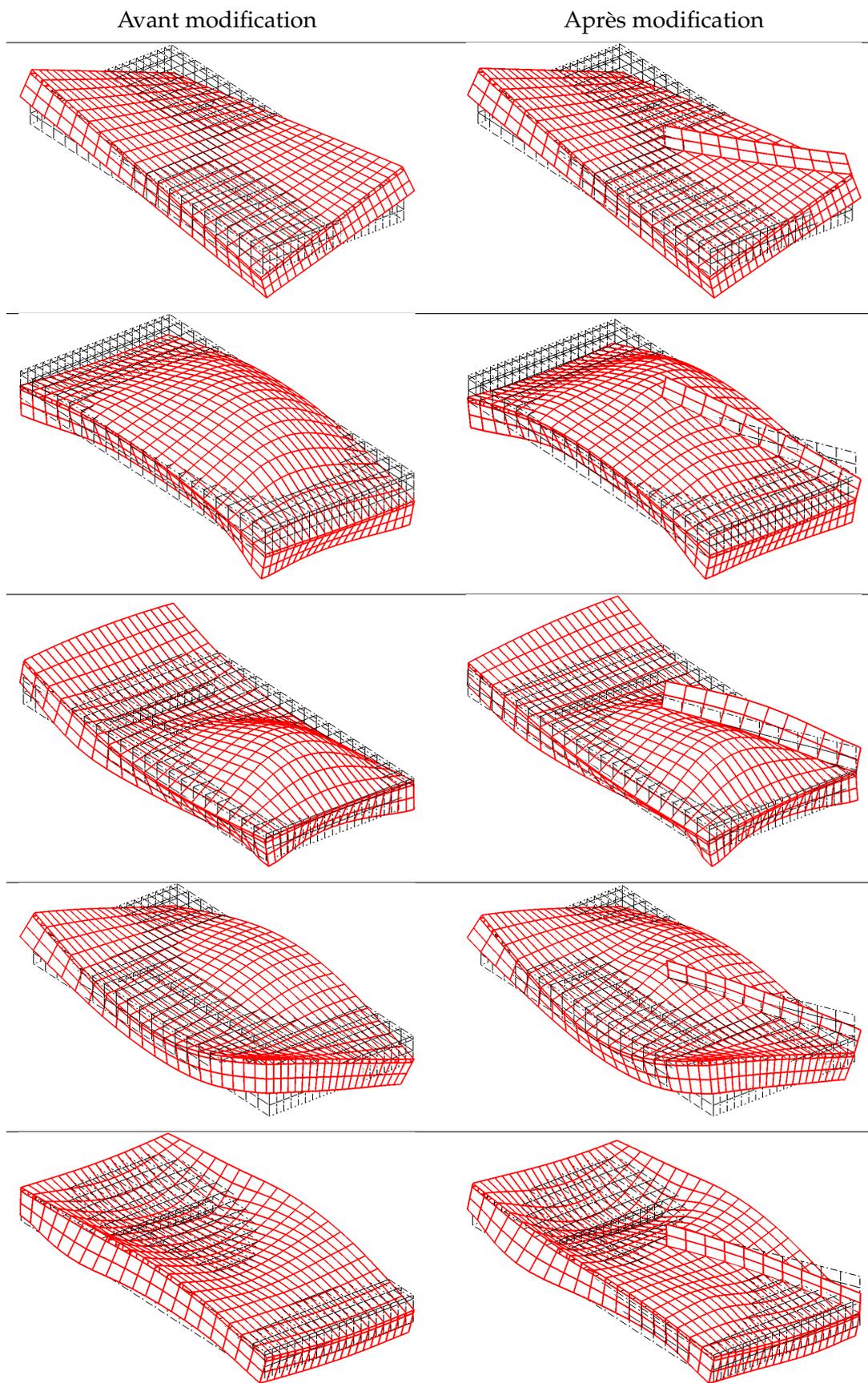


FIG. 3.10 – Déformées des cinq premiers modes du modèle EF avant et après modification

3.2.2 LMME-SDM

La présentation de la LMME-SDM est réalisée à partir des informations définies à la section 3.2.1. La formulation repose sur la méthode additive, le même modèle modal est utilisé. Le modèle retenu ici est donc constitué des 15 premiers modes de la structure initiale, en ne considérant que les déplacements normaux à la plaque de base. Le maillage capteur reste identique, de même que les points de référence et l'amortissement choisis pour présenter les résultats sous la forme de FRF.

Par contre, la définition de l'interface de couplage est élargie. Dans le cadre des méthodes classiques, le nombre de points d'interface est dicté par les points et directions de mesure. Les points de l'interface sont ici définis par le modèle EF de la modification. L'interface est constituée de 66 DDL, à comparer aux 6 DDL dans le cas des méthodes classiques. Cependant, si l'interface ainsi définie contient un plus grand nombre de DDL de couplage, il n'en reste pas moins que seule une petite partie de ces DDL (celle directement liée aux mesures) est définie. L'application de la LMME permet d'estimer l'information manquante pour évaluer le comportement de la structure modifiée.

L'originalité de la LMME est l'introduction du modèle local. Ce modèle EF grossier de la zone instrumentée permet de faire le lien entre l'ensemble des mesures et les points de couplage à l'interface, et de permettre la construction de fonctions d'interpolation régulières autorisant la reconstruction des mouvements de l'interface. Pour cette étude, un modèle local respectant les critères énoncés à la section 3.1.2 est construit. Il est présenté sur la figure 3.11. Ce modèle est simplement constitué d'une plaque reprenant la géométrie de la zone sur laquelle est greffée la modification. Les propriétés physiques assignées à ce modèle (masse volumique, module d'Young, épaisseur, etc.) sont celles utilisées pour la construction des modèles numériques des structures de référence. L'influence de ces paramètres dans la construction du modèle local sera discuté à la section 4.4. Le choix de la géométrie du modèle local sera abordé un peu plus loin dans cette section.

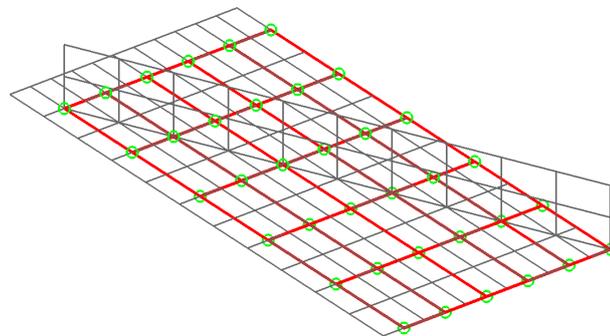


FIG. 3.11 – Modèle local utilisé pour l'application de la LMME-SDM

Un fois le modèle local assemblé, les observateurs $[C_{tL}]$ et $[C_{IL}]$ sont construits. Par choix, on a imposé à la modification d'appartenir au modèle local. $[C_{IL}]$ est donc booléen. $[C_{tL}]$ est construit en utilisant la méthodologie détaillée à la section 3.1.2. La base $[T_{L_t}^I]$ est alors construite. Le cas numérique présenté ici contient des modes de corps rigide. $[T_{L_t}^I]$ est donc défini à partir de la méthode des charges auto équilibrées présentée dans [43]. Le calcul des modes $[\Phi_{t_g}^I]$ du modèle projeté est effectué.

Par définition, pour que le problème reste correctement posé, il convient de choisir moins de vecteurs de $[\Phi_{L_g}]$ que de points de mesure. Pour cette étude, 25 modes d'interface ont été calculés, pour 36 mesures disponibles. Le choix du nombre de modes calculé est un point important de l'application. Lorsque le nombre de capteur est raisonnable, il est envisageable de calculer autant de modes du modèle condensé qu'il y a de DDL mesurés. En présence d'un nombre important de capteurs, le choix peut être fait par rapport aux géométries relatives de la structure réelle et du modèle local. D'une manière générale, s'il est intéressant de disposer d'une base d'expansion de taille raisonnable (10 à 30 modes, suivant le problème), une taille trop grande limite l'intérêt de la méthode en diminuant l'effet régularisant. Dans le cas de mouvements complexes de la structure, lorsque le modèle local est très peu représentatif de la structure testée, il faudra souvent considérer un nombre de mode proche du nombre de capteurs.

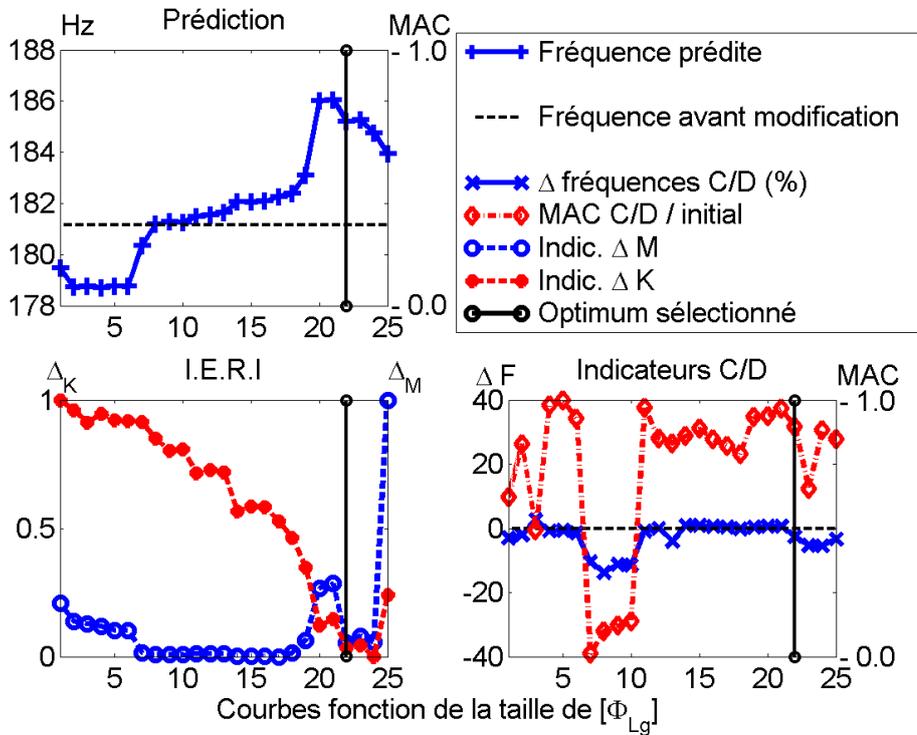


FIG. 3.12 – Résultats de prédiction pour le mode n°4

Le résultat de l'expansion par LMME et la prédiction du comportement couplé dépendent du nombre de vecteurs introduits dans $[\Phi_{Lg}]$. Pour déterminer la taille optimale de la base d'expansion $[\Phi_{Lg}]$, l'évolution des indicateurs définis à la section 3.1.5 est analysée mode par mode. La figure 3.12 présente les résultats obtenus pour le quatrième mode. La disposition des courbes dans la figure 3.12 sera conservée pour simplifier la présentation et l'analyse de la prédiction couplée.

Avant de commenter l'évolution des différentes courbes, il est important de préciser la nature de chacun des tracés. Toutes les courbes sont tracées en fonction du nombre de vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ retenu pour réaliser une prédiction donnée. On retrouve donc les 25 modes du modèle condensé.

- Quart supérieur gauche de la figure : résultats de la prédiction couplée
 - Fréquence prédite : il s'agit de la fréquence fournie par le calcul couplé.
 - Fréquence avant modification : c'est la fréquence de la structure initiale. L'évolution de la prédiction autour de la fréquence initiale permet d'évaluer l'impact prédit de la modification dans l'absolu.

- Quart inférieur gauche de la figure : indicateurs énergétiques (IERI)
 - Indic. ΔM : cette courbe correspond à l'évolution de l'indicateur énergétique Δ_{EM} .
 - Indic. ΔK : cette courbe correspond à l'évolution de l'indicateur énergétique Δ_{EK} .
 Présentés sous l'évolution de la prédiction couplée, ces indicateurs permettent de repérer les liens entre le comportement des indicateurs et celui de la prédiction.

- Quart inférieur droit de la figure : résultats du test de couplage/découplage
 - Δ Fréquences C/D (%) : il s'agit de l'erreur relative, ramenée en %, entre la fréquence de la structure initiale et la fréquence prédite à partir du test de couplage/découplage (C/D).
 - MAC C/D / initial : il s'agit du MAC entre la déformée du mode propre initial et du mode prédit par le test de couplage/découplage (C/D).

L'optimum sélectionné, noté par la barre verticale sur chaque figure, correspond au nombre de modes considérés comme donnant la meilleure prédiction au vue des critères et des différentes analyses expliquées dans la suite. *Cet optimum est propre à chaque mode de la structure.* Dans certains cas, on pourra avoir la même base d'expansion pour effectuer des prédictions sur des modes distincts. Il ne s'agit alors que d'une coïncidence.

Remarque : lorsque les résultats sur la structure modifiée sont connus, ils peuvent être reportés sur la "figure type". Deux nouvelles courbes apparaissent alors dans la partie supérieure gauche :

- Fréquence après modification : il s'agit de la fréquence propre de la structure modifiée.
- MAC prédit/modification : il s'agit du MAC entre la déformée réelle de la structure modifiée et la déformée prédite pour la taille de $[\Phi_{Lg}]$ correspondante.

Le comportement de la structure modifiée est obtenu à partir d'un modèle EF (cas des comparaisons numériques de ce chapitre et du suivant) ou de l'identification des résultats d'une analyse modale réalisée sur la structure (cas présentés au chapitre 5).

Les évolutions obtenues pour la prédiction du quatrième mode de la structure modifiée constituent un bon support pour présenter l'analyse des résultats et commenter le processus de sélection de la taille optimale de $[\Phi_{Lg}]$. Le cas test introduit présente des modes de corps rigide. Ces modes doivent être reconstruits et introduits dans $[\Phi_{Lg}]$ pour reconstruire les mouvements de l'interface. La présentation des résultats débute à partir du premier mode flexible de $[\Phi_{Lg}]$. Lorsqu'on parle de n vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, il s'agit de n vecteurs représentant un mouvement de corps flexible. Tous les vecteurs représentant les mouvements de corps rigides observables par $[C_{tL}]$ sont automatiquement introduits dans $[\Phi_{Lg}]$, et il n'y est fait aucune référence par ailleurs.

Analyse du comportement des indicateurs énergétiques

Avant de présenter le processus de sélection du nombre de modes d'interface, revenons sur la représentation de l'évolution des IERI. Δ_{E_K} et Δ_{E_M} , dont les définitions sont présentées à la section 3.1.5, permettent juger de la qualité du processus de reconstruction en comparant deux techniques d'expansion : l'expansion statique et la LMME. *Il est important de rappeler qu'il s'agit d'indicateurs, et non pas de critères de détections de la base d'expansion optimale.*

- Une valeur "importante" de ces indicateurs atteste de différences notables dans le processus d'expansion. Les résultats obtenus par LMME demandent alors une inspection minutieuse pour être validés.
- Une valeur "faible" de ces indicateurs indiquera une bonne coïncidence des deux processus d'expansion. Les résultats obtenus par LMME sont alors conservés, puisque deux processus sensiblement différents conduisent à des résultats semblables du point de vue du travail de l'interface.

Cependant, rien ne permet de juger de la valeur intrinsèque des deux indicateurs ainsi définis. Pour faciliter la recherche des optima, chacune des évolutions de ces indicateurs est ramenée dans l'intervalle $[0, 1]$. Ce choix est appuyé par deux arguments. Dans la plupart des cas, lorsque seul le premier vecteur de $[\Phi_{Lg}]$ est retenu pour réaliser l'expansion, le résultat de la LMME est vraisemblablement assez mauvais. Par contre, l'expansion statique fournira une déformation raisonnable (Attention, il s'agit ici de l'expansion statique des résultats du calcul couplé sur le modèle local sans la modification). Δ_{E_K} et Δ_{E_M} peuvent être renormalisés à l'unité pour rendre compte du résultat médiocre obtenu par la LMME dans ce cas là. En revanche, en augmentant le nombre de vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, les deux techniques d'expansion devraient fournir des résultats moins dissemblables. En supposant que l'optimum est atteint sur la plage de variation retenue, alors naturellement, la valeur attribuée aux indicateurs pour cet optimum sera nulle.

Cette renormalisation des indicateurs est importante, puisqu'elle permet également de comparer Δ_{EK} et Δ_{EM} relativement. Ces deux indicateurs, malgré des constructions similaires, ont des sensibilités différentes. Δ_{EM} , basé sur une relation en énergie cinétique, permettra de juger globalement de la reconstruction des mouvements de l'interface. Δ_{EM} est l'indicateur estimant les effets régularisants de la LMME. Δ_{EK} , basé sur une relation en énergie potentielle élastique, insistera sur la justesse du processus. L'optimum à atteindre en terme de justesse est alors le résultat de l'expansion statique. Le fait de normer ces deux indicateurs entre 0 et 1 permet en quelque sorte de pondérer explicitement les choix entre la justesse de la reconstruction (Δ_{EK} minimal) et la régularité de la déformation de l'interface (Δ_{EM} minimal).

Les résultats présentés sur la figure 3.12 illustrent la compétition entre Δ_{EK} et Δ_{EM} . Ces résultats rendent compte *a priori* des résultats de la LMME-SDM. La détermination d'un optimum entre ces deux seuls indicateurs est délicate, puisqu'une plage optimale est définie entre les 22^e et 24^e vecteurs. Le test de réversibilité permet alors d'affiner les choix prédéfinis par l'analyse des indicateurs énergétiques.

Analysons maintenant plus en détail chaque phase présentée dans les résultats de la figure 3.12. Lorsque la taille de $[\Phi_{Lg}]$ est faible, la reconstruction des mouvements de l'interface est difficile. Les indicateurs énergétiques présentent des valeurs élevées. Cela indique une forte variabilité de la prédiction par rapport à la base d'expansion choisie. Les modes de la structure initiale sont quasiment orthogonaux aux premiers modes flexibles de $[\Phi_{Lg}]$. La projection de la déformation sur les vecteurs de $[T_{It}]$ est donc presque identiquement nulle. La reconstruction des mouvements à l'interface n'est pas possible. La modification semble alors transparente pour la structure (voir les relations (3.19) à (3.22) en considérant $[T_{It}][\Phi_{test}] \approx [0]$). Le comportement estimé par LMME est proche du comportement initial, comme l'atteste l'évolution de la première fréquence propre présentée sur la figure 3.12.

Lorsque la taille de $[\Phi_{Lg}]$ augmente, la reconstruction est meilleure. On note surtout l'apparition de modes d'expansion particuliers qui améliorent par étapes les résultats de l'expansion. Dans le cas de la prédiction du premier mode, les modes 7, 14 ou encore 22 semblent avoir une importance significative dans la reconstruction des mouvements de l'interface. Cette influence est caractérisée par les "paliers" puis les sauts brutaux que présentent les évolutions des IERI, mais aussi l'évolution de la fréquence prédite. L'introduction dans la base d'expansion d'un tel vecteur, en apportant une information importante, produit un décrochement dans l'évolution des indicateurs. Lorsqu'un mode contribue à la fois à la reconstruction et au lissage de l'expansion, les deux indicateurs sont affectés d'une baisse sensible (cas du "mode" n°7). Certains vecteurs ne contribuent que sur un seul aspect de la LMME. L'incorporation du mode 22 contribue majoritairement au lissage, alors que l'introduction du vingtième vecteur semble nettement privilégier la justesse au détriment de la régularisation (Δ_{EK} chute, alors que Δ_{EM} augmente significativement).

Analyse du comportement des résultats du test C/D et de l'évolution la fréquence prédite

Par définition, l'estimation du comportement couplé obtenu par LMME-SDM repose sur le comportement initial de la structure. L'indicateur de réversibilité permet de vérifier la validité de la reconstruction du mouvement couplé et sa décomposition sur les mouvements découplés de la structure. Cependant, les choix de construction de $[\hat{T}_{It}]$ ne permettent pas d'assurer l'existence d'une solution pour le problème de découplage. Cet indicateur vient donc affiner les choix prédéfinis à l'aide des IERI. Pour des valeurs d'IERI "faibles", on suppose que la reconstruction des mouvements de l'interface est pertinente. À partir de là, il est raisonnable de penser que le comportement couplé est correctement prédit. L'indicateur de couplage/découplage est alors correctement défini et permet d'indiquer, dans une plage de variation souvent restreinte, le nombre de vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ permettant la meilleure reconstruction.

Considérer le seul test de couplage/découplage pour sélectionner la base optimale peut conduire à une très mauvaise estimation du comportement couplé. Lorsque la projection des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ sur $[C_{tL}]$ ne permet pas de représenter le mode identifié $\{\phi_{test}\}$, la projection sur le sous-espace engendré par $[T_{It}]$ est pratiquement nulle. Dans la construction des IERI, cela revient à ne considérer que l'expansion statique. Les indicateurs énergétiques indiqueront donc la mauvaise reconstruction. À l'inverse, pour le test de couplage/découplage, cela a pour conséquence que la modification étant "transparente" pour le couplage, elle l'est aussi pour le découplage. Les comportements $(\{\phi^{ini}\}, \omega^{ini})$ et $(\{\phi_{test}\}, \omega_{test})$ seront alors pratiquement identiques, ce qui se traduit par un test de réversibilité indiquant une bonne qualité de reconstruction, alors qu'en fait, celle-ci est très mauvaise.

Il est même possible de conserver des vecteurs prédisant un effet inverse de celui effectivement produit par la modification. Ce phénomène est celui observé pour les faibles tailles de $[\Phi_{Lg}]$. Pour cinq vecteurs retenus dans $[\Phi_{Lg}]$, les indications fournies par le seul test de réversibilité sont très bonnes. Néanmoins, la fréquence prédite est inférieure à la fréquence initiale. L'effet prédit est celui d'un ajout de masse, alors que la modification, dans les faits, se comporte comme un raidisseur.

Sélection de l'optimum

Dans le cas général, le choix du nombre de mode est difficile à automatiser puisqu'il s'agit de déterminer un optimum entre justesse des déplacements estimés à l'interface (optimum de Δ_{E_K}) et champ de déformation lissé (optimum de Δ_{E_M}). Pour orienter la décision, les résultats du test de réversibilité sont analysés. Pour l'ensemble des points susceptible de convenir comme optimum de Δ_{E_K} et Δ_{E_M} , on cherche à assurer que la taille de la base d'expansion retenue permette de reconstituer aussi bien les mouvements couplés que les mouvements de la structure initiale.

La base $[\Phi_{Lg}]$ retenue doit donc satisfaire les critères suivants :

- reconstruction des mouvements raisonnable par rapport à l'expansion statique (Δ_{E_K} faible),
- lissage des déformées à l'interface (Δ_{E_M} faible),

- test de réversibilité correct, sous réserve que l'estimation du comportement couplé est raisonnable. Les différents indicateurs ne sont pas basés sur l'obtention de la déformation de l'interface la plus pertinente pour le problème non couplé. Cette estimation pourrait être fournie par l'expansion statique. On cherche à estimer de manière raisonnable un champ de déformation à l'interface permettant de prédire au mieux le comportement couplé. Ces deux objectifs sont assez différents. Il n'est donc pas nécessairement idéal de considérer le nombre de modes pour lequel à la fois Δ_{E_K} et Δ_{E_M} sont "exactement" minimaux.

Le cas présenté sur la figure 3.12 est favorable. Pour 22 vecteurs, Δ_{E_K} et Δ_{E_M} sont très faibles, relativement à leurs valeurs à l'origine, et les résultats du test de couplage/découplage sont également excellents. Le MAC entre $\{\phi_{test}\}$ et $\{\phi^{ini}\}$ est supérieur à 0,9, et l'erreur relative sur la fréquence est inférieure à 2%. La figure 3.13 reprend les résultats présentés sur la figure 3.12 en présentant également les résultats obtenus avec le modèle EF complet de la structure. La comparaison des résultats pour la structure complète avec les résultats conservés à l'optimum de la taille de $[\Phi_{Lg}]$ confirme ce choix et la pertinence des indicateurs dans cette configuration.

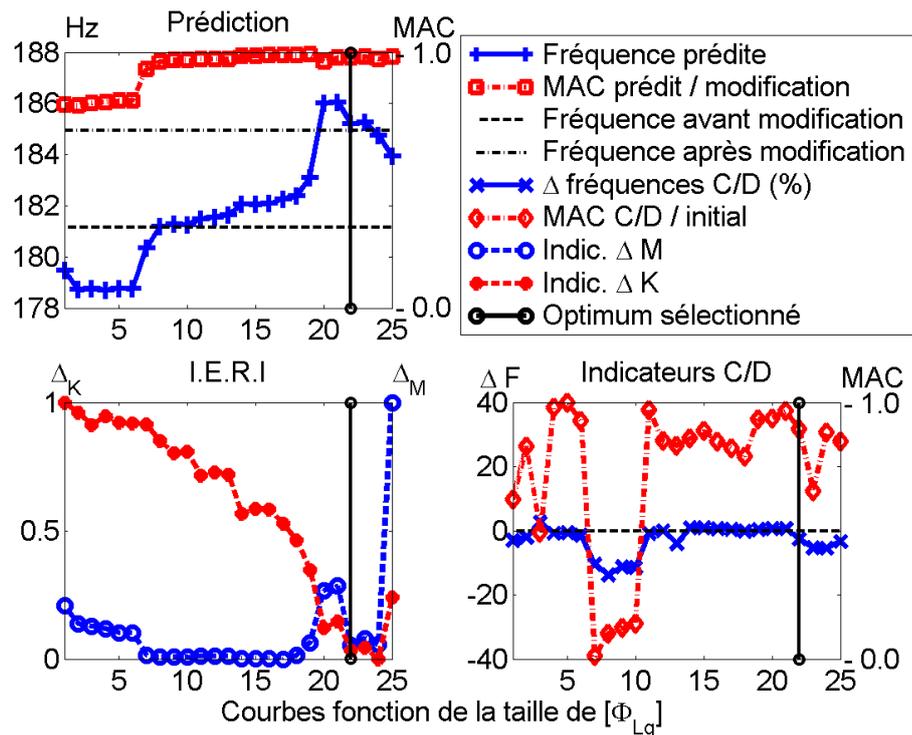


FIG. 3.13 – Résultats de prédiction pour le mode n°4 - comparaison avec les résultats numériques pour la structure complète

La mise en œuvre de cette méthode requiert néanmoins une analyse minutieuse des résultats. Dans les cas favorables, tels que celui présenté ici, la détermination d'un optimum est aisée, les diffé-

rents indicateurs proposant une information cohérente. Cependant, dans des configurations plus complexes, il arrive que les informations fournies par les différents indicateurs ne permettent pas d'aboutir à la détermination d'un optimum unique. Dans un tel cas, l'inspection visuelle des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ et le sens physique de l'utilisateur dans l'analyse des mouvements de l'interface sont indispensables.

La même démarche est utilisée pour extraire les résultats associés aux modes 2 à 5. Les résultats récapitulatifs sont présentés dans le tableau 3.2.

N° du mode	1	2	3	4	5
Structure initiale (Hz)	32,3	118,1	152,0	181,9	203,7
Structure modifiée (Hz)	39,7	123,8	164,7	184,9	215,1
Méthode LMME (Hz)	40,5	123,5	164,4	185,2	214,6
MAC LMME / exact (%)	99,3	99,5	98,5	99,2	99,3

TAB. 3.2 – Résultats du couplage par LMME-SDM - Fréquences et MAC des cinq premiers modes propres

La figure 3.14 présente les FRF synthétisées aux points de référence. Pour obtenir ces FRF, les huit premiers modes couplés ont été retenus pour limiter les effets de la troncature modale sur la synthèse.

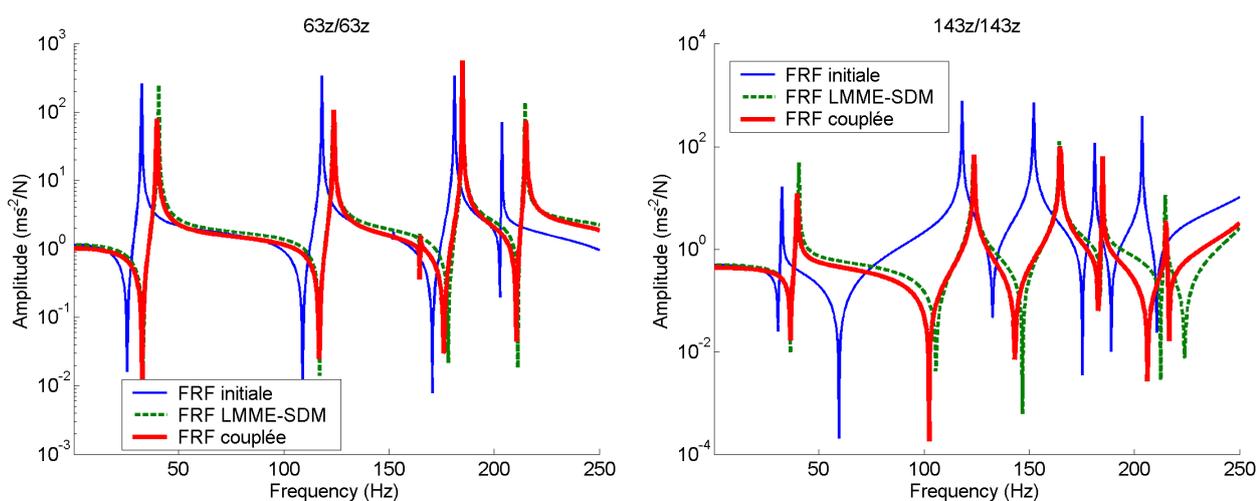


FIG. 3.14 – FRF aux points de références - Résultats obtenus par LMME-SDM

Les résultats présentés sur la figure 3.14 et dans le tableau 3.2 illustrent les performances de la méthode proposée. La reconstruction des mouvements à l'interface est très efficace et permet de combler le manque de mesure dans les directions du plan.

3.2.3 Méthodes classiques

Les critères de comparaisons reposent sur la qualité de la prédiction des cinq premiers modes de la structure couplée. Cette qualité sera évaluée à travers les fréquences, les déformées modales et la synthèse de FRF pour le problème couplé. Les FRF présentées correspondent aux réponses des DDL 63z⁴ et 143z⁴ pour une excitation colocalisée. La localisation de ces points est illustrée sur la figure 3.9.

Dans le cas de la méthode multiplicative, les FRF sont obtenues directement. Les fréquences propres et les modes propres sont identifiés à partir des FRF calculées avec la relation (2.52). Pour la méthode additive, les modes et les fréquences propres sont directement disponibles. Les FRF sont synthétisées à partir de ces données.

Les résultats dérivant des formulations décrites à la section 2.2 ont été obtenus en considérant les modèles de sous-structures suivant :

- Les modèles de la structure initiale sont décrits dans la section 3.2.1.
- Pour l'ensemble des méthodes présentées, le modèle de la modification est un modèle réduit. Ce modèle correspond à un modèle de Craig & Bampton obtenu en considérant les six modes de contrainte associés aux six DDL de couplage (seul le déplacement normal à la plaque est connu) et dix modes à interface fixe. Ce modèle réduit comprend des modes de corps rigides associés à la définition de l'interface. Ces modes sont conservés pour réaliser le couplage, mais conduisent à certains modes aberrants qui sont alors éliminés des résultats couplés. Pour les détails de la réduction, se référer à la section 2.1.4.

N° du mode	1	2	3	4	5
Structure initiale (Hz)	32,3	118,1	152,0	181,1	203,7
Structure modifiée (Hz)	39,7	123,8	164,8	184,9	215,1
Méth. add. (Hz / MAC)	33,1 / 0,13	113,7 / 0,71	149,6 / 0,63	182,5 / 0,90	203,2 / 0,26
Méth. mul. (Hz / MAC)	32,4 / 0,11	111,1 / 0,71	147,8 / 0,55	181,4 / 0,91	199,0 / 0,52

TAB. 3.3 – Résultats du couplage - Fréquences des cinq premiers modes propres et MAC par rapport aux modes du modèle EF de la structure modifiée

⁴La notation correspond à : n° du point et direction de la réponse / n° du point et direction de l'excitation.

Le tableau 3.3 reprend les cinq premières fréquences propres de la structure initiale, de la structure modifiée et des modèles couplés. Les MAC entre les déformées prédites par les deux méthodes et les modes exacts de la structure modifiée sont également présentés. La figure 3.16 présente les FRF aux points de référence, et la figure 3.15 permet de comparer les déformées obtenues par les deux méthodes avec les résultats correspondant à la projection des modes du modèle EF complet sur le maillage capteur.

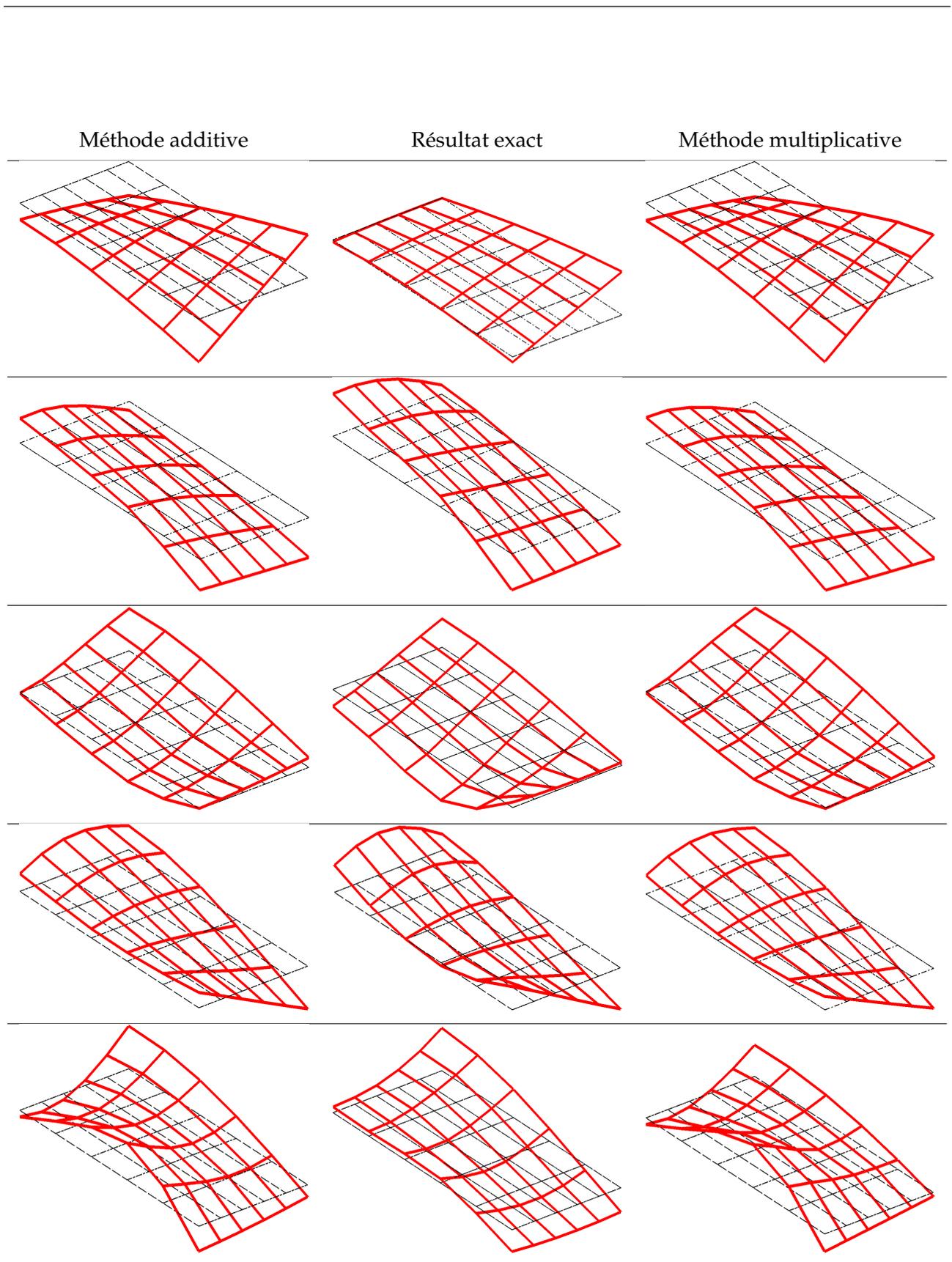


FIG. 3.15 – Déformées prédites des cinq premiers modes - Comparaison avec la projection des modes du modèle EF de la structure modifiée projetés sur le maillage capteur

L'analyse des résultats montre des différences sensibles entre les deux méthodes, mais surtout une mauvaise prédiction du comportement couplé dans les deux cas. Ces mauvais résultats proviennent des choix délibérés de conception du démonstrateur numérique.

