



Magnétomètres - Gradiomètres à capteurs supraconducteurs à haute température critique; Mise en oeuvre dans un cryogénérateur portable à tube pulsé

Sébastien Saez

► To cite this version:

Sébastien Saez. Magnétomètres - Gradiomètres à capteurs supraconducteurs à haute température critique; Mise en oeuvre dans un cryogénérateur portable à tube pulsé. Micro et nanotechnologies/Microélectronique. Université de Caen, 2000. Français. NNT : . tel-00011006

HAL Id: tel-00011006

<https://theses.hal.science/tel-00011006>

Submitted on 16 Nov 2005

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° attribué par la bibliothèque



Université de
CAEN / BASSE-NORMANDIE
U.F.R. Sciences
Ecole Doctorale S.I.M.E.M.



THÈSE

Présentée par

SÉBASTIEN SAEZ

Soutenue le 21 janvier 2000 en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN

Spécialité: Electronique

(Arrêté du 30 mars 1992)

Magnétomètres - Gradiomètres à capteurs supraconducteurs à haute température critique Mise en oeuvre dans un cryogénérateur portable à tube pulsé

Directeur de Thèse: Didier ROBBES

Jury : MM.

Pierre Louis VUILLERMOZ, Professeur (Rapporteur)	INSA de Lyon
Michel HUBIN, Chargé de recherche, HDR (Rapporteur)	PSI - INSA de Rouen
Daniel BLOYET, Professeur	ISMRA - ENSI de Caen
Didier ROBBES, Professeur	Université de Caen
Christophe DOLABDJIAN, Maître de Conférences	Université de Caen
Philippe COMMEAU, Docteur en pharmacologie, Cardiologue	Caen

*A tous mes amis, compagnons et camarades qui
m'ont soutenu et encouragé ces dernières années :
au Club Grave, au Rugby Club d'Hérouville,
à la villa Bon Air, à la fête de Pirou ...
A Monsieur Abad, mon instituteur.
A mes parents.*

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein du **G**roupe de **R**echerches **E**n **I**mage, **I**nformatique et **I**nstrumentation de **C**aen (GREYC - CNRS UPRES A 6072) dirigé alors par le professeur D. Bloyet, dans le cadre d'un contrat d'allocation de recherche avec le Ministère de l'Enseignement, de la Recherche et de la Technologie.

Je tiens à remercier Monsieur D. Bloyet pour m'avoir accueilli dans le laboratoire qu'il dirigeait et pour s'être prêté à quelques expériences de magnéto-cardiographie.

Je tiens également à remercier la société Bartington pour nous avoir gracieusement prêté un magnétomètre de type flux-gate.

Je remercie, tout particulièrement, Messieurs Didier Robbes et Christophe Dolabdjian pour avoir encadré ce travail, ainsi que Monsieur Eric Sassier pour avoir patiemment joué le cobaye.

Mes remerciements vont également à l'ensemble des thésards et des enseignants-chercheurs du laboratoire et à l'ensemble du personnel technique et administratif du GREYC et de l'ISMRA, sans qui rien ne serait possible, et notamment à Monsieur Didier Jeanne pour ces conseils avisés.

Introduction

La thèse défendue dans ce mémoire s'est déroulée au sein de l'équipe Instrumentation du **G**roupe de **R**echerches **E**n **I**mage, **I**nformatique et **I**nstrumentation de **C**aen (GREYC). Cette équipe caractérise et conçoit des dispositifs à très faible niveau de bruit. Dans ce cadre, elle s'est spécialisée dans l'étude de capteurs supraconducteurs à haute sensibilité, notamment utilisés en bolométrie ou en magnétométrie. Ce dernier thème sera le fil rouge de ce mémoire.

Les premiers dispositifs de ce type ont été conçus au début des années 1960. Réalisés à base de supraconducteurs, à basse température critique, ils doivent être refroidis souvent à l'aide d'hélium liquide ($\simeq 4$ K). Leur mise en oeuvre est relativement lourde, notamment à cause des contraintes cryogéniques mais ils permettent, en contre-partie, d'atteindre des sensibilités jamais égalées : par exemple, des magnétomètres peuvent atteindre des sensibilités de quelques $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$, du continu à plusieurs centaines de kHz, avec des résolutions en énergie approchant la limite quantique. En 1986, la découverte de supraconducteurs à base d'oxyde de cuivre a ouvert de nouveaux horizons. Ces matériaux atteignant leurs états supraconducteurs à plus haute température, et notamment à celle de l'azote liquide (77 K), leur utilisation est grandement simplifiée. Il devient alors envisageable de les utiliser hors des laboratoires, voire de penser à des applications industrielles. Cependant, les industriels demandant des équipements clé-en-main, capteurs su-

praconducteurs et moyens de refroidissement compris, ces derniers doivent alors évoluer du simple bain dans un liquide réfrigérant vers des systèmes cryogéniques autonomes.

Le travail effectué dans cette thèse s'inscrit dans cette perspective : permettre une utilisation plus aisée des capteurs magnétiques à haute sensibilité réalisés à l'aide de dispositifs supraconducteurs. Un des aspects de cette étude a été d'évaluer, dans quelle mesure, un système cryogénique portable, un Tube à Gaz Pulsé, pouvait convenablement refroidir des magnétomètres supraconducteurs i.e. sans ajout de perturbations magnétiques excessives. Ce type d'instrument pourrait être utilisé pour effectuer du contrôle non destructif (CND) ou des mesures biomagnétiques.

Nous avons choisi comme support de cette étude la mesure du champ magnétique créé par le coeur. La magnéto-cardiographie est intéressante à plus d'un titre. Tout d'abord, elle ouvre l'accès à de possibles développements dans le domaine médical. Ensuite, cette application constitue un démonstrateur dans le domaine de la mesure à haute sensibilité, qui peut facilement s'adapter à d'autres domaines que l'étude du coeur, notamment au CND.

Durant cette thèse, il s'agissait donc d'étudier la possibilité d'enregistrer un magnéto-cardiogramme à l'aide d'un dispositif supraconducteur à haute température critique refroidi par un tube à gaz pulsé industriel¹. Ce mémoire constitue une synthèse de ces travaux. Il s'articule en quatre parties.

Dans la première, nous commencerons par examiner le signal que nous désirons mesurer en vue de définir les conditions optimales de mesure. Ensuite, nous étudierons sa compatibilité avec l'environnement magnétique.

Dans la deuxième partie, nous étudierons un moyen de filtrer par gradiométrie

1. réalisé par la société Air Liquide après une étude menée en collaboration avec l'Ecole Normale Supérieure.

ce bruit magnétique ambiant qui s'avère en général trop élevé.

La troisième partie de ce rapport sera consacrée à la mise en oeuvre d'un système à SQUID dc, notamment au sein du tube à gaz pulsé.

Enfin, au vu des résultats précédents, nous aborderons dans la dernière partie les mesures concrètes de signaux magnétiques cardiaques, notamment par des systèmes gradiométriques à SQUID dc et à flux-gates à haute sensibilité, complétés par des moyens de traitement du signal en temps réel à l'aide d'un processeur de signal numérique (DSP).

Table des matières

1	Mesure du champ magnétique cardiaque	9
1.1	Le signal magnétique cardiaque	10
1.1.1	La mécanique cardiaque	10
1.1.2	Electrophysiologie du coeur	14
1.1.3	La magnéto-cardiographie	17
1.1.4	Modélisation du coeur	20
1.1.5	Optimisation de la mesure	26
1.1.6	Effet de l'intégration sur la surface du capteur	32
1.1.7	Conclusion	36
1.2	L'environnement magnétique	37
1.2.1	Le niveau magnétique ambiant	37
1.2.2	Les champs d'induction magnétique créés par les lignes électriques	40
1.2.3	Les sources localisées	44
1.2.4	Les perturbations géomagnétiques	51
1.2.5	Les vibrations du capteur dans le champ magnétique ter- restre	53
1.2.6	Conclusion	56

2	La gradiométrie	59
2.1	Les gradiomètres idéaux	60
2.1.1	Présentation générale	61
2.1.2	Développement en série de Taylor	63
2.1.3	Effet du gradiomètre sur la mesure d'un champ magnétique dont la répartition spatiale est de la forme $1/z^\gamma$ (γ réel strictement positif)	65
2.1.4	Conclusion vis-à-vis de la magnéto-cardiographie	71
2.2	Gradiomètres réels du premier ordre	71
2.2.1	Différents types de gradiomètres du premier ordre	72
2.2.2	Effet d'une surface de capture non nulle sur la mesure du flux magnétique	74
2.2.3	Effet des erreurs géométriques sur la mesure du gradient	78
2.3	Mode commun et gradiomètre du premier ordre	84
2.3.1	Effet du mode commun sur la sortie du gradiomètre	84
2.3.2	Niveau de mode commun requis	88
2.3.3	Compensation du mode commun	90
2.4	Réalisation d'un gradiomètre	91
2.4.1	Gradiomètre hardware : généralités	92
2.4.2	Les gradiomètres hardware planaires du premier ordre	94
2.4.3	Mode Commun intervenant lors de la lecture du flux de sortie d'un transformateur de flux	96
2.4.4	Gradiomètre software : généralités	97
2.4.5	Seuil de détection d'un gradiomètre software	99
2.4.6	Cohérence entre les deux magnétomètres	100
2.5	Conclusion	103

3	Magnétomètre à SQUID continu	105
3.1	Le SQUID dc	106
3.1.1	Introduction à nos matériaux supraconducteurs	106
3.1.2	Les jonctions Josephson (JJ)	107
3.1.3	Description du SQUID dc	111
3.1.4	Bruit des dispositifs à SQUID dc	117
3.2	Optimisation du SQUID dc comme magnétomètre	119
3.2.1	Rappel des résultats pour un SQUID dc non couplé	119
3.2.2	Le SQUID dc à couplage direct et optimisation de la surface de capture	120
3.2.3	Optimisation de S_B^2 pour un SQUID dc à couplage direct (RI_c étant fixé)	124
3.2.4	Optimisation de S_B^2 pour un SQUID dc à couplage direct en fonction de l'angle du bi-cristal	126
3.3	Magnétomètre à SQUID dc et FLL	129
3.3.1	La boucle à verrouillage de flux : FLL	131
3.3.2	Limitations de la chaîne de détection	135
3.4	Électronique de pré-amplification	140
3.4.1	Électronique utilisant le composant SSM2017AD	140
3.4.2	Pré-amplificateur à étage d'entrée discret	141
3.5	La cryogénie	145
3.5.1	Canne de test	147
3.5.2	Contraintes cryogéniques	148
3.5.3	Le tube à gaz pulsé (TGP)	150
3.5.4	Validation du TGP comme cryostat pour SQUID et pre- mière mise en oeuvre d'un magnétomètre à SQUID [19] . .	157

3.5.5	Cryogénie à azote compatible avec la MCGe	163
3.6	Conclusion	165
4	Mise en oeuvre de gradiomètres	167
4.1	Validation de la chaîne de traitement	168
4.1.1	Validation en chambre blindée	169
4.1.2	Mise en oeuvre en milieu faiblement blindé et nécessité d'un traitement numérique du signal	172
4.1.3	Gradiomètre axial à deux flux-gates	179
4.1.4	Conclusion	181
4.2	Gradiométrie à SQUID HTc	181
4.2.1	Gradiomètres hardware réalisés à l'aide de matériaux su- praconducteurs à HTc	184
4.2.2	Gradiomètres software à SQUID HTc	186
4.3	Mise en oeuvre d'un gradiomètre à SQUID dc	188
4.4	Utilisation d'un système intégré à quatre SQUID rf	193
4.5	Conclusion	199

Chapitre 1

Mesure du champ magnétique cardiaque

Nous avons décidé d'utiliser le signal magnétique cardiaque comme support de notre étude. Pour appréhender le sujet, nous devons d'abord préciser la nature des signaux cardiaques puis étudier les phénomènes qui peuvent limiter leur mesure. Ce chapitre est divisé en deux parties.

La première partie présente le signal magnétique cardiaque. Elle commence, §1.1.1 à §1.1.4, par une étude bibliographique qui permettra de comprendre l'origine du signal magnétique et la modélisation du coeur par un moment magnétique. A partir de là, nous montrerons comment optimiser la mesure, par un système directionnel, du champ magnétique que crée ce moment.

La seconde partie de ce chapitre pose le problème des conditions de mesures magnétiques. Nous verrons que toute mesure magnétique est limitée par l'environnement magnétique dans laquelle elle est réalisée (§1.2.1). Puis, nous analyserons cette limitation à partir d'éléments bibliographiques. Un accent supplémentaire a été porté à la modélisation de deux perturbations : celles créées par les lignes

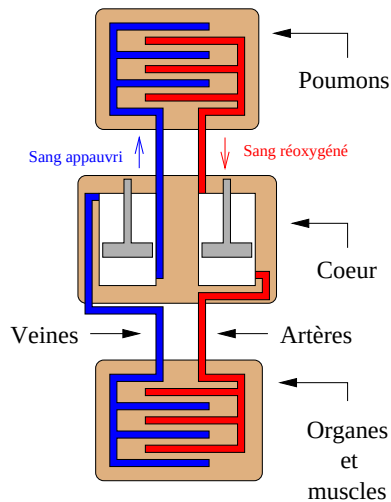


FIG. 1.1 – Représentation schématique du système cardio-vasculaire humain (d'après S.N. Ern  [30])

 lectriques (§1.2.2) et celles dues au trafic automobile (§1.2.3).

En conclusion à cette étude, nous définirons notre stratégie de mesure magnétique.

1.1 Le signal magnétique cardiaque

L'activité cardiaque génère un signal magnétique. Pour comprendre son origine, abordons succinctement la “mécanique” cardio-vasculaire, en relation avec son activité électrique et magnétique.

1.1.1 La mécanique cardiaque

Le sang, par son mouvement ininterrompu, alimente en oxygène et en nutriments chaque cellule de notre corps. Dans ce mécanisme, le cœur occupe une place privilégiée : il entretient le flux sanguin. Il est l'élément moteur du système cardio-vasculaire.

Comme l'écrit S.N. Ern  [30], d'un point de vue purement mécanique, le coeur est réductible à un système de deux pompes adjacentes et synchrones, placées physiologiquement en parallèle mais opérant en série. Du point de vue fonctionnel, le coeur est activé électriquement et a un temps moyen de premier incident (MTBF¹) de $2 \cdot 10^9$ cycles [42]. La première pompe, celle située du côté gauche (  droite sur la figure 1.1), véhicule le sang dans le système artériel pour alimenter en O_2 les organes, les muscles, etc. La seconde permet l'évacuation du sang pauvre en O_2 , mais contenant du CO_2 , vers les poumons où il sera réoxygéné.

Le coeur est un système qui fonctionne sur 4 temps : 2 phases actives suivies de 2 phases passives. Les phases actives sont cons cutes, cet ensemble est nommé systole. L'ensemble des phases passives constitue la diastole. Le tout est répété à une fréquence voisine de 1 Hz.

Première phase (systole) : la phase de tension (cf. Fig. 1.3)

Cette phase, d'une durée de 50 ms, correspond à la contraction, à volume constant, des ventricules. Au début, la pression sanguine à l'intérieur des ventricules est supérieure à celle régnant à l'intérieur des oreillettes, et les valvules auriculo-ventriculaires sont fermées. Par contre, cette pression ventriculaire est inférieure à celle qui règne dans les artères. Les valvules ventriculo-artérielles sont également fermées .

Deuxième phase (systole) : la phase d'éjection (cf. Fig. 1.3)

Cette phase dure environ 250 ms et la contraction s'y poursuit. La pression à l'intérieur des ventricules devient alors supérieure à celle qui règne dans les artères. Les valvules ventriculo-artérielles s'ouvrent et 50 % du sang contenu

1. MTBF : Mean Time Before Failure, en anglais

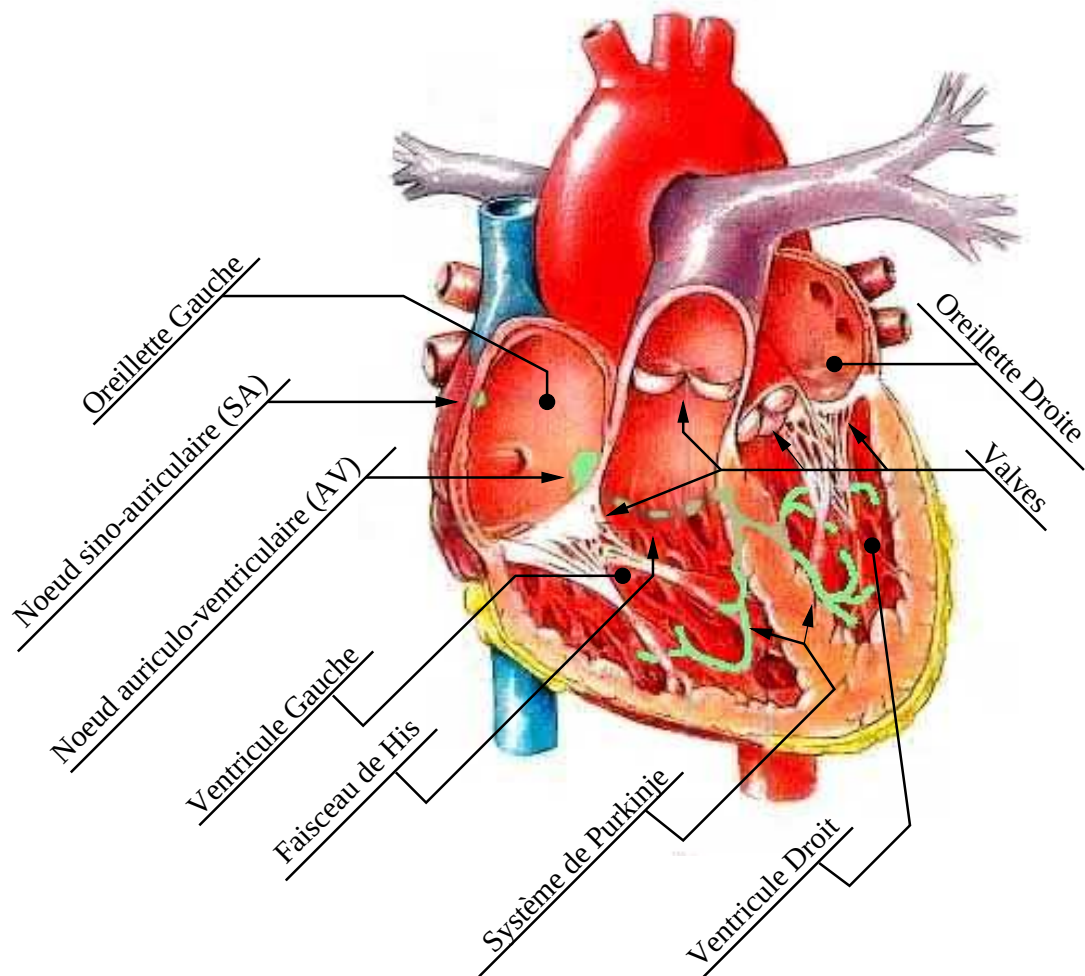


FIG. 1.2 – Schéma en coupe d'un cœur humain.
Présentation de la position des principaux éléments anatomiques du cœur.

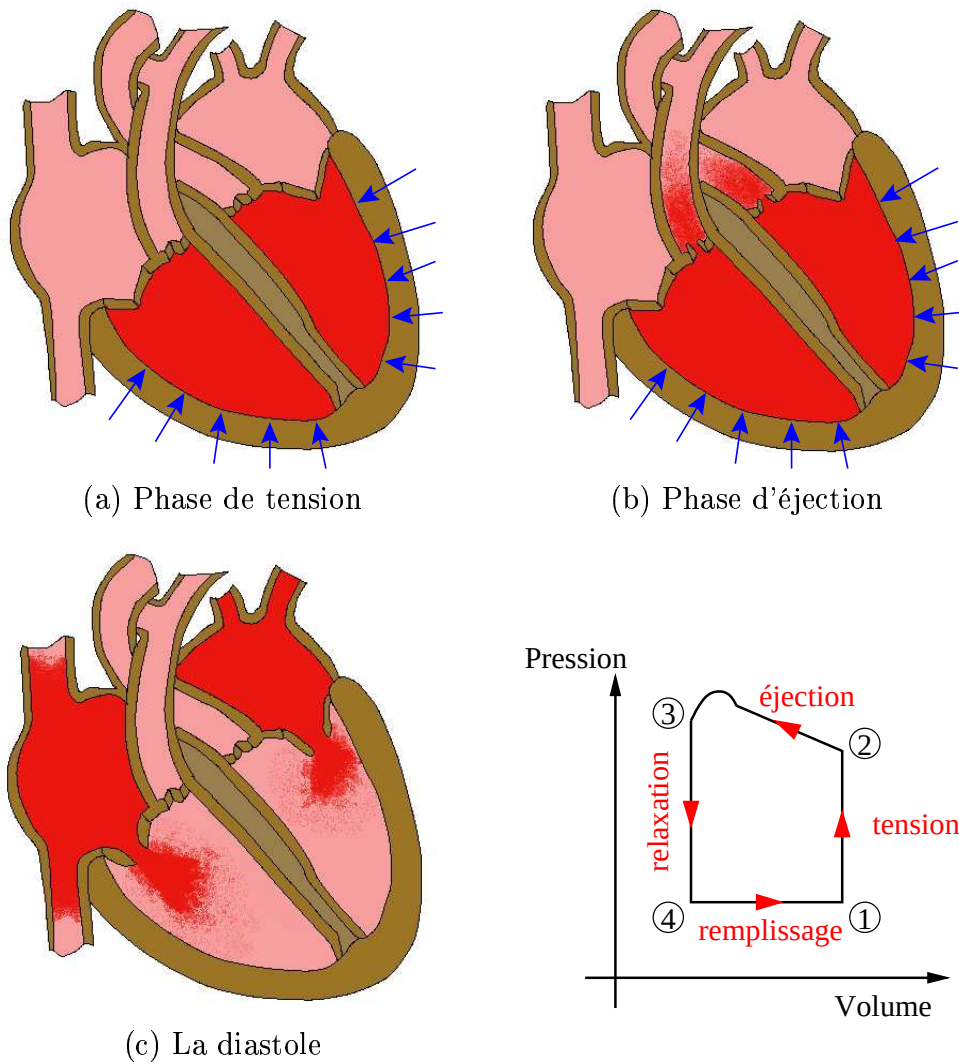


FIG. 1.3 – (a), (b) et (c) : Les différentes phases du cycle de compression cardiaque (tirées de [30] avec la permission de l'auteur et de l'éditeur "Kluwer Academic Publication") (les flèches représentent la pression exercée par les ventricules); (d) : le cycle volume-pression de la "machine" cardiaque [66]

dans les ventricules est éjecté. La pression ventriculaire diminue alors lentement. Lorsque celle-ci devient plus faible que dans les artères, les valvules ventriculo-artérielles s'obturent.

Troisième phase (diastole) : la phase de relaxation

Elle dure environ 100 ms. La pression sanguine continue à décroître. Les valvules auriculo-ventriculaires s'ouvrent.

Quatrième phase (diastole) : la phase de remplissage (cf. Fig. 1.3)

La quatrième phase qui est la plus longue dure environ 600 ms. Sans aucun effort du muscle cardiaque, le sang pénètre dans les ventricules jusqu'à occuper 95 % du volume maximal. Cette phase se termine par une légère contraction des oreillettes pour terminer le remplissage des ventricules.

1.1.2 Electrophysiologie du coeur

Le coeur contient deux types de cellules :

- les fibres du myocarde, rassemblées en réseaux de filaments, qui effectuent le travail musculaire.
- les cellules des noeuds sino-auriculaires (SA), auriculo-ventriculaires (AV) et du système de His-Purkinje (HP) qui fixent le rythme, coordonnent et diffusent l'information d'activation entre les différentes parties du coeur.

Les contractions du muscle cardiaque sont initiées par une onde électrique qui se propage de cellules en cellules. Au repos, les cellules sont polarisées : une différence de potentiel d'environ -90 mV apparaît entre l'intérieur et l'extérieur de

chaque cellule. La stimulation d'une cellule provoque un déplacement d'ions à travers la paroi cellulaire. La différence de potentiel passe brutalement à $+20$ mV. C'est l'étape de dépolarisation. Cette onde de dépolarisation se transmet de cellule en cellule le long d'une fibre. Ensuite, lentement (en quelques centaines de millisecondes), la paroi cellulaire se repolarise. Les temps de repolarisation et les vitesses de propagation de l'onde de dépolarisation sont très diverses suivant les différents types de cellules cardiaques.

A cette activité cellulaire correspond une activité électrique : évolution des différences de potentiel, et formation de courants locaux. Chaque cellule est en quelque sorte une source de courant, transformant une énergie non-électrique (chimique, par exemple) en énergie électrique. Ces courants élémentaires, ceux des 10^9 cellules cardiaques, et les différences de potentiel qu'ils entraînent vont participer à l'élaboration d'un champ électrique et d'un champ magnétique en tout point de l'espace. Ces champs dépendent non seulement des distributions de charges et des courants élémentaires, mais aussi de la topologie du corps et de la conductivité de tous les tissus. Leurs variations sont donc issues de l'évolution spatio-temporelle des zones d'activation. La mesure de ces grandeurs s'appelle respectivement l'ECGe² et la MCGe³.

Un parallèle entre les différentes phases de la mécanique cardiaque et l'activité électromagnétique, comme le montre des séquences d'un ECG [88][30], peut alors être effectué. Il est reporté en figure 1.4 et décrit ci-dessous.

Onde P Une séquence cardiaque commence par la dépolarisation du noeud sino-auriculaire. Ce conglomerat de cellules fixe le rythme cardiaque en s'acti-

2. ECGe : Électro-CardioGraphie ; ECG : Électro-CardioGramme

3. MCGe : Magnéto-CardioGraphie ; MCG : Magnéto-CardioGramme

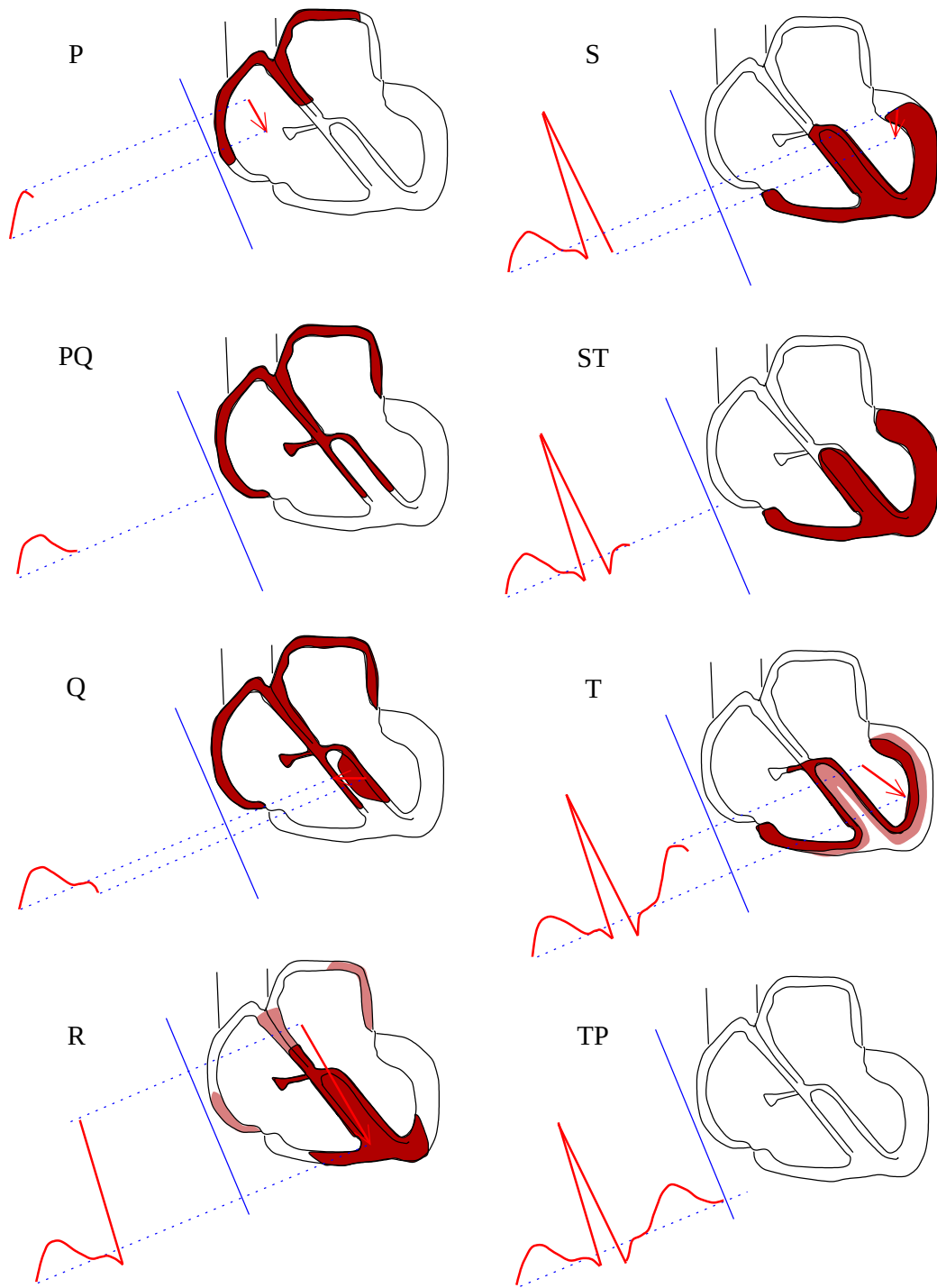


FIG. 1.4 – Évolution de l'ECG avec les séquences d'activation cardiaque (tirée de [30] avec la permission de l'auteur et de l'éditeur "Kluwer Academic Publication")

vant automatiquement de 60 à 100 fois par minute. Ce signal envahit les oreillettes. Leur repolarisation provoque la contraction qui termine la diastole.

Onde PQ L'onde d'activation reste confinée au niveau des oreillettes : un anneau de cellules non-conductrices isole les oreillettes et les ventricules. Le signal a activé le noeud auriculo-ventriculaire. Ce dernier se comporte comme un retard pur de 80 ms.

Onde Q Ce délai écoulé, l'activation gagne la paroi inter-ventriculaire via le système de His-Purkinje.

Onde R L'activation gagne l'ensemble des ventricules.

Onde ST Les cellules du myocarde se repolarisent lentement. Ce faisant, le muscle cardiaque se contracte et évacue le sang (c'est la systole).

Onde TP Le système finit de se repolariser et attend une nouvelle activation du noeud sino-auriculaire. Pendant ce répit, le sang entre dans les ventricules. Il s'agit de la phase de repos et de remplissage (c'est-à-dire la diastole).

1.1.3 La magnéto-cardiographie

La forme de l'ECG est significative de l'activité cardiaque. Certaines pathologies cardiaques, telle que l'hypertrophie du myocarde, provoque une modification de l'activité électrique de certaines zones du coeur et des ECG.

Il en est de même avec la MCGe. L'étude du champ magnétique généré par le coeur peut ainsi permettre d'identifier certains dysfonctionnements cardiaques. La localisation et l'identification des anomalies sont reliées à la reconstruction des distributions de courants élémentaires inter-cellulaires qui ont donné naissance à la figure de champ magnétique, c'est-à-dire à la résolution du problème inverse.

Cette résolution est impossible dans un cas général à trois dimensions (un même champ magnétique peut être issu de distributions de courants différentes). Par contre, une solution vraisemblable (c'est-à-dire qui respecte certaines hypothèses posées à priori) peut être trouvée.

Suivant le niveau de complexité de l'instrument (du simple capteur à la réalisation d'une cartographie "instantanée" du champ magnétique), la magnéto-cardiographie permet d'aborder différents problèmes de cardio-physiologie [30] :

- en constituant une alternative à l'ECGe classique.
- en constituant une alternative à l'ECGe à haute précision.
- en permettant de réaliser des localisations d'anomalies de manière non-invasive.

Ces trois points sont abordés ci-après, notamment pour mettre l'accent sur les différences et complémentarités des deux techniques ECGe et MCGe.

La MCGe comme alternative à l'ECGe classique

Le dispositif de MCGe le plus simple mesure le champ en un seul point. Son but n'est évidemment pas la résolution du problème inverse. Des informations médicalement utiles sont simplement déduites de l'évolution temporelle du signal. Ces résultats sont parfaitement comparables à ceux d'un ECG classique (la différence entre un ECG et un MCG sera précisée plus loin, page 24). Peut-être apporte-il, tout de même, quelques informations supplémentaires dans les cas d'une hypertrophie des ventricules [30] ou d'ischémie [73]. D'un point de vue pratique, la mesure est sans contact.

La MCGe comme alternative à l'ECGe à haute résolution (HR-ECGe)

La MCGe trouve un intérêt plus important lorsque plusieurs magnétomètres sont associés. Avec ces dispositifs, de haute sensibilité, mis en oeuvre en environnement blindé, une première discrimination spatiale est possible. La localisation de certaines anomalies de conduction est possible.

A titre d'exemple, Erné *et al.* [29] ont montré en 1984 l'intérêt d'un système de MCGe à haute sensibilité (HR-MCGe) dans l'étude de la conduction dans le faisceau de His. La HR-MCGe a permis, pour 67 % des sujets étudiés, de se prononcer définitivement sur le fonctionnement de leur faisceau de His. Ce dispositif non-invasif peut, par exemple, remplacer l'utilisation d'un cathéter (pour une étude localisée in-situ) associé à un HR-ECGe.

La MCGe comme alternative à une étude de la cartographie du potentiel à la surface du corps

La complexité du système est encore accrue. Au dispositif précédent est associée la possibilité de trouver une solution "crédible" du problème inverse. Par exemple, il s'agit alors de localiser un élément particulier du coeur pour préparer une opération [30].

Objectif de notre étude vis-à-vis de la MCGe

L'évolution générale de la magnéto-cardiographie, qui va d'une simple détection du signal magnétique global du coeur à la reconstitution des distributions de courant, s'est effectuée sous le contrôle de théoriciens qui désiraient résoudre des problèmes de complexité croissante. Cependant, comme le regrettent Leder *et al.* [54], elle se fait généralement sans le concours des praticiens. Pour que toutes ces techniques soient médicalement utiles, une phase de normalisation effectuée

par l'analyse de plusieurs centaines, voire milliers, de cas est nécessaire. Elle doit permettre de fixer les protocoles d'utilisation et d'interprétation des résultats.

En ce qui nous concerne, notre objectif principal est d'effectuer un démonstrateur permettant de valider nos compétences en magnétométrie à haute sensibilité et d'étudier la mise en oeuvre au sein d'un tube à gaz pulsé d'un tel magnétomètre. Du point de vue du bio-magnétisme et des applications possibles dans ce domaine, cette contribution reste donc modeste. Elle n'envisage pas la résolution du problème inverse, mais aborde simplement la MCGe comme alternative à l'ECGe classique.

1.1.4 Modélisation du coeur

Même en se plaçant dans la perspective de l'étude bio-magnétique la plus simple, nous devons, pour optimiser notre mesure, nous intéresser à l'étude du problème direct à savoir déduire la forme du champ magnétique créé par une activation particulière.

Comme nous l'avons vu précédemment (cf. §1.1.2), l'activité musculaire ou nerveuse se traduit par l'apparition de courants élémentaires au niveau cellulaire. Les cellules sont des générateurs de courant qui *impriment*, au système, une densité de courant $\vec{J}^i(\vec{r})$, liée directement au potentiel d'action au point de coordonnées $\vec{r}$ (cf. Fig. 1.5). Le milieu contenant les cellules étant conducteur, la différence de potentiel présente au niveau de chaque cellule crée une répartition volumique de courant $\vec{J}^b(\vec{r})$. Cette distribution satisfait à la loi d'Ohm :

$$\vec{J}^b(\vec{r}) = -\sigma(\vec{r}) \overrightarrow{\text{grad}} V(\vec{r}) \quad (1.1)$$

où $\sigma(\vec{r})$ est la conductivité du milieu et $V(\vec{r})$ le potentiel électrostatique. Le

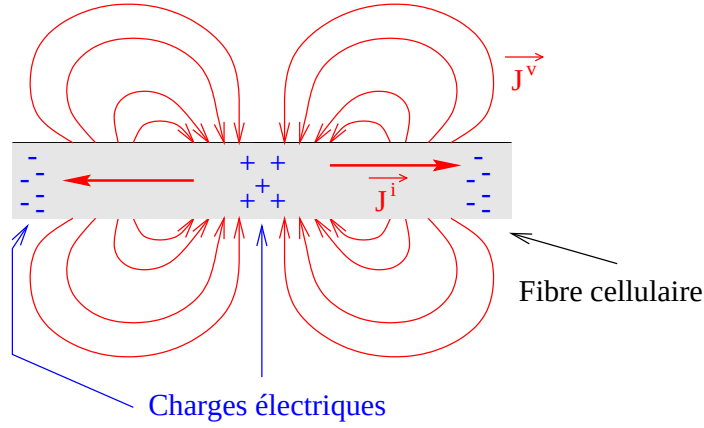


FIG. 1.5 – Courants et potentiel d'activation liés à l'activité d'une cellule nerveuse (tirée de [42] avec la permission de l'auteur et de l'éditeur " Kluwer Academic Publication")

$\vec{J}^i(\vec{r})$ et $\vec{J}^v(\vec{r})$ représentent respectivement la densité de courant imprimé par chaque cellule, en tant que générateur de courant élémentaire, et la densité de courant volumique liée à la loi d'Ohm.

champ magnétique global dépend de la distribution totale $\vec{J}(\vec{r}) = \vec{J}^i(\vec{r}) + \vec{J}^v(\vec{r})$.

Comme le montre S.J. Williamson et L. Kaufman [88, page 151], les évolutions des champs électriques et magnétiques générés par $\vec{J}(\vec{r})$ peuvent être considérées en limite quasi-statique. La loi de Biot et Savart permet de déterminer le champ magnétique en tout point $\vec{r}$ de l'espace:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{\vec{J}(\vec{r}) \wedge (\vec{r} - \vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|^3} dv \quad (1.2)$$

où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide, $\mathcal{V}$ le volume délimitant les distributions de courant (le corps du patient) et $\vec{r}_i$ la position du volume élémentaire dv . Or $\vec{J}(\vec{r})$ s'établissant au sein d'un volume fini, il est souvent commode d'assimiler la distribution réelle de courant à l'une des deux distributions limites, dipôle de courant ou spire de courant équivalent à un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$.

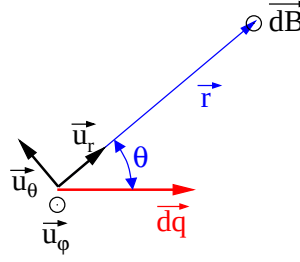


FIG. 1.6 – *Champ magnétique créé par un dipôle de courant $\vec{d\vec{q}}$ au point dont la position est définie par le vecteur $\vec{r}$ dont l'origine est commune avec le dipôle de courant.*

Cas du dipôle de courant

Un dipôle de courant $\vec{d\vec{q}}$ correspond à un mouvement élémentaire de charge sur une distance dl :

$$\vec{d\vec{q}} = I \vec{d\vec{l}} = (\vec{\mathcal{J}} \cdot \vec{ds}) \vec{d\vec{l}} = \vec{\mathcal{J}} dv \quad (1.3)$$

où $\vec{\mathcal{J}}$ est une densité volumique de dipôle de courant. L'équation de Biot et Savart (Equ. 1.2) écrite relativement à $\vec{d\vec{q}}$ mène à :

$$\vec{d\vec{B}} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{d\vec{q}} \wedge \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{d\vec{q}} \sin \theta}{r^2} \vec{u}_\varphi \quad (1.4)$$

dans le système de coordonnées sphériques habituel (cf. Fig. 1.6). L'activation d'une zone localisée pourra alors être modélisée par son dipôle de courant équivalent :

$$\vec{Q} = \int_v \vec{\mathcal{J}} dv \quad (1.5)$$

En tout point de l'espace défini par le vecteur $\vec{r}$ qu'il forme avec $\vec{Q}$, on obtient alors un champ magnétique :

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q \sin \theta}{r^2} \vec{u}_\varphi \quad (1.6)$$

Cette représentation est particulièrement intéressante pour décrire l'activité cérébrale. En effet, dans ce cas, l'activité cellulaire a lieu dans un milieu conducteur relativement homogène. A l'extérieur de ce milieu, la répartition volumique de courant, $\vec{J}^v$, n'intervient pas dans l'expression du champ magnétique [43]. $\vec{B}$ ne dépend que de $\vec{J}^i$.

En revanche la modélisation du coeur est plus complexe de ce point de vue : le milieu qui l'entoure est conducteur, et fortement inhomogène. Les poumons, par exemple, constituent une zone de faible conductivité particulièrement gênante.

Cas d'un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$

Dès 1973, F. Gynspan et D. B. Geselowitz proposent de modéliser le coeur comme un dipôle de courant situé dans un volume conducteur grossièrement sphérique [36]. Le champ magnétique créé par le dipôle de courant $\vec{Q}_0$ placé à l'intérieur d'une sphère conductrice à $\vec{r}_0$ de son centre est alors équivalent à celui créé par un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ tel que :

$$\vec{\mathcal{M}} = \frac{1}{2} \int_V \vec{r} \wedge \vec{J}(\vec{r}) dv = \frac{1}{2} \vec{r}_0 \wedge \vec{Q}_0 \quad (1.7)$$

Ce moment magnétique est localisé en $\frac{2}{3}\vec{r}_0$.

Comme nous l'avons vu avec la figure 1.4, la zone d'activation cardiaque et son intensité varient au cours du temps. En définitive, le coeur peut donc être modélisé comme un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ dont la position, la direction et l'intensité varient sur la durée du cycle.

Le premier niveau de résolution du problème inverse consiste à déduire ce vecteur $\vec{\mathcal{M}}$ des mesures du champ magnétique. Cette représentation est nommée

magnéto-cardiographie vectorielle (MCGV⁴) (cf. Fig. 1.7). Elle s'effectue dans un repère lié au corps du patient. L'axe x correspond à l'axe droite→gauche du corps. L'axe y correspond à l'axe allant de la tête vers les pieds. Enfin, pour obtenir un trièdre direct, l'axe z est orienté vers le dos. Dans le cadre de l'étude, cette représentation, qui visualise le moment magnétique équivalent au coeur, permettra d'optimiser la mesure. Comme le montre la figure 1.7, le moment magnétique cardiaque a une amplitude maximale de $0,68 \mu\text{Am}^2$, atteinte lors du pic RS. L'origine de ce moment se situe à environ 5 cm du plan d'étude.

Différence entre ECG et MCG

En régime quasi-statique et *dans un conducteur infini homogène*, il est possible de déterminer le potentiel électrostatique en tout point $\vec{r}$:

$$V(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\sigma} \int_{\mathcal{V}} \frac{\text{div} \vec{J}^i(\vec{r}_i)}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} dv \quad (1.8)$$

où $\vec{r}_i$ représente la position du volume élémentaire dv . Dans ces conditions, le développement de l'équation de Biot et Savart (Equ. 1.2) fait uniquement intervenir la densité de courant $\vec{J}^i$:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{\mathcal{V}} \frac{\text{rot} \vec{J}^i(\vec{r})}{|\vec{r} - \vec{r}_i|} dv \quad (1.9)$$

La différence fondamentale existante entre ECG et MCG apparaît alors. L'ECG provient de la divergence de $\vec{J}^i$ alors que le MCG est donné par son rotationnel. Or, dans le cas présent, $\vec{J}^i$ se décompose en deux quantités totalement indépendantes [43], $\vec{J}_F^i$ représentant la partie du courant qui suit l'écoulement de charge ($\text{rot} \vec{J}_F^i = 0$) et $\vec{J}_V^i$ représentant la partie tourbillonnante du courant ($\text{div} \vec{J}_V^i = 0$).

4. MCGV : Magnéto-CardioGraphie vectorielle

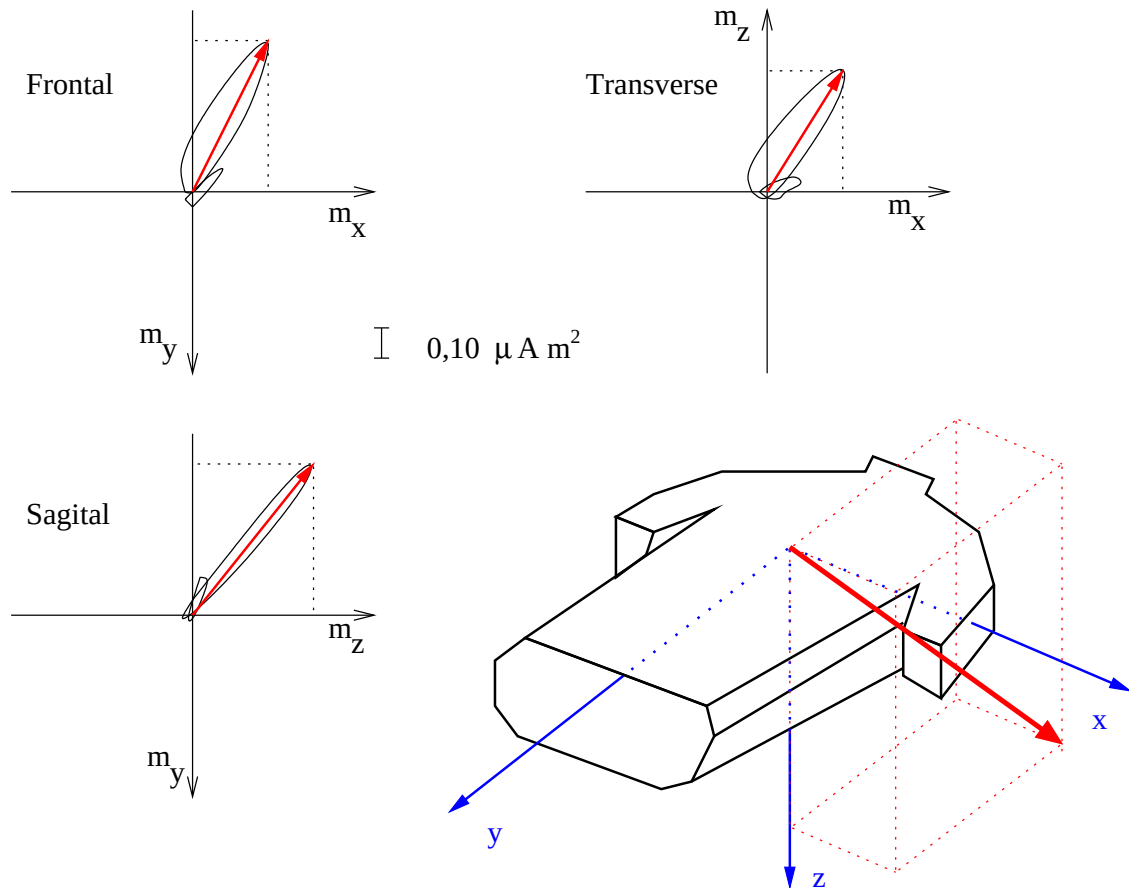


FIG. 1.7 – Allure générale d'un MCGV et repère qui lui correspond[43][88]
 Sont représentées ici les projections du moment magnétique cardiaque sur les différents plans définis par les axes du repère. Ces plans sont nommés frontal (xOy), transverse (xOz) et sagittal (yOz). Le moment magnétique cardiaque variable en direction et en intensité. Son amplitude maximale est atteinte pour la phase RS du cycle cardiaque. Le moment magnétique cardiaque vaut alors environ $(0,25; -0,50; 0,40) \mu Am^2$ soit une amplitude de $0,68 \mu Am^2$.

Ceci implique que, *dans un conducteur infini homogène*, l'ECG est produit par $\vec{J}_F$ et le MCG par $\vec{J}_V$; tous deux sont donc totalement indépendants.

Mais dans le cas réel, conducteurs finis et inhomogènes, $\vec{J}_F$ et $\vec{J}_V$ ne sont plus indépendantes. Une modélisation plus précise de l'activité cardiaque est donnée par le modèle à deux couches (cf. [43, page 13], [71]). L'ECGe et le MCGe sont donc liées, et leur étude est complémentaire. Elles donnent des résultats légèrement différents, même si de nombreuses informations sont communes aux signaux étudiés par les deux méthodes.

1.1.5 Optimisation de la mesure

Par la suite, le coeur sera modélisé par un moment magnétique. Il reste à déterminer les conditions qui permettront d'effectuer une mesure optimale du champ magnétique qu'il crée. Une étude similaire, optimisation de la mesure et effet de la surface d'intégration, a été menée par Romani *et al.* [70] et Bruno *et al.* [8] dans le cas d'un dipôle de courant de direction donnée. L'étude qui suit, effectuée dans le cadre de cette thèse, se place dans le cas où le champ magnétique, créé par un moment magnétique d'intensité et de direction quelconque, est mesuré depuis un plan xOy (plan du corps).

En effet la détection du signal de MCGe étant non-invasive, l'espace de mesure est limité par le torse du patient lequel est modélisé par un plan. Il s'agit donc de déterminer, pour un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ quelconque situé à une distance d sous le plan P d'étude (cf. Fig 1.8) :

- quelle position dans le plan P est la plus favorable pour effectuer la mesure de $\vec{B}(\vec{\mathcal{M}})$.
- si cette mesure peut être limitée à celle d'une seule des composantes de $\vec{B}$

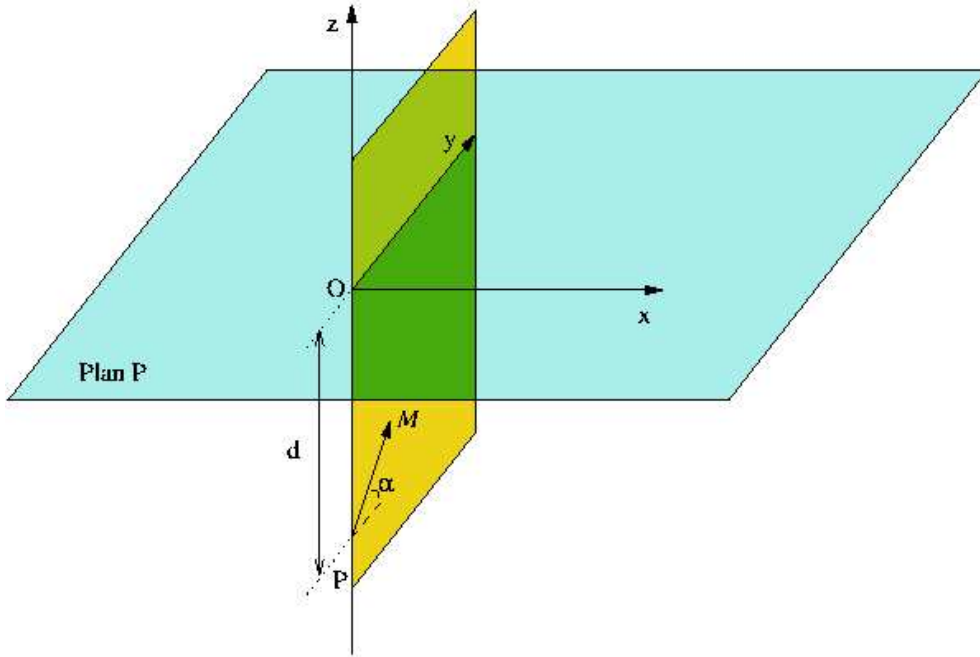


FIG. 1.8 – Schéma représentant les conditions spatiales de mesure

suivant x , y ou z .

Le vecteur $\vec{\mathcal{M}}$ étant quelconque, il est toujours possible de définir un repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ orthonormé, centré en O, tel que :

- $\vec{e}_z$ soit perpendiculaire au plan P,
- la projection de $\vec{\mathcal{M}}$ sur $\vec{e}_x$ soit nulle ($\vec{\mathcal{M}}$ appartenant au plan $(\vec{e}_y, \vec{e}_z)$),
- la projection de $\vec{\mathcal{M}}$ sur $\vec{e}_y$ soit positive.

$\vec{\mathcal{M}}$ y a pour coordonnées $(0, M_y, M_z)$. L'origine du repère, O, est placée dans le plan P et telle que le point d'origine de $\vec{\mathcal{M}}$ ait pour coordonnées $(0, 0, -d)$.

En tout point de l'espace (x, y, z) , le potentiel vecteur $\vec{A}(x, y, z)$ et le champ magnétique $\vec{B}(x, y, z)$ sont donnés par les relations :

$$\vec{A}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{\mathcal{M}} \wedge (\vec{r} - (-d \vec{e}_z))}{\|\vec{r} - (-d \vec{e}_z)\|^3} \text{ et } \vec{B}(x, y, z) = \text{rot} \vec{A}(x, y, z) \quad (1.10)$$

Dans notre repère, pour un point $(x, y, 0)$ du plan d'étude, les coordonnées du champ sont données par les relations suivantes :

$$\vec{B}(x, y, 0) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y + B_z \vec{e}_z \quad (1.11)$$

et

$$\begin{cases} B_x &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3x(dM_z + yM_y)}{(d^2 + x^2 + y^2)^{5/2}} \\ B_y &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{-d^2 M_y - x^2 M_y + 3dyM_z + 2y^2 M_y}{(d^2 + x^2 + y^2)^{5/2}} \\ B_z &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2d^2 M_z + 3dyM_y - x^2 M_z - y^2 M_z}{(d^2 + x^2 + y^2)^{5/2}} \end{cases} \quad (1.12)$$

où M_y et M_z sont les coordonnées de $\vec{\mathcal{M}}$ suivant respectivement y et z (la coordonnée suivant x étant nulle). Un second système de coordonnées, homothétique du premier, dans lequel $\vec{B}$ ne dépendra que de la direction de $\vec{\mathcal{M}}$ (pas de son intensité ni de sa position d) permet de simplifier le système et de le traiter dans le cas le plus général. Posons les variables réduites suivantes :

$$\begin{cases} u &= \frac{x}{d} \\ v &= \frac{y}{d} \\ w &= 0 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} m_x &= 0 \\ m_y &= \frac{M_y}{\|\vec{\mathcal{M}}\|} = \cos \alpha \\ m_z &= \frac{M_z}{\|\vec{\mathcal{M}}\|} = \sin \alpha \end{cases} \quad (1.13)$$

$\vec{B}$ sera noté $\vec{b}$ dans le nouveau repère, soit :

$$\begin{aligned} \vec{B}(x, y, z) &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\|\vec{\mathcal{M}}\|}{d^3} \vec{b}\left(\frac{x}{d}, \frac{y}{d}, 0\right) \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\|\vec{\mathcal{M}}\|}{d^3} \left(b_x \left(\frac{x}{d}, \frac{y}{d}, 0\right) \vec{e}_x + b_y \left(\frac{x}{d}, \frac{y}{d}, 0\right) \vec{e}_y + b_z \left(\frac{x}{d}, \frac{y}{d}, 0\right) \vec{e}_z \right) \end{aligned} \quad (1.14)$$

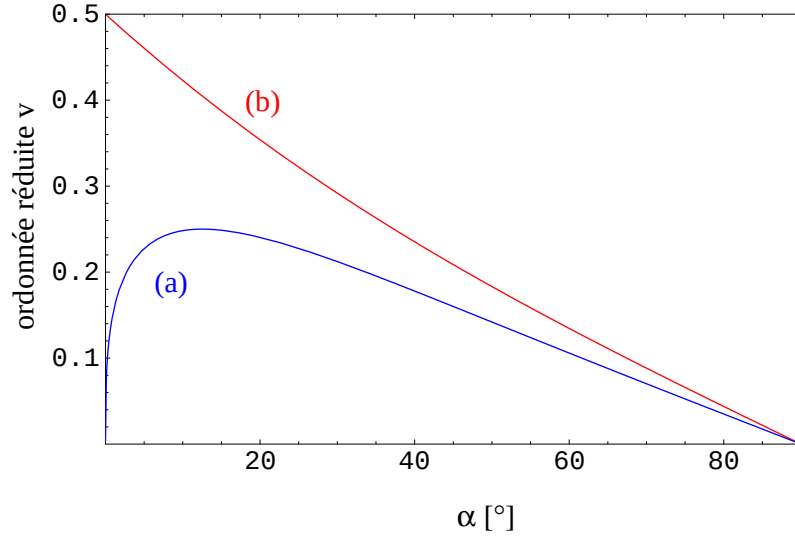


FIG. 1.9 – Représentation de l'ordonnée réduite du maximum du module de $\vec{b}$ (courbe a) et de celle du maximum de b_z (courbe b) en fonction de α (direction de $\vec{\mathcal{M}}$)

Pour chaque direction de $\vec{\mathcal{M}}$, le module de $\vec{b}$ et la composante b_z admettent un maximum unique, mais en des points différents.

avec :

$$\begin{cases} b_x &= \frac{3u(m_z + v m_y)}{(1+u^2+v^2)^{5/2}} \\ b_y &= \frac{-m_y - u^2 m_y + 3v m_z + 2v^2 m_y}{(1+u^2+v^2)^{5/2}} \\ b_z &= \frac{2m_z + 3v m_y - u^2 m_z - v^2 m_z}{(1+u^2+v^2)^{5/2}} \end{cases} \quad (1.15)$$

S'intéresser aux conditions optimales de mesure revient donc à chercher, pour toutes les directions de $\vec{\mathcal{M}}$, les points du plan pour lesquels le module de $\vec{b}$ est maximal.

En raison des symétries du système suivant α , l'étude est limitée à $\alpha \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Pour chaque direction de $\vec{\mathcal{M}}$, il existe un point unique du plan P, situé sur l'axe $(O, \vec{e}_y)$, pour lequel $\|\vec{b}\|$ est maximum. Le tableau 1.1 (p. 31) donne ses coordonnées exactes⁵. Son ordonnée réduite est toujours inférieure à 0,25 (cf. Fig. 1.9 courbe a).

5. Dans cette partie, les calculs ont été effectués par Mathematica ©3.1. Les visualisations ont également été réalisées par ce logiciel.

En pratique, les magnétomètres à haute sensibilité mis en oeuvre sont sensibles au flux magnétique traversant une surface dite de capture. Ils sont donc directionnels. La reconstitution du module du champ magnétique nécessite 3 détecteurs de ce type. Néanmoins, il peut être intéressant de limiter l'étude du champ à une seule de ces composantes. Chaque composante, b_x , b_y et b_z , admet plusieurs extrémums locaux que l'on compare séparément. La figure 1.10 représente l'amplitude maximale de chaque composante et du module, chaque élément étant considéré indépendamment. Elle montre que, pour tout α :

- si α est supérieur à environ 10° , le maximum de b_z est supérieur aux maximums de b_x et de b_y , sinon il en est proche.
- la valeur du maximum de b_z est proche de celle du maximum d'amplitude (dans le cas le plus défavorable, il est réduit de seulement 12.5 %),
- sa position et celle du maximum d'amplitude sont proches (cf. Fig. 1.9).

