

Idéaux fermés de certaines algèbres de beurling et applications aux opérateurs - Ensembles d'unicité

Cyril Agrafeuil

► **To cite this version:**

Cyril Agrafeuil. Idéaux fermés de certaines algèbres de beurling et applications aux opérateurs - Ensembles d'unicité. Mathématiques [math]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2004. Français. tel-00011141

HAL Id: tel-00011141

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00011141>

Submitted on 7 Dec 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Résumé: Dans la première partie, nous nous intéressons à des opérateurs dont le spectre est inclus dans le cercle unité \mathbb{T} . Nous obtenons des résultats concernant certaines propriétés de croissance des normes $\|T^{-n}\|$ ($n \geq 0$) pour des opérateurs T dont le spectre est dénombrable ou vérifie certaines conditions géométriques. Pour obtenir ces résultats, nous sommes amenés à travailler dans les espaces de fonctions

$$A_\omega(\mathbb{T}) = \left\{ f \text{ continue sur } \mathbb{T} : \|f\|_\omega = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\widehat{f}(n)|\omega(n) < +\infty \right\},$$

où $\omega = (\omega(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ est une suite de réels strictement positifs, et $\widehat{f}(n)$ désigne le $n^{\text{ième}}$ coefficient de Fourier de f . Lorsque la suite $\omega = (\omega(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ est un poids, $(A_\omega(\mathbb{T}), \|\cdot\|_\omega)$ est une algèbre de Banach. Nous obtenons alors la caractérisation de certains idéaux fermés de $A_\omega(\mathbb{T})$ pour une famille de poids.

Dans la seconde partie, nous nous intéressons à des fermés de \mathbb{T} qui sont (ou non) des ensembles d'unicité pour des espaces $A_\omega^+(\mathbb{T}) = \left\{ f \in A_\omega(\mathbb{T}) : \widehat{f}(n) = 0 \quad (n < 0) \right\}$, où $\omega = (\omega(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ est une suite de réels strictement positifs. Un fermé E de \mathbb{T} étant d'unicité pour un espace X de fonctions continues sur \mathbb{T} , si la seule fonction dans X s'annulant sur E est la fonction nulle. Plus précisément, nous étudions le lien qu'il y a entre le fait qu'un fermé de \mathbb{T} satisfait une condition géométrique donnée et le fait qu'il soit ou non un ensemble d'unicité pour $A_\omega^+(\mathbb{T})$.

Abstract: In the first part, we study operators with spectrum included in the unit circle \mathbb{T} . We obtain results concerning growth of $\|T^{-n}\|$ ($n \geq 0$) for operators T with countable spectrum or spectrum satisfying geometric conditions. For this, we need to work in the spaces

$$A_\omega(\mathbb{T}) = \left\{ f \text{ continuous on } \mathbb{T} : \|f\|_\omega = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} |\widehat{f}(n)|\omega(n) < +\infty \right\},$$

where $\omega = (\omega(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ is a sequence of non-negative real numbers, and $\widehat{f}(n)$ denotes the n^{th} Fourier coefficient of f . When $\omega = (\omega(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ is a weight, $(A_\omega(\mathbb{T}), \|\cdot\|_\omega)$ is a Banach algebra. We obtain the characterisation of some closed ideals of $A_\omega(\mathbb{T})$ for a family of weight.

In the second part, we are interested in closed subset of \mathbb{T} which are (or not) sets of uniqueness for $A_\omega^+(\mathbb{T}) = \left\{ f \in A_\omega(\mathbb{T}) : \widehat{f}(n) = 0 \quad (n < 0) \right\}$, where $\omega = (\omega(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ is a sequence of non-negative real numbers. A closed subset E of \mathbb{T} is said to be a set of uniqueness for X , a space of continuous functions on \mathbb{T} , if the zero function is the only function in X that vanishes on E . More precisely, we study the link between the fact that a closed subset of \mathbb{T} satisfies a given geometric condition, and the fact that it is or not a set of uniqueness for $A_\omega^+(\mathbb{T})$.

Mots-clefs: Algèbres de Beurling, opérateurs, idéaux fermés, ensembles d'unicité, ensembles dénombrables, synthèse spectrale, ensembles d'interpolation.