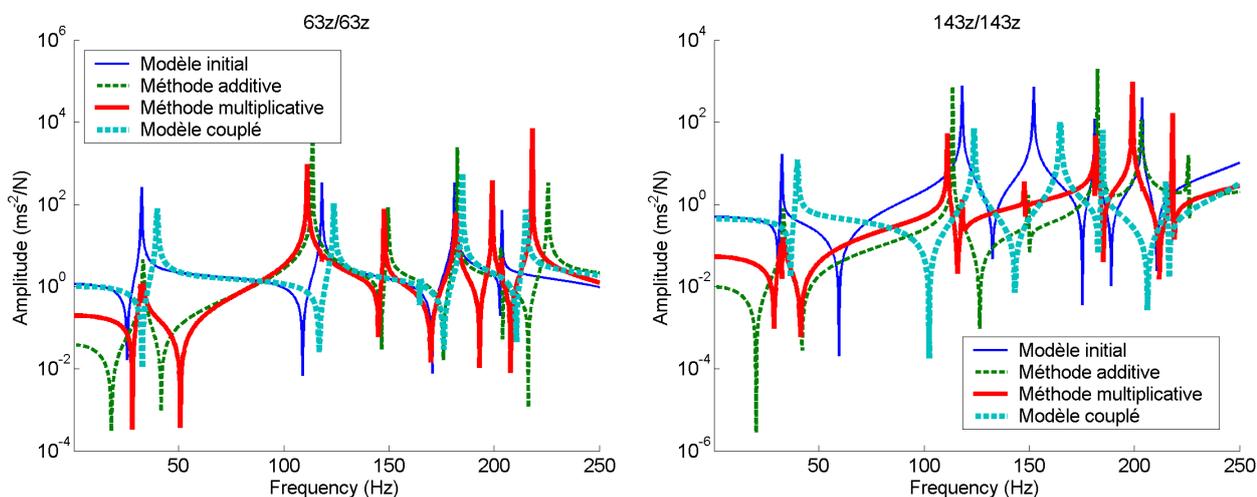


FIG. 3.16 – FRF aux points de références

L'ajout d'une nervure conduit à un raidissement notable de la structure, ainsi que l'attestent les résultats obtenus avec le modèle de la structure modifiée (fréquences propres plus élevées). Or, l'effet constaté après application des méthodes classiques semble plutôt correspondre à un ajout de masse sur la structure, puisque les fréquences prédites sont plutôt plus basses que les fréquences initiales. Ces effets s'expliquent par le choix des directions de mesure et la géométrie de la modification. Pour illustrer ces effets, les résultats de prédiction pour les modes 1 et 4 sont analysés.

Pour chacun de ces modes, les phénomènes mis en jeu pour obtenir le raidissement sont différents. La figure 3.17 montre les déformations de l'interface pour les modes 1 et 4. La comparaison visuelle de ces déformées permet de comprendre les résultats erronés de prédiction. Le mode 1 semble privilégier les déplacements d'ensemble de la modification, d'où une fréquence prédite plus faible que la fréquence initiale, puisque la modification n'est vue que comme un ajout de masse. Le mode 4 semble faire intervenir un mouvement de flexion de l'interface plus important, d'où le raidissement observé.

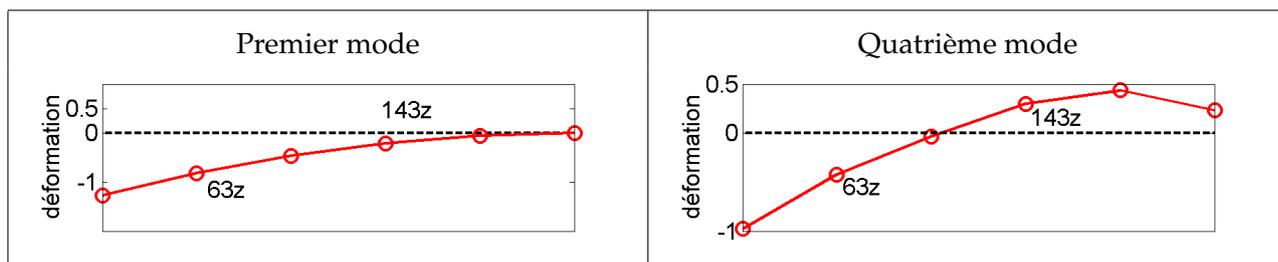


FIG. 3.17 – Déformées de l’interface des premier et quatrième modes de la structure initiale

Cependant, pour comprendre la nature de l’erreur commise, il faut analyser les fractions d’énergie dans la structure et la modification pour les modes des configurations initiale et modifiée. Le tableau 3.4 présente les fractions d’énergie pour la configuration initiale, et le tableau 3.5 les fractions d’énergie pour la configuration modifiée.

	Structure initiale		Modification	
	Membrane	Flexion	Membrane	Flexion
Mode n°1	0,0259	0,9741	0,9925	0,0075
Mode n°2	0,4705	0,5295	0,9947	0,0053
Mode n°3	0,3762	0,6238	0,9926	0,0074
Mode n°4	0,7856	0,2144	0,9905	0,0095
Mode n°5	0,4210	0,5790	0,9971	0,0029

TAB. 3.4 – Fractions d’énergie de déformation dans la structure initiale et la modification pour les déformations associées aux cinq premiers modes de la structure **non modifiée**

Dans ce cas, l’interface de la modification est soumise au déplacement correspondant au mode considéré. La fraction d’énergie relevée dans le tableau 3.4 est associée à cette déformation.

	Structure modifiée		Modification	
	Membrane	Flexion	Membrane	Flexion
Mode n°1	0,2763	0,7237	0,9068	0,0932
Mode n°2	0,6142	0,3858	0,8971	0,1029
Mode n°3	0,3583	0,6417	0,8035	0,1965
Mode n°4	0,7347	0,2653	0,7999	0,2001
Mode n°5	0,3597	0,6403	0,9690	0,0310

TAB. 3.5 – Fractions d'énergie de déformation dans la structure modifiée et la modification pour les déformations associées aux cinq premiers modes de la structure **modifiée**

Le premier mode est un mode de torsion avec une fraction d'énergie en membrane de l'ordre de 1 % avant la modification. L'ajout de la modification induit une forte évolution de cette fraction d'énergie qui passe à 30 %. Une bonne prédiction de ce mode demande donc une représentation correcte des effets de membrane qui est obtenue grâce au modèle local dans l'approche LMME SDM et ignorée dans les approches classiques.

Pour le mode 4 (deuxième mode de torsion) l'évolution de la fraction d'énergie en membrane est beaucoup plus faible (on passe de 60 % à 52 %). On a donc une meilleure estimation dès le départ, même si l'ajout de DDL supplémentaires améliore sensiblement le résultat.

Le cas numérique est donc doublement défavorable. La raideur de la modification en flexion est sensiblement moins importante que la raideur de traction/compression et seuls les mouvements liés à la flexion sont connus. L'obtention de résultats corrects en utilisant ces méthodes suppose une bonne compréhension des phénomènes liés au couplage des sous-structures. Un premier essai est donc nécessaire pour comprendre les phénomènes. Un second peut être impératif pour accéder à une information plus spécifique mais néanmoins indispensable pour bien estimer le comportement de la structure modifiée. À titre d'exemple, la figure 3.18 présente les résultats aux points de référence dans une configuration d'essai augmentée. Les résultats pour la prédiction de la fréquence et de la forme sont présentés dans le tableau 3.6. Dans cette configuration, les déplacements dans le plan de la plaque (effets de membrane) au niveau des deux extrémités de la modification sont connus. L'ajout de ces quatre points de mesure et la prise en compte des mouvements de membrane dans le couplage conduisent à une amélioration très nette de la qualité des résultats. La section 3.2.2 montre clairement que l'introduction du modèle local permet de s'affranchir de cet inconvénient. Les mouvements de membrane sont reconstruits par $[T_{It}]$, ce qui permet d'obtenir une prédiction très correcte.

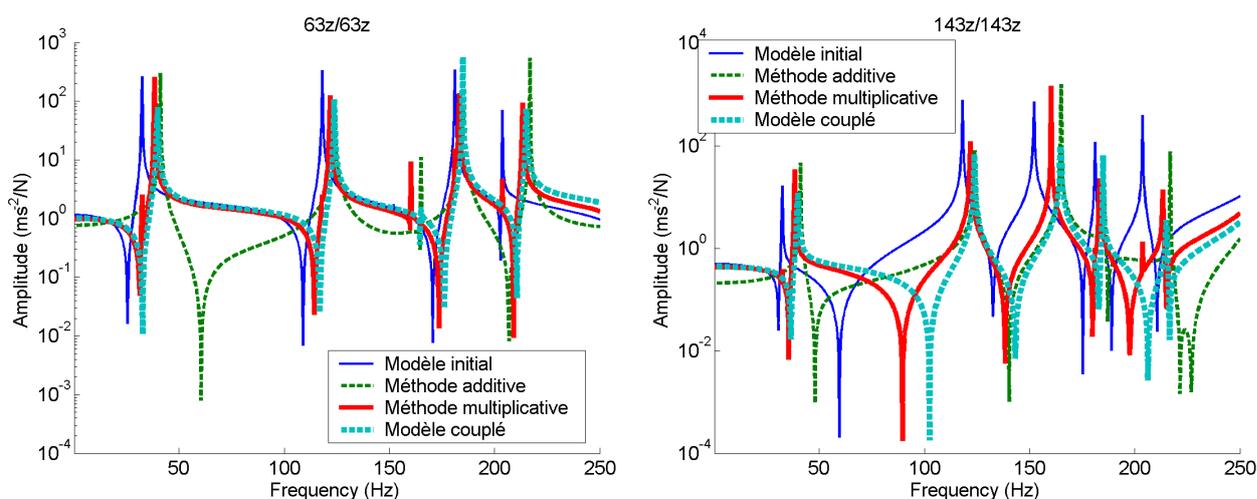


FIG. 3.18 – FRF aux points de références - Prédiction pour la configuration d'essai augmentée - Influence des DDL de membrane dans l'estimation du comportement de la structure modifiée

N° du mode	1	2	3	4	5
Structure initiale (Hz)	32,3	118,1	152,0	181,1	203,7
Structure modifiée (Hz)	39,7	123,8	164,8	184,9	215,1
Méth. add. (Hz / MAC)	41,1 / 1,00	123,9 / 1,00	164,9 / 1,00	185,4 / 0,99	216,8 / 0,99
Méth. mul. (Hz / MAC)	38,3 / 1,00	121,7 / 0,99	160,3 / 1,00	183,3 / 1,00	213,3 / 0,99

TAB. 3.6 – Résultats de prédiction pour la configuration augmentée par les déplacements de membrane

Le second point soulevé par les résultats présentés concerne les différences entre les deux méthodes. D'un point de vue formel, les relations obtenues à la section 2.2 montrent pourtant l'équivalence entre les deux approches. Les différences illustrées dans cette section proviennent de la construction des modèles de synthèse retenus pour la structure de base. Les deux modèles utilisés sont des modèles tronqués. La construction de la matrice de FRF est basée sur un nombre important de modes libres de la structure auxquels viennent s'ajouter les modes de correction statique. Pour être tout à fait exacte, la construction de cette matrice aurait nécessité le calcul direct des réponses, ou la prise en compte de tous les modes de la structure. Cette construction est coûteuse, et la précision reste liée à la discrétisation du modèle EF. Pour corriger les effets de la troncature modale, toutes les corrections statiques associées aux points de mesure ont été ajoutées au modèle modal, comme il a été précisé à la section 3.2.1. Ces corrections rendent compte de l'effet basse fréquence des modes non pris en compte dans

la base modale. En appliquant la méthode multiplicative, l'effet des modes hautes fréquences est pris en compte, et répercuté sur la prédiction du comportement. Dans la construction du modèle modal utilisé pour la méthode additive, seules les corrections statiques associées aux points d'excitation ont été prises en compte. La prise en compte de l'ensemble des termes de correction statique et d'une base modale augmentée conduit à l'obtention de courbes quasiment superposables, comme l'illustre la figure 3.19.

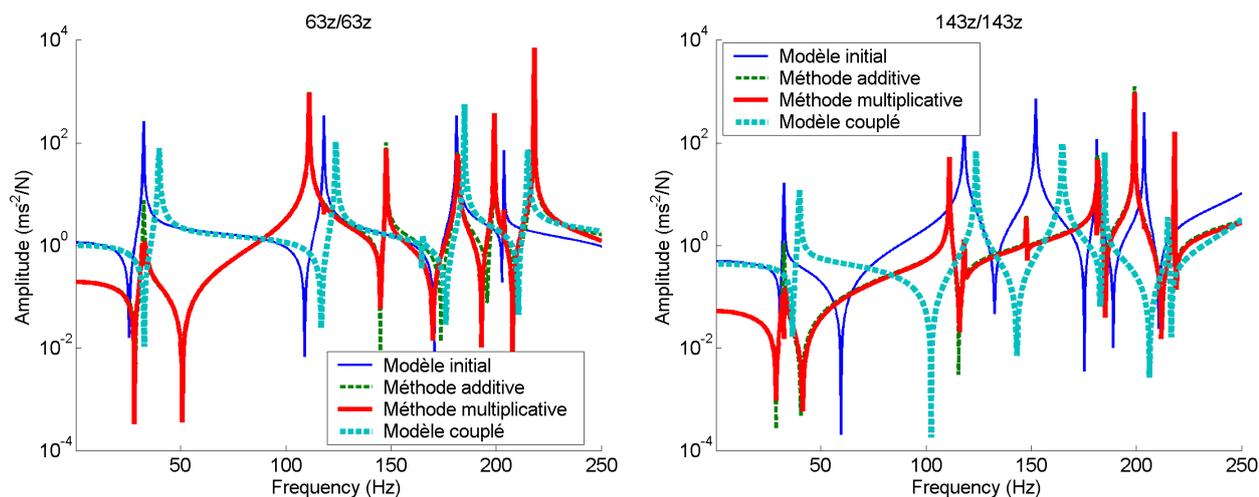


FIG. 3.19 – FRF aux points de références - Influence de la troncature modale dans la prédiction du comportement

Le dernier point illustré par les différents résultats est le problème du conditionnement rencontré lors de l'application de la méthode multiplicative. Autour des résonances du système non couplé, la matrice des FRF liée au problème non couplé est pratiquement singulière. Ce mauvais conditionnement explique l'apparition de pic "fantômes" sur les FRF du problème couplé (voir [79]). La FRF $143\bar{z} - 143\bar{z}$ présentée à la figure 3.16 montre clairement ce phénomène, particulièrement autour du deuxième mode (122 Hz). Ce problème ne constitue pas une difficulté majeure, sauf lorsque ce phénomène apparaît dans la zone d'influence d'un mode du système couplé. L'identification des formes modales peut alors s'avérer délicate.

3.2.4 Conclusions

Le démonstrateur numérique introduit à la section 3.2.1 permet d'illustrer les difficultés rencontrées dans certains cas par les approches classiques des méthodes SDM. Même si de nombreuses références présentent des applications où une bonne prédictibilité est obtenue (voir [77] par exemple), l'application de ces méthodes reste délicate. La section 3.2.3 montre que les résultats obtenus ne sont pas

satisfaisants. Malgré une densité de mesure importante, le manque d'informations pertinentes sur l'ensemble des déplacements permettant de décrire correctement les déformations de l'interface est clairement illustré. La prise en compte de mesures supplémentaires améliore nettement la qualité des résultats, même si, en pratique, de tels essais n'auraient pu être réalisés, en particulier l'application d'un effort dans les directions du plan au niveau du point situé au milieu de la plaque de base (voir la figure 3.9).

Les évolutions proposées, en revanche, permettent d'exploiter complètement l'information disponible et de reconstruire les données manquantes. Les résultats obtenus sont très bons et l'influence de la modification sur les cinq premiers modes est très correctement prédite, même si l'application de la LMME-SDM et l'interprétation des résultats demandent une attention particulière. La réalisation d'un modèle local et la sélection optimale du nombre de vecteurs de la base d'expansion constituent des points centraux de l'étude. La mise en œuvre dans un cas simple a été présentée, et les outils d'analyse des résultats ont été introduits à la section 3.2.2. Ces points seront encore développés dans la suite pour mieux appréhender tous les aspects de la méthodologie. Il ressort que les étapes importantes de la reconstruction des mouvements sont soulignées par les différents indicateurs, même si l'automatisation de la sélection reste difficile. Lorsque les indications fournies par les différents indicateurs ne permettent pas de déterminer de manière immédiate et unique un optimum, l'utilisateur devra à chaque étape s'assurer de la validité des opérations réalisées et de la cohérence des résultats obtenus. Ces vérifications *a posteriori* seront toujours recommandées pour assurer la validité de la prédiction.

Enfin, le cas présenté ici ne permet pas d'illustrer les aspects liés à l'observation des mesures. Pour assurer la comparaison avec les méthodes classiques, la coïncidence entre les DDL du modèle local et les mesures a été imposée. D'autre part, pour justifier de la viabilité de la méthode dans un contexte industriel, la sensibilité aux sources d'erreurs connues (bruits de mesures, erreurs d'identification, etc.), mais aussi introduites par le modèle local (géométrie, propriétés physiques, etc.) et la base d'expansion, est analysée dans le chapitre 4.

Chapitre 4

ÉTUDES DES FACTEURS INTERVENANT DANS LA PRÉDICTION PAR LMME-SDM

La LMME-SDM autorise le couplage d'un modèle de synthèse de la structure expérimental et d'un modèle numérique de la modification via un modèle support pour l'expansion. Les études numériques présentées ici rendent compte des principales sources d'erreurs liées à la méthode et à la construction du modèle local.

Le démonstrateur numérique introduit à la section 3.2.1 sera utilisé comme support des études de sensibilité présentées dans ce chapitre. Pour respecter le cadre d'application des méthodes de modification structurale, deux conditions sont imposées pour les simulations d'analyse modale expérimentale.

- Seul le sous domaine correspondant au quart de la structure complète recevant la modification est supposé accessible pour la mesure. Cette condition représente les difficultés d'accessibilité rencontrées dans le cadre d'analyses modales *in situ*. Dans un environnement industriel, le matériel étudié est souvent couplé aux équipements voisins. Il est en général impossible d'instrumenter totalement l'ensemble de ces structures. Le comportement mesuré est donc différent du comportement de la structure isolée. Pour représenter l'influence de structures adjacentes, un sous domaine restreint de la structure complète a été instrumenté.
- Seule la direction normale à la plaque de base est instrumentée. Les mesures utilisées dans le cadre de la modification structurale sont généralement réalisées pour établir un diagnostic sur le problème rencontré. L'information recueillie est incomplète, mais doit permettre de détecter un problème sur la structure.

Les spécificités de chacune des configurations particulières seront présentées au début de chaque section.

4.1 Influence de la configuration de mesure

Pour discuter de l'influence de la configuration des capteurs sur le sous domaine instrumenté, plusieurs paramètres sont pris en compte. La LMME-SDM s'appuie sur un processus d'expansion de données pour reconstruire les informations manquantes. En ce sens, le nombre de capteurs utilisé, ainsi que leur disposition sur la structure peuvent avoir une influence. Les configurations de mesure retenues pour cette section sont présentées sur la figure 4.1. Le maillage expérimental est présenté en gras, superposé à la représentation du maillage du modèle local. Pour cette étude, seules les mesures dans la direction normale à la plaque de base sont disponibles. Les points de mesure et les nœuds du modèle local utilisés pour la construction de $[C_{tL}]$ sont représentés par des cercles.

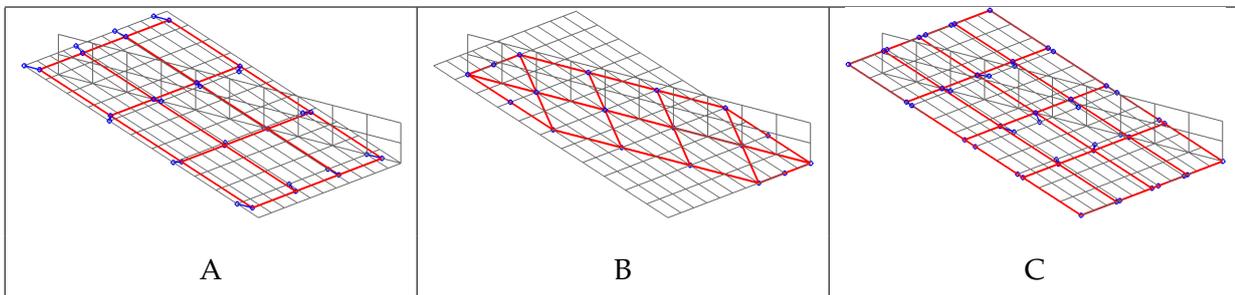


FIG. 4.1 – Configurations retenues

Les configurations A et B permettent d'illustrer l'influence de la disposition des points de mesure sur la structure. Le nombre de points de mesure dans chacun des deux cas est sensiblement équivalent (16 points pour la configuration A, 18 pour la configuration B). La configuration A est régulière, définie sur un sous domaine assez large par rapport à la zone d'interface. Aucune mesure n'a été réalisée directement sous l'interface. La configuration B est plus spécifique. Le maillage est encore régulier, mais ne respecte pas la géométrie du domaine instrumentable. Cette configuration est *a priori* idéale pour la mise en œuvre des méthodes classiques, si l'on excepte la non prise en compte des mouvements de membrane. Six mesures ont été réalisées au niveau des points de couplage. Deux lignes parallèles à la modification ont aussi été instrumentées pour permettre l'interpolation de la rotation sous l'interface. La configuration C reprend la régularité de la configuration A et permet d'analyser l'influence du nombre de points de mesure indépendamment de la régularité du maillage.

Les résultats présentés sur la figure 4.2 concernent la prédiction du quatrième mode propre. La présentation des résultats reprend la forme utilisée à la section 3.2.2. Dans la mesure du possible, cette forme sera utilisée pour analyser l'évolution des différentes grandeurs d'intérêt.

Le premier résultat concerne la détection de la base de reconstruction optimale. Dans le cas du maillage B, les évolutions des indicateurs Δ_{E_M} et Δ_{E_K} ne rendent pas compte des étapes importantes de la reconstruction. L'étape critique correspondant à l'introduction du septième vecteur de

$[\Phi_{Lg}]$ n'est pas détectée. Les évolutions comparées des IERI ne fournissent pas non plus d'indications complémentaires, et la détermination d'un optimum est excessivement délicate. Les indicateurs C/D ne permettent pas de pallier les manques des IERI.

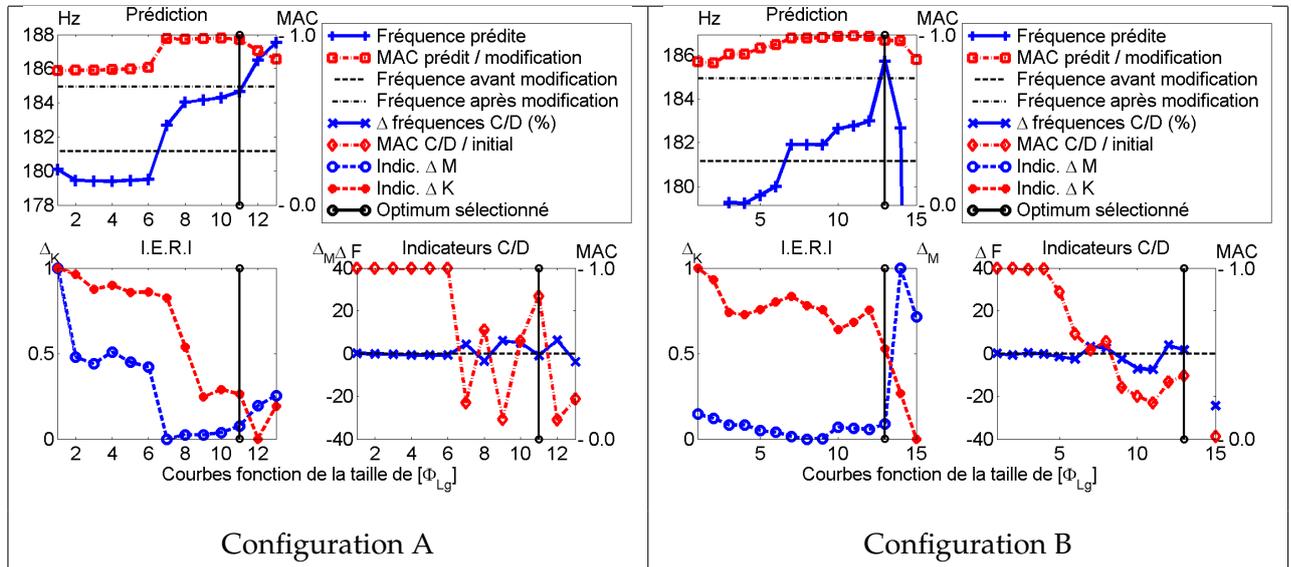


FIG. 4.2 – Influence de la disposition des points de mesure - Cas des configurations A & B

Un maillage moins dense mais plus régulier (cas A) permet d'améliorer sensiblement le comportement des IERI. Les étapes importantes dans la reconstruction des mouvements de l'interface sont correctement détectées par les sauts importants correspondant à l'introduction des septième et neuvième vecteurs. Les évolutions sont plus délicates à interpréter à partir du neuvième mode, et l'analyse des résultats du test de C/D permet la détermination du nombre de vecteurs adéquat à retenir.

À l'optimum sélectionné, le comportement prédit à partir de la configuration A est bien estimé. Le décalage en fréquence est bien évalué et le MAC est voisin de 1. Dans le cas de la configuration B, le résultat de la prédiction est également bien prédit, mais l'optimum retenu prête à discussion. La configuration A autorise un choix sûr, alors que pour la configuration B, rien *a priori* ne permet d'évaluer la qualité de l'expansion. L'optimum retenu correspond au meilleur compromis autour du croisement des évolutions des IERI, mais rien n'assure la reconstruction correcte des déplacements de l'interface.

L'explication de ce phénomène vient de la construction des indicateurs énergétiques par rapport à la configuration de mesure retenue. L'utilisation de l'expansion statique dans le cas particulier de la configuration B ne permet pas de reconstruire efficacement les déplacements sous l'interface. En particulier, la courbure dans la direction orthogonale à l'interface est très mal estimée. Cette courbure est sous estimée du fait de la disposition des capteurs près de l'interface. L'information potentiellement disponible sur le reste de la structure ne peut pas être exploitée pour estimer cette courbure.

Il est important de noter que ce phénomène n'apparaît pas dans le cas du maillage A. La régularité du maillage capteur ne semble donc pas avoir d'influence notable sur la qualité intrinsèque du résultat, puisqu'il semble toujours possible d'arriver à une prédiction correcte, mais elle s'avère déterminante dans la construction des indicateurs énergétiques et la recherche de la base d'expansion optimale. La régularité du maillage capteur influence particulièrement l'expansion statique.

Ces premiers résultats sont importants dans le cadre d'une application industrielle. Un essai réalisé pour établir un diagnostic couvre généralement l'ensemble du domaine instrumentable de la structure. Un tel essai sera donc exploitable par la LMME-SDM, même si la densité de points de mesure est faible.

Cependant, en comparant les résultats avec ceux obtenus dans une configuration nettement plus dense (3.13), il semble que les indicateurs soient sensibles au nombre de points de mesure. Pour vérifier cette hypothèse, la comparaison entre les configurations A et C est présentée. Ces deux configurations sont régulières et doivent permettre de décrire le comportement du sous domaine instrumenté. La différence sensible entre les deux configurations est le nombre de capteurs utilisés, puisque dans ce cas, 25 points de mesure ont été simulés, contre 16 dans la configuration A. Pour ne comparer que l'influence du nombre de mesures sur la structure sans trop influencer la reconstruction, la configuration C ne présente pas de points de mesure sur l'interface.

Les résultats de prédiction du quatrième mode de la structure complète sont présentés sur la figure 4.3.

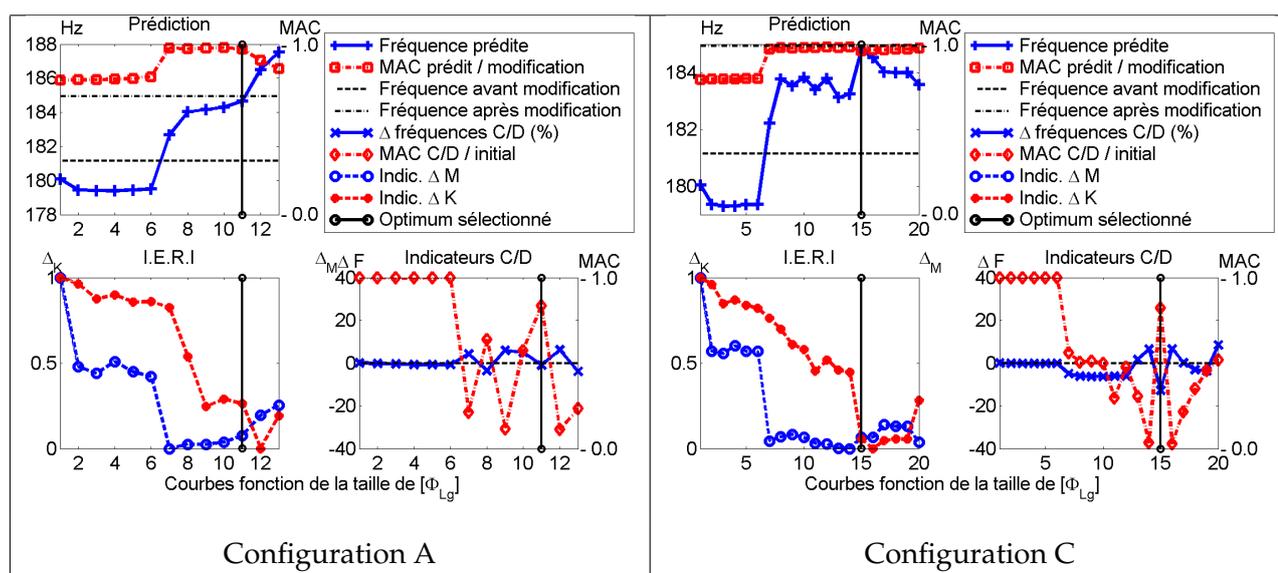


FIG. 4.3 – Influence du nombre de points de mesure - Cas des configurations A & C

L'augmentation du nombre de points de mesure stabilise nettement le comportement des IERI et permet d'affiner très nettement le comportement de l'indicateur C/D. Jusqu'à une taille de $[\Phi_{Lg}]$ de 6, le comportement de l'interface est mal représenté, et l'influence de la modification semble nulle. Le comportement de l'indicateur C/D, comparé aux fortes valeurs des IERI, indique nettement cette tendance. Par contre, dès l'apparition dans la base de vecteurs autorisant une reconstruction efficace, on observe une dégradation des résultats de ce test, notamment en terme de MAC. L'erreur relative sur la fréquence propre reste raisonnable.

L'introduction du mode capital pour la reconstruction est, encore une fois, très visible sur le comportement des IERI à travers la chute très nette de Δ_{E_K} . La régularité ne semble pas dégradée, puisque Δ_{E_M} reste stable. Idéalement, on observe aussi une nette amélioration du MAC sur le test de D/C, bien que l'erreur en fréquence augmente un peu. Cet ensemble de facteurs détermine néanmoins indiscutablement le point remarquable dans l'évolution des différents indicateurs. Ce point coïncide aussi avec l'optimum de la prédiction sur la plage de variation retenue pour la taille de la base d'expansion.

À l'optimum, cependant, l'estimation du comportement de la structure complète n'est pas sensiblement améliorée. La prédiction obtenue avec la configuration A est déjà très bonne. L'information disponible dans les 16 mesures est suffisante pour obtenir une évaluation correcte du comportement couplé. L'augmentation du nombre de capteur permet cependant de faciliter la construction et la détection de la base d'expansion optimale pour la LMME.

4.2 Perturbations sur le modèle de synthèse

Cette section illustre l'influence des erreurs sur le modèle expérimental utilisé pour prédire le comportement de la structure modifiée. Ce modèle est obtenu par une série d'étapes, toutes sources possibles d'erreurs.

Les réponses sont mesurées par des capteurs qui ne sont pas forcément bien placés ou orientés. Ces erreurs ne seront pas modélisées ici. Les capteurs ne sont pas toujours parfaitement calibrés, ce qui induit également des erreurs.

Un signal temporel est mesuré et par traitement des signaux mesurés, on obtient des fonctions de transfert. Les étapes de traitement du signal ne sont valides que si un certain nombre d'hypothèses sont vérifiées : la linéarité de la structure, la décorrélation du signal d'entrée et des perturbations présentes lors l'essai, un choix de paramètres adaptés, etc. La vérification approximative de ces hypothèses induit des erreurs supplémentaires.

Une phase non-linéaire d'identification permet de passer des fonctions de transfert estimées à un modèle paramétrique linéaire. Puis une phase supplémentaire d'approximation conduit à un modèle réciproque basé sur les modes réels, n'incluant pas les termes résiduels (voir à ce sujet [6]), qui est effectivement utilisé pour réaliser les prédictions couplées.

Cette section a pour objectif d'analyser la stabilité des prédictions LMME-SDM en présence d'erreurs sur le modèle modal utilisé pour la synthèse. La section 4.2.1 motive les modèles d'erreur retenus. Les sections suivantes comparent les effets des erreurs additives et multiplicatives (section 4.2.2), évaluent l'influence d'erreurs sur la masse généralisée (section 4.2.3) ou de perturbations liées aux modes voisins (section 4.2.4). La section 4.2.5 montre enfin l'intérêt des processus régularisants de la méthode proposée.

Les résultats présentés dans cette section ont été obtenus à partir du modèle numérique du démonstrateur en considérant la configuration de mesure C présentée sur la figure 4.1. Les résultats obtenus à partir de cette configuration en l'absence de bruit sont bons et la détection de la taille optimale de $[\Phi_{Lg}]$ est aisée. L'analyse de l'influence des différents types de bruit considérés est ainsi facilitée.