L'ordonnée du point pour lequel le module est maximal est toujours inférieure à 0,25 et celle pour le maximum de b_z à 0,5. Dans un repère quelconque du plan, le point pour lequel B_z est maximum appartient donc au disque de rayon $d/2$ centrée en O, par rotation du segment $[0 ; 0,5]$.

Ainsi, mesurer la composante du champ normale au plan d'étude P permet d'obtenir les meilleures conditions de mesures avec un flux-mètre dont la direction ne varie pas.

Dès à présent les valeurs de champs attendus pour un moment magnétique donné peuvent être déterminées. Le pic du MCG (cf. Fig. 1.7) correspond typiquement à un moment magnétique dont les coordonnées, en μAm^2 , sont $(0,25 ; -0,50 ; 0,40)$ dans le repère utilisé en MCGV. Dans notre repère, ces coordonnées sont, en μAm^2 , $(0 ; 0,56 ; -0,40)$. Le module de $\vec{\mathcal{M}}$ vaut $0,68 \mu\text{Am}^2$, et l'angle α vaut -

$$\begin{aligned}
b_{md} & \left[0, \begin{aligned} & \frac{(-686 my^3 mz^3 + 315 my mz^3 (4 my^2 + mz^2) + 27 my mz (4 my^2 + mz^2)^2 + 6 \sqrt{324 my^2 + 375 mz^2} (4 my^4 mz + 5 my^2 mz^3 + mz^5))^{1/3}}{3^{21/3} (4 my^2 + mz^2)} \\ & - \frac{2^{1/3} (11 my^2 mz^2 + 15 mz^4)}{3 (4 my^2 + mz^2)} \end{aligned} \right] \\
b_x & \begin{aligned} & \left[-\frac{1}{3} \sqrt{3 + \frac{2 mz^2}{my^2} - \frac{mz \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{my^2}}, \frac{-2 mz - \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{3 my} \right] \\ & \left[-\frac{1}{3} \sqrt{3 + \frac{2 mz^2}{my^2} - \frac{mz \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{my^2}}, \frac{-2 mz + \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{3 my} \right] \\ & \left[\frac{1}{3} \sqrt{3 + \frac{2 mz^2}{my^2} - \frac{mz \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{my^2}}, \frac{-2 mz - \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{3 my} \right] \\ & \left[\frac{1}{3} \sqrt{3 + \frac{2 mz^2}{my^2} - \frac{mz \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{my^2}}, \frac{-2 mz + \sqrt{3 my^2 + 4 mz^2}}{3 my} \right] \end{aligned} \\
b_y & \begin{aligned} & \left[0, -\frac{-18 \frac{16 my^2}{mz^2}}{6^{21/3} \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-54 \frac{64 my^4}{mz^4} - \frac{117 my^2}{mz^2} - \frac{32 my^3}{mz^3} - \frac{27 my}{mz}} \right)^{1/3}} + \frac{\left(3 \sqrt{3} \sqrt{-54 \frac{64 my^4}{mz^4} - \frac{117 my^2}{mz^2} - \frac{32 my^3}{mz^3} - \frac{27 my}{mz}} \right)^{1/3}}{3^{22/3}} - \frac{2 my}{3 mz} \right] \\ & \left[0, \frac{(1-I\sqrt{3}) \left(-18 \frac{16 my^2}{mz^2} \right)}{12^{21/3} \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-54 \frac{64 my^4}{mz^4} - \frac{117 my^2}{mz^2} - \frac{32 my^3}{mz^3} - \frac{27 my}{mz}} \right)^{1/3}} - \frac{(1+I\sqrt{3}) \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-54 \frac{64 my^4}{mz^4} - \frac{117 my^2}{mz^2} - \frac{32 my^3}{mz^3} - \frac{27 my}{mz}} \right)^{1/3}}{6^{22/3}} - \frac{2 my}{3 mz} \right] \\ & \left[0, \frac{(1+I\sqrt{3}) \left(-18 \frac{16 my^2}{mz^2} \right)}{12^{21/3} \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-54 \frac{64 my^4}{mz^4} - \frac{117 my^2}{mz^2} - \frac{32 my^3}{mz^3} - \frac{27 my}{mz}} \right)^{1/3}} - \frac{(1-I\sqrt{3}) \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-54 \frac{64 my^4}{mz^4} - \frac{117 my^2}{mz^2} - \frac{32 my^3}{mz^3} - \frac{27 my}{mz}} \right)^{1/3}}{6^{22/3}} - \frac{2 my}{3 mz} \right] \end{aligned} \\
b_z & \begin{aligned} & \left[0, -\frac{2^{1/3} \left(-12 \frac{16 my^2}{mz^2} \right)}{3 \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-256 \frac{256 my^4}{mz^4} - \frac{517 my^2}{mz^2} + \frac{128 my^3}{mz^3} + \frac{117 my}{mz}} \right)^{1/3}} + \frac{\left(3 \sqrt{3} \sqrt{-256 \frac{256 my^4}{mz^4} - \frac{517 my^2}{mz^2} + \frac{128 my^3}{mz^3} + \frac{117 my}{mz}} \right)^{1/3}}{3^{21/3}} + \frac{4 my}{3 mz} \right] \\ & \left[0, \frac{(1+I\sqrt{3}) \left(-12 \frac{16 my^2}{mz^2} \right)}{3^{22/3} \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-256 \frac{256 my^4}{mz^4} - \frac{517 my^2}{mz^2} + \frac{128 my^3}{mz^3} + \frac{117 my}{mz}} \right)^{1/3}} - \frac{(1-I\sqrt{3}) \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-256 \frac{256 my^4}{mz^4} - \frac{517 my^2}{mz^2} + \frac{128 my^3}{mz^3} + \frac{117 my}{mz}} \right)^{1/3}}{6^{21/3}} + \frac{4 my}{3 mz} \right] \\ & \left[0, \frac{(1-I\sqrt{3}) \left(-12 \frac{16 my^2}{mz^2} \right)}{3^{22/3} \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-256 \frac{256 my^4}{mz^4} - \frac{517 my^2}{mz^2} + \frac{128 my^3}{mz^3} + \frac{117 my}{mz}} \right)^{1/3}} - \frac{(1+I\sqrt{3}) \left(3 \sqrt{3} \sqrt{-256 \frac{256 my^4}{mz^4} - \frac{517 my^2}{mz^2} + \frac{128 my^3}{mz^3} + \frac{117 my}{mz}} \right)^{1/3}}{6^{21/3}} + \frac{4 my}{3 mz} \right] \end{aligned}
\end{aligned}$$

TAB. 1.1 – Coordonnées des points correspondant aux extrémums locaux du module de $\vec{b}$ et de chacune de ses composantes.

Les coordonnées sont indiquées dans le repère de coordonnées réduites (u, v) . Il apparaît consécutivement le maximum de $|\vec{b}|$, les 4 extrémums de b_x , les 3 de b_y et les 3 de b_z (si $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$). Même si, ici, toutes ces coordonnées sont exprimées dans le corps des complexes, elles sont toutes réelles.

Attention, une erreur s'est glissée dans l'expression des coordonnées des extrémums de b_y . Pour obtenir les coordonnées exactes, il convient de remplacer $\frac{m_y}{m_z}$ par son inverse $\frac{m_z}{m_y}$ dans l'expression donnée.

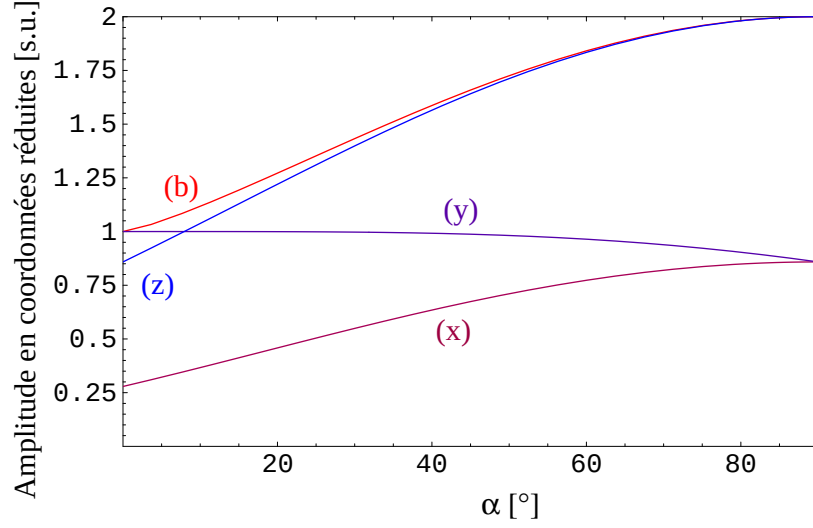


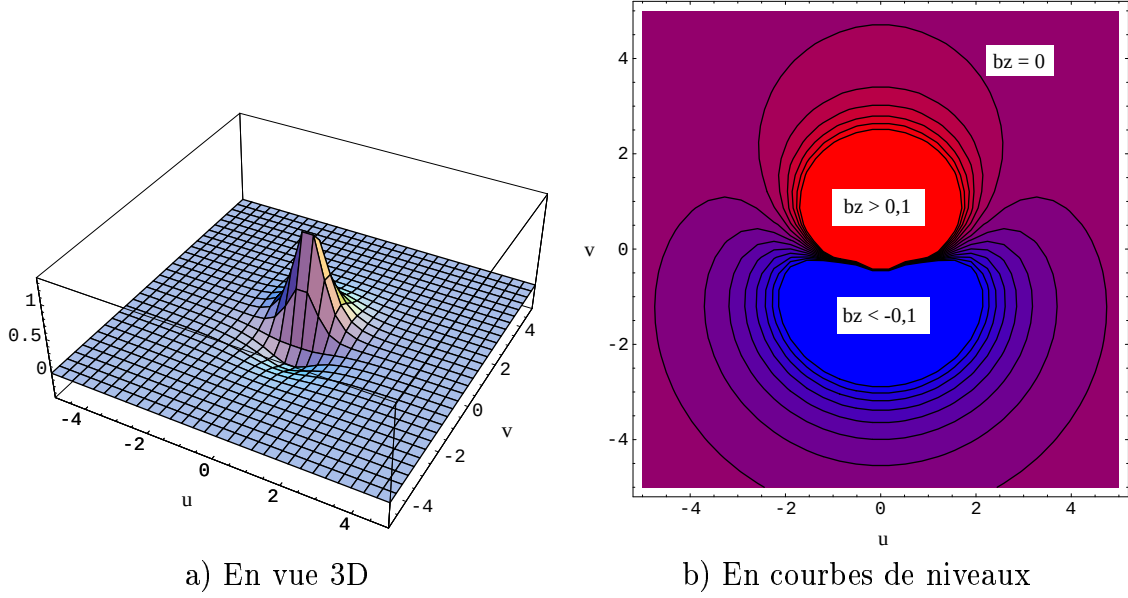
FIG. 1.10 – Valeurs du maximum de chaque composante et du module de $\vec{b}$. Il est rappelé que, pour tout α , $|\vec{b}|$, b_x , b_y et b_z admettent toutes un maximum mais en des points différents. (b) , (x) , (y) et (z) représentent respectivement les maximums de $|\vec{b}|$, de b_x , de b_y et de b_z .

35° , qui correspond à 35° dans l'étude précédente ($b_z(u, v)|_\alpha = -b_z(u, -v)|_{-\alpha}$). Si le plan d'étude se situe à 10 cm du moment magnétique, un champ maximal de 50 pT est attendu. La figure 1.11 présente, dans ce dernier cas, l'évolution de b_z : la composante normalisée du champ magnétique suivant z.

1.1.6 Effet de l'intégration sur la surface du capteur

Les magnétomètres à haute sensibilité mesurent généralement un flux magnétique Φ au travers de la surface S de la boucle de capture. De cette mesure, est déduite la composante moyenne du champ magnétique vis-à-vis de cette surface S. La composante de ce champ, si l'on considère qu'il varie peu sur la surface, peut être déduite de:

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds \quad (1.16)$$

FIG. 1.11 – Représentation de b_z pour les points du plan P avec $\alpha = 35^\circ$.

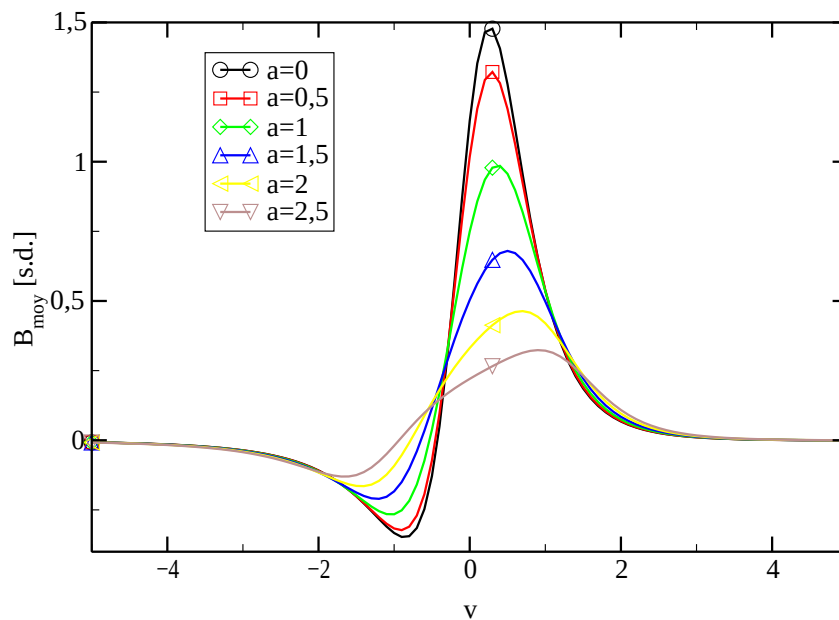
$$B_{moy} = \frac{\int_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds}{\int_S ds} \quad (1.17)$$

où $\vec{n}$ est le vecteur normal à la surface élémentaire ds .

En augmentant la surface de capture S , il est possible d'améliorer les conditions de mesure, au détriment de la résolution spatiale. La figure 1.12 présente l'effet de cette augmentation sur la mesure de b_{moy} et du flux. Il est à noter que la valeur maximale de b_{moy} décroît rapidement lorsque S croît, et qu'il existe une surface optimale pour laquelle la mesure du flux est maximale. Déterminons cette surface optimale de mesure du flux.

Nous avons déjà vu que b_z possédait 3 extrémums locaux (dans le cas général où $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$) qui se situent sur l'axe $(O, \vec{e}_y)$. Notons $v_{z,0}$ l'ordonnée du maximum, et $v_{z,-1}$ et $v_{z,+1}$ celles des 2 minimums locaux dont les ordonnées sont

a) b_{moy}



b) flux

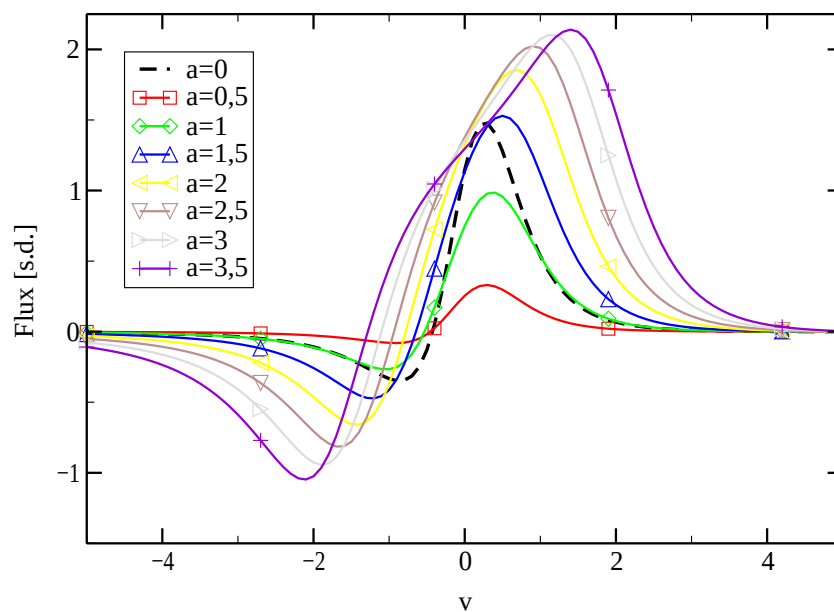


FIG. 1.12 – Représentation de b_{moy} (a) et du flux (b) pour différentes surfaces d'intégration dans le cas particulier où $\alpha = 35^\circ$.

Les abscisses, les ordonnées et a sont données en coordonnées réduites. v représente l'ordonnée réduite du point $(0, v)$ sur lequel est centrée la surface d'intégration. Cette dernière est carrée, de côtés a .

$a = 0$ (en noir) représente b_z sans intégration.

respectivement négative et positive. On a toujours :

$$0 < -b_z(v_{z,+1}) \leq -b_z(v_{z,-1}) \leq +b_z(v_{z,0}) \quad (1.18)$$

et

$$\lim_{u \rightarrow \infty} b_z(u, v) = \lim_{v \rightarrow \infty} b_z(u, v) = 0^- \quad (1.19)$$

Ainsi, il existe une seule zone, P_+ , de P dont les points ont une composante b_z positive. Cette zone contient $v_{z,0}$. Elle est délimitée par les points respectant l'équation :

$$b_z(u, v) = 0 \Leftrightarrow u^2 + \left(v - \frac{3m_y}{2m_z}\right)^2 = 2 + \left(\frac{3m_y}{2m_z}\right)^2 \quad (1.20)$$

P_+ est un disque centré en $(0, \frac{3m_y}{2m_z})$ et dont le rayon vaut $\sqrt{2 + \left(\frac{3m_y}{2m_z}\right)^2}$, sauf si $m_z = 0$ auquel cas P_+ est le demi-plan $(v \geq 0)$. Ainsi, pour toute surface p_i de P_+ ,

$$\int_{p_i} b_z ds > 0 \text{ et } \forall p_i \subset (P - P_+), \int_{p_i} b_z ds < 0 \quad (1.21)$$

$$\forall n \text{ entier}, \forall p_i \subset P_+, 0 < \int_{\bigcup_{i < n} p_i} b_z < \int_{\bigcup_{i \leq n} p_i} b_z \text{ si } p_n \neq \emptyset \quad (1.22)$$

P_+ est la surface optimale de mesure. Comme l'amplitude du champ décroît rapidement (cf. Fig. 1.11), les parties de P_+ qui sont éloignées de $v_{z,0}$ interviennent peu sur la valeur finale du flux. L'optimisation de la mesure du flux pour tout α doit donc être possible, sans atteindre des tailles de surfaces de capture prohibitives.

Cette étude devrait être complétée, pour la mesure du flux, par l'étude du rapport signal sur bruit lorsque la surface de capture varie. Mais, dans ce travail

de thèse, nous mesurerons le champ magnétique à l'aide d'un capteur dont la taille est pré-définie. Nous ne chercherons donc à augmenter la surface de capture.

1.1.7 Conclusion

Le coeur d'un point de vue magnétique est équivalent, dans une certaine mesure, à un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$. Les meilleures conditions de mesure du champ créé par $\vec{\mathcal{M}}$, à partir de la mesure d'une seule composante de $\vec{B}$, sont obtenues pour la mesure de B_z , composante de champ normale au plan d'étude (plan P représentant le torse du patient). Le point optimal de mesure est placé sur un disque, dont la normale au centre passe par celui du coeur, et dont le diamètre correspond à la distance entre le plan de mesure et le coeur (cf. Fig. 1.9).

L'amplitude maximale attendue est d'environ 50 pT si le centre du coeur et le plan d'étude sont à 10 cm, et de 150 pT à 7 cm. Pour observer les détails du MCG, il est nécessaire de posséder une résolution de l'ordre de quelques pT. Un rapport signal sur bruit minimum de 30 est requis [9]. L'évolution temporelle du signal cardiaque est telle qu'une bande passante de 100 Hz suffit à la contenir. La combinaison de ces deux contraintes (bande passante et résolution) fixe la densité spectrale de bruit équivalente en champ [61] à une valeur maximale de $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ entre 1 Hz et 100 Hz.

Il est important de noter que l'étude précédente (§1.1.5 et §1.1.6) est beaucoup plus générale. Elle ne s'applique pas uniquement à la mesure du signal de MCGe, mais aussi à toute mesure dans un plan d'un champ créé par un moment magnétique quelconque.

1.2 L'environnement magnétique

La mesure du champ magnétique cardiaque nécessite un magnétomètre de grande sensibilité. Mais elle peut se révéler inutile lorsque le bruit magnétique ambiant est trop important.

Après une présentation du niveau magnétique ambiant, nous passerons en revue les principales sources de bruit magnétique en vue d'établir une stratégie de rejet de ces perturbations.

1.2.1 Le niveau magnétique ambiant

La figure 1.13 présente la densité spectrale des bruits magnétiques rencontrés au laboratoire.

L'enregistrement temporel de tout signal magnétique est perturbé par ces bruits. Son niveau est généralement exprimé par la valeur efficace de bruit $b_{n,eff}$. Pour une bande passante donnée, définie par sa fréquence de coupure f_c , la bande équivalente de bruit est de $\frac{\pi}{2}f_c$ et $b_{n,eff}$ est directement liée à la densité spectrale de bruit S_b^2 :

$$b_{n,eff} = \sqrt{\frac{\pi}{2}f_c S_b^2} \quad (1.23)$$

La mesure d'un signal est possible si son amplitude est supérieure à celle du bruit. Pour traduire cette contrainte, il est généralement fait appel au rapport signal sur bruit (S/N), rapport entre les valeurs efficaces du signal et du bruit dans la bande passante. Néanmoins, dans le cas d'un signal impulsionnel, la valeur efficace est très inférieure à l'amplitude crête du signal, qui apparaît sur l'enregistrement. Il semble plus aisé alors de comparer directement les amplitudes crêtes du signal et du bruit pour fixer un critère de visualisation du signal. L'amplitude crête du bruit $b_{n,c}$ correspond, par exemple, à la demi-épaisseur du trait apparaissant à

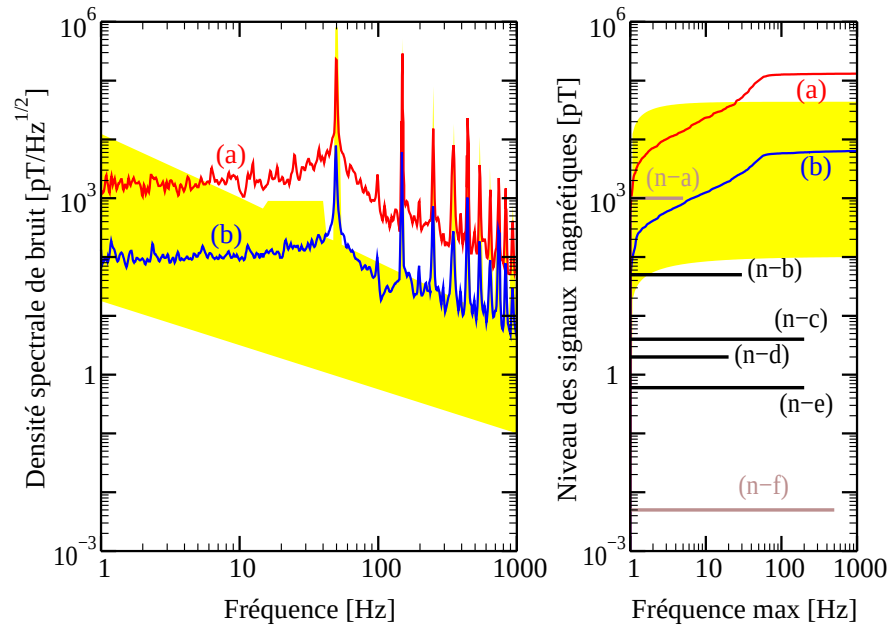


FIG. 1.13 – Niveaux typiques du bruit magnétique ambiant et des signaux bio-magnétiques

La figure de gauche représente les densités spectrales de bruit magnétique qui sont généralement rencontrées en laboratoire [84] (zone colorisée), ainsi que deux exemples enregistrés au laboratoire (a) et sur la pelouse devant le laboratoire (b). Sur la figure de droite sont représentées ces mêmes quantités mais exprimées en amplitude pic de bruit, lorsque la mesure est effectuée à l'aide d'un système passe-bande parfait dont la fréquence de coupure basse est 1 Hz et la fréquence de coupure haute est portée en abscisse. Les raies dont la fréquence est multiple de 50 Hz ont été préalablement filtrées. Sont aussi représentés les niveaux de différents signaux bio-magnétiques et la bande passante nécessaire à leur mesure [70]:

- n-a* signaux issus d'inclusions de poussières magnétiques dans les poumons (c'est le seul signal mesurable !)
- n-b* pic du signal magnétique cardiaque
- n-c* détails du MCG
- n-d* signal magnétique cardiaque du fœtus
- n-e* signal magnétique du seul réseau de His-Purkinje
- n-f* signal de l'activité du cortex

l'oscilloscope. Pour un bruit gaussien, le facteur de crête (rapport entre la valeur pic et la valeur efficace) de 2,8 permet de considérer 99% des amplitudes de bruits[61]. L'amplitude crête (ou pic) du bruit vaut alors :

$$b_{n,c} = 2,8 \sqrt{\frac{\pi}{2}} f_c S_b = 3,5 \sqrt{f_c} S_b \quad (1.24)$$

est également représentée en figure 1.13.

D'après cette figure, les niveaux rencontrés au sein du laboratoire ne permettent pas de visualiser les signaux bio-magnétiques. Il est alors nécessaire de réduire l'influence de ces perturbations.

L'analyse des données bibliographiques permet de lister les sources des principales fluctuations magnétiques [70][83] :

- Des raies de fréquences, 50 Hz et harmoniques, sont visibles. Elles correspondent aux harmoniques de la fréquence de l'alimentation électrique fournie par EDF. Il s'agit de perturbations magnétiques générées par les câbles du secteur.
- Pour les fréquences allant de quelques Hertz à une dizaine de Hertz, un rebond apparaît. Il s'agit d'un bruit d'origine microphonique, lié aux vibrations du capteur dans le champ magnétique terrestre [83].
- Enfin, la zone de bruit à basse fréquence recouvre différents types de perturbations :
 - le bruit géomagnétique : il est principalement dû aux interactions entre le champ magnétique terrestre et le vent solaire, aux orages et aux phénomènes telluriques.
 - le bruit magnétique urbain : en environnement urbain, bon nombre de moments magnétiques sont en mouvement. Ils vont donc générer un

champ magnétique variable dans le temps.

- des perturbations à basse fréquence transportées par les alimentations du secteur électrique.

Nous abordons ci-après chaque type de perturbation, par ordre décroissant d'amplitude. Nous apporterons des précisions sur la modélisation des fluctuations magnétiques transmises à basse fréquence par le réseau de distributions électriques et sur la modélisation du bruit magnétique imputable au trafic automobile. Cette analyse des différentes sources de perturbations nous permettra d'envisager une stratégie de rejet de ces perturbations (au chapitre 2).

1.2.2 Les champs d'induction magnétique créés par les lignes électriques

Nous avons vu en figure 1.13 que nos mesures magnétiques étaient “polluées” par le réseau de distribution électrique. EDF délivre en France une énergie électrique de fréquence 50 Hz (en moyenne). Sur ces enregistrements se retrouvent les raies à la fréquence du réseau et à toutes ses harmoniques. Ces dernières n'ont pas nécessairement des amplitudes inférieures à celle que génère le 50 Hz. Par exemple, la raie à 150 Hz, générée par les transformateurs, a très souvent une amplitude supérieure à celle du 50 Hz alors que la raie à 100 Hz est souvent inexistante (cf. courbes a et b de la figure 1.13).

Le réseau électrique transporte aussi des perturbations à basse fréquence. J. Vrba précise qu'elles sont dues notamment aux changements brusques de puissance transmis par le réseau [83]. Pour comprendre ce phénomène, qui constitue la principale source de bruit à basse fréquence, nous proposons dans ce paragraphe une modélisation de ce bruit qui permet de traduire sa représentation spectrale.

L'allumage d'un appareil connecté à une ligne électrique dans laquelle circule un courant I engendre une modification brutale de ce courant qui atteint $I + \delta I$. Le courant traversant la ligne repasse à I à l'extinction de l'appareil. Vis-à-vis d'un seul appareil, le courant électrique évolue aléatoirement entre deux états, I et $I + \delta I$. Ce comportement correspond à un bruit télégraphique. σ (respect. τ) représente le temps moyen durant lequel l'appareil est allumé (respect. éteint). La densité spectrale du bruit généré par de telles fluctuations est donnée par la relation [58] :

$$\hat{S}^2(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{(\sigma\tau)^2 (\delta I)^2}{(\sigma + \tau)^3} \frac{1}{1 + \omega^2 / \left(\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\tau}\right)^2} + \left(\left(\frac{\sigma \delta I}{\sigma + \tau} \right)^2 + I^2 \right) \delta(\omega) \quad (1.25)$$

Supposons que les temps σ et τ soient relativement longs par rapport au temps d'observation. La densité spectrale du bruit est donc de la forme $1/f^\gamma$ avec $\gamma = 2$.

$$\hat{S}^2(\omega) \simeq \frac{1}{\pi} \frac{(\delta I)^2}{(\sigma + \tau)} \frac{1}{\omega^2} + \left(\left(\frac{\sigma \delta I}{\sigma + \tau} \right)^2 + I^2 \right) \delta(\omega) \quad (1.26)$$

Si, à présent, un ensemble d'appareils, indépendants et caractérisées par les temps σ et τ qui leur sont propres, sont associés sur un même réseau électrique, la densité spectrale de bruit résultante est donnée par la somme quadratique de chacune des sources de bruit. Le bruit global dépend de la répartition statistique des temps σ et τ . Si cette répartition est uniforme sur un intervalle de temps donné, le bruit global est aussi de la forme $1/f^\gamma$ avec $\gamma = 2$. Un tel spectre peut être obtenu par simulation (cf. Fig. 1.14-a).

Le courant électrique fourni par le réseau de distribution EDF est périodique de fréquence f_0 50 Hz. Au niveau de l'utilisateur, en raison des transformateurs apparaissant sur le réseau de distribution, le courant à "50 Hz" contient de nom-

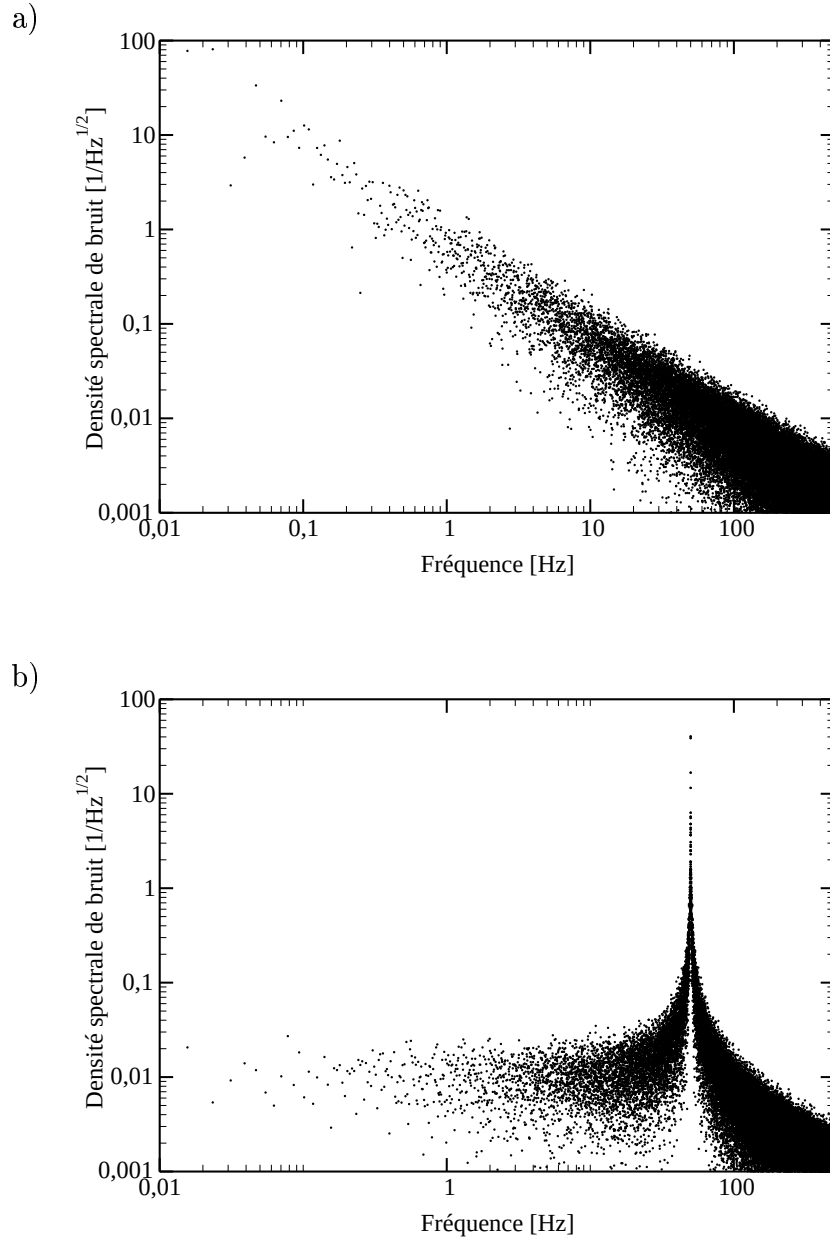


FIG. 1.14 – Bruit basse fréquence transporté par les lignes électriques

L'action des changements brusques sur une ligne électrique est ici simulée. Cette simulation a été effectuée pour un système échantillonné à 2048 Hz (pour éviter tout repliement entre 0 et 500 Hz) et pour une acquisition de 128 s. A chaque échantillon correspond un tirage aléatoire. Il y a une probabilité de 0,5% que le courant subisse un incrément et une probabilité identique qu'il soit décrémenté, ce qui correspond à un changement brusque de courant toutes les 10 secondes. La figure (a) représente la densité spectrale du courant ainsi calculée. La figure (b) représente la densité spectrale du courant multipliée par un signal sinusoïdal de fréquence 50 Hz.

breuses harmoniques notamment impaires de f_0 . On peut le représenter par sa série de Fourier : $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j2\pi f_0 n t}$. Les sauts de courant le modulent donc en amplitude. Cette modulation est définie par son indice de modulation m . La densité spectrale $\hat{S}_I^2(f)$ s'écrit :

$$\hat{S}_I(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n [\delta(f) + m \hat{S}(f)] * \delta(f - n f_0) \quad (1.27)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n [\delta(f - n f_0) + m \hat{S}(f - n f_0)] \quad (1.28)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \frac{\delta I}{\sqrt{\pi(\sigma+\tau)}} \frac{1}{2\pi|f-nf_0|} + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n \sqrt{\left(\frac{\sigma \delta I}{\sigma+\tau}\right)^2 + I^2} \delta(f - n f_0) \quad (1.29)$$

Pour $\frac{f}{f_0} \ll 1$, on a :

$$\hat{S}_I(f) = \frac{\delta I}{2} \sqrt{\frac{\pi}{(\sigma+\tau)}} \left(\frac{1}{f_0} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{c_n}{n} \right) + DC \delta \quad (1.30)$$

Le bruit est blanc à basse fréquence comme le montre la figure 1.14 (b). Il en sera de même pour tout type de bruit en $1/f^\gamma$ (γ réel positif quelconque) qui sera ensuite modulé par 50 Hz. Ce résultat correspond bien à ce que nous avons observé (cf. Fig. 1.13). Cette source de bruit est la plus importante à basse fréquence dans notre environnement expérimental urbain.

Ce calcul ne tient pas compte de la distribution statistique des temps σ et τ . Pour une analyse plus réaliste, il conviendrait de réaliser une intégration sur ces deux variables, prenant en compte les conditions d'utilisation de chaque appareil.

1.2.3 Les sources localisées

En milieu urbain, le champ magnétique est très fortement affecté par des sources ponctuelles magnétiques, moteurs électriques mais aussi par les voitures, les bus, les métros [38], et tous autres dipôles magnétiques en mouvement.

Le cas du trafic automobile a été traité par Vrba [83]. Il fait apparaître l'expression de la transformée de Fourier d'un moment magnétique en mouvement rectiligne uniforme et simule le comportement d'un trafic automobile. L'étude suivante part des mêmes hypothèses. Par contre, l'accent est mis sur la résolution permettant d'obtenir la transformée de Fourier, afin de faire apparaître clairement ses éléments fondamentaux. Ensuite, nous proposons une modélisation du bruit généré par le trafic automobile.

Cas d'un moment magnétique en mouvement

Une voiture, placée dans un champ magnétique statique $\vec{B}_T$, celui créé par la Terre par exemple, possède un vecteur aimantation $\vec{M}$, colinéaire à $\vec{B}_T$: $\vec{M} = \chi_m \vec{B}_T$ où χ_m est la susceptibilité magnétique du milieu. La voiture est alors équivalente à un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ défini par :

$$\vec{\mathcal{M}} = \int_V \vec{M} dv' \quad (1.31)$$

Ce moment magnétique résultant est associé à un champ magnétique $\vec{B}_T$. La voiture, par hypothèse simplificatrice, est animée d'un mouvement rectiligne uniforme suivant la droite D et de vitesse $\vec{v}$. $\vec{\mathcal{M}}$ est aussi supposé perpendiculaire au plan P, plan contenant le point O (observateur) et la droite D (cf. Fig. 1.15) [83]. En O, le champ magnétique est donné par :

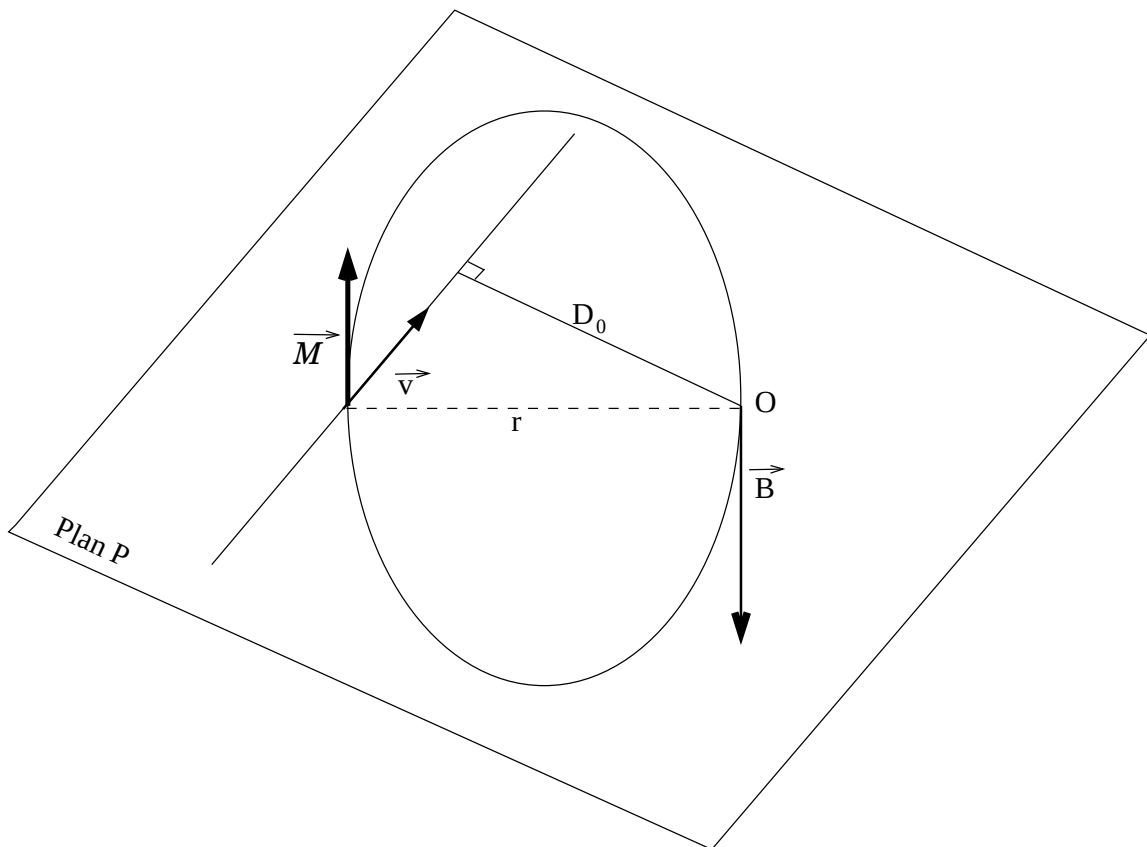


FIG. 1.15 – Représentation des paramètres caractérisant le déplacement du véhicule

$$B_O = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathcal{M}}{r^3} \quad (1.32)$$

Cette étude peut être généralisée au gradient magnétique de champ d'ordre k généré par ce moment :

$$B_O^{(k)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(2+k)!}{2} \frac{\mathcal{M}}{r^{3+k}} \quad (1.33)$$

Si, le moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ se déplace à la vitesse $\vec{v}$ et que l'origine des temps, $t = 0$, est fixée arbitrairement à l'instant où le moment est le plus proche de l'observateur, il vient :

$$r(t) = D_0 \sqrt{1 + \left(\frac{v}{D_0} t\right)^2} \quad (1.34)$$

Posons :

$$A_k = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathcal{M}}{D_0^{3+k}} \quad (1.35)$$

$$f_k(t) = \frac{1}{(1+t^2)^{\frac{3+k}{2}}} \quad (1.36)$$

D'où,

$$B_O^{(k)}(t) = A_k f_k\left(\frac{v}{D_0} t\right) \quad (1.37)$$

Soit $\widehat{B_O^{(k)}}(\omega)$ (respect. $\widehat{f_k}(\omega)$) la transformée de Fourier de $B_O^{(k)}(t)$ (respect. de $f_k(t)$).

$$\widehat{B_O^{(k)}}(\omega) = A_k \frac{D_0}{v} \widehat{f_k}\left(\frac{D_0}{v} \omega\right) \quad (1.38)$$

Pour déterminer les propriétés de $\widehat{B_O^{(k)}}(\omega)$, il suffit d'étudier la transformée de Fourier de $f_k(t)$.

Par définition, $\widehat{f_k}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\omega t}}{(1+t^2)^{\frac{3+k}{2}}} dt$.

D'après [1, p. 376, §9.6.25] et en remarquant que $f_k(t)$ est paire, il vient :

$$\widehat{f_k}(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2^{\frac{k}{2}} \Gamma\left(\frac{3+k}{2}\right)} \omega^{\frac{2+k}{2}} K_{\frac{3+k}{2}}(\omega) \quad (1.39)$$

k	0	1	2	3
$\widehat{B}_O^{(k)}(\omega) \Big _{\omega \rightarrow 0} \left[\text{T/m}^k \right]$	$2 \cdot 10^{-7} \frac{\mathcal{M}}{v D_0^2}$	$4,712 \cdot 10^{-7} \frac{\mathcal{M}}{v D_0^3}$	$16 \cdot 10^{-7} \frac{\mathcal{M}}{v D_0^4}$	$70,68 \cdot 10^{-7} \frac{\mathcal{M}}{v D_0^5}$
$2 \pi f_c \text{ [Hz]}$	$\frac{v}{D_0} 0,761$	$\frac{v}{D_0} 1,078$	$\frac{v}{D_0} 1,339$	$\frac{v}{D_0} 1,565$

TAB. 1.2 – Niveau à basse fréquence et fréquence de coupure caractérisant le mouvement rectiligne uniforme d'un moment magnétique.

où Γ est la fonction Gamma et K_γ l'équation de Bessel de première espèce. En substituant, dans l'équation 1.38, les équations 1.35 et 1.39, la formule développée de la transformée de Fourier de $B_O^{(k)}(t)$ déjà présentée par Vrba [83] est retrouvé.

De plus, (d'après les équations aux limites données par [1]) :

$$\text{Si } \omega \rightarrow 0, \widehat{f}_k(\omega) \sim \sqrt{\pi} \frac{K_{\frac{2+k}{2}}}{K_{\frac{3+k}{2}}} \quad (1.40)$$

$$\text{Si } \omega \rightarrow \infty, \widehat{f}_k(\omega) \sim \frac{\pi}{2^{\frac{k+1}{2}} \Gamma_{\frac{3+k}{2}}} \omega^{\frac{k+1}{2}} e^{-\omega} \quad (1.41)$$

Lorsque $\omega \rightarrow \infty$, $\widehat{f}_k(\omega)$ décroît plus vite que toute fraction rationnelle de ω et, à basse fréquence, le spectre du signal est constant.

Pour permettre des comparaisons entre systèmes, la bande passante du signal magnétique peut être définie comme la fréquence de coupure du signal telle que :

$$\widehat{B}_O^{(k)}(2 \pi f_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \widehat{B}_O^{(k)}(0) \quad (1.42)$$

Le tableau 1.2 présente un résumé de ces grandeurs.

La bande passante du signal ne dépend que du rapport v/D_0 alors que le niveau B.F. est proportionnel à $\mathcal{M}$, à $1/v$ et à $1/D_0^{2+k}$. Le tableau 1.3 présente l'exemple d'une voiture de moment magnétique⁶ (50 Am²) dont la vitesse est de

6. Ce moment magnétique correspond à une perturbation de 5 nT à 10 m, observé dans le cas d'une voiture de tourisme

k	0	1	2	3
$\widehat{B_O^{(k)}}(\omega) \Big _{\omega \rightarrow 0} \text{ [T/m}^k\text{]}$	$1,785 \cdot 10^{-9}$	$210 \cdot 10^{-12}$	$35,7 \cdot 10^{-12}$	$7,9 \cdot 10^{-12}$
$d^k \widehat{B_O^{(k)}}(\omega) \Big _{\omega \rightarrow 0} \text{ [pT]}$		10,5	0.089	0.001
$f_c \text{ [Hz]}$	0,085	0,119	0,149	0,174

TAB. 1.3 – Exemple du champ généré par une voiture ($\mathcal{M} = 50 \text{ Am}^2$, $v = 14 \text{ m/s}$ c-a-d 50 km/h et $D_0 = 20 \text{ m}$).

Cette mesure est effectuée à l'aide d'un gradiomètre idéal dont la ligne de base est de 5 cm (les gradiomètres seront décrits ultérieurement).

50 km/h et qui passe à 20 m de l'observateur.

Cas du trafic automobile sur une route rectiligne

En pratique, nous n'avons pas à considérer une seule voiture mais un trafic automobile. Chaque voiture doit être caractérisée par son moment magnétique équivalent, par sa vitesse et par son instant de passage devant l'observateur (l'origine des temps étant fixée à priori). Ces trois paramètres sont des variables aléatoires indépendantes.

Dans un premier temps, considérons le flux de voitures dont tous les véhicules ont la même vitesse $\vec{v}$ et le même un moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$. Considérons que la $n^{\text{ème}}$ voiture apparaît à l'instant τ_n .

Soit $x(t)$ la variable aléatoire représentant la suite des instants d'apparition τ_n :

$$x(t) = \sum \delta(t - \tau_n) \quad (1.43)$$

Le signal magnétique mesuré par l'observateur, $S_{v,\mathcal{M}}(t)$, sera donc $x(t)$ filtré par un filtre dont la fonction de transfert est $\widehat{B_O^{(k)}}(\omega) \Big|_{v,\mathcal{M}}$.

$$S_{v,\mathcal{M}}(t) = \widehat{B_O^{(k)}}(t) \Big|_{v,\mathcal{M}} * x(t) \quad (1.44)$$

Dans l'espace des fréquences, notons $\widehat{S_{v,\mathcal{M}}}(\omega)$ et $\widehat{x}(\omega)$ les racines carrées des densités spectrales de $s(t)$ et de $x(t)$. Alors :

$$\widehat{S_{v,\mathcal{M}}}(\omega) = \widehat{B_O^{(k)}}(\omega) \Big|_{v,\mathcal{M}} \cdot \widehat{x}(\omega) \quad (1.45)$$

Soit $\frac{dt}{\tau}$ la probabilité qu'un événement ait lieu durant l'instant très court dt . Nous supposons que τ est indépendant du temps (du moins pendant la durée d'observation). Le processus de renouvellement des événements est un processus poissonnien stationnaire de paramètre $1/\tau$ constant. Nous avons à faire à un bruit de grenaille. D'après [25, p. 260], $x(t)$ est un bruit blanc de densité spectrale $\widehat{x}(\omega)^2 = 1/\tau$.

$\widehat{S_{v,\mathcal{M}}}(\omega)$ est de la même forme que $\widehat{B_O^{(k)}}(\omega) \Big|_{v,\mathcal{M}}$.

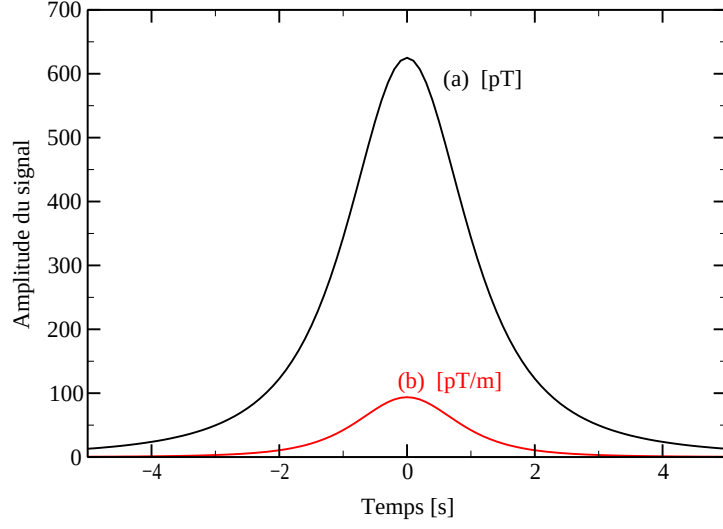
La figure 1.16 reprend l'exemple présenté précédemment en l'incorporant dans un flux de voiture. Même si le signal généré a une fréquence de coupure inférieure à 1 Hz, il a un niveau supérieur à $0,1 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$, entre 1 Hz et 10 Hz. Notre système de mesure est donc perturbé par le passage de ces voitures à 20 m.

Le signal étant à basse fréquence, un moment magnétique en mouvement pourra ne pas générer de signal sur notre détecteur si leurs bandes passantes sont disjointes. Un gradiomètre d'ordre k et de ligne de base d (ce paramètre sera défini au chapitre 2, chapitre consacré à la gradiométrie) pourra annuler l'influence de ce moment si la relation suivante est respectée (pour un système dont la fréquence de coupure basse est 1 Hz et de densité spectrale de bruit équivalent en champ de $0,1 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$) :

$$d^k \widehat{S_{v,\mathcal{M}}^{(k)}}(1 \text{ Hz}) \geq 0,1 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}} \quad (1.46)$$

Ainsi, pour un moment magnétique donné, il est possible de déterminer l'ensemble des couples (D_0, v) pour lesquels le signal généré sera négligeable. Par exemple,

1)



2)

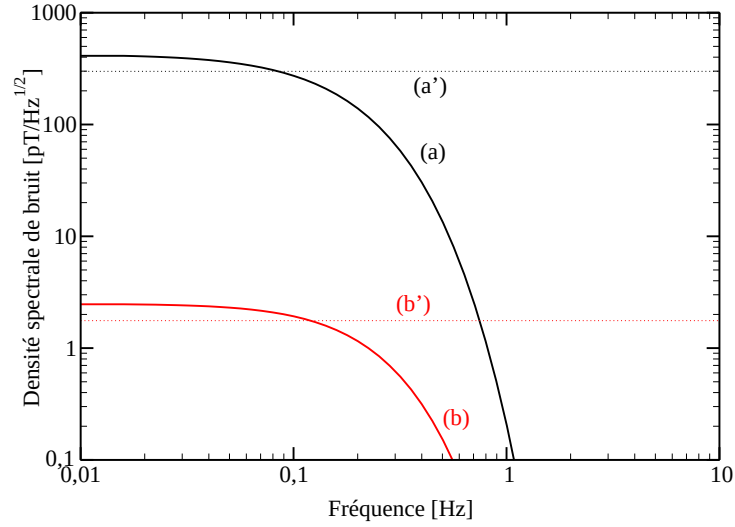


FIG. 1.16 – Représentation temporelle (1) et spectrale (2) du champ magnétique créée par un flux de moments magnétiques identiques.

Un véhicule est caractérisé par : $\mathcal{M} = 50 \text{ Am}^2$, $v = 14 \text{ m/s}$ et $D_0 = 20 \text{ m}$. La probabilité d'apparition d'un véhicule a été fixée par $\tau = 17,7 \text{ s}$, ce qui correspond à une distance de 250 m entre véhicules. Les courbes (a) et (b) de chaque graphe représentent respectivement le champ magnétique et son gradient. Dans le graphique (2), l'amplitude du gradient est multiplié par une distance de 5 cm pour permettre de comparer l'information issue d'un magnétomètre (courbe a) de celle issue d'un gradiomètre idéal du 1^{er} ordre de ligne de base 5 cm (courbe b). Les courbes (a') et (b') représentent le niveau $\frac{1}{\sqrt{2}} \widehat{S_{v,\mathcal{M}}^{(k)}}(0)$ avec respectivement $k = 0$ et $k = 1$.

pour le véhicule décrit précédemment, les zones limites sont données dans la figure 1.17.

Dans le cas général, le signal sera constitué de la somme quadratique des bruits de grenaille indépendants :

$$\hat{S}(\omega) = \sqrt{\sum_v \sum_{\mathcal{M}} \frac{1}{\tau_{v,\mathcal{M}}} \left(\widehat{B_O^{(k)}}(\omega) \Big|_{v,\mathcal{M}} \right)^2} \quad (1.47)$$

Cette modélisation traduit correctement certaines mesures [83][38] ; mais, dans notre cas (cf. Fig. 1.13), elles n'ont pu être réalisées car le niveau de bruit magnétique ambiant du laboratoire est trop élevé.

A titre de remarque, dans cette étude, nous considérons ce signal comme un bruit indésirable. Mais ce type d'analyse peut également servir de base d'étude à la détection de particules magnétiques en mouvement [62].

1.2.4 Les perturbations géomagnétiques

La Terre, du point de vue du magnétisme, peut être considérée comme un moment magnétique. Le champ magnétique créé par cet aimant permanent, la magnétosphère, est fortement déformé par les vents solaires. L'énergie transportée par ces vents vers la magnétosphère perturbe l'activité géomagnétique et génère des pulsations géomagnétiques caractéristiques.

A basse fréquence, le spectre de cette activité magnétique est de la forme $1/f^\gamma$ avec $\gamma \simeq 3$ (en considérant la densité spectrale de bruit exprimé en T^2/Hz). Le niveau de ces perturbations est soumis à des cycles très lents (reliés aux cycles de la Lune, les taches solaires, etc.). Il est aussi deux fois plus élevé le jour que la nuit [33]. A 1 Hz, ces perturbations du champ magnétique atteignent un niveau compris entre 0,1 pT et quelques pT [12]. Sur ce spectre en $1/f^3$, s'ajoutent des

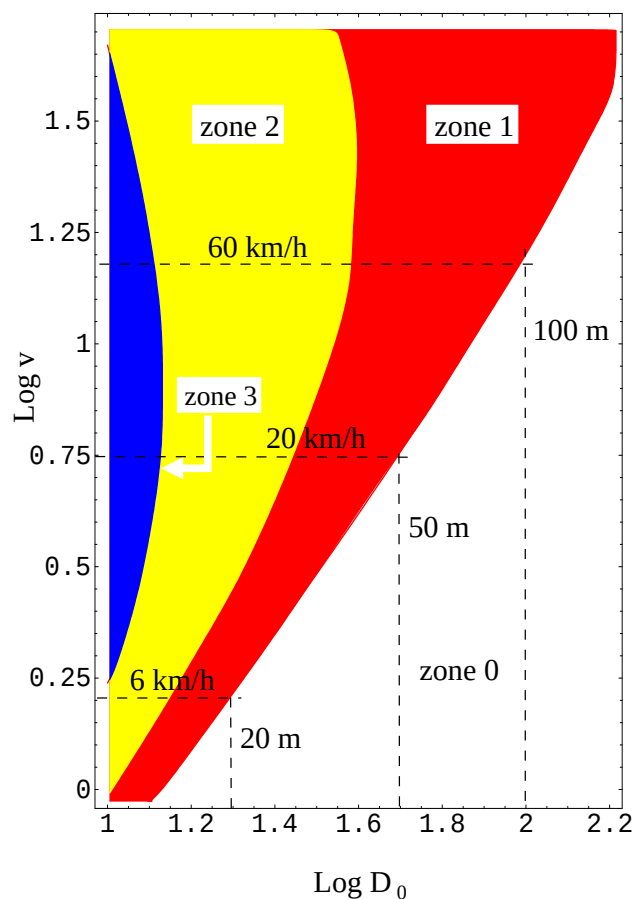


FIG. 1.17 – Condition limite de mesure dans le plan (D_0, v) pour un flux de moments magnétiques $\mathcal{M} = 50 \text{ Am}^2$ et $\tau = 17,7 \text{ s}$.

Pour tout couple (D_0, v) situé dans la zone 0, le moment magnétique n'intervient pas. Pour les points de la zone 1 (respect. 2, respect. 3), il intervient pour les mesures d'ordre 0 (respect. 1, respect. 2). Les différents gradiomètres sont donnés avec une ligne de base de 5 cm.

pics à des fréquences comprises entre 7 Hz et 45 Hz. Il s'agit des résonances de Schumann. Leurs niveaux n'excèdent pas quelques pT.

Par ailleurs, ces perturbations sont toutes spatialement très homogènes : elles sont cohérentes sur plusieurs centaines de mètre carré [12].

L'interaction entre le champ magnétique terrestre et l'environnement peut engendrer d'autres sources de bruit, même si elles sont plus exotiques. Par exemple, les océans, en tant que milieu conducteur, créent un champ magnétique alternatif puisqu'ils sont en mouvement dans le champ magnétique terrestre. Le mouvement des vagues crée même un pic magnétique (d'un niveau inférieur au pT) [85].

1.2.5 Les vibrations du capteur dans le champ magnétique terrestre

Comme nous venons de le voir, le champ magnétique terrestre constitue une source de bruit magnétique. Mais, cette contribution directe au bruit magnétique mesuré ne constitue pas sa contribution la plus importante. En effet, aux vibrations mécaniques du capteur correspond un bruit magnétique dont l'amplitude dépend du champ terrestre et de son gradient.

Si globalement, la Terre admet un champ magnétique permanent de l'ordre de $50 \mu\text{T}$ avec :

$$B_T = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathcal{M}}{R^3} = 50 \mu\text{T} \quad (1.48)$$

où R est le rayon de la Terre, soit 6380 km, localement, ce champ magnétique n'est pas uniforme. L'écart à cette valeur globale est caractérisé au premier ordre par le gradient. Plusieurs sources de gradient du champ sont distinguées :

- un gradient dû au caractère dipolaire de la Terre. De façon intrinsèque, ce

moment magnétique crée aussi un gradient[12].

$$G_T = B_T^{(1)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\mathcal{M}}{R^4} = \frac{3B_T}{R} \simeq 0,02 \text{ nT/m} \quad (1.49)$$

- des gradients d’origine géologique. Les sources de ces gradients se situent dans la croûte terrestre. Ils ont des valeurs typiques comprises entre 0,05 nT/m et 10 nT/m [12].
- des gradients dûs notamment à la présence de fer dans l’environnement [12]. C’est le cas des laboratoires, hôpitaux et autres. En laboratoire, il est possible de trouver des gradients de 200 nT/m.

Vibrations en translation

Le magnétomètre voit une variation de champ proportionnelle au déplacement et au gradient, caractérisé par la matrice jacobienne $[G]$ du champ en O :

$$\vec{B}(O + x_n \vec{u}) = \vec{B}(O) + [G] \cdot \vec{u} x_n \quad (1.50)$$

avec x_n le densité spectrale des fluctuations de position du capteur sur son axe de translation $\vec{u}$, autour de sa position d’équilibre. Pour respecter la limite en densité spectrale équivalente en champ de 100 fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$, la contrainte suivante doit être respectée :

$$100 \left[\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}} \right] > G_{\vec{u}} \left[\text{fT/m} \right] \cdot x_n \left[\text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \right] \quad (1.51)$$

Dans le cas le plus défavorable ($G_{\vec{u}} \simeq 200 \text{ nT/m}$) :

$$x_n < 0,5 \left[\mu\text{m}/\sqrt{\text{Hz}} \right] \quad (1.52)$$

Le problème est similaire dans le cas de l'utilisation d'un magnétomètre ou d'un gradiomètre, ce dernier faisant, tout-de-même, intervenir le gradient du deuxième ordre.

Vibrations en rotation

Notre magnétomètre mesure le champ magnétique dans une direction $\vec{n}$ donnée (B_s). Soit θ l'angle que forme $\vec{n}$ et $\vec{B}$ lorsqu'il n'y a pas de vibration. Un bruit θ_n , en position angulaire, peut apparaître sous l'effet des vibrations (θ_n est supposé petit devant 1). Cette vibration en rotation se transforme en bruit de champ $b_{n,r}$. En effet,

$$B_s = \vec{B}_T \cdot \vec{n} = B_T \cos(\theta + \theta_n) \quad (1.53)$$

$$\sim [B_T \cos \theta] - \underbrace{[B_T \cos \theta] \frac{1}{2} \theta_n^2 - [B_T \sin \theta] \theta_n}_{b_{n,r}} \quad (1.54)$$

Le cas le plus défavorable vis-à-vis de ce bruit est atteint lorsque le capteur est strictement perpendiculaire au champ magnétique terrestre. Dans ce cas pour conserver une densité de bruit équivalent en champ de 100 fT/ $\sqrt{\text{Hz}}$, la relation suivante doit être vérifiée :

$$\theta_n < \frac{0,1 [\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}]}{B [\text{T}]} \text{ soit } \theta_n < 2.10^{-9} [\text{rad}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (1.55)$$

Or, généralement, ces vibrations sont de l'ordre de quelques 10^{-5} rad. Un gradiomètre est aussi moins sensible à ce type de bruit.

1.2.6 Conclusion

Les principales sources de perturbations magnétiques ont été présentées. Elles sont toutes susceptibles de détériorer le rapport S/N. Dans un environnement classique, la mesure directe du champ magnétique créé par le coeur est donc impossible.

Pour effectuer cette mesure, deux solutions s'offrent à nous :

1. diminuer le niveau des perturbations.
2. diminuer l'effet des perturbations par un traitement adapté du signal.

La première solution revient à blinder magnétiquement le milieu de mesure. Le laboratoire dispose d'un ensemble de cylindres en μ -métal. La forte perméabilité magnétique de ce matériau crée un chemin privilégié pour les lignes de champ. Ces dernières sont écartées de la zone de mesure. Les cylindres de μ -métal permettent d'atténuer le bruit magnétique (cf. Fig. 1.18). Ce système de blindage sera utilisé pour évaluer les performances de nos magnétomètres.

Dans la seconde solution, il faut atténuer le signal correspondant au bruit sans altérer celui créé par le coeur. Habituellement le traitement de signal s'effectue à l'aide de filtres temporels. De tels filtres peuvent, par exemple, atténuer les raies multiples de 50 Hz. Cependant, ils sont insuffisants pour traiter les autres sources de bruit magnétiques (moments magnétiques en mouvement, géomagnétismes, vibrations, etc.). Les champs magnétiques créés par ces autres sources n'ont pas la même évolution spatiale. Si le bruit géomagnétique est spatialement homogène, les sources ponctuelles créent des champs décroissant en $1/r^3$ et ceux créés par les lignes électriques (quand elles sont isolées) décroissent en $1/r$. Le coeur peut également être considéré comme une source magnétique ponctuelle. Ces caractéristiques spatialement différentes vont permettre de franchir d'une

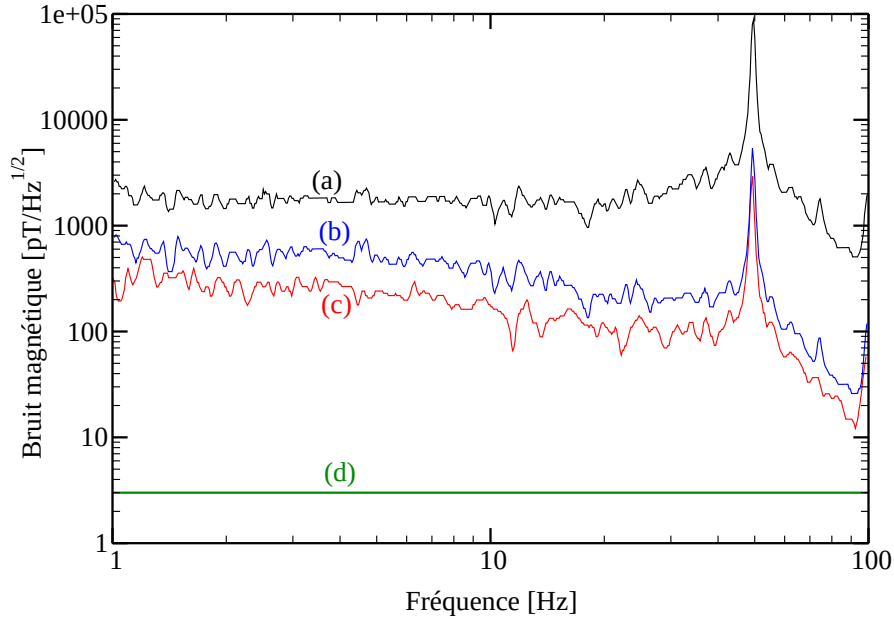


FIG. 1.18 – Mesure de l'effet de blindage magnétique en fonction de la fréquence et du nombre de cylindres de μ -métal.

La courbe (a) représente le bruit magnétique ambiant sans blindage. Les courbes (b) et (c) représente le bruit au centre du blindage. Pour (b), il est constitué d'un cylindre unique de μ -métal ($l = 1$ m et $\phi = 0,64$ m) accompagné de son cylindre de fer doux. Pour (c), on ajoute un autre ensemble μ -métal / fer doux ($l = 0,5$ m et $\phi = 0,46$ m) dans le même axe que le précédent. La courbe (d) représente le seuil de détection de notre capteur (le flux-gate MAG03). Si les cylindres sont fermés par des couvercles en μ -métal, alors le niveau de bruit ambiant devient inférieur à celui de détection du MAG03.

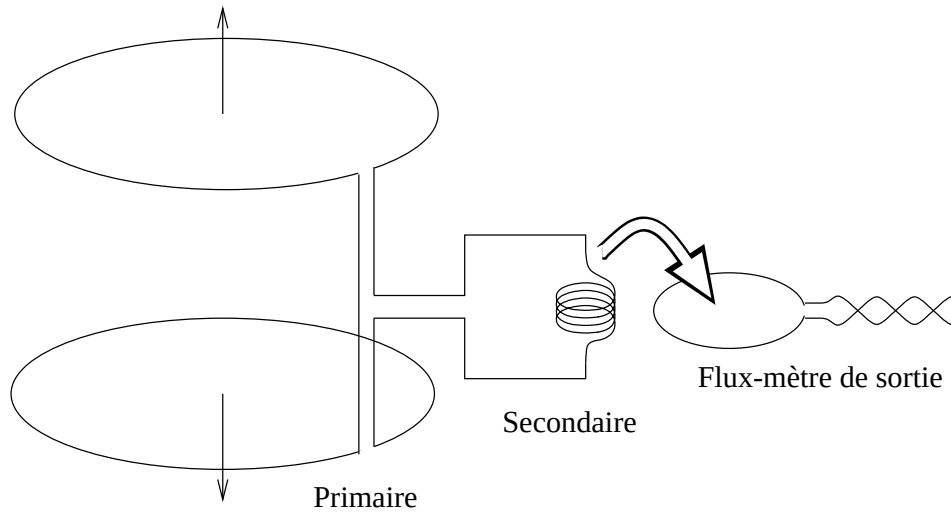
partie du bruit magnétique ambiant par un filtrage spatial du champ. Ces filtres spatiaux sont nommés gradiomètres et seront détaillés au chapitre suivant.

Chapitre 2

La gradiométrie

L'environnement magnétique dans lequel s'opèrent les mesures du signal magnétique cardiaque (source proche) impose l'usage d'un système permettant de s'affranchir des sources lointaines de bruits magnétiques. En utilisant un gradiomètre du premier ordre, Zimmerman et Frederick [91] ont réalisé les premières mesures de champs bio-magnétiques avec succès dès 1971. Depuis, les gradiomètres sont couramment utilisés pour la mesure du bio-magnétisme et notamment en magnéto-encéphalographie.

La première partie de ce chapitre présente les gradiomètres idéaux. Nous y poserons les définitions nécessaires à la compréhension de la gradiométrie et nous observerons leur effet sur la mesure de champs magnétiques particuliers. Puis, nous limitant à l'étude des gradiomètres du premier ordre, nous analyserons les différences qui existent entre leur fonctionnement réel et le cas idéal vu en première partie. Certains défauts intervenant sur la mesure du gradient font apparaître un effet de mode commun. Nous consacrerons la troisième partie à ce problème. Enfin, nous verrons comment concrètement les réaliser et, suivant l'implantation matérielle choisie, quels effets limitent la mesure du gradient.

FIG. 2.1 – *Exemple de gradiomètre du premier ordre*

2.1 Les gradiomètres idéaux

Le gradiomètre le plus élémentaire est réalisé à l'aide de deux boucles de capture (cf. Fig. 2.1). Elles sont montées en série et l'orientation de leur surface est opposée. Le flux magnétique total mesuré par le gradiomètre est proportionnel à la différence entre les flux au travers de chacune des surfaces. Toute source magnétique lointaine (par rapport à la distance entre bobines) crée un champ magnétique quasiment identique sur chaque surface. La contribution au flux total de cette source au niveau du secondaire tend vers zéro. Par contre, un moment magnétique proche d'une des deux bobines du primaire crée un flux magnétique, au travers de chaque surface, très disparate. Un signal est alors présent en sortie. Cette analyse intuitive permet d'apprécier le comportement du gradiomètre suivant la répartition spatiale du champ magnétique.

Analysons de manière plus générale et plus rigoureuse comment s'opère ce filtrage des sources magnétiques lointaines dans le cas d'un gradiomètre idéal. Pour ce faire, définissons d'abord les grandeurs que nous manipulerons (§2.1.1) en se plaçant dans le cadre d'étude défini par P. Karp et D. Duret [45]. Ensuite, de

façon analogue à A.C. Bruno [8], introduisons les équations générales traduisant le comportement gradiométrique pour en déduire l'évolution de la sortie d'un gradiomètre vis-à-vis d'une source magnétique ponctuelle à une distance variable.

2.1.1 Présentation générale

De façon générale, un gradiomètre d'ordre N est réalisé à l'aide de $m + 1$ magnétomètres directionnels, avec $m \geq N$.

Soit $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ un repère de l'espace. Dans ce chapitre, nous nous limiterons au cas d'intérêt pratique pour lequel tous les magnétomètres sont placés sur le même axe (Oz) (suivant $\vec{e}_z$). Le magnétomètre de rang i est positionné en P_i , de coordonnée z_i sur l'axe (Oz) . La position du magnétomètre de rang 0 permet de référencer l'ensemble du gradiomètre. Soit b_i la distance entre P_0 et P_i : $b_i = z_i - z_0$. Lorsque l'écart entre deux magnétomètres consécutifs est régulier, cet écart est caractéristique du gradiomètre. Il est nommé : ligne de base.

Généralement, les magnétomètres à haute sensibilité mesurent le flux au travers de leur surface de capture orientée $\vec{a}_i$. Cette dernière peut être composée de n_i surfaces identiques (n_i spires, par exemple). Le signal de sortie du gradiomètre $\Phi(P_0, t)$ correspond alors au flux total :

$$\Phi(P_0, t) = \sum_{i=0}^m n_i \int_{a_i} \vec{B}(M, t) d\vec{a}_i = \sum_{i=0}^m n_i \langle \vec{B}(P_i, t) \rangle \cdot \vec{a}_i \quad (2.1)$$

où $\vec{B}(M, t)$ est le champ magnétique en M à l'instant t .

Dans cette partie, pour formuler simplement le comportement du gradiomètre, nous supposons que le champ est constant sur chaque surface d'intégration. La validité de cette première hypothèse sera vérifiée dans le paragraphe §2.2.2.

Pour généraliser l'expression précédente aux cas des magnétomètres direction-

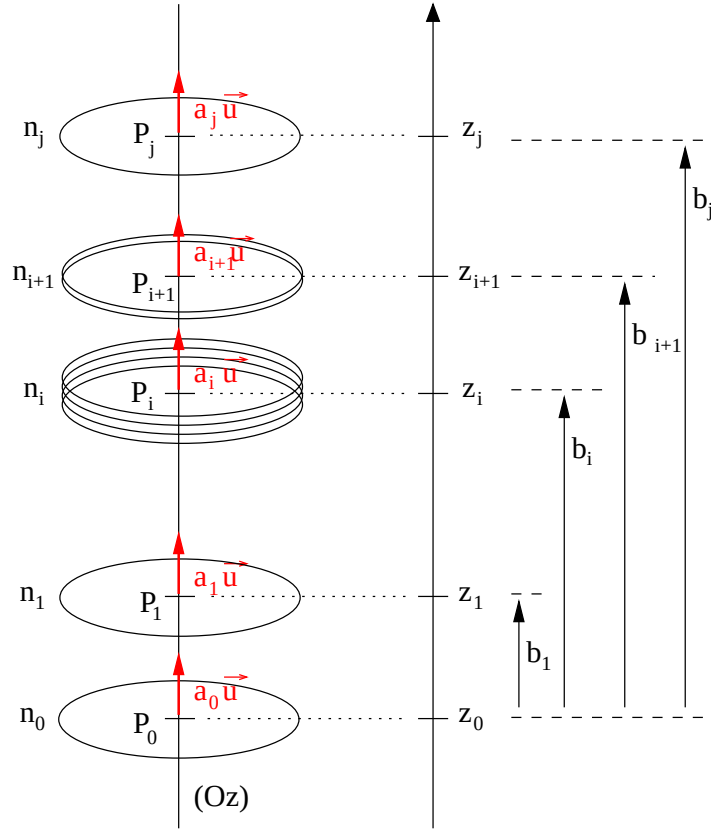


FIG. 2.2 – *Gradiomètre axial d'ordre N réalisé par des bobines de capture*
 La bobine de capture de rang i est un magnétomètre directionnel de direction $\vec{u}$, composé de n_i spires de surface a_i . Sa sensibilité vectorielle devient : $\vec{A}_i = n_i a_i \vec{u}$.

nels qui ne seraient pas des flux-mètres, P. Karp et D. Duret proposent de noter la grandeur mesurée par le magnétomètre directionnel de rang i : $\vec{B}(P_i, t) \cdot \vec{A}_i$ où $\vec{A}_i$ représente la sensibilité vectorielle. Vis-à-vis de l'équation 2.1, $\vec{A}_i = n_i \vec{a}_i$.

De façon générale, le signal de sortie du gradiomètre $\Phi(P_0, t)$ traduit l'association de ces $m + 1$ détecteurs [45] :

$$\Phi(P_0, t) = \sum_{i=0}^m \vec{A}_i \cdot \vec{B}(P_i, t) \quad (2.2)$$

Cette étude se limite au cas des gradiomètres idéaux. Tous les vecteurs $\vec{A}_i$ sont colinéaires à $\vec{u}$. Nous analyserons au §2.2.3 le cas des gradiomètres du premier

ordre pour lesquels les sensibilités vectorielles ne sont pas colinéaires.

Nous noterons B_u la composante de $\vec{B}$ suivant $\vec{u}$. La figure 2.2 présente l'ensemble de ces paramètres dans le cas d'un gradiomètre axial ($\vec{e}_z$ et $\vec{u}$ sont parallèles). Pour un gradiomètre planaire, $\vec{u}$ et $\vec{e}_z$ sont perpendiculaires. Par commodité, nous confondrons les points de l'axe (Oz) et leurs coordonnées sur l'axe ; par exemple, $\vec{B}(P_i, t) = \vec{B}(z_i, t)$.

Nous nous placerons toujours dans le cas de champs quasi-statiques – cas du champ magnétique créé par le coeur (cf. §1.1.4) – les variables de temps et d'espace sont donc séparables [8] :

$$\vec{B}(z, t) = \vec{f}(z) \cdot g(t) = \vec{B}(z) \cdot g(t) \quad (2.3)$$

avec $\vec{f}$ et g deux fonctions quelconques. En tout point z , la partie de $\vec{B}(z, t)$ indépendante du temps sera notée $\vec{B}(z)$. De même, le flux quasi-statique est noté $\Phi(z_0)$:

$$\Phi(z_0, t) = g(t) \cdot \sum_{i=0}^m A_i B_u(z_i) = g(t) \cdot \Phi(z_0) \quad (2.4)$$

2.1.2 Développement en série de Taylor

En tout point de l'espace, un développement en série de Taylor du champ magnétique peut être réalisé. Pour les points z_0 appartenant à (Oz), on a :

$$B_u(z_0 + \delta z) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} B_u^{(\alpha)}(z_0) \frac{\delta z^\alpha}{\alpha!} \quad (2.5)$$

où δz représente un écart infinitésimal de position sur l'axe (Oz). Le flux vu par l'ensemble des surfaces peut alors s'écrire :

$$\Phi(z_0) = \sum_{\alpha=0}^{\infty} \left(\sum_{i=0}^m A_i \frac{(z_i - z_0)^\alpha}{\alpha!} \right) B_u^{(\alpha)}(z_0) \quad (2.6)$$

A.C. Bruno *et al.* écrivent cette expression sous forme matricielle [8] en posant $b_i = z_i - z_0$, permettant ainsi d'exprimer du gradiomètre sur le champ magnétique et ses dérivée successives en z_0 :

$$\Phi(z_0, t) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} A_0 + A_1 + A_2 + \cdots & 0 \\ A_1 b_1 + A_2 b_2 + \cdots \\ A_1 \frac{b_1^2}{2} + A_2 \frac{b_2^2}{2} + \cdots \\ 0 & \ddots \end{bmatrix}}_{[M_{grad}]} \begin{bmatrix} B_u(z_0) \\ B_u^{(1)}(z_0) \\ B_u^{(2)}(z_0) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

La matrice diagonale $[M_{grad}]$ est caractéristique du gradiomètre. Le gradiomètre est dit d'ordre N si et seulement si les N premiers termes de $[M_{grad}]$ s'annulent :

$$\forall \alpha \in \left\{ 0, \dots, N-1 \right\}, \sum_{i=0}^m A_i \frac{b_i^\alpha}{\alpha!} = 0 \quad (2.8)$$

La réponse d'un gradiomètre idéal d'ordre N dépend de la dérivée $N^{ième}$ de B_u et des dérivées suivantes, par rapport à z :

$$\Phi(z_0) = \sum_{\alpha=N}^{\infty} \left(\sum_{i=0}^m A_i \frac{(z_i - z_0)^\alpha}{\alpha!} \right) B_u^{(\alpha)}(z_0) \quad (2.9)$$

Lorsque $m = N$, ce système de N équations (Equ. 2.8) permet de déterminer de manière unique l'ensemble des N distances b_i par rapport aux $N+1$ sensibilités A_i , ou bien, l'ensemble des N sensibilités A_i (A_0 étant fixé) par rapport aux b_i . Dans

ce dernier cas, si la distance entre deux flux-mètres consécutifs est constante, les coefficients A_i , donnés par les coefficients de Newton ($A_i = (-1)^i C_N^i$), définissent le gradiomètre d'ordre N faisant intervenir le nombre minimal de magnétomètres et occupant la place la plus réduite.

2.1.3 Effet du gradiomètre sur la mesure d'un champ magnétique dont la répartition spatiale est de la forme $1/z^\gamma$ (γ réel strictement positif)

Le fonctionnement gradiométrique vient d'être rappelé. Il reste à analyser, dans le cas idéal, son comportement en tant que filtre spatial. La position d'une source ponctuelle (moment magnétique ou dipôle de courant) peut être définie par sa distance r au gradiomètre et l'angle θ qu'elle forme avec le gradiomètre et la ligne de base de ce dernier. L'analyse du filtre spatial consiste à étudier son évolution en fonction de r et de θ . Ce travail complet, dans le cas d'un moment magnétique et d'un dipôle de courant, a été réalisé en 1980 par P. Karp et D. Duret [45]. Dans le cadre de cette étude, nous ne nous intéresserons pas à l'étude directive. En effet, la gradiométrie est utilisée pour isoler le champ créé par une source magnétique ponctuelle proche, le coeur, et non pour discriminer plusieurs sources ponctuelles. Par contre, notre étude ne se limite pas au cas d'un moment magnétique ou d'un dipôle de courant, mais au cas général où la projection du champ suivant $\vec{u}$ est de la forme : $B_u(z) \propto \frac{1}{z^\gamma}$ (γ réel strictement positif). Ce champ est supposé créé par une source magnétique se trouvant en $z = 0$.

Les cas $\gamma = 1, 2$ ou 3 sont classiques. En considérant le gradiomètre planaire dont les sensibilités vectorielles sont orientées suivant $\vec{e}_y$, le cas $\gamma = 1$ correspond à l'observation du champ créé par un fil de longueur infinie, confondu avec l'axe

(Ox) et parcouru par un courant I : $B_u(z) = B_y(z) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{1}{z}$. Le cas $\gamma = 2$ correspond à l'observation du champ, créé par un dipôle de courant $\vec{Q}$ de direction $\vec{e}_z$ et placé en O : $B_u(z) = B_y(z) = \frac{\mu_0 Q}{4\pi} \frac{1}{z^2}$. Enfin, le cas $\gamma = 3$ correspond à l'observation du champ, créé par un moment magnétique $\vec{M}$ de direction $\vec{e}_y$ et placé en O : $B_u(z) = B_y(z) = \frac{\mu_0 M}{4\pi} \frac{1}{z^3}$. Il est de plus intéressant de considérer le cas où γ n'est pas entier. Ce coefficient permet de traduire, entre autre, l'effet des déformations du champ magnétique dues aux armatures métalliques présentes dans les murs. Par exemple, Koch *et al.* [50] trouvent une décroissance de la forme $1/z^{3,3}$ pour le champ magnétique créé par un moment magnétique ponctuel placé dans leur laboratoire.

L'étude de l'atténuation, $\frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)}$, induite par un gradiomètre quelconque d'ordre N sur la mesure d'un champ magnétique, permet d'apprécier l'effet du gradiomètre.

Nous nous intéresserons plus particulièrement aux deux positions extrêmes : la source (en $z = 0$) est infiniment proche (respect. infiniment éloigné) du gradiomètre, c'est-à-dire z_0 tend vers 0 (respect. vers l'infini).

Seule la partie variable suivant z de B_u est intéressante. Nous considérerons donc que $B_u(z) = \frac{1}{z^\gamma}$. La fonction Gamma Γ_γ (si k est entier, $\Gamma_{k+1} = k!$) permet d'exprimer les dérivées successives de $B_u(z)$:

$$\forall \alpha \text{ entier non nul, } B_u^{(\alpha)}(z) = (-1)^\alpha \frac{\Gamma_{\gamma+\alpha}}{\Gamma_\gamma} \frac{1}{z^{\gamma+\alpha}} \quad (2.10)$$

Cas d'une source proche ($z_0 \ll b_1$ ou $z_0 \rightarrow 0$) :

Nous avons vu l'expression générale du comportement d'un gradiomètre (cf. §2.1.1) :

$$\Phi(z_0) = \sum_{i=0}^m A_i B_u(z_0 + b_i) \quad (2.11)$$

B_u est de classe C^∞ sur $\left] -\infty, 0 \right[\cup \left] 0, +\infty \right[$. Soit n , l'entier naturel le plus proche de γ par valeur supérieure ($\exists ! n$ entier ; $n-1 < \gamma \leq n$). Un développement limité de B_u existe donc pour tous les b_i , à l'exception de b_0 (puisque $b_0 = 0$ et que B_u n'est pas continu en 0). On obtient à l'ordre n :

$$\forall i \in \{1, \dots, m\}, B_u(b_i + z_0) = \sum_{\alpha=0}^n (-1)^\alpha \frac{\Gamma_{\gamma+\alpha}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{\alpha+1}} \frac{z_0^\alpha}{b_i^{\gamma+\alpha}} + o(z_0^n) \quad (2.12)$$

Soit, par substitution dans l'équation 2.11 :

$$\Phi(z_0) = \frac{1}{z_0^\gamma} \left(A_0 + \sum_{i=1}^m \sum_{\alpha=0}^n (-1)^\alpha A_i \frac{\Gamma_{\gamma+\alpha}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{\alpha+1}} \left(\frac{z_0}{b_i} \right)^{\alpha+\gamma} + o(z_0^{n-\gamma}) \right) \quad (2.13)$$

Or $n-1 < \gamma \leq n$, c'est-à-dire $0 \leq n-\gamma < 1$. Alors,

$$\forall i \in \{1, \dots, m\}, z_0^{n-\gamma} = o(z_0^{\gamma+i}) \quad (2.14)$$

D'où,

$$\frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)} = A_0 + o(x_0^{n-\gamma}) \text{ ou } \lim_{z_0 \rightarrow 0} \frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)} = A_0 \quad (2.15)$$

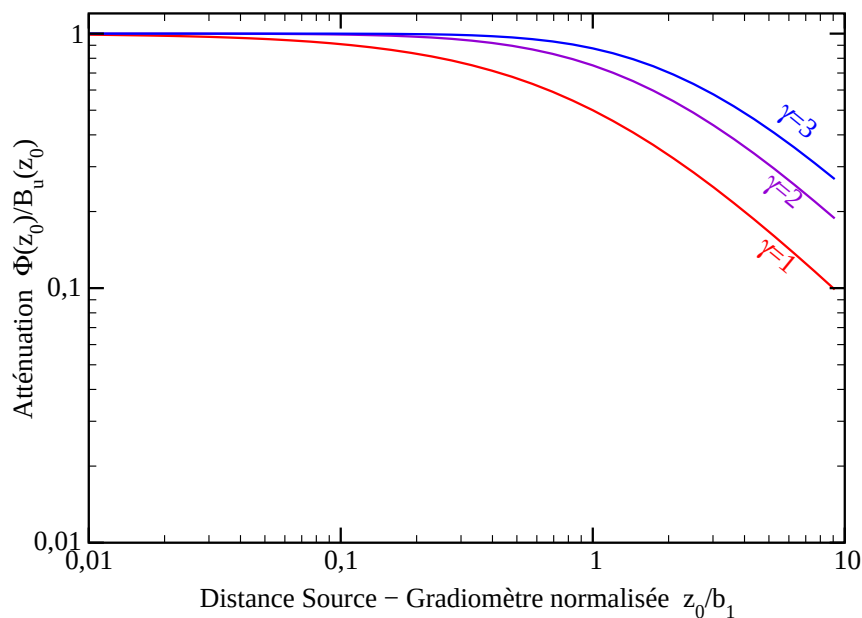
Pour une source infiniment proche du gradiomètre, le flux total mesuré en sortie est uniquement déterminé par le flux à travers le premier flux-mètre (cf. Fig. 2.3).

Cas d'une source lointaine ($x_0 \gg b_1$ ou $x_0 \rightarrow \infty$) :

D'après le paragraphe précédent (Equ. 2.9), en substituant les dérivées de B_u par leur valeur, l'atténuation $\frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)}$ s'écrit :

$$\frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)} = \sum_{\alpha=N}^{\infty} \sum_{i=0}^m (-1)^\alpha A_i \frac{\Gamma_{\gamma+\alpha}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{\alpha+1}} \left(\frac{b_i}{z_0} \right)^\alpha \quad (2.16)$$

a)



b)

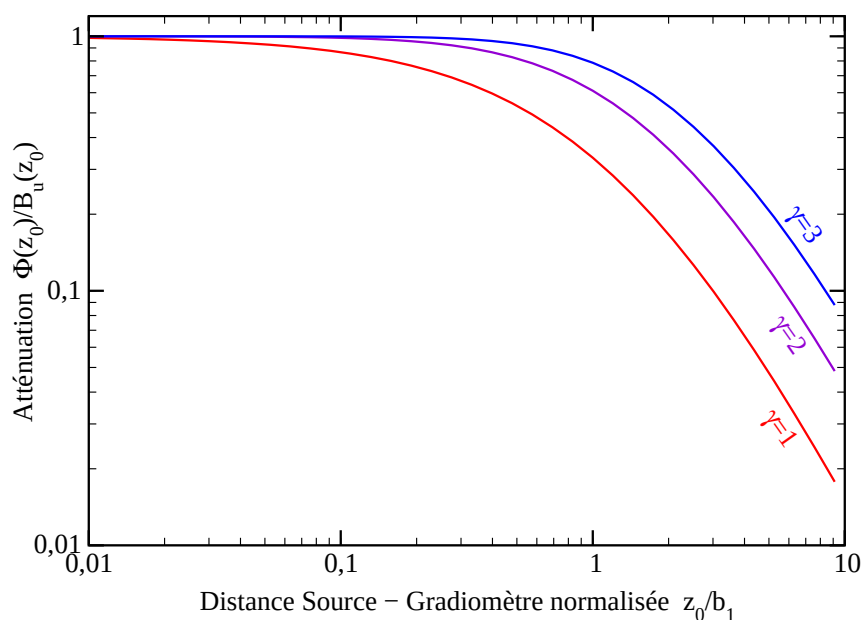


FIG. 2.3 – Atténuation $\frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)}$ induite par un gradiomètre d'ordre 1 (a) et d'ordre 2 (b) pour des champs magnétiques créés par un fil électrique ($\gamma = 1$), un dipôle de courant ($\gamma = 2$) et un moment magnétique ($\gamma = 3$) en fonction de la distance source - gradiomètre normalisée par la ligne de base b_1 .

$\sum_{\alpha=N}^{\infty} A_i (-1)^\alpha \frac{\Gamma_{\gamma+\alpha}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{\alpha+1}} x^\alpha$ est un polynôme de x avec $x = b_i/z_0$. Sa limite quand x tend vers zéro dépend uniquement de sa partie de plus faible degré.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sum_{\alpha=N}^{\infty} (-1)^\alpha A_i \frac{\Gamma_{\gamma+\alpha}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{\alpha+1}} x^\alpha \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left((-1)^N A_i \frac{\Gamma_{\gamma+N}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{N+1}} x^N \right) \quad (2.17)$$

Dans notre cas, $\forall i, z_0 \gg b_i$, il advient donc :

$$\frac{\Phi(z_0)}{B_u(z_0)} \sim (-1)^N \frac{\Gamma_{\gamma+N}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{N+1}} \left(\sum_{i=0}^m A_i b_i^N \right) \frac{1}{z_0^N} \quad (2.18)$$

et

$$\Phi(z_0) \sim \frac{\left(\sum_{i=0}^m A_i b_i^N \right)}{\Gamma_{N+1}} B_u^{(\alpha)}(z_0) \quad (2.19)$$

L'atténuation qu'occasionne le gradiomètre sur la mesure du champ est d'autant plus importante que la source est lointaine (x_0 grand), que l'ordre du gradiomètre est élevé (N grand) et que le champ varie lentement dans l'espace (γ faible) (cf. Fig. 2.3). Lorsqu'une source lointaine s'éloigne d'une décade supplémentaire, l'atténuation diminue de $-20 N$ dB.

Conclusion

Pour les deux cas, $z_0 \ll b_1$ et $z_0 \gg b_1$, les deux comportements limites intuitifs sont retrouvés :

- lorsque la source est proche, le gradiomètre est équivalent au premier magnétomètre qui est alors nommé flux-mètre de mesure.
- lorsqu'elle est lointaine, le gradiomètre atténue la mesure du champ qu'elle crée. Il mesure la dérivée $N^{\text{ème}}$ du champ dans l'axe de mesure. Les m magnétomètres, qui complètent celui de mesure, sont qualifiés de magnétomètres de référence.

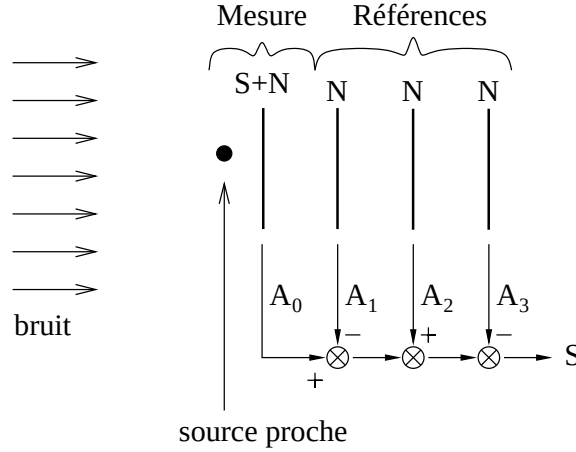


FIG. 2.4 – Représentation synthétique du gradiomètre

S et N représentent le signal utile et le signal issu du bruit magnétique lointain. N est présent, de manière identique, sur la mesure de chaque flux-mètre. Sa contribution est donc nulle en sortie. Par contre, S n'est mesuré que par le premier magnétomètre. Ce signal est donc conservé.

La figure 2.4 peut donner une représentation synthétique de ces comportements.

Pour un type de source magnétique donné (défini par γ), ces deux comportements asymptotiques se recouvrent à la distance R_d .

$$\left. \frac{\Phi(R_d)}{B_u(R_d)} \right|_{z \rightarrow \infty} = \left. \frac{\Phi(R_d)}{B_u(R_d)} \right|_{z \rightarrow 0} \Leftrightarrow R_d = \sqrt[N]{(-1)^N \frac{\Gamma_{\gamma+N}}{\Gamma_\gamma \Gamma_{N+1}} \left(\sum_{i=0}^m \frac{A_i}{A_0} b_i^N \right)} \quad (2.20)$$

Cette distance ainsi que l'ordre du gradiomètre permettent de séparer les deux comportements limites.

Dans le cas simple d'un gradiomètre du premier ordre, R_d devient γb_1 . L'atténuation vaut, pour cette distance, $1 - \left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)^{-\gamma}$. Cette valeur est toujours comprise entre 0,5 et $1 - e^{-1}$ ($\simeq 0,63$). Ainsi, pour un moment magnétique distant d'un gradiomètre du premier ordre de trois fois la ligne de base, le champ mesuré par le gradiomètre est 0,58 fois celui donné par un magnétomètre unique.

2.1.4 Conclusion vis-à-vis de la magnéto-cardiographie

Comme nous l'avons vu dans le chapitre présentant la magnéto-cardiographie (cf. §1.2), les perturbations magnétiques présentes dans notre environnement magnétique empêchent toute mesure directe du champ magnétique cardiaque. Ces perturbations sont de quatre types, chacune correspondant à une évolution spatiale particulière. Les perturbations géomagnétiques sont spatialement homogènes. Les lignes électriques créent des champs magnétiques dont l'amplitude décroît en $1/z^1$, et le trafic automobile est assimilable à des moments magnétiques en mouvement, créant un champ magnétique de décroissance $1/z^3$. Comme nous venons de le voir, l'utilisation d'un gradiomètre permet bien de filtrer les champs magnétiques créés par ces sources lointaines. Il est d'autant plus efficace que la distance entre magnétomètres est réduite.

Notre objectif est de mesurer le champ magnétique cardiaque, assimilable au champ d'un moment magnétique distant de 6 et 10 cm du magnétomètre de mesure (à cause du torse du patient). Idéalement, la ligne de base du gradiomètre devrait donc être fixée autour de 6 cm pour permettre une mesure peu altérée du champ magnétique cardiaque, l'ordre du gradiomètre étant fixé pour obtenir un filtrage correct du bruit magnétique. En pratique, nous utiliserons des gradiomètres du premier ordre, un compromis devra donc être trouvé pour adapter la ligne de base au milieu magnétique dans lequel la mesure est réalisée.

2.2 Gradiomètres réels du premier ordre

Après cette étude des gradiomètres idéaux et de leurs effets sur la mesure du champ magnétique, intéressons nous aux déviations entre gradiomètres idéals et gradiomètres réels.

Cette étude se limite aux gradiomètres du premier ordre, seul type de gradiomètre que nous avons utilisé en pratique. Dans un premier temps, nous passerons en revue les différents types de gradiomètres du premier ordre qui peuvent être réalisés. Ensuite, nous analyserons le comportement des gradiomètres réels. Contrairement aux gradiomètres idéaux, ils ne respectent pas forcément les hypothèses posées à priori lors de l'étude théorique : champ constant sur chaque surface de capture et surfaces de capture de même direction $\vec{u}$.

Nous analyserons successivement l'effet des écarts par rapport à ces hypothèses.

2.2.1 Différents types de gradiomètres du premier ordre

Dans le repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$, l'évolution locale du champ magnétique en tout point M de l'espace dépend de l'ensemble des dérivées premières du champ en M . Soient $\vec{r}$ le vecteur caractérisant M dans le repère et $\vec{r} + \delta\vec{r}$ le vecteur caractérisant un point M' infiniment proche de M . Le champ en M' s'écrit en fonction du champ en M :

$$\vec{B}(M') = \vec{B}(M) + \underbrace{\begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{yx} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{zx} & G_{zy} & G_{zz} \end{bmatrix}}_{[G]} \delta\vec{r} \quad (2.21)$$

où, en représentant x , y et z par i et j ,

$$G_{ij} = \frac{\partial B_i}{\partial j}(M) \quad (2.22)$$

La matrice $[G]$ des dérivées partielles spatiales de $\vec{B}$ en M permet de déterminer le gradient du premier ordre dans toutes les directions. Il s'agit de la matrice

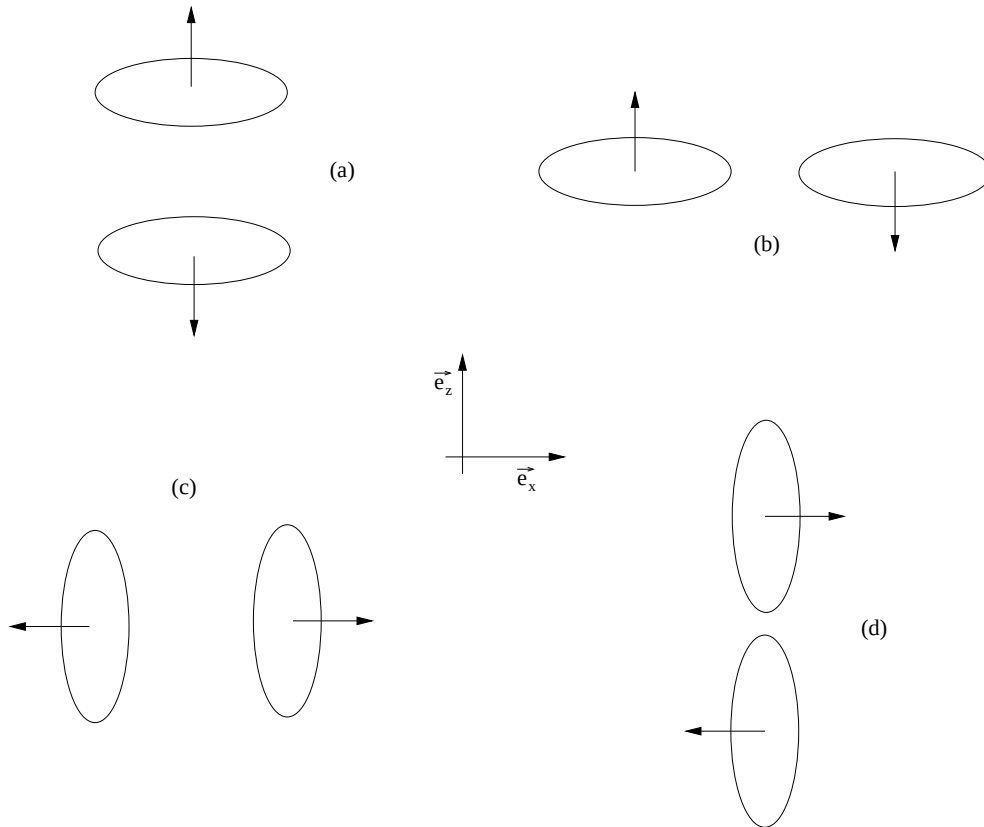


FIG. 2.5 – Gradiomètres du premier ordre associés aux deux axes $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_z$ [83]. En ne considérant que deux axes, il existe 4 gradients élémentaires possibles, $\frac{\partial B_i}{\partial j}$ où i et j représentent x ou z . Deux de ces gradients ne mettent en jeu qu'un seul axe, $\frac{\partial B_x}{\partial x}$ pour (c) et $\frac{\partial B_z}{\partial z}$ pour (a). Ils sont mesurés par des gradiomètres axiaux. Les deux autres configurations correspondent aux dérivées partielles croisées, $\frac{\partial B_z}{\partial x}$ pour (b) et $\frac{\partial B_x}{\partial z}$ pour (d). Les bobines de capture appartiennent au même plan. Ces gradiomètres sont dits planaires ou “off-axis”.

jacobienne de $\vec{B}$ en M . Si l'espace autour de M est libre de charge, $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B} = 0$. La matrice $[G]$ est alors symétrique. De plus, $\text{div}\vec{B} = 0$ (loi de Maxwell traduisant la conservation du flux magnétique), $[G]$ est alors une matrice à trace nulle. Cinq éléments suffisent donc pour caractériser complètement $[G]$ [83].

$$[G] = \begin{bmatrix} G_{xx} & G_{xy} & G_{xz} \\ G_{xy} & G_{yy} & G_{yz} \\ G_{xz} & G_{yz} & (-G_{xx} - G_{yy}) \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Pour évaluer parfaitement le gradient du premier ordre en un point, il “suffit” donc de déterminer ces cinq composantes élémentaires. Or, nous nous intéressons à la réduction du bruit dans une seule direction, celle perpendiculaire au torse du patient (reliée à toutes les études précédentes: cf. §1.1.5). Nous pouvons nous contenter de l'étude d'une seule composante de $[G]$.

2.2.2 Effet d'une surface de capture non nulle sur la mesure du flux magnétique

La première hypothèse formulée dans la présentation générale posait que le champ magnétique était constant sur les surfaces de capture. Elle a permis de déterminer simplement le comportement du gradiomètre vis-à-vis d'une source ponctuelle (cf. §2.1.3). Que se passe-t-il dans le cas contraire pour une surface de capture plane de forme quelconque? Cette étude ne se limite pas à celle d'une surface simple. Elle permet ainsi de traiter les possibles irrégularités de géométries pouvant être due à des défauts de fabrication?

Pour une source infiniment proche, seule intervient la mesure sur le premier capteur. Dans ce cas, il s'agit d'optimiser la surface de capture suivant le signal

à mesurer. Ce travail a déjà été effectué dans le cas du coeur (cf. §1.1.6). Nous traiterons donc ici le cas d'une source lointaine. Le champ magnétique peut alors localement s'exprimer par son gradient du premier ordre.

Les magnétomètres directionnels sont supposés être des flux-mètres. Si la surface de capture n'est pas ponctuelle, l'équation 2.1 (§2.1.1) permet d'exprimer la grandeur de sortie du gradiomètre :

$$\Phi(x_0) = \sum_{i=0}^m n_i \int_{a_i} \vec{B}(M) \cdot d\vec{a}_i \quad (2.24)$$

où m représente le nombre de flux-mètres mis en jeu, a_i la surface de capture de celui de rang i et n_i le nombre de spires qui le compose.

Nous allons calculer le champ magnétique moyen sur chacune des surfaces indépendamment, en les découpant en surfaces élémentaires symétriques.

La surface a_i planaire est constituée d'un nombre fini m_i de surfaces σ_i^j , symétriques par rapport à leur centre respectif O_i^j (cf. Fig. 2.6) :

$$a_i = \bigcup_{j=1}^{m_i} \sigma_i^j \quad (2.25)$$

Soient $\vec{u}$ le vecteur normal à a_i et B_u la composante de $\vec{B}$ suivant $\vec{u}$. $\vec{e}_x$ et $\vec{e}_y$ sont deux vecteurs orthonormés tel que $\vec{e}_x \wedge \vec{e}_y = \vec{u}$. La base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{u})$ constitue un repère de l'espace. $(\sigma_{i,x}^j, \sigma_{i,y}^j)$ sont les coordonnées de O_i^j dans le repère $(\vec{e}_x, \vec{e}_y)$.

La décomposition de Taylor au voisinage de O_i^j de B_u fait apparaître une constante, $B_u(O_i^j)$, et une fonction impaire de x et de y . L'intégrale de B_u sur toute surface symétrique σ_i^j ne dépend donc que de $B_u(O_i^j)$. On obtient :

$$\int_{\sigma_i^j} \vec{B}(M) \cdot d\vec{a}_i = \sigma_i^j B_u(O_i^j) \quad (2.26)$$

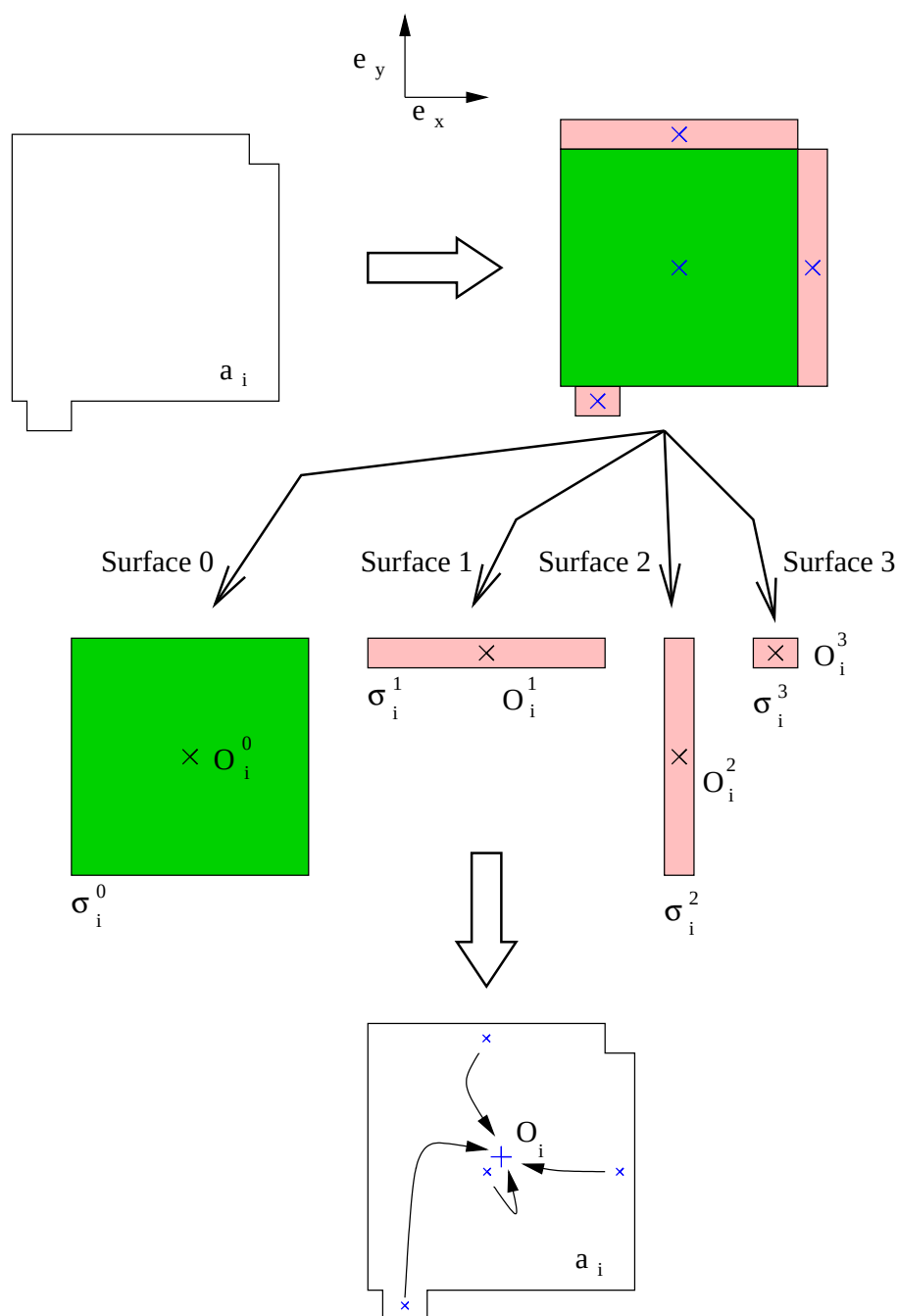


FIG. 2.6 – *Décomposition d'une surface simple en éléments symétriques*
 Dans le cas particulier représenté ici, la surface a_i peut être décomposée en quatre surfaces symétriques σ_i^j et centrées en O_i^j , avec $j \in \{0, 1, 2, 3\}$. Les points O_i^j sont représentés par les croix non-horizontales.
 O_i , représenté par une croix horizontale, est le centre de gravité de a_i . Il est le barycentre des O_i^j pondérés par σ_i^j .

D'où,

$$\int_{a_i} \vec{B}(M) \cdot d\vec{a}_i = \sum_{j=1}^{m_i} \int_{\sigma_i^j} \vec{B}(M) \cdot d\vec{a}_i = \sum_{j=1}^{m_i} \sigma_i^j B_u(O_i^j) \quad (2.27)$$

Par ailleurs, soit O_i , de coordonnées $(o_{i,x}, o_{i,y})$, le barycentre des points O_i^j pondérés des coefficients σ_i^j (O_i est aussi le centre de gravité de la surface), tel que

$$o_{i,x} = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\sigma_i^j}{a_i} o_{i,x}^j \quad (2.28)$$

$$o_{i,y} = \sum_{j=1}^{n_i} \frac{\sigma_i^j}{a_i} o_{i,y}^j \quad (2.29)$$

Le champ magnétique en O_i^j peut s'exprimer d'après son gradient en O_i par la décomposition de Taylor en O_i . Il est alors possible d'exprimer le flux de $\vec{B}$ au travers de a_i à partir de $B_u(O_i)$:

$$\int_{a_i} \vec{B}(M) \cdot d\vec{a}_i = \sum_{j=1}^{n_i} \sigma_i^j B_u(O_i^j) \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} &= \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_i^j \right)}_{=a_i} B_u(O_i) \\ &\quad + \left(\underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_i^j o_{i,x}^j \right)}_{=a_i o_{i,x}} - \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_i^j \right)}_{=a_i} o_{i,x} \right) \frac{\partial B_u}{\partial x}(O_i) \\ &\quad + \left(\underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_i^j o_{i,y}^j \right)}_{=a_i o_{i,y}} - \underbrace{\left(\sum_{j=1}^{n_i} \sigma_i^j \right)}_{=a_i} o_{i,y} \right) \frac{\partial B_u}{\partial y}(O_i) \end{aligned} \quad (2.31)$$

donc

$$\int_{a_i} \vec{B}(M) d\vec{a}_i = a_i B_u(O_i) \quad (2.32)$$

Le flux d'un champ $\vec{B}$ à travers une surface plane a_i , orientée suivant $\vec{u}$, vaut

$(a_i \vec{u} \cdot \vec{B}(O_i))$ où O_i est le centre de gravité de la surface a_i de forme quelconque si $\vec{B}$ peut être approché au premier ordre sur toute la surface.

Ainsi, pour toute source suffisamment lointaine telle que le champ qu'elle crée au voisinage du gradiomètre soit du premier ordre, le gradiomètre peut être considéré comme un ensemble de magnétomètres ponctuels. Les développements asymptotiques réalisés dans §2.1.3 restent donc valables.

Cette limitation (le champ peut être décrit par son développement limité d'ordre 1) est beaucoup plus réaliste que la traditionnelle hypothèse (le champ doit être constant sur toute la surface), notamment dans le cas des gradiomètres planaires du premier ordre. Ces derniers ont généralement des surfaces de capture accolées et mesurent donc un gradient du même ordre de grandeur que celui défini le long de leur surface de capture. Il est alors incorrect d'aborder la limite de champ constant sur la surface.

2.2.3 Effet des erreurs géométriques sur la mesure du gradient

Lors de la réalisation d'un gradiomètre, se posent deux problèmes purement géométriques :

- Les surfaces de capture des magnétomètres peuvent être, par leur taille, légèrement différentes. Le système d'équations 2.8 n'est pas respecté. Pour un gradiomètre d'ordre 1, les sensibilités vectorielles vérifient $A_0 \simeq A_1$.
- Les deux flux-mètres peuvent être mal positionnés l'un par rapport à l'autre. La ligne de base peut être faussée, les deux centres, O_0 et O_1 , n'étant pas alignés correctement. D'autre part, les deux surfaces de capture peuvent ne pas être parallèles. La figure 2.7 illustre ces différents problèmes dans le cas

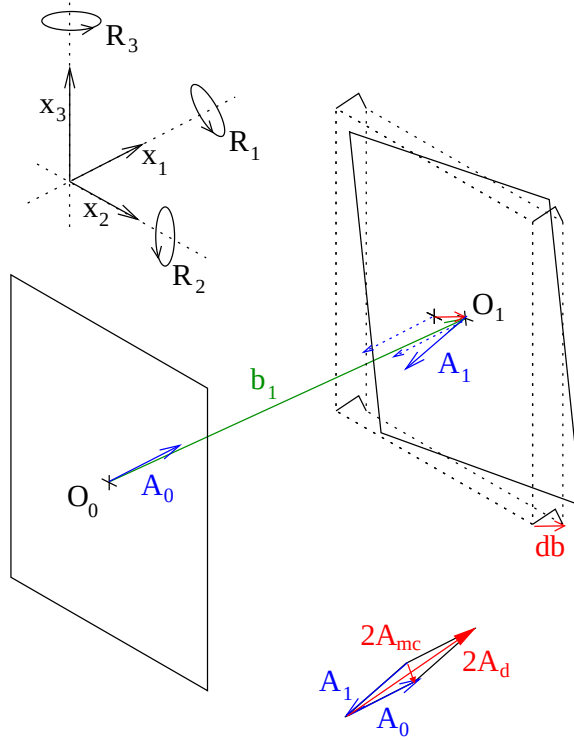


FIG. 2.7 – Gradiomètre axial réel du premier ordre

d'un gradiomètre axial du premier ordre.

Plaçons-nous dans le cas d'un gradiomètre du premier ordre réalisé à l'aide de deux flux-mètres. En utilisant les notations précédentes, la surface de capture du premier (respect. du second) est caractérisée par $\vec{A}_0$ (respect. $\vec{A}_1$) et centrée en O_0 (respect. O_1). La ligne de base de ce gradiomètre $\overrightarrow{O_0O_1}$ sera notée $\vec{b}_1$.

Ce gradiomètre doit filtrer les sources lointaines de champ. D'après le paragraphe précédent, le comportement du champ au voisinage de O_0 et de O_1 peut être approché à l'aide de la formule de Taylor d'ordre 1 (cf. Equ. 2.21). Par rapport à tout point M de ce voisinage,

$$\begin{cases} \vec{B}(O_0) = \vec{B}(M) + [G] \overrightarrow{MO_0} \\ \vec{B}(O_1) = \vec{B}(M) + [G] \overrightarrow{MO_1} \end{cases} \quad (2.33)$$

En prenant pour référence O , milieu du segment $[O_0, O_1]$, la mesure en sortie du gradiomètre réel peut être déduite du système d'équations ci-dessus :

$$\Phi(x_0) = \vec{A}_0 \cdot \vec{B}(O_0) + \vec{A}_1 \cdot \vec{B}(O_1) \quad (2.34)$$

$$= (\vec{A}_0 + \vec{A}_1) \frac{\vec{B}(O_0) + \vec{B}(O_1)}{2} + \frac{\vec{A}_0 - \vec{A}_1}{2} (\vec{B}(O_0) - \vec{B}(O_1)) \quad (2.35)$$

$$= \vec{A}_{mc} \cdot \vec{B}_{moy} + \vec{A}_d \cdot \vec{B}_d \quad (2.36)$$

où $\vec{B}_{moy}$ ($\vec{B}_{moy} = \frac{\vec{B}(O_0) + \vec{B}(O_1)}{2}$) est le niveau de champ commun aux deux capteurs et $\vec{B}_d$ ($\vec{B}_d = \vec{B}(O_0) - \vec{B}(O_1)$) la différence de champ vue par ces deux capteurs.

$\vec{A}_{mc} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1$ correspond au gain de mode commun du gradiomètre réel, et $\vec{A}_d = \frac{\vec{A}_0 - \vec{A}_1}{2}$ correspond à son gain différentiel . Ce résultat a été préalablement présenté par J. Vrba [83] sous la forme :

$$\Phi(x_0) = \vec{A}_{mc} \cdot \vec{B}(O) - \vec{A}_d \cdot [G] \vec{b}_1 \quad (2.37)$$

En considérant $\vec{A}_0 = -\vec{A}_1$, on obtient :

$$\begin{cases} \vec{A}_d = \vec{A}_0 \\ \vec{A}_{mc} = \vec{0} \end{cases} \quad (2.38)$$

Le fonctionnement du gradiomètre idéal, décrit au paragraphe §2.1.2, est bien retrouvé.