4.2.1 Modèles d'erreur

La simulation de tous les effets conduisant à des erreurs dans le modèle de synthèse serait très complexe. Pour simplifier la construction du modèle perturbé et comprendre les effets des perturbations dans le processus de couplage, des modèles de bruits sont donc introduits sur les modes propres identifiés $[\Phi_{test}]$ de la structure initiale. La perturbation est introduite par l'intermédiaire d'une va-

riable aléatoire uniforme centrée Θ . Les écart-types présentés ne sont pas ceux associés à Θ , mais correspondent à un écart sur la norme des modes perturbés $[\Phi^b]$. Pour chacun des modèles de bruit considérés, et pour chaque mode, on appellera “écart-type” les valeurs de σ telles que l’on ait

$$\left\| \{\phi\}_j - \{\phi^b\}_j \right\|_2 \leq \sigma. \quad (4.1)$$

Les courbes présentées sur les figures 4.4 et 4.7 rendent compte de la moyenne et de l’écart-type de la distribution des résultats de prédiction pour le quatrième mode propre. Les courbes représentant les écart-types correspondent à $\bar{x} + 3\sigma_+$ et $\bar{x} - 3\sigma_-$.

- \bar{x} est la moyenne de la distribution,
- σ_+ est l’écart-type de la partie de la distribution à valeur supérieure à la moyenne,
- σ_- est l’écart-type de la partie de la distribution à valeur inférieure à la moyenne.

Chaque courbe est obtenue à partir d’un échantillon de 1000 tirages. La moyenne de la distribution est tracée en gras. La prise en compte de σ_+ et σ_- est justifiée par le caractère non linéaire du processus de LMME-SDM au niveau de l’expansion d’une part et du calcul de mode d’autre part.

On va considérer ici quatre modèles d’erreur

- *Perturbations “additives”*

Ce modèle rend compte des bruits de différentes origines introduits dans la chaîne de mesure. Ce modèle cherche à rendre compte des perturbations “fixes” aléatoires rajoutées aux signaux introduits dans l’analyseur FFT. Ce bruit peut être lié aux capteurs disposés sur la structure, aux systèmes d’excitation de la structure, ou encore aux câbles.

Pour rendre compte de l’aspect “additif” de ces perturbations sur le signal, un modèle a été construit. Pour des amplitudes de signal importantes, l’influence d’un tel bruit est pratiquement nulle. En revanche, pour des niveaux de signal très bas, voir nuls, le signal traité par l’analyseur FFT est pratiquement uniquement constitué de bruit. Cet effet est répercuté sur les FRF. Sur un mode identifié, pour un point de mesure donné, l’influence du bruit est d’autant plus importante que le déplacement est faible. D’autre part, les perturbations affectant les différentes mesures sont supposées décorréelées. Les modes propres perturbés, avant normalisation selon (4.1), s’écrivent

$$[\Phi_{ij}^b]_{test} = [\Phi_{ij} + \Theta_{ij}]. \quad (4.2)$$

- *Perturbations “multiplicatives”*

Les perturbations modélisées avec le modèle “multiplicatif” sont liées au comportement de la structure. Dans le cas d’erreurs de calibrage ou de faible non linéarités, l’impact sur les modes identifiés de la structure est vu comme une perturbation aléatoire, proportionnelle à l’amplitude du signal mesuré.

Pour modéliser ce comportement, les modes perturbés, avant normalisation selon (4.1), s'écrivent

$$\left[\Phi_{ij}^b\right]_{test} = [\Phi_{ij} (1 + \Theta_{ij})]. \quad (4.3)$$

- *Erreur d'identification de la masse généralisée*

La masse généralisée donne la norme des modes expérimentaux. Elle est déterminée sur les fonctions de transfert colocalisées seules et est donc souvent connue avec une précision faible. Or, une erreur sur la norme des modes induit directement des erreurs dans les niveaux de ces modes dans les transferts utilisés pour la prédiction de modification structurale. On s'attend donc à une influence importante de ce paramètre.

Le modèle d'erreur retenu s'exprime très simplement, puisqu'il s'agit simplement de la normalisation du mode identifié. Le modèle perturbé, avant normalisation selon (4.1), s'écrit

$$\{\phi_j^b\}_{test} = \{\phi_j (1 + \Theta_j)\}. \quad (4.4)$$

- *Influence des modes voisins*

Le dernier modèle d'erreur retenu pour cette étude concerne les cas où l'identification des modes est réalisée par appropriation [14] ou est rendue difficile par une grande densité modale, ou une mauvaise séparation.

Lorsque les fréquences propres de modes distincts sont proches, l'identification correcte des résidus est difficile. Les modes identifiés ne vérifient pas forcément les relations d'orthogonalité. Chaque déformée est alors perturbée par la déformée des modes voisins. Les modes perturbés, avant normalisation selon (4.1), s'écrivent

$$\{\phi_j^b\}_{test} = \{\phi_j\} + \sum_{l \neq j} \frac{\Theta_l}{\|\omega_l^2 - \omega_j^2\|} \{\phi_l\}. \quad (4.5)$$

4.2.2 Erreurs additives et multiplicatives

Pour les perturbations additives et multiplicatives, trois séries de tirages ont été effectuées pour trois écart-types différents (définis selon (4.1)) : 1, 2 et 5 %. La variable aléatoire est à distribution normale sur un intervalle $[-\alpha; \alpha]$. La valeur de α est déterminée en fonction de l'écart-type pour que la relation (4.1) soit respectée. Ces niveaux de bruits correspondent à des perturbations vraisemblables qui n'impactent pas radicalement les déformés des modes perturbés. Des écart-types plus importants ne permettent plus d'associer visuellement les déformées des modes perturbés avec les déformées initiales. Les déformations sont très chahutées et de tels résultats ne seraient pas acceptés dans une analyse modale expérimentale, et ne seraient donc pas conservés dans le cadre d'une utilisation des méthodes de SDM.

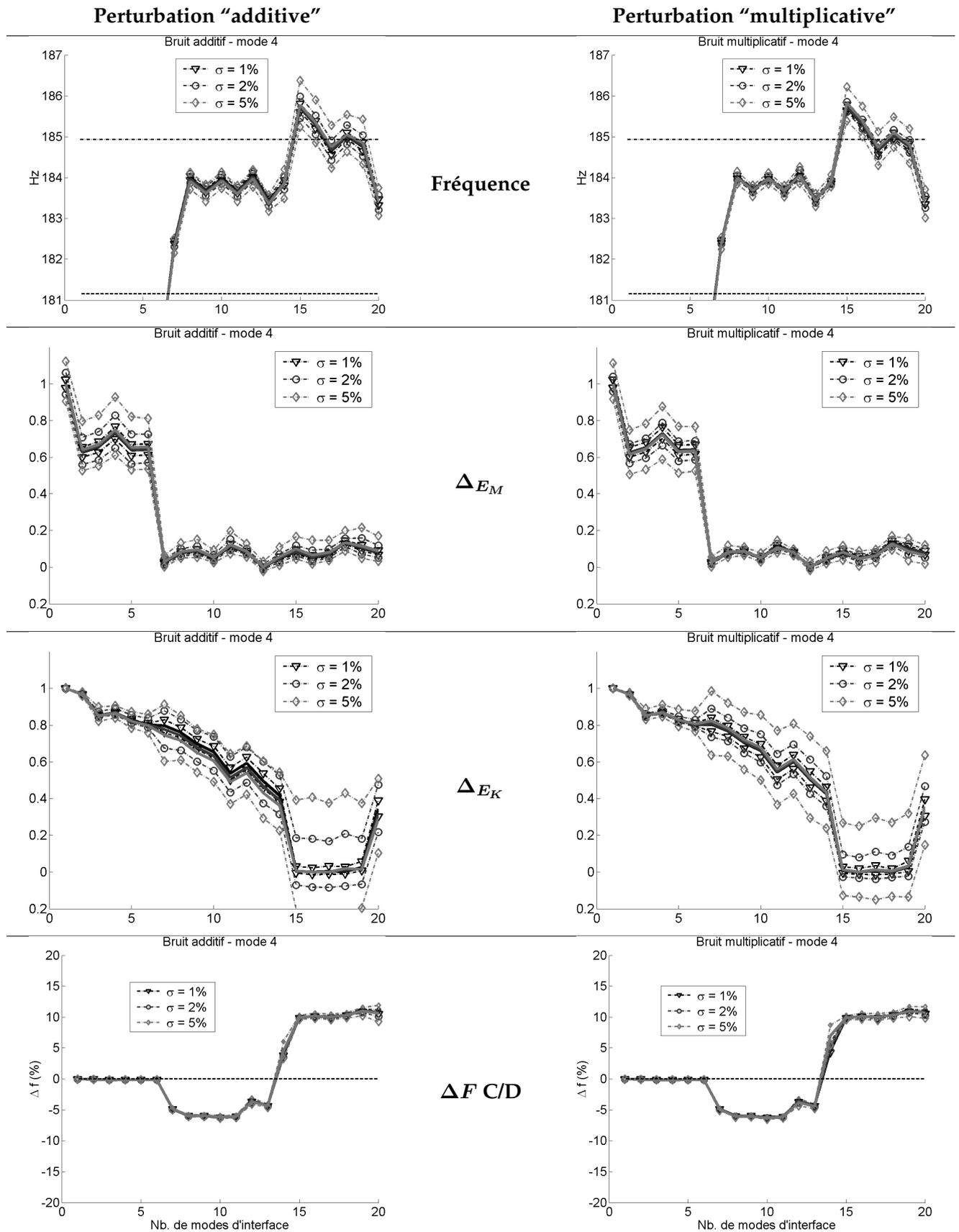


FIG. 4.4 – Influence des perturbations “additive” et “multiplicative” sur la prédiction en fonction de la taille de $[\Phi_{Lg}]$ - Quatrième mode

Les deux modèles de perturbation présentent quelques caractéristiques communes sur le comportement de la LMME-SDM. En premier lieu, il apparaît que l'influence de la perturbation est d'autant plus sensible que la taille de $[\Phi_{Lg}]$ augmente. Ce résultat est attendu, puisque plus la taille de $[\Phi_{Lg}]$ augmente, plus l'observation du résultat de l'expansion par $[C_{tL}]$ coïncidera avec les mesures. L'erreur sera alors d'autant plus répercutée sur les déplacements de l'interface, venant perturber le processus de couplage. Il ressort également que, en moyenne, les résultats sont similaires à ceux présentés sur la figure 4.3 (configuration C), obtenus en l'absence de bruit.

Les évolutions des indicateurs énergétiques montrent des résultats intéressants. Les sensibilités des deux indicateurs à la justesse et à la régularité de l'expansion ressortent de manière très nette. À la section 3.2.2, Δ_{EM} a été présenté comme étant plus sensible à la régularité de la reconstruction sous l'interface, alors que Δ_{EK} indiquait plutôt la justesse de la reconstruction. Ces observations sont confirmées sur la figure 4.4. En augmentant la taille de $[\Phi_{Lg}]$, la LMME tend à se comporter comme l'expansion statique. En choisissant un indicateur construit sur l'énergie cinétique de la modification, c'est la qualité globale de l'expansion qui est jugée. Naturellement, en se rapprochant du résultat de l'expansion statique, le résultat est meilleur, la dispersion des valeurs de Δ_{EM} va donc diminuer. En revanche, en choisissant un indicateur basé sur l'énergie élastique, l'influence des déformations locales sera prédominante dans le résultat. Aussi, la dispersion autour de Δ_{EK} va augmenter. En quelque sorte, Δ_{EM} est caractéristique de la moyenne du résultat, alors que Δ_{EK} est représentatif de l'écart-type de la reconstruction.

Par construction de l'indicateur de couplage/découplage, l'évolution des résultats du test de C/D doit être peu influencée par les modèles de perturbation additive et multiplicative. L'estimation de l'influence de l'ajout puis du retrait de la modification est réalisée à partir de la projection des modes étendus par LMME sur le maillage capteur. Les effets des perturbations sont donc quasiment transparents sur le processus de couplage/découplage. Le critère sur le MAC n'a pas été représenté. La corrélation est réalisée entre le mode "test" perturbé et le mode obtenu par "double" LMME. L'amplitude des perturbations est relativement faible et n'impacte pas la comparaison entre les deux déformées. Les résultats associés au MAC C/D ne sont pas présentés. Ils n'apportent aucune information particulière, puisque l'erreur se propage de la même manière que dans l'évolution de la fréquence, et l'analyse qui peut être faite est la même.

Les comportements de la LMME-SDM aux perturbations "additives" et "multiplicatives" montrent néanmoins des différences significatives. En particulier, une perturbation de type multiplicatif impacte plus fortement les résultats de la LMME-SDM. Pour les deux modèles de perturbation, la dispersion sur les modes propres est nettement amplifiée par l'ensemble du processus. La figure 4.5 présente l'évolution de l'écart-type moyen (i.e. $\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2}$) de la prédiction de la fréquence propre en fonction de la taille de $[\Phi_{Lg}]$.

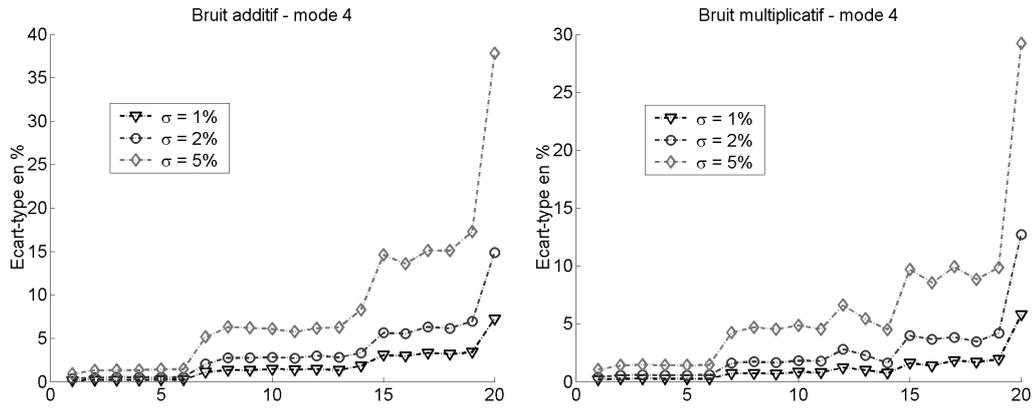


FIG. 4.5 – Ecart-type moyen de la prédiction de la quatrième fréquence propre - Amplification de la perturbation introduite sur la déformée du mode

Au niveau de l’optimum choisi aux quinze premiers vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ (voir la section 4.1), l’écart-type sur la prédiction est environ trois fois plus important pour une perturbation “additive” que “l’écart-type” introduit dans le modèle d’erreur, et pratiquement deux fois pour une perturbation “multiplicative”. L’explication réside au niveau du processus d’expansion. Les techniques utilisées dérivent d’un problème de minimisation sur un sous-espace par une méthode de moindres carrés (voir la section 2.3.2). Le mode étendu, minimisant la distance entre le mode perturbé et la projection des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ sur le maillage expérimental, sera lui aussi perturbé. L’interface peut alors présenter des déformations très locales et énergétiques. Cela revient à surestimer le travail de la modification sur la raideur, conduisant à une sur évaluation de la fréquence prédite. Le phénomène complémentaire peut aussi se produire. L’interface présente peu de déformations locales, mais un déplacement global plus important. L’énergie cinétique est alors surestimée, et la fréquence prédite nettement inférieure à la valeur attendue.

La différence provient de la construction des deux modèles. Le modèle multiplicatif impose un taux d’erreur équivalent, quelle que soit l’amplitude du déplacement mesuré. Le modèle additif impacte proportionnellement moins les points où les déplacements sont importants. Par définition, les techniques de moindres carrés vont donc être moins sensibles à ce type de bruit, d’où une amplification de l’erreur moins importante. Ce phénomène est également lié à la forme du mode considéré. La déformation du quatrième mode ne présente pas de fortes variations entre les déplacements minimaux et maximaux. L’effet de lissage sera donc plus important que l’effet de dispersion. Pour le premier mode, l’amplitude entre les déplacements extrêmes est plus importante. L’effet du bruit additif sera donc nettement moins pénalisant. La figure 4.6 illustre ce phénomène. Pour le premier mode, l’optimum est également atteint pour 15 modes. Dans ce cas, le facteur d’amplification $\left(\frac{\sigma_+ + \sigma_-}{2}\right) / \sigma$ obtenu est de l’ordre de 6 pour le bruit additif, et près de 10 pour le modèle multiplicatif.

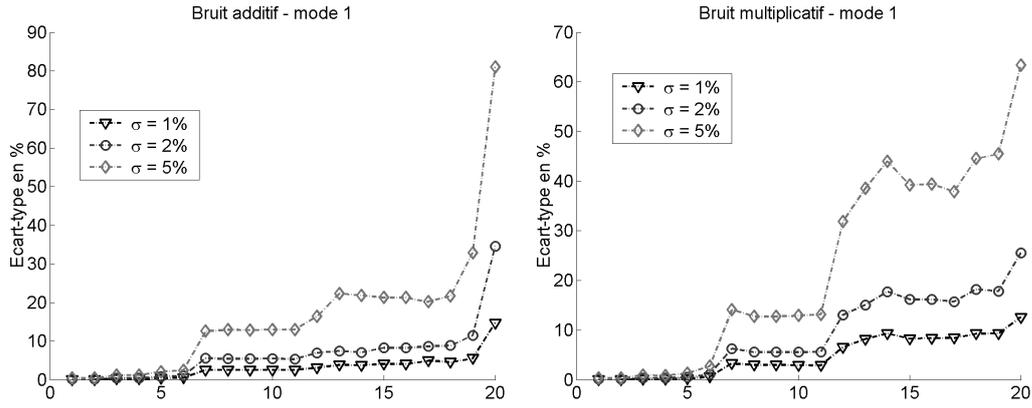


FIG. 4.6 – Ecart-type moyen de la prédiction de la première fréquence propre - Amplification de la perturbation introduite sur la déformée du mode

L'amplification provient de la nature de la construction du problème couplé. Le couplage entre la structure de base et la modification dérive de l'écriture de la continuité des déplacements et de l'annulation du travail des efforts à l'interface. Or, de même que la construction des matrices élémentaires dans le cadre de la méthode des éléments finis, ces conditions se traduisent sous la forme d'un couplage énergétique dans les matrices de masse et de raideur du problème couplé. Les termes $([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [M_{II}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}])$ et $([T_{It}] [\Phi_{test}])^T [K_{II}^M] ([T_{It}] [\Phi_{test}])$ dans les relations (3.20) et (3.22) sont respectivement homogènes à l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de la modification pour un déplacement de l'interface correspondant à $[T_{It}] [\Phi_{test}]$. Les perturbations introduites sur les déformées sont amplifiées par le caractère quadratique de la construction du problème couplé.

Une solution classique pour limiter l'influence de ce type de perturbations est de pondérer l'expansion par les propriétés mécaniques du modèle. La relation (2.56) minimise simplement la distance entre un vecteur de mesures $\{y_{test}\}$ et la projection d'une base de vecteurs $[T]$ par un observateur $[C]$. La relation (4.6) introduit une pondération par une matrice associée au modèle local

$$\{\eta_{réduit}\} = \text{ArgMin}_{\eta} \left(\|\{y_{test}\} - [C] [T] \{\eta\}\|^2 + \frac{\alpha}{2} \left(\{\eta\}^T [T]^T [X] [T] \{\eta\} \right) \right), \quad (4.6)$$

où $[X]$ correspond à la matrice de masse ou de raideur du modèle local. Cette approche présente certaines contraintes. La première est liée à l'introduction du paramètre α qui réalise la pondération de l'expansion. La seconde est liée aux caractéristiques du modèle local. Ce modèle n'est pas représentatif de la structure. Introduire une pondération de cette nature peut introduire un biais non maîtrisé en apportant une information non compatible avec le comportement mécanique de la structure testée. Cette approche n'a pas été retenue. Seule la régularisation à travers l'expansion par la LMME est intégrée dans le processus.

4.2.3 Erreurs sur la masse généralisée

La figure 4.7 présente les résultats pour l'erreur sur la masse généralisée, discutés dans cette section, et les résultats associés à l'erreur sur les modes voisins, discutés dans la section suivante.

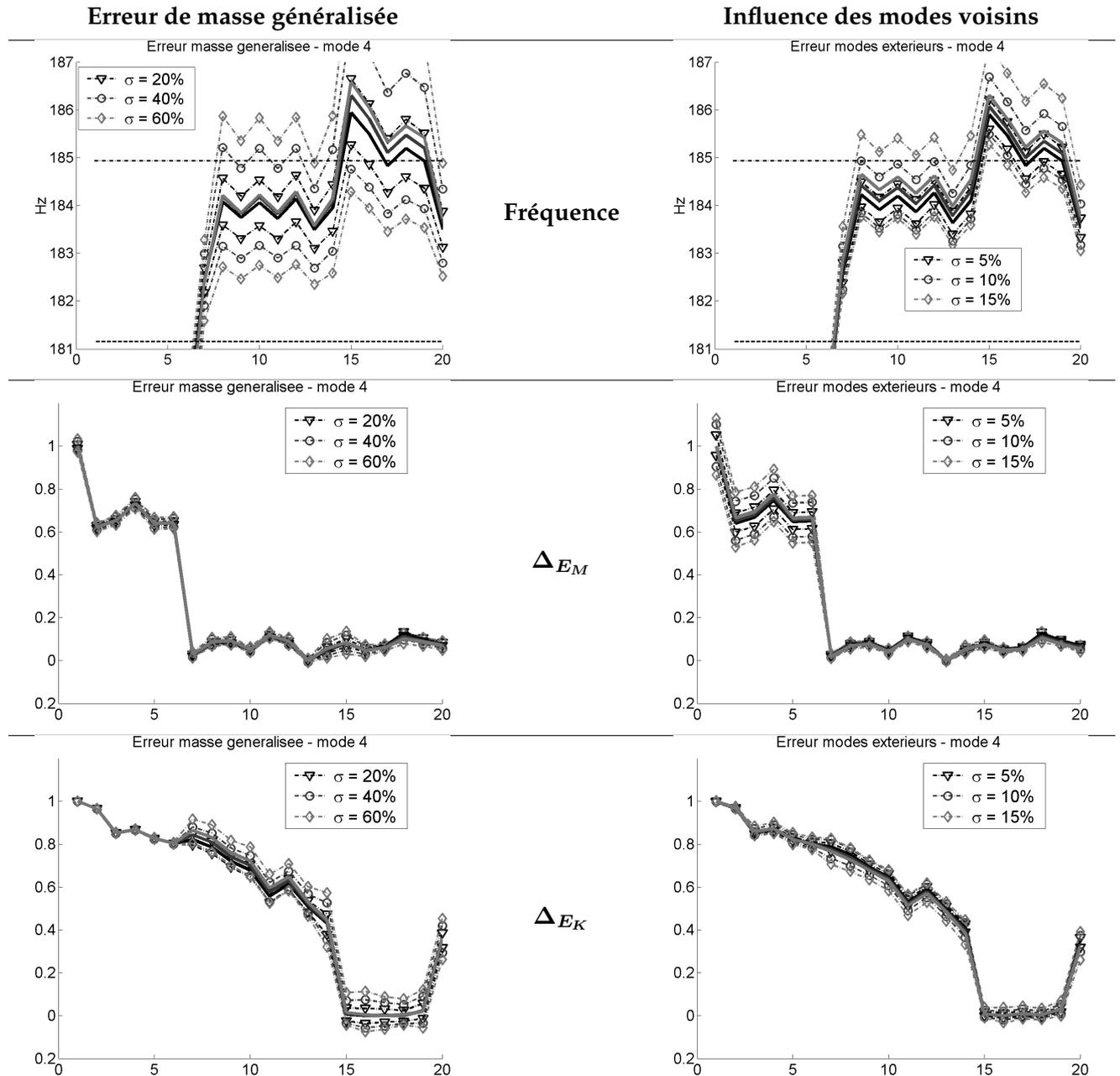


FIG. 4.7 – Influence des erreurs liées à l'identification des paramètres du modèle modal sur la prédiction en fonction de la taille de $[\Phi_{Lg}]$ - Quatrième mode

Les évolutions des indicateurs C/D ne sont pas présentées. De même que dans le cas des perturbations additives et multiplicatives, seule une très faible dispersion est observée. L'analyse ne présente pas d'intérêt particulier.

Les écart-types considérés sur l'erreur d'identification de la masse généralisée sont importants (20, 40 et 60 %) mais restent réalistes. Ce paramètre ne peut être déterminé qu'à partir des FRF particulières correspondant aux essais colocalisés, c'est-à-dire lorsque le point de mesure et le point d'application de l'excitation sont identiques et orientés dans les mêmes directions. La réalisation de ces deux conditions s'avère difficile en pratique. Les approximations qui sont faites peuvent alors conduire à des erreurs importantes lors de l'acquisition de ces FRF, introduisant un fort biais sur l'estimation des masses généralisées.

Les résultats présentés sur la figure 4.7 montrent que ce type d'erreur est très pénalisant pour la prédiction des résultats. De même que pour les modèles de perturbations "additives" et "multiplicatives", l'erreur se propage d'autant plus que la taille de $[\Phi_{Lg}]$ augmente et que le résultat de l'expansion, projeté sur $[C_{tL}]$, coïncide avec les mesures. Comme il s'agit uniquement d'un problème d'échelle sur l'amplitude de la déformée identifiée, cette erreur se propage très peu dans les indicateurs énergétiques.

De même que pour les autres types de perturbation, on peut également noter que l'impact de l'erreur sur la masse généralisée d'un mode sera d'autant plus important que le travail de la modification pour la déformation de l'interface correspondant à ce mode sera grand.

En supposant que seule la phase d'identification des données est la source de cette erreur, alors il est possible de la maîtriser en comparant la synthèse des FRF obtenues après identification avec les FRF mesurées. Un indicateur basé sur l'écart entre les FRF autour des résonances permettrait d'estimer l'erreur commise sur l'estimation de la masse généralisée. La relation (4.7) propose une solution [15]

$$ER_{ij}^k = \sqrt{\frac{\int_{\omega_k - \delta_k/2}^{\omega_k + \delta_k/2} (\|H_{ij}(\omega)_{test} - H_{ij}(\omega)_{estim}\|^2) d\omega}{\int_{\omega_k - \delta_k/2}^{\omega_k + \delta_k/2} (\|H_{ij}(\omega)_{test}\|^2) d\omega}}, \quad (4.7)$$

où $H_{ij}(\omega)_{test}$ est la FRF mesurée entre les points i et j , $H_{ij}(\omega)_{estim}$ est la même FRF obtenue par synthèse à partir des modes normaux. ER_{ij}^k évalue la distance relative entre les deux FRF, calculée sur une bande de largeur $\delta_k = 3\xi_k\omega_k$ autour du mode propre k . Cet indicateur permet entre autre de localiser les points dont les déplacements sont mal identifiés.

4.2.4 Erreurs proportionnelles aux modes voisins

Ce type d'erreur est important dans les essais par appropriation, mais l'amplitude caractéristique de ce modèle d'erreur est assez difficile à définir. Les écart-types considérés ici ont été choisis pour

introduire une composante significative des modes voisins, de sorte que l'impact soit sensible sur les déformées, tout en conservant l'appariement visuel avec les déformées non perturbées.

Le phénomène le plus intéressant montré par la figure 4.7 est le net décalage de l'évolution moyenne en fonction de l'écart-type imposé à la perturbation. Ce phénomène s'explique par la contribution des autres modes introduite par le modèle, et particulièrement le cinquième mode, le plus proche en fréquence. Ce mode est proportionnellement plus sensible à l'ajout de la modification. Le décalage relatif de la fréquence propre $(f_{ini} - f_{mod})/f_{ini}$ pour ce mode est de plus de 5%, alors qu'il est d'à peine 2% pour le quatrième mode. Du fait de la déformation de l'interface pour les deux déformées, la "perturbabilité" de la structure par la modification est plus importante pour le cinquième mode que pour le quatrième. L'introduction de ces composantes dans la déformée du premier mode tend donc à augmenter l'influence de la modification. Le résultat obtenu sur l'évolution de $\bar{x} - 3\sigma_+$ confirme cette tendance. Les évolutions pour les trois écart-types sont pratiquement superposées. Chaque courbe correspond à l'évolution de la prédiction de la première fréquence propre dans le cas non perturbé (voir figure 4.3, configuration C). Cette tendance est très nette pour les modes à l'extrémité de la bande, le premier et le cinquième. Les évolutions sont présentées sur la figure 4.8. Le deuxième mode est moins "perturbable" par la modification et minimise l'influence sur le premier mode. Les évolutions des différentes courbes représentant $\bar{x} + 3\sigma_+$ pour les trois écart-types sont alors pratiquement identiques. La même analyse peut être faite pour l'évolution du cinquième mode vis à vis du quatrième.

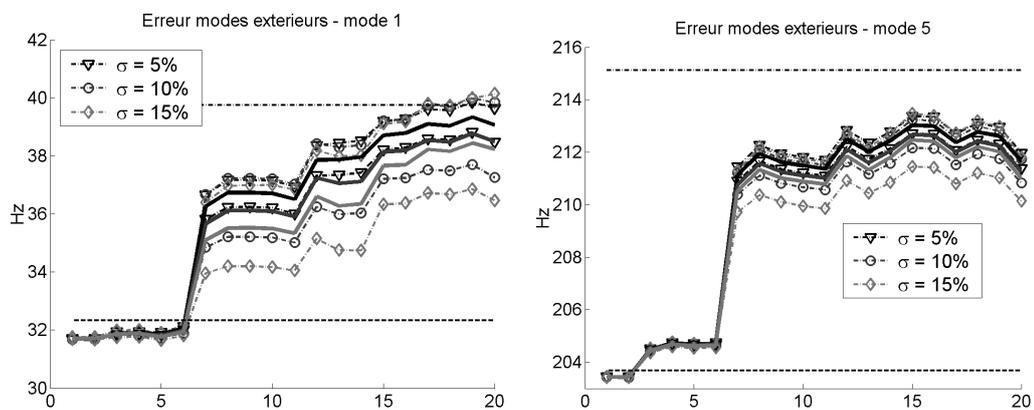


FIG. 4.8 – Influence des modes voisins dans la qualité de la prédiction - Exemple des modes 1 & 5

Les IERI répercutent l'influence de la perturbation. Les effets liés aux sensibilités différentes de Δ_{E_M} et Δ_{E_k} restent bien visibles. Les remarques réalisées sur le comportement de l'indicateur C/U restent valables pour ces deux modèles de perturbation.

4.2.5 Effets de régularisation dans la LMME-SDM

Dans tous les modèles d'erreur, à l'exception de celui affectant les masses généralisées, les indicateurs répercutent l'apparition d'un vecteur important dans la base $[\Phi_{Lg}]$. Ce résultat, très important, confirme que le choix des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ a un effet régularisant sur l'expansion. En réalisant une expansion statique, les mouvements de l'interface sont reconstruits le plus fidèlement possible, en assurant la coïncidence entre les déformées identifiées et la projection des "modes statiques" sur $[C_{tL}]$ (On entend par "modes statiques" les vecteurs obtenus en utilisant la relation (3.5)).

En présence de modes bruités, l'utilisation d'une expansion statique sans restriction du nombre de modes d'interface conduirait très probablement à une dispersion plus importante sur la prédiction des fréquences, due à l'utilisation de déformées plus "énergétiques" pour mieux représenter les déformées identifiées. Même si ce phénomène transparaît, la dispersion des valeurs des IERI avec l'augmentation de la taille de $[\Phi_{Lg}]$ confirme les différences entre l'expansion statique et la LMME.

Par construction, les vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ sont plus réguliers. On estime alors obtenir une meilleure régularité des déformations de l'interface obtenues par LMME. La figure 4.9 illustre ce propos en présentant les déformations résiduelles associées au premier mode. On entend par déformation résiduelle la déformée correspondant à la différence entre le résultat de l'expansion du mode perturbé et le résultat de l'expansion pour le mode initial, soit $\{\phi_{res.}\} = \{\phi\}_{expand} - \{\phi^b\}_{expand}$. Cette comparaison permet de visualiser la propagation de la perturbation dans le processus d'expansion. La déformée résiduelle associée à la LMME est nettement plus régulière que celle associée à l'expansion statique. La propagation de déformations très localisées, donc très énergétiques, est ainsi limitée, démontrant ainsi l'aspect régularisant du processus de LMME.

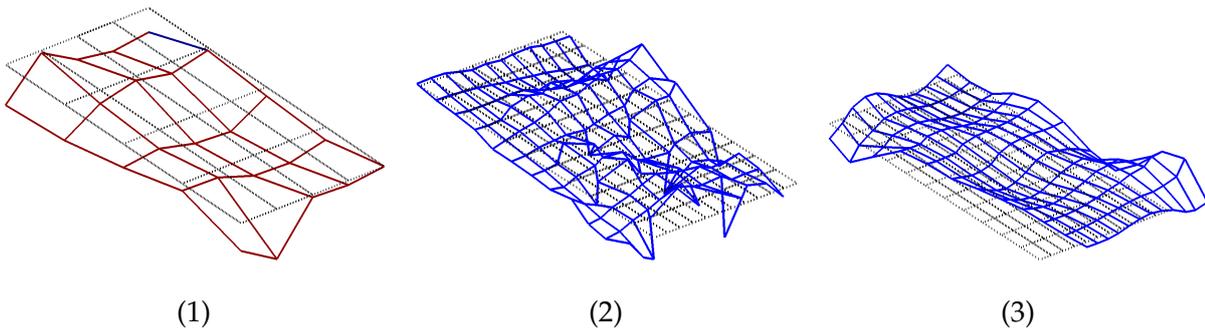


FIG. 4.9 – Déformées du déplacement résiduel entre les modes bruités et les modes initiaux - (1) : Perturbation sur la configuration de mesure - (2) : Résidu pour l'expansion statique - (3) : Résidu pour l'expansion par LMME

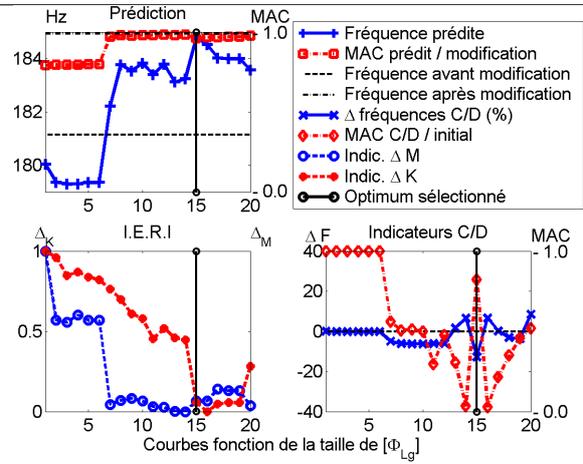
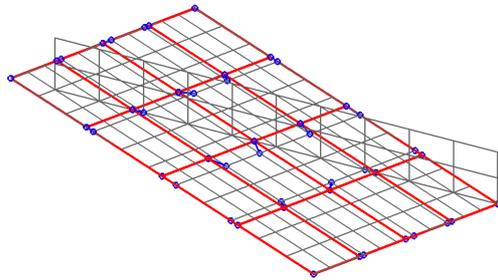
4.3 Influence de la géométrie du modèle local

Le modèle local permet la construction d'une famille de vecteurs réguliers $[\Phi_{Lg}]$ définis à l'interface de couplage. L'introduction du modèle EF de la modification rajoute une information *a priori* sur le comportement couplé de la structure. Pour le cas numérique étudié dans ce chapitre, seul un sous domaine restreint est supposé accessible par la mesure. Cependant, la connaissance de la géométrie globale de la structure peut être connue. Le modèle local peut alors ne pas se restreindre au seul sous domaine instrumenté de la structure. L'objet de cette section est de montrer l'influence d'une modélisation plus complète de la structure testée lorsque la connaissance expérimentale du comportement reste limitée.