Exemple d'un gradiomètre axial réel (cf. Fig. 2.7) :

Nous allons plus particulièrement analyser le mode commun dans le cas d'un gradiomètre axial du premier ordre. Il s'agit du type de gradiomètre que nous réaliserons en pratique (cf. §4.3).

L'introduction de deux nouveaux repères, (x_1, x_2, x_3) et (y_1, y_2, y_3) liés à chacune des deux surfaces de capture, nous permet une écriture plus aisée des développements suivants. Le premier repère (x_1, x_2, x_3) est défini tel que la normale à la surface $\vec{A}_0$ soit colinéaire à $(1, 0, 0)$: $\vec{A}_0 = (A_0, 0, 0)$. De même, la normale à la seconde surface $\vec{A}_1$ a pour coordonnées $(A_1, 0, 0)$ dans le second repère (y_1, y_2, y_3) . Ce second repère est obtenu à partir du premier par l'application d'une suite de rotation dans l'espace : $R_3(\alpha_3)$, rotation d'angle α_3 suivant l'axe x_3 , suivi de $R_2(\alpha_2)$, rotation d'angle α_2 suivant l'axe x_2 , et enfin de $R_1(\alpha_1)$, rotation d'angle α_1 suivant l'axe x_1 (cf. Fig. 2.7).

Soient $[P]$ la matrice de passage de (x_1, x_2, x_3) vers (y_1, y_2, y_3) et $[R_3]$ (respect. $[R_2]$, $[R_1]$) la matrice représentant la rotation $R_3(\alpha_3)$ (respect. $R_2(\alpha_2)$, $R_1(\alpha_1)$).

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = [P] \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \text{ avec } [P] = [R_3] \cdot [R_2] \cdot [R_1] \quad (2.39)$$

Ces rotations permettent de caractériser les écarts de parallélisme entre les deux surfaces. La détermination du flux à travers A_1 dépend uniquement de la valeur en O_1 de la composante du champ normale à la surface (cf. Equ. 2.32). Comme $[R_1]$ laisse cette composante invariante, cette rotation n'intervient pas dans la détermination de la réponse du gradient.

Le gain différentiel et le gain de mode commun peuvent s'exprimer à l'aide de ces paramètres.

Dans le repère (x_1, x_2, x_3) :

$$\vec{A}_0 = \begin{pmatrix} A_0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{A}_1 = [P] \cdot \begin{pmatrix} A_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.40)$$

Soit,

$$\vec{A}_d = \frac{\vec{A}_0 - \vec{A}_1}{2} = \frac{A_0}{2} \begin{pmatrix} 1 - \frac{A_1}{A_0} \cos(\alpha_2) \cos(\alpha_3) \\ -\frac{A_1}{A_0} \cos(\alpha_2) \sin(\alpha_3) \\ \frac{A_1}{A_0} \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} \quad (2.41)$$

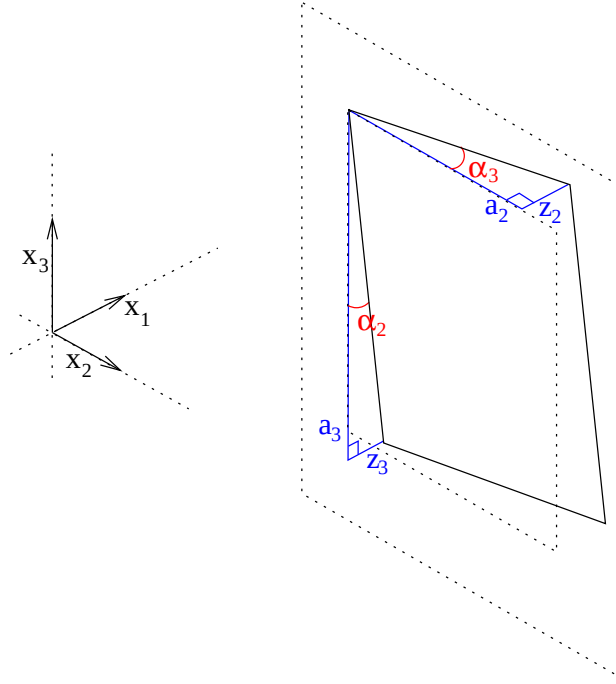
$$\vec{A}_{mc} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 = A_0 \begin{pmatrix} 1 + \frac{A_1}{A_0} \cos(\alpha_2) \cos(\alpha_3) \\ \frac{A_1}{A_0} \cos(\alpha_2) \sin(\alpha_3) \\ -\frac{A_1}{A_0} \sin(\alpha_2) \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

Pour traduire uniquement les défauts de construction, α_2 et α_3 peuvent être supposés très petits et A_1 proche de $-A_0$. Posons $A_1 = -A_0(1 + \varepsilon)$. Alors, en première approximation, on aboutit à :

$$\vec{A}_d = A_0 \begin{pmatrix} 1 + \frac{\varepsilon}{2} \\ \frac{1}{2}\alpha_3 \\ -\frac{1}{2}\alpha_2 \end{pmatrix} \text{ et } \|\vec{A}_d\| = A_0 \left(1 + \frac{\varepsilon + \alpha_2^2 + \alpha_3^2}{2} \right) \quad (2.43)$$

$$\vec{A}_{mc} = A_0 \begin{pmatrix} -\varepsilon \\ -\alpha_3 \\ \alpha_2 \end{pmatrix} \text{ et } \|\vec{A}_{mc}\| = A_0 \sqrt{\varepsilon^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2} \quad (2.44)$$

Comme le montre la figure 2.8, α_2 et α_3 peuvent être déterminés par la diffé-

FIG. 2.8 – Cas d'un gradiomètre axial réel - Détermination de α_2 et α_3

rence d'altitude (suivant x_1) entre les deux cadres.

$$\alpha_2 = \frac{z_3}{a_3} \quad (2.45)$$

$$\alpha_3 = \frac{z_2}{a_2} \quad (2.46)$$

Nous avons en pratique réalisé un tel gradiomètre (cf. §4.3). Les deux surfaces de capture sont maintenues à distance par une pièce de saphir. L'écart d'altitude maximal mesuré est de $50 \mu\text{m}$ sur une distance de 2 cm. Les angles, α_2 et α_3 , valent alors $2,5 \cdot 10^{-3}$ rad. Le taux de réjection de mode commun (TRMC), $\frac{A_d}{A_{mc}}$, issu uniquement des erreurs de parallélisme, ne peut être supérieur à 250. Nous verrons au paragraphe suivant (cf. §2.3.1) l'effet d'un tel taux de réjection sur la mesure.

2.3 Mode commun et gradiomètre du premier ordre

Le mauvais alignement des surfaces de capture provoque l'apparition d'un gain de mode commun. Il en est de même pour d'autres types de dysfonctionnements. Cette partie du mémoire est consacrée à l'effet du mode commun sur la mesure.

Dans un premier temps, de la même manière que nous avons analysé la réponse d'un gradiomètre idéal à une répartition particulière de champ (cf. §2.1.3), nous quantifions l'effet du mode commun. Cette étude montrera les limites du système associées au mode commun. Ensuite, nous rejoindrons les préoccupations de Vrba [83], à savoir la définition du mode commun limite permettant la réalisation de mesures exploitables. Enfin, nous passerons en revue les diverses méthodes de réjection de ce mode commun.

2.3.1 Effet du mode commun sur la sortie du gradiomètre

De manière générale, le signal en sortie du gradiomètre est (cf. Equ. 2.36) :

$$\Phi(x_0) = \vec{A}_{mc} \cdot \vec{B}_{moy} + \vec{A}_d \cdot \vec{B}_d \quad (2.47)$$

$\vec{B}_{moy}$ représente le champ moyen et $\vec{B}_d$ représente la différence des champs vus par chacun des deux capteurs. Pour apprécier simplement l'effet du gain de mode commun, supposons que $\vec{A}_{mc}$ et $\vec{A}_d$ sont colinéaires au vecteur $\vec{u}$.

Soit un champ magnétique dont la projection suivant $\vec{u}$ est de la forme $B_u(z) = \frac{1}{z^\gamma}$ (γ réel strictement positif). Un tel champ a déjà été introduit §2.1.3. Il vient alors :

$$\Phi(z_0) = A_d (B_u(z_0) - B_u(z_0 + b_1)) + A_{mc} \left(\frac{B_u(z_0) + B_u(z_0 + b_1)}{2} \right) \quad (2.48)$$

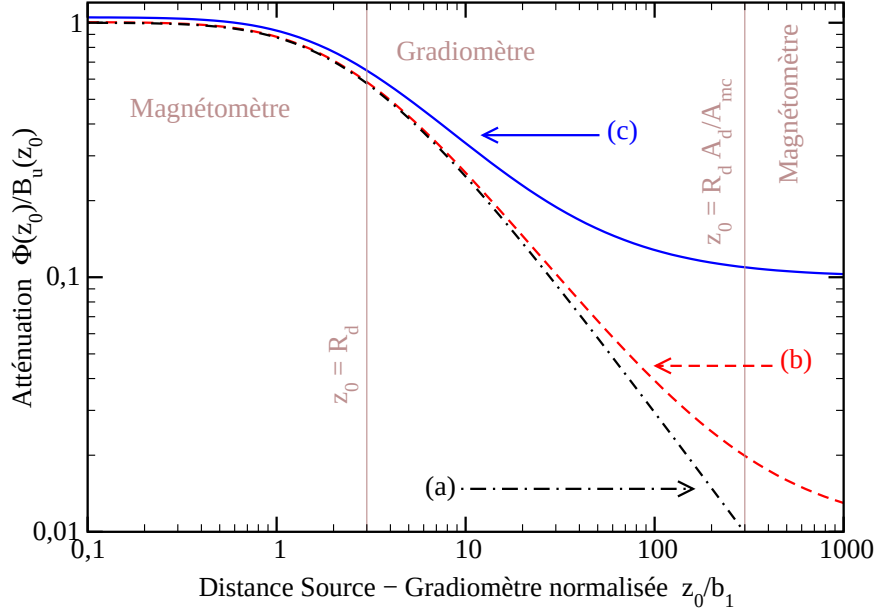


FIG. 2.9 – Effet du mode commun sur l'atténuation provoquée par un gradiomètre du premier ordre (normalisé avec $A_d = 1$) dans le cas $\gamma = 3$.

Les courbes (a), (b) et (c) représentent cette atténuation pour des taux de réjection du mode commun différents (TRMC). (a) correspond à un TRMC infini. Il s'agit de l'atténuation idéale. (b) et (c) correspondent respectivement un TRMC de 100 et de 10.

Sont également présentées sur ce graphique les trois zones de fonctionnement, délimitées par R_d et R_{mc} , dans le cas d'un TRMC de 100.

$$= \frac{A_d}{z_0^\gamma} \left[\left(1 - \frac{(z_0/b_1)^\gamma}{(1 + z_0/b_1)^\gamma} \right) + \frac{A_{mc}}{A_d} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{(z_0/b_1)^\gamma}{(1 + z_0/b_1)^\gamma} \right) \right] \quad (2.49)$$

Dans le cas d'un gradiomètre idéal (cf. §2.1.3), $A_{mc} = 0$:

- si $z_0 \ll b_1$ ($z_0 < R_d$), la source est infiniment près du premier magnétomètre, et (cf. Equ. 2.15)

$$\Phi(z_0) \sim A_d B_u(z_0) \quad (2.50)$$

- si $z_0 \gg b_1$ ($z_0 > R_d$), la source est infiniment loin du gradiomètre, et (cf.

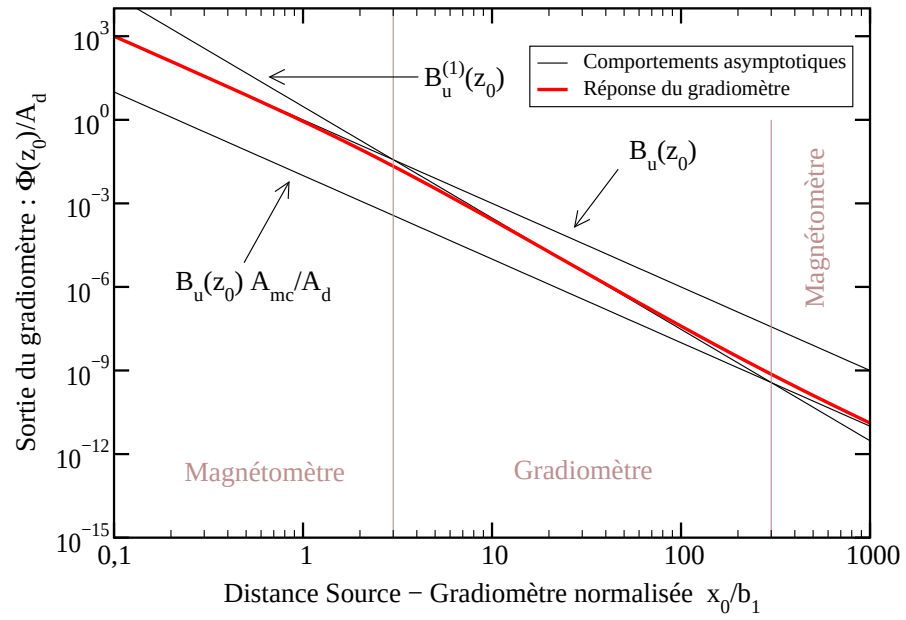


FIG. 2.10 – Effet du mode commun sur la sortie d'un gradiomètre du premier ordre (normalisé avec $A_d = 1$) dans le cas $\gamma = 3$.

Equ. 2.19)

$$\Phi(z_0) \sim A_d b_1 B_u^{(1)}(z_0) \quad (2.51)$$

Lorsque ce gradiomètre présente un gain de mode commun ($A_{mc} \neq 0$), ce gain n'intervient que pour les sources lointaines. Si $z_0 \rightarrow \infty$, le mode commun domine et il vient :

$$\Phi(z_0) \sim A_{mc} B_u(z_0) \quad (2.52)$$

Il est alors possible de définir une distance limite, au delà de laquelle le gradiomètre se comporte simplement comme un magnétomètre. Cette distance R_{mc} correspond asymptotiquement à la distance pour laquelle l'effet gradiométrique et celui de mode commun se recoupent :

$$A_d b_1 |B_u^{(1)}(R_{mc})| = A_{mc} |B_u(R_{mc})| \quad (2.53)$$

Pour un champ de la forme $B_u(z_0) = \frac{1}{z_0^\gamma}$,

$$R_{mc} = \gamma \frac{A_d}{A_{mc}} b_1 = \frac{A_d}{A_{mc}} R_d \quad (2.54)$$

Les figures 2.9 et 2.10 présentent ces différents comportements.

Le gradiomètre décrit au paragraphe précédent possède un taux de réjection du mode commun de 250. La densité spectrale de bruit équivalent en champ limite de ce système est alors 250 fois inférieure à la densité spectrale de bruit en champ de l'environnement. Pour un bruit basse fréquence d'environ $100 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ (cf. Fig. 1.13), sur la pelouse devant le laboratoire, la limite du gradiomètre est de $400 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Ce niveau, déjà trop élevé, n'est atteint que lorsque les sources magnétiques sont suffisamment lointaines.

Pour que le niveau de bruit permettant la mesure soit atteint, il doit donc

y avoir adéquation entre la configuration magnétique du lieu de la mesure et le mode commun du gradiomètre.

2.3.2 Niveau de mode commun requis

Examinons les conditions, entre mode commun et perturbations du lieu, nécessaires à l'obtention du niveau de bruit requis : le niveau en sortie du gradiomètre doit être inférieur au niveau de bruit crête-à-crête $\phi_{n,cc}$ correspondant au seuil de détection du gradiomètre. Nous supposons pour simplifier que ces bruits sont blancs. De manière équivalente au développement vu §1.2.1 Equ. 1.24, le niveau de bruit crête $\phi_{n,c}$ du gradiomètre, dont f_c est la fréquence de coupure, se déduit de la densité spectrale de ce dernier S_ϕ^2 par la relation :

$$\phi_{n,c} \simeq 3,5 \sqrt{f_c} S_\phi \quad (2.55)$$

Replaçons nous dans le cas d'une évolution spatiale du champ magnétique de la forme : $B_u(z) = \frac{B_u(1)}{z^\gamma}$ (cf. §2.1.3).

Pour un niveau de bruit donné, soit $R_I(\gamma)$ la distance intrinsèque à partir de laquelle cette source magnétique sera totalement rejetée par le gradiomètre.

$$b_1 B_u^{(1)}(R_I(\gamma)) = \phi_{n,cc} = 2 \phi_{n,c} \quad (2.56)$$

et

$$B_u^{(1)}(R_I(\gamma)) = \frac{\gamma B_u(1)}{R_I^{\gamma+1}} \quad (2.57)$$

soit :

$$R_I(\gamma) = \sqrt[\gamma+1]{\gamma b_1 \frac{B_u(1)}{\phi_{n,cc}}} \quad (2.58)$$

Le niveau de mode commun est bien ajusté si, à la distance $R_I(\gamma)$,

$$A_{mc} B_u(R_I(\gamma)) < \phi_{n,cc} \quad (2.59)$$

Soit :

$$A_{mc} < \sqrt[\gamma+1]{(\gamma b_1)^\gamma \frac{\phi_{n,cc}}{B_u(1)}} \quad (2.60)$$

Dans le cas particulier d'un moment magnétique $\mathcal{M}$ ($B_u(z) = \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi z^3}$), les résultats de Vrba [83] sont retrouvés :

$$R_I(3) = \sqrt[4]{3 \frac{\mu_0 \mathcal{M}}{4\pi} \frac{b_1}{\phi_{n,cc}}} \quad (2.61)$$

et

$$A_{mc} < \sqrt[4]{\frac{4\pi}{\mu_0 \mathcal{M}} (3 b_1)^3 \phi_{n,cc}} \quad (2.62)$$

Ainsi, pour une voiture de moment magnétique $\mathcal{M} = 50 \text{ A m}^2$ et un gradiomètre ayant une ligne de base de 5 cm, une densité spectrale de bruit équivalent en champ de $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ et une fréquence de coupure de 100 Hz, nous obtenons : $R_I(3) = 17,9 \text{ m}$ et $A_{mc} < 8,5 \cdot 10^{-3}$.

Le raisonnement qui vient d'être effectué est pessimiste. En effet, nous avons vu §1.2.3 que le signal généré par un moment magnétique en mouvement est un signal très basse fréquence. Dans certains cas, cette fréquence peut être inférieure à la plus basse fréquence acceptée par le système. Le signal magnétique cardiaque occupe, essentiellement, la bande de fréquence allant de 1 Hz à 100 Hz. Si le gradiomètre coupe les fréquences inférieures à 1 Hz, un moment magnétique en mouvement ne perturbera pas la mesure :

- intrinsèquement, s'il passe à une distance supérieure à R_I ,

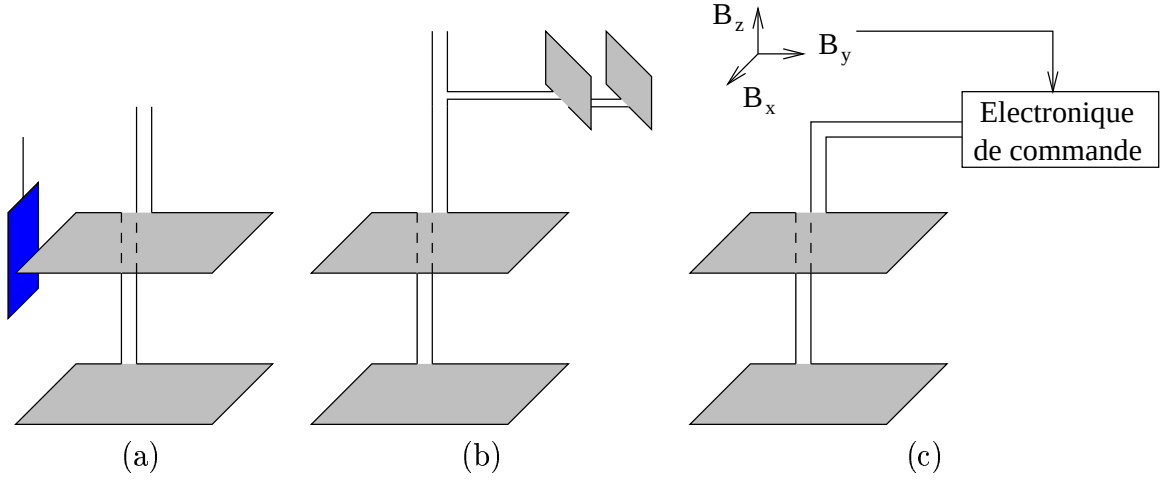


FIG. 2.11 – Méthodes de réduction du mode commun

Les méthodes (a) et (b) sont purement mécaniques. Dans (a), il s'agit de déformer les lignes de champ pour modifier le gain de chacune des voies et ainsi contrebalancer le mode commun. Dans (b), le signal perturbateur est soustrait physiquement au signal du gradiomètre initial.

La méthode (c) est adaptative. La réponse d'un magnétomètre de référence permet de calculer $\vec{A}_{mc} \cdot \vec{B}_{moy}$. Ce terme peut alors être soustrait électroniquement au signal.

- mais aussi, si la distance qui le sépare du capteur (inférieure à R_I) permet d'engendrer un signal dont toutes les fréquences se situent en deçà de la fréquence la plus basse qui est mesurée (cf. §1.2.3).

Ce cas est traité §1.2.3. Il a aussi été traité précédemment par Vrba [83] dans le cas d'un moment magnétique en mouvement.

2.3.3 Compensation du mode commun

Lorsque le niveau de mode commun s'avère trop important, il est nécessaire de le réduire. Plusieurs méthodes permettent cette adaptation. Elles sont passées en revue dans ce chapitre et elles sont résumées sur la figure 2.11.

Pour effectuer cette réduction, la première méthode [70] (méthode (a) de la figure 2.11) consiste à positionner de petites pièces ou de petites boucles de

matériaux supraconducteurs afin d'affaiblir localement le champ. Le champ vu par chaque capteur peut donc être ajusté, jusqu'à contre-balancer le mode commun. Cette méthode est passive et s'avère fort difficile à mettre en oeuvre.

Une seconde méthode (méthode (b) de la figure 2.11) consiste à mesurer le champ dans les directions différentes de celle du gradiomètre. Cette mesure permet de compenser le mode commun [83]. Matériellement, il est possible de positionner des boucles supplémentaires pour effectuer ces mesures et d'adapter leur gain par un blindage magnétique.

Une méthode, beaucoup plus souple, consiste à conserver le mode commun en sortie du gradiomètre, puis à lui soustraire, électroniquement, la valeur du signal de mode commun qui peut être déduit de mesures par un magnétomètre de référence. Cette méthode électronique est la plus simple à mettre en oeuvre et elle a l'avantage d'être adaptative.

2.4 Réalisation d'un gradiomètre

Maintenant que nous nous sommes posés les problèmes liés à l'utilisation de gradiomètres du premier ordre réels, nous abordons différentes manières de réaliser un gradiomètre. Un instrument peut intrinsèquement être sensible au gradient, c'est le cas des gradiomètres hardware. L'information "gradient" peut aussi être recréée, électroniquement, à partir de plusieurs magnétomètres indépendants, il s'agit alors de gradiomètres software. Dans ce dernier cas, nous disposons, en plus d'une mesure du gradient, des valeurs du champ à chaque point d'échantillonnage. Nous verrons alors dans quelle mesure ces informations peuvent nous permettre de qualifier le seuil de détection du gradiomètre avant de le mettre en oeuvre.

Cette étude nous servira de base à la réalisation de nos gradiomètres.

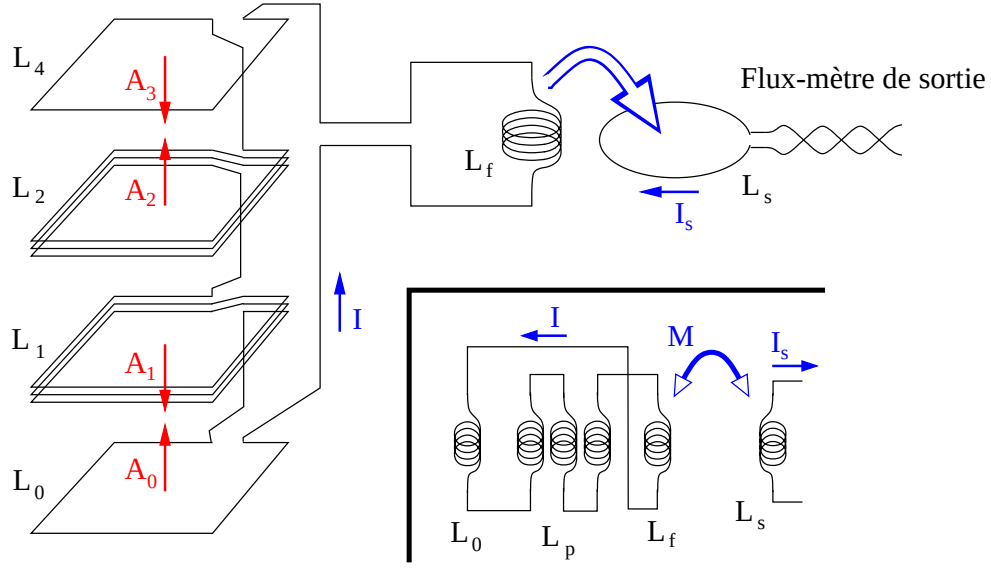


FIG. 2.12 – Gradiomètre hardware - Schéma d'un transformateur de flux correspondant à un gradiomètre d'ordre 2 couplé à un flux-mètre, ainsi que son schéma équivalent

2.4.1 Gradiomètre hardware : généralités

Un gradiomètre hardware peut être constitué de plusieurs boucles de capture connectées physiquement entre elles. La géométrie même du système permet au flux total de respecter les équations du système 2.8 et de réaliser un gradiomètre d'ordre N .

La technique la plus couramment utilisée [70][83](cf. Fig 2.12) consiste à connecter en série les $m + 1$ bobines du gradiomètre et une bobine d'inductance L_f , elle-même couplée magnétiquement à un magnétomètre de lecture d'inductance L_s . Il s'agit d'un transformateur de flux [26].

La première spire constitue la spire de mesure. Les m autres spires, qui n'interviennent pas lors de la mesure de champ proche, peuvent être considérées comme des inductances parasites. Néanmoins, elles doivent être prises en compte pour optimiser le couplage inductif inductif permettant de réaliser la mesure.

ordre du gradiomètre	indice $\frac{A_k}{A_0}$	$\frac{L_p}{L_0}$	$\frac{r}{r_M}$	$\frac{S_g}{S_b}$
ordre 1	1, -1	1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}$
ordre 2	1,-1,1,-1	3	$\frac{1}{2}$	2
	1,-2,1	5	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{6}$
ordre 3	1,-1,1,-1,1,-1,1,-1	7	$\frac{1}{\sqrt{8}}$	$\sqrt{8}$
	1,-1,-1,0,1,1,-1	5	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\sqrt{6}$
	1,-1,-2,2,1,-1	11	$\frac{1}{\sqrt{12}}$	$\sqrt{12}$
	1,-2,1,-1,2,-1	11	$\frac{1}{\sqrt{12}}$	$\sqrt{12}$
	1,-2,0,2,-1	9	$\frac{1}{\sqrt{10}}$	$\sqrt{10}$
	1,-3,3,-1	19	$\frac{1}{\sqrt{20}}$	$\sqrt{20}$

TAB. 2.1 – Gradiomètre hardware - Densité spectrale de bruit des gradiomètres d'ordre 1, 2 et 3 montés en transformateur de flux

Ce gradiomètre vérifie la relation $b_k = k b_1$.

Lorsque toutes les bobines ont la même surface, que la première bobine ne comporte qu'un seul tour, ce tableau représente, pour différentes configurations gradiométriques, l'inductance parasite L_p par rapport à l'inductance de la première bobine L_0 , le rendement r du gradiomètre par rapport au rendement idéal r_M et la densité spectrale de bruit de l'ensemble du gradiomètre S_g comparé à celle du magnétomètre constitué de la seule première bobine S_b .

Le rendement de ce gradiomètre peut être défini par le rendement du transformateur. L'augmentation des inductances parasites provoque la diminution de ce rendement.

Lorsque toutes les bobines ont la même surface, que la première bobine ne comporte qu'un seul tour, le tableau 2.1 présente la dégradation du niveau de bruit du gradiomètre par rapport au magnétomètre réalisé à l'aide de la seule première bobine.

Ainsi, en augmentant l'ordre du gradiomètre, la sélectivité spatiale est accrue mais le rendement se dégrade et le niveau de bruit augmente.

La réalisation de tels gradiomètres (à l'aide d'un transformateur de flux) convient parfaitement pour des gradiomètres axiaux. Ce cas ne nous intéresse pas. En effet, technologiquement, la réalisation de tels gradiomètres en matériaux

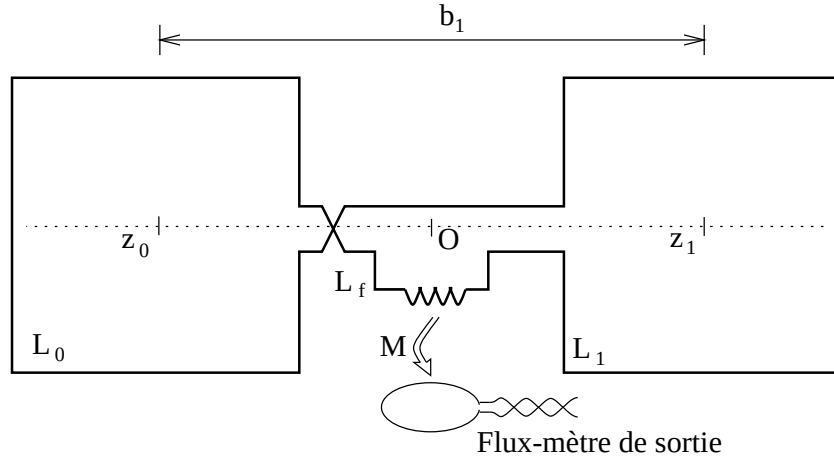


FIG. 2.13 – *Gradiomètre hardware - Gradiomètre planaire série du premier ordre de ligne de base b_1 ($z_1 - z_0 = b_1$)*

supraconducteurs à haute température critique (HTc) est toujours impossible.

2.4.2 Les gradiomètres hardware plans du premier ordre

Les gradiomètres plans ont l'avantage de pouvoir être entièrement réalisés sur un même substrat. Ils ont été introduits par M. B. Ketchen, M. Goubau et J. Clarke [48] en 1978. Les dispositifs, réalisés en supraconducteur de type I, sont, tout de même, adaptés aux technologies de dépôt des supraconducteurs HTc. Dans ce type de gradiomètre, les deux boucles de capture et l'inductance de sortie L_f peuvent être associées soit en les montant en série (cf. Fig. 2.13), comme au paragraphe précédent, soit en les montant en parallèle (cf. Fig. 2.14). Dans les deux cas, le courant qui traverse l'inductance de sortie est proportionnel à la différence des flux au travers des deux surfaces. Les mêmes relations permettent de déterminer le gradient de champ mesuré par ces deux configurations, en posant $\alpha = 1$ pour le gradiomètre série et $\alpha = 1/2$ pour le gradiomètre parallèle [47]. Supposons que les deux inductances de capture, L_0 et L_1 , soient identiques ($L_0 = L_1$), qu'elles aient la même surface ($a_0 = a_1 = A$), et que leur bobine ne comporte

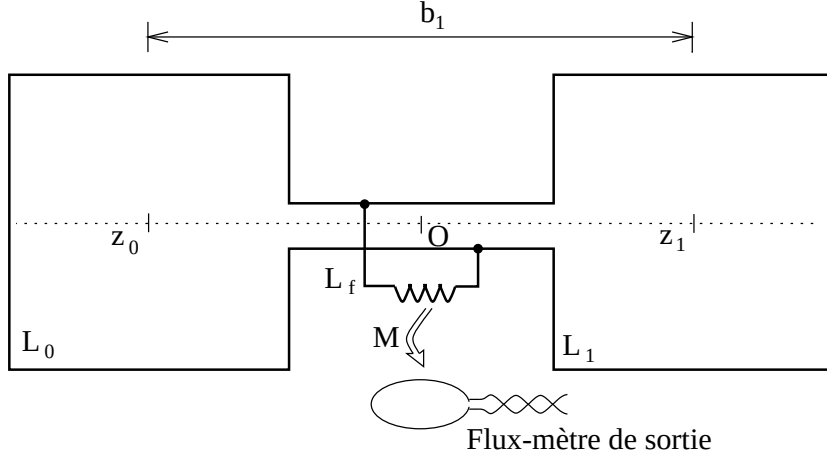


FIG. 2.14 – *Gradiomètre hardware - Gradiomètre planaire parallèle du premier ordre de ligne de base b_1 ($z_1 - z_0 = b_1$)*

qu'un seul tour ($n_0 = n_1 = 1$). Soit L_G , l'inductance équivalente à l'ensemble $\{L_0, L_1\}$ vu par L_f , et I_f le courant qui traverse L_f .

$$L_G = 2 \alpha^2 L_0 \quad (2.63)$$

$$\Phi_s = M I_f = \frac{M}{L_f + L_G} 2 \alpha A b_1 \frac{\partial B_u}{\partial z} \quad (2.64)$$

Le niveau de bruit du gradiomètre dépend de son mode de couplage (caractérisé par α) :

$$S_g = \frac{L_G + L_f}{M} \frac{S_\phi}{2 \alpha A b_1} \quad (2.65)$$

Pour un rendement optimal, $M = k\sqrt{L_f L_s}$ et $L_f \simeq L_G$, l'équation précédente devient :

$$S_g = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2 L_0}{L_s}} \frac{S_\phi}{A b_1} \quad (2.66)$$

Dans ce cas, la densité spectrale de bruit est la même pour les gradiomètres série et parallèle.

Parfois, il est préférable d'avoir une inductance de sortie faible ($L_i \ll L_G$). Alors, $M \simeq \frac{1}{2}L_s$ et

$$S_g = 2 \alpha \frac{L_0}{L_s} \frac{S_\phi}{A b_1} \quad (2.67)$$

Dans ce cas, la densité spectrale de bruit du montage en parallèle est deux fois meilleure que celle obtenue par une configuration série.

2.4.3 Mode Commun intervenant lors de la lecture du flux de sortie d'un transformateur de flux

Le flux-mètre de sortie d'un gradiomètre hardware mesure le flux que lui transmet L_f par couplage inductif, mais aussi celui que le champ magnétique ambiant génère au travers de sa surface de capture. Cette dernière contribution participe au mode commun.

Pour en réduire l'importance, la première solution consiste à réaliser la lecture de Φ_s en environnement magnétiquement blindé. Cette solution nécessite de déplacer l'étage gradiométrique du secondaire du transformateur. En pratique, elle n'est envisageable que pour les systèmes réalisés à l'aide de conducteurs filaires bobinés.

Dans le cas des gradiomètres planaires, la bobine L_f , secondaire du transformateur de flux, est sur le même substrat que celle de capture. La taille limitée des substrats (dans le cas particulier des supraconducteurs à haute température critique, qui nous intéresseront par la suite) ne permet pas de travailler sous blindage. Une solution consiste alors à injecter Φ_s par deux bobinages inversés et de réaliser la lecture à l'aide d'un gradiomètre élémentaire (cf. Fig. 2.16).

Enfin, il est possible d'intégrer à la place de L_f un galvanomètre, mesurant directement le courant I_f , proportionnel au gradient. Les galvanomètres que nous

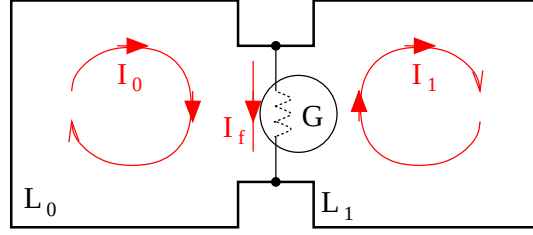


FIG. 2.15 – *Gradiomètre hardware - Gradiomètre galvanique du premier ordre*
 Le courant lu par le galvanomètre vaut : $I_f = I_0 - I_1$. Dans un champ magnétique uniforme, I_f est nul.

pouvons utiliser nécessitent une faible inductance d'entrée. Il est donc nécessaire de placer ce galvanomètre en parallèle avec les bobines de capture (cf. Fig. 2.15) [48][74]. Cette dernière approche permet de réaliser des gradiomètres élémentaires. Ils peuvent être utilisés en complément d'un gradiomètre série planaire (cf. Fig. 2.16).

2.4.4 Gradiomètre software : généralités

Contrairement au gradiomètre hardware, qui donne intrinsèquement le gradient d'ordre N , le gradiomètre software reconstitue le gradient à partir de plusieurs magnétomètres différents. Dans l'idéal, le gradiomètre d'ordre N est réalisé à l'aide d'un capteur de mesure et d'un système de référence, les deux étant d'ordre au plus $N - 1$.

Considérons le cas des gradiomètres software d'ordre 1. Soit Φ leur sortie. Soit α_0 et α_1 les gains sur les chaînes de mesure des voies 0 et 1.

La version minimale d'un tel gradiomètre est réalisée à partir de deux magnétomètres directionnels. Ils mesurent les projections du champ magnétique en deux points $\vec{u}_0$ et $\vec{u}_1$, suivant deux vecteurs différents $\vec{a}_0$ et $\vec{a}_1$ (cf. Fig. 2.17-a). En posant $\vec{A}_k = \alpha_k \vec{a}_k$, tous les développements précédents sont retrouvés.

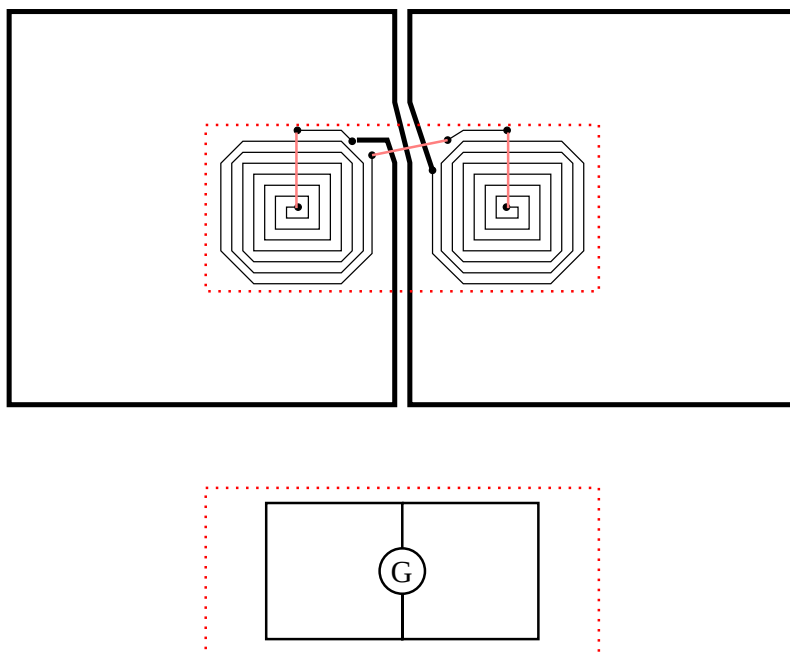


FIG. 2.16 – Gradiomètre hardware - Réalisation d'un transformateur de flux de type : gradiomètre du premier ordre, dont le flux de sortie est lu par un gradiomètre élémentaire [80].

En haut, est représenté un gradiomètre série. Les bobines extérieures servent à réaliser la mesure du gradient. En série, se trouve les bobines de couplage.

En bas, le gradiomètre galvanique qui permettent de lire la sortie du transformateur de flux est représenté. Il est monté en regard ("flip-chip") du premier.

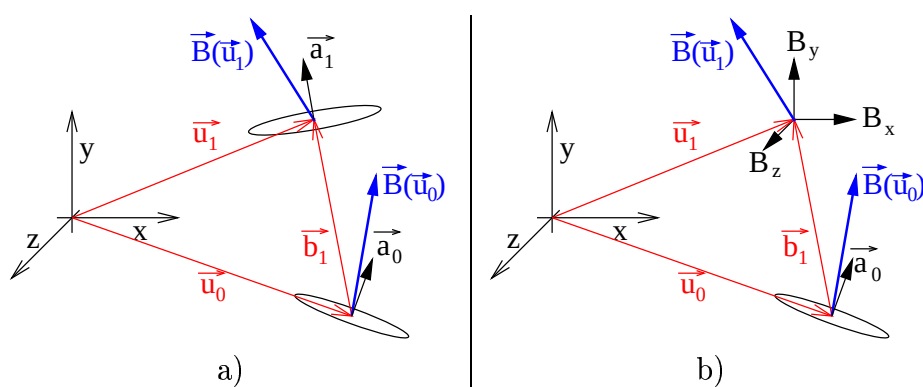


FIG. 2.17 – Réalisation d'un gradiomètre software du premier ordre
Dans la version (a), le magnétomètre de référence ne voit que la projection de $\vec{B}$ sur un axe, alors que, dans (b), il s'agit d'un magnétomètre vectoriel.

Soit :

$$\Phi = \alpha_0 \vec{a}_0 \cdot \vec{B}(\vec{u}_0) + \alpha_1 \vec{a}_1 \cdot \vec{B}(\vec{u}_1) \text{ ou } \Phi = \alpha_0 B_{a_0}(\vec{u}_0) + \alpha_1 B_{b_1}(\vec{u}_1) \quad (2.68)$$

Il s'agit bien de la réponse générale d'un gradiomètre (cf. Equ. 2.2) à condition que le système d'équations 2.8 soit respecté, c'est-à-dire si $\vec{a}_1 = \frac{\alpha_0}{\alpha_1} \vec{a}_0$. Par réglage de $\frac{\alpha_0}{\alpha_1}$, il est possible de compenser le mode commun lié aux différences d'amplitude entre $\vec{a}_0$ et $\vec{a}_1$, mais pas celui lié aux problèmes de désalignements.

Un magnétomètre tri-axes peut également servir de capteur de référence. A partir de sa réponse $\vec{B}(\vec{u}_1)$, il est possible de reconstituer la projection du champ suivant la direction du vecteur $\vec{a}_0$ qui caractérise la voie 0.

$$\Phi = \alpha_0 B_{a_0}(\vec{u}_0) + \alpha_1 \vec{a}_0 \cdot \vec{B}(\vec{u}_1) \quad (2.69)$$

$$= \alpha_0 \vec{a}_0 \cdot \vec{B}(\vec{u}_0) + \alpha_1 \vec{a}_0 \cdot \vec{B}(\vec{u}_1) \quad (2.70)$$

$$= \alpha_0 \vec{a}_0 \cdot \left(\vec{B}(\vec{u}_0) + \frac{\alpha_1}{\alpha_0} \vec{B}(\vec{u}_1) \right) \quad (2.71)$$

Dans ce cas, par calcul de la projection et en adaptant les gains, les effets de mode commun sont minimisés.

2.4.5 Seuil de détection d'un gradiomètre software

Supposons que nous disposions de $m + 1$ magnétomètres, réalisant chacun la projection sur le vecteur $\vec{a}_k$, et de gain α_k . Tous ces capteurs sont disposés en P_k , sur un même axe (Oz).

Comme nous l'avons vu au §2.1.1, en posant $\vec{A}_k = \alpha_k \vec{a}_k$,

$$\Phi = \sum_{k=0}^m \vec{A}_k \cdot \vec{B}(P_k) \quad (2.72)$$

$$= \sum_{k=0}^m \alpha_k \vec{a}_k \cdot \vec{B}(P_k) \quad (2.73)$$

Soient S_g^2 et $S_{b,k}^2$ les densités spectrales de bruit en entrée du gradiomètre et des différents magnétomètres. La densité spectrale de bruit du gradiomètre est limitée par le bruit intrinsèque à chaque voie, c'est-à-dire en dehors de tout bruit magnétique. Les $m + 1$ capteurs étant indépendants, on obtient :

$$S_g^2 = \sum_{k=0}^m \alpha_k^2 S_{b,k}^2 \quad (2.74)$$

Supposons tous les $S_{b,k}^2$ identiques et égaux à S_b^2 . Si S_g et S_b représentent les densités spectrales de bruit équivalent en champ du gradiomètre et des magnétomètres, il est possible d'écrire :

$$S_g = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^m \alpha_k^2 \right)} S_b \quad (2.75)$$

Un gradiomètre software composé de $m + 1$ magnétomètres atteint donc une densité spectrale de bruit intrinsèque similaire à celle d'un gradiomètre hardware si $\alpha_k = n_k$ (l'équation 2.75 donne des résultats identiques que ceux portés dans le tableau 2.1).

2.4.6 Cohérence entre les deux magnétomètres

Nous venons de déterminer le seuil de détection d'un gradiomètre software. Mais quelle sera la sensibilité d'un gradiomètre dans un milieu magnétique donné ?

Limitons-nous au cas d'un gradiomètre du premier ordre et à la présence d'une seule source de bruit magnétique b_x de densité spectrale $S_x^2(f)$, à la fréquence f . Soit $b_{n,1}$ (respect. $b_{n,2}$) le bruit de champ intrinsèque du premier magnétomètre

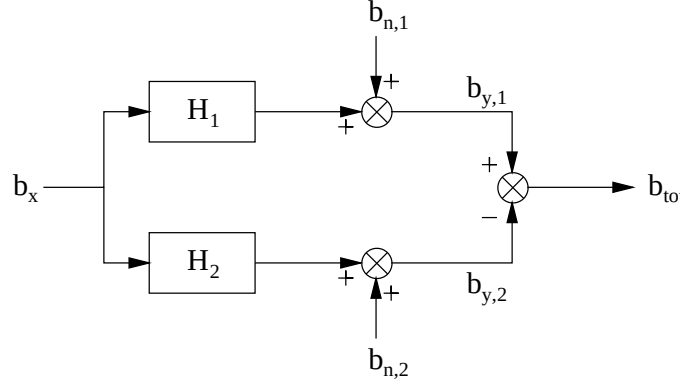


FIG. 2.18 – Schéma des interactions entre bruits

(respect. au second magnétomètre) de densité spectrale $S_{n,1}^2(f)$ (respect. $S_{n,2}^2(f)$). Notons aussi $b_{y,1}$ (respect. $b_{y,2}$ et b_{grad}) le bruit total de la voie 1 (respect. de la voie 2, du gradiomètre) de densité spectrale $S_{y,1}^2(f)$ (respect. $S_{y,2}^2(f)$, $S_{grad}^2(f)$). La figure 2.18 présente de manière synthétique l'interaction entre ces différents paramètres de bruit. La source magnétique b_x crée un signal sur les deux magnétomètres. Soient $H_1(f)$ et $H_2(f)$ les fonctions de transfert donnant le champ magnétique créé par b_x sur chaque magnétomètre. $H_1(f)$ et $H_2(f)$ dépendent à la fois de la fréquence temporelle et de la distance.

Globalement, la densité spectrale de fluctuations du gradiomètre est donnée par :

$$S_{grad}^2 = (b_{y,1} - b_{y,2}) (b_{y,1} - b_{y,2})^* \quad (2.76)$$

$$= S_{n,1}^2(f) + S_{n,2}^2(f) + |H_1(f) - H_2(f)|^2 S_x^2(f) \quad (2.77)$$

Nous retrouvons bien le terme correspondant à la somme quadratique des bruits intrinsèques, comme dans la partie précédente (cf. Equ. 2.75). Apparaît aussi un terme dépendant de la source. Il est intéressant de faire intervenir la cohérence entre les deux voies de mesure. Soit $\gamma^2(f)$ la fonction de cohérence entre $b_{y,1}$ et

$b_{y,2}$ définie par :

$$\gamma^2(f) = \frac{(b_{y,1} b_{y,2}^*) (b_{y,2} b_{y,1}^*)}{(b_{y,1} b_{y,1}^*) (b_{y,2} b_{y,2}^*)} \quad (2.78)$$

La décomposition de chaque terme donne :

$$(b_{y,1} b_{y,2}^*) = H_1(f) H_2(f)^* S_x^2 \quad (2.79)$$

$$(b_{y,2} b_{y,1}^*) = H_2(f) H_1(f)^* S_x^2 \quad (2.80)$$

$$(b_{y,1} b_{y,1}^*) = S_{n,1}^2(f) + |H_1(f)|^2 S_x^2(f) \quad (2.81)$$

$$(b_{y,2} b_{y,2}^*) = S_{n,2}^2(f) + |H_2(f)|^2 S_x^2(f) \quad (2.82)$$

Tous les produits croisés étant nuls, il vient :

$$\gamma^2(f) = \frac{1}{\left(1 + \frac{S_{n,1}^2(f)}{|H_1(f)|^2 S_x^2(f)}\right) \left(1 + \frac{S_{n,2}^2(f)}{|H_2(f)|^2 S_x^2(f)}\right)} \quad (2.83)$$

$$\gamma^2(f) = \left(1 - \frac{S_{n,1}^2(f)}{S_{y,1}^2(f)}\right) \left(1 - \frac{S_{n,2}^2(f)}{S_{y,2}^2(f)}\right) \quad (2.84)$$

Deux cas limitent se présentent : $\gamma = 0$ et $\gamma = 1$.

Lorsque $\gamma = 0$, au moins une des voies ne mesure pas le signal magnétique.

Dans ce cas, nous aurons toujours $S_{grad}^2(f) = S_{n,1}^2(f) + S_{n,2}^2(f)$.

Lorsque $\gamma = 1$, le bruit des deux voies est dominé par le bruit magnétique.

Il est filtré par le gradiomètre. Par contre, sans précision sur les distances, il est impossible de déterminer la valeur du bruit du gradiomètre. Nous pouvons uniquement dire que $S_{n,1}^2(f) + S_{n,2}^2(f) \leq S_{grad}^2(f) < S_{y,1}^2(f) + S_{y,2}^2(f)$.

L'étude de la cohérence entre les voies de mesure ne permet donc pas de déterminer à priori la sensibilité du gradiomètre. Par contre, elle donne un résultat qualitatif important. En observant la cohérence, il est possible de déterminer les bandes de fréquence pour lesquelles la réalisation du gradiomètre, à partir des

deux magnétomètres, pourra améliorer la mesure. Un excellent exemple est donné par la figure 4.20 page 196.

2.5 Conclusion

Le premier chapitre nous avait présenté les niveaux de bruit requis pour effectuer des mesures des signaux magnétiques cardiaques. En comparant ces signaux au bruit magnétique ambiant, nous avons constaté que toute mesure directe de MCG était impossible en environnement magnétiquement non-blindé. Nous avons envisagé alors d'effectuer un filtrage spatial des mesures magnétiques.

La gradiométrie répond bien au problème posé. Nous avons établi qu'un gradiomètre pouvait atténuer la mesure de champs évanescents lorsque la source leur donnant naissance était suffisamment lointaine. Pour un environnement magnétique donné, l'architecture du gradiomètre devant réaliser une mesure à la sensibilité donnée est définie en faisant des compromis entre différents paramètres : la complexité du système, l'ordre du gradiomètre, sa ligne de base ...

Le coeur se comporte comme un moment magnétique situé à environ 6 cm du thorax du patient. Pour mesurer, sans atténuation importante, le champ créé par ce moment magnétique, la ligne de base du gradiomètre doit être de 6 cm au moins. L'ordre du gradiomètre devrait alors être fixé pour permettre la réjection des bruits environnants, en fonction de la ligne de base choisie.

Enfin, les gradiomètres de type software ne nécessitent pas de difficultés microtechnologiques particulières, nous nous orientons dans un premier temps vers une telle mise en oeuvre. Pour obtenir les niveaux de bruit requis de $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$, nous devons utiliser des magnétomètres réalisés en matériaux supraconducteurs qui seront décrits dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Magnétomètre à SQUID continu

Nous avons placé cette étude dans le cadre de la magnéto-cardiographie : le signal magnétique créé par le coeur a une amplitude très faible, environ 50 pT, et sa mesure nécessite une densité spectrale de bruit équivalente en champ de l'ordre de $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ pour des fréquences allant du continu jusqu'à 100 Hz afin de permettre de réels diagnostics.

Nous pouvons utiliser certains dispositifs supraconducteurs, SQUID continu ou dc (Superconducting QUantum Interference Device direct current), à couplage direct, pour réaliser un magnétomètre ayant ces caractéristiques. Les matériaux supraconducteurs que nous utilisons atteignent leurs propriétés supraconductrices à environ 90 K. Un des objectifs de cette thèse était de mettre en oeuvre un cryostat de type tube à gaz pulsé pour rendre plus aisé l'utilisation de l'ensemble. Dans ce chapitre, nous verrons l'ensemble des éléments constituant ce magnétomètre, du SQUID dc au cryostat.

Après un tel bref rappel du fonctionnement du SQUID dc, nous optimiserons sa géométrie pour la mesure du champ magnétique. Son utilisation comme magnétomètre nécessite la mise en oeuvre d'un système contre-réactionné. Nous

l’analyserons en mettant l’accent sur ses limitations intrinsèques. Puis nous décrirons les systèmes permettant la mise en oeuvre du magnétomètre : l’électronique pré-amplificatrice et le système cryogénique, dont le tube à gaz pulsé.

3.1 Le SQUID dc

Nous commencerons cette partie par la description très sommaire de la supraconductivité et de la “brique élémentaire” de l’électronique supraconductrice : la jonction Josephson, qui permet entre autre de réaliser des SQUID dc que nous décrirons brièvement ensuite. Nous terminerons par l’évaluation des différentes densités spectrales de bruit caractérisant le SQUID dc.

Cette présentation nous permettra de fixer les éléments que nous utiliserons. Pour de plus amples présentations, on pourra se rapporter aux ouvrages de référence :

- sur la supraconductivité [65][81]
- sur les jonctions Josephson [2]
- et sur les SQUID dc [11].

3.1.1 Introduction à nos matériaux supraconducteurs

Certains matériaux étudiés en 1911 par H. K. Onnes [63], montrent des propriétés électromagnétiques très particulières lorsque leur température devient inférieure à une température dite critique et notée T_c :

- Ils conduisent un courant électrique continu sans perte.
- Ils expulsent totalement le champ magnétique de leur volume supraconducteur massif (ils deviennent des diamagnétiques parfaits : leur susceptibilité

magnétique χ vaut -1).

- Le flux au travers de la surface sous tendue par un tore supraconducteur est quantifié, de quantum de flux $\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,07 \cdot 10^{-15} \text{ Wb}$ où h est la constante de Planck ($h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$).

Ces propriétés correspondent à l'apparition d'un courant, non dissipatif, d'électrons appariés ou paires de Cooper, assimilables à des bosons dans la théorie B.C.S..

Longtemps, la température critique des matériaux supraconducteurs est restée inférieure à 25 K. En 1986, J. Bednorz et K. Müller ont mis en évidence les propriétés supraconductrices de certains oxydes de cuivre [3]. Très vite des températures critiques supérieures à 77 K ont été atteintes. Ces nouveaux dispositifs peuvent alors bénéficier d'une cryogénie à base d'azote liquide (et non plus d'hélium liquide). Actuellement, le supraconducteur à haute température critique (HTc) le plus utilisé reste l'oxyde de cuivre/barium/yttrium, $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$, plus couramment désigné par les abréviations YBaCuO ou YBCO. Ce matériau a une température critique de 92 K lorsque le déficit en oxygène δ est bien ajusté.

Nous avons utilisé des composés à base de films minces d'YBCO, déposé sur substrat de titanate de strontium, SrTiO_3 , STO par la suite.

3.1.2 Les jonctions Josephson (JJ)

Les jonctions Josephson (JJ) sont les “briques élémentaires” de l'électronique supraconductrices [2], au même titre que les diodes ou les transistors le sont pour l'électronique classique.

Une jonction Josephson [41] est constituée de deux supraconducteurs séparés par une fine épaisseur d'un matériau isolant. L'électrodynamique de la jonction

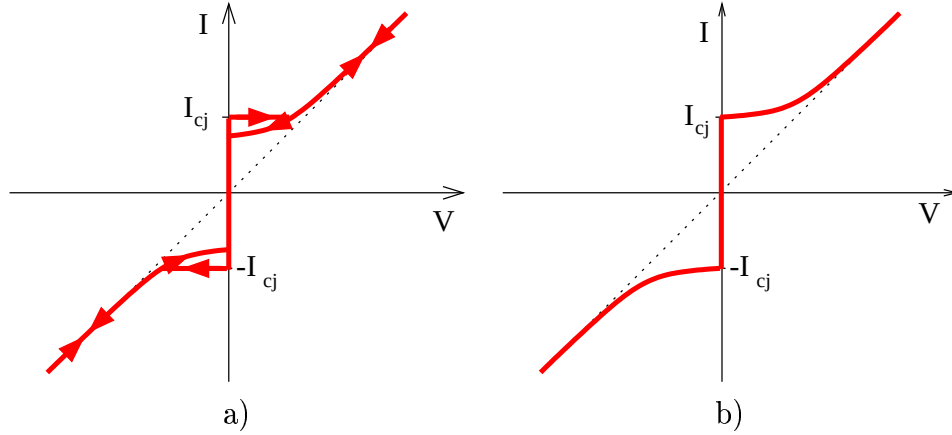


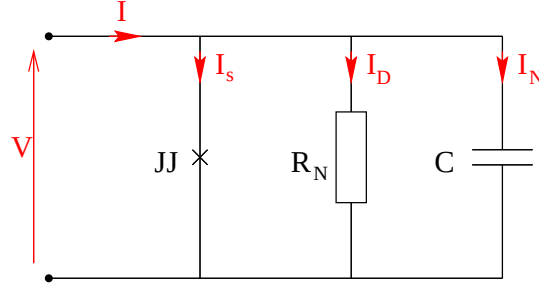
FIG. 3.1 – Caractéristique I - V pour une jonction SNS (supraconducteur-normal-supraconducteur) hystérétique (a) et non-hystérétique (b).

Josephson est par nature quantique, associée au passage par effet tunnel des paires de Cooper au travers de la barrière isolante. Ses propriétés électriques sont alors fortement non linéaires et sa caractéristique I - V est multivaluée. Le premier effet de Josephson, ou effet de Josephson continu, traduit le passage d'un courant continu non nul sans développer de tension aux bornes de la jonction. Pour un champ magnétique donné, le courant maximal qui la traverse sans développer de tension est nommé courant critique I_{cj} . Deux exemples de caractéristique I - V sont représentés figure 3.1.

Lorsque une résistance R est placée en parallèle de la jonction, le cycle d'hystérésis peut disparaître. Le modèle électrique RSJC (Resistively Shunted Junction with Capacitance) permet de décrire approximativement le comportement électrique des jonctions Josephson, d'autant mieux qu'elles sont shuntées.