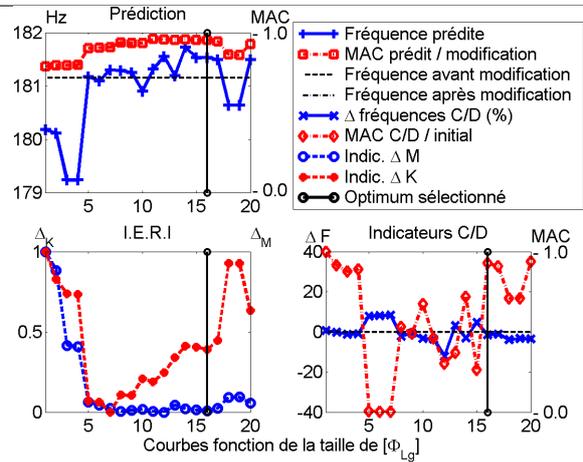
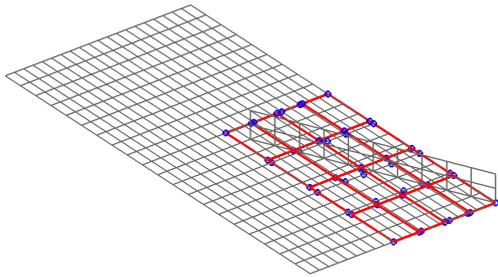
Pour cette étude, la configuration de mesure reste le maillage C défini à la figure 4.1. Les différentes géométries du modèle local sont présentées sur la figure 4.10. Le modèle local ML1 a été présenté à la section 3.2.1. Le modèle local ML2 suppose une connaissance de la géométrie externe de la structure instrumentée. Les bords tombants et le raidisseur en "T" placé sous la plaque de base ont été omis. Le modèle ML3 correspond au modèle EF de référence utilisé pour déterminer le comportement de la structure couplée. Les résultats de prédiction pour le quatrième mode sont présentés en parallèle sur la même figure.

Les tendances présentées sur la figure 4.10 montrent plusieurs résultats intéressants. Le premier résultat concerne la qualité de la prédiction. Les résultats obtenus en considérant le modèle ML1 sont bons, et les indicateurs de sélection permettent de détecter la taille de $[\Phi_{Lg}]$ optimale. Les prédictions réalisées avec les modèles ML2 et ML3 ne montrent pas d'amélioration significative de l'optimum de la prédiction. Une assez nette dégradation de la qualité de la prédiction est même observée, particulièrement dans le cas ML2. Il semble que l'introduction d'information définie en dehors du sous domaine instrumenté ne soit pas correctement prise en compte, même dans le cas d'une information très pertinente (cas ML3). L'introduction d'un modèle réduit sur les DDL d'interface et les mesures est à l'origine de ce comportement. Ce choix a été fait pour éviter une trop grande dépendance à la géométrie du modèle local. La figure 4.10 illustre bien ce phénomène.

• ML1



• ML2



• ML3

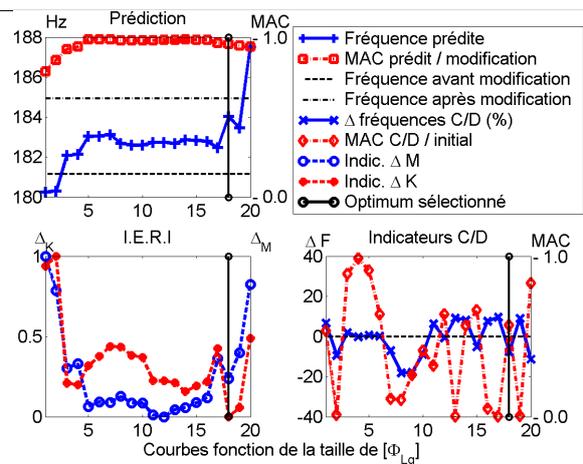
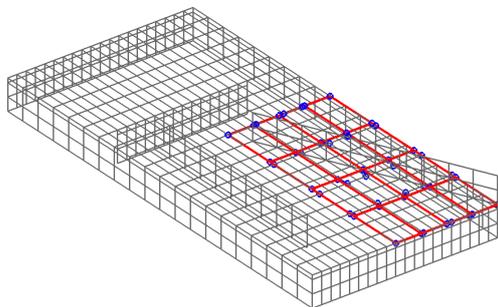


FIG. 4.10 – Modèles locaux retenus pour l'étude de l'influence de la géométrie et résultats de prédiction pour le quatrième mode

D'autre part, lorsque la géométrie du modèle local n'est pas adaptée, les IERI ne semblent pas remplir correctement leur fonction. Ce phénomène n'est pas lié à la renormalisation opérée sur Δ_{E_K} et Δ_{E_M} pour la présentation des résultats. La figure 4.11 montre, dans chacun des trois cas, les évolutions de Δ_{E_K} et Δ_{E_M} avant normalisation.

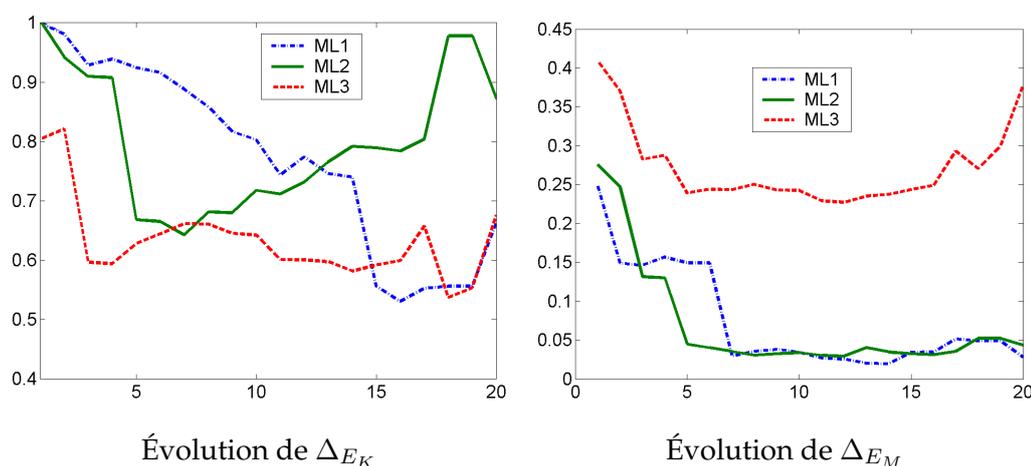


FIG. 4.11 – Évolution non normalisée des IERI

S'il est difficile de donner un sens aux valeurs de Δ_{E_M} relativement à celles de Δ_{E_K} , la comparaison de chacun des indicateurs dans des cas différents est pertinente. La figure 4.11 montre alors nettement que le choix du modèle local influence sensiblement Δ_{E_M} et Δ_{E_K} . Ces indicateurs montrent une nette influence du modèle local sur le comportement de la LMME. La prise en compte d'un modèle local réaliste pourrait améliorer nettement le comportement relatif de la LMME par rapport à l'expansion statique. Il semble en effet que Δ_{E_K} dans le cas du modèle local ML3 dénote d'un meilleur résultat. Là encore, ce résultat est comparé avec l'expansion statique. Or, rien n'assure dans ce cas que les résultats de l'expansion statique soient corrects. L'introduction d'une information pertinente sur la structure est donc difficilement prise en compte dans la prédiction du comportement couplé. La création d'un modèle local ne reprenant que la géométrie du domaine instrumenté semble la solution la plus pertinente. Il apparaît alors que l'optimum retenu pour ce modèle local correspond également aux minima de Δ_{E_K} et Δ_{E_M} respectivement pour l'ensemble des modèles.

Pour les configurations ML2 et ML3, les informations fournies par l'indicateur de couplage / découplage sont difficiles à interpréter. L'estimation du comportement couplé n'étant pas fiable, il est délicat d'analyser le bon comportement des résultats du test de C/D pour la configuration ML2. La qualité de l'estimation, pour 16 modes, n'est pas bonne, mais il s'agit de la moins mauvaise estimation sur l'ensemble de la prédiction. La même remarque vaut lorsque 13 vecteurs sont pris en compte. Vraisemblablement, cela correspond à une prise en compte correcte, mais partielle, des phénomènes mis en jeu pour le couplage. On notera également que ces optima correspondent aux valeurs obtenues par l'application des méthodes de SDM classique, lorsque les déplacements de membrane ne

sont pas instrumentés. Il est alors pertinent d'imaginer que les mouvements de flexion soient correctement reconstruits, mais pas les déplacements dans le plan. Ceci peut expliquer le comportement de Δ_{EM} indiquant une bonne régularité et de Δ_{EK} indiquant des lacunes dans la reconstruction pendant que les résultats du test de C/D indiquent une reconstruction correcte des mouvements initiaux à partir du problème couplé.

4.4 Influence des paramètres physiques du modèle local sur la prédiction

La méthode de modification structurale proposée ici repose sur la réalisation d'un modèle local. Ce modèle permet d'apporter des informations *a priori* sur le comportement du problème couplé. Dans le cas idéal où le modèle local est complètement représentatif du sous domaine instrumenté de la structure, les résultats obtenus sont alors excellents. Ce point est illustré par les résultats, obtenus en considérant le modèle local ML1 avec la configuration de mesure C, présentés sur la figure 4.10. Cependant, l'information disponible sur la structure instrumentée est souvent sommaire. On dispose des dimensions extérieures relatives au maillage capteur, mais les données concernant les matériaux, et les caractéristiques géométriques précises ne sont généralement pas disponibles. Ces informations sont pourtant nécessaires à la réalisation du modèle local. Même si l'objectif de ce modèle est de représenter une base de déplacements admissibles de la structure pour une géométrie donnée, les caractéristiques mécaniques du modèle peuvent avoir une influence non négligeable sur les résultats.

Cette section présente les résultats obtenus pour l'étude de sensibilité de la méthode par rapport aux principales propriétés physiques du modèle local. La configuration retenue pour le démonstrateur est le modèle local ML1 pour la configuration de mesure C.

L'influence du module d'Young, de l'épaisseur et de la masse volumique de la plaque associée au modèle local ont été étudiées. Cette influence a été modélisée à l'aide de trois coefficients multiplicatifs κ_E (module d'Young), κ_e (épaisseur) et κ_ρ (masse volumique) affectant les propriétés nominales de la plaque de base. Pour $\kappa_E = 1$, $\kappa_e = 1$ et $\kappa_\rho = 1$, les propriétés du modèle local sont identiques à celles du modèle EF utilisé pour simuler la structure expérimentale. Les propriétés des raidisseurs de bord, de raidisseur caché en "T" et de la modification restent constantes au cours de l'étude. La plage de variation imposée à ces coefficients est importante. Ils varient entre 0,1 et 10, pour représenter la grande méconnaissance des propriétés mécaniques des structures testées. En adoptant des valeurs extrêmes par rapport aux propriétés de la plaque de base, l'influence du raidisseur dans la base des modes d'interface est modulée, et l'influence de chaque paramètre peut être qualifiée.

Cette section est subdivisée en deux parties. Dans la première, les résultats de l'influence de ces coefficients sur la qualité intrinsèque des prédictions sont présentés. Dans la seconde partie, on s'intéressera plus précisément à l'influence des propriétés mécaniques sur la détection de l'optimum par les IERI. Seuls les résultats pour le premier mode seront présentés. Cette fréquence est bien prédite, et les IERI fonctionnent correctement pour la détection de la taille de $[\Phi_{Lg}]$ comme l'indique la figure 4.12. Les résultats associés aux autres fréquences n'apportent pas d'information supplémentaire.

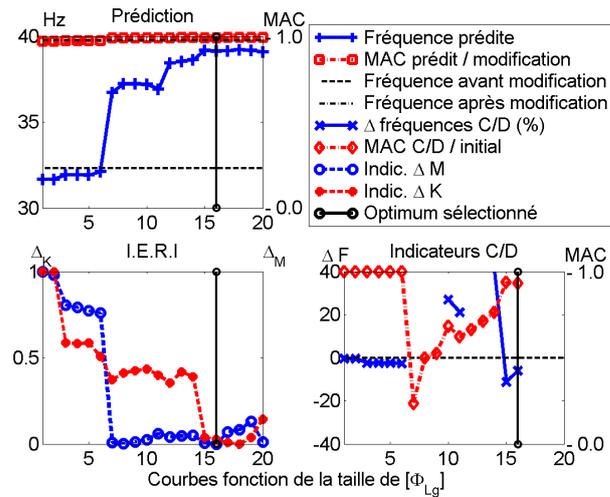


FIG. 4.12 – Résultats de prédiction pour le mode 1 - Illustration de l'efficacité des IERI

La difficulté d'automatiser le processus pour prendre en compte les indicateurs énergétiques et les tests de couplage/découplage n'a pas été surmontée. Dans un cas simple, les indications fournies par les indicateurs énergétiques permettent d'obtenir une bonne approximation du nombre de vecteur à conserver pour la LMME. Le test de couplage/découplage permet d'affiner la sélection de la taille optimale de la base d'expansion. D'autre part, ce cas illustre les problèmes de définition du problème de couplage/découplage qu'il est difficile d'intégrer dans un critère automatique de sélection. *L'étude réalisée dans la seconde partie de cette section ne prend donc pas en compte les indications fournies par le test de C/D.*

Pour toutes les figures présentées dans les section suivantes, dans un souci de lisibilité, les résultats ont été traités de manière à éliminer les valeurs trop éloignées des fréquences avant et après modification. Dans certains cas, la prédiction n'est pas de bonne qualité et certaines figures semblent ainsi présenter des résultats incomplets.

4.4.1 Influence des propriétés physiques du modèle local sur la qualité intrinsèque des résultats

Pour juger de l'influence intrinsèque des propriétés du modèle local, on présente sur la figure 4.13 les surfaces représentant l'évolution de la fréquence propre en fonction de deux coefficients, le troisième restant constant. Pour chaque jeu de coefficients $(\kappa_E, \kappa_e, \kappa_\rho)$, la fréquence propre estimée la plus proche de la fréquence propre de la structure modifiée est retenue. Les courbes présentées sur la figure 4.13 correspondent à l'évolution de la première fréquence propre prédite sélectionnée *a posteriori* en fonction des différents coefficients.

Un premier effet, visible sur la figure 4.13, concerne l'influence de l'épaisseur affectée à la plaque de base du modèle local. La surface présentant l'évolution de la fréquence en fonction de κ_E et κ_ρ pour $\kappa_e = 0, 1$ montre clairement qu'une erreur importante sur l'épaisseur ne permet pas de réaliser l'estimation correcte du couplage entre les deux sous-structures. Le modèle local a été réalisé en considérant des éléments de coques. Le décalage de la ligne moyenne d'une demi épaisseur a été pris en compte pour modéliser correctement le couplage. La modification est rapportée sur la surface de la plaque de base.

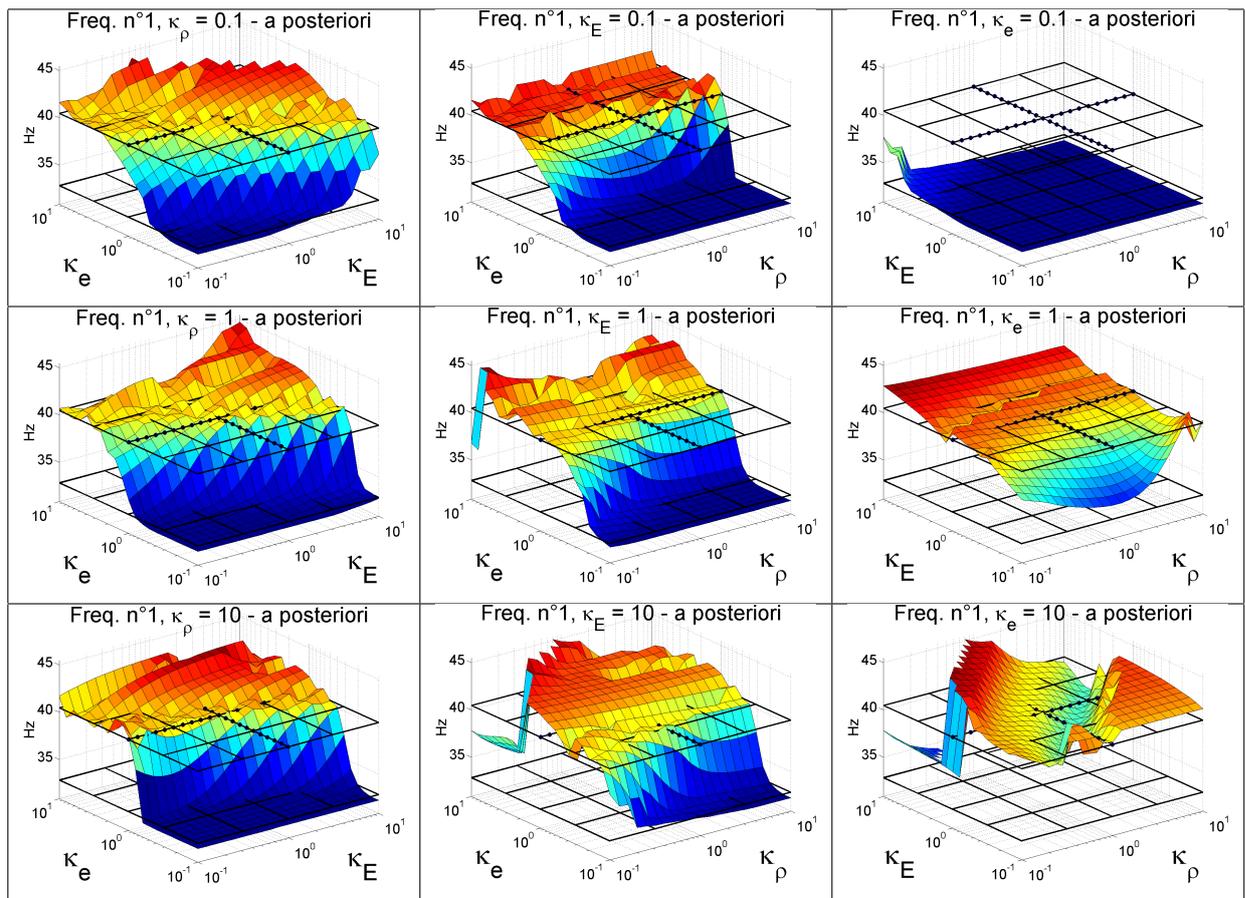


FIG. 4.13 – Évolution de la fréquence propre n°1 en fonction de κ_E , κ_e & κ_ρ - sélection *a posteriori* de la meilleure prédiction

Limiter l'épaisseur de la plaque de base revient à ne pas considérer les effets de membrane au niveau de l'interface. Le comportement de la modification en traction a une contribution majoritaire dans l'ajout de raideur apporté par la modification, largement illustré par l'application des méthodes de SDM classiques à la section 3.2.3.

Par contre, il apparaît que la surestimation de ces effets ne dégrade pas de manière considérable la prédiction (courbes d'évolution en fonction de κ_E et κ_ρ pour $\kappa_e = 10$). Le processus d'expansion sur les modes d'interface permet donc d'extraire l'information utile à une prédiction couplée correcte,

même si les rapports entre les amplitudes des mouvements de flexion et de membrane ne sont pas représentatifs des phénomènes présents dans la structure avant modification.

Un autre phénomène intéressant concerne l'influence du rapport $\frac{\kappa_E}{\kappa_\rho}$. On note que la fréquence prédite suit l'évolution du rapport entre ces deux coefficients. Ceci apparaît particulièrement pour les valeurs extrêmes de κ_e . Or, ce rapport est directement lié au comportement modal du modèle local. Les lignes de niveaux apparaissent plus nettement en considérant une représentation plane des courbes présentées sur la figure 4.13. La valeur de la fréquence est représentée sur une échelle de couleur, et une échelle logarithmique a été utilisée pour représenter l'évolution de κ_E et κ_{rho} . La figure 4.14 montre ce phénomène, et particulièrement dans les cas $\kappa_e = 0, 1$ et $\kappa_e = 10$. La situation présentée dans le cas $\kappa_e = 1$ est moins nette. Autour des valeurs nominales des propriétés mécaniques de la structure, la concurrence entre les différents phénomènes ne fait pas ressortir ce comportement.

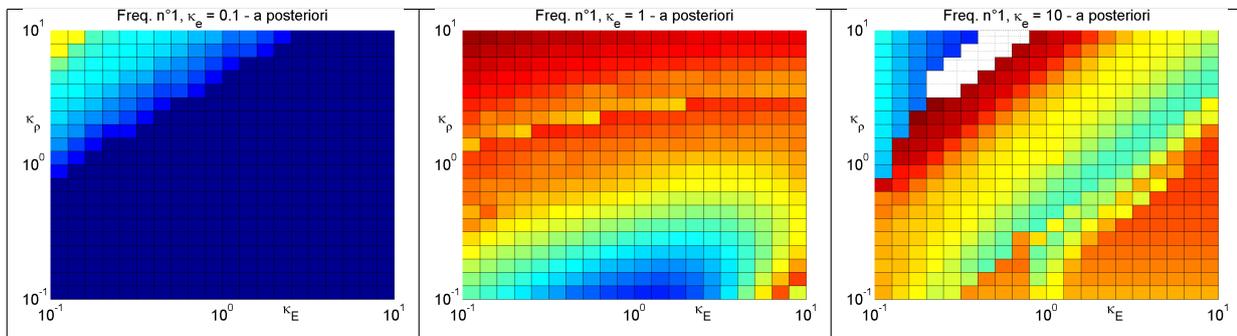


FIG. 4.14 – Influence du rapport $\frac{\kappa_E}{\kappa_\rho}$ sur la prédiction de la première fréquence propre prédite

Nota : dans le cas $\kappa_e = 0, 1$, l'échelle de couleur est logarithmique (et non pas linéaire comme dans les autres cas) pour faire ressortir les lignes "d'isofréquence". De ce fait, cette figure n'est pas directement comparable à celle présentée à la figure 4.13.

Ce phénomène est également visible lorsqu'on analyse l'évolution des fréquences en fonction de κ_e et κ_E à κ_ρ fixé. Dans ce cas, il semble que les fréquences suivent l'évolution des lignes de niveaux liées au produit $\kappa_E \times \kappa_e^3$. L'influence relative de l'épaisseur et du module d'Young est donc directement proportionnelle à l'inertie de flexion du modèle local. La figure 4.15 illustre ce constat pour les valeurs de $\kappa_\rho = 0, 1$ et $\kappa_\rho = 1$. Pour $\kappa_\rho = 10$, ce phénomène est moins net puisque les évolutions sont plus rapides, mais il reste observable.

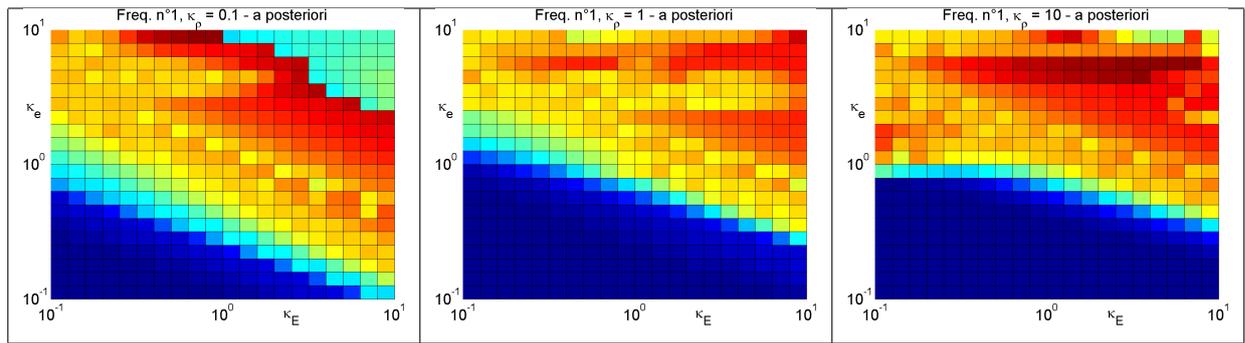


FIG. 4.15 – Influence de l’inertie de flexion de la plaque de base sur la prédiction de la première fréquence propre prédite

Le choix judicieux des propriétés attribuées au modèle local reste posé, puisqu’il ressort nettement que l’influence des caractéristiques dynamiques du modèle local est visible sur les résultats de prédiction. La fréquence propre de la structure, par l’intermédiaire du rapport $\frac{\kappa_E}{\kappa_\rho}$, et l’inertie en flexion de la plaque de base, à travers le produit $\kappa_E \times \kappa_e^3$ font apparaître des lignes “d’isofréquence prédite *a priori*”. De plus, dans ce cas particulier, les mouvements de membrane ont un rôle important dans la dynamique du problème couplé. Dans le cas de déplacements induits par des mouvements de flexion, ces déplacements sont directement liés à l’épaisseur de la plaque de base. L’estimation raisonnable de ce paramètre est un point critique du processus, puisqu’une nette sous évaluation de ce paramètre conduit à de mauvais résultats. La construction du modèle local ne peut donc pas être réalisée “en aveugle”. Ce modèle devra permettre de représenter correctement les déplacements non mesurés associés à la dynamique du problème couplé. L’estimation correcte des caractéristiques mécaniques de la structure à l’interface est un point important dans la qualité de la prédiction.

Néanmoins, cette étude montre qu’il est possible d’obtenir une bonne estimation du comportement couplé, même si les propriétés affectées au modèle local sont très éloignées des propriétés de la structure. D’autre part, la prise en compte de propriétés mécaniques surévaluées permet d’obtenir ici une prédiction de qualité correcte. Ces deux remarques constituent des indications précieuses pour la réalisation des modèles locaux.

4.4.2 Influence des propriétés physiques du modèle local sur les indicateurs énergétiques

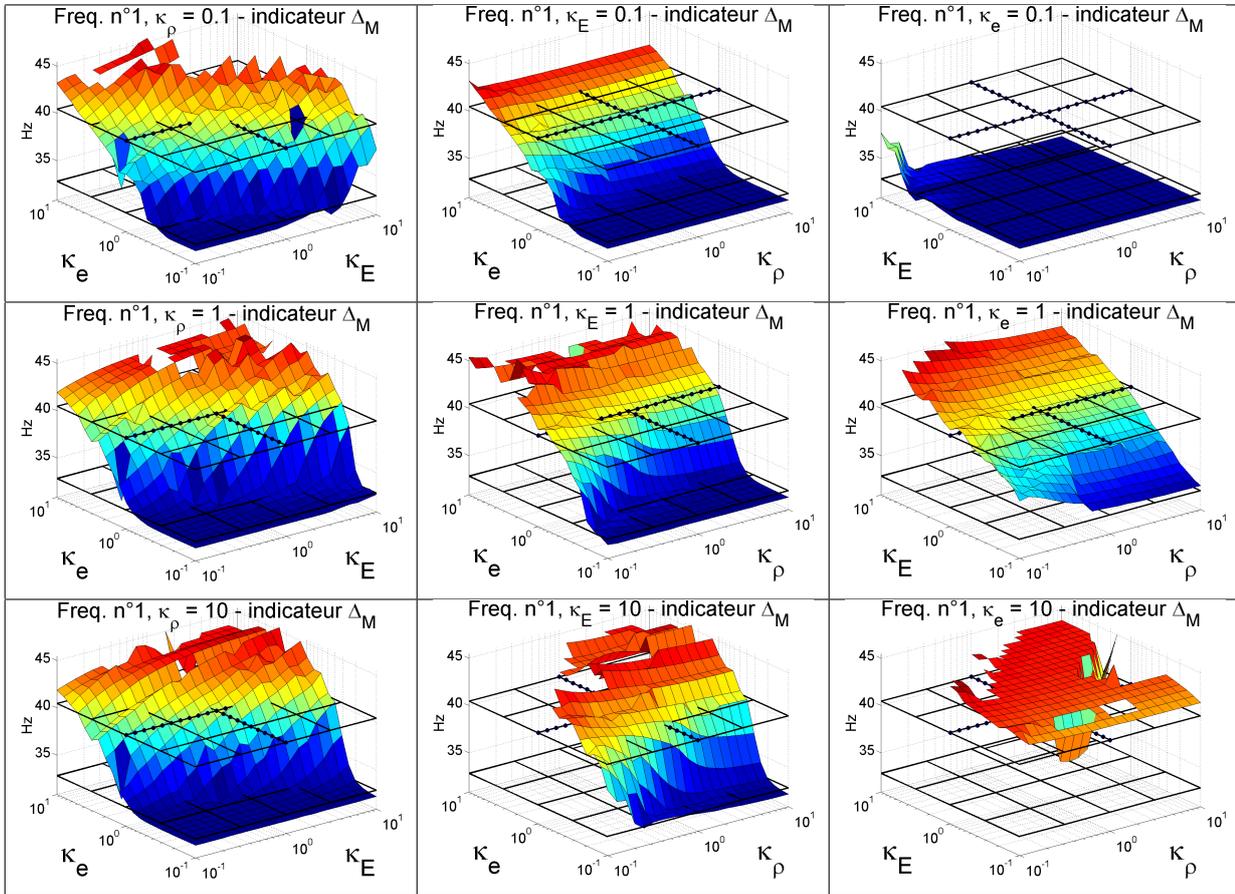


FIG. 4.16 – Évolution de la fréquence propre n°1 en fonction de κ_E , κ_e & κ_ρ - indicateur Δ_{EM}

On cherche ici à qualifier l'influence des paramètres mécaniques de la structure sur la sélection *a priori* de la base d'expansion optimale pour réaliser la prédiction. Pour chaque jeu de coefficient $(\kappa_E, \kappa_e, \kappa_\rho)$, les fréquences propres estimées correspondant aux minima de Δ_{EM} et Δ_{EK} sont retenues.

Les courbes présentées sur la figure 4.16 correspondent à l'évolution de la première fréquence propre prédite sélectionnée *a priori* en n'utilisant que les indications de Δ_{EM} , la figure 4.17 présente les mêmes résultats en ne considérant que Δ_{EK} . Aucun critère n'a pu être trouvé pour opérer la sélection d'un optimum commun à Δ_{EK} et Δ_{EM} dans le cas général. Ce cas n'a donc pas été traité.

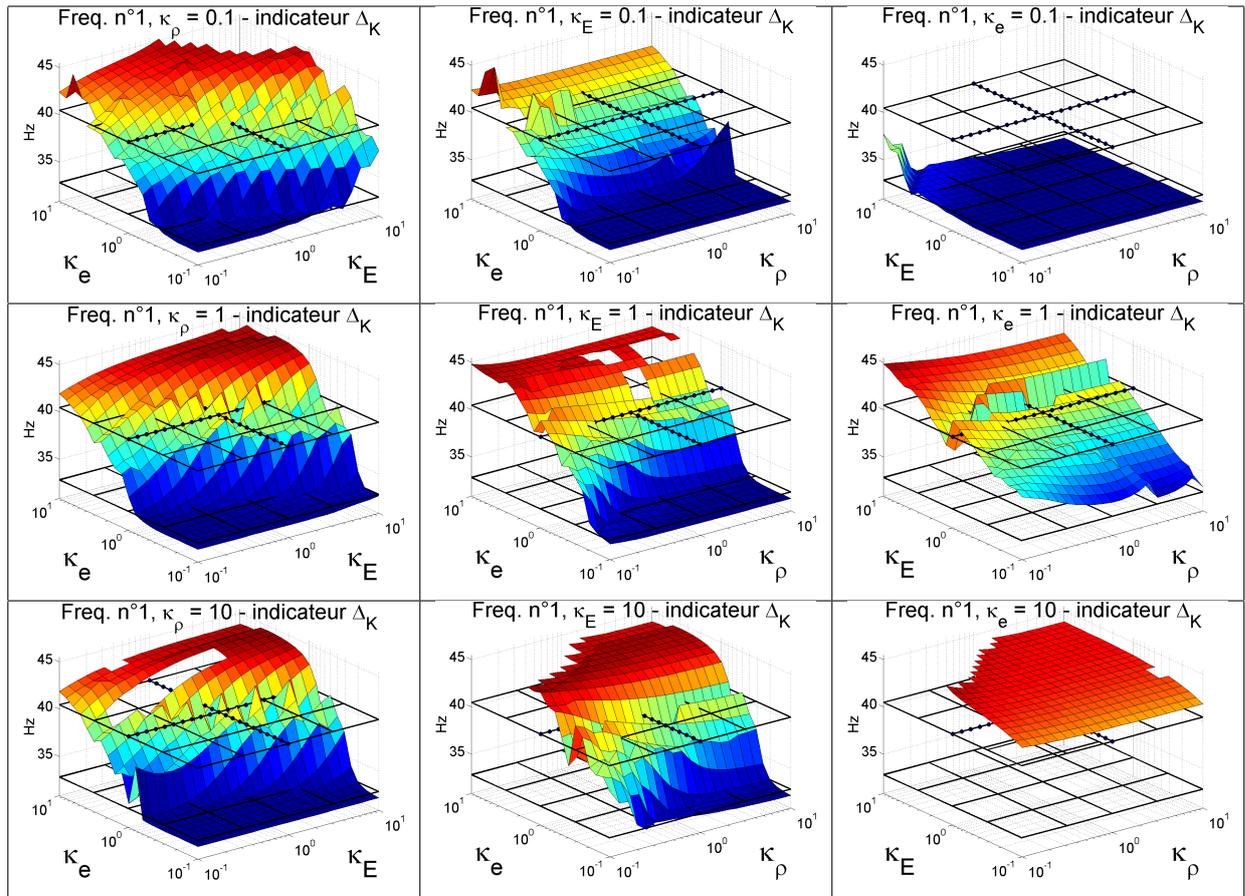


FIG. 4.17 – Évolution de la fréquence propre n°1 en fonction de κ_E , κ_e & κ_ρ - indicateur Δ_{EK}

Les évolutions de la première fréquence propre, présentées sur les figures 4.16 et 4.17, sont semblables. Les différents paramètres semblent donc impacter ces deux indicateurs de façon similaire. Cependant, l'influence de l'épaisseur de la plaque de base du modèle local reste le paramètre le plus important. Les deux indicateurs donnent des informations pertinentes autour des valeurs d'épaisseur proches de la valeur nominale, mais conduisent à des fréquences sous-estimées pour des valeurs de κ_e trop faibles, et surestimées lorsque κ_e est trop grand. L'influence des deux autres paramètres, telle qu'elle a été notée dans la première partie de l'étude, reste visible. Mais si une prédiction correcte reste possible en considérant des valeurs surestimées pour les paramètres κ_E et κ_ρ , les indicateurs détectent difficilement la taille de $[\Phi_{Lg}]$ optimale à prendre en compte pour obtenir la meilleure prédiction.

Cette étude permet de faire ressortir des points importants dans la construction du modèle local, mais aussi dans la mise en place de la méthodologie.

Des points positifs ressortent de la première partie de l'étude. La prise en compte de propriétés mécaniques surestimées permet en effet d'arriver à un résultat correct, en terme de prédiction de la

fréquence propre. Néanmoins, le problème de la détection optimale du nombre de vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ dans la base d'expansion reste posé. Les indicateurs, tels qu'ils sont mis en place, permettent d'arriver à un résultat correct, sous réserve que les propriétés mécaniques définies au niveau de l'interface soient proches des propriétés de la structure testée. Cet effet négatif est fortement lié au besoin de prédire les efforts de membrane dans le cas test considéré.