Deux modes de conductions sont donc en compétition : celle des paires de Cooper (courant supraconducteur) et celle des électrons non appariés excités, ou quasi-particules, (courant normal). Le courant I qui traverse la JJ est décrit par la relation :

$$I = I_{cj} \sin(\theta) + \frac{1}{R}V + C \frac{dV}{dt} \text{ avec } V = \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\theta}{dt} \quad (3.1)$$

FIG. 3.2 – *Modèle RSJC d'une jonction Josephson*

où θ traduit le déphasage entre les fonctions d'onde de part et d'autre de la jonction. Cette expression fait apparaître des tensions oscillantes à plusieurs MHz. Nous considérerons toujours leur moyenne à basse fréquence, seul élément accessible par notre instrumentation. La figure 3.2 symbolise le comportement de la jonction par la mise en parallèle d'une résistance R , d'une capacité C et d'une jonction idéale, symbolisé par $\bullet \times \bullet$. Le paramètre de Mac Cumber β_c [75][13] permet de discriminer les jonctions qui ont un comportement hystérétique ($\beta_c > 0,7$) des autres :

$$\beta_c = \frac{2\pi R^2 I_{cj} C}{\Phi_0}$$

Pour les jonctions non-hystérétiques ($\beta_c \ll 1$), les effets capacitifs peuvent être négligés à basse fréquence. Le modèle RSJC se résume alors au modèle RSJ.

Dans cette étude, nous nous placerons toujours dans le cas de jonctions non-hystérétiques shuntées ($\beta_c \leq 0,7$). Plusieurs méthodes permettent de les réaliser (cf. Fig. 3.3). Pour les matériaux à haute température critique, tel que l'YBCO, les jonctions sur substrat bicristallin sont les plus couramment utilisées.

Rappelons aussi que la jonction est sensible au champ magnétique. Dans le cas d'une jonction étroite, l'évolution du courant critique en fonction du champ

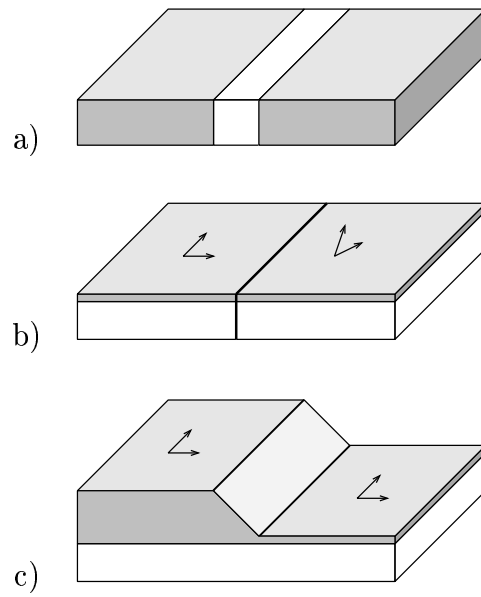


FIG. 3.3 – Différents types de jonctions Josephson

Les parties grisées représentent les éléments supraconducteurs. a) Cette JJ, jonction SNS, est réalisée en séparant deux parties supraconductrices par une partie normale. b) Il s'agit d'une JJ réalisée sur bi-cristal. La désorientation des 2 parties de substrats se propage au supraconducteur et crée un joint de grain. c) Sur cette jonction sur marche, 2 joints de grain apparaissent au niveau des changements de niveau. Dans ces deux derniers cas, le joint de grain se comporte comme une zone normale.

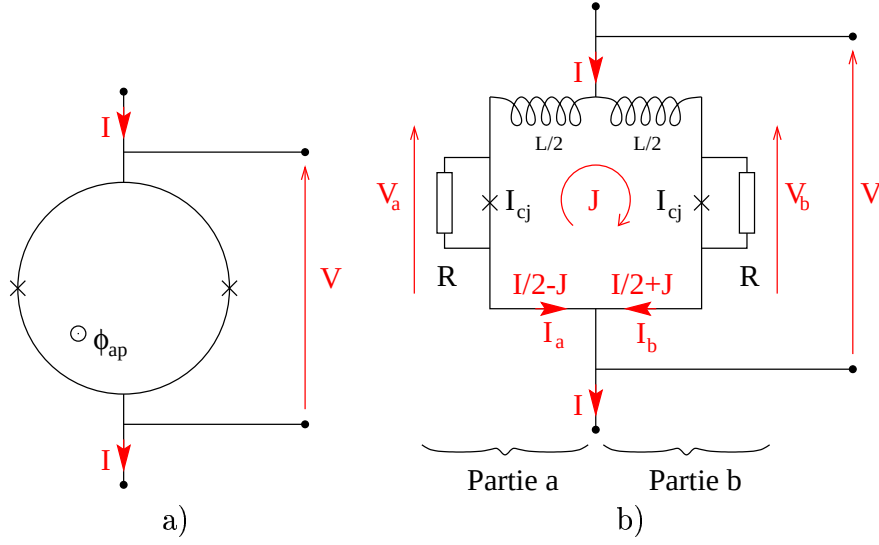


FIG. 3.4 – Représentation schématique SQUID dc (a) et la modélisation RSJ qui lui correspond lorsque le SQUID est symétrique (b)

magnétique est donnée par la relation [2] :

$$I_{cj}(B) = I_{cj}|_{\max} \left| \text{sinc} \left(\pi \frac{B}{B_0} \right) \right| \quad (3.2)$$

où $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$ et B_0 correspond au premier zéro de courant. Il s'agit d'une figure de diffraction analogue à celles de Fraunhofer en optique.

3.1.3 Description du SQUID dc

Un SQUID dc (Superconducting QUantum Interference Device direct current) est constitué d'une boucle supraconductrice interrompue par deux jonctions Josephson non hystérétiques (cf. Fig. 3.4-a) [11].

Modélisation du SQUID dc

Les caractéristiques I-V des jonctions utilisées sont non-hystérétiques. Elles peuvent être modélisées par leur représentation RSJ (la capacité est négligeable).

D'un point de vue électrique, la boucle du SQUID dc n'est autre qu'une inductance L . Mais, le flux magnétique qui la traverse est quantifié.

C.D. Clarke et J. Tesche [78] ont montré que les disparités entre branches d'un même SQUID dc n'ont que peu d'impact sur son comportement global. Nous nous limiterons donc à étudier les SQUID symétriques : les JJ ont un même courant critique I_{cj} et une même résistance normale R , les branches identiques ont la même inductance $L/2$. La figure 3.4-b représente ces différents paramètres.

Les équations caractéristiques du système sont déterminées à partir du modèle RSJ et de la quantification du flux . Un système de coordonnées réduites permet de normaliser ces valeurs et d'exprimer chaque grandeur par un paramètre sans dimension : les tensions sont exprimées en unité de $R I_{cj}$, les courants en unité de I_{cj} , les flux en unité de Φ_0 et les temps en unité de $\Phi_0/2\pi I_{cj}R$. Il apparaît alors une inductance réduite β :

$$\beta = \frac{2 L I_{cj}}{\Phi_0} \quad (3.3)$$

Les équations de comportement du SQUID dc via le modèle RSJ ne sont pas présentées ici. Le lecteur intéressé pourra se reporter aux articles de C.D. Tesche et J. Clarke [78][79].

Courant critique du SQUID dc

Ces équations traduisent notamment qu'un courant non nul peut polariser le SQUID dc sans engendrer la moindre différence de potentiel. Le courant maximal, à champ donné, est le courant critique du SQUID I_{cs} . A champ nul, il vaut $2 I_{cj}|_{\max}$. Il subit une double dépendance en champ (cf. Fig. 3.5). Dans la figure de diffraction de Fraunhofer de chaque jonction s'inscrit une figure d'interférences dites "quantiques", car résultant directement de l'électrodynamique des jonctions

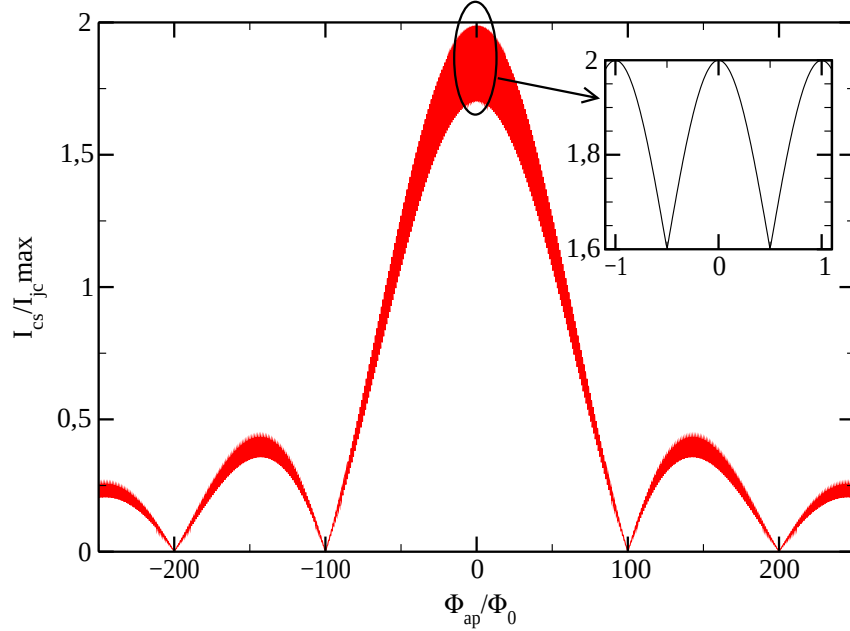


FIG. 3.5 – Évolution du courant critique d'un SQUID dc en fonction du champ magnétique

Pour les besoins de la représentation, les champs magnétiques, pour lesquels le courant critique du SQUID dc I_{cs} s'annule, correspondent à un flux multiple de $100 \Phi_0$.

et de la quantification du flux magnétique au travers de la boucle supraconductrice des SQUID (cf. Fig. 3.5). L'amplitude de la modulation de courant critique est :

$$\Delta I_{cs} = \frac{2 I_{cj}}{\beta + 1} \quad (3.4)$$

Caractéristique I-V

A courant de polarisation donné ($I = \text{cte}$), lorsqu'une tension apparaît aux bornes du système ($I > I_{cs}$), le courant J qui circule dans la boucle supraconductrice et la tension V oscillent dans le temps. La fréquence des oscillations

de V , deux fois inférieure à celle de J , est proportionnelle à la valeur moyenne de V et vaut $\langle V \rangle / \Phi_0$. Pour une tension moyenne de quelques nanovolts, cette fréquence est déjà supérieure au mégahertz. Ces fréquences sont invisibles pour l'instrumentation externe au SQUID, seule la valeur moyenne de V est utile. Pour simplifier les notations, nous assimilerons toujours V à sa valeur moyenne.

Le point de fonctionnement du SQUID dc dépend du flux magnétique qui le traverse. Il est toujours compris entre deux courbes limites obtenues pour les valeurs entières et demi-entières du flux par rapport à Φ_0 (cf. Fig. 3.6). Ces deux courbes sont identiques pour les courants de quelques I_{cs} : la relation I-V est uniquement ohmique. La résistance équivalente du SQUID dc correspond à la mise en parallèle des deux résistances normales des jonctions, c'est-à-dire $R/2$.

Ainsi, pour un courant de polarisation I_p constant, la tension V (à basse fréquence) varie périodiquement par rapport au flux avec une période de Φ_0 . Soit ΔV l'amplitude de $V(\Phi)$.

ΔV est maximal pour un point de polarisation légèrement supérieur au courant critique du SQUID dc : $I_p \simeq 1,1 I_{cs}$. Empuku *et al.* ont déterminé l'expression suivante [27] :

$$\Delta V \simeq \frac{7}{\pi^2} \frac{R I_{cj}}{1 + \beta} \left(1 - \sqrt{\frac{L}{L_T}} \right) \quad (3.5)$$

avec L_T une inductance dépendant de la température [11] telle que :

$$L_T = \frac{\Phi_0^2}{4\pi k_b T} = 320 \text{ pT} |_{T=77 \text{ K}} \quad (3.6)$$

où k_b est la constante de Boltzmann ($k_b = 1,380 \cdot 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$).

Comme le montre la figure 3.6-c, une petite variation de flux autour de $(n \pm \frac{1}{4}) \Phi_0$ se traduit par une variation de V beaucoup plus importante. Le SQUID dc est donc un flux-mètre à haute sensibilité.

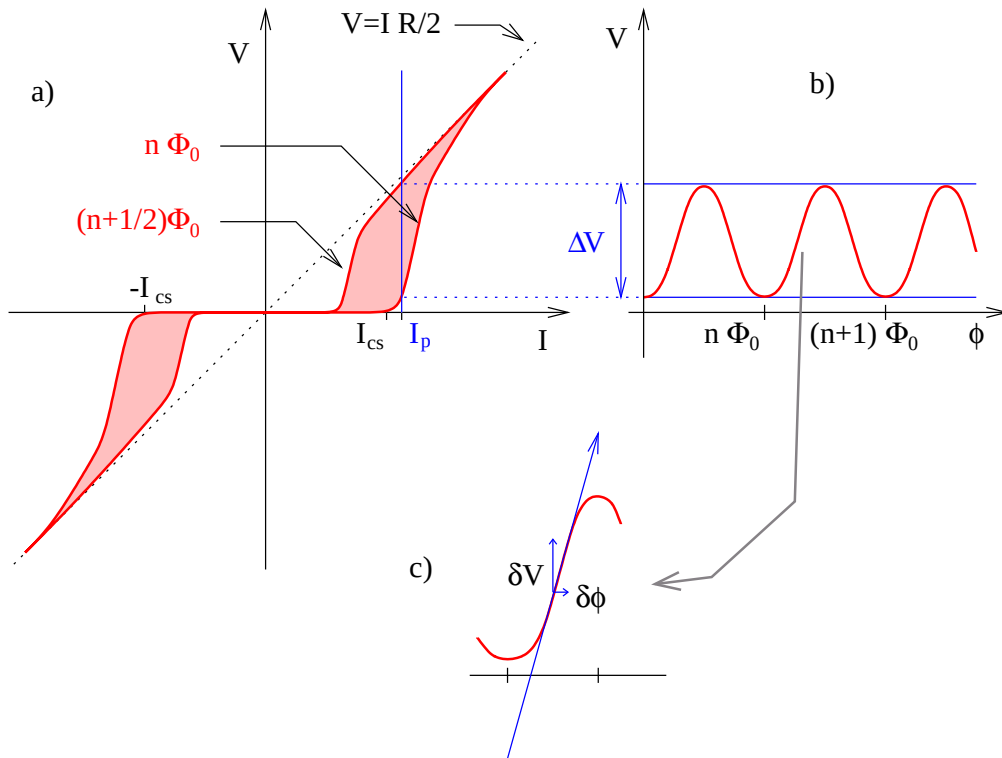


FIG. 3.6 – Ensemble des points de fonctionnement du SQUID dc : a) I - V , b) et c) V - ϕ

La figure c) représente l'effet d'une petite variation de flux autour de $(n + \frac{1}{4}) \Phi_0$, point de plus forte pente.

En petits signaux, ce transfert V_Φ peut être exprimé à partir des variations du courant critique (cf. Equ. 3.4) :

$$V_\Phi = \frac{\partial V}{\partial \phi} = \frac{\partial V}{\partial I} \frac{\partial I}{\partial \phi} = R_{ds} \frac{2 \Delta I_{cs}}{\Phi_0} = \frac{2 R_{ds}}{L} \frac{\beta}{1 + \beta} \quad (3.7)$$

où R_{ds} désigne la résistance dynamique du SQUID dc au point de fonctionnement. La variation de V en fonction du flux est quasiment sinusoïdale lorsque le SQUID dc est correctement polarisé ($I_p \simeq 1,1 I_{cs}$). Il est alors possible de déterminer directement à partir de la variation sinusoïdale de la tension (cf. Equ. 3.5) le transfert en flux du SQUID dc :

$$V_\Phi \simeq \frac{\pi \Delta V}{\Phi_0} \quad (3.8)$$

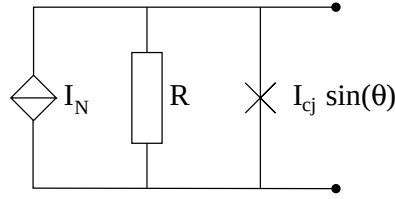
Passage du flux-mètre au magnétomètre

Le SQUID dc réagit au flux qui traverse sa boucle de capture. Suivant les dispositifs de couplage, la surface de capture peut être modifiée. La proportionnalité entre le flux et le champ moyen mesuré dépend de la surface efficace du SQUID A_{eff} . Soit B le champ supposé constant sur la surface de mesure. Il s'écrit :

$$B = \frac{1}{A_{eff}} \Phi \quad (3.9)$$

Le SQUID dc transforme donc une variation de champ magnétique en variation de tension avec un transfert maximal champ - tension V_B de :

$$V_B = \frac{V_\Phi}{A_{eff}} = \frac{\pi \Delta V}{A_{eff} \Phi_0} \quad (3.10)$$

FIG. 3.7 – *Modèle de bruit d'une jonction Josephson shuntée*

3.1.4 Bruit des dispositifs à SQUID dc

L'étude du bruit dans les SQUID dc a notamment été menée par C.D. Tesche et J. Clarke [78][79].

A toute résistance R correspond une fluctuation de courant liée à l'agitation thermique. I_N est la source de bruit de courant liée à cette résistance. La formule de Nyquist donne sa densité spectrale de bruit en courant S_I^2 à la fréquence f :

$$S_I^2(f) = \frac{4k_bT}{R} \quad (3.11)$$

Il s'agit d'un bruit blanc (indépendant de la fréquence).

Pour une jonction non-hystérétique décrite par le modèle RSJ, le bruit thermique lié à la résistance normale est dominant. Une telle JJ peut alors être considérée comme une JJ non bruyante associée à une source de courant de bruit (cf. Fig. 3.7).

Chaque jonction constituant le SQUID dc est une source indépendante de bruit en courant de même densité spectrale S_I^2 . Ce bruit contribue directement à la densité spectrale de tension S_V^2 apparaissant aux bornes du SQUID via la résistance dynamique, caractéristique du transfert courant - tension. Le courant circulant dans une boucle génère une variation équivalente de flux détecté par le

SQUID. On a donc :

$$S_V^2 = \left(\left(\frac{\partial V}{\partial \phi} \right)^2 \frac{L^2}{4} + R_{ds}^2 \right) (2 S_I^2) \quad (3.12)$$

Il est alors possible de déterminer sa densité spectrale de bruit équivalent en flux S_ϕ^2 :

$$S_\phi^2 = \left(\frac{\partial \phi}{\partial V} \right)^2 S_V^2 = \left(L^2 + \frac{4 R_{ds}^2}{(\partial V / \partial \phi)^2} \right) \frac{2 k_b T}{R} \quad (3.13)$$

et sa résolution énergétique ε^2 :

$$\varepsilon^2 = \frac{S_\phi^2}{2L} = \left(L^2 + \frac{4 R_{ds}^2}{(\partial V / \partial \phi)^2} \right) \frac{k_b T}{R L} \quad (3.14)$$

La densité spectrale de bruit équivalent en flux est proportionnelle à celle en champ S_B^2 telle que :

$$S_B^2 = \left(\frac{1}{A_{eff}} \right)^2 S_\Phi^2 = \frac{2 L}{A_{eff}^2} \varepsilon^2 \quad (3.15)$$

Dans le cas des dispositifs réalisés par des matériaux supraconducteurs de type II (cas de l'YBCO), il existe un état mixte supraconducteur-normal. Il apparaît notamment lorsque la transition vers l'état supraconducteur est opérée en champ magnétique non nul et il se traduit par l'apparition de vortex : zone normale dans le supraconducteur.

A chaque vortex correspond un quantum de flux Φ_0 . Leurs mouvements génèrent donc un bruit magnétique basse fréquence. Dans cette étude, nous n'en tiendrons compte que pour comprendre certaines mesures. Une analyse des bruits magnétiques dans les oxydes de cuivre supraconducteurs est mené par M. J. Ferrari *et al.* [32]. On pourra aussi se reporter aux articles de E. Dantsker [15][14] qui présentent une méthode pour réduire ces bruits basse fréquence à l'aide de trous ménagés dans la couche.

3.2 Optimisation du SQUID dc comme magnéto- mètre

Dans ce paragraphe, le couplage du SQUID dc au champ extérieur est rappelé dans la configuration adoptée pour les dispositifs à haute température critique : le couplage direct, initié par M. Matsuda [59]. Nous présenterons les résultats expérimentaux obtenus visant à optimiser la section des jonctions sur joint de grain mises en oeuvre, notamment par usinage ionique à l'aide d'un faisceau d'ions focalisé (FIB).

3.2.1 Rappel des résultats pour un SQUID dc non couplé

A la fin des années 1970, C.D. Tesche et J. Clarke ont montré par simulation numérique [78][79], dans le cas des supraconducteurs à basse température critique, que la résolution énergétique du SQUID dc était optimale pour $\beta \simeq 1$.

Pour un SQUID dc à haute température critique avec $\beta = \frac{2LI_{cj}}{\Phi_0} \simeq 1$ [10], le coefficient de transfert en flux peut se mettre sous la forme :

$$V_\Phi \simeq \frac{7}{\pi} \frac{RI_{cj}}{1+\beta} \left(1 - \sqrt{\frac{L}{L_T}}\right) \frac{1}{\Phi_0} \quad (3.16)$$

avec la densité spectrale de bruit équivalent en flux :

$$S_\phi^2 = \left(\frac{4\pi}{7} \frac{1+\beta}{RI_{cj} \left(1 - \sqrt{L/L_T}\right)} \right)^2 k_B T R \Phi_0^2 \quad (3.17)$$

Remarquons que l'inductance réduite β représente l'inductance normalisée suivant les caractéristiques des jonctions (cf. Equ. 3.3). Les deux paramètres, R et I_{cj} , sont étroitement liés au matériau supraconducteur, à la qualité de la

couche et aux dimensions géométriques des jonctions. Pour les jonctions en YBCO sur substrat bicristallin, la valeur typique du produit RI_{cj} à 77 K est d'environ $100 \mu\text{V}$ [10]. Finalement dans le cas des HTc, l'inductance L est la seule variable sur laquelle peuvent s'effectuer les ajustements conduisant à l'optimisation.

Dans ces conditions, l'expression 3.17 mène à :

$$S_\phi|_{\beta=1, RI_{cj}=100 \mu\text{V}, T=77 \text{ K}} = 0,3702 \frac{\sqrt{L}}{1 - \sqrt{L/L_T}} [\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.18)$$

A titre d'exemple, pour $L = 50 \text{ pH}$, $S_\phi = 4 \cdot 10^{-6} \Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$. Cette dernière valeur est remarquable pour un dispositif à 77 K. Toutefois, cet enthousiasme doit être pondéré si l'on calcule le niveau de bruit équivalent en champ $S_B = \frac{S_\phi}{A_s}$ avec A_s la surface du SQUID ($A_s \simeq \left(\frac{L}{1,25 \mu_0}\right)^2$) : $S_B \simeq 10 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Cette valeur est comparable à la densité spectrale de bruit blanc équivalent en champ de certains capteurs commerciaux fonctionnant à 300 K, $S_B \simeq 3 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ pour les flux-gates MAG03 de la société *Bartington* (cf. §4.1) ou certaines magnéto-résistances de *Honeywell* ($S_B \simeq 40 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$).

3.2.2 Le SQUID dc à couplage direct et optimisation de la surface de capture

La fabrication de SQUID dc à haute température critique est actuellement soumise à plusieurs contraintes. Citons :

- la taille des substrats disponibles à coût raisonnable est de 1 cm^2 en version “bicristal”.
- la reprise d'épithaxie nécessaire à l'élaboration de dispositifs multicouches est difficile à contrôler, ce qui limite non seulement la fabrication des jonctions,

mais aussi la réalisation de structure intégrée de couplage, bien maîtrisée pour les dispositifs à basse température critique.

La technique la plus simple souvent retenue a été introduite par M. Matsuda [59]. Elle consiste à substituer, au couplage magnétique classique du SQUID via le secondaire d'un transformateur de flux dont le primaire constitue la boucle de capture, une injection directe du courant du primaire dans la boucle du SQUID.

La figure 3.8 donne la vue d'ensemble, le détail de la boucle de capture ainsi que le modèle électrique qui lui est associé.

Ainsi, un champ magnétique B_{ap} appliqué à la boucle de capture de surface A_c et d'inductance L_c génère un courant J_c dans cette dernière :

$$J_c = B_{ap} \frac{A_c}{L_c} \quad (3.19)$$

Suivant les notations introduites en légende de la figure 3.8, il est possible aussi de définir un coefficient de couplage k_c tel que $L_s = k_c L$ et $L_p = (1 - k_c) L$. Le courant J_c génère le flux $L_s J_c$ dans la boucle du SQUID. Le flux Φ mesuré par le SQUID est donc la somme de deux contributions : celle liée au champ qui traverse directement L , et celle liée au couplage galvanique :

$$\Phi = A_s B_{ap} + L_s \frac{A_c}{L_c} B_{ap} \quad (3.20)$$

$$= \left(A_s + A_c \frac{L_s}{L_c} \right) B_{ap} \quad (3.21)$$

où A_s est la surface de la boucle du SQUID dc. Comme nous l'avons vu préalablement (Equ. 3.9), la proportionnalité entre Φ et B_{ap} est appelée surface effective de capture, A_{eff} .

$$A_{eff} = A_s + A_c \frac{L_s}{L_c} \quad (3.22)$$

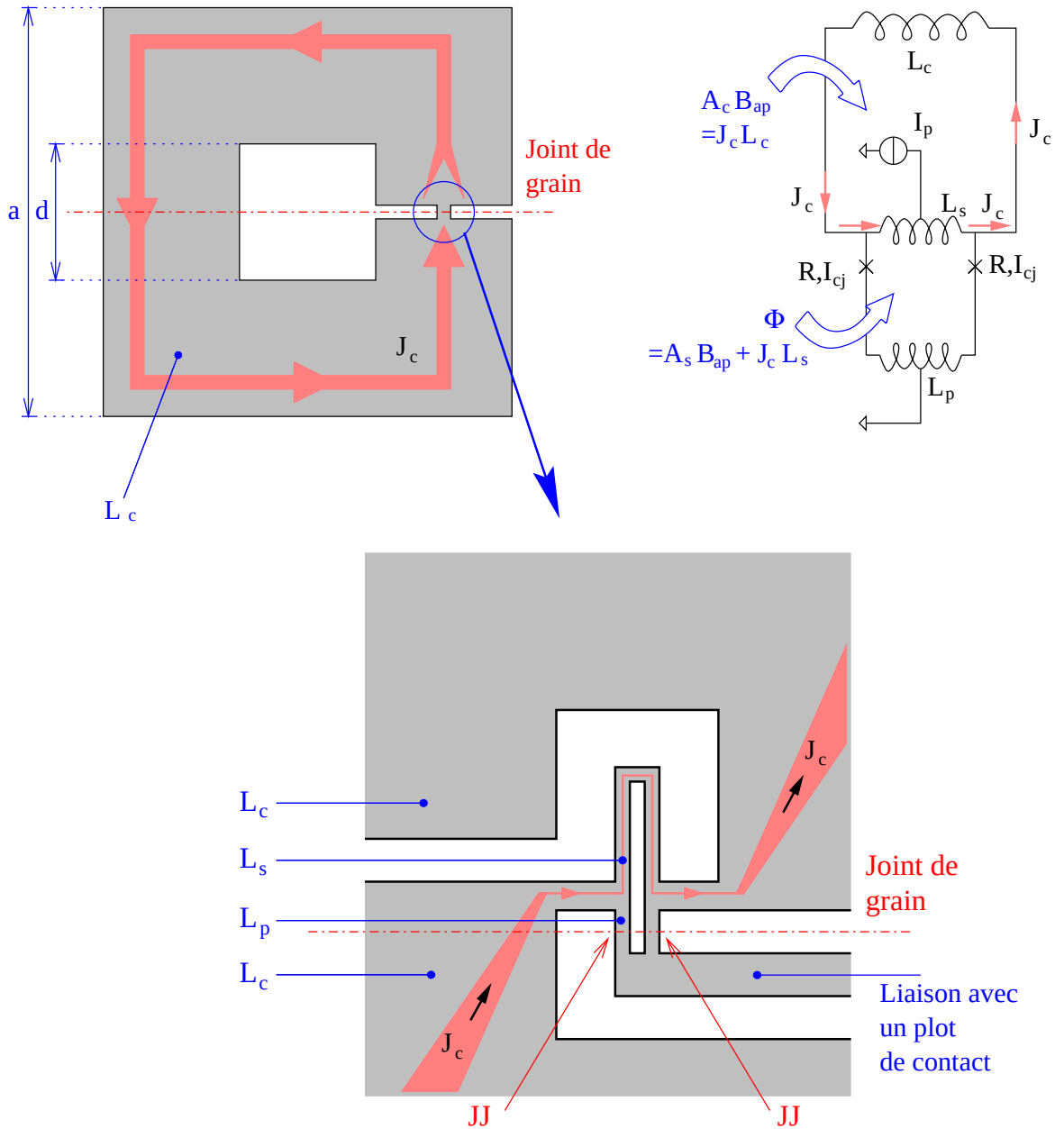


FIG. 3.8 – SQUID dc à couplage direct: schéma de principe, vue d'ensemble et zoom sur la zone active

On a : $L = L_s + L_p$ inductance du SQUID, L_s inductance utile et L_p inductance parasite. Le champ appliqué B_{ap} à la surface de capture A_c génère un courant J_c . Ce dernier est directement injecté dans la boucle du SQUID dc. Il produit alors un flux $J_c L_s$ qui est mesuré par le SQUID proprement dit.

Une photographie de la partie sensible d'un tel dispositif se trouve page 158 (Fig. 3.30).

En général, la boucle du SQUID mesure quelques μm de côté, sa surface A_s peut alors être négligée vis-à-vis de $A_c \simeq 1 \text{ cm}^2$. D'où,

$$A_{eff} \simeq \frac{A_c}{L_c} k_c L \quad (3.23)$$

Les jonctions voient deux inductances L_c et L en parallèle. La valeur de L_c étant beaucoup plus importante que celle de L , elle n'influe pratiquement pas sur les paramètres du SQUID. Celui-ci peut alors être optimisé indépendamment de la surface de capture.

Ainsi, pour un SQUID dc donné avec A_s et L fixés, le couplage est optimal lorsque A_c/L_c et k_c sont les plus grands possibles. Pour une boucle carrée de côté externe a et interne d (cf. Fig. 3.8), le rapport A_c/L est maximal pour $(a - d)/2 > d$ [10]. La surface A_c vaut alors :

$$A_c = ad \quad (3.24)$$

L'inductance L_c est alors approchée par la relation:

$$L_c \simeq 1,25 \mu_0 d \quad (3.25)$$

La surface effective de capture optimale du magnétomètre ne dépend, par conséquent, que de a et est finalement :

$$A_{eff} \simeq \frac{a}{1,25 \mu_0} L_s \quad (3.26)$$

A titre d'exemple, pour un SQUID dc à couplage direct de côté externe 8 mm (inscrit dans le substrat de $10\text{mm} \times 10\text{mm}$), la surface effective de capture est

réduite à 0,25 mm² pour une inductance de SQUID de 50 pT. Le gain par rapport à la surface du SQUID seul est d'environ 25, et la surface effective est largement plus faible que l'encombrement de la boucle de capture. Les performances de ce mode de couplage sont donc loin d'être extraordinaires.

3.2.3 Optimisation de S_B^2 pour un SQUID dc à couplage direct ($R I_c$ étant fixé)

La boucle de capture perturbant peu les caractéristiques du SQUID, les résultats précédents (§3.2.1) restent valables.

La valeur optimale de S_ϕ^2 étant donnée pour $\beta = 1$, et d'après les équations 3.17 et 3.26, la densité spectrale de bruit équivalent en champ du SQUID vaut alors :

$$S_B^2 = \frac{1}{A_{eff}^2} S_\phi^2 \quad (3.27)$$

$$= \left(\frac{5 \pi \mu_0}{7 k_c a} \right)^2 \frac{(1 + \beta)^2}{\beta} \frac{2 \Phi_0}{R I_{cj}} k_B T \left(\frac{1}{\sqrt{L}} \frac{1}{1 - \sqrt{L/L_T}} \right)^2 \quad (3.28)$$

soit,

$$S_B|_{\beta=1, R I_{cj}=100 \mu V, T=77 \text{ K}} = 1,817 \cdot 10^{-19} \frac{\sqrt{L}}{1 - \sqrt{L/L_T}} [\text{T}/\sqrt{\text{Hz}}] \quad (3.29)$$

qui ne dépend que de la valeur de L (avec $L = L_s + L_p$).

La figure 3.9 représente l'ensemble des paramètres intervenant dans l'optimisation du magnétomètre. Elle montre qu'il existe une inductance optimale $L_{opt} \simeq 65 \text{ pH}$ permettant d'atteindre une densité spectrale de bruit équivalent en champ optimale : $S_B = 40 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$, avec de plus $a = 0,8 \text{ mm}$ et $k_c = 0,8$.

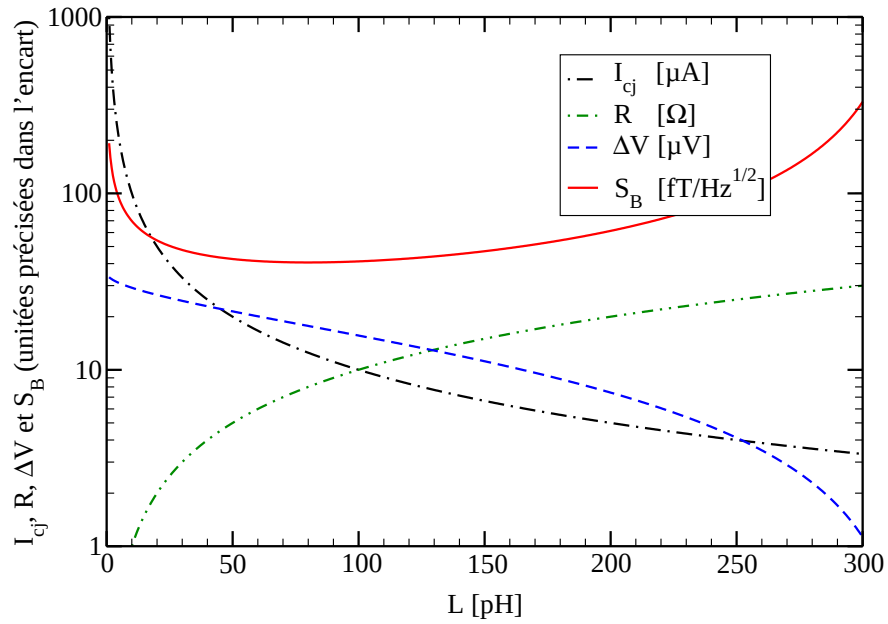


FIG. 3.9 – Évolution de quelques paramètres significatifs d'un SQUID dc à couplage direct, et notamment de sa densité spectrale de bruit équivalent en champ, en fonction de L , pour $\beta = 1$, $R I_{cj} = 100 \mu V$ [69][10].

Angle [°]	R [Ω]	I_{cj} [μA]	RI_{cj} [μV]	β pour $L = 50$ pT
24	2	100	200	5
36.8	7	10	70	0,5
30	10	20	200	1

TAB. 3.1 – R et I_{cj} typique (à 77 K) pour des jonctions, de 2 μm de large, réalisées sur des bi-cristaux dont l'angle de désorientation varie (avec une épaisseur de 150 nm de YBCO) [28]

Les valeurs caractérisant la boucle de capture a , d et k_c sont purement géométriques. Il en est de même pour L car la contribution de l'inductance cinétique dépend également de la géométrie. Par contre, le produit $RI_{cj} = \rho j_{cj}$ (où ρ est la résistivité des jonctions et j_{cj} leur densité de courant critique) dépend uniquement de la qualité du film supraconducteur et du joint de grain. Il reste donc à déterminer les conditions qui nous permettront d'obtenir RI_{cj} voisin de 100 μV.

3.2.4 Optimisation de S_B^2 pour un SQUID dc à couplage direct en fonction de l'angle du bi-cristal

Nos dispositifs sont réalisés par dépôt d'une couche d'YBCO sur des substrats bi-cristallins de STO. Chaque substrat est caractérisé par un angle de désorientation entre les deux mono-cristaux qui le composent. Généralement, ce dernier vaut 24° ou 36,8°. Mais, depuis 1997, des bi-cristaux de 30° sont aussi utilisés [60]. K. Empuku présente les caractéristiques d'une cinquantaine d'échantillons réalisés à l'aide de substrat bi-cristallin d'angle variable [28]. Le tableau 3.1 présente les caractéristiques électriques moyennes qui ressortent de son étude, elles sont identiques à celle présentées comme typiques par Cantor [10]. Il est à noter que ces caractéristiques sont des valeurs moyennes, et que les écarts rencontrés pour un même type de dispositifs sont relativement importants : des variations de

R et de I_{cj} d'un ordre de grandeur ne sont pas rares. En revanche, la dispersion est moins élevée sur le paramètre RI_{cj} [28].

Cas des bi-cristaux STO 24°

Comme le montre le tableau 3.1, des jonctions de $2\ \mu\text{m}$ de large ne permettent pas d'optimiser convenablement un SQUID dc ($\beta \neq 1$). Il s'avère nécessaire de diminuer le courant critique des jonctions. Nos moyens de photolithogravure nous permettent d'assurer de façon standard des gravures de lignes de $3\ \mu\text{m}$ de large. Cette taille est donc incompatible avec la largeur nécessaire à la réalisation de jonctions optimisées. Nos dispositifs ont alors été réalisés en deux étapes de gravure :

- Après le dépôt de la couche d'YBCO sur le bi-cristal de STO, un masque est gravé par photo-lithogravure classique. Il crée une jonction d'une largeur d'environ $10\ \mu\text{m}$ et prépare une boucle de capture d'environ $50\ \text{pH}$.
- La mesure du RI_{cj} de cette jonction permet d'évaluer sa résistivité et sa densité de courant critique. Les 2 jonctions composant le SQUID sont alors gravées par un faisceau d'ions focalisé (FIB), en séparant la première jonction en deux parties de taille convenable. Ce travail est effectué au Laboratoire des Microstructures et de Microélectroniques (L2M) de Bagneux (cf. Fig. 3.11) [69].

Cette technique n'a pu être utilisée que pour un nombre très réduit d'échantillons. La figure 3.10 donnent un exemple de caractéristique de SQUID dc ayant subit avec succès l'ensemble du processus. Notons que si le traitement par FIB peut aussi être utilisé pour réaliser des jonctions, les risques de dégradations, liés principalement aux transits entre laboratoires, aux problèmes de stockage et

I-V

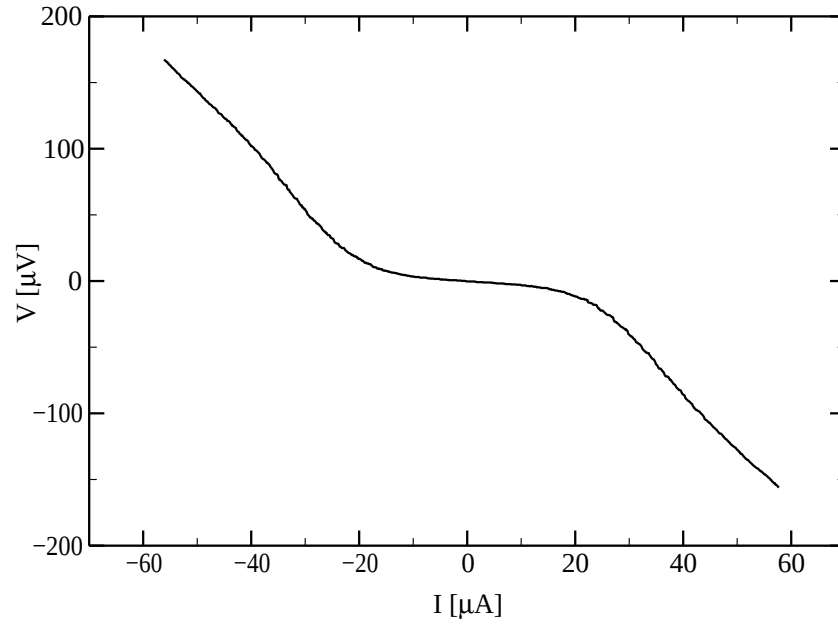
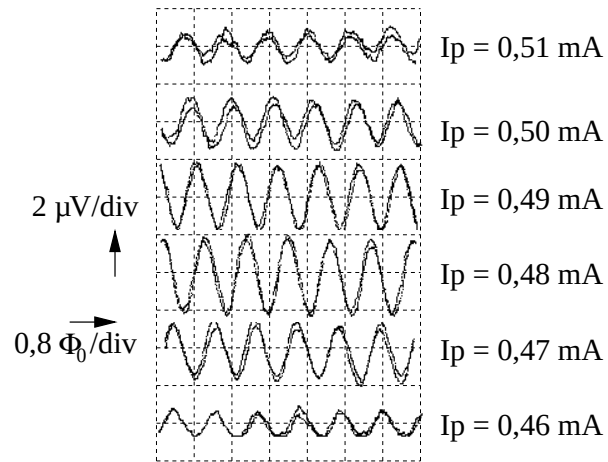
V- Φ 

FIG. 3.10 – Caractéristiques I-V et V- Φ (pour différents points de polarisation) d'un SQUID ayant été optimisé par usinage FIB

aux durées d'intervention, sont alors grandement accrus. Il est hautement souhaitable d'avoir le contrôle total de l'ensemble des opérations, qui peuvent ainsi être menées sur un plus grand nombre d'échantillons.

Cas des bi-cristaux STO 30°

Les substrats de 30° devaient nous permettre de nous affranchir de l'étape FIB. En effet, la largeur de la jonction nécessaire à l'optimisation du SQUID est compatible avec nos procédés de photo-lithogravure (cf. Tab. 3.1). Utilisant ce type de substrat, de très nombreux groupes réalisent des dispositifs aux caractéristiques excellentes [60][28][5].

Pourtant, en dépit de nombreux essais portant sur la période 98-99, nous n'avons pas obtenu les résultats escomptés pour des raisons à ce jour ignorées. Ce problème crucial a finalement mené à l'achat, malheureusement trop tardif, de un puis deux SQUID dc à la compagnie *NKT*. Remarquons qu'à cette même époque cette compagnie avait également des difficultés de fabrication de SQUID sur bicristaux, nous avons du attendre leur premier SQUID, mettant en oeuvre des jonctions de type rampe.

3.3 Magnétomètre à SQUID dc et FLL

La caractéristique $V-\Phi$ est périodique de période Φ_0 , mais la plage de linéarité de ce transfert est réduite (cf. Fig. 3.12). Pour l'augmenter, il est possible de contre-réactionner le système. Le SQUID dc sert alors de comparateur de flux.

Nous présenterons ci-après ce mode de fonctionnement puis nous analyserons ses limitations. Elles sont essentielles à tout fonctionnement en environnement non blindé. En effet, le magnétomètre doit réaliser un compromis entre niveau de

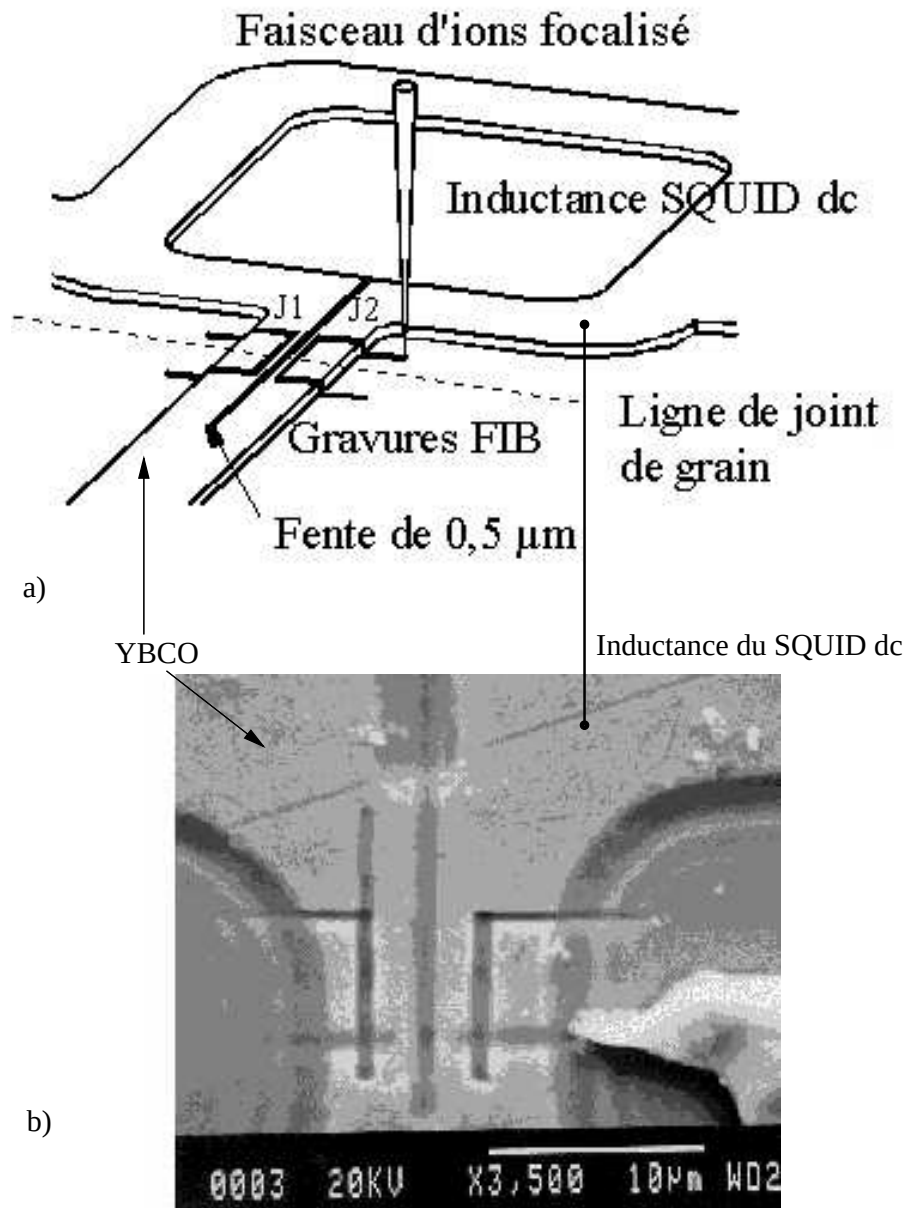


FIG. 3.11 – Gravure FIB des échantillons [69]

a) Principe de la méthode

b) Vue des jonctions re-gravées par FIB (BI7), le joint de grain n'est pas visible sur cette image de microscopie à balayage électronique.

L'YBCO a été déposé en couche mince sur un substrat bicristallin. Il est gravé par photo-lithographie. La figure (a) schématise la zone active du SQUID lors de la phase de gravure par FIB. L'YBCO est ouvert au niveau du joint de grain pour réaliser les deux jonctions composant le SQUID. Les ouvertures débordent sur le substrat pour s'assurer du bon fonctionnement du dispositif.

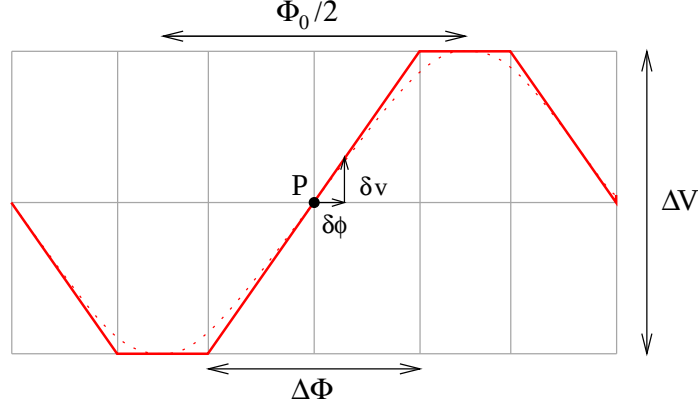


FIG. 3.12 – Caractéristique réelle et linéarisée $V-\phi$ d'un SQUID dc
 La courbe en pointillés représente la caractéristique $V-\phi$ réelle pour un courant de polarisation correctement choisi ($I_p \simeq 1,1 I_{cs}$). En trait plein est indiquée la linéarisation de cette caractéristique autour de quatre points par période : deux de pente nulle ($\phi = n \frac{\Phi_0}{2}$) et deux de pente maximale ($\phi = (2n + 1) \frac{\Phi_0}{4}$). P représente le point de polarisation en tension ($V = V_p$) et en flux ($\phi = \phi_p$).

bruit et dynamique de réjection.

3.3.1 La boucle à verrouillage de flux : FLL

En fonctionnement linéaire, le bouclage du système permet de conserver la valeur du flux total dans la zone de linéarité $\Delta\Phi$. Le flux est verrouillé autour du point de travail P . L'ensemble du système constitue une boucle à verrouillage de flux (FLL¹). D. Drung en a fait une excellente présentation [22].

Une représentation idéale d'une contre-réaction en flux associée à un SQUID est donnée figure 3.13. La boucle de retour est constituée d'une inductance L_f et d'une résistance R_f . Elle est couplée au SQUID. Ce couplage est défini par la mutuelle inductance M_f . Ainsi, la tension de sortie est transformée en flux. L'inductance L_f est supposée suffisamment faible pour que ce transfert soit constant sur toute la bande passante du système.

1. FLL : flux locked loop en anglais (boucle à verrouillage de flux)

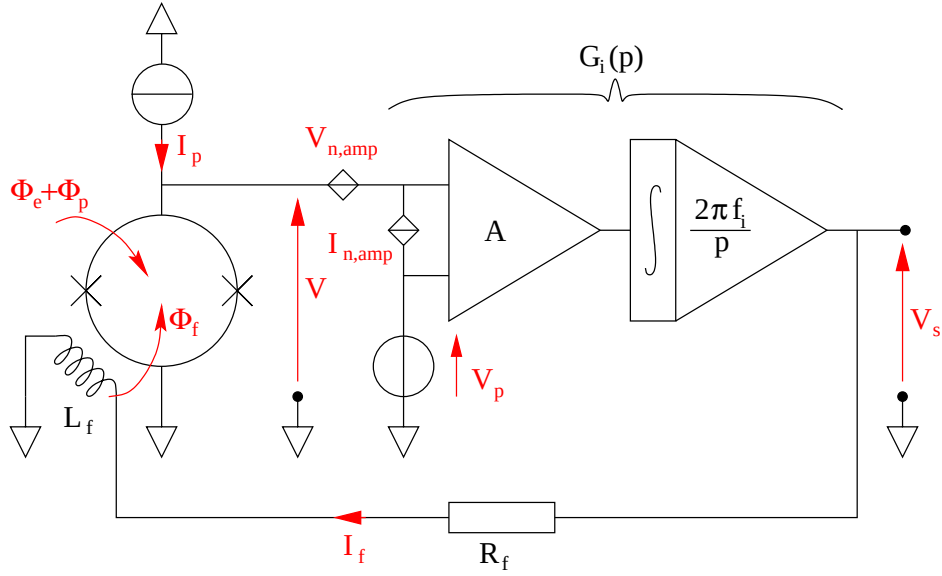


FIG. 3.13 – Boucle à verrouillage de flux idéale

Le bruit de l'électronique est modélisé en entrée par une source de bruit de tension $V_{n,amp}$ de densité spectrale $S_{V,amp}^2$ et par une source de bruit de courant $I_{n,amp}$ de densité spectrale $S_{I,amp}^2$. L'amplificateur et l'intégrateur représentés sont donc non bruyant.

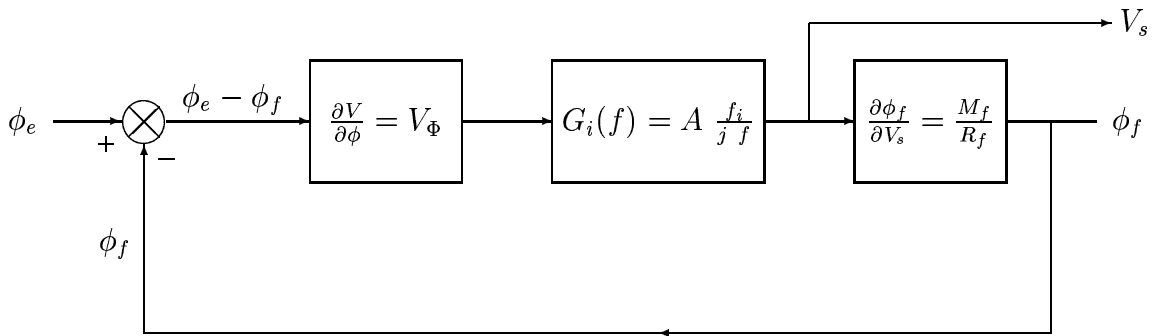


FIG. 3.14 – Schéma bloc de la boucle à verrouillage de flux idéale non bruyante

Le SQUID dc est alors soumis à deux flux : le flux extérieur Φ_e qui doit être mesuré et le flux de contre-réaction Φ_f . Ces deux entités varient en opposition. Soit Φ_ϵ le flux d'écart entre Φ_e et Φ_f . Il est appliqué au SQUID dc (il correspond donc au Φ_{ap} précédent) et est convertit par ce dernier en tension qui, amplifiée et intégrée. Ce signal constituera la grandeur de sortie du système, c'est-à-dire une image du flux de retour. Si le gain de chaîne est infini, on retrouve alors la valeur du flux d'entrée.

Équations en petits signaux

Soit $G_i(p)$ la fonction de transfert de l'ensemble pré-amplificateur - intégrateur. Dans le cas idéal,

$$G_i(p) = A \frac{2\pi f_i}{p} \quad (3.30)$$

où A est le gain du pré-amplificateur et f_i la fréquence pour laquelle l'intégrateur à un gain unitaire.

En petits signaux, ce processus peut être résumé par une représentation en schéma bloc (cf. Fig. 3.14). Soient $G_o(p) = \frac{\phi_f}{\phi_e}$ la fonction de transfert en boucle ouverte et $G_f(p) = \frac{\phi_f}{\phi_e}$ celle pour le système bouclé. $G_f(p)$ satisfait à :

$$G_f(p) = \frac{G_o(p)}{1 + G_o(p)} = \frac{1}{1 + (G_o(p))^{-1}} \quad (3.31)$$

avec

$$G_o(p) = V_\Phi \frac{M_f}{R_f} G_i(p) \quad (3.32)$$

Lorsque l'intégrateur est parfait ($G_i(p) = A \frac{2\pi f_i}{p}$), la fonction de transfert en

boucle fermée s'écrit :

$$G_f(p) = \frac{1}{1 + \frac{R_f}{V_\Phi M_f A 2\pi f_i} p} = \frac{1}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}} \quad (3.33)$$

Elle est du premier ordre et a une fréquence de coupure à -3 dB de :

$$f_c = \frac{V_\Phi M_f A f_i}{R_f} \quad (3.34)$$

De plus,

$$G(p) = \frac{V_s}{\phi_e} = \frac{R_f}{M_f} \frac{1}{1 + \frac{p}{2\pi f_c}} \quad (3.35)$$

La boucle à verrouillage de flux permet donc de mesurer le flux d'entrée ϕ_e avec un gain de $\frac{R_f}{M_f}$ dans une bande passante allant du continu à la fréquence f_c .

Niveau de bruit à l'entrée de la FLL

La densité spectrale de bruit de la mesure dépend de deux sources de bruits indépendantes : le SQUID dc lui-même et l'électronique (cf. Fig. 3.15). Le bruit de l'électronique peut être entièrement modélisé par une source de bruit de tension $V_{n,amp}$ de densité spectrale $S_{V,amp}^2$ et par une source de bruit de courant $I_{n,amp}$ de densité spectrale $S_{I,amp}^2$, ces deux sources étant vues par le SQUID dc. Ces sources contribuent à détériorer le bruit équivalent en flux du capteur.

Si elles sont décorréliées, la densité spectrale totale $S_{\Phi,t}^2$ est la somme quadratique des contributions :

$$S_{\Phi,t}^2 = S_\Phi^2 + \frac{1}{V_\Phi^2} S_{V,amp}^2 + \frac{R_d^2}{V_\Phi^2} S_{I,amp}^2 \quad (3.36)$$

Les pré-amplificateurs généralement utilisés possède, à basse fréquence, un bruit

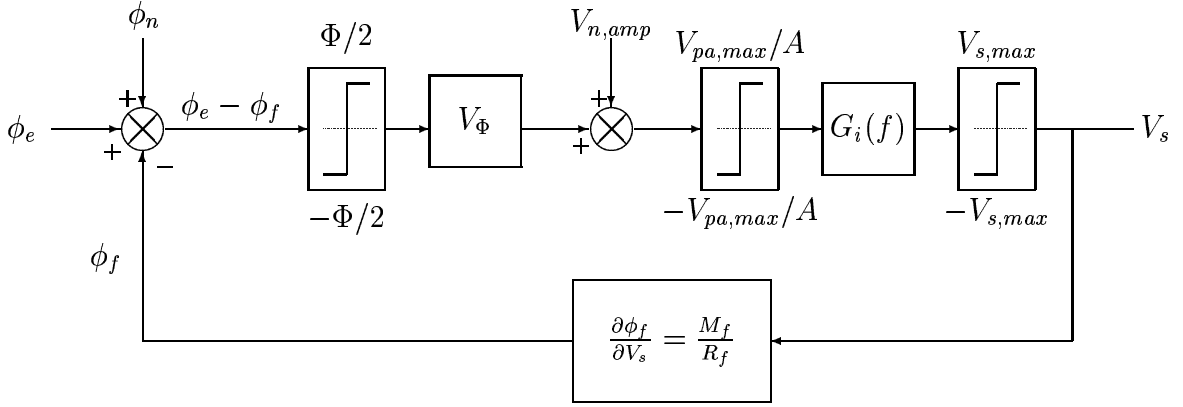


FIG. 3.15 – Schéma bloc complet de la boucle à verrouillage de flux

en courant $I_{n,amp}$ toujours très inférieur à celui en tension $V_{n,amp}$. La résistance dynamique ne valant que quelques ohms, la contribution en courant peut être négligée. Le bruit équivalent en champ vaut alors :

$$S_{B,t}^2 \simeq \frac{1}{A_{eff}^2} \left(S_{\Phi}^2 + \frac{1}{V_{\Phi}^2} S_{V,amp}^2 \right) \simeq \frac{1}{A_{eff}^2 V_{\Phi}^2} (S_V^2 + S_{V,amp}^2) \quad (3.37)$$

3.3.2 Limitations de la chaîne de détection

Lors de la réalisation concrète de la boucle à verrouillage de phase, plusieurs éléments limitent son efficacité. L'amplificateur de sortie de la FLL admet deux tensions de saturation. Un flux trop important en entrée ne peut donc pas être rejeté. De même la non-linéarité du transfert flux-tension peut être assimilée à une saturation de l'étage d'entrée. La figure 3.15 traduit l'ensemble de ces limitations. Examinons leur effet sur le signal d'entrée.