4.5 Influence de la méthode de réduction de modèle

Cette section montre l'intérêt de la prise en compte des capteurs dans la réduction du modèle, abordée à la section 3.1.3. La figure 3.7 présente les principes qui ont conduit à l'extension du concept des modes d'interface aux capteurs. Cette étude illustre l'influence sur les indicateurs de sélection et la qualité de la prédiction. La figure 4.18 montre les résultats de prédiction pour le premier mode, obtenus à partir du modèle numérique du démonstrateur en considérant la configuration de mesure C (figure 4.1).

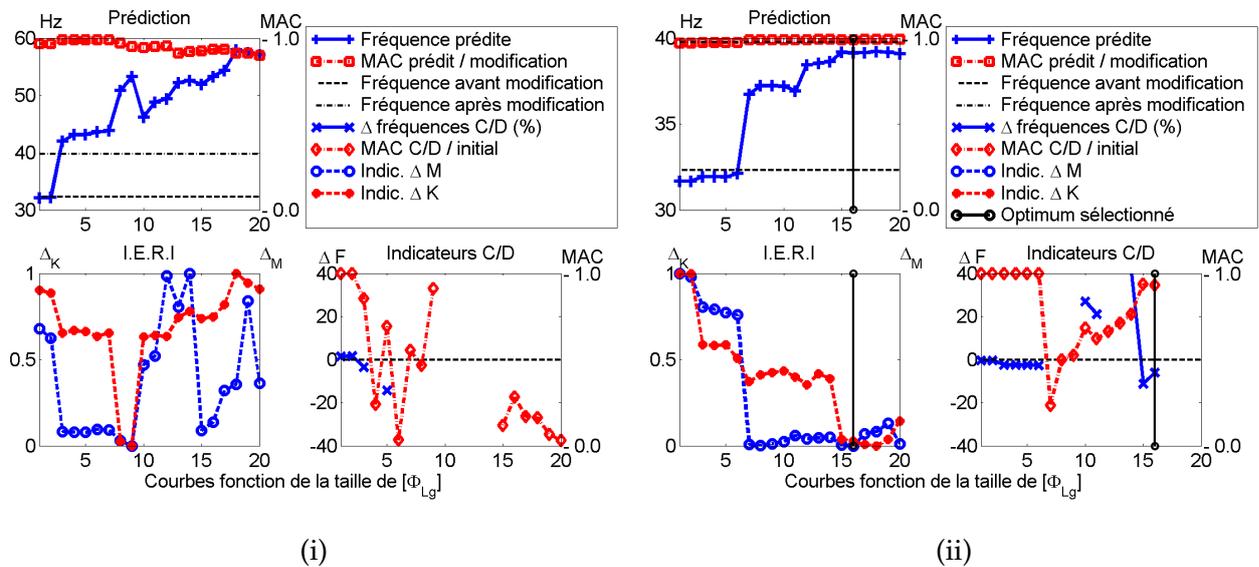


FIG. 4.18 – Résultats de prédiction pour le premier mode - (i) : IME-SDM / (ii) : LMME-SDM

L'influence de la prise en compte des déplacements en dehors de l'interface est très nette. L'évolution des IERI est plus chahutée, le test de couplage/découplage ne semble pas se stabiliser, tout comme la fréquence qui ne fait que croître. L'optimum indiqué par les plus faibles valeurs de Δ_{EK} et Δ_{EM} correspond à une prédiction très erronée. C'est la conséquence du choix de la méthode de réduction. Pour estimer correctement les mouvements en dehors de l'interface, des modes de plus haute fréquence doivent être introduits dans la base d'expansion. En conséquence, le travail de la modification est surestimé, et la fréquence prédite est alors plus importante. L'effet très régularisant ne permet pas ici de fournir une bonne indication des effets de la modification.

Cependant, lorsque la modification présente une interface très étendue, le choix de cette méthode peut s'avérer judicieux. Des cas tels que la cage excitatrice d'alternateur présentée dans [10], ou encore le démonstrateur académique étudié dans le rapport [21] montrent l'intérêt de cette approche dans des cas particuliers. Les applications de l'IME-SDM sont plus restreintes, alors que la LMME-SDM, par construction, est plus "universelle".

4.6 Conclusion - Mise en œuvre de la méthode

Les résultats des études de sensibilités confirment le bon comportement de la méthode dans des conditions favorables. En présence de peu de bruit, lorsque les modes normaux sont bien identifiés, en particulier la masse généralisée, et que les propriétés de la structure testée sont connues dans la zone de l'interface, la prédiction est correcte et les indicateurs fonctionnent raisonnablement bien. Cependant, la méconnaissance de certains facteurs influence directement la prédiction. Dans un but de pédagogie, et pour insister sur les points délicats, le processus d'application de la méthode est détaillé ici.

4.6.1 Analyse modale

La première étape du processus est l'analyse modale de la structure, qui comprend l'instrumentation, l'acquisition des données et l'identification des modes normaux. À chacune de ces étapes, des précautions simples permettent d'éviter les erreurs grossières.

- Instrumentation de la structure

Dans l'objectif d'implémenter les méthodes de modification structurale, il est préférable de disposer de points de mesure pour l'ensemble de la structure.

- Directions de mesure - directions d'excitation

Pour évaluer au mieux le comportement de la structure, il est important de réaliser des mesures dans toutes les directions importantes :

- Structure 1D type poutre : les deux directions orthogonales à la fibre neutre,
- Structure 2D type plaque/coque : la direction orthogonale à la surface moyenne,
- Structure 3D : les trois directions de l'espace.

De la même façon, il est préférable d'exciter la structure dans toutes les directions de mesure. **Si cela n'est pas réalisable, il est nécessaire de s'assurer que tous les modes que l'on souhaite traiter par modification structurale sont observables sur les FRF colocalisées (i.e. FRF où les points de mesure et d'excitation sont identiques).**

- Identification des modes normaux

La qualité de l'identification conditionne dans une large mesure la qualité des résultats. Cependant, l'objectif reste d'exploiter au mieux n'importe quelle série de mesures. En cela, pour assurer d'avoir le meilleur modèle sur la bande d'analyse, certaines vérifications sont indispensables :

-
- il faut s'assurer d'avoir des résidus **positifs** pour les FRF colocalisées. L'existence d'un résidu négatif rend l'identification des masses généralisées difficile, voir impossible si on dispose d'un seul point d'excitation.
 - il est nécessaire de vérifier la sensibilité de ces résidus pour des petites perturbations (de l'ordre de quelques pour-cent) sur les valeurs de fréquence et d'amortissement identifiées. La robustesse des résidus devant les perturbations affectant les pôles est une indication de la justesse de l'identification.
 - enfin, il est **IMPÉRATIF** de comparer les FRF synthétisées à partir des modes normaux identifiés et les FRF mesurées et s'assurer que les niveaux sont corrects autour des pôles identifiés. La comparaison doit être faite **sans prendre en compte les corrections hautes et basses fréquences**. Il faut assurer la bonne représentativité du modèle qui sera effectivement utilisé dans le processus de modification structurale. Or, ces corrections ne sont pour l'instant pas prises en compte dans le processus de modification structurale, et ne doivent donc pas être utilisées pour synthétiser les FRF à partir des modes normaux identifiés.

Ces vérifications permettent de vérifier la norme des modes normaux identifiés, et donc l'importance "relative" de la modification par rapport à la structure.

4.6.2 Réalisation du modèle local

La réalisation du modèle local doit se faire rapidement, par définition. De fait, elle présente assez peu de contraintes.

- La géométrie de modèle local doit être représentative de la géométrie de la structure instrumentée. Il convient d'utiliser au maximum toutes les données disponibles pour réaliser le maillage, en particulier celles liées à la zone à modifier. L'importance d'une représentation fine de la zone de couplage a été montrée.
- De la même façon, les propriétés matériaux affectées au modèle, sans être exactes, doivent être cohérentes avec la structure étudiée. Là encore, il est préférable d'utiliser toutes les données disponibles fournies par l'exploitant des matériels ou l'expérimentateur connaissant la structure.
- Le modèle de la modification devra être suffisamment fin pour représenter correctement le couplage à l'interface.

Remarque : si la modification porte sur une structure complète, et si l'ensemble de la structure a été instrumenté, on pourra calculer les premiers modes propres de la structure sans la modification pour vérifier la cohérence du modèle réalisé.

Une rapide analyse des déformées et des fréquences propres permet alors de vérifier le modèle de la structure “seule”. Il est alors possible de procéder à un “recalage rapide” du comportement. Le modèle ainsi obtenu doit alors permettre une bonne qualité de prédiction.

4.6.3 Obtention des premiers résultats

Dès qu’une famille de modes normaux correctement identifiés et un modèle local adéquat sont disponibles, on peut procéder à un premier calcul. Là encore, plusieurs vérifications sont possibles pour estimer la qualité du résultat, indépendamment de l’évolution des indicateurs *a priori*.

- La première chose à regarder est l’évolution des différents résultats (fréquences et indicateurs). Des résultats stabilisés obtenus pour un nombre de modes restreint indiquent généralement une prédiction fiable (au sens où les résultats sont robustes devant les variations du modèle local ou de l’identification). Si le processus, au contraire, se stabilise mal (évolution constante des fréquences et des indicateurs), alors on doutera de la qualité du résultat obtenu.
- Les qualités des IERI ont été montrées dans ce chapitre. S’ils ne permettent pas de juger *a priori* de la qualité de la prédiction réalisée, les résultats présentés confirment l’aptitude de ces indicateurs à détecter les vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ intervenant de manière prépondérante dans la reconstruction des mouvements de l’interface. Les indications fournies par les IERI permettent donc de réaliser un premier tri des résultats et de déterminer les différentes zones correspondant à une prédiction correcte.
- Dans tous les cas, pour affiner l’analyse, il est intéressant de regarder les déformées utilisées pour réaliser l’expansion. Certaines déformées, projetées sur le maillage expérimental, peuvent être similaires, alors que les comportements associés au modèle local sont très différents. Par exemple, dans le cas des modifications par masse ajoutées non rigidement liées à la structure initiale. Dans ce cas, la masse pourra jouer le rôle d’absorbeur dynamique. Les modes en phase et hors phase produisent alors la même déformée au niveau des capteurs, tout en induisant des comportements nettement différents à l’interface. Il convient alors de sélectionner “à dire d’expert” les modes d’interfaces intéressants pour la reconstruction des déplacements.

D’une manière générale, la mise en œuvre de cette méthode requiert une bonne compréhension de la physique du problème. Les difficultés listées dans cette section sont celles rencontrées le plus fréquemment. Le domaine de compétence pour l’application de la méthode est relativement vaste, et nécessite une analyse et un regard critique des résultats constants. On a certes montré les perfor-

mances de la méthode dans un certain nombre de cas, mais il n'en reste pas moins que, en l'état, l'application "aveugle" de la LMME-SDM peut conduire à des résultats aberrants.

Chapitre 5

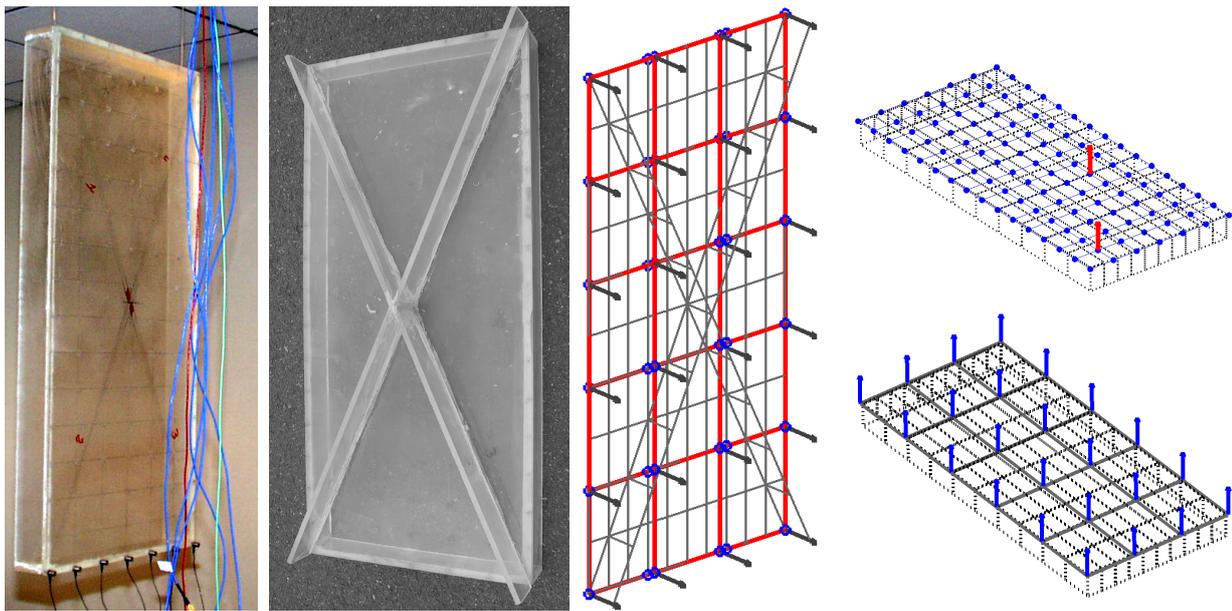
APPLICATIONS

Ce chapitre présente différents cas d'application de la LMME-SDM. Dans la section 5.1, les résultats obtenus sur un démonstrateur expérimental académique sont présentés. Ces premiers résultats permettent de valider le processus et illustrent les performances de la méthode dans un cas simple. Le deuxième exemple, introduit dans la section 5.2, est une application au cas d'un moteur de pompe à axe vertical. Cette étude permet de comparer la LMME-SDM avec les résultats d'une étude préalablement réalisée par EDF sans faire appel aux techniques de SDM mais en procédant à la mise au point d'un modèle prédictif recalé de la structure à modifier. La section 5.3 montre l'application de la LMME-SDM au cas d'un ensemble moto-pompe. Pour cet exemple, le processus complet a été mis en place, depuis la conception des modifications à réaliser jusqu'à la comparaison des résultats expérimentaux obtenus pour la structure modifiée. Dans chacun des cas traités, la cause des crises vibratoires est liée aux quelques premiers modes de la structure situés trop près fréquemment d'une raie d'excitation. Le dernier exemple, présenté dans la section 5.4, est une application multi-objectifs concernant le rayonnement acoustique d'un carter de turbine à combustion dans deux bandes de fréquences distinctes.

Tous les résultats de prédiction présentés dans ce chapitre ont été obtenus en appliquant la LMME-SDM. D'autre part, la construction d'un modèle réciproque à partir d'une analyse modale n'est pas toujours possible (voir la section 2.1.2). Pour cette raison, toutes les FRF synthétisées à partir des modes normaux identifiés présentées dans ce chapitre seront comparées à la mesure et à la synthèse issue du modèle pôles/résidus identifié. La superposition de ces trois résultats permet de juger de la validité des hypothèses de réciprocité utilisées pour la construction du modèle de modes normaux.

5.1 Démonstrateur académique expérimental

Ce démonstrateur expérimental est constitué d'une plaque rectangulaire (750x350x8 mm), raidie sur son contour par un cadre de section constante (50x8 mm). La modification envisagée est un croisillon rapporté sur les deux diagonales, de section identique au cadre. L'objectif est d'obtenir un raidissement global pour les cinq premiers modes de la structure. Les photos du démonstrateur avant et après modification sont présentées sur la figure 5.1.



Avant modification

Après modification

Modèle local &
maillage capteur

Mesures réalisées &
mesures retenues

FIG. 5.1 – Photos du démonstrateur - Configurations de mesure réalisée, retenue et modèle local. Sur la configuration réalisée, les points correspondent aux points de réponse mesurés et les flèches aux points d'impact. Les flèches de la configuration retenue correspondent aux mesures effectivement conservées pour réaliser l'analyse.

Analyse modale du démonstrateur avant et après modification

La structure a été suspendue à un bâti fixe supposé rigide par des liens élastiques pour simuler des conditions libre-libre. Un nombre important de mesures a été réalisé (111 points de réponses et deux points d'excitation - En haut à droite de la figure). La localisation des capteurs est présentée sur la figure 5.1, ainsi que les deux points d'excitation choisis. Une configuration plus restreinte a été retenue (24 capteurs - En bas à droite sur la figure) pour simuler un essai plus réaliste en terme

de densité de l'instrumentation. Les résultats de l'identification pour la configuration restreinte sont présentés dans les tableaux 5.1 et 5.2.

Mode identifié	1	2	3	4	5	6	7	8
Freq. propre (Hz)	33,0	101,6	154,8	175,9	196,9	246,1	299,9	321,5
Amortissement (%)	4,20	3,27	3,04	2,90	2,91	0,33	2,77	2,84

TAB. 5.1 – Fréquences propres et amortissements - **Structure sans raidisseur**

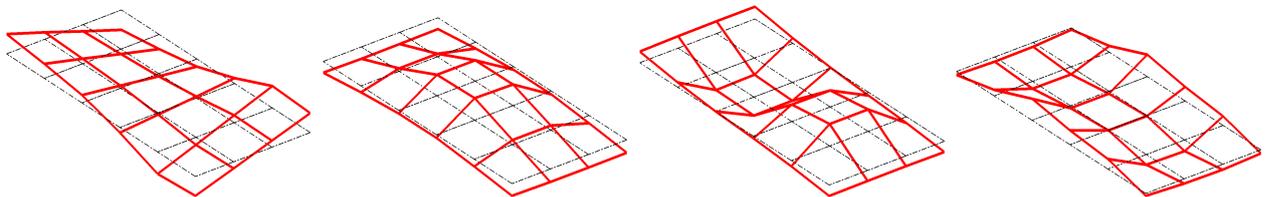


FIG. 5.2 – Déformées des 4 premiers modes propres identifiés - Structure initiale

Mode identifié	1	2	3	4	5	6	7	8
Freq. propre (Hz)	91,1	178,6	182,3	243,1	310,2	371,9	402,0	472,2
Amortissement (%)	3,57	3,32	2,68	2,94	6,19	2,88	2,59	3,07

TAB. 5.2 – Fréquences propres et amortissements - **Structure avec raidisseurs**

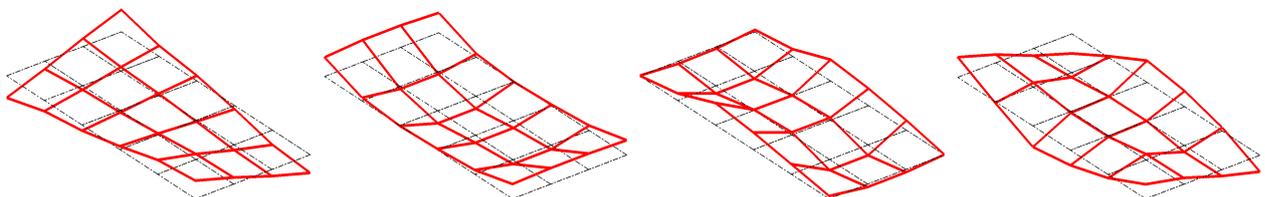


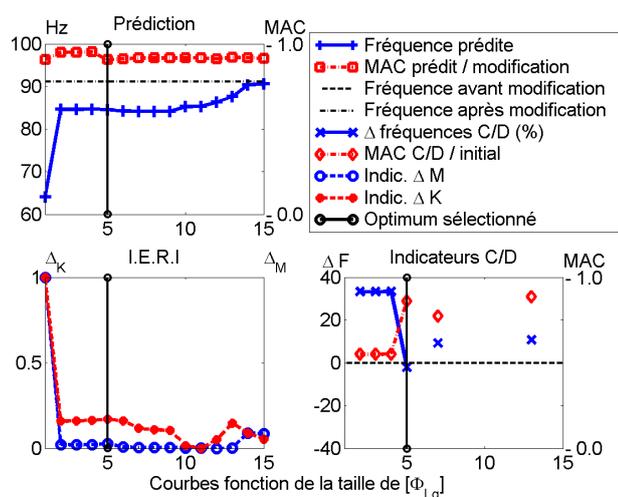
FIG. 5.3 – Déformées des 4 premiers modes propres identifiés - Structure modifié

Résultats de la prédiction couplée

Le tableau 5.4 présente les résultats complets de prédiction pour le premier mode de la structure modifiée et récapitule les fréquences et le MAC associés aux prédictions des cinq premiers modes. Les

résultats ont été obtenus en considérant les 15 premiers vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$. Dans ce tableau, $\Delta f/f = (f_{coupléeEMA} - f_{estimé})/f_{coupléeEMA}$ correspond à l'erreur relative sur la fréquence prédite par rapport à la fréquence identifiée par analyse modale.

Ces premiers résultats expérimentaux confirment le bon comportement de la méthode. Malgré l'importance de la modification sur le comportement de la structure, les quatre premiers modes sont bien prédits. L'erreur relative est très raisonnable pour ces modes et les critères de MAC sont également très corrects. L'inversion entre les déformées des modes 3 & 4 est également correctement prédite.



Mode	1	2	3	4	5
Freq. mes.(Hz)	91,1	178,6	182,3	243,1	310,2
Freq. préd.(Hz)	84,5	163,1	182,2	247,8	258,8
MAC	0,93	0,89	0,86	0,88	0,68
$\Delta f/f$ (%)	7,2	8,6	-2,9	-2,3	16,6

FIG. 5.4 – Résultats de la prédiction couplée

L'erreur commise sur le cinquième mode est plus importante mais reste acceptable. Par contre, la déformée semble assez mal estimée, avec un MAC nettement inférieur à 0,8. Cette erreur de prédiction est due au choix du nombre de modes retenus pour réaliser la prédiction. La déformée du cinquième mode couplé est mal estimée lorsqu'on ne considère que les 15 premiers vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$. En incluant des modes plus haute fréquence, la prédiction est nettement améliorée. L'optimum est alors obtenu pour 19 vecteurs. La fréquence est prédite à 321,2 Hz. Le MAC est alors de 0,86, et l'erreur relative en fréquence chute ainsi à -3,6 %. Dans ce cas, encore une fois, c'est l'inspection visuelle des déformées après couplage qui permet d'affiner l'analyse et de détecter la source d'erreur. On visualise la déformée $\{\phi^C\}$ du cinquième mode, définie à la fois sur les capteurs et le raidisseur. Les deux déformées sont représentées sur la figure 5.5. Le modèle EF déformé de la modification est superposé pour mieux visualiser les problèmes de reconstruction des mouvements à l'interface. On constate que pour une expansion avec douze modes de $[\Phi_{Lg}]$, la continuité du déplacement entre les mouvements sous l'interface définis par les capteurs et la déformation de la modification n'est pas assurée. Cette déformée est donc peu crédible. En revanche, avec 19 modes de $[\Phi_{Lg}]$, la déformation de la modification épouse correctement le mouvement défini par les capteurs. La prédiction semble visuellement de meilleure qualité, ce qui est confirmé par la comparaison de la prédiction avec les résultats obtenus pour la structure modifiée (fréquence et MAC).

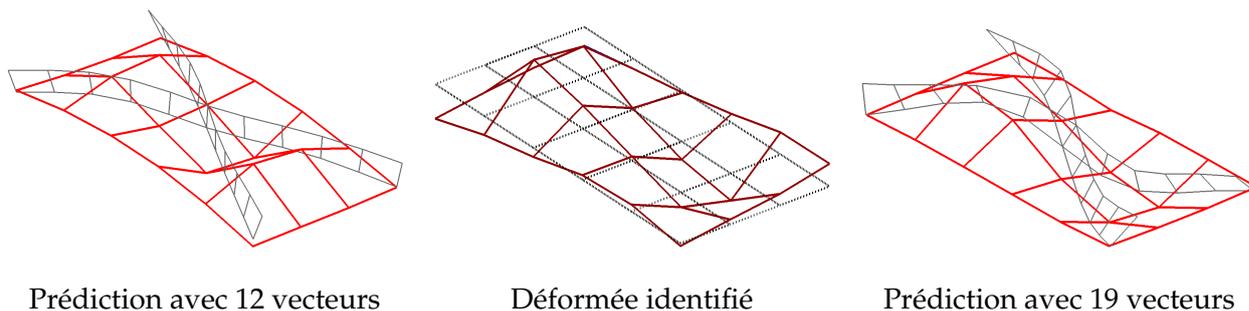


FIG. 5.5 – Déformée prédite pour le mode 5 - Problème de reconstruction des mouvements à l'interface & comparaison avec le mode identifié

5.2 Moteur de pompe à axe vertical

Le premier cas d'application industriel retenu pour la mise en œuvre de la méthode développée est un moteur à axe vertical présent sur le parc de production d'électricité d'EDF. Ce moteur d'entraînement de pompe présente un mode propre de basculement autour de 25 Hz. Cette fréquence coïncide avec la vitesse de rotation du moteur et l'analyse en fonctionnement montre que ce mode est prépondérant dans la réponse vibratoire du moteur.

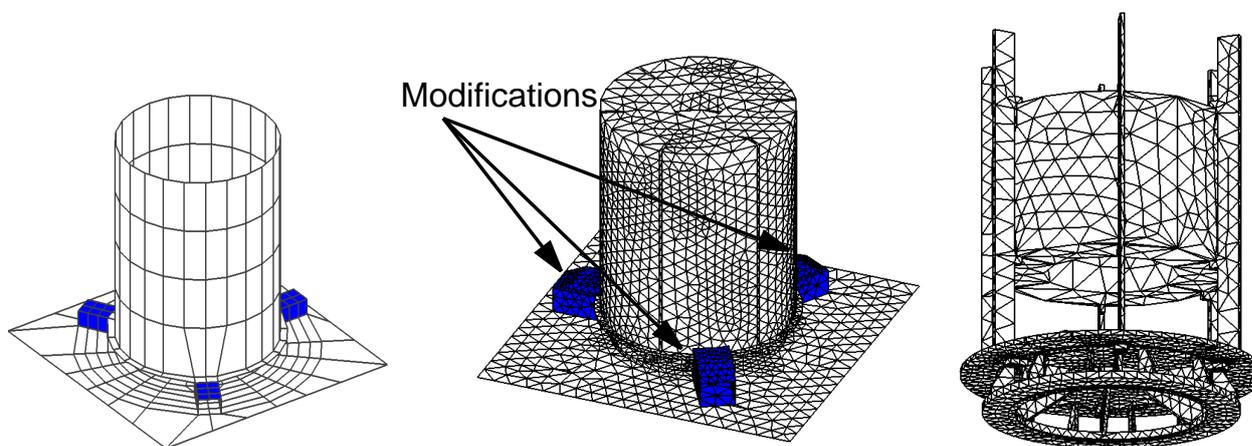


FIG. 5.6 – Modèle local - modèle EF complet du moteur réalisé par EDF (150 000 DDL) incluant les modifications & détails sur l'intérieur du modèle EF EDF

Pour traiter ce problème, EDF a par le passé construit un modèle EF détaillé de la structure complète et recalé ce modèle à partir des données d'une analyse modale réalisée sur site [1]. Différentes modifications ont été envisagées, puis testées sur le modèle numérique du moteur. L'étude complète de modélisation, recalage et évaluation des différentes modifications a pris environ une année aux équipes d'EDF R&D. La figure 5.6 présente le modèle complet du moteur incluant les modifications

et le modèle local utilisé pour l'analyse. L'application présentée ici correspond à l'analyse d'une de ces modifications en utilisant la LMME-SDM.

Analyse modale

L'analyse modale réalisée sur site pour recaler le modèle EF à 150 000 DDL est utilisée ici. L'analyse numérique s'est intéressée à l'influence de la modification sur les trois premiers modes de la structure, répartis sur la bande 20 - 100 Hz. Pour mener correctement l'analyse par la LMME-SDM, les quatre premiers modes ont été identifiés et incorporés dans le modèle modal de synthèse du moteur. Les résultats de l'identification sont présentés sur la figure 5.7.

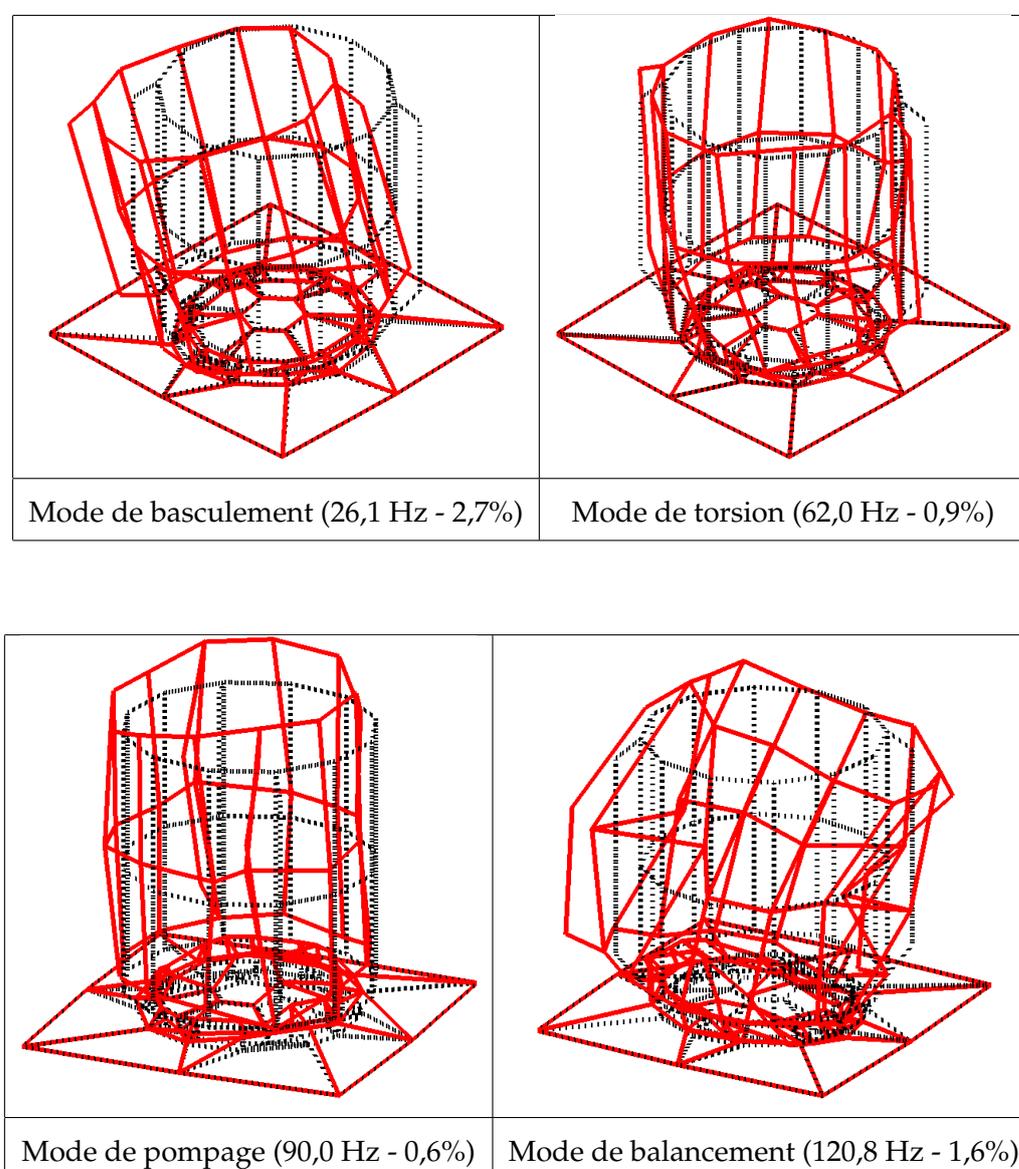


FIG. 5.7 – Déformées des quatre premiers modes propres identifiés - Fréquences propres et amortissements correspondants

La qualité moyenne des mesures⁵ (réalisées sur site) a rendu difficile la réalisation d'un modèle de synthèse expérimental correct sur l'ensemble de la bande de fréquence. La comparaison entre les mesures et les FRF synthétisées à partir des modes normaux identifiés permet de juger de la qualité du modèle expérimental. La figure 5.8 illustre les limites d'un modèle expérimental à quatre pôles en large bande.

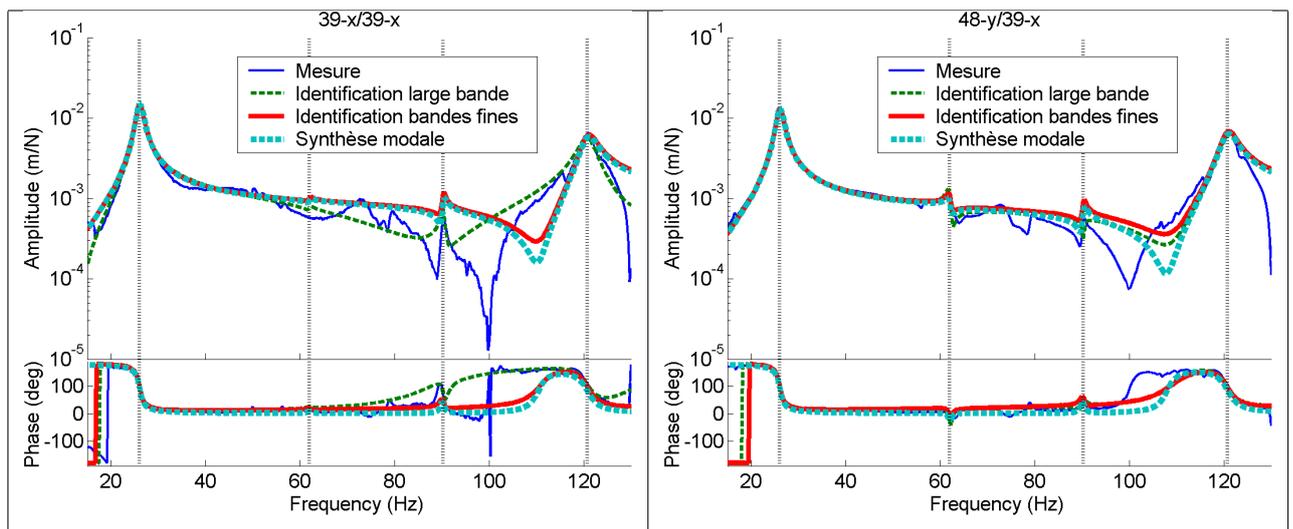


FIG. 5.8 – Illustration des difficultés d'identification de la masse généralisée & résultats de synthèse - FRF colocalisée (39-x/39-x) & FRF correctement synthétisée (48-y/39-x)

L'identification a été réalisée de deux façons différentes. Un premier modèle pôle/résidu a été identifié sur toute la largeur de la bande. Ce modèle n'est pas satisfaisant, puisque l'identification du troisième mode (90Hz) n'est absolument pas pertinente. ce phénomène apparaît légèrement sur le tracé de l'amplitude associé à la FRF 39-x/39-x, et est très net sur la phase de cette même FRF. La présence sur le moteur de nombreuses sous-structures annexes non instrumentées (tuyauteries de graissage, corps interne, etc.) vient perturber l'identification. Pour limiter cet effet, l'analyse a été réalisée par bandes étroites successives au voisinage des résonances d'intérêt. L'identification d'un modèle pôle/résidus en bande fine semble beaucoup plus cohérent avec les mesures, comme le montre la figure 5.8. La synthèse réalisée en large bande à partir des modes normaux identifiés depuis le modèle pôle/résidus en bandes étroites est très correcte, compte tenue des difficultés rencontrées.

Les FRF mesurées peuvent être directement comparées aux modèles d'identification (pôles/résidus complexes) et à la synthèse modale réalisée à partir des modes normaux. Si la synthèse de certaines FRF à partir des modes identifiés est correcte, on note une disparité qui rend compte de la faiblesse du modèle à quatre modes sur l'ensemble de la bande d'analyse. La représentation locale du compor-

⁵La déformée du quatrième mode, même si elle est assez correctement identifiée, n'est pas très lisible dans le tableau 5.7. Elle correspond au mode du modèle local représenté sur la droite de la figure 5.11

tement autour des fréquences propres semble globalement correcte (illustration de la FRF 48-Y/39-X) malgré les erreurs d'identification de la masse généralisée des modes 2 & 3. Il est donc raisonnable d'attendre une prédiction correcte pour le premier mode, et des valeurs de fréquences moins précises pour les modes 2 & 3 dues à la mésestimation de la masse généralisée.

Prédiction couplée - comparaison avec le modèle numérique recalé

L'objectif dans cette application est d'étudier l'influence des solutions permettant d'augmenter la fréquence propre du premier mode (basculement) et d'éviter ainsi la coïncidence avec la fréquence de rotation du moteur. L'analyse de la déformée du premier mode permet de proposer une modification adéquate. La figure 5.9 présente le détail de la première déformée autour de la jonction entre la plaque de base et la cage du moteur. La déformation provient de la flexion de la plaque de base et de l'ouverture de la jonction. Ce dernier phénomène semble être d'ailleurs prépondérant, puisqu'une étude réalisée par EDF [1] a démontré par ailleurs que l'augmentation de l'épaisseur de la plaque de base ne permet pas de décaler significativement la première fréquence propre. La solution retenue pour obtenir le raidissement de la jonction est l'ajout de trois "sabots" ajoutés en parallèle à la liaison moteur/plaque pour limiter l'ouverture de la jonction. Ces modifications sont présentées sur les modèles de la figure 5.6.

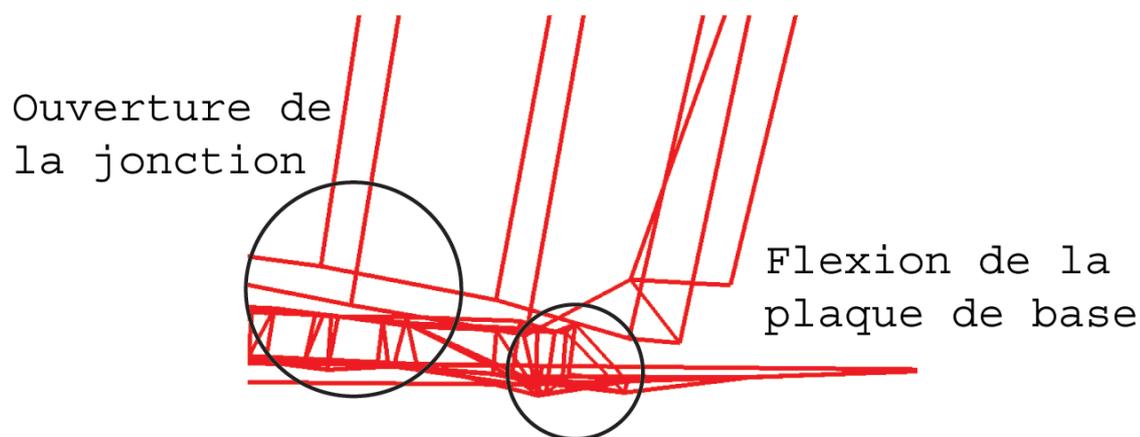


FIG. 5.9 – Détail de la déformation du premier mode autour de la jonction entre la plaque de base et la cage du moteur.

La jonction plaque/cage joue un rôle prépondérant dans la dynamique basse fréquence. Le chapitre 4 a illustré l'influence des paramètres géométriques et physiques introduits dans le modèle local sur la qualité de la prédiction. Pour étudier l'influence de la jonction, trois modélisations ont été effectuées.

Ces différentes modélisations de la jonction et les résultats de prédiction pour le premier mode, pour chacun des modèles de jonction, sont présentés sur la figure 5.10.

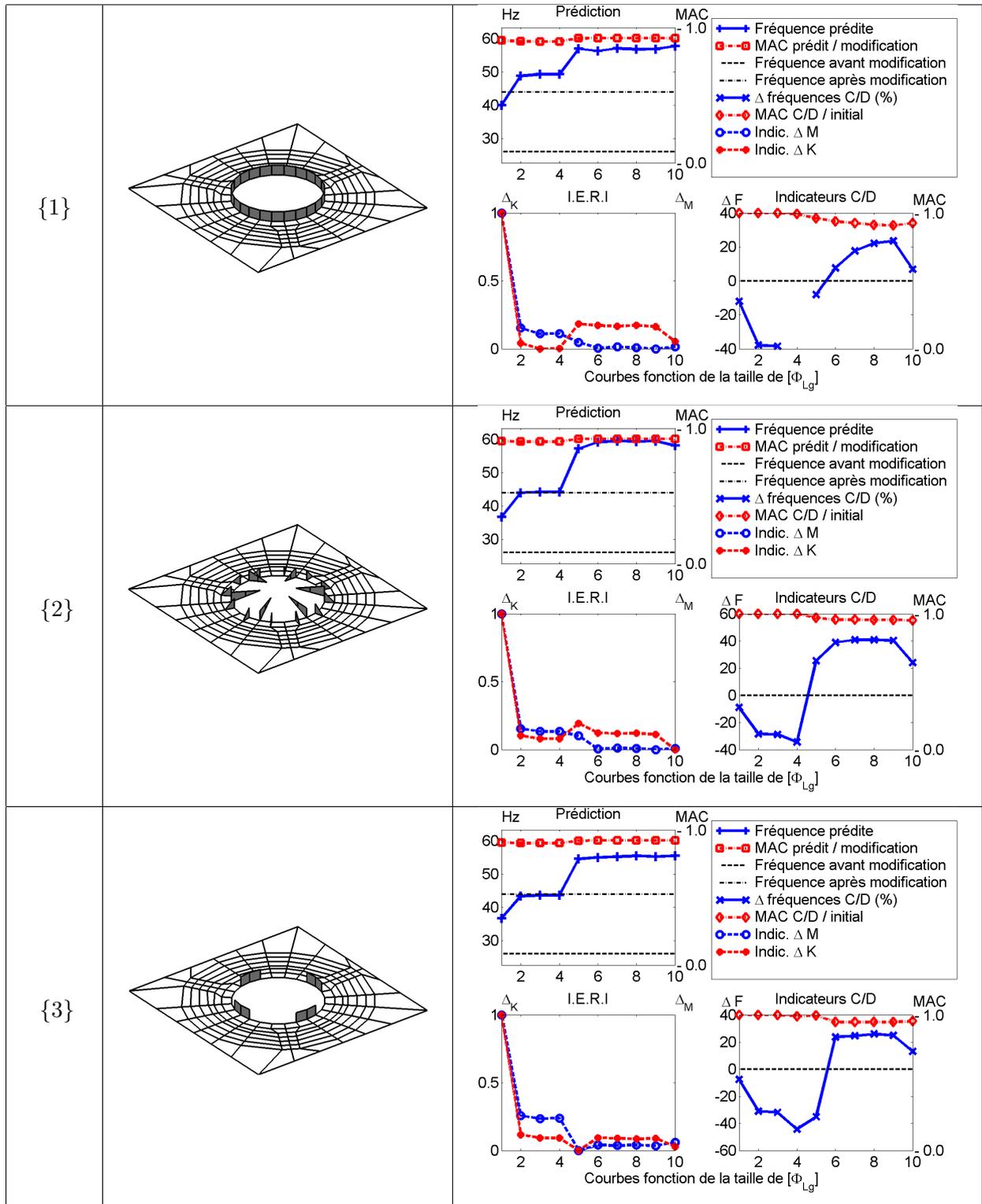


FIG. 5.10 – Modélisations de la jonction plaque/moteur & résultats de la prédiction pour le premier mode avec les différents modèles locaux

Une première modélisation ($\{1\}$), très simple, ne prend pas en compte la géométrie réelle de la jonction. Cette géométrie doit être celle utilisée dans un premier temps pour réaliser la prédiction de comportement. La deuxième jonction ($\{2\}$) a été modélisée en s'appuyant sur le maillage capteur. La liaison plaque/cylindre est modélisée en utilisant des éléments de plaque reprenant la forme des goussets dessinés dans le maillage capteur. Cette géométrie est représentative de la réalisation de la jonction réelle. Une troisième solution ($\{3\}$) a été envisagée, réalisant un compromis entre les deux précédentes modélisation. Cette dernière modélisation offre la simplicité de la première, en se rapprochant du comportement mécanique supposé de la seconde. Cette approche est justifiée par l'observation de la structure lors de l'analyse sur site. La construction du modèle local est déterminante pour la qualité des résultats, il est donc important d'y concentrer toutes les informations disponibles.

La modification réelle n'a pas encore été mise en œuvre sur site, les résultats obtenus avec le modèle EF à 150 000 DDL servent ici de référence. Ces résultats ne présument pas du comportement réel de la structure modifiée mais permettent de juger de la validité de l'approche par LMME-SDM vis à vis de la construction d'un modèle EF très complexe de la structure testée et d'estimer les gains de temps potentiels pour des résultats de qualités sensiblement équivalentes.

La prédiction de l'influence des "sabots" venant raidir la liaison plaque/moteur a été effectuée en utilisant le modèle à quatre modes. L'analyse des résultats présentés sur la figure 5.10 en ne considérant que les IERI et le test de couplage/découplage ne semble pas évident. Dans chacun des cas, l'évolution de la fréquence prédite et des IERI indique nettement deux zones de prédiction stable. La première zone, située entre 2 et 4 vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, donne *a posteriori* le meilleur résultat. Cette zone apparaît aussi comme étant l'optimum du point de vue de Δ_{EK} . On présume alors obtenir le résultat optimal du point de vue de la forme, la LMME et l'expansion statique fournissant des résultats très comparables. La seconde zone, située entre 5 et 9 vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, correspond à l'optimum de Δ_{EM} . Le résultat de l'expansion reste correct, puisque Δ_{EK} reste faible, et doit être plus régulier. Le choix doit donc être affiné par l'analyse des déformées des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$. La figure 5.11 présente les déformées d'une combinaison linéaire des deux premiers vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, puis du cinquième mode du modèle local avec la jonction $\{2\}$. La combinaison linéaire des vecteurs 1 et 2 permet de conserver la même direction de déformation pour comparer les déformées.

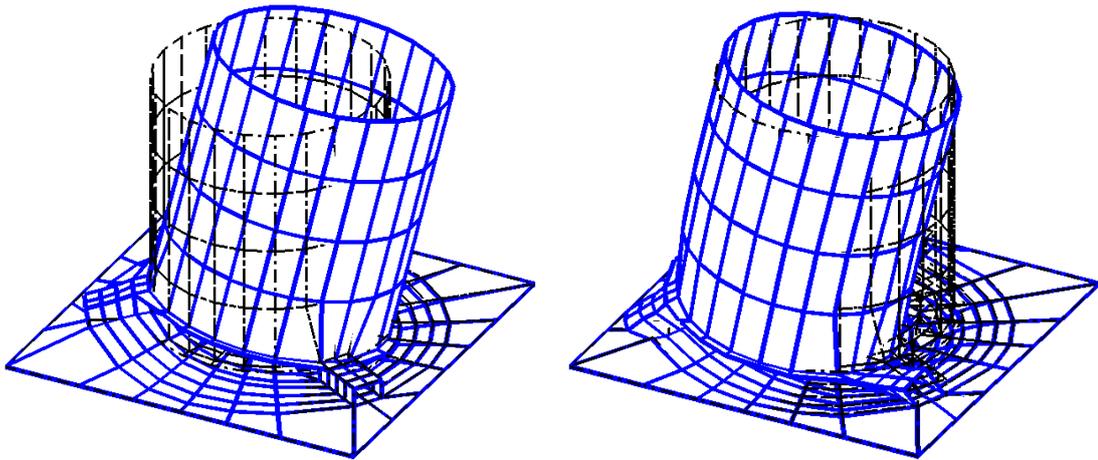


FIG. 5.11 – Déformées associées à $[\Phi_{Lg}]$ pour la combinaison des vecteurs 1 & 2 et pour le vecteur 5

Cette illustration permet de mieux comprendre le comportement des IERI et de sélectionner correctement la taille de la base d'expansion. Il apparaît nettement que la combinaison des deux premiers vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ permet de représenter très correctement le mode de basculement de la structure initiale. La déformée du cinquième vecteur est représentative du mode de balancement (mode identifié n°4). La configuration de capteurs retenue est dense sur la cage du moteur, et relativement pauvre sur la plaque de base. L'expansion favorise donc nettement les mouvements de la cage du moteur. Du point de vue de la cage, ces deux modes sont donc en compétition, puisque chacun permet de représenter un mouvement de rotation d'ensemble de la cage, sans déformation locale sensible.

Dans les deux cas présentés sur la figure 5.11, la cage présente un mouvement de bascule très net, mais les mouvements de la jonction sont très différents. Les vecteurs 1 & 2 sont conformes aux observations réalisées sur l'analyse modale, en montrant une flexion de la plaque et un décollement important de la cage par rapport à la plaque au niveau de la jonction. Par contre, dans le cas du vecteur 5, la rotation de la cage est due au cisaillement au niveau de la jonction. Ce type de déplacement n'est pas celui observé sur l'analyse modale et représente un travail plus important de la modification. Cette différence de travail des efforts au niveau de la modification explique la fréquence prédite plus importante. Pour représenter correctement les mouvements au niveau de la liaison plaque/moteur pour le premier mode de flexion, il est donc préférable de ne pas conserver les modes associés au balancement de la cage.

Lorsque seuls les deux premiers modes d'interface sont conservés, les résultats obtenus sont très bons, relativement à la prédiction réalisée avec le modèle EF recalé. L'erreur commise dans le cas du modèle {1} est liée à la surestimation de la raideur de la jonction. Le surplus de raideur introduit dans le modèle local est ajouté à la raideur de la modification. Cette dernière paraît alors plus raide, d'où une surestimation de la fréquence prédite. Les jonctions {2} et {3} sont beaucoup plus souples et représentent mieux le comportement réel de la structure, d'où une prédiction nettement meilleure.

Le tableau 5.3 récapitule les résultats pour les trois modes obtenus avec le modèle de jonction {3}. Ces résultats permettent la comparaison avec la prédiction réalisée à l'aide du modèle EF recalé.

Mode	Basculement	Torsion	Pompage
$f_{initiale}$ (en Hz)	26,1	62,0	90,0
f_{LMME} (en Hz)	43,6	80,4	91,5
$f_{EF \text{ recalé}}$ (en Hz)	44,0	89,1	91,8
MAC EF vs. LMME	0,99	0,86	0,95

TAB. 5.3 – Estimation de l'effet des modifications sur les 3 premières fréquences propres du moteur - Comparaison avec le modèle EF recalé

Le second mode identifié est un mode de torsion de la liaison plaque/moteur. La prédiction montre un raidissement notable de la liaison pour cette déformation. Cependant, la fréquence obtenue par LMME-SDM est assez nettement inférieure à celle obtenue par le modèle EF (erreur sur la prédiction du décalage de plus de 30 %). Même si aucune analyse modale de la structure modifiée n'est disponible, il se peut que la prédiction réalisée par LMME-SDM sur le mode de torsion soit assez éloignée du résultat étant donné l'erreur commise sur la masse généralisée de ce mode (figure 5.8). Cependant, cette erreur peut également se répercuter sur la prédiction réalisée avec le modèle EF recalé. Dans ce cas, il est difficile d'avoir une idée précise de l'influence réelle de la modification sur ce mode.

Pour les deux analyses, un faible décalage est obtenu dans le cas du troisième mode. Ce mode est un mode de pompage, vraisemblablement assez peu impacté par la modification. Ce mode est essentiellement lié à la raideur de la plaque de base, peu modifiée par l'ajout des "sabots". Malgré la bonne adéquation entre les résultats obtenus par LMME-SDM et calcul EF, il convient de rester prudent. Les prédictions obtenus par la LMME-SDM sont possiblement entachés de l'erreur commise sur l'identification de la masse généralisée. Le modèle EF a été recalé à partir des informations expérimentales utilisées pour cette étude. Tout comme le mode de torsion, il convient d'être prudent sur l'interprétation des résultats.

Cette étude illustre parfaitement les gains de temps potentiels réalisés avec la LMME-SDM par rapport à l'approche adoptée auparavant à EDF. Une analyse critique détaillée des résultats est toujours nécessaire, mais les résultats obtenus peuvent être considérés comme étant de qualité comparable à ceux obtenus avec un modèle EF recalé. La construction d'un tel modèle est longue et délicate. L'utilisation de toutes les données pour la construction d'un modèle local pertinent (modélisation de la jonction) permet d'obtenir de très bons résultats dans des délais bien plus courts (environ 1 an pour l'étude complète EDF contre 1 mois pour l'étude LMME-SDM).

5.3 Pompe CRF

Le cas d'application présenté dans cette section est encore plus représentatif des besoins d'EDF en terme de réactivité et de prédictibilité. Il s'agit du traitement d'un problème vibratoire survenu sur un ensemble moto-pompe pour lequel on a mis en évidence un mode de basculement situé aux alentours de 25 Hz. Cette fréquence correspondant à la fréquence de rotation du moteur, la réponse en fonctionnement montre des niveaux vibratoires élevés.

Parce que le dysfonctionnement touche une pompe critique pour le fonctionnement de la centrale électrique dans laquelle elle se situe, un traitement particulièrement rapide doit être apporté pour réduire les vibrations. En effet, si jamais la pompe de secours qui remplit la mission de la pompe défectueuse vient à manquer également, l'arrêt de la centrale est impératif, avec comme conséquence des pertes d'exploitation extrêmement importantes pour EDF.

L'intérêt de l'étude présentée ici est qu'elle a été menée, grâce à l'emploi de méthode de SDM, de bout en bout avec le double objectif de réactivité et de recherche de garanties maximales dans la précision de l'impact des modifications. En effet, les solutions étudiées ici ont été réellement mises en œuvre sur site et constituent à ce titre une validation particulièrement pertinente de l'intérêt de la méthode mise au point dans le cadre de cette thèse.



FIG. 5.12 – Photos du moteur (à gauche), de la pompe située à l'étage inférieur (au milieu), et de l'embase modifiée (à droite)

Analyse modale de la structure

Le moteur et la pompe sont présentés sur la photo 5.12. Ces deux structures sont placées de part et d'autre d'un plancher en béton. Le moteur est supporté par une plaque en acier fixé sur ce plancher en quatre points. Cette plaque est percée pour permettre le passage de la transmission, dont le carter est fixé à la partie supérieure du corps de pompe. Le bas du tuyau de sortie de pompe est noyé dans le plancher du local inférieur. Il est important de noter que l'analyse modale expérimentale a été réalisée sur la structure accouplée à l'ensemble du réseau de tuyauterie, contrairement aux cas du démonstrateur académique et du moteur à axe vertical.

Les premiers modes identifiés de la structure complète sont présentés sur la figure 5.13. Les modes incriminés sont les deux premiers modes de flexion de l'ensemble moteur/ pompe. Le premier est situé dans le plan (Oxz) autour de 27Hz, le second dans le plan (Oyz) autour de 31 Hz, z représentant la verticale. Les modes 3 et 4 correspondent aux deuxièmes modes de flexion, respectivement dans les plans (Oxz) et (Oyz) , et le premier mode de torsion autour de z apparaît autour de 50 Hz. Ce dernier mode peut sembler problématique puisque la transmission est assurée par un cardan à deux axes. Cependant, il apparaît que le niveau de réponse en fonctionnement autour de 50 Hz est très faible.

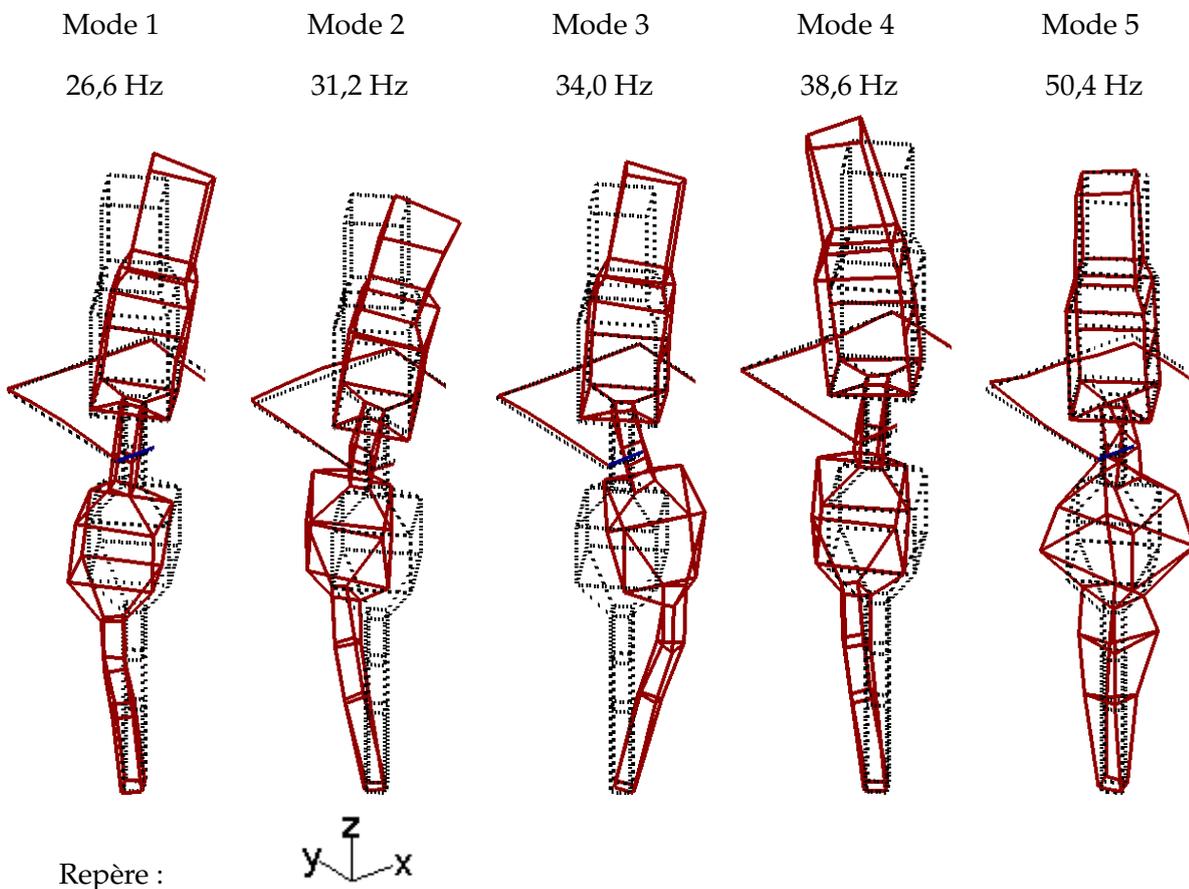


FIG. 5.13 – Déformées et fréquences des 5 premiers modes propres de l'ensemble moteur/pompe

Le modèle de synthèse de l'ensemble moteur/pompe retenu pour cette étude est constitué de ces cinq modes. La figure 5.14 présente les deux FRF colocalisées. Les résultats de mesure et d'identification sont superposés à la synthèse réalisée à partir des modes normaux. Il apparaît que l'estimation des masses généralisées pour les quatre premiers modes est excellente. Le cinquième mode conservé (50 Hz) est assez mal identifié, à cause des faibles niveaux de réponse. Les résidus associés au pôle autour de 41 Hz n'ont pu être identifiés correctement et ont été éliminés, de même que pour le pôle situé autour de 56 Hz. En dehors des résonances, la synthèse a des niveaux largement différents de la mesure. Ces différences illustrent l'effet des termes résiduels non pris en compte pour le couplage.

Étude d'une modification - comparaison avec les résultats d'essais réalisés sur site

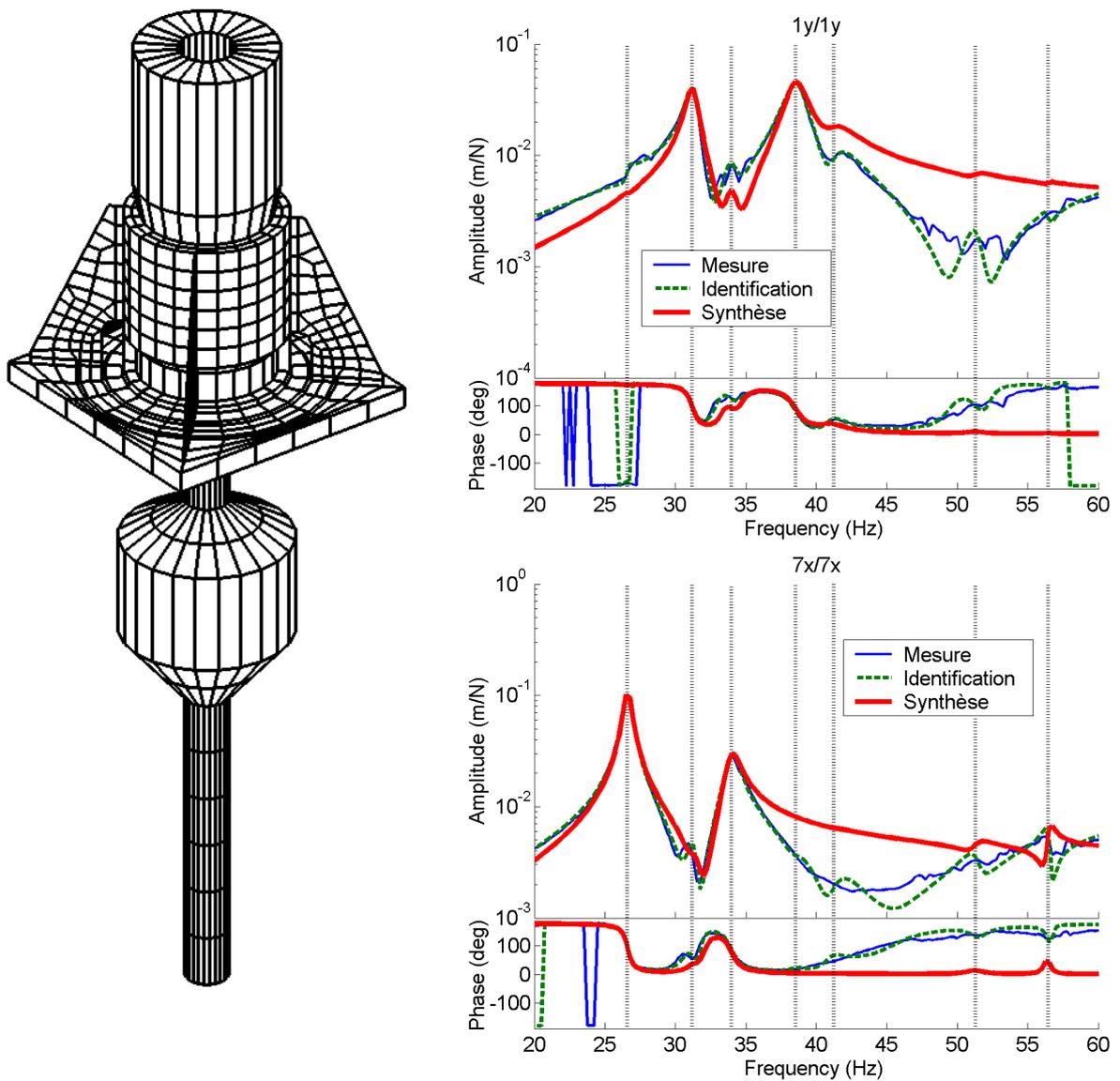


FIG. 5.14 – Schéma de la solution envisagée (à gauche) et FRF colocalisées (à droite).

L'origine du problème vibratoire semble provenir du comportement couplé de l'ensemble moteur/pompe. Pour remédier à ce problème, une solution est envisagée pour découpler les deux sous-structures. Quatre renforts ont été conçus et dimensionnés, et sont rajoutés entre l'embase du moteur et la plaque support. La figure 5.14 présente le modèle local réalisé pour l'étude incluant les renforts. Les informations disponibles pour réaliser le modèle local sont le maillage capteur et les deux photos de gauche présentées sur la figure 5.12. Cette figure présente une photo de l'ensemble plaque/embase avec les modifications.

Même si le modèle ainsi construit peut paraître assez raffiné au premier abord, il faut considérer cependant que :

- les différentes ouvertures en partie inférieure de l'embase (cf. figure 5.13) ne sont pas représentées,
- des informations importantes telles que l'épaisseur de la plaque support ou la réalisation de la jonction moteur/embase sont inconnues au moment de la réalisation du modèle local.

Dans ces conditions, on peut considérer que le modèle ainsi constitué n'a que peu de chance d'être représentatif du comportement dynamique de l'ensemble moto-pompe pour un nombre un tant soit peu élevé de modes. De même, les masses modales correspondantes et les rigidités dynamiques sont probablement très éloignées de celles qu'on pourrait mesurer. Enfin, le temps consacré à l'élaboration de ce modèle est très court, puisqu'il n'a pas excédé quelques jours.

La figure 5.15 présente les résultats de prédiction pour les modes 3 & 4, identifiés comme pénalisants pendant le fonctionnement puisque faisant travailler principalement la jonction entre le moteur et l'embase. Il est clair que les indicateurs permettent de détecter de manière très efficace l'optimum à retenir.

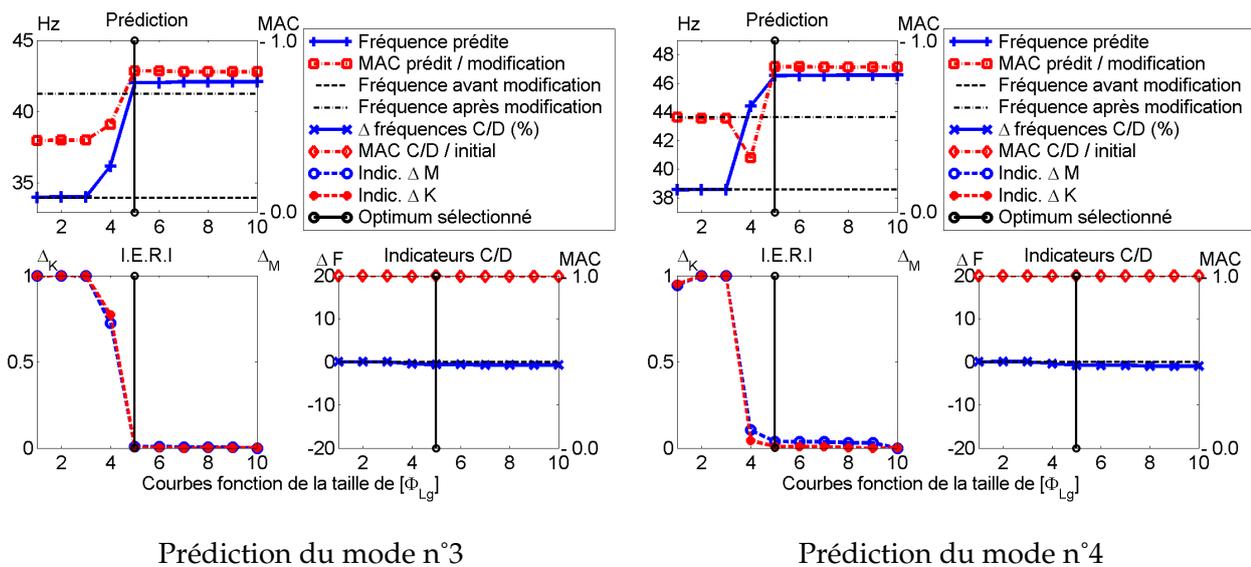


FIG. 5.15 – Résultats de la prédiction pour les troisième et quatrième modes couplés

Pour le mode 4, le choix de cinq modes de $[\Phi_{Lg}]$ peut sembler moins naturel. Il apparaît que pour quatre modes, les valeurs des IERI sont relativement faibles même s'il ne s'agit pas du minimum dans l'absolu. Le choix définitif est alors réalisé en analysant les déformées du mode 4 obtenues après modification pour quatre ou cinq vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$. Ces déformées sont présentées sur la figure 5.16.

Pour quatre vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, la prédiction de la fréquence est très correcte, mais le MAC est assez mal estimé. Les déplacements de l'interface ne sont pas correctement reconstruits et il subsiste un décollement important entre la structure et la modification, non détecté par les IERI. En intégrant le cinquième vecteur, le décollement de l'interface est réduit. La fréquence prédite est plus élevée que pour la structure réelle, mais la forme est correctement prédite. L'analyse de cette déformée montre les lacunes du modèle local. Le modèle de la jonction entre le moteur et l'embase est probablement plus raide que la réalité. Malgré cela, les résultats de la prédiction restent globalement très bons.

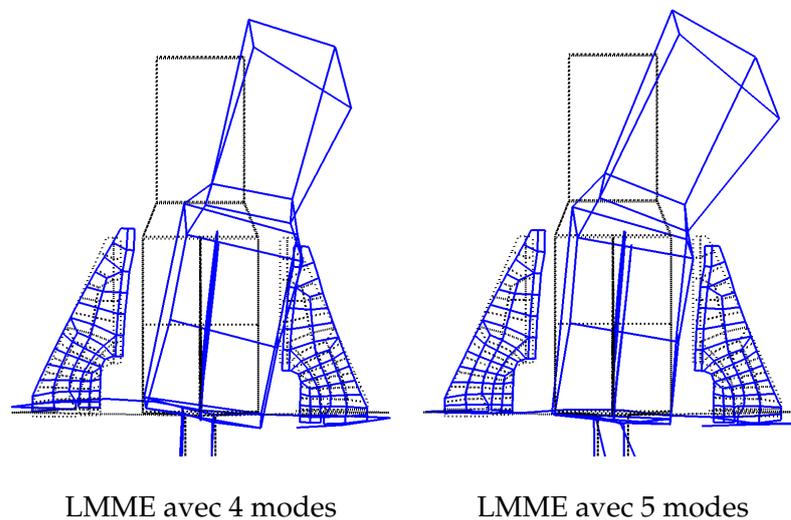


FIG. 5.16 – Déformée du mode 4 pour la structure modifiée - déformations de la modification - prédiction avec 4 et 5 modes

Le tableau 5.4 récapitule les résultats obtenus par LMME-SDM et présente les résultats de l'analyse modale expérimentale sur site de la structure modifiée. F_{LMME} est la fréquence obtenue par LMME-SDM, F_{AME} est la fréquence obtenue par analyse modale expérimentale et Δ_F est l'erreur relative entre la prédiction et l'analyse modale. Les résultats obtenus sont très bons, autant pour la prédiction de la fréquence que de la forme. L'objectif de la modification est effectivement atteint, puisque les mouvements du moteur et de la pompe sont pratiquement totalement découplés. Les déformées des quatre premiers modes associées à la prédiction couplée sont présentées sur la figure 5.17.