Saturation de la tension de sortie

L'étage intégrateur limite le niveau de sortie entre ses deux tensions de saturation. Ces niveaux correspondent aux amplitudes maximales de flux qui peuvent

être compensées par la boucle.

$$V_s = \frac{R_f}{M_f} \phi_f = \frac{R_f}{M_f} G_f(p) \phi_e \quad (3.38)$$

Donc,

$$-V_{s,max} < V_s < V_{s,max} \Leftrightarrow |\phi_e| < V_{s,max} \left| \frac{M_f}{R_f G_f(p)} \right| \quad (3.39)$$

Lorsque la boucle contient un intégrateur idéal,

$$-V_{s,max} < V_s < V_{s,max} \Leftrightarrow |\phi_e| < V_{s,max} \frac{M_f}{R_f} \left| 1 + \frac{p}{2\pi f_c} \right| \quad (3.40)$$

Débouclage en entrée

Le transfert tension-flux (V- Φ) d'un SQUID peut être considéré comme linéaire sur une plage réduite de flux (cf. Fig. 3.12) : $-\frac{\Delta\Phi}{2} < \delta\phi < \frac{\Delta\Phi}{2}$.

La tension V développée aux bornes du SQUID est mesurée par un pré-amplificateur dont le gain A est idéalement constant suivant la fréquence. Ainsi une saturation de cet étage à $\pm V_{pa,max}$ peut être confondue avec une limitation du flux d'entrée à $\pm \frac{V_{pa,max}}{A V_\phi}$. Lorsque le flux vu par le SQUID atteint une de ces deux limites ($\pm \frac{\Delta\Phi}{2}$ ou $\pm \frac{V_{pa,max}}{A V_\phi}$), il y a débouclage. Posons $\phi_{max} = \min\left(\frac{\Delta\Phi}{2}, \frac{V_{pa,max}}{A V_\phi}\right)$. Généralement, le pré-amplificateur permet de travailler aussi bien en boucle ouverte qu'en boucle fermée. Dans ces conditions, le système est limité uniquement par la non-linéarité du SQUID.

Le flux d'entrée, pour ne pas entraîner de déverrouillage, doit respecter les relations suivantes :

$$-\phi_{max} < \phi_e - \phi_f < \phi_{max} \Leftrightarrow |1 - G_f(p)| |\phi_e| < \phi_{max} \quad (3.41)$$

$$\Leftrightarrow |\phi_e| < \phi_{max} |1 + G_o(p)| \quad (3.42)$$

Soit, dans le cas d'un intégrateur,

$$-\phi_{max} < \phi_e < \phi_e - \phi_f \Leftrightarrow |\phi_e| < \phi_{max} \left| 1 + \frac{2\pi f_c}{p} \right| \quad (3.43)$$

Dans ce dernier cas, lorsque $\phi_e - \phi_f = \phi_{max}$,

$$\phi_e - \phi_f = \phi_{max} \Rightarrow \frac{1}{V_\Phi G_i(p)} V_s = \phi_{max} \quad (3.44)$$

$$\Rightarrow pV_s = A V_\Phi 2\pi f_i \phi_{max} \quad (3.45)$$

Il s'agit d'un phénomène comparable au *slew-rate* pour un amplificateur opérationnel. La vitesse du signal en sortie de la chaîne de détection est limitée.

Saturation de la vitesse de sortie

Le *slew-rate* de l'électronique $\dot{V}_{s,max}$ aura le même effet sur la chaîne d'acquisition :

$$|pV_s| < \dot{V}_{s,max} \Rightarrow |\phi_e - \phi_f| < \frac{1}{|p V_\Phi G_i(p)|} \dot{V}_{s,max} \quad (3.46)$$

$$\Rightarrow |\phi_e| < \frac{R_f}{M_f} \frac{|1 + G_o(p)|}{|p G_o(p)|} \dot{V}_{s,max} \quad (3.47)$$

Soit dans le cas d'un intégrateur idéal :

$$|pV_s| < \dot{V}_{s,max} \Rightarrow |\phi_e - \phi_f| < \frac{\dot{V}_{s,max}}{V_\Phi A 2\pi f_i} \quad (3.48)$$

$$\Rightarrow |\phi_e| < \frac{\dot{V}_{s,max}}{V_\Phi A 2\pi f_i} \left| 1 + \frac{2\pi f_c}{p} \right| \quad (3.49)$$

$$\Rightarrow |\phi_e| < \frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c} \left| 1 + \frac{2\pi f_c}{p} \right| \quad (3.50)$$

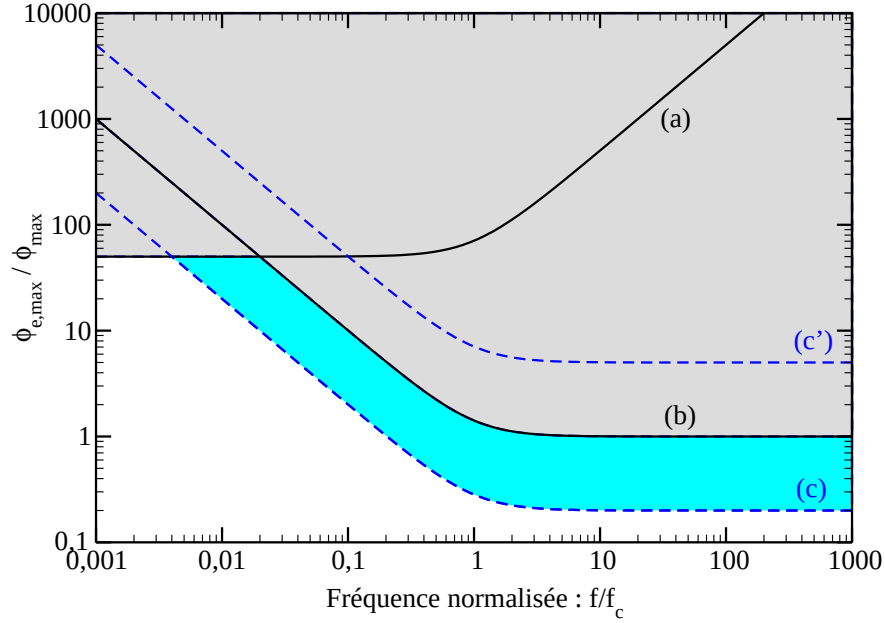


FIG. 3.16 – Amplitude maximale du flux en entrée admissible suivant sa fréquence pour $\frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c} = \frac{\phi_{max}}{5}$ et $\frac{M_f}{R_f} V_{s,max} = 100 \phi_{max}$ où f_c est la fréquence de coupure du système.

La courbe (a) représente la limitation due à la saturation de l'étage de sortie (Equ. 3.40). La courbe (b) représente la limitation de débouclage liée aux non-linéarités du transfert $V-\Phi$ (Equ. 3.43). Les courbes (c) et (c') représentent les limitations dues au slew-rate (Equ. 3.50) lorsque $\frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c} < \phi_{max}$ (c) ou lorsque $\frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c} > \phi_{max}$ (c').

La zone non colorisée correspond à la zone normale d'utilisation du flux-mètre. Celle comprise entre (c) et (b) correspond à la zone de limitation de vitesse de sortie.

Limitations en entrée

Le niveau du flux en entrée est limité par toutes ces non-linéarités. Il doit rester inférieur à la plus petite de ces limitations :

$$|\phi_e| < \min \left(\left\{ \begin{array}{l} \frac{M_f}{R_f} V_{s,max} \quad \left| 1 + \frac{p}{2\pi f_c} \right| \\ \phi_{max} \quad \left| 1 + \frac{2\pi f_c}{p} \right| \\ \frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c} \quad \left| 1 + \frac{2\pi f_c}{p} \right| \end{array} \right\} \right) \quad (3.51)$$

L'amplitude $\frac{M_f}{R_f} V_{s,max}$ correspond à l'amplitude maximale de flux que la sortie peut commander sans saturer. Lorsque le SQUID est bouclé afin d'accroître la dynamique du système, et c'est généralement le cas, l'amplitude $\frac{M_f}{R_f} V_{s,max}$ est alors supérieure à $\phi_{max} = \frac{\Delta\Phi}{2} \simeq \frac{\Phi_0}{4}$.

L'amplitude $\frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c}$ correspond à l'amplitude maximale de flux à la fréquence f_c que l'électronique peut contre-réactionner sans limitation de la vitesse de sortie. Si cette amplitude maximale est inférieure à ϕ_{max} , un flux, dont l'amplitude est comprise entre $\frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c}$ et ϕ_{max} , n'occasionne pas de débouclage mais il peut tout de même être déformé, sa vitesse de sortie étant limitée (il est alors triangularisé). Par contre, si $\frac{M_f}{R_f} \frac{\dot{V}_{s,max}}{2\pi f_c} > \phi_{max}$, la limitation de vitesse liée à l'électronique est sans conséquence.

La figure 3.16 résume l'ensemble de ces limitations. Un dispositif donné ne pourra donc fonctionner correctement que dans un environnement dont les caractéristiques n'excèdent pas les limites du système. Ces limitations sont fondamentales lorsque le magnétomètre fonctionne sans blindage.

Cette étude pourrait également être complétée par l'influence du bruit magnétique. On se reportera alors sur l'étude de D. Brunet-Brunol réalisée en 1972 pour les SQUID rf [7].

3.4 Électronique de pré-amplification

A ce stade de la lecture, nous avons vu que nous pouvions réaliser (ou acquérir) des SQUID dc à couplage direct optimisés pour la mesure du champ magnétique. Ces derniers ont intrinsèquement une densité spectrale de bruit de quelques dizaines de $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Nous avons vu également que leur utilisation en boucle ouverte était possible, mais que, dans ce cas, les perturbations devaient rester inférieures à environ $\Phi_0/4$. Finalement pour s'affranchir de cette limitation, il est nécessaire d'utiliser une boucle à verrouillage de flux.

Quel que soit le système utilisé (bouclé ou non), la limitation en bruit de l'ensemble dépend uniquement du bruit intrinsèque du SQUID et du bruit du pré-amplificateur (Equ. 3.37).

Dans le cas idéal, il faut sélectionner le pré-amplificateur de telle sorte que sa densité spectrale de bruit $S_{V,amp}^2$ soit dominée par celle de sortie du SQUID. Mais ceci s'avère parfois difficile parce que $S_{V,SQUID} \simeq 300 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ et $S_{V,amp}|_{standard} \simeq 1 \text{ nT}/\sqrt{\text{Hz}}$.

3.4.1 Électronique utilisant le composant SSM2017AD

Pré-amplificateur de test

Le premier pré-amplificateur que nous avons mis en oeuvre a été réalisé à l'aide d'un amplificateur d'instrumentation à très faible bruit : le SSM2017AD. Ce dernier a été utilisé avec un gain de 1000. Son bruit en entrée est alors d'environ $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Cet étage, à lui seul, constitue le pré-amplificateur utilisé pour les phases de test et d'évaluation des échantillons.

Première génération de pré-amplificateur de mesure

Le premier pré-amplificateur de mesure utilisé est constitué de deux SSM2017 mis en parallèle. Cette méthode permet de diminuer le niveau de bruit en entrée d'un facteur $\sqrt{2}$. Il a comme caractéristique :

- une densité spectrale équivalente en tension $S_{V,amp} = 565 \text{ pV}/\sqrt{\text{Hz}}$,
- une densité spectrale équivalente en courant $S_{I,amp} = 2,12 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$,
- une fréquence de recouvrement (limite entre le bruit en $1/f$ à basse fréquence et le bruit blanc) de 30 Hz,
- un gain de 20000.

Pour des caractéristiques de SQUID, $V_\Phi = 25 \mu\text{V}/\Phi_0$ et $A_{eff} = 0,25 \text{ mm}^2$, le niveau de bruit en champ ramené en entrée est de $400 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$.

3.4.2 Pré-amplificateur à étage d'entrée discret

Afin d'optimiser l'étage pré-amplificateur, nous avons réalisé un montage, utilisant des composants discrets et issu des développements de D. Drung [24] (cf. Fig. 3.17, Fig. 3.18 et la photographie du montage Fig. 3.19). Sa structure se compose d'un pré-amplificateur (OP1) associé à une contre-réaction en courant afin d'augmenter son impédance d'entrée (OP2).

Le pré-amplificateur (OP1)

Il s'agit d'un amplificateur faible bruit monté en amplificateur inverseur. Ce montage a une résistance d'entrée R_1 . Son bruit de tension S_V est dominé par celui issu de OP1 ($S_{V,OP1}$) et celui généré par la résistance R_1 à température ambiante :

$$S_V^2 = S_{V,OP1}^2 + 4 k_B T R_1 \quad (3.52)$$

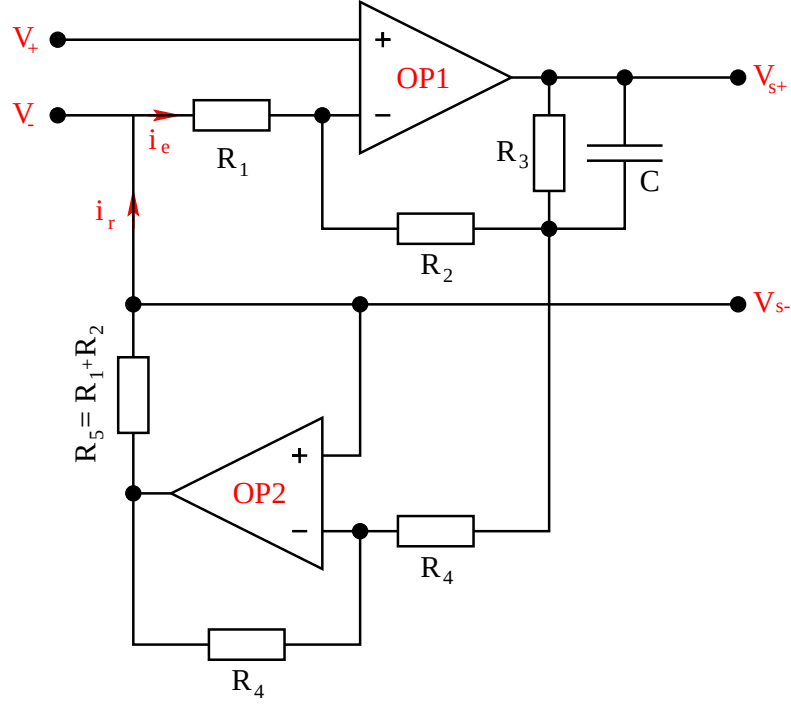


FIG. 3.17 – Schéma équivalent du pré-amplificateur

où T est la température de fonctionnement de R_1 . Pour réduire ce bruit, il est impératif de réduire R_1 au minimum ($1\ \Omega$). Si le dispositif à SQUID est directement connecté aux bornes de ce pré-amplificateur, la résistance d'entrée de ce dernier, dont la valeur est plus faible que la résistance normale du SQUID lui-même, va atténuer l'amplitude de la réponse en flux du SQUID (ΔV).

La contre-réaction en courant (OP2)

Pour augmenter l'impédance d'entrée du pré-amplificateur, le courant i_e traversant R_1 est mesuré. Un courant i_r est ré-injecté à travers R_5 pour compenser i_e . L'impédance d'entrée maximale est obtenue pour $i_e = i_r$ menant à la condition $R_5 = R_1 + R_2$. Elle est alors théoriquement infinie.

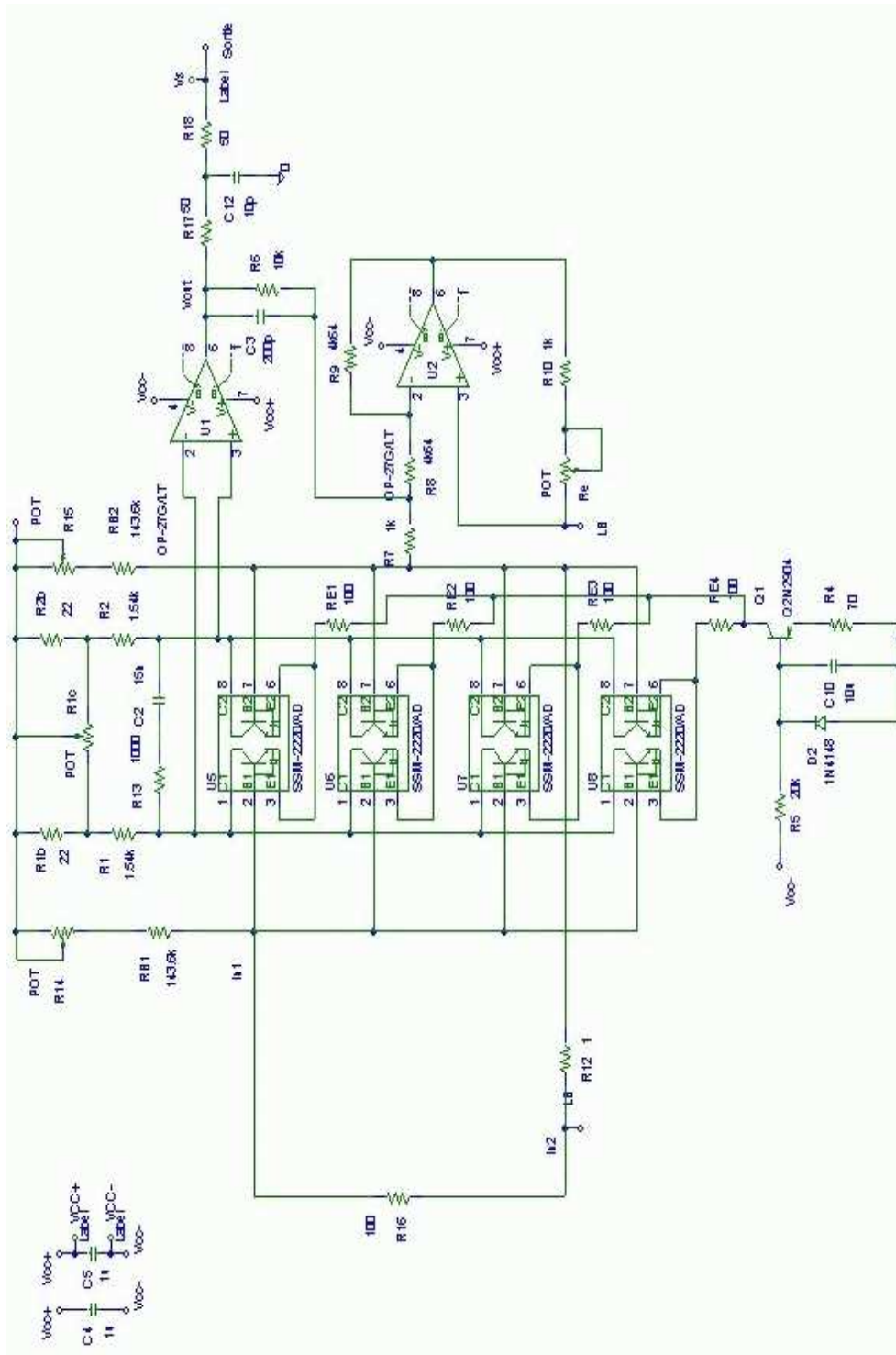


FIG. 3.18 – Schéma électrique du pré-amplificateur

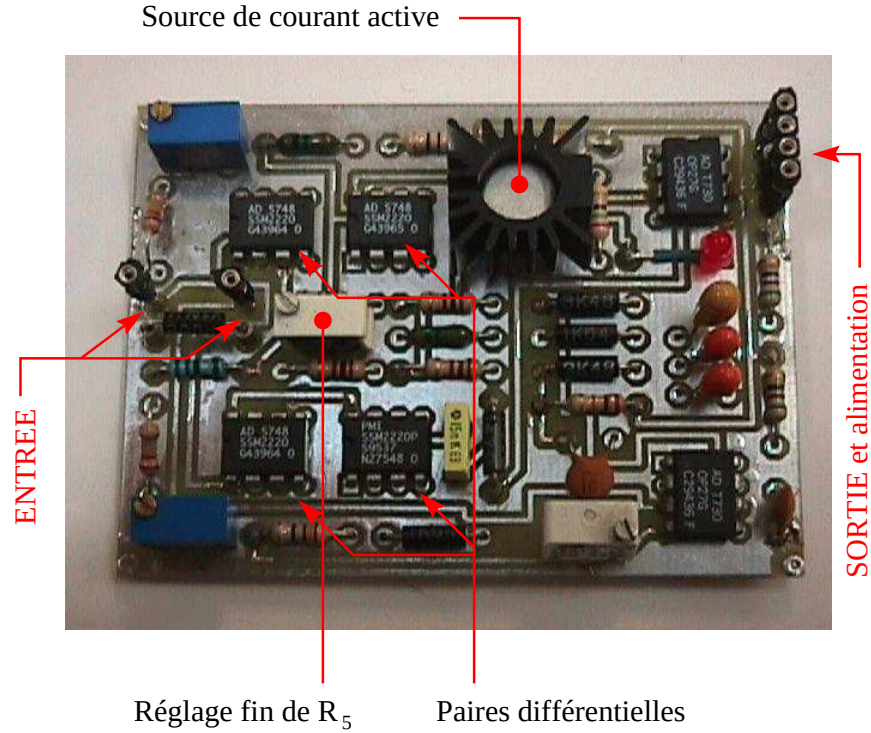


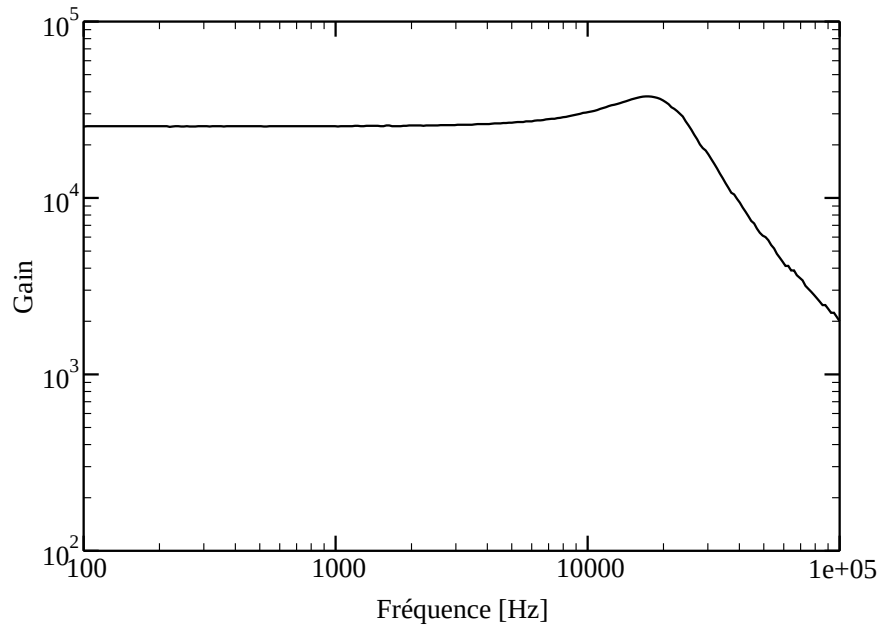
FIG. 3.19 – Photographie du pré-amplificateur

Amélioration du bruit en entrée du montage

L'étage d'entrée de OP1 est constitué de n paires différentielles de transistors bi-polaires très faible bruit, montées en parallèle [61][23]. Le fort gain en boucle ouverte est assuré par un amplificateur opérationnel qui prélève la tension différentielle. Soit $S_{V,BiPol}$ le bruit d'une des paires différentielles. Alors, le niveau de bruit du pré-amplificateur devient :

$$S_V^2 = \frac{1}{n} S_{V,BiPol}^2 + 4 k_B T R_1 \quad (3.53)$$

Nous avons réalisé un tel montage à l'aide de quatre paires différentielles à SSM2220 et d'amplificateurs opérationnels faible bruit OP27G (cf. Fig. 3.19). Il

FIG. 3.20 – *Gain du pré-amplificateur*

possède les caractéristiques suivantes :

- un gain de 26000 sur une bande passante de 10 kHz (cf. Fig. 3.20),
- une densité spectrale de bruit blanc en tension de $380 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ et une fréquence de recouvrement de 1 Hz (lorsque le système est parfaitement thermalisé et isolé des fluctuations de température extérieure) (cf. Fig. 3.21),
- une densité spectrale de bruit en courant estimée à $6 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ (les transistors sont polarisés sous 16 mA).

3.5 La cryogénie

Nous utilisons des dispositifs réalisés en YBCO. La température critique de ce supraconducteur est d'environ 90 K. Un tel dispositif fonctionnera sans trop de

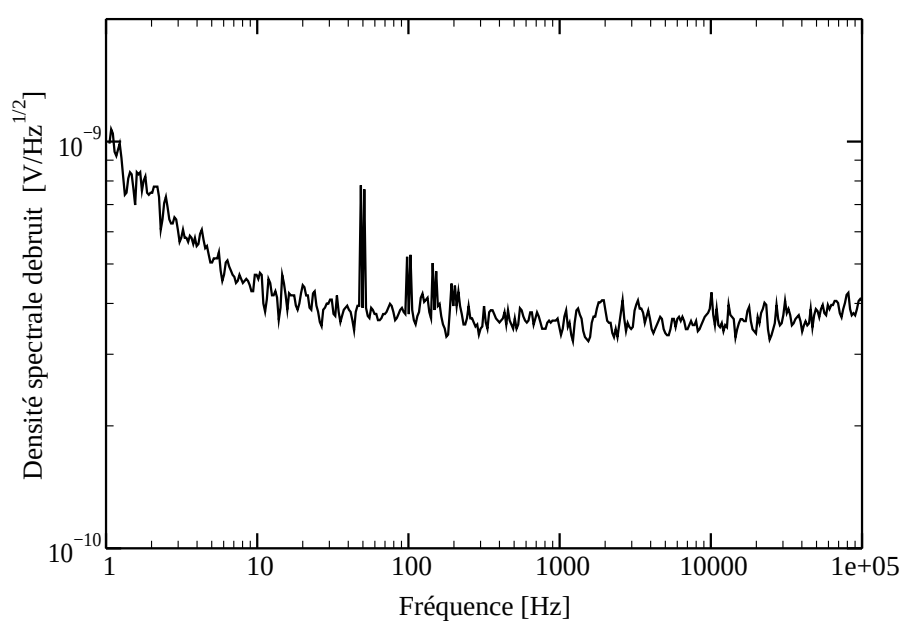


FIG. 3.21 – *Densité spectrale de bruit de tension en entrée du pré-amplificateur* Cette mesure a été réalisée sans précautions particulières. Notamment, la résistance R_1 de $1\,\Omega$ n'est pas thermalisée. Un bruit excédentaire apparaît à basse fréquence. Par contre, lorsque cette résistance est protégée des fluctuations de température externes à la carte, la fréquence de recouvrement devient inférieure à 1 Hz.

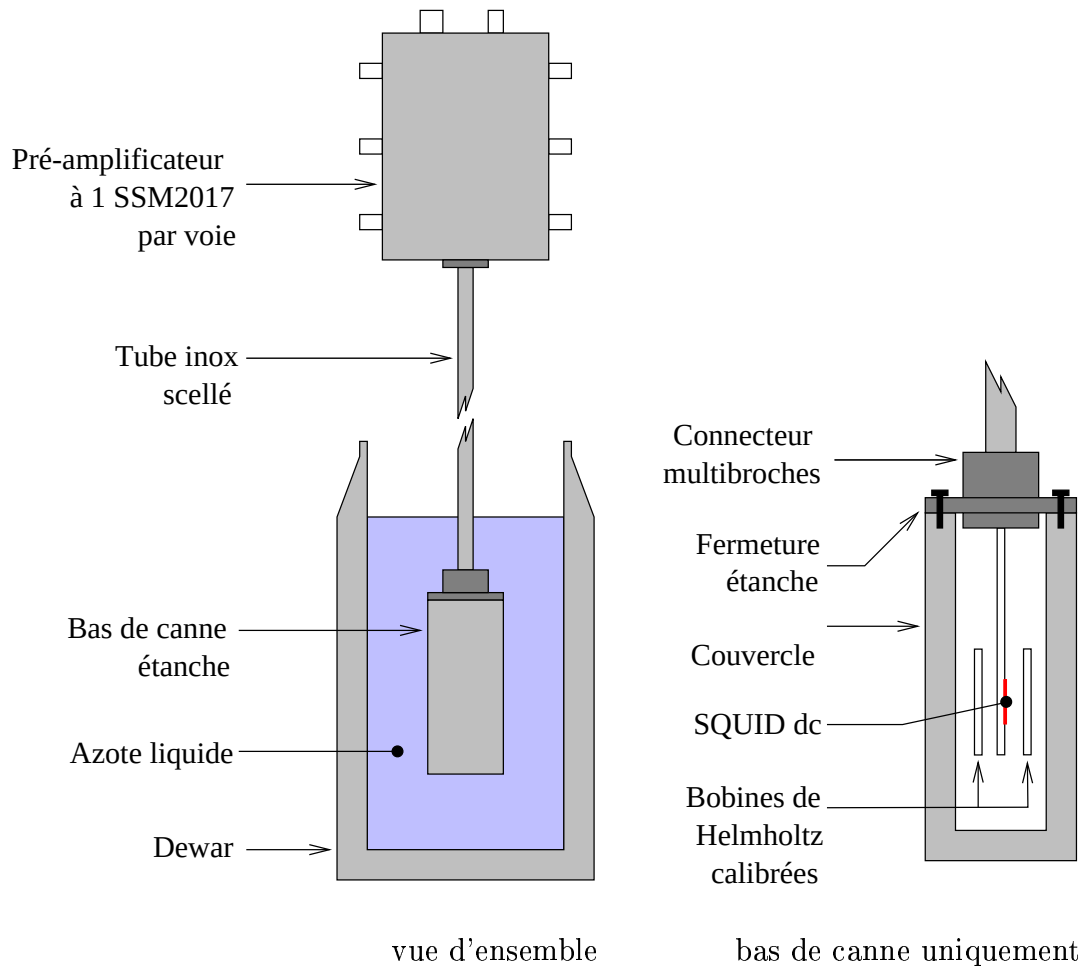


FIG. 3.22 – Canne de test utilisée à l'azote liquide

problèmes à l'azote liquide (77 K). Néanmoins, la couche supraconductrice étant très fragile, il convient de lui éviter tout cyclage thermique trop rapide et tout contact avec l'eau.

3.5.1 Canne de test

La méthode cryogénique la plus simple consiste à plonger directement l'échantillon dans l'azote liquide. Pour éviter tout problème, il est tout de même préférable d'encapsuler le dispositif dans une masse importante qui filtrera les variations de température du bain.

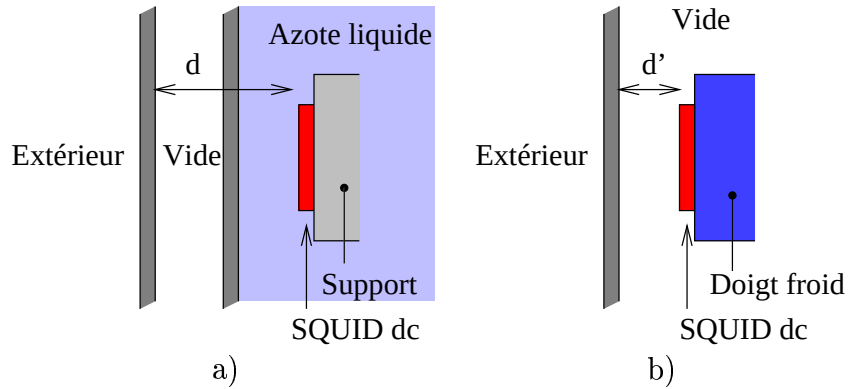


FIG. 3.23 – Comparaison des distances, d et d' , entre le capteur et la paroi externe suivant le type de cryostat
La distance d est nécessairement supérieure à d' .

La canne de test présente trois parties distinctes (cf. Fig. 3.22). Le bas de canne contient l'échantillon et est mis en froid. Il est réalisé en inox et est fermé par un joint d'indium, pour éviter toute contrainte thermique importante au niveau de l'échantillon. L'acier Inox réalise aussi un blindage à haute fréquence (HF). Le haut de la canne de test contient le pré-amplificateur. Il est composé de trois voies indépendantes, réalisées chacune à l'aide d'un amplificateur SSM2017AD. Il permet de tester trois échantillons simultanément. Ces deux ensembles sont reliés par un tube en inox contenant plusieurs passages de fils. Il est également soudé à ses deux extrémités.

Lors des phases de test, l'ensemble (dewar, bas de canne) est usuellement placé dans un ensemble de blindage magnétique (cylindres de μ -métal).

3.5.2 Contraintes cryogéniques

Contraintes liées à la magnéto-cardiographie

Compte tenu de l'étude présentée au premier chapitre, le cryostat doit être conçu pour minimiser la distance entre le magnétomètre à SQUID (77 K) et la

paroi extérieure (à 300 K). Le refroidissement par un doigt froid est le plus à même de minimiser cette distance (cf. Fig. 3.23). En effet, cette dernière se limite à une couche de vide minimale et pas à un ensemble couche de vide / épaisseur de fluide cryogénique. De plus, il doit permettre une certaine mobilité pour faciliter l'examen de patient.

Contraintes sur la température du doigt froid

Les caractéristiques du SQUID de à couplage direct dépendent de la température [44]. Des fluctuations de température entraînent directement des variations de courant critique, des variations de l'inductance de couplage (dus à la dépendance en température de l'inductance cinétique) et de la surface effective de capture (dus à la dépendance en température de la longueur de London)[77]. Ainsi, en environnement non blindé magnétiquement, seules des variations de $10\ \mu\text{K}$ sont tolérables lors de mesures de magnéto-cardiogrammes [44]. Le dispositif placé dans un champ magnétique plus faible verra, pour les mêmes variations de température et donc de transfert en champ (surface effective de capture), un bruit équivalent en champ plus faible. Si le champ magnétique terrestre est réduit de 40 dB, la tolérance en variation de température devient moins contraignante et passe à 0,3 mK [77]. Ces valeurs de la littérature nous semblent relativement faibles et surtout peu précises. Une étude supplémentaire à cet égard nous semble donc justifiée.

Conclusion

Le cryostat utilisé doit permettre de positionner le capteur au plus près de la surface extérieure et générer un minimum de fluctuations thermiques.

Les cryostats les plus couramment mis en oeuvre utilisent l'azote liquide

comme fluide cryogénique. Certaines équipes de recherche, faisant le choix de s'éloigner de la surface extérieure, placent les SQUID directement dans l'azote [37]. Pour d'autres, l'azote refroidit un doigt froid, souvent terminé par une partie en saphir (bon conducteur thermique et isolant électrique). Ce type de cryostat a été utilisé lors de la mise en oeuvre d'un système pour le contrôle non-destructif de roues d'avions [51], ou pour des mesures de bio-magnétisme par un système portable [72].

Le domaine de la cryogénie connaît actuellement d'importants progrès. L'objectif est de se passer de liquide réfrigérant et de travailler de manière autonome. Plusieurs machines thermiques ont été utilisées avec succès, des cryostats de type Joule-Thomson [51], ou de type Gifford-McMahon [34]. Pour notre part, nous avons évalué un petit modèle de tube à gaz pulsé.

3.5.3 Le tube à gaz pulsé (TGP)

Les cryogénérateurs de type tube à gaz pulsé (TGP) présentent les avantages d'être des systèmes intégrés, de ne posséder aucune partie mobile à froid et d'éloigner le compresseur du doigt froid. Ils sont donc sensés avoir de faibles perturbations magnétiques provenant du moteur du compresseur ou induites par les mouvements du doigt froid (faibles vibrations mécaniques) [31].

Le premier système, composé d'un compresseur, d'un régénérateur et d'un tube terminé par deux échangeurs de chaleur, a été introduit par Gifford et Longsworth [35] au début des années 1960. Une onde de pression permet d'évacuer la chaleur d'une partie froide vers une partie chaude. Cependant, ces performances étaient plutôt médiocres. Il a fallu attendre l'adjonction d'une vanne (V1) (cf. Fig. 3.24), reliant le tube simple et un réservoir à température ambiante, pour améliorer ces performances. Un second orifice (V2) a aussi été rajouté pour permettre

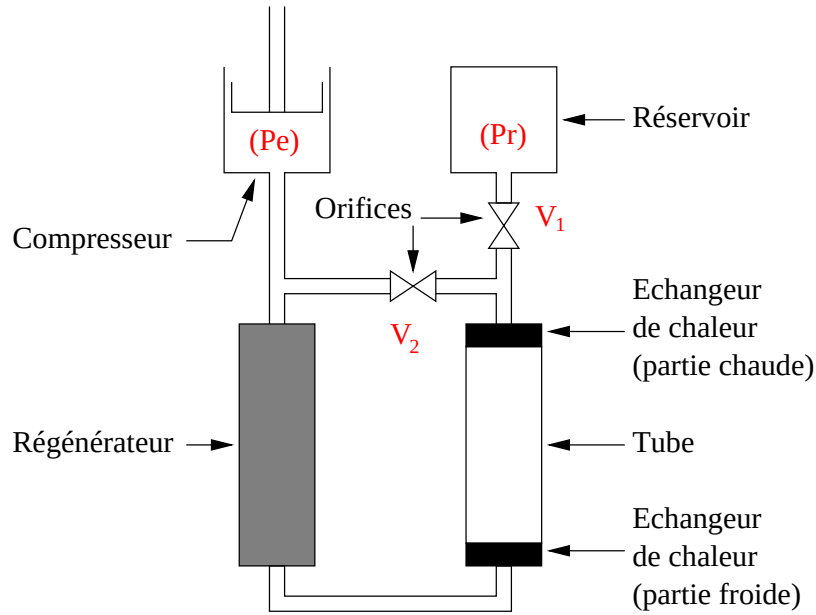


FIG. 3.24 – Schéma d'un tube à gaz pulsé

de diminuer la charge thermique sur le régénérateur.

Principe de fonctionnement

Regardons rapidement le principe de fonctionnement d'un tel système, présenté par ailleurs par J. Liang *et al.* [57]. Considérons un système dont tous les éléments sont parfaits, le tube (adiabatique) et les échangeurs, mais aussi le gaz qui subit les compressions - dilatations (il s'agit souvent d'hélium). Un des échangeurs constitue une source froide à la température T_c , et l'autre permet d'évacuer la chaleur.

Le compresseur fait varier périodiquement la pression d'entrée du système P_e entre une valeur basse P_b et une haute P_h . Soit τ la période de ce processus. La pression P dans le tube s'établit de manière uniforme mais avec un certain retard t_1 (cf. Fig. 3.25). Le processus se décompose en quatre phases :

- $t \in [0, t_1]$, P croît linéairement de P_b à P_h . Il s'agit d'une compression

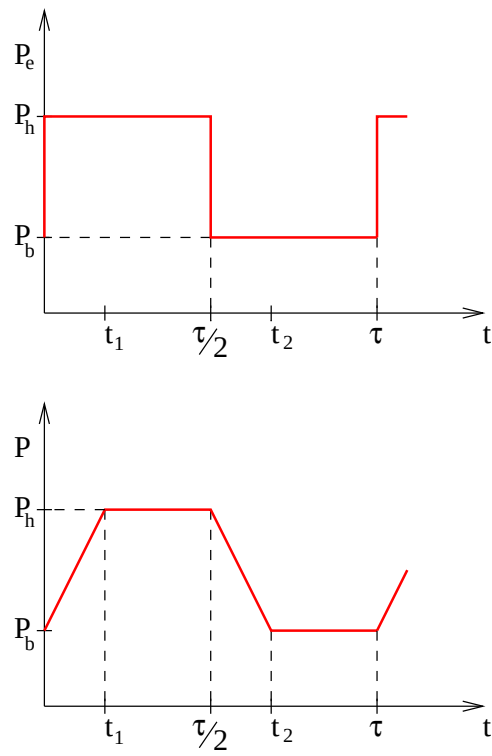
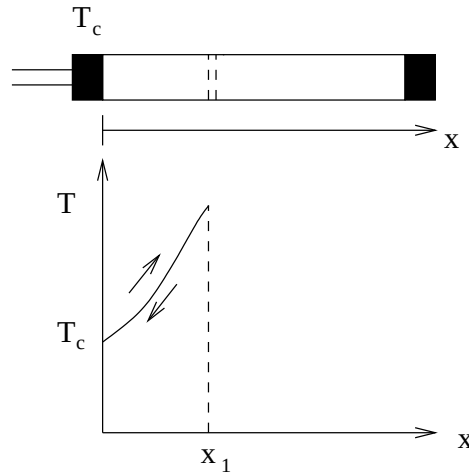


FIG. 3.25 – Variation de la pression exercée par le compresseur, P_e , et celle dans le tube P en fonction du temps

FIG. 3.26 – *Compression et détente adiabatique sans écoulement*

adiabatique.

- $t \in [t_1, \tau/2]$, P a atteint sa valeur maximale et ne varie plus.
- $t \in [\tau/2, t_2]$, P décroît linéairement jusqu'à retrouver sa valeur initiale. Il s'agit d'une détente adiabatique.
- $t \in [t_2, \tau]$, P est stable et a sa valeur minimale.

Dans un premier temps, considérons un TGP dont les vannes V1 et V2 sont fermées. Dans les deux phases de pression stable, comme aucune fuite n'est créée et qu'aucun échange de chaleur ne s'opère, le gaz est immobile. En considérant un volume élémentaire de gaz pénétrant dans le système à $t \in [0, t_1]$, il se déplace durant la première phase jusqu'à x_1 (cf. Fig. 3.26). Puis, il revient à sa position initiale ($x = 0$ et la température du début et de fin sont identiques) suivant le même chemin [57].

Par contre, si V1 est ouverte durant les phases précédemment stables (cf. Fig. 3.27), le volume élémentaire continue à se déplacer sous l'effet de l'écoulement dû à la connection avec un réservoir dont la pression est la pression médiane entre P_h et P_b . Ainsi, lorsque le volume élémentaire qui a pénétré dans le tube

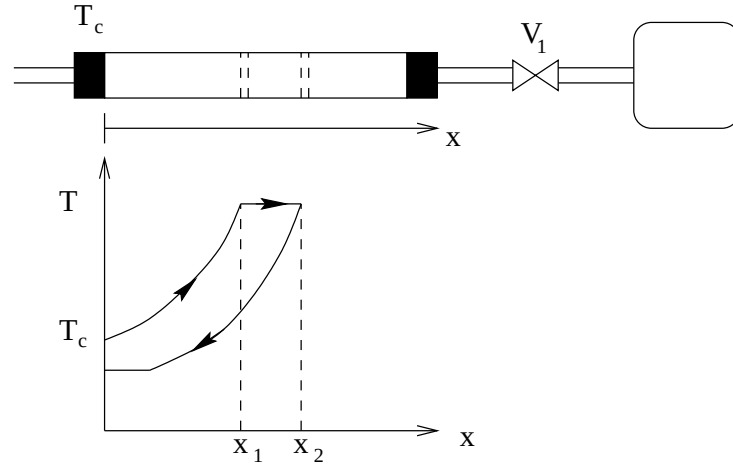


FIG. 3.27 – Exemple d'un cycle de compression et détente adiabatique avec écoulement

à $t \in [0, \tau/2]$ ressort, sa température est inférieure à celle qu'il avait en entrant (cf. Fig. 3.27). Chaque volume élémentaire participe donc au refroidissement du doigt froid [57].

Le rendement cryogénique dépend des pressions P_h et P_b et du rapport cyclique t_1/τ . Pour une onde de pression sinusoïdale [17][52], il est maximal lorsque le déphasage entre le débit massique du gaz au niveau de l'échangeur et celui au niveau de l'échangeur chaud est de $\pi/2$ pour un tube à gaz pulsé à double orifices.

TGP Air Liquide DTA [16][19]

Le tube à gaz pulsé dont nous disposons a été réalisé par la société Air Liquide en collaboration avec l'École Normale Supérieure de Paris (cf. Fig. 3.28). Pour optimiser ses performances, le constructeur s'est efforcé de minimiser les échanges thermiques entre le tube et le gaz (pour se rapprocher des conditions adiabatiques) et la réduction de pertes notamment par conduction. Le tube a été fabriqué dans un métal à faible conductivité thermique (titane ou acier inoxydable). Le régénérateur est construit avec des films de cuivre. Sa taille résulte

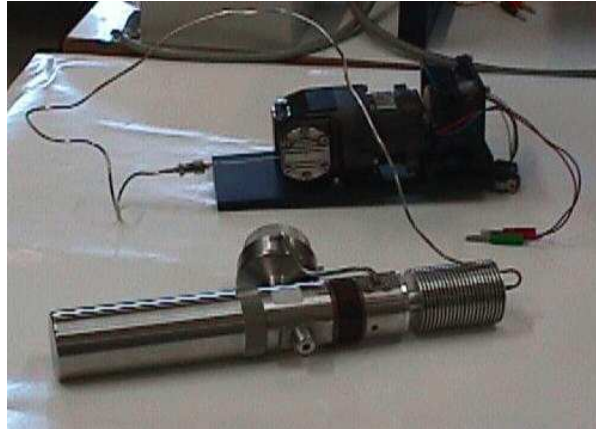


FIG. 3.28 – Photographie du TGP ainsi que de son compresseur

d'un compromis entre un important coefficient de transfert thermique, de faibles volumes morts et une faible conductivité thermique longitudinale. Le doigt froid est un cylindre de 12 mm de diamètre et de 80 mm de long, terminé par du cuivre.

Le compresseur assure une oscillation du gaz hélium à 30 Hz autour de 3 MPa (30 bar). Le doigt froid et le compresseur sont reliés par un tube légèrement souple, long de 1 m. Cette longueur est un peu faible pour permettre d'isoler, dans une enceinte légèrement blindée magnétiquement, le compresseur. De plus, elle ne permet pas un usage aisé du système pour l'examen du signal magnétique cardiaque. Mais, l'allonger réduirait à l'excès les performances thermiques du système.

Validation thermique [19]

Une sonde platine est placée sur le doigt froid. Celui-ci refroidit le SQUID à travers une pièce de saphir ou de cuivre.

A vide, le TGP parvient en moins de 30 min à 77K (cf. Fig 3.29-a), où il possède une puissance cryogénique de 200 mW. Au bout d'une demi-heure, il se stabilise à une température d'environ 63 K. Si le doigt froid est chargé par un

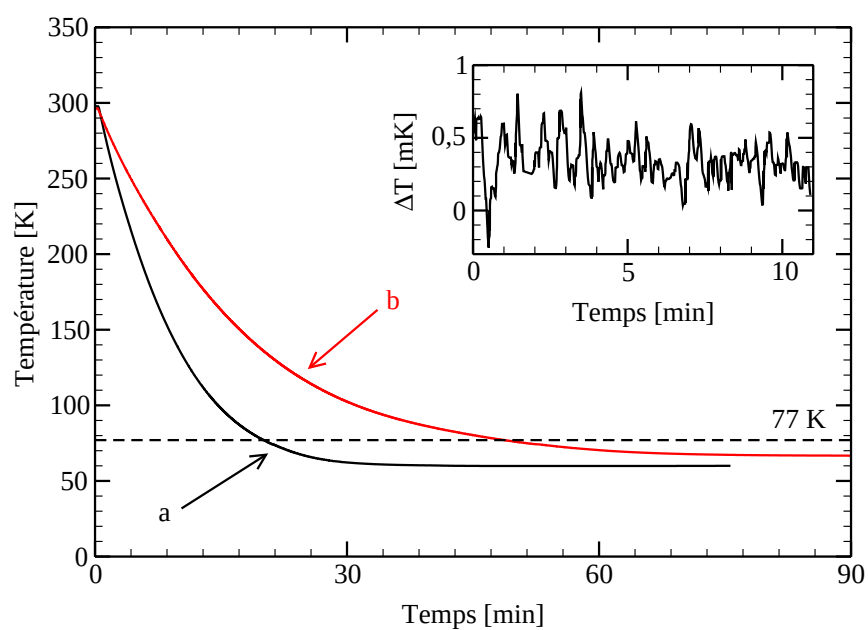


FIG. 3.29 – Évolution temporelle de la température lors d'une descente à froid à vide (a), chargé par un bloc de cuivre de 1 cm^3 (b) et lors du régime établi (perturbations thermiques) à 73 K (courbe en insert) dans le cas de notre TGP.

bloc de cuivre de 1 cm^3 , la température de 77 K est atteinte en 45 min (cf. Fig 3.29-b). Les fluctuations thermiques observées en charge à 73 K n'excèdent pas $\pm 0,5\text{ mK}$ (cf. Fig 3.29-insert), soit environ $200\text{ }\mu\text{K}_{\text{eff}}$ (nous avons vu §1.2.1 que le facteur de crête d'un bruit gaussien est de 2,8).

Ces fluctuations thermiques, transmises directement au SQUID, sont équivalentes à un bruit magnétique (cf. §3.5.2). Leur niveau étant inférieur à 0,3 mK, elles semblent compatibles avec la mesure du magnéto-cardiogramme, en présence d'un champ magnétique terrestre réduit de 40 dB.

3.5.4 Validation du TGP comme cryostat pour SQUID et première mise en oeuvre d'un magnétomètre à SQUID [19]

Un magnétomètre est réalisé à partir d'un SQUID dc (échantillon BI13). Il est tout d'abord caractérisé dans une ambiance contrôlée : refroidissement à l'azote liquide (cf. §3.5.1) et blindage magnétique (4 cylindres de μ -métal d'épaisseur proche de 2 mm et 2 cylindres de fer doux, tous coaxiaux). Puis, ces résultats seront comparés à ceux obtenus, toutes choses étant égales par ailleurs, avec le magnétomètre placé sur le doigt froid de saphir du TGP.

Ce magnétomètre ne fonctionnera pas en FLL, mais en boucle ouverte.

Niveaux de référence obtenus à l'azote liquide

Le SQUID dc utilisé est à couplage direct (cf. Fig. 3.30). Il a été réalisé par dépôt laser d'une couche mince d'YBaCuO sur un bi-cristal (24°). Ses caractéristiques ont été améliorées par gravure FIB (cf. §3.2.4). La largeur des jonctions est de $1\text{ }\mu\text{m}$. Sa surface effective de capture est de $0,25\text{ mm}^2$, équivalent au transfert

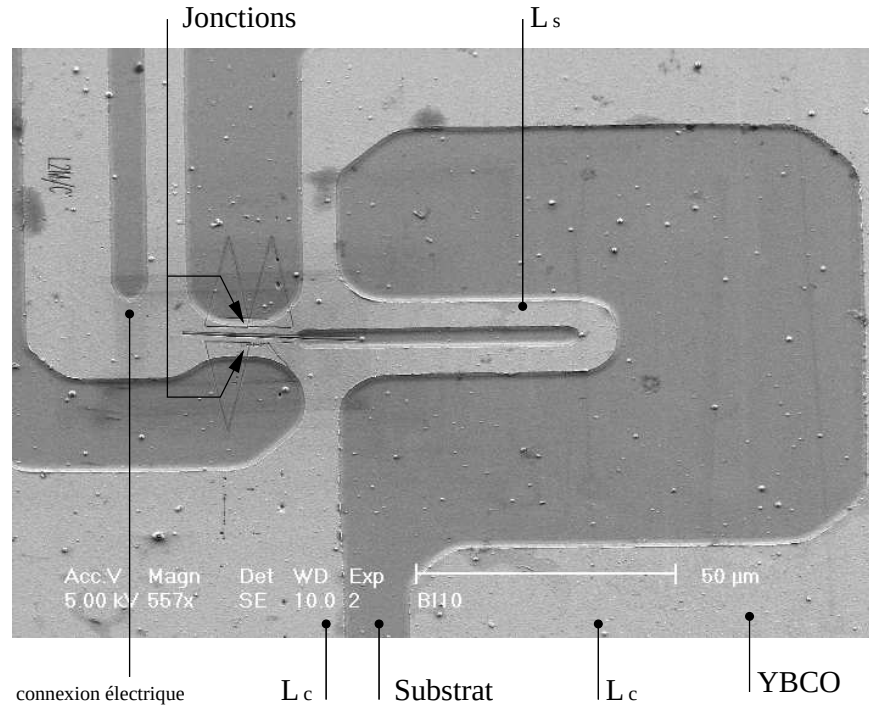


FIG. 3.30 – Photographie de la partie sensible de l'échantillon utilisé (BI13)

Caractéristiques du SQUID	symboles	valeurs
une inductance du SQUID	L_s	50 pH
courant critique	$I_{cs} = 2 I_{cj}$	430 μ A
résistance normale	$\frac{R}{2}$	0,8 Ω
amplitude maximale de modulation $V(\Phi)$	ΔV	8 μ V
transfert flux-tension	V_Φ	25 μ V/ Φ_0

TAB. 3.2 – Principales caractéristiques du SQUID utilisé à 77 K (BI13)

$\frac{1}{7,8} \Phi_0/\text{nT}$, pour une surface géométrique de $0,8 \times 0,8 \text{ cm}^2$. A 77 K, ses caractéristiques sont données dans le tableau 3.2.

Le magnétomètre réalisé à l'aide de cet échantillon a un niveau de bruit équivalent, à 77 K, de $S_\phi = 11 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ en flux, soit $S_B = 90 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ en champ. Ce résultat a été obtenu à l'aide du pré-amplificateur faible bruit à SSM2017 associé à un transformateur dont le rapport de transformation est de 30. Ces mesures sont obtenues sans modulation, elles ne permettent d'accéder qu'au niveau de bruit blanc du dispositif.

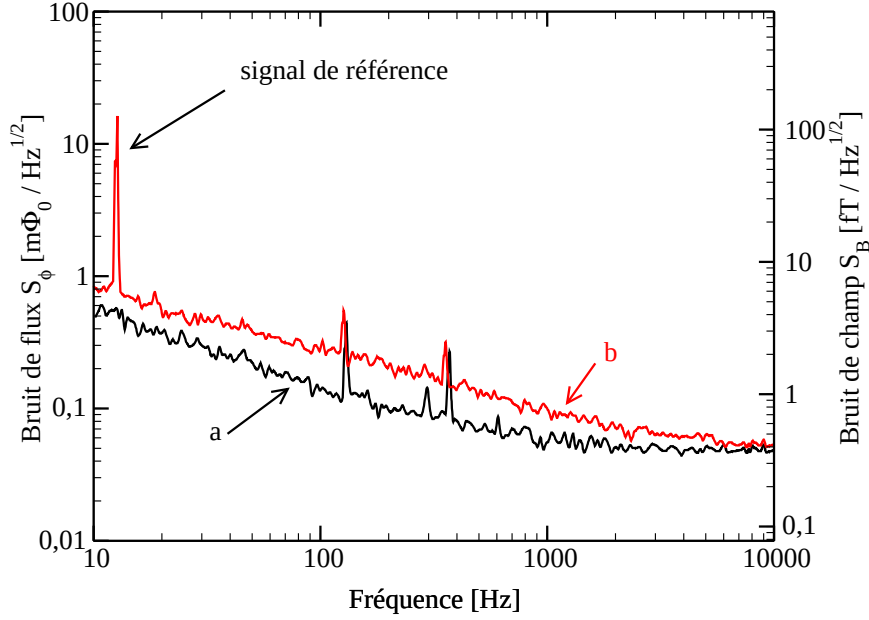


FIG. 3.31 – Densité spectrale de bruit équivalent en flux et en champ de ce magnétomètre à SQUID (échantillon BI13) mesuré en milieu magnétiquement blindé et refroidi par un bain d'azote liquide.

La courbe (a) représente le niveau de bruit lié à l'électronique seule (le SQUID est dépolarisé). La courbe (b) représente les bruits équivalents en flux et en champ mesurés. Ils sont limités à basse fréquence, comme en bruit blanc, par l'électronique. Un pic de référence d'une amplitude de $\Phi_0/20$ à 13 Hz permet de vérifier la surface effective de capture.

Condition expérimentale : $T = 77 \text{ K}$, $I_p = 435 \mu\text{A}$ et $\Delta V = 8 \mu\text{V}$.

Pour obtenir l'évolution de la densité spectrale de bruit à basse fréquence, le pré-amplificateur à SSM2017 a été utilisé seul, sans transformateur. Il limite alors le niveau de bruit du dispositif à $S_{B,t} = 400 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ mais fonctionne en continu. La figure 3.31 présente ces résultats.

Étude dans le TGP

Le pré-amplificateur ultra-faible bruit ne peut être utilisé dans le TGP, car le volume du transformateur n'est pas compatible avec le volume cryogénique disponible. Il est alors remplacé par le pré-amplificateur à deux SSM2017 (cf. §3.4.1) : gain de 20000, $S_V = 565 \text{ pV}/\sqrt{\text{Hz}}$, $S_I = 2,12 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ et de fréquence de recouvrement du bruit en $1/f$ 30 Hz.

Pour perturber le moins possible la mesure, le compresseur se situe à l'extérieur du blindage magnétique. Malgré tout, sur la figure 3.32, apparaissent de nombreuses perturbations magnétiques de fortes amplitudes. La figure 3.33 présente les spectres de bruit en flux et en champ de ce dispositif. Ils sont considérablement déformés dans le TGP.

Conclusion

Cette étude montre les difficultés d'implantation d'un SQUID dans une telle enceinte cryogénique, à cause des perturbations électromagnétiques et mécaniques générées par le compresseur et le mouvement du gaz (vibration des feuilles composant le régénérateur par exemple). Dans une étude plus récente [39], R. Hohmann et *al.* ont en effet montré que les vibrations résiduelles se retrouvent au niveau du doigt froid et perturbent la réponse magnétique.

Dans l'état, en utilisant un magnétomètre seul, les perturbations présentes sur un tel système empêchent son utilisation pour la MCGe. Nous souhaitons mesurer la réjection de ces larges fluctuations par l'emploi de structures gradiométriques décrites dans le chapitre 2. Malheureusement, les aléas de l'approvisionnement des SQUID n'ont pas permis de le faire.