Mode n°	1	2	3	4
$F_{AME\ ini.}$ (Hz)	26,6	31,2	34,0	38,6
F_{LMME} (Hz)	31,9	34,0	42,1	46,5
$F_{AME\ mod.}$ (Hz)	32,0	34,6	41,2	43,6
MAC pred. / AME	0,93	0,92	0,87	0,92
Δ_F (%)	-0,4	-1,9	2,0	6,7

TAB. 5.4 – Résultat de la prédiction couplée - Comparaison avec les résultats de l'analyse modale expérimentale sur la structure modifiée

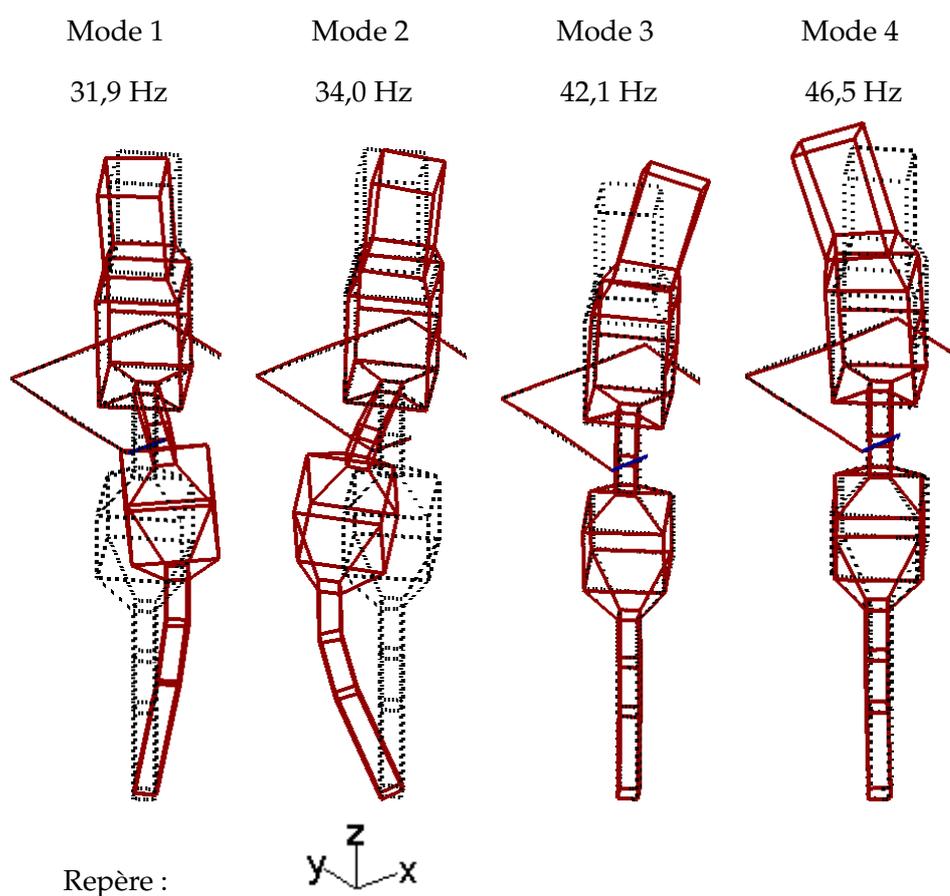


FIG. 5.17 – Déformées et fréquences des 5 premiers modes propres de l'ensemble moteur/pompe modifié

La synthèse de FRF présentée à la figure 5.18 illustre également la très bonne qualité des résultats. Ces FRF correspondent à la réponse au niveau des points de contrôle de l'exploitant pour une exci-

tation placée au sommet de la structure. Les points de contrôle sont situés au niveau de la jonction entre l'embase et le moteur. Les FRF synthétisées à partir de la prédiction sont très proches de celles obtenues par la mesure. Seule l'erreur de prédiction plus importante sur le mode 4 apparaît assez nettement, sans pour autant dégrader franchement le résultat global.

Pour déterminer l'influence de la modification sur le comportement de la pompe en fonctionnement, il aurait fallu identifier les efforts extérieurs. Cette étude, très délicate, n'a pas été réalisée. Cependant, l'hypothèse a été faite que la modification de la structure ne modifie pas significativement les sources d'excitation de la structure. Cette hypothèse n'a pas été infirmée, puisque la diminution des niveaux vibratoire à 25 Hz, visible sur les FRF prédites, a été retrouvée sur les niveaux vibratoires d'exploitation à la mise en marche de la pompe modifiée.

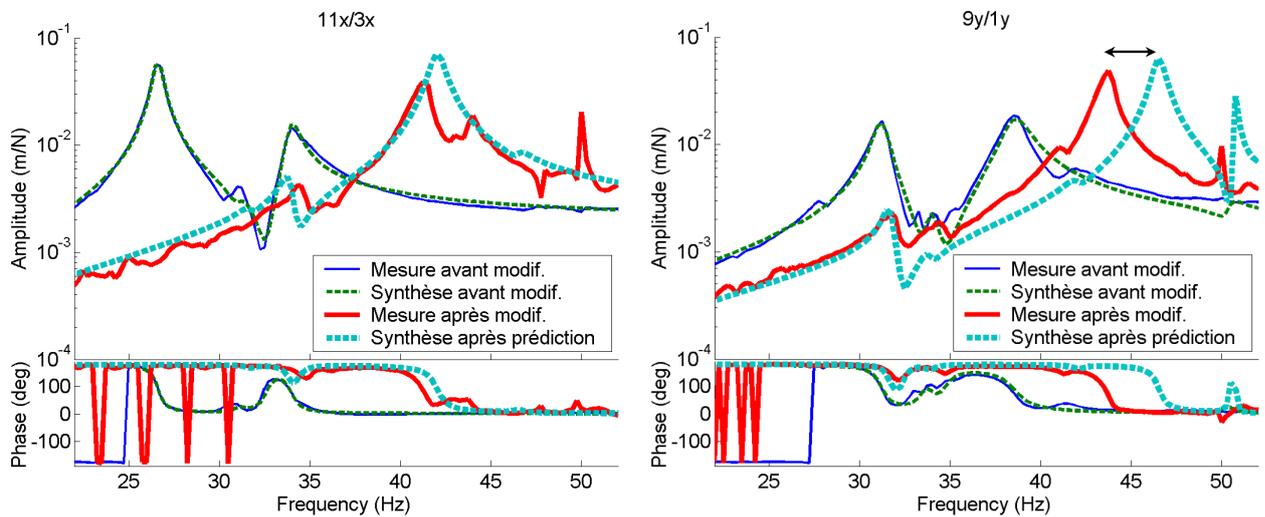


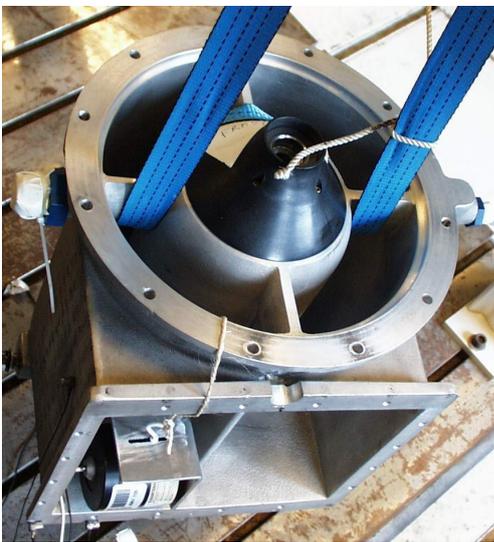
FIG. 5.18 – FRF au niveau des points de contrôle. Mouvements dans les plans (Oxz) (FRF $11x/3x$) et (Oyz) (FRF $9y/1y$)

5.4 Carter de turbine à combustion (TAC)

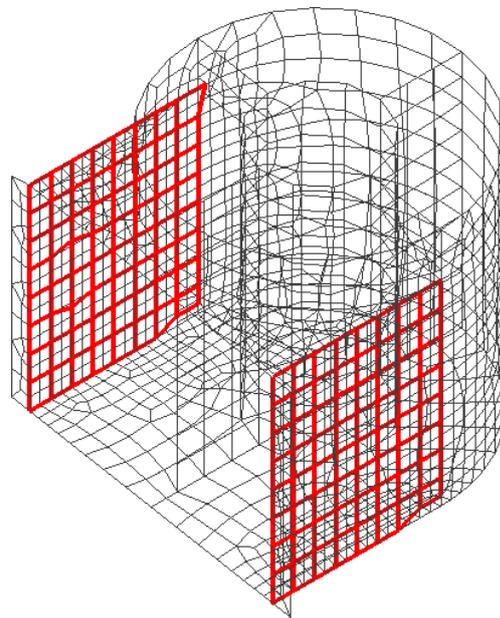
Cette dernière application présente une étude permettant d'intégrer l'ensemble des évolutions apportées par la LMME-SDM. La structure étudiée est un carter d'échappement situé en sortie d'une turbine à combustion. Ce type de turbine très compacte (environ 2 mètres de long) est étudié par EDF et pourrait constituer à terme un moyen alternatif de production d'électricité délocalisé dans les locaux collectifs (immeubles, entreprises, etc.). La figure 5.19 présente une photo du carter dans sa configuration initiale et le maillage capteur retenu pour réaliser l'analyse modale.

Position du problème

Le problème lié à cette structure est de nature acoustique. La vitesse de rotation de la turbine se situe autour de 1080Hz, soit environ 60 000 tours/minutes. Les turbulences liées à l'écoulement viennent exciter les deux parois planes et produisent un bruit important autour de cette fréquence. D'autre part, des excitations d'origine électromagnétique liées à la présence de l'alternateur introduisent une excitation autour de 2160 Hz, produisant également un bruit important dans cette gamme de fréquence.



Carter avant modification



Maillage capteur

FIG. 5.19 – Carter de microTAC dans la configuration initiale - Maillage capteur superposé à un modèle EF du carter

Dans les conditions d'utilisation, le carter est encastré au niveau de l'ouverture cylindrique à la turbine. L'accouplement avec la sortie des gaz est réalisé par l'intermédiaire d'une jonction souple. Une

première analyse sur site a permis de mettre en évidence le rôle des parois comme source de rayonnement acoustique (voir [70]). Pour cette étude, une seconde analyse modale a été réalisée en laboratoire. Pour des raisons pratiques, le carter seul est étudié et est placé dans des conditions libre-libre pour réaliser l'analyse. Cette différence de conditions aux limites modifie le comportement dynamique de l'ensemble mais permet une identification et un appariement correct des déformées. Les déformées pénalisantes du point de vue acoustique identifiées dans ces conditions sont présentées sur la figure 5.20. Dans les conditions réelles d'utilisation, le mode 2 apparaît à 1080 Hz, et le mode 11 à 2200 Hz.

Ces deux modes présentent des déformées fortement rayonnantes et dont les fréquences coïncident pratiquement avec les raies d'excitation harmoniques à 1083 Hz et 2166 Hz. Cette étude permet de regrouper l'ensemble des objectifs visés par la LMME-SDM :

- Étude multi-objectifs
 - Objectif vibratoire : décaler les fréquences propres de deux familles de modes appartenant à deux bandes de fréquences distinctes pour éviter l'appropriation avec les deux raies d'excitation autour de 1000 et 2000Hz,
 - Objectif "acoustique" : "casser" les formes des modes pour limiter le rayonnement des parois latérales,
- Étude type : la taille de la zone à traiter est restreinte par rapport à la taille de la structure globale,
- La géométrie de la zone à traiter s'accorde parfaitement avec l'idée de la réalisation d'un modèle local simple et facile à manipuler.

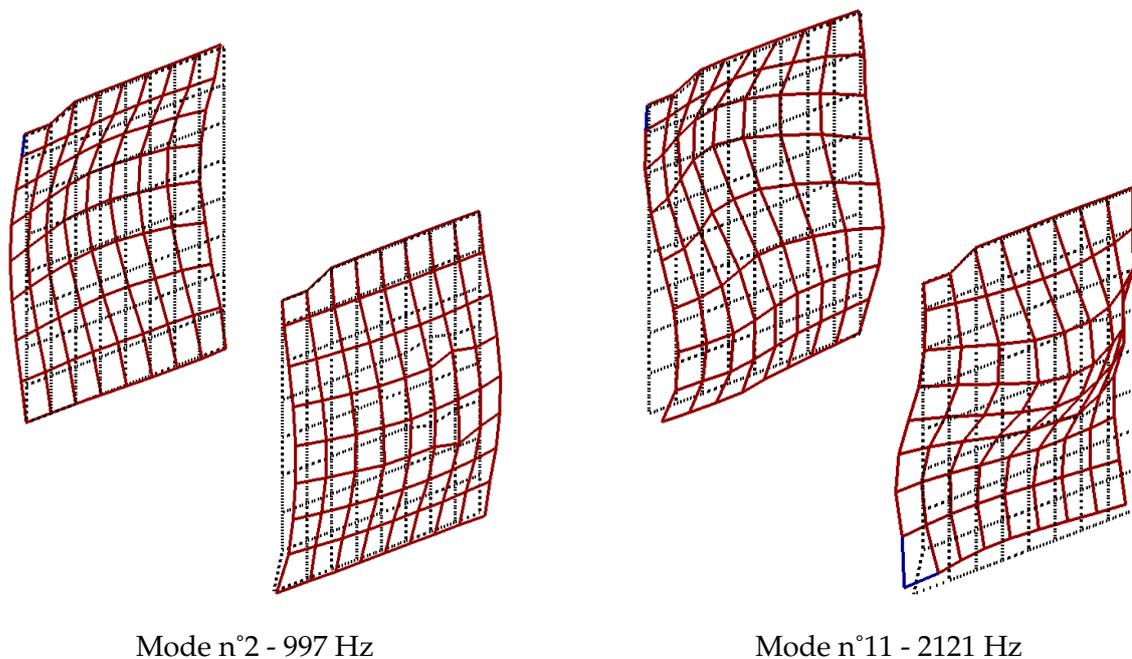


FIG. 5.20 – Modes perturbants identifiés à partir du carter de TAC en conditions libre-libre

La réalisation d'un modèle de synthèse expérimental pose plusieurs difficultés. La gamme de fréquences d'intérêt du problème impose de réaliser l'analyse modale sur une bande très large. D'autre part, la grande densité modale impose un travail d'identification particulièrement important pour aboutir à un modèle représentatif sur toute la bande de fréquences considérée. L'analyse a été réalisée entre 900 et 3250 Hz et 27 modes ont été identifiés. La figure 5.21 présente les FRF mesurées et synthétisées à partir du modèle retenu. Chacune de ces FRF correspond à une mesure colocalisée sur les deux parois de la structure.

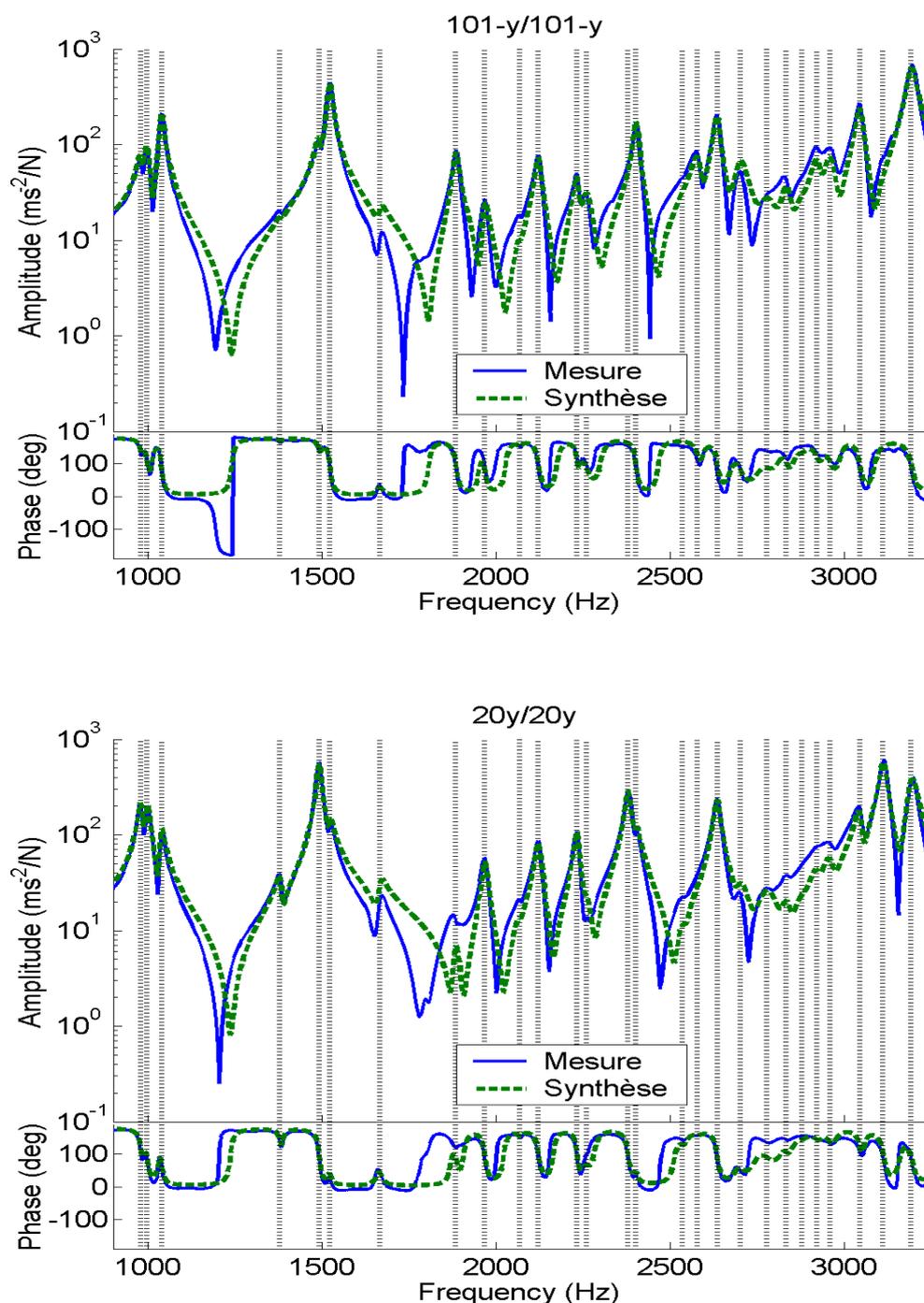
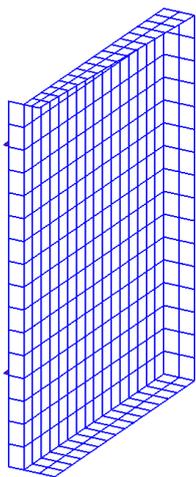


FIG. 5.21 – Qualité du modèle expérimental du carter de TAC - Comparaison des FRF colocalisées

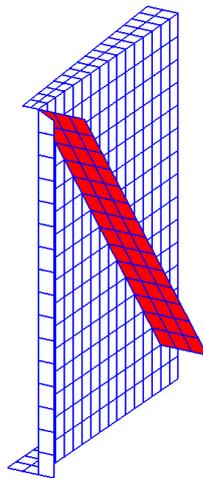
Ces deux FRF illustrent la représentativité du modèle sur l'ensemble de la bande d'analyse. Un certain nombre de pôles n'ont pu être correctement identifiés et n'ont donc pas été retenus. En particulier, les deux mesures présentées montrent nettement l'existence d'un pôle autour de 1800 Hz. Cependant, l'analyse n'a pas permis l'extraction d'un mode dans des conditions correctes, puisque la positivité des résidus pour ces deux FRF n'était pas assurée.

Étude de la première modification

La première modification réalisée est un raidisseur rapporté sur une partie de la diagonale de la première face du carter. Le modèle local construit pour cette première analyse est présenté sur la figure 5.22 avec une photo de la structure modifiée. Ce modèle est constitué de deux plaques en conditions libre-libre raidies sur leurs contours pour représenter le raidissement présent dans l'ensemble de la structure.



Modèle local n°1



Configuration modifiée n°1

FIG. 5.22 – Modèle local du carter de TAC - Configuration n°1 - Photo du carter modifié

La modification envisagée doit permettre de raidir la structure et de casser la symétrie. En raidissant la structure sur une seule face, l'accrochage avec les raies d'excitation peut être évité. L'amortissement structural est assez faible, un petit décalage peu donc suffire pour réduire les niveaux vibratoires. En cassant la symétrie, le rayonnement acoustique de la structure est amoindri. L'association de ces deux effets doit permettre de résoudre le problème.

La figure 5.23 présente les résultats concernant les modes 2 et 11. Étant donné les objectifs, la gamme de fréquence de l'étude et le peu de représentativité du modèle local, un nombre important de modes d'interface a été utilisé.

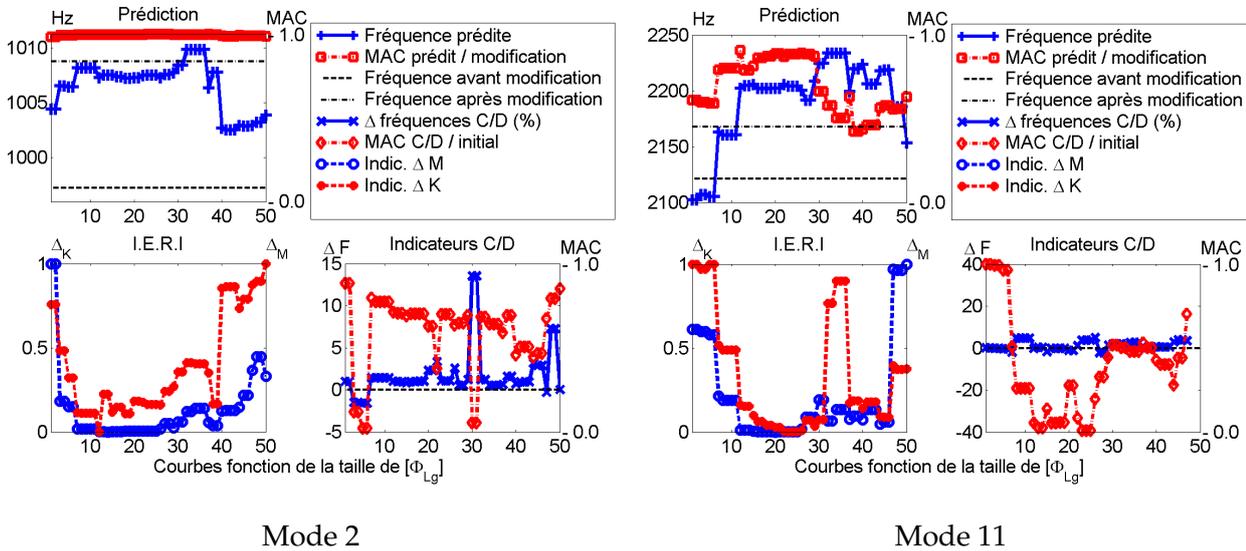


FIG. 5.23 – Résultats de la prédiction pour les modes 2 et 11 - première modification

Sélection du résultat de prédiction du mode 2

Bien que le cas semble complexe, les indications fournies par les IERI et le test de couplage/ découplage permettent d'estimer rapidement la qualité des résultats de prédiction pour le mode 2. Les évolutions des différents indicateurs sont assez régulières, à l'exception de Δ_{EK} qui remonte brutalement autour de 40 vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$. La plage de stabilité pour un nombre de vecteurs allant de 13 à 30 coïncide avec une prédiction raisonnable de la fréquence et une très bonne estimation de la déformée. Le choix de 13 vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ constitue donc un choix raisonnable, puisque c'est la taille du plus petit sous-espace permettant de reconstruire correctement les mouvements de la structure avant et après modification. La déformée du mode 2 pour treize vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$ est présentée sur la figure 5.24.

Sélection du résultat de prédiction du mode 11

Le choix pour le mode 11 est plus délicat. Jusqu'à 11 vecteurs, les évolutions des IERI indiquent un décollement important de l'interface. Le test de réversibilité montre une dégradation de la représentativité de la base d'expansion. Il faut donc retenir plus de 11 vecteurs pour obtenir une prédiction correcte. L'augmentation du nombre de vecteur semble nettement améliorer la prédiction, particulièrement entre 15 et 25. Les IERI présentent des valeurs basses, indiquant une reconstruction raisonnable de l'interface. En revanche, le test de réversibilité semble indiquer un manque d'information pour représenter correctement les deux problèmes. À partir de 30 vecteurs, le test de réversibilité semble se stabiliser. Les IERI présentent deux décrochements brutaux autour de 31 et 36, puis se

stabilisent également. Deux choix sont alors possibles pour la taille optimale. Soit seule l'évolution des IERI est prise en compte, alors un choix autour de 16 vecteurs est raisonnable. Soit l'optimum est retenu en considérant les IERI et les indications de couplage/découplage. Dans ce cas, le nombre de vecteur retenu sera de l'ordre de 37. L'analyse visuelle des déformées prédites, présentées sur la figure 5.24, peut permettre de fixer le choix.

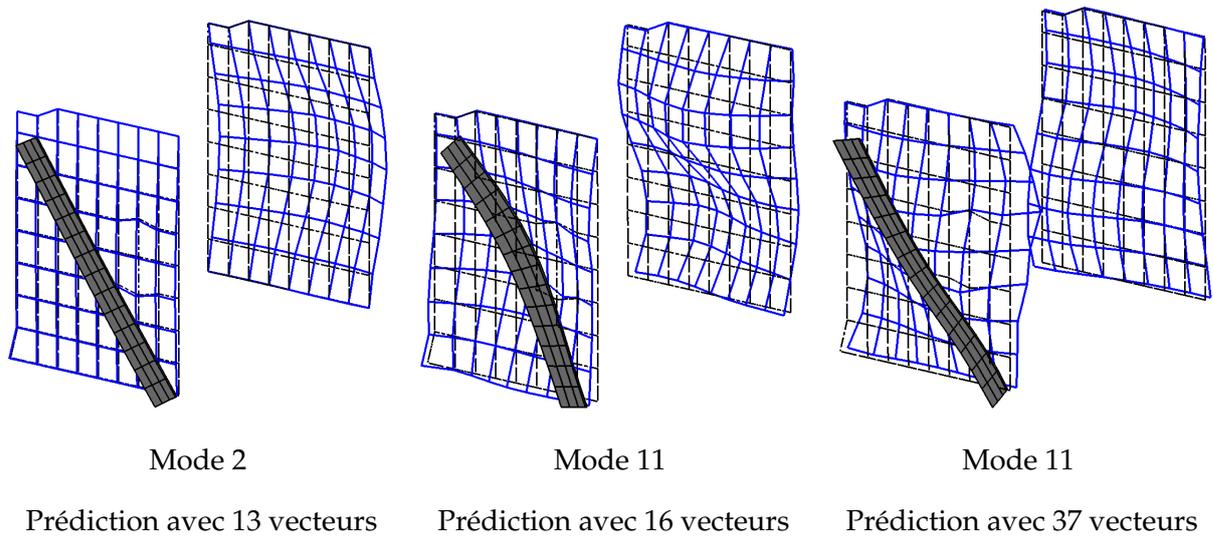


FIG. 5.24 – Déformées des modes 2 et 11 obtenues par prédiction - Première modification

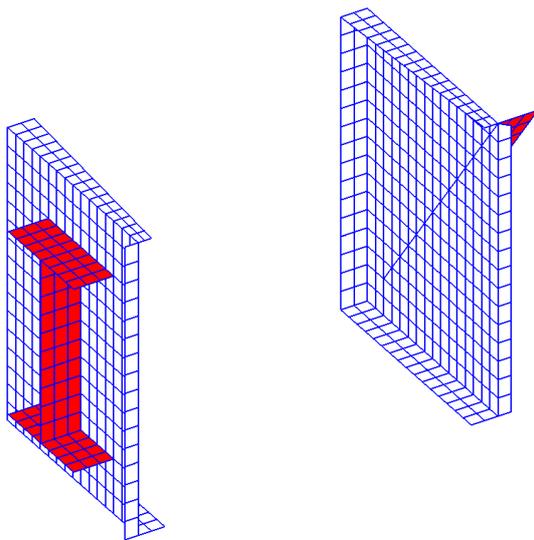
Les deux déformées semblent respecter la continuité de déplacement à l'interface, comme l'indiquent les IERI. La déformée prédite avec 16 vecteurs semble plus régulière au niveau de la paroi recevant la modification. Inversement, la déformée obtenue avec 37 modes minimise relativement les déplacements sur la face non modifiée. Il semble donc que la déformée obtenue à partir de 16 vecteurs soit moins énergétique. Pour respecter les principes de régularisation introduits par l'utilisation des vecteurs de $[\Phi_{Lg}]$, on conservera la déformation respectant la continuité des déplacements à l'interface construite à partir de la base d'expansion la plus petite. Dans ce cas, on conservera donc le résultat obtenu avec 16 vecteurs. Il apparaît également que ce choix correspond à une prédiction de la forme de meilleure qualité, alors que l'erreur sur la fréquence prédite est importante. Le décalage effectivement obtenu est de 47 Hz, alors que la LMME-SDM prévoit 116 Hz, soit une erreur relative de près de 150 %.

Les résultats de prédiction de la forme sont à comparer avec les déformées identifiées expérimentalement sur la structure comprenant la première modification, présentées sur la figure 5.25. Comme le montre les valeurs de MAC à l'optimum retenu pour chacune des prédictions, il ressort que les formes des modes prédits sont de bonne qualité.

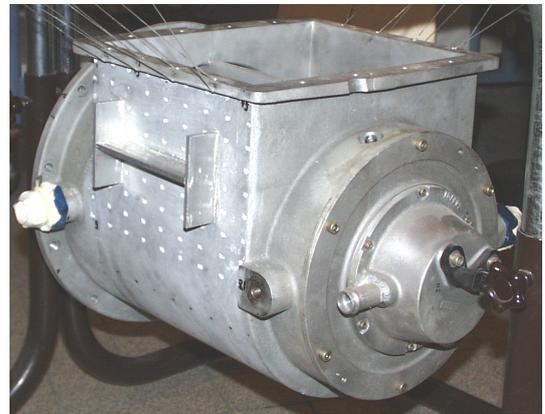
Cette première étude du carter montre bien les difficultés rencontrées lorsqu'on ne s'intéresse plus aux quelques premières fréquences propres d'une structure, mais au suivi d'un mode particulier d'ordre plus élevé. Les indications fournies par les IERI et le test de couplage/découplage permettent

position de cette seconde modification sont différentes de la première pour conserver la dissymétrie. La figure 5.26 présente le modèle local et une photo de la structure avec cette seconde modification.

Les principes de construction et la géométrie du modèle local restent identiques. Seule la seconde modification est ajoutée. Les résultats de la prédiction couplée sont présentés sur la figure 5.27. Le modèle de synthèse retenu pour étudier cette modification est identique à celui utilisé pour l'étude de la première modification.

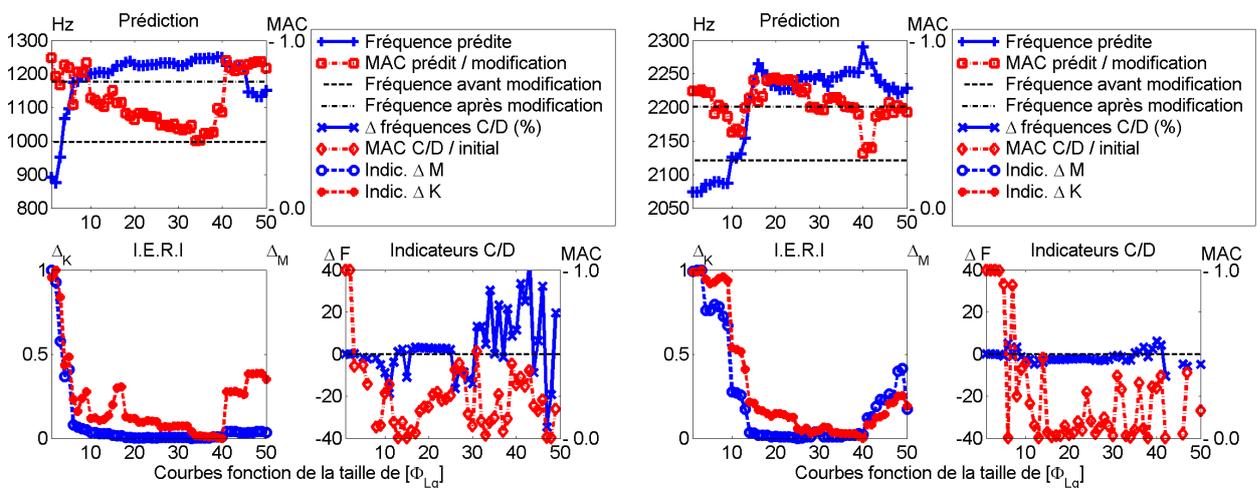


Modèle local n°2



Configuration modifiée n°2

FIG. 5.26 – Modèle local du carter de TAC - Configuration n°2 - Photo du carter modifié



Mode 2

Mode 11

FIG. 5.27 – Résultats de la prédiction pour les modes 2 et 11 - Seconde modification

L'interprétation des résultats pour les modes 2 et 11 reprend les principes énoncés pour l'analyse des résultats de la première modification. Pour le mode 2, 13 vecteurs ont été retenus. La prédiction sur la fréquence (1204 Hz) est très bonne, l'erreur relative sur le décalage attendu n'est que de 15 %. Le MAC à 0,63, en revanche, est assez mauvais. Cette propriété s'explique par la présence de la première modification. Cette première modification dissymétrise bien la structure, et les deux premiers modes de gonflement (symétrique et antisymétrique) sont bien séparés. L'ajout de la seconde modification vient raidir la deuxième face. La symétrie est alors partiellement reconstruite, et les fréquences propres des deux modes de gonflement se rapprochent. Les croisements entre les modes 2 et 3 résultant de l'augmentation progressive du nombre de modes de $[\Phi_{Lg}]$ viennent perturber le processus de LMME-SDM. La proximité des deux fréquences ne permet pas la séparation entre les deux formes modales. Les déformées prédites pour les modes 2 et 3 sont moins découplées que les formes identifiées pour ces deux modes, mais ces deux couples de vecteurs représentent néanmoins le même sous-espace.

La figure 5.28 montre l'évolution de ces deux modes à travers les différentes modifications. Les résultats présentés correspondent aux déformées identifiées.