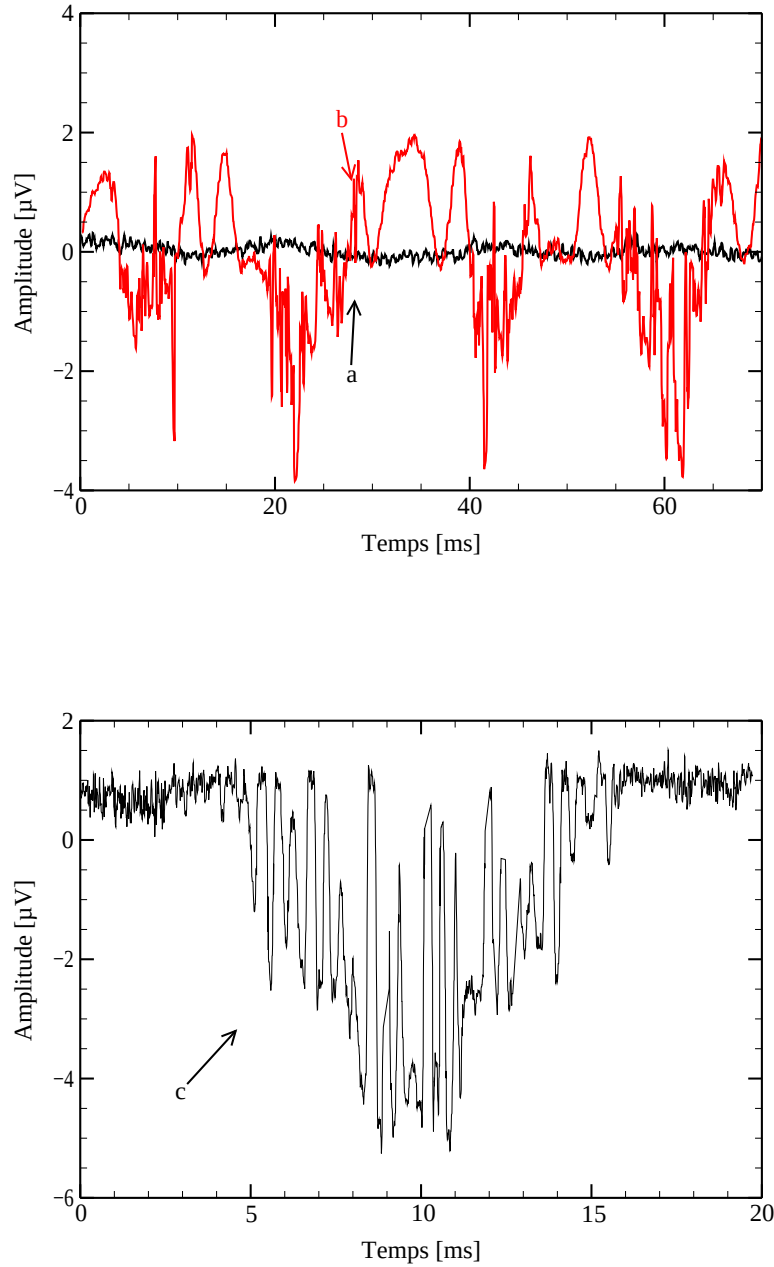


FIG. 3.32 – *Représentations temporelles des fluctuations vues par le SQUID*
 Les courbes (a) et (b) représentent respectivement les fluctuations en entrée du pré-amplificateur lorsque le SQUID n'est pas polarisé et lorsqu'il est polarisé à $I_p = 150 \mu\text{A}$. Un signal magnétique à basse fréquence (BF) est injecté pour permettre la visualisation du ΔV ($\simeq 2 \mu\text{V}$). Une perturbation magnétique apparaît périodiquement sur cette entrée, suivant une période de 50 Hz.
 La courbe (c) effectue un zoom sur une des perturbations, le signal de référence étant supprimé. L'amplitude de ce bruit est d'environ $10 \Phi_0$, soit environ 80 nT.

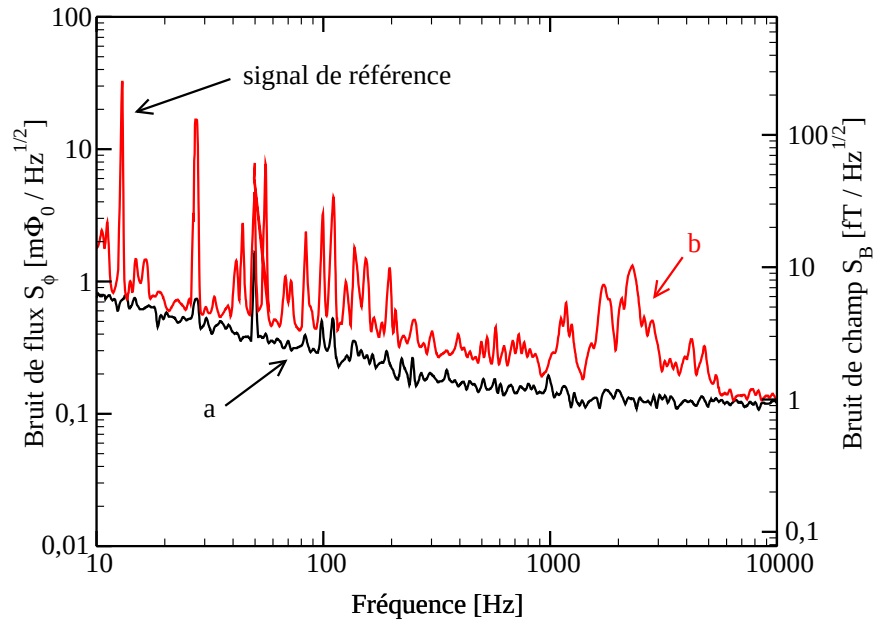


FIG. 3.33 – Densité spectrale de bruit équivalent en flux et en champ de ce magnétomètre à SQUID (échantillon BI13) mesuré en milieu magnétiquement blindé et refroidi à l'aide du TGP.

La courbe (a) représente le niveau de bruit lié à l'électronique seule (le SQUID est dépolarisé). La courbe (b) représente les densités spectrales de bruit en flux et en champ mesurées. Elles sont limitées à basse fréquence, comme en bruit blanc, par l'électronique. Un pic de référence d'une amplitude de $\Phi_0/20$ à 13 Hz permet de vérifier la surface effective de capture.

Condition expérimentale : $T = 80 \text{ K}$, $I_p = 150 \mu\text{A}$ et $\Delta V = 3 \mu\text{V}$.

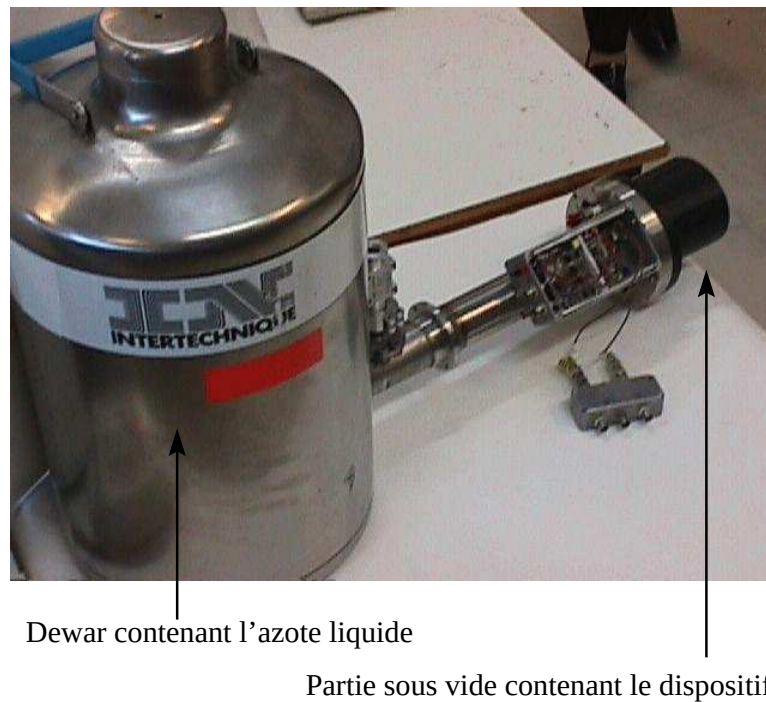


FIG. 3.34 – Photographie présentant une vue générale du cryostat à azote

3.5.5 Cryogénie à azote compatible avec la MCGe

Compte tenu des résultats médiocres du TGP, nous avons décidé de mettre en oeuvre un cryostat dont le doigt froid est refroidi par de l'azote liquide (cf. Fig. 3.34 et Fig. 3.35). Pour nous permettre une utilisation optimale, la longueur du doigt froid en cuivre est ajustable. Ainsi, le SQUID peut être placé à une distance d'environ 1 cm du bord extérieur. Nous avons également placé une résistance chauffante de $30\ \Omega$ sur le doigt froid afin de nous permettre de réchauffer le SQUID et ainsi provoquer sa transition de l'état supraconducteur à l'état normal, lors de piégeage intempestif de flux dans le SQUID.

Ce cryostat nous permet d'atteindre environ 73 K en pompant sur le bain d'azote. Cette température varie très lentement mais sans fluctuation excessive : le doigt froid d'une longueur totale de 40 cm filtre parfaitement les variations de température.

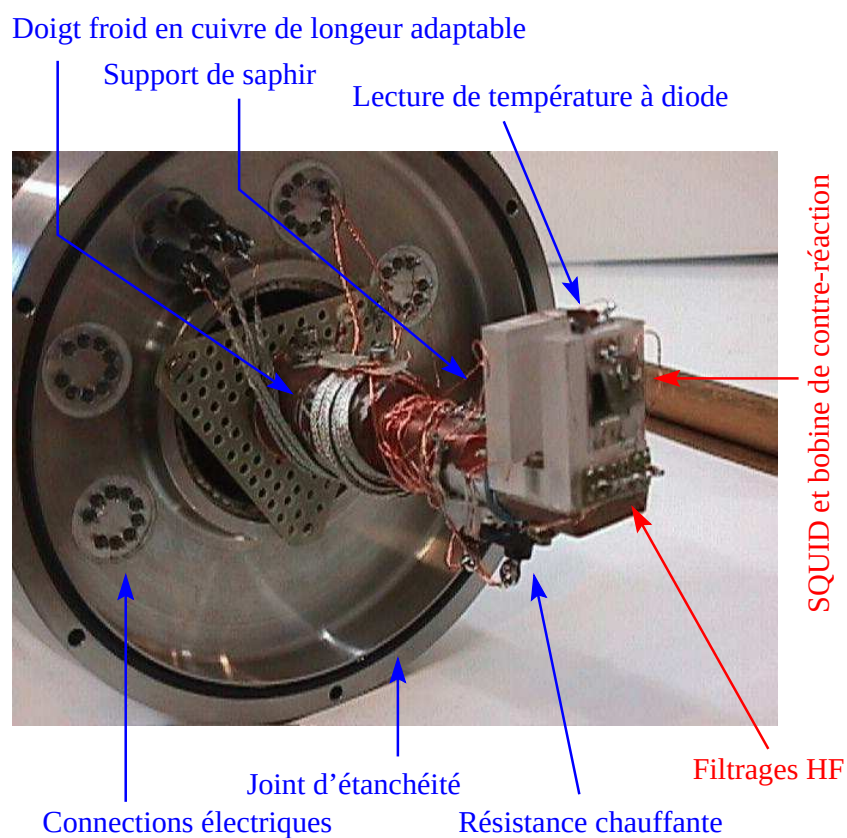


FIG. 3.35 – Photographie du doigt froid équipé d'un dispositif à SQUID

C'est à l'intérieur de ce cryostat que la plupart de nos développements ont été réalisés.

3.6 Conclusion

Le SQUID dc à couplage direct associé à une électronique pré-amplificatrice ainsi qu'à un dispositif de contre-réaction constitue un magnétomètre à haute résolution. Nous avons analysé les performances et les limitations de ce système.

Une fois ce magnétomètre réalisé, nous l'avons mis en oeuvre dans un tube à gaz pulsé. Ses résultats ont alors été particulièrement décevants. Une utilisation directe de ce TGP avec un magnétomètre à SQUID dc semble compromise dans le domaine de la magnéto-cardiographie. On pourrait toutefois envisager de se servir du TGP pour refroidir une batterie cryogénique [87]. Il ne serait alors actif que par intermittence, entre des mesures, toutefois le TGP testé ne possède pas la puissance thermique nécessaire pour un tel développement (en augmentant la charge thermique, il n'atteindrait plus la température de 77 K).

Pour continuer cette étude, nous avons donc mis en oeuvre un système cryogénique dont le doigt froid est refroidi par de l'azote liquide. Les performances en bruit de ce système sont optimales mais son utilisation se révèle peu pratique.

Nous sommes donc capables de mettre en oeuvre un magnétomètre à SQUID dc et de fixer son fonctionnement. Nous pouvons maintenant nous intéresser à son utilisation dans un système gradiométrique qui permettra la mesure du signal magnétique cardiaque en milieu non magnétiquement blindé.

Chapitre 4

Mise en oeuvre de gradiomètres

Examinons, dans ce chapitre présente, la progression suivie pour mesurer les signaux magnétiques cardiaques, objectif initial de l'étude, du point de vue expérimental et notamment par la gradiométrie.

La première partie de ce chapitre présente les résultats obtenus à l'aide d'un gradiomètre simple comportant deux flux-gates. L'objectif était de valider le traitement numérique en temps réel rejetant efficacement les perturbations à 50 Hz.

Nous aborderons ensuite les systèmes gradiométriques réalisés à l'aide de dispositifs supraconducteurs à haute température critique. Dans un premier temps, une revue des gradiomètres à SQUID actuels est présentée. Puis, nous analyserons la première expérience de gradiométrie à SQUID dc que nous avons réalisée. Enfin, nous terminerons ce chapitre par la mise en oeuvre d'un gradiomètre à SQUID rf commercial que nous avons qualifié pour le CEA-CEREM [18].

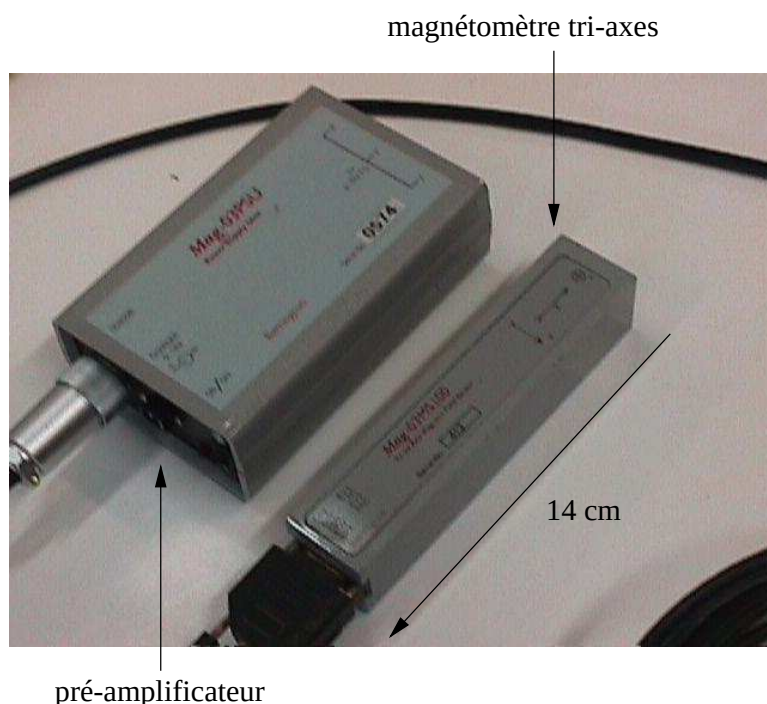


FIG. 4.1 – Photographie du flux-gate MAG03 de la société Bartington

4.1 Validation de la chaîne de traitement

Au début de cette thèse, l'usage de systèmes cryogéniques de type tube à gaz pulsé semblait très prometteur vis-à-vis de la magnétométrie à base de supraconducteurs à haute température critique. Les expériences que nous avons réalisées dans ce domaine nous ont montré qu'à l'heure actuelle, il subsistait encore de nombreux obstacles à l'utilisation d'un tel système cryogénique. En attendant de palier nos problèmes thermiques, nous avons décidé de commencer l'analyse des problèmes liés à la magnétométrie à haute sensibilité à l'aide d'un magnétomètre fonctionnant à 300 K : le flux-gate. Ce choix s'est révélé particulièrement intéressant puisqu'il nous a permis de valider la chaîne de traitement (structure gradiométrique et traitement numérique du signal).

Nous avons utilisé le flux-gate MAG03 vendu par la société *Bartington* (UK)

(cf. Fig. 4.1). Il s'agit d'un magnétomètre tri-axes ayant une densité spectrale de bruit équivalent en champ d'environ $3 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ par voie et une fréquence de recouvrement d'environ 1 Hz.

La première étape de cette étude a consisté à vérifier, en chambre magnétiquement blindée, que la mesure MCG pouvait être réalisée à l'aide du flux-gate MAG03. Puis, nous avons évalué les problèmes liés à la mesure magnétique en environnement magnétique non protégé, afin de préparer nos expériences ultérieures avec les SQUID.

4.1.1 Validation en chambre blindée

Les premières mesures ont été réalisées au sein de la chambre blindée de l'hôpital de la Salpêtrière à Paris. Dans cet environnement, le flux-gate atteint son niveau de bruit intrinsèque. La voie de mesure utilisée a une densité spectrale de bruit blanc équivalent en champ de $2,8 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$, à 1 Hz.

La mise en oeuvre de cette expérience a nécessité l'utilisation d'un filtre passe-bas du 4^{ème} ordre et de bande passante 40 Hz afin de s'affranchir du niveau de champ magnétique de 50 Hz résiduel dans la chambre blindée. La figure 4.2 présente un synopsis de la configuration expérimentale de mesure en chambre blindée.

Le capteur magnétique est placé à 1 cm du corps du patient, dans une zone proche du plexus. Le pic magnétique cardiaque apparaît de façon évidente sur les enregistrements (cf. Fig. 4.3). Il a une amplitude d'environ 100 pT. Cette amplitude est plus forte que celle généralement mesurée à l'aide des systèmes à SQUID HTc. En effet, le flux-gate, opérant à 300 K, peut être placé plus près de la source magnétique que beaucoup de systèmes supraconducteurs.

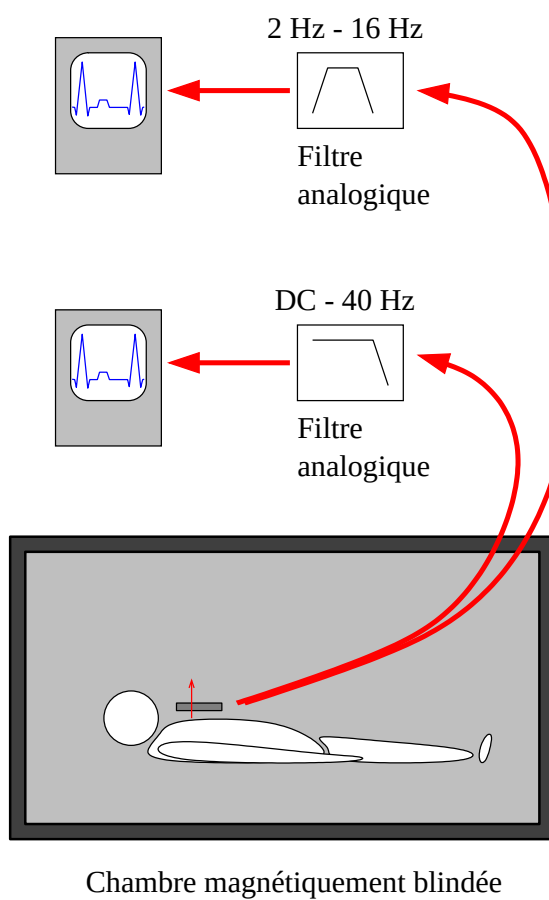


FIG. 4.2 – Vue synoptique de l'expérience en chambre blindée

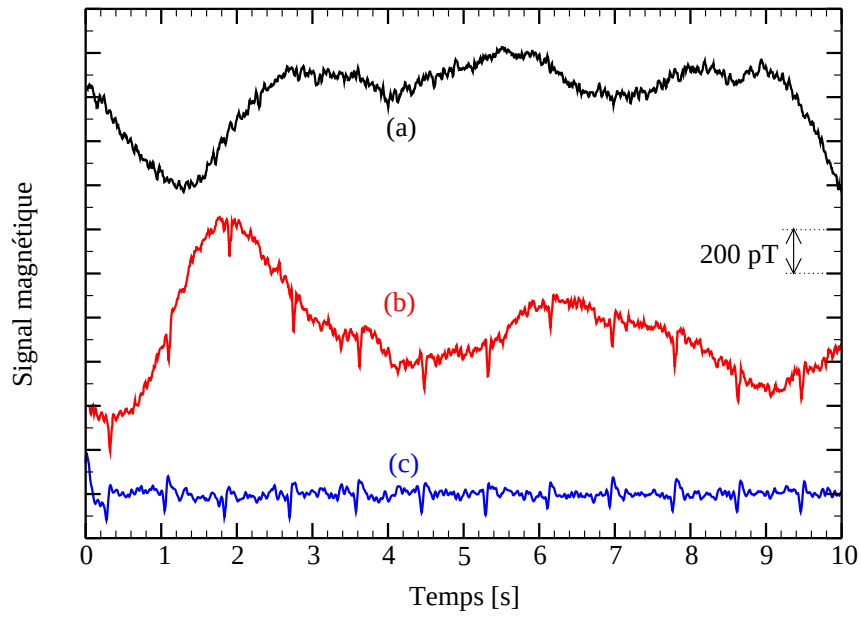


FIG. 4.3 – *Signaux magnétiques temporels enregistrés dans la chambre blindée [20][21]*

- (a) *Mesure du bruit magnétique rémanent de la chambre blindée sans patient.*
- (b) *Mesure du MCG d'un patient au sein de la chambre blindée (bande passante de l'acquisition dc-40 Hz)*
- (c) *Filtrage du signal (b) par post-traitement au moyen d'un filtre passe bande 2 Hz - 16 Hz*

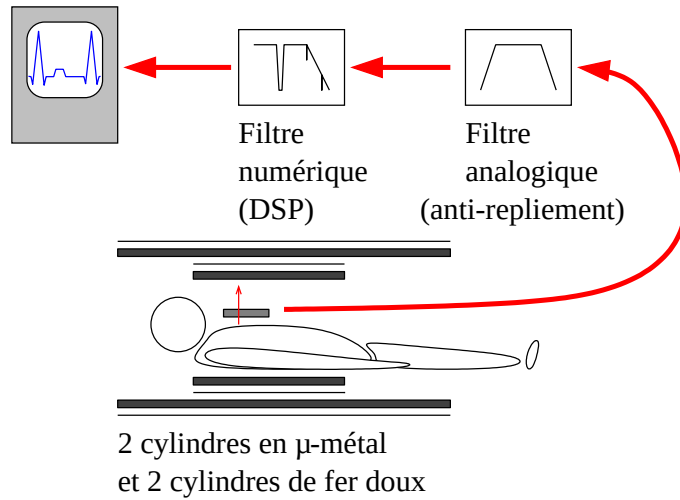


FIG. 4.4 – Vue synoptique de l'expérience en environnement faiblement blindé

4.1.2 Mise en oeuvre en milieu faiblement blindé et nécessité d'un traitement numérique du signal

En milieu magnétiquement non-blindé, dans notre laboratoire, les mesures magnétiques réalisées à l'aide d'un flux-gate sont très largement détériorées. La densité spectrale de bruit magnétique ambiant est environ 600 fois supérieure à celle que possède intrinsèquement le capteur (cf. Fig. 4.5). Ce niveau interdit évidemment toutes mesures de MCG.

Dans un premier temps, nous avons décidé de réduire l'influence du bruit magnétique ambiant en nous plaçant dans un milieu faiblement blindé. Ce blindage est constitué de deux cylindres de μ -métal et deux cylindres de fer doux placés horizontalement. Ils ont respectivement un diamètre de 63 cm et de 46 cm, une longueur de 100 cm et de 50 cm (cf. Fig. 4.4). L'amplitude des perturbations magnétiques est alors ramenée à un niveau proche de la limite détectable intrinsèquement par le flux-gate. La densité spectrale de bruit blanc équivalent en champ magnétique alors atteinte est de $6 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ (cf. Fig. 4.5). Cet environnement permet la mesure des pics magnétiques cardiaques. Cependant, toute mesure directe

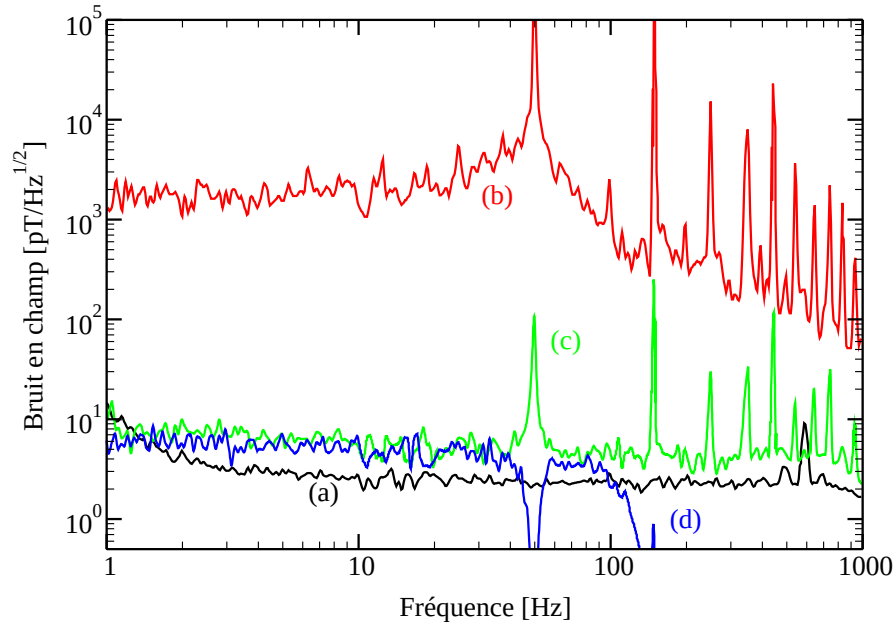


FIG. 4.5 – Comparaison des niveaux de bruits magnétiques mesurés en chambre blindée et dans le laboratoire [20][21]

(a) Densité spectrale de bruit équivalent en champ magnétique de la voie du flux-gate utilisé, enregistrée en chambre blindée à l'hôpital Salpêtrière de Paris. Le niveau de bruit blanc ainsi obtenu représente le niveau intrinsèque du capteur. En effet, il n'est perturbé par aucun signal magnétique.

Bruit magnétique dans le laboratoire sans blindage (b), dans un environnement faiblement blindé (c). (d) Densité spectrale de bruit équivalent en champ magnétique du capteur magnétique (flux-gate MAG03) en environnement faiblement blindé et après filtrage numérique (bande passante de 100 Hz et réjecteur de bande à 50 Hz).

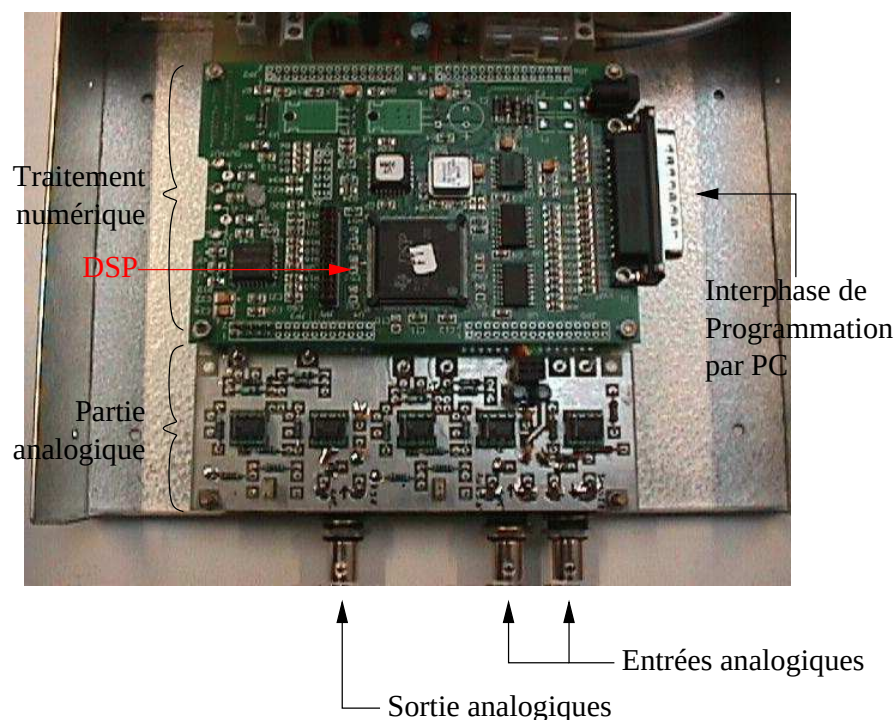


FIG. 4.6 – Photographie de l'électronique à DSP

est rendue impossible par la présence d'une importante perturbation magnétique à 50 Hz.

Pour éliminer la perturbation à 50 Hz, sans tuer totalement la bande passante, nous avons mis en oeuvre un filtrage numérique opérant en temps réel.

Traitement numérique du signal par le DSP TMS320c31 [82]

Le filtrage numérique a été réalisé en utilisant un processeur de signal numérique (DSP) de la société Texas Instrument, le TMS320c31 (cf. Fig. 4.6). Il s'agit d'un DSP 32 bits à virgule flottante. Ses capacités de traitement (notamment, sa vitesse et la taille mémoire disponible) sont telles qu'une fréquence d'échantillonnage f_e de 6,25 kHz a pu être utilisée. Ce DSP est associé à un convertisseur analogique - numérique (ADC) et à un convertisseur numérique - analogique (DAC), tous deux d'une résolution de 14 bits. Cet ensemble DSP - convertisseurs

est présent sur un kit d'évaluation fourni par Texas Instrument.

Le lecteur intéressé par le traitement numérique du signal pourra consulter les ouvrages généraux suivants [64][4]. La méthode que nous avons utilisée consiste à réaliser des filtres par placement de pôles et de zéros dans le plan z . Ce plan représente le lieu des racines de la fonction de transfert d'un système échantillonné vis-à-vis de la variable z . Trois types de filtres ont été conjointement mis en oeuvre :

un filtre en peigne qui élimine les signaux dont la fréquence est nulle ou multiple d'une fréquence f_0 choisie [56][82]. Ce filtre a pour fonction de transfert : $H(z) = \frac{1-z^{-M}}{1-a^M z^{-M}}$ où M est l'entier naturel tel que $f_e = M f_0$ et a est un coefficient proche de 1. Il permet de fixer la sélectivité du filtre. Ce filtre est implanté à l'aide de l'algorithme suivant :

$$y[n] = x[n] + x[n - M] + a^M y[n - M] \quad (4.1)$$

où $x[n]$ et $y[n]$ sont respectivement l'entrée et la sortie du filtre à l'instant n .

un filtre réjecteur de bande (ou notch) qui élimine les signaux à une fréquence donnée f_0 [82]. Il a pour fonction de transfert :

$$H(z) = \frac{1 - 2 \cos(2\pi f_0) z^{-1} + z^{-2}}{1 - 2 a \cos(2\pi f_0) z^{-1} + z^{-2}} \quad (4.2)$$

où a permet de fixer la largeur du filtre. Il est implanté à l'aide de l'algorithme de type IIR (Réponse Impulsionnelle Infinie) :

$$y[n] = b_0 x[n] + b_1 x[n - 1] + b_2 x[n - 2] + a_1 y[n - 1] + a_2 y[n - 2] \quad (4.3)$$

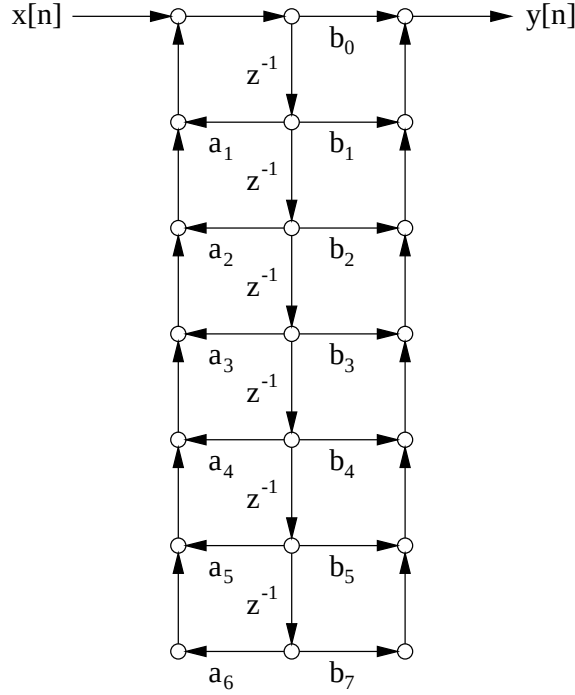


FIG. 4.7 – Structure du filtre passe-bas numérique d'ordre 6

où $b_0 = 1$, $b_1 = -2 \cos(2\pi f_0)$, $b_2 = 1$, $a_1 = 2a \cos(2\pi f_0)$ et $a_2 = -a^2$.

un filtre passe-bas d'ordre 6 dont la fréquence de coupure est de 100 Hz permet de limiter la bande passante. Les coefficients de ce filtre ont été calculés en recherchant une approximation (approximation au sens de la norme de Tchebycheff pour les fonctions) de la fonction de transfert souhaitée par des polynômes de dimension finie [82][4]. La structure de ce filtre IIR utilisé est donnée figure 4.7.

Le réseau de distribution électrique véhicule un signal dont la fréquence est proche de 50 Hz à $\pm 2\%$. Pour éliminer ce signal, un seul filtre passe-bande rejetant une fréquence fixe ne suffit pas. Le filtre global mis en oeuvre est alors constitué du filtre passe-bas, d'un filtre en peigne centré à 50 Hz et de 10 filtres passe-bande dont les fréquences f_0 sont équi-réparties entre 49,5 Hz et 50,5 Hz, permettant ainsi de rendre compte de l'écart de $\pm 2\%$ (cf. Fig. 4.8). Il permet de :

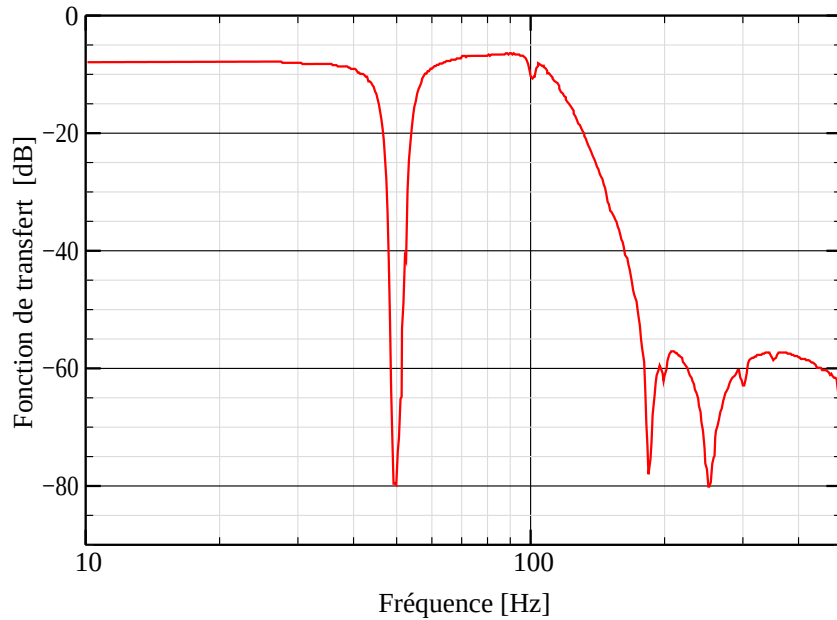


FIG. 4.8 – *Fonction de transfert du filtre réalisé à l'aide du DSP TMS320c31*

- limiter la bande passante de 1 Hz à 100 Hz,
- de supprimer totalement la raie induite par le réseau de distribution électrique,
- d'atténuer les harmoniques du réseau électrique.

La dynamique de ce système est fixé par la dynamique des convertisseurs (14 bits), soit : 80 dB.

Mesure du MCG

L'utilisation de ce filtrage numérique permet, pour une mesure en milieu faiblement blindé, de s'affranchir des signaux qui empêchaient les mesures de type MCG, le 50 Hz par exemple (cf. Fig. 4.9). Le pic magnétique cardiaque n'apparaît pas aussi nettement que dans la chambre blindée puisque la densité spectrale de

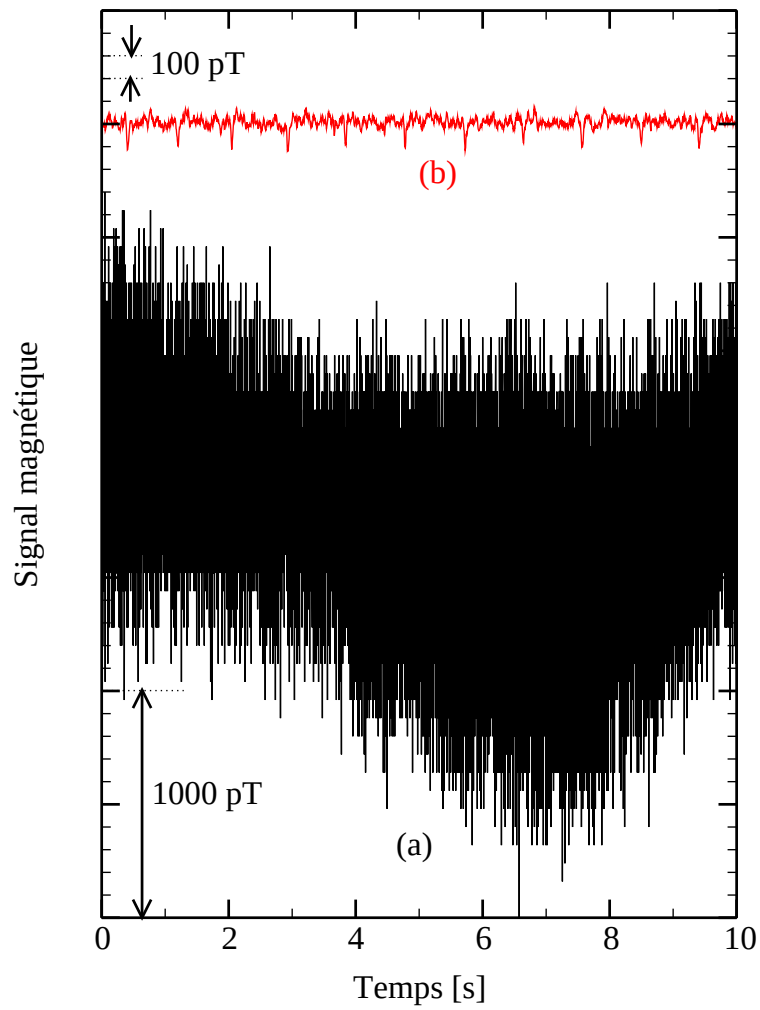


FIG. 4.9 – *Signal magnétique cardiaque avant (a) et (après) traitement en temps réel par DSP (b), offset arbitraire.*

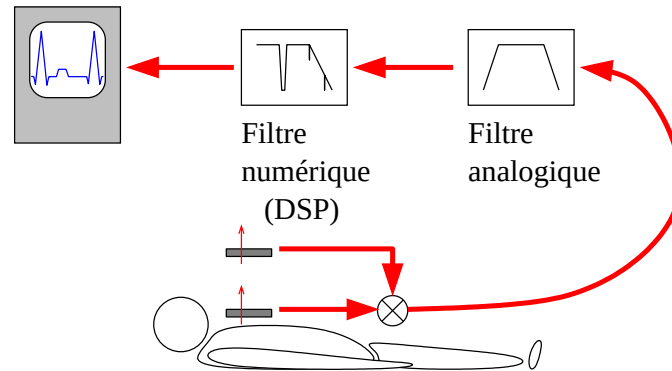


FIG. 4.10 – Vue synoptique de l'expérience gradiométrique.

bruit blanc lors de ces mesures était doublée.

Après avoir réussi à mesurer le signal de MCG en milieu magnétiquement blindé, puis faiblement blindé, l'étape suivante a été de mesurer sans blindage le signal MCG, à l'aide d'un gradiomètre.

4.1.3 Gradiomètre axial à deux flux-gates

A l'aide d'un second flux-gate MAG03 (prêté gracieusement par la société Bartington), nous avons réalisé un gradiomètre software axial du premier ordre. Une pièce de bois maintient les deux flux à une distance constante de 5 cm, correspondant à la ligne de base b_1 du gradiomètre.

En déplaçant un moment magnétique sur l'axe du gradiomètre, l'atténuation obtenue sur la lecture du champ en fonction de la distance source - gradiomètre peut être retrouvée (cf. Fig. 4.11).

Cependant, la faible dynamique de la carte DSP limite son champ d'application. Par exemple, dans notre laboratoire, le signal magnétique à 50 Hz a une amplitude supérieure à 10 nT. La dynamique d'entrée des convertisseurs actuellement utilisés (80 dB) ne permet pas de traiter à la fois les signaux de 1 pT et cette raie à 50 Hz. Ainsi, la première mesure gradiométrique a été effectuée sur la

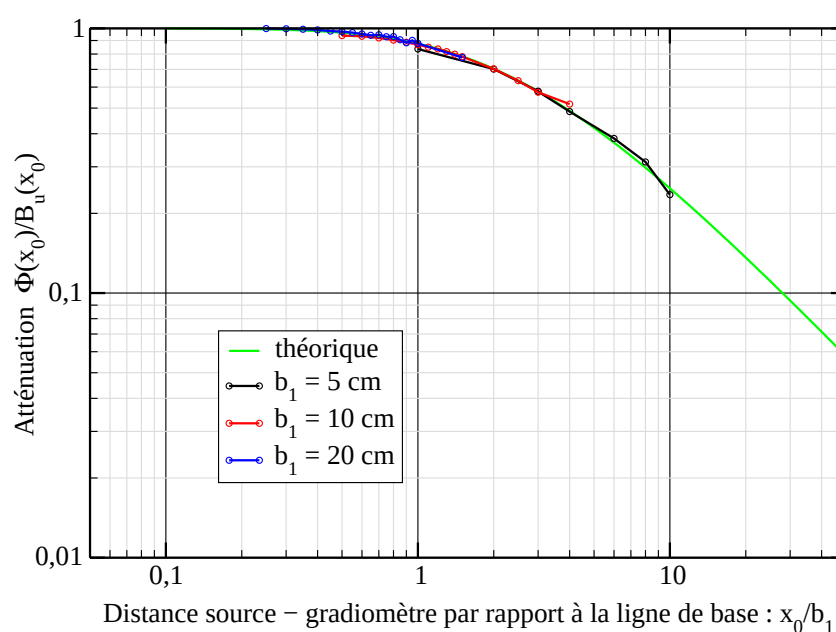


FIG. 4.11 – Atténuation du gradiomètre calculée et mesurée en fonction de la distance source - gradiomètre pour différentes lignes de base x_0 , b_1 , $B(x_0)$ et $\Phi(x_0)$ représentent respectivement la distance entre le gradiomètre et la source, la ligne de base du gradiomètre, le champ magnétique créé par la source au niveau du gradiomètre, la sortie du gradiomètre.

pelouse située devant le laboratoire : le bruit magnétique, et notamment le bruit à 50 Hz, y est moins élevé qu'à l'intérieur du laboratoire mais il est tout de même 30 fois supérieur à la densité spectrale de bruit des flux-gates (cf. Fig. 4.12).

La mise en oeuvre d'un tel gradiomètre permet de ramener le niveau de bruit basse fréquence à un niveau compatible avec la mesure d'un MCG. En effet, sa densité spectrale de bruit blanc équivalent en champ est alors d'environ $5 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ (ou en équivalent gradient, $1 \text{ pT}/(\text{cm}\sqrt{\text{Hz}})$), soit un niveau approximativement égal à la racine de la somme quadratique des densités spectrales de bruit intrinsèque des deux voies. Le filtrage par DSP permet encore une fois de s'affranchir du 50 Hz.

La mesure du signal magnétique cardiaque est alors possible sans aucun blindage (cf. Fig. 4.13).

4.1.4 Conclusion

Ces premières mesures nous ont permis de valider la chaîne de traitement numérique du signal et de montrer qu'il est possible de mesurer des signaux de type MCG, sous certaines conditions environnementales, à l'aide de la gradiométrie par flux-gates commerciaux [21].

Il reste donc à élaborer un système identique à l'aide de dispositifs à SQUID.

4.2 Gradiométrie à SQUID HTc

Comme nous l'avons vu de manière très générale dans le chapitre réservé à la gradiométrie, deux types de gradiomètres peuvent être réalisés : les gradiomètres hardware et les gradiomètres software.

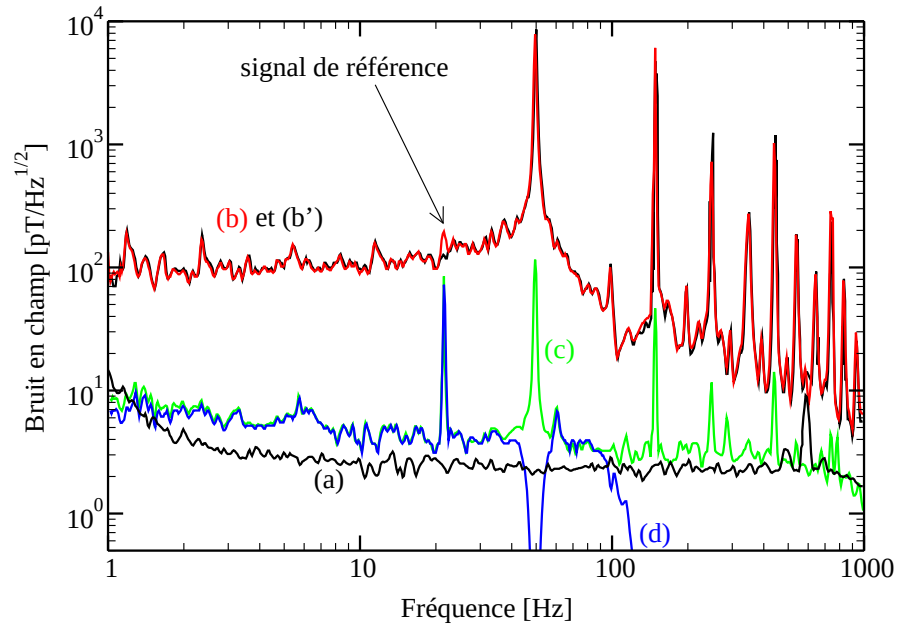


FIG. 4.12 – Comparaison des niveaux de bruits magnétiques mesurés en chambre blindée, sur la pelouse devant le laboratoire et issus d’une mesure gradiométrique. (a) Densité spectrale de bruit du flux-gate mesure en chambre blindée (b) et (b’) Mesure de la densité spectrale de bruit par les deux flux-gates indépendamment sur la pelouse (c) et (d) Mesure de la densité spectrale de bruit du gradiomètre, avant le DSP (c) et après le filtrage numérique (d)

Pour effectuer les réglages et qualifier le système, un signal magnétique de fréquence 21 Hz est généré par une bobine ponctuelle à proximité du premier flux-gate. Son amplitude est telle qu’une étude spectrale des deux voies ne permet pas de la discerner. Seule la sortie du gradiomètre fait apparaître le signal magnétique de la source ponctuelle utilisée.

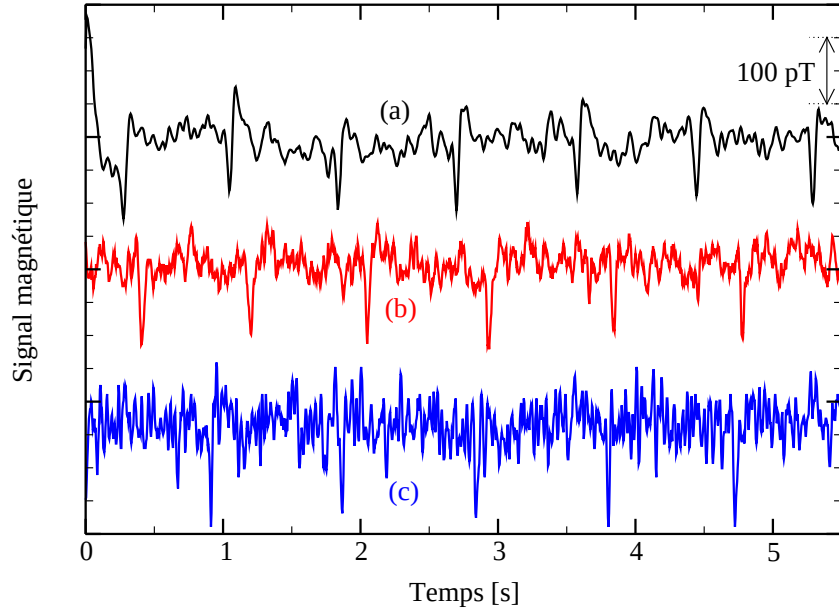


FIG. 4.13 – Comparaison des résultats de mesures du signal magnétique cardiaque par des flux-gates en chambre blindée, en milieu légèrement blindé et obtenu par gradiométrie.

(a) Mesure du signal magnétique cardiaque d'un patient au sein d'une chambre blindée (bande passante de l'acquisition dc - 40 Hz) et filtrage par post-traitement au moyen d'un filtre passe-bande (2 Hz - 16 Hz).

(b) Mesure du signal magnétique cardiaque d'un patient au sein de notre laboratoire et en milieu faiblement blindé avec filtrage numérique (passe bande 1 Hz - 100 Hz et réjecteur de bande centrée sur 50 Hz).

(c) Mesure du signal magnétique cardiaque d'un patient devant notre laboratoire à l'aide d'un gradiomètre axial du premier ordre et d'un filtrage numérique (passe bande 1 Hz - 100 Hz et réjecteur de bande centré sur 50 Hz).

4.2.1 Gradiomètres hardware réalisés à l'aide de matériaux supraconducteurs à HTc

Actuellement, la technologie des matériaux supraconducteurs à haute température critique permet uniquement la réalisation de transformateurs de flux planaires, déposés en couches minces sur un substrat. Leur ligne de base est limitée par la taille de ce substrat.

Le dispositif le plus simple consiste à utiliser un transformateur de flux gradiométrique du premier ordre de type parallèle (cf. §2.4.2) et à injecter directement le courant issu du transformateur de flux dans l'inductance du SQUID. Le SQUID mesure le courant résultant du système gradiométrique. Il est utilisé comme galvanomètre [40]. La taille du dispositifs, et donc de la ligne de base, est limitée par celle du substrat, généralement bi-cristallin, contenant le SQUID. Cette méthode permet également la réalisation de gradiomètre du second ordre [55]. Le tableau 4.1 présente les densités spectrales de bruit de quelques dispositifs de ce type. A titre de comparaison, est également reporté dans ce tableau l'exemple de gradiomètre hardware du premier ordre dont les boucles de capture en parallèle réalisent l'inductance d'un SQUID rf.

D'autres gradiomètres hardware sont conçus en mesurant le flux généré au secondaire du transformateur de flux. Cette mesure peut être effectuée par un couplage inductif entre spires contenant plusieurs tours. Cette technique nécessite la maîtrise des dépôts supraconducteurs multicouches. Elle a permis à Keene *et al.* de mettre en oeuvre un gradiomètre de densité spectrale de bruit de $10,3 \text{ pT} / (\text{cm} \sqrt{\text{Hz}})$ sur un substrat de $6,25 \text{ cm}^2$ [46]. Plutôt qu'une réalisation multi-tours, Tian *et al.* combinent le transformateur de flux avec un gradiomètre galvanique monté en flip-chip[80]. La ligne de base du dispositif peut alors être

	type	ordre	ligne de base	densité spectrale de bruit équivalent en champ	densité spectrale de bruit équivalent en gradient
[49]	H-G	1	1,7 mm	$3,74 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$22 \text{ pT}/(\text{cm } \sqrt{\text{Hz}})$
[89]	H-G	1	3.1 mm	$0,36 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$1,2 \text{ pT}/(\text{cm } \sqrt{\text{Hz}})$
[90]	H-G	1	4 mm	$0,32 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$0,8 \text{ pT}/(\text{cm } \sqrt{\text{Hz}})$
[55]	H-G	2	3 mm	$0,54 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$6 \text{ pT}/(\text{cm}^2 \sqrt{\text{Hz}})$
[51]	H-rf	1	3.7 mm	$0,185 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$0,5 \text{ pT}/(\text{cm } \sqrt{\text{Hz}})$
[80]	F-C	1	17,7 mm	$0,108 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$0,073 \text{ pT}/(\text{cm } \sqrt{\text{Hz}})$

TAB. 4.1 – *Performances de quelques gradiomètres hardware mono-couches*
Type H-G : gradiomètre hardware parallèle à lecture galvanique.
Type H-rf : gradiomètre hardware réalisant un SQUID rf
Type F-C : gradiomètre flip-chip

beaucoup plus importante que celle du seul gradiomètre galvanique, le transformateur de flux étant réalisé sur un substrat mono-cristallin de silicium et plus sur un bi-cristal de STO. La densité spectrale de bruit de cet ensemble est aussi présentée dans le tableau 4.1.

La ligne de base de tous ces gradiomètres est réduite. Ainsi, pour une source située à 7 cm, tous ces dispositifs opèrent en fonctionnement gradiométrique. Par exemple, à cette distance, le signal lu par un gradiomètre de ligne de base 17 mm (respect. 4 mm) est atténué d'un facteur 2 (respect. 7) par rapport à la lecture réalisée à l'aide d'un magnétomètre (pour mémoire, il est possible de se reporter à la figure 4.11 donnée dans le cas des flux-gates). Ces dispositifs ne sont pas optimisés pour la magnéto-cardiographie. Ils sont généralement mis en oeuvre pour des expériences de contrôle non-destructif.

Dans le cadre de cette thèse, il aurait été, tout de même, intéressant de pouvoir mettre en oeuvre un gradiomètre hardware à lecture galvanique, pour réduire le niveau de bruit occasionné par le tube à gaz pulsé. Les masques nécessaires à leur réalisation ont été conçus. Mais, les problèmes technologiques auxquels nous

sommes confrontés ne permettent pas de fabriquer de tels dispositifs actuellement.

4.2.2 Gradiomètres software à SQUID HTc

Les gradiomètres software reconstituent électroniquement le signal gradiométrique à partir de plusieurs magnétomètres. Ils sont souvent réalisés à l'aide de SQUID rf. Le tableau 4.2 présente quelques dispositifs de ce type.

Ce type de gradiomètre est très sensible au mauvais alignement des surfaces de capture. Diminuer le mode commun est le souci majeur qui se pose lors de l'utilisation de telles structures. Parmi les exemples présentés dans le tableau 4.2, Borgman *et al.* [6] équilibrent leur système grâce à des pièces supraconductrices soigneusement positionnées. Ils atteignent ainsi une réjection du mode commun de 10000. He *et al* [37] ont préféré mettre en oeuvre un gradiomètre software en combinant un SQUID et un magnétomètre tri-axes (3 SQUID). Ils peuvent ainsi adapter électroniquement leur réjection de mode commun qui dépasse 4000.

L'inconvénient majeur des gradiomètres software est que chaque magnétomètre est soumis au champ magnétique moyen. Ce champ moyen limite la dynamique de chaque magnétomètre, et donc de l'ensemble. Ce problème de limitation de la dynamique du système peut être contourné en effectuant une contre-réaction en champ magnétique sur le champ magnétique moyen à l'aide par exemple d'un autre SQUID [50].

La ligne de base et le niveau de bruit des gradiomètres software permet de réaliser de la magnéto-cardiographie.

	magnétomètres utilisés			ordre	ligne de base	gradiomètre software	
	type	nombre	densité spectrale de bruit équivalent en champ magnétique			densité spectrale de bruit équivalent en champ magnétique	densité spectrale de bruit équivalent en champ magnétique
[53]	dc	2			2,5 cm	$10000 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$4000 \text{ fT}/(\text{cm} \sqrt{\text{Hz}})$
[76]	rf	2	$440 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	1	6 cm		$47 \text{ fT}/(\text{cm} \sqrt{\text{Hz}})$
[37]	rf	4	$160 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	1	8 cm	$220 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$27,5 \text{ fT}/(\text{cm} \sqrt{\text{Hz}})$
[6]	rf	2	$53 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	1	7,5 cm	$80 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$10,6 \text{ fT}/(\text{cm} \sqrt{\text{Hz}})$
[6]	rf	3	$53 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	2	7 cm	$150 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$	$3 \text{ fT}/(\text{cm}^2 \sqrt{\text{Hz}})$

TAB. 4.2 – *Performance de quelques gradiomètres software*

	$R/2$	$2 I_{cj}$	$R I_{cj}$	ΔV	$1/A_{eff}$
SQUID n°1	2Ω	$15 \mu A$	$30 \mu V$	$7,7 \mu V$	$6,4 nT/\Phi_0$
SQUID n°2	$1,6 \Omega$	$25 \mu A$	$40 \mu V$	$9,6 \mu V$	$5,3 nT/\Phi_0$

TAB. 4.3 – *Caractéristique, à 77 K, des SQUID utilisés*
 $R/2$, $2 I_{cj}$, ΔV et $1/A_{eff}$ représentent respectivement la résistance du SQUID, son courant critique, l'amplitude crête-crête de sa modulation en tension et son coefficient de transfert du flux en champ.

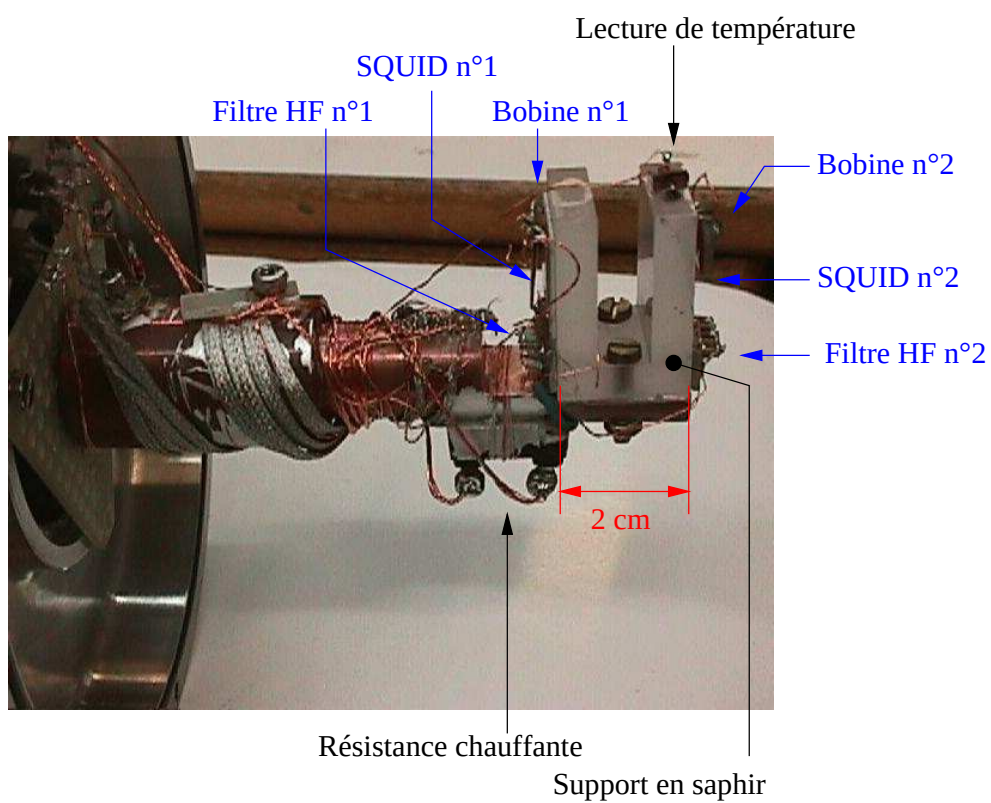
4.3 Mise en oeuvre d'un gradiomètre à SQUID dc

Pour palier notre absence de succès dans la réalisation de SQUID, nous avons acheté 2 SQUID dc à couplage direct à la société NKT (Danemark). Ils nous ont permis de mettre en oeuvre un gradiomètre software axial qui a été utilisé dans le laboratoire souterrain de Apt (ancien PCT1). L'objectif de cette expérience consistait à tester le fonctionnement de ce premier gradiomètre supraconducteur et de qualifier magnétiquement le site [86].