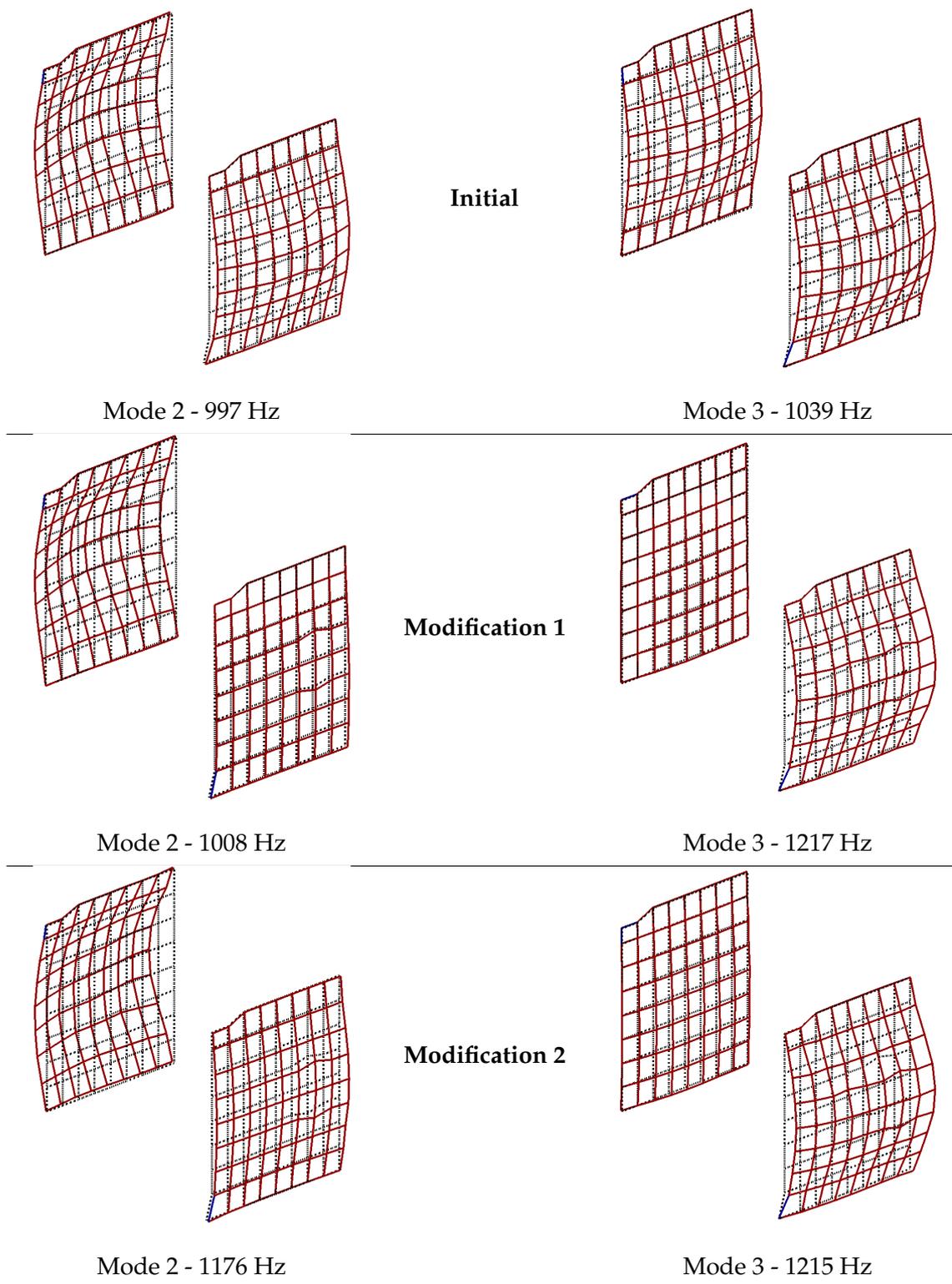


FIG. 5.28 – Évolution des des deux premiers modes de gonflement de la structure.

Pour le mode 11, des résultats corrects sont obtenus en utilisant 15 vecteurs pour l'expansion. La fréquence propre se situe à 2238 Hz, et le MAC est de 0,76. L'erreur relative sur la prédiction du décalage, autour de 45 %, est très acceptable.

La figure 5.29 présente les formes prédites pour les modes 2 et 11. Ces résultats sont corrects, malgré les valeurs de MAC assez faibles, comme le montre la comparaison avec les déformées identifiées présentées sur la figure 5.30.

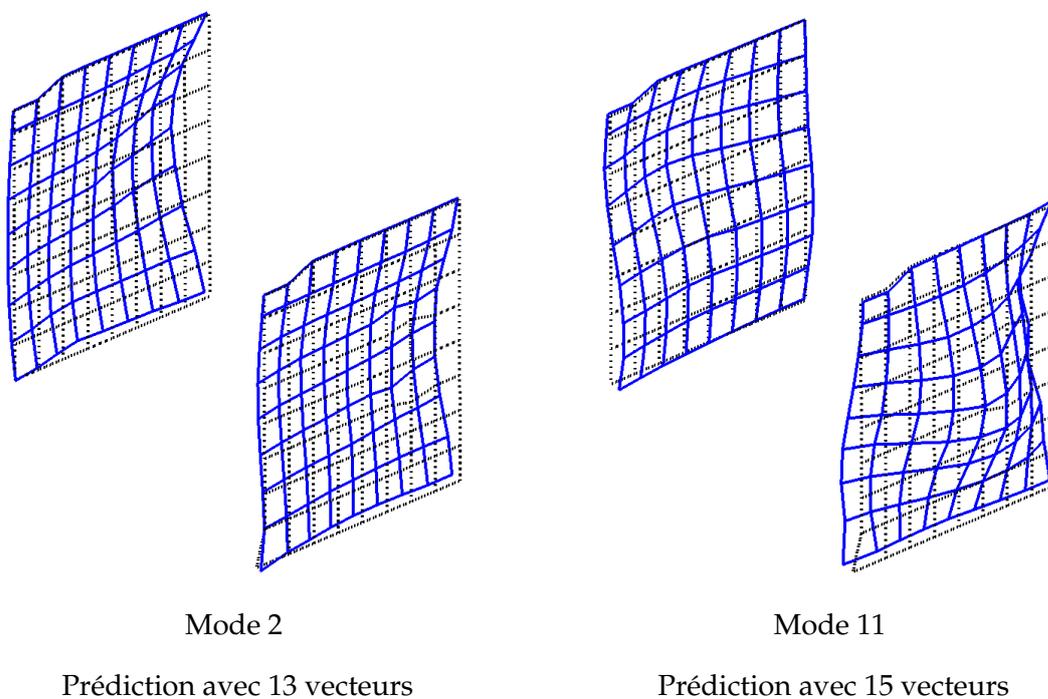


FIG. 5.29 – Déformées des modes 2 et 11 obtenue par prédiction - seconde modification

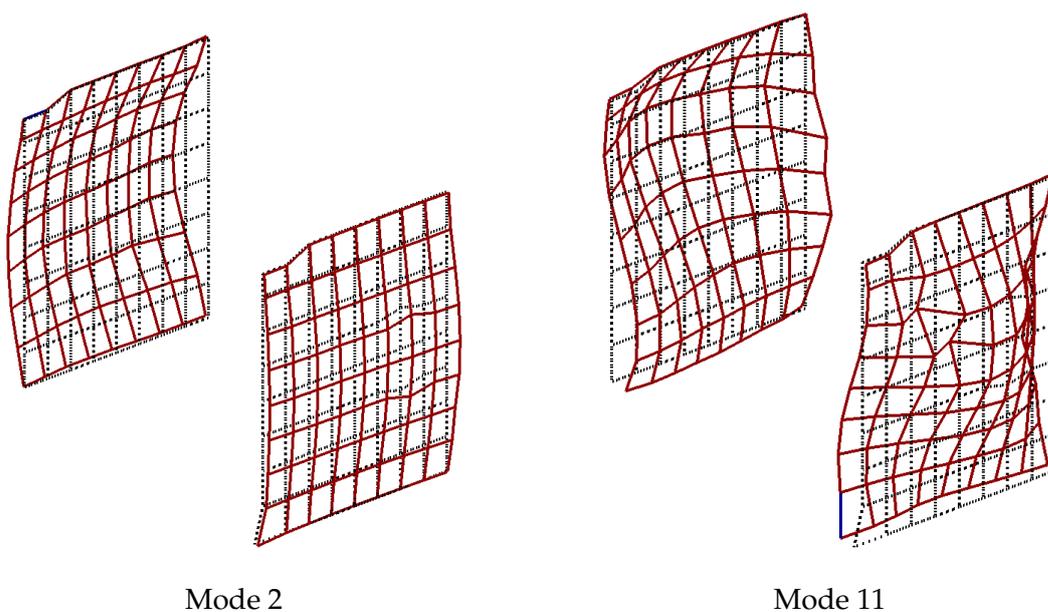


FIG. 5.30 – Déformées des modes 2 et 11 identifiés depuis l'analyse modale expérimentale - Seconde modification

L'ajout de cette seconde modification doit donc permettre de limiter les niveaux de bruit rayonné par les parois. Le premier mode de gonflement pénalisant reste dissymétrique et sa fréquence propre est nettement décalée. Le raidissement obtenu pour le mode 11 est conséquent, et la forme est significativement modifiée.

5.5 Conclusions - Utilisation de la LMME-SDM

Les résultats présentés dans ce chapitre illustrent les performances, le domaine d'application, mais aussi les limites de la LMME-SDM. Lorsque l'objectif de la modification concerne le comportement global de la structure cible, les résultats obtenus sont très bons. L'étude réalisée sur l'ensemble moteur/pompe vient confirmer par des résultats expérimentaux le très bon comportement de la LMME-SDM observé lors de l'étude sur le moteur à axe vertical.

Lorsque les modifications viennent modifier un comportement plus local de la structure cible, alors les résultats sont moins corrects et l'interprétation devient sensiblement plus délicate. L'exemple du carter de TAC illustre les difficultés rencontrées dans ce type d'application. Malgré tout, les résultats obtenus par LMME-SDM permettent cependant d'obtenir une information de qualité sur l'influence générale de la modification. Les indicateurs permettent de limiter l'analyse visuelle et d'accélérer l'obtention d'un comportement couplé raisonnable même si leurs performances sont sensiblement atténuées.

Sur le terrain, la LMME-SDM s'est montrée conforme au cahier des charges. Les objectifs de réactivité sont pleinement atteints, puisque des études comme le moteur à axe vertical ou le groupe moto-pompe ont été réalisées dans des délais de l'ordre de quelques semaines. La construction d'un modèle EF recalé n'est plus indispensable, même s'il reste important d'intégrer le maximum d'informations pertinentes en entrée de la méthode pour obtenir une prédiction fiable. Il est aussi important de noter que la qualité de cette prédiction est comparable avec celle obtenue en réalisant l'étude complète de la structure incriminée. La présence d'indicateurs, d'ailleurs, permet de faciliter l'interprétation des résultats et la sélection du sous-espace pertinent pour réaliser l'expansion.

Enfin, ce chapitre insiste fortement sur les précautions à prendre et l'analyse critique des résultats à mener, obligatoires pour l'obtention d'une prédiction correcte. Les différents indicateurs introduits constituent de précieux outils pour déterminer la taille de la base d'expansion, mais le sens physique et le bon sens de l'utilisateur restent indispensables pour analyser la qualité du modèle expérimental de la structure et les résultats de prédiction.

CONCLUSION

Les méthodes de modification structurale étudiées dans le présent document permettent d'estimer l'effet d'une modification sur le comportement dynamique d'une structure. Ces techniques s'appuient sur un modèle de synthèse de la structure initiale obtenu à partir d'essais d'une part et d'un modèle numérique de la modification d'autre part. Ces méthodes sont particulièrement indiquées pour corriger les défauts de type vibratoire, lorsque les contraintes sur les délais et les moyens ne permettent pas de réaliser un modèle numérique fiable. En particulier, un essai réalisé pour établir un diagnostic sur la structure peut être également utilisé pour estimer l'influence d'une modification proposée après analyse de l'essai. Les temps d'intervention et de ré-analyse sont alors grandement diminués. La méthode développée permet de traiter le cas de modifications étendues, pouvant présenter une interface continue avec la structure de base, sans qu'aucun modèle préalable de la structure testée soit disponible.

Originalités de la méthode

La méthode proposée dans cette thèse, appelée LMME-SDM (Local Model Modeshape Expansion - Structural Dynamic Modification), permet de s'affranchir de certaines limitations liées aux méthodes classiques de SDM, dont :

- (1) la non-coïncidence entre les mesures et les DDL du modèle numérique de la modification,
- (2) l'insuffisance générale du nombre de points de mesure disponibles dans la zone de couplage pour réaliser une jonction continue au sens des éléments finis,
- (3) l'absence d'indicateurs de qualité permettant d'estimer la confiance relative à placer dans les résultats de l'analyse.

Cette méthode repose sur deux éléments essentiels permettant de mener à bien le couplage du modèle expérimental de la structure et le modèle numérique de la modification.

Le premier élément est le modèle local. Il s'agit d'un modèle éléments finis du sous domaine instrumenté de la structure devant recevoir la modification. Ce modèle local, en rendant possible le calcul du champ de déplacements en tout point de l'interface de couplage et au niveau de chaque point de mesure résout théoriquement les limitations (1) et (2). La reconstruction des déplacements, réalisée par expansion sur un sous-espace, s'appuie sur une base de modes propres $[\Phi_{Lg}]$ émanant du mo-

dèle local. L'étude de plusieurs types de base et de modèles locaux nous ont permis de montrer que le couplage était mieux réalisé :

- lorsque le modèle local intégrait la modification, apportant ainsi une information *a priori* sur le comportement modifié et limitant l'absence des modes d'attaches liés à la formulation de type MacNeal, adoptée pour l'assemblage du modèle couplé,
- lorsque les modes propres $[\Phi_{Lg}]$ étaient issus d'un modèle réduit, condensé sur les DDL d'interface et les points de mesure.

Le second élément est lié à la sélection de la taille du sous-espace retenu pour réaliser l'expansion. Deux indicateurs sont introduits pour réaliser le choix des vecteurs de ce sous-espace. Le premier indicateur est construit à partir de l'estimation du décollement à l'interface pour le problème couplé. Ce décollement est caractérisé par le calcul des énergies cinétique et élastique de la modification, soumise à un déplacement de l'interface équivalent au décollement. Ce décollement correspond à la différence entre deux champs de déplacements à l'interface construits à partir de deux techniques d'expansion concurrentes. Pour un comportement couplé correctement estimé, on s'attend à ce que ce décollement soit nul. Le second indicateur est construit sur un test de réversibilité du processus de modification. À partir de la prédiction du comportement de la structure modifiée, le test de réversibilité estime le retour à l'état initial non modifié. L'écart entre le comportement ainsi estimé et le modèle initial présume d'une mauvaise représentativité du sous-espace considéré pour réaliser l'expansion.

Comparaison avec les méthodes classiques

Pour évaluer les gains réalisés par la mise en œuvre de la LMME-SDM, une comparaison avec les méthodes de SDM classiques (formulations additive et multiplicative avec couplage par points) a été effectuée sur un démonstrateur numérique. Certains déplacements intervenant de manière prépondérante dans le processus de couplage ont été volontairement non pris en compte. De ce fait, les lacunes des méthodes classiques sont clairement mises en évidence, puisque qu'elles ne permettent pas de représenter les efforts introduits à l'interface par les déplacements non mesurés. Cet inconvénient n'apparaît pas avec le modèle local, puisque les effets induits dans toutes les directions par les déplacements mesurés peuvent être reconstruits, ce qui conduit à une prédiction de bonne qualité.

Étude des paramètres influençant la prédiction et de la propagation du bruit dans le processus

Ce même démonstrateur a été utilisé pour tester la robustesse de cette méthode par rapport aux principaux facteurs influents. L'étude de perturbations d'origine expérimentale tels que les bruits de mesures ou les erreurs d'identification a montré l'intérêt d'utiliser une base d'expansion régularisante et la nécessité de construire un modèle local pertinent par rapport à la zone modifiée de la structure initiale.

L'analyse des paramètres intervenant dans la construction du modèle local a montré la possibilité d'exploiter au mieux la connaissance de la structure pour améliorer la qualité des résultats. Sans se rapprocher de la problématique du recalage, il est montré que la prise en compte des caractéristiques mécaniques de la structure testée dans la construction du modèle local pouvaient être grandement exploitée pour améliorer les résultats, en particulier par l'augmentation de la stabilité des différents indicateurs.

Cette étude des facteurs influents a permis de dresser une liste des principales recommandations et précautions d'utilisations à observer pour limiter les risques de prédiction incorrecte. La méthodologie et l'interprétation des résultats ont ensuite été détaillées pour clarifier le déroulement de l'ensemble du processus.

Validation expérimentale

Un des points forts de la méthode réside dans les nombreux cas d'étude expérimentale mis en œuvre pour l'éprouver. Chacun des cas d'application permet de mettre en avant un point particulier dans la méthodologie d'utilisation de la LMME-SDM. Le premier cas d'étude est un démonstrateur académique, et les trois autres cas, correspondant à des sujets en cours d'étude à EDF R&D, sont considérés comme parfaitement représentatifs des besoins d'étude de l'entreprise.

- (a) : Démonstrateur académique expérimental. Cette étude a permis de démontrer la faisabilité de la LMME-SDM. L'application a été réalisée de bout en bout pour valider la méthodologie. La qualité des prédictions réalisées est soulignée par la corrélation entre les résultats de la mise en œuvre de la LMME-SDM et les essais réalisés sur la structure modifiée.
- (b) : Cas industriel N°1 : Moteur de pompe à axe vertical. Cette étude a permis de montrer l'intérêt de la LMME-SDM par rapport à l'approche utilisée jusqu'ici à EDF, consistant à construire un modèle éléments finis recalé de la structure étudiée. Les résultats obtenus en appliquant la LMME-SDM correspondent avec les modes propres et les fréquences propres prédits par l'étude réalisée à partir du modèle élément finis recalé, avec un gain de temps très net (de l'ordre de 10).
- (c) : Cas industriel N°2 : Groupe moto-pompe. Ce cas illustre parfaitement les objectifs de réactivité souhaités par EDF pour résoudre les problèmes vibratoires. L'étude du groupe moto-pompe a été menée de bout en bout à l'aide de techniques expérimentales. L'analyse modale de la structure cible *in situ* a permis de déterminer la source du problème, de proposer la modification adéquate et d'estimer son influence sur le comportement de la structure. Les résultats obtenus par LMME-SDM ont été confirmés par l'analyse modale expérimentale sur site de la structure modifiée. La modification proposée a permis de résoudre durablement la crise vibratoire sur l'installation industrielle.

-
- (d) : Cas industriel N°3 : Carter d'échappement de turbine à combustion. Cette dernière étude montre les limites de la LMME-SDM quand on cherche à agir sur des modes très ciblés dans une large bande de fréquence dans le cas d'une structure présentant une densité modale importante. Les informations fournies par les indicateurs énergétiques et le test de couplage/découplage ne permettent pas dans ce cas de déterminer simplement une base d'expansion optimale, et l'analyse visuelle des résultats s'avère indispensable pour obtenir des résultats acceptables.

Perspectives

Les développements réalisés avec la méthode LMME-SDM ont permis de lever les principaux inconvénients qui rendaient les méthodes de modification structurale classiques peu aptes à une utilisation dans un contexte industriel. Cependant, un certain nombre de points peuvent constituer de nouvelles voies de recherche.

Les premières extensions envisageables reposent directement sur la formulation proposée. Tous les développements ont été réalisés en conservant les termes d'amortissement liés à la structure initiale et à la modification. Cependant, aucune application de la LMME-SDM pour une modification intégrant de l'amortissement n'a été réalisée. En particulier, la prédiction du comportement des structures après l'ajout de plots antivibratoires est un développement souhaité par EDF. La seconde extension directe concerne le couplage de structures de tailles comparables. La méthode développée n'a pas été testée dans une configuration de ce type, puisque dans toutes les applications présentées, la taille de la modification est nettement inférieure à celle de la structure initiale.

Une évolution envisageable de la LMME-SDM est la fiabilisation des indicateurs et la construction de critères de qualité du résultat. Les études présentées montrent l'intérêt des indicateurs développés, mais il serait souhaitable de simplifier la mise en œuvre de la méthode. Les difficultés majeures restent la connaissance partielle du comportement dynamique de la structure testée et l'absence de modèles éléments finis représentatifs des structures. L'automatisation de l'estimation de l'erreur relative sur la synthèse de FRF [15], la construction d'outils permettant de localiser les zones du modèle local ayant une forte influence sur la prédiction, ou encore de détecter les paramètres de plus grande influence constitueraient des avancés significatives.

L'utilisation de techniques d'identification des efforts extérieurs permettrait également d'étendre la LMME-SDM à la prédiction du comportement vibratoire de la structure modifiée en fonctionnement. Un processus similaire à la LMME-SDM peut permettre de reconstruire une estimation de ces sollicitations à partir des efforts identifiés pour la structure initiale, pour ainsi les appliquer au modèle de la structure modifiée construit à partir des modes propres et fréquences propres prédits.

Bibliographie

- [1] J.P. Anne and J.G. Astier. étude expérimentale et numérique du moteur eas type cp0-bugey. *Rapport EDF HP-51/99/032/A*, 1999.
- [2] M. R. Ashory and D. J. Ewins. Generation of the whole frf matrix from measurements on one column. *IMAC XVI*, pages 800 – 814, 1998.
- [3] P. Avitabile, J. O’Callahan, C. M. Chou, and et al. Expansion of rotational degrees of freedom for structural dynamic modification. *IMAC V*, 2 :950–955, 1987.
- [4] P. Avitabile, J. O’Callahan, and J. Milani. Comparison of complex and proportional mode structural modification techniques. *IMAC VI*, pages 555 – 565, 1988.
- [5] P. Avitabile, J. O’Callahan, and F. Peshinsky. Understanding structural modification truncation. *IMAC VIII*, pages 43 – 54, 1990.
- [6] E. Balmès. *Modèles analytiques réduits et modèles expérimentaux complets en dynamique des structures*. Mémoire d’habilitation à diriger des recherches - Université Pierre et Marie Curie - Soutenu le 10 juillet 1997, 1995.
- [7] E. Balmès. Frequency domain identification of structural dynamics using the pole/residue parametrization. *IMAC*, pages 540–546, 1996.
- [8] E. Balmès. Optimal ritz vectors for component mode synthesis using singular value decomposition. *AIAA Journal*, 34(6) :1256–1260, 1996.
- [9] E. Balmès. New results on the identification of normal modes from experimental complex modes. *MSSP*, 11(2) :229–243, 1997.
- [10] E. Balmès. Sensors, degrees of freedom, and generalized modeshape expansion methods. *IMAC XVII*, 1999.
- [11] E. Balmès. Méthodes de modification structurale. application à la tkj de chooz b2. *Rapport contrat EDF/DER P51/C28961/EP957*, 2000.
- [12] E. Balmès. Review and evaluation of shape expansion methods. *IMAC XVIII*, 2000.

-
- [13] E. Balmès and L. Billet. Using expansion and interface reduction to enhance structural modification methods. *IMAC XIX*, pages 615 – 621, 2001.
- [14] E. Balmès, C. Chapelier, P. Lubrina, and P. Fargette. An evaluation of modal testing results based on the force appropriation method. *IMAC*, pages 47 – 53, 1995.
- [15] E. Balmès and J.M. Leclère. *Structural Dynamics Toolbox 5.0 (for use with MATLAB)*. SDTools, Paris, France, <http://www.sdtools.com>, July 2002.
- [16] J. L. Batoz and G. Dhatt. *Modélisation des structures par éléments finis - Tomes 1, 2 & 3*. Hermès, 1990.
- [17] J.K. Bennighof and R.B. Lehoucq. An automated multilevel substructuring method for eigenspace computation in linear elastodynamics. *Submitted to SIAM Journal on scientific computing*, 2001.
- [18] F. Bourquin. Component mode synthesis and eigenvalues of second order operators : discretization and algorithm. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 26(3) :385 – 423, 1992.
- [19] F. Bourquin and F. D’Hennezel. Numerical study of an intrinsic component mode synthesis method. *Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 1992.
- [20] M. Corus, E. Balmès, and L. Billet. Amélioration de méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d’expansion et de réduction d’interface. *Proceedings of the “Congrès d’Analyse Modale Expérimentale” - Blois (France)*, 2001.
- [21] M. Corus, E. Balmès, and L. Billet. Amélioration de méthodes de modification structurale par utilisation de techniques d’expansion et de réduction d’interface. *Rapport EDF HT-61/01/022*, 2001.
- [22] R. R. Craig. A review of time-domain and frequency-domain component mode synthesis methods. *Journal of Modal Analysis*, pages 59–72, 1987.
- [23] R. R. Craig and M. C. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analyses. *AIAA Journal*, 6(7) :1313 – 1319, 1968.
- [24] R. R. Craig and C. J. Chang. Substructure coupling for dynamic analysis and testing. *NASA CR-2781*, 1977.
- [25] J. M. Cros. Parallel modal synthesis methods in structural dynamics. *Contemporary Mathematics*, 218 :492 – 499, 1998.
- [26] W. D’Ambrogio and A. Sestieri. Models for accounting /eliminating rotational dofs in distributed structural modification. *IMAC XVII*, pages 220 –226, 1999.
- [27] W. D’Ambrogio and A. Sestieri. Using distributed modifications to change the dynamic behaviour of structures. *IMAC XVII*, pages 763 – 768, 1999.
-

-
- [28] W. D'Ambrogio and A. Sestieri. Coupling theoretical data and translational frf to perform distributed structural modification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 15(1) :157 – 172, 2001.
- [29] J. C. Deel and Y. W. Luk. Modal testing considerations for structural modification applications. *IMAC III*, pages 46 – 52, 1985.
- [30] G. Dhatt and G. Touzot. *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Maloine, second edition, 1984.
- [31] B. Dierckx, W. Leurs, N. Boucart, and W. Moll. Using rigid connections in experimental modal synthesis : implementation and validation. *IMAC XVII*, pages 1440 – 1444, 1999.
- [32] S. W. Doebling. *Measurement of structural flexibility matrices for experiments with incomplete reciprocity*. PhD thesis, University of Colorado, 1995.
- [33] S. W. Doebling and L. D. Peterson. Computing statically complete flexibility from dynamically measured flexibility. *Journal of Sound and Vibration*, 205(5) :631–645, 1997.
- [34] S. W. Doebling, L. D. Peterson, and K. F. Alvin. Measurement of static flexibility matrices for experiments with imcomplete reciprocity. *36th AIAA/ ASME/ ASCE/ AHS/ ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, 1995.
- [35] S. W. Doebling, L. D. Peterson, and K. F. Alvin. Estimation of reciprocal residual flexibility from experimental modal data. *AIAA Journal*, 34(8) :1678 – 1685, 1996.
- [36] S. W. Doebling, L. D. Peterson, and K. F. Alvin. Experimental determination of local structural stiffness by disassembly of measured flexibility matrices. *Journal of Vibration and Acoustics*, 120 :949 – 957, 1998.
- [37] K. B. Elliot and L. D. Mitchell. The effect of modal truncation on modal modification. *IMAC V*, pages 72 – 78, 1987.
- [38] K.B. Elliot and L.D. Mitchell. Structural modification using beam elements. *IMAC V*, 2 :956 – 965, 1987.
- [39] D. J. Ewins. *Modal testing : theory, practice and application*. Research Studies Press, second edition, 2000.
- [40] C. Farhat and M. Géradin. A hybrid formulation of a component mode synthesis method. *33rd SDM Conference, AIAA Paper 92-2383-CP*, pages 1783–1796, 1992.
- [41] C. Farhat and F.X. Roux. Implicit parallel processing in structural mechanics. *Computational Mechanics Advances, Elsevier Science, BV, Amsterdam*, 1994.
- [42] R. Fox and M. Kapoor. Rate of change of eigenvalues and eigenvectors. *AIAA Journal*, 6 :2426 – 2429, 1968.

-
- [43] M. Geradin and D. Rixen. *Théorie des vibrations - Application à la dynamique des structures*. Masson, second edition, 1996.
- [44] G. M. L. Gladwell. Branch mode analysis of vibrating systems. *Journal of sound and vibration*, 1 :41–59, 1964.
- [45] P. Guillaume, R. Pintelon, and J. Schoukens. Parametric identification of multivariable systems in the frequency domain : a survey. *ISMA*, pages 1069–1080, 1996.
- [46] P. Guillaume, P. Verboven, and S. Vanlanduit. Frequency domain maximum likelihood estimation of modal parameters with confidence intervals. *ISMA*, 1998.
- [47] Ben Dhia H. and E. Balmès. Mesure de compatibilité et application aux problèmes de sous-structuration. *Colloque National en Calcul des Structures, Giens*, 2003.
- [48] G.T. Herman. *Image Reconstruction from Projections*. Academic Press, first edition, 1980.
- [49] L. Hermans and M. Brughmans. Enabling vibro-acoustic optimization in a superelement environment : a case study. *IMAC XVII*, pages 1146 – 1152, 1999.
- [50] L. Hermans, P. Mas, W. Leurs, and N. Boucart. Estimation and use of residual modes in modal coupling calculations : a case study. *IMAC XVII*, pages 930 – 936, 1999.
- [51] W. Heylen, S. Lammens, and P. Sas. *Modal Analysis Theory and Testing*. KUL Press, Leuven, Belgium, 1997.
- [52] W. C. Hurty. Dynamic analysis of structural systems using component modes. *AIAA Journal*, 3 :678 – 685, 1965.
- [53] D. Kammer. Test-analysis model development using an exact model reduction. *Journal of analytical and experimental modal analysis*, pages 174–179, 1987.
- [54] G. Kergoulay, E. Balmès, and D. Clouteau. Model reduction for efficient fem/bem coupling. *ISMA*, 2000.
- [55] R. R. Lin, A. B. Palazzolo, R. M. Alexander, and C. H. Gerhold. Beam modifications of structural systems utilizing the receptance approach with static flexibility. *IMAC V*, 2 :1557 – 1564, 1987.
- [56] J. Lipkens and J. Leuridan. The use of standart modification package based on real modes. *ISMA*, 1985.
- [57] W. Liu. *Structural dynamic analysis and testing of coupled structures*. PhD thesis, Imperial College of science, technology and medicine - University of London, 2000.
- [58] R. H. MacNeal. A hybrid method of component mode synthesis. *Computers and Structures*, 1 :581–601, 1971.
- [59] N. Maia, J. Silva, and et al. *Theoretical and experimental modal analysis*. Research Studies Press, first edition, 1997.

-
- [60] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, and A. M. R. Ribeiro. Some applications of coupling/uncoupling techniques in structural dynamics. part 2 : Generation of the whole frf matrix from measurements on a single column - the mass uncoupling method. *IMAC XV*, pages 1440–1452, 1997.
- [61] N. M. M. Maia, J. M. M. Silva, and A. M. R. Ribeiro. Some applications of coupling/uncoupling techniques in structural dynamics. part 3 : Estimation of rotational frequency response functions using mum (mass uncoupling method). *IMAC XV*, pages 1453–1462, 1997.
- [62] F. Mastrodi. Identification and damage detection using frf experimental data with applications to a wing structure. *ISMA*, 2000.
- [63] C. Meskell. A parameter identification procedure for systems with weak non-linear damping forces. *ISMA*, 2000.
- [64] S. Meyer, M. Weyland, and M. Link. Modelling and updating of local stiffness and damping non-linearities using frequency response and mode indicator residuals. *ISMA*, 2000.
- [65] M. Mitchell-Dignan and G. C. Pardo. The estimation of rotational degrees of freedom using shape functions. *IMAC VI*, pages 566–571, 1988.
- [66] J. C. O’Callahan, P. Avitabile, and R. Riemer. System equivalent reduction expansion process (serep). *IMAC VII*, pages 29–37, 1989.
- [67] J. C. O’Callahan, I. W. Lieu, and C. M. Chou. Determination of rotational degrees of freedom for moment transfers in structural modifications. *IMAC III*, pages 465–470, 1985.
- [68] N. Okubo and T. Matsuzaki. Determination of residual flexibility and its effective use in structural modification. *IMAC VII*, pages 578 – 583, 1989.
- [69] Y. H. Park and Y. S. Park. Structure optimization to enhance its natural frequencies based on measured frequency response functions. *Journal of Sound and Vibration*, pages 1235 – 1255, 2000.
- [70] L. Paulhiac. Parallontm75 : Study of generator cover design modifications. *Rapport EDF HT-61/00/025/A*, 2000.
- [71] F. Piergentili, P. Avitabile, and J. O’Callahan. Dynamic expansion of frequency response functions. *IMAC XVII*, 1999.
- [72] Z. Q. Qu and R. P. Selvam. Hybrid expansion method for frequency responses and their sensitivities, part ii : Viscously damped systems. *Journal of Sound and Vibration*, pages 369–388, 2000.
- [73] I. E. Rivin and W. D’Ambrogio. Enhancement of dynamic quality of a machine tool using frequency response optimization method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 4(6) :495–514, 1990.
- [74] T. Roscher, R. J. Allemenag, and A. W. Phillips. A new detection method for structural non-linearities. *ISMA*, 2000.
-

-
- [75] S. Rubin. Improved component mode representation for structural dynamic analysis. *AIAA Journal*, 8(13) :995–1006, 1975.
- [76] P. Salvini and A. Sestieri. Predicting the new frequency response function of a structure when adding constraints. *The International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 8 :55 – 62, 1993.
- [77] B. J. Schwarz and M. H. Richardson. Structural modifications using higher order elements. *IMAC XV*, pages 313 – 318, 1997.
- [78] A. Sestieri and W. D’Ambrogio. A modification method for vibration control of structures. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 3(3) :229–253, 1989.
- [79] G. W. Skingle. *Structural dynamic modification using experimental data*. PhD thesis, Imperial College of science, technology and medicine - University of London, 1989.
- [80] R. C. Sohaney and D. Bonnacasse. Residual mobolities and structural dynamic modifications. *IMAC VII*, pages 568 – 574, 1989.
- [81] M. Tomizuka, A. Abbari, R. Horowitz, and et al. Modeling and identification for mechanical systems with non linearities. *IFAC*, 1 :845 – 850, 1985.
- [82] S. C. Ulm. Investigation into the effective use of structural modification. *IMAC IV*, pages 1279 – 1286, 1986.
- [83] J. Wang, W. Heylen, and P. Sas. Accuracy of structural modification techniques. *IMAC V*, 1 :65 – 71, 1987.
- [84] K. C. Yap and D. C. Zimmerman. A comparison of structural dynamic modification and sensitivity method approximation. *IMAC*, pages 1409 – 1415, 1998.
- [85] Q. Zhang and W. Wang. Prediction of mass modification for desired natural frequencies. *IMAC*, pages 1026 – 1032, 1988.

Résumé

Ce travail porte sur l'amélioration des méthodes permettant d'estimer rapidement l'influence d'une modification (ajout de raidisseurs ou de masses, modification d'ancrages...) sur le comportement vibratoire d'une structure à partir d'un modèle expérimental de la structure initiale et d'un modèle numérique de la modification.

En s'appuyant sur un modèle grossier de la structure à modifier, la méthodologie développée n'impose pas de disposer de points de mesure sur l'interface de couplage et permet entre autre de prendre efficacement en compte des modifications présentant une interface continue avec la structure. L'introduction d'une base de déplacements pour reconstruire les mouvements de l'interface permet également de limiter la propagation des différentes erreurs expérimentales. Deux critères de qualité de la prédiction sont également proposés.

De nombreux exemples industriels illustrent les performances de la méthode, tant en terme de réactivité que de qualité des prédictions de comportement vibratoire.

Mots clefs : dynamique des structures, modification structurale, synthèse modale, analyse modale expérimentale, sous structuration dynamique, modes d'interface, réduction de modèle, expansion de données.

Abstract

This work deals with the improvements of methods devoted to estimate the influence of modifications on the dynamic behaviour of a structure (addition of stiffeners or masses, boundary condition changes). The input data for the method are an experimentally derived model of the initial structure and a numerical model of the modification.

Based on a coarse model of the structure to be modified, the proposed methodology tackles two major difficulties : efficient predictions for distributed modifications and handling of the lack of measurement points on the coupling interface. In addition, displacements bases introduced to reconstruct unmeasured behaviour of the interface limit error propagation through the process. Moreover, two indicators are introduced to select the optimal prediction.

A number of industrial examples illustrate the performance of this approach, in terms of reactivity as well as quality of the predictions of dynamic behaviour.

Key words : structural dynamics, structural modification, modal synthesis, experimental modal analysis, dynamic substructuring, interface modes, model reduction, data expansion.