Les SQUID dc que nous avons utilisés ont été présentés à la conférence EU-CAS'99 [67]. Ils sont constitués de jonctions sur rampe et réalisés par dépôt laser de YBCO sur substrat de MgO. Les caractéristiques électriques de ces SQUID sont données dans le tableau 4.3.

Ces SQUID dc ont été montés sur un support de saphir (cf. Fig. 4.14). La distance les séparant (la ligne de base b_1 du gradiomètre) est de 2 cm. Placés ainsi, ils permettent la réalisation d'un gradiomètre software axial du premier ordre dont la ligne de base mesure 2 cm. Ces dispositifs n'étant pas strictement identiques, la sortie du gradiomètre est réalisée en effectuant la différence entre les signaux de sortie des deux systèmes à SQUID dont les gains sont adaptés par un amplificateur à gain variable.

Ce gradiomètre a été mis en oeuvre dans un milieu magnétique faiblement perturbé (le laboratoire souterrain de Apt) [86]. Toutes les manipulations ont

FIG. 4.14 – *Dispositif gradiométrique monté sur le doigt froid du cryostat*

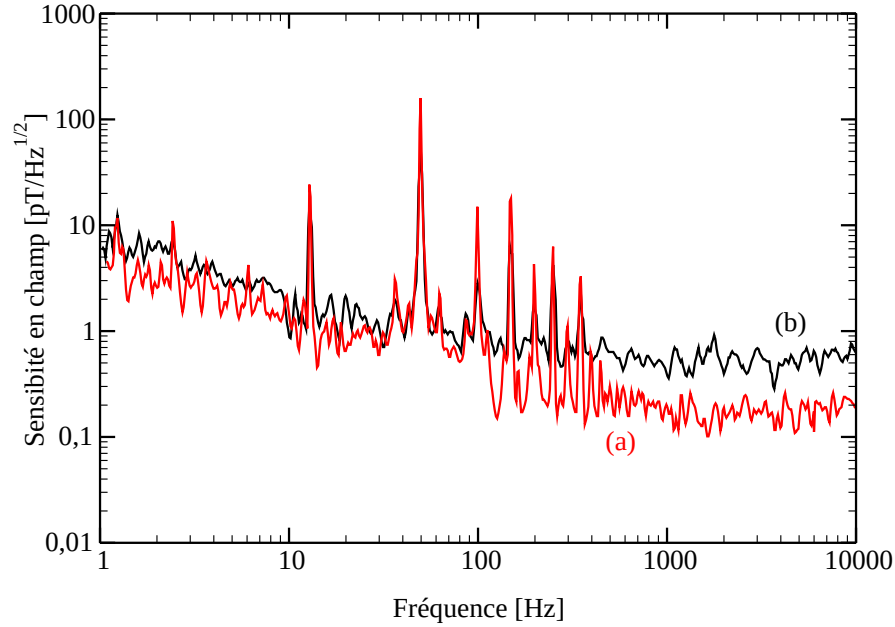


FIG. 4.15 – *Densité spectrale de bruit des deux SQUID utilisés à Apt après une transition sous champ magnétique faible.*

Le bruit à basse fréquence observé ici est similaire à celui mesuré lors de la caractérisation du site à l'aide d'un flux-gate [86]. Il s'agit donc d'un bruit magnétique et non du bruit excédentaire des capteurs.

été réalisées sans blindage, y compris les transitions de l'état normal à l'état supraconducteur.

La densité spectrale de bruit des deux SQUID, transités dans de telles conditions, est donnée en figure 4.15. Les deux systèmes ont des niveaux de bruits très différentes, $570 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ pour le SQUID n°1 contre $120 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ pour le SQUID n°2. La densité spectrale de bruit du gradiomètre est alors limitée par celle du SQUID le moins sensible. Elle est légèrement supérieure à celle des meilleurs gradiomètres software (cf. Tab. 4.2).

La première expérience gradiométrique a consisté à générer un champ magnétique à l'aide d'une bobine externe et à vérifier le bon fonctionnement du

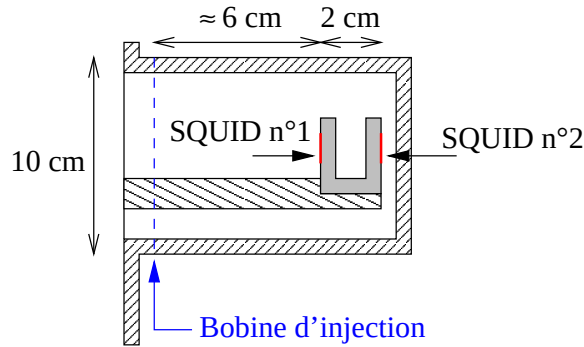


FIG. 4.16 – Position de la bobine d'excitation extérieure par rapport aux deux SQUID

gradiomètre. La bobine d'injection est enroulée autour du couvercle plastique extérieur et positionnée dans un plan parallèle à ceux contenant les SQUID (cf. Fig. 4.16). Un générateur basse-fréquence de Hewlett Packard crée un courant dans la bobine dont la variation temporelle ressemble à celle de l'ECG. Le SQUID n°1 (respect. le SQUID n°2) voit un champ magnétique d'amplitude pic 420 pT (respect. 226 pT). Ce gradiomètre mesure alors une différence de champ de 194 pT.

La figure 4.17 représente l'évolution temporelle des signaux de sortie d'un des magnétomètres et du gradiomètre. Cette dernière fait apparaître le signal magnétique appliqué par la bobine, en filtrant notamment le signal parasite à 50 Hz (qui est ici spatialement homogène et de faible amplitude). Notons que nous n'avons pas eu recours au filtrage par DSP dans cette mise en oeuvre.

Cette figure montre également qu'un signal magnétique, d'amplitude 4 fois inférieure à celui appliqué, pourrait également être mesuré. Le gradiomètre verrait alors un signal magnétique d'amplitude 50 pT, c'est-à-dire l'amplitude attendue lors de la mesure d'un magnéto-cardiogramme.

Pourtant, la mesure du MCG d'un patient s'est révélée impossible. Actuellement, la ligne de base de ce gradiomètre est de 2 cm. Elle est environ quatre fois inférieure à la distance entre le SQUID n°2 et le coeur du patient. Le gradio-

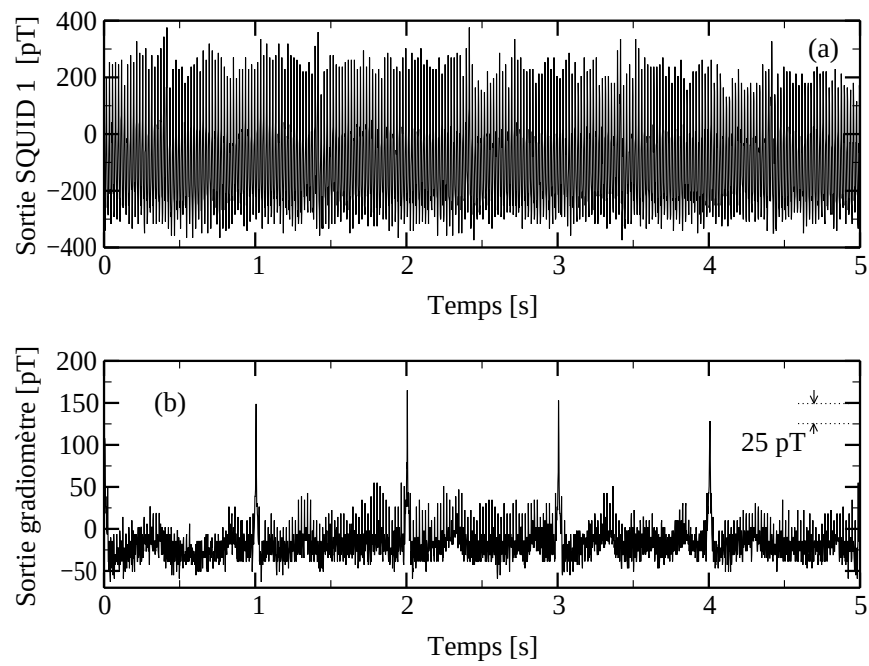


FIG. 4.17 – Évolution temporelle de la sortie du gradiomètre (b) et de la sortie du pré-amplificateur connecté au SQUID n° 1.

mètre atténue donc d'un facteur 2 le signal magnétique à mesurer (cf. Fig. 4.11). Ce dernier devient alors indétectable, son pic étant attendu à une amplitude de 25 pT (cf. Fig. 4.17).

Cette expérience montre que nous sommes capables de réaliser un gradiomètre software à l'aide de deux SQUID dc et que, si ces deux magnétomètres avaient une densité spectrale de bruit comparable à celle du plus performant d'entre eux, le gradiomètre aurait une densité spectrale de bruit comparable aux meilleures densités spectrales de bruit rencontrées dans la littérature. Par contre, pour permettre la mesure du signal magnétique cardiaque, ce système doit avoir une ligne de base plus importante, d'au moins 6 cm. Les adaptations du doigt froid permettant une telle mise en oeuvre sont en cours de réalisation.

4.4 Utilisation d'un système intégré à quatre SQUID rf

L'opportunité nous a été offerte de qualifier un gradiomètre software commercial, réalisé par les groupes ISI et KFA de Jülich (Allemagne) [37], afin d'évaluer ses principales limitations. Nous avons par ailleurs utilisé ce système pour mesurer le signal magnétique cardiaque.

Ce gradiomètre est composé de quatre SQUID rf : un, dont la sortie est notée z_1 , sert de magnétomètre de mesure, les trois autres constituent un magnétomètre tri-axes de référence (x_2, y_2, z_2) (cf Fig. 4.18). Cet ensemble peut être utilisé en gradiomètre de sortie $z_1 - z_2$ ou en gradiomètre, dont le mode commun peut être optimisé à l'aide des coefficients α , β et γ , de sortie $z_1 - \gamma z_2 - \beta y_2 - \alpha x_2$, comme nous l'avons vu §2.4.4. La ligne de base de ce système est de 8 cm. N'étant pas gênés par les effets de mode commun, nous nous sommes limités à l'utilisation de

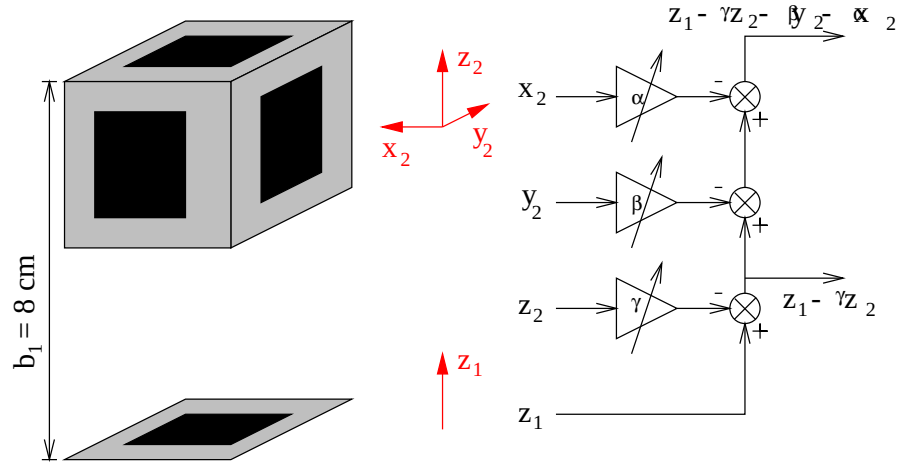


FIG. 4.18 – Schéma de la configuration du gradiomètre [37]

la sortie $z_1 - z_2$.

Nous avons mesuré la limite de fonctionnement en fréquence de la voie z_1 (cf. Fig. 4.19). Nous retrouvons parfaitement le type de comportement décrit §3.3.2 page 135. Le comportement limite des deux voies z_1 et z_2 est similaire. La voie la plus limitée conditionne le fonctionnement global du gradiomètre.

La figure 4.20 présente les densités spectrales de bruit mesurées pour les magnétomètres z_1 et z_2 et pour le gradiomètre $z_1 - z_2$. Les SQUID rf ont transité de l'état normal à l'état supraconducteur en présence du champ terrestre. Leur densité spectrale de bruit à basse fréquence est donc dégradée. Le bruit à basse fréquence de z_1 étant plus élevé que celui de z_2 , il limite la densité spectrale de bruit du gradiomètre. Pour les fréquences supérieures à environ 15 Hz, la cohérence entre les voies z_1 et z_2 est importante. Le bruit qu'elles mesurent est d'origine magnétique. Il disparaît en sortie du gradiomètre. Ce dernier a une densité spectrale de bruit d'environ $250 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ et une fréquence de recouvrement du bruit en $1/f$ de 70 Hz. Le bruit à 1 Hz est de $4 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Ce niveau de bruit permet la mesure du signal magnétique cardiaque. La ligne de base du gradiomètre étant de 8 cm, le signal magnétique cardiaque peut être

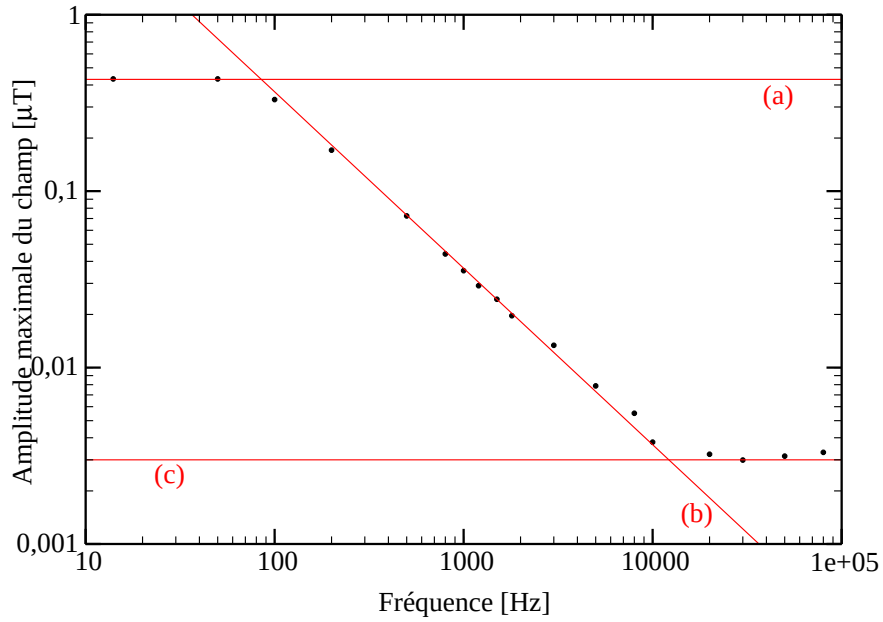


FIG. 4.19 – *Limitation en amplitude de champ de bouclage de la voie z_1 en fonction de la fréquence*

*Les points correspondent aux mesures réalisées. Les trois droites constituent une approximation des mesures prenant en compte les zones définies §3.3.2. La droite (a) représente la limitation de la tension de sortie du système. La droite (b), d'équation $y = 0,43 * (85/f)$, représente la limite de dé-bouclage du système. Elle correspond à une limitation de la vitesse de sortie de $37 \mu\text{T.s}$ ou de $7000 \Phi_0.s$. La droite (c) fixe la limite de fonctionnement en boucle ouverte. Cette amplitude limite (3 nT) est proche du champ correspondant à $\Phi_0/2$.*

Ce graphique permet de retrouver la fréquence de coupure de ce magnétomètre : 10 kHz .

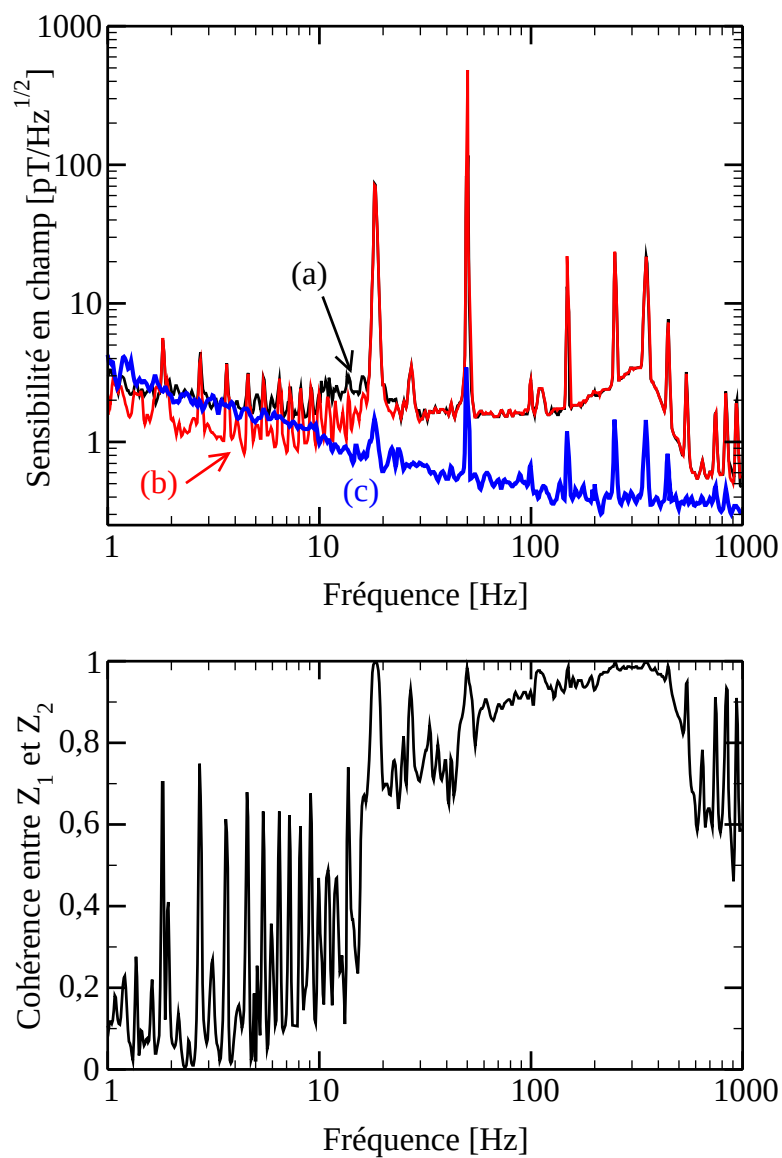


FIG. 4.20 – Densité spectrale de bruit en champ des magnétomètres z_1 (courbe (a)), de z_2 (courbe (b)) et du gradiomètre $z_1 - z_2$ (courbe (c)) et cohérence entre les voies z_1 et z_2 .

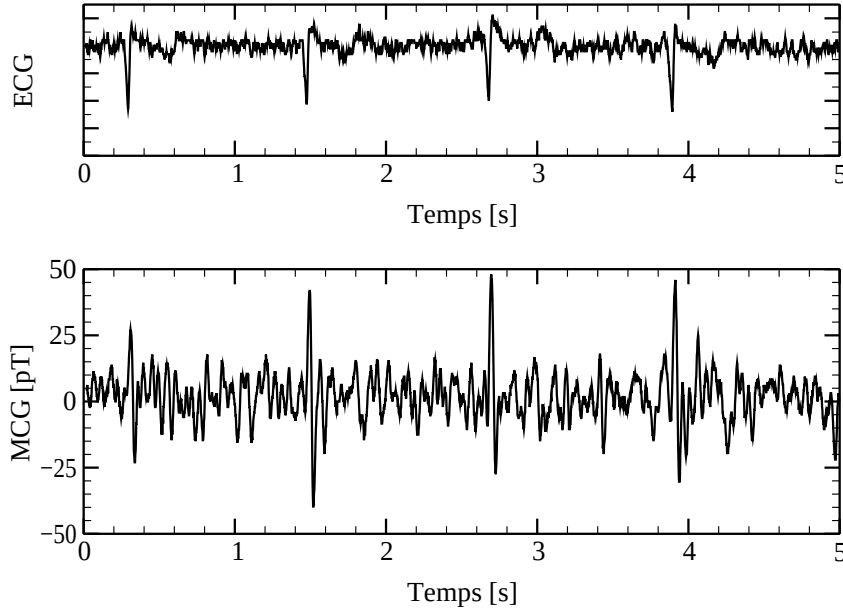


FIG. 4.21 – *Mesure d'un signal magnétique cardiaque (ECG et MCG) dans une bande passante 1 Hz - 40 Hz*

considéré comme une source proche, lorsque le SQUID z_1 est près du thorax. Nous avons réalisé la mesure du champ magnétique cardiaque d'un patient. Durant cette expérience, une attention particulière a été portée sur le découplage des sources de vibration : le patient et le système à SQUID n'ont aucun contact et tous deux reposent directement sur le sol.

La figure 4.21 présente une mesure de MCG dans une bande passante allant de 1 Hz à 40 Hz. Un dispositif mesurant le signal électrique issu du battement cardiaque (ECG) a également été mis en oeuvre. Il nous a permis de réaliser un moyennage de 30 cycles sur le MCG. Le résultat de ce moyennage est donné en figure 4.22.

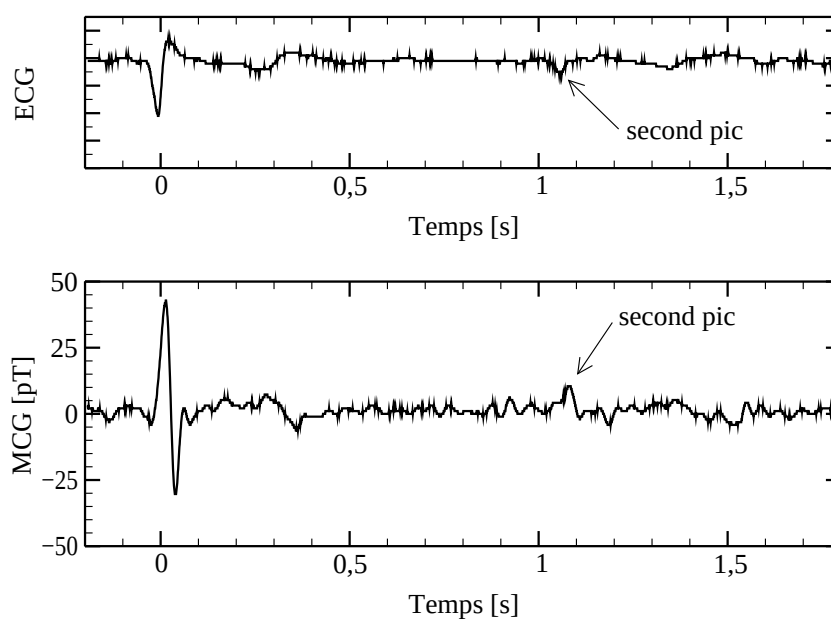


FIG. 4.22 – Tracé d'un signal cardiaque (ECG et MCG) résultant d'un moyennage de 30 cycles, synchronisés par le signal ECG, dans une bande passante 1 Hz - 40 Hz

Un bruit de phase sur la synchronisation des signaux cardiaques entraîne la disparition du pic du second cycle cardiaque (sa position est indiquée par une flèche). Sur les deux tracés apparaît un lobe secondaire qui pourrait correspondre à l'onde P du MCG.

4.5 Conclusion

Nous avons mis en oeuvre trois gradiomètres axiaux du premier ordre, tous réalisés à partir de magnétomètres différents.

Le premier, construit avec deux flux-gates, nous a permis d'évaluer les difficultés posées par la mesure d'un champ de très faible amplitude dans un milieu magnétique non-blindé. Nous avons mis en oeuvre un filtrage, par traitement numérique du signal, sans lequel aucune mesure hors blindage n'aurait été possible. Ces mesures ont également montré qu'un système à flux-gates peut permettre de mesurer un signal magnétique cardiaque. Ce travail a donné lieu à deux publications [20][21].

Le système acheté par le CEA-CEREM, à base de SQUID rf, a aussi permis une telle mesure. La figure 4.24 présente les signaux temporels mesurés par ces deux systèmes. La figure 4.23 montre les densités spectrales de bruit liées à chacune de ces mises en oeuvre.

Plusieurs remarques s'imposent :

- Sa ligne de base étant trop courte, le gradiomètre à SQUID dc réalisé ne permet certes pas de mesurer le champ magnétique cardiaque, mais son niveau de bruit à l'entrée devrait autoriser une telle mesure (il est compris entre celui du système à SQUID rf et celui à flux-gates). Lorsque les moyens cryogéniques nécessaire à l'éloignement des deux capteurs seront disponibles, nous devrions sans problème pouvoir réaliser la mesure du MCG.
- Aucun des systèmes mis en oeuvre n'a respecté le cahier des charges que nous nous étions fixés lors de l'étude du champ magnétique cardiaque, c'est-à-dire un seuil de détection de $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$. Cependant, des techniques permettent d'accroître la sensibilité du SQUID, par exemple l'APF (Adapta-

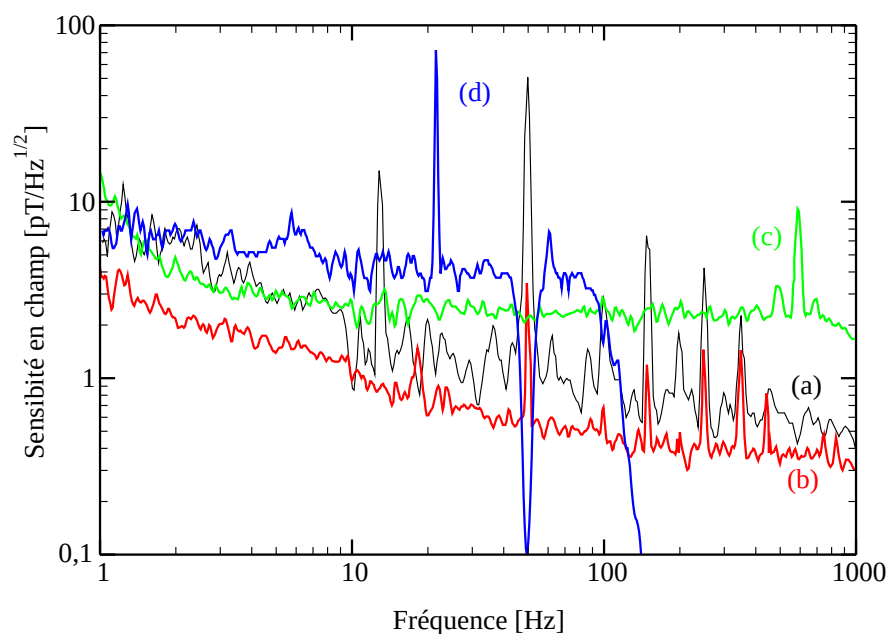


FIG. 4.23 – *Densité spectrale de bruit des différents systèmes mis en oeuvre*
 La courbe (a) représente la densité spectrale de bruit du gradiomètre axial réalisé par les SQUID dc, en milieu magnétique non blindé. La ligne de base de ce gradiomètre est de 2 cm.

La courbe (b) représente la densité spectrale de bruit du gradiomètre axial réalisé par les SQUID rf, en milieu magnétique non blindé. La ligne de base de ce gradiomètre est de 8 cm.

La courbe (c) représente la densité spectrale de bruit d'un seul flux gate en chambre blindée.

La courbe (d) représente la densité spectrale de bruit du gradiomètre axial réalisé par deux flux-gates, en milieu magnétique non blindé. La ligne de base de ce gradiomètre est de 5 cm.

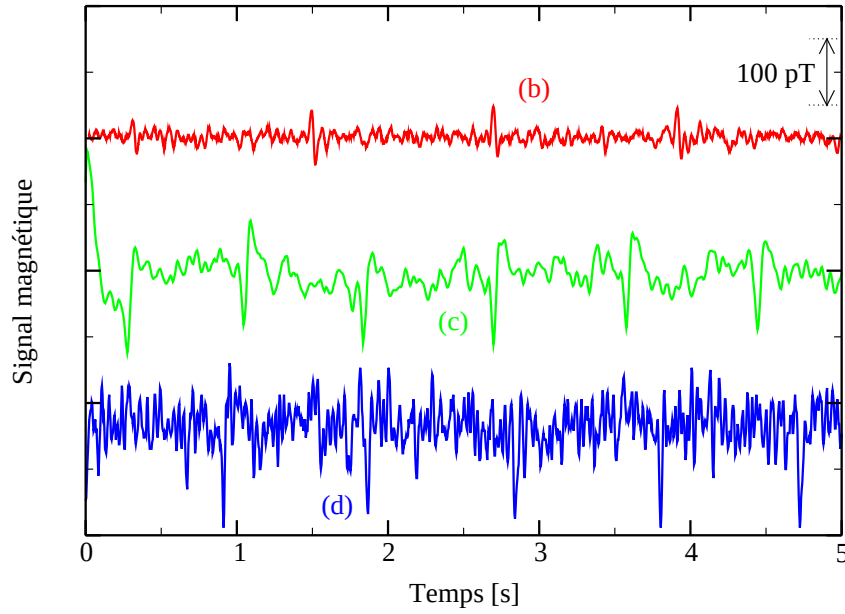


FIG. 4.24 – Visualisation du signal de magnéto-cardiographie mesuré dans les différents systèmes mis en oeuvre

La trace (b) représente le signal MCG mesuré à l'aide du gradiomètre axial réalisé par les SQUID rf, en milieu magnétique non blindé. La ligne de base de ce gradiomètre est de 8 cm. La bande passante du système est de 1 Hz - 40 Hz.

La trace (c) représente le signal MCG mesuré avec un seul flux gate en chambre blindée. La bande passante du système est 2 Hz-16 Hz.

La trace (d) représente le signal MCG mesuré à l'aide du gradiomètre axial réalisé par deux flux-gates, en milieu magnétique non blindé. La ligne de base de ce gradiomètre est de 5 cm. La bande passante du système est de 1 Hz - 100 Hz.

tive Positif Feedback). Elle permettrait de diminuer notre niveau de bruit de l'entrée équivalent en champ. Un tel système a été mis en oeuvre au laboratoire [68], mais nous ne l'avons pas encore associé au système gradiométrique.

- En dernier lieu, alors que la densité de bruit des flux-gates est plus élevée que celle des systèmes à SQUID, le rapport signal sur bruit n'est pas fortement dégradé. En effet, les flux-gates se placent beaucoup plus près du torse et donc le niveau magnétique à détecter augmente.

Conclusion générale

Ce travail de thèse s'est placé à un moment charnière de l'histoire de l'équipe Instrumentation du GREYC qui, d'une part vise à gérer sa production de capteurs et d'autre part, veut assurer la promotion de ceux-ci en les intégrant dans de véritables systèmes démonstrateurs. C'est dans ce cadre, nouveau pour l'équipe que s'est déroulé ce travail. Il aura donc fallu aborder les nombreuses facettes du problème choisi:

- nature du signal à mesurer en MCG,
- caractéristiques de l'environnement bruité,
- compréhension fine des techniques de gradiométrie,
- compréhension fine du fonctionnement des capteurs à haute sensibilité et surtout des nombreuses limitations attenantes à leur mise en oeuvre en milieu perturbé.

De nombreuses difficultés ont également été rencontrées, et contournées, lors des mises en oeuvre des différents systèmes :

- difficultés d'approvisionnement des capteurs (due à la jeunesse de l'équipe en micro-technologie, et à la difficulté de s'en procurer sur le marché),
- réorientation de choix initial du procédé cryo-technologique,
- traitement numérique du signal en temps réel.

Parmi ces multiples éclairages d'un problème complexe, nous avons apporté nous semble-t-il des éléments novateurs. D'un point de vue formel, la modélisation du

bruit généré par le réseau de distribution électrique a été précisée pour s'affranchir de ses composantes basses et très basses fréquences qui s'avèrent primordiales en milieu perturbé par la présence de nombreuses machines (cas de notre laboratoire et cas du milieu hospitalier). Nous avons également précisé la modélisation du bruit lié au trafic urbain. Concernant la gradiométrie, notre contribution porte sur l'emploi de la fonction Γ qui permet une présentation unifiée des réjections des sources de type dipôle magnétique et moment magnétique. Concernant les capteurs à SQUID dc, nous montrons la maîtrise de leur mise en oeuvre dans une chaîne complète de détection. Certes, nous avons testé une méthode de réglage du courant critique des jonctions de grain sur bicristal 24° par faisceau d'ions focalisés, mais celle-ci s'avère assez difficilement praticable. En effet, les transferts entre le GREYC et le L2M de Bayeux laissent les échantillons supraconducteurs en atmosphère non contrôlée (poussières, humidité) pendant des périodes relativement longues.

L'arrivée prochaine à Caen d'un appareil de ce type pourrait amener à revoir cette stratégie.

Au rang des déceptions de cette thèse, nous avons bien entendu le tube à gaz pulsé dont le bruit intrinsèque s'est révélé par trop élevé, et nous regrettons le test manquant en structure gradiométrique.

Au rang des satisfactions de notre travail, il y a la démonstration qu'un système à la température de 300 K , constitué de flux-gates, a permis la mise en évidence de signaux MCG en ambiance non blindée lorsqu'ils sont filtrés à l'aide d'un simple gradiomètre du premier ordre et d'un système de traitement numérique de signal en temps réel. Notons que ce succès est à l'origine d'une collaboration actuelle avec la société Bartington fabricant de ce type de flux-gate.

Bibliographie

- [1] M. ABRAMOWITZ et I. A. STEGUN, éditeurs. *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publication, 1965.
- [2] A. BARONE et G. PATERNO. *Physics and applications of the Josephson effect*. Wiley Interscience Publication, 1982.
- [3] J.G. BEDNORZ et K.A. MÜLLER. « Possible high T_c superconductivity in the Ba-La-Cu-O system ». *Z. Phys. B.*, 64(2):109–193, 1986.
- [4] M. BELLANGER. *Traitement numérique du signal - théorie et pratique*. Dunod, 6^e édition, 1998.
- [5] J. BEYER, D. DRUNG, F. LUDWIG, T. MINOTANI, et K. ENPUKU. « Low-noise $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ single layer dc superconducting quantum interference device (SQUID) magnetometer based on bicrystal junctions with 30° misorientation angle ». *Appl. Phys. Lett.*, 72(2):203–205, 1998.
- [6] J. BORGMANN, P. DAVID, G. OCKENFUB, R. OTTO, J. SCHUBERT, W. ZANDER, et A.I. BRAGINSKI. « Electronic high-temperature rf SQUID gradiometers for unshielded environment ». *Rev. Sci. Inst.*, 1997.
- [7] D. BRUNET-BRUNOL, D. PASCAL, et D. DURET. « Effect of noise on the performance of rf SQUID magnetometers ». *J. Appl. Phys.*, 50(1):521–529, 1972.

- [8] A.C. BRUNO, P. Costa RIBEIRO, J.P. von der WEID, et O.G. SYMKO. « Discrete spatial filtering with SQUID gradiometers in biomagnetism ». *J. Appl. Phys.*, 59(7):2584–2589, 1986.
- [9] M. BURGHOFF, L. TRAHMS, Y. ZHANG, H. BOUSACK, et J. BORGMANN. « Diagnostic Application of High-Temperature SQUIDS ». *Journal of Clinical Engineering*, 21(1):62–66, 1996.
- [10] R. CANTOR. « dc SQUIDS: design, optimization and practical applications ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 179–233. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [11] J. CLARKE. « SQUID Fundamentals ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 1–62. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [12] T.R. CLEM, G.J. KEKELIS, J.D. LATHROP, D.J. OVERWAY, et W.M. WYNN. « Superconducting magnetic gradiometers for mobile applications with an emphasis on ordnance detection ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 517–568. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [13] D.E. Mc CUMBER. « Effect of ac impedance on dc Voltage-Current characteristics of a superconductor ». *J. Appl. Phys.*, 39(7):3113–3118, 1968.
- [14] E. DANTSKER, S. TANAKA, , et J. CLARKE. « High-Tc dc superconducting quantum interference devices with slots or holes: Low 1/f noise in ambient magnetic fields ». *Appl. Phys. Lett.*, 70(15):2037–2039, 1997.
- [15] E. DANTSKER, S. TANAKA, P.-A. NILSSON, R. KLEINER, et J. CLARKE. « Reduction of 1/f in high-Tc dc superconducting quantum interference de-

- vices cooled in an ambient magnetic field ». *Appl. Phys. Lett.*, 69(26):4099–4101, 1996.
- [16] M. DAVID, J.-C. MARÉCHAL, A. HALOUANE, S. SAEZ, et C. DOLABDJIAN. « Progress in pulse tube refrigerators ». Dans *Proceeding of the Sixth European Symposium on Space Environmental Control System*, pages 485–488, 1997.
- [17] M. DAVID, J.C. MARÉCHAL, Y. SIMON, et C. GUILPIN. « Theory of ideal orifice pulse tube refrigerator ». *Cryogenics*, 33(2):154–161, 1992.
- [18] C. DOLABDJIAN, S. SAEZ, et D. BLOYET. « Qualification du système à SQUID rf du CEA-CEREM ». Rapport Technique, GREYC, 1999.
- [19] C. DOLABDJIAN, S. SAEZ, D. BLOYET, M; DAVID, et J.-C. MARÉCHAL. « Progress towards a hand portable pulse tube refrigerator for high T_c de SQUID operation ». *Appl. Supercond.*, 6(7-9):459–464, 1998.
- [20] C. DOLABDJIAN, S. SAEZ, et A. Reyes TOLEDO. « Mise en oeuvre d'une chaîne d'amplification et de traitement numérique du signal en temps réel. Application à la magnéto-cardiographie ». Dans *Instrumentation interdisciplinarité et innovation*, pages 693–699. C2I, Hermes, 1998.
- [21] C. DOLABDJIAN, S. SAEZ, A. Reyes TOLEDO, et D. ROBBES. « Signal-to-noise improvement of bio-magnetic signals using a flux-gate probe and real time signal processing ». *Rev. Sci. Instrum.*, 69(10):3678–3680, 1998.
- [22] D. DRUNG. « Advanced SQUID Read-out electronics ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 63–116. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [23] D. DRUNG. « Improved dc SQUID read-out electronics with low $1/f$ noise preamplifier ». *Rev. Sci. Instrum.*, 68(11):4066–4074, 1997.

- [24] D. DRUNG, R. CANTOR, M. PETERS, T. RYHÄNEN, et H. KOCH. « Integrated dc SQUID magnetometer with high dV/dB ». *IEEE trans. Magn.*, 27(2):3001–3004, 1991.
- [25] J. DUPRAZ. *Probabilités Signaux Bruit*. CNET – ENST. Eyrolles, 1983.
- [26] D. DURET et P. KARP. « Figure of merit and spacial resolution of superconducting flux transformers ». *J. Appl. Phys.*, 56(6):1762–1768, 1984.
- [27] K. EMPUKU, Y. SHIMOMURA, et T. KISU. « Effect of thermal noise on the characteristics of a hight Tc superconducting quantum interference device ». *J. Appl. Phys.*, 73(11):7929–7934, 1993.
- [28] K. ENPUKU, T. MINOTANI, et S. KAWAKAMI. « High Tc dc SQUID Utilizing Bicrystal Junctions with 30 Degree Misorientation Angle ». *IEEE Trans. Appl. Supercond.*, 9(2):3, 1999.
- [29] S.N. ERNÉ, R.R. FENICI, H.-D. HAHLEBOHM, J. KORSUKEWITZ, H.P. LEHMANN, et Y. UCHIKAWA. « Magnetocardiographic study of the PR segment of normal ». Dans T. Katila H. WEINSTOCK, G. Stroink, éditeur, *Biomagnetism : Application and Theory*, pages 132–136. Pergamon Press, 1984.
- [30] S.N. ERNÉ et J. LEHMANN. « Magnetocardiography, an introduction ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors : Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 395–412. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [31] B.E. EVANS et R.N. RICHARDSON. « Pulse tube coolers for HTS devices ». *Cryogenics*, 37(10):695–697, 1997.
- [32] M. J. FERRARI, M. JOHNSON, F. C. WELLSTOOD, J. J. KINGSTON, T.J. SHAW, et J. CLARKE. « Magnetic flux noise in Copper Oxide Superconductors ». *J. Low Temp. Phys.*, 94(1–2):15–61, 1994.

- [33] A.C. FRASER-SMITH et J.L. BUXTON. « Superconducting Magnetometer Measurements of Geomagnetic Activity in the 0.1- to 14-Hz Frequency Range ». *Journal of Geophysical Research*, 80(22):3141–3147, 1975.
- [34] S. FUJIMOTO, K. KAZAMI, Y. TAKADA, T. YOSHIDA, H. OGATA, et H. KADO. « Cooling of SQUIDS using a Gifford-McMahon cryocooler containing magnetic regenerative material to measure biomagnetism ». *Cryogenics*, 35(2):143–148, 1995.
- [35] W.E. GIFFORD et R.C. LONGSWORTH. « Pulse tube refrigeration ». *Trans. ASME, J. Eng. Ind. (Series B)*, 86:264, 1964.
- [36] F. GRYNSZPAN et D.B. GESELOWITZ. « Model Studies of the Magnetocardiogram ». *Biophysical Journal*, 13:911–925, 1973.
- [37] D.F. HE, H.-J. KRAUSE, Y. ZHANG, M. BICK, H. SOLTNER, N. WOLTERS, W. WOLF, et H. BOUSACK. « HTS SQUID Magnetometer with SQUID Vector Reference for Operation in Unshielded Environment ». ASC'98, 1998.
- [38] A. M.-H. HO, A.C. FRASER-SMITH, et Jr. O. G. VILLARD. « Large-amplitude ULF magnetic fields produces by a rapid transit system: Close-range measurements ». *Radio Science*, 14(6):1011–1015, 1979.
- [39] R. HOHMANN, C. LIENERTH, Y. ZHANG, H. BOUSACK, G. THUMMES, et C. HEIDEN. « Comparison of Low noise Cooling Performance of a Joule–Thomson Cooler and a Pulse–Tube Cooler Using a HT SQUID ». *IEEE trans. Appl. Supercond.*, 9(2):3688–3691, 1999.
- [40] E. IL'ICHEV, L. DÖRRER, F. SCHMIDL, V. ZAKOSARENKO, P. SEIDEL, et G. HILDEBRANDT. « Current resolution, noise, and inductance measurements on high-Tc dc SQUID galvanometers ». *Appl. Phys. Lett.*, 68(5):708–710, 1996.

- [41] B.D. JOSEPHSON. « Possible new effects in superconductive tunnelling ». *Phys. Lett.*, 1(7):251–253, 1962.
- [42] JR. J.P. WIKSWO. « High-resolution magnetic imaging: cellular action currents and other applications ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors: Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 307–360. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [43] JR. J.P. WIKSWO, J.A.V. MALMIVUO, W.H. BARRY, M.C. LEIFER, et W.M. FAIRBANK. « The Theory and Application of Magnetocardiography ». *Adv. cardiovasc. Phys.*, 2:1–67, 1979.
- [44] G. KAISER, S. WUNDERLICH, M. THÜRK, et P. SEIDEL. « Cryocoolers for High-Tc superconducting sensors: case study on a planar SQUID gradiometer ». *Appl. Supercond.*, 1995.
- [45] P. KARP et D. DURET. « Unidirectional magnetic gradiometers ». *J. Appl. Phys.*, 51(3):1267–1272, 1980.
- [46] M. N. KEENE, J. S. SATCHELL, S. W. GOODYEAR, R. G. HUMPHREYS, J. A. EDWARDS, N. G. CHEW, et K. LANDER. « Low noise HTS Gradiometers and Magnetometers Constructed from $YBa_2Cu_3O_{7-x}/PrBa_2Cu_3O_{7-y}$ thin Films ». *IEEE trans. Appl. Supercond.*, 5(2):2932–2926, 1995.
- [47] M. B. KETCHEN. « Design of improved integrated thin-film planar dc SQUID gradiometers ». *J. Appl. Phys.*, 58(11):4322–4322, 1985.
- [48] M. B. KETCHEN, W. M. GOUBAU, et J. CLARKE. « Superconducting thin-film gradiometer ». *J. Appl. Phys.*, 49(7):4111–4116, 1978.
- [49] S. KNAPPE, D. DRUNG, T. SCHURIG, H. KOCH, M. KLINGER, et J. HINKEN. « A planar $YBa_2Cu_3O_7$ gradiometer at 77 K ». *Cryogenics*, 32(10):881–884, 1992.

- [50] R. H. KOCH, J.R. ROZEN, J. Z. SUN, et W. J. GALLAGHER. « Three SQUID gradiometer ». *Appl. Phys. Lett.*, 63(3):403–405, 1993.
- [51] H.-J. KRAUSE, Y. ZHANG, R. HOHMANN, M. GRÜNEKLEE, M.I. FALEY, D. LOMPARSKI, M. MAUS, H. BOUSACK, et A.I. BRAGINSKI. « Eddy Current Aircraft Testing with Mobile HTS-SQUID Gradiometer System ». 1997.
- [52] F. KURIYAMA et R. RADEBAUGH. « Analysis of mass and energy flow rates in an orifice pulse-tube refrigerator ». *Cryogenics*, 39:85–92, 1999.
- [53] J. KUZNIK, C. CARR, A. COCHRAN, L. N. C. MORGAN, et G. B. DONALDSON. « First order electronic gradiometry with simple HTS SQUIDS and optimised electronics ». Dans *Inst. Phys. Conf.*, 148, pages 1499–1502, 1995.
- [54] U. LEDER, T. FRITSCHI, M. HUCK, O. HOENECKE, P. POHL, S. MÜLLER, et H. NOWAK. « An End-User's Personal View on Biomagnetism ». Dans *ISEC'97*, pages 118–120. 6th Int. Superconductive Electronics Conference, 1997.
- [55] S.-G. LEE, Y. HWANG, B.-C. NAM, J.-T. KIM, et I.-S. KIM. « Direct-coupled second-order superconducting quantum interference device gradiometer from single layer of high temperature superconductor ». *Appl. Phys. Lett.*, 73(16):2345–2347, 1998.
- [56] K. E. LESLIE, G. J. SLOGGETT, et G.W. SMALL. « Cancellation of periodic noise in SQUID magnetometers ». pages 168–169.
- [57] J. LIANG, A. RAVEX, et P. ROLLAND. « Study on pulse tube refrigeration ». *Cryogenics*, 36(2):87–106, 1996.
- [58] S. MACHLUP. « Noise in Semiconductors: Spectrum of a Two-Parameter Random Signal ». *J. Appl. Phys.*, 25(3):341–343, 1954.

- [59] M. MATSUDA, Y. MURAYAMA, S. KIRYU, N. KASAI, S. KASHIWAYA, et S. KURIKI. « Directly-coupled DC-SQUID magnetometers made of Bi-Sr-Ca-Cu Oxide films ». *IEEE trans. Magnet.*, 27(2):3043–3046, 1991.
- [60] T. MINOTANI, S. KAWAKAMI, T. KISS, Y. KUROKI, et K. ENPUKU. « High Performance DC Superconducting Quantum Interference Device Utilizing a Bicrystal Junction with 30° Misorientation Angle ». *Jpn. J. Appl. Phys.*, 36(2B):1092–1095, 1997.
- [61] C.D. MOTCHENBACHER et F.C. FITCHEN. *Low-Noise Electronic Design*. Wiley-Interscience Publication, 1973.
- [62] T. NAGAISHI, H. TOYODA, et H. ITOZAKI. « Detection of magnetized fine particles in motion by High Tc SQUID ». Dans *ISEC'97*, pages 364–366. 6th Int. Superconductive Electronics Conference, 1997.
- [63] H.K. ONNES. « Further experiments with liquid helium ». *Communication from the Physical Laboratory of the University of Leiden*, 1911.
- [64] A. V. OPPENHEIM et R. W. SCHAFER. *Digital Signal Processing*. Prentice-Hall, INC., 1974.
- [65] T. P. ORLANDO et K. A. DELIN. *Foundations of Applied Superconductivity*. Addison–Wesley, 1991.
- [66] F. PAILLARD. « Anatomie-Physiologie de l'appareil cardio-vasculaire ». web-home.infonie.fr/frankpaillard/.
- [67] P.R.E. PETERSEN, Y.Q. SHEN, M.P. SAGER, T. HOLST, B.H. LARSEN, et J. Bindslev HANSEN. « Direct coupled YBCO dc SQUID magnetometers ». 1999.
- [68] J. RABILLER. « Mise en oeuvre d'un SQUID dc pour des applications biomédicales ». Rapport Technique, GREYC, 1996. Rapport de stage de fin

d'étude.

- [69] J. RABILLER, S. SAEZ, C. GUNTHER, C. DOLABDJIAN, J. GIERAK, et C. VIEU. « Application de la nanogravure à faisceau d'ions pour l'optimisation de SQUID dc à Haute température critique ». Dans *SEE'97*, page D4, 1997.
- [70] G.L. ROMANI, S.J. WILLIAMSON, et L. KAUFMAN. « Biomagnetic instrumentation ». *Rev. Sci. Instrum.*, 53(12):1815–1845, 1982.
- [71] S. RUSH. « On the independence of magnetic and electric body surface recording ». *IEEE Trans. Biomed. Engng.*, BME-22:157–167, 1975.
- [72] M. SCHILLING, S. KREY, et R. SCHARNWABER. « Biomagnetic measurements with an integrated $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ magnetometer ». *Appl. Phys. Lett.*, 69(18):2749–2751, 1996.
- [73] P. SEIDEL, F. SCHMIDL, S. WUNDERLICH, L. DÖRRER, T. VOGT, H. SCHNEIDEWIND, et R. WEIDL. « High-Tc SQUID Systems for practical use ». *IEEE trans. Appl. Supercond.*, 9:4077, 1998.
- [74] P. SEIDEL, V. ZAKOSARENKO, F. SCHMIDL, L. DÖRRER, H. SCHNEIDEWIND, S. LINZEN, E. V. IL'ICHEV, et M. DARULA. « Investigation of Thin Film dc SQUID Gradiometer Using a Single YBCO Layer ». *IEEE trans Appl. Supercond.*, 5(2):2931–2934, 1995.
- [75] W.C. STEWARD. « Current – Voltage characteristics of Josephson effect ». *Appl. Phys. Lett.*, 12, 1968.
- [76] Y. TAVRIN, Y. ZHANG, M. MÜCK, A. I. BRAGINSKI, et C. HEIDEN. « $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ thin film SQUID gradiometer for biomagnetic measurements ». *Appl. Phys. Lett.*, 62(15):1824–1826, 1993.
- [77] H.J.M. ter BRAKE, W.A.M. AARNINK, P.J. van der BOSCH, J.W.M. HIL-

- GENKAMP, J. FLOKSTRA, et H. ROGALLA. « Temperature dependence of the effective sensing area of high-Tc dc SQUIDS ». *Supercond. Sci. Technol.*, 10:512–515, 1997.
- [78] C.D. TESCHE et J. CLARKE. « dc SQUID : Noise and Optimisation ». *J. Low Temp. Phys.*, 29(3/4):301–331, 1977.
- [79] C.D. TESCHE et J. CLARKE. « dc SQUID : Current Noise ». *J. Low Temp. Phys.*, 37(3/4):397–403, 1979.
- [80] Y. J. TIAN, S. LINZEN, F. SCHMIDL, L. DÖRRER, R. WEIDL, et P. SEIDEL. « High-Tc directly coupled direct current SQUID gradiometer with flip-chip flux transformer ». *Appl. Phys. Lett.*, 74(9):1302–1304, 1999.
- [81] M. TINKHAM. *Introduction to superconductivity*. McGray-Hill Kogakusha, 1975.
- [82] A. Reyes TOLEDO. « Mise en oeuvre d'une carte DSP - TMS320c31. Filtrage en temps réel. Application à la magnétocardiographie ». Rapport Technique, GREYC, 1998. Rapport de stage de fin d'étude.
- [83] J. VRBA. « SQUID gradiometers in real environments ». Dans Harold WEINSTOCK, éditeur, *SQUID Sensors : Fundamentals, Fabrications and Applications*, pages 117–178. NATO ASI Series E: Applied Sciences, Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [84] J. VRBA et J. MCKAY. « Character and Acquisition of Multichannel Biomagnetic Data ». Dans *ISEC'97*, pages 105–108. 6th Int. Superconductive Electronics Conference, 1997.
- [85] J. WALTERMANN, A. MAGUNIA, M. GAMBETTA, et E. BAZZO. « The ocean wave dynamo : a source of magnetic field fluctuation ». *Annali di Geofisica*, 41(3):299–306, 1998.

- [86] G. WAYSAND, D. BLOYET, J.P. BONGIRAUD, J.L. COLLAR, C. DOLABDJIAN, et P. Le THIEC. « First characterization of the ultra shielded chamber in low noise underground laboratory (LSBB) of Rustrel - Pays d'Apt ». Workshop on Low Temperature Detectors, 1999.
- [87] H. WEINSTOCK. « Introduction to SQUID Magnetometry and Its Applications ». Workshop on Applications of SQUID Magnetometry, 1999.
- [88] S.J. WILLIAMSON et L. KAUFMAN. « Biomagnetism ». *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 22(2):129–202, 1981.
- [89] S. WUNDERLICH, F. SCHMIDL, H. SPECHT, L. DÖRRER, H. SCHNEIDEWIND, U. HÜBNER, et P. SEIDEL. « Planar gradiometers with high-Tc DC SQUIDS for non-destructive testing ». *Supercond. Sci. Technol.*, 11:315–321, 1998.
- [90] V. ZAKOSARENKO, F. SCHMIDL, H. SCHNEIDEWIND, L. DÖRRER, et P. SEIDEL. « Thin-film dc SQUID gradiometer using a single $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ layer ». *Appl. Phys. Lett.*, 65(6):779–780, 1994.
- [91] J.E. ZIMMERMAN et N.V. FREDERICK. « Miniature Ultrasensitive Superconducting Magnetic Gradiometer and Its Use in Cardiography and Other Applications ». *Appl. Phys. Lett.*, 19:16, 1971.

Magnétomètres - Gradiomètres à capteurs supraconducteurs à haute température critique ; Mise en oeuvre dans un cryogénérateur portable à tube pulsé

Résumé

Les SQUID (Superconducting QUantum Interference Device), à haute température critique, permettent la réalisation de magnétomètres directionnels à haute sensibilité, pour des fréquences allant du continu à plusieurs centaines de kHz. Les seuils de détection atteints en chambre blindée autorisent la caractérisation fine du biomagnétisme, dont celui du muscle cardiaque. L'objectif de cette thèse était de réaliser un magnétomètre portable, opérant la détection des signaux cardiaques en milieu magnétiquement non-blindé.

La modélisation du signal magnétique cardiaque par un moment magnétique variable permet de montrer qu'une mesure optimale de ce champ peut être réduite à celle de sa composante normale au plan d'étude. Nous montrons également qu'une résolution de $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ dans une bande passante de 100 Hz est nécessaire à sa caractérisation. Cependant, de nombreuses sources magnétiques contrarient toutes mesures sans blindage. Ces sources parasites, que nous avons analysées, peuvent être discriminées par leur évolution spatiale. Un système gradiométrique permet alors d'extraire le signal magnétique cardiaque en réalisant un filtrage spatial. Un tel dispositif, mis en oeuvre avec deux flux-gates et associé à un processeur de signal numérique (DSP), permet la mise en évidence des pics magnétiques du signal cardiaque et montre l'utilité et la souplesse du traitement numérique en temps réel pour notre application, y compris en milieu ouvert. Un magnétomètre à SQUID dc refroidi par un système cryogénique portable, du type tube à gaz pulsé, s'est révélé inadapté à la magnéto-cardiographie, le bruit lié à ce cryogénérateur perturbant trop largement les mesures dans la bande passante utile. Plusieurs systèmes gradiométriques à SQUID, refroidis par azote liquide, ont été mis en oeuvre. Le signal magnétique cardiaque a été mesuré sans blindage. Des techniques de réductions du bruit à basse fréquence du capteur permettront une meilleure caractérisation du signal cardiaque.

High Tc Superconducting Devices Magnetometer and Gradiometer, used in a hand portable Pulse-Tube Refrigerator

Summary

High Tc SQUIDS (Superconducting QUantum Interference Device) are high sensitivity directional magnetometers operating from dc to a few hundred kHz. Their sensitivity is high enough to perform fine bio-magnetism characterization in shielded rooms. The objective of the thesis was the fabrication of a hand portable magnetometer able to measure cardiac signal in unshielded environments.

The magnetic field of the heart was modelled by a variable magnetic dipole. We then demonstrated that the optimal magnetic field measurement is obtained when the magnetometer direction is perpendicular to the study plane. A sensitivity of $100 \text{ fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ in 100 Hz bandwidth is required for bio-magnetic characterization. However, this value cannot be achieved directly because of many magnetic disturbances. Distinguished by their various spatial evolution, these perturbations can be partly cancelled using a gradiometer, which acts as spatial filter. Such a system was worked out using 2 high sensitivity flux-gates, and associated with a Digital Signal Processor (DSP), it enabled the measurement of peak of the heart magnetic signal. It shows that real time signal processing is very convenient and useful way in our application and open environment. Experiments were carried out using a Pulse-Tube Cryocooler to cool a SQUID dc magnetometer. It appeared that this cryocooler produced excess noise in the useful bandwidth and is not well suited to magneto-cardiography. Liquid nitrogen cooled SQUID gradiometers were then used to measure the heart magnetic field in unshielded environments. In order to improve the magneto-cardiogram signal to noise ratio, the low frequency noise cancellation techniques have to be further introduced.

Discipline : Electronique

Mots-clés : MAGNETOMETRIE, CARDIOGRAPHIE, SQUIDS, REFRIGERATION ET APPAREILS FRIGORIFIQUES, BRUIT ELECTRONIQUE

Laboratoire : ISMRA - GREYC UPRES A 6072, équipe Instrumentation